



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO
EN INGENIERÍA

Reconstrucción de Fugas Múltiples en
Tuberías Usando Observadores de Modos
Deslizantes

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

P R E S E N T A

MARCO ANTONIO NEGRETE VILLANUEVA

DIRIGIDA POR:

DRA. MARÍA CRISTINA VERDE RODARTE

Ciudad Universitaria
Enero 2012

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Moreno Pérez Jaime Alberto
Secretario:	Dr. Fridman Leonid
Vocal:	Dra. Verde Rodarte María Cristina
1 ^{er} Suplente :	Dr. Espinosa Pérez Gerardo René
2 ^{do} Suplente:	Dra. Visairo Cruz Nancy

Esta tesis se realizó en la sección de eléctrica y computación del Instituto de Ingeniería, UNAM

TUTORA DE TESIS:
DR. MARÍA CRISTINA VERDE RODARTE

FIRMA

*... pues por supuesto que es
para ti, hermana.*

Agradezco sinceramente a ...

... la Universidad Nacional Autónoma de México, quien me formó y me abrió los ojos para mostrarme que siempre se puede lograr un poco más.

... mis padres, por el apoyo incondicional y por haberme puesto en este camino.

... la Dra. Cristina Verde Rodarte, por compartir sus conocimientos, dirigir mi trabajo y haber esperado pacientemente a que terminara esta tesis.

... los miembros de mi jurado, por sus comentarios, que ayudaron a mejorar este trabajo.

... Sofía, Giles y Ale, por aquellos buenos momentos.

... los compañeros del laboratorio de Biorrobótica, por los logros y el trabajo juntos.

... el Dr. Jesús Savage, por su gran apoyo y sus valiosas aportaciones en mi formación académica.

... mi sobrina, Sofía, por tantas sonrisas y abrazos. Y lo mejor: siempre sinceros.

... Ardia, por supuesto, mi hermana, quien me llevó el primer día al Kinder y ahora viene por mí a la Universidad.

... la interacción nuclear fuerte, por mantener unidos todos mis nucleones, permitiéndome existir como un ser humano y no sólo como un montón de partículas errantes en el universo.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Planteamiento del problema y objetivos	2
1.2. Descripción del documento	3
2. Conceptos Generales	5
2.1. Fallas y averías	5
2.2. Redundancia	6
2.3. Tipos de fallas	7
2.4. Control tolerante a fallas	8
2.5. Detección y aislamiento de fallas	9
3. Métodos de FDI Basados en Modelo	11
3.1. Clasificación de los métodos basados en modelo	11
3.2. Ecuaciones de paridad	12
3.3. Estimación de parámetros	13
3.4. Estimación de salidas	15
3.4.1. Observadores de modos deslizantes	15
4. Reconstrucción de Señales de Falla por Modos Deslizantes	19
4.1. SMO para un sistema lineal	19
4.2. Reconstrucción de fallas con un SMO	21
4.2.1. Suavizado de la señal discontinua	23
4.3. SMO para una clase de sistemas no lineales	24
4.3.1. Adición de un término lineal	26
4.4. Sistemas Hessenberg	26
4.5. Reconstrucción de fallas en sistemas Hessenberg	28
4.5.1. Descripción del sistema considerado	28
4.5.2. Algoritmo para reconstruir dos señales de falla en una clase de sistemas Hessenberg	29
5. Reconstrucción de Fugas en Ductos	31
5.1. Modelo dinámico del fluido en una tubería con fugas	31
5.1.1. Discretización con respecto a la coordenada espacial	32
5.2. Descripción de la planta piloto	35
5.3. Propuesta para reconstruir dos fugas	35

5.4.	Resultados en simulación	39
5.4.1.	Resultados sin ruido en las salidas	39
5.4.2.	Resultados con ruido en las salidas	41
5.5.	Pruebas experimentales	43
5.5.1.	Pruebas para una y dos fugas	43
5.5.2.	Fugas con tiempos de ocurrencia iguales	45
5.5.3.	Reconstrucción con errores en la posición	48
5.5.4.	Comparación con otros métodos	50
6.	Conclusiones	53

Capítulo 1

Introducción

En los últimos años, la supervisión automática de redes de ductos se ha convertido en un reto para la comunidad de ingeniería debido a la magnitud de las pérdidas económicas y los daños ambientales causados por fallas en dichas redes. Esta necesidad ha incrementado también la demanda de nuevos y mejores algoritmos de detección y aislamiento de fallas (FDI por sus siglas en inglés).

Uno de los problemas más comunes en tuberías son las fugas, causadas ya sea por el deterioro de las instalaciones o bien por acciones humanas. Ejemplo de ello es el transporte de hidrocarburos a través de ductos, que en nuestro país es de 55 000 *km* aproximadamente (Perez, 2003), donde las fugas y tomas clandestinas provocan enormes repercusiones económicas y sobre todo, aumentan el riesgo de accidentes con graves daños a personas y al medio ambiente.

Por otro lado, es necesario que la localización y detección de fugas se realice sin interrumpir la operación del ducto, para evitar pérdidas económicas. El monitoreo del ducto se puede realizar mediante observaciones aéreas o por satélite; sin embargo, se tiene la desventaja de que dichas observaciones son muy costosas y éstas no son posibles si la tubería se encuentra bajo tierra o agua. Una mejor opción es el monitoreo automático continuo, el cual se basa en mediciones tomadas de la tubería de las que se extrae información sobre las fallas.

Para realizar un monitoreo automático se requiere de un algoritmo de FDI. En los últimos años se han desarrollado varias técnicas al respecto, por ejemplo, (Verde, 2001) propone un método basado en observadores con entradas desconocidas capaz de detectar dos fugas simultáneas mediante un modelo lineal del fluido, sin embargo, la estimación de las fugas es poco precisa ante comportamientos no lineales del fluido. En (Verde y Visairo, 2001) se extienden los resultados anteriores con un modelo no lineal del fluido considerando posiciones fijas. (Verde, 2003) plantea el problema de localización mediante residuos acoplados diseñados vía observadores, el cual es un procedimiento robusto para el caso de fugas secuenciales pero la estimación de la posición falla cuando se presentan fugas simultáneas. En (Verde *et al.*, 2007) se propone un método capaz de determinar la posición de dos fugas simultáneas mediante el análisis de la respuesta transitoria, sin embargo, el algoritmo no se puede aplicar para localización en línea. Por otra parte, el enfoque geométrico es utilizado en (Visairo y Verde, 2003; Visairo, 2004), donde se dan las condiciones necesarias y suficientes para la solución del problema de detección y aislamiento de un conjunto de fallas con base en las propiedades de observabilidad del sistema, particularmente, con base en el concepto de

distribución de no-observabilidad mínima. Se presentan resultados satisfactorios para el caso de detección y localización de una sola fuga, sin embargo, para el caso de dos fugas, no se realiza reconstrucción aun cuando se conocen las posiciones de éstas. Más recientemente, en (Torres *et al.*, 2011; Torres, 2011) se utilizan observadores de alta ganancia para sistemas no uniformemente observables con modelos de colocación ortogonal (Torres *et al.*, 2008, 2009). En (Torres, 2011) se utiliza un modelo aumentado en el que se consideran como estados las posiciones de las fugas. Este método permite reconstruir y localizar una sola fuga al mismo tiempo que estima la fricción del fluido con la tubería. También es capaz de localizar dos fugas simultáneas, sin embargo, la estimación arroja errores en presencia de ruido en las mediciones, lo que lo hace poco factible para su implementación en un sistema real.

La principal ventaja de los métodos anteriores es que se considera que sólo se miden presiones y flujos en los extremos de la tubería, lo cual los hace atractivos para su aplicación en sistemas de tuberías reales, por la sencillez y el bajo costo de implementación, contrario a métodos como el propuesto en (Kowalczyk y Gunawickrama, 2000), que considera que se tienen sensores intermedios a lo largo del flujo, lo cual en la práctica resulta poco útil.

Por otra parte, una desventaja de los métodos mencionados es que sólo pueden detectar y localizar las fugas, sin embargo, para el caso de múltiples fugas, una vez que se ha determinado su posición, no es posible determinar la magnitud de cada una de ellas, es decir, estos métodos no realizan la reconstrucción de la señales de falla. El hecho de conocer la magnitud de cada fuga resulta útil para realizar las correcciones necesarias, puesto que en un caso real, la fuga más grande debe ser la primera en corregirse. La aportación principal del presente trabajo es el desarrollo de un esquema para reconstruir fugas una vez que se han localizado con alguno de los algoritmos ya mencionados. Para ello, se hace uso de los observadores de modos deslizantes (SMO por sus siglas en inglés), cuya característica principal es que obligan a la salida estimada a seguir perfectamente las salidas medidas aun en presencia de fallas, contrario a los métodos basados en generación de residuos, los cuales se diseñan para ser sensibles a las fallas. En un SMO se pueden reconstruir señales desconocidas mediante el filtrado y escalamiento apropiados de la llamada *inyección de error de salida equivalente*; sin embargo, para que esto pueda realizarse, es necesario que el grado relativo de las salidas a las fallas sea uno, lo cual no se satisface en el problema de reconstrucción de dos fugas simultáneas en un ducto cuando sólo se miden presiones y flujos en los extremos.

Los hechos anteriores motivaron este trabajo en el que se propone un algoritmo que arroja como resultado un esquema basado en observadores de modos deslizantes para reconstruir dos fugas con posiciones fijas en una tubería a través de estimaciones sucesivas de estados internos hasta lograr estimar las presiones en los puntos en que ocurren las fugas. Posteriormente se muestra que estimando dichas presiones, la condición de grado relativo uno se cumple y entonces es posible reconstruir las magnitudes de las fugas mediante un SMO.

Como trabajo futuro se tiene el diseño de un esquema que sea capaz de calcular las posiciones de las fugas al mismo que reconstruye las magnitudes de éstas.

1.1. Planteamiento del problema y objetivos

En el presente trabajo se propone un esquema para resolver el problema de reconstrucción de dos fugas simultáneas en una tubería sin ramales cuando sólo se miden presiones y flujos

en los extremos y se conocen o se tienen estimados de las posiciones.

En el proceso de FDI en una tubería con fugas, la detección consiste en determinar si hay una o más fugas, y el tiempo en que éstas ocurren. El aislamiento corresponde al proceso de calcular las posiciones de éstas y finalmente la identificación se logra cuando se reconstruye la magnitud del flujo de escape de cada una de ellas.

Partiendo de que el modelo del fluido tiene una estructura particular conocida como Hessenberg (Bernard *et al.*, 1998), se propone un esquema basado en observadores de modos deslizantes para reconstruir la magnitud de cada fuga. Puesto que se asume que se conocen las posiciones de dichas fugas, este trabajo se enfoca sólo en la etapa de identificación de fallas. Las etapas de detección y aislamiento se pueden implementar mediante los esquemas propuestos en (Verde y Visairo, 2001; Verde, 2001, 2003; Verde *et al.*, 2007).

Por lo anterior, la solución propuesta se realiza asumiendo que

- Existe un máximo de dos fugas simultáneas en la tubería.
- Se conocen o se tiene un estimado de las posiciones de cada fuga.

Los objetivos que se pretenden alcanzar son:

- Diseñar un esquema basado en observadores de modos deslizantes que sea capaz de reconstruir dos fugas simultáneas.
- Dicho esquema debe ser capaz de reconstruir las fugas aun en presencia de ruido en las señales medidas.
- Realizar la reconstrucción aun cuando el sistema ha alcanzado el estado estacionario o cuando se presenten cambios en el punto de operación.
- Validar tanto en simulación como con datos experimentales el esquema propuesto.

1.2. Descripción del documento

El presente documento es el resultado de la investigación realizada en el Instituto de Ingeniería de la UNAM sobre el problema de reconstrucción de fugas múltiples en ductos cuando sólo se miden presiones y flujos en los extremos de la tubería. En el capítulo 2 se presentan los conceptos y definiciones necesarios en el proceso de detección y aislamiento de fallas para ubicar en contexto el esquema propuesto, haciendo énfasis los conceptos que tienen relación con éste. En el capítulo 3 se describen los principales métodos de FDI basados en modelo: generación de residuos, estimación de parámetros y observadores. Estos últimos se describen más ampliamente ya que el algoritmo propuesto da como resultado un conjunto de SMO conectados en cascada. Luego, en el capítulo 4 se explica la presente aportación, comenzando por los SMO para sistemas lineales, para luego extender su aplicación a una clase de sistemas no lineales. Como siguiente paso se definen los sistemas Hessenberg, cuyas propiedades estructurales y de observabilidad son de gran utilidad en el problema que se aborda. Por último, se dan las suposiciones y condiciones con que debe cumplir un sistema para que el esquema sea aplicable y se enuncian los pasos del algoritmo propuesto. En el capítulo 5 se describe la aplicación del esquema propuesto al problema de reconstrucción de

fugas en ductos. Se comienza con el modelo de comportamiento del fluido y luego se describe paso a paso la aplicación del algoritmo propuesto. Posteriormente se describe la planta piloto utilizada para las pruebas y por último, se presentan los resultados tanto en simulación como experimentales. Finalmente, en el capítulo 6 se dan las conclusiones.

Capítulo 2

Conceptos Generales

El objetivo de este capítulo es ubicar el trabajo en el contexto de la detección y diagnóstico de fallas en procesos. Para ello se comienza por presentar algunos conceptos básicos necesarios en esta área. Se dan definiciones referentes a las señales que se miden o calculan en un sistema en el marco de la FDI y se presentan también definiciones sobre las funciones y acciones que se llevan a cabo durante un proceso con fallas. Luego se presenta el concepto de redundancia, el cual es indispensable para la FDI, seguido de las definiciones de los diferentes tipos de fallas. Se da un bosquejo general de lo que es el control tolerante a fallas y el papel que desempeña la FDI dentro de este esquema. Finalmente se describen las etapas del proceso de FDI.

2.1. Fallas y averías

Para atacar el problema de FDI, primero es necesario distinguir entre falla (en inglés, *fault*) y avería (*failure*). El comité técnico de SAFEPROCESS de la IFAC (del inglés *International Federation of Automatic Control*) enuncia las siguientes definiciones (Isermann, 2006):

Falla: Es una desviación no permitida de una propiedad o parámetro característico de un sistema con respecto a las condiciones usuales, normales o estándares de operación.

Avería: Es una interrupción permanente en la capacidad del sistema para llevar cabo una tarea requerida en condiciones específicas. (Puig *et al.*, 2004; Alwi *et al.*, 2011).

De lo anterior, una avería es una condición mucho más severa que una falla. Por ejemplo, si ocurre una falla en un actuador, significa que el actuador es aún útil, aunque con una respuesta más lenta o una pérdida de exactitud. Si el actuador sufre una avería, entonces es necesario cambiarlo completamente para producir el efecto deseado.

Otras señales y estados presentes en un proceso con fallas son (Isermann y Ballé, 1997):

Disfunción: Es la incapacidad intermitente de un sistema para cumplir con alguna de las funciones para las cuales fue diseñado.

Error: Es una desviación entre un valor medido o calculado y el valor real, el cual puede ser dado teóricamente o bien, por especificación.

Perturbación: Es una entrada desconocida que actúa sobre el sistema

Residuo: Es un indicador de falla, basado en la desviación entre mediciones y valores calculados con modelos matemáticos.

Síntoma: Es una señal que caracteriza una desviación del comportamiento normal de un proceso.

Las definiciones anteriores hacen referencia a “cantidades” que se pueden medir o calcular en un proceso con fallas. Por otro lado se tienen las acciones necesarias para el correcto funcionamiento de un sistema. Los siguientes enunciados definen dichas acciones:

FDI: Es el proceso de detección, aislamiento e identificación de fallas. Las diferentes etapas se definen más detalladamente en la sección 2.5.

Diagnóstico de Fallas: Determinación del tipo, magnitud, localización y tiempo de ocurrencia de las fallas. Comprende los procesos de detección y aislamiento.

Monitoreo: Es una tarea continua y en tiempo real que se encarga de determinar las condiciones en que se encuentra un sistema. Esto se hace generalmente mediante mediciones, las cuales se utilizan para indicar anomalías en el comportamiento.

Supervisión: Comprende el proceso de monitoreo más la toma de acciones apropiadas para mantener la operación del sistema en caso de fallas.

Protección: Se refiere a la eliminación de un comportamiento potencialmente peligroso, si esto es posible, o bien, a la evasión de consecuencias peligrosas que dicho comportamiento pudiera ocasionar.

En el caso de una tubería presurizada, una falla podría presentarse en el sistema de bombeo (falla en el actuador), en los sensores de flujo o presión, o bien, en la estructura misma de la tubería, que es el caso de las fugas (en el caso de transporte de hidrocarburos, las tomas clandestinas tienen el mismo comportamiento que la fugas). En el presente trabajo se consideran sólo fallas estructurales en la tubería, esto es, se considera que sólo hay fugas.

En los capítulos subsecuentes se explicará la forma en que, mediante información extraída de *errores* en las magnitudes de los flujos (diferencia entre flujos medidos y estimados), se realiza un *monitoreo* (mediante estimaciones de las magnitudes de las fugas, que en sí son indicadores de falla) y, en caso de fallas, la *identificación* de las mismas.

2.2. Redundancia

La redundancia es una característica importante con que debe cumplir un sistema para poder realizar una tarea de FDI. La redundancia se refiere al hecho de poder determinar una variable por dos o más caminos (no necesariamente idénticos) y se puede dividir en dos tipos: física y analítica. La redundancia física se implementa duplicando o triplicando el número de sensores, actuadores o incluso algunas partes del proceso mismo. Para el caso de los sensores se suele emplear el sistema de voto para determinar qué canales trabajan correctamente y cuáles tienen alguna falla.

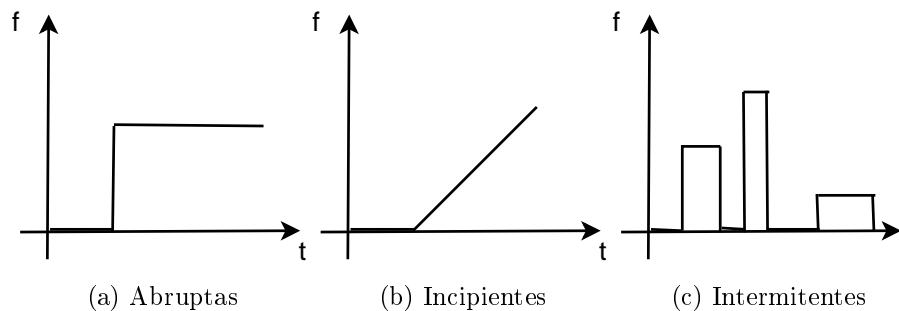


Figura 2.1: Tipos de fallas según su dependencia con respecto al tiempo

La redundancia analítica consiste en implimentar algoritmos que estimen las variables de interés a partir de un modelo analítico, de este modo, se tiene una señal medida y una estimada. Esto reduce la cantidad de *hardware* que es necesario implementar, condición que deriva en un costo menor.

2.3. Tipos de fallas

Las fallas se pueden clasificar de acuerdo con la forma en que afectan el modelo del sistema, o bien, de acuerdo con su comportamiento con respecto al tiempo. Por su comportamiento en el tiempo, se clasifican en (Isermann, 1997):

Abruptas: Son aquellas fallas que se manifiestan como un cambio repentino en las variables del sistema. Se pueden modelar con una función escalón en la que se desconoce el tiempo de ocurrencia.

Incipientes: Estas fallas se manifiestan como un cambio paulatino con respecto al tiempo. Se pueden modelar con una función rampa en la que, al igual que el caso anterior, se desconoce el tiempo de ocurrencia.

Intermitentes: Se considera que no tienen una evolución determinada en el tiempo. Estas fallas aparecen de forma aleatoria y desaparecen de la misma forma.

En la figura 2.1 se muestran estos tres tipos de falla. Ahora, por la forma en que afectan al modelo del sistema se tienen dos tipos de fallas (Isermann, 2006):

Aditivas: Se suman al sistema como una señal independiente, esto es, el cambio detectable es independiente de las variables y entradas del sistema. La figura 2.2a muestra un diagrama de bloques de una falla aditiva.

Multiplicativas: Como su nombre lo indica, la señal de falla se multiplica por algún parámetro o señal del sistema. Esto es, a diferencia de las fallas aditivas, el cambio detectable producido por la falla depende siempre de las entradas y variables del sistema. En la figura 2.2b se ilustra el efecto de una falla multiplicativa.

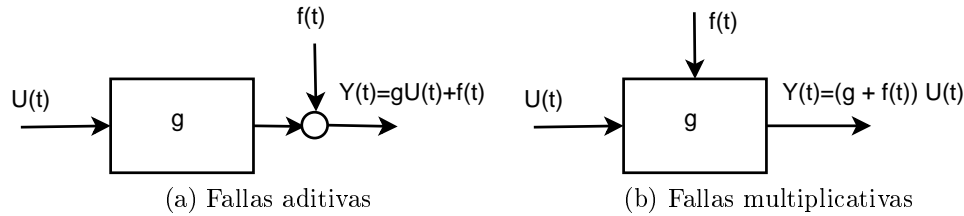


Figura 2.2: Tipos de fallas según la forma en que afectan al sistema

Para ilustrar estos dos tipos de fallas, considérese el sistema

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + \xi(t) \quad (2.1)$$

donde ξ es una señal de falla. En este caso, dado que la señal $\xi(t)$ sólo depende del tiempo, esto es, es independiente de los estados y entradas del sistema, se puede considerar como una falla aditiva. Si por el contrario, la señal tuviera la forma

$$\xi(x, t, u, \theta) \quad (2.2)$$

donde θ es un vector de parámetros desconocidos, se podría considerar como una falla multiplicativa, puesto que el cambio en la dinámica de los estados depende de los estados mismos y de las entradas. La forma de clasificar las fallas también depende de la forma en que se ataque el problema de FDI. Por ejemplo, aunque la señal ξ tenga la forma (2.2), si se considera como una señal independiente entonces sería una falla aditiva.

2.4. Control tolerante a fallas

El control tolerante a fallas (FTC por sus siglas en inglés) se clasifica en dos tipos. El primero de ellos es el FTC pasivo, basado principalmente en las ideas del control robusto. Este tipo de control no requiere información sobre las fallas dado que de antemano se diseña para conservar su desempeño aún en presencia de éstas. El controlador debe ser capaz de mantener la estabilidad del sistema cuando las fallas ocurren con una pérdida aceptable de desempeño. El FTC pasivo generalmente tiene diseños menos complejos y no requiere de FDI, pero es más conservador al enfrentarse al “peor caso” de los efectos de las fallas (Alwi *et al.*, 2011).

Por el contrario el CTF activo requiere información sobre las fallas y con base en ésta se realiza una reconfiguración en línea, esto es, el FTC activo generalmente requiere un algoritmo de FDI. La ventaja de esto es que el sistema, además de mantener la estabilidad en presencia de fallas, ofrece un mejor desempeño, además, la información proporcionada por la FDI puede ser utilizada para corregir la falla.

El diseño mediante H_∞ y el control por modos deslizantes son ejemplos de FTC pasivo, mientras que métodos como la conmutación de modelo, las ganancias programadas y la redistribución de la señal de control, son ejemplos de FTC activo.

2.5. Detección y aislamiento de fallas

El proceso de adquisición de información sobre las fallas se conoce como detección y aislamiento de fallas (FDI por sus siglas en inglés) y, de acuerdo con (Isermann y Ballé, 1997) se distinguen tres etapas:

Detección: Consiste en determinar si hay una falla en el sistema y el tiempo de ocurrencia.

Aislamiento: Es la determinación del tipo y localización de la falla.

Identificación: Consiste en determinar la magnitud y comportamiento de la falla.

Existen varias clasificaciones para la FDI, la más común es la que diferencia entre métodos basados en modelo y métodos no basados en modelo. Ejemplos de estos últimos son las redes neuronales artificiales, el agrupamiento difuso y los métodos probabilísticos. A su vez, los métodos basados en modelo se pueden agrupar en dos grandes categorías; los basados en la generación de residuos y aquellos que son capaces de estimar o reconstruir la falla. Los primeros básicamente realizan las tareas de detección y aislamiento, mientras que los segundos son capaces de realizar identificación.

Un ejemplo de método basado en generación de residuos son las ecuaciones de paridad mientras que la estimación de parámetros y los esquemas basados en observadores son métodos capaces de realizar reconstrucción.

Capítulo 3

Métodos de FDI Basados en Modelo

El objetivo de este capítulo es describir en forma general los métodos más comunes de FDI basados en modelo, sus características y si pueden o no reconstruir señales de falla. Se comienza con los métodos basados en ecuaciones de paridad, luego se explican aquellos que están basados en estimación de parámetros y, finalmente, se describen los métodos basados en observadores, haciendo énfasis en los observadores de modos deslizantes. El algoritmo propuesto, que se describirá en el capítulo 4, entra en esta última clasificación debido a que el esquema que resulta de aplicar dicho algoritmo es una conexión en cascada de SMOs.

3.1. Clasificación de los métodos basados en modelo

Las técnicas de FDI basadas en modelo se pueden subdividir en dos grupos (Isermann y Ballé, 1997):

- Métodos basados en el modelo del proceso
- Métodos basados en modelos de señales

Los métodos basados en modelos de señales son útiles cuando sólo se dispone de características de las mediciones. Son utilizados generalmente para detectar patrones de vibración como los que provocan los motores eléctricos. Ejemplos típicos de estos métodos son (Isermann y Ballé, 1997):

- Filtros pasa-banda
- Análisis espectral
- Estimación de la máxima entropía

Asimismo, las técnicas que utilizan el modelo del proceso se pueden clasificar en tres tipos (Frank, 1990; Isermann y Ballé, 1997):

- Métodos basados en ecuaciones de paridad
- Métodos basados en identificación de parámetros

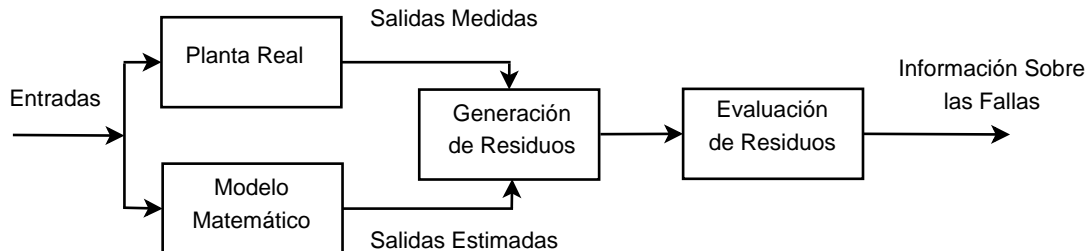


Figura 3.1: Esquema general de los métodos basados en ecuaciones de paridad

- Métodos basados en observadores

Los métodos basados en ecuaciones de paridad consisten en detectar y aislar fallas a partir de discrepancias entre señales medidas y señales estimadas por un modelo matemático del sistema. A las señales que describen dichas discrepancias y que determinan la presencia de fallas se conocen como residuos.

Los métodos basados en identificación de parámetros usan el hecho de que las fallas en un sistema dinámico producen cambios en los parámetros físicos como fricción, masa, resistencia, capacitancia, viscosidad, etc. La FDI se realiza estableciendo relaciones entre fallas y cambios en los parámetros físicos. Este tipo de métodos son útiles para el caso de fallas multiplicativas.

Finalmente, la idea básica de los métodos basados en observadores es reconstruir las salidas del sistema. La información sobre las fallas se extrae del error de estimación de salida.

3.2. Ecuaciones de paridad

Las ecuaciones de paridad consisten en comparar las señales medidas del proceso con un modelo que describa el comportamiento nominal, es decir, el comportamiento sin fallas. A las señales que describen las discrepancias entre el modelo y el proceso se denominan residuos (Isermann, 2006), esto es, los residuos son señales que se diseñan para ser cero en condiciones nominales y diferentes de cero en presencia de fallas. Los métodos basados en relaciones de paridad pueden ser usados tanto en el espacio de estados como en modelos entrada-salida vía la matriz de transferencia. Estos métodos comenzaron con el trabajo de (Chow y Willsky, 1984), desarrollados para el espacio de estados, y el uso de la representación entrada salida fue promovida principalmente por (Gertler, 1998). En la figura 3.1 se muestra el esquema general de FDI basado en ecuaciones de paridad.

Idealmente, los residuos sólo deberían ser influenciados por las fallas, esto es, ser sensibles a fallas pero robustos ante perturbaciones e incertidumbres, sin embargo, debido a errores de modelado, ruido y otras señales desconocidas, los residuos varían constantemente, por lo que es necesario establecer un umbral a partir del cual se considere que de verdad existe una falla. Esto significa que umbrales pequeños derivarán en falsos positivos mientras que umbrales grandes no podrán detectar fallas pequeñas.

Por lo anterior, el principal reto en el diseño de residuos es lograr que sean altamente sensibles a las fallas pero desacoplados de perturbaciones y robustos ante incertidumbres en el modelo (Visairo, 2004). Una forma de lograr esto es mediante el uso de transformaciones,

por ejemplo, en (Seliger y Frank, 2000) se dan las condiciones con que debe cumplir una transformación no lineal para lograr el desacoplamiento mateniendo la sensibilidad a las fallas. Para ello, considére el sistema

$$\dot{x} = g(x, u) + K(x)d + E(x)f \quad (3.1)$$

$$y = h(x) \quad (3.2)$$

donde x es el vector de estados, u las entradas del sistema, y las salidas, d es un vector de perturbaciones y f el vector de fallas. Considerando que las matrices $K(x)$ y $E(x)$ son conocidas, la transformación

$$z = T(x)$$

lleva al sistema a la forma

$$\dot{z} = \bar{g}(z, u, y) + \bar{E}(x)f \quad (3.3)$$

$$y_z = \bar{h}(z) \quad (3.4)$$

si y sólo si

$$\frac{\partial T(x)}{\partial x} K(x) = 0 \quad \text{y} \quad \text{rank} \left(\frac{\partial T(x)}{\partial x} E(x) \right) = \text{rank} (E(x))$$

La transformación $T(x)$ se conoce como transformación de desacoplamiento a perturbaciones y sensible a fallas (Visairo, 2004; Seliger y Frank, 2000). La primera condición asegura el desacoplamiento a las perturbaciones, mientras que la segunda asegura la sensibilidad ante las fallas. Este resultado resuelve el problema de detección, sin embargo, puede ser utilizado también para localización si las fallas se modelan como perturbaciones. Si, por ejemplo, sólo la falla f_i se modela como tal, mientras que todas las demás se modelan como perturbaciones, entonces el residuo i se activará únicamente cuando ocurra la falla f_i . Haciendo esto mismo para todas las fallas, mediante n residuos sería posible detectar y localizar n fallas.

Por otra parte, dado que los residuos son básicamente diferencias entre las señales predichas por el modelo y las señales medidas, es necesario tener un buen conocimiento del sistema. Además, las ecuaciones de paridad en general sólo pueden llevar a cabo detección y aislamiento de fallas, pero no reconstrucción.

3.3. Estimación de parámetros

Los modelos matemáticos que describen las relaciones entre señales de entrada y salida de un sistema son la base para la FDI basada en modelo, más aun, éstos deben ser precisos para poder detectar fallas. Sin embargo, no siempre se conocen todos los parámetros del sistema, por lo que es necesario aplicar métodos de identificación de parámetros antes de aplicar FDI, sin embargo, el mismo algoritmo de identificación puede ser una fuente de información sobre posibles fallas (Isermann, 2006).

Los métodos basados en identificación de parámetros parten del hecho de que las fallas causan cambios en los coeficientes físicos del sistema, tales como viscosidad, resistencia, capacitancia, etc. esto es, son útiles para el caso de fallas multiplicativas. En general, los parámetros de un sistema son funciones de los coeficientes físicos, por lo que mediante un algoritmo de estimación de parámetros, se pueden calcular los coeficientes físicos. Las fallas pueden detectarse e incluso localizarse mediante una comparación entre los coeficientes estimados del proceso a diagnosticar y los coeficientes calculados en condiciones normales de operación.

Para llevar a cabo una identificación de parámetros, supóngase que el sistema se puede expresar como (forma vectorial):

$$y(t) = \Psi^T(t)\Theta \quad (3.5)$$

con el vector de parámetros

$$\Theta = [a_1 \dots a_n \ b_0 \dots b_m] \quad (3.6)$$

y el regresor

$$\Psi^T(t) = [f_{y1}(y^{(1)}(t)) \dots f_{yn}(y^{(n)}(t)) \ f_{u1}(u(t)) \dots f_{um}(u^{(m)}(t))] \quad (3.7)$$

donde el superíndice i denota la i -ésima derivada.

El objetivo es lograr que el error entre salidas medidas y estimadas dado por

$$e_y(t) = y(t) - \Psi^T(t)\hat{\Theta}$$

donde $\hat{\Theta}$ son los parámetros estimados, sea cero, o tienda asintóticamente a cero. Para ello existen diversos métodos, de los cuales, uno de los más conocidos, es el de mínimos cuadrados.

Como se mencionó anteriormente, en general los parámetros del sistema son funciones algebraicas no lineales de los coeficientes físicos p del sistema, esto es

$$\Theta = \phi(p)$$

por lo que, si la función inversa

$$p = \phi^{-1}(\Theta)$$

existe, entonces los coeficientes físicos estimados \hat{p} se pueden calcular a partir de los parámetros estimados $\hat{\Theta}$. Una vez que se ha calculado \hat{p} , la información sobre las fallas se obtiene comparando dicho vector con los coeficientes nominales p .

El proceso de FDI por estimación de parámetros se puede resumir en los siguientes pasos (Visairo, 2004):

- A partir del modelo, determinar la relación entre los coeficientes físicos y los parámetros del sistema
- Estimar los coeficientes físicos del sistema sin fallas
- Realizar estimación de parámetros del proceso a diagnosticar
- Determinar la existencia de fallas a partir de las discrepancias en los coeficientes físicos

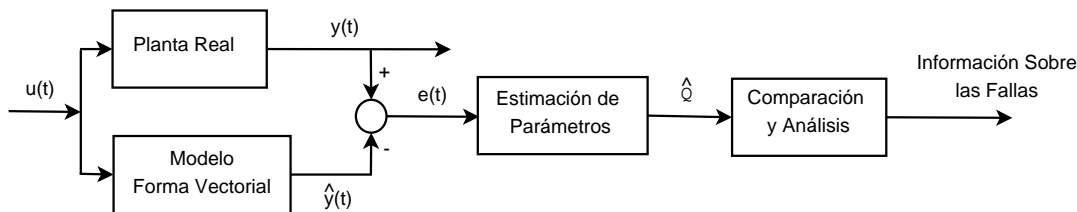


Figura 3.2: Esquema general de los métodos basados en estimación de parámetros

En la figura 3.2 se muestra un diagrama de bloques del proceso general de FDI por estimación de parámetros.

Una desventaja de estos métodos es que, como se observa en la ecuación (3.7), el regresor en general depende de derivadas de las salidas, o bien, de estados no medidos. Esto implica la implementación de un observador, sin embargo, la estabilidad no siempre está garantizada para el caso de sistemas no lineales. Otro enfoque puede ser el cálculo de las derivadas de las salidas ya sea mediante diferenciación numérica, o bien, mediante filtros, sin embargo, esto puede ocasionar problemas si hay ruido en las señales medidas.

3.4. Estimación de salidas

La idea básica de estos métodos es reconstruir las salidas del sistema mediante observadores y utilizar el error de estimación de salida como residuo para extraer información sobre las fallas.

Los primeros trabajos sobre observadores de estado para un sistema dinámico fueron propuestos por (Luenberger, 1964) para el caso determinístico y por los trabajos de Kalman-Bucy para el caso estocástico.

Un observador es básicamente una copia de la planta más un término de inyección de error de estimación de la salida. La diferencia principal entre las diferentes técnicas de diseño de observadores radica en la selección de la forma de inyectar dicho error. Existen varios enfoques, por ejemplo, el geométrico, tanto para sistemas lineales como no lineales (DePersis y Isidori, 2001), (Massoumnia, 1986), el enfoque algebraico (Alcorta García, 1999) y los observadores de modos deslizantes (Utkin, 1992), (Edwards y Spurgeon, 1994), (Edwards *et al.*, 2000).

En el presente trabajo se eligió el enfoque de los observadores de modos deslizantes, cuyos conceptos básicos se explican en la siguiente subsección.

3.4.1. Observadores de modos deslizantes

Los SMOs son observadores que realimentan el error de estimación de salida mediante un término discontinuo. La ventaja de usar un SMO es que el error de estimación de la salida converge a cero en tiempo finito y puede ser diseñado de modo que sea robusto ante perturbaciones e incertidumbres. Basta con conocer una cota superior de la norma de las señales desconocidas para asegurar la estabilidad del observador. Además, mediante el escalamiento

y filtrado de la llamada *inyección de error de salida equivalente* se puede realizar una reconstrucción de las señales desconocidas, lo cual es muy útil en la FDI puesto que permite la reconstrucción de las señales de falla.

Para explicar el diseño de un SMO primero es conveniente introducir los conceptos de un control por modos deslizantes (SMC), para ello, considérese el sistema

$$\dot{x} = f(x) + B(x)[u + \delta(t, x, u)] \quad (3.8)$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ es el vector de estados, $u \in \mathbb{R}^m$ son las entradas, y δ es un vector desconocido, como perturbaciones e incertidumbres. Se parte del supuesto de que en ausencia de δ , el origen es un punto de equilibrio; que δ está acotado y se conoce una cota superior del mismo.

Para estabilizar el punto de equilibrio, considérese la transformación T tal que

$$\frac{\partial T}{\partial x} B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \eta \\ \xi \end{bmatrix} = T(x) \quad (3.9)$$

donde $\eta \in \mathbb{R}^{n-p}$, $\xi \in \mathbb{R}^m$ e I es la matriz identidad de $m \times m$. Esta transformación lleva al sistema a la forma

$$\dot{\eta} = f_a(\eta, \xi) \quad (3.10)$$

$$\dot{\xi} = f_b(\eta, \xi) + u + \delta(t, x, u) \quad (3.11)$$

la cual se conoce como *forma regular* (Khalil, 2002) y tiene la característica principal de que las entradas y las señales desconocidas sólo afectan a los estados ξ . El primer paso para el diseño del control es elegir la *superficie deslizante* $s = \xi - \phi(\eta) = 0$, de modo que cuando las trayectorias del sistema estén restringidas a dicha superficie, el sistema de orden reducido

$$\dot{\eta} = f_a(\eta, \phi(\eta)) \quad (3.12)$$

tenga un punto de equilibrio asintóticamente estable en el origen. Ahora, el siguiente paso es diseñar u de modo que las trayectorias converjan a s en tiempo finito y permanezcan ahí para todo tiempo futuro. Considérese que u se diseña de acuerdo con

$$u = [M(x) + \rho] \operatorname{sgn}(s)$$

donde sgn denota la función signum y ρ es una constante mayor que cero. En varios trabajos como (Khalil, 2002), (Utkin, 1992), (Edwards y Spurgeon, 1998) se demuestra que si se eligen $M(x)$ y ρ suficientemente grandes, de modo que se cumpla la desigualdad

$$s^T \dot{s} < -k \|s\| \quad \text{para alguna} \quad k > 0 \quad (3.13)$$

entonces, las trayectorias convergen a s en tiempo finito y permanecen ahí para todo tiempo futuro y, además, el control es robusto ante las señales δ . La ecuación (3.13) se conoce como *condición de accesibilidad* y es un buen punto de partida para la elección de $M(x)$ y ρ .

Ahora, para el diseño de un observador, se busca un sistema (observador) tal que la diferencia entre los estados de éste y los estados reales, converja a cero, es decir, se busca que el sistema que define la dinámica del error tenga un punto de equilibrio asintóticamente estable en cero.

Considérese ahora el sistema con señales desconocidas

$$\dot{x} = f(x) + Bu + Df(t, x, u) \quad (3.14)$$

$$y = Cx \quad (3.15)$$

donde x y u están definidos al igual que en (3.8), $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $f \in \mathbb{R}^q$ es un vector de señales desconocidas, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ y $y \in \mathbb{R}^p$ son las salidas del sistema. Para (3.14)-(3.15), considérese el sistema

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}) + Bu + g(e_y) \quad (3.16)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (3.17)$$

Definiendo el error de estimación de estados como $e = \hat{x} - x$ y el error de estimación de la salida $e_y = \hat{y} - y$, la dinámica del error tiene la forma

$$\dot{e} = f_e(e, x, \hat{x}) + g(e_y) - Df(t, x, u) \quad (3.18)$$

$$e_y = Ce \quad (3.19)$$

Para que el sistema (3.16)-(3.17) sea un SMO de (3.14)-(3.15), el término $g(e_y)$ debe diseñarse de acuerdo con la filosofía del control por modos deslizantes. En este caso, la superficie deslizante a utilizar es $e_y = 0$.

En un SMO, se busca llevar a la dinámica del error a una estructura parecida a la forma regular, pero en este caso, la separación debe hacerse de modo que la inyección de error de estimación de salida sólo afecte a los estados medidos, esto es, en lugar de (3.9), la transformación ahora debe cumplir con

$$CT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix}$$

A diferencia del SMC, en el que la señal de control entra vía $B(x)$ en (3.14)-(3.15), el cual es un término fijo, en un SMO la inyección del error de salida se hace vía el término discontinuo $g(e_y)$, el cual es un parámetro de diseño que en algunos casos se puede elegir de modo que esté acoplado con $Df(t, x, u)$. Por otro lado, en un SMC, la superficie deslizante es un parámetro de diseño, mientras que en un SMO, la superficie deslizante es siempre $e_y = 0$.

La principal característica por la que se eligieron los SMO en este trabajo es que, al filtrar la señal dada por $g(e_y)$, se obtiene la llamada inyección de error de salida equivalente, a partir de la cual se pueden reconstruir las señales $f(t, x, u)$ siempre y cuando se cumpla la condición de acoplamiento. Los pasos para reconstruir dichas señales se explican en el capítulo siguiente.

Finalmente, los SMO son métodos de FDI que permiten realizar identificación puesto que, si las señales $f(t, x, u)$ modelan posibles fallas en un sistema, éstas pueden ser reconstruidas.

Capítulo 4

Reconstrucción de Señales de Falla por Modos Deslizantes

En este capítulo se propone un algoritmo para reconstruir dos señales desconocidas en una clase de sistemas no lineales conocidos como sistemas Hessenberg (Bernard *et al.*, 1998). Estos sistemas tienen la gran ventaja de que, con sólo medir los estados x_1 o x_n , el sistema es observable. Además, sus propiedades estructurales permiten la obtención de subsistemas en los que, mediante observadores de modos deslizantes, se pueden estimar estados internos considerándolos como señales desconocidas.

Como primer paso, se describen los SMOs para un sistema lineal, se presentan las condiciones de existencia y los parámetros de diseño para asegurar la convergencia y estabilidad. Luego se describe el procedimiento para reconstruir señales desconocidas mediante un SMO, también en un sistema lineal, y se muestra que el grado relativo de las salidas a las señales desconocidas debe ser uno para poder llevar a cabo dicha reconstrucción. Luego, con base en los SMO para sistemas lineales, se describe un SMO para una clase de sistemas no lineales. La condición que deben cumplir estos sistemas no lineales es que se puedan expresar como un sistema lineal más un término no lineal, el cual debe ser Lipschitz. El procedimiento para reconstruir señales de falla es el mismo que para los sistemas lineales una vez que el observador ha alcanzado el modo deslizante.

Posteriormente se definen los sistemas Hessenberg, sus características estructurales y las condiciones de observabilidad y, finalmente, se describen los pasos del algoritmo propuesto así como las condiciones extras con que debe cumplir un sistema para que dicho algoritmo sea aplicable.

4.1. SMO para un sistema lineal

Considérese el sistema lineal descrito por

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (4.1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.2)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ y se asume que (A, C) es observable. Mediante el

cambio de coordenadas lineal no singular

$$T_c = \begin{bmatrix} N_c^T \\ C \end{bmatrix} \quad x \mapsto T_c x \quad (4.3)$$

donde las columnas de N_c expanden el espacio nulo de C , el sistema puede ser expresado en la forma

$$\dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2 + B_1u \quad (4.4)$$

$$\dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2 + B_2u \quad (4.5)$$

$$y(t) = [0 \quad I_p] x(t) = x_2(t) \quad (4.6)$$

En (Utkin,1992) se propone el observador para el sistema (4.4)-(4.6) dado por

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{x}_2(t) + B_1u(t) + L\nu$$

$$\dot{\hat{x}}_2(t) = A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{x}_2(t) + B_2u(t) - \nu$$

$$\hat{y}(t) = \hat{x}_2(t)$$

donde el vector ν es un término no lineal discontinuo definido componente a componente por

$$\nu_i = \rho \operatorname{sgn}(e_{y,i}), \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (4.7)$$

Definiendo los errores $e_y(t) = \hat{y}(t) - y(t)$ y $e_1(t) = \hat{x}_1(t) - x_1(t)$, se tiene que la dinámica del error está dada por

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_y(t) + L\nu \quad (4.8)$$

$$\dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) - \nu \quad (4.9)$$

Se puede demostrar que para una ρ suficientemente grande se induce un modo deslizante en el error de estimación de salida. De lo anterior se tiene que, después de un tiempo finito t_s , $e_y = 0$, $\dot{e}_y = 0$ y por lo tanto, la dinámica del error de observación se reduce a

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + L\nu$$

$$0 = A_{21}e_1(t) - \nu$$

Dado que el par (A, C) es observable, por la prueba de rango de Popov-Belevitch-Hautus, el par (A_{11}, A_{21}) también lo es, y por lo tanto L se puede seleccionar de modo que el espectro de $A'_{11} = A_{11} + LA_{21}$ esté en el semiplano abierto complejo izquierdo. De lo anterior, se tiene que

$$\dot{e}_1(t) = A'_{11}e_1(t)$$

es un sistema asintóticamente estable, por lo que $\hat{x}_1 \rightarrow x_1$ cuando $t \rightarrow \infty$.

Mediante el nuevo cambio de coordenadas

$$T_s = \begin{bmatrix} I_{n-p} & L \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x'_1 \\ y \end{bmatrix} = T_s \begin{bmatrix} x_1 \\ y \end{bmatrix}$$

la dinámica dada por (4.8)-(4.9) es ahora

$$\begin{aligned} \dot{e}'_1(t) &= A'_{11}e'_1(t) + A'_{12}e_y(t) \\ \dot{e}_y(t) &= A_{21}e'_1(t) + A'_{22}e_y(t) - \nu \end{aligned}$$

En (Edwards, 1994) se propone agregar un término lineal a la inyección del error de salida, de modo que se tenga

$$\dot{e}'_1(t) = A'_{11}e'_1(t) + A'_{12}e_y(t) + G_1e_y(t) \quad (4.10)$$

$$\dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A'_{22}e_y(t) + G_2e_y(t) - \nu \quad (4.11)$$

Seleccionando $G_1 = -A'_{12}$ y $G_2 = -A'_{22} + A_{22}^s$, donde A_{22}^s es cualquier matriz estable (matriz de diseño) de dimensiones apropiadas, la dinámica del error ahora es

$$\begin{aligned} \dot{e}_1(t) &= A'_{11}e'_1(t) \\ \dot{e}_y(t) &= A_{21}e'_1(t) + A_{22}^se_y(t) - \nu \end{aligned}$$

Al igual que para (4.8)-(4.9), se puede demostrar que se induce un modo deslizante con una ρ suficientemente grande y los estados estimados convergen al valor real. En las coordenadas originales, el observador tendría la forma

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + G_1e_y(t) + G_n\nu \quad (4.12)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (4.13)$$

donde

$$G_l = (T_s T_c)^{-1} \begin{bmatrix} -A'_{12} \\ -A'_{22} + A_{22}^s \end{bmatrix} \quad G_n = (T_s T_c)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -I_p \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

La ventaja de añadir un término lineal es que aun cuando $\nu \equiv 0$ el observador converge, esto es, para el sistema “nominal” no sería necesario el término discontinuo, lo que permite utilizar una ρ más pequeña, lo cual es deseable ya que disminuye el castaño. El término discontinuo provee robustez ante señales desconocidas, además, como se verá en la siguiente sección, permite la reconstrucción de dichas señales.

4.2. Reconstrucción de fallas con un SMO

En un SMO, una vez que se ha alcanzado la superficie deslizante, el error de estimación definido por (4.8)-(4.9) se puede escribir como

$$\dot{e}_1(t) = A'_{11}e_1(t) \quad (4.15)$$

$$0 = A_{21}e_1(t) - \nu_{eq} \quad (4.16)$$

donde ν_{eq} es la llamada *inyección de error de salida equivalente*. Esta señal es un *promedio* de la inyección aplicada para mantener el modo deslizante, es decir, es el equivalente a la señal continua que sería necesario aplicar para mantener el modo deslizante. Más adelante se describe cómo se pueden reconstruir señales desconocidas a partir de un filtrado y escalamiento apropiados de ν_{eq} .

Considérese ahora que el sistema lineal (4.1)-(4.2) se reemplaza por

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Df(t) \quad (4.17)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (4.18)$$

donde $f(t)$ es un vector de señales desconocidas y $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$ su matriz de distribución. Utilizando un observador con la estructura (4.12)-(4.13), el error de estimación está dado por

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= Ae(t) + G_1e_y(t) + G_n\nu - Df(t) \\ e_y(t) &= Ce(t) \end{aligned}$$

Suponiendo que la matriz G_n se diseña de modo que esté acoplada con las señales desconocidas, esto es,

$$D = G_nX \quad \text{para alguna} \quad X \in \mathbb{R}^{p \times q} \quad (4.19)$$

$D = G_nX$ para alguna $X \in \mathbb{R}^{p \times q}$, entonces, en las coordenadas (4.8)-(4.9), la matriz D tendrá la forma

$$D = \begin{bmatrix} LX \\ -X \end{bmatrix}$$

y el error dado por (4.8)-(4.9) se convierte en

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_y(t) + G_l^1e_y(t) + L\nu - LXf(t) \quad (4.20)$$

$$\dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) + G_l^2e_y(t) - \nu + Xf(t) \quad (4.21)$$

con $T_c G_l = [G_l^1 \quad G_l^2]^T$. Recordando que ν está definido componente a componente como $\nu_i = \rho \text{sgn}(e_{y,i})$, $i = 1, 2, \dots, p$, en (Alwi *et al.*, 2011) se demuestra que si

$$\rho > |A_{21,i}e_1 + A_{22,i}e_y + G_{l,i}^2e_y + X_i f| + \eta \quad \eta > 0 \quad (4.22)$$

donde el subíndice i representa el i -ésimo renglón, se induce un modo deslizante en tiempo finito. Una vez que se alcanza el modo deslizante, $e_y = 0$ y el error (4.20)-(4.21) se reduce a

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + L\nu_{eq} - LXf(t) \quad (4.23)$$

$$0 = A_{21}e_1(t) - \nu_{eq} + Xf(t) \quad (4.24)$$

Eliminando ν_{eq} de (4.23)-(4.24), se tiene que

$$\dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + L(A_{21}e_1(t) + Xf(t)) - LXf(t) = (A_{11} + LA_{21})e_1(t) \quad (4.25)$$

esto es, la dinámica del error es independiente de $f(t)$ por lo que el error de estimación es robusto ante las señales $f(t)$ y, puesto que el par (A_{11}, A_{21}) es observable, L se puede seleccionar de modo que (4.25) sea asintóticamente estable y los estados estimados converjan a los reales siempre que se cumpla la condición (4.22). Mas aun, dado que $e_1(t) \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$, entonces, de (4.24)

$$\nu_{eq} \rightarrow Xf(t)$$

por lo que $f(t)$ se puede recuperar a partir de ν_{eq} mediante un filtrado y escalamiento apropiados. Nótese que la condición (4.37) no es necesaria para la existencia del modo deslizante, basta con una ρ suficientemente grande, sin embargo, para lograr el movimiento de orden reducido (4.25), sí es necesaria dicha condición, es decir, si la condición (4.37) no se cumple, se puede inducir el modo deslizante pero no se pueden reconstruir las señales $f(t)$ a partir de ν_{eq} . En (Alwi *et al.*, 2011) se demuestra que para que se pueda cumplir la condición (4.37) es necesario que $rank(CD) = rank(D)$. Resumiendo, para poder reconstruir $f(t)$ en el sistema (4.17)-(4.18) es necesario que:

C1. El par (A, C) sea observable

C2. $rank(CD) = rank(D)$

La condición C2 es equivalente a pedir que el grado relativo de las salidas a las fallas sea uno.

4.2.1. Suavizado de la señal discontinua

En algunas aplicaciones, por ejemplo, en sistemas dinámicos, es difícil lograr una señal de control discontinua con muy altas frecuencias de conmutación. Además, las simulaciones de sistemas con este tipo de señales generalmente conllevan un mayor costo computacional. Por lo anterior, resulta útil “suavizar” la señal discontinua. Como se vio en la sección 4.1, ν está definido componente a componente como $\nu_i = \rho sgn(e_{y,i})$. (Edwards *et al.*, 2000) propone aproximar dicha señal con

$$\nu_i = \frac{e_{y,i}}{|e_{y,i}| + \delta} \quad (4.26)$$

donde δ es un escalar positivo lo suficientemente pequeño para aproximar una acción discontinua. La elección de δ deberá estar en función de los parámetros y la velocidad de respuesta del sistema. Una buena elección de este valor puede evitar el uso de un filtro pasa-bajas para obtener ν_{eq} sin comprometer el desempeño del observador.

4.3. SMO para una clase de sistemas no lineales

Considérese un sistema no lineal con señales desconocidas de la forma

$$\dot{x} = Ax + \Phi(x, u) + Df(t) \quad (4.27)$$

$$y = Cx \quad (4.28)$$

donde $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$ con $q \leq p < n$, las matrices C y D ambas de rango completo. Se asume que el término no lineal $\Phi(\cdot)$ es conocido y Lipschitz con respecto a x , con constante γ , uniformemente para $u \in U$ (conjunto de controles admisibles) y $\Phi(0, 0) = 0$. El vector $f(t)$ está formado por q señales desconocidas con matriz de distribución D y se considera que se cumple

$$\|f(t)\| < \rho$$

donde ρ es una constante conocida.

Para el sistema (4.27)-(4.28), considérese el sistema dinámico

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + G_n \nu \quad (4.29)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (4.30)$$

donde ν está definido, componente a componente como

$$\nu_i = \rho \operatorname{sgn}(\hat{y}_i - y_i) \quad (4.31)$$

Considérese la transformación lineal no singular

$$T_c = \begin{bmatrix} N_c^T \\ C \end{bmatrix} \quad x \mapsto T_c x \quad (4.32)$$

definida en la misma forma que (4.3). En las nuevas coordenadas:

$$\dot{\hat{x}}_1 = A_{11}\hat{x}_1 + A_{12}\hat{x}_2 + \Phi_1(\hat{x}, u) + L\nu \quad (4.33)$$

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_{21}\hat{x}_1 + A_{22}\hat{x}_2 + \Phi_2(\hat{x}, u) - \nu \quad (4.34)$$

$$\hat{y} = [0 \quad I_p] \hat{x} = \hat{x}_2 \quad (4.35)$$

por lo que la matriz G_n se obtiene con

$$G_n = T_c^{-1} \begin{bmatrix} L \\ -I \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

Como se mencionó en la sección anterior, si se cumple C2, la matriz G_n se puede diseñar de modo que esté acoplada con las señales desconocidas, por lo que D se puede expresar como

$$D = G_n X \quad \text{para alguna} \quad X \in \mathbb{R}^{p \times q} \quad (4.37)$$

y por lo tanto, en las coordenadas (4.32), el sistema (4.27)-(4.28) tiene la forma

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + \Phi_1(x, u) + LXf(t) \quad (4.38)$$

$$\dot{x}_2 = A_{21}x_2 + A_{22}x_2 + \Phi_2(x, u) - Xf(t) \quad (4.39)$$

$$y = [0 \quad I_p]x = x_2 \quad (4.40)$$

Sean $e = (\hat{x} - x)$ y $e_y = (\hat{y} - y)$, entonces, de (4.38)-(4.40) y (4.33)-(4.35), se tiene que la dinámica del error está descrita por

$$\dot{e}_1 = A_{11}e_1 + A_{12}e_y + \Phi_1(\hat{x}, u) - \Phi_1(x, u) + Lv - LXf(t) \quad (4.41)$$

$$\dot{e}_y = A_{21}e_1 + A_{22}e_y + \Phi_2(\hat{x}, u) - \Phi_2(x, u) - v + Xf(t) \quad (4.42)$$

Sea la superficie $S = \{e : Ce = e_y = 0\}$. El objetivo ahora es determinar ρ de modo que se induzca un modo deslizante y las trayectorias del sistema sean llevadas a S en tiempo finito. De (4.31) y (4.42) se tiene que

$$\begin{aligned} e_{y,i}\dot{e}_{y,i} &= e_{y,i}(A_{21,i}e_1 + A_{22,i}e_y + \Phi_{2,i}(\hat{x}, u) - \Phi_{2,i}(x, u) + Xf(t)) - \rho|e_{y,i}| \\ &< -|e_{y,i}|(\rho - |A_{21,i}e_1 + A_{22,i}e_y + \Phi_{2,i}(\hat{x}, u) - \Phi_{2,i}(x, u) + Xf(t)|) \end{aligned}$$

donde el subíndice i representa al i -ésimo renglón. Si se cumple que

$$\rho > |A_{21,i}e_1 + A_{22,i}e_y + \Phi_{2,i}(\hat{x}, u) - \Phi_{2,i}(x, u) + Xf(t)| + \eta \quad (4.43)$$

para algún escalar $\eta > 0$, entonces

$$e_{y,i}\dot{e}_{y,i} < -\eta|e_{y,i}|$$

por lo que, si se cumple (4.43), entonces se cumple la *condición de accesibilidad* (dada por la ecuación (3.13)) y, por lo tanto, se induce un modo deslizante y las trayectorias del sistema son llevadas a S en tiempo finito.

Una vez que se ha alcanzado el modo deslizante, se tiene que $e_y = 0$ y $\dot{e}_y = 0$, por lo tanto, de (4.41)-(4.42), eliminando v_{eq} se obtiene:

$$\dot{e}_1 = (A_{11} + LA_{21})e_1 + \Phi_1(\hat{x}, u) - \Phi_1(x, u) + L(\Phi_2(\hat{x}, u) - \Phi_2(x, u)) \quad (4.44)$$

De la suposición C1, por la prueba de rango de Popov-Belevitch-Hautus, el par (A_{11}, A_{21}) es observable, por lo que L se puede seleccionar de modo que los polos de $(A_{11} + LA_{21})$ tengan valores estables arbitrarios. Lo anterior implica que para el subsistema $\dot{e} = (A_{11} + LA_{21})e_1$ existe una función de Lyapunov $V(e_1)$ y constantes c_1 y c_2 tales que

$$\dot{V}(e_1) \leq -c_1 \|e_1\|^2 \quad \left\| \frac{\partial V}{\partial e_1} \right\| \leq c_2 \|e_1\|$$

Dado que $\Phi_1(\cdot)$ y $\Phi_2(\cdot)$ son funciones localmente Lipschitz y que valen cero en el origen, existe una constante $\bar{\gamma} > 0$ tal que los términos no lineales en (4.44) se pueden acotar por

$$\|\Phi_1(\hat{x}, u) - \Phi_1(x, u) + L(\Phi_2(\hat{x}, u) - \Phi_2(x, u))\| \leq \bar{\gamma} \|\hat{x} - x\|$$

pero, puesto que una vez que se alcanza el modo deslizante, $e_y = 0$, entonces, la diferencia $(\hat{x} - x)$ en realidad es igual a e_1 . Utilizando V como candidata para el sistema (4.44), se tiene

$$\begin{aligned} \dot{V}(e_1) &\leq -c_1 \|e_1\|^2 + \left\| \frac{\partial V}{\partial e_1} \right\| \|\Phi_1(\cdot) + L\Phi_2(\cdot)\| \\ &\leq -c_1 \|e_1\|^2 + c_2 \bar{\gamma} \|e_1\|^2 \end{aligned}$$

Por lo que el modo deslizante asociado a la superficie S es estable siempre y cuando L se diseñe de modo que $(c_1 - c_2 \bar{\gamma}) > 0$.

De (4.41)-(4.42), cuando $t \rightarrow \infty$, se tiene que $e_1 \rightarrow 0$ y por lo tanto

$$\nu_{eq} \rightarrow Xf(t)$$

por lo que las señales $f(t)$ se pueden reconstruir a partir de la inyección de error de salida equivalente ν_{eq} . (Edwards *et al.*, 2000) propone obtener $f(t)$ mediante la pseudoinversa de X :

$$f(t) \approx (X^T X)^{-1} X^T \nu_{eq} \quad (4.45)$$

4.3.1. Adición de un término lineal

Considérese que el observador no lineal tiene ahora la forma

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \Phi(\hat{x}, u) + G_l e_y + G_n \nu \quad (4.46)$$

$$\hat{y} = C\hat{x} \quad (4.47)$$

esto es, se agrega un término lineal. Si G_l se diseña de acuerdo con (4.14), se logra que el observador sea estable aun cuando $\nu \equiv 0$. Lo que se logra con esto es que para el sistema sin señales desconocidas $f(t)$ el término discontinuo no es necesario, y éste sólo aparece cuando se presentan las señales $f(t)$, lo cual puede facilitar la tarea de reconstrucción [Edwards 94, 05, 11].

4.4. Sistemas Hessenberg

En esta sección se describe una clase de sistemas no lineales llamados sistemas Hessenberg (Bernard *et al.*, 1998). Éstos tienen ciertas propiedades de observabilidad que serán explotadas más adelante para aplicar SMO con la estructura descrita en secciones anteriores. Además se utilizarán sus propiedades estructurales a fin de obtener subsistemas que cumplan con la condiciones necesarias para la reconstrucción de señales desconocidas.

Sea el sistema definido en $\Omega \subset \mathbb{R}^n$

$$(\Sigma) \begin{cases} \dot{x}(t) = F(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t)) \end{cases} \quad u \in U$$

donde F es una función suave que mapea $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ y h es también una función suave que mapea $\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^p$.

Definición 1. El sistema (Σ) es Hessenberg Inferior (LH) si para todo $(x, u) \in \Omega \times U$ y para todos los índices (i, j) se cumple que

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j}(x, u) = 0 \quad \text{si } j > i + 1 \quad (4.48)$$

Definición 2. El sistema (Σ) es Hessenberg Superior (UH) si para todo $(x, u) \in \Omega \times U$ y para todos los índices (i, j) se cumple que

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_j}(x, u) = 0 \quad \text{si } i > j + 1 \quad (4.49)$$

Las definiciones 1 y 2 equivalen a pedir que el Jacobiano $(\partial F/\partial x)$ sea una matriz Hessenberg inferior o superior respectivamente.

Definición 3. El sistema (Σ) es Hessenberg Inferior Estrictamente Enlazado (SLLH) si es Hessenberg Inferior y además

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{i+1}}(x, u) \neq 0 \quad \forall i \quad (4.50)$$

Definición 4. El sistema (Σ) es Hessenberg Superior Estrictamente Enlazado (SLUH) si es Hessenberg Superior y además

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{i-1}}(x, u) \neq 0 \quad \forall i \quad (4.51)$$

Definición 5. El sistema (Σ) es Hessenberg Estrictamente Enlazado Superior e Inferior (SLULH) si se cumplen (4.48),(4.49),(4.50) y (4.51).

Definición 6. El sistema (Σ) es medido superiormente (UM) si

$$h(x(t)) = h(x_1(t)), \quad \frac{\partial h}{\partial x_1} \neq 0, \quad \forall x \in \Omega$$

Definición 7. El sistema (Σ) es medido inferiormente (LM) si

$$h(x(t)) = h(x_n(t)), \quad \frac{\partial h}{\partial x_n} \neq 0, \quad \forall x \in \Omega$$

Una propiedad importante de los sistemas SLULH es que son observables tanto si son UM como LM (Bernard *et al.*, 1998).

4.5. Reconstrucción de fallas en sistemas Hessenberg

4.5.1. Descripción del sistema considerado

En esta sección se propone un esquema para reconstruir dos señales desconocidas en un tipo particular de sistemas Hessenberg mediante la conexión en cascada de un máximo de $n - 2$ SMO.

Considérese un sistema Hessenberg Estrictamente Enlazado Superior e Inferior con fallas aditivas de la forma

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x) + Df(t) \quad (4.52)$$

$$y = Cx \quad (4.53)$$

El sistema (4.52)-(4.53) es un caso particular del sistema (4.27)-(4.28), con el vector $f(t)$ compuesto de $q = 2$ señales de falla y $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$ su matriz de distribución. Se asume que el término no lineal $\Phi(\cdot)$ es localmente Lipschitz y que además existe la función inversa $\Phi^{-1}(\cdot)$. También se considera que el término no lineal se puede expresar como una suma de funciones que dependen sólo de un estado, esto es, que cada renglón de dicho vector tenga la forma

$$\Phi_i = \sum_{j=i-1}^{i+1} \Phi_{i,j}(x_j)$$

Las condiciones anteriores equivalen a pedir que las matrices y vectores del sistema tengan la forma

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & a_{n-1,n-2} & a_{n-1,n-1} & a_{n-1,n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{bmatrix},$$

$$\Phi(x) = \begin{bmatrix} \Phi_{11}(x_1) + \Phi_{12}(x_2) \\ \Phi_{21}(x_1) + \Phi_{22}(x_2) + \Phi_{23}(x_3) \\ \vdots \\ \Phi_{i,i-1}(x_{i-1}) + \Phi_{i,i}(x_i) + \Phi_{i,i+1}(x_{i+1}) \\ \vdots \\ \Phi_{n,n-1}(x_{n-1}) + \Phi_{n,n}(x_n) \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ d_{i,1} & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & d_{j,2} \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad B \in \mathbb{R}^{n \times m}$$

Nótese que algunos de los elementos que se marcan como diferentes de cero en la matriz A y el vector $\Phi(x)$ pueden ser cero siempre y cuando se cumplan las condiciones para que

el sistema sea SLULH. La estructura de la matriz C indica que el sistema es UM y LM a la vez, lo que garantiza la observabilidad (Bernard *et al.*, 1998). Por otra parte, la matriz D tiene $n - 1$ ceros en cada columna donde i y j , con $i \neq 1$, $j \neq n$ y $j > i$, son los índices en los cuales los elementos son diferentes de cero. La estructura de la matriz D implica que las fallas afectan únicamente a la dinámica de los estados no medidos y por lo tanto $CD = 0$, por lo que, en principio, dado que no se cumple la condición $C1$, no se pueden reconstruir las señales $f(t)$ con un observador de la forma (4.46)-(4.47).

Nota. En el presente trabajo se considera que se conocen los índices i y j en los cuales los elementos de la matriz D son diferentes de cero.

4.5.2. Algoritmo para reconstruir dos señales de falla en una clase de sistemas Hessenberg

Hecho: Sea Σ un sistema Hessenberg de la forma (4.52)-(4.53). Entonces, la conexión en cascada de un máximo de $n - 2$ observadores de modos deslizantes de la forma (4.46)-(4.47) permite la reconstrucción de las dos señales de falla $f(t)$.

La reconstrucción se puede llevar a cabo incrementando el número de salidas mediante estimaciones sucesivas de estados internos, hasta estimar aquellos en cuya dinámica inciden las fallas $f(t)$, de modo que se cumplan las condiciones $C1$ y $C2$. Considerando que

- El sistema se describe por (4.52)-(4.53).
- Sólo los elementos $d_{i,1}$ y $d_{j,2}$ son diferentes de cero en la matriz de fallas D y los índices i y j asociados con dichos elementos, son conocidos.
- Los índices k_1 y k_2 , con valores iniciales de 1 y n respectivamente, están asociados a los estados medidos.

El siguiente algoritmo permite la reconstrucción de las dos señales $f(t)$:

Paso 1. Si $k_1 = i$ y $k_2 = j$, entonces se cumplen las condiciones $C1$ y $C2$ para el sistema (4.52)-(4.53) con los estados medidos y, por lo tanto, las señales $f(t)$ se pueden reconstruir mediante un SMO de la forma (4.46)-(4.47). En caso contrario, ejecutar el paso 2.

Paso 2. Formar el subsistema compuesto por la dinámica de los estados

$$x = [x_1 \cdots x_{r,k_1} \ x_{r,k_2} \cdots x_n]$$

donde el subíndice r denota un estado reconstruido, tomando como señales desconocidas todos los términos que dependan de los estados x_{k_1+1} y x_{k_2-1} . Considerar como salidas los estados

$$x = [x_1 \cdots x_{r,k_1} \ x_{r,k_2} \cdots x_n]$$

y con esta *salida aumentada*, estimar los estados x_{k_1+1} y x_{k_2-1} mediante un observador de la forma (4.46)-(4.47) para el subsistema formado. Esto es posible debido a la estructura y características de la matriz A y el vector Φ .

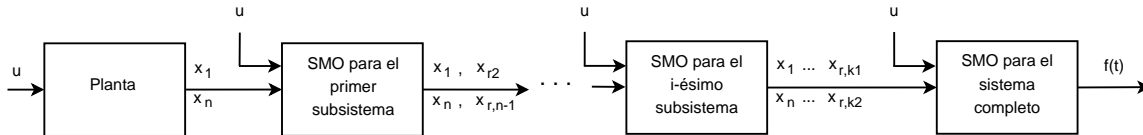


Figura 4.1: Esquema General para Reconstruir Dos Fallas en Sistemas Hessenberg

Paso 3. Si $k_1 \neq i$, entonces incrementar su valor en uno.

Paso 4. Si $k_2 \neq j$, entonces decrementar su valor en uno.

Paso 5. Considere la nueva salida aumentada

$$x = [x_1 \cdots x_{r,k_1} \ x_{r,k_2} \cdots x_n]$$

como los estados medidos del sistema original y repita el Paso 1.

Con el algoritmo anterior, el esquema resulta en un máximo de $n - 2$ SMO conectados en cascada donde cada observador estima estados que el anterior SMO no puede, hasta llegar a aquellos en que inciden las señales desconocidas $f(t)$, esto es, hasta que se satisfacen las condiciones $C1$ y $C2$. Un diagrama de bloques del esquema resultante se muestra en la figura 4.1.

Puesto que el esquema resultante arroja una conexión en cascada, la estabilidad del sistema completo puede ser garantizada asegurando la estabilidad entrada-estados de cada observador.

En el capítulo 4 se describe la aplicación paso a paso de este algoritmo al problema de reconstrucción de fugas en ductos.

Capítulo 5

Reconstrucción de Fugas en Ductos

En este capítulo se presenta una aplicación práctica del esquema para reconstruir fallas descrito en el capítulo anterior. El problema a atacar es la reconstrucción de dos fugas simultáneas en una tubería cuando sólo se miden presiones y flujos en los extremos de dicha tubería. El modelo de comportamiento del fluido es un sistema SLULH, UM y LM, por lo que es un sistema observable, esto es, se cumple la condición *C1*. Sin embargo, con los estados medidos, no se cumple la condición *C2*.

Para lograr la reconstrucción sería necesario medir las presiones en los puntos en los que ocurren las fugas, lo cual no es posible dado que no se tienen sensores instalados físicamente, sin embargo, mediante el algoritmo propuesto en el capítulo anterior, se pueden obtener estimaciones de dichas presiones. En este caso, el algoritmo propuesto funcionaría como un sensor virtual, el cual permite aumentar el número de estados medidos, lo que hace posible la reconstrucción de los flujos de fuga.

Primero se presenta el modelo de comportamiento del fluido en una tubería sin ramales, el cual está dado por un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales. Para obtener un modelo de dimensión finita dado sólo por ecuaciones diferenciales ordinarias, se realiza una discretización en m secciones. Después se describe la planta piloto en la cual se realizaron los experimentos y finalmente se presentan los resultados tanto en simulación como experimentales.

5.1. Modelo dinámico del fluido en una tubería con fugas

Considérese una tubería sin ramales por la que circula un fluido incompresible. Asumiendo que la distribución de velocidad a lo largo de la sección transversal es uniforme, a partir de las leyes de conservación de la masa y del momentum se obtiene que el modelo de comportamiento del fluido (Chaudry, 1979) está dado por

$$\frac{\partial Q(z, t)}{\partial t} + gA \frac{\partial H(z, t)}{\partial z} + \mu Q(z, t) |Q(z, t)| = 0 \quad (5.1)$$

$$c^2 \frac{\partial Q(z, t)}{\partial z} + gA \frac{\partial H(z, t)}{\partial t} = 0 \quad (5.2)$$

con $H(z, t)$ la presión, medida en (m), $Q(z, t)$ el flujo volumétrico (m^3/s), z la coordenada

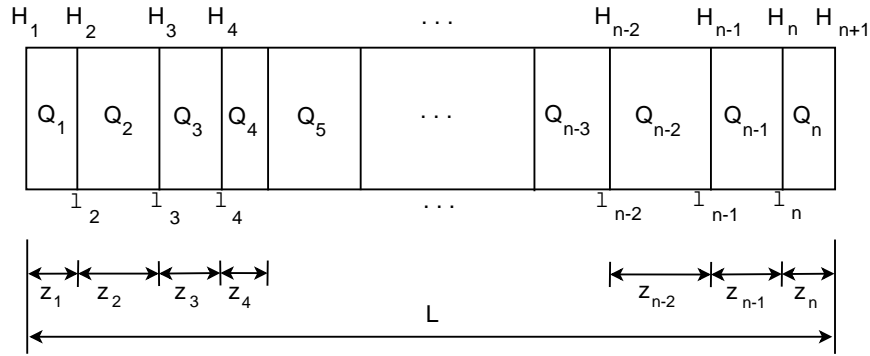


Figura 5.1: Distribución de variables en una tubería con fugas

de longitud a lo largo de la tubería (m), g la aceleración de la gravedad (m/s^2), A el área de la sección transversal (m^2), D el diámetro de la tubería (m), c la velocidad de la onda de presión (m/s) y $\mu = \frac{f}{2DA}$ donde f es el coeficiente de fricción de Darcy-Weisbach (adimensional).

Una fuga en un punto p_i de la tubería produce una discontinuidad en (5.1)-(5.2). Como consecuencia, en el punto p_i aparece una condición de frontera asociada con el flujo de descarga dado por

$$Q_{pi} = \lambda_i \sqrt{H(p_i, t)}$$

donde $\lambda_i > 0$ es función del tamaño del orificio que produce la fuga, el coeficiente de descarga y la aceleración gravitacional. Si se consideran $n - 1$ fugas, entonces el fluido estará descrito por n pares de ecuaciones de la forma (5.1)-(5.2) con una condición de frontera entre cada sección sin fugas dada por

$$Q_{bi} = Q_{ai} + Q_{pi} \quad (5.3)$$

donde Q_{bi} y Q_{ai} denotan los flujos antes y después del punto de fuga p_i respectivamente, para $p_i = 1, 2, \dots, n - 1$.

5.1.1. Discretización con respecto a la coordenada espacial

El modelo dado por (5.1)-(5.2) puede ser aproximado por un modelo de dimensión finita de ecuaciones diferenciales ordinarias mediante una discretización con respecto a la coordenada espacial. Entre más exacta sea la aproximación, se tendrá un modelo mas confiable, sin embargo, entre más secciones se utilicen, el costo computacional será mayor. Por lo anterior, la discretización representa un compromiso entre exactitud y costo computacional. Por otra parte, las condiciones de frontera impuestas por (5.3) deben ser consideradas en el proceso de discretización, ya que las posiciones de las fugas deben coincidir con el espacio discreto.

Considérese que la tubería está dividida en m secciones con $m - 1$ fugas, como se muestra en la figura 5.1. La distancia entre fugas, denotada por z_i , no es necesariamente constante, sólo se tiene que cumplir que la suma de las distancias z_i sea la longitud L de la tubería. Considérese además que:

- Las secciones se seleccionan de modo que las fugas están siempre en los límites de éstas, esto es, no existen fugas dentro de cada sección.
- Las derivadas parciales se aproximan por

$$\frac{\partial H(z, t)}{\partial z} \simeq \frac{H_{i+1}(t) - H_i(t)}{z_i} \quad \forall i = 1, \dots, m - 1 \quad (5.4)$$

$$\frac{\partial Q(z, t)}{\partial z} \simeq \frac{Q_i(t) - Q_{i-1}(t)}{z_i} \quad \forall i = 2, \dots, m \quad (5.5)$$

donde H_i y H_{i+1} son las presiones al inicio y fin de la i -ésima sección (de longitud z_i) respectivamente, y Q_{i-1} y Q_i son los flujos aguas arriba y aguas abajo del punto de inicio de la sección i .

Entonces, un sistema discretizado en n secciones, con $n - 1$ fugas, puede ser descrito por n pares de ecuaciones dinámicas acopladas dados por:

$$\dot{Q}_i = a_{1,i}(H_i - H_{i+1}) - \mu Q_i |Q_i| \quad \forall i = 1, 2, \dots, m \quad (5.6)$$

$$\dot{H}_i = a_{2,i}(Q_{i-1} - Q_i - u_{ti} f_i) \quad \forall i = 2, \dots, m \quad (5.7)$$

$$f_i = \lambda_i \sqrt{H_i} \quad \lambda_i > 0 \quad (5.8)$$

con

$$a_{1,i} = \frac{gA}{z_i} \quad a_{2,i} = \frac{c^2}{gAz_i} \quad (5.9)$$

f_i la señal de falla, cuyo punto de ocurrencia está al inicio de la sección i , como se muestra en la figura 5.1, y $u_{ti} = u(t - t_i)$ la función escalón asociada con el tiempo de ocurrencia de la falla i . El orden del sistema es $n = 2m - 1$. Como lo establece la ecuación (5.8), para este sistema, las señales de falla (fugas) no son totalmente arbitrarias, sino que dependen de la presión en el punto donde ocurren, y dado que dicha presión es un estado del sistema, las fugas se pueden caracterizar completamente por el parámetro λ_i .

Considerando que se pueden controlar las presiones al inicio y fin de la tubería, las entradas del sistema son

$$H_1 = H(t, 0) \quad y \quad H_{m+1} = H(t, L)$$

y, puesto que se miden los flujos en los extremos, las salidas son

$$Q_1 = Q(t, 0) \quad y \quad Q_m = Q(t, L)$$

En forma matricial, para m secciones, con $m - 1$ fugas, el sistema está descrito por

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x) + Df(t) \quad (5.10)$$

$$y = Cx \quad (5.11)$$

con

$$x = \begin{bmatrix} Q_1 \\ H_2 \\ Q_2 \\ H_3 \\ \vdots \\ H_m \\ Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -a_{11} & 0 & 0 & & & \\ a_{22} & 0 & -a_{22} & 0 & \cdots & & 0 \\ 0 & a_{12} & 0 & -a_{12} & & & \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 & -a_{23} & & \\ & & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & & & & & a_{2m} & 0 & -a_{2m} \\ & & & & & & a_{1m} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \\ 0 & -a_{1m} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_{m+1} \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} -\mu x_1 |x_1| \\ 0 \\ -\mu x_3 |x_3| \\ \vdots \\ 0 \\ -\mu x_n |x_n| \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -a_{22} & 0 & \\ 0 & 0 & \\ & -a_{23} & \vdots \\ \vdots & 0 & \\ & & \ddots \\ & \vdots & 0 \\ & & -a_{2m} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad f(t) = \begin{bmatrix} \lambda_2 \sqrt{H_2} \\ \lambda_3 \sqrt{H_3} \\ \vdots \\ \lambda_{m-1} \sqrt{H_{m-1}} \\ \lambda_m \sqrt{H_m} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Independientemente del número de secciones utilizadas para la discretización, el sistema resultante es Hessenberg Estrictamente Enlazado Superior e Inferior y, puesto que es Medido Superior e Inferiormente, es observable. Sin embargo, de la estructura de las matrices C y D se tiene que el producto CD es siempre cero, por lo que no se cumple la condición de grado relativo uno de las salidas a las fallas y por lo tanto, en principio, no se puede realizar la reconstrucción de dichas señales con un sólo SMO. Dicha reconstrucción es posible mediante el algoritmo propuesto en la subsección 4.5.2 cuya aplicación se describe paso a paso en la sección 5.3.

Nota: Puesto que los parámetros a_{1i} y a_{2i} dependen de la longitud de las secciones z_i , la obtención del modelo (5.10)-(5.11) implica que las posiciones de las fugas son conocidas o, cuando menos, se tiene un estimado de las mismas. Como se mencionó en la sección 1.2, dentro del proceso de FDI, el presente trabajo sólo realiza la etapa de identificación, que para esta aplicación en particular, corresponde a la reconstrucción de la magnitud de las fugas.

Válvula	Posición real (m)	Posición equivalente	Tipo
1	11.5	11.5	Servoválvula
2	43.7	49.8	Servoválvula
3	68.0	80.3	Manual
4	100.0	118.3	Manual
5	124.3	148.9	Manual
6	156.2	186.9	Manual

Tabla 5.1: Distribución de las válvulas para emular las fugas

5.2. Descripción de la planta piloto

Las pruebas presentadas en este trabajo están basadas en datos obtenidos de una planta piloto instalada en el Instituto de Ingeniería de la UNAM. Dicha planta consta de una tubería de hierro galvanizado de $0.1016\ m$ de diámetro y $200.165\ m$ de longitud con un coeficiente de fricción de 0.0281 . La velocidad de la onda de presión es de $1284\ m/s$ y la aceleración gravitacional de $9.81\ m/s^2$. La tubería está integrada con un tanque de almacenamiento de $7.4\ m^3$, una bomba hidráulica de $5\ HP$ de velocidad variable y una válvula al final de la tubería que permite regular la magnitud del flujo.

Para emular las fugas se tienen instaladas 4 válvulas de apertura manual y dos servoválvulas con las posiciones mostradas en la tabla 5.1. La adquisición de datos se realiza mediante un sistema SCADA diseñado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM a una frecuencia de $1\ Hz$.

Aunque la espiral que constituye la tubería está en seis planos horizontales, es posible manejar las presiones como si dicha tubería estuviera en uno solo. Esto se realiza con tan sólo sumar a la presión de entrada la diferencia de alturas entre planos, si es que las presiones se están manejado como altura de columnas de agua o su equivalente; que no es otra cosa que la suma de la presión por gravedad a causa de la diferencia de alturas (Verde y Carrera, 1999). Las *posiciones equivalentes* mostradas en la tabla 5.1 corresponden a la tubería equivalente considerada como una recta horizontal. Dado que el modelo expuesto en la sección anterior es para una tubería de este tipo, las pruebas experimentales se realizaron considerando dichas posiciones. En la figura 5.2 se muestra una vista lateral de la configuración espiral de la planta piloto.

5.3. Propuesta para reconstruir dos fugas

Puesto que el algoritmo descrito en la subsección 3.5 se desarrolló para el caso de sólo dos señales desconocidas, el punto de partida para la aplicación de dicho algoritmo es el modelo del fluido para dos fugas. En principio, bastaría con restringir el orden de la matriz D y la dimensión del vector $f(t)$ en el modelo (5.10)-(5.11), sin embargo, por facilidad, se empleará la discretización de tres secciones, que es el modelo más simple que permite dos fugas.

Considérese el sistema de quinto orden



Figura 5.2: Vista lateral de la planta piloto

$$\dot{x} = Ax + Bu + \Phi(x) + Df(t) \quad (5.12)$$

$$y = Cx \quad (5.13)$$

con

$$x = \begin{bmatrix} Q_1 \\ H_2 \\ Q_2 \\ H_3 \\ Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & -a_{11} & 0 & 0 & 0 \\ a_{22} & 0 & -a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & a_{12} & 0 & -a_{12} & 0 \\ 0 & 0 & a_{23} & 0 & -a_{23} \\ 0 & 0 & 0 & a_{13} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -a_{13} \end{bmatrix} \quad u = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_4 \end{bmatrix} \quad \Phi = \begin{bmatrix} -\mu x_1 |x_1| \\ 0 \\ -\mu x_2 |x_2| \\ 0 \\ -\mu x_5 |x_5| \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -a_{22} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -a_{23} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad f(t) = \begin{bmatrix} \lambda_2 \sqrt{x_2} \\ \lambda_3 \sqrt{x_4} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De (5.12)-(5.13), los índices i y j asociados a los elementos de la matriz D que son diferentes de cero, tienen valores 2 y 4 respectivamente. Iniciando con $k_1 = 1$ y $k_2 = 5$ se tiene

Paso 1. $k_1 \neq 2$ y $k_2 \neq 4$, entonces, la condición C2 no se cumple, y se va al paso 2.

Paso 2. Tomar el subsistema formado únicamente por las dinámicas de los estados x_1 y x_5 :

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= -\mu x_1 |x_1| - a_{11}x_2 + a_{11}u_1 \\ \dot{x}_5 &= -\mu x_5 |x_5| + a_{13}x_4 - a_{13}u_2\end{aligned}$$

Tomando como señales desconocidas los términos que dependen de x_2 y x_4 , el subsistema resultante, en forma matricial es

$$\dot{z}_1 = \Phi_{z1}(z_1) + D_{z1}f_{z1} + B_{z1}u \quad (5.14)$$

$$y_{z1} = C_{z1}z_1 \quad (5.15)$$

con

$$\begin{aligned}z_1 &= \begin{bmatrix} x_1 \\ x_5 \end{bmatrix} & \Phi_{z1} &= \begin{bmatrix} -\mu z_1 |z_1| \\ -\mu z_2 |z_2| \end{bmatrix} & D_{z1} &= \begin{bmatrix} -a_{11} & 0 \\ 0 & a_{13} \end{bmatrix} \\ B_{z1} &= \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & -a_{13} \end{bmatrix} & C_{z1} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & f_{z1} &= \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Dado que para el sistema (5.14)-(5.15), $rank(C_{z1}, D_{z1}) = 2$, y además se mide el estado completo, entonces las condiciones $C1$ y $C2$ se satisfacen, por lo tanto, el sistema dinámico

$$\begin{aligned}\dot{\hat{z}}_1 &= \Phi_{z1}(\hat{z}_1) + B_{z1}u + G_{l,z1}e_y + G_{n,z1}\nu_{z1} \\ \hat{y}_{z1} &= C_{z1}\hat{z}_1\end{aligned}$$

es un observador de la forma (4.46)-(4.47) para el sistema (5.14)-(5.15) si $G_{n,z1}$, ν_{z1} y $G_{l,z1}$ se diseñan de acuerdo a (4.36), (4.31), y (4.14) respectivamente. Entonces, cuando $t \rightarrow \infty$, se tiene que

$$\nu_{z1eq} \rightarrow X_{z1}f_{z1} \quad (5.16)$$

Este subsistema ya está en la forma (4.33)-(4.35) y, por lo tanto, la matriz X_{z1} en (5.16) es igual a la matriz $-D_{z1}$ y, de acuerdo con (4.36), $G_{n,z1} = -I_2$. Dado que la parte lineal del subsistema es cero, la matriz $G_{l,z1}$ puede seleccionarse igual a cero. Por lo anterior, los estados x_2 y x_4 se pueden reconstruir mediante

$$\begin{bmatrix} x_{r2} \\ x_{r4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{a_{11}}\nu_{z1eq,1} \\ -\frac{1}{a_{13}}\nu_{z1eq,2} \end{bmatrix}$$

donde el subíndice r denota un estado reconstruido que puede ser utilizado para aumentar el número de salidas.

Paso 3. $k_1 = 1$, por lo tanto, $k_1 = k_1 + 1$.

Paso 4. $k_2 = 5$, por lo tanto, $k_2 = k_2 - 1$.

Paso 5. Ahora, los estados $y_{a1} = [x_1 \ x_{r2} \ x_{r4} \ x_5]^T$ se consideran como la nueva salida aumentada del sistema (5.12)-(5.13), esto es, la nueva matriz de salidas es

$$C_{a1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

y el paso 1 se ejecuta nuevamente.

Paso1 Ahora $k_1 = 2$ y $k_2 = 4$, esto es, las condiciones $C1$ y $C2$ se satisfacen y por lo tanto se puede diseñar un observador de la forma (4.46)-(4.47) para el sistema de quinto orden (5.12)-(5.13) con la nueva salida aumentada. De acuerdo con (4.3) y la nueva salida aumentada (5.17), la transformación

$$T_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

lleva al sistema (5.12)-(5.13) a las coordenadas (4.33)-(4.35). El sistema transformado está dado por:

$$\dot{x}_1 = A_{11}x_1 + A_{12}x_2 + B_1u + \Phi_1(x) + LXf(t) \quad (5.18)$$

$$\dot{x}_2 = A_{21}x_1 + A_{22}x_2 + B_2u + \Phi_2(x) - Xf(t) \quad (5.19)$$

con

$$A_{11} = [0] \quad A_{12} = [0 \quad a_{12} \quad -a_{12} \quad 0]$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ -a_{22} \\ a_{23} \\ 0 \end{bmatrix} \quad A_{22} = \begin{bmatrix} 0 & -a_{11} & 0 & 0 \\ a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a_{23} \\ 0 & 0 & a_{13} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Phi_1 = [-\mu x_1 |x_1|] \quad B_1 = [0 \quad 0]$$

$$\Phi_2 = \begin{bmatrix} -\mu x_2 |x_2| \\ 0 \\ 0 \\ -\mu x_5 |x_5| \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -a_{13} \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{22} & 0 \\ 0 & a_{23} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad LX = [0 \quad 0]$$

Para (5.18)-(5.19), se diseña el observador:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_1 &= A_{11}\hat{x}_1 + A_{12}\hat{x}_2 + B_1u + \Phi_1(\hat{x}) + G_l^1 e_y + L\nu \\ \dot{\hat{x}}_2 &= A_{21}\hat{x}_1 + A_{22}\hat{x}_2 + B_2u + \Phi_2(\hat{x}) + G_l^2 e_y - \nu \\ \hat{y} &= \hat{x}_2 \end{aligned}$$

Aunque la matriz $A_{11} = 0$, debido a la naturaleza del término no lineal $\Phi(\cdot)$, se puede elegir $L = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$ y aun así mantener la estabilidad de la dinámica de orden reducido

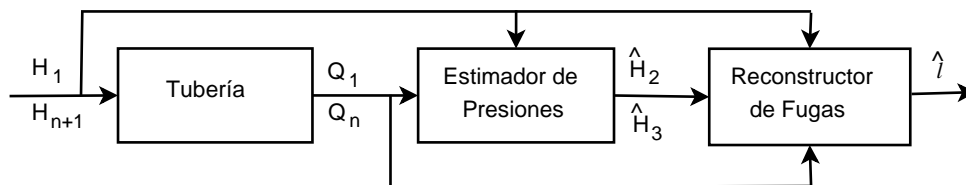


Figura 5.3: Esquema basado en SMO para reconstruir dos fugas en una tubería

una vez que se alcanza el modo deslizante. A partir de este valor de L , las matrices G_l y G_n se diseñan y calculan de acuerdo con (4.14).

Las fugas $f(t)$ se pueden reconstruir mediante

$$f(t) \approx (X^T X)^{-1} X^T \nu_{eq}$$

Nótese que los estados x_{r2} y x_{r4} corresponden a las presiones estimadas en los puntos de fuga, esto es, el primer observador (sistema de segundo orden) se puede considerar como un *estimador de presiones*. Como se mencionó anteriormente, este *sensor por software* es el que hace posible la reconstrucción de las fugas. En la figura 5.3 se muestra un diagrama de bloques del esquema resultante.

5.4. Resultados en simulación

Como se mencionó en la sección 4.1, la exactitud del modelo discretizado depende del número de secciones utilizadas. En (Verde *et al.*, 2007) se hace un análisis en el que se concluye que para los parámetros de la planta piloto, doce secciones son suficientes para una buena aproximación del comportamiento del fluido. En la figura 5.4 se muestra una comparación entre las respuestas de sistemas de tres, doce y quince secciones. Las señales mostradas son los flujos en los extremos, esto es, las señales medidas. Se puede observar que hay una diferencia notable entre las respuestas con tres y doce secciones, sin embargo, entre doce y quince, las respuestas son ya muy parecidas.

5.4.1. Resultados sin ruido en las salidas

La primera prueba de reconstrucción se realizó simulando la planta con un modelo de doce secciones y los parámetros descritos en la sección 5.2. Las fugas se simularon en las secciones 3 y 6 del modelo, esto es a 50.04 m y 100.08 m caracterizadas por $\lambda_1 = 0.0007$ y $\lambda_2 = 0.00035$ con tiempos de ocurrencia de 100 s y 200 s respectivamente. Se utilizaron entradas constantes $H_1 = 15$ m y $H_4 = 5$ m.

Los parámetros para los observadores (obtenidos de los parámetros físicos de la planta, con una discretización en tres secciones) considerando las posiciones de las fugas son

$$\begin{aligned} \mu &= 17.057 & a_{11} &= 0.001589 & a_{12} &= 0.001589 \\ a_{13} &= 0.00078 & a_{22} &= 414253 & a_{23} &= 203387 \end{aligned}$$

Los parámetros de diseño utilizados para el estimador de presiones son

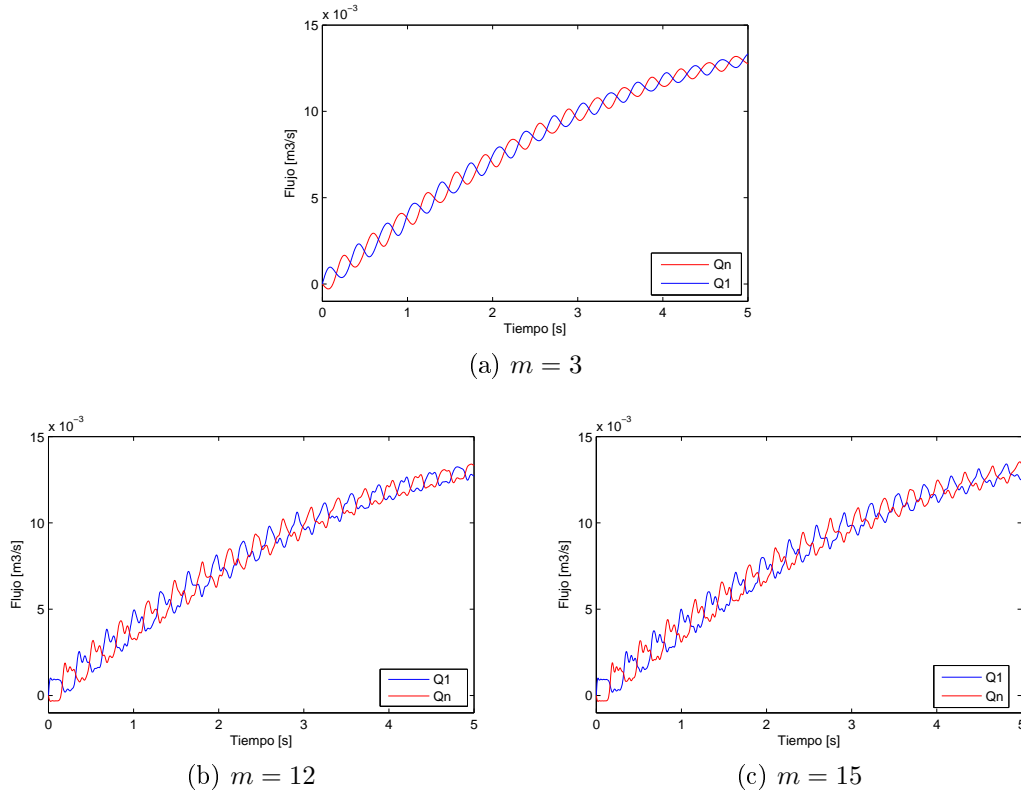


Figura 5.4: Transitorios de flujo (salidas) con $m = 3, 12$ y 15 secciones

$$G_{l,z1} = 0 \quad G_{n,z1} = -I_2 \quad \rho_{z1} = 0.8$$

y para el reconstructor de fugas

$$G_n = T_c^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$A_{22}^s = \begin{bmatrix} -15 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -20 \end{bmatrix} \quad G_l = T_c^{-1} \begin{bmatrix} -A_{12} \\ -A_{22} + A_{22}^s \end{bmatrix}$$

$$\rho = 2000$$

La acción discontinua se implementó utilizando la aproximación dada por (4.26) para ambos observadores con

$$\delta_{z1} = 0.001 \quad \delta = 0.015$$

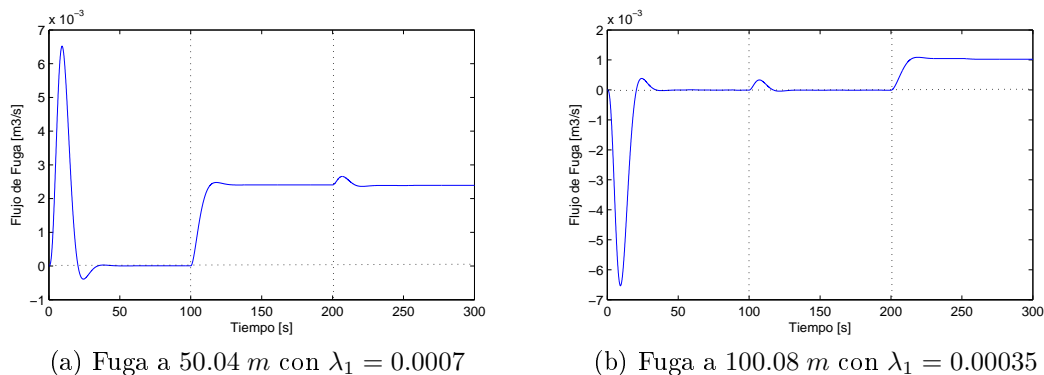


Figura 5.5: Resultados de reconstrucción. Datos simulados sin ruido en las salidas

La diferencia entre los valores de ρ en ambos observadores se debe a que, en el estimador de presiones, las señales desconocidas, es decir, las mismas presiones, son del orden de 10^1 , sin embargo, entran al sistema multiplicadas por la matriz D_{z1} , compuesta por los parámetros $a_{1,i}$, que son del orden de 10^{-3} , por lo que un valor de ρ_{z1} , del orden de 10^{-1} es suficiente. En cambio, en el reconstructor de fugas, los señales a reconstruir (flujos) son del orden de 10^{-3} pero entran multiplicadas por la matriz D cuya norma es del orden de 10^5 , por lo que es necesaria una ρ del orden de 10^3 para asegurar que se induzca el modo deslizante.

Por otra parte, para suavizar la forma de onda y atenuar efectos de ruido en experimentos con datos reales, las reconstrucciones de las fugas se pasaron por un filtro pasa-bajas de segundo orden con frecuencia de corte $\omega = 0.5 \text{ Hz}$, lo cual es razonable considerando que en una implementación en una tubería presurizada real, las presiones de entrada generalmente son constantes o varían muy lentamente.

En la figura 5.6 se muestran las salidas del sistema y en la figura 5.5 se muestran los resultados de la reconstrucción. Como se puede observar, una vez que ha pasado el transitorio, los flujos se mantienen iguales (condición sin fuga) hasta que ocurre la primera fuga. A partir de este momento hay una diferencia entre los flujos al inicio y fin de la tubería, que después de un breve transitorio, es igual a la magnitud de la fuga reconstruida, como se coteja en la figura 5.5. Después de los 200 s, la diferencia se incrementa, lo cual indica un aumento en la magnitud de la primera fuga, o bien, la presencia de otra. En la figura 5.5 se observa que la estimación de la primera fuga se mantiene en el mismo valor mientras que la segunda deja de ser cero. Un buen indicador es que la suma de ambas fugas reconstruidas es aproximadamente la diferencia de flujos al inicio y fin de la tubería.

5.4.2. Resultados con ruido en las salidas

Para probar el desempeño del esquema propuesto en presencia de ruido, a las salidas del sistema se agregó una señal aleatoria uniformemente distribuida con límite superior de 3×10^{-3} y límite inferior de -3×10^{-3} . Las salidas medidas se muestran en la figura 5.8.

Los parámetros de diseño utilizados son los mismos que el caso anterior. En la figura 5.7 se muestran los resultados de la reconstrucción.

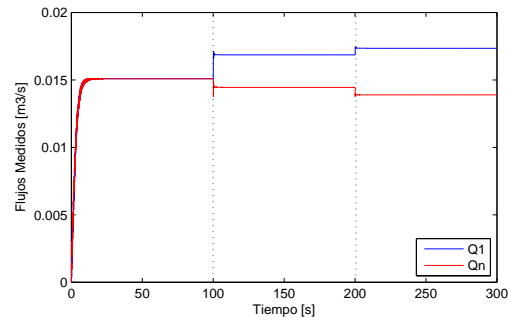
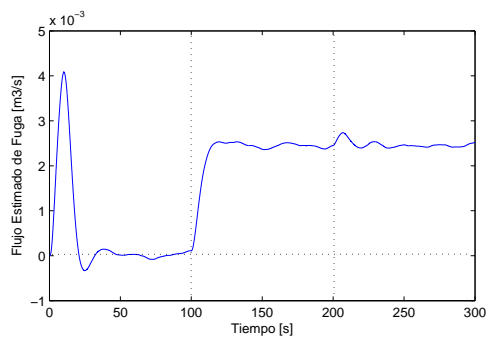
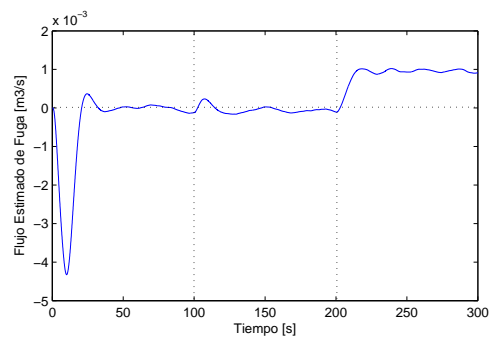


Figura 5.6: Salidas del sistema. Datos simulados sin ruido



(a) Fuga a 50.04 m con $\lambda_1 = 0.0007$



(b) Fuga a 100.08 m con $\lambda_1 = 0.00035$

Figura 5.7: Resultados de Reconstrucción. Datos simulados con ruido en las salidas

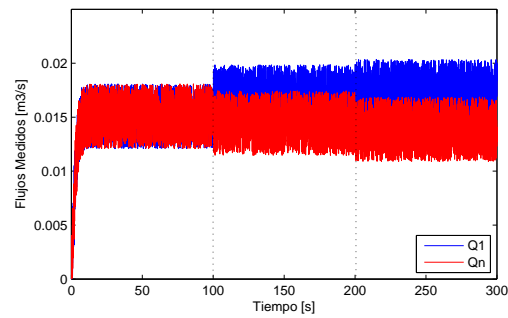


Figura 5.8: Salidas del sistema. Datos simulados con ruido

Válvulas	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{22}	a_{23}
1 y 2	0.006916	0.002076	0.000529	541233	137859
2 y 4	0.001597	0.001161	0.000972	302616	253212
3 y 5	0.000990	0.001159	0.001551	302175	404355

Tabla 5.2: Parámetros de la tubería según las posiciones de las fugas

5.5. Pruebas experimentales

Para las pruebas experimentales se utilizaron las válvulas 2, 3, 4 y 5 descritas en la tabla 5.1. Recordando que, de acuerdo con (5.9), los parámetros $a_{1,i}$ y $a_{2,i}$ dependen de las posiciones de las fugas, los valores usados en el diseño del observador son los que se muestran en la tabla 5.2. El parámetro μ es el mismo que el utilizado para las simulaciones puesto que éste no depende de las posiciones de las fugas.

Dado que el periodo de muestreo del sistema SCADA es de 1 s, se realizó una interpolación para poder usar un modelo continuo. Por otro lado, el ruido presente en las mediciones tiene una media diferente de cero, esto es, los valores promedio de los flujos medidos pueden ser diferentes aun cuando no haya fugas. Por lo anterior, primero se realizó una caracterización de los datos medidos sin fugas, para poder aplicar los ajustes necesarios a fin de evitar falsos positivos en las estimaciones.

Los parámetros de diseño $G_{l,z1}$, $G_{n,z1}$, ρ_{z1} , δ_{z1} , G_l , G_n , ρ y δ son los mismos que los utilizados para las pruebas en simulación.

5.5.1. Pruebas para una y dos fugas

Para probar diferentes condiciones de operación, se realizó la siguiente secuencia de eventos:

1. El experimento comienza en $t = 0$ s sin fugas.
2. A los 530 s se abrió la válvula localizada a 50.4 m y con ello se produce la primera fuga.
3. En $t = 1200$ s se abrió la segunda válvula (localizada a 119 m) y con ello, se produce una segunda fuga. A partir de este momento, se tienen dos fugas simultáneas.
4. A los 1500 s la primera válvula se cierra, de modo que, después de este momento, nuevamente sólo hay una falla.
5. Después de 2200 s, se cierran ambas válvulas.

En la figura 5.9a se muestran las presiones medidas. Como se puede observar, cuando ocurre una falla se presenta una caída de presión en la tubería, lo cual es razonable si se considera el análogo eléctrico: en un circuito alimentado por una fuente de voltaje real, entre más corriente se demande, habrá una mayor caída de voltaje en la fuente. El mismo caso ocurre con la bomba hidráulica.

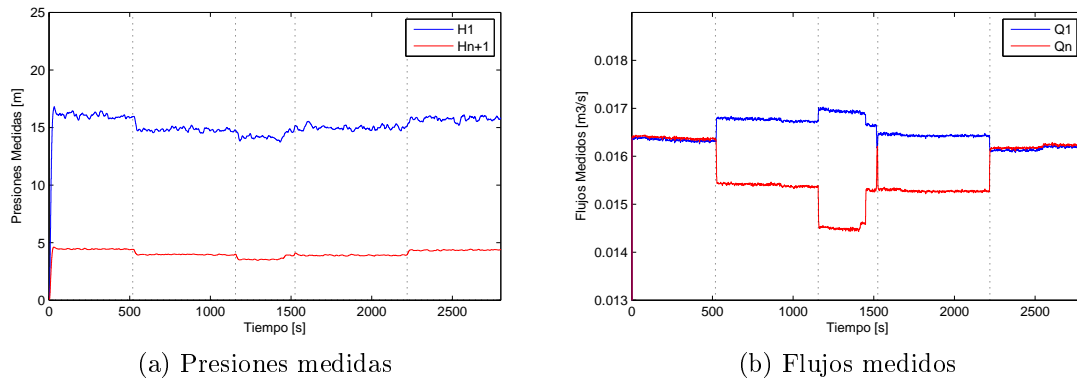


Figura 5.9: Señales medidas. Prueba con fugas a 49.8 m y 118.3 m (Válvulas 2 y 4)

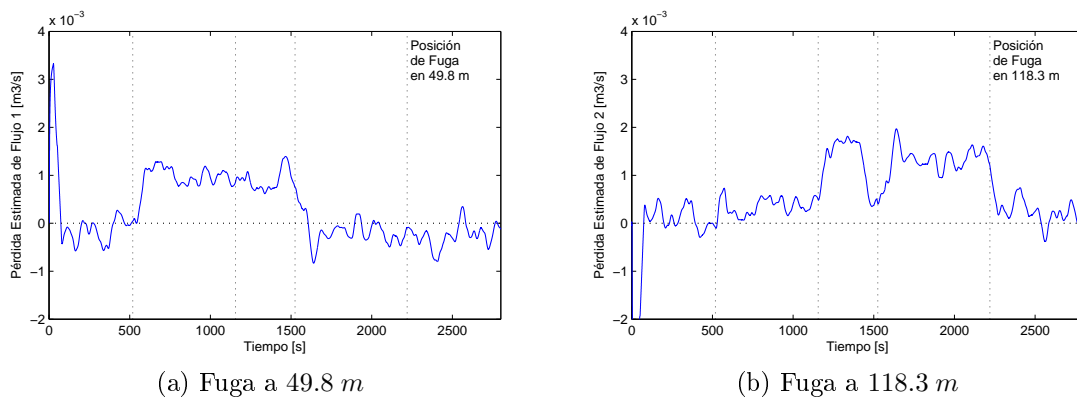


Figura 5.10: Resultados de reconstrucción. Prueba con fugas a 49.8 m y 118.3 m (Válvulas 2 y 4)

Los flujos medidos se muestran en la figura 5.9b. Se puede observar que los flujos son iguales antes de los 530 s y después de los 2200 s, lo cual indica que no hay fugas. En la figura 5.10 se muestra que durante estos periodos de tiempo las reconstrucciones de ambas fugas oscilan alrededor de cero.

Entre 530 s y 1200 s, en la figura 5.9b se observa una diferencia entre los flujos al inicio y fin de la tubería. Esta diferencia es causada por la apertura de la primera válvula. En este momento, el estimador de la primera fuga indica un valor alrededor de 0.001 (m^3/s), lo cual es aproximadamente la diferencia entre los flujos medidos. Durante este periodo, el estimador de la segunda fuga se mantiene alrededor de cero.

Después de 1200 s, la diferencia entre flujos se incrementa. Esto podría suceder debido a un incremento en la magnitud de la primera fuga, o bien a la presencia de una segunda fuga. En este caso, la segunda causa es la correcta. La reconstrucción mostrada en la figura 5.10a permanece alrededor de 0.001 (m^3/s) mientras que la mostrada en la figura 5.10b incrementa su valor de cero a 0.001 (m^3/s) aproximadamente. Al igual que en el caso simulado, un buen indicador es que la suma de las fugas estimadas tiene un valor muy cercano a la diferencia en los flujos medidos.

Entre 1500 s y 2000 s, sólo la segunda válvula permanece abierta, lo cual se puede observar en la figura 5.10 ya que la primera fuga regresa a un valor alrededor de cero mientras que la segunda permanece alrededor de $0.001 \text{ (m}^3/\text{s)}$.

Finalmente, después de 2200 s, ambas válvulas se cierran y las reconstrucciones regresan a valores alrededor de cero.

5.5.2. Fugas con tiempos de ocurrencia iguales

Los experimentos anteriores mostraron la efectividad para cuando se tienen dos fugas en cierto intervalo de tiempo, sin embargo, un caso más complicado es cuando las fallas tienen tiempos de ocurrencia iguales, esto es, ambas fugas comienzan al mismo tiempo. Para probar el esquema propuesto en estos casos, se realizaron experimentos con fugas en tres posiciones diferentes, usando las válvulas 2 y 4, 3 y 5, y 1 y 2. En los tres casos se llevó a cabo la siguiente secuencia de eventos:

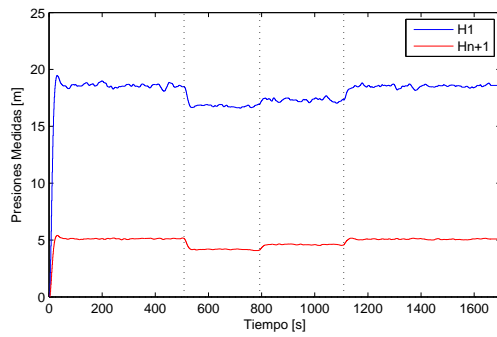
1. El experimento comienza en $t = 0$ sin fugas.
2. Alrededor de los 500 s se abren ambas válvulas simultáneamente. Con ello se producen dos fugas con tiempos de ocurrencia iguales.
3. A los 800 s aproximadamente, se cierra una de las dos válvulas. Para el experimento con las válvulas 1 y 2, y el par 2 y 4, se deja abierta la válvula 2. Para el caso del par 3 y 5, es la quinta válvula la que permanece abierta.
4. Alrededor de los 1200 s se cierra la válvula que está abierta.

En las figuras 5.11, 5.12 y 5.13 se muestran los resultados de reconstrucción para las tres posiciones. Al igual que en los resultados de la subsección 5.4, antes de los 500 s los flujos medidos son iguales. Al momento en que ocurren las fugas, se observa una diferencia en dichos flujos. Ésta podría ser debido a una sola fuga, como el caso presentado en la sección 5.4, o bien a la suma de dos fugas. Los resultados de reconstrucción muestran que se tiene la presencia de dos fugas, lo cual va acorde con la secuencia de eventos realizada.

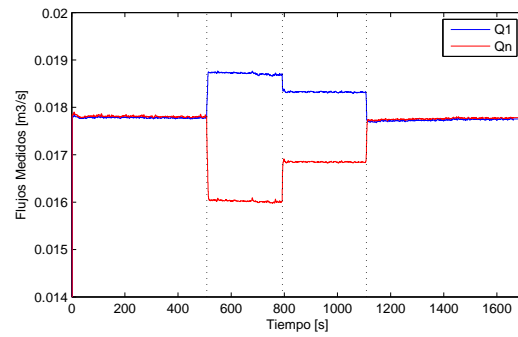
En la figura 5.11 se observa que antes de los 500 s ambas estimaciones permanecen alrededor de cero. Después de los 500 s, los dos valores estimados suben a un gasto de $1 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ aproximadamente y permanecen ahí hasta los 800 s, tiempo en que la estimación de la segunda fuga regresa a cero mientras que la primera permanece en $1 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$. Después de 1200 s las dos fugas estimadas regresan a un valor alrededor de cero.

Algo similar ocurre para la combinación de válvulas 3 y 5, sólo que en este caso es la segunda fuga la que desaparece hasta los 1400 s, como lo muestra la figura 5.12. Nótese que la magnitud de la fuga correspondiente a la válvula 5 es más pequeña que la de las válvulas 3 y 4, a pesar de que dichas válvulas son del mismo tipo y tamaño. Esto ocurre debido a que, de acuerdo con (5.8), las fugas son proporcionales a la raíz cuadrada de la presión en el punto donde ocurren, y de acuerdo con (5.6)-(5.7), las presiones decrecen entre más cerca estén del final de la tubería.

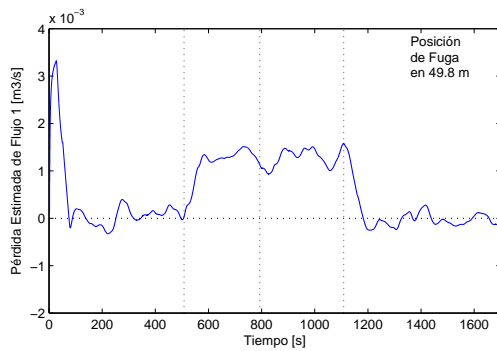
Por otra parte, en la figura 5.13 se observa que las estimaciones no dan resultados tan satisfactorios como los casos anteriores. Esto puede deberse a la cercanía entre las válvulas 1



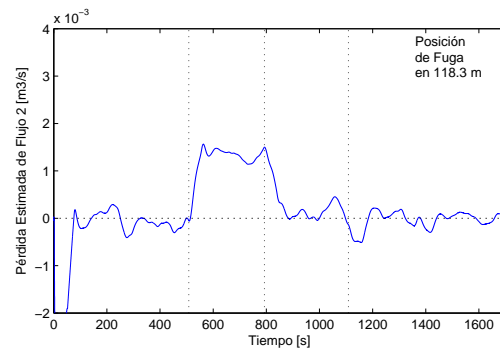
(a) Presiones medidas



(b) Flujos medidos



(c) Fuga a 49.8 m



(d) Fuga a 118.3 m

Figura 5.11: Reconstrucción de fugas con tiempos de ocurrencia iguales. Posiciones en 49.8 m y 118.3 m (Válvulas 2 y 4)

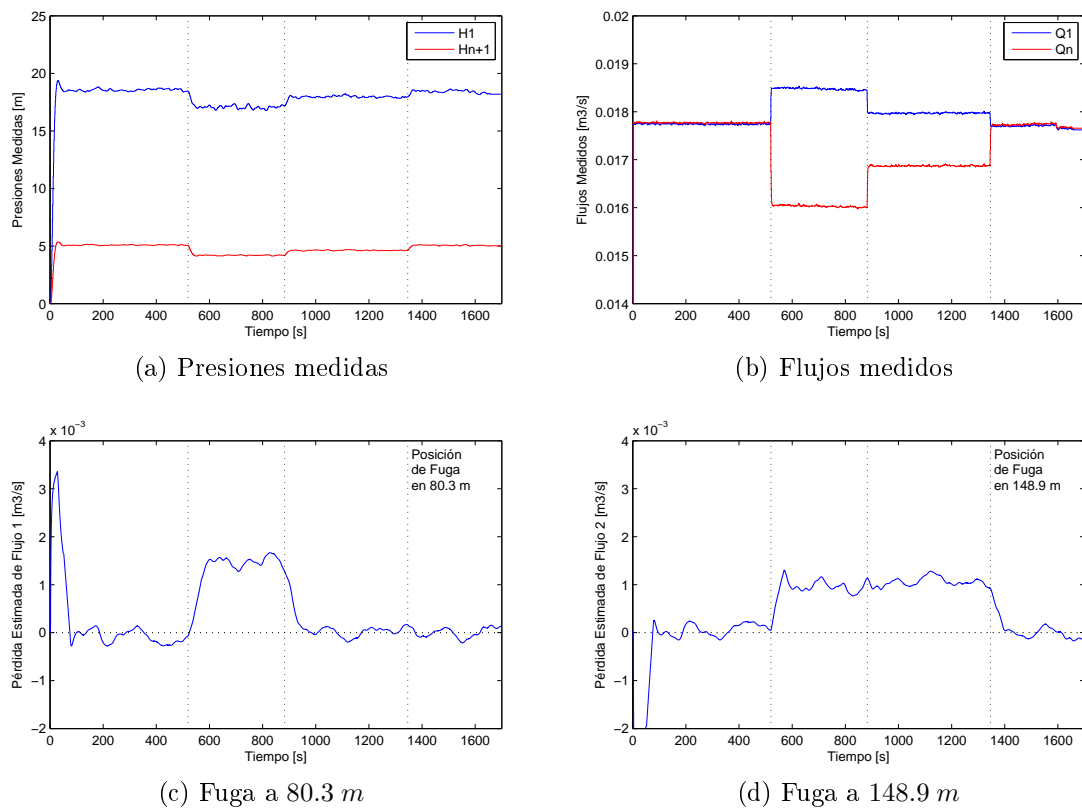


Figura 5.12: Reconstrucción de fugas con tiempos de ocurrencia iguales. Posiciones en 80.3 m y 148.9 m (Válvulas 3 y 5)

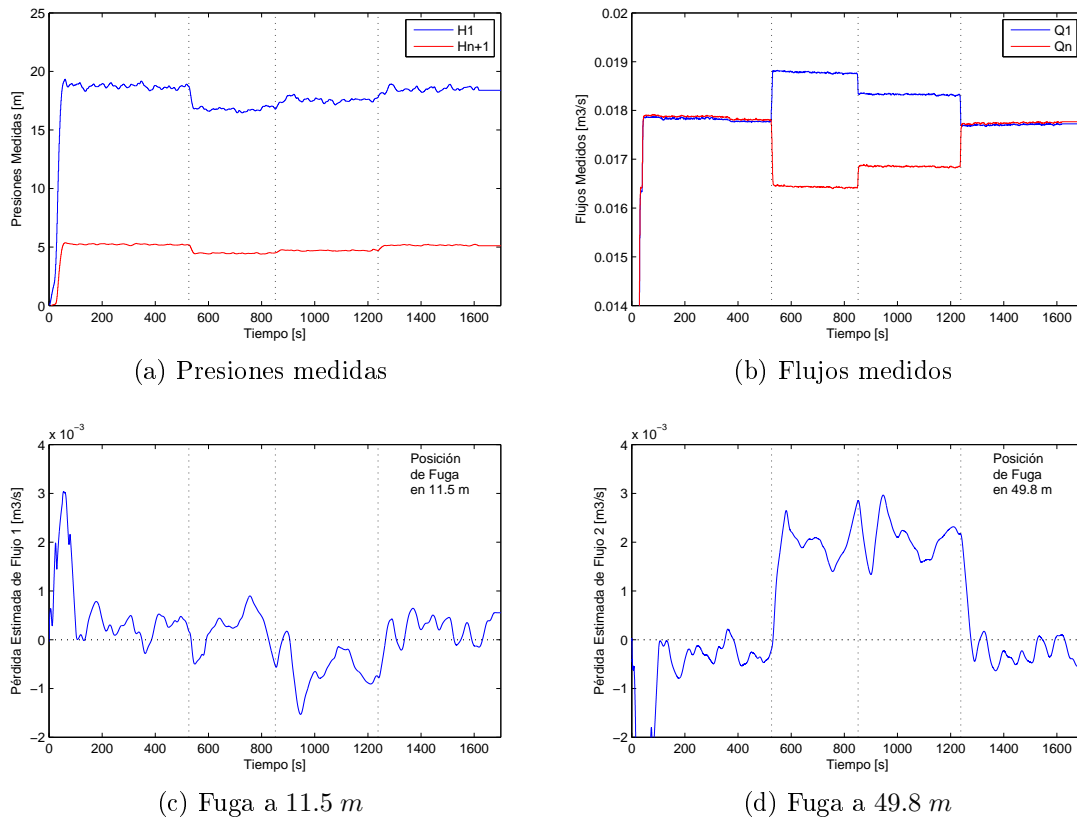


Figura 5.13: Reconstrucción de fugas con tiempos de ocurrencia iguales. Posiciones en 11.5 m y 49.8 m (Válvulas 1 y 2)

y 2, así como la posición de éstas cerca del inicio de la tubería. Estos dos factores hacen que la reconstrucción sea más complicada ya que ambas fugas pueden confundirse con una sola con una posición errónea. Lo anterior podría solucionarse empleando un modelo discretizado en más secciones, sin embargo, ello implicaría el uso de un mayor número de observadores, lo cual traería problemas debido a la magnitud del ruido en las mediciones.

5.5.3. Reconstrucción con errores en la posición

La siguiente prueba fue la reconstrucción cuando hay errores en la posición de las fugas. En la figura 5.14 se muestran los resultados cuando ambas posiciones tienen un error de +20 m. En la figura 5.15 se observan los resultados para un error de +40 m y en la figura 5.16, los resultados para un error en ambas posiciones de -30 m.

En los tres casos se puede observar que antes de los 500 s y después de los 1300 s aproximadamente, esto es, cuando ambas válvulas están cerradas, las dos estimaciones están alrededor de cero independientemente del error de posición. Esto es razonable ya que, si no hay fugas, la magnitud de éstas es cero sin importar su posición.

Por otra parte, las figuras 5.14, 5.15 y 5.16 muestran que conforme crece la magnitud del error de posición, la magnitud del error de estimación también crece, sin embargo, si una de

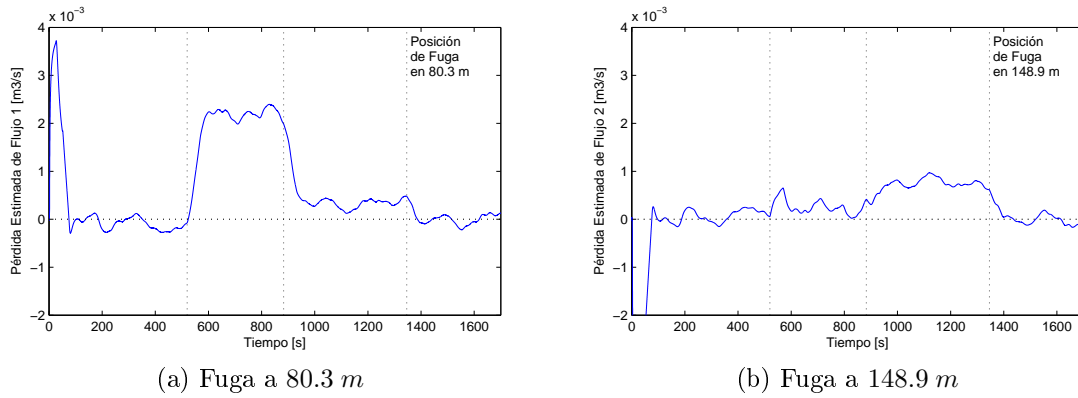


Figura 5.14: Reconstrucción de fugas con errores en las posiciones. Válvulas 3 y 5. Error de posición de +20 m

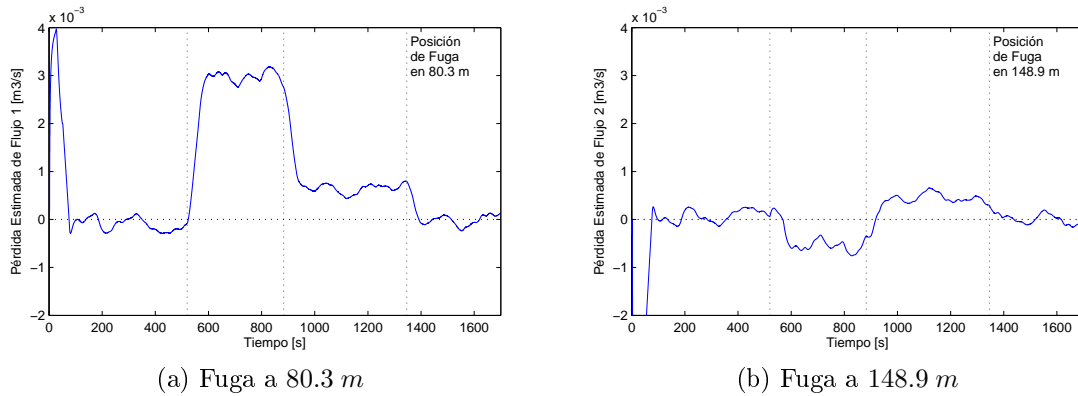


Figura 5.15: Reconstrucción de fugas con errores en las posiciones. Válvulas 3 y 5. Error de posición de +40 m

las estimaciones es mayor que el valor real, el estimado de la otra fuga será menor que la magnitud real. Esto sucede porque se debe cumplir que

$$Q_1 = Q_n + Q_{f1} + Q_{f2}$$

donde Q_1 es el flujo de entrada, Q_n , el de salida y Q_{f1} y Q_{f2} son los flujos de fuga. En las figuras 5.15 y 5.16 se observa que, para cumplir esta igualdad, una de las fugas estimadas adquiere valores menores que cero, lo cual no es posible ya que, físicamente, implicaría que está entrando agua en la tubería. Este hecho puede ser un buen punto de partida para determinar si una posición estimada es errónea.

Finalmente, cabe señalar que en todos los casos anteriores, la presencia de fugas provocó cambios en el punto de operación, y aún así el esquema realizó una reconstrucción satisfactoria. Por otro lado, como muestran todas las gráficas presentadas en esta sección, todas las reconstrucciones se realizaron cuando el fluido ya había alcanzado el estado estacionario.

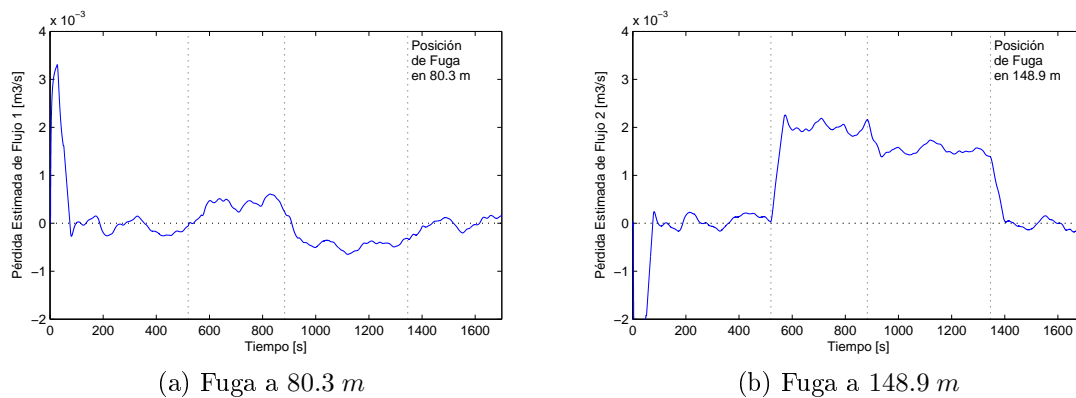


Figura 5.16: Reconstrucción de fugas con errores en las posiciones. Válvulas 3 y 5. Error de posición de -30 m

Además, la bomba se mantuvo a velocidad constante y no fue necesario variar dicha velocidad para producir transitorios, lo cual es una ventaja importante ya que facilita la implementación del esquema propuesto.

5.5.4. Comparación con otros métodos

Existen otros métodos reportados en la literatura para reconstrucción de fugas en ductos. Un ejemplo son los trabajos reportados en (Visairo y Verde, 2003) y (Visairo, 2004) en los que se ataca el problema utilizando un enfoque geométrico. En estos trabajos se dan las condiciones necesarias y suficientes para la solución del problema de detección y aislamiento de un conjunto de fallas con base en las propiedades de observabilidad del sistema. Los resultados presentados se basan en el concepto de distribución de no-observabilidad mínima y se dan las condiciones de existencia para el desacoplamiento de ciertas entradas sin perder la sensibilidad a otras.

En (Visairo, 2004) se presentan resultados satisfactorios de reconstrucción de una fuga así como de la estimación de su posición, sin embargo, para el caso de dos fugas, al igual que en el presente trabajo, se considera que se conocen las posiciones de ambas fugas, pero no se logra realizar la reconstrucción de éstas.

Otro enfoque es el presentado en (Torres *et al.*, 2011; Torres, 2011) en el que se utilizan observadores de alta ganancia para sistemas no uniformemente observables con modelos de colocación ortogonal (Torres *et al.*, 2008, 2009). En (Torres, 2011) se propone un observador de alta ganancia en el que se utiliza un sistema aumentado, considerando como estados los coeficientes λ_i de las fugas y las posiciones de las mismas, cuya dinámica es siempre cero puesto que dichas posiciones no cambian y se considera que los coeficientes λ_i tampoco. La ventaja que aporta el uso de este modelo es que permite estimar el coeficiente de fricción del fluido con la tubería al mismo tiempo que se detecta y localiza una sola fuga. También, el esquema utilizado es capaz de reconstruir y localizar dos fugas, sin embargo, la reconstrucción arroja errores cuando se presenta ruido en las mediciones, lo que hace poco factible su implementación en una tubería real. Una desventaja de este método es que se requieren

señales de excitación persistente, además de que sólo se presentan resultados en simulación.

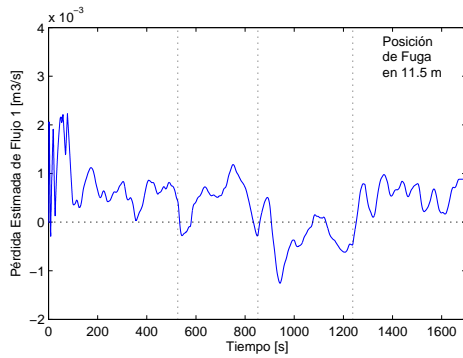
Por otro lado, como se explicó en la sección 5.3, para poder realizar la reconstrucción de dos fugas simultáneas es necesario conocer las presiones en los puntos en que éstas ocurren, por lo que otro enfoque es el uso de diferenciadores para estimar dichas presiones mediante la derivada de las salidas. De acuerdo con (Avrie y Levent, 1998; Levant, 2003), se puede estimar la derivada de una señal mediante el diferenciador exacto robusto dado por

$$\begin{aligned}
 \dot{z}_0 &= -\lambda_k L^{1/(k+1)} |z_0 - f(t)|^{k/(k+1)} \text{sign}(z_0 - f(t)) + z_1 \\
 \dot{z}_1 &= -\lambda_{k-1} L^{1/k} |z_1 - \dot{z}_0|^{(k-1)/k} \text{sign}(z_1 - \dot{z}_0) + z_2 \\
 &\vdots \\
 \dot{z}_{k-1} &= -\lambda_1 L^{1/2} |z_{k-1} - \dot{z}_{k-2}|^{1/2} \text{sign}(z_{k-1} - \dot{z}_{k-2}) + z_k \\
 \dot{z}_k &= -\lambda_0 L \text{sign}(z_k - \dot{z}_{k-1})
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

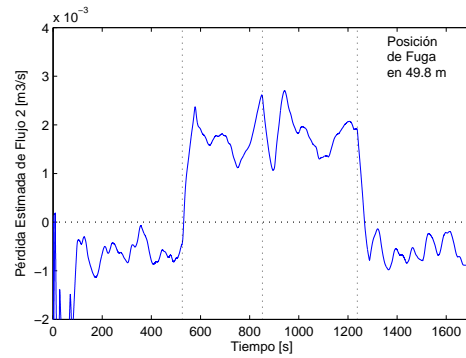
donde $f(t)$ es la señal que se desea diferenciar, la cual se considera que consiste de una señal de ruido acotada y medible en el sentido de Lebesgue con características desconocidas, más una señal base $f_0(t)$, cuya k -ésima derivada tiene una constante Lipschitz conocida $L > 0$. Las constantes λ_i son parámetros de diseño que deben ser elegidos adecuadamente para asegurar la convergencia del diferenciador. De acuerdo con (Levant, 2003; Arie y Levant, 2005), un posible conjunto es $\lambda_0 = 1.1$ $\lambda_1 = 1.5$ $\lambda_2 = 3$ $\lambda_3 = 5$ $\lambda_4 = 8$ $\lambda_5 = 12$ para $k \leq 5$.

De acuerdo con (5.18)-(5.19), si se conocen las derivadas de los flujos medidos $\dot{Q}_1 = \dot{x}_1$ y $\dot{Q}_3 = \dot{x}_5$, se pueden calcular las presiones $H_2 = x_2$ y $H_3 = x_4$ y, por lo tanto, se pueden reconstruir los dos flujos de fuga. Para obtener dichas derivadas, se implementó el diferenciador (5.20) con $k = 5$, $L = 0.001$ y las constantes λ_i descritas en el párrafo anterior.

Las pruebas se realizaron con el mismo conjunto de datos utilizado en la sección 5.5.2 para las posiciones correspondientes a las válvulas 1 y 2, 2 y 4 y 3 y 5. En las figuras 5.17, 5.18 y 5.19 se muestran los resultados de reconstrucción derivando las salidas mediante el diferenciador exacto robusto dado por (5.20). Comparando los resultados con los que se muestran en las figuras 5.13, 5.11 y 5.12 en la subsección 5.5.2 se puede observar que la reconstrucción arroja casi los mismos resultados. Sin embargo, dado que se utilizó un diferenciador de quinto orden para cada señal, se tiene un total de 3 sistemas de quinto orden para realizar la reconstrucción, mientras que con el algoritmo propuesto descrito en la subsección 4.5.2, sólo son necesarios un sistema de quinto orden y uno de segundo.

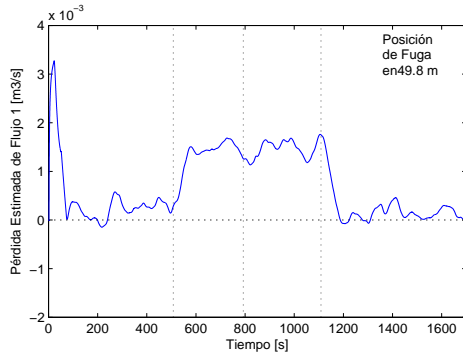


(a) Fuga a 11.5 m

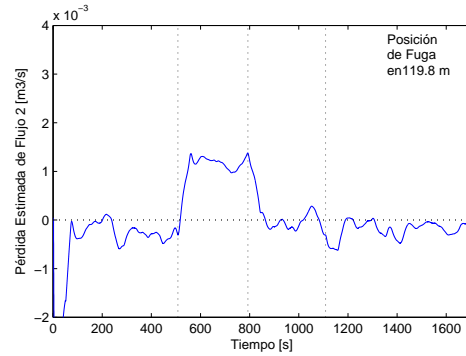


(b) Fuga a 49.8 m

Figura 5.17: Reconstrucción utilizando un diferenciador exacto robusto. Válvulas 1 y 2.

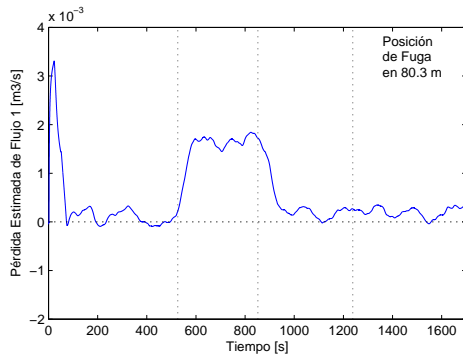


(a) Fuga a 49.8 m

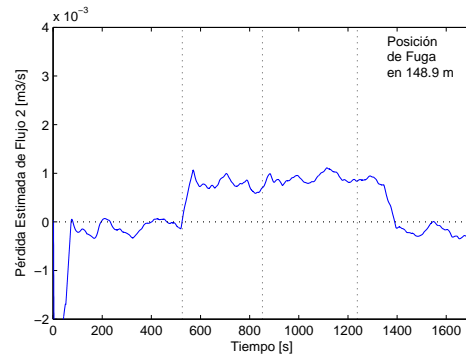


(b) Fuga a 119.8 m

Figura 5.18: Reconstrucción utilizando un diferenciador exacto robusto. Válvulas 2 y 4.



(a) Fuga a 80.3 m



(b) Fuga a 148.9 m

Figura 5.19: Reconstrucción utilizando un diferenciador exacto robusto. Válvulas 3 y 5.

Capítulo 6

Conclusiones

Se propuso un esquema basado en observadores de modos deslizantes con una configuración en cascada para reconstruir dos fugas simultáneas en un ducto cuando sólo se miden presiones y flujos en los extremos y se conoce o se tiene un estimado de las posiciones de dichas fugas. El esquema se diseñó tomando en cuenta las ventajas que ofrecen los SMO para la reconstrucción de señales desconocidas y las propiedades estructurales de los sistemas Hessenberg.

La efectividad del algoritmo se mostró mediante pruebas en simulación y con datos reales tomados de la planta piloto. Los resultados muestran que el esquema es capaz de reconstruir las fugas aún cuando el fluido ha alcanzado el estado estacionario, lo cual lo hace atractivo para su implementación en sistemas reales ya que la mayoría de las veces es muy complicado generar señales que logren una excitación persistente. También se mostró que el esquema sigue funcionando luego de que se presenten cambios en el punto de operación.

Por otra parte, como se muestra en las gráficas de las mediciones, éstas presentan señales de ruido, lo cual muestra la efectividad del esquema ante la presencia de ruido en las salidas del sistema.

Además, con el esquema propuesto es posible determinar, en algunos casos, si la posición de las fugas es errónea, tomando en cuenta que la planta piloto sólo puede descargar hacia la atmósfera. En caso de tener una fuga estimada negativa, se puede concluir que la posición estimada de una o ambas fugas, es errónea.

Finalmente, la clase de sistemas para los cuales el algoritmo de reconstrucción es aplicable incluye algunos sistemas biológicos, como lo muestran los resultados presentados en (Bernard *et al.*, 1998).

Bibliografía

- Alcorta García, E. (1999). Modellgestuetzte Residuengenerierung fuer die diagnose von additiven and multiplikativen Fehlen in dynamischen Systemen. Tesis de doctorado. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8. Nr. 781. Germany.
- Alwi, H., C. Edwards y C.P. Tan (2011). *Fault Detection and Fault-Tolerant Control Using Sliding Modes*. Advances in Industrial Control Series. Springer London, Limited.
- Arie y Levant (2005). Homogeneity approach to high-order sliding mode design. *Automatica* **41**(5), 823 – 830.
- Avrie y Levent (1998). Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica* **34**(3), 379 – 384.
- Bernard, Oliver, G. Sallet y A. Sciandra (1998). Nonlinear observers for a class of biological systems: Application to validation of phytoplanktonic growth model. *IEEE TAC* **43**(8), 1056–1065.
- Chaudry, Hanif M. (1979). *Applied hydraulic transients*. Von Nostrand Reinhold Co. New York, USA.
- Chow, E. y A. Willsky (1984). Analytical redundancy and the design of robust failure detection systems. *IEEE-Trans. Automatic Control* **29**(7), 603–614.
- De-Persis, C. y A. Isidori (2001). A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Trans Aut. Control* **46**-6, 853–866.
- Edwards, C. y S. Spurgeon (1994). On the development of discontinuous observers. *International Journal of Control* **59**(5), 1211–1229.
- Edwards, C. y S.K. Spurgeon (1998). *Sliding Mode Control: Theory and Applications*. Taylor & Francis. London.
- Edwards, Ch., S. K. Spurgeon y R. J. Patton (2000). Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica* **36**, 541–553.
- Frank, P. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. *Automatica* **26**(2), 459–474.
- Gertler, J. (1998). *Fault Detection and diagnosis in engineering systems*. Marker-Dekker. Inc.. New York, USA.

- Isermann, R. (1997). Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods: an introduction. *Contr. Eng. Practice* **5(5)**, 639–652.
- Isermann, R. (2006). *Fault Diagnosis System*. Springer.
- Isermann, R. y P. Ballé (1997). Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical processes. *Control Engineering Practice* **5**, 709–719.
- Khalil, Hassan (2002). *Nonlinear Systems*. Prentice Hall. New Jersey.
- Kowalczyk, Z. y K. Gunawickrama (2000). Leak detection and isolation for transmission pipelines via nonlinear state estimation. En: *4th IFAC SAFEPROCESS*. Vol. 2. pp. 943–948.
- Levant, Arie (2003). Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control. *International Journal of Control* **76(9-10)**, 924–941.
- Luenberger, D. G. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE Trans Military Electronics* **MIL-8**, 74–80.
- Massoumnia, M. (1986). A geometric approach to the synthesis of failure detection filters. *IEEE Trans. on Autom. Control* **AC-31(9)**, 839–846.
- Perez, R. (2003). Evolution of natural gas and lpg pipeline transmission in mexico. *Ductos, Pemex* pp. 14–19.
- Puig, V., J. Quevedo, T. Escobet, B. Morcego y C. Ocampo (2004). Control tolerante a fallos (parte i): Fundamentos y diagnóstico de fallos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* **1(1)**, 15–31.
- Seliger, R. y P. Frank (2000). Robust observer-based fault diagnosis in non-linear uncertain systems. En: *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems* (P. M. Frank R. Patton y B. Clarke, Eds.). pp. 145–187. Springer, London.
- Torres, L, G. Besançon y D Georges (2008). A collocation model for water-hammer dynamics with application to leak detection. En: *47th IEEE-Conference on Decision Control, Cancun, Mexico*.
- Torres, L., G. Besançon, A. Navarro, O. Begovich y D. Georges (2011). Examples of pipeline monitoring with nonlinear observers and real-data validation. En: *8th International IEEE Multi-Conference on Systems, Signals and Devices*. Sousse, Tunisia.
- Torres, L., G. Besançon y D. Georges (2009). Multi-leak estimator for pipelines based on an orthogonal collocation model. En: *48th IEEE Conference on Decision and Control, Shanghai, China*.
- Torres, Lizeth (2011). Modèles et observateurs pour les systèmes d’écoulement sous pression. Extension aux systèmes chaotiques. Tesis de doctorado. Universidad de Grenoble.
- Utkin, V. (1992). Sliding modes in control optimization. *Berlin: Springer*.

- Verde, C. (2001). Multi-leak detection and isolation in fluid pipelines. *Control Engineering Practice* **9**, 673–682.
- Verde, C. (2003). Accomodation of multi-leaks positions in a pipeline. En: *Safeprocess03, IFAC, Washigton DC*. pp. 1041–1046.
- Verde, C., N. Visairo y S. Gentil (2007). Two leaks isolation in a pipeline by transient response. *Applied Water Resources*, **30**, 1711–1721.
- Verde, C. y N. Visairo (2001). Bank of nonlinear observers for detection of multiple leaks in a pipeline. En: *2001 IEEE Conference on Control Application*. pp. 673–682.
- Verde, C. y R. Carrera (1999). Supervisión y monitoreo de sistemas de tuberías. En: *Internal Report*. Instituto de Ingeniería-UNAM. Ciudad Universitaria, México.
- Visairo, N. y C. Verde (2003). Leak isolation conditions in a pipeline via a geometric approach. En: *Safeprocess03, IFAC, Washigton DC*. pp. 1023–1028.
- Visairo, Nancy (2004). Detección y Localización de Fugas en Ductos. Tesis de doctorado. SEP-CENIDET-MEXICO.