



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MAESTRÍA EN INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

Tesis

Los algoritmos de programación entera y de asignación para la resolución de un problema de optimización de recursos en la empresa Eyano

Presenta:

Rafael Rentería Escobar

Tutor:

Dr. Juan Manuel Estrada Medina

Noviembre de 2012

Agradecimientos

A mis profesores en la maestría, particularmente a mis lectores, los doctores Idalia Flores, Patricia Balderas, Esther Segura y Ricardo Aceves. Además de su educación, quiero agradecerles sus buenos consejos, sus buenas vibras, su confianza y el tiempo que se tomaron para leer mi tesis y hacer las observaciones que la dejaron como un mejor trabajo.

A mi profesor y tutor, el doctor Juan Manuel Estrada, por su orientación, disciplina e implacable cuidado para armar textos. Y por enseñarme nuevas lecciones sobre la importancia del uso de las palabras.

A los buenos amigos que hice en la escuela, Yadira, Gaby, Charly, Lupita, Faby, Marco, Jordi, Chucho y Adán, por las risas, las salidas, las aventuras, las incontables sesiones de ayuda para la escuela, la confianza, los secretos, el cariño y la amistad extraescolar.

A los amigos que me regaló esta ciudad, Evelyn, Lety, Sebastián, César, Daniel, Mariana, Fernanda, Pedro, Araceli, Laura, Cynthia, Dalia y Eliza, por las pláticas, los buenos ratos, las invitaciones, por recibirme en cualquier momento, los abrazos y las bromas.

A César y a Isaac, por salvarme de la tiricia.

A Seyka, mi hermana adoptiva, por darme su casa, por confiar en mí, por permitirme confiar en ella, por cuidarme y por estar al pendiente de mí como parte de su familia.

A mis amigos de siempre, Oscar, Lucía, Che, Los Pelafustanes del Infierno, Paola Irene, David, Jacqueline, Roberto, Vero, César, Mario, Paloma, Karo, Erika, Miguel, Laura, Mike, Obed, Míriam, Jaime y Martha. Jamás sabrán sumar lo que los quiero.

A Ecología y Agua del Noroeste, por su colaboración en esta investigación, pero más que eso por la amistad que me regalaron las personas que ahí trabajan.

A mi familia, a toda la Rentería y a toda la Escobar, por preguntarme cómo me iba, por recibirme tan bien cada vez que volvía a la ciudad, y por ayudarme a crecer. Agradezco especialmente a mi abuela, Tulita, quien insistía en que no me fuera de Culiacán creyendo que estaba más seguro allá. Su ateo nieto no dejará de agradecerle todas sus

oraciones y bendiciones.

A Blanca, por aguantar a pie firme estos dos años y un poco más esta etapa de crecimiento para ambos que nos mantuvo físicamente alejados, pero con los corazones siempre juntos. Eres la mujer de mi vida.

A mis padres, Lucía y Rafael. Por las visitas, los paquetes, las facilidades, el apoyo, el empuje, las enseñanzas, el buen humor, el cuidado, y el gran amor que me tienen. Los quiero mucho. Son los mejores seres humanos que conozco y siempre estaré agradecido y orgulloso de ellos.

Índice de contenido

Introducción.....	6
Planteamiento del problema.....	9
Problemática.....	9
Objetivo General.....	10
Objetivos Específicos.....	10
Justificación.....	10
Escenario de la investigación.....	11
La empresa.....	11
Capítulo 1 - El sistema.....	12
1.1 Actividades que se presentan durante la venta de una planta potabilizadora.....	12
1.2 Puestos y habilidades.....	15
Capítulo 2 - Marco conceptual.....	18
2.1 Sobre los modelos.....	18
2.2 Los modelos de programación lineal entera.....	19
2.2.1 Método de Ramificación y Acotamiento (B&B).....	20
2.2.2 El algoritmo B&B para minimización.....	25
2.3 Modelo de Asignación.....	26
2.4 Validación de los modelos.....	30
2.4.1 El concepto de Validación.....	30
2.4.2 Puntos de Vista de la Validación.....	30
2.4.3 Criterios de Validación.....	31
Capítulo 3 - El modelo.....	37
3.1 Conceptos básicos involucrados en el modelo.....	37
3.1.1 Periodo.....	37
3.1.2 Recursos.....	37
3.1.3 Actividades.....	37
3.1.4 Salario.....	37
3.1.5 Rendimiento.....	38
3.2 Aplicación del modelo.....	38
3.2.1 Identificación de variables de decisión.....	38
3.2.2 Relación entre las variables de decisión.....	40
3.2.3 Etapas del modelo.....	43

3.3	Otras aproximaciones probadas.....	44
Capítulo 4	- Metodología.....	46
4.1	Recopilación de datos.....	46
4.2	Formulación del modelo.....	46
4.3	Resolución del modelo.....	48
4.4	Resultados del modelo.....	49
Capítulo 5	- Validación.....	50
5.1	Validación del modelo.....	50
5.2	Recolección de Datos.....	50
5.3	Aplicación del modelo.....	51
5.3.1	Primera fase.....	51
5.3.2	Segunda fase.....	56
5.3.3	Resultados del sistema real.....	57
5.4	Aplicación de los esquemas de validación al modelo.....	58
5.4.1	Importancia del objetivo del modelo.....	58
5.4.2	Validando la estructura del modelo.....	59
5.4.3	Validando el comportamiento del modelo.....	61
5.4.4	Validación las implicaciones de las políticas.....	64
Conclusiones	66
Referencias	69
Anexos	71
(1)	Evaluación de rendimiento de puestos para actividades.....	71

Introducción

Es imposible pasar por alto la importancia que tienen las pequeñas y medianas empresas en cualquier país que se jacte de un desarrollo en crecimiento. Es innegable su participación en la reactivación de la economía generando un alto porcentaje del Producto Interno Bruto, al mismo tiempo que son las principales proveedoras de empleo, al menos en este país. Actualmente más del 95% del total de las empresas que operan en los países de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico pertenecen al sector de las PyMEs, generando entre el 60 y 70% del empleo nacional.

Las PyMEs deben su éxito y diseminación justamente a su tamaño, que les permite atender a tiempo y con eficiencia a sus consumidores (Mundo Ejecutivo, 2008), mientras que su administración se ejecuta en forma más sencilla.

Sin embargo, en nuestro país, como en muchos otros, existen problemas estructurales que entorpecen el desarrollo de las micro, pequeñas y medianas empresas. En un trabajo realizado por Mauricio Lefcovich se enumeran 41 causas por las cuales fracasan las pequeñas empresas, y es una de estas causas en particular la que se busca evitar en el presente estudio:

Mala selección de personal. No elegir al personal apropiado para el desarrollo de las diversas tareas que se ejecutan en la empresa, ya sea por carencia de experiencia, aptitudes, actitudes o carencias de orden moral pueden acarrear pérdidas por defraudaciones, pérdidas de clientes por mala atención, e incrementos en los costos por improductividades, aparte de poder llegar a generar problemas internos con el resto del personal o directivos por motivos disciplinarios. (Lefcovich. “Las pequeñas empresas y las causas de sus fracasos”)

Ecología y Agua del Noroeste (Eyano) es una PyME con más de 25 años de experiencia en el diseño, construcción y operación de plantas potabilizadoras de agua, que opera desde Culiacán, Sinaloa. Cada proceso de venta de una planta potabilizadora incluye varias actividades que estarán en función del tipo de planta con la que se va a trabajar o el cliente a quien se va a vender. Algunas ventas comienzan desde la presentación del proyecto para una licitación, o pueden iniciar directamente con el cierre de un trato. De

cualquier forma, los departamentos y empleados de la empresa siempre juegan un papel respectivo en cada venta.

Por la naturaleza de cada venta y de cada puesto, los procesos son muy variados, por no decir que hay una cantidad inmensa de posibilidades, existiendo prácticamente un proceso por cada venta realizada. Y como siempre se está trabajando en más de un proceso de venta al mismo tiempo, es necesario encontrar una distribución óptima del personal y los recursos de la empresa de tal modo que no se rebase el presupuesto establecido sin afectar la calidad de las plantas y del servicio.

Hasta ahora se han presentado gastos no considerados debido a una mala asignación de recursos, como menciona Lefcovich, problema que podría evitarse con un adecuado modelo de investigación de operaciones que incluya algoritmos de programación lineal entera. Este es el punto que se abordó en el presente trabajo.

La tesis comprende los siguientes apartados:

Capítulo 1.- El Sistema. Aquí se describe el escenario de la investigación, es decir, la empresa donde se efectuó el estudio. Ecología y Agua del Noroeste es una PyME dedicada al diseño, construcción y venta de plantas potabilizadoras de agua. Se detallan las actividades que realiza, las personas que trabajan en la organización y la situación actual enfrentada a la situación deseada.

Capítulo 2.- Marco Conceptual. En este capítulo se hace una revisión (con su respectiva explicación) de los algoritmos utilizados en el estudio, así como los criterios de validación usados para garantizar la efectividad del modelo.

Capítulo 3.- El Modelo. En este capítulo se explica la forma en la que el algoritmo de programación lineal entera usa los datos de entrada para obtener los datos que el algoritmo de asignación necesita para resolver el problema. También se revisan las otras aproximaciones que se consideraron para estructurar el modelo, y por qué no fueron utilizadas en el modelo final.

Capítulo 4.- Metodología. Se especifican los pasos y procedimientos que se llevaron a cabo para resolver el problema, particularmente la aplicación del modelo. Asimismo el curso de

acción que hay que proseguir para resolver el problema cada vez que se pretenda utilizar el modelo.

Capítulo 5.- Validación. Una pregunta relevante cuando se habla de validación es: ¿El modelo cumple con el propósito para el que fue estructurado? Esta es la cuestión principal que se responde en este último capítulo. Sometido a una serie de pruebas que comprueban su validación, el modelo demuestra ser útil y apropiado para el problema planteado originalmente.

Planteamiento del problema

Problemática

Como en toda organización, en esta empresa frecuentemente se presentan problemas de diversas índoles, con sus respectivos distintos orígenes.

Existen los problemas causados por factores externos. Por ejemplo:

- Bajas ventas por falta de concursos por licitaciones.
- Demora en las entregas por retrasos de los proveedores en el cumplimiento de sus compromisos.
- Problemas meteorológicos que retardan el trabajo en las plantas.
- Aplazamiento en el trabajo por incumplimiento del cliente en sus pagos.
- Ausencia de ventas por otras prioridades de las entidades gubernamentales.

Existen otros problemas de origen interno. Algunos relevantes son:

- Inadecuada jerarquización de prioridades.
- Nula programación de tareas.
- Deficiente administración de proyectos.
- Mala asignación de recursos en la empresa.

Los problemas sobre los que puede haber control son, desde luego, los que tienen su origen al interior de la organización. Por ejemplo, la deficiente asignación de recursos en la empresa, que se puede resolver usando las herramientas de la investigación de operaciones.

La resolución del modelo proporciona una base matemática para la toma de decisiones de la empresa. En la primera etapa se usa un algoritmo de programación entera que indica cuáles recursos de los disponibles pueden usarse en un cierto periodo del proceso, poseen el menor costo. En la segunda, se emplea un algoritmo de asignación que maximiza el rendimiento del trabajo aplicado en las tareas, reduciendo las horas de trabajo destinadas

a cada actividad, de forma que no se incurra en horas extra.

Objetivo General

Resolver el problema de asignación de recursos de la empresa Eyano mediante la propuesta de un modelo que combine un algoritmo de programación entera y uno de asignación, de manera que se reduzcan las pérdidas en tiempos, equipo y costos extras.

Objetivos Específicos

Reducir costos a través de una selección adecuada de los elementos que impliquen el menor gasto.

Disminuir las horas de trabajo asignando tareas de acuerdo a las capacidades de cada elemento.

Aminorar los gastos de horas extra, y en caso de que éstos resulten inevitables, que sean lo más bajos posible.

Justificación

El propósito primordial en muchos ámbitos de la vida es optimizar. Aprovechar nuestros bienes y obtener el mejor beneficio de su uso. En el deporte, en el hogar, en la administración de un país y desde luego, en empresas de producción del sector privado.

Actualmente la empresa Eyano no cuenta con una base sólida para decidir la mejor forma de asignar los recursos. Fue necesario recurrir a la investigación de operaciones para encontrar la base mencionada y sustentarla con resultados matemáticos otorgados por un modelo.

Escenario de la investigación

La empresa

La empresa se inicia en 1972 bajo el nombre de “Equipos y Albercas”, dedicada a la construcción y equipamiento de albercas y al diseño de equipo de potabilización de agua para una empresa ajena.

Al principio de los años '90 la empresa decide ampliar su giro a la construcción de plantas potabilizadoras, registrándose como “Ecología y Agua del Noroeste, S.A. De C.V.”.

En 1991 se introduce la construcción de una línea de plantas potabilizadoras de agua con características particulares y únicas de acuerdo a las especificaciones requeridas por el cliente y a la posibilidad de expandir el mercado hacia fuera del estado y del país. Así se presenta el diseño de la planta “Compacta”, tipo “paquete” transportable, siendo un producto de gran aceptación en varios estados del país.

En 2005 la empresa incluye un nuevo giro: “Consultoría y elaboración de proyectos ejecutivos de plantas para tratamiento de agua.

La empresa ha diseñado y supervisado la construcción de más de 160 sistemas de potabilización con tecnología propia y de éstas ha construido y puesto en marcha más de 86. Actualmente fabrica equipos compactos y transportables para potabilizar agua superficial en las capacidades de 2, 5, 10, 20, 30, 40 y 60 LPS.

Capítulo 1 - El sistema

En este capítulo se enumeran todas las actividades que la empresa debe llevar a cabo para concretar la venta de plantas potabilizadoras. Cada venta es única e incluye una combinación particular de estas actividades. También se mencionan los cargos del personal que realizan las actividades y se presenta una descripción de los mismos.

1.1 Actividades que se presentan durante la venta de una planta potabilizadora

Presentación del proyecto

Esta actividad consiste en recomendar al cliente la mejor opción de compra de acuerdo a sus necesidades reales. Aquí se le presentan las distintas alternativas disponibles; se explican el funcionamiento, características, especificaciones, y requerimientos de las plantas potabilizadoras; y se proponen los precios de cada proyecto.

Cerrar el trato con el cliente

Cuando se acuerda una venta se firma un contrato donde se establecieron los compromisos de ambas partes.

Dibujo de planos

Usando software de computadora se dibujan todos los planos que tengan relevancia con un proyecto. Pueden ser planos estructurales, planos de funcionamiento, planos arquitectónicos, planos de colocación, entre otros. Frecuentemente se pueden copiar trazos de planos de proyectos pasados.

Proporción de planos, dibujo de despieces y especificaciones a subcontratados

La manufactura y/o construcción de plantas potabilizadoras (incluyendo pintura) están a cargo de agencias subcontratadas. El compromiso de la empresa es indicarles con detalle

qué es lo que se espera de ellos, y las características que deberán cumplir. Para esto, se les proporcionarán a las entidades subcontratadas planos de los proyectos y de los equipos (con sus despieces, que son dibujos detallados de las partes que los conforman); e indicaciones de estándares con los que deben cumplir los productos fabricados.

Supervisión de construcción de pailería

La pailería es el trabajo de soldadura de piezas metálicas. No basta con indicar al taller subcontratado cómo se deben construir los equipos de las plantas potabilizadoras. Es necesario hacer visitas periódicas para asegurarse de que se estén construyendo correctamente, y llevar los registros de calidad correspondientes.

Supervisión de construcción civil

De igual forma que con la supervisión de construcción de los equipos metálicos, también se debe tener un control de la construcción de obra civil, que queda documentado en los registros de calidad.

Elaboración de presupuesto (catálogo de conceptos)

Cuando el proyecto lo requiera, será necesario elaborar y presentar un catálogo de conceptos que incluya todos los elementos que conforman el precio total de la planta.

Programación de software de automatización de plantas

Un programador se encarga de crear el programa que controla las plantas que necesitan funcionamiento automático.

Asistencia a junta de aclaraciones de la licitación

Cuando se concursa una licitación, un responsable de la empresa debe presentarse a la junta de aclaraciones convocada por la entidad licitante. En tal junta se aclararán dudas y otras inquietudes que se hayan presentado durante la estructuración del proyecto.

Compra directa de material

Se refiere a las compras que se hacen presencialmente. Son compras en las que el

empleado va personalmente por la mercancía y se la lleva él mismo al almacén, al taller o al lugar de la obra.

Compra indirecta de material

Son las compras que se hacen por teléfono, internet, fax o alguna combinación de estos medios. Son compras que se gestionan desde la oficina, se deposita en la cuenta del proveedor, se pagan fletes y se recibe una factura.

Recopilación de información para el proyecto

Consiste en recopilar todos los datos necesarios para elaborar el proyecto. Esto incluye dimensiones del terreno, condiciones del suelo, infraestructura del lugar de la obra, fuentes de alimentación de agua cruda, fuentes de alimentación de energía eléctrica, condiciones del agua a potabilizar, capacidad necesaria de servicio de la planta y regulaciones especiales entre otros datos.

Elaboración de memorias de cálculo

Cada planta tiene su memoria de cálculo. Dependiendo del tipo de planta y su propósito, se elabora una memoria de cálculo en la que se incluyen los flujos de agua que pasan por los equipos, las pérdidas por fricción en las tuberías, el balance de masa y otros cálculos necesarios.

Instalaciones en el lugar de la obra

Estas instalaciones las hace personal de la empresa. Consiste en recibir la planta en el lugar de instalación y colocar las interconexiones hidráulicas y eléctricas necesarias para su operación. Esta actividad incluye también compras directas.

Puesta en marcha de la potabilizadora

Cuando la planta está totalmente instalada, es necesario ponerla a funcionar y asegurarse de que trabaje adecuadamente.

Puesta en marcha del sistema de automatización

Consiste en ejecutar el programa de funcionamiento automático de las plantas que cuenten con esta característica.

Capacitación a los futuros usuarios de la planta

Se trata de dar adiestramiento a quienes serán los operarios finales de la potabilizadora.

Seguimiento de la obra en campo

Aquí se enumeran las distintas tareas que hay que realizar en el campo mientras se construye la obra. Esto incluye subcontratación de gente que trabajará en campo, supervisión de tales trabajos, seguimiento de los planos del proyecto, verificar si se tendrían que hacer cambios en el proyecto e informar sobre tales cambios, y tomar decisiones de última hora.

1.2 Puestos y habilidades

Como se mencionó anteriormente, los distintos puestos que participan en la gestión de la venta tienen distintas responsabilidades. Algunos comparten actividades y pueden sustituir a otros en cierta medida siempre que sea necesario. Estas relaciones entre puestos y habilidades se presentan a continuación.

Gerente General

Es el puesto de más alto rango en la empresa. Se ocupa de las actividades en las que recae un alto grado de responsabilidad, y domina generalidades de las actividades de niveles inferiores.

Gerente del Departamento de Plantas

El gerente del departamento de plantas es el encargado de la fabricación en taller de los productos estándar de la empresa. Además se encarga de la fabricación de los nuevos productos desarrollados en el departamento de proyectos, pero en estos casos recibe apoyo de supervisión de parte de ese departamento.

El gerente de plantas también se dedica a vender los productos estándar de la empresa.

Gerente del Departamento de Proyectos

Tiene conocimiento de los procesos de tratamiento de agua, hace el diseño de los procesos requeridos para cumplir las necesidades del proyecto. Asimismo, habilidades como administrador de proyectos, antes de ser el jefe del departamento fue administrador de proyectos. Puede ejecutar la puesta en marcha de una planta potabilizadora y resolver los problemas de campo trabajando bajo presión. Posee destrezas en ventas y trata los nuevos proyectos con los clientes, les hace ofertas para resolver sus problemas.

Administrador de Proyectos

Habiendo definido los procesos y parámetros de diseño, el administrador de proyectos es capaz de terminar el proyecto ejecutivo de la potabilizadora. Puede guiar a varios ingenieros para completar un proyecto en un plazo de tiempo que él mismo puede definir. El administrador debe conocer todas las habilidades requeridas en la elaboración de proyectos, saber dibujar en computadora, hacer memorias de cálculo, conocer acerca de costos y manejar un software de precios unitarios, buscar información técnica en inglés, experiencia de trabajo en campo así que no diseña lo que no conoce, tiene habilidades administrativas suficientes para dirigir a un equipo de trabajo en la ejecución del proyecto, realizar compras, conocer los procedimientos administrativos que corresponden a su departamento.

Ingeniero de Proyectos

El ingeniero de proyectos es apto para dibujar en computadora y puede tener una especialidad. Esta especialidad será respetada y aprovechada. Se le capacitará para que pueda ser administrador de proyectos. La especialidad puede ser en costos, en diseño eléctrico, en diseño de estructuras, en diseño de equipos de medición hidráulica, compras, u otro.

Administrador de Obra

El administrador de obra se ocupa de las tareas propias de la construcción y la instalación de la planta potabilizadora, tales como trabajo de campo, relaciones públicas con los clientes, y compras directas como indirectas.

Técnico Instalador

El técnico instalador generalmente sirve de apoyo al administrador de obra, con tareas como las instalaciones de plomería, pruebas de funcionamiento, interconexiones eléctricas, entre otras.

Ingeniero de Sistemas Computacionales

Es el responsable de programar el software de automatización con el que funcionan las potabilizadoras automáticas. De igual forma, se encarga de poner en marcha el sistema de automatización para cada planta en la que es instalado.

Capítulo 2 - Marco conceptual

El propósito de este trabajo es optimizar el uso de recursos en una empresa reduciendo horas de trabajo y dinero invertido en actividades críticas. Para cumplir con estas dos necesidades se recurrió a dos modelos: uno de minimización y uno de asignación. A continuación se presenta una explicación de dichos modelos, y de los algoritmos empleados en cada uno de ellos. El capítulo también hace una revisión de los criterios de validación que ratifican la efectividad del modelo propuesto por este trabajo.

2.1 Sobre los modelos

La investigación de operaciones se encarga de la resolución de problemas valiéndose de modelos matemáticos estructurados a partir de algoritmos de optimización. Modelos que ofrecen una base cuantitativa para la toma de decisiones.

La investigación de operaciones se ha interesado por asignar recursos escasos disponibles al cumplimiento de distintas actividades, tratando de satisfacer ciertas necesidades con los recursos disponibles en distintas formas (económica, capital, especie).

Como ya se mencionó, por la naturaleza del problema se han elegido los algoritmos de programación entera y de asignación para la resolución del mismo.

Los algoritmos antes mencionados son y han sido herramientas poderosas de la investigación de operaciones en la resolución de problemas que se presentan en diversos ámbitos, por ejemplo: industria, negocios y servicios, por mencionar algunos.

La programación entera determina los recursos a utilizar, considerando su disponibilidad y la cantidad necesaria de cada uno de ellos en las actividades que habrán de realizarse, encontrando una combinación óptima de los mismos.

Con el algoritmo de asignación los recursos se distribuyen entre las tareas que hay que cumplir, respondiendo a sus características particulares y a los requerimientos de cada

actividad.

2.2 Los modelos de programación lineal entera

Sobre el tema de programación lineal entera existen varios textos, siendo entre ellos los principales bases para este estudio, los estructurados por Yves Pochet y Laurence A. Wosley (2006) y de Frederic S. Hillier y Gerald J. Lieberman (2010).

En general, la programación lineal consiste en encontrar una solución óptima a un problema de maximización o minimización de una función objetivo dada (en la forma de $z = cx$) sujeto a un sistema de restricciones lineales ($Ax \geq b$ ó $Ax \leq b$).

La maximización responde al máximo beneficio que puede obtenerse usando los recursos necesario sin exceder las disponibilidades de los mismos.

La forma estándar de los problemas de programación lineal es la siguiente:

$$\text{Maximizar } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

sujeta a las restricciones:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \leq b_2$$

:

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \leq b_m$$

Los problemas de programación lineal involucran dos tipos de conjuntos de soluciones: soluciones factibles (satisfacen todas las restricciones del modelo) y soluciones infactibles (al menos una restricción se viola). Dentro del conjunto de soluciones factibles existe una solución (o en algunos casos más de una) que proporciona la solución óptima del problema, es decir, los valores de las variables de decisión maximizan (o minimizan, según sea el caso) el valor de la función objetivo.

Un problema de programación entera es aquel donde las variables de decisión sólo pueden tomar valores enteros. Su forma estándar es parecida a la forma estándar de un problema de programación lineal continuo, con la diferencia de que se agrega la

restricción de que algunas o todas las variables deben ser enteras.

Los modelos de programación lineal entera parte de los mismos puntos de un problema de programación lineal (PL) tradicional:

- Identificar y definir todas las variables de decisión enteras y continuas
- Expresar las restricciones en términos de ecuaciones y desigualdades
- Formular en términos matemáticos el objetivo en términos de las variables de decisión.

En muchos problemas prácticos, tales como el que abordamos en el presente trabajo, las variables de decisión son enteras.

$$x_j \leq My_j$$

Su resolución es similar al de los problemas de PL tradicionales, aunque existe más de una forma de llegar a una solución óptima o satisfactoria. A continuación se hace un repaso de las distintas formas de resolver un problema de programación lineal entera (PLE).

2.2.1 Método de Ramificación y Acotamiento (B&B)

Consideremos que se desea minimizar un problema de PLE. La enumeración total no es eficiente para resolver PLEs con un gran número de variables. Por ello, se han desarrollado algoritmos para acometer este tipo de problemas, por ejemplo, el método B&B es un acercamiento de enumeración implícito, que permite resolver problemas grandes de PLE y es el más usado. Especialmente el método B&B reduce o descompone el PLE en un conjunto de problemas llamados “relajados” que son subproblemas de programación lineal PL, es decir, las restricciones de los valores enteros de las variables se eliminan (se relajan).

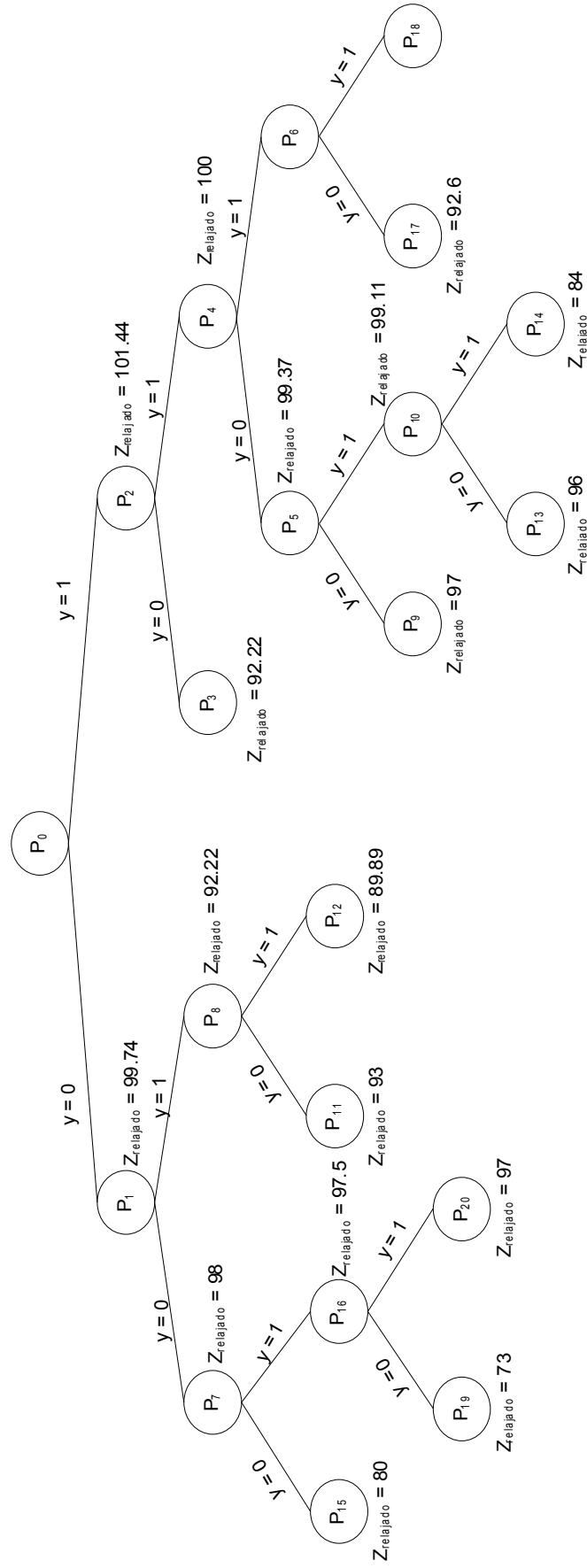
El algoritmo comienza con la resolución del problema relajado PL usando el método símplex. Si se obtiene una solución entera, entonces se habrá obtenido la solución del PLE y habremos terminado. Sin embargo, lo más probable es que la solución óptima del problema relajado de PL no satisfaga todas las restricciones enteras. En este caso,

hacemos una partición del PLE en un número de subproblemas que generalmente son más pequeños en tamaño o más fáciles de resolver que el problema original. Este proceso de particionar cualquier problema dado en dos o más subproblemas comúnmente es llamado “ramificación” y a cada subproblema se le llama “rama”. Entonces el método B&B se aplica para cada subproblema.

La solución óptima de la relajación PL es una frontera inferior en la solución óptima del PLE correspondiente. Sea Z el mejor valor conocido para la función objetivo para el PLE original. Para cualquier subproblema dado, sea Z_{relajado} el valor objetivo óptimo para su relajación PL. Esto significa que la solución entera óptima para este problema no es mejor que Z_{relajado} . Si $Z_{\text{relajado}} \geq Z$, entonces este subproblema (rama) no puede producir una solución entera factible mejor que Z y puede ser eliminado de consideraciones futuras. Este proceso de eliminar una rama para consideración posterior se llama sondeo. Sin embargo, si $Z_{\text{relajado}} < Z$, entonces no es posible establecer una conclusión y se necesitan más ramificaciones para este subproblema. Este proceso continúa hasta que todas las ramas hayan sido sondeadas y la mejor solución entera es óptima para el PLE original.

El método B&B se puede representar con un árbol de búsqueda que tiene diferentes niveles. El PLE original es la raíz, el primer nivel consiste de todos los subproblemas surgidos del PLE original, el segundo nivel consiste de todos los subproblemas del primer nivel que no han sido comprendidas, y así sucesivamente.

En la siguiente página se ilustra el árbol de búsqueda antes mencionado.



Árbol de búsqueda del método de Ramificación y Acotamiento

Ramificar

Denotemos por P_0 un PLE o PLE mixto dado. El conjunto de todos los subproblemas que se generen de P_0 deben representar a todo P_0 y por tanto, encontrar una solución óptima de P_0 . Además, es una aproximación que cualquier pareja de subproblemas son mutuamente exclusivos. Por ejemplo, sean q_1, q_2, \dots, q_r todos los posibles valores que la variable entera y_j puede asumir. Que P_i represente el subproblema obtenido de arreglar y_i a q_i para $i=1, 2, \dots, r$. Si P_0 se particiona en P_1, P_2, \dots, P_r , entonces:

$$\begin{aligned} \{P_0\} &= \{P_1\} \cup \{P_2\} \cup \dots \cup \{P_r\}, \text{ and} \\ \{P_i\} \cap \{P_s\} &= \emptyset, \quad \text{for all } i \neq s \end{aligned}$$

Note que cada subproblema P_i tiene una variable entera menos ya que y_j es ahora una constante fija.

Si y_j es una variable binaria, sólo existen dos ramas obvias con $y_j=0$ y $y_j=1$. De entre todas las variables binarias, y_j debería seleccionarse como una que no sea igual a 0 o 1 en la solución óptima al PL de relajación. En el problema de presupuesto dado en la sección 3.2.1, cualquiera entre y_3, y_4 y y_5 puede ser elegida como y_j .

Si y_j es una variable entera general, encontrar todos sus valores factibles posibles puede requerir un gran esfuerzo. Un modo más efectivo consiste en derivar dos ramas: e y $e-t$, donde t es un entero no negativo. Una vez más, una de las variables cuyos valores no son un entero en la solución óptima del PL de relajación debe seleccionarse y t es el entero más grande más pequeño que el valor variable correspondiente.

Como se puede ver, el proceso de ramificación consiste esencialmente en agregar restricciones adicionales para formar subproblemas. Por lo tanto, la solución óptima para cualquier subproblema no será mejor que el subproblema ramificado. En particular, para minimizar, la solución óptima para cualquier subproblema es siempre mayor o igual a la solución óptima del subproblema ramificado y así como al PLE original. Mientras nos alejamos de la raíz del árbol de búsqueda, los valores objetivos óptimos de los subproblemas se incrementan o permanecen iguales para PLEs de minimización.

Computando fronteras superiores e inferiores

Sea Z_{best} el valor de la función objetivo de una solución entera. Entonces el valor óptimo

objetivo de Z^* es al menos tan bueno como Z_{best} . Tal es, que Z_{best} es una frontera superior en Z^* para un PLE de minimización. Si se encuentra una solución entera factible con un valor objetivo estrictamente mejor que Z_{best} , entonces se reemplaza Z_{best} por la nueva solución. Cuando esto se hace, la frontera superior Z_{best} sigue siendo la frontera superior más pequeña y su solución entera factible correspondiente es conocida como la solución titular (es decir, la mejor solución entera conocida). Si no se han identificado soluciones enteras aún, se establece Z_{best} en ∞ .

Para cualquier problema P_j en la búsqueda B&B, buscamos encontrar una frontera inferior Z_L en el valor objetivo óptimo de P_j . De tal forma, la solución óptima de P_j no puede ser mejor que Z_L . Si (el valor objetivo de la solución entera titular), entonces se puede descartar el subproblema P_j para consideraciones futuras, y se sondea la rama correspondiente. Sin embargo, si $Z_L \leq Z_{best}$, no se puede alcanzar una conclusión y el subproblema P_j tiene que ser ramificado.

En general, no es tarea fácil encontrar una frontera inferior para un problema de optimización. Recordemos, sin embargo, para cualquier PLE, el valor objetivo óptimo asociado con su relajación PL brinda una frontera inferior en el valor objetivo óptimo del PLE.

Sondeo

En la búsqueda B&B, el ILP (la raíz) es ramificado en dos o más subproblemas de nivel-1; cada subproblema de nivel-1 o se adopta o se ramifica en dos o más subproblemas de nivel-2; y cada subproblema de nivel-2 o se adopta o se ramifica aún más en dos o más subproblemas de nivel-3, y así. Si todos los subproblemas (ramas) son adoptados, la búsqueda se detiene y la solución entera titular es óptima para el PLE.

Un subproblema puede ser adoptado en una de las siguientes tres formas:

Se encuentra una solución entera óptima. En este caso, la ramificación posterior a este subproblema es innecesaria y la solución titular puede ser actualizada. El subproblema resulta ser infactible.

El valor objetivo óptimo Z_L para su relajación PL es estrictamente más grande que Z_{best}

Estrategias de búsqueda

Las estrategias de búsqueda comúnmente utilizadas en B&B son las de prioridad en la extensión y prioridad en la profundidad. Cuando se da prioridad a la extensión, se examinan todos los problemas del mismo nivel antes de que cualquier problema de un nivel subsecuente sea si quiera considerado, y la búsqueda avanza siempre de un nivel a otro. Este tipo de búsqueda requiere de una menor memoria de cómputo. Cuando se da prioridad a la profundidad se examina arbitrariamente un problema del último nivel, y la búsqueda puede avanzar hacia atrás. Esta búsqueda puede encontrar una solución factible más rápidamente, la cual puede usarse para el sondeo, es computacionalmente más eficiente que la búsqueda con prioridad en la extensión.

Otra estrategia usada consiste en ramificar el subproblema con la menor acotación, es decir, la frontera inferior menor para problemas de minimización, y viceversa.

2.2.2 El algoritmo B&B para minimización

Paso 1: Resolver la relajación PL. Si la solución óptima resulta con valores enteros, detenerse. Esta será la solución óptima de la PLE. De otro modo, establecer $Z_{\text{best}} = \infty (= -\infty)$, definir el problema de PLE como el problema candidato P , e ir al paso 2.

Paso 2: Sea y_j una variable cuyo valor en la solución óptima de la relajación PL de P es no entero, y sea t el valor no entero de y_j en la solución, Ramificar P en dos subproblemas añadiendo las restricciones $y_j \leq \text{int}(t)$ y $y_j \geq \text{int}(t)+1$, donde $\text{int}(t)$ es la parte entera de t . Si es y_j binaria, será $y_j = 0$ y $y_j = 1$. Resolver los problemas de relajación PL. Si un subproblema resulta infactible, se sondea. De otro modo, proceder al paso 3.

Paso 3: Si se encuentra una solución entera, se sondea el subproblema correspondiente y se reemplaza Z_{best} por el nuevo valor objetivo factible si es estrictamente menor que Z_{best} .

Paso 4: Si se encuentra una solución no entera, se sondea si el valor objetivo óptimo Z_{relax} es estrictamente mayor que la última solución, Z_{best} .

Paso 5: Si se comprendieron todos los subproblemas, entonces detenerse. Se ha encontrado una solución óptima entera con el valor objetivo óptimo Z_{best} .

Paso 6: Reemplazar el subproblema candidato P por los subproblemas restantes con la menor frontera Z_{relax} , e ir al paso 2.

Afortunadamente, para resolver problemas de programación lineal entera existe actualmente toda una gama de paqueterías de computadora que brindan las respuestas en cuestión de minutos.

Por las características del problema, el software que se usó en esta investigación fue LINDO, ya que resuelve los problemas de programación lineal entera con el método de ramificación y acotamiento.

2.3 Modelo de Asignación

El problema de asignación es un tipo especial de problema de programación lineal en el que los “asignados” son recursos que se destinan a la realización de tareas. Por ejemplo, la asignación de personas a trabajos es una aplicación común del problema de asignación. El problema de asignación se puede considerar como uno de transporte equilibrado en el que suministros y demandas son iguales a 1. En este estudio, el problema de asignación resultó ser adecuado porque se conoce el rendimiento obtenido por asignar un puesto a una tarea específica.

Para resolver la fase de asignación se usó el Método Húngaro. Fue necesario hacer un ajuste (ver posteriormente el paso 1), lo que ayudó a resolver el problema en forma balanceada (si los elementos por asignar son más que las tareas por cumplir).

Los datos de entrada del método húngaro están contenidos una matriz de rendimientos $N1 \times N1$, y para su resolución se emplea el siguiente procedimiento:

Paso 1.- Alimentar la “matriz de rendimientos $m \times m$ ” con los valores obtenidos de la “matriz de rendimientos del sistema” y restar el valor mayor a todos los valores de la matriz. Multiplicar los valores de la matriz por (-1) para tener valores positivos. Ahora esta matriz se llamará “matriz de costos”. El propósito del algoritmo será minimizar tales costos. Para explicar lo anterior, observe las siguientes ilustraciones.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	9	9	0	0	0	0	0	0
x4	10	10	8	10	10	6	6	8
x4	10	10	8	10	10	6	6	8
x5	10	10	8	8	8	0	0	0
x5	10	10	8	8	8	0	0	0
x6	0	0	10	10	0	8	8	0
x6	0	0	10	10	0	8	8	0
x8	0	0	0	0	0	8	8	10

Ilustración 1: El elemento con mayor valor es 10. Se resta este valor a toda la matriz.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	-1	-1	-10	-10	-10	-10	-10	-10
x4	0	0	-2	0	0	-4	-4	-2
x4	0	0	-2	0	0	-4	-4	-2
x5	0	0	-2	-2	-2	-10	-10	-10
x5	0	0	-2	-2	-2	-10	-10	-10
x6	-10	-10	0	0	-10	-2	-2	-10
x6	-10	-10	0	0	-10	-2	-2	-10
x8	-10	-10	-10	-10	-10	-2	-2	0

Ilustración 2: Ahora, los valores de la matriz se multiplican por -1

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	1	1	10	10	10	10	10	10
x4	0	0	2	0	0	4	4	2
x4	0	0	2	0	0	4	4	2
x5	0	0	2	2	2	10	10	10
x5	0	0	2	2	2	10	10	10
x6	10	10	0	0	10	2	2	10
x6	10	10	0	0	10	2	2	10
x8	10	10	10	10	10	2	2	0

Ilustración 3: Matriz de costos.

Paso 2.- Encontrar el elemento mínimo en cada renglón de la matriz de rendimientos y restar ese valor a todos los elementos de su respectivo renglón. Construir una nueva matriz con estos valores. En la nueva matriz, encontrar el elemento mínimo de cada columna y restar ese valor a todos los elementos de su columna. Construir una nueva matriz con los resultados. Esta nueva matriz se llamará “matriz de costos reducida”.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	1	1	10	10	10	10	10	10
x4	0	0	2	0	0	4	4	2
x4	0	0	2	0	0	4	4	2
x5	0	0	2	2	2	10	10	10
x5	0	0	2	2	2	10	10	10
x6	10	10	0	0	10	2	2	10
x6	10	10	0	0	10	2	2	10
x8	10	10	10	10	10	2	2	0

Ilustración 4: Elemento mínimo de cada renglón. Se resta su valor a todos los elementos de su renglón.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	0	0	9	9	9	9	9	9
x4	0	0	2	0	0	4	4	2
x4	0	0	2	0	0	4	4	2
x5	0	0	2	2	2	10	10	10
x5	0	0	2	2	2	10	10	10
x6	10	10	0	0	10	2	2	10
x6	10	10	0	0	10	2	2	10
x8	10	10	10	10	10	2	2	0

Ilustración 5: Elemento mínimo de cada columna. Se resta su valor a todos los elementos de su columna.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	0	0	9	9	9	7	7	9
x4	0	0	2	0	0	2	2	2
x4	0	0	2	0	0	2	2	2
x5	0	0	2	2	2	8	8	10
x5	0	0	2	2	2	8	8	10
x6	10	10	0	0	10	0	0	10
x6	10	10	0	0	10	0	0	10
x8	10	10	10	10	10	0	0	0

Ilustración 6: Matriz de Costos Reducida

Paso 3.- Trazar el número mínimo de líneas (horizontales, verticales o ambas) para cubrir todos los ceros de la matriz de rendimientos reducida. Si fueron necesarias m líneas para cubrir todos los ceros, entonces hay una solución óptima disponible entre los ceros de la matriz. De ser necesarias menos de m líneas, seguir con el paso 4.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	0	0	9	9	9	7	7	9
x4	0	0	2	0	0	2	2	2
x4	0	0	2	0	0	2	2	2
x5	0	0	2	2	2	8	8	10
x5	0	0	2	2	2	8	8	10
x6	10	10	0	0	10	0	0	10
x6	10	10	0	0	10	0	0	10
x8	10	10	10	10	10	0	0	0

Paso 4.- Determinar el elemento no cero más pequeño en la matriz de costos reducida que no esté cubierto por ninguna línea. Se resta ese valor a todos los elementos no cubiertos y se le suma a los elementos que hayan sido cubiertos con dos líneas. Se vuelve al paso 3.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	0	0	9	9	9	7	7	9
x4	0	0	2	0	0	2	2	2
x4	0	0	2	0	0	2	2	2
x5	0	0	2	2	2	8	8	10
x5	0	0	2	2	2	8	8	10
x6	10	10	0	0	10	0	0	10
x6	10	10	0	0	10	0	0	10
x8	10	10	10	10	10	0	0	0

Ilustración 7: El elemento con el menor valor es 2. Se resta este valor a todos los elementos no cubiertos y se suma a todos los cubiertos por más de una línea.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	0	0	7	7	7	7	7	7
x4	2	2	2	0	0	4	4	2
x4	2	2	2	0	0	4	4	2
x5	0	0	0	0	0	8	8	8
x5	0	0	0	0	0	8	8	8
x6	12	12	0	0	10	2	2	10
x6	12	12	0	0	10	2	2	10
x8	12	12	10	10	10	2	2	0

Paso 5. Cuando se ha llegado a una solución óptima, el próximo paso es encontrar una asignación óptima. Para hacer las asignaciones, se comienza con los renglones y columnas que contengan un sólo elemento con valor en 0. Ya que se elige el elemento con valor de 0,

se eliminan su renglón y su columna para evitar futuras consideraciones. Cuando hay renglones y columnas con un mayor número de elementos en 0, se eligen las opciones arbitrariamente y entonces pueden existir soluciones óptimas alternativas.

	y3	y3	y5	y7	y12	y16	y16	y17
x3	0	0	7	7	7	5	5	7
x4	2	2	2	0	0	2	2	2
x4	2	2	2	0	0	2	2	2
x5	0	0	0	0	0	6	6	8
x5	0	0	0	0	0	6	6	8
x6	12	12	0	0	10	0	0	10
x6	12	12	0	0	10	0	0	10
x8	12	12	10	10	10	0	0	0

Ilustración 8: Matriz de solución óptima.

Para resolver esta parte del modelo, se aplicó el algoritmo en una hoja de cálculo del programa CALC de OpenOffice.org.

2.4 Validación de los modelos

2.4.1 El concepto de Validación

Según el concepto de Averill M. Law y W. David Kelton (2006) sobre la validación trata de la cuestión de que si el modelo construido es una representación adecuada del sistema o problema real que se estudia. Otra definición semejante es la ofrecida por la Oficina del Director de Investigación e Ingeniería de la Defensa de E.E. U.U. (2002), la cual afirma que la validación es el proceso que determina el grado en que un modelo es una representación precisa del mundo real desde el punto de vista de los usos deseados del modelo. Así, la validación indica si el modelo es lo suficientemente bueno en función de los objetivos del modelo. Un modelo sólo puede ser considerado útil en la toma de decisiones cuando ha sido validado. Enseguida se explica este punto.

2.4.2 Puntos de Vista de la Validación

De acuerdo con Morvin Savio Martis (2006), los puntos de vista sobre la validación de modelos se basan en perspectivas modificadas de las técnicas tradicionales de validación. Estos enfoques se exponen a continuación:

- Un modelo debería juzgarse por su utilidad más que por su validez absoluta.
- Un modelo puede no tener validez absoluta, pero debería ser válido para el propósito por el cual se construyó.
- No puede haber una prueba con la que se pueda juzgar el modelo.
- Cuando el modelo satisface varias pruebas, su confianza se incrementa.
- La mayoría de la información del sistema real se usa para verificar la consistencia del comportamiento del modelo.
- Rechazar un modelo por no reproducir una réplica exacta de la información del pasado es inaceptable.
- Rechazar un modelo por no poder predecir un evento futuro específico no es aceptable porque los sistemas sociales funcionan con frecuencias que implica mucho “ruido”.

Aún cuando se llegue a un punto en el que se tenga un modelo matemático que involucre todas las variables de entrada consideradas, ofrezca los resultados buscados y funcione correctamente, aún, surge la interrogante: ¿es el modelo que realmente necesito?

Para considerar a un modelo como válido, es necesario comparar sus resultados con los del sistema real bajo las mismas condiciones.

2.4.3 Criterios de Validación

Existen varios criterios de validación, cada uno con sus características, ventajas y desventajas. A continuación se revisarán algunos de ellos y se señalará cuáles de ellos resultan apropiados o inadecuados para nuestro modelo de acuerdo a sus características particulares.

Obtener información real del sistema estudiado

Este criterio se refiere a:

- a)Recopilación de datos históricos
- b)Recopilación de datos actuales

Como el primer grupo de datos no está disponible, se consideró recurrir a datos actuales para comparar lo que está sucediendo con las predicciones del modelo. Este criterio se tomó para el modelo. Sin embargo, es necesario elegir los datos que son relevantes para el modelo y sus objetivos.

Técnicas simples para comparar información simulada con información real

Estas técnicas se utilizan cuando se han recopilado datos históricos del sistema y se usan para alimentar el modelo. Como no se cuenta con datos históricos, y el modelo no se maneja con series de tiempo, si no que se evalúa un periodo a la vez, se rechaza este criterio de validación.

Pruebas estadísticas simples para comparar información simulada e información real

Estas pruebas se aplican para modelos que involucran líneas de espera sujetas a ciertas restricciones de distribución de frecuencia de eventos, características que no ocurren en el modelo propuesto.

Análisis de sensibilidad y análisis de riesgo

Estos criterios son usados cuando los datos de entrada y salida en los modelos y submodelos no son observables. Como este no es el caso, se descarta esta norma. Sin embargo, un análisis de sensibilidad puede ser útil para el modelo aún cuando no se utilice para su validación. Permite analizar los posibles resultados en caso de que cambien las condiciones iniciales del experimento.

Comparación entre validación de caja blanca y validación de caja negra

La validación de modelos de caja blanca está basada en el sentido común y la observación directa con un sentido intuitivo. La validación de modelos de caja negra mide la información de entrada y la información de salida. El énfasis de la validación está en la predicción y no en la explicación, tal como sería necesario en el modelo propuesto.

Para la validación de dicho modelo en particular, es posible recurrir al criterio de “caja negra”, es decir, como si hubiese una construcción interna del sistema entrada-salida desconocida. Si el usuario no puede diferenciar los resultados arrojados por el modelo y

los del sistema real, estamos entonces ante un buen modelo (Jack Kleijnen, “Verification and validation of simulation models”).

Esquemas de validación

Este criterio fue propuesto por J. W. Forrester y P. Senge (1980). Para validar modelos cuantitativos así como modelos cualitativos. El esquema de validación se divide principalmente en cuatro fases. Mientras más pruebas supere el modelo en cada una de estas fases, la confianza en él se incrementará. Sus fases presentan una serie de cuestiones a las que es recomendable someter el modelo. El modelo del presente estudio se sometió a las pruebas de validación. Las fases, con sus respectivos cuestionamientos son las siguientes:

Importancia del objetivo del modelo

La premisa de esta fase indica que la validez de un modelo no puede ser mayor que su objetivo. El objetivo debe ser una representación justificada de los valores prevalecientes en el sistema real. Es posible demostrar que un modelo es válido por más de un método, pero tal validez sería inútil si el modelo es innecesario, es decir, no aporta una solución satisfactoria a un problema real.

Validación de la estructura del modelo

Las siguientes pruebas ayudan a robustecer la confianza en la estructura del modelo:

Pruebas del modelo apropiado

-Verificación de estructura: ¿el modelo no contradice lo que se conoce del sistema? ¿se han modelado las estructuras más relevantes del sistema?

-Consistencia dimensional: ¿ambos lados en las ecuaciones concuerdan?

-Condiciones extremas: ¿las ecuaciones del modelo tienen sentido si se someten a valores extremos pero posibles?

-Acotaciones adecuadas: ¿el modelo tiene las variables e información necesarias para abordar el problema y cumplir con los propósitos del estudio?

Pruebas de consistencia

- Validez de la fachada: ¿la estructura del modelo es visualmente similar a la del sistema real?, es decir, ¿es el modelo una representación reconocible del sistema?
- Verificación de parámetros: ¿los parámetros corresponden conceptual y numéricamente con el sistema real?

Pruebas de utilidad y efectividad

- Acorde para el público: ¿el modelo tiene el nivel de detalle o complejidad adecuado para el público para quien se hizo?

Validando el comportamiento del modelo

Pruebas del modelo apropiado

- Sensibilidad de los parámetros: ¿el comportamiento del modelo es sensible a variaciones razonables en los valores de los parámetros?
- Sensibilidad de la estructura: ¿el comportamiento del modelo es sensible a una reformulación estructural razonable?

Pruebas de consistencia

- Reproducción del comportamiento: ¿qué tanto se asemeja el comportamiento del modelo generado con el sistema real?
- Predicción del comportamiento: ¿el modelo genera cualitativamente patrones actuales o futuros en términos de periodos, forma u otras características?
- Anomalía en el comportamiento: ¿el comportamiento mostrado en el modelo entra en conflicto con el comportamiento del sistema real?
- Comportamiento inesperado: el modelo, bajo circunstancias de prueba, ¿reproduce un comportamiento sorpresivo no observado en el sistema real? ¿es debido a la estructura del modelo?
- Política extrema: ¿el modelo se comporta de forma esperada bajo políticas extremas, aún las que no hayan sido observadas en el sistema real?

-Prueba del comportamiento en las acotaciones adecuadas: ¿el modelo tiene la estructura necesaria para lidiar con las cuestiones para las que se construyó?

-Sensibilidad del comportamiento: ¿las posibles alteraciones en los parámetros pueden ocasionar que el modelo falle en las pruebas de comportamiento ya superadas?

Pruebas de utilidad y efectividad

Comportamiento anti-intuitivo: en respuesta a las políticas, ¿el modelo muestra pautas que al principio contradice la intuición, pero después es visible una clara implicación de la estructura del sistema?

Validando las implicaciones de las políticas

Prueba del modelo apropiado

-Robustez y sensibilidad a las políticas: ¿las políticas recomendadas basadas en el modelo cambian con cambios razonables en los valores de los parámetros o en la formulación de las ecuaciones?

Pruebas de consistencia

-Predicción de cambio en el comportamiento: ¿el modelo predice correctamente cómo cambia el comportamiento del sistema si una política inicial es alterada?

-Política de la acotación adecuada: ¿modificar las acotaciones del modelo alteran las políticas recomendadas al usar el modelo?

-Mejora del sistema: ¿las políticas son beneficiosas cuando se trabaja con el modelo? y, al implementarse, ¿se mejora el comportamiento del sistema real?

Prueba de utilidad y efectividad

-Política implementable: ¿se puede convencer a los responsables de la política en el sistema real del valor de las recomendaciones políticas basadas en el modelo?

Otra aproximación a la validación

De igual forma, una aproximación a la validación puede ser aplicada al modelo propuesto

a situaciones actuales y, en el caso de que el sistema real se comporte de manera similar a la recomendada por el modelo, podremos entonces declarar que el modelo es confiable y útil, y por consiguiente válido.

Para esto, se sugiere hacer una investigación que conteste las siguientes interrogantes principales:

-¿Cuáles son las actividades a realizar el próximo periodo?

-¿Qué elementos estarán trabajando?

-¿En qué tarea trabajará cada elemento?

-¿Fue necesario trabajar horas extra?

-¿Se cumplieron los objetivos que se tenían definidos al inicio del periodo?

Mientras transcurrió el periodo, se corrió el modelo a la par con el sistema real (sin que el primero influya en el segundo) y se compararon los resultados y la situación final.

Si existe una similitud satisfactoria, entonces se puede tener confianza en la validez del modelo.

Capítulo 3 - El modelo

El propósito del modelo es proporcionar una base matemática que facilite la toma de decisiones para elegir a los recursos que se habrán de utilizar en las actividades que deberán cumplirse en cada periodo, utilizando los recursos que ocasionen el menor costo. Posteriormente, se emplea un algoritmo de asignación de recursos para asegurarse de reducir las horas de trabajo destinadas a cada actividad, de forma que no se demanden horas extra.

3.1 Conceptos básicos involucrados en el modelo

3.1.1 Periodo

Es la unidad de tiempo en la que se aplica el modelo. Cada periodo corresponde a una función objetivo sujeta a conjunto de restricciones, las cuales representan las actividades que deberán cumplirse durante dicho periodo.

3.1.2 Recursos

Son los trabajadores disponibles en el periodo. Estos con base en sus aptitudes, realizan las actividades propias de cada periodo.

3.1.3 Actividades

Refiere a las tareas que deben cumplirse para que los proyectos se lleven a cabo y la empresa satisfaga el compromiso con los clientes.

Actividad crítica

Es la actividad que tiene que completarse forzosamente antes del fin del periodo actual.

3.1.4 Salario

Es la retribución monetaria que recibe cada elemento del personal por el trabajo

desempeñado en un periodo. Es el criterio cuantitativo que se considera en el problema de programación entera.

3.1.5 Rendimiento

Es la medida cuantitativa con la que cada elemento del personal fue evaluado por el grupo de gerentes en su desempeño en cada tarea propia del puesto.

3.2 Aplicación del modelo

De acuerdo a la evaluación periódica de la situación de la empresa, se eligen las ventas a las que se dará prioridad en el próximo periodo, y se trabaja en sus respectivas actividades de acuerdo al avance de cada una de ellas.

Inicialmente, se hace una relajación simplex del problema de programación entera para conocer a los recursos que se requieren en el periodo en cuestión. Posteriormente, se emplea un algoritmo desbalanceado de asignación de recursos para saber qué recurso se utilizará en tal actividad.

3.2.1 Identificación de variables de decisión

En un primer lugar se identifican los cargos con sus respectivos costos. Como se desea distinguir los elementos que tienen el menor costo por periodo, el algoritmo de programación entera se involucra el salario que percibe cada uno de ellos como un criterio de minimización.

Las siguientes tablas muestran los cargos del personal con sus salarios y las actividades que deben llevarse a cabo. La columna “Disponibilidad” contiene el número de elementos que trabajan bajo ese cargo en la empresa. La columna “I.D.” indica la variable con la que se identifica cada cargo o actividad

Puestos

Cargo	Salario (U.M. por periodo)	Disponibilidad	I.D.
Gerente General	3	1	x1
Gerente Depto. Plantas	2.5	1	x2
Gerente Depto. Proyectos	1.85	1	x3
Administrador de Proyectos	1.44	2	x4
Ingeniero de Proyectos	1.44	2	x5
Administrador de Obra	1.44	2	x6
Técnico Instalador	1	3	x7
Ingeniero de Sistemas Computacionales	1.44	1	x8

Actividades

Actividad	I.D.
Presentación del proyecto.	y1
Cerrar el trato con el cliente.	y2
Dibujo de planos.	y3
Proporción de planos, despieces y especificaciones a subcontratados.	y4
Supervisión de construcción pailería.	y5
Supervisión de construcción civil.	y6
Elaboración de presupuesto (catálogo de conceptos).	y7
Programación de software de automatización de plantas.	y8
Ir a la junta de aclaraciones de la licitación.	y9
Compra directa de material.	y10
Compra indirecta de material.	y11
Recopilación de información para el proyecto.	y12
Elaboración de memorias de cálculo.	y13
Instalaciones en el lugar de la obra.	y14
Puesta en marcha de la planta potabilizadora.	y15
Capacitación de futuros usuarios de la planta	y16
Puesta en marcha del sistema de automatización.	y17
Seguimiento de la obra en campo.	y18

3.2.2 Relación entre las variables de decisión

Se asume que no todos los empleados de la empresa pueden realizar todas las actividades que son requeridas en la proyección, diseño y venta de una planta potabilizadora. Cada uno de ellos está capacitado para cumplir con un conjunto de tareas en particular, que corresponden a su puesto. Se considera también que no todos los cargos aptos para realizar una tarea tienen el mismo rendimiento para ejecutarla. Por la característica del puesto y/o experiencia del trabajador, algunos son más aptos para realizar una tarea que otros. Es por eso que, con base en observaciones y evaluaciones realizadas (ver anexo 1), se estructuró una Matriz de Rendimientos que indica cuantitativamente la habilidad que tiene cada trabajador para cada una de sus respectivas tareas. Esta matriz se muestra a continuación.

	Gerente General	Gerente Depto. Plantas	Gerente Depto. Proyectos	Administrador de Proyectos	Ingeniero de Proyectos	Administrador de Obra	Técnico Instalador	Ingeniero de Sistemas Computacionales
Presentación del proyecto.	10	9	x	x	x	x	x	x
Cerrar el trato con el cliente.	10	9	x	x	x	x	x	x
Dibujo de planos.	x	x	8	10	10	x	x	x
Proporción de planos, despieces y especificaciones a subcontratados.	x	7	8	6	x	9	x	x
Supervisión de construcción paillería.	x	x	x	6	8	10	x	x
Supervisión de construcción civil.	x	x	x	x	x	10	x	x
Elaboración de presupuesto (catálogo de conceptos).	x	x	x	9	8	x	x	x
Programación de software de automatización de plantas.	x	1	x	x	x	x	x	10
Ir a la junta de aclaraciones de la licitación.	8	9	x	4	x	8	x	x
Compra directa de material.	x	x	x	7	7	10	x	x
Compra indirecta de material.	x	7	x	9	7	9	x	x
Recopilación de información para el proyecto.	x	7	x	9	7	x	x	x
Elaboración de memorias de cálculo.	x	2	9	9	x	x	x	x
Instalaciones en el lugar de la obra.	x	x	x	x	5	9	10	x
Puesta en marcha de la planta potabilizadora.	x	4	6	4	x	x	x	8
Capacitación de futuros usuarios de la planta	7	4	5	4	x	10	8	7
Puesta en marcha del sistema de automatización.	x	1	x	x	x	x	x	10
Seguimiento de la obra en campo.	x	5	x	5	x	9	x	x

Matriz de Rendimientos

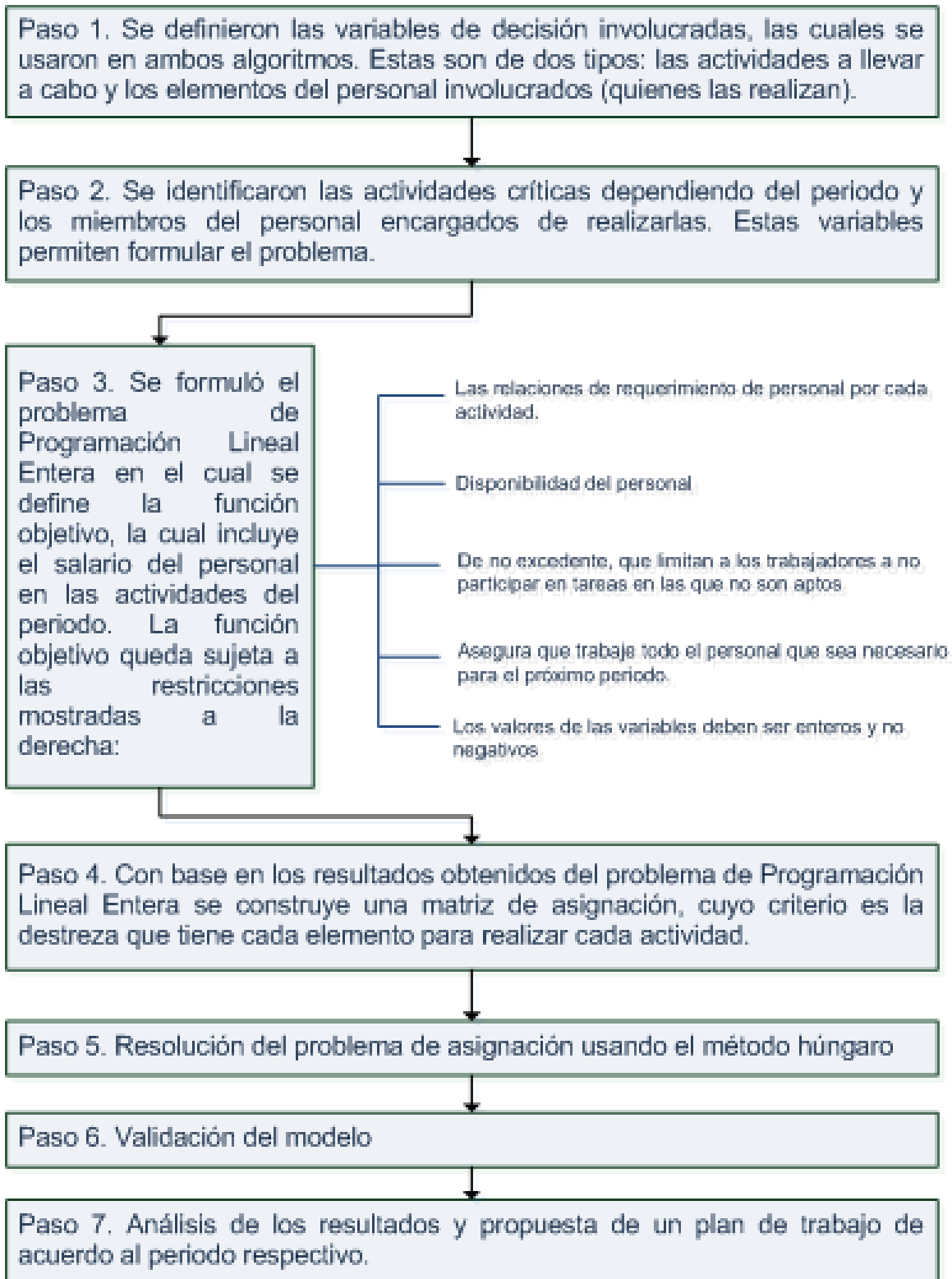
Estos rendimientos son los que se usaron como criterio para el problema de asignación. El algoritmo de asignación ubica a los elementos del personal en la tarea para la que son más competentes de modo que se garantice la ejecución de la tarea y se termine a tiempo, y así se eviten las horas extra.

Los datos contenidos en la matriz de rendimientos se obtuvieron a partir de un cuestionario aplicado a los gerentes de tres departamentos en diferentes momentos con el fin de tener una información más confiable y que los encuestados proporcionaran sus respuestas con la menor influencia posible (Ver anexo 1).

El cuestionario se aplicó por primera vez el 22 de febrero de 2012, y por segunda vez el 12 de abril del mismo año.

Los datos contenidos en la Matriz de Rendimientos son el promedio resultante de todas las respuestas dadas para cada puesto en cada actividad, redondeando la información al entero más próximo.

3.2.3 Etapas del modelo



3.3 Otras aproximaciones probadas

Las etapas del modelo antes mencionadas involucran la utilización de dos algoritmos. Por tanto, es pertinente preguntarse: ¿Por qué estos dos algoritmos? ¿Por qué se evalúan los criterios en ese orden? ¿Los resultados serían distintos si el problema se abordara por otra vía o en un orden distinto al propuesto?

Considerando estas preguntas, se analizaron las posibles aproximaciones en la búsqueda de la optimización y asignación de recursos.

Hasta ahora se sabe que primero se busca reducir costos eligiendo el personal para posteriormente asignar a cada uno de ellos a una respectiva tarea, pero ¿de qué otra forma se pudo haber resuelto esto?

Entonces surgió el cuestionamiento:

¿Es posible reducir tiempos primero y los costos después?

Para resolver esta cuestión, se podría proceder de dos formas distintas que se explicarán a continuación

- a) Aplicar el algoritmo de programación lineal usando el criterio de destreza en la tarea y el algoritmo de asignación de acuerdo al costo de cada elemento.

Si se procede de esta manera, al concluirse una primera etapa permanecerían los elementos del personal que poseen los mejores rendimientos para realizar las tareas, sin importar sus costos.

Para usar el criterio de la destreza en el algoritmo de programación lineal en primer lugar, se tendría que correr el algoritmo una vez por cada tarea la cual es necesaria para cumplir en el periodo en cuestión, pues los coeficientes de las variables de decisión en la función objetivo tendrían que variar de acuerdo a la tarea que se está considerando. Hay que recordar que cada elemento tiene un grado diferente de destreza para cada tarea.

Sin embargo, este proceder resultaría inadecuado por las siguientes razones.

En cada corrida del algoritmo de programación lineal entera se identificaría el elemento más apto para cada tarea, información que ya se sabía de antemano y habría que hacer

comparaciones entre los resultados de todas las corridas para encontrar a los elementos que habrán de usarse, y para eso era el algoritmo de asignación propuesto originalmente como segunda fase.

Suponiendo que se llegara a una segunda fase (en la que se busca reducir costos usando un algoritmo de asignación), esta también sería inútil. Por las características de los datos del problema, usar un algoritmo de asignación sería improcedente. Por ejemplo, un elemento tendría el mismo salario para todas las tareas y asignarlo a una de ellas sería un asunto trivial.

Así, una resolución empleando este acercamiento no ofrece información útil, por tanto queda descartada. Por ello se propone la siguiente aproximación

- b) Aplicar el algoritmo de asignación en primera instancia basado en el criterio del rendimiento por tarea y el de programación lineal posteriormente de acuerdo al costo que tiene cada uno de los elementos.

Inicialmente se obtiene un problema de asignación desbalanceado, donde los elementos para asignar superan en número a las tareas que hay que desempeñar.

Al concluir con lo anterior resulta un conjunto de elementos que cumplen con las tareas, y cuál realizará cada uno de ellos. De esta manera se logra optimizar los rendimientos aplicados en el trabajo, pero no reducir los costos por realizarlo. Para tal caso ya no sería necesario un segundo algoritmo, pero entonces ya no se buscaría la reducción de costos, lo que es uno de los propósitos del presente estudio.

Capítulo 4 - Metodología

A continuación se describen los pasos importantes que se llevaron a cabo para lograr los objetivos del estudio.

4.1 Recopilación de datos

Una parte importante fue identificar las actividades que se consideran críticas para un periodo próximo. Esta colección de actividades, junto a la información contenida en las tablas de las variables de decisión y la Matriz de Rendimientos conformaron el conjunto de datos necesarios para aplicar los algoritmos del modelo.

- ♣ Dibujo de planos
- ♣ Supervisión de construcción de pailería
- ♣ Recopilación de información para el proyecto
- ♣ Elaboración de presupuesto
- ♣ Puesta en marcha del sistema de automatización
- ♣ Capacitación de futuros usuarios de la planta

Se recomienda que al inicio de cada periodo se revise la disponibilidad del personal, teniendo en cuenta que su respectiva restricción cambiará cada vez que hayan renunciadas, despidos o contrataciones.

4.2 Formulación del modelo

De acuerdo con las etapas descritas en la sección 3.2.3, se definen las variables de decisión

x_1 = Número de gerentes generales que trabajarán en el periodo

x_2 = Ídem, para Gerentes del departamento de plantas

$x_3 =$ Ídem, para Gerentes del departamento de proyectos

$x_4 =$ Ídem, para Administradores de proyectos

$x_5 =$ Ídem, para Ingenieros de proyectos

$x_6 =$ Ídem, para Administradores de obra

$x_7 =$ Ídem, para Técnicos instaladores

$x_8 =$ Ídem, para Ingenieros de sistemas computacionales

Se formula la función objetivo, que será la misma para todos los casos:

$$\text{Min } W = 3x_1 + 2.5x_2 + 1.85x_3 + 1.44x_4 + 1.44x_5 + 1.44x_6 + x_7 + 1.44x_8$$

Los coeficientes de las variables son los salarios pagados al personal.

El objetivo es minimizar la función, la cual está sujeta por cuatro grupos de restricciones:

Relaciones de requerimientos. Establecen la cantidad de personal necesario para cada tarea.

$$x_3 + x_4 + x_5 \geq 2$$

$$x_4 + x_5 + x_6 \geq 1$$

$$x_2 + x_4 + x_5 \geq 1$$

$$x_4 + x_5 \geq 1$$

$$x_2 + x_8 \geq 1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 + x_8 \geq 2$$

Restricciones de disponibilidad. Aseguran no utilizar más personal del que trabaja en la empresa.

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 1$$

$$x_3 \leq 1$$

$$x_4 \leq 2$$

$$x5 \leq 2$$

$$x6 \leq 2$$

$$x7 \leq 4$$

$$x8 \leq 1$$

Restricciones de no excedente. Limitan a que no se asignen trabajadores en tareas adicionales en las que no son competentes.

$$x1 \leq 1$$

$$x2 \leq 3$$

$$x3 \leq 2$$

$$x4 \leq 5$$

$$x5 \leq 4$$

$$x6 \leq 2$$

$$x7 \leq 0$$

$$x8 \leq 2$$

Finalmente, **restricción de personal necesario.** Se encarga de garantizar que trabaje todo el personal que es indispensable para el periodo respectivo.

$$x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 \geq 8$$

4.3 Resolución del modelo

Para resolver el problema anterior se emplea un algoritmo de programación entera. Los datos fueron introducidos en un software (LINDO) que se basa en el método de ramificación y acotamiento. Así se obtuvo una solución óptima para la primera fase del problema. Los elementos de personal recomendados por el modelo para trabajar en el periodo respectivo fueron: el gerente del departamento de proyectos, dos administradores de proyectos, dos ingenieros de proyectos y dos administradores de obra. Estos fueron los elementos que perciben el menor salario y pueden cumplir con las actividades críticas.

Basados en esta solución, se genera un problema de asignación balanceado, es decir, con igual número de tareas que elementos por asignar.

El problema de asignación se resuelve con la ayuda de una hoja de cálculo (Calc, de Openoffice.org) que facilita las operaciones aritméticas para encontrar la solución al problema.

Los procedimientos para la resolución de los problemas de minimización y asignación están apropiadamente ilustrados en el capítulo de validación.

4.4 Resultados del modelo

Una vez aplicados ambos algoritmos, se llegó a los siguientes resultados del personal que debe trabajar en el periodo evaluado:

- El gerente del departamento de proyectos en dibujo de planos.
- Un administrador de proyectos hace el catálogo de conceptos.
- El otro administrador de proyectos recopila información para un proyecto.
- Un ingeniero de proyectos se dedica a dibujar planos.
- El otro ingeniero de proyectos supervisa la construcción de pailería.
- Los dos administradores de obra dan la capacitación a los usuarios de la planta (pueden ser dos plantas que necesiten capacitación).
- El ingeniero de sistemas computacionales pone en marcha el sistema de automatización.

El gasto de este personal tiene un costo de 11.93 unidades monetarias durante el periodo. En caso de que sean necesarias, las horas extra serán lo más baratas posible.

Capítulo 5 - Validación

El modelo no puede presumirse confiable si no está sustentado por una validación. Un modelo es una representación de la realidad. La validación establece la similitud que existe entre ambas cosas, modelo y realidad. Entre menor sea la diferencia entre un modelo y su contraparte en la realidad, mayor será su utilidad, y por eso la validación se vuelve un elemento indispensable en la formulación de modelos.

5.1 Validación del modelo

Con base en la revisión de los distintos criterios de validación existentes, se concluyó que el más apropiado para el modelo propuesto en el estudio es comparar los datos reales contra resultados proporcionados por el modelo. Para ello, se consideraron las condiciones de un periodo y se alimentó el modelo con esos datos. Posteriormente se revisaron las diferencias entre los resultados obtenidos por el modelo y lo que ocurrió en la realidad. A continuación se presenta el proceso mencionado.

5.2 Recolección de Datos

El periodo estudiado comprende la semana del 17 al 22 de octubre de 2011.

Las actividades críticas para dicho periodo fueron:

- Cierre de un trato de operación de una planta potabilizadora en el estado de Campeche.
- Elaboración de Catálogo de Conceptos para una la licitación por una planta potabilizadora que se concursará en el estado de Chihuahua.
- Dibujo de planos para la licitación de la planta potabilizadora en el estado de Chihuahua.
- Elaboración de memorias de cálculo para la licitación de la planta potabilizadora que se concursó en dicho estado.

El personal disponible es:

- 1 Gerente General
- 1 Gerente del Departamento de Plantas
- 1 Gerente del Departamento de Proyectos
- 1 Ingeniero de Proyectos
- 1 Administrador de Proyectos
- 4 Técnicos Instaladores
- 1 Ingeniero de Sistemas Computacionales

Es necesario mencionar que en fechas recientes a la aplicación del estudio la empresa perdió elementos del personal, lo cual puede ser una oportunidad para conocer la flexibilidad del modelo bajo condiciones imprevistas. En esta ocasión el cambio alteró las restricciones de disponibilidad de personal. Estas restricciones cambiarán siempre que se contrate personal o haya renuncias o despidos.

5.3 Aplicación del modelo

5.3.1 Primera fase

Usando los anteriores datos de entrada se formuló la función objetivo:

Función objetivo

$$\min 3x_1 + 2.5x_2 + 1.85x_3 + 1.44x_4 + 1.44x_5 + 1.44x_6 + x_7 + 1.44x_8$$

La función objetivo se plantea igual para todos los casos, mientras no cambie el salario del personal.

Restricciones

Restricciones de disponibilidad de personal

Como se mencionó en una sección anterior, este grupo de restricciones se mantendrá siempre igual a excepción de que haya contrataciones, despidos o renuncias de personal.

Para tal periodo, la situación fue la siguiente:

$$x_1 \leq 1 \text{ (Gerente General)}$$

$$x_2 \leq 1 \text{ (Gerente del Depto. de Plantas)}$$

$$x_3 \leq 1 \text{ (Gerente del Depto. de Proyectos)}$$

$$x_4 \leq 1 \text{ (Administrador de Proyectos)}$$

$$x_5 \leq 1 \text{ (Ingeniero de Proyectos)}$$

$$x_6 \leq 0 \text{ (Administrador de Obra)}$$

$$x_7 \leq 4 \text{ (Técnico Instalador)}$$

$$x_8 \leq 1 \text{ (Ingeniero de Sistemas Computacionales)}$$

Restricciones de personal necesario

Indica la cantidad de elementos necesarios en cada tarea.

$$x_1 + x_2 \geq 1 \quad \text{(Para cerrar el trato de la operación de la planta se necesita a lo sumo un elemento entre el Gerente General y el Gerente del Departamento de Plantas)}$$

$$x_4 + x_5 \geq 1 \quad \text{(Para el catálogo de conceptos se necesita a lo sumo un elemento entre el Administrador de Proyectos y el Ingeniero de Proyectos)}$$

$$x_3 + x_4 + x_5 \geq 1 \quad \text{(Para el dibujo de planos se necesita a lo sumo sólo un elemento entre el Gerente del Departamento de Proyectos, el Administrador de Proyectos y el Ingeniero de Proyectos)}$$

$$x_2 + x_3 + x_4 \geq 1 \quad \text{(Para las memorias de cálculo se necesita a lo sumo un elemento entre el Gerente del Departamento de Plantas, el Gerente del Departamento de Proyectos y el Administrador de Proyectos)}$$

Restricciones de no excedente

Son las que aseguran que un elemento del personal no se asigne en más tareas de las que le corresponden en el periodo.

$x_1 \leq 1$ (El Gerente General puede participar a lo sumo en una actividad)

$x_2 \leq 2$ (El Gerente del Depto. de Plantas puede participar a lo sumo en dos actividades)

$x_3 \leq 2$ (El Gerente del Depto. de Proyectos puede participar a lo sumo en dos actividades)

$x_4 \leq 3$ (El Administrador de Proyectos puede participar hasta en tres actividades)

$x_5 \leq 2$ (El Ingeniero de Proyectos puede participar hasta en dos actividades)

$x_6 \leq 0$ (El Administrador de Obra no participa)

$x_7 \leq 0$ (El Técnico Instalador no participa)

$x_8 \leq 0$ (El Ingeniero de Sistemas Computacionales no participa)

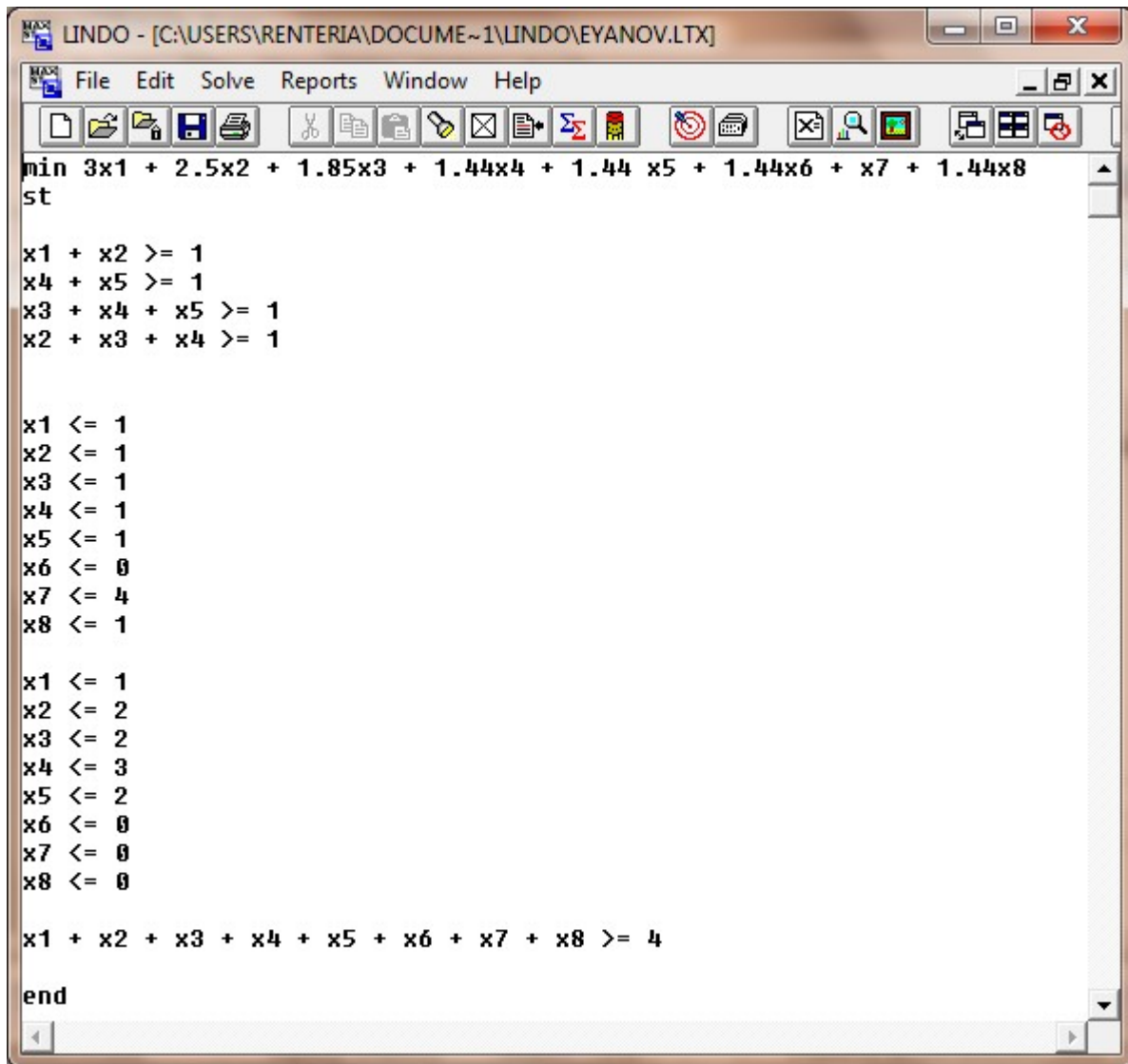
Restricción del personal necesario para el periodo

En esta limitante se incluyen todos los cargos, pero garantiza que trabaje todo el personal que será indispensable en el periodo. En esta ocasión se requieren al menos cuatro elementos para cumplir con la totalidad de las tareas.

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8 \geq 4$

Resultados de la primera fase

Se introdujeron los datos en el software LINDO para la ejecución del algoritmo de programación entera.



The screenshot shows the LINDO software window with the following text:

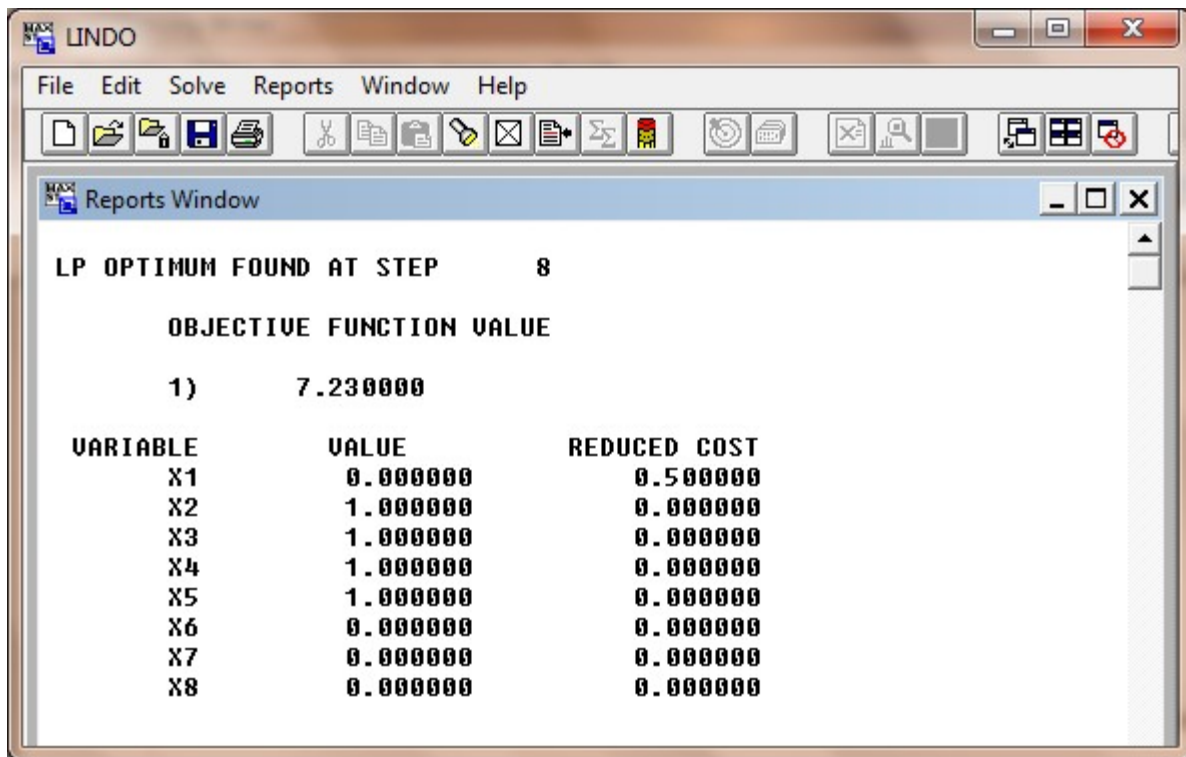
```
LINDO - [C:\USERS\RENTERIA\DOCUME~1\LINDO\EYANOV.LTX]
File Edit Solve Reports Window Help
min 3x1 + 2.5x2 + 1.85x3 + 1.44x4 + 1.44 x5 + 1.44x6 + x7 + 1.44x8
st
x1 + x2 >= 1
x4 + x5 >= 1
x3 + x4 + x5 >= 1
x2 + x3 + x4 >= 1

x1 <= 1
x2 <= 1
x3 <= 1
x4 <= 1
x5 <= 1
x6 <= 0
x7 <= 4
x8 <= 1

x1 <= 1
x2 <= 2
x3 <= 2
x4 <= 3
x5 <= 2
x6 <= 0
x7 <= 0
x8 <= 0

x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 >= 4
end
```

Se obtuvieron los siguientes resultados de la **primera fase**:



LP OPTIMUM FOUND AT STEP 8

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 7.230000

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X1	0.000000	0.500000
X2	1.000000	0.000000
X3	1.000000	0.000000
X4	1.000000	0.000000
X5	1.000000	0.000000
X6	0.000000	0.000000
X7	0.000000	0.000000
X8	0.000000	0.000000

Así, el personal que se recomienda para el próximo periodo son:

- 1 Gerente del Departamento de Plantas
- 1 Gerente del Departamento de Proyectos
- 1 Ingeniero de Proyectos
- 1 Administrador de Proyectos

El dinero gastado en estas actividades críticas es de 7.23 U.M.. En caso de que exista la necesidad de trabajar horas extra, estas tendrían el costo más bajo posible.

Habiendo resuelto la primera fase del modelo, se procedió a resolver el problema de asignación para determinar qué tarea es la más apropiada para cada elemento.

5.3.2 Segunda fase

Se construyó la matriz de rendimientos $m \times m$ la cual establece la relación entre los elementos del personal obtenidos mediante el algoritmo de programación entera (x) y las actividades críticas del periodo (y).

	y2	y3	y7	y13
x2	9	0	0	2
x3	0	8	0	9
x4	0	10	9	9
x5	0	10	8	0

A esta matriz, se resta el mayor valor (10) a todos los elementos de la matriz y se multiplican por -1, para así obtener una matriz que se minimizará.

	y2	y3	y7	y13
x2	1	10	10	8
x3	10	2	10	1
x4	10	0	1	1
x5	10	0	2	10

De esta matriz, se localiza el menor valor de cada renglón (de arriba a abajo: 1, 2, 0 y 0) y se resta ese valor a todos los elementos de su respectivo renglón. Resulta la siguiente matriz:

	y2	y3	y7	y13
x2	0	9	9	7
x3	9	1	9	0
x4	10	0	1	1
x5	10	0	2	10

Como en el paso anterior, se hace lo mismo, pero en esta ocasión por columnas (de izquierda a derecha: 0, 0, 1 y 0). Resultando lo siguiente:

	y2	y3	y7	y13
x2	0	9	8	7
x3	9	1	8	0
x4	10	0	0	1
x5	10	0	1	10

Se cubren los renglones y columnas con líneas horizontales y verticales de tal forma de cubrir todos los ceros con el menor número de líneas.

	y2	y3	y7	y13
x2	0	9	8	7
x3	9	1	8	0
x4	10	0	0	1
x5	10	0	1	10

El número de líneas que cubrieron los renglones y columnas con ceros es igual al número de renglones y columnas (4). Esto indica que se ha concluido con el algoritmo de asignación y se ha llegado a una solución al problema. Se localizan los ceros que no estén cubiertos en una intersección y así se encontrará la asignación de tareas. Es decir:

- x2 en la tarea y2
- x3 en la tarea y13
- x4 en la tarea y7
- x5 en la tarea y3

La segunda fase

Usando los resultados de la primera fase del modelo y los valores contenidos en la Matriz de Rendimientos se resolvió el problema de asignación usando el método húngaro. Se llegó a las siguientes conclusiones:

- Recomendar que el cierre del trato lo haga el Gerente del Departamento de Plantas.
- El dibujo de planos debe realizarlo el Ingeniero de Proyectos
- El catálogo de conceptos debe llevarlo a cabo el Administrador de Proyectos
- Las memorias de cálculo por el Gerente del Departamento de Proyectos.

Sin embargo, lo que ocurrió en la realidad fue distinto a los resultados proporcionados anteriormente por el modelo. A continuación se brinda la explicación:

5.3.3 Resultados del sistema real

El cierre del trato lo hizo el Gerente General. Afortunadamente esta tarea se completó en tiempo y forma, sin embargo, de no haberse realizado, las horas extra habrían resultado más costosas que si el Gerente del depto. De Plantas completara la tarea, pues el salario

del último es más bajo, y la probabilidad de haberla terminado a tiempo es la misma, pues ambos tienen el mismo rendimiento.

El dibujo de planos y las memorias de cálculo se asignaron al Gerente del Departamento de Proyectos, pero tuvo que trabajar nueve horas extra en los días 4 y 5 del periodo y generó un costo extra de 0.694 U.M. Este costo se pudo haber evitado si el Administrador de Proyectos se hubiera encargado de hacer las memorias de cálculo renunciando a cumplir con otras actividades que no eran críticas para dicho periodo.

El catálogo de conceptos lo elaboró el Ingeniero de Proyectos, sin embargo, para que la actividad se terminara en el tiempo requerido tuvo que trabajar seis horas extra en el periodo, generando un costo adicional de 0.36 U.M.. Como se muestra en la Matriz de Aptitudes y en los resultados del algoritmo de asignación, el Administrador de Proyectos era una mejor opción para realizar esta tarea, además liberaba al Ingeniero de Proyectos para auxiliar al Gerente del Departamento de Proyectos en el dibujo de planos, actividad en la que está más capacitado que en la elaboración del catálogo de conceptos.

5.4 Aplicación de los esquemas de validación al modelo

A continuación se somete el modelo a las pruebas que propone el criterio de validación llamado “Esquemas de validación”. Este criterio consiste en una serie de cuestionamientos para el modelo que ratifican su robustez a medida que son superadas las pruebas.

5.4.1 Importancia del objetivo del modelo

El modelo en este trabajo buscó minimizar los costos de potenciales horas extra causadas por una inconveniente asignación de recursos. Como se revisó en el apartado de aproximaciones del modelo, los algoritmos propuestos y el orden de aplicación de los mismos ofrecen los resultados buscados al problema que se aborda.

5.4.2 Validando la estructura del modelo

Pruebas del modelo apropiado

Prueba de verificación de la estructura

¿La estructura del modelo contradice el conocimiento que se tiene de la estructura del sistema real?

La función objetivo del problema de programación lineal entera incorpora el salario de los elementos del personal como coeficientes, siendo este criterio el que da sentido a la minimización, es decir, lo que se busca es minimizar el dinero invertido en las actividades críticas.

En el problema de asignación se toma en cuenta el rendimiento de cada elemento en cada tarea, buscando maximizarla. Estos rendimientos están establecidos en la Matriz de Rendimientos, y sus valores alimentaron el modelo.

El salario y los rendimientos son los factores más relevantes del sistema, y son los parámetros que aparecen en el modelo.

Prueba de consistencia dimensional

¿Existe concordancia dimensional en ambos lados de cada desigualdad?

Las desigualdades no pueden violarse en ninguna forma en cada experimento. Siempre deben cumplirse, y los resultados son consistentes.

Prueba de condiciones extremas

¿Las desigualdades en el modelo tienen sentido aún en con valores extremos pero posibles?

Aunque es poco probable, puede ocurrir que se necesiten más actividades críticas que las que pueda desempeñar el personal disponible. En ese caso, el modelo debe modificarse para cumplir con este esquema de validación. Se podrían construir ecuaciones con sentido, pero se violaría la disponibilidad de recursos.

Prueba de acotaciones adecuadas

¿El modelo involucra las variables e información necesarias del problema y por tanto, cumplir con los propósitos del estudio?

Las variables de decisión incluyen a los elementos del personal (una para cada puesto, siendo iguales en capacitación todos los elementos de un mismo cargo), con base en esto, se resuelve la primera fase del modelo y a las actividades por realizar. Estos resultados son necesarios para la resolución de la segunda fase.

Cada variable tiene información particular que es necesaria para aplicar los algoritmos mencionados. Cada puesto tiene un costo asociado y un nivel de rendimiento para cada actividad.

Pruebas de consistencia

Prueba de validez de la representación

¿La estructura del modelo luce como el sistema real?

El modelo, aún contando con los datos necesarios y proporcionando la información buscada, sigue siendo una representación matemática del sistema, y las similitudes entre ambos son abstractas. Se trata de un modelo abstracto que emula al sistema real sin que luzca como éste físicamente.

Sin embargo, es posible robustecer el modelo en un estudio posterior, de forma que se incluya un sistema de simulación y se consideren más criterios evaluados por otros algoritmos que presenten al modelo tan parecido a la realidad como sea posible.

¿Es el modelo una representación reconocible del sistema?

La identificación de los elementos del personal y de las actividades como variables con sus características particulares, permite establecer una relación entre el modelo y la situación real.

Pruebas de verificación de los parámetros

¿Los parámetros corresponden conceptual y cuantitativamente con el sistema real?

Los parámetros involucrados en el modelo se relacionan directamente con los datos recogidos del sistema real. En la primera fase, que busca reducir costos, se utilizan conceptos monetarios. En la segunda fase, que trata de maximizar el rendimiento en las tareas, se consideran cualificaciones particulares.

Prueba de utilidad y efectividad

Prueba de lo apropiado para el público

¿El modelo tiene el nivel de detalle o complejidad adecuado para el público para el cual se hizo?

Cuando se presentó a los usuarios para quienes fue diseñado el modelo, se corroboró que sus enunciados y premisas son comprensibles y es fácil de usar y estructurar para cualquier condición, introduciendo los parámetros de la situación real en cualquier momento.

5.4.3 Validando el comportamiento del modelo

Pruebas del modelo apropiado

Prueba de sensibilidad de los parámetros

¿El comportamiento del modelo es sensible a variaciones razonables en los valores de los parámetros?

Se corrió el modelo con variaciones factibles en los parámetros (cambios en la cantidad de personal disponible, aumentos en los salarios) y seguía proporcionando resultados viables.

Prueba de sensibilidad de la estructura

¿El comportamiento del modelo es sensible a una reformulación estructural razonable?

Se intentaron varias formas de formulación del modelo, sin embargo, ninguna de estas

funcionó. El modelo no podría funcionar con una reformulación estructural que conciba cambios en la función objetivo, las restricciones o las matrices en el modelo de asignación.

Pruebas de consistencia

Prueba de reproducción del comportamiento

¿Qué tanto se asemeja el modelo propuesto al sistema real?

Se demostró que cuando las condiciones son similares y el sistema real procede de una forma distinta a la recomendada por el modelo, los beneficios son mucho menos satisfactorios. Esto podría sugerir que si el sistema real imita al modelo propuesto, se tendrían mejores resultados.

Prueba de predicción del comportamiento

¿El modelo reproduce cualitativamente patrones actuales o futuros en términos de periodos, forma u otras características?

Para que se manifieste un patrón sería necesario que se presenten condiciones similares de forma cíclica. Como raramente se presenta una combinación igual de actividades a realizar, los resultados varían siempre de periodo a periodo y no es posible predecirlo. Si a esto se agrega que puede haber cambios en el número de elementos de personal, las probabilidades de repetición de resultados se reducen significativamente.

Prueba de anomalía en el comportamiento

¿El comportamiento mostrado en el modelo entra en conflicto con el comportamiento del sistema real?

No. En condiciones similares, ambos comportamientos muestran una tendencia similar, con una variación mínima debida a factores impredecibles.

Prueba del comportamiento inesperado

El modelo, bajo circunstancias de prueba, ¿reproduce un comportamiento sorpresivo no

observado en el sistema real? ¿es debido a la estructura del modelo?

Nunca ha ocurrido en las pruebas realizadas.

Prueba de política extrema

¿El modelo se comporta de forma esperada bajo políticas extremas, aún las que no hayan sido observadas en el sistema real?

La robustez del modelo es suficiente para ofrecer resultados en políticas extremas mientras sean factibles.

Prueba del comportamiento de las acotaciones adecuadas

¿El modelo tiene la estructura necesaria para lidiar con las cuestiones para las que se construyó?

Los resultados de las dos fases, cuentan con los elementos, el orden y la estructura necesarios para responder a las cuestiones del propósito del modelo.

Prueba de sensibilidad del comportamiento

¿Las posibles alteraciones en los parámetros pueden hacer que el modelo falle en las pruebas de comportamiento ya superadas?

Hasta el momento no se han presentado fallas con los cambios en los parámetros. Es altamente probable que esto no ocurra, pues se tendrían resultados distintos, pero satisfactorios con los parámetros.

Prueba de utilidad y efectividad

Comportamiento anti-intuitivo

En respuesta a algunas políticas, ¿el modelo muestra comportamiento que al principio contradice la intuición, pero después es visible una clara implicación de la estructura del sistema?

La intuición es la búsqueda de la verdad. La búsqueda del conocimiento de un objeto en esencia, en valor y en existencia. En este caso, la intuición orienta el modelo a la

representación de la realidad.

La estructura del modelo, sus variables y sus parámetros, como ya se ha mencionado, responden a elementos del sistema real. Gracias a su estructuración, el modelo manifiesta congruencia con el sistema real. De igual forma, aunque se presenten políticas nuevas y se busque responder a las mismas, el comportamiento del modelo seguirá el mismo propósito.

5.4.4 Validación las implicaciones de las políticas

Prueba del modelo apropiado

Prueba de robustez y sensibilidad a las políticas

¿Las políticas recomendadas basadas en el modelo cambian con alteraciones razonables en los valores de los parámetros o en la formulación de las desigualdades?

Las políticas, así como los criterios, se mantienen constantes al margen de los valores que puedan adoptar los parámetros, por tanto, la respuesta es no.

Pruebas de consistencia

Prueba de predicción de cambio en el comportamiento

¿El modelo predice adecuadamente cómo cambia el comportamiento del sistema si una política inicial es alterada?

Los parámetros del modelo se pueden ajustar a los cambios en las políticas. Tales cambios en los parámetros no perjudican el funcionamiento del modelo, aunque pueden cambiar sus resultados, lo cual es una prueba de la adaptabilidad del modelo.

Si se cambia una política, se cambia el valor del parámetro y el resultado de la aplicación del modelo puede predecir el comportamiento del sistema real con tal cambio en la política (mientras se relacione a lo que el modelo trata de determinar). Por lo tanto, la respuesta es afirmativa.

Prueba de la política de la acotación adecuada

¿Modificar las acotaciones del modelo (conceptualización de estructuras adicionales) alteran las políticas recomendadas al usar el modelo?

Al incluirse nuevas estructuras, se deben considerar los nuevos factores implícitos en ellas. Tales factores cambian el sentido del modelo y probablemente se necesitarían nuevos algoritmos y nuevos procesos para resolver el problema planteado. La respuesta es sí.

Prueba de utilidad y efectividad

Prueba de política implementable

¿Se puede convencer a los responsables de la política en el sistema real del valor de las recomendaciones políticas basadas en el modelo?

Los resultados de la aplicación del modelo cuentan con los elementos suficientes para resolver cualquier cuestión que pueda plantearse en materia de reducción de costos y asignación de recursos en proyectos de venta de plantas potabilizadoras.

Conclusiones

El objetivo del estudio fue logrado cabalmente, a saber, resolver el problema de asignación de recursos de la empresa Eyano usando un método que combinó un algoritmo de programación entera y uno de asignación, para reducir las pérdidas en tiempos, equipo y costos extras.

Asimismo, se alcanzaron los objetivos particulares propuestos:

- a) Reducir costos a través de una selección adecuada de los elementos que impliquen el menor gasto. La estructuración del modelo y el uso del algoritmo de programación lineal entera determinaron la manera óptima de elegir a los elementos del personal para cada periodo, basándose en el salario percibido y considerando la complejidad de las tareas. Por ejemplo, los resultados del estudio recomiendan que dos personas trabajen en la elaboración de memorias de cálculo, en lugar de uno sólo, como ocurrió en la realidad, lo que generó costos en pago de horas extra.
- b) Disminuir las horas de trabajo asignando tareas de acuerdo a las capacidades de cada trabajador. La segunda fase del modelo, la de asignación, señaló la forma óptima de repartir tareas entre los elementos elegidos para laborar en cada periodo de acuerdo al rendimiento característico de cada cargo. En el ejemplo antes mencionado, los resultados aconsejan que el administrador de proyectos elabore el catálogo de conceptos, pues es el elemento que ha mostrado un mejor desempeño para esa tarea. Sin embargo, esa actividad se encomendó al ingeniero de proyectos, generando pérdidas por horas extra.
- c) Aminorar los gastos de horas extra, y en caso de que éstos resulten inevitables, que sean lo más bajos posible. Hay tareas críticas que pueden ser desempeñadas por más de un cargo incluso con la misma destreza, pero es necesario elegir al que tenga el costo más bajo. Esto, por la posibilidad de que sea imposible concretar la actividad a tiempo y haya que pagar horas extra.

En efecto, se recomienda a la empresa considerar los resultados anteriores derivados de esta investigación como una base para la toma de decisiones para resolver el tipo de problemas comentados anteriormente.

Un punto importante en la presente investigación, fue el asunto de la validación del modelo. Esta se llevó a cabo aplicando dos criterios: comparación de los datos reales con los resultados obtenidos por el modelo; y pruebas de los esquemas de validación. En la comparación con la realidad el modelo se mostró efectivo, aportando resultados satisfactorios y mejoras comparados con los obtenidos en la realidad, cuantitativamente hablando, significó un potencial ahorro de 1.054 unidades monetarias. Cuando se aplicaron los cuestionamientos de los esquemas de validación al modelo, consiguió superar la mayoría (casi la totalidad) de las pruebas incluidas en este criterio, robusteciendo así su confiabilidad.

Sin embargo, considerando que todo modelo es una aproximación al sistema real, es decir, no es una copia exacta del comportamiento real, es susceptible de mejora y en una futura investigación se podría perfeccionar. Finalmente, el modelo propuesto puede incluir factores cuantitativos y cualitativos. Es el caso de los aspectos de destreza personal de cada trabajador para cada una de las tareas, la capacidad de predecir las tareas que serán necesarias llevar a cabo en un futuro próximo, y la posible inclusión de agentes externos (proveedores, cambios en la paridad de la moneda), por mencionar algunos.

Una interrogante que puede surgir de esta investigación es ¿por qué se optó por la combinación entre un algoritmo de programación entera y uno de asignación para la resolución del problema?. La sección 3.3 de esta tesis ofrece razones del por qué de esta combinación y del orden en el uso de los algoritmos, y la selección del criterio evaluado en cada uno de ellos. No obstante, volveremos a dar las explicaciones de esta selección:

La programación entera se eligió por ser una técnica de optimización en la que las variables de decisión asumen valores enteros, como es el caso de los elementos del personal, que son trabajadores indivisibles. La estructura del sistema real es compatible con la estructuración de un modelo de programación entera: hay una función objetivo a minimizar sujeta a varias restricciones. Por eso resulta adecuada la utilización de esta

herramienta.

La decisión de emplear el algoritmo de asignación se basó en la necesidad de aprovechar las capacidades de los cargos para determinadas tareas. El método usado en este estudio encuentra la combinación óptima entre los elementos del personal (recursos) y las tareas críticas a desempeñar en cada periodo (actividades) tomando en cuenta la destreza plasmada en cada combinación elemento-tarea y maximizándola.

Así, la combinación de estos dos algoritmos proporcionó una solución satisfactoria al problema de asignación de recursos que se planteó originalmente, brindando una base sólida para la toma de decisiones.

Referencias

- [01] Hillier, Frederick S., Lieberman, Gerald J. “Introducción a la Investigación de Operaciones” 9na. Edición.
- [02] Series Editor: A. Ravi Ravindran, Dept. of Industrial & Manufacturing Engineering, The Pennsylvania State University, USA “Operations Research and Management Science Handbook”
- [03] Wayne L. Winston “Investigación de Operaciones: Aplicaciones y Algoritmos”
- [04] Ackoff – Sasieni “Fundamentos de Investigación de Operaciones” Ed. Imusa 1975
- [05] Pochet, Yves; Wolsey Laurence A. “Production Planning by Mixed Integer Programming”. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering.
- [06] Buffa, Elwood S.; Dyer, James S. “Management Science/Operations Research: Model Formulation and Solution Methods” 2nd Ed.
- [07] Machol, R. “An application of the Assignment Problem”, Operations Research 18.
- [08] Taha, Hamdy A. “Investigación de Operaciones”
- [09] Karlof, John K. “Integer Programming: Theory and Practice”
- [10] Sierksma, Gerard “Linear and integer programming : theory and practice”
- [11] Morvin, Savio Martis. “Validation of Simulation Based Models: A Theoretical Outlook”
- [12] García Morente, Manuel. “Lecciones Preliminares de Filosofía”
- [13] Kleijnen, Jack P.C.. “Verification and validation of simulation models”
- [14] Law, Averill M.. “How to Build Valid and Credible Simulation Models”
- [15] Figueroa Hdz., Esther – Ramírez Abarca, Orsohe – Pérez Soto, Francisco. “Importancia de las micro, pequeñas y medianas empresas (MIPYME) en el crecimiento y desarrollo de México”.
- [16] Lefcovich, Mauricio - “Las pequeñas empresas y las causas de sus fracasos”.

[17] Mundo Ejecutivo, 1 de junio de 2008, núm 53. “El desarrollo del país está en las PyMEs”.

[18] Censo Económico INEGI 2004

[19] Sitio web de Instituto PyME México.

[20] Documento “Descripción del Puesto” del control de documentos de Ecología y Agua del Noroeste.

[21] Sitio web de Ecología y Agua del Noroeste S.A. De C.V.

Anexos

(1) Evaluación de rendimiento de puestos para actividades.

En una escala de 1 a 10 siendo 10 la mejor calificación, de acuerdo a la naturaleza del puesto y a la propia experiencia observando su desempeño, indicar el nivel de rendimiento que presenta cada puesto para cada actividad. (Se han omitido las actividades que no corresponden a cada puesto de acuerdo con la descripción del mismo).

Gerente general

Actividad	Calificación
Presentación de un nuevo proyecto a un cliente	
Cierre de un trato con el cliente	
Asistencia a juntas de aclaraciones de licitaciones	
Capacitación a futuros usuarios de la planta	

Gerente del departamento de plantas

Actividad	Calificación
Presentación de un nuevo proyecto a un cliente	
Cierre de un trato con el cliente	
Proporcionar planos, despieces y especificaciones a subcontratados	
Programar software de automatización de plantas	
Asistencia a juntas de aclaraciones de licitaciones	
Compras indirectas de material	
Recopilar información para un proyecto	
Elaborar memorias de cálculo	
Puesta en marcha de plantas potabilizadoras	
Capacitación a futuros usuarios de la planta	
Poner en marcha el sistema de automatización	
Seguimiento de la obra en campo	

Gerente del departamento de proyectos

Actividad	Calificación
Dibujar planos	
Proporcionar planos, despieces y especificaciones a subcontratados	
Elaborar memorias de cálculo	
Puesta en marcha de plantas potabilizadoras	
Capacitación a futuros usuarios de la planta	

Administrador de proyectos

Actividad	Calificación
Dibujar planos	
Proporcionar planos, despieces y especificaciones a subcontratados	
Supervisar construcción de pailería	
Elaborar catálogo de conceptos	
Asistencia a juntas de aclaraciones de licitaciones	
Compras directas de material	
Compras indirectas de material	
Recopilar información para un proyecto	
Elaborar memorias de cálculo	
Puesta en marcha de plantas potabilizadoras	
Capacitación a futuros usuarios de la planta	
Seguimiento de la obra en campo	

Ingeniero de proyectos

Actividad	Calificación
Dibujar planos	
Supervisar construcción de pailería	
Elaborar catálogo de conceptos	
Compras directas de material	
Compras indirectas de material	
Recopilar información para un proyecto	
Instalaciones en el lugar de la obra	

Administrador de obra

Actividad	Calificación
Proporcionar planos, despieces y especificaciones a subcontratados	
Supervisar construcción de pailería	
Supervisar construcción civil	
Asistencia a juntas de aclaraciones de licitaciones	
Compras directas de material	
Compras indirectas de material	
Instalaciones en el lugar de la obra	
Capacitación a futuros usuarios de la planta	
Seguimiento de la obra en campo	

Técnico instalador

Actividad	Calificación
Instalaciones en el lugar de la obra	
Seguimiento de la obra en campo	

Ingeniero de sistemas computacionales

Actividad	Calificación
Programar software de automatización de plantas	
Puesta en marcha de plantas potabilizadoras	
Capacitación a futuros usuarios de la planta	
Poner en marcha el sistema de automatización	