

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

DIRECTORIO DE PROFESORES

1. M. en I. ENRIQUE BAZAN ZURITA
INVESTIGADOR
INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM
CIUDAD UNIVERSITARIA
MEXICO 20, D.F.
548-97-94
2. ING. OSCAR DE BUEN Y LOPEZ DE HEREDIA
GERENTE
CIA. COLINAS DE BUEN, S.A.
VIAD. MIGUEL ALEMAN # 190
México 12, D.F.
519-72-40 y 538-05-44
3. DR. LUIS ESTEVA MARABOTO
INVESTIGADOR
INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM
CIUDAD UNIVERSITARIA
México 20, D.F.
548-97-94
4. DR. ROBERTO MELI PIRALLA
JEFE DE LA SECCION DE ESTRUCTURAS
INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM
CIUDAD UNIVERSITARIA
México 20, D.F.
548-97-94
5. DR. OCTAVIO RASCON CHAVEZ
INVESTIGADOR
INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM
CIUDAD UNIVERSITARIA
MEXICO 20, D.F.
550-52-15 ext. 4473
6. M. en C. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON
ASESOR
INGENIERIA DE SISTEMAS DE TRANSPORTE METROPOLITANO
Legaria # 252
Col. Pensil
México 17, D.F.
399-47-10

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

| FECHA | HORARIO | T E M A | PROFESOR |
|-------------|-------------|--|---|
| 23 de Julio | 17:00-18:30 | COMPORTAMIENTO DE MATERIALES Y ELEMENTOS ESTRUCTURALES ANTE CARGAS REPETIDAS | DR. ROBERTO MELI PIRALLA |
| 23 de Julio | 18:30-20:00 | ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES | M. en I. ENRIQUE BAZAN Z. |
| 25 de Julio | 17:00-18:30 | LECCIONES DE SISMOS RECIENTES | M. en C. ENRIQUE DEL VALLE |
| 25 de Julio | 18:30-20:00 | ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES | M. en I. ENRIQUE BAZAN Z. |
| 27 de Julio | 17:00-18:30 | ESTRUCTURAS DE CONCRETO | DR. ROBERTO MELI PIRALLA |
| 27 de Julio | 18:30-20:00 | ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES | M. en I. ENRIQUE BAZAN Z. |
| 30 de Julio | 17:00-18:30 | ESTRUCTURAS DE CONCRETO | DR. ROBERTO MELI PIRALLA |
| 30 de Julio | 18:30-20:00 | CRITERIOS DE DISEÑO SISMICO | DR. LUIS ESTEVA MARABOTO |
| 1 de Agosto | 17:00-18:30 | ESTRUCTURAS DE CONCRETO | DR. ROBERTO MELI PIRALLA |
| 1 de Agosto | 18:30-20:00 | CRITERIOS DE DISEÑO SISMICO | DR. LUIS ESTEVA MARABOTO |
| 3 de Agosto | 17:00-18:30 | EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS | M. en C. ENRIQUE DEL VALLE |
| 3 de Agosto | 18:30-20:00 | ESTRUCTURAS DE ACERO | ING. OSCAR DE BUEN Y L. |
| 6 de Agosto | 17:00-18:30 | EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS | DR. OCTAVIO RASCON CHAVEZ M. en C. ENRIQUE DEL VALLE |
| 6 de Agosto | 18:30-20:00 | ESTRUCTURAS DE ACERO | ING. OSCAR DE BUEN Y L. |

| FECHA | HORARIO | TEMA | PROFESOR |
|--------------|----------------------------|---|---|
| 8 de Agosto | 17:00-18:30 | ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA Y MADERA | DR. ROBERTO MELI PIRALLA |
| 8 de Agosto | 18:30-20:00 | EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS | DR. OCTAVIO A. RASCON CH. M. en C. ENRIQUE DEL VALLE |
| 10 de Agosto | 17:00-18:30 | ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA Y MADERA | DR. ROBERTO MELI PIRALLA |
| 10 de Agosto | 18:30-20:00 | EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS | DR. OCTAVIO A. RASCON CH. M. en C. ENRIQUE DEL VALLE |
| 13 de Agosto | 17:00-18:30 18:30-20:00 | EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DE EDIFICIOS | DR. OCTAVIO A. RASCON CH. M. en C. ENRIQUE DEL VALLE |
| 15 de Agosto | 17:00-18:30 18:30-20:00 | CRITERIOS DE ESTRUCTURACION Y METODOS DE DISEÑO | Dr. Vitelmo Bertero |
| 17 de Agosto | 17:00-18:30 18:30-20:00 | CRITERIOS DE ESTRUCTURACION Y METODOS DE DISEÑO | Dr. Vitelmo Bertero |



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ESTRUCTURAS DE MAESTRERIA Y MADERA

DR. ROBERTO MELI PARAJA

AGOSTO, 1979.

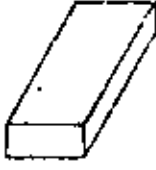
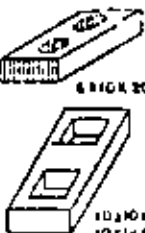
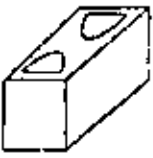
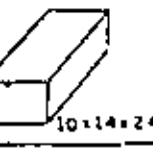
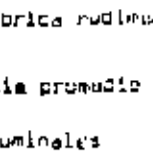

be formar un diafragma rígido en el plano y estar ligado a los muros.

Hay que evitar los huecos o reforzar su periferia. Hay que evitar el empleo de piezas con altos porcentajes de huecos por su gran fragilidad y también el de aquellas que por su acabado superficial no permitan buena adherencia con el mortero.

REFERENCIAS

1. R. Meli "Comportamiento sísmico de muros de mampostería" Informe No. 350 del Instituto de Ingeniería, 1975.
2. R. Meli y O. Hernández "Propiedades de piezas para mampostería fabricadas en el D.F.", Informe No. 297, Instituto de Ingeniería, 1977
3. Diseño y construcción de estructuras de mampostería. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Informe No. 403, Instituto de Ingeniería, 1977
4. R. Meli y A. Reyes "Propiedades mecánicas de piezas para mampostería" Informe No. 288 Instituto de Ingeniería, 1973

TAULA I. RESULTADOS DE ENSAYES EN PIEZAS

| Material | Geometría * | Procedencia | Clasificación | An/Ab | f _p , en kg/cm ² (1) | | | | C, en porcentaje | | | | Abs. en porcentaje | γ _s , g ³ /cm ³ (2) | |
|---------------------------------------|---|-------------|---------------|-------|--|-----------|------------|-----------|------------------|-----------|------------|-----------|--------------------|--|------|
| | | | | | Etapas I | Etapas II | Etapas III | Etapas IV | Etapas I | Etapas II | Etapas III | Etapas IV | | | |
| Tubo rojo recocido |  | T 1 | B | 1,00 | 52 | 64 | 56 | 58 | 25 | 23 | 24 | 19 | 20 | 1,45 | |
| | | T 2 | C | 1,00 | 52 | | | 29 | | | | | | 24 | 1,30 |
| | | T 3 | C | 1,00 | 51 | | | 34 | | | | | | 25 | 1,37 |
| | | T 4 | B | 1,00 | 114 | 112 | 109 | | 31 | 25 | 23 | | | 21 | 1,55 |
| | | T 5 | C | 1,00 | 80 | 64 | | | 21 | 17 | | | | 25 | 1,39 |
| | | T 6 | C | 1,00 | 65 | 109 | | | 23 | 52 | | | | 21 | 1,50 |
| | | T 7 | C | 1,00 | 93 | 76 | 66 | 88 | 58 | 19 | | 24 | 11 | 25 | 1,45 |
| | | T 8 | C | 1,00 | 33 | | | | 32 | | | | | 26 | 1,34 |
| | | T 9 | C | 1,00 | 53 | | | | 45 | | | | | 28 | 1,40 |
| | | T 10 | C | 1,00 | 45 | 43 | 47 | 55 | 28 | 22 | | 10 | 21 | 25 | 1,40 |
| | | T 11 | C | 1,00 | 36 | 45 | 51 | 45 | 32 | 28 | | 20 | 28 | 27 | 1,31 |
| Tubo extruido perforado verticalmente |  | TE1 | A | 0,57 | 215 | 223 | | | 8 | 11 | | | 15 | 1,75 | |
| | | TE2 | A | 0,63 | 428 | 361 | 394 | 295 | 14 | 25 | 20 | 15 | 10 | 1,80 | |
| | | TE3 | B | 0,65 | 225 | | | | 17 | | | | | 19 | 1,65 |
| | | TE4 | B | 0,59 | 181 | 156 | | | 15 | 15 | | | | 17 | 1,72 |
| | | TE5 | A | 0,67 | 376 | 308 | 365 | 329 | 11 | 15 | 15 | 15 | 12 | 1,81 | |
| | | TE6 | B | 0,59 | 169 | | | | 24 | | | | | 20 | 1,61 |
| | | TE7 | A | 0,65 | 436 | 473 | 575 | 540 | 21 | 19 | 13 | 20 | 4 | 2,02 | |
| | | TE8 | A | 0,57 | 129 | 143 | | | 15 | 15 | | | | 17 | 1,65 |
| | | TE9 | A | 0,59 | 426 | 400 | | | 26 | 11 | | | | 6 | 2,20 |
| | | TE10 | B | 0,65 | | 417 | | | | 12 | | | | 7 | 2,02 |
| TE11 | A | 0,61 | 409 | 466 | 572 | 519 | 22 | 15 | 18 | 15 | 5 | 2,13 | | | |
| Bloque ligero |  | B 1 | A | 0,56 | 37 | 35 | | | 10 | 12 | | | 29 | 1,21 | |
| | | B 2 | A | 0,59 | 42 | 49 | | | 16 | 12 | | | 35 | 1,09 | |
| | | B 3 | A | 0,63 | 43 | 41 | | | 24 | 22 | | | 24 | 1,23 | |
| | | B 4 | B | 0,54 | 17 | | | | 23 | | | | 30 | 1,01 | |
| | | B 1** | A | 1,00 | 44 | 42 | | | 17 | 25 | | | 40 | 0,95 | |
| Bloque intermedio |  | B 1 | A | 0,56 | 52 | 77 | | | 24 | 7 | | | 15 | 1,81 | |
| | | B 2 | A | 0,59 | 41 | 74 | | | 14 | 14 | | | 21 | 1,50 | |
| | | B 3 | A | 0,61 | 82 | 80 | | | 28 | 21 | | | 15 | 1,70 | |
| | | B 4 | B | 0,54 | 21 | | | | 20 | | | | 27 | 1,32 | |
| | | B 5 | C | 0,59 | 40 | | | | 18 | | | | 16 | 1,44 | |
| Bloque pesado |  | B 1 | A | 0,56 | 135 | 101 | | | 31 | 15 | | | 9 | 2,12 | |
| | | B 2 | A | 0,59 | 145 | 143 | 132 | 108 | 23 | 10 | 28 | 7 | 11 | 2,15 | |
| | | B 3 | A | 0,63 | 100 | 120 | 104 | 81 | 20 | 21 | 20 | 15 | 10 | 2,00 | |
| | | B 4 | B | 0,54 | 71 | | | | 13 | | | | 13 | 1,79 | |
| Tuboón |  | TC 1 | B | 1,00 | 31 | 55 | 66 | 42 | 24 | 14 | 11 | 15 | 25 | 1,15 | |
| | | TC 2 | A | 1,00 | 76 | 123 | 66 | 101 | 35 | 34 | 19 | 17 | 27 | 1,42 | |
| | | TC 3 | B | 1,00 | 59 | 53 | | | 23 | 27 | | | 19 | 1,42 | |
| | | TC 4 | B | 1,00 | 36 | | | | 23 | | | | 26 | 1,05 | |
| | | TC 5 | C | 1,00 | 48 | 56 | | | 36 | 22 | | | 18 | 1,73 | |
| Silico calcáreo | 7x12x24 | S | A | 1,00 | 201 | 177 | | | 15 | 11 | | | 15 | 1,79 | |

A Fábrica grande y adecuado control de calidad

B Fábrica mediana y nulo control de calidad

C Fábrica rudimentaria ** Bloque macizo

An/Ab Relación de área neta sobre área bruta

f_p resistencia promedio de la pieza

C coeficiente de variación

s peso volumétrico seco

Medidas nominales

(1) sobre área bruta medida

(2) sobre volumen neto

TABLA 7 RESULTADOS DE ENSAYES DE MORTEROS ELABORADOS POR UN MISMO ALBAÑIL

| PROPORCIONAMIENTO cemento:cal:arena | Número de muestras | Resistencia medio, en kg/cm ² | Coefficiente de variación, en % | Percentil 2%, en kg/cm ² |
|--|-----------------------|--|---------------------------------------|--|
| 1:0:3 | 211 | 205 | 24 | 95 |
| 1:1/2:5 | 70 | 108 | 19 | 57 |
| 1:0:6 | 55 | 106 | 31 | 45 |
| 1:1:6 | 26 | 75 | 38 | 23 |

Los valores individuales son promedio de tres ensayos

Tabla 3 PROPORCIONAMIENTOS MORTEROS EN VOLUMEN

| Tipo Mortero | Partes Cemento | Partes Cemento Mampostería | Partes Cal | Partes Arena | Valor Típico f_b , kg/cm ² |
|--------------|----------------|----------------------------|----------------|--|---|
| I | 1 | — 0 a 1/2 | 0 a 1/4 — | de 2.25 a 3 veces la suma de cementantes | 125 |
| II | 1 | — 1/2 a 1 | 1/4 a 1/2 — | | 75 |
| III | 1 | — 1 | 1/2 a 1/4 — | | 40 |

Tabla 4 PROPIEDADES MAMPOSTERIA

| Pieza | Mortero | f_m^* | v^* | para corta duración | |
|------------------------|---------|---------|-------|---------------------|------|
| | | | | E | G |
| Tabique recocido | I | 15 | 3.5 | 6000 | 1800 |
| | II | 15 | 3 | 5000 | 1800 |
| | III | 15 | 3 | 6000 | 1800 |
| Tabique extruido | I | 40 | 3 | 16000 | 4800 |
| | II | 40 | 2 | 16000 | 4800 |
| | III | 30 | 2 | 12000 | 3500 |
| Bloque Concreto Pesado | I | 20 | 3.5 | 12000 | 3600 |
| | II | 15 | 2.5 | 9000 | 2700 |
| | III | 15 | 2.5 | 9000 | 2700 |

Estuerzos en kg/cm²

hueco de las piezas tendrá una dimensión mínima mayor de 5 cm y un área no menor de 30 cm².

Deberá colocarse por lo menos una varilla No. 3 en dos huecos consecutivos en todo extremo de muros, en las intersecciones entre ellos o a cada 3 m. El refuerzo vertical y horizontal en el interior del muro tendrá una separación no mayor de 6 veces el espesor del mismo ni 90 cm, lo menor de ellas.

Cuando los muros transversales lleguen a tope, sin traslape de piezas, será necesario unirlos mediante dispositivos que aseguren la continuidad de la estructura.

El refuerzo horizontal debe ser continuo en la longitud del muro y anclado en sus extremos. Se deberán cumplir los mismos requisitos de anclaje que para concreto reforzado. Deberá haber refuerzo consistente en una barra No. 4 o su equivalente, alrededor de toda abertura cuya dimensión exceda de 60 cm en cualquier dirección.

La relación altura/espesor de estos muros no será superior a 30, a menos que se provean elementos rigidizantes que eviten la posibilidad de pandeo del muro. Deberá haber una supervisión continua en la obra que se asegure que el refuerzo está colocada de acuerdo a lo indicado en planos y que los huecos en que se aloja el refuerzo sean colados completamente.

d) Muros no reforzados. Se considerarán como muros no reforzados aquellas que no tengan el refuerzo necesario para ser incluidos en alguna de las tres categorías anteriores.

4.5.2 Esfuerzo cortante medio de diseño

La determinación de la fuerza cortante resistida por la mampostería se basa en el esfuerzo cortante medio de diseño, v^* , el cual se tomará de la tabla del inciso 3.3.

Para materiales no cubiertos en la tabla mencionada, la resistencia a cargas laterales se fijará con base en resultados de ensayos a satisfacción del Departamento.

4.5.3 Fuerza cortante resistida por la mampostería

La fuerza cortante resistente de diseño se determinará como:

a) Para muros diafragma

$$V_R = F_R (0.85 v^* A_T)$$

b) Para otros muros

$$V_R = F_R (0.5 v^* A_T + 0.3 P) \leq 1.5 F_R v^* A_T$$

en que

P es la carga vertical que actúa sobre el muro, sin multiplicar por el factor de carga

Para muros reforzados interiormente de acuerdo con los requisitos de 4.5.1 c), se tomará v^* como 1.5 veces el valor medido en los ensayos para mampostería sin refuerzo o el consignado en la tabla del inciso 3.3.

El factor de reducción de resistencia, F_R , se tomará como:

0.6 para muros diafragma, muros confinados y muros con refuerzo interior que cumplan con los requisitos de 4.5.1

0.3 para muros no reforzados

4.5.4 Contribución del refuerzo

No se considerará ninguna contribución a la resistencia a fuerza cortante por efecto de los castillos y dulos que es necesario colocar en los muros para que

estos puedan considerarse confinados, de acuerdo con lo especificado en 4.5.1 b.

4.5.5. Resistencia a flexocompresión en el plano del muro

La resistencia a flexión y a flexocompresión en el plano del muro se calculará, para muros sin refuerzos, según la teoría de resistencia de materiales suponiendo una distribución lineal de los esfuerzos en la mampostería. Se considerará que la mampostería no resiste tensiones y que la falla ocurre cuando aparece en la sección crítica un esfuerzo de compresión igual a f_m^* .

La capacidad a flexión o flexocompresión en el plano de un muro con refuerzo interior o exterior se calculará con un método de diseño basado en las hipótesis estipuladas en 4.4.5.

Para muros reforzados con barras colocadas simétricamente en sus extremos, las fórmulas simplificadas siguientes dan valores suficientemente aproximados y conservadores del momento resistente de diseño.

Para flexión simple, el momento resistente se calculará como

$$M_o = F_R A_s f_y d'$$

donde

A_s es el área de acero colocada en el extremo del muro

d' la distancia entre los centroides del acero colocado en ambos extremos del muro

Cuando exista carga axial sobre el muro, el momento de la sección se modificará de acuerdo con la ecuación.

$$M_R = M_o + 0.30 P_u d \quad ; \quad \text{si } P_u \leq \frac{P_R}{3}$$

$$M_R = (1.5 M_o + 0.15 P_R d) \left(1 - \frac{P_u}{P_R}\right) ; \quad \text{si } P_u > \frac{P_R}{3}$$

donde

P_u es la carga axial de diseño total sobre el muro, que se considerará positiva si es de compresión

d el peralte efectivo del refuerzo de tensión

P_R la resistencia a compresión axial

F_R en este caso igual a 0.6

CARGAS

1 Azotea: carga muerta 350 kg/m^2 +
 carga viva 100 kg/m^2 (para diseño por carga vertical); 70 kg/m^2 (para
 diseño por sismo)

2 Primer piso: carga muerta 325 kg/m^2
 carga viva 170 kg/m^2 (para diseño por carga vertical); 90 kg/m^2 (para
 diseño por sismo)

Peso muros 450 kg/m

Longitud total de muros en planta = 46.7 m

Carga total en muros de planta baja para diseño por cargas verticales

$$W = (350 + 100) 73.5 + (325 + 170) 73.5 + 450 \times 46.7 \times 2 = 111\,500 \text{ kg}$$

Carga total en muros de planta baja para diseño por sismo

$$W_s = (350 + 70) 73.5 + (325 + 90) 73.5 + 450 \times 46.7 \times 2 = 103\,000 \text{ kg}$$

PROPIEDADES DEL MATERIAL

3 $f'_m = 15 + 4 = 19 \text{ kg/cm}^2$

4 $\tau^* = 3 \text{ kg/cm}^2$

REVISION POR SISMO

5 Se cumplen los requisitos para el empleo del método simplificado de diseño sísmico

6 $c = 0.09$

7 $V_x = V_y = c W_s = 0.09 \times 103 = 9.3 \text{ ton}$

$$V_u = 1.1 V = 10.2 \text{ ton}$$

RESISTENCIA EN DIRECCION X

$$8 \quad V_{RX} = F_R (0.7 v^*) A_T$$

$$A_T = 1 \sum L_i F_i$$

De tabla adjunta $\sum L_i F_i = 15.86 \text{ m} = 1586 \text{ cm}$

$$V_{RX} = 0.6 \times 0.7 \times 3 \times 14 \times 1586 = 28\,000 \text{ kg} > 10\,200 \text{ kg}; \text{ la resistencia es adecuada}$$

En dirección Y la longitud de muros es mayor (22.42 m), por tanto la seguridad contra sismo será adecuada

REVISION POR CARGAS VERTICALES

9 Revisión de la resistencia total

$$W_U = 1.4 W = 1.4 \times 111.5 = 156.1 \text{ ton}$$

$$W_R = F_R F_E F_m A_T$$

$$10 \quad F_E A_T = 1 \sum F_E L_i$$

De la tabla adjunta

$$\sum F_E L_i = 30.63 \text{ m} = 3063 \text{ cm}$$

$$W_R = 0.6 \times 19 \times 14 \times 3\,063 = 492\,000 \text{ kg} > 156\,000 \text{ kg}; \text{ adecuada}$$

11 Revisión de muros individuales

Se hace en la tabla adjunta. Resulta que para el muro 19 la resistencia es insuficiente.

Esto puede remediarse aumentando la longitud de este muro, construyéndolo de un material más resistente en compresión o diseñando los castillos como columnas para que tomen la carga vertical actuante.

REFUERZO

12 La distribución propuesta de castillos se muestra en el croquis siguiente. No se requieren datos intermedios.

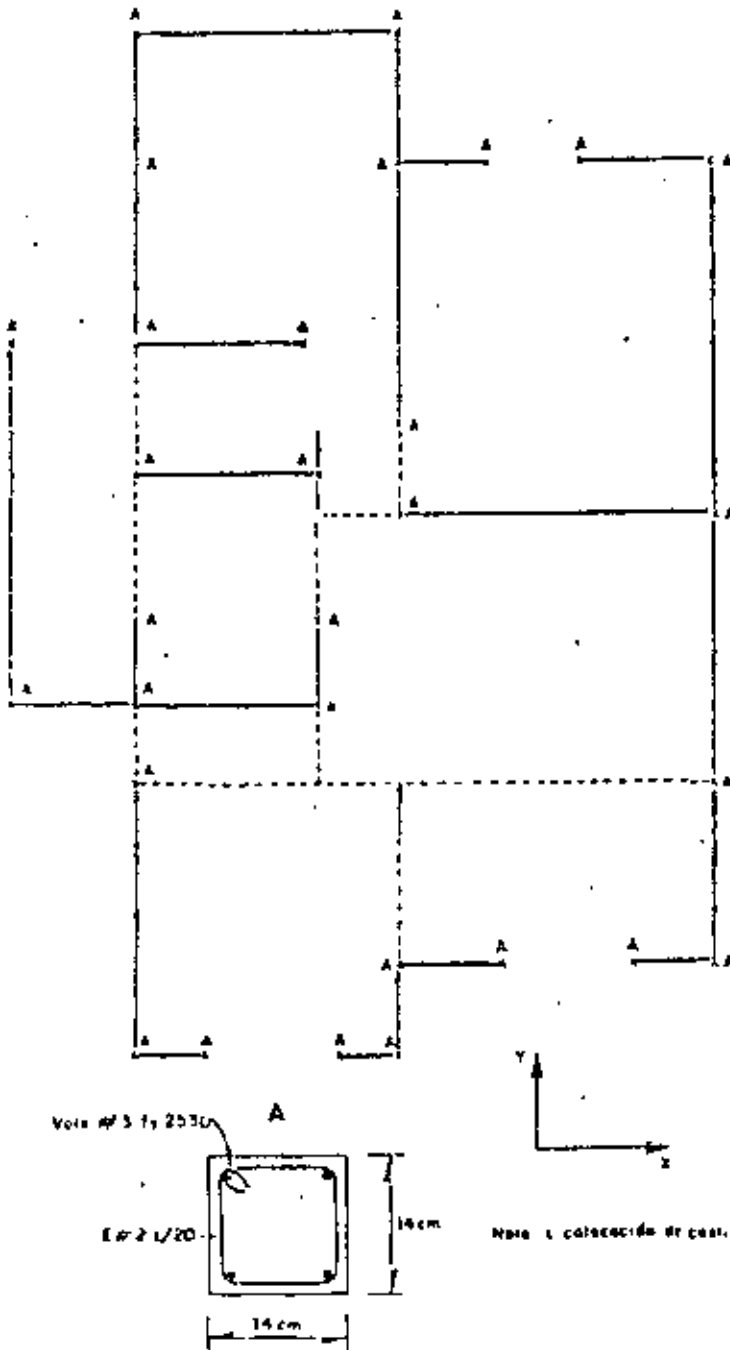


TABLA 1. DATOS PARA LA REVISIÓN DE LA RESISTENCIA DE LOS MUROS

| Muro (1) | Longitud L_i , m | Área tributaria, m^2 (2) | F_E (3) | F_i (4) | $F_E \times L_i$ | $F_i \times L_i$ | Carga viva, kg/m^2 (5) | Carga vertical, kg | | |
|-------------|--------------------|----------------------------|-----------|-----------|------------------|------------------|--------------------------|----------------------|----------------|--------|
| | | | | | | | | actuante | resistente (6) | |
| Dirección X | 1 | 0.75 | 1.2 | 0.6 | 0.18 | 0.45 | 0.14 | 500 | 3090 | 7180 |
| | 2 | 0.75 | 1.2 | 0.6 | 0.18 | 0.45 | 0.14 | 500 | 3090 | 7180 |
| | 3 | 1.0 | 1.3 | 0.6 | 0.32 | 0.60 | 0.32 | 490 | 3560 | 9580 |
| | 4 | 1.0 | 1.3 | 0.6 | 0.32 | 0.60 | 0.32 | 490 | 3560 | 9580 |
| | 5 | 3.5 | 4.5 | 0.7 | 1.00 | 2.80 | 3.50 | 320 | 11310 | 39100 |
| | 6 | 2.0 | 2.0 | 0.7 | 1.00 | 1.40 | 2.00 | 420 | 5870 | 22300 |
| | 7 | 3.5 | 7.5 | 0.7 | 1.00 | 2.45 | 3.50 | 270 | 15390 | 39100 |
| | 8 | 2.0 | 3.2 | 0.7 | 1.00 | 1.40 | 2.00 | 350 | 7560 | 22300 |
| | 9 | 1.0 | 1.5 | 0.6 | 0.32 | 0.60 | 0.32 | 460 | 3850 | 9580 |
| | 10 | 1.25 | 1.5 | 0.6 | 0.50 | 0.75 | 0.62 | 460 | 4170 | 11970 |
| | 11 | 3.0 | 2.3 | 0.6 | 1.00 | 1.80 | 3.00 | 400 | 7560 | 28700 |
| Suma | 19.75 | | | | 13.30 | 15.86 | | | | |
| Dirección Y | 12 | 2.0 | 3.0 | 0.6 | 1.00 | 1.20 | 2.00 | 360 | 7290 | 19100 |
| | 13 | 3.0 | 7.0 | 0.7 | 1.00 | 2.10 | 3.00 | 280 | 14100 | 33500 |
| | 14 | 9.0 | 12.0 | 0.7 | 1.00 | 6.30 | 9.00 | 240 | 28400 | 100500 |
| | 15 | 4.0 | 3.5 | 0.7 | 1.00 | 2.80 | 4.00 | 340 | 10500 | 44700 |
| | 16 | 1.0 | 2.8 | 0.7 | 0.32 | 0.70 | 0.32 | 370 | 5750 | 11200 |
| | 17 | 1.0 | 1.5 | 0.7 | 0.32 | 0.70 | 0.32 | 460 | 3850 | 11200 |
| | 18 | 1.0 | 3.5 | 0.7 | 0.32 | 0.70 | 0.32 | 340 | 6720 | 11200 |
| | 19 | 0.75 | 7.5 | 0.7 | 0.18 | 0.53 | 0.14 | 270 | 11900 | 8400 |
| | 20 | 3.0 | 3.5 | 0.6 | 1.00 | 1.80 | 3.00 | 340 | 9240 | 33500 |
| | 21 | 1.0 | 2.0 | 0.7 | 0.32 | 0.70 | 0.32 | 420 | 4330 | 28700 |
| Suma | 25.75 | | | | 17.53 | | | | | |
| Suma total | | | | | 30.83 | | | | | |

(1) La numeración corresponde a la identificación del plano de la hoja 1

(2) Área tributaria de losa en cada nivel

Factor de reducción por excentricidad y esbeltez dado en el inciso 3.2

(4) $F_i = (1.33 L_i/h)^2$; siendo $h = 2.35$ m

(5) $w_{Vm} = 120 + 420/\sqrt{A}$; A es el área tributaria de la columna 2

(6) $W_u = 1.4 ((350 + 100) A + (325 + w_{Vm}) A + 2 \times 450 \times L_i)$

(7) $W_R = F_R F_E A_i$

COMENTARIOS

1. Carga viva para azoteas con pendiente menor de 5%. Art 227 del Reglamento
 2. Carga viva para áreas destinadas a habitación $w_{Vm} = 120 + 420 A^{-\frac{1}{2}}$; Se considera el área total de la planta $A = 73.5 m^2$
 3. Resistencia a compresión, f'_m , tomada de la tabla del inciso 2.4.1c de estas normas; para tabique rojo y mortero Tipo III, $f'_m = 15 kg/cm^2$; se añaden $4kg/cm^2$ según lo estipulado en el inciso 2.4.1e) para muros con dadas y castillos que cumplan los requisitos necesarios para considerar los muros como confinados.
 4. Resistencia en cortante tomada de la tabla del inciso 3.3 de estas normas para los materiales en cuestión.
 5. Se cumplen los requisitos del Art 238 del Reglamento para el empleo del método simplificado de diseño sísmico, relativos a que existan dos muros paralelos que cubren más de 50% de la longitud de la construcción, y a los límites de altura y de relación de lados de la construcción.
 6. Coeficiente sísmico de la tabla del Art 239 del Reglamento, para zona III, muros de piezas macizas y altura entre 4 y 7 m.
 7. Según el método simplificado de diseño sísmico solo hay que verificar, en cada dirección, que la suma de la fuerza cortante de todos los muros sea igual o mayor que la actuante calculada multiplicando el coeficiente sísmico por el peso de la construcción arriba del nivel en estudio. Solo se revisarán los muros de planta baja, ya que los de primer nivel son obviamente menos críticos.
 8. El Art 239 citado especifica que la contribución a la resistencia de muros cuya relación altura a longitud exceda de 1.33 debe reducirse afectándola del coeficiente $(1.33 L/h)^2$. Aquí se prefiere emplear una longitud reducida de muro, afectada por el factor $F_1 = (1.33 L/h)^2$. Los valores para cada muro se obtienen en la tabla adjunta. Un procedimiento alternativo que resulta práctico y conservador es el de desprestigiar la contribución de los muros cuya relación altura a longitud es superior a 1.33.
 9. Se requiere revisar que cada muro sea capaz de soportar la carga que sobre él actúa; sin embargo, resulta útil e indicativo revisar el margen de seguridad global de la resistencia a carga vertical comparando la carga vertical actuante con la suma de las resistencias de todos los muros. Este cálculo se hará solo para los muros de planta baja.
- El factor F_2 afecta la resistencia de los muros a carga vertical por efecto de excentricidad y esbeltez. Al igual que para la resistencia por sismo, resulta cómodo emplear una longitud equivalente de muro, multiplicando la real por el factor F_2 obtenida del inciso 3.2; los cálculos se muestran en la tabla adjunta.

11. La revisión de muros individuales implica el cálculo de la carga viva de diseño para cada uno, según su área tributaria (columna 6 de la tabla adjunta) y de la carga actuante sobre cada muro. La resistencia se calcula en la misma forma que para la revisión global.
12. Para que sean aplicables los métodos y los factores de seguridad adoptados el muro debe cumplir los requisitos para mampostería confinada del inciso 4.5.1.b)

11. ESTRUCTURAS DE MADERA

Los usos estructurales más frecuentes de la madera son en techos de construcciones industriales o de vivienda, en los cuales las estructuras de madera no están sujetas a fuerzas sísmicas importantes. En algunos países son frecuentes las viviendas en que tanto los elementos verticales como los horizontales son de madera.

En general el comportamiento observado ante temblores importantes de las estructuras de madera ha sido bueno. Este buen desempeño se atribuye principalmente a que se trata de construcciones muy ligeras en las que las fuerzas de inercia inducidas por el sismo son pequeñas.

Las fallas que se han presentado por efectos de sismo son atribuibles casi exclusivamente a uno de estos factores.

a) Degradación de la madera por efecto de intemperismo o por ataques de insectos; esto es particularmente grave en la madera en contacto con el suelo. Un ejemplo dramático es la falla de cientos de construcciones de "taquezal" en Maragua en 1972.

b) Conexiones inadecuadas de los elementos entre sí y falta de anclaje con la cimentación.

Daños importantes han ocurrido también por las grandes deformaciones que se han requerido para que alguna estructura de madera disipara la energía del sismo y que han causado falla en elementos no estructurales frágiles.

Como se ha hecho notar en un tema anterior, la madera es un material con comportamiento frágil ante cualquier modo de falla que se pueda presentar (tensión,

compresión, cortante, etc). Aunque esto es una grave desventaja desde el punto de vista del comportamiento sísmico, existen dos circunstancias que mitigan la situación: la resistencia de la madera aumenta sensiblemente cuando las cargas se aplican dinámicamente (ver fig 1) y el comportamiento ante cargas cíclicas muestra un amortiguamiento notable (amortiguamiento viscoso equivalente de 8 a 10% (ver fig 2) y no presenta deterioro de resistencia hasta la carga máxima. Adicionalmente al amortiguamiento propio del material, se tiene alta disipación de energía a través de movimientos en las conexiones, lo cual hace que sean típicos amortiguamientos totales equivalente de entre 15 y 20%. Lo anterior permite reducir notablemente los espectros elásticos de diseño construidos generalmente para amortiguamiento del orden de 5%. El reglamento del Distrito Federal acepta un factor de reducción de cuatro para construcciones de madera.

Por tratarse de un material natural, la variabilidad de las propiedades mecánicas de la madera es grande. En países en que el uso estructural de la madera es amplio, se adoptan procedimientos de clasificación de los elementos que aseguran una menor variación en las propiedades. La variabilidad es también grande en los productos industriales, como la manera laminada (triplay), por variación de la prima empleada y de los adhesivos.

La ref 1 trata en forma muy clara y resumida sobre el diseño de estructuras de madera; de la pag 43 a 52 se describen las propiedades del material y en el capítulo 29 se trata el comportamiento estructural y el diseño.

Textos más completos sobre el diseño de estructuras de madera son las ref 2 y 3.

El diseño según las normas del reglamento para el Distrito Federal se presenta a

ilustra en la ref 4.

Ninguna de las publicaciones anteriores trata sin embargo el diseño sísmico de estas construcciones. Un breve pero muy clara tratamiento de este tema se encuentra en la ref 5 (pag 277 a 289).

Los sistemas estructurales más usuales en madera son las armaduras o las vigas paralelas para techos, en las que la principal función ante el efecto sísmico es la de constituir diafragmas rígidos en su plano que distribuyen las cargas a los elementos verticales resistentes. Es necesario por tanto un contraventeo en el plano de estos elementos para proporcionar dicha rigidez.

El marco rígido de la madera es relativamente poco empleado actualmente debido a la dificultad de lograr continuidad en las conexiones viga-columna y a la baja rigidez lateral de los marcos.

El sistema constructivo más común, especialmente para vivienda, es el formado por diafragmas horizontales y verticales; estos son paneles constituidos por un ormaón ligero de madera recubierta por placas de triplay o de yeso o con aplanao de cemento y col sobre metal desplegado (para exteriores).

En esta forma (fig 3) el comportamiento sísmico es similar al de las estructuras de muros de mampostería con losas de concreto y son aplicables los mismos procedimientos de análisis.

Los requisitos que deben cumplirse son que el diafragma horizontal de piso o techo sea suficientemente rígido en su plano. Para ello el recubrimiento debe

poderse conectar adecuadamente a las vigas de soporte del piso. Cuando el recubrimiento es de triplay o de dueda se especifica una relación máxima entre lado mayor y menor del tablero de piso ($L/B \leq 4$ según las recomendaciones de Nueva Zelanda).

Los tableros verticales (muros) deben tener suficiente rigidez y resistencia. La resistencia es muy variable según la calidad del recubrimiento, el tipo de armazón y la forma de unión entre recubrimiento y armazón; se especifican esfuerzos cortantes permisibles variables entre 10 y 50 kg/cm^2 .

El aspecto más importante es el de las conexiones (fig 4) que deben diseñarse para resistir los esfuerzos cortantes que se generan entre elementos horizontales y verticales y los esfuerzos de tensión debidos al momento de volteo.

Recomendaciones detalladas sobre el diseño sísmico de construcciones para vivienda con este sistema se encuentran en la ref 6. Algunos detalles de conexión típicos se muestran en las figs 5 y 6.

Referencias

1. White R N, Gergely P y Sexsmith R, "Structural Engineering. Vol 3, Behavior of Members and Systems", J Wiley, 1974
2. Booth L G y Reece P O, "The Structural Use of Timber. A Commentary on the British Standard Code of Practice CPl12". E y FN Spon Ltd, Londres, 1967
3. Gurfinkel G, "Wood Engineering" Southern Forest Product Association, N Orleans, 1973
4. "Diseño y construcción de estructuras de madera" Informe No. 404 del Instituto de Ingeniería, UNAM. México, D.F. 1977
5. Dowrick D J, "Earthquake Resistant Design", J Wiley, 1977
6. "A Methodology for Seismic Design and Construction of Single-Family Dwellings" Department of Housing and Urban Development, Washington, 1977

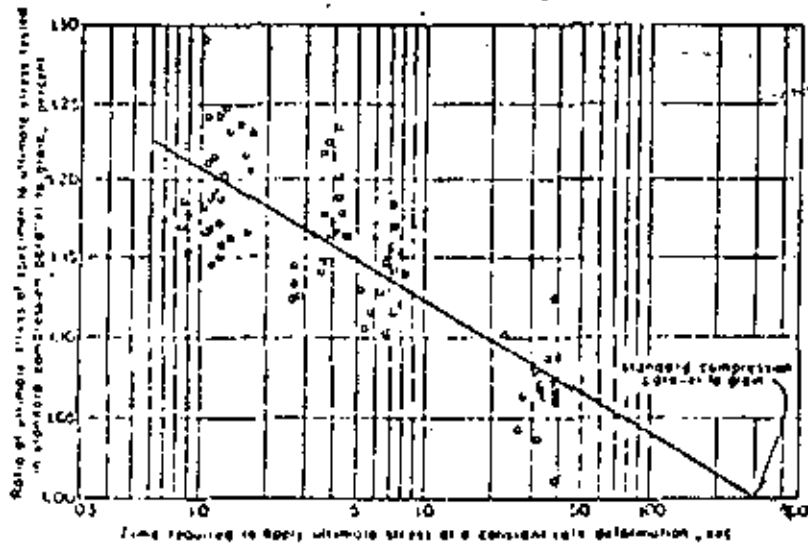


Fig 1 Efecto de la velocidad de carga en la resistencia de la madera

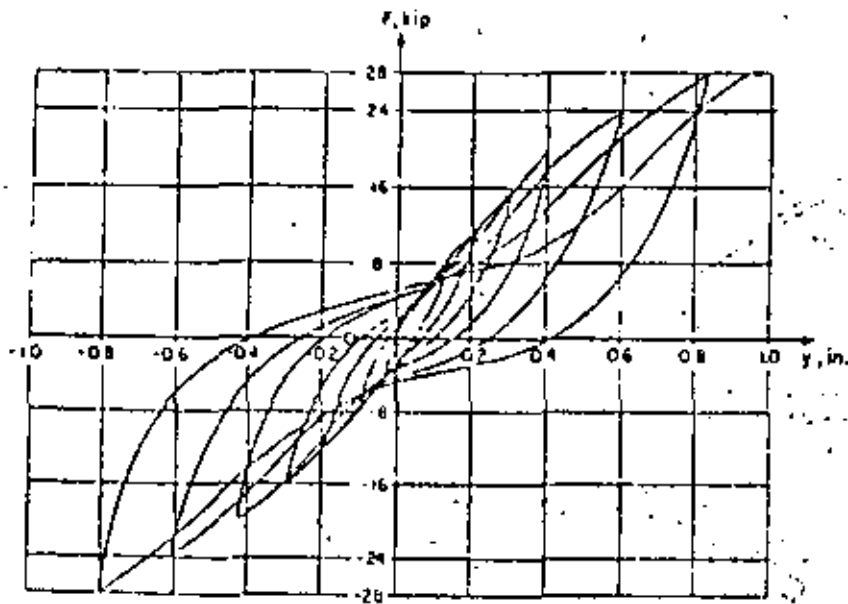


FIGURE 6.34 Hysteretic behaviour of timber diaphragms under cyclic loading (after Medaris²⁴)

Fig 2 Comportamiento de tableros de madera ante cargas alternadas repetidas

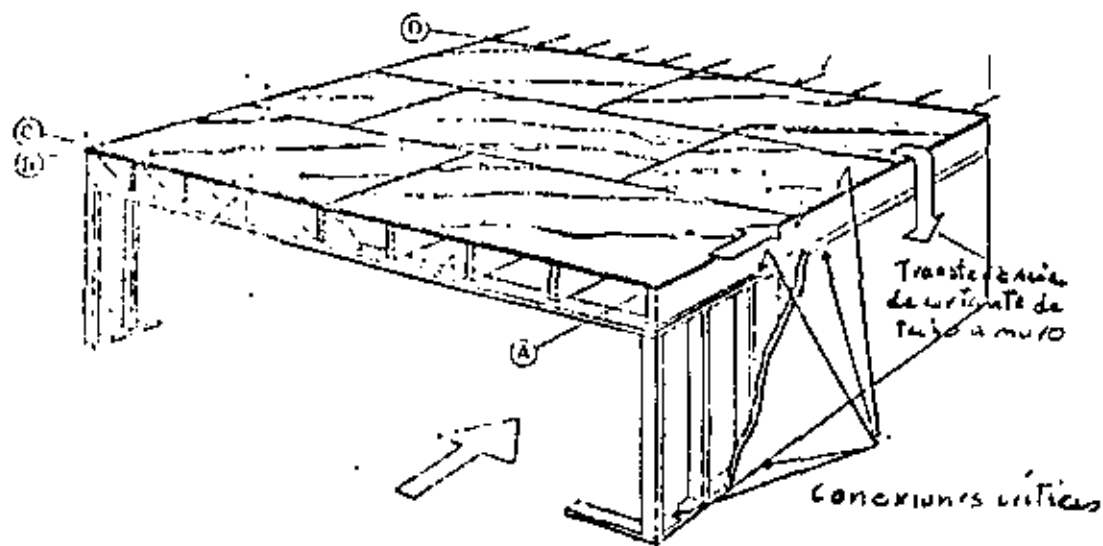


Fig 3 Estructuración típica a base de diafragmas de madera

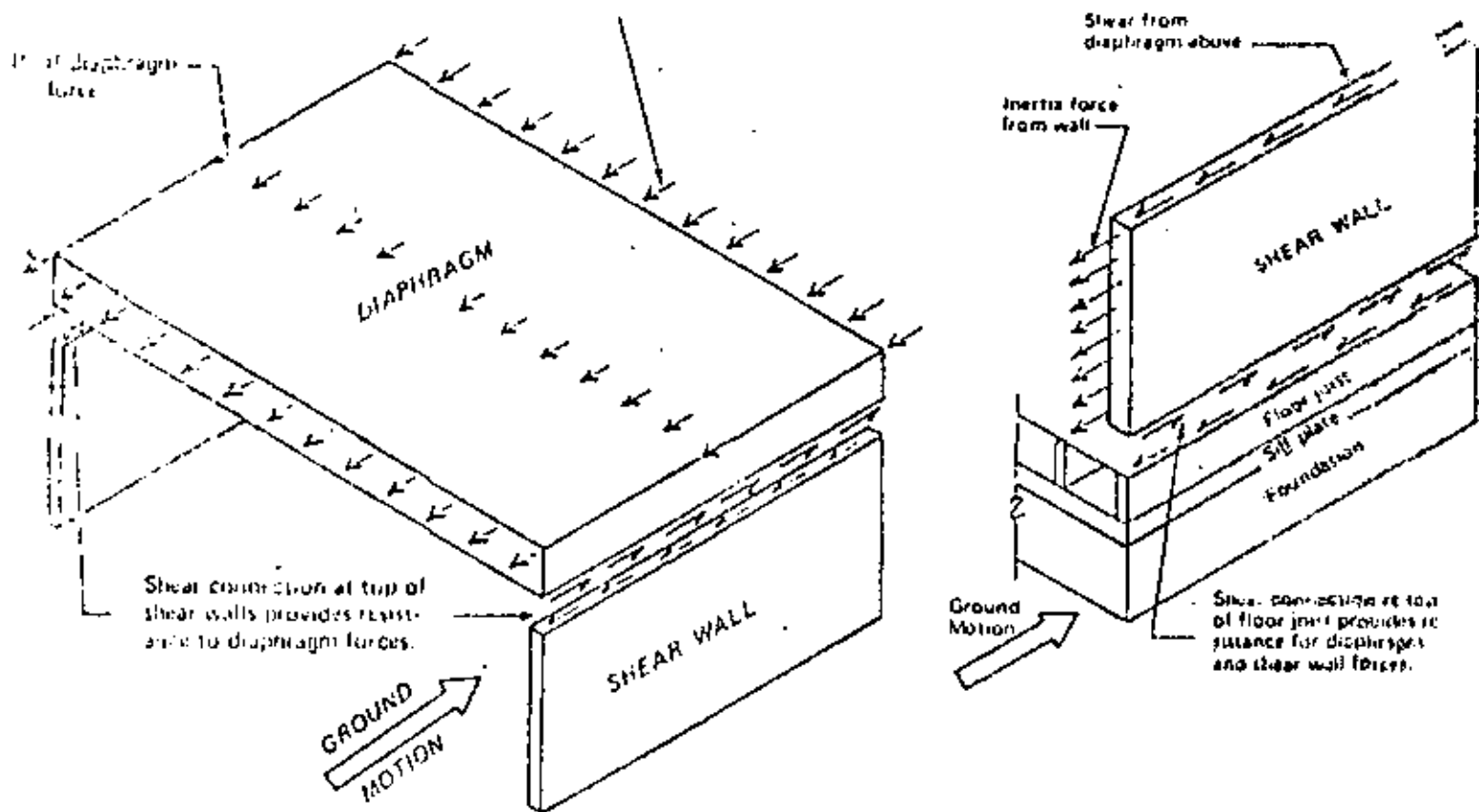


Fig 4 Trasmisión de fuerzas entre los distintos elementos

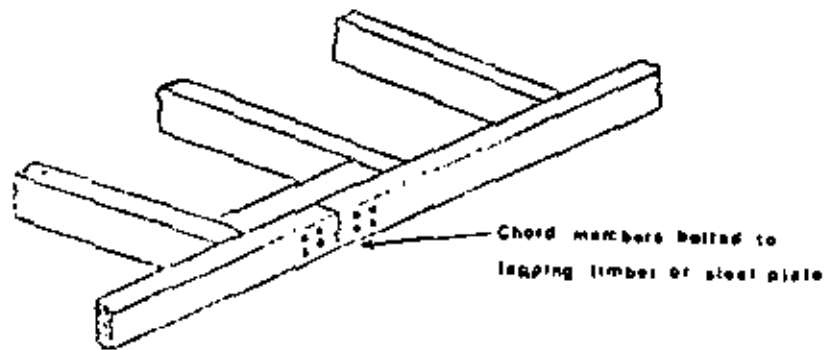


Fig 5 Conexión en las cuerdas del armazón

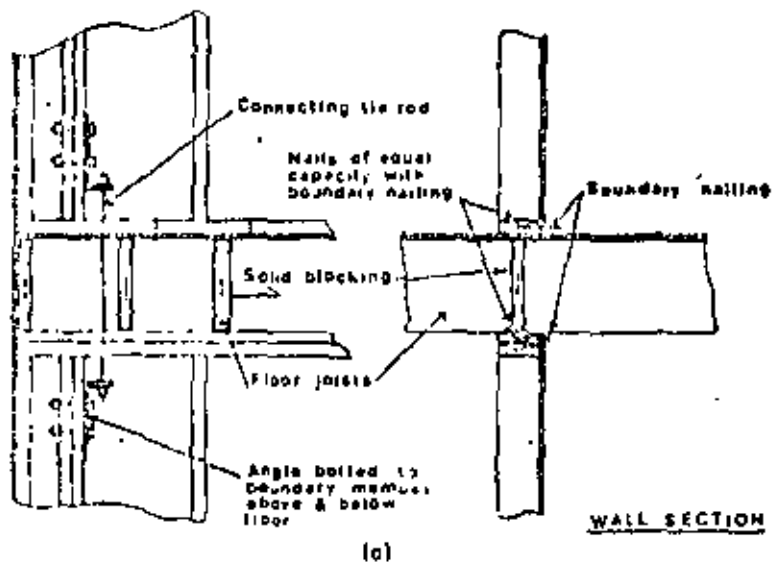


Fig 6 Conexión muros-piso

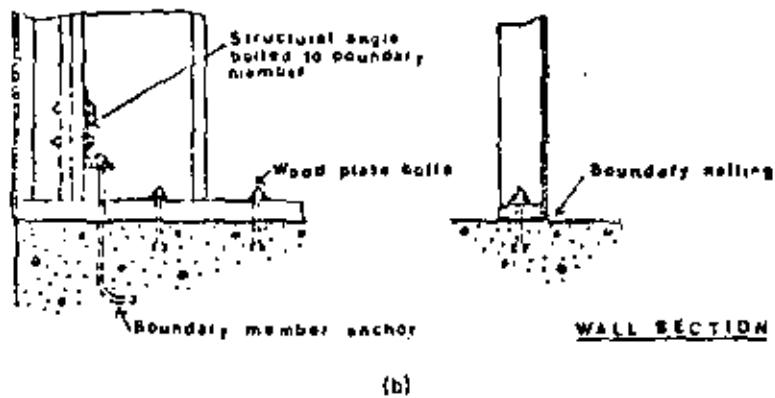
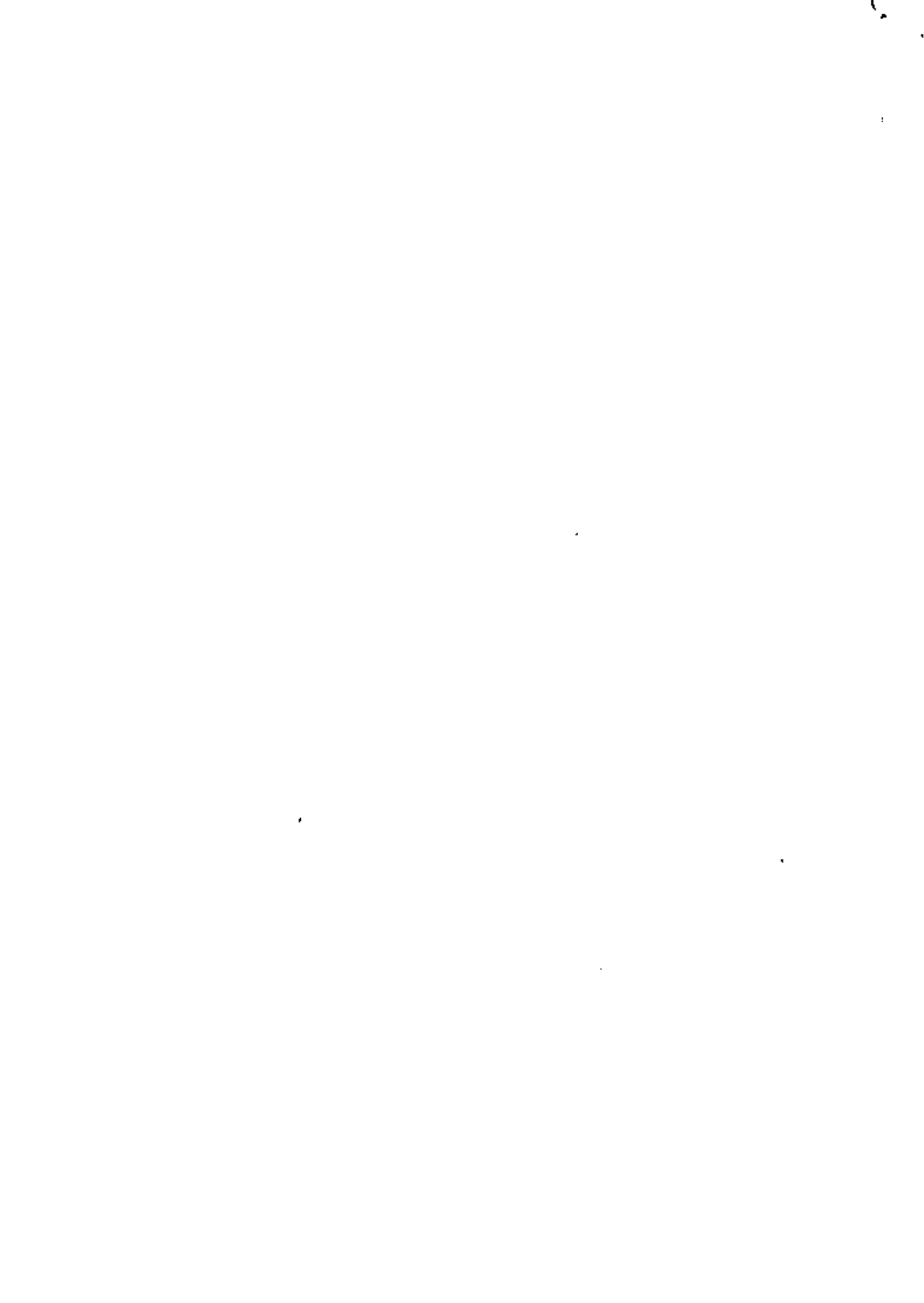


Fig 7 Conexión Muro cimentación





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES

M. en I. ENRIQUE BAZAN

AGOSTO, 1979



3. ANALISIS DE ESTRUCTURAS ANTE CARGAS LATERALES

3.1 Análisis de marcos

- | | |
|--|--|
| a) Métodos exactos | rigideces (método directo)* flexibilidades |
| Formas particulares del método de rigideces | Cross (relajaciones) Kani (iteraciones) |
| Formas especiales del método de flexibilidades | pesos elásticos analogía de la columna |
| b) Métodos simplificados | marco equivalente reducido* (Grinter-Tsao)* portal Bowman* Factor Fórmulas de Wilbur* |

3.2 Análisis de sistemas marco-muro

- | | |
|--------------------------|---|
| a) Métodos exactos | rigideces { elementos finitos flexibilidades { columna ancha* |
| b) Métodos simplificados | sistema equivalente (reducido)* Khan-Sbarounis medio continuo equivalente |

3.3 ANALISIS TRIDIMENSIONAL DE EDIFICIOS

- hipótesis
- método general de rigideces
- método simplificado de rigideces

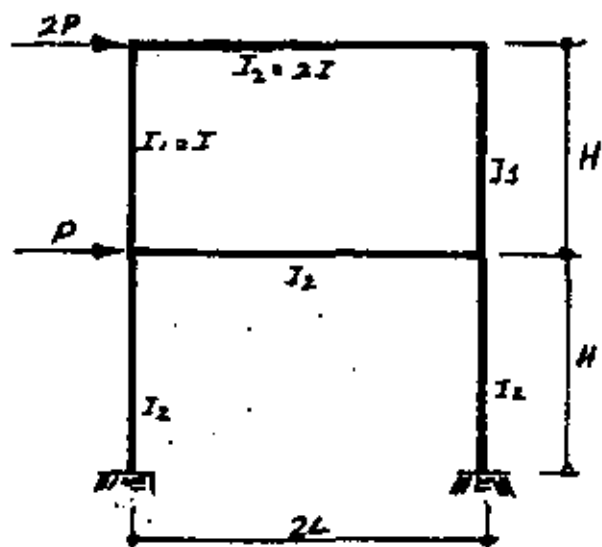
3.4 EFECTOS DE ESBELTEZ

3.5 COMENTARIOS Y GUIA DE ESTUDIO

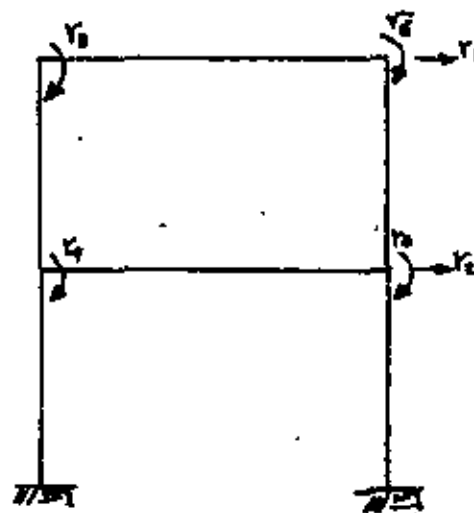
3.1 ANALISIS DE MARCOS ANTE CARGAS LATERALES.

(i) Método directo de rigideces

Para ilustrar la operación del método consideremos la siguiente estructura:



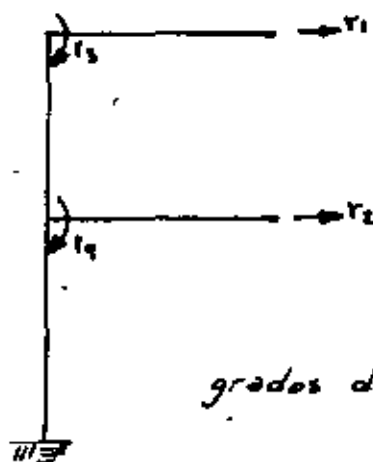
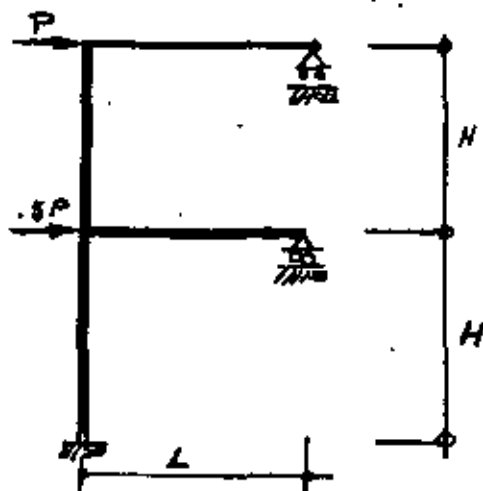
Estructo.



grados de libertad

Grado de libertad es la potencialidad que tiene un nudo de moverse en forma independiente, en cierta dirección. En marcos los movimientos son giros o desplazamientos (usualmente en los nudos). Si no se consideran las deformaciones axiales de las vigas y columnas la estructura que nos ocupa tiene los seis grados de libertad mostrados en la figura correspondiente:

Aprovechando la simetría, se puede reducir el problema a uno de solo 4 grados de libertad:



grados de libertad

La rigidez de entrepiso es la relación entre la fuerza cortante resistida por un marco, muro o contraviento en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles consecutivos. La rigidez así definida no es independiente del sistema de fuerzas laterales. Con tanto, para calcularla con rigor debe conocerse tal sistema con anterioridad, lo cual en general no es posible.

En marcos ordinarios de edificios el empleo de sistemas de cargas que no son estrictamente proporcionales al definitivo de análisis introduce errores de poca importancia, y usualmente las rigideces calculadas a partir de hipótesis simplificatorias sobre la forma del sistema de fuerzas laterales son satisfactorias. En muros, contravientos y ciertos marcos es indispensable tener en cuenta la variación de la carga lateral.

En este capítulo se presentan métodos exactos y aproximados para cálculo de rigideces de entrepiso en marcos. El problema de muros y contravientos se trata en el capítulo 2.

1.21 Fórmulas de Wilbur. Estas son aplicables a marcos regulares formados por piezas de momento de inercia constante. La versión que aquí se presenta puede derivarse de la primera aproximación en el método de Maney-Goldberg.¹⁸ Las hipótesis son las siguientes:

1. Los giros en todos los nudos de un nivel y de los dos niveles adyacentes son iguales (excepto en el nivel de desplante, en donde puede suponerse empotramiento o articulación según el caso).
2. La fuerza cortante en los dos entrepisos adyacentes al que interesa son iguales a la de éste.

De aquí resultan las siguientes expresiones.

Para el primer entrepiso:

Suponiendo columnas empotradas en la cimentación

$$R_1 = \frac{48E}{h_1 \left[\frac{4h_2}{\sum K_{c,2}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t,1} + \frac{\sum K_{c,1}}{12}} \right]} \quad (1.29)$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación

$$R_1 = \frac{24E}{h_1 \left[\frac{8h_2}{\sum K_{c,2}} + \frac{2h_1 + h_2}{\sum K_{t,1}} \right]} \quad (1.30)$$

Para el segundo entrepiso:

Suponiendo las columnas empotradas en la cimentación

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_1}{\sum K_{c,1}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t,2} + \frac{\sum K_{c,2}}{12}} + \frac{h_2 + h_3}{\sum K_{t,2}} \right]} \quad (1.31)$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_1}{\sum K_{c,1}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t,2}} + \frac{2h_2 + h_3}{\sum K_{t,2}} \right]} \quad (1.32)$$

Para entrepisos intermedios:

$$R_n = \frac{48E}{h_n \left[\frac{4h_{n-1}}{\sum K_{c,n-1}} + \frac{h_{n-1} + h_n}{\sum K_{t,n}} + \frac{h_n + h_{n+1}}{\sum K_{t,n}} \right]} \quad (1.33)$$

En estas ecuaciones.

R_n = rigidez del entrepiso en cuestión.

$K_{t,n}$ = rigidez (1/L) de traves del nivel sobre el entrepiso n.

$K_{c,n}$ = rigidez (1/L) de columnas del entrepiso n.

m, n, o = índices que identifican tres niveles consecutivos de abajo hacia arriba.

h_n = altura del entrepiso n.

Las fórmulas de Wilbur son aplicables solamente a estructuras de cortante (marcos) y no a estructuras de flexión (muros). Para determinar cuando una cierta estructura puede ser considerada en uno de estos dos tipos es útil evaluar el parámetro p, denominado índice de rotación, el cual está definido por la relación:

$$p = \frac{\sum I/L}{\sum I_c/H}$$

Si p es mayor que 0,1 es aceptable suponer que la estructura en cuestión es de cortante.

Para el mano B de la ref 12, tenemos:

$$R_1 = \frac{48 \times 1500000}{600 \left[\frac{4 \times 600}{550} + \frac{600 + 450}{500 + \frac{550}{12}} \right]} = 19086 \text{ Kg/cm}$$

$$R_2 = \frac{48 \times 1500000}{450 \left[\frac{4 \times 450}{425} + \frac{600 + 450}{500 + \frac{550}{12}} + \frac{450 + 400}{500} \right]} = 20359 \text{ Kg/cm}$$

$$R_3 = \frac{48 \times 1500000}{400 \left[\frac{4 \times 400}{275} + \frac{450 + 400}{500} + \frac{400 + 400}{375} \right]} = 18650 \text{ Kg/cm}$$

$$R_4 = \frac{48 \times 1500000}{400 \left[\frac{4 \times 400}{100} + \frac{400 + 400}{375} + \frac{400}{250} \right]} = 9122 \text{ Kg/cm}$$

| Con fórmulas de WILBUR | | | | | Método de Rigideces | Error % |
|------------------------|--------|-----------|-------------------|----------------|---------------------|---------|
| Nivel o andamiaje | Fuerza | Constante | Desplaz. entopico | Desplaz. total | | |
| 1 | 9000 | 25000 | 1.310 | 1.310 | 1.256 | +4.30 |
| 2 | 7000 | 16000 | 0.786 | 2.096 | 2.086 | +0.48 |
| 3 | 6000 | 9000 | 0.483 | 2.579 | 2.590 | -0.42 |
| 4 | 3000 | 3000 | 0.329 | 2.908 | 2.966 | -1.96 |

Una vez conocidos los desplazamientos se puede usar el método de Cross sin desplazamientos, de la misma manera que se hace con cargas verticales. El efecto de los desplazamientos laterales es producir momentos de empotramiento en las columnas que se calculan con la expresión:

$$M = \frac{12 EI}{H^2} \Delta_i$$

donde Δ_i es el desplazamiento del entrepiso al que pertenece la columna.

Después de la distribución, se conocen los momentos en las vigas y columnas. La suma de momentos en todas las columnas de un entrepiso dividida entre la correspondiente altura debería ser igual al cortante actuante en tal entrepiso, pero como los desplazamientos se han calculado de manera aproximada esto en general no ocurrirá y se tendrá, para cada entrepiso una diferencia entre el cortante actuante V_i y el

cortante
$$V_i^* = \frac{\sum M_{col}}{H_i}$$

Para corregir esta deficiencia se sugiere calcular para cada entrepiso i la relación

$\lambda_i = V_i / V_i^*$ (que será cercana a 1) y multiplicar los momentos de todas las columnas de ese entrepiso por λ_i . Para que los momentos de las vigas sigan estando en equilibrio con los de las columnas se sugiere multiplicarlos por $\frac{\lambda_i + \lambda_j}{2}$ donde

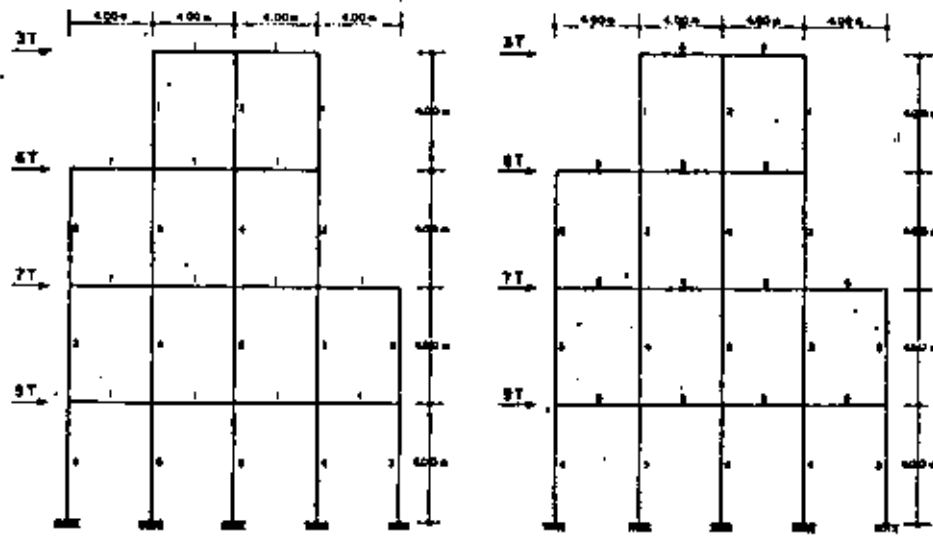
i entrepiso superior

j entrepiso inferior

1. MARCOS SUJETOS A FUERZAS LATERALES

En la práctica revisten importancia el análisis de marcos de edificios sujetos a fuerzas laterales y el cálculo de sus rigideces. Este capítulo describe e ilustra con ejemplos los principales métodos aproximados y exactos, cuya aplicación es práctica en problemas usuales. Se incluye en cada caso un resumen de las hipótesis de partida, a fin de permitir el juicio sobre la aplicabilidad a cada problema concreto.

En la mayor parte de los ejemplos se analizan por cada método propuesto los marcos A y B (fig. 1.1 *). Estos son idénticos en geometría:



MARCO A MARCO B
NOTA: Los números indicados al centro de cada piso indican las rigideces relativas
MARCOS ANALIZADOS EN LOS EJEMPLOS

FIG. 1.1

difieren en las rigideces de sus elementos estructurales.

Al tratar los métodos de aproximaciones sucesivas se hace hincapié en la obtención de una primera aproximación de partida, que pueda refinarse hasta la precisión requerida.

1.0. Métodos aproximados

1.00. Generalidades. Los métodos que a continuación se describen son útiles para efectuar el análisis preliminar de algunos marcos. En general

* En la figura, al igual que en la totalidad de este trabajo, según la práctica de la ref. 3, se entiende por nivel una superficie horizontal en la que se admiten alojados los ejes de traves; se entiende por entrepiso el espacio comprendido entre dos niveles consecutivos. Se denominará nivel 0 aquel bajo el cual se desprecian las deformaciones laterales de la estructura. Entrepiso 1 será el comprendido entre los niveles 0 y 1.

no dan resultados satisfactorios para análisis definitivos. En algunos de los métodos se toman en cuenta las rigideces relativas de las piezas; en otros, los elementos mecánicos se determinan sin atender a consideraciones de deformabilidad.

1.01. Método del portal. Se basa en las siguientes hipótesis:^{1,2}

1. Los puntos de inflexión de traves y de columnas se encuentran en sus puntos medios.
2. La fuerza cortante en cada una de las columnas exteriores de un piso es igual a la mitad de la que corresponde a cada columna interior. Así el problema se torna isostático.

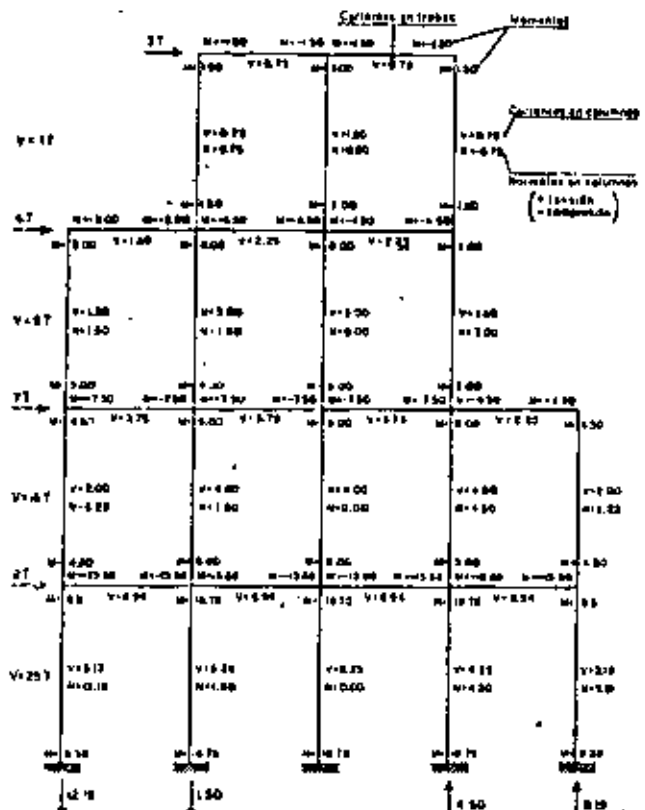
El proceso de cálculo puede resumirse en los siguientes pasos.

1. Determinese la fuerza cortante de cada entrepiso.
2. Obténgase la fuerza cortante en cada columna usando la hipótesis 2.
3. Calcúlese los momentos flexionantes en los extremos de todas las columnas, teniendo en cuenta la hipótesis 1.
4. Obténganse los momentos en los extremos de todas las traves equilibrando los momentos de las columnas en cada nudo. Para ello es necesario comenzar en nudos que tengan una sola trabe y proseguir recordando que los momentos en los extremos de una misma trabe son iguales entre sí.

5. Obténganse cortantes en las traves a partir de los momentos de sus extremos.
6. Obténganse las fuerzas axiales en las columnas a partir de las cortantes de las traves.

La fig 1.2 resume la aplicación del método a un marco de cuatro pisos.

1.02. Método del voladizo. Se utiliza este método para el análisis preliminar de marcos esbeltos; las hipótesis en que se basa son:^{1,2}



METODO DEL PORTAL
EJEMPLO 1
FIG. 2

1. Los puntos de inflexión de traves y columnas se encuentran en sus puntos medios.
2. La fuerza axial en cada columna de un mismo entrepiso es proporcional a su sección transversal y a su distancia al centro de gravedad de las columnas del marco en el entrepiso considerado. (En ocasiones se suponen todas las columnas de igual sección transversal y se calculan las cargas axiales como directamente proporcionales a sus distancias al centro de gravedad del marco.) Esta suposición es la que da su nombre al método.

Los pasos a seguir se resumen a continuación.

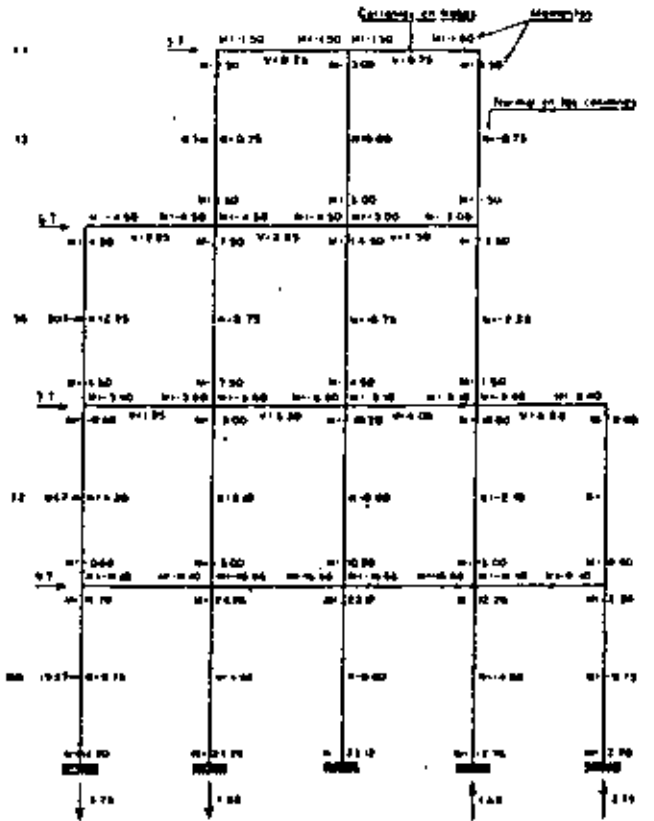
1. Considerando el edificio como un voladizo, determinense los momentos de las fuerzas exteriores con respecto a secciones horizontales que pasen por los puntos de inflexión de las columnas en cada entrepiso.

2. Los momentos así calculados se utilizan para obtener las fuerzas axiales en las columnas aplicando la hipótesis 2.
3. A partir de las fuerzas axiales de las columnas obténganse las cortantes en las traves.
4. Determinense los momentos en traves y columnas aplicando la suposición 1.

Este método se aplica al análisis de un marco en la fig. 1.3.

1.03. Método de Bowman. Como resultado del estudio de un gran número de marcos resueltos por métodos "exactos", se ha propuesto un método aproximado de acuerdo con las siguientes hipótesis:^{1,2}

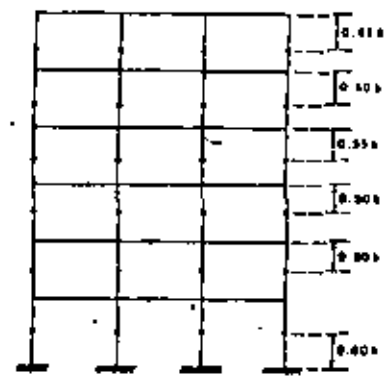
1. Los puntos de inflexión en las traves exteriores se encuentran a 0.55 de su claro, a partir de su extremo exterior. En traves interiores, el punto de inflexión se encuentra al centro del claro, excepto en la crujía central cuando el número de crujías es impar, o en las dos centrales si es par. En estas crujías la posición de puntos de inflexión en las traves está forzada por condiciones de simetría y equilibrio.
2. Los puntos de inflexión en las columnas del primer entrepiso se encuentran a 0.60 de su altura, a partir de la base. En marcos de dos o más, tres o más, o cuatro o más entrepisos, respectivamente, los pun-



METODO DEL VOLADIZO
EJEMPLO 2
FIG. 3

tos de inflexión en las columnas de los entrepisos último, penúltimo y antepenúltimo, respectivamente, se encuentran a 0.65, 0.60 y 0.55 de la altura correspondiente, a partir del extremo superior. En edificios de cinco o más entrepisos, los puntos de inflexión en columnas para las cuales no se ha especificado la posición, se encuentran al centro de su altura.

Esto se resume gráficamente en la fig. 1.4.



Posición de los puntos de inflexión de las columnas según el método de Bowman

METODO DE BOWMAN
FIG. 1.4

3. La fuerza cortante de cada entrepiso se distribuye en la forma siguiente. En el primer entrepiso:

Una fuerza cortante igual a

$$V_c = \frac{N - 0.5}{N + 1} V$$

se distribuye directamente entre las columnas proporcionalmente a sus rigideces. La fuerza cortante $V_c = V - V_c$ se distribuye entre las crujias proporcionalmente a la rigidez de la trabe que la limita en la parte superior. La cortante de cada crujía se distribuye en partes iguales entre las dos columnas que la limitan.

En pisos superiores:

Una fuerza cortante

$$V_c = \frac{N - 2}{N + 1} V$$

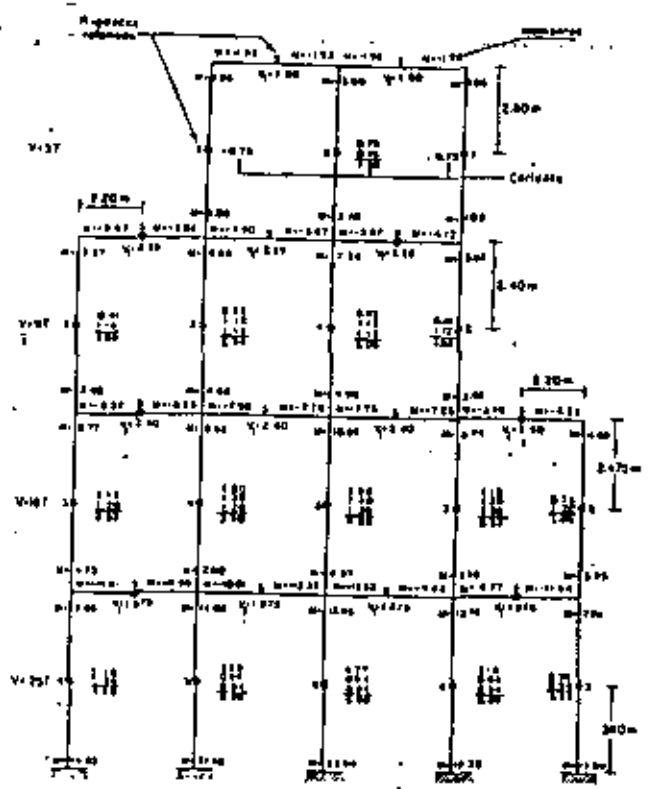
se distribuye directamente entre las columnas. La cortante $V_c = V - V_c$ se distribuye entre las crujias como se hizo para planta baja.

En estas expresiones,

- V_c = fuerza cortante total en un entrepiso.
- N = número de crujias del marco en el entrepiso considerado.

Una variante del método consiste en respetar los puntos 2 y 3, pero determinar los momentos

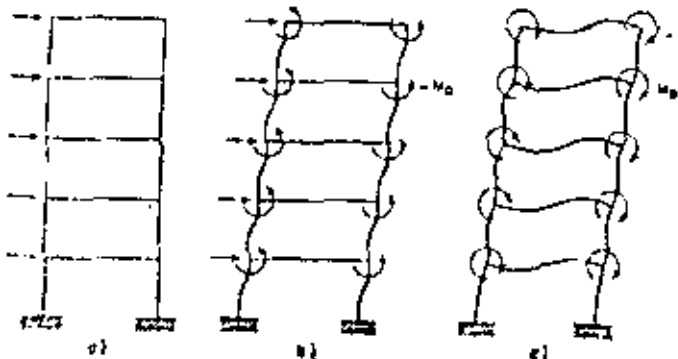
en las trabes equilibrando en cada nudo la suma de momentos en los extremos de las columnas con momentos proporcionales a la rigidez angular natural de cada trabe. La fig. 1.5 es la aplicación de este método al análisis del marco B



METODO DE BOWMAN (Marco B)
EJEMPLO 3
Figs.

1.12. Método de distribución en voladizo (Grinter-Tsao). Este método es rigurosamente aplicable sólo a marcos simétricos de una crujía y a aquellos de varias crujias cuyas rigideces guarden relaciones tales que sea posible descomponerlos en varios marcos simétricos de una crujía cada uno. Sin embargo, puede aplicarse en forma aproximada al análisis de cualquier marco que se idealice como simétrico y de una crujía, igualando la suma de rigideces de trabes y columnas en cada entrepiso en el marco original y en el idealizado. Esto equivale a suponer que todos los nudos de un mismo nivel sufren la misma rotación.

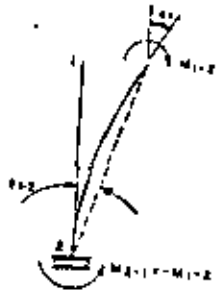
El método consiste en lo siguiente (fig. 1.12). Permitase el desplazamiento lineal de todos los nudos, hasta que se logre el equilibrio de fuerza cortante en cada entrepiso. En esta etapa los momentos exteriores $-M_0$ impiden el giro de los nudos (fig. 1.12b). Elimínense ahora estos mo-



METODO DE GAIINTER - TSAO

FIG. 1.12

mentos permitiendo simultáneamente giros y nuevos desplazamientos lineales sin que se altere la fuerza cortante de cada entrepiso (fig. 1.12c).



DESPLAZAMIENTO SIN CORTANTE

FIG. 1.13

Considérese una columna (fig. 1.13) a uno de cuyos extremos se permite giro y desplazamiento transversal simultáneo. Partiendo de que es nula la cortante que proviene de esta deformación, las ecuaciones de pendiente-deformación suministran las relaciones

$$M_{12} = 2EK_{12}(2\theta_1 - 3\psi_{12}) \quad (1.9)$$

$$M_{21} = 2EK_{12}(\theta_1 - 3\psi_{12}) \quad (1.10)$$

Ai no haber fuerza cortante,

$$M_{21} = -M_{12} \quad (1.11)$$

De las ecs. 1.9 y 1.11,

$$\theta_1 = 2\psi_{12}$$

$$M_{12} = EK_{12} \theta_1 \quad (1.12)$$

Teniendo en cuenta las ecs. 1.11 y 1.12 y considerando que la deformación de la estructura será antisimétrica se reduce el problema a la solución de la mitad del marco por distribución de momentos. En este proceso las rigideces de las traveses se calculan como $6EK$, las de las columnas como EK y el factor de transporte en las columnas es -1 .

El método se aplica en las figs. 1.14 y 1.15 a idealizaciones de los marcos A y B. La rigidez de cada columna se obtuvo como la suma de rigideces de todas las columnas del entrepiso, y la rigidez de las traveses como $2 \times 6 = 12$ veces la suma de rigideces de las traveses en el nivel considerado. (El coeficiente 6 toma en cuenta la rigidez modificada y el 2 toma en cuenta la rigidez de cada trabe en sus dos extremos.)

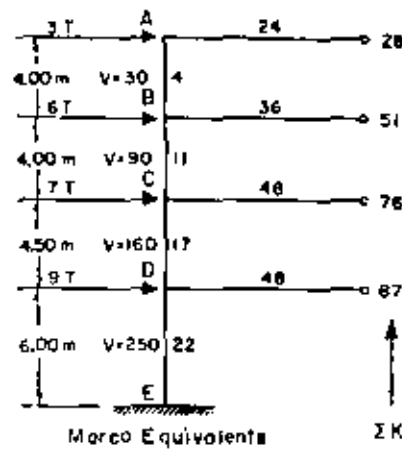
La tabla que aparece en las figs. 1.14 y 1.15 es idéntica a una distribución de momentos por el método de Cross, por lo que no amerita explicación. Obsérvese solamente que los momentos de empotramiento se obtuvieron como el producto de la fuerza cortante en cada entrepiso por la mitad de la altura correspondiente.

Calculados los momentos en la estructura simplificada, es necesario obtener elementos mecánicos, en el marco original. Para ello se distribuyen los que se obtuvieron en aquella proporcionalmente a las rigideces de las piezas de éste. El

resultado de la operación se consigna en el renglón 2 correspondiente a cada pieza en las figs. 1.14b y 1.15b.

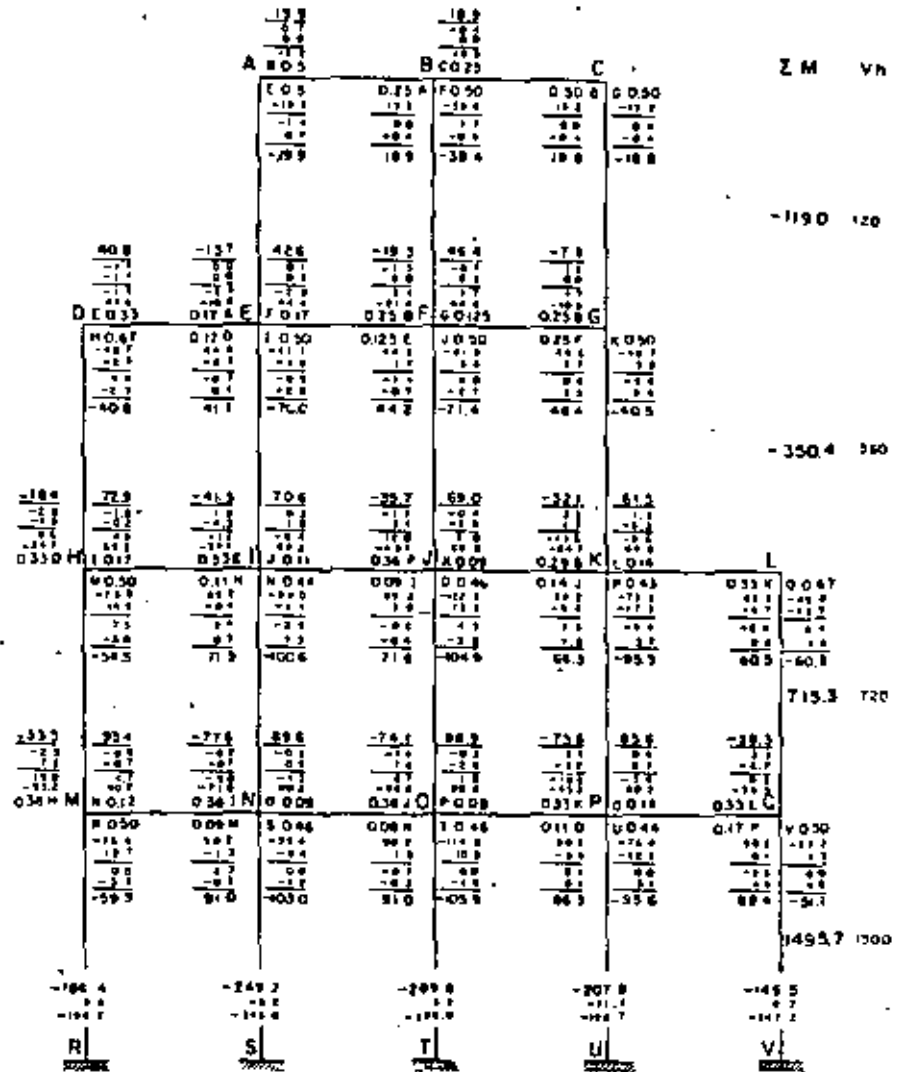
Puede verificarse que el equilibrio de cortante en cada entrepiso se satisface. No así el equilibrio de cada nudo, ya que la hipótesis de giros iguales de todos los nudos de un nivel no necesariamente es correcta. En los renglones 3-5 se lleva a cabo una distribución de momentos con los nudos fijos linealmente. En el renglón 6 se anota el resultado final de esta distribución.

Al efectuar la distribución descrita se desequilibran las cortantes de entrepiso. Ello se observa al comparar los valores de $\sum m$ para todas las columnas de un entrepiso con el producto Vh correspondiente. Los errores son tan pequeños en este caso que no justifican un refinamiento mayor; no obstante, los residuos que aquí se obtienen pueden considerarse como un nuevo sistema de cargas horizontales al cual puede aplicarse el mismo procedimiento.



| | |
|-----------------------------|------|
| 0.143 | -60 |
| 0.079 | -60 |
| 0.216 | -180 |
| 0.145 | -180 |
| 0.224 | -360 |
| 0.195 | -360 |
| 0.253 | -750 |
| Factores de distribución | |
| -750 | |
| Momentos de Empotr. (ton-m) | |

| MIEMBRO | AB | BA | BC | CB | CD | DC | DE | ED |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| FACTORES DE DISTRIBUCION | 0.143 | 0.079 | 0.216 | 0.145 | 0.224 | 0.195 | 0.253 | — |
| MOMS. NUDOS FIJOS | -60 | -60 | -180 | -180 | -360 | +360 | +750 | -750 |
| BALANCEO | 9 | 19 | 52 | 78 | 121 | 216 | 281 | — |
| TRANSPORTE | -19 | -9 | -78 | -52 | -216 | -121 | — | +281 |
| BALANCEO | 3 | 7 | 19 | 39 | 60 | 24 | 30 | — |
| TRANSPORTE | -7 | -3 | -39 | -19 | -24 | -60 | — | +30 |
| BALANCEO | 1 | 3 | 9 | 6 | 10 | 12 | 15 | — |
| TRANSPORTE | -3 | -1 | -6 | -9 | -12 | -10 | — | +15 |
| BALANCEO | 0 | 1 | 1 | 3 | 5 | 2 | 3 | — |
| TRANSPORTE | -1 | 0 | -3 | -1 | -2 | -5 | — | +3 |
| BALANCEO | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | — |
| TRANSPORTE | 0 | 0 | 0 | -1 | -1 | -1 | — | +1 |
| BALANCEO | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | — |
| MOMENTOS EN LAS COLUMNAS | -77 | -43 | -224 | -136 | -417 | -302 | -420 | -1050 |
| MOMENTOS EN LAS TRABES | 77 | 267 | 553 | 722 | — | — | — | — |



METODO DE GRINTER-TSAO-CROSS
EJEMPLO-9
FIG. 1.14

3.2. ANALISIS DE SISTEMAS MARCO-MURO

Las figuras y tablas siguientes han sido tomadas y adaptadas de la ref 15

Fig. 24. Deformación de una viga adyacente a una columna flexible.

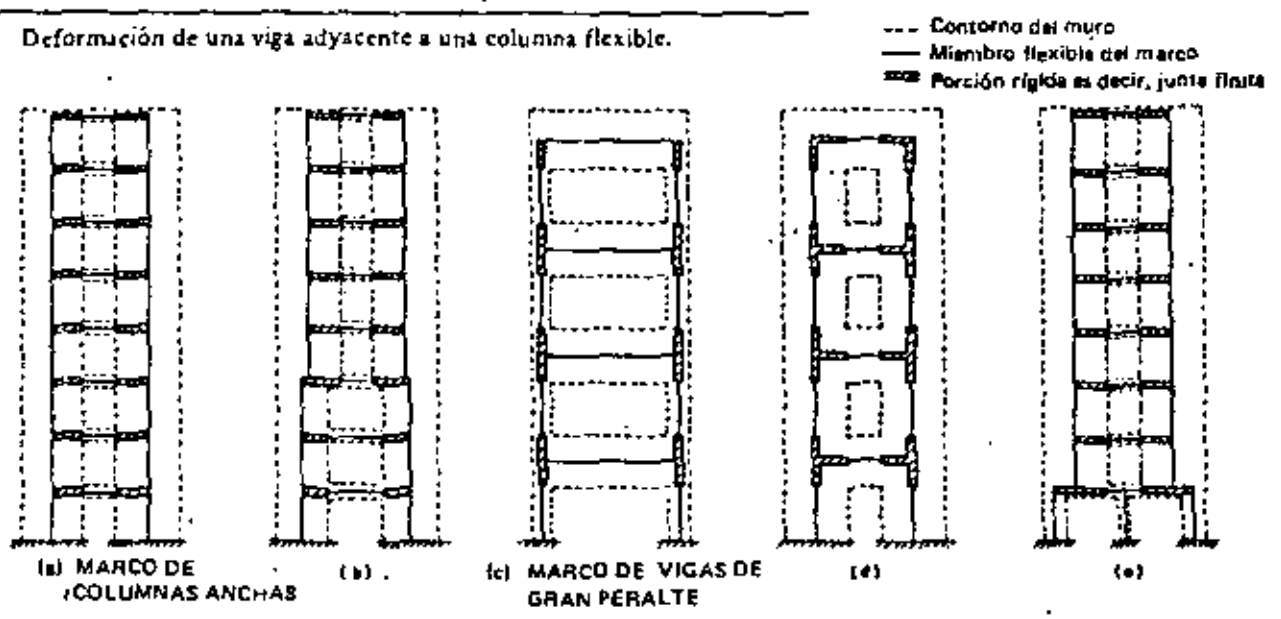


Fig. 25. Marcos con juntas finitas

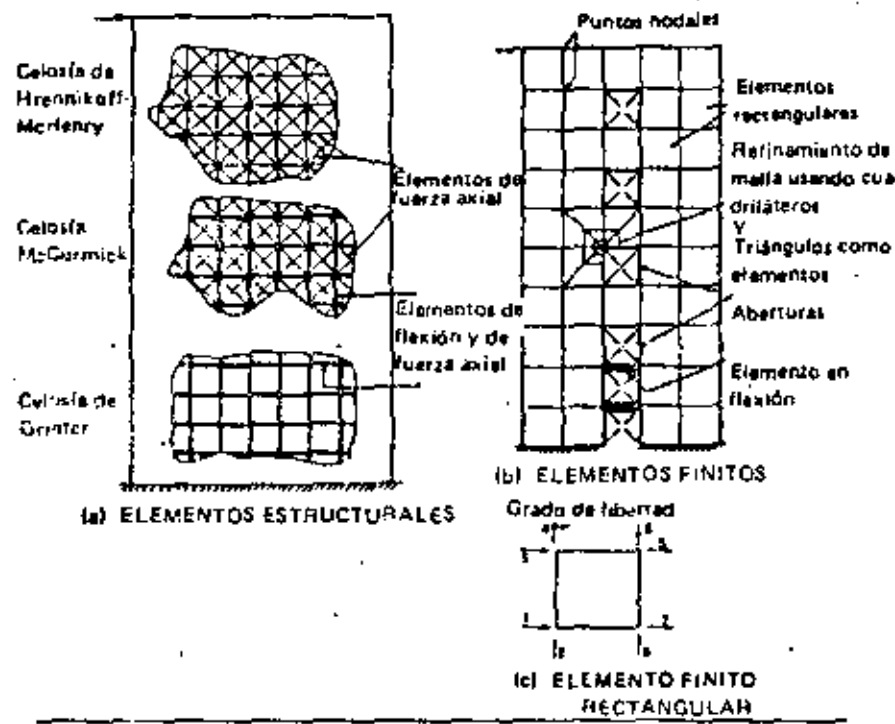


Fig. 26. Estructuras y elementos finitos

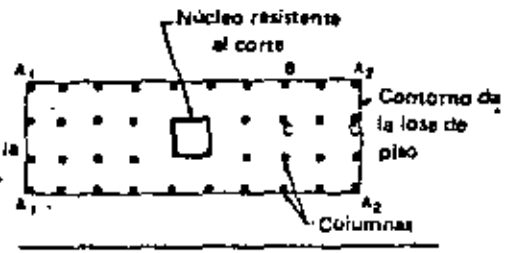


Fig. 27. Planta de una estructura con muchos pisos

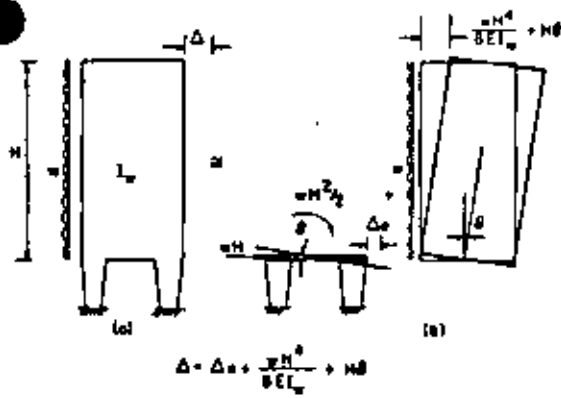


Fig. 17. Muro de cortante apoyado en columnas.

$$\Delta_s = H \sqrt{\frac{12I_b}{hb^3} \left[\frac{I^2}{(I_{c1} + I_{c2})} + \frac{A_1 + A_2}{A_1 A_2} \right]}$$

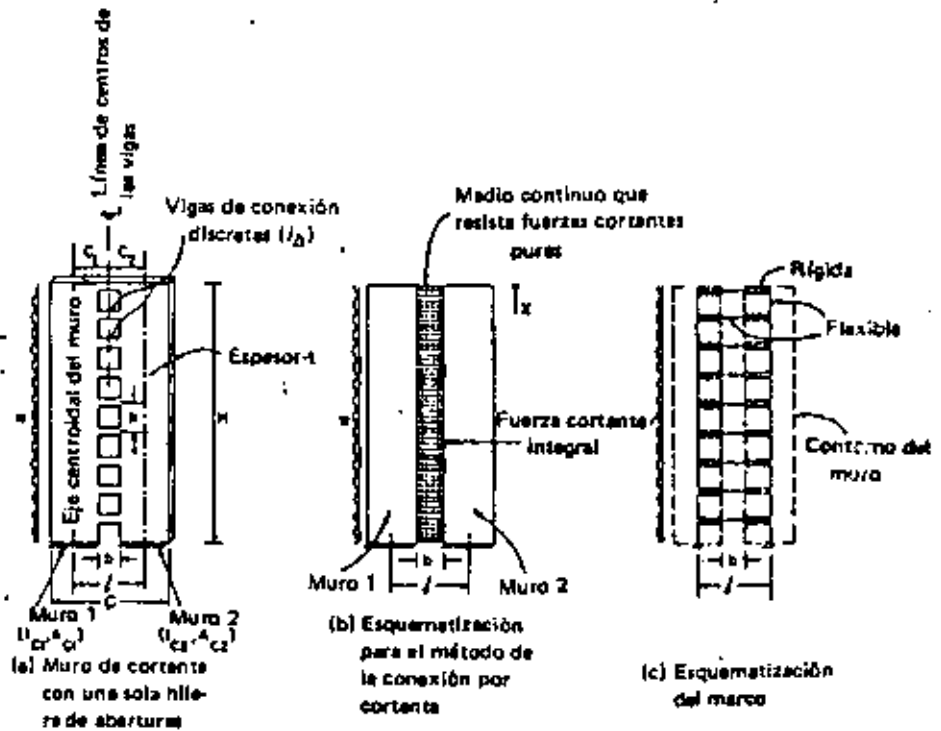


Fig. 18. Esquematzación de marcos con aberturas.

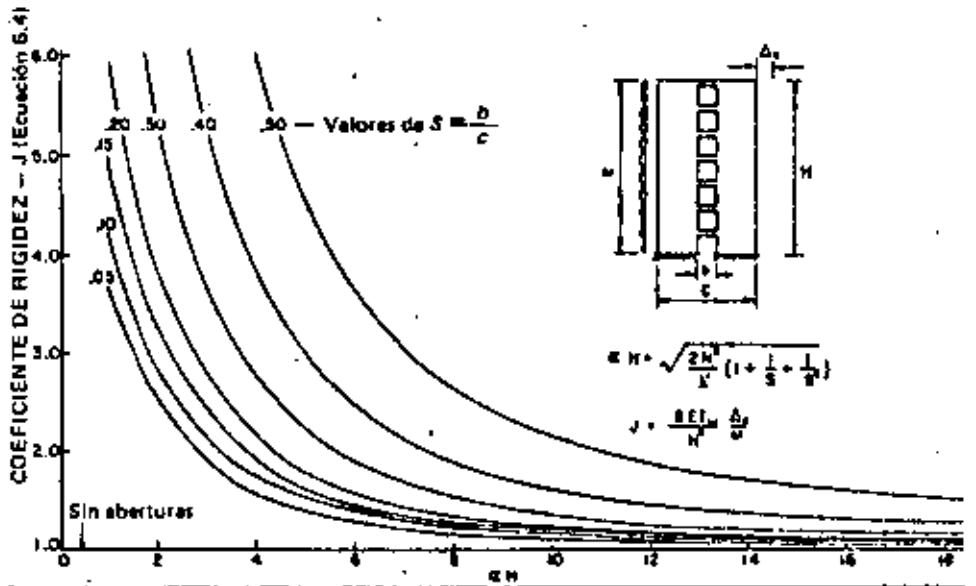


Fig. 19. Variación de la rigidez del muro de cortante con una sola fila de aberturas.

Tabla 3. Comportamiento de los muros de cortante con una sola hilera de aberturas.

| αH° | Comportamiento |
|------------------|--|
| > 8 | Se aproxima al del muro sin aberturas. La deformación axial de las columnas es muy importante en el cálculo de la rigidez. |
| 4-8 | Transición |
| 0-4 | Dos muros conectados. El comportamiento se aproxima al de un marco rígido. |

TaMa 4. Artículos sobre el método de la sección por cortante.

| Referencia | Número de hileras de aberturas | | Carga | | | Condiciones de la cimentación | | | | Variación de las propiedades con la altura | | | Presentación | | | | Comentarios |
|-----------------------------|--------------------------------|---------|--|---------------------------|------------|-------------------------------|----------|-------------------------------|--------------------------|--|---------------|------------|--------------|--------------------------------|--------------------------|-----------|--|
| | Una sola o dos simétricas | 2 o más | Carga concentrada en el extremo superior | Uniformemente distribuida | Triangular | Fija | Elástica | Variación en el piso inferior | Asentamiento diferencial | No varían | Continuamente | Escalonada | Gráficas | | | | |
| | | | | | | | | | | | | | Ecuaciones | Fuerzas cortantes en las vigas | Momentos en las columnas | Deflexión | |
| (14) Beck | X | - | - | X | - | X | - | - | - | X | - | - | X | X | X | X | Notación equivalente \bar{u} y $\bar{a}ll$ |
| (15, 16) Coull & Choudhury | X | - | X | X | X | X | - | - | - | X | - | - | X | X | X | X | |
| (17) Magnus | X | - | - | X | - | X | X | - | X | X | - | - | X | X | X | X | Notación equivalente $n\sqrt{ab}$ y $\bar{a}ll$ |
| (18) Enkason | X | X | - | X | - | X | - | - | - | X | - | - | X | - | - | - | |
| (19) Rosman | X | - | X | - | - | X | X | X | - | X | - | - | X | - | - | - | |
| (20) Rosman | X | - | - | X | - | - | - | X | - | X | - | - | X | - | - | - | |
| (21) Rosman | X | X | X | X | X | X | X | X | - | X | - | - | X | - | - | - | En alemán |
| (22) Rosman | X | - | X | X | X | X | - | - | - | X | - | - | X | X | X | - | En alemán y en inglés |
| (23) Rosman | X | - | - | X | - | X | - | - | - | - | - | X | X | - | - | - | En alemán |
| (24) Coull & Puri | X | - | - | X | - | X | - | - | - | X | - | X | X | - | - | - | Para la variación con la altura, las rigideces de los muros y vigas deben variar proporcionalmente |
| (25) Traum | X | - | - | X | - | X | - | - | - | - | - | X | X | - | - | - | El método es esencialmente el mismo que en la Ref. 23 |
| (26) Burns | X | - | - | - | X | X | - | - | - | X | X | - | X | X | - | X | Variación parabólica del espesor |
| (27) Barnard & Schwaighofer | X | - | - | X | - | X | - | - | - | X | - | - | X | - | - | - | Se hacen aproximaciones para reducir el cálculo |

x significa SI; - significa NO

Tso, W. K and Chan H. B. "Dynamic Analysis of Plane Coupled Shear Walls" Journal ASCE Eng. Mech. Div. Feb 1971

Tso, W. K and Biswas, J. K. "General Analysis of Nonplanar coupled shear Walls" Journal ASC Struct. Div. Marzo 1973

Pekan, O. A. and Gocevski, V. "Behaviour of Coupled Non-linear Shear Walls" Proc. Central American Conf. on Earth. Eng. San Salvador, 1978

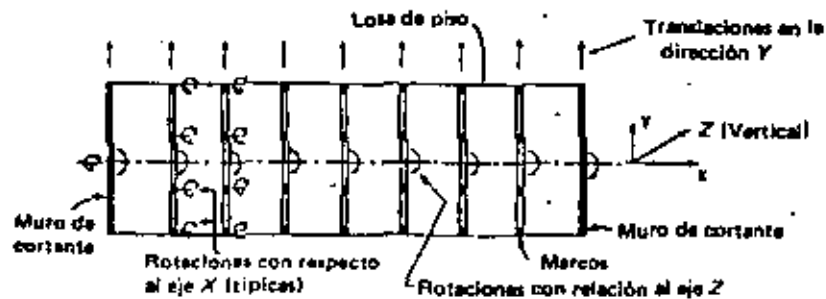


Fig. 30. Planta de estructura mostrando los grados de libertad usados cuando el piso actúa como viga horizontal (referencia 54)

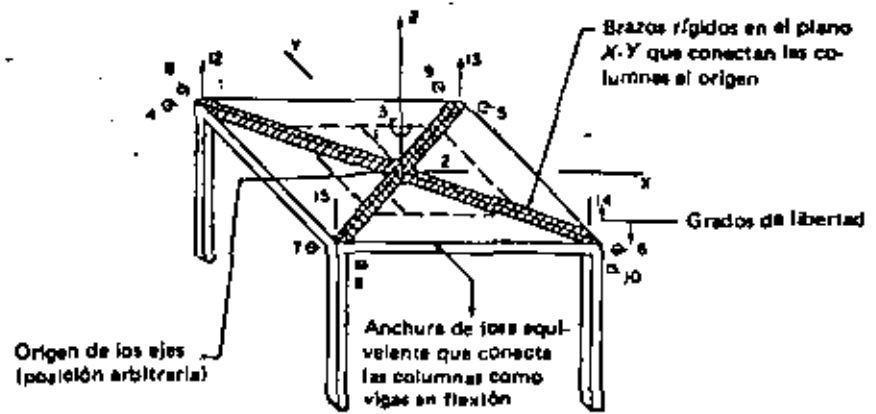
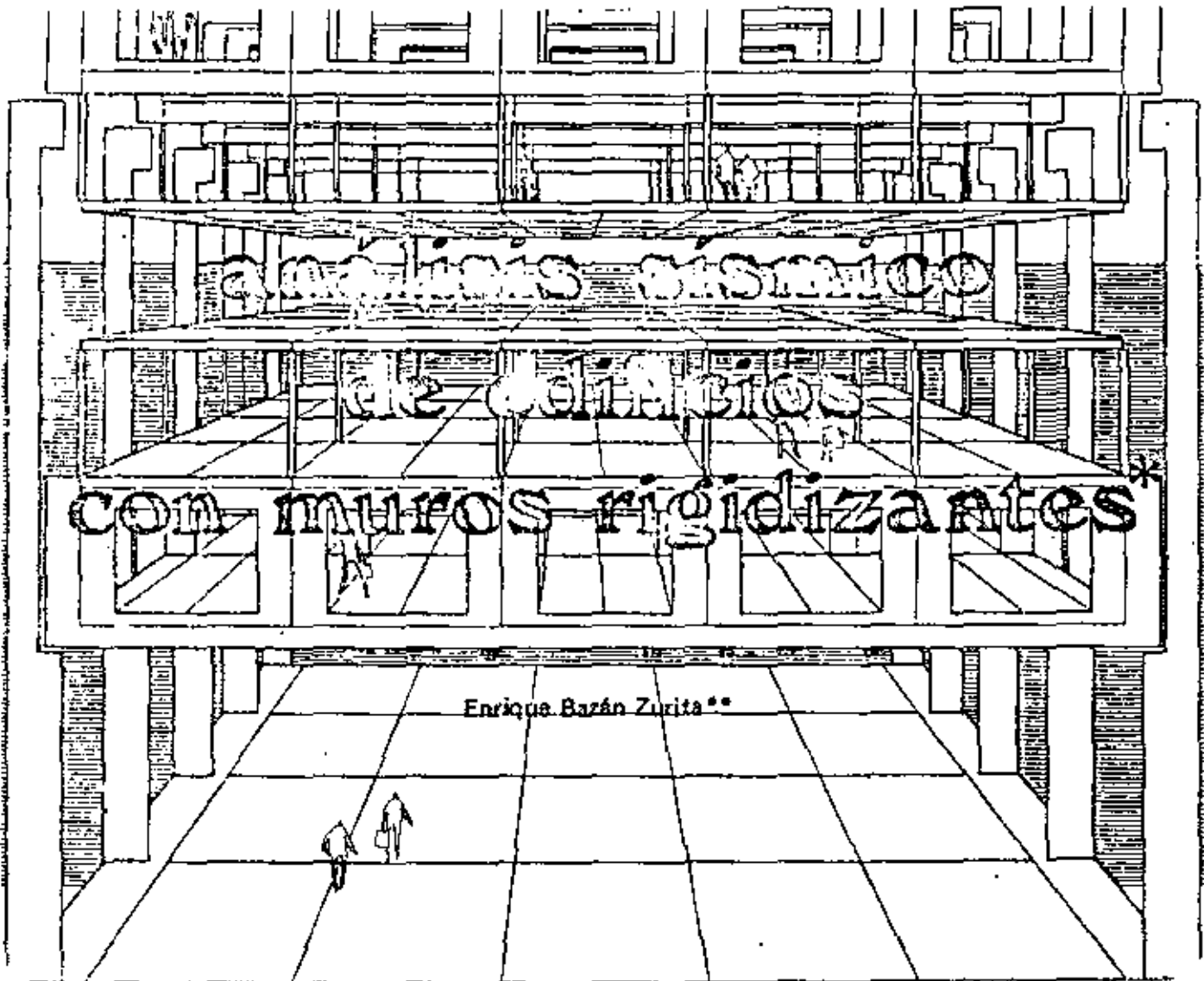


Fig. 31. Estructura con la forma de mesa mostrando los grados de libertad por el método del piso rígido.

Tabla 7. Métodos manuales para el análisis de la interacción de los muros de cortante con marcos.

| Referencia | Detalles que se incluyen | | | | | | | Cálculos que se requieren |
|--------------------------|-----------------------------------|--------------------------|------------------------------|---|--|--|---|---|
| | Deformación axial de las columnas | Deformación por cortante | Movimiento de la cimentación | Flexión de las vigas adyacentes al muro de cortante | Variación de las propiedades con la altura | Los puntos de inflexión no están a la altura de las columnas | Se dan gráficas para simplificar los cálculos | |
| (2) Khan & Sbarounis | X | - | X | X | X | X | X | Análisis del marco por Distribución de momentos sin movimiento horizontal o por el método pendiente-deflexión. Cálculo de la deflexión del marco y del muro de cortante. Proceso iterativo. |
| (3, 65) Parme | - | - | - | - | X | X | X | Conjunto de ecuaciones diferenciales simultáneas de orden igual al número de pisos; la forma de las ecuaciones simplifica la solución. |
| (66) Gould | - | - | - | X | X | X | - | Como Parme. El método de resolver las ecuaciones no se describe. |
| (67) Rosenblueth & Holtz | - | X | X | - | X | - | - | Aproximaciones sucesivas para las fuerzas de interacción. |
| (68) Cardan | - | X | X | X | - | - | - | Substitución en ecuaciones. No se usan ecuaciones simultáneas ni iteración. |
| (69) Rosman | - | - | X | - | - | - | - | Como Cardan. |

-X significa SI; - significa NO



RESUMEN

En este artículo se presenta un procedimiento para llevar a cabo el análisis sísmico de edificios con muros rigidizantes, de acuerdo con los requisitos del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal de 1976. Se incluye también un método simplificado, pero suficientemente aproximado, para el análisis de marcos y de sistemas marco-muro ante cargas laterales.

SUMMARY

In this article, a method to carry out the seismic analysis of shear wall buildings is presented, in accordance with the requirements of the 1976 Building Code for Mexico City. A simplified but sufficiently approximated method for the analysis of frames and of frames interconnected to shear walls subjected to lateral loads is also included.

- * Conferencia dictada en la ciudad de México, el 27 de octubre de 1977, durante el Primer Congreso Nacional de Ingeniería Estructural.
- ** Ingeniero Civil, Universidad Nacional de Ingeniería, Lima, Perú. Maestro en Ingeniería-Estructuras, UNAM. Investigador, Instituto de Ingeniería, UNAM.

1.-INTRODUCCION

El análisis sísmico estático de los edificios y una variante del análisis dinámico espectral, consisten en:

- 1) Obtener las fuerzas laterales que representan la acción sísmica sobre el edificio en dos direcciones ortogonales.
- 2) Distribuir estas fuerzas entre los elementos resistentes (marcos y/o muros)
- 3) Determinar los elementos mecánicos que se generan en los miembros de cada elemento resistente.

El Reglamento de construcciones para el Distrito Federal (Ref. 1) especifica cómo realizar el paso 1. En este trabajo se presentan procedimientos para efectuar los pasos 2 y 3, satisfaciendo las exigencias de este Reglamento; los mismos métodos pueden aplicarse, casi sin modificaciones, cuando los edificios se encuentren en otros lugares o cuando se trate de cargas laterales distintas de las sísmicas.

La presentación es matricial porque cuando existen muros rigidizantes no es posible usar los procedimientos tradicionales, basados en el concepto de rigidez de entrepiso, que no se pueden definir con precisión en este caso.

2.-ANALISIS TRIDIMENSIONAL DE EDIFICIOS

Para hacer el análisis tridimensional de edificios se aceptan las siguientes hipótesis:

- i) La estructura tiene un comportamiento elástico lineal.
- ii) El edificio está formado por sistemas planos rectangulares verticales, conectados horizontalmente por los sistemas de piso, en cada uno de los niveles. La Fig. 1 muestra un sistema plano típico.
- iii) La rigidez de los sistemas de piso en su propio plano es infinita, por lo cual funcionan como diafragmas rígidos.
- iv) Los muros se representan adecuadamente como columnas anchas y se considera que las zonas de las vigas que están dentro de ellos no se deforman por flexión (Fig. 2).
- v) Se desprecia la rigidez torsional de vigas, columnas y muros.
- vi) Las fuerzas laterales están aplicadas a nivel de los sistemas de piso.

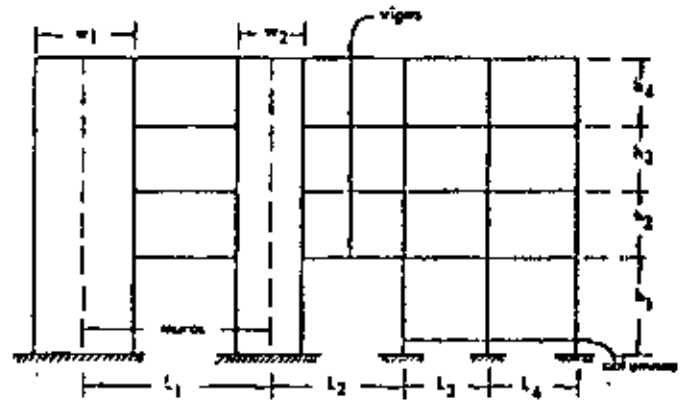


Fig. 1.- Sistema plano rectangular típico.

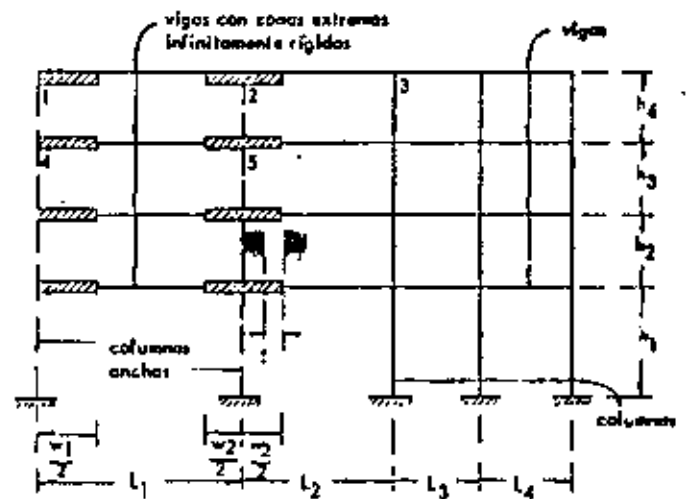


Fig. 2.- Idealización del sistema plano de la Fig. 1.

Las hipótesis (ii) y (iii) implican que cada sistema plano rectangular tiene sólo un grado de libertad lateral por nivel, y que el edificio completo tiene tres: dos traslaciones en las direcciones de dos ejes ortogonales y una rotación alrededor de un eje normal al piso.

La hipótesis (iv) fue propuesta por Frischman y otros (Ref. 3) y ha sido usada por varios autores (Reis, 4 y 5). En el desarrollo de este trabajo se han comparado sus resultados con soluciones obtenidas con elementos finitos y con métodos aproximados propuestos por Stamato y Stafford-Smith (Ref. 6); las diferencias no fueron significativas en ninguno de los casos estudiados. En una columna ancha, a diferencia de las normales, son significativas las deformaciones debidas a cortante; esto se incluye en el análisis en la forma descrita en el Apéndice A. La manera de tomar en cuenta que una viga tiene zonas indeformables en sus extremos se presenta en este mismo Apéndice.

Con base en las hipótesis mencionadas, el análisis tridimensional de edificios puede hacerse de la siguiente manera:

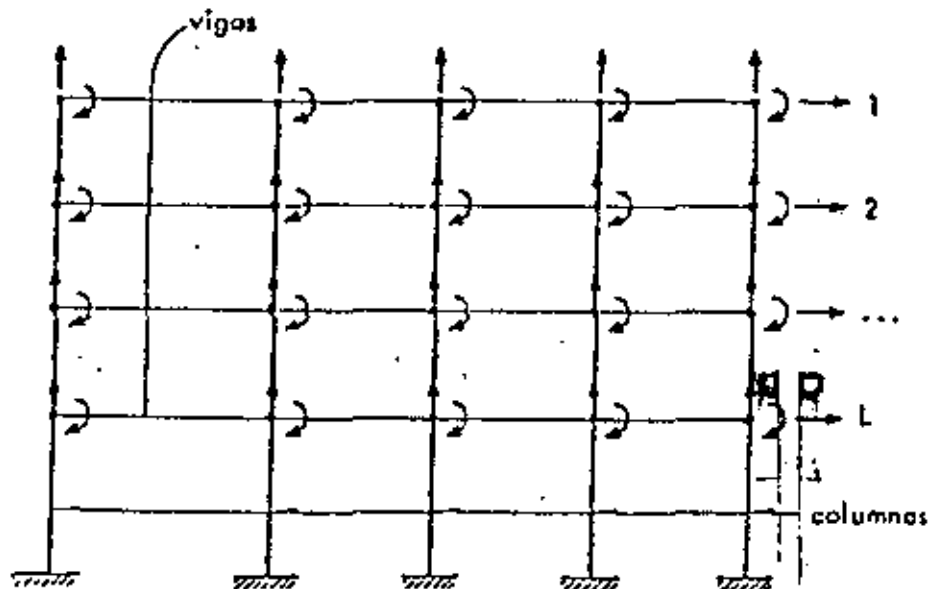
- I) Se calcula la matriz de rigidez lateral K_j de cada sistema plano j .
- II) Se calcula la matriz de rigidez del edificio completo K .
- III) Para cada caso de fuerzas laterales E , se calculan los desplazamientos U del edificio completo, los desplazamientos laterales D_j de cada sistema plano y los elementos mecánicos de las vigas, columnas y/o muros que los formen.

A continuación se describen dos métodos para ejecutar estos pasos:

2.1.- Método General

Paso I. En cada sistema plano j se permiten los siguientes grados de libertad: un desplazamiento vertical y un giro en el plano del sistema por cada nudo y un desplazamiento horizontal por cada nivel, como se ilustra en la Fig. 3. La matriz de rigidez correspondiente a estos grados de libertad se obtiene sumando los aportes de las vigas, que pueden tener extremos infinitamente rígidos, y las columnas, que pueden ser anchas; en el Apéndice A se dan estas matrices. Si se tiene N nudos y L niveles, la matriz resultante es de orden $2N \times L$, y de ella se eliminan los grados de libertad correspondientes a los nudos para obtener la matriz de rigidez lateral K_j , en términos de solamente los desplazamientos de los niveles y de orden $L \times L$. El proceso de eliminación se denomina condensación estática y la forma eficiente de efectuarlo se describe en la Ref. 10.

Paso II. Se expresa la matriz de rigidez lateral K_j de cada sistema plano en términos de los grados de libertad del edificio completo. Esta transformación se describe en detalle en el Apéndice B, y se llama K_j^* a la matriz resultante, que es de orden $3L \times 3L$. La matriz de rigidez del edificio es: $K = \sum_j K_j^*$, también de $3L \times 3L$.



Nota: las columnas pueden ser anchas y las vigas pueden tener extremos infinitamente rígidos

Fig. 3.- Grados de libertad en un sistema plano idealizado, para emplear el método general.

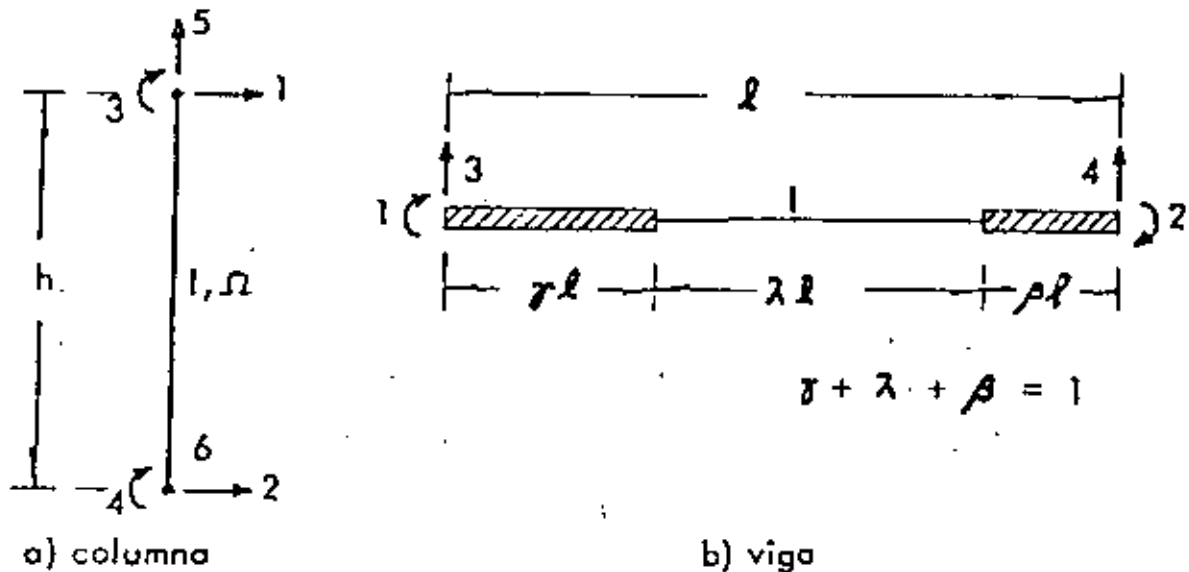


Fig. 4.- Grados de libertad de una columna y de una viga con extremos infinitamente rígidos.

Paso III. Para calcular los desplazamientos laterales del edificio completo se resuelve el sistema $\underline{K} \underline{U} = \underline{F}$; en la Ref. 10 se discuten las formas eficientes de hacerlo. \underline{E} en general está formado por dos fuerzas ortogonales y un momento torsionante por cada nivel, que corresponden a los tres grados de libertad considerados para el edificio en tal nivel. Empleando las relaciones geométricas entre los desplazamientos laterales \underline{D}_j de cada sistema plano y los de los pisos del edificio \underline{U} , se calcula \underline{D}_j (véase la expresión B 3 del Apéndice B).

Los desplazamientos correspondientes a los grados de libertad eliminados en el Paso I se pueden calcular a partir de \underline{D}_j (Ref. 10). Así se conocen todos los desplazamientos de todos los nudos y, usando las matrices de cada viga o columna (Apéndice A), se pueden calcular sus respectivos elementos mecánicos.

2.2.- Método Simplificado

Paso I. Para determinar la matriz de rigidez lateral de cada sistema plano j se usa un sistema plano reducido equivalente, que se describe en la Sección 3, y que tiene mucho menos grados de libertad que el sistema original. La simplificación resulta, esencialmente, de que cada elemento del sistema equivalente representa a varios elementos del sistema real.

A partir de las matrices de rigidez lateral de cada sistema plano j , se pueden efectuar los pasos II y III

de la misma manera que en el método general, hasta el cálculo de \underline{D}_j .

Los giros de todos los nudos no fueron considerados en el paso I y, en consecuencia, no es posible calcularlos en forma directa a partir de \underline{D}_j . Pero puede usarse el método de distribución de momentos para calcular los momentos flexionantes, partiendo de momentos de empotramiento en las columnas que valen $\frac{6 E I \delta}{(1 + \alpha) h^2}$, donde δ es el des-

plazamiento del entrepiso correspondiente. E , I , y h están definidos en el Apéndice A, en el cual se explica cómo modificar los coeficientes de rigidez y los factores de transporte, para incluir el efecto de las deformaciones por cortante en las columnas y la existencia de zonas extremas infinitamente rígidas en las vigas. Un problema que hay que notar en este procedimiento es que las fuerzas laterales E_j que actúan en el sistema plano j valen $E_j = K_j D_j$, y producen unos cortantes V_j en los entrepisos, por otro lado, la suma de momentos en columnas sobre las alturas da lugar a unos cortantes V_j^* , que no serán exactamente iguales a V_j . Para subsanar esta dificultad se sugiere calcular en cada entrepiso i la relación $R_i = -V_j / V_j^*$ y multiplicar los momentos de todas las columnas de ese entrepiso por R_i , a fin de conservar el equilibrio se pueden multiplicar los momentos en las vigas del piso i por $\frac{1}{2} (R_i + R_{i+1})$.

2.3.- Observaciones y comentarios

De los métodos propuestos en las secciones 2.1 y 2.2 se puede considerar como "exacto" el método general, en el sentido de que es la forma más precisa de proceder dentro de las limitaciones que imponen las hipótesis generales, por lo que se recomienda usar este método cuando se disponga de la computadora y los programas apropiados, como el que se presenta en la Ref. 9. Cuando no se cuente con tales herramientas, puede usarse el método simplificado.

El procedimiento general de análisis, seguido en ambos métodos, sólo hace compatibles, mediante los pisos rígidos, a los desplazamientos laterales de los niveles de todos los sistemas planos que forman el edificio. Los demás grados de libertad se consideran independientes de un sistema plano a otro, condición que no cumplen los desplazamientos verticales de las columnas que se encuentran en la intersección de dos sistemas planos y pertenecen a ambos. Una forma aproximada de tomar en cuenta este hecho, para fines de diseño, es considerar que la carga axial en tales columnas es igual a la suma de las que se obtienen para ellas en cada uno de los sistemas planos a que pertenecen. También debe notarse que los giros de estas columnas sólo son independientes entre sí cuando los sistemas planos son ortogonales; por esto, los métodos aquí propuestos no deben usarse cuando los sistemas planos que componen un edificio se corten en ángulos muy agudos en planta. Además, cuando los pisos son flexibles en su propio plano, no es válida la suposición de que los sistemas planos están unidos por diafragmas infinitamente rígidos, lo cual invalida los procedimientos aquí propuestos.

En el método simplificado se usan matrices de rigidez lateral obtenidas en forma aproximada; sin embargo, los errores en los valores de los desplazamientos son pequeños (menores que el 30% en todos los casos estudiados). Una limitación más restrictiva de este método es que no toma en cuenta los grados de libertad verticales, lo que implica despreciar los efectos de alargamientos y acortamientos de las columnas, que son más importantes en edificios con vigas rígidas y/o gran relación altura/ancho. No se han establecido criterios definitivos para decidir cuándo pueden despreciarse estos efectos. (La Ref. 11 considera que puede hacerse cuando la relación altura/ancho del edificio sea tres o menor).

Para tener una idea de las diferencias en los resultados entre los métodos general y simplificado se analizó con ambos un edificio de 6 pisos, cuyas características y cargas se dan en la Fig. 8. En la Tabla 1 se comparan los resultados obtenidos para dos sistemas planos de ese edificio, que son los que más se desplazan en las cargas usadas, por lo que en ellos los errores serán más importantes. Nótese que estos últimos son menores que el 10%, aunque hay que señalar que en el método general no se permitieron desplazamientos verticales para que las diferencias se debieran exclusivamente al uso de sistemas planos reducidos.

3.- SISTEMA EQUIVALENTE PARA CALCULAR LA RIGIDEZ LATERAL DE UN SISTEMA PLANO

Se trata de calcular la matriz de rigidez lateral de un sistema plano como el mostrado en la Fig. 1. Varios autores han estudiado este problema para proponer formas de determinar los elementos mecánicos correspondientes a los componentes del sistema (muros, vigas y columnas) cuando está sujeto a cargas laterales (Refs. 6, 7 y 8). La citada matriz puede determinarse con el procedimiento descrito en la Sección 2.1, el cual resulta apropiado para programarse en una computadora grande, especialmente si se trata de un sistema plano con muchos nudos. Como no siempre se dispone de tal herramienta, es conveniente contar con un método simplificado que, sin pérdidas exageradas en la precisión, permita obtener la matriz de rigidez lateral con una computadora pequeña, o bien en forma manual. El método que aquí se propone logra este objetivo.

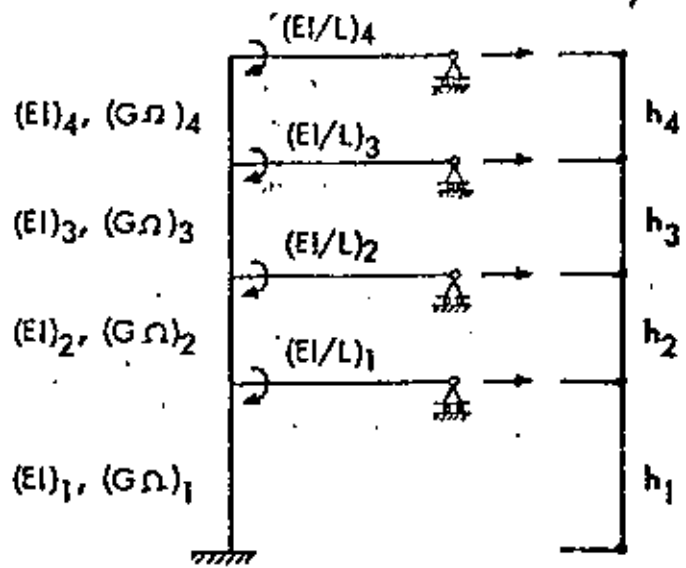
El componente básico del sistema equivalente es el conjunto de vigas y columnas mostrado esquemáticamente en la Fig. 5, en la cual se indican las cantidades que son necesarias para definirlo y los grados de libertad que le corresponden. Las alturas son las del sistema real. Cada columna y cada viga representan, respectivamente, a un conjunto de columnas o vigas del sistema plano real. Si E es el módulo de elasticidad, I , el momento de inercia, G , el módulo de cortante y Ω , el área efectiva de cortante de una columna o viga del sistema real, entonces las propiedades en cada nivel i del componente básico son:

- $(EI)_i$ = Suma de EI de las columnas de un piso, que representa el componente.
- $(G\Omega)_i$ = Suma de $G\Omega$ de las columnas de ese piso, que representa el componente.
- $\left(\frac{EI}{L}\right)_i$ = Suma de $\frac{2EI}{L} \left(\frac{1}{\lambda^3}\right)$ por cada vez que una viga llega a una columna representada en el componente (λ se define en la Fig. 4).

Dentro de las columnas se incluye a los muros. En las columnas de dimensiones normales no es necesario considerar deformaciones por cortante y no se necesita el valor de $(G\Omega)_i$, que es indispensable para los muros. Cuando una viga llega a un muro, λ tendrá un valor menor que 1; para las vigas que llegan a columnas normales $\lambda = 1$.

Para construir el sistema equivalente se divide a las columnas del sistema plano en grupos tales que cada uno de ellos contenga columnas de propiedades similares. Se ha comprobado en este trabajo que los errores son pequeños si el valor de EI de la columna más rígida de un grupo no es mayor que ocho veces el de la columna menos rígida de ese mismo grupo. Generalmente son necesarios dos grupos: uno contiene a las columnas normales y el otro a los muros.

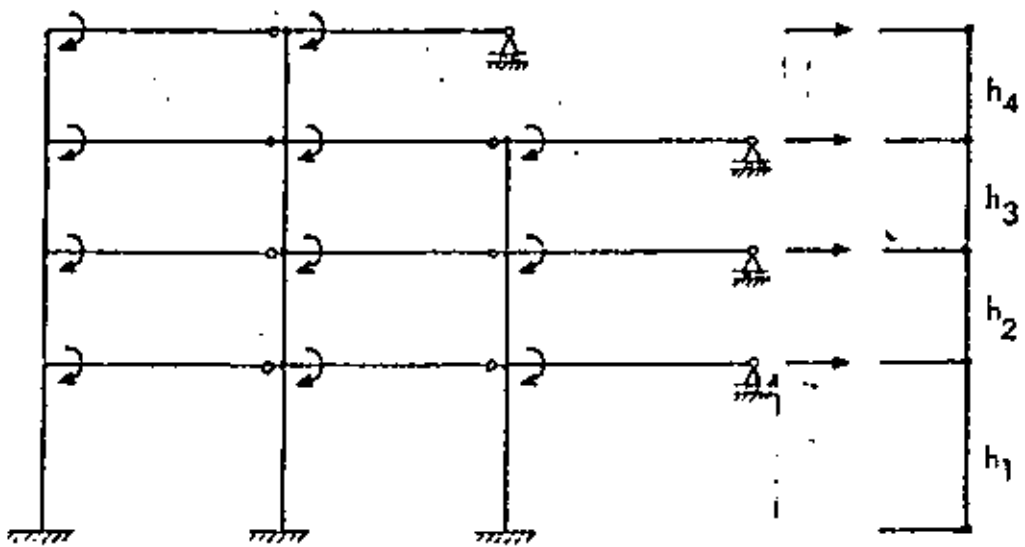
A cada grupo le corresponde un componente básico cuyas propiedades se calculan como ya se ha descrito en esta Sección. Todos los componentes básicos que resulten se acoplan de modo que sus desplazamientos laterales sean los mismos, como se ilustra en la Fig. 6. Nótese que los componentes básicos pueden no tener el mismo número de nive-



Nota: las flechas indican los grados de libertad
 Fig. 5.- Componente básico del sistema equivalente.

les; que puede tratarse de un solo componente, en cuyo caso no se necesita hacer el acoplamiento; y que los giros de un componente son independientes de los giros de los demás.

Se calcula la matriz de rigidez de cada componente, referida a todos sus grados de libertad (Fig. 5) y, por condensación estática (Ref. 10), se eliminan las rotaciones y se obtiene la matriz de rigidez lateral del componente. La matriz de rigidez lateral del sistema equivalente se obtiene sumando las de todos sus componentes básicos. Este procedimiento se ilustra en el Apéndice D.



Nota: las flechas indican los grados de libertad

Fig. 6.- Acoplamiento de componentes básicos para formar un sistema equivalente.

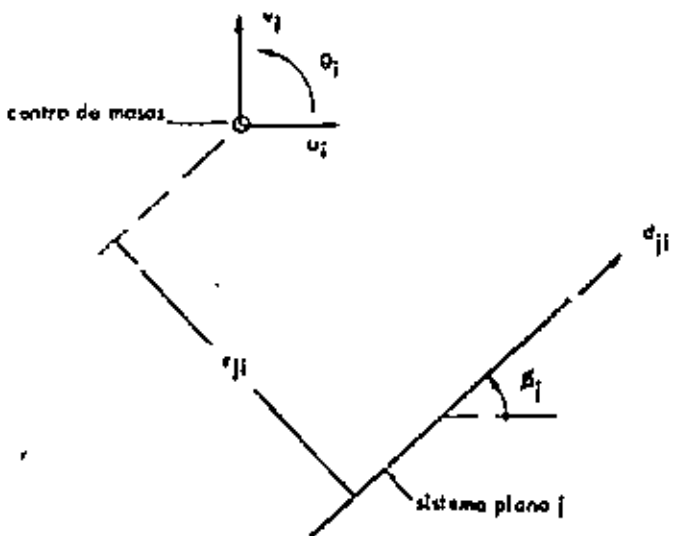


Fig. 7.- Grados de libertad del edificio y del sistema plano j, en el nivel i.

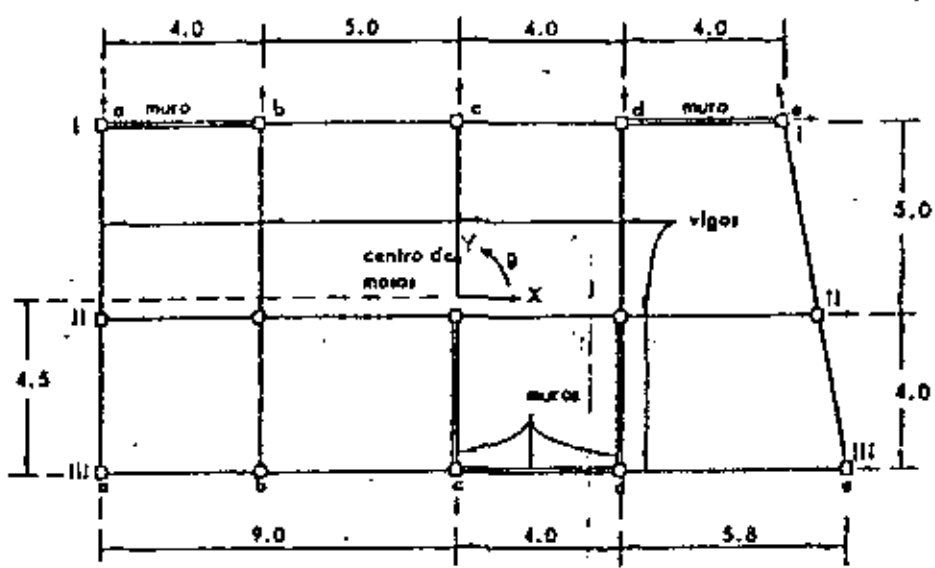


Fig. 8.- Planta, dimensiones, propiedades y cargas laterales del edificio que se usa para comparar los métodos general y simplificado.

Notas: espesor de los muros = 0,15 m
 módulo de elasticidad de todos los elementos = 2 000 000 ton/m²
 módulo de cortante de todos los elementos = 833 333 ton/m²
 momento de inercia de todas las vigas = 0 00255 m⁴
 las flechas indican los sentidos positivos de los desplazamientos laterales
 las distancias están en metros

Fuerzas (ton) y momentos (ton-m)

| Nivel | Columnas (m x m) | Altura (m) | Por columna en X | | Por columna en Y | |
|-------|------------------|------------|------------------|----------------|------------------|----------------|
| | | | F _x | M _x | F _y | M _y |
| 1 | 40 x 40 | 4,0 | 4,61 | 4,059 | 4,61 | 8,478 |
| 2 | 40 x 40 | 3,0 | 7,89 | 7,101 | 7,89 | 14,833 |
| 3 | 40 x 40 | 3,0 | 11,27 | 10,143 | 11,27 | 21,188 |
| 4 | 30 x 30 | 3,0 | 14,65 | 13,185 | 14,65 | 27,847 |
| 5 | 30 x 30 | 3,0 | 18,03 | 16,227 | 18,03 | 35,806 |
| 6 | 30 x 30 | 3,0 | 21,41 | 19,269 | 21,41 | 40,251 |

4.- PROCEDIMIENTOS PARA EL ANALISIS SISMICO

Los métodos de análisis tridimensional expuestos en la Sección 2 no se pueden usar directamente para el análisis sísmico de edificios de acuerdo con el Reglamento de construcciones para el Distrito Federal que exige, en su artículo 240, considerar dos combinaciones de las excentricidades de las fuerzas cortantes y, en su artículo 237, estipula que se sumen vectorialmente los efectos de un componente del movimiento horizontal del terreno con 0.3 de los del otro. El procedimiento que a continuación se propone permite tomar en cuenta tales requisitos.

Considérese que la matriz de rigidez lateral del edificio \underline{K} se ha partido en la forma:

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{LL} & \underline{K}_{L\theta} \\ \underline{K}_{L\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

donde los subíndices L y θ se refieren, respectivamente, a los desplazamientos laterales y a los giros de los pisos del edificio. Entonces se pueden seguir los pasos siguientes:

- a) Se escogen dos direcciones ortogonales X y Y en la planta del edificio.
- b) Para cada dirección:
 - b.1) Se determina la fuerza horizontal aplicada en el centro de masas de cada piso i , de acuerdo con los artículos 240 o 241 del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal. Sea \underline{E} el vector formado por estas fuerzas.
 - b.2) Se calculan los desplazamientos laterales $\underline{\delta}_0$ del edificio, sin permitir giros en los pisos:

$$\underline{\delta}_0 = \underline{K}_{LL}^{-1} \underline{E}$$

- b.3) Se calculan los momentos debidos a la excentricidad directa, que valen:

$$\underline{M}_d = - \underline{K}_{L\theta}^T \underline{\delta}_0$$

y se les acumula para obtener los momentos torsionantes en los entrepisos \underline{M}_d .

- 21/
- b.4) Se calculan los momentos torsionantes en los entrepisos \underline{M}_d . Para el entrepiso i se tiene: $M_{di}^* = 0.1 b_i V_i$, donde b_i es la dimensión máxima de la planta i del edificio, medida perpendicularmente a la dirección en que están aplicadas las fuerzas sísmicas, y V_i , el cortante en el entrepiso i .

- b.5) Para cada nivel i se calculan las siguientes combinaciones de momentos torsionantes: $M_{1i}^* = 1.5 M_{di}^*$, $M_{2i}^* = M_{di}^*$ y $M_{2i}^* = M_{di}^* - M_{1i}^*$

- b.6) Con los valores obtenidos en el paso anterior se calculan los respectivos momentos en los niveles \underline{M}_1 y \underline{M}_2 , de la misma manera como se pueden calcular las fuerzas aplicadas en los niveles a partir de las fuerzas cortantes en los entrepisos; es decir, que en cualquier nivel el momento aplicado es la diferencia entre el momento torsionante del entrepiso inferior y el del entrepiso superior.

- b.7) Se calculan los giros y desplazamientos que producen los momentos \underline{M}_1 y \underline{M}_2 resolviendo los sistemas de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{LL} & \underline{K}_{L\theta} \\ \underline{K}_{L\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\delta}_j \\ \underline{\theta}_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{M}_j \end{bmatrix}, j=1,2$$

- b.8) El Reglamento de construcciones para el Distrito Federal exige dos combinaciones de giros y desplazamientos:

| Combinación | Desplazamientos | Giros |
|-------------|---|------------------------|
| (1) | $\underline{\delta}_0 + \underline{\delta}_1$ | $\underline{\theta}_1$ |
| (2) | $\underline{\delta}_0 + \underline{\delta}_2$ | $\underline{\theta}_2$ |

Para todos los niveles de cada sistema plano m se calculan los desplazamientos de entrepiso producidos por estas combinaciones y se escogen los que tengan mayor valor absoluto. Sea \underline{z}_m^X el vector formado por estos valores cuando el sismo actúa en la dirección X ; y \underline{z}_m^Y el correspondiente a la dirección Y .

Tabla 1.- Comparación de desplazamientos laterales (m) de los sistemas planos III III y aa, cuando el sismo actúa en las direcciones X y Y, respectivamente.

| Nivel | Sistema plano III III; fuerza sísmica en X | | | Sistema plano aa; fuerza sísmica en Y | | |
|-------|--|----------|-----------|---------------------------------------|----------|-----------|
| | MS | MG | error (%) | MS | MG | error (%) |
| 1 | 0.000754 | 0.000756 | 0.26 | 0.001358 | 0.001362 | 0.29 |
| 2 | 0.001773 | 0.001778 | 0.28 | 0.003176 | 0.003190 | 0.44 |
| 3 | 0.003023 | 0.003033 | 0.33 | 0.005383 | 0.005412 | 0.54 |
| 4 | 0.004433 | 0.004449 | 0.36 | 0.007902 | 0.007949 | 0.59 |
| 5 | 0.005883 | 0.005908 | 0.42 | 0.010477 | 0.010547 | 0.66 |
| 6 | 0.007298 | 0.007334 | 0.49 | 0.012969 | 0.013066 | 0.74 |

MS Método simplificado
 MG Método general

c) Para cada entrepiso i de cada sistema plano m se calculan

$$(z_{mi}^x + 0.3 z_{mi}^y) \text{ y } (0.3 z_{mi}^x + z_{mi}^y).$$

Se utilizará el mayor de estos valores para calcular los elementos mecánicos producidos por el sismo.

En el Apéndice C se presenta un procedimiento eficiente para efectuar las operaciones matriciales necesarias para el cálculo de giros, desplazamientos y momentos torsionantes.

Cuando las fuerzas laterales se determinan por el método dinámico espectral es también útil la matriz de rigidez lateral del edificio K . Si denominamos K_{xx} a la submatriz asociada a los desplazamientos en la dirección x , entonces los vectores modales ϕ y las respectivas frecuencias de vibración ω en tal dirección se obtienen resolviendo el problema de valores característicos $K_{xx} \phi = \omega^2 M \phi$, donde M es una matriz diagonal cuyos elementos son las masas concentradas en los niveles. Los métodos para resolver este problema se discuten ampliamente en la Ref. 10. Lo mismo puede decirse para la dirección Y , y si se desea considerar las torsiones en planta debe usarse la matriz K completa.

APENDICE A.- Matrices de rigidez de una viga con zonas extremas infinitamente rígidas y de una columna incluyendo deformaciones por cortante.

Para los grados de libertad y los parámetros β, γ, λ definidos en la Fig. 4b, la matriz de rigidez de una viga con extremos infinitamente rígidos es:

| | | | | |
|------------------------|--|--|-----------------------------|----------------------------|
| $\frac{EI}{\lambda l}$ | $4 + 12 \frac{\gamma}{\lambda} (1 + \frac{\gamma}{\lambda})$ | simétrica | | |
| | $2 + 6 (\frac{\gamma + \beta}{\lambda}) + 12 \frac{\gamma \beta}{\lambda^2}$ | $4 + 12 \frac{\beta}{\lambda} (1 + \frac{\beta}{\lambda})$ | | |
| | $-\frac{6}{\lambda l} (1 + \frac{2\gamma}{\lambda})$ | $-\frac{6}{\lambda l} (1 + \frac{2\beta}{\lambda})$ | $\frac{12}{\lambda^2 l^2}$ | |
| | $\frac{6}{\lambda l} (1 + \frac{2\gamma}{\lambda})$ | $\frac{6}{\lambda l} (1 + \frac{2\beta}{\lambda})$ | $-\frac{12}{\lambda^2 l^2}$ | $\frac{12}{\lambda^2 l^2}$ |

E , I , h son, respectivamente, el módulo de elasticidad, el momento de inercia y la longitud total de la viga. Para los grados de libertad definidos en la Fig. 4a, la matriz de rigidez de una columna, incluyendo deformaciones por cortante, es:

| | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|----------------|----------------|
| $\frac{12 EI}{(1+\alpha)h^3}$ | | | | | |
| $\frac{12 EI}{(1+\alpha)h^3}$ | $\frac{12 EI}{(1+\alpha)h^3}$ | simétrica | | | |
| $\frac{6 EI}{(1+\alpha)h^2}$ | $\frac{6 EI}{(1+\alpha)h^2}$ | $\frac{(4+\alpha) EI}{(1+\alpha)h}$ | | | |
| $\frac{6 EI}{(1+\alpha)h^2}$ | $\frac{6 EI}{(1+\alpha)h^2}$ | $\frac{(2-\alpha) EI}{(1+\alpha)h}$ | $\frac{(4+\alpha) EI}{(1+\alpha)h}$ | | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{EA}{h}$ | |
| 0 | 0 | 0 | 0 | $\frac{EA}{h}$ | $\frac{EA}{h}$ |

el valor de α es $\frac{12 EI}{h^2 G \Omega}$

donde E , I , h y G son, respectivamente, el módulo de elasticidad, el momento de inercia, la altura y el módulo de cortante de la columna; Ω es su área reducida por cortante; la reducción depende de la distribución del cortante en la sección, el cual a su vez depende de la forma de la sección; para secciones rectangulares $\Omega = A/1.2$, donde A es el área total de la sección de la columna.

En el caso de la viga, nótese que si $\beta = \gamma = 0$, es decir, que si no existen extremos rígidos, se tiene $\lambda = 1$, y la matriz de rigidez que se obtiene

reemplazando estos valores coincide con la ya conocida para una viga normal.

También en las columnas, si no se desea considerar deformaciones por cortante, $\alpha = 0$, y la matriz de rigidez se convierte en la ya conocida para este caso.

De estas matrices pueden obtenerse coeficientes de rigidez y factores de transporte modificados para usar el método de Cross. Por ejemplo, cuando se desea considerar deformaciones por cortante, en lugar de $\frac{4EI}{h}$ debe usarse $\frac{(4+\alpha) EI}{(1+\alpha)h}$, y el factor de transporte en lugar de 0.5, vale: $\frac{(2-\alpha)}{4+\alpha}$.

APENDICE B.— Transformación de la matriz de rigidez lateral de un sistema plano a las coordenadas del edificio.

En la Fig. 7 se muestra la ubicación del sistema plano j en la planta del nivel i del edificio.

Este sistema solamente tiene un desplazamiento lateral d_{ji} en este nivel, cuya dirección positiva es la indicada por la flecha. También se muestra el centro de masas del nivel i y las direcciones positivas de los tres grados de libertad que tiene el edificio en tal nivel.

Considerando que el ángulo Θ_i es pequeño, la relación entre d_{ji} y los desplazamientos del edificio se puede escribir como:

$$d_{ji} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & r_{ji} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \Theta_i \end{bmatrix} \quad \text{B.1}$$

donde θ_j es el ángulo que se forma entre la dirección positiva de u_i y la dirección positiva de d_{ji} ; r_{ji} es la distancia del sistema plano j al centro de masas en el nivel i y, para saber su signo, se supone que la dirección positiva de d_{ji} "gira" alrededor del centro de masas; si este "giro" tiene el mismo sentido que Θ_i , entonces r_{ji} es positivo; en caso contrario es negativo. En la Fig. 7, de acuerdo con estas convenciones, θ_j y r_{ji} son positivos.

La expresión B.1 se puede escribir en forma más compacta como:

$$d_{ji} = b_{ji} u_i \quad \text{B.2}$$

donde

$$b_{ji} = \begin{bmatrix} \cos \theta_j & \sin \theta_j & r_{ji} \end{bmatrix}$$

$$u_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ \Theta_i \end{bmatrix}$$

si se consideran los n niveles del edificio, se tiene:

$$D_j = B_j U \quad \text{B.3}$$

donde:

$$D_j = \begin{bmatrix} d_{j1} \\ d_{j2} \\ \vdots \\ d_{jn} \end{bmatrix} \quad U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$$

(n elementos) ($3n$ elementos)

$$B_j = \begin{bmatrix} b_{j1} & & & \\ & b_{j2} & & \\ & & \dots & \\ & & & b_{jn} \end{bmatrix}$$

(n por $3n$ elementos; los no mostrados son ceros)

La expresión B.3 relaciona los desplazamientos de los pisos del edificio con los desplazamientos laterales del sistema plano j , y la matriz B_j expresada en términos de las coordenadas del edificio es $K_j^* = B_j^T K_j B_j$

APENDICE C.- Cálculo de desplazamientos en el análisis sísmico.

Efectuando la partición y descomposición de la matriz de rigidez lateral del edificio, se obtiene el producto $\underline{s}^T \underline{s}$, donde \underline{s} es triangular superior:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{LL} & \underline{K}_{L\theta} \\ \underline{K}_{L\theta}^T & \underline{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{s}_{LL}^T & \underline{0} \\ \underline{s}_{L\theta}^T & \underline{s}_{\theta\theta}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{s}_{LL} & \underline{s}_{L\theta} \\ \underline{0} & \underline{s}_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

efectuando el producto del segundo miembro se deduce que:

$$\underline{K}_{LL} = \underline{s}_{LL}^T \underline{s}_{LL}, \underline{K}_{L\theta} = \underline{s}_{LL}^T \underline{s}_{L\theta}$$

$$\text{y } \underline{K}_{L\theta} = \underline{s}_{LL}^T \underline{s}_{L\theta}, \underline{K}_{\theta\theta} = \underline{s}_{L\theta}^T \underline{s}_{L\theta} + \underline{s}_{\theta\theta}^T \underline{s}_{\theta\theta} \quad (C1)$$

El sistema del paso b.1 del procedimiento propuesto en la Sección 4 es:

$$\underline{K}_{LL} \underline{\delta}_o = \underline{s}_{LL}^T \underline{s}_{LL} \underline{\delta}_o = \underline{s}_{LL}^T \underline{Y} = \underline{F} \quad (C2)$$

donde se ha definido el vector \underline{Y} por:

$$\underline{Y} = \underline{s}_{LL} \underline{\delta}_o \quad (C3)$$

Los vectores \underline{Y} y $\underline{\delta}_o$ pueden calcularse fácilmente por ser \underline{s}_{LL}^T y \underline{s}_{LL} triangulares.

El vector \underline{M}_d del paso b.3 vale $-\underline{K}_{L\theta}^T \underline{\delta}_o$, y usando las expresiones C1 y C3 se puede escribir:

$$\underline{M}_d = -\underline{s}_{L\theta}^T \underline{s}_{LL} \underline{s}_{LL}^{-1} \underline{Y} = -\underline{s}_{L\theta}^T \underline{Y} \quad (C4)$$

Por otro lado, los sistemas del paso b.7 son:

$$\underline{K}_{LL} \underline{\delta}_j + \underline{K}_{L\theta} \underline{\theta} = \underline{0}$$

$$\underline{K}_{L\theta}^T \underline{\delta}_j + \underline{K}_{\theta\theta} \underline{\theta}_j = \underline{M}_j, \quad j = 1, 2$$

de la primera de estas ecuaciones se tiene.

$$\underline{\delta}_j = -\underline{K}_{LL}^{-1} \underline{K}_{L\theta} \underline{\theta}_j \quad (C5)$$

y reemplazando este valor en la segunda ecuación queda:

$$(\underline{K}_{\theta\theta} - \underline{K}_{L\theta}^T \underline{K}_{LL}^{-1} \underline{s}_{L\theta}) \underline{\theta}_j = \underline{K}_{\theta\theta} \underline{\theta}_j = \underline{M}_j \quad (C6)$$

Con $\underline{K}_{\theta\theta} = \underline{K}_{\theta\theta} - \underline{K}_{L\theta}^T \underline{K}_{LL}^{-1} \underline{s}_{L\theta}$, usando las expresiones C1 y simplificando, se obtiene:

$$\begin{aligned} \underline{K}_{\theta\theta} &= (\underline{s}_{L\theta}^T \underline{s}_{L\theta} + \underline{s}_{\theta\theta}^T \underline{s}_{\theta\theta}) - (\underline{s}_{L\theta}^T \underline{s}_{LL}) \\ &(\underline{s}_{LL}^{-1} \underline{s}_{LL}^T) (\underline{s}_{LL} \underline{s}_{L\theta}) = \underline{s}_{\theta\theta}^T \underline{s}_{\theta\theta} \end{aligned}$$

Esto muestra que ya se tiene la descomposición necesaria para resolver el sistema C6 y conocer $\underline{\theta}_j$. Para encontrar $\underline{\delta}_j$ se usan las expresiones C1, que permiten escribir C5 en la forma:

$$\underline{\delta}_j = -(\underline{s}_{LL}^{-1} \underline{s}_{LL}^T) (\underline{s}_{LL} \underline{s}_{L\theta}) \underline{\theta}_j = -\underline{s}_{LL}^{-1} \underline{s}_{L\theta} \underline{\theta}_j$$

Premultiplicando la última igualdad por \underline{s}_{LL} queda:

$$\underline{s}_{LL} \underline{\delta}_j = -\underline{s}_{L\theta} \underline{\theta}_j \quad (C7)$$

cuya solución es directa, puesto que \underline{s}_{LL} es triangular superior y ya se conoce.

Nótese que para encontrar todos los desplazamientos y giros que requiere el análisis sísmico es necesario descomponer una sola vez la matriz \underline{K} en el producto de una matriz triangular superior por su transpuesta.

APENDICE D.- Obtención de la matriz de rigidez lateral de un sistema marco-muro con el método simplificado.

De acuerdo con la Sección 3, el sistema equivalente correspondiente al sistema plano de la Figura 9 tiene dos componentes básicos. El primero de ellos representa a las columnas de dimensiones normales, y sus propiedades son, en los dos niveles:

$$EI = 5 (2 \times 10^4 \times 0.005) = 50,000 \text{ (columnas)}$$

$$G\Omega = 0 \text{ (columnas)}$$

$$EI/L = 2 (2 \times 10^4 \times 0.001) \left[\frac{2}{4} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5(0.8)^3} + \frac{1}{4(0.75)^3} + \frac{2}{4} + \frac{1}{5(0.7)^3} \right]$$

$$= 11,865 \text{ (vigas)}$$

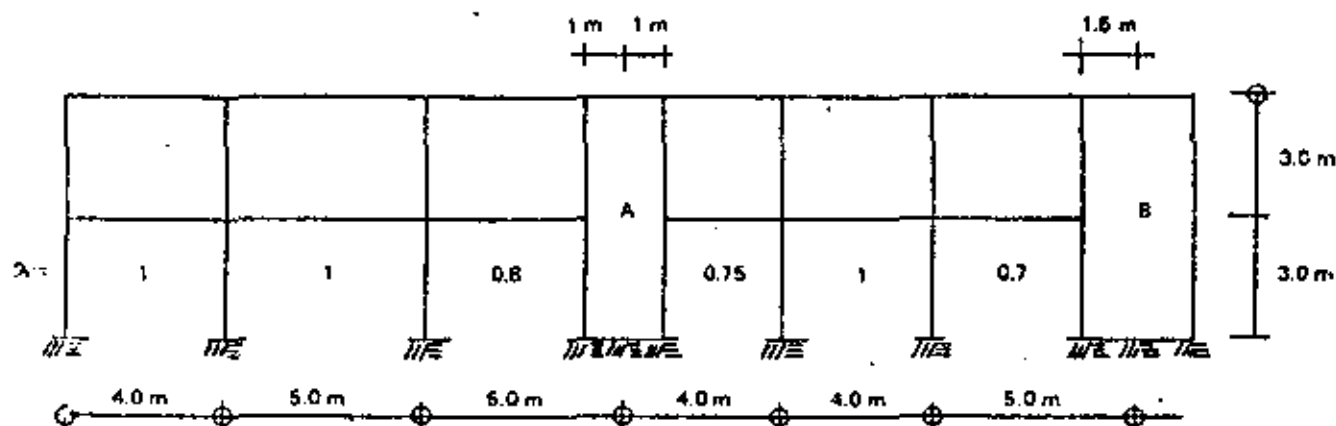
El segundo componente básico representa a los muros y para él se tiene, en los dos niveles:

$$EI = 2 \times 10^6 (0.1 + 0.2) = 600,000 \text{ (columnas)}$$

$$G\Omega = 8 \times 10^5 (0.3 + 0.4) = 560,000 \text{ (columnas)}$$

$$EI/L = 2(2 \times 10^6 \times 0.001) \left[\frac{1}{5(0.8)^3} + \frac{1}{4(0.75)^3} + \frac{1}{5(0.7)^3} \right] = 8,285 \text{ (vigas)}$$

Fig. 9.- Sistema plano utilizado para ejemplificar el método simplificado.



- Notas: módulo de elasticidad de todos los elementos = 2 000 000 Tm/m²
 módulo de cortante de los muros A y B = 800 000 Tm/m²
 momento de inercia de todas las vigas = 0.001 m⁴
 momento de inercia de todas las columnas = 0.0005 m⁴
 momento de inercia del muro A = 0.1 m⁴
 momento de inercia del muro B = 0.2 m⁴
 área de cortante del muro A = 0.30 m²
 área de cortante del muro B = 0.40 m²

En la Figura 10 se muestra un esquema del sistema equivalente y se ilustran los grados de libertad que tiene cada uno de sus componentes básicos.

La matriz de rigidez de las columnas se proporciona en el Apéndice A. Para el primer componente básico $\alpha = 0$, $EI = 50,000$, $h = 3$. Interesan solamente las cuatro primeras filas y columnas de la matriz en cuestión que, efectuando las operaciones, se escriben:

$$\begin{bmatrix} 22,222 & & & \\ -22,222 & 22,222 & & \\ -33,333 & 33,333 & 66,667 & \\ -33,333 & 33,333 & 33,333 & 66,667 \end{bmatrix} \text{ simétrica}$$

La rigidez de las vigas es simplemente

$$\frac{3 EI}{L} = 3 \times 11,865 = 35,595$$

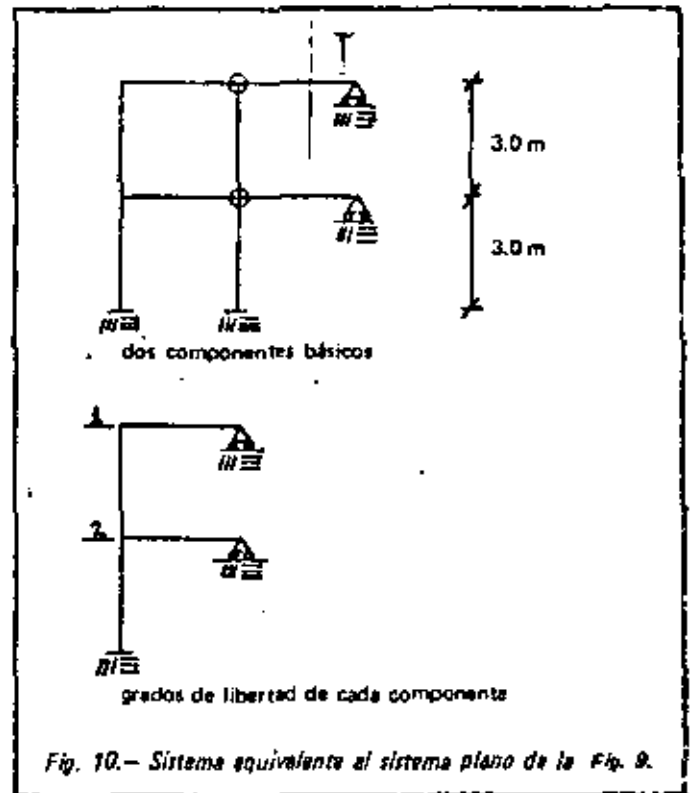
Sumando los respectivos aportes de las vigas y columnas (método directo de rigideces) se obtiene la matriz de rigidez del primer componente básico, que es:

$$\begin{bmatrix} 22,222 & & & & \\ -22,222 & (22,222 + 22,222) & & & \\ -33,333 & -33,333 & (66,667 + 35,595) & & \\ -33,333 & (33,333 - 33,333) & 33,333 & & (66,667 + 66,667 + 35,595) \end{bmatrix} \text{ simétrica}$$

$$\begin{bmatrix} 22,222 & -22,222 & -33,333 & -33,333 \\ -22,222 & 44,444 & 33,333 & 0 \\ -33,333 & 33,333 & 102,262 & 33,333 \\ -33,333 & 0 & 33,333 & 168,929 \end{bmatrix}$$

Para obtener la matriz de rigidez lateral K_1 de este componente se eliminan, mediante condensación estática, los últimos dos grados de libertad, y se obtiene así:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 22,222 & -22,222 \\ -22,222 & 44,444 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -33,333 & -33,333 \\ 33,333 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 102,262 & 33,333 \\ 33,333 & 168,929 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -33,333 & 33,333 \\ -33,333 & 0 \end{bmatrix}$$



$$K_1 = \begin{bmatrix} 8,163 & -12,901 \\ -12,901 & 32,832 \end{bmatrix}$$

Con el mismo procedimiento se obtiene la matriz de rigidez lateral K_2 del componente 2. La diferencia más importante es que esta vez para calcular la matriz de rigidez de las columnas (Apéndice A) hay que considerar $\alpha = (12 \times 600,000) / (19 \times 560,000) = 1,429$. El resultado es:

$$K_2 = \begin{bmatrix} 27,428 & -54,277 \\ -54,277 & 181,048 \end{bmatrix}$$

La matriz de rigidez lateral del sistema plano marco-muro completo es la suma $K_1 + K_2$, que da:

$$K = \begin{bmatrix} 35,591 & -67,178 \\ -67,178 & 193,880 \end{bmatrix}$$

En este ejemplo se tuvieron que invertir dos matrices de 2 por 2. Con el método general se habría necesitado invertir una matriz de 14 por 14. Esto da una idea de las ventajas del método simplificado aquí propuesto.

RECONOCIMIENTO

Este artículo está basado en el aporte del autor a la Ref. 2, trabajo que fue patrocinado por el INFONAVIT. Se agradece a Roberto Meli la revisión crítica del artículo y a Luis Esteva sus valiosas sugerencias.

REFERENCIAS

- 1.- "Requisitos de seguridad y servicio para las estructuras, Título IV del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal, con comentarios", Informe 400, Instituto de Ingeniería, Julio de 1977.
- 2.- Bazán, E. y Barousse, E., "Análisis ante cargas laterales de edificios a base de muros de carga", Informe, Instituto de Ingeniería, junio de 1976.
- 3.- Frischman, W.W., Prabhu, S.S. y Toopler, J.F., "Multi-story Frames and Interconnected Shear Walls, Subjected to Lateral Loads", Concrete and Construction Engineering, 1963.
- 4.- MacLeod, J.A., "Lateral Stiffness of Shear Walls with Openings, in Tall Buildings", Proc. of a Symposium on Tall Buildings, Pergamon Press, 1967.
- 5.- Clough, R.M., King, I.P. y Wilson, E.L., "Structural Analysis of Multi-story Buildings", Proc. ASCE, Vol. 90, 1964.
- 6.- Stamato, M.C. y Stafford-Smith, B., "An Approximate Method for the Three Dimensional Analysis of Tall Buildings", Proc. Inst. Civ. Engers, Vol. 43, julio de 1969.
- 7.- Khan, F.R. y Sbarounis, J.A., "Interaction of Shear Walls and Frames", Proc. ASCE, junio de 1964.
- 8.- Rosenblueth, E. y Holtz, I., "Elastic Analysis of Shear Walls in Tall Buildings", Proc. ACI, Vol. 56, junio de 1960.
- 9.- Wilson, E.L. y Dowey, "Three Dimensional Analysis of Building Systems TABS", Publicación EERC 7-8, University of California, Berkeley, 1972.
- 10.- Bathe, K. J. y Wilson, E., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall, 1976.
- 11.- Comité ACI 442, "Response of Buildings to Lateral Forces", ACI Journal, Vol. 68, febrero de 1971.

3.4 EFECTOS DE ESBELTEZ.

Los efectos de esbeltez en edificios se presentan de dos maneras: la primera se puede denominar local y consiste en que en las columnas los momentos flexionantes se ven incrementados por el valor Pv donde P es la carga axial y v es la deformación (elástica) de la columna -- con respecto a su eje originalmente recto; la segunda, que es de conjunto, se refiere a que cuando existe un desplazamiento de entrepiso Δ se produce un momento $P\Delta$ que debe ser resistido por las columnas de tal entrepiso (este efecto se conoce como $P-\Delta$) en la fig. 16 y 17 -- se ilustran los efectos mencionados:

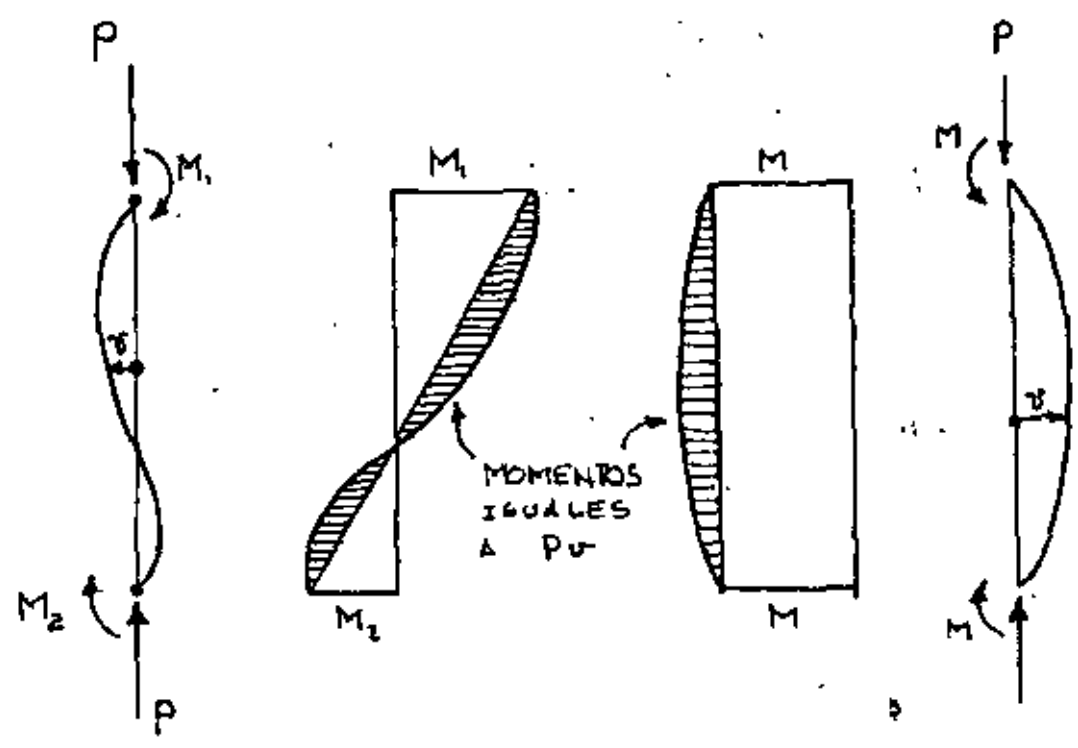


Fig. 16 Efecto local de esbeltez.

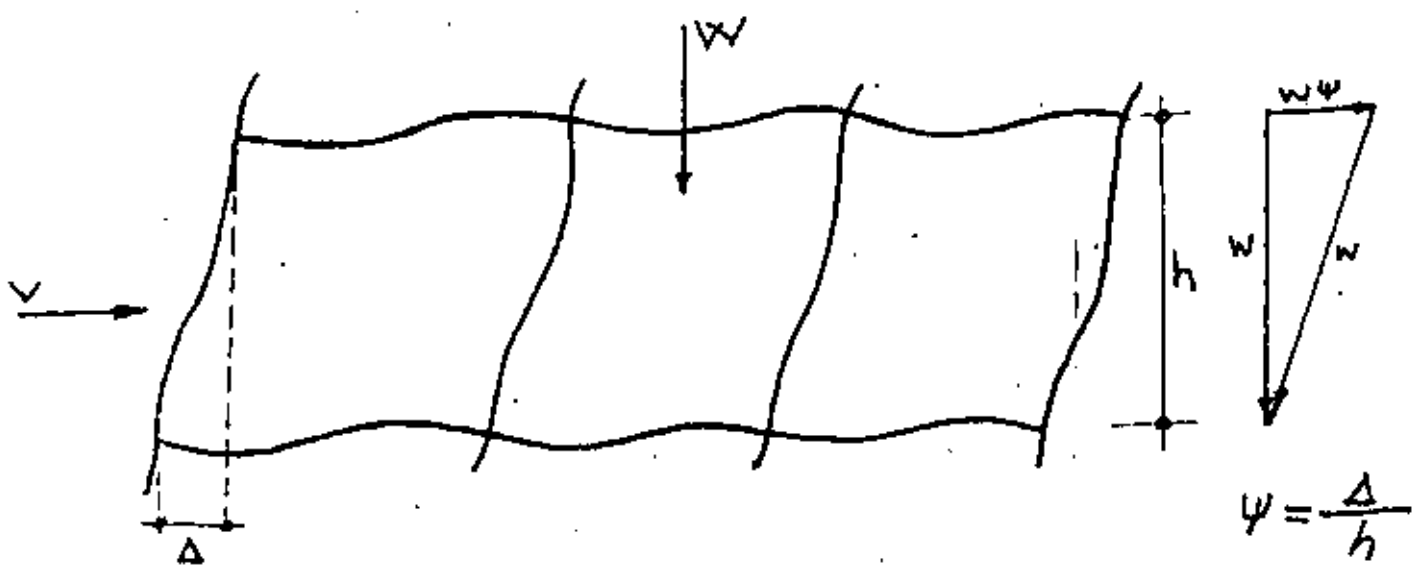


Fig. 17 Efecto de Conjunto

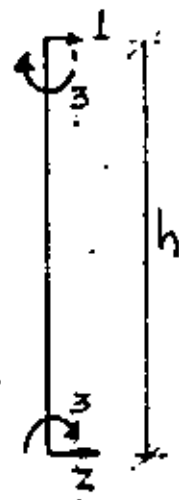
Nótese en la fig. 16 que el efecto local es más importante cuando la columna no tiene punto de inflexión; esto en general no ocurre en marcos sujetos a cargas laterales, salvo tal vez en el piso inferior.

i) Efecto Local.

Además de la amplificación de momentos, el efecto local se refleja en una reducción de la rigidez del elemento (cuando la fuerza axial es de compresión). También se modifican los momentos de empotramiento.

Una forma de considerar estos efectos, que en detalle se presentan en la ref. 22, es mediante las llamadas funciones de estabilidad y de carga, que conducen a expresar la matriz de rigideces de la columna en la forma siguiente:

| | | | |
|--------------------------|---------------------------|-------------------------|-------------------------|
| $2ts(1+c)\frac{EI}{h^3}$ | $-2ts(1+c)\frac{EI}{h^3}$ | $-s(1+c)\frac{EI}{h^2}$ | $-s(1+c)\frac{EI}{h^2}$ |
| | $2ts(1+c)\frac{EI}{h^3}$ | $s(1+c)\frac{EI}{h^2}$ | $s(1+c)\frac{EI}{h^2}$ |
| | | $s\frac{EI}{h}$ | $sc\frac{EI}{h}$ |
| | | | $s\frac{EI}{h}$ |



Los valores de S , C y t se obtienen planteando la ecuación diferencial de equilibrio de la columna, incluyendo en el momento flexionante el término Pv . Es conveniente expresar estas funciones en términos de la relación adimensional n definida como:

$$\eta = \frac{P}{\left(\frac{\pi^2 EI}{h^2}\right)} \quad ; \quad P = \text{Carga axial actuante.}$$

En la fig. 19 se muestra como varían tales funciones, con n (n positivo corresponde a compresión).

Se muestra también la función m por la cual hay que multiplicar $\frac{wl^2}{12}$

para obtener el momento de empotramiento modificado por efectos de esbeltez cuando hay una carga uniformemente distribuida perpendicular al eje de la columna.

Nótese que para $n=0$, $s=4$, $c=0.5$ y $t=1$ que son los valores correspondientes a vigas prismáticas, cuando se ignoran los efectos de cargas axiales.

En el caso de fuerzas de compresión las expresiones que definen a las funciones son:

$$S = \frac{U(\operatorname{sen} U - U \operatorname{cos} U)}{2(1 - \operatorname{cos} U) - U \operatorname{sen} U} \quad ; \quad C = \frac{U - \operatorname{sen} U}{\operatorname{sen} U - U \operatorname{cos} U}$$

$$t = 1 - \frac{\pi^2 n}{25(1+C)} \quad \text{donde} \quad U = \pi \sqrt{\eta}$$

Si la fuerza es de tensión se reemplaza $\operatorname{Sen} U$ por $\operatorname{Senh} U$ y $\operatorname{cos} U$ por $\operatorname{cosh} U$, aunque este no es un caso de interés práctico. *en edificios.*

Nótese Fig. (19) que al aumentar las fuerzas no disminuye S , lo cual físicamente significa que es más fácil, en la fig. (18), dar un giro unitario en el extremo A cuando la fuerza P está presente. También obsérvese que c, que es el factor de transporte, aumenta con P y que puede llegar a ser mayor que 1 o negativo, y además que S puede hacerse cero o negativo.

Al analizar un marco no se conocen de antemano las cargas axiales en las columnas, por lo que, para considerar su efecto se tiene que seguir un procedimiento iterativo que consiste en analizar el marco sin considerar el efecto de fuerzas axiales, es decir el análisis usual, luego con las fuerzas que así se obtienen modificar las matrices de rigideces y volver a analizar. En este segundo análisis se obtendrán fuerzas axiales diferentes a las obtenidas en el primero y se tendría en rigor que volver a modificar las rigideces y volver a analizar hasta que las cargas axiales no cambien en dos ciclos sucesivos. En la práctica es por lo común suficiente hacer dos análisis, sobre todo cuando las cargas axiales son apreciablemente menores que las cargas de Pandeo de las columnas. (En estos casos se pueden incluso no considerar estos efectos).

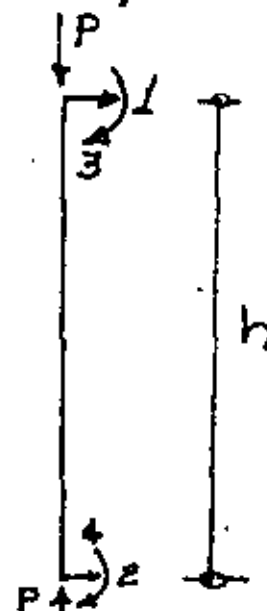
Una forma menos precisa, pero más sencilla de modificar las matrices de ri

gideces de las columnas es la siguiente:

$$\underline{K}_{modif} = \underline{K} - \underline{K}_g$$

Donde \underline{K} es la matriz correspondiente al caso en que no se consideran fuerzas axiales y \underline{K}_g , que se denomina matriz de rigideces geométrica, está dada por:

$$\underline{K}_g = P \begin{bmatrix} \frac{6}{5h} & -\frac{6}{5h} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ & \frac{6}{5h} & \frac{1}{10} & \frac{1}{10} \\ \text{simétrica} & & \frac{2}{15h} & -\frac{1}{30h} \\ & & & \frac{2}{15h} \end{bmatrix}$$



ii) Efecto de Conjunto

Un planteamiento "exacto" de este problema requeriría determinar las ecuaciones de equilibrio sobre la configuración deformada, y esto tendría que hacerse iterativamente, puesto que de las ecuaciones se obtienen los desplazamientos y se usan estos desplazamientos para obtener las ecuaciones. Además tendría que tomarse en cuenta los efectos locales.

Esto exigen las Normas Técnicas Complementarias de la ref. 1 para los casos en que la relación de esbeltez de las columnas sea mayor que 100, y se denomina análisis de segundo orden.

Una forma aproximada de considerar estos efectos, que se desarrollan en la ref. 24, es la que se resume a continuación:

En la fig. 17 el momento total de entrepiso es:

$$M = Vh + W\Delta \quad (2)$$

Sea R la rigidez de entrepiso en el análisis convencional del marco suje-

to a cargas laterales, y suponiendo que los diagramas de momentos en las columnas, debidas a W, son proporcionales a las que producen esas cargas laterales se tiene que:

$$M = (R\Delta)h \quad (b)$$

$$(R\Delta)h = Vh + W\Delta$$

$$\Delta = \frac{V}{R - (W/h)}$$

$$M = Vh \left[1 + \frac{W/h}{R - (W/h)} \right]$$

y los efectos de esbeltez pueden considerarse entonces multiplicando los momentos que producen las cargas laterales por el factor de amplificación:

$$\phi = 1 + \frac{W/h}{R - (W/h)}$$

por este factor se multiplicarán también todas las deformaciones y esfuerzos que producen las cargas laterales.

Con referencia a la fig.17 esto significa que la acción combinada de las cargas verticales y de una fuerza constante V, equivale a la de una fuerza cortante incrementada V+Wψ

Es necesaria una corrección del factor de amplificación para tomar en cuenta que en realidad las columnas no permanecen rectas, esto es más notable cuando las vigas son infinitamente rígidas, y para este caso es la ref.24 se tiene:

$$M = Vh \left(1 + \frac{W/h}{R - 1.2 W/h} \right)$$

La ecuación (f) es la que aparece en unos métodos que, para tomar en cuenta efectos de esbeltez, se propone en las Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, con la variante de que en vez de R se pone $\frac{R}{Q}$ (esto resulta de que $V = \frac{RA}{Q}$ para estructuras dúctiles).

La ecuación (e) puede escribirse en forma diferente si consideramos que

$\frac{V}{W} = \frac{R\Delta}{W} = c$ y que $\frac{\Delta}{h} = \psi$ resulta:

$$\phi = 1 + \frac{(R\Delta/ch)}{R - \frac{R\Delta}{ch}} = 1 + \frac{\psi/c}{1 - \psi/c} = 1 + \frac{\psi}{c}$$

ψ Normalmente viene limitado en los Reglamentos lo mismo que c que es el coeficiente sísmico.

Por ejemplo: si $\psi = 0.008$ y $c = 0.08$

entonces: $\phi = 1.1$

REFERENCIAS (continuación)

12. Esteva, L y Rosenblueth, E., "Folleto complementaria diseño sísmico de edificios", Ediciones Ingeniería, 1962.
13. Wilson, E. L., Hollings, J.P. y Dovey, H. H., "Three dimensional analysis of buildings systems (extended version)", publicación EERC 75-13, University of California, Berkeley, 1975.
14. Aranda, R. y Ayala, G., "Análisis tridimensional de edificios (implantación del programa ETABS)", Instituto de Ingeniería, 1976.
15. MacLeod, I.A., "Shear wall-frame interaction a design aid with commentary", SP3, Portland Cement Association, 1971. En español LIMUSA*1977
16. Burns, R.J., "An approximate method of analyzing coupled shear walls subjected to triangular loading", Proc. Thirth WCEE, Nueva Zelandia, 1965.

17. Allen, F. H. y Darvall P., "Lateral load Characteristics of plate structures", Proc. Fifth Australian Congress on the Mechanics of Structures and Materials, Melbourne, 1975
18. Coull, A. y Choudhury, J. R., "Analysis of coupled shear walls", ACI Journal Vol 64 set 1967
19. López R., J. y De la Ota, S. "Análisis matricial avanzado de estructuras reticulares, Parte 1, Análisis estático" IPN 1977
20. Ghali, A. y Neville, A.M. "Structural Analysis a Unified Classical and Matrix Approach", Intext Educational Publishers, 1972. También Chapman and Hall, Londres, 1978.
21. Smolira, "Analysis of Tall Buildings by the Force-displacement Method", Mc Graw Hill U.K., 1975
22. Beaufait, F., Rowan, W., Hoadley, P. y Hackett, R. "Computer Methods of Structural Analysis", Prentice Hall, 1970
23. Przemienieki, J.S., "Theory of Matrix Structural Analysis", Mc Graw Hill, 1968
24. Rosenblueth, E, "Efectos de esbeltez en Edificios", Revista Ingeniería, Vol XXXV, Num 4, Enero 1965
25. Horne, R.M y Merchant, W. "The stability of frames", Pergamon Press, 1965
26. Desai, C.S y Abel, J.F., "Introduction to the Finite Element Method", Van Nostran Reinhold Company, 1972
27. Zienkiewicz, O.C., "The Finite Element Method in Engineering Science", McGraw Hill, 1971, 3^a ed., 1977
28. Rubinstein, M.F., "Structural Systems-Statics, Dynamics and Stability" Prentice Hall, 1970
29. Brehia, C.A. and Connor, J.J., "Fundamentals of Finite Element Techniques", Butherwords, 1973
30. Cook, R.D., "Concepts and Applications of Finite Element Analysis" Wiloy, 1974

3.5 Comentarios y Guía de Estudio

En las secciones precedentes se han presentado en forma muy sus
cinta algunos métodos de análisis ante cargas laterales estáti-
cas. Se ha hecho intencionalmente énfasis en los métodos matri
ciales y en los simplificados porque se piensa que son los de
más utilidad en la situación actual de conocimiento sobre el te
ma.

En cualquier caso en que se requieran resultados "exactos" hay
que recurrir a procedimientos matriciales, cuyo uso se ha faci
litado por la rápida difusión del empleo de computadoras gran-
des y pequeñas, que son cada vez más veloces y con mayor capa-
cidad.

Los métodos simplificados han sido y siguen siendo útiles en eta
pas preliminares de dimensionamiento y estructuración. En la ac
tualidad sirven también para verificar los órdenes de magnitud de
resultados obtenidos con métodos matriciales.

En lo que sigue se comenta brevemente el contenido de algunas re
ferencias que, entre las muchas que existen, se pueden utilizar
como guía para estudiar los métodos mencionados.

En la ref 31 se presenta una introducción sencilla a los métodos
matriciales; para un nivel más avanzado puede consultarse la ref
32, que en particular trata en su capítulo 7 el método directo de
rigideces, y que está orientado hacia el uso de computadoras. El
aprendizaje de métodos matriciales requiere, si se desea plantear
problemas realistas, de programas que permitan efectu
ar las operaciones matriciales involucradas; uno de estos programas, es el lla
mado CAL (Ref 33), desarrollado en la Universidad de California en
Berkeley, diseñado especialmente para fines docentes y para traba-
jar inclusive en minicomputadoras.

Se han desarrollado métodos numéricos especiales que son muy eficientes para resolver sistemas de ecuaciones y otras operaciones matriciales. Los mismos aprovechan las características de las matrices de rigideces, como simetría, términos dominantes en la diagonal, etc. Conviene señalar por ejemplo que invertir una matriz no es una forma recomendable para resolver un sistema de ecuaciones lineales o para condensar estáticamente una matriz. La ref 34 es una excelente presentación de los citados métodos numéricos e incluye, para su aplicación, las correspondientes subrutinas en FORTRAN IV. En los últimos años se han ido sistematizando técnicas dominadoras de subestructuración, que son muy convenientes para el análisis de estructuras, complejas; la ref 34, es uno de los más completos y recientes trabajos en esa duración.

El método del elemento finito puede ser considerado como en forma más avanzada de los métodos matriciales; su uso es prácticamente obligado en estructuras de geometría complicada. El método se presenta a nivel introductorio en las ref 29 y 31; un tratamiento más completo y actualizado se hace en la ref 37 (ed. 1977). Los conceptos básicos están bien presentados en las ref 28 y 36, que constituyen publicaciones "clásicas". Algunos problemas particulares de aplicación del método se encuentran en la ref 30.

Las facilidades que existen actualmente para resolver problemas de análisis estructural permiten a los ingenieros concentrar más su atención en aspectos como la estructuración e idealización adecuadas de edificios, que de estar mal resueltos no pueden remediarse con un análisis estructural por muy refinado que sea.

En lo referente a métodos simplificados la ref 12 hace una presentación bastante completa de aquéllos que son aplicables ante cargas laterales. Para el caso de muros la ref 15 contiene una relación comentada de los trabajos más relevantes. El concepto de rigidez de entrepiso para el caso de vigas no prismáticas

(de sección variable) se presenta en la ref 37.

Lo que aquí se ha denominado efectos de esbeltez constituye un caso particular de lo que en la literatura se trata como no linealidad geométrica, véanse por ejemplo las ref 23, 27 y 28. El comité Euro-Internacional del Concreto, en su último modelo de Reglamentos propone entre los procedimientos para tratar este problema, el denominado "método de la columna modelo", el cual se describe con detalle en la ref 38, que presenta también otros métodos y ayudas de diseño para aplicarlos.

Para análisis estructural de edificios el libro de Ghali y Neville (ref 20) es probablemente la publicación más completa sobre el tema. Se trata de una presentación balanceada de métodos matriciales, manuales y simplificadas. Es en consecuencia bastante recomendable.

Referencias (continuación)

- 31. Kardestuncer, H. "Introducción al análisis estructural con matrices", Mc Graw Hill, 1975.
- 32. Meek, J. L. "Matrix Structural Analysis" Mc Graw Hill-Kogakusha, 1971
- 33. Wilson, E. L. "CAL, Computer Analysis Language for the Static and Dynamic Analysis of Structural Systems", publicación UC SESM 77-2, Universidad de California, Berkeley, 1977
- 34. Bathe, K. J. y Wilson, E. L., "Numerical Methods in Finite Element Analysis", Prentice Hall 1976
- 35. Row, D. G. y Powell, G. H., "A Substructure Technique for Nonlinear Static and Dynamic Analysis", publicación UCB/EERC-78/15, Universidad de California, Berkeley, 1978
- 36. Argyris, J. H., "Energy Theorems and Structural Analysis"
- 37. Loera P. S., "Contribución a un manual para diseño de losas de concreto reforzado", Tesis Profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM, 1964
- 38. CEB Design Manual on Buckling, Comité Euro-Internacional del Concreto, Boletín de Información No. 123. París, 1977





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

DYNAMIC CHARACTERISTICS OF MULTISTORY BUILDINGS

AGOSTO, 1979

Journal of the
STRUCTURAL DIVISION
Proceedings of the American Society of Civil Engineers

DYNAMIC CHARACTERISTICS OF MULTISTORY BUILDINGS^aBy John A. Blume,¹ F. ASCE

INTRODUCTION

The reliable prediction of the response of a building to ground motion caused by an earthquake or by an underground nuclear explosion requires knowledge about the dynamic characteristics of the building as well as knowledge about the probable ground motion at the building site as a function of time. With the system defined and with the known or estimated excitation function, response follows from a proper application of theory. However, computed or measured response amplitude does not reveal how much of the motion is a result of various types of freedom such as story shear, joint rotation, overall flexure and base rocking. Without this information, local distortions cannot be fully identified and therefore stress analysis to relate motion to damage levels of the various members and elements cannot properly be undertaken. It is thus not only important to know the natural periods of vibration, stiffnesses, mode shapes, and participation factors of multistory buildings, but also to know what types of freedom contribute to these values, and in what degree.

An idealized model of a building can be analyzed and its dynamic properties can be obtained according to established theory. Digital computers are of great aid in this; in fact, their use is essential where there are several stories and more freedom is considered than rigid-floor story shear. However, it may be difficult in many cases, if not impracticable, to develop a realistic idealized model from the drawings of a real building. The effective stiffness participation of floor systems, walls, and stairwells may be difficult to determine from the drawings, and the effective dynamic moduli of elasticity may not be known. Another problem is that base movement in the soil is hard

Note.—Discussion open until July 1, 1968. To extend the closing date one month, a written request must be filed with the Executive Secretary, ASCE. This paper is part of the copyrighted Journal of the Structural Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 94, No. ST2, February, 1968. Manuscript was submitted for review for possible publication on June 27, 1967.

^a Presented in brief form as part of the Technical Seminar on "Buildings in Earthquake and Wind—Design and Analysis of Their Lateral Resistance," ASCE National Meeting on Structural Engineering, Seattle, Wash., May 8-12, 1967.

¹ Pres., John A. Blume & Assoc., Research Div., San Francisco, Calif.

to model. Moreover, at times, there may not be the ready availability of adequate computer capacity to analyze tall multistory buildings with joint rotation, over-all flexure and base rocking as well as shear distortion. The amount of time and labor required to develop member data and to prepare computer data cards for building members when all these stiffness characteristics are considered may be excessive.

An alternate method to that of rigorous analysis of an idealized model developed from a study of the building details is to vibrate a building and to measure its actual periods and mode shapes, to calculate the masses, and then to solve for the stiffnesses using basic dynamic theory. However, there are shortcomings in this method, including the obvious problem that a building not yet constructed, or one that for one reason or another cannot be vibrated and measured, cannot be so analyzed. Another problem is that such testing is costly and slow as an adjunct to an analysis procedure and it is often impossible to excite enough modes to analyze a building with significant joint rotation. In addition, the stiffnesses obtained are not readily identified with story shear, joint rotation, over-all flexure, or base motion, and therefore the measured motion cannot be directly associated with damage thresholds.

Most of the work in the literature has been based upon the rigid-floor shear system generally under the tacit assumption that this single type of freedom effectively models real buildings. Although some buildings, especially the traditional type with short spans and rigid concrete floor systems, may be close to this simple condition, it has been shown (1, 2, 3, 4, 5, 6)¹ that joint rotation may be important. Few investigators have been concerned with axial deformation resulting from over-all flexure (1, 7, 8, 9, 10). It is evident, however, that buildings do tend to bend as a whole in actual earthquakes (11, 12). Several authors have considered ground-structure interaction (1, 7, 13, 8, 14, 15, 16) in one or more of its various phases. Very little has been done, however, with the effect of local base motion in the soil (not to be confused with the vibratory motion of the soil caused by the disturbance) on periods and mode shapes.

Apparently, no prior work has been done where the four types of freedom—story shear, joint rotation, over-all flexure, and base motion—have been considered simultaneously for several buildings and with assigned parameters for each freedom to assess the relative importance of these freedoms under various conditions. The purpose of the study reported partially herein was to explore the possibilities of developing relatively simple methods of determining periods, stiffnesses, and mode shapes of multistory buildings with these various freedom characteristics. The methods developed provide useful estimates of the relative contributions of story shear, joint rotation, over-all flexure and base rocking. This work is limited to elastic state vibrations of buildings having symmetry of mass and stiffness in each story about the main horizontal axes; thus torsional coupling with translational modes is not included. The three lowest horizontal modes are considered. The multistory building types assumed herein are those wherein each floor generally extends over most of the building area and lumped-mass modeling is appropriate. Rigid diaphragms in the plane of the floors and roof are assumed. Only a portion of the comprehensive effort (17) can be covered in this brief paper. Building models and real buildings were analyzed rigorously to explore the effects of parameter variations. Over 100 building models and real buildings

¹ Numbers in parentheses refer to corresponding items in Appendix I.—References

were utilized together with eight computer programs. New "period synthesis" and "pseudo-stiffness procedures" are proposed to permit the dynamic characteristics of buildings to be obtained using simple rigid-floor, shear analysis while providing for joint rotation, over-all flexure, and base motion in the soil.

TERMS AND PROCEDURE

Tall buildings can generally be modeled by analogy to a mechanical system. The mass of each floor is lumped at a discrete level, usually the floor level. The weight of the walls, partitions, stairways, etc., is also lumped into the same rigid mass according to tributary areas or the manner in which the reactions would occur under assumed lateral forces. This is indeed the most popular concept for high-rise buildings whether the analysis be done by digital computer, electric analog, or by hand calculation. There are some buildings with stiff walls, however, that may be represented as vertical cantilevers with distributed mass (7, 17).

There has been some confusion in the literature regarding the term "shear building." Definitions are provided for the four types of freedom considered in this study:

Shear Deformation.—Shear deformation is that deformation parallel to the horizontal or x -axis which results from an external force applied to a story while the adjoining stories are prevented from moving, and under the assumptions that the floors are rigid and the joints do not rotate, and that the vertical story members are infinitely rigid insofar as vertical deformations are concerned. The shear deformation is determined according to relative rigidities of all elements and with consideration of both shear deformation and column or pier bending, using shear areas and moments of inertia of the individual vertical elements. This system is termed "closed-coupled."

Joint Rotation Deformation.—Joint rotation deformation is that deformation parallel to the x -axis obtained in a frame-type building by relaxing the joints; i.e., by removing the rigid-floor restriction under "Shear Deformation" above. In effect, this is assigning real stiffnesses to the girders and effective floor systems rather than assuming them as infinitely rigid. This system is termed "far-coupled." The total x -axis frame deformation less that deformation obtained by the rigid floor assumption is the joint rotation contribution.

Over-all Flexure Deformation.—Over-all flexure deformation is that deformation parallel to the x -axis obtained by relaxing the vertical elements axially; i.e., by removing the restriction under "Shear Deformation," above, but there is no axial deformation in the vertical elements. The actual areas and moduli of elasticity of the vertical members are used. Each element is subjected to axial deformation in accordance with its participation with the shear elements in resisting over-all flexure of the building as a vertical cantilever.

Base Deformation.—Base deformation is that deformation parallel to the x -axis at any story level caused by rocking of the building (assumed to be rigid) about the z -axis (the other horizontal axis) through the base of the found-

dation. The soil is assumed to have elastic properties. Translation in the soil may also be included.

Four freedom conditions or cases will be considered. Subscripts *a*, *b*, *c*, and *d* will be used to identify stiffnesses, deformations, periods, etc., as follows: Case a—only shear deformation as defined above is assumed to exist in the building or the system; Case b—both shear deformation and joint rotation deformation are assumed to exist; Case c—shear deformation, joint rotation deformation, and over-all flexure deformation are assumed to exist; and Case d—shear deformation, joint rotation, over-all flexure, and base deformation are assumed to exist.

There is one degree of freedom to be considered parallel to each horizontal axis, *x* and *z*, for each story. There is therefore one natural mode of vibration in each direction for each story, or lumped mass. This is true under Cases a, b, c, or d. The lower modes of vibration are the most important in response to ground motion. In this study, only the fundamental, the second, and the third natural modes of vibration in each direction will be considered.

The theory of the vibration of single mass systems is treated extensively in the literature; several authors have considered multimass systems, and some have analyzed multistory buildings per se (1, 7, 8, 18, 19, 2, 20, 21, 22). Some of the basic equations used in this study will be presented. It is assumed herein that the resistance of the structure to deformation is linear and stable and also that the motion is so small as to retain these assumed linear and stable characteristics without yield, deterioration, or failure. Rotatory inertia is ignored as negligible except for base rocking. Units are in kips, inches, and seconds, unless otherwise noted.

By Newton's second law and the balance of forces of the system vibrating freely without external force,

$$[M_{jk}] \{D_k\} + [C_{jk}] \{\dot{D}_k\} + [S_{jk}] \{D_k\} = \{0\} \quad (1)$$

In which *D* = the displacement parallel to the *x*-axis; *M* = the story mass; *S_{jk}* = the stiffness-influence coefficient defined as the external force on the *j*th mass when the *k*th mass has a unit displacement and all other masses have zero displacement; *j* and *k* are subscripts referring to the story or lumped mass; and *C* = the damping coefficient defined as the force on the *j*th mass exerted by the damping dashpots when the *k*th mass has a unit velocity and all other masses have zero velocity.

It can be shown that in a principal mode of vibration, *i*, for the case when there is no damping (damping has a negligible effect on period for the damping values typical of buildings in the elastic range),

$$([S_{jk}] - \rho_i^2 [M_{jk}]) \{D_{M_k}\}_i = \{0\} \quad (2)$$

and, for nonzero displacements, from Cramer's rule,

$$|[S_{jk}] - \rho_i^2 [M_{jk}]| = 0 \quad (3)$$

in which ρ_i = the natural angular frequency of the *i*th mode in radians per sec; ρ_i^2 = the eigenvalue of the *i*th mode; and *D_{M_k}* = the modal displacement or mode shape displacement. Another form of Eq. 3 is

$$\begin{vmatrix} (S_{11} - \rho_i^2 M_1) & S_{12} & S_{13} & \dots & S_{1n} \\ S_{21} & (S_{22} - \rho_i^2 M_2) & S_{23} & \dots & S_{2n} \\ S_{31} & S_{32} & (S_{33} - \rho_i^2 M_3) & \dots & S_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ S_{n1} & S_{n2} & S_{n3} & \dots & (S_{nn} - \rho_i^2 M_n) \end{vmatrix} = 0 \quad (4)$$

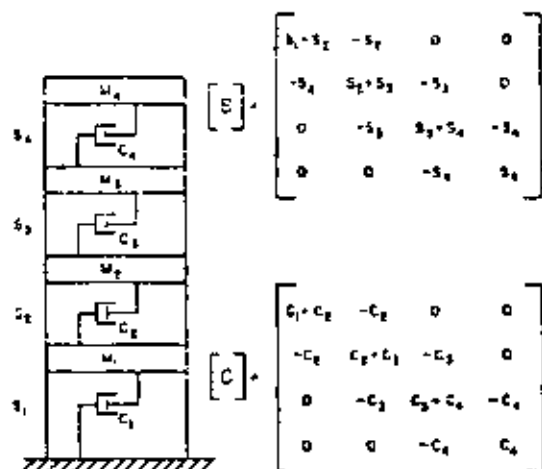
The expansion of the determinant in Eq. 4 to obtain a polynomial in powers of the eigenvalues ρ_i^2 , and the solution of the polynomial can be obtained directly or by iteration. The mode shapes $\{D_{M_k}\}_i$ can be found for each ρ_i^2 value by using Eq. 2. The natural period of vibration, *T_i*, in seconds, is simply

$$T_i = \frac{2\pi}{\rho_i} \quad (5)$$

The stiffness matrix and the damping coefficient matrix for a close-coupled, or rigid-floor shear system, Case a, is tridiagonal and symmetrical, and there are relationships between the elements as may be seen in Fig. 1. Thus the stiffness matrix may be written directly from known story stiffnesses. The Case a system is by far the simplest with which to work since there are only as many unknowns as there are stories. On the other hand, a far-coupled system, or one that includes joint rotation has a full matrix as shown in Fig. 2. In this case there are $(n^2 + n)/2$ different elements, or unknowns, in which *n* is the number of stories. The far-coupled matrix is full, and thus general. It is applicable to Case c and Case d problems as well as those under Case b.

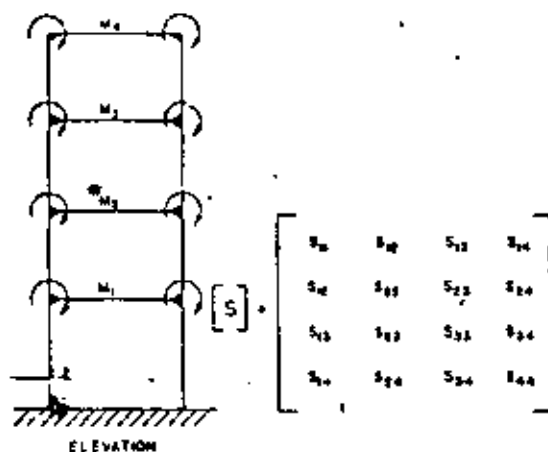
Various computer programs were developed and employed in the ALGOL language and in FORTRAN II with Burroughs 5500 and IBM 7090 equipment, respectively, at the Stanford University Computation Center. The programs solved the above and other equations with various terms alternately known or unknown. For example, some programs accepted stiffnesses or member properties and also masses, and the output would be natural periods and mode shapes. Others accepted periods, masses and mode shapes to produce stiffness coefficients. Different programs were used for Case a and for the general situation with the full matrix. In solving for stiffnesses or damping coefficients for any case but Case a, it was necessary to use more than one mode shape in order to have sufficient data to obtain solutions. For example, the far-coupled case of Fig. 2 would require at least $(n + 1)/2$ known modes. This is obviously a serious handicap where there are several stories. A 14- or 15-story building would require eight or more known periods and mode shapes to write directly for the stiffnesses. The problem of surplus or redundant data in the general programs was handled by taking best least squares solutions.

Many of the models used in this study were selected from the literature so that certain results could be compared to those from entirely independent sources and programs. In all comparisons, output was the same or else the minor differences were found not to be the fault of the programs used in this investigation. All programs were carefully verified for their intended purposes and limitations. Some of these limitations were, in themselves, tools in the research effort. The basic procedure was to obtain data for actual and hypothetical building frames and also for complete buildings and to subject these data to analysis in the various programs. By means of cross feeding of ma-



NOTE: s_j REFERS TO THE COMBINED STIFFNESS OF ALL VERTICAL ELEMENTS AT STORY j .

FIG. 1.—A CLOSE-COUPLED SHEAR SYSTEM



ELEVATION

MECHANICAL ANALOGY

FIG. 2.—A FRAME-COUPLED SYSTEM

transferred from one type of program to another, a great deal was learned about important parameters that affect periods, mode shapes, stiffnesses, and damping coefficients.

PERIODS WITH VARIOUS STIFFNESS CHARACTERISTICS

The variations in natural periods of vibration under Case a, Case b, and Case c were explored. A total of 11 Case a models, 26 Case b models, and 26 Case c models were used for this purpose. All the Case a model girders were assigned infinite moment of inertia and their columns infinite gross area for axial loads. However, the columns were allowed to deform laterally in story shear under both flexure and shear in accordance with their actual properties. Case b models were assigned actual stiffness values for all members except that the infinite column areas were retained. Case c models had actual stiffness values for all members. Four of the basic models in this ratio study were assigned various values of the girder moments of inertia to create more models. These are designated by the basic structure number, SN, followed by the average value of the midheight girder moment of inertia, designated I_G , (inches⁴) shown in parenthesis. For example, basic model SN 11, with $I_G = 579$ in.⁴, under the three freedom cases, Cases a, b, and c, respectively, would be designated: 11 a; 11 (579) b; 11 (579) c. If I_G was not varied, no parenthesis designation was used.

The SN 5 series was based on a three-story steel frame used by Schenker (4). It was necessary to assign values for column gross area (for axial resistance) and column shear area, A_v , for shear resistance. This was done by reference to a handbook of steel rolled shapes. In addition to the basic I_G value of 1675 in.⁴, other models were created with I_G values of 503, 838 in.⁴, 1,117 in.⁴, and 1,340 in.⁴, as well as infinity for the Case a condition.

The SN 9 series was based on a four-story steel frame used by Berg (5). The basic frame was SN 9 (290). Other models were created with $I_G = 217$, 262 and 434 in.⁴, and infinity. All girders had their moments of inertia changed proportionately to the I_G -values.

The SN 11 series was based on a three-bay, eight-story model used by Berg (5). In this series, alternate models were made with $I_G = 290$, 579, 869, and 1,158 in.⁴, and infinity for Case a. All girders had their moments of inertia changed proportionately to the I_G -values.

Fig. 3 shows four models, SN 14, 15, 16, and 17, used by Housner and Brady (4). These structures were assumed in this investigation to represent narrow, one-bay wide buildings rather than units of wider buildings. Thus over-all flexure was of considerable importance with the tall models. Only two sets of I_G -values were used—those shown in Fig. 3, and infinity for Case a. Column gross areas and effective shear areas that were reasonably consistent with the column moments of inertia provided by Housner and Brady (6) were used. Complete agreement was not needed, however, since all the models used in this period ratio study are consistent within themselves and not dependent upon any values or data from outside sources.

SN 18 is an 18-story steel building frame as reported by Rubinstein, (3, 9). The author provides data on the frame centerline dimensions, moments of inertia, and column areas, but not the stiffnesses *per se*. It was necessary to estimate column widths and effective shear areas for this study.

The models, SN 61 and 62, represent the two vertical planes of a four-story reinforced concrete test structure at the Atomic Energy Commission's Nevada Test Site (23). The building is 12 ft by 20 ft in plan, and each story is 9 ft, floor to floor. There are four rectangular columns and the floor system is beam and slab. The effective modulus of the concrete was assumed to be 3,000 kips per sq in. The calculated periods agree well with the periods measured under vibration. There are no walls, partitions, or stairways in the building. SN 61 is for the plane parallel to the 20-ft dimension and SN 62 is for the other plane. Only one I_G -value, besides infinity for Case a, was used with SN 61. However, SN 62 was subjected to a variation of hypothetical I_G . In addition to the calculated 4,350 in.⁴ value and infinity for Case a, arbitrary

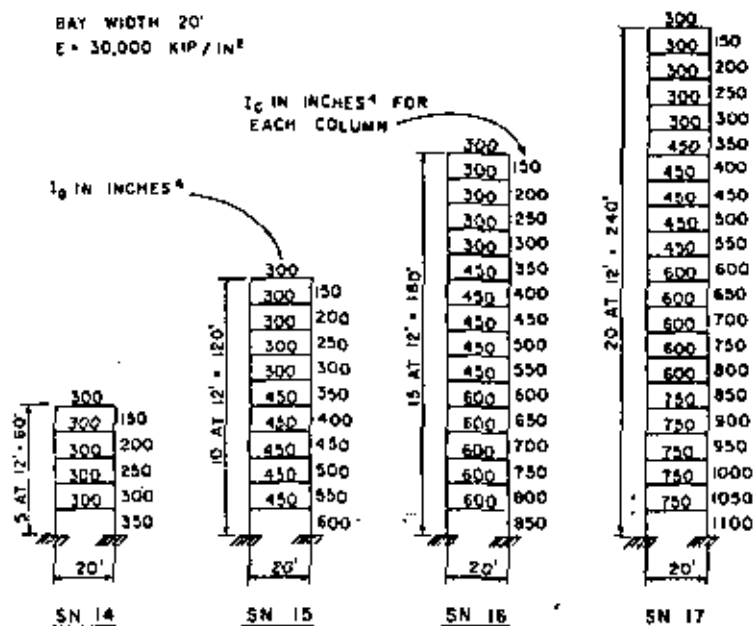


FIG. 3.—FRAMES FOR SN 14, 15, 16 & 17

values of 1,000, 2,000, 8,000, 16,000 and 24,000 in.⁴ were used for this portion of the study.

Model SN 68 was developed by analysis of an actual 10-story reinforced concrete building. The building, which is privately owned, is 229 ft long in the direction under consideration. The height of 124 ft is composed of a 16-ft lower story and 9 stories of 12 ft. The modulus of elasticity of the concrete was taken as 2710 kips per sq in. The floor systems of concrete beam and slab were considered fully effective in the moment of inertia computations; $I_G = 122,000$ in.⁴

Table 1 is a tabulation of the calculated natural periods of vibration for the lowest three modes. All I_G -values are the average, midheight values as defined. Case a is actually a special condition of Case b, with infinite girder rigidity. The relative periods between Cases a and b are striking. There can

be no doubt that joint rotation is important. The effect of joint rotation on period is generally less for the second mode than for the fundamental, and less for the third mode than for the second. Over-all flexure has less effect on period than joint rotation. SN 18 is the only model for which a comparison of

TABLE 1.—MODELS, CONDITIONS, AND NATURAL PERIODS

| SN | Number of Stories | Width, in feet | I_G , in inches ⁴ | Computed Periods of First Three Modes, in seconds | |
|----|-------------------|----------------|--------------------------------|---|--------------------|
| | | | | Case a or Case b, as shown | Case c |
| 5 | 3 | 60 | 503 | (b) 1.06, 0.35, 0.23 | 1.06, 0.35, 0.23 |
| | | | 838 | (b) 0.96, 0.33, 0.22 | 0.96, 0.33, 0.22 |
| 9 | 4 | 60 | 1117 | (b) 0.92, 0.32, 0.22 | 0.92, 0.32, 0.22 |
| | | | 1340 | (b) 0.90, 0.31, 0.22 | 0.90, 0.31, 0.22 |
| | | | 1675 | (b) 0.87, 0.31, 0.22 | 0.88, 0.31, 0.22 |
| | | | = | (a) 0.75, 0.28, 0.21 | |
| | | | 217 | (b) 2.12, 0.76, 0.46 | 2.13, 0.76, 0.46 |
| | | | 290 | (b) 2.00, 0.73, 0.45 | 2.00, 0.73, 0.45 |
| | | | 362 | (b) 1.92, 0.71, 0.44 | 1.92, 0.71, 0.44 |
| | | | 434 | (b) 1.86, 0.70, 0.43 | 1.86, 0.70, 0.43 |
| | | | = | (a) 1.51, 0.62, 0.40 | |
| | | | 290 | (b) 2.80, 1.08, 0.65 | 2.88, 1.08, 0.65 |
| 11 | 8 | 60 | 579 | (b) 2.37, 0.94, 0.57 | 2.40, 0.95, 0.57 |
| | | | 869 | (b) 2.18, 0.89, 0.54 | 2.21, 0.90, 0.54 |
| | | | 1158 | (b) 2.08, 0.86, 0.52 | 2.11, 0.87, 0.52 |
| | | | = | (a) 1.72, 0.77, 0.46 | |
| | | | 300 | (b) 1.53, 0.50, 0.28 | 1.54, 0.51, 0.28 |
| | | | = | (a) 0.81, 0.35, 0.22 | |
| | | | 300 | (b) 2.67, 0.92, 0.53 | 2.86, 0.94, 0.53 |
| | | | = | (a) 1.40, 0.54, 0.34 | |
| | | | 460 | (b) 3.43, 1.27, 0.75 | 3.77, 1.32, 0.76 |
| | | | = | (a) 1.79, 0.70, 0.43 | |
| 17 | 20 | 20 | 625 | (b) 4.14, 1.55, 0.94 | 4.84, 1.60, 0.95 |
| | | | = | (a) 2.12, 0.84, 0.52 | |
| 18 | 18 | 45 | 12480 | (b) 3.28, 1.22, 0.73 | 3.61, 1.28, 0.74 |
| | | | = | (a) 1.76, 0.71, 0.42 | |
| 61 | 4 | 20 | 8530 | (b) 0.35, 0.11, 0.064 | 0.36, 0.11, 0.064 |
| | | | = | (a) 0.24, 0.082, 0.054 | |
| 62 | 4 | 12 | 1000 | (b) 0.55, 0.15, 0.071 | 0.56, 0.15, 0.071 |
| | | | 2000 | (b) 0.44, 0.13, 0.068 | 0.45, 0.13, 0.067 |
| | | | 4350 | (b) 0.35, 0.11, 0.061 | 0.36, 0.11, 0.061 |
| | | | 8090 | (b) 0.30, 0.10, 0.057 | 0.31, 0.10, 0.057 |
| | | | 16000 | (b) 0.26, 0.088, 0.054 | 0.28, 0.091, 0.054 |
| | | | 24000 | (b) 0.25, 0.084, 0.053 | 0.27, 0.088, 0.053 |
| 66 | 10 | 229 | = | (a) 0.22, 0.075, 0.050 | |
| | | | 122000 | (b) 0.97, 0.32, 0.19 | 0.99, 0.32, 0.19 |
| | | | = | (a) 0.68, 0.20, 0.12 | |

over-all flexure effects is possible. Rubinstein (9) obtained an increase in the fundamental period, with column axial freedom, of 10%. The same percentage increase is shown by the period values of $T_{1b} = 3.28$ sec and $T_{1c} = 3.61$ sec in Table 1. The actual period values are slightly different from Rubinstein's, no doubt because of the assumptions made about column width, effective spans

donde ψ es el ángulo que forma la acción sísmica con el eje x ; el vector $\{M\}$ se obtiene como

$$\{M\} = [E] \{V\}$$

donde $[E]$ es una matriz diagonal con los valores de las excentricidades; si los centros de masa no difieren mucho de posición en cada nivel, se tiene

$$[E] = E [I] \quad \{M\} = E \{V\}$$

Si se cumple con la hipótesis de las alfas, se obtiene

$$\{K_{xx}\} = (\sum \alpha_i c_i^2) \{K_0\}$$

$$\{K_{yy}\} = (\sum \alpha_i s_i^2) \{K_0\}$$

$$\{K_{xy}\} = \{K_{yx}\} = (\sum \alpha_i s_i c_i) \{K_0\}$$

$$\{K_{x\theta}\} = \{K_{\theta x}\} = (\sum \alpha_i c_i d_i) \{K_0\}$$

$$\{K_{y\theta}\} = \{K_{\theta y}\} = (\sum \alpha_i s_i d_i) \{K_0\}$$

$$\{K_{\theta\theta}\} = (\sum \alpha_i d_i^2) \{K_0\}$$

El sistema coordenado debe ser el mismo para todos los entrepisos.

Recuérdese que $\frac{\alpha_i}{\alpha_k} = \frac{i R_i}{i R_k}$ (para cualquier i)

Hágase que $[K_0] = [K_i]$; por tanto $\alpha_i = 1$ y α_j tendrá el valor

$$\alpha_i = \left(\frac{1}{i R_i} \right) i R_i$$

Por consiguiente:

$$\sum \alpha_i c_i^2 = 1/i R_i \sum i R_i c_i^2 \text{ (para cualquier } i)$$

$$\sum \alpha_i s_i^2 = 1/i R_i \sum i R_i s_i^2$$

$$\sum \alpha_i s_i c_i = 1/i R_i \sum i R_i s_i c_i$$

$$\sum \alpha_i c_i d_i = 1/i R_i \sum i R_i c_i d_i$$

$$\sum \alpha_i s_i d_i = 1/i R_i \sum i R_i s_i d_i$$

$$\sum \alpha_i d_i^2 = 1/i R_i \sum i R_i d_i^2$$

Si se considera a $i R_i$ (la rigidez de cualquier entrepiso del marco) como K_i , se pueden obtener ejes principales y centros de torsión, en forma análoga a como

se obtienen en edificios de un entrepiso, con la particularidad de que los ejes principales y los centros de torsión son los mismos para todos los entrepisos; lo anterior no se cumple en la práctica, ya que cualquier edificio solo cumplirá en forma aproximada la hipótesis de las alfas, de ahí que se obtengan ejes principales y centros de torsión diferentes para cada entrepiso.

Si el sistema coordenado es principal y tiene por origen el centro de torsión (único, si el edificio cumple exactamente con la hipótesis de las alfas), la ecuación 5 se simplifica y se obtiene

$$\{V\} \cos \psi = 1/i R_i (\sum i R_i c_i^2) \{K_0\} \{D_x\}$$

$$\{V\} \sin \psi = 1/i R_i (\sum i R_i s_i^2) \{K_0\} \{D_y\}$$

$$E \{V\} = 1/i R_i (\sum i R_i d_i^2) \{K_0\} \{\theta\}$$

O bien

$$\{D_x\} = \frac{\cos \psi}{\sum i R_i c_i^2} i R_i \{K_0\}^{-1} \{V\} \quad \dots \dots (6)$$

$$\{D_y\} = \frac{\sin \psi}{\sum i R_i s_i^2} i R_i \{K_0\}^{-1} \{V\}$$

$$\{\theta\} = \frac{E}{\sum i R_i d_i^2} i R_i \{K_0\}^{-1} \{V\}$$

Pero por la definición que se ha dado de rigideces de entrepiso, se tiene que

$$\{K_i\}^{-1} \{V\} = \{K_0\}^{-1} \{V\} = \begin{bmatrix} 1/i R_i & & \\ & 1/j R_j & \\ & & 1/k R_k \end{bmatrix} \{V\} \quad (7)$$

Por tanto, sustituyendo la ecuación 7, en las 6 y haciendo $i = 1, 2, 3, \dots$, se tiene que

$$i D_x = \frac{i V \cos \psi}{\sum i R_i c_i^2}$$

$$i D_y = \frac{i V \sin \psi}{\sum i R_i s_i^2}$$

$$i \theta = \frac{(E) i V}{\sum i R_i d_i^2}$$

que son las mismas expresiones (ecuaciones 4) que se utilizan en los edificios de un entrepiso.



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

M EN C ENRIQUE DEL VALLE CALDERÓN

JULIO, 1979



LECCIONES DE SISMOS RECIENTES*

Enrique del Valle C.**

Introducción

La ocurrencia de un movimiento sísmico intenso despierta siempre la atención de gran número de ingenieros, sismólogos y autoridades gubernamentales, pues mucho es aún lo que debemos aprender para poder reducir cada vez más los daños y pérdidas de vidas que producen dichos movimientos.

Las deficiencias de los reglamentos de construcción, que tienen siempre un cierto atraso en relación con los avances logrados en el campo de la ingeniería sísmica; las deficiencias en cálculo, en parte también por falta de actualización de los ingenieros; los defectos constructivos o el comportamiento indeseable de ciertos materiales de construcción; mala conservación o la acumulación de daños ocultos a través de varios temblores, son espectacularmente expuestos a raíz de un sismo intenso. Dentro de ciertos intervalos, entre más antigua sea una construcción, mayor será la probabilidad de que alguno de los conceptos antes mencionados se manifieste.

Uno de los problemas que suelen presentarse es la falta de costumbre de la gente o su incredulidad, cuando se dice que en un cierto lugar de la tierra el riesgo sísmico es elevado. Como es sabido, los períodos de recurrencia de los sismos intensos son, afortunadamente, largos, lo que hace que muchas veces las personas se olviden del riesgo que corren y empiecen a relajarse incluso los reglamentos o bien, no se preocupe nadie por establecerlos en caso

* Material preparado para el curso Diseño sísmico de Edificios, que se imparte en la DEPI dentro del V Curso Internacional de Ingeniería Sísmica.

** Profesor Titular, Tiempo Completo. DEPI UNAM.

de que no existan. Sólo cuando se presenta un movimiento intenso y provoca muchos daños, surge la necesidad de componer la situación, pero esta efervescencia por desgracia es pasajera y al cabo de unos meses, todo se olvida y decae el interés.

Otras personas consideran también que sismos de mediana intensidad son suficientes para probar las bondades de ciertas prácticas de cálculo o constructivas, y animados por la ausencia de daños ante estos movimientos leves, insisten en su práctica, no siempre sana, a pesar de que temblores intensos han demostrado, quizá en otra parte del mundo, que no debe seguirse y estas experiencias son de su conocimiento.

Poco a poco, a través de errores y fracasos, el hombre ha ido logrando el perfeccionamiento de los sistemas constructivos, así como el mejor conocimiento del comportamiento de los materiales al ser sometidos a los efectos de sismos intensos; sin embargo, aún falta mucho por hacer, sobre todo al nivel de vivienda popular, en países poco desarrollados o en vías de desarrollo, donde la intervención del ingeniero no existe y siguen repitiéndose los errores, como por ejemplo, del uso de mampostería de adobe, sin reforzar, combinada con sistemas de techos pesados y que no contribuyen a la resistencia.

Sistemas estructurales

Para resistir las fuerzas laterales provocadas por los sismos, se dispone básicamente de sistemas estructurales a base de muros, sistemas estructurales a base de marcos rígidos constituidos por trabes y columnas unidas adecuadamente y sistemas estructurales constituidos por combinaciones de muros y marcos rígidos (ref

1) ...

Los muros pueden ser de carga o rigidez y estar hechos de adoba, piedra, tabique hueco o macizo o bloques huecos de concreto o bien ser de concreto reforzado. En general son bastante eficientes para resistir fuerzas elevadas en su plano si se toman precauciones especiales para evitar problemas de falla frágil. La ductilidad que pueden alcanzar estos sistemas, como se verá en otra parte del curso, es variable, pero en general, es menor que la que se alcanza con otros sistemas.

En ocasiones se usan grupos de muros unidos entre sí y para formar tubos verticales, que pueden comportarse de manera muy eficiente para resistir los efectos sísmicos, con ductilidad adecuada.

En muchos casos los muros no son considerados como elementos resistentes al momento de calcular la estructura; sin embargo, la falta de indicación de esto en los planos constructivos, aunada a prácticas constructivas deficientes, muchas veces de buena fé, pero ignorantes del problema que puede ocasionarse, hace que se integren a los elementos que resistirán los efectos sísmicos, provocando serios problemas, como se verá más adelante.

Los sistemas estructurales a base de marcos rígidos son bastante empleados en la construcción de edificios de uso general, en los que se desconoce la distribución de los espacios, durante la etapa de cálculo y desea dar amplia libertad de uso. Se conocen también como estructuras esqueléticas y se construyen principalmente de concreto reforzado o de acero estructural aunque también suele usarse la madera en ciertos casos.

Este tipo de estructuras puede desarrollar una buena ductilidad bajo la acción de los efectos sísmicos, como también se verá en otra parte del curso.

Su elevada hiperestaticidad y el comportamiento más allá del límite elástico, permiten la redistribución de efectos sísmicos y los hace especialmente adecuados para resistir fuerzas laterales en edificios altos; sin embargo, es frecuente que su comportamiento se vea obstaculizado por elementos no estructurales, lo que conduce a problemas de mayor o menor importancia.

Las deformaciones laterales de este tipo de estructuras son mayores, en general, que las de sistemas a base de muros, y deben dejarse las holguras constructivas necesarias para que esas deformaciones puedan tener lugar previendo las conexiones adecuadas de instalaciones, fachadas, muros divisorios, etc. En algunas ocasiones se emplean contravientos diagonales o muros de rigidez con objeto de reducir las deformaciones.

El empleo cada vez mas frecuente de computadoras digitales para el análisis de este tipo de sistemas ha ido eliminando los problemas asociados a subestimaciones o sobre estimaciones de sus propiedades elastico-geométricas por el empleo de métodos aproximados de análisis sin verificar si se cumplen las restricciones de dichos métodos. Puede citarse como ejemplo la determinación de rigideces de entrepiso, y por consiguiente, de las deformaciones laterales que sufrirá la estructura, en marcos contruidos por columnas relativamente robustas en comparación con las trabes (ref 2).

Es bastante frecuente en nuestros días la combinación de sistemas a base de muros y a base de marcos. El problema fundamental de esta combinación es la determinación de la compatibilidad de deformaciones de ambos sistemas al estar sometidos a fuerzas horizontales, ya que su comportamiento aislado es completamente diferente . . . Puede ser muy eficiente esta combinación en edificios de gran altura. El empleo de computadoras digitales en el análisis es imprescindible para lograr una predicción adecuada del comportamiento de la estructura.

La estructuración que se adopte es fundamental en el éxito o fracaso de un edificio. El ingeniero estructurista no puede lograr que una forma estructural pobre, tal vez por causa de un capricho arquitectónico, se comporte satisfactoriamente en un temblor. Existe una serie de recomendaciones de tipo general (referencia 3), que es conveniente seguir para lograr buenos resultados. Aun cuando no existe una forma universal para un tipo particular de estructura, esta debe de ser, siempre que sea posible: simple; simétrica; no demasiado alargada ni en planta ni en elevación; ser uniforme y tener su resistencia distribuida en forma uniforme, sin cambios bruscos; tener miembros horizontales en los que se formen articulaciones plásticas, antes que en los miembros verticales y tener su rigidez en relación con las propiedades del subsuelo.

Esta última condición no se ha respetado en muchas ocasiones y ha sido causa de problemas importantes. En general, se sabe que una estructura flexible se comporta mejor cuando está desplantada en un suelo rígido y una rígida cuando lo está en suelo blando. Aunque en esta definición quedan demasiado vagos los térmi

nos de rigidez de estructuras y suelos, lo importante es que haya bastante diferencia, de ser posible, entre los períodos dominantes propios del terreno y de la estructura, como se verá en otra parte del curso.

Elementos no estructurales

Se consideran como elementos no estructurales aquellos que no contribuyen, teóricamente, a la resistencia de la estructura al ser sometida a los efectos sísmicos, tales como muros divisorios o de colindancia, fachadas, plafones, instalaciones hidráulicas, eléctricas, o de otro tipo, tanques, antenas, etc.

Los principales problemas son causados por la unión inadecuada de estos elementos a la estructura, provocando que, al deformarse ésta, se recargue con mayor o menor intensidad en aquellos, que al no estar diseñados para resistir los efectos del sismo, pueden sufrir daños considerables.

En muchos temblores recientes, las mayores pérdidas económicas han ocurrido en elementos no estructurales, sobre todo en muros divisorios, de colindancia o de fachadas, debido a su elevada rigidez (no siempre compatible con su resistencia) que impide la deformación de la estructura si no hay holguras constructivas adecuadas.

Es frecuente que la estructura también resienta importantes, pues no está diseñada para tomar los esfuerzos que le transmiten los muros.

Resulta pues sumamente importante definir claramente en los planos constructivos cuales son los elementos que forman parte integrante de la estructura y cuales son no estructurales, indican

do la forma en que deben colocarse, las holguras constructivas que deben dejarse, incluyendo los acabados y otras precauciones que se juzgue pertinentes.

Daños observados

A continuación se ilustrarán y discutirán los principales tipos de daños observados en temblores recientes, tomando en cuenta los comentarios hechos con anterioridad.

Es necesario definir si los daños pueden poner en peligro la estabilidad de la estructura o son en elementos no estructurales, sin peligro de colapso, pero con costos de reposición elevados.

Los daños pueden consistir en:

- agrietamientos ligeros de acabados y muros no estructurales
- agrietamientos fuertes de acabados y muros no estructurales
- agrietamientos ligeros en muros estructurales
- agrietamientos severos de muros estructurales
- formación de articulaciones plásticas en columnas o fracturas importantes
- colapsos parciales de elementos no estructurales
- colapsos parciales de elementos estructurales
- colapsos totales
- pérdida de verticalidad de la estructura
- fallas de anclaje del refuerzo
- desconchamiento del recubrimiento
- pandeo local o generalizado
- rupturas de tuberías o ductos de instalaciones

- colapso de plafones
- golpeo contra construcciones vecinas por flexibilidad excesiva
- fractura de losas o escaleras.

Los informes que se anexan a continuación, sobre los temblores de Managua el 23 de diciembre de 1972 y del ocurrido en una amplia región de México el 28 de agosto de 1973, ilustran la mayoría de los daños antes mencionados.

Se puede encontrar información adicional en numerosas publicaciones, algunas del mismo Instituto de Ingeniería de la UNAM, por ejemplo las referencias 4 a 6, o bien, descripciones de daños por temblor que han sido presentadas en los distintos congresos mundiales de ingeniería sísmica, referencias 7 a 12. El capítulo 9 de la referencia 13 ilustra el comportamiento de estructuras en los Estados Unidos a través de diversos temblores.

Como puede observarse muchos de los daños que se han presentado podrían haberse evitado tomando precauciones mínimas durante la construcción. En otros casos, la intensidad del movimiento rebasó las predicciones que tenían, o superó la capacidad estimada para las estructuras, obligando en ambos casos a modificar los reglamentos de construcción.

Actualmente se han refinado bastante las técnicas para estimar la sismicidad de un lugar como se vió en el curso de Sismología y Sismicidad.

La determinación de la resistencia de las estructuras sometidas a sismos es también motivo de numerosas investigaciones. El uso de mesas vibratoras capaces de reproducir los movimientos sísmicos será cada vez frecuente en el futuro, lo que permitirá

estudiar mejor estos efectos en modelos sin tener que esperar a que ocurran sismos intensos que descubran un nuevo tipo de falla, así como ensayar distintas formas de mejorar la resistencia de las construcciones.

Algunos comentarios sobre la reparación de estructuras dañadas

Después de cada temblor intenso, un buen número de estructuras quedan con daños estructurales más o menos severos y es necesario decidir si se reparan o se demuelen. En caso de repararlas, es preciso definir como debe llevarse a cabo la reparación.

No es fácil, de la simple observación de los daños, apreciar que tan afectada puede estar una estructura. Es poco también lo que se conoce en relación con la acumulación de daños por temblor a través de varios movimientos intensos.

La reparación de una estructura debe hacerse a partir de un análisis muy detallado de la misma, teniendo especial cuidado de no alterar localmente sus propiedades resistentes, pues temblores futuros se encargarán de poner en evidencia las fallas que han sido inadecuadamente reparadas. La reparación local de elementos resistentes, bastante frecuente, puede conducir a un aumento en la rigidez del elemento reparado por lo que, en otro sismo, tomará mayor fuerza sísmica y puede volver a fallar, quizá con resultados peores que en la primera ocasión. Es muy frecuente que sea necesario reforzar elementos sanos con objeto de repartir las cargas sísmicas en una forma más adecuada. En ocasiones es conveniente poner una nueva estructura, quizá metálica, adosada a la dañada, más rígida que ésta, para absorber los efectos sísmicos en su totalidad cuidando que los sistemas de piso sean capaces de

transmitir las fuerzas sísmicas adecuadamente.

En muchas construcciones de mampostería, el simple resane de los agrietamientos, sin estudiar por qué se agrietaron y qué puede pasar en temblores futuros, es muy peligroso, pues la estructura puede haber perdido gran parte de su capacidad a fuerzas laterales y sufrir colapsos importantes en temblores futuros. En ocasiones es mejor sustituir el elemento de mampostería dañado o reforzarlo adecuadamente. Se ha visto que un aplanado reforzado con malla puede restituir eficientemente la resistencia; sin embargo, será necesario estudiar el comportamiento de conjunto de la estructura, para decidir si sólo se refuerzan los elementos dañados o también se refuerzan otros elementos, aparentemente sanos, pero que requieren ser reforzados para lograr un trabajo de conjunto eficiente.

Es muy frecuente que ciertas deficiencias en sistemas constructivos o estructurales hayan sido puestas en evidencia en un lugar y que esos mismos defectos sean comunes en otro lugar con sismicidad semejante, pero en el cual, hace tiempo que no han ocurrido temblores.

Lo normal es, que a pesar de saber que puede haber serios daños en el segundo lugar cuando ocurra un sismo, no se haga nada para prevenirlos. Ciertamente es difícil, como ya se dijo antes, convencer a la gente del riesgo en que se encuentra, y tal vez tengamos que esperar a que ocurran los daños, para que se tomen cartas en el asunto. Evidentemente, la divulgación de este problema a nivel de autoridades gubernamentales, compañías de seguros, ingenieros estructuristas, arquitectos, etc. ayudará en la solución de este dilema. Esperamos que este curso sirva para eso también.

Referencias

1. Response of buildings to lateral forces. Reporte del Comité ACI 442. Journal ACI, Febrero 1971.
2. Dynamic characteristics of multistory buildings.
John A. Blume. Journal of the Structural Division, ASCE, Febrero 1968.
3. Earthquake Resistant Design. D. J. Dowrick, Wiley Interscience Publications. John Wiley and Sons, 1977.
4. El temblor de Caracas, Julio 19 de 1967. L. Esteva, R. Díaz de Cossío, J. Elorduy, Publicación 168 Instituto de Ingeniería, UNAM, julio 1968.
5. Los efectos del terremoto del 28 de julio y la consiguiente revisión de los criterios para el diseño sísmico de estructuras. R. J. Marsal, E. Rosenblueth y F. Hiriart.
Revista Ingeniería, enero 1958. (Publicación No. 6 del Instituto de Ingeniería, UNAM).
6. Temblores chilenos de mayo 1960; sus efectos en estructuras civiles. E. Rosenblueth. Revista Ingeniería, enero 1961, (Publicación No. 14 del Instituto de Ingeniería, UNAM).
7. Proceedings, First World Conference on Earthquake Engineering, 1 WCEE, Berkeley, California, 1956.
8. Proceedings, Second World Conference on Earthquake Engineering, 2 WCEE, Tokio y Kioto, Japón, 1960.
9. Proceedings, Third World Conference on Earthquake Engineering, 3 WCEE, Nueva Zelanda, 1965.
10. Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering 4 WCEE, Santiago de Chile, 1969.

11. Proceedings, Fifth World Conference on Earthquake Engineering,
5 WCEE, Roma, Italia, 1973.
12. Proceedings, Sixth World Conference on Earthquake Engineering,
.6 WCEE, Nueva Delhi, India, 1977.
13. Earthquake Engineering; Robert L. Wiegel, editor. Prentice Hall,
1970.



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL SOBRE INGENIERIA SISMICA
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

Comportamiento de Materiales y Elementos Estructurales
Ante Cargas Repetidas

Dr. Roberto Meli Piralla

Julio, 1979.



DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TEMA 1: Comportamiento de materiales y elementos estructurales ante cargas repetidas (Texto: Capítulo 13 de la Ref 1 pp 381 a 422)

GUIA DE ESTUDIO-1973

1. Características que definen la respuesta sísmica

La respuesta sísmica de una estructura depende de sus características carga-deformación ante cargas dinámicas alternadas.

La filosofía implícita en los reglamentos de diseño admite que las estructuras sobrepasen las etapas de comportamiento elástico bajo el efecto del sismo de diseño. Interesa por tanto el comportamiento hasta la ruptura.

La respuesta de la estructura completa depende de la de los elementos que la componen y esta de la de las secciones y materiales. También depende de las características de las conexiones entre los distintos elementos. Una relación carga-deformación típica ante carga monotónicamente creciente se muestra en la fig 1. Los parámetros de la curva que interesan son rigidez, resistencia, ductilidad. De la rigidez dependen no solo las deformaciones que va a presentar la estructura bajo una acción dada, sino también la magnitud de la acción sísmica que va a tener que soportar. De la ductilidad depende esencialmente la capacidad de disipar la energía del sismo. Para muchos materiales es válida una idealización elastoplástica de la relación carga-deformación.

El factor de ductilidad Δ_u / Δ_y es la medida más común de la ductilidad; un material frágil tiene factor de ductilidad cercano a uno, por ejemplo el concreto no reforzado sujeto a tensión; el acero de grado estructural puede alcanzar factores de ductilidad del orden de 20.

La ductilidad de una estructura en su conjunto es generalmente mucho menor que la ductilidad local que puede desarrollar una sección: depende del número de secciones que entran en fluencia antes del colapso de la estructura, fig 1b. El tener modos de falla dúctiles es particularmente importante en zonas sísmicas.

Ante repeticiones de cargas alternadas la relación carga-deformación se modifica en forma más importante mientras más se sobrepase el intervalo "elástico" de comportamiento fig 2. Las curvas descendentes (de descarga) difieren cada vez más de las de carga y se forman "lazos", ciclos histeréticos. La respuesta sísmica depende fundamentalmente del área bajo las curvas carga-deformación (define la capacidad de energía) y del área incluida en los lazos histeréticos (define el amortiguamiento histerético) (fig 3).

La respuesta sísmica se ve afectada en forma importante por el deterioro: pérdida de rigidez y resistencia ante las repeticiones de carga alternada. Ejemplos de materiales que sufren deterioro importante.

Idealizaciones de las curvas cíclicas para fines de análisis (fig 4). La elastoplasticidad y sus modificaciones para considerar deterioro. El modelo de Masing. Estos modelos son útiles para realizar análisis paso a paso de sistemas de un grado de libertad ante historias de aceleraciones conocidas. Sirven para estudiar

el efecto del comportamiento inelástico en la espuesta.

Comportamiento ante cargas dinámicas y estáticas. La mayoría de las propiedades se han estudiado ante pocos ciclos de carga estática alternadas. Se ha considerado siempre que esto es conservador con respecto al comportamiento ante cargas dinámicas, aunque hay algunos casos en que parece no ser así.

2. Comportamiento de materiales (medido en especímenes estándar)

a) Concreto simple (ref 2 pp 65 a 150)

Curva $\sigma - \epsilon$ en compresión y tensión, fig 5. Comportamiento frágil en ambos casos. Deformaciones máximas. El micro-agrietamiento causa desviaciones de la linealidad a partir de $0.4 f'_c$ y produce deformaciones irreversibles.

Efecto de la velocidad de carga, fig 6. Aumenta la resistencia y la rigidez pero disminuye las deformaciones de falla, y vuelve más frágil el comportamiento.

Efecto del confinamiento en el concreto (ver ref 3 pp 20 a 30). Concreto bajo esfuerzos triaxiales ($f_{cc} = f'_c + 4.1 f_1$). Al aumentar el esfuerzo de confinamiento aumentan tanto la resistencia como la capacidad de deformación. Confinamiento por medio de refuerzo transversal: espiral y estribos; diferencia en el efecto de ambos (fig 7). Con espiral puede incrementarse resistencia y ductilidad; con estribos solo ductilidad.

Efecto de la repetición de cargas, fig 8. Sólo cargas de compresión. Para esfuerzos altos el concreto no confinado se deteriora rápidamente.

b) Acero estructural, de refuerzo y de presfuerzo (ref 4 pp 42 a 64)

La curva esfuerzo-deformación del acero depende de su composición química y del tratamiento a que haya sido sometido. El módulo de elasticidad es constante. El esfuerzo de fluencia (real o aparente) aumenta con el contenido de carbono y puede incrementarse por una reducción de área o por torcido efectuado en frío, fig 9. La meseta de fluencia se pierde a medida que aumenta f_y y si se trabaja en frío. La relación f_u/f_y y la ϵ_u disminuyen al aumentar f_y . Los factores de ductilidad son siempre grandes, exceden de 10 aún para los aceros menos dúctiles.

El efecto de la velocidad de carga en la resistencia y en la ductilidad es poco importante.

Ante el efecto de cargas alternadas que exceden la fluencia, el límite de proporcionalidad se reduce y la $\sigma - \epsilon$ se hace más redondeada (efecto de Bauschinger); los ciclos son muy estables y no muestran deterioro (fig 10).

c) Otros materiales

En los metales el comportamiento es cualitativamente como el del acero.

En la mampostería varía mucho según los materiales que la compongan (piezas y morteros). La fig 11 muestra algunas curvas típicas para mampostería, ref 5. El comportamiento en general muy frágil, especialmente cuando se emplean materiales de alta resistencia. El comportamiento ante cargas alternadas muestra un deterioro total o menos que se cuente con un refuerzo adecuado.

Las propiedades de la madera varían según la especie, la densidad, el contenido de humedad y son muy sensibles a la velocidad de aplicación de la carga, fig 12. El modo de falla del material es muy frágil aunque las estructuras de madera pueden tener alta disipación de energía si se detallan adecuadamente las uniones (ver capítulo correspondiente).

3. Comportamiento de elementos estructurales

3.1 Vigas y columnas de concreto reforzada (ver ref 3 pp 195 a 269)

a) Flexión: La relación momento-curvatura de secciones de concreto reforzado se obtiene a partir de las hipótesis básicas del comportamiento del concreto en flexocompresión. Las curvas de la fig 13 muestran la influencia en la resistencia y la ductilidad de las cuantías de acero de tensión y compresión en su relación con la cuantía balanceada. Se concluye que si la cuantía de refuerzo de tensión es muy inferior a la balanceada se obtienen grandes ductilidades (comparables a las del acero). El refuerzo de compresión es de gran ayuda en incrementar la ductilidad. El efecto del refuerzo transversal en la relación momento-curvatura de vigas se ve en la fig 14. El confinamiento que este proporciona aumenta la ductilidad cuando la falla es cercana a la balanceada.

b) Flexocompresión: La relación momento-curvatura puede calcularse con el mismo procedimiento que para elementos en flexión. La ductilidad depende del nivel de carga axial (fig 15). Para falla de compresión la ductilidad es casi nula a menos que se cuente con confinamiento importante, fig 16. Para falla de tensión se tiene cierta ductilidad, pero solo para cargas axiales muy pequeñas esta es importante.

Hay que tener cuidado con las uniones: deben sobrediseñarse porque normalmente son menos dúctiles que las secciones de las vigas.

3.4 Muros

Son elementos que proporcionan gran rigidez a las estructuras y frecuentemente se requieren en edificios de mediana o gran altura para limitar las deflexiones a valores admisibles.

- a) Muros de concreto: (ver ref 3 pp 610 a 660). Su comportamiento depende esencialmente de su relación altura a longitud H/L (o más correctamente de $\frac{M}{VL}$). Usualmente $H/L > 2$ y son por lo tanto elementos de flexión con bajos niveles de carga axial. Se comportan como vigas; mucha ductilidad, fig 22. Ante cargas alternadas su absorción de energía es alta y su deterioro bajo, si rige flexión, fig 23. Si rige cortante mucho deterioro, figs 24. En muros bajos rige cortante casi siempre y la falla es poco dúctil y hay mucho deterioro. Problemas en las vigas que acoplan los muros entre sí o con marcos (se verán con más detalle en el tema de Estructuras de Concreto).
- b) Muros de mampostería: (ver ref 9). Son elementos rígidos y frágiles; aceptan muy poca deformación lateral. Requieren de confinamiento y/o refuerzo para tener cierta ductilidad, fig 25. Mucho deterioro especialmente si las piezas son huecas. Pueden diseñarse para que rija flexión, entonces el comportamiento puede ser mucho más favorable, fig 26.

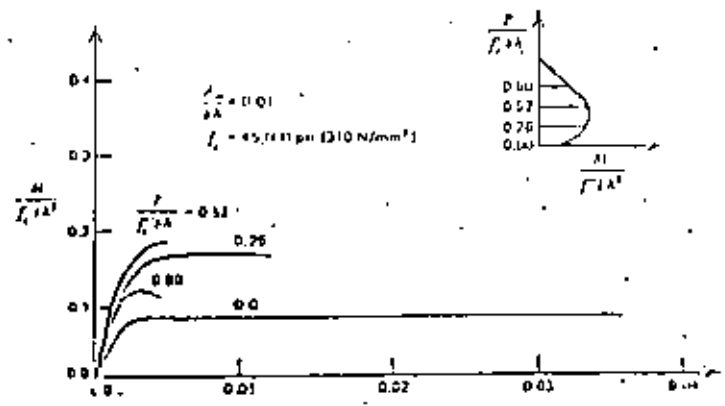
REFERENCIAS

1. N M Newmark y E Rosenblueth "Fundamentals of Earthquake Engineering" Prentice Hall, 1971
2. A M Neville "Properties of Hardend Concrete" En Reinforced Concrete Engineering Vol 2 Cap 3. Editado por B Bresler Vol 1, Cap 3, J Weley 1974
3. R Parks y T Paulay "Reinforced Concrete Structures" J Wiley 1975
4. J F McDermott "Reinforcing Steel" Cap 2 de "Reinforced Concrete Engineering" Editado por B Bresler, J Wiley, 1974
5. R Meli y A Reyes "Propiedades Mecánicas de la Mampostería" Instituto de Ingeniería, Informe No. 288 Jul 1971
6. V V Bertero y E P Popov "Hysteretic Behavior of Ductile Moment-Resisting Reinforced Concrete Frame Components" Report. No. EERC 75-16 Univ of California, Berkeley, 1975
7. R W G Blakeley "Prestressed Concrete Design" en Structural Design for Earthquakes, publicado por Centre for Continuing Education, The University of Auckland N. Zelanda 1972.
8. G W Butcher "Steel Design" en Structural Design for Earthquakes publicado por Centre for Continuing Education, Univ of Auckland, N Z 1972
9. R Meli "Comportamiento sísmico de muros de mampostería" Instituto de Ingeniería informe No. 352 Abr 1975

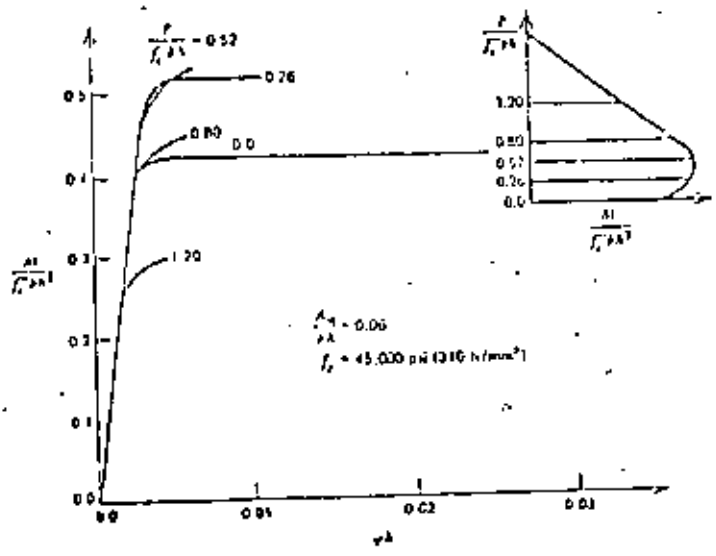
REFERENCIA ADICIONAL

J A Blume, N M Newmark y L H Corning "Design of Multistory Reinforced Concrete Building for Earthquake Motions" Portland Cement Association, 1961

D J Dowrick "Eathquake Resistant Design" J Wiley, 1977



a) Columna con baja cuantía de refuerzo



b) Columna con alta cuantía de refuerzo

Fig 15 Relaciones momento-curvatura de secciones de concreto sujetas a flexocompresión

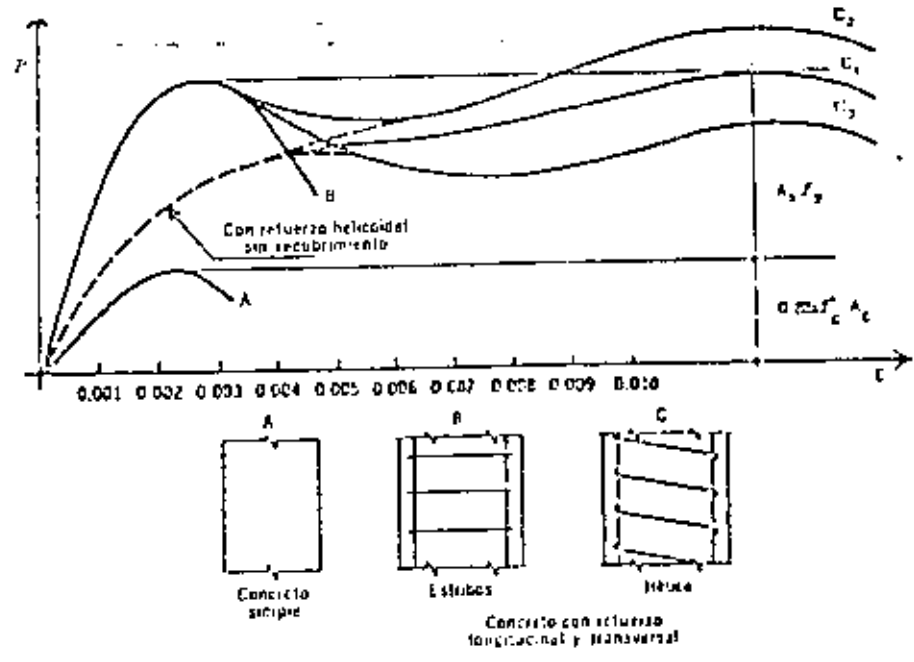
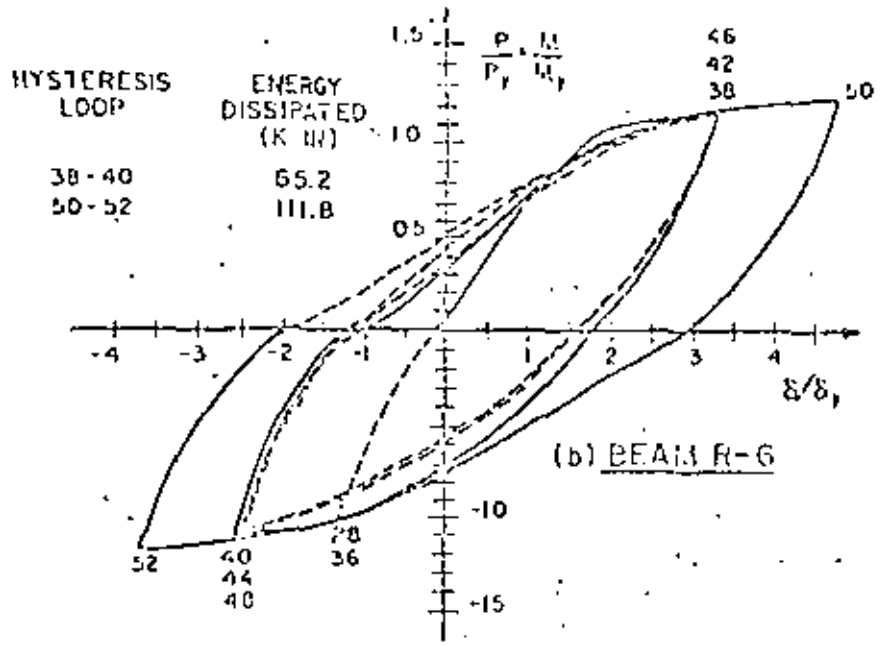
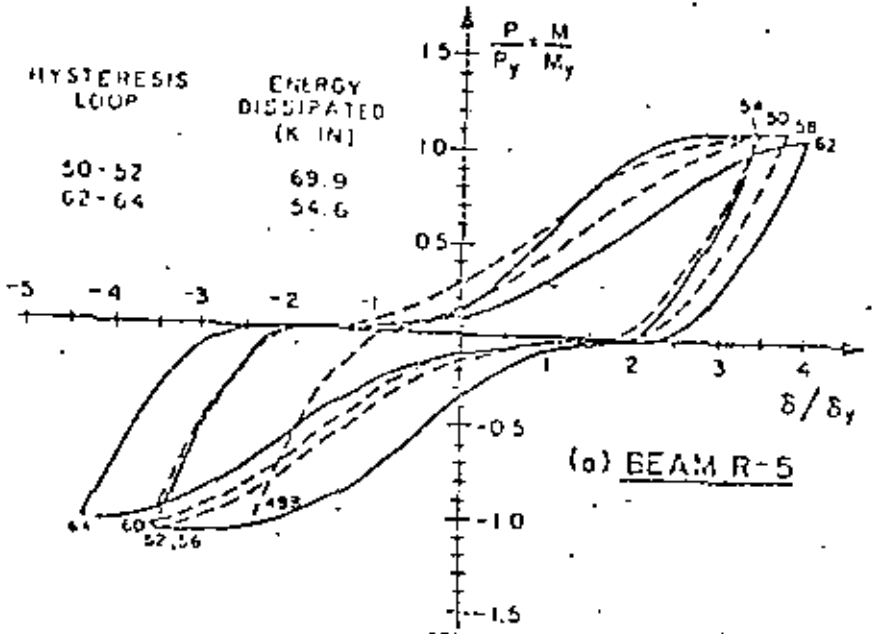


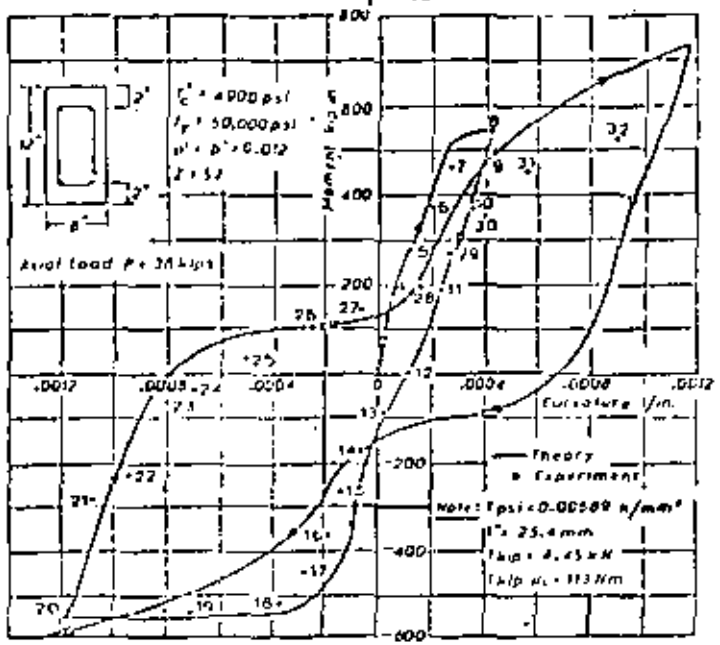
Fig 16 Efecto de confinamiento en la ductilidad de columnas



a) Falla por flexión con esfuerzos cortantes bajos

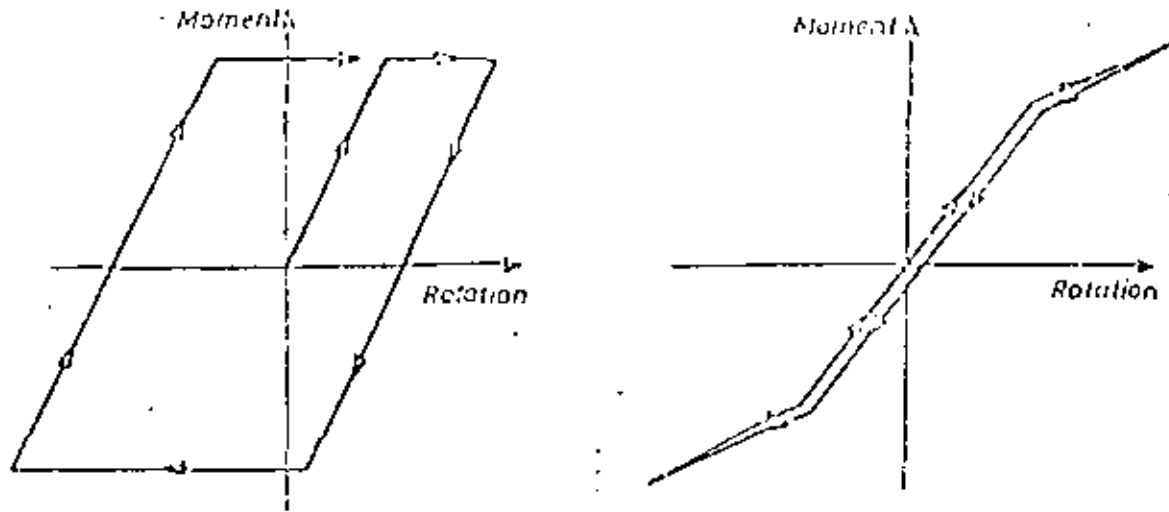


b) Falla por flexión con esfuerzos cortantes altos



c) Columna con carga axial baja

Fig 17 Comportamiento histerético de secciones de concreto reforzado



a) Concreto reforzado

b) Concreto presforzado

Fig 18 Comparación del comportamiento histerético del concreto reforzado y presforzado

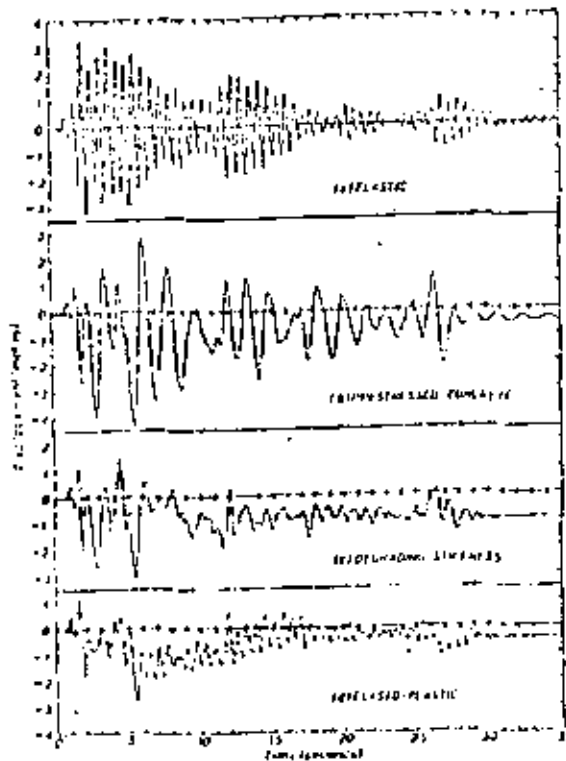
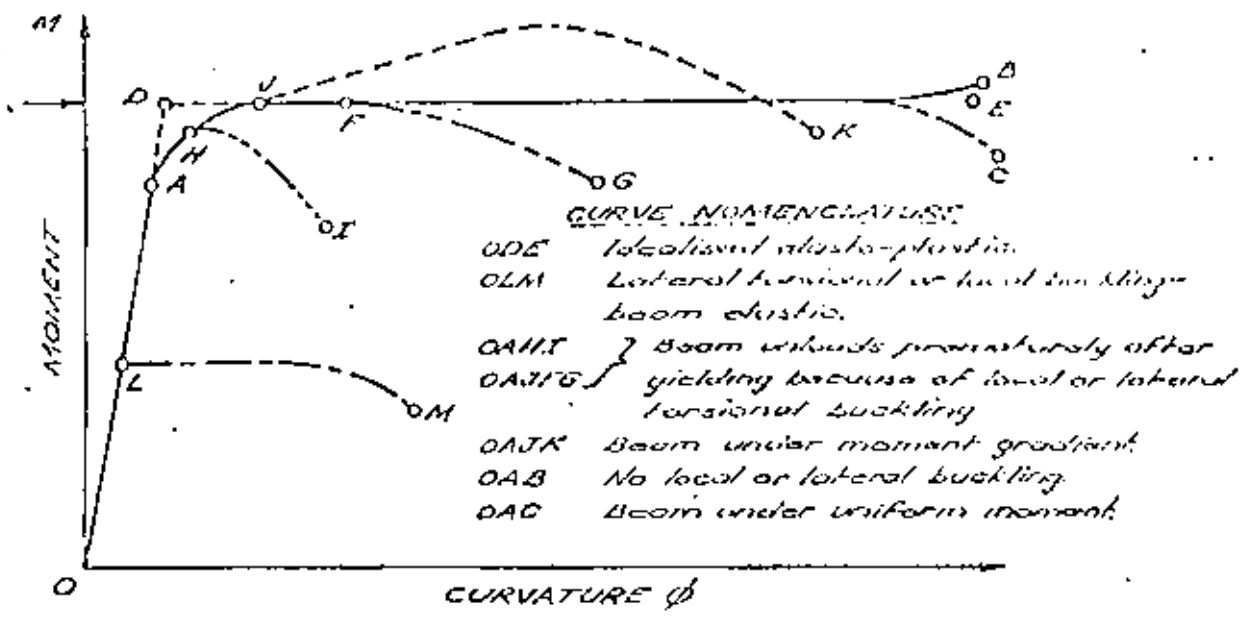
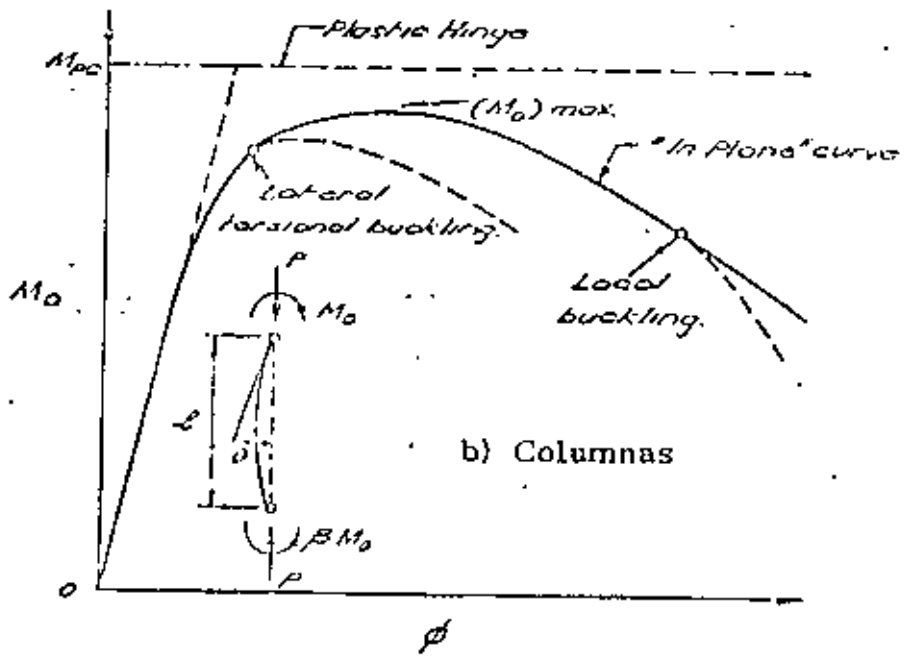


Fig 19 Comparación de deformaciones ante un sismo de un elemento de concreto reforzado y uno presforzado

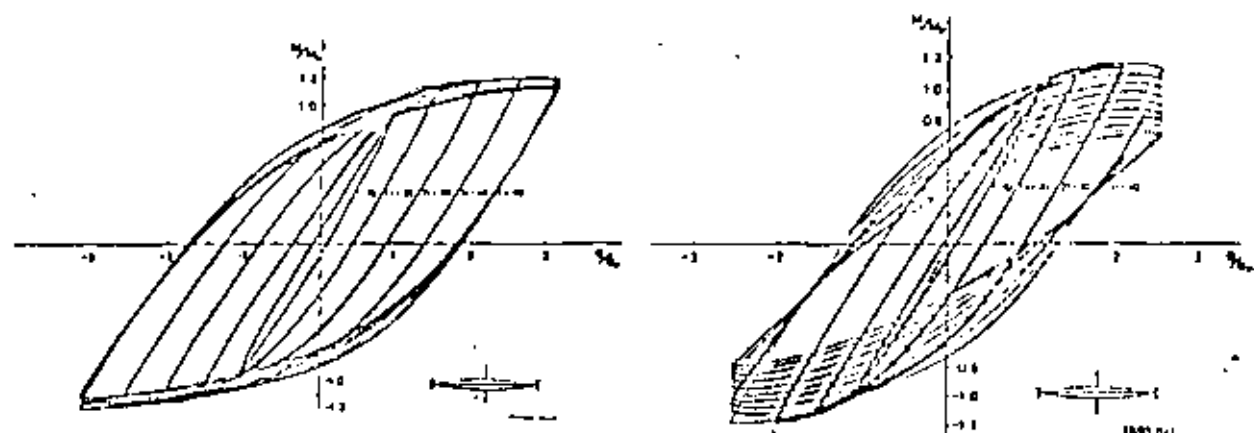


a) Vigas



b) Columnas

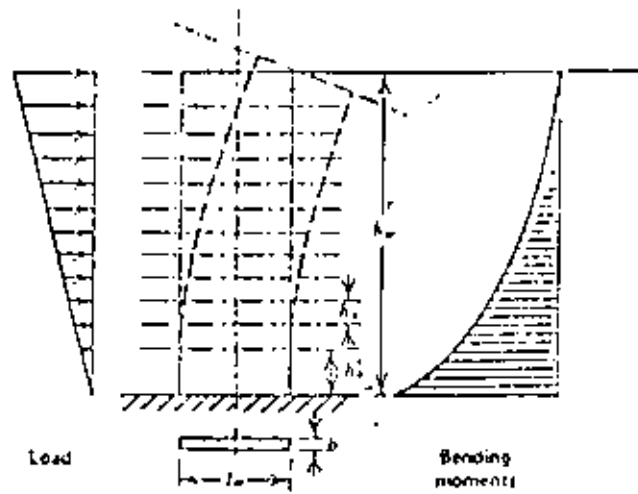
Fig 20 Relaciones momento-curvatura idealizadas en elementos de acero estructural



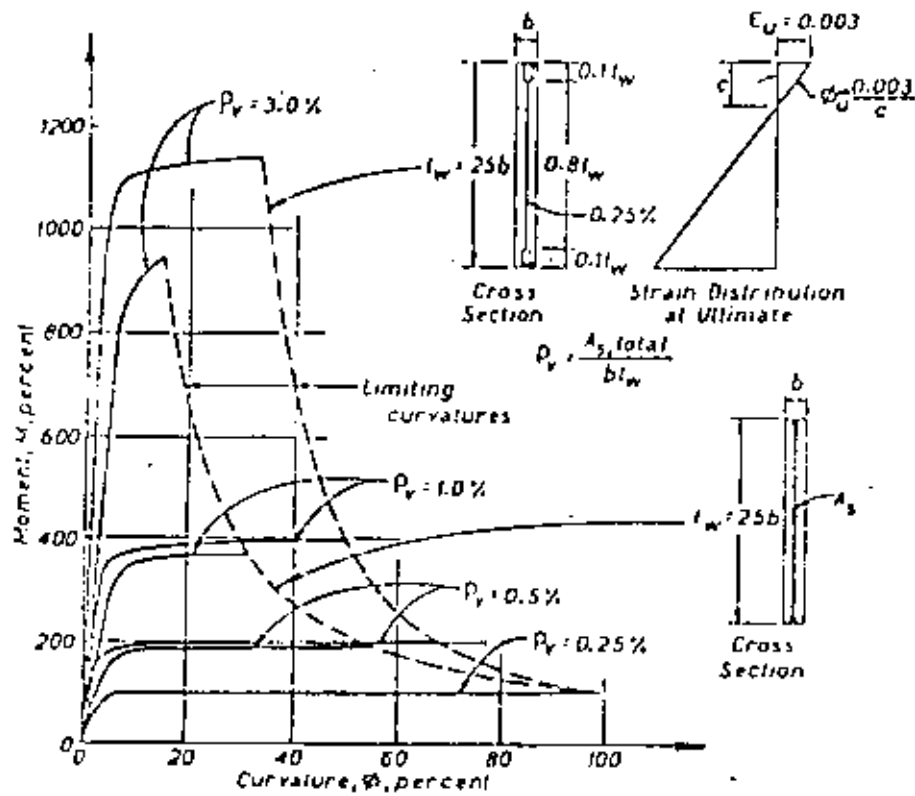
a) Sin problemas de pandeo lateral

b) Con pandeo lateral

Fig 21 Comportamiento histérico de elementos de acero estructural

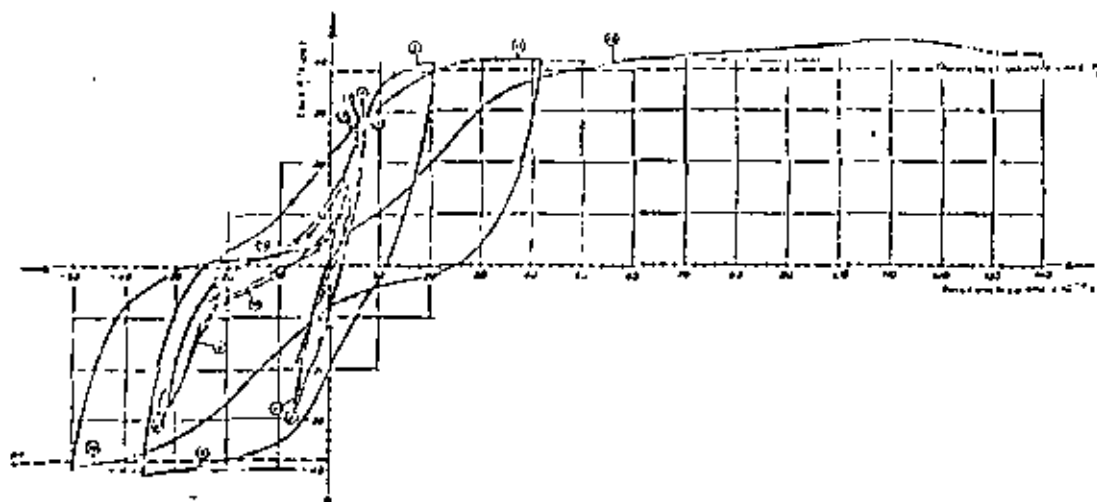


a) Deformaciones

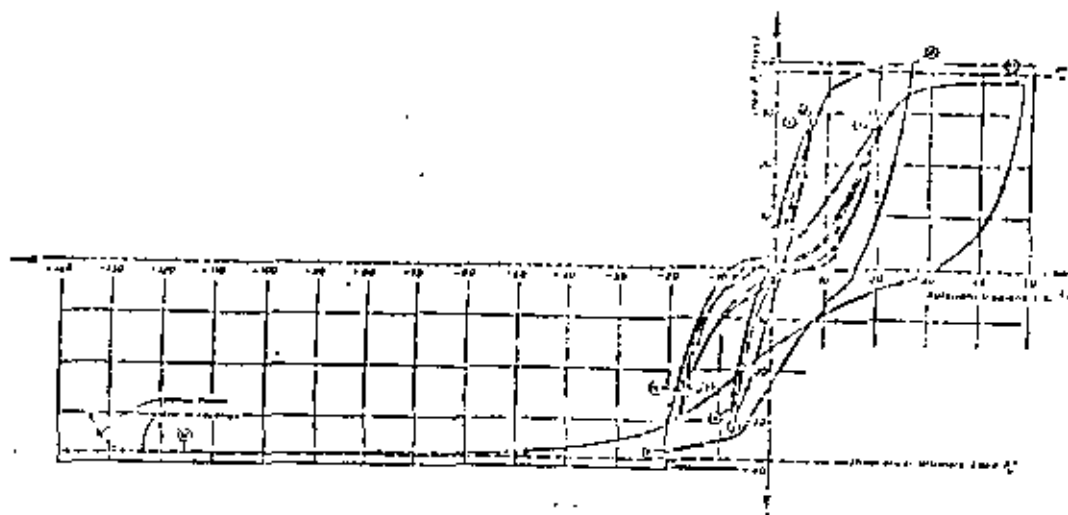


b) Relación momento-curvatura para distintas cuantías de refuerzo

Fig 22 Comportamiento de muros altos sujetos a cargas laterales

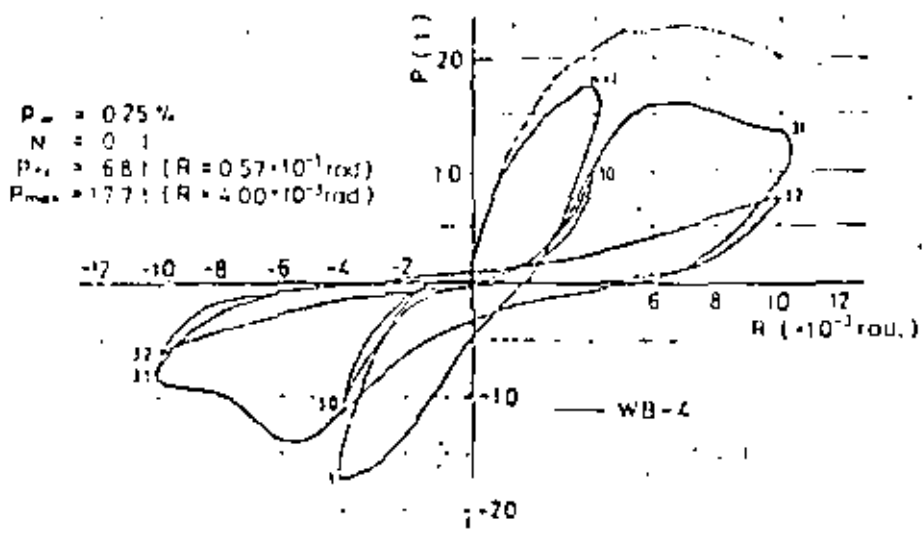


a) Falla por flexión sin agrietamiento diagonal

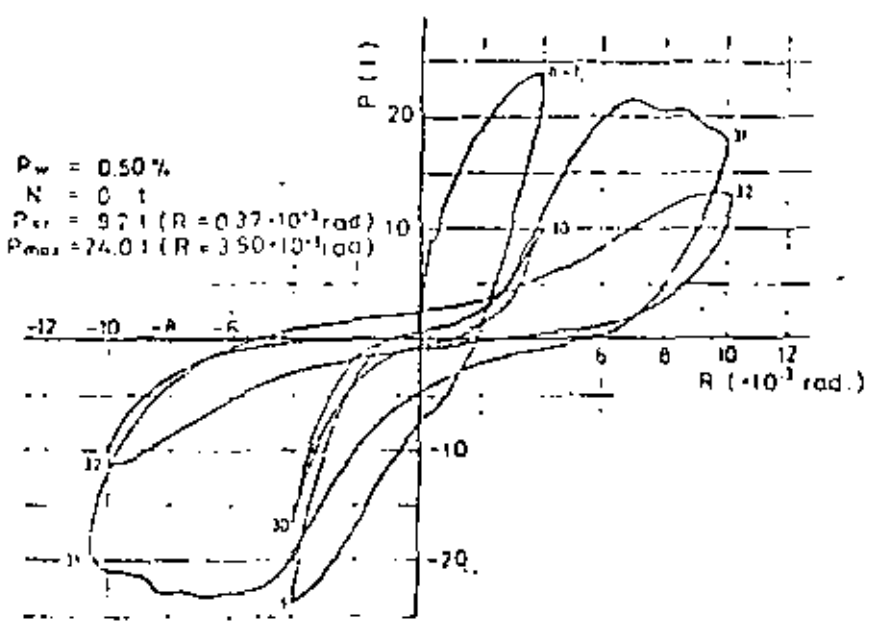


b) Falla por flexión después de agrietamiento diagonal

Fig 23 Ciclos histeréticos para muros cortos con falla por flexión

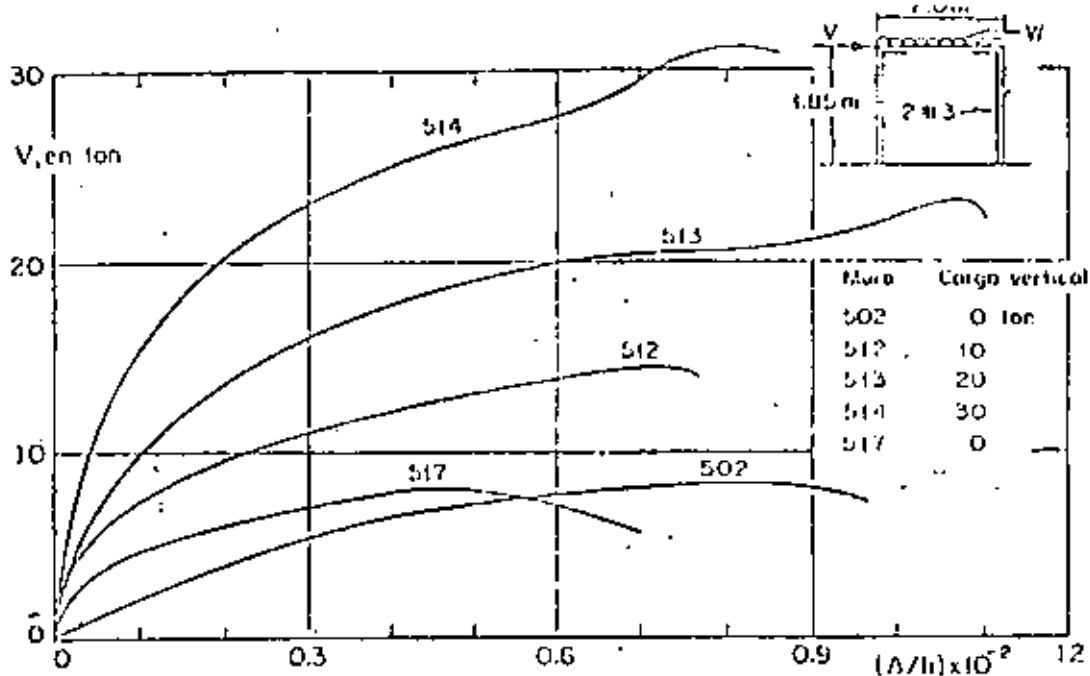


a) Cuantía de refuerzo horizontal 0.25%

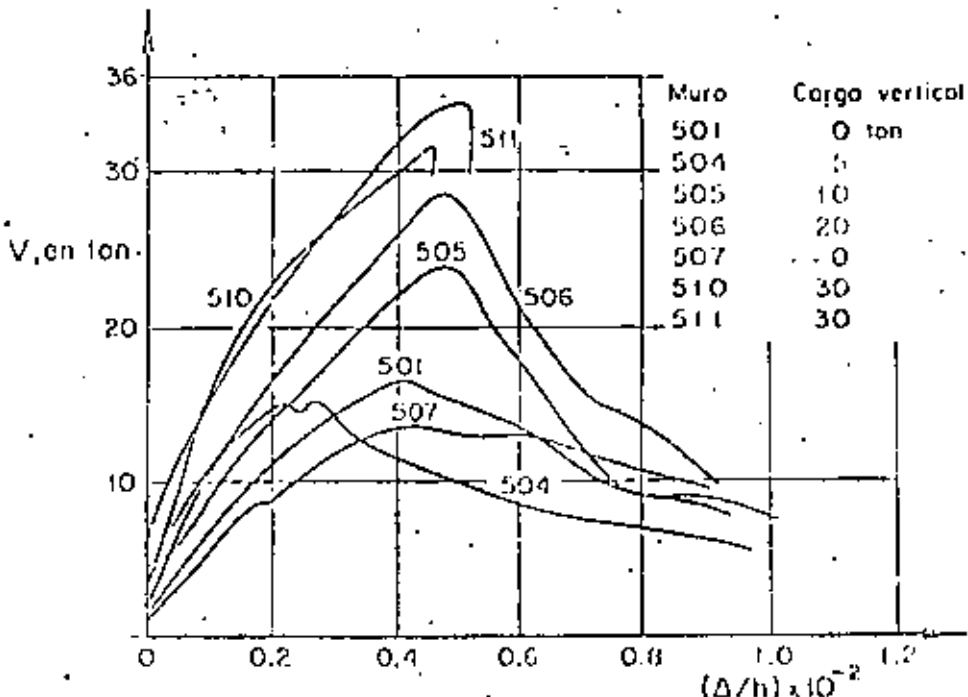


b) Cuantía de refuerzo horizontal 0.5%

Fig 24 Ciclos histeréticos en muros cortos con falla por cortante

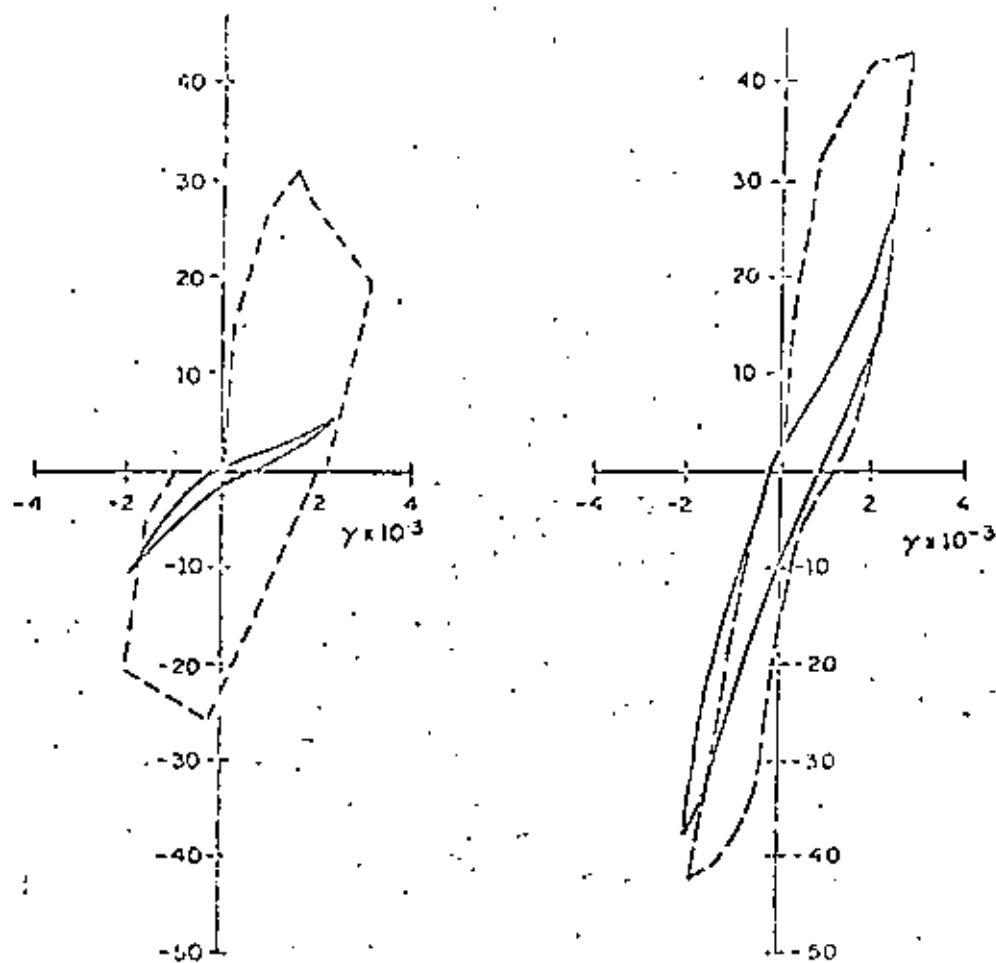


Muros de bloque de concreto. Falla en flexión. Efecto de la carga vertical



Muros de bloque de concreto. Falla en tensión diagonal. Efecto de la carga vertical

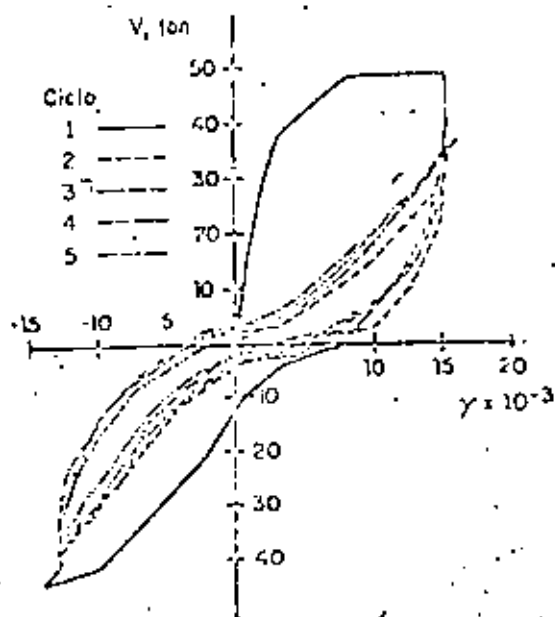
Fig 25 Curvas Carga deformación para muros de mampostería



a) Sin carga vertical

b) Carga vertical (Esfuerzo de compresión 4.5 kg/cm²)

a) Efecto de la carga vertical en el deterioro. Ensayes en voladizo. Muros con refuerzo interior. Fallo de corte¹.



b) Comportamiento histerético de muro con marco



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL SOBRE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

CRITERIOS DE DISEÑO SISMICO

DR. LUIS ESTEVA MARABOTO

JULIO, 1979.

3 Design: General

L. Esteva

3.1 NATURE AND OBJECTIVES OF EARTHQUAKE RESISTANT DESIGN

Engineering design is rooted on society's need to optimize. It implies considering alternate lines of action, assessing their consequences and making the best choice. In earthquake engineering, every alternate line of action includes the adoption of both a structural system and a seismic design criterion, while assessing consequences implies estimating structural response and hence the expected cost of damage. The choice is based on comparison of initial, maintenance and repair costs for the various alternatives. However obvious these concepts may appear to the authors of design codes, they are often not explicit in those codes and hence they are not always present in the minds of those who apply design prescriptions to practical problems. Equally concealed within the regulations of seismic design codes are the approximations implicit in conventional criteria for the prediction of structural response: the accuracy of their predictions is often strongly dependent on the type of structural system considered. Base shear coefficients and design response spectra are taken as measures of response parameters, as the latter are usually expressed in terms of accelerations and equivalent lateral forces acting on linear systems. But these variables are no more than indirect measures of system performance during earthquakes: they serve to control the values of more significant variables, such as lateral deflections of actual nonlinear systems, global and local ductilities, and safety margins with respect to instability failure (second-order effects). Because the relations of control variables to actual response are affected by the type and features of the structural system, better designs will be obtained if these relations are understood and accounted for, in contrast with blindly applying codified recommendations. In seismic design more than in any other field of engineering, it is easy to fall on a strict — but blind — application of the most advanced regulations and yet to produce a structure bound to perform poorly. This chapter does not intend to summarize modern design specifications; it aims, instead, at discussing the main concepts on which they are based, analyzing their virtues and their weaknesses, and stating the conditions for which acceptable results are to be expected.

Codified values of design intensities and of allowable values of response control variables stem from formal or informal cost-benefit studies. As

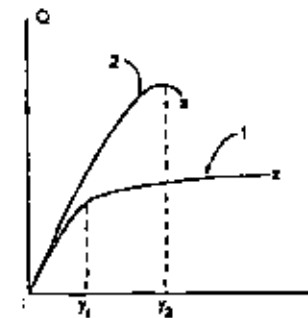


Fig. 3.1 Ductile and brittle systems

implicit in these studies, the general goal of optimization can be expressed in terms of direct, particular objectives: seismic design aims at providing adequate safety levels with respect to collapse in the face of exceptionally intense earthquakes, as well as with respect to damage to adjacent constructions; it also seeks to protect structures against excessive material damage under the action of moderate intensity earthquakes, to ensure simplicity of the required repair, reconstruction or strengthening works in case damage takes place, and to provide protection against the accumulation of structural damage during series of earthquakes. Finally, safety and comfort of occupants and of public in general is to be preserved by ensuring that structural response during moderate intensity earthquakes will not exceed given tolerance levels and that panic will not occur during earthquakes of moderate and high intensity, particularly in buildings where frequent gathering of people is expected.

Achievement of the foregoing objectives requires much more than dimensioning structural members for given internal forces. It implies explicit consideration of those objectives and of the problems related with nonlinear structural response and with the behavior of materials, members, and connections when subjected to several cycles of high-load reversals. It implies as well identifying serviceability conditions and formulating acceptance criteria with respect to them.

3.2 STRUCTURAL RESPONSE AND CONTROL VARIABLES

3.2.1 Ductility and strength. A structural system is said to be ductile if it is capable of undergoing substantial deformations at nearly constant load, without suffering excessive damage or loss of strength in face of subsequent load applications. Curves 1 and 2 in Figure 3.1 show typical load Q vs. deflection y relations for first load application in ductile and brittle systems, respectively. Curve 1 corresponds to the response under lateral load of an

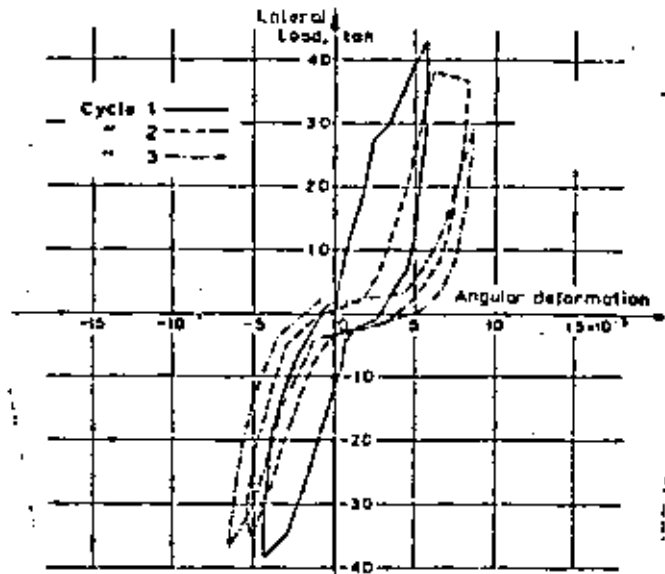
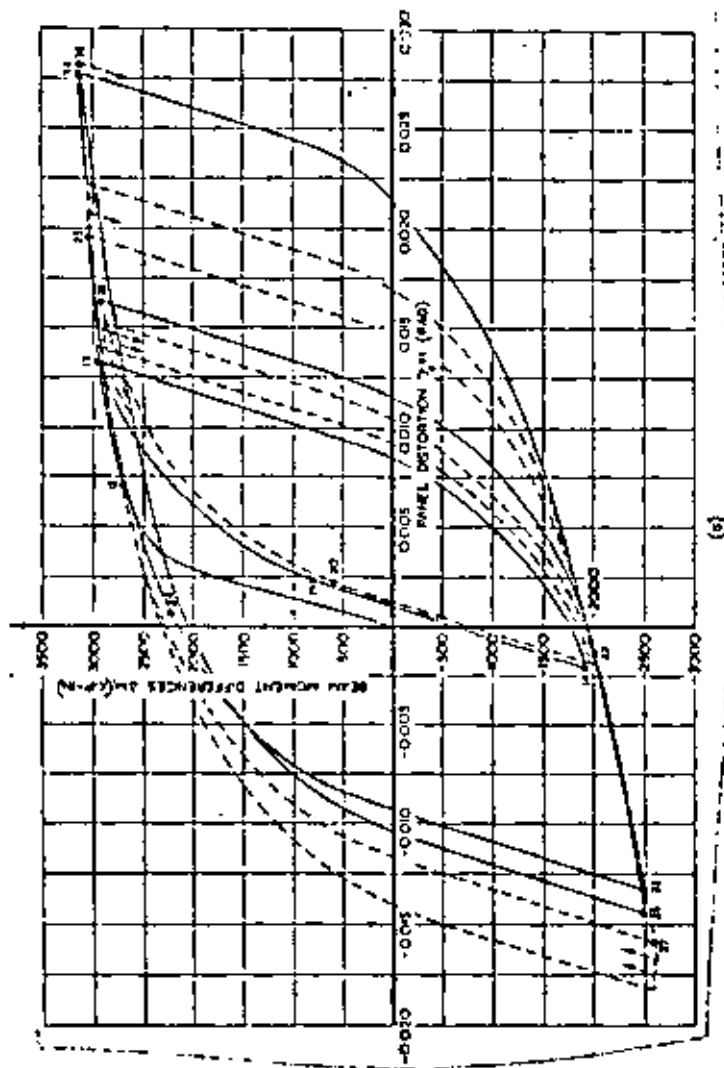


Fig. 3.2 (a) Non-degrading stiffness (after Krawinkler et al.³) (b) Degrading stiffness (after Estey^{2,4})

adequately detailed reinforced concrete frame where slenderness effects are not significant; curve 2 is typical of weakly reinforced hollow block masonry. But when the effect of several loading cycles has to be considered, ductile behavior cannot be inferred from looking only at curves such as these for first load application; damage produced during the first cycles may impair the system's energy absorption capacity for subsequent cycles, and stiffness can degrade, as in Figure 3.2(b), typical of plain masonry shear walls confined by reinforced concrete frames^{3,4}. In this case, stiffness degradation is associated with diagonal tension cracking of the infilling wall panel and the ensuing residual strains. Practically stable hysteretic cycles found for structural steel joints^{2,7} as shown in Figure 3.2(a) are synonymous with negligible damage.

stiffness

As shown in Section 3.2.2, the ability of structural systems to respond to dynamic excitations according to load deflection curves similar to Figure 3.2(a) provides support to conventional seismic design criteria, which require structures to sustain only a fraction of the lateral forces they should have to resist would they be demanded to remain within their linear range of behavior during strong earthquakes. Thus, safety against collapse can be provided by making a structure strong, by making it ductile, or by designing it for an economic combination of both properties. For some types of materials and structural members, ductility is difficult to achieve, and

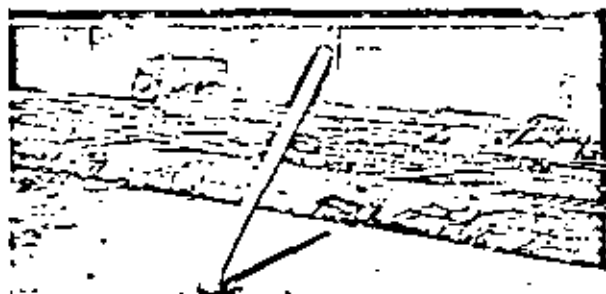


Fig. 3.3 Instability failure

economy dictates designing for relatively high lateral forces; for others, providing ductility is much cheaper than providing lateral capacity, and design practice reflects this. But material ductility does not necessarily imply system ductility, as P- Δ effects (that is, interaction between lateral deflections and internal forces produced by gravity loads acting on the deformed structure) can lead to instability failure when the effective lateral stiffness is too low (see Figure 3.3).

Nonlinear ductile behavior of complex systems usually stems as a consequence of local or concentrated ductile deformations that take place at those particular sections of a given structure where yielding strains are reached (Figure 3.4). Numerically, local ductility can be expressed either as the ratio of total to yield-limit curvatures at a given section or as the ratio of total to yield-limit rotation at a member end^{3,3}. Global or overall ductility is a property of a load-deformation curve expressed in terms of the resultant of external loads acting on a large portion of a given system. For instance, building frames are often dealt with as shear systems for the purpose of estimating their dynamic nonlinear response to seismic excitation. Global or overall ductilities can then be expressed in terms of the curves tying shear forces with lateral distortions. Numerical values of local ductilities determined by the above alternate criteria do not coincide among themselves, nor does overall ductility at a given story idealized as a segment of a shear beam coincide with the values of concentrated ductilities developed at the corresponding locations of the story, as overall ductility is a function of the ratio of the contributions to story distortion of concentrated ductile deformations and distributed elastic strains. Because beams are usually capable of developing larger ductilities than columns subjected to significant compressive loads, many building frames are designed under the 'strong column-weak girder' criterion, according to which different load factors are

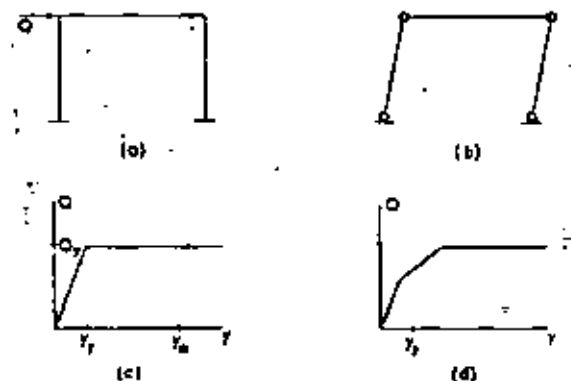


Fig. 3.4 Local and general ductility under lateral loads. (a) loads, (b) failure mechanism, (c) simultaneous yielding, (d) sequential yielding

adopted for different internal forces so as to make yielding much more likely at beam- than at column-ends. Under these conditions, significant coupling is introduced between nonlinear deformations of adjacent stories, and the shear-beam model may cease to apply. Whether the model in question strictly applies or not, nominal story ductilities are only indicators of their local values, and features contributing to ductility concentrations have to be held in mind while designing.

The relation between local and overall ductility is illustrated for a simple frame in Figure 3.4. Figure 3.4(b) shows the ideal case where moment-curvature graphs at critical sections are elasto-plastic and yielding is reached simultaneously at the four column-ends. If the frame is forced to undergo additional deformations at constant load, local curvatures at the yielding locations will increase and the lateral deflection of the frame will grow from y_y to y_u (Figure 3.4(c)). Local ductility can be measured by the ratio of the final and yielding values of the curvatures mentioned. Overall ductility is given by y_u/y_y , and is a function of local ductility and of the lengths of the member segments along which curvatures will be greater than their values at y yielding. Those lengths are functions of the type of material, the local details and the relative variation of bending moment ordinates and structural section strength.

Consider now a frame subjected to a constant system of vertical loads Q_2 (Figure 3.5) that produce an initial state of internal forces. If a system Q_1 of lateral loads is gradually applied, the ordinates of bending moment diagrams (b) and (c) will be additive at some locations and subtractive at others. Yielding will occur sequentially, say in the order D, C, B, A, giving place to the load-deflection curve shown in Figure 3.5(d). Local ductilities will differ at the mentioned locations; they will depend, among other things, on the

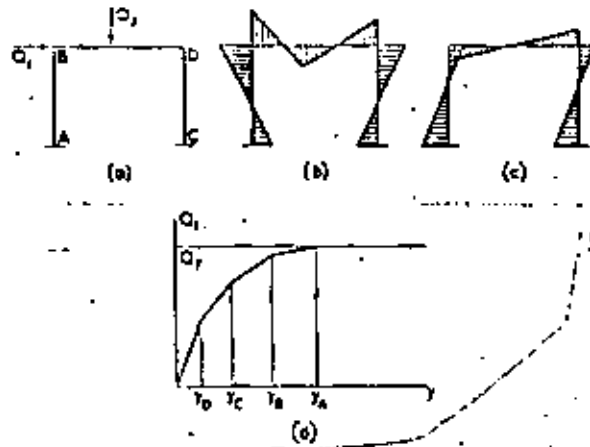


Fig. 3.5 Inelastic behavior under vertical and lateral loads: (a) loads, (b) vertical-load moments, (c) lateral load moments, (d) resulting load-deflection curve

order in which they reached their yield moments. Where axial loads are important, they can have a significant influence on these moments.

The following sections describe the quantitative relationships tying ductility demands with strength and stiffness in simple structural systems, as well as some problems found when trying to extrapolate those relationships to complex systems, representative of those encountered by engineers in their design practice.

Dynamic response of simple nonlinear systems A usual idealization of ductile structures is the elastoplastic system with load-deflection curve as shown in Figure 3.6(b), with stiffness k in the linear range of behavior, coefficient of viscous damping c , and top mass m . When the system responds to a strong earthquake, the maximum relative displacement D will exceed the yield deformation γ_y , while the maximum lateral force will remain at the yield value Q_y if $P-\Delta$ effects are neglected. Failure is said to occur if the ductility demand D/γ_y is greater than the available ductility μ . Figure 2.7 is a plot of yield deformations required to make ductility demands equal to available ductility for different values of this parameter, for the range of natural periods (computed in terms of the initial tangent stiffness of the elastoplastic system) most significant in practice, and for damping ratio $\zeta = 0.5\pi (k/m)^{-1/2}$ equal to 0.02. Pseudo-accelerations kD/m can be read on the proper scale in the same plot. Inspection of these curves shows that, provided the natural period is not too short, required yield deformations — and hence required base shear coefficients — vary inversely with ductility. The same conclusion is reached if one reads along the scale of spectral pseudoaccelerations. But this favorable influence of ductility in reducing the required base-shear coefficient is less

moments

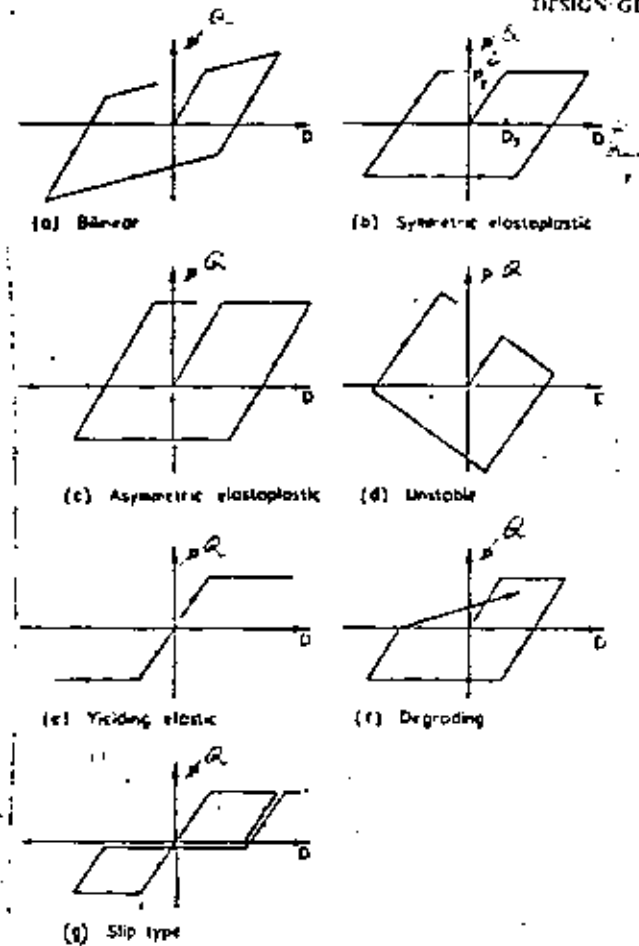


Fig. 3.6 Models of nonlinear behavior

pronounced in the range of short natural periods, say shorter than $2\pi/a$, where r and a are peak values of ground velocity and acceleration, respectively; as the system becomes stiffer, T tends to zero and spectral pseudo acceleration tends to a , regardless of μ , assuming that μ has to remain bounded. Actual values of lateral relative displacements are equal to $\mu\gamma_y$, which means that, for moderate and long natural periods, those displacements are nearly insensitive to μ , while for very short natural periods they

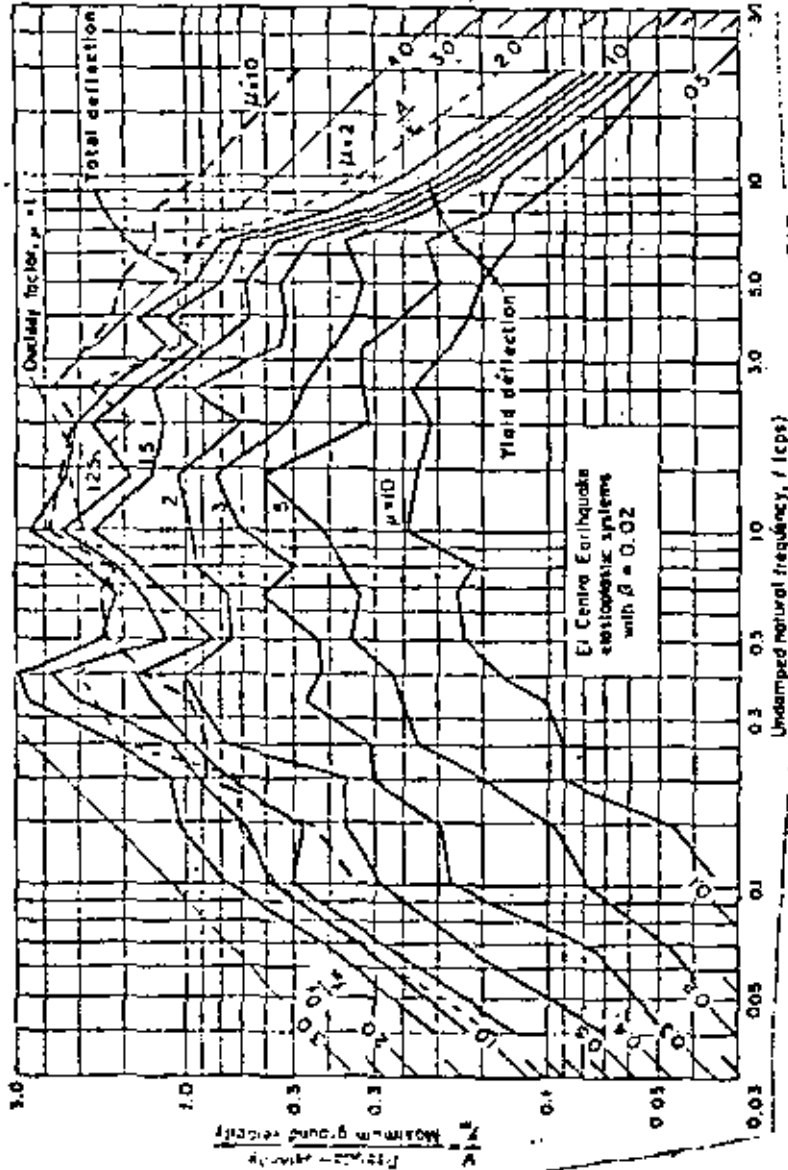


Fig. 3.7 Deformation spectra for elastoplastic systems with 2% critical damping subjected to the 1940 E1 Centro earthquake (after Newmark, 1951)

adapted from

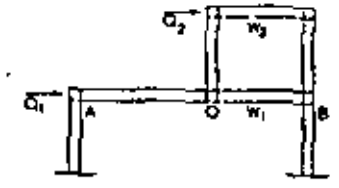


Fig. 3.8 Structure with asymmetric load-deflection curves

tend to be proportional to μ . The results just described can be expressed as follows: if a simple elastoplastic system with initial natural period T is to develop a ductility factor μ during an earthquake, the required base shear coefficient can be obtained by applying a reduction factor to the corresponding spectral value for an elastic system having equal natural period and damping; for moderate and long values of T , the reduction factor is approximately equal to μ^{-1} , while for short natural periods it will be comprised between μ^{-1} and 1. Relative displacements will equal μ times those of an elastic system subjected to the reduced base shear; that is, they will be approximately equal to those of the elastic system subjected to the actual, unreduced earthquake, if T is not too short, or to μ times the latter values if T is nearly zero. This is shown by a comparison of the dashed and full lines in Figure 3.7.

Similar conclusions have been derived from other earthquake records obtained on firm ground. Although these conclusions can be expected to be qualitatively valid for soft soil conditions, corresponding approximate quantitative rules are still to be derived.

The foregoing conclusions have to be modified when considering systems whose response cannot be idealized as elastoplastic. Other usual idealizations are depicted in Figures 3.8(c) (f). Lateral strengths required for not exceeding given ductility demands in these systems are as a rule greater in 10 to 50% than those valid for the conventional elastoplastic system^{1, 2, 3, 4}. In the asymmetric elastoplastic case, yield strength is different for each direction of load application. It occurs, for instance, as a consequence of gravity loads giving place to increased or decreased lateral capacity of the second story of the system shown in Figure 3.8, depending on whether the vertical reaction to force Q_2 , transmitted to beam AB at O, is directed upwards or downwards. Slip-type curves (Figure 3.9) usually stem as a result of lateral loads being carried by elements such as cross-braces or tie-cables, which can only carry tensile stresses. Yielding elastic curves are close approximations to the behavior of some prestressed concrete beams, subjected to antisymmetric end moments: these curves are often characterized by very narrow hysteretic loops. Degrading curves are frequently found in systems where a significant portion of the lateral capacity is due to members built with brittle materials and where no special precautions have been taken to prevent excessive damage in each cycle of load application. Such is the case, for

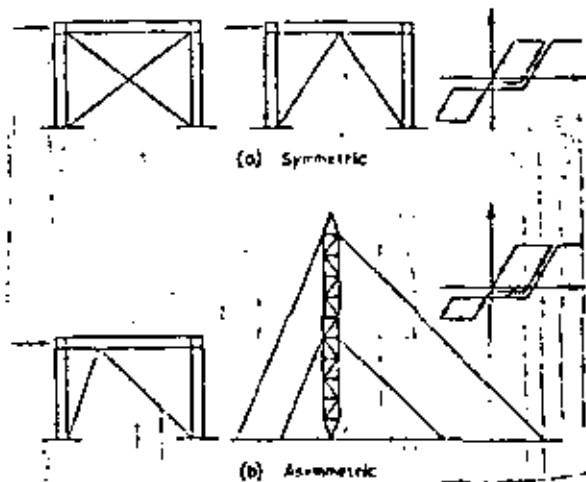


Fig. 3.9 Shear systems

instance, in masonry shear diaphragms or poorly detailed reinforced concrete frames.

Unstable curves (Figure 3.6d) are produced by the influence of significant vertical loads acting on the displacements of the deformed structure. The influence of instability effects on ductility demands and on safety against collapse can be much more drastic than that associated with the features of the curves previously discussed, and is usually controlled in design practice by the specification of amplification factors for lateral deflections and internal forces that account for increments associated with second order effects.

Ductility demands in complex systems. Local ductility demands vary from point to point. Their distribution depends on that of local strength throughout the system, with significant interaction taking place between energy dissipation at different sections. The general patterns of ductility demands in complex systems have been studied almost exclusively in building frames, idealized either as shear beams or as assemblages of beams and columns where yielding is restricted to occur at plastic hinges located at the bar ends. Some results are plotted in Figures 3.10 and 3.11 for shear beams and frame systems, respectively. Each set of results corresponds to a different set of simulated earthquakes with frequency content similar to that observed under normal conditions on firm ground in the western coast of the United States. Structures were designed for the average ordinates, with respect to each set of motions, of the elastoplastic response spectrum corresponding to a ductility factor of 4. The systems in Figure 3.10 were

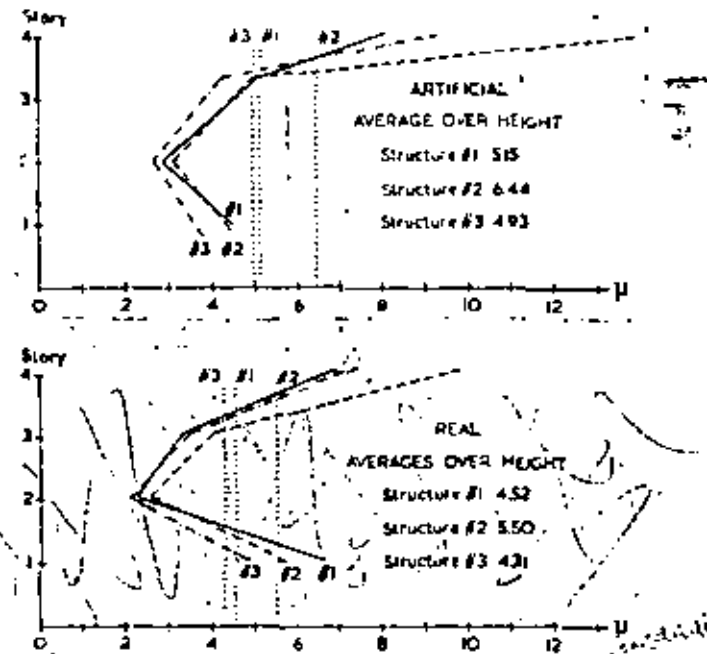


Fig. 3.10 Ductility demands in shear systems subjected to simulated earthquakes (after Frank and Neuenhofer)

designed for the contribution of the fundamental mode of vibration alone, while that in Figure 3.11 was designed for the superposition of its four natural modes, in accordance with the criterion of square root of sum of squares advocated in Ref. 3.10. The load factor was in all cases taken as unity. Ductilities were expressed in terms of story sway for the shear beams and of local curvature of hinges for the framed system; thus, their absolute values cannot be compared. Their variability throughout the building is evident, however, as is the occurrence of large ductilities at the upper portion of systems for which the response associated with higher natural modes was neglected.

More pronounced variability in ductility demands has been observed in some shear systems with fundamental periods shorter than the dominant period of the ground motion, and in those whose safety factors with respect to design story shears vary significantly through the building height^{3,11}. Such variability may be a consequence of architectural requirements, which often lead to some stories possessing elements stronger than they need to be in order to comply with the seismic coefficient adopted. When this happens,

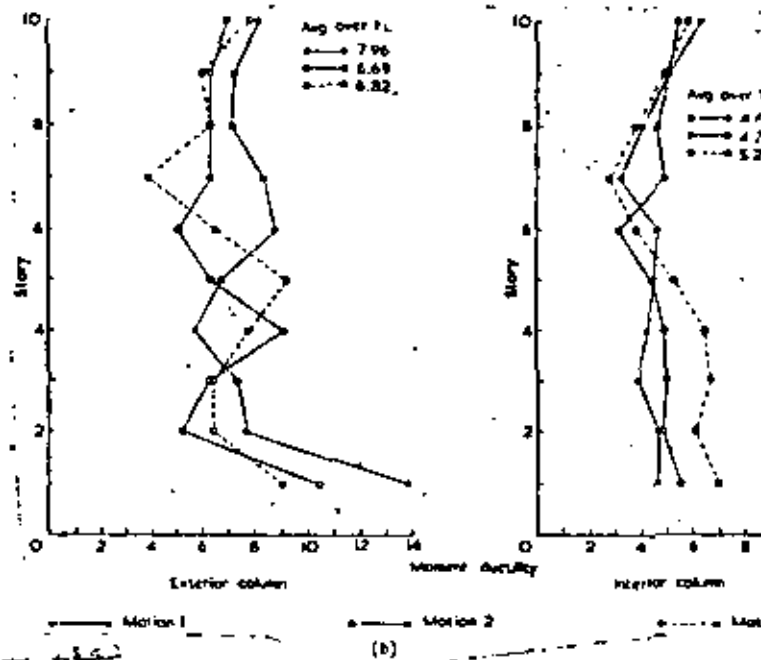
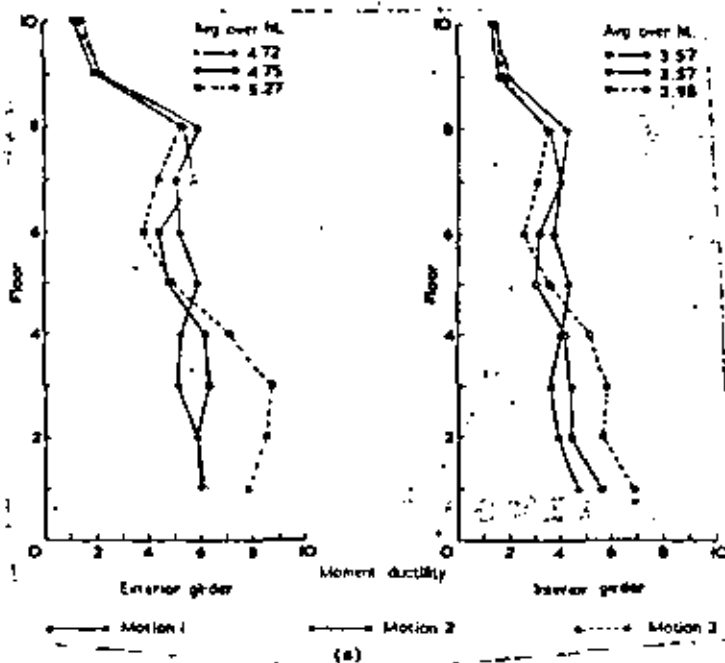


Fig. 3.11. Average moment ductility factors for gravity and earthquake design.

the relative contribution of each story to the hysteretic dissipation of kinetic energy changes, and those stories possessing the smallest safety factors are subjected to higher ductility demands than if the safety factor were uniform throughout the structure. When these increased ductility demands cannot be met with adequate yielding capacity, the lateral force coefficient has to be raised. Because of the large displacements implied, slenderness effects may become specially significant.

3.2.2 Stiffness and deformations

Structural stiffness controls natural period and hence seismic forces. The latter are lower for longer periods, that is, for small stiffnesses, but then displacements and deformations may become excessive. In addition to ensuring adequate safety factors against collapse, seismic criteria should aim at controlling deformations, because they are directly responsible for damage to nonstructural elements, impact with adjacent structures, panic and discomfort.

Stiffness is also the main variable controlling safety against instability,

Lateral displacements and internal forces produced by horizontal ground motion are amplified by interaction between gravity loads and the displacements mentioned. The amplification function varies in a nonlinear fashion with respect to lateral stiffness and reaches very high values when the latter variable approaches a certain critical value. In ductile structures, safety against instability failure is a function of effective stiffness, that is, of the slope of the line joining the origin of the force-deflection graph with the point representing the maximum deflection and the corresponding lateral force (in elastoplastic systems, this is the same as the value of the tangent initial stiffness divided by the ductility factor). The increasing rate of variation of the amplification function mentioned with respect to lateral stiffness when the latter is made to approach its critical value hinders the possibility of designing for very small lateral forces through the construction of very ductile structures (Figure 3.3).

3.2.3 Damage and energy absorption

Ductile hysteretic response provides a manner of transforming and

Local ductilities in
frames subjected to
multiaxial earthquakes
girders, (2) columns.
adapted from 3.4
Lavitand et al

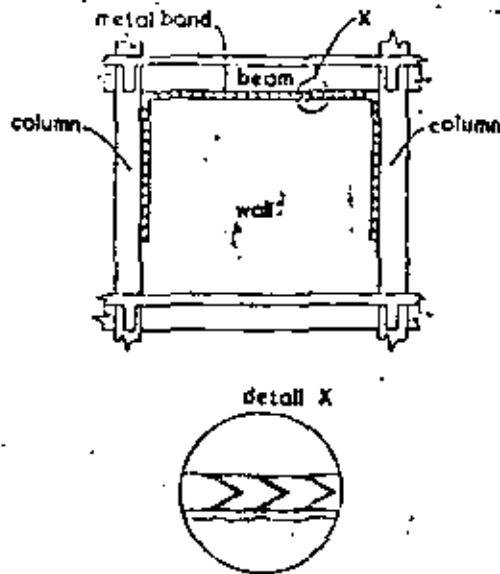
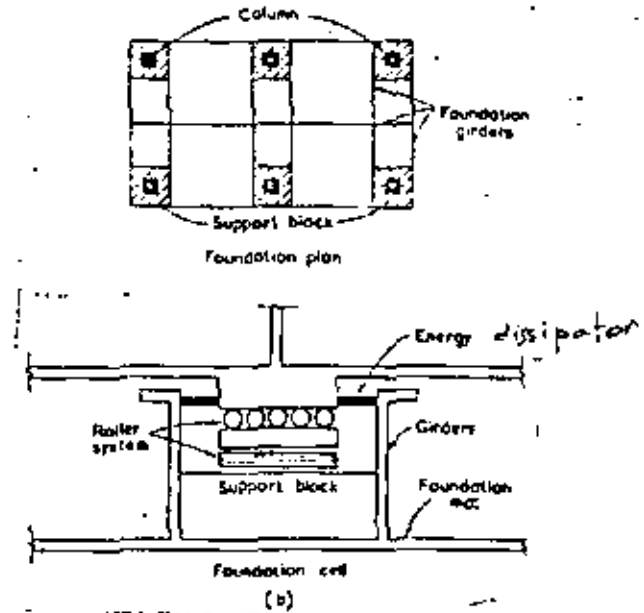


Fig. 3.12 Energy-absorbing and shock-isolating devices. (a) Metal band to protect partitions (after Stewart and Rosenthal^{3,10}); (b) roller support (after Rutenberg^{3,11})

dissipating the kinetic energy imparted to a structure through its base. Such response usually implies some degree of damage, and possibly the deterioration of the system to withstand future severe earthquakes. Damage may accumulate during successive events, and the system's capacity may be seriously impaired. Decisions concerning the extent and level of damage that it is advisable to admit are mostly of an economic nature. In general, the degree of structural damage and its harmful effects on future performance can be controlled at some cost through selection of adequate materials and construction details, as described in Chapter 8. Damage to nonstructural members can be prevented through their isolation from the deformations of the structure. However, economy may dictate taking advantage of energy dissipation associated with damage. Architectural elements or ad hoc devices can be used for this purpose (Figure 3.12). In either case, considerations on facility of repair or replacement should form part of design.

The use of metal bands around partitions as shown in Figure 3.12(a) may serve the purposes of limiting the lateral forces that the structure will transmit to the partitions and at the same time taking advantage of the capacity of the partitions to resist such forces and making use of the energy absorbing capacity of the bands^{3,10}. In other cases, designing for significant damage on partitions may prove to be attractive.



Anchor bolts that yield during severe ground motion can provide protection to slender chimney stacks against local buckling or overall bending failure^{3,12}, at the expense of nonrecoverable elongations. Adequate performance of anchor bolts during sequences of earthquakes demands adjusting nuts after each event and replacing those bolts for which the sum of previous residual elongations is excessive.

Large concentrated deformations are frequent at spandrel beams connecting coupled shear-walls (Figure 3.16(b)) or at the ends of beams meeting shear-wall edges, and hence constitute adequate locations for energy-absorbing devices.

Partial isolation of building foundations from the ground motion has been advocated as a means to control structural response and nonstructural damage^{3,13-15}. Isolating systems may consist of pads of very flexible material, assemblages of rollers or the like. Relative displacements between foundation and ground can be controlled by means of passive energy absorbing devices located at the ground-foundation interface (Figure 3.12(b)).

3.3 DESIGN PRINCIPLES

3.3.1 Design requirements and basic principles

The art of designing for earthquakes does not consist in producing structures capable of withstanding given sets of lateral forces, although that capability is part of a sound design. It involves producing systems characterized by an optimum combination of properties such as strength, stiffness, energy-absorption, and ductile-deformation capacities that will enable them to respond to frequent, moderate earthquakes without suffering significant damage, and to exceptional, severe earthquakes without endangering their own stability, their contents, or human life and limb. Achievement of this purpose means much more than application of codified rules; it demands understanding of the basic factors that determine the seismic response of structures, as well as ingenuity to produce systems with the required properties.

Codified requirements set optimum design levels in accordance with implicit cost-benefit analyses that balance initial construction costs with expected costs of damage and failure. They also recommend criteria and algorithms deemed adequate for the evaluation of the design actions tied to the optimum design levels. These recommendations serve the purpose of implementing sufficiently simple design criteria at the expense of narrowing the range of conditions where they give place to accurate predictions of response. It is the role of the engineer to recognize the possible deviations and to apply basic principles before trying to extrapolate general requirements to the particular problem at hand.

Static criteria of seismic design are stated in terms of the coefficients by which the masses of each structure have to be multiplied in order to produce the set of lateral forces to be designed for; but in most cases those coefficients stem from the dynamic response of linear shear beams possessing approximately uniform distributions of mass and stiffness. The meaning of the mentioned lateral forces must be clearly understood: they aim at providing a diagram of story shears that correspond to consistent safety levels; but they fail to predict other significant effects. Thus, reduction factors for overturning moment are required to account for the fact that maximum story shears do not occur simultaneously, and special algorithms have to be used to determine local effects, such as response of appendages and diaphragm stresses in floor systems, corresponding to safety levels consistent with those intended for story shear.

Dynamic criteria of design usually require performing a modal analysis, and hence variability in masses and stiffnesses is accounted for in the computation of the lateral force coefficients. Modal analysis however fails to predict the influence of nonlinear behavior except for some simple cases in which hysteretic dissipation of energy is distributed uniformly throughout the system and it is incapable of predicting ductility-demand concentrations and nonlinear interactions for the simultaneous action of several ground motion components. Whatever design criterion is adopted, departures of

actual conditions from those leading to uniform energy dissipation have to be recognized and their possible influence on behavior evaluated.

Given a set of design requirements and response control variables, a criterion of structural analysis capable of predicting with sufficient accuracy those variables must be applied to determine internal forces and deformed configuration. Simultaneous action of the significant components of ground motion has to be considered, including a scaling factor applied to each component in order to account for its probable value when the maximum absolute value of their combination takes place (see Chapter 2). The criterion of structural analysis adopted must be such as to recognize the possible concentrations of nonlinear behavior and to attain a sufficiently low probability that they occur at undesirable locations, as a consequence of inaccuracies of that criterion. This means that prediction of displacements and internal forces must account for stiffness and continuity, including all significant deformations; in particular, $P-\Delta$ effects must be considered at least by means of an approximate analysis intended to define the desirability of more refined studies. Some building code regulations state simple rules for deciding when $P-\Delta$ effects can be disregarded¹¹. The contribution of the so-called nonstructural elements to stiffness should not be neglected, unless those elements are properly isolated from the structure or it is shown that they can not be harmful to its behavior.

Attention should be given to inertia forces associated with all significant components of local acceleration, namely angular acceleration (rotational inertia) of umbrella-like canopies or segments of stacks and vertical accelerations of long-span girders in bridges or industrial bents. Both types of acceleration are produced by horizontal, vertical, or rotational ground motion.

Adequate stress paths must be provided in order to guarantee that design forces can be transmitted down to the foundation. Deformability of the substructure and of the ground underlying it must be considered when defining the stiffness matrix of the whole system or the support conditions of the superstructure on the foundation. Distribution of contact pressures between ground and substructure should be computed on the bases that no tensile stresses can be transmitted at the interface, unless special provisions are taken, such as the construction of anchors or tension bearing piles.

Safety of structural and nonstructural elements to withstand the effects of local accelerations should be studied; in particular, overturning of walls and parapets produced by forces normal to their planes must be prevented by adequate reinforcement and anchorage.

3.3.2 Framing systems

Decisions concerning the selection of a framing system are influenced by many factors. Basic criteria are best illustrated by discussing some typical problems, as done in what follows.

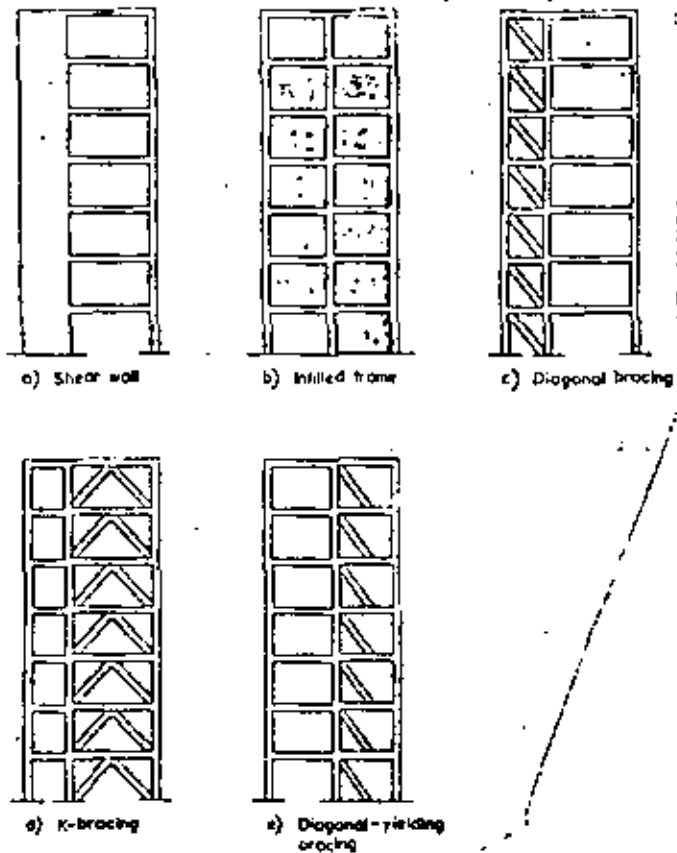


Fig. 3.13 Stiffening elements

Stiffening elements Continuous frames can usually resist seismic forces by developing rather uniform stress paths. Their main asset is that they can easily be designed and built so as to withstand large ductility demands. However, their efficiency, based on the bending capacity of beams and columns, is lower than that of systems that base their strength on that of elements subjected to simple shear or axial forces. Besides permitting the development of larger lateral capacities without excessive costs, stiffening systems can be decisive in the control of damage associated with lateral distortions. But economic and architectural considerations may preclude the use of these elements in some instances, and they may show significant

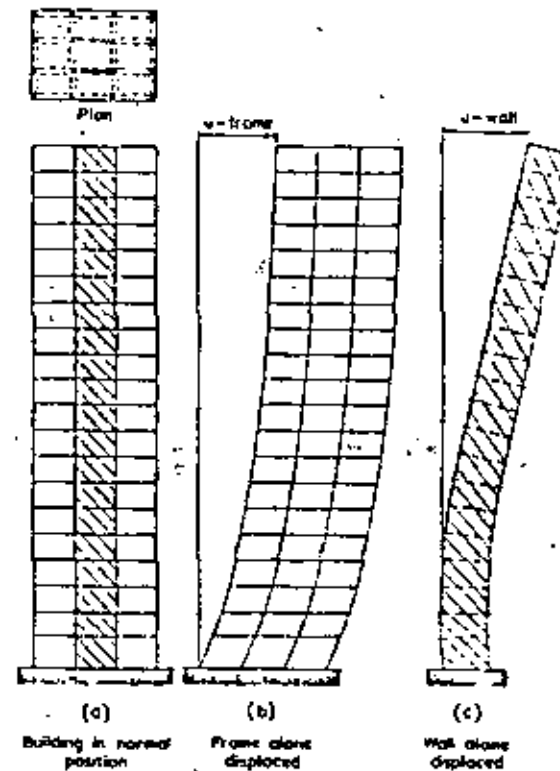


Fig. 3.14 Lateral load response of shear walls and frames (after Neumeier²²)

technical disadvantages in others. In tall buildings, enhanced stiffness is usually provided by diaphragms and cross braces; the former built in reinforced concrete or masonry, the latter in reinforced concrete or steel (Figure 3.13). Use of cross bracing is usually to be preferred over that of diaphragms in low buildings and industrial bents, except in those instances where the diaphragms are required for architectural reasons. In intermediate and tall buildings the reverse is usually true, mainly on account of the large cross-sectional dimensions that would be required for the bracing members and of the serious problems posed by their anchorage, particularly in reinforced concrete structures.

The efficiency of cross-braced bays and shear walls is reduced as their aspect ratio (height-to-width ratio) increases. The reason for this can be understood from Figure 3.14, which compares the deflected shapes of a

*Wester's New Colic
Drainage, G.E.C. P. 10
Springfield, Mass. (1977)
defines bent as
a transverse frame
to carry lateral and
vertical loads*

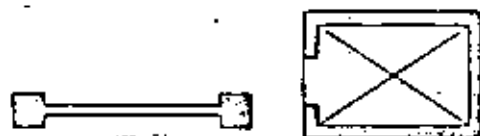


Fig. 3.15 Efficient shear wall sections

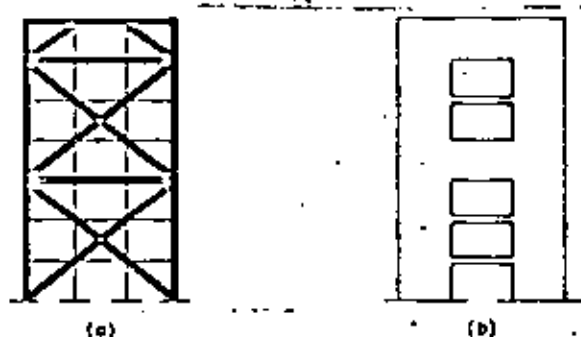


Fig. 3.16 Efficient use of stiffening elements. (a) cross braces, (b) shear walls and spandrel beams

braced bay or a wall acting as a flexural beam fixed at its base and a continuous frame acting essentially as a shear beam when both are subjected to a system of lateral forces. For equal top deflections, near the bottom the slopes of the flexural beam will be much smaller than those of the shear beam, but near the top the reverse will be true. The greater the aspect ratio of the flexural beam, the more important will be this effect. It follows that, when a system of lateral forces is resisted by the combination of a continuous frame and a slender wall, the latter will take a significant portion of the total story shear in the lower stories, but will fail to do so in the upper ones, as there the wall will tend to lean on the frame, instead of helping it to withstand the total story shear. The occurrence of large rotations of the wall horizontal sections gives place to excessive local deformations and ductility demands at the ends of beams connected to the wall edges. These problems can be aggravated by the occurrence of significant displacements associated with the flexibility of the foundation at the base of the wall. Adoption of cross sections as shown in Figure 3.15 can significantly enhance the efficiency of slender shear walls by increasing their flexural stiffness; but the most effective manner of reducing overall bending deflections is to get as wide a portion of a given bay to contribute to overall bending stiffness. In braced systems, this can be accomplished by adopting configurations as shown in Figure 3.16(a). Where architectural requirements force the adoption of a number of separate walls in the same plane, one solution consists in coupling several of them and

making them act together by means of sufficiently stiff and strong spandrel beams (Figure 3.16(b)). Then stems the problem of attaining ductile behavior in these beams (see Chapter 5).

Use of stiffening elements may bring about other problems: the flexibility of the foundation and that of the floor diaphragms may be significant in comparison with that of the stiffening elements and have to be accounted for when obtaining the distribution of internal forces. In-plane deformability of horizontal diaphragms may become very important in buildings long in plan where lateral forces are resisted by shear walls located near the ends of the building plan. Not only stiffness, but also strength of the floor diaphragms in their own plane becomes then a relevant variable.

Symmetry: The distressing influence of asymmetry in structural behavior has been recognized, and perhaps over-emphasized. Efforts to avoid its effects have concentrated on the problem of adjusting stiffnesses so as to avoid torsional eccentricities; but even if computed eccentricities are negligible, important torques can develop, for instance, when high stiffnesses of certain structural members on one end of the building plan are balanced by very dissimilar elements on the other, as the relative values of the computed stiffnesses may be little reliable. In addition, eccentricities of variable magnitude may occur as a consequence of nonlinear behavior, even in those cases where conventional linear analysis predicts no torsional stresses. For this reason, it is desirable that structures be symmetric not only with respect to stiffnesses, but also to types of structural members.

Uniformity: Adoption of very different spans in a given frame gives place to high shears and bending moments in the girders covering the shortest spans. These internal forces may reach excessive values in tall buildings, and even give place to objectionable variations on the axial loads of the adjacent columns; these variations can in turn affect foundation design. In low rise buildings these effects may be insignificant; the degree of uniformity which may be desirable in tall buildings may thus be objectionable in the lower ones, if it prevents taking advantage of the irregularly located points put forward by the architect. For instance, in the reinforced concrete frame structure whose floor plan is shown in Figure 3.17(a), the arrangement of service walls permits locating columns at points A, B, C, D. Such columns would reduce beam spans, and hence they would be desirable in a two- to five-story building; probably, they would be objectionable in a building having more than eight or ten stories. Nevertheless, it may in some cases be advantageous to locate columns at points that imply marked discrepancies between the spans of a tall building. It is then advisable to decrease the stiffnesses of the girders connecting those columns, mainly by reducing their depth, as shown in Figure 3.17(b).

As a consequence of vertical displacements produced by lengthening and shortening of columns, problems derived from excessive stiffness of short span beams tend to augment. Stiffness reduction called for by a good design for lateral loads might then be inconvenient because of limitations related

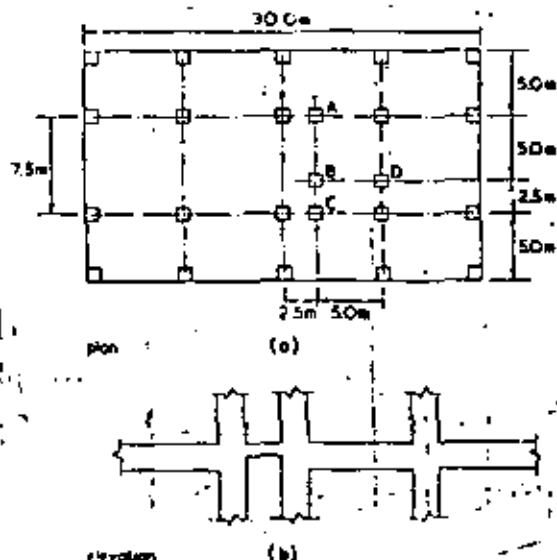


Fig. 3.17. Structural solution for building with uneven spans (after Newmark and Rosenbluth¹³).

with vertical load deflections. It is then advisable to project plastic hinges at the ends of the elements under consideration.

Buildings having irregular plans that include two or more main sections interconnected by narrow corridors (Figure 3.18) pose special problems of analysis and design: excessive stresses in the corridor diaphragms and significant twisting forces in the building sections can result as a consequence of interaction among those sections. Evaluation of these effects is in general a difficult task including explicit consideration of diaphragm deformability. The problem can be successfully handled by means of properly located vertical construction joints.

Scattered lines of defense. A large number of buildings have their lateral strength on the contribution of brittle elements that crack while they absorb energy during the strongest phases of a shock. Design of such buildings is often done assuming no reduction in the elastic spectral ordinates on account of ductility, as cracking may be tantamount to collapse. Their performance is greatly improved, and the design forces for a given reliability sharply reduced, however, if the system is provided with a second line of defense, capable of developing a fraction of the lateral strength of the brittle elements and of showing ductile behavior after cracking of the first, stronger and usually stiffer system. This property has been recognized by some building codes^{1,16,3,20}, which specify nearly equal ductilities for moment resisting

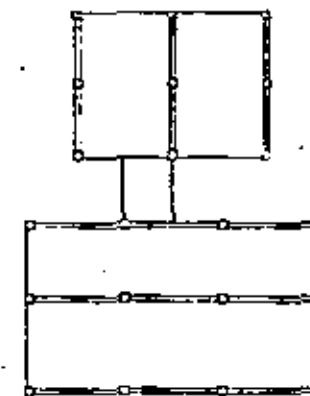


Fig. 3.18. Building sections interconnected by narrow corridors.

structural frames as for dual systems that resist lateral forces by a combination of vertical bracing trusses, reinforced concrete or reinforced masonry shear walls and ductile moment resisting frames, provided the frames take at least 25% of the prescribed seismic forces.

3.3.3 Design for ductility and energy absorption

Neither local nor global ductilities can be ensured by use of a ductile material: both properties depend as well on the types of potential failure modes and on the relative values of the safety factors with respect to each of them. Thus, onset of instability precluded taking full advantage of the ductility inherent in the material used in the structure of Figure 3.3. While the stress-strain law for the material can be represented by Figure 3.6(b), the relationship between lateral force and displacement is better described by Figure 3.6(d), and this non-ductile curve will dominate system behavior unless the lateral stiffness is increased or the vertical load decreased, only the first of these actions is ordinarily feasible. Likewise, premature local buckling of a beam-flange may prevent the development of a ductile plastic hinge at the same cross section.

In order to attain ductile behavior, one must identify potential failure modes, determine those characterized by ductile behavior, and adopt a set of safety factors leading to a sufficiently low probability for the event that limit states with respect to brittle modes of behavior will be reached before those associated with ductile modes. For instance, reduction factors for lateral forces specified by Mexico City building code^{2,16} for ordinary moment resisting reinforced concrete frames correspond to an assumed ductility of 4, but the code permits that parameter to be taken as 6 if some special requirements are satisfied. Among those requirements, load factors of 1.4 are

specified for brittle-failure limit states, such as those associated with shear force, torsion and buckling, for the superposition of permanent loads and earthquake, instead of 1.1, applicable to ductile limit states.

Details and connections Because global ductility of usual structures depends as a rule on local ductilities of small regions, careful design and detailing of those regions is mandatory. In building frames, yielding is usually restricted to occur at plastic hinges located at the sections where the ratios of capacity to action are lowest. As a rule, it is feasible and convenient to have those sections at the member ends. Chapters 4 and 5 deal with the specific design criteria intended to ensure that sufficiently ductile plastic hinges will form at predetermined locations.

Brittle modes of behavior are often the consequence of exceedance of structural capacity at some particular regions where drastic changes in mechanical properties of the structural members take place. As a rule, brittleness of behavior can in those cases be ascribed to local nonlinear buckling or to stress concentrations usually unaccounted for in ordinary design. Typical among the vulnerable regions are connections between structural members. In steel structures, local brittle behavior usually results from local buckling or welding failure, while in reinforced concrete, problems of bond, diagonal tension, and stress transfer between reinforcement of different members dominate. On account of the complexity of the stress patterns usually involved, the problem is in general not only one of brittleness but also one of ignorance or carelessness in the evaluation of the structural capacity of the joint. Practical recommendations for evaluation of this capacity are provided in Chapters 4 and 5. The condition that the probability of brittle failure is sufficiently smaller than that of ductile failure is attained by adopting larger safety factors with respect to capacity of the joint than to that of the members it connects; but often the difference in safety factors is insufficient to override the wide uncertainties associated with joint behavior.

Ductility of members and subsystems In members and subsystems, ratios of safety factors with respect to brittle and ductile modes depend on the capacities of critical sections with respect to various combinations of internal forces and on the ratios between those internal forces when the member or subsystem deforms beyond the failure limit states of the critical sections. Thus, a reinforced concrete beam acted on its ends by moments M_1 and M_2 produced by permanent loads and by seismic couples M'_1 and M'_2 which grow from zero to their final values, will attain its bending capacity if either $M_1 + M'_1$ or $M_2 + M'_2$ reach the corresponding strength. Failure will be ductile if the beam is under-reinforced, i.e. if tensile bending failure governs. Brittle failure will take place if the member is over-reinforced or if development of the bending capacity is precluded by premature failure in diagonal tension. As couples M'_1 and M'_2 grow, end shears vary as $[V = V_0 \pm (M'_1 + M'_2)/L]$, where V_0 is the effect of permanent loads and L is the member span, and the member fails prematurely in diagonal tension if the

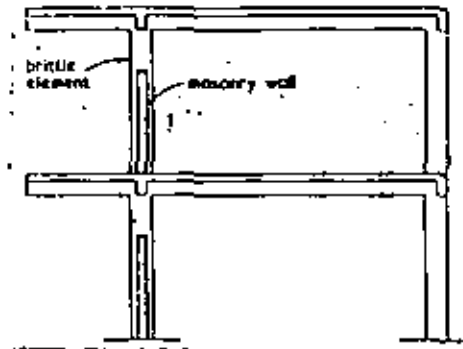


Fig. 3.19 Low ductility structure

shear at either end reaches the beam capacity before moments $M_1 + M'_1$ and $M_2 + M'_2$ reach the corresponding bending strengths.

Large values of L imply small values of the shear force for given values of M'_1 and M'_2 and bending failure is likely to dominate; ductile behavior will take place at ordinary under-reinforced members. For small values of L the opposite will be the case: brittle-type diagonal tension failure will be reached before bending failure, unless special precautions are taken to ensure that the safety factor with respect to the former mode is greater than that applicable to the latter.

The condition is often encountered in buildings with irregular plan, as shown in Figure 3.17(a); adoption of a smaller beam depth can lead to a ratio of shear to bending strengths capable of ensuring ductile behavior. The same problem is characteristic of the structural system shown in Figure 3.19, typical of school buildings in some countries: the clear height of some columns is reduced by their interaction with masonry panels lower than the story height. This leads on one hand to shear concentrations and torsional response, and on the other to large ratios of shear force to bending moments, and hence to brittle failure, under usual conditions. All these problems can be avoided if the columns are liberated from restrictions throughout the full story height, either by placing a flexible joint between wall panels and columns, or by locating frame and wall on different, parallel planes. Alternatively, ductile behavior can be accomplished in this case by designing the free-standing portion of a given column for a shear capacity equal to or larger than the sum of the bending capacities at the ends of the mentioned portion divided by its height. Interaction with axial forces must not be forgotten. In the extreme case of very short spandrel beams used for providing coupled action of adjacent shear walls (Figure 3.20), special reinforcement has to be furnished in order to attain ductile behavior under diagonal tension.

Axial loads reduce available ductility at columns ends; the larger the axial

1/2c
M'_1 and M'_2

will
1/2c

1/2

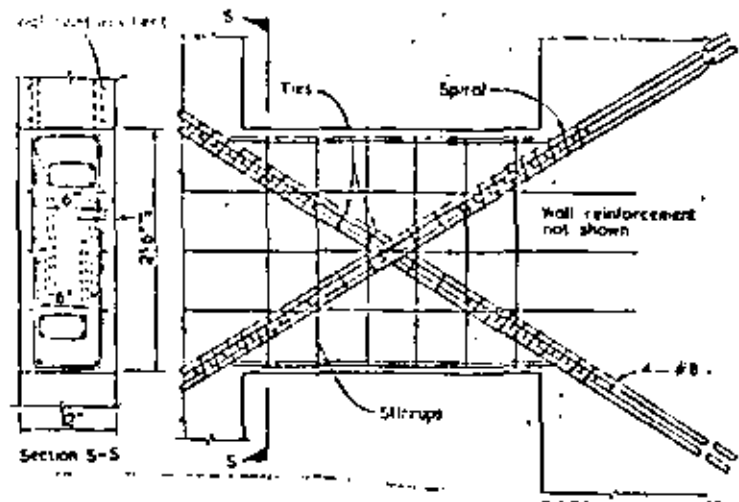


Fig. 3.20 Suggested reinforcement for coupling beam (after Paulay²⁴)

stress, the larger the reduction, as shown in Figure 3.21 for a reinforced concrete column of given characteristics. Hence the criterion that suggests that plastic hinges occur at the end of beams, rather than of columns; this can be accomplished with reasonable reliability by adopting slightly higher load factors (say 10 or 20%) for column than for beam design.

The consequences of designing exclusively for strength, with neglect of ductility considerations, can be as serious as displayed in Figure 3.23, which shows the brittle failure of a large number of columns of a building having the cross section shown in Figure 3.22, during the Caracas earthquake of 1967^{2,17}. Axial loads due to gravity forces and to seismic response impaired the capacity of the otherwise strong columns to develop sufficient ductility; the situation may have been aggravated because the upper stories, being much stronger in shear than the lower ones, must have given place to the occurrence of specially higher ductility demands at the columns under consideration.

3.4 SAFETY CRITERIA

3.4.1 Structural safety

Uncertainty and safety in seismic design Neither loads acting on buildings nor strengths of structural members can be predicted with sufficient accuracy that uncertainty can be neglected in design. Nominal values of loads and strengths are most unfavorable values only in the sense that the probability

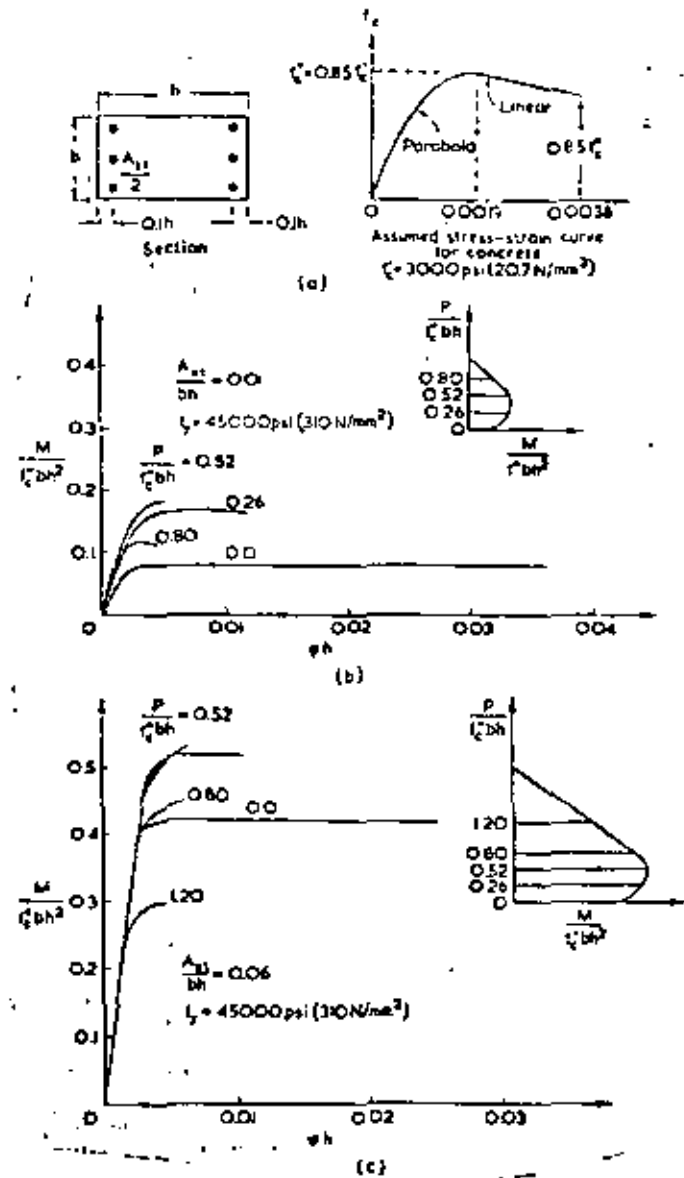


Fig. 3.21 Influence of axial load on column ductility (after Park and Paulay²¹).

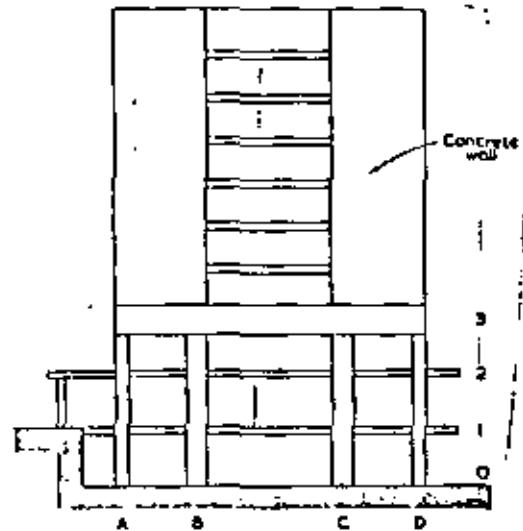


Fig. 322 Schematic cross-section of building damaged during Caracas 1967 earthquake¹⁷.

that those loads and strengths adopt values more dangerous for the performance of a given system is sufficiently small. If the actual value of the internal force acting on a critical section or subassembly of a structure exceeds the actual value of the corresponding strength, failure occurs. Structural safety is measured by the probability of survival, that is, that failure does not take place. When only a single load application is contemplated the probability of survival is determined by the probability distributions of load and strength at the instant when the load is applied, provided the safety margin, i.e. the difference between strength and load does not decrease with time. Seismic excitation however consists of a random number of events of random intensities taking place at random instants in time, and seismic safety cannot be described by a single probability of survival under a given load application, but rather by a time-dependent reliability function $R(t)$ equal to the probability that the structure survives all combinations of dead, live and seismic actions that affect it during an interval of length t starting at the same time as construction.

Limitation of material losses and other forms of damage is as important an aim of earthquake resistant design as is safety against collapse. For the sake of simplicity, these two objectives are usually pursued by design codes through the specification of a design earthquake for which collapse safety and deformation restrictions have to be verified. Some special structures are analyzed for two different design earthquakes; safety requirements with respect to collapse limit states are established for an extreme intensity event,

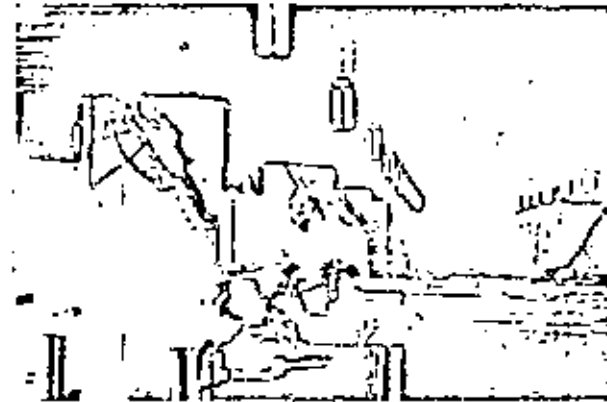


Fig. 323 Failure of reinforced concrete columns

while limitation of non-structural damage is aimed for through the control of stresses and deformations for shocks of moderate intensity, likely to be exceeded several times during the structure's life.

Complying with collapse safety design conditions does not mean that failure probability is annulled, it is rarely possible to set sufficiently low upper bounds to seismic intensity at a site or to structural response that designing for them will be economical or even feasible. Besides, neither structural strength nor performance for a given intensity can be predicted with certainty. Establishment of design conditions follows cost-benefit studies, where the initial costs required to provide given safety levels and degrees of protection with respect to material losses are compared with the present value of the expected consequences of structural behavior. This is obtained by adding up the costs of failure and damage that may occur during given time intervals, multiplied by their corresponding probabilities and by actualization factors that convert monetary values at arbitrary instants in the future into equivalent values at the moment of making the initial investment.

Evaluation of failure and damage probabilities implies an analysis of the uncertainties associated with structural parameters, such as mass, strength, stiffness and damping¹⁸, and with those defining seismic excitation, such as motion intensity and relation of the latter to the ordinates of the response spectra for given periods and damping values, or to other variables closely correlated with structural response. Conversely, attainment of given safety levels and degrees of protection for material losses is accomplished through the specification of nominal values of design parameters used to compute structural capacity and response and of safety factors that must relate the latter variables.

Optimum safety — The formal application of cost-benefit studies to decision making in earthquake engineering is often hindered by problems that arise in the evaluation of expected performance of structures. Prominent among them is the difficulty to express different types of failure consequences in the same unit or, more specifically, to assign monetary values to concepts such as panic, injury, death and even loss of prestige of designers, contractors or regulating agencies responsible for safety policies. Those difficulties can be overcome through adoption of decision-making models that account for uncertainty in the mentioned concepts and of policies for assessing that uncertainty. An important asset of decision oriented cost-benefit studies, however informal they may be, is their providing of insight into the relevant variables and the manner in which optimum design intensities and safety factors should vary with respect to those variables. Thus, it is concluded that optimum design intensity is an increasing function of the derivative of initial cost with respect to capacity to the expected cost of failure, and is a decreasing function of seismic activity at a site.

The latter conclusion means that the higher the activity the higher the optimum level of risk to be accepted in design^{3,19}. This is often neglected, as it contradicts the widely extended concept that in seismic design consistent safety means design for intensities having a given return period, regardless of initial costs.

The benefits of adopting safety levels that depend on the consequences of failure have been recognized in some modern design regulations. For instance, structures are classified in Mexico City Building Code²² in three categories according to their usage, namely provisional, ordinary and specially important. The second category includes apartment and office buildings, and the third includes structures the failure of which would have especially important consequences, the good performance of which is critical just after an earthquake (hospitals, fire stations), or the contents of which are very valuable (museums). Structures in the first category do not require formal earthquake resistant design, while those in the third category are designed for 1.3 times the spectral ordinates specified for the second group.

In the recently proposed Recommended Comprehensive Seismic Design Provisions for Buildings^{3,20}, structures are classified into three main groups according to their seismic hazard exposure, that is, the relative hazard to the public based on the intended use of the building. In decreasing order of importance, these groups include, respectively, buildings housing critical facilities which are necessary to post-disaster recovery, those which have a high density of occupancy or which restrict the movements of occupants, and other structures. Seismic design spectra are based in all seismic regions on intensities that may be exceeded with 10% probability in 50 years. Differences in the optimum safety levels for different building usages are not recognized in the adoption of different seismic coefficients, but only in the restrictions concerning height and types of structural systems and in the refinements of the criteria for structural analysis and design, which are made to depend on the seismic zone and the seismic hazard exposure.

3.4.2 Design values

Nominal values of design variables and safety factors — and hence of implicit safety levels — have been traditionally established by trial and error and engineering judgement. Although explicit optimization as described above seems the ideal framework for design, its direct application by designers is at present impractical, with the exception, perhaps, of extremely expensive structures, such as nuclear reactors, or structures built in large numbers from the same design, such as offshore drilling platforms. Design values specified in a building code should be based on optimization studies covering the types of structures contemplated by that code, and optimization should be referred to the expected population of those structures. The fact that explicit optimization is not directly applied to each individual structure implies that we are dealing with suboptimization, that is, optimization within given restrictions: design formats must be kept simple, and the number of relevant variables small. As a consequence, what is optimum for a population of structures may not be optimum for every individual member.

Nevertheless, the theory of structural reliability has provided the framework for recent attempts to attain consistency between those rules and to extrapolate them to more general conditions. Simplified formulations derived from the basic concepts have led to design criteria that approach consistency while not departing from the simplicity required for practical applications^{3,23,24}. Nominal values of the design variables are chosen such that the probability that each variable will adopt a more unfavorable value does not exceed a certain limit; often, the probability limit specification is substituted with a criterion stating a number of standard deviations above or below the mean value of each variable. Consistent safety levels based on cost-benefit studies are approached through proper handling of load factors and strength reduction factors^{3,25}.

Permanent loads — Dead and live loads affect seismic design conditions in various manners: they give place to internal forces produced by gravity — thus reducing capacity available to resist seismic forces — and they influence seismic response, both with regard to the structure's vibration periods and to the relation between mass, acceleration and force. The influence on natural periods is usually disregarded when specifying design loads, but can be accounted for by stating probable ranges of variation of those periods with respect to their computed values. Because dead loads are essentially constant in time, their design values for the combination of permanent and accidental loads coincide with those valid for the action of the former alone. Design values for live loads to be used in combination with earthquake must be obtained from the probability distributions of their value at an arbitrary instant in time, rather than of their maximum during a relatively long interval; the fact that the cost of failure in case it occurs is a function of the acting live load has been accounted for in some recent cost-benefit studies^{3,26}. These considerations substantiate the requirements of some design codes that state different design live loads for their combination with permanent and accidental loads or with permanent loads alone^{3,26}.

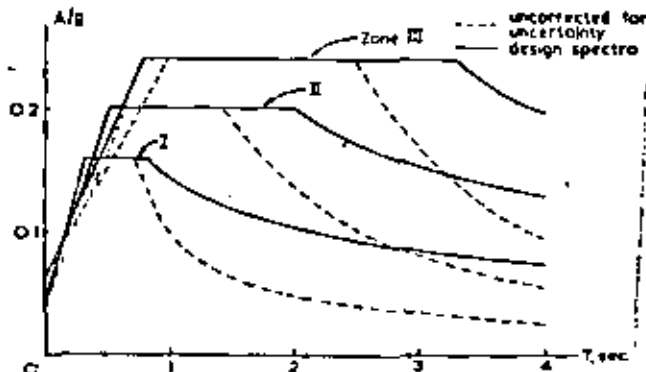
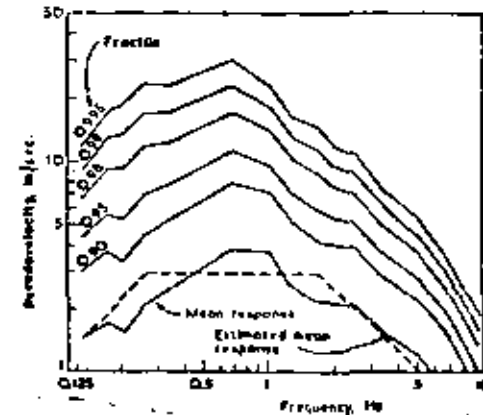


Fig. 3.24 Design spectra corrected for uncertainty in natural period

Natural periods Uncertainty in natural periods stems from that associated with mass and stiffness as well as with soil-structure interaction; its significance arises from the sensitivity of spectral ordinates to this parameter. That uncertainty can be taken into account by adopting unfavorable values derived either by applying corrective factors to those computed in terms of nominal values of the relevant parameters or by covering those uncertainties by means of suitable modifications to the ordinates of the nominal design spectra. As a rule, corrective factors greater than unity are applied to periods lying in the ascending branch of the acceleration spectrum, and values smaller than unity are applied otherwise. For instance, Figure 3.24 shows design spectra for three microzones in Mexico City both for deterministically known and uncertain natural periods^{3,19}. For multidegree of freedom systems this criterion errs on the safe side, as it neglects probabilistic correlation among natural periods.

Design spectra Detailed characteristics of earthquakes are only approximately specified when a design intensity is adopted. Specification of design spectra for linear systems involves making decisions with respect to the design intensity and to the probability of exceedance of the proposed spectral ordinates given that intensity. Because the frequency content of ground motion varies with magnitude, focal mechanism, and site-to-source distance, earthquake intensity by itself does not determine the probability distribution of spectral ordinates for all ranges of natural periods. Unless seismic risk at a site can be ascribed exclusively to shocks that may generate at the same source, design spectra can not be made to correspond to the 'worst probable earthquake' to be expected at the site; rather, they should be obtained from the probability distributions of maximum response for different natural periods, regardless of the seismic source where every particular shock may have originated.

Fig. 3.25 Response spectra for different exceedance probabilities (after McGuire¹⁹)

As a rule, the probability distributions of maximum spectral ordinates referred to in the foregoing paragraphs cannot be directly inferred from strong-motion records obtained at the site of interest, as only exceptionally is a large enough sample of those records available for the site. Instead, those distributions are usually generated from stochastic process models of local seismicity in the near-by seismic sources and the transformation of magnitudes and source locations into intensities at the site by means of attenuation laws that relate the pertinent variables with site-to-source distance^{1,2,3,21}. Spectral ordinates corresponding to given probabilities of exceedance for a given magnitude and distance are shown in Figure 3.25, obtained from ref. 29. If peak ground acceleration and velocity are given, mean values of design spectra or values corresponding to given exceedance probabilities for different damping ratios can be readily estimated, as shown in Figure 2.1.

Use of elastic spectra on firm ground as the basis for constructing inelastic design spectra is illustrated in Figure 2.3. The solid line represents an elastic design spectrum constructed according to the criterion of Ref. 3.30, ordinates are pseudovocities and abscissas are natural frequencies, and both scales are logarithmic. The dashed line represents the nonlinear spectrum for the same damping as the elastic spectrum and a ductility factor μ ; spectral accelerations can be directly read from the dashed-line plot by referring it to an adequate system of straight lines sloping down from the left, and total displacements of the inelastic system are obtained by multiplying those corresponding to the dashed line by the ductility factor μ (dash-point line). The relation between the various segments of the reduced acceleration spectrum $D^*V^*A_0^*$ and their counterparts for the elastic case is as follows^{3,30}. The extreme right-hand portion of the spectrum, where the

response is governed by the maximum ground acceleration, remains at the same acceleration level as for the elastic case, and therefore at a corresponding increased total displacement level; the ordinates of segments D and V in the small and intermediate frequency ranges, respectively, are divided by μ , and the ordinates of segment A are reduced according to an equal-energy criterion, which for elasto-plastic systems is tantamount to dividing by $(2\mu - 1)^2$.

The accelerograms of some earthquakes recorded on the surface of thick sediments of soft soil are characterized by their long duration and by their nearly harmonic nature. These properties are reflected in their linear response spectra, which show very narrow and pronounced peaks at one or more dominant periods (Figure 3.26). The validity of the foregoing rules for transforming linear spectra into their nonlinear counterparts has not been assessed yet, but some significant features have been qualitatively applied in the formulation of design spectra for the soft soil region in Mexico City. As Figure 3.26 shows, the design spectra uncorrected for uncertainty in natural period shows a wide plateau of constant ordinates, which is intended to cover the tendency of structures possessing natural periods shorter than those dominant in the ground motion to show increased responses as their effective periods grow as a consequence of nonlinear behavior.

Figure 3.26 also shows a correction for uncertainty in natural periods on both sides of the region of maximum ordinates; it also shows that on the long period side, specified ordinates are made to decay at a significantly slower rate than in the recorded spectrum. The latter requirement stands for the convenience of covering the decrease in reliability due to the possibility of occurrence of a large number of failure modes, and of providing additional protection with respect to unfavorable behavior caused by phenomena typical of long period structures and not normally considered in analysis, such as some forms of soil-structure interaction, concentrations of ductility demand, and slenderness effects in excess of computed values.

Damping and ductility. The recommendations of some modern building codes^{1, 16, 20} are formulated as though design spectra were actually based on linear response spectra for 5 to 10% viscous damping, with correction factors intended to account for ductilities in the approximate range of 1 to 6. But structural damping at small strains is much smaller than openly recognized in design specifications. Thus, while linear response spectra that provide the basis for the recommendations of Ref. 3.16 correspond to a damping ratio of 0.05 of critical, tests on actual structures subjected to small amplitude vibration show that this value should not exceed 2 to 3% for reinforced concrete structures or 0.5 to 1% for welded steel structures with low density of nonstructural elements. Apparent inconsistencies are rather a matter of tradition and of nomenclature than of actual safety, as most damping, even at low strains, must be ascribed to nonlinear response and deterioration rather than to viscous, non-damaging behavior. Nominal ductile capacity for given structures has not been derived from probabilistic

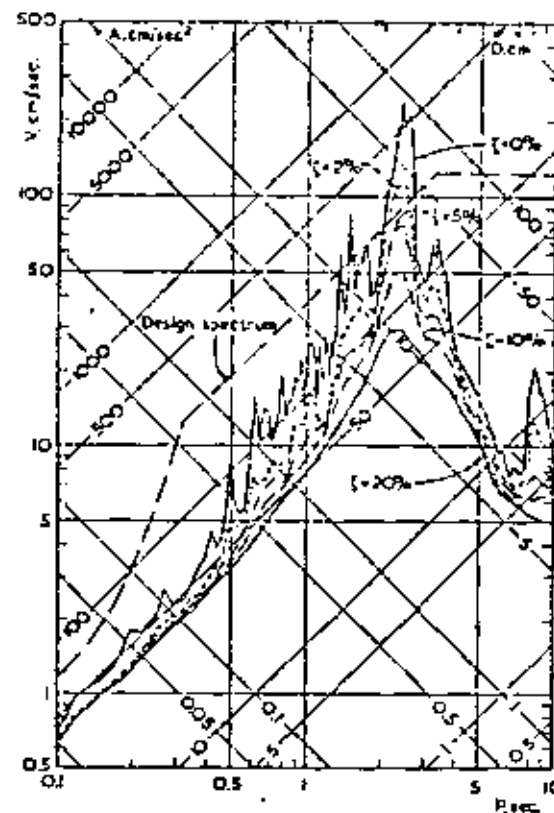


Fig. 3.26 Typical response spectra on soft clay in Mexico City.

analysis of the measured ductilities developed by various structural systems subjected to dynamic excitation, but rather by semi-empirical adjustment of design coefficients based on engineering judgement, economic considerations, and study of the observed response of structures of known properties to severe ground shaking.

3.4.3 Reliability analysis in seismic design

As mentioned above, the reliability function of a system in a given environment is the probability that the system survives all the actions exerted upon it by the environment during a given time interval. Its computation is based on the probability distribution of the minimum safety margin during

the given interval, and this probability is in turn dependent on the probability distributions of system strength and environment action at every instant within the interval. In seismic reliability problems the environment is described by stochastic models of dead, live and seismic loads, while system strength is described by probabilities of occurrence of given failure modes for given combinations of the mentioned loads. Uncertainty in seismic loads arises from randomness in earthquake origin, magnitude, rupture mechanism and wave propagation path, as well as from uncertainty in dynamic response for a given earthquake intensity. A brief description of the basic concepts of seismic reliability analysis is presented in the following, with the intention that it will provide a conceptual framework for the rational determination of safety levels and hence of pertinent design values and safety factors. More complete studies can be found in Refs. 3.21, 3.27 and 3.31.

Seismicity Let Y be earthquake intensity, expressed in terms of a set of parameters (such as peak ground acceleration or velocity, spectral response for given period and damping) that can be directly correlated with structural response or performance. Seismicity will be described by the stochastic process of occurrence of significant events, that is earthquakes having at the site of interest an intensity sufficiently high as to affect engineering structures, and by the conditional probability distribution of intensity given the occurrence of an event. Let T be the interval between occurrence of successive significant events, T_1 the time from the instant observations are started to the first event, and $f_r(t)$, $f_r(t)$ the respective probability density functions. The probability density function of the time to the r th significant event is obtained recursively as follows:

$$f_r(t) = \int_0^t f_{r-1}(t-\tau) f(\tau) d\tau, \quad r > 1 \quad (3.1)$$

thus, the probability density function of the time to first exceedance of intensity y equals

$$g_1(t) = \sum_{r=1}^{\infty} f_r(t) P Q^{r-1} \quad (3.2)$$

where $Q(y)$ (assumed independent of t and r) is the conditional cumulative probability distribution of intensity given that a significant event has occurred, and $P = 1 - Q$. The probability density function of the time to failure for a structure having a deterministically known strength Y_n , can be obtained by means of Equation 3.2, making $Q = Q(Y_n)$.

Different expressions have been proposed for f_T and f_r .^{3,22} The simplest of them, although not the most realistic, assumes significant events to take place in accordance with a Poisson process, that is,

$$f_r(t) = f_r(t) = \nu \exp(-\nu t) \quad \dots$$

where ν is the mean rate of occurrence of the mentioned events. Under this assumption, Equation 3.2 leads to

$$g_1(t) = \nu P e^{-\nu t} \quad (3.3)$$

The discussion that follows will be confined to this assumption. A more general treatment can be found in Ref. 3.31.

Structural response Let D be the cost of damage caused by an earthquake on a structure. It can vary between 0 and $D_0 + A$, where D_0 is the total cost of the structure and A that of its contents, as well as all other consequences (such as loss of human lives and indirect effects) expressed in monetary terms, diminished by the salvage value. A probability density function of D conditional to every possible value of intensity can be established.^{3,22} If that function is denoted by $f_{i,j}(y)$, the probability density function of D every time a significant event takes place is

$$f_{D,i} = \int_0^{Q(y)} f_{i,j}(y) dy \quad (3.4)$$

It may be advantageous to express the domain of possible damage levels of a given structure by a set of potential failure modes. If $p_i(x)$ is the probability of failure in mode i given an intensity equal to x , and D_i is the corresponding cost of damage, then the marginal probability of failure in mode i given the occurrence of a significant event is

$$\bar{p}_i = \int_0^{Q(y)} p_i(x) dy \quad (3.5)$$

and the expected cost of damage for each event is

$$D = \sum_i D_i \bar{p}_i \quad (3.6)$$

the \bar{p}_i 's are functions of acting permanent loads, design parameters, and safety factors with respect to all relevant failure modes. By changing relative values of those safety factors it is possible to make failure modes with the highest consequences (in general, brittle modes) much less likely than those leading to lower damage levels. Thus, adoption of higher load factors for column than for beam bending moments may be advisable when significant axial loads hinder the development of enough ductile capacity at column ends; or it may be advantageous to make a structure safer with respect to overturning moment than to lateral yielding. Quantitative assessment of adequate increments of load factors can be established from economic considerations within the cost-benefit framework advocated in the sequel.

Optimum design. Let $C(x_1, \dots, x_n)$ be the initial cost of a given structure, and x_1, \dots, x_n a set of design parameters (resistances, stiffnesses, ductilities). Optimal values of those parameters are those maximizing the function

$$V = B - C - Z \quad (3.7)$$

where B and Z , also functions of the set of design parameters, are present values of the expected benefits and failure consequences, respectively. In other words, if $b(t)$ is the expected value of benefits at time t derived from performance of the structure, and γ is a discount rate such that present values of future losses or benefits can be obtained through multiplication of the latter by $\exp(-\gamma t)$, then

$$B = \int_0^{\infty} b(t) e^{-\gamma t} U(t) dt \quad (3.8)$$

and

$$Z = \int_0^{\infty} D e^{-\gamma t} U(t) dt \quad (3.9)$$

where $U(t)$ is the reliability function defined above. The meaning of $U(t)$ in Equations 3.8 and 3.9 is that production of benefits and losses is subjected to the condition that the structure has survived all previous loads. For the case of deterministically known strength Y_R , Equation 3.3 leads to

$$U(t) = \exp(-v P_R t) \quad (3.10)$$

where

$$P_R = P(Y_R)$$

From Equations 3.8, 3.10 and the assumption that $b(t) = b$ is constant,

$$B = \frac{b}{\gamma + v P_R} \quad (3.11)$$

Likewise, from Equation 3.9,

$$Z = \frac{v D}{\gamma + v P_R} \quad (3.12)$$

and the expression for utility becomes

$$U = \frac{b}{\gamma + v P_R} - C - \frac{v D}{\gamma + v P_R} \quad (3.13)$$

If Y_0 is the minimum intensity of significant events, that is, an intensity below which no damage can occur, then v can be approximately expressed as K/Y_0^r , where K and r depend on the activity of seismic sources near the site²⁰. Under these conditions, $P_R = (Y_0/Y_R)^r$.

Expressing b , P_R , C and D in terms of the set of design parameters and differentiating with respect to them, a system of equations is obtained from which optimum values of those parameters can be determined.

If structural strength for a given set of design parameters is uncertain, Equations 3.10 and 3.13 become respectively

$$U(t) = E[\exp(-v P_R t)] \quad (3.14)$$

$$U = E\left[\frac{b}{\gamma + v P_R} - C - \frac{v D}{\gamma + v P_R}\right] \quad (3.15)$$

The expectations in the above equations are taken with respect to the probability density functions of structural strength Y_R .

Different expressions for U can be obtained, depending on the policy adopted *a priori* with regard to repair and reconstruction measures to be taken after every damaging event²¹. Optimum design parameters may be strongly influenced by that policy.

Specification of safety in unified design. According to the optimization criteria described above, determination of design resistances, stiffnesses and ductilities is not based on the expected response to a single event, defined by a given spectrum and assumed to correspond to a given return period. Instead, design parameters are optimum in the sense that they lead to the best investment of resources taking into account long term expected behavior under the action of a random number of random loads. However, by comparison with safety requirements for permanent loads, it is usually advantageous to specify seismic safety in terms of a design earthquake, assumed to correspond to a given return period, a set of rules to define minimum probable resistances from their expected values and variation coefficients, and a set of load factors. Safety under the action of the design earthquake is not significant by itself, but because it is an indirect measure of the reliability function $U(t)$.

Member and system reliability. In the applications of the theory of structural reliability to the formulation of consistent safety design criteria for a single load application, nominal capacities of members or critical sections are often defined by either of the following expressions^{2,21,22}

$$R^* = \bar{R} \exp(-\alpha V_R) \quad (3.16)$$

$$R^* = \bar{R} / (1 + \alpha V_R) \quad (3.17)$$

Here, R^* denotes nominal value of the random strength R , \bar{R} is expected

value, V , its coefficient of variation and α a constant that depends on the probability that R is smaller than its nominal value. It is clear that the ratio R^*/R is smaller than unity and decreases when V_c increases.

The capacity with respect to some failure modes in ductile systems can be expressed as the sum of the contributions of the capacities of a number of critical sections. Take for instance the shear capacity of a given story of a frame building and consider that capacity to be made up of the contributions of the moment capacities at all column ends. The coefficient of variation of the story shear capacity is equal to

$$V = \left(\sum_{i=1}^n \rho_{ii} V_i^2 R_i^2 \right)^{1/2} / \sum R_i$$

where R_i is the strength at the i th critical section, R_i^* and V_i respectively its expected value and coefficient of variation and ρ_{ii} the correlation coefficient between R_i and R_i . If the latter variables are stochastically independent,

$$V = \left\{ \sum_{i=1}^n (V_i R_i^*)^2 \right\}^{1/2} / \sum R_i$$

and if all V_i 's are equal to v ,

$$V = v \left(\sum_{i=1}^n R_i^2 \right)^{1/2} / \sum R_i$$

hence, $V \leq 1$ and the nominal value of R that would be obtained by direct application of Equations 3.11(a) or (b) with the adequate value of V will exceed that obtained by simple addition of the nominal values R_i^* of the contributions of all critical sections. This result is an analytical way of expressing an often intuitively derived principle: that under similar safety conditions for individual critical sections the reliability of ductile systems with respect to failure modes that require the development of the capacity of n critical sections decreases with decreasing n . Because design criteria for the revision of safety conditions are usually stated in terms of the ratio of structural capacity to internal load at each individual critical section, the effect under study has to be accounted for by making required safety factors vary with the number of critical sections involved in a failure mode. This is the basis for the prescription in the 1976 Mexico City Building Code stating that the generalized force acting on every shear wall or column that takes up more than 20% of the story generalized force (shear, torque or overturning moment) be increased 20% or by the prescription concerning nonredundant systems in ATC recommendations¹⁰ stating that when a building system is designed or constructed so that the failure of a single member, connection or component would endanger the stability of the building, that member,

connection or component should be provided with a strength at least 50% greater than otherwise required.

Superposition of modal contributions Maximum contributions of all natural modes to a given response — internal force at a critical section, displacement or deformation — do not take place simultaneously. The design value of a response parameter is assumed proportional to its standard deviation at the end of the earthquake. After some simplifications¹⁰, this criterion leads to the following expression:

$$S = \left(\sum_{i=1}^n \frac{S_i^2}{1 + c_i} \right)^{1/2} \quad (3.18)$$

in which

$$c_i = \frac{2\zeta_i \omega_i}{\omega_i^2 + \zeta_i^2} \quad (3.19)$$

and S_i is the maximum absolute value of the contribution of the i th mode to the response of interest; it is to be taken with the sign adopted by the unit impulse response function of the response of interest to a ground velocity step-increment when the mentioned function attains its maximum numerical value.

In Equation 3.19, ω_i = undamped circular frequency of i th natural mode,

$$\omega_i' = \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} = \text{damped circular frequency of } i\text{th natural mode,}$$

$$\zeta_i = \zeta_i + 2\zeta_i s$$

ζ_i = damping ratio of i th natural mode (assumed equal to 0.05 unless a different value is justified), and s = duration of segment of stationary white noise equivalent to the family of actual design earthquakes; s may range from 20 to 40 seconds for ground conditions ranging from firm ground to thick deposits of very soft material. The influence of stochastic correlation between the instants when the response associated with each mode reaches its maximum is reflected in Equation 3.18 through the participation of c_i ; when ω_i' differs significantly from ω_j' , c_i is large and S^2 approaches the sum of the squares of the individual mode contributions, $\sum S_i^2$. However, when ω_i' is

close to ω_j' , c_i tends to zero and the cross-product terms $S_i S_j$ for $i \neq j$, become significant. The fact that each of these terms can be either positive or negative accounts for the possibilities of strongly correlated modal responses taking place with phase angles close to either 0 or 180°.

In buildings, cross-product terms are usually negligible. Exceptions occur, for instance, in the modal analysis of buildings possessing small torsional eccentricities, when torsional degrees of freedom are taken into account, or in the analysis of any type of structure when the response of an appendage

3.17
3.11(a) ~ (b)

1/50

1/5

(portion characterized by a mass much smaller than the others into which the system has been discretized) is taken as a degree of freedom in the computation of modal shapes and frequencies^{3,19}.

Superposition of ground motion components. It has been customary to design structures so that they resist the envelope of effects of the various components of earthquake motion as though these components acted one at a time. There is growing consciousness that design should recognize the simultaneous action of all the components, as a number of conditions have been identified where superposition of those components significantly affects safety. Take, for instance, a building possessing continuous frames in two orthogonal directions, another with an asymmetrical plan, and a long continuous bridge with several supports. If the columns in the first structure are built in reinforced concrete and possess a square cross section, the most unfavorable direction of application of seismic forces will be along their diagonal, rather than parallel to either system of orthogonal frames. In addition, if the nonlinear response of the structure is analyzed and substantial ductility is developed at the column ends, effective stiffnesses of the frames in one direction will depend at any instant on the simultaneous state of deformation of the other system of frames; in other words, significant interaction will exist between ductility demands in both directions. Frames normal to the direction of asymmetry in the second case are subjected to the effects of direct shear produced by the horizontal ground component parallel to them, and to the torsional effects associated with the other horizontal component. Out of phase motion of the various supports in the third structure affect qualitatively and quantitatively the distribution of internal forces.

An approximate criterion to account for the foregoing effects has been recently developed; it evolved from a simplification of a second moment formulation of structural safety^{3,36}, and consists of the following^{3,37}:

- (1) Compute the responses to gravity loads and to the components of ground motion regarded as potentially significant. Let those responses be arranged into vectors $R = R_0$ and R_i , respectively, with $i = 1, 2, \dots, n$.
- (2) Obtain vectors

$$R = R_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_i R_i$$

designing plus and minus signs to $\alpha_i R_i$, ordering the R_i 's in all possible permutations, and giving the α_i 's the values in Table 3.1.

- (3) If the problem is one of analysis, find out whether all points fall within the failure surface. If the problem is one of design, assign the design parameters such values that the safe domain will contain all the points.

In the analysis and design of towers and chimney stacks it is advisable to take α_i equal to 0.5 instead of 0.3 for $i \geq 2$. This recommendation stems from two considerations: in towers having square or rectangular plan, supported on four equal columns, application of the foregoing criterion with $\alpha_i = 0.3$ to safety checking with respect to axial stresses produced by overturning

TABLE 3.1 Values of α_i and maximum errors in amplitude of seismic-response vector (after Ref. 3,27)

| i or n | α_i | max. error (%) | α_i | Max. error safe side (%) | Max. error unsafe side (%) |
|---------------|------------|-------------------|------------|--------------------------------|----------------------------------|
| 1 | 1.000 | 0.0 | 1.0 | 0.0 | 0.0 |
| 2 | 0.336 | 5.5 | 0.3 | 4.4 | 8.1 |
| 3 | 0.250 | 8.4 | 0.3 | 8.6 | 7.6 |
| 4 | 0.206 | 10.4 | 0.3 | 12.7 | 5.0 |
| 5 | 0.179 | 11.8 | 0.3 | 16.6 | 1.6 |
| 6 | 0.160 | 13.0 | 0.3 | 20.4 | -2.1 |
| 7 | 0.146 | 13.9 | 0.3 | 24.1 | -5.8 |
| 8 | 0.135 | 14.7 | 0.3 | 27.7 | -9.6 |
| 9 | 0.126 | 15.4 | 0.3 | 31.1 | -13.3 |
| 10 | 0.118 | 16.0 | 0.3 | 34.5 | -17.0 |

moment leads to systematic errors on the unsafe side; and in structures nominally having radial symmetry, such as chimney stacks, an apparently insignificant asymmetry causes an appreciable degree of coupling between modes of vibration involving orthogonal horizontal displacements.

3.4.4 Repair and strengthening of existing structures

Historical monuments, damaged structures and those to be remodeled or the use of which is modified, often pose the problem of deciding about adequate safety levels and compliance with current building codes. In some regions, large portions of important buildings have been designed and built according to standards that were afterwards deemed insufficiently strict, and there are large numbers of unengineered dwelling units. Adoption of standards applicable to new structures is cumbersome and expensive in most cases mentioned above. The situation must be coped with having in mind that the objective of engineering design is to optimize for society. Decision models dealing with these cases have recently been developed^{3,32}.

REFERENCES

- 31 Frenk, L., 'Behaviour Under Alternating Loads of Masonry Diaphragms Framed by Reinforced Concrete Members', *Proc. International Symposium on the Effects of Seismic Loading of Masonry and Structures*, RILEM, Mexico City (1966)
- 32 Krautkrieger, H., Bertero, V. V. and Beyer, L. P., 'Elastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies', *Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, Univ. California, EERC 71-7*, Berkeley, Cal. (1971)
- 33 Frank, R. A., Anagnostopoulos, S. A., Biggs, J. M. and Vonnahme, E. H., 'Variability of Structural Response Due to Real and Artificial Ground Motions', MIT Department of Civil Engineering, *Research Report R76-6* (1976)

- 34 Haviland R. W., Biggs, J. M. and Anagnostopoulos, S. A., 'Inelastic Response Spectrum Design Procedures for Steel Frames', MIT Department of Civil Engineering Research Report R76-40 (1976)
- 35 Veletsos, A. S., 'Maximum Deformations of Certain Nonlinear Systems', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
- 36 Bielak, J., 'Dynamic Response of Single-Degree-of-Freedom Bilinear Systems', Master's Thesis, Rice University, Houston, Tex. (1966)
- 37 Synner, R. A., 'The Nonlinear Response of Multistory Prestressed Concrete Structures to Earthquake Excitation', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
- 38 Penren, J. and Liu, S. C., 'Nondeterministic Analysis of Nonlinear Structures Subjected to Earthquake Excitations', *Proc. Fourth World Conference on Earthquake Engineering*, Santiago, Chile (1969)
- 39 Ramirez, J., 'Efectos de Inestabilidad en la Respuesta Sísmica de Estructuras de Concreto Inelásticas', Master's Thesis, Faculty of Engineering, National University of Mexico (1977)
- 40 Newmark, N. M. and Rosenblueth, E., 'Fundamentals of Earthquake Engineering', Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1971)
- 41 Guerra, O. R. and Esteva, L., 'Equivalent Properties and Ductility Requirements in Seismic Dynamic Analysis of Nonlinear Systems', *Proc. Sixth World Conference on Earthquake Engineering*, New Delhi, India (1977)
- 42 Rosenblueth, E., 'Temblor Chileno de Mayo 1970 Sus Efectos en Estructuras Civiles', *Industria*, 31, 1, Mexico, D.F. (1961)
- 43 Gonzalez-Flores, M., 'Sistema para Estimar los Efectos Peligrosos que los Temblores Causan en las Estructuras', *Quinto Congreso Mexicano de la Industria de la Construcción*, Mexico, D.F. (1964)
- 44 Skinner, R. I., Kelly, J. M. and Heine, A. J., 'Energy Absorption Devices for Earthquake Resistant Structures', *Proc. Fifth World Conference on Earthquake Engineering*, Rome, Italy (1973)
- 45 Ruiz, S. E., Esteva, L. and Guerra, O. R., 'Desarrollo y Evaluación de Sistemas para Limitar las Acciones Sísmicas sobre Edificios', *Ingeniería*, 47, 2, México, D.F. (1971)
- 46 'Diseño estructural, Mexican City Building Code, Mexico, D.F. (1977)
- 47 Esteva, L., Diaz de Cossio, R. and Elorduy, J., 'El Temblor de Caracas, Julio de 1967', *Ingeniería*, 38, 3, México, D.F. (1968)
- 48 Haviland, R., 'A Study of the Uncertainties in the Fundamental Translational Periods and Damping Values for Real Buildings', MIT, Department of Civil Engineering Research Report R76-32 (1976)
- 49 Esteva, L., 'Seismic Risk and Seismic Design Decisions', *Seminar on Seismic Design of Nuclear Power Plants*, MIT Press, Cambridge, Mass. (1969)
- 50 'Recommended Comprehensive Seismic Design Provisions for Buildings', Applied Technology Council, Palo Alto, Calif. (1977)
- 51 Rosenblueth, E. and Esteva, L., 'Reliability Basis for Some Mexican Codes', *American Concrete Institute, Special Publication 31* (1971)
- 52 Moll, R., 'Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal', *Institute of Engineering, National University of Mexico, Report 375* (1976)
- 53 Esteva, L., 'Regionalización Sísmica de México para Fines de Ingeniería', Institute of Engineering, National University of Mexico, Report 246 (1970) / 4
- 54 Rosenblueth, E., 'Code Specification of Safety and Serviceability', State of Art Report 2, Technical Committee 10 Structural Safety and Probabilistic Methods, ASCE-IAES, Joint Committee on Planning and Design of Tall Buildings, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Bethlehem, Pa. (1972)
- 55 Lind, N. C., 'Deterministic Formulas for the Probabilistic Design of Structures', in *An Introduction to Structural Optimization*, Solid Mechanics Division, Univ. Waterloo, Waterloo, Ont., Canada, SM Study 1 (1969)
- 56 Rosenblueth, E. and Mendonça, E., 'Optimum Seismic Design of Auditoriums', *Proc. Fifth World Conference on Earthquake Engineering*, 2, Rome, Italy (1973)

- 57 Esteva, L., 'Criterios para la Construcción de Espectros de Diseño Sísmico', *Institute of Engineering, National University of Mexico, Report 176* (1968)
- 58 Esteva, L., 'Seismicity', Chapter 6 of *Seismic Risk and Engineering Decisions* (Edited by C. Lomnitz and E. Rosenblueth), Elsevier, Amsterdam (1976)
- 59 McGuire, R. K., 'Seismic Structural Response Risk Analysis: Incorporation Peak Response Regressions on Earthquake Magnitude and Distance', Ph.D. Thesis, MIT Department of Civil Engineering (1974)
- 60 Newmark, N. M. and Hall, W. J., 'Procedures and Criteria for Earthquake Resistant Design', *Building Practices for Disaster Mitigation, Building Science Series 46*, National Bureau of Standards, Washington, D.C. (1973)
- 61 Rosenblueth, E., 'Optimum Design for Infrequent Disturbances', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, 579 (Sept. 1976)
- 62 Rosenblueth, E., 'Decisiones Optimas para Estructuras Externas en Zona Sísmica', *Primera etapa*, Institute of Engineering, National University of Mexico (in press)
- 63 Newmark, N. M., 'Current Trends in the Seismic Analysis and Design of High-Rise Structures', in *Earthquake Engineering* (Edited by R. Wergli), Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J. (1970)
- 64 Paulay, T., 'Coupling Beams of Reinforced Concrete Shear Walls', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, 97, 573 (March, 1971)
- 65 Park, R. and Paulay, T., 'Reinforced Concrete Structures', John Wiley and Sons, New York, N.Y. (1975)
- 66 Haasler, A. M. and Lind, N. C., 'Even and Invariant Second-Moment Code Format', *Proc. Am. Soc. Civ. Engrs.*, 100, EM1 (1974)
- 67 Rosenblueth, E. and Contreras, H., 'Approximate Design for Multicomponent Earthquakes', Submitted for publication in *J. Engrg. Mech. Div., Am. Soc. Civ. Engrs.*

102

Rome?

vos; la curva b es típica de mampostería de bloques huecos con escaso refuerzo. Para estructuras que deban soportar sismos, no puede inferirse comportamiento dúctil simplemente de observar curvas carga-deformación para el primer ciclo de carga, ya que el daño producido durante los primeros ciclos puede deteriorar la capacidad de absorción de energía del sistema para ciclos posteriores: la rigidez puede degradarse en forma apreciable, como ocurre en muros de cortante de albañilería o en marcos de concreto reforzado detallados de manera deficiente.

La capacidad de sistemas estructurales para absorber energía mediante comportamiento histéretico sirve de apoyo a los criterios convencionales de diseño sísmico, que requieren que las estructuras se diseñen para fuerzas laterales de magnitud muy inferior a la necesaria para mantenerlas dentro de su intervalo de comportamiento lineal durante temblores severos. Así la seguridad contra colapso ante sismos puede lograrse haciendo una estructura resistente, haciéndola dúctil o diseñando para una combinación económica de ambas propiedades. Para algunos tipos de materiales y miembros estructurales, la ductilidad es difícil de lograr, y la economía dicta la conveniencia de diseñar para cargas laterales relativamente elevadas; para otras, es mucho más barato lograr ductilidad que resistencia, y la práctica de diseño refleja este hecho. Pero el empleo de materiales dúctiles no implica necesariamente el logro de sistemas dúctiles; por ejemplo, las concentraciones de esfuerzos en juntas soldadas pueden propiciar la ocurrencia de falla prematura, de naturaleza frágil, en dichas juntas, y los efectos $P - \Delta$ (interacción entre deflexiones laterales y fuerzas internas causadas por la acción de cargas gravitacionales actuando sobre la estructura deformada) pueden ocasionar falla por inestabilidad cuando la rigidez lateral efectiva es demasiado baja.

En este trabajo se describen las relaciones cuantitativas que ligan demandas de ductilidad con resistencia y rigidez en sistemas simples sometidos a excitación sísmica, así como algunos problemas que se encuentran al tratar de extrapolar dichas relaciones a sistemas complejos, representativos de los que encuentran los ingenieros en la práctica de diseño. La descripción citada se orienta a la identificación de condiciones que influyen en la capacidad de las estructuras para respon-

der dúctilmente ante temblores sin fallar, y a la definición de los criterios pertinentes de diseño estructural.

3. Ductilidad local y global

El comportamiento dúctil no lineal de sistemas complejos resulta en general de las deformaciones dúctiles locales, o concentradas, que ocurren en las secciones particulares de una estructura dada en donde se alcanzan deformaciones de fluencia. La ductilidad de conjunto, o global, es una propiedad de una curva carga-deformación expresada en términos de la resultante de las cargas externas que actúan en una porción importante de un sistema dado; por ejemplo, los marcos de edificios suelen tratarse como vigas de cortante para fines de estimar su respuesta dinámica no lineal ante excitación sísmica. Las ductilidades globales se expresan entonces en términos de las curvas que ligan fuerzas cortantes con deformaciones laterales en cada entrepiso. En general, el valor numérico adoptado por la ductilidad global en un entrepiso no coincide con los valores de las ductilidades concentradas que se desarrollan en los puntos correspondientes del entrepiso, ya que la ductilidad del conjunto es función de la relación entre las contribuciones a la deformación de entrepiso de las deformaciones dúctiles concentradas y de las elásticas distribuidas. En sistemas que no pueden idealizarse como vigas de cortante, las relaciones entre ductilidades de conjunto y locales dependen de las configuraciones deformadas de dichos sistemas, y por tanto varían durante un sismo dado. En forma aproximada, pueden adoptarse las relaciones entre ductilidad global y local que correspondan a la configuración que se obtiene de considerar que las deformaciones máximas de los entrepisos ocurren simultáneamente.

La ductilidad global disponible puede controlarse mediante el diseño y la ejecución de los detalles estructurales que permitan el desarrollo de ductilidades locales adecuadas. La demanda local de ductilidad varía entre puntos diferentes de un sistema complejo. En un punto dado, dicha demanda es función de la resistencia local y de la variación de la resistencia en todo el sistema. Esto es consecuencia de la interacción entre la dissipación de energía por histéresis en diversas secciones. En marcos de edificios, la va-

riabilidad en la ductilidad requerida en diversos puntos suele ser consecuencia de la superposición de las fuerzas internas debidas a cargas permanentes y a excitaciones accidentales. Influyen en dicha ductilidad el orden en que se alcance el límite de cedencia en los diversos puntos y la interacción entre momentos flexionantes, fuerzas cortantes y fuerzas axiales, entre otros factores.

4. Respuesta dinámica de sistemas simples elasto-plásticos.

La idealización más usual de estructuras dúctiles es el sistema elasto-plástico (fig 2). Para ellos se define el factor de ductilidad como el cociente de la deformación máxima desarrollada entre la que corresponde al límite de cedencia: $Q = D/D_y$. Si se analiza la respuesta de sistemas elasto-plásticos de un grado de libertad y de rigidez y masa dadas ante excitaciones sísmicas, y se obtienen curvas de las deformaciones de cedencia que deben caracterizar a dichos sistemas para lograr demandas de ductilidad que no excedan de ciertos valores dados, se observa que, para periodos naturales de vibración que no sean demasiado cortos, las deformaciones de cedencia que se requieren — y por tanto las correspondientes coeficientes de constante en la base — varían en razón inversa con la ductilidad. La fig 3 ilustra esta afirmación para el temblor de El Centro, 1940. En las abscisas se tienen frecuencias naturales f en escala logarítmica, y en las ordenadas, pseudo-velocidades (obtenidas como el producto de frecuencia natural por deformación de cedencia requerida) en el mismo tipo de escala, para diversos valores del factor de ductilidad. Dada la forma en que se definieron las ordenadas en esta figura, es fácil demostrar que las deformaciones requeridas de cedencia pueden leerse refiriéndose a un sistema de rectas a 45° que suben de izquierda a derecha, y que las pseudo-aceleraciones $(2\pi f)^2 D_y$ pueden leerse tomando como base un sistema de rectas a 45° que bajan de izquierda a derecha. Las curvas obtenidas según se acaba de describir constituyen los espectros de deformación para sistemas elasto-plásticos. En la figura se observa que para frecuencias naturales que no excedan de 1 cps, las ordenadas espectrales son aproximadamente proporcionales al recíproco del factor de ductilidad, teniendo en cuenta que la deformación lateral D es igual a la de cedencia D_y multiplicada por

el factor de ductilidad Q , la proporcionalidad inversa aproximada entre Q_y y Q implica que para periodos naturales mayores que 1 seg, D es prácticamente independiente de Q y por tanto de la resistencia lateral del sistema. Para periodos naturales cortos, la deflexión de cedencia y la pseudoaceleración espectral resultan poco sensibles a la ductilidad, y en el límite, para periodos naturales nulos, o estructuras infinitamente rígidas, la pseudoaceleración es igual a la máxima aceleración del terreno, y la deformación total $D = QD_y$ es proporcional a la ductilidad. En otras palabras, la deformación total es prácticamente insensible al factor de ductilidad para periodos naturales moderados y largos, y tiende a ser proporcional a dicho factor para periodos muy cortos; la pseudoaceleración espectral es inversamente proporcional al factor de ductilidad para periodos naturales moderados y largos, y se torna casi insensible a dicho factor para periodos muy cortos. En consecuencia, para sistemas elasto-plásticos de un grado de libertad y de periodo natural no menor que 0.8 seg, aproximadamente, las aceleraciones espectrales de diseño pueden tomarse iguales a las que corresponden a sistemas lineales divididas entre el factor de ductilidad permisible, según el tipo de estructura; para estructuras de periodo cortos las reducciones que pueden lograrse en las fuerzas laterales de diseño son menos sensibles a la ductilidad. En estructuras que hayan de construirse sobre terreno blando, el límite aproximado de 0.8 seg deberá tal vez subirse, teniendo en cuenta los periodos dominantes del movimiento del terreno. La poca eficiencia de la ductilidad para reducir las ordenadas espectrales en el intervalo de periodos menores que los dominantes del movimiento puede también interpretarse en términos del alargamiento del periodo de vibración efectivo de un sistema que resulta de su respuesta no lineal y de la tendencia general de crecimiento de las ordenadas espectrales con el periodo natural en el intervalo citado. Aunque el problema no ha sido suficientemente estudiado, las normas de diseño sísmico de la Ciudad de México proponen espectros de aceleraciones en terreno blando caracterizados por ordenadas constantes para un amplio intervalo de periodos naturales menores que los dominantes del terreno, claramente identificadas en los espectros elásticos (fig 4).

Las conclusiones que anteceden son válidas para sistemas que puedan idealizarse como elasto-plásticos. En

En algunos sistemas estructurales tal idealización no es válida. La curva carga-deformación puede caracterizarse por límites de cedencia distintos para cada sentido de aplicación de la carga; la capacidad de absorción de energía por histéresis para una deformación dada puede reducirse drásticamente de ciclo a ciclo, con consecuencia de las deformaciones residuales en elementos, como los cables de arriostramiento, que sí lo pueden tomar fuerzas de un mismo signo; los ciclos de histéresis son muy angostos en marcos de concreto presforzado; la ocurrencia de daños puede causar la degradación de las rigideces en las curvas carga-deformación después de unos cuantos ciclos, y la influencia de efectos de esbeltez puede dar lugar a pendientes negativas significativas en el intervalo posterior a la cedencia. Cualquiera de estos efectos puede conducir a coeficientes sísmicos superiores a los aplicables al caso elasto-plástico convencional.

5. Ductilidad y detención.

La fig 5 representa el caso típico de respuesta ante carga altamente sin deterioro. Se trata de una junta entre trabe y columna de una estructura de acero, sometida a momentos de igual signo en los extremos de las trabes (Krawinkler et al, 1976). En las ordenadas se muestra la suma de momentos y en las abscisas la distorsión angular del tablero en la zona de unión. Se aprecia en ella el efecto Bauschinger, es decir, la desaparición de la ley prácticamente bilineal carga-deformación válida para la primera aplicación de carga, y la sustitución de la curva correspondiente por otra en que las pendientes varían gradual y monotónicamente, desde un máximo para cargas pequeñas, hasta un mínimo, para deformaciones grandes. Los cambios de pendientes, y por tanto en la capacidad de disipación de energía por histéresis, son significativos sólo entre la primera aplicación de carga y la carga de descarga inmediata. A partir de ella, los ciclos de histéresis son prácticamente estables para un número de repeticiones superior al que puede ocurrir bajo la acción de unos cuantos terremotos. Esta condición favorece la disipación de energía cinética durante sismos intensos y contribuye a controlar amplitudes de respuesta y niveles de daños.

En todas las construcciones se caracterizan por curvas estables y de gran capacidad de disipación como

estas; un ejemplo de lo contrario se mostró en la fig 1b. Estas propiedades dependen del material empleado y de los modos de falla que rijan el comportamiento; en sistemas estructurales, dependen de los detalles constructivos en los miembros y en las uniones. En construcciones de acero soldadas, la condición para obtener curvas como las de la fig 5 es contar con factores de seguridad suficientemente elevadas contra inestabilidad local; sin embargo, las esbelteces de los miembros que se emplean conducen con frecuencia a curvas como las de la fig 6, características de sistemas en que es significativa la inestabilidad de conjunto.

En estructuras de concreto, el logro de ductilidades y capacidades de disipación de energía adecuadas requiere estudio cuidadoso de uniones, anclajes, porcentajes de refuerzo, factores de seguridad en distintos modos de falla, entre otros conceptos. El estudio experimental de estas variables ha recibido atención durante los últimos años. Bertero y Popov (1975) estudiaron el comportamiento ante carga alternante de subconjuntos constituidos por tramos de vigas y columnas (fig 7). Las variables analizadas incluyeron el tipo y cuantía de refuerzo en las juntas y en los extremos de los miembros (fig 8), la influencia de la inestabilidad (fig 9) y de la fuerza cortante (fig 10) y el deslizamiento de las juntas (fig 11). Es clara la influencia que estas variables pueden tener en ductilidad y en capacidad de absorción de energía.

Las vigas de acoplamiento entre muros rigidizantes se caracterizan a menudo por relaciones elevadas de peralte a claro, lo que ocasiona relaciones elevadas de fuerza cortante a momento flexionante. La fig 12 muestra curvas carga-deformación para los diferentes porcentajes de refuerzo longitudinal y transversal. Estudios recientes (Paulay, 1971) han demostrado que la disposición del refuerzo como en la fig 13 conduce a curvas más satisfactorias y a daños de menos cuantía.

La influencia de la carga axial en la ductilidad de miembros de concreto reforzado sometidos a flexocompresión ha sido estudiada teóricamente por Park y Laulay (1975), considerando la curva carga-deformación de concreto sin confinar. En la fig 14 se resumen las hipótesis y las conclusiones de tales estudios. Es clara la reducción de la ductilidad disponi-

ble (en términos de la relación momento-curvatura) asociada aun con niveles moderados de carga axial. Este efecto sustentó el criterio de diseño designado como columna fuerte-trabe débil, orientado al desarrollo de deformaciones inelásticas en las traves, con preferencia a las columnas.

De naturaleza teórica son también los estudios (Park y Paulay, 1975) en que se basan las curvas carga-deformación para muros de concreto que fallan en flexión (fig 15). En la figura citada se observa que mediante cuantías y distribuciones adecuadas de refuerzo es posible obtener ductilidades elevadas en este tipo de elementos. Otros factores a considerarse, poco estudiados a la fecha, son la posibilidad de pandeo de borde y la influencia de carga vertical y fuerza cortante, tanto en la curva ante la primera aplicación de carga como en las que corresponden a cargas repetidas.

Los miembros prefabricados suelen caracterizarse por curvas semejantes a la fig 16 (Spencer, 1969): la rigidez decrece para deformaciones grandes y los ciclos histeréticos angostos implican poca capacidad para disipar energía.

6. Respuesta de sistemas simples con diversas leyes carga-deformación

La fig 17 presenta algunas idealizaciones usuales de curvas carga-deformación empleadas para representar a las descritas en los párrafos anteriores. El caso bilineal de la fig 17a es una buena aproximación a las curvas de la fig 5. El caso 17b es el elastoplástico convencional, mientras que el 17c se caracteriza por niveles de fluencia distintos en los dos sentidos de aplicación de las cargas laterales. Esta condición se presenta, por ejemplo, en marcos como el de la fig 18a, en donde la descarga sobre la viga AB en O puede actuar a favor o en contra de las cargas permanentes. La pendiente negativa en la fig 17d se debe a la acción de las cargas gravitacionales actuando sobre la configuración deformada (desplazamiento lateral) del sistema, y es función de la suma de cargas verticales por encima del entrepiso que interesa, de la altura de este y de su rigidez lateral (Rosenblumh, 1955). La fig 17e es una idealización de los ciclos histeréticos angostos típicos de elementos

prefabricados, y la 17f representa casos con deterioro moderado de rigidez, como es de esperarse en miembros construidos parcialmente con materiales frágiles, y en donde no se han tomado precauciones especiales para evitar daños excesivos en cada ciclo de carga. Tal es el caso, por ejemplo, en diafragma de cortante de mampostería o en marcos de concreto reforzado pobremente detallados. La curva de la fig 17g suele designarse como modelo de deslizamiento (en inglés: slip-type curve) y es típica de casos en que la carga lateral es resistida fundamentalmente por elementos de arriostramiento (fig 18b) o cables atirantados (fig 18c) que sólo pueden resistir esfuerzos de tensión. La ocurrencia de niveles de fluencia distintos en cada sentido de acción de las cargas laterales (fig 17c) ocasiona la acumulación de deformaciones plásticas en el sentido del menor nivel. El problema fue estudiado cuantitativamente por Bielak (1966), quien determinó la respuesta sísmica de sistemas con curva carga-deformación elastoplástica en un sentido y elástica, de capacidad ilimitada, en el otro. Para el temblor de El Centro 1940, los resultados se muestran en la fig 20, y deben compararse con los de la fig 29, que corresponden a sistemas elastoplásticos usuales. El factor de fluencia α es la relación entre la capacidad de fluencia y la que se requeriría para asegurar comportamiento lineal del sistema.

Ramírez (1977) obtuvo la respuesta de diversos sistemas de cortante de varios grados de libertad, incluyendo la influencia de esbeltez (efectos P- Δ) ante acelerogramas típicos de los que se obtienen en la zona de suelo compresible de la ciudad de México. Entre los casos analizados se incluyeron sistemas con periodos naturales de 0.5seg y 2.0seg, que son, respectivamente, menores y aproximadamente iguales a los dominantes del movimiento (ver fig 21). La esbeltez se definió por la relación entre el valor absoluto de la rigidez de la rama negativa de la curva carga-deformación (fig 17d) y la de la rama inicial. En términos de los parámetros de diseño y de respuesta bajo un análisis ordinario que no incluya los efectos de esbeltez, este parámetro es igual a $\beta = 1.21/\alpha c$, en donde c es el coeficiente de cargas laterales adoptado en el diseño, α el factor de ductilidad y γ la relación entre la deformación lateral de entrepiso, calculada con las fuerzas laterales de diseño, y la altura de entrepiso. En todos los casos analizados se usó

$\mu < 0.01$ en la planta baja, y valores menores en los pisos superiores, dependientes de la distribución de rigideces y masas de todo el sistema. El valor citado es pequeño, ya que en estructuras usuales son de esperarse con frecuencia valores del orden de 0.04. Se determinaron valores del factor de amplificación de deformaciones laterales, definido como la relación entre la deformación de entrepiso obtenida mediante un análisis dinámico que incluya la influencia de los efectos P- Δ y la deformación que se obtendría para el mismo entrepiso si dicha influencia se despreciara. Dichos factores se compararon con los valores aproximados determinados bajo la hipótesis de que el sistema de interés se encuentra sometido al sistema de cargas laterales necesario para ocasionar, mediante su acción estática, el sistema de desplazamientos obtenidos de un análisis que omita los efectos de esbeltez. La comparación se muestra en las figs 22 y 23 para estructuras con períodos de 0.5 y 2.5 seg, respectivamente, y ductilidades nominales de diseño de 4. Es claro que mientras para los casos estudiados el factor de amplificación estático no se aparta mucho de 1, el factor dinámico puede en ocasiones alcanzar valores excesivos.*

Las respuestas de estructuras preforzadas depende de la proporción en que participan elementos preforzados y de concreto reforzado ordinario en la disipación de energía. Spencer (1969) ha comparado las respuestas de los sistemas de interés para ciertos valores de los parámetros pertinentes. En el caso extremo, un sistema preforzado puede idealizarse mediante la gráfica elástica bilineal de la fig 17a. La relación entre las amplitudes máximas de las respuestas del sistema bilineal e histérico se presenta en función de la frecuencia normalizada para el acelerograma de El Centro en la fig 23, para varios valores de la relación de rigidez, C . La relación en estudio crece con la frecuencia.

El comportamiento de sistemas de deslizamiento (fig 19) se describe en la fig 24. En ella se observan

* En las normas de diseño sísmico de la ciudad de México se las posibles consecuencias desfavorables de esta discrepancia están cubiertas por la forma conservadora en que se especifican los espectros de diseño.

amplitudes sistemáticamente mayores para estructuras con este tipo de curva que para las correspondientes elasto-plásticas.

7. Demandas de ductilidad en sistemas complejos

En las demandas de ductilidad por entrepiso en sistemas que puedan idealizarse como vigas de cortante, ni las de ductilidad local en los extremos de miembros de marcos continuos suelen ser uniformes en los sistemas estructurales ordinarios.

Influyen en la distribución de dichas demandas las características de cada sismo, así como las distribuciones de masas, rigideces y resistencias en la estructura en cuestión. Frank et al (1976), determinaron la respuesta dinámica de sistemas de cortante de cuatro grados de libertad ante una familia de temblores reales normalizados a la misma aceleración máxima del terreno, y ante otro de temblores simulados. Para cada temblor se determinó el espectro elasto-plástico de diseño que correspondía a un factor de ductilidad de 4, y se determinó el promedio de dichos espectros para cada una de las familias citadas. Se diseñaron estructuras de cortante de cuatro grados de libertad, para cada uno de los espectros elasto-plásticos, mediante un análisis modal convencional que incluyó únicamente el modo fundamental de vibración. Para cada uno de los acelerogramas se determinó la respuesta del sistema no lineal resultante, mediante un procedimiento de integración numérica paso a paso. Se encontró que los coeficientes de variación de las demandas de ductilidad de entrepiso eran muy elevados, y que los valores medios estaban muy por encima, en los extremos superior e inferior del edificio, del valor de 4 supuesto en el diseño (fig 25). Esto implica que aún para estos sistemas simples y uniformes, los criterios convencionales de diseño basados en análisis dinámico modal conducen a discrepancias sistemáticas entre los efectos sísmicos reales y los nominales. En un intento por estudiar las demandas de ductilidad en edificios con diferentes períodos naturales y formas de variación de la rigidez de entrepiso, Guerra y Esteva (1977) determinaron la respuesta de sistemas de cortante ante los acelerogramas de tres sismos registrados en la zona de terreno compresible de la ciudad de México. Los espectros lineales mostraban aproximadamente el mismo período dominante (2.5 seg), y casi

iguales ordenadas espectrales para dicho periodo, aun que para periodos cortos uno de ellos mostraba ordenadas apreciablemente superiores a las de los otros dos. Además de estudiar edificios con entrepisos que poseen las resistencias que resultan de un criterio convencional de análisis y diseño para el espectro medio de los temblores considerados, se enfocó la atención a la influencia sobre la respuesta sísmica de la variabilidad de los factores de seguridad con respecto a cortantes de entrepiso en la altura de cada edificio. Tal variabilidad a menudo proviene de los requisitos arquitectónicos, como consecuencia de los cuales algunos entrepisos pueden poseer resistencias mayores que las requeridas de acuerdo con el coeficiente sísmico para diseño. Cuando esto ocurre, se altera la contribución relativa de cada entrepiso a la disipación histerética de energía cinética con respecto a la que se presentaría para edificios con factor de seguridad uniforme, y los entrepisos que poseen los factores de seguridad más pequeños se ven sometidos a demandas de ductilidad más elevadas que las del caso uniforme. Por procedimientos de integración numérica paso a paso se determinaron las respuestas de diversos edificios de cortante de diez niveles. Se tomaron periodos naturales de 0.5, 1.0 y 2.5 seg y amortiguamiento viscoso de 0.02. Las curvas carga-deformación de los entrepisos eran elasto-plásticas, con capacidades de fluencia obtenidas del análisis modal ante un espectro de diseño aproximadamente igual al promedio de los tres temblores estudiados, para un factor de ductilidad 4.* En algunos de los sistemas se tomaron factores de sobre-resistencia (relación entre capacidad lateral disponible y requerida en el diseño) no uniformes, a fin de simular la contribución frecuentemente indeseable de los elementos no estructurales.

* Los espectros elastoplásticos no se obtuvieron de manera rigurosa. La aproximación consistió en dividir entre 4 todas las ordenadas del espectro elástico de aceleraciones para periodos mayores de 2.5 seg (donde ocurren máximos del espectro) y entre un factor que variaba linealmente entre 1 y 4 con el periodo natural, para valores de este último comprendido entre 0 y 2.5 seg. Dado que las ductilidades en el intervalo de periodos cortos son muy sensibles a la relación de resistencia de fluencia a respecto elástica, las ordenadas espectrales adoptadas pueden corresponder a ductilidades numéricas muy diferentes de 4.

La fig 26 resume los casos estudiados, y la 27 algunos de los resultados. Se observa que un efecto de proporcionar resistencia excesiva en algunas secciones de sistemas de cortante es aumentar las demandas de ductilidad en otras. El aumento es más significativo para sistemas de periodo corto. Aun para casos con factor de sobre-resistencia unitario (es decir, resistencia disponible igual a la requerida) las demandas de ductilidad de los entrepisos inferiores suelen resultar mayores que las nominales de diseño. La principal diferencia cualitativa entre estos resultados y los de Frank et al (fig 25) la constituyen las elevadas ductilidades en el extremo superior del edificio para este último caso, que no se muestran en los estudios de Gunra y Esteva. La diferencia se explica por que los diseños de estos últimos tomaron en cuenta la contribución de los nodos superiores de vibración, y los de los primeros autores omitieron dicha contribución.

Los resultados descritos señalan la conveniencia de estudiar criterios alternativos para especificar la distribución de capacidades de cortante de entrepiso, a fin de reducir la variabilidad de las demandas de ductilidad. Para ello se estudiaron varios sistemas adicionales. En algunos de ellos la resistencia de la planta baja se tomó 10 por ciento superior a la de diseño. La fig 28a muestra que en ciertos casos un pequeño incremento en la resistencia de la planta baja transfiere demandas sustanciales de ductilidad al segundo entrepiso. Puesto que en sistemas reales pueden esperarse variaciones aleatorias de resistencia mayores que la que aquí se considera, dicha variabilidad debe tomarse en cuenta mediante modelos probabilísticos. En otro grupo de edificios se estudió la influencia, en las demandas de ductilidad, de diseñar considerando o ignorando la contribución de los nodos superiores de vibración. La fig 28b muestra diferencias significativas en las ductilidades de los pisos superiores, a pesar de que las diferencias de resistencia son pequeñas.

De lo anterior se concluye que para sistemas de cortante los criterios convencionales de análisis y diseño sísmico no proporcionan un control adecuado de respuesta sísmica expresada en términos de ductilidades. En algunos sistemas, en donde el factor de seguridad difiere como la relación de la resistencia disponible

de la fuerza de diseño predicha por el análisis modal, varía apreciablemente de una a otra sección crítica, las demandas de ductilidad pueden resultar mucho mayores que las que ocurrirían en las mismas secciones, con los mismos factores de seguridad, si estos fueran uniformes en la estructura. Las implicaciones de estos resultados deberían trasladarse a la práctica de diseño estructural.

Los pocos estudios disponibles sobre demandas locales de ductilidad en marcos continuos muestran que la distribución de dichas demandas en sistemas con factor de seguridad constante presenta variaciones muy acentuadas que las descritas para sistemas de cortante. Se han propuesto diversos criterios para definir las ductilidades locales. Haviand et al (1976) proponen dos alternativas (fig 29): la primera es la relación del giro en el extremo de una barra al que ocurriría en dicho extremo cuando en ambos se alcanzara simultáneamente el momento de fluencia respectivo. A esta la denotan ductilidad rotacional. La segunda definición, designada como ductilidad de momento o de curvatura, es la relación entre la curvatura local en una sección y la que corresponde al momento de fluencia. La variación de ambas medidas de la ductilidad local fue estudiada por los autores citados en diversos marcos diseñados para diversas ductilidades nominales empleando análisis modal elástico. En la fig 30 se presenta un caso típico estudiado, y en las 31 y 32 los máximos factores de ductilidad para traveses y columnas en cada nivel, cuando la ductilidad nominal de diseño era 4. Sólo deben obtenerse conclusiones sobre los valores relativos y no sobre los absolutos, en comparación con la ductilidad nominal de 4, ya que las figuras se refieren a ductilidad local y la última cifra citada es ductilidad global de entrepiso.

Los estudios descritos se han referido a marcos regulares, sin variaciones bruscas en las dimensiones de sus miembros ni en sus claros horizontales y verticales. La ocurrencia de tales variaciones es con frecuencia causa de concentraciones importantes de demandas de ductilidad, y no es raro que las condiciones que ocasionan tales demandas sean también motivo de incapacidad de los miembros afectados para responder a ellas. Así, por ejemplo, la restricción que imponen los muros de la fig 31 a las columnas A hacen que el claro efectivo de dichas columnas sea igual a su

longitud libre, entre el sistema de cubierta y el borde superior del muro; la rigidez lateral de cada una de estas columnas resulta mucho mayor que las de las que no se encuentran restringidas, y las fuerzas cortantes respectivas -- y por tanto las demandas de ductilidad -- varían de igual manera. Debido a su baja relación de claro a peralte, las columnas A suelen ofrecer menores factores de seguridad ante tensión diagonal que ante tensión por flexión y por ende tienden a presentar comportamiento poco dúctil. Condiciones semejantes se presentan en las trabes de menor claro localizadas en marcos con separaciones muy desiguales entre ejes de columnas, o en trabes que inciden en puntos de los bordes de muros rigidizantes en donde se presentan giros y desplazamientos verticales importantes (fig 34). En todos estos casos los problemas pueden aliviarse modificando rigideces relativas (por ejemplo, reduciendo peraltes de claros cortos), o diseñando de tal manera de lograr que dominen los modos de falla dúctiles. La fig 13, por ejemplo, muestra el tipo de refuerzo recomendable para elementos peraltados que ligan dos muros rigidizantes acoplados (Paulay, 1971).

8. Comportamientos sísmicos

A pesar de que la importancia de la capacidad de disipación de energía mediante comportamiento dúctil para resistir sismos severos ha sido bien reconocida, no se cuenta a la fecha con criterios de análisis y diseño que consideren a las demandas de ductilidad, o a las deformaciones inelásticas, como las variables de control. Los procedimientos usuales de análisis, tanto estático como dinámico, adoptan las fuerzas internas que provienen de estudios de respuesta lineales, como medidas de la capacidad que debe proporcionarse a los miembros estructurales para que las demandas locales de ductilidad se mantengan dentro de límites tolerables. Pero dichas demandas son muy sensibles a las características de las estructuras, y a los detalles de cada excitación sísmica, y no es raro encontrar que sus valores se alejan significativamente de los nominales de diseño. Por otra parte, no existen criterios suficientemente probados para producir miembros estructurales capaces de desarrollar ductilidad específicas. A lo más que parecen poder aspirar los ingenieros en este aspecto en un futuro cercano es a identificar las irregularidades

que pueden causar concentraciones excesivas de ductilidad y a tratar de evitarlas. El campo de investigación es muy vasto y estimulante: abarca el desarrollo de procedimientos prácticos y eficientes para predecir las demandas de ductilidad en estructuras dadas, y la formulación de criterios de diseño para lograr el desarrollo de ductilidades específicas.

9. Referencias

1. Arnold, P., Adams, P.F. & Lu, L.W., (1966), "The Effect of Instability on the Cyclic Behavior of a Frame", Proc. International Symposium on the Effects of Repeated Loading of Materials and Structures, RILEM, 4.
2. Bertero, V.V., & Popov, E.P. (1975), "Hysteretic Behavior of Ductile Moment Resisting Reinforced Concrete Frame Components", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, EERC 75-16
3. Bielak, J. (1966), "Dynamic Response of Single - Degree - of Freedom Bilinear Systems", Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science, Rice University, Houston, Texas
4. Frank, R., Anagnostopoulos, S., Biggs, J.M., Vanmarcke, E. H. (1976), "Variability of Inelastic Structural Response Due to Real and Artificial Ground Motions", MIT Department of Civil Engineering Research Report R76-6, Order No. 529
5. Guerra, O. R. & Isteva, L. (1977), "Equivalent Properties and Ductility Requirements in Seismic Dynamic Analysis of Nonlinear Systems", Proc. Sixth World Conference on Earthquake Engineering, New Delhi
6. Haviland, R.W., Biggs, J.M. & Anagnostopoulos, S. (1976), "Inelastic Response Spectrum Design Procedures for Steel Frames", MIT Department of Civil Engineering, Research Report R76-40, Order No. 557
7. Krawinkler, H., Bertero, V.V., & Popov, E.P. (1976), "Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, EERC 76-22
8. Park, R., & Paulay, T. (1975), "Reinforced Concrete Structures", John Wiley & Sons, New York
9. Paulay, T. (1971), "Coupling Beams of Reinforced Concrete Shear Walls", Journal of the Structural Division, ASCE, 97, ST3, 843-862
10. Ramírez, J. (1977), "Efectos de Inestabilidad en la respuesta sísmica de estructuras de cortante Inelásticas", Tesis de Maestría, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México
11. Rosenbluth, E. (1965), "Slenderness Effects in Buildings", Journal of the Structural Division, ASCE, 91, ST1, 229-52
12. Spencer, R.A. (1969), "The Nonlinear Response of Multistory Prestressed Concrete Structures to Earthquake Excitation", Proc. fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile

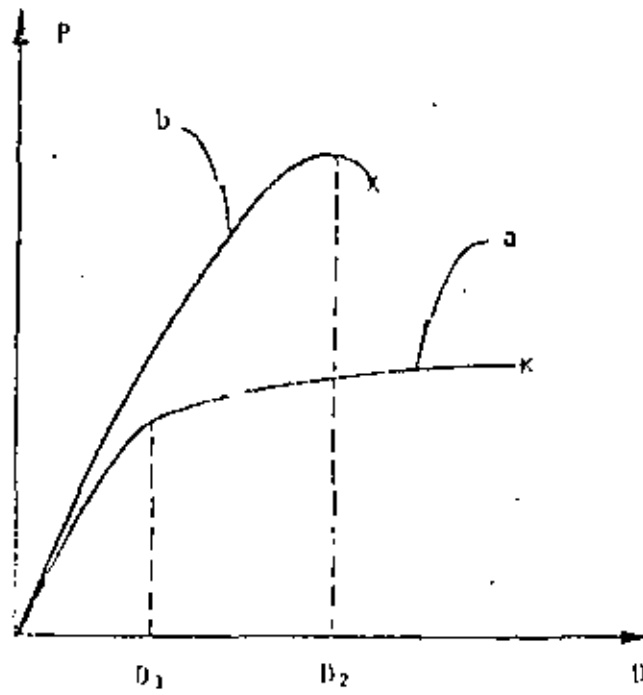


Fig 1. Sistemas dúctiles y frágiles

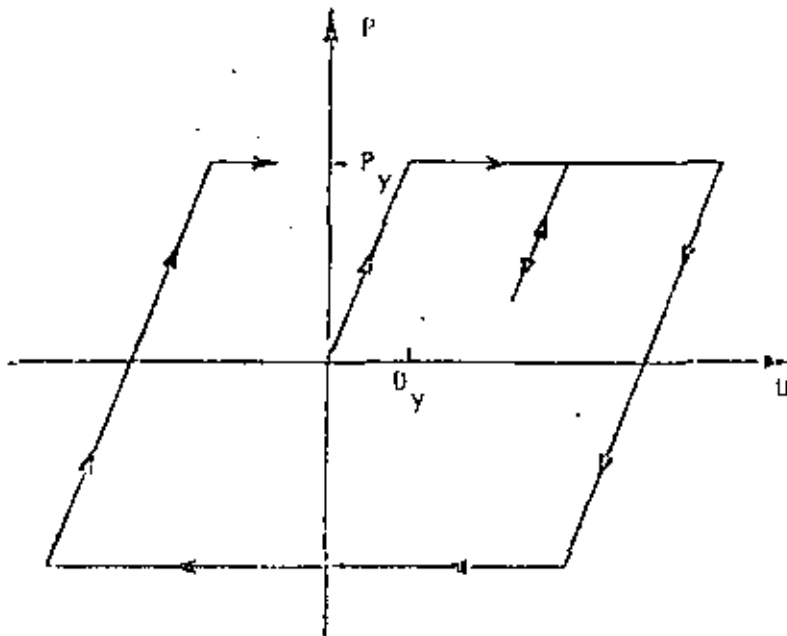


Fig 2. Sistema elastoplástico

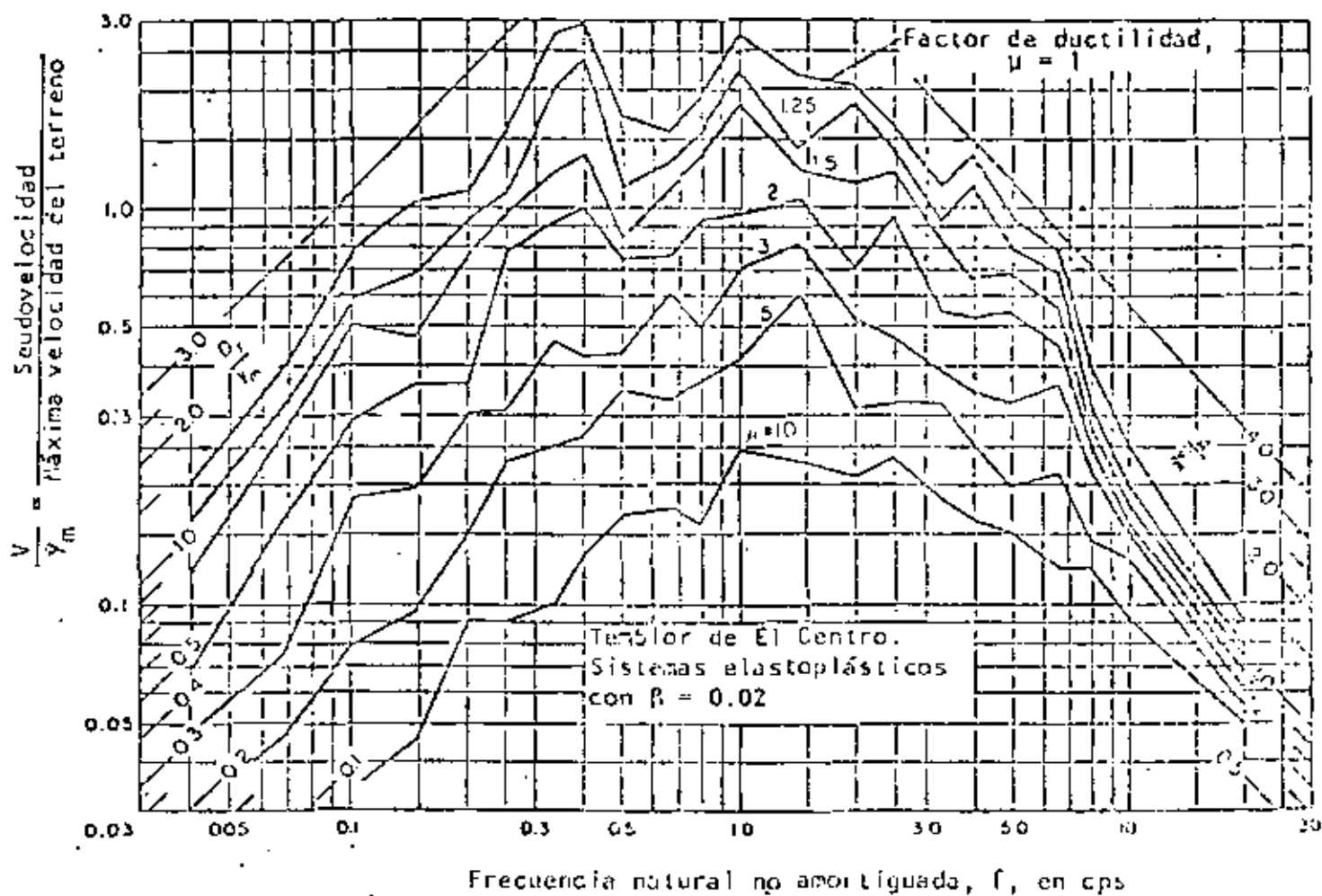
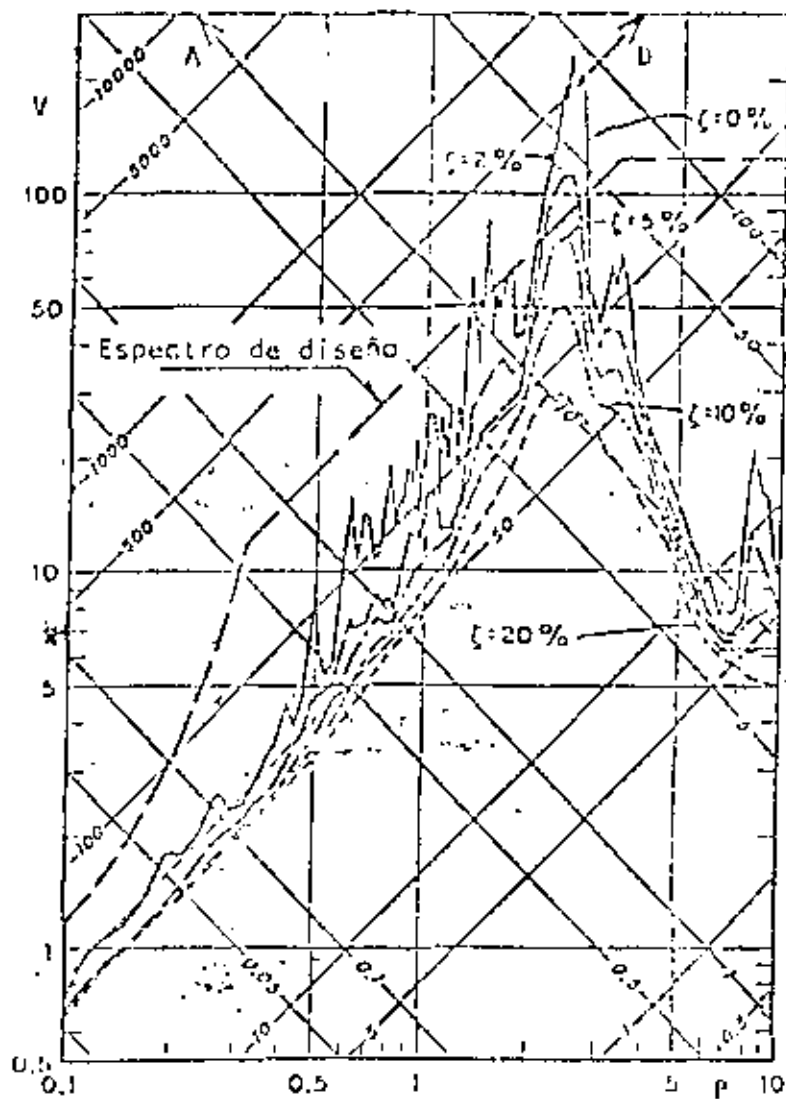


Fig 3. Espectros de deformaciones para sistemas elastoplásticos con amortiguamiento 0.02 del crítico



- A aceleración, en cm/seg^2
- D desplazamiento, en cm
- P periodo, en seg
- V velocidad, en cm/seg

Fig 4. Espectro de diseño y espectro típico de temblores en la formación de arcilla blanda del Valle de México

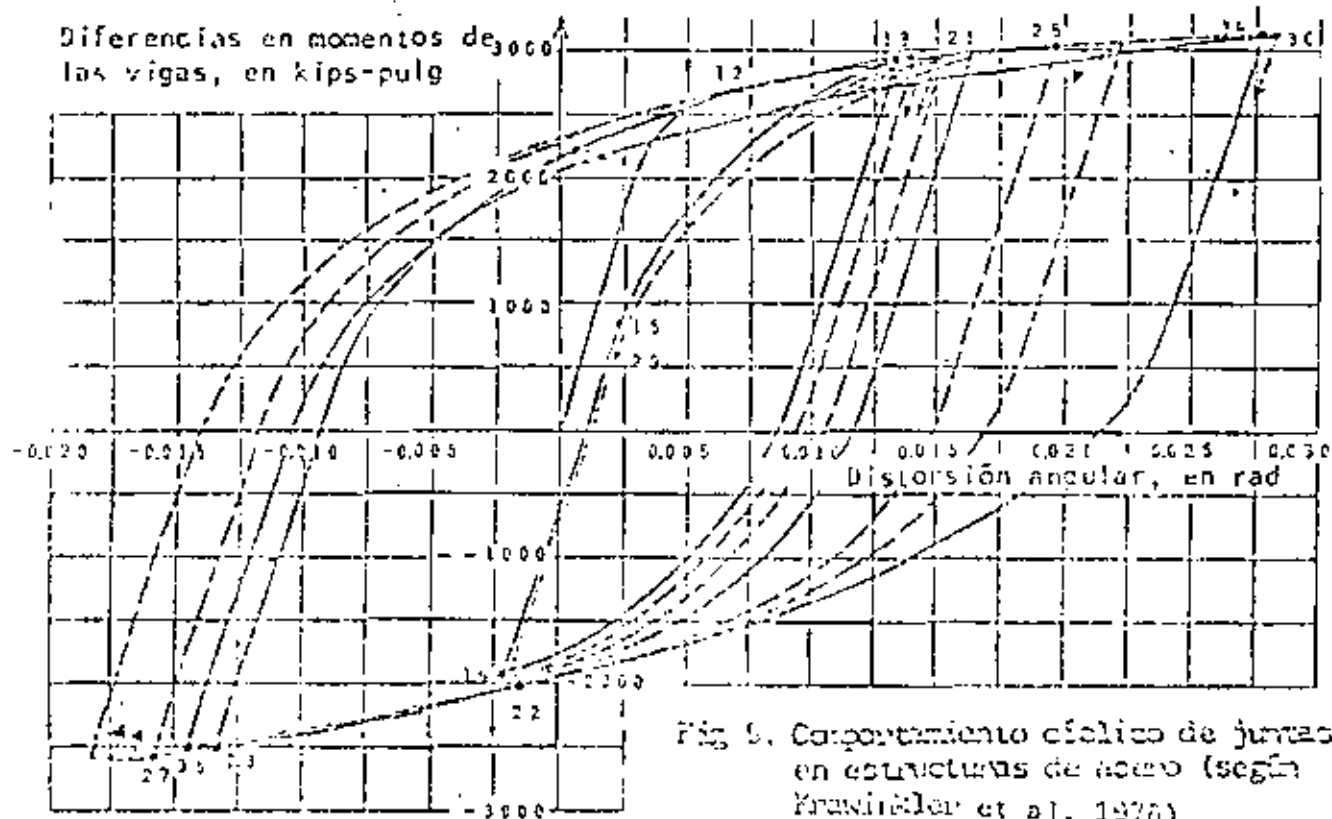


Fig 5. Comportamiento cíclico de juntas en estructuras de acero (según Krauss-Hiller et al, 1976)

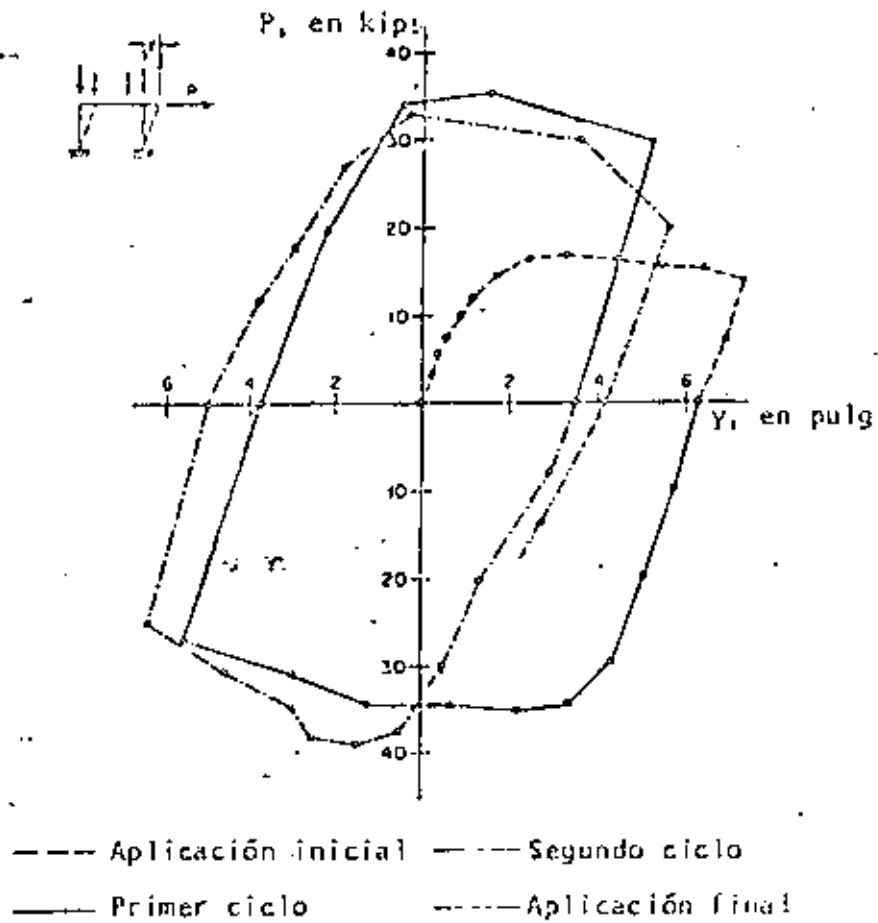


Fig 6. Marco de acero con efectos de esbeltez
(según Arnold, Adams y Lu, 1966)

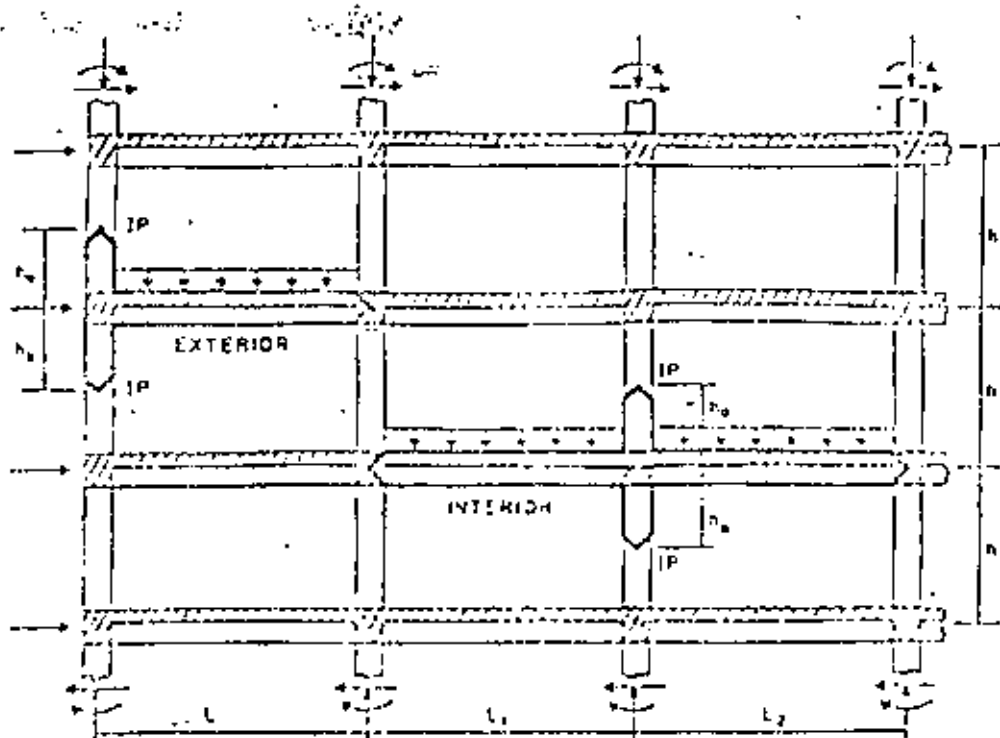


Fig 7. Subconjuntos de marcos de concreto reforzado
(según Bartolo y Popov, 1975)

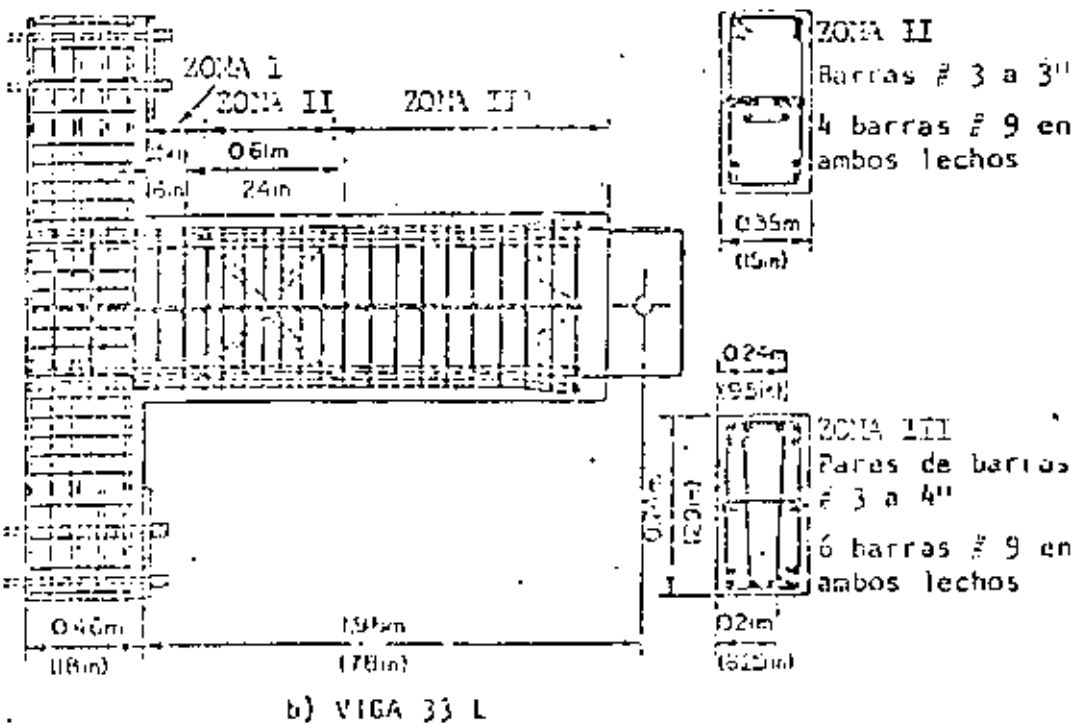
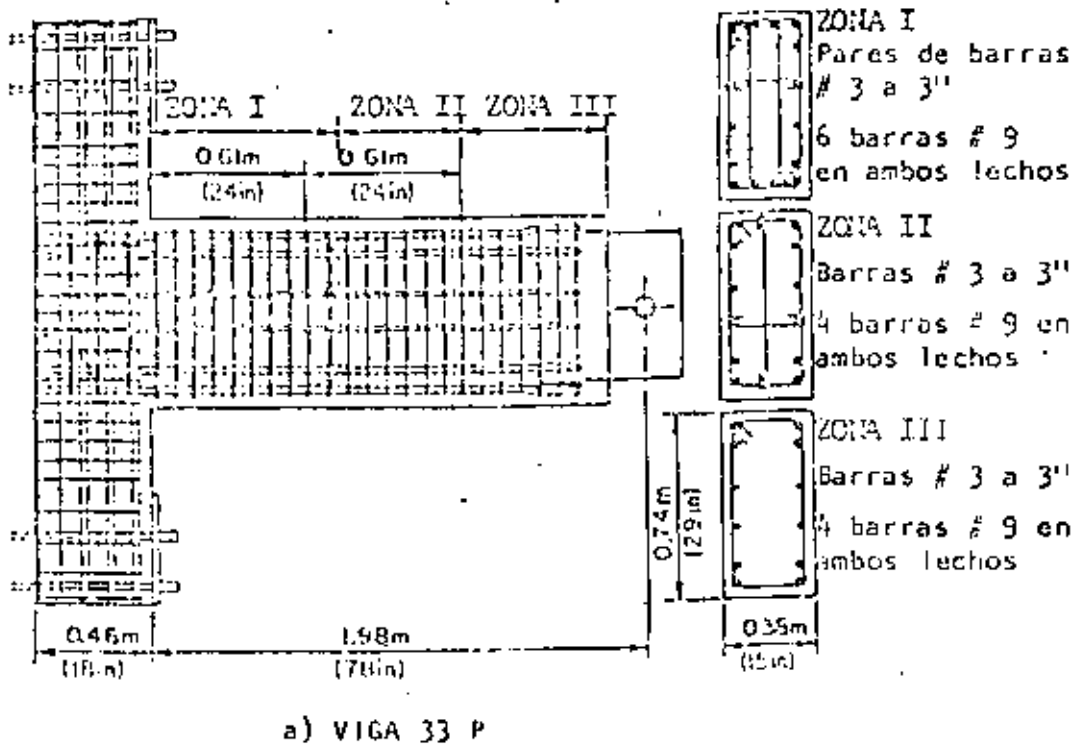


Fig 8. Detalles de refuerzo para controlar la localización de articulación plástica (según Barrero y Popov, 1975)

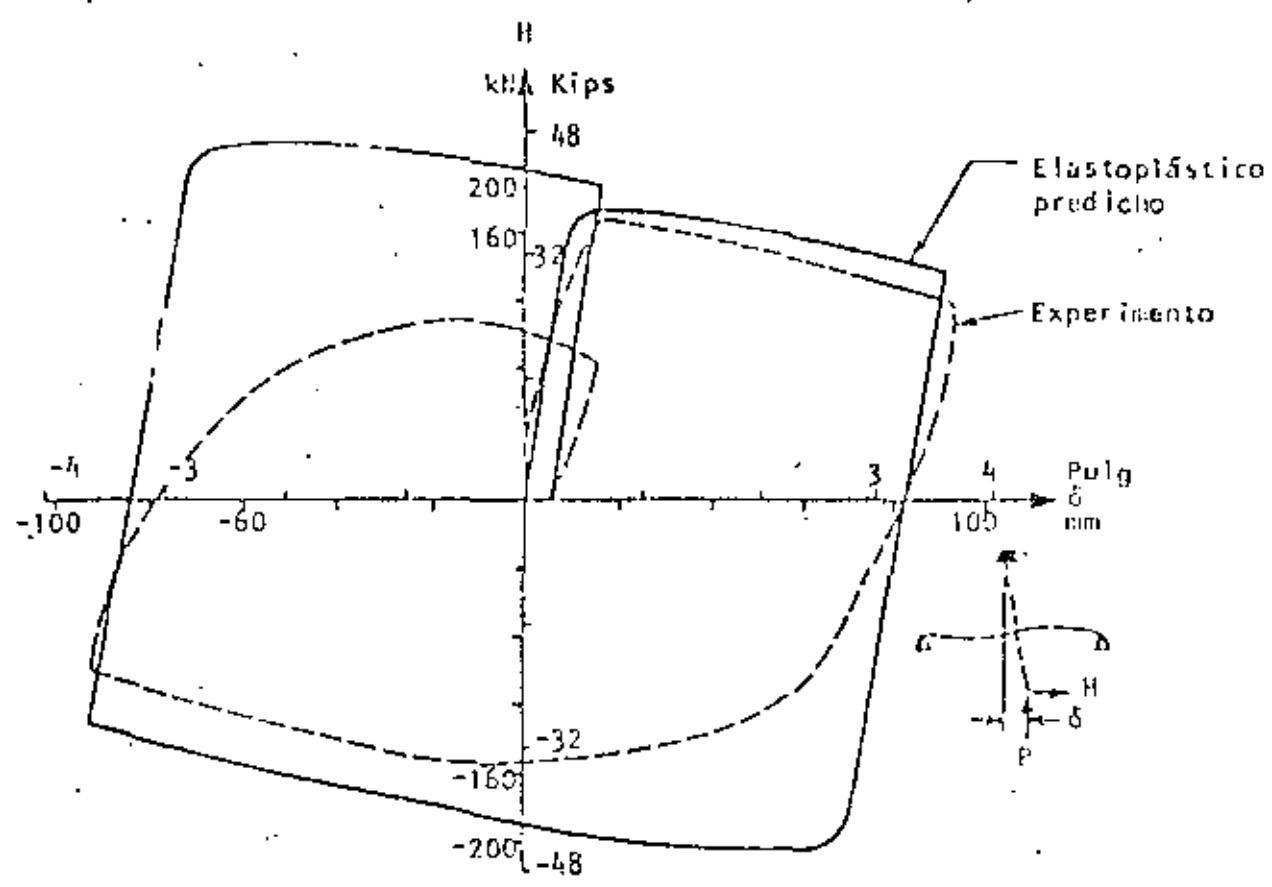
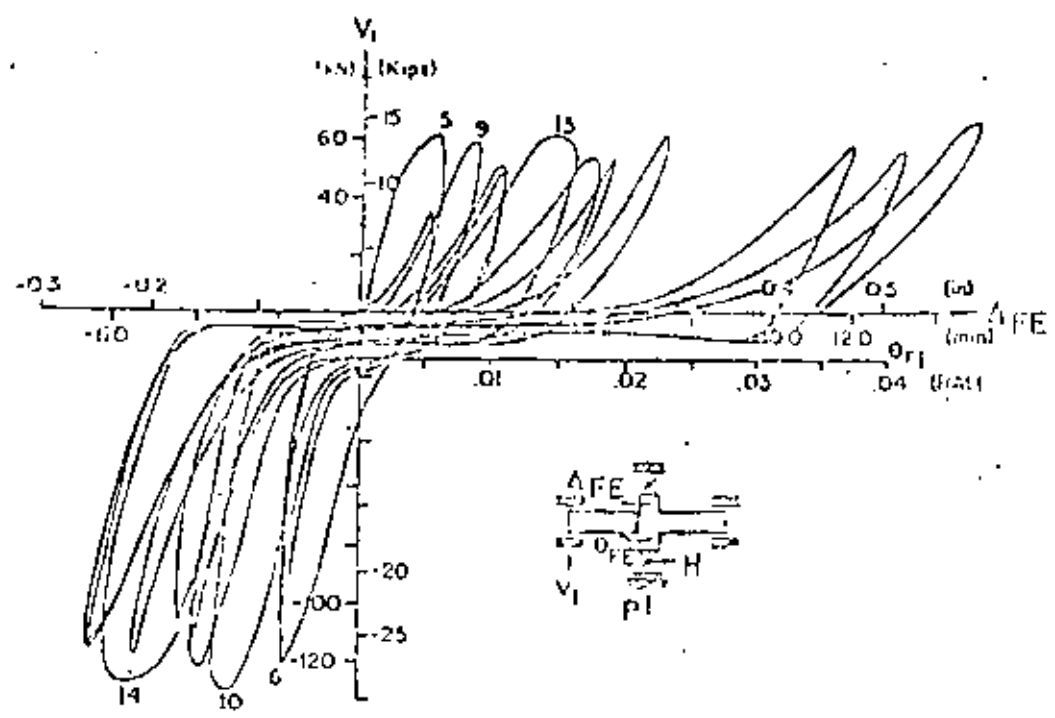
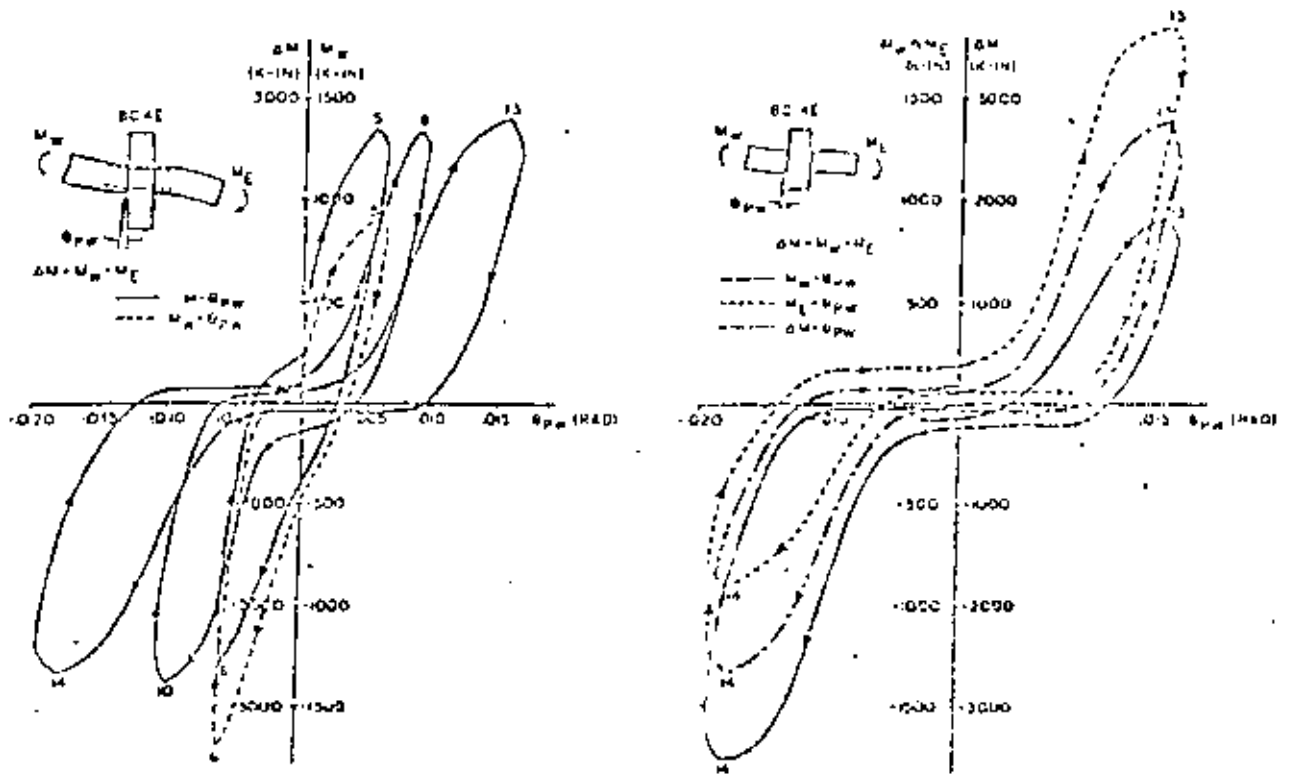


Fig 9. Influencia de la inestabilidad en el comportamiento de subconjuntos (según Bartero y Popov, 1975)



a) DIAGRAMA DE DESLIZAMIENTO vs CORTANTE



b) DIAGRAMA DE DESLIZAMIENTO vs MOMENTO EN LA JUNTA

Fig. 11. Deslizamiento en juntas

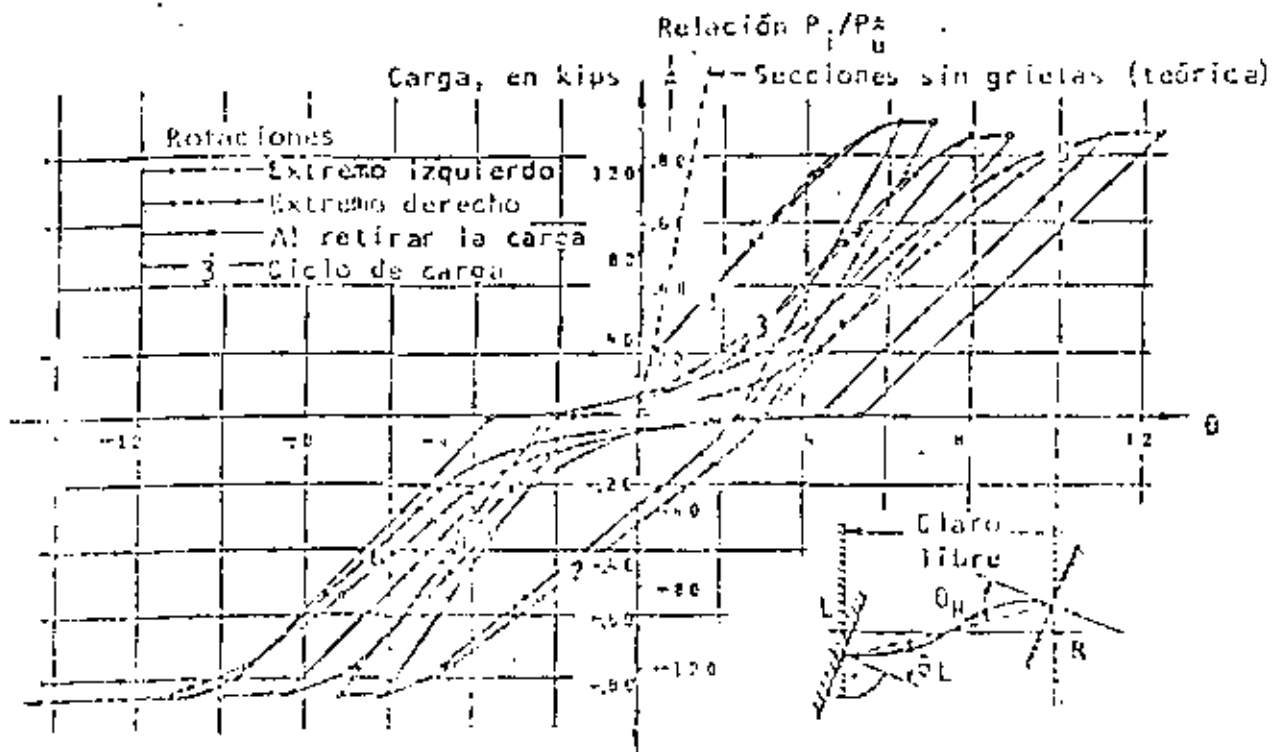
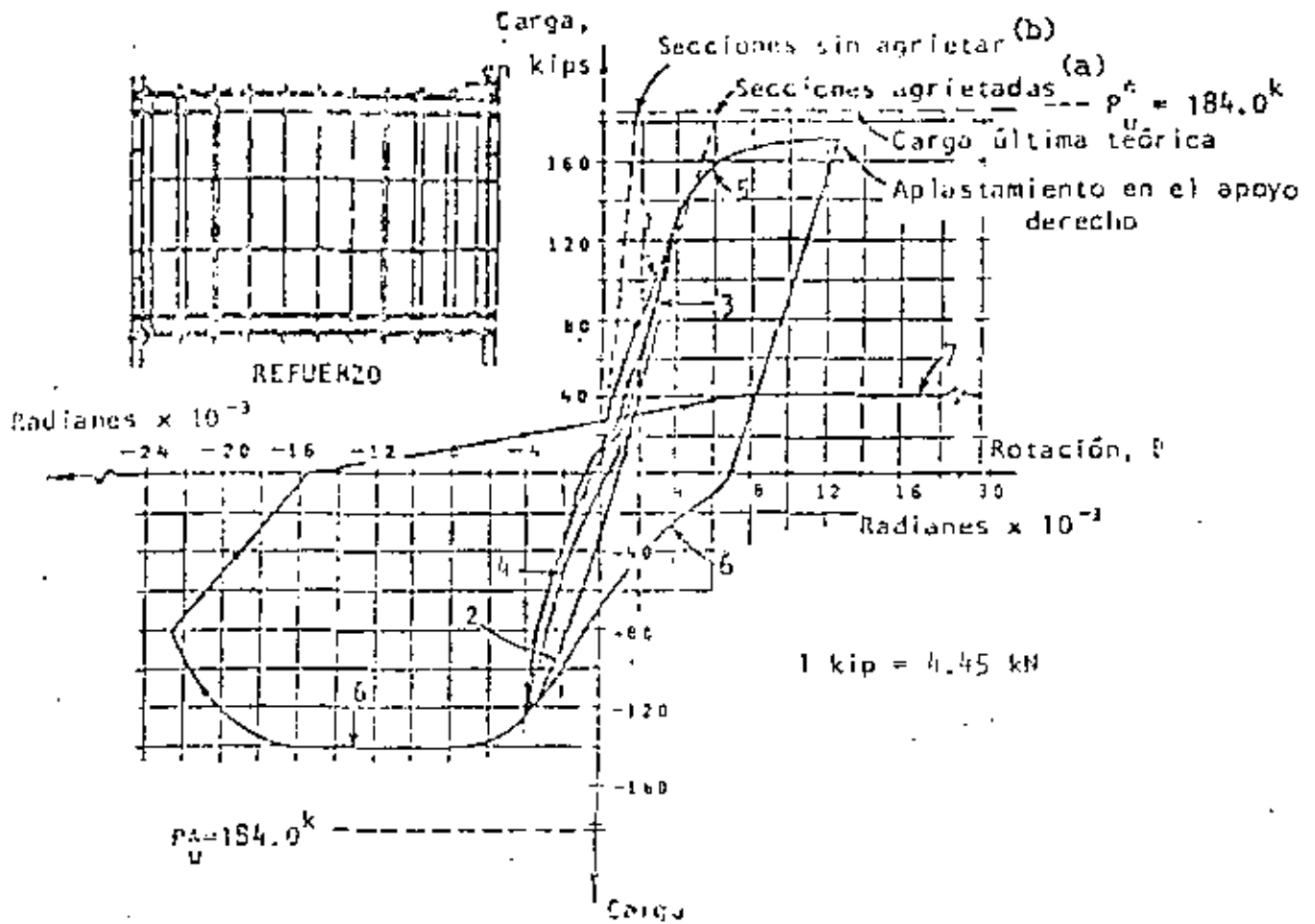


Fig. 12. Curvas carga-rotación para vigas de acoplamiento de marcos rígidos. Refuerzo del alma: a) adecuado, b) excesivo (Gómez Paz y Ramirez, 1975)

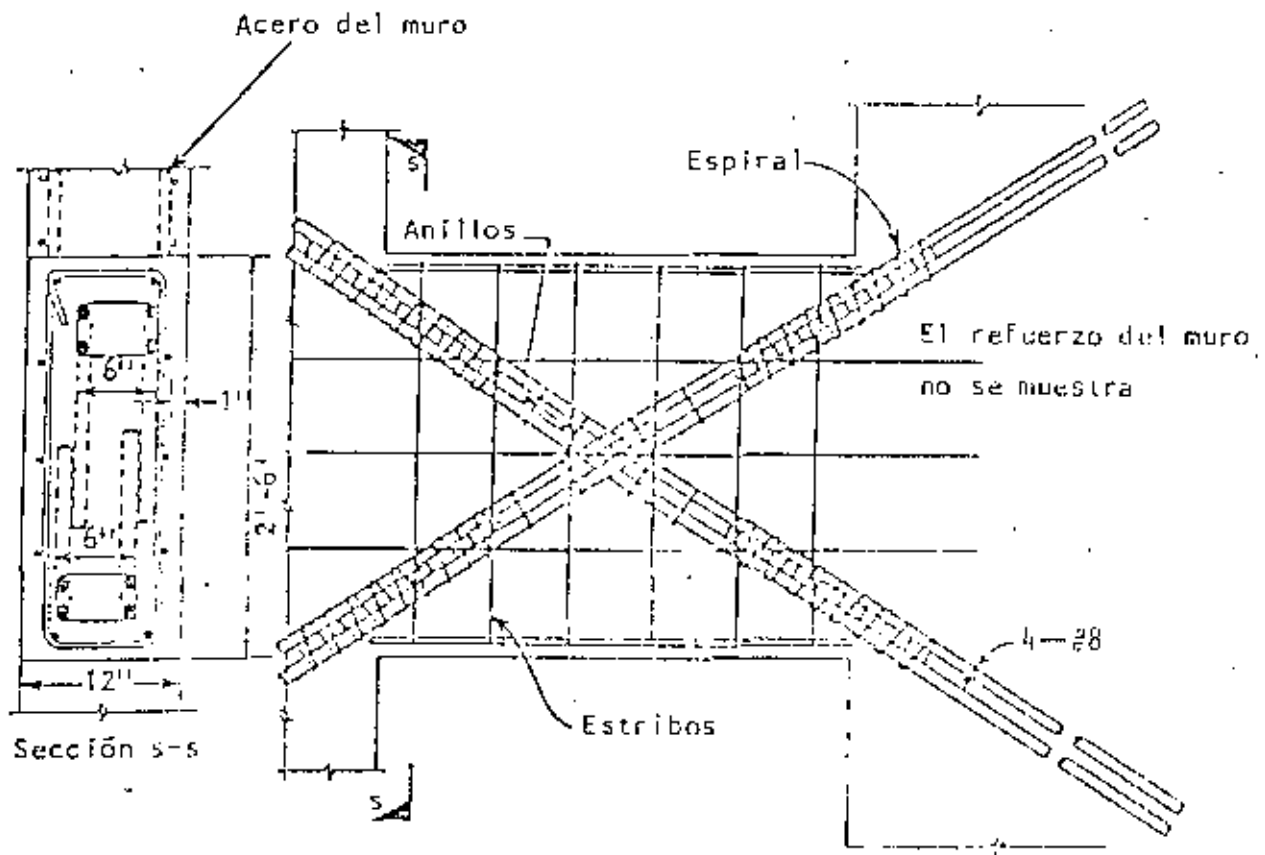
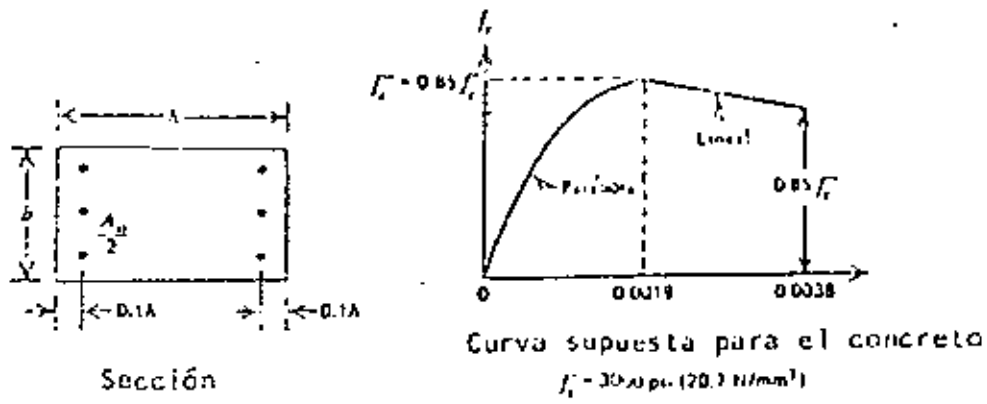
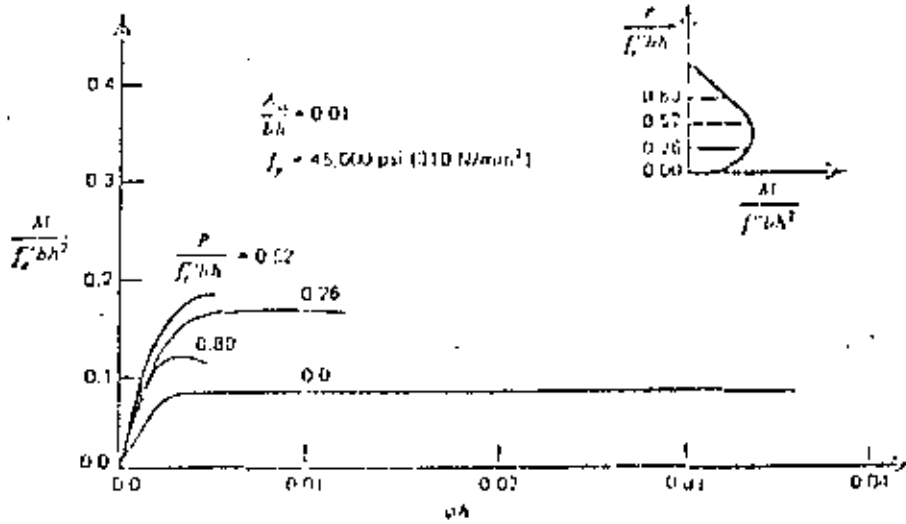


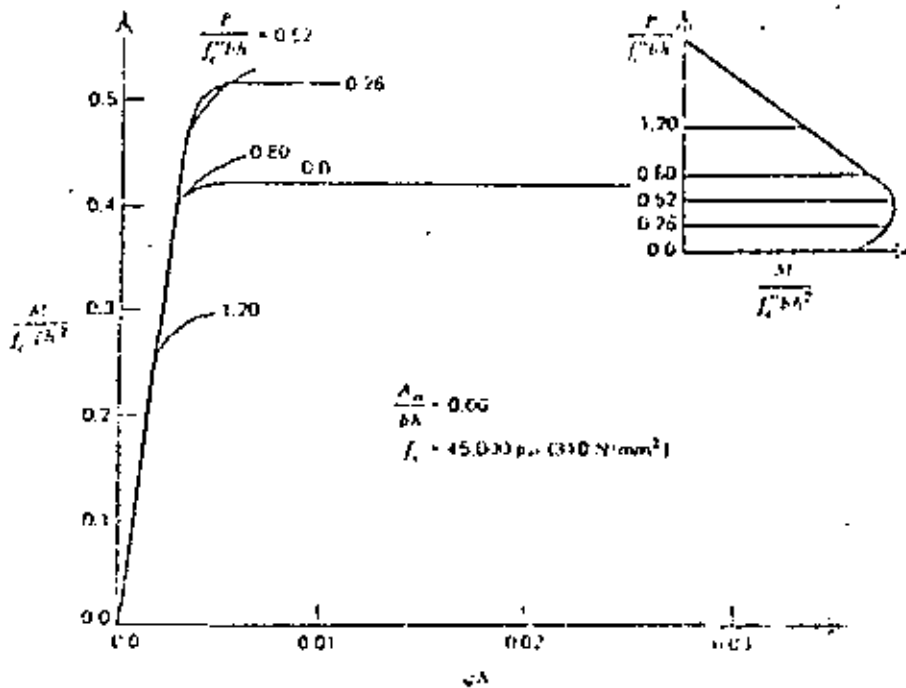
Fig 13. Disposición sugerida del acero en una viga de acoplamiento con refuerzo diagonal (adaptada de Paulay, 1971)



a)



b)



c)

Fig. 10. Relaciones momento-curvatura para secciones de columnas a diversos niveles de carga axial (según Park y Paulay, 1975)

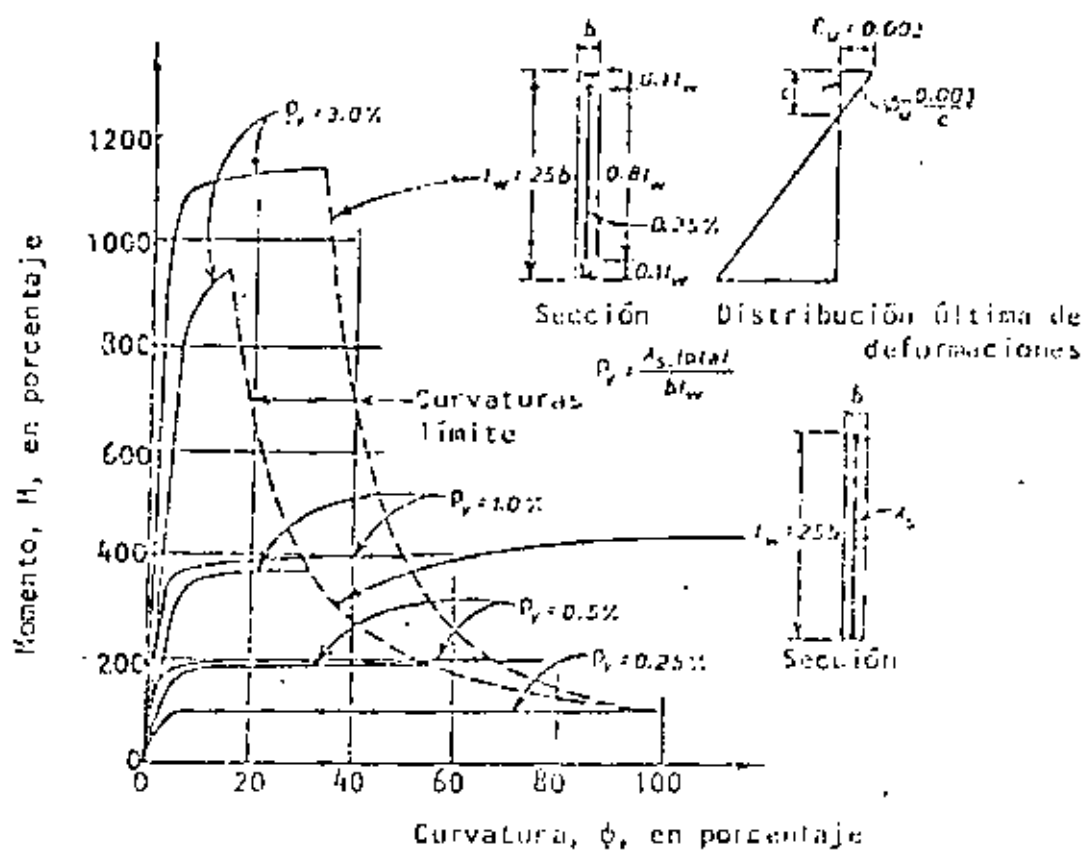


Fig. 15. Influencia de cantidad y distribución de refuerzo vertical en curvatura última (según Park y Paulay, 1972.)

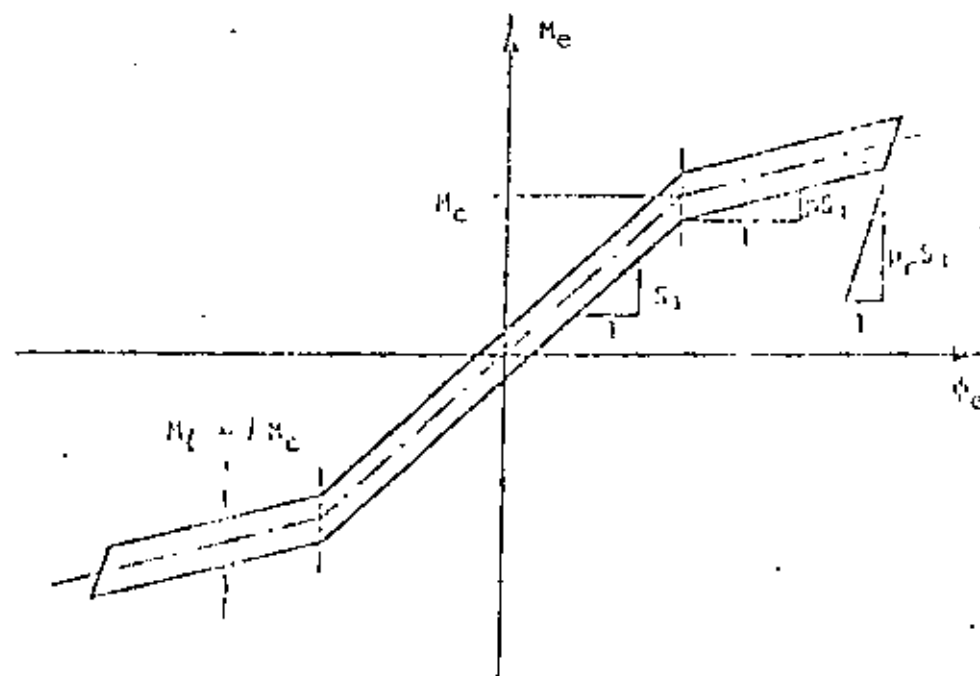
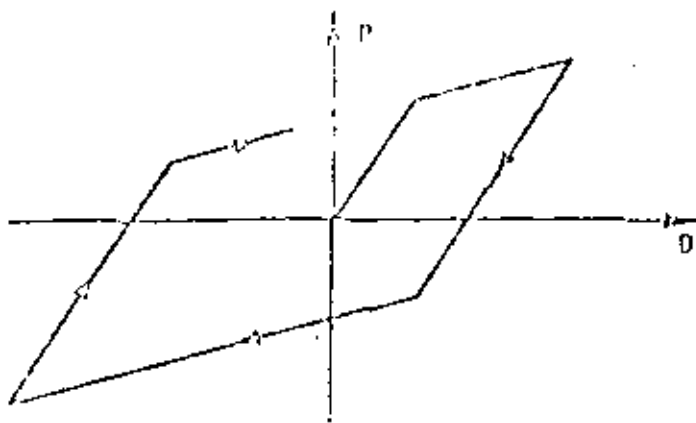
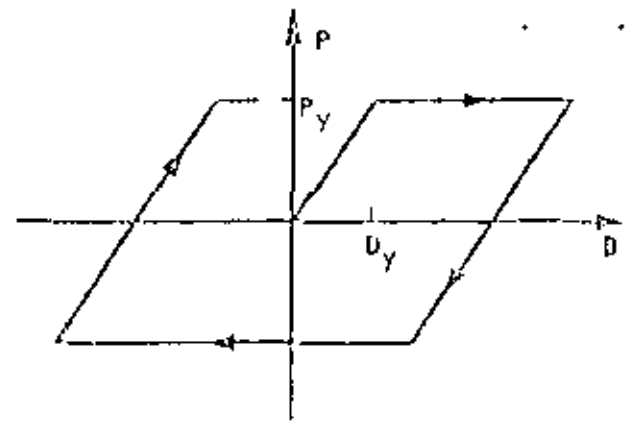


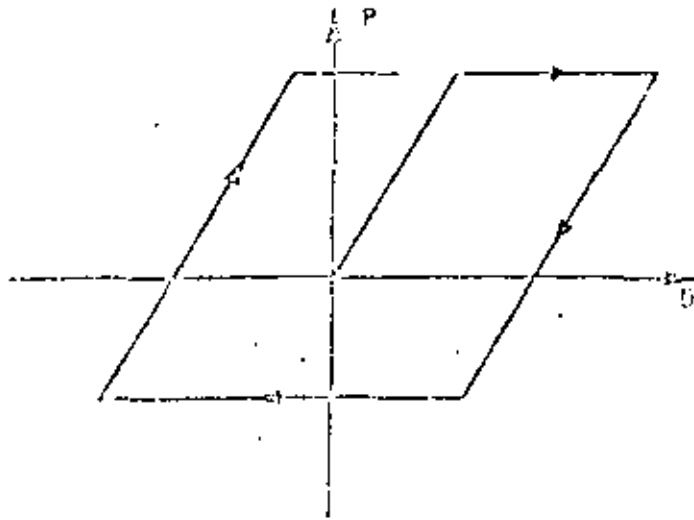
Fig. 16. Ciclo de histéresis típico para miembros de concreto reforzado



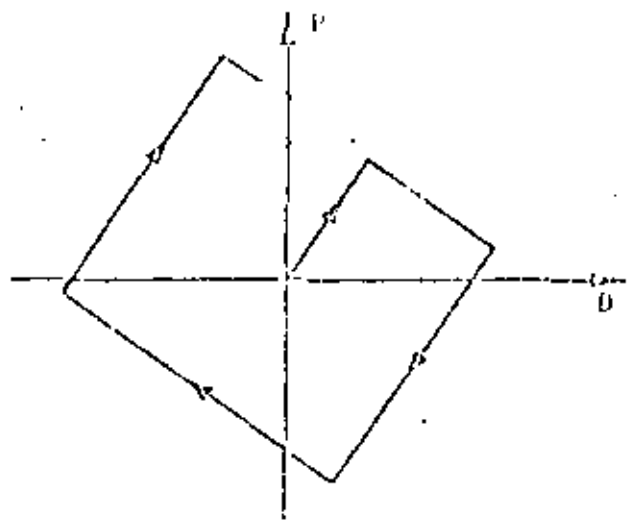
a) Bilinear



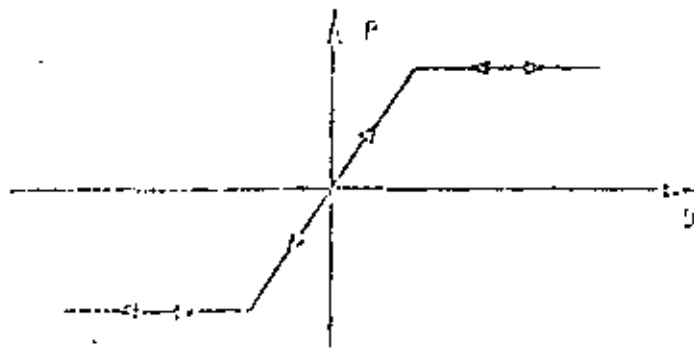
b) Elastoplástico simétrico



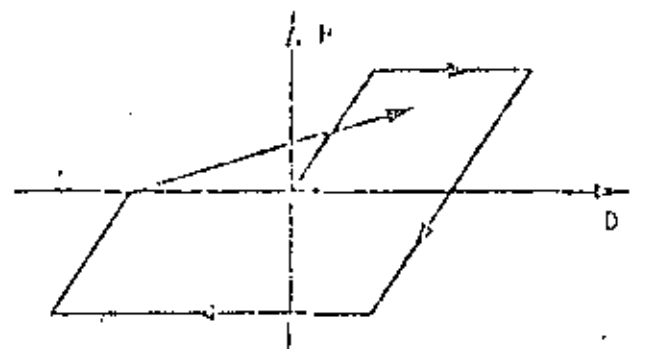
c) Elastoplástico asimétrico



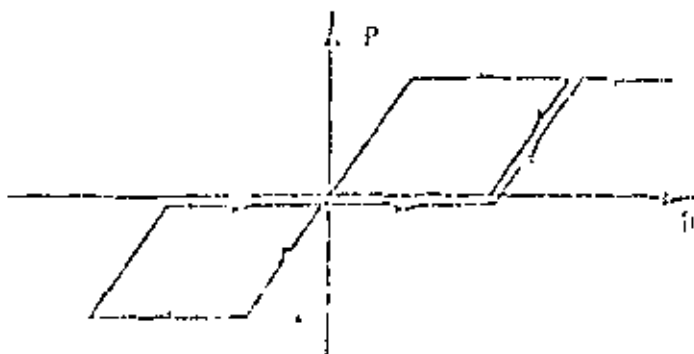
d) Inestable



e) Elástico cedente

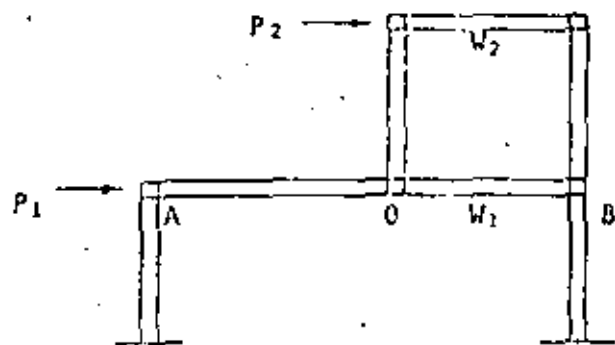


f) Degradante

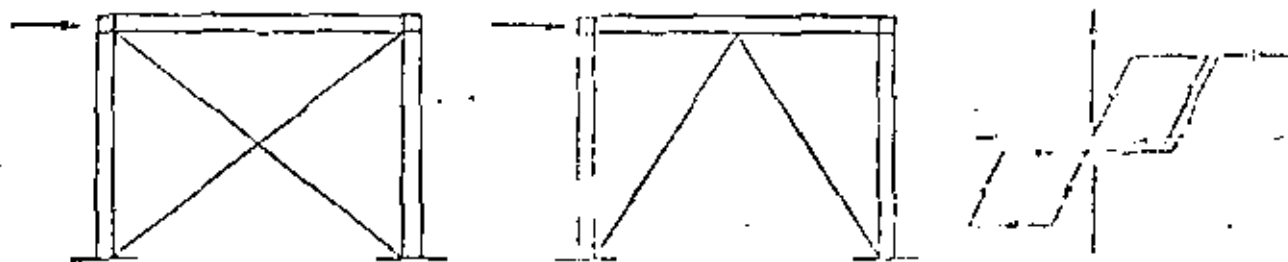


g) Tipo deslizamiento

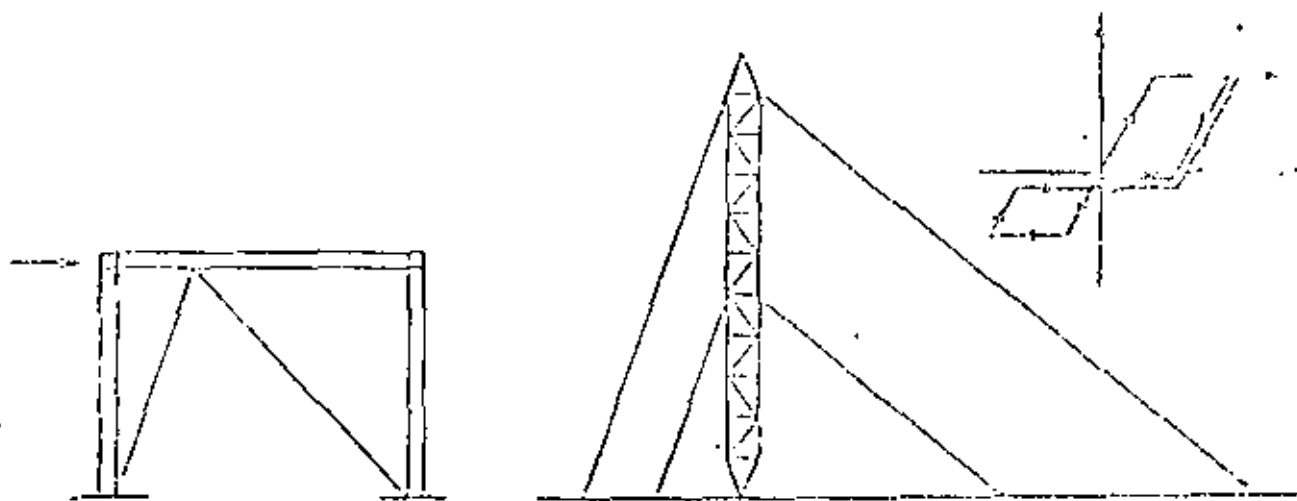
Fig. 17. Modelos de comportamiento no lineal



a) Sistema típico con relación asimétrica carga-deformación



b) Sistema con relación simétrica tipo desplazamiento



c) Sistema con relación asimétrica tipo desplazamiento

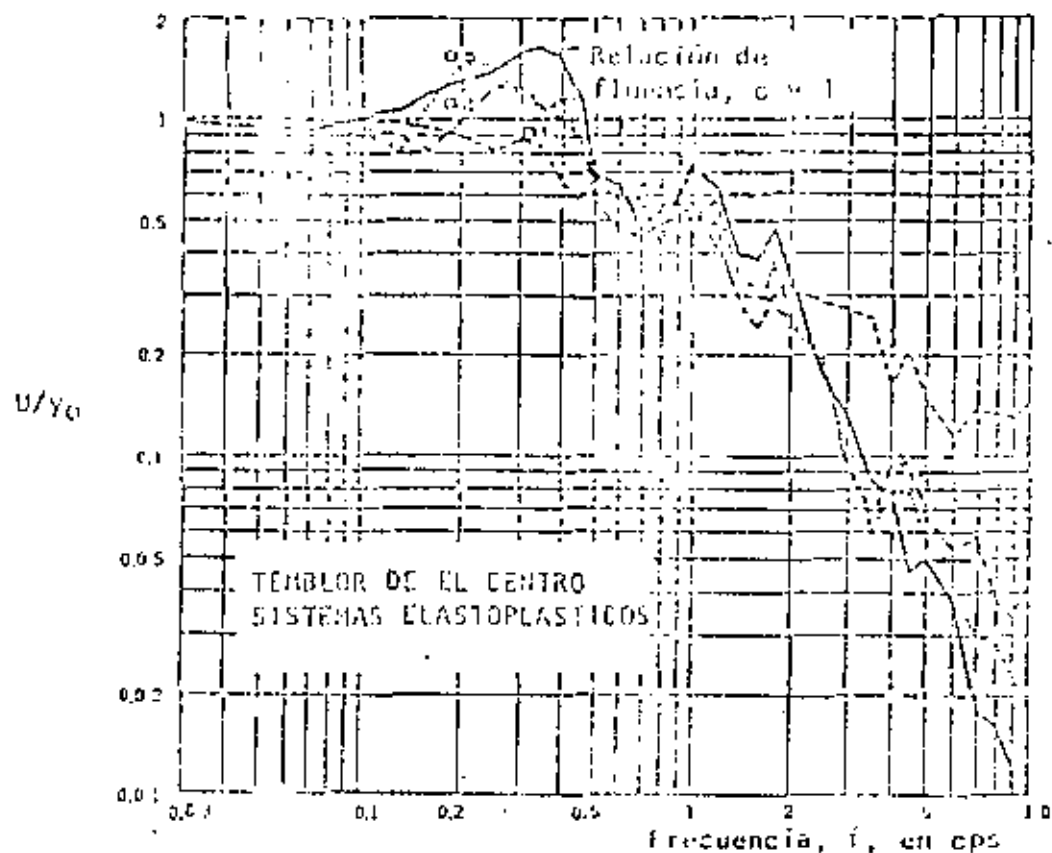


Fig. 19. Espectros de deformaciones para sistemas elasto-plásticos con amortiguamiento viscoso de 0.02 (según Bielak, 1966)

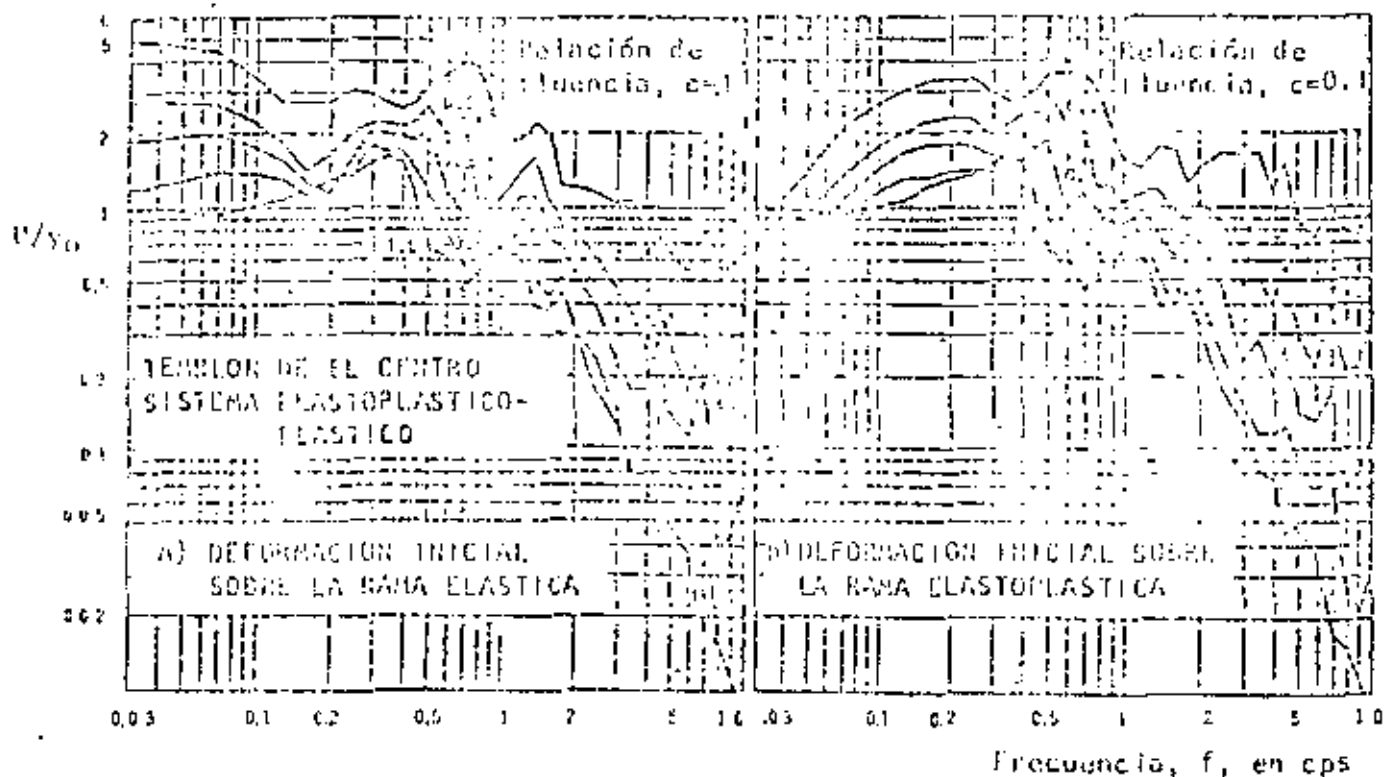


Fig. 20. Espectros de deformación para sistema de curva asimétrica con amortiguamiento viscoso de 0.02 (según Bielak, 1966)

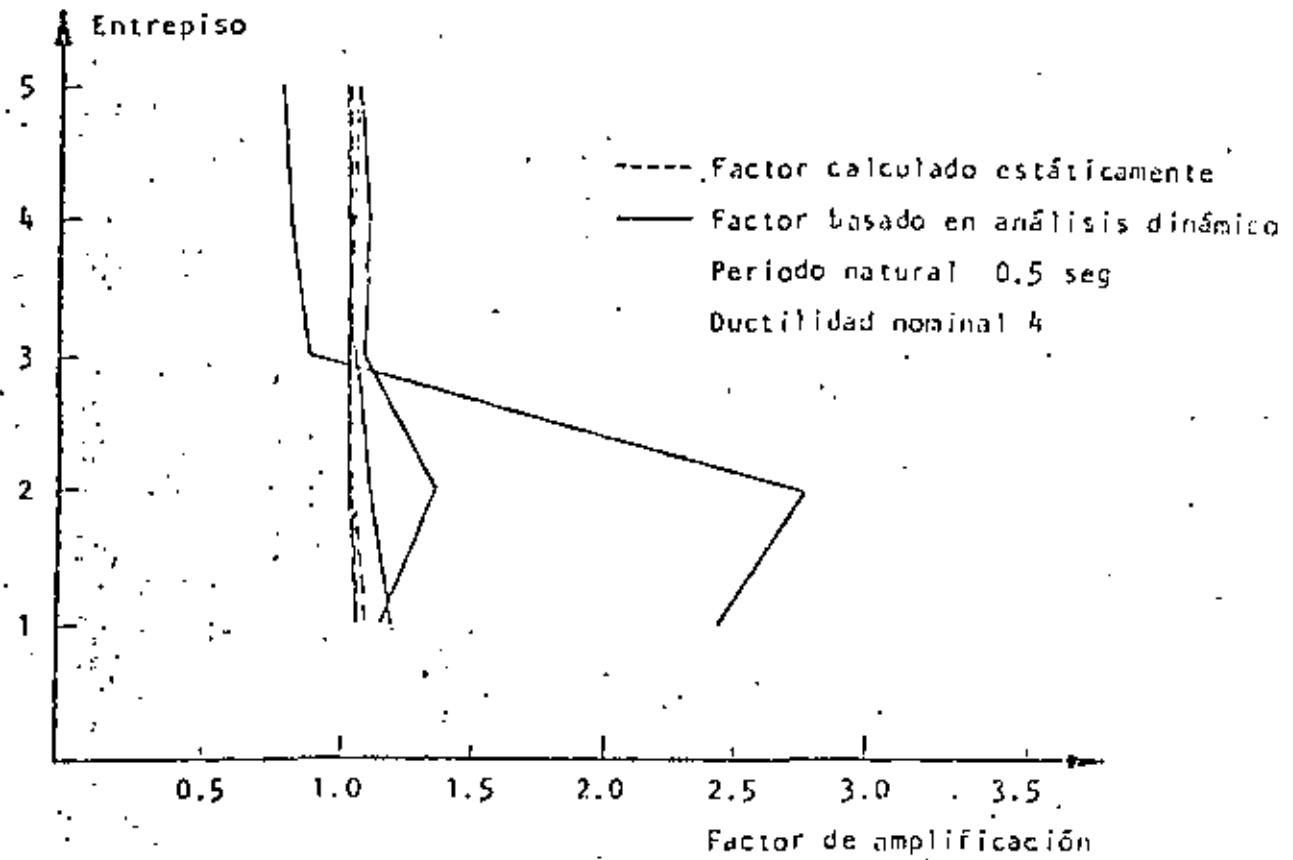


Fig. 21. Factores de amplificación por esbeltez

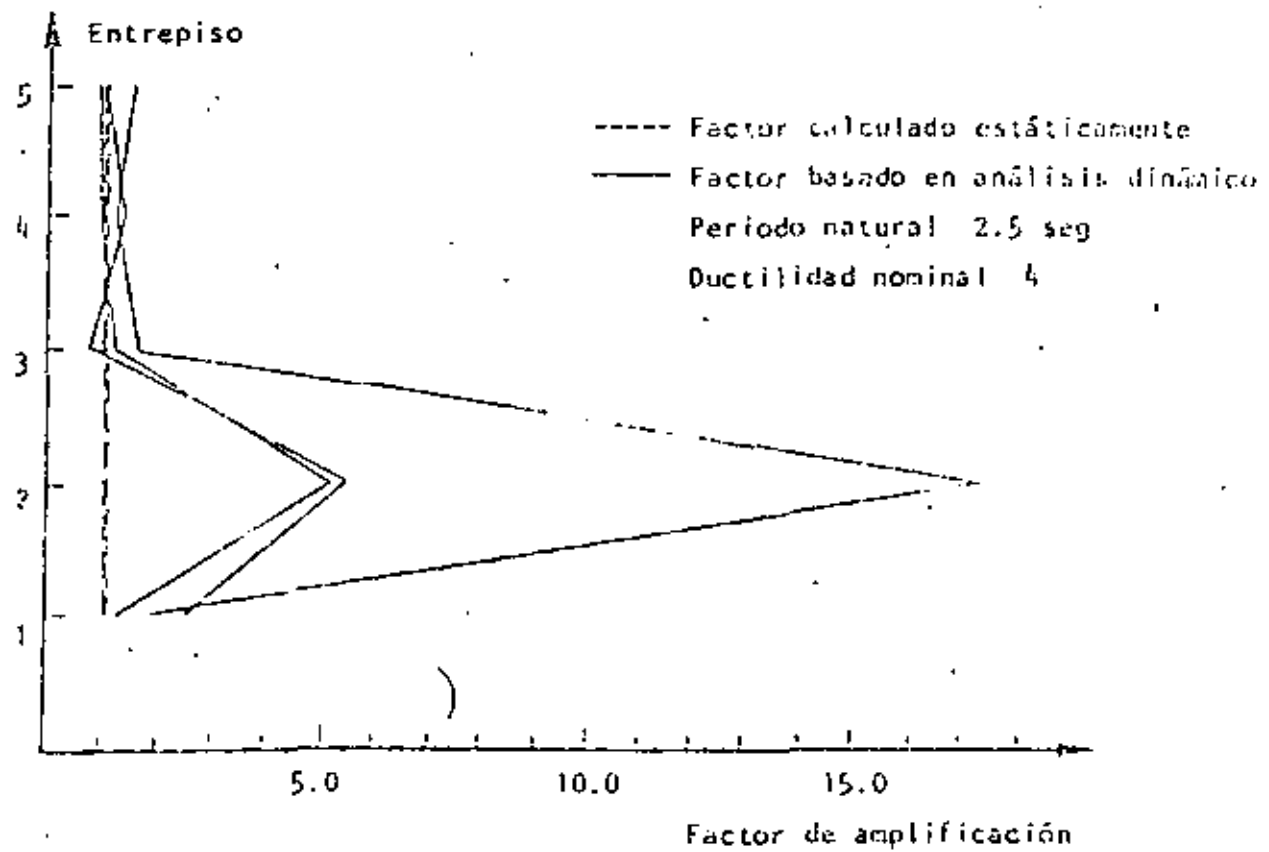


Fig. 22. Factores de amplificación por esbeltez

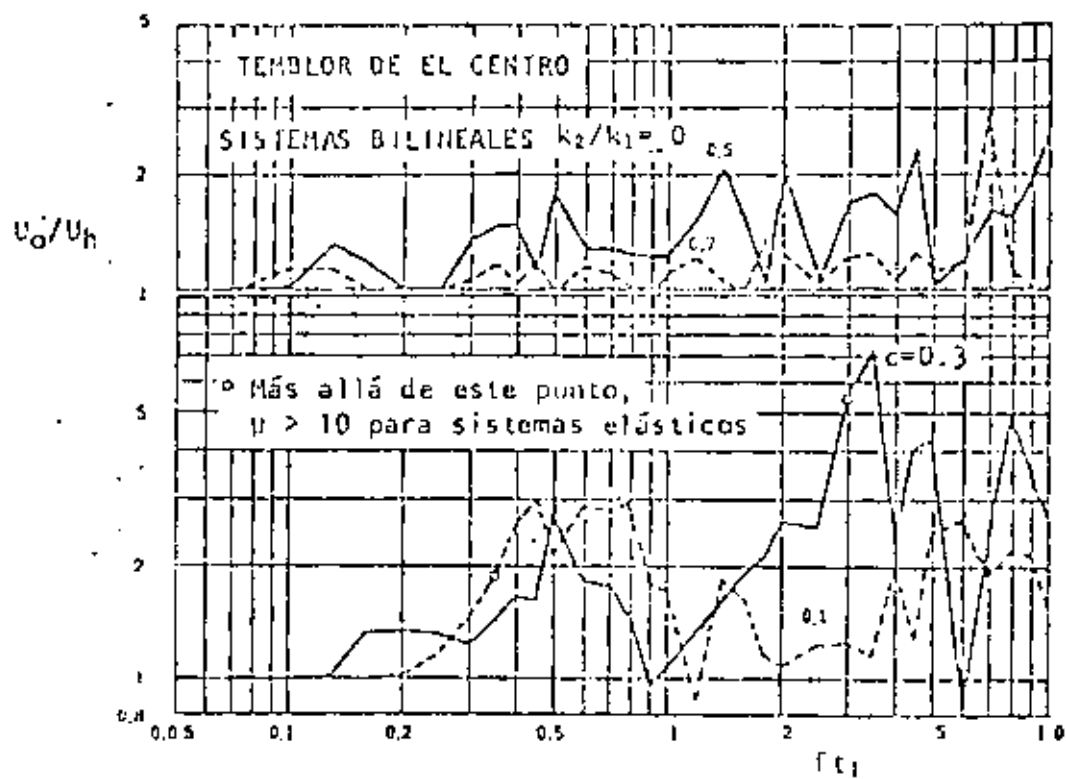


Fig 23. Espectros de la relación de deformaciones máximas de sistemas bilineales elásticos e histéricos (según Bielak, 1966)

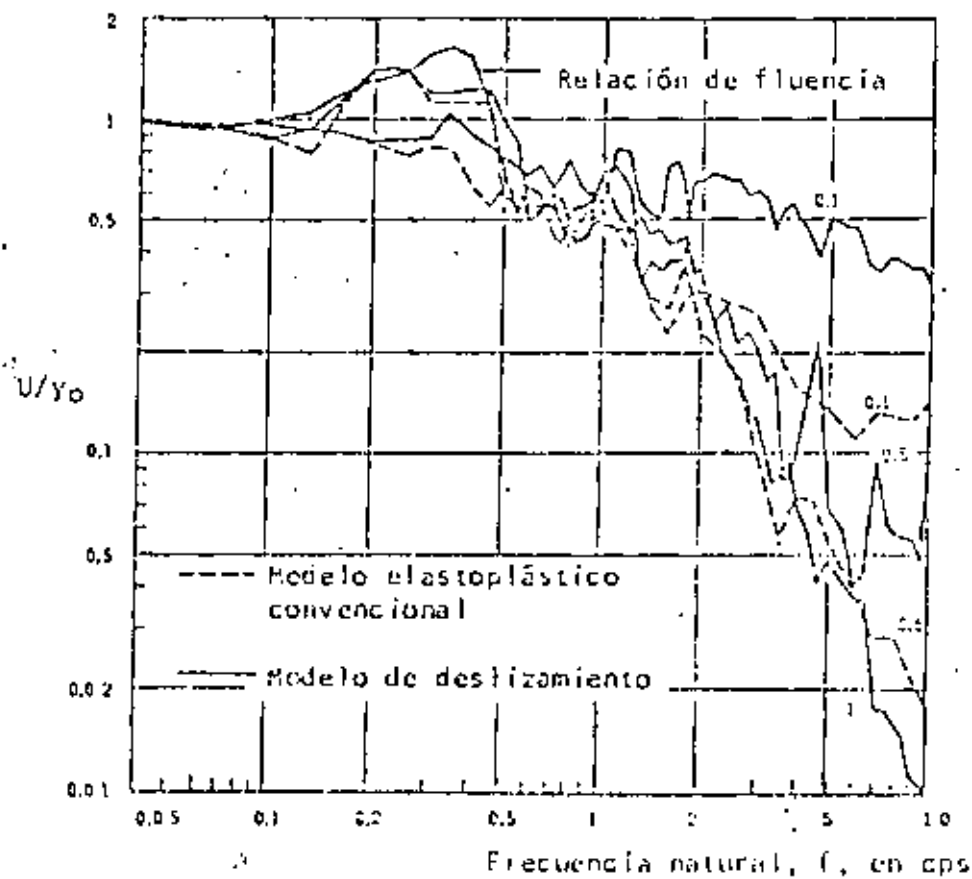


Fig 24. Espectros para sistemas elastoplásticos convencionales y de deslizamiento. Temblor de El Centro. Amortiguamiento 0.02

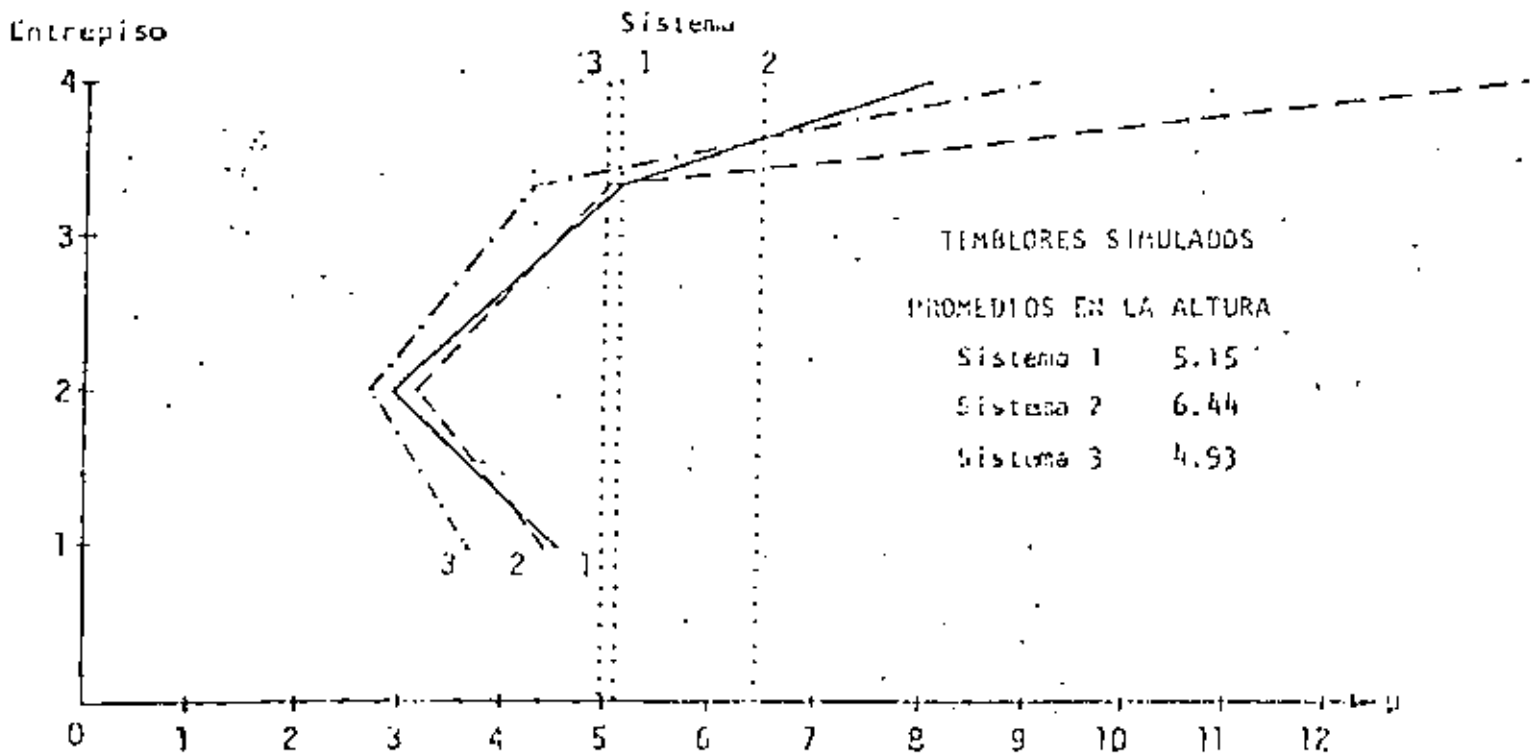
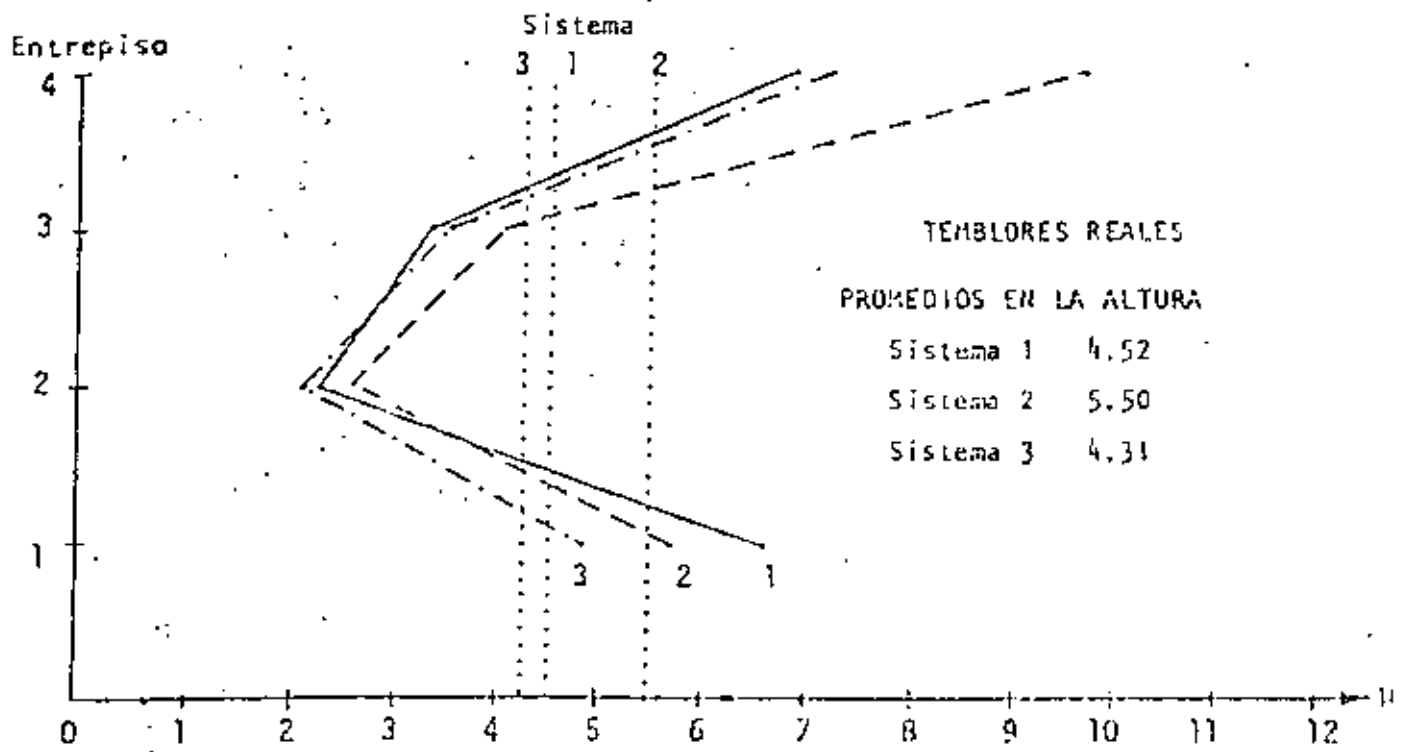


Fig 25. Ductilidades medias para tres sistemas de constante (según Frank et al, 1975)

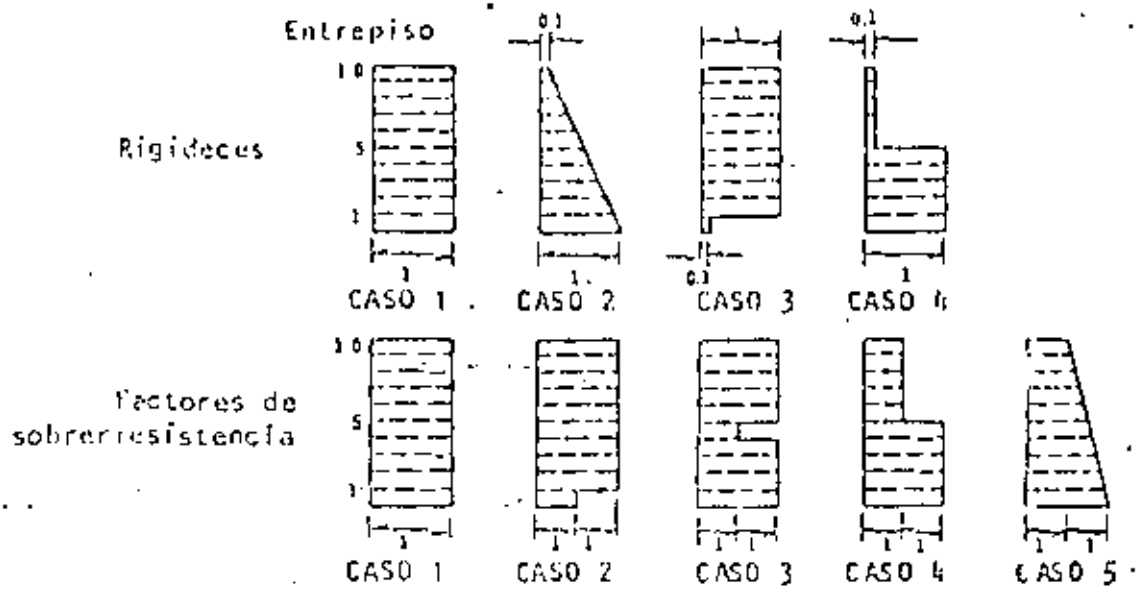


Fig. 26. Variación de rigideces y factores de sobrerresistencia en edificios de constante altura

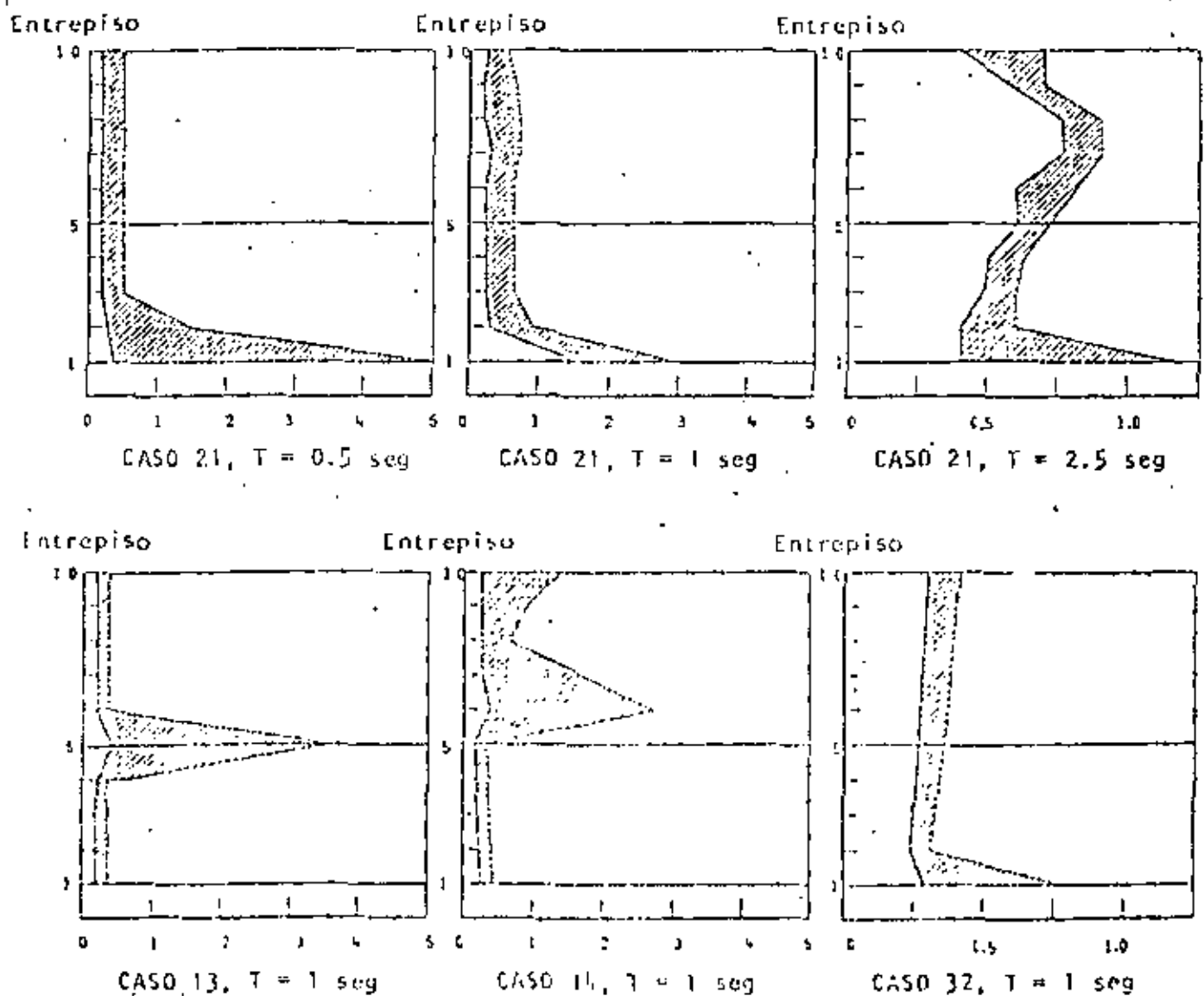
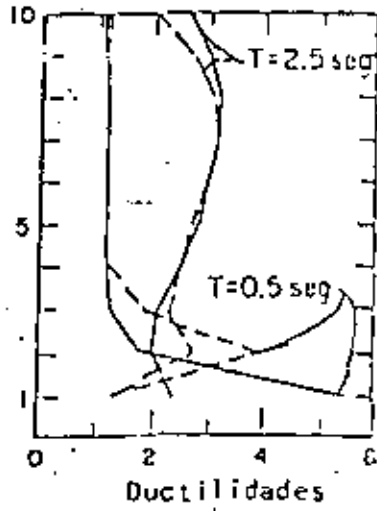


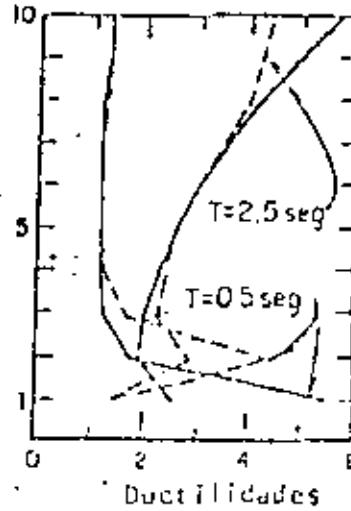
Fig. 27. Relaciones entre distribuciones reales y nominales

Entrepiso



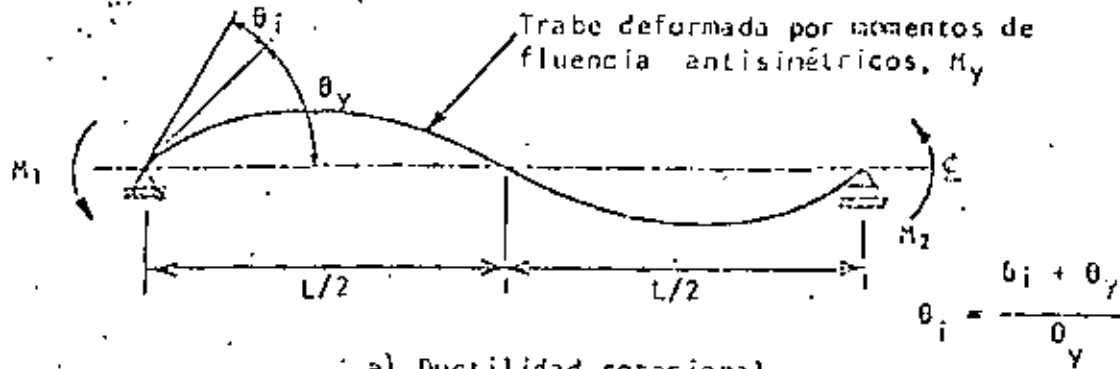
a)

Entrepiso

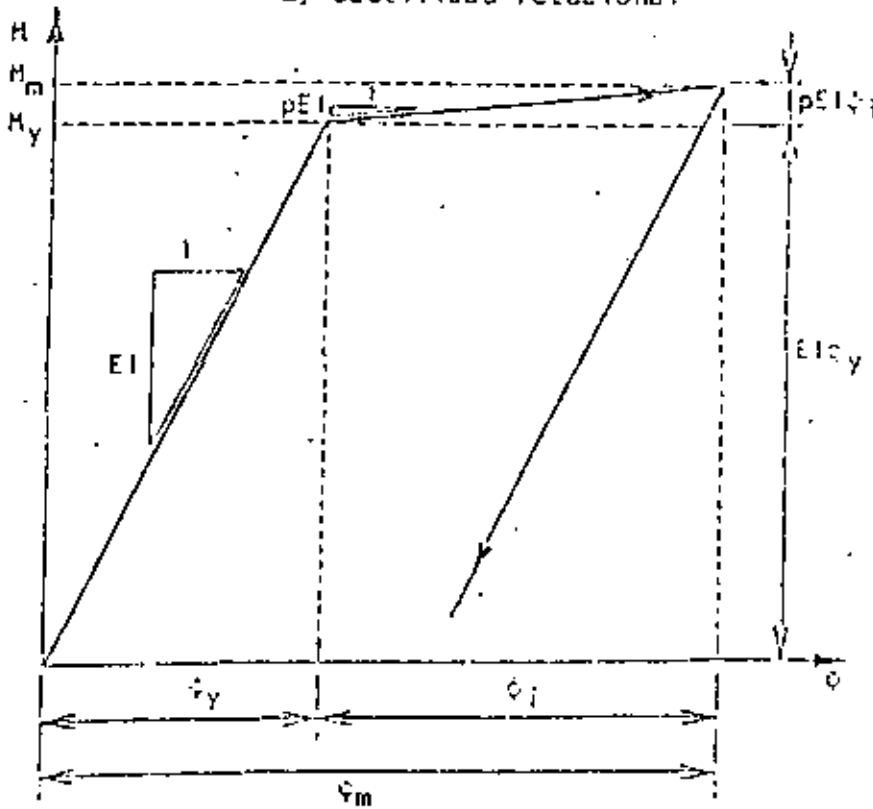


b)

Fig 28. Relaciones entre ductilidades y criterios de diseño



a) Ductilidad rotacional



b) Ductilidad de momentos o de curvaturas

Fig 29. Definiciones de ductilidad local (según Haviland et al, 1975)

MASAS DE PISO, en kg-seg²/pulg

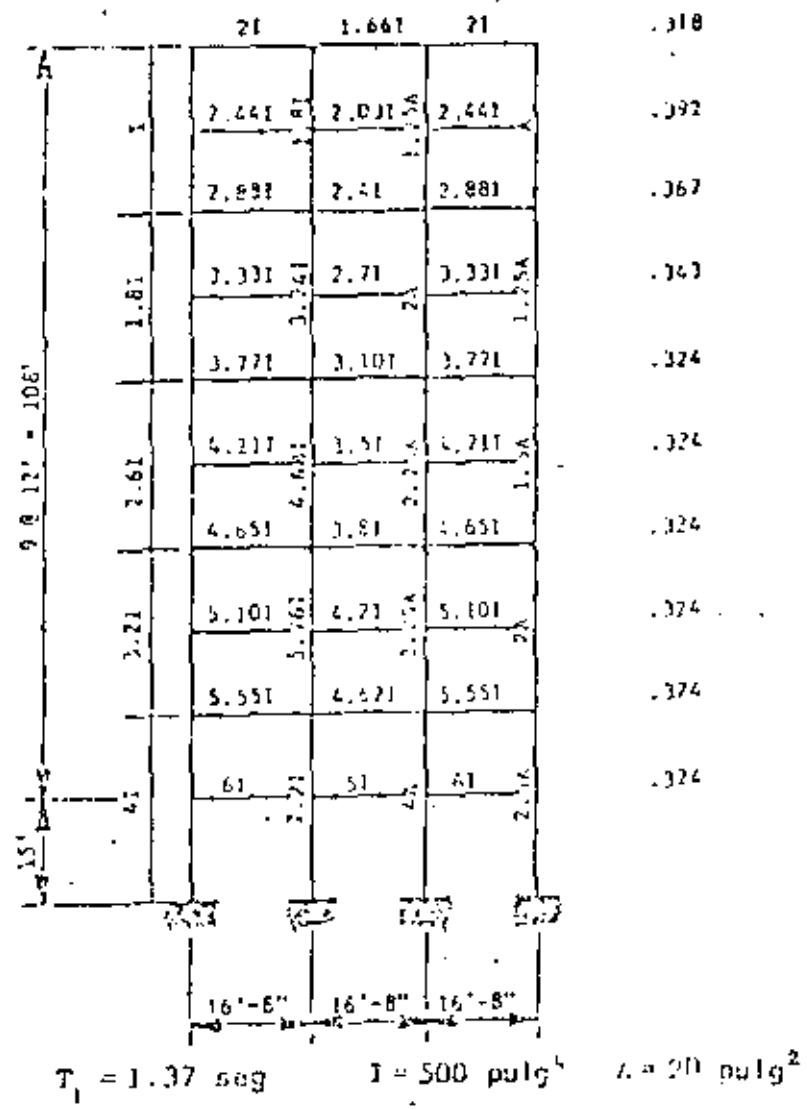


Fig 30. Marco para estudio de ductilidades locales

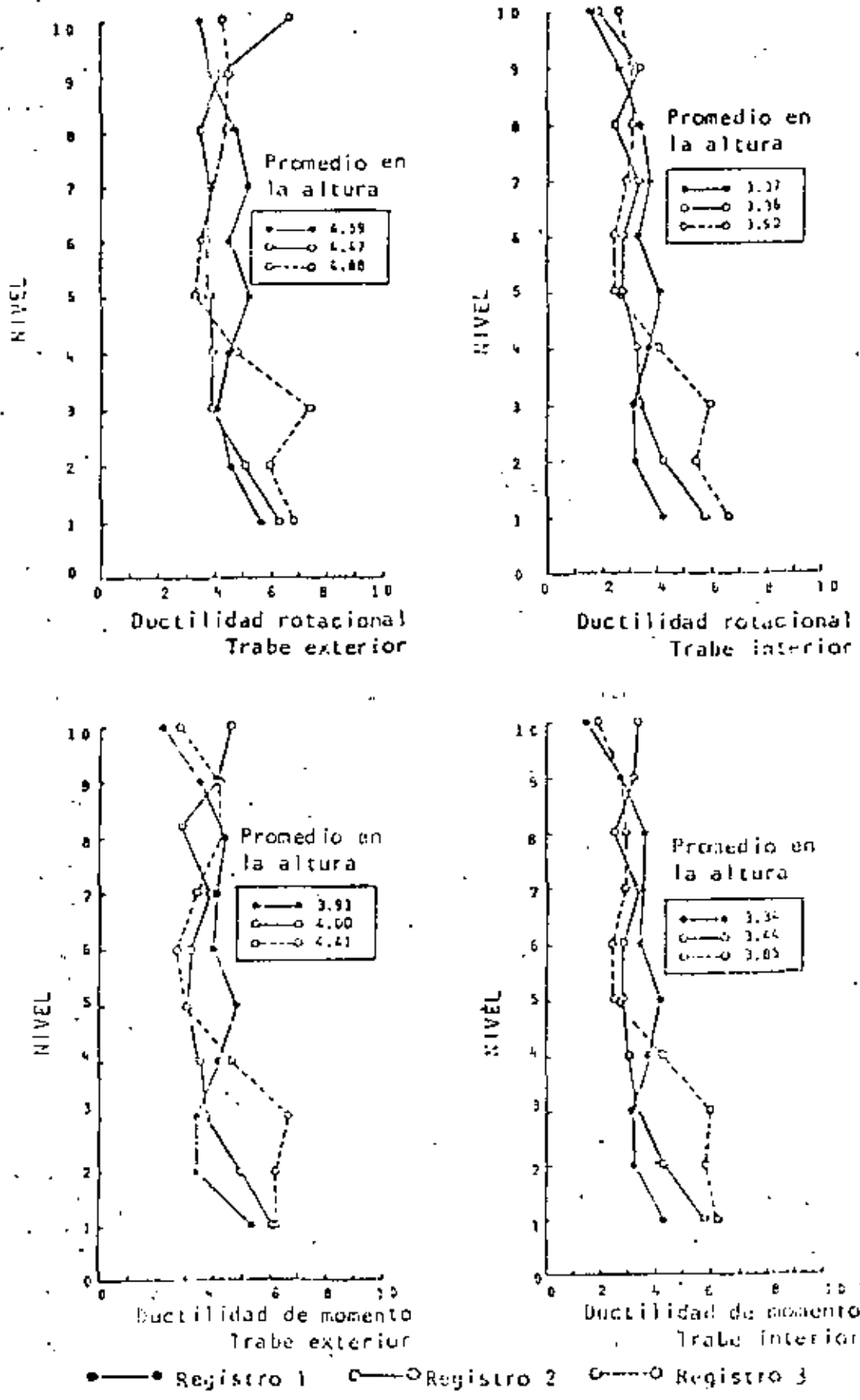
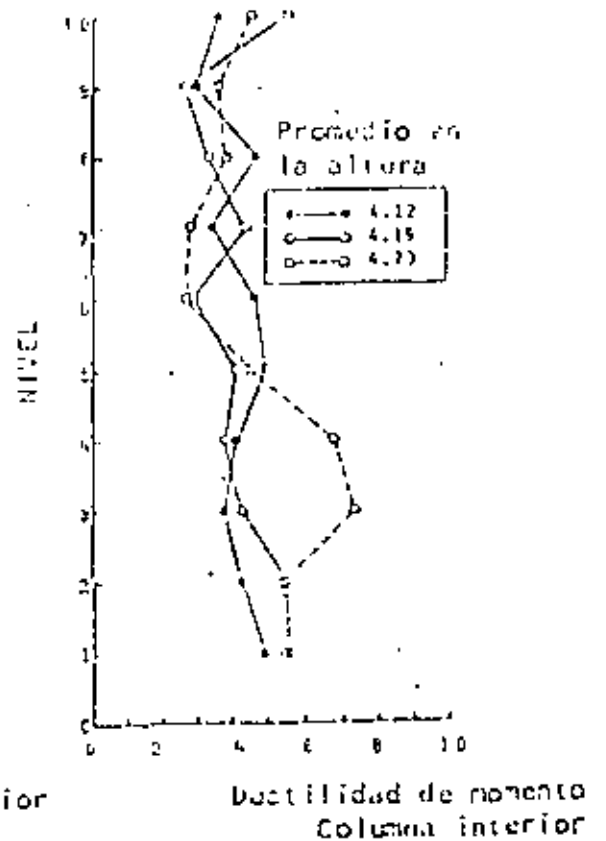
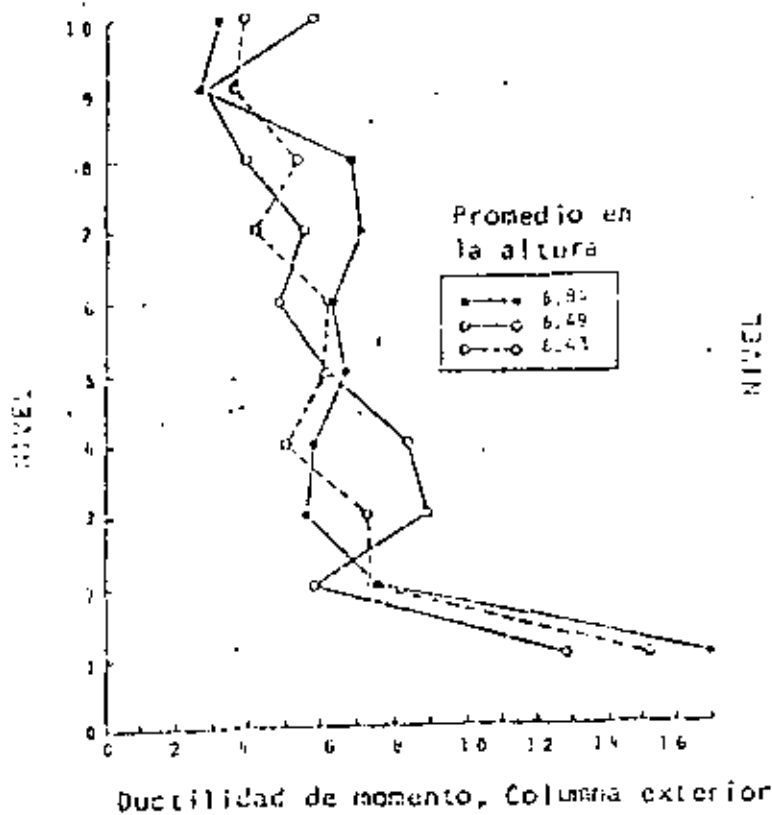
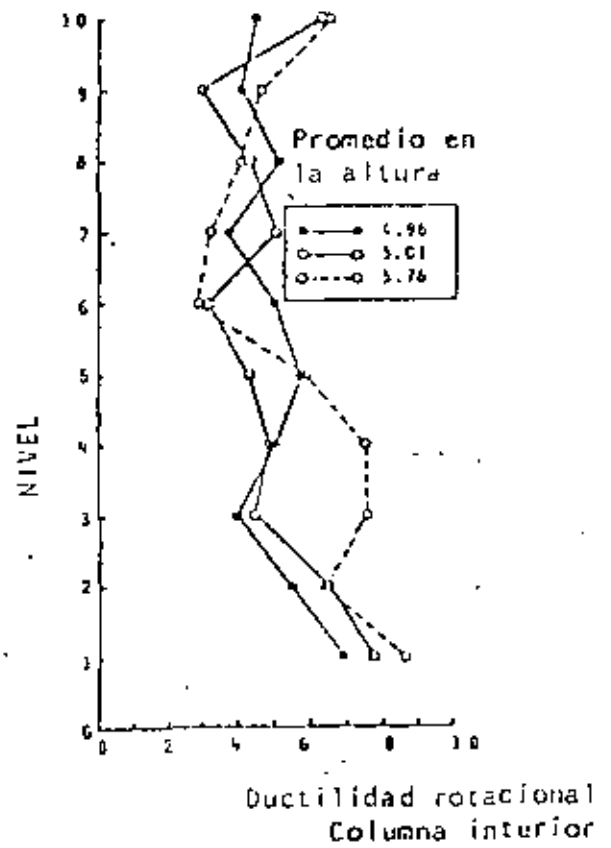
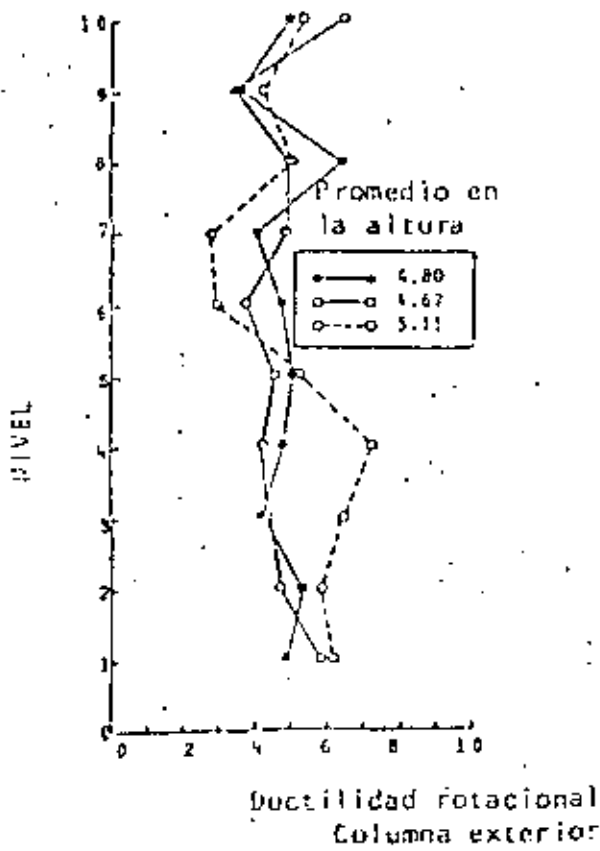


Fig 31. Máximos valores de ductilidad en tralés (según Fredland et al, 1975)



●—● Registro 1 ○—○ Registro 2 ○—○ Registro 3

Fig 32. Máximos factores de ductilidad en columnas
(según Haviland et al, 1976)

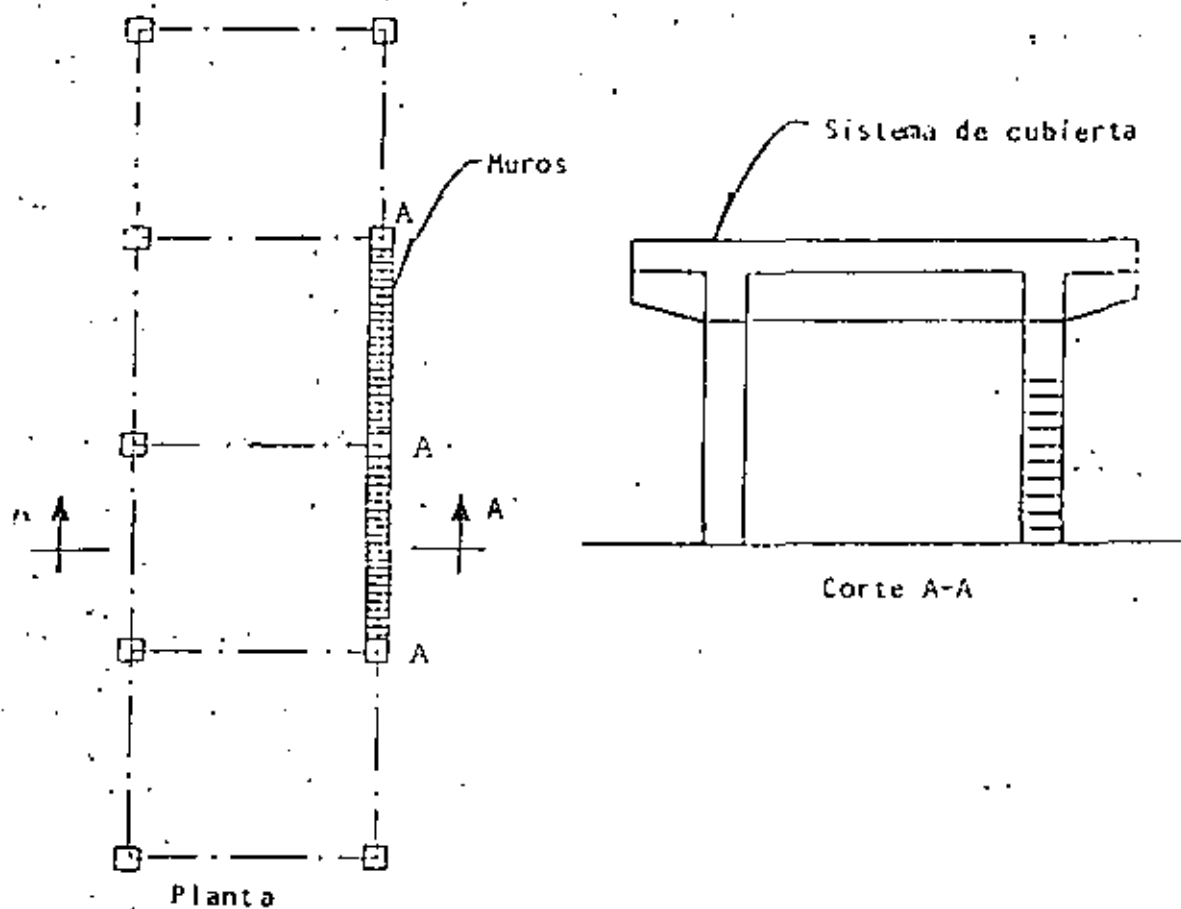


Fig 33. Columnas parcialmente restringidas

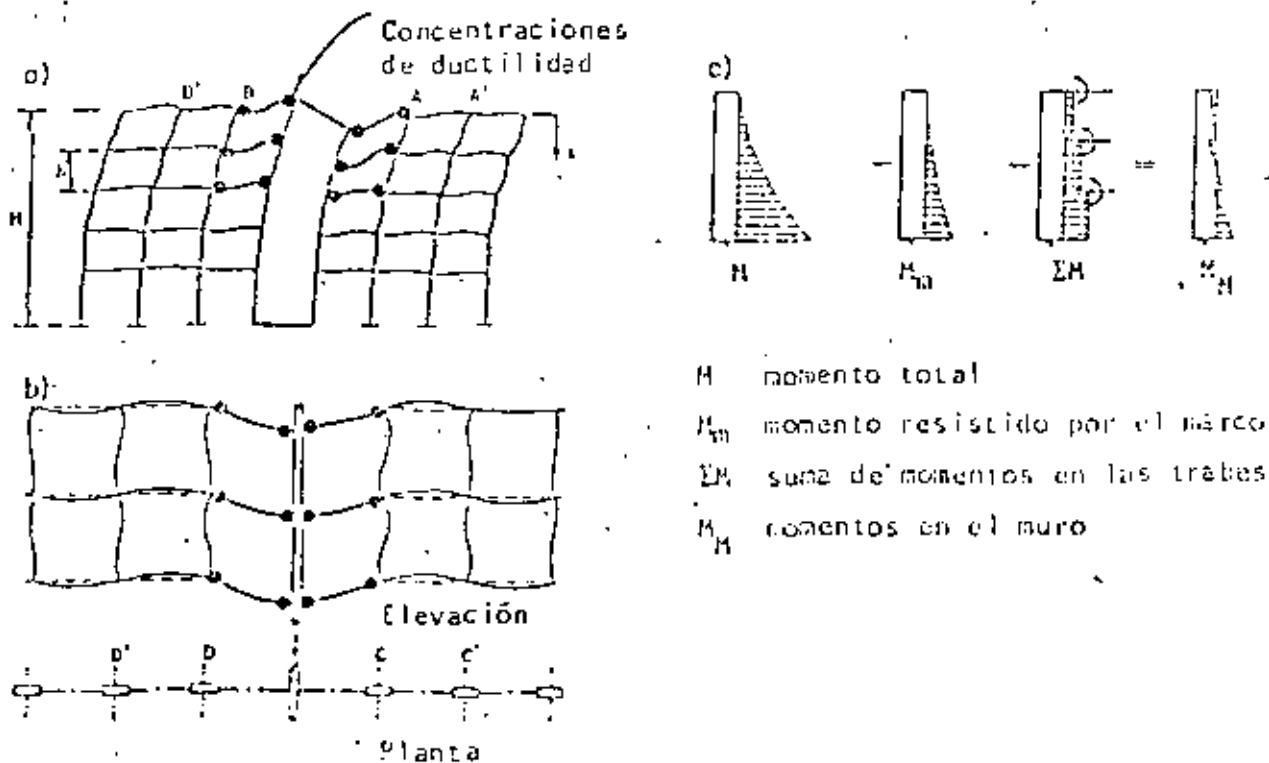


Fig 34. Deformaciones en sistemas rigidizantes





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ESTRUCTURAS DE CONCRETO

DR. ROBERTO MELI PIRALLA

JULIO, 1979

CURSO DE DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

Tema: ESTRUCTURAS DE CONCRETO

GUIA DE ESTUDIO

/ R. Mell

1 COMPORTAMIENTO Y ANALISIS DE ESTRUCTURAS HIPERESTATICAS DE CONCRETO (ver ref 1 pp 496 a 515)

En las estructuras isostáticas la distribución de fuerzas internas (momentos, cortantes etc) está determinada por condiciones de equilibrio y no depende de las propiedades del material. En las hiperestáticas depende de las rigideces de los elementos y más propiamente de las características momento-curvatura ($M-\varphi$) de las secciones. Como la relación M/φ puede variar con el nivel de carga, también la distribución de fuerzas internas varía. La relación $M-\varphi$ para una sección de concreto puede idealizarse como trilineal (fig 1a). Si una sección se agrieta el elemento pierde rigidez y la distribución de momento cambia. Una redistribución mucho mayor ocurre si una sección llega a su momento de fluencia y se forma una "articulación plástica" (fig 1b). Los momentos en las distintas secciones pueden variar al hacerlo las rigideces de los elementos; lo que se mantiene constante son ciertas relaciones entre los momentos y las cargas que se deben cumplir por equilibrio. Por ejemplo el momento isostático en vigas

($\frac{wl^2}{8}$ o $\frac{PL}{4}$ según el tipo de carga) debe ser equilibrado por la relación $\frac{1}{2}(M_I^- + M_D^-) + M^+$ (ver fig 2a). El momento de entrepiso

en un marco sujeto a cargas laterales (VH) debe ser equilibrado por la suma de momentos en las columnas (ver fig 2b). Si las secciones tienen la suficiente capacidad de rotación, no importa cuáles sean los momentos resistentes en cada sección, si su suma cumple con el mismo momento isostático se tendrá la misma carga resistente. En este principio se basan los métodos de análisis plástico (al límite) de estructuras de concreto (ver ref 1 pp 516 a 544).

En estructuras de concreto la resistencia puede variarse de sección modificando la cantidad o la posición de refuerzo y puede hacerse que el diagrama de momentos resistentes se ajuste prácticamente a cualquier diagrama de momentos actuantes. Esto hace que si se proporciona el refuerzo para resistir momentos proporcionales a los que resultan de un análisis elástico, todas las secciones pasarán simultáneamente de una etapa del comportamiento a otra y no habrá prácticamente redistribución de momentos. Todas las articulaciones plásticas necesarias para que se forme el mecanismo ocurrirán al mismo tiempo (teóricamente). Si se refuerza para resistir momentos distintos de los que resultan del análisis elástico, pero que dan lugar al mismo momento isostático (o sea a una configuración de momentos en equilibrio bajo la misma carga última) se tendrá la misma carga de

falla, aunque algunas secciones hayan llegado prematuramente a la fluencia dando lugar a redistribuciones de momentos. Para que esto sea cierto se requiere comprobar que ninguna articulación plástica deba, para la formación del mecanismo, tener rotaciones mayores que las que es capaz de soportar. La dificultad de esta comprobación es la razón principal de que los métodos de análisis plástico no se empleen en la práctica para estructuras de concreto.

Si la distribución de momentos no difiere mucho de la elástica las rotaciones necesarias para la formación del mecanismo serán pequeñas y las secciones que cumplan con los requisitos reglamentarios podrán soportarlas.

De lo anterior se deduce que el diagrama de momentos a la falla se ajustará a aquel según el cual se ha dimensionado la estructura y será independiente de las rigideces relativas de los elementos. Es muy conveniente, sin embargo, reforzar la estructura según el diagrama de momentos "elástico" ya que con ello se tendrá un mínimo de deformaciones inelásticas y agrietamientos antes de la falla y un comportamiento óptimo en condiciones de servicio.

Los reglamentos admiten, "redistribuir" los momentos elásticos en distintas proporciones. Los ensayos de Mattock (ref 2) ilustrados en la fig 3 muestran muy claramente que, en una viga subreforzada, redistribuciones de momentos de 25% no producen cambios

de comportamiento ni a la falla ni en condiciones de servicio.

En dichos ensayos la viga NR1 se reforzó de acuerdo con el diagrama de momento elástico; la viga R1 se reforzó para resistir un diagrama de momentos en que el negativo en el apoyo interior se habrá reducido en 25%; mientras que los positivos en el centro del claro se incrementaron en 12.5% para mantener el mismo momento isostático resistente. La viga R2 se reforzó para el mismo diagrama de momentos que la R1 pero empleando acero con esfuerzo de fluencia de 4000 kg/cm^2 en lugar de 2800 kg/cm^2 .

Se aprecia como las tres vigas soportaron muy aproximadamente la misma carga máxima, fig 3i, y que las deflexiones y los agrietamientos bajo carga de servicio fueron similares. Al observar las gráficas de momentos medidos se aprecia como en la viga NR1 se obtuvo casi simultáneamente la fluencia del refuerzo negativo y el positivo, mientras que en la R1 el negativo fluyó prematuramente obligando a que el momento en el apoyo se mantuviera constante mientras que el positivo aumentaba mucho más rápidamente hasta alcanzar la fluencia y la falla por formación de mecanismo.

Los reglamentos difieren en el porcentaje de redistribución que admiten; el del Distrito Federal admite 30% para vigas (dúctiles) mientras que el ACI71 hace variar la redistribución admisible según la cuantía de refuerzo, según la fórmula

$$\% \text{ redistribución} = 20 \left(1 - \frac{e - e'}{e_b} \right)$$

5

Las ventajas de aprovechar la redistribución no son muy grandes. La principal es de poder simplificar la distribución del refuerzo y descongestionar zonas en que se acumulen muchas barras (por ejemplo en uniones viga-columna). Cuando se deba diseñar para la envolvente de distintas combinaciones de cargas, esta envolvente puede reducirse aprovechando la redistribución.

El saber que se puede contar con cierta redistribución da confianza en el uso de propiedades geométricas y mecánicas de la estructura que pueden determinarse con muy poca precisión, como el módulo de elasticidad del concreto y el momento de inercia efectivo de las secciones. El cometer un error en estos parámetros dará lugar a una distribución de momentos distinta a la que se va a presentar inicialmente, pero a la cual tenderán los momentos debido a la redistribución.

Para el análisis sísmico se suelen considerar las propiedades "estáticas" de los materiales; para el módulo de elasticidad una buena estimación se obtiene con la expresión $E = 15000 \sqrt{f'_c}$ (ACI71) aunque para los concretos del Distrito Federal se obtienen valores mucho menores que corresponden a la expresión $E = 10000 \sqrt{f'_c}$ (Reglamento D. F. 76).

Para los momentos de inercia hay criterios muy distintos. El más

razonable es el de considerar el momento de inercia de la sección bruta para las columnas y los elementos que es de esperarse no estén agrietados en condiciones de servicio.

Para los elementos de flexión parece mejor emplear el momento de inercia de la sección agrietada transformada el cual para cuantías normales de refuerzo corresponde aproximadamente a 60% de el de la sección bruta.

La fig 4 ilustra cuál es la diferencia en los momentos resultantes según se defina el momento de inercia de las secciones. Solo gracias a la redistribución de momentos, estructuras analizadas con tan distintos criterios pueden tener un comportamiento aceptable.

La capacidad de que las secciones sostengan grandes rotaciones y que pueda haber redistribuciones de momentos es particularmente importante en estructuras que deben soportar sismo. Como se ha explicado en otros temas de este curso, las fuerzas que pueden introducirse en una estructura en un sismo son muy superiores a las que los reglamentos especifican para un diseño estático, por ejemplo; esto implica que para disipar la energía de un sismo intenso la estructura debe entrar en un intervalo inelástico de esfuerzos y se requiere de ella gran capacidad de deformación y de disipación de energía.

En la situación descrita, un análisis elástico solo puede servir para apreciar donde se presentan las mayores fuerzas internas antes de que la

estructura entre en un comportamiento inelástico. Nuevamente hay una ventaja importante en reforzar una estructura para un diagrama de momento proporcional al que resulta de un análisis elástico. Todas las secciones llegarán aproximadamente al mismo tiempo a la fluencia y se requerirá en ellas un mínimo de deformación inelástica.

Hay que tomar en cuenta que si no todas las articulaciones plásticas ocurren simultáneamente, se requieren en las secciones que fluyen primero, factores de ductilidad locales muy altos para obtener un factor de ductilidad aceptable para la estructura en su totalidad (ver ref 1 pp 547 a 562). Lo anterior se ilustra en la fig 5 de la que se deduce que para tener un factor de ductilidad de 4 en un marco de 10 pisos se requiere un factor de ductilidad de 125 en las columnas de un piso cualquiera si ocurre un mecanismo de falla que involucre a las columnas y un factor de ductilidad de 8 si ocurre un mecanismo de falla de viga.

Lo anterior recalca la importancia de tener una distribución uniforme de resistencias en todos los elementos y la inconveniencia de tener zonas sobre-diseñadas y otras subdiseñadas.

2. DISEÑO DE VIGAS, COLUMNAS Y UNIONES EN MARCOS DE CONCRETO (ver ref 3 pp 393 a 432)

El marco continuo ha sido el sistema más empleado en estructuras de concreto ya que aprovecha el monolitismo y la continuidad que se pueden lograr fácilmente en este material para obtener una estructura hiperestática eficiente. La principal ventaja de este sistema en zonas sísmicas es la gran ductilidad con que puede contarse si se toman algunas precauciones en cuanto a la disposición del refuerzo. Una limitación que presenta es su poca rigidez ante cargas laterales que hace difícil mantener las deflexiones laterales dentro de los límites admisibles en edificios de varios pisos.

La capacidad de disipación de energía y la ductilidad de los marcos dependerán de las características de los tres elementos que los forman vigas, columnas y uniones viga-columna. Como se ha visto en temas anteriores, en concreto reforzado solo pueden lograrse grandes ductilidades en elementos en que rige la flexión (vigas); por tanto habrá que diseñar de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas, aunque conviene que en los tres elementos se trate de lograr la máxima ductilidad.

Los reglamentos modernos incluyen disposiciones de refuerzo para lograr ductilidad y así poder diseñar para fuerzas sísmicas reducidas, tomando en cuenta que la estructura es capaz de disipar energía

con deformaciones inelásticas. Los requisitos más completos al respecto son los contenidos en el apéndice A del reglamento ACI-71, los cuales se comentarán aquí, junto con recomendaciones de otras fuentes. En cuanto a los requisitos de tipo general se especifica que deben emplearse concretos con $f'_c \geq 200 \text{ kg/cm}^2$ y aceros con $f_y \geq 4200 \text{ kg/cm}^2$. Este último requisito pretende asegurar que el acero sea muy dúctil.

a) Diseño de vigas. Además de diseñar para las fuerzas que resultan del análisis sísmico hay que cumplir con los requisitos siguientes:

- . Cuantía máxima de refuerzo igual a 50% de la balanceada; ver valores en la tabla de la fig 6
- . Tener un refuerzo mínimo positivo y negativo en todas las secciones ($\rho_{min} = 14/f_y$); mínimo dos barras en cada fecho
- . Colocar en los extremos refuerzo positivo que proporcione un momento resistente igual por lo menos a la mitad del negativo
- . Por lo menos una tercera parte del refuerzo negativo debe extenderse hasta un cuarto del claro y una cuarta parte debe ser continua en todo el fecho superior
- . No cortar refuerzo en zonas de posibles articulaciones plásticas (a 2d del apoyo); si no pueden evitarse traslapes, deberán colocarse estribos a lo largo de los mismos
- . Estribos, mínimo #3, a d/2 en toda la viga y a d/4 en una distancia de 4 peraltes a partir del apoyo. En esta zona $A_v \geq 0.15A_s \frac{s}{d}$ ó $0.15A_s \frac{s}{d}$
- . En la zona de articulación plástica (2d del apoyo) las barras que deban trabajar en compresión deberán estar confinadas por estribos (mínimo #3) a una separación no mayor de 16ϕ ni 30 cm.
- . Debe diseñarse para la fuerza cortante que se presenta en la viga cuando se alcanzan los momentos últimos en los extremos, fig 7. Esto es con la finalidad de que pueda desarrollarse un mecanismo de falla por flexión.

Con estos requisitos se asegura un factor de ductilidad del orden de

10 en las vigas. Algunos autores (ref 4) hacen recomendaciones más conservadoras, como son estribos de confinamiento separados a no más de 6ϕ en los extremos, despreciar la contribución del concreto en la resistencia al corte o aumentar el factor de seguridad para el diseño por cortante.

b) Diseño de columnas

Los requisitos se ilustran en la fig 8 y se describen a continuación

- . Cuantía de refuerzo entre 1 y 6%
- . La suma de las capacidades en flexión de las columnas que concurren a una unión debe ser mayor que la suma de capacidades de las vigas que concurren a la misma. Esto tiende a asegurar que las articulaciones plásticas se formen en las vigas. No dice cuánto deben sobrediseñarse las columnas.
- . Si $P \leq 0.4 P_b$ (carga axial para falla balanceada) deben respetarse en la columna los mismos requisitos que para vigas.
- . Cuando $P > 0.4 P_b$ hay que confinar el núcleo de la columna por medio de espiral o estribos en una distancia igual a un peralte, $1/6$ de la altura de la columna o 45 cm (el mayor de los tres) a partir de la cara de la viga.
- . La cuantía de refuerzo espiral será $\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$
- . El área de estribos de confinamiento será por lo menos igual a $A_{sh} = \frac{l_h \rho_s S_h}{2}$; S_h no mayor que 10 cm.
- . Para reducir la longitud l_h pueden emplearse ganchos del mismo diámetro que los estribos cuya deformación se requiere resfingir
- . Separación máxima de estribos: $d/2$; diseñados para resistir el cortante que se introduce en la columna al formarse las articulaciones plásticas en las vigas.

No hay que olvidar que ante la combinación de carga vertical y sismo

las columnas van a estar sujetas a un estado de flexocompresión biaxial para el cual deberán diseñarse.

c) Uniones viga-columna

La falta de anclaje del refuerzo en la conexión y la falta de refuerzo transversal en la misma ha sido una de las causas más frecuentes de fallas de marcos de concreto a raíz de temblores. Solo hasta muy recientemente se ha empezado a estudiar el comportamiento y a desarrollar procedimientos de diseño para estas uniones. El apéndice A del Reglamento ACI 71 contiene disposiciones muy limitadas al respecto. Más recientemente la misma institución ha publicado recomendaciones mucho más completas para el diseño de uniones (ref 5). Estas se presentarán más adelante.

Ante el efecto de carga vertical más sismo la zona de unión está sujeta a las condiciones de esfuerzo que se ilustran en la fig 9 y que introducen en ellas tensiones diagonales que pueden causar la falla. Mucho más grave es la situación de conexiones de extremo en las que se vuelve crítico el anclaje del refuerzo.

Diversos ensayos efectuados muestran que el comportamiento ante cargas alternadas de las conexiones es muy poco favorable cuando se llega cerca de su máxima capacidad de carga; esto lleva a la necesidad de diseñar las juntas de manera que los elementos por ellas conectadas puedan desarrollar toda su resistencia y que puedan formarse arti

El caso más crítico de uniones son las juntas de rodilla. En las que se presentan esfuerzos críticos tanto ante cargas que tiendan a abrirlas como ante las que tiendan a cerrarlas, fig 13. Se requiere en ellas formas de refuerzo particulares como las mostradas en la fig 13c.

En general parece que las recomendaciones del comité en cuestión son excesivamente severas, muy laboriosas de seguir y dan lugar a un refuerzo en las conexiones que es difícil de ejecutar.

3. SISTEMAS LOSA PLANA-COLUMNA

Las losas planas son ampliamente usadas en edificios debido a diversas ventajas como la sencillez de la cimbra y el peralte reducido a que dan lugar. Hay distintas versiones: con o sin capiteles, y macizas o aligeradas, fig 14. Ante cargas verticales su comportamiento está muy estudiado y los procedimientos de diseño muy comprobados, ACI-71.

En lo que respecta a su eficiencia para resistir efectos sísmicos, hay muchas controversias. Las limitaciones se refieren a su escasa rigidez ante cargas laterales y, especialmente, a la poca ductilidad que puede lograrse en este sistema, ya que es difícil evitar que la falla sea regida por cortante en la zona de conexión entre viga y columna. En diversos países, no se permite que se aproveche este sistema para resistir fuerzas sísmicas; cuando se use se requiere que las fuerzas sísmicas

micas sean tomadas íntegramente por muros de rigidez u otros sistemas. En México, sin embargo, es muy frecuente que el sistema losa plana-columna deba resistir una porción importante de las fuerzas sísmicas.

Para fines de análisis por cargas laterales, la losa se sustituye por una viga de rigidez equivalente; sin embargo, no es aplicable el criterio del ACI-71 en que la viga tiene la rigidez de la losa de centro a centro de claros adyacentes; análisis teóricos indican que ante cargas laterales resulta adecuado el criterio especificado en el Reglamento del D.F., según el cual el ancho de losa que es efectivo para trabajar como viga debe tomarse como, fig 15,

$$L_{eq} = \frac{0.5 L_2}{1 + 1.67 \frac{L_2}{L_1}} + 0.3 c_2$$

Resultados experimentales de Hawkins (ref 6) indican rigideces aún menores que las calculadas con la de esta expresión y considerando el momento de inercia de la sección agrietada.

Por lo anterior la rigidez ante cargas laterales del sistema losa plana-columna suele ser bastante reducida y resulta difícil cumplir con las limitaciones de deflexiones laterales admisibles.

El análisis sísmico, una vez definidas la viga equivalente, se realiza como en un marco y los momentos obtenidos para el marco se distribuyen entre las franjas de columna y central con los mismos coeficien

tes que para los momentos debidos a cargas verticales.

El problema principal en este sistema es la trasmisión del momento de desequilibrio de columnas a viga, fig 16. El momento debido a sismo se trasmite a la losa por una combinación de flexión y cortante. El modo de falla es local y no permite la formación de una articulación plástica; sino que da lugar a una falla local que es muy frágil a menos que se proporcione un refuerzo por cortante. De los diversos procedimientos de refuerzo propuestos (fig 17), el más satisfactorio es el desarrollado por Hawkins que consiste en reforzar vigas ahogadas en el espesor de la losa, en un ancho igual al de la columna más un peralte de la losa, en las cuales puede colocarse abundante refuerzo transversal.

El procedimiento de diseño puede extrapolarse del especificado por el ACI-71 en que se supone que una fracción del momento de desequilibrio (en general 60%) es tomada por momento y el resto por la variación, supuesta lineal, de las fuerzas cortantes en la sección crítica, fig 16.

En cuanto a la resistencia al cortante, el esfuerzo a resistencia del concreto se puede tomar como $v_c = \sqrt{f'_c}$ (el doble que para vigas) y la contribución de los estribos v_s se calcula igual que en vigas (fig 18); sin embargo cuando se requiera refuerzo la contribución del concreto debe reducirse a la mitad y no se admite que $v_u \geq 1.5 \sqrt{f'_c}$. Aunque el incremento en resistencia por efecto del refuerzo transversal sea limita

do, su presencia es indispensable para dar cierta ductilidad a la falla.

Por lo que se ha descrito es evidente que en caso de emplear este sistema para resistir fuerzas sísmicas las reducciones por ductilidad que deban considerarse son muy inferiores a las que son admisibles para marcos.

4. MUROS DE RIGIDEZ

En edificios de altura mediana o grande resulta antieconómico proporcionar la rigidez ante cargas laterales exclusivamente con marcos; la solución más empleada es que la rigidez y resistencia sísmica estén proporcionadas principalmente por muros de concreto. En temas anteriores se ha descrito el comportamiento de estos elementos ante cargas alternadas distinguiendo los muros altos en que el comportamiento está regido principalmente por los momentos flexionantes y que pueden diseñarse con los mismos procedimientos empleados para vigas, de los muros bajos en las que predomina el efecto de las deformaciones por cortante. En otro tema se ha tratado el análisis sísmico de sistemas con muros de rigidez el cual presenta dificultades mayores que el de sistema base exclusivamente de marcos.

La ductilidad y disipación inelástica de energía que puede lograrse en muros de rigidez es muy variable según rija la flexión o el cortante y según haya o no cargas verticales altas sobre el muro. Sin embargo los reglamentos suelen tratar todos los muros con el mismo criterio fijando factores reductivos por ductilidad mucho menores para estos sig temas que para los marcos.

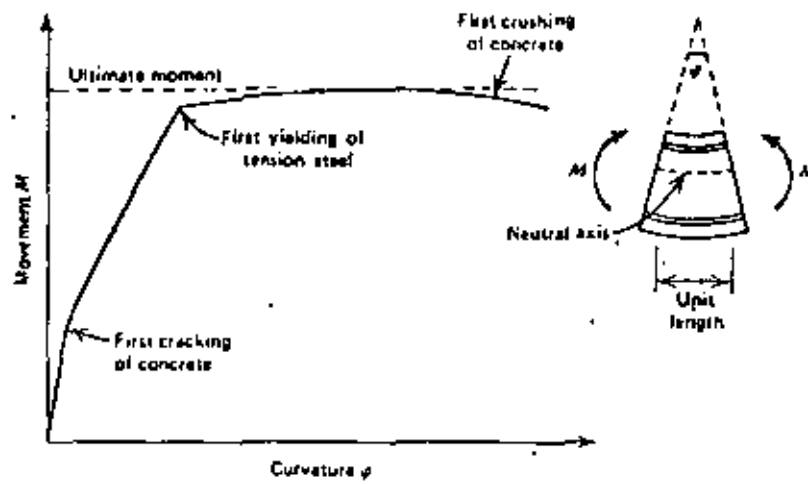
Los procedimientos de diseño de muros están dados, por ejemplo, en el ACI-71; si se trata de muros altos, tanto para flexocompresión como para cortante, se emplean los mismos métodos que para vigas y columnas; en muros cortos la resistencia a cortante es mayor y se dan expresiones particulares. Para refuerzo por cortante se requieren barras horizontales, pero en muros cortos es necesario proporcionar también refuerzo vertical, ver fig 19.

El apéndice A del ACI 71 da requisitos especiales también para muros de rigidez. Se requiere una cuantía mínima de refuerzo de 0.0025 tan to vertical como horizontal. Si la carga axial es menor que 40% de la balanceada se requiere un refuerzo mínimo de flexión de $14/f_y$; si es mayor se exige que se coloquen columnas (elementos de extremos) con la capacidad suficiente para resistir la carga axial total sobre el muro. Esto último con la función de tener confinado el refuerzo de compresión.

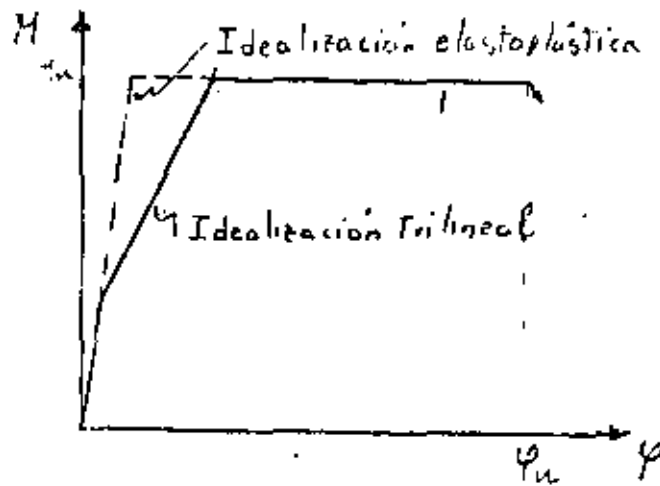
El diseño de estructuras prefabricadas así como el de estructuras especiales de concreto como tanques, chimeneas y muros de retención se trata en forma adecuada en la ref 7.

Referencias

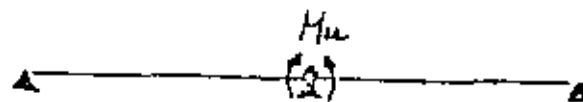
- 1 R Park y T Paulay "Reinforced Concrete Structures" J. Wiley 1975
- 2 A. H. Mattock "Redistribution of bending moments in reinforced concrete continuous beams" Proc The Institution of Civil Engineering" 13 may 1959
- 3 A. T. Derecho y M. Fintel "Earthquake Resistant Structures" Cap 12 de Handbook of Concrete Engineering, editado por M. Fintel, Van Norstrand, 1975
- 4 V. V. Bertero y E. Popov "Hysteretic Behavior of Ductile Moment-Resisting Reinforced Concrete Frame Components" Rep No EERC 75-16 Univ. California Berkeley, 1975
- 5 Comité ACI-ASCE 352 "Recommendations for Design of Beam-Column Joints in Monolithic Reinforced Concrete Structures" Journal ACI, 73, julio 1976
- 6 Comité ACI-ASCE 426 "The Shear Strength of Concrete Members. Slabs" Journal Struct Div ASCE vol 100 ST8, ago 1974 pp 1543-1591
- 7 D J Dowrick "Earthquake Resistant Design" J Wiley, 1977



a) Forma típica de la relación $M-\phi$

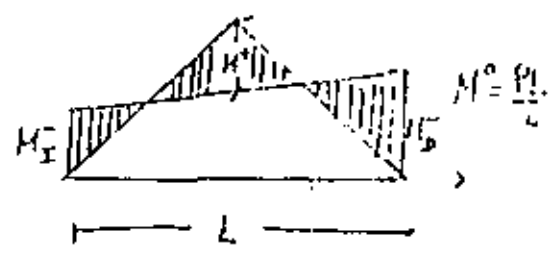
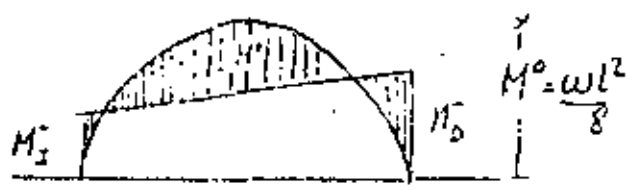
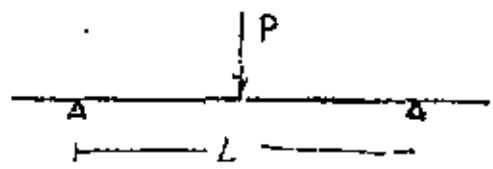
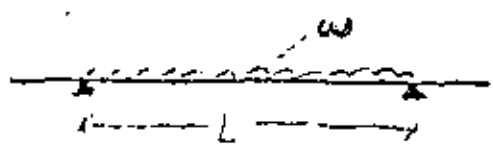


b) Idealizaciones de la $M-\phi$



c) Articulación Plástica

Fig 1 Relaciones momento-curvatura en elementos de concreto reforzado

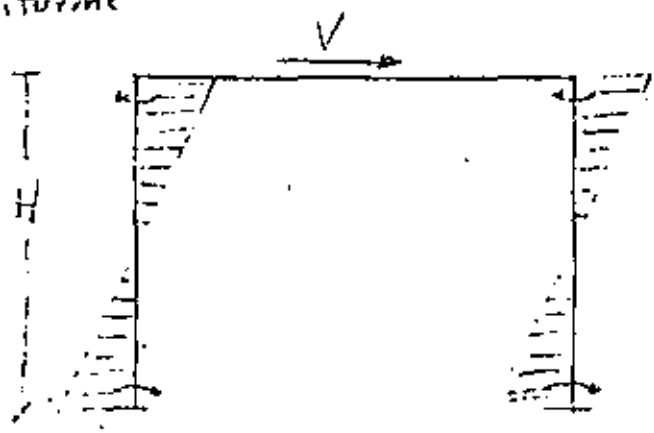


$$M_0 = \frac{M_I + M_D}{2} + M^+ = \frac{wL^2}{8}$$

$$M_0 = \frac{M_I + M_D}{2} + M^+ = \frac{PL}{4}$$

a) Viga con carga uniforme

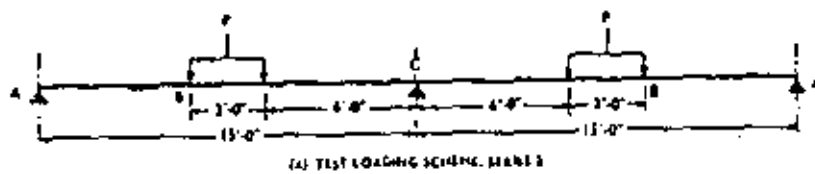
b) Viga con carga concentrada



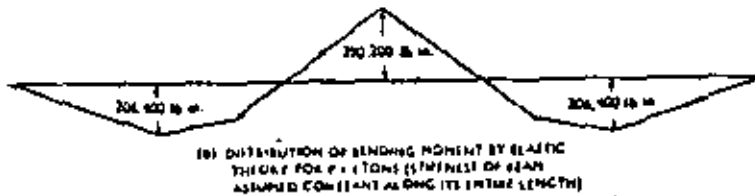
$$\sum M_c = V H$$

c) Marco en cargas laterales

Fig 2 Momentos isostáticos



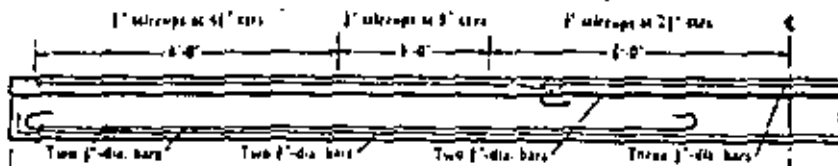
a) Forma de carga



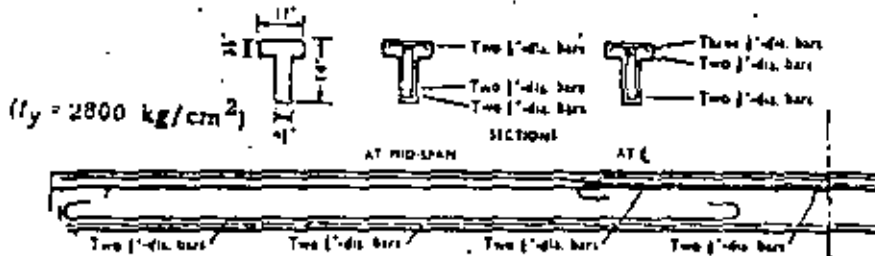
b) Diagrama de momentos según análisis elástico (P = 4 ton)



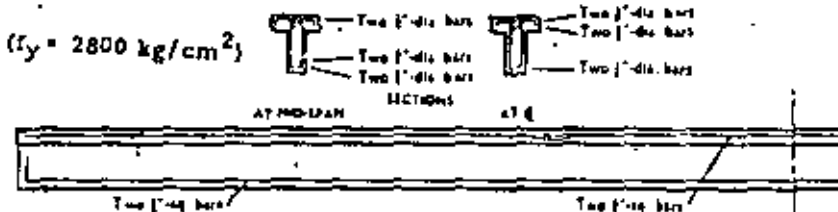
c) Diagrama de momentos considerando una redistribución de momentos de 25%



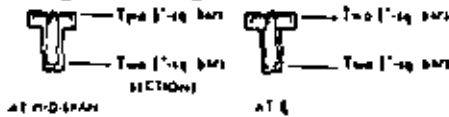
d) Viga NR1 reforzada según el diagrama de la fig b)



e) Viga R1 reforzada según el diagrama de la fig c)



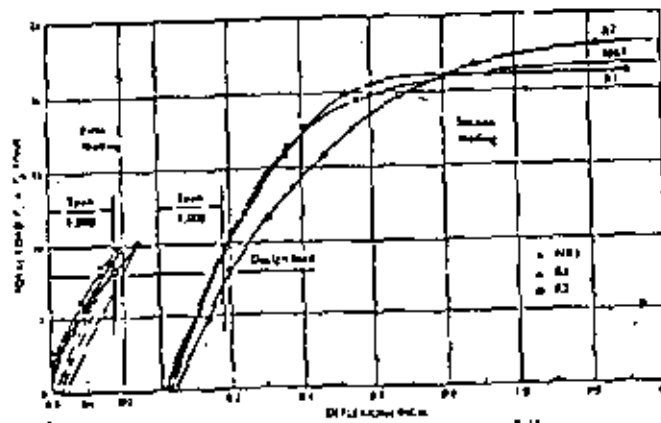
f) Viga R2 reforzada según el diagrama de la fig c) ($f_y = 4000 \text{ kg/cm}^2$)



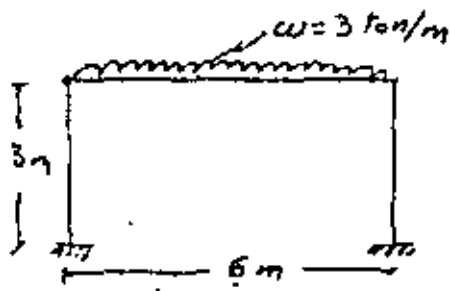
h) Momentos medidos en la viga NR1 g) Momentos medidos en la viga R1



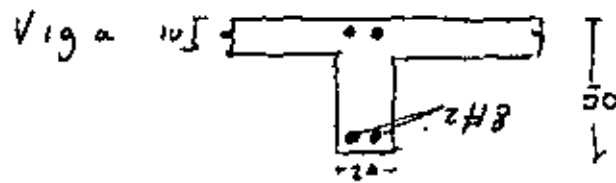
j) Anchos de grietas para las tres vigas



i) Curvas carga deflexión para las tres vigas



Columna: 40 x 40 cm



$I_{columna} = 2.13 \times 10^5 \text{ cm}^4$ (sección bruta)

| | | | | |
|--------------|---|---------------------------------|--------------------------------------|---|
| $I_{viga} =$ | { | $2.08 \times 10^5 \text{ cm}^4$ | sección bruta de la viga rectangular | |
| | | $4.45 \times \dots$ | - - - - - | T |
| | | $1.19 \dots$ | - | agrietada transformada de la viga rectangular |
| | | $2.17 \dots$ | - | - - - - - |

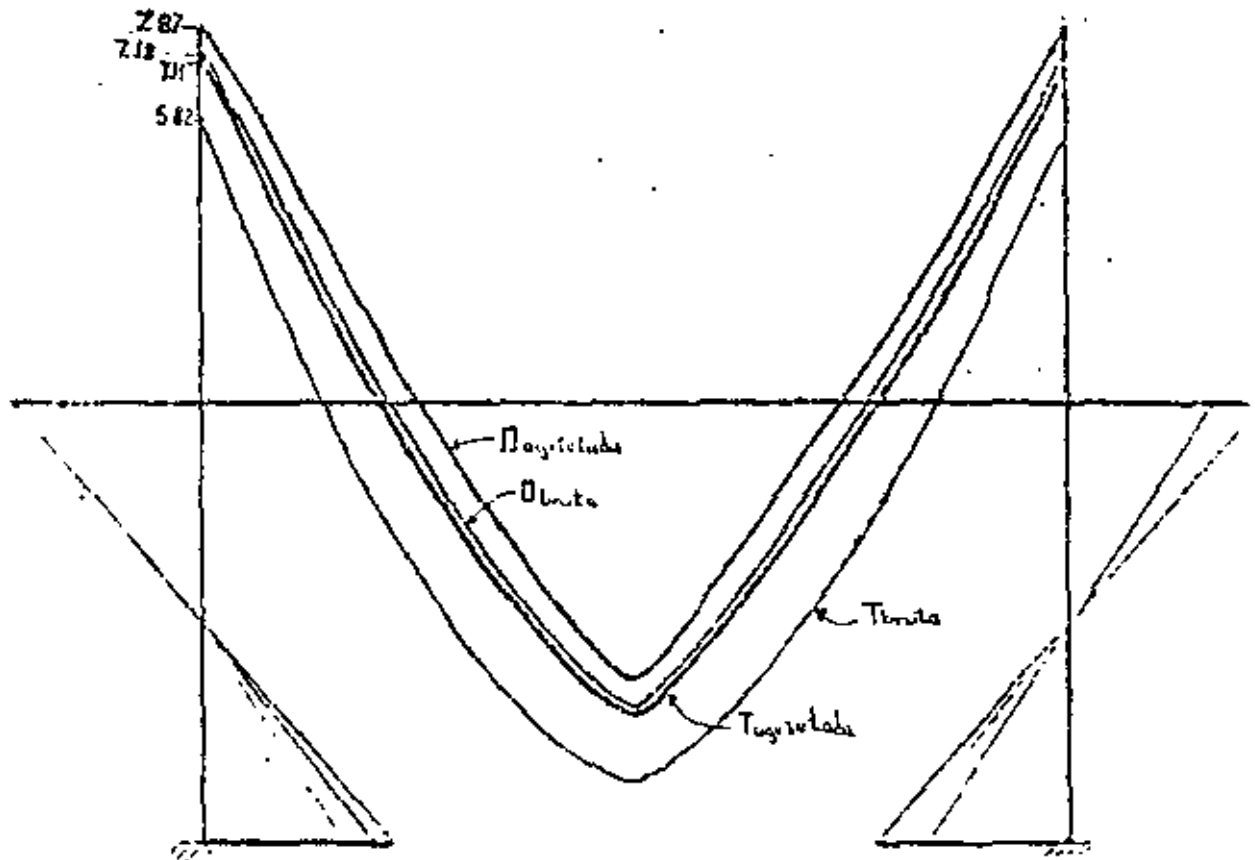
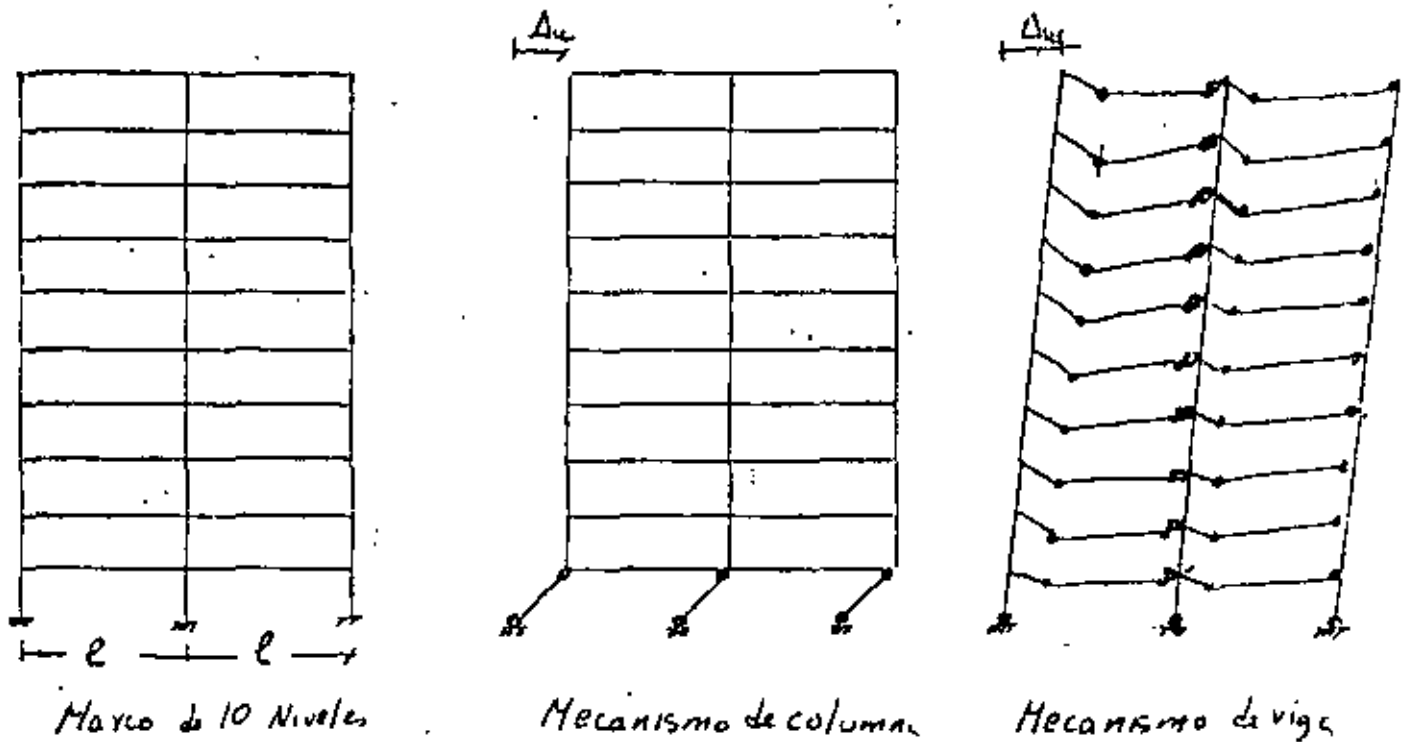


Fig 4 Comparación de diagramas de momentos obtenidos con distintas hipótesis sobre el momento de inercia de las vigas



$M = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$, factor de ductilidad global para la estructura

$M' = \frac{\phi_u}{\phi_y}$, factor de ductilidad local para la sección crítica

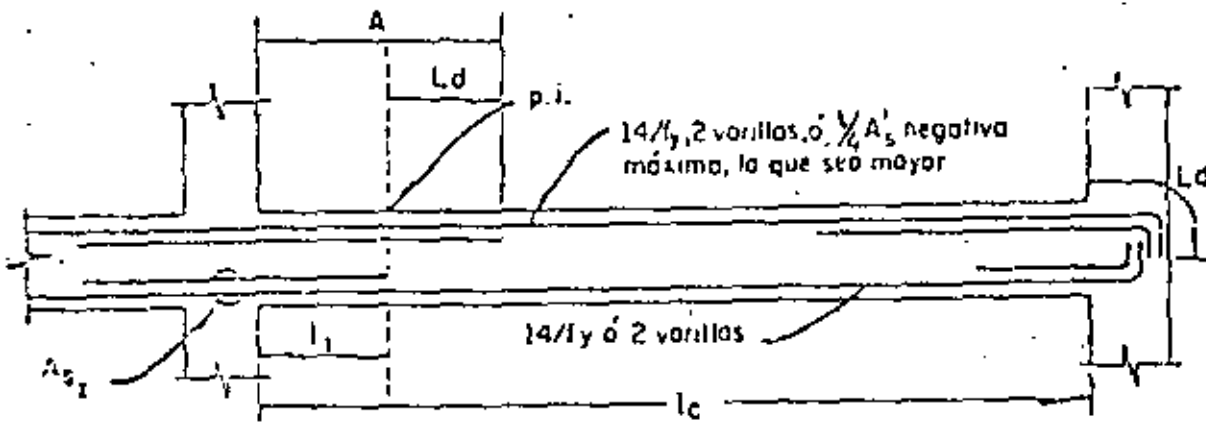
Para lograr $M = 4$ en un marco de n pisos, se requieren los siguientes valores de M'

| n de pisos | 3 | 5 | 10 | 20 |
|--------------------------------|-----|----|-----|-----|
| M' para mecanismo de columna | 37 | 62 | 125 | 250 |
| M' - - - viga | 7.6 | 8 | 8.3 | 8.5 |

Fig 5 Relación entre ductilidad global y ductilidad local

(No puede cortarse más de la tercera parte del acero negativo en esta longitud que debe ser por lo menos de $0.25 l_c$)

$$\rho \leq 0.5 \rho'_b$$



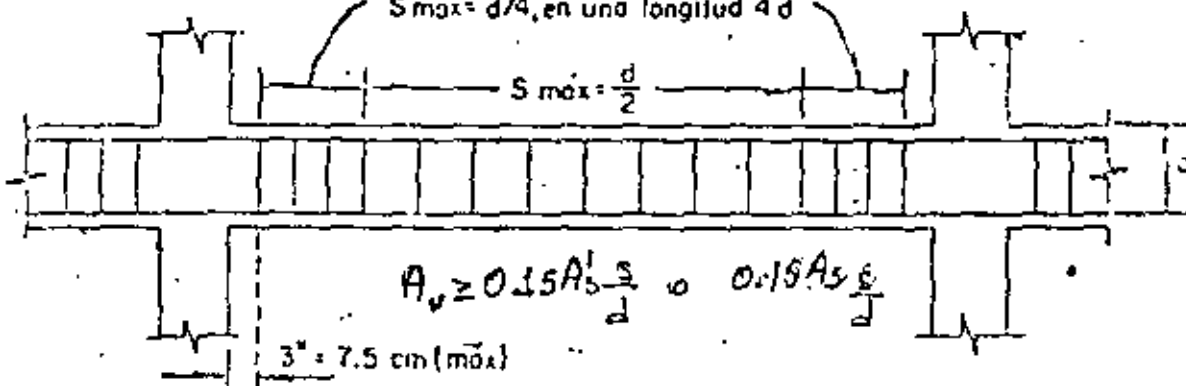
A_{s1} Esta cantidad de acero debe ser tal que la resistencia por momento positivo sea por lo menos el 50% de la resistencia por momento negativo

l_1 Distancia requerida por momento más la longitud de anclaje

p.i. Punto de inflexión (posición más desfavorable)

a) Refuerzo longitudinal

$S_{m\acute{a}x} = 16\phi$ o 30cm en una longitud $2d$
 $S_{m\acute{a}x} = d/4$, en una longitud $4d$



b) Refuerzo Transversal

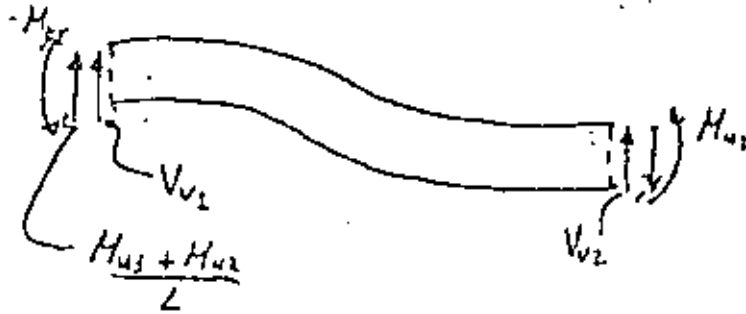
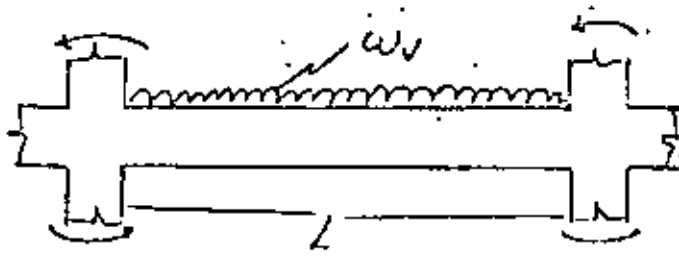
Cuantía máxima de refuerzo de tensión para elementos de marcos dúctiles:

Valor de $\rho = 0.5 \rho'_b$

| f_y | f'_c | 200 | 280 | 350 |
|-------|--------|--------|--------|--------|
| 2800 | | 0.0156 | 0.0247 | 0.0291 |
| 4200 | | 0.0107 | 0.0143 | 0.0168 |

ρ = cuantía de refuerzo de tensión $\rho = A_s/bd$
 ρ' = cuantía de refuerzo de compresión $\rho' = A'_s/bd$

c) Cuantías máximas

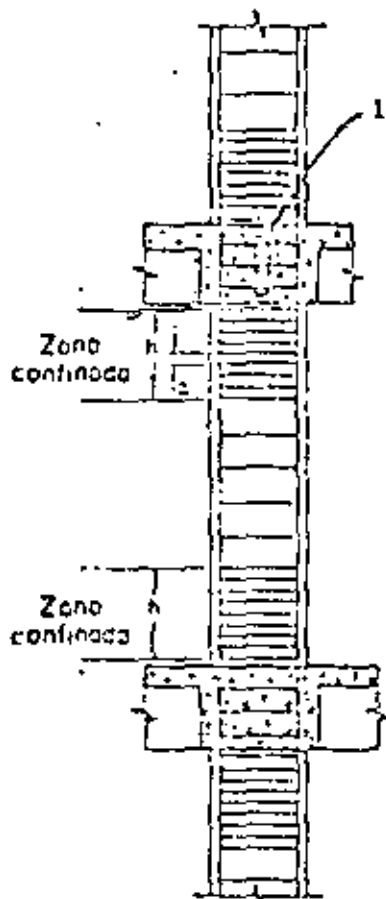


$$V_1 = V_{v1} + \frac{M_{u1} + M_{u2}}{L} \quad V_2 = V_{v2} + \frac{M_{u1} + M_{u2}}{L}$$

M_{u1}, M_{u2} momentos últimos resistidos por las secciones

V_{v1}, V_{v2} fuerzas cortantes debidas a las cargas verticales de diseño

Fig 7 Fuerzas cortantes de diseño en vigas



$$0.05 \leq \rho \leq 0.06$$

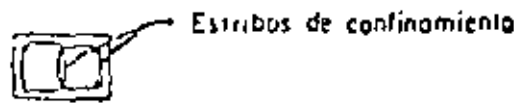
$$\sum H_{rc} \geq \sum M_{ev}$$

Si $\rho \leq 0.4 \rho_b$ como vigas

Si $\rho > 0.4 \rho_b$: confinamiento

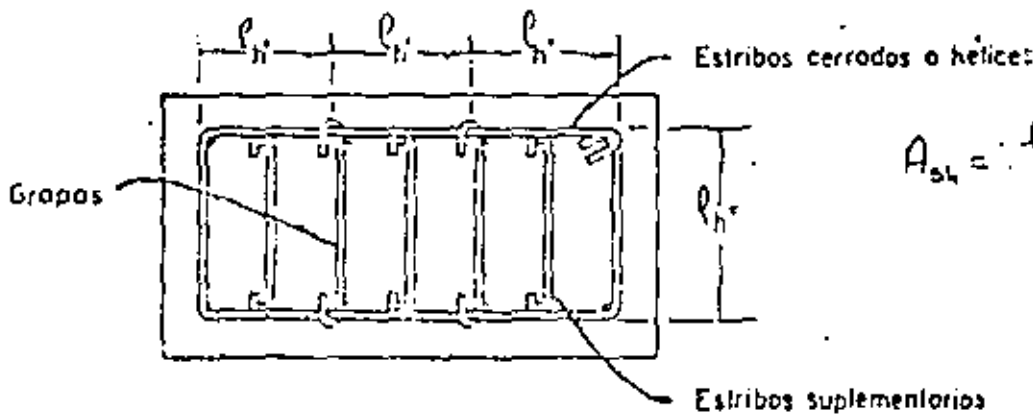
1. El refuerzo de la intersección puede separarse $2a$, cuando hay vigas en los cuatro lados; para otras condiciones, la separación debe ser a

$$\rho_b = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c'}{f_y} \geq 0.12 f_c' / f_y$$



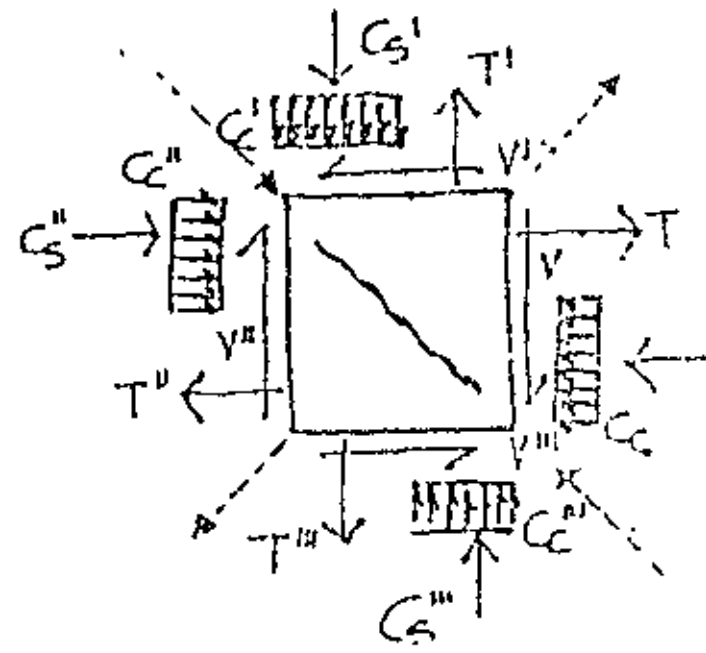
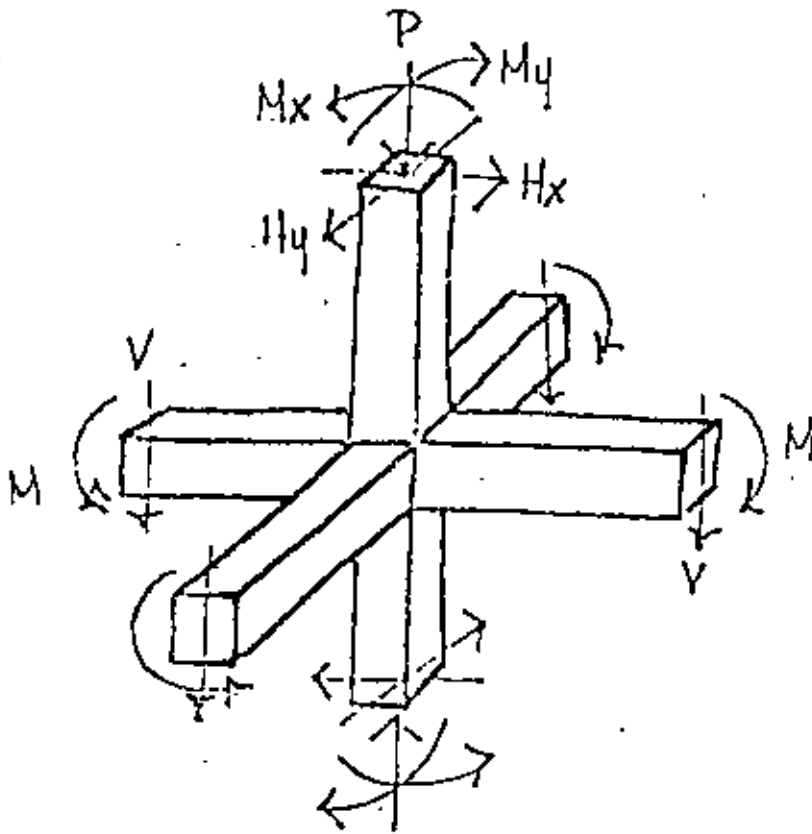
a = Separación del refuerzo transversal

h = Dimensión máxima de la columna, pero no menor de 45 cm, ni de un sexto de la altura libre



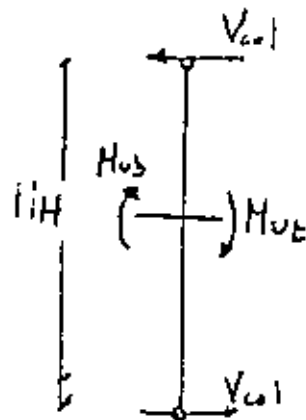
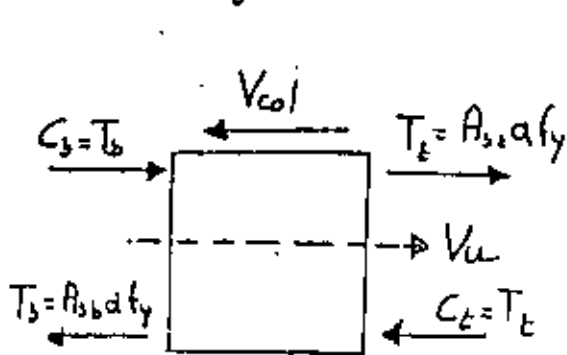
$$A_{sh} = \frac{l_u \cdot l_s \cdot s_n}{z}$$

Fig 8 Refuerzo por ductilidad en columnas



a) Cargas en la conexión

b) Fuerzas aplicadas en la junta (con líneas punteadas las resultantes que causan tensión diagonal)



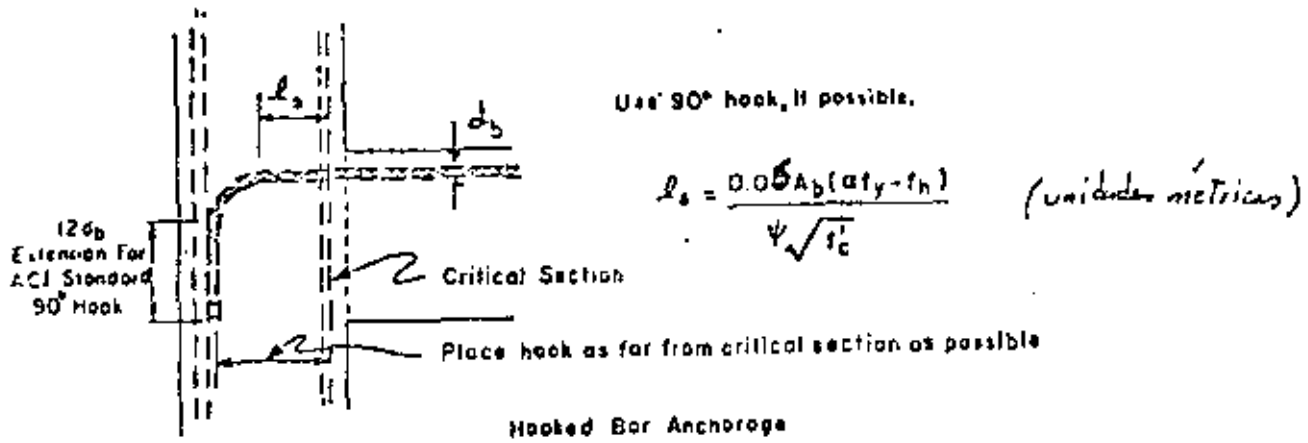
$$V_{col} = \frac{M_{us} + M_{ue}}{H}$$

$$V_u = C_b + C_t - V_{col}$$

$$V_u = d f_y (A_{sb} + A_{st}) - V_{col}$$

c) Fuerza cortante de diseño en la unión

Fig 9 Diseño por cortante de la unión viga columna



A_b = área de la barra
 $\psi = 1.4$ (en condiciones usuales)
 $f_h = 185(1 - 0.012d_b)\psi\sqrt{f'_c}$

Fig 10 Requisitos de anclaje en la unión

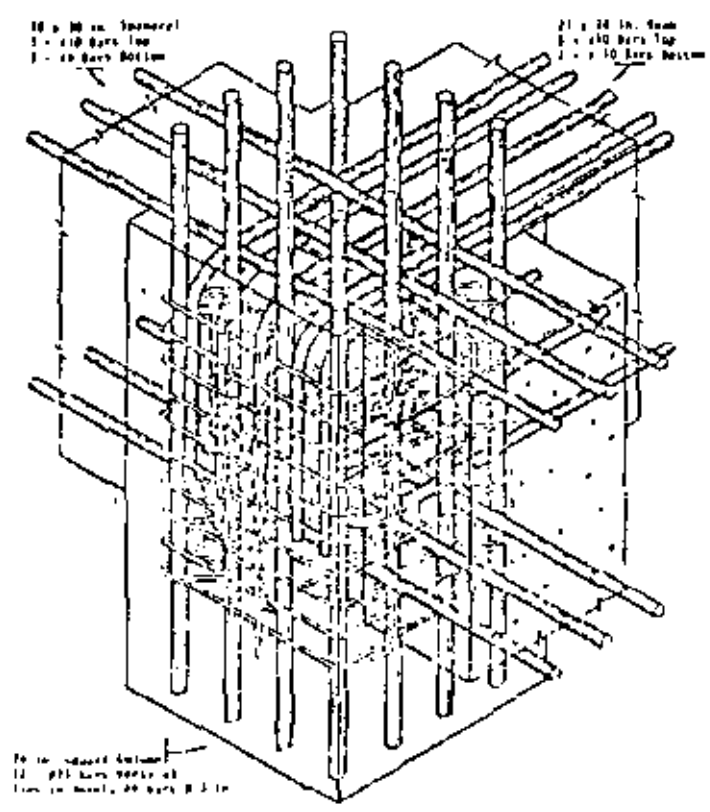


Fig 33 Refuerzo de unión de acuerdo en los requisitos del Com. A.C.I.-ASCE 352

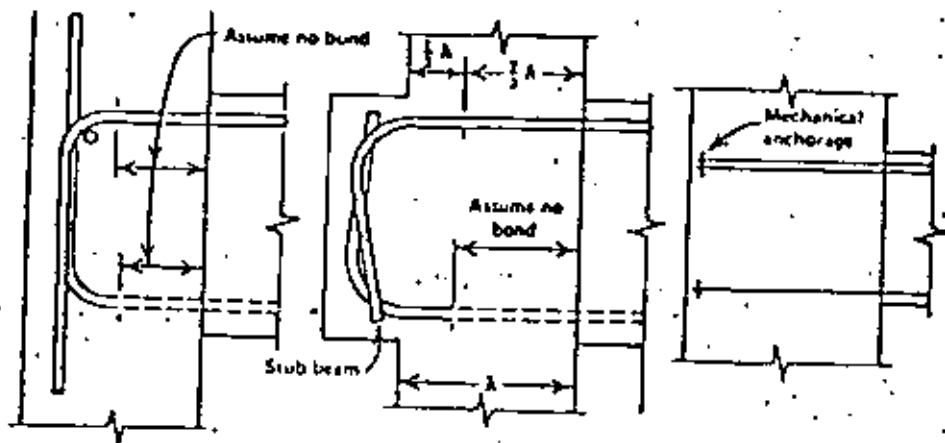
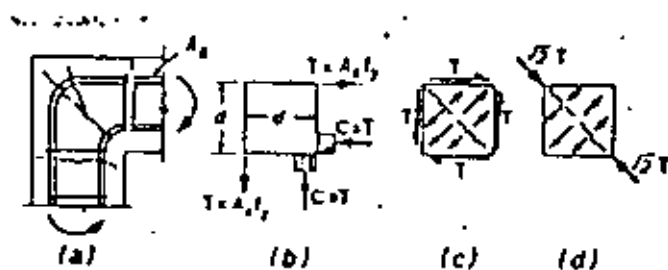
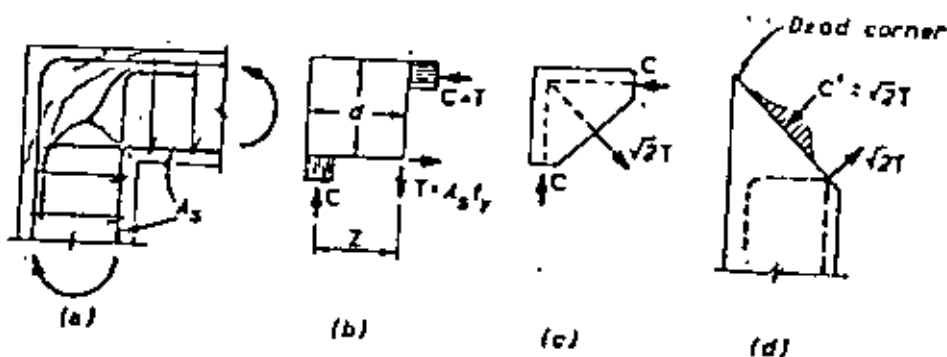


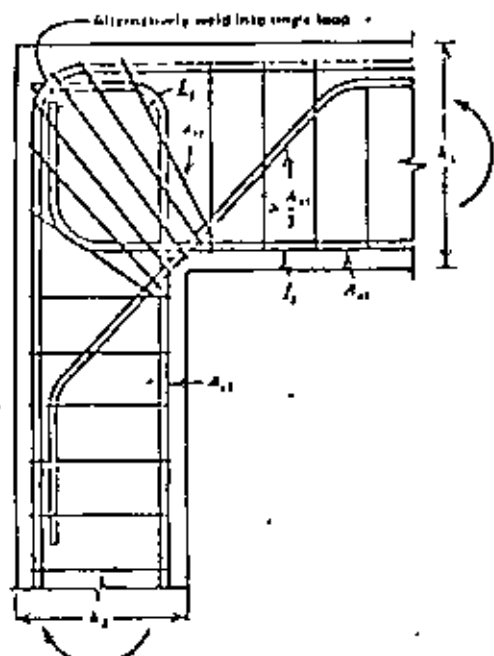
Fig 12 Formas alternativas de anclaje del refuerzo en las uniones



a) estremos al cerrarse la unión

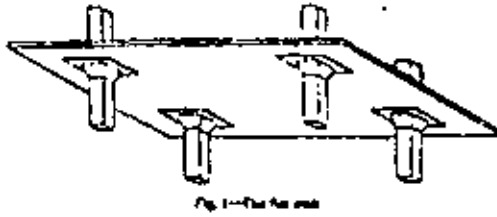


b) refuerzo al abrirse la unión

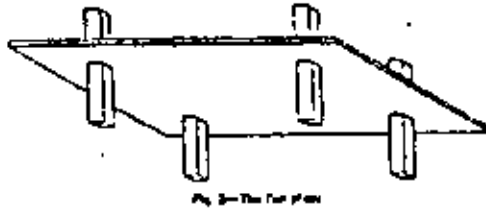


c) Refuerzo recomendable en uniones de rodilla para claros grandes

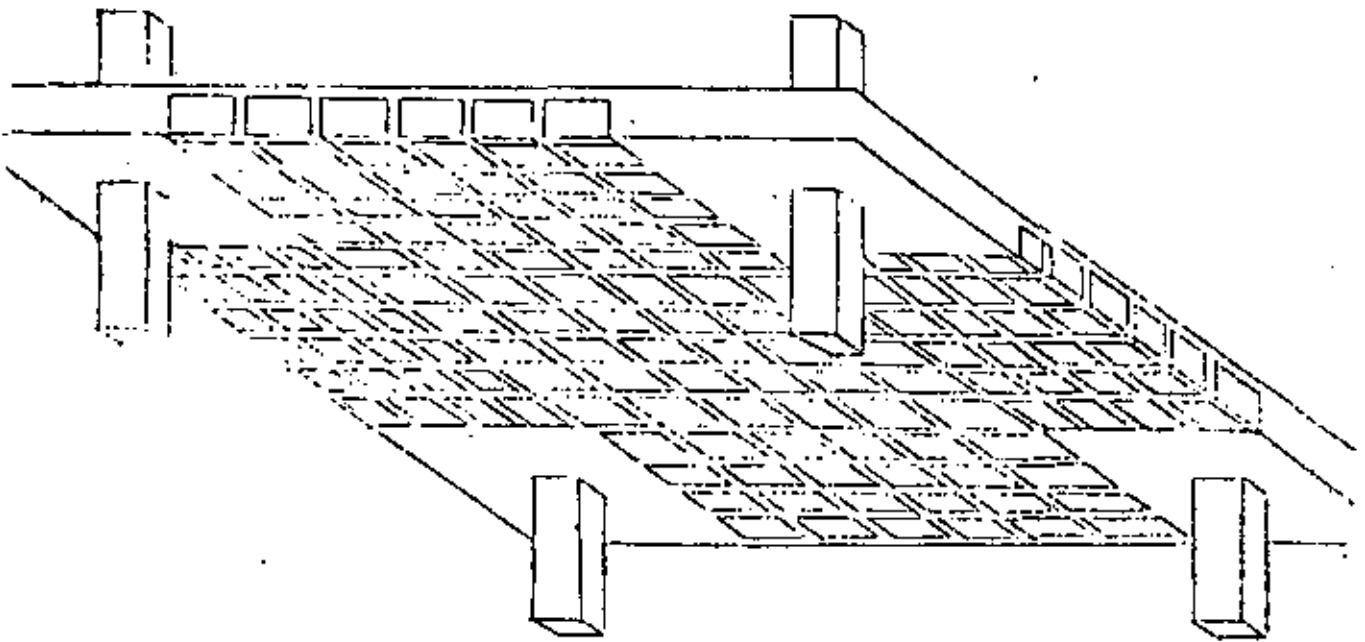
Fig 13 Condiciones de estremos y modalidades de refuerzo en juntas de rodillas



a) losa plana en bases y columnas

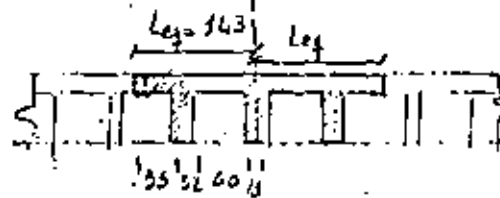
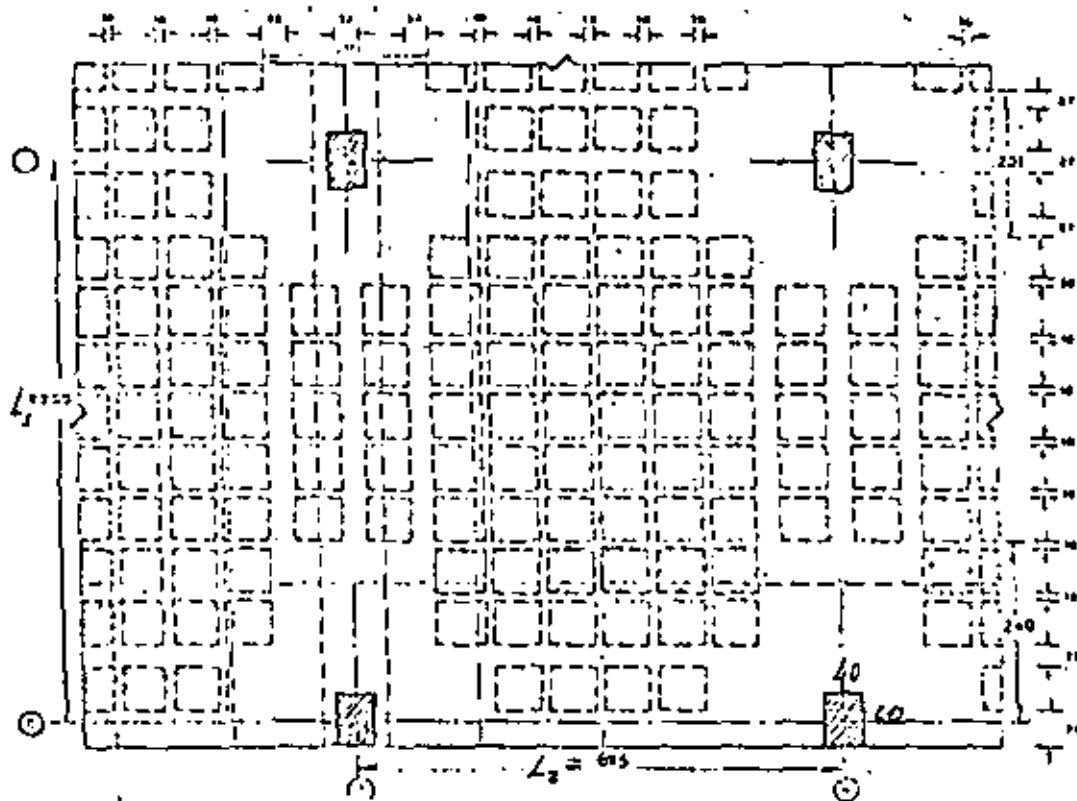


b) Placa plana



c) losa plana aligerada

Fig. 14. Modalidades de losas planas

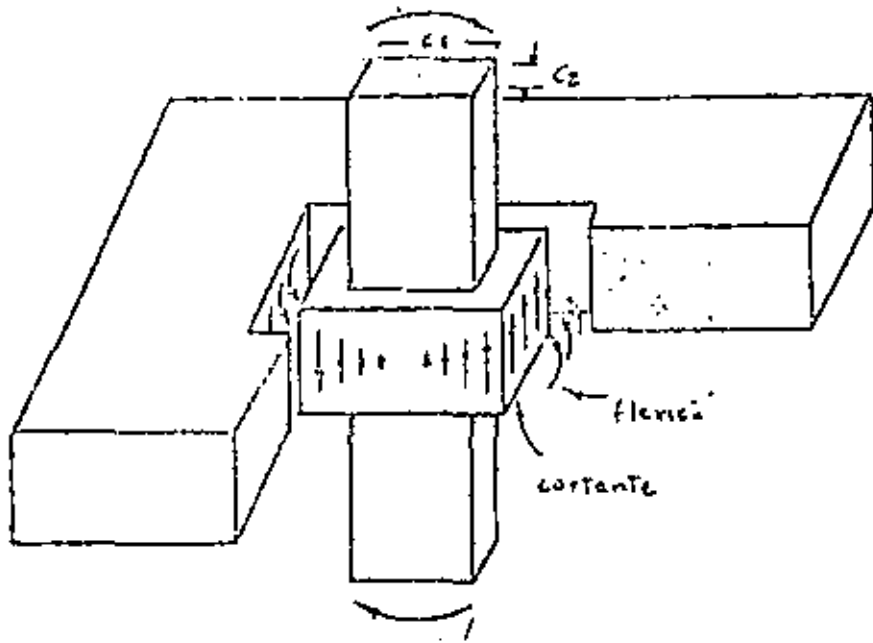


Viga equivalente

$$L_1 = \frac{0.5 l_2}{1 + 5.67 l_2 / L_1} + 0.3 C_2$$

$$L_1 = \frac{0.5 \times 6.75}{1 + 5.67 \times \frac{6.75}{7.5}} + 0.3 \times 40 = 1.43 \text{ m}$$

Fig 15. Viga equivalente para análisis por cargas laterales

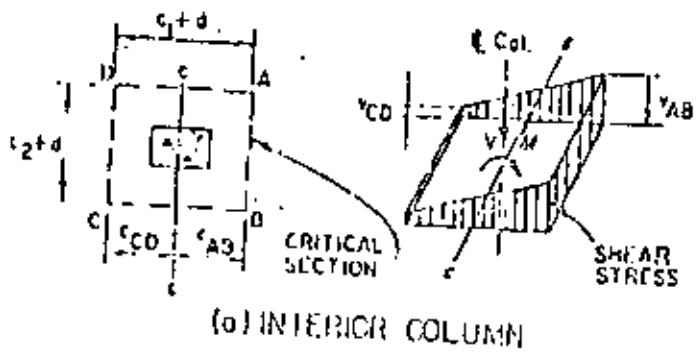


Por cortante αM_D

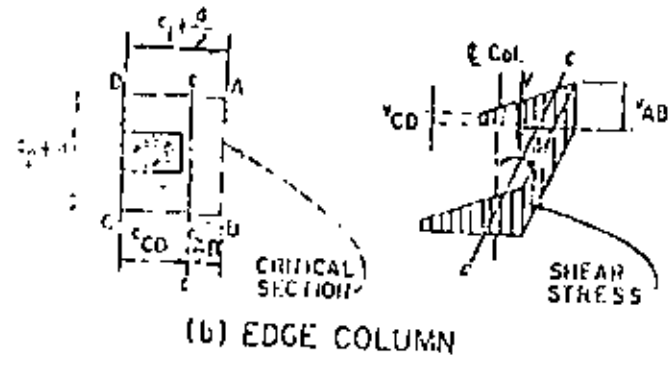
$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{c_1 + d}{c_2 + d}}}$$

a) Fuerzas en la conexión

Por flexión $(1 - \alpha) M_D$



$$V_{AB} = \frac{V}{A_c} + \frac{\alpha M c_{11}}{J_c}$$



$$V_{CD} = \frac{V}{A_c} - \frac{\alpha M c_{22}}{J_c}$$

a) Distribución de esfuerzos cortantes en la zona crítica

Fig 10. Transmisión de momentos de columna a los...

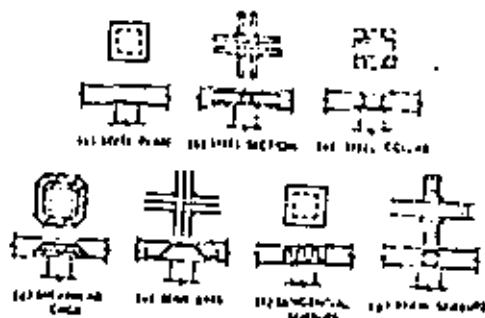
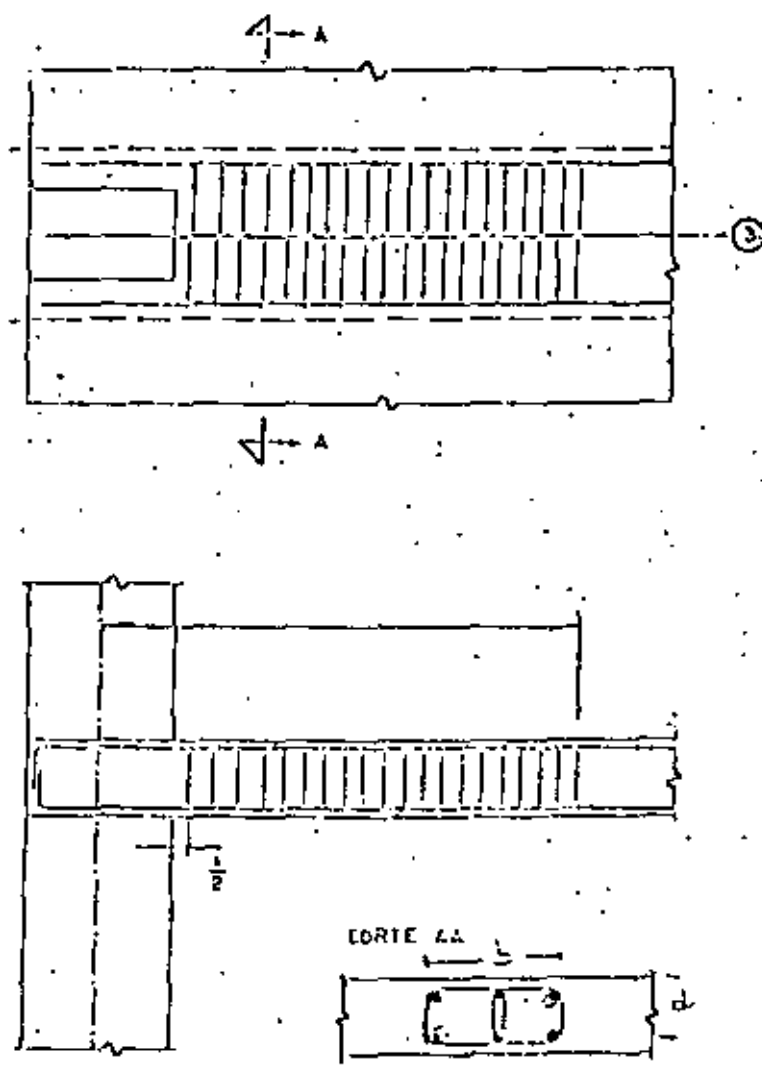


Fig 17 Modelos de refuerzo por cortante en losas planas



$$V_u = \frac{V}{A_c} + \frac{\alpha M_c}{S_c}$$

$$V_c = \sqrt{f_c}$$

$$\text{si } V_u > V_c$$

Se requiere

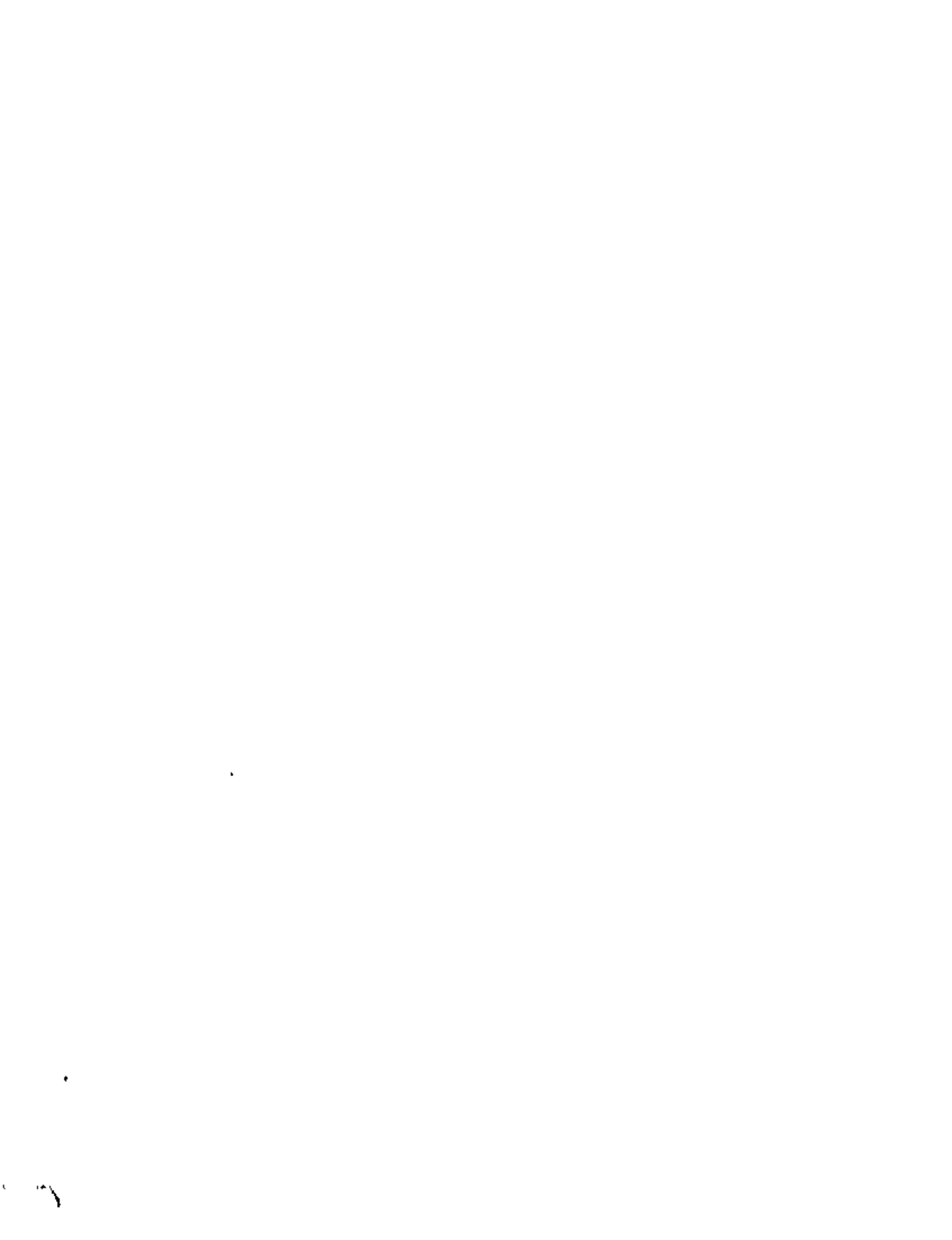
$$V_s = V_u - \frac{V_c}{2}$$

$$V_s = \frac{\rho_v f_y}{s b}$$

No se admite

$$V_u > 1.5 \sqrt{f_c}$$

Fig 18 Diseño de refuerzo por columna en losas planas





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ESTRUCTURAS DE ACERO

ING. OSCAR DE BUEN

AGOSTO, 1979.

4.1 INTRODUCCION. Toda la energía que recibe un edificio que se comporta elásticamente durante un temblor, cada vez que su base se mueve en un sentido, es almacenada como energía de deformación, y devuelta durante el movimiento en sentido contrario. En cambio, ^{si} el comportamiento es inelástico, una parte de la energía se disipa en forma de amortiguamiento y flujo plástico, y solamente se almacena el resto.

Puesto que los edificios modernos se diseñan en general tomando como base respuestas mucho menores que las que corresponden a un comportamiento elástico ilimitado, bajo mismos intensos sufren deformaciones plásticas en zonas localizadas, en las que se disipa un porcentaje elevado de la energía; además, a diferencia de las construcciones antiguas, carecen casi totalmente de muros divisorios y otros elementos no estructurales, de manera que la estructura propiamente dicha debe disipar casi toda la energía impartida por los temblores.

Una estructura reticular hiperestática dúctil puede admitir deformaciones inelásticas importantes, localizadas en las zonas en que las sollicitaciones son máximas, las que se convierten eventualmente en articulaciones plásticas que permiten que haya una redistribución de elementos mecánicos, de manera que en emergencias severas los miembros menos cargados acuden en ayuda de los mas cargados, y la resistencia máxima depende del conjunto y no del elemento mas débil en el intervalo elástico. Además, si el número de articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso es elevado, durante su formación y rotación se disipa una gran cantidad de energía, y se reduce considerablemente la demanda de capacidad de absorción en las zonas en que los esfuerzos se mantienen por debajo del límite de elasticidad.

El acero estructural es un material muy dúctil, con el que se pueden obtener estructuras hiperestáticas que llenan los requisitos de los párrafos anteriores; es, por consiguiente, muy adecuado para la construcción en zonas sísmicas. Sin --

embargo, su ductilidad no se conserva necesariamente en las estructuras, por lo que el diseño y la construcción deben hacerse de manera que no se pierda esa propiedad.

(hojas 2A y 3A)

4.2 COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE ACERO DURANTE TEMBLORES DEALES

4.3 MARCOS RIGIDOS. El comportamiento de un marco rígido completo, o de un entropiso de uno de varios niveles, sometido a la acción de cargas verticales constantes y fuerzas horizontales crecientes, queda definido por su gráfica $Q-\Delta$, - fuerza horizontal-desplazamiento lateral (Fig. 4.1).

Desde que se inicia el proceso de carga, y hasta que se forma la primera articulación plástica, todo el marco está en el intervalo elástico (para simplificar la discusión se están ignorando los esfuerzos residuales y se está suponiendo que el factor de forma de las secciones empleadas en la estructura es igual a 1.0).

Los incrementos adicionales de carga son resistidos por una estructura de rigidez deteriorada por la aparición de la primera articulación plástica, la que experimenta rotaciones crecientes bajo momento flexionante constante, igual al momento plástico resistente de la sección, M_p , cuando aumentan los desplazamientos laterales.

Cuando aparece la segunda articulación plástica disminuye otra vez la rigidez del conjunto, y el proceso continúa, formándose un número cada vez mayor de articulaciones, hasta que la estructura se convierte en un mecanismo que se desplaza lateralmente mientras disminuye la fuerza horizontal. Todas las articulaciones experimentan rotaciones plásticas, que son generalmente máximas en las que se forman primero y disminuyen de magnitud en las siguientes, mientras los momentos se conservan iguales a los momentos plásticos-resistentes de las secciones respectivas.

La que se acaba de describir es la forma de trabajo más eficiente de una estructura de acero, ya que la carga que ocasiona la formación del mecanismo de colapso en la estructura completa es la máxima que puede soportar y a la que corresponde una mayor absorción de energía antes de la falla; sin embargo, hay un número

4.2 COMPORTAMIENTO DE ESTRUCTURAS DE ACERO DURANTE TEMBLORES REALES. El comportamiento de edificios con estructura de acero durante sismos reales ha sido satisfactorio en general, ^{desde el punto de vista de su resistencia.} Las estructuras han tenido resistencia suficiente aún en edificios de hasta 10 ó 12 pisos diseñados exclusivamente por carga vertical o con juntas flexibles, capaces de transmitir únicamente momentos reducidos. Sin embargo, los muros, cancelos y otros elementos no estructurales han sufrido en ocasiones daños considerables, debido a una rigidez lateral insuficiente.

Sólo dos temblores intensos han afectado ciudades con un número elevado de edificios altos con estructura de acero; el de San Francisco de 1906 (magnitud $8\frac{1}{4}$, según la escala de Richter) y el de julio de 1957 en la Ciudad de México, de magnitud 7.5.

En San Francisco, los edificios altos con estructura de acero completo se comportaron satisfactoriamente; algunos de ellos estaban provistos de marcos rígidos o contraentoes en diagonal, mientras que otros no tenían más resistencia lateral adicional que la proporcionada por los muros de relleno, omitidos en planta baja en la mayoría de los casos; a pesar de que las juntas viga-columna eran semirígidas, los daños en las estructuras fueron despreciables. Los edificios afectados fueron uno de 19 pisos, uno de 16, ocho entre 11 y 15 y once de 6 a 10 pisos.

Había también un cierto número de construcciones con muros exteriores de carga y marcos interiores de acero, aunque sufrieron más daños, no se produjo ningún colapso (ref. A.1).

En 1957 había en la Ciudad de México un número importante de edificios con estructura de acero de alturas comprendidas entre 10 y 22 pisos; además, un par de años antes se terminó la construcción de uno de 40 pisos; esto, la Torre Latinoamericana, es bien conocido por su excelente comportamiento, ya que no sufrió daños de ninguna clase durante el temblor.

Un edificio de 20 pisos, totalmente soldado en taller y en obra, tampoco resintió daños aunque se diseñó para fuerzas horizontales estáticas correspondientes a un coeficiente sísmico de tan sólo 0.025, constante en toda la altura.

En la época en que se construyeron estos edificios se utilizaban exclusivamente métodos elásticos de análisis y diseño, ^{no se tomaba} y ninguna precaución especial para asegurar un comportamiento adecuado en el intervalo inelástico; sin embargo, conviene señalar que las especificaciones de diseño en vigor llevaban probablemente a estructuras más robustas que las que se obtendrían ahora.

Muchos edificios diseñados exclusivamente para cargas verticales, o con fuerzas horizontales muy reducidas, soportaron el temblor sin daños estructurales, pero con problemas excesivos en muros, cancelas, etc; varios de ellos tuvieron que ser rigidizados posteriormente, y cuando menos uno fué demolido.

El comportamiento descrito pone en evidencia la alta capacidad que tienen las estructuras de acero para resistir temblores de intensidad mucho mayor que la de diseño, aún cuando no se toman precauciones especiales para aumentar su capacidad de absorción de energía, y la necesidad de utilizar en muchas ocasiones elementos rigidizantes para evitar daños no estructurales excesivos.

Los edificios altos con estructura de acero afectados en temblores posteriores (Anchorage, Alaska, 1964; Caracas, Venezuela, 1967; Managua, Nicaragua, 1972; Ciudad de Guatemala, 1976) han sido pocos, y han tenido también un comportamiento excelente.

grando de factores que pueden hacer que el comportamiento no sea el descrito y que la estructura falle bajo cargas menores que la de colapso plástico.

Los fenómenos más importantes que pueden ocasionar una falla prematura son los siguientes:

1. Incapacidad de alcanzar el momento plástico resistente en alguna o algunas de las secciones en que deben aparecer articulaciones plásticas.
2. Capacidad de rotación insuficiente.
3. Falla de miembros aislados.
4. Falla de conexiones.
5. Inestabilidad de conjunto de la estructura completa o de parte de ella.

El pandeo local de alguno de los elementos planos que la componen, el pandeo lateral del miembro del que forma parte, o la fractura debida a ductilidad insuficiente del material (algunos aceros de alta resistencia, por ejemplo), o a que la pierda durante procesos inadecuados de fabricación, por trabajar a temperaturas muy bajas, o sometido a estados triaxiales de esfuerzos o a sollicitaciones que ocasionen fatiga, son fenómenos que pueden hacer que una sección falle cuando el momento no llega todavía al plástico teórico, o bajo el momento plástico pero cuando las rotaciones son menores que las necesarias para que se forme el mecanismo de colapso.

La falla de una viga o columna fuera de las articulaciones plásticas puede deberse a pandeo local o lateral o a una combinación de ambos, y las conexiones pueden ser incapaces de resistir los elementos mecánicos que les transmiten las vigas y columnas que concurren en ellas.

Finalmente, si la estructura es poco rígida lateralmente los efectos de segundo orden producidos por las cargas verticales al obrar sobre la estructura deformada pueden ocasionar una falla por inestabilidad de conjunto de la estructura completa o de alguno de sus entrepisos, bajo fuerzas horizontales menores que las que ocasionarían la formación del mecanismo de colapso.

Todos los fenómenos anteriores han sido objeto de copiosas investigaciones, teóricas y experimentales, en elementos estructurales y marcos rígidos completos sometidos a cargas que crecen monotónicamente hasta la falla, pero su comportamiento bajo sollicitaciones cíclicas se ha empezado a estudiar hace relativamente pocos años, y no se cuenta todavía con información suficiente para conocerlo por completo.

Las estructuras deben diseñarse de manera que las deformaciones plásticas se presenten en zonas en las que las sollicitaciones conservan magnitudes elevadas, puesto que el trabajo absorbido es función de las deformaciones y de las fuerzas interiores correspondientes; por este motivo, en los marcos rígidos conviene buscar que las articulaciones se formen en las vigas, que pueden admitir rotaciones importantes cuando actúa en ellas el momento plástico íntegro, y no en las columnas, cuya capacidad de rotación se ve disminuida por fuerza axial y que, aún en los casos en que admiten rotaciones importantes lo hacen bajo un momento reducido, M_{pc} , que puede ser mucho menor que el plástico completo, sobre todo si la compresión es importante.

Además, debe lograrse un equilibrio entre la rigidez y la resistencia de las diversas partes, porque las más rígidas atraen una porción más elevada de la fuerza sismica, y si no pueden resistirla constituyen eslabones débiles de la estructura; este aspecto debe tenerse en cuenta durante todo el proceso de diseño, desde que empieza a planearse la estructuración hasta que se dimensionan los últimos detalles.

4.4 MIEMBROS ESTRUCTURALES. COMPORTAMIENTO Y DISEÑO. Una curva como la de la Fig. 4.1 contiene toda la información necesaria sobre el comportamiento de un marco bajo cargas verticales constantes y fuerzas horizontales que crecen monotónicamente hasta la falla, pues, además de proporcionar su resistencia máxima permite determinar el desplazamiento correspondiente a cualquier intensidad de las fuerzas horizontales y da una medida de su capacidad de absorción de energía. Conocida la curva carga-desplazamiento se puede determinar el coeficiente de seguridad con res-

pacto al colapso y la magnitud de los desplazamientos que experimenta el marco bajo cargas de trabajo; si el primero o los segundos no son aceptables se modifican los perfiles, ajustándolos hasta que la curva indique que el comportamiento es el deseado. En marcos de edificios de varios niveles se necesita, en teoría, la curva de cada uno de los entrepisos, pero para fines prácticos de diseño suele bastar con conocer la de un número reducido de ellos, representativos de todos los demás.

El comportamiento de un marco durante un temblor no es igual al que tendría si obraran sobre él fuerzas horizontales de magnitud creciente aplicadas siempre en el mismo sentido, pero las curvas $Q-\Delta$ que se obtienen en esas condiciones proporcionan una buena indicación de su respuesta bajo sollicitaciones sísmicas. Más adelante se discuten algunos resultados relativos al comportamiento de marcos con cargas horizontales cíclicas.

Para obtener la curva $Q-\Delta$ de una estructura, deben conocerse las características de los elementos que la componen, de manera que primero hay que diseñar las vigas y columnas y conexiones entre ellas, y determinar después la curva fuerza horizontal-desplazamiento, para saber si el trabajo de la estructura en conjunto es adecuado. De aquí la necesidad de estudiar el comportamiento y los métodos de diseño de los elementos que componen la estructura y de las uniones entre ellos.

4.4.1 VIGAS. Las vigas soportan directamente las cargas verticales, vivas y muertas, que obran sobre la estructura, al mismo tiempo que mantienen a las columnas con la configuración necesaria para que puedan resistir fuerzas horizontales (en marcos no contraventados) y contribuyen a la rigidez del conjunto. Obran sobre ellas fuerzas transversales y momentos aplicados en los extremos que producen flexiones importantes, acompañadas por fuerzas cortantes; las fuerzas normales suelen ser despreciables, excepto cuando las vigas forman parte de crujeas contraventadas. Se tratan básicamente como miembros en flexión, y la fuerza cortante influye en su comportamiento sólo en casos poco frecuentes.

Los aspectos fundamentales del comportamiento de las barras flexionadas por momentos de intensidad creciente se determinan estudiando experimentalmente vigas con cargas transversales alojadas en su plano de simetría, que crecen lentamente desde cero hasta llegar a la resistencia máxima de la barra, y trazando las curvas que relacionan las deflexiones en el plano de carga y en planos normales a él con la magnitud de las fuerzas exteriores.

En la Fig. 4.2 se ha dibujado el conjunto de curvas que se obtiene experimentalmente al cargar hasta el colapso la viga mostrada, cuyo tercio central trabaja en flexión pura^{42,43}; los puntos de aplicación de las cargas y los apoyos están provistos de soportes que impiden los desplazamientos laterales de los dos patines y la rotación de las secciones transversales alrededor del eje longitudinal.

En la Fig. 4.2 se muestra el comportamiento de la viga en el plano de la flexión y fuera de él, por medio de las curvas momento-deflexión vertical y momento-deflexión lateral de los patines, trazadas para la sección media del tramo central.

La respuesta inicial, elástica lineal, termina al comenzar el flujo plástico, cuando la suma de los esfuerzos residuales y los normales producidos por las cargas llega por primera vez al esfuerzo de fluencia σ_y , en alguna de las secciones del tramo central.

Al fluir plásticamente una porción cada vez mayor del material de la parte de la viga que está en flexión uniforme disminuye su capacidad para soportar incrementos adicionales de carga, hasta que finalmente desaparece, cuando el momento flexionante iguala al plástico resistente de la sección, M_p ; a partir de ese instante la curva $M-U$ se hace aproximadamente horizontal, pues la deformación crece sin cambio apreciable en la carga hasta que llega a ser varias veces mayor que la existente — cuando se inicia el flujo plástico.

El patín comprimido del tramo central se empieza a desplazar lateralmente cuando el momento flexionante vale M_p , y sus deflexiones aumentan gradualmente al mismo

tiempo que crecen los desplazamientos verticales V_0 ; las secciones transversales pierden su forma inicial y se distorsionan como se muestra esquemáticamente en la figura 4.2 b.

Finalmente, la resistencia de la viga se agota cuando se pandea localmente el lado crítico del patín comprimido, en la región central.

El comportamiento que se acaba de describir es típico de vigas provistas de contraventeos lateral y formadas por elementos planos con relaciones ancho/grueso adecuadas para posponer la falla por pandeo lateral o local hasta después de que se presenten deformaciones plásticas importantes bajo un momento igual al de plastificación de sus secciones transversales, pero hay otros posibles comportamientos; algunos de ellos se ilustran en la Fig. 4.3, por medio de sus curvas momento-deflexión en el plano de la carga.

Nota

La curva OAB corresponde a vigas que no se pandean lateral ni localmente, cuyo material llega a entrar en el intervalo de endurecimiento por deformación; esto caso es poco frecuente en estructuras reales.

La situación más común, que se describió tomando como base la Fig. 4.2, es la correspondiente a la curva OAC.

OADE corresponde a una viga en la que el momento flexionante varía rápidamente a lo largo del eje; el endurecimiento por deformación en la zona de momento máximo hace que éste suba por arriba de M_p ; después la curva desciende, cuando se inician fenómenos de pandeo lateral y local.

Las curvas OAPG, OAHJ y OJK describen fallas por pandeo lateral o local o por combinación de ambos, las dos primeras en el intervalo inelástico y la tercera en el elástico.

La curva OAB representa el mejor comportamiento posible y OAC corresponde a un comportamiento que es también muy satisfactorio, siempre que la zona EI, durante la que se presentan deformaciones crecientes bajo momento M_p constante, sea de suficiente

suficiente para que la barra tenga la ductilidad necesaria para el trabajo correcto de la estructura de la que forma parte.

PANDEO LATERAL. Las curvas de la Fig. 4.4 muestran esquemáticamente el comportamiento de una viga en flexión; la curva $M_0-\theta$, momento-rotación en un extremo, representa el comportamiento en el plano de cargas y las curvas M_0-u ó $M_0-\phi$, momento-desplazamiento lateral o momento-rotación alrededor del eje longitudinal, describen el pandeo lateral. Si la viga fuese perfectamente recta y no hubiese ninguna excentricidad en las cargas, las curvas M_0-u y $M_0-\theta$ serían como las trazadas con línea llana, y el punto A correspondería a la bifurcación del equilibrio; a partir de él la viga puede, en teoría, admitir momentos mayores manteniéndose en su plano (trayectoria AB) o desplazarse lateralmente bajo momento prácticamente constante, de acuerdo con AC.

En las vigas reales no hay nunca bifurcación del equilibrio, pues las imperfecciones iniciales inevitables hacen que los desplazamientos laterales comiencen desde que se empiezan a aplicar las cargas, y la falla no es por pandeo propiamente dicho; sin embargo, la carga crítica teórica es un límite superior de la resistencia real, que se utiliza con fines de diseño.

Desde el punto de vista de su resistencia al pandeo lateral, una viga de acero en flexión se comporta de alguna de las maneras siguientes; si es muy corta, sus secciones transversales se plastifican por completo antes de pandearse, de manera que resiste el momento M_p y aún lo supera, gracias al endurecimiento por deformación; — Si es de longitud intermedia su resistencia disminuye por la plastificación parcial que precede al pandeo, que se inicia en el intervalo inelástico, y si es larga su capacidad de carga queda controlada por pandeo elástico; un mismo perfil puede tener cualquiera de los tres comportamientos, dependiendo de la separación que haya entre las secciones transversales fijadas lateralmente.

Los tres intervalos en que se descompone el comportamiento de las barras flexionadas se ilustran en la Fig. 4.5, en la que se muestran los momentos resistentes en función de las longitudes libres de pandeo. En las zonas en que se prevé la formación de articulaciones plásticas correspondientes al mecanismo de colapso, las vigas de marcos rígidos de edificios que se construyan en zonas sísmicas deben estar en el primer intervalo, en el que la inestabilidad lateral no evita que se alcance, o aún sobrepase, el momento plástico resistente, ni reduce sustancialmente la capacidad de rotación del perfil. En zonas alejadas de las articulaciones plásticas pueden estar en cualquiera de los otros dos intervalos; pero deben diseñarse con coeficientes de seguridad adecuados para evitar fallas por inestabilidad antes de que se forme el mecanismo.

INESTABILIDAD DE VIGAS COMPLETAMENTE PLASTIFICADAS. En los perfiles de acero de sección I ó H flexionados alrededor del eje de mayor momento de inercia se presentan dos fenómenos de inestabilidad, pandeo lateral y pandeo local, que constituyen debilidades propias de esos perfiles por lo que aparecen siempre, eventualmente, aunque se tomen precauciones para evitarlos; sin embargo, si las relaciones ancho/groso de los elementos planos que los constituyen se conservan dentro de ciertos límites, y se coloca un contraventeo lateral adecuado, se logra que las dos formas de pandeo se retrasen lo suficiente para que los perfiles mencionados se comporten satisfactoriamente, tanto bajo cargas estáticas como dinámicas, es decir, para que sean capaces de soportar el momento plástico y de mantenerlo durante rotaciones importantes.

Las curvas de la Fig. 4.6 muestran un comportamiento adecuado y otro inadecuado, desde el punto de vista de la capacidad de rotación de la viga (se supone que ésta puede resistir el momento M_p , pues de no ser así se tendría una situación más desfavorable que cualquiera de las dos mostradas, y la descarga empezaría antes de que el momento llegase a valor M_p).

En un gran número de experiencias (4.3, 4.4) realizadas con perfiles H flexionados alrededor del eje de mayor momento de inercia se ha observado que las deflexiones laterales se inician en cuanto el momento llega a M_p , independientemente de la distancia entre puntos soportados lateralmente, pero si esa distancia es menor o igual que una cierta longitud crítica el comienzo del pandeo lateral no corresponde a la falla, la que se presenta eventualmente cuando se pandea localmente el patín comprimido, después de que la viga ha experimentado deformaciones laterales importantes sin que disminuya su resistencia.

El comportamiento de las vigas en flexión uniforme es sustancialmente diferente del de las que están sometidas a momentos de intensidad variable a lo largo de su eje. La disminución eventual de resistencia se debe en los dos casos a una combinación de pandeo local y lateral, pero cambia el orden en que se presentan los dos fenómenos; cuando el momento es constante el patín comprimido se plastifica en una longitud considerable, lo que ocasiona una gran pérdida de rigidez que hace que crezcan rápidamente las deflexiones laterales y las compresiones en la zona cóncava del patín, hasta que aparece una onda de pandeo local originada por esfuerzos de compresión de dos tipos, unos uniformes, ocasionados por la flexión en el plano de carga, y otros que crecen linealmente a lo ancho del patín, debidos a la flexión lateral. En cambio, cuando el momento varía a lo largo del eje de la viga la zona plastificada del patín comprimido es de longitud reducida, y conserva una rigidez apreciable que hace que las deflexiones laterales aumenten muy poco; la falla se inicia por pandeo local debido a esfuerzos uniformes en todo el patín, ocasionados exclusivamente por flexión en el plano de carga, y el colapso se produce por pandeo lateral debido a la pérdida de rigidez producida por el pandeo local del patín comprimido. El comportamiento descrito se comprueba con resultados experimentales (4.5) en los que se demuestra que en perfiles H sometidos a flexión bajo momentos que varían rápidamente de intensidad la descarga se debió a desplazamientos laterales grandes, y la importancia de la relación ancho/grueso disminuye drásticamente.

Cuando se forma una articulación plástica en el extremo de una viga de un marco rígido la región plastificada queda sometida a momentos que varían de intensidad rápidamente a lo largo del eje, y las restricciones que hay en sus extremos son elevadas, pues en uno está en contacto con la zona elástica adyacente, bastante más rígida, y en el otro está ligado a la columna; en esas condiciones, se ha demostrado (4.6, 4.7) que para que el patín comprimido se pandee localmente bajo carga estática, debe plastificarse en una longitud igual a la de una onda de pandeo local, Fig. 4.7.

Si la viga está cargada cíclicamente, de manera que el momento en el extremo conectado con la columna cambia de signo en cada uno de los ciclos, los patines trabajan alternadamente

en tensión y compresión; el patín comprimido se pandea localmente cuando las solicitaciones alcanzan un cierto valor, formándose una onda semejante a la que producen las cargas estáticas, Figs. 4.8 y 4.9, la que desaparece cuando cambia el sentido del momento, y se forma en el otro patín; así, las ondas de pandeo en compresión aparecen y desaparecen en cada uno de los ciclos del proceso de carga, y si el pandeo lateral está impedido la falla se inicia eventualmente al formarse una grieta en la zona en que las deformaciones son máximas (ref.4.8), Fig. 4.8, en la que las severas distorsiones de los patines causan deformaciones inelásticas considerablemente mayores que en el extremo empotrado.

En la ref.4.8 se resumen los resultados obtenidos cargando cíclicamente vigas en voladizo, por medio de un sistema con el que se controlan los desplazamientos, hacia arriba y abajo, del extremo libre; cuando las deformaciones unitarias en la zona de los patines en contacto con el empotramiento eran de 2.5% no aparecieron grietas en la sección empotrada, y la falla se produjo siempre en la zona de deformaciones máximas de las ondas de pandeo; solamente cuando las deformaciones impuestas

no redujeron a $\pm 1\%$ se inició la falla por agrietamiento en el empotramiento y no en forma de pandeo local, después de un número muy elevado de ciclos de carga.

Se deduce de aquí que en estructuras sometidas a sollicitaciones que producen condiciones de carga total o parcialmente reversibles el pandeo local es mucho más crítico que la ^{fatiga de bajo número de ciclos} del material en sí y, si se evita, aumenta considerablemente el número de ciclos que pueden resistir las vigas bajo una deformación dada.

En la Fig. 4.10 se resumen los resultados de las experiencias mencionadas.

De acuerdo con los resultados anteriores, cuando la relación ancho/grueso de los patines se hace menor que la especificada para carga estática aumenta la vida de los perfiles si cargados eficientemente, al retrasarse la iniciación del pandeo local, y podría lograrse el mismo objeto colocando atiesadores verticales que impidiesen la distorsión de las secciones transversales críticas. ^{4.10} Sin embargo, esta conclusión está en desacuerdo con otros resultados experimentales;

de desplazamiento Δ/h máximo de cada patín, bajo el tomador de diseño más --
inferior, no limita a 0.03 para evitar problemas con otros resultados experimentales;
así, en la ref. 4.9 se demuestra que el pandeo local de los patines no ocasiona una
pérdida inmediata de resistencia, y se indica que al formarse las ondas de pandeo --
local y distribuirse las deformaciones máximas puede, incluso, aumentar significati-
vamente la vida de una viga, y en la ref. 4.10 se encuentra que el comportamiento de
perfiles H cuyos patines tienen una relación ancho/grueso mayor que la especificada
para diseño plástico bajo carga estática (21 en vez de 17) es satisfactorio, pues --
aunque el pandeo local se inicia muy pronto no afecta significativamente el comporta-
miento del marco del que forma parte la viga.

A diferencia de las vigas de la ref. 4.8, las de la ref. 4.10 se cargaron con --
fuerzas verticales que permanecieron constantes mientras se aplicaban las horizonta-
les cíclicas, lo que hizo que las ondas de pandeo local no desaparecieran completa-
mente en cada ciclo; además, estuvieron provistas de contraventeo lateral en puntos
separados distancias bastante menores que las especificadas en las normas del AISI,
pero que daban soporte únicamente al patín superior, ya que se trató de reproducir
las condiciones existentes en estructuras reales, en las que el sistema de piso --
proporciona soporte lateral continuo a los patines superiores.

En los resultados de ensayos de subconjuntos formados por una columna y dos --
Fig. 4.11.
vigas, sometidos a cargas verticales constantes y horizontales cíclicas, reportados
en la ref. 4.11, se observa que las inversiones de carga acentúan las imperfecciones
locales y aceleran la iniciación del pandeo local y torsional en las regiones de --
las vigas en que se forman articulaciones plásticas, haciendo que disminuyan la --
resistencia y rigidez de la estructura, lo que lleva a recomendar que se coloque un
sistema de contraventeo que proporcione soporte lateral a los patines inferiores, --
compresivos, de las regiones plastificadas.

En la ref. 4.12 se describen los resultados obtenidos con dos subconjuntos que --
difieren exclusivamente en las relaciones ancho/grueso de los patines y alas de las

vigas (11.7 y 47 en el primero, 10.2 y 33 en el segundo), provistos de contravientos lateral, en los patines superiores, con separaciones menores que las especificadas para carga estática; la capacidad de rotación de las vigas del segundo subconjunto ^{de las vigas} fue apreciablemente mayor que la del primero; en éste apareció una onda de pandeo local en el patín comprimido cuando la rotación en la articulación plástica era de 0.040rad , y el pandeo lateral se presentó, después de varios ciclos, al invertir la rotación a -0.028rad , con disminución en la resistencia, mientras que en aquel no hubo pandeo local bajo inversiones de la rotación plástica de 0.030rad a -0.016rad , y aunque se formó una pequeña onda al llegar a -0.029rad , el pandeo lateral se inició con rotaciones de 0.040rad , y aún entonces no influyó en la resistencia del espécimen.

Los resultados anteriores indican que el comportamiento de las estructuras mejora cuando se utilizan vigas con relaciones ancho/grueso, en patines y alma, menores que las especificadas para diseño plástico bajo carga estática, y cuando se coloca más contraviento lateral; sin embargo, en la ref. 4.11 se sugiere que el índice de desplazamiento Δ/h máximo de cada entrepiso, bajo el temblor de diseño más intenso, no limite a 0.03 para evitar problemas excesivos de inestabilidad; en ese caso, si se desprecia la contribución al desplazamiento de las deformaciones elásticas e inelásticas de la junta y de las deformaciones elásticas de las columnas y vigas, la capacidad de rotación máxima necesaria en las articulaciones plásticas de los extremos de las vigas puede tomarse conservadoramente igual a 0.03rad , y aunque los estudios efectuados hasta ahora no permiten asegurarlo de manera definitiva, parece que las vigas que cumplen las relaciones ancho/grueso especificadas para carga estática y que tienen el patín superior soportado lateralmente en forma continua pueden admitir rotaciones de esa magnitud, y aún mayores, sin que disminuya su resistencia.

En resumen, aunque la información experimental con que se cuenta no es del todo concluyente, parece indicar que si las vigas están soportadas lateralmente en forma

seanda basta con que se cumplan las relaciones ancho/grueso especificadas para inicio plástico bajo carga estática para que su comportamiento bajo carga cíclica sea satisfactorio; la situación cambia cuando aumenta la longitud no soportada lateralmente, pues en ese caso el pandeo lateral se inicia poco después que el local, y la combinación de ambos ocasiona una falla prematura. En marcos rígidos de edificios urbanos es fácil lograr que el sistema de piso proporcione soporte lateral continuo al patín superior de las vigas y, si es necesario, el inferior puede fijarse por medio de atisadores verticales; sin embargo, en estructuras de otros tipos puede ser recomendable escoger límites de las relaciones ancho/grueso y de la separación entre soportes laterales más conservadoras que las que se fijan para carga estática.

CAPACIDAD DE ROTACION. Cuando no se presentan fallas prematuras, las curvas carga-deformación de las vigas tienen la forma indicada en la Fig. 4.12, en la que se han tomado el momento y la rotación en el extremo, M y θ , como parámetros representativos de los sistemas de cargas y deformaciones.

Llamando θ_u a la rotación en el instante en que se inicia la descarga, y θ_p a la rotación elástica-ficticia correspondiente al momento plástico resistente de la viga (es decir, el ángulo que habría girado el extremo al llegar el momento a M_p si el comportamiento fuese elástico hasta entonces) la capacidad de rotación de la viga, R , es, por definición,

$$R = (\theta_u / \theta_p) - 1 \quad \text{///}$$

R es nula cuando el miembro no puede soportar el momento M_p durante ningún intervalo de rotaciones, pues en ese caso $\theta_u = \theta_p$.

El cociente θ_u / θ_p , o δ_u / δ_p , donde δ es un desplazamiento lineal cualquiera, es el factor de ductilidad de la viga.

En las refs. 4.6, 4.7 y ^{4.13} se presentan expresiones que relacionan la capacidad de rotación R de vigas H bajo momento uniforme o variable, producido por carga estática,

con los distintos parámetros que afectan su comportamiento; con ellas se puede determinar la separación entre puntos soportados lateralmente necesaria para obtener una capacidad de rotación deseada o, inversamente, calcular la capacidad de rotación para una separación dada. Por ejemplo, si la separación entre contraventeos es $60 f_y$ en una viga H compacta de acero A36 con tramos adyacentes elásticos, bajo momento uniforme, la capacidad de rotación excede de 10.5, y si se desea una R de 3 basta con soportar lateralmente puntos separados distancias iguales a $60 f_y$. Bajo momento variable el pandeo lateral es menos importante, y longitudes no contraventeadas del orden de $75 f_y$ suelen ser adecuadas en la mayoría de los casos.

DISEÑO. En la actualidad no se cuenta con información suficiente sobre la demanda de capacidad de rotación en estructuras sometidas a sísmos intensos ni sobre la que éstas pueden proporcionar, por lo que mientras se obtiene mayor información teórica y experimental, en las zonas en que se formarán articulaciones plásticas ligadas con el mecanismo de colapso las vigas de estructuras que se construirán en zonas sísmicas deben satisfacer, cuando menos, los requisitos relativos a relaciones ancho/grueso de patines y almas y a separación entre puntos soportados lateralmente que se exigen en diseño plástico, independientemente de que los métodos empleados para el análisis y diseño sean elásticos, basados en esfuerzos permisibles, o plásticos.

De acuerdo con la ref. 4.15, esos requisitos son

| YIELD STRESS (Esfuerzo de fluencia) | MAXIMUM ALLOWABLE WIDTH-TO-THICKNESS RATIOS | | MAXIMUM ALLOWABLE LATERALLY UNSUPPORTED DISTANCE ² | | |
|--|---|------------------------------|---|-----------------------|-----------------------|
| | FLANGES (PATINES) | WEBS (ALMAS) | | $10 \geq M/M_p > 0.5$ | $0.5 \geq M/M_p > 10$ |
| | | $P/P_y \leq 0.27$ | $P/P_y > 0.27$ | | |
| 36 ksi (24.84 kN/cm ²) | 17.0 | 68.7 - 96.1 P/P _y | 42.8 | 63.2 f _y | 38.2 f _y |
| 50 ksi (34.50 kN/cm ²) | 14.0 | 58.3 - 81.6 P/P _y | 36.3 | 52.5 f _y | 27.5 f _y |
| 65 ksi (44.85 kN/cm ²) | 12.0 | 51.1 - 71.5 P/P _y | 31.9 | 46.2 f _y | 21.2 f _y |

Relaciones ancho/grueso máximas admisibles
Distancias no soportadas lateralmente máximas admisibles

Todas las secciones en que aparezcan articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo de colapso deben contraventearse lateralmente en forma adecuada para evitar desplazamientos laterales y torsionales, y la longitud no soportada entre esas secciones y puntos adyacentes contraventeados similarmente no debe sobrepasar la dada en las dos últimas columnas de la tabla, en las que r_g es el radio de giro del miembro alrededor del eje débil, M es el menor de los momentos en los extremos del segmento no contraventado y M/M_p , relación entre momentos en los extremos, es positiva si el segmento se flexiona en curvatura doble y negativa si lo hace en curvatura simple.

El efecto de la fuerza cortante sobre el momento plástico resistente de las vigas es despreciable casi siempre; en la ref. 4.16 se indica que no es necesario modificarlo si la fuerza cortante no excede de $(\sigma_y/\sqrt{3})wd_v$, donde σ_y es el esfuerzo de fluencia del acero y w y d_v son, respectivamente, el grueso y el peralte del alma.

En los tramos entre articulaciones las vigas se diseñan utilizando métodos plásticos y empleando factores de carga adecuados para evitar fallas prematuras anteriores a la formación del mecanismo de colapso.

4.4.2 COLUMNAS. Las columnas de los marcos rígidos deben ser capaces de soportar las cargas que les transmiten las vigas adyacentes y los tramos de columnas que no encuentran sobre ellas, llevándolas eventualmente a la oimentación, así como los momentos producidos por cargas verticales que reciben de las vigas; además, deben ayudar a soportar las fuerzas horizontales en marcos contraventados, y resistirlas en su totalidad en los que no tienen contraventes, y contribuir a darle al marco la rigidez necesaria para evitar problemas de pandeo de conjunto. Trabajan fundamentalmente en flexocompresión, y suelen ser despreciables los efectos que ocasionan en ellas las fuerzas cortantes. En general están sometidas a flexocompresión biaxial, pues forman parte simultáneamente de dos marcos, frecuentemente ortogonales.

Una barra flexocomprimida puede fallar por alguna de las causas que se enumeran a continuación, o por una combinación de dos o más de ellas;

1. Por que se alcance su resistencia máxima bajo momento y fuerza axial combinadas, al formarse articulaciones plásticas en la sección o secciones en las que el momento tiene su mayor intensidad.

2. Por inestabilidad en el plano de los momentos ocasionada por exceso de flexión en ese plano, teniendo en cuenta la acción simultánea de la fuerza normal.

3. Por pandeo lateral debido a flexotorsión.

4. Por pandeo debido a compresión axial alrededor de los ejes de menor momento de inercia.

5. Por pandeo local.

Cualquiera de las cuatro últimas formas de falla puede iniciarse en el intervalo elástico o en el inelástico, dependiendo de la mayor o menor esbeltez de la pieza en consideración o de los elementos planos que la forman.

La primera forma de falla es crítica cuando la barra tiene paredes gruesas y sus condiciones de apoyo y carga son tales que pueden formarse articulaciones plásticas en la zona central o en uno o en los dos extremos, producidas por fuerzas de menor intensidad que las que ocasionarían la falla por pandeo; esta condición suele corresponder al colapso de columnas aisladas, pero no necesariamente al de las que forman parte de estructuras reticulares.

La segunda condición es crítica en barras flexionadas alrededor de sus ejes de menor momento de inercia, y también cuando la flexión se presenta en el plano de mayor resistencia pero el pandeo lateral está impedido por las características geométricas de las secciones transversales (tubos, secciones en cajón) o por la presencia de elementos exteriores de contraventeo.

La falla por pandeo lateral (condición 3) se presenta en miembros de sección H o similar, flexionados alrededor de sus ejes de mayor momento de inercia, y desprovistos de elementos exteriores adecuados de contraventeo; se caracteriza por una

flexión lateral de la barra en un plano perpendicular al de aplicación de los momentos, acompañada por un retorcimiento alrededor del eje longitudinal.

La condición 4 es crítica cuando la fuerza axial es mucho más importante que la flexión y el comportamiento se aproxima al de una columna en compresión axial, y la 5 cuando las relaciones ancho/grueso de patines o alsa están por encima de ciertos límites.

La forma de falla más común en columnas de edificios es la correspondiente a la combinación de los dos primeros casos, es decir, por formación de un número de articulaciones plásticas suficiente para que se conviertan en un mecanismo, bajo la acción de las solicitaciones incrementadas por efectos de segundo orden debidos a la interacción de la compresión y los desplazamientos ocasionados por los momentos flexionantes.

El pandeo lateral por flexotorsión puede hacer que disminuya la resistencia, pero las longitudes y las dimensiones de las secciones transversales de las columnas de edificios son tales que ese fenómeno no suele ser crítico, y lo mismo sucede con el pandeo local. Tampoco tiene importancia el pandeo de Euler, ya que la flexión juega un papel importante en la gran mayoría de los casos.

Una columna de un marco provisto de contraventeos o de muros de cortante de rigidez y resistencia adecuadas falla cuando se forman en ella tres articulaciones plásticas, Fig. 4.13 .

El comportamiento de las columnas de marcos no contraventados es esencialmente diferente. La estabilidad del conjunto depende básicamente de las vigas; si son muy flexibles las columnas actúan esencialmente como cuerpos rígidos, y el desplazamiento horizontal se debe principalmente a la flexión de las vigas; cada entrepiso se convierte en un mecanismo cuando se forman articulaciones en los extremos de todas ellas, con lo que desaparecen las restricciones y los desplazamientos crecen ilimitadamente, Fig. 4.14a .

Si las vigas son rígidas las columnas resisten las deflexiones laterales trabando en flexión; la condición de colapso se alcanza también cuando el entrepiso se convierte en un mecanismo, al formarse articulaciones plásticas en los dos extremos de todas las columnas (la estabilidad lateral del marco no depende de cada una de ellas en particular, sino del comportamiento de todas las de cada entrepiso, ya que el colapso no se presenta cuando una o más columnas se convierten en mecanismos, pues las restantes siguen proporcionando rigidez lateral al conjunto).

En la Fig. 4.14 b se ha representado el caso teórico de vigas infinitamente rígidas.

Pueden presentarse situaciones intermedias, en las que algunas columnas fallan al formarse articulaciones plásticas en sus dos extremos y otras cuando desaparecen las restricciones proporcionadas por ^{las} vigas; incluso, hay casos en que las dos situaciones tienen lugar en una misma pieza, en uno y otro de sus extremos.

Cuando en un entrepiso de un marco no contraventado se utilizan columnas de resistencias muy diferentes, alguna de ellas puede fallar como se muestra en la Fig. 4.13 b, si las restantes proporcionan resistencia lateral suficiente para posponer la falla del conjunto; sin embargo, esta situación debe evitarse en estructuras construidas en zonas sísmicas, pues se tendrían eslabones débiles que precipitarían la falla.

De acuerdo con la práctica usual, el diseño de estructuras que se construirán en zonas sísmicas se hace de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas, mientras las columnas se conservan básicamente en el intervalo elástico. Por este motivo se han efectuado pocos estudios referentes al comportamiento inelástico de columnas bajo carga axial que de vigas en condiciones análogas, pero se cuenta con alguna información, que se discutirá más adelante.

El comportamiento de una barra recta aislada sometida a la acción simultánea de fuerzas de compresión axial y pares aplicados en los extremos puede representarse por medio de la curva momento-rotación en el extremo, obtenida aplicando primero la

fuerza de compresión y después momentos de intensidad creciente, en uno solo o en ambos extremos, mientras la compresión se mantiene constante.

Los parámetros principales que determinan la respuesta de la pieza son su esbeltez, la magnitud de la fuerza de compresión y la manera en que están aplicados los momentos, que pueden producir curvatura simple o doble; además, el problema se complica si la pieza puede fallar por pandeo lateral o cuando uno de sus extremos se desplaza linealmente respecto al otro.

En la Fig. 4.15 se han trazado en forma cualitativa varias curvas $M-\theta$, todas correspondientes a columnas en las que no hay pandeo local ni lateral y cuyos extremos están fijos linealmente; cada colección de curvas ilustra la importancia de uno de los parámetros mencionados arriba.

La Fig. 4.15a corresponde a una columna muy corta, en la que no hay inestabilidad de ninguna clase; cuando la fuerza normal es nula se obtiene la curva $M-\theta$ característica de una pieza en flexión, que resiste un momento de intensidad máxima igual a M_p y lo mantiene durante rotaciones importantes, y al crecer P gradualmente se van obteniendo curvas semejantes a la primera pero cuya ordenada máxima no es M_p sino M_{pc} , momento plástico reducido por efecto de la fuerza normal.

Las otras tres figuras describen el comportamiento de piezas largas. En la b se han trazado varias curvas, obtenidas para valores constantes de q y de L/r y para intensidades crecientes de la fuerza axial (q es el cociente del menor entre el mayor de los momentos en los extremos); al aumentar la compresión disminuye tanto el momento máximo que resiste la pieza como su capacidad de rotación.

Quando varía L/r , manteniéndose q y P constantes, o cuando la variable es q , mientras las otras dos cantidades se conservan fijas, el efecto sobre el comportamiento de la columna es análogo; al aumentar la relación de esbeltez, o tender los momentos en los extremos hacia valores iguales que producen curvatura simple en flexión pura, disminuyen tanto la resistencia como la capacidad de rotación (Figs. 4.15c y d).

Cualquiera de las curvas de la Fig. 4.15 puede interrumpirse prematuramente si

no presente un fenómeno de pandeo local o lateral, cuya importancia varía también con los parámetros que caracterizan el problema.

Aún admitida la imposibilidad de que haya pandeo, la resistencia de las barras flexocomprimidas cargadas queda limitada por inestabilidad, como lo demuestra la forma de las curvas de las Figs. 4.15 b, c y d, que tienen una rama ascendente, correspondiente a configuraciones estables, seguida de un punto en el que la pendiente es nula y el equilibrio indiferente (resistencia máxima) y de una rama descendente, — característica de estados de equilibrio ^{inestable} ~~indiferente~~. La inestabilidad, que se presenta sin que la barra se salga del plano de la flexión, y que no es un fenómeno de pandeo (no hay bifurcación del equilibrio), se debe a la interacción de momentos y fuerza normal y a la disminución de rigidez producida por la plastificación parcial.

La resistencia de una columna flexionada alrededor de su eje de mayor momento de inercia, que se conserva durante todo el proceso de carga en el plano de la flexión, puede determinarse utilizando métodos elásticos o elastoplásticos. En el primer caso se toma como límite de utilidad estructural la aparición del esfuerzo de fluencia en la sección crítica, y no corresponde a la resistencia máxima de la columna, que puede admitir incrementos adicionales de carga hasta su colapso por inestabilidad en el plano de la flexión.

Despreciando los esfuerzos residuales, puede considerarse que el comportamiento elástico termina cuando

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{A} + \frac{M_{\max}}{S_x} = \sigma_y$$

En M_{\max} se incluye el momento producido por la fuerza P al actual sobre la pieza deformada.

Dividiendo los dos miembros entre σ_y , teniendo en cuenta que $A\sigma_y = P_y$ y $S_x\sigma_y = (M_x)_y$, y expresando el momento máximo como el producto de un factor de amplificación ϕ por el mayor de los momentos aplicados en los extremos, la ecuación anterior se transforma en

$$\frac{P}{P_y} + \varphi \frac{M_o}{(M_x)_y} = 1.0 \quad (1)$$

Las expresiones teóricas exactas de φ resultan inadecuadas para diseño, por lo que la ec. (1) suele sustituirse por las dos ecuaciones aproximadas siguientes, que deben satisfacerse simultáneamente:

$$\frac{P}{P_y} + \frac{C_m}{1-P/P_E} \frac{M_o}{(M_x)_y} \leq 1.0 \quad (2)$$

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M_o}{(M_x)_y} \leq 1.0 \quad (3)$$

Con la fórmula (2) se comprueba que los esfuerzos máximos ampliados por efectos de segundo orden no exceden el límite de fluencia, y con la (3) se hace la misma comprobación en el extremo de la columna en que actúa el mayor de los momentos exteriores; en los extremos no hay amplificación.

Como M_o es un momento uniforme flectivo aproximadamente equivalente a los momentos reales variables, si los extremos de la columna no se desplazan linealmente C_m se calcula con la expresión $C_m = 0.6 + 0.4 M/M_o \geq 0.4$, en la que M es el menor y M_o el mayor de los momentos en los extremos, y M/M_o es positivo cuando la barra se flexiona en curvatura simple y negativo cuando la hace en curvatura doble; $1/(1-P/P_E)$, donde P_E es la carga crítica de Euler de pandeo en el plano de la flexión, es un factor de amplificación del momento uniforme equivalente $C_m M_o$, que tiene en cuenta, aproximadamente, la interacción fuerza axial-momento.

Se cuenta con varios métodos para calcular la resistencia máxima de las columnas en el intervalo inelástico (refs. 4.17 y 4.18), y se han desarrollado procedimientos que permiten determinar la curva completa momento-rotación en un extremo (refs. 4.19 a 4.21); esta curva es de importancia fundamental en diseño sísmico, pues con ella se obtienen la capacidad de rotación y de absorción de energía; sin embargo, las curvas han sido deducidas para miembros con carga axial constante y momentos aplicados en

uno o en los dos extremos que crecen monótonicamente hasta la falla, por lo que — proporcionan únicamente una indicación cualitativa del comportamiento de columnas — sometidas a solicitaciones dinámicas.

En la Fig. 4.16 ^{4.21} (a, b, c) se muestran tres curvas momento-rotación típicas obtenidas para tres columnas iguales, con relación de esbeltez en el plano de flexión $L/r_x = 30$ y fuerzas de compresión $P = 0.30 P_y$, sometidas a momentos de intensidad creciente aplicados en los extremos que guardan entre sí relaciones diferentes en cada caso; la columna en curvatura doble es la que se encuentra en la condición más favorable, y la más crítica es la flexionada en curvatura simple; los momentos tienen intensidades iguales en los dos casos.

La columna no puede soportar el momento M_p completo en ninguno de los casos, pues parte de su resistencia debe destinarse a la fuerza de compresión, pero en a y b tiene una capacidad de rotación importante bajo momento constante igual a M_{p0} , mientras que en c los efectos de segundo orden son máximos, el momento resistente no llega a M_{p0} y la capacidad de rotación es muy pequeña; este fenómeno se agudiza cuando aumentan L/r_x y P , de manera que las columnas esbeltas y con compresión — importante resisten un momento máximo apreciablemente menor que M_{p0} , y tienen una capacidad de rotación muy reducida, o aún nula.

Las columnas de edificios construídos en zonas sísmicas son en general poco — esbeltas y la flexión suele ser predominante en su diseño, por lo que sus relaciones P/P_y son bajas; además, se flexionan en curvatura doble bajo la acción combinada — de fuerzas verticales y solicitaciones sísmicas; por todo ésto, su capacidad de rotación suele ser importante, del orden de la mitad de la predicha para vigas (ref. 4.21).

Las ecuaciones aproximadas 2 y 3 pueden utilizarse también para describir la condición de carga que ocasiona la iniciación del pandeo elástico de una columna, — fuera del plano de flexión; para ello, basta sustituir en la ec. 2 a P_y y $(M_x)_c$ por P_{cr} y M_{cr} , que representan la carga crítica de Euler para pandeo alrededor del eje de menor momento de inercia y el momento crítico de pandeo elástico de la —

barra flexionada uniformemente alrededor de cualquier eje y/y' de mayor momento de inercia; la ec. (3) se conserva sin cambio.

La resistencia de barras flexocomprimidas que fallan por exceso de flexión en el plano de los momentos es relativamente insensible a cambios en las dimensiones de las secciones transversales, por lo que un solo conjunto de curvas correspondiente a una relación q dada entre momentos extremos es aplicable a todas las secciones H, laminadas o formadas por placas, de dimensiones semejantes a las laminadas; en cambio la resistencia al pandeo lateral depende de manera importante de la sección transversal de la columna.

Se ha determinado (ref. 4.22) que la relación adimensional $K_T/A\delta^2$, donde K_T es la constante de torsión de Saint Venant, A el área y δ el peralte de la sección, constituye el parámetro geométrico principalmente responsable de cambios en el momento crítico, tanto en el intervalo elástico como en el inelástico, y que la resistencia al pandeo lateral es proporcional a δ^2 ; todas las variables restantes que definen la geometría de las secciones transversales, reducidas a una forma adimensional, son aproximadamente constantes para relaciones P/P_y y L/r_y fijas, aún en el intervalo inelástico, de manera que pueden construirse curvas ~~que proporcionan las relaciones de esbeltez límite en función de $K_T \cdot 10^6 / A\delta^2$ y de P/P_y~~ ^(ref. 4.22) que proporcionan las relaciones de esbeltez límite en función de $K_T \cdot 10^6 / A\delta^2$ y de P/P_y , y que son aplicables a todas las secciones H laminadas con aproximación suficiente para diseño.

Los resultados proporcionados por las curvas son conservadores cuando se aplican a columnas de edificios sobre los que actúan cargas horizontales, pues corresponden a piezas libremente apoyadas con momentos iguales en los extremos que las flexionan en curvatura simple, y las columnas mencionadas siempre tienen restricciones en los extremos y, además, se flexionan en curvatura doble; teniendo esto en cuenta, y estudiando las curvas, se concluye que el pandeo lateral por flexotorsión no ocasiona disminuciones en la resistencia de la mayoría de las secciones H que se utilizan en

edificios, cuando actúan sobre ellos cargas verticales y horizontales estáticas.

Si en la ec. (2) se sustituye P_y por la carga crítica de pandeo inelástico de la columna comprimida axialmente, correspondiente a la relación de esbeltez más grande, y $(M_x)_y$ por el momento máximo que podría resistir la pieza si estuviese sometida únicamente a flexión, incluyendo efectos de pandeo lateral por flexotorsión cuando sean significativos, se obtiene la ec. (4), que proporciona pares de valores de P y M_o que ocasionan la falla por inestabilidad; aunque empírica, la ec. (4) proporciona buena precisión para diseño.

La ec. (3) se sustituye por la (5), que describe la condición correspondiente a la formación de una articulación plástica en un extremo, de manera que cuando se satisface alguna de las ecs. (4) o (5) está a punto de agotarse la resistencia de un miembro sujeto a compresión y a flexión en su plano de mayor resistencia, ya sea por pandeo lateral o por formación de una articulación plástica en uno de sus extremos.

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_m}{1 - P/P_{cr}} \frac{M_o}{M_m} = 1.0 \quad (4)$$

$$\frac{P}{P_y} + \frac{M_o}{1.18 M_p} = 1.0 \quad (5)$$

M_m , momento máximo que puede resistir el miembro en ausencia de fuerza normal, puede calcularse aproximadamente con la expresión empírica (ref. A.15)

$$M_m = \left[1.07 - \frac{(L/r_y) \sqrt{S_y}}{26500} \right] M_p \leq M_p$$

Esta ecuación proporciona un valor aproximado del momento crítico de pandeo lateral para $\alpha = +1.0$; cuando los valores de los momentos en los extremos guardan otra relación, puede corregirse utilizando el coeficiente C_m .

De las ecs. (4) y (5) se obtienen dos valores del momento exterior M_o ; el menor de ellos es el máximo que resiste la columna en combinación con la fuerza axial P.

$$M_o = \frac{1}{C_m} \left(1 - \frac{P}{P_{cr}} \right) \left(1 - \frac{P}{P_{cr}} \right) M_m \quad (4')$$

$$M_0 = 1.18 (1 - P/P_y) M_p \quad (5')$$

FLEXIÓN BIAXIAL. El problema por resolver es determinar la intensidad máxima de las sollicitaciones que puede resistir una columna cuando actúan en ella, simultáneamente, una fuerza axial de compresión y momentos aplicados alrededor de los dos ejes centroidales y principales de sus secciones extremas; no es un problema de pandeo por bifurcación del equilibrio, pues las secciones transversales se desplazan lineal y angularmente desde un principio, sino de inestabilidad producida por la interacción de momentos y fuerza axial.

En la ref. 23 se desarrolla un método aproximado para el diseño elástico de columnas de sección transversal H con pares aplicados en los extremos alrededor de los dos ejes centroidales y principales, que constituye la base de las recomendaciones contenidas en las refs. 4.14 y 4.23.

Para que el esfuerzo normal no sobrepase al de fluencia en ningún punto deben satisfacerse simultáneamente las tres condiciones siguientes:

$$\sigma_a + \sigma_{bx}' + \sigma_{by}' \leq \sigma_y \quad (6)$$

$$\sigma_a + \sigma_{bx}'' + \sigma_{by}'' \leq \sigma_y \quad (7)$$

$$\sigma_a + N_x \sigma_{bx} + N_y \sigma_{by} \leq \sigma \quad (8)$$

$\sigma_a, \sigma_{bx}, \sigma_{by}$ son los esfuerzos normales directos producidos por la fuerza axial y por momentos uniformes ficticios equivalentes aplicados alrededor de X y Y, que se calculan con las expresiones:

$$(M_x)_{eq.} = (1/\sqrt{F})_x M_{ox} \doteq C_{mx} M_{ox}$$

$$(M_y)_{eq.} = (1/\sqrt{F})_y M_{oy} \doteq C_{my} M_{oy}$$

en 1. que M_{ox} y M_{oy} son los momentos mayores alrededor de X y Y y los factores $1/\sqrt{F}$, que están tabulados en la ref. 4.23, son muy semejantes a los coeficientes C_m , calculados para flexión alrededor de cada uno de los ejes centroidales y princi-

polos.

$\sigma_{bx}^I, \sigma_{by}^I, \sigma_{bx}^II$ y σ_{by}^II son los esfuerzos máximos en los extremos de la columna, calculados con los momentos exteriores aplicados en ellos, N_x y N_y son factores de simplificación que se determinan con las fórmulas de la ref. 4.23,

y σ es un esfuerzo normal reducido para tener en cuenta los efectos de las imperfecciones geométricas inevitables en las columnas.

Los esfuerzos en los dos extremos se revisan con las eos. 6 y 7 y la condición de estabilidad con la eo. 8.

La resistencia máxima real, en el intervalo inelástico, de columnas aisladas de sección H en flexocompresión biaxial, se ha determinado estableciendo su relación carga-deformación completa, por medio de métodos numéricos en los que las cargas exteriores se aplican en una secuencia de incrementos suficientemente pequeños; no han obtenido así ecuaciones de interacción que expresan las condiciones de falla por formación de una articulación plástica en alguna sección transversal, o por inestabilidad de la columna (refs. 4.26 a 4.30).

En secciones contraventadas (extremos de la columna) debe satisfacerse la condición

$$\left(\frac{M_x}{M_{pxk}}\right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{pyk}}\right)^2 \leq 1.0 \quad (9)$$

M_x y M_y son los momentos que actúan en la sección considerada y M_{pxk} y M_{pyk} los momentos plásticos, reducidos por fuerza axial, correspondientes a flexión alrededor de X y Y, que se calculan con las ecuaciones

$$M_{pxk} = 1.18 M_{px} [1 - (P/P_y)] \leq M_{px}$$

$$M_{pyk} = 1.19 M_{py} [1 - (P/P_x)] \leq M_{py}$$

en las que M_{px} y M_{py} son los momentos plásticos de la sección.

En secciones H en las que la relación del ancho del patín al peralte del alma está comprendida entre 0.5 y 1.0, ξ está dado por

$$\xi = 1.6 - \frac{P/P_y}{2 P_u (P/P_y)}$$

donde P_u indica logaritmo natural.

La estabilidad entre puntos contraventados se comprueba con la ecuación

$$\left(\frac{C_{mx} M_x}{M_{ux}} \right)^\eta + \left(\frac{C_{my} M_y}{M_{uy}} \right)^\eta \leq 1.0 \quad (10)$$

M_x y M_y son los momentos mayores, aplicados en uno u otro extremo de la columna, y M_{ux} y M_{uy} son los momentos resistentes en flexión, disminuidos por pandeo lateral por flexotorsión, cuando éste es crítico.

$$M_{ux} = M_{ox} [1 - (P/P_u)] [1 - (P/P_{Ex})]$$

$$M_{uy} = M_{oy} [1 - (P/P_u)] [1 - (P/P_{Ey})]$$

P_u es la carga crítica de pandeo inelástico de la columna (P_{cr} en la ec. 4), P_{Ex} y P_{Ey} las de pandeo elástico, M_{ox} el momento plástico para flexión alrededor de X , reducido por pandeo lateral cuando sea necesario (ec. 4'), y el exponente η vale

$$\eta = 0.4 + P/P_y + b_f/d \geq 1.0, \text{ cuando } b_f/d \geq 0.3$$

$$\eta = 1.0, \text{ cuando } b_f/d < 0.3$$

b_f y d son el ancho del patín y el peralte de la sección I o H.

Para utilizar las ecs. (9) y (10) en el diseño de columnas de marcos no contraventados (unway frames) deben determinarse los momentos producidos por la carga última por medio de un análisis de segundo orden en el que se incluya el efecto P Δ .

En la ref. 4.30 se recomienda que cuando se utilicen las ecs. 9 y 10 para determinar la resistencia de columnas en flexocompresión biaxial se tengan en cuenta las precisiones siguientes:

1. Las secciones deben dimensionarse de manera que las sollicitaciones producidas por viento o sismo, que son reversibles, no ocasionen esfuerzos que sobrepasen el límite de fluencia nominal.

2. Las secciones deben dimensionarse de manera que las sollicitaciones variables, ocasionadas por viento o sismo más carga vertical (con un factor de carga de 1.5 multiplicado por 0.7, o algo así, para tener en cuenta la probabilidad de ocurrencia) no ocasionen esfuerzos que excedan del límite de fluencia nominal del material.

3. Debe recordarse que el método se ha desarrollado suponiendo que no hay pandeo local prematuro (secciones compactas).

En la ref. 4.16 se recomienda que la resistencia de las columnas en flexocompresión biaxial, ante fallas por inestabilidad, se determine con la ecuación

$$\frac{P}{P_{cr}} + \frac{C_{mx} M_x}{M_{crx} (1 - P/P_{Ex})} + \frac{C_{my} M_y}{M_{crys} (1 - P/P_{Ey})} \leq 1.0 \quad (11)$$

que es una extensión de la ec. (4).

COLUMNAS CARGADAS CICLICAMENTE. La información experimental sobre el comportamiento de elementos flexocomprimidos cargados cíclicamente que se posee en la actualidad es todavía bastante reducida, y se limita a secciones flexionadas alrededor de uno sólo de sus ejes centroidales y principales; se carece totalmente de información relativa a miembros en flexocompresión biaxial.

Se han ensayado especímenes aislados de sección transversal H de los tipos que se muestran en la Fig. 4.17 ; en las experiencias reportadas en las refs. 4.31 a 4.33 se ha utilizado la barra libremente apoyada con una carga aplicada en el centro del claro, y la pieza en voladizo con una fuerza horizontal en el extremo libre se ha empleado en las refs. 4.34 y 4.35; en todos los casos la fuerza transversal Q se aplica cíclicamente mientras la normal P se mantiene constante, cambiando su intencidad de un ensayo a otro para determinar cómo influye en el comportamiento de la columna.

Los incrementos de fuerza axial (que se expresan en general en la forma adimensional P/P_y) producen siempre un efecto desfavorable en la respuesta de la columna; si se evitan los desplazamientos laterales, la falla se inicia siempre por pandeo local de los patines, que crece en ciclos sucesivos de carga y se extiende eventualmente al alma; la combinación de las dos formas de pandeo local ocasiona el colapso del miembro, precedido por un retorcimiento alrededor del eje longitudinal.

Los resultados obtenidos en la ref. 43] se resumen en la Fig. 4.18, en la que se muestra la relación entre las amplitudes de las deflexiones y el número de ciclos de carga que resiste la columna hasta la fracture, para dos valores de P/P_y ; cuando la fuerza axial crece disminuyen las amplitudes de las deflexiones y el número de ciclos que produce la falla.

En la ref. 434 se muestra que la capacidad de rotación disminuye cuando aumentan las relaciones ancho/grueso de patines y alma, o cuando crece la fuerza axial mientras se conservan fijas esas relaciones.

Como los estudios sobre columnas sometidas a cargas cíclicas en el intervalo inelástico distan mucho de ser completas, y no se conoce la influencia de su comportamiento en la respuesta de entrepisos de marcos rígidos, el diseño de éstos se hace, como ya se ha mencionado, de manera que las articulaciones plásticas se formen en las vigas mientras que las columnas se conservan básicamente en el intervalo elástico hasta el colapso. (La única excepción la constituyen las articulaciones plásticas en sus bases) Sin embargo, la respuesta real de una estructura sometida a la acción simultánea de cargas gravitacionales y sollicitaciones sísmicas es tan compleja que es imposible asegurar que durante temblores intensos no se formarán articulaciones plásticas en algunas columnas, aunque al hacer el diseño se haya tratado de evitarlas; varios son los factores que pueden ocasionar el comportamiento mencionado:

1. El diseño se hace siempre con las dimensiones de las secciones tabuladas en los manuales y tomando como base el esfuerzo de fluencia nominal del acero, y en los perfiles reales tanto éste como aquellas difieren, a veces sustancialmente, de los valores teóricos; como una consecuencia, las resistencias reales pueden ser bastante

diferentes de las calculadas, y la combinación de un aumento de resistencia en una trabe con una disminución en la columna en que se apoya puede hacer que la articulación que teóricamente debería formarse en la primera aparezca en realidad en la segunda.

2. En el análisis y el diseño no suelen tenerse en cuenta las aceleraciones verticales de las masas del edificio, las que incrementan las fuerzas axiales en las columnas, con respecto a las calculadas, y hacen que disminuya su capacidad para resistir flexión.

3. Los efectos de los modos superiores de vibración, que suelen despreciarse, pueden también hacer que se formen articulaciones plásticas en algunas columnas.

Los factores mencionados son tan complejos y las incertidumbres ligadas con ellos tan grandes que no se puede tenerlos en cuenta explícitamente en el diseño, por lo que es importante reconocer la posibilidad de que se formen articulaciones plásticas en las columnas y prever el comportamiento correspondiente.

En la ref. 4.36 se reportan los resultados obtenidos estudiando experimentalmente seis subconjuntos formados por una columna y las dos vigas que conectan en ella, semejantes a los de las refs. 4.31, 4.32, 4.37, sometidos a compresión constante y fuerzas horizontales cíclicas, cuyas vigas se sobrediseñaron deliberadamente para obligar a que las articulaciones plásticas se formasen en los extremos de las columnas; éstas se flexionan alrededor del eje de mayor momento de inercia en cuatro de los subconjuntos y del de menor en los otros dos. Tomando como base el número limitado de pruebas realizadas, se concluye que puede admitirse que se formen articulaciones plásticas en las columnas en las que P/P_y no excede de 0.5, ya que tienen un comportamiento satisfactorio, gracias en gran parte al endurecimiento por deformación, pero que deben evitarse cuando la fuerza axial excede de la mitad de P_y , pues se observó una disminución drástica de resistencia en especímenes con P/P_y de 0.6 y 0.8.

En la ref. 4.10 se llega a conclusiones semejantes en dos marcos, en uno de los cuales las columnas se flexionan alrededor del eje X mientras que en el otro el eje de flexión fué el Y ; las relaciones P/P_y fueron 0.20 y 0.41, respectivamente.

En todas las columnas de las estructuras estudiadas en las refs. 4.10, 4.26 se empleó una sección $W8 \times 48$, que tiene relaciones ancho/grueso de 14.4 en los patines y 16.3 en el alma; la esbeltez L/r_y de las columnas de la ref. 4.26 fué mucho menor que la ^{máxima} admisible para diseño plástico bajo carga estática, pero la de las columnas del marco de la ref. 4.10 flexionadas alrededor de X fué de 52, valor no muy alejado del máximo admisible en secciones H de acero A36 bajo momento variable producido por carga estática, que es 63.2. Aunque la información reportada es limitada, parece indicar que las columnas con relaciones de esbeltez usuales en edificios, cuyos patines y alma cumplen las relaciones ancho/grueso especificadas para diseño plástico, deben tener un comportamiento adecuado en marcos sometidos a efectos sísmicos, e incluso admitir la formación y rotación de articulaciones plásticas, siempre que la fuerza de compresión no exceda de alrededor del cincuenta por ciento de P_y .

4.4.3 CONEXIONES. Las conexiones transmiten los elementos mecánicos, momentos flexionantes y fuerzas cortantes y normales, de las vigas a las columnas y viceversa, así como las fuerzas de las diagonales de contraventeos de marco propiamente dicho, con lo que se logra que todos los elementos de la estructura trabajen en conjunto.

En este capítulo se considera únicamente el caso en que los marcos están provistos de juntas rígidas entre vigas y columnas, capaces de transmitir de unas a otras los elementos mecánicos íntegros que hay en ellas, de manera que los únicos desplazamientos lineales o angulares relativos entre sus extremos, son los debidos a las deformaciones de la conexión.

En la Fig. 4.19 se muestran tres tipos de conexiones viga-columna que se emplean comúnmente en marcos de edificios, correspondientes al nivel superior, a una columna lateral y a una interior.

Aunque casi todos los estudios que se han realizado hasta ahora corresponden a marcos planos con las vigas unidas a los patines de las columnas (se ha efectuado también un número reducido de pruebas de laboratorio con especímenes en los que — llegan al alma), en estructuras reales casi siempre hay tres o cuatro vigas en cada conexión, que llegan a los patines y a los dos lados del alma y que forman parte — de los dos marcos planos que se cruzan en la columna.

Si la columna pasa corrida a través de la junta, que es lo más común en marcos de edificios, el diseño de la conexión consiste fundamentalmente en:

1. Proyecto de las ^{medias de unión} entre traveses y columna para transmitir a ésta los elementos mecánicos que hay en las secciones extremas de cada una de aquellas, utilizando soldadura o pernos de alta resistencia (los remaches no se usan en estructuras modernas); en juntas soldadas la unión puede realizarse en forma directa o por medio de placas soldadas a los patines, ángulos en el alma, etc.

2. Revisión de la columna para determinar si su resistencia y rigidez son adecuadas para soportar los elementos mecánicos que le transmiten las vigas.

3. Diseño:
de los refuerzos necesarios (atiesadores, placas soldadas al alma, etc.).

El diseño de conexiones realizado de acuerdo con la práctica norteamericana — (refs. 45 y 46) se basa en los resultados reportados en la ref. 43, en la que se determinan los factores que deben tenerse en cuenta, y la manera de satisfacerlos, para lograr un comportamiento satisfactorio de conexiones viga-columna de marcos rígidos con carga estática, diseñados plásticamente.

Se ensayaron conexiones de dos tipos, unas con dos vigas, soldadas a los patines de la columna, y otras con cuatro, que llegan a los patines y al alma. Las vigas se soldaron directamente a la columna en todos los casos, por que estas conexiones tienen ciertas ventajas económicas y funcionales y, además, al suprimir las placas en los patines y las ménsulas de asiento se eliminan algunas variables que dificultarían la determinación de esfuerzos y deformaciones en la zona de la conexión. Sin embargo, las fórmulas desarrolladas pueden utilizarse también cuando las fuerzas en los patines se transmiten a la columna por medio de placas.

Las vigas fueron iguales en todos los especímenes, trece en total, mientras que se variaron los perfiles de las columnas para simular las condiciones existentes en los niveles superiores, intermedios e inferiores; ~~de diez~~ diez especímenes estuvieron formados por un tramo de columna y dos vigas soldadas a sus patines, y algunas de ellos se reforzaron con atiesadores horizontales colocados entre los patines de las vigas o con placas verticales adosadas al alma de la columna, o paralelas a ella, mientras que en otros no se colocó ningún refuerzo. Las cargas se aplicaron, en todos los casos, como se muestra en la Fig. 4.20, y se incrementaron lentamente hasta la falla.

Tres de los especímenes se hicieron con cuatro vigas, dos conectadas a uno y otro lado del alma de la columna, pero cada uno de ellos idéntico en todo lo demás a uno de los del primer grupo, pues su objeto fue determinar la influencia de las vigas que llegan al alma; se encontró que las juntas del segundo tipo son más rígidas y resistentes que las del primero.

La compresión axial tuvo poca influencia en el comportamiento de las conexiones. Las columnas no mostraron ningún indicio particular de falla bajo cargas de 1.65 veces la de trabajo, ni tampoco cuando al final de cada prueba se aumentaron al doble de las de trabajo, conservando al mismo tiempo las fuerzas finales en las vigas (las cargas de trabajo correspondieron a un esfuerzo axial medio de alrededor de 1000 Kg/cm^2 ; el acero empleado fue ASTM A7, con un límite de fluencia teórico de 2320 Kg/cm^2).

Una conexión es satisfactoria cuando puede desarrollar el momento plástico de las vigas mientras obra sobre la columna la compresión producida por las cargas correspondientes y tiene, además, capacidad de rotación suficiente para que se forme una segunda articulación plástica en la zona central de las vigas sin que disminuya su resistencia, o resistencia adecuada para permitir en la primera articulación las rotaciones necesarias para que aparezca la segunda.

Para determinar si el comportamiento es satisfactorio deben investigarse los puntos siguientes:

1. Resistencia de las regiones de la columna adyacentes a los patines en tensión y compresión de las vigas, cuando no se colocan atiesadores.
2. Aumento de la resistencia de la conexión debido a la presencia de atiesadores.
3. Posibilidad de falla de la columna ocasionada por una combinación de esfuerzos normales y cortantes.
4. Efecto sobre el comportamiento de la conexión del par de vigas ligadas al alma de la columna.
5. Rotación requerida en las conexiones y capacidad de giro de las mismas.

Del estudio de los resultados experimentales se deduce que puede despreciarse el efecto de la carga axial en la columna, y que se obtienen resultados conservadores analizando y diseñando las conexiones de cuatro vigas como si no existiesen las que llegan por alma, pues éstas proporcionan una acción atiesadora que refuerza la conexión más que lo que la debilitan los esfuerzos triaxiales que se desarrollan en ella.

El punto 5 se ha investigado analítica y experimentalmente, y aunque la rotación requerida varía con la geometría de la estructura y las condiciones de carga, se ha calculado una rotación tipo, mayor que la necesaria en la mayoría de los casos; — todas las juntas ensayadas admiten rotaciones más grandes, bajo momento prácticamente constante. Además, si se le da a la conexión la resistencia adecuada, la rotación necesaria para la formación del mecanismo de colapso se presenta en el extremo de la viga adyacente a ella.

En la Fig. 4.21a se muestran esquemáticamente los momentos y fuerzas existentes en una junta interior de un marco con cargas verticales, y en la Fig. 4.21b se sustituyen los efectos que ocasiona una de las vigas por las fuerzas que aplican sus patines a la columna; se desprecian las fuerzas que actúan en el alma, cuya importancia es secundaria.

Las fuerzas que transmiten los patines a la columna se reparten en un área cada vez mayor, de manera que la intensidad de los esfuerzos disminuye al aumentar la distancia a la cara exterior; puede considerarse que los esfuerzos normales se distribuyen como se muestra en la Fig. 4.21b, de manera que en la sección donde termina la curva de unión entre el patín y el alma de la columna cada una de las fuerzas es resistida por una porción del alma de longitud $t_b + 5k_c$, donde t_b es el grueso del patín de la viga y k_c la distancia del exterior de la columna a la sección definida arriba.

Si el producto del esfuerzo de fluencia por el área $w(t_b + 5k_c)$, donde w es el grueso del alma de la columna, es menor que la fuerza $A_f \sigma_y$ que transmite uno de los patines de la viga cuando se plastifica su sección extrema (A_f es el área del patín), la columna fluye plásticamente en tensión o compresión frente a los patines de la viga; además, pueden presentarse fallas prematuras por pandeo del alma en la zona comprimida o por fractura de la soldadura del patín en tensión, como se muestra en la Fig. 4.22, en la que se ha dibujado la columna deformada, exagerando, para mayor claridad, la magnitud de las deformaciones.

Para evitar el flujo plástico del alma de la columna frente a cualquiera de los patines de la viga y la posible fractura en la zona de tensión, debe satisfacerse la condición

$$\sigma_y w (t_b + 5k_c) \geq A_f \sigma_y \quad (12)$$

de manera que desde este punto de vista no hacen falta atisadores si

$$w \geq A_f / (t_b + 5k_c) \quad (13)$$

Si las vigas y la columna están hechas de aceros diferentes, sus esfuerzos de fluencia se conservan al pasar de la eq. (12) a la (13).

Además, para evitar el pandeo de la zona comprimida del alma debe cumplirse también la condición expresada por la fórmula (14), ref. 4.15:

$$w \leq d_c \sqrt{W_y} / 150 \quad (14)$$

de es el peralte del alma de la columna, medido entre los bordes de las curvas de transición.

La falla más común frente al patín de tensión suele producirse como se describe a continuación: el patín de la columna está compuesto por dos placas que pueden considerarse empotradas en tres de sus bordes, uno en contacto con el alma y dos normales a ella, a una distancia que se determina experimentalmente, y libre a lo largo del otro, cargadas con la fuerza existente en el patín de la viga, que permanece más o menos uniformemente repartida hasta que las placas alcanzan su resistencia última; cuando esto sucede los bordes exteriores de los patines se curvan hacia fuera, causando una deformación excesiva en la parte central de la soldadura, en la parte central del patín de la columna adyacente a ella y en su unión con el alma, y la falla se presenta eventualmente por agrietamiento de alguna de esas regiones, generalmente la soldadura, cuando se agota su capacidad de fluir plásticamente y no puede seguir la deformación de los patines.

La resistencia total del patín de la columna es aproximadamente igual a la suma de las resistencias de las dos placas y la parte central, rígida, de ancho m (Fig. 4.22), adyacente al alma, que admite esfuerzos de intensidad σ_y ; teniendo esto en cuenta y haciendo algunas hipótesis conservadoras, se obtiene una expresión con la que se calcula el grueso mínimo del patín de la columna para el que no se necesitan atisadores:

$$t_c \geq 0.4 \sqrt{A_s} \quad (15)$$

El factor 0.4 se ha obtenido para secciones H laminadas, y puede requerir modificación cuando la ec. (15) se aplique a perfiles hechos con tres placas soldadas.

En resumen, no se necesitan atisadores frente a los patines comprimidos de -

las vigas si se satisfacen simultáneamente las ecuaciones (13) y (14), ni frente a los que están en tensión si se cumple la condición (13) y el grueso del patín de la columna es igual o mayor que el dado por la ec. (15); en caso contrario deben colocarse refuerzos de las dimensiones necesarias para que su resistencia, sumada a la de la columna, iguale a la fuerza aplicada por la viga.

Cuando los momentos en las dos vigas de una conexión interior son de signos contrarios y de magnitudes considerablemente diferentes, o cuando son del mismo signo, como sucede en los niveles inferiores de edificios sometidos a efectos sísmicos, aparecen esfuerzos cortantes elevados en el tablero de alma de la columna comprendido entre los patines de las vigas, que pueden hacer que sea necesario reforzarlo.

En la Fig. 4.23 a se muestran los momentos y fuerzas cortantes y normales que actúan en una conexión interior típica, y en la Fig. 4.23 b se ha dibujado el diagrama de cuerpo libre del atiesador superior; las fuerzas horizontales que obran sobre él son la fuerza cortante en la columna superior, V_{col} , las que ejercen los patines de las vigas, T_b y T_c , que son aproximadamente iguales a los momentos respectivos divididos entre el peralte, y la fuerza cortante en el alma, $C_w d_c$, que debe resistir a las anteriores.

Por consiguiente,

$$C_w d_c = \frac{M_b}{d_b} + \frac{M_c}{d_b} - V_{col}$$

Haciendo $C = C_1 = \sigma_y / \sqrt{3}$ y despejando w se obtiene el grueso del alma necesario para resistir las fuerzas cortantes:

$$w = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y d_c} \left(\frac{M_b + M_c}{d_b} - V_{col} \right) \quad (14)$$

Cuando el grueso del alma de la columna es menor que el calculado con la ec. (14) debe reforzarse por medio de placas adosadas o paralelas a ella o con atiesadores en diagonal.

Si la columna es extrema, los momentos M_b y M_c se reducen a uno sólo.

En el Comentario de la ref. 415 se recomienda que el grueso mínimo del alma para el que todavía no se requiere refuerzo se calcule con la ecuación

$$w = \frac{\sqrt{3}}{0.95} \frac{\Delta M}{0.95 d_b \times 0.95 d_c} \quad (17)$$

Se obtienen espesores 20 a 30 por ciento mayores que con la ec. (16), debido a que en la ec. (17) se incluyen factores de 0.95 en los peraltos de viga y columna y no se tiene en cuenta el efecto benéfico de la fuerza cortante en la columna.

Estudios posteriores han confirmado que las reglas propuestas en las especificaciones AISI (ref. 415), que con las que se acaban de desarrollar (con excepción de la ec. 16, que proviene de la ref. 416), son adecuadas para diseñar conexiones completamente soldadas, o con soldadura en los patines y ménsula o placas verticales soldadas a la columna y ligadas al alma de la viga con pernos de alta resistencia, cargadas estáticamente; en la ref. 439, por ejemplo, se comprueba que las conexiones diseñadas así pueden utilizarse en diseño plástico, pues permiten que se alcance la carga plástica límite de las vigas y tienen rigidez elástica adecuada y capacidad de rotación suficiente.

CONEXIONES VIGA-COLUMNA CARGADAS CICLICAMENTE. Para determinar el comportamiento bajo solicitaciones sísmicas de los diversos medios de unión que se utilizan en conexiones viga-columna, se han efectuado experiencias de laboratorio con vigas en voladizo ligadas en un extremo a una columna y sometidas en el otro a cargas normales a su eje, de magnitud y sentido variables, aplicadas cíclicamente; las uniones se han hecho con soldadura, pernos de alta resistencia o una combinación de ambos, y en las columnas se han utilizado perfiles de resistencia suficiente para que no haya fallas en ellas; en la mayoría de los casos la viga se ha conectado a un patín de la columna, pero en algunos la conexión se ha hecho por el alma (refs. 43, 440, 441 y 442).

Se ha estudiado también el comportamiento del tablero de columna comprendido entre los patines de las vigas, en los subconjuntos sometidos a cargas cíclicas de las refs. 4.11, 4.12, 4.36 y 4.37.

En la ref. 4.9 se reportan los resultados obtenidos al ensayar 17 especímenes de los tipos mostrados en las Figs. 4.24 y 4.25 y 6 especímenes en los que la viga se conecta al alma de la columna.

Las conexiones en que los patines y el alma de la viga están soldados directamente a la columna, los primeros con soldaduras de penetración completa y la segunda con soldaduras de filote, fueron las más satisfactorias.

Se ensayaron además ocho especímenes adicionales, todos con los patines soldados directamente a la columna, dos de ellos con el alma también soldada, cinco con el alma unida por medio de pernos de alta resistencia y uno sin ninguna liga entre el alma de la viga y la columna (refs. 4.40, 4.41); los especímenes con pernos tuvieron por objeto determinar el comportamiento de este tipo de juntas, que se emplean con alguna frecuencia en estructuras reales, y el último, en el que no se conectó el alma de la viga, tuvo un carácter exploratorio.

Las conclusiones generales que se obtienen de las experiencias descritas son:

1. Todas las conexiones, incluyendo la que no se soldó en el alma*, desarrollaron resistencias superiores a las predichas por la teoría plástica simple, al mismo tiempo que transmitían fuerzas cortantes importantes; el endurecimiento por deformación contribuye significativamente a ese comportamiento muy satisfactorio.

2. Los diagramas histérisicos carga-deflexión producidos por cargas repetidas son muy estables en todas las juntas ensayadas, y se conservan sin cambio durante ciclos consecutivos de la misma intensidad, lo que indica que las conexiones son muy

* Esto difiere del comportamiento de una conexión comojante reportada en la ref. 4.39 en la que, bajo carga estática exclusivamente, resistió solamente al 51% de la carga máxima predicha por la teoría plástica simple; aunque un solo espécimen no es concluyente, este resultado parece señalar que las juntas cargadas cíclicamente tienen un comportamiento superior al de otras iguales con carga estática.

confiables y absorben una cantidad definida de energía en cada ciclo, para un desplazamiento prescrito (Figs 4.26 y 4.27).

3. Las curvas histéricas de los especímenes conectados con pernos de alta resistencia en patines y alma tienen una forma característica (Fig. 4.28), ocasionada por el deslizamiento de las superficies de falla. También deslizaron los pernos colocados en el alma de juntas con patines soldados.

4. La capacidad de soportar cargas cíclicas severas parece asegurada en conexiones debidamente diseñadas y fabricadas; su capacidad intrínseca de absorción de energía es grande, y pueden resistir con seguridad adecuada un número de ciclos de carga aparentemente mayor que el que puede esperarse durante la vida útil de estructuras de rotores.

5. La calidad de la mano de obra y la inspección durante y después de la fabricación son de importancia fundamental para obtener buenos resultados; esto fue puesto en evidencia por la falla prematura de dos especímenes con soldaduras defectuosas.

COMPORTAMIENTO DE LA ZONA DE LA COLUMNA COMPRENDIDA ENTRE LAS VIGAS (" PANEL ZONE") (refs. 4.41, 4.42 y 4.43). La falla de una junta viga-columna puede deberse a aplastamiento o pandeo del alma de la columna, a distorsión de sus patines ^o flujo o pandeo por cortante del tablero de alma. Ya se han dado recomendaciones para diseño que evitan las tres primeras formas de falla; aunque deducidas para carga estática, se ha comprobado experimentalmente que las conexiones diseñadas de acuerdo con ellas tienen un comportamiento satisfactorio bajo carga cíclica. En lo que sigue se estudia la última forma de falla, y se dan recomendaciones de diseño para lograr un comportamiento correcto, desde ese punto de vista, en estructuras cargadas cíclicamente.

La respuesta de una junta viga-columna de un marco rígido sometido a la acción combinada de fuerzas verticales y horizontales queda representada adecuadamente por

un diagrama $\Delta M - \gamma_p^{av.}$, donde $\gamma_p^{av.}$ es la distorsión angular media de la conexión y ΔM es la suma de los momentos que le transmiten las dos vigas, o la única que llega a la junta en columnas extremas.

La complejidad del problema hace que sea necesario recurrir, a simplificaciones para trazar la curva mencionada, conservando únicamente los parámetros más importantes; resistencia al cortante del tablero, incluyendo placas de refuerzo paralelas al alma de la columna cuando las haya, resistencia de los elementos que rodean al tablero (la resistencia a la flexión de los patines de la columna y la rigidez en el plano de las almas de las vigas juegan un papel muy importante en el comportamiento post-elástico de las juntas), efectos benéficos de las fuerzas cortantes en las columnas, que tienen sentido contrario a las producidas por los momentos de las vigas, y efecto de la carga axial en la columna.

No se ha estudiado la influencia de los elementos de unión en el comportamiento del tablero de alma, pues todos los especímenes ensayados se han fabricado con las vigas soldadas a las columnas, en alma y patines.

En las refs. 4.11 y 4.12, en las que se reportan los resultados obtenidos al ensayar ocho subconjuntos formados por una columna y dos vigas, sujetos a cargas cíclicas representativas de temblores severos, se estudia en detalle el comportamiento de los tableros de alma; en todas las conexiones se evitó el aplastamiento del alma de la columna y la distorsión de sus patines diseñándolas según las recomendaciones de las refs. 4.15 y 4.16, y colocando atisadores horizontales cuando no necesitaron de acuerdo con ellas; el comportamiento de todas las juntas demostró, como se mencionó arriba, que las recomendaciones indicadas son válidas para estructuras cargadas eficientemente, aunque se dedujeron originalmente para carga estática.

En dos especímenes de características representativas de los pisos superiores se revisó el tablero de alma utilizando el criterio basado en esfuerzos permisibles; de acuerdo con él no se necesitarán refuerzos en el alma, pero sí atisadores entre los patines superiores e inferiores de las vigas. Debido a distorsiones importantes del alma de la columna por cortante inelástico no se pudieron formar las articulaciones

plásticas de las vigas, lo que hizo que la resistencia lateral de los especímenes fuese baja, pues la junta constituyó un eslabón débil. Otros dos especímenes semejantes, reforzados con placas adosadas al alma de la columna o paralelas a ella, — tuvieron un comportamiento satisfactorio.

Los otros cuatro subconjuntos, característicos de niveles bajos, en los que la rigidez y resistencia de las columnas son grandes respecto a las de las vigas, no requieren refuerzos de ningún tipo, y las vigas pudieron desarrollar su momento plástico completo.

Las deformaciones excesivas del tablero de alma de las dos primeras conexiones ocasionaron un cambio brusco en la curvatura de la columna al nivel de los atiesadores horizontales, que produjo a su vez dobleces locales en los patines acompañados por concentraciones de esfuerzos elevadas, que llevaron a una fractura del material (Fig. 4.29).

En la Fig. 4.30 se reproducen diagramas histeréticos típicos de dos de las juntas; la A1 pertenece a un subconjunto representativo de un nivel superior, y la B1 a uno inferior; se ve en ellos que las conexiones son elementos muy dúctiles y con una gran reserva de resistencia por encima de la iniciación del flujo plástico, que la disminución de rigidez en el intervalo inelástico es pequeña y gradual, y que los ciclos histeréticos son muy estables, aún para distorsiones grandes. Todo ésto indica que las juntas detalladas cuidadosamente, en las que se evita el aplastamiento del alma y la distorsión de los patines de la columna por medio de atiesadores adecuados, y en las que todas las soldaduras se hacen correctamente, son elementos con gran capacidad de disipación de energía.

Los experimentos muestran claramente que para desarrollar la capacidad total de carga del subconjunto es indispensable que la resistencia de la junta sea igual o mayor que la requerida para desarrollar la capacidad total de las vigas; sin embargo, conviene hacer el diseño de manera que haya cierta deformación plástica en las juntas mientras los miembros que llegan a ellas alcanzan su capacidad última, ya que es preferible que se presenten deformaciones plásticas reducidas en varios elementos estruc

turales a que se concentren en uno sólo; si las conexiones se hacen demasiado rígidas se obliga a que toda la deformación plástica se presente en las vigas, y su capacidad de rotación puede agotarse antes de tiempo, a menos que las relaciones ancho/grueso de patines y alma sean muy reducidas y las secciones soportadas lateralmente estén muy cerca unas de otras.

En las refs. 4.11, 42 se propone la ec. 18 para determinar el esfuerzo cortante medio en el tablero de alma:

$$\tau_{av} = \frac{(\Delta M/d_b)(1-P)}{(d_c - t_w)w + 62.4 I_{cc}/d_b^2} \quad (18)$$

$P = V_{ed} d_b / \Delta M$ corresponde a la acción benéfica de la fuerza cortante en las columnas, arriba y abajo de la junta, y los dos términos del denominador representan las resistencias al cortante del tablero y a la flexión de los patines de la columna; el segundo término es generalmente pequeño comparado con el primero, pero tiene cierta importancia cuando los patines de la columna son gruesos. Se recomienda hacer ΔM igual a la suma de los momentos plásticos resistentes de las dos vigas, para garantizar que se alcanzará la resistencia máxima de los miembros individuales antes de que haya una falla de la junta.

El efecto de la fuerza axial se tiene en cuenta, con buena precisión, calculando un esfuerzo de fluencia por cortante reducido, dado por

$$\bar{\tau}_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y}\right)^2} \quad (19)$$

De acuerdo con los estudios efectuados hasta ahora, esta ecuación es aplicable para $P/P_y \leq 0.5$.

Si τ_{av} es menor o igual que $\bar{\tau}_y$ no hay flujo plástico general del tablero y no hace falta reforzarlo; en caso contrario, deben colocarse placas soldadas al alma o paralelas a ella, que resistan el exceso de fuerza cortante.

4.5 DISEÑO DE MARCOS RIGIDOS. No se puede determinar la cantidad de energía que deberá absorber y disipar una estructura durante el temblor más intenso o que quedará solicitada durante su vida útil, ni se sabe el número de ciclos de carga y descarga que tendrá que resistir; tampoco puede conocerse ^{con exactitud} la capacidad de rotación requerida en sus articulaciones plásticas ni, en general, el factor de ductilidad que deberá desarrollar cada uno de sus miembros.

En esas condiciones, la información con que se cuenta sobre la ductilidad y capacidad de absorción de energía de elementos aislados, vigas, columnas y conexiones, o de subconjuntos o marcos completos, no puede utilizarse en forma directa en el diseño. Sin embargo, sí se pueden diseñar las estructuras de manera que su respuesta ante sollicitaciones sísmicas intensas sea la más adecuada, a la que correspondan la resistencia y capacidad de absorción de energía máximas posibles.

Para ello, cualquiera que sea el método de análisis y diseño, elástico o plástico, los perfiles de vigas y columnas deben escogerse de manera que tengan capacidades de rotación elevadas, y las juntas diseñarse para que no constituyan eslabones débiles; además, se buscará en general que las articulaciones plásticas ligadas con el mecanismo de colapso se formen en las vigas (con excepción de las que aparecen en las bases de las columnas), aunque se tomarán las medidas necesarias para que los extremos de las columnas puedan admitir rotaciones plásticas importantes sin que disminuya su resistencia.

Así, en estructuras en zonas sísmicas no se utilizarán, por ejemplo, trabes armadas aperaltadas formadas por placas delgadas, aunque desde un punto de vista elástico sean muy eficientes.

En todos los casos deben calcularse los desplazamientos relativos de entrepiso producidos por las sollicitaciones de trabajo y la resistencia máxima de la estructura, para saber si los primeros no ocasionan daños excesivos en elementos no estructurales y conocer el coeficiente de seguridad respecto al colapso.

Una mejora ~~esta~~ conveniente de estudiar el comportamiento de una estructura bajo cargas de trabajo y cerca del colapso es utilizando un método elasto-plástico para determinar las curvas completas fuerza horizontal-desplazamiento correspondientes a los perfiles obtenidos en un diseño preliminar. Se cuenta con varios programas de computadora, algunos muy completos, para resolver el problema; sin embargo, hasta la fecha se han utilizado principalmente procedimientos simplificados, en los que la estructura se descompone en varios subconjuntos sencillos y relativamente fáciles de analizar, y se obtiene su respuesta como la suma de las de esos subconjuntos (refs. 4.43 a 4.45).

El método aproximado que más se ha utilizado, y que tiene probablemente más ventajas, es el de las refs. 4.44 y 4.45, con el que se determinan las curvas fuerza horizontal-desplazamiento lateral de entrepisos aislados de marcos rígidos; para ello se separa del resto de la estructura el entrepiso que se desea estudiar, sustituyendo las columnas superiores por sus acciones sobre los nudos, se descompone en una serie de subconjuntos, formados por una columna y la viga o vigas que llegan a ella, se obtiene la curva fuerza horizontal-desplazamiento de cada subconjunto y, finalmente, se superponen para determinar la del entrepiso completo.

En la forma en que se ^{suele} emplea, el método descrito subestima el efecto $P\Delta$, pues en el cálculo de los desplazamientos laterales no se tienen en cuenta las deformaciones de las juntas; no es difícil incluirlas, sin embargo, ya sea efectuando un estudio preciso (ref. 4.46) o incrementando los desplazamientos Δ calculados en forma usual en un cierto porcentaje, que depende de la rigidez al cortante de las juntas.

Si en el diseño de vigas, columnas y conexiones, se tienen en cuenta los aspectos discutidos en las secciones anteriores, en lo que se refieren a relaciones ancho/grueso, contraeventos lateral, refuerzo de las conexiones, etc, el comportamiento bajo sollicitaciones sísmicas de los marcos diseñados siguiendo este camino es satisfactorio, como lo demuestran los resultados experimentales reportados.

En las refs. 4.40 a 4.42, 4.46 y 4.47, se comprueba que los subconjuntos y marcos completos diseñados de acuerdo con las normas AISI para diseño plástico, y hechos con juntas

viga-columna totalmente soldadas, son sumamente dúctiles y pueden admitir deformaciones inelásticas muy importantes cuando están sometidos a desplazamientos laterales repetidos y de sentido variable; además, su resistencia máxima bajo cargas verticales constantes y horizontales cíclicas excede considerablemente la que tienen cuando las fuerzas horizontales crecen monótonicamente, lo que se debe principalmente al endurecimiento por deformación y al efecto $P\Delta$ (ref. 447). Por ejemplo, tres de los marcos de la ref. 448 experimentaron deformaciones inelásticas 14 veces mayores que las producidas por las cargas de trabajo, que corresponden a un índice nominal de desplazamiento ("nominal drift index") de 0.043. En la ref. 449 se recomienda que el diseño se haga de manera que aún bajo temblores extremos los índices de desplazamiento ("story drifts") permanezcan por debajo de 0.03, para evitar problemas de inestabilidad producidos por el efecto $P\Delta$; para ello se sugiere que tanto las vigas como las columnas que concurren en cada nudo sean capaces de resistir el momento total que hay en él aumentado en $0.03 Ph$, donde P es la fuerza de compresión en la columna y h su altura, y se recomienda que se eviten relaciones P/R_y demasiado altas.

Los ciclos histeréticos carga lateral-desplazamiento son sumamente reproducibles, aún para desplazamientos mucho mayores que los que corresponden a la carga máxima.

Es una práctica común limitar los desplazamientos de entrepiso, bajo condiciones de servicio, a valores comprendidos entre $0.0025h$ y $0.003h$, que se pueden incrementar en 50 por ciento, aproximadamente, cuando en los desplazamientos calculados se incluyen las deformaciones de las juntas; los desplazamientos reales suelen ser menores, pues en los cálculos no se incluye generalmente el efecto rigidizador de elementos no estructurales como cubos de escaleras, muros divisorios, etc., ni la influencia de las losas u otros sistemas de piso.

Cuando el piso es una losa de concreto u otro sistema rígido y resistente, conviene diseñarlo y construirlo para que trabaje en conjunto con las vigas; se logra así que aumente la rigidez del sistema y disminuyen los desplazamientos laterales, al mismo tiempo que crece la resistencia de las vigas, cuando ocurre en algu-

nas secciones.

Al reconocer el trabajo de conjunto de los trabos y el sistema de piso se obtienen estructuras más económicas y se llega a una descripción más realista de su comportamiento; por ejemplo, cambia la posición de algunas articulaciones plásticas, que pueden incluso formarse en las columnas en vez de en las vigas, como parecería si se tomase en cuenta únicamente la resistencia y rigidez de los elementos de acero (ref. 4.48).

4.6 CONTROL DE DESPLAZAMIENTOS. ("DRIFT CONTROL"). Cualquier control razonable de los desplazamientos de entrepiso evita la falla por inestabilidad de conjunto, aún en el intervalo inelástico, al limitar la intensidad de los momentos $P\Delta$; sin embargo, suele necesitarse un control más estricto para asegurar la integridad de las conexiones y minimizar los daños no estructurales. La conservación de los desplazamientos laterales máximos por debajo de ciertos límites es, pues, esencial para lograr un comportamiento adecuado de cualquier edificio, y al efectuar el diseño debe tenerse en cuenta que la manera en que se controlan los desplazamientos es fundamental para obtener soluciones económicas y eficientes estructuralmente.

Los desplazamientos laterales de entrepiso son producidos por ^{cinco} factores principales:

1. Deformación, por flexión y cortante, de las columnas (Fig. 4.31a).
2. Rotación de los nudos, producida por las deformaciones elásticas e inelásticas de las vigas y de los medios de unión entre ellas y las columnas (Fig. 4.31b).
3. Distorsiones del tablero de las juntas (Fig. 4.31c).
4. Flexión de conjunto de la estructura, como un resultado de los cambios de longitud de las columnas.
5. Rotación del edificio como un conjunto.

En el cálculo de los desplazamientos debe incluirse el efecto $P\Delta$, tanto bajo condiciones de trabajo como cerca del colapso.

En la Fig. 4.32, tomada de la ref. 4.47, se muestran los desplazamientos totales

de las columnas de dos subconjuntos, y se indican las contribuciones de los tres primeros factores al desplazamiento (el cambio de longitud de la columna no influye en las deformaciones de los subconjuntos ensayados en la referencia mencionada). Las contribuciones Δ_c , producidas por la deformación de las columnas, son muy pequeñas porque los especímenes ensayados se diseñaron de manera que las columnas se conservasen en el intervalo elástico durante todo el proceso de carga; en A2, que corresponde a un nivel superior y cuya conexión se diseñó elásticamente, predominan los desplazamientos ocasionados por la deformación de la junta, mientras que en B2, tomado de un nivel inferior, en el que el grueso del alma de la columna es mucho mayor, los desplazamientos más importantes son los producidos por las deformaciones de las vigas.

En los especímenes ensayados en la ref. 4.62 se manifiesta la misma tendencia que en B2, lo que indica que la importancia de los desplazamientos ocasionados por las deformaciones de las juntas disminuye drásticamente cuando se diseñan de manera que se satisfagan las condiciones expresadas por las ecs. 18 y 19.

Si las juntas no están atisadas correctamente se producirán deformaciones del alma y los patines de las columnas, frente a los patines de las vigas, que sumadas a las deformaciones por cortante harán que aumenten todavía más los desplazamientos de los entrepisos.

Para controlar económicamente los desplazamientos laterales debe estudiarse cual de las componentes puede disminuirse más con la menor cantidad de material adicional. ^{y mano de obra} Los desplazamientos laterales son generalmente anti proporcionales a los coeficientes más eficiente reducir los desplazamientos debidos a las deformaciones de las vigas que los ocasionados por las columnas, pero al hacerlo debe tenerse en cuenta que el aumento de resistencia de las vigas puede ser causa de que cuando no exceda la resistencia elástica de la estructura las articulaciones plásticas se formen en las columnas, lo que no suele ser conveniente.

Si se necesita reforzar los tableros de alma de las juntas para reducir su deformación, puede ser económico utilizar columnas más pesadas, con almas más

El de las vigas, debe ser

gruesas, colocar placas de refuerzo.

Una de las variables más importantes en el control de los desplazamientos laterales es el número de columnas que resisten la fuerza cortante total en cada entrepiso; si se aumentan las columnas aumentan también las juntas, pero cada una de ellas requiere menos soldadura, pues los patines de las vigas resultan más delgados; además, al aumentar la cantidad de columnas se reduce la longitud de los tramos y disminuye la componente del desplazamiento debida a sus deformaciones. Estas consideraciones llevan a las estructuras tubulares, con muchas columnas, muy juntas, en el perímetro, ligadas entre sí por vigas cortas y apertadas, como una solución adecuada para edificios altos en zonas sísmicas.

En edificios de altura intermedia puede lograrse un control adecuado de los desplazamientos utilizando marcos contraventados o muros de rigidez.

4.7. CONTRAVENTEO. Las estructuras construidas en zonas sísmicas tienen que satisfacer, entre otros, dos requisitos fundamentales; los desplazamientos relativos de entrepiso producidos por sismos de intensidad moderada no deben sobrepasar ciertos límites, y su resistencia máxima tiene que ser la necesaria para que soporten sismos de intensidad elevada sin fallar ni sufrir daños estructurales excesivos; para ello se requiere que se satisfagan dos condiciones, una de rigidez bajo cargas de trabajo y otra de resistencia y capacidad de absorción de energía.

En estructuras formadas por marcos rígidos ordinarios es difícil satisfacer los dos requisitos simultáneamente, pues si se refuerzan hasta que los desplazamientos de entrepiso bajo cargas de trabajo queden dentro de límites admisibles se obtienen resistencias mucho mayores que las necesarias.

La rigidez lateral aumenta de una manera económica, sobre todo en edificios de altura media, colocando contraventos en un cierto número de marcos, compatibles con los requisitos arquitectónicos y funcionales (por ejemplo, en los marcos extremos en que haya muros y en el perímetro del área de elevadores, escaleras y baños); los marcos restantes se apoyan en los contraventados a través de los diafragmas horizontales

tales constituidos por los sistemas de piso. Conviene que los contraventeos se coloquen en toda la altura, ininterrumpidamente, y pueden estar formados por elementos en X, en K o con alguna otra configuración.

Para fines de diseño, los marcos contraventeados se suelen tratar como si estuviesen formados por dos sistemas separados; un marco rígido ordinario, que soporte las cargas permanentes, y un sistema vertical de contraventeeo que trabaja como una armadura y resiste las cargas horizontales, al mismo tiempo que proporciona la rigidez necesaria para evitar la inestabilidad de conjunto; las vigas y columnas de las cruñas contraventeadas son comunes a los dos sistemas. El contraventeeo ^{suele} diseñarse como una armadura vertical con articulaciones en los nudos,

que debe resistir las fuerzas horizontales más el efecto $P\Delta$, así como proporcionar rigidez adecuada bajo cargas de trabajo y evitar el pandeo de conjunto cuando actúan sobre la estructura las cargas verticales factorizadas.

En la ref. 4.16 se estudia el contraventeeo en X y se proporcionan fórmulas para determinar el área de las diagonales, de manera que satisfagan las condiciones mencionadas, y en la ref. 4.17 se resuelve el mismo problema para contraventeeo en K; en las dos referencias se utilizan fuerzas estáticas horizontales equivalentes a las solicitaciones producidas por viento o sismo, y en ninguna de ellas se estudian efectos dinámicos.

Para determinar la respuesta sísmica de un marco contraventeadado por superposición de la del marco propiamente dicho y la de los elementos de contraventeeo se necesita conocer el comportamiento de éstos, por lo que se han realizado experiencias de laboratorio con barras rectas sometidas a tensiones y compresiones alternadas.

En la Fig. 4.33 se describe el comportamiento de una barra de esbeltez moderada articulada en los dos extremos, con una fuerza axial que es inicialmente de tensión, cambia a compresión, y vuelve a ser finalmente de tensión; para trazar la curva se supone que la barra se pandea cuando la compresión alcanza el valor predicho por la teoría de Euler, P_{cr} , o el límite plástico, P_y .

Al aplicar una tensión creciente la barra se alarga elásticamente desde el origen hasta 1, y bajo carga P_2 constante hasta 2; después de este punto empieza a disminuir la tensión axial, que llega a cero y se convierte en compresión. El miembro se conserva recto hasta que se pandea elásticamente en 3, y se deforma lateralmente hasta que aparece una articulación plástica en el centro, producida por la acción combinada de la fuerza normal P y el momento PS . Los acortamientos posteriores ocasionan aumentos de los desplazamientos laterales y disminución de la fuerza axial necesaria para que la articulación siga girando, curva 4-5; en 5 cambia la dirección de la deformación axial, y el miembro actúa elásticamente hasta llegar a 6, donde la fuerza axial y el momento se anulan, pero subsiste una deformación axial residual debida a que el eje no recupera la forma recta inicial. Al volver a aplicar fuerzas de tensión aumentan los momentos en la barra hasta que se forma de nuevo la articulación plástica, punto 7, ahora en flexo-tensión, que gira mientras la pieza continúa enderezándose, y crece la tensión hasta regresar eventualmente al punto 2.

El comportamiento determinado experimentalmente concuerda bastante bien con el que se acaba de describir, como lo demuestran las curvas de la Fig. 4.34, que se han obtenido con una barra sometida a ciclos consecutivos de fuerzas alternadas de tensión y compresión, en los que se mantienen constantes las deformaciones. ^{4.31}

Las experiencias realizadas con miembros aislados indican que la fuerza de compresión máxima (carga de pandeo) disminuye al aumentar el número de ciclos, que los miembros cortos tienen mayor capacidad de absorción de energía que los largos, y que la respuesta histérica es casi igual a la estática. ^{4.31 & 4.33}

En la ref. 4.34 se demuestra que los resultados predichos analíticamente y los obtenidos experimentalmente concuerdan bastante bien en los primeros ciclos de carga, excepto en las regiones en que las fuerzas de tensión y compresión son máximas; además, la precisión de los métodos analíticos disminuye en ciclos subsiguientes, a causa, aparentemente, de las dificultades para tomar en cuenta los cambios de longitud.

del empalme; esto hace pensar que tal vez sea conveniente desarrollar relaciones fuerza-deformación empíricas.

En este campo se necesita considerable trabajo experimental y analítico adicional.

Se han efectuado también estudios sobre contraventeos compuestos por dos diagonales cruzadas y sobre marcos de un piso y una crujía provistos de contravientos de distintos tipos, con carga vertical constante y horizontal cíclica, para comparar su respuesta con la de marcos similares no contraventados y determinar las soluciones más eficientes; las relaciones carga-deformación propuestas para contravientos sencillos pueden aplicarse a los dobles, o a marcos contraventados, aplicando el método de superposición.

Finalmente, se cuenta con algunas investigaciones analíticas en las que se ha determinado la respuesta elasto-plástica de marcos contraventados de varios pisos, sometidos a registros de temblores reales; se ha encontrado que en general experimentan desplazamientos menores y menor actividad plástica en vigas y columnas que los no contraventados, y que las diagonales diseñadas con los métodos recomendados en los códigos resultan demasiado esbeltas y fluyen antes que las vigas, de manera que los marcos contraventados diseñados en forma usual son muy eficientes para resistir las fuerzas estáticas especificadas en los códigos, pero tienen una capacidad de absorción de energía reducida. Para contrarrestar parcialmente esas desventajas es frecuente que se especifique que las diagonales se diseñen con fuerzas mayores que las calculadas.

Para que los marcos contraventados tengan capacidad de absorción de energía adecuada debe hacerse un diseño balanceado, que produzca estructuras en las que contravientos y vigas entran simultáneamente en el intervalo inelástico, con lo que se obtienen las ventajas del contravento, mayor rigidez y resistencia con costo reducido, mientras se conserva una capacidad de absorción de energía elevada. Al efectuar el diseño de esta manera los elementos de contravento resultan mucho más robustos que los que se obtienen al aplicar las reglas de las refs. 4.5, 4.16 y 4.49.

Para incrementar la capacidad de absorción de energía del sistema se ha propuesto introducir excentricidades calculadas en las uniones de las diagonales, de manera que entre ellas y las columnas queden tramos de viga libres, sometidos predominantemente a flexión, en los que se formen articulaciones plásticas. Todavía no se ha utilizado este método en estructuras reales, ^{aparentemente} pero se han efectuado estudios analíticos bastante completos y algunos experimentales, que indican que el concepto es prometedor. ^{44,46%}

4.5 DIAPHRAGMAS. En algunos edificios construidos en los últimos tiempos en el Reino Unido y en los U.S.A. se ha utilizado la lámina de acero canalada en fachadas y muros divisorios interiores. Este tipo de construcción presenta ventajas estéticas, de ligereza, economía y facilidad de construcción.

Aunque se tomen precauciones especiales para desligarlos; la deformación de los canales de lámina durante un temblor debe ser compatible con la de la estructura, de manera que reciban una parte de las sollicitaciones sísmicas proporcional a su rigidez.

Como la distancia entre columnas suele ser mayor que la altura de entrepiso, las láminas se colocan con las canales en posición vertical, para que resistan las fuerzas normales a su superficie, producidas por el viento, por ejemplo, trabajando en el sentido corto. La conexión con las vigas y columnas de la estructura se hace por medio de elementos perimetrales diseñados para transmitir fuerzas cortantes en el plano del tablero, mientras se reduce a un mínimo la transmisión de fuerzas verticales, para evitar el pandeo por compresión de la lámina de acero. En la Fig. 4.25 se muestra un canal de lámina, en elevación, y un posible detalle de liga con la viga superior, que trabaja de la manera deseada.

El tablero de lámina se liga a los miembros perimetrales por medio de soldaduras de filote colocadas entre la canal y los elementos planos de la lámina, a uno y otro lado de ésta (o de un solo lado si se emplean ángulos como elementos perimetrales), y las láminas se unen entre sí con soldaduras verticales.

Para valorar la contribución de los canales de lámina a la respuesta sísmica del edificio se necesita contar con métodos para obtener su rigidez y resistencia, de manera que se puedan calcular las fuerzas sísmicas que actuarán en ellos y determinar si pueden soportarlas con un coeficiente de seguridad adecuado contra la falla; como sucede siempre en diseño sísmico, las dos propiedades deben estar adecuadamente balanceadas, para obtener los beneficios máximos sin poner en peligro la estabilidad del elemento.

Se han efectuado estudios teóricos y experimentales para determinar la rigidez y resistencia de los tableros de lámina acanalada. ^{4.64 a 4.67}

La flexibilidad de un diafragma completo es la suma de las flexibilidades debidas a la distorsión de las canales de la lámina, a la deformación por cortante del diafragma y a los movimientos y deformaciones de los elementos de liga con las vigas y columnas del marco, y de las soldaduras que ligan las diferentes láminas entre sí; la falla puede presentarse por desgarramiento de la lámina en las uniones de los bordes, ruptura de las soldaduras en las juntas verticales, flujo plástico, inestabilidad de los elementos perimetrales o falla del tablero por pandeo producido por cortante.

En las refs. 4.64, 4.66 y 4.67 se estudian los distintos factores que intervienen en la flexibilidad y resistencia del conjunto y se dan fórmulas para evaluarlos, y en la ref. 4.65 se investiga el pandeo elástico por cortante y se proporcionan expresiones simplificadas para determinar la resistencia correspondiente. Este tipo de falla es importante porque representa la resistencia máxima que puede proporcionar un diafragma dado, por lo que en muchos casos puede ser conveniente diseñar los elementos de unión de las láminas entre sí y del conjunto con la estructura de manera que no fallen prematuramente, para que la resistencia del diafragma sea la correspondiente al pandeo por cortante.

En la referencia 4.68 se propone que las fuerzas sísmicas sean resistidas por los marcos, haciendo su análisis y diseño en forma ordinaria, y los canales divisorios se empleen únicamente para reducir los desplazamientos laterales a valores

aceptables; así, la seguridad de la estructura no depende de los cancelos, pero éstos son fundamentales para que su comportamiento en condiciones de servicio sea adecuado; mas adelante, cuando el conjunto diafragma-marco se haya estudiado más a fondo, convendrá seguramente utilizar también la resistencia de los cancelos, para obtener diseños más económicos.

Calculada la rigidez de los cancelos con el método del elemento finito, en la Tab. 4.68 se determinan los desplazamientos producidos por un sistema de fuerzas horizontales en un marco de tres arujías y veintiseis niveles, suponiendo primero que el marco las resiste en su totalidad y colocando después diafragmas hechos con lámina de tres calibres diferentes, 12, 16 y 20, en el entreje central, en toda la altura. Los diafragmas reducen los desplazamientos laterales a una fracción comprendida entre el 45 y el 65%, aproximadamente, ^{de} los del marco no rigidizado, que se mantiene prácticamente constante en toda la altura (los desplazamientos horizontales totales del nivel superior son de 10.09" en el marco, 5.89" (58%) cuando se emplea lámina del nº 20, y 5.23" (52%) y 4.74" (47%) cuando las láminas son del calibre 16 y 12, respectivamente).

4.9 OTRAS ESTRUCTURAS. El estudio de su comportamiento bajo temblores locales y las investigaciones teóricas y experimentales realizadas hasta la fecha, indican que los marcos rígidos de acero, contraventados o no, constituyen sistemas estructurales capaces de resistir las sollicitaciones producidas por sismos intensos y de disipar grandes cantidades de energía, gracias principalmente a que pueden admitir deformaciones inelásticas muy importantes sin pérdida de resistencia. Aunque algunos puntos requieren más estudio, todo parece indicar que se obtienen resistencia y ductilidad suficientes analizando los marcos con métodos elásticos o plásticos, diseñándolos de manera que la mayoría de las articulaciones plásticas asociadas con el mecanismo eventual de colapso se formen en las vigas, y cumpliendo los requisitos sobre relaciones ancho/grueso y contraventeo lateral que se especifican para diseño plástico de estructuras cargadas estáticamente.

Las condiciones mencionadas se pueden satisfacer sin dificultades especiales en edificios urbanos para oficinas o departamentos, pero no en otros tipos de estructuras de acero, tales como tanques elevados o chimeneas.

Los tanques elevados soportados por una estructura tridimensional formada por cuatro o más columnas ligadas entre sí con puntales horizontales y diagonales cruzadas en bobinas, que trabajan únicamente en tensión, constituyen un sistema estructural cuyo comportamiento en temblores pasados ha sido con frecuencia poco satisfactorio; la falla de una de las diagonales o de alguna de sus conexiones, generalmente en la parte superior de la torre, ocasiona una pérdida de simetría en la estructura resistente que origina momentos de torsión importantes y el colapso por flexión de las columnas que limitan el tablero; puesto que en estas estructuras es difícil obtener niveles apreciables de ductilidad, deben diseñarse para que resistan fuerzas sísmicas altas conservándose en el intervalo elástico, y las diagonales y sus uniones deben dimensionarse con coeficientes de seguridad elevados.

En chimeneas y otras torres altas autoportadas de acero es importante evitar el pandeo de las paredes, que son generalmente de espesor relativamente pequeño. Además, como es probable que las sollicitaciones producidas por temblores intensos excedan las utilizadas en el diseño, debe esperarse que partes de la estructura fluyan plásticamente, y conviene concentrar las deformaciones plásticas en elementos que no ocasionen la falla de la estructura y que, en caso necesario, sean fácilmente reemplazables. Los más convenientes son los pernos de anclaje, que deben hacerse de longitud suficiente para permitir deformaciones plásticas bajo las tensiones máximas producidas por el momento de volteo, y que se construyen de manera que puedan ser sustituidos en caso necesario, lo que se logra anclándolos en elementos especiales llegados en el cimiento de concreto, de los que se desprenden haciéndolos girar.

4.9 FALLA FRÁGIL Y DESGARRAMIENTO LAMINAR ("LAMINAR TEARING"). La fractura frágil es más frecuente en las estructuras soldadas que en las que se fabrican con conectores mecánicos, debido a una combinación de posibles defectos en las soldaduras, esfuerzos residuales elevados, y discontinuidad, que reduce la posibilidad de que se detenga la propagación de las grietas. Durante la fabricación y el montaje deben tomarse las medidas necesarias para reducir a un mínimo los fenómenos que pueden ocasionar comportamiento frágil, y si las condiciones son especialmente severas deben utilizarse aceros con propiedades adecuadas a bajas temperaturas.

La soldadura de perfiles laminados o de placas para transmitir fuerza en la dirección perpendicular a su grueso (Fig. 4.36) debe hacerse con especial cuidado, ya que puede producir desgarramiento laminar del material. La resistencia del acero determinada normalmente al grueso es similar a la longitudinal o transversal, pero su capacidad de deformación en esa dirección es frecuentemente tan solo ligeramente superior a la correspondiente al límite de elasticidad.

El desgarramiento laminar se presenta en placas muy restringidas, en la ^{entre} superficie de contacto ^{entre} las inclusiones no metálicas microscópicas y el acero que las rodea, debido a la incapacidad de éste para admitir las deformaciones en la dirección normal al grueso impuestas por la contracción de soldaduras. Puede presentarse en placas de cualquier espesor, pero es mucho más frecuente en las gruesas, porque en ellas se depositan soldaduras más grandes, que se contraen más al enfriarse.

La experiencia enseña que el desgarramiento laminar no aparece casi nunca en placas de gruesos menores de 20 a 25mm, aunque ha habido algunas excepciones (Fig. 4.69). La consideración de diseño más importante consiste en reducir a un mínimo las deformaciones normales al grueso de las placas que se presentan en áreas localizadas.

En la Fig. 4.37 se muestran detalles que pueden ocasionar el fenómeno en estudio, y se dan algunas ideas referentes a cómo mejorarlos.

- 1 Degenkolb, H.J., "Design of Earthquake-Resistant Structures - Steel Frame Structures", in Earthquake Engineering, R.L. Wiegel, editor, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1970)
- 2 Galambos, T.V., "Structural Members and Frames", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1968)
- 3 Lee, G.C., and Galambos, T.V., "Post-Buckling Strength of Wide-Flange Beams", Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceedings, American Society of Civil Engineers, Vol. 88, No. EM1 (1962)
- 4 Lee, G.C., Ferrara, N.T., and Galambos, T.V., "Experiments on Braced Wide-Flange Beams", Bulletin No. 73, Welding Research Council, New York (1964)
- 5 Luker, A.F., Smith, P.J., Hosain, M.U., and Adams, P.F., "Experiments on Wide-Flange Beams under Moment Gradient", Bulletin No. 142, Welding Research Council, New York (1969)
- 6 Lay, H.G., "Flange Local Buckling in Wide-Flange Shapes", Journal of the Structural Division, Proceedings, American Society of Civil Engineers, Vol. 91, No. ST6 (1965).
- 7 Lay, H.G., and Galambos, T.V., "Inelastic Beams under Moment Gradient", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 93, No. ST1 (1967).
- 8 Bertola, V.V., and Popov, E.P., "Effect of Large Alternating Strains of Steel Beams", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, No. ST1 (1965)
- 9 Popov, E.P., and Pinkney, D.B., "Cyclic Yield Reversal in Steel Building Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST3 (1969).
- 10 Krawinkler, H., Bertola, V.V., and Lu, L.W., "Reversed and Repeated Load Tests of Full-Scale Steel Frames", Bulletin No. 29, American Iron and Steel Institute, New York (1973).
- 11 Krawinkler, H., Bertola, V.V., and Popov, E.P., "Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblies", Report No. EERC-71-7, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California, Berkeley, Cal. (1971).
- 12 Bertola, V.V., Krawinkler, H., and Popov, E.P., "Further Studies on Seismic Behavior of Steel Beam-Column Subassemblies", Report No. EERC 73-27, Earth. Eng. Res. Center, College of Engng. Univ. of California, Berkeley, Cal. (1973).
- 13 Lay, H.G., and Galambos, T.V., "Inelastic Steel Beams under Uniform Moment", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, No. ST6 (1965).
- 14 Housner, H.S., and Dosewleuth, E., "Fundamentals of Earthquake Engineering", Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1971).
- 15 "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings" and Commentary to the Specification, American Institute of Steel Construction (1969), with Supplements No. 1, 2 and 3.

- 4.17 Ketter, D.L., "Stability of Beam-Columns above the Elastic Limit", Proceedings ASCE, Vol. 81, Separate No 692 (1955).
- 4.18 Galambos, T.V., and Ketter, D.L., "Columns under Combined Bending and Thrust", Transactions, American Society of Civil Engineers, Vol. 126, Part. 4 (1961).
- 4.19 Galambos, T.V., Lecture 10, "Plastic Design of Multi-Story Frames - Lecture Notes", Vitez Engineering Laboratory Report No 273.20, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1965)
- 4.20 Ojima, M., and Fukumoto, Y., "Monographs for the Solution of Beam-Columns Problems", Bulletin No 53, Welding Research Council, New York (1962)
- 4.21 Galambos, T.V., and Lag, A.G., "Studies on the Instability of Steel Structures", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 91, No 579 (1965)
- 4.22 Galambos, T.V., Adams, P.F., and Fukumoto, Y., "Further Studies on the Lateral-Torsional Buckling of Steel Beam-Columns", Bulletin No 115, Welding Research Council, New York (1966).
- 4.23 Baker, J.F., Horne, M.R., and Heyman, J., "The Steel Skeleton", Vol. 2, Cambridge University Press, Cambridge, England (1956)
- 4.24 "Joint Committee Report on Fully Rigid Multi-Storey Welded Steel Frames", The Institution of Structural Engineers, London, England (1964)
- 4.25 "Joint Committee's Second Report on Fully Rigid Multi-Storey Welded Steel Frames", The Institution of Structural Engineers, London, England (1971).
- 4.26 Santathadaporn, S., and Chen, W.F., "Interaction Curves for Sections under Combined Biaxial Bending and Axial Force", Bulletin No 148, Welding Research Council, New York (1970).
- 4.27 Chen, W.F., and Aisuta, T., "Interaction Equations for Biaxially Loaded Sections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No ST5 (1972)
- 4.28 Santathadaporn, S., and Chen, W.F., "Analysis of Biaxially Loaded Steel H-Columns", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 99, No ST3 (1973)
- 4.29 Tebedge, N., and Chen, W.F., "Design Criteria for H-Columns under Biaxial Loading", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol 100, No ST3 (1974)
- 4.30 Springfield, J., "Design of Columns Subject to Biaxial Bending", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 12, No 3 (1975)
- 4.31 Yamada, M., "Low Cycle Fatigue Fracture Limits of Various Kinds of Structural Members subjected to Alternately Repeated Plastic Bending under Axial Compression as an Evaluation Basis of Design Criteria for Seismic Capacity", Proceedings, Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile (1969).
- 4.32 Yamada, M., "Effect of Cyclic Loading on Buildings", State of Art Report No 1, Technical Committee 18, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1971)

Subjected to Repeated Loading", Reprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1974).

35 Mitani, I., Hagiwara, H., and Hatake, C., "Influence of Local Buckling on Cyclic Behavior of Steel Beam-Columns", Reprints, Sixth World Conf. on Earthquake Eng., New Delhi, India (1974)

36 Kato, B., and Akigawa, H., "Inelastic Bar Subjected to Thrust and Cyclic Bending", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST3 (1969).

37 Popov, E.P., Bertero, V.V., and Chandramouli, S., "Hysteretic Behavior of Steel Columns", Report No. EERC 75-11, Earth. Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. of California, Berkeley, Cal. (1975).

38 Bertero, V.V., Popov, E.P., and Krawinkler, H., "Beam-Column Subassemblies under Repeated Loading", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, No. ST5 (1972)

39 Graham, J.D., Sherbourne, A.N., Khabboz, R.N., and Jensen, C.D., "Welded Interior Beam-to-Column Connections", American Institute of Steel Construction (1952).

40 Portitt, J., Jr, and Chen, W.F., "Tests of Welded Steel Beam-to-Column Moment Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, No. ST3 (1976).

41 Popov, E.P., and Stephen, R.H., "Cyclic Loading on Full-Size Steel Connections", Report No. EERC 70-3, Earth. Eng. Res. Center, College of Eng., Univ. of California, Berkeley, Cal. (1970).

42 Popov, E.P., and Bertero, V.V., "Cyclic Loading of Steel Beams and Connections", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 99, No. ST6 (1973)

43 Krawinkler, H., Bertero, V.V., and Popov, E.P., "Shear Behavior of Steel Frame Joints", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, No. ST 11 (1975)

44 Daniels, J.H., and Lu, L.W., "The Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Storey Frames", Fritz Eng. Lab. Report 273.37, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1966)

45 de Quez, O., "A Modification to the Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Storey Frames", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 6, No. 4 (1963).

46 Powell, G.H., and H. B. El Stafi, "Subassembly Concept for Tall Frame Analysis", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, No. STB (1974)

47 Becker, R., "Panel-Zone Effect on the Strength and Stiffness of Steel RWPV Frames", Eng. J., AISC, Vol. 12, No. 1 (1975)

48 Kato, B., and Lu, L.W., "Instability Effects under Dynamic and Repeated Load" State of Art Report No. 3, Technical Committee 16, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1972).

- 4.48 Li Chen, O., "An-elastic Design of Multi-story Steel Frames by Plastic Methods", Proceedings, Fourth World Conf. on Earth. Eng., Santiago, Chile. (1968) (63)
- 4.49 "Plastic Design of Braced Multi-story Steel Frames", American Iron and Steel Institute, New York (1968)
- 4.50 Wakabayashi, H., "Frames under Strong Impulsive, Wind or Seismic Loading", Series of Art Report N° 6, Technical Committee N° 15, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Bethlehem, Pa (1972)
- 4.51 Shibata, M., Nakamura, T., Yoshida, N., Horino, S., Nonaka, T., and Wakabayashi, H., "Elasto-Plastic Behavior of Steel Braces under Repeated Axial Loading", Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.52 Kohn, L.F., and Hanson, R.D., "Inelastic Cycles of Axially Loaded Steel Members", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, N° ST5 (1976)
- 4.53 Wakabayashi, H., Hattori, C., and Mitani, J., "Cyclic Behavior of a Restrained Steel Brace under Axial Loading", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.54 Higginbotham, A.B., and Hanson, R.D., "Axial Hysteretic Behavior of Steel Members", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, N° ST7 (1976)
- 4.55 Wakabayashi, H., Nakamura, T., Shibata, M., Yoshida, N., and Masuda, H., "Hysteretic Behavior of Steel Braces Subjected to Horizontal Load due to Earthquake", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.56 Wakabayashi, H., Hattori, C., Minami, K., and Mitani, J., "Inelastic Behavior of Steel Frame Subjected to Constant Vertical and Alternating Horizontal Loads", Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.57 Takahashi, B., Kaneta, K., and Ishida, T., "On the Rigidity and Ductility of Steel Bracing Assemblies", Proceedings, Fifth World Conf. on Earth. Eng., Rome, Italy (1974)
- 4.58 Goel, S.C., and Hanson, R.D., "Seismic Behavior of Multistory Braced Steel Frames", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 100, N° ST1 (1974)
- 4.59 Anderson, J.C., "Seismic Behavior of K-Braced Framing Systems", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, N° ST10 (1975)
- 4.60 Yamada, M., Tsuji, B., and Nakanishi, S., "Elasto-Plastic Behavior of Braced Frames under Cyclic Horizontal Loading", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)
- 4.61 Wyllie, L.A., Jr., and Degenkolb, H.J., "Improving the Seismic Response of Braced Frames", Preprints, Sixth World Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977)

2. Kubijsan, M.J., "Inelastic Cyclic Response of Split K-Crossed Frames", Report, South Westl. Conf. on Earth. Eng., New Delhi, India (1977).
3. "Uniform Building Code", 1976 Edition, International Conference of Building Officials, Whittier, Cal. (1976)
4. Bryan, E.D., "The Stressed Skin Design of Steel Buildings", Colorado Monographs, Crosby Lockwood Staples, London, England (1972)
5. Easley, J.T., "Buckling Formulas for Corrugated Metal Shear Diaphragms", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 101, No ST7 (1975)
6. Davies, J.H., "Calculation of Steel Diaphragm Behavior", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, No ST7 (1976)
7. El-Daikh Khani, "Shear of Light-Gage Partitions in Tall Buildings", J. Str. Div., Proc. ASCE, Vol. 102, No ST7 (1976)
8. Milla, C.J., "Light Gage Steel Infill Panels in Multistory Steel Frames", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 11, No 2 (1974)
9. American Institute of Steel Construction, "Commentary on Slightly Restrained Welded Connections", Engineering Journal, American Institute of Steel Construction, Vol. 10, No 3 (1973) (See also discussion by U.B. Jones and W.L. Hilek, Eng. J., Vol. 12, No 4 (1975)).

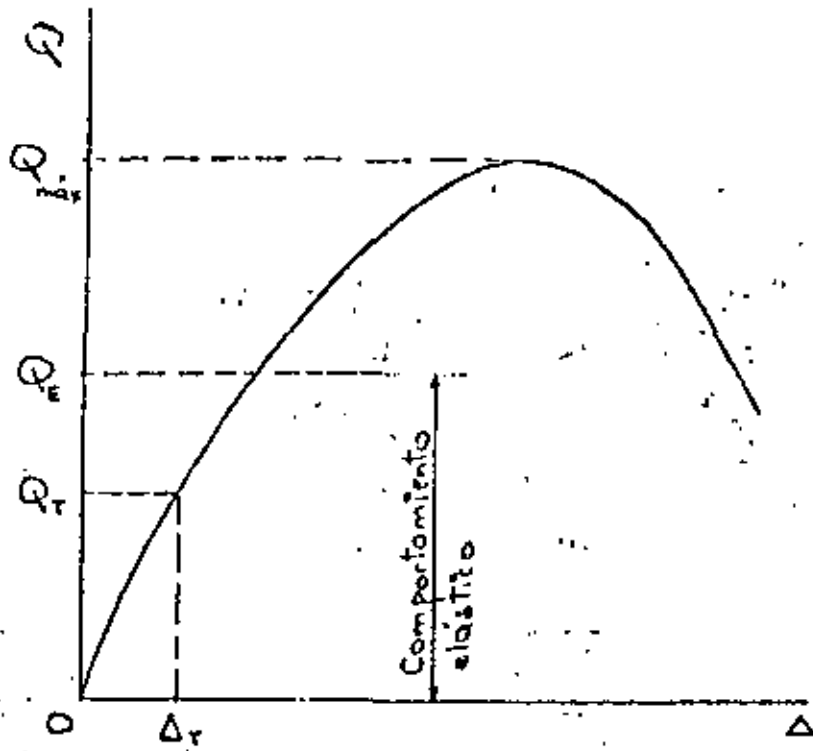


FIG. 4.1 GRÁFICA FUERZA HORIZONTAL-DESPLAZAMIENTO LATERAL (Q-Δ) DE UN ENTREPISO

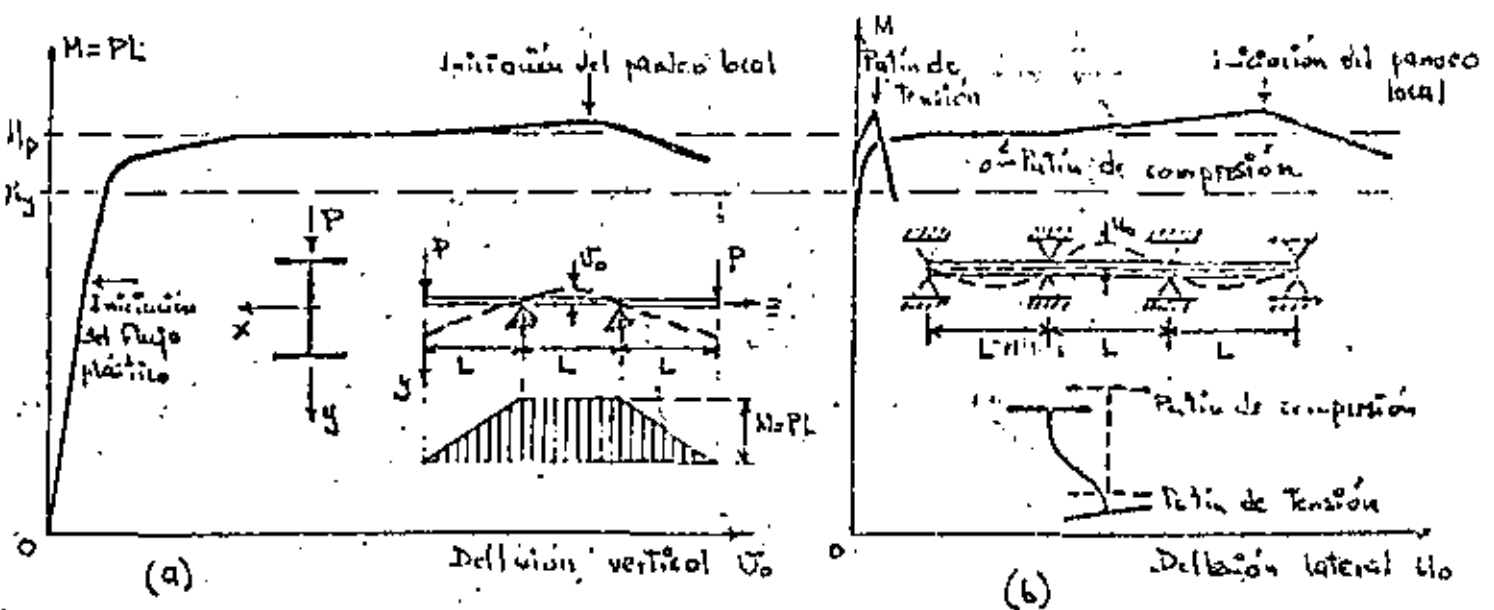
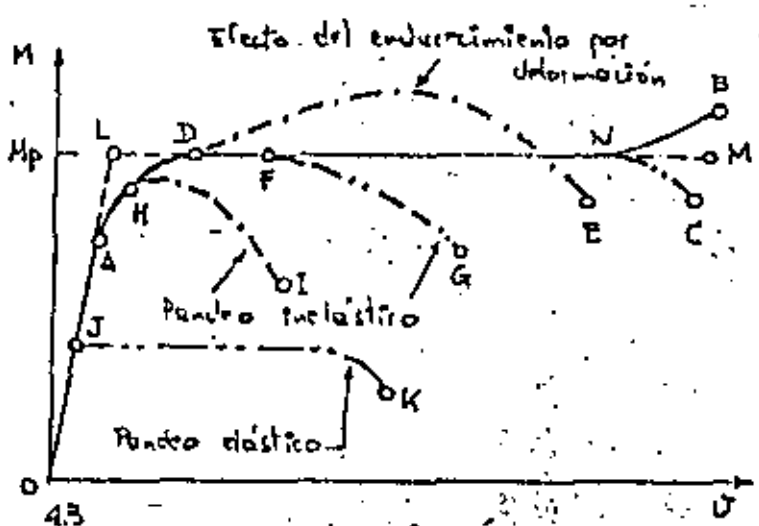
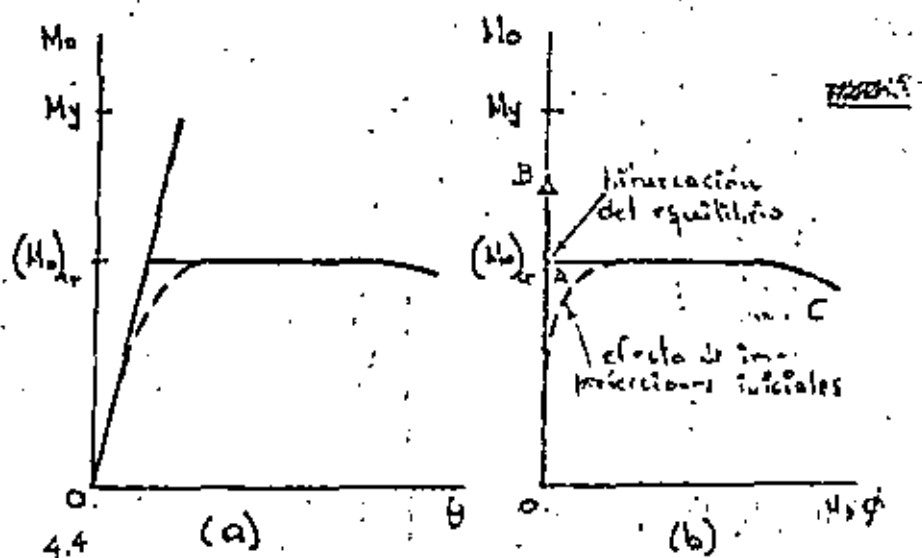


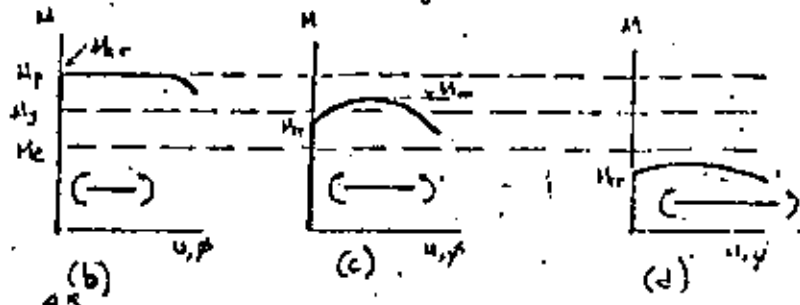
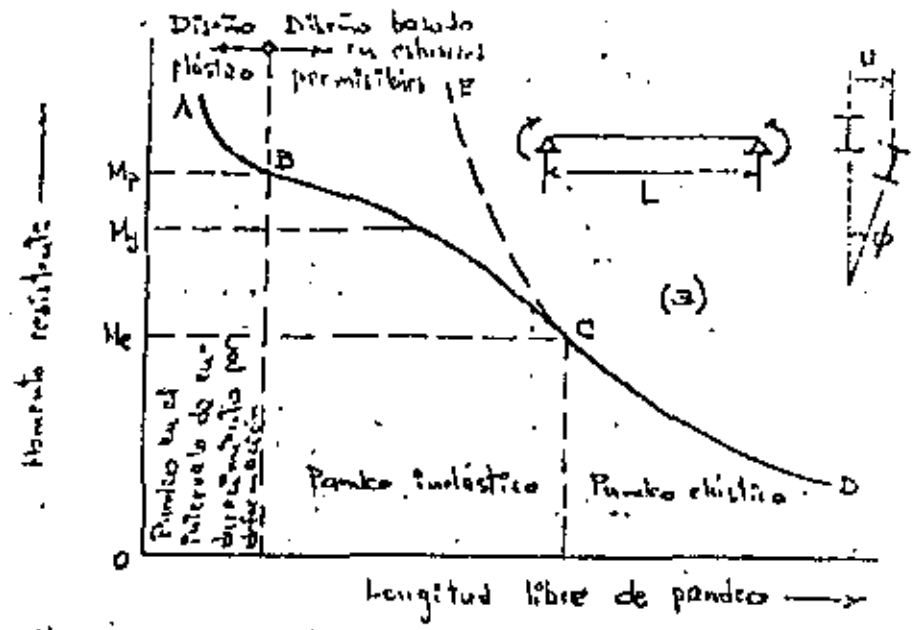
FIG. 4.2 Curvas momento-deflexión de una viga en flexión pura



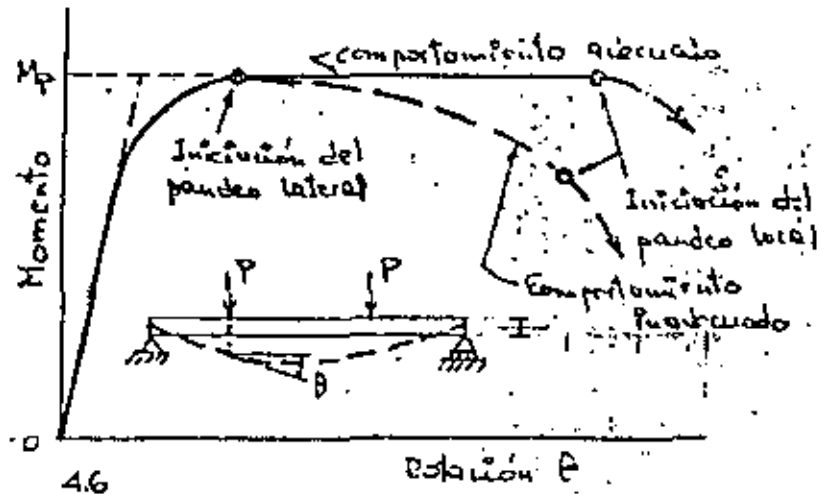
43
FIG. 4. Curvas momento-deflexión de vigas



44
FIG. 5. Comportamiento de una viga en flexión pura



4.3
FIG. 4.3. COMPORTAMIENTO DE VIGAS DE DIFERENTES LONGITUDES



4.6
FIG. 4.6. CUAL ES MOMENTO DE ROTACION DE UN TORNO DE VIGA EN FLEXION PURA

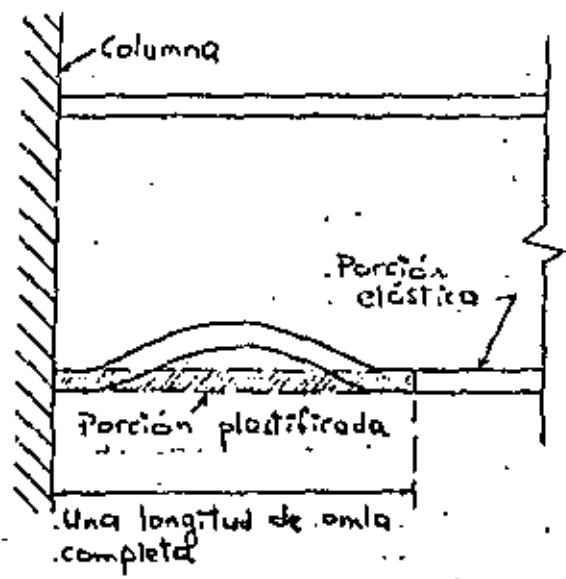
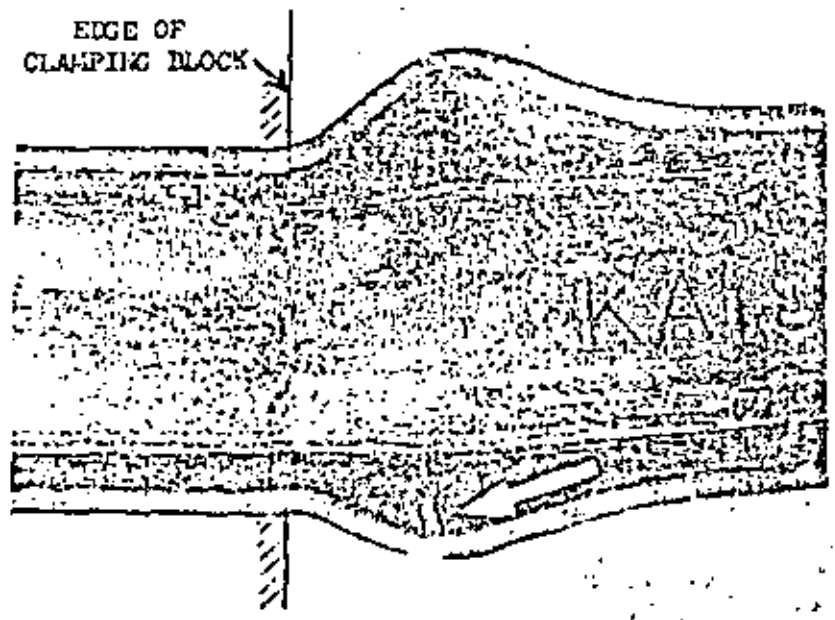


FIG. 4.7 PUNDO LOCAL DEL PATIN COM-
PRIMIDO EN EL EXTREMO DE UNA VIGA



4B 4B
FIG. 4.8 - TYPICAL INITIATION OF FRACTURE

69

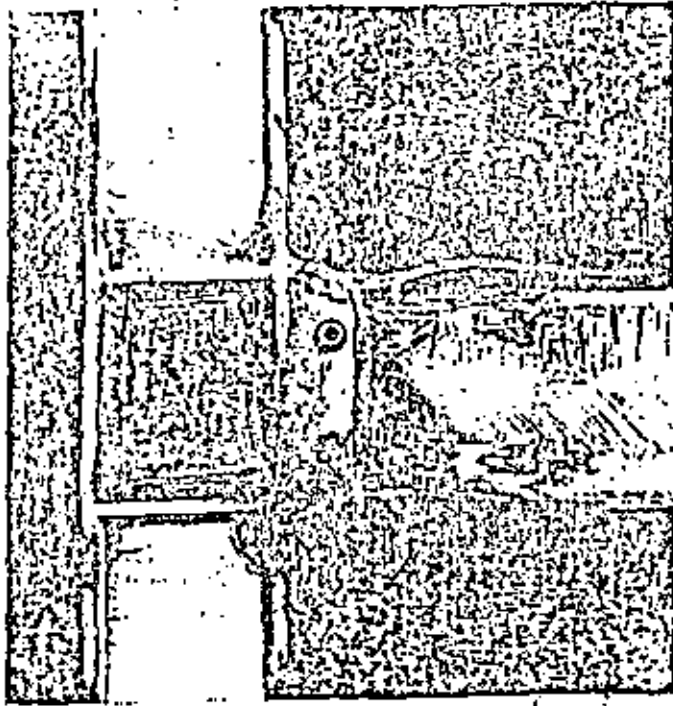


FIG. 4.9 FLANGE BUCKLING IN BEAM^{44P}

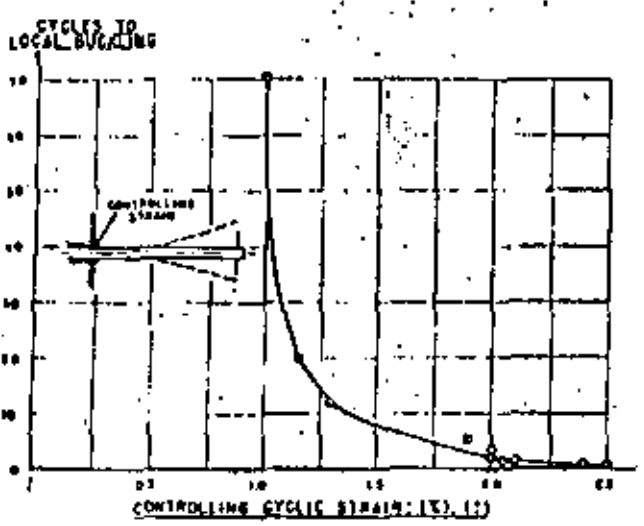
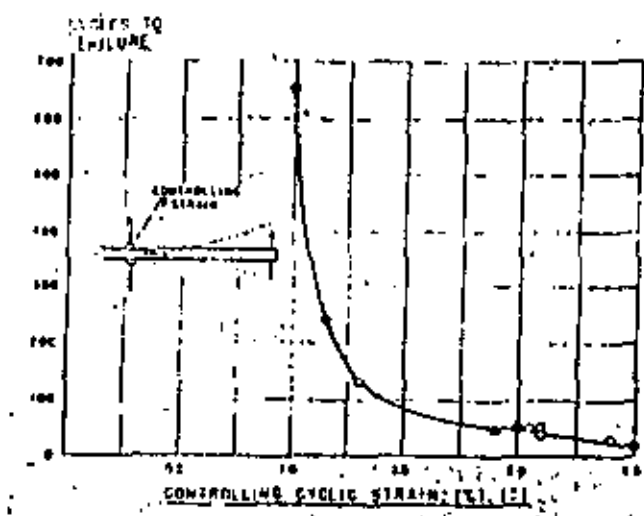


FIG. 4.10. NUMBER OF CYCLES REQUIRED TO ATTAIN-FRACTURE-OR-LOCAL BUCKLING AS A FUNCTION OF THE CONTROLLING CYCLIC STRAIN 48

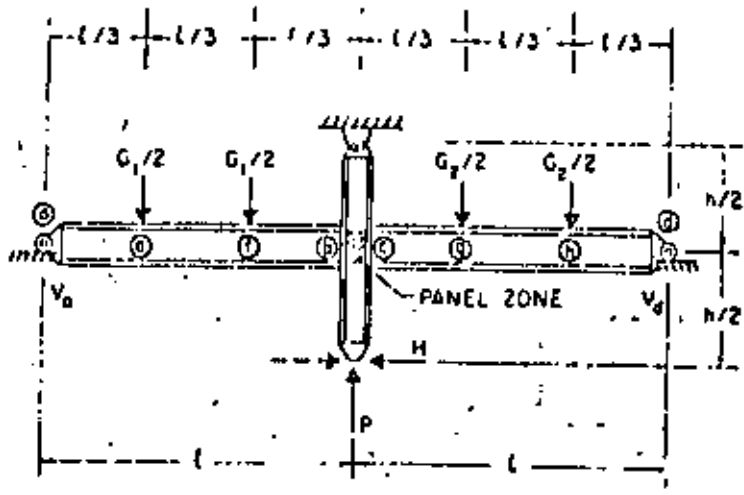


FIG. 4.11

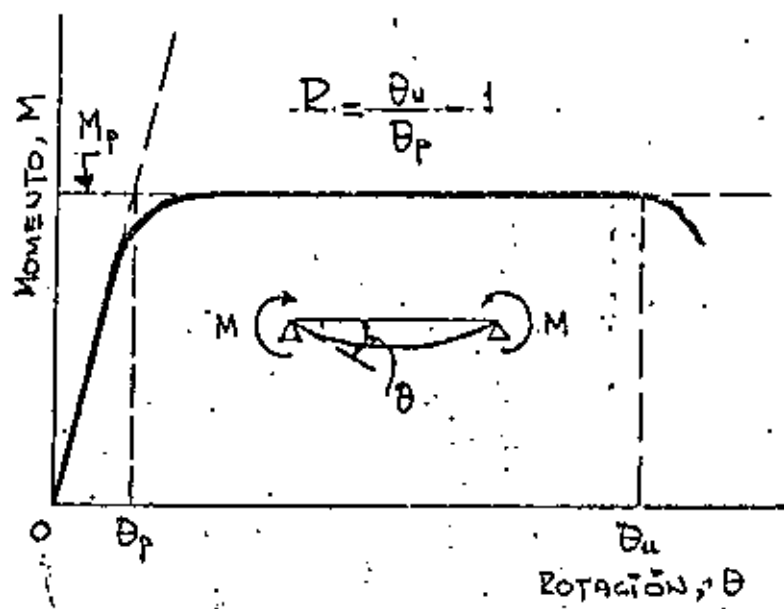
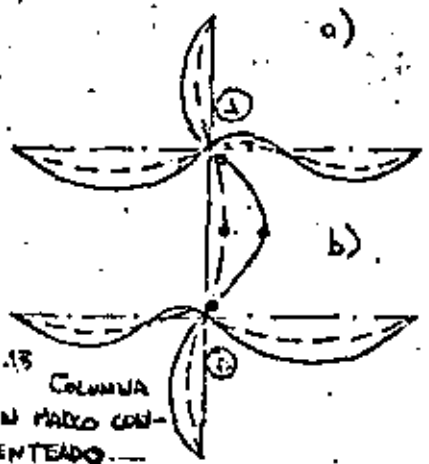
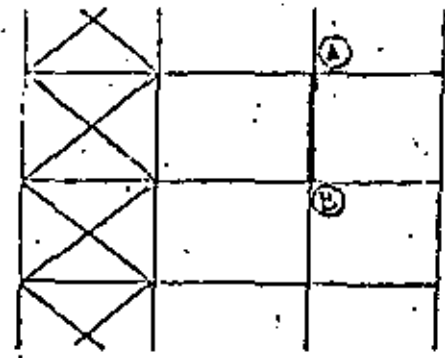
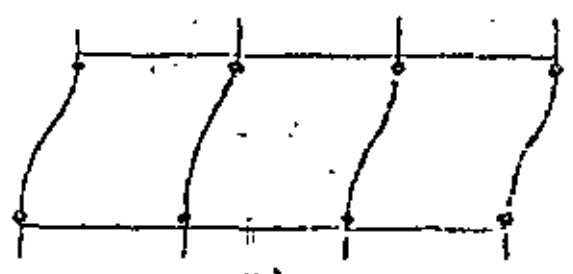
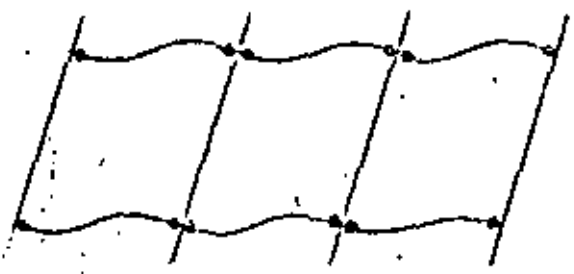


FIG. 4.12 CURVA MOMENTO-ROTACION DE UNA VIGA Y CAPACIDAD DE ROTACION



4.13 COLUMNA DE UN MARCO CONTRAVENTADO.



4.14 COLUMNAS DE MARCOS NO CONTRAVENTADOS

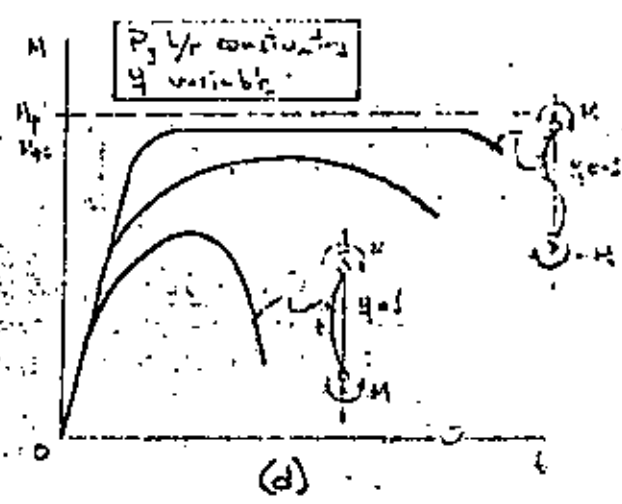
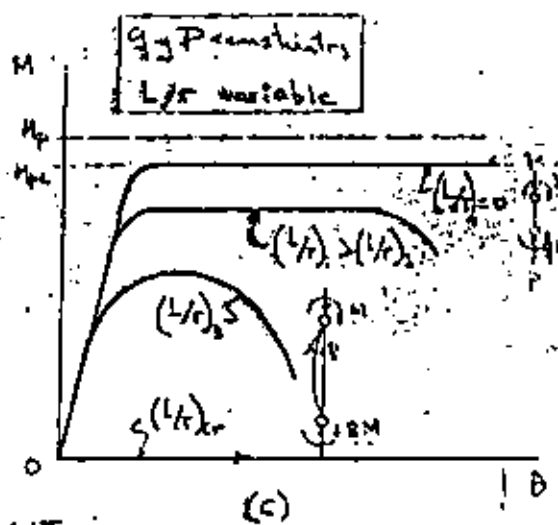
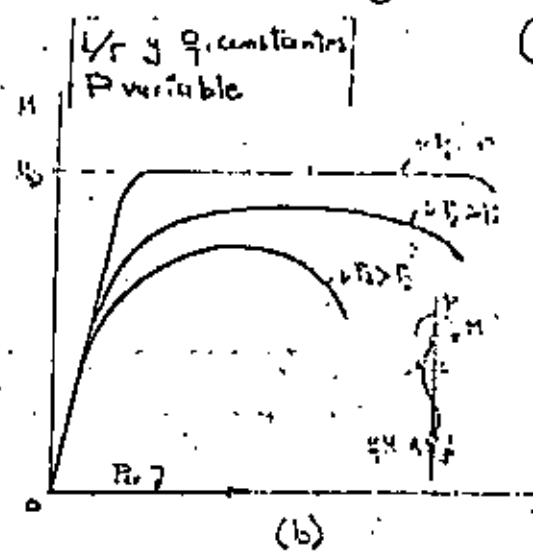
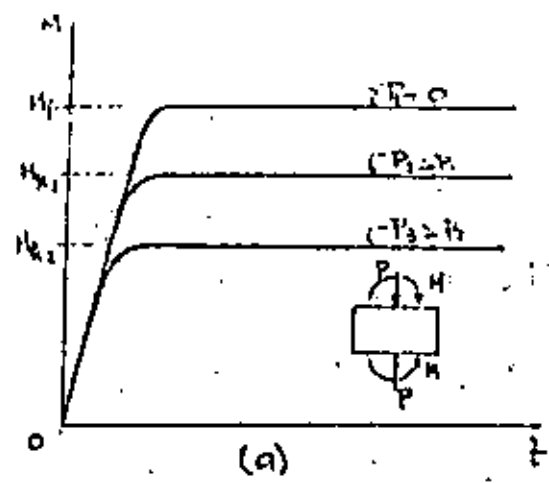
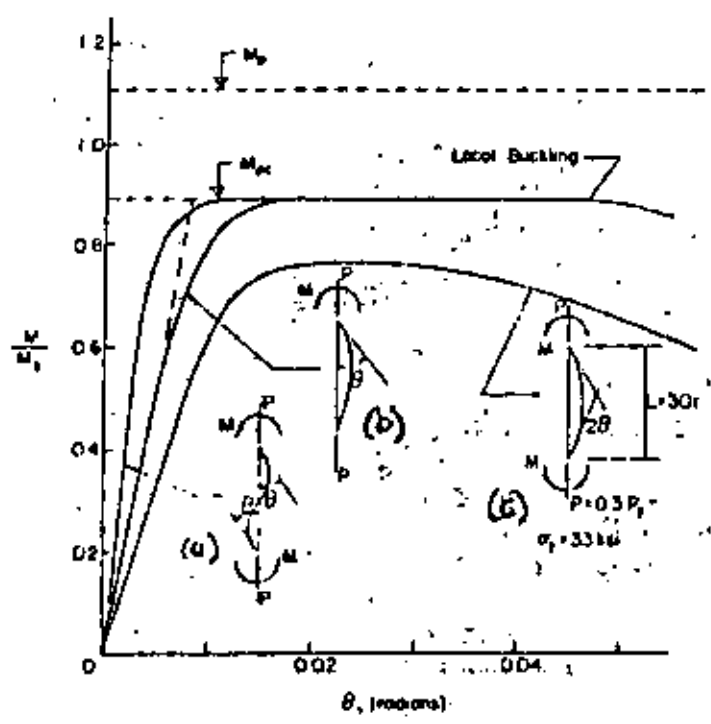


FIG. 4.15 CURVAS MOMENTO-ROTACION DE COLUMNAS QUE FALLAN POR EXCESO DE FLEXION EN EL PLANO DE LOS MOMENTOS.

Fig. 4.15



4.16
FIG. 4.16 - TYPICAL BEAM-COLUMN MOMENT ROTATION CURVES 4.21

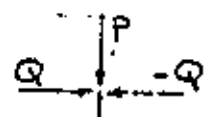
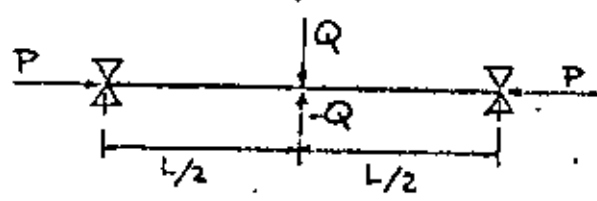
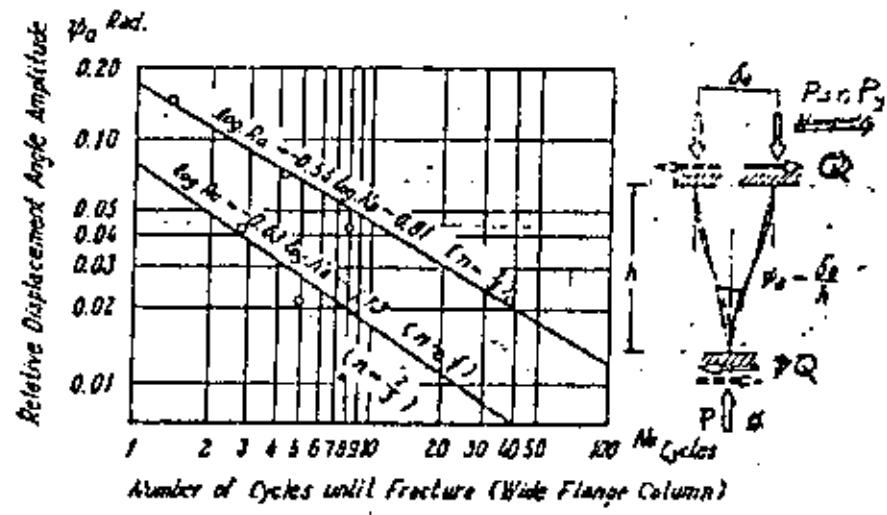


FIG. 4.17 ESPECIMENES UTILIZADOS PARA ESTUDIAR COLUMNAS FLEXOCOMPRESIDAS CARGADAS CICLICAMENTE

FIG. 4.18



4.18 Low Cycle Fracture Limit of Wide Flange Columns (ASCE)

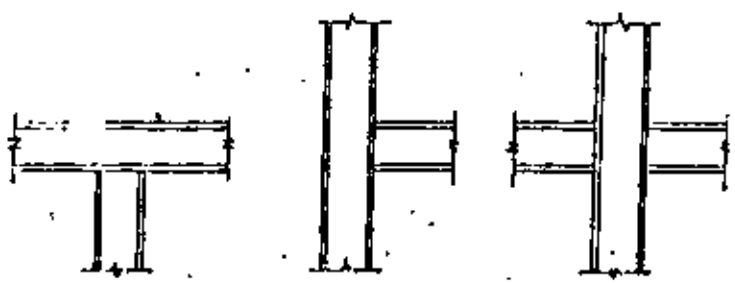


FIG. 4.19 CONEXIONES VIGA-COLUMNA

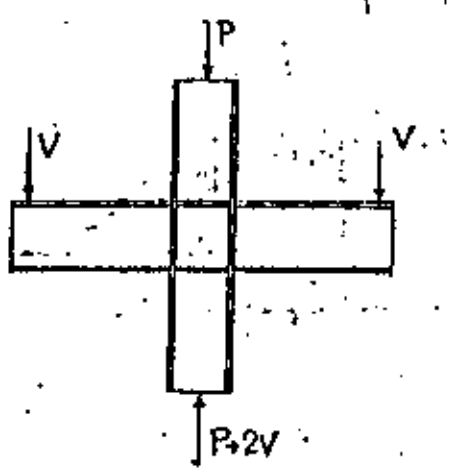


FIG. 4.20 CONDICIÓN DE CARGA DE LOS ESPECÍMENES

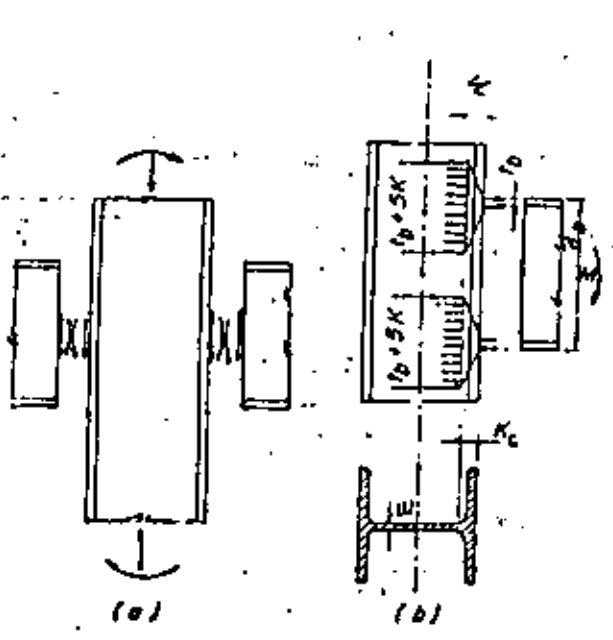


FIGURA 4.21

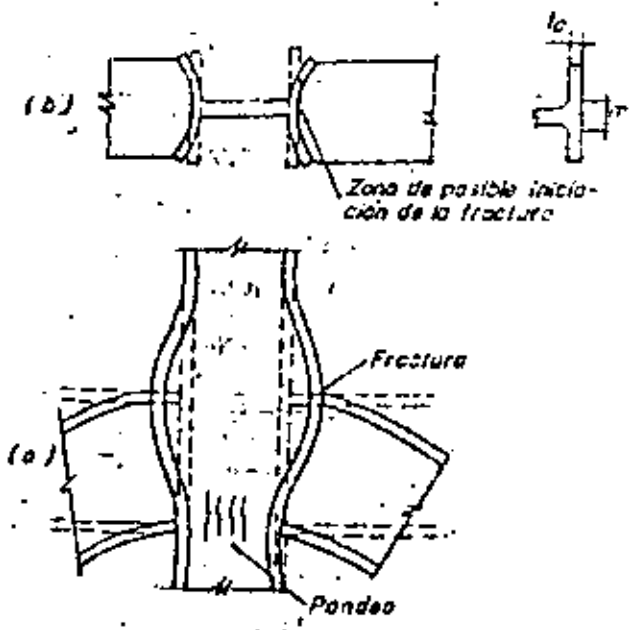


FIGURA 4.22

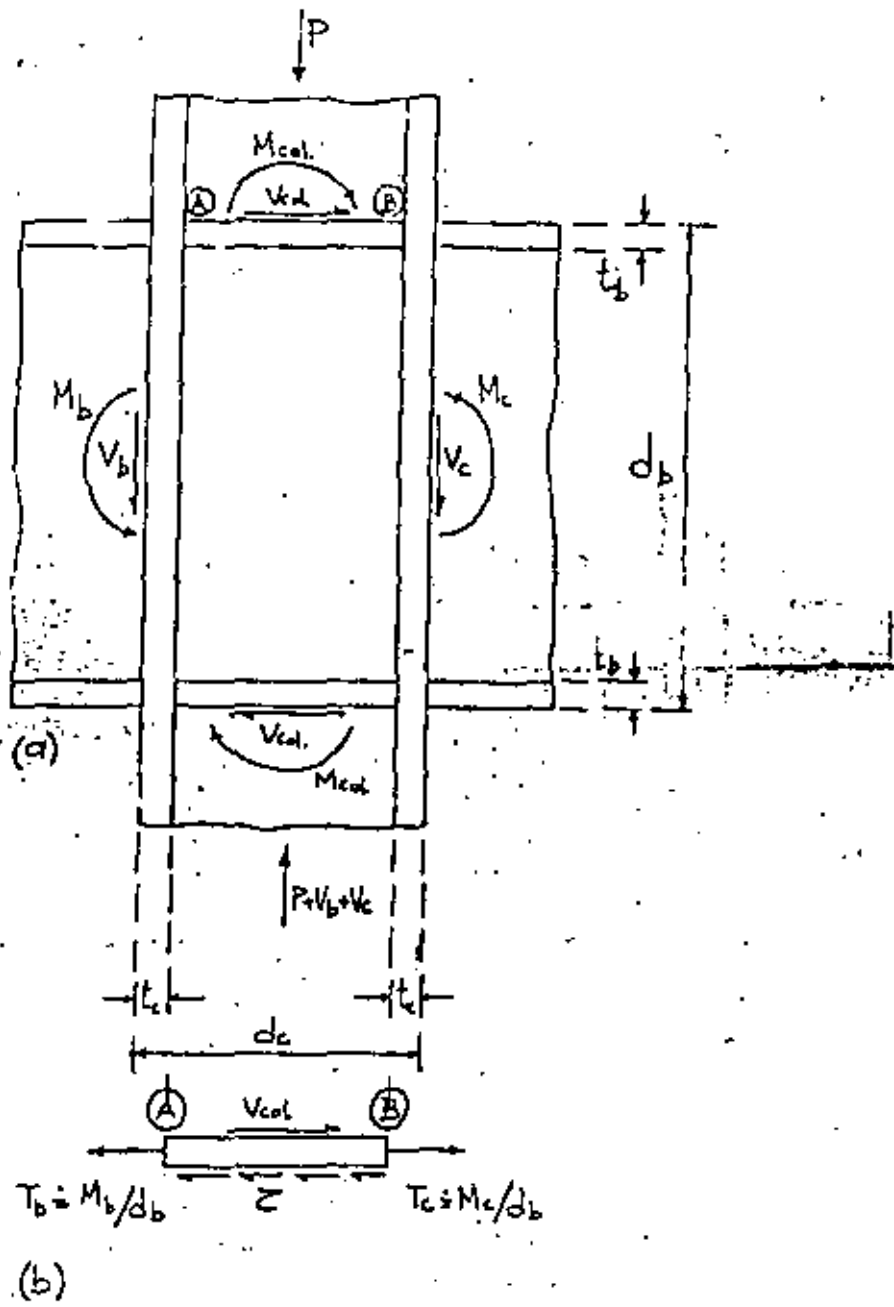
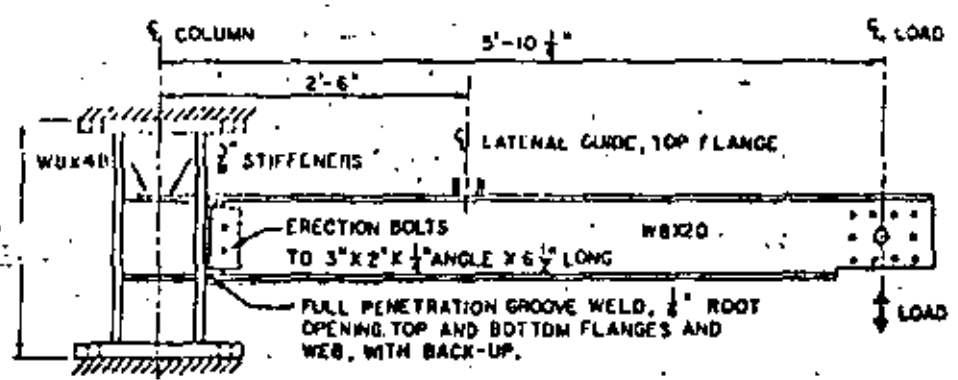


FIG. 4.23 ELEMENTOS MECÁNICOS EN UNA CONEXIÓN VIGA-COLUMNA INTERIOR.



4.24 4.7
Fig. 6. Specimen Type F1.

77

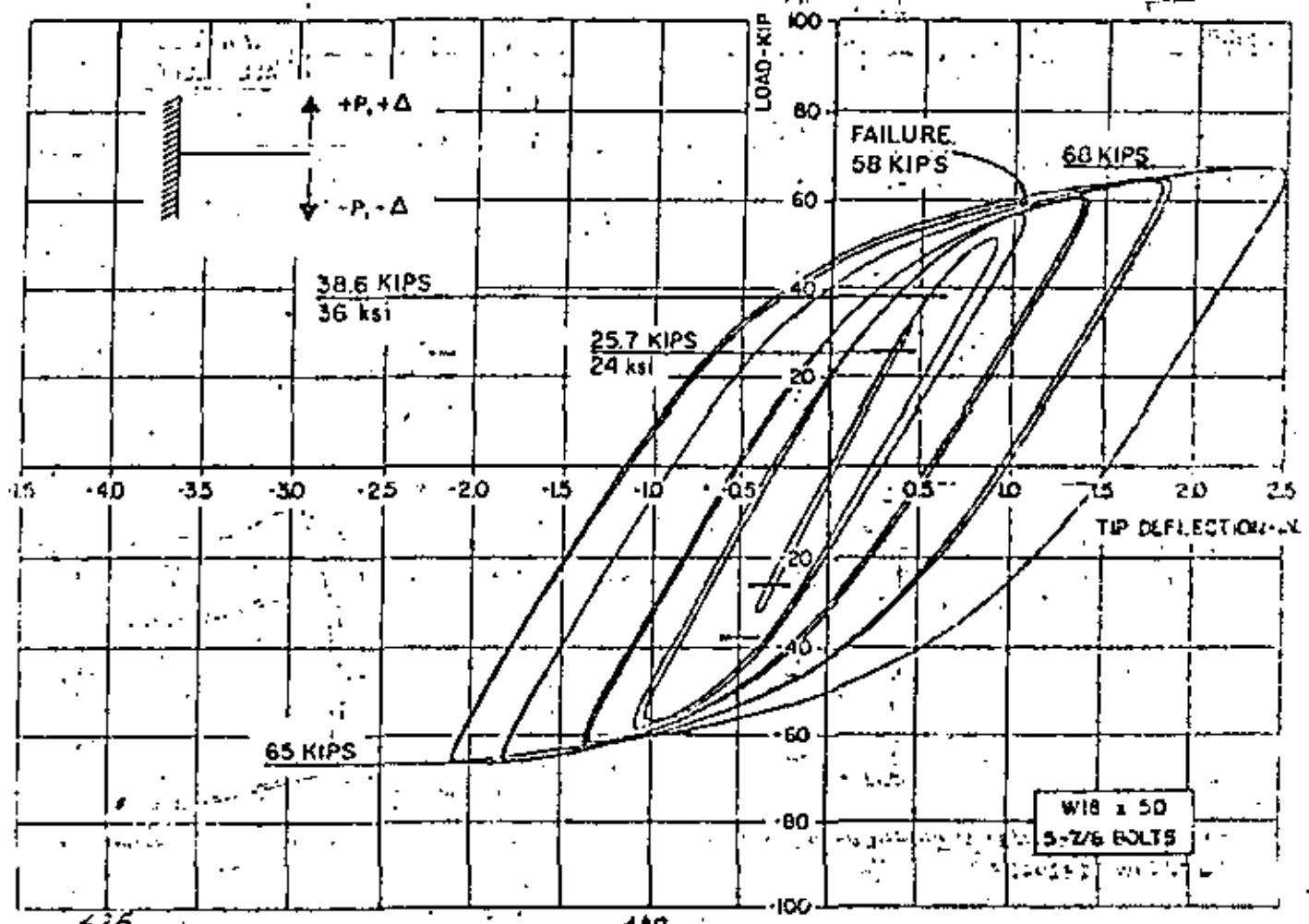
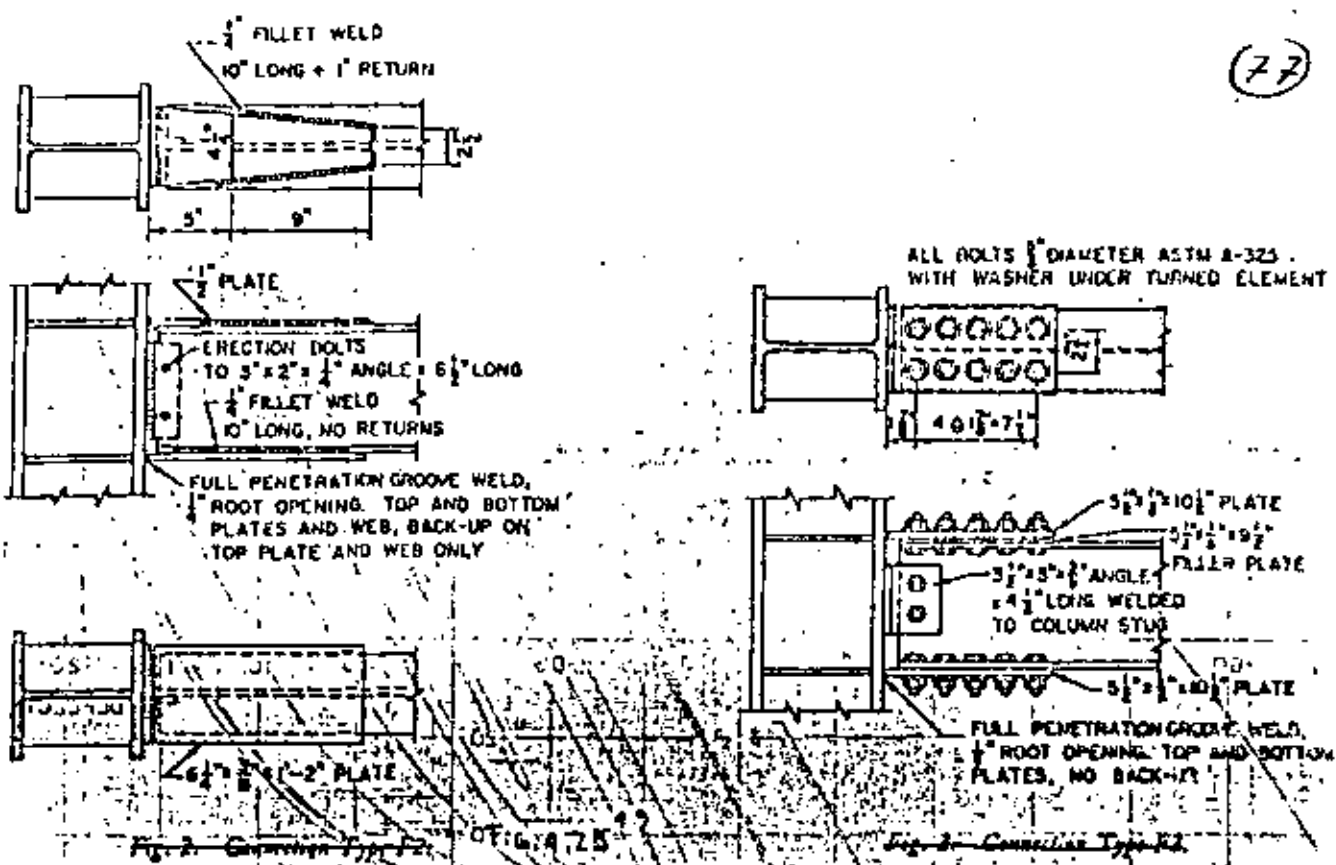


FIGURE 2. Load-deflection hysteresis loops for specimen no. 1

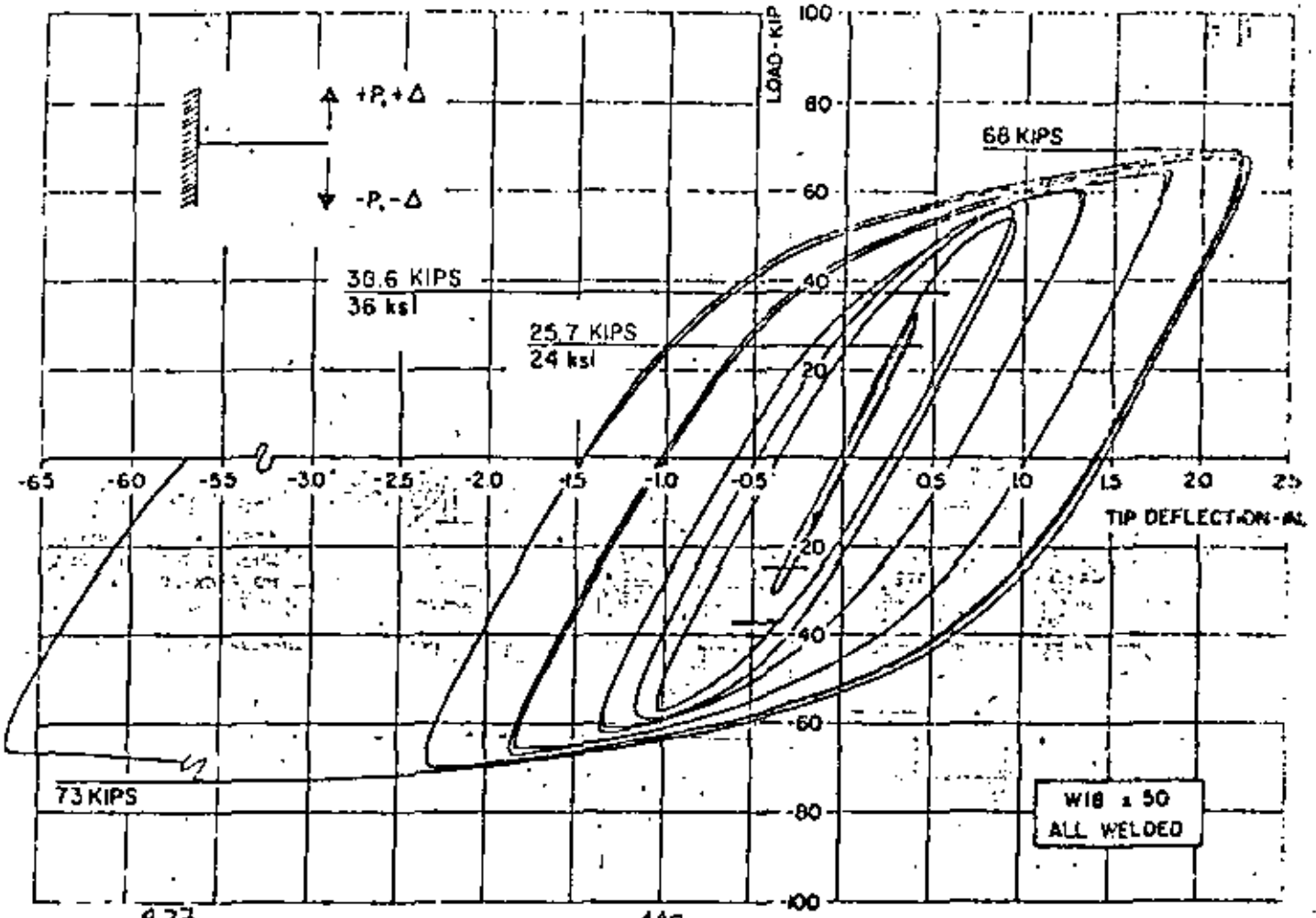


FIGURE 4.27 Load-deflection hysteresis loops for specimen no. 2

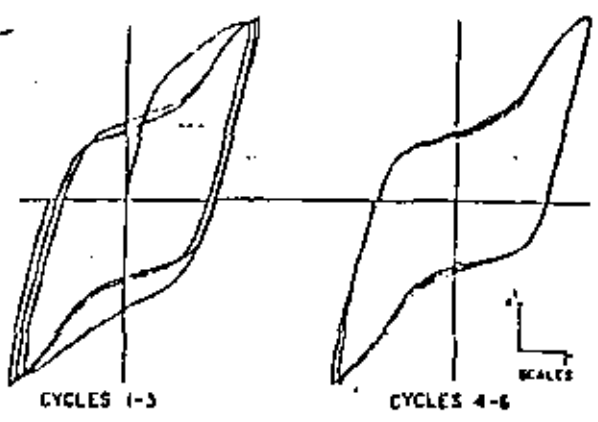


Fig. 4.28 Experimental Load-Deflection hysteresis loops for Specimen F3-C5. 4.28

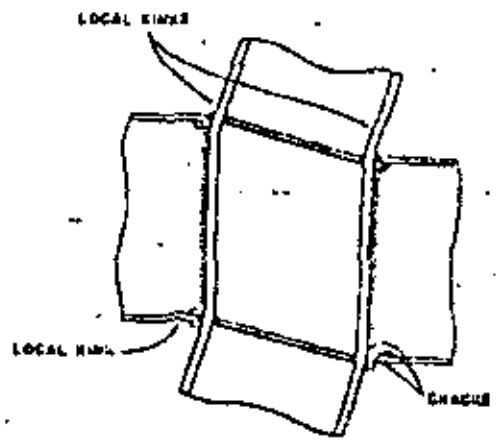
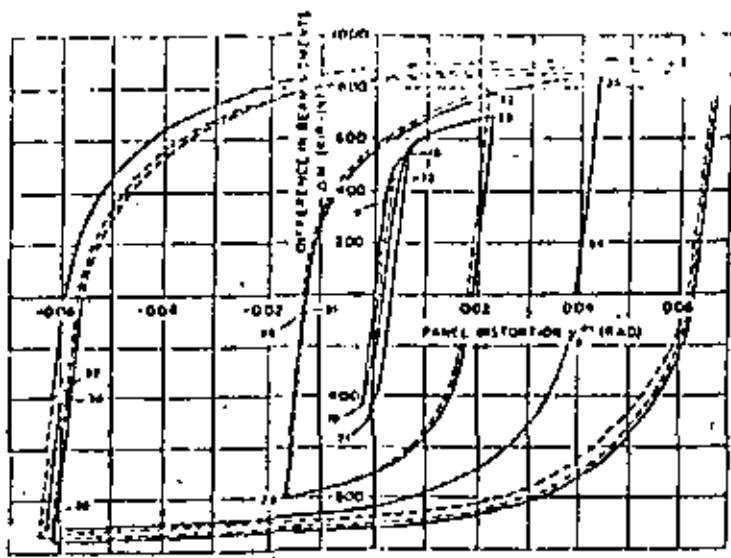
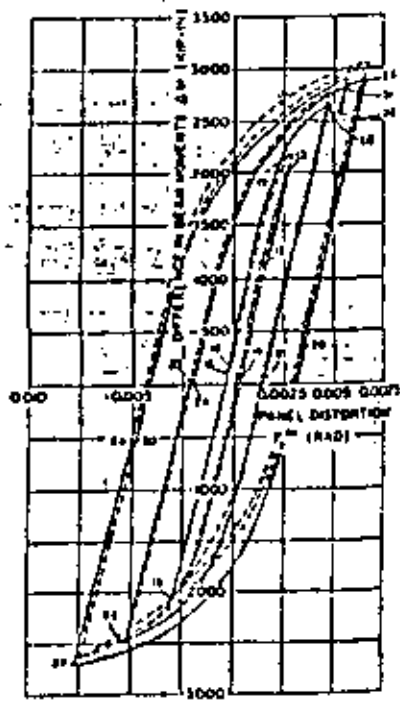


Fig. 4.29 LOCAL EFFECTS CAUSED BY PANEL DISTORTION



(a) SPECIMEN A-1

FIG. 4.30 4.37



(c) SPECIMEN B-1

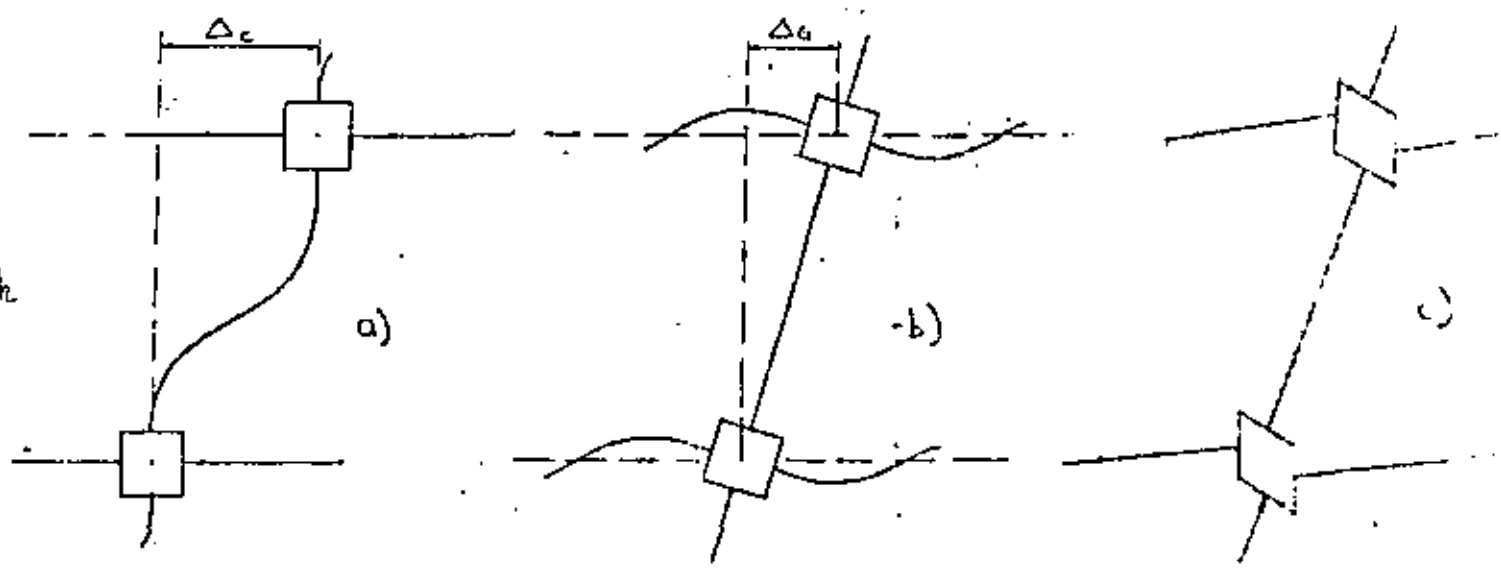
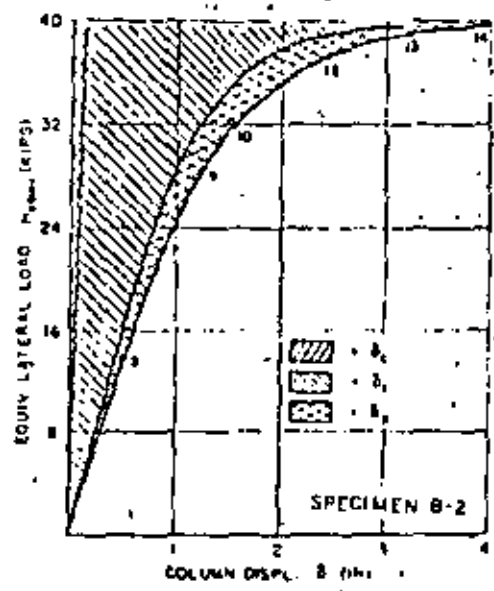
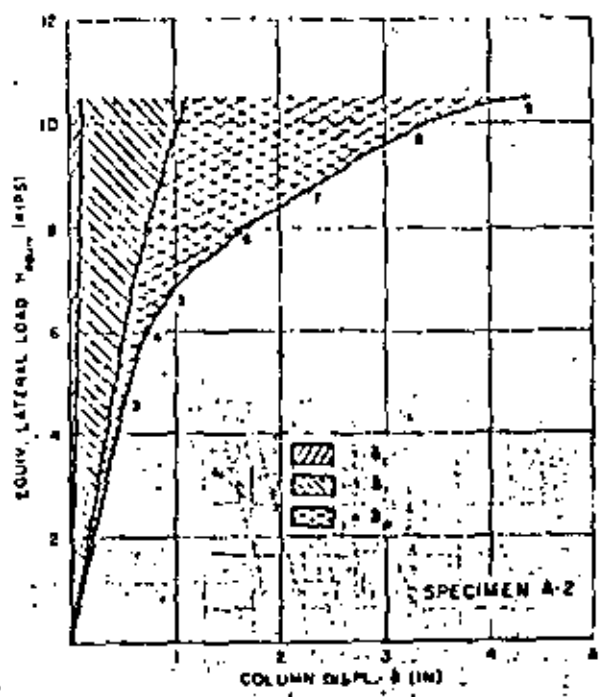


FIG. 4.31 DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISO



4.32

FIG. 21. -- COLUMN DISPLACEMENT COMBINATIONS (C.D. = 2.50 and 1 kip = 4.45 kN) (ref. 4,39)

(81)

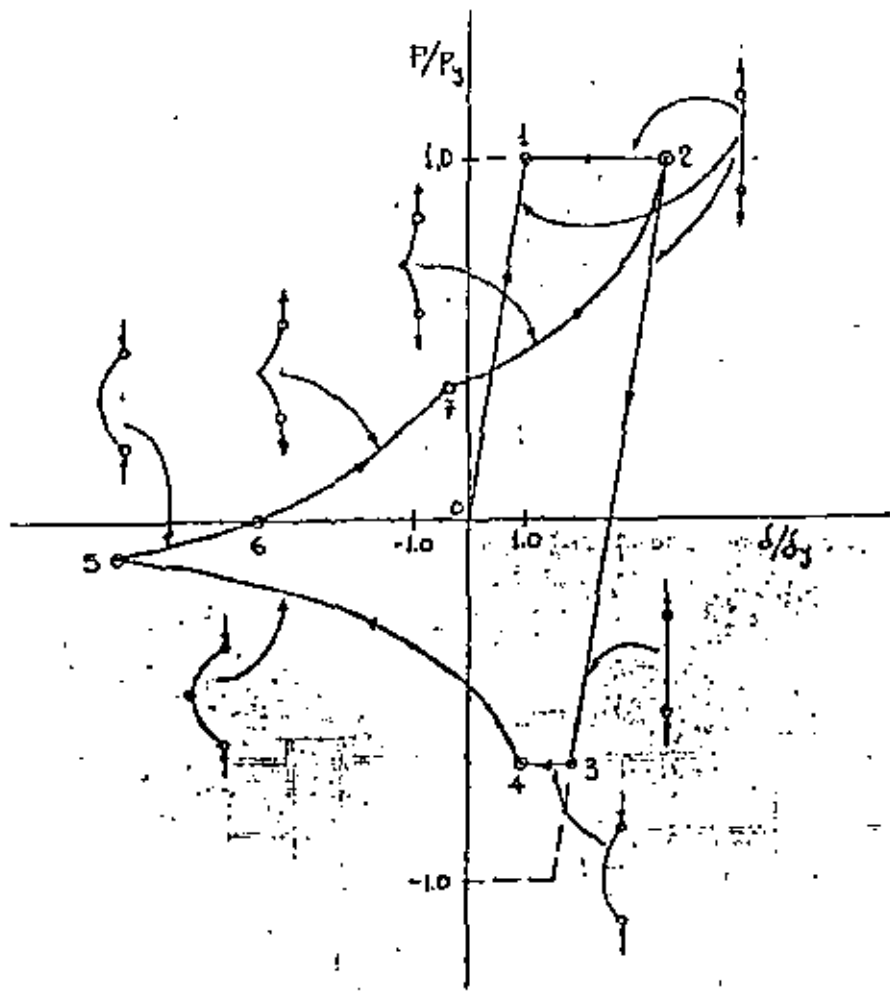


FIG. 4.33. COMPORTAMIENTO DE UNA BARRA EN TENSION-COMPRESION CICLICAS

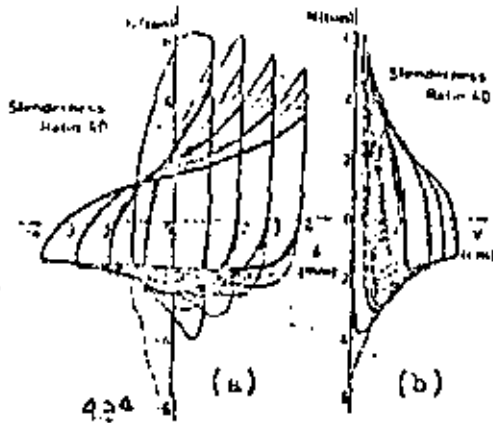


FIG. 4.34 N-A and N-V relations for slenderness ratio 40.

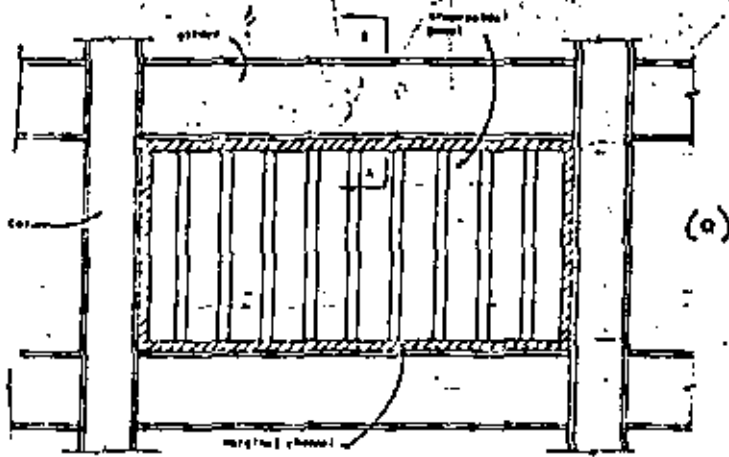
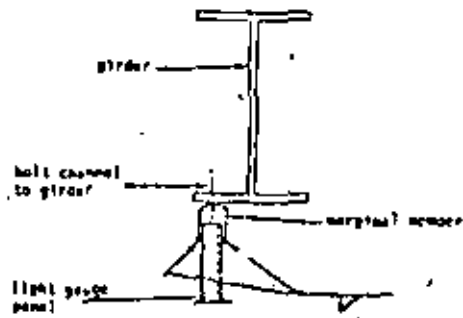


Fig. 4.35 Proposed construction for infilled frames (elevation)



(a) Section A-A

FIG. 4.35. (b)

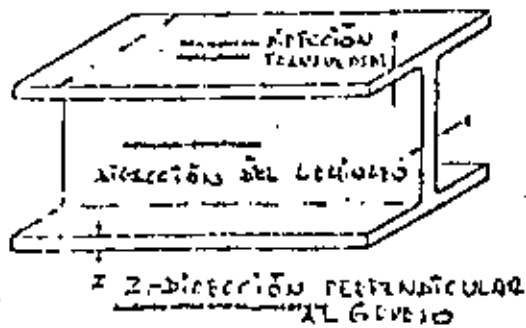


Fig. 4.36. Terminología relacionada con la dirección del laminado

TERMINOLOGÍA RELACIONADA CON LA DIRECCIÓN DEL LAMINADO

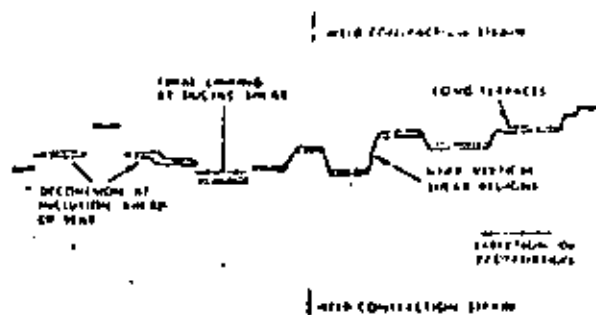
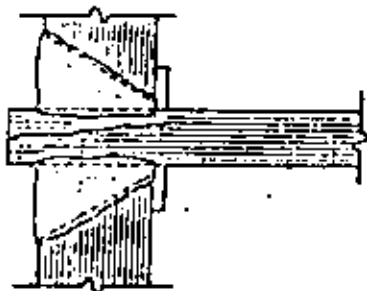
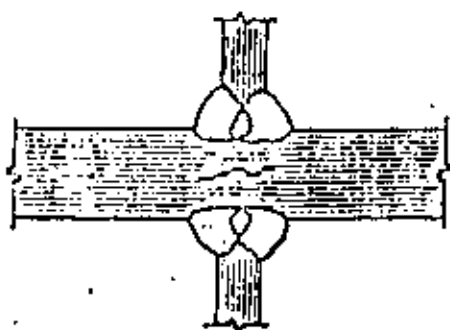


DIAGRAM OF A PARTIALLY DEVELOPED LAMELLAR TEAR

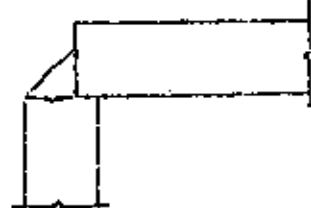
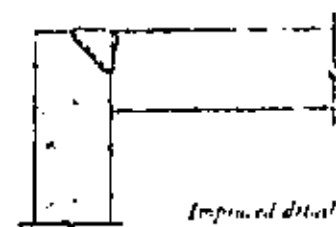
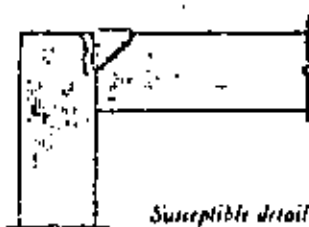
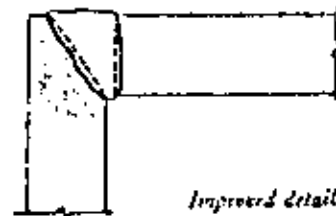
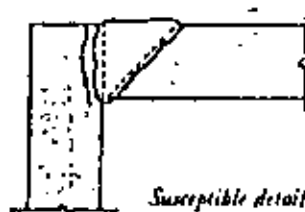
Fig. 7. Diagram of a partially developed lamellar tear



(a)



(b)



Susceptible detail

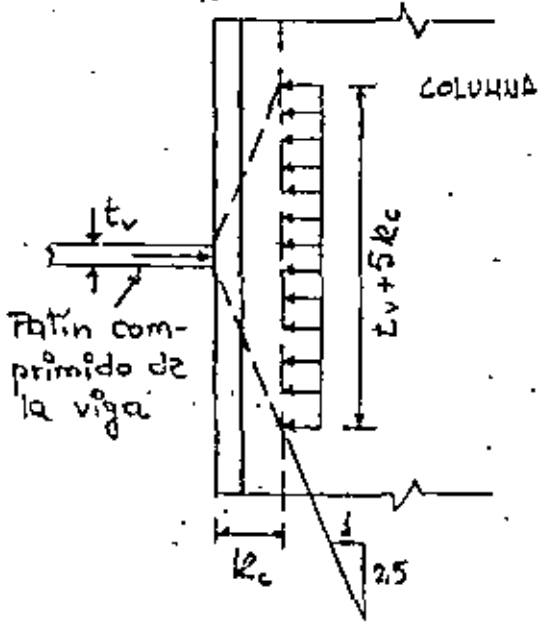
Improved detail

Fig. 4.37

DISEÑO DE CONEXIONES VIGA-COLUMNA BAJO CARGA ESTÁTICA

SIMÉTRICA. No hay momento flexionante en la columna, pues los que transmiten las vigas se equilibran entre sí.

ZONA COMPRIMIDA.



Fuerza en el patin de la viga = $A_p \sigma_{yv}$
 A_p = área del patin, σ_{yv} = est. de fluencia del acero utilizado en él.

Resistencia máxima de la columna =
 $= \sigma_{yc} C (t_v + 5k_c)$
 C = grueso del alma de la columna, σ_{yc} est. de fluencia del acero con que está hecha.

$$A_p \sigma_{yv} = \sigma_{yc} C (t_v + 5k_c) \quad (1)$$

$$\therefore C = \frac{A_p \sigma_{yv}}{(t_v + 5k_c) \sigma_{yc}} = \frac{C_1 A_p}{t_v + 5k_c} \quad (2)$$

$C_1 = \sigma_{yv} / \sigma_{yc}$; se reduce a 1.0 si los dos aceros son iguales, si $C \geq C_1 A_p / (t_v + 5k_c)$ y el alma no falla por inestabilidad, no requiere refuerzo. En caso contrario se utilizan atisadores horizontales o placas paralelas o adasadas a ella.

Si la fuerza cortante en el extremo de las vigas es cercana a $C_y A_v$, el momento plástico debe ser transmitido a la columna íntegramente por los patines. Entonces, la fuerza en cada uno de ellos es aproximadamente igual a $M_p / d_v > A_p \sigma_{yv}$, donde d_v es el peralte total de la viga.

La ec. 2 no debe utilizarse cuando la fuerza cortante en la viga excede del 60% de la de plastificación del alma. Si es mayor que ese límite,

$$\frac{M_p}{d_v} = \sigma_{yc} C (t_v + 5k_c) \quad (3)$$

$$C = \frac{M_p}{\sigma_{yc} (t_v + 5k_c) d_v} \quad (4)$$

Además de la ec. 264, debe cumplirse la condición

$$\frac{h_a}{c} \leq \frac{1510}{\sqrt{\sigma_{yc}}} \quad (5)$$

para evitar el pandeo local del alma de la columna. h_a es su peralte libre. Si h_a/c excede el valor dado por la ec. 5, se obtiene una predicción conservadora de la resistencia en compresión del alma con la ec.:

$$P_{cr} = 94380 C^3 \sqrt{\sigma_{yc}} / h_a \quad (6)$$

Tomando c y h_a en cm, σ_{yc} en kg/cm^2 , P_{cr} se obtiene en kg .

Si el grueso c del alma de la columna es igual o mayor que el calculado con la ec. 264 y se satisface, además, la ec. 5, no hay que reforzar la zona comprimida de la columna. En caso contrario sí se necesita refuerzo.

ATISADORES HORIZONTALES. (colineales con los patines de las vigas).

$$A_p \sigma_{yv} = \sigma_{yc} c (t_v + 5k_c) + \sigma_{yat} A_{at}$$

$$\therefore A_{at} = \frac{A_p \sigma_{yv}}{\sigma_{yat}} - \frac{c \sigma_{yc} (t_v + 5k_c)}{\sigma_{yat}} = [C_1 A_p - c (t_v + 5k_c)] C_2 \quad (7)$$

σ_{yv} , σ_{yc} y σ_{yat} son los esfuerzos de fluencia del patín de la viga, alma de la columna y atisadores. $C_1 = \sigma_{yv} / \sigma_{yc}$, $C_2 = \sigma_{yc} / \sigma_{yat}$.

El efecto de los atisadores se tiene en cuenta de la misma manera cuando se utiliza la ec. 3 en vez de la ec. 1.

$$(b/t)_{at} \leq 796 / \sqrt{\sigma_y} \quad (15.8 \text{ para acero A36}).$$

Pueden usarse placas verticales, adosadas al alma o paralelas a ella, en lugar de los atisadores horizontales.

ZONA EN TENSION. El patin de la columna se considera formado por dos placas y una zona central rígida, como se ve en la figura.

Resistencia última de cada

placa $P_u = C_1 \sigma_{yc} t_c^2$ (9)

$C_1 = (4/\beta + \beta/2) / (2 - \eta/\lambda)$,

$\eta = \beta(\sqrt{\beta^2 + 8\lambda} - \beta) / 4$, $\beta = p/q$, $\lambda = b_v/q$.

Si la columna y la viga son perfiles H laminados, puede tomarse conservadoramente $C_1 = 3.5$.

Resistencia total del patin de la columna:

$Q_T = \sigma_{yv} t_v m + 2(3.5 \sigma_{yc} t_c^2)$ (10)

$A_p \sigma_{yv} = b_v t_v \sigma_{yv} = 0.8 (\sigma_{yv} t_v m + 7 \sigma_{yc} t_c^2)$ (11)

El factor 0.8 se introduce para obtener resultados conservadores

$\therefore t_c^2 = \frac{b_v t_v}{7} (1.25 - \frac{m}{b_v}) C_1$ (12)

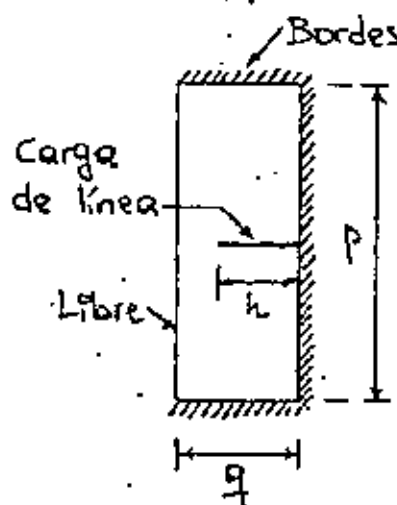
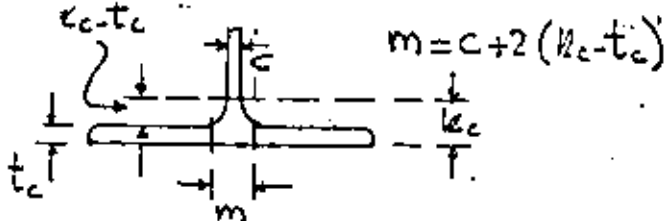
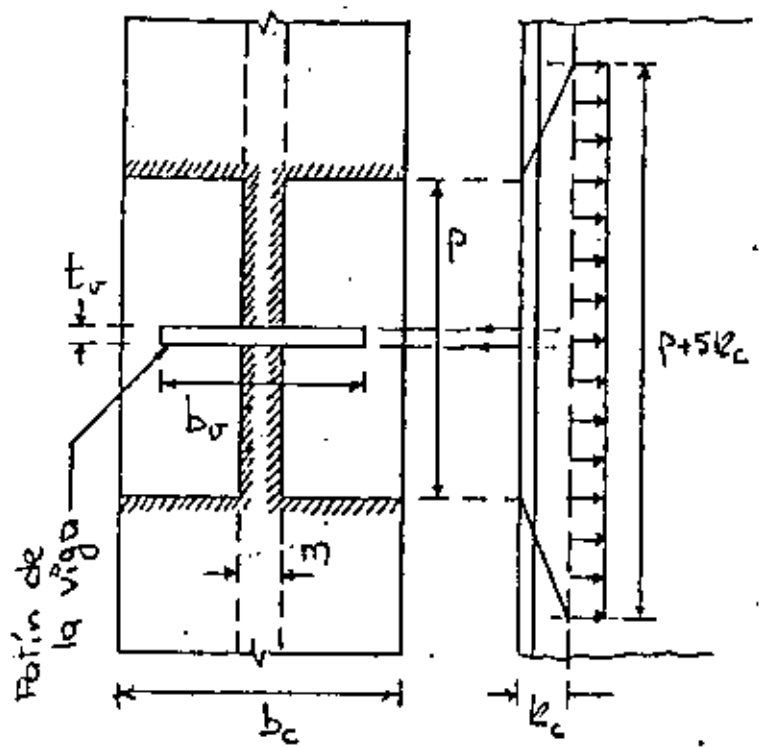
$m/b_v = 0.15$ es un valor conservador para vigas y columnas H laminadas

$\therefore t_c = 0.4 \sqrt{C_1 4p}$ (13)

Si $t_c \geq 0.4 \sqrt{C_1 4p}$ no se necesitan

refresadores en la zona de tensión: cuando sí se requieren se diseñan igual que en la de compresión.

La ec. 13 puede no ser válida para columnas hechas con placas soldadas.

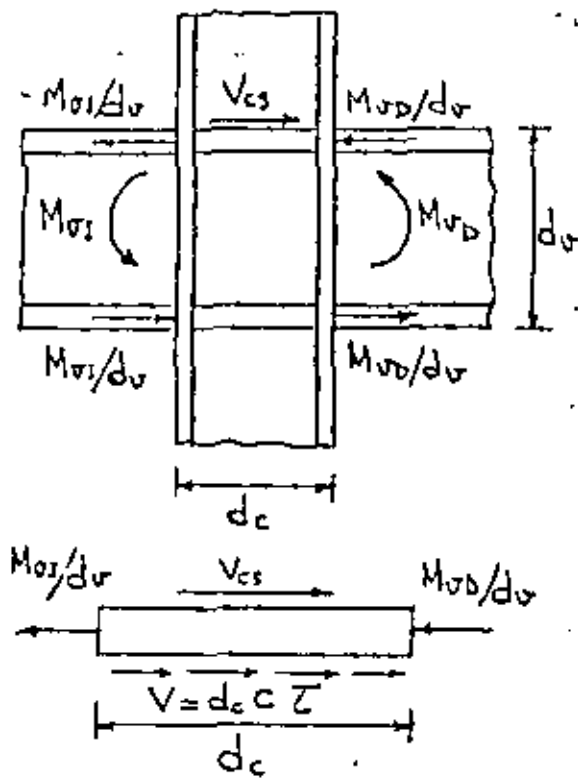


$q = \frac{b_v}{2} - \frac{m}{2}$

$h = \frac{b_v}{2} - \frac{m}{2}$

$p = 12 t_c$

REFUERZO DEL ALMA POR CORTANTE. (CARGA ESTÁTICA)



AISC. Fuerza cortante de plastificación del alma $V_y = 0.95 d_c C G_y / \sqrt{3}$

Fuerza cortante que aplican las vigas

$$T = \Sigma M / 0.95 d_v$$

El flujo por cortante del tablero de alma se inicia cuando

$$\frac{\Sigma M}{0.95 d_v} = \frac{0.95 d_c C G_y}{\sqrt{3}}$$

El alma no necesita refuerzo por cortante si $c \geq \frac{\sqrt{3}}{G_y} \cdot \frac{\Sigma M}{(0.95 d_c)(0.95 d_v)}$ (14)

MANUAL 43, ASCE. Del equilibrio del atiesador superior:

$$Z c d_c - \frac{M_{01}}{d_v} - \frac{M_{02}}{d_v} + V_{cs} = 0 \quad (15)$$

Sustituyendo Z por $G_y / \sqrt{3}$, y despejando c :

$$c = \frac{\sqrt{3}}{G_y d_c} \left(\frac{M_{01} + M_{02}}{d_v} - V_{cs} \right) \quad (16)$$

Esta ec. lleva a gruesas c de 15 a 20% menores que los calculados con la ec. (14).

El alma de la columna no se pandea por cortante si $h_o/c \leq 70$.

Si se toma en cuenta la compresión en la columna, el esfuerzo cortante de flujo se reduce a $Z'_y = \frac{G_y}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - (P/P_y)^2}$ (20)

Teniendo en cuenta este valor, la ec. 16 se convierte en

$$c = \frac{\sqrt{3}}{G_y d_c} \frac{\left(\frac{M_{01} + M_{02}}{d_v} - V_{cs} \right)}{\sqrt{1 - (P/P_y)^2}} \quad (21)$$

EJEMPLOS. Revisense las conexiones viga - columna siguientes, y proyectese el refuerzo, en caso de que sea necesario.

| | | <u>PROPIEDADES DE LOS PERFILES</u> | |
|---------------|---------|--|--|
| | W14x111 | | |
| W18x50 lb/pie | W18x50 | <u>VIGAS</u> (W18x50). $d_v = 45.7 \text{ cm}$; $b_v = 19.1 \text{ cm}$; $t_v = 1.45 \text{ cm}$ | |
| A36 en todo. | W14x111 | <u>COL</u> (W14x111). $d_c = 36.5 \text{ cm}$; $b_c = 37.1 \text{ cm}$; $t_c = 2.22 \text{ cm}$ $c = 1.37 \text{ cm}$; $k = 3.97 \text{ cm}$ | |

ZONA DEL PATÍN COMPRIMIDO. $\frac{A_p}{t_v + 5k_c} = \frac{19.1 \times 1.45}{1.45 + 5 \times 3.97} = 1.30 \text{ cm} < 1.37$

No se necesitan atisadores.

ZONA DEL PATÍN EN TENSIÓN. $0.4\sqrt{A_p} = 0.4\sqrt{19.1 \times 1.45} = 2.11 \text{ cm} < 2.22$

Tampoco se necesitan atisadores.

REVISIÓN DEL ALMA POR CORTANTE. Se considerará la condición más crítica, correspondiente a la formación de articulaciones plásticas en las dos vigas. No se tendrá en cuenta la fuerza normal en la columna.

$$M_{pV} = ZG_y = 101 \times 36 = 3636 \text{ Kip} = 303000 \text{ lbft} = 41.9 \text{ Tm}$$

$$\text{AISC. } c = \frac{\sqrt{3}}{G_y} \frac{EM}{(0.95d_c)(0.95d_v)} = \frac{1.92EM}{G_y d_c d_v} = \frac{1.92 \times 2 \times 41.9 \times 10^5}{2530 \times 36.5 \times 45.7} = 3.81 \text{ cm} > 1.37$$

$$\text{ASCE. } c = \frac{\sqrt{3}}{G_y d_c} \left(\frac{M_{p1} + M_{p2}}{d_v} - V_{cs} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2530 \times 36.5} \left(\frac{2 \times 41.9 \times 10^5}{45.7} \right) = 3.44 \text{ cm} > 1.37$$

Como no se conoce, se ha tomado $V_{cs} = 0$.

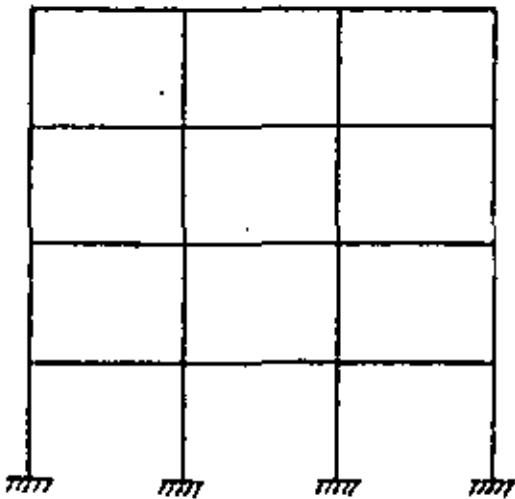
El alma puede reforzarse por medio de dos placas adosadas a ella, de espesor total igual a $3.44 - 1.37 = 2.07 \text{ cm}$.

Se usarán dos placas de $\frac{3}{8}''$ ($t = 0.95 \times 2 = 1.90 \text{ cm} \approx 2.07$)

Para que no se pandeen localmente, la relación h/t de cada placa no debe exceder de 70. $\frac{h}{t} = \frac{d_c - 2k}{t} = \frac{36.5 - 2 \times 3.97}{0.95} = 30.1 < 70$. Correcto

FACTORES DE DUCTILIDAD Q DE ESTRUCTURAS DE ACERO PARA EDIFICIOS ORDINARIOS (Regl. de las Constr. para el D.F., 1976).

CASO 1 : $Q = 6.0$



✦ LA RESISTENCIA ES SUMINISTRADA EN TODOS LOS NIVELES POR MARCOS RÍGIDOS SIN CONTRAVENTEDOS NI MUROS DE RIGIDEZ, HECHOS CON ACERO DE ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA.

✦ LAS VIGAS Y COLUMNAS CUMPLEN LOS REQUISITOS CORRESPONDIENTES A SECCIONES COMPACTAS (BASTA QUE ESTOS REQUISITOS SE SATISFAGAN EN LOS LUGARES EN QUE SE FORMARÍAN ROTULAS PLÁSTICAS LIGADAS AL MECANISMO DE COLAPSO; CONVIENE QUE SE FORMEN EN LAS VIGAS).

✦ LAS JUNTAS DEBEN SER CAPACES DE ADMITIR ROTACIONES IMPORTANTES ANTES DE FALLAR (O TENER RESISTENCIA SUFICIENTE PARA QUE LAS ROTACIONES SE PRESENTEN EN LOS EXTREMOS DE LOS MIEMBROS QUE CONCURREN EN ELLAS).

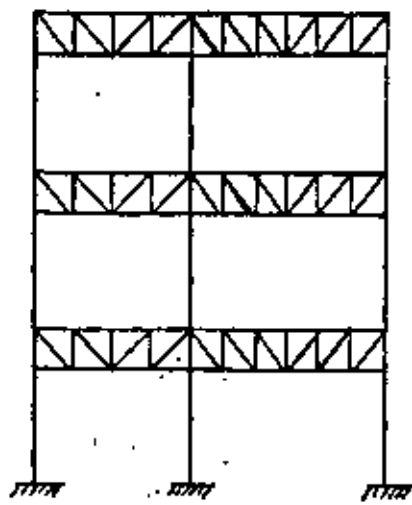
✦ EL FACTOR DE CARGA CONTRA LA FALLA POR CORRIANTE-TORSIÓN, PANDEO, ETC (EN GENERAL, CONTRA TODAS LAS FORMAS DE FALLA NO DÚCTILES), DEBE SER 1.4 EN VEZ DE 1.1.

✦ EL MÍNIMO COCIENTE DE LA RESISTENCIA TOTAL DE UN ENTREPISO DIVIDIDA ENTRE LA ACCIÓN DE DISEÑO NO DEBE

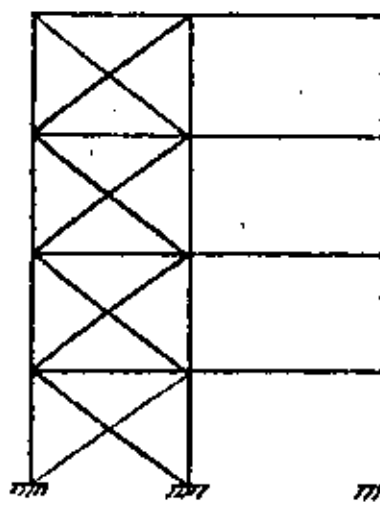
(70) 2

DIFERIR EN MÁS DE 20% DEL PROMEDIO DE ESOS COCIENTES PARA TODOS LOS ENTREPISOS.

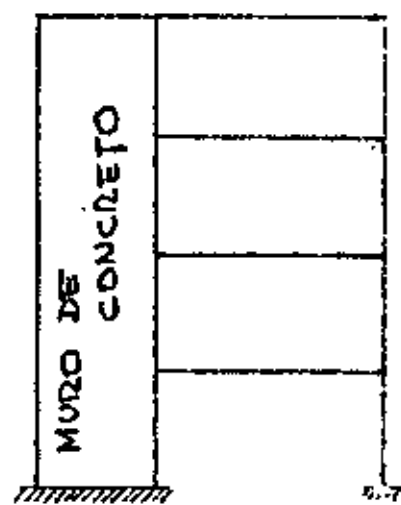
CASO 2: $Q = 4.0$



(a)



(b)



(c)

† LA RESISTENCIA ES SUMINISTRADA EN TODOS LOS NIVELES POR MARCOS NO CONTRAVENTEADOS SIN ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA (EL ACERO ESTRUCTURAL TIENE CASI SIEMPRE UNA ZONA DE FLUENCIA DEFINIDA, PERO LOS MIEMBROS HECHOS CON EL PUEDEN PERDERLA. EJEMPLO, LAS BARRAS COMPRESIDAS DE ARMADURAS), O POR MARCOS CONTRAVENTEADOS O CON MUDOS DE CONCRETO CUYA RESISTENCIA, SIN CONTAR MURDS NI CONTRAVIENTOS, SEA CUANDO MENOS EL 25% DE LA TOTAL.

† EL MÍNIMO COCIENTE DE LA RESISTENCIA TOTAL DE UN ENTREPISO DIVIDIDA ENTRE LA ACCIÓN DE DISEÑO NO DEBE DIFERIR EN MÁS DEL 35% DEL PROMEDIO DE ESOS COCIENTES PARA TODOS LOS ENTREPISOS.

EL VALOR DEL FACTOR DE DUCTILIDAD Q DISMINUYE PORQUE SE CONSIDERA QUE LA FALLA NO VA A SER POR FORMACIÓN DE UN MECANISMO, POR LO QUE LA CAPACIDAD DE ABSORCIÓN DE ENERGÍA DE LA ESTRUCTURA DECRECE CONSIDERABLEMENTE EN RELACIÓN CON LA DEL CASO 1.

NO SE PROPORCIONAN VALORES DE Q PARA EL CASO 2a CUANDO SE DISEÑAN LAS ARMADURAS DE MANERA QUE SU FALLA SE VEA PRECEDIDA POR DEFORMACIONES PLÁSTICAS IMPORTANTES DE LAS BARRAS EN TENSIÓN, O CUANDO SE OBLIGA A QUE LAS ARTICULACIONES PLÁSTICAS SE FORMEN EN LAS COLUMNAS, NI PARA EL CASO 2b CUANDO SE UTILIZAN DIAGONALES DE CONTRAVIENTO EXCÉNTRICAS.

CASO 3 : $Q = 2.0$

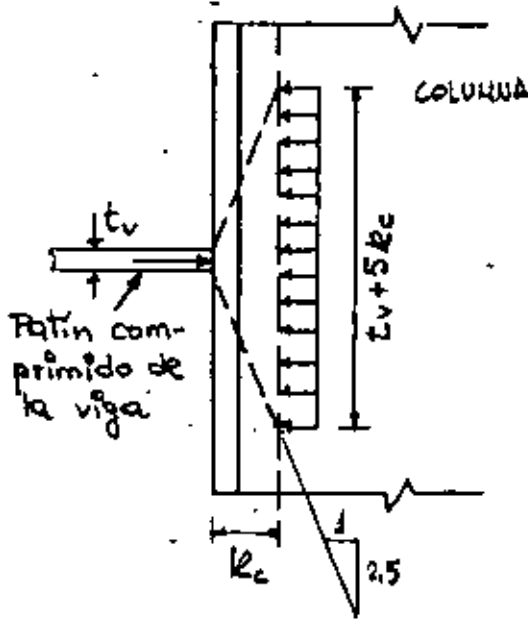
✦ LA RESISTENCIA A FUERZAS LATERALES ES SUINISTRADA POR MARCOS O COLUMNAS DE ACERO QUE NO CUMPLEN EN ALGÚN ENTREPISO LO ESPECIFICADO PARA LOS CASOS 1 Y 2.

DESDE EL PUNTO DE VISTA DE "RESISTENCIA" CONVIENE UTILIZAR ESTRUCTURAS QUE TENGAN UN FACTOR Q ALTO; SIN EMBARGO, EN ELLAS PUEDE TENERSE DIFICULTADES PARA CONTROLAR LAS DEFORMACIONES BAJO CARGAS DE TRABAJO.

DISEÑO DE CONEXIONES VIGA-COLUMNA BAJO CARGA ESTÁTICA

SIMÉTRICA. NO hay momento flexionante en la columna, pues los que transmiten las vigas se equilibran entre sí.

ZONA COMPRESIDA.



Fuerza en el patin de la viga = $A_p \sigma_{yv}$

A_p = área del patin, σ_{yv} = est. de fluencia del acero utilizado en él.

Resistencia máxima de la columna =

$$= \sigma_{yc} c (t_v + 5k_c)$$

c = grueso del alma de la columna, σ_{yc} est. de fluencia del acero con que está hecha.

$$A_p \sigma_{yv} = \sigma_{yc} c (t_v + 5k_c) \quad (1)$$

$$\therefore c = \frac{A_p \sigma_{yv}}{(t_v + 5k_c) \sigma_{yc}} = \frac{C_1 A_p}{t_v + 5k_c} \quad (2)$$

$C_1 = \sigma_{yv} / \sigma_{yc}$; se reduce a 1.0 si los dos aceros son iguales.

Si $c \geq C_1 A_p / (t_v + 5k_c)$ y el alma no falla por inestabilidad, no requiere refuerzo. En caso contrario se utilizan atornilladores horizontales o placas paralelas o adasadas a ella.

Si la fuerza cortante en el extremo de las vigas es cercana a $C_y k_a$, el momento plástico debe ser transmitido a la columna íntegramente por los patines. Entonces, la fuerza en cada uno de ellos es aproximadamente igual a $M_p / d_v > A_p \sigma_{yv}$, donde d_v es el peralte total de la viga.

La ec. 2 no debe utilizarse cuando la fuerza cortante en la viga excede del 60% de la de plastificación del alma. Si es mayor que ese límite,

$$\frac{M_p}{d_v} = \sigma_{yc} c (t_v + 5k_c) \quad (3)$$

$$C = \frac{M_p}{\sigma_{yc} (t_v + 5k_c) d_v} \quad (4)$$

Además de la ec. 2 ó 4, debe cumplirse la condición

$$\frac{h_a}{c} \leq \frac{1510}{\sqrt{\sigma_{yc}}} \quad (5)$$

para evitar el pandeo local del alma de la columna, h_a es su peralte libre. Si h_a/c excede el valor dado por la ec. 5, se obtiene una predicción conservadora de la resistencia en compresión del alma con la ec.:

$$P_{cr} = 34380 C^3 \sqrt{\sigma_{yc}} / h_a \quad (6)$$

Tomando c y h_a en cm, σ_{yc} en kg/cm^2 , P_{cr} se obtiene en kg.

Si el grueso c del alma de la columna es igual o mayor que el calculado con la ec. 2 ó 4 y se satisface, además, la ec. 5, no hay que reforzar la zona comprimida de la columna. En caso contrario sí se necesita refuerzo.

ATISADORES HORIZONTALES. (colineales con los patines de las vigas):

$$A_p \sigma_{y_v} = \sigma_{yc} c (t_v + 5k_c) + \sigma_{y_{at}} A_{at}$$

$$\therefore A_{at} = \frac{A_p \sigma_{y_v}}{\sigma_{y_{at}}} - \frac{c \sigma_{yc}}{\sigma_{y_{at}}} (t_v + 5k_c) = [C_1 A_p - c (t_v + 5k_c)] C_2 \quad (7)$$

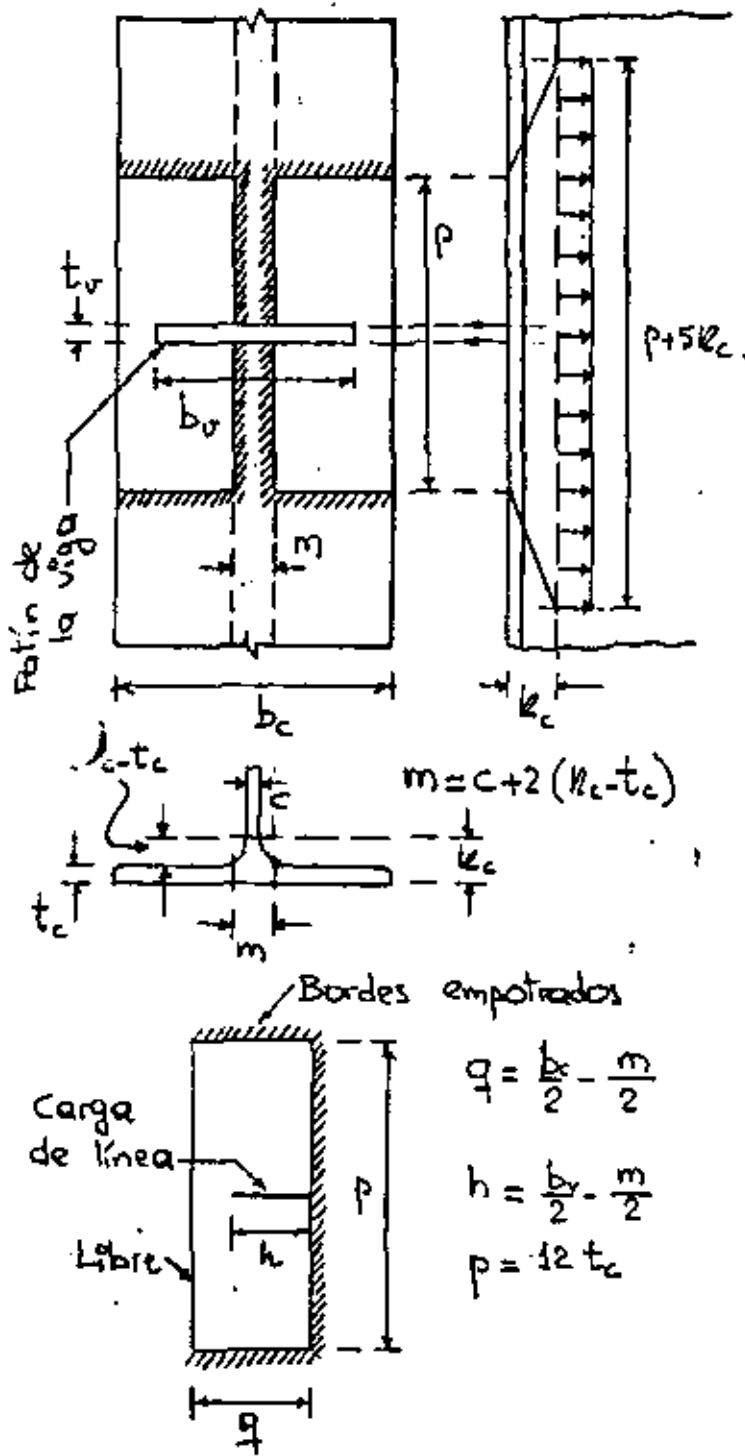
σ_{y_v} , σ_{yc} y $\sigma_{y_{at}}$ son los esfuerzos de fluencia del patín de la viga, alma de la columna y atisadores. $C_1 = \sigma_{y_v} / \sigma_{yc}$, $C_2 = \sigma_{yc} / \sigma_{y_{at}}$.

El efecto de los atisadores se tiene en cuenta de la misma manera cuando se utiliza la ec. 3 en vez de la ec. 1.

$$(b/t)_{at} \leq 796 / \sqrt{\sigma_y} \quad (15.8 \text{ para acero A36}).$$

Pueden usarse placas verticales, adosadas al alma o paralelas a ella, en lugar de los atisadores horizontales.

ZONA EN TENSION. El patin de la columna se considera formado por dos placas y una zona central rígida, como se ve en la figura.



Resistencia última de cada placa $P_u = C_1 \sigma_{yc} t_c^2$ (9)

$$C_1 = (4/\beta + \beta/2) / (2 - 2/\lambda)$$

$$\eta = \beta(\sqrt{\beta^2 + 8\lambda} - \beta) / 4, \quad (\beta = p/q, \quad \lambda = h/b_v)$$

Si la columna y la viga son perfiles H laminados, puede tomarse conservadoramente $C_1 = 3.5$.

Resistencia total del patin de la columna:

$$Q_T = \sigma_{yv} t_v m + 2(3.5 \sigma_{yc} t_c^2) \quad (10)$$

$$A_p \sigma_{yv} = b_v t_v \sigma_{yv} = 0.8 (\sigma_{yv} t_v m + 7 \sigma_{yc} t_c^2) \quad (11)$$

El factor 0.8 se introduce

para obtener resultados conservadores

$$\therefore t_c^2 = \frac{b_v t_v}{7} (1.25 - \frac{m}{b_v}) C_1 \quad (12)$$

$m/b_v = 0.15$ es un valor conservador para vigas y columnas H laminadas

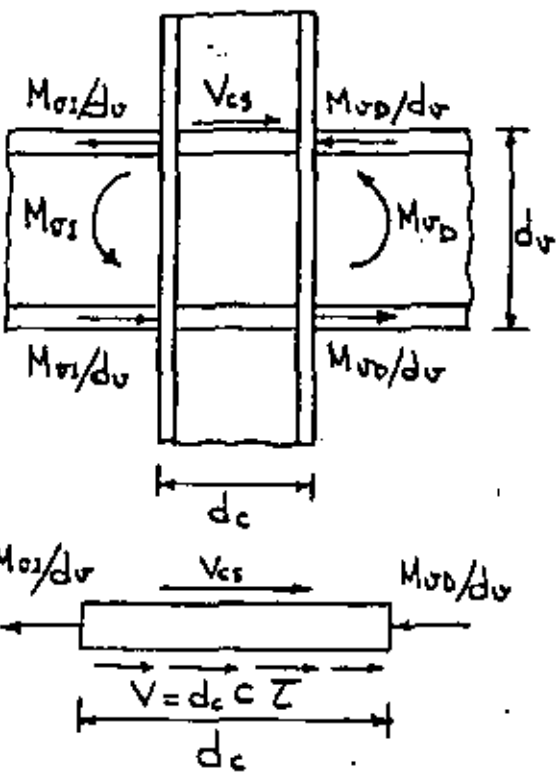
$$\therefore t_c = 0.4 \sqrt{C_1 A_p} \quad (13)$$

Si $t_c \geq 0.4 \sqrt{C_1 A_p}$ no se necesitan

atresadores en la zona de tensión. Cuando sí se requieren se diseñan igual que en la de compresión.

La ec. 13 puede no ser válida para columnas hechas con placas soldadas.

REFUERZO DEL ALMA POR CORTANTE. (CARGA ESTÁTICA)



AISC. Fuerza cortante de plastificación del alma $V_y = 0.95 d_c C \sigma_y / \sqrt{3}$

Fuerza cortante que aplican los vigas

$$T = \Sigma M / 0.95 d_v$$

El flujo por cortante del tablero de alma se inicia cuando

$$\frac{\Sigma M}{0.95 d_v} = \frac{0.95 d_c C \sigma_y}{\sqrt{3}}$$

El alma no necesita refuerzo por

cortante si $C \geq \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y} \frac{\Sigma M}{(0.95 d_c)(0.95 d_v)}$ (14)

MANUAL 43, ASCE. Del equilibrio del atiesador superior:

$$Z C d_c - \frac{M_{1s}}{d_v} - \frac{M_{2s}}{d_v} + V_{cs} = 0 \quad (15)$$

Sustituyendo \$Z\$ por \$\sigma_y / \sqrt{3}\$, y despejando \$C\$:

$$C = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y d_c} \left(\frac{M_{1s} + M_{2s}}{d_v} - V_{cs} \right) \quad (16)$$

Esta ec. lleva a gruesos \$C\$ de 15 a 20% menores que los calculados con la ec. (14).

El alma de la columna no se pandea por cortante si \$h/c \le 70\$.

Si se toma en cuenta la compresión en la columna, el esfuerzo

cortante de flujo se reduce a $Z'_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - (P/P_y)^2}$ (20)

Teniendo en cuenta este valor, la ec. 16 se convierte en

$$C = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y d_c} \frac{\left(\frac{M_{1s} + M_{2s}}{d_v} - V_{cs} \right)}{\sqrt{1 - (P/P_y)^2}} \quad (21)$$

EJEMPLOS. Revisense las conexiones viga - columna siguientes, y proyéctese el refuerzo, en caso de que sea necesario.

| | | |
|---------------|---------|--|
| | W14x111 | <u>PROPIEDADES DE LOS PERFILES</u> |
| W18x50 lb/pie | W18x50 | <u>VIGAS</u> (W18x50). $d_v = 45.7\text{cm}$; $b_v = 13.1\text{cm}$; $t_v = 1.45\text{cm}$ |
| A36 en todo. | W14x111 | <u>COL</u> (W14x111). $d_c = 36.5\text{cm}$; $b_c = 37.1\text{cm}$; $t_c = 2.22\text{cm}$ $c = 1.37\text{cm}$; $k = 3.97\text{cm}$ |

ZONA DEL PATÍN COMPRESIDO. $\frac{A_p}{t_v + 5k_c} = \frac{13.1 \times 1.45}{1.45 + 5 \times 3.97} = 1.30\text{cm} < 1.37$

No se necesitan atisadores.

ZONA DEL PATÍN EN TENSION. $0.4\sqrt{A_p} = 0.4\sqrt{13.1 \times 1.45} = 2.11\text{cm} < 2.22$

Tampoco se necesitan atisadores.

REVISIÓN DEL ALMA POR CORTANTE. Se considerará la condición más crítica, correspondiente a la formación de articulaciones plásticas en las dos vigas. No se tendrá en cuenta la fuerza normal en la columna.

$M_{pV} = ZG_y = 101 \times 36 = 3636 \text{ Kin} = 303000 \text{ lbft} = 41.9 \text{ Tm}$

AISC. $c = \frac{\sqrt{3}}{G_y} \frac{EM}{(0.95d_c)(0.95d_v)} = \frac{1.92EM}{G_y d_c d_v} = \frac{1.92 \times 2 \times 41.9 \times 10^3}{2530 \times 36.5 \times 45.7} = 3.81\text{cm} > 1.37$

ASCE. $c = \frac{\sqrt{3}}{G_y d_c} \left(\frac{M_{rv} + M_{rv}}{d_v} - V_{cs} \right) = \frac{\sqrt{3}}{2530 \times 36.5} \left(\frac{2 \times 41.9 \times 10^3}{45.7} \right) = 3.44\text{cm} > 1.37$

Como no se conoce, se ha tomado $V_{cs} = 0$.

El alma puede reforzarse por medio de dos placas atornilladas a ella, de espesor total igual a $3.44 - 1.37 = 2.07\text{cm}$.

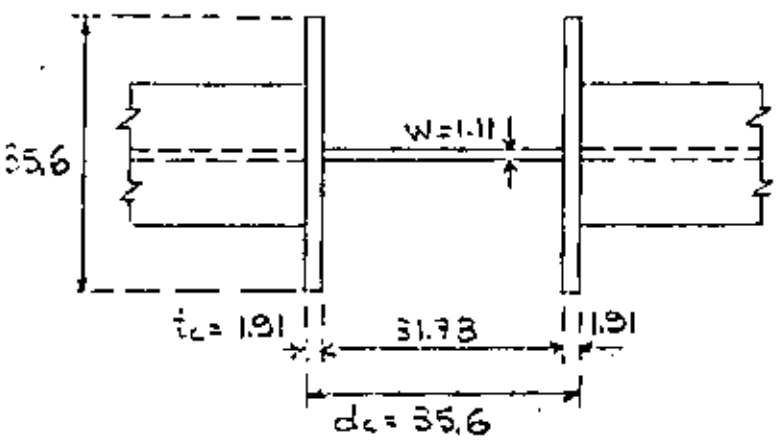
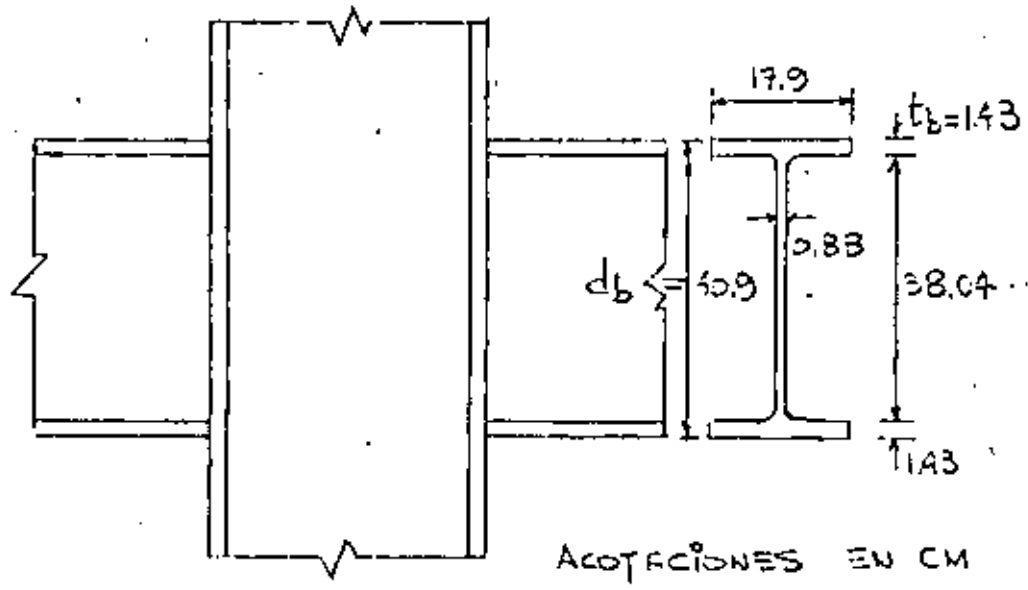
Se usarán dos placas de $3/8"$ ($t = 0.95 \times 2 = 1.90\text{cm} \approx 2.07$)

Para que no se pandeen localmente, la relación h/t de cada placa no debe exceder de 70. $\frac{h}{t} = \frac{d_c - 2k}{t} = \frac{36.5 - 2 \times 3.97}{0.95} = 30.1 < 70$. Correcto.

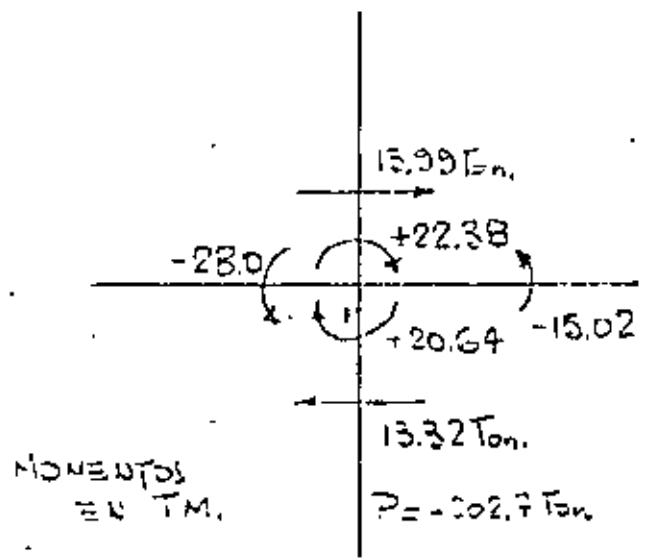
DISEÑO DE UNA CONEXIÓN VIGA-COLUMNA DE UN MARCO DE EDIFICIO (ACERO A36).

PERFILES. COLUMNA. 1 H 356 MM X 356 MM X 134 KG/M

VIGAS. 1 IPR 16" X 7" X 67.1 KG/M



ELEMENTOS MECÁNICOS POR CARGA VERTICAL + SISMO DE IZQUIERDA A DERECHA



REVISIÓN DEL GRUESO DEL ALMA DE LA COLUMNA POR CORZAJES

CONVIENE EMPEZAR CON ESTA REVISIÓN, PUES SI HACE FALTA AUMENTAR EL GRUESO DEL ALMA DE LA COLUMNA CAUSA EL COMPORTAMIENTO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LOS APESADONADOS HORIZONTALES.

$$\text{Ec. 16. } W_{\text{rec}} = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y d_c} \left(\frac{M_b + M_c}{d_b} - V_{\text{col}} \right) =$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2530 \times 35.6} \left(\frac{2800000 + 1502000}{40.9} - 13990 \right) = 1.75 \text{ cm} > 1.11$$

$$\text{Ec. 17. } W_{\text{rec}} = \frac{\sqrt{3}}{\sigma_y} \frac{\Delta M}{0.95 d_b \times 0.95 d_c} = 2.24 \text{ cm} = 1.28 \times 1.75$$

LA EC. 17 INDICA QUE SE REQUIERE UN ALMA 28% MÁS GRUESA QUE LA CALCULADA CON LA EC. 16.

$$\text{Ec. 18. } C_{\text{av}} = \frac{(\Delta M / d_b)(1 - \rho)}{(d_c - t_c)W + 62.4 I_{cf} / d_b^2}$$

$$(M_p)_y = Z_x \sigma_y = 1343.7 \times 2530 = 3399600 \text{ Kg.cm}$$

$$\rho = \frac{V_{\text{col}} d_b}{\Delta M} = \frac{13990 \times 40.9}{3399600 \times 2} = 0.084; \quad I_{cf} = \frac{b_c t_c^3}{12} = \frac{35.6 \times 1.31^3}{12} = 20.7 \text{ cm}^4$$

$$C_{\text{av}} = \frac{(6799200 / 40.9)(1 - 0.084)}{(35.6 - 1.31)1.11 + 62.4 \times 20.7 / 40.9^2} = \frac{152275}{37.396 + 0.772} = 3989 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Ec. 19. } \bar{C}_y = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y} \right)^2}; \quad P_y = A \sigma_y = 171.27 \times 2530 = 43331 \text{ Tm}$$

$$\bar{C}_y = \frac{2530}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \left(\frac{202.7}{43331} \right)^2} = 1231 \text{ Kg/cm}^2 < 3989$$

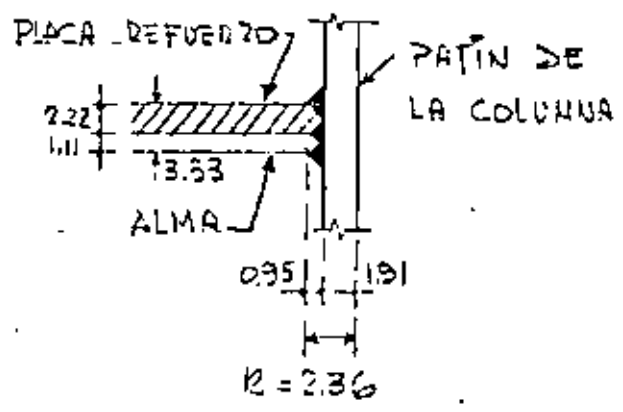
DE ACUERDO CON LAS ECS. 18 Y 19 EL ALMA NECESITA REFUERZO.

DESPRECIANDO LA RESISTENCIA A LA FLEXIÓN DE LOS MIEMBROS DE LA COLUMNA, EL GUESO DE LA PLACA DE REFUERZO SE CALCULA CON LA EXPRESIÓN

$$t_p = \frac{\tau_{AV} - \bar{C}_y}{\bar{C}_y} \quad w = \frac{3989 - 1291}{1291} \times 1.11 = 2.32 \text{ cm}$$

SE COLOCARÁ UNA PLACA ADOSADA AL ALMA DE 2.22 CM (7/8") (GRUESO TOTAL = 2.22 + 1.11 = 3.33 CM). (SI SE APLICA LA EC. 18 CON W = 3.33 CM SE OBTIENE $\tau_{AV} = 1348 \text{ kg/cm}^2 \approx \bar{C}_y$).

EN GENERAL, DEBE DEVISARSE QUE LA PLACA ADOSADA NO FALLE POR RANDEO POR CORTANTE.



EN LA ZONA DE LA PLACA DE REFUERZO CONVIENE UTILIZAR SOLDADURAS DE PENETRACIÓN COMPLETA EN ELLA Y EN EL ALMA, PARA DESARROLLAR SU RESISTENCIA ÍNTEGRA, Y REFORZARLA CON

CORDONES PARA AUMENTAR LA DISTANCIA R.

ATIESADONES HORIZONTALES

1. FRENTE AL PATÍN COMPRIMIDO

$$Ec. 13. \quad w_{rec} = \frac{A_f}{t_b + 5r_c} = \frac{17.2 \times 1.43}{1.43 + 5 \times 2.86} = 1.63 \text{ cm} < 3.33$$

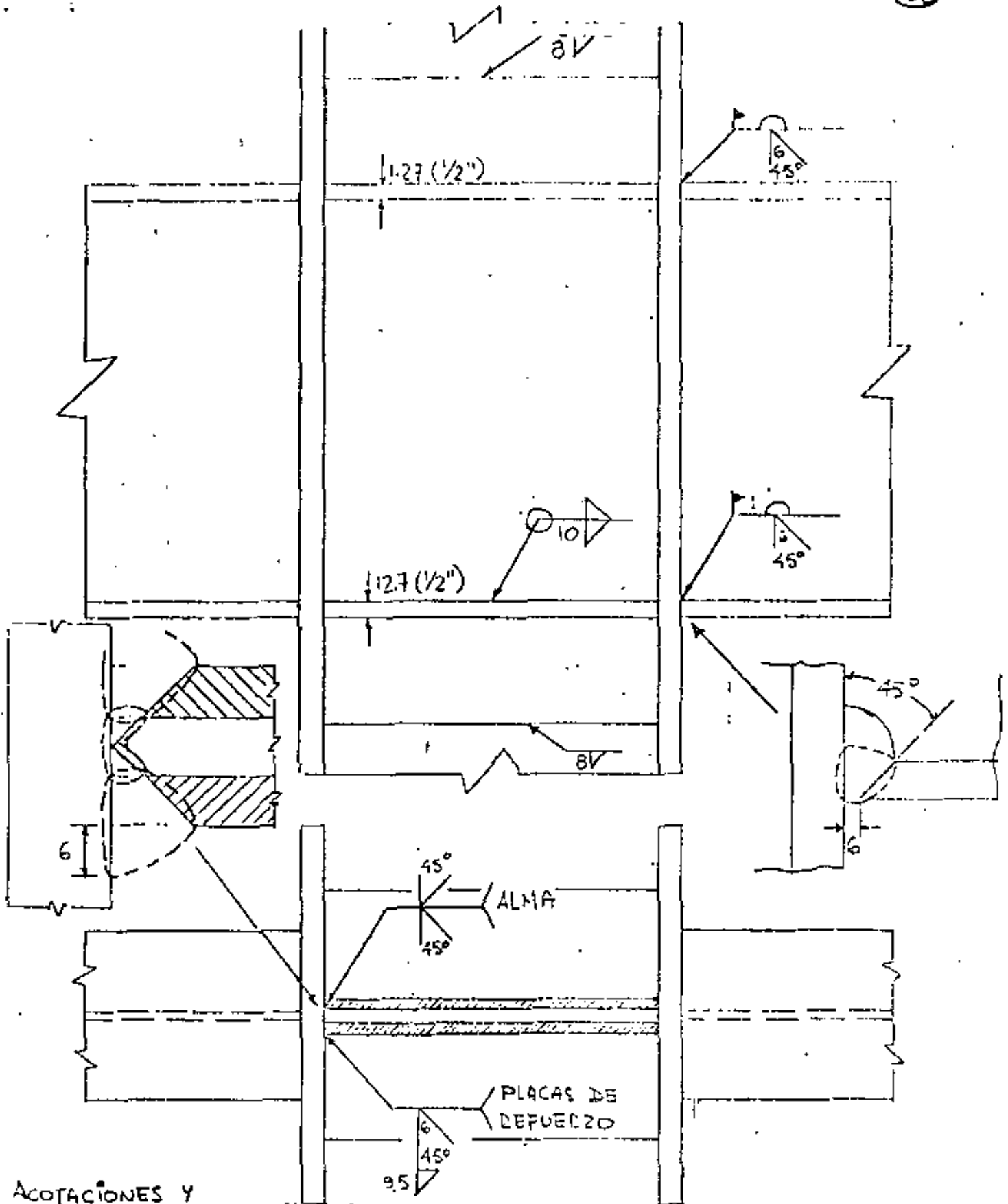
$$Ec. 14. \quad W \geq d_c \sqrt{V_y} / 1509 = 35.6 \sqrt{2530} / 1509 = 1.19 \text{ cm} < 3.33$$

NO SE NECESITAN ATIESADONES

2. FRENTE AL PATÍN EN TENSION.

$$Ec. 15. \quad t_c = 0.4 \sqrt{A_f} = 0.4 \sqrt{17.2 \times 1.43} = 2.02 \text{ cm} > 1.91$$

SE NECESITAN ATIESADONES. SE COLOCARÁN DE UN TAMAÑO MÍNIMO, PARA EVITAR LA FLEXIÓN DE LOS PATINES DE LA COLUMNA.



ACOTACIONES Y
TAMAÑOS DE
MEDIDURA EN
MM.

DOS PLACAS DE REFUERZO DE 11.3 MM (7/16") C/U.

SE COLOCAN ATIESAJADORES HORIZONTALES FRENTE A LOS DOS
PATINES DE LAS VIGAS TENIENDO EN CUENTA QUE DURANTE UN TEMP.O.R.
CUBRIAN LOS SENTIDOS DE LOS HUELTOS.

EN LOS EXTREMOS DEBE SATISFACERSE LA CONDICIÓN:

$$\left(\frac{M_x}{M_{px}}\right)^{\xi} + \left(\frac{M_y}{M_{py}}\right)^{\xi} \leq 1.0$$

M_x y M_y SON LOS MOMENTOS QUE ACTÚAN EN LA SECCIÓN CONSIDERADA Y M_{px} Y M_{py} LOS MOMENTOS PLÁSTICOS, REDUCIDOS POR CARGA AXIAL, DE COLUMNAS CORTAS:

$$\left. \begin{aligned} M_{px} &= 1.18 [1 - (P/P_y)] M_{px} \leq M_{px} \\ M_{py} &= 1.18 [1 - (P/P_y)^2] M_{py} \leq M_{py} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{VÁLIDAS PARA} \\ \text{SECCIONES I O H.} \end{array}$$

M_{px} y M_{py} SON LOS MOMENTOS PLÁSTICOS DE LA SECCIÓN

EN SECCIONES H EN LAS QUE LA RELACIÓN DEL ANCHO DEL PATÍN AL PEGALTE DEL ALMA ESTÁ COMPRENDIDA ENTRE 0.5 Y 1.0,

$$\xi = 1.6 - \frac{P/P_y}{2 \ln(P/P_y)}$$

\ln INDICA LOGARITMO NATURAL.

LA ESTABILIDAD ENTRE LOS EXTREMOS SE COMPROBABA CON LA ECUACIÓN:

$$\left(\frac{C_{mx} M_x}{M_{uxx}}\right)^2 + \left(\frac{C_{my} M_y}{M_{uyy}}\right)^2 \leq 1.0$$

M_x y M_y SON LOS MOMENTOS MÁS GRANDES, EN UNO U OTRO EXTREMO DE LA COLUMNA, Y M_{uxx} Y M_{uyy} SON LOS MOMENTOS RESISTENTES EN FLEXIÓN, DISMINUIDOS POR FACTOR --TENDAL POR FLENDORSIÓN CUANDO ESTE SEA CRÍTICO.

$$M_{ux} = M_{ux} [1 - (P/P_0)] [1 - (P/P_{ex})]$$

$$M_{uy} = M_{uy} [1 - (P/P_0)] [1 - (P/P_{ey})]$$

P_0 ES LA CARGA CRÍTICA DE PANDEO INELÁSTICO DE LA COLUMNA, P_{ex} Y P_{ey} LAS DE PANDEO ELÁSTICO, M_{ux} EL MOMENTO MÁXIMO RESISTENTE PARA FLEXIÓN ALREDEDOR DE X, REDUCIDO POR PANDEO LATERAL CUANDO SEA NECESARIO, Y

η VALE:

$$\eta = 0.4 + P/P_y + B/H, \text{ CUANDO } B/H \geq 0.3$$

$$\eta = 1.0, \text{ CUANDO } B/H < 0.3$$

B Y H SON EL ANCHO DEL PATÍN Y EL TIRANTE DE LA SECCIÓN I O H.

$$M_{ux} = \left[1.07 - \frac{(L/r_x) \sqrt{I_y}}{26500} \right] M_p \leq M_p$$

ESTA ECUACIÓN PROPORCIONA UN VALOR APROXIMADO DEL MOMENTO CRÍTICO DE PANDEO LATERAL PARA FLEXIÓN UNIFORME. EN CASO CONTRARIO PUEDE COLEGIRSE CON EL COEFICIENTE C_m .

In the above equations, s = subassembly stiffness, E = modulus of elasticity, I_c = column moment of inertia, P = column axial load, and h = story height. The quantity ψ is a measure of the ratio of column stiffness, I_c/h , to beam stiffness, $\sum(I_b/L_b)$, in a subassembly.

$$\psi = \frac{I_c}{h} / \sum \left(\frac{I_b}{L_b} \right) \quad (5)$$

The parameter ψ is of significant importance in the decision to increase member sizes for best results in reducing sway and in design configurations. The following rules apply¹:

1. Increase beam sizes if $\psi \gg 0.5$.
2. Increase column sizes if $\psi \ll 0.5$.
3. Increase beam and column sizes if ψ is approximately 0.5.

In applying the subassembly stiffness equations, it is not necessary to calculate the axial forces on the individual columns when $P\Delta$ effects are included. Instead, the readily evaluated total gravity load on the story is required. For example, the story stiffness, S_T , at an intermediate level with m columns is:

$$S_T = \frac{Q}{\Delta} = \frac{12E}{h^2} \sum \left(\frac{I_c/h}{1+2\psi} \right) = \sum \frac{P}{h} \quad (6)$$

where

Q = total wind force on the story

$\sum P$ = total story gravity loads

Note that when first-order results only are to be found $P = 0$ in the stiffness equations.

ILLUSTRATIVE EXAMPLE

The applied loads on and the dimensions of the chosen frame are shown in Fig. 1, and member sizes are given in Table 1(a). The frame has a failure load factor of 1.32 under proportional loading conditions and has a frame deflection index of 0.0044 at working loads. It is required to modify the frame so that story deflections do not exceed $0.003h$, $P\Delta$ effects being accounted for.²

Calculations for the values of ψ for various subassemblies have been performed and are given in Table 2. Since ψ is approximately equal to 0.5, especially in the interior subassemblies, both beam and column inertias should be increased.

Computations for the story below level 8 are summarized below:

For $\Delta = 0.003h$, the required story stiffness is:

$$S_T = \frac{Q}{\Delta} = \frac{29.7}{0.003h} = 87 \text{ kips/in.}$$

Suppose all moments of inertia are increased by a factor n . Using Eq. (6),

$$87 = \frac{12E}{h^2} \sum \left(\frac{nI_c/h}{1+2\psi} \right) = \frac{721}{h}$$

so that $n = 1.66$. Hence all beam and column sizes should be increased by a factor of 1.66.

In choosing a new column section, the new area of cross section must be approximately equal to that of the old section to avoid premature hinge formation. The final beams and columns selected to meet the sway limit of $0.003h$ per story are given in Table 1(b).

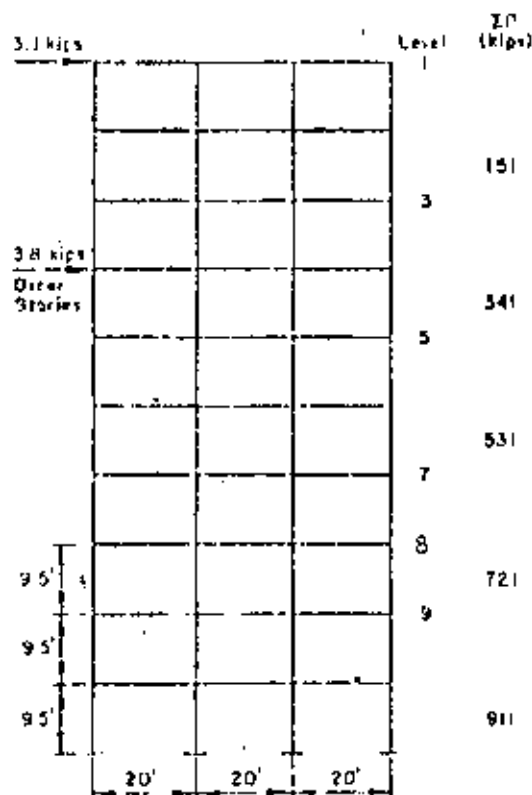


Fig. 1. Frame loads and dimensions

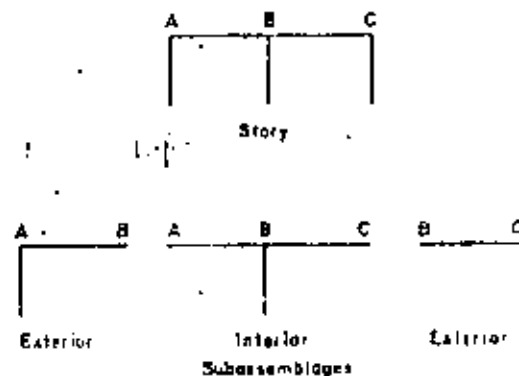


Fig. 2. Story components

Design of an Eccentrically Braced Steel Frame

EGOR P. POPOV AND CHARLES W. ROEDER

In the design of earthquake resistant structures, two basic requirements must be met. First, the structure must remain serviceable during the ordinary, frequently occurring load applications. This is usually accomplished by designing the structure so that it remains elastic and provides adequate stiffness to limit deflections. The second requirement is to preclude a disaster during a major earthquake. For such an extreme event, considerable inelastic deformation is usually allowed. Thus, structures must possess sufficient ductility and inelastic stability to withstand these extreme excitations.

Recent studies^{1,2} have shown that eccentrically braced frames offer considerable potential as seismic resistant structures. They are very stiff and can easily satisfy story drift limitations, and they can be designed to provide excellent inelastic behavior and energy dissipation characteristics. Therefore, such structures are likely to remain serviceable during the smaller, more frequently occurring earthquakes, and prevent collapse during severe, infrequent earthquakes. Eccentrically braced steel frames also appear to be very economical structures, indicating savings for some framing arrangements on the order of 30% in weight of steel over unbraced frames.¹ This unique structural system offers several design advantages, but it also employs several unusual design requirements. The purpose of this paper is to summarize these special design requirements and to show a simple example illustrating their application.

GENERAL DESIGN APPROACH

The eccentrically braced frame discussed here employs a brace which has a thrust line that does not go through the intersection of beam and column center lines, but, instead, is framed as shown in Fig. 1. The eccentric beam element provides a ductile fuse which assures good inelastic behavior and energy dissipation. Tests have shown^{1,3} that the inelastic behavior of this structural system is very good, provided the beam is designed to yield in shear. This shear yield behavior is generally attained if the clear eccentricity

e is on the order of two times the beam depth. A good design is achieved if plastic hinges form at both ends of the eccentric beam element shortly after shear yielding. Therefore, the eccentricity and plastic moment capacity must be carefully balanced to assure the proper yield mechanism.

The preliminary design of an eccentrically braced frame is best performed by employing plastic design concepts, such as given in Part 2 of the AISC Specification.⁴ The factored design forces can be determined by using the moment balancing approach.^{1,5} This is a lower bound technique, which is obtained by designing the structure for any distribution of internal forces and bending moments which satisfy statics. Using this method, an efficient design can be obtained if the desired collapse mechanism, shown in Fig. 2, is kept in mind during the distribution process. The first step in attaining a suitable distribution of moments in the

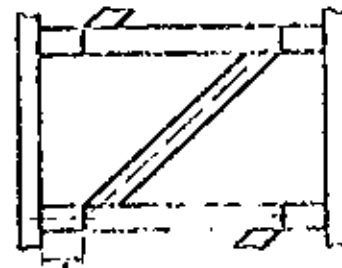


Figure 1

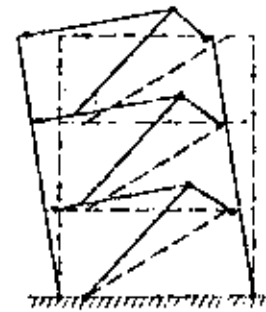


Figure 2

Egor P. Popov is Professor of Civil Engineering, University of California, Berkeley, California

Charles W. Roeder is Assistant Professor of Civil Engineering, University of Washington, Seattle, Washington.

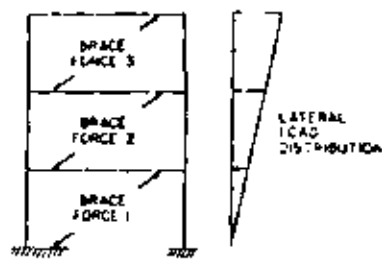


Figure 3

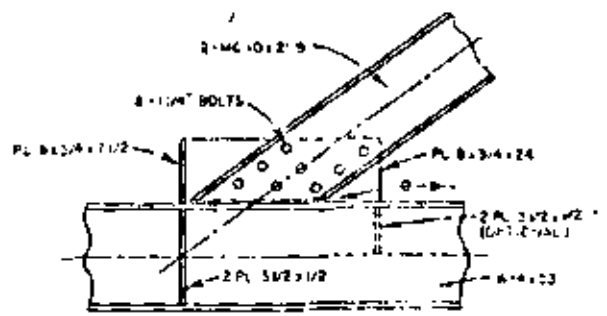


Figure 4

frame is to note that in each panel a brace provides 70 to 85% of the lateral stiffness, and so it should carry a corresponding percentage of the lateral shear. This provides a quick estimation of the force in a brace. In the subsequent moment balancing procedure, the effect of braces is replaced with their forces, as shown in Fig. 3. After this simplification, the moment balancing procedure can be performed in several different ways; an approach is shown later, in the design example.

The members can be designed after completion of the plastic force distribution. The beam should be designed to first yield in shear without excessive conservatism. The shear capacity, V , of a wide flange beam can be determined from the equation:

$$V = 0.55 \sigma_y t_w d \quad (1)$$

where σ_y is the yield stress of the steel, t_w is the web thickness, and d is the depth of the beam. Because of the high shear force in the eccentric beam element, instead of the conventional plastic moment capacity, M_p , the reduced moment capacity, M_p^* , given by the following formula, must be used:

$$M_p^* = t_f b \sigma_y (d - t_f) \quad (2)$$

where b is the flange width and t_f is the flange thickness. After selecting the beam for its required shear capacity, it should be checked to assure that plastic hinges form at both ends of the eccentric beam element shortly after shear yielding. This can be accomplished by requiring that $2M_p^*/e$ be somewhat larger than V . A satisfactory relationship among these quantities can be taken as $1.1 V \leq 2M_p^*/e \leq 1.3 V$. To attain the desired balance, it may be necessary to adjust eccentricity or beam size or add flange cover plates. Web doubler plates should not be used to attain the desired balance.

After the beam is designed, the column should be selected by the "weak beam-strong column" approach.⁶ Therefore, if the beam is designed to attain a moment M_p^* which is larger than required by the design forces, the column should be designed in an equally conservative manner. It is also very important to avoid buckling of the brace. This is accomplished by increasing the design axial force of the brace to account for increased brace forces induced by an overly conservative design of the beam, strain hardening of the

beam, or uncertainty in the yield stress of the beam. Thus, it is recommended that the brace be designed for a force at least 50% higher than required by moment balancing.

The brace-to-beam connection can be designed as a bolted connection, as shown in Fig. 4. The number of bolts may be determined using criteria for friction-type bolts; however, the bolt capacity should also be checked in bearing, because bolt slippage can be expected during a severe earthquake.¹ It is suggested that the bearing stresses be limited to the yield stress, σ_y , as opposed to the $1.35\sigma_y$ allowed by AISC.^{1,4} The connection requires a pair of web stiffeners at the toe of the brace. These are required to distribute the shear stress in the web and to assist with the development of the cyclic diagonal tension field during extreme inelastic deformations.^{1,3} The gusset plate attachment for the brace can be built up to form a tee, as shown in Fig. 4. In some designs, a structural tee can be used to advantage. In either case, a tee-shaped attachment to a beam is desirable, since it reduces the eccentricity between the thrust line of the brace and the centroid of the gusset plate welds. The flange of the tee can be directly aligned with the web stiffeners to provide a direct transfer of brace force. The gusset plate must not be allowed to extend into the eccentric beam element,¹ because large deformations can be expected in this region during a severe earthquake. Experiments have shown¹ that, although not essential, a pair of partial depth beam web stiffeners are desirable. These web stiffeners are marked "optional" in Fig. 4, whereas the other stiffeners are essential.

The beam-to-column connection should be a moment resisting connection, as shown in Fig. 5. The flanges of the beam are welded to the column with full penetration welds. The beam web is bolted to the erection plate with friction-type bolts. However, because of the high shear force in the eccentric beam element, a single row of bolts cannot usually provide sufficient shear capacity, and so a fillet weld along the erection plate is added to act in combination with the friction-type bolts to develop the shear capacity of the beam.

The final design consideration pertains to the lateral support of the members. Due to the high shear force in the eccentric beam element, the moment gradient in it is high

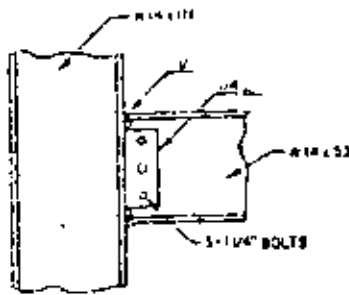


Figure 5

and little additional support is needed for this part of the beam. The moment gradient is much lower in the center beam section, and so lateral torsional buckling is more likely to be a problem in this region. The center section may also be subjected to high compressive force during a load reversal, and so lateral support is needed to prevent lateral torsional and weak-axis buckling. Tests have shown that lateral support provided at the third or quarter points of the beam span may be sufficient, and the floor joists commonly used are likely to provide adequate support.¹ In general, eccentrically braced frames require lateral support to both top and bottom beam flanges, as required by the AISC Specification.¹

After completion of the preliminary design, the results should be checked using a linear elastic analysis. Such an analysis is useful in determining whether the deflections are acceptable, and it provides the basis for a working stress design check of the preliminary design. The results of such an analysis may warrant some adjustments in the design; in making these, care must be exercised to assure that the inelastic behavior will remain essentially unaltered. Specifically, the beam should retain its weak link feature and should yield first in shear. If the beam sizes are increased, the columns and braces must also be made larger.

PRELIMINARY DESIGN EXAMPLE

Figure 6 shows the frame geometry and loading used to illustrate a preliminary design of an eccentrically braced frame. The given loadings have been multiplied by the appropriate load factors so that one can proceed directly with the analysis. Here the vertical loads can be directly transmitted down their respective columns. It will be assumed that at each level a brace will provide 80% of the lateral stiffness. Therefore, since each brace is designed as an axially loaded member, the axial force in each brace can be set at 200 kips, as shown in Fig. 7. For the subsequent analysis for moments, the braces can be removed from the frame and replaced by an equivalent force system, shown in Fig. 3.

At this point, the moment balancing could proceed in several ways,⁵ but it is desirable to first examine each of the cases with the objective of obtaining a collapse mechanism

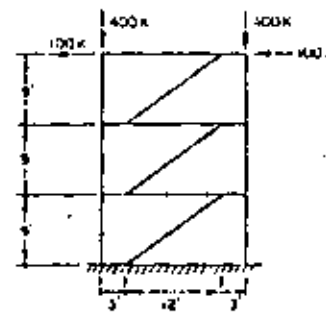


Figure 6

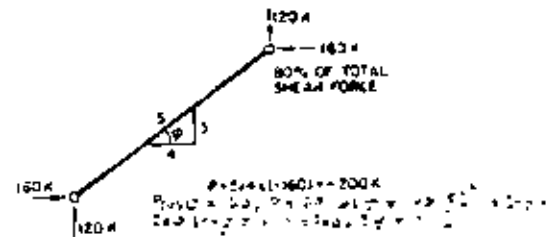
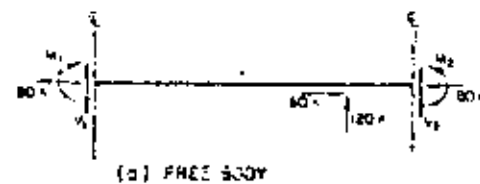
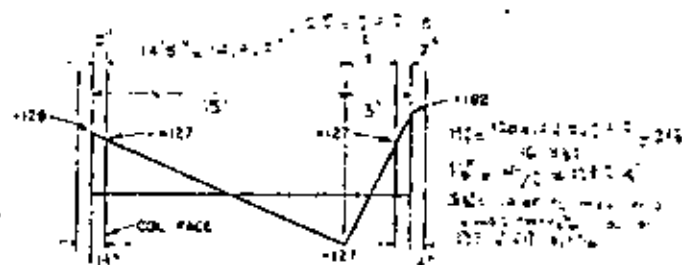


Figure 7



(a) FREE BODY



(b) MOMENT DIAGRAM (K-FT)

Figure 8

similar to that shown in Fig. 2. For example, consider the top beam, shown as a free body in Fig. 3(a). For this beam to be compatible with the desired collapse mechanism, moments at both ends and a moment at the intersection of the beam-brace center lines should form plastic hinges. However, the plastic end moments can form only at the column faces. Therefore, because of the moment gradients, the moments at the column center lines are larger. In this case, M_2 is significantly larger than the plastic moment, whereas M_1

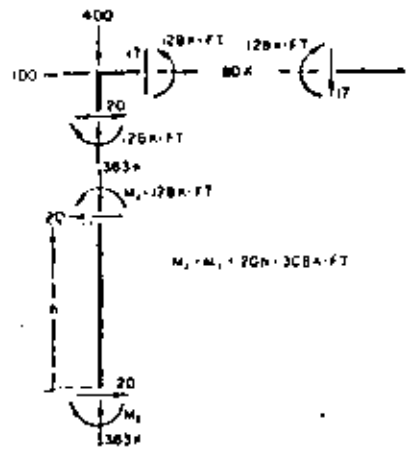


Figure 9

is nearly equal to such a moment [Fig. 8(b)]. By selecting $M_1 = 128$ kip-ft, and $M_2 = 182$ kip-ft,* and assuming columns to be W14 sections, the bending moments at the three plastic hinge locations are approximately 127 kip-ft. End moments for other beams are chosen in a similar manner.

The bending moments for the columns are determined by arbitrarily distributing the lateral shear not taken by the braces to the columns and systematically applying the conditions of statics to each of the beam-column joints. In this example, 20% of the total shear (60% was assigned to the braces) is distributed equally between the two columns. The moment balancing procedure starts at the top joints with the bending moment in the column taken equal to that in the beam (Fig. 9). The moment at the base of a column is found from the known shear force and the moment at the column top; see Fig. 9. The bending moments and shear forces for the lower columns are found by working down the structure. The results of this procedure give the bending moments satisfying the conditions of statics shown in Fig. 10(a). The axial forces are shown in Fig. 10(b); these are obtained by applying the conditions of statics at each joint. The sum of the reactions from the two diagrams keeps the frame in equilibrium.

The forces and moments shown in Fig. 10 can be used for the selection of member sizes and connections, but it should be noted that the columns will have to be designed for single curvature. This can result in an overly conservative column design, which should be avoided. The results of balancing can be substantially improved by slightly changing the proportion of lateral shear that is carried by some or all of the braces and/or columns. For example, if 5% of the shear force is assigned to the top left

* Note that a baseline in Fig. 8(b) connecting the points corresponding to moments M_1 and M_2 , together with a point -127 kip-ft at the brace, defines a moment diagram for a simply supported beam.

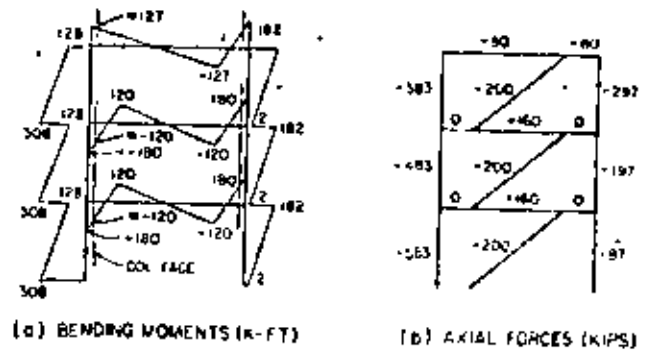


Figure 10

column, and 15% to the top right column, with all other quantities left unchanged, the maximum column design moments would be reduced from 308 to 218 kip-ft.

The selection of members can proceed after the plastic design forces, such as given in Fig. 10, are available. The requirements of beam sizes at all levels are very similar. For example, considering a beam at the first or second floor levels, one notes that the maximum shear is $(180 + 120)/3 = 100$ kips and the maximum moments are approximately 120 kip-ft, assuming W14 columns. Using A36 material the possible beam sections, together with the relevant properties, are given in Table 1. From the sections given, W18x35 is rejected, as it does not satisfy the slenderness requirements. The W14x53 section is preferable over W16x45, because of its greater lateral stability. For compact sections, the lateral torsional buckling is believed to be dependent upon the local flange buckling, which requires yielding of the flange for a length at least equal to a full wave length.⁶ The clear eccentricity e is approximately $(36 - 14/2) = 29$ in., and, thus, neither the W16x45 nor W14x53 is likely to form flange buckles because of the very steep moment gradient. However, the W14x53 section is preferable because of its wider flanges, which makes the member more stable laterally. The W14x53 should perform satisfactorily with lateral supports applied to the top and bottom flanges at the third points.

For the member selected, bending yield will occur considerably later than shear yielding, as can be noted from $2M_p^*/e$. Bending yield would occur earlier, and the design

Table 1. Member Properties

| Size ¹ | M_p^* (kip-in.) | M_p^* (kip-ft) | V^* (kips) | KI/r | P_{cr} (kips) |
|--|----------------------|---------------------|-----------------|--------|--------------------|
| W16x35 | 2405 | 1601 | 104 | 58.6 | 506 |
| W16x45 | 2956 | 2216 | 110 | 45.8 | 125 |
| W14x53 | 3192 | 2536 | 102 | 37.5 | 514 |
| W14x111 | 7056 | — | — | 29.0 | 1112 |
| 2-MC10x21.9 with 3/4-in. spacing | — | — | — | 80.0 | 360 |

would be improved, if the eccentricity e were increased, say, to 8 or 9 in. With this large increase in eccentricity, a new moment balancing should be performed following the procedure previously described.

For an revised geometry and assuming W14x53 beams, the brace must be designed for an axial force of 306 kips. This follows from the following reasoning. The 200-kip axial force in the brace is increased by 2% to account for the oversized beam ($F_y = 102$ kips \times 100 kips required), and by a factor of 1.5 to assure that the brace would not buckle due to the uncertainties in the material properties of the beam, i.e., its true yield strength and strain hardening characteristics. To satisfy these requirements, a pair of channels, MC10x21.9 with $\frac{3}{4}$ -in. back-to-back separation, can be used for the brace. The bolts are designed for the full 306-kip force at their plastic design stress levels. In addition, bearing stresses on the bolts were also checked at the normal plastic design force of 204 kips to assure that they did not exceed the yield stress, as suggested earlier. Eight $1\frac{1}{4}$ -in. A325 bolts are required for this connection. A fabricated tee-section was used for the gusset plate.

The beam-to-column connection is shown in Fig. 5. It is a moment-resisting connection with the beam flanges connected to the column by full penetration welds. The beam web is connected to the column by means of an erection plate with three $1\frac{1}{4}$ -in. A325 friction-type bolts, and, in addition, a small fillet weld is specified along the erection plate in order to develop the full 102-kip shear capacity of the beam.

The preliminary design is now complete. However, as noted earlier, at least an additional iteration of the plastic design is necessary. After being satisfied with the plastic design, the structure should be checked using linear elastic analysis. The latter analysis may require further revisions of the structure. In making these, the basic design principles for this structural system must be kept in mind. These may be summarized as follows:

1. The beam must be designed as the weak link which yields in shear.
2. The brace must be conservatively designed as a compression member, to avoid buckling due to strain hardening or variations in yield strength of the beam.
3. The beam-to-column connection should be designed to be a moment-resisting one capable of developing the full shear capacity of the beam.

ACKNOWLEDGMENTS

The structural system described in this paper was developed under the auspices of AISI, Project 193, with supplementary assistance from NSF under Grant ENV-76-04263. The authors are most grateful for the financial assistance, as well as for valuable advice from the advisory panel during the course of this investigation.

REFERENCES

1. Roeder, C. W. and E. P. Popov. Inelastic Behavior of Eccentrically Braced Steel Frames Under Cyclic Loadings. *EERC Report 77-18, University of California, Berkeley, Aug. 1977.*
2. Roeder, C. W. and E. P. Popov. Eccentrically Braced Steel Frames for Earthquakes. *Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST3, March 1978.*
3. Roeder, C. W. and E. P. Popov. Cyclic Shear Yielding of Wide Flange Beams. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 104, No. EM4, Aug. 1978.*
4. *Manual of Steel Construction—Seventh Edition, AISC, New York, 1970.*
5. Horne, M. R. A Moment Distribution Method for the Analysis and Design of Structures by the Plastic Theory. *Proceedings of Institute of Civil Engineers, Vol. 3, No. 1, April 1954.*
6. Recommended Lateral Force Requirements and Commentary. *Seismology Committee, Structural Engineers Association of California, 1973.*
7. *Plastic Design in Steel, A Guide and Commentary—ASCE Manual 31, ASCE, New York, 1971.*
8. Lay, M. G. Flange Local Buckling in Wide-Flange Shapes. *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 91, No. ST6, Dec. 1965.*

Shear in Beam-Column Joints in Seismic Design of Steel Frames

HELMUT KRAWINKLER

In unbraced steel frames, structural stability and resistance to lateral loads require the transfer of bending moments between beams and columns. Depending upon stiffness and strength requirements, this transfer of bending moments can be achieved by either semi-rigid or rigid beam-column connections. In both cases, the intersection between beams and columns (the beam-column joint) will be subjected to high shears whenever a significant unbalance of beam moments is present at the joint. A significant unbalance usually exists at exterior and corner joints, and at interior joints in the case of lateral load application such as wind or seismic effects. Somewhat simplified, the effect of an unbalance of beam moments on the moment and shear force diagram along the column is illustrated in Figs. 1a and 1b. Figure 1c shows the forces acting on a free body of an interior joint.

The effect of the shear forces in joints must be accounted for in the design of frames. In the design for strength, the joints must be capable of transmitting the high shear forces through the columns in accordance with the selected design procedure, which may be based on allowable stresses or ultimate strength. In the design for stiffness, it may be necessary to verify that the joint distortions caused by the shear forces do not excessively affect the story drift under lateral loads.

The shear design of beam-column joints is of particular importance in frames that may be subjected to severe seismic excitations. Such frames may experience dynamic actions which will cause stresses and deformations by far exceeding the service state values. This imposes ductility requirements on all elements in the structure which may have to undergo severe inelastic deformations. Specific ductility requirements have been incorporated in the design criteria for ductile moment-resisting space frames (Ref. 1, Sect. 2722). This type of frame is required by the Uniform Building Code for all buildings exceeding 160 ft in height (Ref. 1, Sect. 2312).

Helmut Krawinkler is Assistant Professor of Civil Engineering, Stanford University, Stanford, Calif.

This paper deals with the effects of shear in beam-column joints on the strength, stiffness, and ductility of moment-resisting frames under severe earthquake excitations. Emphasis is placed on an evaluation of presently used design criteria for joints in ductile moment-resisting frames. Suggestions are presented for modifications of these design criteria.

AISC DESIGN CRITERIA FOR JOINT SHEAR

For a joint with a web thickness t , the maximum shear force that can be transferred through the joint is given by the AISC Specification³ as

$$V_{max} = 0.40F_y d_c t \quad (1)$$

for working stress design, and

$$V_{max} = 0.55F_y d_c t \quad (2)$$

for plastic design.

Equation (1) is obtained by multiplying the allowable shear stress ($0.40F_y$) with the effective shear area which is taken as the product of the column depth d_c times the web thickness t . Equation (2) is obtained by multiplying the yield stress in pure shear (equal to $F_y/\sqrt{3}$ according to von Mises yield criterion) with the effective shear area, which is taken as $0.95d_c t$.

In both working stress and plastic design V_{max} must be equal to or larger than the design shear force V' , which is given by

$$V' = \left(\frac{\Delta M}{0.95d_b} + V'_{col} \right) \quad (3a)$$

where $\Delta M = M_b + M_c$ (see Fig. 1) and V'_{col} is the shear in the column outside the joint. When two beams of unequal depths d_1 and d_2 frame into the joint, V' is given by

$$V' = \left(\frac{M_b}{0.95d_1} + \frac{M_c}{0.95d_2} + V'_{col} \right) \quad (3b)$$

When seismic effects contribute to the design shear force V' , the allowable stresses may be increased by 33 percent,

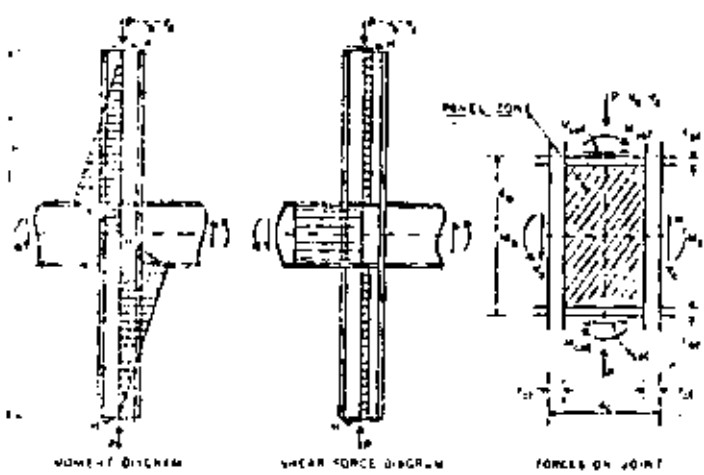


Fig. 1. Forces on column and joint

thus, V_{max} is given by

$$V_{max} = 0.53F_y d_c t \quad (4)$$

It should be noted that this value is very close to that given for plastic design.

In seismic design, the shear design of joints is in most cases based on Eq. (4), and V is calculated from the internal forces (M_b , M_c , and V_{col}) produced by unfactored gravity and seismic loads. However, for ductile moment-resisting frames it is recommended in Ref. 2 that joints be designed for the maximum shear force that can be developed based on the strength capacity of the members framing into the joint. This may significantly modify the response characteristics of frames in severe earthquakes, as compared to frames with joints designed according to allowable stress criteria. The differences in the response characteristics are discussed later in this paper.

SHEAR BEHAVIOR OF JOINTS

The shear behavior of beam-column joints has been the subject of several experimental and analytical studies. References 4 to 10 are examples of more recent work. The observations reported herein are based primarily on the studies reported in more detail in Refs. 7 to 9. These studies were concerned with the monotonic and cyclic response characteristics of interior two-way joints with beams fully welded to the flanges of the column.

Qualitatively, the most important characteristics of the joint behavior can be summarized as follows: The shearing stresses in the panel zone caused by lateral loading are highest at the center of the panel, with a moderate but definite drop towards the four corners. When the joints were stressed beyond the elastic range, yielding in the panel propagated in most cases rather slowly from the center towards the level of the beam flanges. This is reflected in the load-deformational response of joints, which exhibits an elastic range, followed by a range of gradually decreasing stiffness, and then stabilizes to a small and almost constant stiffness for a long range of deformation. The latter

stiffness can largely be attributed to strain-hardening in the material. The transition range between elastic stiffness and strain-hardening stiffness is primarily due to the fact that not only the panel zone in the joint resists the shear caused by an unbalance of beam moments; the elements surrounding the panel zone also contribute significantly to this resistance, in particular the bending resistance of the column flanges and the in-plane stiffness of the beam webs adjacent to the joint. The distribution of shear deformations throughout a joint can be studied from the deformed shape of the joint area of a W8x67 column shown in Fig. 2.

All tested joints exhibited a remarkable ductility and very stable and repetitive hysteresis loops under cyclic loading (see Fig. 3). In carefully detailed joints, no drop in strength was noticeable even at extremely large inelastic distortions, although in some specimens with thin panel zones diagonal buckling in the panel was observed. The only detrimental effect caused by excessive joint distortions was the formation of local kinks in beams and column flanges outside the joint, as illustrated in Fig. 4. These kinks caused high strain concentrations at the regions where the beam flanges were welded to the column, which in turn led to fracture of the material. However, this fracture occurred only after several load reversals at extremely large joint distortions. Thus, if joints are carefully detailed and if all welding in and

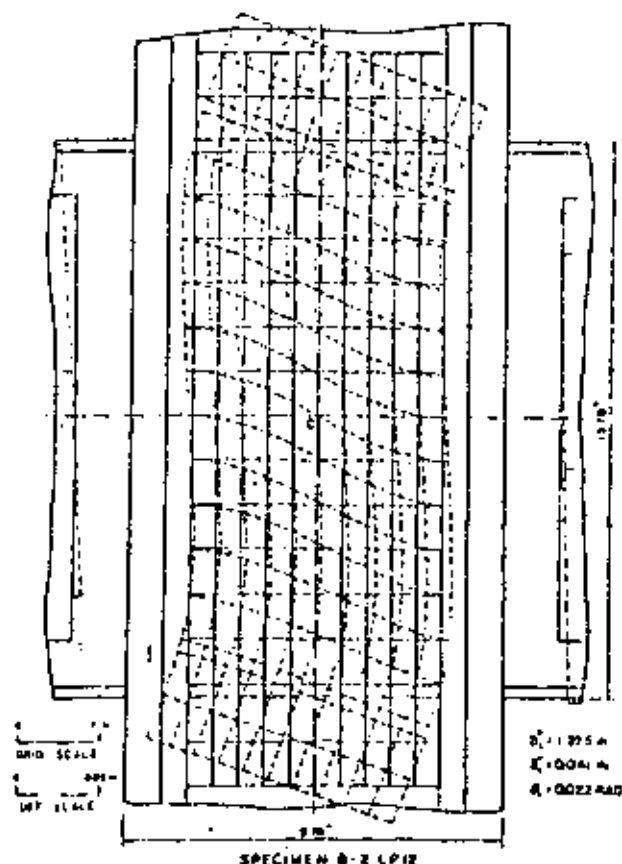


Fig. 2. Deformations in panel zone

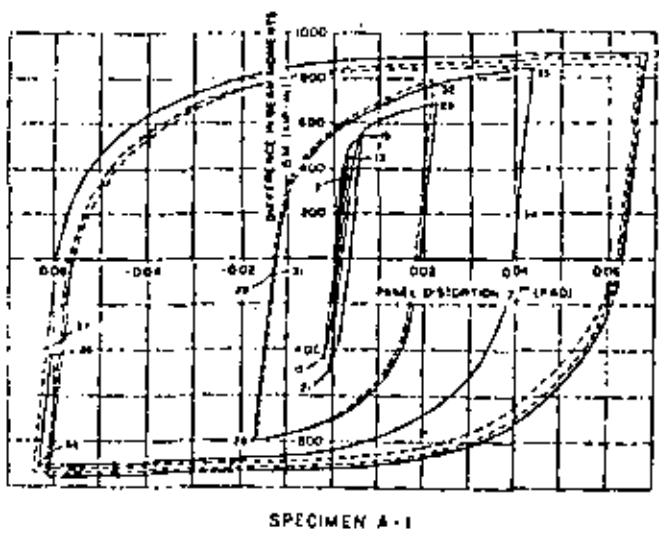


Fig. 3. Load-deformation diagram for joint

around the joint is done carefully, joints *per se* are elements with excellent energy dissipation characteristics.

A quantitative evaluation of the load-deformational response of joints can be made from the graphs shown in Fig. 5. In this figure are plotted the experimentally obtained $V-\gamma_p^{av}$ diagrams of three test specimens whose properties are summarized in Table 1. The shear force V was calculated from Eq. (3a) and the average shear distortion γ_p^{av} was obtained from relative displacement measurements at the four corners of the joints. To permit a direct comparison between different joints, the graphs are normalized with respect to the AISC plastic design strength V_p , as given by Eq. (2), and the corresponding yield strain in shear, $\gamma_y = F_y/(\sqrt{3}G)$.

It can be seen from the graphs that the elastic stiffness of joints is rather accurately defined by the ratio V_p/γ_y , as given by the AISC equation. Nonlinear behavior, caused by yielding in the panel zone, starts at approximately equal

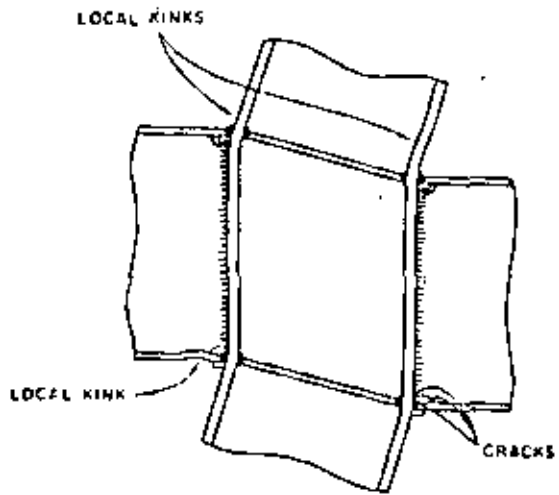


Fig. 4. Effects of excessive joint distortions

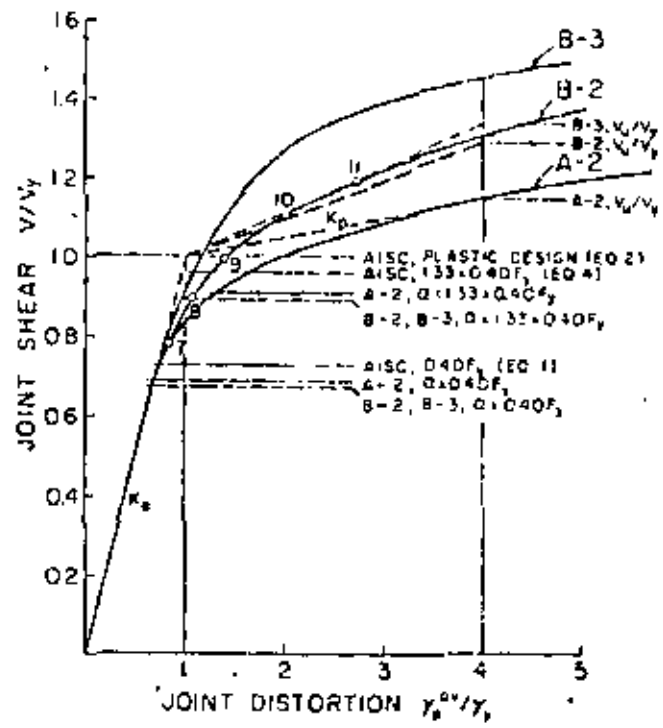


Fig. 5. Shear force-distortion diagrams for joints

shear levels (around 75 percent of V_p) for all three specimens. However, the post-yield stiffness and strength differ remarkably from specimen to specimen. This has also been observed by other investigators^{4,5,6} and has led to several attempts to model more accurately the load-deformation characteristics of joints.

From experimental evidence and analytical studies it can be concluded that the post-yield strength and stiffness of joints depend on the stiffness of the elements surrounding the panel zone, primarily the flexural stiffness of the column flanges, and the aspect ratio d_c/d_f . These factors, as well as the stiffness of the beams and column outside the joint area, will strongly affect the extent of yielding in the panel zone. The propagation of yielding in the panel of specimen B-2 is illustrated in Fig. 6, which shows the yield boundaries for one-quarter of the panel corresponding to load levels indicated on the $V-\gamma_p^{av}$ diagram in Fig. 5.

The mathematical modeling of joints is further complicated by the presence of normal stresses due to axial load and bending effects in the column and the bending moments in the beams. Also, the joint area is not subjected to concentrated shear forces at the beam levels, but to shear forces varying according to the distribution of bending stresses in the beams. Needless to say, design criteria for joints must be based on very simplified mathematical models, which nevertheless should incorporate the most important parameters that contribute to the force transfer within the joint. Based on this general discussion, several comments and suggestions regarding design criteria for joints are made in the following section.

Table 1. Properties of Test Specimens

| Spec. | J_c in. | t in. | t_{cf} in. | b_c in. | d_b in. | P_{web} ksi | P_{fl} ksi | $\frac{P}{P_{web}}$ | $\frac{P}{P_{fl}}$ | Web Reinf. | Horiz. Stiff. |
|-------|--------------|------------|-----------------|--------------|--------------|------------------|-----------------|---------------------|--------------------|---------------|------------------|
| A-2* | 8.03 | 0.255 | 0.996 | 8.80 | 10.05 | 41.0 | 40.5 | 0.32 | 0.325 | no | yes |
| B-2** | 9.09 | 0.627 | 0.903 | 8.16 | 13.72 | 47.0 | 42.5 | 0.37 | 0.41 | no | no |
| B-3** | 9.10 | 0.626 | 0.903 | 8.15 | 11.98 | 47.0 | | 0.37 | | no | no |

*Column is W8x24 section with flanges milled to simulate W14x63 prototype.
 **Column is W8x67 section simulating W14x223 prototype.

DESIGN LEVELS FOR JOINT SHEAR

AISC Plastic Design (Eq. 2)--As can be seen from Fig. 5, the shear force corresponding to Eq. (2) causes controlled inelastic deformations which decrease with an increase in column flange thickness (A-2 vs B-2) and a decrease in the aspect ratio, d_b/d_c (B-2 vs. B-3). It can be expected that for heavier columns (thicker flanges) the extent of inelastic deformations will be even smaller. In all cases the shear capacity exceeded this force level; for thick column flanges and small aspect ratios by a large amount. It appears that Eq. (2) is very conservative for plastic design, which is usually concerned with the ultimate strength of elements. A model for ultimate strength is proposed later in this section.

Equation (2) is often taken as a measure of general yielding in the panel zone. As such it gives good results for joints with thin column flanges, but may be rather conservative in the case of very thick column flanges and small aspect ratios. Further research may be necessary to derive a design equation which pays more attention to the stiffness of the elements surrounding the panel.

AISC Allowable Stress Design (Eqs. 1 and 4)--Figure 4 indicates that Eq. (1) defines a force level which will cause essentially elastic response in the joint, although yielding commenced at the center of the panel at about the same level. The shear force defined by Eq. (4) (gravity plus seismic forces) did cause some inelastic response in the joints. Similar observations were made by other investigators.^{5,6} The consequence of these inelastic joint distortions will be a slight increase in story drift at the allowable stress design level. Again, the amount of inelastic distortions decreases significantly for joints with thick column flanges and small aspect ratios.

One reason for the early yielding in the panel zone is the effect of the normal stresses due to axial column loads on the yield stress in shear. This effect can be included in Eqs. (1) and (4) by multiplying the allowable stress values by a factor α , which is given by von Mises yield criterion as

$$\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{P}{P_y}\right)^2} \tag{5}$$

where P is the axial column load at the design level and P_y is the yield axial load. The shear forces obtained by including the factor α in Eqs. (1) and (4) are shown in Fig. 5.

It should be noted that in most cases it is not necessary to include the factor α in Eq. (2) for plastic design. This equation gives a measure of ultimate strength or, at least, general yielding of the panel zone. Experimental evidence⁷ has shown that almost all of the axial force in the column is transferred to the column flanges in the joint once the panel zone has yielded in shear. Clearly, this only holds true for columns in which the flanges have the necessary capacity to resist the full axial load plus eventual bending stresses in the yielded joint region.

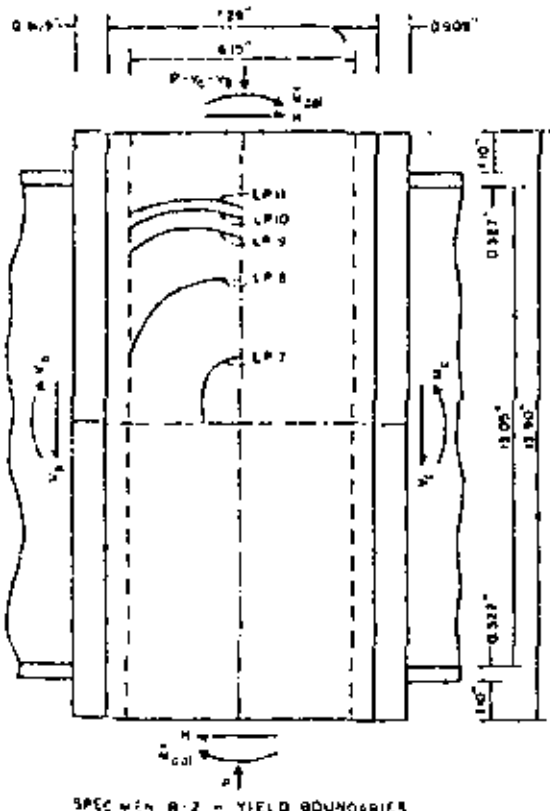


Fig. 6 Propagation of yield boundary in panel

Ultimate Shear Strength of Joints--All experimental evidence has shown that the actual ultimate shear strength of joints is much higher than that given by Eq. (2). However, this ultimate strength usually is associated with unacceptable large inelastic joint distortions. Nevertheless, in plastic design philosophy which is based on the formation of plastic hinges, there appears to be no *a priori* need to design joints such that they behave essentially elastically under the actions of "ultimate" or factored loads. It is reasonably simple to incorporate in mathematical models of frame structures the joints as individual elements and account for their inelastic actions.^{11,12,13} If these inelastic actions do not adversely affect the strength and stiffness requirements for frames, it may be overly conservative to design joints according to Eq. (2).

The load-deformational behavior of joints is peculiar insofar that it does not exhibit an elastic-almost perfectly plastic response, but gradually decreasing stiffness characteristics. It is appropriate, therefore, to associate ultimate strength with that level of shear force that can safely be transferred through the joint with controlled inelastic deformations, rather than with essentially elastic behavior. A total angle of distortion equal to four times the angle of distortion γ_y should be acceptable and is used in the following proposed design equation for ultimate shear strength in joints. If this criterion is accepted, it can be seen from Fig. 5 that the corresponding shear strength usually exceeds the AISC plastic design value by a large amount, for instance, by 46 percent for specimen B-3.

The mathematical model for strength and stiffness calculations is shown in Fig. 7. It consists of an elastic-perfectly plastic shear panel surrounded by rigid boundaries with springs at the four corners. These springs simulate the resistance of the elements surrounding the panel zone, in particular the bending resistance of the column flanges. The shear panel is active until general yielding of the panel zone occurs. Equation (2) is used to define general yielding although, as discussed previously, this equation may be rather conservative for joints with thick column flanges and small aspect ratios. Thus, the elastic stiffness is given by

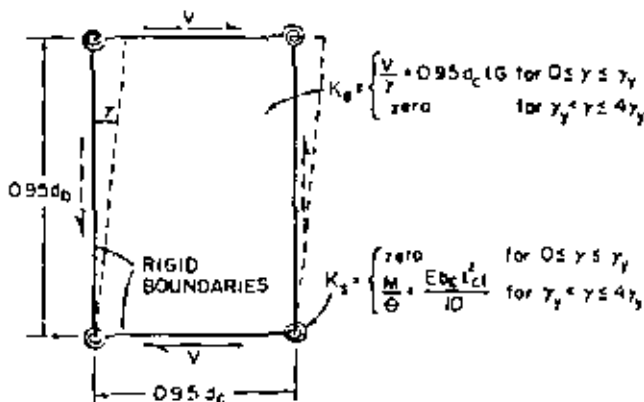


Fig. 7. Mathematical model for joint

$$K_e = \frac{V}{\gamma} = \frac{0.95d_c t G}{1}$$

$$K_e = \frac{V}{\gamma} = 0.95d_c t G \tag{6}$$

This equation is valid until $\gamma = \gamma_y = F_y/(\sqrt{3}G)$. When this value is substituted in Eq. (6), the shear force at general yielding is obtained as

$$V_y = 0.55F_y d_c t$$

which is identical to Eq. (2). It should be noted that Eqs. (2) and (6) do account, to some degree, for the beneficial effect of the elements surrounding the panel zone, since the effective shear area is taken as $0.95d_c t$, which is usually larger than the actual shear area. If it is assumed that the shear stress distribution is uniform across the depth of the web and decreases linearly to zero through the column flanges, then the actual shear area would be $(d_c - t_c)t$.

When the panel has yielded uniformly, an additional increase in shear strength, ΔV , can only be attributed to the resistance of the elements surrounding the panel. This resistance can be approximated by springs at the four corners whose stiffness is that corresponding to concentrated rotations of the column flanges at each corner. When the boundaries of the panel zone are assumed to be rigid, this spring stiffness can be approximated by⁷

$$K_s = \frac{M}{\theta} = \frac{Eb_c t_c^2}{10} \tag{7}$$

The post-elastic stiffness of the joint, attributable to the four springs, is then computed as

$$K_p = \frac{\Delta V}{\Delta \gamma} = \frac{1.095b_c t_c^2 G}{d_b} \tag{8}$$

This equation is obtained from the work equation $0.95d_b \Delta V \Delta \gamma = 4M\theta$, with $\theta = \Delta \gamma$ and $E = 2.6G$.

From Eqs. (6) and (8), the ratio of elastic to post-elastic stiffness is obtained as

$$\frac{K_p}{K_e} = \frac{1.15b_c t_c^2}{d_b d_c t} \tag{9}$$

It is evident that the post-elastic stiffness as given by Eq. (8) is mathematically correct only as long as the moments in the column flanges remain elastic. However, experimental studies⁷ have shown that shear yielding spreads to the corners of the panel zone usually only at large angles of distortion, γ , and not only the column flanges, but also parts of the panel zone, are effective in resisting shear beyond the value defined by Eq. (2). Consequently, the actual post-elastic tangent stiffness of joints is usually higher than K_p for a significant range of inelastic distortions.

If it is assumed that the post-elastic stiffness of the joint K_p is valid for a range of $\Delta \gamma = 3\gamma_y$, the ultimate strength V_u of joints (at an angle of distortion equal to $4\gamma_y$) is then given by

$$V_u = K_e \gamma_y + 3K_p \gamma_y$$

$$V_u = 0.95d_c t G \gamma_y + 3 \left(\frac{1.095b_c t_c^2 G}{d_b} \right) \gamma_y$$

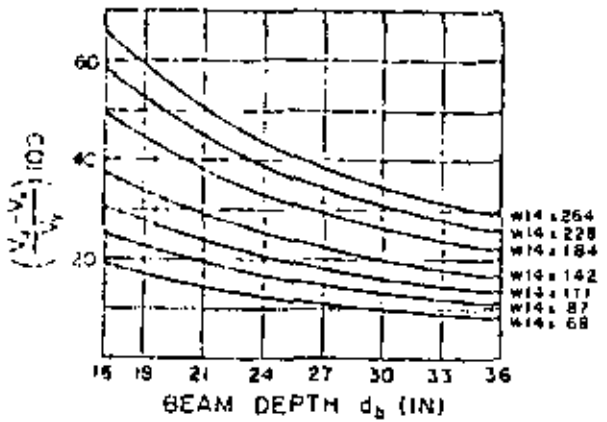


Fig. 8. Ultimate shear strength vs. AISC plastic design strength—increase in percent

Since $K_v \gamma_y$ is equal to V_y , this equation can be rewritten as

$$V_u = V_y \left(1 + \frac{3K_p}{K_v} \right) = 0.55F_y d_b t \left(1 + \frac{3.45b_c t_f^2}{d_b d_c t} \right) \quad (10)$$

The second term in the brackets represents the increase in strength beyond V_y which is given by the AISC plastic design equation. In percent, this increase is illustrated in Fig. 8 for several W14 columns with unreinforced webs.

Since for each column section with an unreinforced panel zone the ultimate shear strength depends only on the beam depth d_b , design charts can easily be constructed to facilitate design calculations. Such a design chart, with V_u plotted against d_b , is presented in Fig. 9 for W14x43 to W14x264 sections and $F_y = 36$ ksi.

The ultimate strength values V_u and the bilinear response characteristics of the mathematical model described by K_v and K_p are compared to experimental results in Fig. 5. As can be seen, in all three specimens V_u was attained at distortions equal to or smaller than $4\gamma_y$ and an appreciable reserve strength beyond V_u is evident. It is expected that this model will give good results for interior joints when the axial column load ratio P/P_y is less than 0.50 and when the combined action of axial load and bending moment in the column will not cause yielding outside the joint, since only yielding of the column will decrease the resistance of the elements surrounding the panel zone. The model should not be applied to corner joints which are bounded by framing elements only on two faces of the panel zone. When two beams of different depth frame into the column in interior joints, it is conservative to use the larger value of d_b in Eq. (10).

It should be noted that the computed ultimate shear strength V_u is based on a simplified mathematical model which is in good agreement with experimental results for joints with thin to medium thick column flanges. For joints

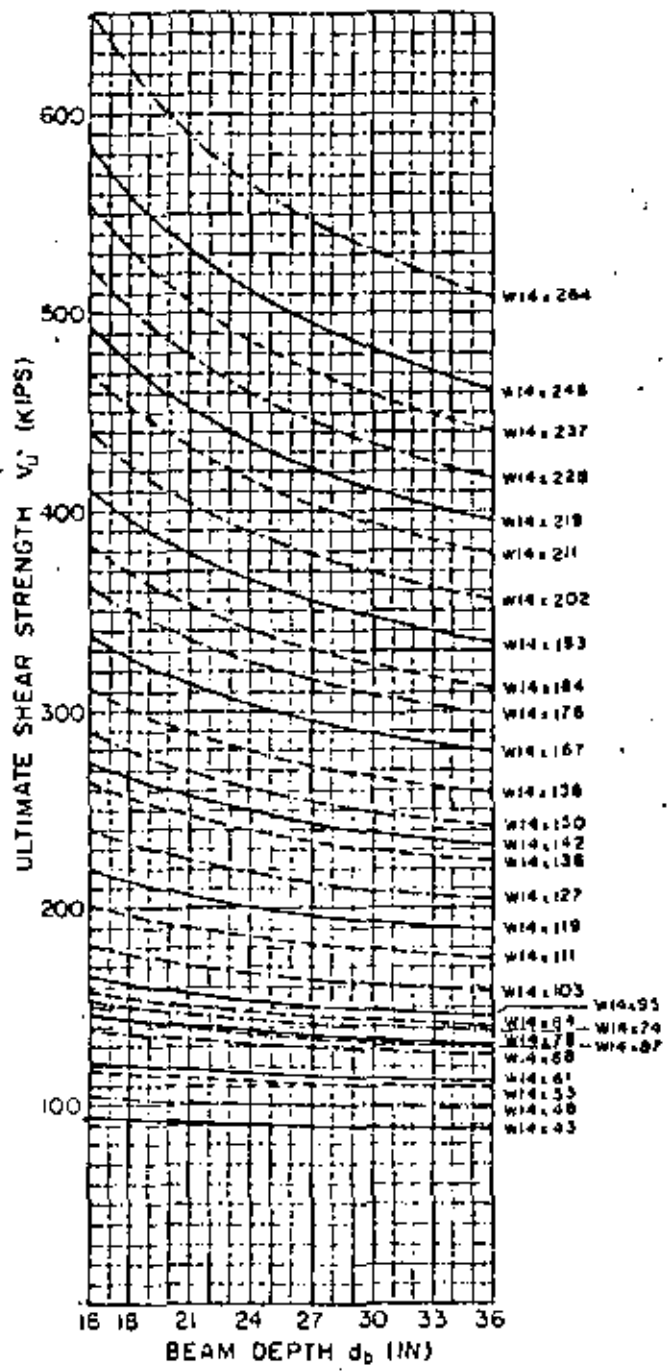


Fig. 9. Ultimate shear strength for unreinforced joints in W14 columns of A36 steel

in columns with very thick flanges, further experimental evidence is needed to verify the predicted shear strength.

Effectiveness of Web Reinforcement — In seismic regions it is customary to use web doubler plates when the column section alone is inadequate to resist the design shear force given by Eqs. (3). Experimental studies^{6,9} have shown that in reinforced webs larger distortions are caused in the column web than in the doubler plates. The difference in

distortions is relatively small for doubler plates in contact with the column web, but is significant when plate stiffeners are welded at a distance away from the column web. Thus, in the latter case the web stiffeners cannot be considered fully effective.

Plate stiffeners are shear elements which, in case they are in contact with the column web, can be treated similarly to column webs. When welded to the column flanges, the effective shear area of a stiffener of thickness t_s and depth $(d_c - 2t_f)$ can be taken as $(d_c - t_f)t_s$ and the shear force V_s that can be transferred through the stiffener can be computed as

$$V_s = F_{des}(d_c - t_f)t_s \quad (11)$$

where F_{des} is the design shear stress, which may be $0.40F_y$, $1.33 \times 0.40F_y$, or $F_y/\sqrt{3}$. Thus, if the design shear force V is larger, by an amount \bar{V} , than the shear force that can be resisted by the unreinforced joint, the required thickness of a web doubler plate is given by

$$t_s(\text{reqd}) = \frac{\bar{V}}{F_{des}(d_c - t_f)} \quad (12)$$

It should be noted that the presence of a web stiffener does not affect the post-elastic stiffness of the previously discussed mathematical model, since K_p depends primarily on the stiffness of the elements surrounding the panel zone. Therefore, the ultimate shear strength of joints with doubler plates is given by

$$V_u = V_{u(\text{col})} + \frac{F_y}{\sqrt{3}}(d_c - t_f)t_s \quad (13)$$

where $V_{u(\text{col})}$ is the ultimate shear strength of the unreinforced joint as given by Eq. (10).

EFFECT OF JOINT STRENGTH AND DEFORMATION ON THE SEISMIC RESPONSE OF FRAMES

In severe earthquakes it must be expected that frames will have to undergo deformations several times larger than those computed under service loads. The amount and distribution of deformations, which may be highly inelastic, depend on the relative strength and stiffness of the individual elements in the frame. Ideally, frames should be designed such that inelastic actions in severe earthquakes be concentrated in those elements which can provide high ductility. At the same time, much attention must be paid to stiffness requirements at all levels of deformation to limit the story drift for damage control and stability considerations.

This points out a problem in the design of joints which usually are very ductile elements, but exhibit a rather small stiffness when stressed significantly beyond the allowable stress value (see Fig. 5). Thus, the stiffness of a frame whose joints are designed just for the beam moments due to code seismic forces will decrease soon after the design force level, since the ultimate strength of such joints will often be too small to permit the attainment of plastic moments in the

beams. The low post-elastic stiffness of the frame will cause an increase in story drift which in turn will magnify the $P-\delta$ effect. The question whether or not this story drift is acceptable from the standpoint of damage and $P-\delta$ control may have to be answered through an inelastic analysis of the structure.

It must be emphasized that, in frames whose joints are close to the shear level given by Eq. (4) under seismic design moments, plastic hinges in the beams often cannot develop, due to the limited shear strength of the joints. In these cases ductility of beams is of less concern, but much attention must be paid to careful detailing of joints, which may have to undergo severe inelastic strain reversals during major earthquakes. Experimental evidence has shown that very large inelastic distortions can be tolerated in carefully detailed joints.

Maximum strength and stiffness of moment-resisting frames is achieved when all joints are designed for the maximum shear force that can possibly be developed, based on the strength capacity of the members framing into the joint. Such a design criterion is recommended for ductile frames in the SEAOC *Recommended Lateral Force Requirements*,² which are widely used in areas of high seismicity. When the AISC plastic design equation [Eq. (2)] is used to fulfill this design criterion, the joints will remain essentially elastic throughout a severe earthquake and inelastic deformations will be concentrated in beams and possibly in several columns. This may impose severe ductility requirements on these elements while the joints, which by nature are ductile elements, will not participate in energy dissipation. Thus, the use of Eq. (2) may be too conservative and may even be detrimental in cases where the framing elements cannot provide the necessary ductility demands. Here it would be advantageous to let joints participate to a larger degree in energy dissipation.

Therefore, whenever it is deemed necessary to design joints for the capacity of the connected members, it is appropriate to use an ultimate strength value for the shear design of joints. Such an ultimate shear strength, which is associated with controlled inelastic distortions, was defined in the previous section by Eqs. (10) and (13). When joints are designed according to these equations, the strength capacity of the connected elements can still be developed and the overall frame stiffness will not be affected significantly. In this case the joints will participate in dissipating energy, which will reduce the ductility requirements for inelastic regions in beams and columns. Also, this will severely reduce the use of heavy doubler plates, whose performance depends strongly on the quality of welding.

The improved behavior of a frame assembly with the joint undergoing larger inelastic distortions versus that with a more rigid joint was verified experimentally on two otherwise identical beam-column subassemblages.⁹ In both cases the stiffness and maximum strength of the subassemblages were almost identical; however, under severe inelastic load reversals, local instabilities in the beams and

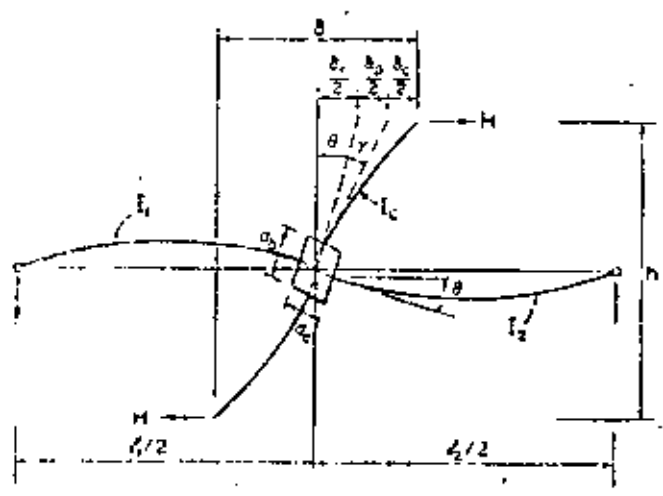


Fig. 10 Components of lateral deflection in beam-column assembly

a decrease in strength and stiffness did occur much earlier in the subassembly with the more rigid joint.

EFFECT OF JOINT DISTORTION ON THE ELASTIC STIFFNESS OF FRAMES

Methods for incorporating joint strength and stiffness in the analysis of frames have been developed^{11,12,13} and are considered in at least one general purpose frame analysis program.¹¹ The joint response can be represented by a tri-linear model with stiffnesses K_c and K_p [see Eqs. (6) and (8)], followed by a strain-hardening stiffness or perfectly plastic behavior. Whenever the strength of joints is less than that required to develop the capacity of the connected members, an analysis including this tri-linear model will give important information on the actual distribution of inelastic deformations in frames subjected to severe earthquakes.

In the elastic range the frame stiffness is of primary interest for story drift calculations. It is common practice to account for the effect of joint distortions by basing drift calculations on center line dimensions of beams and columns rather than clear span dimensions. Presented below is an approximate method which explicitly accounts for joint distortions in the computation of lateral deflections and permits a direct comparison with deflections based on clear line dimensions.

The method is based on portal method assumptions, which implies that a frame can be resolved into simple beam-column assemblies with points of inflections at midspans of beams and midheights of columns. The deflected shape of such a subassembly and its dimensions and properties are shown in Fig. 10. Neglecting second order effects and lateral deflection due to axial column deformations, the story drift δ can be computed as the sum of the three deflection components shown in Fig. 10, where

- δ_c = lateral deflection caused by flexural deformations in the column
- δ_r = lateral deflection caused by flexural deformations in the beams and eventual deformations in the connecting media (in semi-rigid connections)
- δ_p = lateral deflection caused by shear distortions in the joint

When the small vertical deflection of the beams at the column faces is neglected and the beam-to-column connections are rigid, these deflection components can be computed as follows:

$$\delta_c = \frac{(h - d_b)^3}{12EI_c} H \tag{14}$$

$$\delta_r = \frac{h^2 \left(1 - \frac{2d_c}{l_1 + l_2}\right)}{6E \left(\frac{l_1}{l_1 - d_c} + \frac{l_2}{l_2 - d_c}\right)} H \tag{15}$$

$$\delta_p = \gamma(h - d_b) = \frac{h - d_b}{d_c t G} V \tag{16}$$

The joint shear force V is given by

$$V = \left[\frac{h}{0.95d_b} \left(1 - \frac{2d_c}{l_1 + l_2}\right) - 1 \right] H \tag{16a}$$

but conservatively may be taken as

$$V = \frac{h}{d_b} H \tag{16b}$$

Using Eq. (16b), δ_p is given by

$$\delta_p = \frac{h(h - d_b)}{d_b d_c t G} H \tag{16c}$$

Equation (15) can be simplified if $l_1 = l_2 = l$ and $I_1 = I_2 = I_b$ and becomes

$$\delta_r = \frac{h^2(l - d_c)^2}{12EI_b l} H \tag{15a}$$

When joint distortions are neglected and deflection computations are based on center line dimensions, δ_p from Eqs. (16) and d_b and d_c in Eqs. (14) and (15) become equal to zero.

Clearly, Eqs. (14) to (16) give only an estimate of the story drift, since deflection compatibility between adjacent beam-column assemblies is disregarded. As such, these equations are most useful in the preliminary design phase to evaluate the relative importance of the three drift components and the effect of joint distortions on the story drift.

Numerical results of samples of deflection calculations are shown in Table 2. The two beam-column assemblies A and B were taken from the 17th and 5th story, respec-

Table 2. Lateral Deflections of Beam-Column Assemblies

| | Column | Beams | Center Line Dimensions | | | Clear Span Dimensions | | | | $\frac{\delta_{(1),(2)}}{\delta_{(C.S.)}}$ (8) |
|---|---------|--------|--------------------------------|--------------|--------------|---|--------------|--------------|--------------|---|
| | | | $\delta = \delta_c + \delta_r$ | δ_c/b | δ_r/b | $\delta = \delta_c + \delta_r + \delta_p$ | δ_c/b | δ_r/b | δ_p/b | |
| | | | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | |
| A | W14x68 | W18x45 | 0.0361H | 0.33 | 0.67 | 0.043GH | 0.18 | 0.51 | 0.31 | 1.21 |
| B | W14x228 | W24x68 | 0.0124H | 0.24 | 0.76 | 0.0134H | 0.15 | 0.63 | 0.24 | 1.08 |

tively, of a 20-story steel frame⁷ with a bay width of 24 ft and a story height of 12 ft. In both subassemblies the joints were unreinforced. As can be seen from column (7) of the table, joint distortions did contribute significantly to the story drift in both cases. This contribution is only partially offset by basing deflection calculations on center line dimensions [see column (8)]. The effect of joint distortions on the story drift depends on the stiffness of joints relative to that of beams and columns. This effect may be significant when the shear in joints under design forces is close to the allowable stress value given by Eq. (4), since in this case the joints will be relatively flexible and may experience some inelastic distortion.

SUMMARY AND CONCLUSIONS

This paper discusses the importance of joint shear in the response of frame structures to severe earthquakes. Presently used AISC design criteria for joint shear are reviewed in the light of limited experimental evidence. The effects of high shear in joints on the strength, stiffness, and energy-dissipation characteristics of frames are discussed. The most important conclusions can be briefly summarized:

1. Joints usually are very ductile elements capable of undergoing severe inelastic strain reversal without a decrease in strength.
2. The shear force defined by the AISC design equation for combined gravity and lateral loads [Eq. (4)] usually causes some inelastic deformation in joints. This inelastic deformation is reduced when the allowable shear stress is modified by the factor α [Eq. (5)], which accounts for the effect of the axial force in the column on the yield stress in shear. The significant difference in inelastic deformations in joints with thin versus thick column flanges indicates that the AISC equations do not account fully for the effects of the elements surrounding the panel zone.
3. Experimental evidence shows that joints exhibit a significant reserve strength beyond the AISC plastic design level [Eq. (2)]. Solutions for the ultimate shear strength, associated with controlled inelastic distortions, are given in Eqs. (10) and (13) for joints with unreinforced and reinforced webs, respectively.
4. The response of frames to severe earthquakes depends strongly on the strength and stiffness of joints. When joints are designed according to allowable stress criteria [Eq. (4)], inelastic deformations may be concentrated primarily in

the joints and to a lesser degree in plastic hinge regions of beams and columns.

5. Maximum strength and stiffness of frames is attained when all joints are designed for the maximum shear force that can be developed based on the strength capacity of the members framing into the joint. The need for this design criterion has not been fully established, although it is widely used in areas of high seismicity. If this criterion is used, the joints should be permitted to participate in energy dissipation through inelastic deformations. This can be accomplished by basing the design of joints on the ultimate shear strength value given by Eq. (10) or (13).

6. Joint distortions contribute significantly to the elastic story drift in frames. Equations (14) to (16) permit an estimate of the effect of these distortions on the lateral deflections.

ACKNOWLEDGMENT

Much appreciation is due Professors V. V. Bertero and E. P. Popov of the University of California, Berkeley, under whose supervision and guidance was carried out the experimental study utilized in this paper.

NOTATION

- b_c = width of column
- d_b = depth of beam
- d_c = depth of column
- E = modulus of elasticity of steel
- F_y = yield stress of steel in tension
- G = shear modulus of steel
- h = story height
- H = horizontal force
- I_b, I_1, I_2 = moment of inertia of beam
- I_c = moment of inertia of column
- K_r = elastic stiffness of joint
- K_p = post-elastic stiffness of joint
- l, l_1, l_2 = bay width, center-to-center of columns
- M_b, M_c = moment in beam at face of column
- t = thickness of web
- t_f = thickness of column flange
- t_s = thickness of web stiffener
- V = design shear force in joint
- V_{col} = shear force in column outside the joint
- V_s = shear strength of web stiffener
- V_u = ultimate shear strength of joint

- V_y = shear force causing general yielding in joint
- ΔM = difference in beam moments at faces of column
- $\delta_x, \delta_p, \delta_r$ = components of lateral deflection
- γ = angle of shear distortion
- γ_r^{av} = average angle of shear distortion in joint
- γ_y = angle of shear distortion at general yielding

REFERENCES

1. Uniform Building Code 1976 Edition, International Conference of Building Officials, Whittier, California, 1976.
2. Recommended Lateral Force Requirements and Commentary 1975 Edition, Structural Engineers Association of California, San Francisco, 1975.
3. Manual of Steel Construction Seventh Edition, American Institute of Steel Construction, New York, 1973.
4. Naka, T., et al. Research on the Behavior of Steel Beam-to-Column Connections in the Seismic-Resistant Structure Proceedings, 4th World Conference on Earthquake Engineering, Santiago de Chile, 1969.
5. Fielding, D. J., and J. S. Huang Shear in Steel Beam-to-Column Connections Welding Journal, July 1971.
6. Becker, R. Panel Zone Effect on the Strength and Stiffness of Steel Rigid Frames Engineering Journal, AISC, Vol. 12, No. 1, 1975.
7. Krawinkler, H., V. V. Bertero, and E. P. Popov Inelastic Behavior of Steel Beam-to-Column Subassemblages Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 71-7, University of California, Berkeley, Calif., October 1971.
8. Krawinkler, H., V. V. Bertero, and E. P. Popov Shear Behavior of Steel Frame Joints Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST11, November 1975.
9. Bertero, V. V., H. Krawinkler, and E. P. Popov Further Studies on Seismic Behavior of Steel Beam-Column Subassemblages Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 73-27, University of California, Berkeley, Calif., December 1973.
10. Pinkney, R. B. and R. W. Clough Cyclic Plastic Analysis of Structural Steel Joints Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 73-15, University of California, Berkeley, Calif., August 1973.
11. Kanaan, A. E. and G. H. Powell General Purpose Computer Program for Inelastic Dynamic Response of Plane Structures Earthquake Engineering Research Center Report No. EERC 73-6, University of California, Berkeley, Calif., April 1973.
12. Vasquez, J., E. P. Popov, and V. V. Bertero Earthquake Analysis of Steel Frames with Non-Rigid Joints Proceedings, 5th World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 1, Rome, Italy, June 1973.
13. Fielding, D. J. and W. F. Chen Steel Frame Analysis and Connection Shear Deformation Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. 1, January 1973.

Discussion

Seismic Drift Control and Building Periods

Paper presented by EDWARD J. TEAL
(2nd Quarter 1978 issue)

Discussion by Glen V. Berg

Mr. Teal's Higgins Lectureship paper is an informative contribution to the understanding of seismic design and seismic drift control. A cautionary word needs to be added for engineers in seismic zones other than Uniform Building Code Zone 4.

The 1976 Uniform Building Code provides zone coefficients as follows:

| Zone | Coefficient Z |
|------|---------------|
| 4 | 1 |
| 3 | 3/4 |
| 2 | 3/8 |
| 1 | 3/16 |
| 0 | — |

Glen V. Berg is Professor of Civil Engineering, Dept. of Civil Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, Mich.

These differ somewhat from the coefficients given by Mr. Teal, which correspond to those of the next earlier version of UBC. The differences are of no consequence to the paper or to this discussion.

The maximum drift specified in the Uniform Building Code is independent of the zone. The code permits a maximum drift coefficient of 0.005 in Zone 1 as well as in Zone 4. Moreover, UBC provides a period formula:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum w_i \delta_i^2}{g[\sum F_i \delta_i + F_d \delta_n]}}$$

If one were to design for maximum drift, the displacements δ would be proportional to the drift coefficient, and the seismic forces F would be directly proportional to the zone coefficient Z and inversely proportional to \sqrt{T} . With the drift unaffected by the zone coefficient, the period of a structure designed for maximum drift would be proportional to $Z^{-2/3}$. Thus Mr. Teal's example structure, if proportioned for maximum drift, would have a calculated period of 2.71 sec if it were located in Zone 4, but 8.23 sec if it were located in Zone 1. A 2.71-sec period for a seven story structure is long; an 8-sec period is patently absurd. The designer well acquainted with seismic design, as engineers in Zone 4 tend to be, would recognize the absurdity at once. Designers in Zone 1, who encounter seismic design only rarely, might not.

A Method for the Plastic Design of Unbraced Multistory Frames

OSCAR DE BUEN

In a building without vertical bracing or shear walls, the frames must be able to resist gravity loads and the combination of vertical and horizontal loads, plus second order effects due to vertical load-lateral displacement interaction. Besides, frame stiffness must be sufficient to keep lateral displacements under working loads below maximum allowable values.

Two different load factors are used in plastic design—one for vertical loads only and a smaller one for the combination of vertical permanent and horizontal accidental loads. Design of two or three stories at the top of unbraced buildings is generally governed by gravity loads, because the beams and columns necessary to support vertical loads are also able to resist gravity plus horizontal loads under a reduced load factor. The importance of horizontal forces increases in lower stories, and their design is governed by the combination of both types of loads.

Design of upper stories is usually made with no consideration of lateral displacements. A revision is carried out later in order to verify that the overall critical load is not smaller than the collapse mechanism load. If necessary, the structure is modified or the critical load is taken as the limit of structural usefulness.

When design is governed by combined gravity and lateral loads, collapse takes place by instability, characterized by increasing lateral displacements under horizontal loads that grow to a maximum and decrease afterwards. Behavior of the structure can be ascertained studying the formation of successive plastic hinges due to increasing horizontal forces which act upon the structure, loaded from the beginning with complete factored vertical loads. Beams and columns are assumed to remain in the elastic range between plastic hinges. Influence of axial loads on column bending strength, second order moments, and compatibility conditions must be taken into account.

A method for the design of beams and columns in stories of regular frames governed by the combination of gravity and lateral loads is presented in this paper. To this end,

Oscar de Buen is Professor of Civil Engineering, National University of Mexico, and a Consulting Engineer, Mexico City.

horizontal load-lateral displacement curves ($Q-\Delta$ curves) corresponding to preliminary sizes of beams and columns are plotted for all or some of the stories. If the story behavior, as depicted by the $Q-\Delta$ curve, is not satisfactory from the point of view of strength or lateral stiffness, preliminary sizes are modified and a new curve is plotted.

The method can be easily programmed for use in computerized plastic design. Nevertheless, one of the main advantages of the method is its simplicity, which makes it suitable for simple manual computations. It is, therefore, a powerful tool for the design of medium size, regular buildings that do not justify the use of computers, and for the approximate revision of buildings designed by computer, employing elastic or plastic methods.

The method described in this paper is related to a method originally developed at Lehigh University,¹⁻⁵ which was later simplified by the writer and others.⁶⁻⁹ The amount of numerical work is drastically reduced, although keeping enough accuracy for practical purposes, and computations are systematized by arranging them in tabular form. Besides, the method is based on the condition that plastic hinges shall appear only in beams (with the exception of column bases). This condition is in accordance with modern design philosophy, especially in seismic areas.

SECOND-ORDER ANALYSIS

Analysis of multistory rigid frames has traditionally been made using first-order elastic theory, but second-order effects can be significant, especially in unbraced frames.

In current design practice, second-order effects are usually considered, in an indirect and approximate way, by using interaction equations for column design. Moments computed by a first-order elastic or plastic analysis are more or less arbitrarily amplified, and effective lengths longer than actual lengths are used. Beams are designed using the original first-order moments.¹⁰ Incorrect results are obtained when each column is treated individually, especially if the frames are geometrically irregular or column and beam stiffnesses change considerably in each story or in adjacent stories. Also, design of beams to support first-order

moments is irrational, as they have to equilibrate the amplified moments that columns apply to the joints.

The number of factors that has to be taken into account in an exact elastoplastic second-order analysis is high, but most of them are usually neglected in ordinary design problems.^{11,12} The two most important factors in multistory frame behavior are formation of an increasing number of plastic hinges and interaction of vertical loads and story lateral displacements ($P\Delta$ effect). Only these two factors will be considered in this paper.

EVALUATION OF $P\Delta$ EFFECTS

$P\Delta$ effects can be evaluated making a first-order analysis of the structure under actual vertical loads and horizontal loads, increased in the amount necessary to reproduce, approximately, second-order effects.

The fictitious additional shear force, V_i , that has to be applied to story i of a multistory frame is given by

$$V_i = \frac{P_i}{h_i} \Delta_{i-1} \quad (1)$$

where

- P_i = weight of the level under consideration plus every level above it
- Δ_{i-1} = relative horizontal displacement between the upper and lower levels of the story
- h_i = story height (Fig. 1)

BASIC EQUATIONS

Columns in any story of a building subjected to the combined action of gravity loads and horizontal wind or earthquake forces must resist bending moments produced by the horizontal shear force Q , plus those due to the total vertical load P acting upon the laterally deformed structure (Fig. 2). $P\Delta$ moments are similar to those produced by a fictitious shear force $P\Delta/h$.

P and Δ are equal to P_i and Δ_{i-1} in Eq. (1).

Equilibrium of horizontal loads gives:

$$\Sigma M_c = Qh + P\Delta \quad (2)$$

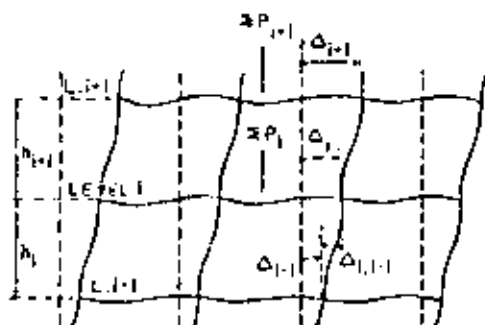


Fig. 1. Lateral displacement of a multistory rigid frame

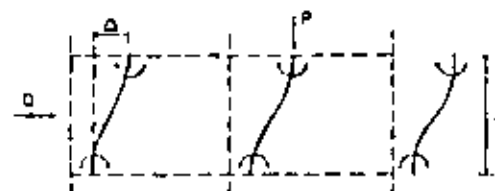


Fig. 2. Forces which produce bending in columns

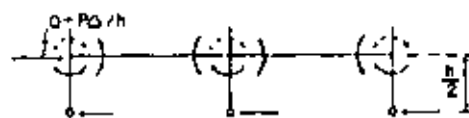


Fig. 3. Substructure corresponding to an intermediate story (vertical loads not shown)

$$Q = \frac{\Sigma M_c}{h} - P \frac{\Delta}{h} \quad (3)$$

ΣM_c is the sum of the moments in both ends of all columns in the story.

Equation (3) shows clearly that the $P\Delta$ effect reduces the structure's capability to resist lateral load.

The substructure in Fig. 3 is obtained assuming that the point of inflection in each column is at mid-height of the column^{2,8} and isolating the upper part of the story. The $P\Delta$ effect is included by increasing the horizontal load. Vertical loads are not shown.

From the equilibrium of horizontal forces:

$$\Sigma M_c = \left(Q + P \frac{\Delta}{h} \right) \frac{h}{2} = \frac{Qh}{2} + P \frac{\Delta}{2} \quad (4)$$

In this equation, and in the rest of the paper, ΣM_c refers only to the moments acting in the upper end of the story columns.

Joint moments are also in equilibrium; then,

$$\Sigma M_c = (\Sigma M_c)_L + (\Sigma M_c)_U$$

where ΣM_c is the sum of moments at both ends of every beam in the level under study, due to horizontal forces, including the fictitious one, $P\Delta/h$, and $(\Sigma M_c)_L$ and $(\Sigma M_c)_U$ are the sums of moments at the ends of the columns connecting to the joints of that level, below and above it, also due to horizontal loads.

Assuming that $(\Sigma M_c)_U = (\Sigma M_c)_L = \Sigma M_c$,

$$\Sigma M_c = 2\Sigma M_c \quad (5)$$

The assumption that leads to Eq. (5) is conservative, but sufficiently accurate for design purposes.²

From Eqs. (4) and (5), $Q = (\Sigma M_c - P\Delta/2)/(h/2)$ and $\Sigma M_c = \Sigma M_c/2$; then,

$$Q = \frac{\Sigma M_c - P\Delta}{h} = \frac{\Sigma M_c}{h} - \frac{P\Delta}{h} \quad (6)$$

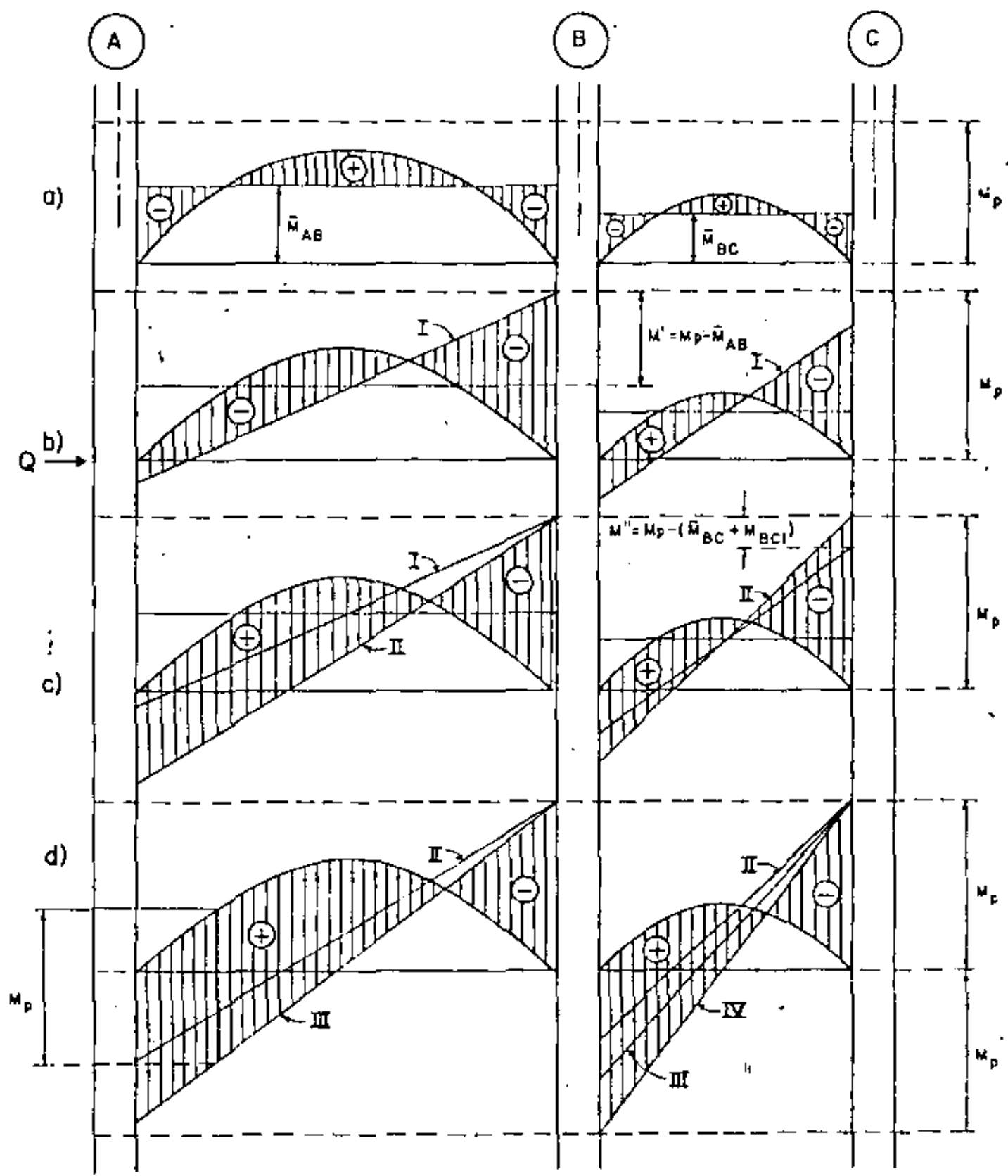


Fig. 4. Bending moment diagrams for the different loading stages

Application of slope-deflection equations to an isolated column leads to^{6,8}

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{\sum_e M_e h}{12EI_c} + \theta \quad (7)$$

where $\sum_e M_e$ is the end moment of the beam that connects to an exterior column, or the sum of the end moments of two beams if it is an interior one, θ is the angle of rotation at the column's upper end, and I_c its moment of inertia.

To obtain Eq. (7) it has been assumed that the column behaves elastically and that its stiffness is independent of the axial load. Neither assumption is strictly true, but they do not introduce significant errors in columns with slenderness ratios and axial loads in the range which is usual in buildings.⁹

Equation (7) can be generalized to cover the complete story:

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{h}{12E} \sum \frac{M_e}{I_c} + \theta \quad (8)$$

$\sum M_e$ is now the sum of moments at both ends of all beams in the level, and $\sum I_c$ is the sum of moments of inertia of all the columns that contribute to the story's lateral stiffness. It has been assumed that θ is the same for every joint in the level.⁹

Equation (8) can finally be written as:

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{h}{12E \sum I_c} \sum M_e + \theta \quad (9)$$

The two basic equations to obtain the $Q-\Delta$ curve are Eqs. (6) and (9), developed for a complete building story. They are applied to an isolated frame in the numerical examples at the end of this paper.

Q-Δ CURVE OF A STORY

Loads initially applied to the story are the working gravity loads multiplied by the load factor corresponding to the combination of permanent and accidental loads. Bending moment diagrams are determined using clear beam spans and assuming no rotation at the joints. Unbalanced moments are resisted by the columns meeting at each joint (Fig. 4a).

Upon application of the horizontal load the story deflects laterally and additional moments have to be computed and added to those due to vertical load (Fig. 4b).

The first stage in the loading process ends with the formation of the first plastic hinge. It develops at the leeward end of one of the girders, where vertical and horizontal load moments are additive. The horizontal load additional moment necessary to develop a plastic hinge at the leeward end of each girder is $M' = M_p - \bar{M}$, where M_p and \bar{M} are the girder plastic moment and fixed end moment.

The joint rotation corresponding to each M' moment is now computed:

$$M' = S\theta' = C_1 EK\theta' \quad (10)$$

$$\theta' = M'/C_1 EK$$

where S is the girder stiffness and C_1 a numerical factor.

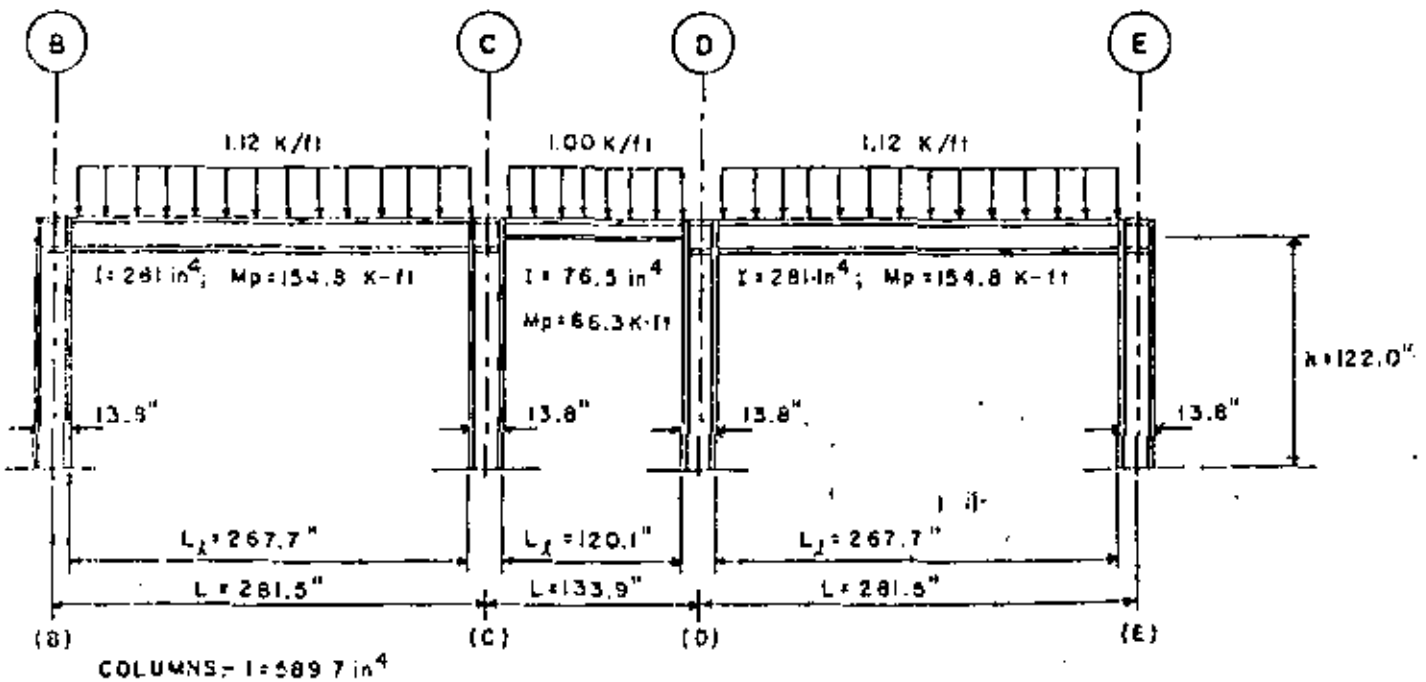
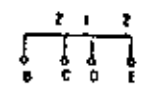
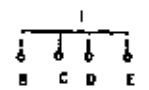


Fig. 5. Frame analyzed in illustrative example No. 1

Table 1

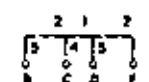
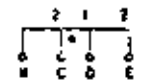
| ROW | CONCEPT | UNITS | SEQUENCE OF PLASTIC HINGE FORMATION (F) | | | | |
|-----|------------------------|---------|---|---------|---------|---------|---------|
| | | | (B) | (C) | (D) | (E) | |
| 1 | N | IN | 1220 | | | | |
| 2 | P(TOTAL LOAD) | K-IPS | 502.2 | | | | |
| 3 | $K_1 = 3v/L_1$ | $1/L^3$ | | 1.05 | | 0.64 | 1.05 |
| 4 | M_p | K-FT | | 154.8 | | 46.3 | 154.8 |
| 5 | $M_1 = WL^2/8$ | K-FT | | 69.7 | | 12.5 | 69.7 |
| 6 | $M_2 = WL^2/12$ | K-FT | 46.5 | 46.5 | 6.3 | 6.3 | 46.5 |
| 7 | C_1 | — | 6.0 | 6.0 | 6.0 | 6.0 | 6.0 |
| 8 | $S_1 I_1 E K_1$ | K-FT | 15225 | 15225 | 3260 | 3260 | 15225 |
| 9 | $M_1^2 M_p - M_2$ | K-FT | 108.3 | 108.3 | 58.0 | 58.0 | 108.3 |
| 10 | $\theta_1^2 M^2 / S_1$ | — | 0.00711 | 0.00711 | 0.00625 | 0.00625 | 0.00711 |
| 11 | θ_1 | — | 0.00625 | | | | |
| 12 | $M_1 + S_1 \theta_1$ | K-FT | 95.2 | 95.2 | 58.0 | 58.0 | 95.2 |
| 13 | $2M_1$ | K-FT | 496.0 | | | | |
| 14 | $2 I_1$ | IN^4 | 2358.8 | | | | |
| 15 | $(\Delta/h)_1$ | — | 0.00714 | | | | |
| 16 | O_1 | K/IPS | 45.28 | | | | |
| 17 | $M_{R1} + M_1 - M_2$ | K-FT | | 141.7 | | 46.3 | 141.7 |
| 18 | $M_{L1} + M_1 - M_2$ | K-FT | | -48.7 | | | -48.7 |
| 19 | C_2 | — | 6.0 | 6.0 | 3.0 | — | 6.0 |
| 20 | $S_2 I_2 E K_2$ | K-FT | 15225 | 15225 | 4640 | — | 15225 |
| 21 | $M_2^2 M_p - M_1$ | K-FT | | 13.1 | | 0 | 13.1 |
| 22 | $M_2^2 M_p - M_{L1}$ | K-FT | 106.1 | | 16.6 | — | 106.1 |
| 23 | $\theta_2^2 M^2 / S_2$ | — | 0.00497 | 0.00086 | 0.00358 | — | 0.00497 |
| 24 | θ_2 | — | 0.00086 | | | | |
| 25 | $M_2 + S_2 \theta_2$ | K-FT | 13.1 | 13.1 | 4.0 | — | 13.1 |
| 26 | $2M_2$ | K-FT | 26.4 | | | | |
| 27 | $2 I_2$ | IN^4 | 2358.8 | | | | |
| 28 | $(\Delta/h)_2$ | — | 0.00086 | | | | |
| 29 | O_2 | K/IPS | 5.1 | | | | |
| 30 | $(\Delta/h)_T$ | — | 0.00810 | | | | |
| 31 | $O_T = O_1 + O_2$ | K/IPS | 50.38 | | | | |
| 32 | $M_{R2} + M_2 - M_1$ | K-FT | | 154.8 | | 46.3 | 154.8 |
| 33 | $M_{L2} + M_2 - M_1$ | K-FT | | -81.8 | | | -81.8 |



1125

Table 1 (cont'd)

| NO. | CONCEPT | UNITS | (B) | (C) | (D) | SEQUENCE OF PLASTIC (E) WHEEL FORMATION |
|-----|-----------------------------|---------------|------------------|-------------------|-------------------|--|
| 34 | C_3 | — | 3.0 | — | 3.0 | — |
| 35 | $S_3 \cdot C_3 \cdot E_1$ | K-ft | 7612.5 | — | 4840 | 7612.5 |
| 36 | $M_3^1 = M_3 - M_{R2}$ | K-ft | — | 0 | — | 0 |
| 37 | $M_3^2 = M_3 + M_{L2}$ | K-ft | 93.0 | — | 12.6 | 93.0 |
| 38 | $\theta_3'' = M_3'' / I_3$ | — | 0.01222 | — | 0.00272 | 0.01222 |
| 39 | θ_3 | — | 0.00272 | — | — | — |
| 40 | $M_3 = S_3 \theta_3$ | K-ft | 20.7 | — | 12.6 | 20.7 |
| 41 | ΣM_3 | K-ft | 34.6 | — | — | — |
| 42 | ΣI_3 | in^4 | 1769.1 | — | — | — |
| 43 | $(\Delta/n)_3$ | — | 0.00285 | — | — | — |
| 44 | Q_3 | Kips | 3.9 | — | — | — |
| 45 | $(\Delta/n)_T$ | — | 0.01095 | — | — | — |
| 46 | Q_T | Kips | 54.28 | — | — | — |
| 47 | $M_{L3}^1 = M_{R2}^1 - M_3$ | K-ft | — | 154.8 | — | 154.8 |
| 48 | $M_{L3}^2 = M_{L2}^2 + M_3$ | K-ft | -82.5 | — | -66.3 | -82.5 |
| 49 | C_4 | — | 3.0 | — | 0 | 3.0 |
| 50 | $S_4 \cdot C_4 \cdot E_1$ | K-ft | 7612.5 | — | — | 7612.5 |
| 51 | $M_4^1 = M_4 - M_{R3}$ | K-ft | — | 0 | — | 0 |
| 52 | $M_4^2 = M_4 + M_{L3}$ | K-ft | 72.3 | — | — | 72.3 |
| 53 | $\theta_4'' = M_4'' / I_4$ | — | 0.00950 | — | — | 0.00950 |
| 54 | θ_4 | — | 0.00950 | — | — | — |
| 55 | $M_4 = S_4 \theta_4$ | K-ft | 72.3 | — | — | 72.3 |
| 56 | ΣM_4 | K-ft | 144.6 | — | — | — |
| 57 | ΣI_4 | in^4 | 879.4 | — | — | — |
| 58 | $(\Delta/n)_4$ | — | 0.01002 | — | — | — |
| 59 | Q_4 | Kips | 9.2 | — | — | — |
| 60 | $(\Delta/n)_T$ | — | 0.02097 | — | — | — |
| 61 | Q_T | Kips | 63.48 | — | — | — |
| 62 | $M_{R4}^1 = M_{R3}^1 - M_4$ | K-ft | — | 154.8 | — | 154.8 |
| 63 | $M_{L4}^2 = M_{L3}^2 + M_4$ | K-ft | -154.8 | — | -66.3 | -154.8 |
| 64 | $\Sigma M / L_3$ | Kips | 13.88 | 13.88 | 13.25 | 13.88 |
| 65 | $\Sigma M / L_2$ | Kips | 12.49 | 12.49 | 5.00 | 12.49 |
| 66 | V | Kips | 1.39 | 26.37 | 8.25 | 26.37 |
| 67 | $dc/2$ | ft | 0.58 | 0.58 | 0.58 | 0.58 |
| 68 | $\Sigma M_4^1 + V d / 2$ | K-ft | 155.6 | 170.1 | 77.1 | 155.6 |
| 69 | M_{COL} | K-ft | 155.6 / 2 = 77.8 | 241.2 / 2 = 120.6 | 232.5 / 2 = 116.3 | 170.1 / 2 = 85.1 |



$\Sigma V = 53.96$

91

THIRD QUARTER / 1978

126

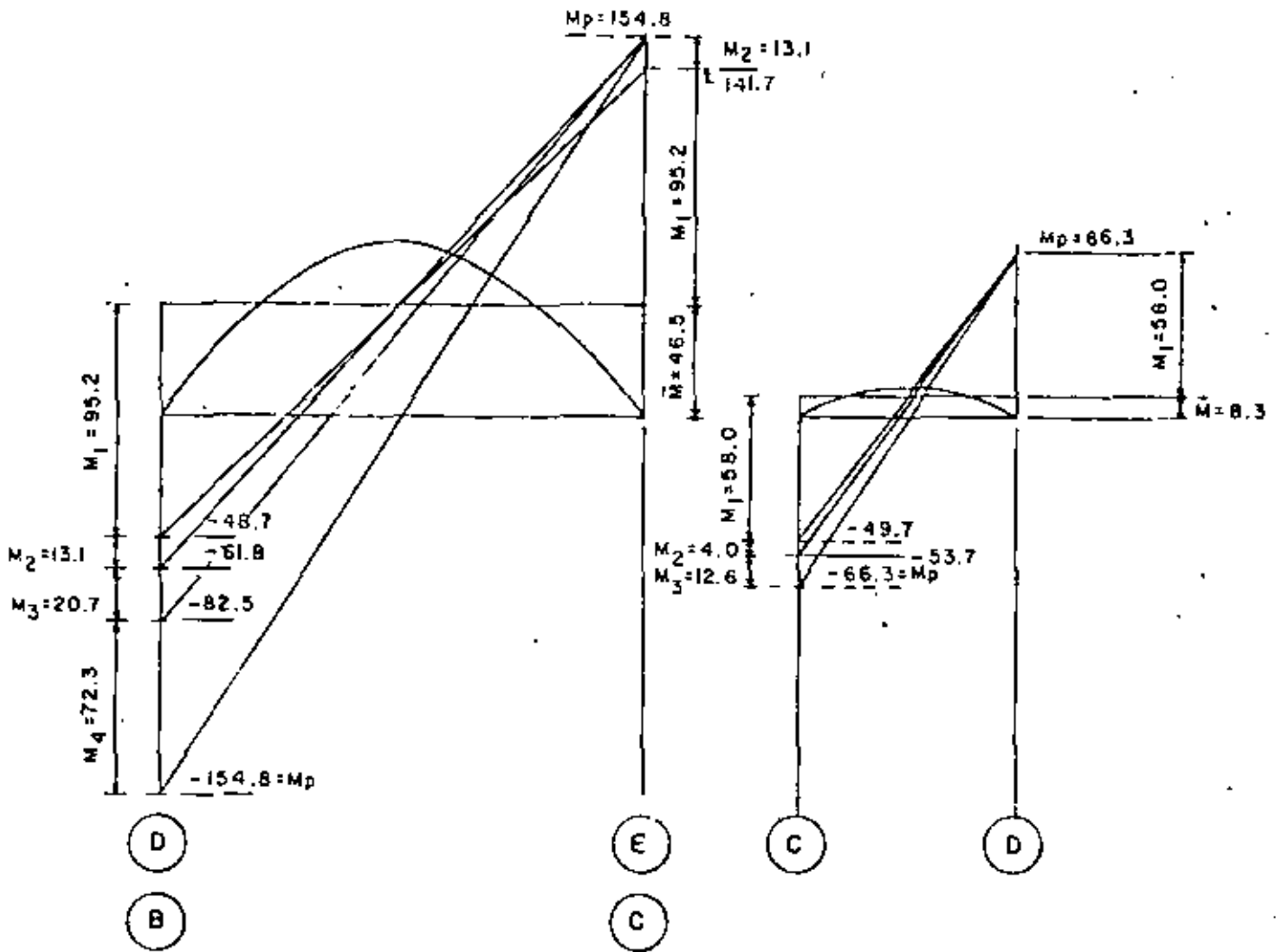


Fig. 6. Bending moment diagrams for illustrative example No. 1

If the girder cross section is constant, $C_1 = 6$, $K = 1/L$.
 The smallest θ' angle is the one corresponding to the first plastic hinge (in Fig. 4 it has been assumed that the first hinge develops at the leeward end of beam AB). When that angle is known, Eq. (10) is used to compute the moments at the ends of each beam corresponding to it. The sum of the beams end moments, ΣM_e , is taken into Eq. (9), and the lateral displacement determined as Δ/h . Finally, Eq. (6) gives the horizontal load Q that produces that displacement. Coordinates of a point in the $Q-\Delta/h$ curve are now known: the straight line from the origin to that point is a good representation of the first part of the $Q-\Delta/h$ curve.

The bending moment diagram corresponding to the formation of the first plastic hinge is diagram I, Fig. 4b. The second stage is similar to the first, but the stiffness of beam AB is reduced because of the plastic hinge developed at the leeward end (if the moment of inertia of the beam is constant, the stiffness is $3EI/L = 3EK$); also, the

moment at the plastic hinge location does not change. The second stage ends when a new plastic hinge develops, at the leeward end of beam BC, for instance (Fig. 4c).

In the third stage of the loading process, both beams have plastic hinges at the leeward end, and column C does not contribute any longer to the story's lateral rigidity. Its moment of inertia is not included in ΣI_c , Eq. (9).

A number of plastic hinges sufficient to transform the story into a mechanism eventually develops (Fig. 4d). Until then, the $Q-\Delta/h$ curve consists of several straight lines connecting the points which represent the termination of each stage. Upon formation of the mechanism, the relationship between horizontal load and lateral displacement is given by a descending straight line that passes through the point corresponding to the last plastic hinge. The equation of this line is:

$$Q = -\frac{P\Delta}{h} + \frac{M_p}{h}$$

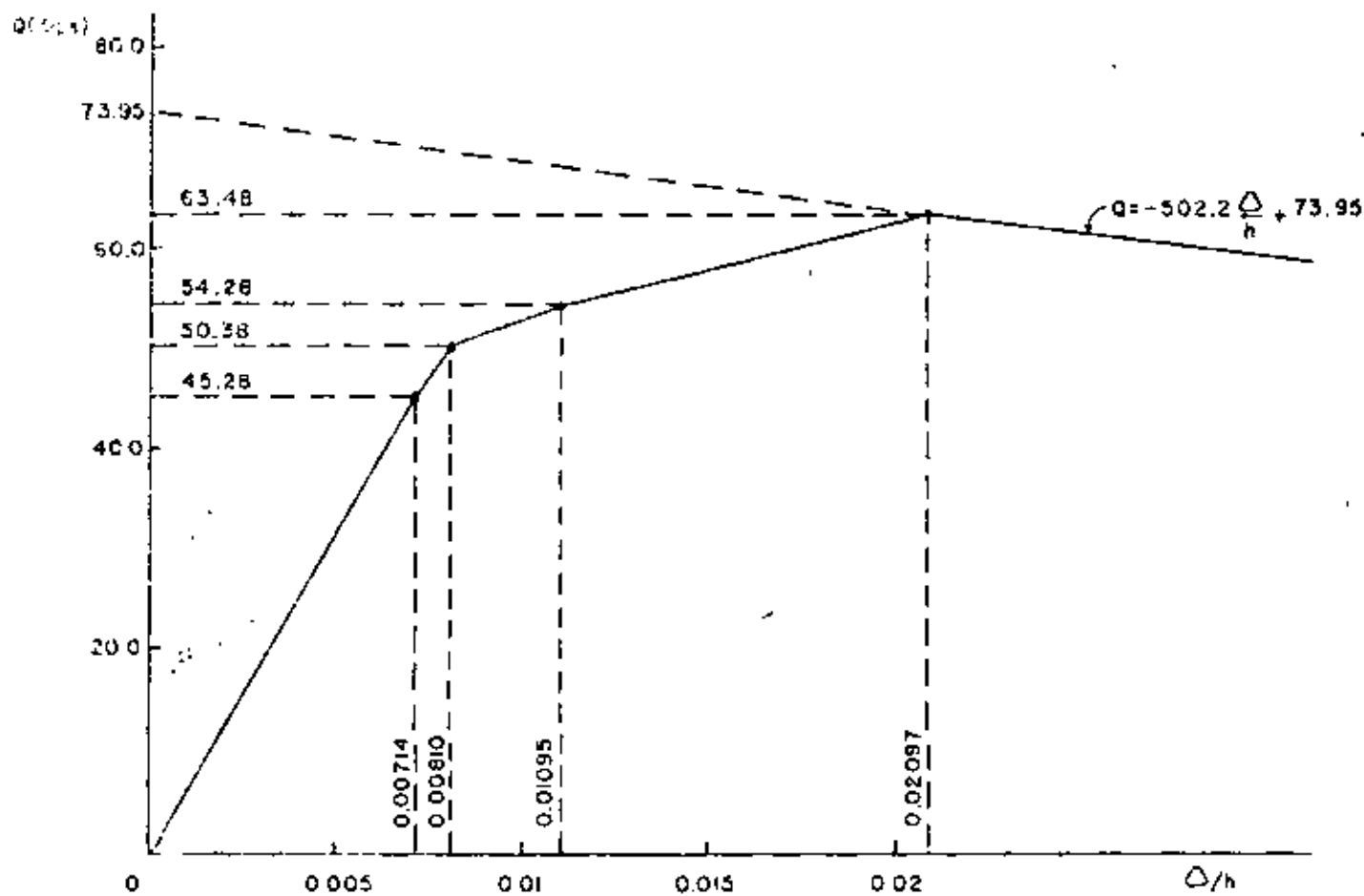


Fig. 7. Horizontal load-lateral deflection curve for illustrative example No. 1

where M_1 is the total restraining moment provided by all of the beams in the story when the last plastic hinge develops.

The complete horizontal load-lateral displacement curve can now be plotted.

Numerical solution of a given problem is considerably facilitated by tabulating the computations, as shown in the illustrative example. It is generally convenient to plot simultaneously the bending moment diagrams, as in Fig. 4, to check the numerical results. The diagram is necessary if the second plastic hinge in one or more beams develops in an intermediate section, instead of the windward end, because the hinge position and windward moment are then graphically determined (Fig. 4d). Also, bending moment diagrams are necessary when the beams and the floor slab work as composite members, in order to find the zones of positive and negative bending moment.*

* A paper on this topic will be submitted for publication in the near future.

COLUMN DESIGN

Columns must be able to resist axial loads and bending moments applied to them by the beams until formation of the story collapse mechanism. The moments at the column faces must be increased by $Vd_c/2$ to obtain the design moments at the column center line, where V is the shear force at the girder end and d_c is the column depth.

As the $P\Delta$ effect has already been considered, column sizes are checked using a formula for beam-columns whose ends can not displace laterally.

If the designer wants to make sure that no plastic hinge will develop at the column ends, he can use a load factor bigger than that employed in beam design (if this precaution is not taken, some plastic hinges can possibly develop in the columns because of differences between the assumed and actual response of the structure and factors not considered in analysis and design, such as differences between real and specified yield points or handbook and actual geometric properties of rolled shapes).

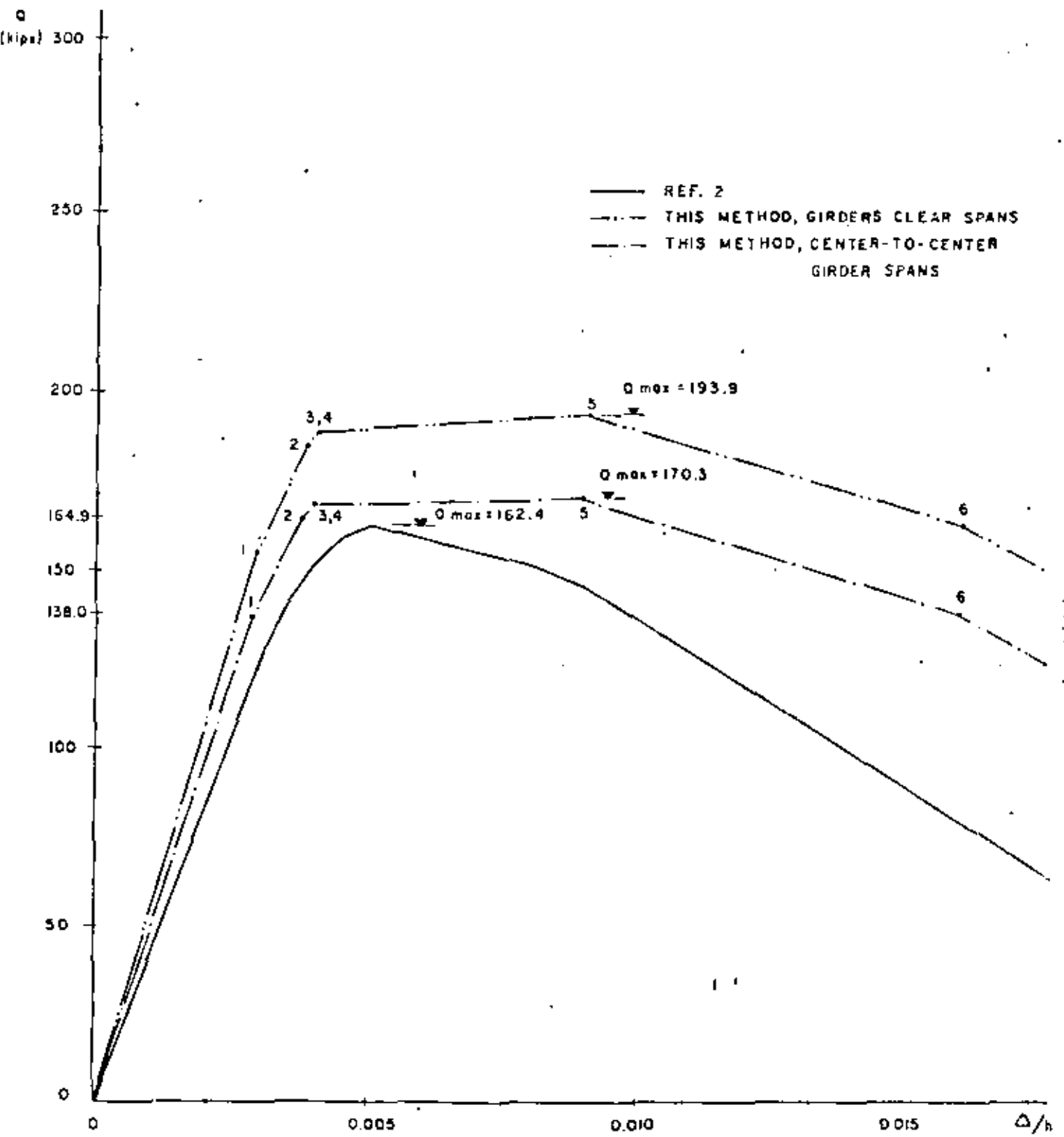
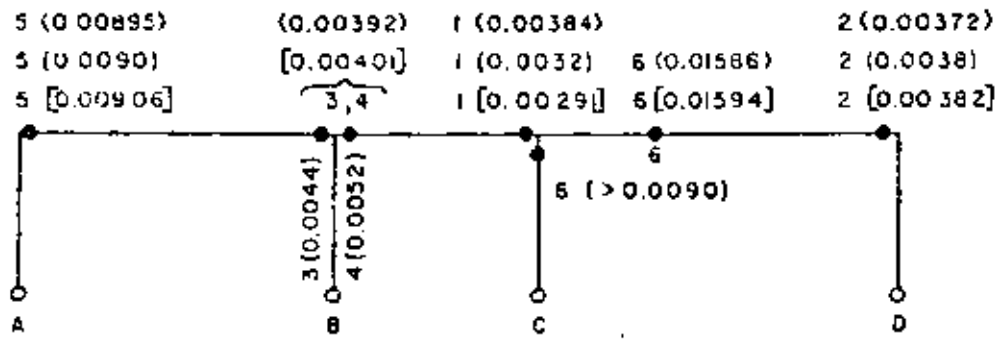


Fig. 8. Horizontal load - lateral deflection curves for illustrative example No. 2



[] THIS METHOD, GIRDERS CLEAR SPANS
 { } THIS METHOD, CENTER-TO-CENTER SPANS
 () REF. 2

Fig. 9. Sequences of plastic hinge formation for illustrative example No. 2

ILLUSTRATIVE EXAMPLES

Example 1—Figure 5 shows a story of a multistory frame belonging to a building which was designed by the allowable stress method in the writer's office. Vertical loads are multiplied by the load factor corresponding to the combination of vertical permanent and horizontal accidental loads.

Computations are shown in Table 1, bending moment diagrams for every loading stage are depicted in Fig. 6, and the horizontal load-lateral deflection curve is shown in Fig. 7.

Example 2—The structure used as an illustrative example in Ref. 2 was analyzed in the following two ways, using the method described in this paper:

- (a) Employing the clear spans of girders, as suggested in this paper.
- (b) Computing restraining moments using center-to-center girder spans, as in Ref. 2.

Results of both analyses are shown in Figs. 8 and 9, which also contain the Q-Δ curve and the sequence of plastic hinge formation found in Ref. 2. Agreement is fairly good. It is the writer's belief that results based on clear spans are closer to the structure's true behavior.

REFERENCES

1. Brown, J. J., Jr. et al. Plastic Design of Multi-Story Frames. Lecture Notes and Design Aids, Report Nos. 271-29 and 271-24, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, 1965.
2. Daniels, J. H., and L. W. Lu. The Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Story Frames. Report No.

- 271-37, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, March 1966.
3. Daniels, J. H. and L. W. Lu. Design Charts for the Subassembly Method of Designing Multi-Story Frames. Report No. 271-54, Fritz Engineering Laboratory, Lehigh University, Dec. 1966.
4. Daniels, J. H. A Plastic Method for Unbraced Frame Design. *Engineering Journal, AISC, Vol. 3, No. 4, Oct. 1966.*
5. Driscoll, G. C., J. O. Armacost and W. C. Hansell. Plastic Design of Multi-Story Frames by Computer. *Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 96, No. ST1, Jan. 1970.*
6. De Buen, O. Diseño plástico de marcos rígidos no contra-venteados. *II Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz, May 1968.*
7. De Buen, O. Antiseismic Design of Multi-Story Steel Frames by Plastic Methods. *IV World Conference on Earthquake Engineering, Santiago, Chile, Jan. 1969.*
8. De Buen, O. A Modification to the Subassembly Method of Designing Unbraced Multi-Story Frames. *Engineering Journal, AISC, Vol. 6, No. 4, Oct. 1969.*
9. Disque, R. O. Applied Plastic Design of Unbraced Multistory Frames. *Engineering Journal, AISC, Vol. 8, No. 2, Oct. 1971.*
10. Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings. *AISC, Feb. 1969 (including Supplements 1, 2 and 3, adopted Nov. 1970, Dec. 1971, and June 1974).*
11. Mac Gregor, J. G. Stability of Reinforced Concrete Building Frames. *State of Art Report No. 1, Technical Committee No. 23, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Aug. 1972.*
12. Adams, P. F. Stability of Three-Dimensional Building Frames. *State of Art Report No. 4, Technical Committee No. 16, International Conference on Planning and Design of Tall Buildings, Lehigh University, Aug. 1972.*



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

ESTRUCTURAS DE ACERO EJEMPLOS

ING. OSCAR DE BUEN LOPEZ DE H.

AGOSTO, 1979.

1950
1951
1952
1953
1954
1955
1956
1957
1958
1959
1960

1961
1962
1963
1964
1965
1966
1967
1968
1969
1970

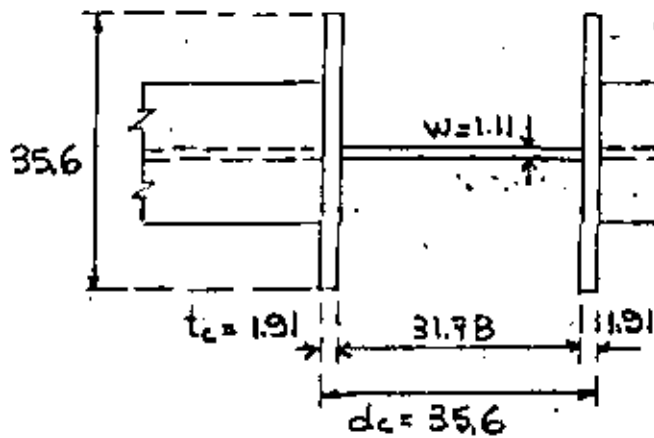
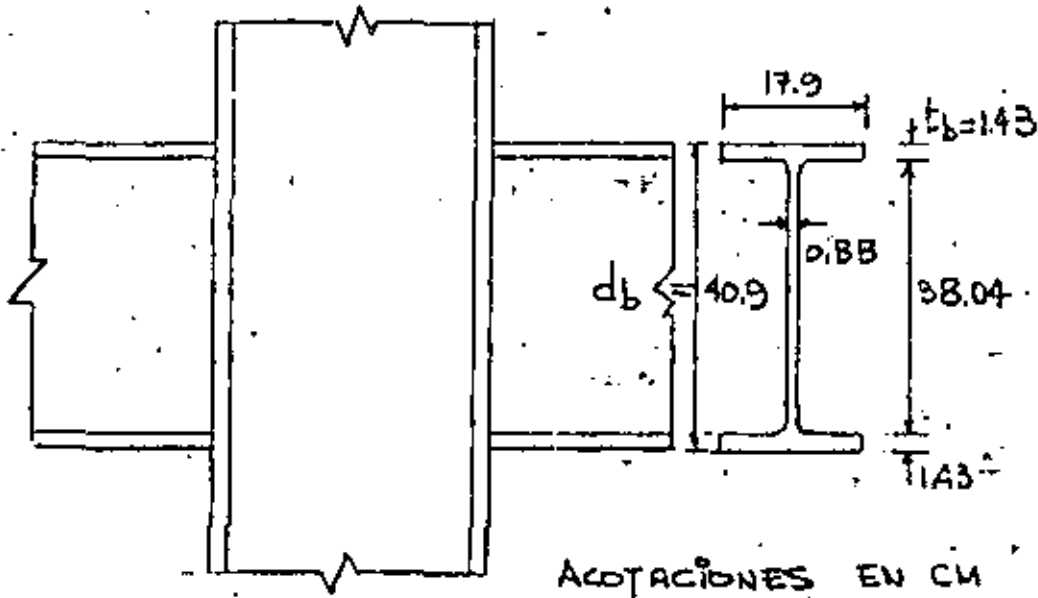
1971
1972
1973
1974
1975
1976
1977
1978
1979
1980

1981
1982
1983
1984
1985
1986
1987
1988
1989
1990

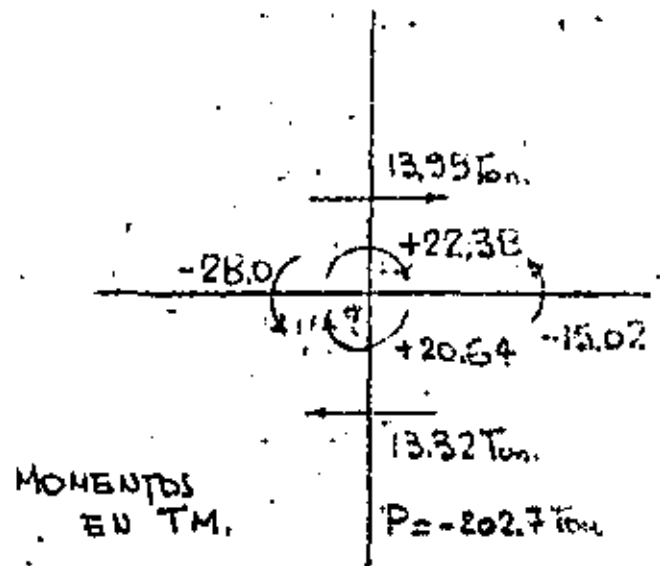
DISEÑO DE UNA CONEXIÓN VIGA-COLUMNA DE UN MARCO RÍGIDO DE EDIFICIO (ACERO A36).

PERFILES. COLUMNA. \downarrow H 356 MM X 356 MM X 134 KG/M

VIGAS. \downarrow IPB 16" X 7" X 67.1 KG/M



ELEMENTOS MECÁNICOS POR
CARGA VERTICAL + SISMO DE
IZQUIERDA A DERECHA :





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

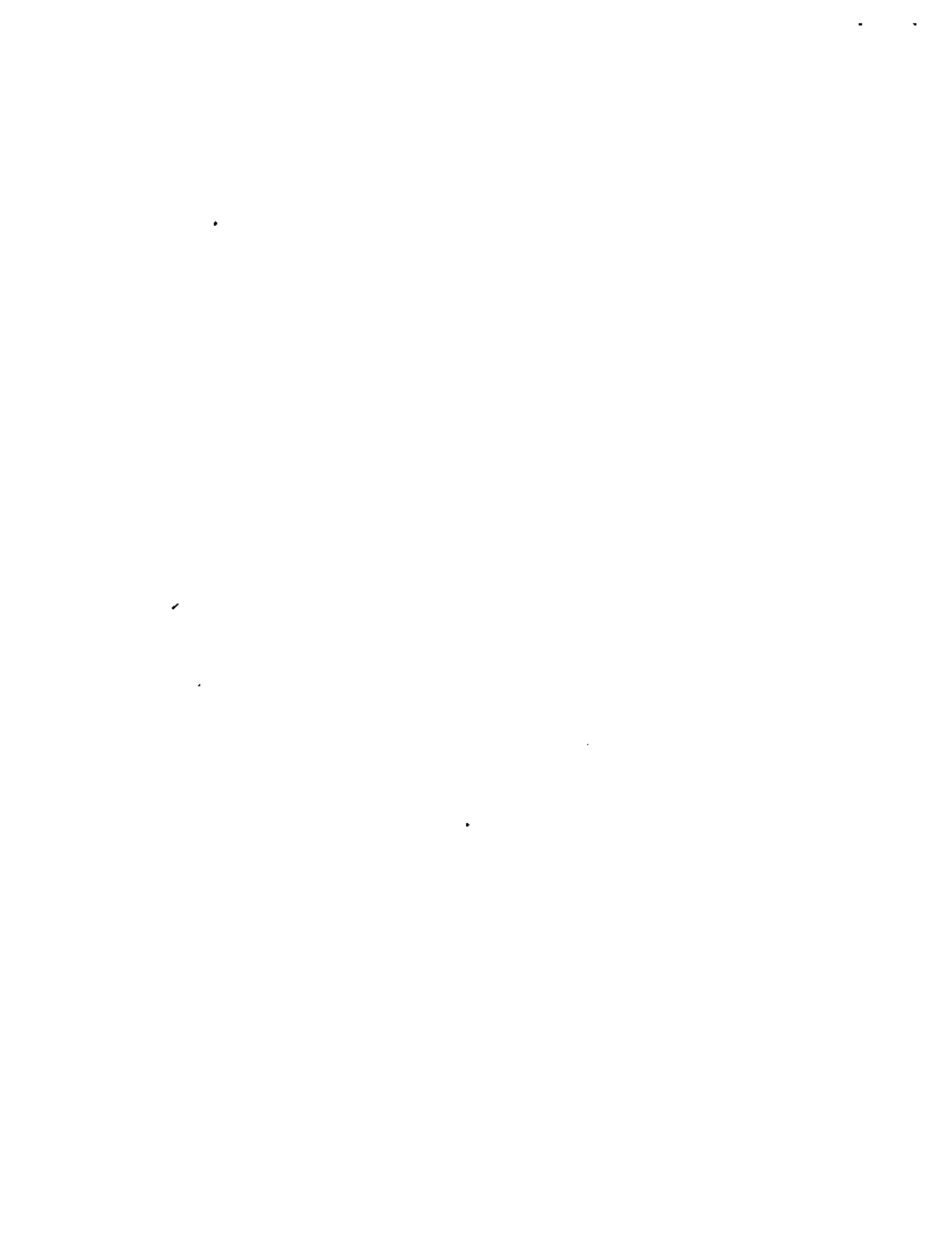
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO

DE EDIFICIOS

Dr. Octavio A. Rascón Chávez

Agosto, 1979.

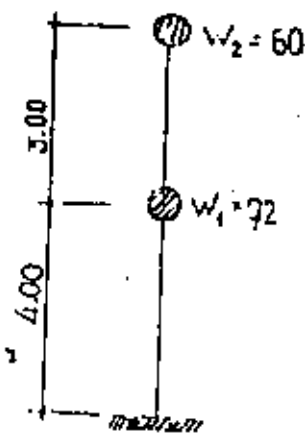
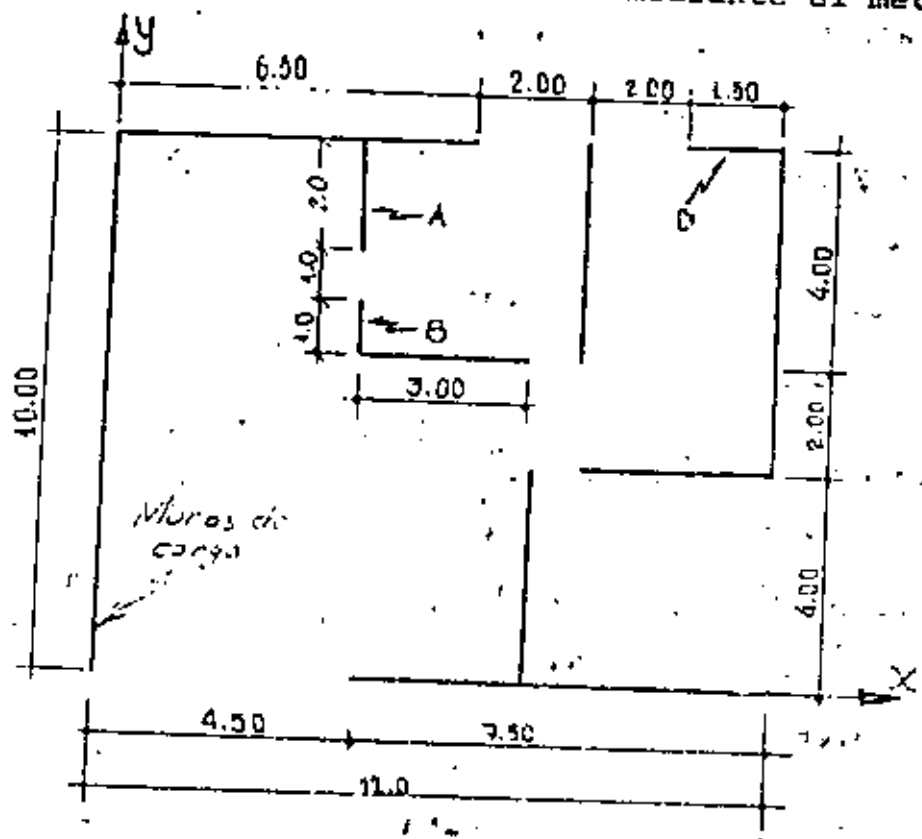


5. EJEMPLOS DE ANALISIS SISMICO DE ACUERDO CON EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL - 1977

Por Dr Octavio A. Resc6n Ch.

5.1 EJEMPLO DEL METODO SIMPLIFICADO

La figura siguiente muestra esquemáticamente las plantas, alturas y pesos de una estructura. Se verificará que se satisfacen las condiciones que se exigen en el artículo 238 y se efectuará el análisis mediante el método simplificado.



Nota: las distancias están en metros y los pesos en toneladas.

Los muros son de tabique recocido, de 14 cm de espesor, cuya resistencia al esfuerzo cortante es 1.5 kg/cm^2 .

PARA LOS MARCOS PARALELOS A X

$$1. \quad V_X \frac{K_X}{\Sigma K_X} \quad \begin{array}{l} \text{(Sismo en X)} \\ \text{Directo} \end{array}$$

$$2. \quad \frac{M_X K_X \bar{Y}}{R_o} \quad \begin{array}{l} \text{(Sismo en X)} \\ \text{torsión} \end{array}$$

$$3. \quad \frac{|M_Y K_X \bar{Y}|}{R_o} \quad \begin{array}{l} \text{(Sismo en Y)} \\ \text{torsión} \end{array}$$

PARA MARCOS PARALELOS A Y

$$V_Y \frac{K_Y}{\Sigma K_Y} \quad \begin{array}{l} \text{(Sismo en Y)} \\ \text{Directo} \end{array}$$

$$\frac{M_Y K_Y \bar{X}}{R_o} \quad \begin{array}{l} \text{(Sismo en Y)} \\ \text{torsión} \end{array}$$

$$\frac{|M_X K_Y \bar{X}|}{R_o} \quad \begin{array}{l} \text{(Sismo en X)} \\ \text{torsión} \end{array}$$

$$\text{donde } R_o = \Sigma K_X \bar{Y}^2 + \Sigma K_Y \bar{X}^2$$

\bar{X} , \bar{Y} son las coordenadas de los marcos con respecto al centro de torsión: $\bar{X} = X - X_T$

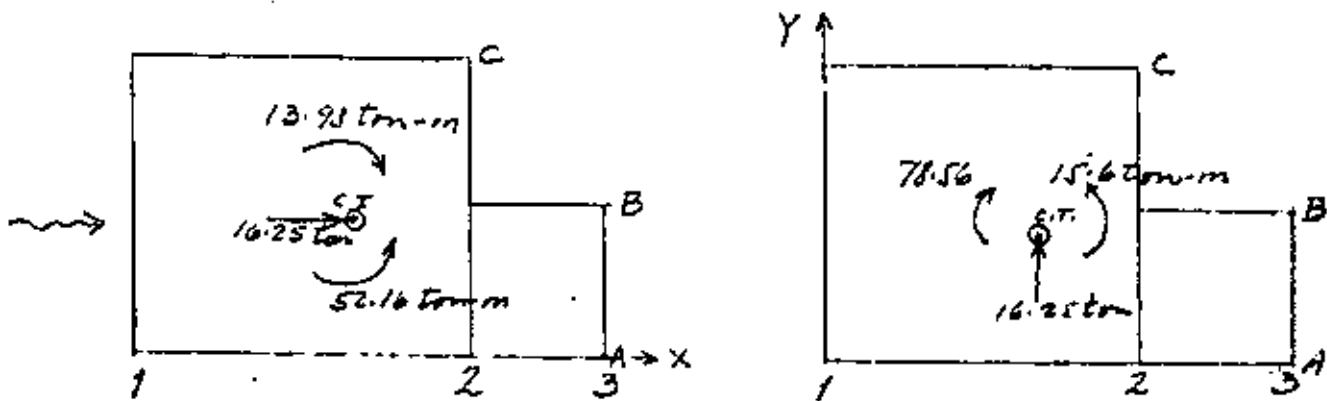
$$\bar{Y} = Y - Y_T$$

Nótese que las contribuciones directas (1) y las de torsión que se producen en los marcos perpendiculares a la dirección del sismo (3) son siempre positivas. La contribución (2) puede ser positiva o negativa. Los valores de M_X y M_Y se escogerán, para cada marco, de forma que produzcan la máxima contribución.

El art 237 del Reglamento exige que las estructuras se analicen bajo la acción de dos componentes ortogonales del movimiento del terreno y que en cada sección crítica se sumarán vectorialmente los efectos gravitacionales con los de un componente del movimiento del terreno y, cuando sea significativo, 0.3 de los efectos del otro. En rigor tal combinación debe hacerse a nivel de desplazamiento y de elementos mecánicos, pero es razonable efectuarla a nivel de

fuerzas cortantes, que es como se hace en las siguientes tablas.

ENTRE PISO 3 $V_x = 16.25 \text{ ton}$ $X_T = 12.63 \text{ m}$
 $V_y = 16.25 \text{ ton}$ $Y_T = 9.11 \text{ m}$



| MARCO | K_X | Y | $\bar{Y} = Y - Y_T$ | $K_X \bar{Y}$ | $K_X \bar{Y}^2$ | Sismo en X | | en Y Tors | 1(X) + .3(Y) | .3(X) + 1(Y) | V Diseño |
|----------|-------|-----|---------------------|---------------|-----------------|------------|------|-----------|-----------------|-----------------|-------------|
| | | | | | | Dir. | Tors | | | | |
| A | 200 | 0. | -9.11 | -1822. | 16 598.42 | 7.22 | 2.33 | 3.48 | 10.59 | 5.65 | 10.59 |
| B | 50 | 10. | 0.89 | 44.5 | 39.61 | 1.81 | 0.02 | 0.09 | 1.88 | 0.63 | 1.88 |
| C | 200 | 18. | 8.89 | 1778 | 15 806.42 | 7.22 | 0.61 | 3.40 | 8.85 | 5.75 | 8.85 |
| Σ | 450 | | | $\Sigma 0$ | 32 444.45 | 16.25 | | | | | 21.30 |

| MARCO | K_Y | X | $\bar{X} = X - X_T$ | $K_Y \bar{X}$ | $K_Y \bar{X}^2$ | Sismo en Y | | en X Tors | 1(X) + .3(Y) | .3(X) + 1(Y) | V Diseño |
|----------|-------|-----|---------------------|---------------|-----------------|------------|------|-----------|-----------------|-----------------|-------------|
| | | | | | | Dir. | Tors | | | | |
| 1 | 30 | 0 | -12.63 | -378.9 | 4785.57 | 6.09 | 0.72 | 0.48 | 2.52 | 6.95 | 6.95 |
| 2 | 30 | 17. | 4.37 | 131.1 | 572.91 | 6.09 | 0.05 | 0.17 | 1.89 | 6.19 | 6.18 |
| 3 | 20 | 25. | 12.37 | 247.4 | 3060.34 | 4.07 | 0.09 | 0.35 | 1.34 | 4.26 | 4.26 |
| Σ | 80 | | | $\Sigma 0$ | 8418.76 | 16.25 | | | | | 17.39 |

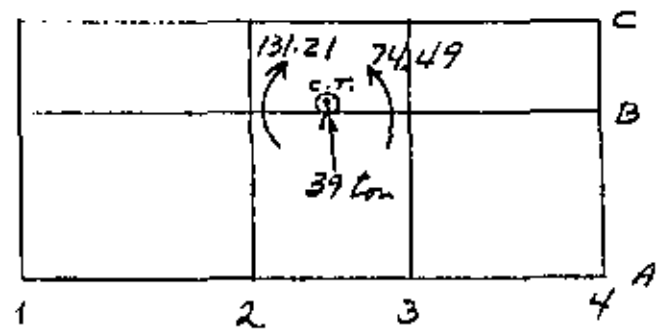
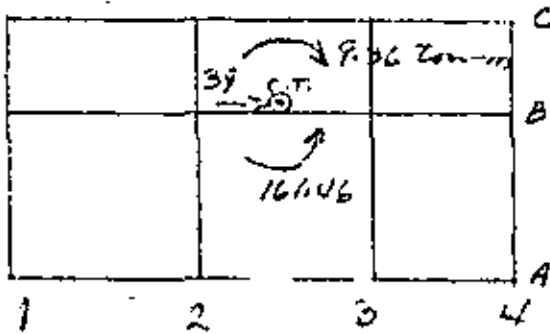
$$\Sigma = 40,863.21$$

Como comprobación, la suma de $K_X \bar{Y}$ y $K_Y \bar{X}$ debe ser cero, la suma de los cortantes directos debe ser igual a los respectivos actuantes y la de los de diseño debe ser mayor que tal valor.

ENTREPISO 2

$$V_x = 39.0 \text{ ton} \quad V_y = 39.0 \text{ ton}$$

$$X_T = 12.50 \text{ m} \quad Y_T = 10.21 \text{ m}$$



| MARCO | K_x | Y | $\bar{Y} = Y - Y_T$ | $K_x \bar{Y}$ | $K_x \bar{Y}^2$ | Sismo en X | | en Y Tors | 1(X) + .3(Y) | .3(X) + 1(Y) | V dise |
|----------|-------|----|---------------------|---------------|-----------------|------------|------|--------------|-----------------|-----------------|-----------|
| | | | | | | Dir | Tors | | | | |
| A | 60 | 0 | -10.21 | -612.6 | 6254.7 | 12.32 | 3.44 | 2.82 | 16.61 | 7.55 | 16.61 |
| B | 50 | 10 | -0.21 | -10.5 | 2.2 | 10.26 | 0.06 | 0.05 | 10.34 | 3.15 | 10.34 |
| C | 80 | 18 | 7.79 | 623.2 | 4854.7 | 16.42 | 0.20 | 2.86 | 17.48 | 7.85 | 17.48 |
| Σ | 190 | | | = 0 | 11111.6 | 39.0 | | | | | 44.43 |

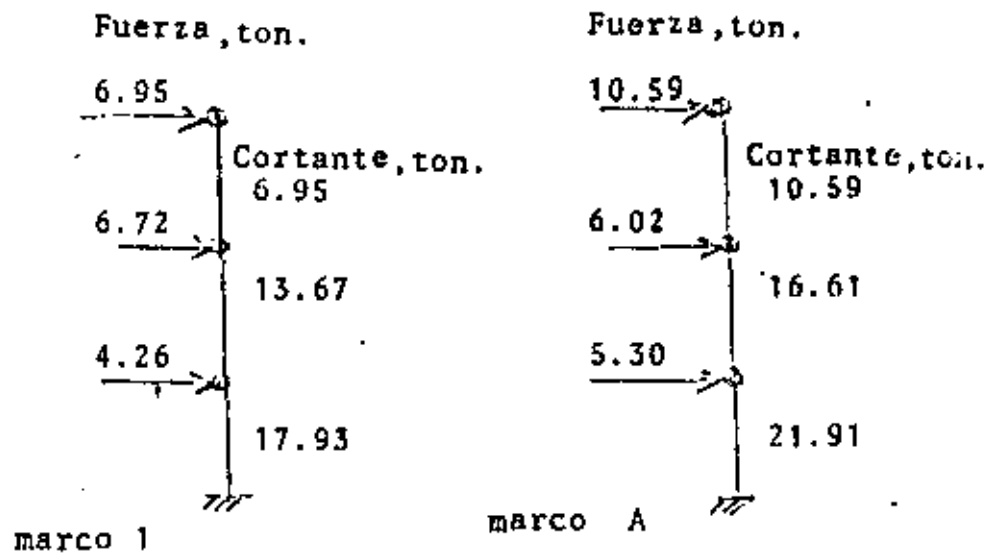
| MARCO | K_y | X | $\bar{X} = X - X_T$ | $K_y \bar{X}$ | $K_y \bar{X}^2$ | Sismo en Y | | en X Tors | 1(X) + .3(Y) | .3(X) + 1(Y) | V diseño |
|-------|-------|----|---------------------|---------------|-----------------|------------|------|--------------|-----------------|-----------------|-------------|
| | | | | | | Dir | Tors | | | | |
| 1 | 50 | 0 | -12.5 | -625 | 7812.5 | 9.75 | 2.87 | 3.51 | 7.30 | 13.67 | 13.67 |
| 2 | 50 | 8 | -4.5 | -225 | 1012.5 | 9.75 | 1.03 | 1.26 | 4.49 | 11.16 | 11.16 |
| 3 | 50 | 17 | 4.5 | 225 | 1012.5 | 9.75 | 0.58 | 1.26 | 4.49 | 11.16 | 11.16 |
| 4 | 50 | 25 | 12.5 | 625 | 7812.5 | 9.75 | 1.62 | 3.56 | 7.30 | 13.67 | 13.67 |
| | 200 | | | = 0 | 17650.0 | 39.0 | | | | | 49.66 |

$$\Sigma = 28,761.6$$

De manera similar resulta para el primer entrepiso:

| Marco | A | B | C | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| V diseño | 21.91 | 13.78 | 23.33 | 17.93 | 14.78 | 14.78 | 17.93 |

Al lado se muestran las fuerzas que servirán para analizar los marcos 1 y A



Dividiendo las fuerzas cortantes entre las rigideces de entrepiso se pueden calcular los desplazamientos de entrepiso, para revisar si son o no aceptables; es importante tener presente que deben multiplicarse por Q, puesto que la reducción por ductilidad se aplica sólo a las fuerzas y no a los desplazamientos. Para los marcos 1 y A tenemos:

| Entrepiso | Marco 1 | | | Marco A | | | σ_{\max} (cm) |
|-----------|---------|------------|------------------------------|---------|------------|------------------------------|----------------------|
| | V (ton) | K (ton/cm) | $\sigma = \frac{QV}{K}$ (cm) | V (ton) | K (ton/cm) | $\sigma = \frac{QV}{K}$ (cm) | |
| 1 | 17.93 | 50 | 1.43 | 21.91 | 60 | 1.46 | 3.20 |
| 2 | 13.67 | 50 | 1.09 | 16.61 | 60 | 1.11 | 2.40 |
| 3 | 6.95 | 30 | 0.93 | 10.59 | 200 | 0.21 | 2.40 |

$\sigma_{\max} = 0.008 h$ (art 242) Todas las deformaciones son aceptables

5.2 EJEMPLO DE REDUCCION DE LAS FUERZAS CORTANTES EN ANALISIS ESTADICO, TOMANDO EN CUENTA EL VALOR DEL PERIODO FUNDAMENTAL.

En la tabla siguiente se muestran los valores de los pesos, rigideces de entrepiso, fuerzas cortantes obtenidas en el ejemplo 5.2.

Para calcular el periodo fundamental, el inciso II del articulo 240 da la expresi3n:

$$T = 6.3 \left(\frac{\sum W_i X_i^2}{g \sum P_i X_i} \right)^{1/2}$$

donde g es la aceleraci3n de la gravedad

Los c3lculos se presentan en la siguiente tabla:

| Entrepiso o nivel | W_i (ton) | P_i (ton) | K_i (ton/cm) | V_i (ton) | Δ_i (cm) | X_i (cm) | X_i^2 | $W_i X_i^2$ (ton-cm ²) | $P_i X_i$ (ton-cm) |
|----------------------|----------------|----------------|-------------------|----------------|--------------------|---------------|---------|---------------------------------------|-----------------------|
| 3 | 200 | 16.25 | 80 | 16.25 | 0.2031 | 0.6581 | .43310 | 86.620 | 10.694 |
| 2 | 400 | 22.75 | 200 | 39.00 | 0.1950 | 0.4550 | .20703 | 82.810 | 10.351 |
| 1 | 400 | 13.00 | 200 | 52.00 | 0.2600 | 0.2600 | .06760 | 27.040 | 3.380 |
| Σ | | | | | | | | 196.67 | 24.425 |

$$T = 6.3 \left(\frac{1}{981} \times \frac{196.67}{24.425} \right)^{1/2} = 0.571 \text{ seg}$$

Para la zona I, $T_1 = 0.3$ y $T_2 = 0.8$ seg

Entonces:

$$0.3 < 0.571 < 0.8 \quad , \quad T_1 < T < T_2$$

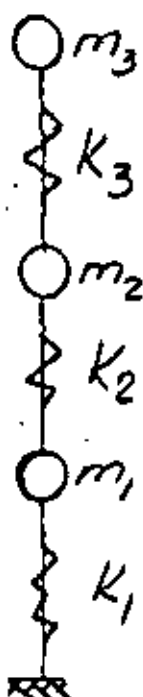
por lo que no se permite reducci3n en este caso

5.3 EJEMPLO DE ANALISIS DINAMICO

El art 241 del Reglamento acepta que el análisis dinámico puede hacerse por el método denominado modal (en realidad debe llamarse modal espectral), y se aplicará este método al edificio del ejemplo 5.2, cuando el sismo actúa en la dirección Y.

PASO 1. Determinación de modos y frecuencias de vibrar.

El Reglamento exige que se consideren todos los modos con período mayor o igual que 0.4 seg, y nunca menos de 3 modos. Cuando se tienen definidas las rigideces de entrepiso y las masas, el edificio se puede idealizar como se ilustra enseguida:



M_i = masa del nivel i

K_i = rigidez del entrepiso i =

Σ rigideces de entrepiso de los marcos en esa dirección

En el ejemplo:

$$m_1 = m_2 = \frac{400}{981} = 0.407750 \frac{\text{T-seg}^2}{\text{cm}}$$

$$m_3 = \frac{200}{981} = 0.203875 \frac{\text{T-seg}^2}{\text{cm}}$$

$$K_1 = 50 \times 4 = 200 \text{ T/cm} = K_2$$

$$K_3 = 30 + 30 + 20 = 80 \text{ T/cm}$$

Con estos valores se pueden determinar los períodos y modos de vibrar por varios procedimientos de los que ilustraremos dos:

I. Método matricial

Las matrices de masas y de rigideces del sistema son:

$$\underline{M} = \begin{vmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{vmatrix} \quad \underline{K} = \begin{vmatrix} K_1+K_2 & -K_2 & \\ -K_2 & +K_2+K_3 & -K_3 \\ & -K_3 & K_3 \end{vmatrix}$$

$$M = \begin{vmatrix} 0.40775 & 0 & \\ 0 & 0.40775 & 0 \\ 0 & 0 & 0.203875 \end{vmatrix} ; \quad \underline{K} = 80 \begin{vmatrix} 5 & -2.5 & 0 \\ -2.5 & 3.5 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Necesitamos los valores de ω^2 que cumplen:

$$(\underline{K} - \omega^2 \underline{M}) \underline{X} = 0 \quad (a)$$

es decir $|\underline{K} - \omega^2 \underline{M}| = 0$, o sea:

$$80 \begin{vmatrix} 5 - 0.40775 \frac{\omega^2}{80} & -2.5 & 0 \\ -2.5 & 3.5 - 0.40775 \frac{\omega^2}{80} & -1 \\ 0 & -1 & 1 - 0.203875 \frac{\omega^2}{80} \end{vmatrix} = 0$$

haciendo $\frac{\omega^2}{80} = y$ y desarrollando el determinante se llega a:

$$y^3 - 25.7539 y^2 + 157.91 y - 184.42 = 0 \quad (b)$$

cuyas soluciones son:

$$y_1 = 1.525$$

$$y_2 = 7.030$$

$$y_3 = 17.190$$

que, teniendo en cuenta que $T = 2\pi/\omega$, conducen a:

$$\omega_1^2 = 122.0 \quad , \quad \omega_1 = 11.05 \text{ seg}^{-1} \quad ; \quad T_1 = 0.5686 \text{ seg}$$

$$\omega_2^2 = 562.4 \quad , \quad \omega_2 = 23.7 \text{ seg}^{-1} \quad ; \quad T_2 = 0.2650 \text{ seg}$$

$$\omega_3^2 = 1375.2 \quad , \quad \omega_3 = 37.08 \text{ seg}^{-1} \quad ; \quad T_3 = 0.1694 \text{ seg}$$

Los modos se calculan a partir de la expresión (a), reemplazando los valores correspondientes de ω^2 . Para $\omega_1^2 = 122$, tenemos:

$$\begin{bmatrix} (400 - 122x \cdot 40775) & -200 & 0 \\ -200 & (280 - 122x \cdot 40775) & -80 \\ 0 & -80 & (80 - 122x \cdot 203875) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$350.2545 x_1 - 200 x_2 = 0 \quad + x_2 = 1.751 x_1$$

$$-200 x_1 + 230.2545 x_2 - 80 x_3 = 0$$

$$-80 x_2 + 55.1273 x_3 = 0 \quad + x_3 = 1.45117 x_2$$

Si tomamos $x_1 = 1$, entonces: $x_2 = 1.751$

$$x_3 = 2.541$$

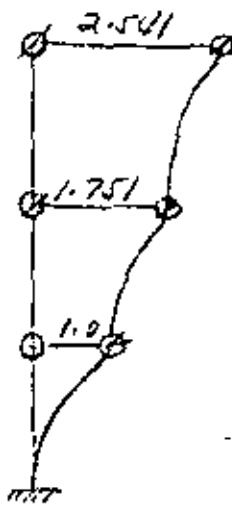
y el vector que corresponde al primer modo es:

$$\underline{\phi}_1 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{bmatrix}$$

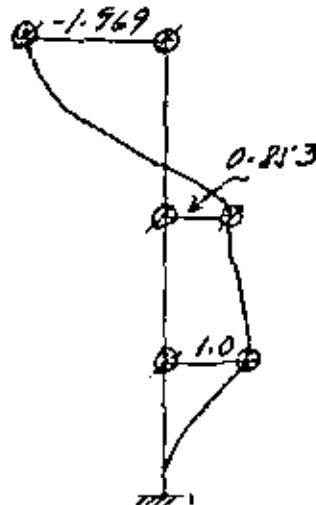
Análogamente se obtienen los vectores correspondientes a los modos segundo y tercero:

$$\underline{\phi}_2 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.969 \end{bmatrix} ; \quad \underline{\phi}_3 = \begin{bmatrix} 1.000 \\ -0.803 \\ 0.321 \end{bmatrix}$$

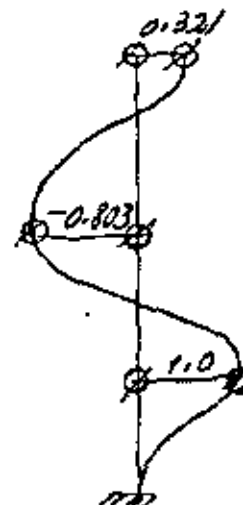
que dibujados aparecen como:



$$T_1 = 0.5606 \text{ seg}$$



$$T_2 = 0.2650 \text{ seg}$$



$$T_3 = 0.1694 \text{ seg}$$

La matriz modal \underline{R} es:

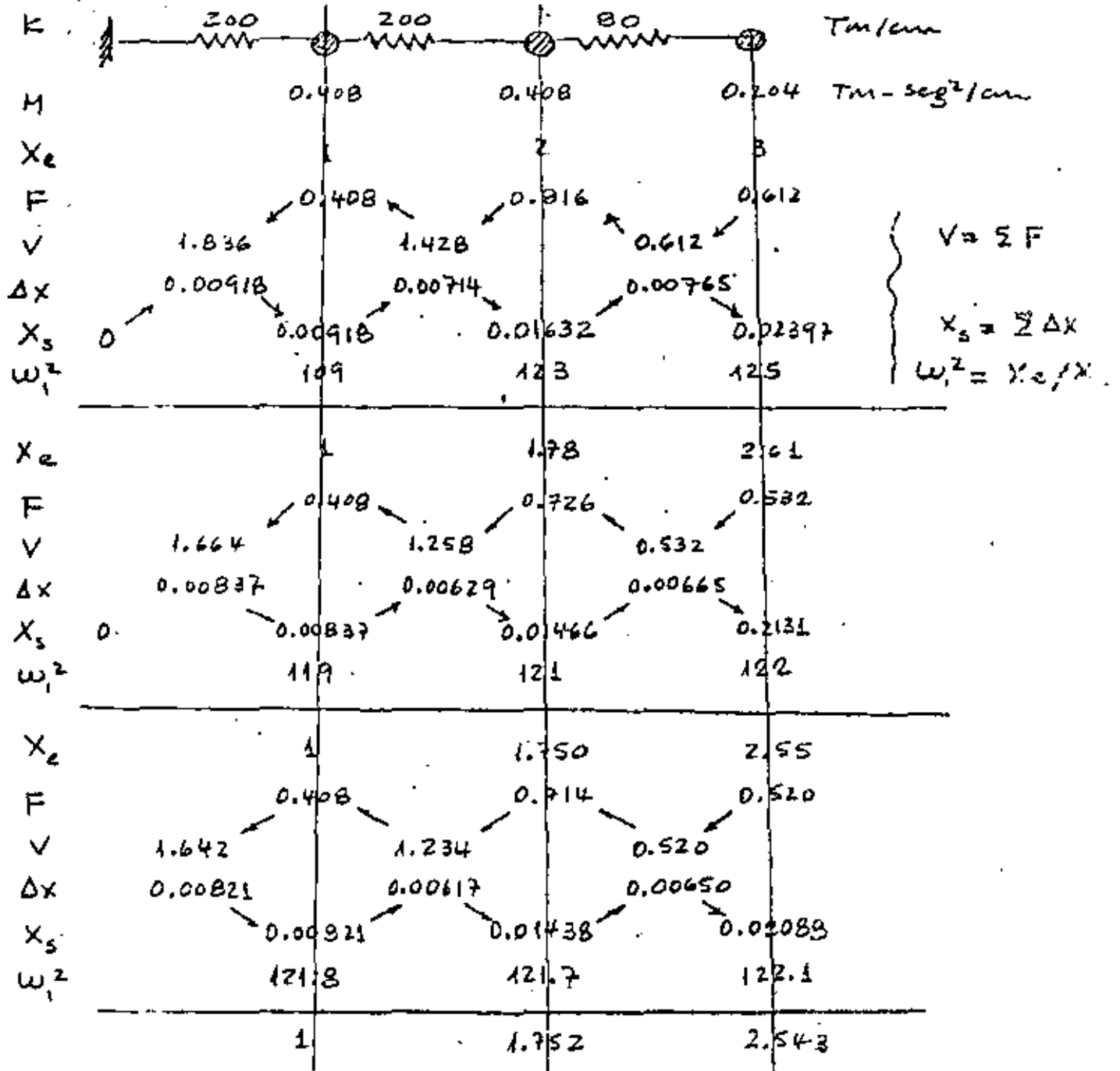
$$\underline{R} = [\underline{\phi}_1 \quad \underline{\phi}_2 \quad \underline{\phi}_3]$$

$$\underline{R} = \begin{bmatrix} 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 1.751 & 0.853 & -0.803 \\ 2.541 & -1.969 & 0.321 \end{bmatrix}$$

En forma matricial se puede plantear el problema de encontrar los modos y períodos de vibración de estructuras más complejas que la propuesta para este ejemplo. Sin embargo la forma de solución no es desarrollando la ecuación $[\underline{K} - \omega^2 \underline{M}]$ en expresiones como la (b), sino que se usan métodos numéricos iterativos como el de Jacobi, investigación del determinante, subespacios, etc. Véase por ejemplo: Wilson, E.L., Bathe, K.J. y Peterson, F., "SAP IV A Program for Structure Analysis", EERC Report No. 11-73, Universidad de California, Berkeley, 1973.

II. Métodos de Stodola-Newton-Raphson y Holzer

Estos métodos son apropiados para usarse con calculadoras de escritorio. El Método de Stodola-Newton-Raphson se presenta a continuación, y sirve para el 1^{er} modo:

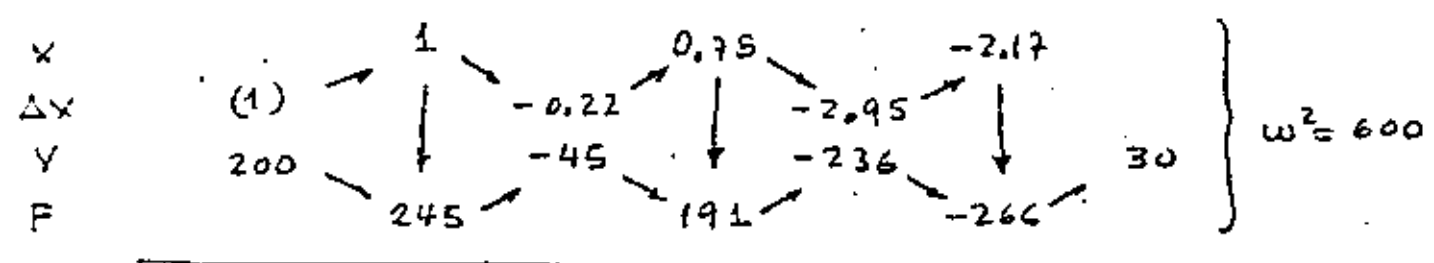
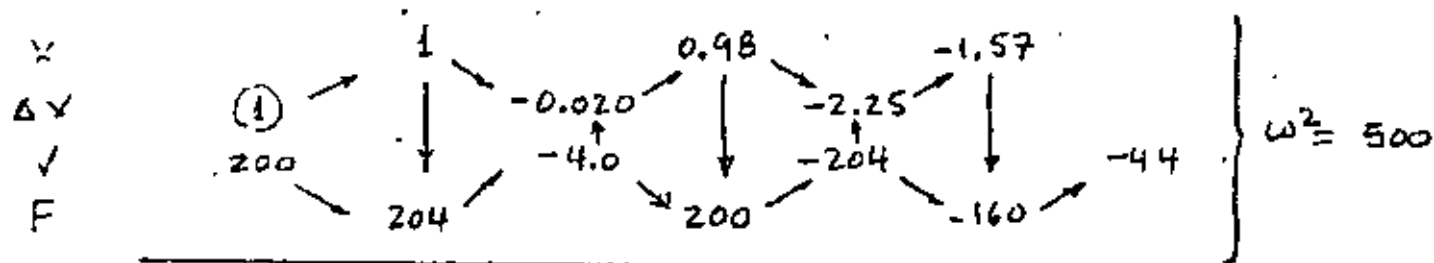
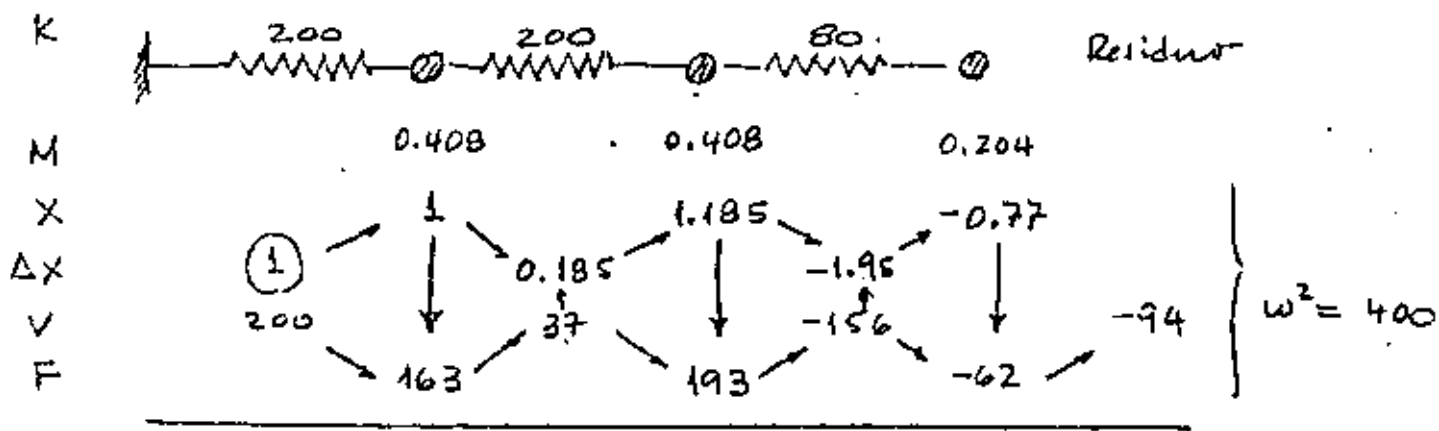


Para ω_1^2 podemos tomar el promedio del último ciclo:

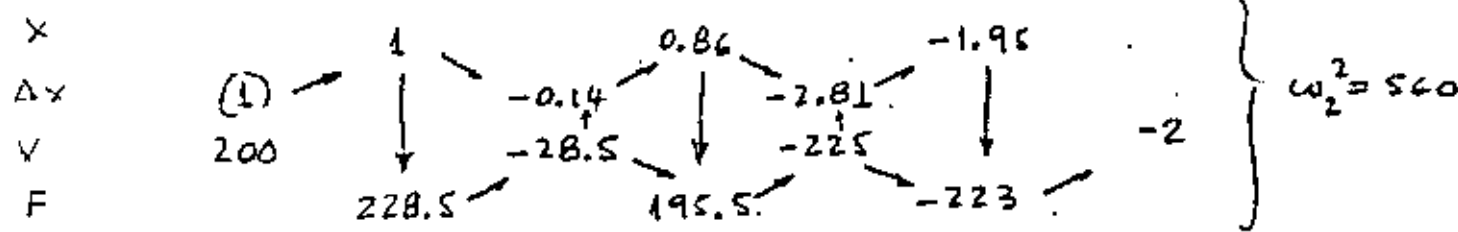
$$\omega_1^2 = 121.9 \text{ seg}^{-2}; \quad \Phi_1 = \begin{Bmatrix} 1.00 \\ 1.752 \\ 2.543 \end{Bmatrix}$$

$$T_1 = 0.5686 \text{ seg}$$

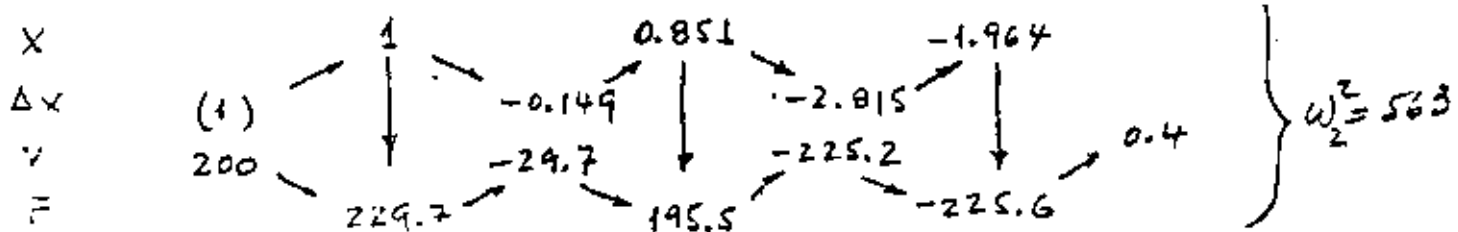
El método de Holzer sirve para los nodos superiores y para este ejemplo se aplica como sigue:

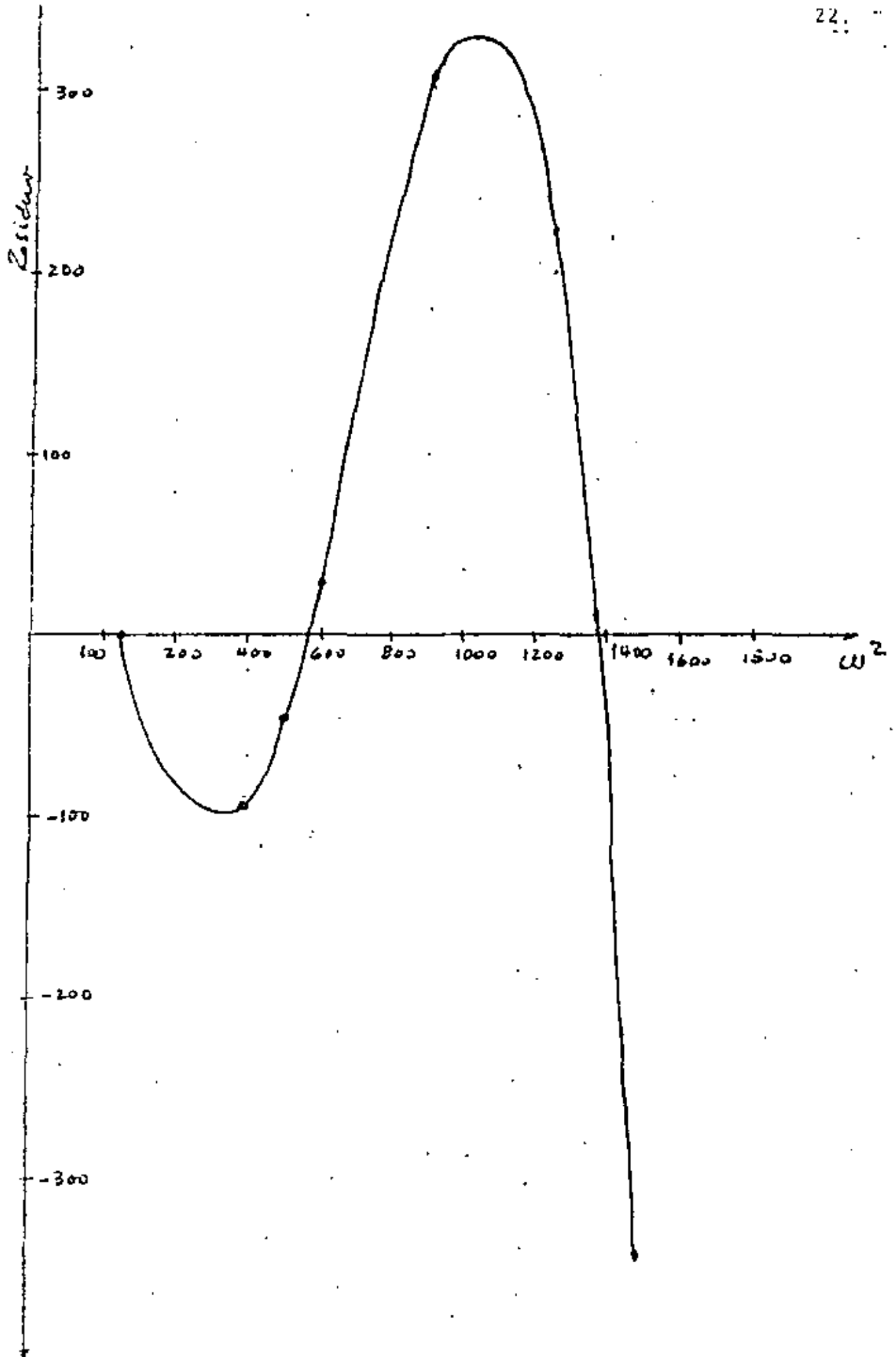


El cambio de signo en el residuo indica que ω^2 está entre 500 y 600; interpolando linealmente obtenemos $\omega^2 = 600 \cdot \frac{44}{74} + 500 \cdot \frac{30}{74} \approx 560$



$$\omega_2^2 = \omega^2 \frac{\sum V \Delta X}{\sum F X} = \frac{200 \times 1 + 28.5 \times 0.14 + 225 \times 2.81}{228.5 \times 1 + 195.5 \times 0.86 + 223 \times 1.95} \times 560 = 563$$





$$\omega_3^2 = \frac{200 \times 1 + 359 \times 1.8 + 88 \times 1.1}{559 \times 1 + 447 \times 0.8 + 84 \times 0.3} \times 1370 = 1372$$

podemos tomar entonces:

$$\begin{aligned} \omega_3^2 &= 1372 \\ T_3 &= 0.1696 \end{aligned} \quad \underline{\theta}_3 = \begin{Bmatrix} 1.00 \\ -0.80 \\ 0.30 \end{Bmatrix}$$

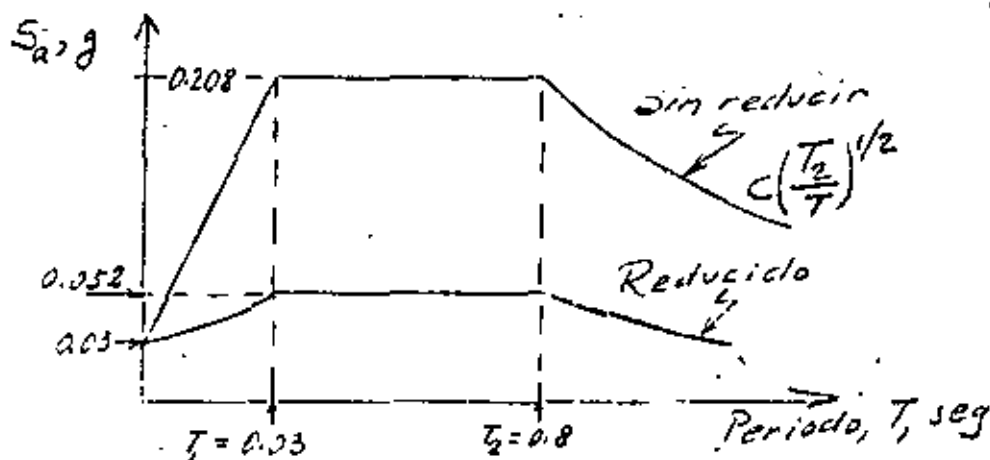
Estos resultados prácticamente coinciden con los del método matricial.

PASO II Obtención de las ordenadas espectrales de diseño.

El espectro para diseño sísmico está definido en el art 236 (acápites 1^o), La estructura que estamos tratando se encuentra en la zona I, y le corresponden, siendo la estructura del grupo A:

$$\left. \begin{array}{l} a_0 = 0.03 \\ T_1 = 0.3 \\ T_2 = 0.3 \\ r = 1/2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{de la tabla} \\ \text{del art 236} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} c = 0.16 \times 1.3 \\ = 0.208 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{de la tabla} \\ \text{del art 236} \end{array}$$

y el espectro queda como la siguiente figura:



Tiene que aplicarse luego la reducción por ductilidad que consiste en dividir entre el factor Q'

$$Q' = \begin{cases} Q & \text{si } T > T_1 \\ 1 + (Q-1) \frac{T}{T_1} & \text{si } T \leq T_1 \end{cases}$$

Para el primer modo $T = 0.5686 > 0.30 = T_1$, entonces $Q' = 4$ y la ordenada espectral y la aceleración correspondientes valen:

$$S_{a1} = \frac{0.208}{4} = 0.052 \quad , \quad a_1 = 0.052g = 51 \text{ cm/seg}^2$$

Para el segundo modo, $T = 0.2650 < 0.30$, por tanto:

$$Q' = 1 + (4-1) \frac{0.2650}{0.3} = 3.650$$

$$S_{a2} = \frac{0.03 + (0.208 - 0.03) \times 0.2650/0.3}{3.65} = 0.051$$

$$a_2 = 0.051g = 50.3 \text{ cm/seg}^2$$

y, para el tercer modo, $T = 0.1694 < 0.30$, entonces:

$$Q' = 1 + (4-1) \frac{0.1694}{0.3} = 2.694$$

$$S_{a3} = \frac{0.03 + (0.208 - 0.03) \times 0.1694/0.3}{2.694} = 0.048$$

$$a_3 = 0.48g = 47.5 \text{ cm/seg}^2$$

PASO III Cálculo de las fuerzas cortantes máximas para cada modo de vibración.

La siguiente expresión sirve para calcular los desplazamientos de entrepiso:

$$U_{j\text{máx}} = \frac{a_j}{\omega_j^2} C_j \theta_j$$

donde ω_j es la frecuencia del modo j ; θ_j el correspondiente vector modal, a_j , la ordenada espectral respectiva y c_j , que se denomina coeficiente de participación del j -ésimo modo, está dado por:

$$c_j = \frac{\sum_i m_i \theta_{ji}}{\sum_i m_i \theta_{ji}^2}$$

en esta expresión m_i es la masa del nivel i , y θ_{ji} es la componente i del vector modal j .

Los valores de C_j para los modos 1, 2, 3 son:

$$C_1 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times 1.751 + 0.203875 \times 2.541}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times (1.751)^2 + 0.203875 \times (2.541)^2} = 0.5510$$

$$C_2 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times 1.751 + 0.203876 \times (-1.969)}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times 1.751^2 + 0.203875 \times (-1.969)^2} = 0.2369$$

$$C_3 = \frac{0.40775 \times 1 + 0.40775 \times (-0.803) + 0.203875 \times 0.321}{0.40775 \times 1^2 + 0.40775 \times (-0.803)^2 + 0.203875 \times 0.321^2} = 0.2107$$

y los desplazamientos máximos son:

$$U_1 = \frac{51.0}{122} \times 0.5510 \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 1.751 \\ 2.541 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.2304 \\ 0.4035 \\ 0.5855 \end{Bmatrix} ; \Delta U_1 = \begin{Bmatrix} 0.2304 \\ 0.1731 \\ 0.1820 \end{Bmatrix}$$

$$\underline{u}_2 = \frac{50.3}{562.4} \times 0.2369 \begin{Bmatrix} 1.000 \\ 0.853 \\ -1.969 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0212 \\ 0.0181 \\ -0.0417 \end{Bmatrix}; \quad \Delta \underline{u}_2 = \begin{Bmatrix} 0.0212 \\ -0.0031 \\ 0.0598 \end{Bmatrix}$$

$$\underline{u}_3 = \frac{47.5}{1375.2} \times 0.2107 \begin{Bmatrix} 1.000 \\ -0.803 \\ 0.321 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.0073 \\ -0.0058 \\ 0.0023 \end{Bmatrix}; \quad \Delta \underline{u}_3 = \begin{Bmatrix} 0.0073 \\ -0.0131 \\ 0.0081 \end{Bmatrix}$$

Los vectores $\Delta \underline{u}$ son los desplazamientos de entrepiso.

Las fuerzas cortantes se obtienen multiplicando los desplazamientos de entrepiso por la respectiva rigidez, como se hace en la siguiente tabla:

| MODO | ENTREPISO | Δ | K | CORTANTE |
|------|-----------|----------|-----|----------|
| 1 | 1 | 0.2304 | 200 | 46.08 |
| | 2 | 0.1731 | 200 | 34.62 |
| | 3 | 0.1820 | 80 | 14.56 |
| 2 | 1 | 0.0212 | 200 | 4.24 |
| | 2 | -0.0031 | 200 | -0.62 |
| | 3 | 0.0598 | 80 | -4.78 |
| 3 | 1 | 0.0073 | 200 | 1.46 |
| | 2 | -0.0131 | 200 | -2.62 |
| | 3 | 0.0081 | 80 | 0.65 |

PASO IV Superposición de los efectos de los modos considerados.

El artículo 241 autoriza, cuando no hay apéndices o no consideran los grados de libertad correspondientes a torsión, que se puede estimar cualquier respuesta de interés R en la expresión

$$R = \sqrt{R_i^2} \quad \text{DONDE } R_i \text{ ES LA RESPUESTA QUE SE OBTIENE EN EL MODO } i,$$

LAS FUERZAS CORTANTES SERIAN ASI:

| ENTREPISO | CORTANTE |
|-----------|--|
| 1 | $\sqrt{46.08^2 + 4.24^2 + 1.46^2} = 46.30 \text{ ton}$ |
| 2 | $\sqrt{34.62^2 + 0.62^2 + 2.62^2} = 34.72 \text{ ton}$ |
| 3 | $\sqrt{14.56^2 + 4.78^2 + 0.65^2} = 15.36 \text{ ton}$ |

5.4 EJEMPLO DE CALCULO DEL MOMENTO DE VOLTEO

Se calculará el momento de volteo para el edificio del ejemplo 5.3. De acuerdo con el inciso VI del art 240 del Reglamento, el momento de volteo que se puede obtener integrando el diagrama de cortantes, puede reducirse "tomándolo igual al calculado multiplicado por $0.8 + 0.2Z$ (siendo Z la relación entre la altura a la que se calcula el factor reductivo por momento de volteo y la altura de la construcción), pero no menor que el producto de la fuerza cortante en el nivel en cuestión multiplicada por el coeficiente de gravedad de la parte de la estructura que se encuentra por encima de dicho nivel".

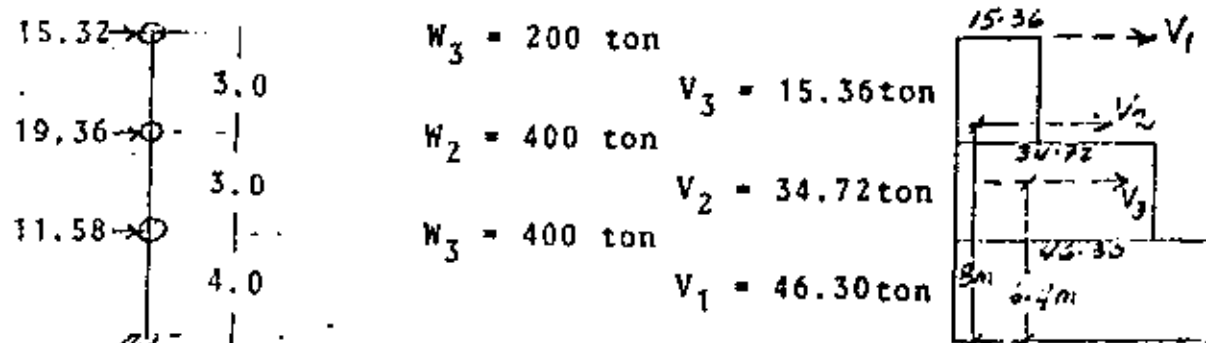
Esta última distancia se puede calcular sabiendo que:

$$h_{Gj} = \frac{\sum_i W_i h_i}{\sum_i W_i} \quad \text{donde } W_i \text{ y } h_i \text{ son el peso de la altura del nivel } i, \text{ y la suma se hace para todos los niveles que están encima de aquel en el cual se calcula el momento de volteo (nivel } j)$$

$$d_j = h_{Gj} - h_j$$

Las fuerzas cortantes obtenidas en el ejemplo 3, así como las fuerzas correspondientes en los niveles se muestran a continuación:

Diagrama de cortantes



En las siguientes tablas se muestran los cálculos necesarios para determinar los momentos de volteo reducidos en los tres niveles

| NIVEL | W_i (Ton) | ΣW_i (ton) | h_i (m) | $W_i h_i$ (ton-m) | $\Sigma W_i h_i$ (ton-m) | h_{Gj} (m) |
|-------|----------------|-----------------------|--------------|----------------------|-----------------------------|-----------------|
| 3 | 200 | 200 | 10 | 2000 | 2000 | 10.0 |
| 2 | 400 | 600 | 7 | 2800 | 4800 | 8.0 |
| 1 | 400 | 1000 | 4 | 1600 | 6400 | 6.4 |

| NIVEL j | h_{Gj} (m) | h_j (m) | h_{pj} (m) | V_j (ton) | $h_{pj} V_j$ (ton-m) | Mcal (ton-m) | d_j (ton-m) | M_1 (ton-m) |
|------------|-----------------|--------------|-----------------|----------------|-------------------------|-----------------|------------------|------------------|
| 2 | 10 | 7 | 3 | 15.36 | 46.08 | 46.08 | 3.0 | 46.08 |
| 1 | 8.0 | 4 | 3 | 34.72 | 104.16 | 150.24 | 4.0 | 138.88 |
| 0 | 6.4 | 0 | 4 | 46.30 | 185.20 | 335.44 | 6.4 | 296.32 |

$$M_{cal} = \Sigma h_{pj} V_j ; M_1 = V_j d_j ; M_2 = M_{cal} \times F$$

| NIVEL | Z | Factor reductivo F | M_2 (ton-m) | USAR |
|-------|--------------|---------------------|------------------|--------|
| 2 | $7/10 = 0.7$ | $0.8 + 0.14 = 0.94$ | 43.32 | 46.08 |
| 1 | $4/10 = 0.4$ | $0.8 + 0.08 = 0.88$ | 132.21 | 138.88 |
| 0 | $0/10 = 0$ | $0.8 + 0 = 0.80$ | 268.32 | 296.32 |

USAR el mayor entre M_1 y M_2

5.6 EJEMPLO DE REDUCCION DE LAS FUERZAS CORTANTES EN ANALISIS ESTADICO, TOMANDO EN CUENTA EL VALOR DEL PERIODO FUNDAMENTAL.

En la tabla siguiente se muestran los valores de los pesos, rigideces de entrepiso y fuerzas cortantes obtenidas en el ejemplo 5.2.

Para calcular el periodo fundamental, el inciso II del art 240 da la expresi3n:

$$T = 6.3 \left\{ \frac{\sum W_i X_i^2}{g \sum P_i X_i} \right\}^{1/2} \quad \text{donde } g \text{ es la aceleraci3n de la gravedad.}$$

Los c3lculos se presentan en la misma tabla.

| Entrepiso o nivel | W_i (ton) | P_i (ton) | K_i (ton/cm) | V_i (ton) | i (cm) | X_i (cm) | X_i^2 | $W_i X_i^2$ (ton·cm ²) | $P_i X_i$ (ton·cm) |
|-------------------|----------------|----------------|-------------------|----------------|-------------|---------------|---------|---------------------------------------|-----------------------|
| 3 | 200 | 16.25 | 80 | 16.25 | 0.2031 | 0.6581 | .43310 | 86.620 | 10.694 |
| 2 | 400 | 22.75 | 200 | 39.00 | 0.1950 | 0.4550 | .20703 | 82.810 | 10.351 |
| 1 | 400 | 13.00 | 200 | 52.00 | 0.2600 | 0.2600 | .06760 | 27.040 | 3.380 |
| Σ | | | | | | | | 196.67 | 24.425 |

$$T = 6.3 \left\{ \frac{1}{981} \times \frac{196.67}{24.425} \right\}^{1/2} = 0.571 \text{ seg}$$

Para la zona I, $T_1 = 0.3$ y $T_2 = 0.8$

Entonces:

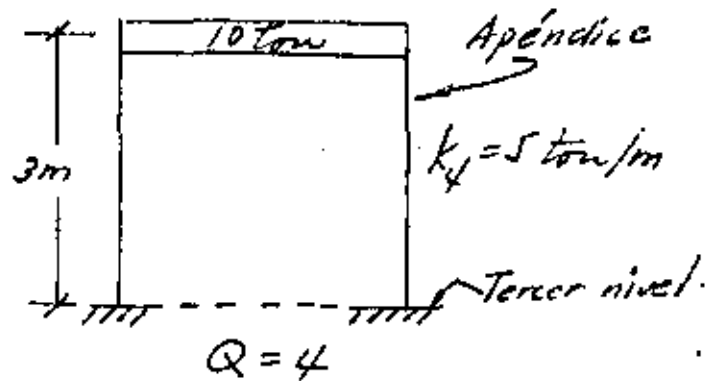
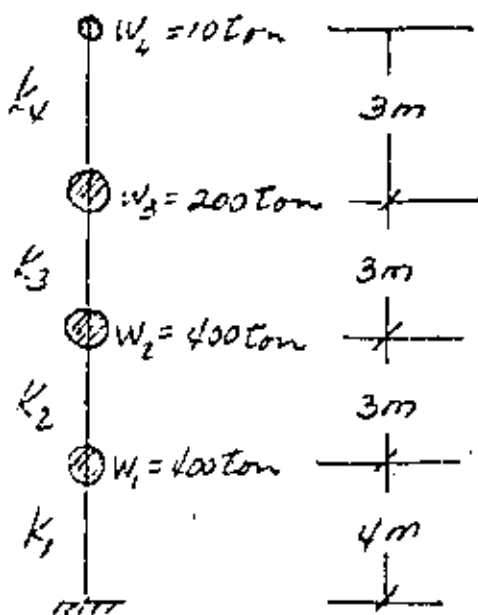
$$3.0 < 0.571 < 0.8, \quad T_1 < T < T_2$$

y no se permite reducci3n en este caso.

5.5. EJEMPLO DE UN EDIFICIO CON APÉNDICES

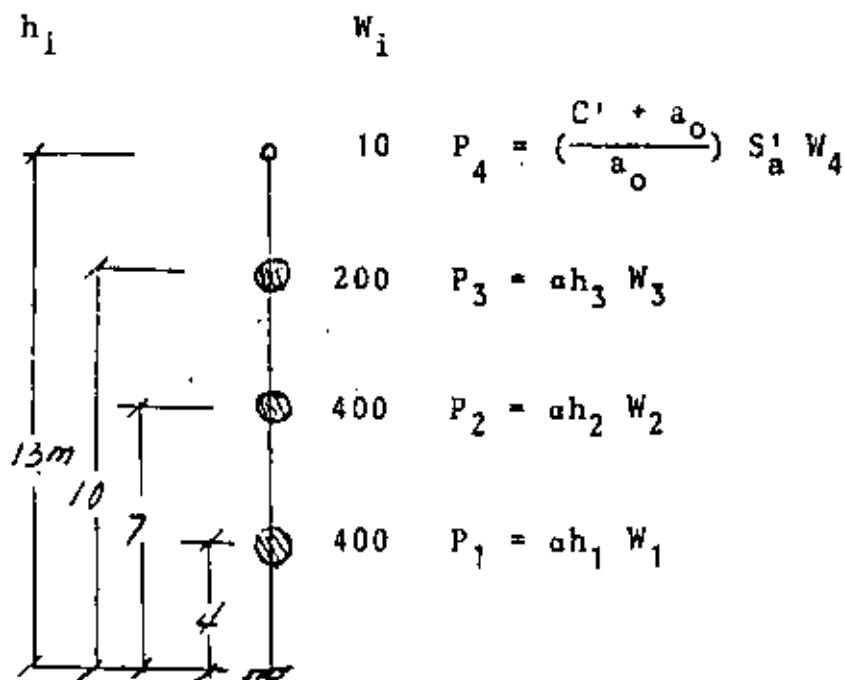
Supóngase que el edificio que se presentó en el ejemplo 5.1 tiene sobre el tercer nivel un tanque de almacenamiento que pesa 10 toneladas y que está soportado por dos marcos que tienen 3 metros de altura sobre el tercer nivel como se indica en la figura. En este ejemplo se calcula la distribución de fuerzas sísmicas que corresponden a este caso, con el método estático del Reglamento.

Esquemáticamente el edificio queda como se muestra en la figura siguiente:



En el inciso V del art 240 del Reglamento establece que debe suponerse que sobre los apéndices actúa la misma distribución de aceleraciones que le correspondería como si estuviese apoyado directamente sobre el terreno, multiplicada por $\frac{c' + a_0}{a_0}$ donde c' es el mismo factor por el que se multiplican los pesos a la altura de desplante del apéndice cuando se valgan las fuerzas laterales sobre la construcción.

Recordemos que según el método estático la fuerza sísmica es proporcional a $W_i h_i$, ^{según} ~~que~~ se muestran en la figura.



El factor por el que se multiplica el peso en el nivel de desplante del apéndice, es ah_3 , y teniendo presente que para la zona I se tiene $a_0 = 0.03$, se llega a que:

$$\frac{C' + a_0}{a_0} = \frac{ah_3 + 0.03}{0.03}$$

Si el apéndice estuviese apoyado directamente en el suelo, la ordenada espectral que le correspondería sería el mayor entre $\frac{C}{Q}$ y a_0 , que según se vió en el ejemplo 5.4 valen:

$$\frac{C}{Q} = \frac{0.208}{4} = 0.052$$

$$a_D = 0.03$$

Entonces para el apéndice
se toma $S'_a = 0.052$

Para el edificio completo se tiene, también como se vió en el ejemplo 5.1, que

$$S_a = 0.052$$

y para conocer α debemos tomar en cuenta que:

$$\frac{\sum P_i}{\sum W_i} = S_a$$

Es decir:


$$\alpha(h_1 W_1 + h_2 W_2 + h_3 W_3) + \left(\frac{\alpha h_3 + 0.03}{0.03}\right) S'_a W_4 = S_a (W_1 + W_2 + W_3 + W_4)$$

$$\alpha(4 \times 400 + 7 \times 400 + 10 \times 200) + \frac{\alpha \times 10 S'_a \times 10}{0.03} = S_a (400 + 400 + 200 + 10) - S'_a \times 10$$

reemplazando los valores de S'_a y S_a y despejando:

$$\alpha = 0.007911$$

y la distribución de fuerzas es:

| | | | cortante |
|---|---|--|----------|
|  | $P_4 = \frac{0.00791 \times 10 + 0.03}{0.03} \times 0.052 \times 10 = 1.89$ | | 1.89 |
| | $P_3 = 0.007911 \times 10 \times 200 = 15.82$ | | 17.71 |
| | $P_2 = 0.00791 \times 7 \times 400 = 22.15$ | | 39.86 |
| | $P_1 = 0.00791 \times 4 \times 400 = 12.66$ | | 52.52 |

Comprobación: $\frac{52.52}{1010} = 0.052 = S_a$



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de Ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

SISTEMAS CON VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ

AGOSTO, 1979.

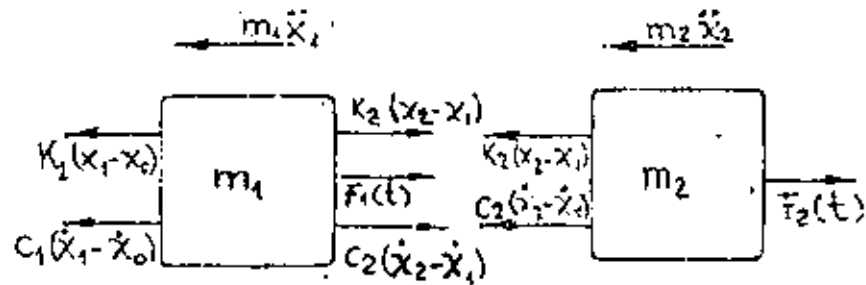
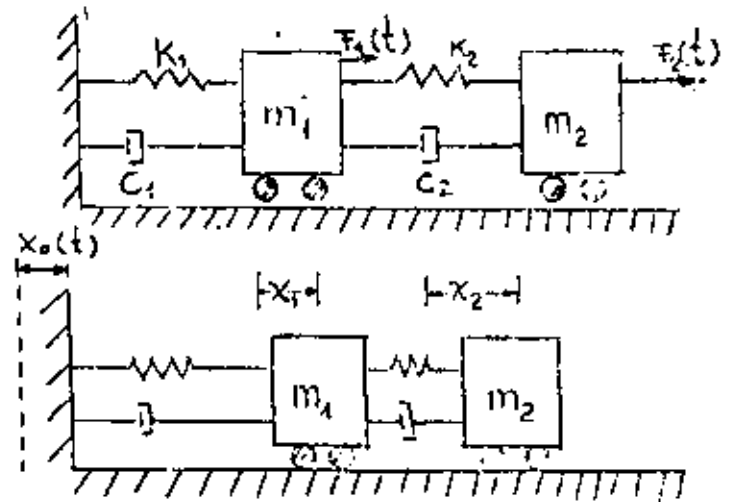
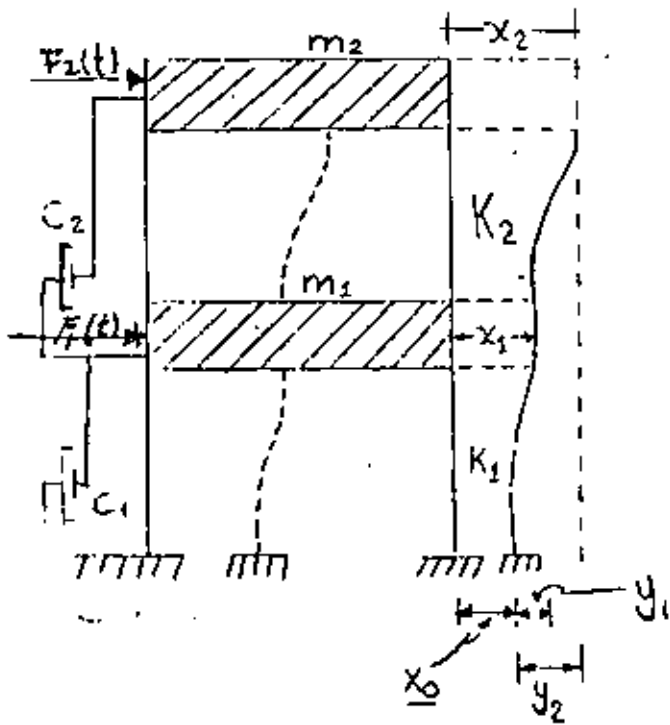


SISTEMAS CON VARIOS GRADOS DE LIBERTAD

LIBERTAD

Por Octavio A. Rasconcl

CONSIDEREMOS PRIMERO EL CASO DE UN SISTEMA CON DOS GRADOS DE LIBERTAD:



$$m_1 \ddot{x}_1 + k_1 (x_1 - x_0) + C_1 (\dot{x}_1 - \dot{x}_0) - k_2 (x_2 - x_1) - C_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - F_1(t) = 0$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + k_2 (x_2 - x_1) + C_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - F_2(t) = 0$$

HACIENDO

$$Y_1 = x_1 - x_0 \quad Y_2 = x_2 - x_0 + \ddot{x}_2 = \ddot{Y}_2 + \ddot{x}_0 \quad x_2 - x_1 = Y_2 - Y_1$$

$$m_1 \ddot{Y}_1 + (C_1 + C_2) \dot{Y}_1 - C_2 \dot{Y}_2 + (k_1 + k_2) Y_1 - k_2 Y_2 = -m_1 \ddot{x}_0 + F_1(t)$$

$$m_2 \ddot{y}_2 - c_2 \dot{y}_1 + c_2 \dot{y}_2 + k_2 y_2 - k_2 y_1 = -m_2 \ddot{x}_0 + F_2(t)$$

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \ddot{\underline{y}} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \dot{\underline{y}} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \underline{y} = \begin{bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} m_1 \ddot{x}_0 \\ m_2 \ddot{x}_0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{M} \ddot{\underline{y}} + \underline{C} \dot{\underline{y}} + \underline{K} \underline{y} = \underline{P} - \underline{M} \ddot{\underline{x}}_0$$

SI NO HAY EXCITACION, EL SISTEMA VIBRARA LIBREMENTE GOBERNADO POR LA ECUACION DIFERENCIAL

$$\underline{M} \ddot{\underline{y}} + \underline{C} \dot{\underline{y}} + \underline{K} \underline{y} = \underline{0}$$

EN EL CASO DE AMORTIGUAMIENTO NULO ESTA ECUACION SE REDUCE A

$$\underline{M} \ddot{\underline{y}} + \underline{K} \underline{y} = \underline{0} ; (\underline{y} = \underline{x}) \quad (1)$$

PARA RESOLVER ESTA ECUACION DIFERENCIAL SUPONDREMOS, POR ANALOGIA, CON LOS SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD.

$$\left. \begin{aligned} \underline{y} &= \underline{z}_n \operatorname{sen} \omega_n (t - t_n) \\ \ddot{\underline{y}} &= -\omega_n^2 \underline{z}_n \operatorname{sen} \omega_n (t - t_n) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

SUSTITUYENDO ECS. (2) EN (1):

$$-\omega_n^2 \underline{M} \underline{z}_n \operatorname{sen} \omega_n (t - t_n) + \underline{K} \underline{z}_n \operatorname{sen} \omega_n (t - t_n) = 0$$

$$\therefore (\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M}) \underline{z}_n = 0 \quad (3)$$

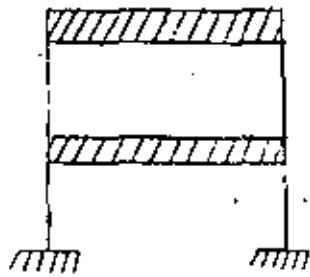
LA ECUACION MATRICIAL (3) REPRESENTA UN SISTEMA DE ECUACIONES ALGEBRAICAS LINEALES-HOMOGENEO; PARA QUE SE TENGA UNA SOLUCION DISTINTA

DE LA TRIVIAL, SE REQUIERE QUE

$$\det (\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M}) = 0 \quad (4)$$

AL DESARROLLAR EL DETERMINANTE DE LA EC. (4) SE OBTENDRA UNA ECUACION DE GRADO N EN ω_n^2 ; AL RESOLVER ESTA SE OBTIENEN LOS N VALORES DE ω_n^2 , DONDE N ES EL NUMERO DE GRADOS DE LIBERTAD DEL SISTEMA, CADA UNO DE LOS CUALES, AL SACARLE RAIZ CUADRADA, DARA LUGAR A LOS N VALORES DE ω_n , LOS CUALES SON LAS FRECUENCIAS CIRCULARES DE VIBRACION DEL SISTEMA. AL SUSTITUIR CADA UNO DE ELLOS EN LA EC. (3) SE OBTENDRAN N VECTORES z_n ; CADA UNO DE ELLOS CONSTITUYE LA CONFIGURACION MODAL, DEL MODO CORRESPONDIENTE.

EJEMPLO



$$\begin{aligned} w_2 &= 1962 \text{ ton} \\ k_2 &= 40 \text{ ton/cm} \\ w_1 &= 3924 \text{ ton} \\ k_1 &= 60 \text{ ton/cm} \end{aligned}$$

$$\underline{M} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3924}{981} & 0 \\ 0 & \frac{1962}{981} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \frac{\text{ton seg}^2}{\text{cm}}$$

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 & -40 \\ -40 & 40 \end{bmatrix} \text{ ton/cm}$$

$$\det (\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M}) = \begin{bmatrix} 100 - 4\omega_n^2 & -40 \\ -40 & 40 - 2\omega_n^2 \end{bmatrix} = 0$$

$$8\omega_n^4 - 360\omega_n^2 + 4000 - 1600 = 0$$

$$\therefore (\omega_n^2)^2 - 45 \omega_n^2 + 300 = 0$$

$$\omega_n^2 = 22.5 \mp \sqrt{506.25 - 300} = 22.5 \mp 14.3615$$

$$= \begin{cases} 8.1385 \text{ (rad/seg)} \\ 36.8615 \text{ "} \end{cases}$$

$$\circ \quad \omega_1 = 2.86 \text{ rad/seg} \rightarrow T_1 = 2\pi / \omega_1 = 2.20 \text{ seg}$$

$$y \quad \omega_2 = 6.08 \text{ rad/seg} \rightarrow T_2 = 2\pi / \omega_2 = 1.03 \text{ seg}$$

Sustituyendo ω_1^2 en la ec. (3):

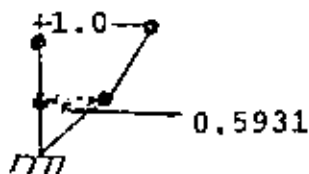
$$\begin{bmatrix} 100 - 4 \cdot 8.1385 & -4.0 \\ -40 & 4.0 - 2 \cdot 8.1385 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_{11} \\ z_{21} \end{bmatrix} = 0$$

$$\circ \quad 67.446 z_{11} - 40 z_{21} = 0$$

$$y \quad -40 z_{11} + 23.723 z_{21} = 0$$

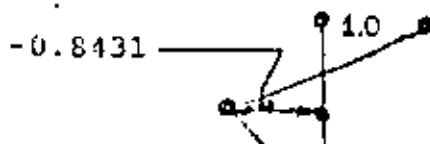
Si $z_{21} = 1 \text{ cm}$, entonces $z_{11} = 0.5931 \text{ cm}$ en ambas ecuaciones, es decir,

$$z_1 = \begin{bmatrix} 0.5931 \\ 1.0000 \end{bmatrix}$$

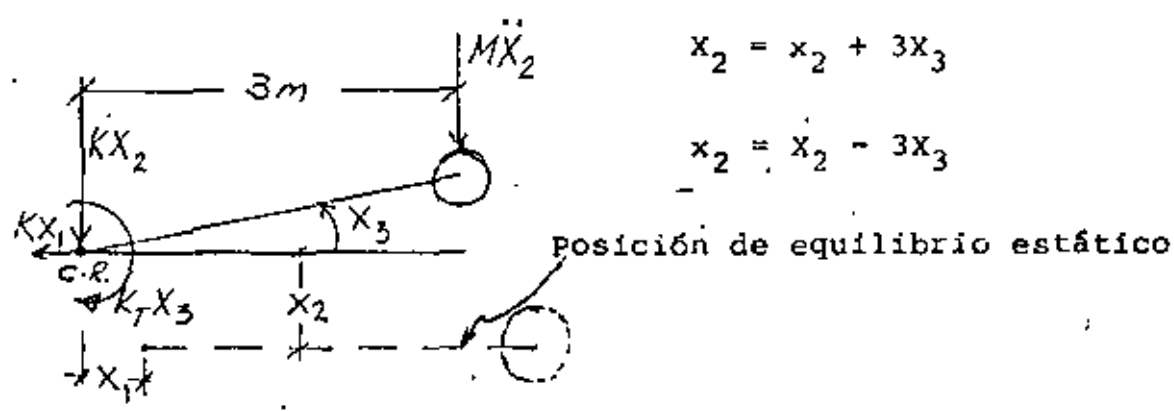
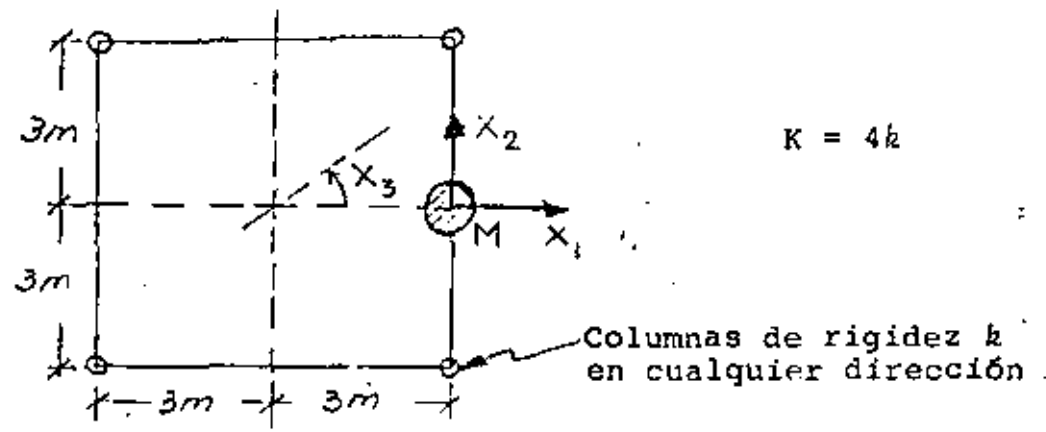


Sustituyendo a ω_2^2 en la ec. (3) se obtiene

$$\left. \begin{aligned} -47.446 z_{12} - 40 z_{22} &= 0 \\ -40 z_{12} - 33.723 z_{22} &= 0 \end{aligned} \right\} + z_2 \begin{bmatrix} -0.8431 \\ 1.0000 \end{bmatrix}$$



Ejemplo: Calcular las frecuencias circulares y los modos de vibración de la siguiente estructura:



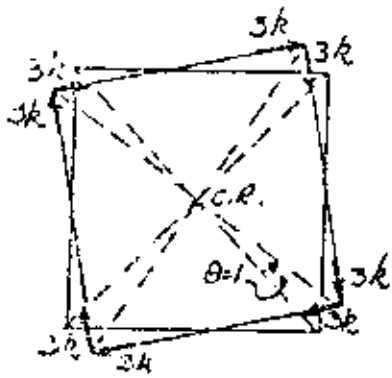
En la dirección de x_1 : $M\ddot{x}_1 + Kx_1 = 0 \rightarrow \omega_1^2 = \frac{K}{M}$
(movimiento desacoplado con x_2 y x_3)

$$\underline{z}_1^T = [1, 0, 0]$$

En la dirección x_2 : $M\ddot{x}_2 + Kx_2 = 0$
 $M\ddot{x}_2 + Kx_2 - 3Kx_3 = 0 \quad (1)$

En la dirección x_3 : $M\ddot{x}_2 \times 3 + K_T x_3 = 0 \quad (2)$

6



$$\begin{aligned} \text{Momento respecto a C.R.} &= 8 \times 3k \times 3 = 72k \\ &= 18K \end{aligned}$$

Sustituyendo K_T en la ec. (2):

$$3M\ddot{X}_2 + 18K X_3 = 0 \quad (3)$$

$$M\ddot{X}_2 + 6K X_3 = 0 \quad (4)$$

Restando la ec. (4) a la ec. (3) se obtiene:

$$KX_2 - 9KX_3 = 0 \quad \therefore X_2 = 9X_3 \quad + \quad \ddot{X}_2 = 9\ddot{X}_3$$

Sustituyendo esto último en la ec. (4): $\ddot{X}_3 + \frac{6K}{9M} X_3 = 0$

$$\therefore \omega_2^2 = \frac{2}{3} \frac{K}{M} \quad ; \quad \underline{z}_2^T = [0, 9, 1]$$

Método de Newmark para calcular la frecuencia y el modo fundamen-
tal.

1. Suponer la configuración del modo, \underline{z}_1^0
2. Calcular las fuerzas de inercia correspondientes a \underline{z}_1^0 , mante-
niendo a ω_1^2 como factor, por ser desconocida:

$$\underline{F}^0 / \omega_1^2 = \underline{M} \underline{z}_1^0$$

3. Calcular la configuración \underline{z}_1^1 (en función de ω_1^2) que produce
las fuerzas de inercia calculadas en la etapa 2

$$\underline{z}_1^1 / \omega_1^2 = \underline{K}^{-1} \underline{F}^0 / \omega_1^2$$

4. Calcular los cocientes

$$\lambda_r' = \frac{z_{1r}^0}{z_{1r}^1 / \omega_1^2}$$

donde r = r-ésimo grado de libertad. Si todas las λ_r' son
iguales, tendremos que $\lambda_r' = \omega_1^2$ y

$$\underline{z}_1^0 = \underline{z}_1^1 = \underline{K}^{-1} \underline{F}^0 = \omega_1^2 \underline{K}^{-1} \underline{M} \underline{z}_1^0$$

En caso contrario, tendremos las cotas superior e inferior de ω^2

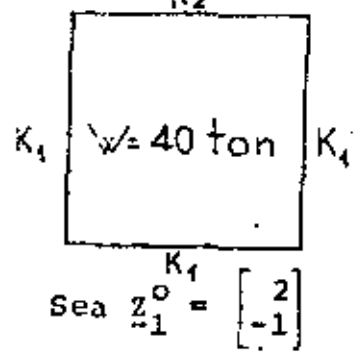
$$\min \lambda_r' \leq \omega_1^2 \leq \max \lambda_r'$$

5. Mejorar la cota superior mediante el cociente de Schwartz:

$$\omega_1^2 \leq \frac{\underline{z}_1^{0T} \underline{M} (\underline{z}_1^1 / \omega_1^2)}{(\underline{z}_1^1 / \omega_1^2)^T \underline{M} (\underline{z}_1^1 / \omega_1^2)} \quad \text{--- (A)}$$

6. Si no todas las λ_r son iguales, repetir el procedimiento comenzando con z_1^t

Ejemplo:
 K_2



$K_1 = 10 \text{ ton/cm} ; K_2 = 20 \text{ ton/cm}$

$M = \begin{bmatrix} 4.08 & 0 \\ 0 & 68 \end{bmatrix}$

$K = \begin{bmatrix} 3,000 & 5,000 \\ 5,000 & 25,000 \end{bmatrix}$

$\frac{F_0}{\omega_1^2} = \begin{bmatrix} 4.08 & 0 \\ 0 & 68 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8.16 \\ -68.00 \end{bmatrix} ; K^{-1} = \begin{bmatrix} 50 & -10 \\ -10 & 6 \end{bmatrix} \times 10^{-5}$

$\frac{z_1}{\omega_1^2} = \begin{bmatrix} 50 & -10 \\ -10 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8.16 \\ -68.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0880 \\ -0.4896 \end{bmatrix} 10^{-2}$

$\lambda_1 = \begin{bmatrix} 2 / (1.088 \times 10^{-2}) = 183.8 \\ -1 / (-0.4896 \times 10^{-2}) = 204.2 \end{bmatrix} ; 183.8 \leq \omega_1^2 \leq 204.2$

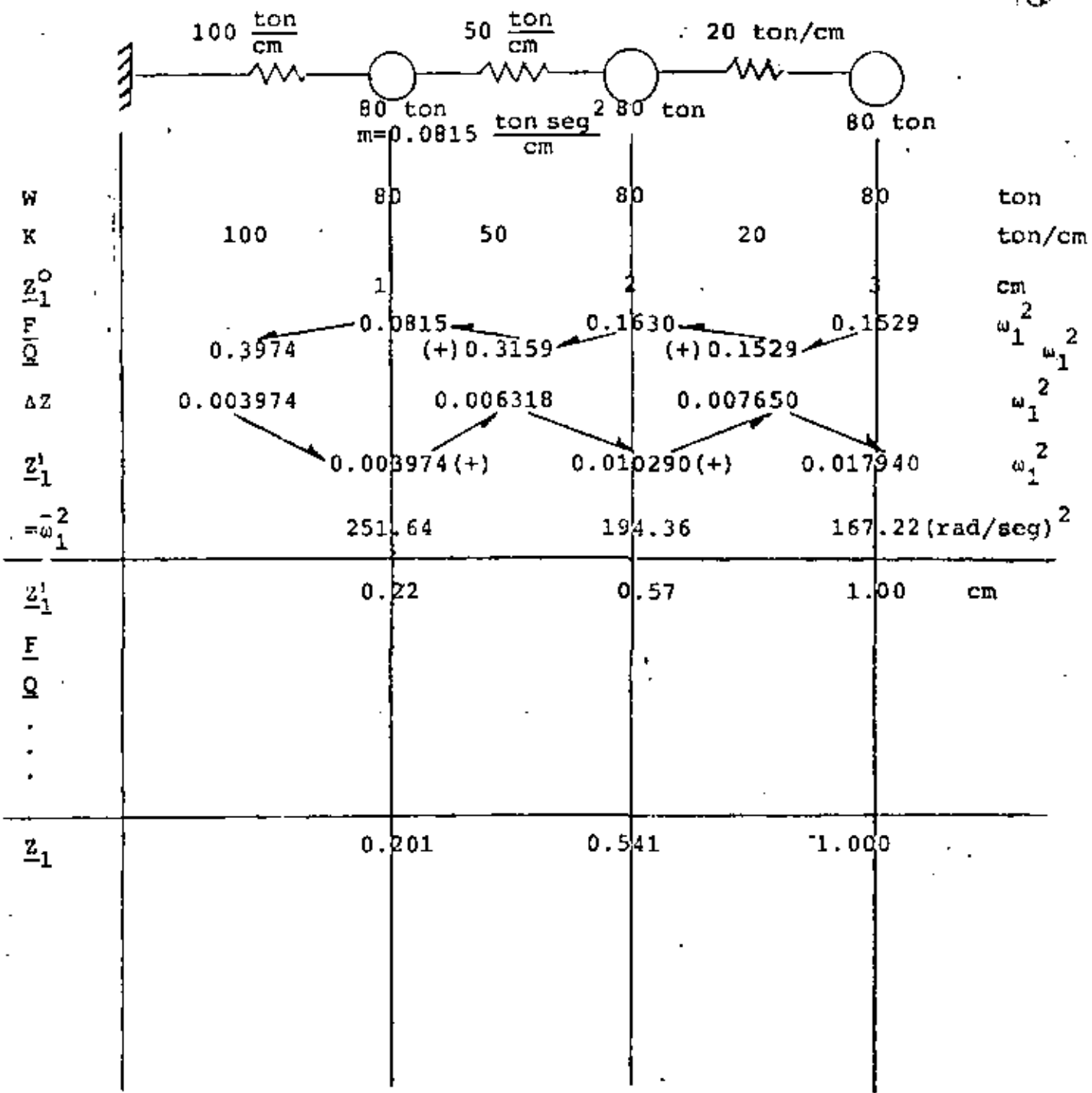
Aplicando la ec. (A) se obtiene $\omega_1^2 \leq 199.6 \left(\frac{\text{rad}}{\text{seg}}\right)^2$, con lo que $0.445 \leq T_1 \leq 0.464 \text{ seg}$. Para un segundo ciclo se empezaría con

$r_1 = \begin{bmatrix} 2.2 \\ -1.0 \end{bmatrix} \frac{1.0880}{0.4896}$

Con este se obtiene $\frac{z_1^2}{R/\omega_1^2} = \begin{bmatrix} 1.1288 \\ -0.4978 \end{bmatrix}$ y $\lambda^2 = \begin{bmatrix} 194.9 \\ 200.9 \end{bmatrix}$, con

lo cual $0.443 \leq T_1 \leq 0.450 \text{ seg}$. Aplicando ec. (A):

$0.445 \leq T_1 \leq 0.450$



$$\lambda_1^1 = \bar{\omega}_1^2 = \frac{1}{0.003974} = 251.64 ; \bar{\omega}_1^2 = \frac{2}{0.010290} = 194.36 = \lambda_2^1$$

$$\lambda_2^1 = \bar{\omega}_1^2 = \frac{3}{0.017940} = 167.22 \left(\frac{\text{rad}}{\text{seg}}\right)^2$$

$$167.22 \leq \omega_1^2 \leq 251.64 \text{ (rad/seg)}^2$$

TAREA: Continuar con la resolución del problema hasta obtener

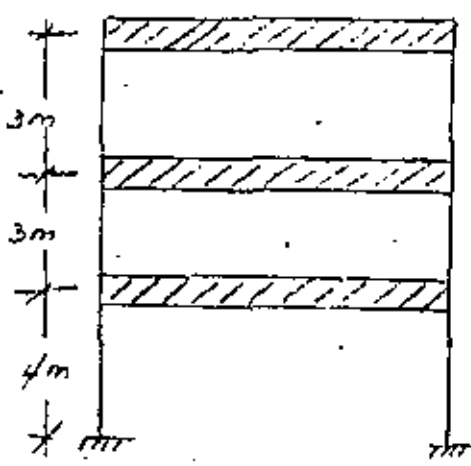
ω_1 y Z_1 .

METODO DE HOLZER

CUANDO ES NECESARIO DETERMINAR VARIOS MODOS SUPERIORES AL PRIMERO CONVIENE USAR EL METODO DE HOLZER, EL CUAL CONSISTE EN LO SIGUIENTE:

1. SUPONGASE ARBITRARIAMENTE UN VALOR DE LA FRECUENCIA, MAYOR QUE LA DEL MODO FUNDAMENTAL. SEA p ESTE VALOR SUPUESTO.
2. SUPONGASE ARBITRARIAMENTE LA AMPLITUD DEL DESPLAZAMIENTO DE LA PRIMERA MASA A PARTIR DEL APOYO.
3. CALCULESE LA FUERZA CORTANTE EN EL PRIMER RESORTE Y LA FUERZA DE INERCIA EN LA PRIMERA MASA.
4. SATISFACIENDO EL EQUILIBRIO CALCULESE LA FUERZA EN EL SIGUIENTE RESORTE Y SU DEFORMACION.
5. CALCULESE EL MOVIMIENTO DE LA SIGUIENTE MASA Y, CON ESTA, CALCULESE SU FUERZA DE INERCIA.
6. SATISFACIENDO EL EQUILIBRIO OBTENGASE LA FUERZA EN EL SIGUIENTE RESORTE.
7. CONTINUENSE EL PROCESO HASTA LLEGAR AL ULTIMA MASA; SI SE SATISFACE EL EQUILIBRIO EN ESTA, LA FRECUENCIA SUPUESTA Y LA CONFIGURACION MODAL CORRESPONDEN A UN MODO NATURAL DE VIBRACION. POR LO GENERAL SE OBTENDRA UN RESIDUO; SI SE REPRESENTAN LOS RESIDUOS EN UNA GRAFICA CONTRA LA FRECUENCIA SUPUESTA, SE OBTENDRA UNA CURVA CUYOS CEROS CORRESPONDEN A LAS FRECUENCIAS NATURALES.

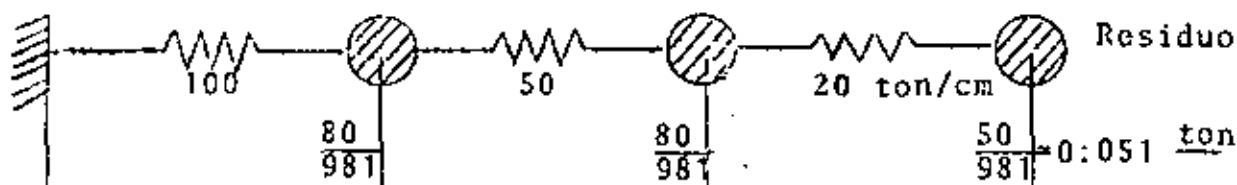
EJEMPLO



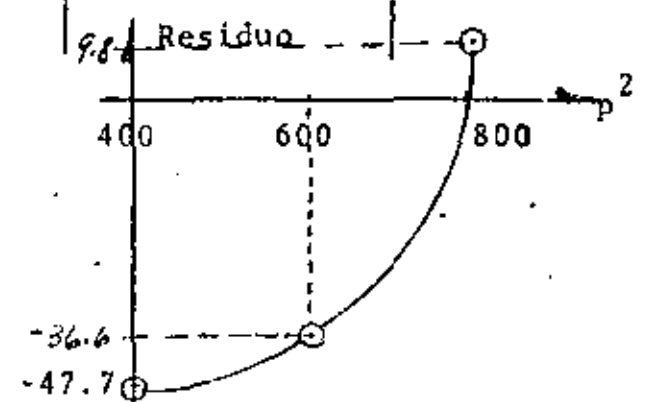
- $W_3 = 50 \text{ ton}$
- $K_3 = 20 \text{ ton/cm}$
- $W_2 = 80 \text{ ton}$
- $K_2 = 50 \text{ ton/cm}$
- $W_1 = 80 \text{ ton}$
- $K_1 = 100 \text{ ton/cm}$

TAREA: CALCULAR MEDIANTE EL METODO DE NEWMARK LA FRECUENCIA Y LA CONFIGURACION DEL MODO FUNDAMENTAL.

supuesta



| | | | | | | |
|-----|-----------------|-----|--------------------------|---------------------------|------------------|---------------------------------------|
| | K | | $\frac{80}{981}$ | $\frac{80}{981}$ | $\frac{50}{981}$ | 0.051 ton seg^2 |
| | M | | | | | |
| 100 | X | 1 | | 2.35 | 1.87 | |
| | ΔX | | $\frac{67.4}{50} = 1.35$ | $\frac{-9.5}{50} = -0.48$ | | |
| | Q | 100 | 67.4 | -9.5 | | $\rightarrow -47.7$ |
| | F | | + 32.6 | + -76.9 | 38.2 | |
| 800 | X | | | 2.02 | -0.37 | |
| | ΔX | 1 | 1.02 | -2.39 | | |
| | Q | 100 | 51.0 | -47.9 | | $\rightarrow -36.6$ |
| | F | | -49.0 | -98.9 | 11.3 | |
| 800 | X | | | 1.69 | -2.10 | |
| | ΔX | 1 | 0.69 | -3.79 | | |
| | Q | 100 | 34.7 | -75.8 | | $\leftarrow -9.8$ |
| | F | | -65.3 | -110.5 | 85.6 | |
| | Q(ΔX) | 100 | 23.9 | 2.87 | | $\Sigma = 410.9$ |
| | FX | | 65.3 | 186.8 | 179.9 | $= 432.0$ |
| | | | | | | $\bar{p}^2 = 800 \frac{410.9}{432}$ |
| | | | | | | $= 761$ |
| 1 | X | 1 | | 1.76 | -1.80 | |
| | ΔX | 1 | 0.76 | -3.56 | | |
| | Q | 100 | 37.9 | -71.3 | | $\rightarrow -1.8$ |
| | F | | -62.1 | -109.2 | 69.5 | |
| | Q(ΔX) | 100 | 28.8 | 25.4 | | $\Sigma = 382.8$ |
| | FX | | 62.1 | 192.1 | 125.0 | $\Sigma = 379.2$ |
| | | | | | | $\bar{p}^2 = 761 \frac{382.8}{379.2}$ |
| | | | | | | $= 767$ |



$$\bar{p}^2 = p^2 \frac{|\Sigma Q(\Delta X)|}{|\Sigma FX|}$$

MEJORA DE LA ESTIMACION

TAREA: OBTENER EL TERCER MODO DE VIBRACION Y SU FRECUENCIA

etc.

SE PUEDE DEMOSTRAR QUE LOS VECTORES MODALES FORMAN UN CONJUNTO COMPLETO U ORTOGONAL. LO PRIMERO SIGNIFICA QUE CUALQUIER CONFIGURACION QUE SATISFAGA LAS CONDICIONES DE FRONTERA PUEDE ESCRIBIRSE COMO UNA COMBINACION LINEAL DE TODOS LOS VECTORES MODALES, ES DECIR,

$$\underline{X} = \sum_{i=1}^N a_i \underline{z}_i \tag{1}$$

LA ORTOGONALIDAD IMPLICA QUE

$$\underline{z}_m^T \underline{M} \underline{z}_n = 0 \quad \text{Y} \quad \underline{z}_m^T \underline{K} \underline{z}_n = 0 \tag{2}$$

ESTAS SE PUEDEN ESCRIBIR COMO

$$\underline{F}_m^T \underline{z}_n = 0 \quad (\underline{z}_m^T \underline{K} = \underline{F}_m^T)$$

LO CUAL SIGNIFICA QUE LAS FUERZAS QUE SE GENERAN CON LA CONFIGURACION DEL MODO n NO EFECTUAN TRABAJO AL DESPLAZARSE SOBRE LAS CONFIGURACIONES DE LOS DEMAS MODOS.

PUESTO QUE $\underline{x}_n(t) = \underline{z}_n \text{ sen } \omega_n (t - t_n)$ ES SOLUCION DE LA ECUACION DIFERENCIAL MATRICIAL DE EQUILIBRIO DEL SISTEMA, Y PUESTO QUE EL SISTEMA ES LINEAL, ENTONCES

$$\underline{X}(t) = \sum_{i=1}^N a_i \underline{z}_i \text{ sen } \omega_i (t - t_i) \tag{3}$$

TAMBIEN ES SOLUCION DE DICHA ECUACION DE EQUILIBRIO. ADEMAS, EN VIRTUD DE LA CONDICION DADA EN LA EC. (1), LA EC. (3) ES LA SOLUCION GENERAL DE ELLA.

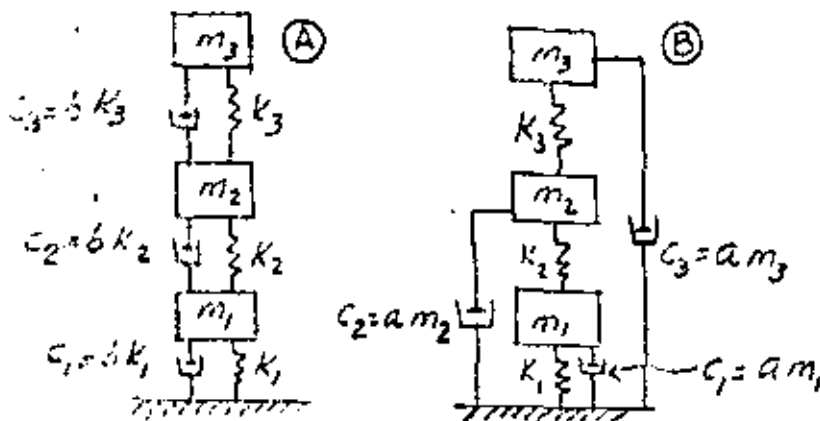
PARA QUE UN SISTEMA LINEAL AMORTIGUADO TENGA MODOS CLASICOS DE VIBRAR, ES CONDICION NECESARIA Y SUFICIENTE QUE EXISTA UNA TRANSFORMACION QU DIAGONALICE A LAS TRES MATRICES \underline{K} , \underline{C} Y \underline{M} . EN TAL CASO LOS MODOS NATURALES DEL SISTEMA AMORTIGUADO COINCIDEN CON LOS DEL SISTEMA SIN AMORTIGUAMIENTO. ESTA CONDICION SE CUMPLE, EN PARTICULAR, SI \underline{C} SE PUEDE ESCRIBIR COMO UNA UNA COMBINACION LINEAL DE \underline{K} Y \underline{M} , ES DECIR, SI

$$\underline{C} = a \underline{M} + b \underline{K} \quad (4)$$

DONDE a Y b SON CONSTANTES. ESTO SE CUMPLE SI LA FRACCION DE AMORTIGUAMIENTO DEL MODO n ES:

$$\zeta_n = \frac{a}{2\omega_n} + \frac{b\omega_n}{2} \quad (5)$$

LA CONDICION (4) SE CUMPLE SI



O UNA COMBINACION LINEAL DE LOS CASOS A Y B

EN INGENIERIA SISMICA ES SUFICIENTE CON CALCULAR LAS RESPUESTAS DINAMICAS UTILIZANDO LOS VECTORES MODALES CALCULADOS SIN TOMAR EN CUENTA EL AMORTIGUAMIENTO Y CONSIDERARLO DE MANERA APROXIMADA PARA REDUCIR LA RESPUESTA DINAMICA DEL SISTEMA EN CADA MODO DE VIBRAR.



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

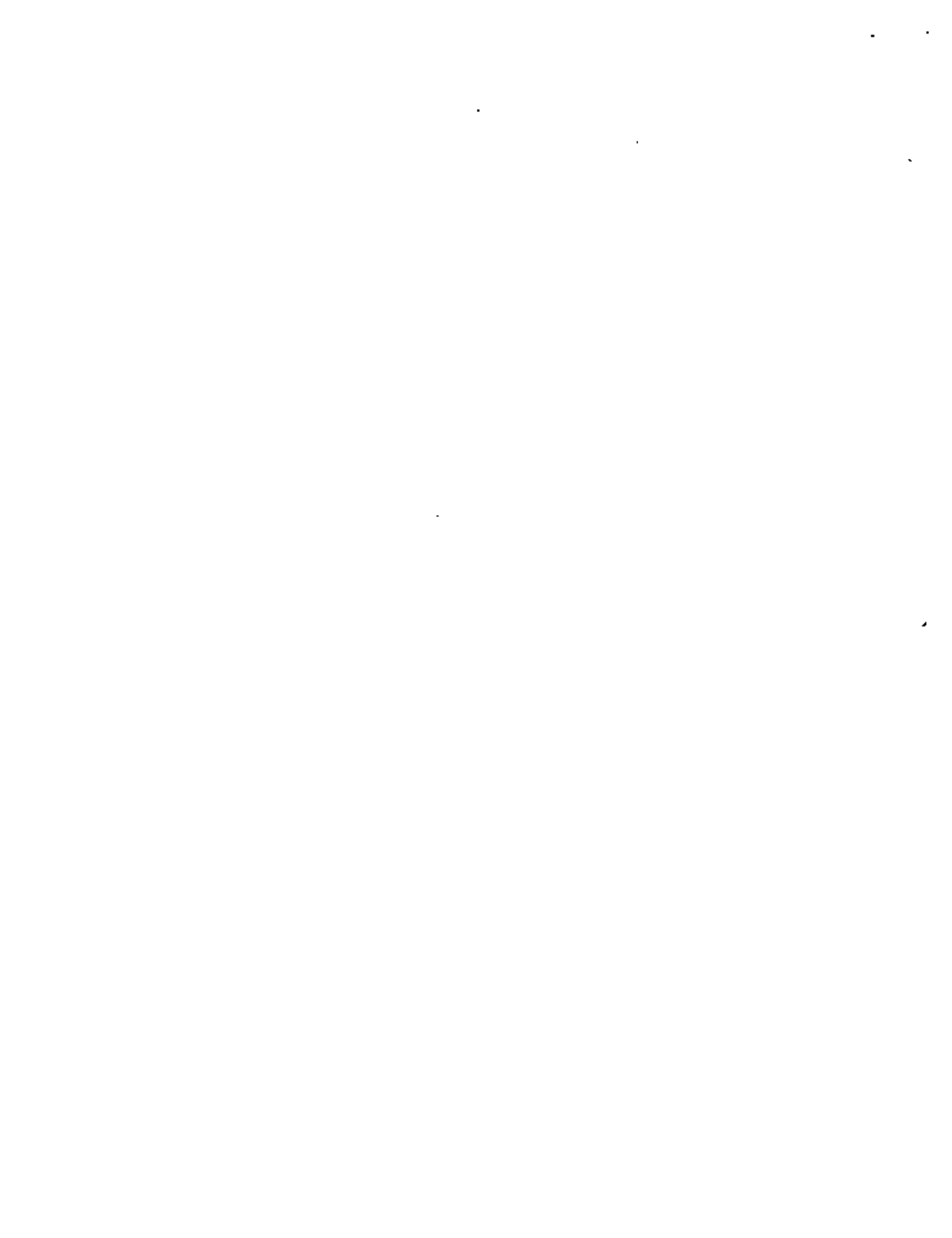
DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

Métodos de Stodola-Vianello-Newmark y de Holzer
para el Cálculo de Frecuencias y Configuraciones

Modales

M. en C. Enrique Del Valle Calderón

Agosto, 1979.



MÉTODOS DE STODOLA-VIANELLO-NEWMARK Y DE HOLZER PARA EL CÁLCULO DE FRECUENCIAS Y CONFIGURACIONES MODALES

Enrique del Valle C *

Para calcular las frecuencias y configuraciones modales de estructuras idealizadas como una serie de masas unidas por resortes, sin amortiguamiento, en vibración libre, se puede suponer que cada masa se mueve en movimiento armónico simple definido por $X=X_0 \cos wt$ o $X=X_0 \sin wt$ donde X_0 define la amplitud y w la frecuencia circular del movimiento

La aceleración estará dada entonces: por $\ddot{X}=-w^2 X_0 \cos wt$ ó $\ddot{X}=-w^2 X_0 \sin wt = -w^2 X$ y las fuerzas de inercia a que estará sometida cada masa, de acuerdo con la segunda ley de Newton, serán $F_i = m\ddot{X} = -mw^2 X$

Por otro lado, la fuerza restitutiva que aparece en cada resorte estará dada por $F_e = R\Delta X$, donde R es la rigidez de entrepiso, que podemos definir como la fuerza cortante que es necesario aplicar para producir un desplazamiento unitario entre dos niveles consecutivos: $R = V/\Delta X$, para $\Delta X = 1$

Vemos entonces, que las fuerzas a que se verá sujeta cada masa dependerán de X y de w^2 únicamente.

Por otro lado, sabemos que para conocer un modo de vibrar necesitamos conocer tanto la frecuencia w (o período T) como la configuración modal relativa, y que si la estructura está vibrando en un modo dado, la frecuencia del movimiento de cada masa será la misma.

Tomando en cuenta lo anterior, se pueden emplear dos métodos numéricos para el cálculo de las frecuencias y configuraciones modales.

* Profesor Titular, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM

El método propuesto por Stodola-Vianello-Newmark, consiste en:

siste en:

1. Suponer una configuración deformada de la estructura:

$$X_{i\text{supuesta}}$$

2. Valuar las fuerzas de inercia asociadas a esa configuración $F_i = -mw^2 X_i$, dejando w^2 como factor común cuyo valor no conocemos.

3. Valuar la fuerza cortante en la estructura, como la suma acumulativa de las fuerzas de inercia de arriba abajo del edificio. $V_i = \sum_{j=i}^n F_j$ (función de w^2)

4. Calcular los incrementos de deformación correspondientes a las fuerzas cortantes.

$$\Delta X_i = -\frac{V_i}{R_i} \quad (\text{función de } w^2).$$

5. Obtener la configuración calculada de la estructura como la suma acumulativa de los incrementos de deformación, de abajo hacia arriba.

$$X_{i\text{calc}} = \sum_{j=i}^n \Delta X_j = \text{coef.} \cdot w^2$$

Esto nos dará un coeficiente multiplicado por w^2 para cada masa.

6. Si la estructura está vibrando en un modo la configuración calculada será proporcional a la supuesta, y el factor de proporcionalidad será w^2 . Esto es, para cada masa podremos calcular

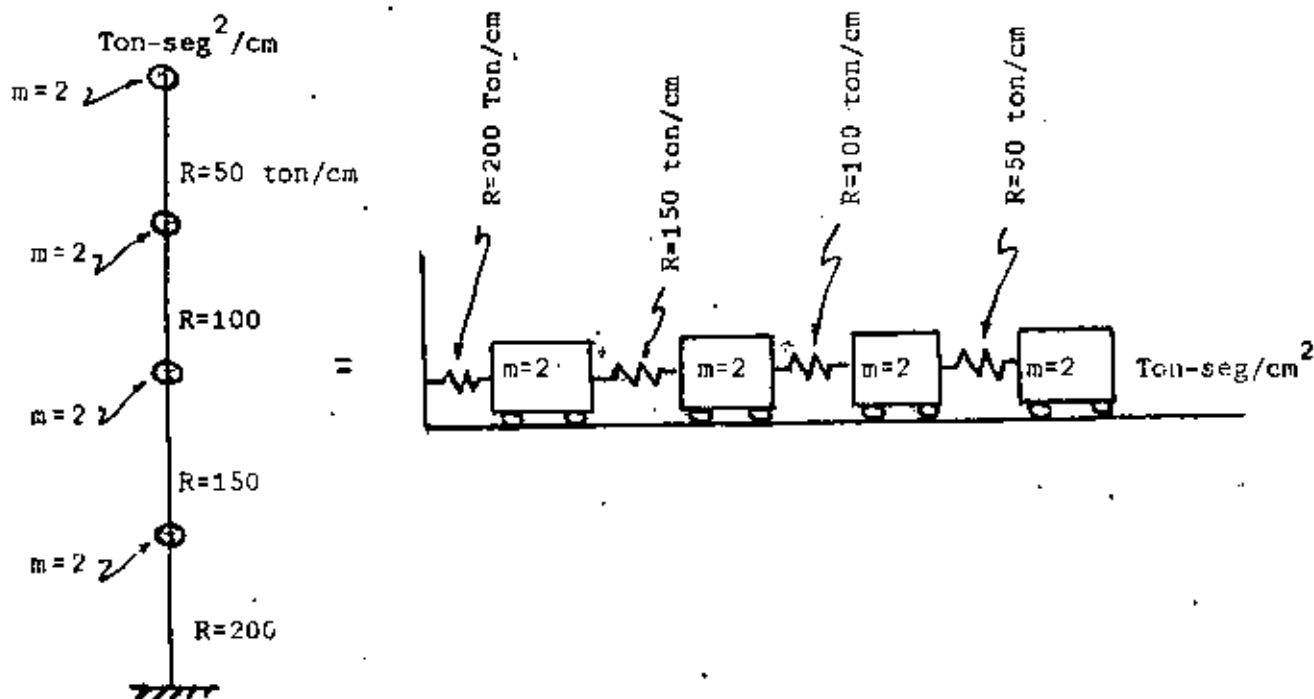
$$w^2 = \frac{X_{\text{supuesta}}}{\text{Coef. de } X_{\text{calc}}}$$

En general los valores de w^2 calculados para cada masa,

no serán iguales en el primer ciclo, pero el método es de rápida convergencia si se usa como nueva configuración supuesta la obtenida al final de cada ciclo, de preferencia normalizándola, esto es, haciendo que la deformación de una de las masas, por ejemplo la primera, tenga siempre el mismo valor, con objeto de observar como se modifica la configuración relativa después de cada ciclo. Los valores de w^2 obtenidos en cada ciclo nos dan también un intervalo de valores que se va cerrando hasta que se obtiene finalmente los mismos valores para todas las masas.

El método descrito anteriormente converge siempre hacia el modo más bajo que esté presente en la configuración supuesta, y dado que al suponer una configuración cualquiera ésta estará formada por una combinación lineal de todos los modos posibles, el modo más bajo será el primero o fundamental. Más adelante se indica como hacer para calcular modos superiores.

Ejemplo. Calcular la frecuencia y configuración modal del primer modo de vibrar de la estructura representada por el modelo matemático siguiente.



Para realizar los pasos antes indicados conviene usar una tabulación como la siguiente:

1er. Ciclo

| Nivel | $\frac{\text{ton seg}^2}{\text{cm}}$ m | $\frac{\text{ton}}{\text{cm}}$ R | * cm X_{sup} | $F_i = m\omega^2 X$ | V | $\Delta X = \frac{V}{R}$ | X_{calc} | ** ω^2 | *** X_{sup} |
|-------|---|-------------------------------------|-----------------------------|---------------------|--------------|--------------------------|-------------------|--------------------------|-------------------------|
| 4 | 2 | 50 | 4 | $8\omega^2$ | $8\omega^2$ | $0.16\omega^2$ | $0.52\omega^2$ | $7.692 = \frac{4}{0.52}$ | 5.2 |
| 3 | 2 | 100 | 3 | $6\omega^2$ | $14\omega^2$ | $0.14\omega^2$ | $0.36\omega^2$ | $8.333 = \frac{3}{0.36}$ | 3.6 |
| 2 | 2 | 150 | 2 | $4\omega^2$ | $18\omega^2$ | $0.12\omega^2$ | $0.22\omega^2$ | $9.091 = \frac{2}{0.22}$ | 2.2 |
| 1 | 2 | 200 | 1 | $2\omega^2$ | $20\omega^2$ | $0.1\omega^2$ | $0.1\omega^2$ | $10.0 = \frac{1}{0.1}$ | 1 |
| 0 | | | | | | | 0 | | |

Nótese que los valores R, V y ΔX están defasados, pues corresponden al entrepiso.

* Para iniciar el cálculo puede usarse cualquier valor de X. En general, el método convergirá más rápido entre más acertada sea la configuración supuesta, pero si se supone por ejemplo una configuración que se parezca a un segundo, tercero o cuarto modo, de cualquier manera, al término de algunos ciclos más, llegaremos al primer modo.

** Nótese que en este caso, el valor de ω^2 estará comprendido entre $7.692 \frac{1}{\text{seg}^2}$ y $10 \frac{1}{\text{seg}^2}$

*** En un segundo ciclo, usaremos como nueva configuración supuesta la obtenida al final del primer ciclo normalizada de tal modo que la deformación del primer nivel, sea unitaria,

esto es, dividiendo la configuración calculada entre $0.1w^2$ en cada nivel.

2o. Ciclo

| Nivel | m | R | X _{sup} | F _i | V | ΔX | X | w ² | X _{sup} |
|-------|---|-----|------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|----------------|------------------|
| 4 | 2 | 50 | 5.2 | 10.4w ² | 10.4w ² | 0.208w ² | 0.651w ² | 7.988 | 5.425 |
| 3 | 2 | 100 | 3.6 | 7.2w ² | 17.6w ² | 0.176w ² | 0.443w ² | 8.126 | 3.692 |
| 2 | 2 | 150 | 2.2 | 4.4w ² | 22w ² | 0.147w ² | 0.267w ² | 8.240 | 2.225 |
| 1 | 2 | 200 | 1.0 | 2. w ² | 24w ² | 0.120w ² | 0.120w ² | 8.333 | 1.0 |
| 0 | | | | | | | 0 | | |

Obsérvese que el intervalo de variación de w² se redujo a 7.988 y 8.333 y que las variaciones en la configuración modal fueron mucho menores que las que tuvo el primer ciclo.

Tomando como base de partida nuevamente la configuración calculada, en un tercer ciclo se tiene:

| Nivel | m | R | X _{sup} | F | V | ΔX | X | w ² | X _i |
|-------|---|-----|------------------|---------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----------------|----------------|
| 4 | 2 | 50 | 5.425 | 10.85w ² | 10.85w ² | 0.2170w ² | 0.6739w ² | 8.050 | 5.461 |
| 3 | 2 | 100 | 3.692 | 7.384w ² | 18.234w ² | 0.1823w ² | 0.4569w ² | 8.081 | 3.703 |
| 2 | 2 | 150 | 2.225 | 4.45w ² | 22.684w ² | 0.2512w ² | 0.2746w ² | 8.103 | 2.225 |
| 1 | 2 | 200 | 1.0 | 2.0 w ² | 24.684w ² | 0.1234w ² | 0.1234w ² | 8.104 | 1.00 |
| 0 | | | | | | | 0 | | |

y finalmente, en un cuarto ciclo, la aproximación se considera suficiente:

| $\frac{w^2}{g}$ | m | R | X_{sup} | F | V | ΔX | X | w^2 | X_i |
|-----------------|---|----------|-----------|-------------|-------------|-------------|----------------------|--------|-------|
| 4 | 2 | 50 | 5.461 | $10.922w^2$ | $10.922w^2$ | $0.2184w^2$ | $0.6775w^2$ | 8.061 | 5.468 |
| 3 | 2 | 100 | 3.703 | $7.406w^2$ | $18.328w^2$ | $0.1833w^2$ | $0.4591w^2$ | 8.066 | 3.705 |
| 2 | 2 | 150 | 2.225 | $4.45w^2$ | $22.778w^2$ | $0.1519w^2$ | $0.2758w^2$ | 8.067 | 2.225 |
| 1 | 2 | 200 | 1.00 | $2.00w^2$ | $24.778w^2$ | $0.1239w^2$ | $0.1239w^2$ | 8.071 | 1.00 |
| 0 | | Σ | 12.389 | | | | $\Sigma = 1.5363w^2$ | 8.064* | |

* El valor final de w^2 lo obtenemos con más precisión dividiendo la suma de X_{sup} entre la suma de coeficientes de X_{calc} . Esto es más preciso que promediar los valores de w^2 de cada nivel

$$w = \sqrt{8.064} = 2.8397; \quad T = \frac{2\pi}{w} = \frac{6.2832}{2.8397} = 2.213 \text{ seg.}$$

Cálculo de modos superiores empleando este método

Como se indicó antes, el método converge al modo más bajo presente en la configuración supuesta, y al suponer una combinación cualquiera ésta estará constituida por una combinación lineal de los distintos modos de vibrar:

$X_{sup} = C_1 X_{i1} + C_2 X_{i2} + C_3 X_{i3} + C_4 X_{i4}$, donde X_{i1} a X_{i4} son las configuraciones modales y C_i son coeficientes de participación.

Si queremos calcular el segundo modo de vibrar empleando este método, tendremos que quitar a la configuración supuesta la participación del primer modo: $C_1 X_{i1}$, para lo cual necesitamos conocer X_{i1} y C_1 . X_{i1} la calculamos como se indicó antes y C_1 lo podemos calcular recurriendo a la propiedad de ortogonalidad de los modos de vibración que indica que $\sum_i X_{in} X_{im} = 0$ si $n \neq m$, donde X_{in} y

X_{im} son configuraciones modales.

Si multiplicamos la expresión anterior de X_{sup} por $m_i X_{i1}$ y sumamos para todas las masas, considerando que los coeficientes de participación son constantes y pueden salir de la sumatoria, tendremos :

$$\sum_i m_i X_{i1} X_{sup} = C_1 \sum_i m_i X_{i1}^2 + C_2 \sum_i m_i X_{i1} X_{i2} + C_3 \sum_i m_i X_{i1} X_{i3} + \dots$$

donde los términos que multiplican a C_2 , C_3 , etc. son nulos por la propiedad de ortogonalidad de los modos, quedando entonces

$$C_1' = \frac{\sum_i m_i X_{i1} X_{sup}}{\sum_i m_i X_{i1}^2}$$

Esta expresión es válida para cualquier modo n .

Por tanto, si queremos calcular el segundo modo de vibrar, supondremos una configuración que se parezca a este modo, es decir, que tenga un punto de deflexión nula, calcularemos el valor de C_1 con la expresión anterior y restaremos a la configuración supuesta para el segundo modo la participación del primer modo $- C_1' X_{i1}$, lo que da por resultado una nueva configuración supuesta para el segundo modo en la que el modo más bajo presente es el segundo y por lo tanto, al aplicar el método habrá convergencia hacia este modo. A la operación antes descrita se le llama "limpia" de modos.

Si quisiéramos calcular el tercer modo de vibrar, tendríamos que conocer de antemano las configuraciones correctas de primero y segundo modo, y suponer una configuración que se parezca al tercer modo, (que tenga dos puntos de deflexión nula); calcularíamos dos coeficientes de participación C_1 y C_2 , correspondientes a los modos primero y segundo, en la configuración supuesta y la limpiaríamos para que el modo más bajo presente en ella sea el tercero y el método converja a este modo.

Esto es :

$$X_{i3sup} = C_1 X_{i1} + C_2 X_{i2} + C_3 X_{i3} + C_4 X_{i4} + \dots$$

$$C_1 = \frac{\sum m X_{i1} X_{i3sup}}{\sum m X_{i1}^2} \quad ; \quad C_2 = \frac{\sum m X_{i2} X_{i3sup}}{\sum m X_{i2}^2}$$

$$\bar{X}_{i3sup} = X_{i3sup} - C_1 X_{i1} - C_2 X_{i2} = C_3 X_{i3} + C_4 X_{i4} + \dots$$

De manera semejante se procede para calcular otros modos superiores.

En la práctica, y debido a errores numéricos o de aproximación que van acarreándose no basta con una sola limpieza. Para lograr convergencia adecuada da buen resultado limpiar la configuración calculada al cabo de cada ciclo, antes de calcular los valores de w^2 . Esa misma configuración limpiada, normalizada, nos sirve como nueva configuración para un nuevo ciclo. Es conveniente llevar cuando menos tres cifras significativas en los cálculos.

Para fijar ideas, calculemos tres ciclos del segundo modo de vibrar de la estructura para la cual calculamos anteriormente el primer modo.

| Ni- vel | m | R | X _{i1} | mX _{i1} | mX _{i1} ² | X _{i2sup} | mX _{i1} X _{i2sup} | -C ₁ X _{i1} | \bar{X}_{i2} | $\frac{F_{i2}}{m\bar{X}_{i2}} = \frac{w^2}{w^2}$ | v | ΔX | X Calc. |
|------------|---|-----|-----------------|------------------|-------------------------------|--------------------|-------------------------------------|---------------------------------|----------------|--|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 4 | 2 | 50 | 6.466 | 10.936 | 59.798 | -1.0 | -10.936 | -0.054 | -1.054 | -2.108w ² | -2.108w ² | -0.0422w ² | -0.0334w ² |
| 3 | 2 | 150 | 3.705 | 7.41 | 27.454 | 0 | 0 | -0.036 | -0.036 | -0.072w ² | -2.180w ² | -0.0218w ² | 0.0088w ² |
| 2 | 2 | 150 | 2.228 | 4.452 | 9.910 | 2.0 | 9.910 | -0.022 | 1.978 | 3.956w ² | 1.776w ² | 0.0118w ² | 0.0306w ² |
| 1 | 2 | 200 | 1.00 | 2.0 | 2.0 | 1.0 | 2.0 | -0.010 | 0.990 | 1.980w ² | 3.756w ² | 0.0186w ² | 0.0188w ² |
| 0 | | | | | 99.162 | | 0.974 | | | | | | |

DATOS

$$C_i = \frac{0.974}{99.162} = 0.00982$$

* La configuración supuesta puede ser cualquiera, pero desde luego es conveniente que se pазe a un segundo modo, esto es, que tenga un cambio de signo en la configuración modal.

| i el | $m\bar{x}_{i1}X_{calc}$ | $-C_1X_{i1}$ | \bar{x}_{2calc} | w^2 | \bar{x}_{i2sup}^{**} | $m\bar{x}_{i2sup}w^2$ | v | ΔX | X_{cal} |
|-----------|-------------------------|---------------|-------------------|-------|------------------------|-----------------------|--------------|---------------|--------------|
| 4 | $-0.3653w^2$ | $+0.00696w^2$ | $-0.02644w^2$ | 39.86 | -1.3042 | $-2.6084w^2$ | $-2.6084w^2$ | $-0.05217w^2$ | $-0.0314w^2$ |
| 3 | $0.0652w^2$ | $0.00472w^2$ | $0.01352w^2$ | -2.66 | 0.6669 | $1.3338w^2$ | $-1.2746w^2$ | $-0.01275w^2$ | $0.02077w^2$ |
| 2 | $0.1362w^2$ | $0.00284w^2$ | $0.03344w^2$ | 59.15 | 1.6495 | $3.2990w^2$ | $2.0244w^2$ | $0.01350w^2$ | $0.03352w^2$ |
| 1 | $.0376w^2$ | $0.00127w^2$ | $0.02007w^2$ | 49.33 | 0.990 | $1.9800w^2$ | $4.0044w^2$ | $0.02002w^2$ | $0.02002w^2$ |
| Σ | | | | | | | | | |

$$C_1 = \frac{-0.1263w^2}{99.162} = -0.0012736w^2$$

** Normalizando con respecto a 0.99 en el primer nivel, para comparar la evolución de la configuración.

| i vel | $m\bar{x}_{i1}X_{cal}$ | $-C_1X_{i1}$ | \bar{x}_{2cal} | w^{2***} | \bar{x}_{i2sup} | $m\bar{x}_{i2sup}w^2$ | v | ΔX |
|------------|------------------------|----------------|------------------|------------|-------------------|-----------------------|--------------|---------------|
| 4 | $-0.34339w^2$ | $+0.000012w^2$ | $-0.031388w^2$ | 41.55 | -1.5520 | $-3.104w^2$ | $-3.104w^2$ | $-0.06206w^2$ |
| 3 | $0.15391w^2$ | $+0.000008w^2$ | $0.020778w^2$ | 32.10 | -1.0274 | $2.0548w^2$ | $-1.0492w^2$ | $-0.01049w^2$ |
| 2 | $0.14923w^2$ | $+0.000005w^2$ | $0.033525w^2$ | 49.20 | 1.6577 | $3.3154w^2$ | $2.2662w^2$ | $0.01511w^2$ |
| 1 | $0.04004w^2$ | $+0.000002w^2$ | $0.020022w^2$ | 49.45 | 0.99 | $1.98w^2$ | $4.2462w^2$ | $0.02123w^2$ |

$$\Sigma = -0.00021w^2$$

$$\Sigma = 2.1231$$

$$|\Sigma| = 5.2271$$

$$C_1 = \frac{-0.00021w^2}{99.162} = -0.0000021177w^2$$

*** Nótese que el intervalo de w^2 queda comprendido entre 32.1 y 49.49 y que este en la curva ocurre casi entre las dos últimas masas. Obsérvese que la corrección al limpiar es muy pequeña.

| Ni- vel | X_{calc} | $mX_{i1}X_{\text{calc}}$ | $-C_1X_{i1}$ | \bar{X}_{calc} | **** w^2 | \bar{X}_{isup} |
|------------|-------------------|--------------------------|--------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| 4 | $-0.03623w^2$ | $-0.39621w^2$ | +0.000023 | $-0.036207w^2$ | 42.86 | -1.705 |
| 3 | $0.02585w^2$ | $0.19155w^2$ | +0.000015 | $0.025865w^2$ | 39.72 | 1.206 |
| 2 | $0.03634w^2$ | $0.16179w^2$ | +0.000009 | $0.036349w^2$ | 45.61 | 1.695 |
| 1 | $0.02123w^2$ | $0.04246w^2$ | +0.000004 | $0.021234w^2$ | 46.62 | 0.99 |
| 0 | 0 | $\Sigma=0.00041w^2$ | | $\Sigma=0.047241w^2$ | prom. 43.70 44.94 | |

$$\Sigma=0.119655w^2 \quad 43.68$$

(vals. abs.)

$$C_1 = \frac{-0.00041w^2}{99.162} = -0.0000041w^2$$

*** El intervalo de variación de w^2 se ha reducido a 39.72 - 46.62 (dif = 6.9) y los ajustes en la curva son menores. En uno o dos ciclos más se llegaría al valor correcto de w^2 y X_1 . Nótese que para estimar un valor de w^2 procediendo como se indicó anteriormente podemos hacer las sumas de \bar{X}_{sup} y de los coeficientes de \bar{X}_{calc} tomando valores absolutos o tomando en cuenta el signo correspondiente. La variación que se obtiene en este caso es de 3% aprox. Si sacamos el promedio de w^2 se obtiene un valor casi igual al obtenido con las sumas de valores absolutos, que es más correcto.

Si no hubiéramos hecho la limpia en ninguno de los ciclos, al cabo de 8 habríamos llegado a la configuración del primer modo (en vez de 4 ciclos que se necesitaron cuando la configuración supuesta se parecía a la del primer modo).

Aplicación del Método de Stodola-Vianello-Newmark Para Estructuras de Flexión

Como se verá más adelante, cuando las trabes de los marcos son muy flexibles en comparación con las columnas, o cuando las fuerzas laterales son resistidas por muros que trabajan esencialmente a flexión, la rigidez de entrepiso no es independiente de la distribución de fuerzas a que esté sometida la estructura y por tanto no puede suponerse constante para el cálculo de los distintos modos de vibrar. En general, la pseudorigidez equivalente que se obtendría para un segundo modo será mayor que la correspondiente al primer modo, pues los efectos de flexión de conjunto se reducen considerablemente al no tener todas las fuerzas actuando en el mismo sentido. Lo mismo podría decirse para modos superiores (ref. 1).

En esos casos, las propiedades elástico geométricas de la estructura no quedarán definidas por rigideces de entrepiso sino por la variación de los productos EI y GA con los cuales se podrán calcular las deformaciones debidas a flexión y a fuerza cortante respectivamente.

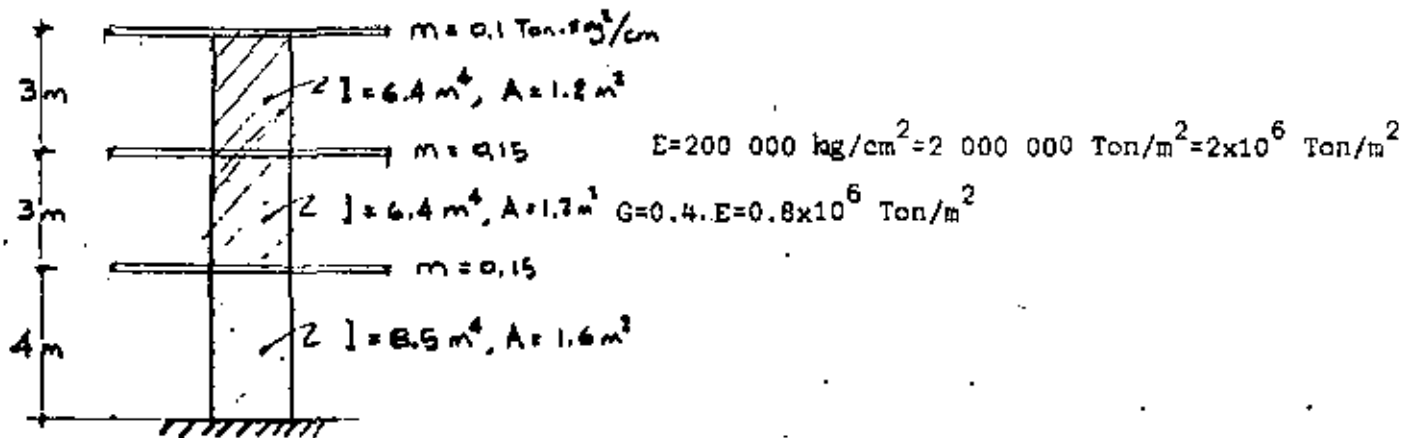
Para calcular las deformaciones por flexión es conveniente el empleo de los teoremas de la viga conjugada, que es, para el caso de un voladizo, otro voladizo empotrado en el extremo opuesto cargado con el diagrama de momentos entre EI , y en el cual los momentos flexionantes corresponden a las deformaciones de la viga real.

Las deformaciones por cortante, que en el caso de estructuras a base de muros pueden ser importantes en comparación con las de flexión, sobre todo en los niveles inferiores, se calculan mediante la expresión $\Delta X_{V_i} = \frac{V_i h_i}{A_i G}$, donde ΔX_{V_i} es el incremento de deformación por

cortante entre dos niveles consecutivos, V_i , h_i y A_i son, respectivamente la fuerza cortante, la altura y el área efectiva de cortante entre esos mismos niveles y G es el módulo de elasticidad al corte del material de la estructura.

Para calcular los modos de vibración, se supone una configuración modal, se calculan las fuerzas de inercia $F_i = m_i w^2 X_i$ asociadas a la configuración y las fuerzas cortantes correspondientes y a partir de ellas se valúan los incrementos de momento de cada entrepiso y los momentos de volteo acumulados de arriba hacia abajo, los cuales se dividen entre EI (habrá dos valores de M/EI en un mismo nivel en los casos en que haya cambio de sección de los muros). La integración numérica del diagrama de M/EI nos permitirá transformar ese diagrama en una serie de cargas concentradas equivalentes a él aplicadas en los distintos niveles con los cuales es muy fácil calcular los cortantes equivalentes correspondientes a cada entrepiso y los incrementos de momento flexionante en la viga conjugada que serán iguales a los incrementos de deformación por flexión entre dos niveles consecutivos (es el equivalente de $\Delta X = V/R$ del caso visto anteriormente). A estos incrementos de deformación por flexión se sumarán los correspondientes a la deformación por corte y con esa suma se podrá calcular la nueva configuración, que será como antes función de w^2 y de donde podremos despejar este valor y en caso de que no sea igual para todas las masas volver a hacer otro ciclo tomando como configuración de partida la encontrada anteriormente normalizándola con respecto a una de las masas para poder comparar la evolución de las configuraciones de cada ciclo.

Para fijar ideas, a continuación se presenta un ejemplo de análisis de una estructura en que las fuerzas laterales son resistidas por muros, cuyos valores de I y A son los indicados en la figura siguiente:



| Nº | $\frac{\text{seg}}{\text{cm}}$ | $\frac{\text{m}^4}{\text{I}}$ | $\frac{\text{Ton} \cdot \text{m}^2}{\text{EI}}$ | $\frac{\text{m}^2}{\text{A}}$ | $\frac{\text{Ton}}{\text{GA}}$ | $\frac{\text{m}}{\text{h}}$ | $\frac{\text{cm}}{\text{X}_{\text{sup}}}$ | $\frac{\text{mX}_{\text{sup}}^2}{\text{w}^2}$ | $\frac{\text{Ton}}{\text{V}}$ | $\Delta M = Vh$ | $\frac{\text{Ton} \cdot \text{m}}{\text{M}}$ | $\frac{1/\text{m}}{\frac{\text{N}}{\text{EI}}}$ |
|----|--------------------------------|-------------------------------|---|-------------------------------|--------------------------------|-----------------------------|---|---|-------------------------------|-------------------|--|--|
| 3 | 0.10 | 6.4 | 12.8×10^6 | 1.2 | 0.96×10^6 | 3 | 5.0 | 0.50w^2 | 0.5w^2 | 1.5w^2 | 0 | 0 |
| 2 | 0.15 | 6.4 | 12.8×10^6 | 1.2 | 0.96×10^6 | 3 | 2.5 | 0.38w^2 | 0.88w^2 | 2.64w^2 | 1.5w^2 | $0.1172 \times 10^{-6} \text{w}^2$ |
| 1 | 0.15 | 8.5 | 17.0×10^6 | 1.6 | 1.28×10^6 | 4 | 1 | 0.15w^2 | 1.03w^2 | 4.12w^2 | 4.14w^2 | $0.3234 \times 10^{-6} \text{w}^2$ $0.2435 \times 10^{-6} \text{w}^2$ |
| 0 | | | | | | | | | | | 8.26w^2 | $0.4859 \times 10^{-6} \text{w}^2$ |

Ejemplo de cálculo de las concentraciones equivalentes al diagrama de M/EI

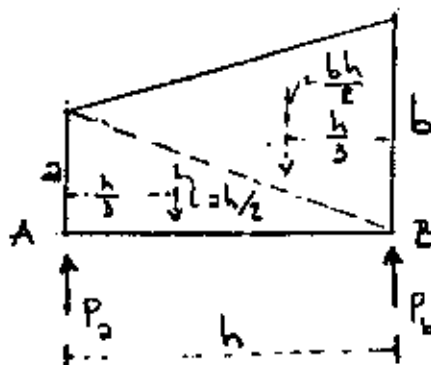
Para el nivel 3

$$P_{\text{eq}} = \frac{3}{6} (2 \times 0 + 0.1172 \times 10^{-6} \text{w}^2) = 0.0586 \times 10^{-6} \text{w}^2$$

(Ver aclaración al pie de la tabla de la página siguiente)

| Ni- ve | P_{eq}^{**} | V_{eq}^{**} | $\Delta M = V_{eq}^{**} \cdot h = \Delta X_F$ | ΔX_v | ΔX_{tot} | X_{cal} |
|-----------|-----------------------------|-----------------------------|---|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| 3 | $0.0586 \times 10^{-6} w^2$ | | | | | $23.0052 \times 10^{-6} w^2$ |
| 2 | $0.1172 \times 10^{-6} w^2$ | $2.2369 \times 10^{-6} w^2$ | $6.7107 \times 10^{-6} w^2$ | $1.5625 \times 10^{-6} w^2$ | $8.2732 \times 10^{-6} w^2$ | $14.732 \times 10^{-6} w^2$ |
| | $0.2739 \times 10^{-6} w^2$ | | | | | |
| 1 | $0.3820 \times 10^{-6} w^2$ | $1.8408 \times 10^{-6} w^2$ | $5.5224 \times 10^{-6} w^2$ | $2.75 \times 10^{-6} w^2$ | $8.2724 \times 10^{-6} w^2$ | $6.4596 \times 10^{-6} w^2$ |
| | $0.6486 \times 10^{-6} w^2$ | | | | | |
| 0 | $0.3102 \times 10^{-6} w^2$ | $0.8102 \times 10^{-6} w^2$ | $3.2408 \times 10^{-6} w^2$ | $3.2188 \times 10^{-6} w^2$ | $6.4596 \times 10^{-6} w^2$ | 0 |

| $\frac{V_{seg}^2}{w^2}$ | X_{sup} |
|-------------------------|-----------|
| 2173.42 | 3.56 |
| 1696.99 | 2.28 |
| 1548.08 | 1.0 |



* Para obtener cargas concentradas equivalentes al diagrama de M/EI se puede usar la fórmula siguiente:

$$P_a = \frac{h}{6} (2a+b); \quad P_b = \frac{h}{6} (2b+a)$$

donde h es la distancia entre dos puntos A y B con ordenadas de M/EI iguales a a y b respectivamente. La variación de M/EI entre A y B es lineal, por lo que esta expresión se obtiene considerando dos triángulos con alturas a y b respectivamente y base h . P_a y P_b son las concentraciones correspondientes en los puntos A y B . (Ref. 2)

** Recuerdese que el empotramiento de la viga conjugada es el extremo superior, por lo que se empieza de abajo hacia arriba el cálculo

*** Obsérvese que en el primer entrepiso la deformación por cortante es prácticamente igual a la de flexión por lo que despreciarla conduciría a errores muy grandes. Al ir aumentando la altura de la estructura la deformación por cortante va reduciendo su importancia en comparación con la de flexión y puede llegar a ser despreciable. En este caso la deformación por cortante en el tercer entrepiso es 23% de la debida a flexión.

**** Debe tenerse cuidado con las unidades al valuar w^2 pues es fácil equivocarse, obsérvese que X_{sup} está en cm y X_{calc} resulta en metros

Método de Holzer

Como se indicó anteriormente, para conocer completamente un modo de vibrar necesitamos conocer tanto la configuración modal como la frecuencia del modo. Hemos visto que en el método de Stodola-Vianello-Newmark se supone una configuración relativa y a partir de ella se calcula el valor de w^2 . Hölzer procede exactamente al revés, esto es, supone la frecuencia y a partir de ella se calcula la configuración relativa de abajo hacia arriba de la estructura. Dado que la configuración es relativa se puede suponer también la deformación de la primera masa (por consiguiente el incremento de deformación entre la base y la primera masa). El método tiene las siguientes etapas:

Los datos son las masas y las rigideces de entrepiso, igual que antes.

1. Suponer un valor de w^2
2. Obtener los valores de $m w_{sup}^2$ para cada masa
3. Suponer la deformación del primer nivel: X_1 ; conviene suponer un valor unitario. Esto equivale también, como ya se dijo a suponer ΔX_1 .
4. Calcular la fuerza cortante en la base de la estructura, (primer entrepiso) que será por definición de rigidez de entrepiso

$$V_1 = R_1 \Delta X_1 \quad \text{si} \quad \Delta X_1 = .1, \quad V_1 = R_1$$

5. Calcular la fuerza de inercia asociada a la masa del primer nivel:

$$F_1 = m_1 w_{sup}^2 X_1$$

6. Por definición de fuerza cortante, como la suma acumulativa de las fuerzas arriba de un cierto nivel, podremos calcular la cortante del segundo entrepiso restando a la cortante en la base la fuerza de inercia del primer nivel, esto es

$$V_2 = V_1 - F_1$$

7. Conocida la fuerza cortante en el entrepiso 2 podemos calcular el incremento de deformación en ese entrepiso dividiendo la cortante entre la rigidez de entrepiso $\Delta X_2 = \frac{V_2}{R_2}$
8. Sumando ΔX_2 a la deformación del primer nivel obtendremos la deformación del segundo nivel $X_2 = X_1 + \Delta X_2$ y podemos repetir los pasos 5 a 8 para todas las masas hasta llegar al extremo superior de la estructura.

Si la frecuencia supuesta corresponde a un modo de vibrar, obtendremos que la fuerza de inercia del último nivel es igual a la fuerza cortante del entrepiso correspondiente (por equilibrio dinámico).

Si la frecuencia supuesta no es la correspondiente a un modo de vibrar, se obtendrá una diferencia entre el valor de la fuerza de inercia y el de la fuerza cortante en el extremo de la estructura.

En este caso el método no es convergente, pero si hacemos otro ciclo con otro valor de w^2 relativamente cercano al anterior, encontraremos otra diferencia y podremos trazar una gráfica que nos relacione las frecuencias supuestas (abscisas) con las diferencias entre fuerza de inercia y fuerza cortante en el extremo superior de la estructura (ordenadas). Una vez que tenemos dos puntos de esa gráfica podremos buscar un valor de w^2 supuesto en la intersección

con el eje de las abscisas de la línea que une los puntos antes obtenidos, o su prolongación si ambas diferencias tienen el mismo signo. Con este tercer valor supuesto para w^2 seguramente obtendremos otra diferencia, menor que las anteriores, que nos definirá un tercer punto en la gráfica. Podremos entonces trazar una curva entre los tres puntos y definir así un nuevo valor de w^2 que seguramente estará muy próximo a la frecuencia correcta de uno de los modos de vibrar de la estructura.

Cuando ya se está cerca del valor correcto, se puede mejorar el valor supuesto de w^2 empleando el cociente de Crandall siguiente:

$$\bar{w}^2 = w^2 \frac{\sum V \cdot \Delta X}{\sum F X}$$

donde \bar{w}^2 es el valor que debemos suponer en el ciclo siguiente.

El método presentado sirve para calcular cualquier modo natural de vibración teniendo como datos las masas y las rigideces de entrepiso de la estructura. El modo de que se trate se obtendrá de la inspección de la configuración modal, tomando en cuenta que en el primero todas las deformaciones tienen el mismo signo, en el segundo hay un cambio de signo, en el tercero dos cambios de signo y así sucesivamente.

Si se conoce la frecuencia del primer modo de vibrar (por haberlo calculado empleando el método Stodola-Vianello-Newmark, por ejemplo), se puede estimar gruesamente el valor de las frecuencias de los modos superiores empleando la relación $w_2^2 \approx 9w_1^2$; $w_3^2 \approx 25w_1^2$, etc. (Esta aproximación puede ser demasiado burda dependiendo de los valores relativos de las masas y rigideces en cada caso particular, pero sirve como orientación).

Ejemplo:

Calculemos el segundo modo de vibrar de la estructura que se usó en el método de Stodola-Vianello-Newmark, suponiendo

$$w_2^2 = 9w_1^2 = 9 \times 8 = 72 \frac{1}{\text{seg}^2}$$

Usaremos la tabulación siguiente :

| Ni- vel | m | R | Σw_{sup}^2 | ΔX | X * | F | V | |
|------------|---|-----|---------------------------|------------|--------|--------|--------|-------------|
| 4 | 2 | 50 | 144 | -2.707 | -2.751 | -396.1 | -135.4 | Dif = 260.7 |
| 3 | 2 | 100 | 144 | -1.417 | -0.044 | - 6.3 | -141.7 | |
| 2 | 2 | 150 | 144 | 0.373 | 1.373 | -197.7 | 56 | |
| 1 | 2 | 200 | 144 | 1.0 | 1.0 | 144 | 200 | |

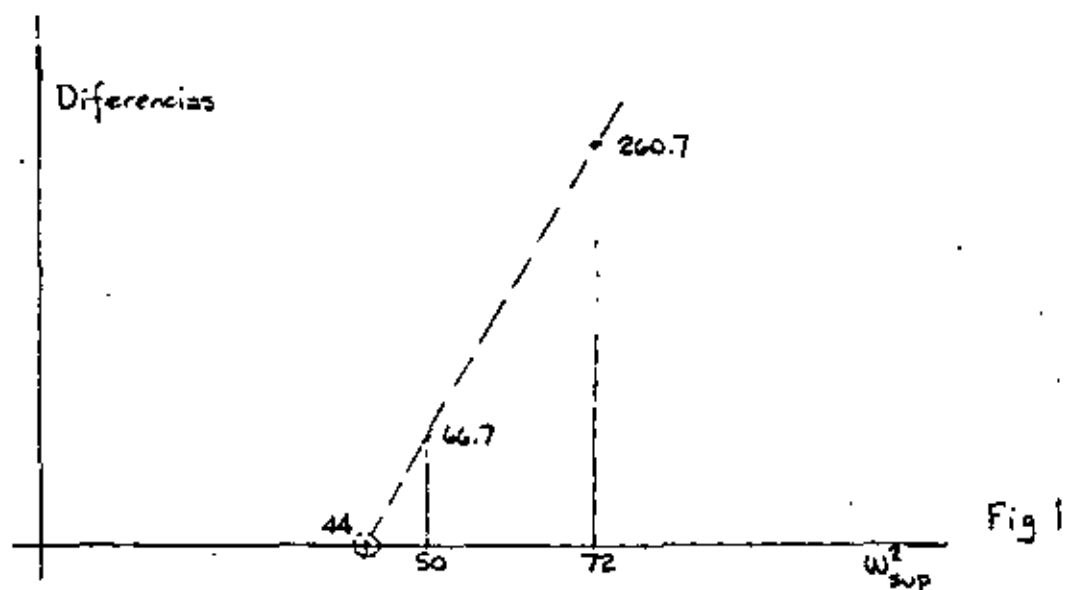
$$w_{\text{sup}}^2 = 72$$

* Obsérvese que aunque la diferencia encontrada es fuerte, la configuración se parece a un segundo modo, pues tiene un cambio de signo.

Usando un nuevo valor de w_{sup}^2 de 50 l/seg^2 , tendremos

| Ni- vel | m | R | $m w^2$ | ΔX | X | F | V | |
|------------|---|-----|---------|------------|--------|--------|--------|-----------|
| 4 | 2 | 50 | 100 | -3.334 | -2.334 | -233.4 | -166.7 | Dif. 66.7 |
| 3 | 2 | 100 | 100 | -0.667 | 1.00 | 100 | - 66.7 | |
| 2 | 2 | 150 | 100 | 0.667 | 1.667 | 166.7 | 100 | |
| 1 | 2 | 200 | 100 | 1.0 | 1.0 | 100 | 200 | |

Trazando la gráfica w_{sup}^2 -diferencias encontramos



que el valor de w^2 que hace cero las diferencias es aproximadamente 44 (podría obtenerse por triángulos semejantes, pero sabemos que aún cuando se hiciera así el valor no nos llevará exactamente a cero diferencia pues la variación no es lineal como estamos suponiendo, excepto en intervalos muy cerrados).

Suponiendo entonces $w^2 = 44$

| Ni- vel | m | R | mw^2 | ΔX | X | F | V | FX | VAX |
|------------|---|-----|--------|------------|--------|---------|-----------------------|--------|--------|
| 4 | 2 | 50 | 88 | -3.174 | -1.844 | -162.27 | DIF. = 3.57 -158.7 | 299.23 | 503.71 |
| 3 | 2 | 100 | 88 | -0.417 | 1.33 | 117 | -41.7 | 155.61 | 17.39 |
| 2 | 2 | 150 | 88 | 0.747 | 1.747 | 153.7 | 112 | 268.51 | 83.66 |
| 1 | 2 | 200 | 88 | 1.0 | 1.0 | 88 | 200 | 88 | 200 |
| 0 | | | | | | | | 811.35 | 804.76 |

$$\frac{-2}{w^2} = 44 \frac{804.76}{811.35} = 43.64 \text{ 1/seg}^2$$

$$\text{Usando } w_{\text{sup}}^2 = 43.64 \text{ 1/seg}^2$$

| Ni- vel | m | R | mw ² | ΔX | X | F | V |
|------------|---|-----|-----------------|--------|--------|---------|----------------------|
| 4 | 2 | 50 | 87.28 | -3.159 | -1.809 | -157.89 | Dif.=0.05 -157.94 |
| 3 | 2 | 100 | 87.28 | -0.401 | 1.350 | 117.83 | - 40.11 |
| 2 | 2 | 150 | 87.28 | 0.751 | 1.751 | 152.83 | 112.72 |
| 1 | 2 | 200 | 87.28 | 1.0 | 1.0 | 87.28 | 200 |
| 0 | | | | | | | |

Como puede verse, la diferencia al final de este último ciclo es despreciable, por lo que

$$w_2^2 = 43.64 \text{ 1/seg}^2, w_2 = 6.606 \text{ 1/seg}, T_2 = 0.951 \text{ seg}$$

y la configuración modal es la indicada.

Suponiendo otro valor mayor de w^2 podría calcularse el tercero y cuarto modos. Puede también verificarse que la frecuencia del primer modo obtenido con el método de Stodola-Vianello-Newmark es correcta.

Comentarios adicionales

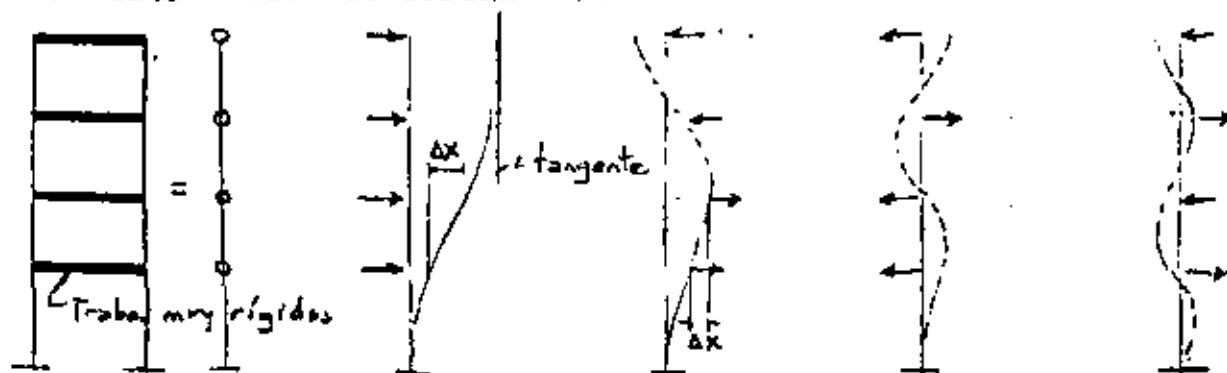
En los métodos presentados se tiene como datos las masas y las rigideces de entrepiso. Las masas son relativamente fáciles de calcular y dependen exclusivamente del peso de los materiales con que esté hecha la estructura y de la carga viva que se considere

para fines de análisis sísmico. Las rigideces serán función de las propiedades elástico-geométricas de los materiales empleados, que no es sencillo definir y de la estructuración, sobre todo de la relación que guarden las rigideces relativas de las barras que forman la estructura, traveses y columnas.


Dado el modelo matemático de un edificio como una serie de masas unidas por resortes, definimos como sistema estrechamente acoplado a aquel en que la rigidez de entrepiso es independiente de la distribución de cargas laterales a que se vea sometido el modelo, esto es, la rigidez de entrepiso es invariable independientemente de la elástica que adquiera la estructura al ser sometida a cargas laterales. Aquí se entiende por rigidez de entrepiso, como se indicó anteriormente, la fuerza necesaria para producir el desplazamiento unitario de un nivel con respecto al otro, esto es

$$R = \frac{V}{\Delta X} \quad ; \quad \text{para } \Delta X=1 \quad , \quad R=V$$

En la figura 2 se muestra el modelo matemático de un edificio de 4 niveles sometido a distintos sistemas de fuerzas. De acuerdo con lo antes dicho, la rigidez debe ser independiente de las fuerzas aplicadas (este tipo de estructuras se conoce también como estructura "de cortante").



Para que esto se cumpla, la rigidez de entrepiso debe ser función única y exclusivamente de las columnas de cada entrepiso, para lo cual, los giros de los nudos deben ser nulos, lo que se logra si las trabes son infinitamente rígidas en comparación con las columnas, en cuyo caso la elástica de cada una de las columnas es la mostrada en la figura 3, y los elementos mecánicos que aparecen son los que ahí se muestran, para barras de sección constante.



$$F = \frac{12EI\Delta x}{h^3}$$

$$M = \frac{6EI\Delta x}{h^2}$$

Fig 3

En la práctica, es difícil que la rigidez relativa de las trabes ($k=I/l$) sea muy grande en comparación con la de las columnas, lo que hará que los giros de los nudos no sean cero, relajándose el sistema y reduciéndose la rigidez del marco para un mismo tamaño de columnas. Debido a esto, el caso de trabes infinitamente rígidas en comparación con las columnas recibe a veces el nombre de cota superior de rigidez.

Al ser significativos los giros de los nudos, la rigidez de entrepiso ya no será independiente del sistema de fuerzas horizontales aplicadas. En el límite inferior, llegaremos al caso del voladizo mostrado en la figura 4, para el cual no tiene sentido hablar de rigidez de entrepiso, pues será diferente para cada una de las posibles configuraciones de fuerzas aplicadas. A este caso lo definiremos como sistema remotamente acoplado.

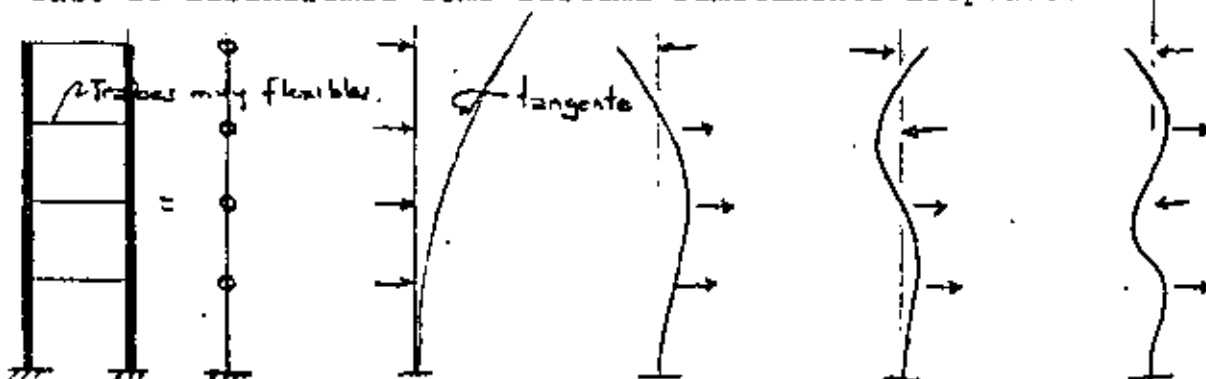
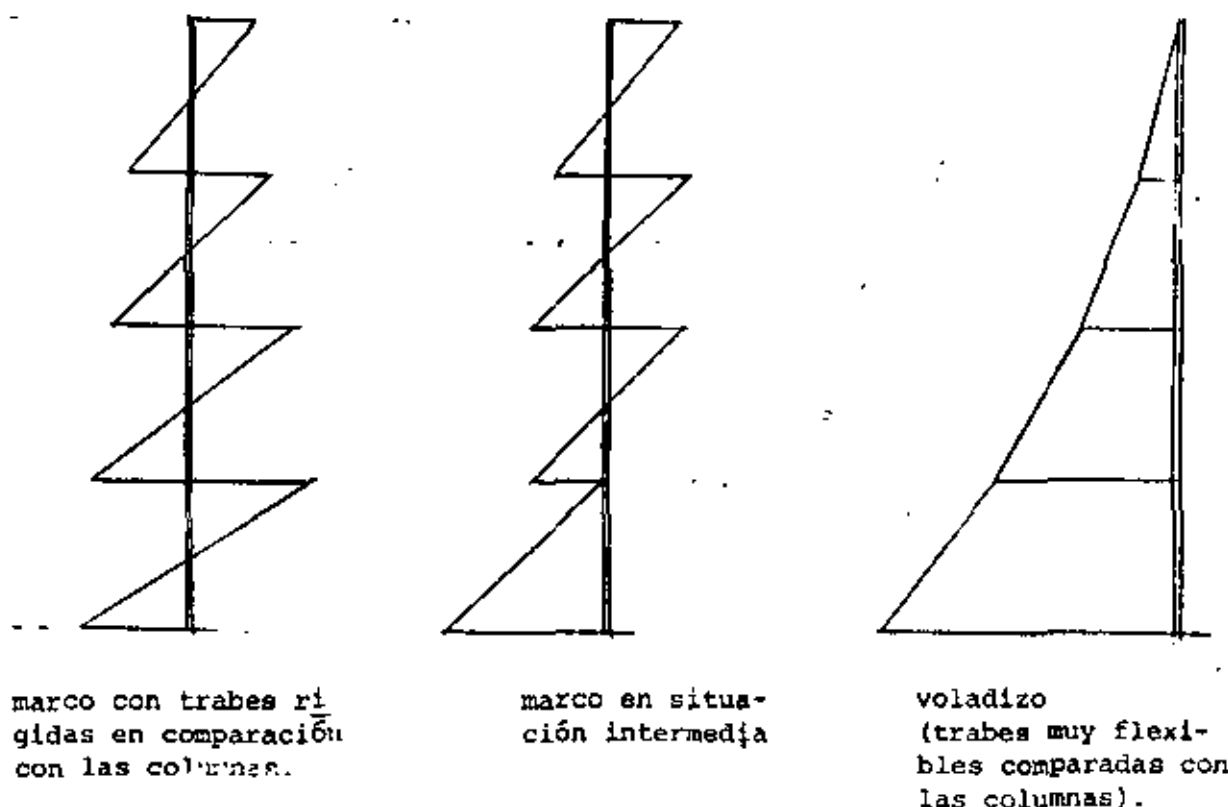


Fig 4

Nótese que en ambos casos se trata de estructuras aparentemente iguales, constituidas por marcos rígidos formados por traves y columnas unidos en los nudos, sin embargo, como puede apreciarse en las figuras 1 y 3, las deformaciones de la estructura cuando todas las fuerzas se aplican en el mismo sentido son muy diferentes en uno y otro caso. En la figura 2, la tangente en el extremo superior es vertical, mientras que en la figura 4, la tangente en el extremo superior tiene la inclinación máxima.

La figura 5 ilustra la forma en que variarían los momentos flexionantes en las columnas del marco en los casos extremos y en uno intermedio. Nótese que la aplicación de métodos aproximados para la obtención de momentos en traves y columnas sin verificar cual es la situación del marco, puede conducir a errores muy importantes de subestimación de momentos en las columnas y de desplazamientos horizontales de la estructura,



Momentos flexionantes en columnas.

Fig. 5

conveniente el empleo de métodos matriciales para este fin.

REFERENCIA 1

Blume, John A., "Dynamic Characteristics of Multistory Buildings",
Proceedings ASCE, Structural Division, February 1968.

(Se entregará copia de ella como parte del material del curso)

REFERENCIA 2

Godden, William G., "Numerical Analysis of Beam and Column Structures,
Prentice Hall.



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

EJEMPLOS

DR. ROBERTO MELI PIRALLA.

AGOSTO DE 1979.



EJEMPLO 4

DISEÑO DE UN MURO DE RIGIDEZ

El muro del eje 2 de la estructura mostrada debe ser capaz de resistir en planta baja la siguiente combinación de fuerzas de diseño (últimas)

Por cargas verticales $P_u = 1970 \text{ ton}$

Por viento $\begin{cases} P_u = 1710 \text{ ton} \\ M_u = 6630 \text{ ton-m} \\ V_u = 430 \text{ ton} \end{cases}$

$f'_c = 290 \text{ Kg/cm}^2$ $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

La sección propuesta en el diseño preliminar es la mostrada en el croquis

3) Diseño de la columna

Si $P_u > 0.4 P_0$ hay que diseñar las columnas para que tomen toda la carga vertical debida a viento y proporcionales refuerzo transversal para confinamiento igual al que se requiere para columnas de marcos

La carga axial balanceada puede determinarse en forma aproximada considerando el refuerzo de la columna concentrado en su centroide y despreciando el refuerzo en el muro

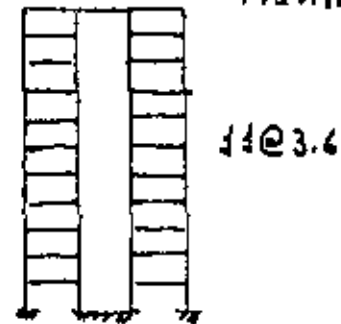
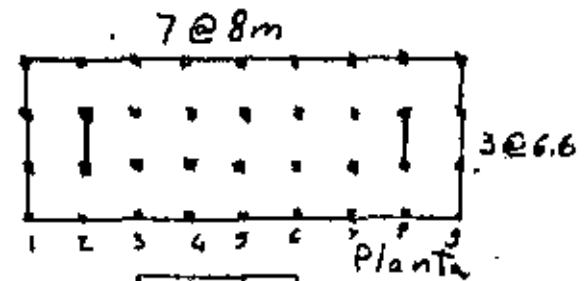
Tanto el refuerzo de tracción como el de compresión fluyen, por tanto $T_0 = -C_0$

$$P_0 = C_c = \rho [0.85 f'_c + 0.85 k_d d + t + 0.85 f'_c \times h(b-t)]$$

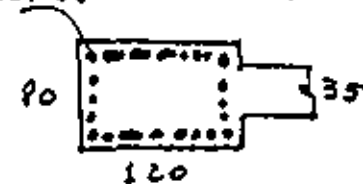
$$P_{ud} = (660 + 60) \frac{3}{5} = 432 \text{ cm}$$

$$P_0 = 0.7 [0.85 \times 290 \times 0.85 \times 432 \times 35 + 0.85 \times 290 \times 120(80-35)] = 3070 \text{ ton}$$

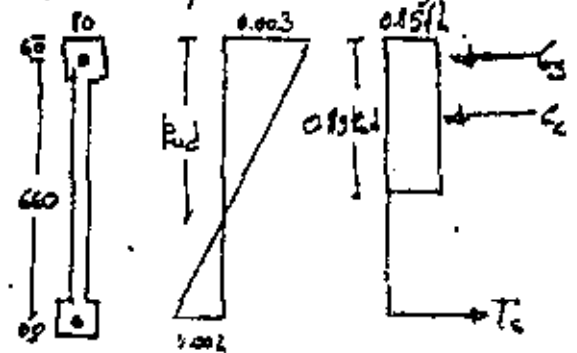
$$0.4 P_0 = 1230 \text{ ton} < P_u \Rightarrow \text{requiere diseño especial}$$



22#11 Elevación Eje 2



Columna de Confinamiento



... y que revisar que cada columna sea capaz de resistir la carga axial total debida a carga vertical máxima $P_u = 1710 \text{ ton}$

Revisando la capacidad de una columna de $80 \times 120 \text{ cm}$ 22# 11

$A_g = 220 \text{ cm}^2$ y una excentricidad mínima $e/t = 0.10$

Del diagrama de interacción del SP-17

$$\text{para } g = 0.8 \quad e/t = 0.10 \quad \rho_c m = \frac{220}{120 \times 10} \frac{4200}{0.15 \times 220} = 0.4$$

$$\text{Resulta } K = 0.65 \Rightarrow P_R = 0.65 \times 120 \times 80 \times 280 = 1750 \text{ ton} > 1700 = P_u$$

b) Refuerzo transversal en la columna

Se requiere una cuantía que sea la menor entre las siguientes

$$\rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f_c'}{f_y} = 0.45 \left(\frac{10 \times 120}{73 \times 111} - 1 \right) \frac{280}{4200} = 0.0055$$

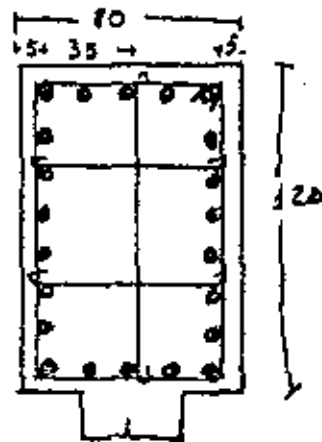
$$\rho_s = 0.12 \frac{f_c'}{f_y} = 0.12 \frac{280}{4200} = 0.008 \quad \text{rige}$$

Usando estribos y ganchos #4 con la distribución mostrada en la figura de manera que

$$l_n = 35 \text{ cm}$$

$$S_n = \frac{2A_v}{l_n \rho_s} = \frac{2 \times 1.27}{35 \times 0.008} = 9.5 \text{ cm}$$

Para el estribo se usará #4 @ 9.5



c) Refuerzo en el muro

$$\text{Por cortante} \quad v_u = \frac{V_u}{\phi B t} = \frac{430000}{0.85 \times 0.8 (860 + 120) 35} = 23.2 \text{ Kg/cm}^2$$

Estuerzo cortante resistente del concreto; el menor entre

$$v_{c1} = 0.9 \sqrt{f_c'} + 0.25 \frac{M_u}{l_w} = 0.9 \sqrt{280} + \frac{0.25 \times 1060000}{35 \times 780} = 15.1 + 9.7 = 24.8 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{c2} = 0.16 \sqrt{f_c'} + \frac{l_w (0.33 \sqrt{f_c'} + 0.2 \frac{M_u}{B t})}{\frac{M_u}{V_u} - \frac{l_w}{2}} = 2.7 + 9.3 = 12 \text{ Kg/cm}^2$$

$$+ 780 \left[\frac{0.33 \sqrt{280} + 0.2 \times 1060000 / (780 \times 35)}{\frac{6620}{431} - \frac{8.4}{2}} \right] = 2.7 + 9.3 = 12 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{rige } v_c = 12 \text{ kg/cm}^2 < v_u$$

Se requiere refuerzo horizontal por cortante dado por

$$A_v/s = (v_u - v_c) \frac{b_w}{f_y}$$

$$\rho_h = \frac{A_v}{s b_w} = \frac{v_u - v_c}{f_y} = \frac{23.2 - 12}{4200} = 0.00267 > \rho_{min} = 0.0025$$

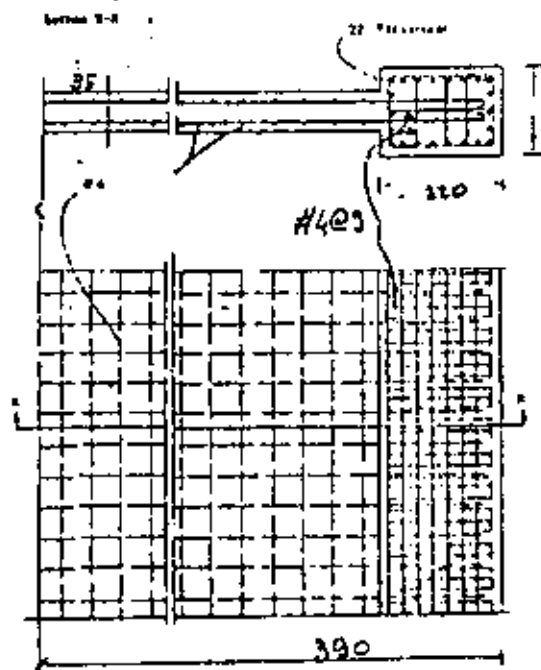
Usando una doble malla #4 $A_v = 2 \times 1.27 = 2.54 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{A_v}{\rho_h b_w} = \frac{2.54}{0.00267 \times 35} = 26.8 \text{ cm}$$

Se empleará 2 #4 @ 25 cm

El mismo refuerzo se colocará en posición vertical donde se requiere $\rho_v = 0.0029$

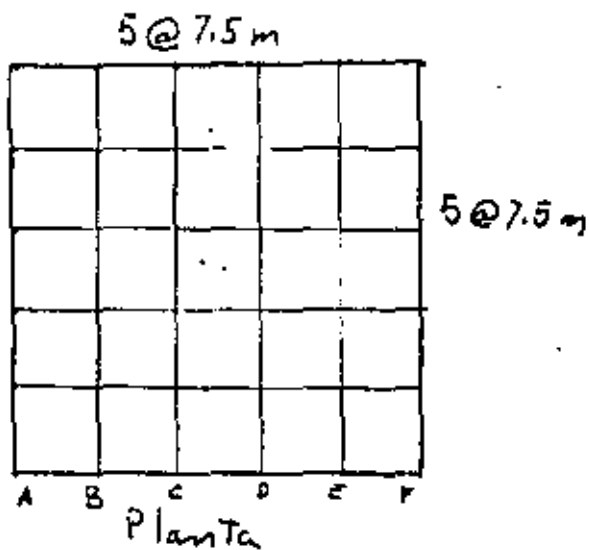
El refuerzo quedará como en la figura



EJEMPLO 5

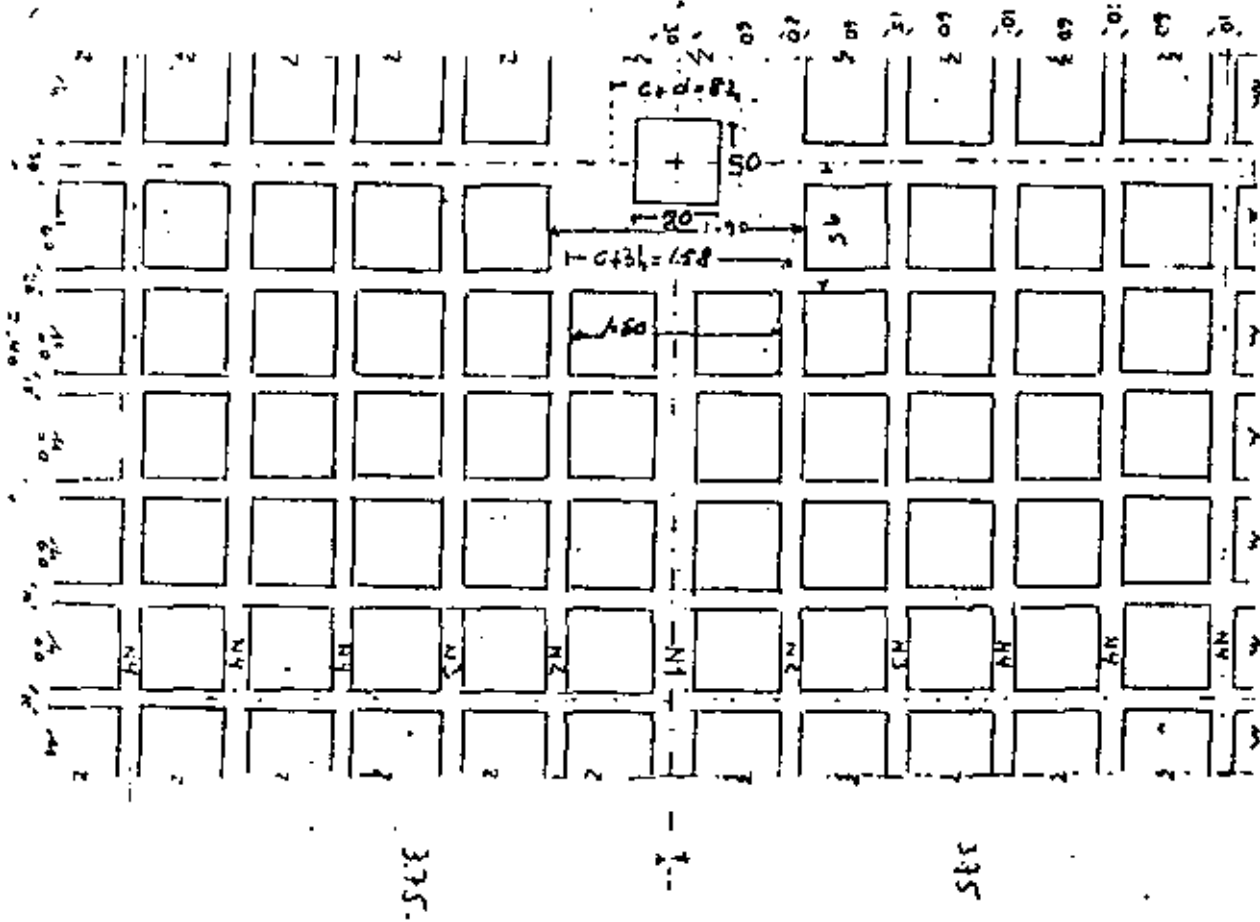
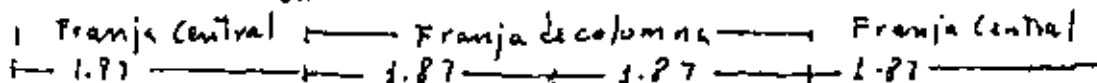
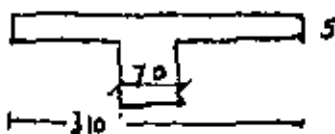
DISEÑO DE UNA LOSA PLANA ALIGERADA
 Se requirió el Reglamento D.F. E.E.A.C.I
 no tiene recomendaciones para el diseño
 por nismo de este sistema constructivo

$E_c^1 = 200 \text{ kg/cm}^2$ $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$
 Pevante de la losa = 36 cm
 efectivo = 32 cm



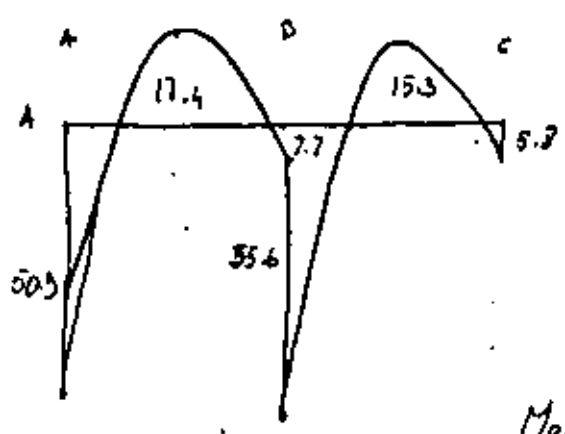
Viga equivalente para análisis

$0.5L_c = \frac{0.5L_e}{1+1.67L_e/L_c} + 0.3C_c$
 $0.5L_c = 1.55$; $L_e = 3.10$



Distribución de nervaduras en un tablero típico

Momentos de diseño (últimos) para la condición carga vertical más sismo



Fuerzas en la conexión



Resultado $V_u = 58.9$ Tm Fuerza constante directa

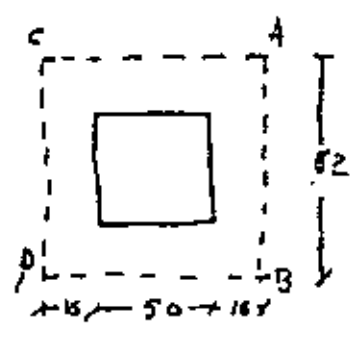
Momento de desbalance
 $M_0 = 55.6 + 7.7 = 47.9$ Ton-m

a) Diseño por constante de la conexión

$$A_c = 4(c+d)d = 4 \times 82 \times 32 = 10500 \text{ cm}^2$$

$$J_c = \frac{2}{3}(c+d)^3 d + \frac{1}{6}(c+d)d^3 = 12,200,000 + 470,000$$

$$J_c = 12.6 \times 10^6 \text{ cm}^4 \quad d = 0.4 \text{ para columnas cuadradas}$$



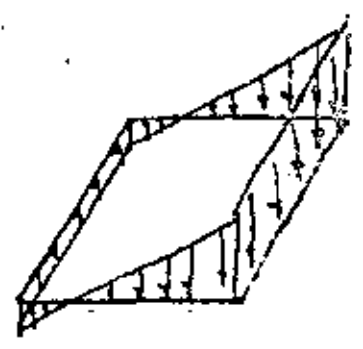
$$U_{AB} = \frac{V_u}{A_c} + d \cdot \frac{M_u}{J_c} \left(\frac{c_1 + d}{2} \right) = \frac{58900}{10700} + 0.4 \times \frac{47.9 \times 10^5}{12.6 \times 10^6} \left(\frac{82}{2} \right) = 5.5 + 6.2 = 11.7 \text{ cm}^2$$

$$U_{CD} = 5.5 - 6.2 = -0.7$$

Esfuerzo resistente del concreto

$$U_c = F_c \sqrt{f_c^*} \quad f_c^* = 0.8 f_c' \quad F_c = 0.8 \text{ para constante}$$

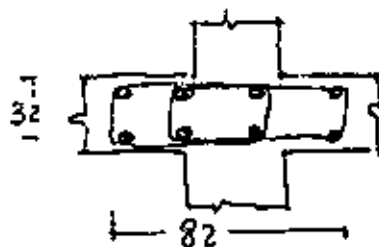
$$U_c = 0.8 \sqrt{160} = 10.3 \text{ Kg/cm}^2 < 11.7 \quad \text{Se requiere refuerzo}$$



El refuerzo se colocará en una viga ahogada en la losa, con un ancho $c+d$ y un peralte d

La viga deberá ser capaz de resistir una fuerza cortante total

$$V_u = \sigma_{u,cs} b d = \sigma_u (c+d) d = 11.8 \times 82 \times 32$$



$$V_u = 31 \text{ ton}$$

El concreto de la viga resiste un esfuerzo

$$\sigma_c = 0.5 F_c \sqrt{f_c} = 5.05 \text{ Kg/cm}^2$$

Se requieren estribos para resistir una fuerza

$$V_s = V_u - V_c = 31000 - 5.05 \times 82 \times 32 = 17.8 \text{ ton}$$

Usando E#2.5 de 4 varillas $A_v = 4 \times 0.49 = 1.96 \text{ cm}^2$

$$s = \frac{F_u A_v t_y d}{V_u - V_{ce}} = \frac{0.8 \times 1.96 \times 4200 \times 32.5}{17800} = 12 \text{ cm}$$

$$s_{\min} = d/2 = 16 \text{ cm} > 12$$

$$s_{\min} = \frac{F_u A_v t_y}{3.5 b} = \frac{0.8 \times 1.96 \times 4200}{3.5 \times 82} = 23 \text{ cm} > 12 \text{ cm}$$

Se usarán E#2.5 de 4 varillas @ 12 cm

b) Diseño por flexión de la losa en la sección del eje B

Se tiene que resistir un momento negativo

$$M_u = 55.6 \text{ ton-m}$$

De ahí

$$75\% \text{ en franja de columna} = 0.75 \times 55.6 = 41.7 \text{ ton-m}$$

$$25\% \text{ - central} = 0.25 \times 55.6 = 13.9 \text{ ton-m}$$

Además en un ancho $c+3h$ debe resistirse $(1-d)$ veces el momento de desbalanceo = $0.6 \times 47.9 = 28.7 \text{ ton-m}$

La franja $c+3h = 80 + 3 \times 36 = 158 \text{ cm}$ que da dentro de la zona maciza el área de acero necesaria resulta (de gráficos de diseño por flexión)

$$A_s = 25.7 \text{ cm}^2 \quad 9 \#6 = 25.7 \text{ cm}^2$$

En el resto de franja de columna debe resistirse $41.7 - 28.7 = 13 \text{ ton-m}$

Este momento debe ser resistido por las 4 nervaduras de esta zona (2 de 16 cm y 2 de 15 cm)

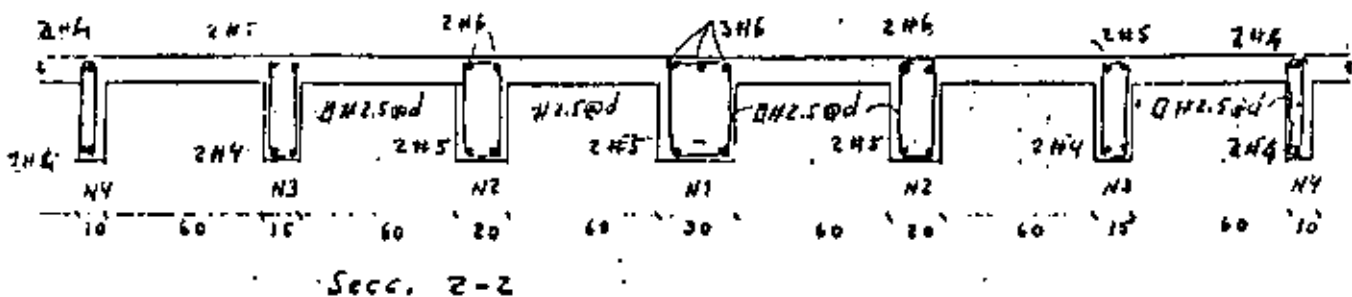
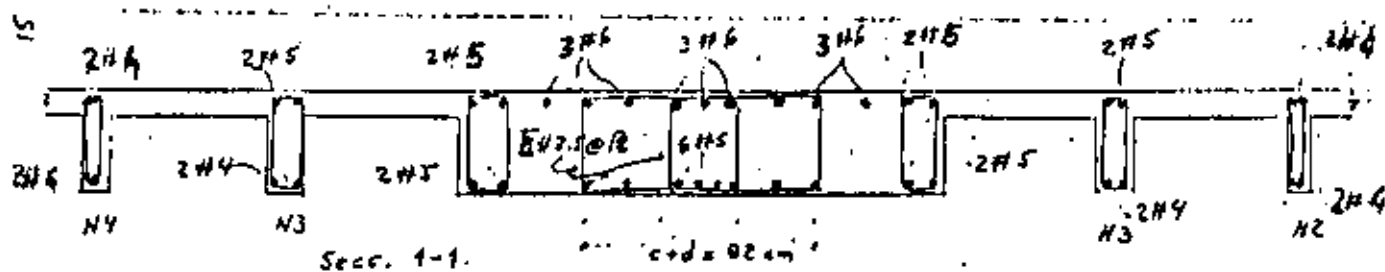
para resistir ese momento se requiere una cantidad de refuerzo de $\rho = 0.0055$ que corresponde a 2.9 cm^2 en las nervaduras de 16 cm
 a 2.7 cm^2 - - - - - 15 cm

En la franja central para resistir el momento negativo de 13.9 ton-m se tienen 5 nervaduras de 10 cm y se requiere una cantidad de refuerzo de $\rho = 0.008$, que equivale a un área de refuerzo en cada nervadura de $A_s = 0.008 \times 10 \times 32.5 = 2.6 \text{ cm}^2$

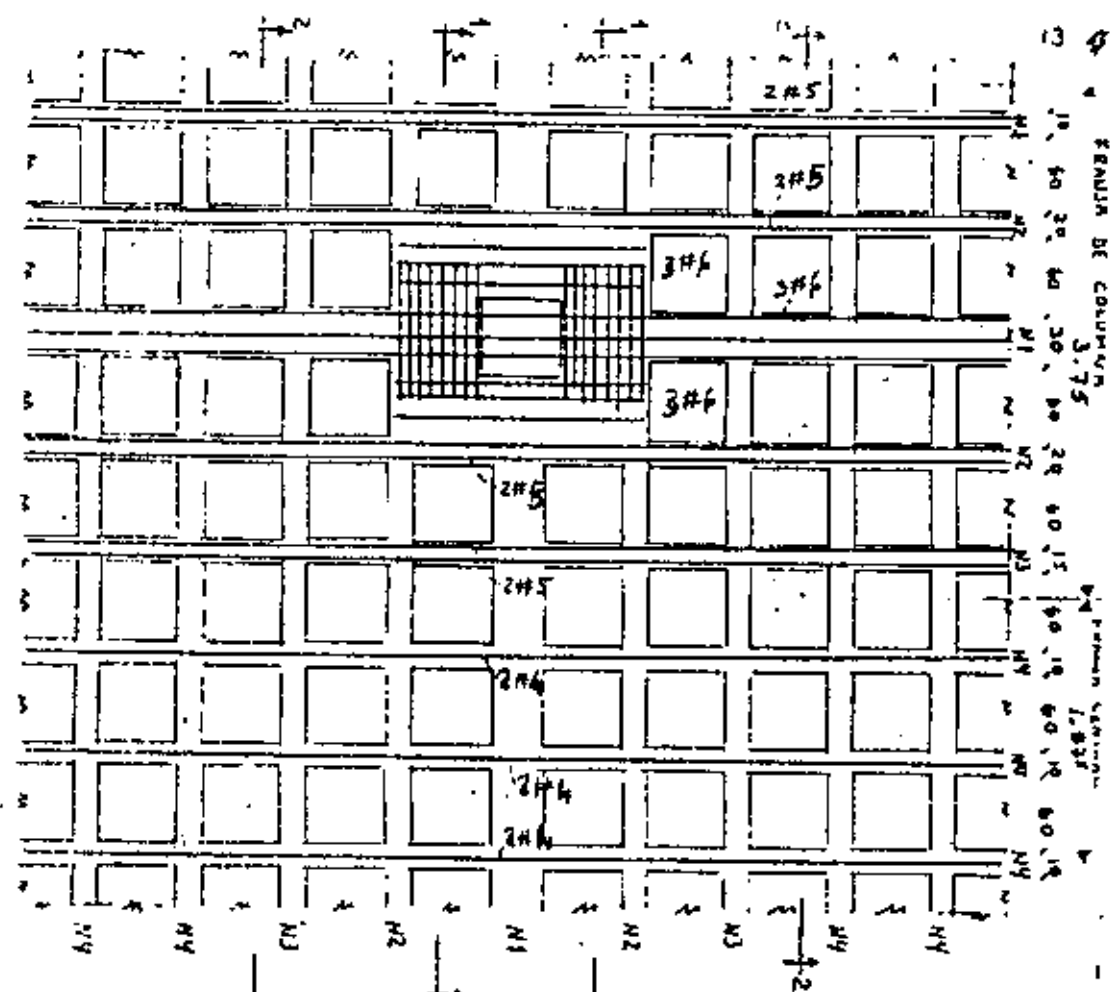
Para el refuerzo de momento positivo en el extremo se colocará 50% del refuerzo negativo, ya que según el diagrama de momentos no aparecen momentos positivos en esa zona

Para refuerzo de momento positivo en el centro del claro rige la condición carga muerta más carga viva de la que resulte un momento de 23.5 ton-m del que tiene resistirse un 60% en las 6 nervaduras de franja de columna y 40% en las 5 nervaduras de franja central

El refuerzo resultante se muestra a continuación

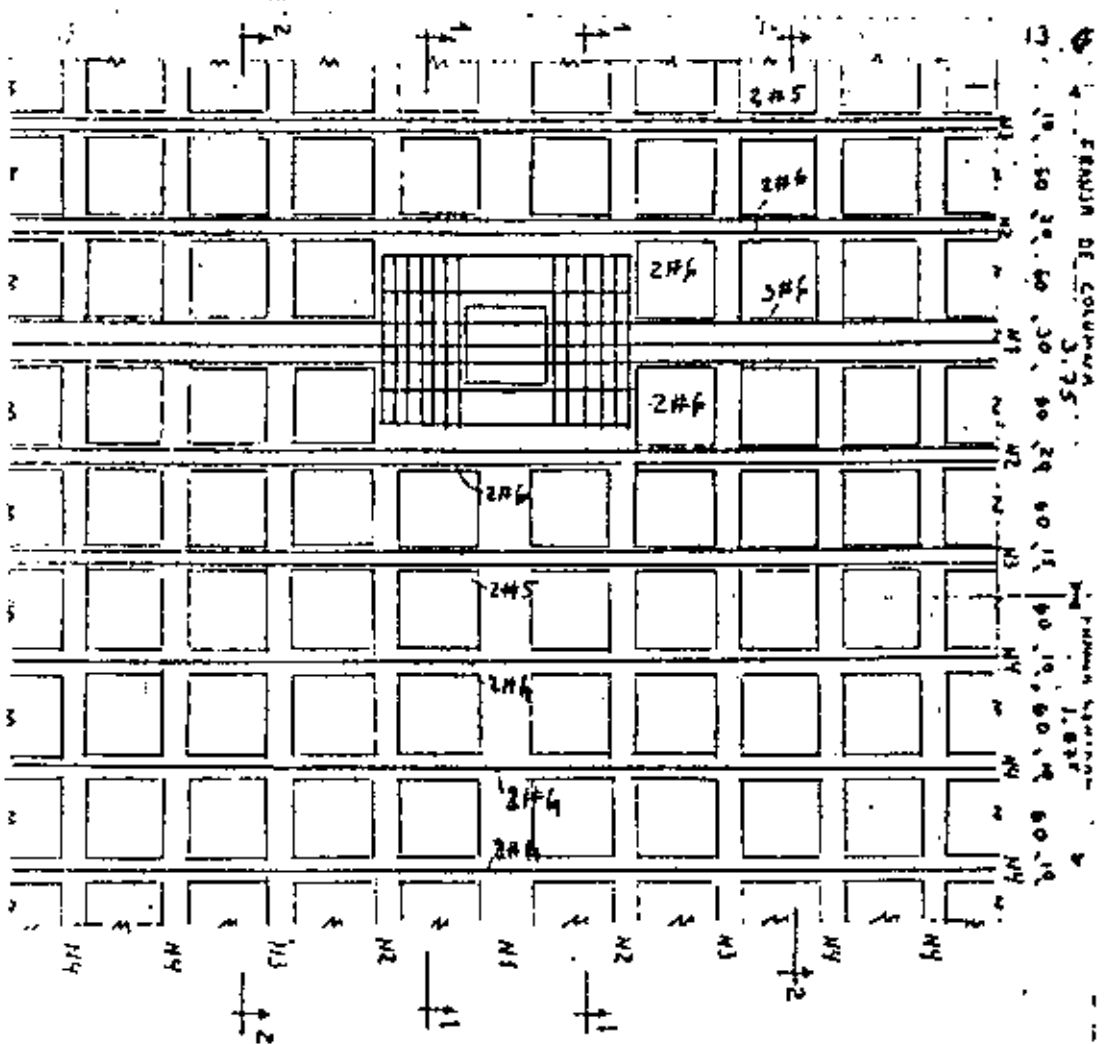


Refuerzo en el apoyo y en el centro del claro



REFUERZO NEGATIVO

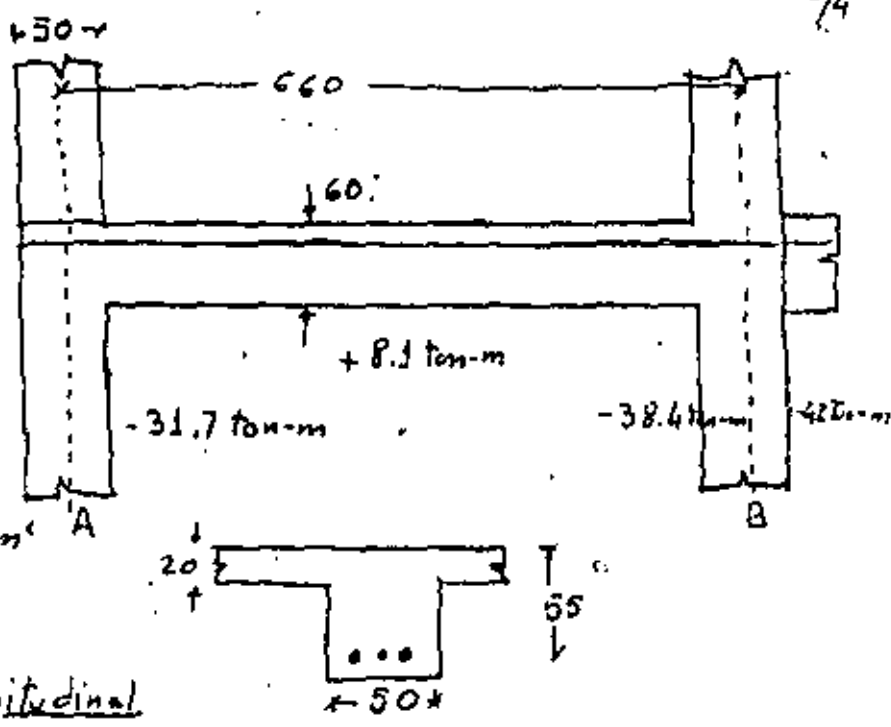
Solo se muestra el refuerzo en una dirección. El refuerzo en la otra dirección es el mismo



REFUERZO POSITIVO

EJEMPLO 1.

Diseñar la viga para los momentos de diseño indicados que incluyen el efecto de sismo y el de una carga vertical de 5.8 ton/m



$f_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$ $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$ A

a) Cuantías límite de refuerzo longitudinal

$\rho - 0.5 \rho' \leq 0.5 \rho_b$

si se refuerza para $\rho' = 0.5 \rho$

$0.75 \rho \leq 0.5 \rho_b$

$\rho = \frac{0.5}{0.75} \cdot 0.85 \frac{\beta f_c}{f_y} \cdot \frac{6000}{6000 + f_y} = \frac{0.85 + 0.85 \times 280}{4200} \cdot \frac{6000}{10000} = 0.008$

$\rho \geq 14/f_y = \frac{14}{4200} = 0.0033$

$0.0033 \leq \rho \leq 0.038$

b) Refuerzo por flexión

En el extremo B

Se diseñará para el momento de 42 ton-m

$M_u = 42 \text{ ton-m}$

$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y j' d}$

$\phi = 0.90$ $j' = 0.8$ (se supondrá y se comprueba posteriormente)

$A_s = \frac{4200000}{0.9 \times 4200 \times 0.8 \times 55} = 22.5 \text{ cm}^2$

Se usarán 3 # 30

$A_s = 24.4 \text{ cm}^2$

$\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{24.4}{50 \times 55} = 0.0088$

se encuentra entre ρ_{min} y ρ_{max}

Comprobación de j

$j' d \geq d - \frac{a}{2}$

$a = \frac{A_s f_y}{0.85 b f_c} = \frac{24.4 \times 4200}{0.85 \times 50 \times 280} = 8.51 \text{ cm}$

$j' d \geq 55 - 4.2 = 50.8 \text{ cm}$

$j' = \frac{50.8}{55} = 0.92$ se considera adecuado

el extremo A

Momento negativo $M_u = 31.7 \text{ ton-m}$

$$A_s = \frac{317000}{0.9 \times 4200 \times 0.92 \times 55} = 16.5 \text{ cm}^2$$

se usarán 2#10 $A_s = 16.3 \text{ cm}^2$

$$\rho = \frac{16.3}{50 \times 55} = 0.0059 > \rho_{min}$$

Refuerzo positivo en los apoyos

$$M_u^+ \geq \frac{1}{2} M_u^-$$

en B $M_u^+ = \frac{42}{2} = 21 \text{ ton-m}$

$$A_s = \frac{210000}{0.9 \times 4200 \times 0.92 \times 55} = 11 \text{ cm}^2$$

Se usarán 4#6 $A_s = 11.4 \text{ cm}^2$

Se prolongarán en todo el claro ya que cubren también el positivo en el centro del claro

c) Longitud de anclaje para la columna exterior

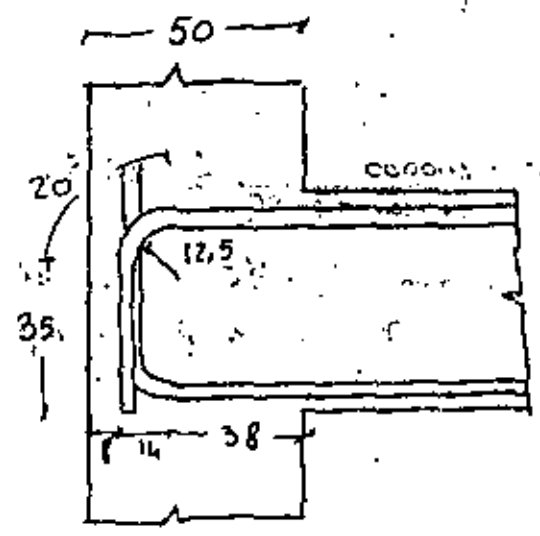
Según el ACI se requiere un gancho estándar y que la longitud a partir del gancho sea igual a $\frac{2}{3}$ de la longitud de desarrollo dada por

$$l_d = 0.06 \frac{A_s f_y}{\sqrt{f_c}} \approx 0.0057 d_b f_y$$

$$l_d = \frac{0.06 \times 8.2 \times 4200}{\sqrt{280}} = 123 \text{ cm} > 0.005 \times 3.23 \times 4200 = 77.2 \text{ cm}$$

$$\frac{2}{3} l_d = 82.3 \text{ cm}$$

En la figura la longitud requerida se da como 38 cm en columna
20 - - dobles
35 - vertical



c') Revisión según el límite 352

$$l_s = \frac{0.06 A_s (d f_y - f_u)}{w \sqrt{f_c}}$$

$$f_u = 185 (1 - 0.12 d_b) \psi \sqrt{f'_c} = 185 (1 - 0.12 \times 3.23) 1.4 \sqrt{280} = 2650 \text{ Kg/cm}^2$$

$$l_s = 0.06 \times 8.2 (1.25 \times 4200 - 2650) / 1.4 \times \sqrt{280} = 54 \text{ cm}$$

Estos 54 cm son a partir del nucleo y antes del doblez, por tanto quedan en el ancho de columna.

d) Refuerzo por cortante

En B $V_u = \frac{M_{Au}^+ + M_{Bu}^-}{L} + \frac{w_u L}{2} = 24.4 + 19.1$

$$M_{Bu}^- = 24.4 \times 4200 \times 0.92 \times 55 = 51.8 \text{ ton-m}$$

$$M_{Au}^+ = \frac{11.4 \times 51.8}{24.4} = 24.2 \text{ ton-m}$$

$$V_u = \frac{24.2 + 51.8}{6.6} + \frac{5.8 \times 6.6}{2} = 11.5 + 19.1 = 30.6 \text{ ton}$$

En A $V_u = \frac{M_{Au}^- + M_{Bu}^+}{L} + 19.1$

$$M_{Au}^- = \frac{16.3 \times 51.8}{24.4} = 34.6$$

$$M_{Bu}^+ = M_{Au}^+ = 24.2$$

$$V_u = \frac{34.6 + 24.2}{6.6} + 19.1 = 28 \text{ ton}$$

En B $v_u = \frac{V_u}{\phi b d} = \frac{30600}{0.85 \times 50 \times 55} = 13.1 \text{ Kg/cm}^2$

$$v_c = 0.5 \sqrt{f'_c} = 0.5 \sqrt{280} = 8.4 \text{ Kg/cm}^2 < 13.1$$

Se requieren estribos mínimo #3 dos ramos $A_{tr} = 2 \times 0.71 = 1.42$

$$s = \frac{A_{tr} f_{ty}}{(v_u - v_c) b} = \frac{1.42 \times 4200}{(13.1 - 8.4) 50} = 25.4$$

A lo largo de toda la viga se requiere $s \leq d/2 = 27 \text{ cm}$

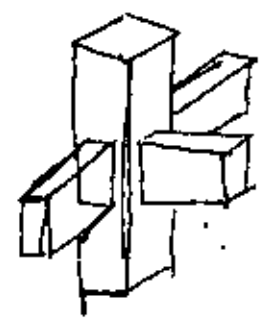
distancia de $4d = 220 \text{ cm}$ se requiere

EJEMPLO 2

Diseñar una columna exterior de un marco.
 Las cargas verticales y de viento producen
 una combinación crítica que resulta

$$P = 360 \text{ ton} \quad M = 19 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

La sección se ha elegido como de $50 \times 50 \text{ cm}$
 y $f'_c = 280 \text{ kg/cm}^2$ $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



a) Cantidad mínima de refuerzo

$$\rho = 0.01 \quad A_s = 0.01 \times 50 \times 50 = 25 \text{ cm}^2$$

b) Revisión de la capacidad de la columna

Usando las gráficas de interacción construidas con el reglamento ACI
 (Publicación SP-17 Chart 16 87)

$$\text{para } f'_c = 40 \text{ ksi} \quad f_y = 60 \text{ ksi} \quad g = 0.8$$

$$K = \frac{P_u}{f'_c b t} = \frac{360000}{280 \times 2500} = 0.51$$

$$\frac{e}{t} = \frac{M}{P t} = \frac{19}{360 \times 0.5} = 0.105$$

$$\text{Se obtiene } \rho_{req} = 0.09 = \rho \frac{f_y}{f'_c}$$

$$\rho = 0.09 \cdot \frac{280}{4200} = 0.005 < 0.01$$

Se reforzará por acero mínimo $\rho = 0.01$

$$\text{Si se usan } 6 \# 8 \quad A_s = 30 \text{ cm}^2$$

$$\rho = \frac{30}{2500} = 0.012$$

c) Revisión de que la suma de capacidades de las columnas es mayor que la de vigas

$$\text{A Para la columna } \rho_{req} = 0.012 \frac{4200}{280} = 0.21$$

$$\text{para } K = 0.51 \text{ resulta de la misma gráfica } \frac{M}{K} = \frac{M}{\frac{f'_c b t^3}{12}} = 0.08$$

$$M_c = 0.08 \times 50^3 \times 280 = 28 \text{ ton}\cdot\text{m}$$

La ríga en dirección x tiene un momento resistente (requerido) de 35 ton

por tanto $\Sigma M_c = 2 \times 28 = 56 > 35 \text{ ton-m}$

d) Refuerzo por confinamiento

de la gráfica anterior se obtiene $P_b = 280 \text{ ton}$
 $P_u = 360 \text{ ton} > 0.4 P_b$

Se requiere confinamiento

$$P_b = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f'_c}{f_y}$$

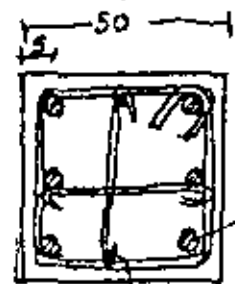
$$0.45 \left(\frac{A_g}{A_c} - 1 \right) \frac{f'_c}{f_y} = 0.45 \left(\frac{50^2}{43^2} - 1 \right) \frac{280}{4200} = 0.0114$$

$$0.12 \frac{f'_c}{f_y} = 0.12 \frac{280}{4200} = 0.008 < 0.0114$$

Usando barras #4 con la disposición mostrada

$$l_h = 24 \text{ cm} \quad A_{sh} = 1.2 \text{ cm}^2$$

$$S_h = \frac{2 A_{sh}}{l_h P_b} = \frac{2 \times 1.2}{24 \times 0.0114} = 8.85 \text{ cm} < 10 \text{ cm}$$



#5 para armar

Estos estribos se requerirán en una longitud a partir del punto de E, 45, H/c vig t = 50 cm

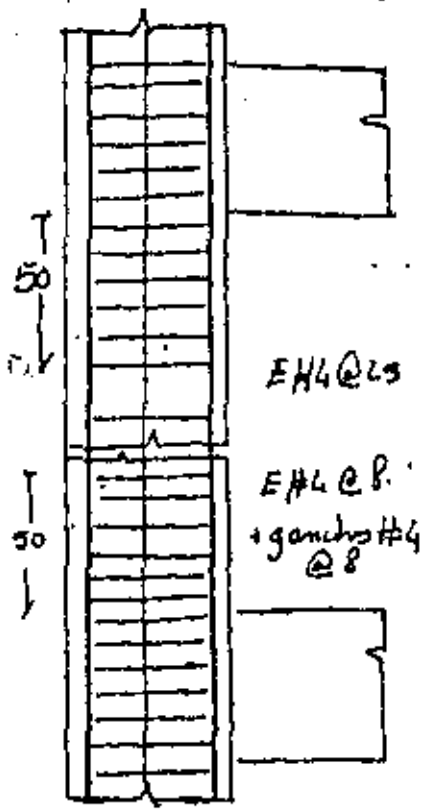
e) Revisión por cortante

$$V_u = \frac{H_u}{H} = \frac{35}{3.6} = 9.7 \text{ Ton}$$

$$V_u = \frac{9700}{0.85 \times 50 \times 43} = 5.3 \text{ Kg/cm}^2 < 0.5 \sqrt{f'_c} = 8.4 \text{ Kg/cm}^2$$

No requiere refuerzo transversal, a partir estribos

$$s = d/2 = 22 \text{ cm}$$



EJEMPLO 3

Diseñar una conexión para marco dúctil para los requisitos del 'Comité' ACI-ASCE 352 (ACI journal jul 1976)

Las vigas y columna tienen el refuerzo indicado en la figura y $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$, $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$

- a) Anclaje de las barras #10 en la columna
Hay que proporcionar una escuadra estándar y revisar la longitud l_s dentro de la columna

$$l_s = \frac{0.06 A_b (\alpha f_y - f_h)}{\psi \sqrt{f'_c}}$$

$$\alpha = 1.25; \psi = 1.4; A_b = 9.19 \text{ cm}^2; d_b = 3.18 \text{ cm}$$

$$f_h = 185 (1 - 0.12 d_b) \psi \sqrt{f'_c}$$

$$f_h = 185 (1 - 0.12 \times 3.18) 1.4 \sqrt{280} = 2680 \text{ Kg/cm}^2$$

$$l_s = \frac{0.06 \times 9.19 (1.25 \times 4200 - 2680)}{1.4 \sqrt{280}} = 53.9 \text{ cm}$$

longitud disponible (ver figura)

$$60 - 5 - 5 - d_b - 4d_b = 36 \text{ cm} < l_s$$

No puede realizarse el anclaje adecuado

Hay dos alternativas 1) reducir el diámetro de la barra
colocar confinamiento para poder emplear $\psi = 1.8$

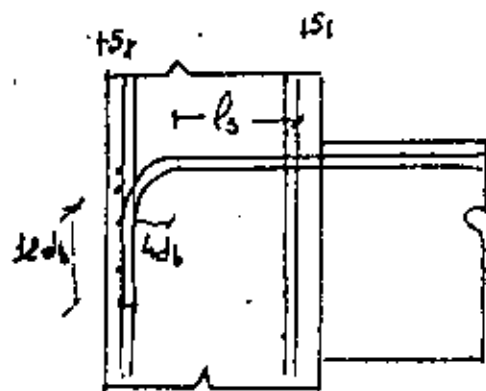
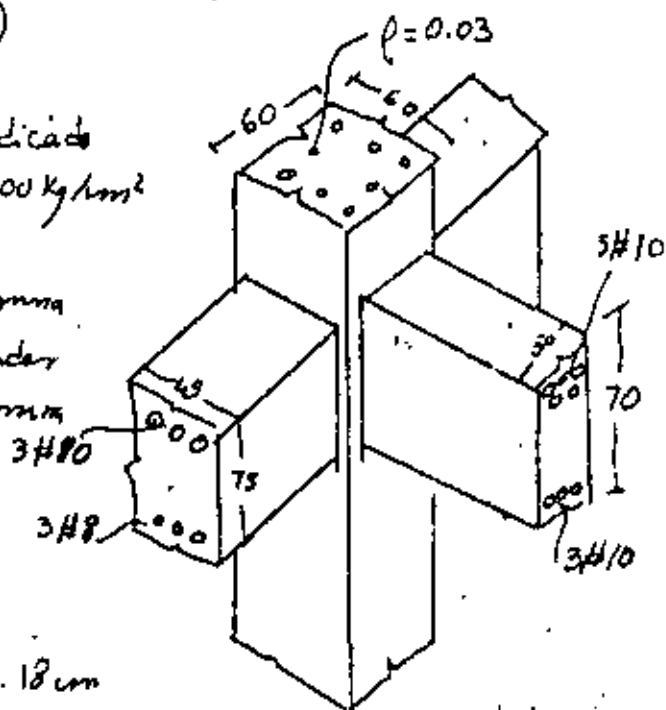
Si se reduce cambia el refuerzo por barras #8

$$A_b = 5 \text{ cm}^2 \quad d_b = 2.5 \text{ cm}$$

$$f_h = 185 (1 - 0.12 \times 2.5) 1.4 \sqrt{280} = 3010 \text{ Kg/cm}^2$$

$$l_s = \frac{0.06 \times 5 (1.25 \times 4200 - 3010)}{1.4 \sqrt{280}} = 28.6 \text{ cm}$$

$$\text{longitud disponible} = 60 - 5 - 5 - 5 \times 2.54 = 37.5 > l_s \text{ O.K.}$$



5) Revisión del cortante en la unión

Fuerza de diseño en la dirección de la viga principal

$$M_u = \alpha A_s f_y j' d = 1.25 \times 40.9 \times 4200 \times 0.9 \times 62 = 119.8 \text{ tm-m}$$

$$V_{col} = \frac{M_u}{h} = \frac{119.8}{3.6} = 33.3 \text{ tm}$$

$$V_u = \alpha A_s f_y - V_{col} = 1.25 \times 40.9 \times 4200 - 33.9 = 214.1 - 33.3$$

$$V_{u1} = 181.4 \text{ tm}$$

$$v_u = \frac{V_u}{\phi b d} = \frac{181400}{0.85 \times 60 \times 54} = 65.5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_{u,max} = 5 \sqrt{f'_c} = 5 \sqrt{280} = 83.7 \text{ Kg/cm}^2 > 65.9 \text{ O.K.}$$

$$v_c = 0.8 \sqrt{f'_c} \left(1 + 0.03 \frac{P_u}{A_g} \right)$$

Considerando que la unión se va a confinar $\gamma = 1.4$

Para una carga axial en la condición más desfavorable (mínima)

$$P_u = 120 \text{ tm}$$

$$v_c = 0.8 \times 1.4 \sqrt{280} \left(1 + 0.03 \frac{120000}{60 \times 60} \right) = 29.8 \text{ Kg/cm}^2$$

$$v_u - v_c = 65.9 - 29.8 = 36.1 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{(v_u - v_c) A_g}{f_y} = \frac{36.1 \times 60}{4200} = 0.52$$

Si se emplean 4 ramas de estribos #4

$$A_{sv} = 4 \times 1.26 = 5.08 \text{ cm}^2$$

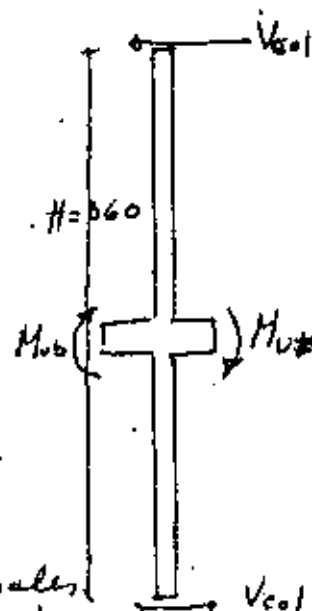
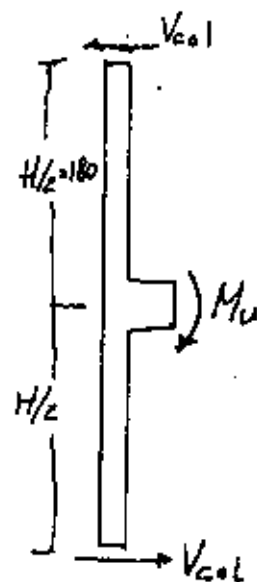
$$s = \frac{A_{sv}}{0.52} = \frac{5.08}{0.52} = 9.8 \text{ cm}$$

Fuerza de diseño en la dirección de las vigas transversales

$$M_{uE} = \alpha A_s f_y j' d = 1.25 \times 3 \times 9.19 \times 4200 \times 0.9 \times 68 = 78.9 \text{ tm-m}$$

$$M_{uB} = \quad \quad \quad = 1.25 \times 3 \times 9 \times 4200 \times 0.9 \times 68 = 48.4 \text{ tm-m}$$

$$V_{col} = \frac{M_{uE} + M_{uB}}{h} = \frac{79.8 + 48.4}{3.6} = 35.6 \text{ tm}$$



$$V_u = \phi f_y (A_{stt} + A_{stb}) = V_{col} = 1.25 \times 4200 (24.5 + 15) = 35.6 = 171.8 \text{ tons}$$

$$V_u = \frac{171800}{0.15 \times 54 \times 10} = 62.3 \text{ Kg/cm}^2 < 5\sqrt{f_c}$$

$$V_c = 0.9 \phi \sqrt{f_c \left(1 + 0.03 \frac{A_{st}}{A_g}\right)}$$

en este caso $\gamma = 1.0$ ya que la viciñ no está confinada por vigas transversales en ambos lados

$$V_c = 0.9 \sqrt{280 \left(1 + 0.03 \frac{460}{60 \times 10}\right)} = 21.3 \text{ Kg/cm}^2$$

$$V_u - V_c = 62.3 - 21.3 = 41 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{A_{st}}{s} = (V_u - V_c) \frac{b}{f_y} = \frac{41 \times 54}{4200} = 0.55$$

con 4 ramos de estribo #4 $A_{st} = 5.08$

$$s = \frac{5.08}{0.55} = 9.3 \text{ cm}$$

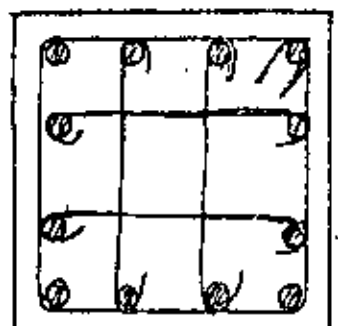
viga en condición $s = 9 \text{ cm}$

c) Estribos por confinamiento
 Supóngase que en la condición más desfavorable $P > 0.4 P_0$

$$A_{sh} = 0.3 l_h s_h \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right) \frac{f_c}{f_y} \geq 0.12 \frac{f_c}{f_y} l_h s_h$$

$$\frac{A_{sh}}{s_h} = 0.3 \times 55 \left[\frac{(60)}{(53)} - 1\right] \frac{280}{4200} = 0.21 \text{ y } 0.12 \times \frac{280}{4200} \times 55 = 0.44$$

aun considerando la longitud total del estribo la cantidad de refuerzo es menor que la requerida por código
 Se usará $E \#4 @ 9$ (4 ramos)







centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de Ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

EFFECTOS SISMICOS EN ESTRUCTURAS EN FORMA DE
PENDULO INVERTIDO

MODELO MATEMATICO PARA REPRESENTAR LA INTERACCION
DINAMICA DEL SUELO Y CIMENTACION

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ

AGOSTO, 1979.

Despreciando las deformaciones por cortante, las expresiones para k , k_r , α y δ pueden encontrarse por estática y valen

$$k = 3EI_c/L^3; \quad (1a)$$

$$k_r = EI_c/L; \quad (2a)$$

$$\alpha = 1.5/L \quad (1b)$$

$$\delta = L/2 \quad (2b)$$

Para una fuerza de magnitud αk , el desplazamiento será α y el giro $\alpha\theta$. Para un par de magnitud βk_r , el giro será β y el desplazamiento $\beta\delta$. Al aplicarse ambos simultáneamente, el desplazamiento total de C.G. será x_1 y el giro ϵ_1 (fig. 3).

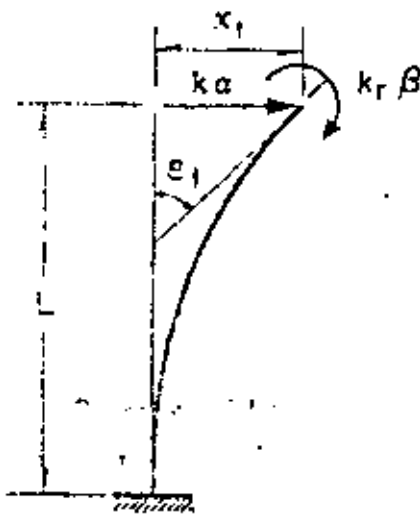


Fig. 3. Desplazamientos y giros totales

Por tanto los valores de x_1 y ϵ_1 quedan dados por

$$x_1 = \alpha + \beta\delta \quad (3)$$

$$\epsilon_1 = \alpha\theta + \beta \quad (4)$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones 3 y 4 para α y β , y utilizando las ecs 1b y 2b se obtiene

$$\alpha = (x_1 - k_r\gamma\epsilon_1)/k; \quad (5a)$$

$$\beta = (\epsilon_1 - k_r\alpha)/k_r \quad (5b)$$

en las cuales

$$\gamma = L^2/2EI_c; \quad (6a)$$

$$k = 1 - kL^2/4EI_c = 0.25 \quad (6b)$$

Para las oscilaciones del péndulo mostrado en la fig 1, el diagrama de cuerpo libre de la cubierta está indicado en la fig 4. Las ecuaciones de movimiento, despreciando efectos gravitacionales, serán

$$m\ddot{x}_1 + k\alpha = 0 \quad (7)$$

$$J\ddot{\epsilon}_1 + k_r\beta = 0 \quad (8)$$

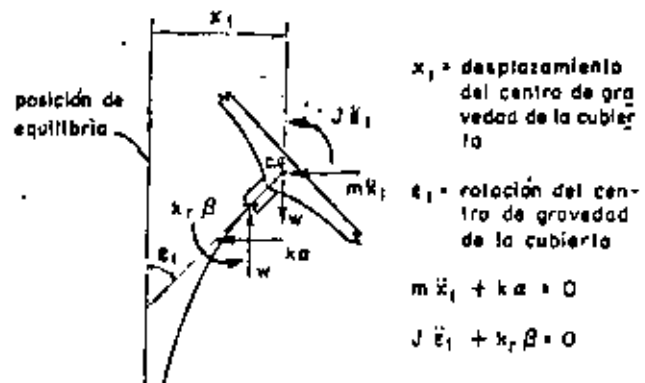


Fig. 4. Diagrama de cuerpo libre

x_1 = desplazamiento del centro de gravedad de la cubierta

ϵ_1 = rotación del centro de gravedad de la cubierta

$$m\ddot{x}_1 + k\alpha = 0$$

$$J\ddot{\epsilon}_1 + k_r\beta = 0$$

Sustituyendo a (5a) y (5b) en (7) y (8) se obtiene

$$m\ddot{x}_1 + (kx_1 - k_r\gamma\epsilon_1)/k = 0 \quad (9)$$

$$J\ddot{\epsilon}_1 + (k_r\epsilon_1 - k_r\gamma x_1)/k_r = 0 \quad (10)$$

Las ecs. 9 y 10 se pueden expresar matricialmente en la forma

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{\epsilon}_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{k} \begin{bmatrix} k & -\gamma k k_r \\ -\gamma k k_r & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (11)$$

Utilizando las ecs 1a, 2a y 6a se encuentra que

$$\gamma k k_r = Lk/2 \quad (12)$$

Puesto que el movimiento es armónico se tiene que

$$\ddot{x}_1 = -\omega^2 x_1 \quad \text{y} \quad \ddot{\epsilon}_1 = -\omega^2 \epsilon_1 \quad (13)$$

en donde ω es la frecuencia circular natural de vibración.

Sustituyendo las ecs. 12 y 13 en (11) se obtiene

$$-\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \omega^2 \begin{bmatrix} x_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} + \frac{1}{k} \begin{bmatrix} k & -\frac{Lk}{2} \\ -\frac{Lk}{2} & k_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (14)$$

Factorizando en la ec. 14

$$\left[\frac{1}{k} \begin{bmatrix} k & -\frac{Lk}{2} \\ -\frac{Lk}{2} & k_r \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & J \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} x_1 \\ \epsilon_1 \end{bmatrix} = 0 \quad (15)$$

La ec 15 representa un sistema de ecuaciones homogéneas, el cual, para tener solución diferente de la trivial, necesita que su determinante sea nulo. Por tanto

$$\begin{vmatrix} \frac{k}{k} - m\omega^2 & -\frac{Lk}{2k} \\ -\frac{Lk}{2k} & \frac{k_r}{J} - J\omega^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (16)$$

Desarrollando el determinante se llega a

$$m_j \omega^4 - \frac{1}{\kappa} (k_f + mk_r) \omega^2 + \frac{1}{4\kappa^2} (4kk_r - L^2 k^2) = 0 \quad (17)$$

Dividiendo ambos miembros entre m_j y considerando que $L^2 k^2 = 3kk_r$, se obtiene

$$\omega^4 - \frac{k_f + mk_r}{m_j \kappa} \omega^2 + \frac{k k_r}{4m_j \kappa^2} = 0 \quad (18)$$

que es una ecuación de segundo grado en ω^2 , cuyas soluciones son

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= \frac{k_f + mk_r}{2m_j \kappa} \pm \\ &\pm \sqrt{\frac{(k_f + mk_r)^2}{4m_j^2 \kappa^2} - \frac{k k_r}{4m_j \kappa^2}} \quad (19) \end{aligned}$$

Dividiendo numerador y denominador de (19) entre m_j

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= \frac{k/m + k_r/J}{2\kappa} \pm \\ &\pm \frac{1}{2\kappa} \sqrt{(k/m + k_r/J)^2 - (k/m)(k_r/J)} \quad (20) \end{aligned}$$

Llamando a

$k/m = p^2 =$ cuadrado de la frecuencia circular natural por traslación

$k_r/J = \Omega^2 =$ cuadrado de la frecuencia circular natural por rotación

se obtiene

$$\begin{aligned} \omega_{1,2}^2 &= 2 \left(p^2 + \Omega^2 \pm \right. \\ &\left. \pm \sqrt{(p^2 + \Omega^2)^2 - p^2 \Omega^2} \right) \quad (21) \end{aligned}$$

Dividiendo ambos miembros de (21) entre p^2 y haciendo $\omega^2/p^2 = \lambda$ y $\Omega^2/p^2 = \mu$ se llega a

$$\lambda_{1,2} = 2 \left(1 + \mu \pm \sqrt{(1 + \mu)^2 - \mu} \right) \quad (22)$$

Es interesante notar que si $J = 0$ (masa concentrada) de la ec 17 se obtiene $\omega^2 = k/m = p^2$.

Las configuraciones modales pueden obtenerse de cualquiera de las dos ecuaciones algebraicas contenidas en la ecuación matricial dada en ec 15. La primera de ellas es

$$\left(\frac{k}{\kappa} - m\omega^2 \right) x_{1,n} - \frac{Lk}{2\kappa} e_{1,n} = 0 \quad (23)$$

donde el índice n indica el número del modo y de la cual se obtiene

$$x_{1,n}/e_{1,n} = \frac{Lk}{2\kappa} \left(\frac{k}{\kappa} - m\omega^2 \right) \quad (24)$$

dividiendo numerador y denominador de (24) entre m y considerando que $\nu = 0.25$, $k/m = p^2$ y que $\lambda_n = \omega_n^2/p^2$ se llega a

$$x_{1,n}/e_{1,n} = 2L/(4 - \lambda_n) \quad (25)$$

Si se desean tomar en cuenta las deformaciones por cortante basta con modificar las rigideces mediante un análisis de estática y partir de nuevo de la ec 17 sin considerar que $L^2 k^2 = 3kk_r$. Si existe excentricidad en alguna dirección su efecto podrá tomarse en cuenta introduciendo un grado de libertad adicional.

En las figs 5 y 6 se encuentran representados los resultados de las ecs 22 y 25.

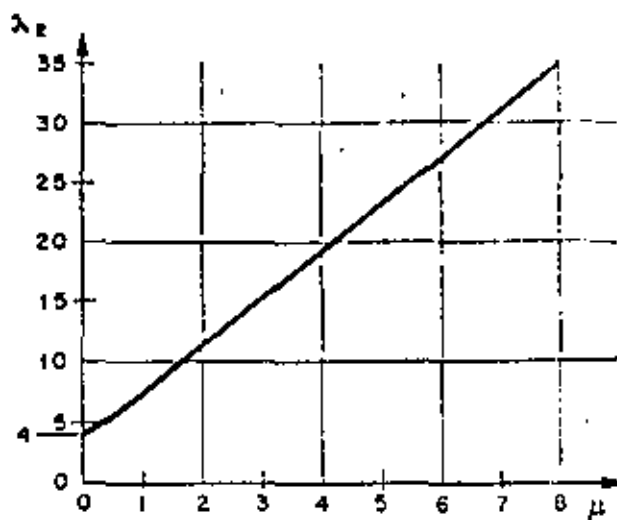
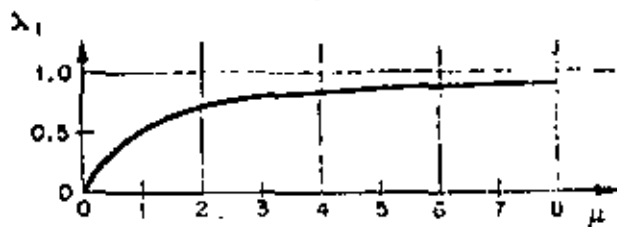


FIG. 5. Gráfica de frecuencias

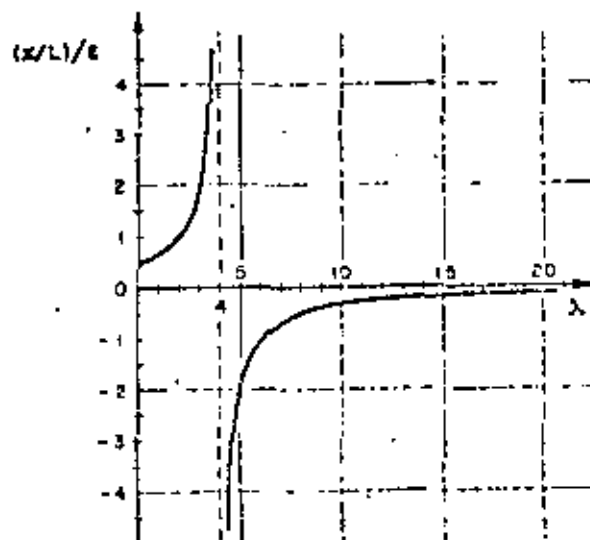


FIG. 6. Gráfica $(x/L)/e$ vs λ

2. Suelo flexible

Al oscilar una estructura cimentada en suelo blando, existe interacción dinámica suelo-estructura que en la mayoría de los casos no debe despreciarse al calcular las frecuencias y los modos de vibración. En lo que sigue se propone la adaptación de un método numérico para tomar en cuenta dicho efecto.

Las restricciones del suelo serán idealizadas mediante resortes de comportamiento lineal; uno para desplazamientos lineales horizontales y otro para deformaciones angulares de cabecero de la cimentación.^{2,3}

En la fig. 7 se hace referencia a los parámetros que a continuación se mencionan

K = rigidez del resorte correspondiente a la traslación de la base = $C_v A$

C_v = coeficiente de cortante elástico uniforme del suelo.

A = área de contacto de la cimentación.

R = rigidez del resorte correspondiente a rotación de la base = $C_\theta I_b - W' \bar{y}$

C_θ = coeficiente de compresión elástica no uniforme del suelo.

J_b = momento de inercia de área de la base de la cimentación con respecto al eje z'

W' = peso de la estructura

\bar{y} = altura del centro de gravedad de la estructura sobre el nivel de desplante

$F = m \omega_x^2 x$

x = desplazamiento ~~total~~ total en C.G.

$M = J_b \omega_x^2 \epsilon$

ϵ = desplazamiento angular total en C.G.

L' = altura de C.G. sobre el nivel de desplante

x_0 = traslación de la base

ϵ_0 = rotación de la base

$x_1 = \alpha + \beta \delta$

$\epsilon_1 = \beta + \alpha \theta$

$x_2 = L' \epsilon_0$

$\alpha = F/k$

$\beta = M/k_r$

$J, L, \delta, \theta, k, k_r, x_1, \epsilon_1$ y W ya definidos anteriormente.

El problema será resuelto utilizando un procedimiento iterativo y la tabulación propuesta por N. M. Newmark⁴; se despreciarán la variación de la rigidez de la columna debida a la fuerza normal W y los momentos en la misma, causados por la excentricidad del peso debida a deformaciones de la columna.

Sean

F_s = fuerza horizontal en la base de la cimentación = F

M_s = momento flexionante en la base de la cimentación = $M + FL'$

$x_s = F_s/K$

$\epsilon_s = M_s/R$

A continuación se describe el procedimiento a seguir:

1. Suponer valores para x y ϵ

2. Calcular F y M usando las expresiones $F = m \omega_x^2 x$ y $M = J_b \omega_x^2 \epsilon$. En esta etapa el valor de ω_x aún no se conoce; por tanto se llevará como factor común en el resto del cálculo

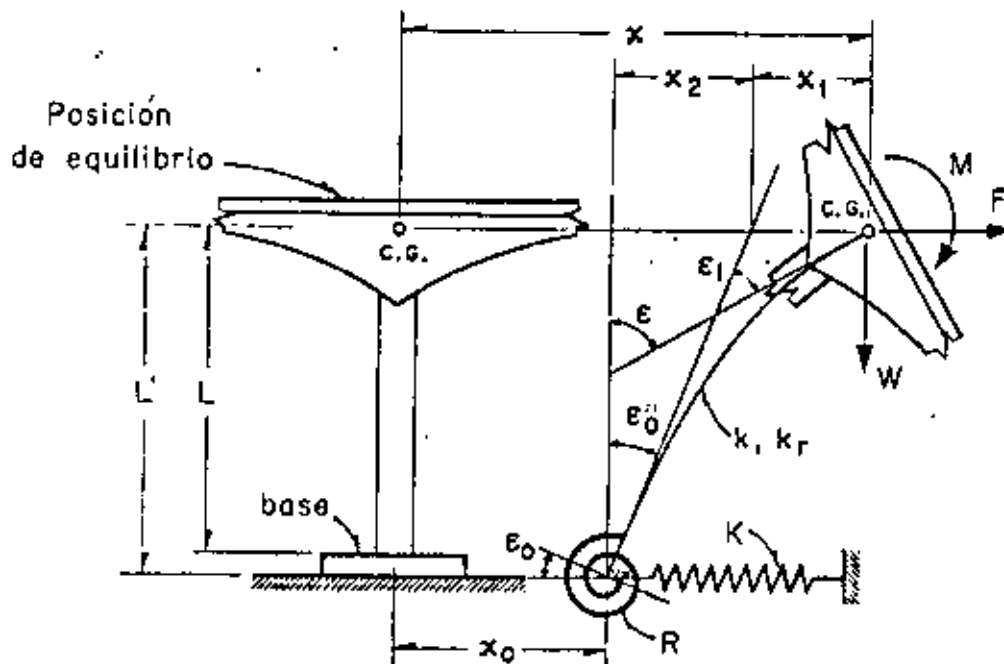


Fig. 7. Modelo de Interacción dinámica suelo-estructura

3. Calcular la fuerza y el momento en la base mediante las fórmulas

$$F_b = F \quad \text{y} \quad M_b = M + FL'$$

4. Encontrar los valores de los desplazamientos $x_0 = F_0/K$ y $e_0 = M_0/R$
5. Calcular los valores de los parámetros $\alpha = F/k$ y $\beta = M/k$
6. Efectuar los productos $\beta\delta$ y $\alpha\theta$
7. Calcular $x_1 = \alpha + \beta\delta$ y $e_1 = \beta + \alpha\theta$
8. Efectuar el producto $x_2 = L'e_0$
9. Calcular los desplazamientos lineales y angulares totales de C.G. mediante las expresiones $x' = x_0 + x_1 + x_2$ y $e' = e_0 + e_1$
10. Encontrar el valor de ω_n^2 mediante los cocientes x/x' y e/e'
11. Si los valores de ω_n^2 calculados en el paso anterior son aproximadamente iguales, el proceso habrá concluido. En caso contrario repítase la secuela utilizando como valores de partida para x y e los encontrados en etapa 9 o valores cuyo cociente sea igual al de x' entre e' . El proceso deberá continuarse hasta lograr la aproximación deseada.

EJEMPLO DE APLICACION

Con motivo de ilustrar los conceptos enunciados anteriormente se calcularán las frecuencias y modos de vibración de un cascarón ya construido en California, E.U.A. (fig 8). Los datos necesarios han sido extraídos de la ref 1. Se computarán también las respuestas sísmicas suponiendo que esa estructura fuera a construirse en la zona blanda de la ciudad de México. Se utilizarán por tanto los parámetros elásticos de las arcillas del Valle de México y los espectros de diseño propuestos en el reglamento de construcción para el Distrito Federal².

Los datos necesarios de la estructura son

$$\begin{aligned} L &= 419 \text{ cm} \\ L' &= 480 \text{ cm} \\ y &= 249 \text{ cm} \\ W &= 20,450 \text{ kg} \quad (m = 20.81 \text{ kg seg}^2/\text{cm}) \\ W' &= 43,600 \text{ kg} \\ I_0 &= 1.775 \times 10^6 \text{ cm}^4 \\ I_c &= 1.065 \times 10^6 \text{ cm}^4 \\ k &= 1.266 \times 10^4 \text{ kg/cm} \\ k_r &= 7.41 \times 10^3 \text{ kg cm/rad} \\ j &= 1.386 \times 10^6 \text{ kg seg}^2 \text{ cm} \\ \theta &= 0.00358 \text{ rad/cm} \\ \delta &= 208 \text{ cm/rad} \end{aligned}$$

Las expresiones para C_r y C_φ son las siguientes²

$$C_r = F_1 \frac{E'}{1 - \nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}}; \quad C_\varphi = F_2 \frac{E'}{1 - \nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (26)$$

En ecs 26

$$\begin{aligned} E' &= \text{módulo de elasticidad del suelo} \\ \nu &= \text{relación de Poisson del suelo} \end{aligned}$$

A = Área de contacto de la cimentación
 F_1, F_2 = factores de forma de la cimentación

Para el caso de la zona blanda del Valle de México un valor representativo de E' es 50 kg/cm^2 y $\nu \approx 0.5$. Para una cimentación cuadrada los valores de F_1 y F_2 son 0.704 y 2.11 respectivamente.

Sustituyendo valores en ecs 26 se obtiene

$$\begin{aligned} C_r &= 0.123 \text{ kg/cm}^2 \\ C_\varphi &= 0.369 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

CASO I. SUELO RIGIDO

a) Cálculo de frecuencias y modos de vibración

Para el cálculo de las frecuencias de vibración usaremos la fórmula dada en ec 22. Los valores de los parámetros a sustituir son

$$\begin{aligned} p^2 &= k/m = 608 \text{ (rad/seg)}^2 \\ \Omega^2 &= k_r/j = 535 \text{ (rad/seg)}^2 \\ \mu &= \Omega^2/p^2 = 0.882 \end{aligned}$$

con los cuales

$$\lambda_{1,2} = 2(1.882 \pm \sqrt{3.55^2 - 0.882}) = 0.494; 7.034$$

Por tanto

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \sqrt{0.494 \times 608} = \sqrt{300} = 17.32 \text{ rad/seg} \\ \omega_2 &= \sqrt{7.034 \times 608} = \sqrt{4260} = 65.30 \text{ rad/seg} \end{aligned}$$

Los periodos naturales son

$$T_1 = 2\pi/\omega_1 = 0.362 \text{ seg} \quad (T_1 \text{ obtenido de un registro de vibraciones libres de la estructura y reportado en ref 1} = 0.483 \text{ seg})$$

$$T_2 = 2\pi/\omega_2 = 0.096 \text{ seg}$$

Comparando los valores calculado y medido de T_1 se puede ver la importancia de la interacción dinámica suelo-estructura.

Las relaciones modales se obtienen de las ecs. 25 y sus valores son

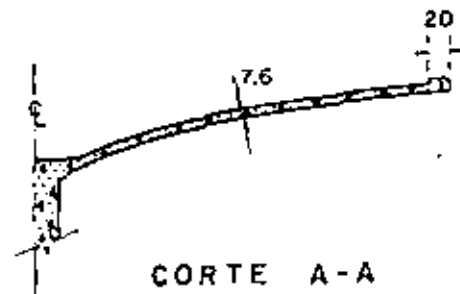
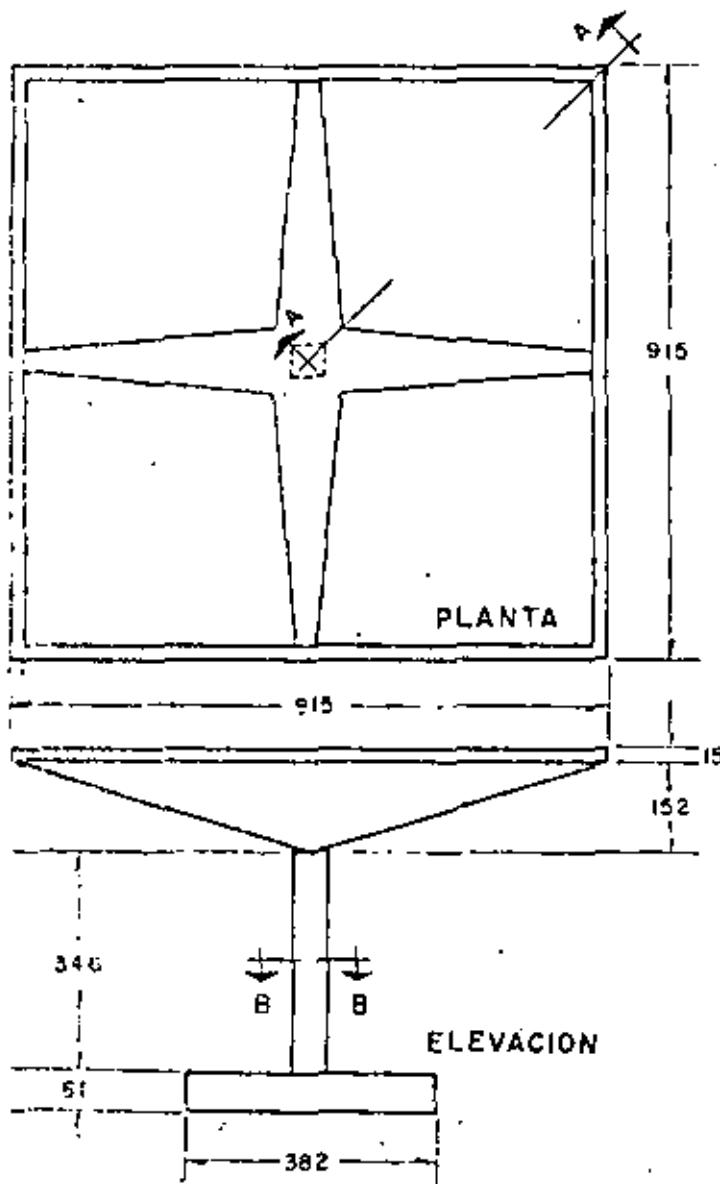
$$x_1/e_1 = \frac{2 \times 419}{4 - 0.494} = 233 \text{ cm/rad}$$

$$x_2/e_2 = \frac{2 \times 419}{4 - 7.034} = 275 \text{ cm/rad}$$

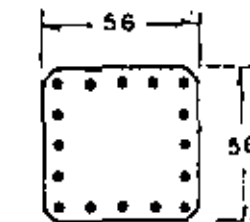
b) Respuesta sísmica

Para el cálculo de la respuesta sísmica de sistemas de varios grados de libertad es necesario calcular los coeficientes de participación de cada modo de vibración. Se puede demostrar² que para este caso es aplicable la siguiente ecuación

$$C_n = \frac{X_n^T M \bar{1}}{X_n^T M X_n} \quad (27)$$



Anotaciones en centímetros



CORTE B - B

FIG. 8. Cascarón utilizado para ejemplo. (Después de R. McLean)

en la cual

\vec{i} es un vector que representa los desplazamientos estáticos de cada grado de libertad de la estructura inducidos por un desplazamiento estático unitario de la base.

\bar{X}_n es el vector modal para el enésimo modo (n)

\bar{M} es la matriz de inercia y

\bar{X}_n^T es el vector traspuesto de \bar{X}_n .

Para nuestro caso se tendrá

$$\vec{i} = \begin{bmatrix} X_{111} \\ x_{111} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_1 = \begin{bmatrix} 238 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{X}_2 = \begin{bmatrix} -275 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{X}_1^T = \begin{bmatrix} 238 & 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{X}_2^T = \begin{bmatrix} -275 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20.81 & 0 \\ 0 & 1.386 \times 10^6 \end{bmatrix}$$

Sustituyendo valores en ec 27 y efectuando los productos matriciales en ella indicados se obtiene

$$C_1 = \frac{4.960}{2.566 \times 10^6} = 0.00193$$

$$C_2 = \frac{-5.720}{2.959 \times 10^6} = -0.00193$$

El valor absoluto de la respuesta máxima en cada uno de los modos será r .

$$\begin{bmatrix} V_n = \text{fuerza cortante} \\ M_n = \text{momento flexionante} \end{bmatrix} = |C_n| \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_n \\ z_n \end{bmatrix} S_{an} \quad (28)$$

donde

S_{an} = ordenada del espectro de aceleraciones afectada por el coeficiente sísmico $C = 0.15$.

El espectro que será utilizado es el propuesto en el reglamento de construcciones del Distrito Federal² (fig. 9). Los valores de las ordenadas espectrales correspondientes a T_1 y T_2 son 100 cm/seg² y 80.6 cm/seg² respectivamente.

Sustituyendo valores en ec 28 se llega a

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 957 \text{ kg} \\ 268,000 \text{ kg cm} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 893 \text{ kg} \\ 216,000 \text{ kg cm} \end{bmatrix} \quad (30)$$

El criterio propuesto en ref. 8 será utilizado para el cálculo de la respuesta total (considerando los efectos combinados de los dos modos). Por lo anterior la respuesta total de la estructura valdrá

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} ; M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2} \quad (31a, 31b)$$

En ecs 31a y 31b

V = fuerza cortante total en la columna

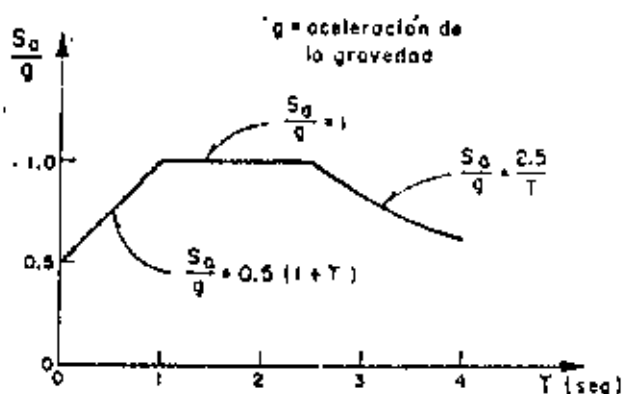


Fig. 9. Espectro de aceleraciones (Después de E. Rosenblueth y L. Esteve)

M = momento flexionante total en C. G. Sustituyendo los valores dados en ecs 29 y 30 en (31) se obtiene

$$V = 1,310 \text{ kg} ; M = 344,000 \text{ kg cm}$$

El momento en la base de la columna valdrá

$$M_0 = 344,000 + 1,310 \times 419 = 893,000 \text{ kg cm}$$

Los resultados de este caso se resumen en la fig. 10a.

CASO 2. SUELO FLEXIBLE

a) Cálculo de frecuencias y modos de vibración.

Para considerar las restricciones del suelo emplearemos el método propuesto anteriormente procediendo en forma tabular. Sustituyendo valores en ecuaciones para K y R se obtienen 1.88×10^4 kg/cm y 6.35×10^4 kg cm/rad respectivamente.

| PRIMER MODO | | | |
|--|-------------------------|---------------------------|--------------|
| Parámetros | Valores (1er. ciclo) | | Factor común |
| x, e (supuestos) | $x = 400 \text{ cm}$ | $e = 1 \text{ rad}$ | |
| $F = m \omega_1^2 x, M = I \omega_1^2 e$ | $F = 8320$ | $M = 1,386,000$ | ω_1^2 |
| $F_0 = F, M_0 = M + FL'$ | $F_0 = 8320$ | $M_0 = 5,376,000$ | ω_1^2 |
| $x_0 = F_0/K, e_0 = M_0/R$ | $x_0 = 0.4420$ | $e_0 = 0.00847$ | ω_1^2 |
| $\alpha = F/k, \beta = M/k,$ | $\alpha = 0.6570$ | $\beta = 0.00187$ | ω_1^2 |
| $\beta \delta, \alpha \theta$ | $\beta \delta = 0.3892$ | $\alpha \theta = 0.00235$ | ω_1^2 |
| $x_1 = \alpha + \beta \delta, e_1 = \beta + \alpha \theta$ | $x_1 = 1.0462$ | $e_1 = 0.00422$ | ω_1^2 |
| $x_2 = e_0 L'$ | $x_2 = 4.0650$ | — | ω_1^2 |
| $x' = x_0 + x_1 + x_2, e' = e_0 + e_1$ | $x' = 5.5532$ | $e' = 0.01269$ | ω_1^2 |
| $\omega_1^2 = x/x', \omega_1^2 = e/e'$ | 72.0 | 78.7 | |

$$x'/e' = 438, \quad \bar{X}_1^2 = [438 \quad 1]$$

| PRIMER MODO | | | |
|-----------------------------|--------------------|-----------|--------------|
| Parámetros | Valores (2º ciclo) | | Factor común |
| x, z | 438 | 1 | |
| F, M | 9130 | 1,386,000 | ω_1^2 |
| F_0, M_0 | 9130 | 5,786,000 | ω_1^2 |
| x_0, z_0 | 0.4860 | 0.00910 | ω_1^2 |
| α, β | 0.7210 | 0.00187 | ω_1^2 |
| $\beta\delta, \alpha\theta$ | 0.3892 | 0.002585 | ω_1^2 |
| x_1, z_1 | 1.1102 | 0.004455 | ω_1^2 |
| x_2, z_2 | 4.365 | — | ω_1^2 |
| x', z' | 5.961 | 0.013565 | ω_1^2 |
| ω_1^2 | 73.5 | 75.8 | — |

Suponiendo que la aproximación es suficiente resulta

$$x'/z' = 440, \bar{X}_1^2 = [440, 1], \omega_1^2 \approx 74 \text{ (rad/seg)}^2$$

$$T_1 = 0.731 \text{ seg.}$$

El procedimiento para el cómputo de los parámetros del segundo modo es el mismo, sólo que la configuración supuesta deberá "limpiarse", antes de proseguir el cálculo, de las componentes del primer modo que pudiera contener. Se demuestra que si \bar{X}_1^2 es el vector de la configuración supuesta, el vector libre de componentes del primer modo queda dado por

$$X_2 = X_1^2 - \frac{\bar{X}_1^2 M X_1}{X_1^T M X_1} X_1 \quad (32)$$

Suponiendo para el primer ciclo

$$\bar{X}_1^2 = \begin{bmatrix} -150 \\ 1 \end{bmatrix}$$

y sustituyendo valores en la ecuación matricial 32 se obtiene

$$\bar{X}_2 = \begin{bmatrix} -151 \\ 1 \end{bmatrix}$$

que nos da los valores de partida para el primer ciclo de cálculo.

| SEGUNDO MODO | | | |
|-----------------------------|----------------------|------------|--------------|
| Parámetros | Valores (1er. ciclo) | | Factor común |
| x, z | -151 | 1 | |
| F, M | -3143 | 1,386,000 | ω_2^2 |
| F_0, M_0 | -3143 | -123,000 | ω_2^2 |
| x_0, z_0 | -0.1672 | -0.0001940 | ω_2^2 |
| α, β | -0.2481 | 0.0018700 | ω_2^2 |
| $\beta\delta, \alpha\theta$ | 0.3892 | -0.0008890 | ω_2^2 |
| x_1, z_1 | 0.1411 | 0.0009810 | ω_2^2 |
| x_2, z_2 | -0.0930 | — | ω_2^2 |
| x', z' | -0.1191 | 0.0007870 | ω_2^2 |
| ω_2^2 | 1267 | 1270 | — |

$$x'/z' = -151, \bar{X}_2^2 = [-151, 1], T_2 = 0.176 \text{ seg.}$$

En este caso se supuso un valor cercano al real y por tanto sólo se necesitó un ciclo para que se obtuviera la aproximación deseada. Si el valor supuesto no hubiese sido ese sino otro cualquiera seguramente no hubiera sido suficiente un ciclo de cálculo. En los ciclos subsiguientes se procedería en igual forma que antes: suponer inicialmente la configuración obtenida en el ciclo anterior; limpiarla de las componentes del primer modo; etc.

b) Respuesta sísmica

Los valores de los coeficientes de participación y de las ordenadas espectrales para este caso son:

$$C_1 = 0.001689, \quad C_2 = -0.001689$$

$$S_{01} = 127.4 \text{ cm/seg}^2, \quad S_{02} = 86.6 \text{ cm/seg}^2$$

Las respuestas máximas para cada modo valen

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,970 \text{ kg} \\ 298,200 \text{ kg cm} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 461 \text{ kg} \\ 203,000 \text{ kg cm} \end{bmatrix}$$

Las respuestas máximas totales serán (fig 10b)

$$V = 2,030 \text{ kg}$$

$$M = 361,000 \text{ kg cm}$$

$$M_0 = 1,209,000 \text{ kg cm}$$

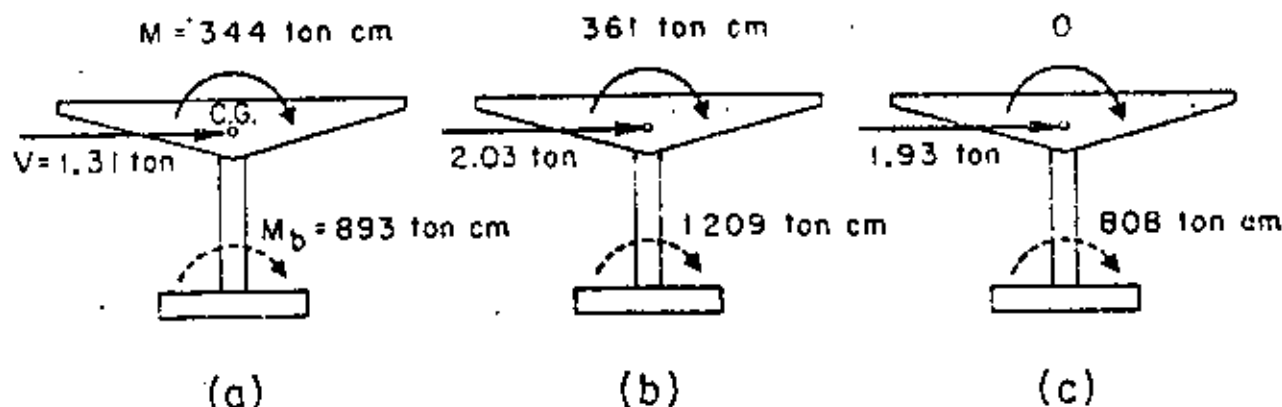


Fig. 10. Respuestas sísmicas

CASO 3. BASE RÍGIDA Y MASA CONCENTRADA

Para comparación de resultados se verá cuál es el valor de la respuesta máxima en el caso de despreciar la inercia rotacional y la interacción suelo-estructura.

Para este caso $p^2 = 608 \text{ (rad/seg)}^2$, $T = 0.325 \text{ seg}$, $0.15S_a = 92.6 \text{ cm/seg}^2$, $V = mS_a = 1,930 \text{ kg}$ y $M_b = 808,000 \text{ kg cm}$ (fig 10c).

CONCLUSIONES

En la siguiente tabla se resumen los resultados de los tres casos, indicados como porcentajes del segundo caso.

| Concepto | Caso 1 | Caso 2 | Caso 3 |
|----------|--------|--------|--------|
| V | 64.4% | 100% | 95.0% |
| M | 95.2% | 100% | 0% |
| M_b | 73.8% | 100% | 66.7% |

Los resultados de la tabla anterior dan una idea clara de la importancia que tiene el considerar la inercia rotacional de la cubierta y la interacción suelo-estructura. La importancia del primer concepto aumentará conforme mayor sea el momento de inercia de masa de la cubierta con respecto al eje z. El último concepto es tanto más importante cuanto más blando sea el suelo de cimentación. En particular puede observarse que en el tipo de solución 3 no se obtiene momento flexionante a la altura de C.G. Esto puede traer consigo serios errores en la cuantía del acero de refuerzo necesario en la unión columna-cubierta que es donde más ductilidad necesita desarrollarse.

AGRADECIMIENTO

El autor manifiesta su agradecimiento a los doctores E. Rosenblueth y J. A. Nieto, así como al Ing. E. del Valle por sus valiosos comentarios y sugerencias.

REFERENCIAS

1. McLean, R. S., "Inverted pendulum structures", technical report of Consulting Civil and Structural Engineers, Fullerton, Cal. (ene. 1965).
2. Barkan, D. D., "Dynamics of bases and foundations", McGraw Hill Book Co. Inc. (1962).
3. Jacobsen, L. S., y Ayre, R. S., "Engineering vibrations", McGraw Hill Book Co. Inc. (1958).
4. Newmark, N. M., "Numerical procedure for computing deflections, moments and buckling loads", Transactions ASCE, Vol. 108 (1943), pp. 1161-1234.
5. Rosenblueth, E. y Esteve, L., "Proyecto de reglamento de las construcciones en el Distrito Federal. "Folleto complementario. Diseño sísmico de edificios", Ediciones Ingeniería, México (1962).
6. Marsal, R., y Mazari, M., "El subsuelo de la Ciudad de México", Publicación del Instituto de Ingeniería UNAM (1962).
7. Newmark, N. M., y Rosenblueth, E., "Earthquake Engineering", será publicado por Prentice-Hall, Inc.
8. Rosenblueth, E., "Some applications of probability theory in seismic design", Proceedings, 1st World Conference on Earthquake Engineering, Berkeley, Cal. (1956), paper 8.

Modelo matemático para representar la interacción dinámica de suelo y cimentación*

José A. NIETO, Emilio ROSENBLIETH
y Octavio A. RASCON **

1. INTRODUCCION

1.1. Descripción del problema

La influencia del suelo de cimentación en la respuesta dinámica de una estructura no ha sido suficientemente estudiada. Aunque es posible un tratamiento riguroso del problema¹, éste no es de fácil aplicación en la práctica. Conviene contar con un modelo matemático sencillo que permita determinar con bastante precisión la respuesta de un sistema suelo-estructura a perturbaciones dinámicas. El modelo debe proporcionar resultados razonablemente correctos en el intervalo de frecuencias de mayor interés. El tratamiento se simplifica considerando primeramente la cimentación de una estructura como un bloque rígido. El problema consiste en determinar el comportamiento dinámico del sistema constituido por el cuerpo rígido y el suelo; este último se puede idealizar, en una extensa gama de condiciones prácticas, como un medio elástico, homogéneo, isótropo y seminfinito.

Una vez determinada la respuesta dinámica del bloque rígido de cimentación tomando en cuenta su interacción con el suelo, es fácil incorporar al sistema la estructura flexible que se levanta sobre dicha cimentación.

1.2. Antecedentes

Las principales soluciones disponibles hasta la fecha para el problema de interacción dinámica entre un cuerpo rígido y un semiespacio elástico pueden clasificarse en cuatro grupos.

- 1) Soluciones exactas clásicas, que suponen que la distribución de esfuerzos de contacto entre bloque y suelo no depende de la frecuencia de vibración²⁻⁶ y generalmente toman dicha distribución igual a la que corresponde a carga estática. El cálculo de las respuestas dinámicas exige trabajar independientemente con cada frecuencia de excitación, pues los parámetros del modelo matemático correspondiente son funciones de esta variable; tal situación no es objetable cuando se trata de calcular el efecto de vibraciones debidas a maquinaria, pues entonces sólo interesan una o unas cuantas frecuencias de excitación, pero introduce complicaciones injustificadas cuando se desea calcular la respuesta a una perturbación que contiene

componentes significativas en un extenso intervalo de frecuencias, como lo es un sismo, y prácticamente imposibilita el cálculo de respuestas cuando sobre la cimentación existe una estructura de comportamiento no lineal. Además, a muy altas frecuencias esta solución de errores inadmisibles provenientes de la hipótesis referente a la distribución de esfuerzos de contacto.

- 2) Para una placa circular sujeta a vibración se dispone de la solución exacta que toma en cuenta la distribución correcta de esfuerzos de contacto⁷. Por lo demás esta solución adolece de las mismas limitaciones que las del grupo que antecede, cuando se trata de análisis para diseño sísmico.
- 3) Se han propuesto diversos modelos matemáticos que incluyen masas virtuales, elementos flexibles y amortiguadores lineales para representar al suelo⁸⁻¹². Al tomar estos parámetros independientes de la frecuencia se elimina la dificultad mencionada a propósito de la aplicación de las soluciones de los grupos anteriores a diseño sísmico, si bien se introducen errores inadmisibles a muy altas frecuencias. (Se ha demostrado que la masa virtual de suelo debe ser nula para que el orden de magnitud de las respuestas quede correctamente predicho cuando la frecuencia de excitación tiende a infinito¹³). Las masas virtuales de estos modelos matemáticos se basan en consideraciones de carácter intuitivo, mientras las constantes de los amortiguadores se han determinado a partir de un número limitado de pruebas de laboratorio en modelos físicos de pequeñas dimensiones usando o simulando suelos en forma tal que se antoja peligroso extrapolar a partir de ellos.
- 4) Para eliminar la objeción mencionada respecto al empleo de una masa virtual cuando interesan frecuencias sumamente elevadas se ha propuesto un modelo matemático que comprende sólo un elemento flexible y un amortiguador lineal en representación del suelo, ambos elementos carentes de masa¹⁴. Dicho modelo suministra resultados excelentes en los intervalos de frecuencias sumamente bajas o excepcionalmente altas, pero introduce errores hasta de un 30 por ciento en el intervalo intermedio (si bien el error generalmente no excede 20 por ciento en el intervalo de mayor interés). Esta solución

* Ponencia presentada en el Primer Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara, Jal., nov. 1965.

** Respectivamente, Investigador, director y ayudante de Investigador del Instituto de Ingeniería, UNAM.

sólo se ha formulado, aparentemente, para las oscilaciones verticales de una placa circular.

De las soluciones mencionadas, las del último grupo son las únicas que pudieran considerarse satisfactorias para diseño sísmico. Sin embargo, tienen el inconveniente de perder precisión a frecuencias bajas y medias, que son las de mayor interés en el diseño de cimentaciones de maquinaria lenta y en diseño sísmico de estructuras.

El modelo matemático que se propone en este trabajo está basado en las soluciones exactas clásicas. Presenta la ventaja de mayor precisión en el intervalo de interés práctico de las frecuencias. Está limitado, por lo pronto, a bases de cimentación de forma circular, aunque su extensión a otras formas de base es inmediata. Se limita también a la consideración de modos desacoplados de vibración. Para los grados de libertad elegidos, estos modos no pueden existir en general cuando se trata de una base rígida por lo que respecta a cabeceo y traslación horizontal, salvo cuando la relación de Poisson, ν , vale 0.5. En la práctica los grados de libertad horizontal y de cabeceo se encuentran acoplados. En el modelo propuesto es factible tomar en consideración este acoplamiento variando la colocación de los elementos flexibles para los modos en cuestión.

1.3. Fundamentos del modelo matemático propuesto

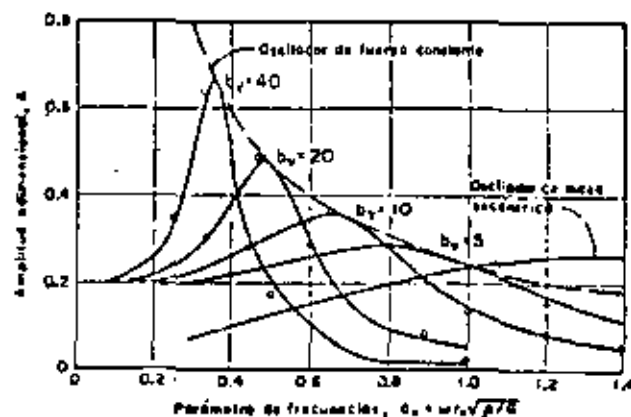
1.3.1. SOLUCIONES "EXACTAS" PARA BASES CIRCULARES

La respuesta dinámica de un cilindro circular de masa M_0 y radio r_0 desplantado en la superficie de un semiespacio elástico homogéneo e isótropo cuyas constantes elásticas son G y ν y cuya densidad de masa es ρ ha sido estudiada por varios investigadores²⁻⁴ para los seis grados de libertad del sistema, a saber: vertical, dos horizontales iguales entre sí, cabeceo respecto a dos diámetros ortogonales de la base y torsión respecto al eje vertical que pasa por el centro de la base. Se han considerado en la mayoría de los casos dos tipos de perturbación actuando sobre el cilindro: sollicitación armónica cuya amplitud es independiente de la frecuencia ω , y sollicitación armónica cuya amplitud es proporcional a ω^2 . (Este último tipo es el que produciría un excitador mecánico de masa excéntrica). Como se desconoce, excepto para vibración vertical⁴, la distribución real de esfuerzos dinámicos en la superficie de contacto entre el cilindro y el semiespacio, en los estudios referidos se ha supuesto una distribución de esfuerzos dinámicos análoga a la distribución estática existente bajo alguna de las dos condiciones extremas siguientes: a) cilindro infinitamente rígido, y b) cilindro infinitamente flexible. Con la primera suposición se prescriben los desplazamientos en la superficie de contacto y se determina la condición

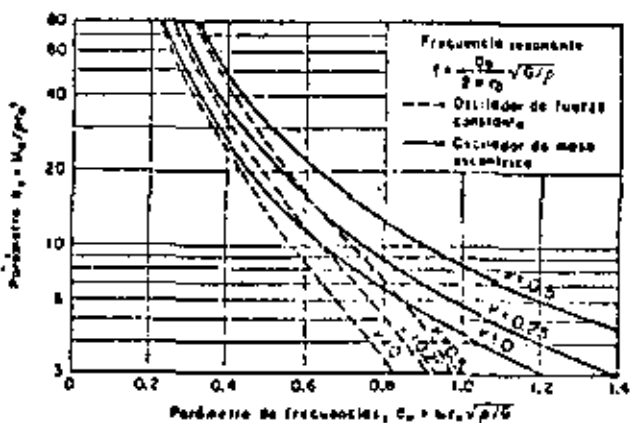
de esfuerzos correspondientes. Con la segunda suposición la distribución de esfuerzos se prescribe de antemano para cada tipo de movimiento. Estas suposiciones conducirán sólo a valores aproximados de la respuesta dinámica del cilindro, pero se ha comprobado⁴ que las aproximaciones son adecuadas para la mayor parte de los fines prácticos.

Richart⁵ ofrece una excelente presentación de los resultados obtenidos por él y por otros investigadores para la determinación de las frecuencias resonantes y amplitudes de vibración del cilindro circular infinitamente rígido. Sus gráficas se reproducen en las figs 1 a 4, correspondientes a cada uno de los grados de libertad. En la mitad inferior de estas figuras se presenta la frecuencia resonante en función de la masa o la inercia del cilindro rígido para los dos tipos de perturbación considerados y para varios valores de la relación de Poisson, ν . Tanto la frecuencia resonante como la masa o momento de inercia se grafican en forma adimensional, aquella como el parámetro de frecuencias $a_0 = \omega r_0 \sqrt{\rho/G}$ y esta como el parámetro b , que se define en la forma siguiente:

- i. Para movimiento vertical, $b_v = M_0/\rho r_0^3$
- ii. Para movimiento horizontal, $b_H = M_0/\rho r_0^4$



(a) Amplitud de vibración vertical para relación de Poisson $\nu = 0.25$



(b) Frecuencia resonante en función de b_v para tres valores de la relación de Poisson

Fig. 1. Curvas de respuesta y frecuencias resonantes de vibración vertical (Según Richart, ref. 5)

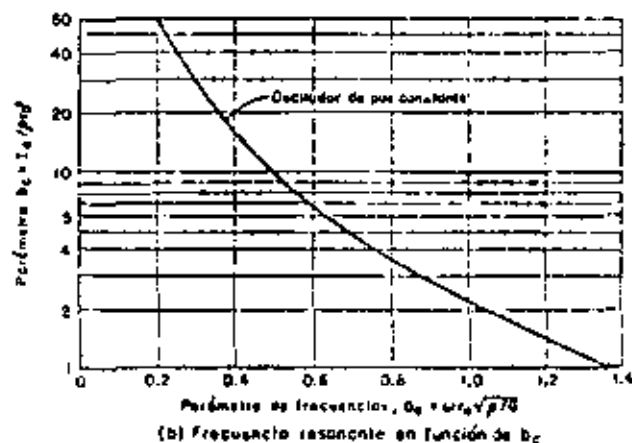
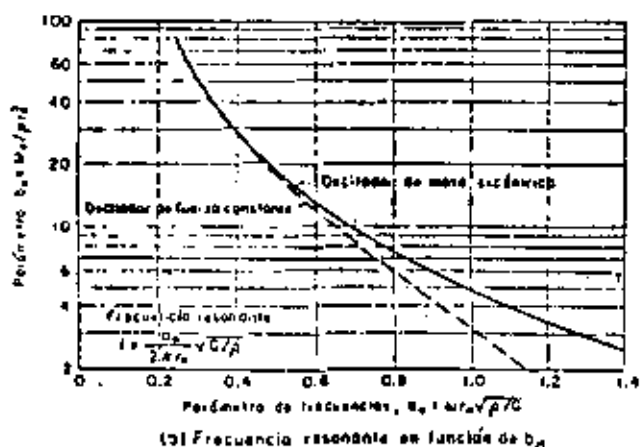
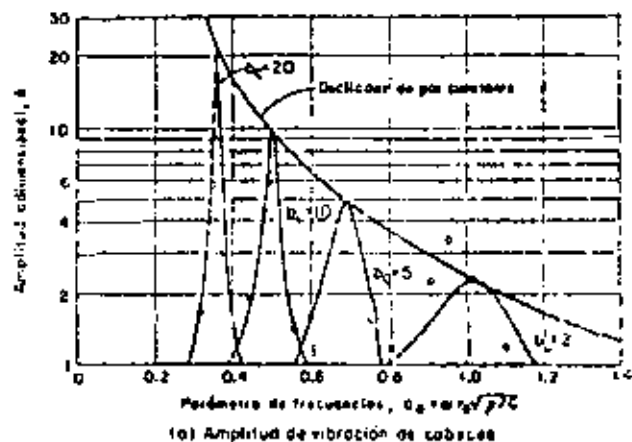
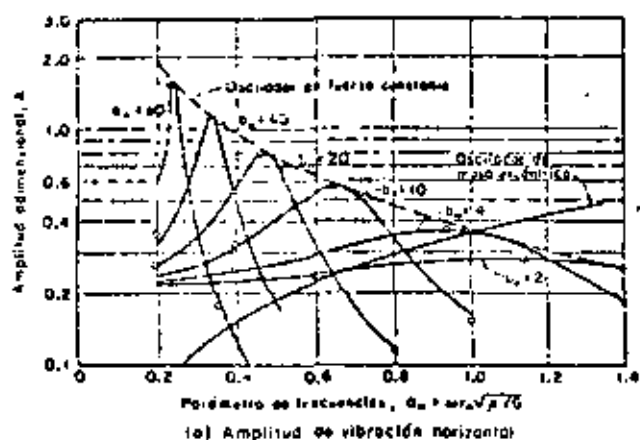


FIG. 2. Curvas de respuesta y frecuencias resonantes de vibración horizontal. Relación de Poisson, $\nu = 0$ (Según Richart, ref. 5)

FIG. 3. Curvas de respuesta y frecuencias resonantes de vibración de cabeceo. Relación de Poisson, $\nu = 0$ (Según Richart, ref. 5)

- iii. Para cabeceo, $b_u = I_0 / \rho_0^3$
- iv. Para movimiento torsional, $b_T = J_0 / \rho_0^3$

En estas expresiones, I_0 es el momento de inercia de la masa de la base respecto al eje de cabeceo y J_0 su momento de inercia respecto al eje de torsión. En la mitad superior de las figs. 1 a 4, Richart presenta la amplitud de vibración en función del parámetro de frecuencias para varios valores de b y para ambos tipos de perturbación. La amplitud, A , que corresponde a cada grado de libertad se presenta adimensionalmente en la forma siguiente:

- i. Para vibración vertical, $A_V Gr_0 / Z$ si la amplitud de la fuerza perturbadora, Z , es independiente de la frecuencia, y $A_V \rho_0^3 / 2m_1 l$ si la perturbación es debida a un excitador mecánico con masa excéntrica m_1 y brazo giratorio de longitud l .
- ii. Para vibración horizontal, $A_H Gr_0 / Q_H$, o $A_H \rho_0^3 / 2m_1 l$, en que Q_H es la amplitud de la fuerza perturbadora independiente de la frecuencia.

- iii. Para vibración de cabeceo, $A_u Gr_0^3 / M$, en que M es la amplitud del momento de cabeceo.
- iv. Para vibración torsional, $A_T Gr_0^3 / T$, en que T es la amplitud del par torsional.

(Para estos dos últimos casos no se presentan curvas correspondientes a la perturbación producida por un excitador mecánico).

De la similitud entre las curvas de amplitudes presentadas por Richart y los espectros de desplazamiento de un sistema amortiguado, con un grado de libertad, sujeto a los mismos tipos de perturbación surgió la idea de desarrollar el modelo matemático que se describe en la siguiente sección.

1.3.2. RESPUESTA DINÁMICA DE SISTEMAS AMORTIGUADOS DE UN GRADO DE LIBERTAD

Se sabe que la frecuencia circular resonante de un sistema amortiguado con un grado de libertad

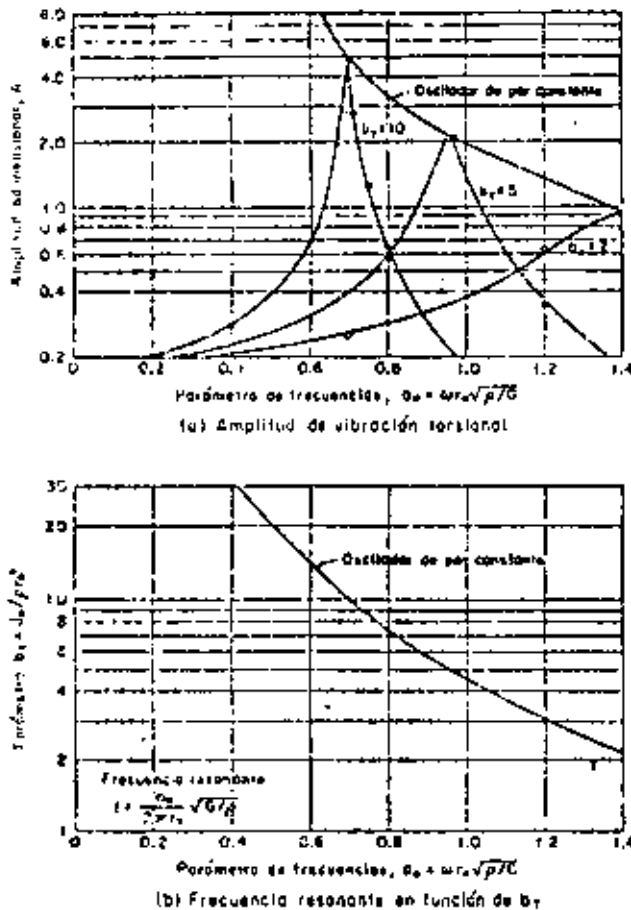


Fig. 4. Curvas de respuesta y frecuencias resonantes de vibración torsional. Independiente de la relación de Poisson (Según Richart, ref. 5)

con masa, M , constante elástica K y constante de amortiguamiento C , está dada por ¹⁴

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{K(1-2\xi^2)}{M}} \quad (1)$$

cuando la amplitud máxima de la sollicitación dinámica es constante, y por

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{K}{M(1-2\xi^2)}} \quad (2)$$

cuando la amplitud máxima de la sollicitación es proporcional al cuadrado de la frecuencia perturbadora. En estas expresiones $\xi = C/2\sqrt{KM}$ es el porcentaje de amortiguamiento crítico del sistema.

Si se conoce la constante elástica de un sistema amortiguado y se determinan experimentalmente sus frecuencias resonantes ω_1 y ω_2 cuando la excitación es, respectivamente, independiente de y proporcional al cuadrado de la frecuencia perturbadora, es posible, mediante las ecs. 1 y 2, determinar el valor de la masa M y de la constante de amortiguamiento C del sistema. En esta idea se basa el modelo matemático propuesto en este tra-

bajo, con las modificaciones que se indican más adelante.

Se sabe también que la frecuencia resonante ω_1 del sistema amortiguado, cuando la amplitud máxima de la excitación es proporcional a la frecuencia perturbadora, es igual a la frecuencia natural del sistema sin amortiguamiento. La amplitud resonante del sistema amortiguado sujeto a este último tipo de excitación es $M/2\xi K$.

2. MODELO MATEMATICO PROPUESTO

El modelo que se propone es un sistema de un grado de libertad con amortiguamiento lineal. Consiste en una masa rígida constituida por la cimentación y por un prisma virtual de suelo cuya base es idéntica a la de la cimentación, pero cuya altura va a depender del grado de libertad considerado. En este trabajo se estudian exclusivamente bases de cimentación de forma circular, por lo que el prisma virtual es un cilindro. La masa rígida está soportada por un elemento flexible, linealmente elástico, sin peso. La forma del elemento flexible y su colocación respecto a la masa rígida dependen del modo de vibración considerado y se presentan en la fig. 5. Como constante elástica del elemento flexible se utiliza la obtenida por medio de la teoría de la elasticidad al considerar para cada grado de libertad la acción estática de la sollicitación aplicada al cilindro rígido de radio r_0 desplazado en la superficie del semiespacio elástico que representa al suelo. En esta constante elástica se incluye el efecto de la relación de Poisson. De esta manera se asegura

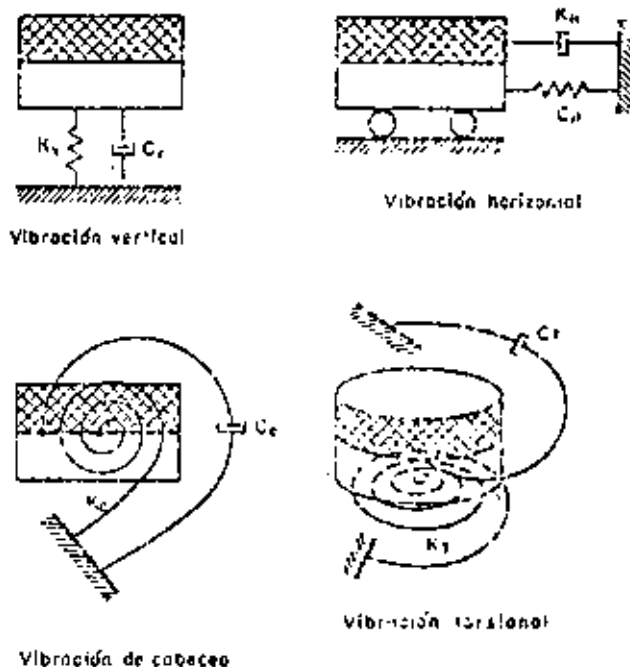


Fig. 5. Modelos matemáticos propuestos para los diferentes grados de libertad

que la solución es exacta cuando la frecuencia de excitación tiende a cero.

Debe notarse que al hablar de frecuencia de excitación nula y carga estática se entiende una velocidad de carga suficientemente lenta para evitar la aparición de fuerzas de inercia apreciables en el suelo, pero no tan lenta que se induzcan los fenómenos de consolidación y de deformaciones diferidas en gran escala. Este concepto es importante cuando se trata de aplicación a cimentaciones que se apoyan en suelos reales.

Resta determinar la altura de la masa virtual de suelo y la constante de amortiguamiento para cada grado de libertad. Se desea que la respuesta del modelo matemático se ajuste a los resultados de la teoría clásica: dado que en la mitad inferior de las figs. 1 a 4 se dispone del valor de la frecuencia resonante para cada modo de vibración y para los dos tipos de perturbación considerados, es sencillo determinar los valores requeridos utilizando estas figuras y las ecs. 1 y 2. Sin embargo, como en diseño sísmico la gama de frecuencias de interés es amplia, no interesa especialmente que el modelo tenga exactamente la misma frecuencia resonante que se determinó con la teoría clásica. Por otra parte, en los espectros de diseño sísmico más comunes, el intervalo de mayor interés de las frecuencias corresponde a amplitudes máximas de excitación proporcionales a la frecuencia perturbadora. Por estas dos razones se optó por utilizar el procedimiento descrito arriba para determinar solamente la altura de la masa virtual de suelo, y encontrar el valor de la constante de amortiguamiento ajustando la ordenada máxima del espectro de pseudovelocidades correspondiente a la solución clásica con la amplitud resonante del modelo indicado en la subsección 1.3.2. El espectro de pseudovelocidades se puede determinar utilizando las curvas de las figs. 1 a 4.

Mediante este procedimiento se llega a los valores que se consignan en la Tabla 1 en la cual la constante elástica del elemento flexible está identificado por K con el subíndice correspondiente al grado de libertad considerado, y A representa el área de cimentación. Los resultados se dan en función de A y de su raíz cuadrada para facilitar una primera estimación de los parámetros

que corresponden a cimentaciones no circulares, a reserva de que estudios ulteriores permitan afirmar tales estimaciones.

En las figs. 1 a 4 se incluyen algunos puntos representativos de las respuestas de los modelos desarrollados utilizando los valores de la Tabla, para diversos tipos de perturbación. El modelo proporciona una aproximación excelente a la respuesta exacta para los modos de vibración vertical y horizontal, aunque para los modos torsional y de cabeceo la aproximación no es tan buena. Hay que hacer notar también que en las estructuras ordinarias en las que la influencia del segundo modo de vibración es importante, éste tiene una frecuencia de 2 a 2.5 veces mayor que la frecuencia fundamental, por lo que bastará que el modelo dé una buena aproximación en el intervalo comprendido entre la frecuencia resonante y 2.5 veces el valor de dicha frecuencia.

La precisión del modelo puede mejorarse drásticamente si se hace la constante del amortiguador variable con la frecuencia; se ha preferido no proceder en tal forma para preservar la simplicidad del tratamiento.

El modelo propuesto permite incorporar fácilmente en el análisis la influencia del comportamiento inelástico de la estructura. Está limitado por ahora a bases circulares y a la consideración de modos de vibración desacoplados.

Se trabaja actualmente en la preparación de modelos semejantes para bases de cimentación rectangulares con diversas relaciones de largo a ancho. El estudio de éstas se basa en los resultados clásicos presentados en la ref. 15. Para otras formas de cimentación se pueden aplicar los resultados de este trabajo utilizando los coeficientes elásticos del suelo determinados mediante los monogramas de Newmark¹⁴ e integrando en toda el área de la base la solución clásica de Cerruti¹⁵. Aunque suele suponerse¹⁶ que la vibración horizontal y la de cabeceo de una cimentación están desacopladas si el centro de masa de la cimentación se halla a la altura de la base de contacto entre cimentación y suelo, esto no acontece en la práctica. Por otra parte, soluciones exactas basadas en la teoría de la elasticidad¹⁴ demuestran que aun para el caso de esfuerzos tangenciales

TABLA 1
PARÁMETROS DEL MODELO PROPUESTO

| TIPO DE VIBRACION | ALTURA DEL PRISMA DE SUELO | | CONSTANTE DE AMORTIGUAMIENTO | |
|-------------------|---------------------------------|--------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|
| | En función del radio de la base | En función del área de la base | En función del radio de la base | En función de la altura del prisma |
| Vertical | 0.48 r_0 | 0.27 \sqrt{A} | 1.8 $\sqrt{K_{vpr} h^3}$ | 5.47 $\sqrt{K_{vph} h^3}$ |
| Horizontal | 0.10 r_0 | 0.05 \sqrt{A} | 1.3 $\sqrt{K_{hpr} h^3}$ | 41.1 $\sqrt{K_{hph} h^3}$ |
| Cabeceo | 0.63 r_0 | 0.35 \sqrt{A} | 0.30 $\sqrt{K_{cpr} h^3}$ | 0.731 $\sqrt{K_{cph} h^3}$ |
| Torsión | 0.47 r_0 | 0.25 \sqrt{A} | 0.50 $\sqrt{K_{tpr} h^3}$ | 6.90 $\sqrt{K_{tph} h^3}$ |

TABLA 2

ALGUNOS VALORES DE LAS CONSTANTES ELÁSTICAS

| FORMA DE LA BASE | MODO DE VIBRACION | | | |
|---------------------------|----------------------------------|--|---|--|
| | vertical | horizontal | cabeceo | rotación |
| Circular | $\frac{4}{1-\nu} Gr_0$ | $5.8 \frac{(1-\nu^2)}{(2-\nu)^2} Gr_0$ | $2.7 Gr_0^*$ | $\frac{16}{3} Gr_0^{**}$ |
| Rectangular ¹⁾ | $\frac{E}{1-\nu^2} c_s \sqrt{A}$ | $\frac{E}{1-\nu^2} k_T \sqrt{A}$ | $\frac{E}{1-\nu^2} k_\phi \frac{I}{\sqrt{A}}$ | $\frac{1.5 E}{1-\nu^2} k_r \frac{J}{\sqrt{A}}$ |

* Sólo se presenta el valor de K_s correspondiente a $\nu = 0$.
 ** El valor de K_s para base circular es independiente de ν .
 1) Los valores de c_s , k_T y k_ϕ se presentan en las tablas 3, 4, y 5, respectivamente para algunos valores de la relación largo/ancho.

aplicados sobre la superficie del terreno, se producen rotaciones de la misma, así que el acoplamiento no debe ignorarse.

Finalmente es de notarse que en un análisis modal que tome en cuenta la intersección con el terreno los modos naturales de vibración no son rigurosamente ortogonales. Mientras la participación del terreno no gobierne en forma pronunciada el comportamiento, la falta de ortogonalidad no afecta seriamente las respuestas sísmicas para líneas de diseño. En cambio, sí debe tenerse en cuenta en el cálculo de los modos naturales

de vibración, sobre todo cuando se acude a métodos numéricos que hacen uso de esta propiedad.

Algunos valores de las constantes elásticas de los elementos flexibles obtenidas a partir de la teoría de la elasticidad para los modos de vibración considerados y diferentes formas de la base se consignan en la Tabla 2.

TABLA 3

VALORES DEL COEFICIENTE c_s

(Según Barkan, ref. 15)

| Relación largo/ancho | c_s |
|----------------------|-------|
| 1.0 | 1.06 |
| 1.5 | 1.07 |
| 2.0 | 1.09 |
| 3.0 | 1.13 |
| 5.0 | 1.22 |
| 10.0 | 1.41 |

TABLA 4

VALORES DEL COEFICIENTE k_T

(Según Barkan, ref. 15)
 (Desplazamiento horizontal en la dirección paralela al lado a)

| ν | Relación a/b | | | | | | |
|-------|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 3.0 | 5.0 | 10.0 |
| 0.1 | 1.040 | 1.000 | 1.010 | 1.020 | 1.050 | 1.150 | 1.250 |
| 0.2 | 0.990 | 0.938 | 0.942 | 0.945 | 0.975 | 1.050 | 1.160 |
| 0.3 | 0.926 | 0.868 | 0.864 | 0.870 | 0.906 | 0.950 | 1.040 |
| 0.4 | 0.844 | 0.792 | 0.770 | 0.784 | 0.806 | 0.850 | 0.940 |
| 0.5 | 0.770 | 0.704 | 0.692 | 0.686 | 0.700 | 0.732 | 0.940 |

TABLA 5

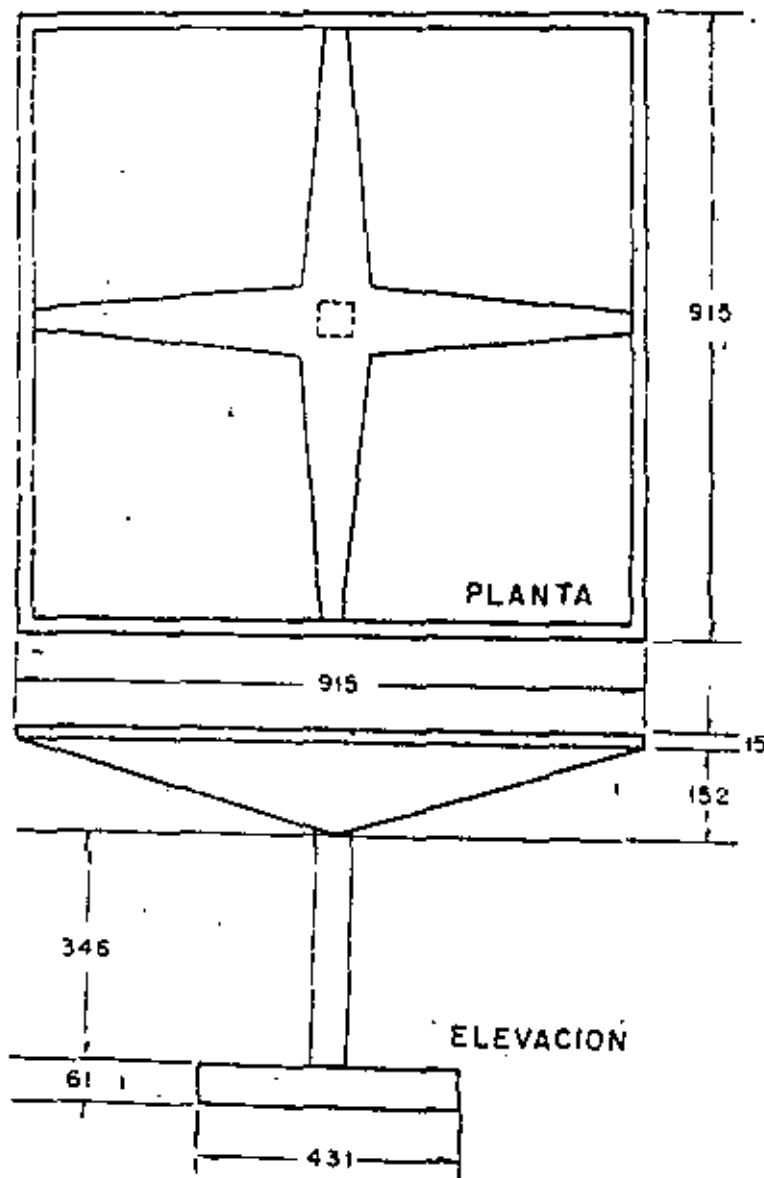
VALORES DEL COEFICIENTE k_ϕ

(Según Barkan, ref. 15)
 (Cabeceo respecto al eje paralelo al lado largo)

| largo/ancho | k_ϕ |
|-------------|----------|
| 1.0 | 1.984 |
| 1.5 | 2.254 |
| 2.0 | 2.510 |
| 3.0 | 2.955 |
| 5.0 | 3.700 |
| 10.0 | 4.951 |

3. EJEMPLO DE APLICACION

Para ilustrar la forma de aplicación de los resultados obtenidos con el modelo propuesto, se resolverá el problema presentado en la ref. 20. Dicho problema consiste en calcular las frecuencias, modos de vibración y respuestas sísmicas de un péndulo invertido (fig. 5) tomando en cuenta la intersección dinámica suelo-estructura y la inercia rotacional de la cubierta. La solución difiere de la presentada en la ref. 20 principalmente en que se introducirán dos grados de libertad adicionales al tomar en cuenta la masa y el momento de inercia de la losa de cimentación. Los parámetros del suelo de cimentación son: $\rho = 0.112$ ton seg^2/m^3 , $\nu = 0.5$ y $G = 166$ ton/m². Utilizando las expresiones propuestas se obtiene: $K_u = 2097$ ton/m, $C_u = 67.80$ ton seg/m , $K_\phi = 8040$ ton m, $C_\phi = 40.86$ ton seg/m , $K_r = 0.34$ ton seg^2/m e $I_1 = 4.57$ ton seg^2/m . Los parámetros de la estructura son²⁰: distancia del centro de



| |
|---|
| $L = 4.19$ m |
| $L' = 4.80$ m |
| $I = 13.86$ ton seg ² /m |
| $W = 20.45$ ton |
| $m = 2.08$ ton seg ² /m |
| $W' = 43.6$ ton |
| $M_0 = 2.2$ ton seg ² /m |
| $I_0 = 3.03$ ton seg ² /m |
| $I_A = 1.065 \times 10^8$ m ⁴ |
| $k = 1266$ ton/m |
| $k_r = 7410$ ton m/rad |
| $\theta = 0.358$ rad/m |
| $\delta = 2.08$ m |
| $\rho = 0.112$ ton seg ² /m ³ |
| $\nu = 0.5$ |
| $G = 166$ ton/m ² |
| $K_H = 2097$ ton/m |
| $C_H = 67.80$ ton seg/m |
| $K_C = 8040$ ton m |
| $C_C = 40.86$ ton seg/m |

FIG. 6. Cascarón utilizado para ejemplo (Después de R. McLean)

gravedad de la cubierta a la base de la columna, $L = 4.19$ m; distancia de dicho centro a la base de la cimentación, $L' = 4.80$ m; momento de inercia de la masa de la cubierta respecto al eje de cabeceo, $I_m = 13.86$ ton seg²/m; peso de la cubierta, $W = 20.45$ ton; masa de la cubierta, $m = 2.08$ ton seg²/m; peso de la estructura, $W' = 43.6$ ton; momento de inercia centroidal principal de la sección transversal de la columna, $I_A = 1.065 \times 10^8$ m⁴; rigidez por traslación de la columna, $k = 1266$ ton/m; rigidez por flexión de la columna, $k_r = 7410$ ton m/rad; rotación al nivel del centro de gravedad, debida a una fuerza horizontal de valor k , $\theta = 0.358$ rad/m; desplazamiento lateral del centro de gravedad debido a un momento de valor k , aplicado en dicho punto, $\delta = 2.08$ m; $M_0 = 2.2$ ton seg²/m; $I_0 = 3.03$ ton seg²/m. (Para la obtención de k , k_r , θ y δ véase la ref. 20.)

Para el cálculo de los modos y frecuencias de vibración, se empleó una extensión del método propuesto en ref. 20. La extensión consiste en tomar en cuenta los dos grados de libertad adicionales debidos a la masa y a la inercia de la losa de cimentación. La solución se llevó a cabo mediante una tabulación, en la cual x es el desplazamiento del centro de gravedad, α su rotación, x_0 el desplazamiento de la cimentación, α_0 su giro; x_1 y α_1 desplazamiento y rotación del centro de gravedad debido a la flexibilidad de la columna y x_2 es el desplazamiento de dicho centro debido a la rotación de la cimentación como cuerpo rígido.

Después de varios ciclos se llegó a $\omega_1 = 9.07$ rad/seg. $T_1 = 2\pi/\omega_1 = 0.692$ seg. $\bar{X}_1^T =$ vector modal traspuesto = $[4.36 \ 1 \ 0.39 \ 0.64]$.

Para el cálculo del segundo modo, utilizando los conceptos antes mencionados se obtuvo

$$\omega_2 = 25.3 \text{ rad/seg. } T_2 = 0.248 \text{ seg.}$$

$$\bar{X}_2^T = [1.26 \quad -1 \quad 3.73 \quad -0.26]$$

La respuesta sísmica se calculó tomando en cuenta solamente los dos primeros modos. La manera de introducir los modos restantes es obvia, mas cabe suponer que el efecto de estos será despreciable.

La respuesta sísmica se obtuvo utilizando el espectro de respuesta propuesto en el Reglamento del Distrito Federal²¹ para la zona de alta compresibilidad. Dicho espectro lleva implícito un amortiguamiento total de la estructura. En el caso particular considerado el porcentaje de amortiguamiento se encuentra comprendido entre 2 por ciento correspondiente a la estructura y 34 por ciento obtenido como si esta fuese un cuerpo rígido y el amortiguador tuviese la constante C_{11} .

Los coeficientes de participación para la respuesta sísmica²² son

$$r_n = \frac{\bar{X}_n^T M \bar{T}}{\bar{X}_n^T M \bar{X}_n}$$

en la que \bar{T} es un vector que representa los desplazamientos estáticos de cada grado de libertad de la estructura inducidos por un desplazamiento estático unitario de la base.

En nuestro caso,

$$\bar{T}^T = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

La respuesta máxima en cada uno de los modos será^{23, 24}

$$\bar{R}_n = \left\{ \begin{array}{l} V_{n1} \\ M_{n1} \\ V_{n2} \\ M_{n2} \end{array} \right\} = r_n M \bar{X}_n A_n$$

donde \bar{R}_n es el vector de las respuestas en el modo n ésimo cuyas componentes son la fuerza y el momento en la cubierta, V_{n1} y M_{n1} respectivamente y la fuerza y el momento en la losa de cimentación, V_{n2} y M_{n2} respectivamente y A_n es la ordenada del espectro de aceleraciones afectada del coeficiente sísmico correspondiente²⁵. En nuestro caso dicho coeficiente vale 0.15.

Los resultados obtenidos fueron

$$\bar{R}_1^T = [1.995 \text{ ton} \quad 3.049 \text{ ton m} \quad 1.792 \text{ ton} \quad 1.084 \text{ ton m}]$$

$$\bar{R}_2^T = [0.548 \text{ ton} \quad -2.897 \text{ ton m} \quad 1.980 \text{ ton} \quad -0.418 \text{ ton m}]$$

La respuesta total se obtiene utilizando el criterio propuesto en la ref. 22, según el cual

$$V_G = \sqrt{V_{G1}^2 + V_{G2}^2}, \quad M_G = \sqrt{M_{G1}^2 + M_{G2}^2}, \text{ etc.}$$

Los resultados son

$$V_G = 2.30 \text{ ton}, \quad M_G = 4.21 \text{ ton m},$$

$$V_b = 2.67 \text{ ton}, \quad M_b = 1.16 \text{ ton m}$$

En la fig. 7a se resumen los resultados y se comparan con los de la fig. 7b obtenidos en la ref. 20. Se observa que las respuestas son muy parecidas y es seguro que al tomar en cuenta los dos modos faltantes la respuesta del caso (a) será un poco mayor.

Los resultados de este ejemplo, en el que se consideraron masas y momentos de inercia virtuales, difieren poco de los obtenidos en la ref. 20 en la cual no se tomaron en cuenta dichos parámetros. Esto se debe a que la gran flexibilidad de la estructura juega un papel importante en la respuesta. Es fácil imaginar casos en los cuales ello no sucede.

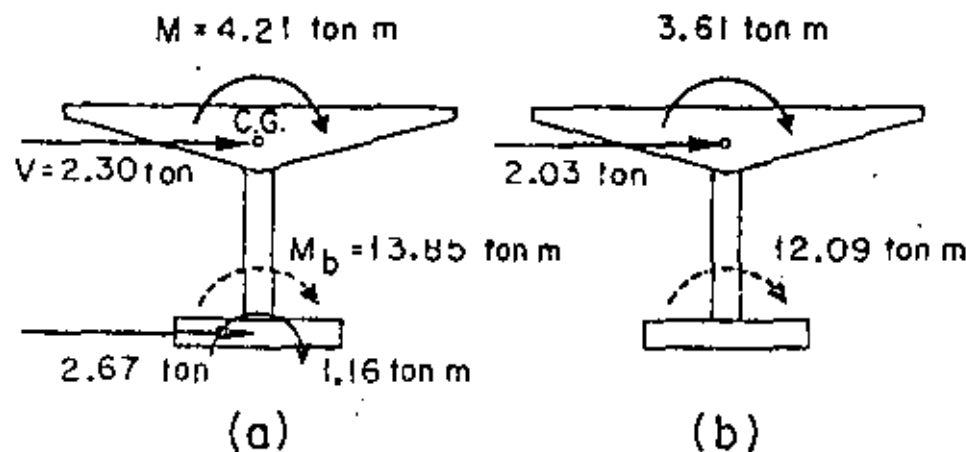


FIG. 7. Comparación de las respuestas sísmicas. a) Incluyendo masa virtual del suelo. b) Despreciando la masa virtual del suelo.

REFERENCIAS

1. Nieto, J. A. y Resténdiz, D., "Interacción dinámica entre subsuelo y estructura: una revisión del problema", Primer Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Guadalajara (1965).
2. Reissner, E., "Stationäre, Antisymmetrische durch eine Schüttelnde Masse Erregte Schwingungen eines Homogenen Elastischen Halbraumes", Ingenieur-Archiv., 7 (1936), 381-396.
3. Sung, T. Y., "Vibrations on semi-infinite solids due to periodic surface loading", Symp. on Dynamic Testing of Soils, ASTM Special Technical Publication No. 156 (1953), 35-63.
4. Arnold, R. N., Bycroft, G. N. y Warburton, G. B., "Forced vibrations of a body on an infinite elastic solid", Journ. of Appl. Mechs., 22, 3 (sep. 1955), 391-400.
5. Richart, F. E. Jr., "Foundation vibrations", Trans. ASCE, 127, Part. 1 (1962), 863-925.
6. Chue, Y. S., "Dynamic pressure distribution at the base of a rigid footing subjected to vibratory loads", Tesis doctoral, Univ. de Michigan (1964).
7. Lyamer, J., "Vertical motion of rigid footings", Tesis doctoral, Univ. de Michigan (1965).
8. Crockett, J. H. A. y Hammond, R. E. R., "The natural oscillation of ground and industrial foundations", Memorias del 2o. Congr. Internac. de Mec. de Suelos e Ingeniería de Cementos., 3 (1948), 88-93.
9. Merritt, R. G. y Hausner, G. M., "Effect of foundation compliance on earthquake stresses in multistory buildings", Bull. Seism. Soc. of Amer., 44, 4 (oct. 1954), 551-570.
10. Thomson, W. T., "A survey of the coupled ground-building vibration", Memorias del 2o. Congr. Mundial de Ing. Sism., Japón (1960), 2, 833-847.
11. Lyson, D. y Newmark, N. M., "Effect of structure and foundation interaction", Journal E. M. Div. ASCE, 87, EMS (oct. 1961), 1-32.
12. Fleming, J. P., Screwvala, P. N. y Kundner, R. L., "Foundation-structure interaction under earthquake motion", Memorias del 3er. Congr. Mundial de Ing. Sism., Nueva Zelandia (1965), Tema 1, Trabajo 1/5/9.
13. Balakrishna Rao, H. A., "A simplified method for computing resonant frequency of square footings", Proc. Memorias del 2o. Simp. de Ing. Sism., Poowee, India (1962).
14. Newmark, N. M. y Rosenblueth, E., "Earthquake Engineering", a ser publicado por Prentice-Hall, Inc.
15. Kobori, T., "Dynamical response of rectangular foundation on an elastic space", Proc. Japan Natl. Symp. on Earthquake Engr. (1962), 81-86.
16. Newmark, N. M., "Influence charts for computation of vertical displacements in elastic foundations", Univ. de Illinois, Engineering Experiment Station, Bulletin No. 367, 44, 45 (nov. 1947).
17. Cerruti, V., Roma, Acc. Lincei, Mem. Fis. Mat. (1882) (ver también E. H. Love, "A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity", Dover Publications 244-243).
18. Barkan, D. D., "Dynamics of Bases and Foundations", McGraw-Hill Book Company, Inc. (1962).
19. Olagaray, C., "Integración de las soluciones de Boussinesq y Cerruti en una región rectangular", Manuscrito inédito, Inst. de Ing., UNAM (1965).
20. Rascón, O. A., "Efectos sísmicos en estructuras en forma de péndulo invertido", Memorias del 1er. Congr. Nacional de Ing. Sism., Guadalajara, México (1965).
21. Rosenblueth, E. y Esteve, L., "Folleto complementario. Diseño sísmico de edificios", Ediciones Ingeniería, México (1962).
22. Rosenblueth, E., "Some applications of probability theory in seismic design", Memorias del 1er. Congr. Mundial de Ing. Sism., Berkeley, Cal. (1956).



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

TRANSMISION DE FUERZA CONTANTE A TRAVES
DE LAS LOSAS DE ENTREPISO

M. en C. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

AGOSTO, 1979

TRASMISION DE FUERZA CORTANTE A TRAVES
DE LAS LOSAS DE ENTREPISO

Enrique del Valle C.

En cualquier nivel de un edificio aparecerán, bajo el efecto de un sismo, fuerzas de inercia de las distintas masas concentradas en él, que serán equilibradas por fuerzas internas en los elementos resistentes a fuerza lateral, marcos o muros en general.

Las fuerzas de inercia serán transmitidas a los elementos resistentes a través de las losas, lo que generará esfuerzos cortantes en éstas, que pueden ser suficientemente altos para hacerlas fallar si no tienen la capacidad suficiente.

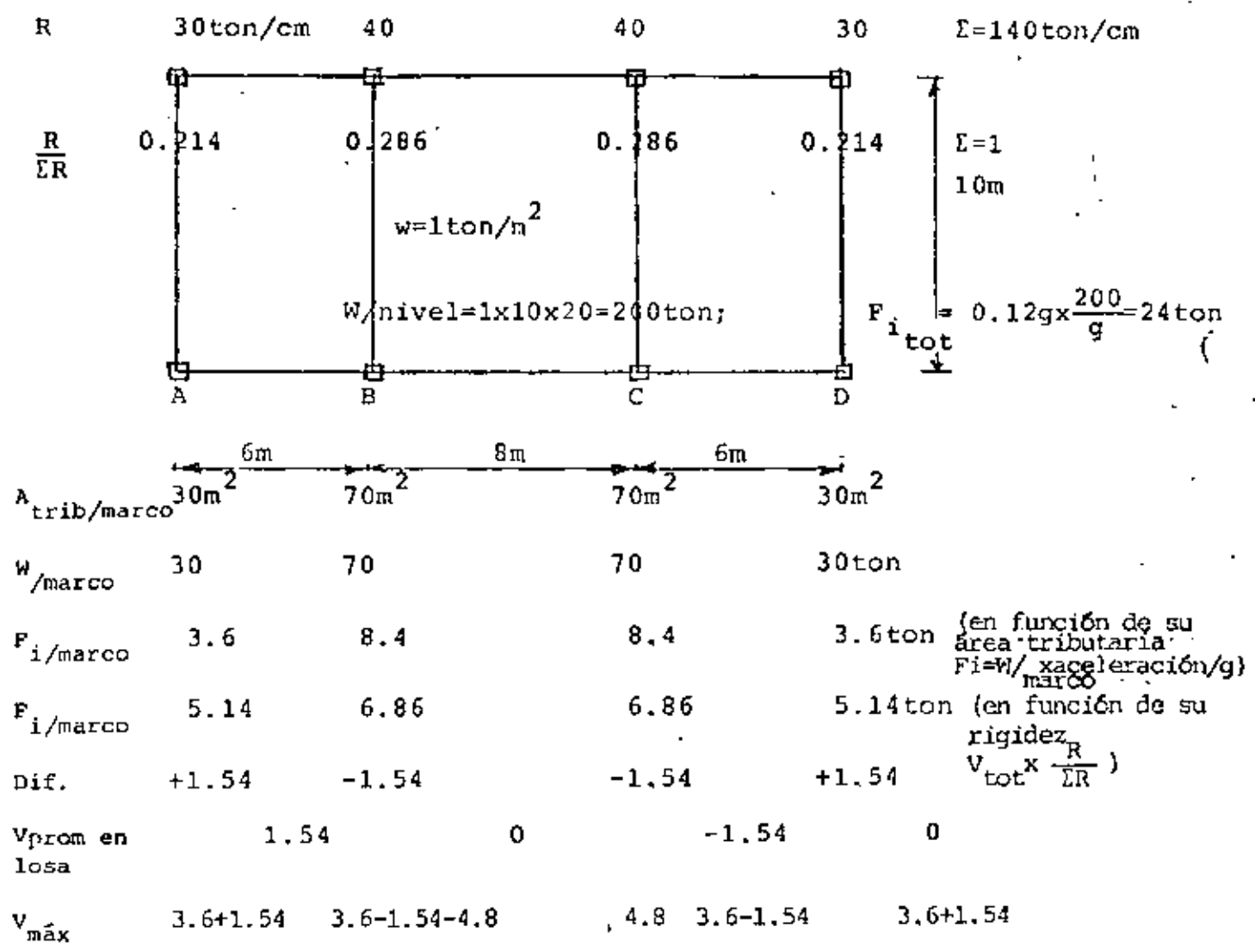
La repartición de la fuerza cortante total en cada entrepiso se hace en función de la rigidez (o pseudo-rigidez) de los distintos elementos resistentes.

Por otro lado, asociada a cada uno de estos elementos resistentes habrá un área tributaria que dará lugar a una cierta fuerza de inercia, que no necesariamente será igual a la fuerza que está absorbiendo ese elemento resistente en función de su rigidez. La diferencia entre esas fuerzas de inercia y las fuerzas que toman los elementos resistentes en función de su rigidez son, entonces, las que deben transmitir las losas.

En consecuencia, entre más uniformemente repartida esté la rigidez, en relación con las masas, menor será la fuerza que debe pasar a través de las losas, y entre más concentrada esté la rigidez en unos cuantos elementos, mayor será la fuerza que debe pasar a través de ellas. Esto es más común cuando la estructura está constituida por muros o por marcos y muros.



Para fijar ideas, supóngase un cierto nivel de un edificio en que la masa está repartida uniformemente y los marcos tienen las rigideces indicadas. Supóngase también que en ese nivel en particular, la aceleración es de $0.12g^*$; por lo que las fuerzas de inercia, totales y por cada marco en función de su área tributaria son las indicadas en la figura siguiente:



* (Calculada de acuerdo con el Reglamento, en la misma forma que para apéndices).



Obsérvese que en este caso los marcos de orilla, A y D tienen una rigidez tal que ayudan a los marcos centrales B y C puesto que toman fuerzas mayores a las que les corresponden por su área tributaria mientras que los centrales, por su rigidez, toman fuerzas menores que las correspondientes a su área tributaria.

Si en vez de marcos se tuvieran muros en los ejes A y D, la rigidez de estos ejes, en comparación con la de los marcos anteriores sería mayor seguramente, por lo que tendría que transmitirse una fuerza mayor a través de la losa.

Si los marcos interiores no tuvieran rigidez (por estar articuladas las trabes en sus extremos, por ejemplo) la fuerza que debía transmitirse a través de la losa sería de 8.4ton, correspondiente a la fuerza de inercia de esos marcos centrales que no tienen capacidad para tomarla y que se deben transmitir a los ejes extremos donde hay elementos resistentes, sumada a la fuerza de 3.6 ton, correspondiente a la inercia de la losa situada a la derecha o izquierda de los elementos resistentes correspondientes, esto es, la losa funcionaría entonces como una viga horizontal apoyada en sus extremos, sujeta a una fuerza de inercia uniformemente repartida de 1.2ton/m y la cortante en el contacto de la losa con el muro sería de 12 ton, que multiplicada por un factor de carga de 1.1 daría $V_{\text{diseño}} = 1.1 \times 12 = 13.2 \text{ ton}$.

Si la losa es de 10cm de espesor, el área sería de $0.1 \times 10 = 1 \text{ m}^2 = 10000 \text{ cm}^2$; la capacidad del concreto podría calcularse con la expresión $V_R = 0.85 F_R \sqrt{f_c} A$; que es la que se emplea para calcular la capacidad a fuerza cortante de muros sometidos a fuerza horizontal.

Suponiendo $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$, $f^* = 0.8 \times 200 = 160 \text{ kg/cm}^2$ y tomando $F_R = 0.80$:

$$V_R = 0.80 \times 0.85 \sqrt{160} \times 10,000 = 86013 \text{ kg} = 86 \text{ ton} \gg 13.2 \text{ ton}$$

\therefore no se requiere refuerzo adicional.

Si la losa fuera aligerada con capa de compresión muy delgada, podría haber problemas de capacidad de carga lateral.

En ocasiones no se dispone del ancho total pues puede haber aberturas para escaleras, elevadores, etc., y el área disponible se reduce considerablemente, lo que obliga, en ocasiones a reforzar la losa con varillas diagonales para tomar más eficientemente las fuerzas cortantes, siendo necesario en otras, aumentar el espesor de la losa para poder alojar el refuerzo necesario y reducir su cuantía.

También puede ocurrir que por cambios en la rigidez de los elementos resistentes al pasar de uno a otro entrepiso, la losa tenga que absorber parte de la fuerza cortante de los niveles superiores que haya que pasar, de un marco a otro al cambiar de nivel.

Supongamos, por ejemplo, que en el caso anterior, la rigidez de los marcos extremos al llegar a planta baja decreciera considerablemente y los marcos interiores tuvieran que tomar casi la totalidad de la fuerza cortante. Entonces, la cortante que tomaban los marcos extremos hasta el primer entrepiso, debería pasar, a través de la losa, a los marcos centrales. Esto sería una condición bastante crítica, y probablemente la capacidad de 86ton calculada anteriormente no fuera suficiente por lo que habría que reforzar la losa.

.

.

.

.

.

.

.



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de Ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

INFILLED FRAMES IN ASEISMIC CONSTRUCCION

DR. VITELMO V. BERTERO

AGOSTO, 1979.



INFILLED FRAMES IN ASEISMIC CONSTRUCTION

by

Richard E. Klingner^I and Vitelmo V. Bertero^{II}

SYNOPSIS

Results obtained in the experimental phase of an investigation of the effects of engineered masonry infill panels on the seismic hysteretic behavior of R/C frames are presented and evaluated. This experimental phase consists of quasi-static cyclic load tests on a series of 1/3-scale model subassemblages of the lower three stories of an 11-story, 3-bay frame with infills in the two outer bays. Emphasis is placed on simulation of the proper force and displacement boundary conditions, and on the reinforcing details required to attain ductile frame action. The engineered infilled frames offered several advantages over comparable bare frames, particularly with respect to their performance under strong ground motions.

INTRODUCTION

Analyses of building damage from strong earthquakes reveal many instances in which the presence of masonry infills has adversely affected the seismic resistance of R/C multistory structures. Some of these effects may be explained in the light of previous research. Experimental investigators^(1,2) have concluded that in the elastic range, infill panels act essentially as equivalent diagonal compression struts, stiffening the bounding frame. In the inelastic range, distributed infill cracking produces considerable energy dissipation through friction.⁽³⁾ Several investigations have shown that the usual failure mode of a bare frame may be significantly affected by the presence of infilling. Early studies by Benjamin and Williams⁽⁴⁾ have indicated that after the onset of panel cracking, the ultimate lateral resistance of the infilled frame depends on the resistance of the columns to flexure, compression, and the shear induced by the action of the equivalent compression strut. Fiorato et al.⁽⁵⁾ found that after panel cracking, a five-story, single-bay infilled frame model behaved as a knee-braced frame. Kahn⁽⁶⁾ has recently observed that the action of the infill on the bounding frame increased the tendency for the frame members to fail in shear.

OBJECTIVES AND SCOPE. - After a comprehensive review of the literature,⁽⁷⁾ integrated experimental and analytical studies were planned to investigate the hysteretic behavior of specially designed infilled frames under actions similar to those expected under severe earthquake ground motions. The study reported herein is concerned only with the results obtained in a first series of tests of frame models under quasi-static loads simulating the principal effects of severe seismic excitations. A bare frame was first tested to obtain its mechanical behavior; all other tests were carried out on infilled frames. The frames and infill panels were designed according to the following guidelines: (1) to maximize energy dissipation through distributed infill cracking, closely-spaced horizontal and vertical reinforcement was adopted; and (2) to minimize the possibility of brittle frame failure which could result from panel failure, the frames were specially reinforced against

^IGraduate Student, University of California, Berkeley.

^{II}Professor of Civil Engineering, University of California, Berkeley.

shear, and the thickness of the infill was based on the column shear resistance.

DESCRIPTION OF TEST SPECIMENS

PROTOTYPE SUBASSEMBLAGE. - An eleven-story apartment building having plan dimensions of 18.3 m by 61.0 m was selected as the prototype. Each story had a height of 2.74 m. The structural system consisted of R/C moment-resisting space frames supporting a two-way slab floor system. Other details may be found in Ref. 8. Although the preliminary design of a transverse frame (Fig. 1) was carried out using the seismic design provisions of the 1970 UBC and the 1971 ACI Code, the final proportioning and detailing of the frame members to resist strong earthquakes were done using Newmark's standard inelastic response spectra⁽⁹⁾ and accepted principles of inelastic analysis and limit state design for high rotational ductility. To increase the lateral stiffness of the frame, it was decided to infill the two outer bays with 15-cm thick panels. In accordance with the capacity of the available testing facility, it was decided to test models of the lower three stories of this transverse end frame. Geometric and structural symmetry about the frame centerline suggested a realistic simulation of actual boundary conditions using a model of a prototype subassembly 1-1/2 bays wide and 3-1/2 stories high (Figs. 1 and 2). It is believed that the lack of symmetry in the inelastic range due to the effect of axial forces in the infilled frames, and the effect of gravity forces in the coupling girders, are of secondary importance.

MODEL SUBASSEMBLAGES. - The prototype subassembly was modeled to 1/3-scale. To facilitate loading and instrumentation, the models were tested in a horizontal position. As shown in Fig. 2, the loads and/or deformations to the specimens were applied by hydraulic actuators which form part of a servo-hydraulic system specially designed for this type of test.⁽¹⁰⁾ This system permits any selected ratio to be maintained between the axial forces (simulating the effect of gravity loads and overturning moment), and the lateral force. The model was extensively instrumented; while all the transducer output was read at discrete intervals using a low-speed scanner, some data were monitored continuously.

The results presented herein correspond to tests carried out on the following models: (1) a bare frame (test #1); (2) this same frame, infilled with clay blocks after test #1; (3) a virgin frame, infilled with clay blocks; and (4) a virgin frame, infilled with concrete blocks. Each frame model was cast in the horizontal position using a single pour. All frames were identical. The sizes and detailing of the main members of the frame (Fig. 2) are given in Fig. 3. The main reinforcement for these members consisted of steel bars conforming to ASTM Designation A-615-68 Grade 60 (422,000 KPa). The strength of the concrete was about 27,000 KPa. After casting, the frames were rotated to a vertical position and infilled with hollow-core blocks, and were grouted one story at a time by the "high-lift" technique. Infills were approximately 5 cm thick, reinforced horizontally and vertically every 10 cm by deformed #2 bars ($f_y = 422,000$ KPa) spliced to dowels anchored in the frame members. Prism tests showed the compressive strength of both types of infill to be about 24,700 KPa.

TEST RESULTS

BARE FRAME TEST. - After the application of simulated gravity loads using the axial jacks (Fig. 2), this frame was subjected to the first few cycles

of the history of lateral load (and the associated overturning moment) shown in Fig. 4. Figure 6 shows the resulting tip displacement as a function of the lateral load. Failure occurred through the formation of a sideways mechanism, at a maximum lateral load which agreed very well with that predicted by a collapse analysis using individual member resistances and a failure mechanism consistent with the observed damage. The seismic resistance of the bare frame was significantly affected by its lateral flexibility and consequent susceptibility to P- Δ effects.

INFILLED FRAME TESTS. - The loading program and lateral load-deflection curves for the three infilled models are shown in Figs. 4, 5, 7, 8 and 9. The general failure sequence was similar for all three frames: initial cracking patterns in each panel were consistent with the principal tensile stress orientations predicted by deep beam theory. After the formation of cracks along the boundary between the frame and infills, the assemblage behaved essentially as a frame braced by equivalent diagonal compression struts. Spalling occurred at those frame regions subjected to critical combinations of axial load, moment, and infill-induced shear. Reduced frame member stiffness at these regions resulted in increasing local inelastic deformations. Eventually, the number of such regions increased sufficiently to produce a sideways mechanism (shown schematically in Figs. 7-9), whose lateral resistance was controlled by the strength of these inelastic regions as well as the residual infill resistance. Repeated cycles of reversals produced an increased amount of pinching in the load deflection curve, characteristics of shear-degrading structures, and the strength of the sub-assemblages asymptotically approached that of the corresponding bare frame mechanism. As may be seen from Figs. 7-9, although all three infilled frame models exhibited a decrease in strength following the initial drop in panel resistance, this decrease was gradual. All models exhibited excellent energy dissipation characteristics, even at tip deflections greater than ± 10 cm., corresponding to average story drifts in excess of 0.03. As an index of the efficiency of these different systems against a major earthquake, Fig. 10 shows, for each specimen tested, the energy dissipated per complete cycle. When the results presented in Fig. 10 as well as those of Figs. 6-9 are compared, it is clear that with respect both to the stiffness at service levels and to the maximum energy absorption and dissipation capacity, tremendous gains were effected by infilling the frames. In all cases, it was possible to achieve distributed infill cracking and high energy dissipation and to minimize brittle shear failure.

CONCLUSIONS

Infilled frames designed and constructed in accordance with the guidelines mentioned in the introduction have several advantages over comparable bare frames, particularly if they may be subjected to severe ground motions:

(1) Owing to the increased stiffness (500%) and strength (from 60 kN to 280 kN) provided by infills, behavior is greatly improved under service loads, moderate ground shaking, and even under the largest expected overload of standard live loads. The increase in strength and energy absorption and dissipation capacities achieved by the addition of engineered infills is so large that it far exceeds the detrimental effects of possible increases in inertial forces due to increased stiffness. Architectural damage due to interstory drifts is reduced.

(2) For severe ground motions demanding elastic base shears in excess

of that corresponding to the bare frame collapse load, the stiffness provided by infills significantly reduces the influence of P-Δ effects on seismic response. Local panel failures occurred at tip deflections of at least 1.3 cm (average story drifts of 0.004). Prior to this, infilled frame damage was restricted to cracks less than 1.6 mm in width.

(3) For extreme ground motions demanding average story drifts in excess of 0.02, the engineered infilled frame is superior to the bare frame with respect to energy dissipation and resistance to incremental collapse. A bare frame dissipates energy primarily through large inelastic rotations at hinge regions near beam-column connections. Strain-hardening at these regions often results in anchorage deterioration at beam-column connections. The consequent loss of connection stiffness increases the danger of incremental collapse of the bare frame. However, in the engineered infilled frame, the panels dissipate very large amounts of energy through hysteretic behavior (gradual degradation of their high initial stiffness and strength). Because of this, the danger of incremental collapse is reduced. Gradual panel degradation is achieved by closely-spaced infill reinforcement, and by frame details providing high rotational ductility and cyclic shear resistance.

ACKNOWLEDGEMENTS

This study was supported financially by the National Science Foundation under Grant No. AEN 73-07732 A02, subproject O-21997. Thanks are due to Mr. W. L. Dickey, Consulting Structural Engineer of the Masonry Institute of America, for his assistance throughout the testing program.

REFERENCES

1. Polyakov, S. V., "Masonry in Framed Buildings," Moscow, 1957 (English translation).
2. Stafford Smith, Bryan, "Lateral Stiffness of Infilled Frames," Journal of the Structural Division, ASCE, Dec. 1972.
3. Esteve, Luis, "Behavior under Alternating Loads of Masonry Diaphragms Framed by Reinforced Concrete Members," Proc. Int. Symp. on the Effects of Repeated Loading... (RILEM), Vol. V, Mexico City, 1966.
4. Benjamin, Jack R. and Williams, Harry A., "The Behavior of One-story Brick Shear Walls," Journal of the Structural Division, ASCE, July 1958.
5. Fiorato, A. E., et al., "An Investigation of the Interaction of Reinforced Concrete Frames with Masonry Filler Walls," Univ. of Illinois, Nov. 1970.
6. Kahn, Lawrence F., "Reinforced Concrete Infilled Shear Walls for Aseismic Strengthening," Univ. of Michigan, 1976.
7. Klingner, Richard, "Infilled Frames in Aseismic Construction, Ph.D. thesis in preparation, Univ. of California, Berkeley, 1976.
8. Biggs, John M. and Grace, Peter H., "Seismic Response of Buildings Designed by Code for Different Earthquake Intensities," MIT Structures Publication No. 358, Jan. 1973.
9. Newmark, N. M. and Hall, W. J., "Procedures and Criteria for Earthquake Resistant Design," Bldg. Sci. Ser. 46, NBS, Feb. 1973.
10. Bertero, V. V., et al., "Pseudo-dynamic Testing of Wall Structural Systems," Proc. ASCE-EMD Specialty Conf., Univ. of California, Los Angeles, March 1976.

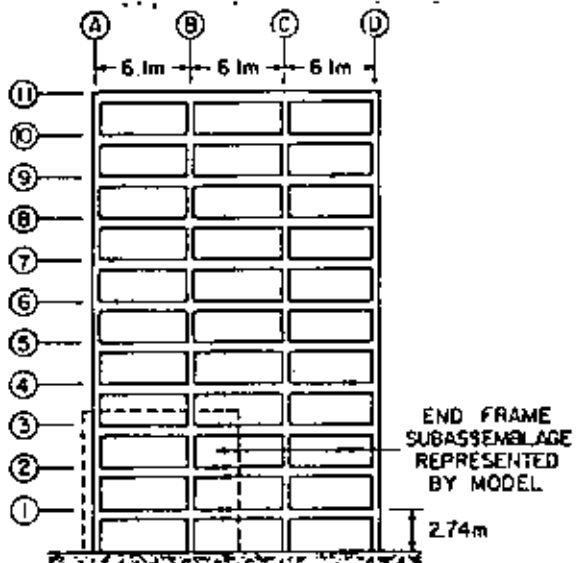


FIG. 1 END FRAME ELEVATION - PROTOTYPE

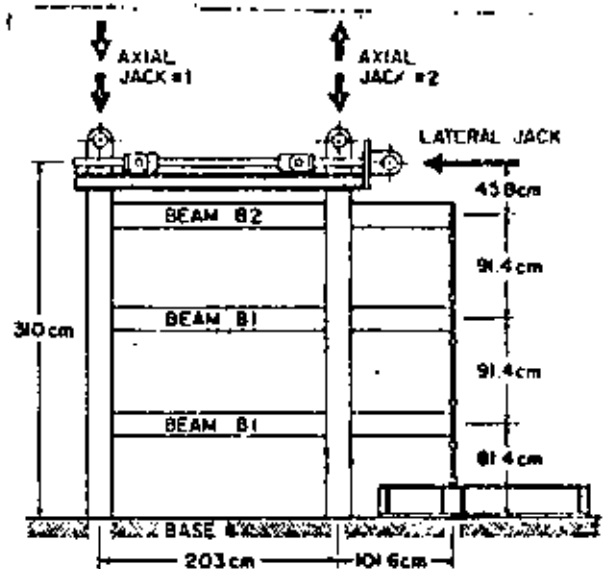
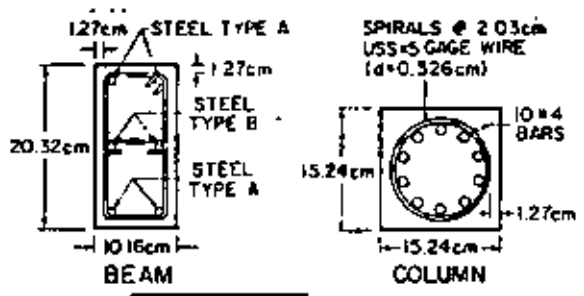


FIG. 2 TEST SPECIMEN AND TESTING ARRANGEMENT



| BEAM TYPE | STEEL TYPE | | TRANSVERSE REINFORCEMENT |
|-----------|------------|-------------------|-------------------------------|
| | A | B | |
| B1 | #3 | #2 DEFORMED | HOOPS AND CROSSIES # 2.34 cm |
| B2 | #3 | USS #11 GAGE WIRE | USS #11 GAGE WIRE (d=0.308cm) |

GRADE 60 STEEL
NOMINAL $f_y = 4220 \frac{kg}{cm^2}$

*REFER TO FIG. 2

FIG. 3 DESIGN DETAILS OF FRAME MEMBERS

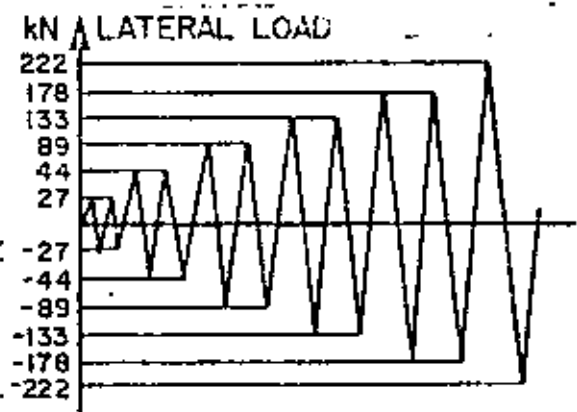


FIG. 4 LOADING PROGRAM - TESTS #1, 2 & 3

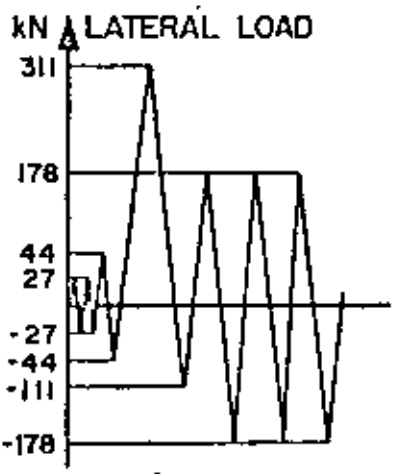


FIG. 5 LOADING PROGRAM - TEST #3

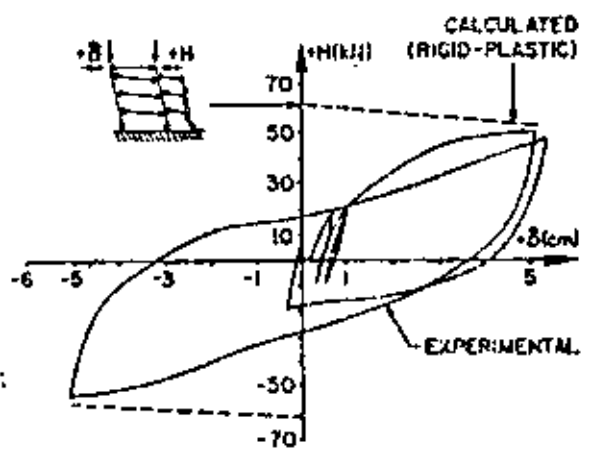


FIG. 6 LATERAL LOAD-DEFLECTION RELATIONSHIP - BARE FRAME

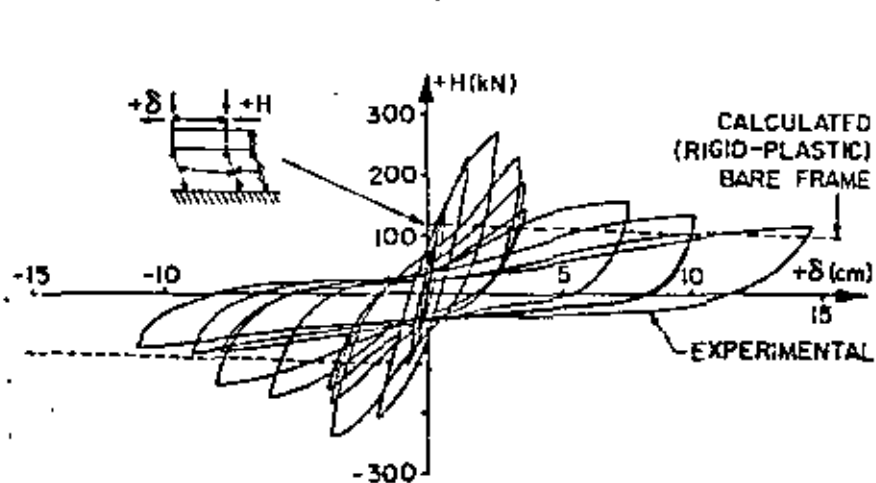


FIG. 7 LATERAL LOAD-DEFLECTION RELATIONSHIP -
INFILLED BARE FRAME

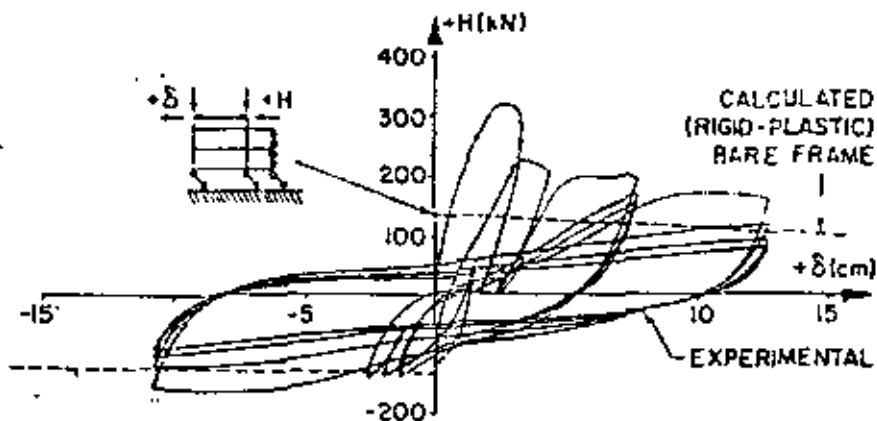


FIG. 8 LATERAL LOAD-DEFLECTION RELATIONSHIP -
VIRGIN FRAME, CLAY INFILL

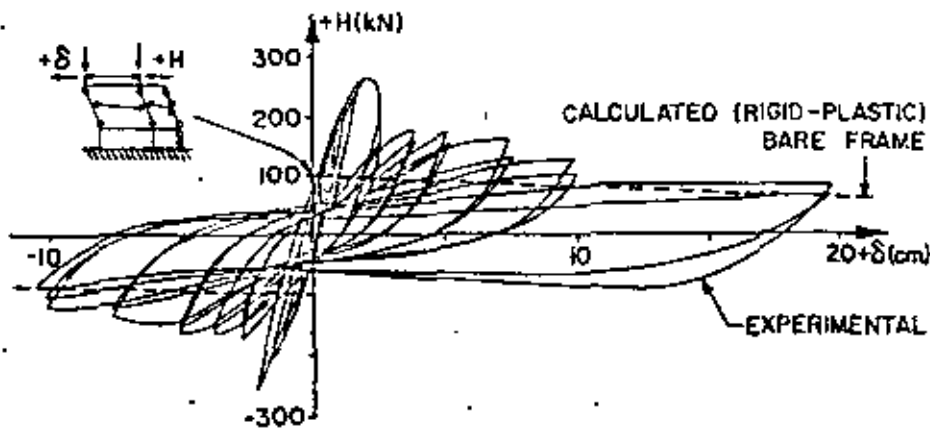


FIG. 9 LATERAL LOAD-DEFLECTION RELATIONSHIP -
VIRGIN FRAME, CONCRETE INFILL

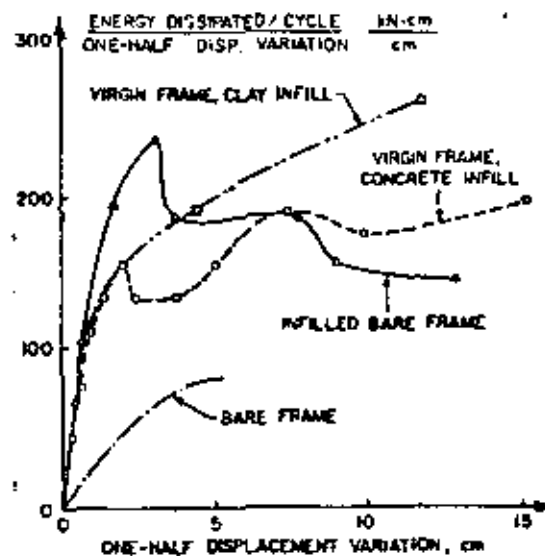


FIG. 10 ENERGY DISSIPATION



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de Ingeniería, unam



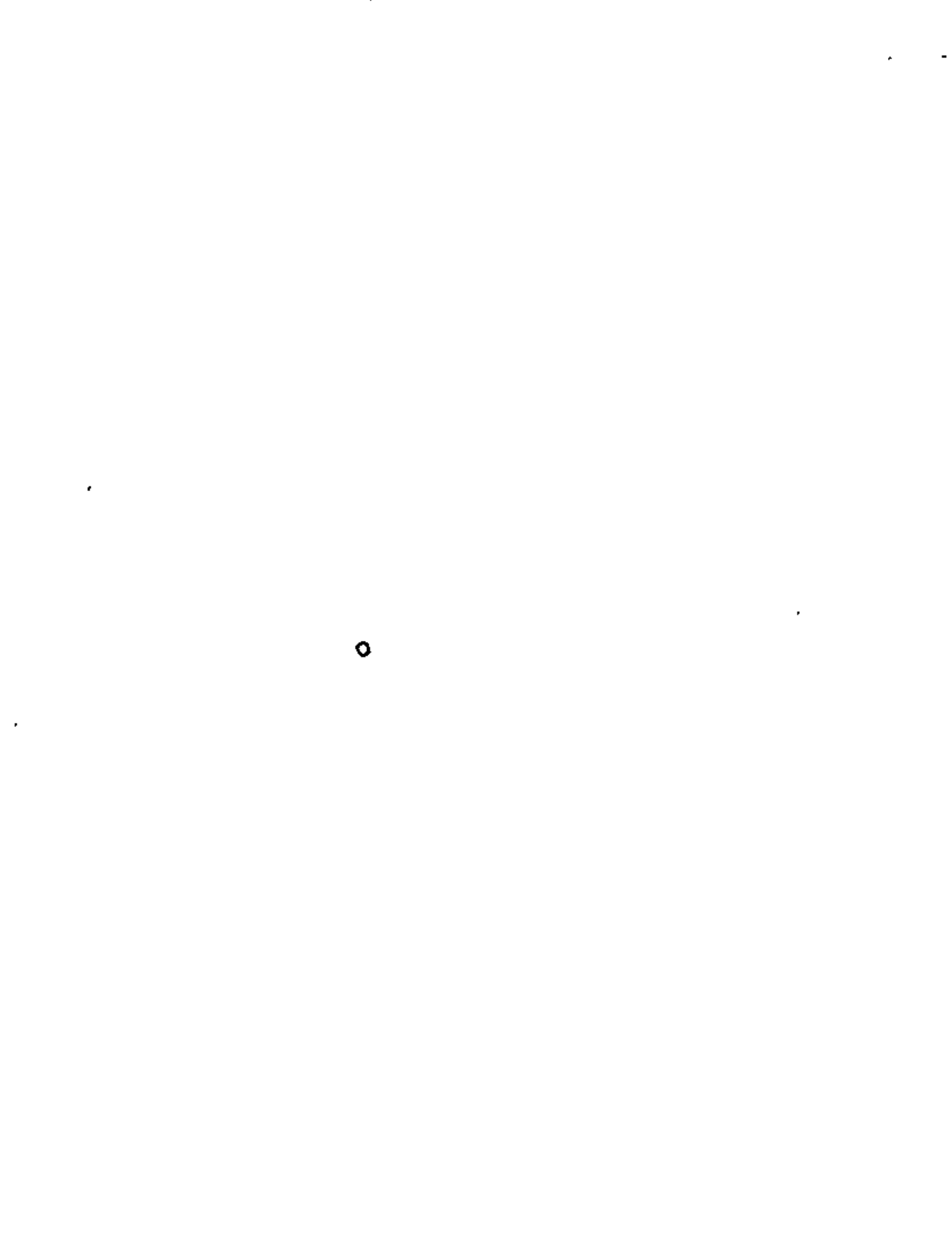
V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

EARTHQUAKE ENGINEERING

DR. VITELMO V. BERTERO

AGOSTO, 1979.



THIRD CANADIAN CONFERENCE

EARTHQUAKE ENGINEERING

TROISIÈME CONFÉRENCE CANADIENNE

SEISMIC SYSTEMS

PROCEEDINGS
VOLUME 2

COMPTES RENDUS
TOME 2

June 4, 5 & 6 June
1979

SELECTION OF AN OPTIMUM MOMENT REDISTRIBUTION IN SEISMIC-RESISTANT DESIGN OF R/C DUCTILE MOMENT RESISTING FRAMES

S.W. Zagajski and V.V. Bertero

SYNOPSIS

The results of a study oriented toward the selection of an optimum moment redistribution in seismic-resistant reinforced concrete frame structures are presented. The paper describes a computer-aided optimum inelastic design procedure developed by the authors for the design of reinforced concrete structures which are expected to experience a severe earthquake ground motion during their service lives. By modifying design constraints the proposed design procedure can be used to affect different inelastic moment redistributions.

Three different inelastic designs of a ten-story three-bay frame are presented. In addition, a design based on the results of elastic analysis and a design based on negative moment redistribution allowed by ACI are discussed. In all designs, seismic design forces are found from an inelastic response spectrum.

A comparison of the five designs indicates that moment redistribution has only a minor effect on required material volume. However, redistribution can have a major effect on inelastic rotation demands in response to earthquake ground motions and can relieve steel congestion at beam-column joints by reducing negative design capacities.

The proposed design procedure is shown to be a versatile tool with which to effect inelastic design. Various moment redistributions may be considered by imposing appropriate design constraints while at the same time satisfying serviceability criteria.

RÉSUMÉ

Les résultats d'une étude orientée vers la sélection d'une redistribution optimale des moments dans les portiques en béton armé résistant au séisme sont présentés. Cette communication décrit une technique de calcul inélastique optimal par ordinateur développée par les auteurs pour calculer les structures en béton armé qui peuvent être sujettes à de sévères séismes durant leur existence. En modifiant les contraintes de calcul, cette technique peut être employée à calculer les différentes redistributions des moments inélastiques.

Trois calculs inélastiques différents d'un portique de dix étages à trois travées sont présentés. De plus, on discute d'un calcul basé sur les résultats d'une analyse élastique et d'un calcul basé sur la redistribution des moments négatifs permise par l'ACI. Dans tous les cas, les forces de séisme sont calculées à partir d'un spectre de comportement inélastique.

Une comparaison des cinq méthodes indique que la redistribution des moments a seulement un effet mineur sur la quantité de matériaux requis. Cependant, elle peut avoir un effet important sur la capacité de rotation inélastique demandée par les mouvements du sol durant le séisme et peut éliminer l'encombrement d'acier dans les assemblages poutre-colonne en réduisant les moments négatifs.

La méthode proposée semble être une technique flexible capable d'effectuer le calcul inélastique. Différentes redistributions des moments peuvent être considérées en imposant les contraintes appropriées tout en satisfaisant les critères de disponibilité technique.

S.W. Zagajski received a Ph.D. from the University of California at Berkeley in 1978. He has coauthored several publications dealing with the inelastic behavior and design of reinforced concrete structures. He recently joined the structures group at Colorado State University in Fort Collins, Colorado.

V.V. Bertero received the degrees of both Master of Science (1955) and Doctor of Science (1957) from the Massachusetts Institute of Technology. Currently, he is Professor of Civil Engineering at the University of California, Berkeley. He is the author or co-author of several papers and reports in the area of Earthquake Engineering.

INTRODUCTION

The accepted general philosophy of seismic-resistant design of buildings other than essential facilities conforms to the principle of comprehensive design (1) in that different design limit states are considered for earthquake ground motions of different severity and frequency of occurrence. Although such a design philosophy is generally accepted as a rational approach to seismic-resistant design, current design methodologies fall short of realizing the objectives of comprehensive design.

For example, consider the design of a building to be constructed near an active fault where a very severe earthquake ground motion is likely to occur during the structure's service life. Although conceptually it is recognized that design is controlled by the ultimate limit states (damageability or collapse), current design practice is typically based on minimum seismic design forces specified by building codes (2) and the results of linear elastic analysis.

The authors believe that structural design should be based on the limit state that controls it. For the above example, since the ultimate limit states are critical, design should be based on an inelastic design procedure which includes moment redistribution in selection of member design forces and takes advantage of the structure's capacity to dissipate energy through large but controllable inelastic deformations.

Some beam moment redistribution is possible following current code stipulations for design of reinforced concrete (R/C) frame structures. Depending on the percentage of member longitudinal reinforcement, the ACI 1977 code (3) allows moment redistribution to a maximum of 20%. The relationship between moment redistribution and steel content is incorporated to ensure that member critical regions (plastic hinge zones) possess sufficient inelastic rotation capacity to attain the assumed redistributions. The ACI limitation on redistribution is believed to be conservative in the case of seismic-resistant R/C frames, however. Design in accordance with present seismic code requirements results in plastic hinge zones characterized by relatively low steel percentages by the presence of significant compression reinforcement and by the

spacing of transverse reinforcement. As a result, such structures should possess sufficient ductility to attain most practical moment redistributions.*

OBJECTIVE AND SCOPE

The principal objective of this paper is to present and discuss the results of a study oriented toward the selection of an optimum moment redistribution as far as the performance of R/C ductile moment-resisting frames (DMRF) during severe earthquake ground motion is concerned. In the investigation various moment redistributions were attained employing a computer-aided optimum inelastic design procedure developed by the authors for seismic-resistant design of R/C frame structures (5). The design procedure is an extension of a procedure developed previously by Bertero and Kamil (6) for steel DMRF.

The essential features of the design procedure proposed in reference (5) are reviewed first. Three inelastic designs of a ten-story three-bay frame obtained employing the procedure are then presented. In these designs different moment redistributions were effected by modifying the design constraints.

Two additional designs are also presented. In the first design (Design I) moment redistribution is not considered, i.e. member design is based on elastic analysis. In the second (Design II) redistribution of negative moments allowed by ACI is considered.

The five designs are compared with respect to required steel and concrete volumes and with respect to inelastic dynamic response to representative earthquake ground motions.

INELASTIC SEISMIC-RESISTANT DESIGN PROCEDURE

The authors have previously proposed a computer-aided iterative design procedure for seismic-resistant multistory frame structures (5). The procedure was developed specifically for DMRF constructed of R/C which are expected to experience a severe earthquake ground motion during their service lives. In the following paragraphs the essential characteristics of the procedure are reviewed. Special emphasis is placed on the optimum design problem within the procedure since the formulation of the objective function and the solution of the resulting optimization problem, which becomes nonlinear, have recently been studied. In addition the different moment redistributions discussed in the paper were obtained by modifying the constraints of the optimization problem. Throughout the discussion, reference is made to the design of a ten-story three-bay frame (Fig. 1).

The design procedure consists of five basic steps which are divided into preliminary and final design phases (Fig. 2). In both phases,

*An upper bound on moment redistribution may be necessary to prevent redistributions which require inelastic rotations greater than typical member rotation capacities. Paulay has suggested a 10% per bound of (4).

optimum inelastic design which minimizes the volume of flexural reinforcement found for each story. A weak girder-strong column design philosophy is followed in both design phases in order to limit column inelastic deformations and to prevent formation of soft stories (partial sway mechanisms). In addition, transitions in strength, stiffness and mass through the height, as well as the plan area of the structure, are made as smooth as possible in order to prevent large concentrated inelastic deformations. The discussion to follow will concentrate on the preliminary design phase.

Preliminary Design Phase

Regardless of how sophisticated the analysis techniques employed in determining member design capacities, the final design will be only as good as the preliminary design used to define seismic forces and to carry out the analysis. In view of this fact the objective of the preliminary design phase is to obtain a preliminary design which is as close as possible to the desired final design. The preliminary phase entails three steps; preliminary analysis, preliminary design, and analysis of the preliminary design. To achieve the stated objective these steps are repeated until the preliminary design is deemed acceptable with respect to established design criteria which reflect the desired characteristics of the final design, and with respect to the dynamic characteristics and ductility factors assumed in evaluating seismic design story shears.

Preliminary analysis—The objective of the first step of the design procedure is to establish design loads and design criteria. On the basis of structure geometry and building function, gravity and wind loads are determined and story masses estimated. Design earthquakes, which are represented by smooth ground motion spectra, are established on the basis of the seismic characteristics of the building site. Ground motion spectra are defined by selected values of effective peak ground acceleration, velocity and displacement (Fig. 3).

Although in previous design examples (5) and in the design examples presented later in this paper only one design earthquake (corresponding to a severe ground motion) has been considered, additional ground motion spectra corresponding to different design limit states (for example the serviceability limit state) can be used.

Based on assumed (or computed if a preliminary design has already been obtained) structure dynamic characteristics, design story shears are obtained from an inelastic response spectrum (Fig. 3) employing a modal analysis technique. In the designs presented the inelastic spectrum is constructed from the ground motion spectrum following a procedure suggested by Newmark (7). Other response spectra can be used when they become available.

The story shears obtained by the modal analysis technique are finally modified to account for the P-Δ effect. Although the use of a modal analysis technique for an inelastic multi-degree of freedom system is in general not correct, it is considered to be a significant improvement over current code seismic force specifications (8).

Preliminary design—Once the gravity and seismic sign forces have been established, the beam and column sizes and flexural reinforcement are found as part of the preliminary design step. Member design is based on the solution of an optimization problem formulated for each story employing the design subassembly in Fig. 4. Imposing a weak girder-strong column design criterion reduces the problem to one of finding beam moment capacities. The optimum design problem may be summarized as follows:

Find the beam design moments

$$M_i > 0 \quad i = 1, N \quad (1a)$$

which minimize the objective function

$$C(M_i) > 0 \quad (1b)$$

and which satisfy the design constraints

$$G_j(M_i) \geq 0 \quad j = 1, NC \quad (1c)$$

where

N = the number of desired design moment capacities and

NC = the number of design constraints.

Three sets of design constraints are imposed. Equilibrium constraints, imposed to ensure a safe design, are derived from the kinematic theorem of simple plastic theory. Serviceability constraints, imposed to protect against yielding and excessive cracking and deformation under service load conditions, are based on the results of elastic analysis for service level loads. Finally a series of practical constraints are imposed to meet code requirements and to obtain a practical design.

Various moment redistributions may be effected by modifying the practical design constraints. In this study three different inelastic designs have been obtained in this way. In Design III the positive moment capacity at a given support section is constrained to be at least one-half the corresponding negative capacity. This requirement is stipulated by ACI (3). In Design IV the positive and negative moment capacities at a given support section are constrained to be equal. In Design V the design moment capacities on either side of an interior column are constrained to be equal. For the subassembly in Fig. 4 the following constraints result:

$$\begin{aligned} \bar{M}_3 &= \bar{M}_4 \\ \bar{M}_3^+ &= \bar{M}_4^+ \end{aligned} \quad (2)$$

The constraints defined by equation 2 eliminate bar curtailment at interior beam-column joints and thus relieve steel congestion in these joints.

It should be noted that all design constraints are linear.

The objective function, which is proportional to the volume of flexural reinforcement, is based on the following approximate relationship between the beam design capacity at section i , M_i , and the corresponding steel area A_{s_i}

$$M_i = A_{s_i} f_y j d \quad (3)$$

where

f_y = nominal steel yield stress

$j d$ = lever arm between the resultant internal tensile and compressive forces.

Separating the contributions of the beam and column reinforcements the objective function may be written as

$$C(M_i) = C_C(M_i) + C_B(M_i) \quad (4)$$

where

$C_C(M_i)$ accounts for the column reinforcement

$C_B(M_i)$ accounts for the beam reinforcement

The column term $C_C(M_i)$ is determined on the basis of the weak girder-strong column design criterion. The sum of the column moments at a beam-column joint are expressed in terms of the desired beam design capacities by considering joint equilibrium. As shown in reference 5, $C_C(M_i)$ is a linear function of M_i .

The beam term $C_B(M_i)$ is based on equation 3. Since M_i is linearly related to A_{s_i} the volume of flexural reinforcement in a given span is proportional to the area under the design moment envelope (Fig. 5). For the k th span

$$[C_B(M_i)]_k = \int_0^{B_1} M_1(x, M_i) dx - \int_{B_2}^L M_2(x, M_i) dx + \int_{B_3}^L M_1(x, M_i) dx + \int_0^{B_4} M_2(x, M_i) dx + \int_{B_3}^{B_4} M_3 dx + xM \cdot (B_2 - B_1) + F_A(M_i) \quad (5)$$

where

$$M_1 = -M_1 + \frac{W L x}{2} + \frac{(M_1 + M_5)x}{L} - \frac{W x^2}{2} \quad i = 1, 5$$

$$M_2 = M_2 + \frac{W L x}{2} + \frac{(M_2 + M_4)x}{L} - \frac{W x^2}{2}$$

$$M_3 = M_3$$

$$W = 1.2 D.L + 1.0 L.L.$$

$$xM = 1/4 \text{ MAX}(M_1, M_4) \cdot x$$

$$B_1 = x @ M_1(x, M_i) = xM$$

$$B_2 = x @ M_2(x, M_i) = xM$$

$$B_3 = x @ M_1(x, M_i) = M_3$$

$$B_4 = x @ M_2(x, M_i) = M_3$$

$F_A(M_i)$ = a linear function in M_i which depends on the development length and column width

The term $C_B(M_i)$ for the entire design subassembly is found by summing $[C_B(M_i)]_k$ for each span.

It should be noted that the negative sign in the first two terms is required because the indicated integration yields a negative area

On examination of equation 5 it is evident that $C_B(M_i)$ is nonlinear. Consequently, a nonlinear solution technique is required to solve the optimum design problem. Before discussing the technique, some comments on the form of $C_B(M_i)$ are made.

The authors believe that an accurate measure of the volume of flexural reinforcement requires consideration of realistic steel detailing, such as bar development lengths and bar curtailment. It is felt that the function defined by equation (5) provides an adequate representation of these details. In addition the function is differentiable, an essential characteristic of functions defining a nonlinear optimization problem since nonlinear solution techniques depend on gradients of these functions.

The nonlinear solution technique employed to solve the optimization problem described above is the cutting plane method (9). This technique applies linear programming through a sequence of local linearizations to obtain the minimum of a convex function of real variables subject to convex constraints. In the method it is assumed that the constraints confine the solution to a bounded set. The discussion which follows is limited to linear constraints.

In the cutting plane method the optimization problem defined by equation (1) is replaced by the equivalent problem of minimizing a variable, Z subject to constraints

$$Z \geq C(M_i) \quad (6)$$

*Based on ACI A.5.3 which requires at least one-fourth of the negative reinforcement be continuous throughout the top of the member.

$$g_{ij} M_j \geq b_j \quad (7)$$

where

- g_{ij} = coefficient of the i^{th} design variable in the j^{th} constraint (since the constraints are linear g_{ij} is a constant)
- b_j = a constant defining the j^{th} design constraint

In the solution of this problem the nonlinear constraint defined by equation (6) is linearized by the Taylor series approximation. Details of the solution algorithm as applied to the optimum design problem presented here may be found in reference 10.

It should be noted that initiation of the cutting plane method requires an initial or starting design vector which satisfies the design constraints. The starting vector used in this study is based on the results of elastic analyses.

The beam design moment capacities found by solving the three inelastic optimum design problems described above are summarized in Table 1. Beam design capacities found on the basis of elastic analysis (Design I) and capacities found from elastic analysis considering code allowed moment redistribution (Design II) are also shown.

In Design II the magnitude of redistribution, MR, was controlled by the ACI expression

$$MR = 20 \left(1 - \frac{\rho - \rho'}{\rho_b} \right) \quad (8)$$

where

- ρ - is the tension reinforcement ratio (A_s/bd)
- ρ' - is the compression reinforcement ratio (A'_s/bd) and
- ρ_b - is the reinforcement ratio corresponding to simultaneous steel yielding and concrete failure ($\epsilon_{\text{max}} = 0.003$)

Moment redistribution defined by equation (8) was applied independently to each span of the design subassemblage in Fig. 4.

A comparison of the beam design capacities presented in Table 1 indicate the following:

1. Negative design capacities in the exterior span from floor level 8 to level 2 in designs III and V are equal to elastic design moments. This is attributed to the form of the objective function which tends to put less weight on negative design capacities than on positive design capacities (Fig. 5). Consequently, negative design moments tend toward their upper bound, the ordinate of the ultimate load elastic moment envelope.

2. Negative design capacities decrease in the interior span for all inelastic designs. The largest reductions occur in Design IV. For example at floor level 2 the negative moment for the interior span decreased from an elastic value of 1248 kN-m to 813 kN-m, a redistribution of approximately 35%. The reduction in negative moment capacity in the interior span is attributed to the fact that the interior span length is longer than that in the exterior span. Consequently the objective function places greater weight on the design capacities associated with the interior span than on those associated with the exterior span.

3. A comparison of Designs I, III and V indicate that the inelastic design procedure results in a significant reduction in positive moment capacities at sections 1 and 4. This is attributed to the character of the objective function which as indicated previously places a larger weight on positive design capacities than on negative capacities. As a result the positive capacities at sections 1 and 4 tend toward their minimum value, one-half the corresponding negative capacity.

One attractive feature of the inelastic optimum design procedure is that it provides the designer with a versatile tool to affect moment redistribution. By specifying appropriate design constraints a designer may obtain almost any desired redistribution. For example if the 35% redistribution found for Design IV is considered too high a new constraint could be added to limit the redistribution to the desired magnitude.

Once the inelastic optimum design problem has been solved for the beam design moment capacities, beam and column sizes and flexural reinforcement are found with the aid of a digital computer. The beam sizes and flexural reinforcement required to resist the optimum beam design moments, modified to account for column slenderness effects and code capacity reduction factors, are found first. Column design forces are then determined on the basis of the weak girder-strong column design criterion and gravity load conditions and the column cross sections and reinforcement are found.

Automated member design is considered an attractive feature of the design procedure. The computer relieves the designer of a tedious and time consuming computational chore, thus freeing him/her to act creatively in the design process. In addition, this computational tool allows the designer to generate, in a relatively short period of time, several alternative designs which can be used as guidelines for the final design.

Preliminary design results are summarized in Tables 2 and 3. The inelastic design results were obtained after two iterations.

Beam and column sizes are given in Table 2. In determining member sizes the following design constraints were imposed.

- (a) Beam and column sizes (except for the first story columns) were constrained to be the same for at least two stories.

(b) In order to achieve a smooth transition in stiffness through the frame height the increment in beam and column depth was set at 40 mm.

(c) Selection of column size was constrained by the criterion that the axial load be less than the balanced failure load.

The last constraint caused column size to be controlled by axial load. Since the design axial loads were essentially the same for all designs one set of column sizes was obtained.

Two different sets of beam sizes resulted. The beam depths in Designs II and IV were 40 mm smaller than those in Designs I, III and V because of a reduction in negative design capacities caused by moment redistribution.

Table 3 summarizes the concrete and steel volumes for the five designs. The steel volumes presented in Table 3 were computed on the basis of equation (5) and provide only a qualitative measure of the required steel.

The variation of steel volume between the various designs is small, the maximum difference being 5% between Designs I and II.

Although moment redistribution has only a minor effect on required steel volume, it can reduce negative design capacities (Designs II and IV) thus decreasing beam sizes and relieving steel congestion at beam-column joints. In addition reduced negative design capacities typically result in larger positive capacities. The resulting increase in compression steel associated with negative design sections (Table 4) will typically increase the inelastic deformation capacity.

It should be noted that formulation of the optimization problem requires the results of elastic analysis. Consequently an initial or starting design is required. Various methods to determine a starting design are presented in reference 5. Typically member sizes found on the basis of the optimization solution are different than those used in the formulation of the design problem. As a result the preliminary design step is repeated until the member sizes before and after optimization are the same.

Analysis of the preliminary design--Once a preliminary design has been obtained, a series of elastic and inelastic analyses are carried out in order to determine the acceptability of the design. Elastic analysis are carried out to determine dynamic characteristics which are compared to those assumed in evaluating seismic design forces. In addition, response under service load conditions is evaluated.

Inelastic static analyses are carried out to determine the structure's strength and to reveal apparent weaknesses in the design which would be indicated by large localized inelastic deformations or significant column yielding.

Final! series of nonlinear time history analyses are carried

out to evaluate the structure's response to representative earthquake ground motions. Response envelopes are examined to determine what the indicated inelastic deformations are acceptable with respect to established story drift limitations and with respect to expected deformation capacity.

On the basis of the data generated by these analyses the design determines the acceptability of the preliminary design. If the design is considered acceptable, the final design phase is entered, if not the three steps defining the preliminary design phase are repeated. Important analytical results for the five designs defined above are reviewed in the following paragraphs.

Results of elastic frequency analyses indicate that the effect of the different beam sizes on frame dynamic characteristics was small. For example the first mode period, T_1 , of Design I was 1.08 sec and that of Design II, 1.13 sec. The analytical model used to determine includes an approximation of the stiffness associated with the floor slab (11).

The nonlinear static behavior of Designs I thru IV is illustrated in Fig. 6. The behavior of Design V is essentially the same as that of Design III.

In the nonlinear static analysis each frame was subjected to dead gravity loads and a monotonically increasing seismic base shear which was distributed through the height of the frame according to the lateral force pattern obtained from modal analysis. The effect of T_1 on seismic design forces was considered in Designs III-V. Consequently, the design base shear for Design IV is smaller than that for Designs II and V. However, since the beam design capacities in Design II were obtained by applying code allowed moment redistribution to the results of elastic analysis for Design I, the design base shear for Designs I and II were the same.

Significant overstrength is evident in all designs ranging from 45% for Design III to 56% for the elastic design. Two factors contribute to the overstrength. First the final beam strengths were larger than required because of capacity reduction factors and slender member amplification factors. Second the frame did not transform into a mechanism simultaneously as assumed in evaluation of design forces. Instead, hinge formation was gradual.

A comparison of behavior indicates that, as the reduction in relative design capacity associated with moment redistribution increases (in Design I there was no reduction and in Design IV the reduction is a maximum), the departure from the elastic loading curve is more gradual. This reflects the earlier yielding of negative moment section designs with reduced negative design capacities.

The nonlinear dynamic response to the El Centro (EC) N.S. component and Derived Pacoima Dam (DPD) ground motions is summarized in Figs. 7-10. In both ground motions the peak ground acceleration was 0.4g.

A comparison of story displacement and story drift envelopes (Figs. 7-8) indicates only minor differences in behavior among the various designs. For example, the roof displacement in Designs I and IV differed by less than 10% in response to the Pacoima ground motion. However, although the maximum ground accelerations of the two acceleration records were the same, a significant difference in response is evident. Story displacements and story drifts for the DPD ground motion were approximately three times those for the EC motion. This demonstrates the need to consider all possible ground motions at a given site and also all characteristics of these ground motions (not just peak ground acceleration) when selecting a design earthquake (12).

The effect of moment redistribution on local inelastic behavior is illustrated in Figs. 9 and 10. Accumulated beam plastic rotations, $\theta_{p,ACC}$, defined as the absolute sum of all plastic rotations at a given section, are presented for both exterior and interior spans.

A comparison of $\theta_{p,ACC}$ data for the various designs indicates that the designs obtained employing the proposed inelastic design procedure (Designs III-V) require larger inelastic deformation capacities than the designs based on ACI (3) design provisions (Designs I and II). Design IV in which the reduction in negative design capacities was a maximum experienced the most significant inelastic behavior. For example using Design I as a benchmark the maximum $\theta_{p,ACC}$ for the exterior span increased by more than 20% in response to DPD (0.044 to 0.053) and by nearly 40% in response to EC (0.020 to 0.029).

The larger inelastic deformation demands for Designs III, IV and V reflect an essential difference between the code allowed redistribution and the moment redistribution obtained employing the proposed inelastic design procedure. Moment redistribution in Design II was obtained on the basis of elastic moment envelopes which were constructed by considering specified load combinations (5). These load combinations reflect the effect of partial loading.*

The design moment at a given section is the critical value (minimum for negative design capacity, maximum for positive design capacity) found considering all load combinations. Consequently the positive and negative design capacities at a given section do not in general correspond to the same loading condition. For example at a typical support section in a lower story, the negative design capacity is based on the load combination

$$U = 1.2D + 1.0L + 1.0E \quad (9)$$

where

- D = dead load
- L = live load
- E = seismic load

*The effect of pattern or checkerboard loading has not been considered. However, the ratio of live load to dead load is small (0.19) and the effect of pattern loading should be minimal.

while the corresponding positive capacity is based on

$$U = 0.8D - 1.0E \quad (10)$$

This is in contrast to the proposed design procedure in which r distribution is obtained through an optimization technique. Equilibrium is incorporated into the procedure by imposing a series of constraints formulated on the basis of simple plastic theory. For each possible failure mechanism of the selected design subassembly a constraint of the form

$$\theta_{ij} M_j \geq \omega_i \quad (11)$$

where

M_j = design capacity at section j

θ_{ij} = virtual plastic hinge rotation at section j in the i th failure mechanism

ω_i = virtual work done by external forces in the i th mechanism

is imposed. The external work term is based on full factored loads since this represents the most critical case, and the effect of partial loading on member design forces is accounted for by moment redistribution.

The effect of these different design models on moment redistribution is illustrated by the design moment capacities presented in Table 1. If the sum of design capacities at a given story is used as a norm to compare the various designs, it is evident that the sum for Designs III-V is smaller than that for Designs I and II. The smaller values for the optimum inelastic designs reflect the redistribution which accounts for partial loading and explains why these designs experienced larger inelastic deformation demands.

Final Design Phase

The objective of the final design phase is to arrive at the optimal solution to the seismic design problem. Seismic design forces are determined utilizing characteristics of the structure found in the preliminary design phase. These forces are then used in conjunction with a more sophisticated subassembly to formulate the optimization problem from which the final design is obtained. Once a design has been obtained, a series of analyses is carried out to check the overall reliability of the design and to provide guidelines for detailing to ensure ductile behavior.

The final design subassembly is shown in Fig. 11. In this subassembly, the column mid-height inflection point assumed in the preliminary design (Fig. 4) has been eliminated. In addition, more design parameters are involved than in the preliminary design subassembly, which should provide a more uniform distribution of moment capacities.

The optimum inelastic design procedure proposed by the authors provides the designer with a versatile tool to effect inelastic design. Various moment redistributions may be considered by imposing appropriate design constraints while at the same time satisfying serviceability criteria.

The design model employed by the optimum inelastic design procedure is more realistic with respect to moment redistribution than that recommended by ACI (1977). Design capacities in the proposed procedure are based on strength criteria at ultimate load conditions. The effects of partial loading are accounted for by moment redistribution. This is in contrast to the ACI 'inelastic' design capacities which are determined from elastic moment envelopes constructed on the basis of load combinations which do not occur at the same time.

It is felt that for seismic resistant R/C ductile frames an optimum moment redistribution should reduce negative design capacities. Although an objective function proportional to the volume of flexural reinforcement typically results in redistributions contrary to this optimum, the results for design IV demonstrate that a reduction in negative design capacities may be effected within the context of the optimum inelastic design procedure.

A comparison of inelastic rotation demands indicates that designs found employing the proposed inelastic design procedure (Designs III-V) typically require larger deformation capacities than designs based on elastic moment envelopes (Designs I and II). The comparatively large deformation demands for Design IV, which experienced the largest reduction in negative design capacities, suggests imposing a practical design constraint which would limit the amount of moment redistribution. The merits of such a constraint, as well as new constraints formulated to optimize moment redistribution with respect to seismic inelastic deformation demands, should be investigated.

ACKNOWLEDGEMENTS

The financial support of the National Science Foundation is gratefully acknowledged.

REFERENCES

- Bertero, V.V. and Bresler, B., "Failure Criteria (Limit States)," Panel Position paper on Design and Engineering Decisions, Proceedings of the Sixth World Conference on Earthquake Engineering, Vol. 1, New Delhi, India, January 1977.
- Uniform Building Code Standards, 1976 Edition, International Conference of Building Officials, Whittier, CA, 1976.
- Building Code Requirements for Reinforced Concrete (ACI 318-77) American Concrete Institute, Detroit, MI, 1977.
- Paulay, T., "Capacity Design of Reinforced Concrete Ductile Frames," Proceedings of Earthquake Resistant Reinforced Concrete Building Construction Workshop, July 11-15, 1977, Berkeley, CA, Vol. II pp. 1043-1075.
- Zagajski, S.W., Bertero, V.V., "Computer Aided Seismic-Resistant Design of Ductile R/C Frames," Report No. UCB/EERC-77/16, Earth Engineering Research Center, University of California at Berkeley December 1977.
- Bertero, V.V. and Kamil, H., "Nonlinear Seismic Design of Multistory Frames," Canadian Journal of Civil Engineering, Vol. 2, N December 1975, pp. 494-516.
- Newmark, N.M., "Seismic Design Criteria for Structures and Facilities, Trans-Alaska Pipeline System," U.S. Conference on Earthquake Engineering, Ann Arbor, MI, 1976, pp. 95-103.
- Applied Technology Council, "An Evaluation of a Response Spectral Approach to Seismic Design of Buildings," A Study Report for the Center for Building Technology, Institute of Applied Technology, National Bureau of Standards, Washington, D.C., September 1974.
- Wolfe, P., "Accelerating the Cutting Plane Method for Nonlinear Programming," Journal of Society of Industrial Applied Mathematics Vol. 9, No. 3, September 1961, pp. 481-488.
- Zagajski, S.W., Bertero, V.V., "Optimum Inelastic Design of Seismic Resistant R/C Frame Structures," Earthquake Engineering Research Center Report to be published.
- Malik, L.E. and Bertero, V.V., "Contribution of Floor Systems to Dynamic Characteristics of Reinforced Concrete Buildings," Report No. EERC 76-30, Earthquake Engineering Research Center, University of California at Berkeley, December 1976.
- Bertero, V.V., "Establishment of Design Earthquakes--Evaluation Present Methods," Proceedings of International Symposium on Earthquake Structural Engineering, St. Louis, August 19-21, 1976, pp. 551-580.

TABLE 1 Beam Design Capacities

| Floor Level | Section | DESIGN (Negative/Positive)* | | | | |
|-------------|---------|-----------------------------|-----------|-----------|-----------|----------|
| | | I | II | III | IV | V** |
| Roof | 1 | 245/123 | 209/105 | 289/289 | 246/246 | 289/289 |
| | 3 | 326/163 | 277/139 | 289/289 | 246/246 | 371/289 |
| | 4 | 538/269 | 456/229 | 371/289 | 370/370 | - |
| 10 | 1 | 519/246 | 418/209 | 519/289 | 462/462 | 519/289 |
| | 3 | 459/229 | 388/213 | 392/289 | 325/325 | 480/289 |
| | 4 | 710/355 | 604/302 | 477/289 | 468/468 | - |
| 9 | 1 | 662/337 | 533/362 | 662/337 | 587/587 | 662/337 |
| | 3 | 613/344 | 506/392 | 528/337 | 426/426 | 636/337 |
| | 4 | 871/435 | 740/370 | 675/337 | 567/567 | - |
| 8 | 1 | 755/389 | 604/462 | 755/377 | 662/662 | 755/377 |
| | 3 | 691/433 | 564/502 | 688/321 | 472/472 | 712/436 |
| | 4 | 938/469 | 792/442 | 723/362 | 604/604 | - |
| 7 | 1 | 851/476 | 678/573 | 851/426 | 745/745 | 851/462 |
| | 3 | 802/524 | 632/616 | 802/581 | 530/530 | 802/401 |
| | 4 | 1041/520 | 872/562 | 800/400 | 666/666 | - |
| 6 | 1 | 900/523 | 720/625 | 900/450 | 780/780 | 900/500 |
| | 3 | 848/570 | 672/670 | 848/632 | 554/554 | 848/564 |
| | 4 | 1064/532 | 889/593 | 929/464 | 676/676 | - |
| 5 | 1 | 996/619 | 806/720 | 996/498 | 865/865 | 996/533 |
| | 3 | 946/662 | 770/770 | 946/700 | 621/621 | 946/616 |
| | 4 | 1158/639 | 962/702 | 1008/504 | 737/737 | - |
| 4 | 1 | 1044/681 | 852/792 | 1044/522 | 904/904 | 1044/624 |
| | 3 | 1013/715 | 820/820 | 1013/892 | 720/720 | 1013/689 |
| | 4 | 1178/639 | 977/729 | 1067/534 | 748/748 | - |
| 3 | 1 | 1164/801 | 962/918 | 1164/623 | 1011/1011 | 1164/672 |
| | 3 | 1143/826 | 942/942 | 1143/902 | 814/814 | 1143/718 |
| | 4 | 1271/723 | 1049/833 | 1149/575 | 809/809 | - |
| 2 | 1 | 1178/902 | 1005/1005 | 1178/589 | 1011/1011 | 1178/715 |
| | 3 | 1263/886 | 1080/986 | 1263/1112 | 956/956 | 1263/804 |
| | 4 | 1291/754 | 1063/872 | 1255/628 | 813/813 | - |

* Units are kN-m

** $M_1 = M_2$

TABLE 2 Member Sizes

| Story | Column Sizes (mm) | | Beam Sizes (mm) | |
|-------|-------------------|----------|------------------|-----------------|
| | Exterior | Interior | Designs I, II, V | Designs III, IV |
| Roof | 520 | 680 | 400 x 800 | 380 x 760 |
| 10 | 560 | 720 | 400 x 800 | 380 x 760 |
| 9 | 560 | 720 | 420 x 840 | 400 x 800 |
| 8 | 600 | 760 | 420 x 840 | 400 x 800 |
| 7 | 600 | 760 | 440 x 880 | 420 x 840 |
| 6 | 640 | 800 | 440 x 880 | 420 x 840 |
| 5 | 640 | 800 | 460 x 920 | 440 x 880 |
| 4 | 680 | 840 | 460 x 920 | 440 x 880 |
| 3 | 680 | 840 | 480 x 960 | 460 x 920 |
| 2 | 720 | 880 | 480 x 960 | 460 x 920 |

NOTE: columns are square

TABLE 3 Material Volumes

| Design | Steel Volume (m ³) | Concrete Volume (m ³) |
|--------|--------------------------------|-----------------------------------|
| I | 2.35 | 153 |
| II | 2.23 | 146 |
| III | 2.26 | 153 |
| IV | 2.31 | 146 |
| V | 2.27 | 153 |

TABLE 4 Beam Reinforcement Floor Level 3*

| Design | Section | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| | 3 | | 4 | | 4 | |
| | negative | positive | negative | positive | negative | positive |
| I | 10 | 7 | 10 | 7 | 11 | 6 |
| II | 8 | 8 | 8 | 8 | 9 | 7 |
| III | 10 | 5 | 9 | 7 | 9 | 4 |
| IV | 9 | 8 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| V | 10 | 5 | 9 | 5 | 9 | 5 |

* number in Table is number of #8 bars

DESIGN LOADS (kN/m²)

WIND LOAD: 1.20
 GRAVITY LOADS: D.L. L.L.
 ROOF 7.43 .96
 TYPICAL FLOOR 6.95 2.40

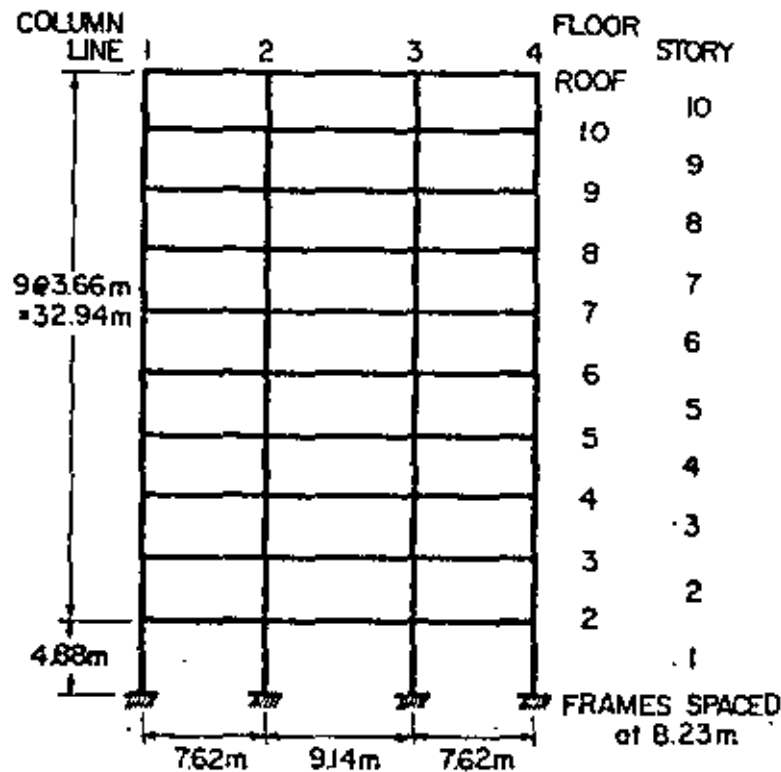
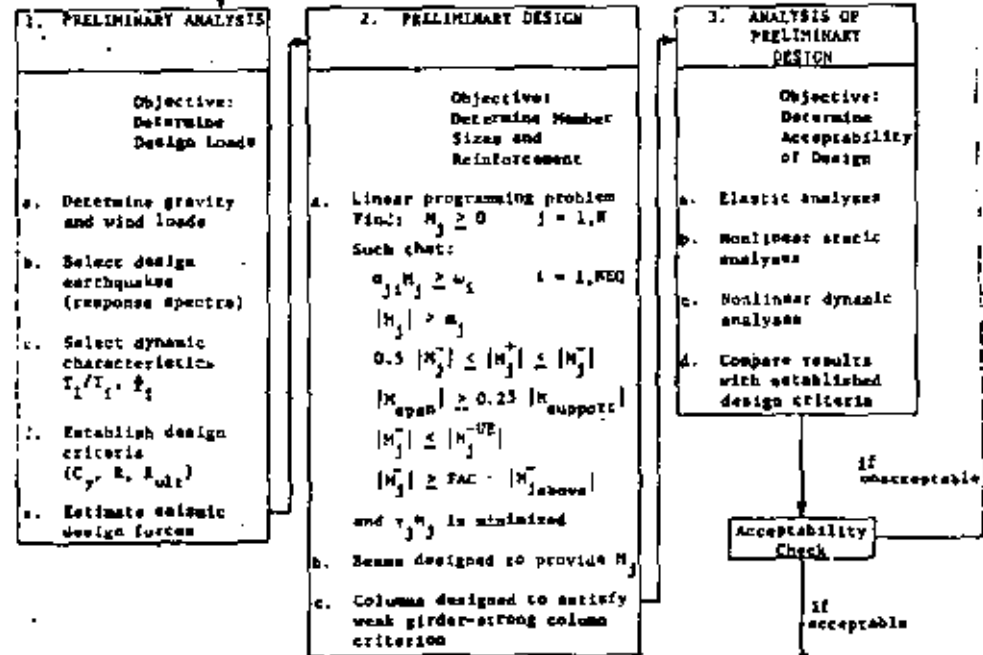


FIG. 1 DESIGN EXAMPLE

PRELIMINARY DESIGN PHASE



FINAL DESIGN PHASE

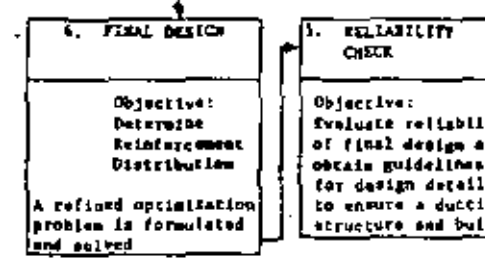


FIG. 2 FLOW CHART OF DESIGN PROCEDURE

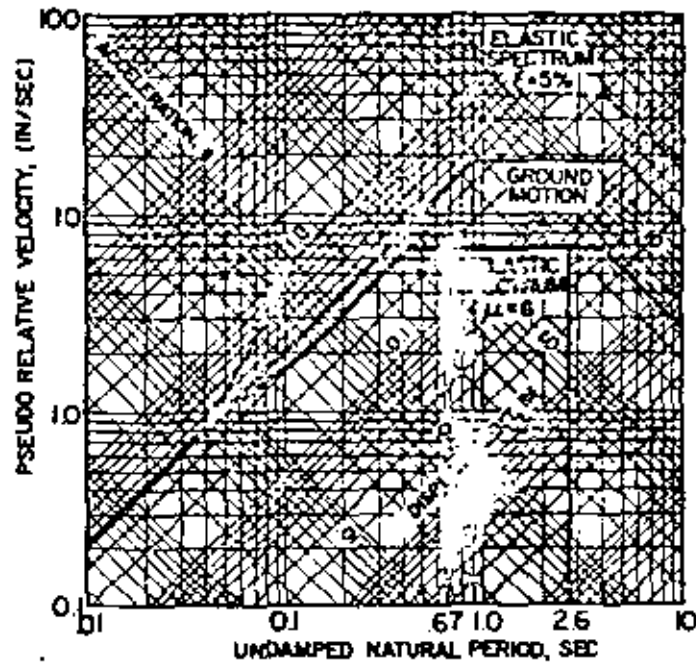


FIG. 3 DESIGN SPECTRA (1 in. = 25.4 mm)

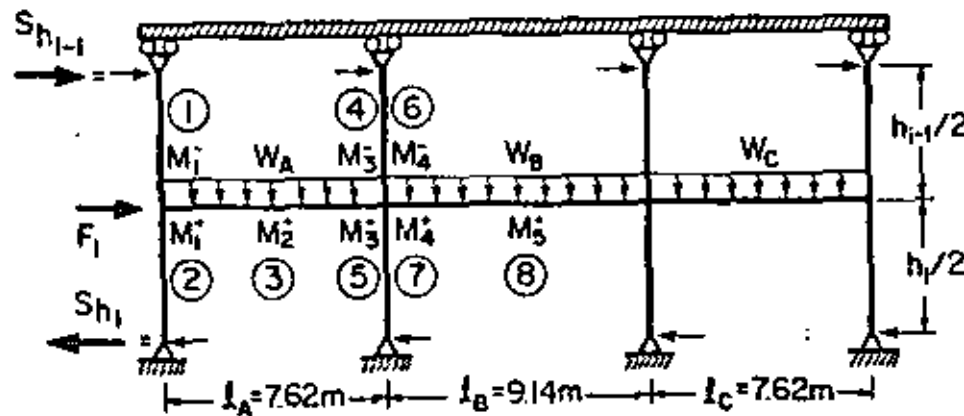


FIG. 4 SUBASSEMBLY FOR PRELIMINARY DESIGN

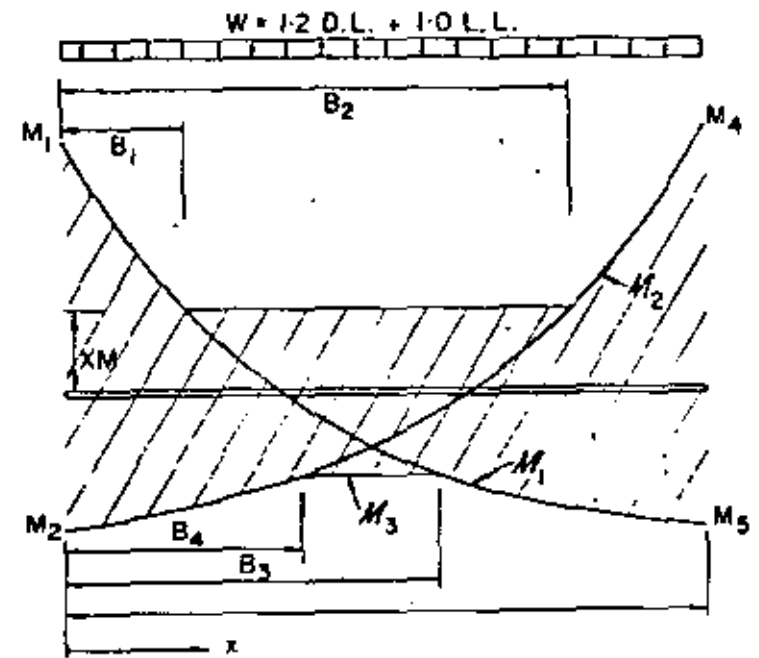


FIG. 5 TYPICAL DESIGN MOMENT ENVELOPE

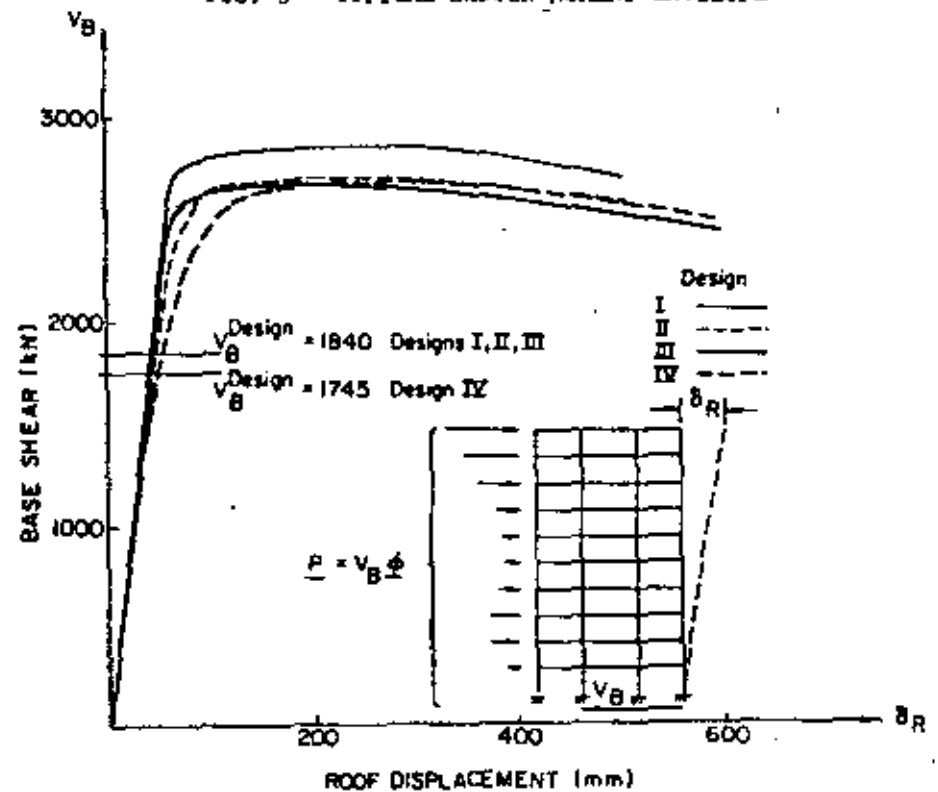


FIG. 6 NONLINEAR STATIC BEHAVIOR

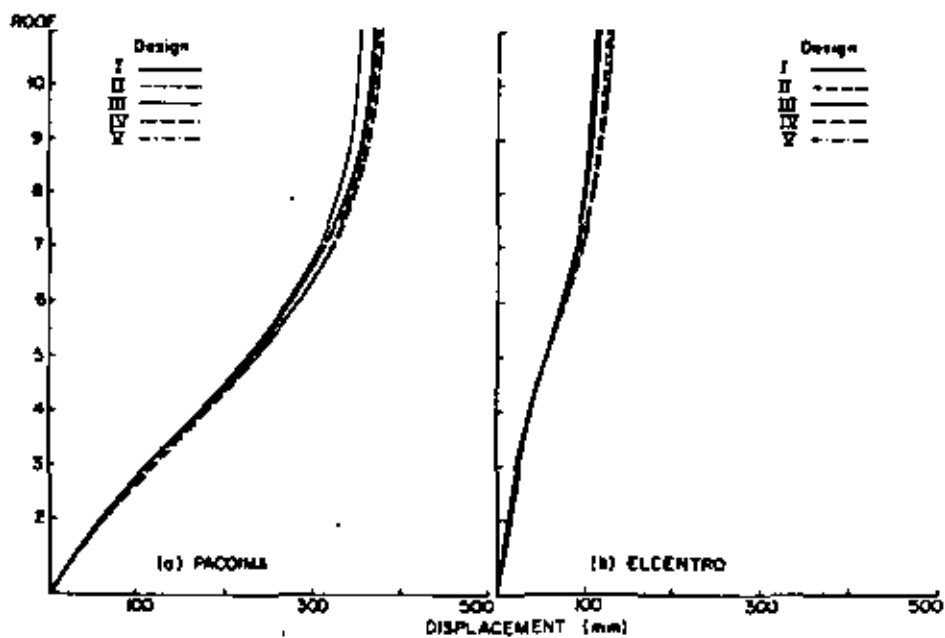


FIG. 7 STORY DISPLACEMENT ENVELOPES

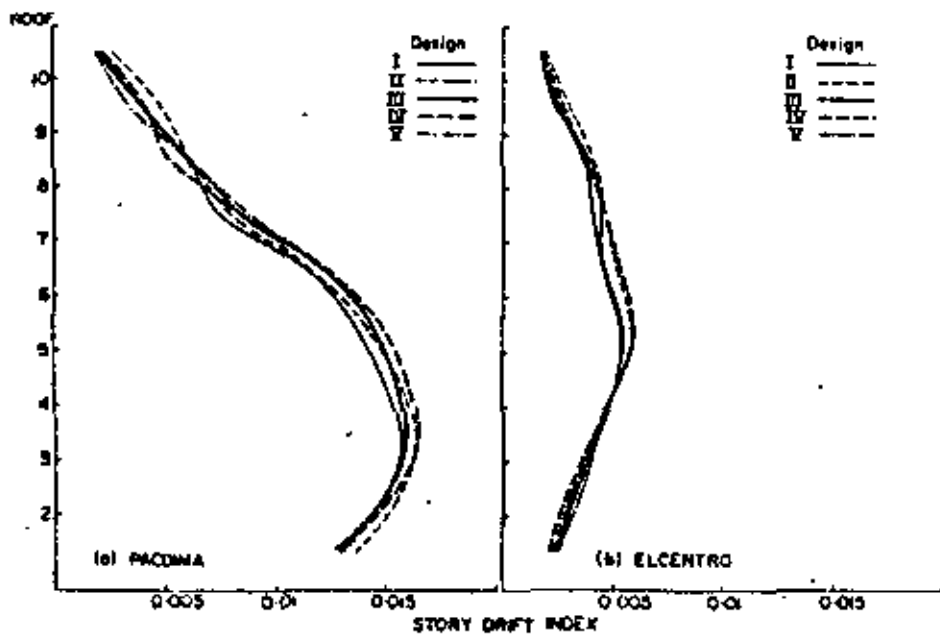


FIG. 8 STORY DRIFT INDEX ENVELOPES

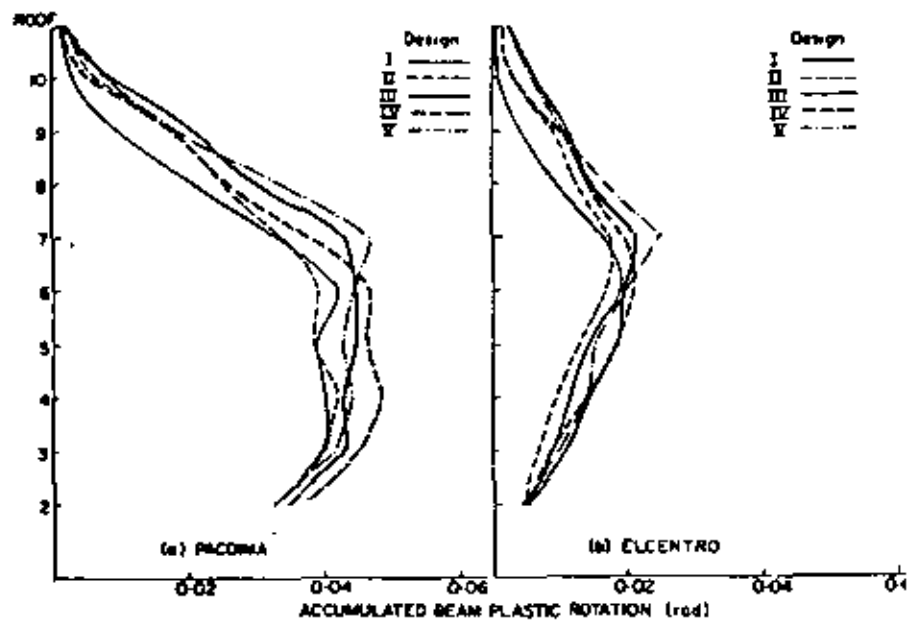


FIG. 9 ACCUMULATED BEAM PLASTIC ROTATIONS,
EXTERIOR SPAN
INTERIOR

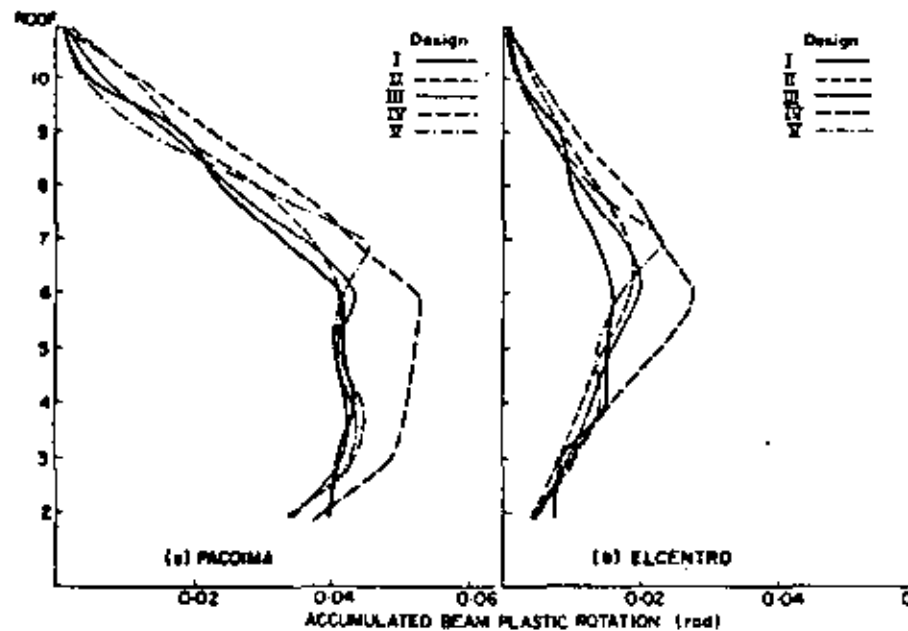


FIG. 10 ACCUMULATED BEAM PLASTIC ROTATIONS,
SUPERIOR SPAN
EXTERIOR

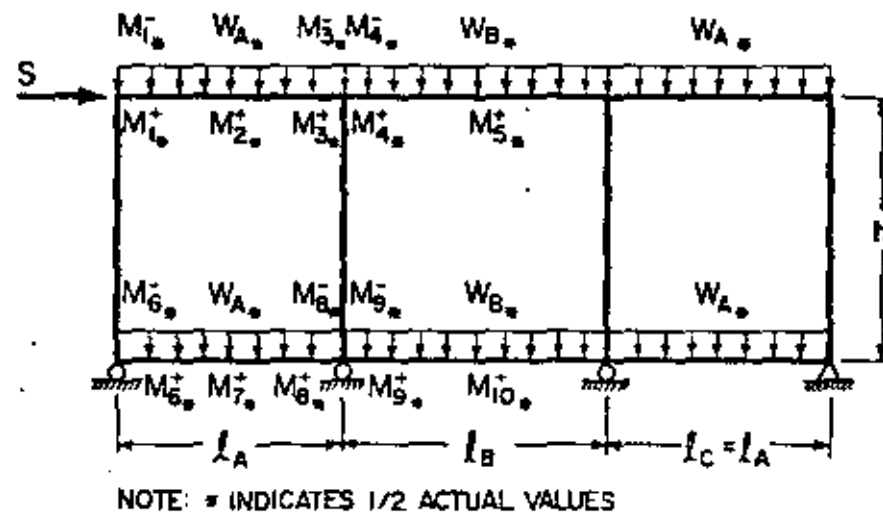


FIG. 11 FINAL DESIGN SUBASSEMBLAGE





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

SEISMIC PERFORMANCE OF REINFORCED
CONCRETE STRUCTURES

DR. VITELMO V. BERTERO

AGOSTO, 1979.



SEISMIC PERFORMANCE OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

by

William V. Ellinger, Professor of Civil Engineering
University of California, Berkeley, California

INTRODUCTION

The last few decades have witnessed many advances in the field of Earthquake Engineering; however many researchers and most professionals working in this field feel that the design and construction of earthquake resistant structures is still an art and not a science. One critical ingredient in such design and construction is seasoned engineering judgment; the best way to develop such judgment is by field surveys of the performance of actual structures during earthquakes and in-depth analyses of the damages observed. These observations and analyses provide invaluable evidence concerning not only the effectiveness of seismic codes and procedures used in the design of a structure, but also they are the real test of the effectiveness of available analytical capabilities.

Observed seismic performance of reinforced concrete structures during past moderate and severe earthquake ground motions has ranged from minor cracking to complete collapse. Based on these collapses and the relatively lower strength and ductility per unit weight of ordinary (unconfined) reinforced concrete when compared with structural steel, it has been suggested that concrete structures are particularly vulnerable to earthquakes. However, as Bresler points out [1] many concrete structures have withstood severe earthquakes without significant damage, suggesting that there is nothing inherent in concrete structures which makes them particularly vulnerable to earthquakes. Regardless of the material used, properly designed structures will perform well, although reinforced concrete may be less "forgiving" or less "tolerant" of improper construction (workmanship) and maintenance. Therefore, to achieve efficient seismic resistant concrete structures, special attention is needed to all factors that can affect seismic structural performance. It is not enough to design structures in accordance with the requirements of the latest seismic codes. Performance of a structure during an earthquake depends on its state when the earthquake strikes and not just on how the designer thought it would behave when it was being designed. Thus, maintenance and repair of structures during their service lives must be considered, as well as the general aspects involved in their design and construction.

OBJECTIVES AND SCOPE

The main objectives of this paper are: (1) to review the different factors that can affect the seismic behavior of structures; (2) to discuss the seismic performance of different types of concrete structural systems, emphasizing the reasons for such performance; (3) to formulate educational, research, and development needs for improving performance and its prediction; and (4) to stress the need for closer cooperation between professionals, researchers, government officials, and manufacturers of building materials to attain efficient seismic-resistant construction.

This presentation is admittedly strongly influenced by the research and design problems on which the author has recently been working: seismic resistant design of buildings and tanks for storage of liquids. Only the problems related to building performance are discussed herein.

In the first part of the paper, the general goals and current practice in seismic-resistant design and construction of buildings is reviewed. The importance of construction aspects, such as quality control of materials, workmanship, field inspection, and maintenance and durability of the building, are then briefly discussed. The second part of the paper is devoted to a discussion of the problems encountered in building design. The state-of-the-art and state-of-the-practice is reviewed in: (1) the establishment of design earthquakes; (2) the selection of structural materials and structural systems; (3) the prediction of the mechanical behavior of the structure, which involves modeling of the structure, structural and stress analyses, and the proportioning and detailing of members, connections and supports; and (4) a reliability analysis of the final design. Emphasis is placed on the establishment of design earthquakes and the proper selection of the structural system and structural material. Then performance of different structural systems during recent moderate and severe earthquakes are illustrated and compared. Finally recommendations are formulated for educational, research and development needs for improving the prediction of seismic performance of structures. Although the design aspects related to human sensitivity to vibration will not be discussed herein, these aspects should be considered in a comprehensive approach to the design and analysis of seismic resistant structures.

GENERAL GOALS AND CURRENT PRACTICE IN
SEISMIC-RESISTANT DESIGN AND CONSTRUCTION

The general philosophy of earthquake-resistant design for buildings other than essential facilities has been well established and proposes to prevent nonstructural damage in frequent, minor earthquake ground shakings; to prevent structural damage and minimize non-structural damage in occasional moderate earthquake shakings; and avoid collapse or serious damage in rare, major ground shakings. This philosophy is in complete accord with the concept of comprehensive design [2]. However, current design methodologies fall short of realizing the objectives of this general philosophy [3].

In a comprehensive design approach it should be recognized that building damage may result from different seismic effects: (1) ground failures due to fault ruptures or to the effects of seismic waves; (2) vibrations transmitted from the ground to the structure; (3) seismic sea waves (tsunamis) and tsunami-like disturbances and seiches in lakes; and (4) other consequential phenomena such as fires, and floods caused by dam failures and landslides. A brief description of these various seismic hazards is given in Ref. 4.

The seismic effect that usually concerns the structural engineer and is accounted for by seismic-resistant design provisions of building codes, is the response or vibration of a building to the ground shaking that might occur at its foundation. In most cases damage due to other effects exceeds that due to the vibration of the building. Nonetheless, procedures for gaging the probability of such hazards, and for coping with them are normally outside the scope of the structural engineering discipline and so are not included in

building codes. Generally, the only way to avoid damage from most of these effects is by changing the building site, a decision which rests with government officials. In spite of this, the engineer should be aware of the different seismic hazards and should advise the client of potential dangers involved in constructing buildings at certain sites.

Although this paper only considers seismic damage to structures caused by ground shaking at the foundation, the author recognizes that the effect of other factors on both demand and capacity of a building must be considered in evaluating the building's damageability during its service life. These other factors include aging; changes in use, occupancy, or socio-economic conditions; structural and nonstructural modifications; fire damage and repair; and corrosion [3].

CONSTRUCTION AND MAINTENANCE ASPECTS

As pointed out earlier, the response to and damage of a building during any kind of excitation depends on how the building was actually constructed, not on how the designer thought it would behave. Furthermore, design and construction are intimately related: the achievement of good workmanship depends, to a large degree, on the simplicity of the detailing of members, connections, and supports. This is especially true for reinforced concrete structures, where it is possible (on paper and even in laboratory specimens) to detail reinforcement in such a way that considerable improvement can be effected in seismic behavior. In the field, however, such design details may be too elaborate to be economically feasible. A design can only be effective if it can be constructed.

Field inspection of damages that occur during earthquakes has revealed that a large percentage of observed damages and failures have been due to poor quality control of structural materials and/or poor workmanship, problems which could have been corrected if the building had been carefully inspected during construction. In many other cases damage, even failure, may be attributed to improper maintenance of buildings during their service life. A brief discussion and illustration of each of these construction and maintenance aspects follows.

Quality Control

Analyses of mill tests on reinforcing steel bars, field control tests of concrete cylinders, and mechanical materials studies of specimens removed from the structures, show considerable variations in mechanical characteristics. For example, Figs. 1 and 2 show the frequency distribution diagrams of field control test data for two mixes of normal weight concrete used in Treatment Facility buildings, Olive View Medical Center, in the San Fernando Valley [5]. Figures 3 and 4 show similar diagrams for the A-15 steel bars mill test data. A summary of statistical evaluations from mill test data is shown in Table 1. In Table 2 a comparison of the observed and calculated values of the modulus of elasticity for concrete in compression is presented. The observed values were obtained from laboratory tests conducted on specimens cored at the site.

In view of the variability of mechanical characteristics of structural materials, present seismic code provisions which specify only minimum and maximum material strengths and recommend that the design and capacity of

members be based on these code specified strengths alone are unreliable and can lead to unsafe designs. This is especially true in designing connections and in designing against the effects of shear for reinforced concrete structures.

Workmanship and Inspection

A typical example of poor workmanship, resulting from careless inspection, is illustrated in Fig. 5. The spiral columns of the Main Treatment Facility of the Olive View Hospital failed very early during the San Fernando earthquake of 1971, although they were properly designed, because the spiral reinforcement was improperly placed, terminating below the lowest face of the girder framing into the columns. Because the confinement was omitted in the critical regions, the good confinement of the concrete along the whole length of the columns was wasted. Quality assurance is mandatory if concrete structures are to perform satisfactorily during earthquakes.

Maintenance

To ensure that a building's performance under earthquake conditions simulates the behavior considered in the design process, it is important that the building undergo continual capable inspection during construction. Careful monitoring guarantees that the design, as well as the detailing, is correctly executed in the field, and that structural integrity is maintained throughout the life of the structure. Alterations in the structural system as well as in the nonstructural components should not be permitted without first seeking the advice of the original designer or another expert in the field of seismic-resistant design. Typical failures due to lack of adequate maintenance include failures of beams (usually in shear) due to openings introduced to permit passage of ducts, and shear failures of beams and columns, which are generally due to the addition or partial removal of partitions or infills. As illustrated in Fig. 6, the addition of infills can, by shortening the span of the girders or the clear height of the columns, considerably increase the shear to be developed during a severe ground shaking, and this can trigger a brittle failure of these elements.

GENERAL FEATURES OF SEISMIC-RESISTANT DESIGN

Efficient seismic-resistant building construction necessitates careful attention to the total seismic design, construction, and maintenance process. The phases of this process include: evaluating the seismic threat and representing the ground motions (i.e., establishing design earthquakes); selecting the proper structural layout and predicting the mechanical behavior of the whole soil-building system; proportioning and detailing the structural components, with their connections and supports; analyzing the reliability of the design obtained; and finally, constructing and maintaining the building during its service life.

The main design aspects that should be considered, together with their interrelationships, are summarized in the flow diagram shown in Fig. 7. According to this diagram the first, and perhaps most difficult, step is in establishing the design earthquakes.

Establishment of Design Earthquakes

A brief summary of the state-of-the-art and state-of-the-practice in establishing design earthquakes is presented. More detailed discussions of this design aspect can be found in References 6-9. The general problems involved in predicting seismic response of a building are illustrated in Fig. 8. The first problem is to accurately estimate ground motion at the foundation of the building, X_3 . For an earthquake of specified magnitude, M_0 , and focal distance, R_1 , it seems analytically feasible to estimate the base rock motion at the given site of the building, X_1 , if the fault type is known [$X_1 = f(R_1, M_0)$]. Prediction of X_3 , however, must account for the effects of the soil layers underlying and surrounding a building. These effects can be classified in two groups: one is related to the influence of dynamic characteristics of different soil layers during the transmission of X_1 to the free ground surface, X_2 ; the other is related to the interaction between structure and soil foundation, symbolically represented by a factor I . There are presently large uncertainties regarding the realistic values of A and I , and major errors could be introduced by trying to quantify these two factors using available analytical techniques. Even if X_1 could be predicted with engineering accuracy, attempts to quantify the influence of soil conditions on X_1 to attain X_2 and X_3 would result in a wide range of predicted values. Soil behavior can be very sensitive to the intensity of the seismic waves, as well as to the rate of straining they could induce. Thus the analyst or designer should not rely exclusively on results obtained from a single deterministic analysis. Bounds on the possible variations in A and I should also be considered.

The second problem is to predict the deformation of the building, X_4 , due to X_3 . The precise evaluation of X_4 at any point in a structure requires establishing its three translational and three rotational components. The prediction of X_4 for a specific building and ground motion depends upon the combined effect of all excitations acting on the building and on their dynamic characteristics. Usually the main excitations on a structure during a severe earthquake are due to: (1) gravity forces, $G(t)$, with the associated effects of volumetric changes produced by creep of the structural material, especially in concrete; (2) changes in environmental conditions, $E(t)$, such as stresses produced by variations in temperature; and (3) at least the three translational components of the foundation shaking, $X_3(t)$.

As indicated in Fig. 8, X_4 can be obtained by multiplying X_3 by a dynamic operator, D . Although this is a simple expression, the uncertainties involved in realistically estimating X_3 and D give rise to serious difficulties in obtaining an accurate numerical evaluation of X_4 . It is easy to define the critical X_3 as that which drives a structure to its maximum response; however specific quantification, although feasible for elastic response (10) is complicated for cases involving nonlinear response.

As shown in Eq. 1a, the dynamic characteristics of the whole system, which can change continuously as the structure is deformed into its inelastic range, can be summarized by denoting them as the instantaneous values of: (1) mass, $M(t)$; (2) damping coefficient, $\xi(t)$; and (3) resistance function, $\{R \text{ vs } X_4\}(t)$. They can also be represented, as illustrated in Eq. 1b, by the instantaneous values of: (1) fundamental period, $T(t)$; (2) damping coefficient, $\xi(t)$; (3) yielding strength, $R_y(t)$; and (4) energy absorption and dissipation capacity as denoted by instantaneous available ductility, $u(t)$, which is a function of $X_4(t)$.

$$X_4(t) = F \left\{ \underbrace{[G(t), \Delta E(t), X_3(t)]}_{\text{Dynamic Characteristics of Excitations}}, \underbrace{[M(t), \xi(t), (R \text{ vs } X_4)(t)]}_{\text{Dynamic Characteristics of Whole Soil-Building System}} \right\} \quad (1a)$$

$$X_4(t) = F \left\{ \underbrace{[G(t), \Delta E(t), X_3(t)]}_{\text{Dynamic Characteristics of Excitations}}, \underbrace{[T(t), \xi(t), R_y(t), u(t)]}_{\text{Dynamic Characteristics of Whole Soil-Building System}} \right\} \quad (1b)$$

Analysis of the parameters in Eqs. 1a and 1b indicates the magnitude of the problems involved in predicting response to earthquake ground motions. The first problem is that prediction of X_4 depends on X_3 . Another problem is that all such parameters are functions of time, although gravity forces and environmental conditions tend to remain nearly constant for the duration of an earthquake. It is necessary to consider two important effects of time variation of excitations and response: first, the effect of inertial forces developed by the mass; and second, the effect of rate of change in the intensity of strains. This rate may be high enough to considerably affect the static-mechanical characteristics of the materials on which the dynamic characteristics of the whole soil structure system [$T(t)$, $\xi(t)$, $R_y(t)$, and $u(t)$] are usually predicted. The value of $\Delta E(t)$ represents more than the stresses due to environmental changes occurring during the critical earthquake ground motion, X_3 . It also accounts for stress and strain existing at the time of earthquake due to: (1) previous thermal changes or shrinkage, which cause residual stress or distress, and deterioration from aging and corrosion; (2) degradation in strength and stiffness caused by previous exposure to high winds, fires, or earthquakes; (3) other disturbances or movements of the foundation; and (4) changes in strength and stiffness caused by alteration, repair, or strengthening. Any one of these conditions can significantly affect structural response factors that must be considered in determining strength and deformation capacities. To this end it should be noted that $\Delta E(t)$ also affects $\{R \text{ vs } X_4\}(t)$.

As discussed above, prediction of the structural response requires: (1) defining the dynamic characteristics of the probable critical excitation, X_3 ; (2) reliable data on the mechanical characteristics of the building-soil system; and (3) establishing the interaction between building and critical excitation.

Conceptually, the design earthquake should be that ground motion which is "critical," i.e. which drives the structure to its critical response. The application of this simple concept in practice meets with serious difficulties, however. This is because first, the ground motion is very complex, and secondly, even for a specific structural system, the critical response will vary according to the different limit states that could control a design. Furthermore, the detail of the design earthquake (or ground motion) will depend on the design problem at hand. If the problem is to obtain only the design seismic forces for a preliminary design, the design earthquake could be specified in the form of a smoothed response spectra. If consideration is given only to the final design--the proportioning and detailing of the critical regions of a structure--or to studying the reliability of a selected design, it will be necessary to specify time-history ground motions. In this sense, the establishment of adequate design earthquakes is analogous to the establishment of proper material stress-strain diagrams for predicting mechanical behavior of structures.

A ground motion is a complex function of the type and characteristics of the source mechanism, the nature of the intervening geological structure, and the topographical and soil conditions near the site. A common design

simplification is to consider only nonconcurrent action of horizontal and translational ground components. For sites near the earthquake source, it may be necessary to base structural response evaluations of the simultaneous action of all six ground components and to realistically consider the nonlinear soil-structure interaction rather than using predicted free-field ground motions.

At present it is very difficult to accurately predict the response of a building to this complex ground motion since, depending on the function and type of structure, different limit states can control the design. In the past it has been recognized that at least two main limit state cases should be considered: one in which the design is controlled by serviceability limit states, and the other, by ultimate limit states. In the former a structure should remain in its linear-elastic range of behavior to avoid functional failure; in the latter, inelastic behavior up to the point of incipient dynamic collapse could be tolerated. Examination of building damage resulting from recent severe seismic ground shaking has revealed that although some buildings were far from reaching the collapse limit state, the degree of nonstructural damage was so great as to constitute failure. It was therefore deemed necessary to explicitly consider a third category of limit states based on damageability [3] which would bridge the gap between serviceability at one end and safety against collapse at the other end.

Summary of present methods of prescribing earthquakes for each of these main limit states follows [6].

Serviceability Limit States. Seismic codes have specified design earthquakes in terms of a building code zone, a site intensity factor, or, as in most modern codes, as a peak or effective site acceleration. Reliance on such acceleration alone, however, is generally inadequate. The following different methods have been recently suggested: response spectrum, time-history ground motion, and design based on random vibrational analysis. In cases where serviceability limit states control design, structures should remain essentially in their elastic range. For these cases and for structures located at moderate distances from the source, it is generally agreed that one of the best ways to specify the design earthquake is by a smoothed, linear-elastic design response spectrum (LEDRS). Such a spectrum can be constructed from statistical analysis of elastic spectra obtained for appropriate accelerograms (real or simulated), or, by scaling the peak ground acceleration, velocity, and displacement from spectral amplification factors statistically derived for various amounts of damping.

Ultimate State Design Earthquakes

Comparison of lateral design forces derived from LEDRS for major earthquakes with those specified by present code regulations indicates that it would generally be uneconomical to design all structures to elastically resist a major earthquake. Design forces lower than those derived from LEDRS may be used by taking advantage of the structure's inelastic energy dissipation capacity. The inelastic deformations must be kept within the acceptable limits imposed by the available structural deformation capacity or by the degree of nonstructural damage usually associated with such large inelastic deformations. Preliminary design loads can be obtained from IDRS that are derived by evaluating the nonlinear dynamic response of structural models with realistic

hysteretic idealizations subjected to various ground motions having characteristics appropriate to the site. Because of the complexities involved in such nonlinear dynamic analyses, simpler methods which derive the IDRS by directly modifying a LEDRS are more commonly used. The LEDRS is modified by using factors obtained from analyses of the elasto-perfectly plastic response of single degree-of-freedom systems. These methods, however, are based on results obtained with limited numbers of ground motion records and caution should be exercised when applying them to sites that can be subjected to significantly different kinds of ground motions. Furthermore, such methods may not be suitable for multiple degree-of-freedom systems or in cases where the actual hysteretic behavior is likely to differ from the assumed elasto-plastic idealization.

The validity of deriving the IDRS directly from the LEDRS can be seriously questioned because the types of excitations that induce the maximum response in elastic and inelastic systems are fundamentally different. The information used for computing LEDRS is insufficient for predicting maximum inelastic dynamic response and should be complemented with data on the duration of strong ground shaking and the number, sequence, and characteristics of intense, relatively long acceleration pulses (i.e. large ground velocity increments) that can be expected.

The need for this additional information can be found by reviewing the results obtained by applying the vibration theory to compute the value of the dynamic amplification factor, D, of single degree-of-freedom systems (Fig. 9). In the case of a linear-elastic system, the critical dynamic excitation is of a periodic type having a frequency equal to that of the system because this induces an engineering resonance phenomenon. For this type of excitation, the dynamic magnification operator, D, can reach a maximum value approximately equal to $1/2\zeta$. Thus, for values of ζ ranging from 2 to 10 percent, D can attain values ranging from 25 to 5. Since the largest value of D for an impulsive excitation is only 2, severe long acceleration pulses are usually not critical for linear-elastic response. In an inelastic system, however, such long pulses can become critical. This is particularly true for a structure having a hysteretic yielding resistance, R_y , equal to or less than the inertial force corresponding to the effective ground acceleration of the pulse, i.e., $R_y \leq M\ddot{x}_g$, where M is the mass of the structure. In the case of elasto-plastic systems, the existence of periodic short acceleration pulses in the ground motion contributes only to building the response of the system up to its yielding level. Once the system begins to yield, the phenomenon of engineering resonance is depressed since the energy dissipated through even small inelastic deformations is equivalent to very large values of ζ . Therefore, very large inelastic deformations are not expected during each yielding excursion. Although the existence of periodic short pulses can induce a series of yielding reversals, it is doubtful that the number of these reversals can lead to a phenomenon of low cycle fatigue. This is because the amount of inelastic strain developed in each reversal will usually be so small that the number of reversal cycles required to induce fracture would even exceed the number which can occur in the longest conceivable strong motion of an actual earthquake.

The above discussion indicates that the amplification factors to be applied to the maximum ground accelerations in order to obtain the maximum linear-elastic response of a structure are usually controlled by the engineer-

ing resonance phenomenon. However, larger deformations can be induced by the presence of just one long pulse with an effective acceleration equal to or just greater than that corresponding to the yielding strength of the structure. Repeated applications of severe long acceleration pulses can lead to the accumulation of sufficiently large inelastic strains which could induce one or a combination of the two types of failure illustrated in Fig. 10, i.e. low cycle fatigue and incremental (crawling) collapse. Of these two, the author believes that the critical failure against which the structure should be designed is the crawling type of collapse. Usually so many cycles of inelastic strain reversals are needed to attain fracture of structural material that it is doubtful that such fracture could be developed by the number of severe pulses that could exist in even the longest conceivable strong motion of an actual earthquake.

It should be clear from the above discussion that the design earthquake is not unique even for a given site. The critical ground motion depends on the type of behavior that is expected to control the response of the building at the site or on the limit state(s) controlling the design.

Results already available on the response of single degree-of-freedom systems to impulsive forces show that, in the case of seismic ground motions, the larger the intensity of the effective acceleration of a pulse with respect to the yielding strength of the structure; the shorter the rise time with respect to the peak acceleration; and the longer the duration of the pulse relative to the fundamental period of the structure, the larger the amount of inelastic deformations that will develop. In order to specify quantitatively the inelastic design earthquake, however, it is necessary to determine: (1) the severity of the long acceleration pulses that can be developed during an earthquake; and (2) the manner in which these pulses can be defined. For an attempt to resolve these problems see References 6-9.

Structural Layout

As summarized in the flow diagram of Fig. 7, in this step the designer must select the structural system, the structural material and the type of non-structural components. Proper solutions of the problems encountered in this step require close collaboration between the architect, structural engineer, and manufacturers of materials.

Importance of Proper Structural Layout. Sophistication in the selection of the structural system, structural material and nonstructural components is of much greater importance than sophistication in analysis. Regardless of how sophisticated a method of analysis an engineer uses he cannot make an ill conceived structural system behave satisfactorily in a severe earthquake.

An inspection of Eq. 1 clearly points out the importance of the structural layout to the entire design process. The inertial forces depend upon the mass, damping, and the structural characteristics themselves (stiffness, yielding strength, maximum strength, and energy absorption and energy dissipation capacities). Therefore, decisions made regarding the choice of layout for the structure and the choice of structural and nonstructural material must play a significant role in the seismic performance of the structure during its lifetime. Before discussing the proper selection of the seismic resistant

structural system amongst the different lateral load resisting reinforced concrete systems that are presently used in building construction, general problems related to selection of plan and configuration of the building and structural system and to selection of structural and non-structural materials will be discussed separately; however, it must be recognized that these three are intimately related.

Both the architect and the engineer have to understand how design decisions regarding building layout may create serious seismic effects on the structure [11, 12, & 13].

Selection of Proper Building Plan Configuration

One of the most critical decisions regarding the ability of a building to withstand earthquakes is the choice of its basic plan shape and configuration. Building structures may be of many types and configurations and there is, of course, no universal ideal configuration for any particular type of building. However, there are certain basic or guiding principles of seismic-resistant design that can be used as guidelines in selecting an adequate building and structural configuration.

Basic Principles of Seismic-Resistant Design

1. Building and structure should be light (avoiding unnecessary masses).
2. Building and structure should be simple, symmetric, and regular in plan and height to prevent significant torsional forces.
3. Structure should have sufficient initial lateral stiffness to avoid significant damage under minor and moderate earthquake shaking, and toughness (stability of strength and stiffness) under the repeated reversals of deformation which could be induced by a severe earthquake. The stiffer the structure the less sensitive it will be to effects of interacting non-structural components, and the tougher it is the less sensitive it will be to effects of sudden failure of interacting non-structure elements.
4. Structure should have a uniform and continuous distribution of strength, stiffness and ductility.
5. Structure should have the largest possible number of structural defense lines; i.e., it should be composed of different ductile structural sub-systems which interact or are interconnected by very ductile structural elements (structural fuses) whose inelastic behavior would permit the structure to find its way out from a critical stage of dynamic response.
6. Structures should be detailed so that inelastic deformations can be constrained to develop in desired regions.
7. Structure should be provided with balanced strength and stiffness between members, connections, and supports.
8. Strength and stiffness of the entire building should be compatible with the strength and stiffness of the soil foundation.

A brief discussion of the above principles follows.

1. Building and Structure Should Be Light. It is of utmost importance that in seismic resistant design, the designer recognize from the beginning of the design, that the dynamic forces in a structure can be controlled by the proper selection of its structural system and by the amount and distribution of the building masses, as is shown by the interrelationship in Eq. 3. The importance of reducing the reactive masses (masses that will react to the shaking of the building foundation) can be seen from the basic differential equation shown in Fig. 11, for a single degree of freedom system subjected to ground motion. It is clear from this equation that the effective load, $P_{\text{effective}}$, resulting from the ground motion is equivalent to the reactive mass M of the structure and the ground acceleration, \ddot{y}_g at t_3 . The smaller the M the smaller the earthquake force.
2. Building and Structure should be Simple, Symmetric, and Regular in Plan and Height. Inspections of earthquake damage demonstrate that the simpler the building the better the behavior, all other parameters being similar. As pointed out by Dowrick [12], there are two main reasons for this. First, it is easier to understand the overall earthquake behavior of a simple building than a complex one. Second, it is easier to understand, formulate in drawings, and construct simple structural details than complicated ones. Symmetry and regularity in plan and elevation is desirable for much the same reasons. Symmetry is important in both directions of a plan. Lack of symmetry leads to torsional effects which are difficult to assess properly and which can be very destructive. These considerations show that the ideal plan configuration would be circular. With a rectangular plan, the closer it is to square the better. Plan layout with reentrant angles should be avoided. Regarding the regularity of the structural system along its height, it has to be kept in mind that any lack of continuity or symmetry in mass distribution or structural characteristics at one story can create serious problems. While it is relatively easier to estimate the center of rigidity in one story buildings, it is difficult to do so for the different stories of a multi-story building.

It is convenient to limit the elevation of buildings according to certain slenderness limits. A height/width equal to or smaller than 3 or 4 has been suggested by Dowrick [12]. The more slender a building the worse the overturning effects of an earthquake and the greater the earthquake stresses in the outer columns. The overturning compressive forces can be particularly difficult to deal with. Furthermore, it has to be kept in mind that the overturning moment at the base has to be resisted by the foundation. On some sites the ground conditions may be such that the foundations will strongly influence the overall proportions and the layout of the vertical structure, for both practical and economic reasons.

Many constraints, such as shape of site and functional requirements, often do not permit the designer to satisfy the above rules. Thus, it is important that the designer has a clear understanding of how variations in plan and elevation symmetry can affect performance.

3. Stiffness and Toughness. There are two schools of thought as to whether a

stiff or flexible structural system is better. Which is better depends upon many factors; there is not a unique answer to this problem. Each system has advantages and disadvantages which the designer should be aware of; there are detailed discussions of these advantages and disadvantages in References 12 and 13. While flexible structures are usually associated with moment-resisting frames, rigid structures are exemplified by shear walls or braced frame systems. For buildings with similar reactive mass, the more flexible the whole soil-building system the lower its fundamental period. Thus, flexible buildings are specially suitable for sites where the geological and soil conditions can guarantee ground motions with high frequency. However, if the local sub-soil filters out much of the high frequency, the structure of a stiff building during its elastic response will be subjected to lower seismic forces than a flexible building would be.

Usually it is claimed that flexible structures are more "ductile" than rigid ones. This depends on what is understood by "ductility." In general this is not true, particularly when the useable ductility of the building is considered. In developing large displacement ductility, the lateral interstory drift of very flexible buildings can be so large that it cannot be used because of the excessive nonstructural damage and the P- Δ effects. As pointed out previously, a survey of damage cost during recent earthquakes (the San Fernando, Managua, and particularly the Guatemala) reveals that most of the costs were from nonstructural damage in buildings having flexible structural systems. To this disadvantage it is necessary to add the problem of discomfort (due to human sensitivity to vibrations) of the building's occupants; for flexible structures these vibrations can be caused even by minor earthquake shaking and therefore can occur frequently during the life of the building.

Another important advantage of building with rigid structures is that these structures are considerably less sensitive to the detrimental effects that can be caused by the interaction of the so-called nonstructural elements which, as will be discussed later, is a very serious problem.

4. Uniform and Continuous Distribution of Strength Stiffness and Ductility [Toughness]. In shaking a building an earthquake ground motion will relentlessly seek out every structural weakness. These weaknesses are usually created by sharp changes in strength, stiffness and/or ductility. Dowrick recommends a series of rules to be followed in order that the structure will have the maximum chance of surviving a severe earthquake [12]. The analysis of Dowrick's recommendations clearly points out that the simpler, the more symmetric, and more regular the structure is, the easier it will be to accomplish these requirements. However, the restrictions to architectural freedom implied by these recommendations sometimes make their acceptance difficult. Severe structural damage suffered by several modern buildings during recent earthquakes illustrate the importance of avoiding sudden changes in lateral stiffness. The performance of some of these buildings will be discussed later. A good example is the behavior of buildings that have a "soft story." Inspection of earthquake damage as well as analytical studies have shown that structural systems with soft story can lead to serious problems during severe earthquakes.

An efficient design for R/C moment-resisting frames requires that inelastic deformations develop at the girders before developing at the columns. The design philosophy for considering a moment-resisting frame as a ductile frame requires that at any beam-column joint plastic hinges form only at the girders. The reasons for this requirement are: (1) because of the presence of significant axial force, the available ductility of columns is smaller than that of girders; and most importantly, (2) formation of inelastic deformation at the columns can lead to the development of a partial sidesway yielding mechanism of the structure, which would require inelastic deformations at the columns considerably higher than those the columns could normally supply. The latter reason is illustrated in Fig. 12. Park [14] found that when the design was such that a partial column sidesway formed (Fig. 14a), to attain an overall displacement ductility factor at the roof $\mu_{DF} = 4$, the required column section ductility ratio $\mu_{DC} = (\mu_{DC}) / (\mu_{DC})$ was 172, considerably larger than the value that could develop in R/C columns. However, if plastic hinges first formed at the girders to attain the same μ_{DF} of 4, the required girder curvature ductility ratio had to be less than 20, a value easily achieved providing the girders are properly reinforced.

The importance of preventing the formation of plastic hinges at columns (and thereby a partial sidesway mechanism) cannot be overemphasized. Not only must the strength of the girders and columns be designed to avoid column plastic hinges, but also nonstructural elements (partitions, walls or claddings) may be added that could increase the strength of the girders (Fig. 13).

5. Multiple Structural Defense Lines. This aspect has been discussed by Bertero [15], Paulay [16], Mahin and Bertero [17], and Fintel and Ghosh [18]. A structure should have the largest possible number of internal and external redundancies. The earthquake resistance of an economically designed structure depends on its capacity to absorb and dissipate excessive energy input mainly due to repeated plastic deformations of its members' critical regions. Hence the more continuous and monolithic a structure is, the greater the chance for formation of plastic hinges and therefore the larger the energy dissipation capacity.

As discussed above, a high degree of static indeterminacy is desirable in earthquake-resistant buildings or structures in general. However, this is not sufficient. In order that the building be efficient in load resistance; sufficiently ductile, tough; and have a stable hysteretic behavior under repeated cycles of load reversals, it is necessary that the energy dissipation be dispersed over the plan and height of the whole structure. This can be accomplished by establishing an advantageous sequence of yielding, i.e., formation of plastic hinges so that damage in repairable and less critical areas will occur first. The principal gravity load carrying units will then receive the greatest degree of protection. The designer must establish a hierarchy in the most probable strength levels which he intends to provide for each structural component. The structural system of buildings that are designed for large capacity of energy dissipation should be composed of different ductile structural subsystems which interact and are interconnected by very ductile structural elements (structural fuses). The structural fuses or energy-dissipating elements should be suitably designed and detailed and all the other elements that they interconnect with should be provided with sufficient reserve strength capacity to ensure

that the chosen fuses are maintained throughout the largest expected deformations that the whole system can be subjected to. Good examples of the difference between redundancy and multi-defense line are the use of just a few cantilever walls versus the use of a series of coupled walls where the beams and walls are designed so the beams are the structural fuses. The structural system used for the Banco de America in Managua, Nicaragua is a good example of a system with multi-defense lines and it will be discussed in detail later.

6. Control of the Location of the Critical Inelastic Regions. This principle is closely related to principles 5 and 7. As pointed out in principle 5, the establishment of proper sequence of yielding regions can offer considerable advantages. In this sense, reinforced concrete is a very versatile structural material because by proper tailoring of the main reinforcement the designer can relatively easily control the location of the critical inelastic regions. An example of the advantages of controlling a beam's plastic hinge location away from the column faces to avoid degradation of stiffness due to bond deterioration at the beam-column joint has been discussed in detail in References 19-21.
7. Balanced Strength and Stiffness Between Member, Connection and Supports. "A chain breaks at its weakest link." It is not worthwhile using strong, stiff and ductile structural elements if they are not connected properly. Collapse and severe damage of buildings due to lack of good connections is common. The lack of adequate bond and anchorage of the main reinforcement in beam-column connections of moment-resisting frames has been discussed in studies by several investigators [13]. As a result of the observed performance of moment-resisting space frames during recent severe earthquakes, the code requirements for lateral reinforcement at the critical regions of beams and columns, as well as for shear at the joints, have been increased to levels such that the weakest link is now the anchorage of the main bars at the joints [19-21].
8. Building and Soil-Foundation Should Have Compatible Stiffness and Strength. For an efficient earthquake resistant design it is essential that an integral and compatible action amongst the super-structure, the sub-structure, and the subsoil is obtained throughout the duration of the whole response of the soil-building system to the earthquake ground motion. Despite increasing attempts to elucidate the soil-structure interaction problem by sophisticated analytical techniques, there remains a great deal of uncertainty about transferring the base shear and overturning moment of the structure to the ground and about maintaining structural integrity of the foundation during differential soil deformation.

Selection of Structural Material

In order to make an intelligent selection of structural material, it is necessary to have good knowledge of the mechanical behavior of structural materials under the dynamic conditions imposed by the response of a structure to all levels of dynamic earthquake excitations.

Desirable Mechanical Characteristics of Structural Materials for Seismic-Resistant Construction

The structural material should have high energy absorption and energy dissipation capacities per unit weight. To achieve these high capacities, the

material should possess: (1) High strength (tension and compression) per unit weight; (2) High stiffness per unit weight; (3) High internal damping per unit weight; (4) High toughness per unit weight; (5) High resistance to low-cycle fatigue; and (6) Stable hysteretic behavior under repeated strain reversals. Furthermore, the structural material should be homogeneous, and easily adaptable and conducive to forming full-strength connections having the same characteristics as the material itself.

In selecting the best structural material for earthquake resistant construction, a simple plot (as shown in Fig. 14) of the stress per unit weight ratio versus strain for the different available structural materials can be of use. Figure 14 shows that plain normal weight concrete is not a desirable structural material for this type of construction because its weakness in tension requires that it be reinforced. The lack of ductility of ordinary reinforced concrete dictates the use of confined concrete.

Table 3, which is a modified version of the one suggested by Dowrick [12] gives guidelines for the order of suitability of different structural materials. This order will depend on the quality of locally available materials, the skill of the local labor, and other technical, economic and political considerations.

In using plots, such as those presented in Fig. 14, which has been obtained from standard pseudo-static tests, one should keep in mind that the behavior of materials under dynamic conditions imposed by earthquake excitation is vastly different from their behavior under static conditions, particularly in the following three respects. First, in dynamic loading, the normal static stress-strain relationship is altered, permitting different deformation, energy absorption and energy dissipation capacities. In general, the mechanical characteristics of materials tend to improve with the increasing rate of load application. Second, dynamic loading may alter the mode of failure, enhancing brittle failure. Thus, the interaction of and influence on the fractural tendency of such conditions as severe restraints, residual stresses, discontinuities, flaws, thicknesses of materials and joints, and transfers of stresses from one material to another in composite materials must be carefully considered. Third, dynamic loading can cause failure by fatigue: low cyclic fatigue is of special interest in this discussion.

The data available from the behavior of structural components subjected to strain rates similar to those expected in real earthquakes indicate that their effects could be neglected [22]. The data are scarce, however, and comprehensive data on the behavior of actual members and structural components under low cyclic fatigue loading conditions at fast strain rates are still lacking.

Since reinforced concrete is a composite of reinforcing steel bars and concrete (which is itself a composite material), there are many different types of reinforced concrete material in use today. Possible combinations depend on the different types of aggregate concrete (normal or lightweight) and reinforcing steel (prestressed or non-prestressed) which are used, and if the concrete is cast on site or precast. Precast, partially prestressed lightweight aggregate concrete is the combination most likely to be of greatest use in the future. The technology of lightweight aggregate and the problems of connections of the prefabricated elements, however, have not yet been resolved properly, and at present the most suitable reinforced concrete material for earthquake resistant construction is ordinary reinforced normal weight concrete.

The relatively higher value of the strength per unit weight for lightweight concrete suggests the desirability of using lightweight concrete. The advantage of using confined lightweight aggregated concrete can be seen from the results presented in Fig. 15.

The use of lightweight aggregate concrete is very attractive for seismic-resistant construction, because of the considerable reduction in weight and, therefore, mass. Unfortunately, because of its lower modulus of elasticity, very high compressive strength concrete mixes have been used in several cases to achieve a higher degree of stiffness. Studies carried out at Berkeley [23-25] regarding the behavior of confined and unconfined concrete with different types of aggregate have shown that confinement of concrete with all types of aggregate tested was effective in developing large deformability. However, the effectiveness of concrete confinement in the performance of earthquake-resistant reinforced concrete structures should not be based only on the extent to which the deformability is increased, but also on the ability of the confined concrete to sustain large deformations without loss of strength. Therefore, confinement should also increase the compressive strength of the concrete, so that it is possible to offset the loss of strength due to the reduction of the cross-section resulting from crushing and spalling of the concrete cover.

Some of the results obtained in the study presented in Ref. 23 are illustrated in Fig. 16. These results show that for different concretes, the above two conditions of increased deformability and compressive strength are satisfied to a varying extent, and the effectiveness of confinement is highly sensitive to the type of aggregate used. The effectiveness of confinement can be characterized by two material constants, k_D and k_U , which are defined by relating the increased compressive strength, f_c^* , with the confinement pressure, f_r .

The maximum compressive strength, $f_{c \max}^*$, occurs after some strain, ϵ_c^* , and can be defined as:

$$f_{c \max}^* = f_c + k_D f_r \quad (2)$$

where f_c is the compressive strength of the same concrete, but unconfined. At very large deformations, $\epsilon_{cu}^* \gg \epsilon_{cu}$, the compressive strength usually decreases to a value of f_{cu}^* , and can be defined as:

$$f_{cu}^* = f_c + k_U f_r \quad (3)$$

The confinement pressure, f_r , depends on the geometric and material characteristics of the spiral wire, and can be expressed as:

$$f_r = \frac{2A_{sp} f_s}{D_c s} = \frac{1}{2} D_s f_s \quad (4)$$

where D_s is the ratio of volume spiral to total volume of core and f_s is the stress that had been developed by the spiral wire. Assuming that the ductile spiral wire yields when the longitudinal strain in the concrete is in the range, $\epsilon_0^* \leq \epsilon_{cu}^*$, and that the strain-hardening of the spiral is negligible in the range of these concrete strains, f_s is equal to f_y , and f_r can be calculated for given values of A_{sp} , D_c and s from Eq. 4; values of k_D and k_U can then be calculated from Eqs. 2 and 3 using the test results.

These values for the five different concretes used in the study are shown in Table 4. Early investigators have shown that the confinement effectiveness coefficient, k , varies with lateral pressure intensity and with longitudinal strain. However, in developing the ACI criterion for spiral reinforcement (Section 10.9.2 of ACI 318-71) and similar criteria which are based on the confinement of concrete, a constant value of k , usually taken as 4.0 to 4.1, has been assumed.

As shown in Table 4, the values of k for normal weight aggregate concrete vary in the range of 0 to 7.0. For the two lateral pressures [$0.13f_c$ and $0.32f_c$], values of k_0 at maximum compression are 7.0 and 5.0, respectively, and values of k_u at ultimate strength are 0 and 3.1 respectively. Based on these values, and noting from Fig. 1b that concrete behaves in a relatively ductile manner throughout a significant range of strains, a constant value of $k = 4.0$ may be justified for normal weight concretes such as E-5, particularly in the case of $f_c = 0.32f_{c10}$.

For lightweight concretes B-3, B-5, R-3 and R-5, the values of k vary in the range of -1.0 to 4.4. Negative values of k_u indicate that compressive failure in the confined concrete may occur at values below the compressive strength of unconfined concrete. For the two lateral pressures [$f_r = 0.1(f_c)_{10}$ and $f_r = 0.3(f_c)_{10}$], values for k_0 at maximum compression range from 1.0 to 4.4 and values for k_u at ultimate range from -1.0 to 2.1. Based on these results for aggregates similar to those used in this investigation, a value of k in the range of 1.0 to 2.0 should be taken in developing design criteria based on the increase in strength due to the confinement of lightweight concrete. Therefore, in such cases the amount of spiral steel required in a column of lightweight aggregate concrete will be 2 to 4 times as great as that currently prescribed by the ACI Code. Because of the geometric limitations introduced by the size of the spiral wire and the minimum spacing, it would be virtually impossible to produce a spiral which would also allow normal placing of concrete.

The effect of the variable coefficient, k , is illustrated in Fig. 17. In this figure, the loss of the axial load carrying capacity for spirally reinforced concrete columns due to spalling is plotted against k , assuming that the spiral reinforcement was designed in accordance with the ACI criterion. This loss of capacity is expressed as a ratio and derived as:

$$\text{Loss} = 0.85f_c'(A_g - A_c) - kf_r A_c$$

and using Eq. 4

$$\text{Loss} = 0.85f_c'(A_g - A_c) - 0.5k\phi_s f_s A_c \quad (5)$$

According to the ACI criterion, $\phi_s = 0.425 [(A_g/A_c) - 1] (f_c'/f_s)$. By substituting this equation into the above, and dividing by $0.85f_c' A_g$, the following ratio is obtained

$$\frac{\text{Loss}}{0.85f_c' A_g} = \left(1 - \frac{A_c}{A_g}\right) - 0.25k \left(1 - \frac{A_c}{A_g}\right) \quad (6)$$

Typical values of A_c/A_g (where A_c is the area of core and A_g is the gross area) for spirally reinforced square columns vary from approximately 0.4

to 0.6; for round columns this ratio varies from approximately 0.5 to 0.7. The loss ratio for typical values of A_c/A_g is plotted in Fig. 17, which clearly illustrates the significant losses that can occur due to k values lower than 4.

Because most of the recent suggestions and requirements for improved design of earthquake-resistant reinforced concrete structures rely on the beneficial effects of confinement on concrete behavior, a brief discussion of the implications of studies reported in References 23-25 is presented with regards to the prediction of seismic behavior.

1. Deformation characteristics of confined concrete are sensitive to type of aggregate and to relative amount of confining pressure. The modulus of elasticity of concrete in compression varies not only with compressive strength and unit weight, but also with the type of aggregate used. Prediction of modulus of elasticity using the ACI formula may significantly overestimate modular values of confined concrete, and therefore estimations of natural periods, T , of reinforced concrete structures can be affected. This effect should be considered in seismic analysis by allowing for corresponding variations in estimated values of T .

2. Confinement of concrete with all types of aggregates is effective in developing large deformability, i.e. large ultimate strains. This characteristic is the major factor in the improved performance of elements with spirally confined concrete, as it compensates for some of the losses in strength and stiffness of concrete under cyclic loading.

3. The increase in compressive strength due to confinement is about twice as great for normal weight concrete as for lightweight concrete. Therefore, one should be cautious in using equations derived from results obtained for normal weight aggregate concrete to predict behavior of lightweight concrete.

4. The low effectiveness of confinement in some concretes may lead to significant losses in compression capacity when spalling occurs in reinforced concrete elements. This is of the utmost importance in the case of seismic design of column elements since these elements should at all times be able to resist the effects of gravity loads and overturning moments.

Selection of Nonstructural Components

Nonstructural components must either be properly integrated with or effectively isolated from the basic structural system if excessive damage to the building and threat to life under earthquake induced movements are to be avoided. Some building components such as perimeter infill walls, cladding, internal partitions, non-bearing masonry walls, fire walls, stair framings, and other vertical shaftways, which under normal excitations are nonstructural, can become structurally very responsive in case of earthquake ground motions by interacting with the structure.

The effects of the interactions can be grouped in two categories [12]: (1) the effect of the nonstructural components on the response of the structural system; and (2) the effect of the response of the structural system on the components. The more flexible the basic structural system the worse the effects of nonstructural components will be.

Effect of the Response of Structural System on the Nonstructural Components. When a structure starts moving, anything that is supported by or attached to that structure will deform and, unless properly designed, may be subjected to damage or destruction. Inspection of earthquake damage reveals that most buildings having flexible structures designed and constructed in accordance with latest seismic codes survived strong earthquake motion. However, the total damage to the so-called nonstructural components was so high that from an economic point of view they constituted failures. Failure of these components also increased the hazards to life safety (Fig. 18). In most cases the failure of these components is due to lack of proper connections or supports.

Effect of Nonstructural Components On the Response of the Structural System. When nonstructural components such as non-bearing masonry walls, partitions, firewalls, etc., have a certain degree of rigidity, they can affect the response of the structure considerably, even when they are carrying very little vertical load. Prediction of the building's response usually requires consideration of the nonstructural elements present at the moment that extreme environment conditions occur. The need for including these nonstructural elements is illustrated by several examples.

1. Partitions decrease the slenderness of members causing the well-known problem of short columns and short beams (Fig. 6).
2. Partitions or walls infilling frames significantly change the dynamic characteristics of frames.

To determine the effect of infilling partitions and walls, experimental and analytical work is being conducted at Berkeley [26] on one-third scale subassemblage models of a prototype eleven-story reinforced concrete frame building (Fig. 19). A prototype subassemblage of the lower three stories and of one-and-a-half bays of the end frame was studied (Fig. 20). The fundamental period of the building, assuming bare frame, was estimated as 1.3 sec. The infilled frames were designed and constructed according to the following specific guidelines:

1. The frame members (particularly the columns) should possess high rotational ductility and resistance to degradation under cycles of reversed shear loads;
2. Gradual panel degradation should be achieved by using closely-spaced infill reinforcement; and
3. The panel thickness should be limited so that the infill cracking resistance in any story will be less than the combined available shear resistance of the columns in that story.

To emphasize the importance of infills, usually considered nonstructural elements, the results obtained for a bare frame and for an infilled frame will be compared.

Bare frame. Figure 21 shows the load-deformation curve from the test carried out on a bare frame. According to this test, strength capacity was 50 kN (11 kips) and initial tangential stiffness was a very low 6 kN/mm (34 k/in).

Based on rigid plastic first-order theory, the predicted strength was 70 kN (15.7 kips), an overestimate of 40% due to lateral flexibility and attendant P-Δ effect.

Infilled frame. The effects of two types of infill are illustrated in Fig. 22. The curves shown in this figure have been obtained by drawing the envelope of results reported in Ref. 26. Comparison of the curves corresponding to the infilled frame with those of the bare frame (Fig. 22) indicates that the effects of infilling walls must be considered in estimating strength and stiffness of the infilled frame. Infilled frames under service loads behave as monolithic deep beams with an initial lateral stiffness of at least 250 kN/cm (143 k/in.) or an increase of at least 500% with respect to the bare frame. After the addition of clay infill, the strength was increased from 50 kN (11 kips) to about 320 kN (72 kips), or an increase of more than 600%.

The above results were obtained from properly reinforced infill and specially R/C (engineered infilled) frame members. If the infills had not been reinforced and the member had been improperly reinforced, particularly against shear, the initial stiffness and maximum strength of the infilled frame under monotonic loading would have been close to values obtained with the reinforced infills. This is because in the latter case failure started at crushing or shearing of the infills and, as a result, the contribution of reinforcement was negligible. However, post maximum strength behavior, particularly under seismic excitations, would be quite different. There, strength would drop abruptly after reaching maximum strength because of the sudden and brittle crushing or shearing of the unreinforced infill; all the shear forces developed at this point due to the inertial forces would then be resisted by the R/C columns or beams. If these elements had not been designed to resist the total shear (non-engineered infilled frames), they would have failed in a more or less brittle manner, as illustrated in Fig. 23.

Figures 24 and 25 illustrate the lateral load-deformation curves obtained in two of the specimens tested under seismic loading conditions by Klingner and Bertero [26]. Maximum strength was unaffected by cyclic loading. Under service loads the infilled frames behaved as monolithic deep beams. Increased loads caused infill panels to separate from the frame except at the two diagonally-opposite compression struts in the panels and, therefore, to the braced behavior of the subassemblage. Further increases in load caused crushing of some of the struts, which indicated that maximum strength had been obtained. Crushing of an equivalent strut (usually the one located in the weakest panel of the subassemblage) marked the start of serious panel degradation. Thereafter, specimens behaved as frames braced by gradually degrading struts in one or more panels.

The relative amount of damage in each panel determined the locations of the hinge regions that then developed in the frame members near the beam-column connections. The number of hinge regions increased enough to form a collapse mechanism and the strength of the infilled frame subassemblages gradually decreased to the second-order rigid plastic collapse load corresponding to that of the bare frame mechanism. The presence, behavior, and failure of the infill panels did not significantly reduce the rotational ductility of the frame members.

From the analysis of the results obtained in the above investigation, as well as those available from other investigators and the observations made in the field inspection of earthquake damages, it is clear that designers should be aware of the fundamental differences between the inelastic seismic responses of conventional ductile frames, and engineered and non-engineered infilled frames.

Because infilled frames engineered according to the basic guidelines mentioned previously are clearly superior to comparable bare frames in all response stages, designers should be encouraged to use them instead of bare frames filled only by conventional brittle infills or architectural panels. Efficient design against strong earthquakes demands the elimination, whenever possible, of relatively heavy elements (such as partitions) which do not contribute directly to overall structural resistance. Purely architectural elements should be replaced by efficient structural components such as engineered infills, which can also serve architectural functions. The design of the building should be carried out considering the distinct stiffness and strength contributions of all available resistance mechanisms, i.e. ductile frames and engineered infilled frames, to overall structural response under all seismic excitation limit states. It is believed that the additional design and construction expense involved in such a procedure will be justified by increased safety due to structural redundancy, and by decreases in some costs due to the more efficient use of infill or partition materials.

Selection of Structural Building System.

Traditionally, the main concern of a structural engineer designing a building has been the provision of a resisting capability against vertical loads. With the increase in building heights, the effect of lateral forces of wind and earthquakes has become a major concern. As the slenderness of a building increases, the displacements induced by lateral forces become greater and may cause discomfort to the occupants. As discussed previously, lateral displacement may endanger the integrity of nonstructural elements and the overall structural stability of the building. The challenge to the structural engineer in designing tall slender buildings then becomes one of selecting a structural system that will provide the necessary lateral forces in a way which will require the least premium for height over the cost of supporting the gravity forces. This optimization approach has been applied and found efficient and economical, and innovative new structural systems for buildings ranging over 100 stories have been developed, especially for lateral forces induced by wind [18].

ACI Committee 442 [27] has offered some guidelines for choosing an appropriate system. Caution should be used in applying such guidelines in earthquake resistant design, because for some systems proposed (such as staggered wall beams) there is no data regarding their behavior under severe earthquake ground motions. Until more reliable information regarding the seismic behavior of new systems is available, it is recommended that designers continue using systems whose earthquake-resistant efficiency has been proven, either by their performance during severe earthquakes or through comprehensive experimental and analytical studies.

Basic Structural Systems. The various lateral-load resisting systems may be classified as one or a combination of the following two basic structural systems:

1. Moment-resisting frame
2. Shear wall or braced frame

The most commonly used reinforced concrete lateral-load resisting systems in the U.S. can be categorized as follows: (1) Space frames; (2) Interactive space frames and shear walls; (3) Frame tubes; (4) Tube-in-tube; (5) Top-hat (or suspended floors) structures.

A discussion of the advantages and disadvantages of the first four systems is given in Refs. 18, 27, and 28. Top-hat structures consist of one or more reinforced concrete central cores and suspended floors. Figure 26 schematically shows an example of such a structural system, the West Coast Building in Vancouver, British Columbia, which was subjected to dynamic experimental studies by Bouwkamp [29]. From the point of view of construction costs, this is a very attractive system; however, as presently designed and constructed there are serious doubts regarding its efficiency as an earthquake-resistant system. The main drawbacks are: the lack of redundancy (cantilever columns) and the existence of high axial force at the top, which not only reduces the ductility of the core but can create serious P- Δ effects. No data exists regarding its performance under severe earthquake ground motions. Advantages and disadvantages of the two main structural systems (frame and walls) will be pointed out in the discussion of seismic performance of buildings.

Prediction of Mechanical Behavior of Structures

As indicated in the flow diagram of Fig. 7, this aspect of the design procedure usually involves three fundamental steps: (1) modeling of the structure; (2) structural and stress analysis; and (3) proportioning and detailing. The importance of structural modeling will be discussed in this section. Steps 2 and 3 are discussed in References 13, 30 and 31.

Modeling of the Structure. Realistic modeling of structural characteristics is of the utmost importance in achieving an efficient earthquake-resistant design, and requires the accurate representation of the behavior of the constructed building, particularly its masses, support conditions, connections, element stiffnesses and strengths, and foundations. The possible interaction of nonstructural components with structural elements should also be considered. Decisions regarding the representation of these characteristics require a clear understanding of the expected behavior of the structure, an understanding which can be gained through observations of the performance of actual structures and integrated analytical and experimental studies.

Because of uncertainties regarding the different factors that should be considered in the modeling of real structures, the designer must realize from the beginning that the design cannot be based on just one deterministic analysis of a selected model. The designer should consider several models based on the possible combinations of the bounds of ranges over which the different parameters governing the behavior of real structures can vary. To illustrate this point, let us re-examine the apparently simple case of the Ambulance Parking Canopy of the Olive View Medical Center [32].

The structure of this canopy consisted of a relatively heavy concrete roof slab (433 kips), supported by 12 stiff, reinforced concrete tied columns, as illustrated in Fig. 27. The north columns were sheared off at the top,

with the lower portions remaining practically vertical. The permanent roof displacement, shown in Fig. 28, occurred after the failure of all the north columns. The design of this structure was based on the model shown in Fig. 29, i.e. assuming a hinge and support at the top of the footing. Based on this model, the computed shears in the columns were so small (Fig. 29) that shear reinforcement was not required. A more careful analysis of the structure's building plan would have led to the necessary consideration of the restraint offered by the ground slab which was 2 ft. above the level of the columns' foundation. The manner in which this slab was constructed restrained the column, causing a nearly "fixed-fixed" condition to develop for the portion of the column above the slab; this development more than doubled the value of the calculated ultimate shear in the column (Fig. 30). This inaccuracy in modeling, which resulted in a considerable underestimation of the required shear reinforcement, was the most important factor in the failure of the canopy.

The consideration of possible bounds in the restraints offered by the foundation and ground slab would also have shown that the natural periods of this structure (the estimation of which is essential to seismic-resistant design) could vary between 0.09 sec. to 0.34 sec. This wide range of variation emphasizes the need for using nondeterministic concepts in the seismic-resistant design of structures.

Reliability Analysis of Final Design

Because of the uncertainties that have been pointed out in previous discussions regarding the characteristics of future major earthquake ground shaking, as well as the actual mechanical behavior of the soil-structure system, the nature of a seismic-resistant design is nondeterministic. Therefore, it is necessary to subject the designed structure to a series of analyses to check its reliability under the possible bounds of the expected excitations and of the parameters controlling its behavior at service and ultimate limit states (31). The following discussion will be limited to the problems that arise in checking the reliability of the design at the ultimate limit states.

Because the nonlinear dynamic response of structures is very sensitive to variations in the characteristics of ground motions, the reliability of a design against a suite of ground motion time-histories should be checked. These time-histories should be selected in such a way that they will test the inelastic response of the structure throughout the probable range of potentially critical periods in which it can respond due to the degradation of its stiffness.

A quantitative description of the actual hysteretic behavior of a member or its critical regions is complex. Most of the data available are from tests of members under moment, axial and shear forces acting in one plane. Even for this simple case of planar behavior, modeling of the real hysteretic loops is still too complex for incorporation into practical computer programs for the analysis of whole structures. Thus, it is desirable to describe its main characteristics by a few numerical indices. If this behavior can be idealized as being elasto-perfectly plastic, it can be precisely described by the yield strength and time-history of a ductility factor, defined as the system deformation divided by its yield deformation. Unfortunately, the hysteretic behavior of real systems usually differs significantly from this simple idealization. Thus, although ductility factors describe the maximum deformations, they generally fail to quantify the energy dissipation capacity. For a detailed discussion of use of ductility factors see Refs. 33 and 34.

SEISMIC PERFORMANCE OF REINFORCED CONCRETE BUILDINGS

Several in-depth studies of the damage that occurred during recent moderate and severe earthquakes have been conducted at Berkeley [15, 17, 32-39]. These and similar studies carried out by other investigators have shown the importance of following the basic concepts of earthquake resistant design and have led to improvements in seismic-resistant design and construction. Typical examples of the observed performance of reinforced concrete buildings are briefly discussed to illustrate the importance of seismic resistant design.

Performance of Main Building of Olive View Medical Center During the 1971 San Fernando Earthquake [32, 33, 36-38]

This was a six-story building. An examination of the layout of this building, Fig. 31, reveals the use of large unnecessary masses. The structural system also has significant discontinuities. While the upper four stories consisted of shear walls combined with moment-resisting space frames, the lower two stories had only a moment-resisting space frame system. The floor system consisted primarily of a flat slab-column system with drop panels at the columns. Tied and spirally reinforced concrete columns were used. The shape and reinforcement of these columns differed from story to story, as is illustrated in Fig. 31.

The combination of discontinuities in stiffness, strength and ductilities, and the use of unnecessary masses played an important role in the performance of the building during the San Fernando earthquake of February 1971. Although the main building did not collapse, it was, from the functional point of view, a complete failure and had to be demolished despite the fact that seismic-resistant coefficients for the ground and first story were estimated as 0.30 and 0.44, respectively, i.e., considerably higher than those required by the code provisions. The permanent deformations of the first two stories were so large (up to a 30 in. relative displacement between the first and second floors) (Fig. 32) that the structural and nonstructural damage was beyond economical repair (Fig. 33).

Performance of the Banco de America and Banco Central During the 1972 Managua Earthquake [16, 17, 33]

Studies of the earthquake damage during the Managua earthquake of December 23, 1972, indicated that while buildings with properly detailed and constructed moment-resisting frames could sustain large seismic excitations without collapse, several buildings developed deformations large enough to endanger life. However, buildings with properly designed and constructed reinforced concrete shear walls performed exceptionally well. The more symmetrical the plan of the building and the greater the ratio of shear wall area to gross floor area, the better the performance of the building. A good example of these findings can be offered by comparing the performance of the two banks illustrated in the photographs of Fig. 34. The Banco de America generally performed very well, although it suffered some structural and nonstructural damage. Its excellent performance can be attributed to the symmetry and uniformity of the distribution of the masses and structural stiffnesses throughout the building (Fig. 35).

The structural system, which can be considered as a combination of coupled ductile walls with a framed tube, appears to be an excellent system for

seismic-resistant design, providing several lines of defense [Fig. 36] whereby the behavior of the whole system can accommodate the demands of different kinds of severe earthquake ground motions. To obtain a quantitative understanding of the contribution of each structural element to the overall strength and stiffness of the building, the elastic behavior of several structural models was investigated. These models were subjected (1) to static lateral loads representative of those expected during an actual earthquake, and (2) to dynamic earthquake ground motion accelerograms. Both two and three dimensional models, based on the frame idealizations illustrated in Fig. 35, were considered for the tower portion of the building. The basement levels were included in these models, as were rotational and translational base springs necessary to consider the flexibility of the foundation media.

The different models used in the analyses were obtained by sequentially removing from the total structural system those sub-systems which, according to the results of the elastic analyses, the strength capacity estimates and the observed damages, might have suffered significant deterioration of their strength and/or stiffness. The dynamic characteristics of these systems were evaluated (see Table 5) and their behavior under static and dynamic loads were computed.

The results indicate that foundation deformations had little effect on the seismic response of the building. Thus, further consideration here will be limited to cases with fixed base conditions.

A three-dimensional analysis of the tower indicated that the fifth mode was predominantly torsional. In spite of this, the translational modes were virtually uncoupled due to the symmetry of the structural system.

As can be seen in Table 5, failure of different structural elements would have had a significant effect on the dynamic characteristics of the building; viz: (1) an increase in the fundamental period from below 1 sec. to 1.35 sec. when all perimeter columns were assumed ineffective; (2) a similar increase if the coupling girders were removed from the structural model; (3) an increase in the fundamental period to 3.3 sec. if both the perimeter columns and the coupling girders were disregarded; and (4) an increase in the period to 2.4 sec. if the coupling girders and only the perimeter columns that are located in the periphery frame (Fig. 36) were discounted. From the results of these elastic analyses, the damage survey, and *in situ* periods measured after the earthquake, the final condition of the building would appear to be close to the structural system described above in (4) with some additional reduction in stiffness, due to deterioration of the slab-to-perimeter column connection in the core shear wall frame (Fig. 36).

Time history elastic analyses of the response of these different structural models were performed, including the case of biaxial ground motions. Bounds on the actual response can be estimated directly using the elastic response spectrum shown in Fig. 37.

According to the period corresponding to the initial state of the structure, $T = 1$ sec., and assuming completely elastic behavior, the maximum inertia forces and displacements that would have been developed correspond to a spectral pseudo-acceleration (PSa) of 0.34g and a spectral displacement (Sd) of 3.35-in. (85-mm). However, these values could not have been developed because the real

strength and ductility capacity of many structural elements would have been exceeded, causing significant deterioration in their contributions and a corresponding increase in the building's period. The maximum probable elastic strength of the core walls was controlled by its shear cracking capacity which would have been reached at an estimated value of $PSa = 0.10g$ for the initial elastic structural system. Under this magnitude of PSa, however, most of the coupling girders would have failed, increasing the fundamental period to a value of $T = 1.35$ sec., and significantly increasing the forces acting on the periphery frames. Under these circumstances, the connections between perimeter columns and slab would have also begun to deteriorate (at inertia forces corresponding to $PSa = 0.15g$). If the stiffness and capacity for moment transfer of these connections would have disappeared completely, the period would have increased further to $T = 2.4$ secs (Table 5). A structure with this period under the ESSO ground motion, even if higher mode effects are considered could not have developed inertia forces significantly larger than that corresponding to $PSa = 0.14g$, with a maximum displacement of $Sd = 8.26$ -in. (210-mm). Thus, a considerable decrease in the effective inertia forces, without the building reaching excessive deformations, was possible due to the failure of several structural fuses built into the structural system.

The fifteen-story tower of the Banco Central suffered considerable structural and nonstructural damages despite the fact that its design was carried out for lateral loading in considerable excess of any building code requirements in the United States at the time of its design in 1961. The damage can be attributed mainly to the flexibility of the structural system. The lateral resistance was offered primarily by frame action. As a consequence of the very flexible floor system (Fig. 38), relatively large lateral story displacements and vertical floor movements took place. The stiffer reinforced concrete walls around the elevators, together with the masonry infill wall that was used on the west side (Figs. 34 and 38), introduced an extremely large torsional eccentricity into the building that contributed to the observed damage. It should also be noted that there is a discontinuity in the structural system at the fourth floor level where the closely spaced columns shown in Fig. 38 terminate at transfer girders. These girders are supported by only 10 columns as shown in Fig. 38. Irregular forms resembling the one used in this building should be avoided whenever possible.

While the earthquake rendered the elevators of the Banco America inoperable, the stairways remained free from debris (Fig. 39). In the Banco Central, by contrast, not only were the elevators useless, but debris so filled the stairwell (Fig. 39) as to make passage to and from the building difficult which could have resulted in a serious threat to life safety had the building been occupied at the time of the earthquake.

Performance of the "Escuela de Niñeras" During the 1976 Guatemala Earthquake [39]

The "Escuela de Niñeras" is a relatively modern engineered building, built in 1964, of three stories with a partial basement (Fig. 40). Built of a mixed reinforced concrete frame and masonry construction, during the 1976 Guatemala Earthquake it suffered extensive damage to windows, doors, and masonry walls and partitions and significant structural damage to the first story columns.

The building is rectangular in plan, 27.5 m x 11.5 m. The structural system consists of a moment-resisting space frame with seven transverse and two

longitudinal planar frames (Figs. 40 and 41). The upper two floors and roof are cantilevered out over the ground story by 2.50 m on the north and the south and 1.20 m on the east and the west (Fig. 42). All cantilevers support heavy masonry walls; in addition the southern cantilevers support heavy reinforced concrete sunshades. The bays of the frames are infilled with a great number of masonry walls, many of partial height, which are distributed throughout the building in an irregular manner in both plan and elevation (Figs. 42 and 43).

Much of the damage to the building (Fig. 43) was to its nonstructural components, particularly the infill walls. Damage to these walls was characterized by diagonal and horizontal crackings, crushing and/or complete collapse (explosion) (Fig. 44). These walls were constructed of brick masonry with vertical reinforcement placed in the edges and occasionally in the center.

Damage to the structural elements was limited principally to the first story columns, particularly the columns of the transverse frames 2 and 3 (Fig. 43). This damage was the consequence of restraint offered by the infill walls which created short column shear failures (Fig. 45). Although the mechanisms responsible for member (structural and nonstructural) damage was evident, the overall response mechanism that led to the pattern of observed damage was uncertain in both a qualitative and quantitative sense. To clarify these doubts a series of three dimensional dynamic analyses of the whole building were carried out.

Four elastic finite element models of the building were developed to study the influence of the masonry infill upon first, the dynamic characteristics of the building; and second, the seismic response to selected ground motion records, including the available record of the February 4, 1976, Guatemalan earthquake. The four models included a model of the structural frame alone, a model of the frame and the stiffness contributed by the floor slabs, and two models of the frame plus slabs with the stiffness contributed by the masonry infills. (One model assumes "soft" infill and the other "rigid" infill.) The mass distribution used in all models was identical and reflected the actual distribution found in the building.

The beam and column members were modeled by three-dimensional beam elements, the slabs by plate elements, and the infill by 12 degrees of freedom infill elements specially developed for this study. Figure 46 illustrates the finite element model.

The dynamic characteristics of each of the four models was evaluated by an analysis of the undamped system. Periods and perspective sketches of the first four modes are presented in Figs. 47-50. From analyses of the mode shapes, the computed values of the participation factors, and the seismic response to different ground motions, the tremendous influence of the infill walls becomes clear. The infills coupled the lower translational modes of vibration, introducing greater torsional responses and shifting these fundamental modes to a considerably lower period range that had the detrimental effect of tuning the building to a dominant period range, peculiar to the ground motion recorded in Guatemala City.

Roof displacement envelopes resulting from the response to the Guatemala ground motion record are shown in Fig. 51. These envelopes show the

stiffening effect of the infill walls as well as their contribution to the torsional response. As a consequence of these effects, the intensity of the member forces and their distribution throughout the building frame were significantly changed. Maximum member forces in the first floor columns increased considerably while those of the upper floor decreased, and maximum story shears were shared unequally at each level. Infill shear stresses and column member forces were found to be most critical in the first story areas of the transverse frames 2 and 3, which was where the most dramatic damage was observed.

The combined evidence of analysis and observed damages suggest a failure mechanism wherein a highly stressed complete infill panel suffers sudden partial failure and be converted into a partial height panel that then serves to foster short column behavior in the adjacent column. The considerable increase in the shear that is now transferred to this short column may lead to its fracture. Results from both the survey of damages and the analytical studies indicate that infills can have a significant influence on the seismic response of moment-resisting frames, and should not be ignored in designing and constructing this type of building.

Performance of Deep Spandrel Girder - Short Column Systems [40, 41]

An architectural layout which has been commonly used in the U.S., Japan, and other countries, for educational facilities, hospitals, medium-rise office buildings and parking garages is one employing deep spandrel girders and short columns, as illustrated in Fig. 52. The fact that buildings using this type of structural system suffered heavy damage during the 1964 Alaska, 1965 Tokachi-Oki (Fig. 53), 1971 San Fernando, and 1972 Managua earthquakes indicates the undesirability of this type of structural form. Because of the short clear height of the columns, high shear forces develop in these elements, usually resulting in very brittle types of failure. Therefore, it is necessary to either abandon this type of construction or, at least, to investigate practical means for increasing the ductility of the resulting short columns. This last alternative is presently being pursued at the University of California at Berkeley [41]. The results obtained to date show that even very short reinforced concrete columns, if detailed properly, can respond in a ductile manner. Relative rotation ductilities greater than 4 were developed, and locally, average plastic rotations greater than 0.02 rad, were obtained over a 152 cm (6 in.) length even where shear stress reached values up to $10.5f'_c$ (psi) ($0.81/f'_c$ (MPa)). This indicates that moderate ductile behavior and the development of high shear stresses are compatible. It should be emphasized, however, that the observed ductile behavior was limited and not high enough to guarantee survival of this type of structural system in case of severe earthquake ground shakings. There is a danger that for this strong girder-weak column system the inelastic deformation will concentrate in the columns of just one story, resulting in unattainable demands of inelastic rotations as discussed previously and illustrated in Fig. 12.

Performance of Shear Wall Structures vs. Moment-Resisting Space Frames

As was pointed out previously, there are still two schools of thought as to which basic system is the most efficient for seismic-resistant design: moment-resisting space frame (flexible) or shear walls (rigid). Until 1967, most U.S. engineers favored the ductile moment-resisting space frame. This was and it is even today clearly reflected in the U.S. seismic codes. The damage

to several frame-shear wall buildings during the 1964 Alaska earthquake made engineers reluctant to use this type of structural system: one frame-wall structure collapsed and several suffered considerable structural damage. However, detailed studies of the damages to these wall structures revealed that in all cases failure was due to one or more of the following factors: (1) poor conceptual design of the whole building and structural system, i.e. poor distribution of masses and/or walls throughout the building, (2) poor design and detailing; (3) poor quality of materials; and (4) poor workmanship, particularly at the construction joints.

As a consequence of the excellent behavior of frame wall structures during the 1967 Caracas, Venezuela, earthquake and other severe earthquakes that occurred in the last decade, the acceptance and use of reinforced concrete frame wall-structural systems in buildings construction has grown considerably [42]. In spite of this excellent behavior and advancing understanding of behavior of wall-structures through research carried out in the U.S., Japan and New Zealand [13], the design of wall and wall-frame systems is still penalized in U.S. seismic codes, compared to the requirements for ductile moment-resisting space frames. The main argument for requiring higher design seismic coefficients for wall structures is that walls are rigid and lack adequate ductility. The experiments carried out at Berkeley [43] have shown that it is possible to design and construct shear walls that have very large rotation and displacement ductilities at their critical region (Fig. 54), even when the nominal shear stresses reach value of $15\sqrt{f'_c}$ (psi) which exceeds the maximum value allowed by code, $10\sqrt{f'_c}$ (psi). The use of these walls coupled by very ductile girders can lead to the best strong column - weak girder system, which is the basic requirement for the design of ductile moment-resisting space frame systems [Fig. 55].

ANALYTICAL PREDICTION OF THE OBSERVED SEISMIC PERFORMANCE OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Because of the complexity of any real building's three-dimensional inelastic behavior when subjected to a severe earthquake ground motion, numerical prediction should be carried out by computer programs. In studies at Berkeley regarding the seismic performance of buildings, it was possible to justify observed damage through analyses carried out by available computer programs; however, this required considerable effort - no presently available program is capable of accurately predicting the three-dimensional inelastic seismic behavior of a real building. Even if such a computer program were developed, it is doubtful whether it could be used for reliable predictions of the three-dimensional hysteretic behavior of real buildings because of lack of data on the hysteretic behavior of structures under three-dimensional deformations. There is an urgent need for integrated experimental and analytical studies of such behavior.

Inelastic analysis of pseudo three-dimensional building models can be performed with the program DRAIN-TABS [44]. A few general-purpose programs can be used to perform three-dimensional, direct integration time-history analyses of nonlinear models. These include MORISAP, ANSR-I, ADINA, and NASTRAN which are generally convenient to use [45, 46]. Special programs like DRAIN-TABS are more convenient, but nonetheless require specialized skills and are costly for large practical applications. As a result, there have been few three-dimensional

analyses of real buildings. For the most part, these programs disregard the effect of nonstructural elements. This is not surprising because few, if any, realistic idealizations (mathematical models) of the nonlinear behavior of common nonstructural elements have been formulated.

Thus, most predictions of strength and deformation capacity of buildings are now based on two-dimensional inelastic analyses that are carried out on models of the planar frame and/or shear-wall building components. These models can be used to idealize only regular buildings having negligible or no torsional eccentricity. All frames and shear walls in one direction are treated as planar systems tied together at each floor level by rigid links representing the floor diaphragm. These idealizations thus assume that the floor diaphragms are essentially rigid. Semi-rigid floor diaphragms cannot be adequately represented by planar frame or shear-wall models. Only floor diaphragms that are very flexible in relation to the frame or shear-wall can be modeled by uncoupling each plane of frames or shear walls and performing separate solutions. The main disadvantage of this model is that it neglects the effect of torsion; even a building with no eccentricity between mass and resistance in the linear-elastic range could develop torsion due to the early inelastic deformation of one or more weakly constructed regions. There is an urgent need to study the effect of these inelastic torsions on the overall strength and deformation capacities of a building.

In spite of this disadvantage, the two-dimensional frame and shear-wall model has been used to clarify some problems in predicting the strength and deformation capacities of buildings [3], 35, 38].

The most desirable and practical method for evaluating seismic performance should combine simplicity of execution with acceptable levels of reliability. Not surprisingly, in practice seismic behavior is currently predicted on the basis of linear response analyses. Proper interpretation of those analytical results can be used to identify deficiencies and, perhaps, lead to acceptable estimates of the strength of buildings, particularly those of a relatively brittle type, or those in which inelastic deformations develop simultaneously at enough regions to convert the structure into a mechanism with enough strain-hardening to compensate for the P- δ effect. However, those types of behavior are more often the exception than the rule in actual buildings.

Comparison of results obtained on the behavior of complete structures and subassemblies from laboratory and field experiments with those from analyses using linear-elastic methods indicates that the latter usually lead to very conservative predictions of strength. Linear-elastic methods, except when applied to brittle types of structures, generally fail to give information adequate for predicting deformation capacity. The studies carried out in Refs. 31, 33, 38, prove that the computed nonlinear displacement response histories can differ substantially from elastic predictions. Because linear-elastic methods are relatively simple and inexpensive to use, studies should be carried out to correlate computed elastic response and actual inelastic response of standard types of structures. Guidelines should then be formulated for interpreting results from elastic analysis to obtain an idea on the actual strength and deformation capacities of such structures.

EDUCATIONAL, RESEARCH AND DEVELOPMENT NEEDS

This paper has reviewed the observed performance of reinforced concrete buildings during recent destructive earthquakes, the causes, and the difficulties

in prediction of such performance. Hopefully this review creates a better awareness of one of the main reasons for most observed poor performances: the difficulty in predicting the actual dynamic characteristics of (1) seismic ground motions; and (2) the structure when the earthquake strikes. To help mitigate the destructive effects of earthquakes, it is necessary not only to improve design, construction, and maintenance of future structures, but also to develop better methods for retrofitting existing structures. Such improvements can be effected only through integrated educational, research, and development efforts. Some of these needed efforts are summarized below. For a more detailed discussion see Ref. 13.

Educational Needs

Despite many unresolved problems in predicting the behavior of buildings under the combined effects of normal environments and extreme earthquake ground motions, our understanding has advanced significantly in the last two decades. There is a significant body of knowledge regarding the problems caused by extreme earthquake shaking. However, comparison of the state-of-the-art with the state-of-the-practice indicates that such knowledge has generally not been incorporated in practice. It is therefore crucial to impart this knowledge to structural engineering students through their curriculum in the universities and in professional schools, as well as to professionals through refresher courses that could be offered by continuing education programs. Among the topics that should be included in the curriculum are:

1. Sources and mechanisms of severe earthquakes. This should include the proper way of measuring the severity of the excitations created by such earthquakes.
2. Actual mechanical behavior of soils and building materials under conditions imposed by the combination of excitations induced by normal environments and severe earthquakes.
3. Three-dimensional mechanical behavior of actual soil-building systems up to collapse when subjected to loads or deformations due to the combined actions of normal environment and severe earthquake shaking. This includes damage accumulated during the service life of buildings from variations in loading and environmental histories. Knowledge of cumulative damage will enable the designer to determine the building's condition (e.g., its residual stresses, cracking, deterioration in strength and stiffness from aging and corrosion) at the time the severe earthquake occurs.
4. Procedures and criteria for establishing the strength and deformation capacities of existing buildings. This would require knowledge of the complete hysteretic behavior of the building.
5. Use of probability and statistics to develop sounder methods of seismic-resistant design of buildings.
6. Socioeconomic aspects of hazards created by severe earthquakes.

Research and Development Needs

Research needs are necessarily related to educational needs since increased knowledge is brought about through research. However, as Holley

pointed out [47], research alone is not enough; analytical and experimental studies must be augmented by development work. Among the different research and development needs, the following should be emphasized:

1. Develop more precise methods for predicting the characteristics of the possible severe earthquakes that can occur at any given building site.
2. Conduct comprehensive, integrated experimental and analytical studies on the mechanical behavior of materials, single and composite, used in the construction of the soil-building system (both structural and nonstructural components) under loads and/or deformations induced by severe earthquakes.
3. Carry out investigations of new materials that could improve the performance of buildings under extreme earthquakes.
4. Develop more accurate methods for nondestructive testing of materials in the field.
5. Develop more reliable procedures for determining strength and deformation capacities of soil-building systems under load or deformation conditions that can be imposed by the combined effect of normal environment and severe earthquakes. Required are integrated field, laboratory, and analytical studies, and development of (a) new techniques for testing buildings up to collapse; and (b) nonlinear three-dimensional computer programs for predicting the progressive collapse of buildings.

CONCLUDING REMARKS

An attempt has been made to create a better awareness of the uncertainties and difficulties involved in achieving efficient seismic-resistant concrete construction, reviewing: (1) the different aspects involved in the design, construction, and maintenance of buildings; (2) the performance of actual buildings during recent earthquakes; and (3) the difficulties in predicting such performance.

Efficient seismic-resistant construction requires integrating knowledge from many diverse disciplines: seismology, geology, geophysics, and earthquake engineering. Close cooperation is needed among researchers, professionals, manufacturers, and government officials. Hopefully, the general discussion presented here has made clear the need for integration of knowledge and cooperation of efforts to mitigate the destructive effects of earthquakes.

ACKNOWLEDGEMENTS

Appreciation is expressed to the National Science Foundation for its financial support of some of the studies reported in this paper. The collaboration of J. Axley in preparing this paper is greatly appreciated. The author would also like to acknowledge the assistance of M.C. Randall, D. Parodi, and C. Jones in the preparation of this paper.

REFERENCES

1. Bresler, E., "Behavior of Structural Elements, A Review," Building Practices for Disaster Mitigation, National Bureau of Standards Building Science Series 48, Washington, D.C., 1973.
2. Sawyer, H. A., Jr., "Comprehensive Design of Reinforced Concrete Frames by Plasticity Factors," 9th Planning Session of CED Symposium, Hyperstatique, Ankara, September, 1964.
3. Bertero, V. V., and Bresler, E., "Design and Engineering Decisions: Failure Criteria (Limit States)," Proceedings of 6th WCEE, New Delhi, India, January, 1977.
4. Seismology Committee, Structural Engineer Association of California, "Recommended Lateral Force Requirements and Commentary," fourth edition, San Francisco, 1975.
5. Bresler, E., and Bertero, V. V., "Olive View Medical Center Material Studies, Phase I," Report No. EERC 73-19, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1973.
6. Bertero, V. V., "State-of-the-Art in Establishing Design Earthquakes," Proceedings of a Workshop on Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Building Construction, Vol. II, pp. 315-345, Berkeley, 1977.
7. Bertero, V. V., Mahin, S. A., and Herrera, R. A., "Problems in Prescribing Reliable Design Earthquakes," Proceedings of the 6th WCEE, Vol. II, New Delhi, India, January, 1977.
8. Bertero, V. V., Herrera, R. A., and Mahin, S. A., "Establishment of Design Earthquakes -- Evaluation of Present Methods," Proceedings of the Int'l Symposium on Earthquake Engineering, St. Louis, August, 1976.
9. Bertero, V. V., "Strength and Deformation Capacities of Buildings under Extreme Environments," Symposia on Structural Engineering and Structural Mechanics, honoring Prof. Popov, Berkeley, 1977 (to be published by Prentice Hall).
10. Drenik, R. F., Wang, P. C., and Wang, W., "Case Study of Critical Excitation and Response Structures," Report No. POLY EE/EP-75-D1D, Polytechnic Institute of New York, November, 1975.
11. AIA Research Corporation, "Architects and Earthquakes," Report prepared for National Science Foundation, Washington, D.C., October, 1975.
12. Dowrick, D. J., Earthquake Resistant Design, A Manual for Engineers and Architects, John Wiley & Sons, 1977.
13. Bertero, V. V., organizer, Proceedings of a Workshop on Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Building Construction, in three volumes, Berkeley, 1977.
14. Park, R., "Ductility of Reinforced Concrete Frames under Seismic Loading," New Zealand Engineering, Vol. 23, No. 11, pp. 429-435, November, 1968.
15. Bertero, V. V., Mahin, S. A., and Hollings, J., "Response of a Reinforced Concrete Shear Wall Structure During the 1972 Managua Earthquake," Bulletin of N. Z. National Society for Earthquake Engineering, Vol. 7, No. 3, September, 1974.
16. Pauley, T., "Design Aspects of Shear Walls for Seismic Areas," Research Report 74-11, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Canterbury, Christchurch, New Zealand, October, 1974.
17. Mahin, S. A. and Bertero, V. V., "Nonlinear Seismic Response of a Coupled Wall System," Journal of the Structural Div., ASCE, Vol. 102, ST9, pp. 1759-1780, September, 1976.
18. Fintel, M. and Ghosh, S. K., "Structural Systems for Earthquake Resistant Reinforced Concrete Buildings," Proceedings of a Workshop on Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Building Construction, Vol. II, pp. 707-741, Berkeley, 1977.
19. Bertero, V. V. and Popov, E. P., "Seismic Behavior of Ductile Moment-Resisting Reinforced Concrete Frames," Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones, Publication SP-53, American Concrete Institute, Detroit, 1977.
20. Popov, E. P., Bertero, V. V., Galunic, B., and Lantoff, G., "On Seismic Design of R/C Interior Joints of Frames," Proceedings of 6th WCEE, Vol. II, pp. 5.191-5.196, New Delhi, India, January, 1977.
21. Galunic, B., Bertero, V. V., and Popov, E. P., "An Approach for Improving Seismic-Resistant Behavior of Reinforced Concrete Interior Joints," Report No. UCB/EERC-77/30, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1977.
22. Mahin, S., Bertero, V. V., Rea, D., and Atalay, M., "Rate of Loading Effects on Uncracked and Repaired Reinforced Concrete Members," Report No. EERC-77/9, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1972.
23. Bresler, E. and Bertero, V. V., "Influence of High Strain Rate and Cyclic Loading on Behavior of Unconfined and Confined Concrete in Compression," Proceedings of the Second Canadian Conference on Earthquake Engineering, McMaster University, pp. 64, Hamilton, Ontario, June, 1975.
24. Vollenas, J., Bertero, V. V., and Popov, E. P., "Concrete Confined by Rectangular Hoops and Subjected to Axial Loads," Report No. UCB/EERC-77/13, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1977.

- Bertero, V. and Vallenás, J., "Confined Concrete: Research and Development Needs," Proceedings of a Workshop on Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Building Construction, Vol. II, pp. 594-610, Berkeley, 1977.
- Klingner, R. E. and Bertero, V. V., "Infilled Frames in Earthquake-Resistant Construction," Report No. EERC 76/32, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1976.
- ACI Committee 442, "Response of Buildings to Lateral Force," ACI Journal Proceedings, Vol. 68, No. 11, pp. 81-106, February, 1971.
- Roy, H. E. H., "Designing for Lateral Load," Proceedings of the Structural Concrete Symposium, pp. 146-175, Toronto, Canada.
- Bouwkamp, J. G., "Dynamic Studies of a 16-Story Office Building with Cable-Suspended Floors," Proceedings of the 6th WCEE, Vol. III, pp. 11-18, Dubrovnik, Yugoslavia, September, 1978.
- Bertero, V. V., "Identification of Research Needs for Improving Aseismic Design of Building Structures," Report No. EERC 75-27, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1975.
- Zagajski, S. W. and Bertero, V. V., "Computer-Aided Optimum Design of Ductile Reinforced Concrete Moment-Resisting Frames," Report No. UCB/EERC-77/16, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1977.
- Bertero, V. V., et al., "Design Implication of Damage Observed in the Olive View Medical Center Buildings," Proceedings of the 5th WCEE, Vol. I, pp. 51-59, Rome, June, 1973.
- Mahin, S. A. and Bertero, V. V., "An Evaluation of Some Methods for Predicting Seismic Behavior of Reinforced Concrete Buildings," Report No. EERC 75-5, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1975.
- Mahin, S. A. and Bertero, V. V., "Problems in Establishing and Predicting Ductility in Aseismic Design," Proceedings, International Symposium on Earthquake Structural Engineering, pp. 613-628, University of Missouri, Rolla, Missouri, August, 1976.
- Subcommittee of the SEADOC Research Committee, "Seismic Analysis of the Charaima Building, Caraballeda, Venezuela," Report No. EERC 70-4, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1970.
- Bertero, V. V. and Collins, R. G., "Investigation of the Failures of the Olive View Stairtowers during the San Fernando Earthquake and their Implications in Seismic Design," Report No. EERC 73-26, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1973.
37. Chopra, A. K., Bertero, V. V. and Mahin, S. A., "Response of the Olive View Medical Center Main Building during the San Fernando Earthquake," Proceedings, 5th WCEE, Paper No. 5, Rome, 1973.
38. Mahin, S. A., Bertero, V. V., Chopra, A. K., and Collins, R. G., "Response of the Olive View Hospital Main Building during the San Fernando Earthquake," Report No. EERC 76-22, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1976.
39. Axley, J., "Infill Panels: Their Influence on Seismic Response of Buildings," Ph.D. Dissertation, Civil Engineering Dept., University of California, Berkeley (in preparation).
40. Aoyama, H., et al., "A Study of Damage to the Machinoh Technical College Due to 1968 Tokachi-Oki Earthquake (Part I)," Proceedings of the U.S.-Japan Seminar on Earthquake Engineering with Emphasis on the Safety of School Buildings, pp. 199-213, Sendai, Japan, September, 1970.
41. Zagajski, S. W., Bertero, V. V. and Popov, E. P., "Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Columns Subjected to High Axial and Cyclic Shear Forces," Report No. UCB/EERC-78/05, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1978.
42. Fintel, M., "Ductile Shear Walls in Earthquake-Resistant Multistory Buildings," ACI Publication SP-53, pp. 117-126, 1977.
43. Bertero, V. V., Popov, E. P., Wang, T. Y., and Vallenás, J., "Seismic Design Implications of Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Structural Walls," Proceedings of the 6th WCEE, pp. 5.159-5.165, New Delhi, India, January, 1977.
44. Guedelman, I. R. and Powell, G. H., "DRAIN-TABS, A Computer Program for Inelastic Earthquake Response for Three-Dimensional Buildings Systems," Report No. EERC 77-08, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1977.
45. Powell, G. H., "Computer Programs for Analysis of Seismic Response of Reinforced Concrete Buildings," Proceedings of the Workshop on Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Building Construction, Vol. II, pp. 989-990, Berkeley, July, 1977.
46. Gates, W., "The Art of Modeling Buildings for Dynamic Seismic Analysis," Proceedings of the Workshop on Earthquake-Resistant Reinforced Concrete Building Construction, Vol. II, pp. 857-885, Berkeley, July, 1977.
47. Holley, M. J., "Not Research Alone, but Research and Development," Proceedings, Workshop on Simulation of Earthquake Effects on Structures, National Academy of Engineering, Washington, D. C., San Francisco, September, 1973.

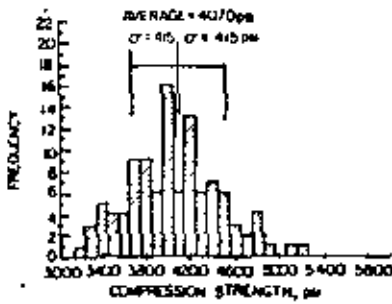


FIG. 1. HISTOGRAM OF CONCRETE COMPRESSIVE STRENGTH - MAIN TREATMENT FACILITY BUILDING - FIELD CONTROL TESTS - 3000 PSI CONCRETE

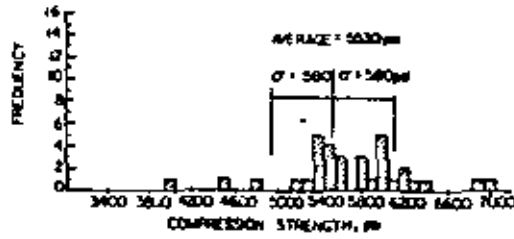


FIG. 2. HISTOGRAM OF CONCRETE COMPRESSIVE STRENGTH - MAIN TREATMENT FACILITY BUILDING - FIELD CONTROL TESTS - 5000 PSI CONCRETE

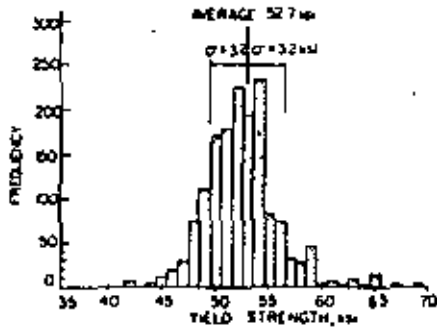


FIG. 3. HISTOGRAM OF YIELD STRENGTH OF REINFORCING STEEL A-15 GRADE - MILL TESTS

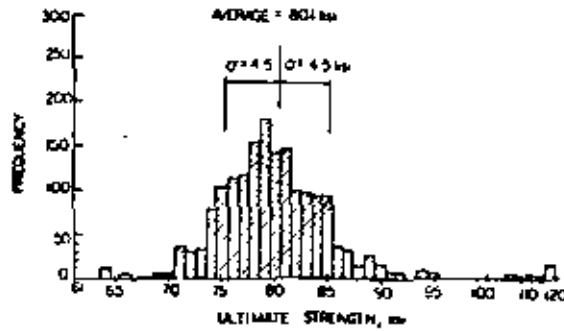
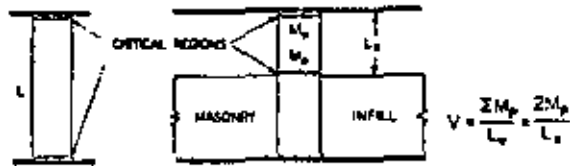


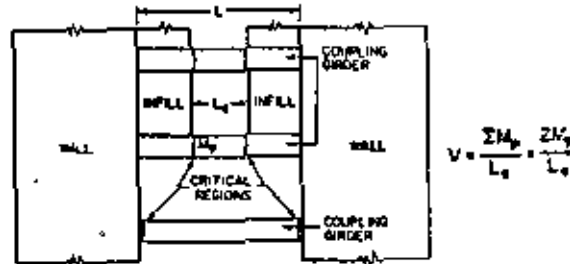
FIG. 4. HISTOGRAM OF TENSILE STRENGTH OF REINFORCING STEEL A-15 GRADE - MILL TESTS



FIG. 5. COLUMN FAILURES DUE TO TERMINATION OF SPIRAL BELOW LOWEST MEMBER FRAMING INTO THE COLUMN



REDUCED COLUMN EFFECTIVE LENGTH DUE TO INFILLS



REDUCED EFFECTIVE LENGTH OF COUPLING GIRDERS DUE TO INFILLS

FIG. 6. EFFECT OF ADDITION OF INFILL ON BEHAVIOR OF COLUMNS AND BEAMS

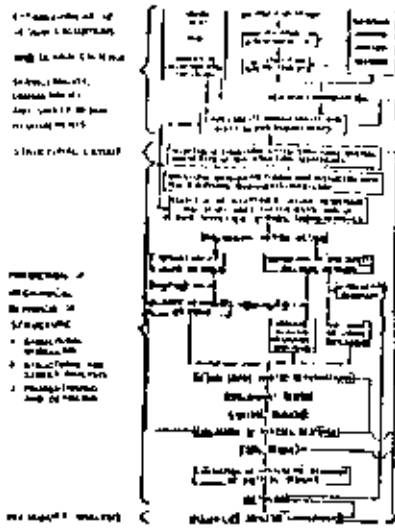


FIG. 7. FLOW DIAGRAM OF GENERAL AFFECTS AND STEPS INVOLVED IN SEISMIC-RESISTANT DESIGN.

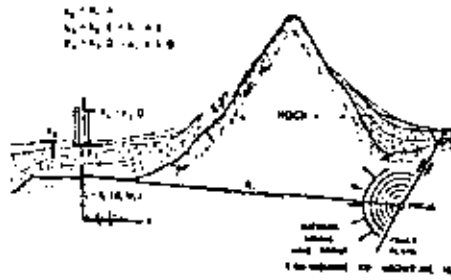


FIG. 8. FACTORS INVOLVED IN PREDICTING SEISMIC RESPONSE

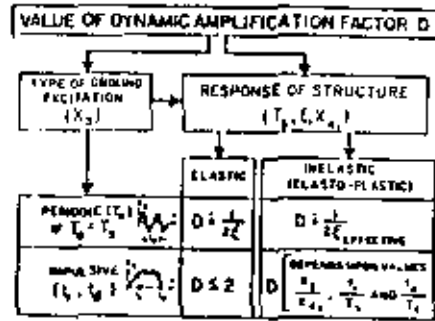


FIG. 9. EVALUATION OF THE DYNAMIC AMPLIFICATION FACTOR FOR DIFFERENT TYPES OF GROUND MOTIONS AND RESPONSES OF STRUCTURES

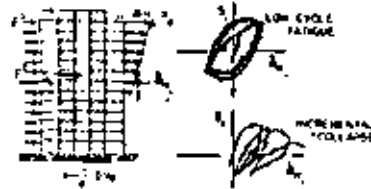


FIG. 10. POSSIBLE TYPES OF FAILURE UNDER SEVERE GROUND MOTIONS

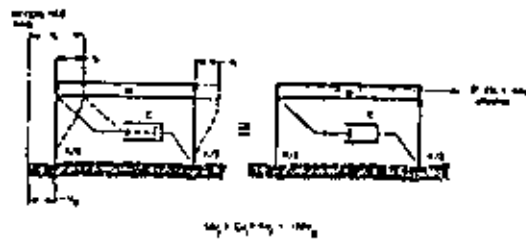


FIG. 11. LUMPED SINGLE-DEGREE-OF-FREEDOM SYSTEM SUBJECTED TO HORIZONTAL GROUND MOTION

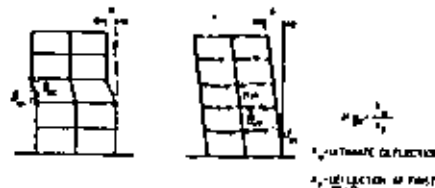


FIG. 12. ALTERNATIVE PLASTIC HINGE MECHANISMS FOR A TYPICAL MULTISTORY FRAME (147)



FIG. 14. STRESS PER UNIT WEIGHT - STRAIN DIAGRAMS FOR DIFFERENT STRUCTURAL MATERIALS



FIG. 13. CREATION OF A SOFT STORY BY ADDING NONSTRUCTURAL ELEMENTS

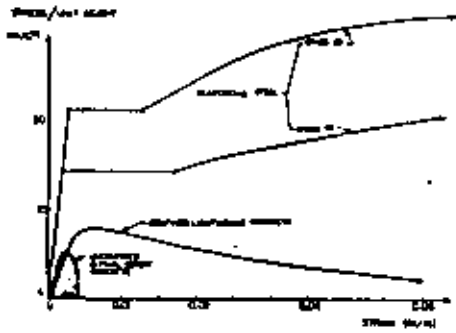


FIG. 15. STRESS PER UNIT WEIGHT - STRAIN DIAGRAMS FOR CONCRETE AND REINFORCING STEEL

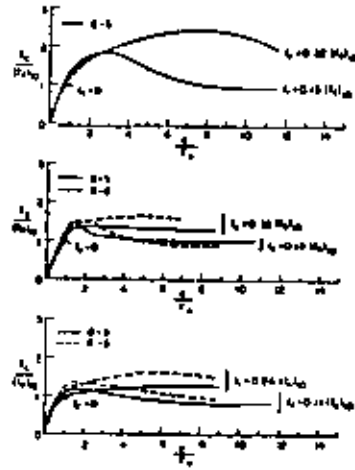


FIG. 16. EFFECT OF CONFINEMENT PRESSURE ON COMPRESSIVE STRENGTH AND DUCTILITY OF CONFINED CONCRETE -

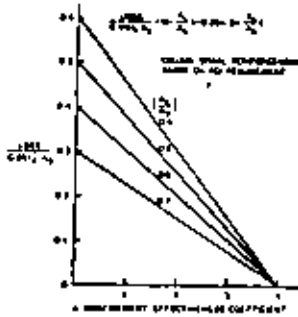


FIG. 17. LOSS OF COMPRESSIVE STRENGTH DUE TO SPALLING OF CONCRETE COVER VS. CONFINEMENT EFFECTIVENESS COEFFICIENT

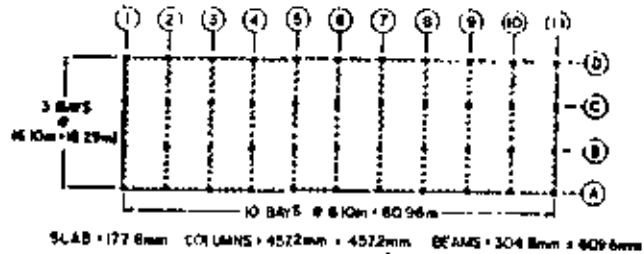


1964 ALASKA EARTHQUAKE.

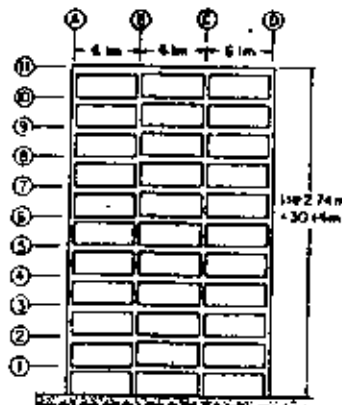


1975 BENGAL EARTHQUAKE

FIG. 18. COLLAPSE OF STRUCTURAL ELEMENTS



(a) PLAN



(b) ELEVATION

FIG. 19. PROTOTYPE BUILDING

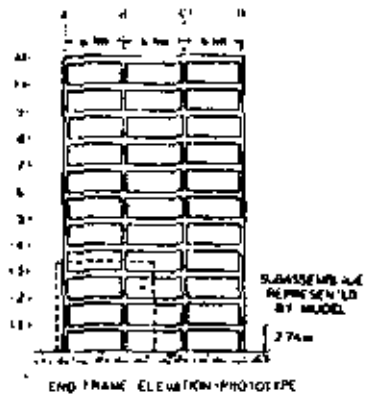


FIG. 20. - SUBASSEMBLY REPRESENTED BY MODEL TESTED.

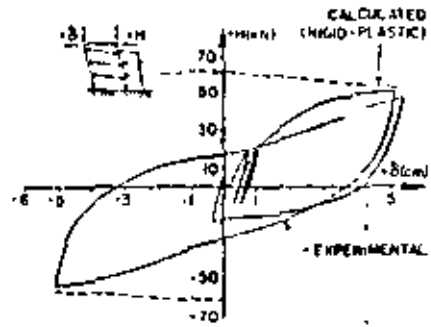


FIG. 21. - LATERAL LOAD - DEFLECTION RELATIONSHIP. - BARE FRAME.

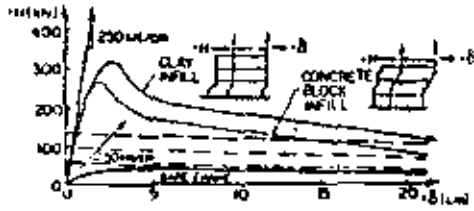


FIG. 22. - COMPARISON OF BEHAVIOR OF INFILLED FRAMES AND BARE FRAME.

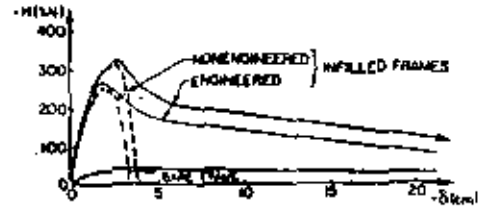


FIG. 23. - COMPARISON OF BEHAVIOR OF ENGINEERED AND NON-ENGINEERED INFILLED FRAMES.

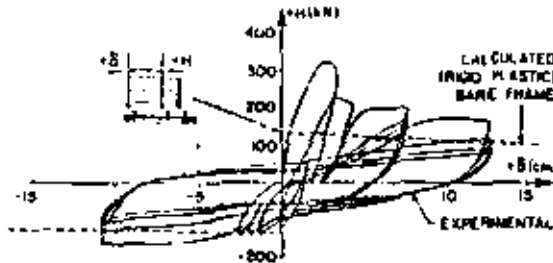


FIG. 24. - HYSTERETIC BEHAVIOR OF A FRAME INFILLED WITH CLAY BRICKS.

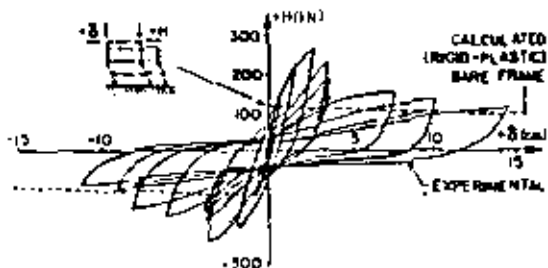


FIG. 25. - HYSTERETIC BEHAVIOR OF A FRAME (INFILLED WITH CLAY BRICKS).



CONSTRUCTION PROCEEDINGS.

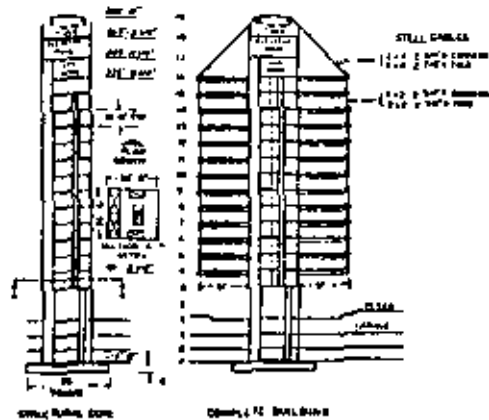


FIG. 26. - EXAMPLE OF TOP - HAT STRUCTURE.

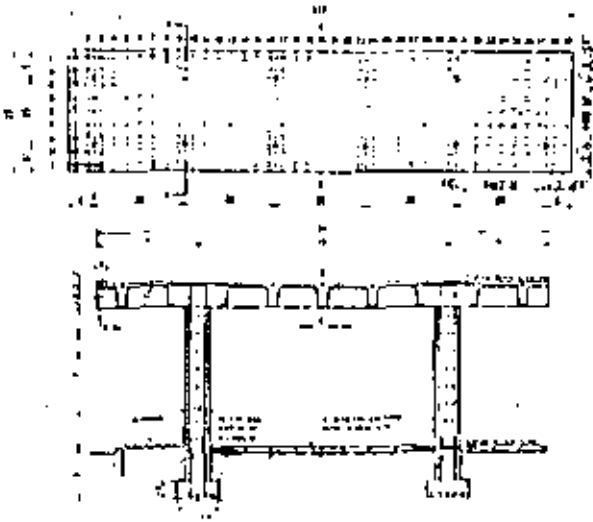


FIG. 27. - ROOF FRAMING PLAN AND SECTION A-A OF AMBULANCE CANOPY.

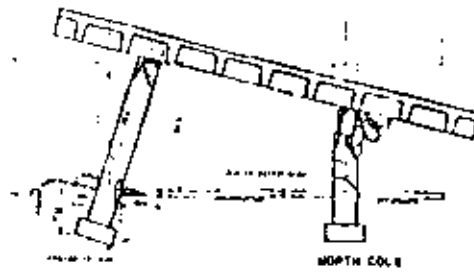


FIG. 28. - SCHEMATIC ILLUSTRATING FAILURE OF CANOPY.

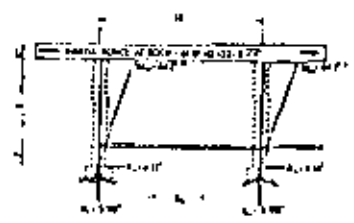


FIG. 29. - DESIGN SEISMIC FORCES AND MOMENTS.

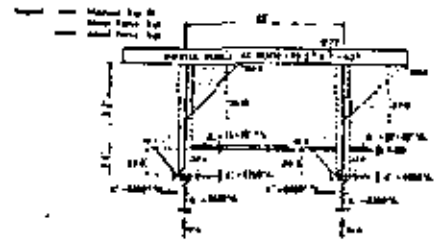
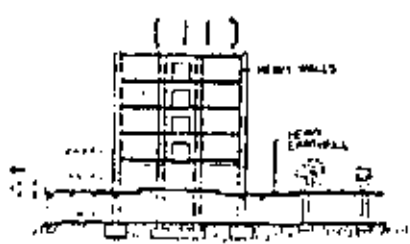
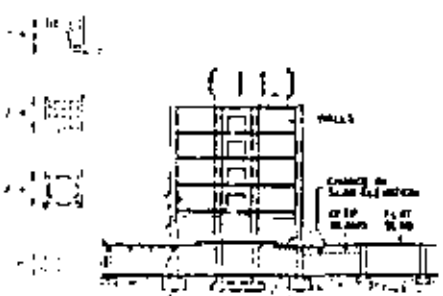


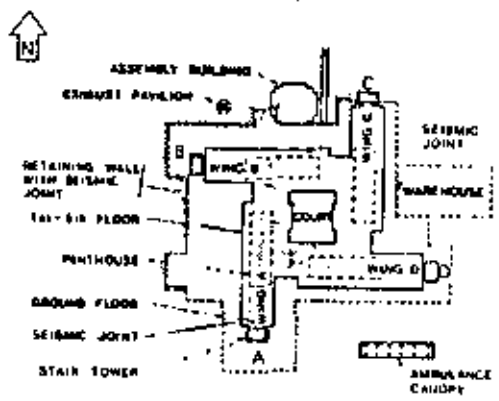
FIG. 30. - MOMENT, AXIAL AND SHEAR FORCES BASED ON REALISTIC STRUCTURAL MODEL.



(a) ELEVATION ILLUSTRATING PRESENCE OF UNNECESSARY MASS.



(b) ELEVATION ILLUSTRATING DISCONTINUITIES IN STIFFNESS, STRUCTURE AND HEIGHT.



(c) SITE PLAN

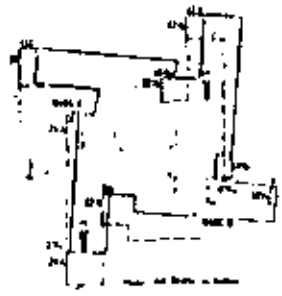
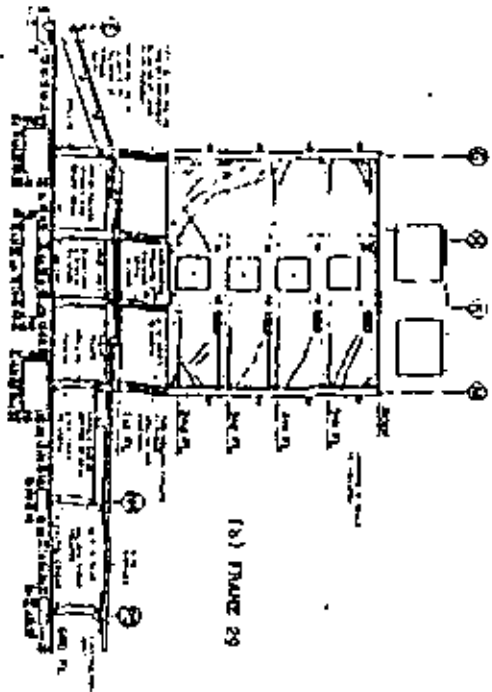


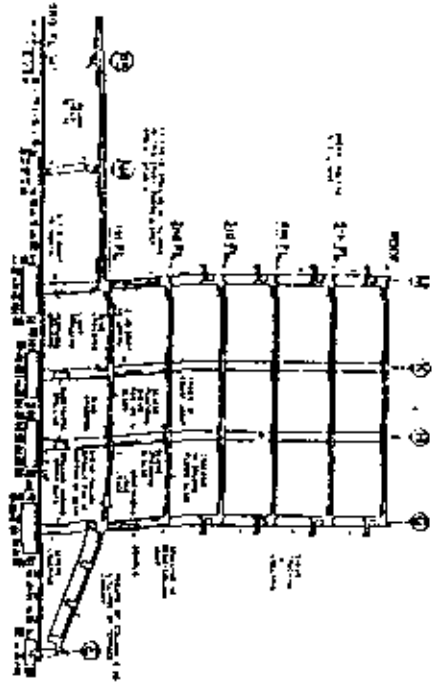
FIG. 31. - PERMANENT STORY DRIFTS IN FIRST STORY.

FIG. 30. - ELEVATIONS AND PLAN OF MAIN BUILDING OF OLIVE VIEW MEDICAL CENTER.

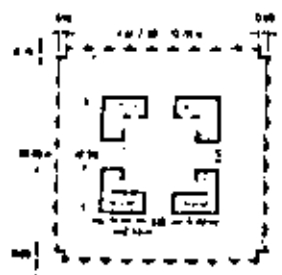
FIG. 23.-SCHEMATIC DIAGRAMS OF FRAME OF THE MAIN BUILDING OF CLIVE VETS MEDICAL CENTER.



(a) FRAME 28



(a) VIEW OF THE SOUTH FACIES



(a) PLAN

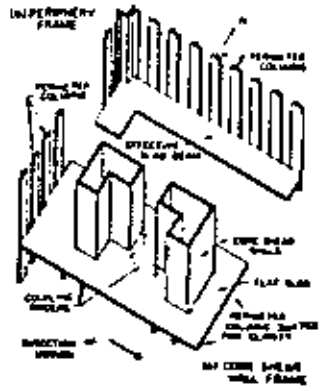
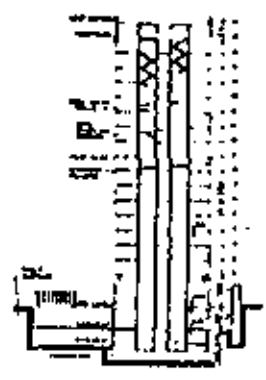


FIG. 36.-SCHEMATIC OF STRUCTURAL SYSTEM OF BANCO DE AMERICA.



(b) VIEW OF THE WEST FACIES



(b) ELEVATION

FIG. 34.-VIEWS OF BANCO DE AMERICA AND BANCO CENTRAL, MANAGUA

FIG. 35.- PLAN AND ELEVATION OF BANCO DE AMERICA.

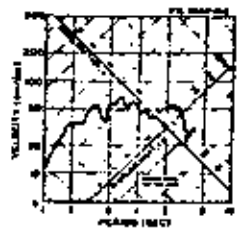


FIG. 37.-RESPONSE SPECTRUM FOR ESOO ACCELEROGRAM : EAST COMPONENT

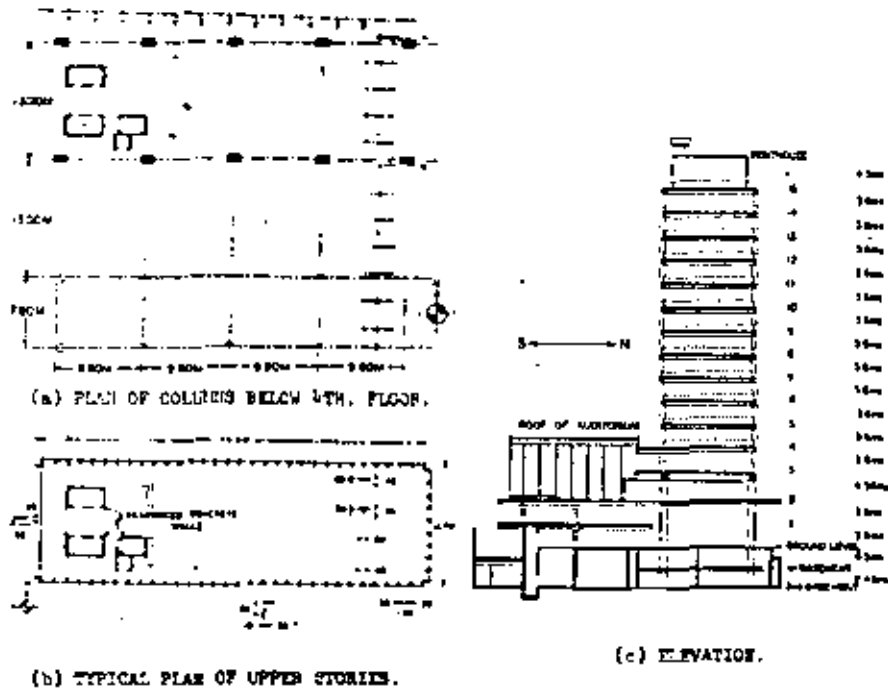


FIG. 38.- PLANS AND ELEVATION OF BANCO CENTRAL

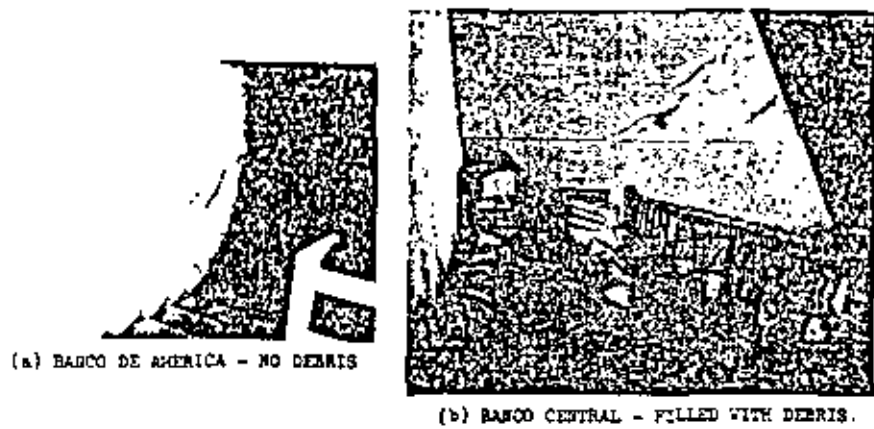


FIG. 39.- STATE OF STAIRWELLS AFTER THE 1972 MANAGUA EARTHQUAKE.

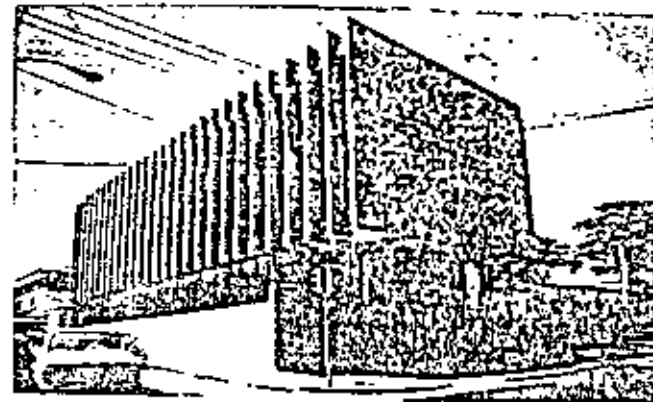


FIG. 40
ESCUELA DE NIÑAS
SOUTH-EAST VIEW

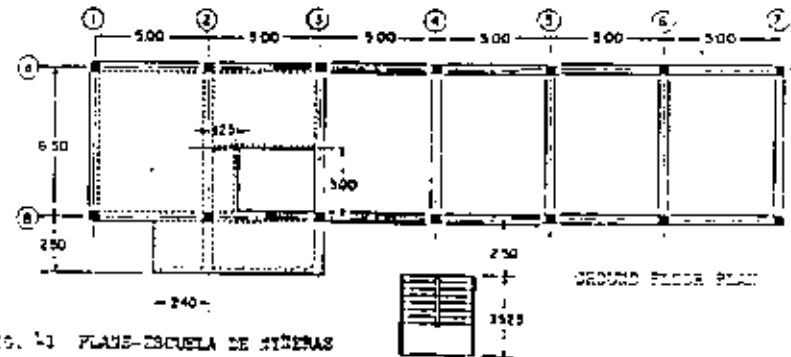
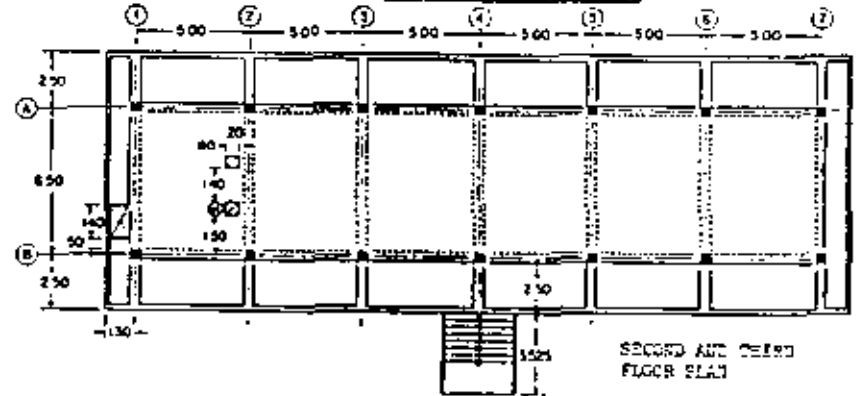


FIG. 41 PLANS-ESCUELA DE NIÑAS

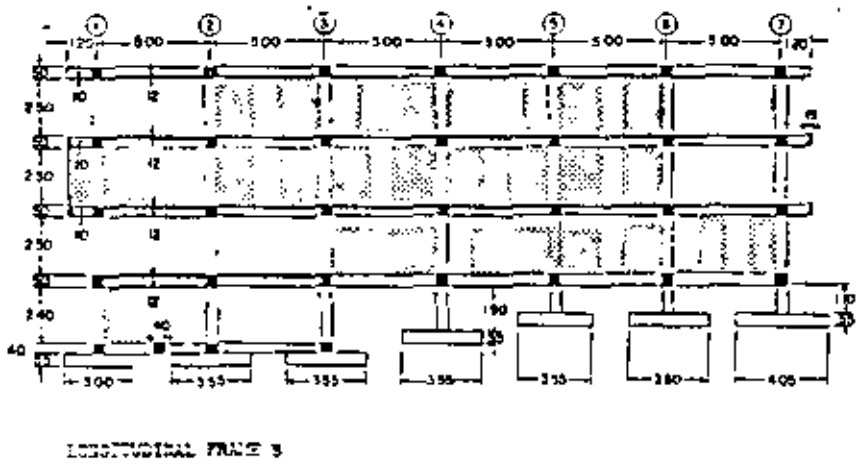
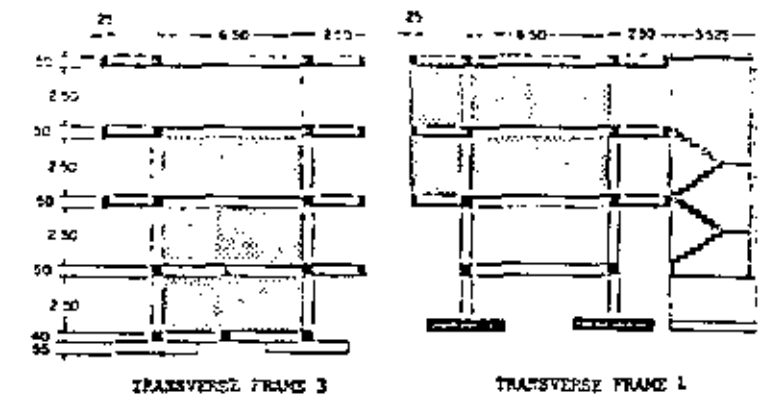


FIG. 42. SECTIONS - ESCUELA DE NIÑERAS.

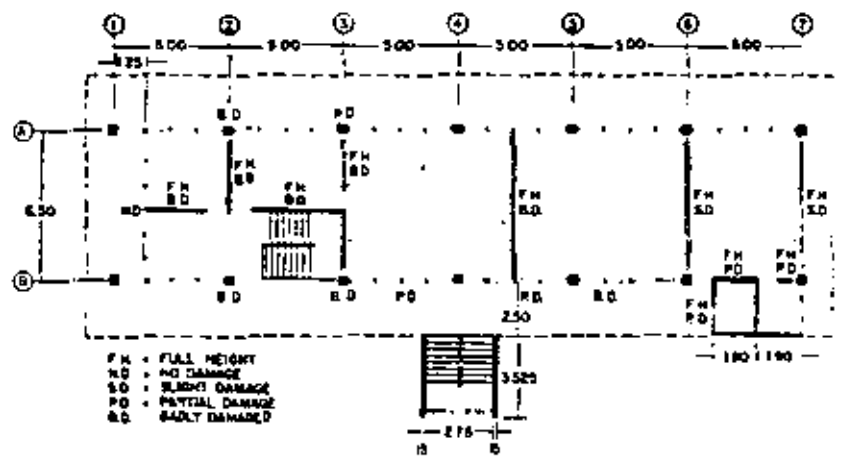
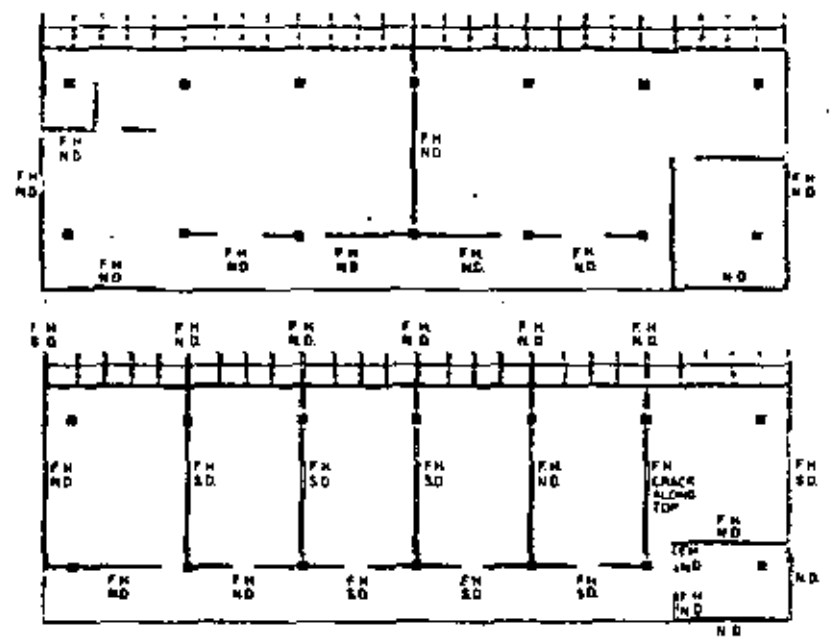


FIG. 43 DAMAGE SURVEY - ESCUELA DE NIÑERAS

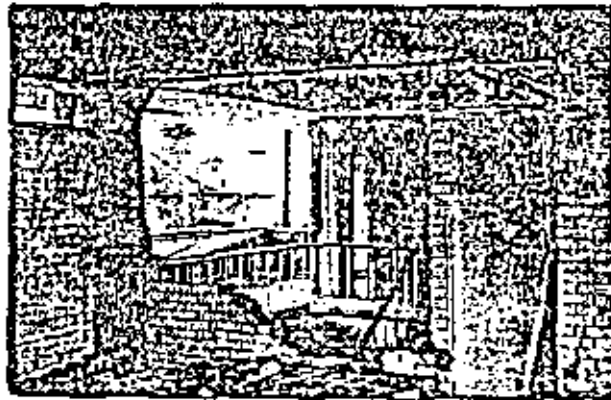
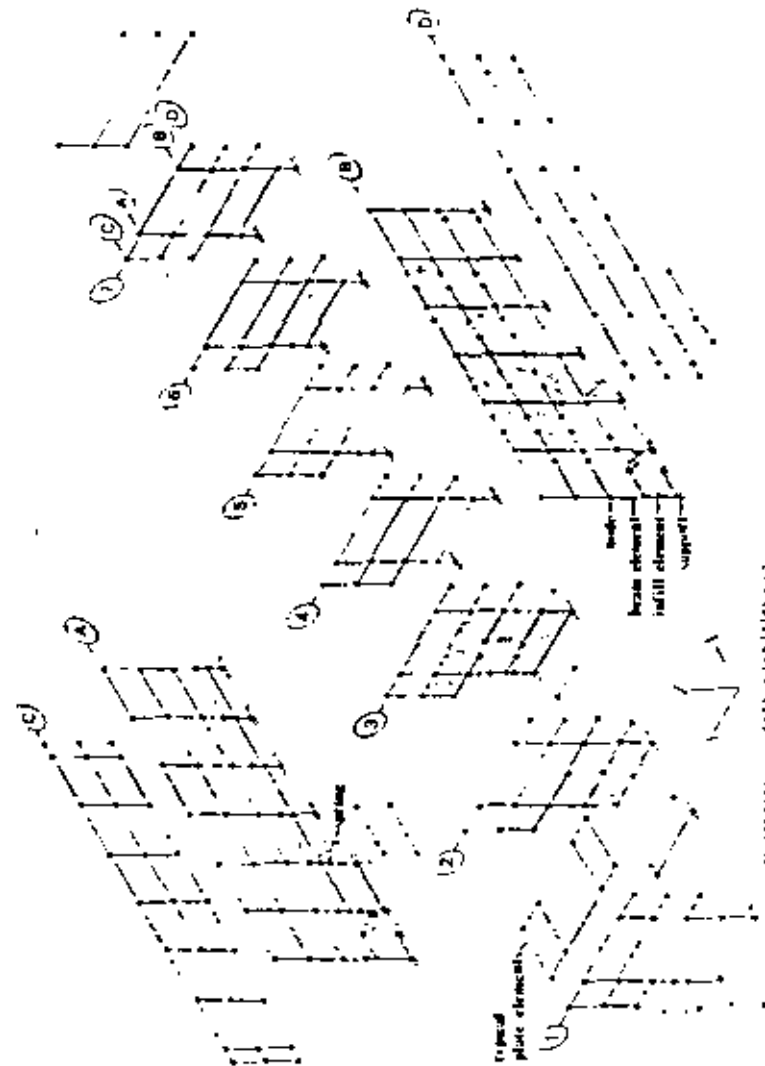


FIG. 44 WALL DAMAGE AT TRANSVERSE
FRAME 3 - ESCUELA DE NIÑERAS

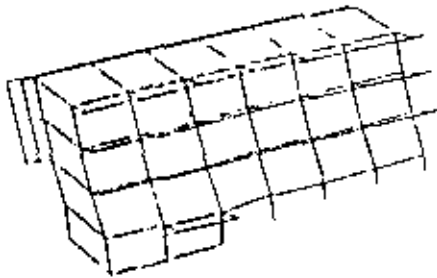


FIG. 45.- COLUMN UNDER LOAD : TRANSVERSE FRAME
2/LONGITUDINAL FRAME 2 - ESCUELA DE NIÑERAS



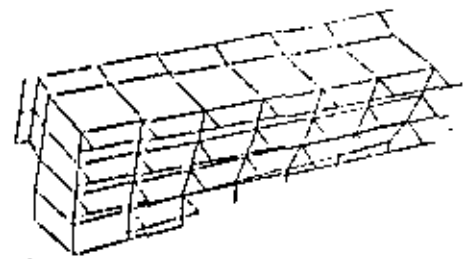
ESCUELA DE NIÑERAS
Finite Element Model

FRAME



ESCUOLA DE MINERAS
E161 MODE 1 175-0.859 SEC.1

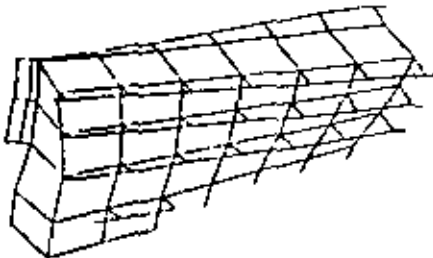
FRAME + SLABS



ESCUOLA DE MINERAS
E167 MODE 1 171-0.804 SEC.1

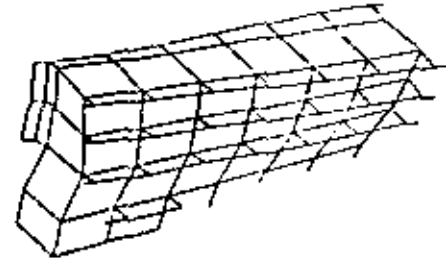
MODE 1

FRAME + SLABS +
SOFT INFILL



ESCUOLA DE MINERAS
E166 MODE 1 175-0.713 SEC.1

FRAME + SLABS +
STIFF INFILL

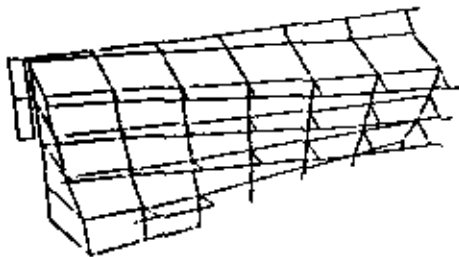


ESCUOLA DE MINERAS
E169 MODE 1 171-0.383 SEC.1

FIG. 47 MODE SHAPES AND NATURAL PERIODS - ESCUELA DE MINERAS

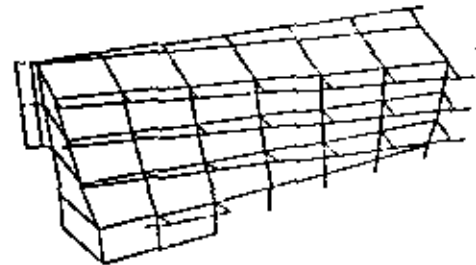
57

FRAME



ESCUOLA DE MINERAS
E162 MODE 2 172-0.421 SEC.1

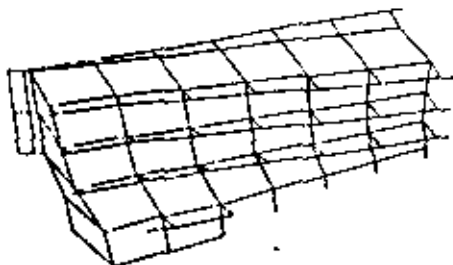
FRAME + SLABS



ESCUOLA DE MINERAS
E167 MODE 2 172-0.508 SEC.1

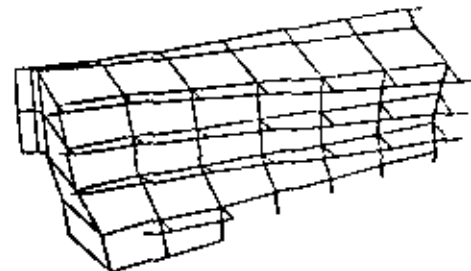
MODE 2

FRAME + SLABS +
SOFT INFILL



ESCUOLA DE MINERAS
E165 MODE 2 172-0.717 SEC.1

FRAME + SLABS +
STIFF INFILL

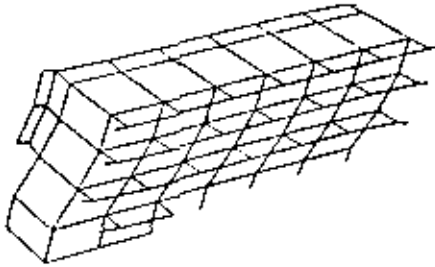


ESCUOLA DE MINERAS
E168 MODE 2 172-0.382 SEC.1

FIG. 48 MODE SHAPES AND NATURAL PERIODS - ESCUELA DE MINERAS

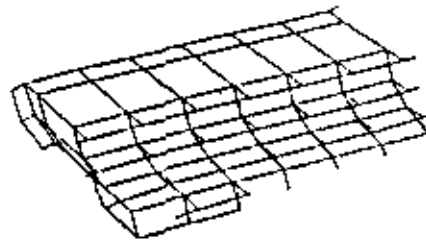
58

FRAME



ESQUEMA DE NIVELES
E167 MODE 3 173+0.582 SEC.

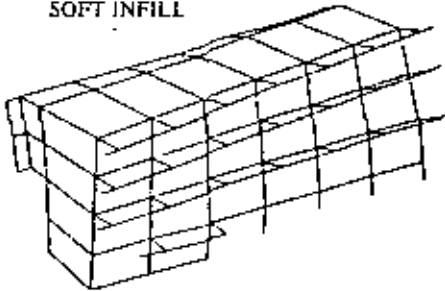
FRAME + SLABS



ESQUEMA DE NIVELES
E167 MODE 3 173+0.580 SEC.

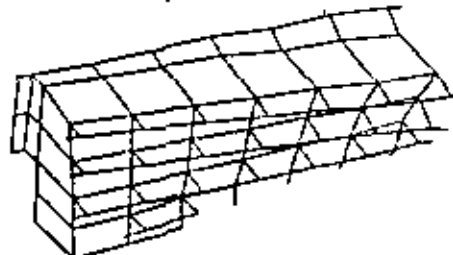
MODE 3

FRAME + SLABS +
SOFT INFILL



ESQUEMA DE NIVELES
E168 MODE 3 173+0.581 SEC.

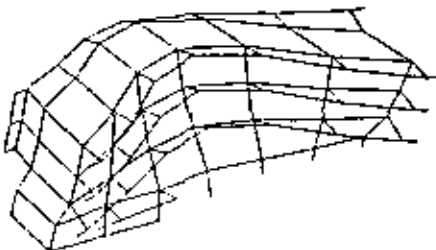
FRAME + SLABS +
STIFF INFILL



ESQUEMA DE NIVELES
E165 MODE 3 173+0.584 SEC.

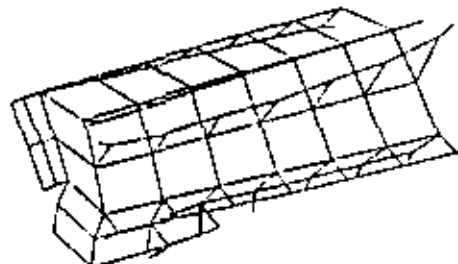
FIG. 49 MODE SHAPES AND NATURAL PERIODS - ESCUELA DE NIÑERAS

FRAME



ESQUEMA DE NIVELES
E162 MODE 4 171+0.559 SEC.

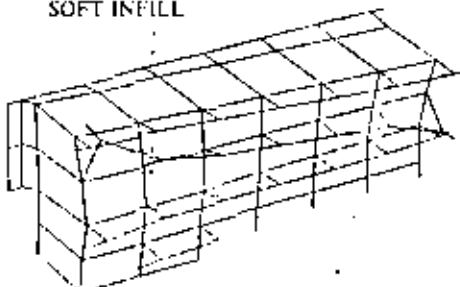
FRAME + SLABS



ESQUEMA DE NIVELES
E161 MODE 4 171+0.704 SEC.

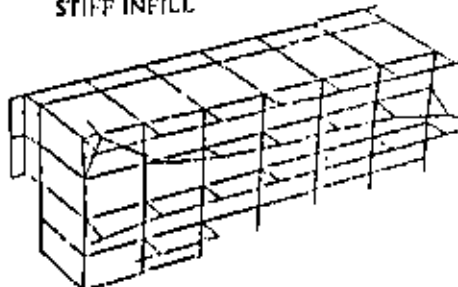
MODE 4

FRAME + SLABS +
SOFT INFILL



ESQUEMA DE NIVELES
E166 MODE 4 171+0.559 SEC.

FRAME + SLABS +
STIFF INFILL



ESQUEMA DE NIVELES
E163 MODE 4 171+0.704 SEC.

FIG. 50 MODE SHAPES AND NATURAL PERIODS - ESCUELA DE NIÑERAS

69

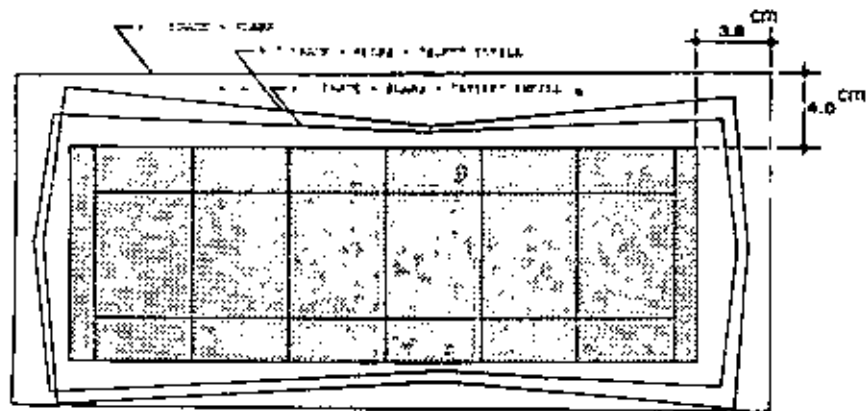


FIG. 51.- ROOF DISPLACEMENT ENVELOPES OF THE ESCUELA DE HIERAS.



FIG. 52.- SPANDREL-WALL GIRDER - SHORT COLUMN SYSTEM PARKING GARAGE.

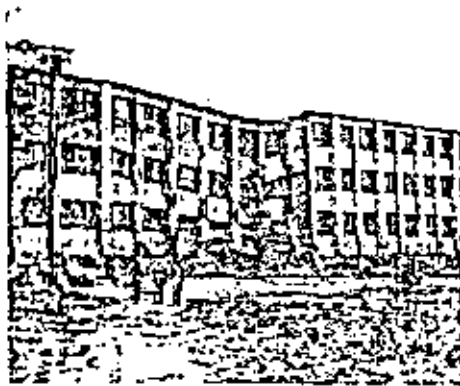
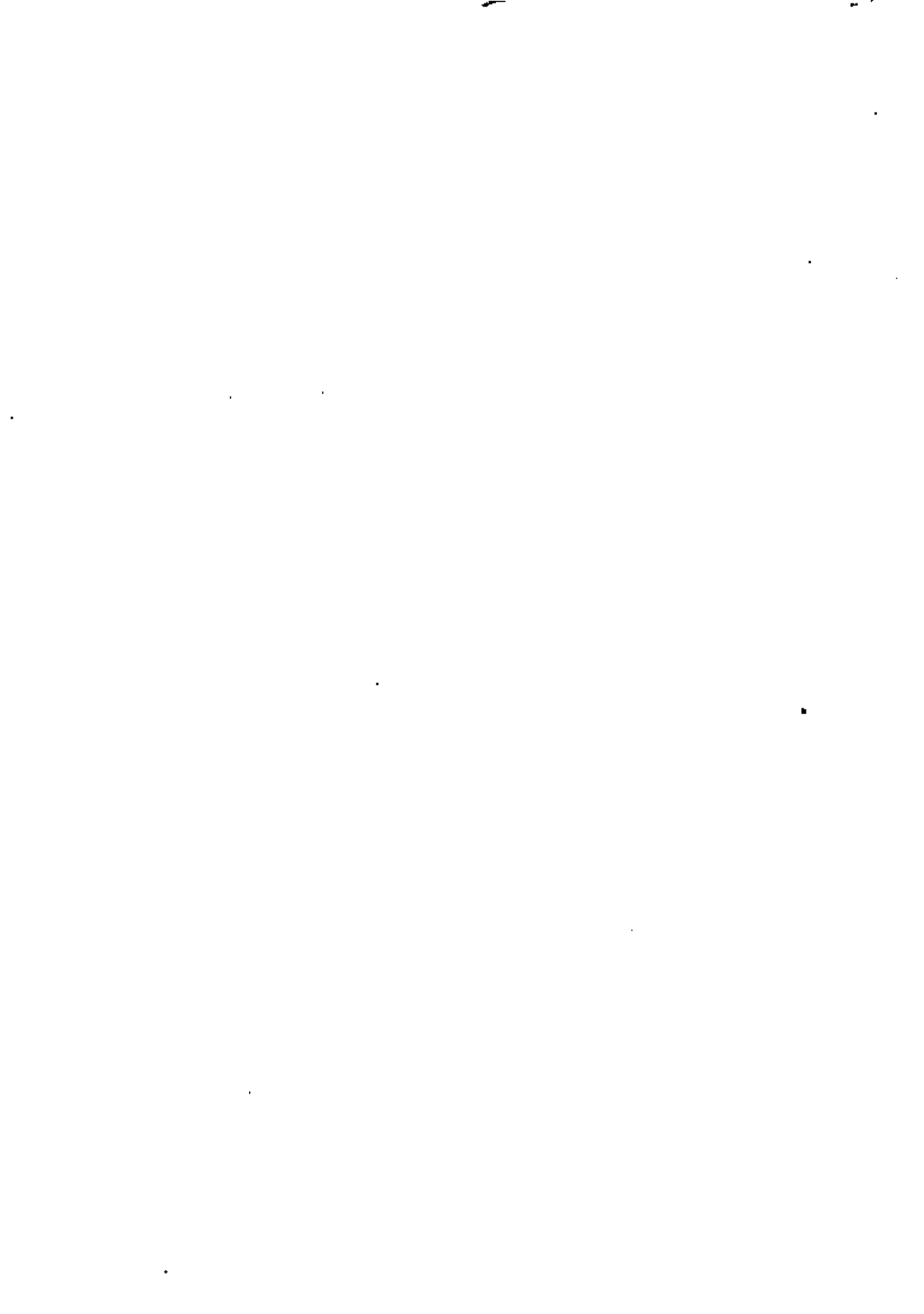


FIG. 53.- COLLAPSE OF SPANDREL-WALL GIRDER - SHORT COLUMN SYSTEM DURING THE 1968 TOLUCA-CRUZ EARTHQUAKE.





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



V CURSO INTERNACIONAL DE INGENIERIA SISMICA

DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS

"EL ROL DE LA DUCTILIDAD EN EL DISEÑO SISMO-RESISTENTE DE ESTRUCTURAS"
"LA DUCTILIDAD DISPONIBLE EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO"

DR. VITELMO V. BERTERO

AGOSTO, 1979.

APUNTES SOBRE

"LA DUCTILIDAD DISPONIBLE EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO ARMADO"

por

Vitalmo V. Bertero

Professor de Ingeniería Civil
Universidad de California, Berkeley, California

LA IMPORTANCIA DE PREDECIR LA DUCTILIDAD DISPONIBLE EN ESTRUCTURAS DE C/A

Se espera que las estructuras de concreto armado, situadas en zonas de alto riesgo sísmico y diseñadas según las especificaciones de la norma o código vigente, experimenten varios ciclos de deformación con incursiones bien dentro del rango anelástico cuando se sometan a los movimientos sísmicos del suelo máximos del lugar. Se han desarrollado métodos analíticos para obtener una aproximación de la demanda por ductilidad de una estructura [1-5]. Una vez fijada la "ductilidad requerida," el diseñador debe de disponer de algún procedimiento para predecir la ductilidad disponible de la estructura seleccionada a fin de diseñarla y detallarla para la ductilidad requerida. Debe destacarse que, dado que los métodos utilizados actualmente para estimar la demanda por ductilidad están basados en modelos matemáticos simplificados y procedimientos que pudieran conducir a estimaciones no conservadoras de la demanda real, el diseñador debe asegurarse que la estructura tenga una ductilidad mayor que la requerida.

El requisito de una mayor ductilidad para el desplazamiento lateral puede obtenerse a través de deformaciones anelásticas localizadas de ocurrencia en determinadas zonas críticas a lo largo de los elementos de

la estructura. Estas zonas críticas están ubicadas generalmente alrededor de las secciones donde las tensiones en el acero o en el concreto alcanzan sus valores de fluencia. En estructuras de concreto armado esto puede ocurrir prácticamente en cualquier sección ya que cada elemento puede ser diseñado con resistencia variable; es posible ajustar el acero de refuerzo y las dimensiones de las secciones a cualquier envolvente seleccionada o estimada de los esfuerzos internos. Afortunadamente, dadas las consideraciones económicas y las incertidumbres respecto de las condiciones de carga, es decir, la selección de la envolvente de los momentos internos, el dimensionamiento de los elementos y la distribución de los refuerzos son hechos generalmente de una forma tal que las zonas críticas se localizan alrededor de los puntos con valores extremos de los esfuerzos internos. Estas zonas se ilustran en la Fig. 1 para un solo nivel, señalándose ocho zonas diferentes. Estas zonas se denominarán "zonas críticas" de aquí en adelante.

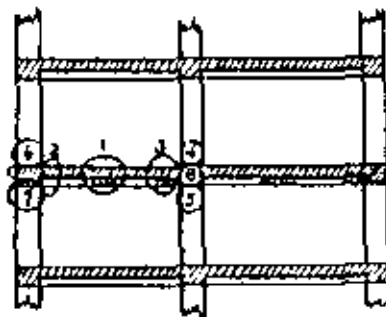


Fig. 1 ZONAS CRÍTICAS EN UN MARCO DE CONCRETO ARMADO RESISTENTE A FLEXION

Dependiendo del tipo de sistema estructural, de la rigidez relativa de los elementos, del detalle de estos elementos y sus conexiones, las necesidades de ductilidad para que deformaciones locales ocurran en las zonas críticas, pueden exceder considerablemente aquellas del desplazamiento lateral. De aquí que la necesidad de un factor de ductilidad

basado en el desplazamiento lateral, aunque necesario, no es suficiente por si misma para prevenir la falla bajo un sismo fuerte. Los resultados obtenidos en un estudio (6) han demostrado que el análisis basado en una respuesta elasto-lineal sobrestima generalmente la ductilidad de deformación en las columnas y la subestima en las vigas, comparadas con aquellas obtenidas por un análisis elasto-plástico. Para estructuras de concreto armado es crucial la obtención de valores precisos de la ductilidad requerida en las zonas críticas ya que la capacidad de rotación disponible es sensible al tipo, cuantía y detalle del refuerzo.

De este modo, para obtener la ductilidad requerida de una estructura de concreto armado es necesario predecir la ductilidad de sus elementos, la que a su vez depende de la ductilidad de sus zonas críticas. Esta última se mide generalmente por la capacidad de rotación obtenida a partir de la ductilidad de la curvatura de sus secciones utilizando los principios de la mecánica de medios continuos.

Para lograr una gran ductilidad bajo excitaciones dinámicas generalizadas inducidas por fuertes movimientos del suelo, la estructura debe ser diseñada y detallada de tal manera que la flexión controle el comportamiento de las zonas críticas. Los siguientes párrafos repasan la ductilidad disponible de las zonas críticas en flexión,

DUCTILIDAD DISPONIBLE DE ZONAS CRÍTICAS EN FLEXIÓN DE C/A SOMETIDAS A MOMENTOS DE FLEXIÓN MONÓTONAMENTE CRECIENTES

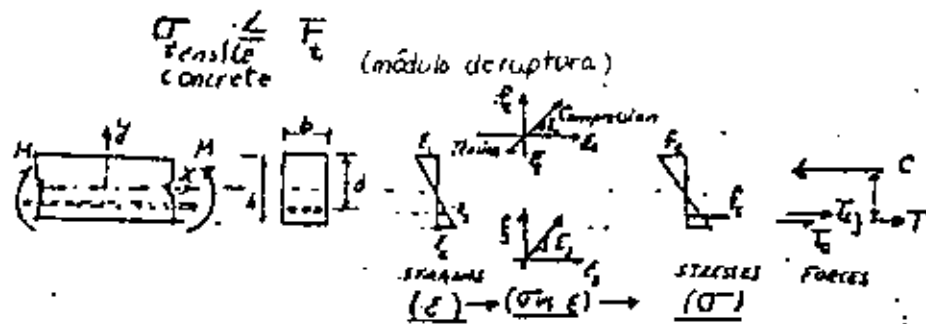
El comportamiento de las zonas críticas de C/A es muy sensible a la historia de las solicitaciones que actúan sobre ellas. Para determinar la ductilidad de dichas zonas deben distinguirse dos tipos de com-

portamiento: (1) momento de flexión monotonamente creciente y (2) momento de flexión repetitivo generalizado o variable.

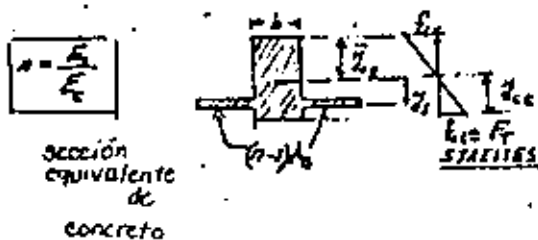
COMPORTAMIENTO MECANICO DE ZONAS CON ARMADURA SIMPLE SOMETIDAS A MOMENTO DE FLEXION MONOTONAMENTE CRECIENTE

Las ecuaciones para predecir el comportamiento mecánico de zonas y elementos de concreto con armadura simple se obtienen a partir de los principios básicos de la mecánica de medios continuos y están resumidas a continuación.

Fase 1 : No agrietado



Es conveniente trabajar con la sección equivalente no agrietada.



la solución está basada en la mecánica de vigas homogéneas flectadas, en el rango lineal elástico.

(1) El eje neutro \bar{Y}_{cg} pasa por el centro de gravedad de la sección

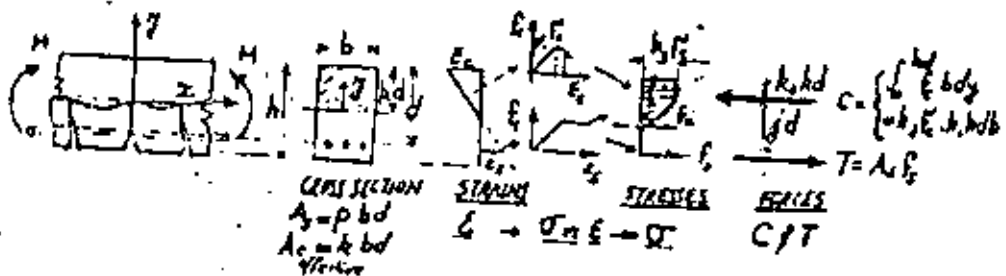
(2) $f_c = \frac{M}{I} Y$

(3) $M_{agrietamiento} = F_T \cdot (I/Y_{ct}) - F_T(S_T) \quad f_s = \left(\frac{M_{agrietamiento}}{I} Y \right) \cdot n$

$$(4) \phi_{\text{agrietamiento}} = \frac{\epsilon_{ct}}{Y_{ct}} = \frac{(\epsilon_{cc})_{\text{cracking}}}{Y_{cg}} \cdot \frac{(\epsilon_s)_{\text{cracking}}}{Y_s}$$

Fase 2 : Agrietado

Hipótesis { Las secciones planas permanecen planas
Se desprecia la resistencia a la tracción del concreto



1. Geometría

A partir de $\frac{\epsilon_y}{Y} = \frac{(\epsilon_c)_{\text{max}}}{kd} = \frac{\epsilon_s}{d-kd}$ $k = \frac{(\epsilon_c)_{\text{max}}}{(\epsilon_c)_{\text{max}} + \epsilon_s}$ (1)

Curvatura de la Sección $\phi = \frac{(\epsilon_c)_y}{Y} \rightarrow$ $\phi = \frac{(\epsilon_c)_{\text{max}}}{kd} = \frac{\epsilon_s}{d(T-k)}$ (2)

2. Equilibrio

(a) $\sum F_x = 0 \quad T = C \quad C = k_1 k_3 f'_c (bkd)$ (3)

$c = \int_0^{kd} \bar{f}_c b dy = \bar{f}_c (bkd) = k_1 (k_3 f'_c) (bkd)$ $T = f_s \rho b d$ (4)

average stress

$$jd = d = k_2 kd \quad j = (1 - K_2 K) \quad (5)$$

$$\text{de } C * T \quad K = \frac{P, f_s}{K_1 K_3 f'_c} \quad (6)$$

$$\text{de (6)} \quad P = \frac{KK_1 K_3 f'_c}{f_s} \quad (7)$$

$$(b) \quad \sum M = 0 \quad M = T \cdot jd = C \cdot jd$$

usando (4) & (5) usando (6)

$$M = T \cdot jd = P f_s b d \cdot (1 - k_2 k) d \rightarrow \frac{M}{bd^2} = P f_s \left(1 - \frac{k_2 P f_s}{K_1 K_3 f'_c}\right)$$

definiendo q como el índice de refuerzo de tracción $q = P \frac{f_s}{f'_c} \quad (8)$

$$\frac{M}{bd^2} \cdot \frac{1}{f'_c} = q \left(1 - \frac{k_2}{k_1 k_3} q\right) \quad (9)$$

Utilizando

usando (3) y (5) \rightarrow

$$M = C \cdot jd = k_1 k_3 f'_c b k d (1 - k_2 k) d$$

$$\frac{M}{bd^2} \frac{1}{f'_c} = k k_1 k_3 (1 - k_2 k) \quad (10)$$

Nótese que estas ecuaciones son generales y válidas para cualquier distribución de tensiones. Para obtener los valores numéricos de k , k_1 , k_2 , y k_3 debemos elegir la distribución de tensiones *del bloque de concreto en compresión*, es decir, necesitamos la RELACIÓN TENSION-DEFORMACIÓN.

RELACIÓN TENSION-DEFORMACIÓN DE LOS MATERIALES DEL C/A

Refuerzo de Acero

Las curvas tensión-deformación para las barras de refuerzo de acero utilizadas en la construcción de concreto armado se ilustran en la Fig. 2. Estas curvas fueron obtenidas cargando las barras monotonamente en tracción. Idealizaciones típicas se muestran en la Fig. 3.

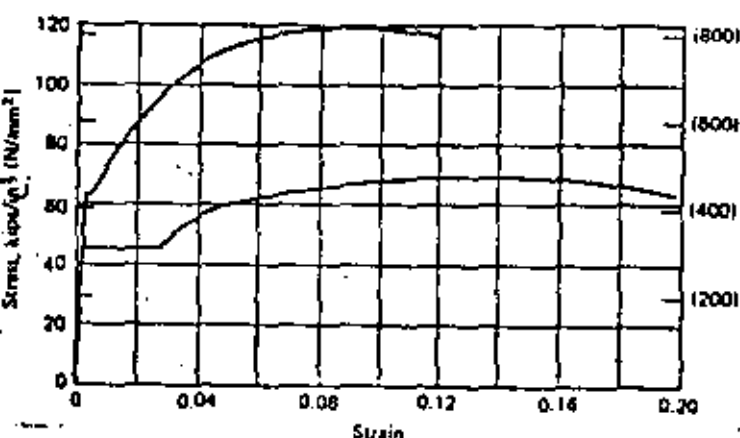


Fig. 2 CURVAS DE TENSION-DEFORMACION TÍPICAS DEL ACERO DE REFUERZO

Concreto

En la discusión de la relación tensión-deformación para este material debemos distinguir entre concreto no confinado y confinado.

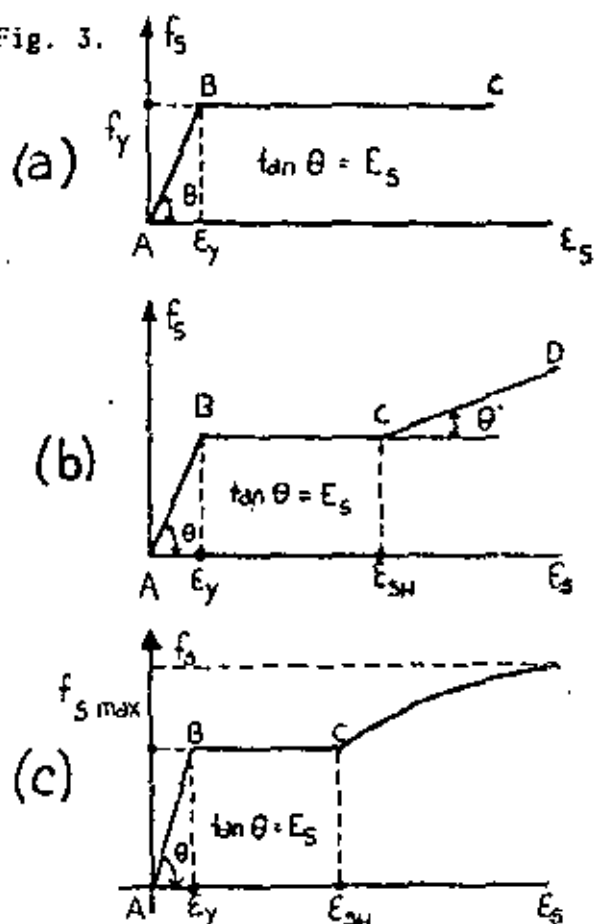


Fig. 3 IDEALIZACIONES DE LAS CURVAS TENSION-DEFORMACION DEL ACERO DE REFUERZO

Concreto No Confinado - En la Fig. 4 se muestran curvas típicas de tensión-deformación de este material obtenidas a partir de ensayos de compresión uniaxial de probetas cilíndricas de concreto. Curvas idealizadas de tensión-deformación se muestran en la Fig. 5.

Concreto Confinado - Debe establecerse la distinción entre concreto confinado por presión activa y aquél por refuerzo transversal, el que actúa por presión pasiva. En la Fig. 6 se muestran curvas de tensión-deformación axiales típicas obtenidas a partir de ensayos de compresión triaxiales para el concreto. Curvas de tensión-deformación para el concreto confinado con distintos tipos de refuerzos transversales se ilustran en la Fig. 7. Finalmente, en la Fig. 8 se muestran diagramas de tensión-deformación idealizados para el concreto confinado.

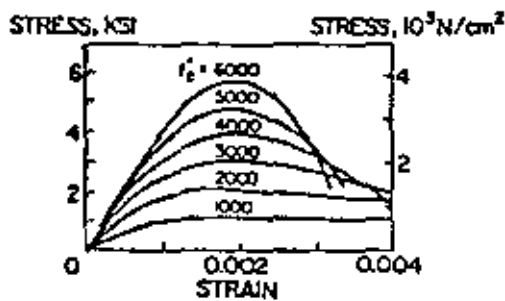


Fig. 4 CURVAS TÍPICAS DE TENSIÓN-DEFORMACIÓN PARA CONCRETO NO CONFINADO EN COMPRESIÓN UNIAxIAL

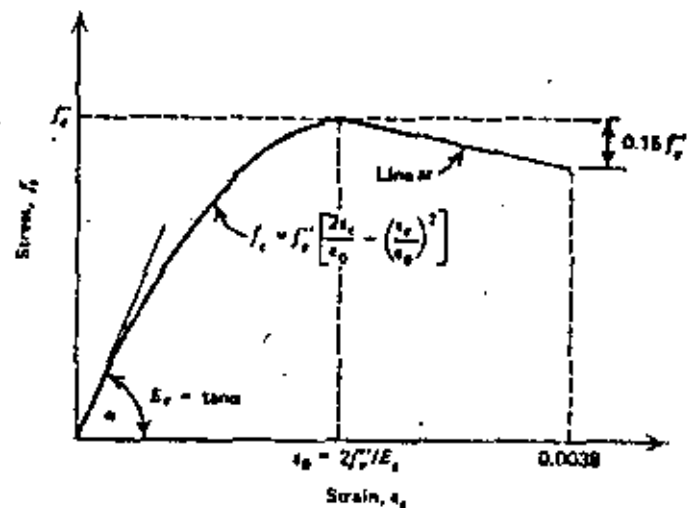


Fig. 5 CURVA IDEALIZADA DE TENSIÓN-DEFORMACIÓN PARA CONCRETO NO CONFINADO EN COMPRESIÓN UNIAxIAL

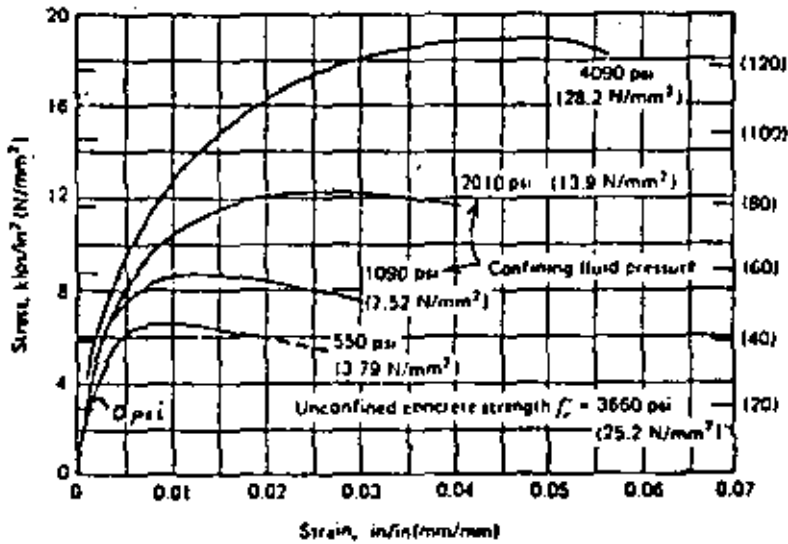


Fig 6 CURVAS DE TENSION-DEFORMACION AXIALES OBTENIDAS DE ENSAYOS DE COMPRESION TRIAXIAL EN PRO-BETAS CILINDRICAS DE CONCRETO

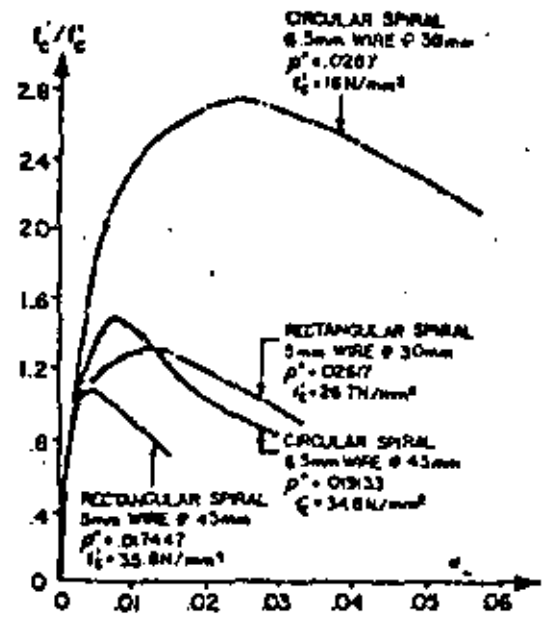


Fig. 7 COMPARACION DE LAS RELACIONES TENSION-DEFORMACION PARA CONCRETO CONFINADO CON ESPIRALES CIRCULARES Y RECTANGULARES

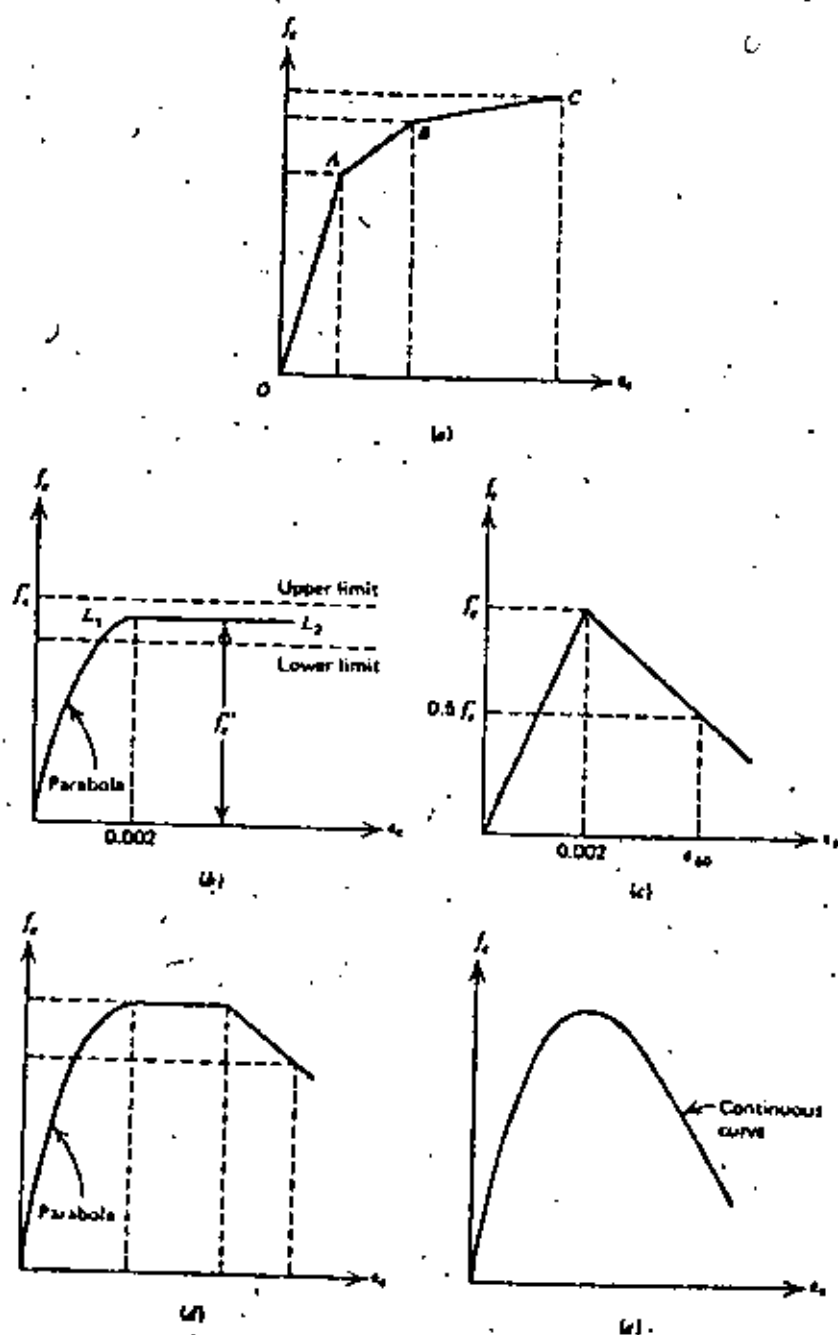


Fig 8 ALGUNAS CURVAS PROPUESTAS DE TENSIÓN-DEFORMACIÓN PARA CONCRETO CONFINADO CON ANILLOS RECTANGULARES. (a) CHAN AND BLUME ET AL., (b) BAKER, (c) ROY AND SOZEN, (d) SOLIMAN AND YU, (e) SARGIN ET AL. [2].

DUCTILIDAD DISPONIBLE EN SECCIONES CON ARMADURA SIMPLE

La ductilidad disponible en una sección de C/A puede calcularse obteniendo en primer término el diagrama momento-curvatura ($M - \phi$) de la sección para una curvatura creciente monótonamente desde cero hasta su valor máximo ϕ_{max} . Tal diagrama se ilustra en la Fig. 9 incluyendo los puntos más significativos de la relación momento-curvatura promedio ($M - \phi_{promedio}$). Los valores de M y $\phi_{promedio}$ correspondientes a estos puntos en la fase de agrietamiento pueden ser obtenidos utilizando las ecuaciones (2) y (9) ó (10). Nótese que, en esta fase y en términos rigurosos, no es posible definir la curvatura en una sección agrietada. Más aún, ya que no es posible medir la curvatura en la sección, es más realista trabajar con M vs. $\phi_{promedio}$.

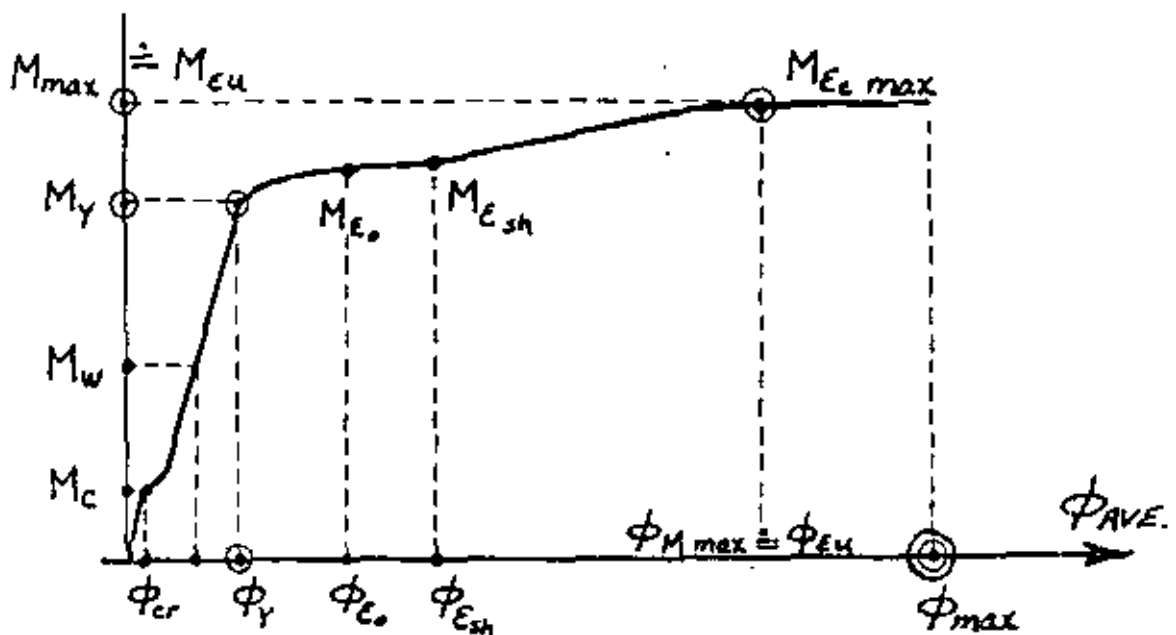


Fig. 9 RELACION MOMENTO-CURVATURA EN UNA SECCION DE UNA VIGA DE C/A

De acuerdo con la definición general de cociente o factor de

ductilidad y con la notación empleada en la Fig. 9, el cociente de ductilidad para la curvatura, μ_ϕ , puede definirse como:

$$\mu_\phi = \frac{\text{curvatura en la falla}}{\text{curvatura en la fluencia}} = \frac{\phi_{\max}}{\phi_y} \quad (11)$$

Curvatura en la fluencia ϕ_y - Utilizando la ecuación (2) y asumiendo que la sección no ~~es sobrerreforzada~~ *es sobrerreforzada*, obtenemos

$$\phi_y = \frac{(\epsilon_s)_y}{d(1-k_y)} \quad (13)$$

donde

$$k_y = \sqrt{(\rho n)^2 + 2 \rho n} - \rho n \quad (14)$$

Ya que ϕ_{\max} está controlada por la deformación máxima del concreto, $\epsilon_{c_{\max}}$, entonces, de la expresión (2)

$$\phi_{\max} = \frac{\epsilon_{c_{\max}}}{(k) \epsilon_{c_{\max}} d} \quad (15)$$

Introduciendo las ecuaciones (13) y (15) en la ecuación (11), la ductilidad disponible en la sección puede escribirse como

$$\mu_\phi = \frac{\epsilon_{c_{\max}} (1 - k_y)}{\epsilon_{sy} (k) \epsilon_{c_{\max}}} \quad (16)$$

Esta expresión muestra que para obtener valores más grandes de μ_ϕ se debe

1. Utilizar concreto con mayor $\epsilon_{c \max}$
2. Utilizar acero de refuerzo de menor ϵ_{sy}
3. Reforzar la sección de manera tal que tenga un menor k_y y $(k)_{\epsilon_{c \max}}$

De la ecuación (14) se desprende claramente que a un valor menor de $\rho = A_s/(bd)$ corresponde un valor menor de k_y .

De la ecuación (6)

$$(k)_{\epsilon_{c \max}} = \frac{\rho (f_s)_{\epsilon_{c \max}}}{(k_1 k_3)_{\epsilon_{c \max}} f'_c} \quad (17)$$

Tal como lo muestra la Eq. (17), mientras menores sean los valores de ρ y $(f_s)_{\epsilon_{c \max}}$ y más altos aquellos de $(k_1 k_3)_{\epsilon_{c \max}}$ y f'_c , menor será el

valor de $(k)_{\epsilon_{c \max}}$. Ya que generalmente el valor de $(k_1 k_3)_{\epsilon_{c \max}}$ es cercano a $(0.85 \cdot 0.85) = 0.72$, la obtención de un μ_ϕ ^{valor alto de} mayor requerirá del uso de una pequeña cuantía de acero de refuerzo principal, ρ , de un acero de límite de fluencia f_{sy} bajo y características de endurecimiento bajas, es decir, $(f_s)_{\epsilon_{c \max}}$ bajo, y de un concreto con la mayor

$\epsilon_{c \max}$. El efecto de ρ en el valor de μ_ϕ puede apreciarse en la Fig. 10.

y de f'_c

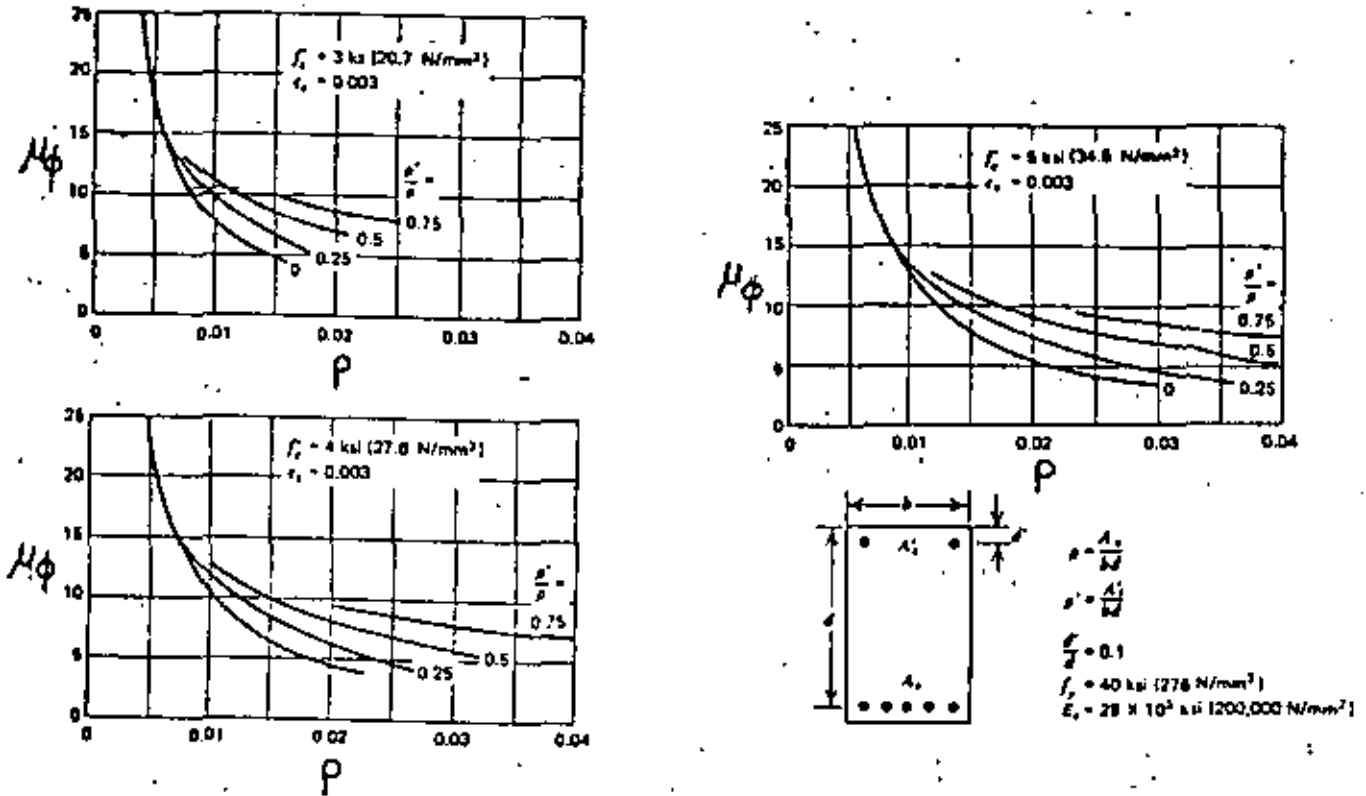


Fig 10 EFECTO DE ρ Y ρ' EN LA DUCTILIDAD PARA LA CURVATURA, μ_ϕ

DUCTILIDAD DISPONIBLE EN SECCIONES DOBLEMENTE ARMADAS

El procedimiento para determinar el μ_ρ de las secciones con armadura doble es idéntico al utilizado para las secciones con armadura simple. La única diferencia estriba en que las ecuaciones de los factores de posición del eje neutro, k_y y $(k)_{\epsilon_c \max}$, son mucho más complejas debida a la presencia del acero en compresión. Las ecuaciones que aquí se presentan fueron extraídas de la Ref [2], secciones 6.3.1 y 10.2.3.

El factor de posición del eje neutro k_y está dado por

$$k_y = \sqrt{[(\rho + \rho')^2 n^2 + 2(\rho + \frac{\rho' d'}{d})n]} - (\rho + \rho')n \quad (18)$$

donde ρ' es la cuantía del acero en compresión.

La ecuación para calcular $(k)_{\epsilon_{c\max}}$ depende de si el acero en compresión ha alcanzado la fluencia o no cuando la fibra comprimida extrema alcanza su valor máximo $\epsilon_{c\max}$. Si se ha alcanzado la fluencia

$$(k)_{\epsilon_{c\max}} = \frac{(\rho - \rho') f_{sy} d}{(k_1 k_3)_{\epsilon_{c\max}} f'_c} \quad (19)$$

lo que determina una ductilidad

$$\mu_\phi = \frac{\epsilon_{c\max}}{\epsilon_{sy}} \frac{\left[1 + (\rho + \rho')n - \sqrt{(\rho + \rho')^2 n^2 + 2(\rho + \frac{\rho' d'}{d})n} \right] (k_1 k_3)_{\epsilon_{c\max}} f'_c}{(\rho - \rho') f_{sy}} \quad (20)$$

Una ecuación similar puede obtenerse (Ref. [2]) cuando el acero en compresión no está en fluencia. Los efectos sobre μ_ϕ de las propiedades de la sección doblemente armada pueden obtenerse analizando los diferentes términos de la ecuación (20). Los resultados se ilustran en las Figs. 10 y 11.

De estos resultados se desprende claramente que un incremento en

la cuantía del acero en compresión, mientras todas las otras variables permanecen constantes, determinará una disminución de los valores de K_y y $(k)\epsilon_{c_{max}}$ y un incremento auxiliar del factor de ductilidad.

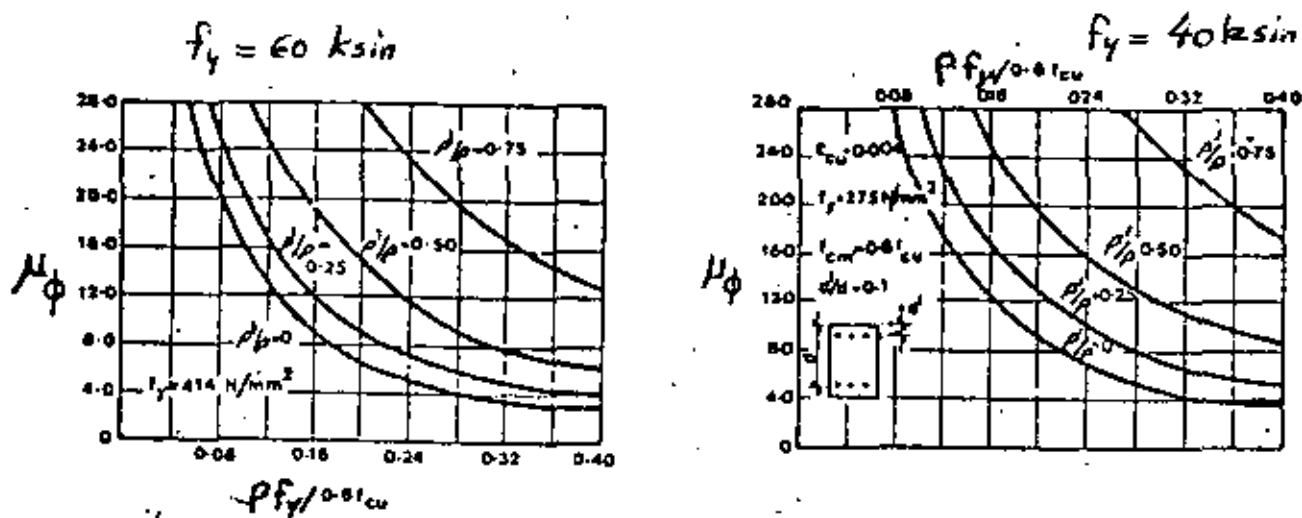


Fig. 11 VARIACION DE LA DUCTILIDAD PARA CURVATURA, NO CONFINADO CON ARMADURAS SIMPLE Y DOBLE.

Estudiando la Eq. (20), que puede considerarse como representativa del caso general de una sección en flexión, observamos que es directamente proporcional a $\epsilon_{c_{max}}$. En el caso de concreto no confinado este valor se toma generalmente como 0.003, valor para el cual generalmente la sección alcanza su resistencia en flexión máxima. Sin embargo, no ocurre una reducción significativa de la resistencia hasta $\epsilon_{c_{max}} = 0.004$, cuando se detecta en el concreto algún desgranamiento. De aquí que el factor de ductilidad para la curvatura esté limitado por este valor bajo de $\epsilon_{c_{max}}$. Para sobrepasar este cociente de ductilidad bajo es necesario incrementar $\epsilon_{c_{max}}$ confinando el concreto en la zona comprimida por medio de refuerzos transversales muy cercanos unos a otros.

EFFECTO DEL CONFINAMIENTO DEL CONCRETO

Es bien sabido que la presión de confinamiento aplicada por el refuerzo al concreto mejora las características de tensión-deformación del concreto para deformaciones mayores que la correspondiente a la resistencia uniaxial del concreto no confinado. Aunque varios investigadores han demostrado las ventajas del concreto confinado, no se han desarrollado métodos confiables para predecir sus relaciones tensión-deformación. Desafortunadamente, las ventajas y desventajas de las diferentes formas y distribución del refuerzo transversal utilizadas en la práctica no han sido establecidas de una manera adecuada. Comparando las representaciones gráficas que se muestran en la Fig. 12, se observan numerosas discrepancias entre las diferentes fórmulas sugeridas para predecir la relación tensión-deformación del concreto confinado. Para una discusión detallada del estado del arte en esta materia, ver las referencias [2] y [7].

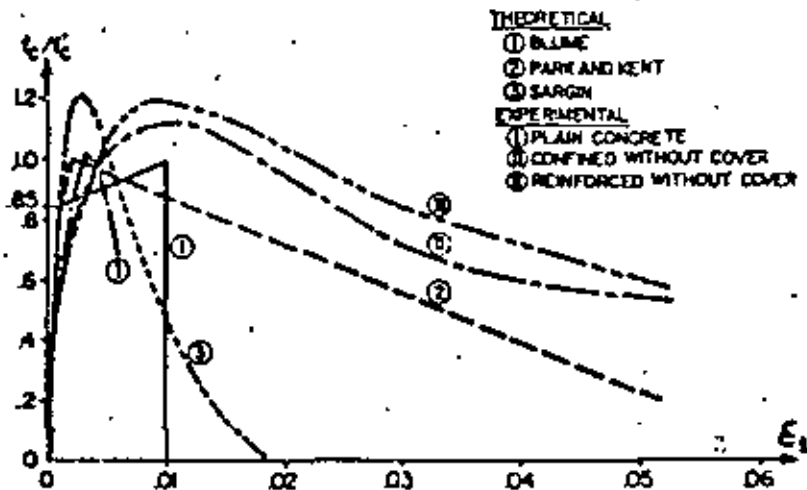


Fig. 12 CONCRETO CONFINADO. COMPARACIÓN DE RELACIONES TENSIÓN-DEFORMACIÓN ANALÍTICAS CON RESULTADOS EXPERIMENTALES

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Los estudios realizados por Bertero y Felippa [8] han demostrado

que la capacidad de rotación de las zonas críticas de elementos de C/A en flexión puede controlarse con la ductilidad del refuerzo en vez de la del concreto si se utiliza adecuadamente el refuerzo transversal y de compresión.

Algunos de sus hallazgos se describen en los siguientes párrafos. La Fig. 13 muestra las curvas $M-\phi$ obtenidas a partir de ensayos realizados en vigas sometidas a momento de flexión puro en sus partes centrales. Todas las vigas fueron construidas con miras a obtener la resistencia cilíndrica de 4.48 MPa (6500 psi). El refuerzo longitudinal consistió de barras ASTM-A432 con un límite de fluencia bien definido de alrededor de 427.5 MPa (62 Ksi). Aunque no se manifestó un incremento en la resistencia al incorporar estribos de 4.8mm (3/16 in.) espaciados a 38.1mm (1 1/2 in.), la ductilidad se incrementó considerablemente. Sin embargo, se obtuvo una respuesta anelástica global mejor cuando los estribos de 4.8mm (3/16 in.) fueron colocados espaciados a 63.5mm (2 1/2 in.) y dos barras N^o 3 se utilizaron como refuerzo de compresión. Aquí, el pandeo del refuerzo de compresión controla el comienzo de la porción decreciente de la curva aunque esto ocurrió cerca del nivel en que se producía la estricción en el refuerzo de tracción.

Cuando se utilizaron dos barras N^o 3 como refuerzo de compresión en combinación con estribos de 4.8mm (3/16 in.) espaciados a 38.1mm (1 1/2 in.), la ductilidad del refuerzo de tracción controló la capacidad de rotación del elemento. El elemento rotó bajo un momento casi constante hasta que se produjo la estricción en la barra de tracción.

Simultáneamente con estos resultados, es interesante analizar

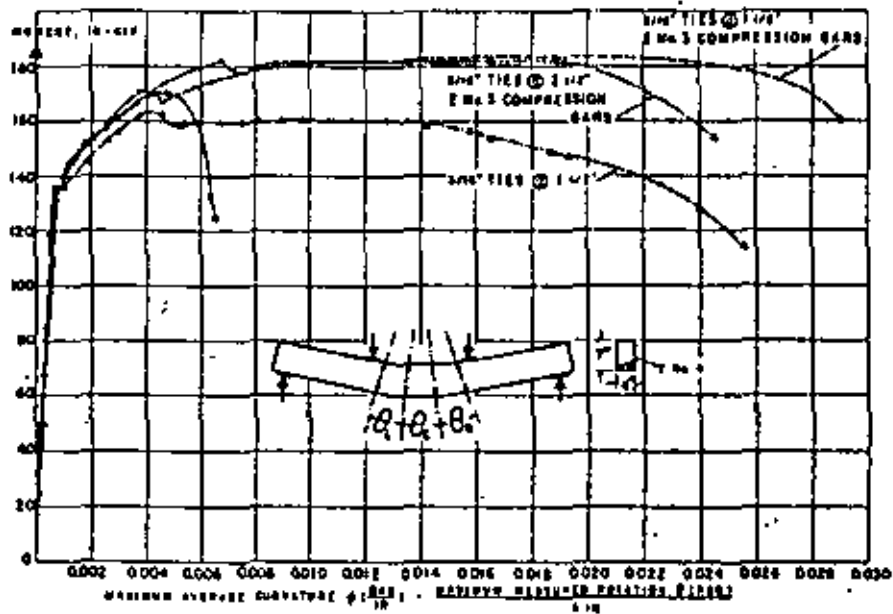


Fig. 13 DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA

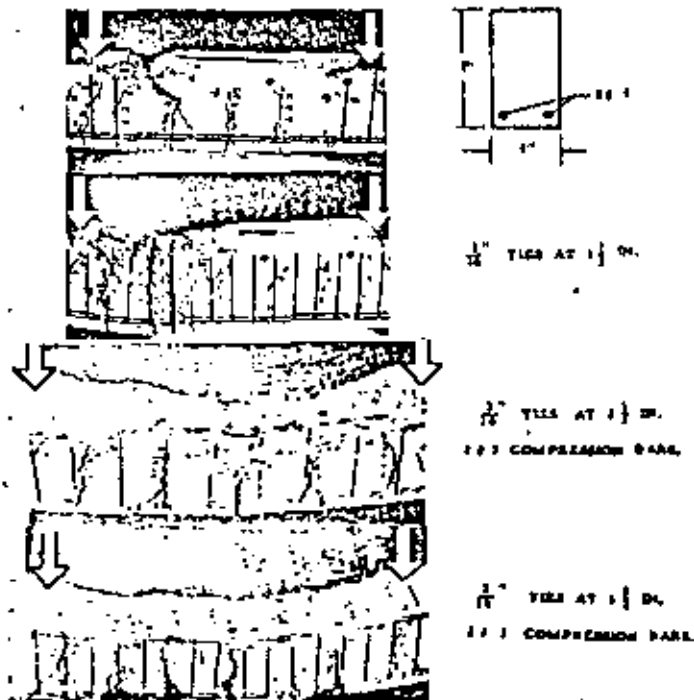


Fig. 14 APARIENCIA DE LAS VIGAS LUEGO DE LA FALLA, ILUSTRANDO LA EXTENSION DE LAS DEFORMACIONES ANELASTICAS EN LA ZONA DE MOMENTO CONSTANTE

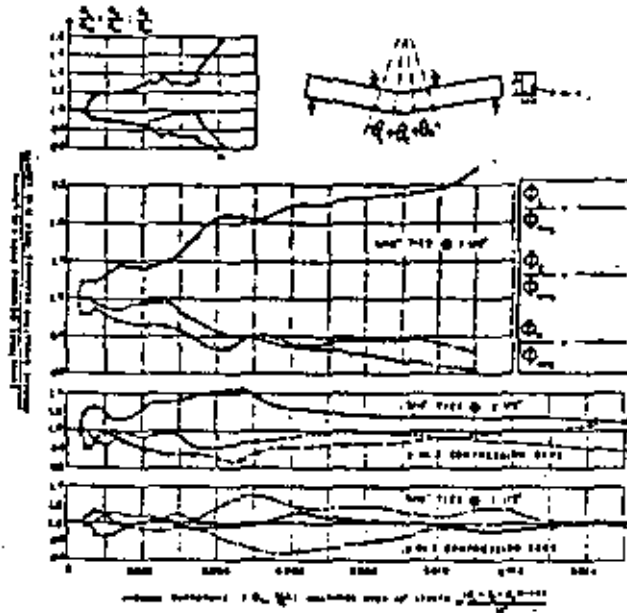


Fig. 15 VARIACIÓN DE LA CURVATURA A LO LARGO DE LA ZONA DE MOMENTO CONSTANTE

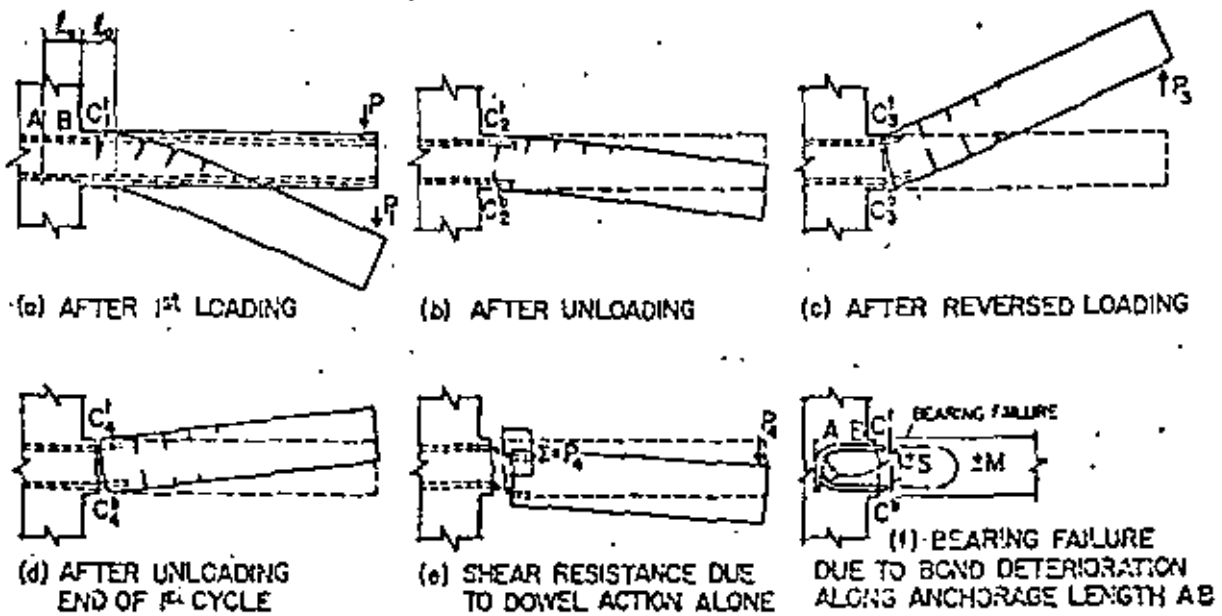


Fig. 16 EFECTO DE CARGAS ALTERNANTES EN EL CONCRETO ARMADO

el efecto de los refuerzos transversales y de tracción en la extensión de las deformaciones anelásticas. Esto puede hacerse analizando las fotografías de la Fig 14 ~~de~~ ^{que puede verse en el} caso de vigas sin refuerzos transversales ni de compresión la rotación anelástica se concentró en una zona donde la longitud era menor que la profundidad efectiva. Cuando se utilizaron los estribos espaciados a 38.1mm (1 1/2 in.), la rotación anelástica se extendió a lo largo de una longitud mayor, pero la mayor parte del daño se concentró aún en una zona de longitud igual aproximadamente a la profundidad efectiva. Por otro lado, cuando se utilizaron dos barras N^o3 en compresión junto a los estribos espaciados a 63.5mm (2 1/2 in.) y 38.1mm (1 1/2 in.), la deformación anelástica se extendió a toda la zona sometida a momento constante. También, no se observó daño alguno cuando los estribos se espaciaron tan cercanos unos de otros, a 38.1mm (1 1/2 in.), que previnieron el pandeo del acero en compresión.

En la Fig 15 se muestra la información cuantitativa respecto de la extensión de las deformaciones anelásticas en la zona de momento constante. Esta figura representa gráficamente el cociente entre las curvaturas calculadas a partir de la rotación medida en diferentes partes a lo largo de la zona de momento constante y su valor promedio versus este valor promedio. Las curvas que se presentan en esta figura indican que el refuerzo de compresión junto al concreto confinado por medio de estribos muy cercanos los unos de los otros, estabilizan las deformaciones anelásticas, y les permiten extenderse a lo largo de toda la zona de momento constante.

Se desprende claramente de los resultados presentados aquí, que

la incorporación de estribos puede mejorar la capacidad de rotación de los elementos de concreto armado sometidos a flexión pura. Más aún, una combinación adecuada de estribos y refuerzos de compresión puede ofrecer ventajas económicas y resultar en un comportamiento global mejor.

COMPORTAMIENTO DE ZONAS CRÍTICAS EN FLEXIÓN SOMETIDAS A CARGAS REPETITIVAS VARIABLES Y GENERALIZADAS

Los experimentos realizados en Berkeley y en otras partes [9, 10], indican que el comportamiento de los elementos estructurales de C/A, sometidos a sollicitaciones generalizadas similares a aquellas que se producen por efecto de movimientos sísmicos fuertes del suelo, incluyendo momentos de flexión alternantes, se caracteriza por una pérdida de la rigidez que se incrementa a medida que el número de ciclos de deformaciones alternantes aumenta. Aunque la pérdida de rigidez no impidió que las zonas críticas, reforzadas adecuadamente, desarrollaran su resistencia última, la rigidez inicial disminuyó frente a las cargas alternantes y la deformación para la cual se llegó a la capacidad de trabajo aumentó a medida que el número de ciclos de las cargas alternantes se incrementó. Esta reducción de la rigidez también se observó en ensayos realizados en edificios de varios pisos reales [11, 12, 13, 14].

Para las estructuras de concreto armado diseñadas de acuerdo a las especificaciones de la norma o código, el problema más serio parece ser, entonces, el del deterioro de la rigidez en vez del de la resistencia.

MECÁNICA DEL DETERIORO DE LA RIGIDEZ

El momento y la curvatura en las zonas críticas de los elementos estructurales de concreto armado sometidos a grandes deformaciones anelásticas son sensibles a: (1) el comportamiento anelástico del acero de refuerzo el cual a menudo presenta un efecto de Bauschinger pronunciado; (2) el grado o nivel de agrietamiento del concreto; (3) la efectividad de la interacción (adherencia) entre el acero y el concreto; (4) la posibilidad de deslizamiento o pérdida del anclaje efectivo, y (5) la presencia de deformaciones por corte y agrietamiento diagonal por corte. Estos factores son todos sensibles a la historia de las tensiones en la estructura durante el sismo y conducen a menudo a una disminución de la rigidez durante ciclos sucesivos de carga. Se hace referencia a esta disminución, generalmente, como la "degradación" o el "deterioro."

El papel que juegan algunos de los factores mencionados más arriba en el deterioro de la rigidez ha sido descrito en publicaciones previas [9, 10, 15] y se resume más abajo haciendo referencia a la viga en voladizo que se muestra en la Figura 16.

Si se carga un elemento de concreto doblemente armado bien dentro del rango anelástico tal que el acero de tracción alcanza la fluencia, la grieta de flexión principal, que se denota por C_1^T en la Fig. 16(a), no se cerrará completamente luego de la descarga, Fig. 16(b). El grado de apertura dependerá del nivel de deformaciones que el acero de tracción haya alcanzado dentro del rango plástico durante la primera etapa de carga. Si se ha deformado bastante más allá que en la fluencia inicial, puede originarse una grieta C_2^b en la parte inferior durante la descarga.

Si luego se carga el elemento en la dirección opuesta, la sección crítica, que ya está agrietada, ofrecerá una resistencia considerablemente menor a la rotación que durante la primera etapa de carga. Esta disminución de la resistencia puede deberse a un contacto imperfecto entre las dos caras de una grieta C_2^t previa. La grieta en la parte superior puede cerrarse o no dependiendo del valor extremo de la carga de sentido opuesto P_3 comparada con P_1 — las cuantías de los aceros de refuerzo superior e inferior — y de otros factores. Ya que en el concreto ha comenzado un proceso de despedazamiento en las dos caras, debería producirse una reducción en la rigidez de la sección crítica aún cuando la grieta se cerrara.

Para la carga P_3 , si la dirección opuesta alcanza el mismo valor externo que P_1 , el ancho de la grieta C_3^b será mayor que el de C_1^t obtenido para P_1 . Si se descarga ahora el elemento, la sección crítica estará agrietada entre $C_4^t - C_4^b$ y el ancho de la grieta dependerá fundamentalmente de la cuantía de la fluencia en el acero, de la efectividad de la adherencia entre el acero y el concreto, y, aunque en menor extensión, del grado de resquebrajamiento del concreto.

Al comienzo de un nuevo ciclo de carga alternante, la sección de concreto original se comportará como una sección de acero formada por los refuerzos de acero de tracción y de compresión. Si el acero de refuerzo presenta un efecto de Bauschinger pronunciado, esto conducirá a una reducción de la rigidez en la sección crítica. Más aún, la presencia del esfuerzo de corte en esta etapa tenderá a producir un desplazamiento relativo entre las caras de la grieta, como se muestra en la Fig. 16(e). Esta tendencia es resistida por la acción de

"dowel" del refuerzo principal y causará que las barras de acero sean presionadas contra el concreto y probablemente conduzca a un resquebrajamiento longitudinal del concreto. El grado del daño introducido por este efecto del corte dependerá del espaciamiento de los estribos pero, probablemente, afectará la adherencia y, consecuentemente, la rigidez global del elemento.

El deterioro de la adherencia en secciones bien agrietadas, incrementado por el corte, puede causar fallas locales en cualquier punto de discontinuidad del refuerzo principales y, particularmente, en la unión de la viga a la columna exterior. Por ejemplo, en la unión que se muestra en la Fig. 16(f), el deterioro de la adherencia a lo largo de la longitud AB debido a las tensiones alternantes del acero y el efecto de cualquier esfuerzo de corte actuando en la sección $C^t - C^b$, pueden conducir al desarrollo de tensiones radiales altas en A y luego a una falla por alabeo. Esto podría producir un deslizamiento significativo de la barra y a un movimiento hacia afuera de la parte vertical del gancho, induciendo un despedazamiento con desprendimiento del concreto en la cara posterior de la columna, en particular si el confinamiento del concreto en la unión no es adecuado. Este tipo de falla ha sido observado por otros investigadores y en inspecciones en terreno de los daños producidos por un terremoto (ver sección 13.8.3. de la Ref. [2]).

EFFECTO DE LOS ESFUERZOS AXIALES Y DE CORTE

La relación momento-curvatura está influenciada significativamente por los esfuerzos axiales y de corte, particularmente en el rango anelástico. La magnitud del esfuerzo axial en las vigas es pequeño generalmente y su efecto puede despreciarse en la relación $M-\phi$. El esfuerzo

de corte en la vigas, incluyendo tanto sus componentes debidas a los efectos de la gravedad como a los de las fuerzas de inercia, no pueden ser despreciados, especialmente en los niveles bajos de edificios altos con vanos de poca luz, ya que puede afectar a la curvatura en forma significativa. Cuando el efecto de las fuerzas gravitacionales es grande, la magnitud del esfuerzo de corte varía a lo largo de la longitud de la viga siendo muy significativa en la unión viga-columna y menos importante en las vecindades del centro de la luz. De aquí que en el estudio de las zonas críticas que se presentan en una viga, debieran considerarse dos casos diferentes: (1) las zonas críticas deben incluir los esfuerzos de corte de magnitud considerable que se presentan generalmente en la unión viga-columna y (2) el efecto del esfuerzo de corte es pequeño y puede ser despreciado. Este último caso se presenta en la vecindad del Centro de la luz de la viga así como en los extremos de vigas de grandes luces.

El comportamiento de la zona crítica en la unión viga-columna puede ser afectado tanto por el esfuerzo de corte como por los detalles de anclaje de los refuerzos de la viga. En particular, el detalle del acero para una conexión monolítica entre la columna exterior y la viga puede contribuir al deterioro de la rigidez. Ver las Ref. [17] y [18] para una discusión en detalle del efecto del esfuerzo de corte en zonas críticas en flexión.

REFERENCES

1. Dowrick, D. J., "Earthquake Resistant Design," A Manual for Engineers and Architects, J. Wiley and Sons, 1977, Section 5.2.4.
2. Park, R. and Paulay, T., "Reinforced Concrete Structures," J. Wiley and Sons, 1975, Section 11.6.4.
3. Mahin, S. A. and Bertero, V. V., "Problems in Establishing and Predicting Ductility in Seismic Design." Proceedings of the International Symposium on Earthquake Structural Engineering, St. Louis, Missouri, U.S.A., August 1976.
4. Mahin, S. A., "On the Use of Computer in Seismic Resistant Design of Reinforced Concrete Building." Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension of California, Berkeley, California, July 1977.
5. Powell, G. H., "Computer Programs for Analysis of Seismic Response of R/C Buildings." Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension of California, Berkeley, California, July 1977.
6. Clough, R. E. and Benuska, K. L., "FHA Study of Seismic Design Criteria for High Rise Buildings," Report HUD Ts-3, Federal Housing Administration, Washington, D.C., August 1966.
7. Bertero, V. V. and Vallenias, J., "Confined Concrete, Research and Development Needs." Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension of California, Berkeley, California, July 1977.
8. Bertero, V. V. and Felippa, C., "A Discussion on Ductility of Concrete." Proceedings of the International Symposium on "Flexural Mechanics of Reinforced Concrete," Miami, Florida, Nov. 1964, ACI Publication SP12, pp. 227-234.
9. Bertero, V. V., Bresler, B., and Liao, H., "Stiffness Degradation of Reinforced Concrete Members Subjected to Cyclic Flexural Moments," Earthquake Engineering Research Center, Report no. EERC 69-12, December 1969, University of California, Berkeley, CA.
10. Bertero, V. V., "Experimental Studies Concerning Reinforced, Prestressed and Partially Prestressed Concrete Structures and their Elements," International Association for Bridge and Structural Engineering Symposium Acted on by Well Defined Repeated Loads," Introductory Report. Lisboa, 1972.
11. Aoyama, H., "Restoring Force Characteristics Under Reversal of Loading of Reinforced Concrete Members and Structures," A Review of Japanese Research - Report of the United States - Japan Seminar on "Basic Research in Concrete as Related to Behavior of Structures in Earthquakes," Tokyo, Feb. 1967, 14 pages.

12. Funahashi, I., Kinashita, K, and Aoyama, H., "Vibration Tests and Test to Failure of a Seven Story Building that Survived a Severe Earthquake," Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Chile, 1969, Volume I, pp. B-1, 26-42.
13. Mayes, R. and Galambos, T., "Large Scale Dynamic Shaking of an Eleven-Story Concrete Building," Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension, University of California, Berkeley, 1977.
14. Freeman, S. A., Honda, K. K. and Blume, J., "Dynamic Response Investigations of Real Buildings," Proceedings of the Workshop on Earthquake Resistant R/C Building Construction, University Extension, University of California, Berkeley, California, July 1977.
15. Bertero, V. V. and Bresler, B., "Seismic Behavior of Reinforced Concrete Framed Structures," Proceedings of the Fourth World Conference on Earthquake Engineering, Chile, 1969, Volume 1, pp. B-2, 109-124.
16. Hanson, M. W. and Connor, H. W., "Seismic Resistance of Reinforced Concrete Beam-Column Joints," Journal of the Structural Division, ASCE. Vol. 93, No. ST5, Proc. Paper 5537, Oct. 1967, pp. 533-560.
17. Ma, S. Y. M., Bertero, V. V. and Popov, E. P., "Experimental and Analytical Studies on the Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Rectangular and T-Beams," Earthquake Engineering Research Center, Report No., EERC 76-2, University of California, Berkeley, California.
18. Bertero, V. V., Popov, E. P., and Wang, T. N., "Hysteretic Behavior of Reinforced Concrete Flexural Members with Special Web Reinforcement," Earthquake Engineering Research Center, Report No., EERC 74-9, University of California, Berkeley, California.

APUNTES SOBRE

"EL ROL DE LA DUCTILIDAD EN EL DISEÑO SISMO-RESISTENTE DE ESTRUCTURAS"

por

Vitelmo V. Bertero

Profesor de Ingeniería Civil
Universidad de California
Berkeley, California

DUCTILIDAD DEL MATERIAL

DEFINICIONES

1. Ductilidad: es la capacidad de un material para deformarse plásticamente, si un material es capaz de experimentar una deformación permanente apreciable, se dice que dicho material es *dúctil*; si tal deformación es pequeña, el material es entonces *frágil*. "Dúctil" y "frágil" son entonces términos relativos. La ductilidad de un material se mide por la deformación plástica en la rotura. La medida más corriente de la ductilidad en la ingeniería práctica es el porcentaje de elongación en un ensayo de tracción, es decir, el porcentaje de deformación en la rotura:

$$\epsilon_f = (l_f - l_0) / l_0 \times 100$$

Tal vez una medida más precisa es la deformación real en la rotura:

$$\epsilon_f = \ln (l_f / l_0)$$

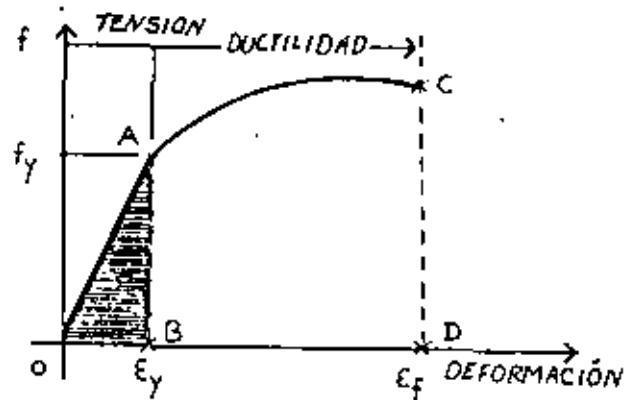
La ductilidad en la rotura es muy sensible con respecto al estado de tensiones y deformaciones en la zona donde se presenta la rotura. Aunque no es usada corrientemente en el diseño de estructuras sometidas a cargas habituales o normales, la ductilidad es muy importante ya que es el factor que determina la seguridad de la estructura. Sin embargo, es mejor utilizar la tenacidad en vez de la ductilidad.

2. Tenacidad: es la cantidad de energía que un elemento puede absorber hasta la rotura, es decir, es la capacidad de un material para absorber energía durante deformaciones plásticas. En un ensayo de tracción estático, tal energía se mide por el área bajo la curva tensión-deformación que representa el trabajo requerido para llevar el espécimen hasta la rotura. (Fig. 1)

$$T = W_E = \int_0^{\epsilon_f} f \, d\epsilon$$

Fig. 1 Representación esquemática de tenacidad y resiliencia

Área OACD es una medida de la tenacidad
 Área OAB es una medida de la resiliencia



3. Resiliencia: es la capacidad de un material para basorber energía en el rango elástico. (Fig. 1)

4. Capacidades de Absorción de Energía y de Disipación de Energía: son términos usados corrientemente, y a menudo indistintamente, en la literatura del diseño sismo-resistente. Una distinción clara debiera de hacerse entre el significado técnico de cada uno de estos términos. Tal diferencia se ilustra en la Figura 2.

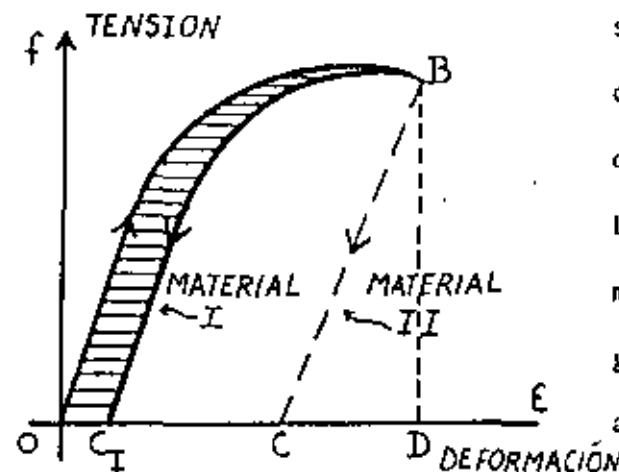


Fig 2 Representación esquemática de las capacidades de absorción y disipación de energía

Los dos materiales, I y II, tienen la misma capacidad para absorber energía (tenacidad), representada por el área OBD. Sin embargo, sus capacidades para disipar energía son clara-

mente distintas. Mientras la capacidad de disipación de energía del material I está dada por el área de histéresis OBC_I , la del material II es igual al área mucho mayor OBC_{II} . Una propiedad deseada en el diseño sismo-resistente es una capacidad alta de la estructura para disipar energía.

IMPORTANCIA DE LA DUCTILIDAD EN EL DISEÑO SISMO-RESISTENTE DE ESTRUCTURAS

Una comparación entre el espectro de diseño elasto-lineal (EDEL) correspondiente al movimiento de suelo máximo posible en una zona de alto riesgo sísmico, con el espectro de diseño de la Norma o Código, muestra que, desde un punto de vista económico, no es factible utilizar las fuerzas obtenidas del EDEL para diseñar la mayor parte de los edificios en zonas de alto riesgo. Fuerzas de diseño menores podrán usarse si la capacidad del edificio para absorber y disipar energía por deformaciones anelásticas puede ser utilizada. A raíz de las incertidumbres originadas al considerar la naturaleza de los futuros movimientos del suelo y las características del comportamiento dinámico de los sistemas suelo-estructura reales, los edificios deben ser capaces de disipar una cantidad considerable de energía.

Mientras pueden tolerarse grandes deformaciones anelásticas para eventos sísmicos de ocurrencia poco frecuente, estas deformaciones deben ser controladas a fin de prevenir pérdida de resistencia, grandes desplazamientos u otros hechos que pueden conducir al colapso de la estructura o a pérdida de vidas. Para evaluar la respuesta sísmica de una estructura es deseable describir las características principales de su comportamiento de histéresis en términos de algunos índices numéricos. Ya que el comportamiento de histéresis de sistemas estructurales reales

es complejo, su descripción cuantitativa precisa es difícil.

Ha sido de uso corriente en el análisis estructural anelástico el expresar los desplazamientos máximos requeridos en términos de factores de ductilidad (1). Tales factores se definen generalmente como el cociente entre un desplazamiento determinado del sistema y el desplazamiento correspondiente cuando comienza la fluencia del material. Si la relación carga desplazamiento bajo estudio puede ser idealizada como per-

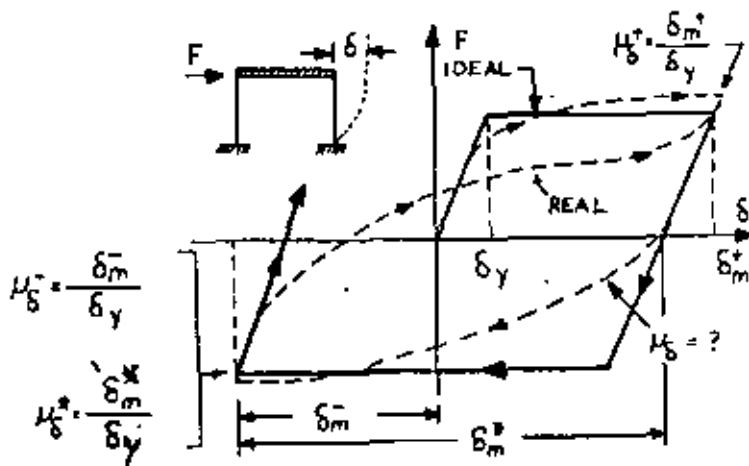


Fig. 3 DEFINICION DE LOS FACTORES DE DUCTILIDAD

fectamente elastoplástica, la historia de la correspondiente demanda ^{por} ductilidad definirá de manera precisa el comportamiento histéresis completo.

Desafortunadamente, el comportamiento de histéresis de los sistemas reales difiere generalmente en forma significativa de esta simple idealización (Fig. 3) y aunque los factores de ductilidad pueden ser utilizados para describir

los desplazamientos máximos, generalmente fallan en la cuantificación de la energía disipada.

PROBLEMAS EN LA DEFINICION DE LOS FACTORES DE DUCTILIDAD

En la mayor parte de los casos no es conveniente, ni siquiera posible, examinar el comportamiento de histéresis de un sistema en detalle. Los factores de ductilidad, tales como fueron definidos previamente,

te, son índices de comparación útiles de la severidad de las deformaciones anelásticas. Como tales, los factores de ductilidad pueden aplicarse a casi todos los parámetros de la respuesta incluyendo desplazamientos, desplazamientos relativos, rotaciones, curvaturas y deformaciones. Sin embargo, debe tenerse presente que los factores de ductilidad basados en diferentes parámetros de la respuesta no tendrán valores numéricos similares, generalmente. Más aún, la relación carga desplazamiento para cada uno de estos parámetros no muestra, generalmente, un punto de fluencia claro. Consecuentemente, los parámetros de la respuesta utilizados como base en la definición de un factor de ductilidad particular y el método utilizado para determinar el valor correspondiente en fluencia, deben tenerse definidos en forma clara.

DEFINICION DE LOS FACTORES DE DUCTILIDAD - los sistemas estructurales reales pueden no tener definidos en forma clara los puntos de fluencia. Esto puede deberse a las propiedades mecánicas del material o a que en las estructuras de varios pisos la fluencia generalmente no ocurre en forma instantánea en todas las zonas o secciones que se requieren para desarrollar el mecanismo de colapso o falla. Las estructuras podrán experimentar, entonces, reducciones graduales de sus rigideces en vez de reducciones súbitas. Por ejemplo, la relación esfuerzo de corte basal-desplazamiento del techo, calculada para un marco de dos pisos o niveles, de concreto armado (Fig. 4), difiere notablemente de la forma perfectamente elasto-plástica. La relación carga lateral-desplazamiento para tales sistemas de varios grados de libertad no es única y depende de la distribución y la historia de la sollicitación.

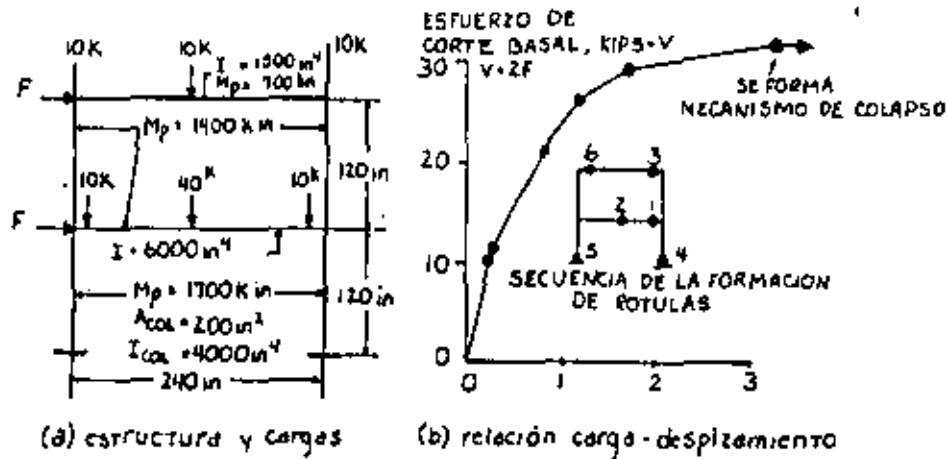


Fig. 4 RESPUESTA NO-LINEAL DE UNA ESTRUCTURA A CARGAS LATERALES MONOTAMENTE CRECIENTES (1 K = 4.45kN; 1 in. = 25.4 mm)

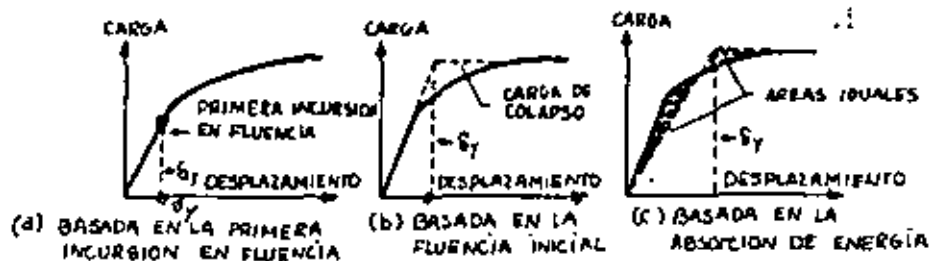


Fig 5 ALTERNATIVAS PARA LA DEFINICIÓN DE DESPLAZAMIENTOS EN FLUENCIA

Muchos otros parámetros tales como las variaciones en las cargas gravitales, velocidades de carga altas, cambios en las condiciones del medio ambiente, redistribución de las tensiones debida a largos períodos de carga, etc., pueden afectar la relación carga lateral-desplazamiento considerablemente. No será posible, entonces, en estos casos una determinación precisa de los valores correspondientes en fluencia. Las posibles estimaciones de estos valores en fluencia incluyen el desplazamiento en la primera incursión en la fluencia, el desplazamiento corres-

pondiente a la carga de colapso si la estructura hubiera permanecido en régimen elástico, o el desplazamiento en la fluencia de un sistema elasto-plástico de igual capacidad de absorción de energía que la estructura real (Fig. 5). En muchos casos puede perderse el significado físico del desplazamiento en la fluencia.

Surgen problemas adicionales cuando ocurren desplazamientos cíclicos. Mientras los factores de ductilidad, tales como fueron definidos previamente, son índices apropiados del desplazamiento máximo del sistema, no miden necesariamente la severidad de la mayor deformación anelástica. Para resolver este problema, ilustrado esquemáticamente en la Fig. 3, puede emplearse un factor de ductilidad cíclico, $\mu^*(1)$. El origen utilizado para medir la deformación del sistema se desplaza, en este caso, a fin de considerar incursiones anelásticas previas.

La suma de los valores absolutos de todas las deformaciones anelásticas dividida por el valor correspondiente en fluencia es otro índice útil de la severidad de la deformación anelástica total (2). Una definición de ductilidad que mida en forma más directa la disipación total de energía anelástica sería muy útil, en particular para aquellos sistemas degradantes en rigidez y/o resistencia. Una definición de este tipo iguala la energía de histéresis total, E_{11} , disipada por el sistema real con aquella disipada por un sistema equivalente perfectamente elasto-plástico con una misma resistencia en la fluencia, R_y , y desplazamiento en fluencia, δ_y , que el sistema real. El factor ductilidad para el sistema equivalente está dado por la siguiente relación:

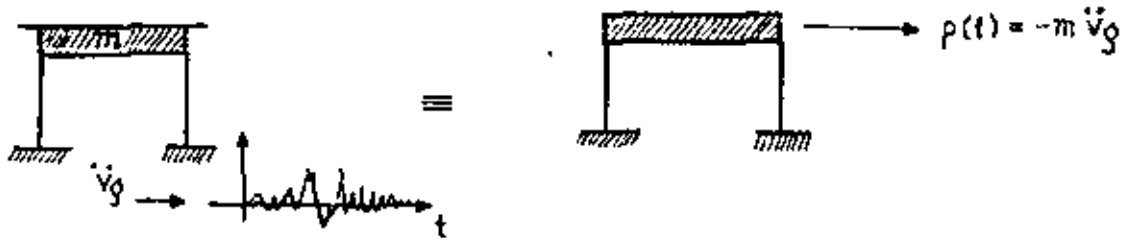
$$v_{\text{equiv}} = \frac{E_H}{R_y \delta_y} \rightarrow 1$$

Más aún, es conveniente complementar la información respecto de la ductilidad de un sistema con el número de ciclos de grandes deformaciones anelásticas y descargas. Este dato en conjunto con los diversos factores de ductilidad, proporcionan una mejor base para fijar el comportamiento de histéresis de un sistema que el empleo de un solo factor de ductilidad específico.

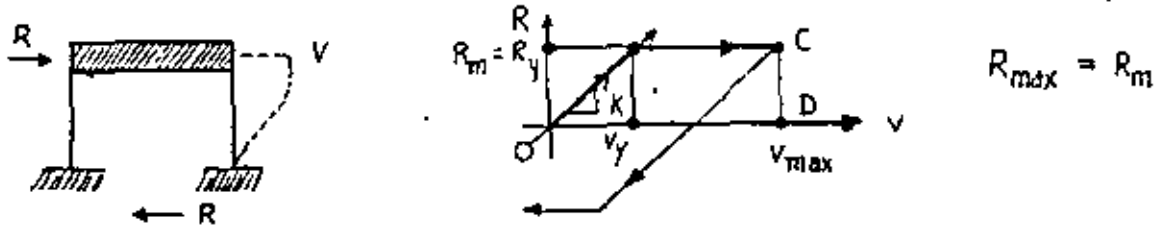
FACTORES DE DUCTILIDAD PARA LA RESPUESTA GLOBAL - Los factores de ductilidad pueden clasificarse en dos categorías generales: (1) factores utilizados para describir la respuesta global de un sistema estructural, y (2) factores utilizados para describir el comportamiento de regiones o zonas críticas particulares. La primera categoría comprende, generalmente, los factores de ductilidad basados en desplazamientos y giros.

IMPORTANCIA DEL FACTOR DE DUCTILIDAD DE DESPLAZAMIENTO - El efecto de la ductilidad basada en desplazamientos de una estructura en la reducción de las fuerzas sísmicas (resistencia o esfuerzo de corte basal requeridos) para las cuales debe diseñarse, puede ilustrarse resolviendo el siguiente problema.

DADO: Un sistema estructural de un grado de libertad (UGDL) sometido a una aceleración del suelo horizontal.



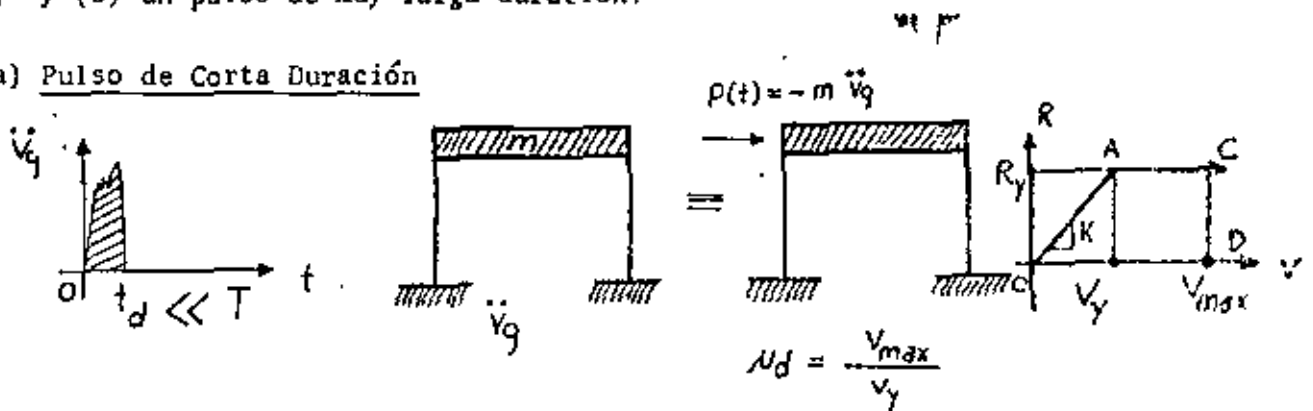
HIPOTESIS: La función de resistencia real de la estructura puede modelarse mecánicamente (matemáticamente) como perfectamente elasto-plástica (PEP).



REQUERIDO: La determinación de la resistencia máxima $R_{max} = R_y$, para la cual la estructura debe diseñarse cuando sea solicitada por diferentes aceleraciones del suelo. Comparar la resistencia máxima R_{max} con aquella requerida R_e si el comportamiento de la estructura hubiera permanecido en régimen elasto-lineal.

SOLUCION: Considerense dos casos sencillos, aunque límites, de las aceleraciones del suelo: (a) un pulso de aceleración de muy corta duración comparada con el periodo natural o propio de la estructura, T ; y (b) un pulso de muy larga duración.

(a) Pulso de Corta Duración



La carga equivalente P_t puede ser considerada como un solo impulso, I , que le proporciona a la masa de la estructura una velocidad inicial, \dot{v} .

$$\dot{v} = \frac{I}{m} = \frac{\int_0^d P(t) dt}{m} \quad (1)$$

La energía cinética, KE, está dada entonces por,

$$KE = \frac{m\dot{v}^2}{2} = \frac{I^2}{2m} \quad (2)$$

para el desplazamiento máximo v_{\max} , la energía cinética es absorbida por el resorte del sistema o energía de deformación, SE, que está dada por el área OACD; es decir,

$$SE = R_y \left(v_{\max} - \frac{v_y}{2} \right) \quad (3)$$

ya que $KE = SE$, utilizando las ecuaciones (2) y (3) se obtiene,

$$\frac{m\dot{v}^2}{2} = \frac{I^2}{2m} = R_y \left(v_{\max} - \frac{v_y}{2} \right) \quad (4)$$

Considerando que por definición la razón de ductilidad de desplazamiento μ_d , esta dada por

$$\mu_d = \frac{v_{\max}}{v_y} \quad (5)$$

y que, además,

$$v_y = \frac{R_y}{K} = \frac{R_m}{K} \quad (6)$$

y

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (7)$$

La resistencia requerida es

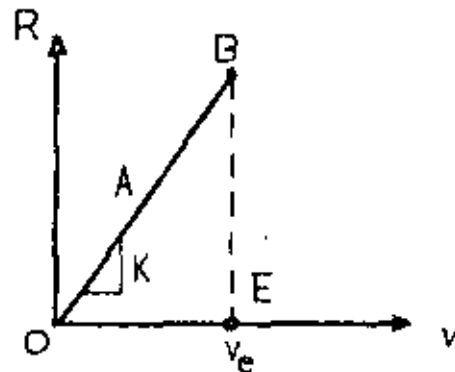
$$R_m = R_y = \frac{I \frac{2\pi}{T}}{\sqrt{2\mu_d - 1}} \quad (8)$$

Para un comportamiento elasto-lineal, $\mu_d = 1$, la resistencia requerida R_e puede calcularse directamente a partir de la ecuación (8),

$$R_e = I \cdot \frac{2\pi}{T} \quad (9)$$

Repetiendo el procedimiento de solución anterior pero incluyendo ahora la energía de deformación SE dada por el área OBE,

$$SE = \frac{R_e v_e}{2} = \frac{R_e^2}{2K}$$



(10)

y utilizando las ecuaciones (8) y (9), se obtiene,

$$R_m \text{ requerida} = R_y = \frac{R_e}{\sqrt{2\mu_d - 1}}$$

(11)

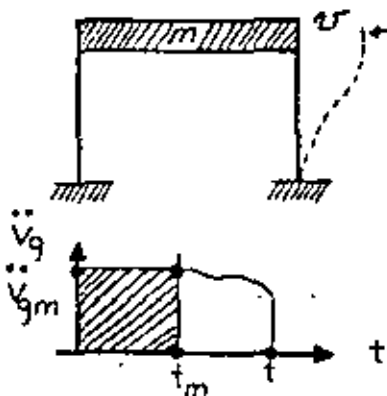
considerando los resultados para R_y/R_e , es evidente entonces la economía de diseño asociada a las grandes deformaciones anelásticas, es decir, μ_d grande.

| | | | | | |
|---------------------|-----|-----|-----|-----|----------|
| μ_d disponible | 2.5 | 5 | 8.5 | 13 | ∞ |
| R_y/R_e requerida | 1/2 | 1/3 | 1/4 | 1/5 | 0 |

Nótese que el desarrollo anterior es válido únicamente cuando $t_d \leq T/5$ en cuyo caso la forma del pulso de aceleración no tiene importancia; lo importante es el área del pulso que determina el incremento de velocidad.

(b) Pulso de Larga Duración

Si se supone que la aceleración varía lentamente de modo que su variación hasta el tiempo de respuesta mínima, t_m , es despreciable, la energía total entregada al sistema será igual al trabajo externo desarrollado por $p(t)$, W_e .



$$p(t) = -m \ddot{v}_{gm}$$

$$W_e = m \ddot{v}_{gm} v_{\max}$$

(12)

donde v_{\max} es la respuesta máxima. Si la función de resistencia es perfectamente elasto-plástica, la energía de deformación correspondiente al desplazamiento máximo, v_{\max} , será

$$SE = R_y \left(v_{\max} - \frac{v_y}{2} \right) = R_y v_{\max} \left(1 - \frac{1}{2\mu_d} \right) \quad (13)$$

Ya que el trabajo desarrollado por $p(t)$ debe ser igual a SE en el desplazamiento máximo (porque $\dot{v} = 0$ cuando $v = v_{\max}$), entonces la ec. (12) = ec. (13) y

$$R_m \text{ requerida} = R_y = \frac{m \ddot{v}_{gm}}{1 - \frac{1}{2\mu_d}} \quad (14)$$

Para una respuesta en régimen elástico donde $\mu_d = 1$, $R_m = R_e$ debe ser el doble del valor de la fuerza externa equivalente, $P(t) = |m \ddot{v}_{gm}|$, resultando en

$$R_e = 2 m \ddot{v}_{gm} \quad (15)$$

Entonces, permitiendo grandes deformaciones plásticas, el diseñador puede reducir la resistencia de la estructura a la mitad. Sin embargo, el o ella debe tener presente que para este tipo de pulso de aceleración, la estructura debe ser diseñada con un coeficiente de resistencia sísmico en fluencia C_y igual o mayor que 1.

$$R_y = C_y W \quad (16)$$

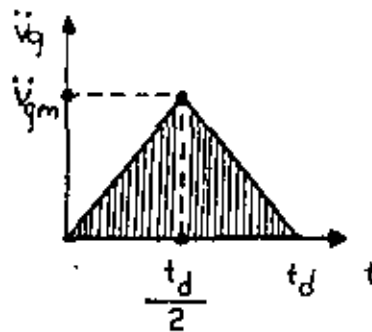
donde

$$C_y = \frac{\ddot{v}_{gm}/g}{1 - \frac{1}{2\mu_d}} \quad (17)$$

y W es el peso de la masa excitada, o $W = mg$

Estos resultados destacan claramente la importancia de los pulsos de aceleración de larga duración en el diseño de estructuras sísmo-resistentes. Aunque generalmente estos pulsos de aceleración no tienen una forma rectangular, o un tiempo nulo (cero) en su generación, estudios realizados utilizando pulsos de forma sinusoidal, parabólica o aún triangular, muestran que cuando $t_d \geq T$ es necesario diseñar la estructura para un valor alto de C_y . Por ejemplo, en el caso de un pulso de aceleración de forma triangular en que $t_d = T$, si es posible desarrollar y aceptar un valor para $\mu_d = 4$, C_y debería ser mayor que 0.7. La importancia de reconocer la diferencia entre los efectos de pulsos de aceleración de larga y corta duración en el diseño anelástico de estructuras,

debe enfatizarse ~~enfatizarse~~. Por ejemplo, si consideramos un pulso de aceleración de corta duración de forma rectangular con $t_d = \frac{T}{2\pi}$, puede demostrarse que dado que



$$I = (m \ddot{v}_{gm}) t_d$$

la ecuación (8) determina,

$$R_y \text{ requerida} = \frac{m \ddot{v}_{gm}}{\sqrt{2\mu_d - 1}} = \frac{1}{\sqrt{2\mu_d - 1}} \frac{\ddot{v}_{gm}}{g} W \quad (18)$$

entonces,

$$C_y = \frac{\ddot{v}_{gm}/g}{\sqrt{2\mu_d - 1}} \quad (19)$$

Una comparación entre las ecuaciones (17) y (19) destaca claramente que la economía potencial en el diseño asociada a un valor alto de μ_d , es considerablemente mayor para pulsos de muy corta duración que para aquellos de larga duración.



DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS
(DEL 23 DE JULIO AL 17 DE AGOSTO DE 1979)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|--|---|
| 1. ING. OCTAVIO BARON LUNA Calzada Ignacio Zaragoza No. 112-7 Col. Moctezuma México 9, D.F. Tel. 571-14-36 | ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA I.P.N. Unidad Profesional Zacatenco Edificio 4 Col. Lindavista México 14, D.F. Tel. 586-96-44 |
| 2. ING. SERGIO BERDON RAMOS E. Honduras "E" Depto 901 U.I.L.A. Col. Copilco Bajo México 20, D.F. Tel. 658-12-62 | BUFETE INDUSTRIAL Tolstoi No. 22 Col. Anzures México 17, D.F. Tel. 5-33-15-00 Ext. 274 |
| 3. J. ALEJANDRO CARBAJAL AGUILAR Dorado No. 33 Col. Lazaro Cárdenas Zacatepec, Mor. | |
| 4. ING. WILFREDO CARLAS PINEDA C las Acacias Res. Santa María Ayutuxtepeque San Salvador, El Salvador C.A. : Tel. 25-61-54 | DIRECCION GENERAL DE URB. Y ARQ. SAN SALVADOR EL SALV. 1a. Av. Sur San Salvador, El Salvador C.A. Tel. 22-24-66 |
| 5. ING. JULIO CESAR CASAL España No. 127 Norte S.J. Argentina Tel. 239-68 | INSTITUTO NACIONAL DE PREVENCION SISMICA Roger Balet No. 47 Norte Desamparados San Juan, Argentina Tel. 301-63 Y 306-00 |
| 6. JESUS ANTONIO CASTRO Dagollado No. 502C La Paz, B.C.S. Tel. 2-69-13 | INSTITUTO TECNOLÓGICO Km. 3.5 Carretera al Sur La Paz, B.C.S. Tel. 2-24-24 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS
(DEL 23 DE JULIO AL 17 DE AGOSTO DE 1979)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|---|--|
| 7. ING. GERMAN CERVANTES HERNANDEZ Matanzas No. 758 Col. Lindavista México 14, D.F. Tel. | ESTRUCTURAS Y PROYECTO ESTRUCTURAL, S.A. (EPESA) San Lorenzo No. 153 -401 Col. Del Valle México 12, D.F. Tel. 575-03-54 |
| 8. ING. ANTONIO COVA RIOS urb. Villa Delicias No. NG-26 Maracaibo, Vzla. Tel. 42-36-68 | UNIVERSIDAD DE ZULIA FACULTAD DE INGENIERIA Apartado No. 526 Maracaibo, Venezuela Tel. 51-22-09 |
| 9. ING. HERNAN CUEVA AGUILERA Av. 12 de Octubre No. 1135 Quito, Ecuador | PROYECTOS ESTRUCTURALES UNIVERSIDAD CENTRAL ECUADOR Av. de las Américas Quito, Ecuador Tel. 54-79-98 |
| 10. ING. CESAR A. CHACON PIRANGO Edif. Cerro Grande Aptm 6.35 Caracas, Venezuela Tel. 59-16-19 | F U N V I S I S Av. Washington Urb. San Bernardino Caracas, Venezuela Tel. 52-97-11 |
| 11. ING. JOSE MIGUEL DE LAS HERAS Y GONZALEZ Hawai No. 35-3 Col. Euskadi México 15, D.F. Tel. | I.S.I.M.E. Legaria No. 205 Col. Pencil México, D.F. Tel. 3-99-69-22 215 y 216 |
| 12. ING. FRANCISCO JAVIER GANDARA MENDOZA Escarcha No. 32 Col. Pedregal México 20, D.F. Tel. 5-68-03-15 | INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ELECTRICAS Malchor Ocampo No. 403-2o. Piso Col. Anzures México 5, D.F. Tel. 511-42-63 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS
(DEL 23 DE JULIO AL 17 DE AGOSTO DE 1979)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|---|--|
| 13. ING. VICTOR GARCIA DELGADO Iarroque No. 1783 Col. Nueva Mèxicali, B.C. Tel. 2-94-31 | U.A.B.C. ANUTES Blv. Benito Juárez Mèxicali, B.C. Tel. 8-34-70 |
| 14. ING. BENITO GARCIA LOZADA Manizaltes No. 785 Col. Lindavista Mèxico 14, D.F. Tel. 586-70-47 | S. A. H. O. P. Constituyentes No. 947 Col. Belén de las Flores Mèxico 16, D.F. Tel. 271-30-00 Ext. 309 |
| 15. ING. JOSÉ GAYA PRADO Arizona No. 153 Col. Nápoles Mèxico 18, D.F. Tel. 543-98-79 | DESP. CALCULO-GAYA-CORONA Y ASOCIADOS, S.A. Baja California No. 196-1001 Col. Roma Mèxico 7, D.F. Tel. 574-64-17 |
| 16. ARQ. LUIS C. GONZALEZ DURAZO Angel Urraza No. 718-401 Col. Del Valle Mèxico 12, D.F. Tel. 575-11-47 | ESTUDIOS Y PROYECTOS SISTEMATIZADOS, S.A. Luis G. Vieyra No. 58-5o. Piso. Col. Tacubaya Mèxico 18, D.F. Tel. 516-22-74 |
| 17. ING. JOSE ANTONIO GONZALEZ SIFUENTES Gral. Pérez Treviño Ota. No. 1029 Saltillo, Coah. Tel. 3-67-64 | FAC. DE INGENIERIA CIVIL UNIVERSIDAD AUTONOMA DE COAHUILA Unidad Campo Redondo Saltillo Coah. Tel. 2-15-51 |
| 18. ING. JOHNNY GRANADOS BLOISE Apartado No. 5856 San José, Costa Rica el. 32-73-89 | INSTITUTO COSTARRICENSE DE ELECTRICIDAD Apartado No. 10032 San José, Costa Rica Tel. 32-20-43 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS
(DEL 23 DE JULIO AL 17 DE AGOSTO DE 1979)

| <u>Nombre y Direccion</u> | <u>Empresa y Direccion</u> |
|--|---|
| 19. ING. JORGE GUERRERO GUERRA Medianos No. 160-1 Col. Las Aguilas México 20, D.F. Tel. 651-66-14 | |
| 20. ING. FELIPE HERNANDEZ SALAZAR Rincón del Molino No. 98 Col. Frac. Bosques del Sur Nachimilco México 23, D.F. Tel. | COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD Av. Real de los Reyes No. 265 Col. Coyoacán México 21, D.F. Tel. 549-32-70 |
| 21. ING. JOSE LUIS LOPEZ HERRERA Tlaloc No. 90-4o. Piso Col. Anáhuac Tel. | CIA. DE LUZ Y FUERZA DEL CENTRO Tlaloc No. 90-4o. Piso Col. Anáhuac Tel. 546-46-12 |
| 22. ING. ANTONIO LOPEZ SANTOS Niños Héroes No. 14 Col. Sn. Antonio Chilpancingo, Gro. Tel. | ESCUELA DE INGENIERIA DE LA U.A.G. Chilpancingo, Gro. Tel. 2-27-41 |
| 23. ING. ALFREDO MEDINA PEÑA Calle 2da. No. 12, Urb. Independencia Santo Domingo, Rep. Dominicana Tel. 532-49-91 | CORPORACION DOMINICANA DE ELECTRICIDAD Av. Independencia Santo Domingo, Rep. Dominicana Tel. 533-11-31 |
| 24. ING. FERNANDO MENENDEZ FERNANDEZ Río Becerra No. 473-502 Col. Nápoles México 18, D.F. Tel. 543-97-41 | FRACCIONAMIENTO LA LOMA Av. Cristobal Colón S/N Naucalpan de Juárez Edo. de Méx. Tel. 572-22-00 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS
(DEL 23 DE JULIO AL 17 DE AGOSTO DE 1979)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|--|---|
| 25. ING. OLIVERIO MESSINA ROBLES Hda. de Mimiahuapan No. 18 Ote. Col. Floresta Coyoacán México 22, D.F. Tel. 671-11-12 | ESCUELA SUPERIOR DE INGENIERIA Y ARQUITECTURA (E.S.I.A.) Unidad Profesional Zacatenco México, D.F. Tel. |
| 26. ING. ALFONSO MIER ZAVALA (Real de los Reyes No. 77) Ciprés #4 Col. Coyoacán México 21, D.F. Tel. 544-21-23 | COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD Real de los Reyes No. 265 Col. Coyoacán México 21, D.F. Tel. 549-32-70 Ext. 29 |
| 27. RAUL MONTES VARELA Alvarez No. 41 Chilpancingo, Gro. Tel. 2-43-62 | U.A.G. ESC. DE INGENIERIA Av. Primer Congreso de Anáhuac S/N Chilpancingo, Gro. Tel. 2-27-41 |
| 28. AURELIO MORALES TORRES Av. Huancayo No. 717 Col. Lindavista México 14, D.F. Tel. 754-28-17 | COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD Melchor Ocampo No. 469-7o. Piso Col. Anzures México 5, D.F. Tel. 528-89-25 |
| 29. ING. MARIANELA MORENO CEBALLOS Dr. Betances Edif. 4 Apt. 2-1 Col. Reparto París Santo Domingo, Rep. Dominicana Tel. 6-82-22-27 | SECRETARIA DE ESTADO DE OBRAS PUBLICAS Av. San Cristobal Santo Domingo, Rep. Dominicana Tel. 567-45-95 |
| 30. ENRIQUE NAVARRO RUIZ Andrés Figueroa No. 3 Col. Lomas Huizachal México 10, D.F. Tel. 589-81-48 | DIR. GRAL. PREV. ATN. EMERGENCIAS URBANAS S.A.H.O.P. Av. Constituyentes No. 947 Col. Belén de las Flores México 10, D.F. Tel. 271-30-00 Ext. 400-403 |



DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS
(DEL 23 DE JULIO AL 17 DE AGOSTO DE 1979)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|---|--|
| 31. ING. SEVERIANO OSORIO VAZQUEZ Poniente 145-A No. 725 Col. México Nuevo México 17, D.F. Tel. 527-81-61 | PETROLEOS MEXICANOS Av. Marina Nal. 329 Col. Anáhuac México 17, D.F. Tel. 545-74-60 Ext. 20-18 |
| 32. ING. DARIO PINEDA BONILLA Av. Canadá Manzana 14 Lote 14 San Luis Tel. 71-06-92 | EMPRESA NACIONAL DE PUERTOS DIVISION DE INGENIERIA Terminal Marítimo del Callao Perú Tel. 29-92-10 Anexo 338 |
| 33. ING. MARIO PINEDA GARRIDO Norte 70 A No. 3629 Col. La Joya México 14, D.F. Tel. 551-51-60 | F O V I S S S T E Balderas No. 58 Col. Centro México 1, D.F. Tel. 585-56-88 Ext. 183 |
| 34. ING. ROSENDO PUJOL MESA Sabanilla Montes de Oca San José de Costa Rica Tel. 25-93-15 | UNIVERSIDAD DE COSTA RICA San José de Costa Rica Tel. 25-55-55 y 24-24-08 |
| 35. ING. RAMIRO RAYA VERDUZCO El Marco Edif. 54-303 Col. Rinconada del Sur Xochimilco México 23, D.F. Tel. | DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL San Antonio Abad No. 231-8 Col. Obrera México 8, D.F. Tel. 578-33-90 |
| 36. ING. ALFONSO RENDON GARCIA Ote. 235 No. 57 Col. A. Oriental México 9, D.F. Tel. 558-73-21 | GRUPO NACIONAL PROVINCIAL Miguel A. de Quevedo No. 915 Col. Coyoacán México 21, D.F. Tel. 549-30-20 Ext. 464-466 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS (DEL 23
DE JULIO AL 17 DE AGOSTO DE 1979)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|---|---|
| 37. ING. EDGAR M. ROBAYO ESPINEL Carrera 56 No. 42-18 Bogotá, Col. Tel: 2693597 | UNIVERSIDAD DE LOS ANDRES Carrera 1a. Calle 18 Bogotá, Col. Tel: 2849911 |
| 38. ING. JOSE ANGEL ROCHER PEREZ Calle 21 No. 102 Depto. 2 San Pedro de los Pinos México 18, D. F. | CONSTRUCCIONES RODIN, S. A. Río Rhin 44 Col. Cuauhtémoc México, D. F. Tel: 5-46-05-40 |
| 39. GUILLERMO RODRIGUEZ FLORES M. Angel de Quevedo No. 915 Col. Coyacacán México 21, D. F. | SEGUROS LA PROVINCIAL, S. A. |
| 40. ING. ISAIAS ROMANO PEREZ Misión Loreto 51 Col. Ferrocarril Mexicali, B. C. Tel: 72314 | UNIVERSIDAD AUTONOMA DE BAJA CALIFORNIA Ciudad Universitaria Mexicali, B. C. Tel: 81750 |
| 41. ING. JOSE SALCEDO LUNA Calle 106 No. 22-175 Santander, B. Tel: 54724 | UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER Santander, B. Tel: 56141 Ext. 485 |
| 42. ING. JOSE MANUEL SALINAS | FACULTAD DE INGENIERIA, UNAM Ciudad Universitaria México 20, D. F. |
| 43. JESUS A. SANTAMARIA HERNANDEZ H. Puebla 508-2 Veracruz, Ver. Tel: 35912 | UNIVERSIDAD VERACRUZANA Carretera Mocambo s/n Veracruz, Ver. Tel: 35477 |
| 44. ING. MOISES SHABOT ZONANA Eugenio Sue 239 Col. Polanco México 5, D. F. Tel: 5-45-55-70 | CONSTRUCTORA MASHI Temistocles 84-2 Col. Polanco México 5, D. F. Tel: 2-50-58-45 |
| 45. ING. JORGE A. TEIJEIRO NARRO Monte Alban No. 657 Col. Narvarte México 12, D. F. Tel: 5-39-95-92 | SEGUROS LA PROVINCIAL, S.A. Miguel Angel de Quevedo No. 915 Coyacacán México 21, D. F. Tel: 5-49-30-20 Ext. 464 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO: DISEÑO SISMICO DE EDIFICIOS (DEL 23
DE JULIO AL 17 DE AGOSTO DE 1979)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

46. ING. ALFREDO TREJOS DE LA PEÑA
Copilco No. 300 Edif. 10
Departamento 304
Col. Copilco Universidad
México 21, D. F.
Tel: 5-44-57-61

47. ING. BAUTASAR P. VALLEJO ROBLEDO
Lucas Lassaga 223
Col. Tránsito
México 8, D. F.
Tel: 5-78-34-87

INGENIERIA DE SISTEMA DEL TRANSPORTE
METROPOLITANO
Legaria 252
México, D. F.
Tel: 3-99-69-22 Ext. 215

48. ING. HOMERO VINTIMILIA CORDOVA
Alfonso Borrero y Ado. Loja
Cuenca, Ecuador
Tel: 82-10-18

PROCESA
Borrero 10-83
Cuenca, Ecuador
Tel: 82-72-00

