



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

**ANÁLISIS EXPERIMENTAL DE ALGUNAS PÉRDIDAS  
LOCALES DE ENERGÍA EN CANALES DE SECCIÓN  
RECTANGULAR ABIERTOS**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA

P R E S E N T A :

**JOEL ENRIQUE EB PAREJA**

TUTOR:

**DR. ÓSCAR A. FUENTES MARILES**

2012

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. DOMÍNGUEZ MORA RAMÓN

Secretario: DR. ESCALANTE SANDOVAL CARLOS

Vocal: DR. FUENTES MARILES ÓSCAR

1<sup>er</sup>. Suplente: DR. GRACIA SÁNCHEZ JESÚS

2<sup>do</sup>. Suplente: M.I. FRANCO VÍCTOR

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Tesis: MÉXICO, D.F.

**TUTOR DE TESIS:**

DR. ÓSCAR A. FUENTES MARILES

---

**FIRMA**

## **Agradecimientos**

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por la educación profesional y humana que ha forjado en mi.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM, por su patrocinio en esta etapa de formación y durante la elaboración de este trabajo.

Al Dr. Óscar A. Fuentes Mariles, por darme la oportunidad de integrarme a su equipo de trabajo, por su apoyo y amistad, durante mis estudios de maestría.

A mis profesores de la división de estudios de posgrado de la facultad de ingeniería, por su enseñanza.

Al M.I. Juan Ansberto, por sus comentarios y recomendaciones en la elaboración de este trabajo y por el apoyo brindado en el Instituto de Ingeniería.

A los compañeros del Instituto Dario, Jose Alberto, Hipolito, Rojacques, Jaime, Eliud, Bety, Luis, Fautino, Alejandra, por su apoyo y amistad durante estos dos años.

A los todos mis amigos, por su apoyo brindado y su amistad.

A la familia Zavala Ceja, quienes me acogieron y me hicieron sentir como parte de su familia, muchas gracias.

Al Sr. Fernando y al Ing. Joel por su apoyo en las pruebas en el laboratorio de posgrado.

## **Dedicatoria**

A Dios y a toda mi familia, en especial a mis padres: Roberto y Cristina, que creen que todo es posible y que siempre han creído en mí.

## Contenido

Introducción.....	1
Objetivos del estudio .....	2
Alcance del Trabajo.....	2
1 FLUJO A SUPERFICIE LIBRE .....	3
1.1 Aspectos generales.....	3
1.2 Flujo en canales abiertos y su clasificación.....	4
1.3 Ecuaciones principales para flujo permanente.....	5
1.3.1 Ecuación de conservación de la masa (continuidad).....	5
1.3.2 Ecuación de conservación de la energía.....	6
1.3.2.1 Energía específica.....	7
1.4 Sección crítica.....	9
1.5 Cálculo del tirante crítico.....	10
1.5.1 Sección rectangular .....	10
1.5 Principio de gasto máximo .....	11
1.6 Número de Froude .....	12
1.7 Número de Reynolds .....	13
1.8 Vertedor de pared delgada .....	13
1.8.1 Vertedor triangular .....	14
2 PÉRDIDAS LOCALES O MENORES.....	17
2.1 Introducción.....	17
2.2 Pérdida local .....	17
2.3 Flujo en transiciones .....	18
2.3.1 Contracciones .....	19
2.3.2 Expansiones.....	20
2.4 Flujo en depresiones o sobrelevaciones.....	21
2.4.1 Sobrelevación .....	22
2.4.2 Depresión.....	23
2.5 Estado de los conocimientos sobre el tema .....	24
2.6 Análisis de la pérdida local .....	28

3	DISPOSITIVO EXPERIMENTAL E INSTRUMENTACIÓN .....	31
3.1	Canal de recirculación.....	31
3.2	Transiciones del canal.....	32
3.2.1	Contracción.....	33
3.2.2	Expansión .....	34
3.2.3	Contracción seguida de una expansión.....	34
3.2.4	Pilas .....	36
3.3	Instrumentación .....	37
4	ANÁLISIS Y RESULTADOS .....	41
4.1	Nomenclatura.....	41
4.2	Variables de las pruebas.....	41
4.3	Expresiones utilizadas para determinar la pérdida de energía .....	44
4.4	Análisis de la contracción brusca.....	45
4.5	Análisis de la ampliación brusca.....	52
4.6	Análisis de contracción – ampliación .....	56
4.7	Análisis de pilas .....	63
4.7.1	Pilas rectangulares .....	63
4.7.2	Pilas cilíndricas.....	66
4.8	Resultados .....	70
5	EJEMPLO DE APLICACIÓN .....	73
6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....	83
	BIBLIOGRAFÍA .....	86
	ANEXOS .....	89
	Anexo 1 .....	90
	Anexo 2 .....	91
	Anexo 3 .....	94
	Anexo 4 .....	97
	Anexo 5 .....	106

## **Introducción**

El presente trabajo estudia la pérdida de energía en las transiciones de canales rectangulares debido a que tratan de seguir la topografía del sitio, por lo que es difícil que conserven la misma sección geométrica de inicio a fin. Las redes de canales son empleadas en los sistemas de riego, alcantarillado y drenaje agrícola.

Las transiciones corresponden a cambios en la sección geométrica, pendiente o la dirección del canal. Entre las más comunes se encuentran las ampliaciones y las contracciones de su ancho; una clase de ellas se presenta cuando el canal tiene pilas de puentes dentro de su sección o túneles y sifones.

Ya que las transiciones perturban el flujo, generan una pérdida de energía.

En los canales de riego, las pérdidas de energía en las transiciones reducen la eficiencia de conducción de los flujos de agua, otras obras de ingeniería hidráulica, no deben pasarse por alto sin tener un valor estimado de su magnitud.

Se lleva a cabo una investigación experimental para estimar la pérdida de energía local, ya que en ocasiones se les omite o según lo observado en un laboratorio de hidráulica se hace una incorrecta valoración de su magnitud.

## Objetivos del estudio

Estimar de una mejor manera la pérdida local de energía en cierta clase de transiciones en canales rectangulares y la que causan algunos tipos de pilas dentro de tales canales a partir de los experimentos realizados con este fin en un laboratorio de hidráulica del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México (II-UNAM).

Se realizaron ensayos para estimar la pérdida local que se desarrolla al cambiar la geometría del canal. Se estimaron coeficientes de pérdida local establecidas en algunas ecuaciones y se analizaron otras distintas tratando de mejorar su cálculo, los objetivos específicos de este estudio son los siguientes:

- Hacer una comparación de las ecuaciones disponibles para calcular la pérdida de energía.
- Obtener mediciones de la profundidad, la velocidad media del flujo en cada cambio de sección en varias secciones transversales
- Proponer ecuaciones para determinar la pérdida de energía local
- Determinar los coeficientes de pérdidas de energía local  $k$  y hacer comparaciones entre los experimentos.

## Alcance del Trabajo

El trabajo se divide en seis capítulos.

El capítulo uno, comprende temas fundamentales de hidráulica de canales y que constituyen la base sobre la que se apoya la investigación.

El capítulo dos es un resumen del estado de los conocimientos a este estudio. Esto incluye los avances en el análisis de los procesos de la pérdida de energía en las transiciones y otros hechos relacionados con el diseño.

El capítulo tres se describe el montaje experimental y los procedimientos seguidos en las mediciones de las variables de flujo. La descripción considera el diseño y el equipo de medición, el plan del experimento con diferentes caudales y tirantes.

El capítulo cuatro está dedicado a la presentación de los resultados obtenidos en el laboratorio de hidráulica, así como su análisis y se relacionan con el número de Froude.

El capítulo cinco muestra el proceso sugerido para el cálculo de las pérdidas locales de energía ocasionada por una transición brusca.

Finalmente el capítulo seis proporciona las conclusiones de los análisis realizados, así como las recomendaciones y algunas sugerencias para futuras investigaciones.



# CAPÍTULO UNO

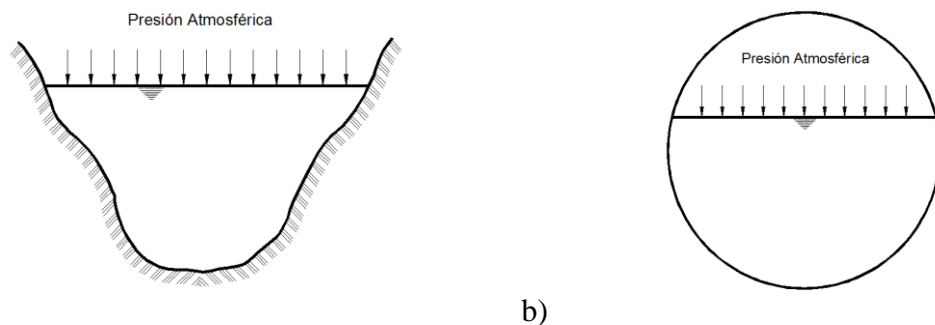
## 1 FLUJO A SUPERFICIE LIBRE

### 1.1 Aspectos generales

El flujo en canales se caracteriza por la exposición de una superficie libre a la presión atmosférica.

Para abordar el flujo a superficie libre, es necesario mencionar la particularidad más importante de este, el cual es: el fluido es conducido por el efecto de la acción de la gravedad.

Las obras construidas por el hombre que se conocen por el nombre de “canales” poseen una superficie libre. El fluido en un canal que asume una superficie libre está sometido a la presión atmosférica; es decir, una de las fronteras del fluido está en contacto con la atmósfera, en esta frontera existe una interface diferente entre fluidos ya que sus densidades son diferentes, en la parte superior un gas, y en el inferior un líquido, usualmente es aire y agua respectivamente; como las mostradas en la figura 1.1.



a) b)  
*Figura 1.1* Sección transversal de: a) canal natural, b) canal artificial

La sección de los canales en el estado natural por lo general es irregular y varía de acuerdo al sitio (figura 1.1a), los artificiales son diseñados con secciones regulares, siendo los más acostumbrados: el trapecial, el rectangular, el triangular, y la semicircular. En los túneles donde el flujo sea a superficie libre es acostumbrado a construirlos con las formas circulares (figura 1.1b) y de herradura.

Antes de definir los elementos geométricos, es importante mencionar que un canal es una obra para conducir un líquido por acción de la gravedad.

Los elementos más importantes de la sección transversal de un canal son los siguientes:

**Tirante:** Es la distancia y perpendicular, medida desde el fondo del canal hasta la superficie libre del fluido.

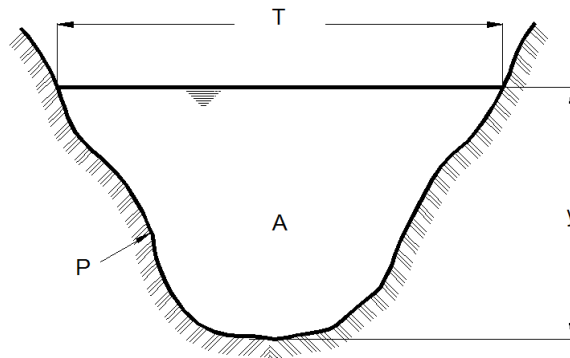
**Ancho de la superficie libre:** Es el ancho  $T$  del canal, este es medido a nivel de la superficie libre.

**Área hidráulica:** El área  $A$  de la sección transversal ocupada por el flujo.

**Perímetro mojado:** Es el perímetro  $P$  de la sección, en contacto con las fronteras rígidas sin incluir a la superficie libre.

**Radio hidráulico:** Es el cociente del área y el perímetro mojado;  $R_h = \frac{A}{P}$

**Profundidad hidráulica:** Es el cociente del área y el ancho libre;  $Y = \frac{A}{T}$



*Figura 1.2* Elementos geométricos de un canal

## 1.2 Flujo en canales abiertos y su clasificación

El flujo en canales abiertos se describe de muchas maneras y se clasifica de muchas formas (figura 1.3); aquí se hace la siguiente clasificación se acuerdo con el cambio de la profundidad del flujo con relación al tiempo y al espacio.

Un flujo en un canal es permanente si su profundidad y velocidad no cambian con el tiempo. Si se modifica la profundidad o la velocidad con el tiempo el flujo es no permanente.

El flujo uniforme cuando la profundidad del flujo es la misma en cada sección del canal, si la profundidad cambia a lo largo del canal el flujo es variado.

La clasificación del flujo se resume de la siguiente manera:

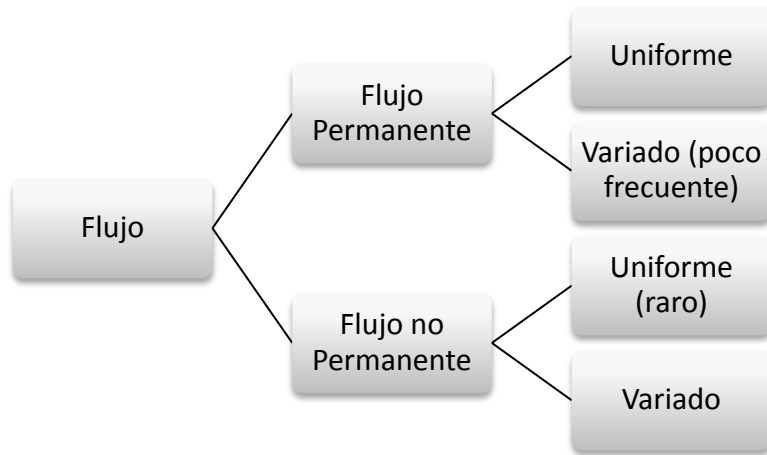


Figura 1.3 Tipos de flujo

### 1.3 Ecuaciones principales para flujo permanente

#### 1.3.1 Ecuación de conservación de la masa (continuidad)

En una sección del canal la cantidad de masa que lo atraviesa es constante,  $m = cte$ , o bien si hacemos referencia a un volumen de control (figura 1.4), el diferencial entre la masa que entra y la que sale siguiendo la dirección del flujo, y no hay aportación o salida en el trayecto es nulo, ya que no hay cambio en el almacenamiento, es decir, se conserva la masa:

$$\frac{dm}{dt} = 0 \quad (1.1)$$

Por lo tanto el flujo de masa del agua que atraviesa la sección de un canal es  $\rho AV$ , donde  $\rho$  es la densidad del agua,  $A$  es el área de la sección y  $V$  la velocidad media de la sección. Si el flujo sigue la trayectoria del eje del canal y no hay aportaciones o salidas durante el trayecto, el flujo de masa no cambia al variar la distancia, es decir:

$$\frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} = 0 \quad (1.2)$$

En los flujos a superficie la  $\rho$  es constante por lo tanto se elimina de la ecuación anterior, obteniendo:

$$\frac{\partial(AV)}{\partial x} = 0 \quad (1.3)$$

Integrando la ecuación 1.3 entre dos secciones 1 y 2, que limitan el volumen de control de la figura 1.4, resulta:

$$Q = A_1V_1 = A_2V_2 = AV \quad (1.4)$$

Los flujos de entrada deben ser iguales a los flujos de salida, donde  $Q = AV$ , es llamado flujo volumétrico o caudal o gasto que atraviesa la sección, donde  $A$  es el área hidráulica, y  $V$  es la velocidad media en la sección.

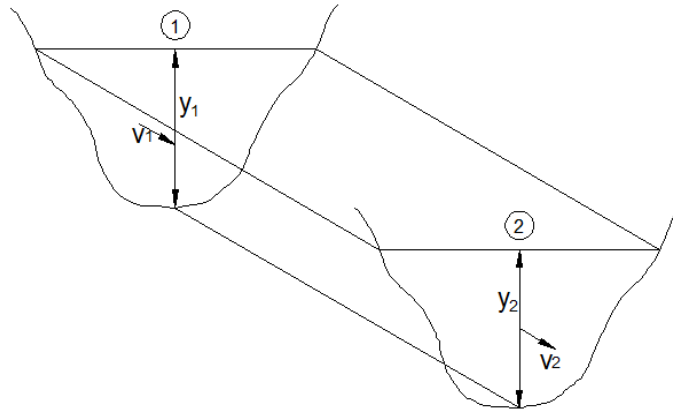


Figura 1.4 Volumen de control en un canal

### 1.3.2 Ecuación de conservación de la energía

Se expresa como la suma de su elevación  $z$  desde un punto de referencia, y es el tirante, la carga de presión  $p/g\rho$ , y la energía cinética  $V^2/2g$ , donde  $V$  es la velocidad local.

En un canal la energía de un punto cualquiera está dada por:

$$H = z + y \cos \theta + \frac{p}{g\rho} + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (1.5)$$

Donde  $z$  es la elevación del fondo del canal, la suma  $H$  se conoce como carga total,  $\theta$  corresponde al ángulo de inclinación del fondo de la sección y  $\alpha$  es el coeficiente de Coriolis para considerar el efecto de la distribución irregular de la velocidad en la sección.

Debido a la presencia de la superficie libre y la acción de la presión atmosférica  $p_a = 0$ , en caso de que el ángulo  $\theta$  sea pequeño, se cumple que el  $\cos \theta \approx 1$  (solo para  $\theta \leq 8^\circ$ ). Si además  $\alpha = 1$ , la ecuación 1.5 adquiere la forma de la ecuación de Bernoulli esto es:

$$H = z + y + \frac{V^2}{2g} \quad (1.6)$$

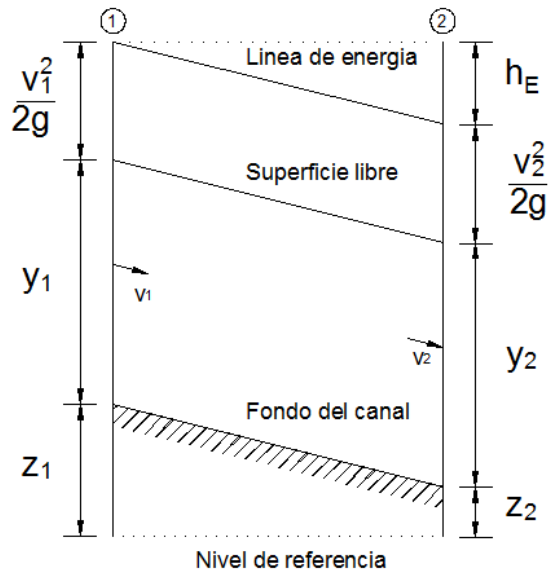


Figura 1.5 Interpretación de la ecuación de energía

De acuerdo a lo antes visto y la figura 1.5, la expresión del principio de energía se establece en la forma:

$$\frac{d}{dx} \left( z + y + \frac{V^2}{2g} \right) = - \frac{dh_E}{dx} \quad (1.7)$$

El termino  $h_E$  es la pérdida de la energía, que ocurre de la sección 1 a la 2.

La integración de la ecuación 1.7, entre dos secciones 1 y 2 del volumen de control de la figura 1.4, se obtiene la ecuación de energía:

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_E \quad (1.8)$$

### 1.3.2.1 Energía específica

La energía específica en la sección de un canal se define como la energía por kilogramo de agua que fluye a través de la sección medida con respecto al fondo del canal.

$$E = y \cos\theta + \alpha \frac{V^2}{2g} = y \cos\theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (1.9)$$

La ecuación de energía equivale a la suma de tirante y la carga de velocidad, la carga de posición no influye porque es constante.

El valor de  $\theta$  corresponde al ángulo de inclinación del fondo de la sección, si  $\theta$  es pequeño  $\cos \theta \approx 1$ .

Casi siempre  $\alpha$  se omite, debido a que se trabaja con flujos turbulentos y su valor es muy cercano a uno en la mayoría de los casos.

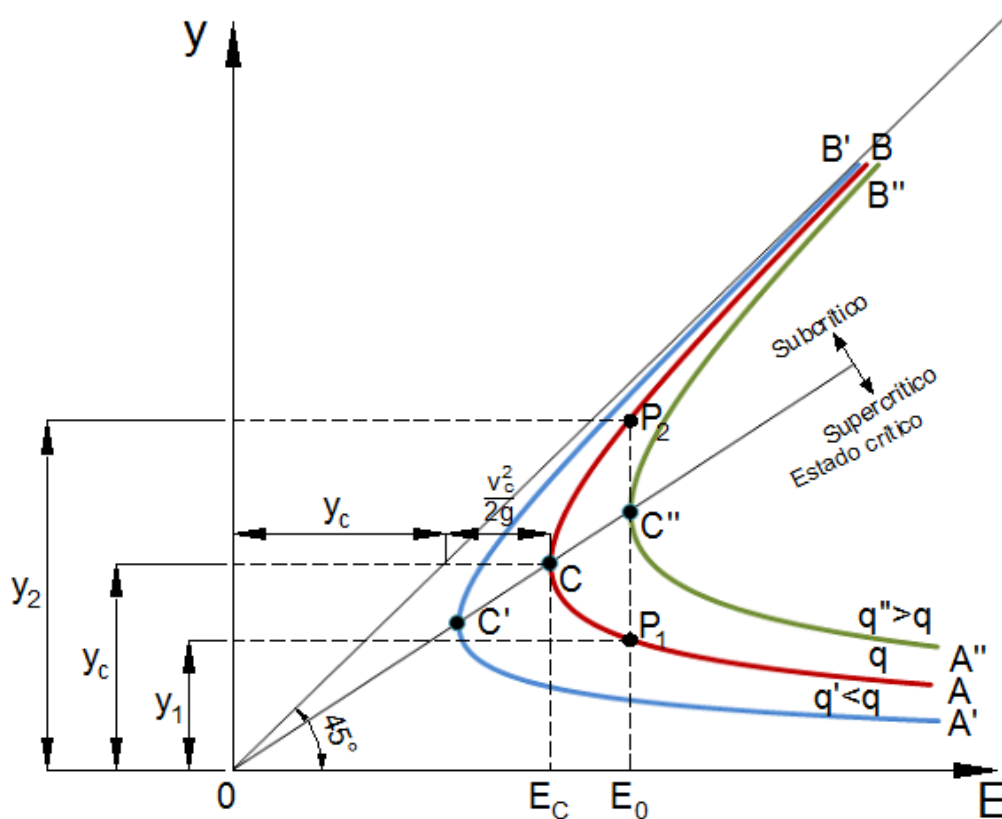


Figura 1.6 Curva de energía específica

Se observa que la figura 1.6 tiene dos ramas AC y BC, al igual se observa que para una  $E = cte$  existen dos tirantes que reciben en nombre de alternos.

En el punto C se tiene un punto de inflexión que corresponde a la energía mínima con el cual pasa el gasto  $Q$  a través de la sección y el tirante que pasa por ese punto es único.

Cuando el tirante  $y_2$  del flujo es mayor que  $y_c$  (tirante crítico) la velocidad es menor que la  $V_c$  (velocidad crítica) por lo tanto el flujo está en régimen subcrítico, en caso contrario, el tirante  $y_1$  del flujo es menor que  $y_c$  la velocidad es mayor que  $V_c$  por lo tanto el flujo está en estado supercrítico. De acuerdo a lo anterior si el tirante es igual a  $y_c$ , corresponderá a un estado crítico.

Los gastos  $q$  (gasto por unidad de ancho) cambian si el ancho del canal cambia en forma simultánea. Para el gasto  $q''$  es mayor al gasto  $q$ , indica que la sección del canal ha cambiado en este caso en particular se trata de una contracción, caso contrario ocurre cuando  $q'$  es menor a  $q$ , esta condición implica que el ancho del canal a sufrido una ampliación.

## 1.4 Sección crítica

Ya que un gasto contante en un canal puede fluir con dos posibles tirantes. Estos tirantes representan dos condiciones de flujo.

Para comprender la diferencia entre los dos tirantes se analiza primero el representado en el punto  $C$  según la figura 1.6, este punto de inflexión divide los dos regímenes, este estado crítico es el límite para que la energía específica sea la mínima para fluir el gasto a través de la sección del canal.

Derivando la ecuación 1.9 respecto a  $y$

$$\frac{dE}{dy} = \cos\theta - \frac{Q^2}{g A^3/\alpha} \frac{dA}{dy} \quad (1.10)$$

Ahora en la figura 1.7 representa una sección cualquiera, si el ancho de la superficie libre es el ancho  $T$  del canal se cumple

$$\begin{aligned} \text{ó} \quad dA &= T dy & (1.11) \\ \frac{dA}{dy} &= T \end{aligned}$$

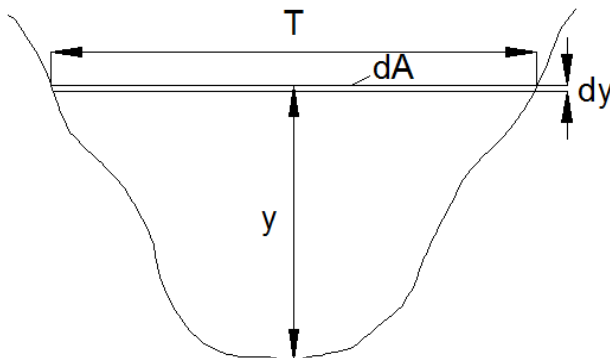


Figura 1.7 Sección transversal de un canal

Al sustituir la expresión 1.10 en 1.11 e igualarla a cero se obtiene la sección donde la energía específica es mínima, si la pendiente del canal es pequeña  $\cos \theta \approx 1$

$$\frac{Q^2}{g/\alpha} = \frac{A^3}{T} \quad (1.12)$$

Esta expresión impone las condiciones en régimen crítico, debido a esto es aceptado considerar que la rama superior  $BC$  corresponde al régimen subcrítico y la rama inferior  $AC$  al supercrítico.

## 1.5 Cálculo del tirante crítico

La condición para el cálculo del tirante crítico está dada por la ecuación 1.12 cualquiera que sea la forma y dimensiones de la sección. El problema más común es conocer el tirante crítico y la energía específica mínima cuando se conoce el gasto y las dimensiones.

### 1.5.1 Sección rectangular

Para un canal de sección rectangular cuyo ancho sea  $B$  la ecuación 1.12 adquiere la siguiente forma:

$$\frac{Q^2}{\sqrt{g}} = \frac{A^{3/2}}{B^{1/2}} = \frac{B^{3/2} y^{3/2}}{B^{1/2}} \quad (1.13)$$

Donde al hacer  $q = Q/B$  el tirante crítico es:

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (1.14)$$

Esta expresión ayuda a calcular directamente el tirante crítico de una sección rectangular.

Sustituyendo en ella  $q = V_c y_c$ , se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{y_c}{2} = \frac{V_c^2}{2g} \quad (1.15)$$

La expresión obtenida se sustituye en la ecuación 1.9 de la energía específica



$$E_{min} = y_c + \frac{y_c}{2} = \frac{3}{2} \quad (1.16)$$

### 1.5 Principio de gasto máximo

En la figura 1.6 se tiene una energía específica constante  $E_o$  el valor máximo de  $Q$  correspondiente a la curva  $AC - BC$  corresponde a la intersección del punto  $C''$  por el valor de  $E_o$ .

El cambio de sección de un canal con gasto contante tiene un efecto equivalente al cambio del gasto con sección constante.

De la ecuación 1.9 se tiene:

$$Q = \sqrt{2g/\alpha} A(E_o - y)^{1/2} \quad (1.17)$$

En la figura 1.8 se presenta la energía específica constante  $E_o$ , se observa que esta representada por una curva tipo parabólico donde  $Q = 0$  indica:  $y = E_o$  y para  $y = 0$ ,  $Q = 0$  entre estos valores existe un  $Q_{max}$ . Se observa que existen dos valores de  $y$  para cada valor de  $Q$ , excepto cuando se presenta la condición máxima para  $Q$ .

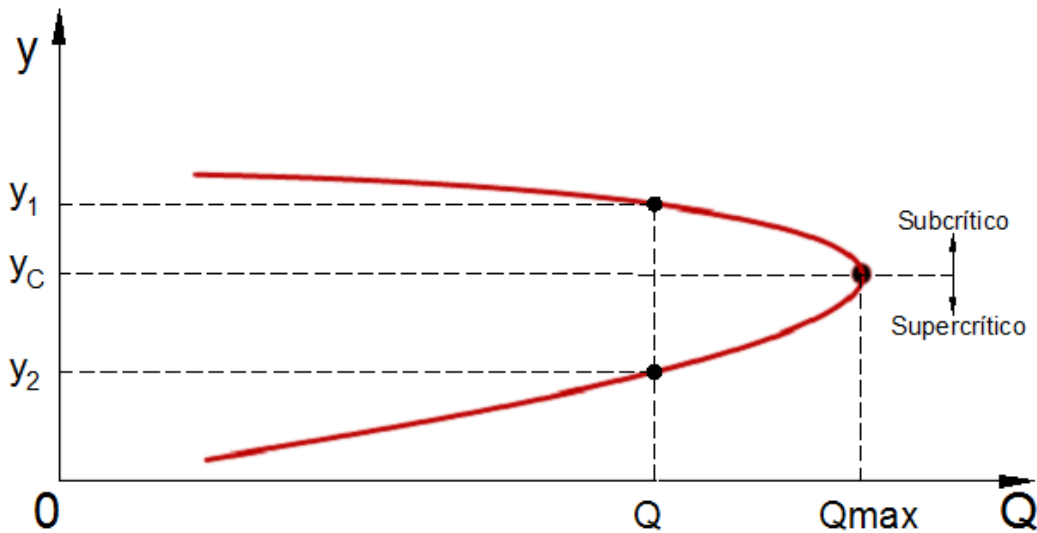


Figura 1.8 Curva Gasto – tirante

El criterio para obtener el gasto máximo se obtiene derivando la ecuación 1.18

$$\frac{dQ}{dy} = \sqrt{2g/\alpha} \left[ A \frac{(E_o - y)^{-1/2}}{2} (-1) + \frac{dA}{dy} (E_o - y)^{1/2} \right] = 0 \quad (1.18)$$

Ya que el elemento de área  $dA$  cerca de la superficie libre es igual a  $T dy$ ; entonces con  $T = dA / dy$ , se obtiene:

$$\frac{dQ}{dy} = \sqrt{2g/\alpha} \left[ A \frac{(E_o - y)^{-1/2}}{2} (-1) + T(E_o - y)^{1/2} \right] = 0 \quad (1.19)$$

Simplificando se llega a:

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{\frac{2g}{\alpha} T(E_o - y) - \frac{g}{\alpha} A}{\sqrt{\frac{2g}{\alpha} (E_o - y)}} \quad (1.20)$$

Igualando a cero se obtiene el valor de  $Q$  máximo buscado

$$2T(E_o - y) = A \quad (1.21)$$

Al sustituir  $E_o$ , según la ecuación 1.9 y aplicar el principio de continuidad, se obtiene la expresión:

$$\frac{Q^2}{g/\alpha} = \frac{A^3}{T} \quad (1.22)$$

Esta expresión es idéntica a la ecuación 1.12, esto significa que en la sección crítica, se tiene la energía específica mínima para un cierto gasto y el gasto es el máximo que pasa por esa sección.

## 1.6 Número de Froude

El número de Froude ( $Fr$ ) es un número adimensional que relaciona el efecto de las fuerzas de inercia y la fuerza de gravedad que actúan sobre un fluido. Debe su nombre al ingeniero hidrodinámico y arquitecto naval inglés William Froude (1810 - 1879). De esta forma el número de Froude, se escribe como:

$$Froude = \frac{\text{Fuerza de Inercia}}{\text{Fuerza de Gravedad}}$$

Entonces se define el número de Froude:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gl}} \quad (1.23)$$

Es conveniente referirse al número de Froude para saber el régimen del flujo, para esto se hace la siguiente clasificación:

Si  $Fr > 1$ , el régimen es supercrítico

Si  $Fr = 1$ , el régimen es crítico

Si  $Fr < 1$ , el régimen es subcrítico

## 1.7 Número de Reynolds

Para el cálculo el número de Reynolds en canales, se acostumbra utilizar como longitud característica el radio hidráulico  $Rh$  de la sección

$$Re = \frac{VRh}{\nu} \quad (1.24)$$

Donde  $V$  es la velocidad de la sección y  $\nu$  es la viscosidad cinemática.

Cuando  $Re$  es pequeño se presenta el llamado régimen laminar, que se caracteriza porque el líquido fluye en capas paralelas. Al aumentar la velocidad del fluido, aumenta  $Re$ , llega un momento en que la viscosidad pierde importancia, y en consecuencia las partículas se desplazan en forma desordenada provocando así el llamado régimen turbulento.

## 1.8 Vertedor de pared delgada

Es una estructura, este puede ser un muro o una placa y la descarga del líquido ocurre por encima. Este tipo de dispositivo suele utilizarse para aforar las descargas en los laboratorios o en canales de pequeñas dimensiones.

El punto más bajo del vertedor con respecto a la lámina vertida se llama cresta del vertedor, el desnivel que existe entre la superficie libre y la cresta recibe el nombre de carga.

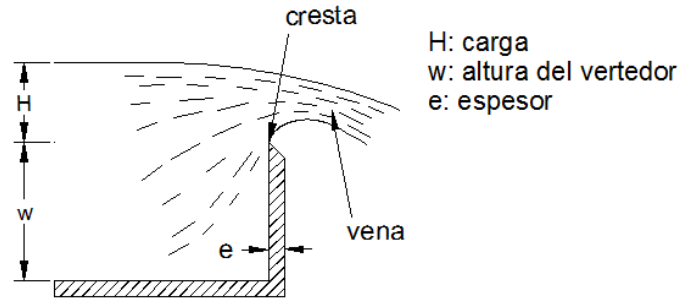


Figura 1.9 Vertedor de pared delgada

Las principales funciones son:

- Control del nivel de embalses, canales, depósitos, estanques, etc.
- Aforo de medición de gasto
- Derivación de un gasto estimado

La ecuación general para un vertedor de pared delgada es:

$$Q = 2\sqrt{2g\mu} \int_0^h x(h-y)^{\frac{1}{2}} dy \quad (1.25)$$

Esta es la ecuación general del gasto para un vertedor de pared delgada, la cual se integran de acuerdo a la forma geométrica del vertedor.

### 1.8.1 Vertedor triangular

Los vertedores triangulares o en “V”, tienen ventaja sobre los rectangulares cuando se miden gastos mínimos. Este vertedor es simétrico respecto con el ángulo en el vértice  $\theta$

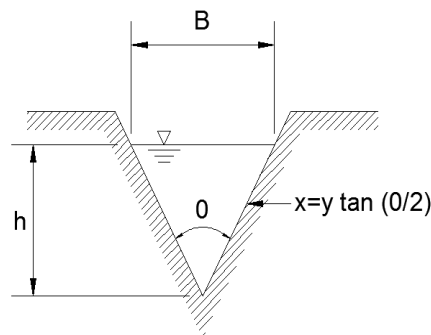


Figura 1.10 Vertedor triangular

El flujo sobre un vertedor triangular empieza en un punto y tanto el gasto como el ancho del flujo aumentan en función del tirante.

$$Q = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu h^{5/2} \quad (1.26)$$

Donde  $\mu$  es un coeficiente de gasto

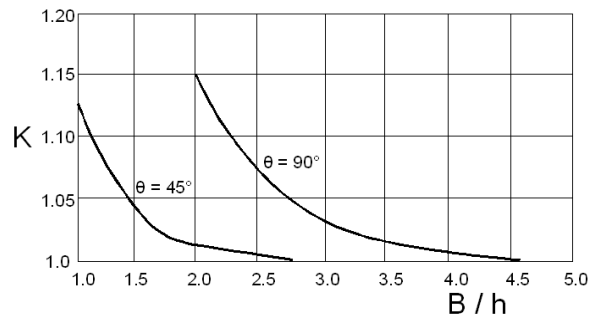


Figura 1.11 Valores de  $k$  en la fórmula de la Universidad Católica de Chile para vertedores triangulares

### vertedores de pared delgada

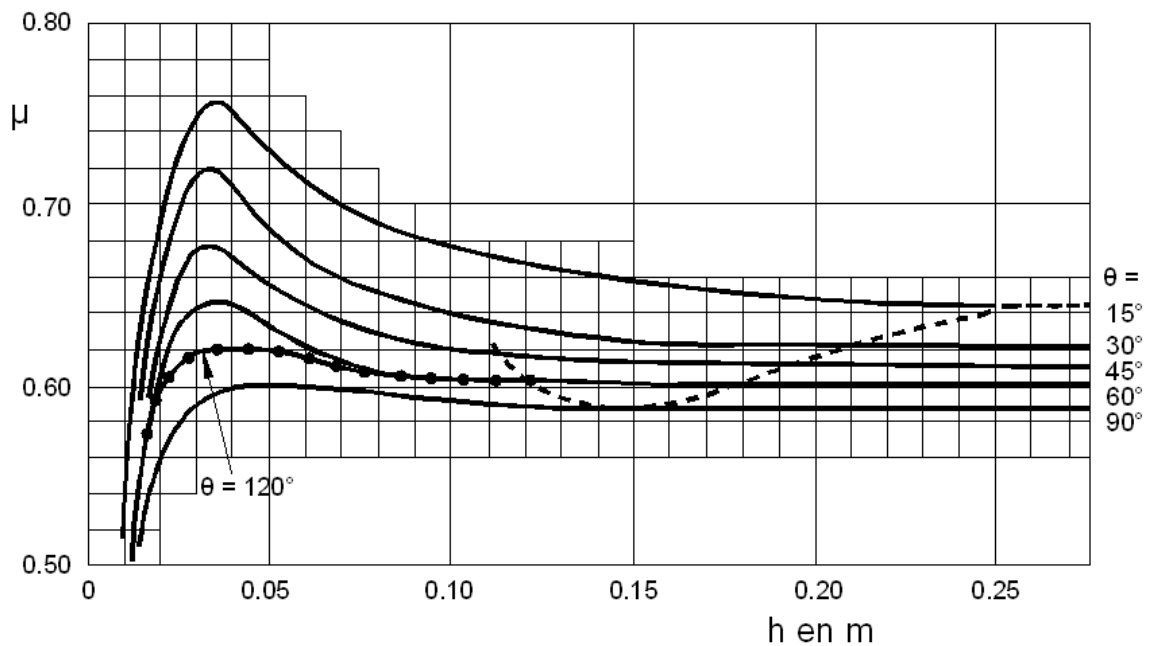


Figura 1.12 Coeficiente de gasto  $\mu$  de vertedores triangulares en la fórmula de la universidad católica de chile.

TABLA 1.1.- Fórmulas experimentales para determinar los coeficientes de gasto  $\mu$  aplicables para vertedores triangulares con diferentes ángulos  $\theta$  en el vértice.

Autor	Fórmula	Limites de aplicación	Observaciones
Universidad Católica de Chile	$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu K$	Vale para $15^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$ La profundidad $w$ no tiene influencia en el coeficiente de gasto	$\mu$ , coeficiente experimental que depende de $h$ y $\theta$ según la Fig. 1.12. $k$ es otro coeficiente que depende de $B/h$ según la Fig. 1.11 y vale 1 si $B/h \geq 5$ para $\theta = 90^\circ$ y si $B/h \geq 2.75$ para $\theta = 45^\circ$
Hegly (1921)	$\mu = \left[ 0.5812 + \frac{0.00375}{h} \right] \left\{ 1 + \left[ \frac{h^2}{B(h+w)} \right]^2 \right\}$	Vale para $\theta = 90^\circ$ $0.10 \text{ m} \leq h \leq 0.50 \text{ m}$ Y profundidades $w$ grandes	Es de las fórmulas más precisas para vertedores con ángulo en el vértice $\theta = 90^\circ$
Barr (1909)	$\mu = 0.565 + \frac{0.0087}{h^{0.5}}$	Vale para $\theta = 90^\circ$ con cargas $0.05 \text{ m} \leq h \leq 0.25 \text{ m}$ para $w \geq 3h$ $B \geq 8h$	El valor medio $\mu = 0.593$ que resulta de esta fórmula corresponde bastante al resultado de Thompson (1861)
Foch (1923) Yarnall (1926)	$\mu = 0.58$	Vale para $\theta = 90^\circ$ con cargas muy grandes. $w \geq 3h$ $B \geq 8h$	No se limita con precisión el rango de validez
Heyndrickx	$\mu = [0.5775 + 0.214h^{1.25}] \times \left\{ 1 + \left[ \frac{h^2}{B(h+w)} \right]^2 \right\}$	Vale para $\theta = 60^\circ$ y cargas normales	Es bastante precisa

# CAPÍTULO DOS

## 2 PÉRDIDAS LOCALES O MENORES

### 2.1 Introducción

Antes de analizar la pérdida de energía local que ocurre en un canal, se iniciara con la definición de energía.

La energía es una propiedad asociada a los objetos y sustancias y se manifiesta en las transformaciones que ocurren en la naturaleza. Se manifiesta en los cambios físicos, por ejemplo, al elevar un objeto, transportarlo, deformarlo o calentarlo.

Debido a lo anterior, se observa que la energía se define de diferentes formas, por ejemplo en física la energía es la capacidad para realizar un trabajo; en tecnología y económica se refieren al recurso natural.

Se limita el término energía a pesar de tener varias definiciones, ya que todas ellas están relacionadas con la misma idea, la cual se refiere a que la energía tiene la capacidad para transformar.

Aunque la energía se transforma, ésta se degrada, es decir, ninguna transformación ocurre al 100%, ya que se pierden ciertas cantidades de ésta y en la mayoría de los casos no es recuperable. Al igual que en los conductos cerrados, en los canales también existen pérdidas de energía local debido a las transiciones (locales).

### 2.2 Pérdida local

Las pérdidas locales se presentan por los accidentes topográficos y los cambios que se presentan en la geometría de la sección, están localizadas en el sitio del cambio de geometría; se expresa generalmente en términos de un cambio en la carga de velocidad en el tramo, su magnitud se expresa como una fracción de la carga de velocidad, la fórmula general de la pérdida local es:

$$h_L = k \frac{V^2}{2g} \quad (2.1)$$

Donde  $h_L$  es la pérdida de energía,  $V$  la velocidad,  $g$  la gravedad y  $k$  es un coeficiente sin dimensiones que depende del tipo de pérdida; desafortunadamente no se dispone de gran

información sobre  $k$ , pues varía de caso en caso y por ende hay una variación en los valores, ya sea una expansión o contracción u otro, debido a esto los valores pueden variar.

Estas pérdidas son consideradas nulas en muchos de los casos, adquieren importancia cuando en un tramo corta existe un gran número de cambios o variaciones en la geometría de la sección.

La ecuación de Borda-Carnot, en honor de Jean-Charles de Borda (1733-1799) y Lazare Carnot (1753-1823), es una descripción empírica que trata las pérdidas de energía de un fluido debidas a las expansiones bruscas. Esta ecuación puede ser utilizada tanto para flujo en tuberías como para flujo en canales abiertos, la ecuación expresa:

$$\Delta E = \xi \frac{1}{2} \rho (V_1 - V_2)^2 \quad (2.2)$$

Donde

$\Delta E$	Es la pérdida de energía por unidad de volumen
$\xi$	Es el coeficiente empírico, es adimensional y tiene un valor entre cero y uno
$\rho$	Es la densidad del líquido
$V_1 - V_2$	Son las velocidades de flujo antes y después de la expansión

Esta ecuación solo es válida sólo para las velocidades decrecientes  $V_1 > V_2$ , en caso contrario la pérdida de energía  $\Delta E$  es cero ya que sin él trabajo mecánico de las fuerzas externas no hay para una ganancia de energía del fluido.

### 2.3 Flujo en transiciones

El flujo de un canal no siempre es conducido de un punto a otro con la misma sección, a menudo es necesario hacer cambios en la geometría de la sección del canal.

En la longitud del cauce de un río, ya sea principal o secundario su geometría en la sección varía en tramos muy cortos, por lo tanto la geometría de la transición definirá la magnitud de la pérdida de energía local.

La pérdida de energía local adquiere gran importancia cuando en un tramo corto de un río existe un gran número de transiciones, a diferencia de la pérdida por fricción en un tramo corto es despreciable.

Un uso común del cambio de geometría de la sección de un canal es la reducción de sección, este se presenta a menudo bajo los puentes en el que las pilas obstruyen el flujo normal en el canal.



En la figura 2.1 se presentan reducciones bruscas (2.1.a) y graduales (2.1.b), así como también las ampliaciones bruscas (2.1.c) y graduales (2.1.d).

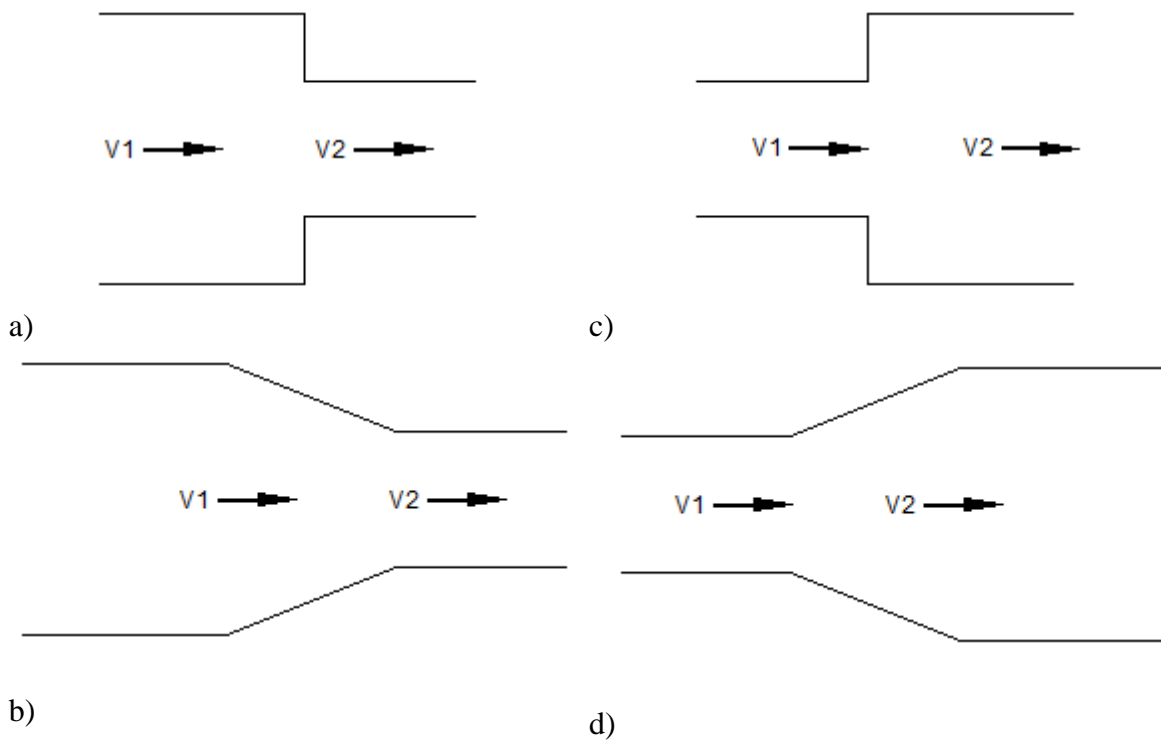


Figura 2.1 Vistas en plante de: a) Reducción brusca, b) reducción gradual, c) ampliación brusca y d) ampliación gradual

### 2.3.1 Contracciones

Refiriéndonos a la figura 2.2 se presenta un tramo de una contracción brusca de un canal rectangular.

Debido a que  $B_1 > B_2$ , entonces el gasto por unidad de ancho es  $q_1 < q_2$ . El comportamiento de la superficie libre depende del tipo de régimen que se tenga en la sección 1.

En consecuencia si  $y_1 > y_c$ , es decir si en la sección 1 el tirante  $y_1$  corresponde a un régimen subcrítico en la sección 2 al aumentar el gasto por unidad de ancho de  $q_1$  a  $q_2$ , el tirante en la sección debe disminuir  $y_2 < y_1$ , tal como se evaluó en los en la figura 1.8, pero para este fenómeno existe otro valor  $y'_2 < y_c$  que también le corresponde al  $q_2$ , esta es la otra raíz de la ecuación que debe ser rechazada ya que para obtener ese valor el tirante  $y'_2$ , el gasto debió haber pasado por el gasto máximo  $q_{max}$  antes y eso no es posible ya que  $Q$  tiene un valor fijo, por lo tanto  $q_2 < q_{max}$ .

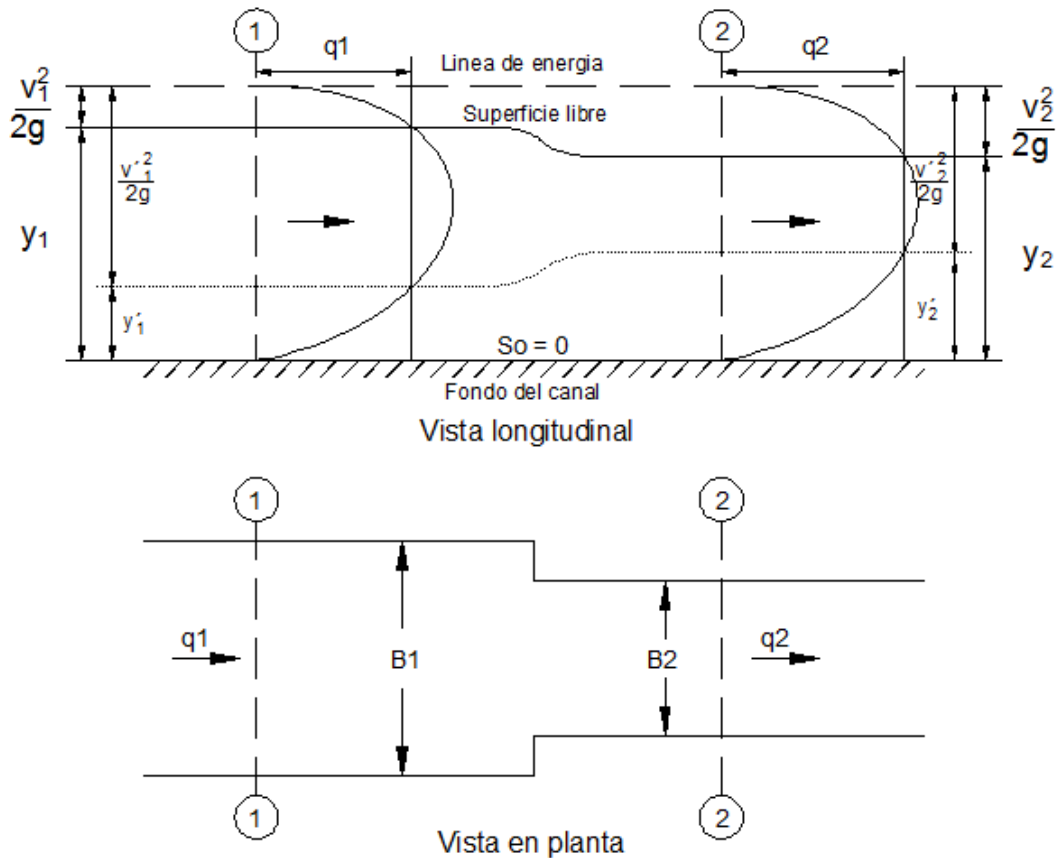


Figura 2.2 Vista longitudinal y en planta de la contracción brusca

El ancho  $B_2$  puede llegar a tomar un valor en el que  $q_2$  sea igual a  $q_{max}$  y esa característica señalara el valor mínimo del ancho posible para la anergia específica  $E_o$ .

Lo anterior muestra que para calcular el tirante aguas abajo se requiere hacer un análisis del régimen del flujo y una vez conocido aplicar la ecuación de energía 1.9, según sean los datos proporcionados.

### 2.3.2 Expansiones

Un análisis similar al anterior permite decir que  $q_2 < q_1$  esto se ve en la figura 2.3 donde un canal rectangular esta sometido a una expansión brusca donde  $B_1 < B_2$ , entonces el gasto por unidad de ancho  $q_1 > q_2$ , ambos valores del gasto  $q$  le corresponden un tirante determinado por la curva gasto – tirante de la figura 1.8.

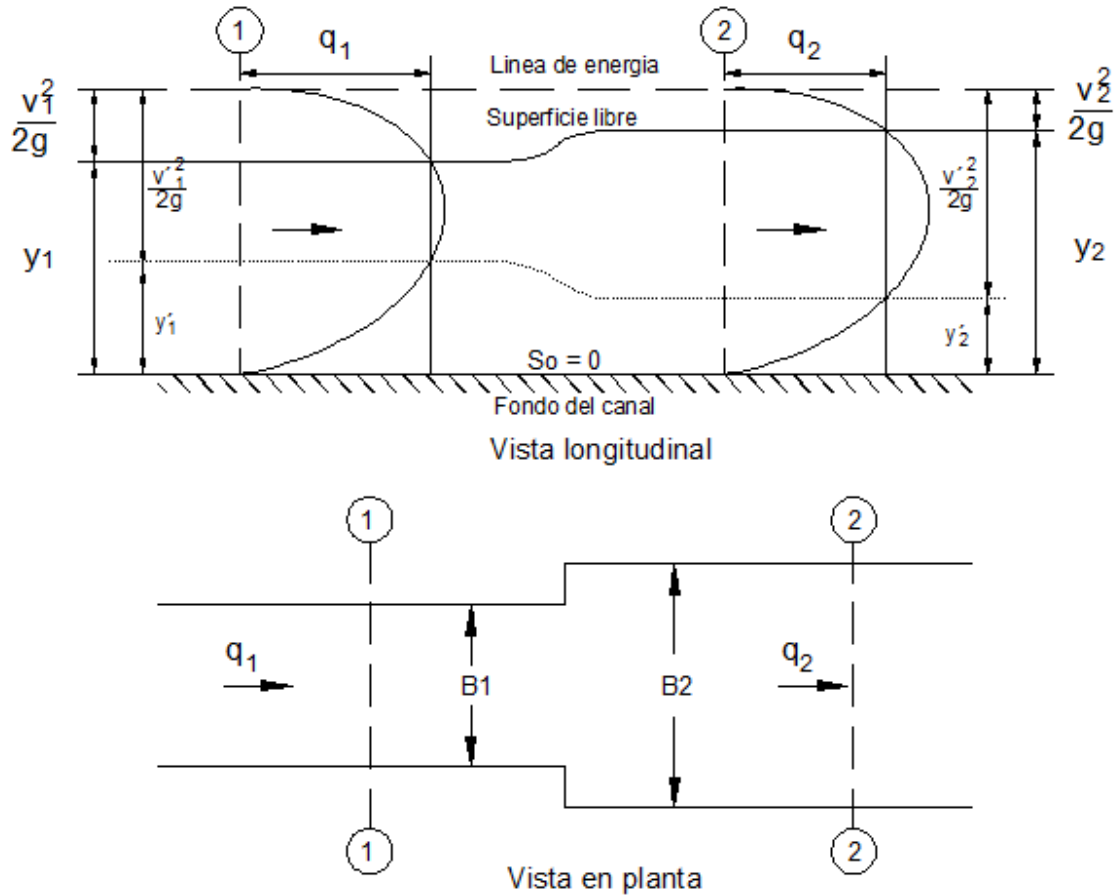


Figura 2.3 Vista en longitudinal y en planta de la expansión brusca

A diferencia de una contracción en este caso no es posible que se presente el estado crítico después del cambio de sección de acuerdo a la figura 2.3 muestra que  $q_1$  al ser mayor que  $q_2$ . Pero el estado crítico puede presentarse en la sección 1 antes de la ampliación, pero al observar la figura 2.3 no se podrá predecir si en la sección dos se tendrá un tirante subcrítico o supercrítico, a lo cual se dice que en la sección 2 será impredecible e inconveniente proyectar una situación semejante, por lo tanto se necesario que el flujo se encuentre definido un estado subcrítico o supercrítico.

## 2.4 Flujo en depresiones o sobrelevaciones

Es considerado un cambio de sección cuando se mantienen constante el ancho de la sección pero el nivel de plantilla cambia, produciendo así cambios en la energía específica del flujo.

### 2.4.1 Sobrelevación

Para el caso en que la plantilla asciende, el desnivel  $\Delta z$  provoca que la energía de la sección 1 sea mayor a la sección 2 debido a esto es necesario hacerle un arreglo a la ecuación de energía específica.

$$E_1 = E_2 - \Delta z \quad (2.3)$$

Al no existir cambio en la sección del canal los gastos por unidad de ancho son los mismos  $q_1 = q_2$

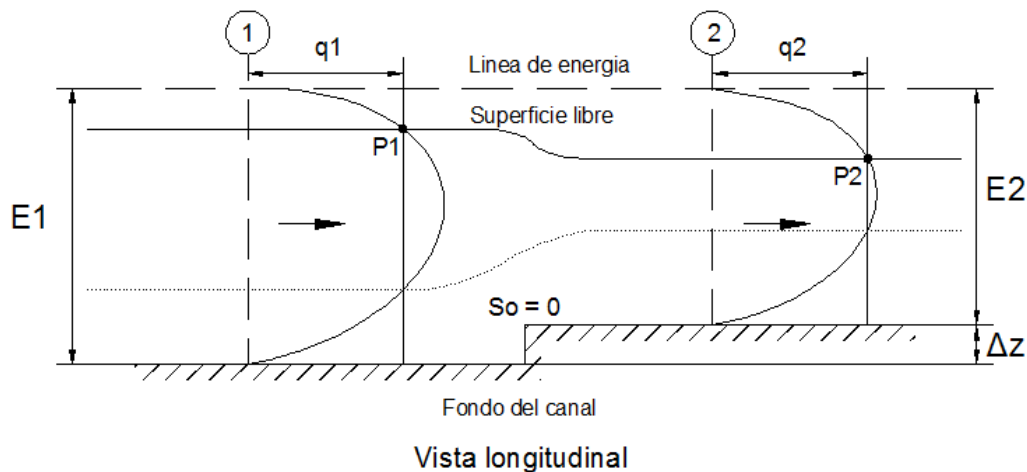


Figura 2.4 Vista longitudinal de la sobrelevación en el fondo de un canal

Para pasar el punto P1 hacia P2 los tirantes de la figura 2.4 a lo largo de una curva  $E - y$  y como se muestra en la figura 2.5 se observa que disminuye, esto es debido a que el ancho permanece constante, podría tomar también el valor de P3, esto implicaría que el ancho del canal cambiaría y en forma simultánea el gasto  $q$ , este cambio de ancho tomaría la forma de una contracción como se explico anteriormente.

La energía específica  $E_1 > E_2$ , como se observa en la figura 2.4, también se aprecia que en la curva gasto – tirante que en la sección 2 es menor con respecto a la sección 1 esto se debe a que los gastos  $q$  son iguales, esto no sucede lo mismo con el gasto  $q_{max}$  ya que al ser menor la curva  $q - y$  en la sección 2 el gasto  $q_{max_1} > q_{max_2}$  en consecuencia el nivel del tirante después del cambio de plantilla baja si el régimen es subcrítico y sube si es supercrítico.

De acuerdo a lo anterior se concluye que:

$$E_1 > E_2$$

$$q_1 = q_2$$

$$q_{max_1} > q_{max_2}$$

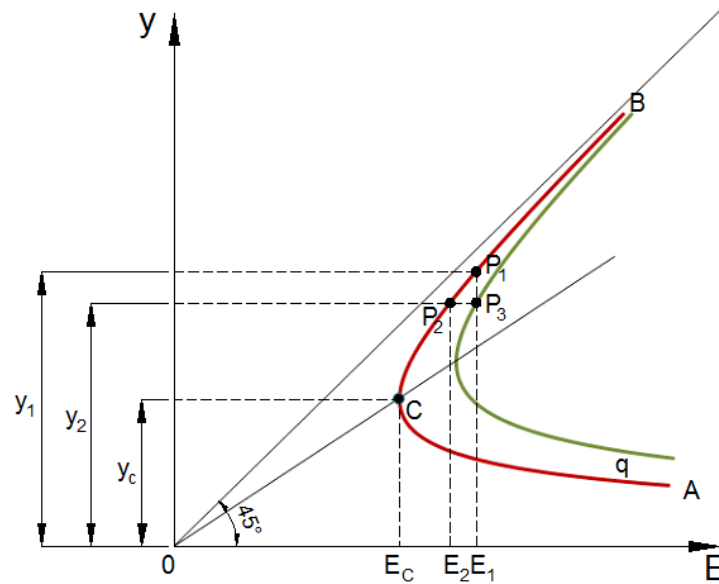


Figura 2.5 Uso de la curva de energía específica en la transición

### 2.4.2 Depresión

Un análisis al anterior permite decir que para una depresión se tendrán los mismos gastos  $q$  en ambas secciones, es decir  $q_1 = q_2$  debido a que la geometría de la sección del canal permanece constante.

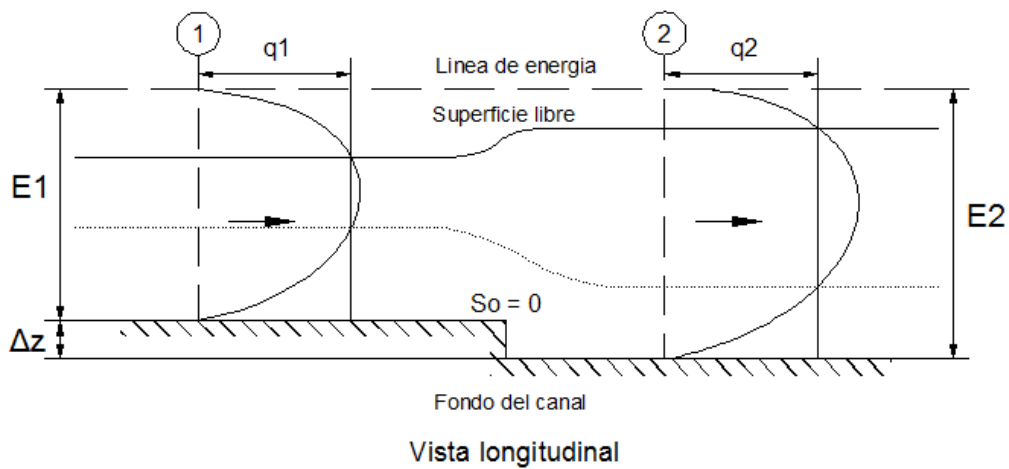


Figura 2.6 Vista longitudinal de la depresión en el fondo de un canal

Como se nota en la figura 2.6 la curva gasto – tirante en la sección 1 es menor comparado con la sección 2 a diferencia de una ampliación que sucede lo contrario. Otra de las características que se observa en la figura es la energía específica, antes de la depresión se observa que la energía específica es menor con respecto a la sección donde se encuentra la depresión, es decir,  $E_2 > E_1$ .

Por último el gasto máximo sucede lo contrario a una ampliación, el tramo de la sección 1 el gasto es menor comparado con el gasto de la sección 2,  $q_{max_1} < q_{max_2}$ .

Con base a las consideraciones anteriores

$$\begin{aligned} E_1 &< E_2 \\ q_1 &= q_2 \\ q_{max_1} &< q_{max_2} \end{aligned}$$

## 2.5 Estado de los conocimientos sobre el tema

Las pérdidas de energía que resulta de las características locales, tales como compuertas, los cambios de sección transversal se llaman pérdidas locales o menores. Las pérdidas de energía local pueden ser calculadas como una fracción de la carga de velocidad. Esta fracción se llama generalmente como el coeficiente de pérdida local y generalmente se obtienen experimentalmente. Aunque los coeficientes de pérdida local también son determinados por el flujo en tubería, sólo unos pocos casos en los coeficientes de pérdida local se refieren para flujos de canal abierto.

Una transición de flujo es un cambio de sección transversal del canal, diseñado para ser realizado en una corta distancia con una cantidad mínima de perturbación del flujo. Cinco tipos de transiciones se muestra en la Figura 2.7: cuadrante cilíndrico, línea recta, extremo cuadrado, deformado, y de cuña. Se ilustran las transiciones de expansión, pero las transiciones de contracción tienen una geometría similar.

Las transiciones de flujo más comunes son la expansión extremo cuadrado y las transiciones en recta. Ambas transiciones son abruptas expansiones.

*Hinds* (1928) demostró que los coeficientes de pérdida local en una contracción brusca no son constantes, ya que este coeficiente varía de acuerdo a los anchos de las secciones.

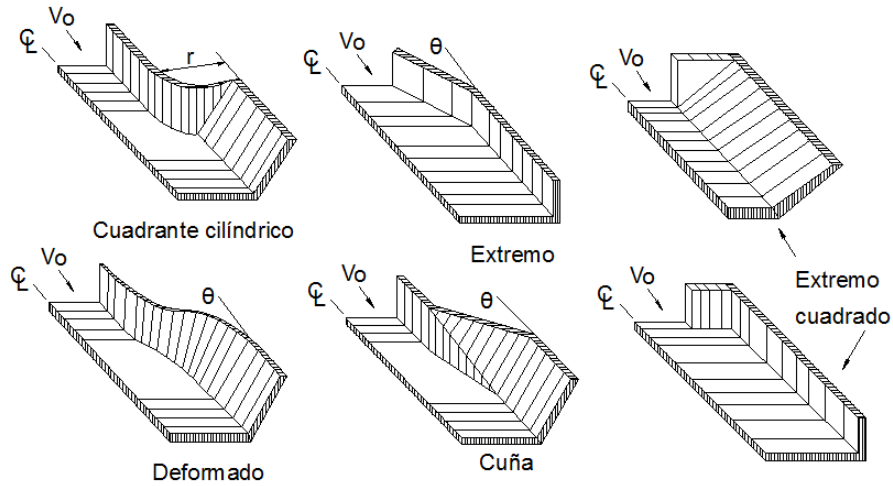


Figura 2.7 Tipos de expansión (U.S. Federal Highway Administration)

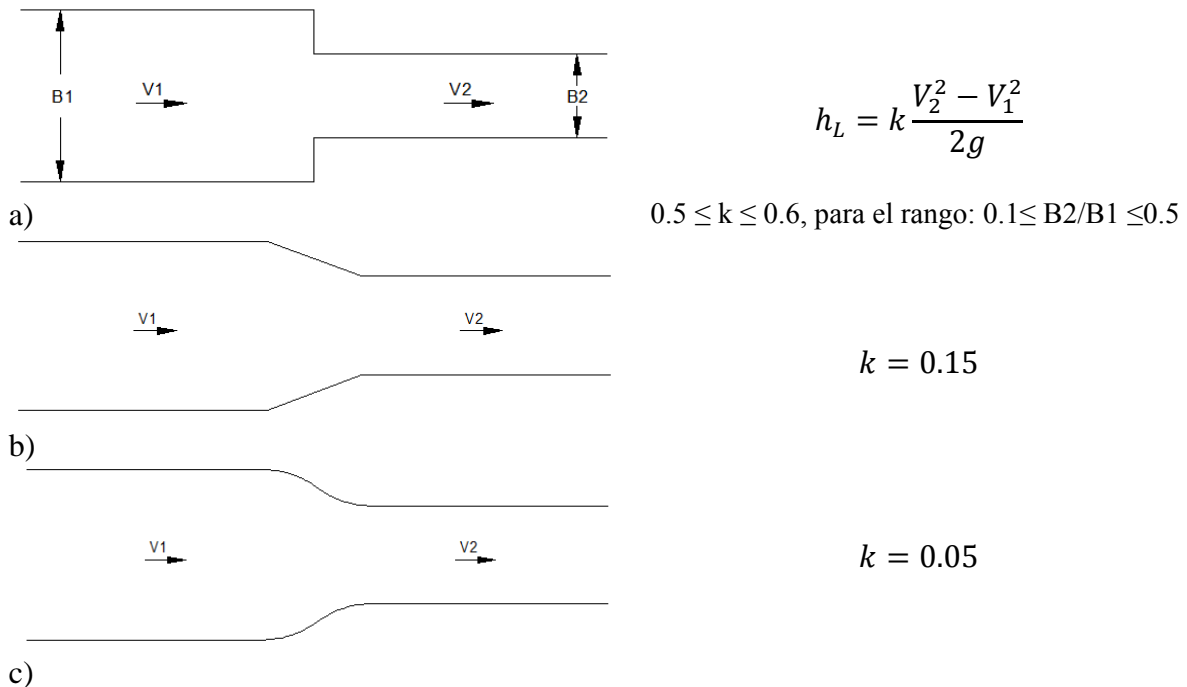
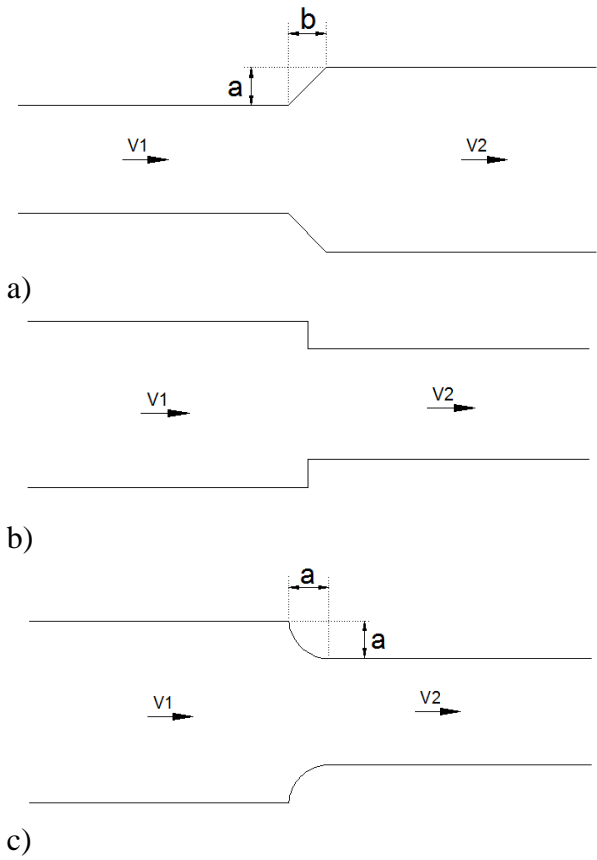


Figura 2.8 Vista en plante de: a) contracción brusca, b) contracción gradual con rectas, c) contracción gradual con curvas, y sus respectivos coeficientes de pérdida local de Hinds

Formica (1955) llevó a cabo experimentos en varios diseños para flujos subcríticos a través de transiciones repentinas. El presentó los coeficientes de pérdida local para el diseño de expansiones y contracciones.



$$h_L = k \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

b/a	0	1	2	3	4
k	0.87	0.82	0.68	0.41	0.27

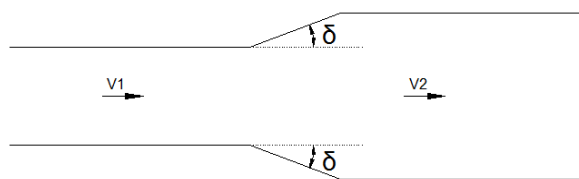
$$h_L = 0.10 \frac{V_2^2}{2g}$$

$$h_L = 0.06 \frac{V_2^2}{2g}$$

Figura 2.9 Vista en plante de: a) expansión gradual, b) contracción brusca, c) contracción gradual con curvas, y sus respectivos coeficientes de pérdida local de Formica

Formica llegó a la conclusión de que esta pérdida de energía podría reducirse en gran medida mediante la modificación de las esquinas afiladas.

Altshul (1975) presentó los coeficientes de pérdida local para el diseño de expansiones graduales



$$h_L = k \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

$\delta$	10°	20°	$\geq 30^\circ$
k	0.45	0.9	1

Figura 2.10 Vista en plante de la expansión gradual y sus coeficientes de pérdida local de Altshul



*Skogerboe* (1971) estudió la pérdida de carga que ocurre la expansión de un canal abierto. También realizó una comparación de los diferentes métodos estudiados por otros investigadores y encontró que los coeficientes utilizados en los cálculos de pérdida a nivel local no son constantes.

*Vittal y Chiranjevii* (1983) presentaron un análisis de los métodos disponibles para el diseño de las transiciones de canales abiertos. Propusieron un método racional de diseño para las transiciones de canal, sobre la base de un enfoque racional para el problema, las funciones adecuadas de contorno que describen la forma geométrica de la transición han ido evolucionando.

*Swamee y Basak* (1991) presentaron una metodología para el diseño de una transición expansiva de un canal abierto rectangular basado en la minimización de la pérdida de energía. Utilizando la metodología propuesta se desarrolló una ecuación empírica para la transición. Puesto que tales transiciones participan por lo general en los canales de generación de energía y riego, hicieron hincapié en que al minimizar la pérdida de energía en todo el sistema, la eficiencia del sistema, así como la vida de la estructura se puede aumentar.

*Denli y Altan-Sakarya* (2011) estudiaron la pérdida de energía que ocurre en los escalones positivos y negativos del fondo del canal. Presentaron las pérdidas locales en función del número de Froude. El coeficiente de pérdida local para escalones positivos abruptos, toma el valor de 0.53 y para los inclinados de 0.25, mientras que para los escalones negativos el coeficiente de pérdida toma valores de 0.89 y 0.97 para escalones abruptos e inclinados respectivamente.

*Najafi* (2011) estudió los efectos de un escalón colocado en el fondo de una expansión de un canal, concluyó que se recupera la carga de energía. La característica vertical geométrica del escalón hace que el flujo acelere, y neutralice los efectos de la desaceleración.

La FHWA, Federal Highway Administration (1978), menciona en uno de sus estudios que la construcción de los puentes que afectan las márgenes de los ríos, provoca la pérdida de energía en el flujo y la mayor parte se produce aguas debajo de la expansión. Esta pérdida de energía refleja un aumento en la superficie del agua y en la línea de energía aguas arriba del puente, provocando así un remanso.

Todos los estudios mencionados anteriormente se refieren a la circulación sobre las transiciones, cuando sea necesaria se utilizan valores aproximados de los coeficientes de pérdida local o se obtienen experimentalmente.

También hay estudios en la literatura encaminados a encontrar fórmulas empíricas de los coeficientes de pérdida local. El presente estudio tiene como objetivo encontrar ecuaciones empíricas para determinar el coeficiente de pérdida local en los flujos subcríticos en canales.

## 2.6 Análisis de la pérdida local

Un esfuerzo considerable se ha realizado para el análisis del coeficiente de pérdida en canales abiertos. Se han informado métodos para las expansiones, contracciones al igual que para escalones; debido a estos hallazgos junto con un análisis de varios autores, se ha animado a extender el método de análisis para determinar el coeficiente de pérdida local en canales.

El desarrollo de los parámetros y las relaciones que describen en el estado de flujo permanente vino de una combinación de análisis y el empirismo.

Las ecuaciones más empleadas para determinar el coeficiente de pérdida local en transiciones son: la ecuación general (ecuación 2.1), la ecuación de Borda-Carnot (ecuación 2.2), además de estas dos ecuaciones empleadas para determinar coeficiente de pérdida, autores como Formica y Hinds proponen utilizar ciertas ecuaciones de a cuerdo al tipo de transición que se trate.

Formica utiliza la ecuación:

$$h_L = k \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \quad (2.4)$$

Analizando esta expresión, es muy parecida a la ecuación de Borda-Carnot, la diferencia entre ella es el peso específico del líquido, como se muestra a continuación:

$$\Delta E = \xi \frac{1}{2} \rho (V_1 - V_2)^2 \quad (2.1)$$

Utilizando las mismas variables en la ecuación 3.1, la expresión 2.1 puede expresarse de la siguiente manera:

$$h_L = k \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma}{g} \right) (V_1 - V_2)^2 \quad (2.1a)$$

La densidad  $\rho$  es sustituida por el peso específico y la gravedad; si elimina el peso específico de la ecuación anterior obtiene la ecuación de Formica empleada para expansiones.

Hinds a diferencia de Formica, sugiere utilizar la siguiente ecuación:

$$h_L = k \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} \quad (2.5)$$

La importancia de esta ecuación es que la diferencia no es elevada al cuadrado, por lo tanto el orden de las velocidades es importante; para este caso esta ecuación es empleada para contracciones.

Todas estas ecuaciones mencionadas anteriormente se refieren principalmente a dos tipos de transiciones, las expansiones y las contracciones, a pesar de eso también hay estudios en la literatura encaminadas a encontrar fórmulas empíricas de los coeficientes de pérdida local, tal es el caso de Denli y Altan-Sakarya presentan la pérdida local en función del número de Froude, para escalones.

La ecuación de Denli y Altan-Sakarya se apoyan en la ecuación general (ecuación 2.1) y del número de Froude elevado al cuadrado

$$h_L = k \frac{V^2}{2g} \quad (2.1)$$

$$Fr^2 = \frac{V^2}{gy} \quad (2.6)$$

La pérdida local  $h_L$  es representada como una fracción de la carga de velocidad.

Si se divide cada término de la expresión 2.1 con la profundidad del flujo y de la ecuación 3.3 entre dos

$$\begin{aligned} h_L &= k \frac{V^2}{2g} & Fr^2 &= \frac{V^2}{gy} \\ \frac{h_L}{y_2} &= k \frac{V_2^2}{2gy_2} & \frac{Fr^2}{2} &= \frac{V^2}{2gy} \end{aligned}$$

Finalmente, al igualar los términos se obtiene la ecuación de Denli y Altan-Sakarya para determinar la pérdida de energía local en escalones positivos y negativos.

$$\frac{h_L}{y_2} = k \frac{Fr_2^2}{2} \quad (2.7)$$



## CAPÍTULO TRES

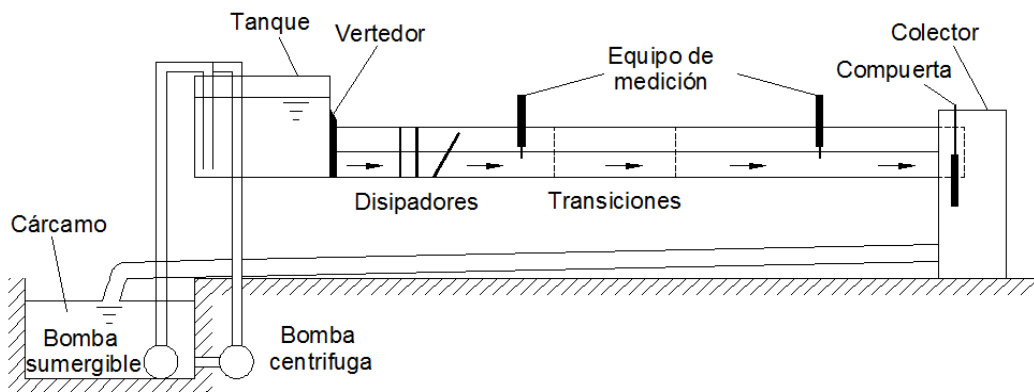
### 3 DISPOSITIVO EXPERIMENTAL E INSTRUMENTACIÓN

#### 3.1 Canal de recirculación

El componente principal de la instalación experimental para llevar a cabo los experimentos de flujo es un canal de recirculación (figura 3.1a) se muestra esquemáticamente la figura 3.1b. El canal se encuentra instalado en el laboratorio del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México.



a)



b)

Figura 3.1 Canal de recirculación: a) dispositivo experimental, b) vista longitudinal del canal

El montaje experimental consta de una bomba centrífuga y una bomba sumergible, un tanque aguas arriba del canal equipado con un vertedor triangular de  $90^\circ$  o tipo “V” con muescas afiladas, una compuerta de control en el extremo inferior del canal y un colector que dirige el agua hacia un cárcamo. El canal es de sección rectangular, cuenta con un ancho de 30 cm, 20 cm de profundidad y 6.6 m de longitud; la pendiente es nula. Las paredes al igual que el fondo del canal están hechos de acrílico y se les colocó una malla en la zona de transiciones pude observar los fenómenos que ocurre principalmente la variación del tirante. La compuerta al final del canal se utiliza para variar el tirante de los gastos y obtener la variación de la pérdida de energía, las elevaciones de la compuerta se hacen a cada centímetro y con esto se obtiene una gama en la diferencia de velocidades al variar la elevación de la compuerta para todas las transiciones analizadas.

### 3.2 Transiciones del canal

Las transiciones o cambios de sección de un canal son muy utilizados, especialmente en sistemas de riego donde la conservación de energía es esencial, los ejemplos también incluyen el flujo dividido por pilares de puentes, el agua que fluye a través de las beses de los puentes. Debe entenderse también que una transición no solo es el cambio de la geometría de la sección transversal, además de esta característica el cambio en la dirección y la pendiente están incluidas.

Las transiciones utilizadas en el canal son: contracciones, expansiones, contracción seguida de una ampliación estas simulan la bases de los puentes y pilas.

Las transiciones del canal son simulada con piezas de vidrio y es colocada en una sección, como se muestra en la figura 3.1b. La configuración de todas las piezas utilizadas para simular las transiciones se muestran en la figura 3.2 Para simular la contracción se utilizó vidrio de 3 mm de espesor.

Los anchos de la contracción  $b$  que se trabajarán son de 10, 15 y 20 cm, la longitud  $L$  es de 150 cm.

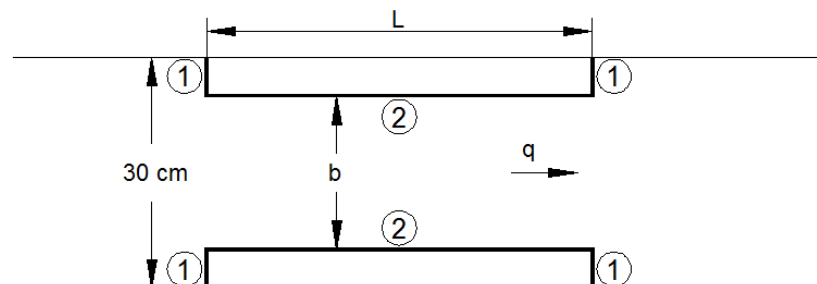


Figura 3.2 Vista en planta de la transición del canal

Para el armado de la transición se utilizaron 6 piezas de vidrio, 2 con una longitud de 1.5m como se observa en la figura con nomenclatura 2 y 4 pieza que dan soporte y simulan la reducción del ancho del canal. La relación utilizada es  $b/B$ , donde  $b$  es el ancho de la transición y  $B$  es el ancho del canal, las relaciones utilizadas son: 0.33, 0.5 y 0.67.

### 3.2.1 Contracción

Las contracciones en los canales, provocan perturbaciones al flujo y con ello se genera una importante pérdida de energía.

Autores como Formica y Hinds han realizado trabajos, donde el primer autor presenta que el coeficiente de pérdida en una contracción brusca es constante. Hinds a diferencia de Formica los trabajos que realiza de la contracción brusca observa que los coeficientes de pérdida local varían de acuerdo a la reducción del ancho del canal, como se ve en las figuras 2.8 y 2.10. Ambos autores presentan también el coeficiente de pérdida local para las contracciones graduales y en ambos casos el coeficiente en estas transiciones es menor con respecto a su similar brusca. La propuesta de ambos para reducir la pérdida de energía es eliminando las esquinas de  $90^\circ$ , haciéndolas redondas o en su caso reduciendo el Angulo de entrada de la reducción.

El análisis que se realiza a las reducciones se concentra en las brascas ya que son las más utilizadas, en las construcciones. Como se mencionó anteriormente los anchos estudiados en la reducción del canal son de 10, 15 y 20 cm, se hace pasar diferentes gastos que van desde 6 lts/ seg hasta 1 lts/seg, para los diferentes anchos. Para simular la contracción de estudio, los equipos de medición se colocaran a 50 cm antes de la contracción y a 100 cm después de la contracción, como se indica en la figura 3.3, estas longitudes garantizan que en la zona de medición no se genere turbulencia que pueda generar incertidumbre con las mediciones.

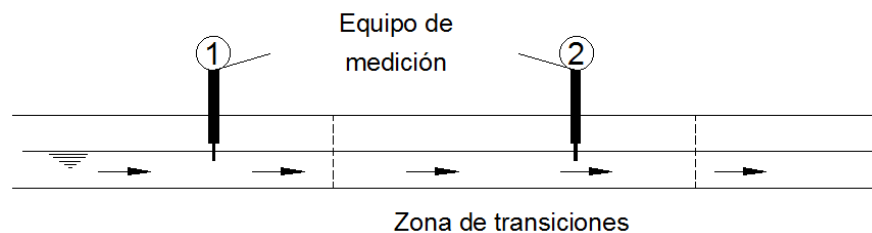


Figura 3.3 Posición de los equipos de medición para la contracción del canal

### 3.2.2 Expansión

Las expansiones en un canal incrementan el área de flujo en la sección transversal, lo que hace que disminuya la velocidad media del flujo. Debido a que el diseño de una reducción es muy parecido a una ampliación no se modificó el ancho original del canal.

Para simular la ampliación se utilizó la contracción instalada, esta reducción es la que simuló el ancho del canal original, en la sección 1 como se muestra en la figura 3.4 y la ampliación será simulada por el ancho del canal original; es decir, la sección 2 tomará anchos de 10, 15 y 20 cm, mientras que en la sección 2 se conservará un ancho de 30 cm.

A diferencia de las contracciones los equipos de medición se colocan en la parte final, un equipo es colocado a 50 cm antes del final de la transición y el otro a 50 cm antes del final del canal; es decir, antes del depósito colector. Al igual que en la reducción esto se hace para evitar las perturbaciones del flujo influyan en los resultados.

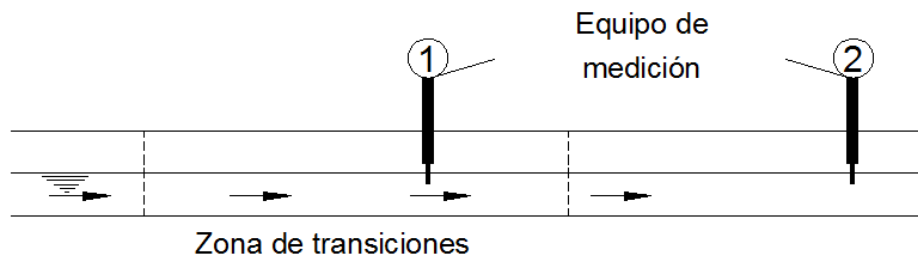


Figura 3.4 Posición de los equipos de medición para la expansión del canal

### 3.2.3 Contracción seguida de una expansión

Este tipo de transición simula las bases de puentes que invaden los márgenes del río. Las longitudes de las piezas son de 20, 30 y 40 cm; al igual que las transiciones anteriores se trabajan con los mismos anchos de la contracción.

Hubo un tiempo donde la sociedad clamaba por la construcción de puentes para reemplazar a los transbordadores y cruces. Con la expansión de la urbanización, los asentamientos en los márgenes de los ríos y arroyos del país, con puentes que se están construyendo a un ritmo cada vez mayor, y con el valor de la propiedad aumentando a un ritmo sin precedentes en las últimas dos décadas, ahora es imperativo conocer los efectos que producen los puentes.

Esto coloca a las demandas de la ingeniería hidráulica, que no ha sido consultado con demasiada frecuencia en el pasado, para promover y desarrollar un enfoque más científico del problema por vía del puente.



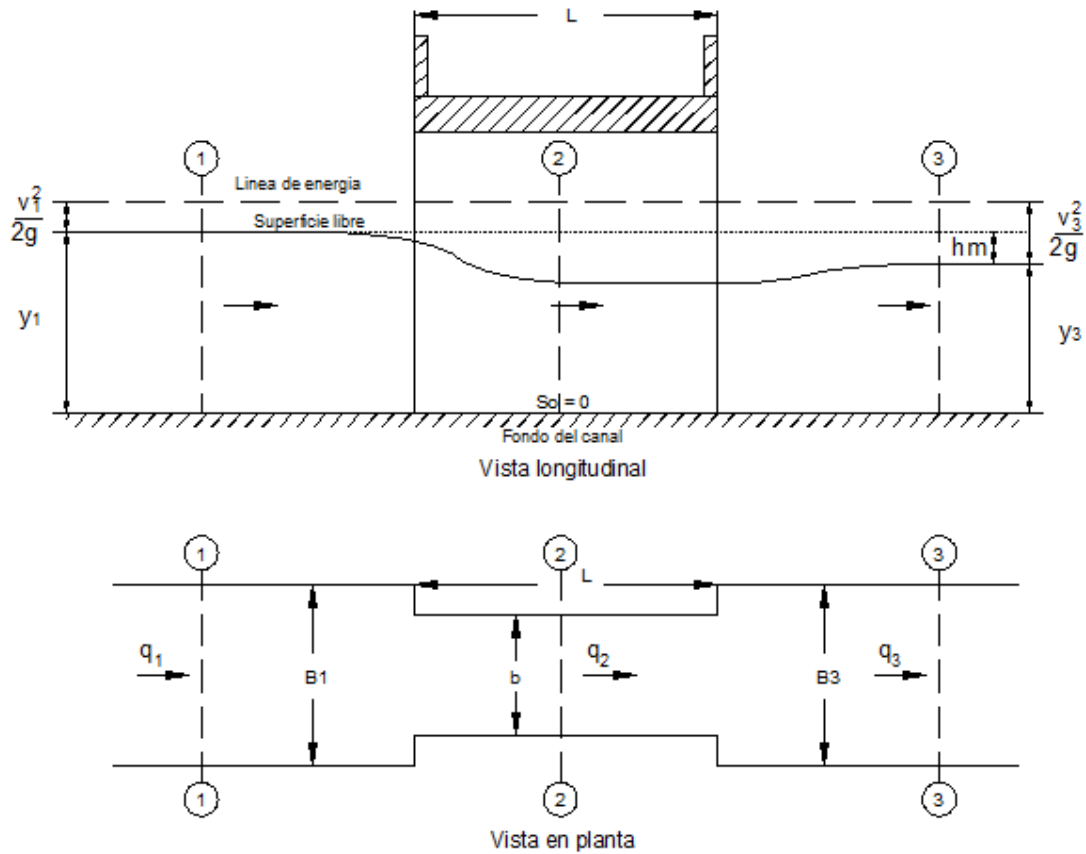


Figura 3.5 Vista longitudinal y en planta de la contracción seguida de una expansión

Los avances en el diseño estructural se han mantenido a la par con los tiempos. Los ingenieros estructurales son muy conscientes de las economías que pueden ser alcanzadas en el tipo adecuado de selección y el diseño de un puente de una longitud dada en general y la altura. El papel que juega la ingeniería hidráulica dentro de los puentes es conocer los efectos que causan en el flujo.

Algunos de los efectos que provocan los puentes en el flujo son el remanso excesivo que provoca la inundación de aguas arriba, el desbordamiento, el exceso de erosión por debajo del puente.

La manera en la que atraviesa el flujo la contracción provocada por el puente se ilustra en la Figura 3.5. Como se muestra en la Figura la etapa normal de la corriente para un caudal dado, antes de la contracción del canal, está representada por la línea marcada “línea de superficie”. La naturaleza de la superficie del agua después de la contracción del canal representa una diferencia de niveles, está representada  $h_L$  y expresa la pérdida de energía que se produce (figura 3.5).

### 3.2.4 Pilas

Todo elemento que se obstruya el paso libre del flujo le provoca una perturbación, al igual que las márgenes de los puentes las pilas modifican el flujo en menor grado, aun así el flujo experimenta una pérdida de energía (figura 3.6).

El análisis que se realiza a las pilas se concentra en las más utilizadas en la construcción, las pilas cilíndricas y primaticas. A pesar de que existen una gran cantidad de configuraciones para la colocación de las pilas y tamaños, aquí la configuración adoptada para el análisis es la colocación al centro del canal y las dimensiones utilizadas se presentan en la tabla 3.1.

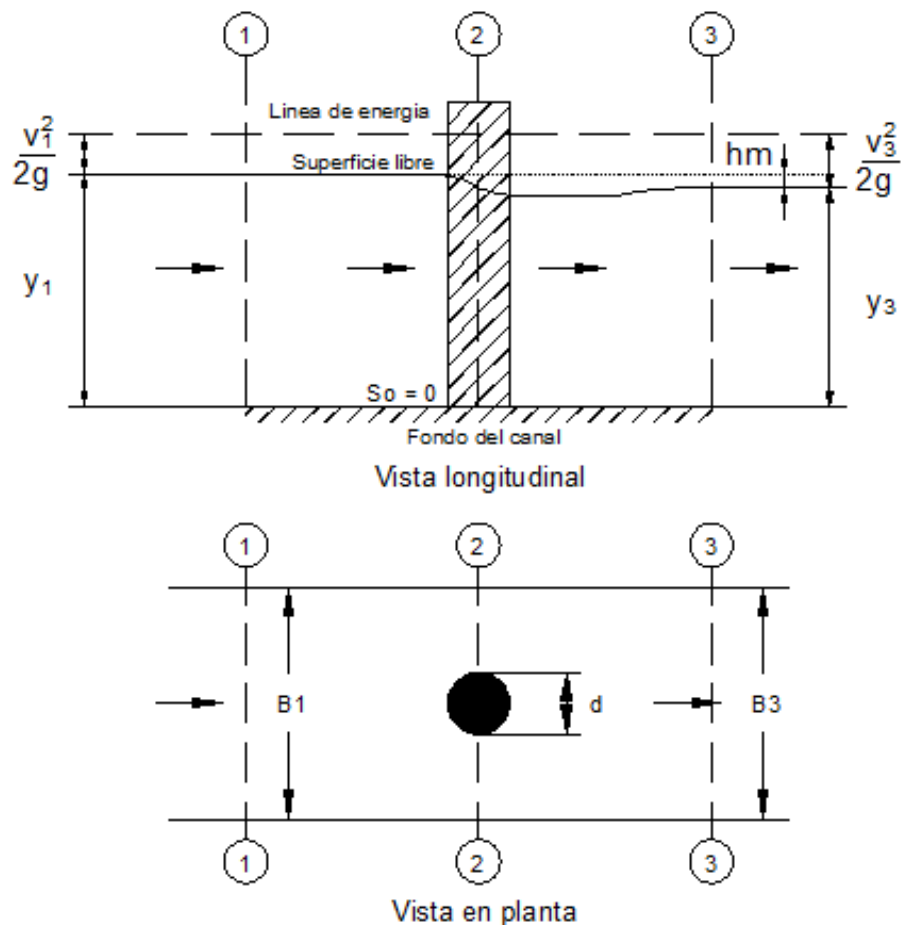


Figura 3.6 Vista longitudinal y en planta de la Pilas

A diferencia de las otras transiciones, las pilas dividen la sección del canal original en dos secciones simétricas, el flujo al igual que en los puentes experimenta una contracción y en un tramo muy corto una expansión donde recupera su sección original.


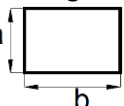
Pilas		
Cilindros 	Rectangular 	
Diámetro (d) (mm)	Ancho (a) (mm)	Largo (b) (mm)
27	21	33
33	42	66
40		

Tabla 3.1 Dimensiones de las pilas cilíndricas y rectangulares

Estas pilas representan a cuerpos inmersos en la corriente del flujo, presentando efectos viscosos cerca de la superficie del cuerpo, aunque lejos del cuerpo son prácticamente no viscosos. Estos efectos del flujo son estudiados por la mecánica de fluidos y reciben el nombre de capa límite. Las pruebas que se realizan a las pilas no profundizan en este tipo de anales.

### 3.3 Instrumentación

Para determinar la pérdida de energía que experimenta el flujo, se utiliza un equipo de medición para registrar la diferencia de los tirantes antes y después de la transición. Este equipo se basa en el principio de la conductividad eléctrica, es decir, mide la capacidad de las sales para conducir la corriente eléctrica del agua. Los dispositivos de medición son dos varillas metálicas que registran la conducción y permite hacer las lecturas de los tirantes. La consola permite hacer las lecturas del tirante a cada 0.25 de segundo con una aproximación de 1mm (figura 3.7). Este equipo de medición se conecta a un equipo de cómputo portátil y permite visualizar en tiempo real las lecturas además de poder almacenar la información (figura 3.8).

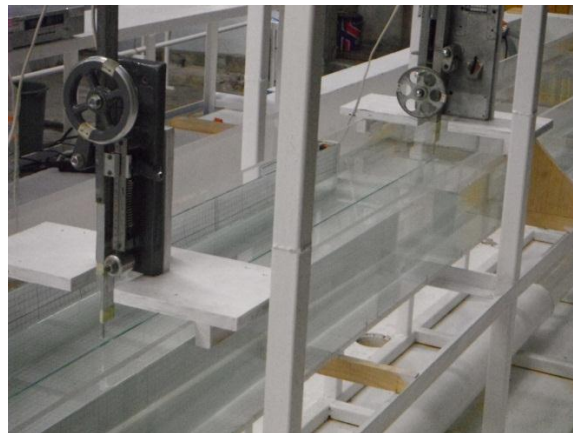


Figura 3.7 Equipo de medición

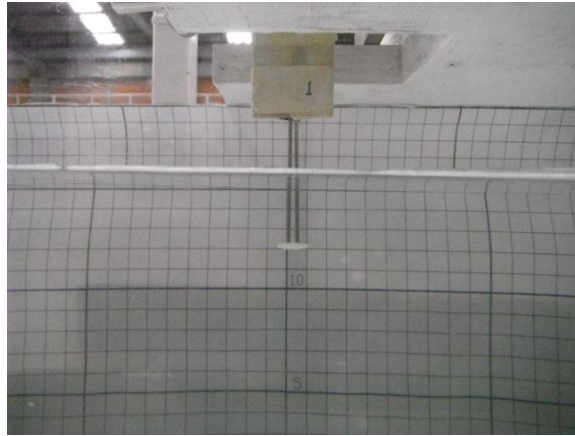


*Figura 3.8* Equipo de cómputo para almacenar los registros

Los equipos de medición fueron instalados en limnímetros manuales como se presenta en la figura 3.9. Para medir el tirante se suma la diferencia que hay entre el fondo del canal y la punta del equipo de medición más la lectura del equipo (figura 3.10).



*Figura 3.9* Instalación de los equipos de medición



*Figura 3.10* Medición del tirante

La razón de hacer las mediciones de esta forma, se debe a la sensibilidad de los equipos de medición en la parte inicial, de esta forma se obtiene con precisión los tirantes y las variaciones. Debido a que el flujo en estudio es permanente; es decir, el tirante y la velocidad no cambian durante el tiempo, el equipo de medición es apropiado para llevar a cabo el análisis de pérdida de energía.

La cantidad de pruebas que se realizan a cada una de las transiciones consiste en hacer transitar seis caudales diferentes, a excepción de la contracción donde se realizan pruebas para cuatro caudales, si se consideran los seis gastos, los tres diferentes anchos y la variación de la compuerta se obtienen aproximadamente 54 puntos experimentales, de esta manera se obtiene una cantidad de puntos para estimar el coeficiente de pérdida local para cada transición.

Para reducir la incertidumbre en los resultados, se determinó realizar pruebas de dos minutos de duración, para obtener un total de 360 lecturas por prueba. De esta forma se reduce la desviación estándar de las mediciones del tirante, dado que la incertidumbre es menor en la medida del tamaño de cada muestra.



## CAPÍTULO CUATRO

### 4 ANÁLISIS Y RESULTADOS

#### 4.1 Nomenclatura

Para establecer una forma de tomar los datos de las pruebas de laboratorio y facilitar su análisis, se definió una nomenclatura para las transiciones.

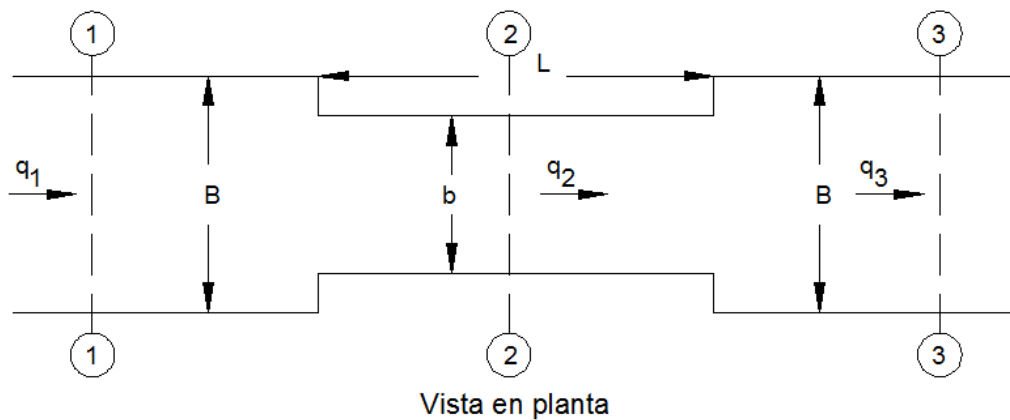


Figura 4.1 Nomenclatura tomada para las transiciones

Esta nomenclatura que se presenta en la figura 4.1, se mantiene a lo largo de todo el análisis. De esta forma para la contracción las mediciones se realizan en la sección uno y dos, mientras que en la ampliación las secciones son dos y tres; para la simulación de los márgenes de los puentes y determinar su coeficiente  $k$ , se toman las secciones uno y tres, finalmente para determinar la pérdida de energía causada por las pilas se toman las secciones uno y tres, reemplazando para ello la contracción y colocando en lugar de ella una de las pilas descritas anteriormente.

#### 4.2 Variables de las pruebas

Las variables de pruebas que se consideraron en el presente estudio son:

- El ancho de la contracción,  $b = 10 \text{ cm}$ ,  $15 \text{ cm}$  y  $20 \text{ cm}$
- El gasto en el canal,  $Q = 6 \text{ lt/s}$ ,  $5 \text{ lt/s}$ ,  $4 \text{ lt/s}$ ,  $3 \text{ lt/s}$ ,  $2 \text{ lt/s}$  y  $1 \text{ lt/s}$

En las siguientes tablas se presentan las variables de las pruebas realizadas.

Transición	Pruebas No.	Ancho (b) cm	Gastos lt/s
Contracción	1	10	6
	2		3
	3		2
	4		1
	5	15	6
	6		3
	7		2
	8		1
	9	20	6
	10		3
	11		2
	12		1
Ampliación	13	10	6
	14		5
	15		4
	16		3
	17		2
	18		1
	19	15	6
	20		5
	21		4
	22		3
	23		2
	24		1
	25	20	6
	26		5
	27		4
	28		3
	29		2
	30		1

Tabla 4.1 Variables de prueba para la contracción y ampliación



Transición	Pruebas No.	Ancho (b) cm	Longitud (L) cm	Gastos lt/s
Contracción - Ampliación	31	10	20	6
	32			5
	33			4
	34			3
	35			2
	36			1
	37	15		6
	38			5
	39			4
	40			3
	41			2
	42			1
	43	20		6
	44			5
	45			4
	46			3
47	2			
48	1			
Contracción - Ampliación	49	10	30	6
	50			5
	51			4
	52			3
	53			2
	54			1
	55	15		6
	56			5
	57			4
	58			3
	59			2
	60			1
	61	20		6
	62			5
	63			4
	64			3
65	2			
66	1			
Contracción - Ampliación	67	10	40	6
	68			5
	69			4
	70			3
	71			2
	72			1
	73	15		6
	74			5
	75			4
	76			3
	77			2
	78			1
	79	20		6
	80			5
	81			4
	82			3
83	2			
84	1			

Tabla 4.2 Variables de prueba para la contracción seguida de una ampliación

Tipo de pila	Pruebas No.	No. de pila	Gastos lt/s
rectangular	85	Pila 1	6
	86		5
	87		4
	88		3
	89		2
	90	1	
	91	Pila 2	6
	92		5
	93		4
	94		3
95	2		
96	1		
Cilíndrica	97	Pila 1	6
	98		5
	99		4
	100		3
	101		2
	102	1	
	103	Pila 2	6
	104		5
	105		4
	106		3
	107		2
	108	1	
	109	Pila 3	6
	110		5
111	4		
112	3		
113	2		
114	1		

Tabla 4.3 Variables de prueba para las Pilas

### 4.3 Expresiones utilizadas para determinar la pérdida de energía

Se realiza una comparación de los diferentes métodos para determinar el coeficiente de pérdida  $k$  en las transiciones.

Las expresiones utilizadas para estimar el valor de  $k$  a partir del análisis de los datos obtenidos en el laboratorio son: la ecuación general (2.1), la de Borda – Carnot (2.2), la utilizada por Formica para ampliaciones (2.4), la empleada por Hinds (2.5), y finalmente la que propone Denli en términos del número de Froude (2.7).

Para determinar la pérdida de energía que ocurre a causa de las transiciones se hace un balance de energía entre las secciones, para el caso de la ampliación las mediciones se realizan en las secciones dos y tres, haciendo el balance de energía entre esas secciones se tiene que:

$$E = y \cos\theta + \alpha \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (4.1)$$

$$E_2 = E_3 + h_L \quad (4.2)$$

$$h_L = E_2 - E_3 \quad (4.3)$$

Donde  $E_i$  representa la energía en el punto  $i$ ,  $h_L$  la pérdida de energía debido a la transición; la pérdida por fricción no se considera debido a que la disminución de la energía sucede en un tramo muy corto.

De igual forma se realiza el análisis de la pérdida de energía para las demás transiciones:

Contracción y Pilas

$$h_L = E_1 - E_2 \quad (4.4)$$

Contracción – ampliación

$$h_L = E_1 - E_3 \quad (4.5)$$

#### 4.4 Análisis de la contracción brusca

Para determinar el coeficiente  $k$ , se observó que la velocidad se relaciona con las cinco expresiones mencionadas anteriormente. En cuatro de las cinco expresiones el parámetro es la velocidad, a excepción de Denli donde se trabaja con el número de Froude, a pesar de esto el número de Froude se determina con la velocidad, así que exponemos que todas las expresiones determinan el coeficiente  $k$  de acuerdo a la variación de la velocidad.

Para cada ancho estudiado en la contracción brusca a pesar que se detectó cierta tendencia de los puntos como se muestra en la figura 4.2, correspondiente a la ecuación general para los diferentes anchos de la contracción.

Aun cuando una de las relaciones individuales su coeficiente de determinación es muy pequeño con respecto a las otras dos, se observa que al integrar todos los puntos forman una nube que muestra una cierta tendencia lineal.

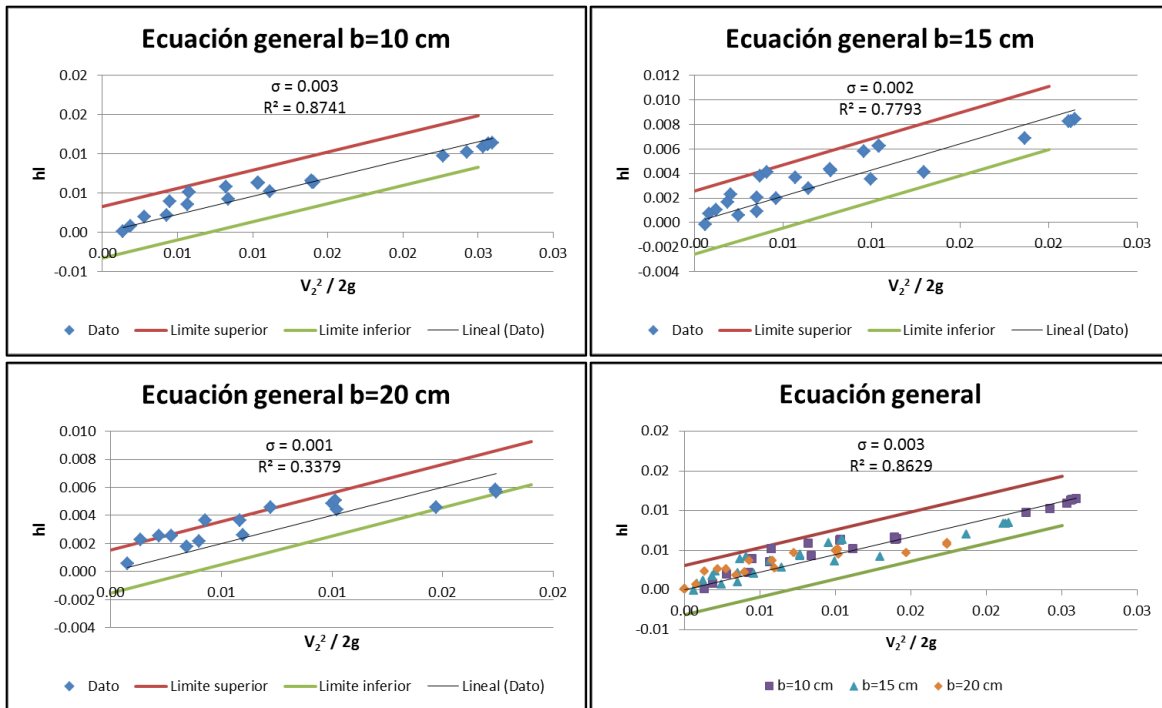


Figura 4.2 Gráficas de la ecuación general para encontrar  $k$  para los diferentes anchos

Como se observa en cada gráfico existen dos límites, uno superior y otro inferior, estos límites corresponden a la desviación estándar.

Para determinar la mejor tendencia se aplica un condicional a todos los ajustes, esta restricción es que las curvas de ajuste apunten el origen; es decir, la pérdida de energía sea cero al inicio y a medida que aumente el valor del eje de las abscisas aumentara la pérdida de energía.

El parámetro empleado para evaluar, es el coeficiente de determinación,  $R^2$ , este coeficiente explica la variable dependiente del modelo estadístico, este modelo se construye para explicar el comportamiento de la variable dependiente en este caso se refiere a la pérdida de energía a través de la variable independiente. Dado que se predice la variable dependiente, el error cuadrático medio de su varianza es el máximo error aceptado en el modelo estadístico.

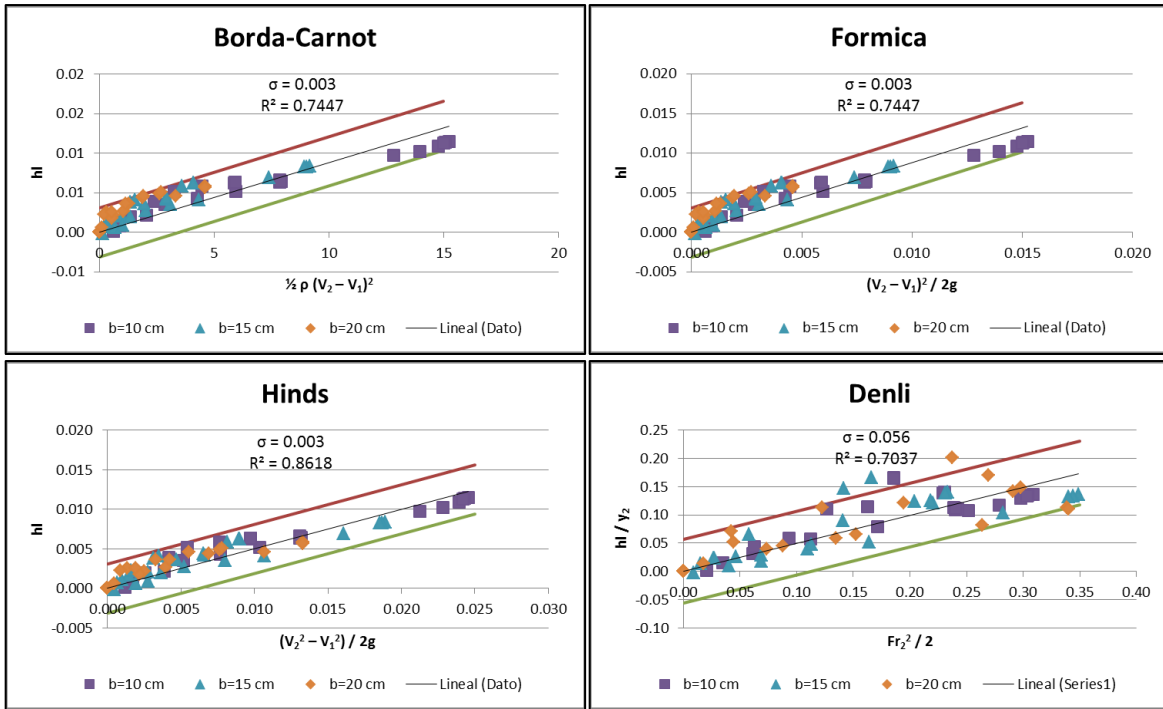


Figura 4.3 Gráficas para los tres anchos

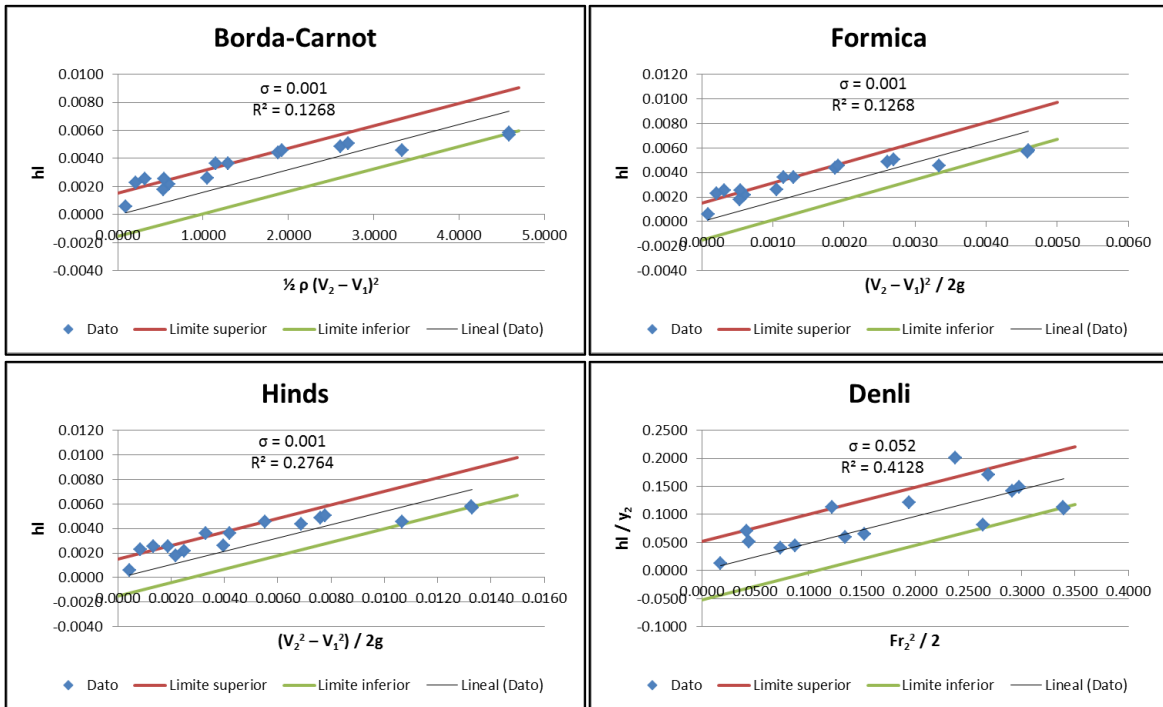


Figura 4.4 Gráficas para el ancho de b=20 cm

Las líneas de tendencia mostradas en todas las figuras 4.3 y 4.4 corresponden a un ajuste lineal, este se aplica a todos los análisis. Los modelos lineales son una explicación

simplificada del comportamiento de la pérdida de energía, mucho más ágil comparado con otros ajustes, además cuenta con un soporte teórico por parte de la matemática y la estadística mucho más extenso que otros.

Continuando con el análisis de los resultados, los gráficos obtenidos correspondientes a las otras expresiones se observó que en la contracción con el ancho de 20 cm su coeficiente de determinación es muy pequeño comparado con los otros ancho, este caso es el que se mencionó en la ecuación general, cuyo coeficiente  $R^2$  es muy pequeño con respecto a los otros dos anchos, aunque si se grafican todos los anchos la nube de puntos detecta cierta tendencia (figura 4.3). Si se compara únicamente el resultado que se obtiene de en la contracción de 20 cm se observa que la que mejor se ajusta es la ecuación propuesta por Denli, aun así su coeficiente es bajo para los niveles esperados (figura 4.4).

Con el interés de mejorar el coeficiente de ajuste se propusieron algunas ecuaciones empíricas para calcular la pérdida de energía. Para poder llevar esto acabo se tomó en consideración la estructura de las ecuaciones en comparación.

Se encontró una expresión donde la nube de puntos se adapta mejor al ajuste lineal, en las figuras 4.5-4.7, se observa la distribución de los puntos y además se reportan coeficientes de ajustes cercanos a la unidad. La ecuación propuesta relaciona la pérdida de energía  $h_L/b$  contra la relación  $Fr_2^2 / Fr_1$ .

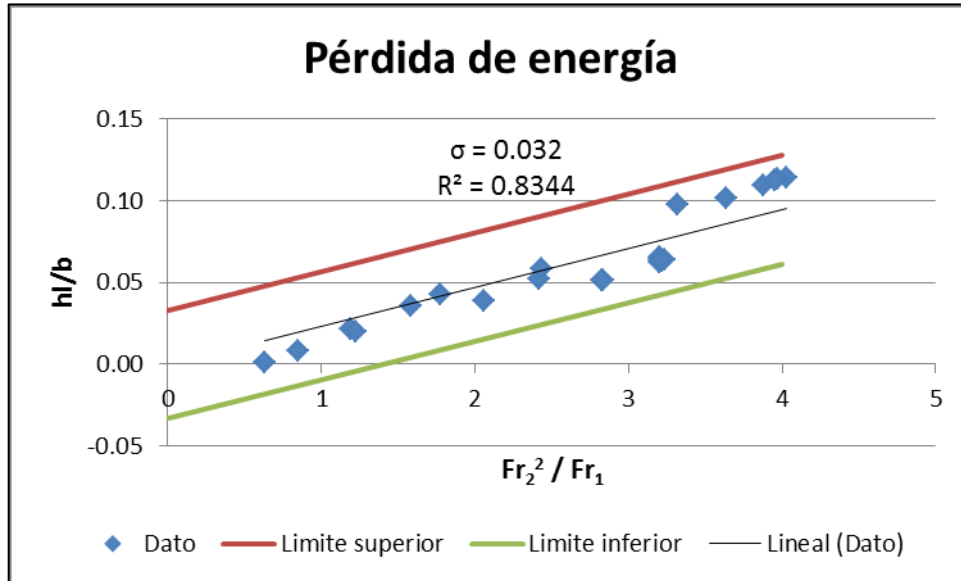


Figura 4.5 Gráfica de ecuaciones propuestas para  $b=10$  cm

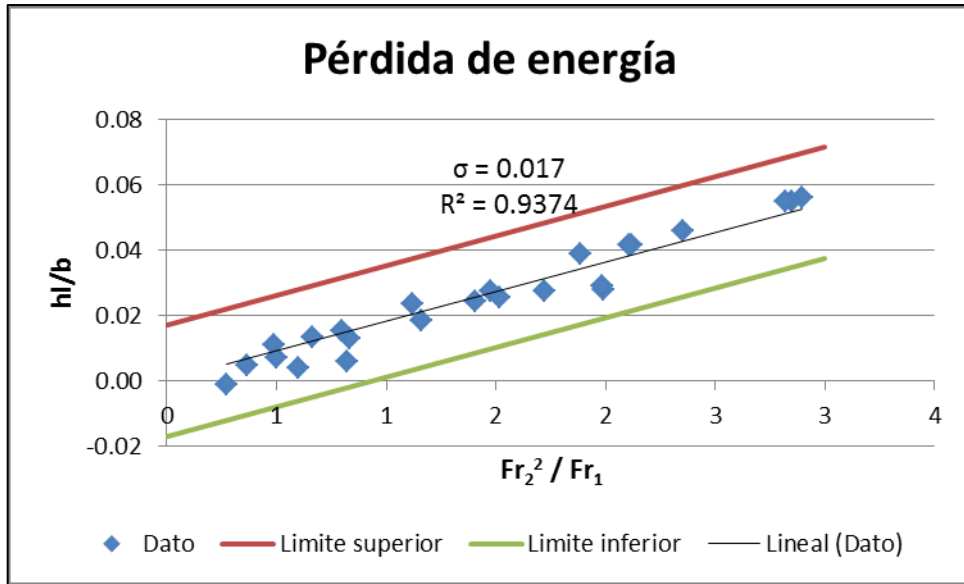


Figura 4.6 Gráfica de ecuaciones propuestas para  $b=15$  cm

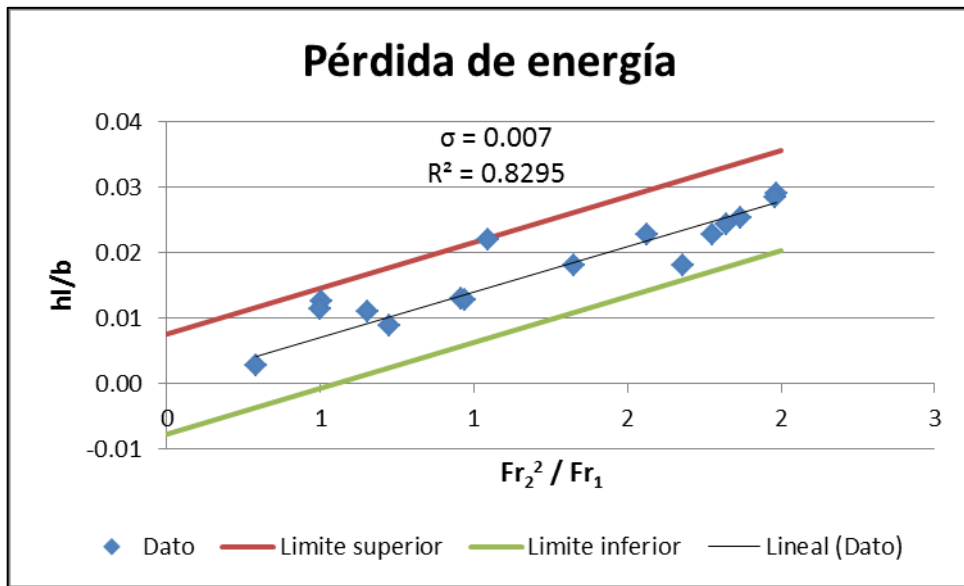


Figura 4.7 Gráfica de ecuaciones propuestas para  $b=20$  cm

Es importante aclarar que en la figura 4.6 existe un punto de la gráfica por debajo del eje principal de las abscisas, este valor negativo implica una ganancia de energía y en consecuencia implicaría un valor negativo al coeficiente de pérdida local  $k$ . El hecho de que un punto tenga valor negativo no significa que no sea considerado en el análisis, debe tomarse en cuenta que estos valores provienen de mediciones hechas en laboratorio y que, por lo tanto están sujetos a ciertos errores.

Las líneas de tendencia que se obtiene de la ecuación propuesta, mostradas en las figuras anteriores representan el mejor ajuste para cada ancho. En la figura 4.8 se manifiestan que los datos siguen una tendencia lineal.

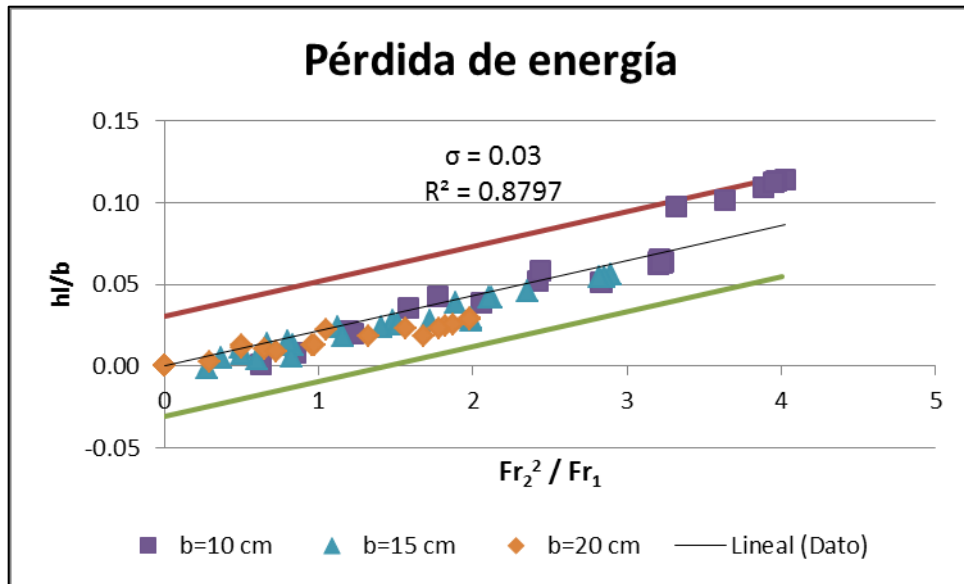


Figura 4.8 Gráfica de ecuaciones propuestas para los tres diferentes anchos

Finalmente, a partir de las gráficas presentadas, se toma la de mejor coeficiente de determinación. Para las contracciones analizadas, la ecuación que entrega mejores resultados es la propuesta. En los tres casos se presenta un coeficiente cercano a la unidad. Las gráficas de comparación de los métodos existentes se encuentran en el anexo 2.

Las líneas demostradas en las figuras anteriores representan una tendencia lineal de las series de datos obtenidos. Este tipo de línea nos dice si el conjunto de datos que representan la pérdida de energía ha aumentado o decrecido en relación del número de Froude. La figura 4.9 indica la nomenclatura a utilizar.

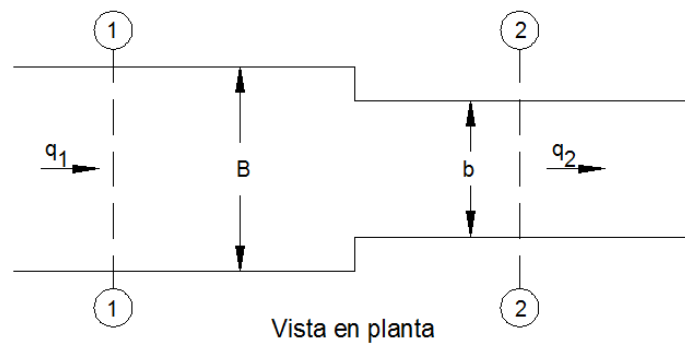


Figura 4.9 Nomenclatura de la contracción brusca



Utilizando técnicas estadísticas se calcula la ecuación de la recta, donde el coeficiente de pérdida  $k$  es la pendiente de la recta, la ecuación a utilizar para la contracción brusca es:

$$\frac{h_L}{b} = k \frac{Fr_2^2}{Fr_1} \quad (4.6)$$

La siguiente tabla presenta los coeficientes propuestos de  $k$  para la pérdida local de energía, para cada ancho de la contracción.

$b/B$	$k$
0.33	0.023
0.50	0.018
0.67	0.014

Tabla 4.4 Coeficientes de pérdida local propuestos para los anchos de 10, 15 y 20cm, con la relación  $b/B$  donde  $b$  es al ancho de la contracción,  $B$  el ancho del canal y  $k$  el coeficiente de pérdida local

## 4.5 Análisis de la ampliación brusca

Al igual que en la contracción brusca esta transición se analiza de forma similar. Se realizó una comparación de los métodos existentes y se analizó el comportamiento de los datos ajustando una línea de tendencia lineal.

A pesar que en la literatura encontrara la ecuación Borda – Carnot es la indicada para utilizar en las ampliaciones, sus coeficientes son muy bajos con respecto a las dos de mejor ajuste. Los puntos de la gráfica no presentan claramente un ajuste lineal o una distribución en la nube de puntos.

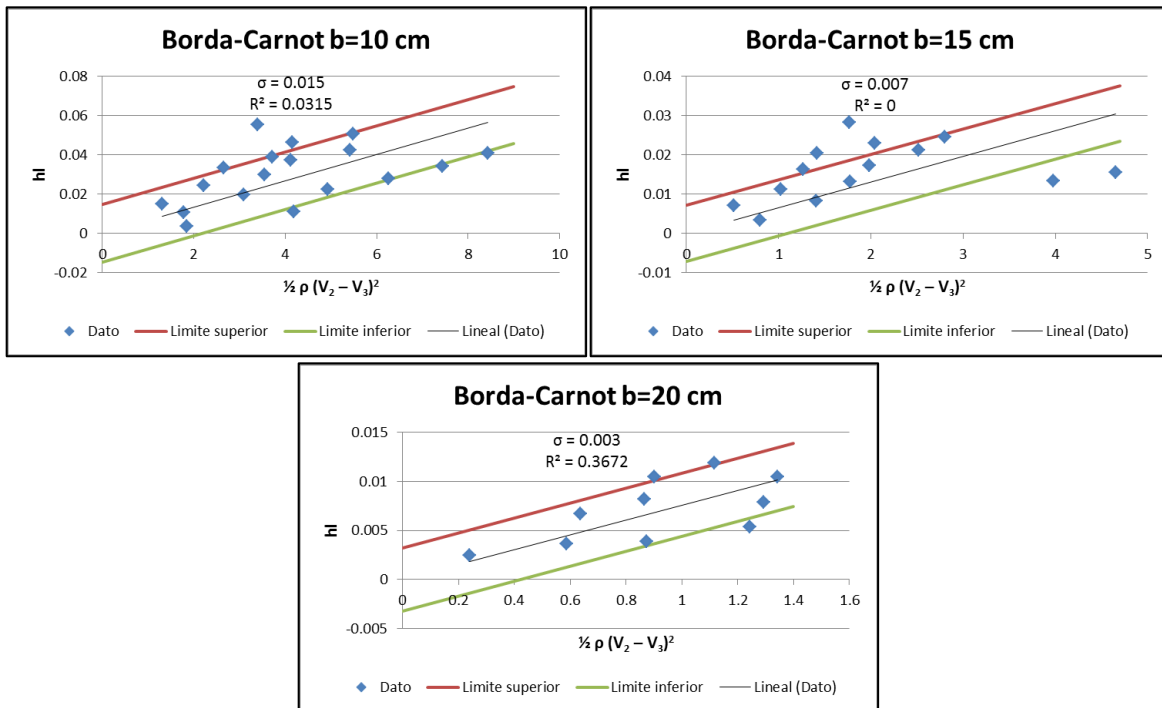


Figura 4.10 Gráficas de la ampliación utilizando la ecuación Borda - Carnot

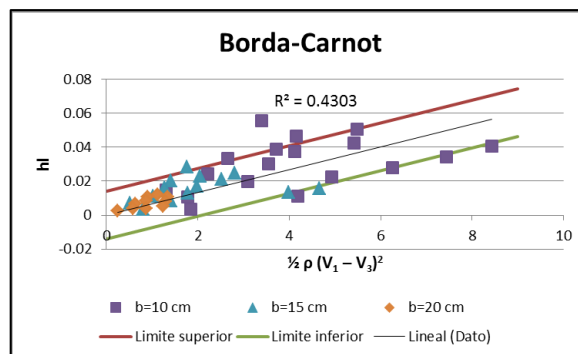


Figura 4.11 Gráfica de la ampliación utilizando la ecuación Borda – Carnot para los tres casos analizados

Como se observa en la figura 4.10 más de un punto rebasa los límites aplicados a las gráficas, y en una de ellas su coeficiente tomar valor negativo, mientras que en la figura 4.11, al graficar los tres casos de la ampliación se observa que los puntos se separan a medida que el valor de la abscisa aumenta.

Para las tres ampliaciones analizadas se observó que dos ecuaciones proporcionan una tendencia lineal bien definida con respecto a las otras expresiones incluidas las ecuaciones propuestas, estas son: la ecuación general y la propuesta por Denli en términos del número de Froude, las figuras 4.12 - 4.14 se observa el resultado de los análisis realizados en las gráficas.

A pesar de que en la primera ampliación (figura 4.12) existe un punto fuera de los límites, los coeficientes mantienen un nivel aceptable, sobre todo en la ecuación general, aun así no existe una gran diferencia entre sus coeficientes de ajuste y esto se debe a la relación que existe entre las ecuaciones. Como se vio en el apartado 2.6 el número de Froude responde a la velocidad del flujo, esta particularidad se observa en las gráficas, pues presentan cierta simetría entre ellas en la dispersión de los puntos.

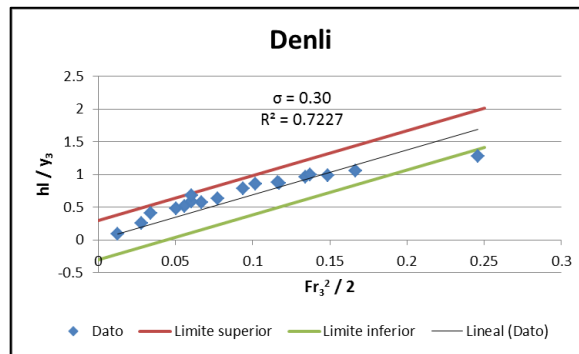


Figura 4.12 Gráfica de la aplicación brusca para b=10 cm

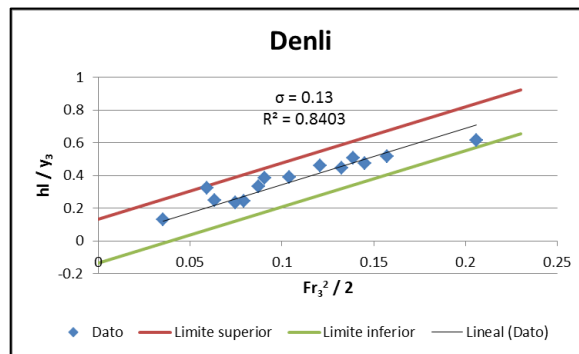


Figura 4.13 Gráfica de la aplicación brusca para b=15 cm

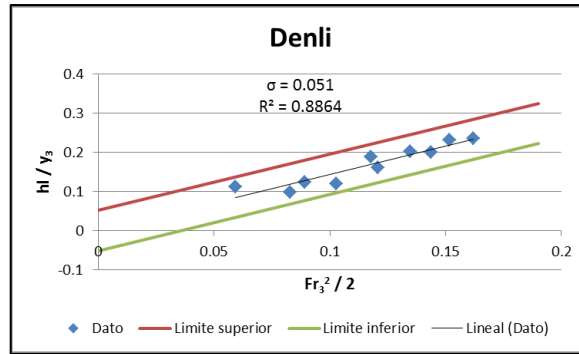


Figura 4.14 Gráfica de la aplicación brusca para  $b=20$  cm

Al igual que en la ecuación Borda- Carnot, al graficar los tres casos en una sola gráfica se observa la diferencia de las tres ampliaciones (figura 4.15).

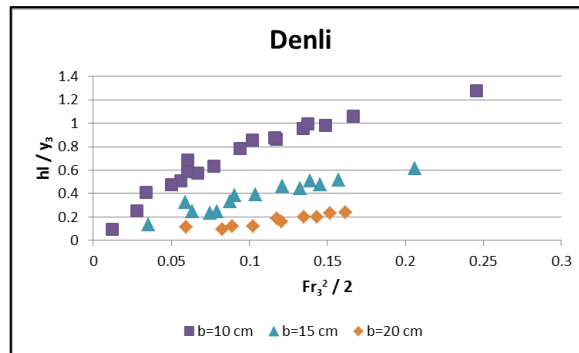


Figura 4.15 Gráficas de la ampliación utilizando las ecuación de mejor ajuste para los tres casos analizados

Finalmente, a partir de las gráficas presentadas, en la tabla 4.5 se enseñan los coeficientes de pérdida local  $k$ , de las dos ecuaciones de mejor ajuste.

$b$	$k$	
	E. general	Denli
10 cm	6.7871	6.857
15 cm	3.3252	3.4308
20 cm	1.4262	1.4395

Tabla 4.5 Coeficientes de pérdida local para expansiones bruscas

Al igual que en la contracción las demás gráficas, se presentan en el anexo 3 dedicado a la expansión brusca.

Presentar los resultados como la tabla 4.5 es poco práctico ya que en la realidad no se presentarían canales con un ancho inicial de 10 cm y posterior a la ampliación de 30 cm. De forma análoga a la contracción los resultados se presentan con la relación  $b/B$  en la tabla 4.6. Los valores de los coeficientes se toman de la ecuación de Denli ya que esta se apoya de la ecuación general y como se observó en la tabla 4.2 los valores son muy parecidos.

b/B	0.33	0.5	0.67
ki	6.86	3.43	1.44

Tabla 4.6 Coeficientes de pérdida local en expansiones bruscas, donde  $b$  es el ancho del canal y  $B$  es el ancho de la ampliación.

La nomenclatura a utilizar se presenta en la figura 4.16 y la ecuación a utilizar es:

$$\frac{h_L}{y_3} = k \frac{Fr_3^2}{2} \quad (2.7)$$

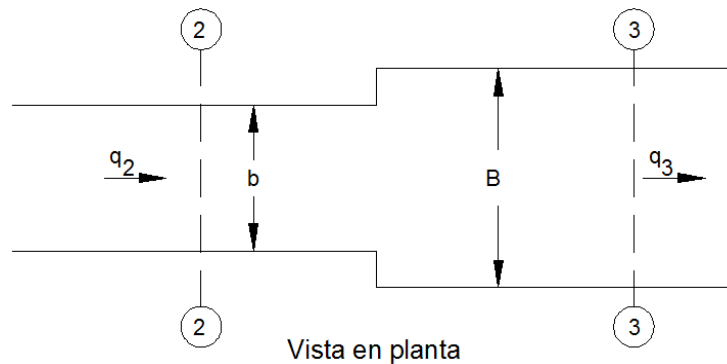


Figura 4.16 Nomenclatura para expansiones bruscas

## 4.6 Análisis de contracción – ampliación

En esta transición en particular se realizó un análisis con más detalle, ya que hasta el momento no existe algún antecedente de estudios realizados a esta configuración de transiciones, una contracción seguida de una expansión, ambas transiciones de carácter violento.

Para el análisis se toma en consideración la longitud que puede existir entre las transiciones y se observan los efectos que causan la longitud en los coeficientes de pérdida local de energía.

De igual forma los resultados obtenidos en esta transición el coeficiente de determinación es el encargado de evaluar la eficacia de los resultados. Al igual que en la expansión brusca al tratarse aquí de una ampliación causada en la mayoría de los casos por los márgenes de los puentes, se presentan los gráficos de la ecuación Borda – Carnot, la ecuación general y la propuesta por Denli estas dos últimas porque en el análisis de la ampliación brusca entregaron los mejor ajuste.

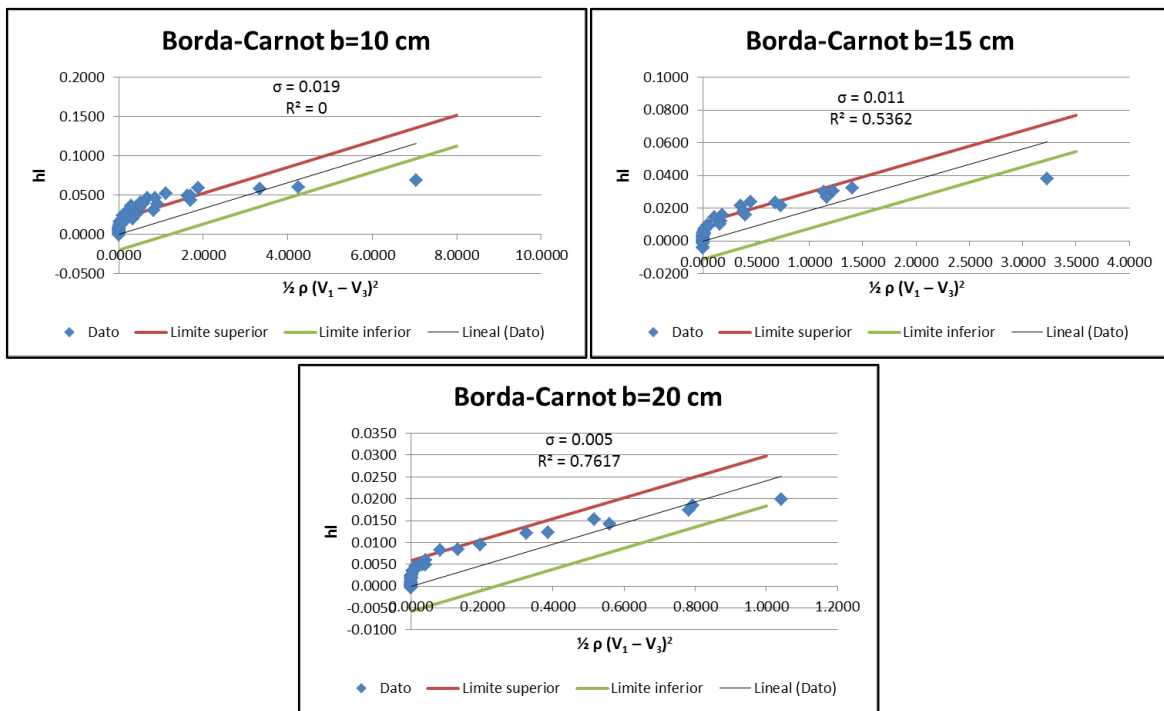


Figura 4.17 Gráficas de la ecuación Borda – Carnot para la longitud de 20 cm

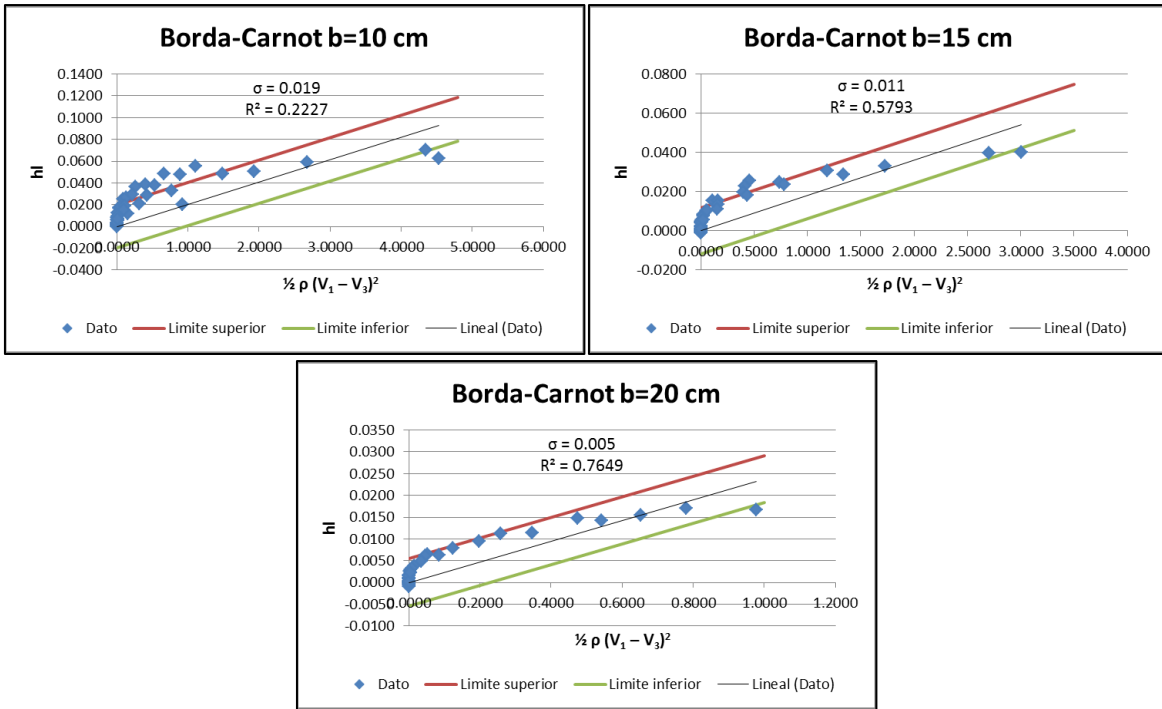


Figura 4.18 Gráficas de la ecuación Borda – Carnot para la longitud de 30 cm

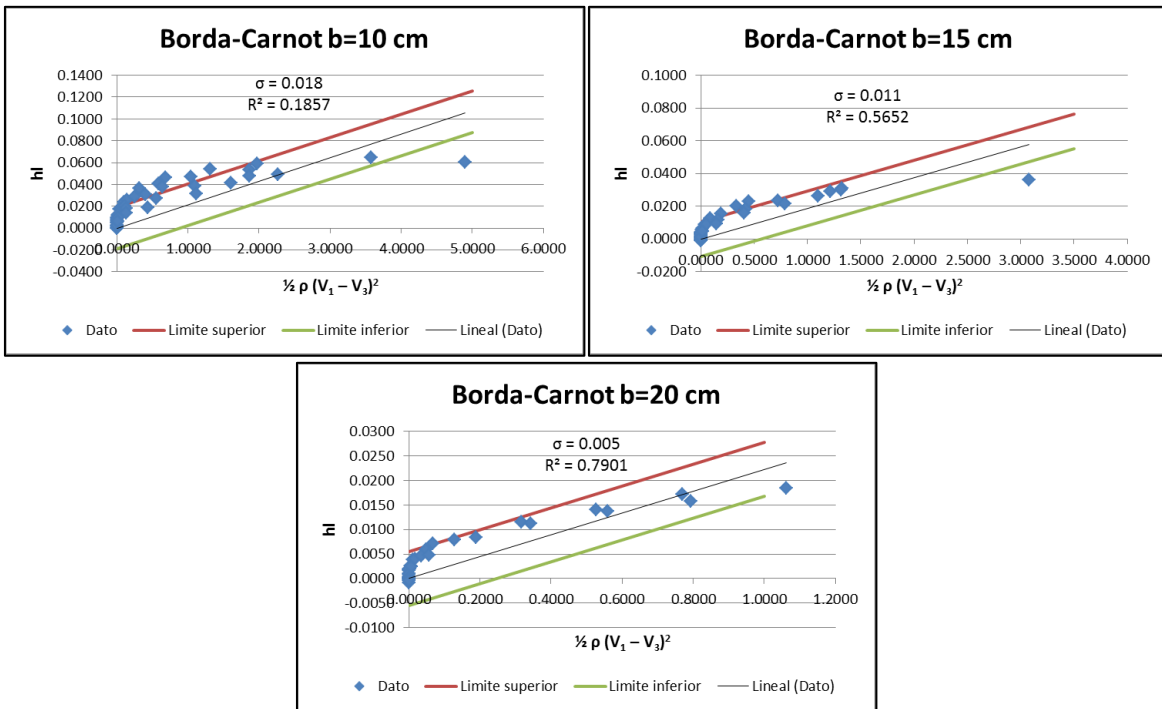


Figura 4.19 Gráficas de la ecuación Borda – Carnot para la longitud de 40 cm

Como se observa en la figuras 4.17 – 4.19, en todas las gráficas la nube de puntos presenta una curva muy cerca del origen y no sigue una trayectoria lineal como se esperaba. En base a la distribución de puntos se dice que la pérdida de energía sigue la trayectoria curva.

Cuando la diferencia de las velocidades es muy pequeña la pérdida de energía es prácticamente nula, pero a medida que la diferencia aumenta se observa que la pérdida de energía aumenta en forma lineal.

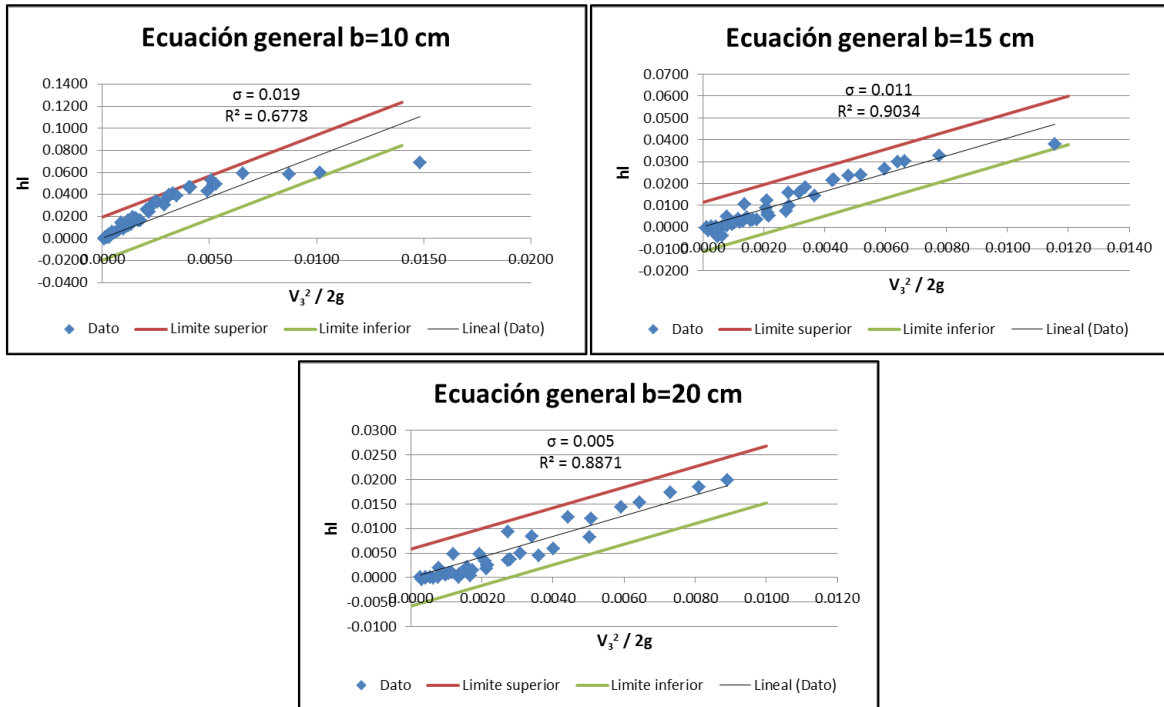


Figura 4.20 Gráficas de la ecuación general para la longitud de 20 cm

En las figuras 4.20 y 4.21, se presentan los gráficos de la ecuación general y la propuesta por Denli, ambas con coeficientes cercanas a la unidad, aunque llama la atención ver que en una de las transiciones el comportamiento de los puntos no sigue un comportamiento lineal y la tendencia que sigue es curva como las gráficas anteriores, a pesar de este comportamiento en los otros anchos el comportamiento se lineal. Hasta el momento para la transición con  $b=10$  cm, la de mejor ajuste lo entrega la ecuación propuesta por Denli

Cabe mencionar que en las otras dos longitudes analizadas este detalle persisten para el ancho de 10 cm, hasta el momento los coeficientes de la ecuación de Denli para los anchos de 15 y 20 cm en la contracción son cercanos a la unidad y todos con valores aceptables.



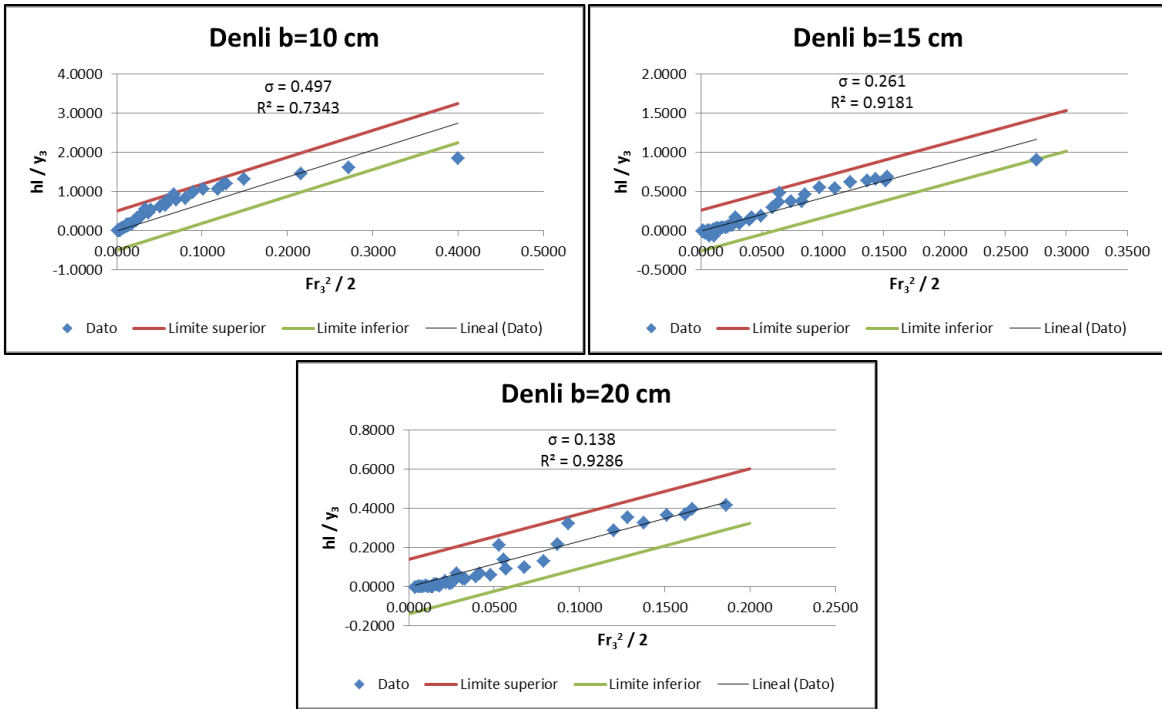


Figura 4.21 Gráficas de la ecuación propuesta por Denli para la longitud de 20 cm

Después de haber analizado el coeficiente de las expresiones de los autores y de las ecuaciones propuestas, la tabla 4.7 se exhibe lo mejores coeficientes obtenidos para la longitud de 20 cm, se nota que la ecuación general y Denli, para el ancho de 10 cm sus coeficientes son bajos con respecto a los otros dos anchos, esto se debe la curva que presenta la gráfica cerca del origen.

	Ancho de 10 cm		Ancho de 15 cm		Ancho de 20 cm	
	R <sup>2</sup>	Ecuación	R <sup>2</sup>	Ecuación	R <sup>2</sup>	Ecuación
1	0.7343	Denli	0.9181	Denli	0.9286	Denli
2	0.6778	E. general	0.9034	E. general	0.8871	E. general

Tabla 4.7 Resultado de los coeficientes de determinación de para la longitud de 20 cm

Continuando con el análisis de resultados las tablas 4.8 y 4.9 presenta los coeficientes obtenidos para la longitud de 30cm y 40 cm respectivamente, también se observa que en la contracción de 10 cm los valores del coeficiente son bajos con respecto a los otros dos, caso similar al presentado en la tabla 4.7.

	Ancho de 10 cm		Ancho de 15 cm		Ancho de 20 cm	
	R <sup>2</sup>	Ecuación	R <sup>2</sup>	Ecuación	R <sup>2</sup>	Ecuación
1	0.7637	Denli	0.9228	Denli	0.8902	Propuesta 1
2	0.7459	E. general	0.9226	E. general	0.8896	Hinds
3	0.5705	Hinds	0.9206	Propuesta 1	0.8767	Denli

Tabla 4.8 Resultado de los coeficientes de determinación de para la longitud de 30 cm

l	Ancho de 10 cm		Ancho de 15 cm		Ancho de 20 cm	
	R <sup>2</sup>	Ecuación	R <sup>2</sup>	Ecuación	R <sup>2</sup>	Ecuación
1	0.8546	Denli	0.9252	Denli	0.9213	Hinds
2	0.834	E. general	0.9048	E. general	0.9176	Denli
3	0.6015	Hinds	0.9021	Propuesta 1	0.8856	Propuesta 1

Tabla 4.9 Resultado de los coeficientes de determinación de para la longitud de 40 cm

Hasta ahora los coeficientes presentados para los anchos de 15 y 20 cm para las tres longitudes estudiadas con cercanas a la unidad, aunque debe prestarse atención a lo que sucede con el ancho de 10 cm, para las tres longitudes sus coeficientes obtenidos son bajos. Se observa también que la ecuación con más frecuencia de participación es la propuesta por Denli.

En base a los coeficientes presentados en las tablas y en la constancia de la ecuación propuesta por Denli los coeficientes de pérdida local se obtienen de dicha expresión y se presentan en las siguientes tablas.

b/B	0.33	0.5	0.67
k	6.8756	4.2459	2.1129

Tabla 4.10 Resultado de los coeficientes de pérdida local de para la longitud de 20 cm

b/B	0.33	0.5	0.67
k	7.1585	4.4652	2.1561

Tabla 4.11 Resultado de los coeficientes de pérdida local de para la longitud de 30 cm

b/B	0.33	0.5	0.67
k	7.7047	4.5186	2.2768

Tabla 4.12 Resultado de los coeficientes de pérdida local de para la longitud de 40 cm

Por último se presentan en las siguientes gráficas, un análisis de la de los efectos que causa la longitud entre las transiciones, esto se hace comparando los coeficientes de pérdida de las tres longitudes.

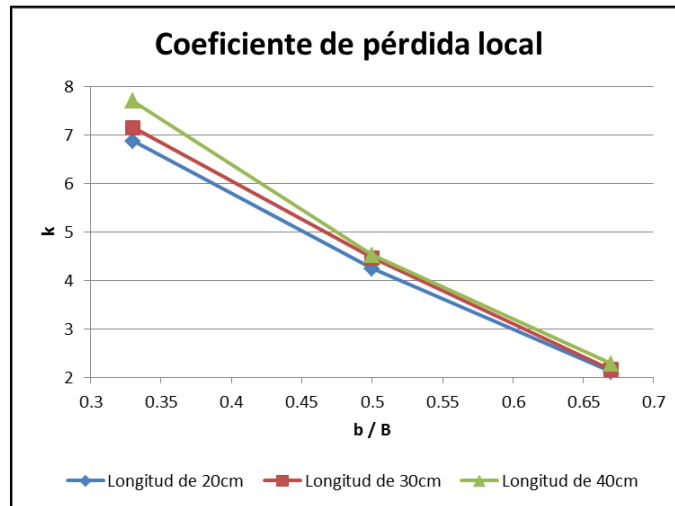


Figura 4.22 Variación del coeficiente de energía tomando en consideración los tres anchos estudiados

En la figura 4.22 se graficaron los coeficientes de pérdida, cada línea en la gráfica representa a una longitud con la relación en la variación de los anchos. Se aprecia en la gráfica que las relaciones de ancho 0.50 y 0.67 no existe una gran variación de los coeficientes, pero en la contracción de 10 cm cuya relación es de 0.33 se aprecia una ligera diferencia, en base a las observaciones y el comportamiento de las líneas se afirma que los coeficientes de pérdida si son afectados por la longitud entre las transiciones bruscas.

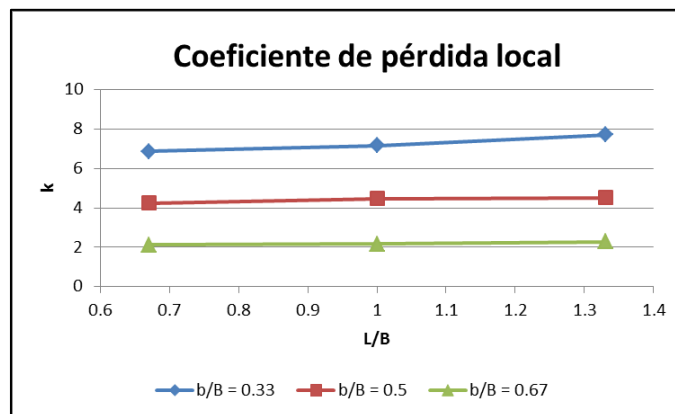


Figura 4.23 Variación del coeficiente de energía tomando en consideración la longitud entre las transiciones

Continuando con el análisis de los resultados, en la figura 4.23 cada línea en la gráfica representa una relación de longitud entre el ancho y se observa que el coeficiente aumenta con la longitud entre las transiciones y siguiendo una tendencia lineal.

Finalmente, se proporciona la nomenclatura en la figura 4.24 y los resultados en los coeficientes de pérdida de energía local en la tabla 4.13. Debido a que los resultados presentados con longitudes pequeñas es poco práctico, se considera hacer la relación  $L/B$ , donde  $L$  es la longitud entre las transiciones y  $B$  es el ancho del canal.

		k		
		b/B	0.33	0.5
L/B	0.67	6.88	4.25	2.11
	1	7.16	4.47	2.16
	1.33	7.70	4.52	2.28

Tabla 4.13 Coeficientes de pérdida local para una contracción seguida de una expansión en un tramo corto

La ecuación a utilizar para este tipo de transición es la misma para la expansión brusca:

$$\frac{h_L}{y_3} = k \frac{Fr_3^2}{2} \quad (2.7)$$

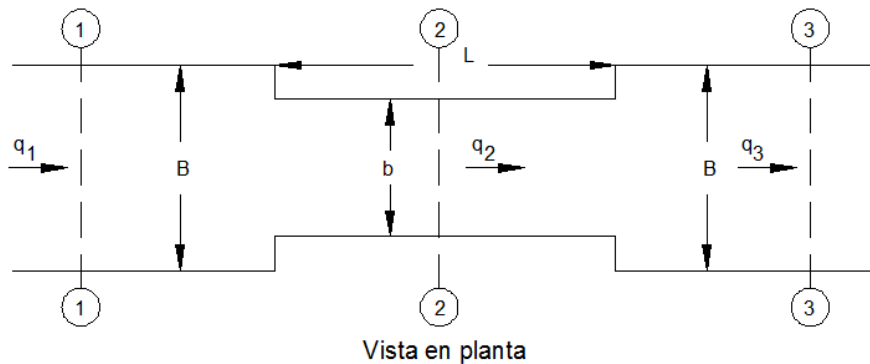


Figura 4.24 Nomenclatura para una contracción seguida de una expansión

Al igual que en las otras transiciones presentar todos los gráficos en el reporte de esta transición vuelve impráctico el análisis, debido a esto al igual que en las otras dos transiciones anteriores se ubican todos los gráficos en el anexo cuatro dedicado a este tipo de transición.

## 4.7 Análisis de pilas

El análisis de los resultados para las pilas se divide en dos, primero se presentaran las pilas primaticas y posteriormente las pilas cilíndricas, a pesar de esto ambas siguen los mismos pasos presentados en las transiciones anteriores. Aun así persiste una diferencia principal respecto a los demás análisis, para el caso de las pilas primaticas solo se analizan dos, mientras que en las pilas cilíndricas el análisis se aplica a tres.

La razón se debe a la tendencia lineal que muestran los resultados obtenidos en las transiciones anteriores y en base a la información se intentara probar en este análisis.

### 4.7.1 Pilas rectangulares

Las pilas primaticas son de madera y la pila 1 tiene las siguientes dimensiones,  $a=21$  mm y  $b=33$  mm, donde  $a$  es el lado mas corto de la sección de la pila. La segunda sus dimensiones son el doble de la primera.

De acuerdo a los resultados obtenidos se observó que dos ecuaciones proporcionan un coeficiente de determinación  $R^2$  muy cercano a la unidad, en la tabla 4.14 se dan a conocer estos resultados.

Pila 1		Pila 2	
$R^2$	Ecuación	$R^2$	Ecuación
0.9772	Propuesta 3	0.9826	Propuesta 3
0.8669	Hinds	0.8810	E. general
0.7422	E. general	0.8560	Hinds
0.6581	Borda - Carnot	0.7290	Denli

Tabla 4.14 Coeficientes de determinación para las pilas rectangulares.

La tabla 4.14 presenta los resultados del coeficiente de determinación  $R^2$  de las ecuaciones en comparación, se observa que para la primera pila la ecuación utilizada por Hinds proporciona un coeficiente aceptable, mientras que en la segunda aparece la ecuación general. A pesar que estas dos últimas expresiones cuentan con coeficientes mayores a 0.85, al igual que en la contracción con el afán de mejorar los resultados obtenidos se realizó la propuesta de una ecuación para calcular la pérdida de energía, logrando así mejores coeficientes de determinación  $R^2$ .

Una vez expuesto esto se presentan las figuras 4.25 y 4.26, en ellas se incluyen las gráficas obtenidas de los análisis realizados a las pilas primaticas con la ecuación propuesta.

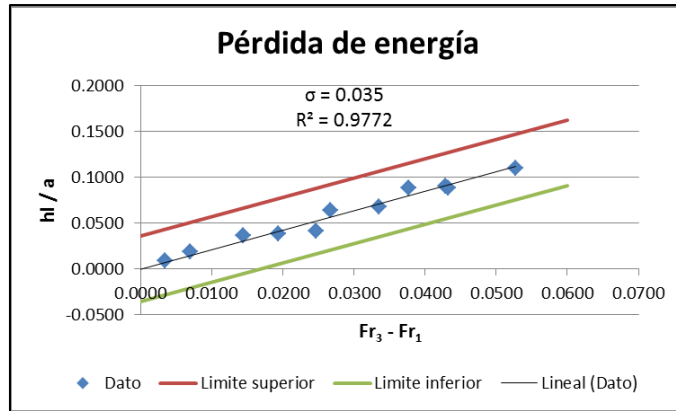


Figura 4.25 Gráfica de la ecuación propuesta para calcular la pérdida de energía en la pila 1

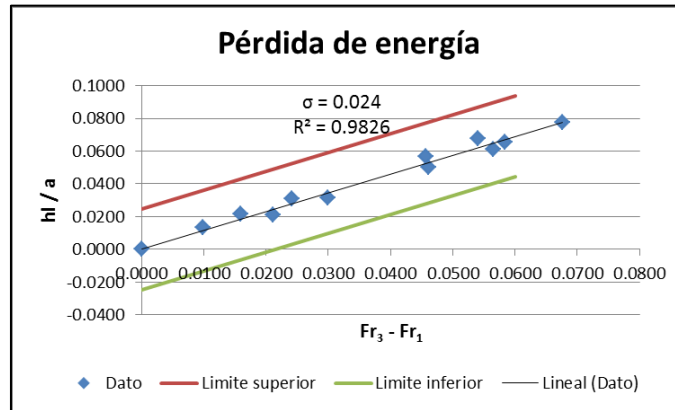


Figura 4.26 Gráfica de la ecuación propuesta para calcular la pérdida de energía en la pila 2

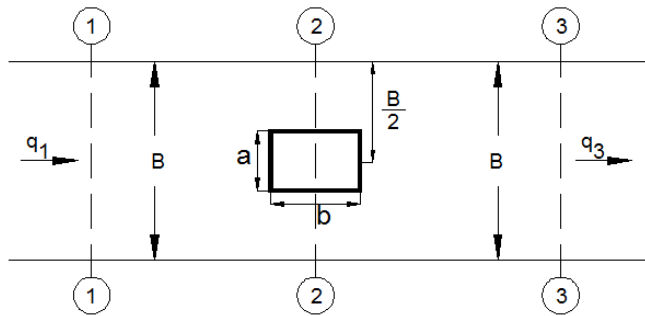
Como se observa en ambas gráficas la ecuación propuesta proporcionan un ajuste lineal bien definido y esto se comprueba con sus coeficientes de determinación  $R^2$  muy cercanos a uno. En base a esto se obtienen los coeficientes de pérdida para las pilas rectangulares para la ecuación propuesta:

$$\frac{h_L}{a} = k(Fr_3 - Fr_1) \quad (4.8)$$

Los valores del coeficiente de pérdida local propuestos se presentan en la tabla 4.15 y la nomenclatura en la figura 4.27

a/B	0.07	0.14
k	2.12	1.15

Tabla 4.15 Coeficientes de pérdida local propuestos para las pilas rectangulares



Vista en planta

Figura 4.27 Nomenclatura para pilas rectangulares.

Continuando con el análisis de los resultados, las gráficas anteriores mostraron un ajuste casi al 100%. Conforme a la suposición hecha al inicio del apartado, al seguir los datos obtenidos en el análisis del experimento una tendencia lineal, ¿Los coeficientes  $k$  siguen también una tendencia lineal como los datos?; es decir, si se cuenta con una pila intermedia de las analizadas su coeficiente de pérdida local será un valor intermedio entre los valores presentados de la tabla 4.12.

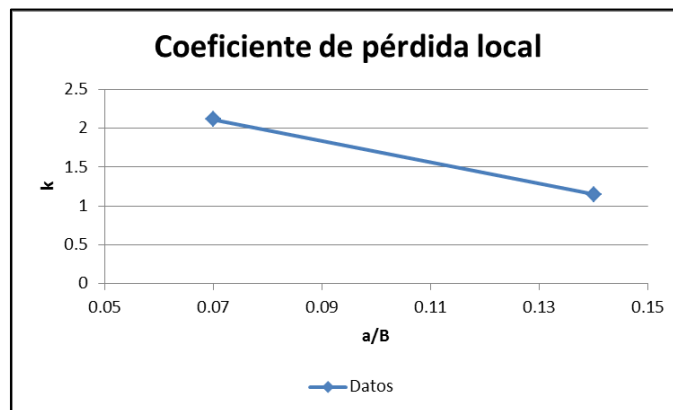


Figura 4.28 Gráfica de los coeficientes de pérdida de energía de las pilas rectangulares

La figura 4.28 muestra los valores graficados de la tabla 4.12, a pesar que siguen un ajuste lineal, esto no es concluyente para aceptar que los coeficientes de pérdida siguen una tendencia lineal ya que al ser dos puntos y al unirlos formaran una recta.

Hasta ahora se han proporcionado algunos argumentos para poder decir que los coeficientes  $k$  siguen una tendencia lineal al igual que los datos donde se obtuvieron. Para lo dicho, en las pilas cilíndricas se incluye una tercera pila intermedia.

### 4.7.2 Pilas cilíndricas

Al igual que en las pilas rectangulares se aplican las expresiones de los autores y además la ecuación propuesta, la primera pila tiene un diámetro de 27 mm, la segunda de 33 mm y la tercera pila de 40 mm, a diferencia de la prismática la tercera pila cilíndrica respecto de la primera su diámetro no es el doble.

Se observó que los resultados del análisis, al igual que en las pilas rectangulares, la ecuación propuesta tiene sus coeficientes son muy cercanos a la unidad. La tabla 4.16 presenta los resultados de sus coeficientes de ajuste.

Pila 1		Pila 3	
R <sup>2</sup>	Ecuación	R <sup>2</sup>	Ecuación
0.9241	Propuesta 3	0.9611	Propuesta 3
0.8291	E. general	0.8928	E. general
0.5449	Hinds	0.8150	Hinds

Tabla 4.16 Coeficientes de ajuste para las pilas cilíndricas uno y tres

Las figuras 4.29 y 4.30 se presenta la gráficas obtenidas de la ecuación propuesta, al igual que en las pilas rectangulares la nube de puntos sigue una tendencia lineal bien definida.

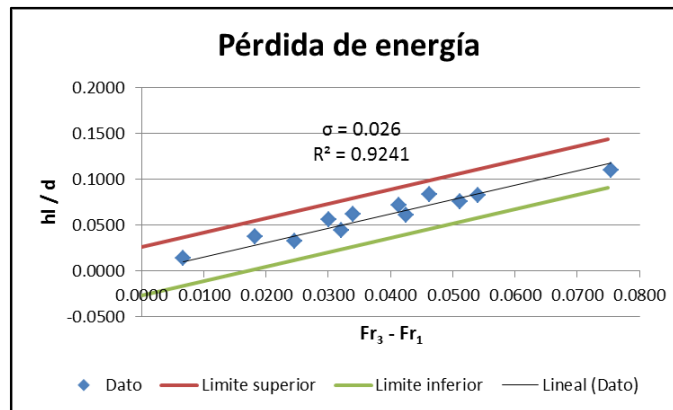


Figura 4.29 Gráfica de la pérdida de energía para la pila cilíndrica 1



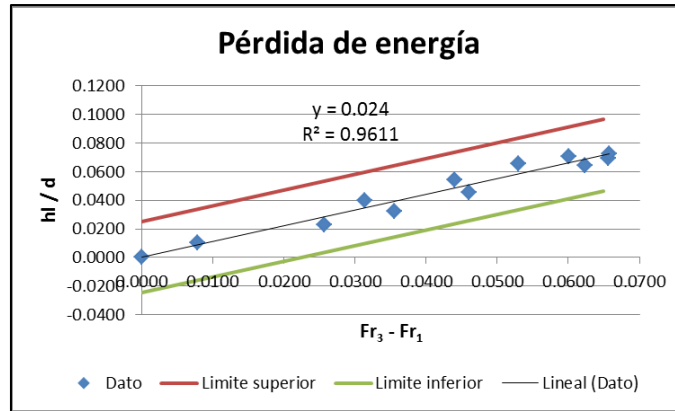


Figura 4.30 Gráfica de la pérdida de energía para la pila cilíndrica 3

El siguiente paso a seguir fue graficar los resultados de la pérdida de energía de la pila 2, al igual que en las figuras 4.29 y 4.30 muestra un ajuste lineal y un buen coeficiente de determinación, estos resultados se exhibe en la figura 4.31.

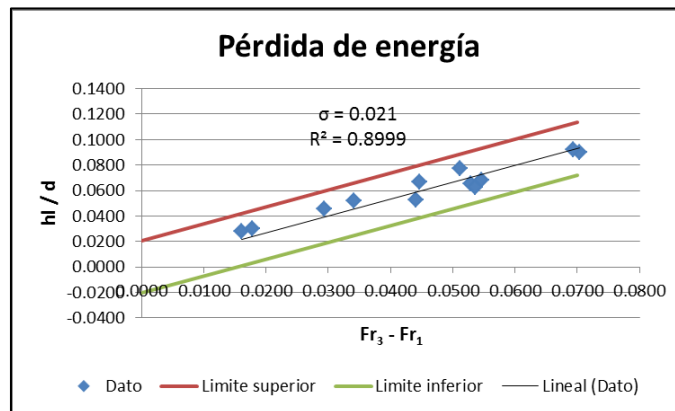


Figura 4.31 Gráfica de la pérdida de energía para la pila cilíndrica 2

Otro paso a seguir fue obtener los coeficientes de pérdida local para las pilas cilíndricas, estos resultados se presentan en la tabla 4.17.

d/B	K
0.09	1.57
0.11	1.33
0.13	1.10

Tabla 4.17 Coeficientes de pérdida local propuestos para las pilas cilíndricas

Finalmente, la figura 4.32 presenta la gráfica de los coeficientes de pérdida local en relación a diámetro del cilindro dividido entre al ancho del canal, los resultados de los coeficientes de pérdida local para las pilas cilíndricas sigue un ajuste lineal, en base a estos resultados se dice que los coeficientes  $k$  siguen una tendencia lineal bien definida con la ecuación propuesta.

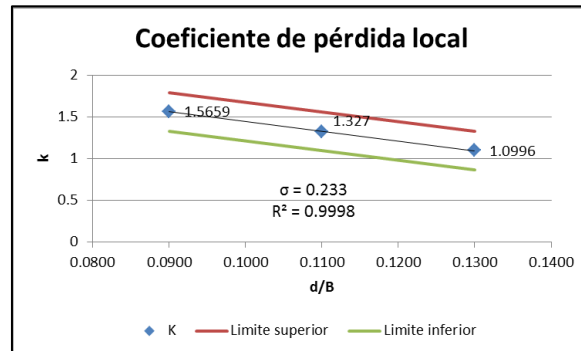


Figura 4.32 Gráfica de los coeficientes de pérdida local para pilas cilíndricas

Hasta ahora se como era de esperarse, y por los análisis obtenidos en cada pila los coeficientes de pérdida local siguen un comportamiento lineal, debido a esto también se analizaron los siguientes casos: a) la primera pila es eliminada del análisis, b) la tercera pila es eliminada del análisis.

Para el primer caso el análisis consistió en eliminar el coeficiente  $k$  de la primera pila y con base a la información de las otras dos pilas encontrar la ecuación de la recta y sustituir en la expresión encontrada la relación diámetro entre el ancho del canal y obtener el coeficiente de pérdida de la primera pila.

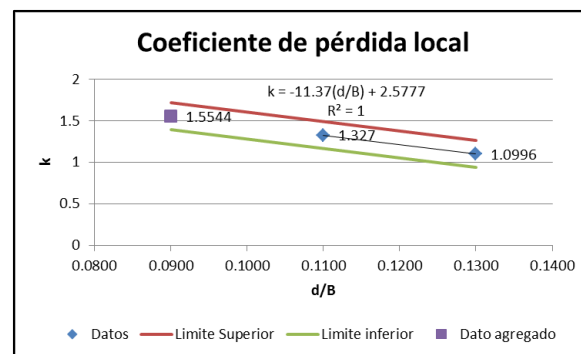


Figura 4.33 Gráfica de los coeficientes de pérdida local para pilas cilíndricas caso a

La figura 4.33 entrega la ecuación obtenida de la recta, al sustituir el valor  $d/B = 0.09$  se obtiene el valor del coeficiente  $k$ , este valor obtenido, no presenta una diferencia relevante con respecto al valor real.

Para el segundo caso se aplicó el mismo proceso que el del inciso a), el resultado obtenido de la ecuación no presenta una diferencia con respecto al valor original ver figura 4.34, debido a esto se afirma que los coeficientes  $k$  de pérdida local siguen un comportamiento lineal.

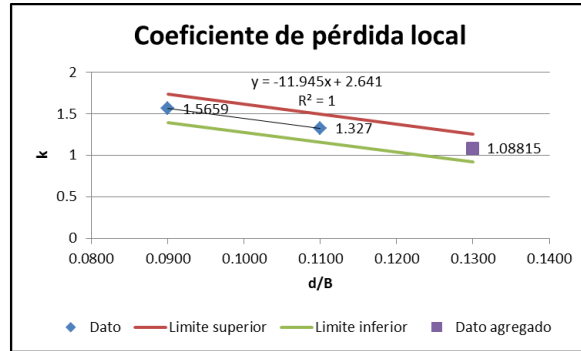


Figura 4.34 Gráfica de los coeficientes de pérdida local para pilas cilíndricas caso b

Aun con estas pruebas realizadas no se acepta que para relaciones  $a/B$  y  $d/B$  fuera del margen de las pilas analizadas sigan el comportamiento lineal, hasta ahora solo se probó que se utilizan relaciones intermedias entre las propuestas. El coeficiente de pérdida de energía  $k$  se halla de la gráfica de los valores de la tabla 4.14 y obteniendo la ecuación de la recta. Para terminar con el análisis de las pilas cilíndricas se presentan en la figura 3.35 la nomenclatura, la ecuación a utilizar es:

$$\frac{h_L}{d} = k(Fr_3 - Fr_1) \quad (4.9)$$

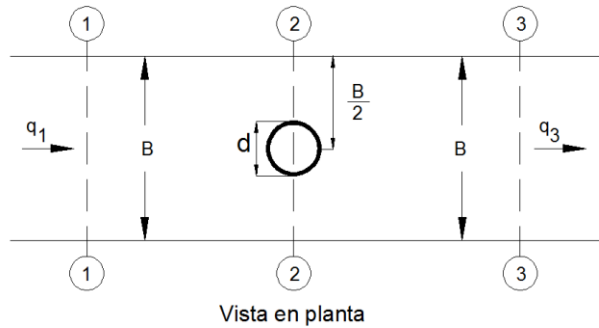


Figura 4.35 Nomenclatura para pilas cilíndricas.

Al igual que en todos los análisis realizados, las gráficas se presentan en el anexo 5.

## 4.8 Resultados

Se realizó una comparación de los diferentes métodos para determinar el coeficiente de pérdida de energía local en transiciones y pilas de puentes para distintas formulas.

Las ecuaciones utilizadas para estimar el valor de  $k$  a partir del análisis de los datos obtenidos en laboratorio se presentan en la tabla 4.18.

Ecuación	Formula	Recomendación	No. de ecuación
General	$h_L = k \frac{V_3^2}{2g}$	Ampliaciones	(2.1)
Borda – Carnot	$h_L = k \frac{1}{2} \rho (V_2 - V_1)^2$	No recomendada	(2.2)
Formica	$h_L = k \frac{(V_2 - V_1)^2}{2g}$	No recomendada	(2.4)
Hinds	$h_L = k \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$	Contracción brusca	(2.5)
Denli	$\frac{h_L}{y_3} = k \frac{Fr_3^2}{2}$	Ampliaciones bruscas y contracción seguida de una ampliación	(2.7)
Propuesta 1	$\frac{h_L}{b} = k \frac{Fr_2^2}{Fr_1}$	Contracción brusca	(4.6)
Propuesta 2	$\frac{h_L}{d} = k (Fr_3 - Fr_1)$	Pilas rectangulares	(4.8)
Propuesta 3	$\frac{h_L}{a} = k (Fr_3 - Fr_1)$	Pilas cilíndricas	(4.9)

Tabla 4.18 Ecuaciones para estimar la pérdida de energía local

Los resultados de los análisis hechos se presentan a continuación.

Para la contracción se observó que las ecuaciones existentes otorgan buenos coeficientes de determinación para las relaciones  $b/B$  de 0.33 y 0.5, para la de 0.67 estos coeficientes son malos, para obtener mejores resultados se plantea utilizar la ecuación propuesta 4.6, pues proporciona buenos coeficientes de determinación para las tres relaciones  $b/B$  (ver tabla 4.19).

En la ampliación se observa en la tabla 4.19 que la ecuación general es la que presenta los mejores coeficientes de determinación, la razón por la cual se propone utilizar la ecuación de Denli se debe a que estas dos ecuaciones son iguales como se vio en el apartado 2.6.

Para el caso de la contracción seguida de una aplicación la ecuación de Denli proporciona los mejores resultados como se observa en la tabla 4.19.

En el caso de las pilas la ecuación general proporciona muy buenos resultados a excepción de la pila cilíndrica dos, al igual que en la contracción. Con la finalidad de mejorar los resultados se realizó la propuesta de las ecuaciones 4.8 y 4.9 para pilas rectangulares y cilíndricas respectivamente, esta ecuación como se observa en la tabla 4.20 entrega coeficientes de determinación muy cercanos a la unidad.

	<b>b</b>					
	<b>10 cm</b>		<b>15 cm</b>		<b>20 cm</b>	
<b>Contracción</b>	0.8741	E. general	0.9374	Propuesta 1	0.8295	Propuesta 1
	0.8702	Hinds	0.7793	E. general	0.4128	Denli
	0.8523	Borda - Carnot	0.7716	Hinds	0.3379	E. general
	0.8523	Formica	0.7303	Borda - Carnot	0.2764	Hinds
	0.8344	Propuesta 1	0.7303	Formica	0.1268	Borda - Carnot
	0.6104	Denli	0.6554	Denli	0.1268	Formica
<b>Ampliación</b>	0.8122	E. general	0.9353	E. general	0.9588	E. general
	0.7227	Denli	0.8403	Denli	0.8864	Denli
	0.6724	Hinds	0.7850	Propuesta 1	0.7040	Hinds
	0.6257	Propuesta 1	0.3187	Hinds	0.6423	Propuesta 1
	0.0315	Borda - Carnot	0	Borda - Carnot	0.3672	Borda - Carnot
	0.0315	Formica	0	Formica	0.3672	Formica
<b>Contracción – ampliación L = 20 cm</b>	0.7343	Denli	0.9181	Denli	0.9286	Denli
	0.6778	E. general	0.9034	E. general	0.9093	Hinds
	0.4061	Hinds	0.8814	Propuesta 1	0.9092	Propuesta 1
	0.3817	Propuesta 1	0.8126	Hinds	0.8871	E. general
	0	Borda - Carnot	0.5362	Borda - Carnot	0.7617	Borda - Carnot
	0	Formica	0.5362	Formica	0.7617	Formica
<b>Contracción – ampliación L = 30 cm</b>	0.7637	Denli	0.9228	Denli	0.8902	Propuesta 1
	0.7459	E. general	0.9226	E. general	0.8896	Hinds
	0.5705	Hinds	0.9206	Propuesta 1	0.8767	Denli
	0.5217	Propuesta 1	0.8136	Hinds	0.8270	E. general
	0.2227	Borda - Carnot	0.5793	Borda - Carnot	0.7649	Borda - Carnot
	0.2227	Formica	0.5793	Formica	0.7649	Formica
<b>Contracción – ampliación L = 40 cm</b>	0.8546	Denli	0.9252	Denli	0.9213	Hinds
	0.8340	E. general	0.9048	E. general	0.9176	Denli
	0.6015	Hinds	0.9021	Propuesta 1	0.8856	Propuesta 1
	0.4984	Propuesta 1	0.8278	Hinds	0.8619	E. general
	0.1857	Borda - Carnot	0.5652	Borda - Carnot	0.7901	Borda - Carnot
	0.1857	Formica	0.5652	Formica	0.7901	Formica

Tabla 4.19 Coeficientes de determinación obtenidos del análisis de las transiciones

		<b>Piezas</b>					
		<b>1</b>		<b>2</b>		<b>3</b>	
<b>R</b>	0.9772	Propuesta 2	0.9826	Propuesta 2			
	0.8669	Hinds	0.8810	E. general			
	0.7422	E. general	0.8560	Hinds			
	0.6581	Borda - Carnot	0.7290	Denli			
	0.6581	Formica	0.6259	Borda - Carnot			
	0.5353	Denli	0.6259	Formica			
<hr/>							
<b>Cilindros</b>	0.9241	Propuesta 3	0.8999	Propuesta 3	0.9611	Propuesta 3	
	0.8291	E. general	0.1809	E. general	0.8928	E. general	
	0.5449	Hinds	0.1204	Hinds	0.8150	Hinds	
	0.4858	Denli	0	Borda - Carnot	0.7520	Denli	
	0	Borda - Carnot	0	Formica	0.6326	Borda - Carnot	
	0	Formica	0	Denli	0.6326	Formica	

Tabla 4.20 Coeficientes de determinación obtenidos del análisis de las pilas

## CAPÍTULO CINCO

### 5 EJEMPLO DE APLICACIÓN

Para el uso correcto de las formulas para calcular la pérdida de energía local desarrolladas en el trabajo de tesis, se diseñaron un ejemplo.

#### Ejemplo 5.1

El canal mostrado en la figura 5.1 es de sección rectangular, tiene una reducción brusca con las siguientes características: el gasto es de 6lts/ s, el ancho del canal es de 0.30 m, el ancho de la contracción es de 0.20 m, 0.009 de coeficiente de Manning, pendiente nula. Determinar la pérdida de energía local que produce la contracción brusca, y determine los tirantes en las seis secciones mostradas en la figura, conociendo que  $y_6=0.0513$  m.

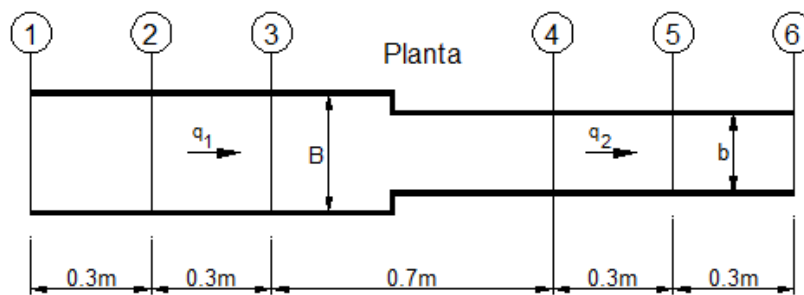


Figura 5.1 Vista en planta del canal del ejemplo 5.1

Solución:

La relación requerida para calcular la magnitud de la pérdida de energía es:

$$\frac{h_L}{b} = k \frac{Fr_2^2}{Fr_1}$$

Donde  $k$  se obtiene de la tabla 4.4

La relación  $b/B$  del canal es:

$$\frac{b}{B} = \frac{0.20}{0.30} = 0.67$$

Para esta relación ancho de la contracción entre el ancho del canal, le corresponde un coeficiente de pérdida de energía local de  $k = 0.014$ .

Por el momento no es posible calcular la pérdida de energía ya que se desconoce el tirante en una de las secciones antes de contracción, debido a esto es necesario encontrar primero los tirantes en las secciones de la figura 5.1

Para poder calcular los tirantes se usan las ecuaciones:

Ecuación de continuidad:

$$Q = AV$$

Ecuación de conservación de energía:

$$z_1 + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g} + h_f + h_L$$

Para calcular la pérdida por fricción se utiliza la siguiente ecuación:

$$h_f = \frac{1}{2} \left( \frac{V_1^2 n_1^2}{Rh_1^{4/3}} + \frac{V_2^2 n_2^2}{Rh_2^{4/3}} \right) L_{1-2}$$

El cálculo inicia con en la sección seis, donde los datos conocidos son:

$$Q = 6 \text{ lts/s}, y_6 = 0.0513 \text{ m}, b = 0.20 \text{ m}$$

Conocido el tirante y al ancho se obtiene el área

$$A = 0.20 \times 0.0513 = 0.0103 \text{ m}^2$$

La velocidad puede obtenerse despejando la ecuación de continuidad

$$V = Q/A = 0.006/0.0103 = 0.5848 \text{ m/s}$$

Una vez conocidas estas caracterizas para obtener el tirante de la sección 5 se aplica la ecuación de conservación de energía, pero antes es necesario calcular las otras características:

$$\text{Perímetro mojado: } P = b + 2y_6 = 0.20 + 2 \times 0.0513 = 0.3026 \text{ m}$$

$$\text{Radio hidráulico: } Rh = A/P = 0.0103/0.3026 = 0.0339 \text{ m}$$

$$\text{La pérdida por fricción: } h_f = \frac{1}{2} \left( \frac{V_6^2 n_6^2}{Rh_6^{4/3}} + \frac{V_5^2 n_5^2}{Rh_5^{4/3}} \right) L_{6-5}$$



Debido a que la pérdida de fricción involucra el radio hidráulico de la sección 5, es necesario hacer interpolaciones para encontrar el valor del tirante  $y_5$ , este valor deberá cumplir con la ecuación de la conservación de energía.

Sección 6	
$y_6$	0.0513 m
$A_6$	0.0103 m <sup>2</sup>
$V_6$	0.5848 m/s
$P_6$	0.3026 m
$Rh_6$	0.0339 m
$L_{6-5}$	0.30 m
$n$	0.009
$Fr_6$	0.8243

Tabla 5.1 Características de la sección 6

Se inicia el cálculo proponiendo un valor para  $y_5$

Sección 5	
$y_5$	0.0513 m
$A_5$	0.0103 m <sup>2</sup>
$V_5$	0.5848 m/s
$P_5$	0.3026 m
$Rh_5$	0.0339 m
$n$	0.009
$Fr_5$	0.8243

Tabla 5.2 Características de la sección 5

Y ahora se calcula la pérdida de energía debida a la fricción:

$$h_f = \frac{1}{2} \left( \frac{V_6^2 n_6^2}{Rh_6^{4/3}} + \frac{V_5^2 n_5^2}{Rh_5^{4/3}} \right) L_{6-5} = \frac{1}{2} \left( \frac{0.5848^2 \times 0.009^2}{0.0339^{4/3}} + \frac{0.5848^2 \times 0.009^2}{0.0339^{4/3}} \right) \times 0.30 = 0.0008$$

Empleando la ecuación de conservación de energía para la sección 6 se obtiene:

$$H_6 = z_6 + y_6 + \frac{V_6^2}{2g} + h_{f_{6-5}} = 0 + 0.0513 + \frac{0.5848^2}{19.62} + 0.0008 = 0.0695$$

Para la sección 5:

$$H_5 = z_5 + y_5 + \frac{V_5^2}{2g} = 0 + 0.0513 + \frac{0.5848^2}{19.62} = 0.0687$$

Se debe cumplir con la ecuación de conservación de energía:

$$H_5 = H_6 + h_{f_{6-5}}$$

$$z_5 + y_5 + \frac{V_5^2}{2g} = z_6 + y_6 + \frac{V_6^2}{2g} + h_{f_{6-5}}$$

$$0.0695 \neq 0.0687$$

Al no cumplir esta condición, se hace una iteración con la herramienta *buscar objetivo* de Excel, obteniendo para  $y_5$  el valor de 0.0533 m.

Sección 5	
$A_5$	0.0107 m <sup>2</sup>
$V_5$	0.5629 m/s
$P_5$	0.3066 m
$Rh_5$	0.0348 m
$n$	0.009
$Fr_5$	0.7784

Tabla 5.3 Características de la sección 5, usando el valor de  $y_5 = 0.0533$

Al cambiar el valor de  $y_5$  se calcula de nuevo la pérdida por fricción

$$h_f = \frac{1}{2} \left( \frac{V_6^2 n_6^2}{Rh_6^{4/3}} + \frac{V_5^2 n_5^2}{Rh_5^{4/3}} \right) L = 0.0007$$

Se obtienen los nuevos valores para  $H_5$  y  $H_6$ :

$$H_5 = H_6 + h_{f_{6-5}}$$

$$0.0694 = 0.0694$$

Una vez cumplida esta condición el tirante para la sección 5 es:

$$y_5 = 0.0533 \text{ m}$$

De esta misma forma se realizan los cálculos para encontrar los tirante  $y_4$ .

Sección 5	
$y_5$	0.0533 m
$A_5$	0.0107 m <sup>2</sup>
$V_5$	0.5629 m/s
$P_5$	0.3066 m
$Rh_5$	0.0348 m
$L_{5-4}$	0.30 m
$n$	0.009
$Fr_5$	0.7784

Tabla 5.4 Valores finales de la sección 5

Sección 4	
$y_4$	0.0548 m
$A_4$	0.0110 m <sup>2</sup>
$V_4$	0.5474 m/s
$P_4$	0.3096 m
$Rh_4$	0.0354 m
$n$	0.009
$Fr_4$	0.7466

Tabla 5.5 Valores finales de la sección 4

Aplicando la ecuación de conservación de la energía:

$$z_4 + y_4 + \frac{V_4^2}{2g} = z_5 + y_5 + \frac{V_5^2}{2g} + h_{f_{5-4}}$$

$$0.0701 = 0.0701$$

El tirante para la sección 4 es:

$$y_4 = 0.0548 \text{ m}$$

Para fines del cálculo se agregan dos secciones que se llaman A y B, estas se muestran en la figura 5.2.

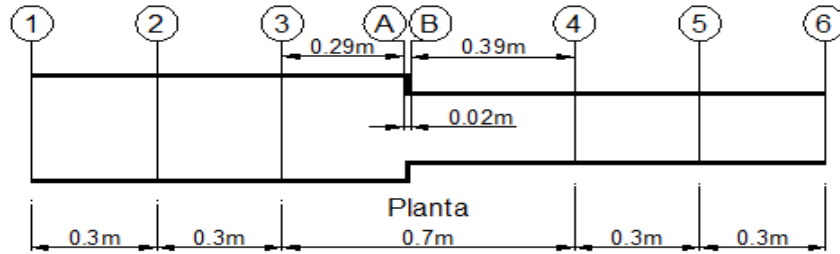


Figura 5.2 Secciones del canal

Para encontrar el valor de  $y_B$ , se siguen los mismos pasos presentados anteriormente

Sección B	
$y_B$	0.0565 m
$A_B$	0.0113 m <sup>2</sup>
$V_B$	0.5310 m/s
$P_B$	0.3130 m
$Rh_B$	0.0361 m
n	0.009
$Fr_B$	0.7132

Tabla 5.6 Valores finales de la sección B

Para el cálculo de la sección A deberá considerarse la pérdida de energía local debida a la contracción brusca en la ecuación de energía.

Sección A	
$y_A$	0.0711 m
$A_A$	0.0213 m <sup>2</sup>
$V_A$	0.2813 m/s
$P_A$	0.4422 m
$Rh_A$	0.0482 m
n	0.009
$Fr_A$	0.3368

Tabla 5.6 Valores finales de la sección A

Ahora que se tiene el valor de la sección A se calcula la pérdida de energía local:

$$\frac{h_L}{b} = k \frac{Fr_B^2}{Fr_A} = 0.014 \frac{0.7132^2}{0.3368} = 0.021$$

$$h_L = 0.021 \times 0.20 = 0.0042 \text{ m}$$

Por último aplica la ecuación de la conservación de la energía:

$$z_A + y_A + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + y_B + \frac{V_B^2}{2g} + h_{f_{B-A}} + h_{L_{B-A}}$$

Se obtiene:

$$0.0751 = 0.0751$$

De la misma forma se obtienen los valores del tirante para las secciones 3, 2 y , presentados en las tablas 5.7-5.9.

Sección 3	
$y_3$	0.0712 m
$A_3$	0.0214 m <sup>2</sup>
$V_3$	0.2809 m/s
$P_3$	0.4424 m
$Rh_3$	0.0483 m
n	0.009
$Fr_3$	0.3361

Tabla 5.7 Valores finales de la sección 3

Sección 2	
$y_2$	0.0713 m
$A_2$	0.0214 m <sup>2</sup>
$V_2$	0.2805 m/s
$P_2$	0.4426 m
$Rh_2$	0.0483 m
n	0.009
$Fr_2$	0.3354

Tabla 5.8 Valores finales de la sección 3

Sección 1	
$y_1$	0.0714 m
$A_1$	0.0214 m <sup>2</sup>
$V_1$	0.2801 m/s
$P_1$	0.4428 m
$Rh_1$	0.0484 m
n	0.009
$Fr_1$	0.3347

Tabla 5.9 Valores finales de la sección 1

Finalmente, las respuestas del problema son:

La pérdida de energía debida a la contracción brusca es:

$$h_L = 0.0042 \text{ m}$$

Los tirantes del canal son:

$$y_1 = 0.0714 \text{ m}$$

$$y_2 = 0.0713 \text{ m}$$

$$y_3 = 0.0712 \text{ m}$$

$$y_4 = 0.0548 \text{ m}$$

$$y_5 = 0.0533 \text{ m}$$

$$y_6 = 0.0513 \text{ m}$$

En la siguiente gráfica se muestra el perfil obtenido.

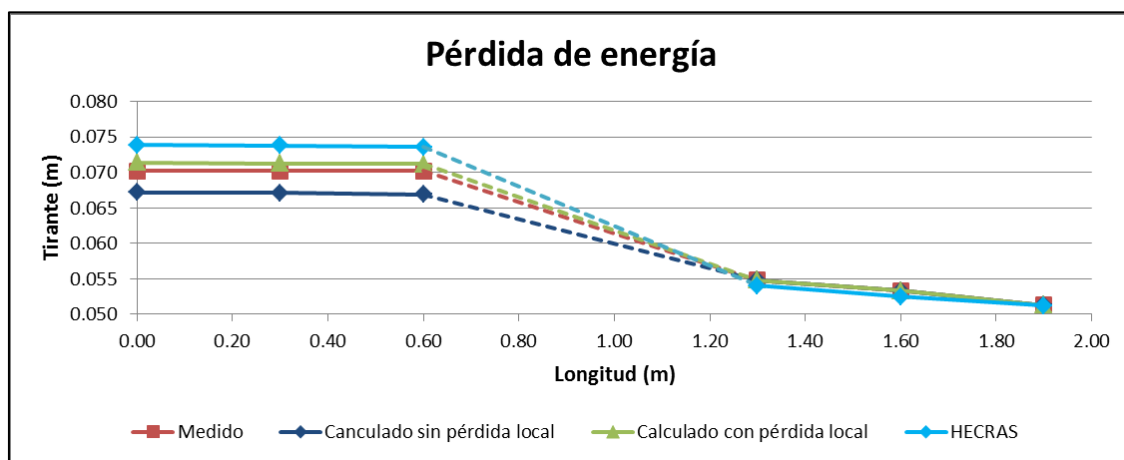


Figura 5.3 Gráfica del perfil del canal

En la gráfica se incluyen tres perfiles, el *medido* corresponde al perfil obtenido en una las pruebas de laboratorio, *el calculado sin pérdida local* corresponde al cálculo que se realizó anteriormente pero sin incluir la pérdida de energía local debida a la contracción brusca y por ultimo con el nombre de *calculado con pérdida local* se representan los tirantes que se obtuvieron, como se observa entre el *medido* y la estimación realizada con pérdida no hay una gran diferencia como se observa entre las líneas del *medido* y el *calculado sin pérdidas*. También se observa una ligera diferencia superior en la línea color verde que representa los valores obtenidos donde se incluyó la pérdida de energía local con respecto al medido con color rojo, esta ligera diferencia se le atribuye a las operaciones, esto no quiere decir que estén mal. Se considera que se ajustaron líneas de tendencia con ciertos coeficientes de determinación  $R^2$ , y un experimento de este tipo es muy difícil que los ajusten sean al 100%, debido a esto se presenta una ligera diferencia entro lo medido y lo calculado.

Las secciones A y B no se incluyen en la gráfica, ya que en la realidad en esa zona se genera una fuerte turbulencia como se observa en las figuras 5.4 – 6.6.

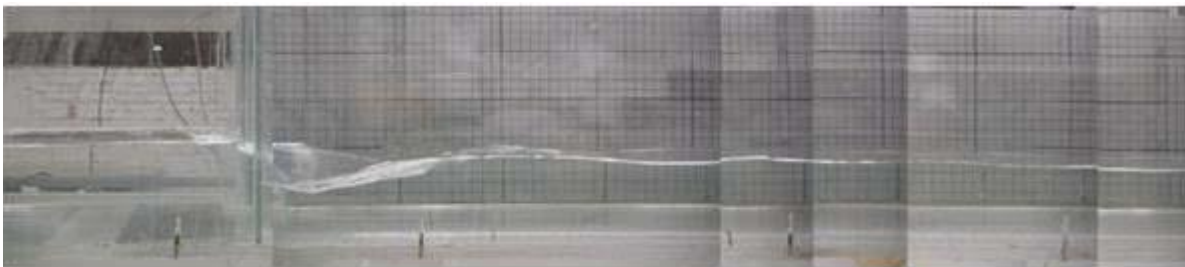


Figura 5.4 Turbulencia del canal, vista en perfil

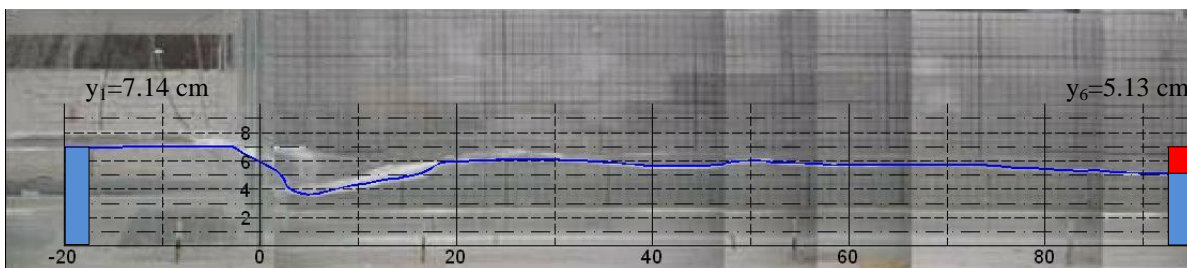


Figura 5.5 Perfil del canal obtenido experimentalmente, la escala se presenta en centímetros.



*Figura 5.6* Turbulencia en el inicio de la contracción brusca

La figura 5.5 se presenta el perfil del canal, con las condiciones del cálculo realizado, de la contracción brusca 30 cm aguas arriba se obtiene un tirante de 0.07 m y a 90 cm después de la contracción se aprecia en la figura un tirante de 0.05 m, estos valores obtenidos experimentalmente coinciden con los obtenidos en el cálculo, con color rojo se presenta la pérdida de energía al final

Finalmente, La importancia de realizar este ejemplo radica en la estimación de las pérdidas de energía local en los canales, el ejemplo tratado fue un canal de laboratorio, ahora si se tratara de un canal verdadero las dimensiones de esta cambiaría y la estimación correcta del tirante adquiere gran importancia en el diseño y se vuelve más relevante donde se encuentra el canal, en las afueras o dentro de una zona urbana.

Considerando la pérdida de energía local en el cálculo, el tirante aumenta y debido a este incremento es importante considerar las pérdidas locales para futuros diseños en canales.



## CAPÍTULO SEIS

### 6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Se llevaron a cabo pruebas a una serie de transiciones para determinar la pérdida local por medio de una comparación entre los métodos existentes con los valores experimentales obtenidos, también se realizan dos propuestas de ecuaciones para determinar la pérdida de energía para canales de sección rectangular en términos del número de Froude. Sobre ello, se concluye lo siguiente.

- a) La contracción brusca del canal presenta un comportamiento lineal con la ecuación propuesta para calcular la pérdida de energía. A pesar de esto los coeficientes de pérdida no son constantes para los tres casos tratados como sugiere Formica para la contracción brusca, a diferencia de Formica, utilizando la ecuación propuesta por Hinds se obtuvieron los siguientes coeficientes  $0.49 \leq k \leq 0.53$ , para el rango de  $0.33 \leq b/B \leq 0.67$ , estos son muy parecidos para los que sugiere de  $0.5 \leq k \leq 0.6$ , para el rango de  $0.1 \leq b/B \leq 0.5$ , aun con esto sus coeficientes de determinación  $R^2$ , son bajos con respecto a la ecuación propuesta:

$$\frac{h_L}{b} = k \frac{Fr_2^2}{Fr_1}$$

- b) Para el caso de las ampliaciones a pesar que su diseño es similar a una contracción, el comportamiento del flujo en la entrada y salidas de la transición es muy diferente, especialmente porque la separación del flujo en la expansión tiende a favorecer a la formación de vórtices causando un gran chorro central. La ecuación de pérdida de energía que se recomienda emplear es la utilizada por Denli. Nuevamente si se comparan los datos obtenidos del coeficiente  $k$  con los sugeridos por Formica para una relación  $b/a = 0$ , el coeficiente que expone es muy diferente al obtenido, a diferencia Altshul sugiere para las contracciones bruscas los coeficientes de pérdida toman valores mayores a 1, así como los datos presentados en este documento. La ecuación propuesta a utilizar es:

$$\frac{h_L}{y_3} = k \frac{Fr_3^2}{2}$$

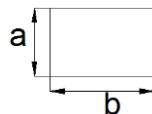
- c) Para la contracción seguida de una expansión, simulando la base de un puente que invaden los márgenes de los ríos, los resultados obtenidos son similares al de la ampliación ya que los coeficientes obtenidos son mayores a la unidad. La longitud que existe entre las transiciones afecta a los coeficientes de pérdida local, desafortunadamente no se encontró algún estudio publicado de coeficientes de pérdida local para las contracciones seguidas de una expansión, y que podría haber sido utilizados para fines de comparación, aun así la comparación de los datos actuales se hizo con los estudios realizados para canales rectangulares con expansión brusca. Se cree que esta investigación llena ese vacío y le da valores a los coeficientes de pérdida local  $k$ . La ecuación propuesta a utilizar para este tipo de transición es:

$$\frac{h_L}{y_3} = k \frac{Fr_3^2}{2}$$

- d) A pesar que las pilas reducen el área transversal del canal en una longitud muy pequeña y después de esta se retoma la sección original, se podría pensar que se trata del caso anterior donde se simula una contracción seguida de una expansión, esto no es así ya que la longitud que existe entre las transiciones es mucho menor en una pila, a pesar de esto los coeficientes obtenidos siguen siendo mayores a uno. Utilizando la fórmula de Hinds se obtienen coeficientes de 2.82 a 3.03, para el caso de las pilas rectangulares. Para las pilas cilíndricas sus coeficientes siguen siendo mayores a la unidad. La ecuación propuesta para determinar la pérdida de energía para pilas rectangulares y cilíndricas son:

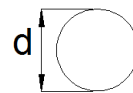
Pilas rectangulares

$$\frac{h_L}{a} = k(Fr_3 - Fr_1)$$



Pilas cilíndricas

$$\frac{h_L}{d} = k(Fr_3 - Fr_1)$$



## **Algunas sugerencias para futuras investigaciones**

Para futuras investigaciones podría tomarse en cuenta la variación de la plantilla y la pendiente positiva y negativa. De igual forma, valdría la pena realizar nuevamente estas transiciones para secciones triangulares y trapezoidales. Los estudios futuros deberán prestarle atención al efecto del remolino que surge en la expansión ya que puede tener efectos dañinos en la forma de socavación de las orillas aguas abajo de la transición o socavación del lecho del canal. Para el caso de las pilas podría considerarse variar la posición al centro del canal, así como incrementar el número de pilas en el canal.

Es necesario complementar los estudios realizados por la FHWA (Federal Highway Administration), relacionando la pérdida de energía con el aumento de la superficie aguas arriba del puente. Es importante que el remanso producido por los puentes se mantenga dentro de los límites, para evitar daños como inundaciones a las propiedades debido al remanso excesivo, el exceso de erosión por debajo del puente e incluso la pérdida del puente debido a los vórtices que se presenta por la expansión.

## BIBLIOGRAFÍA

Altshul A.D (1975), *Hydraulics and aerodynamics*, Atroisdat publishing House, Moscow, USSR

Barbarutsi and Chu (1991), *Dye-Concentration Distribution in Shallow Recirculating Flows*, J. Hydraulic. Div. ASCE, Vol. 117, No. 5

Carpart, Eldho, Huang, Young and Zech (2003), *Treatment of natural geometry in finite volume river flow computations*, J. Hydraulic. Div. ASCE, Vol. 129, No. 5

Carmona L.G, Carmona R., Mejia M. (1990), *Introducción al análisis de datos y diseño de experimentos*, Instituto de Ingeniería, UNAM

Chen (2007), *Conservation for natural open channels and finite-element implementation*, J. Hydraulic. Div. ASCE, Vol. 133, No. 9

Chow, V. (2004), *Hidráulica de canales abiertos*, Mc Graw Hill, Colombia

Denli and Altan-Sakarya (2011), *Local energy losses at positive and negative steps in subcritical open channel flows*, Water SA Vol. 37 No. 2

Formica G (1955), *Esperienze preliminary sulle perdite di carico nei canali, dovute a cambiamenti di sezione (preliminary test on head losses in channels due to cross-sectional changes)*, *L'EnergiaElettrica* **32** (7) 554-568.

French, R. (1987), *Open-channel hydraulics*, Mc Graw Hill, Singapore

Garcia, M. A. (2010), *Análisis experimental de flujo a superficie libre en la unión de dos canales*, México, Tesis de Maestría, Posgrado de Ingeniería UNAM

Gardea, H. (1999), *Hidráulica de canales*, Facultad de Ingeniería, UNAM, México

Hinds J. (1928), *The hydraulic design of flume and syphom transition*, ASCE, Vol 92

Joseoh (1978), *Hydraulics of bridge waterways*, FHWA, Bridge Division

Metha (1981), *Separated flow through large sudden expansions*, J. Hydraulic. Div. ASCE, Vol. 107, No. HY4

Najafi (2011), *An experimental investigation of flow energy losses in open-channel expansions*, Canada, Tesis de Maestría, Concordia Universidad

Skogerboe GV, Austin LH And Bennett RS (1971), *Energy loss analysis for open channel expansions*, J. Hydraulic. Div. ASCE, Vol. 97, No. HY10

Smith And Yu (1966), *Use of baffles in open channel expansions*, J. Hydraulic. Div. ASCE, Vol. 92, No. HY2

Sotelo (2002), *Hidráulica de canales*, Facultad de Ingeniería, UNAM, México

Swamee and Basak (1991), *Desing of rectangular open-channel expansion transitions*, J. Irrigation and Drainage Engineering. Div. ASCE, Vol. 117, No. 1

Vittal and Chiranjevii (1983), *Open channel transitions: Rational method of design*, J. Hydraulic. Div. ASCE, Vol. 109, No. 6

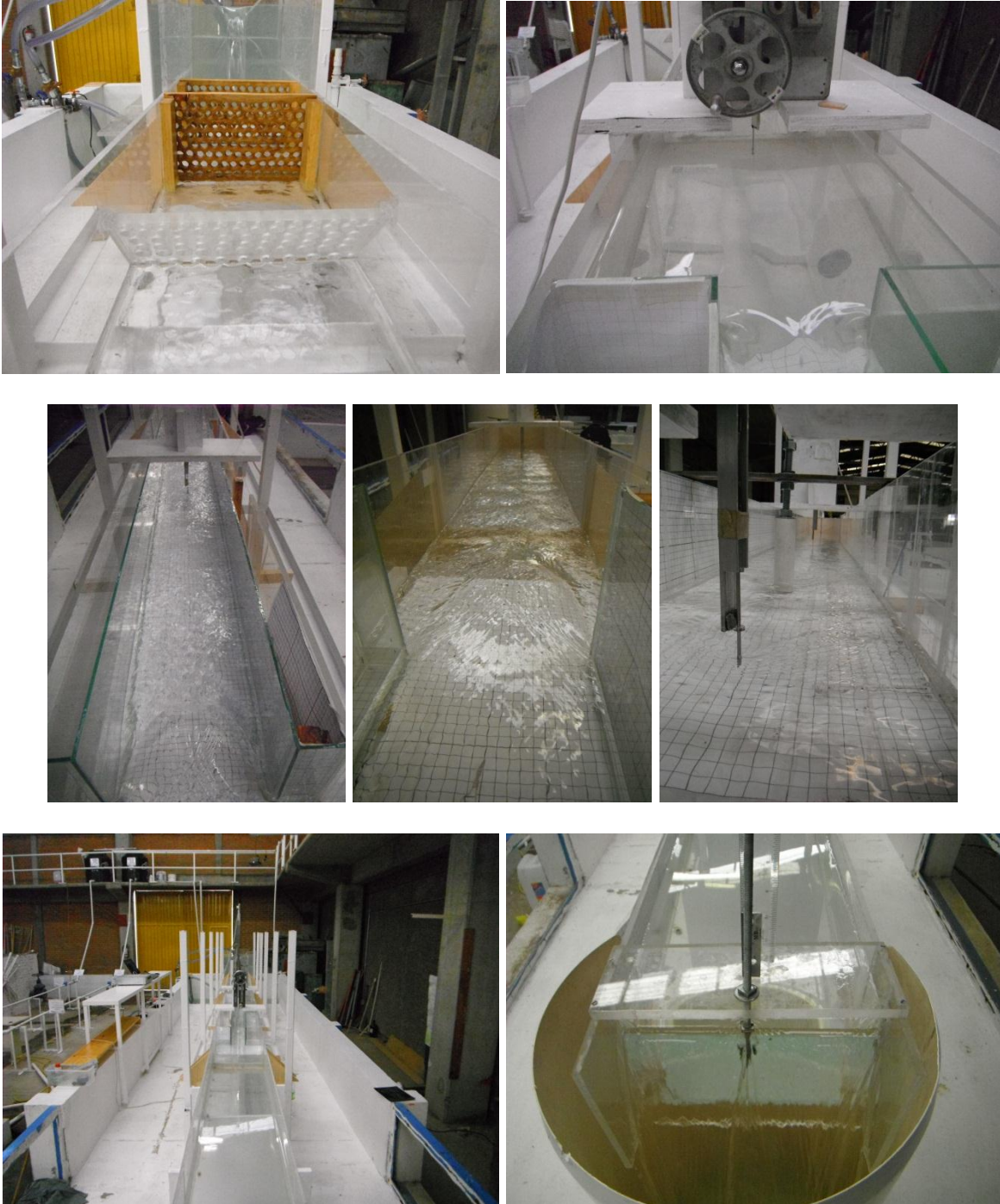


## **ANEXOS**

- Anexo 1** Fotografía del modelo experimental
- Anexo 2** Resumen de gráficas para la contracción brusca, empleado los métodos existentes
- Anexo 3** Resumen de gráficas para la expansión brusca, empleado los métodos existentes
- Anexo 4** Resumen de gráficas para la contracción seguida de una expansión, simulando la base de puentes, empleado los métodos existentes
- Anexo 5** Resumen de gráficas para las pilas de puentes, empleado los métodos existentes

# Anexo 1

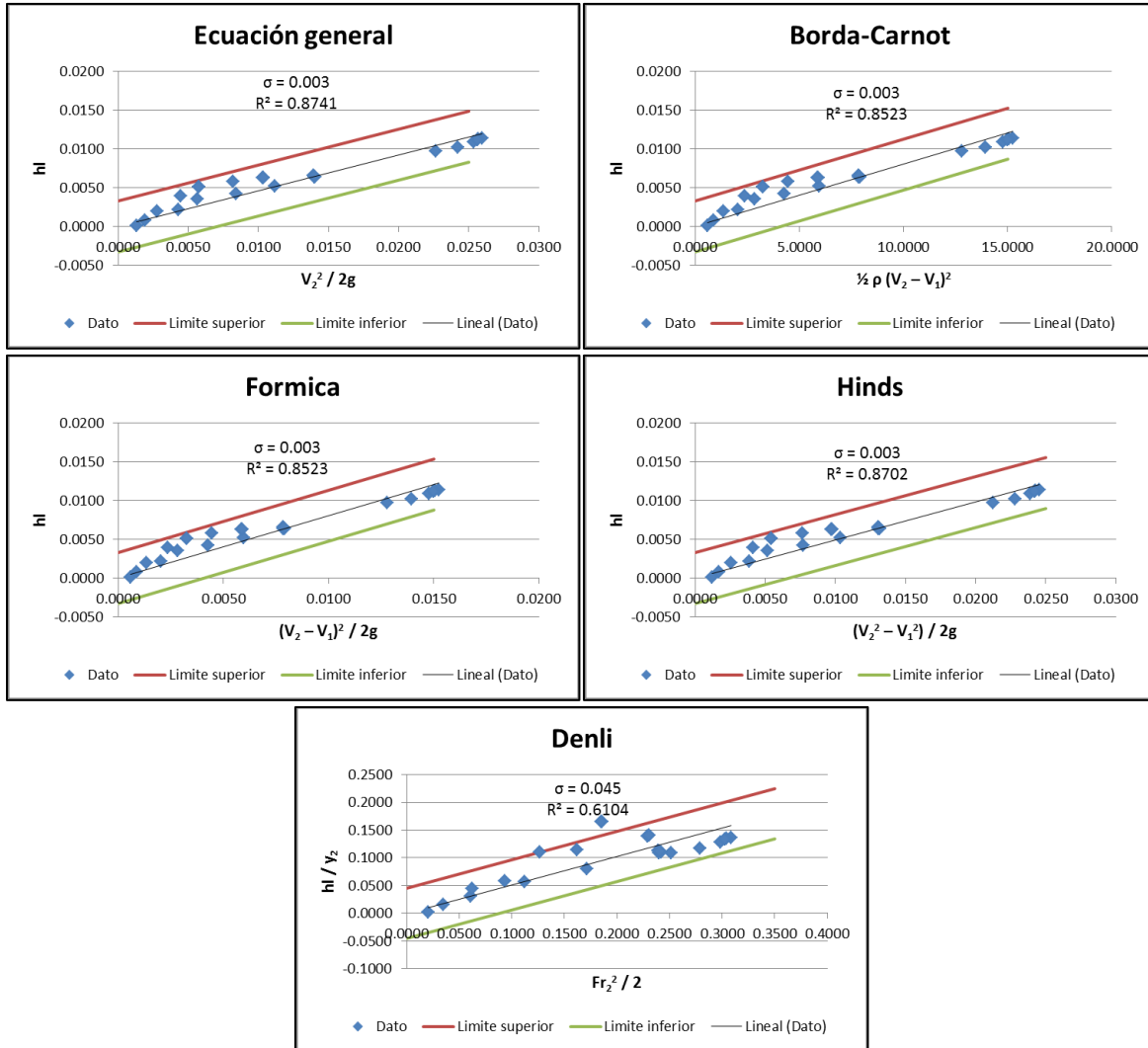
## Fotografía del modelo experimental



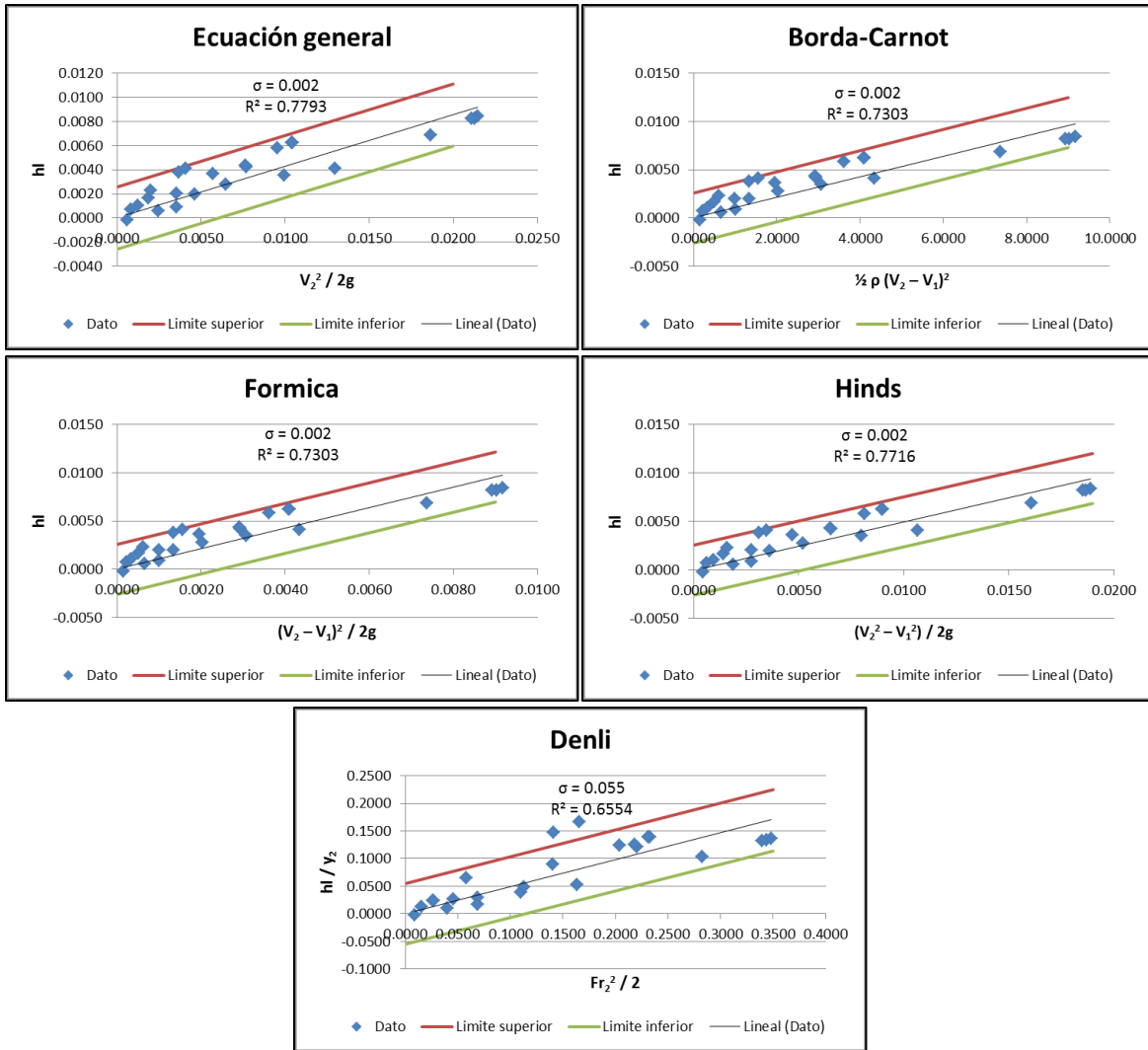


## Anexo 2

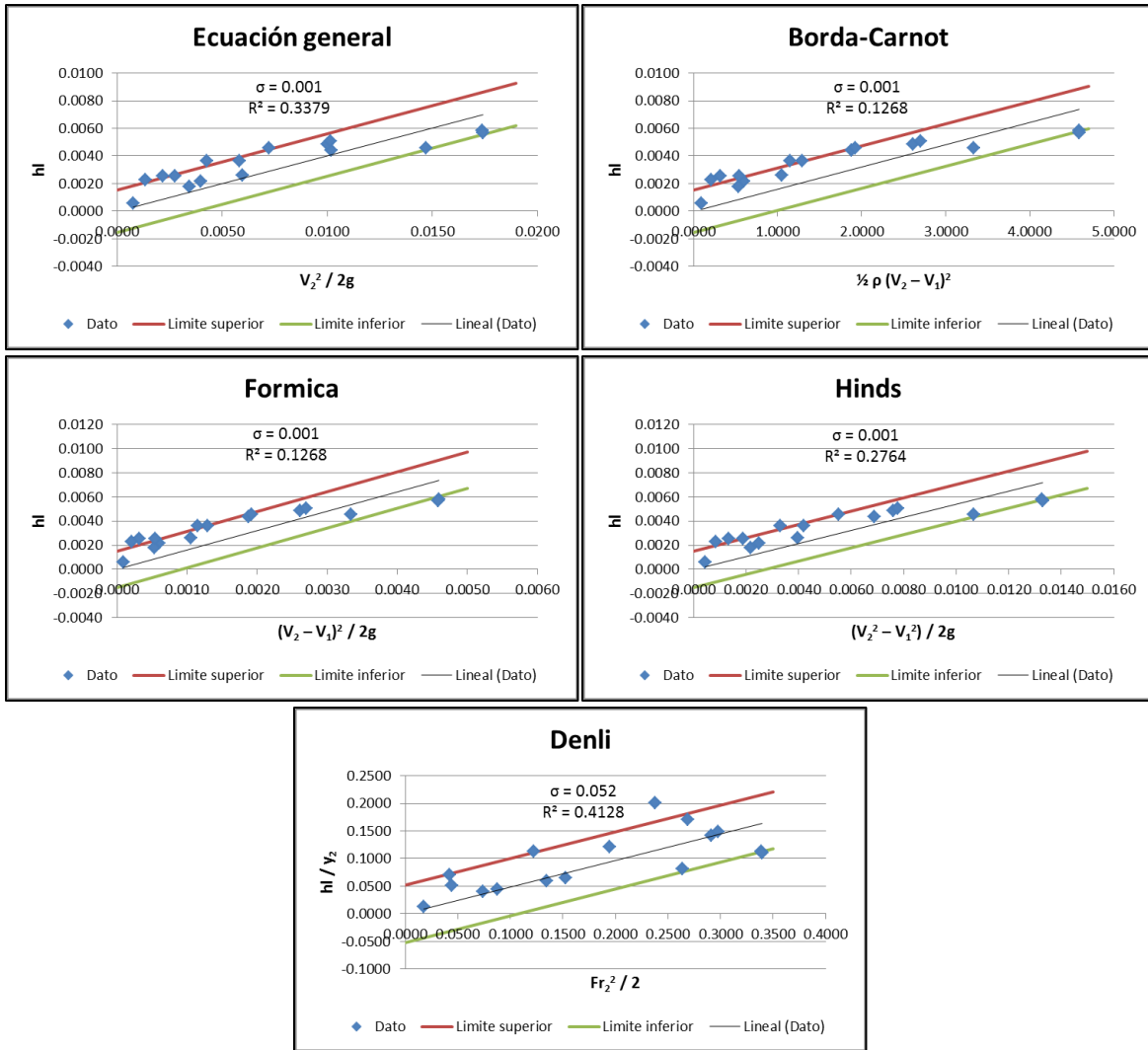
### Resumen de gráficas para la contracción brusca, empleado los métodos existentes



Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción con relación  $b/B = 0.33$



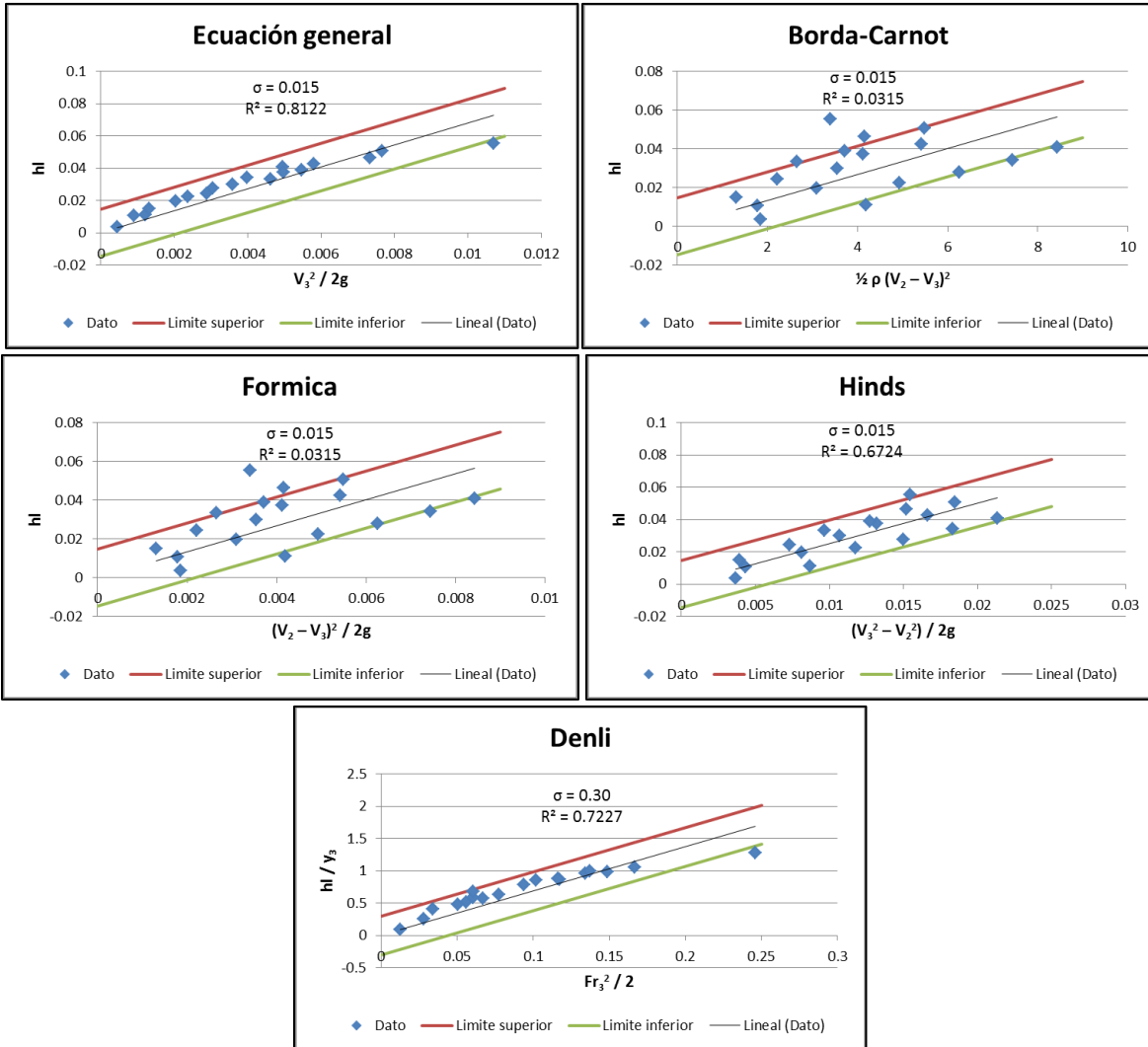
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción con relación  $b/B = 0.5$



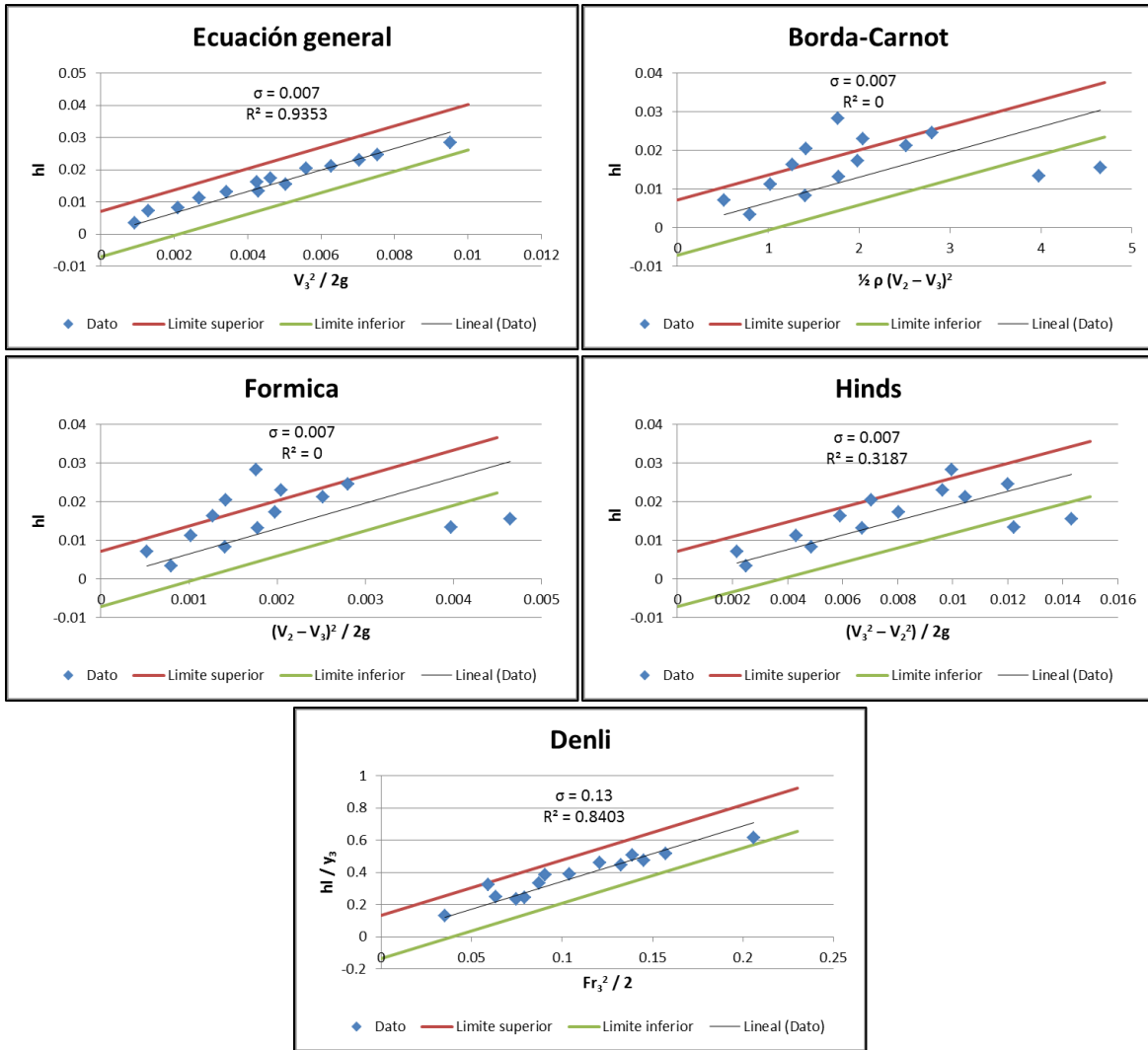
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción con relación  $b/B = 0.67$

### Anexo 3

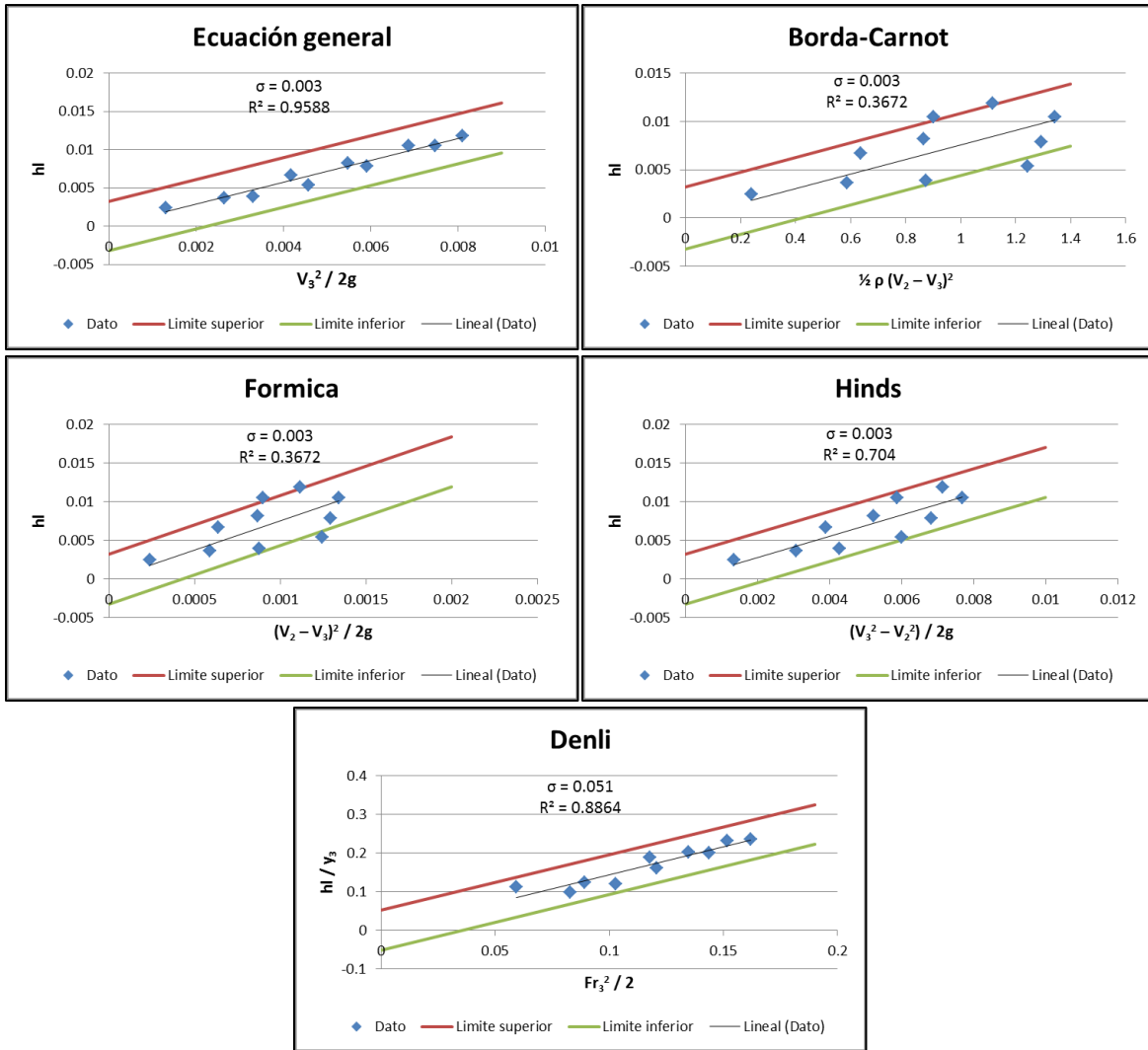
#### Resumen de gráficas para la expansión brusca, empleado los métodos existentes



Gráficas de los coeficientes de ajuste para la expansión con relación  $b/B = 0.33$



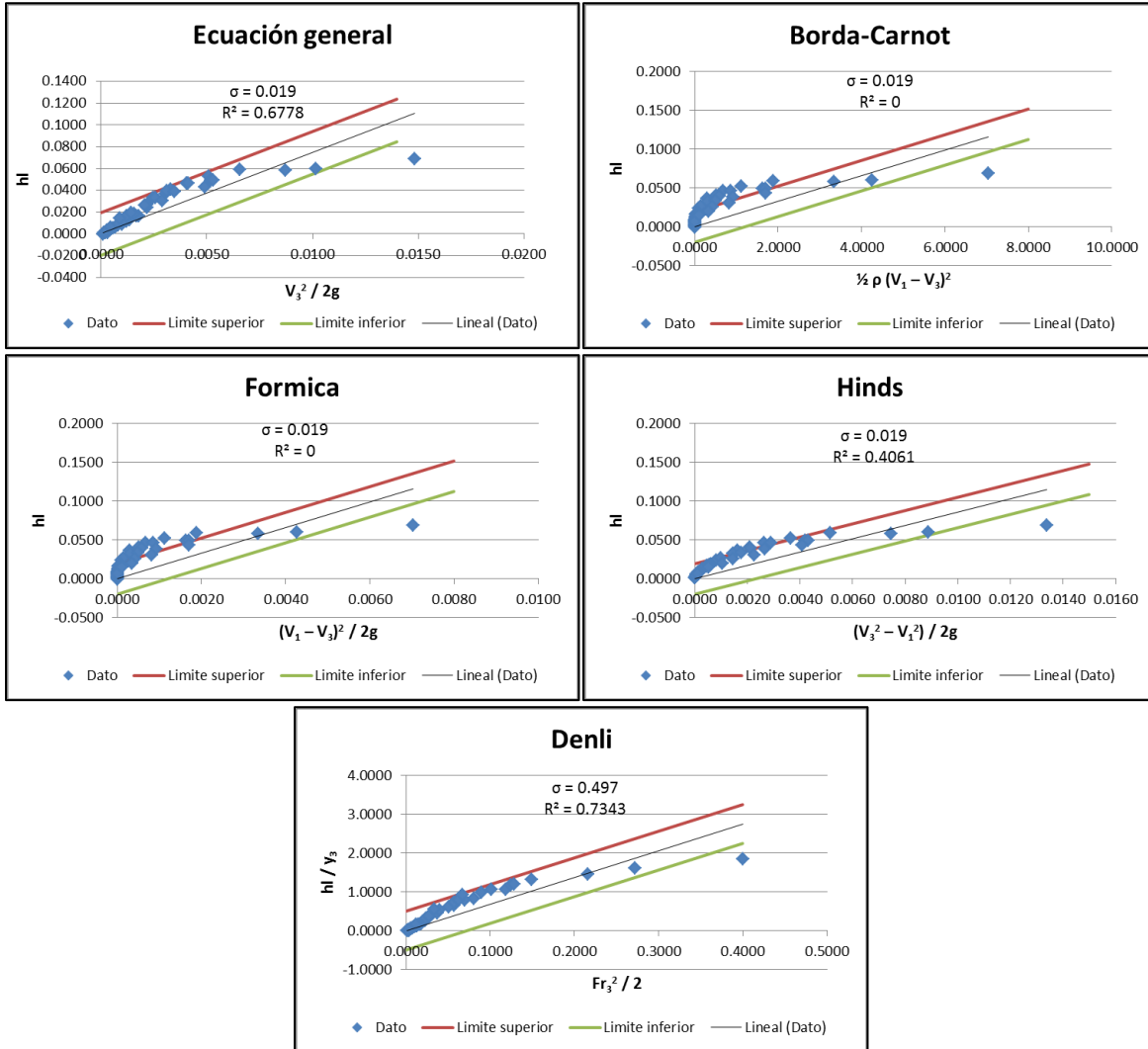
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la expansión con relación  $b/B = 0.5$



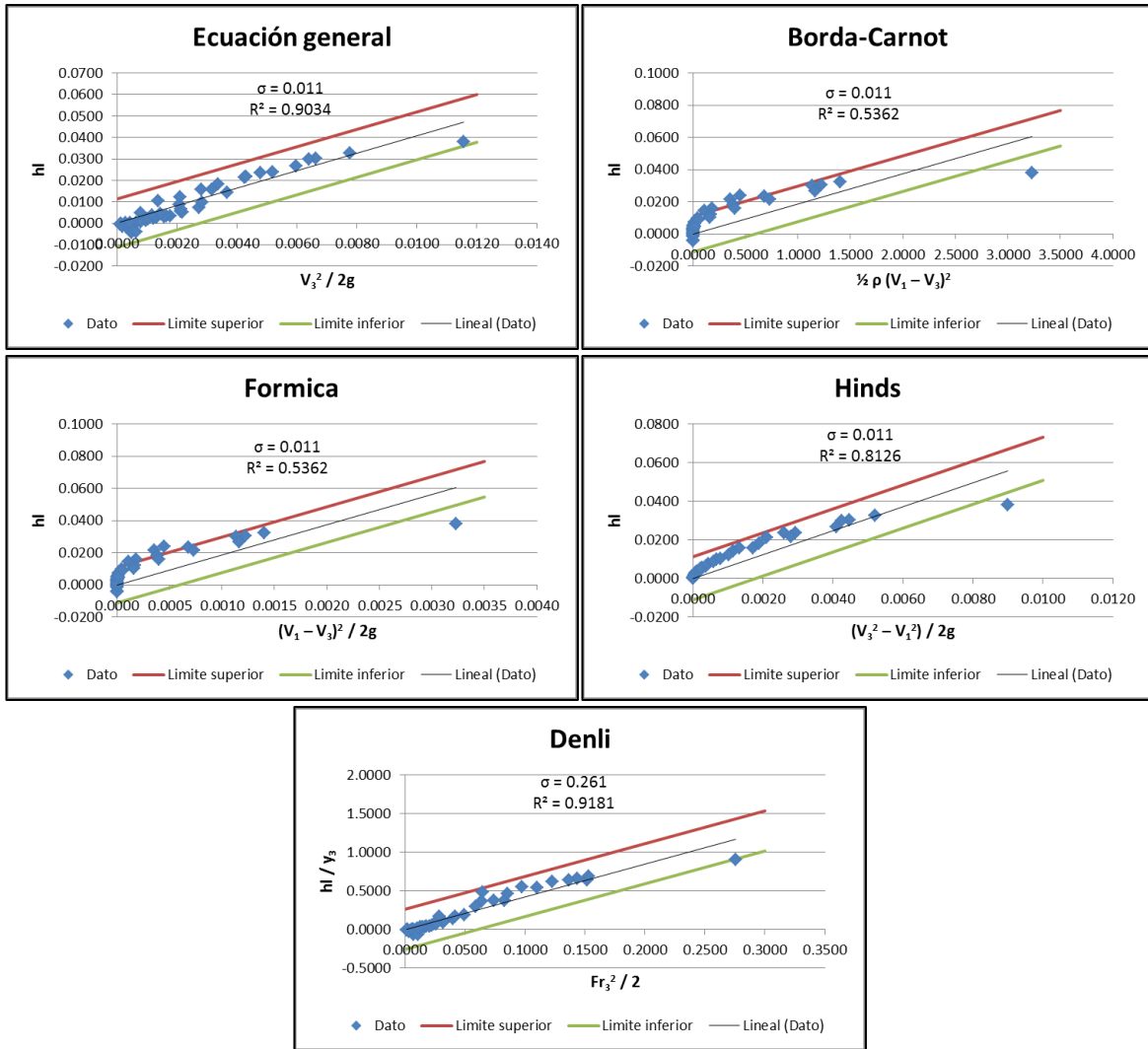
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la expansión con relación  $b/B = 0.67$

## Anexo 4

Resumen de gráficas para la contracción seguida de una expansión, simulando la base de puentes, empleado los métodos existentes

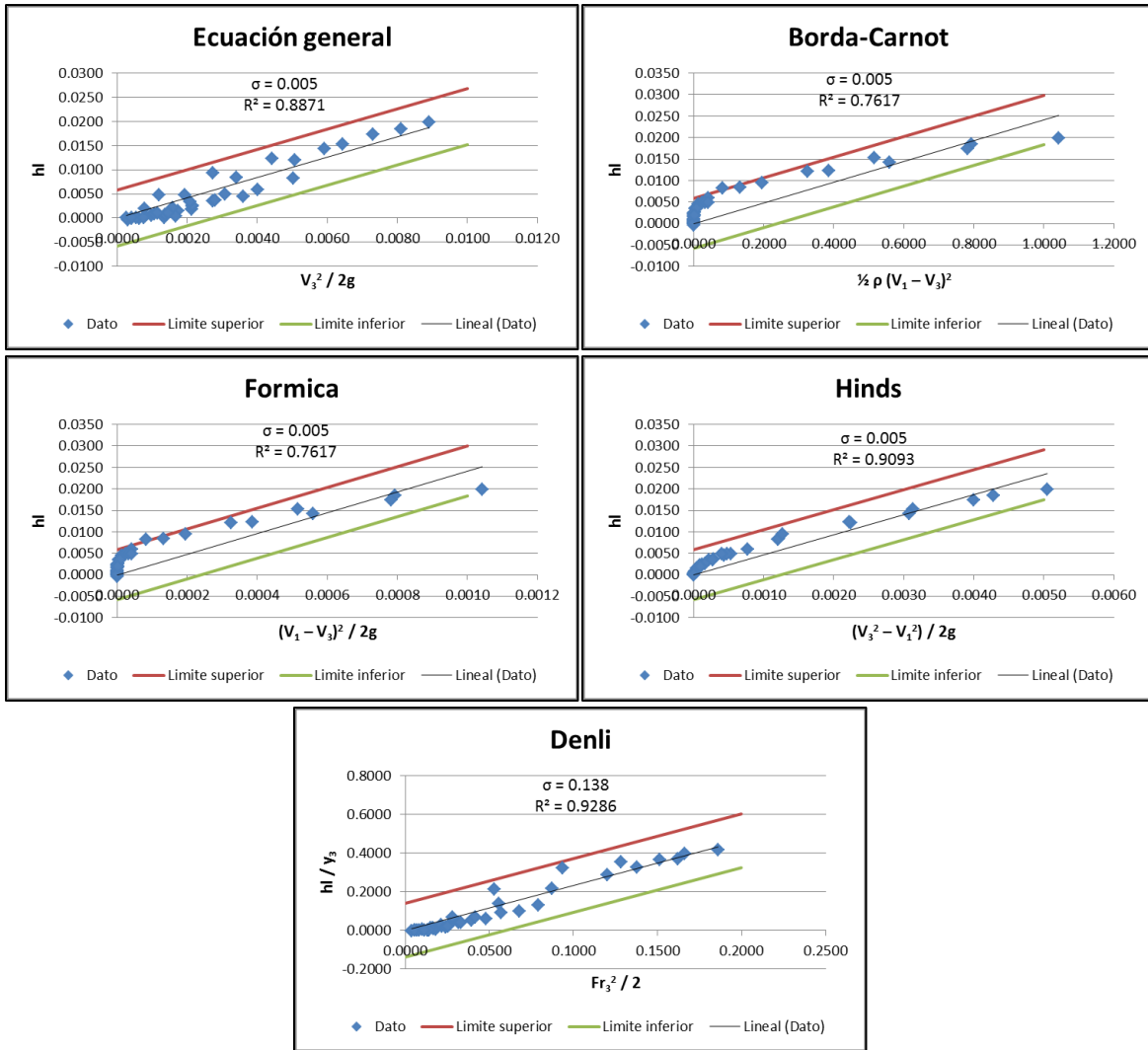


Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 0.67$  y  $b/B = 0.33$

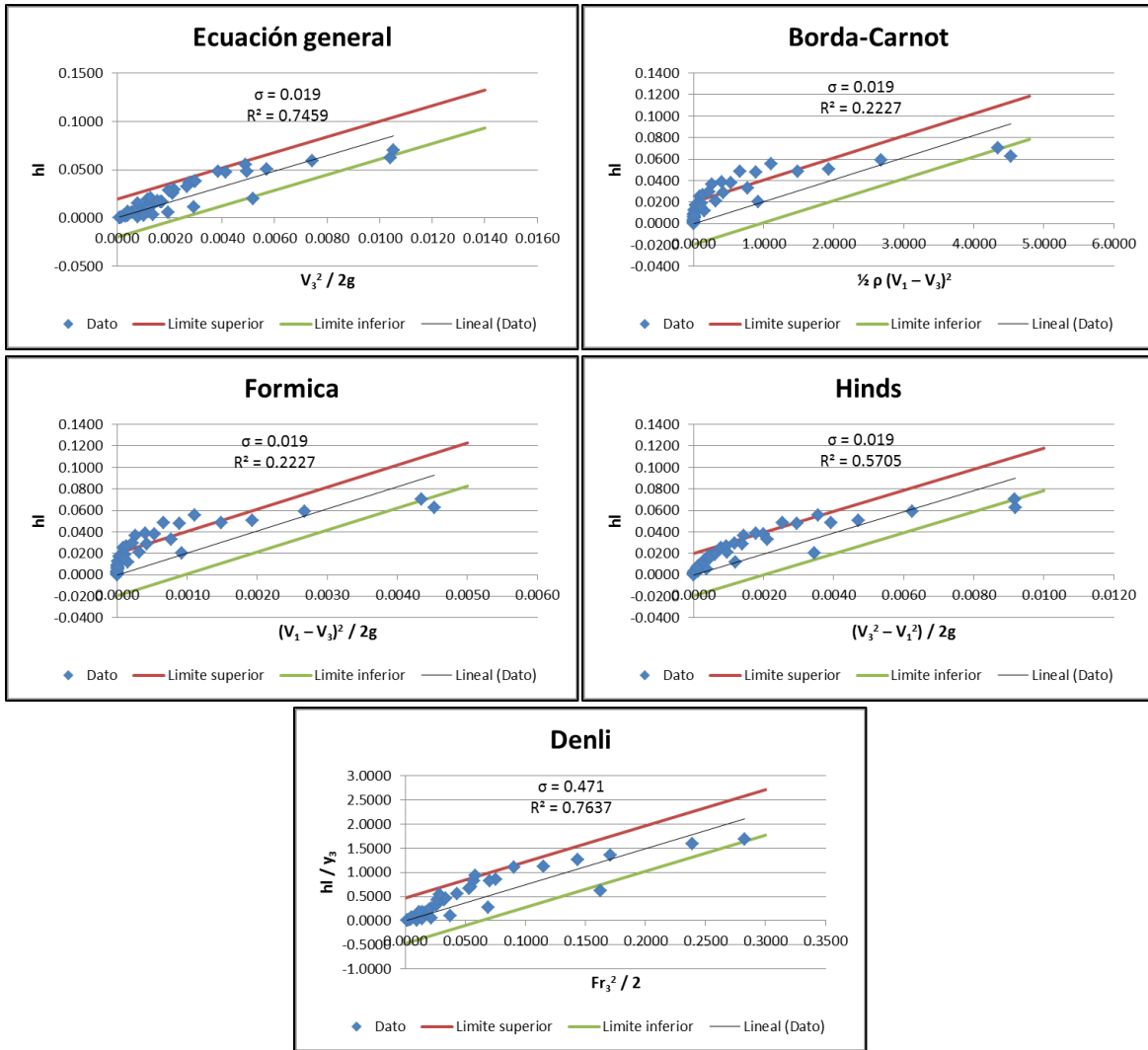


Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 0.67$  y  $b/B = 0.5$

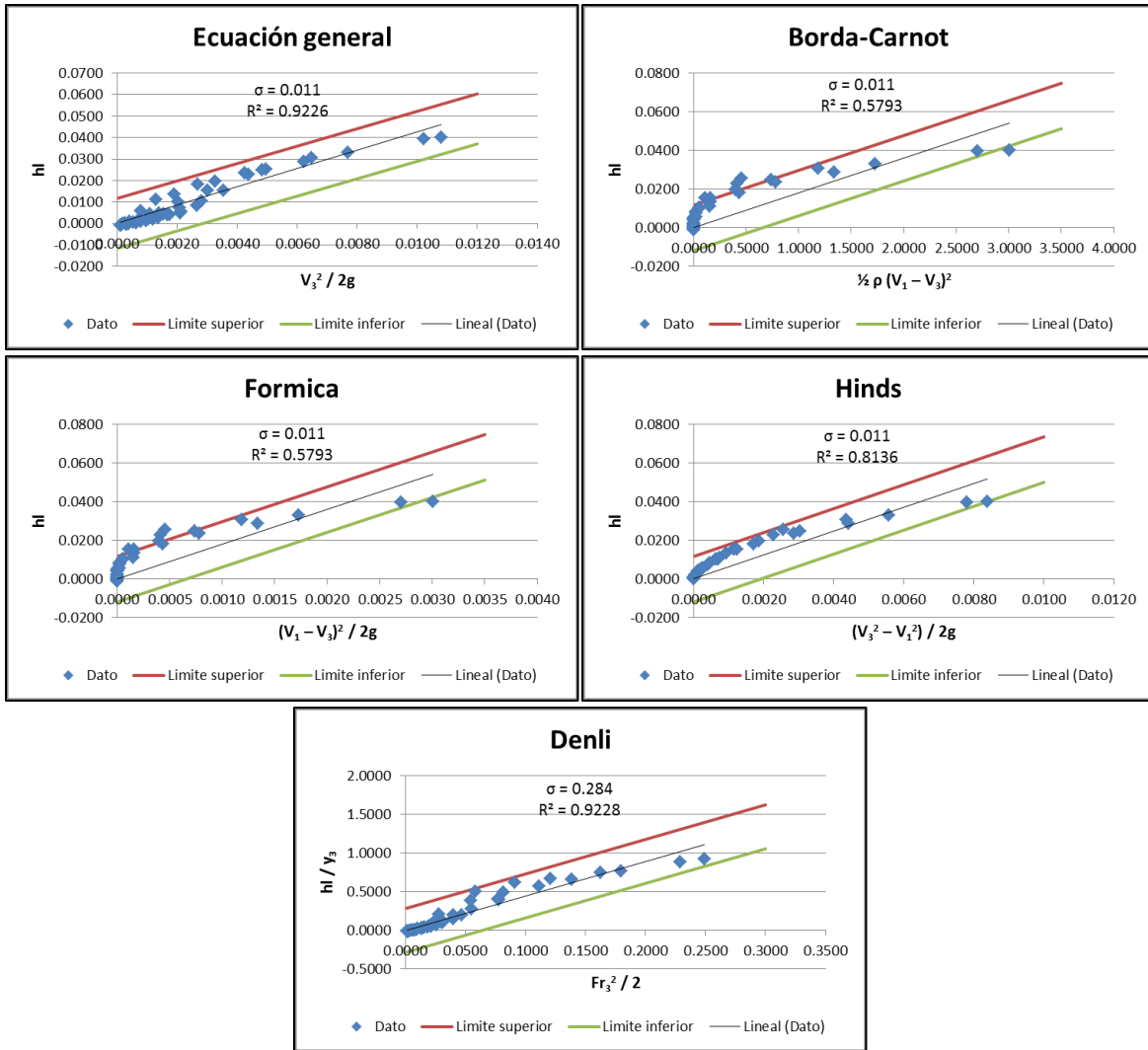




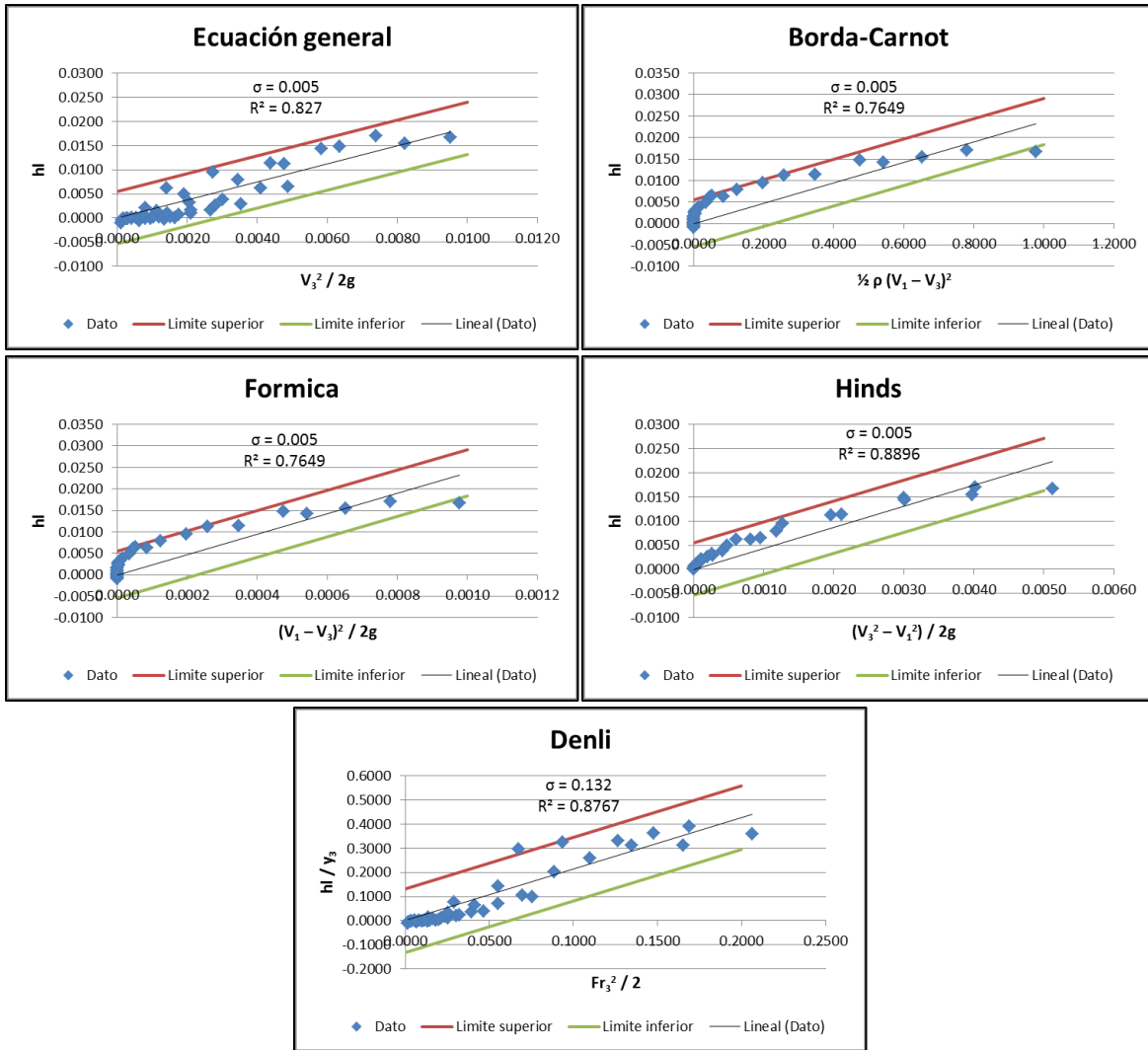
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 0.67$  y  $b/B = 0.67$



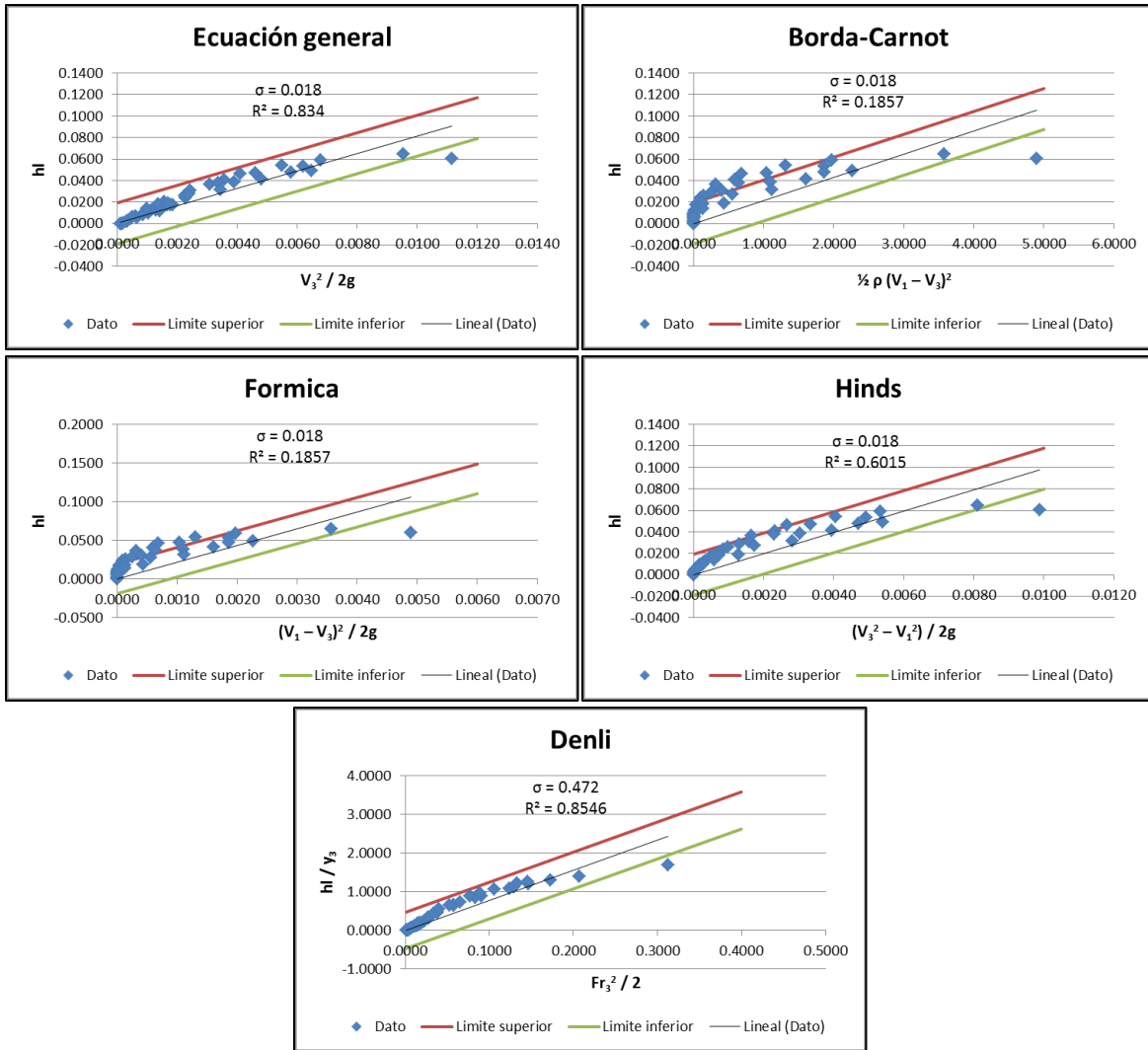
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 1$  y  $b/B = 0.33$



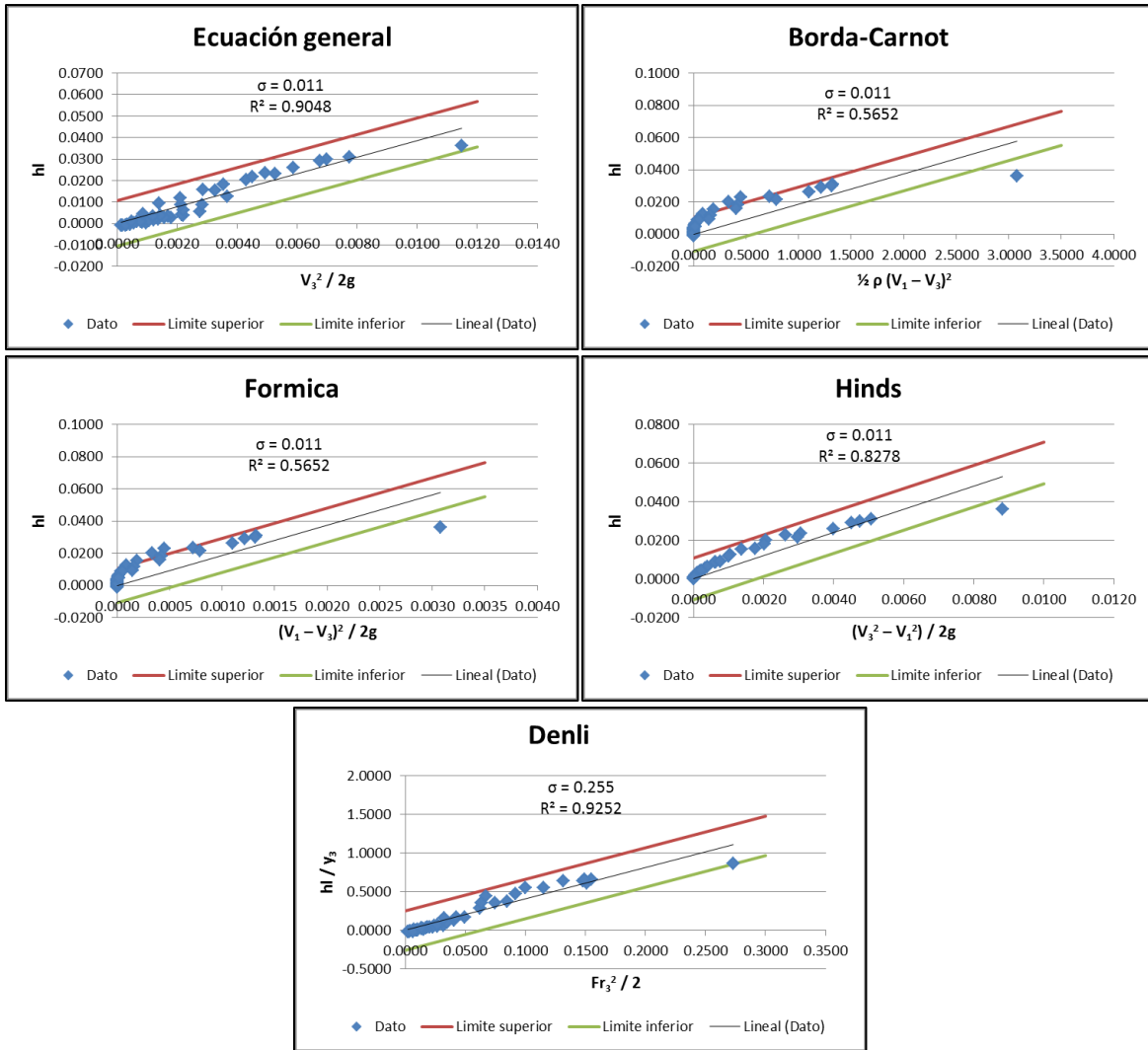
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 1$  y  $b/B = 0.5$



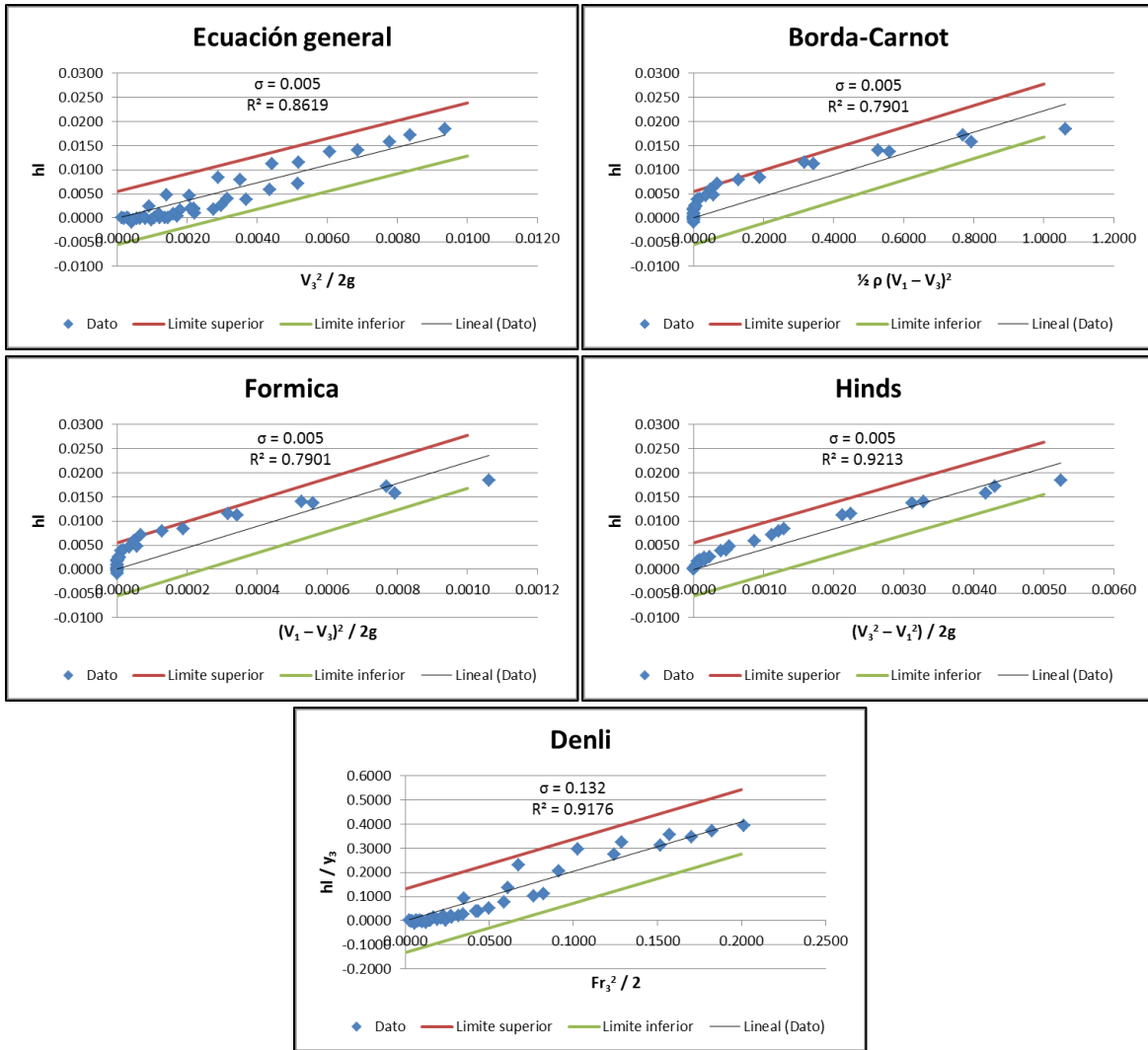
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 1$  y  $b/B = 0.67$



Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 1.33$  y  $b/B = 0.33$



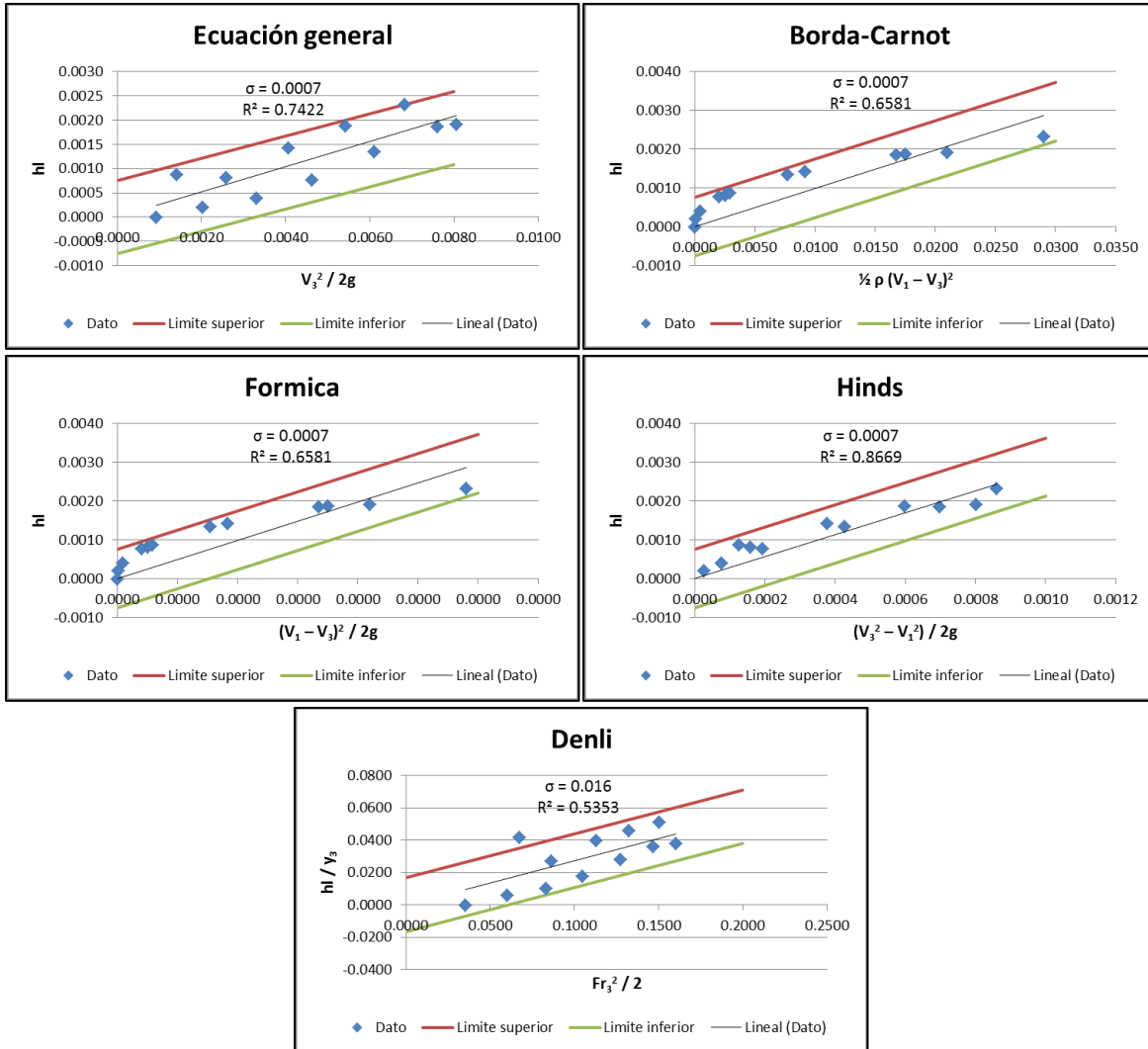
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 1.33$  y  $b/B = 0.5$



Gráficas de los coeficientes de ajuste para la contracción - expansión brusca con relación  $L/B = 1.33$  y  $b/B = 0.67$

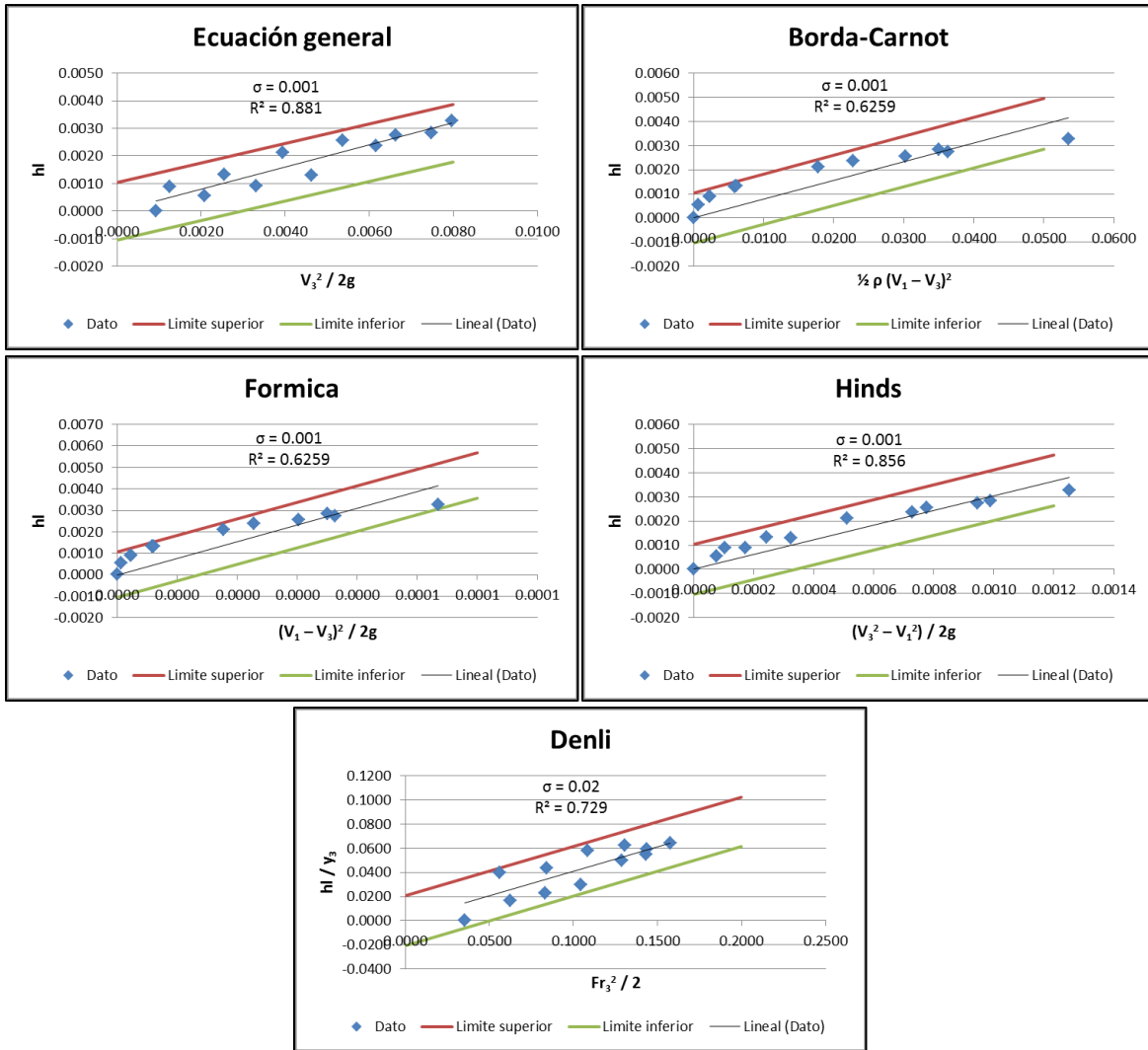
## Anexo 5

### Resumen de gráficas para las pilas de puentes, empleado los métodos existentes

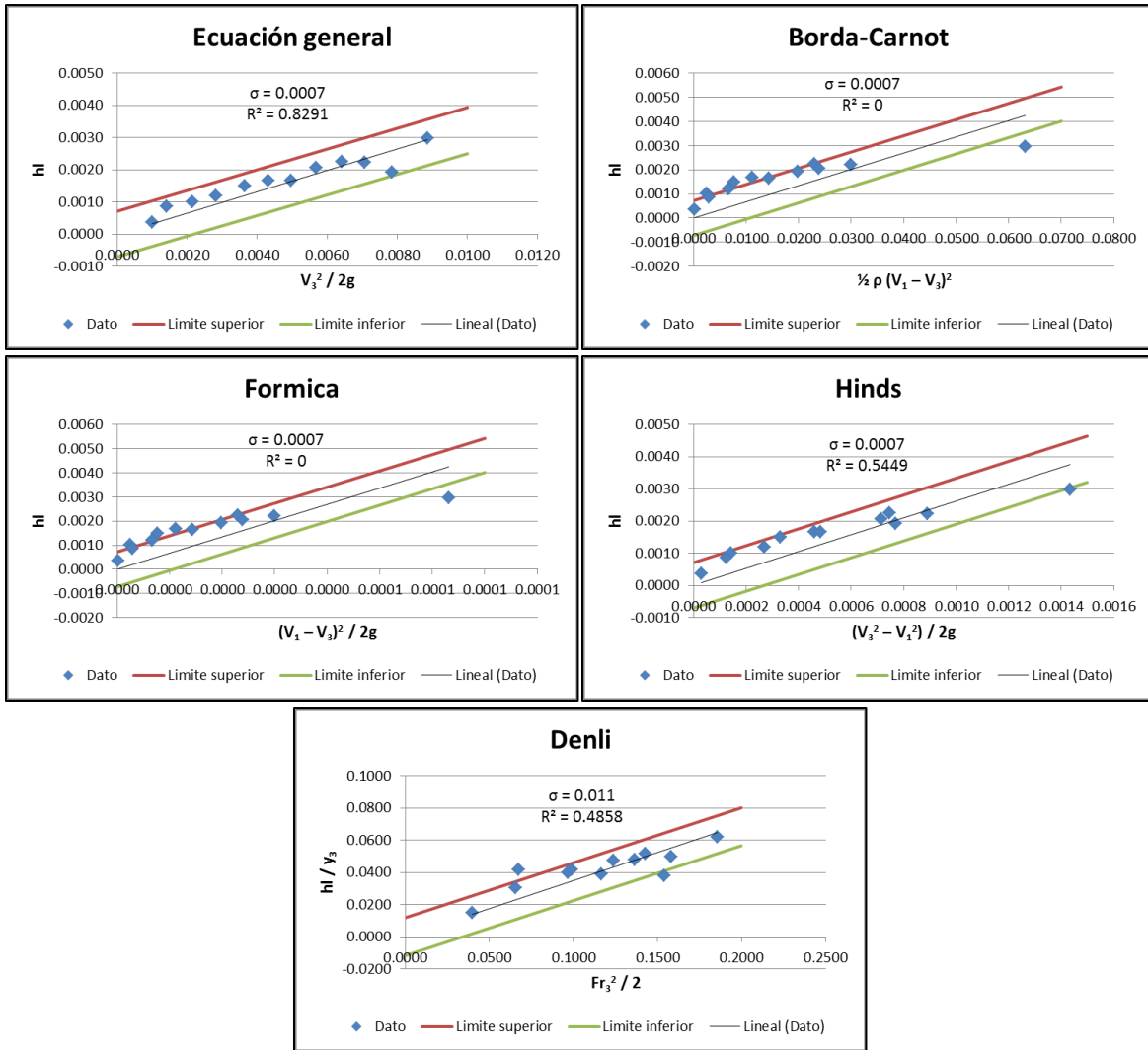


Gráficas de los coeficientes de ajuste para la pila prismática 1 con relación a/B = 0.07

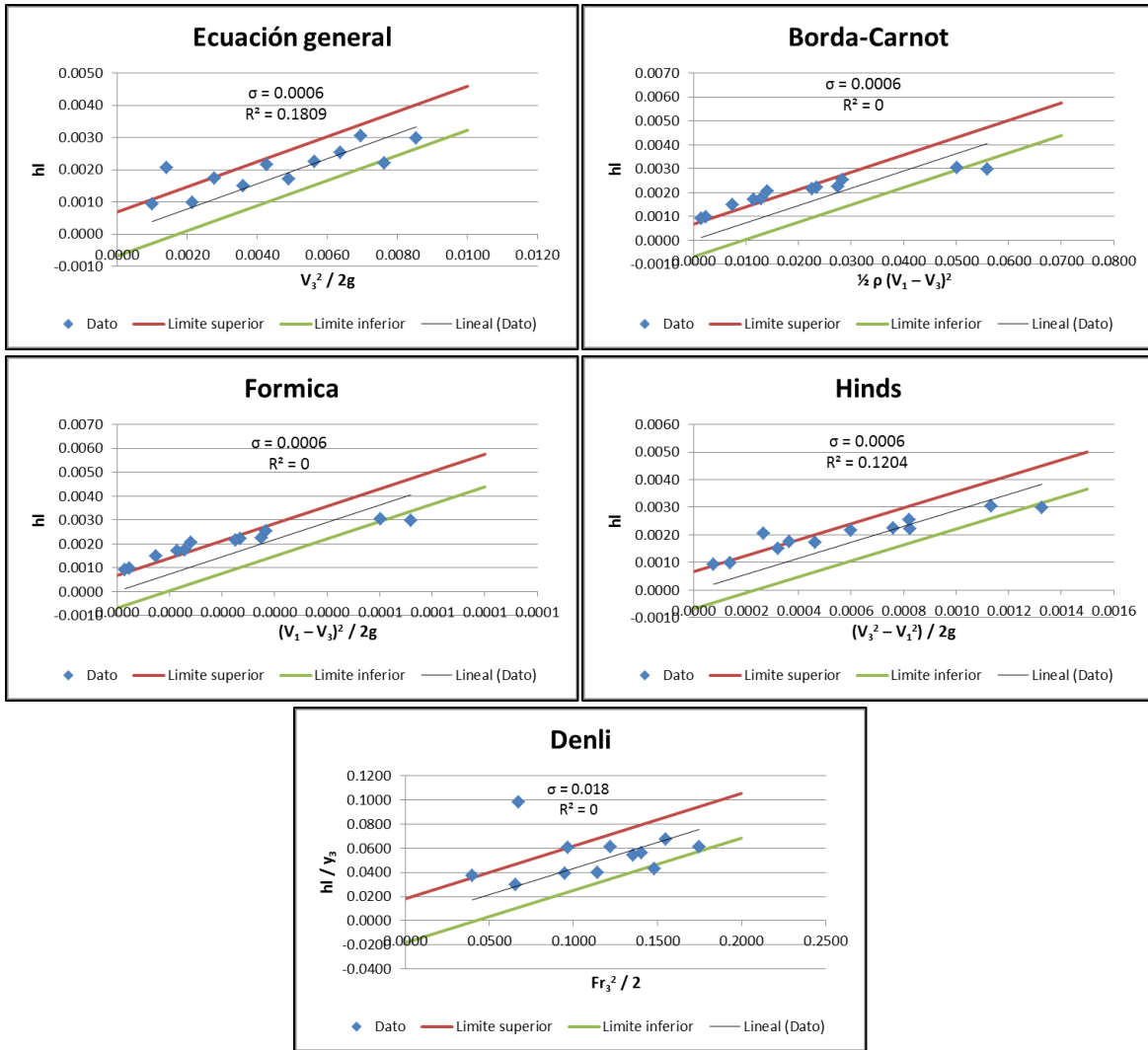




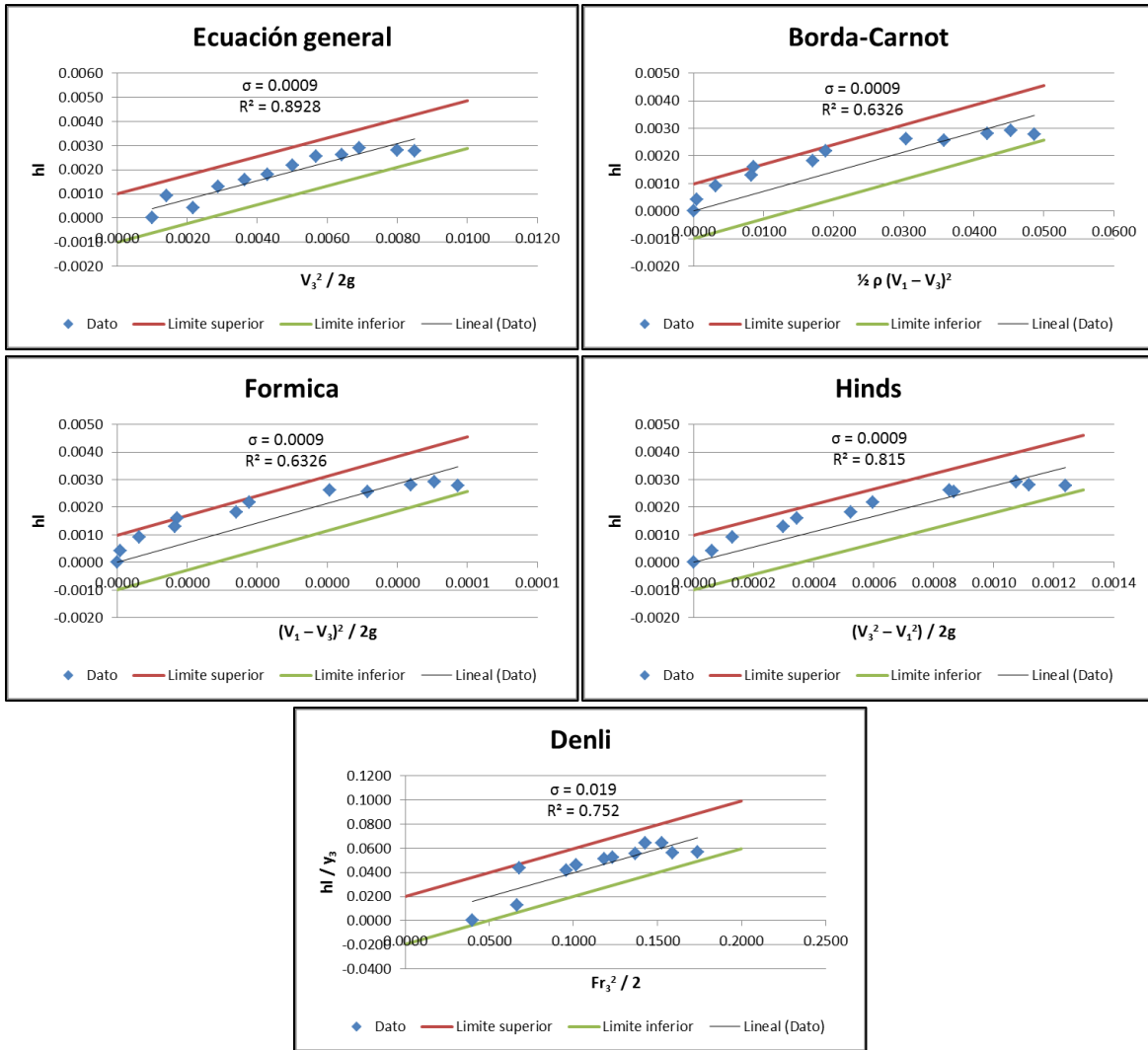
Gráficas de los coeficientes de ajuste para la pila prismática 2 con relación  $a/B = 0.14$



Gráficas de los coeficientes de ajuste para la pila cilíndrica 1 con relación  $d/B = 0.09$



Gráficas de los coeficientes de ajuste para la pila cilíndrica 2 con relación  $d/B = 0.11$



Gráficas de los coeficientes de ajuste para la pila cilíndrica 3 con relación  $d/B = 0.13$