



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAestrÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

**“EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO SÍSMICO DE
PUENTES BASADO EN DESPLAZAMIENTOS”**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

GALVARINO PINTO RODRÍGUEZ

DIRECCIÓN DE TESIS:

DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ

México D.F., noviembre del 2012



**INSTITUTO
DE INGENIERÍA
UNAM**

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Escobar Sánchez José Alberto

Secretario: Dr. Perez Gavilán Escalante Juan J.

Vocal: Dr. Gómez Martínez Roberto

1^{er}. Suplente: Dr. López Bátiz Oscar Alberto

2^{do}. Suplente: Dr. Pozos Estrada Adrián

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primeramente a Dios por guiar cada paso que doy.

Gracias a la familia López por brindarme su apoyo y comprensión en cada momento. Además quiero dar un agradecimiento muy especial al Ing. Mauricio López, por brindarme su amistad, apoyo y buenos consejos durante mi estancia en México.

Agradezco a la UNAM, al Instituto de Ingeniería y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo brindado durante mis estudios de maestría.

Agradezco al Dr. Roberto Gómez Martínez por dirigir esta tesis, a los Doctores José Alberto Escobar Sánchez, Juan J. Perez Gavilán Escalante, Oscar A. López Bátiz y Adrián Pozos Estrada, por sus buenos comentarios y sugerencias que ayudaron a mejorar este trabajo.

Quiero agradecer al Dr. Miguel Torres Matos, además de amigo un gran profesor, también agradezco sus comentarios, sugerencias y ayuda en la realización de la presente.

Por último quiero agradecer a la familia Torres, a mis compañeros de Mecánica Aplicada y a mis compañeros de generación, que me brindaron su amistad e hicieron posible que mi estancia en México sea más agradable.

DEDICATORIA

Dedico esta tesis a las dos mujeres más importantes de mi vida, mi madre y mi gran amor Natalia.

RESUMEN

En el presente trabajo se evalúa el desempeño sísmico de un puente de concreto reforzado, cuyo alineamiento horizontal es en curva, utilizando dos métodos basados en desplazamientos. La razón de dar mayor énfasis a los métodos de análisis sísmico en puentes basados en desplazamientos, se debe a que es reconocido que las fuerzas y los daños están escasamente correlacionados y que las fuerzas tienen poca importancia cuando se consideran acciones sísmicas. Es por esto que la necesidad de contar con nuevas metodologías que estimen de una mejor manera el comportamiento de un elemento y en general de toda la estructura, cuando son sometidas a fuertes sismos nos ha llevado a utilizar algunos métodos de análisis basados en desplazamientos.

El primer método llamado Diseño Basado Directamente en Desplazamiento (DBDD) utiliza el enfoque de la estructura sustituta, para modelar la estructura en su intervalo inelástico como un sistema elástico equivalente de 1 GDL. Este método en su procedimiento utiliza la rigidez secante al nivel de respuesta de diseño (desplazamiento máximo) y el concepto de un amortiguamiento viscoso equivalente (el cual para estructuras respondiendo en el intervalo inelástico es mayor al 5%) para considerar la energía disipada durante la respuesta no-lineal del puente. El segundo método considerado es el Método del Espectro Inelástico (MEI), que a diferencia del método anterior utiliza, la rigidez elástica para el modelo de 1 GDL y el espectro inelástico de respuesta de desplazamiento con un amortiguamiento igual al 5%.

Por medio de análisis más refinados como son: El análisis estático no lineal incremental ó también llamado *pushover* y el análisis dinámico no lineal ó también llamado *historia en el tiempo*, se revisa la capacidad que tienen ambos métodos de análisis sísmico basados en desplazamientos para predecir las respuestas tanto de desplazamientos como de fuerzas.

Por último se concluye que los métodos mostraron excelentes resultados para el estado límite de servicio; sin embargo, para el estado límite de supervivencia, existió cierta variación, sobre todo en las columnas de mayor altura del puente en estudio.

ABSTRACT

In this thesis, the seismic performance of a reinforced concrete bridge horizontally curved is evaluated by two methods based on displacements. Seismic analysis methods are used in this study with greater emphasis due to the fact that the forces and damage are poorly correlated and that the forces have little importance when considering seismic actions. The need of new methodologies that can predict in a better way the behavior of an element and generally the whole structure when it is subject to strong earthquakes, has led us to use some existing methods of analysis based on displacement.

The first method is the Direct Displacement Based Design (DDBD). This method uses the substitute structure approach to model its structure as a single degree freedom (SDOF) system in its inelastic interval, the method uses the secant stiffness procedure at level design response (maximum displacement) and the concept of equivalent viscous damping (which for structures responding in the inelastic interval, is greater than 5%) to consider the energy dissipated during the non-linear response of the bridge. The second method considered is the Inelastic Spectrum Method (ISM) which uses the elastic stiffness for single degree freedom (SDOF) system and inelastic displacement response spectrum with a damping equal to 5%.

Through more sophisticated analyses such as the incremental nonlinear static analysis (also called pushover) and nonlinear dynamic analysis, is reviewed the ability of both methods for predict the responses of both displacement and forces.

In conclusion the methods showed excellent results for the service limit state. However, to limit the survival state, there was some variation, particularly with the highest columns of the bridge under study.

ÍNDICE

RESUMEN.....	V
ABSTRACT	VI
CAPÍTULO 1.....	1
INTRODUCCIÓN AL DISEÑO SÍSMICO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS.....	1
1.1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.2. ANTECEDENTES.....	1
1.3. OBJETIVOS DEL PRESENTE TRABAJO.....	2
1.4. PROBLEMAS CON EL DISEÑO BASADO EN FUERZAS.....	2
1.5. ORGANIZACIÓN DEL PRESENTE TRABAJO.....	2
CAPÍTULO 2.....	4
DESEMPEÑO SÍSMICO Y OBJETIVOS DE DISEÑO PARA PUENTES.....	4
2.1. INTRODUCCIÓN.....	4
2.2. PELIGRO SÍSMICO.....	4
2.3. NIVELES DE DESEMPEÑO SÍSMICO.....	4
2.4. ESTADOS LÍMITES DE DESEMPEÑO EN PUENTES PARA DISEÑO BASADO EN DESPLAZAMIENTO.....	5
2.4.1. Estados límite de los componentes.....	5
2.4.1.1. Estado límite de agrietamiento.....	5
2.4.1.2. Estado límite de fluencia.....	6
2.4.1.3. Estado límite de pérdida del recubrimiento del concreto.....	6
2.4.1.4. Estado límite de pandeo / fractura.....	6
2.4.1.5. Estado límite último.....	6
2.4.2. Estado límite del sistema.....	7
2.4.2.1. Estado límite de servicio (Nivel 1 de desempeño).....	8
2.4.2.2. Estado límite de daño reparable (Nivel 2 de desempeño).....	8
2.4.2.3. Estado límite de prevención ante el colapso (Nivel 3 de desempeño).....	8
2.4.2.4. Estado límite de supervivencia (Nivel 4 de desempeño).....	8
CAPÍTULO 3.....	10
CONCEPTOS BÁSICOS DEL DISEÑO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS.....	10
PARA PUENTES.....	10
3.1. INTRODUCCIÓN.....	10
3.2. RESPUESTA DÚCTIL EN COLUMNAS DE PUENTES.....	10
3.2.1. Rotación inelástica y capacidad de ductilidad a nivel de sección.....	10
3.2.2. Curva Esfuerzo - Deformación del Concreto (Mander, 1988a).....	14
3.2.3. Curva Esfuerzo - Deformación del Acero.....	18
3.3. ANÁLISIS MOMENTO-CURVATURA DE LA SECCIÓN CAJÓN.....	21
CAPÍTULO 4.....	24
ENFOQUES DE DISEÑO SÍSMICO BASADOS EN DESPLAZAMIENTOS.....	24
4.1. INTRODUCCIÓN.....	24
4.2. METODOLOGÍAS DE DISEÑO BASADAS EN DESPLAZAMIENTOS.....	24

4.2.1. Diseño basado directamente en desplazamientos (DBDD)	24
4.2.2. Método del espectro inelástico (MEI)	28
CAPÍTULO 5.....	30
MÉTODOS BASADOS EN DESPLAZAMIENTOS APLICADOS EN PUENTES	30
5.1. INTRODUCCIÓN.....	30
5.2. APLICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS	31
5.2.1. Aplicación del método DBDD	31
5.2.2. Aplicación del método MEI	43
5.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	44
5.3.1. Resultados para el estado límite de servicio	45
5.3.2. Resultados para el estado límite de supervivencia.....	45
CAPÍTULO 6.....	48
EVALUACIÓN DE LOS MÉTODOS BASADOS EN DESPLAZAMIENTO, MEDIANTE ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO NO - LINEALES.....	48
6.1. INTRODUCCIÓN.....	48
6.2. ANÁLISIS ESTÁTICO NO LINEAL INCREMENTAL (<i>PUSHOVER</i>).....	48
6.2.1. Método del espectro de capacidad (MEC).....	49
6.3. MODELO DEL PUENTE PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL.....	55
6.3.1. Métodos de Solución	56
6.3.1.1. <i>Métodos de Newmark</i>	56
6.3.1.2. <i>Método de aceleración promedio</i>	59
6.3.1.3. <i>El Método α (Hilber, Hughes y Taylor)</i>	59
6.3.2. Matriz de Amortiguamiento	60
6.3.2.1. <i>Amortiguamiento de Rayleigh</i>	60
6.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS	63
CAPÍTULO 7.....	76
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	76
7.1. CONCLUSIONES.....	76
7.2. RECOMENDACIONES	77
BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS.....	78
APÉNDICE A	82
APLICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS DE ANÁLISIS SÍMICO BASADAS EN DESPLAZAMIENTOS.....	82
A.1 DISEÑO BASADO DIRECTAMENTE EN DESPLAZAMIENTOS (DBDD):.....	82
a) <i>ESTADO LÍMITE DE SERVICIO (DBDD)</i>	82
b) <i>ESTADO LÍMITE DE SUPERVIVENCIA (DBDD)</i>	90
B.1 MÉTODO DEL ESPECTRO INELÁSTICO (MEI):.....	99
a) <i>ESTADO LÍMITE DE SERVICIO (MEI)</i>	99
b) <i>ESTADO LÍMITE DE SUPERVIVENCIA (MEI)</i>	107
APÉNDICE B	115
OBTENCIÓN DEL FACTOR DE REDUCCIÓN R*.....	115
B. INTRODUCCIÓN.....	115

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN AL DISEÑO SÍSMICO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS

1.1. INTRODUCCIÓN

Los movimientos sísmicos inducen fuerzas y desplazamientos a las estructuras. En sistemas elásticos, las fuerzas y los desplazamientos están directamente relacionados con la rigidez del sistema; sin embargo, para estructuras en el intervalo de comportamiento inelástico, esta relación es compleja, ya que las fuerzas en estas estructuras dependerán de los desplazamientos instantáneos y de la historia de desplazamientos. Tradicionalmente, el diseño sísmico de estructuras se ha basado en las acciones de fuerzas estáticas equivalentes. La razón de esto es histórica, ya que está asociada a metodologías de diseño para otro tipo de acciones, por ejemplo: cargas de viento, cargas de gravedad (carga muerta y carga viva) (Priestley et al., 2007).

Es reconocido que las fuerzas y los daños están escasamente correlacionados y que las fuerzas tienen poca importancia cuando se consideran acciones sísmicas. Este reconocimiento y otros problemas e inconsistencias con el diseño basado en fuerzas, influyeron para que se desarrollaran nuevas metodologías de diseño sísmico, basadas en desplazamientos.

1.2. ANTECEDENTES

La necesidad de cambios en las metodologías de diseño sísmico existentes, implementadas en los códigos, ha sido ampliamente reconocida (Fajfar, 2000). Es por esta razón que en los últimos años, se han desarrollado diversas metodologías basadas en desplazamientos para el análisis de puentes. La razón de adoptar este procedimiento obedece a que los estados límite de daño pueden relacionarse adecuadamente con los límites de deformación (Rivera y Meli, 2008). Entre las metodologías que existen, se encuentra el método de diseño basado directamente en desplazamientos DBDD (Priestley, 2007), el cual se desarrolló como una herramienta para el diseño sísmico por desempeño de puentes, y está fundamentado en el método de linealización a un sistema equivalente propuesto por Gulkan y Sosen (1974), y Shibata y Sosen (1976). Con el DBDD la estructura inelástica en su máximo desplazamiento, es reemplazada por un sistema elástico de un grado de libertad, que tiene la rigidez secante en el punto de respuesta máxima y un amortiguamiento equivalente al amortiguamiento viscoso e histerético en la estructura real. Este método se basa en el perfil de desplazamiento máximo que se desea en la estructura con el que se produce la rigidez y resistencia requeridas para alcanzar el desempeño propuesto. Por otro lado, existe otro método de diseño basado directamente en desplazamientos que usa un espectro de diseño inelástico. Este método, se conoce como el método del espectro inelástico (MEI), y fue propuesto por Chopra y Goel (2001). El método permite estimar valores exactos de desplazamientos y de la demanda de ductilidad que conlleva a un diseño estructural que satisface el criterio de diseño para una rotación plástica admisible. El MEI, utiliza los pasos iniciales del método DBDD para determinar el desplazamiento y ductilidad de diseño (Sullivan et al., 2003); el MEI luego requiere el uso de un espectro de respuesta de desplazamiento inelástico, para obtener un periodo y una rigidez inicial. Con el desplazamiento de fluencia y la rigidez inicial conocidos, la fuerza de fluencia puede ser determinada. Con el método MEI, además, se pueden diseñar estructuras para un nivel de distorsión objetivo y una aceptable rotación plástica.

1.3. OBJETIVOS DEL PRESENTE TRABAJO

Los objetivos del presente trabajo son:

- a) Analizar la respuesta sísmica de un puente irregular, utilizando diferentes enfoques del análisis sísmico basado en desplazamientos.
- b) Resumir, revisar críticamente y comparar diferentes enfoques basados en desplazamientos, para que con su comprensión puedan ser implementados en códigos de diseño sísmico de puentes de una manera práctica, racional y realista.
- c) Evaluar la capacidad de desplazamiento de un puente, utilizando criterios de deformación de la sección transversal de la columna.
- d) Realizar los análisis no lineales estático incremental (pushover) y dinámico (historia en el tiempo), con el fin de evaluar el desempeño de los métodos en términos de predicción de ductilidad o valores de distorsión.

1.4. PROBLEMAS CON EL DISEÑO BASADO EN FUERZAS

A continuación se resumen algunos problemas asociados con el diseño basado en fuerzas:

- a) Primeramente, se requiere estimar la rigidez inicial para determinar el periodo y la distribución de fuerzas de diseño entre los diferentes elementos estructurales. Ya que la rigidez es dependiente de la fuerza en los elementos, ésta no puede ser conocida hasta que el proceso de diseño se complete.
- b) La distribución de fuerza sísmica entre elementos (columnas) basados en la rigidez inicial (aún si esta es conocida exactamente) es ilógica, ya que ésta metodología supone incorrectamente que las columnas pueden ser forzadas a fluir con el mismo desplazamiento, a pesar de tener diferentes rigideces.
- c) La suposición del diseño basado en fuerzas, el cual indica que los factores de reducción de fuerzas, con base en la capacidad de ductilidad, son apropiados para un tipo de sistema estructural y material, es inválido (Priestley et al., 2007).
- d) Los efectos de la cimentación son generalmente ignorados en el diseño basado en fuerzas y son difíciles de incorporar en el proceso de diseño. Estos efectos afectan el periodo elástico y la demanda de ductilidad de desplazamiento.

1.5. ORGANIZACIÓN DEL PRESENTE TRABAJO

El presente trabajo está organizado de la siguiente manera:

En el capítulo 1, se realiza una breve introducción al diseño basado en desplazamientos, además se exponen las ventajas de este método y por qué actualmente los códigos de diseño están basados en fuerza en lugar de desplazamientos.

En el capítulo 2, se describen los estados de desempeño límites comúnmente utilizados en puentes por algunos autores y por el documento “Vision 2000”, el cual ha servido como base para la mayoría de los códigos de diseño basados en desplazamientos, además se muestra cual es la relación que existe entre los estados límite y la intensidad sísmica de algunas zonas. También se presentan los estados límites de los componentes que conforman la estructura y cuál es la relación que existe entre daño local (elemento) y daño global (estructura). Estos daños, como se muestran, están relacionados con el desplazamiento de la estructura y la incursión de la estructura en el intervalo inelástico.

En el capítulo 3, se desarrollan los conceptos básicos en los que se basan las metodologías de diseño por desplazamientos. Se muestran las curvas esfuerzo - deformación del concreto y acero. Además se introducen conceptos relacionados con la capacidad de ductilidad de una columna de puente, y se realizan los cálculos necesarios para determinar la capacidad de desplazamiento y ductilidad de una columna hueca de sección transversal rectangular.

En el capítulo 4, se describe un procedimiento para poder aplicar las metodologías de diseño basadas en desplazamientos a puentes. También se describe algunas recomendaciones para poder aplicar las metodologías adecuadamente, tomando como ejemplo un puente irregular, el cual tiene una superestructura muy rígida por lo que debido a su geometría y disposición de las columnas, se evita la rotación de la superestructura y se provoca la formación de una doble curvatura en las columnas.

En el capítulo 5, con el objeto de verificar los desplazamientos y fuerzas de un puente real, se muestra la aplicación de las metodologías de diseño basadas en desplazamiento DBDD y MEI. Se describen también algunas suposiciones necesarias para poder aplicar dichas metodologías y poder resolver el problema. Finalmente para una fácil revisión, los resultados se resumen en figuras y tablas.

En el capítulo 6, con el objeto de verificar la capacidad que tienen las metodologías de diseño basadas en desplazamiento para predecir fuerzas y desplazamientos, se realiza el análisis no lineal estático incremental (pushover) y el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo) del puente en estudio. Para poder predecir de una manera razonable tanto los valores de desplazamiento como de fuerzas. Se muestran los valores obtenidos en figuras y tablas resumen, además se presentan los porcentajes de error de las metodologías de diseño basadas en desplazamiento tomando como referencia los valores obtenido del análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo).

Finalmente, en el capítulo 7, se exponen las conclusiones obtenidas del presente trabajo y unas breves recomendaciones para poder aplicar los métodos basados en desplazamientos.

CAPÍTULO 2

DESEMPEÑO SÍSMICO Y OBJETIVOS DE DISEÑO PARA PUENTES

2.1. INTRODUCCIÓN

Los reglamentos establecen que es razonable equilibrar la inversión que se debe hacer en la seguridad de una estructura con la probabilidad de daño que pueda sufrir. En la mayoría de los reglamentos modernos de diseño sísmico se establecen como objetivos, por una parte, evitar el colapso de la estructura, pero aceptar daño ante un sismo excepcionalmente severo que se pueda presentar en la vida de la estructura, y por otra, evitar daños de cualquier tipo ante sismos moderados que tengan una probabilidad significativa de presentarse en ese lapso (Bazán y Meli, 2010). En el presente capítulo se presentan los niveles de desempeño sísmico asociados con los estados límite, para que el ingeniero sea capaz de evaluar y seleccionar apropiadamente, primero, los sismos con los que se pretende diseñar la estructura, los cuales van a depender de la actividad sísmica (periodo de retorno) de la zona donde se encuentra o se encontrará la estructura (puente); y segundo, el nivel de desempeño que debiera tener la estructura durante su vida útil, cuando ésta sea sometida al sismo de diseño elegido.

2.2. PELIGRO SÍSMICO

El peligro sísmico más importante para la mayoría de edificaciones, incluidos los puentes, es el movimiento del suelo; otros peligros que quizás se consideren como casos especiales incluyen la falla del terreno, como por ejemplo: licuefacción, deslizamiento del terreno, asentamiento diferencial, etc. El peligro del movimiento del suelo puede ser representado como una serie de parámetros (amplitud, contenido de frecuencias y duración), o como una serie de registros de movimiento del suelo. Estos últimos proveen el enfoque más directo para analizar el desempeño de una estructura y son preferidos en la investigación y el diseño debido al incremento de las capacidades computacionales.

Los recientes enfoques de análisis basados en desplazamientos enfatizan la selección de una apropiada amplitud y contenidos de frecuencias para los movimientos sísmicos del terreno. Tradicionalmente el valor máximo de la aceleración del terreno (PGA) sirvió para identificar la intensidad del movimiento del suelo. En años recientes, ha sido reconocido que la máxima aceleración del suelo es ante todo, una medida de la amplitud del contenido de altas frecuencias del movimiento del suelo. Esto quizás provee una referencia de daño para estructuras de periodo corto (estructura sensible a las fuerzas), pero es menos relevante para estructuras de periodos largos (estructuras sensible al desplazamiento) (FIB, 2003).

2.3. NIVELES DE DESEMPEÑO SÍSMICO

Para que el análisis por desplazamientos sea adecuado en el contexto del diseño basado en desempeño, el ingeniero estructural debe seleccionar apropiadamente los niveles de desempeño (o estados de daño) y cargas sísmicas; estos deben cumplir con los requerimientos para diferentes intensidades de movimiento de terreno, (ver tabla 2.1). Con el conocimiento de las probabilidades de excedencia para diferentes intensidades de movimiento del terreno, el ingeniero puede controlar el riesgo sísmico, es decir se puede limitar satisfactoriamente la respuesta de una estructura ante un movimiento específico

de terreno, para niveles de desempeño prescritos como se muestra en la siguiente tabla (Calvi et al., 2010):

Tabla 2.1. Matriz de diseño basada en desempeño (adaptada de Priestley et al., 2007) definiendo la intensidad sísmica de diseño para diferentes categorías de estructuras y diferentes niveles de desempeño.

Importancia*	Intensidad sísmica de diseño		
	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3
I	No requiere	50% en 50 años	10% en 50 años
II	50% en 50 años	10% en 50 años	2% en 50 años
III (incluidos puentes normales)	20% en 50 años	4% en 50 años	1% en 50 años
IV (incluidos puentes vitales)	10% en 50 años	2% en 50 años	1% en 50 años

* Referencia EC8.1 T4.3 para definición más detallada de la importancia

Cabe mencionar que los valores mostrados en la tabla 2.1, la cual fue adaptada (Calvi et al., 2010) tomando como referencia el documento “Vision 2000”, están relacionados con la actividad sísmica europea, por lo que no necesariamente representan los valores de intensidad sísmica para la Ciudad de México. Este tema amerita una mayor investigación en México, con el objeto de proponer valores de intensidad sísmica relacionados con los niveles de desempeño e importancia de las estructuras y en los distintos tipos de suelo (blando, intermedio y rocoso). La tabla 2.1 se presenta en este trabajo sólo como una referencia debido que no es el tema principal en el que se quiere profundizar, sino el de revisar que tan efectivos son los métodos basados en desplazamientos para evaluar la respuesta de un puente ante un sismo dado.

2.4. ESTADOS LÍMITES DE DESEMPEÑO EN PUENTES PARA DISEÑO BASADO EN DESPLAZAMIENTO

Estos estados límite están referidos a dos condiciones: las que se refieren directamente a la condición de los componentes individuales (vigas, columnas) y las que se refieren al estado límite del sistema (estructura completa).

2.4.1. Estados límite de los componentes

2.4.1.1. Estado límite de agrietamiento

Para los elementos de concreto, el inicio del agrietamiento generalmente marca el punto de un cambio significativo en su rigidez, como se aprecia en un diagrama momento – curvatura (ver figura 2.2). Para elementos críticos que se espera respondan en el intervalo inelástico ante el sismo de diseño, este estado límite tiene poca significación, porque usualmente se excede para una menor excitación sísmica que la del sismo de servicio. El estado límite de agrietamiento quizás sea importante en miembros donde se espera que respondan esencialmente elásticos para el sismo de diseño. Por ejemplo, la rigidez a ser usada para la superestructura pretensada de un puente, dependerá si el estado límite de agrietamiento es excedido o no.

2.4.1.2. Estado límite de fluencia

Un segundo cambio significativo de rigidez en elementos de concreto reforzado ocurre al inicio de la fluencia. La definición más simple de fluencia establece que, es el punto en el cual el refuerzo longitudinal inicia la fluencia. Para elementos con refuerzo distribuido como es el caso de columnas y muros, ésta definición del punto de fluencia quizás no corresponda a un cambio significativo en la rigidez de todo el elemento. Este estado límite es útil para definir la apropiada rigidez elástica que debe ser usada en el análisis de sistemas dúctiles usando reglas de histéresis simplificadas, tal como una respuesta bilineal (ver figura 2.2). La fluencia marca el punto de inicio a partir del cual el daño en el elemento empieza a acelerarse como un resultado de la acción inelástica. Debido a que la carga de fluencia es relativamente sencilla de calcular, ésta puede servir como un simple índice para el nivel 1 de desempeño (estado límite de servicio).

2.4.1.3. Estado límite de pérdida del recubrimiento del concreto

Cuando el concreto inicia la pérdida del recubrimiento, quizás sea un estado límite significativo, particularmente para secciones no confinadas ó secciones sujetas a altos niveles de carga axial a compresión, donde la pérdida de recubrimiento está asociada típicamente con aplastamiento del concreto no confinado e inicio del intervalo de comportamiento inelástico y una posible pérdida repentina de resistencia. Cuando se supera este estado límite se tiene una condición local que pudiera requerir acciones correctivas. Para las secciones que se encuentran bien confinadas, sólo significa la pérdida de recubrimiento del concreto, ya que el miembro puede soportar aún mayores deformaciones. Conservadoramente, se puede suponer, para secciones de concreto que se encuentran bien confinadas, que éstas pierden su recubrimiento a una deformación de (ϵ_c) igual a 0.004. Podemos asociar este estado límite con el nivel 2 de diseño (estado límite de daño reparable).

2.4.1.4. Estado límite de pandeo / fractura

En las estructuras de concreto el inicio del pandeo del refuerzo longitudinal, es un estado límite significativo, ya que conduce a una pérdida de capacidad en la zona a compresión. Quizás también produzca la fractura del refuerzo de confinamiento y pueda presentarse fractura del refuerzo longitudinal una vez enderezada la barra de refuerzo, producto de la carga reversible. Reparar este tipo de falla, probablemente requerirá reemplazar el concreto y el refuerzo longitudinal, también el refuerzo transversal, si éste ha sido dañado por el pandeo del refuerzo longitudinal. Las consecuencias de estas fallas en la estabilidad de un sistema, deben ser evaluadas para determinar su nivel aceptable de desempeño para la estabilidad estructural. Podemos relacionar éste estado límite con el nivel 3 de desempeño (estado límite de prevención ante el colapso).

2.4.1.5. Estado límite último

Este estado límite, es muchas veces subjetivo. Algunas veces es considerado para un evento físico (crítico), por ejemplo, la fractura del refuerzo del confinamiento en una zona potencial de articulación plástica, la cual está asociada con la deformación última del concreto (en nuestro caso 0.016, como será explicado más adelante, capítulo 3, sección 3.2.2) (Mander et al., 1988). También se relaciona con una caída de resistencia (fuerza o momento) del 20% del la resistencia máxima o deformación del acero $\epsilon_{m\acute{a}x}$ igual a $0.5\epsilon_u$ (en nuestro caso es aproximadamente 0.06). Ninguna de estas definiciones, corresponden al estado límite último, debido a que todavía existe algo de resistencia residual más allá del desplazamiento asociado a este estado límite. Un verdadero estado límite, debería referirse a la

incapacidad del elemento para soportar cargas, por ejemplo, cargas de gravedad en una viga o fuerzas axiales en una columna. Sin embargo, la ocurrencia de una reducción de rigidez asociada a una caída de resistencia, por ejemplo en el diagrama momento – curvatura (ver figura 2.2), es causa de preocupación bajo respuesta dinámica, debido a que implica una redistribución de la energía de deformación desde las porciones de la estructura que se encuentran respondiendo elásticamente hacia los miembros con rigidez negativa, es decir con miembros que tienen comportamiento inelástico y que pierden resistencia y rigidez a medida que se incrementa la deformación. Esto último tiene consecuencia catastróficas (Priestley et al., 2007). Estas fallas podemos relacionarlas con el nivel 4 de desempeño (estado límite de supervivencia).

2.4.2. Estado límite del sistema

A continuación se describen cuatro estados importantes de desempeño típicamente considerados para el diseño sísmico basado en desempeño de puentes. Algunos autores consideran en sus investigaciones tres niveles de desempeño (Calvi et al., 2010). En el presente trabajo también se incluye un cuarto nivel considerado importante para ser compatible con los estados límites del documento “Vision 2000” (ver figura 2.1):

Nivel de desempeño del sistema

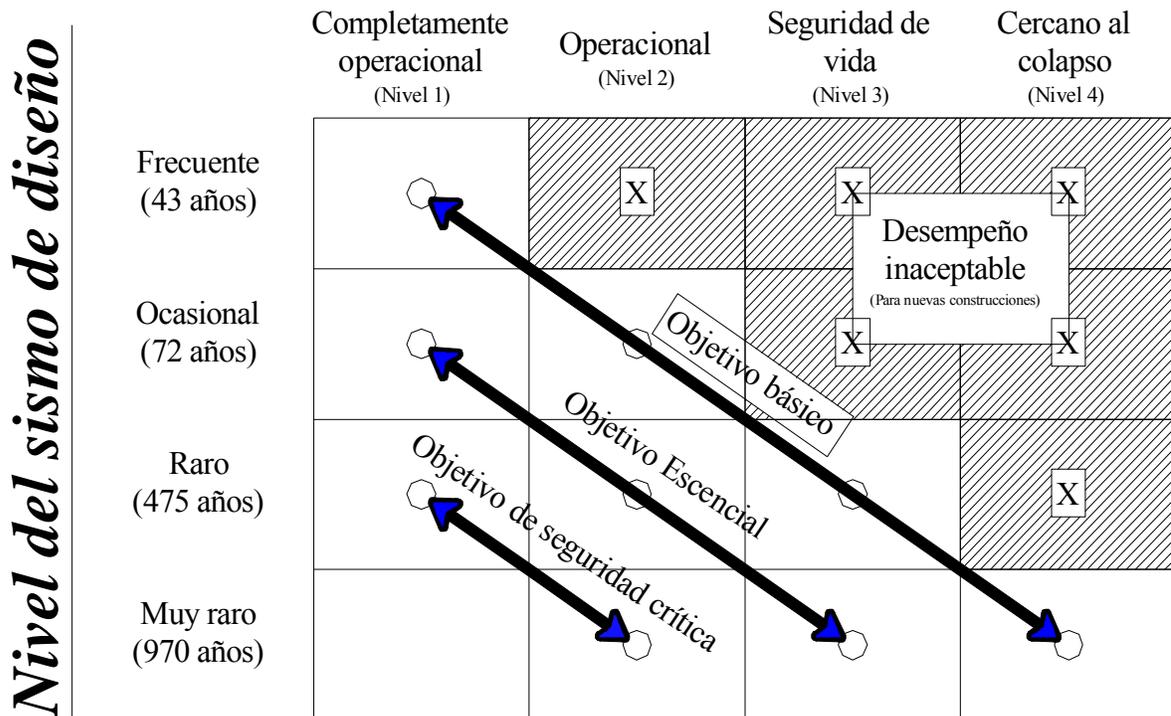


Figura 2.1. Objetivos de diseño sísmico basados en desempeño, para la actividad sísmica en California (documento “Vision 2000”).

2.4.2.1. Estado límite de servicio (Nivel 1 de desempeño)

En este estado límite, los elementos no sufren daño notable y el puente continua desempeñando normalmente su función después de ocurrido el sismo, sin la necesidad de ser reparado.

2.4.2.2. Estado límite de daño reparable (Nivel 2 de desempeño)

En este estado límite, quizás se presente la respuesta inelástica en algunas zonas predefinidas y adecuadamente detalladas como son las zonas de rótulas plásticas. El mecanismo plástico debe ser seleccionado cuidadosamente, de tal forma que las posibles reparaciones eventuales no requieran el cierre del puente. Puede existir desprendimiento del concreto en las zonas de rótula plástica y quizás fluya el acero de refuerzo longitudinal; sin embargo, estos esfuerzos deben ser limitados a valores moderados. Las uniones en la losa (junta) quizás sean dañadas, pero estas deben seguir siendo transitables para servicios de emergencia y los daños deberán ser fácilmente reparados.

2.4.2.3. Estado límite de prevención ante el colapso (Nivel 3 de desempeño)

En este estado límite, los elementos sufren daño importante, el cual quizás se presente en algunas zonas predefinidas y adecuadamente detalladas como zonas de rótulas plásticas. Un menor daño localizado quizás ocurra en otras partes del puente. El daño quizás requiera el cierre del puente para repararlo, pero se debe evitar el colapso del puente. Las magnitudes de las deformaciones en regiones de rótulas plásticas, y que ocasionan un desprendimiento considerable del concreto y esfuerzos en las barras de acero longitudinal, quizás estén cercanos a los valores críticos para el inicio del pandeo de las barras. Las uniones en las losas (juntas), cuando se trata de puentes que tienen la superestructura simplemente apoyada, quizás sean dañadas, pero éstas deberían seguir siendo transitables para servicios de emergencia.

2.4.2.4. Estado límite de supervivencia (Nivel 4 de desempeño)

Para ser consistentes con el documento “Vision 2000”, se requiere mencionar un cuarto nivel de desempeño, el cual es denominado en este documento como nivel de desempeño cercano al colapso. En este estado límite se puede presentar el pandeo del refuerzo longitudinal y la fractura del refuerzo de confinamiento en zonas de rótula plástica, o puede ocurrir que el concreto llegue a su deformación última. El daño en el puente es severo, sin embargo, el colapso no debe ocurrir, por lo que será importante que exista una reserva de capacidad de resistencia. Los daños excesivos pueden ser aceptados, por lo que quizás no sea económicamente o técnicamente factible reparar la estructura después del sismo. Las uniones o juntas en las losas, cuando se trata de puentes que tienen la superestructura simplemente apoyada, pueden quedar dañadas, pero por ningún motivo debe interrumpirse el tránsito para servicios de emergencia, es decir el puente debe tener reserva de capacidad para poder cumplir esta función. Este estado límite está representado por el desplazamiento último (Δ_u).

A continuación se muestra en la figura 2.2, los estados límites de los componentes y los estados límites del sistema:

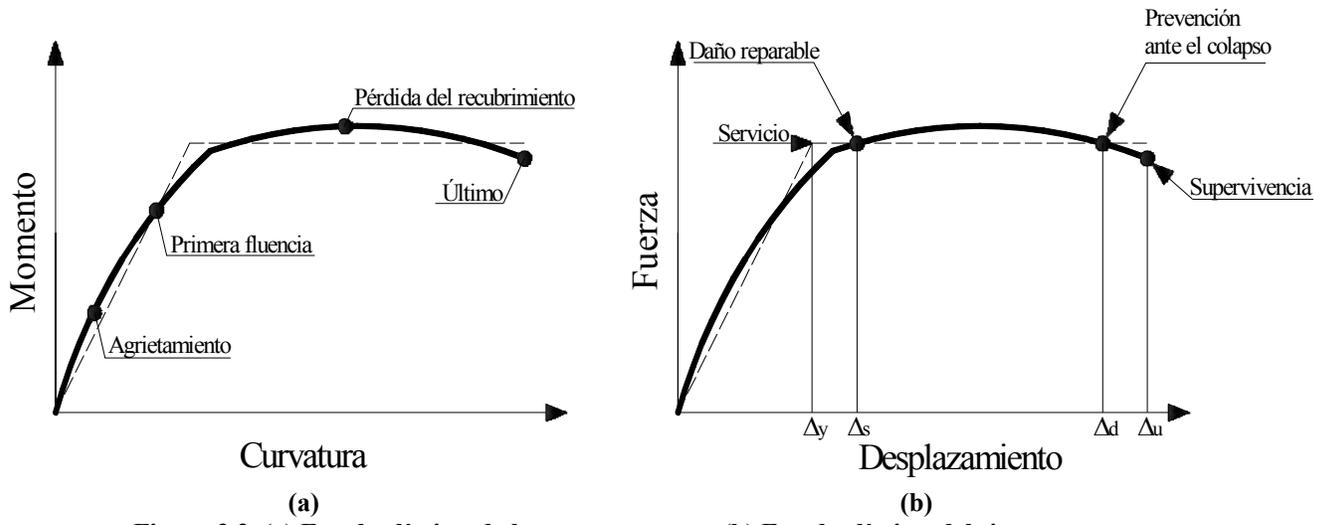


Figura 2.2. (a) Estados límites de los componentes y (b) Estados límites del sistema

CAPÍTULO 3

CONCEPTOS BÁSICOS DEL DISEÑO BASADO EN DESPLAZAMIENTOS PARA PUENTES

3.1. INTRODUCCIÓN

En el diseño sísmico de columnas de puentes (subestructura), las regiones potenciales de rótulas plásticas se deben detallar cuidadosamente por ductilidad, esto con el objeto de evitar el colapso del puente como consecuencia del movimiento causado por grandes sismos.

Existen un número de aspectos importantes para el diseño basado en desplazamientos en puentes, particularmente los relacionados con las características de fuerza y deformación del concreto reforzado. En este capítulo se presentan algunos conceptos relevantes para poder entender el fundamento de las diversas metodologías existentes basadas en desplazamientos.

3.2. RESPUESTA DÚCTIL EN COLUMNAS DE PUENTES

Generalmente, resulta antieconómico diseñar estructuras que permanezcan completamente en el intervalo elástico cuando son sometidas a desplazamientos y fuerzas laterales, para un cierto nivel de diseño sísmico (por ejemplo: Nivel 4 de desempeño). Las alternativas y enfoques ampliamente aceptados son: un diseño para niveles de fuerza reducidos y detallar la estructura para ductilidades que aseguren que la misma pueda sostener desplazamientos inelásticos para el nivel de desempeño sísmico, sin degradación significativa de fuerza (Priestley y Park, 1987). En otras palabras, la ductilidad es la capacidad que tiene un elemento (columna) para incursionar en el intervalo inelástico, pero sin una pérdida significativa de fuerza y rigidez.

3.2.1. Rotación inelástica y capacidad de ductilidad a nivel de sección

La capacidad de rotación plástica disponible y por lo tanto la capacidad de ductilidad de un elemento, depende de la geometría de la sección y la cantidad y distribución del refuerzo transversal dentro de la región de rótula plástica (Priestley et al., 1996). El refuerzo transversal cumple tres funciones importantes, la de confinar el núcleo de concreto, mejorar la resistencia a compresión permitiendo mantener altos niveles de deformación evitando el pandeo del refuerzo longitudinal y la tercera y no por eso menos importante la de actuar como refuerzo ante fuerzas cortantes (Park et al., 1982).

Para una capacidad de rotación plástica, se requiere una aproximación bilineal del diagrama momento – curvatura para la sección crítica (ver figura 3.1); la curvatura de fluencia equivalente ϕ_y se determina extrapolando la línea que une el origen y la curvatura en la primera fluencia ϕ'_y de la sección. Esto quiere decir que la curvatura de fluencia ϕ_y no necesariamente coincide con la primera fluencia en tensión del acero de refuerzo, la cual generalmente ocurre a una curvatura un tanto menor, particularmente si el refuerzo está distribuido alrededor de la sección como es el caso de columnas de puentes. Para este caso típico, la curvatura en la primera fluencia ϕ'_y , está dado por:

$$\phi'_y = \varepsilon_y / (d - c_y) \quad (3.1)$$

donde f_y es el esfuerzo de fluencia del acero; E_s es el módulo de elasticidad del acero; $\epsilon_y = f_y/E_s$ y c_y , son la deformación de fluencia y la profundidad del eje neutro, respectivamente. Por lo tanto la curvatura de fluencia ϕ_y está dada por:

$$\phi_y = \frac{M_n}{M'_n} \phi'_y \quad (3.2)$$

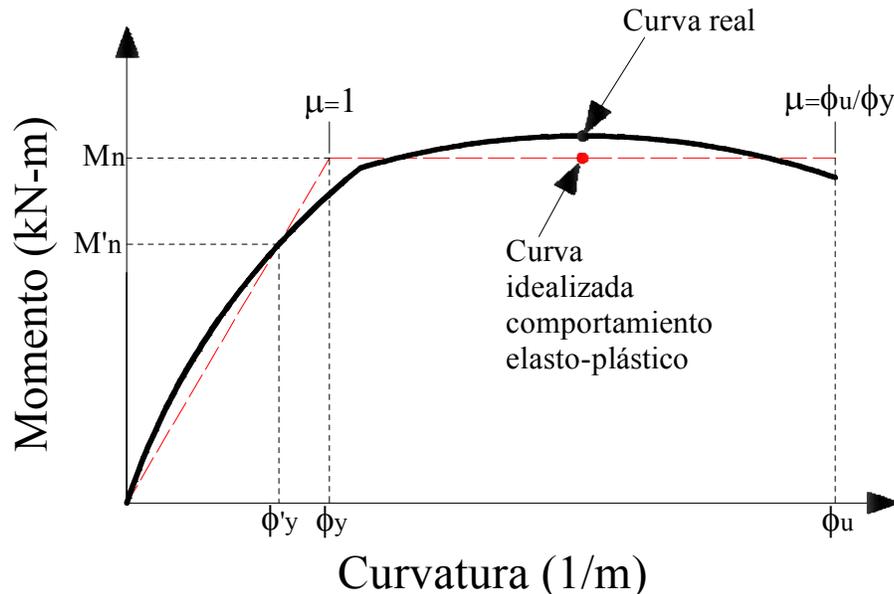


Figura 3.1. Relación Momento – Curvatura

La curvatura plástica ϕ_p es la diferencia entre la curvatura última ϕ_u y la curvatura de fluencia ϕ_y (ver figura 3.1), correspondiendo estas al límite de deformación por compresión ϵ_{cu} y a la curvatura última, esto es:

$$\phi_p = \phi_u - \phi_y \quad (3.3)$$

Se supone que la curvatura plástica es constante sobre la longitud equivalente de rótula plástica L_p , la cual se calibra para obtener la misma rotación plástica θ_p que en la estructura real (Priestley et al., 1996).

Por otro lado, para un mejor entendimiento de la relación que existe entre la capacidad de ductilidad de desplazamiento μ_Δ y la ductilidad de curvatura μ_ϕ , dentro de la zona de rótula plástica, es fundamental una evaluación de la ductilidad de diseño. La ductilidad requerida en la zona de rótula plástica, en una estructura fluyendo, quizás sea expresada por el factor de ductilidad de curvatura $\mu_\phi = \phi_u / \phi_y$. La relación entre la demanda de curvatura de la sección μ_ϕ en la rótula plástica y la demanda de ductilidad de desplazamiento μ_Δ se puede determinar considerando la geometría de la deformación de la estructura. Por ejemplo, en la estructura de un puente como el mostrado en la figura 3.2(a), se tiene una conexión superestructura-subestructura monolítica y una cimentación rígida. Se supone que la fuerza sísmica actúa en el centro de masas de la superestructura y que el comportamiento es elástico – lineal hasta el estado de primera fluencia. El diagrama de momentos es triangular (ver figura 3.2 (b)) en la columna, debido a la fuerza sísmica horizontal; por lo tanto, el desplazamiento horizontal en el centro

de masas de la superestructura cuando la fluencia es alcanzada en la base de la columna está dada por la ecuación siguiente:

$$\Delta_y = \Delta_s = \phi_y L^2 / 3 \quad (3.4)$$

donde la curvatura de fluencia en la base de la columna (ϕ_y) es igual a $M_y/E_c I_c$, E_c es el módulo de elasticidad del concreto, I_c es momento de inercia de la sección agrietada, M_y es el momento de fluencia y L es la distancia desde la base de la columna al centro de masas de la superestructura.

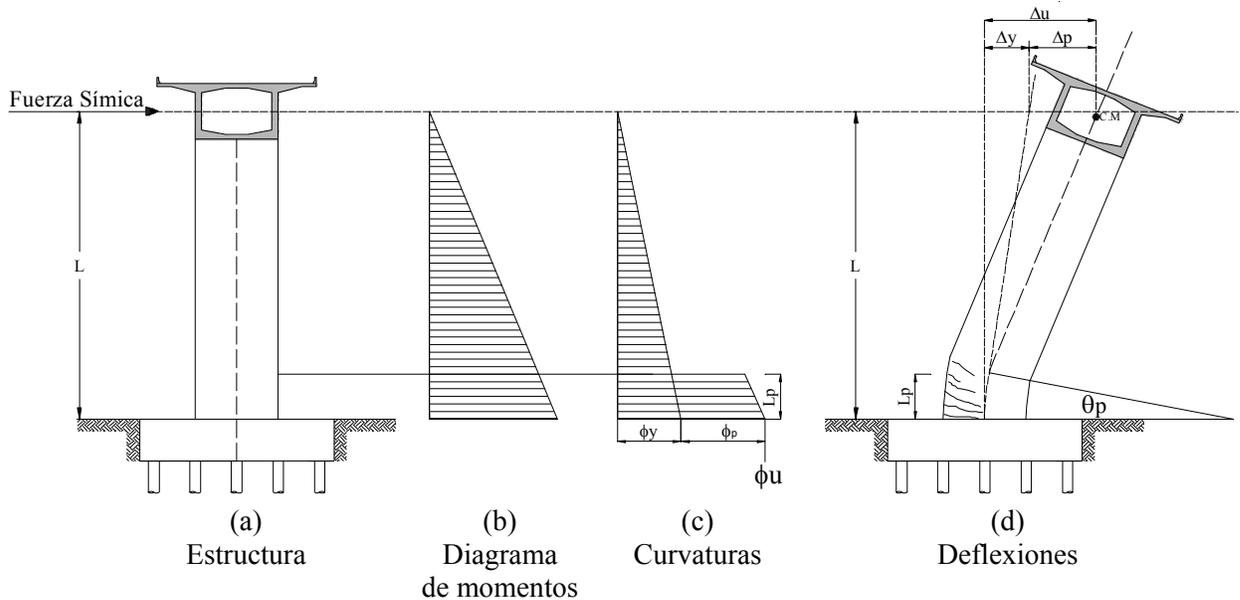


Figura 3.2. Deformación inelástica de una columna de puente con superestructura flexible

Además, el desplazamiento horizontal del centro de masas de la superestructura también puede ocurrir por la rotación plástica θ_p (ver figura 3.2 (d)), la misma que ocurre sobre una longitud equivalente de rótula plástica L_p . Al suponer que la rotación plástica está concentrada en el centro de rótula plástica, el desplazamiento horizontal total en el centro de masas de la superestructura puede ser calculado mediante la siguiente expresión:

$$\Delta_u = \Delta_y + \theta_p (L - 0.5L_p) \quad (3.5)$$

donde:

$$\theta_p = (\phi_u - \phi_y)L_p \quad (3.6)$$

Por lo tanto:

$$\Delta_u = \Delta_y + (\phi_u - \phi_y)L_p(L - 0.5L_p) \quad (3.7)$$

Cuando se tiene el caso que la superestructura es muy rígida (ver figura 3.3. (a)), la columna del puente tendrá una doble curvatura (ver figura 3.3. (b)), por lo que el desplazamiento de fluencia queda definido de la siguiente manera:

$$\Delta_y = \Delta_s = \phi_y L^2 / 6 \quad (3.8)$$

Otro detalle importante que se debe tener en cuenta cuando se tiene el caso de una superestructura rígida, es la altura que se debe considerar para calcular la longitud de rótula plástica. Como la columna tiene una doble curvatura, entonces la altura a considerarse debe ser la altura que existe al punto de inflexión es decir L_1 y L_2 (ver figura 3.3 (a) ó ver apéndice A).

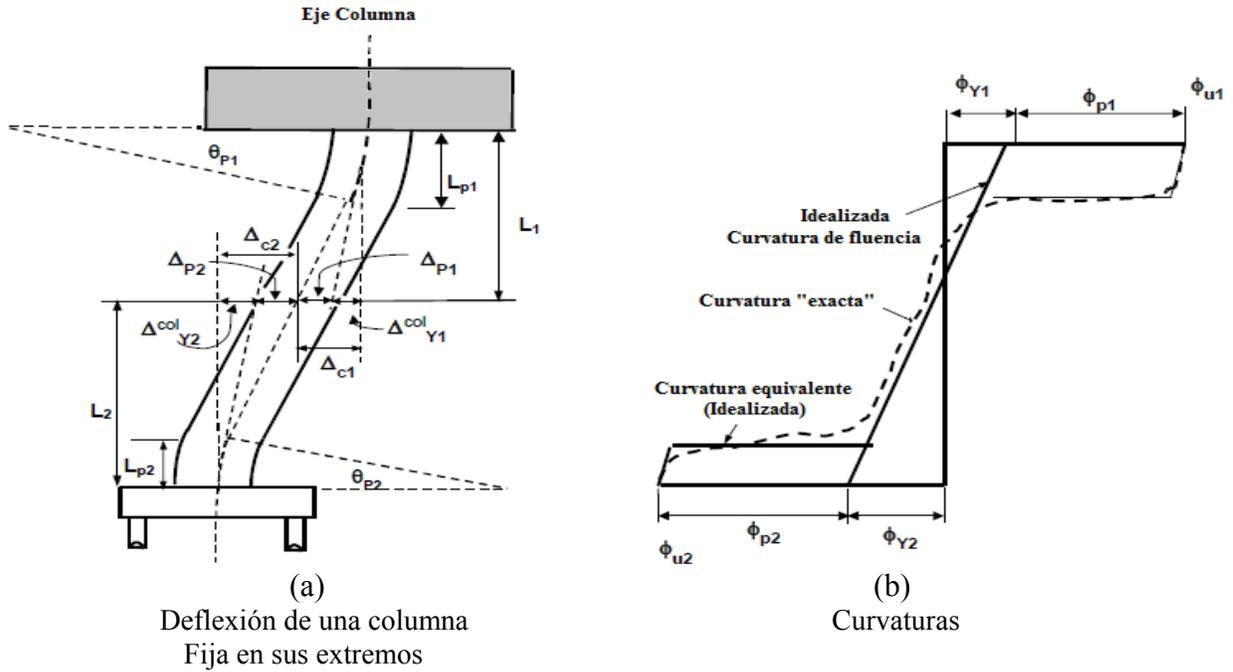


Figura 3.3. Capacidad de desplazamiento local de una columna que conforma un marco, columna fija en sus extremos

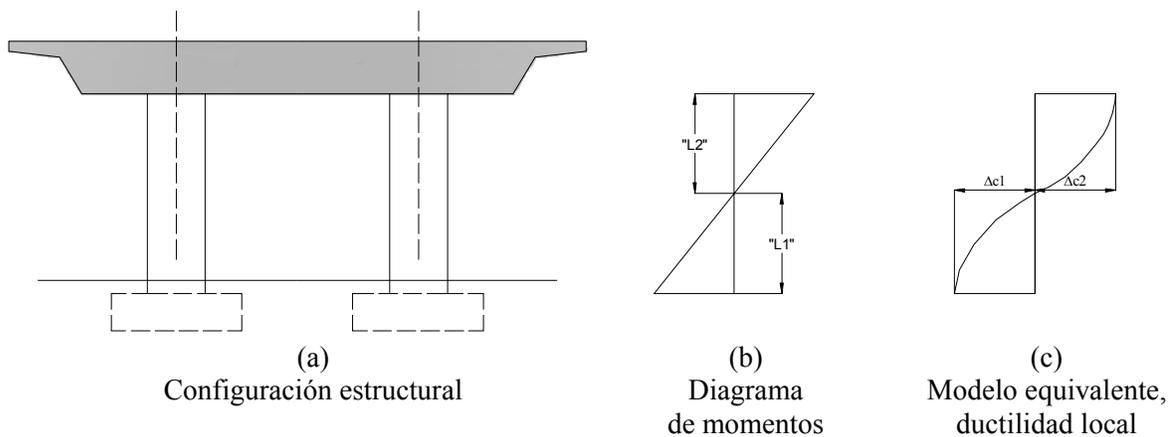


Figura 3.4. Comportamiento de la ductilidad local de una columna fija en sus extremos

3.2.2. Curva Esfuerzo - Deformación del Concreto (Mander, 1988a)

La consideración de diseño más importante para brindar ductilidad en regiones de rótula plástica de columnas de concreto reforzado, es la provisión de suficiente refuerzo transversal, con la finalidad de que ante movimientos producto de grandes sismos el puente no colapse. Ensayos realizados han mostrado que el concreto confinado con acero de refuerzo transversal tiene un incremento significativo en resistencia y ductilidad (Mander et al., 1988b). El análisis teórico del diagrama momento – curvatura, para columnas de concreto armado indican que la resistencia a flexión y ductilidad disponible pueden ser determinadas conociendo la relaciones esfuerzo – deformación para el concreto y el acero.

Para obtener la curva esfuerzo – deformación del concreto confinado y no confinado se utilizó el modelo de Mander et al. (1988a), el cual da buenos resultados para cargas cíclicas y además considera la influencia de varios tipos de confinamiento, definiendo un esfuerzo efectivo de confinamiento lateral, el cual es dependiente de la configuración del refuerzo transversal y longitudinal. En el modelo (Mander et al., 1988a) se utilizó el enfoque del balance y energía para predecir la deformación por compresión longitudinal en el concreto correspondiente a la primera fractura del refuerzo transversal. Para ello se igualan la capacidad de energía por deformación del refuerzo transversal a la energía por deformación almacenada en el concreto como resultado del confinamiento.

Para llevar a cabo un análisis confiable del diagrama momento – curvatura, es importante tener información exacta de la curva completa de esfuerzo – deformación del concreto confinado, con la finalidad de poder evaluar la ductilidad disponible de la columna en estudio. Algunos autores (Mander et al., 1984) propusieron un enfoque esfuerzo – deformación para concreto confinado, aplicable tanto para refuerzo circular y rectangular (ver figura 3.5).

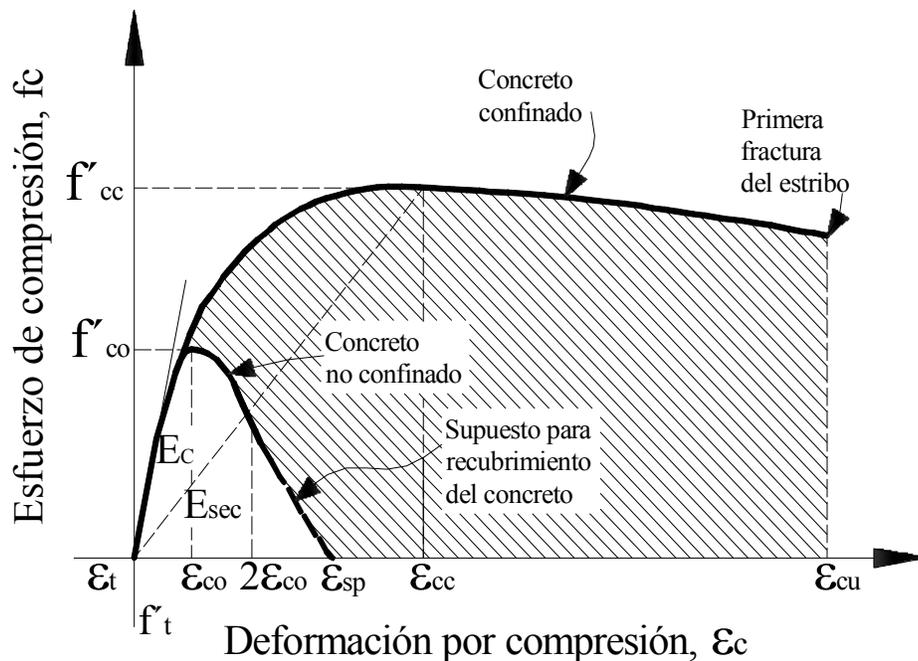


Figura 3.5. Curva esfuerzo – deformación, propuesta para carga monotónica de concreto confinado y no confinado (Mander et al. 1984)

Para una lenta deformación (casi estática) y carga monotónica, el esfuerzo por compresión longitudinal del concreto f_c está dado por:

$$f_c = \frac{f'_{cc} x r}{r - 1 + x^r} \quad (3.9)$$

donde: f_c es el esfuerzo de compresión del concreto confinado.

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (3.10)$$

donde: ε_c es la deformación longitudinal del concreto por compresión.

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (3.11)$$

Puede suponerse el valor de ε_{co} igual a 0.002 para el concreto no confinado como sugieren los autores (Mander et al., 1988a) y su respectivo valor de esfuerzo f'_{co} asociado.

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (3.12)$$

donde: E_c es el módulo de elasticidad tangente del concreto y E_{sec} es el módulo secante del concreto confinado y está dado por:

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (3.13)$$

Para definir el comportamiento esfuerzo – deformación del recubrimiento del concreto (fuera de la zona del núcleo confinado) la parte de la rama de falla en la región donde $\varepsilon_c > 2\varepsilon_{co}$, se supone que es una línea recta, la cual alcanza el valor de esfuerzo igual a cero asociado a la deformación que produce la pérdida del recubrimiento.

Por otro lado, para calcular la presión de confinamiento lateral efectivo se emplea la siguiente ecuación:

$$f'_l = f_l k_e \quad (3.14)$$

donde f_l es la presión lateral producto del refuerzo transversal, la cual se supone uniformemente distribuida sobre la superficie del núcleo de concreto. Para esto último es necesario calcular el coeficiente efectivo de confinamiento.

k_e es el coeficiente efectivo de confinamiento y está en función del área confinada efectiva del núcleo de concreto A_e y del área de concreto confinada A_{cc} .

$$k_e = \frac{A_e}{A_{cc}} \quad (3.15)$$

Asumimos que el área de concreto confinada, es el área de concreto encerrada por los estribos o espirales, la cual se puede calcular de la siguiente forma:

$$A_{cc} = A_c(1 - \rho_{cc}) \quad (3.16)$$

donde: ρ_{cc} = Cuantía del refuerzo longitudinal y A_c = Área del núcleo de la sección encerrada por los estribos o espirales, tomados a ejes.

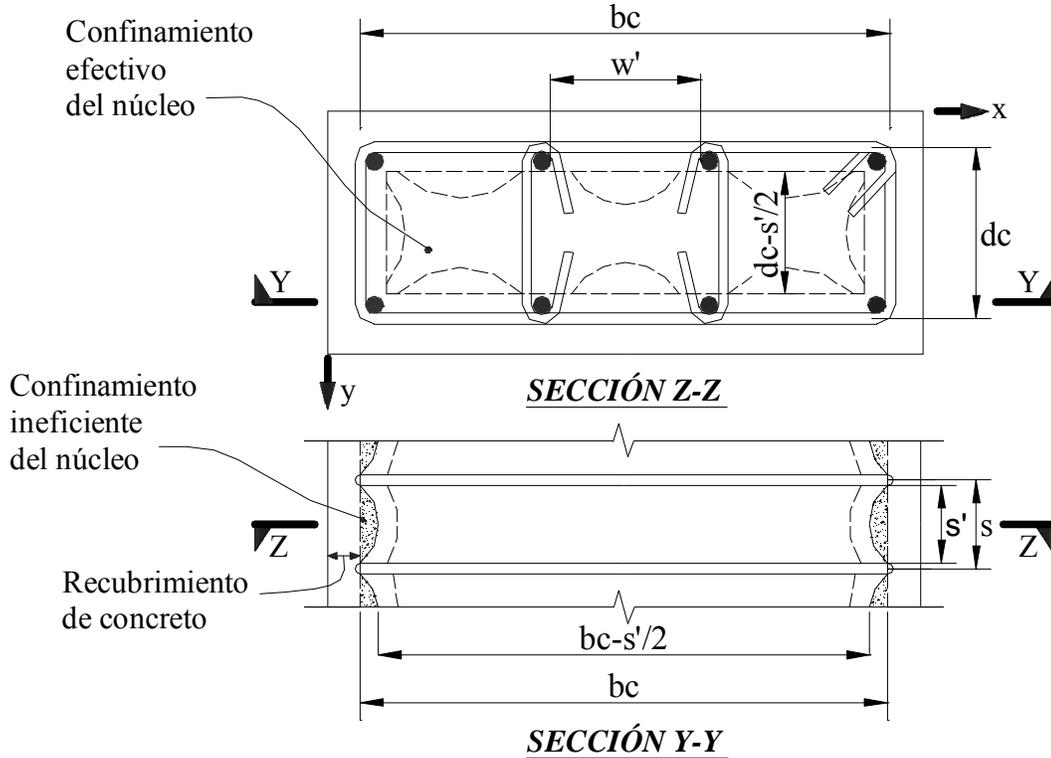


Figura 3.6. Confinamiento efectivo del núcleo cuando se tiene estribos rectangulares

De la figura 3.6, se puede deducir que el área confinada efectiva del núcleo de concreto entre los niveles de refuerzo transversal es:

$$A_e = \left(b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i')^2}{6} \right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c} \right) \quad (3.17)$$

donde: b_c y d_c son las dimensiones del núcleo medido a ejes de los estribos en la dirección “X” e “Y”, respectivamente, $b_c \geq d_c$; además, el coeficiente de confinamiento efectivo es:

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w_i')^2}{6b_c d_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c} \right)}{(1 - \rho_{cc})} \quad (3.18)$$

Es posible que en elementos rectangulares de concreto reforzado existan diferentes cuantías de acero de confinamiento transversal en la dirección “X” y “Y”. Estas cuantías pueden ser expresadas mediante:

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{sd_c} \quad (3.19)$$

y

$$\rho_y = \frac{A_{sy}}{sd_c} \quad (3.20)$$

donde: A_{sx} y A_{sy} son el área total de barras transversales en la dirección “X” y “Y”, respectivamente (ver figura 3.6).

El esfuerzo de confinamiento lateral en el concreto, está dado por:

en la dirección “X”

$$f_{lx} = \frac{A_{sx}}{sd_c} f_{yh} = \rho_x f_{yh} \quad (3.21)$$

y en la dirección “Y”:

$$f_{ly} = \frac{A_{sy}}{sd_c} f_{yh} = \rho_y f_{yh} \quad (3.22)$$

Luego de la ecuación 3.14, el esfuerzo de confinamiento lateral efectivo en la dirección “X” e “Y”, son:

$$f'_{lx} = k_e \rho_x f_{yh} \quad (3.23)$$

$$f'_{ly} = k_e \rho_y f_{yh} \quad (3.24)$$

Finalmente, el esfuerzo de compresión del concreto confinado queda definido por:

$$f'_{cc} = f'_{co} \left(2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} - 1.254 \right) \quad (3.25)$$

donde: f'_{co} es el esfuerzo de compresión del concreto no confinado.

La curva esfuerzo – deformación para la sección rectangular del puente “Supervía” se muestra en la figura 3.7. Para poder aplicar las recomendaciones dadas por Mander (1984); se tuvo que dividir la sección en distintas zonas (zonas intermedias y zona de esquinas, ver figura 3.7), para modelar la sección en el programa *SAP2000 (Section Designer (SD))*. Como se puede apreciar, el refuerzo transversal adecuadamente detallado, además de proporcionar resistencia a cortante, proporciona un incremento en la resistencia al concreto. Podemos apreciar en la figura 3.7, que las zonas intermedias alcanzan un mayor esfuerzo asociado a una mayor deformación, caso contrario sucede con las zonas de esquinas donde los esfuerzos y las deformaciones son menores, esto último se debe a un menor confinamiento en éstas zonas.

También podemos apreciar (ver figura 3.7), la curva esfuerzo - deformación para el concreto no confinado, el cual representa al concreto fuera del núcleo, es decir el concreto de recubrimiento. En este caso se alcanzan valores mucho menores de esfuerzo – deformación y la deformación máxima está

asociada a un valor aproximado de 0.002 y su deformación última asociada a un valor aproximado de 0.004, como lo recomienda Mander (1984). Además, como fue mencionado en el capítulo 2, se asocia este valor de deformación última del concreto no confinado al estado límite de pérdida de recubrimiento del concreto, nivel 2 de diseño (estado límite de daño reparable).

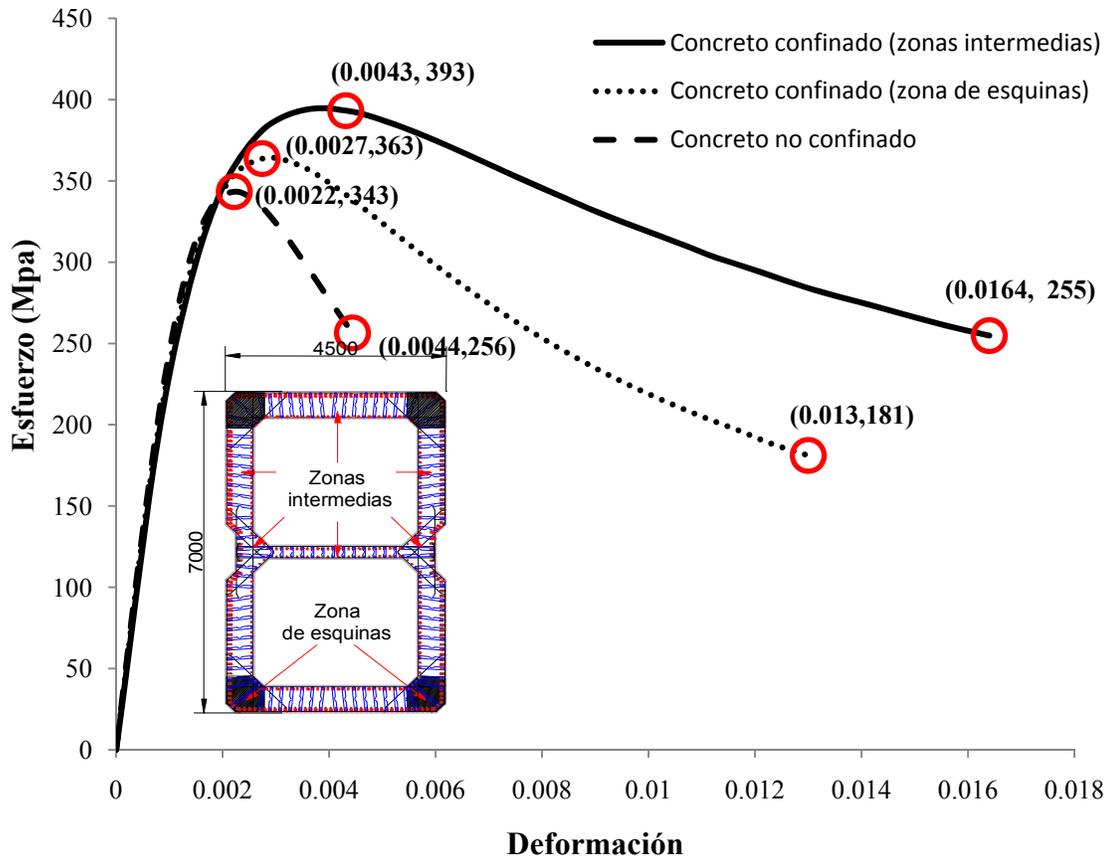


Figura 3.7. Curva esfuerzo – deformación del concreto confinado y no confinado para la sección de las columnas en estudio (Mander et al., 1988a)

3.2.3. Curva Esfuerzo - Deformación del Acero

El acero de refuerzo es un componente importante en el concreto reforzado, al cual le proporciona resistencia a tensión y ductilidad a los elementos, y en general a toda la estructura. Por esto es necesario conocer sus características, no solamente ante carga monotónica, sino también ante cargas cíclicas. Una de las características más importantes que nos permite conocer el comportamiento del acero es la curva esfuerzo – deformación. Se ha determinado que la resistencia de estructuras de concreto reforzado evaluada con criterios analíticos que estipulan los reglamentos es bastante menor que la obtenida a partir de estudios experimentales o la observada en terremotos. El acero de refuerzo es un factor importante que ya fue evaluado en México y tiene bastante variabilidad en sus propiedades mecánicas.

Los reglamentos, incluido el reglamento de construcciones para el D.F., consideran un comportamiento elastoplástico para el acero de refuerzo. Ensayos en laboratorio (Rodríguez y Botero, 1995) han demostrado que considerar éste tipo de comportamiento para el acero, no es nada conservador; muy

por el contrario, no considerar la sobrerresistencia en flexión y ductilidades de curvatura, puede llevar a las estructuras a modos de falla del tipo frágil, no considerados en el proceso de diseño.

La figura 3.8 muestra la curva esfuerzo – deformación típica para el acero de refuerzo debida una carga monotónica. En la zona elástica, si el módulo de elasticidad del acero es E_s , el esfuerzo se puede evaluar como:

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad (3.26)$$

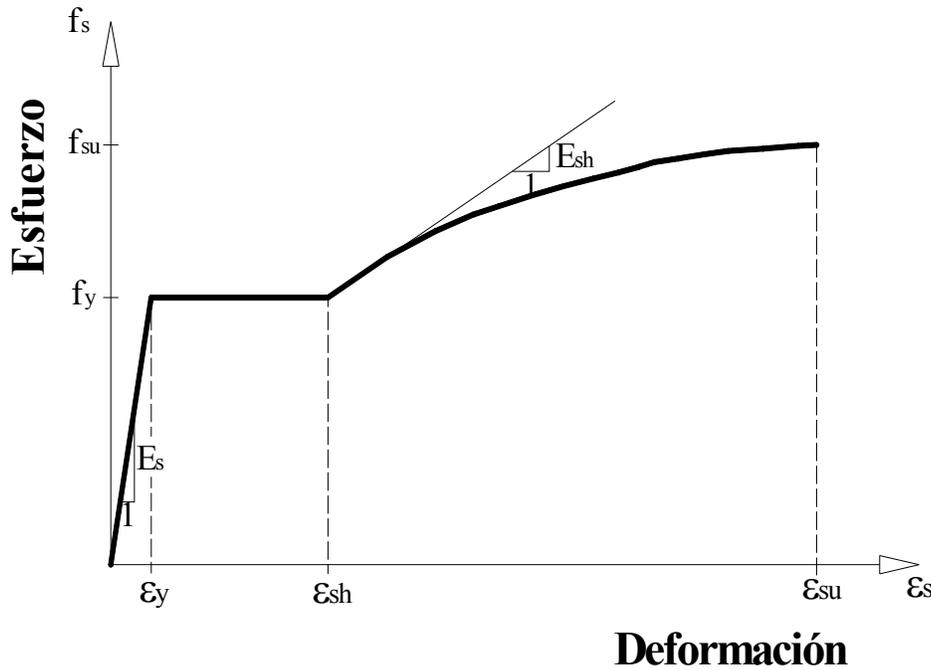


Figura 3.8. Curva esfuerzo – deformación típica de barras de acero de refuerzo sometidas a cargas monotónicas

En la zona de fluencia, la cual ocurre en el intervalo $\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sh}$ en el que ε_{sh} es la deformación del acero correspondiente al inicio de la zona de endurecimiento por deformación, el esfuerzo en esta zona es:

$$f_s = f_y \quad (3.27)$$

En la zona de endurecimiento por deformación, se consideró (Rodríguez y Botero, 1995) que la deformación última ε_{su} , es la correspondiente al esfuerzo máximo alcanzado en la barra f_{su} .

La expresión que usaron Rodríguez y Botero (1996), para definir la zona de endurecimiento por deformación, fue la propuesta por Mander (1984):

$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^P \quad (3.28)$$

En la que P se puede evaluar derivando la ecuación anterior respecto de ε_s y haciendo $\varepsilon_s = \varepsilon_{sh}$ con lo que se obtiene:

$$E_{sh} = \frac{df_s}{d\varepsilon_s} \quad (3.29)$$

Luego, de las ecuaciones 3.28 y 3.29 se obtiene:

$$P = E_{sh} \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{f_{su} - f_y} \quad (3.30)$$

Un inconveniente de emplear E_{sh} como parámetro de referencia es que variaciones pequeñas de valores experimentales que se obtengan pueden llevar a cambios significativos de los valores de P . Por lo anterior, Rodríguez y Botero (1996); consideran conveniente elegir un punto experimental de la zona de endurecimiento por deformación ($\varepsilon_{sh1}, f_{sh1}$) con lo cual a partir de la ecuación 3.28, se tiene:

$$P = \frac{\lg \frac{f_{su} - f_{su1}}{f_{su} - f_y}}{\lg \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{su1}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}} \quad (3.31)$$

El modelo anterior (Mander, 1984), sólo define el comportamiento del acero sometido a cargas de tensión y no a compresión; sin embargo, es posible obtener la curva de esfuerzo - deformación de una barra corta de acero sometida a carga de compresión a partir de la del acero a tensión. En el procedimiento (Dodd y Restrepo, 1995), se establece una equivalencia entre los esfuerzos y las deformaciones de barras de acero sometidas a cargas de tensión y de compresión. Además, se establece que no hay pérdida de volumen de la barra de acero ensayada, lo cual implica que las dimensiones longitudinales y transversales de dicha barra varían según el efecto de Poisson.

Este procedimiento no incluye el efecto de pandeo del acero en compresión, ya que se admite que la barra es corta.

A continuación se muestran las expresiones que permiten obtener la curva que relaciona el esfuerzo en compresión f_{sc} y la deformación en compresión ε_{sc} (Dodd y Restrepo, 1995):

$$f_{sc} = -f_s(1 + \varepsilon_s)^2 \quad (3.32)$$

$$\varepsilon_{sc} = \frac{-\varepsilon_s}{1 + \varepsilon_s} \quad (3.33)$$

Luego, es posible evaluar la curva correspondiente a la relación $f_{sc} - \varepsilon_{sc}$ mediante:

$$f_{sc} = f_{suc} + (f_{yc} - f_{suc}) \left(\frac{\varepsilon_{suc} - \varepsilon_{sc}}{\varepsilon_{suc} - \varepsilon_{shc}} \right)^{P_c} \quad (3.34)$$

donde: f_{suc} y f_{yc} son el esfuerzo máximo y el de fluencia en compresión, respectivamente, los demás parámetros son análogos al caso de tensión, pero considerando que corresponden al caso de compresión. El parámetro P_c se obtiene siguiendo un procedimiento análogo al empleado para obtener P .

$$P_c = \frac{\ln \left(\frac{f_{suc} - f_{s1c}}{f_{suc} - f_{yc}} \right)}{\ln \left(\frac{\varepsilon_{suc} - \varepsilon_{s1c}}{\varepsilon_{suc} - \varepsilon_{shc}} \right)} \quad (3.35)$$

Los parámetros f_{s1c} y ϵ_{s1c} también tienen una definición análoga a las de los parámetros para el caso a tensión, pero considerando que corresponden al caso de compresión.

En la figura 3.9 se puede apreciar, la curva esfuerzo – deformación obtenida de ensayos en laboratorio (Rodríguez y Botero, 1998), tanto para tensión como a compresión de varillas de acero mexicano, empleando tanto las expresiones de Mander (1984) para la zona de tensión y Dodd, Restrepo (1995) para la zona de compresión.

La curva esfuerzo – deformación que se presenta en la figura 3.9, fue introducida en el programa *SAP2000 (Section Designer (SD))*. La misma es utilizada para calcular el diagrama momento – curvatura de la sección hueca rectangular del puente “Supervía” (ver figura 3.11).

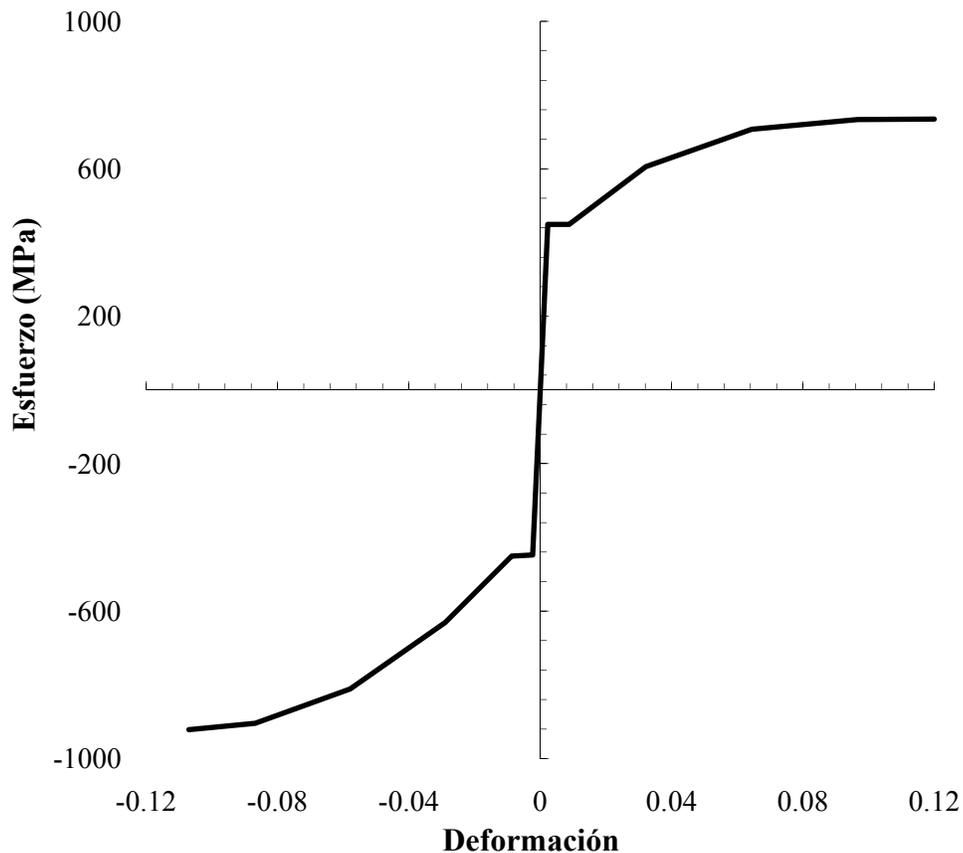


Figura 3.9. Curva esfuerzo – deformación para aceros mexicanos (Rodríguez y Botero, 1996)

3.3. ANÁLISIS MOMENTO-CURVATURA DE LA SECCIÓN CAJÓN

La fuerza de diseño a flexión se puede determinar con base en el análisis momento-curvatura de la sección. En el caso de la sección hueca (ver figura 3.10) de la columna del puente “Supervía”, se realizó el análisis de la sección en el programa *SAP2000 (Section Designer (SD))*. Todos los datos de la columna fueron introducidos al programa, incluyendo el armado longitudinal y transversal.

Los resultados del análisis de la sección de la columna del puente “Supervía”, para el estado límite de supervivencia (Nivel 4 de desempeño, estado límite último, ver capítulo 2, sección 2.4), como se

explicó en el capítulo 2, están relacionados con varios modos de falla que se podrían presentar en la columna cuando ocurre un sismo de importancia. Todos estos parámetros fueron tomados en cuenta para realizar el diagrama momento – curvatura. La deformación máxima del concreto reforzado en este caso fue considerada como 0.0164 (ver figura 3.7) y una deformación del acero igual a $\varepsilon_{m\acute{a}x} = 0.5\varepsilon_u$ la cual aproximadamente en tensión es 0.06 (ver figura 3.9).

La figura 3.10 muestra la sección de la columna del puente “Supervía”. Como se puede apreciar la columna hueca presenta una sección transversal rectangular, las dimensiones de la columna son 4500 mm por 7000 mm, además, el espesor de las paredes de la columna son de 600 mm y el de la pared intermedia de 300 mm.

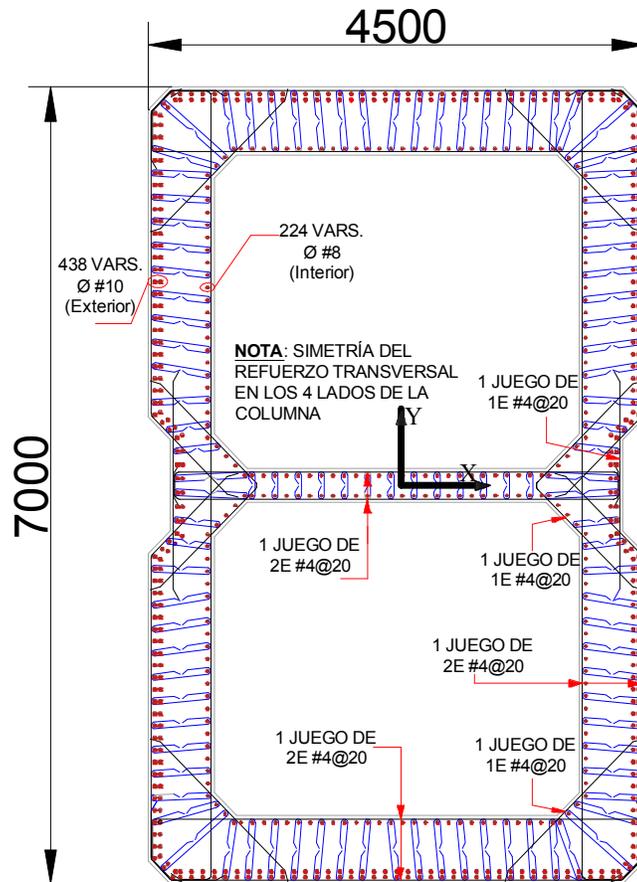


Figura 3.10. Sección transversal de las columnas del puente “Supervía” (acotamiento en mm)

La columna rectangular hueca fue analizada en el sentido que se muestra la figura 3.10, es decir considerando los momentos alrededor del eje X. Cabe mencionar que la dirección en que se consideraron los momentos (eje X) corresponde al análisis del puente en el sentido transversal mediante los diversos métodos basados en desplazamiento (DBDD y MEI) y los análisis no lineales (estático y dinámico). El área de la sección transversal es $A_g=13.14 \text{ m}^2$, el momento de inercia alrededor del eje X es $I_x=74.76 \text{ m}^4$ y alrededor del eje Y es $I_y=35.25 \text{ m}^4$.

La figura 3.11 muestra el diagrama momento – curvatura de la columna rectangular hueca del puente “Supervía”. La línea continua muestra la curva calculada con el programa *SAP2000 (Section Designer (SD))*, la cual fue elaborada utilizando el modelo teórico esfuerzo – deformación para el concreto

confinado (Mander et al, 1988) y para el caso del acero se utilizó la curva esfuerzo - deformación para aceros producidos en México (Rodríguez y Botero, 1996).

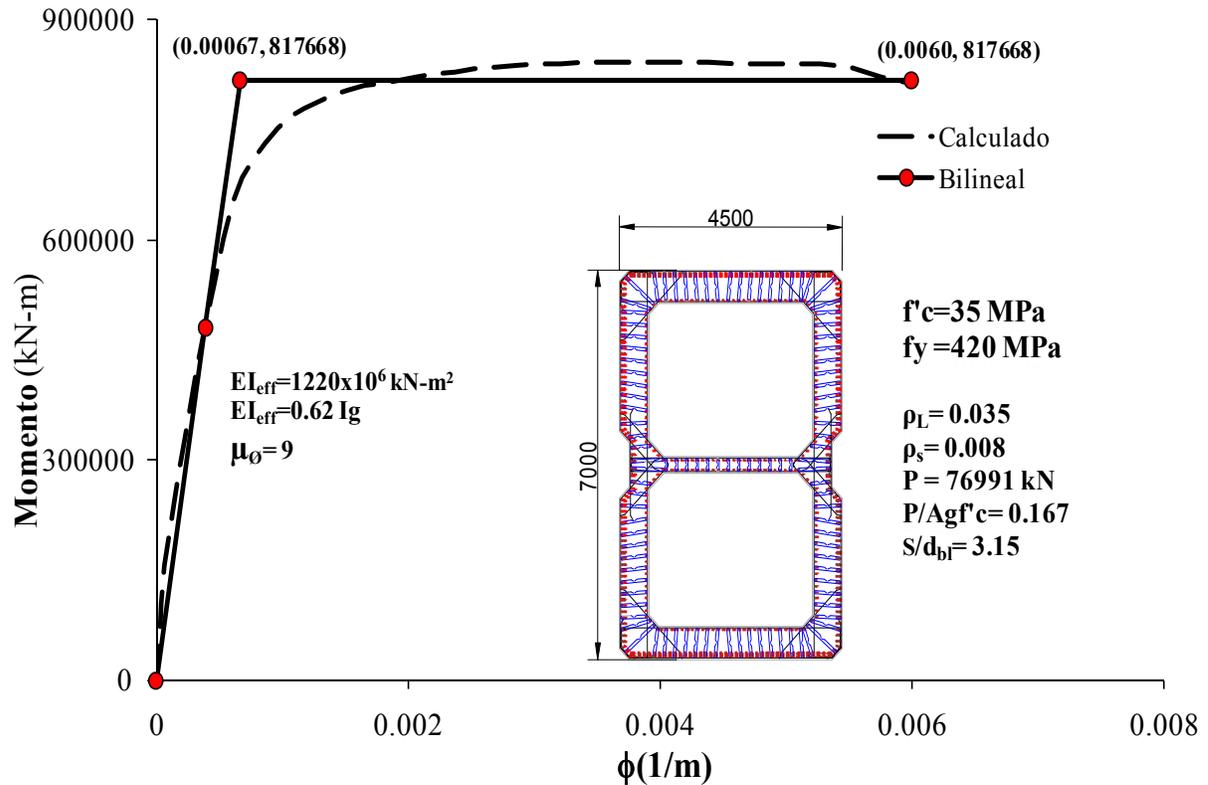


Figura 3.11. Diagrama momento – curvatura (M- ϕ) de la columna rectangular hueca del puente “Supervía”

Para fines de diseño, es necesario hacer una idealización bilineal (comportamiento elasto-plástico) de la curva calculada con el programa *SAP2000 (Section Designer (SD))*, para poder determinar la curvatura de fluencia ϕ_y y la curvatura última ϕ_u (ver sección 3.2.1). Se calculó la curvatura de fluencia ϕ_y igual a 0.00067 m^{-1} , y la curvatura última ϕ_u igual a 0.0060 m^{-1} en el diagrama momento – curvatura (curva elastoplástica, ver figura 3.11); estos valores son luego utilizados para calcular los desplazamientos de los elementos (columnas) y por lo tanto de todo el sistema (puente “Supervía”).

Por otro lado, la ductilidad de curvatura requerida, cuando se tiene el caso de un puente con superestructura rígida, es decir que la columna se encuentra doblemente empotrada se puede calcular con la siguiente expresión:

$$\frac{\phi_u}{\phi_y} = 1 + \frac{\mu - 1}{6 \frac{l_p}{h} (1 - 0.5 \frac{l_p}{h})} \quad (3.36)$$

CAPÍTULO 4

ENFOQUES DE DISEÑO SÍSMICO BASADOS EN DESPLAZAMIENTOS

4.1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años se han propuesto varios enfoques de diseño sísmico basados en desplazamientos, esto con el objetivo de mejorar el control de los mismos en las estructuras y de esta manera lograr el diseño sísmico basado en desempeño. Los enfoques de diseño que se muestran en este estudio están basados en tres principales formas de análisis: (i) Respuesta espectral – basado en la rigidez inicial, (ii) Respuesta espectral – basado en la rigidez secante y (iii) Basado en el análisis tiempo – historia. De estos diferentes enfoques, aquellos que utilizan la respuesta espectral, basados en la rigidez inicial o rigidez secante son generalmente más rápidos que los métodos que incorporan el análisis tiempo historia, por lo que en este capítulo nos enfocaremos al estudio de los dos primeros.

4.2. METODOLOGÍAS DE DISEÑO BASADAS EN DESPLAZAMIENTOS

4.2.1. Diseño basado directamente en desplazamientos (DBDD)

El método de Diseño Basado Directamente en Desplazamientos (DBDD), propuesto por Priestley et al., (2007), es un método relativamente rápido con el que se diseña una estructura y satisfacer un nivel pre-definido de distorsión. Este método utiliza el enfoque de la Estructura Sustituta desarrollado por Gulkan y Sozen (1974) y Shibata y Sozen (1976), para modelar la estructura en su intervalo de comportamiento inelástico como un sistema elástico equivalente de 1 GDL. Este sistema utiliza en su procedimiento la rigidez secante (ver figura 4.1) para el nivel de respuesta de diseño (máximo desplazamiento) y el concepto de un amortiguamiento viscoso equivalente para considerar la energía disipada durante la respuesta no-lineal del puente.

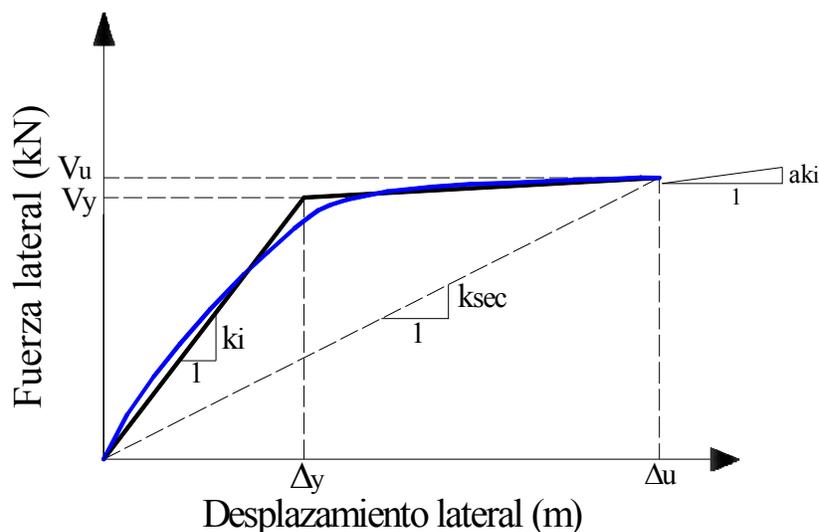


Figura 4.1. Conceptos de rigidez inicial y rigidez secante, relacionados para una respuesta completa no-lineal de un puente

Para calcular la respuesta de un puente por medio del método DBDD, se aplica el siguiente procedimiento:

- a) Se debe estimar la fracción de fuerza lateral “ X ”, resistida a flexión por la superestructura. Generalmente, esta se propone con base en la experiencia. En ausencia de una guía se puede suponer $X=0.5$ cuando los estribos tienen cierta restricción de movimiento y $X=0$ cuando los estribos no tienen restricción de movimiento.
- b) Estimar el perfil de desplazamiento inicial. Se debe elegir una forma de desplazamiento (modo de forma inelástico) y determinar el estado límite para la capacidad de desplazamiento de las columnas. El perfil de desplazamiento está dado por la ecuación 4.1. Para la iteración inicial quizás se deba suponer una forma parabólica.

$$\Delta_i = \delta_i \cdot \left(\frac{\Delta_c}{\delta_c} \right) \quad (4.1)$$

donde δ_i es el modo de forma inelástico, Δ_c es el desplazamiento de diseño y δ_c es el valor modal en la masa crítica.

- c) Determinar el desplazamiento para el sistema de 1 GDL, utilizando la siguiente ecuación:

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)} \quad (4.2)$$

donde m_i , es la masa tributaria de la columna i , incluyendo 1/3 de la masa de ésta, y Δ_i es el desplazamiento máximo de la columna i .

- d) Determinar la masa efectiva m_e (ecuación 4.3), incluyendo la contribución de la masa de la columna (típicamente se considera 1/3 de la masa de la columna):

$$m_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}{\Delta_d} \quad (4.3)$$

donde Δ_d es el desplazamiento para el sistema de 1 GDL.

- e) Determinar los desplazamientos de fluencia de todas las columnas (ver ecuación 4.4) y por consiguiente su demanda de ductilidad de desplazamiento (ver ecuación 4.6). También se debe calcular el amortiguamiento viscoso equivalente. Nótese, que es posible que algunas columnas respondan elásticamente, en este caso la fracción de amortiguamiento crítico de la columna deberá ser igual a 0.05.

$$\Delta_y = C_1 \phi_y (H + L_{SP})^2 \quad (4.4)$$

donde L_{SP} es la deformación por penetración (ver ecuación 4.5) y C_1 es una constante que depende de la fijación final: $C_1= 1/3$ cuando la superestructura es flexible y $C_1= 1/6$ cuando la

superestructura es rígida. Cuando la superestructura es flexible, la altura efectiva H se mide al centro de gravedad de la superestructura cuando la unión entre ésta y la columna es monolítica o simplemente la altura a la parte superior de la columna cuando la superestructura se encuentra simplemente apoyada; cuando la superestructura es rígida la altura efectiva H se mide al punto de inflexión. Además, cuando se tiene el caso de una superestructura muy rígida, se debe considerar dos veces la magnitud de L_{SP} , debido a la doble curvatura que se presenta en la columna.

$$L_{SP} = 0.022f_{ye}d_{bl} \quad (f_{ye} \text{ en MPa}) \quad (4.5)$$

donde f_{ye} y d_{bl} son el esfuerzo de fluencia y el diámetro del refuerzo longitudinal, respectivamente.

Además, la demanda de ductilidad de desplazamiento se calcula mediante:

$$\mu_i = \Delta_i / \Delta_{yi} \quad (4.6)$$

- f) Calcular la fuerza cortante que será resistida por las columnas (ecuación 4.7). Si se supone que todas las columnas tienen igual refuerzo por flexión y que todas las columnas fluyen, la fuerza cortante será aproximadamente proporcional a la inversa de la altura de la columna.

$$V_i = (1 - x) \cdot \sum_{i=1}^n F_i \cdot \left(\frac{1}{H_i} / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \right) \quad (4.7)$$

Si se espera que alguna de las columnas permanezca en el intervalo elástico, la fuerza que debe resistir dicha columna debería reducirse de $1/H_i$ a μ_i/H_i , donde la ductilidad de la columna es menor que 1 ($\mu_i < 1$).

- g) Determinar el amortiguamiento del sistema (ecuación 4.8):

$$\xi_e = \frac{\sum_{i=1}^n (V_i \Delta_i \xi_i)}{\sum_{i=1}^n (V_i \Delta_i)} \quad (4.8)$$

Si los desplazamientos laterales de la superestructura son pequeños en la zona de estribos, comparados con los desplazamientos en las columnas, puede suponerse que la fracción de amortiguamiento crítico de la superestructura es igual a 5% y el desplazamiento de la superestructura igual al desplazamiento del sistema Δ_d (ver ecuación 4.2). La fracción de amortiguamiento crítico equivalente del sistema es:

$$\xi_e = \frac{x\Delta_d \times 0.05 + (1 - x) \left(\sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \cdot \Delta_i \xi_i \right) / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i}}{x\Delta_d + (1 - x) \left(\sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \cdot \Delta_i \right) / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i}} \quad (4.9)$$

Sin embargo, si los desplazamientos en los estribos del puente son significativos, los componentes asociados al amortiguamiento con la flexión de la superestructura y desplazamientos finales deberán considerarse por separado. Así, la fracción de amortiguamiento crítico del sistema es:

$$\xi_e = \frac{x(\Delta_d - \Delta_a)\xi_{SS} + x\Delta_a\xi_a + (1-x)\left(\sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \cdot \Delta_i \xi_i\right) / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i}}{x(\Delta_d - \Delta_a) + x\Delta_a + (1-x)\left(\sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \cdot \Delta_i\right) / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i}} \quad (4.10)$$

donde ξ_{SS} y ξ_a son los valores de la fracción de amortiguamiento crítico asignado a la superestructura y estribos, respectivamente, y Δ_a es el promedio de los desplazamientos en los extremos del puente (ejemplo: $\Delta_a = 0.5 \times (\Delta_{estribo1} + \Delta_{estribo2})$).

- h) Determinar el periodo efectivo (T_e) con el espectro de diseño, y después la rigidez efectiva (K_e) (ecuación 4.11) y el cortante basal total V_{Base} (ecuación 4.12).

$$K_e = 4\pi^2 m_e / T_e^2 \quad (4.11)$$

$$F = V_{Base} = K_e \Delta_d \quad (4.12)$$

- i) Transformar el cortante basal a fuerza en las columnas (ecuación 4.13).

$$F_i = V_{Base} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) \quad (4.13)$$

- j) Calcular la rigidez efectiva de cada estribo y columna para el modelo de análisis estructural. Esto requerirá una estimación del cortante soportado por las columnas y estribos basados en la suposición de la magnitud de “X”. Se aplica la ecuación 4.14 y 4.7, donde $\sum F_i$ es igual a V_{Base} . Además, se puede conocer la rigidez efectiva de cada columna o estribo K_i igual a V_i / Δ_i ; la traslación de la superestructura y la rigidez rotacional también serán conocidas y permanecerán constantes a lo largo de las iteraciones de análisis.

$$V_{Estribo 1} + V_{Estribo 2} = x \cdot \sum_{i=1}^n F_i \quad (4.14)$$

Se puede apreciar en la ecuación anterior que la segunda parte de la expresión incluye la contribución de los estribos y las columnas.

- k) Con las fuerzas laterales F_i , realizar un análisis estático para la estructura y estimar el desplazamiento crítico de la columna o estribo.
- l) El desplazamiento crítico de la columna o estribo se compara con el desplazamiento del estado límite. Luego de la suposición de “X”, si el análisis indica que el desplazamiento de la

columna crítica excede el límite de diseño, la fracción de la fuerza de inercia total soportada por la flexión de la superestructura será también alta, entonces se requiere asignar una mayor fuerza a las columnas, la cual incrementará su rigidez efectiva y por ende la rigidez efectiva del sistema. En consecuencia el desplazamiento será reducido. Si el desplazamiento es menor que el desplazamiento límite de diseño, se requerirá aumentar “X”. Este proceso resultará en un incremento o decremento de las fuerzas cortantes soportadas por las columnas (ver ecuación 4.7) y por lo tanto un cambio en la rigideces de las columnas. Este proceso es iterativo y se debe revisar el valor de “X” hasta que se iguale al valor del desplazamiento crítico de las columnas o estribos.

4.2.2. Método del espectro inelástico (MEI)

El método del espectro inelástico (MEI), fue propuesto por Chopra y Goel (2001). El objetivo de este método es controlar la respuesta dinámica de una estructura, con base en su rigidez elástica, y usar algunas relaciones entre la respuesta elástica y la respuesta inelástica. La figura 4.1, se muestra el concepto de rigidez elástica para una estructura respondiendo en el intervalo inelástico para un desplazamiento (Δ_u) y un nivel de fuerza (V_u). El método MEI, utiliza el espectro inelástico de respuesta de desplazamiento, para obtener un periodo, el cual es luego usado para obtener la fuerza de diseño en proporción a la rigidez inicial y desplazamiento de fluencia. Este método es iterativo, ya que se debe asegurar que la fuerza de diseño, el desplazamiento de fluencia y el valor de la rigidez inicial, sean compatibles entre sí. Una relación comúnmente adoptada entre la respuesta elástica y la respuesta inelástica es la aproximación de iguales desplazamientos. Esta aproximación se basa en la hipótesis de que el desplazamiento del sistema elástico de rigidez inicial K_i , será igual para el sistema inelástico (Miranda y Bertero, 1994).

El procedimiento se describe a continuación:

- a) Calcular la deformación de fluencia u_y para el sistema.
- b) Determinar la rotación plástica θ_p aceptable de la rótula en la base.
- c) Determinar el desplazamiento de diseño u_m

$$u_m = u_y + h\theta_y \quad (4.15)$$

y el factor de ductilidad de diseño, mediante:

$$\mu = u_m/u_y \quad (4.16)$$

- d) Con el espectro de respuesta inelástico de desplazamiento, determinar el periodo natural de vibración T_n . Después, determinar la rigidez elástica inicial con la siguiente ecuación:

$$k = \frac{4\pi^2}{T_n^2} m \quad (4.17)$$

donde m , es la masa de todo el sistema.

- e) Determinar la fuerza de fluencia requerida

$$f_y = ku_y \quad (4.18)$$

- f) Estimar las dimensiones de los elementos y detalles (refuerzo en estructuras de concreto y conexiones en estructuras de acero, etc), para satisfacer la fuerza determinada f_y . Para el diseño resultante de la estructura, calcular la rigidez elástica inicial k y la deformación de fluencia $u_y = f_y/k$.
- g) Si no se obtiene una solución satisfactoria, repetir los pasos c) a f).

Para más detalle sobre los métodos DBDD, MEI y como aplicarlos cuando se tiene el caso de una superestructura rígida, en el siguiente capítulo se presenta el ejemplo de análisis de un puente “Supervía” en la dirección transversal (ver capítulo 5 o ver apéndice A). Es necesario mencionar que el ejemplo mostrado corresponde a la revisión de la capacidad de desplazamiento que presentará el puente “Supervía” ante un sismo (servicio o supervivencia) que podría ocurrir durante la vida útil del puente. Además, para lograr este objetivo, fue necesario escalar en 2.5 veces y 7 veces, para el estado límite de servicio y supervivencia, respectivamente, el acelerograma del sismo de México de 1985 registrado en la estación CU correspondiente a suelo rocoso para ser coherente con el tipo de suelo donde se construirá el puente “Supervía”.

CAPÍTULO 5

MÉTODOS BASADOS EN DESPLAZAMIENTOS APLICADOS EN PUENTES

5.1. INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se aplican dos métodos basados en desplazamientos a un puente real de concreto reforzado. Se realiza un análisis transversal del puente en estudio por ambos métodos basados en desplazamiento, y se verifican las respuestas (desplazamientos, fuerzas cortantes y momentos flexionantes) en las columnas. Se exponen también algunas diferencias entre las metodologías y las suposiciones que se deben hacer para aplicar correctamente los métodos.

El puente en estudio, es un puente real denominado “Supervía”, el cual se encuentra ubicado en la zona de suelo rocoso de la ciudad de México. La “Supervía” es un puente de concreto reforzado cuyo alineamiento horizontal es en curva (ver figura 5.1). La superestructura está compuesta por dos vigas cajón (ver figura 5.2), mientras que la subestructura está conformada por dos marcos; las columnas de cada marco son de altura variable (ver tabla 5.1), y todas presentan la misma sección transversal de tipo rectangular hueca. Además el puente tiene tres claros (de izquierda a derecha): 78.19 m, 104.43 m y 60.06 m que hacen una luz total del puente de 242.68 m.

Se consideró que la superestructura es rígida y por ende la altura efectiva vendría a ser la altura al punto de inflexión (doble curvatura) que tienen las columnas. Si se tuviera el caso de una superestructura torsionalmente flexible, la altura efectiva vendría a ser la altura de las columnas más la distancia al centro de gravedad de la superestructura, o en su caso, la mitad del peralte de la superestructura.

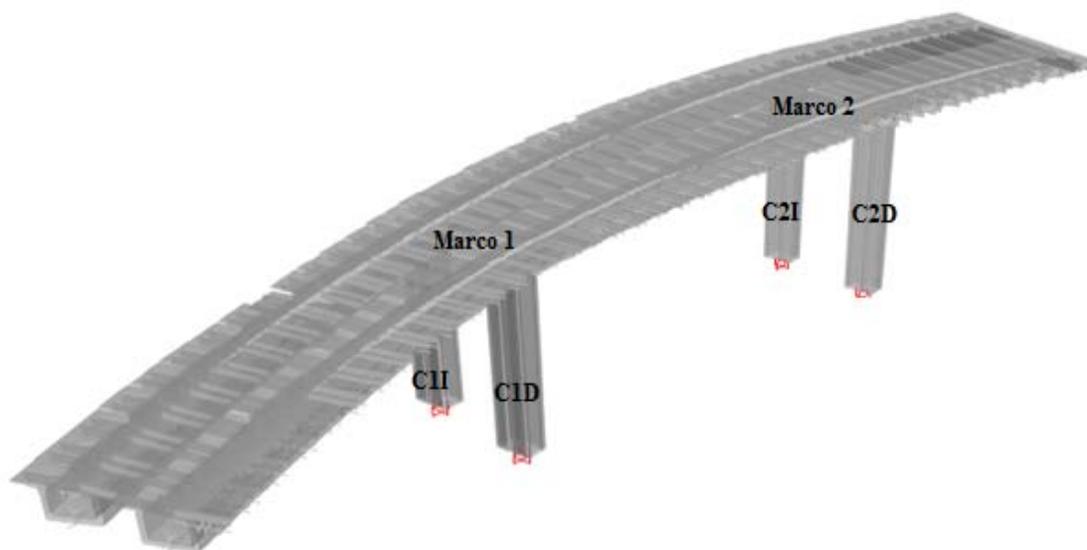


Figura 5.1. Modelo estructural del puente “Supervía” en el programa SAP2000

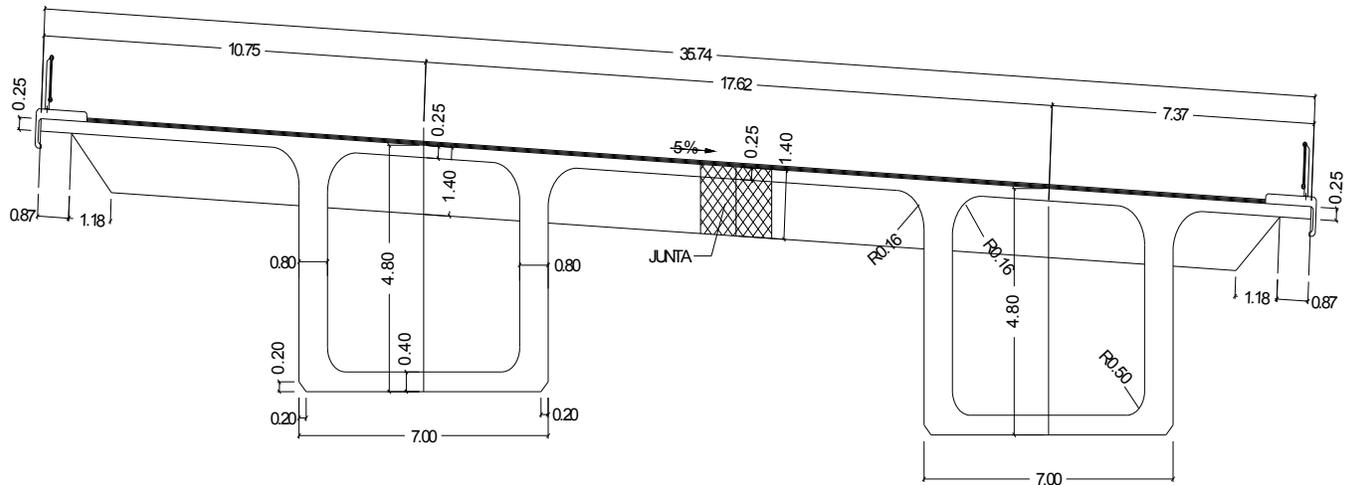


Figura 5.2. Sección transversal de la superestructura – doble viga cajón

5.2. APLICACIÓN DE LAS MÉTODOLOGÍAS

A continuación se aplica al puente, las dos metodologías de diseño por desplazamiento, con la finalidad de conocer la capacidad de respuesta (desplazamientos, fuerzas cortantes y momentos flexionantes) ante un sismo. Además se comparan las respuestas obtenidas con las metodologías DBDD y MEI.

5.2.1. Aplicación del método DBDD

El objetivo principal del método de diseño DBDD es obtener una estructura, la cual alcanzará un desplazamiento predeterminado, cuando esta estructura sea sujeta a un sismo consistente con el nivel de diseño. La complejidad en el proceso de diseño es evaluar los *desplazamientos objetivos de diseño*. Debido a que el puente está compuesto por muchas columnas que son conectadas por una superestructura de flexibilidad definida, este se deformará de una manera que es influenciada por las variaciones de fuerza, rigidez y distribución de masas. El primer paso en el proceso de evaluación de los desplazamientos objetivos de diseño, es calcular para cada columna el denominado desplazamiento *“basado en daño”*. Se supone que la acción inelástica estará reducida a las columnas del puente y como resultado, es esencial identificar el desplazamiento lateral que se producirá en columna, para alcanzar el objetivo de nivel de daño. Para el *desplazamiento final de diseño*, es probable que sólo una columna alcance su desplazamiento basado en daño. Esto es importante para determinar los desplazamientos basados en daño de cada columna, de forma tal que la columna crítica pueda ser fácilmente identificada. En muchos casos la columna más corta gobernará la selección del desplazamiento de diseño; sin embargo, dependiendo de la respuesta modal del sistema, es posible que una columna que no sea la más corta gobierne el diseño (Kowalsky, 2002).

Una vez obtenidos los desplazamientos basados en daño para cada columna, se requiere conocer el comportamiento de la superestructura (rígida o flexible). Como se mencionó anteriormente el desplazamiento objetivo de diseño para el puente en conjunto será una función de la rigidez de la superestructura. Cuando la superestructura pueda suponerse rígida, el cálculo del desplazamiento de diseño para puentes continuos es sencillo, porque todos los puntos a lo largo de la losa se trasladan en igual cantidad. En el caso de una fuerza y rigidez excéntrica debido a la variación entre el centro de masas y el centro de rigideces, el cual ocurre cuando existe un diseño asimétrico de alturas de columnas, el desplazamiento de diseño se forma mediante una componente de traslación y una

rotación. Para superestructuras flexibles, el desplazamiento de cada apoyo cambiará acorde con la respuesta modal del sistema. En el caso irreal de una superestructura infinitamente flexible, cada columna será libre de moverse como un sistema de 1 GDL.

Cuando la superestructura es flexible, se supone que la deformación de la columna está controlada por un primer modo de respuesta, lo cual es una suposición aceptable para una columna en voladizo con una masa concentrada. Sin embargo, cuando se extiende el procedimiento de diseño a estructuras de puentes completos, las columnas no se deforman una independientemente de la otra. Los desplazamientos de las columnas deben considerar la conexión provista por la superestructura y la respuesta modal del sistema, la cual es función de la rigidez relativa entre columna y superestructura. Es decir, las columnas individuales no pueden ser forzadas a un desplazamiento de diseño que sea incompatible con las formas modales de todo el puente.

Para un sistema que responde de una manera elástica, la forma modal debería estar basada en las propiedades elásticas. Similarmente, si a lo largo de la respuesta, la rigidez relativa de las columnas y estribos permanecen igual, la forma del desplazamiento estará adecuadamente definida por las propiedades elásticas. Sin embargo, si columnas y estribos alcanzan significativamente niveles diferentes de respuesta inelástica, al asumir una forma de desplazamiento obtenida de propiedades elásticas probablemente producirá resultados erróneos. Con el fin de describir la respuesta modal de un sistema inelástico para que una forma deformada pueda ser establecida, algunos autores (Kowalsky, 2002), (Dwairi y Kowalsky, 2006), (Priestley et al., 2007) propusieron el concepto de una **forma modal efectiva**. Con el objeto de calcular la forma modal efectiva de una estructura de un puente en particular, en la solución del problema analítico de valores característicos o eigenvalores se utiliza la rigidez secante de las columnas y estribos.

Cuando la superestructura es flexible, el proceso para evaluar la deformación de diseño puede llevar algún tiempo, por lo que se recurre a la siguiente metodología (Kowalsky, 2002), para obtener la forma de desplazamiento objetivo de un puente de varios claros utilizando la **forma modal efectiva** en conjunto con el criterio de deformación de la columna y criterio de desplazamiento de los estribos. El objetivo es obtener una forma de desplazamiento, mediante la cual al menos una columna o estribo alcance su nivel de daño deseado. El desplazamiento de las otras columnas y estribos son luego obtenidos con la respuesta modal efectiva.

A continuación se presentan la metodología:

Paso 1.- **Evaluar la forma modal**, utilizando métodos computacionales o cálculos manuales, para resolver el problema de valores característico (eigenvalores), se obtiene la forma modal basada en los valores de la rigidez secante de las columnas y estribos. Se usan las propiedades elásticas para la superestructura. Para la primera iteración del procedimiento, las propiedades de rigidez secante no son conocidas, por lo que se sugiere que una rigidez igual al 10% de la rigidez no agrietada de la sección sea utilizada en las columnas que se espera excedan su desplazamiento de fluencia, mientras un 60% de la rigidez no agrietada de la sección es sugerida para las columnas que no se espera que excedan su desplazamiento de fluencia. Para la primera iteración, la rigidez de los estribos se puede considerar igual a un 30% de su rigidez elástica inicial. Es importante reconocer que los valores exactos de rigidez no son requeridos al inicio del procedimiento. Sin embargo, los valores sugeridos son estimaciones cercanas a los valores reales y harán que el procedimiento converja rápidamente.

Paso 2.- **Evaluar el factor de participación modal**, con la siguiente ecuación se pueden evaluar los factores de participación modal:

$$P_i = \frac{\phi_i M r}{\phi_i^T M \phi_i} \quad (5.1)$$

donde: “ M ” representa la matriz de masa, “ r ” es un vector unitario y ϕ_i es el vector del modo i .

Paso 3.- *Evaluar la forma de desplazamiento probable*, la cual es función de varios modos, especialmente para puentes irregulares. La forma de desplazamiento para cada modo es obtenida con la ecuación 5.2, donde el índice “ i ” representa el número de apoyo y el índice “ j ” representa el número de modo; Sd_j es el desplazamiento espectral para el modo j ; P_j es el factor de participación para el modo j ; y $\phi_{i,j}$ el factor modal para el apoyo “ i ” y modo “ j ”. $\Delta_{i,j}$ es la cantidad de movimiento asociado con el apoyo “ i ” y modo “ j ”.

$$\Delta_{i,j} = \phi_{i,j} P_j Sd_j \quad (5.2)$$

En la ecuación 5.2, el desplazamiento espectral Sd_j para el modo “ j ” se obtiene considerando los periodos de cada modo y el valor del amortiguamiento del sistema. Los periodos modales se obtienen fácilmente del análisis modal previamente desarrollado.

La forma de desplazamiento total se obtiene mediante la combinación de modos, con la regla de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (RCSC) (ver ecuación 5.3), o la regla de la combinación cuadrática completa (CCC) (ver ecuación 5.4).

$$\Delta_i = \sqrt{\sum_j \Delta_{i,j}^2} \quad (5.3)$$

$$\Delta_i = \sqrt{\sum_i \sum_j \Delta_i \cdot \rho_{ij} \cdot \Delta_j} \quad (5.4)$$

Para obtener el desplazamiento objetivo de diseño, es necesario utilizar los desplazamientos objetivos basados en daño para cada columna (ver capítulo 3). El desplazamiento máximo de todo el sistema (puente) dependerá de la columna más crítica, es decir de aquella columna que llegue primero a su desplazamiento máximo. Sólo una forma de desplazamiento de las columnas será compatible con la forma de la ecuación 5.3.

Cuando la superestructura es rígida, aunque las superestructuras verdaderamente rígidas probablemente no existan, en algunos casos se considera aceptable hacer algunas aproximaciones, con la excepción de sistemas de claros muy largos. Aquellos puentes de múltiples claros y superestructuras de sección cajón se pueden suponer rígidas en la dirección transversal. Cuando se hace tal suposición el cálculo de los desplazamientos objetivos de diseño se simplifica.

Si la superestructura del puente es rígida en la dirección transversal, los desplazamientos de diseño indicarán que todas las columnas tienen similar desplazamiento, siempre y cuando las columnas tengan rigideces similares. En el caso de puentes irregulares, la traslación quizás estará acompañada por una componente rotacional.

A continuación se resume el procedimiento de diseño aplicando el método de DBDD:

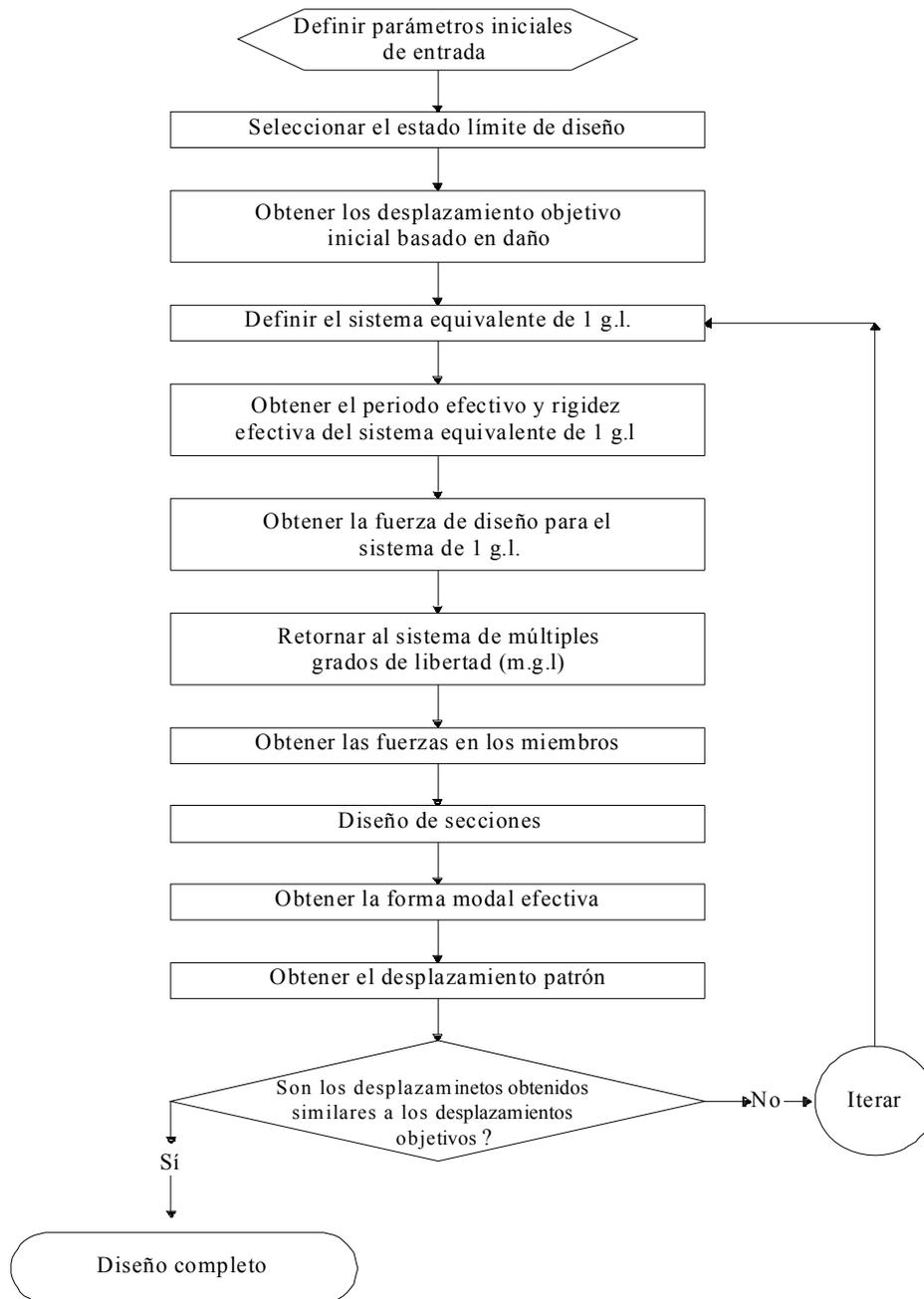


Figura 5.3. Método DBDD, para sistemas de varios grados de libertad (extraído de Kowalsky, 2002)

Tabla 5.1. Datos geométricos y materiales del puente “Supervía”

Parámetro	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Altura al centro de la superestructura (m)	29.80	34.00	42.82	41.65
Módulo de Elasticidad Acero Es (MPa)		200000		
Esfuerzo de compresión del concreto f_c (MPa)		35		
Esfuerzo de fluencia del acero f_y (MPa)		420		

La excitación sísmica considerada para la revisión del puente fue el registro sísmico del 19 de septiembre de 1985 de la ciudad de México, correspondiente a suelo rocoso y registrado en la estación de CU (ver figura 5.4). El primer paso que se siguió fue analizar el puente bajo el sismo anteriormente mencionado. Resultado de esto se encontró que la capacidad del puente superaba a la demanda sísmica, por lo que se decidió escalar dicho sismo hasta lograr demandas de desplazamiento asociadas a los desplazamientos de servicio. Para lograr que el sismo demandara a la estructura a su desplazamiento de servicio se tuvo que escalar en 2.5 veces el sismo CU (ver figura 5.5).

De igual forma se buscó un sismo que llevara a la estructura a su desplazamiento asociado al nivel de supervivencia. El procedimiento que se siguió fue primero calcular la capacidad que tenían las columnas individualmente, es decir una vez calculado el diagrama momento – curvatura de cada columna se siguieron las recomendaciones propuestas por Priestley et al., 2007 (este procedimiento de diseño es desarrollado en el apéndice A) para calcular el desplazamiento último de las columnas. Pero como el puente en estudio está conformado por dos marcos, entonces el desplazamiento máximo de cada marco se supuso gobernado por la columna más corta (columna 1I y columna 2D, del marco 1 y 2, respectivamente). Una vez encontrados los desplazamientos máximos que debiera tener cada marco, se procedió a calcular las formas modales (Kowalsky, 2002), relacionadas con las rigideces secantes, para finalmente calcular los desplazamientos últimos de acuerdo con la combinación de las formas modales con la regla de RCSC.

Una vez encontrados los desplazamientos de acuerdo con las formas modales, se decidió buscar el sismo que demandara a la estructura hasta lograr dichos desplazamientos. Este proceso fue de prueba y error, por lo que demandó gran cantidad de tiempo encontrar el sismo adecuado (sismo asociado al estado límite de supervivencia). Finalmente, se encontró que escalando el sismo de México del 19 de septiembre de 1985, registrado en suelo rocoso (estación CU) en 7 veces (ver figura 5.6), se logra demandar a la estructura hasta su desplazamiento último, el cual está asociado al estado límite de supervivencia.

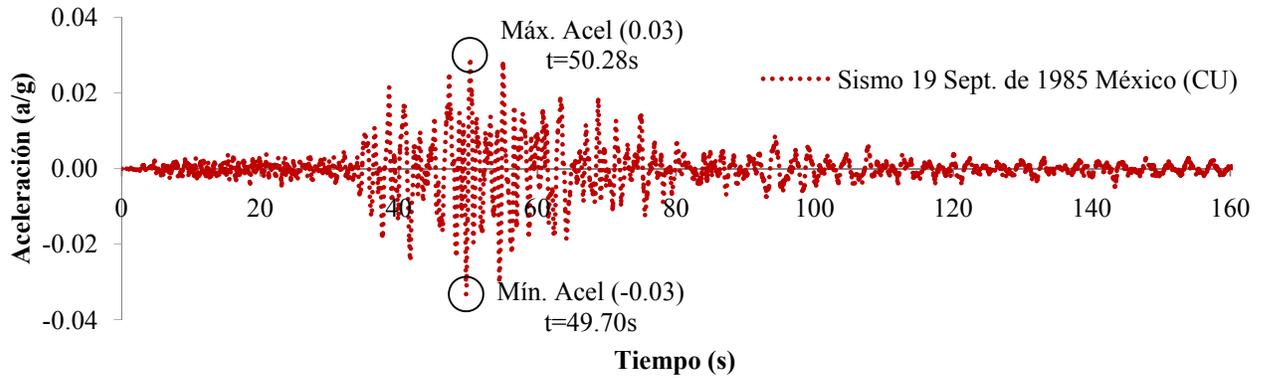


Figura 5.4. Acelerograma del sismo de México del 19 de septiembre de 1985, registrado en suelo rocoso (estación CU)

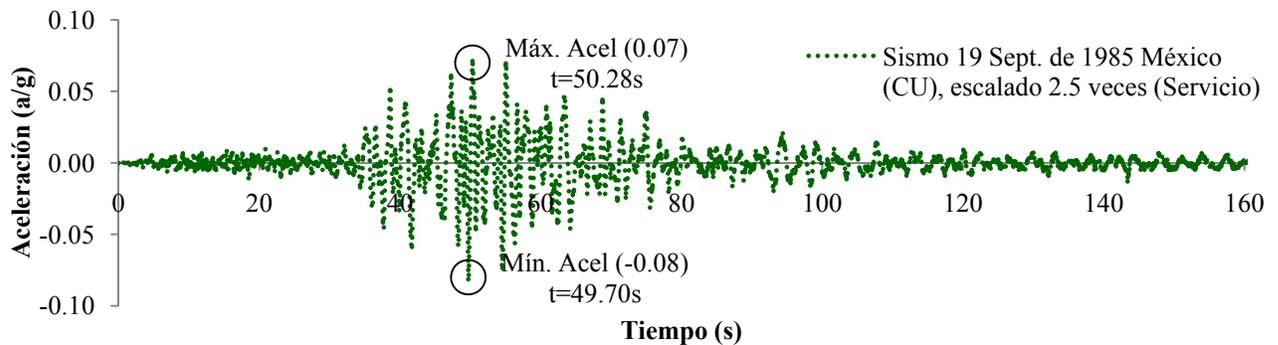


Figura 5.5. Acelerograma del sismo de México (CU) del 19 de septiembre de 1985, escalado 2.5 veces (asociado el sismo de servicio)

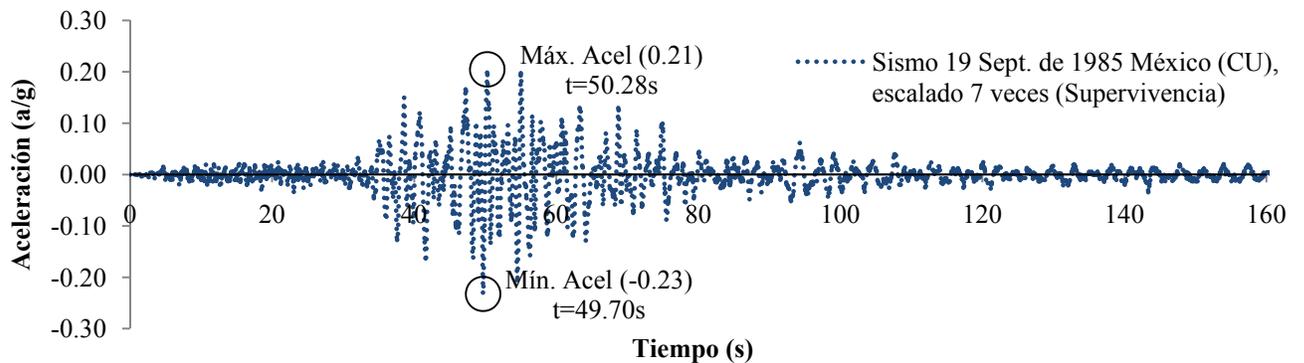


Figura 5.6. Acelerograma del sismo de México (CU) del 19 de septiembre de 1985, escalado 7 veces (asociado el sismo de supervivencia)

Una vez obtenidos los registros fue necesario convertirlos a espectros de respuesta (para sistemas de 1 GDL), para así poder aplicar el método DBDD, el cual requiere el espectro elástico de respuesta pero con un amortiguamiento equivalente que para estructuras con respuesta inelástica es mayor que 5%. A continuación se muestran espectros elásticos de respuesta de desplazamientos para distintos valores de amortiguamiento (ver figura 5.7), los cuales están asociados al sismo de supervivencia.

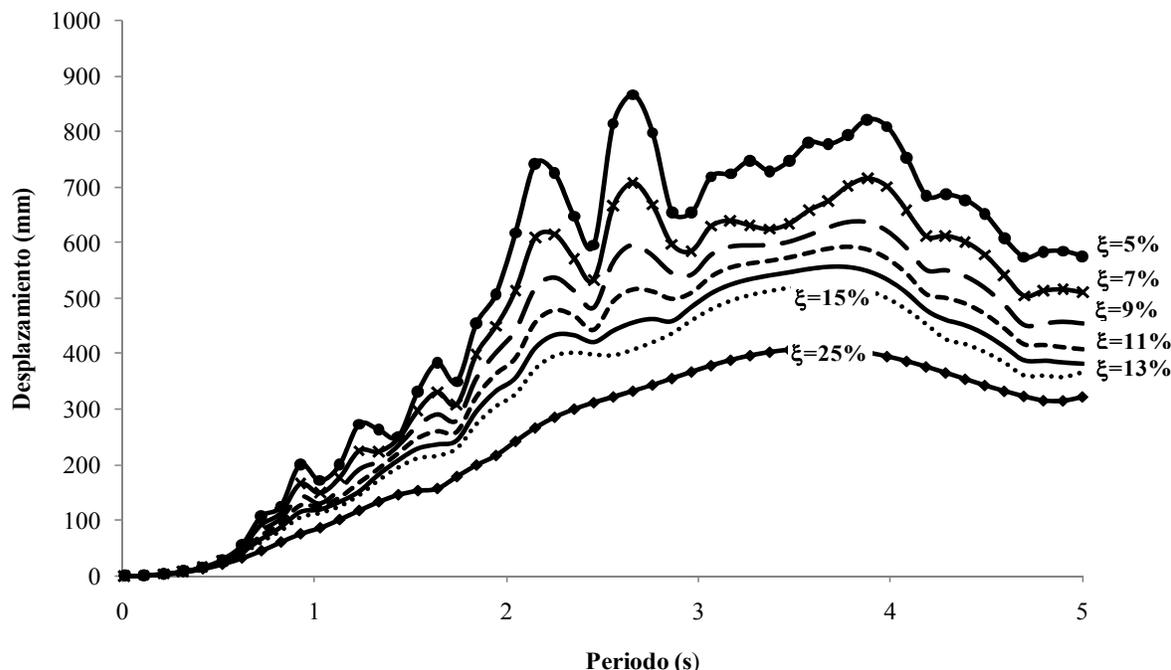


Figura 5.7. Espectros elásticos de respuesta de desplazamiento para distintos valores de fracción de amortiguamiento crítico equivalente (ξ_e), asociados al sismo de supervivencia

Por otro lado, para el análisis asociado al sismo de servicio aplicando el método DBDD, fue necesario crear el espectro de respuesta de desplazamiento (ver figura 5.8) asociado al sismo de servicio (sismo CU, escalado en 2.5 veces) con una fracción de amortiguamiento crítico de 5% (Priestley et al., 2007). Además, se puede apreciar el procedimiento para obtener el periodo asociado al desplazamiento de servicio para un sistema de 1 GDL. En este caso el desplazamiento de servicio es de 110 mm y su correspondiente periodo de 1.53 s. Para más detalle sobre el procedimiento ver apéndice A.

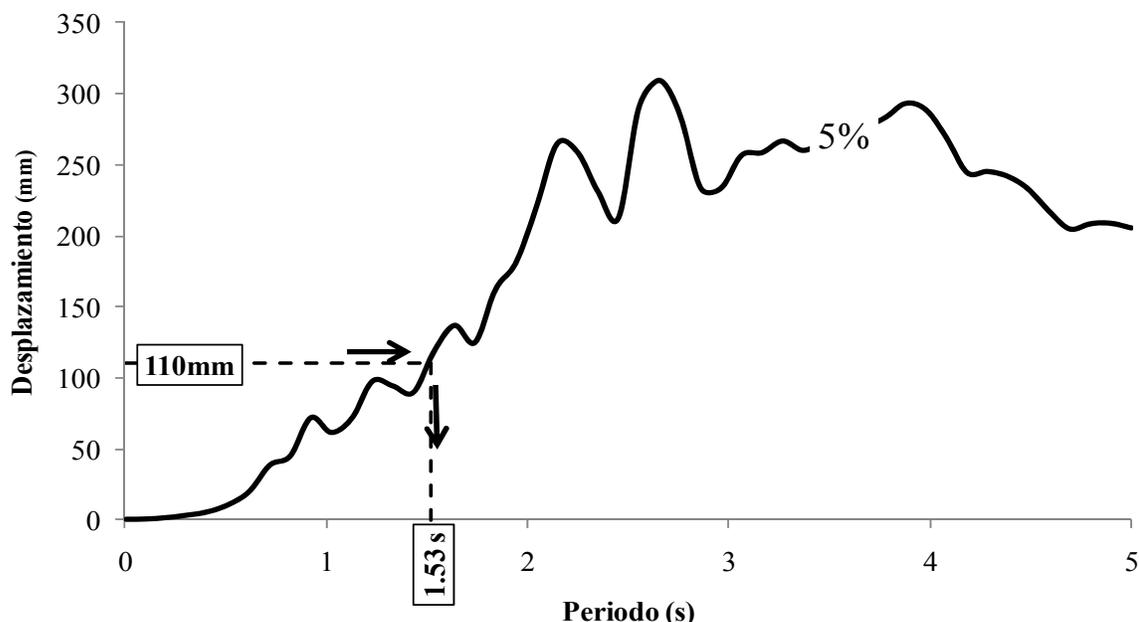


Figura 5.8. Espectro elástico de respuesta de desplazamiento, asociado al sismo de servicio (fracción de amortiguamiento crítico equivalente $\xi_e = 5\%$)

Para el análisis asociado al sismo de supervivencia aplicando el método DBDD, fue necesario crear el espectro de respuesta de desplazamiento (ver figura 5.9) asociado al sismo de supervivencia (sismo CU, escalado en 7 veces) con una fracción de amortiguamiento crítico equivalente de 13% (Priestley et al., 2007). También se puede apreciar el procedimiento para obtener el periodo asociado al desplazamiento de supervivencia para un sistema de 1 GDL. En éste caso el desplazamiento de supervivencia es de 340 mm y su correspondiente periodo de 1.97 s. Los espectros de respuesta fueron obtenidos con el programa DEGTRA A4 (Ordaz M. y Montoya D. C., 2003). Para más detalle sobre el procedimiento ver apéndice A.

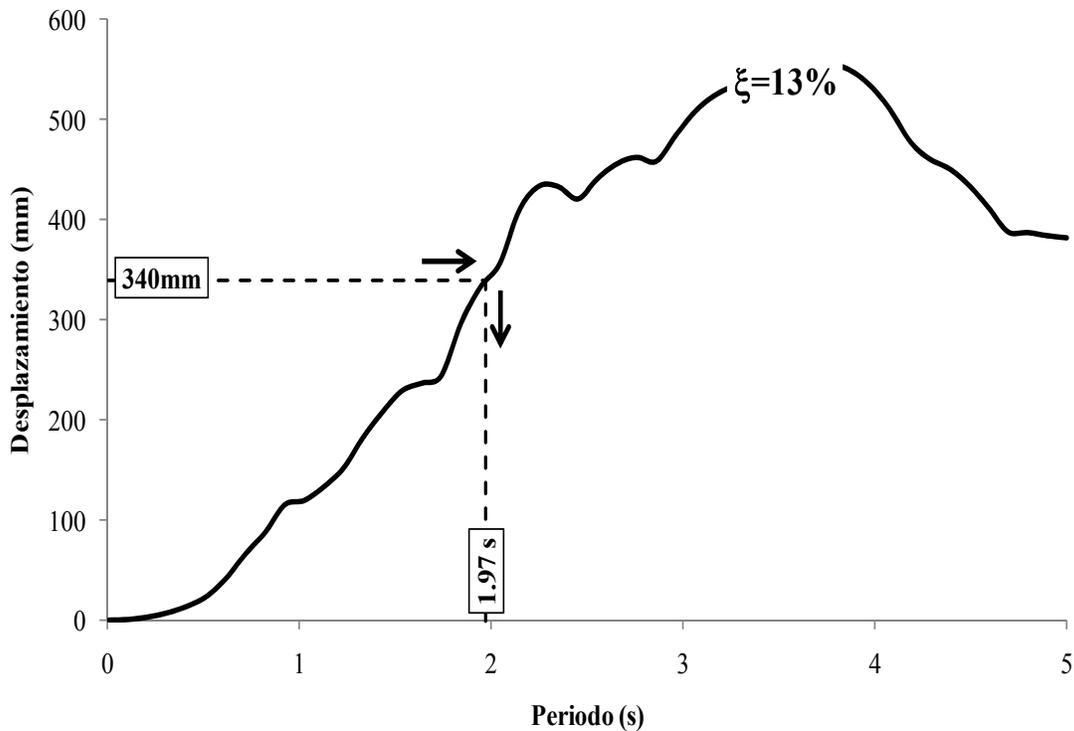


Figura 5.9. Espectro elástico de respuesta de desplazamiento, asociado al sismo de supervivencia (fracción de amortiguamiento crítico equivalente $\xi_e = 13\%$)

Para poder aplicar el método MEI, fue necesario, calcular espectros de respuesta inelásticos. El método MEI, como su nombre lo indica (Método del Espectro Inelástico, MEI), utiliza el espectro inelástico de respuesta de desplazamiento, para obtener un periodo, el cual es luego usado para obtener la fuerza de diseño en proporción a la rigidez inicial y además utiliza la regla de iguales desplazamientos para relacionar la respuesta elástica con la inelástica de la estructura. A continuación se presenta algunos espectros inelásticos obtenidos en el programa DEGTRA A4 (Ordaz M. y Montoya D. C., 2003) para distintos valores de ductilidad, relacionados con el sismo de supervivencia (sismo CU, escalado en 7 veces).

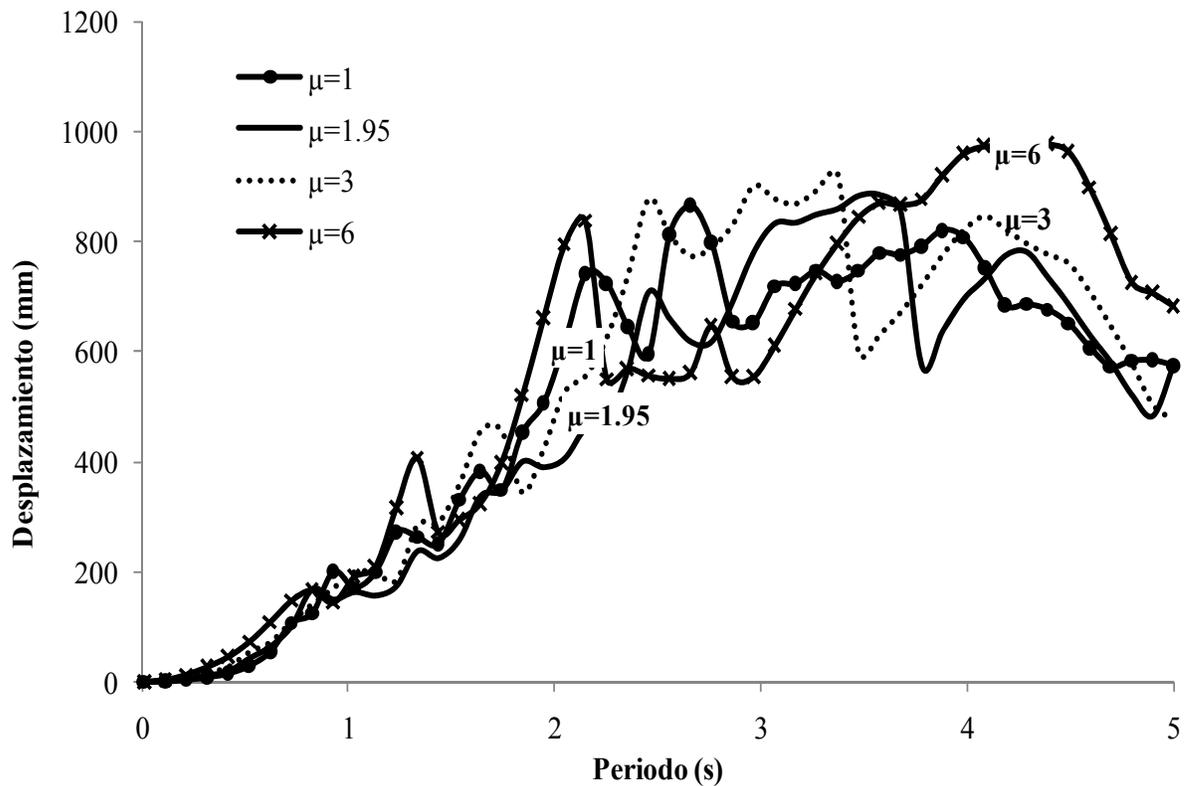


Figura 5.10. Espectros inelásticos de respuesta de desplazamiento para distintos valores de ductilidad (μ), asociados al sismo de supervivencia

En el análisis asociado al sismo de servicio aplicando el método MEI, fue necesario crear el espectro de respuesta de desplazamiento inelástico (ver figura 5.11) asociado al sismo de servicio (sismo CU, escalado en 2.5 veces) con ductilidad igual a 1 ($\mu = 1$) y fracción de amortiguamiento crítico de 5% (Chopra y Goel, 2001). Además, se puede apreciar el procedimiento para obtener el periodo asociado al desplazamiento de servicio para un sistema de 1 GDL. En éste caso el desplazamiento de servicio es de 110 mm y su correspondiente periodo de 1.53 s. Se puede también apreciar que el espectro calculado con ductilidad igual a 1 y 5% de fracción de amortiguamiento crítico corresponde al espectro elástico, con igual fracción de amortiguamiento crítico. Debido a ésta igualdad se obtienen resultados iguales con ambos procedimientos (DBDD y MEI) en el intervalo de comportamiento elástico. Para más detalle sobre el procedimiento ver apéndice A.

De igual manera para el análisis asociado al sismo de supervivencia aplicando el método MEI, fue necesario calcular el espectro de respuesta de desplazamiento inelástico (ver figura 5.12), asociado al sismo de supervivencia (sismo CU, escalado en 7 veces) con ductilidad igual a 1.95 ($\mu = 1.95$) y amortiguamiento de 5% (Chopra y Goel, 2001). El desplazamiento asociado al estado límite de supervivencia (considerando la estructura como 1 GDL) es de 344 mm y su correspondiente periodo de 1.64 s; ver apéndice A.

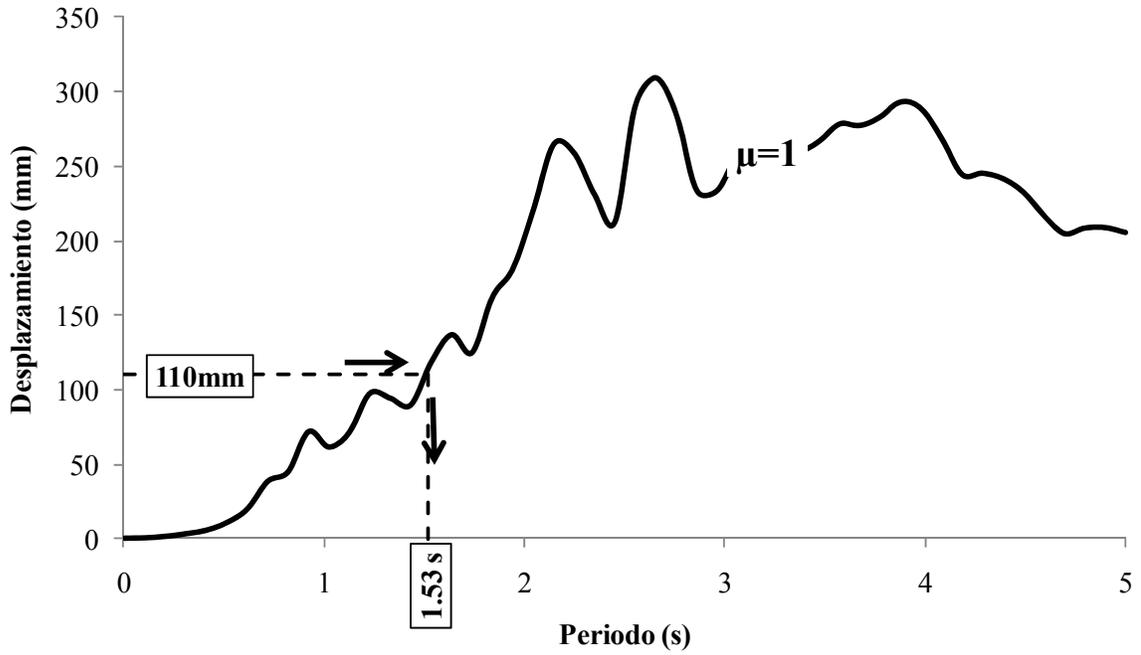


Figura 5.11. Espectro inelástico de respuesta de desplazamiento, asociado al sismo de servicio (ductilidad $\mu = 1$)

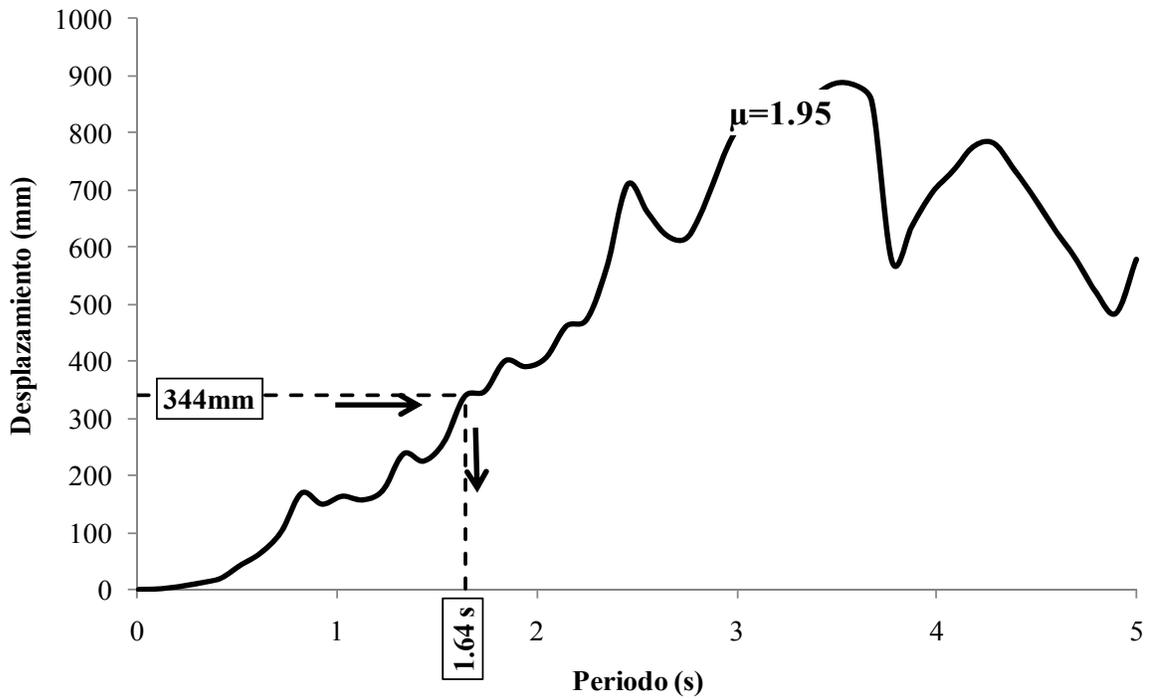


Figura 5.12. Espectro inelástico de respuesta de desplazamiento, asociado al sismo de supervivencia (ductilidad $\mu = 1.95$)

A continuación se muestran los resultados (ver tabla 5.2 y tabla 5.3) luego de aplicar el método DBDD al puente en estudio. El procedimiento que se siguió para evaluar la capacidad del puente, fue el que se explicó anteriormente (ver capítulo 4, sección 4.2.1, ó ver apéndice A). Además, la superestructura del puente está compuesta por una doble viga cajón (ver figura 5.2), por lo que se hicieron las siguientes suposiciones para el análisis: la superestructura es rígida en la dirección transversal y no es torsionalmente flexible, por lo que las columnas están doblemente empotradas y están tendrán doble curvatura tanto en la base como en la parte superior. La altura a considerarse en este tipo de casos vendría a ser la altura al punto de contraflexión. Se consideró que este punto se encuentra a la mitad de la altura de las columnas. El puente que se muestra en la figura 5.1, está soportado por 2 columnas tipo marco (marco 1 y marco 2). El marco 1 está conformado por la columna 1 izquierda (C1I) y la columna 1 derecha (C1D) con alturas de 29.8 m y 34 m, respectivamente. De igual forma el marco 2, está conformada por la columna 2 izquierda (C2I) y la columna 2 derecha (C2D) con alturas de 42.8 m y 41.65 m, respectivamente.

Asímismo, se realizó un análisis modal con el programa *SAP2000*, para evaluar la forma modal del puente y de esta manera poder determinar los desplazamientos objetivos de diseño. Los valores de curvatura de fluencia ϕ_y y curvatura última ϕ_u , fueron obtenidos del diagrama momento – curvatura ($M - \phi$) de la sección transversal (ver capítulo 3, sección 3.3), este último desarrollado de igual forma en el programa *SAP2000*.

Se realizó una sola iteración debido a que se tiene una superestructura rígida en la dirección transversal y la influencia de los estribos, para el caso en estudio, es mínima (Kowalsky, 2002).

Tabla 5.2. Ejemplo de diseño con el método DBDD del puente “Supervía” – Estado límite servicio

Ítem	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Rigidez secante inicial de las columnas K_{eff} (kN/m)	553395	372603	186528	202693
Forma modal (modo1)	0.650	0.650	1.716	1.716
Forma modal (modo2)	1.403	1.403	0.380	0.380
Combinación modal (RCSC)	1.546	1.546	1.758	1.758
Curvatura de fluencia ϕ_y (1/m)	0.00067	0.00067	0.00067	0.00067
Longitud de rótula plástica L_p (mm)	1370	1510	1820	1780
Desplazamiento objetivo inicial basado en daño (mm)	100	130	210	200
Desplazamiento del marco restringido a la columna más corta (mm)		100		200
Desplazamiento último Δ_u de acuerdo a la forma modal (mm)		100		110
Ductilidad de desplazamiento	1.00	0.75	0.54	0.57
Fracción de amortiguamiento crítico equivalente (%)	5.00	5.00	5.00	5.00
Desplazamiento del sistema en la primera fluencia (mm)			110	
Fracción de amortiguamiento crítico equivalente del sistema (%)			5.00	
Periodo del sistema T_{eff} (s)			1.53	
Masa efectiva del sistema M_{eff} (tonnes)			30772 (0.996M_{total})	
Rigidez del sistema (kN/m)			518957	
Fuerza cortante basal del sistema (kN)			55815	

Continúa Tabla 5.2.....

Fuerza cortante a ser distrib. a la locación de masas (kN)	12677	12227	15587	15324
Ratios de fuerza cortante soportada por los elementos (%)	30.41	26.66	21.17	21.76
Fuerza cortante en los elementos (kN)	16976	14879	11814	12146
Momento en columnas (MN-m)	506	506	506	506
Desplazamientos finales en los elementos (mm)	95		160	

Tabla 5.3. Ejemplo de diseño con el método DBDD del puente “Supervía” – Estado límite supervivencia

Ítem	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Rigidez secante inicial de las columnas K_{sec} (kN/m)	179012	156076	66700	68631
Forma modal (modo1)	0.974	0.974	1.617	1.617
Forma modal (modo2)	1.345	1.345	0.799	0.799
Combinación modal (RCSC)	1.661	1.661	1.804	1.804
Curvatura de fluencia ϕ_y (1/m)	0.00067	0.00067	0.0067	0.0067
Curvatura última ϕ_u (1/m)	0.0060	0.0060	0.0060	0.0060
Longitud de rótula plástica L_p (mm)	1370	1510	1820	1780
Desplazamiento objetivo inicial basado en daño (mm)	320	400	620	590
Desplazamiento del marco (mm)	320		590	
Desplazamiento último Δ_u en los marcos según forma modal (mm)	320		350	
Ductilidad de desplazamiento	3.09	2.39	1.65	1.74
Fracción de amortiguamiento crítico equivalente (%)	14.60	13.20	10.56	11.02
Desplazamiento del sistema (mm)	340			
Fracción de amortiguamiento crítico equivalente del sistema (%)	13.00			
Periodo del sistema T_{eff} (s)	1.97			
Masa efectiva del sistema M_{eff} (tonnes)	30843 (0.998M_{total})			
Rigidez del sistema (kN/m)	313751			
Fuerza cortante basal del sistema (kN)	105139			
Fuerza cortante a ser distrib. a la locación de masas (kN)	24469	23600	28778	28293
Ratios de fuerza cortante soportada por los elementos (%)	30.41	26.66	21.17	21.76
Rigidez secante de las columnas K_{sec} (kN/m)	179012	156076	113139	116415
Fuerza cortante en los elementos (kN)	31978	28028	22254	22880
Momento en columnas (MN-m)	953	953	953	953
Desplazamientos finales en los marcos (mm)	318		400	

5.2.2. Aplicación del método MEI

El procedimiento empleado fue muy similar al método DBDD, el cual parte de la capacidad de desplazamiento que tienen las columnas de forma individual, para luego, por medio de un análisis modal, determinar la forma de desplazamiento de todo el sistema considerando todos los modos que provean un factor de participación de masas mayor o igual al 90% de la masa total. Para éste caso (método MEI), fue suficiente considerar los dos primeros modos de vibración; luego, por medio de la combinación de modos utilizando la regla de raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (RCSC) se obtuvo un valor superior al requerido (99% de la masa total). La rigidez de la estructura a considerarse según los autores (Chopra y Goel, 2001) es la rigidez efectiva (agrietada), la cual para este ejemplo de diseño fue obtenida del diagrama momento – curvatura ($EI_{eff} = M_n/\phi_y$) desarrollado en el capítulo 3 ($k_{eff}=0.62 k_{inicial}$). Además, como fue mencionado, el método MEI utiliza un espectro inelástico de desplazamiento, reducido por un factor de ductilidad μ_Δ para un sistema de 1 GDL. Los resultados obtenidos con el método MEI, para el estado límite de servicio (ver tabla 5.4), y para el estado límite de supervivencia (ver tabla 5.5), son mostrados a continuación:

Tabla 5.4. Ejemplo de diseño con el método MEI del puente “Supervía” – Estado límite servicio

Ítem	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Rigidez efectiva inicial de las columnas K_{eff} (kN/m)	553395	372603	186528	202693
Forma modal (modo1)	0.650	0.650	1.716	1.716
Forma modal (modo2)	1.403	1.403	0.380	0.380
Combinación modal (RCSC)	1.546	1.546	1.758	1.758
Curvatura de fluencia ϕ_y (1/m)	0.00067	0.00067	0.00067	0.00067
Longitud de rótula plástica L_p (mm)	1370	1510	1820	1780
Desplazamiento objetivo inicial basado en daño (mm)	100	130	210	200
Desplazamiento del marco restringido a la columna más corta (mm)		100		200
Desplazamiento último Δ_u en los marcos según la forma modal (mm)		100		110
Desplazamiento del sistema en la primera fluencia (mm)			110	
Ductilidad del sistema			1.00	
Fracción de amortiguamiento crítico del sistema (%)			5.00	
Periodo del sistema T_{eff} (s)			1.53	
Masa efectiva del sistema M_{eff} (tonnes)			30772 (0.996 M_{total})	
Rigidez del sistema (kN/m)			518957	
Fuerza cortante basal del sistema (kN)			55815	
Fuerza cortante a ser distribuida a la locación de masas (kN)	12677	12227	15587	15324
Ratios de fuerza cortante soportada por los elementos (%)	30.41	26.66	21.17	21.76
Fuerza cortante en los elementos (kN)	16976	14879	11814	12146
Momento en columnas (MN-m)	506	506	506	506
Desplazamientos finales en los elementos (mm)		95		160

Tabla 5.5. Ejemplo de diseño con el método MEI del puente “Supervía” – Estado límite supervivencia

Ítem	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Rigidez efectiva de las columnas K_{eff} (kN/m)	548828	369529	186528	202693
Forma modal (modo1)	0.650	0.650	1.716	1.716
Forma modal (modo2)	1.403	1.403	0.380	0.380
Combinación modal (RCSC)	1.546	1.546	1.758	1.758
Curvatura de fluencia ϕ_y (1/m)	0.00067	0.00067	0.00067	0.00067
Curvatura última ϕ_u (1/m)	0.0060	0.0060	0.0060	0.0060
Longitud de rótula plástica L_p (mm)	1370	1510	1820	1780
Desplazamiento objetivo inicial basado en daño (mm)	320	400	620	590
Desplazamiento del marco (mm)		320		590
Desplazamiento último Δ_u del marco según forma modal (mm)		320		360
Desplazamiento de fluencia del sistema (mm)			176	
Desplazamiento último del sistema (mm)			344	
Ductilidad de desplazamiento del sistema μ_Δ			1.95	
Fracción de amortiguamiento crítico del sistema (%)			5.00	
Periodo del sistema T_e (s)			1.64	
Masa efectiva del sistema M_{eff} (tonnes)			30896 (0.996M_{total})	
Rigidez del sistema (kN/m)			451675	
Fuerza cortante basal del sistema (kN)			155452	
Fuerza cortante a ser distribuida a la locación de masas (kN)	35307	34053	43412	42680
Ratios de fuerza cortante soportada por los elementos (%)	30.41	26.66	21.17	21.76
Fuerza cortante en los elementos (kN)	47280	41440	32904	33828
Momento en columnas (MN-m)	1409	1409	1409	1409
Desplazamientos finales en los marcos (mm)		263		444

5.3. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Los resultados obtenidos con los métodos de diseño sísmico basados en desplazamiento, fueron resumidos en las tablas 5.2 y 5.4 para el estado límite de servicio, para el método DBDD y MEI, respectivamente; y en tablas 5.3 y 5.5 para el estado límite de supervivencia, para el método DBDD y MEI, respectivamente.

A continuación se muestran los resultados del análisis transversal del puente “Supervía”, mediante los métodos DBDD y MEI, comparando las respuestas para el estado límite de servicio y estado límite de supervivencia.

5.3.1. Resultados para el estado límite de servicio

Como se puede apreciar (tabla 5.6 y tabla 5.7), los resultados obtenidos con dos métodos DBDD y MEI, para el estado límite de servicio son idénticos, debido a que las columnas del puente permanecen en el intervalo elástico. El método DBDD utiliza un valor de la fracción de amortiguamiento crítico equivalente ξ_e en el intervalo elástico igual a 5% (Priestley et al., 2007), mientras que el método MEI utiliza un valor de ductilidad de $\mu = 1$ (Chopra y Goel, 2001), cuando la estructura se encuentra en el intervalo elástico. Como ya se había comentado, con los métodos DBDD y MEI, se obtienen los mismos resultados en el intervalo elástico (ver apéndice A).

Tabla 5.6. Resultado obtenidos con el método DBDD del puente “Supervía” – Estado límite servicio

Respuesta	Marco 1		Marco 2	
	C1I	C1D	C2I	C2D
Cortante [kN]	16976	14879	11814	12146
Momento [MN-m]	506	506	506	506
Desplazamiento [mm]	95		160	

Tabla 5.7. Resultado obtenidos con el método MEI del puente “Supervía” – Estado límite servicio

Respuesta	Marco 1		Marco 2	
	C1I	C1D	C2I	C2D
Cortante [kN]	16976	14879	11814	12146
Momento [MN-m]	506	506	506	506
Desplazamiento [mm]	95		160	

5.3.2. Resultados para el estado límite de supervivencia

Se muestran los resultados obtenidos (tabla 5.8 y tabla 5.9) con los dos métodos en estudio (DBDD y MEI), para el sismo asociado al estado límite de supervivencia. Los resultados obtenidos muestran que con el método DBDD se obtienen magnitudes menores de fuerzas cortantes y momentos flexionantes en las columnas que los obtenidos con el método MEI. La diferencia que existe entre los métodos DBDD y MEI, en cuanto a cortantes y momentos en las columnas, es aproximadamente 32%.

En cuanto a desplazamientos, los resultados muestran que también existe diferencia en la capacidad que tienen los métodos para predecirlos y por tanto los daños asociados a los mismos. En el marco 1, la respuesta obtenida con el método DBDD es de 318 mm, mientras que con el método MEI la respuesta de desplazamiento es de 263 mm, es decir un 17% menor comparándolo con el método DBDD. En el marco 2, la respuesta obtenida con el método DBDD es de 400 mm, mientras que con el método MEI la respuesta de desplazamiento es de 444 mm, es decir un 1% mayor comparándolo con el método DBDD.

En forma general, se puede concluir que los resultados de desplazamientos obtenidos con los métodos estudiados son similares y por tanto la capacidad que tienen ambos métodos para predecir daño es similar.

La diferencia radica en las magnitudes de las fuerzas cortantes y momentos flexionantes obtenidos con ambos métodos. En otras palabras, se puede apreciar que para desplazamientos similares, el método DBDD es más conservador y por tanto requerirá mayor resistencia que el método MEI.

Tabla 5.8. Resultado obtenidos con el método DBDD del puente “Supervía” – Estado límite supervivencia

Respuesta	Marco 1		Marco 2	
	C1I	C1D	C2I	C2D
Cortante [kN]	31978	28028	22254	22880
Momento [MN-m]	953	953	953	953
Desplazamiento [mm]	318		400	

Tabla 5.9. Resultado obtenidos con el método MEI del puente “Supervía” – Estado límite supervivencia

Respuesta	Marco 1		Marco 2	
	C1I	C1D	C2I	C2D
Cortante [kN]	47280	41440	32904	33828
Momento [MN-m]	1409	1409	1409	1409
Desplazamiento [mm]	263		444	

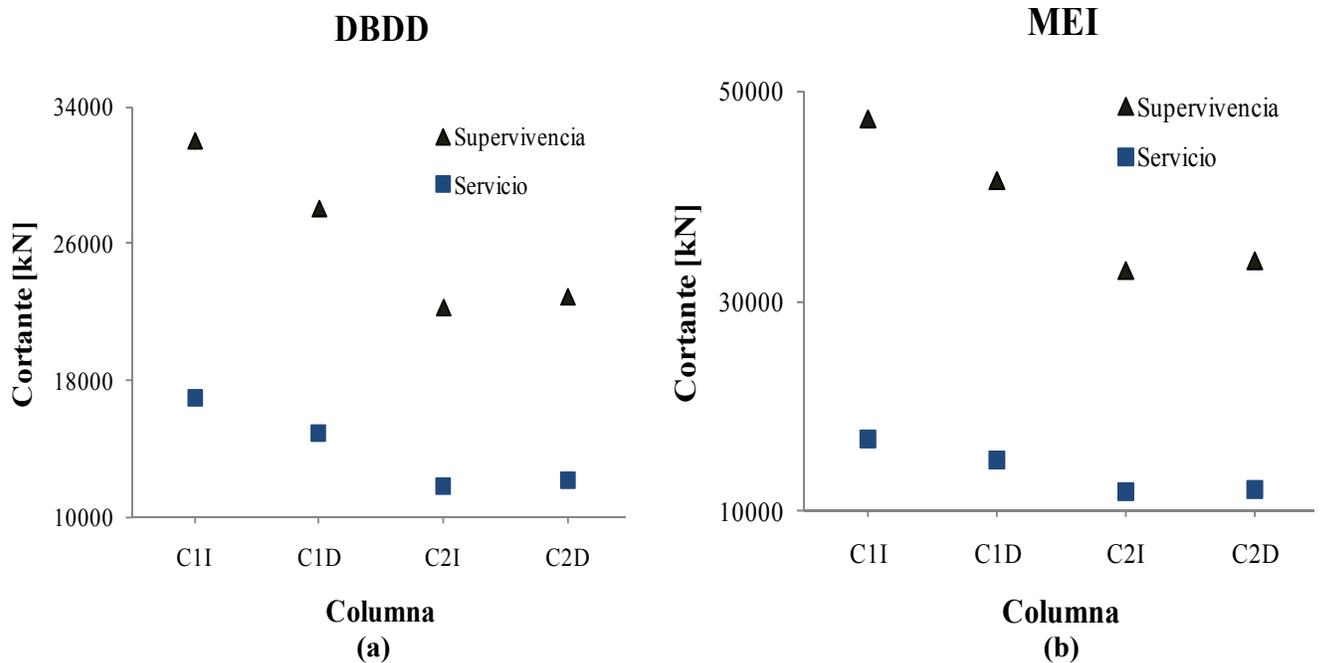


Figura 5.13. Resultados de fuerzas cortantes en las columnas, (a) DBDD y (b) MEI

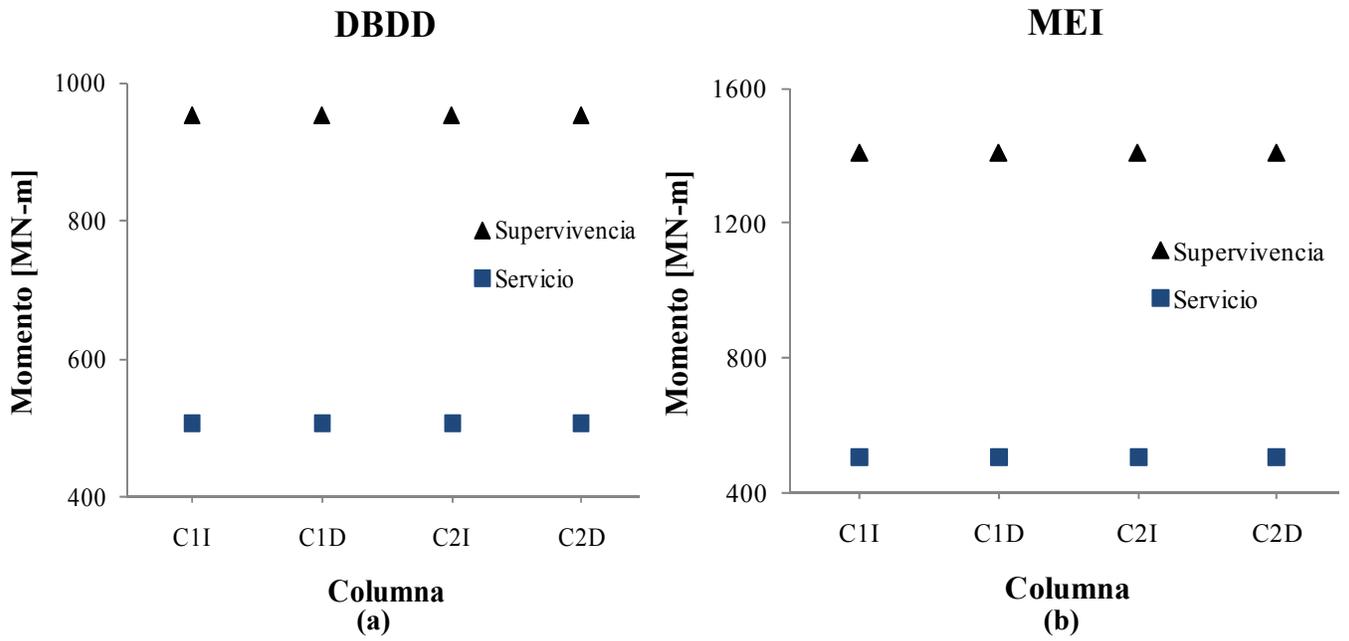


Figura 5.14. Resultados de momentos flexionantes en las columnas, (a) DBDD y (b) MEI

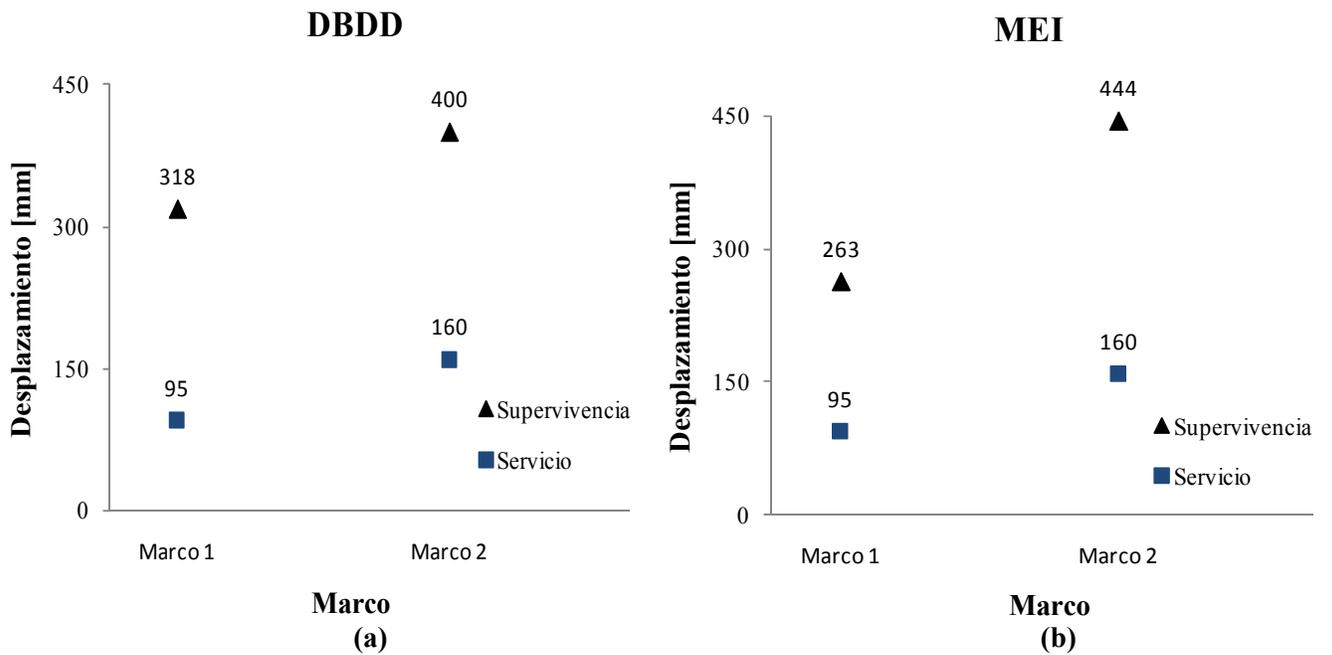


Figura 5.15. Resultados de desplazamientos en los marcos, (a) DBDD y (b) MEI

CAPÍTULO 6

EVALUACIÓN DE LOS MÉTODOS BASADOS EN DESPLAZAMIENTO, MEDIANTE ANÁLISIS ESTÁTICO Y DINÁMICO NO - LINEALES

6.1. INTRODUCCIÓN

Con el objeto de verificar los resultados obtenidos mediante los métodos DBDD y MEI se realizaron dos tipos de análisis, el primero fue del tipo estático no lineal incremental (*pushover*) y el segundo del tipo dinámico no-lineal de historia en el tiempo. Estos análisis se efectuaron con un modelo tridimensional del puente, con el cual se calcularon deformaciones inelásticas en las columnas del puente. Posteriormente se realizaron comparaciones con los métodos DBDD y MEI.

Uno de los problemas más importantes de la no linealidad durante un sismo, es el cálculo de la respuesta de estructuras después de su intervalo elástico (Chopra, 2007). Por esta razón el análisis no lineal en puentes ha ido ganando impulso por la necesidad de evaluar el comportamiento estructural inelástico bajo cargas sísmicas. Un análisis no lineal es complejo y comprende mucha simplificación de suposiciones, por lo que el ingeniero se debe familiarizar con las complejidades y suposiciones para que el diseño de puentes sea seguro y económico.

Muchos factores contribuyen al comportamiento no lineal de un puente, factores tales como la no linealidad del material, la no linealidad geométrica o también llamada efectos de segundo orden, interacción no lineal suelo – cimentación – estructura, grietas que se abren y se cierran en las rótulas y estribos y efectos dependientes del tiempo como es el flujo plástico, etc. (Akkari M. y Duan L., 2000).

Con la disponibilidad de códigos de computadora más seguros y confiables compatibles con el análisis dinámico no lineal, los métodos mencionados han ganado lugar en la práctica de la ingeniería para la evaluación de diseños estructurales llevados a cabo usando otros enfoques, como por ejemplo, el diseño convencional basado en fuerzas con el factor Q y el análisis lineal (Fardis, 2009). Por su parte, el análisis y modelo no lineal tridimensional (3D), permite una determinación más exacta de esfuerzos, deformaciones, fuerzas y desplazamientos de los componentes críticos, resultados que pueden ser luego utilizados para el diseño final de subsistemas de puentes o para evaluar la capacidad y ductilidad global de los mismos. Además, la interacción entre la respuesta en las direcciones ortogonales del puente y la variación de cargas axiales en las columnas flexionadas a lo largo del análisis son consideradas con mayor exactitud en un modelo 3D, lo que permite una correcta evaluación de la ductilidad y capacidad del sistema bajo cargas sísmicas o desplazamientos aplicados a lo largo de una dirección dada, no necesariamente alineada con el eje principal del puente (Aviram et al., 2008). Por lo anterior se decidió realizar un análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo) con un modelo tridimensional (3D) del puente, para evaluar la respuesta completa del sistema y los componentes individuales bajo una demanda sísmica específica.

6.2. ANÁLISIS ESTÁTICO NO LINEAL INCREMENTAL (*Pushover*)

El análisis estático no lineal incremental, también llamado *pushover*, se ha convertido en una herramienta para evaluar estructuras tanto existentes como nuevas. El propósito de realizar un análisis estático no lineal incremental (*pushover*) es evaluar el desempeño esperado de un sistema estructural

estimando su fuerza y demandas de deformación, para luego comparar estas demandas con las capacidades disponibles para los niveles de desempeño de interés. La evaluación se basa en el comportamiento de parámetros importantes incluyendo la distorsión global, la distorsión de entrepiso, la deformación inelástica de elementos y la deformación entre los mismos (Krawinkler y Seneviratna, 1998).

Existen metodologías disponibles para el análisis no lineal estático, como por ejemplo: el método del espectro de capacidad (MEC) que utiliza la intersección entre el espectro de capacidad y un espectro de respuesta reducido para estimar el máximo desplazamiento de la estructura; otro método, es el método del coeficiente de desplazamiento (MCD), el cual utiliza un análisis *pushover* y una versión modificada de la aproximación de iguales desplazamientos para estimar el máximo desplazamiento, como se menciona en el documento ATC-40.

Los procedimientos simplificados de análisis usando métodos *pushover*, tal como el MEC y el MCD, requieren la determinación de tres elementos primarios: capacidad, demanda (desplazamiento) y desempeño. A continuación se describe de forma breve cada uno de estos elementos:

Capacidad: La capacidad global de una estructura depende de la fuerza y la capacidad de deformación de los componentes individuales de la estructura. Para determinar la capacidad después del límite elástico, se requieren algunas formas de análisis no lineal, tal como el procedimiento *pushover*. Este procedimiento usa una serie secuencial de análisis elásticos superpuestos, para aproximar un diagrama de capacidad (fuerza - desplazamiento) de toda la estructura. El modelo matemático de la estructura se modifica para tomar en cuenta la resistencia reducida de los componentes que se encuentran fluyendo. Una distribución de fuerza lateral es nuevamente aplicada hasta adicionar componentes al intervalo inelástico (después de la fluencia). Este procedimiento es repetido hasta que la estructura empieza a ser inestable o hasta que un límite predeterminado sea alcanzado. Algunos programas como el SAP2000, permiten realizar modelos en 3D y pueden crear directamente la curva *pushover*. La cual aproxima el comportamiento de la estructura después de que ésta ha excedido el límite elástico.

Demanda (desplazamiento): Los movimientos del terreno durante un sismo producen complejos modelos de desplazamientos horizontales en estructuras, que quizás varíen con el tiempo. Rastrear este movimiento en cada paso de tiempo para determinar los requerimientos de diseño estructural es poco práctico. Para los métodos estáticos no lineales es más directo el uso de un conjunto de desplazamientos laterales como una condición de diseño para una estructura y movimiento de terreno dados. La demanda de desplazamiento es una estimación de la respuesta máxima esperada del puente durante el movimiento del terreno.

Desempeño: Una vez definidas las curvas de capacidad y demanda, puede revisarse el desempeño del puente. Una revisión del desempeño verifica que los componentes estructurales y no estructurales no hayan sido dañados más allá de los límites aceptables del objetivo de desempeño, para las fuerzas y desplazamientos implicados por la demanda de desplazamiento.

En el presente trabajo se aplica el método del espectro de capacidad (MEC), el cual es resumido brevemente a continuación:

6.2.1. Método del espectro de capacidad (MEC)

Para poder usar el MEC, es necesario convertir la curva de capacidad en la parte superior de la columna (para el caso de puentes), la misma que se encuentra en términos de cortante basal y desplazamiento, al que es llamado espectro de capacidad (ver figura 6.1), el cual es una representación

de la curva de capacidad en el formato de Espectro de Respuesta Aceleración – Desplazamiento (ERAD) (S_a vs. S_d), según ATC-40. Las ecuaciones que se requieren para hacer las transformaciones son:

$$FP_1 = \frac{[\sum_{i=1}^N (m_i \phi_{i1})]}{[\sum_{i=1}^N (m_i \phi_{i1}^2)]} \quad (6.1)$$

$$\alpha_1 = \frac{[\sum_{i=1}^N (m_i \phi_{i1})]^2}{[\sum_{i=1}^N m_i][\sum_{i=1}^N (m_i \phi_{i1}^2)]} \quad (6.2)$$

donde:

FP_1 = Factor de participación modal de masas para el primer modo.

m_i = Masa asignada al nivel i .

α_1 = Coeficiente modal de masa para el primer modo.

ϕ_{i1} = Amplitud del primer modo en el nivel i .

N = Nivel más alto en la estructura.

$$S_a = \frac{V/W}{\alpha_1} \quad (6.3)$$

$$S_d = \frac{\Delta_{sup}}{PF_1 \phi_{sup,1}} \quad (6.4)$$

donde:

V = Cortante basal

W = Peso de la estructura

Δ_{sup} = Desplazamiento en la parte superior de la columna (en puentes)

S_a = Aceleración espectral

S_d = Desplazamiento espectral

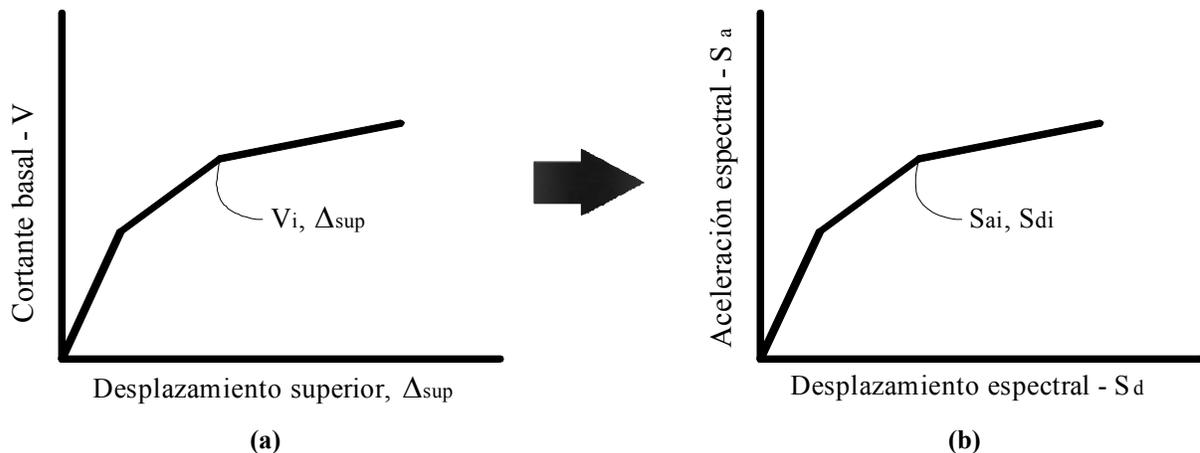


Figura 6.1. (a) Curva de capacidad (curva pushover) y (b) Espectro de capacidad

Después de la conversión, es necesario comparar la demanda sísmica con la capacidad que tiene el puente, es decir se tiene que comparar el espectro de respuesta con el espectro de capacidad obtenido del análisis estático no lineal, en el formato S_a vs S_d (ver figura 6.2).

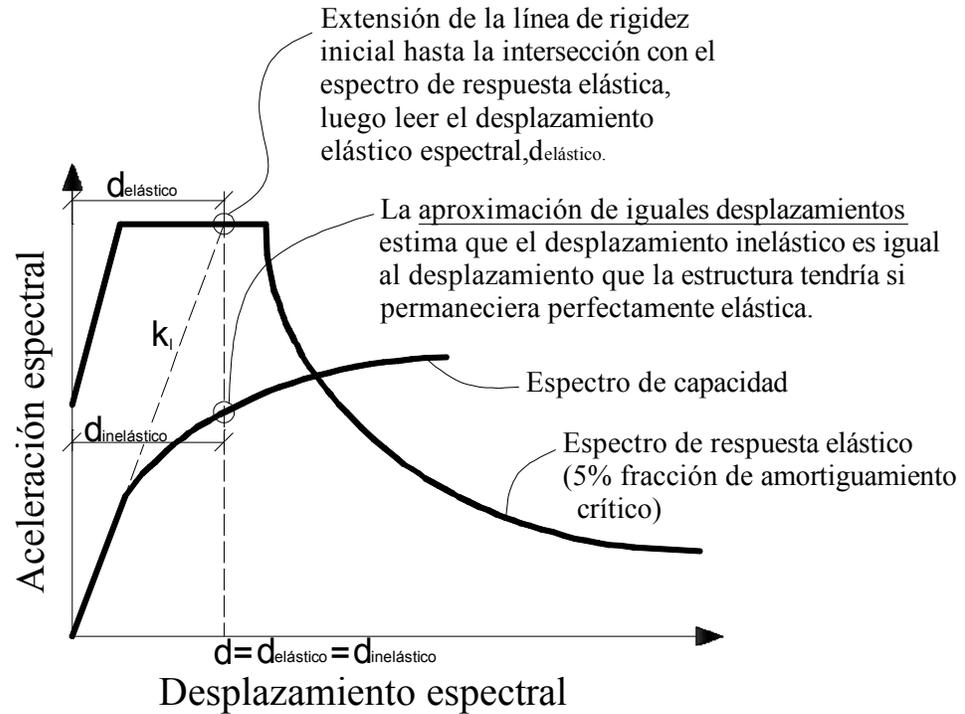


Figura 6.2. Aproximación de iguales desplazamientos

Es necesario que la curva de capacidad tenga una forma bilineal, para poder compararla con la curva de demanda, e identificar fácilmente el punto de fluencia y poder encontrar la ductilidad del sistema. Luego, a través de factores de reducción (por ejemplo: μ , R^*), se reduce la demanda elástica para considerar la demanda inelástica. Además se necesita ubicar el punto de desempeño (ver figura 6.3), el cual indica la capacidad que tiene la estructura para soportar cierto sismo (demanda).

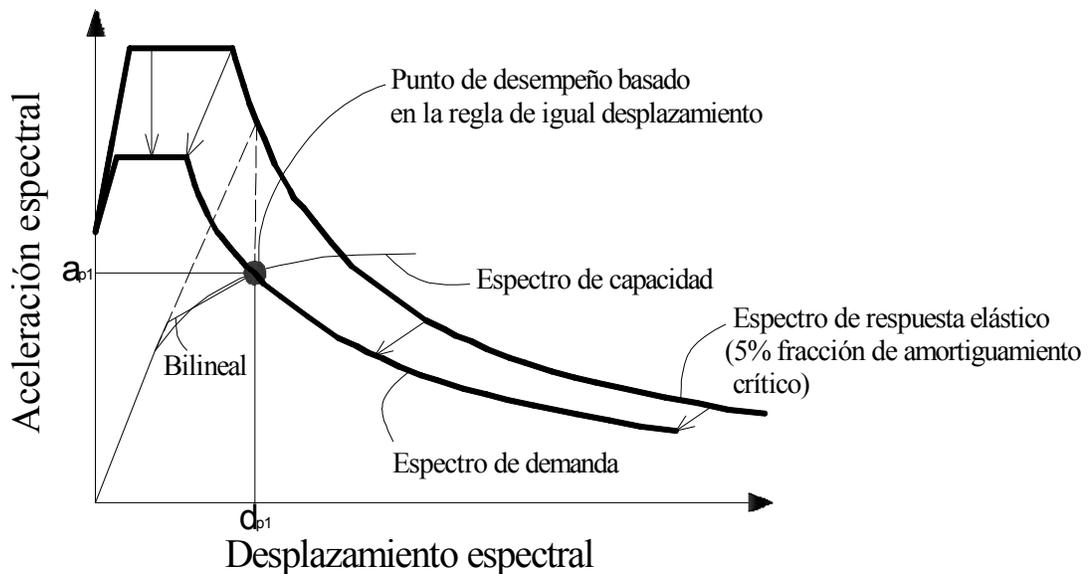


Figura 6.3. Espectro de demanda, espectro de capacidad y punto de desempeño

El análisis no lineal estático (*pushover*) del puente “Supervía” se realizó en el programa *SAP2000*, el cual se supone que el comportamiento no lineal ocurre en las columnas, específicamente en las rótulas plásticas. En el programa *SAP2000* se tiene la opción de introducir las propiedades a cada rótula (Shattarat et al., 2008). En éste trabajo se asignó una fuerza axial acoplada con el momento biaxial en la rótula (P3-M2-M3), tanto en la parte inferior como en la parte superior de la columna. Esto con el objeto de poder reproducir la doble curvatura que se genera en la columna del puente por tener una superestructura muy rígida. Las fuerzas introducidas fueron calculadas de un análisis modal previo; se aplicó a cada columna la fuerza cortante determinada combinando las fuerzas cortantes obtenidas de los dos primeros modos, con la regla RCSC.

La curva de capacidad obtenida (ver figura 6.4), es cortó en el paso 6 del análisis, debido a que en este paso se produjo la rotación plástica (ecuación 6.5) encontrada en las columnas, según el diagrama momento curvatura. La curvatura de fluencia es ϕ_y es igual a 0.00067 m^{-1} y la curvatura última de la sección ϕ_u es igual a 0.006 m^{-1} (ver capítulo 3, sección 3.3); además, la longitud de rótula plástica para la columna más crítica es 1.37m. Luego de reemplazar estos valores en la ecuación 6.5, se obtuvo el valor de la rotación plástica ($\theta_p = 0.0073$).

$$\theta_p = (\phi_u - \phi_y)L_p \quad (6.5)$$

A continuación se muestra la curva de capacidad, también llamada curva pushover para el puente “Supervía” (ver figura 6.4). Se puede apreciar que la ductilidad de desplazamiento encontrada mediante el análisis estático no lineal es de $\mu_\Delta = 2.20$, valor cercano al que se obtuvo utilizando el método MEI, en el cual fue de $\mu_\Delta = 1.95$. Con este valor de ductilidad se obtuvieron los desplazamientos, fuerzas cortantes y momentos flexionantes para dicho método.

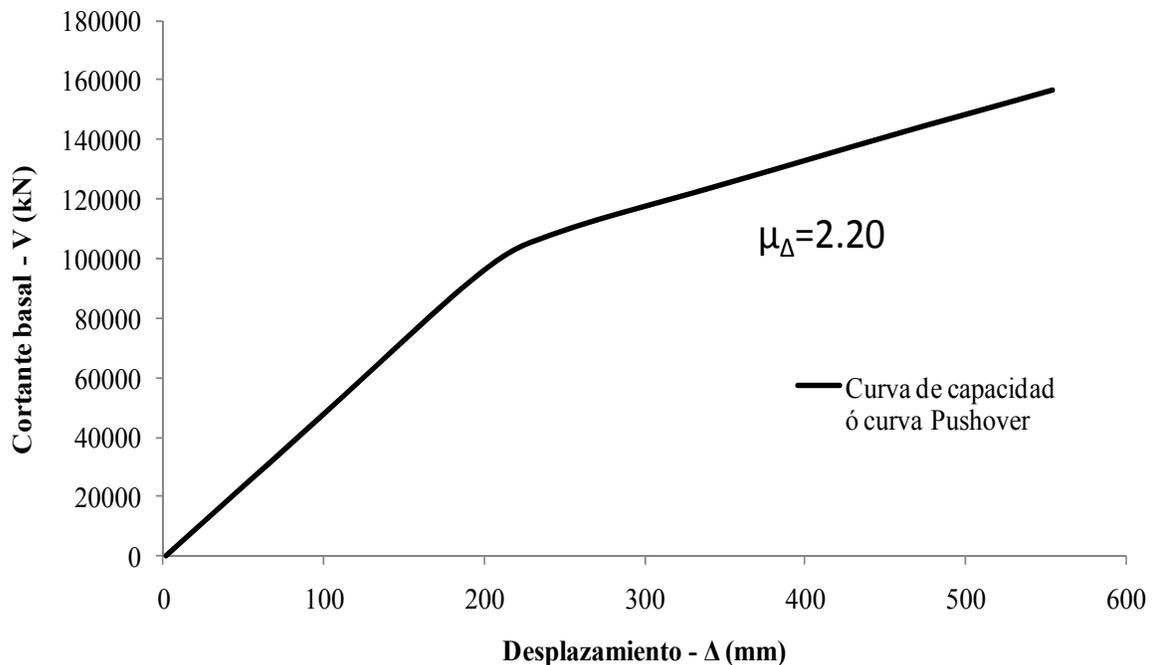


Figura 6.4. Curva de capacidad o curva pushover

La figura 6.5 muestra el espectro de capacidad y distintos espectros de demanda. Se puede apreciar claramente que el sismo de servicio que corresponde al sismo de CU, escalado en 2.5 veces, demanda al puente desplazamientos que hacen que la estructura permanezca en el intervalo elástico. Algo similar ocurre con el espectro elástico del Apéndice A NTC-Sismo (2004) para la zona I que corresponde a

suelo rocoso escalado 1.5 veces, debido a las recomendaciones dadas para éste tipo de estructuras (estructuras importantes).

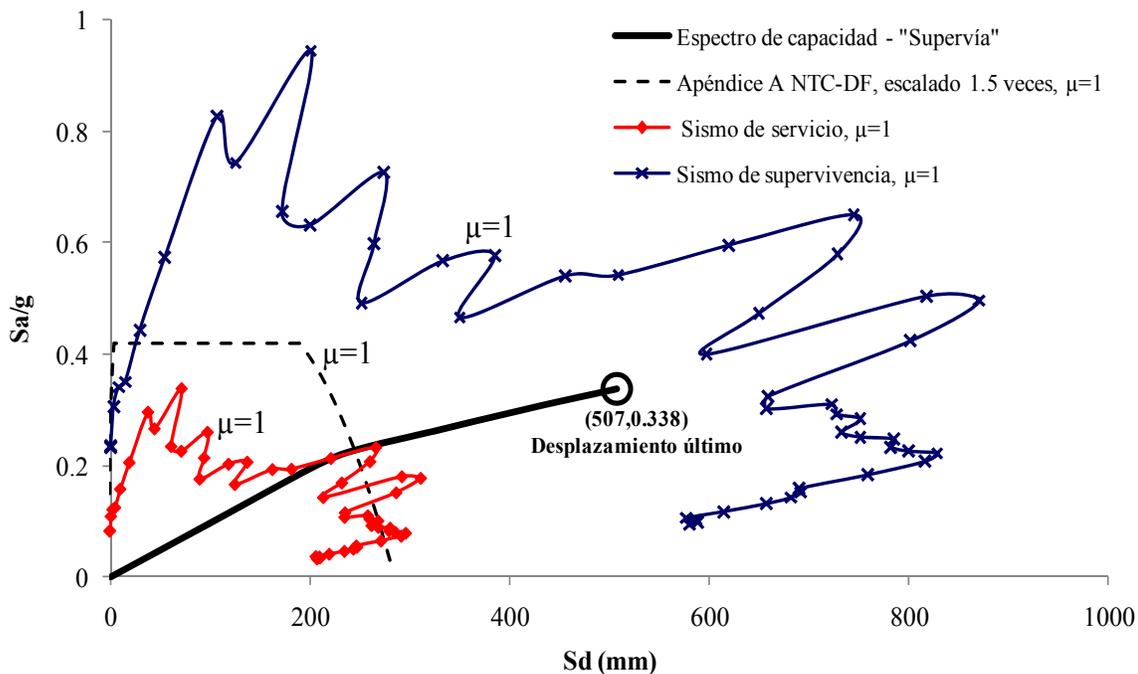


Figura 6.5. Espectro de capacidad y espectros de respuesta elásticos ($\mu=1$)

Para el espectro de respuesta elástico asociado al sismo de supervivencia (sismo de CU, escalado en 7 veces), la estructura no es capaz de soportar la demanda elásticamente, por lo que se utiliza la regla de iguales desplazamientos (Newmark y Hall, 1982).

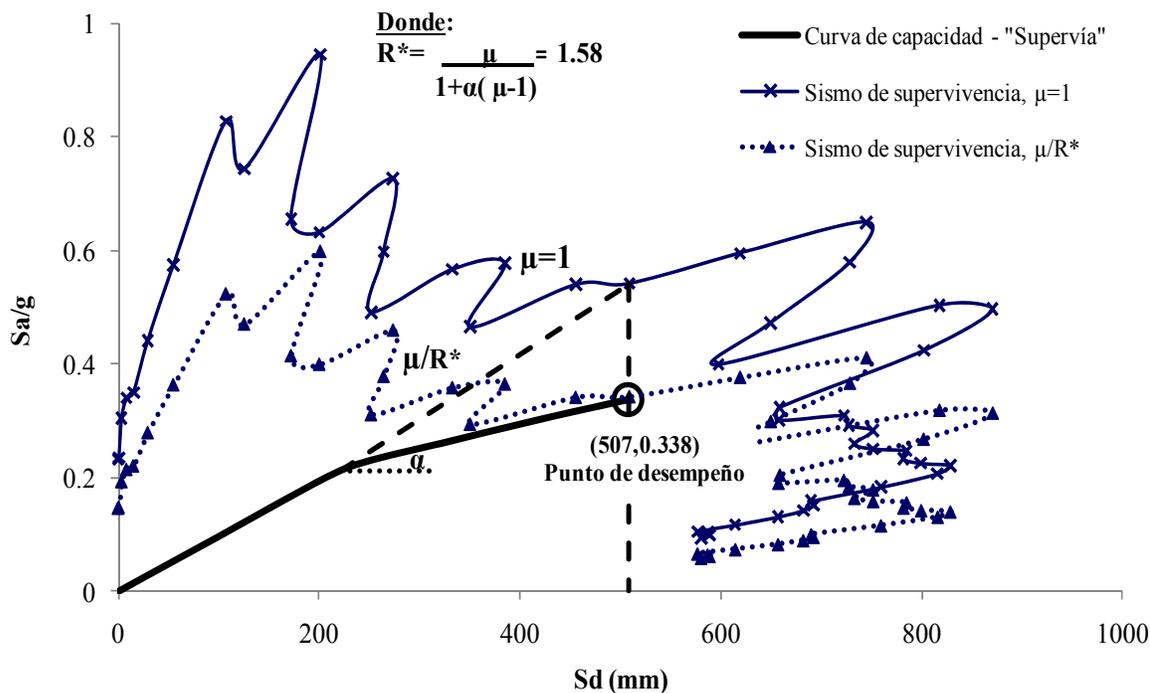


Figura 6.6. Espectro de capacidad, espectro de demanda y punto de desempeño del puente "Supervía"

Se puede apreciar (ver figura 6.6), que el puente tiene capacidad para soportar la demanda sísmica (sismo de supervivencia) en el intervalo inelástico, pero sin ninguna reserva de desplazamiento adicional. Esto se debe a que la demanda de desplazamiento (espectro elástico dividido entre R^*) que le impone el sismo es exactamente la misma que el desplazamiento máximo ($\Delta_u = 507\text{mm}$) que el puente puede resistir según el análisis estático no lineal incremental (*pushover*). En otras palabras, el puente “Supervía” luego de ocurrido este sismo quedaría sin capacidad adicional para soportar cargas o desplazamientos.

El factor de reducción R^* (endurecimiento), el cual se utiliza para reducir el espectro elástico cuando se trata de una curva de capacidad con respuesta bilineal, se muestra con más detalle en el Apéndice B.

A continuación se muestra (ver figura 6.7), la curva de capacidad global de la estructura y las curvas de capacidad de los elementos (columnas). Se aprecia claramente que las columnas que llegan a su capacidad máxima son las columnas cortas (C1I y C1D) asociadas al paso 6, mientras que las columnas largas (C2I y C2D) aún se encuentran en el rango elástico. Se muestra también en la figura 6.7 que la ductilidad que tienen las columnas cortas es mayor que la ductilidad que presentan las columnas largas.

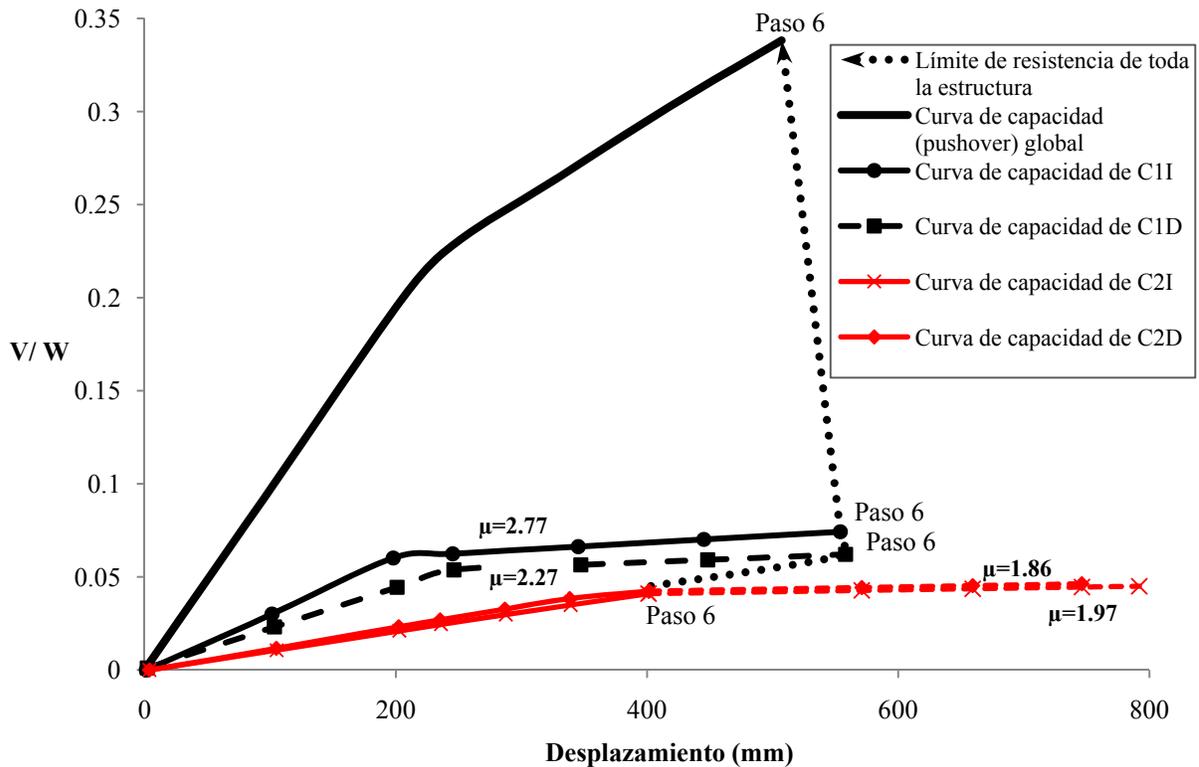


Figura 6.7. Curva de capacidad del sistema y curvas de capacidad de los elementos (columnas) del puente “Supervía”

6.3. MODELO DEL PUENTE PARA EL ANÁLISIS DINÁMICO NO LINEAL

El modelo (3D) del puente y el análisis de historia en el tiempo fueron desarrollados en el programa *SAP2000*. Este programa considera la integración directa para la solución de diferentes ecuaciones de movimiento para un análisis no lineal de historia en el tiempo. En el programa *SAP2000*, cuando se usa la integración directa para análisis no lineales transitorios (transient analysis), se considera automáticamente en el algoritmo todos los tipos de no linealidades, como son la no linealidad del material y la no linealidad geométrica. Además, un análisis de historia en el tiempo no lineal con integración directa puede partir de condiciones iniciales nulas (estructura descargada), continuar de un análisis estático no lineal (pushover) o también de otro análisis no lineal de historia en el tiempo con integración directa, por lo que la no linealidad geométrica es tomada del caso de análisis previo. Para un puente sin daños el análisis puede ser llevado a cabo incluyendo solamente los efectos de la carga de gravedad.

Los métodos de integración que podemos encontrar disponibles en el programa *SAP2000* son los métodos de la familia Newmark, Wilson y Hilber, Hughes y Taylor (HHT), Collocation y el método de Chung y Hulbert. Como se explicará con mayor detalle posteriormente (ver tabla 6.2), el método de Newmark (aceleración promedio, aceleración) y el método de HHT son los que deberán ser usados en el caso de un análisis sísmico.

El puente fue modelado considerando la superestructura lineal – elástica, es decir que no fueron consideradas las no-linealidades para los elementos de la superestructura en el análisis del puente; mientras que las columnas, fueron modeladas considerando la no linealidad geométrica y la no linealidad del material.

El análisis de historia en el tiempo toma en cuenta las no linealidades o degradación de resistencia de los diferentes elementos del puente (columnas, estribos, etc.). La carga en un análisis de historia en el tiempo es el desplazamiento de la cimentación o la aceleración del suelo; los desplazamientos de diseño no son establecidos usando un desplazamiento objetivo, pero en su lugar son determinados directamente a través del análisis dinámico usando archivos de acelerogramas. Las fuerzas inerciales son producidas en la estructura cuando ésta se deforma debido al movimiento del terreno.

De acuerdo con lo recomendado por muchos autores (Aviram et al., 2008; Priestley et al., 2007, Eurocode 8), el análisis de historia en el tiempo se debe realizar usando diferentes acelerogramas, aplicados en diferentes direcciones para asegurar que todos los modos significativos sean excitados y la dirección del sismo crítico sea capturada, produciendo la respuesta máxima y una buena estimación de la demanda sísmica en la estructura. Durante el análisis, la capacidad de la componente principal del puente se evalúa como una función del tiempo, basada en el comportamiento no lineal, determinado para los elementos y materiales (Aviram et al., 2008).

En el presente trabajo se realizó el análisis dinámico no lineal, con el objetivo de evaluar los métodos tanto para el sismo asociado al estado límite de servicio (sismo de CU escalado 2.5 veces), como para el sismo asociado al estado límite de supervivencia (sismo de CU escalado 7 veces). Además, se aplicaron los registros escalados completos (ver capítulo 5) al modelo del puente. Es necesario mencionar que sólo se utilizaron estos registros, ya que el objetivo no es el de diseño del puente, sino el de evaluar la capacidad que tienen las metodologías (DBDD y MEI) para proporcionarnos resultados adecuados de desplazamiento, fuerzas, etc., ante un sismo dado y para un puente de características irregulares; como se mencionó en el primer capítulo, para que las metodologías puedan ser utilizadas de una manera adecuada para el diseño de puentes.

6.3.1. Métodos de Solución

El enfoque más general para la solución de la respuesta dinámica de sistemas estructurales es la integración numérica directa de las ecuaciones de equilibrio dinámico en un punto discreto en el tiempo. Este análisis es inicializado en la condición estática, sin perturbaciones, de la estructura y repetido para la duración del acelerograma de entrada. Se utilizaron iguales incrementos de tiempo para obtener la respuesta completa de historia en el tiempo bajo una excitación específica.

Los métodos de solución paso a paso, tienden a satisfacer el equilibrio dinámico en pasos de tiempo discretos y requieren algunas iteraciones, especialmente cuando el comportamiento no lineal es desarrollado en la estructura y la rigidez del sistema estructural completo debe ser recalculada debido a la degradación de resistencia y distribución de fuerzas. Numerosas técnicas han sido estudiadas por diversos investigadores y son generalmente clasificadas como métodos de integración explícita o integración implícita. Las consideraciones más importantes para la selección del método de integración directa para una estructura en particular, son las estabilidad y la exactitud de los resultados (Aviram et al., 2008).

Los métodos de integración directa explícita son rápidos, ya que no requieren iteración dentro de cada paso de tiempo, y permiten algún tipo de amortiguamiento y no linealidad en el modelo; sin embargo, estos métodos requieren un paso de tiempo muy pequeño para obtener resultados estables. La integración directa implícita de las ecuaciones diferenciales de movimiento requiere de iteraciones en cada paso de tiempo para lograr el equilibrio y son computacionalmente demandantes, aunque estos también permiten algún tipo de amortiguamiento y la no linealidad en el modelo estructural. Entre los métodos de integración implícitos están los denominados de la familia Newmark y el α – método de Hilber Huges y Taylor, recomendados para el análisis de historia en el tiempo en puentes (Aviram et al., 2008).

6.3.1.1. Métodos de Newmark

La familia de métodos que desarrolló Newmark en 1959 basados en un solo paso de integración, ha sido comúnmente aplicada al análisis dinámico de muchas estructuras bajo cargas de sismo. Estos métodos han sido modificados y mejorados por algunos investigadores. Un gran número de métodos de integración numérica son posibles sólo especificando los diferentes parámetros de integración para el método de Newmark. A continuación se muestra el uso de esta familia de métodos de integración numérica, considerando la solución de las ecuaciones de equilibrio de la dinámica lineal:

$$M\ddot{u}_t + C\dot{u}_t + Ku_t = F_t \quad (6.6)$$

El uso directo de las series de Taylor provee un riguroso enfoque para obtener las siguientes dos ecuaciones adicionales:

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t\dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^3}{6}\dddot{u}_{t-\Delta t} + \dots \quad (6.7)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \Delta t\ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2}\dddot{u}_{t-\Delta t} + \dots \quad (6.8)$$

Newmark truncó estas ecuaciones y las expresó de la siguiente forma:

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t\dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta\Delta t^3\ddot{u} \quad (6.9)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t^2 \ddot{u} \quad (6.10)$$

donde β y γ , son parámetros de integración, los cuales dependerán del método elegido (ver tabla 6.2).

Si suponemos que la aceleración es lineal con el paso del tiempo. Se puede escribir la siguiente ecuación:

$$\ddot{u} = \frac{(\ddot{u}_t - \ddot{u}_{t-\Delta t})}{\Delta t} \quad (6.11)$$

Sustituyendo la ecuación (6.11) en las ecuaciones (6.9) y (6.10), se muestran a continuación las fórmulas de Newmark en su forma convencional:

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 \ddot{u}_{t-\Delta t} + \beta \Delta t^2 \ddot{u}_t \quad (6.12)$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + (1 - \gamma) \Delta t \ddot{u}_{t-\Delta t} + \gamma \Delta t \ddot{u}_t \quad (6.13)$$

Newmark resolvió las ecuaciones anteriores (6.12) y (6.13) por iteración para cada paso de tiempo, en cada grado de libertad de desplazamiento del sistema estructural. El término \ddot{u}_t se obtiene de la ecuación (6.6), al dividirla por la masa asociada con el grado de libertad.

En 1962 Wilson reformuló el método de Newmark en la forma de notación matricial, agregó la rigidez y la masa proporcional al amortiguamiento y eliminó la necesidad de iteración, introduciendo la solución directa de ecuaciones en cada paso de tiempo. Lo anterior requiere que las ecuaciones (6.12) y (6.13) sean reescritas de la siguiente forma:

$$\ddot{u}_t = b_1(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (6.14)$$

$$\dot{u}_t = b_4(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t} \quad (6.15)$$

donde las constantes b_1 a b_6 son definidas en la tabla 6.1. La sustitución de las ecuaciones (6.14 y 6.15) en la ecuación (6.6) permite el equilibrio dinámico del sistema en el tiempo "t" que la ecuación sea escrita en términos del desplazamiento desconocido del nudo u_t , o de la siguiente manera:

$$(b_1 M + b_4 C + K) u_t = F_t + M(b_1 u_{t-\Delta t} - b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t}) + C(b_4 u_{t-\Delta t} - b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t}) \quad (6.16)$$

A continuación, en la siguiente tabla se resume el algoritmo de integración directa de Newmark:

Tabla 6.1 Resumen del método de Newmark de integración directa

I. Cálculos iniciales	
A.	Forma estática de la matriz de rigidez K, matriz de masa M y matriz de amortiguamiento C.
B.	Especificar los parámetros de integración β y γ .
C.	Calcular las constantes de integración:

$$b_1 = \frac{1}{\beta \Delta t^2}; b_2 = \frac{1}{\beta \Delta t}; b_3 = \beta - \frac{1}{2}$$

Continúa tabla 6.1 ...

$$b_4 = \gamma \Delta t b_1; \quad b_5 = 1 + \gamma \Delta t b_2; \quad b_6 = \Delta t(1 + \gamma b_3 - \gamma)$$

D. Formar la matriz de rigidez efectiva:

$$\bar{K} = K + b_1 M + b_4 C$$

E. Luego la matriz de rigidez efectiva queda de la siguiente forma:

$$\bar{K} = LDL^T$$

F. Especificar las condiciones iniciales de desplazamiento, velocidad y aceleración:

$$u_0, \dot{u}_0, \ddot{u}_0$$

II. Para cada paso de tiempo: $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$

A. Calcular el vector de cargas efectivo:

$$\bar{F} = F_t + M(b_1 u_{t-\Delta t} - b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} - b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t}) + C(b_4 u_{t-\Delta t} - b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} - b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t})$$

B. Resolver para cada desplazamiento del nodo el vector en el tiempo t : (hacia delante y sólo sustitución regresiva)

$$LDL^T u_t = \bar{F}_t$$

C. Calcular las velocidades y aceleraciones del nodo en el tiempo t :

$$\dot{u}_t = b_4(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_5 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_6 \ddot{u}_{t-\Delta t}$$

$$\ddot{u}_t = b_1(u_t - u_{t-\Delta t}) + b_2 \dot{u}_{t-\Delta t} + b_3 \ddot{u}_{t-\Delta t}$$

D. Ir al paso II.A con $t = t + \Delta t$

Para amortiguamiento cero, el método de Newmark es condicionalmente estable sí:

$$\gamma \geq \frac{1}{2}, \beta \leq \frac{1}{2} \quad y \quad \Delta t \leq \frac{1}{\omega_{M\acute{a}x} \sqrt{\gamma/2 - \beta}} \quad (6.17)$$

donde $\omega_{M\acute{a}x}$ es la máxima frecuencia en el sistema estructural. El método de Newmark es incondicionalmente estable sí:

$$2\beta \geq \gamma \geq \frac{1}{2} \quad (6.18)$$

Sin embargo, si γ es mayor que $\frac{1}{2}$, se introducen ciertos errores. Estos errores son asociados con el “amortiguamiento numérico” y “alargamiento del periodo” (Wilson, 1998). Para grandes sistemas de múltiples grados de libertad, el paso de tiempo límite dado por la ecuación (6.17), se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{\Delta t}{T_{M\acute{i}n}} \leq \frac{1}{2\pi \sqrt{\gamma/2 - \beta}} \quad (6.19)$$

Los modelos realizados en computadora para grandes estructuras reales normalmente contienen un gran número de periodos que son más pequeños que el paso del tiempo; para esto es esencial seleccionar un método de integración numérica que sea incondicional para todos los pasos de tiempo.

6.3.1.2. Método de aceleración promedio

El método de aceleración promedio es idéntico a la regla trapezoidal que ha sido usada, por aproximadamente 100 años, para evaluar numéricamente ecuaciones diferenciales de segundo orden (Wilson, 1998). La regla puede ser fácilmente derivada de las expresiones truncadas de las series de Taylor:

$$\begin{aligned}
 u_t &= u_{t-\Delta t} + \tau \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\tau^2}{2} \ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\tau^3}{6} \dddot{u}_{t-\Delta t} + \dots \\
 &\approx u_{t-\Delta t} + \tau \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\tau^2}{2} \left(\frac{\ddot{u}_{t-\Delta t} + \ddot{u}_t}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{6.20}$$

donde τ varía dentro del paso de tiempo. Además, la velocidad es obtenida derivando la ecuación (6.20) respecto de la variable τ , de donde se obtiene la ecuación 6.21:

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \tau \left(\frac{\ddot{u}_{t-\Delta t} + \ddot{u}_t}{2} \right) \tag{6.21}$$

sí $\tau = \Delta t$,

$$u_t = u_{t-\Delta t} + \Delta t \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{4} \ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t^2}{4} \ddot{u}_t \tag{6.22}$$

$$\dot{u}_t = \dot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_{t-\Delta t} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{u}_t \tag{6.23}$$

Estas ecuaciones son iguales a las ecuaciones 6.12 y 6.13 de Newmark con $\gamma = 1/2$ y $\beta = 1/4$.

Además, puede mostrarse que el método de aceleración promedio conserva la energía para el problema de vibración libre $M\ddot{u}_t + Ku_t = 0$ para todos los posibles pasos de tiempo. Además, la suma de la energía cinética y la energía de deformación es constante:

$$2E = \dot{u}_t^T M \dot{u}_t + u_t^T K u_t = \dot{u}_{t-\Delta t}^T M \dot{u}_{t-\Delta t} + u_{t-\Delta t}^T K u_{t-\Delta t} \tag{6.24}$$

6.3.1.3. El Método α (Hilber, Hughes y Taylor)

El método α usa el método de Newmark para resolver la siguiente ecuación modificada de movimiento:

$$M\ddot{u}_t + (1 + \alpha)C\dot{u}_t + (1 + \alpha)Ku_t = (1 + \alpha)F_t - \alpha F_t + \alpha C\dot{u}_{t-\Delta t} + \alpha Ku_{t-\Delta t} \tag{6.25}$$

Cuando α es igual a cero, el método se reduce al método de aceleración constante. Esto produce energía de disipación numérica en los modos altos; sin embargo, no puede ser predeterminado como

una fracción de amortiguamiento como en el uso de una rigidez proporcional al amortiguamiento. También, éste método no resuelve la ecuación de equilibrio fundamental en el tiempo t . Sin embargo, recientemente se está empezando a usar éste método en muchos programas de computadora.

Los métodos de integración comúnmente usados se resumen a continuación en la siguiente tabla:

Tabla 6.2 Resumen de los métodos de Newmark modificados por el factor δ

Método	γ	β	δ	Estabilidad	Exactitud
Diferencia central	1/2	0	0	$\frac{\Delta t}{T_{\text{Mín}}} < 0.3183$	Excelente para pequeño Δt Inestable para grandes Δt
Aceleración lineal	1/2	1/6	0	$\frac{\Delta t}{T_{\text{Mín}}} < 0.5513$	Muy bueno para pequeño Δt Inestable para grandes Δt
Aceleración promedio	1/2	1/4	0	$\frac{\Delta t}{T_{\text{Mín}}} < \infty$	Bueno para pequeño Δt No energía de disipación
Aceleración promedio modificada	1/2	1/4	$\frac{\Delta t}{\pi}$	$\frac{\Delta t}{T_{\text{Mín}}} < \infty$	Bueno para pequeño Δt Energía de disipación para grandes Δt

Debido a la estabilidad incondicional del algoritmo, el método de la aceleración promedio (constante) es el método más ampliamente usado para el análisis dinámico paso a paso de grandes y complejos sistemas estructurales, en los que se pueden presentar un gran número de periodos cortos (Aviram et al., 2008).

El método de Newmark de aceleración constante puede ser aplicado a análisis dinámicos no lineales. Para esto se requiere que la iteración sea aplicada en cada paso de tiempo para satisfacer el equilibrio. Se han desarrollado distintas técnicas de solución numérica para minimizar los requerimientos computacionales. Algunos de estos métodos emplean métodos de solución iterativos que resultan razonablemente eficientes en tiempos de análisis. Por otro lado, algunos autores (Wilson, 1998; Aviram et al., 2008), recomiendan el uso del método de aceleración constante de Newmark, para análisis dinámicos no lineales de sistemas estructurales.

6.3.2. Matriz de Amortiguamiento

El amortiguamiento es el proceso por el cual la vibración libre continuamente disminuye en amplitud. Se define completamente la matriz de amortiguamiento cuando no se aplica el clásico análisis modal, el cual no es aplicable a sistemas no lineales aún si el amortiguamiento tiene la forma clásica. El amortiguamiento clásico es una idealización apropiada si los mecanismos de amortiguamiento son similares y distribuidos a lo largo de la estructura (Chopra, 2007). Por facilidad para la integración numérica de las ecuaciones no lineales de movimiento, la matriz de amortiguamiento c , es típicamente considerada del amortiguamiento de Rayleigh.

6.3.2.1. Amortiguamiento de Rayleigh

Las siguientes ecuaciones relacionan el amortiguamiento dependiente de la masa (ecuación 6.26) y de la rigidez (ecuación 6.27):

$$c = a_0 m \quad (6.26)$$

$$c = a_1 k \quad (6.27)$$

donde las constantes a_0 y a_1 tienen unidades de s^{-1} y s , respectivamente. También se puede relacionar las fracciones de amortiguamiento modal para un sistema con amortiguamiento dependiente de la masa para el coeficiente a_0 . A continuación se muestra el amortiguamiento generalizado para el n -ésimo modo:

$$C_n = a_0 M_n \quad (6.28)$$

Además la fracción de amortiguamiento modal puede ser definida para cada modo, como:

$$\xi_n = \frac{C_n}{2M_n \omega_n} \quad (6.29)$$

Podemos expresar la ecuación anterior de la siguiente manera:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} \quad (6.30)$$

Se puede apreciar que la fracción de amortiguamiento asociado con la masa, es inversamente proporcional a la frecuencia natural ω_n o directamente proporcional al periodo. El coeficiente a_0 puede ser seleccionado para obtener un valor específico de fracción de amortiguamiento crítico en algún modo, por decir ξ_i para el i -ésimo modo, la ecuación queda de la siguiente manera:

$$a_0 = 2\xi_i \omega_i \quad (6.31)$$

Una vez obtenido el coeficiente a_0 , se puede determinar la matriz de amortiguamiento c (ver ecuación 6.26) y la fracción de amortiguamiento crítico, estará dada por la ecuación (6.30).

De forma similar, la fracción de amortiguamiento modal, para un sistema con amortiguamiento que está asociado a la rigidez, puede ser relacionada con el coeficiente a_1 , como:

$$C_n = a_1 \omega_n^2 M_n \quad (6.32)$$

$$\xi_n = \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (6.33)$$

Podemos apreciar que la fracción de amortiguamiento se incrementa linealmente con la frecuencia natural ω_n . Además el coeficiente a_1 puede ser seleccionado para obtener un valor específico de la fracción de amortiguamiento en algún modo, por decir ξ_j para el j -ésimo modo, el cual se aprecia en la siguiente ecuación:

$$a_1 = \frac{2\xi_j}{\omega_j} \quad (6.34)$$

Una vez determinado a_1 , la matriz de amortiguamiento c será conocida (ver ecuación 6.27) y la fracción de amortiguamiento en algún otro modo está dada por la ecuación (6.33). Por otro lado, ninguna de las matrices que fueron definidas en la ecuación (6.26 y 6.27) son apropiadas para análisis de sistema de múltiples grados de libertad (MGL). Además se puede apreciar en la figura 6.8 que la variación de las fracciones de amortiguamiento modal con las frecuencias naturales, no son consistentes con los datos experimentales, que indican aproximadamente la misma fracción de amortiguamiento para varios modos de vibración de una estructura (Chopra 2007).

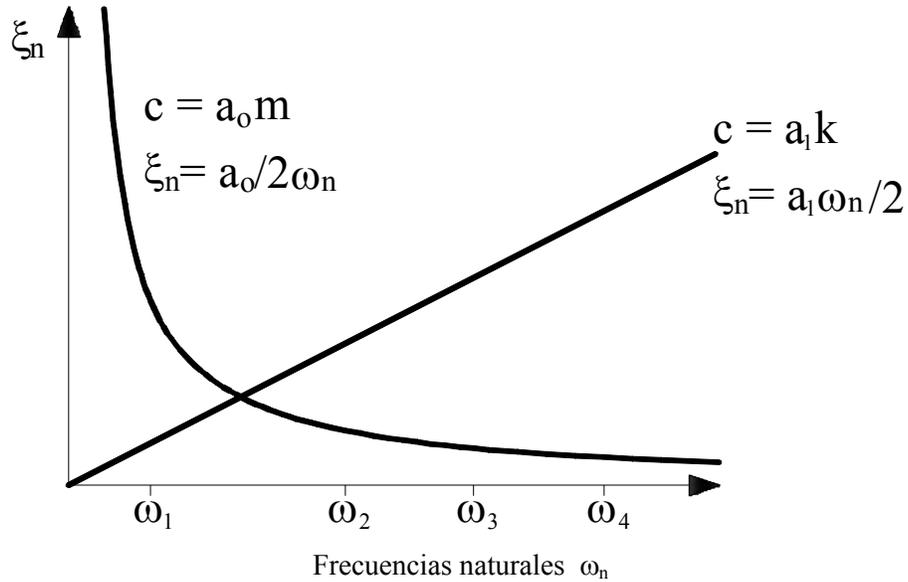


Figura 6.8. Variación de los radios de amortiguamiento modal con la frecuencia natural: amortiguamiento proporcional a la masa y rigidez

Se puede considerar el amortiguamiento de *Rayleigh* como el procedimiento a seguir para construir una matriz de amortiguamiento clásico consistente con los datos experimentales y que sea aplicable a sistemas de MGL, expresado por la ecuación 6.35, el cual representa una combinación lineal de la matriz de masas, m , y la matriz de rigidez, k .

$$c = a_0 m + a_1 k \quad (6.35)$$

Entonces el amortiguamiento para el n -ésimo modo del sistema queda definido de la siguiente manera:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2} \frac{1}{\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (6.36)$$

Los coeficientes a_0 y a_1 pueden ser determinados de fracciones de amortiguamiento específicas ξ_i y ξ_j para el i -ésimo y j -ésimo modo, respectivamente. Podemos expresar la ecuación (6.36) matricialmente como:

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1/\omega_i & \omega_i \\ 1/\omega_j & \omega_j \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \xi_i \\ \xi_j \end{Bmatrix} \quad (6.37)$$

Si suponemos que ambos modos tienen la misma fracción de amortiguamiento crítico ξ , el cual es razonable, basado en datos experimentales (Chopra, 2007), podemos expresar los coeficientes a_0 y a_1 , como:

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i\omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad (6.38)$$

$$a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (6.39)$$

Además se puede apreciar en la figura 6.9 que el radio de amortiguamiento para algún otro modo (ver ecuación 6.36), varía con la frecuencia natural:

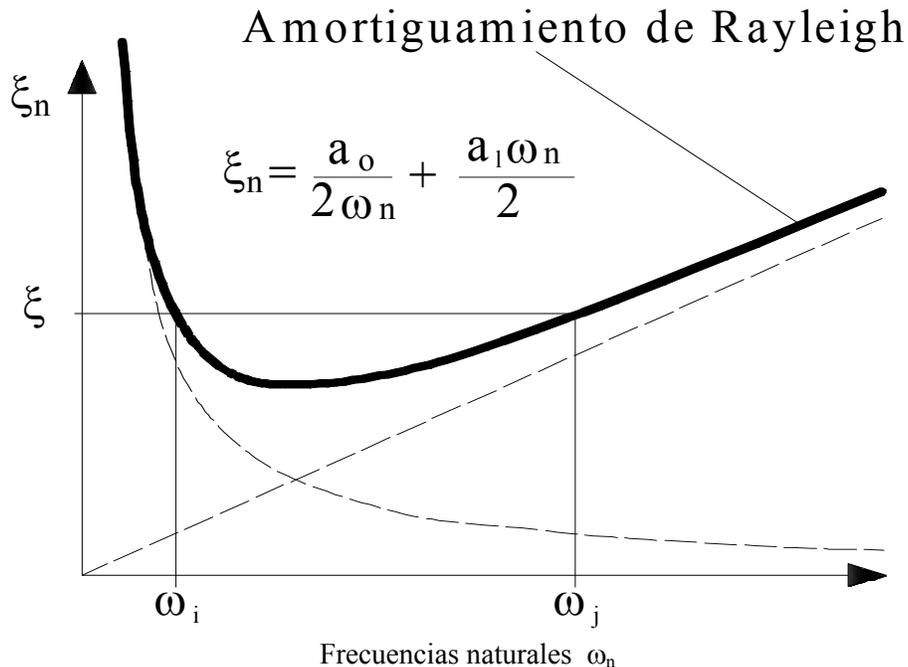


Figura 6.9. Amortiguamiento de Rayleigh

El amortiguamiento en la integración directa para el análisis de historia en el tiempo, es modelado usando una matriz de amortiguamiento completa (ver ecuación 6.35). El amortiguamiento asociado a la rigidez, es linealmente proporcional a la frecuencia y está relacionado con las deformaciones dentro de la estructura, y utiliza la rigidez tangente de la estructura en cada paso de tiempo. Es por esto que un elemento que se encuentra en el intervalo inelástico tiene menor amortiguamiento, debido a la pérdida de rigidez, que un elemento que se encuentra en el intervalo elástico. También, el amortiguamiento asociado a la rigidez puede ser pobremente amortiguado para bajos periodos de oscilación (ver figura 6.8). Por otro lado, el amortiguamiento asociado a la masa es linealmente proporcional al periodo, además está relacionado con el movimiento de la estructura y es pobremente amortiguado para largos periodos (ver figura 6.8).

Los coeficientes de amortiguamiento asociados a la masa a_0 y la rigidez a_1 , pueden ser introducidos directamente al programa *SAP2000* o también pueden ser introducidos por fracciones equivalentes de amortiguamiento modal crítico para los dos primeros periodos modales.

6.4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados de desplazamiento y momentos flectores del análisis dinámico no lineal (análisis de historia en el tiempo) obtenidos con el programa *SAP2000*, luego que el puente “Supervía” fue analizado con el acelerograma asociado al sismo de servicio (sismo de CU escalado 2.5 veces), son presentados en las figuras 6.10 a 6.13.

A continuación se muestra la historia de desplazamientos del marco 1, donde el máximo desplazamiento que se presenta en éste marco es de 90 mm, aproximadamente en el tiempo 42.11s (ver

figura 6.10). Además se muestran los ciclos momento – desplazamiento, donde se puede apreciar claramente que las columnas C1I y C1D permanecen en el intervalo elástico (ver figura 6.11).

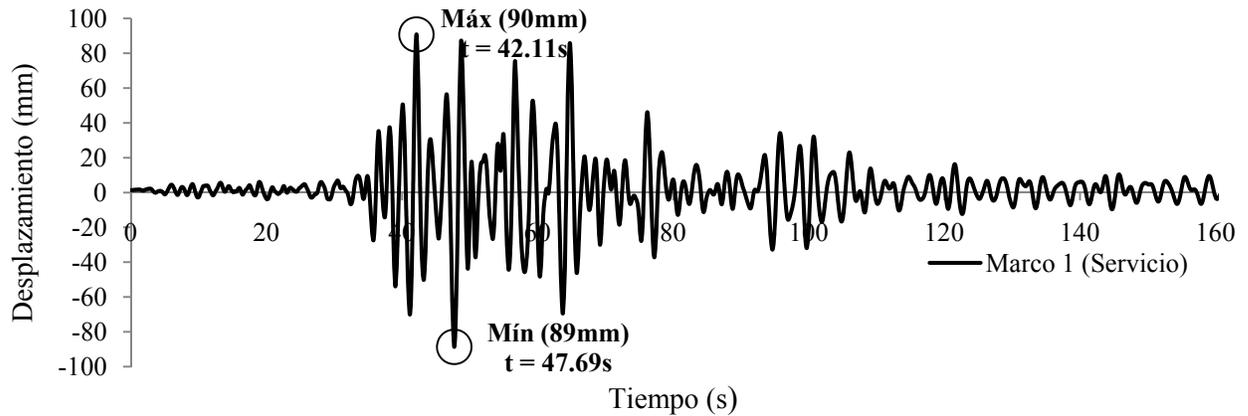


Figura 6.10. Historia de desplazamientos del marco 1, para un registro asociado al estado límite de servicio (sismo de CU escalado 2.5 veces)

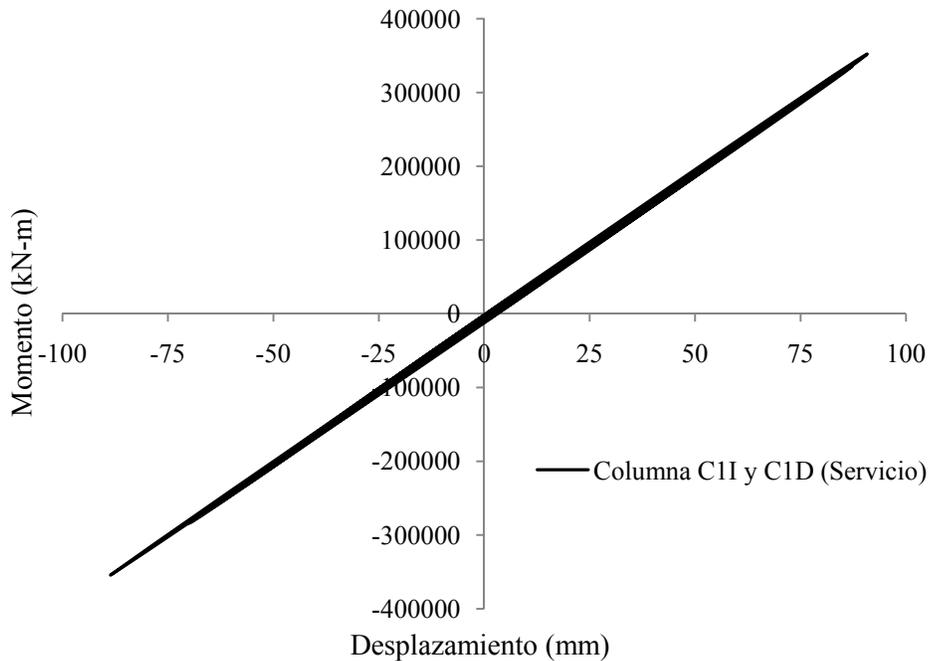


Figura 6.11. Ciclo de histéresis de las columnas C1I y C1D, para un registro asociado al estado límite de servicio (sismo de CU escalado 2.5 veces)

Para el marco 2, se muestra también su historia de desplazamientos. El máximo desplazamiento (en valor absoluto) que se presenta en este marco es de 180 mm, aproximadamente en el tiempo 47.79s (ver figura 6.12). Además se muestran los ciclos momento – desplazamiento, donde se puede apreciar claramente que las columnas C2I y C2D permanecen en el intervalo elástico al igual que las columnas que conforman al marco 1 (ver figura 6.13).

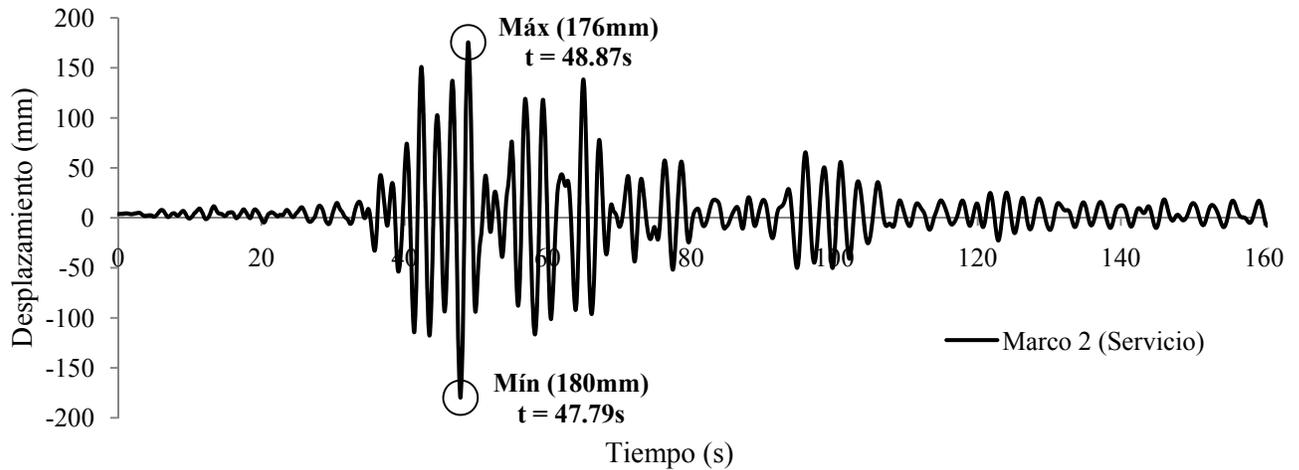


Figura 6.12. Historia de desplazamientos del marco 2, para un registro asociado al estado límite de servicio (sismo de CU escalado 2.5 veces)

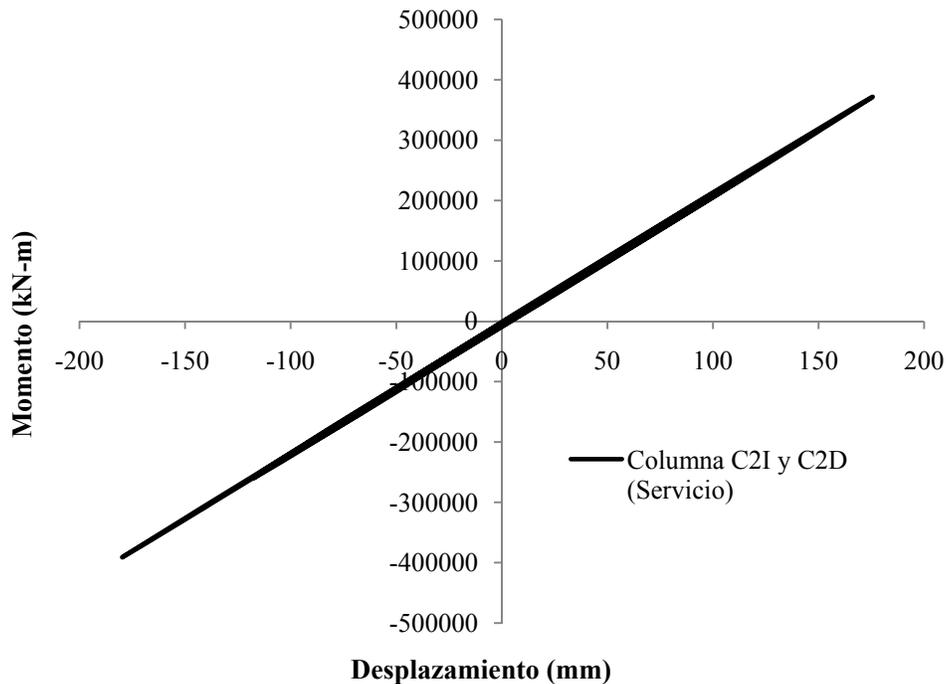


Figura 6.13. Ciclo de histéresis de las columnas C2I y C2D, para un registro asociado al estado límite de servicio (sismo de CU escalado 2.5 veces)

En una segunda etapa, el puente “Supervía” fue analizado con un acelerograma asociado al sismo de supervivencia (sismo de CU escalado 7 veces). Los resultados de desplazamiento y momentos flectores del análisis dinámico no lineal ó análisis de historia en el tiempo, obtenidos con el programa *SAP2000*, son presentados en las figuras 6.14 a 6.17.

A continuación se muestra la historia de desplazamientos del marco 1, donde el máximo desplazamiento que se presenta en éste marco es de 258 mm, aproximadamente en el tiempo 42.13s (ver figura 6.14). Además se muestran los ciclos de histéresis, momento – desplazamiento, donde se

puede apreciar claramente que las columnas C1I y C2D se encuentran en el intervalo inelástico (ver figura 6.15).

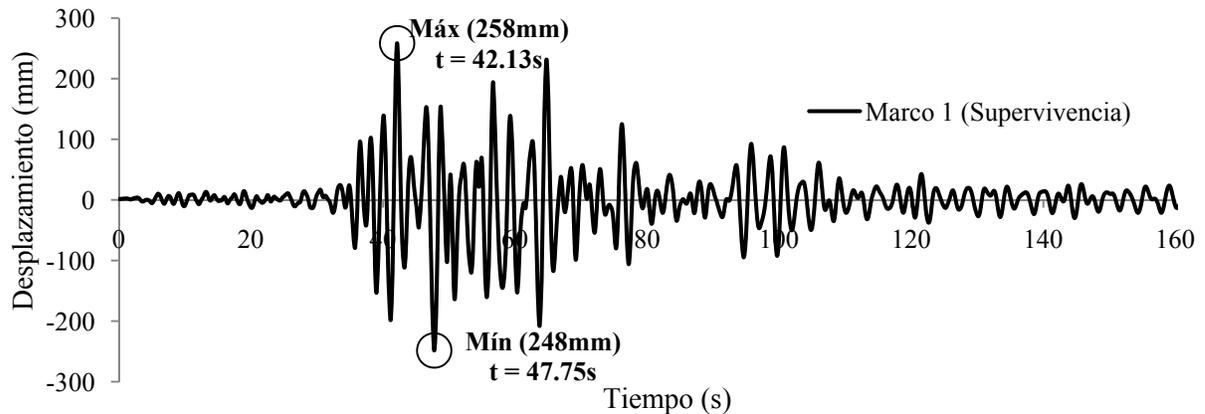


Figura 6.14. Historia de desplazamientos del marco 1, para un registro asociado al estado límite de supervivencia (sismo de CU escalado 7 veces)

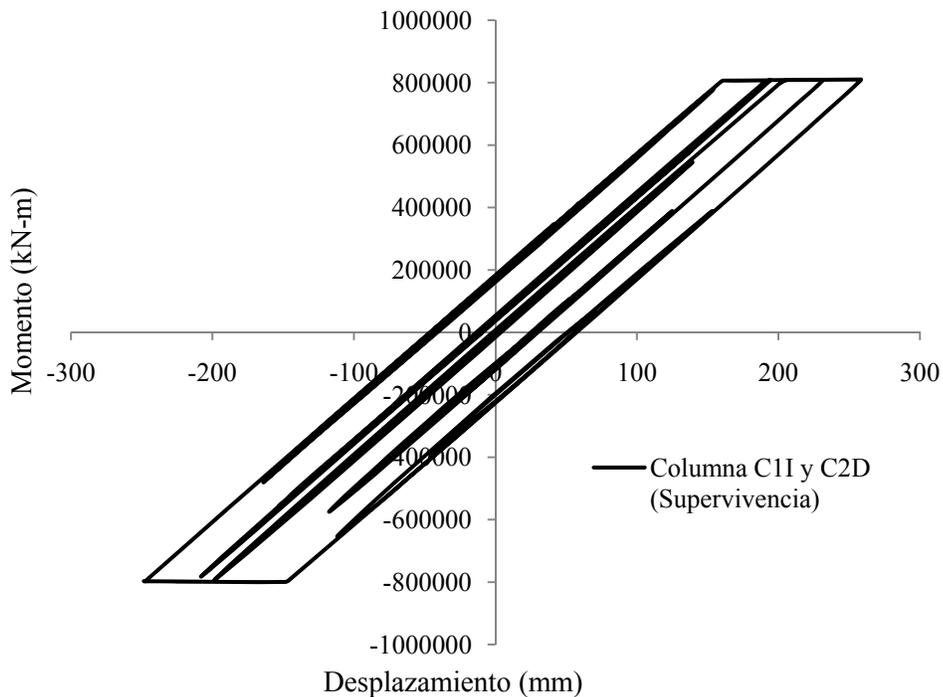


Figura 6.15. Ciclo de histéresis de las columnas C1I y C1D, para un registro asociado al estado límite de supervivencia (sismo de CU escalado 7 veces)

Para el marco 2 se muestra también la historia de desplazamientos, donde el máximo desplazamiento (en valor absoluto) que se presenta en este marco es de 619 mm, aproximadamente en el tiempo 47.86s (ver figura 6.16). Además se muestran los ciclos de histéresis momento – desplazamiento, donde se puede apreciar claramente que las columnas C2I y C2D incursionan en el intervalo inelástico al igual que las columnas que conforman el marco 1 (ver figura 6.17).

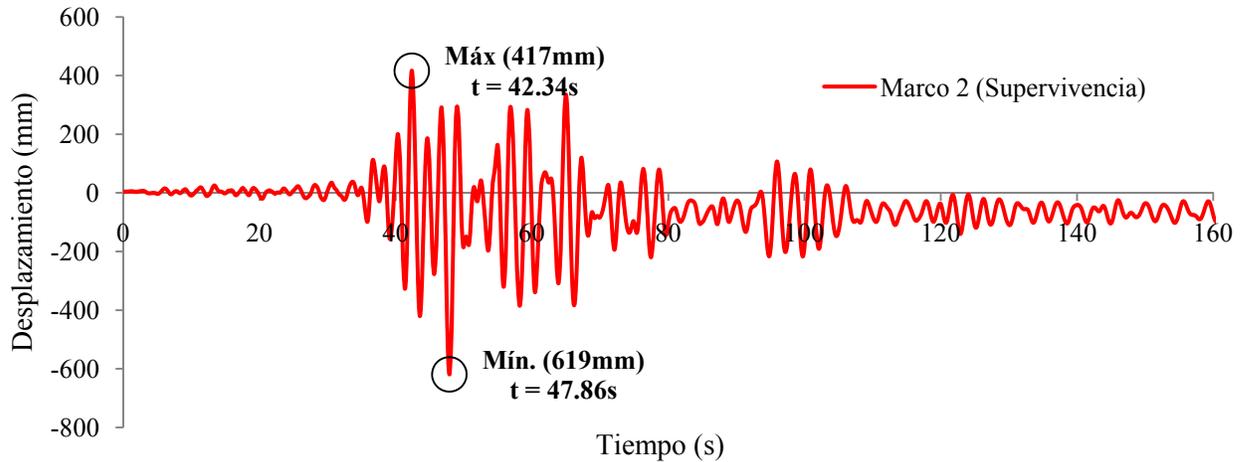


Figura 6.16. Historia de desplazamientos del marco 2, para un registro asociado al estado límite de supervivencia (sismo de CU escalado 7 veces)

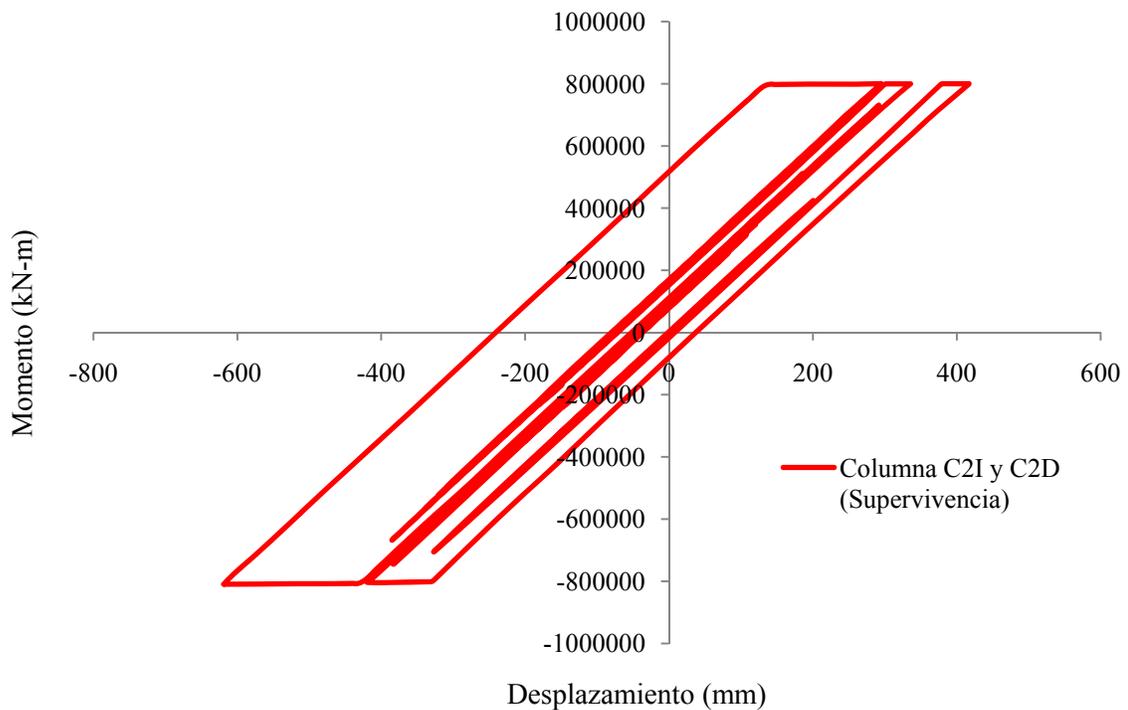


Figura 6.17. Ciclo de histéresis de las columnas C2I y C2D, para un registro asociado al estado límite de supervivencia (sismo de CU escalado 7 veces)

A continuación se presenta un resumen de los resultados obtenidos con los métodos basados en desplazamientos (DBDD y MEI) y los resultados obtenidos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de servicio.

Tabla 6.3 Comparación de los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de servicio, columna C1I

COLUMNA C1I			
MÉTODO	Desplazamiento (mm)	Cortante (kN)	Momento (kN-m)
DBDD	95	16976	506000
MEI	95	16976	506000
HISTORIA EN EL TIEMPO	90	13123	391074

Tabla 6.4 Comparación de los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de servicio, columna C1D

COLUMNA C1D			
MÉTODO	Desplazamiento (mm)	Cortante (kN)	Momento (kN-m)
DBDD	95	14879	506000
MEI	95	14879	506000
HISTORIA EN EL TIEMPO	90	11502	391074

Tabla 6.5 Comparación de los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de servicio, columna C2I

COLUMNA C2I			
MÉTODO	Desplazamiento (mm)	Cortante (kN)	Momento (kN-m)
DBDD	160	11814	506000
MEI	160	11814	506000
HISTORIA EN EL TIEMPO	180	9133	391074

Tabla 6.6 Comparación de los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de servicio, columna C2D

COLUMNA C2D			
MÉTODO	Desplazamiento (mm)	Cortante (kN)	Momento (kN-m)
DBDD	160	12146	506000
MEI	160	12146	506000
HISTORIA EN EL TIEMPO	180	9390	391074

Como se puede apreciar en las tablas 6.3 a 6.6, los métodos DBDD y MEI dan muy buenos resultados comparándolos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de servicio. La variación en cuanto a desplazamientos es aproximadamente 5.56% mayor (sobrestiman la respuesta) comparándola con los métodos de análisis dinámico no lineal, para las columnas C1I y C1D. En cuanto a fuerzas cortantes y momentos, la diferencia es de aproximadamente 29.37% mayor (sobrestiman la respuesta).

Para las columnas C2I y C2D, la diferencia de valores de desplazamiento obtenida con los métodos DBDD y MEI es aproximadamente de 11.11% menor (subestiman la respuesta) comparándolos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), pero un 29.37% mayor (sobrestiman la respuesta) comparando las fuerzas cortantes y momentos, obtenidas con los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal. A continuación se puede observar gráficamente (figura 6.18 a 6.20) los resultados obtenidos con los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo).

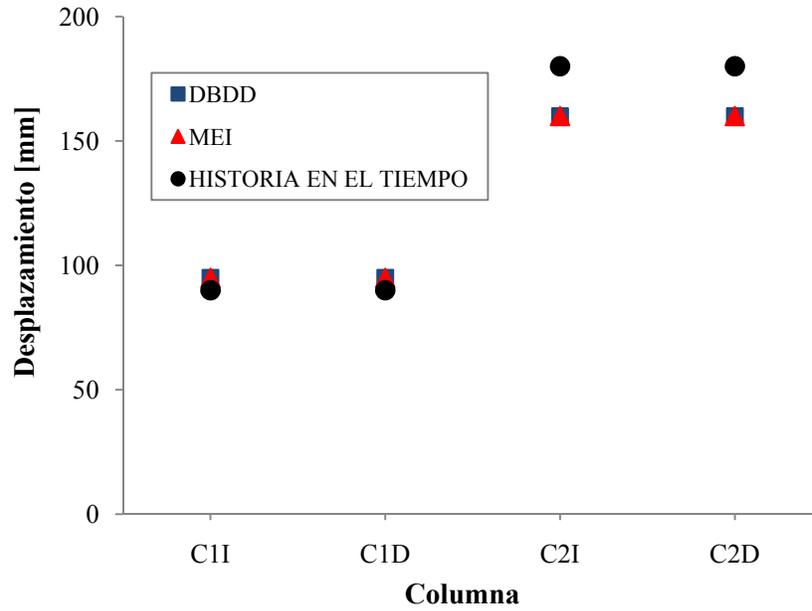


Figura 6.18. Comparación de resultados de desplazamiento obtenidos con los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal, para el estado límite de servicio

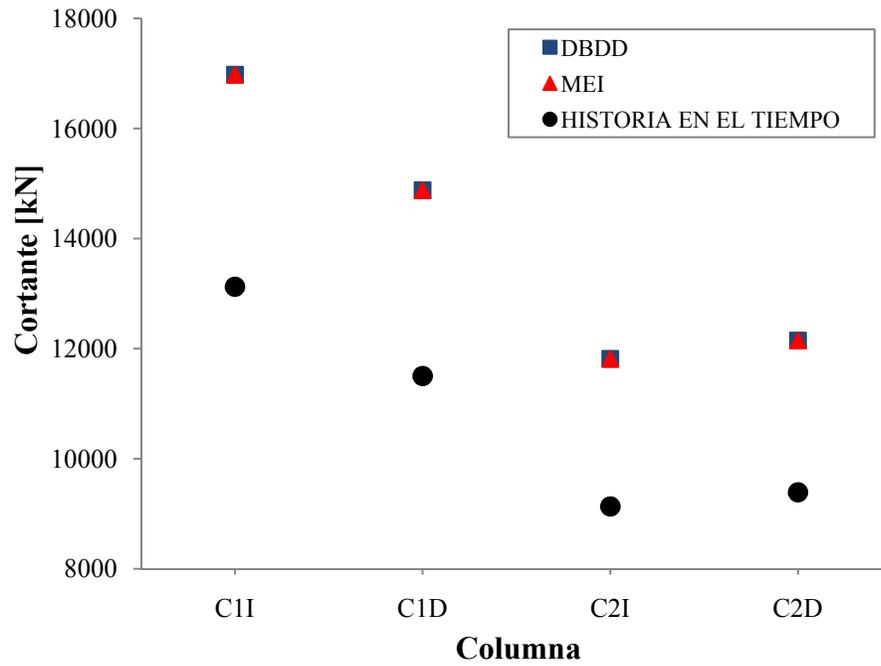


Figura 6.19. Comparación de resultados de fuerzas cortantes obtenidos con los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal, para el estado límite de servicio

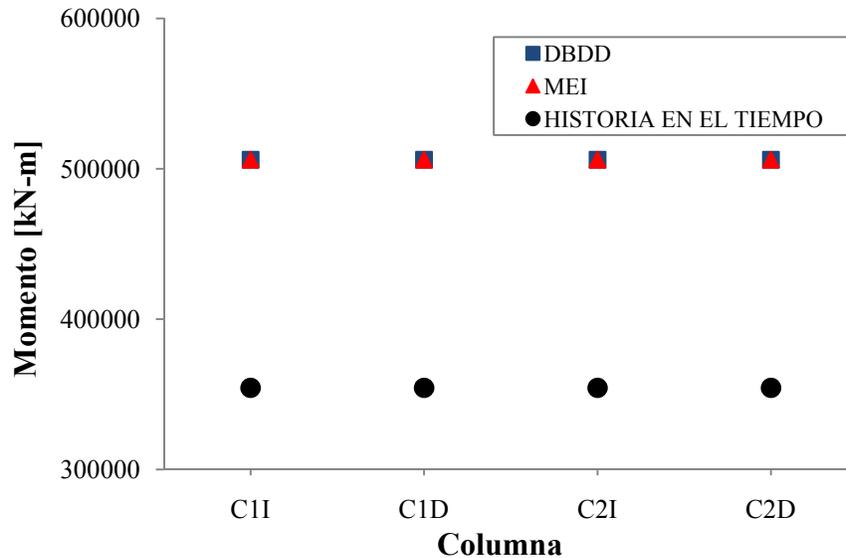


Figura 6.20. Comparación de resultados de momentos flexionantes obtenidos con los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal, para el estado límite de servicio

Los resultados obtenidos, tanto con los métodos basados en desplazamientos (DBDD y MEI) y los resultados obtenidos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia son mostrados a continuación (tabla 6.7 a 6.10):

Tabla 6.7 Comparación de los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia, columna C1I

COLUMNA C1I			
MÉTODO	Desplazamiento (mm)	Cortante (kN)	Momento (kN-m)
DBDD	318	31980	953000
MEI	263	47282	1409000
HISTORIA EN EL TIEMPO	258	27186	810144

Tabla 6.8 Comparación de los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia, columna C1D

COLUMNA C1D			
MÉTODO	Desplazamiento (mm)	Cortante (kN)	Momento (kN-m)
DBDD	318	28029	953000
MEI	263	41441	1409000
HISTORIA EN EL TIEMPO	258	23828	810144

Tabla 6.9 Comparación de los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia, columna C2I

COLUMNA C2I			
MÉTODO	Desplazamiento (mm)	Cortante (kN)	Momento (kN-m)
DBDD	400	22256	953000
MEI	444	32905	1409000
HISTORIA EN EL TIEMPO	619	18920	810144

Tabla 6.10 Comparación de los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia, columna C2D

MÉTODO	COLUMNA C2D		
	Desplazamiento (mm)	Cortante (kN)	Momento (kN-m)
DBDD	400	22881	953000
MEI	444	33830	1409000
HISTORIA EN EL TIEMPO	619	19451	810144

Se puede apreciar en las tablas 6.7 a 6.10 que con los métodos DBDD y MEI se obtienen buenos resultados para las columnas cortas (columnas C1I y C2D), comparándolos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo); por ejemplo, para las columnas C1I y C1D (marco 1) con los métodos DBDD y MEI se obtienen desplazamientos de 23.26% y 1.94%, respectivamente, mayores que los obtenidos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), sobrestiman la respuesta.

Para las columna C2I y C2D (marco 2), se obtienen desplazamientos menores que los obtenidos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), 35.35% y 28.27%, con los métodos DBDD y MEI, respectivamente, subestimando las respuestas en este caso. En cuanto a fuerzas cortantes y momentos flexionantes, los métodos sobrestiman las respuestas. Con los métodos DBDD y MEI se obtienen valores de fuerzas cortantes y momentos flexionantes mayores que los obtenidos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), iguales a 17.63% y 74.92%, respectivamente.

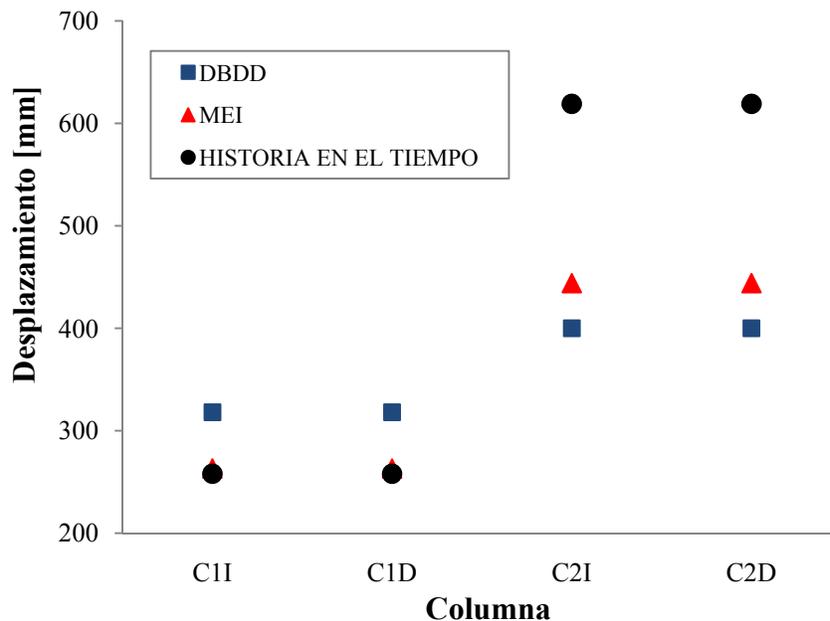


Figura 6.21. Comparación de resultados de desplazamientos obtenidos con los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia

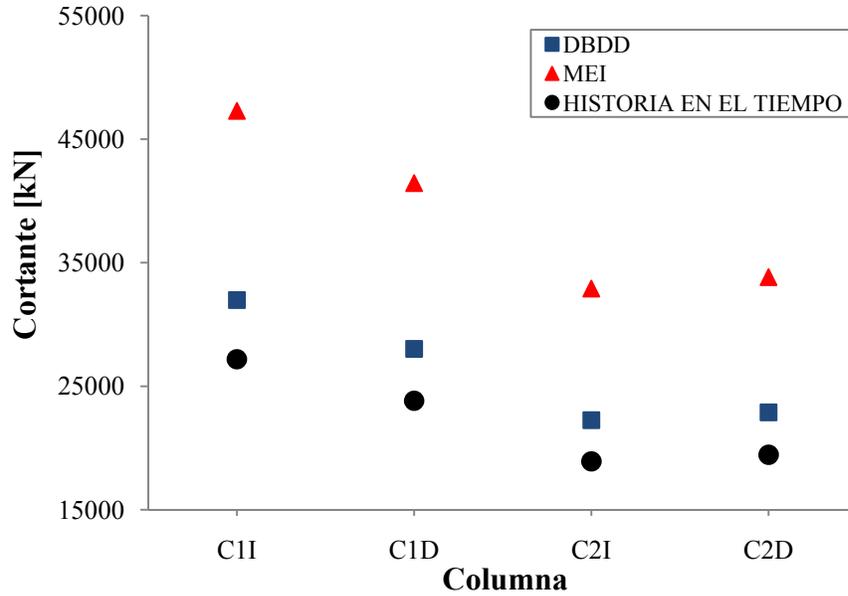


Figura 6.22. Comparación de resultados de fuerzas cortantes obtenidos con los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia

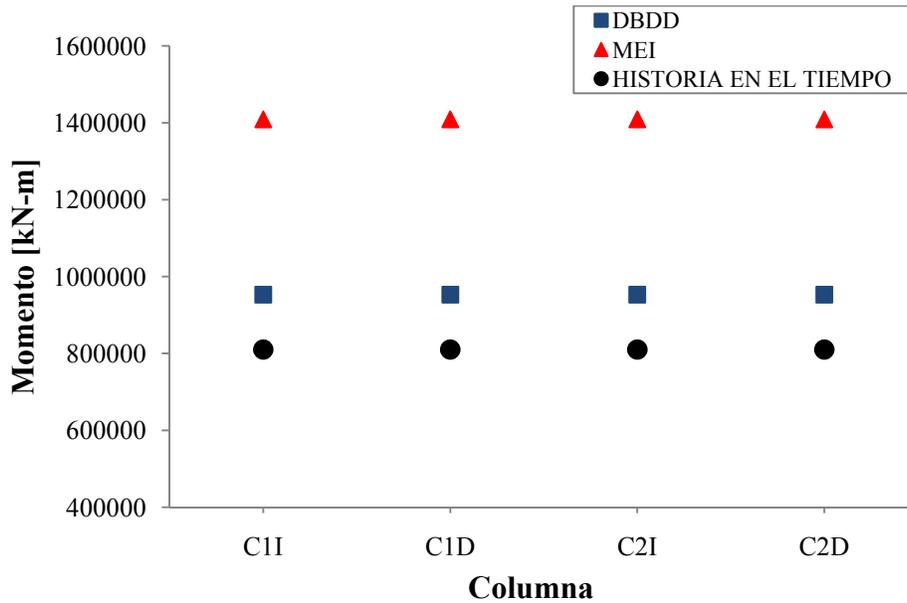


Figura 6.23. Comparación de resultados de momentos flexionantes obtenidos con los métodos DBDD y MEI con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia

En líneas generales, los resultados para el estado límite de supervivencia, muestran que para las columnas de menor altura (columnas C1I y C1D), los métodos estiman de una manera aceptable los desplazamientos, pero para las columnas de mayor altura (columnas C2I y C2D), tanto el método DBDD y MEI subestiman las respuestas de desplazamiento comparándolos con el análisis dinámico no

lineal. En cuanto a fuerzas cortantes y momentos, los métodos DBDD y MEI sobrestiman las respuestas en todas las columnas.

A continuación se presenta una comparación del análisis estático no lineal incremental (pushover) con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el sismo asociado al estado límite de supervivencia:

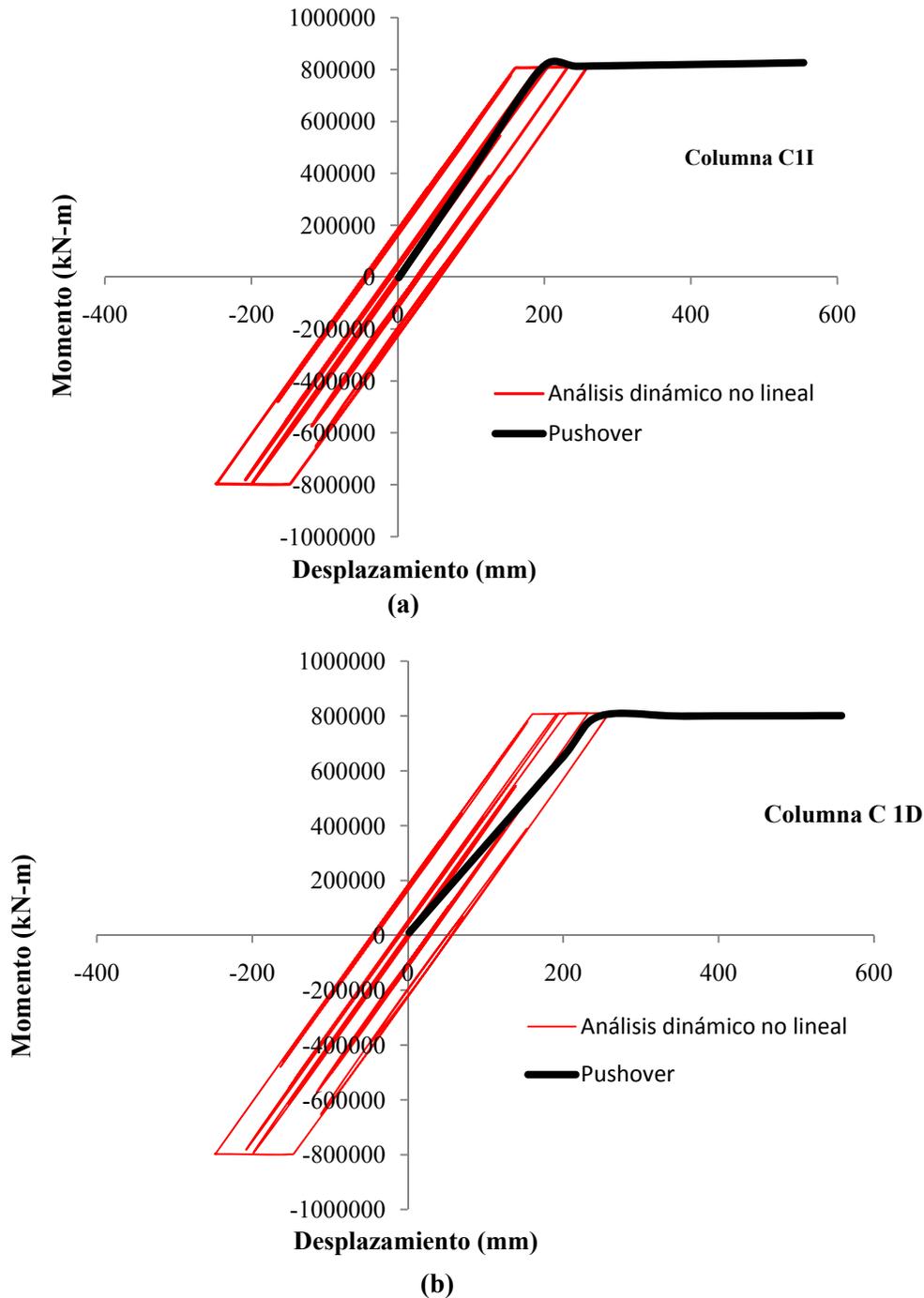


Figura 6.24. Comparación de resultados de momentos flexionantes obtenidos con el análisis estático no lineal incremental (pushover) y el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia. (a) Columna C1I, (b) Columna C1D

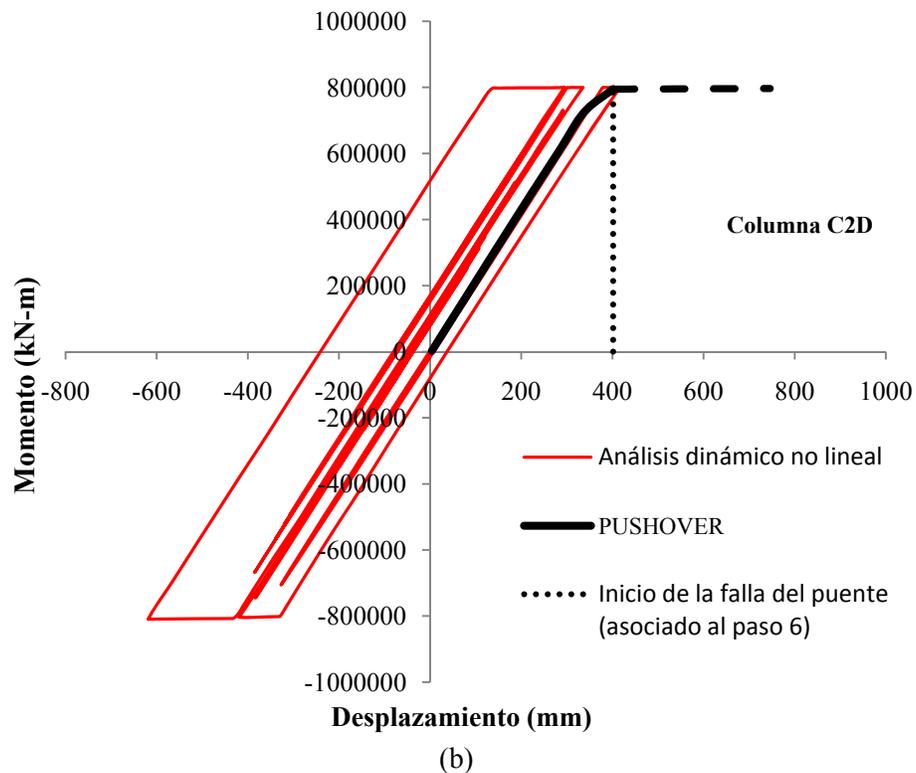
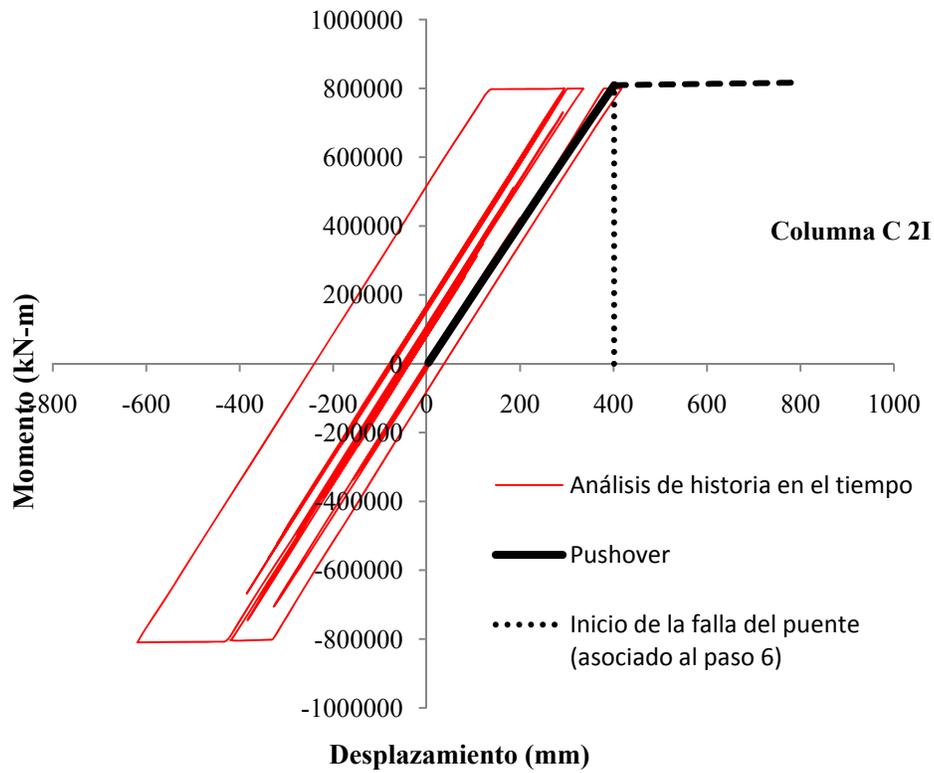


Figura 6.25. Comparación de resultados de momentos flexionantes obtenidos con el análisis estático no lineal incremental (pushover) y el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), para el estado límite de supervivencia. (a) Columna C2I, (b) Columna C2D

Se puede apreciar, que con el análisis estático no lineal incremental (pushover) y el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo) se obtienen respuestas de momentos flexionantes muy similares, pero para el desplazamiento máximo de cada columna existe cierta variación, esto se debe a que el análisis estático no lineal incremental (pushover) logra demandar a la estructura hasta su capacidad última ó desplazamiento máximo; mientras que con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo) la demanda sísmica impuesta, logra excitar a la estructura hasta cierto valor de desplazamiento, que puede o no, ser el desplazamiento máximo. Por otro lado, se observa en las figuras 6.24 y 6.25, que la estructura tiene la capacidad suficiente para soportar un sismo aún mayor al sismo de CU escalado 7 veces. Se aprecia (ver figuras 6.24 y 6.25), que la columna de menor altura (C1I) es la columna más crítica, lo cual es coherente con lo supuesto en los métodos de análisis sísmico basados en desplazamientos (DBDD y MEI), para poder controlar el daño del puente “Supervía”.

Además, los resultados del análisis estático no lineal incremental (pushover) muestran que las columnas de menor altura (C1I y C1D) se encuentran en el intervalo inelástico, mientras que las columnas de mayor altura (C2I y C2D) permanecen en el intervalo elástico. Esto último no necesariamente es cierto si comparamos las respuestas del análisis no lineal estático (pushover) con las obtenidas del análisis dinámico no lineal (ver figura 6.25 (a) y (b)), donde se muestra que las columnas C2I y C2D incursionan en el intervalo inelástico para menores demandas de desplazamiento.

CAPÍTULO 7

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

7.1. CONCLUSIONES

Como se mostró en el presente trabajo, los daños pueden relacionarse mejor con los desplazamientos o distorsiones que con fuerzas. Es por esto que los métodos basados en desplazamiento constituyen una mejor opción cuando se trata de diseñar una estructura para que cumpla con ciertos estados límites.

Para el puente “Supervía”, con los métodos de diseño sísmico basados en desplazamientos (DBDD y MEI), se obtienen excelentes resultados para el sismo asociado al estado límite de servicio (sismo de CU escalado en 2.5 veces). Para el estado límite de supervivencia (sismo de CU escalado en 7 veces), los métodos dan buenos resultados de desplazamiento para las columnas de menor altura (columna C1I y C1D), sobrestimando la respuesta en 23.26% y 1.94%, en el caso del método DBDD y MEI, respectivamente. Mientras que para las columnas de mayor altura (columna C2I y C2D) los resultados obtenidos, pueden llegar a ser más conservadores, llegando a subestimar la respuesta hasta un 35.38% y 28.27%, para el método DBDD y MEI, respectivamente.

Con el método MEI, se obtuvieron valores de desplazamiento más cercanos a los desplazamientos obtenidos con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo).

Para las columnas en estudio se obtuvieron curvas esfuerzo – deformación, en las que se pudo apreciar que las zonas intermedias de la sección alcanzan una mayor capacidad de esfuerzo asociado a una mayor capacidad de deformación. Caso contrario sucedió con las zonas de esquinas donde la capacidad de los esfuerzos y las deformaciones son menores, esto se debe a que se proporcionó un menor confinamiento en estas zonas.

Obtener el diagrama momento – curvatura de las secciones de columna del puente “Supervía”, fue necesario para poder aplicar los métodos de diseño sísmico basados en desplazamientos (DBDD y MEI); para esto, el uso del programa *SAP2000*, es una buena opción para calcular el diagrama momento – curvatura de cualquier sección y con cualquier tipo de armado.

Para poder modelar la sección en el programa *SAP2000*, se tuvo que dividir la sección en distintas zonas (zonas intermedias y zona de esquinas), debido a que la cuantía de refuerzo transversal no es uniforme en toda la sección de la columna.

Para la columna en estudio, la curvatura de fluencia ϕ_y es igual a 0.00067 m^{-1} , y la curvatura última ϕ_u igual a 0.0060 m^{-1} . Estos valores, fueron luego utilizados para calcular los desplazamientos basados en daño de los elementos (columnas) y por lo tanto de todo el sistema (puente “Supervía”).

La relación, separación entre diámetro de varilla del refuerzo transversal (s/d_{bl}), encontrada en las columnas del puente “Supervía”, fue de $s/d_{bl} = 3.15$; valor adecuado, considerando como límite superior el valor de 6 para ésta relación.

La ductilidad de curvatura calculada con el diagrama momento – curvatura, para la columna rectangular hueca en estudio fue de $\mu_{\phi} = 9$, siendo ésta adecuada, comparándola con la ductilidad requerida ($\mu_{\phi R} = 5.40$), calculada con la ecuación 3.36.

El método de diseño sísmico basado en desplazamientos DBDD (Priestley et al., 2007), utiliza un espectro elástico calculado para una fracción de amortiguamiento crítico equivalente (ξ_e) mayor que 5%, el cual considera un amortiguamiento viscoso e hysterético, asociado a un sistema elástico equivalente, con el propósito de calcular el desplazamiento último.

Según los resultados obtenidos con los métodos DBDD y MEI, el puente “Supervía” tiene suficiente capacidad para soportar el sismo de México del 19 de septiembre de 1985 registrado en la estación CU escalado 7 veces. Este valor fue verificado con el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo).

El análisis estático no lineal incremental (pushover) y el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo), son las mejores metodologías disponibles de análisis sísmico para calcular las respuestas (desplazamientos y fuerzas) de manera más realista en puentes.

7.2. RECOMENDACIONES

En México, es necesaria una mayor investigación, con el objeto de proponer valores de intensidad sísmica (periodo de retorno) relacionados con los niveles de desempeño e importancia de las estructuras y en los distintos tipos de suelo (blando, intermedio y rocoso).

Las metodologías de diseño sísmico basadas en desplazamiento DBDD y MEI, constituyen una buena opción de análisis cuando se trata de puentes regulares; sin embargo, se requiere ampliar algunas hipótesis, cuando se tiene el caso de puentes irregulares con alineamiento horizontal en curva y superestructura rígida. Para esto es necesaria una mayor investigación en el tema, con el objeto de poder limitar su correcto uso para cierto tipo de puentes.

Una adecuada relación, separación entre el diámetro de varilla (s/d_{bl}) del refuerzo transversal, además de actuar como refuerzo ante fuerzas cortantes, permite desarrollar altos niveles de deformación evitando el pandeo del refuerzo longitudinal en columnas de concreto armado para puentes.

Es necesaria una aproximación bilineal del diagrama momento – curvatura, para poder reconocer fácilmente la curvatura de fluencia y curvatura última, y por tanto la ductilidad de curvatura de la columna.

Un detalle importante que se debe tener en cuenta, cuando se tiene el caso de una superestructura rígida, es la altura que se debe considerar para calcular la longitud de rótula plástica. Debido que la columna tiene una doble curvatura, se debe considerar la altura al punto de inflexión.

En el análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo) desarrollado en el presente trabajo se introdujo una fracción de amortiguamiento igual al 5%, para poder ser compatible con los métodos. Ensayos en mesa vibradora (Torres y Rodríguez, 2011) y mediciones reales han mostrado que la fracción de amortiguamiento crítico es aproximadamente 2%; por lo que se recomienda utilizar éste valor cuando se trate de análisis dinámico no lineal (historia en el tiempo) para diseñar estructuras nuevas y revisar estructuras existentes.

BIBLIOGRAFÍA Y REFERENCIAS

Akkari M., Duan L. (2000), “Nonlinear analysis of bridges structures”, Bridge Engineering Handbook, Ed. Wai-Fah Chen and Lian Duan. CRC Press.

Applied Technology Council (1996), “Seismic evaluation and retrofit of concrete building”, ATC40, Redwood City, CA. vol. 1, 345 pp.

Aviram A., Mackie K. R., Stojadinović B. (2008), “Guidelines for nonlinear analysis of bridge structures in California”, Pacific Earthquake Engineering Research Center, UCB/PEER, Report No. 2008/03, 218 pp.

Bazán E., Meli R. (2010), “Diseño sísmico de edificios”, Editorial Limusa, México D.F., 320 pp.

Calvi G. M., Sullivan T. J., Villani A. (2010), “Conceptual seismic design of cable-stayed bridge”, Journal of Earthquake Engineering, vol. 14 No. 8, pp. 1139-1171.

CSI (2005), “SAP2000 - linear and nonlinear static and dynamic analysis and design of three-dimensional structures: Basic Analysis Reference Manual”. Computers and Structures, Inc. Berkeley, California.

Chopra A. K., Goel R. K. (2001), “Direct displacement-based design: Use of inelastic design spectra”, Earthquake Spectra, vol. 17, pp. 47-64.

Chopra A. K. (2007), “Dynamics of structures”, Third edition. Pearson Education, Inc. 876pp.

Dodd L L., Restrepo-Posada J I. (1995), “Model for predicting cyclic behavior of reinforcing steel”, Journal of Structural Engineering, ASCE, vol 121, No. 3.

Dwairi H., Kowalsky M.J. (2006), “Implementation of inelastic displacement patterns in direct displacement – based design of continuous bridge structures”, Earthquake Spectra, volume 22, pp. 631-662.

Eurocódigo 8. (2003), “Design of Structures for earthquake resistance – Part 2: Bridges”, European Committee for Standardization - CEN.

Fardis M.N. (2009), “Seismic design, assessment and retrofitting of concrete structures”, Geotechnical, Geological and Earthquake Engineering, Springer Science + Business Media B. V.

FIB (2003), “Displacement – based seismic design of reinforced concrete buildings”, The International Federation for Structural Concrete, fib bulletin No. 25, 196pp.

Gulkan P., Sozen M., (1974), “Inelastic response of reinforced concrete structures to earthquake motions”, ACI journal, vol. 71, No. 12, pp. 604-610.

Kowalsky M.J. (2002), “A displacement-based approach for the seismic design of continuous concrete bridges”, Earthquake Engineering Structural Dynamic, vol.31, pp.719-747.

Krawinkler H., Seneviratna G. (1998), “Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation”, Engineering Structures, vol. 20, Nos. 4-6, pp. 452-464.

Mander J. B. (1984), “Seismic design of bridge piers”, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand. Report 84-2.

Mander J. B., Priestley M. J., Park R. (1988a), “Theoretical stress – strain model for confined concrete”, Journal of Structural Engineering, vol. 114, No. 8, pp. 1804-1826.

Mander J. B., Priestley M. J., Park R. (1988b), “Observed stress-strain behavior of concrete”, Journal of Structural Engineering, vol. 114, No. 8, pp. 1827-1849.

Miranda E., Bertero V.V. (1994), “Evaluation of strength reduction factor for earthquake - resistant design”, Earthquake Spectra, vol. 10, No. 2, pp. 357-379.

NTC-Sismo (2004), “Norma Técnica Complementaria para Diseño por Sismo”, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.

Newmark N.M., Hall W.J. (1982). “Earthquake spectra and design”, Earthquake Engineering Research Institute. Oakland California, U.S.A. 103pp.

Ordaz M., Montoya D. C., (2003), “Degtra A4”, Instituto de Ingeniería – UNAM, México D.F.

Park R., Priestley M.J.N., Gill W.D., (1982), “Ductility of square - confined concrete columns”, ASCE, Journal of Structural Division, vol. 108 No. ST4.

Priestley M.J.N., Park R. (1987), "Strength and ductility of concrete bridge columns under seismic loading", ACI Structural Journal, January-February, pp 61-76.

Priestley M.J.N., Seible F., Calvi G.M. (1996), "Seismic design and retrofit of bridge", John Wiley & Sons. 686pp.

Priestley, M.J.N., Calvi G.M., Kowalsky M.J. (2007), "Displacement based seismic design of structures". IUSS 721 pp.

Rivera D., Meli R. (2008), "Procedimiento de diseño sísmico de columnas de puentes urbanos de concreto reforzado", Revista de ingeniería sísmica No. 79 pp. 1-23.

Rodríguez M., Botero J. C. (1995), "Comportamiento sísmico de estructuras considerando propiedades mecánicas de acero de refuerzo mexicanos", Revista de Ingeniería Sísmica, No. 49, pp. 39-50.

Rodríguez M., Botero J. C. (1996), "Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de acero de refuerzo producidos en México", Instituto de Ingeniería, UNAM, Series del Instituto de Ingeniería, No. 575. 48 pp.

Rodríguez M., Botero J. C., (1998) "Comportamiento de barras de refuerzo sometidas a cargas monotónicas y cíclicas reversibles incluyendo pandeo", Instituto de Ingeniería, UNAM, Series del Instituto de Ingeniería, No. 610. 84 pp.

Shattarat N. K., Symans M. D., McLean D. I., Cofer W. F. (2008), "Evaluation of nonlinear static analysis methods and software tools for seismic analysis of highway bridges", Engineering Structures, 30, 1335-1345.

Shibata A., Sozen M., (1976), "Substitute structure method for seismic design in reinforced concrete", ASCE journal of structural engineering, vol. 102, No. 1, pp. 1-18.

Sullivan T. J., Calvi G. M., Priestley N. M., Kowalsky M.J. (2003), "The limitations and performances of different displacement based design methods", Journal of Earthquake Engineering, Vol. 7, special issue 1, 201-241.

Sullivan T. J., Calvi G. M., Priestley N. M. (2004), "Initial stiffness versus secant stiffness in displacement based design" 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, B.C., Canada, paper No. 2888.

Torres M., Rodríguez M. (2011), “Estudios analíticos y experimentales de columna y cimentación prefabricadas de concreto reforzado para la vía elevada Periférico Sur - San Antonio” XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica. Aguascalientes, México, pp. 1-13.

Vision 2000, California Office of Emergency Services (OES), (1995), “Performance based seismic engineering of building”, Structural Engineering Association of California, Sacramento, USA.

Wilson E. L. (1998), “Three dimensional static and dynamic analysis of structures: A physical approach with emphasis on earthquake engineering”, 2nd edition, Computer and Structures, Inc. Berkeley, California. 423 pp.

APÉNDICE A

APLICACIÓN DE LAS METODOLOGÍAS DE ANÁLISIS SÍMICO BASADAS EN DESPLAZAMIENTOS

A.1 DISEÑO BASADO DIRECTAMENTE EN DESPLAZAMIENTOS (DBDD):

a) ESTADO LÍMITE DE SERVICIO (DBDD)

PASO 1: Estimar la fracción de fuerza lateral soportada por los estribos, debida a la flexión de la superestructura. Se considerará cero la fuerza lateral que resisten los estribos cuando toda la fuerza lateral sea resistida por las columnas.

$$x = 0$$

PASO 2: Estimar el perfil de desplazamiento inicial. La magnitud del perfil de desplazamiento será determinada por la forma modal.

Datos del puente:

$$H_{1I} = 29800 \text{ mm (29.80 m) (Altura de la columna 1 izquierda)}$$

$$H_{1D} = 34000 \text{ mm (34.00 m) (Altura de la columna 1 derecha)}$$

$$H_{2I} = 42820 \text{ mm (42.82 m) (Altura de la columna 2 izquierda)}$$

$$H_{2D} = 41650 \text{ mm (41.65 m) (Altura de la columna 2 derecha)}$$

Datos de los materiales:

Acero:

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$f_{yh} = 420 \text{ MPa}$$

$$f_y = 1.10 \times f_{yh} = 462 \text{ MPa}$$

$$f_u = 1.35 \times f_{yh} = 567 \text{ MPa}$$

Concreto:

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f'_{ce} = 1.30 \times f'_c = 45.5 \text{ MPa}$$

Paso 2.1: Cálculo de la curvatura de fluencia y la curvatura última.

La curvatura de fluencia y curvatura última fueron obtenidas del diagrama momento – curvatura de la sección transversal de la columna tipo cajón del puente (ver capítulo 3).

$$\phi_y = 0.00067 \text{ 1/m (curvatura de fluencia de la sección cajón)}$$

$$\phi_u = 0.0060 \text{ 1/m (curvatura última de la sección cajón)}$$

Paso 2.2: Cálculo del desplazamiento de fluencia y longitud de rótula plástica de cada columna.

Para el calcular el desplazamiento de fluencia de cada columna, primero se debe calcular la longitud de deformación por penetración (L_{sp}).

Sí, $d_{bl} = 31.80$ mm (se consideró para el cálculo el diámetro de la varilla de refuerzo longitudinal #10)

entonces la longitud por deformación por penetración será:

$$L_{sp} = 0.022 \times f_y \times d_{bl} = 323.22 \text{ mm}$$

A continuación se muestran los valores de desplazamiento de fluencia para cada columna, considerando que se encuentra doblemente empotrada.

$$\Delta_{y1I} = \frac{\phi_y(H_{1I} + 2L_{sp})^2}{6} = 100 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 1I)}$$

$$\Delta_{y1D} = \frac{\phi_y(H_{1D} + 2L_{sp})^2}{6} = 130 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 1D)}$$

$$\Delta_{y2I} = \frac{\phi_y(H_{2I} + 2L_{sp})^2}{6} = 210 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 2I)}$$

$$\Delta_{y2D} = \frac{\phi_y(H_{2D} + 2L_{sp})^2}{6} = 200 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 2D)}$$

Para calcular la longitud de rótula plástica de cada columna, es necesario calcular el factor k , el cual toma en cuenta la importancia de la relación entre la fuerza de tensión última y la fuerza de fluencia del refuerzo a flexión, éste valor está restringido a 0.08.

$$k = 0.2 \left(\frac{f_u}{f_{yh}} - 1 \right) = 0.07$$

Las longitudes de rótula plástica calculadas para cada columna del puente se muestran a continuación:

$$L_{P1I} = k \frac{H_{1I}}{2} + L_{sp} = 1370 \text{ mm}$$

$$L_{P1D} = k \frac{H_{1D}}{2} + L_{sp} = 1510 \text{ mm}$$

$$L_{P2I} = k \frac{H_{2I}}{2} + L_{sp} = 1820 \text{ mm}$$

$$L_{P2D} = k \frac{H_{2D}}{2} + L_{sp} = 1780 \text{ mm}$$

Priestley et al. (2007), recomiendan modificar la altura para calcular el desplazamiento plástico, siempre que se cumpla con $0.08H > L_{sp}$. Esto con el objetivo de mejorar la estimación de desplazamiento plástico.

Todas las columnas cumplen con la condición anterior, por lo que se modificará la altura de las columnas, como sigue:

$$H'_{1I} = H_{1I} - \left(\frac{L_{P1I}}{2} - L_{sp} \right) = 29440 \text{ mm}$$

$$H'_{1D} = H_{1D} - \left(\frac{L_{P1D}}{2} - L_{sp} \right) = 33570 \text{ mm}$$

$$H'_{2I} = H_{2I} - \left(\frac{L_{P2I}}{2} - L_{sp} \right) = 42230 \text{ mm}$$

$$H'_{2D} = H_{2D} - \left(\frac{L_{P2D}}{2} - L_{sp} \right) = 41080 \text{ mm}$$

Por otro lado, se restringe el desplazamiento de cada columna del puente a la columna que alcanza su capacidad última. Para este ejemplo los desplazamientos en cada marco quedan restringidos a las columnas más corta, por ser éstas las más críticas. Es decir, en el marco 1 el desplazamiento está gobernado por la columna 1I (100mm), y para el marco 2, el desplazamiento está gobernado por la columna 2D (200mm). Esto último quiere decir que los marcos 1 y 2, no pueden tener desplazamientos mayores que los desplazamientos de la columna 1I y 2D, respectivamente.

$$\Delta_{s1I} = \Delta_{s1D} = 100\text{mm}$$

$$\Delta_{s2I} = \Delta_{s2D} = 200\text{mm}$$

Luego se procede a calcular las rigideces de las columnas. En este caso las columnas tienen la misma sección transversal, por lo tanto tendrán la misma rigidez inicial (K_i).

Cuando se tiene el caso de una columna empotrada en un extremo y libre en el otro, la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{3EI}{H^3}$$

Cuando se tiene el caso de una columna doblemente empotrada en sus extremos, la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{12EI}{H^3}$$

El valor del módulo de elasticidad del concreto usado en los cálculos fue de:

$$E_c = 4400\sqrt{f'_c} \text{ (MPa) } \quad \text{ó}$$

$$E_c = 14000\sqrt{f'_c} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

La inercia alrededor del eje x-x, la cual corresponde al sentido transversal del puente (ver figura A.1) es $I_{x-x} = 73.74 \times 10^{12} \text{ mm}^4$ ($I_{x-x} = 73.74 \text{ m}^4$), por lo que la rigidez inicial de cada columna, es igual a:

$$k_{1I} = 887900 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 1 izquierda)}$$

$$k_{1D} = 597828 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 1 derecha)}$$

$$k_{2I} = 299276 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 2 izquierda)}$$

$$k_{2D} = 325212 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 2 derecha)}$$

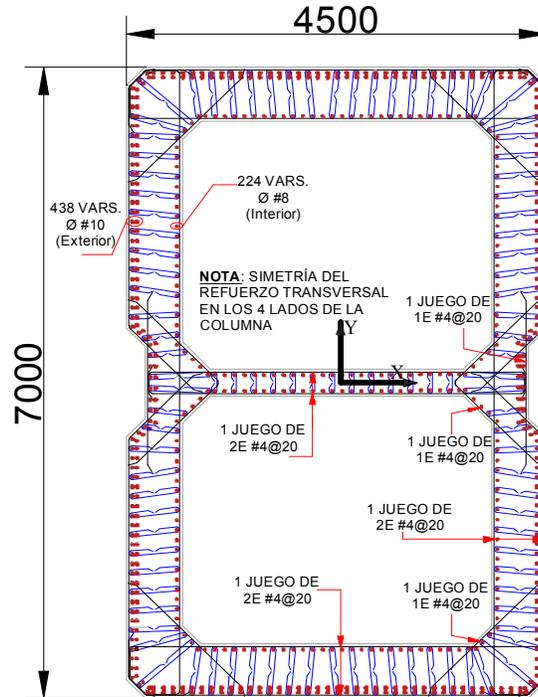


Figura A.1. Sección transversal de las columnas del puente “Supervía” (unidades: mm)

Luego procedemos a calcular la rigidez secante, que en éste caso es igual a la rigidez efectiva, por tratarse del estado límite de servicio. Se puede obtener la rigidez secante ó efectiva del diagrama momento – curvatura de la sección cajón, mediante:

$$EI_{eff} = \frac{M_y}{\phi_y}$$

donde:

$M_y = 817668$ kN-m (valor obtenido del diagrama momento – curvatura)

$$EI_{eff} = \frac{M_y}{\phi_y} = 1220400645 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$$

por lo que la rigidez secante o efectiva de cada columna, es igual a:

$k_{sec_{1I}} = 553396$ kN/m (rigidez secante de la columna 1 izquierda)

$k_{sec_{1D}} = 372604$ kN/m (rigidez secante de la columna 1 derecha)

$k_{sec_{2I}} = 186528$ kN/m (rigidez secante de la columna 2 izquierda)

$k_{sec_{2D}} = 202692$ kN/m (rigidez secante de la columna 2 derecha)

Además, la relación de rigideces queda de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{k_{sec}}{k_i} = 0.62$$

Después se procede a calcular las formas modales, considerando en el cálculo la rigidez secante de las columnas. El modelo analítico fue desarrollado en el programa *SAP2000*. A continuación se presentan los resultados de las 2 primeras formas modales y su correspondiente combinación con la regla de la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (RCSC).

Tabla A.1 Formas modales del puente en estudio – estado límite de servicio

Modo	Marco 1	Marco 2
1	0.650	1.716
2	1.403	0.380
RCSC	1.546	1.758
Forma modal normalizada	0.880	1.000

Escalando los desplazamientos restringidos a la columna más corta por la forma modal normalizada, obtenemos los desplazamientos últimos de diseño (asociados al estado límite de servicio), los que se muestran a continuación:

$$\Delta_{u1I} = \Delta_{s1D} = 100 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u2I} = \Delta_{s2D} = 110 \text{ mm}$$

PASO 3: Determinar el desplazamiento para un sistema de 1 GDL.

Se utiliza la expresión propuesta por Priestley et al., 2007, para determinar el desplazamiento del sistema de 1 GDL.

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}$$

Para poder resolver la ecuación anterior es necesario obtener la masa por áreas tributarias de cada columna, incluyendo 1/3 de la masa de dicha columna; se realizó el correspondiente cálculo de las masas, obteniendo los siguientes resultados:

$m_{1I} = 7517$ tonnes (masa que soporta la columna 1 izquierda, incluyendo 1/3h de su masa)

$m_{1D} = 7250$ tonnes (masa que soporta la columna 1 derecha, incluyendo 1/3h de su masa)

$m_{2I} = 8133$ tonnes (masa que soporta la columna 2 izquierda, incluyendo 1/3h de su masa)

$m_{2D} = 7996$ tonnes (masa que soporta la columna 2 derecha, incluyendo 1/3h de su masa)

por lo que la masa total es $m_T = 30896$ tonnes. Reemplazando estos valores se obtiene:

$$\Delta_d = 110 \text{ mm}$$

PASO 4: Determinar la masa efectiva del sistema de 1 GDL.

$$m_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}{\Delta_d}$$

$$m_e = 30772 \text{ tonnes}$$

La masa efectiva representa el 99.6% de la masa total, cumpliendo con el requisito $m_e \geq 0.90m_T$.

PASO 5: Determinar la ductilidad de desplazamiento y amortiguamiento viscoso equivalente.

La ductilidad de desplazamiento de cada columna, se calcula a continuación:

$$\mu_{\Delta 1I} = \frac{\Delta_{u1I}}{\Delta_{y1I}} = 1$$

$$\mu_{\Delta 1D} = \frac{\Delta_{u1D}}{\Delta_{y1D}} = 0.75$$

$$\mu_{\Delta 2I} = \frac{\Delta_{u2I}}{\Delta_{y2I}} = 0.54$$

$$\mu_{\Delta 2D} = \frac{\Delta_{u2D}}{\Delta_{y2D}} = 0.57$$

Por otro lado, considerando que todas las columnas se encuentran en el rango elástico y por tratarse del estado límite de servicio, el amortiguamiento viscoso equivalente se toma como $\xi_{eq} = 5\%$

PASO 6: Determinar la fracción de fuerza cortante resistida por cada columna

$$V_i = (1 - x) \cdot \sum_{i=1}^n F_i \left(\frac{1}{H_i} / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \right)$$

Como se puede apreciar en la ecuación anterior, la fuerza cortante es inversamente proporcional a la altura de las columnas. A continuación se calculan las fracciones de la fuerza cortante total que soportará cada columna.

$$V_{1I} = (1 - x) \cdot \frac{\frac{1}{29440}}{\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080}} = 0.304 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 30.4\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{1D} = (1 - x) \cdot \frac{\frac{1}{33570}}{\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080}} = 0.266 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 26.6\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{2I} = (1 - x) \cdot \frac{\frac{1}{42230}}{\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080}} = 0.212 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 21.2\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{2D} = (1 - x) \cdot \frac{\frac{1}{41080}}{\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080}} = 0.218 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 21.8\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

PASO 7: Determinar el amortiguamiento equivalente del sistema.

$$\xi_e = \frac{x\Delta_d \cdot 0.05 + (1 - x) \left(\sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \cdot \Delta_i \xi_i \right) / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i}}{x\Delta_d + (1 - x) \left(\sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \cdot \Delta_i \right) / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i}}$$

$$\xi_e = \frac{(0)110 \times 0.05 + (1 - 0) \left(\frac{100 \times 0.05}{29440} + \frac{100 \times 0.05}{33570} + \frac{110 \times 0.05}{42230} + \frac{110 \times 0.05}{41080} \right) / \left(\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080} \right)}{(0)110 + (1 - 0) \left(\frac{100}{29440} + \frac{100}{33570} + \frac{110}{42230} + \frac{110}{41080} \right) / \left(\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080} \right)}$$

$$\xi_e = 0.05$$

PASO 8: Determinar el periodo efectivo, rigidez efectiva y cortante basal de diseño.

Se calculó el espectro de respuesta elástico con amortiguamiento equivalente, que en éste caso es 5% debido a que el desplazamiento último está limitado al desplazamiento de fluencia (estado límite de servicio).

Se utilizó el registro del sismo de México de 1985, registrado en la estación CU, escalado 2.5 veces, para crear el espectro de respuesta elástico de desplazamiento con amortiguamiento equivalente $\xi_e = 5\%$. El sismo anteriormente mencionado corresponde al sismo asociado al estado límite de servicio. Para encontrar el sismo que demandará al puente hasta su límite elástico (punto de inicio de fluencia de la columna más crítica (C1I)), se tuvo que escalar varias veces el registro y luego excitar a la estructura. Seguidamente se verificó que el desplazamiento no excediera el desplazamiento objetivo (Δ_u).

Una vez obtenido el desplazamiento del sistema de 1 GDL ($\Delta_d = 110\text{mm}$) y el espectro de respuesta elástico de desplazamiento, asociado al estado límite de servicio, se puede obtener el periodo equivalente del sistema. Se traza una línea horizontal desde el valor del desplazamiento del sistema de 1 GDL hasta interceptar al espectro de respuesta elástico de desplazamiento, para luego trazar una línea vertical desde ésta intercepción hasta el eje de las abscisas y proceder a leer el correspondiente valor de periodo equivalente. En la figura A.2 se muestra más a detalle el procedimiento para encontrar el periodo efectivo.

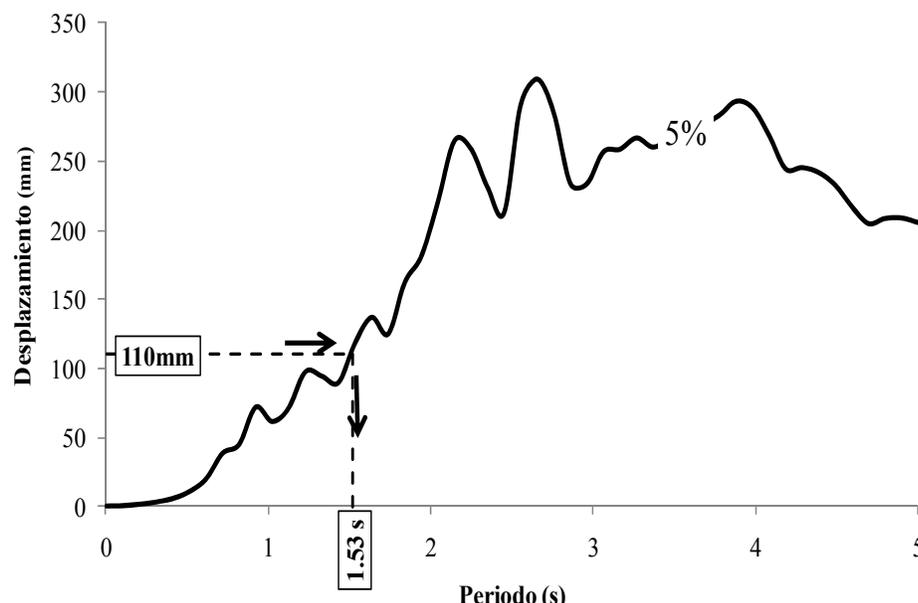


Figura A.2. Espectros elásticos de respuesta de desplazamiento, asociado al sismo de servicio (amortiguamiento equivalente $\xi_e = 5\%$)

Como se puede apreciar en la figura anterior el valor del periodo equivalente es de $T_e = 1.53s$. Con este valor se calcula la rigidez equivalente y el cortante en la base, de la siguiente manera:

Rigidez equivalente:

$$k_e = \frac{4\pi^2 m_e}{T_e^2}$$

$$k_e = \frac{4 \times \pi^2 \times 30772}{1.53^2} = 518957 \text{ kN/m}$$

Cortante en la base:

$$V_{\text{base}} = k_e \Delta_d$$

$$V_{\text{base}} = 55815 \text{ kN}$$

PASO 9: Distribuir el cortante basal a las columnas

$$F_i = V_{\text{base}} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)$$

$$F_{1I} = \frac{55815 \times (7517 \times 100)}{(7517 \times 100) + (7250 \times 100) + (8133 \times 110) + (7996 \times 110)} = 12677 \text{ kN}$$

$$F_{1D} = \frac{55815 \times (7250 \times 100)}{(7517 \times 100) + (7250 \times 100) + (8133 \times 110) + (7996 \times 110)} = 12227 \text{ kN}$$

$$F_{2I} = \frac{55815 \times (8133 \times 110)}{(7517 \times 100) + (7250 \times 100) + (8133 \times 110) + (7996 \times 110)} = 15587 \text{ kN}$$

$$F_{2D} = \frac{55815 \times (7996 \times 100)}{(7517 \times 100) + (7250 \times 100) + (8133 \times 110) + (7996 \times 110)} = 15324 \text{ kN}$$

PASO 10: Obtención de la fuerza cortante y momentos flexionantes y desplazamientos en las columnas.

Producto del análisis del puente en **SAP2000** y haberle asignado a las columnas las fuerzas obtenidas en el paso 9, se obtienen las fuerzas cortantes, momentos flexionantes y desplazamientos, verificando que se cumple con la fracción de fuerza cortante que debe ser resistida por cada columna (ver paso 6).

Fuerzas cortantes:

Tabla A.2 Fuerzas cortantes obtenidas en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Fuerza cortante en las columnas (kN)	16976	14879	11814	12146

Momentos flexionantes:

$$M_i = V_i \cdot H_i$$

Tabla A.3 Momentos flexionantes obtenidos en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Momentos flexionantes en las columnas (MN-m)	506	506	506	506

Desplazamientos:

Tabla A.4 Desplazamientos obtenidos en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Desplazamientos finales en las columnas (mm)	95		160	

b) ESTADO LÍMITE DE SUPERVIVENCIA (DBDD)

PASO 1: Estimar la fracción de fuerza lateral soportada por los estribos, debida a la flexión de la superestructura. Se considerará cero la fuerza lateral que resisten los estribos cuando toda la fuerza lateral sea resistida por las columnas.

Al igual que el estado límite de servicio, se considera que toda la fuerza lateral será resistida por las columnas, por lo que:

$$x = 0$$

PASO 2: Estimar el perfil de desplazamiento inicial. La magnitud del perfil de desplazamiento será determinada por la forma modal.

Datos del puente:

$H_{1I} = 29800$ mm (29.80 m) (Altura de la columna 1 izquierda)

$H_{1D} = 34000$ mm (34.00 m) (Altura de la columna 1 derecha)

$H_{2I} = 42820$ mm (42.82 m) (Altura de la columna 2 izquierda)

$H_{2D} = 41650$ mm (41.65 m) (Altura de la columna 2 derecha)

Datos de los materiales:

Acero:

$E_s = 200000$ MPa

$f_{yh} = 420$ MPa

$f_y = 1.10 \times f_{yh} = 462$ MPa

$f_u = 1.35 \times f_{yh} = 567$ MPa

Concreto:

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f'_{ce} = 1.30 \times f'_c = 45.5 \text{ MPa}$$

Paso 2.1: Cálculo de la curvatura de fluencia y la curvatura última.

La curvatura de fluencia y curvatura última fueron obtenidas del diagrama momento – curvatura de la sección transversal de la columna tipo cajón del puente (ver capítulo 3).

$$\phi_y = 0.00067 \text{ 1/m (curvatura de fluencia de la sección cajón)}$$

$$\phi_u = 0.0060 \text{ 1/m (curvatura última de la sección cajón)}$$

Paso 2.2: Cálculo del desplazamiento de fluencia y longitud de rótula plástica de cada columna.

Para el calcular el desplazamiento de fluencia de cada columna, primero se debe calcular la longitud de deformación por penetración (L_{sp}).

Sí, $d_{bl} = 31.80 \text{ mm}$ (se consideró para el cálculo el diámetro de la varilla de refuerzo longitudinal #10)

entonces la longitud por deformación por penetración será:

$$L_{sp} = 0.022 \times f_y \times d_{bl} = 323.22 \text{ mm}$$

A continuación se muestran los valores de desplazamiento de fluencia para cada columna, considerando que se encuentra doblemente empotrada.

$$\Delta_{y1I} = \frac{\phi_y(H1I+2Lsp)^2}{6} = 100 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 1I)}$$

$$\Delta_{y1D} = \frac{\phi_y(H1D+2Lsp)^2}{6} = 130 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 1D)}$$

$$\Delta_{y2I} = \frac{\phi_y(H2I+2Lsp)^2}{6} = 210 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 2I)}$$

$$\Delta_{y2D} = \frac{\phi_y(H2D+2Lsp)^2}{6} = 200 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 2D)}$$

Para calcular la longitud de rótula plástica de cada columna, es necesario calcular el factor k , que es un factor que toma en cuenta la importancia de la relación entre la fuerza de tensión última y la fuerza de fluencia del refuerzo a flexión, éste valor está restringido a 0.08.

$$k = 0.2 \left(\frac{f_u}{f_{yh}} - 1 \right) = 0.07$$

Las longitudes de rótula plástica calculadas para cada columna del puente se muestran a continuación:

$$L_{P1I} = k \frac{H_{1I}}{2} + L_{sp} = 1370 \text{ mm}$$

$$L_{P1D} = k \frac{H_{1D}}{2} + L_{sp} = 1510 \text{ mm}$$

$$L_{P2I} = k \frac{H_{2I}}{2} + L_{sp} = 1820 \text{ mm}$$

$$L_{P2D} = k \frac{H_{2D}}{2} + L_{sp} = 1780 \text{ mm}$$

Priestley et al. (2007), recomienda modificar la altura para calcular el desplazamiento plástico, siempre que se cumpla $0.08H > L_{sp}$, esto con el objetivo de mejorar la estimación de desplazamiento plástico.

Todas las columnas cumplen con la condición anterior, por lo que se modificará la altura de las columnas, como sigue:

$$H'_{1I} = H_{1I} - \left(\frac{L_{P1I}}{2} - L_{sp} \right) = 29440 \text{ mm}$$

$$H'_{1D} = H_{1D} - \left(\frac{L_{P1D}}{2} - L_{sp} \right) = 33570 \text{ mm}$$

$$H'_{2I} = H_{2I} - \left(\frac{L_{P2I}}{2} - L_{sp} \right) = 42230 \text{ mm}$$

$$H'_{2D} = H_{2D} - \left(\frac{L_{P2D}}{2} - L_{sp} \right) = 41080 \text{ mm}$$

Paso 2.3: Calculando el desplazamiento de último de cada columna.

$$\Delta_u = \Delta_y + (\phi_u - \phi_y)L_p H$$

$$\Delta_{u1I} = 0.10 + (0.0060 - 0.00067) \times 1.37 \times 29.44 = 0.32 \text{ m ó } 320 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u1D} = 0.13 + (0.0060 - 0.00067) \times 1.51 \times 33.57 = 0.40 \text{ m ó } 400 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u2I} = 0.21 + (0.0060 - 0.00067) \times 1.82 \times 42.23 = 0.62 \text{ m ó } 620 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u2D} = 0.20 + (0.0060 - 0.00067) \times 1.78 \times 41.08 = 0.59 \text{ m ó } 590 \text{ mm}$$

Por otro lado, se restringe el desplazamiento de cada columna del puente a la columna que alcanza su capacidad última. Para este ejemplo los desplazamientos en cada marco quedan restringidos a las columnas más corta, por ser éstas las más críticas. Es decir en el marco 1, el desplazamiento está gobernado por la columna 1I (320mm) y para el marco 2 el desplazamiento es gobernado por la columna 2D (590mm). Esto último quiere decir que los marcos 1 y 2, no pueden tener desplazamientos mayores que los desplazamientos de la columna 1I y 2D, respectivamente.

$$\Delta_{s1I} = \Delta_{s1D} = 320 \text{ mm}$$

$$\Delta_{s2I} = \Delta_{s2D} = 590 \text{ mm}$$

Luego se procede a calcular las rigideces de las columnas. En este caso las columnas tienen la misma sección transversal, por lo tanto tendrán la misma rigidez inicial (K_i).

Cuando se tiene el caso de una columna empotrada en un extremo y libre en el otro la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{3EI}{H^3}$$

Cuando se tiene el caso de una columna doblemente empotrada en sus extremos la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{12EI}{H^3}$$

El valor del módulo de elasticidad del concreto usado en los cálculos fue de:

$$E_c = 4400\sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad \text{o}$$

$$E_c = 14000\sqrt{f'_c} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

La inercia alrededor del eje x-x, la cual corresponde al sentido transversal del puente (ver figura A.1) es $I_{x-x} = 73.74 \times 10^{12} \text{ mm}^4$ ($I_{x-x} = 73.74 \text{ m}^4$), por lo que la rigidez inicial de cada columna, es igual a:

$$k_{1I} = 887900 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 1 izquierda)}$$

$$k_{1D} = 597828 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 1 derecha)}$$

$$k_{2I} = 299276 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 2 izquierda)}$$

$$k_{2D} = 325212 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 2 derecha)}$$

Luego se procede a calcular EI_{eff} del diagrama momento – curvatura de la sección cajón :

$$EI_{eff} = \frac{M_y}{\phi_y}$$

donde:

$M_y = 817668 \text{ kN-m}$ (valor obtenido del diagrama momento – curvatura)

$$EI_{eff} = \frac{M_y}{\phi_y} = 1220400645 \text{ kN-m}^2$$

Luego se calcula la rigidez secante, para el estado límite de supervivencia, con la siguiente ecuación:

- Cuando se tiene el caso de una columna empotrada en un extremo y libre en el otro la rigidez inicial es:

$$K_{sec} = \frac{3EI}{H^3} \frac{\Delta_y}{\Delta_u}$$

- Cuando se tiene el caso de una columna doblemente empotrada en sus extremos la rigidez inicial es:

$$K_{sec} = \frac{12EI}{H^3} \frac{\Delta_y}{\Delta_u}$$

Este último es el caso que se tiene, por lo que la rigidez secante de cada columna, es igual a:

$k_{sec1I} = 179012 \text{ kN/m}$ (rigidez secante de la columna 1 izquierda)

$k_{sec1D} = 156076 \text{ kN/m}$ (rigidez secante de la columna 1 derecha)

$k_{sec2I} = 66700 \text{ kN/m}$ (rigidez secante de la columna 2 izquierda)

$k_{sec2D} = 68632 \text{ kN/m}$ (rigidez secante de la columna 2 derecha)

Además, la relación de rigideces para cada columna, queda de la siguiente manera:

$$\alpha_{1I} = \frac{k_{sec1I}}{k_{i1I}} = 0.20$$

$$\alpha_{1D} = \frac{k_{sec1D}}{k_{i1D}} = 0.26$$

$$\alpha_{2I} = \frac{k_{sec2I}}{k_{i2I}} = 0.22$$

$$\alpha_{2D} = \frac{k_{sec2D}}{k_{i2D}} = 0.21$$

Después se procede a calcular las formas modales, considerando en el cálculo la rigidez secante de las columnas. El modelo analítico fue desarrollado en el programa **SAP2000**. A continuación se presentan los resultados de las 2 primeras formas modales y su correspondiente combinación con la regla de la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (RCSC).

Tabla A.5 Formas modales del puente en estudio – estado límite de supervivencia

Modo	Marco 1	Marco 2
1	0.974	1.617
2	1.345	0.799
RCSC	1.661	1.804
Forma modal normalizada	0.920	1.000

Escalando los desplazamientos restringidos a la columna más corta por la forma modal normalizada, obtenemos los desplazamientos últimos de diseño (asociados al estado límite de supervivencia), los que se muestran a continuación:

$$\Delta_{u1I} = \Delta_{s1D} = 320 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u2I} = \Delta_{s2D} = 350 \text{ mm}$$

PASO 3: Determinar el desplazamiento para un sistema de 1 GDL.

Se utiliza la expresión propuesta por Priestley et al., 2007, para determinar el desplazamiento del sistema de 1 GDL. Además, los valores de masas son las mismas que las del ejemplo anterior por tratarse del mismo puente.

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}$$

$$\Delta_d = 340 \text{ mm}$$

PASO 4: Determinar la masa efectiva del sistema de 1 GDL.

$$m_e = \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) / \Delta_d$$

$$m_e = 30843 \text{ tonnes}$$

La masa efectiva representa el 99.8% de la masa total, cumpliendo con el requisito $m_e \geq 0.90m_T$.

PASO 5: Determinar la ductilidad de desplazamiento y amortiguamiento viscoso equivalente.

La ductilidad de desplazamiento de cada columna, son calculadas a continuación:

$$\mu_{\Delta 1I} = \frac{\Delta_{u1I}}{\Delta_{y1I}} = 3.09$$

$$\mu_{\Delta 1D} = \frac{\Delta_{u1D}}{\Delta_{y1D}} = 2.39$$

$$\mu_{\Delta 2I} = \frac{\Delta_{u2I}}{\Delta_{y2I}} = 1.65$$

$$\mu_{\Delta 2D} = \frac{\Delta_{u2D}}{\Delta_{y2D}} = 1.74$$

Por otro lado, el cálculo del amortiguamiento viscoso equivalente es:

$$\xi_{eq} = 0.05 + 0.444 \left(\frac{\mu_{\Delta i} - 1}{\mu_{\Delta i} \pi} \right)$$

$$\xi_{eq1I} = 0.05 + 0.444 \left(\frac{3.09 - 1}{3.09 \times \pi} \right) = 0.146 \text{ ó } 14.6\%$$

$$\xi_{eq1D} = 0.05 + 0.444 \left(\frac{2.39 - 1}{2.39 \times \pi} \right) = 0.132 \text{ ó } 13.2\%$$

$$\xi_{eq2I} = 0.05 + 0.444 \left(\frac{1.65 - 1}{1.65 \times \pi} \right) = 0.106 \text{ ó } 10.6\%$$

$$\xi_{eq2D} = 0.05 + 0.444 \left(\frac{1.74 - 1}{1.74 \times \pi} \right) = 0.110 \text{ ó } 11.0\%$$

PASO 6: Determinar la fracción de fuerza cortante resistida por cada columna

La fracción de fuerza cortante resistida por cada columna fue calculada en el ejemplo anterior, por lo que nos limitamos a mostrar éstos valores a continuación:

$$V_i = (1 - x) \cdot \sum_{i=1}^n F_i \left(\frac{1}{H_i} / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \right)$$

$$V_{1I} = 0.304 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 30.4\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{1D} = 0.266 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 26.6\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{2I} = 0.212 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 21.2\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{1D} = 0.218 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 21.8\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

PASO 7: Determinar el amortiguamiento equivalente del sistema.

$$\xi_e = \frac{x\Delta_d \cdot 0.05 + (1-x) \left(\sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \cdot \Delta_i \xi_i \right) / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i}}{x\Delta_d + (1-x) \left(\sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \cdot \Delta_i \right) / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i}}$$

$$\xi_e = \frac{(0)340 \times 0.05 + (1-0) \left(\frac{320 \times 0.146}{29440} + \frac{320 \times 0.132}{33570} + \frac{350 \times 0.106}{42230} + \frac{350 \times 0.11}{41080} \right) / \left(\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080} \right)}{(0)340 + (1-0) \left(\frac{320}{29440} + \frac{320}{33570} + \frac{350}{42230} + \frac{350}{41080} \right) / \left(\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080} \right)}$$

$$\xi_e = 0.13 \text{ ó } 13\%$$

PASO 8: Determinar el periodo efectivo, rigidez efectiva y cortante basal de diseño.

Se calculó el espectro de respuesta elástico con un amortiguamiento equivalente, que en éste caso fue del 13%.

Se utilizó el registro del sismo de México de 1985, registrado en la estación CU, escalado 7 veces, para crear el espectro de respuesta elástico de desplazamiento con amortiguamiento equivalente $\xi_e = 13\%$. Este sismo anteriormente mencionado corresponde al sismo asociado al estado límite de supervivencia. Para encontrar el sismo que demandará al puente hasta su desplazamiento último (punto de inicio de falla de la columna más crítica (CII)), se tuvo que escalar varias veces el registro y luego excitar a la estructura. Seguidamente se verificó que el desplazamiento no excediera el desplazamiento objetivo (Δ_u).

Una vez obtenido el desplazamiento del sistema de 1 GDL ($\Delta_d = 340\text{mm}$) y el espectro de respuesta elástico de desplazamiento, asociado al estado límite de supervivencia, se puede obtener el periodo equivalente del sistema. El procedimiento fue descrito en el ejemplo anterior y también es mostrado en la figura A.3.

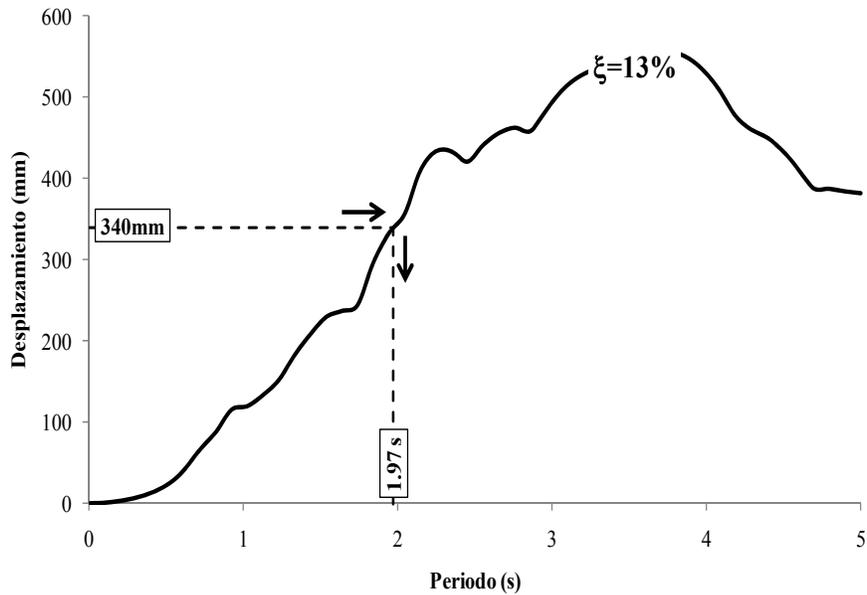


Figura A.3. Espectros elásticos de respuesta de desplazamiento, asociado al sismo de supervivencia (amortiguamiento equivalente $\xi_e = 13\%$)

Como se puede apreciar en la figura anterior el valor del periodo equivalente es de $T_e = 1.97s$. Con este valor se calcula la rigidez equivalente y el cortante en la base, de la siguiente manera:
Rigidez equivalente:

$$k_e = \frac{4\pi^2 m_e}{T_e^2}$$

$$k_e = \frac{4 \times \pi^2 \times 30843}{1.97^2} = 313751 \text{ kN/m}$$

Cortante en la base:

$$V_{base} = k_e \Delta_d$$

$$V_{base} = 105139 \text{ kN}$$

PASO 9: Distribuir el cortante basal a las columnas

$$F_i = V_{base} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)$$

$$F_{1I} = \frac{105139 \times (7517 \times 320)}{(7517 \times 320) + (7250 \times 320) + (8133 \times 350) + (7996 \times 350)} = 24469 \text{ kN}$$

$$F_{1D} = \frac{105139 \times (7250 \times 320)}{(7517 \times 320) + (7250 \times 320) + (8133 \times 350) + (7996 \times 350)} = 23600 \text{ kN}$$

$$F_{2I} = \frac{105139 \times (8133 \times 350)}{(7517 \times 320) + (7250 \times 320) + (8133 \times 350) + (7996 \times 350)} = 28778 \text{ kN}$$

$$F_{2D} = \frac{105139 \times (7996 \times 350)}{(7517 \times 320) + (7250 \times 320) + (8133 \times 350) + (7996 \times 350)} = 28293 \text{ kN}$$

PASO 10: Obtención de la fuerza cortante y momentos flexionantes y desplazamientos en las columnas.

Antes de realizar el análisis en el programa **SAP2000**, es necesario volver a modificar las rigideces de las columnas, debido a que los desplazamientos de las columnas quedaron restringidos a las columnas más cortas de cada marco. La rigidez secante asignada a cada columna para el análisis se muestran a continuación:

$$K_i = \frac{12EI}{H^3} \frac{\Delta_y}{\Delta_u}$$

$k_{sec1I} = 179012 \text{ kN/m}$ (rigidez secante de la columna 1 izquierda)

$k_{sec1D} = 156076 \text{ kN/m}$ (rigidez secante de la columna 1 derecha)

$k_{sec2I} = 113140 \text{ kN/m}$ (rigidez secante de la columna 2 izquierda)

$k_{sec2D} = 116416 \text{ kN/m}$ (rigidez secante de la columna 2 derecha)

También la relación de rigideces para cada columna, queda de la siguiente manera:

$$\alpha_{1I} = \frac{k_{sec1I}}{k_{i1I}} = 0.20$$

$$\alpha_{1D} = \frac{k_{sec1D}}{k_{i1D}} = 0.26$$

$$\alpha_{2I} = \frac{k_{sec2I}}{k_{i2I}} = 0.38$$

$$\alpha_{2D} = \frac{k_{sec2D}}{k_{i2D}} = 0.36$$

Luego de modificar la rigidez de cada columna y haberles asignado las fuerzas actuantes obtenidas en el paso 9, se obtienen las fuerzas cortantes, momentos flexionantes y desplazamientos, verificando que se cumpla con la fracción de fuerza cortante que debe ser resistida por cada columna (ver paso 6).

Fuerzas cortantes:

Tabla A.6 Fuerzas cortantes obtenidas en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Fuerza cortante en las columnas (kN)	31978	28028	22254	22880

Momentos flexionantes:

$$M_i = V_i \cdot H_i$$

Tabla A.7 Momentos flexionantes obtenidos en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Momentos flexionantes en las columnas (MN-m)	953	953	953	953

Desplazamientos:

Tabla A.8 Desplazamientos obtenidos en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Desplazamientos finales en las columnas (mm)	318		400	

B.1 MÉTODO DEL ESPECTRO INELÁSTICO (MEI):

El procedimiento del método MEI, es muy similar al procedimiento del método DBDD. La diferencia se encuentra en que el método MEI utiliza la rigidez efectiva (agrietada) en las columnas y para la demanda se utiliza un espectro inelástico de respuesta de desplazamiento.

a) ESTADO LÍMITE DE SERVICIO (MEI)

Los métodos dan los mismos resultados para el estado límite de servicio. Esto se debe a que la rigidez efectiva considerada en el método MEI, es la misma que la rigidez secante del método DBDD y el espectro inelástico utiliza un factor de ductilidad $\mu = 1$ y amortiguamiento $\xi = 5\%$, el cual es igual al espectro elástico con amortiguamiento equivalente $\xi_{eq} = 5\%$.

PASO 1: Estimar la fracción de fuerza lateral soportada por los estribos debidos a la flexión de la superestructura. Se considerará cero la fuerza lateral que resisten los estribos cuando toda la fuerza lateral sea resistida por las columnas.

$$x = 0$$

PASO 2: Estimar el perfil de desplazamiento inicial. La magnitud del perfil de desplazamiento será determinado por la forma modal.

Datos del puente:

$$H_{1I} = 29800 \text{ mm (29.80 m) (Altura de la columna 1 izquierda)}$$

$$H_{1D} = 34000 \text{ mm (34.00 m) (Altura de la columna 1 derecha)}$$

$$H_{2I} = 42820 \text{ mm (42.82 m) (Altura de la columna 2 izquierda)}$$

$H_{2D} = 41650 \text{ mm (41.65 m)}$ (Altura de la columna 2 derecha)

Datos de los materiales:

Aceros:

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$f_{yh} = 420 \text{ MPa}$$

$$f_y = 1.10 \times f_{yh} = 462 \text{ MPa}$$

$$f_u = 1.35 \times f_{yh} = 567 \text{ MPa}$$

Concreto:

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f'_{ce} = 1.30 \times f'_c = 45.5 \text{ MPa}$$

Paso 2.1: Cálculo de la curvatura de fluencia y la curvatura última.

La curvatura de fluencia y curvatura última fueron obtenidas del diagrama momento – curvatura de la sección transversal de la columna tipo cajón del puente (ver capítulo 3).

$$\phi_y = 0.00067 \text{ 1/m (curvatura de fluencia de la sección cajón)}$$

$$\phi_u = 0.0060 \text{ 1/m (curvatura última de la sección cajón)}$$

Paso 2.2: Cálculo del desplazamiento de fluencia y longitud de rótula plástica de cada columna.

Para el calcular el desplazamiento de fluencia de cada columna, primero se debe calcular la longitud de deformación por penetración (L_{sp}).

Sí, $d_{bl} = 31.80 \text{ mm}$ (se consideró para el cálculo el diámetro de la varilla de refuerzo longitudinal #10)

entonces la longitud por deformación por penetración será:

$$L_{sp} = 0.022 \times f_y \times d_{bl} = 323.22 \text{ mm}$$

A continuación se muestran los valores de desplazamiento de fluencia para cada columna, considerando que se encuentra doblemente empotrada.

$$\Delta_{y1I} = \frac{\phi_y(H1I+2Lsp)^2}{6} = 100 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 1I)}$$

$$\Delta_{y1D} = \frac{\phi_y(H1D+2Lsp)^2}{6} = 130 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 1D)}$$

$$\Delta_{y2I} = \frac{\phi_y(H2I+2Lsp)^2}{6} = 210 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 2I)}$$

$$\Delta_{y2D} = \frac{\phi_y(H2D+2Lsp)^2}{6} = 200 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 2D)}$$

Para calcular la longitud de rótula plástica de cada columna, es necesario calcular el factor k , el cual es un factor que toma en cuenta la importancia de la relación entre la fuerza de tensión última y la fuerza de fluencia del refuerzo a flexión, éste valor está restringido a 0.08.

$$k = 0.2 \left(\frac{f_u}{f_{yh}} - 1 \right) = 0.07$$

Las longitudes de rótula plástica calculadas para cada columna del puente se muestran a continuación:

$$L_{P1I} = k \frac{H_{1I}}{2} + L_{sp} = 1370 \text{ mm}$$

$$L_{P1D} = k \frac{H_{1D}}{2} + L_{sp} = 1510 \text{ mm}$$

$$L_{P2I} = k \frac{H_{2I}}{2} + L_{sp} = 1820 \text{ mm}$$

$$L_{P2D} = k \frac{H_{2D}}{2} + L_{sp} = 1780 \text{ mm}$$

Priestley et al. (2007), recomiendan modificar la altura para calcular el desplazamiento plástico, siempre que se cumpla $0.08H > L_{sp}$, esto con el objetivo de mejorar la estimación de desplazamiento plástico.

Todas las columnas cumplen con la condición anterior, por lo que se modificará la altura de las columnas, como sigue:

$$H'_{1I} = H_{1I} - \left(\frac{L_{P1I}}{2} - L_{sp} \right) = 29440 \text{ mm}$$

$$H'_{1D} = H_{1D} - \left(\frac{L_{P1D}}{2} - L_{sp} \right) = 33570 \text{ mm}$$

$$H'_{2I} = H_{2I} - \left(\frac{L_{P2I}}{2} - L_{sp} \right) = 42230 \text{ mm}$$

$$H'_{2D} = H_{2D} - \left(\frac{L_{P2D}}{2} - L_{sp} \right) = 41080 \text{ mm}$$

Al igual que el método DBDD, se restringimos el desplazamiento de cada columna del puente a la columna que alcanza su capacidad última. Para este ejemplo los desplazamientos en cada marco quedan restringidos a las columnas más corta, por ser éstas las más críticas. Es decir, en el marco 1 el desplazamiento está gobernado por la columna 1I (100mm), y para el marco 2, el desplazamiento está gobernado por la columna 2D (200mm). Esto último quiere decir que los marcos 1 y 2, no pueden tener desplazamientos mayores que los desplazamientos de la columna 1I y 2D, respectivamente.

$$\Delta_{s1I} = \Delta_{s1D} = 100\text{mm}$$

$$\Delta_{s2I} = \Delta_{s2D} = 200\text{mm}$$

Luego se procede a calcular las rigideces de las columnas. En este caso las columnas tienen la misma sección transversal, por lo tanto tendrán la misma rigidez inicial (K_i).

Cuando se tiene el caso de una columna empotrada en un extremo y libre en el otro, la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{3EI}{H^3}$$

Cuando se tiene el caso de una columna doblemente empotrada en sus extremos la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{12EI}{H^3}$$

El valor del módulo de elasticidad del concreto usado en los cálculos fue de:

$$E_c = 4400\sqrt{f'_c} \text{ (MPa) } \quad \text{ó}$$

$$E_c = 14000\sqrt{f'_c} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

La inercia alrededor del eje x-x, la cual corresponde al sentido transversal del puente (ver figura A.1) es $I_{x-x} = 73.74 \times 10^{12} \text{ mm}^4$ ($I_{x-x} = 73.74 \text{ m}^4$), por lo que la rigidez inicial de cada columna, es igual a:

$$k_{1I} = 887900 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 1 izquierda)}$$

$$k_{1D} = 597828 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 1 derecha)}$$

$$k_{2I} = 299276 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 2 izquierda)}$$

$$k_{2D} = 325212 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 2 derecha)}$$

Luego procedemos a calcular la rigidez efectiva (agrietada), que en éste caso es igual a la rigidez secante, por tratarse del estado límite de servicio. Se puede obtener la rigidez efectiva del diagrama momento – curvatura de la sección cajón mediante:

$$EI_{eff} = \frac{M_y}{\phi_y}$$

donde:

$M_y = 817668 \text{ kN-m}$ (valor obtenido del diagrama momento – curvatura)

$$EI_{eff} = \frac{M_y}{\phi_y} = 1220400645 \text{ kN-m}^2$$

por lo que la rigidez efectiva de cada columna, es igual a:

$$k_{1I} = 553396 \text{ kN/m (rigidez efectiva de la columna 1 izquierda)}$$

$$k_{1D} = 372604 \text{ kN/m (rigidez efectiva de la columna 1 derecha)}$$

$$k_{2I} = 186528 \text{ kN/m (rigidez efectiva de la columna 2 izquierda)}$$

$$k_{2D} = 202692 \text{ kN/m (rigidez efectiva de la columna 2 derecha)}$$

Además la relación de rigideces queda de la siguiente manera:

$$\alpha = \frac{k_{eff}}{k_i} = 0.62$$

Después se procede a calcular las formas modales, considerando en el cálculo la rigidez efectiva de las columnas. El modelo analítico fue desarrollado en el programa *SAP2000*. A continuación se presentan los resultados de las 2 primeras formas modales y su correspondiente combinación con la regla de la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (RCSC).

Tabla A.9 Formas modales del puente en estudio – estado límite de servicio

Modo	Marco 1	Marco 2
1	0.650	1.716
2	1.403	0.380
RCSC	1.546	1.758
Forma modal normalizada	0.880	1.000

Escalando los desplazamientos restringidos a la columna más corta por la forma modal normalizada, obtenemos los desplazamientos últimos de diseño (asociados al estado límite de servicio), los que se muestra a continuación:

$$\Delta_{u1I} = \Delta_{s1D} = 100\text{mm}$$

$$\Delta_{u2I} = \Delta_{s2D} = 110\text{mm}$$

PASO 3: Determinar el desplazamiento para un sistema de 1 GDL.

Se utilizó la expresión propuesta por Priestley et al., 2007, para determinar el desplazamiento del sistema de 1 GDL.

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}$$

Para poder resolver la ecuación anterior es necesario obtener la masa por áreas tributarias de cada columna, incluyendo 1/3 de la masa de dicha columna; por lo que se realizó el correspondiente cálculo de las masas, obteniendo los siguientes resultados:

$m_{1I} = 7517$ tonnes (masa que soporta la columna 1 izquierda, incluyendo 1/3h de su masa)

$m_{1D} = 7250$ tonnes (masa que soporta la columna 1 derecha, incluyendo 1/3h de su masa)

$m_{2I} = 8133$ tonnes (masa que soporta la columna 2 izquierda, incluyendo 1/3h de su masa)

$m_{2D} = 7996$ tonnes (masa que soporta la columna 2 derecha, incluyendo 1/3h de su masa)

por lo que la masa total es $m_T = 30896$ tonnes, reemplazando estos valores se obtiene:

$$\Delta_d = 110\text{mm}$$

PASO 4: Determinar la masa efectiva del sistema de 1 GDL.

$$m_e = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}{\Delta_d}$$

$$m_e = 30772 \text{ tonnes}$$

La masa efectiva representa el 99.6% de la masa total, cumpliendo con el requisito $m_e \geq 0.90m_T$.

PASO 5: Ductilidad de desplazamiento y amortiguamiento del sistema.

La ductilidad de desplazamiento del sistema será:

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y} = 1$$

Por otro lado, el valor de amortiguamiento a considerarse para el cálculo del espectro inelástico fue de $\xi = 5\%$.

PASO 6: Determinar la fracción de fuerza cortante resistida por cada columna

$$V_i = (1 - x) \cdot \sum_{i=1}^n F_i \left(\frac{1}{H_i} / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \right)$$

Como se puede apreciar en la ecuación anterior, la fuerza cortante es inversamente proporcional a la altura de las columnas. A continuación se calcularon las fracciones de la fuerza cortante total que soportará cada columna.

$$V_{11} = (1 - x) \cdot \frac{\frac{1}{29440}}{\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080}} = 0.304 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 30.4\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{1D} = (1 - x) \cdot \frac{\frac{1}{33570}}{\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080}} = 0.266 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 26.6\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{21} = (1 - x) \cdot \frac{\frac{1}{42230}}{\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080}} = 0.212 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 21.2\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{1D} = (1 - x) \cdot \frac{\frac{1}{41080}}{\frac{1}{29440} + \frac{1}{33570} + \frac{1}{42230} + \frac{1}{41080}} = 0.218 \times \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 21.8\% \times \sum_{i=1}^n F_i$$

PASO 7: Determinar el periodo efectivo, rigidez efectiva y cortante basal de diseño.

Se utilizó el registro del sismo de México de 1985, registrado en la estación CU, escalado 2.5 veces, para crear el espectro de respuesta inelástico de desplazamiento con una ductilidad de $\mu = 1$ y un amortiguamiento $\xi = 5\%$.

El sismo anteriormente mencionado corresponde al sismo asociado al estado límite de servicio. Para encontrar el sismo que demandará al puente hasta su límite elástico (punto de inicio de fluencia de la columna más crítica (CII)), se tuvo que escalar varias veces el registro y luego excitar a la estructura, seguidamente se verificó que el desplazamiento no excediera el desplazamiento objetivo (Δ_u).

Una vez obtenido el desplazamiento del sistema de 1 GDL ($\Delta_d = 110\text{mm}$) y el espectro de respuesta inelástico de desplazamiento, asociado al estado límite de servicio, se puede obtener el periodo equivalente del sistema. Se traza una línea horizontal desde el valor del desplazamiento del sistema de 1 GDL hasta interceptar al espectro de respuesta inelástico de desplazamiento, para luego trazar una línea vertical desde ésta intersección hasta el eje de las abscisas y proceder a leer el correspondiente valor de periodo equivalente. En la figura A.4 se muestra más a detalle el procedimiento para encontrar el periodo efectivo.

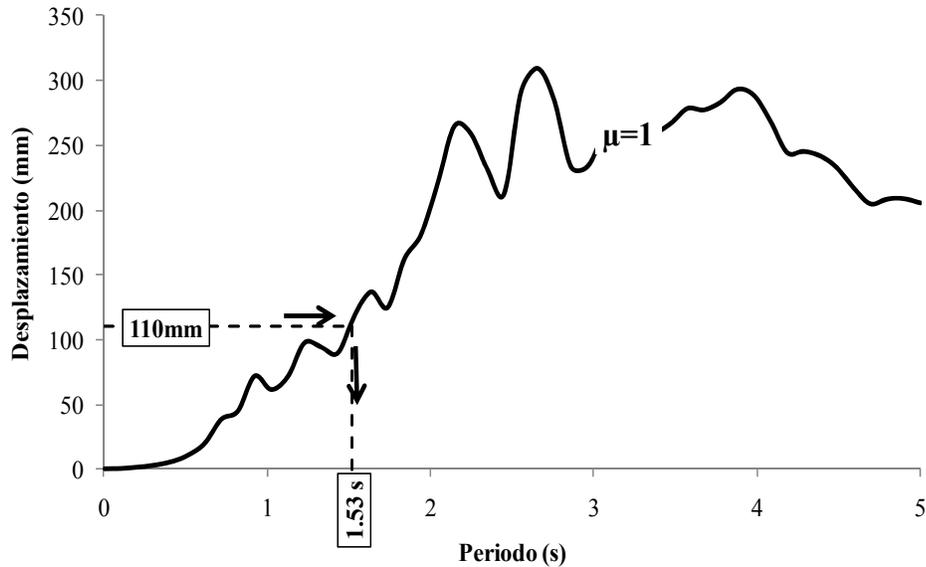


Figura A.4. Espectros inelásticos de respuesta de desplazamiento, asociado al sismo de servicio (ductilidad $\mu = 1$)

Como se puede apreciar en la figura anterior el valor del periodo equivalente es de $T_e = 1.53\text{s}$. Con este valor se calcula la rigidez equivalente y el cortante en la base, de la siguiente manera:
Rigidez equivalente:

$$k_e = \frac{4\pi^2 m_e}{T_e^2}$$

$$k_e = \frac{4 \times \pi^2 \times 30772}{1.53^2} = 518957 \text{ kN/m}$$

Cortante en la base:

$$V_{base} = k_e \Delta_d$$

$$V_{base} = 55815 \text{ kN}$$

PASO 8: Distribuir el cortante basal a las columnas

$$F_i = V_{base} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)$$

$$F_{1I} = \frac{55815 \times (7517 \times 100)}{(7517 \times 100) + (7250 \times 100) + (8133 \times 110) + (7996 \times 110)} = 12677 \text{ kN}$$

$$F_{1D} = \frac{55815 \times (7250 \times 100)}{(7517 \times 100) + (7250 \times 100) + (8133 \times 110) + (7996 \times 110)} = 12227 \text{ kN}$$

$$F_{2I} = \frac{55815 \times (8133 \times 110)}{(7517 \times 100) + (7250 \times 100) + (8133 \times 110) + (7996 \times 110)} = 15587 \text{ kN}$$

$$F_{2D} = \frac{55815 \times (7996 \times 100)}{(7517 \times 100) + (7250 \times 100) + (8133 \times 110) + (7996 \times 110)} = 15324 \text{ kN}$$

PASO 9: Obtención de la fuerza cortante y momentos flexionantes y desplazamientos en las columnas. Producto del análisis en *SAP2000* del puente y haberle asignado las fuerzas obtenidas en el paso 9 en las columnas, se obtienen las fuerzas cortantes, momentos flexionantes y desplazamientos, además cumple con la fracción de fuerza cortante que debe ser resistida por cada columna (ver paso 6).

Fuerzas cortantes:

Tabla A.10 Fuerzas cortantes obtenidas en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Fuerza cortante en las columnas (kN)	16976	14879	11814	12146

Momentos flexionantes:

$$M_i = V_i \cdot H_i$$

Tabla A.11 Momentos flexionantes obtenidos en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Momentos flexionantes en las columnas (MN-m)	506	506	506	506

Desplazamientos:

Tabla A.12 Desplazamientos obtenidos en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Desplazamientos finales en las columnas (mm)	95		160	

b) ESTADO LÍMITE DE SUPERVIVENCIA (MEI)

PASO 1: Estimar la fracción de fuerza lateral soportada por los estribos, debida a la flexión de la superestructura. Se considerará cero la fuerza lateral que resisten los estribos cuando toda la fuerza lateral sea resistida por las columnas.

Al igual que el estado límite de servicio, se considera que toda la fuerza lateral será resistida por las columnas, por lo que:

$$x = 0$$

PASO 2: Estimar el perfil de desplazamiento inicial. La magnitud del perfil de desplazamiento será determinada por la forma modal.

Datos del puente:

$$H_{1I} = 29800 \text{ mm (29.80 m) (Altura de la columna 1 izquierda)}$$

$$H_{1D} = 34000 \text{ mm (34.00 m) (Altura de la columna 1 derecha)}$$

$$H_{2I} = 42820 \text{ mm (42.82 m) (Altura de la columna 2 izquierda)}$$

$$H_{2D} = 41650 \text{ mm (41.65 m) (Altura de la columna 2 derecha)}$$

Datos de los materiales:

Acero:

$$E_s = 200000 \text{ MPa}$$

$$f_{yh} = 420 \text{ MPa}$$

$$f_y = 1.10 \times f_{yh} = 462 \text{ MPa}$$

$$f_u = 1.35 \times f_{yh} = 567 \text{ MPa}$$

Concreto:

$$f'_c = 35 \text{ MPa}$$

$$f'_{ce} = 1.30 \times f'_c = 45.5 \text{ MPa}$$

Paso 2.1: Cálculo de la curvatura de fluencia y la curvatura última.

La curvatura de fluencia y curvatura última fueron obtenidas del diagrama momento – curvatura de la sección transversal de la columna tipo cajón del puente (ver capítulo 3).

$$\phi_y = 0.00067 \text{ 1/m (curvatura de fluencia de la sección cajón)}$$

$$\phi_u = 0.0060 \text{ 1/m (curvatura última de la sección cajón)}$$

Paso 2.2: Cálculo el desplazamiento de fluencia y longitud de rótula plástica de cada columna.

Para el calcular el desplazamiento de fluencia de cada columna, primero se debe calcular la longitud de deformación por penetración (L_{sp}).

Sí, $d_{bl} = 31.80 \text{ mm}$ (se consideró para el cálculo el diámetro de la varilla de refuerzo longitudinal #10)

entonces la longitud por deformación por penetración será:

$$L_{sp} = 0.022 \times f_y \times d_{bl} = 323.22 \text{ mm}$$

A continuación se muestran los valores de desplazamiento de fluencia para cada columna, considerando que se encuentra doblemente empotrada.

$$\Delta_{y1I} = \frac{\phi_y(H_{1I} + 2L_{sp})^2}{6} = 100 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 1I)}$$

$$\Delta_{y1D} = \frac{\phi_y(H_{1D} + 2L_{sp})^2}{6} = 130 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 1D)}$$

$$\Delta_{y2I} = \frac{\phi_y(H_{2I} + 2L_{sp})^2}{6} = 210 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 2I)}$$

$$\Delta_{y2D} = \frac{\phi_y(H_{2D} + 2L_{sp})^2}{6} = 200 \text{ mm (desplazamiento de fluencia para la columna 2D)}$$

Para calcular la longitud de rótula plástica de cada columna, es necesario calcular el factor k , que es un factor que toma en cuenta la importancia de la relación entre la fuerza de tensión última y la fuerza de fluencia del refuerzo a flexión, éste valor está restringido a 0.08.

$$k = 0.2 \left(\frac{f_u}{f_{yh}} - 1 \right) = 0.07$$

Las longitudes de rótula plástica calculadas para cada columna del puente se muestran a continuación:

$$L_{P1I} = k \frac{H_{1I}}{2} + L_{sp} = 1370 \text{ mm}$$

$$L_{P1D} = k \frac{H_{1D}}{2} + L_{sp} = 1510 \text{ mm}$$

$$L_{P2I} = k \frac{H_{2I}}{2} + L_{sp} = 1820 \text{ mm}$$

$$L_{P2D} = k \frac{H_{2D}}{2} + L_{sp} = 1780 \text{ mm}$$

Priestley et al. (2007), recomienda modificar la altura para calcular el desplazamiento plástico, siempre que se cumpla: $0.08H > L_{sp}$, esto con el objetivo de mejorar la estimación de desplazamiento plástico.

Todas las columnas cumplen con la condición anterior, por lo que se modificará la altura de las columnas, como sigue:

$$H'_{1I} = H_{1I} - \left(\frac{L_{P1I}}{2} - L_{sp} \right) = 29440 \text{ mm}$$

$$H'_{1D} = H_{1D} - \left(\frac{L_{P1D}}{2} - L_{sp} \right) = 33570 \text{ mm}$$

$$H'_{2I} = H_{2I} - \left(\frac{L_{P2I}}{2} - L_{sp} \right) = 42230 \text{ mm}$$

$$H'_{2D} = H_{2D} - \left(\frac{L_{P2D}}{2} - L_{sp} \right) = 41080 \text{ mm}$$

Paso 2.3: Calculando el desplazamiento de último de cada columna.

$$\Delta_u = \Delta_y + (\phi_u - \phi_y)L_p H$$

$$\Delta_{u1I} = 0.10 + (0.0060 - 0.00067) \times 1.37 \times 29.44 = 0.32 \text{ m ó } 320 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u1D} = 0.13 + (0.0060 - 0.00067) \times 1.51 \times 33.57 = 0.40 \text{ m ó } 400 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u2I} = 0.21 + (0.0060 - 0.00067) \times 1.82 \times 42.23 = 0.62 \text{ m ó } 620 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u2D} = 0.20 + (0.0060 - 0.00067) \times 1.78 \times 41.08 = 0.59 \text{ m ó } 590 \text{ mm}$$

Por otro lado, se restringe el desplazamiento de cada columna del puente a la columna que alcanza su capacidad última. Para este ejemplo los desplazamientos en cada marco quedan restringidos a las columnas más corta, por ser éstas las más críticas. Es decir en el marco 1, el desplazamiento está gobernado por la columna 1I (320mm) y para el marco 2 el desplazamiento es gobernado por la columna 2D (590mm). Esto último quiere decir que los marcos 1 y 2, no pueden tener desplazamientos mayores que los desplazamientos de la columna 1I y 2D, respectivamente.

$$\Delta_{s1I} = \Delta_{s1D} = 320 \text{ mm}$$

$$\Delta_{s2I} = \Delta_{s2D} = 590 \text{ mm}$$

Luego se procede a calcular las rigideces de las columnas. En este caso las columnas tienen la misma sección transversal, por lo tanto tendrán la misma rigidez inicial (K_i).

Cuando se tiene el caso de una columna empotrada en un extremo y libre en el otro la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{3EI}{H^3}$$

Pero cuando se tiene el caso de una columna doblemente empotrada en sus extremos la rigidez inicial es:

$$K_i = \frac{12EI}{H^3}$$

El valor del módulo de elasticidad del concreto usado en los cálculos fue de:

$$E_c = 4400\sqrt{f'_c} \text{ (MPa) ó}$$

$$E_c = 14000\sqrt{f'_c} \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

La inercia alrededor del eje x-x, la cual corresponde al sentido transversal del puente (ver figura A.1) es $I_{x-x} = 73.74 \times 10^{12} \text{ mm}^4$ ($I_{x-x} = 73.74 \text{ m}^4$), por lo que la rigidez inicial de cada columna, es igual a:

$$k_{1I} = 887900 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 1 izquierda)}$$

$$k_{1D} = 597828 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 1 derecha)}$$

$$k_{2I} = 299276 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 2 izquierda)}$$

$$k_{2D} = 325212 \text{ kN/m (rigidez inicial de la columna 2 derecha)}$$

Luego se procedemos a calcular la rigidez efectiva la cual puede ser calculada del diagrama momento – curvatura de la sección cajón, para éste ejemplo se calcularon los diagramas momento – curvatura de todas las columnas:

$$EI_{eff} = \frac{M_y}{\phi_y}$$

Considerando la columna doblemente empotrada, luego la rigidez será igual a:

$$K_{eff} = \frac{12EI_{eff}}{H^3}$$

donde:

- Rigidez efectiva (agrietada) de la columna C1I:

$$M_{1Iy} = 810921 \text{ kN-m (valor obtenido del diagrama momento – curvatura)}$$

$$\phi_y = 0.00067 \text{ 1/m (curvatura de fluencia de la sección cajón)}$$

$$K_{eff1I} = 137207 \text{ kN/m}$$

- Rigidez efectiva (agrietada) de la columna C1D:

$$M_{1Dy} = 808028 \text{ kN-m (valor obtenido del diagrama momento – curvatura)}$$

$$\phi_y = 0.00067 \text{ 1/m (curvatura de fluencia de la sección cajón)}$$

$$K_{eff1D} = 369528 \text{ kN/m}$$

- Rigidez efectiva (agrietada) de la columna C2I:

$$M_{2Iy} = 817668 \text{ kN-m (valor obtenido del diagrama momento – curvatura)}$$

$$\phi_y = 0.00067 \text{ 1/m (curvatura de fluencia de la sección cajón)}$$

$$K_{eff2I} = 186528 \text{ kN/m}$$

- Rigidez efectiva (agrietada) de la columna C2D:

$$M_{2Dy} = 814962 \text{ kN-m (valor obtenido del diagrama momento – curvatura)}$$

$$\phi_y = 0.00067 \text{ 1/m (curvatura de fluencia de la sección cajón)}$$

$$K_{eff2D} = 202692 \text{ kN/m}$$

Además la relación de rigideces para cada columna, queda de la siguiente manera:

$$\alpha_{1I} = \frac{k_{eff1I}}{k_{i1I}} = 0.62$$

$$\alpha_{1D} = \frac{k_{eff1D}}{k_{i1D}} = 0.62$$

$$\alpha_{2I} = \frac{k_{eff2I}}{k_{i2I}} = 0.62$$

$$\alpha_{2D} = \frac{k_{eff2D}}{k_{i2D}} = 0.62$$

Después se procede a calcular las formas modales, considerando en el cálculo la rigidez efectiva (agrietada) de las columnas. El modelo analítico fue desarrollado en el programa *SAP2000*. A continuación se presentan los resultados de las 2 primeras formas modales y su correspondiente combinación con la regla de la Raíz Cuadrada de la Suma de los Cuadrados (RCSC).

Tabla A.13 Formas modales del puente en estudio – estado límite de supervivencia

Modo	Marco 1	Marco 2
1	0.650	1.716
2	1.403	0.380
RCSC	1.546	1.758
Forma modal normalizada	0.880	1.000

Escalando los desplazamientos restringidos a la columna más corta por la forma modal normalizada, obtenemos los desplazamientos últimos de diseño (asociados al estado límite de supervivencia), los que se muestran a continuación:

$$\Delta_{u1I} = \Delta_{s1D} = 320 \text{ mm}$$

$$\Delta_{u2I} = \Delta_{s2D} = 360 \text{ mm}$$

PASO 3: Determinar los desplazamiento, tanto de fluencia como el último para un sistema de 1 GDL.

Se utilizó la expresión propuesta por Priestley et al., 2007, para determinar los desplazamiento del sistema de 1 GDL. Además los valores de masas son las mismas que las del ejemplo anterior por tratarse del mismo puente.

$$\Delta_d = \frac{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i^2)}{\sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)}$$

Reemplazando los valores en la ecuación anterior se obtiene:

$$\Delta_d = 344 \text{ mm (Desplazamiento último – sistema de 1 GDL)}$$

$$\Delta_y = 176 \text{ mm (Desplazamiento de fluencia – sistema 1 GDL)}$$

PASO 4: Determinar la ductilidad de desplazamiento para el sistema de 1 GDL.

$$\mu_{\Delta} = \frac{\Delta_u}{\Delta_y}$$

$$\mu_{\Delta} = 1.95$$

PASO 5: Determinar la masa efectiva del sistema de 1 GDL.

$$m_e = \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i) / \Delta_d$$

$$m_e = 30772 \text{ tonnes}$$

La masa efectiva representa el 99.6% de la masa total, cumpliendo con el requisito $m_e \geq 0.90m_T$.

PASO 6: Determinar la fracción de fuerza cortante resistida por cada columna

La fracción de fuerza cortante resistida por cada columna fue calculada en el ejemplo anterior, por lo que nos limitamos a mostrar éstos valores a continuación:

$$V_i = (1 - x) \cdot \sum_{i=1}^n F_i \left(\frac{1}{H_i} / \sum_{pila=1}^n \frac{1}{H_i} \right)$$

$$V_{1I} = 0.304 x \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 30.4\% x \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{1D} = 0.266 x \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 26.6\% x \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{2I} = 0.212 x \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 21.2\% x \sum_{i=1}^n F_i$$

$$V_{1D} = 0.218 x \sum_{i=1}^n F_i \text{ ó } 21.8\% x \sum_{i=1}^n F_i$$

PASO 7: Determinar el periodo efectivo, rigidez efectiva y cortante basal de diseño.

Se utilizó el registro del sismo de México de 1985, registrado en la estación CU, escalado 7 veces, para crear el espectro de respuesta inelástico de desplazamiento con una ductilidad de $\mu_\Delta = 1.95$ y amortiguamiento del $\xi = 5\%$. El sismo anteriormente mencionado corresponde al sismo asociado al estado límite de supervivencia. Para encontrar el sismo que demandará al puente hasta su desplazamiento último (punto de inicio de falla de la columna más crítica (CII)), se tuvo que escalar varias veces el registro y luego excitar a la estructura. Seguidamente se verificó que el desplazamiento no excediera el desplazamiento objetivo (Δ_u).

Luego una vez obtenido el desplazamiento del sistema de 1 GDL ($\Delta_d = 340\text{mm}$) y el espectro de respuesta elástico de desplazamiento, asociado al estado límite de supervivencia, se puede obtener el periodo equivalente del sistema. El procedimiento fue descrito en el ejemplo anterior y también es mostrado en la figura A.5.

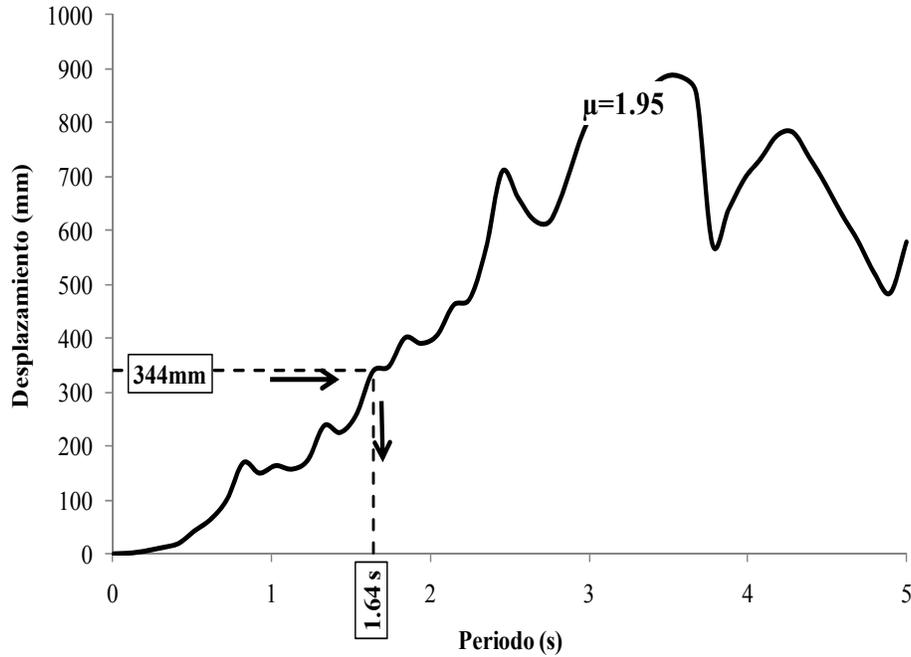


Figura A.5. Espectros inelásticos de respuesta de desplazamiento, asociado al sismo de supervivencia (ductilidad $\mu = 1.95$)

Como se puede apreciar en la figura anterior el valor del periodo equivalente es de $T_e = 1.64$ s. Con este valor se calcula la rigidez equivalente y el cortante en la base, de la siguiente manera:
Rigidez equivalente:

$$k_e = \frac{4\pi^2 m_e}{T_e^2}$$

$$k_e = \frac{4 \times \pi^2 \times 30772}{1.64^2} = 451675 \text{ kN/m}$$

Cortante en la base:

$$V_{base} = k_e \Delta_d$$

$$V_{base} = 155452 \text{ kN}$$

PASO 8: Distribuir el cortante basal a las columnas

$$F_i = V_{base} (m_i \Delta_i) / \sum_{i=1}^n (m_i \Delta_i)$$

$$F_{1I} = \frac{155452 \times (7517 \times 320)}{(7517 \times 320) + (7250 \times 320) + (8133 \times 360) + (7996 \times 360)} = 35307 \text{ kN}$$

$$F_{1D} = \frac{155452 \times (7250 \times 320)}{(7517 \times 320) + (7250 \times 320) + (8133 \times 360) + (7996 \times 360)} = 34053 \text{ kN}$$

$$F_{2I} = \frac{155452 \times (8133 \times 360)}{(7517 \times 320) + (7250 \times 320) + (8133 \times 360) + (7996 \times 360)} = 43412 \text{ kN}$$

$$F_{2D} = \frac{155452 \times (7996 \times 360)}{(7517 \times 320) + (7250 \times 320) + (8133 \times 360) + (7996 \times 360)} = 42680 \text{ kN}$$

PASO 9: Obtención de la fuerza cortante y momentos flexionantes y desplazamientos en las columnas.

Producto del análisis en **SAP2000** del puente y haberle asignado las fuerzas obtenidas en el paso 8 en las columnas, se obtienen las fuerzas cortantes, momentos flexionantes y desplazamientos, verificando además que se cumpla con la fracción de fuerza cortante que debe ser resistida por cada columna (ver paso 6).

Fuerzas cortantes:

Tabla A.14 Fuerzas cortantes obtenidas en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Fuerza cortante en las columnas (kN)	47280	41440	32904	33828

Momentos flexionantes:

$$M_i = V_i \cdot H_i$$

Tabla A.15 Momentos flexionantes obtenidos en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Momentos flexionantes en las columnas (MN-m)	1409	1409	1409	1409

Desplazamientos:

Tabla A.16 Desplazamientos obtenidos en las columnas

Concepto	Marco 1		Marco 2	
	Columna 1I	Columna 1D	Columna 2I	Columna 2D
Desplazamientos finales en las columnas (mm)	263		444	

APÉNDICE B

OBTENCIÓN DEL FACTOR DE REDUCCIÓN R*

B. INTRODUCCIÓN

A continuación se muestra la deducción del factor R* (endurecimiento), el cual se utiliza para reducir el espectro elástico en el análisis estático no lineal *pushover* (ver capítulo 6), cuando se trata de una curva de capacidad con respuesta bilineal (ver figura B.1):

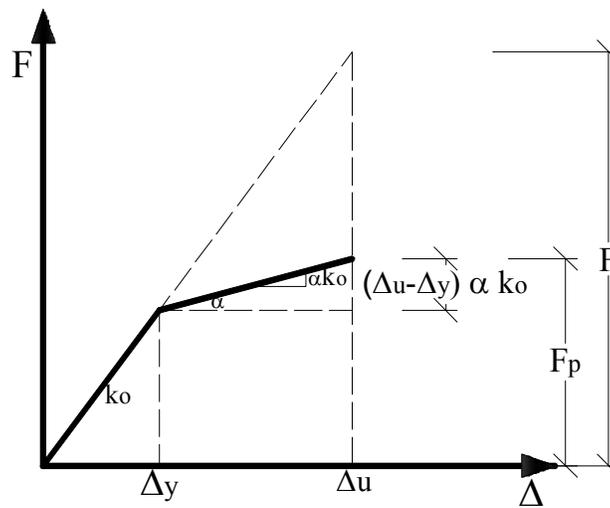
$$F_p = \frac{F}{\mu} + \frac{(\Delta_u - \Delta_y)}{\Delta_y} \alpha \frac{F}{\mu} \quad (B.1)$$

$$F_p = \frac{F}{\mu} (1 + (\mu - 1)\alpha) \quad (B.2)$$

$$\frac{F}{F_p} = \left[\frac{\mu}{(1 + (\mu - 1)\alpha)} \right] \quad (B.3)$$

Luego, si denominamos como R* a la relación F/F_p, tenemos la siguiente expresión:

$$R^* = \frac{\mu}{(1 + \alpha(\mu - 1))} \quad (B.4)$$



B.1. Curva de capacidad bilineal para deducir el factor de reducción R* (endurecimiento)