



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**EVALUACIÓN CUANTITATIVA DE LENTES ISOTRÓPICAS Y
BIRREFRINGENTES PLANO-CONVEXAS DISEÑANDO PANTALLAS
NULAS TIPO RONCHI-HARTMAN**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

MAESTRA EN INGENIERÍA

INGENIERÍA ELÉCTRICA - INSTRUMENTACIÓN

P R E S E N T A :

DULCE MARÍA GONZÁLEZ UTRERA

TUTOR:

MAXIMINO AVENDAÑO ALEJO

2012



JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Malacara Hernández Daniel

Secretario: Dra. Rosete Aguilar Martha

Vocal: Dr. Avendaño Alejo Maximino

1er. Suplente: Dr. Cornejo Rodríguez Alejandro

2do. Suplente: Dr. Díaz Uribe José Rufino

Lugar donde se realizó la
tesis: Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET,
UNAM)

TUTOR DE TESIS:

Dr. Maximino Avendaño Alejo

FIRMA

A mis padres Fernando y Dulce María por todo el cariño y apoyo que me han brindado durante mi vida.

A mi hermano Fernando porque siempre está conmigo.

A mi familia por el apoyo constante para salir adelante.

A mi estimado Oscar Fontanelli por su cariño y comprensión en estos años.

A la banda porque a pesar de los años y la distancia siempre tiene un momento que compartir.

A mis amigos del laboratorio y de generación por acompañarme durante esta etapa.

Agradecimientos

Agradezco de manera especial a mi asesor de tesis, Dr. Maximino Avendaño Alejo por brindarme su amistad, paciencia y enseñanzas cada día a lo largo de este trabajo.

Agradezco a mi jurado el Dr. Daniel Malacara Hernández, el Dr. Alejandro Cornejo Rodríguez, la Dr. Martha Rosete Aguilar y el Dr. Rufino Díaz Uribe por sus valiosos comentarios para este trabajo.

En particular agradezco al Dr. Rufino Díaz por las enseñanzas en mi paso por el Laboratorio de Sistemas Ópticos.

Agradezco al Posgrado de Ingeniería, UNAM por las oportunidades que me brindaron durante la maestría.

Agradezco a los integrantes del Grupo de Óptica del CCADET por sus comentarios para el desarrollo de la tesis.

Agradezco al Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico por el apoyo que me brindó en mi estancia aquí.

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada número 39760.

Este trabajo fue apoyado por CONACyT bajo el proyecto 82829. A Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica– Universidad Nacional Autónoma de México (PAPIIT-UNAM) bajo el proyecto número IN113510.

Resumen

En este trabajo encontramos la ecuación paramétrica de la cáustica exacta por refracción de lentes plano-convexas cónicas en función de la altura del rayo incidente, considerando una fuente puntual en infinito. Analizamos algunas propiedades de diferentes lentes cónicas a partir de esta ecuación, como aberración esférica, cáustica paraxial y finalmente proponemos una manera de encontrar el radio y el plano donde se forma el círculo de mínima confusión. Con esta ecuación diseñamos pantallas nulas tipo Hartmann para probar lentes plano-convexas para una longitud de onda dada. En particular probamos una lente parabólica y una lente esférica birrefringente, hicimos un ajuste a los datos obtenidos y se reconstruyó una tercera parte de la superficie de la lente parabólica encontrando el radio paraxial con un error porcentual de 0,64% respecto a la superficie ideal, mientras que para la lente birrefringente se reconstruyó toda la superficie y se encontró un error para el radio paraxial de 0,22%.

Abstract

In this work we study the formation of caustic surfaces formed in both convex-plano and plano-convex conic lenses by considering a plane wave incident on the lens along the optical axis. We analyze properties of different conic lenses such as spherical aberration and paraxial caustic. Finally we apply the formulas to evaluate the circle of least confusion for a positive lens as a function of all parameters involved in the process of refraction. Furthermore, we design a null Hartman's screen to test quantitatively a fast plano-convex conical lens. The design of the null Hartman's screen is based on an analysis of the caustic produced by refraction through the lens. In particular, we evaluate a parabolic lens and a birefringent spherical lens by using a trapezoidal integration method. We fit the surface by using the least square method and we reconstruct the third part of the parabolic lens and we obtain the paraxial radius with an error of 0,64 % with respect the ideal surface. Also, we recover the entire surface of the birefringent lens and we obtain the paraxial radius with an error of 0,22 %.

Índice general

| | |
|--|-----------|
| Agradecimientos | v |
| Resumen | VI |
| Abstract | VII |
| Índice general | 1 |
| 1 Introducción | 3 |
| 2 Obtención de la Cáustica Meridional | 9 |
| 2.1 Preliminares | 9 |
| 2.2 Obtención de la cáustica por refracción | 10 |
| 2.3 Casos Particulares de la Ecuación de la Cáustica de una Lente Plano-Convexa Cónica | 15 |
| 2.3.1 Reflexión total interna | 15 |
| 2.3.2 Cáustica paraxial | 16 |
| 2.3.3 Círculo de mínima confusión para una lente plano-convexa cónica. | 18 |
| 2.3.4 Cáustica de una lente plano-convexa parabólica | 21 |
| 2.4 Diacáustica para una Lente Convexo-Plana | 22 |
| 3 Diseño de Pantallas Nulas Tipo Hartmann. | 29 |
| 3.1 Diseño de Pantallas | 29 |
| 3.1.1 Diseño de pantalla para una lente plano-convexa parabólica | 32 |
| 3.1.2 Diseño de Pantalla para una lente birrefringente | 38 |
| 4 Desarrollo Experimental. | 44 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 4.1 | Montaje Experimental | 44 |
| 4.2 | Reconstrucción de la Superficie | 46 |
| 4.3 | Lente Plano-Convexa Parabólica | 51 |
| 4.4 | Análisis Cuantitativo de la Lente Esférica Birrefringente | 56 |
| 4.5 | Comentarios generales del método propuesto | 60 |
| 5 | Conclusiones y Trabajo a Futuro | 62 |
| | Bibliografía | 65 |
| A | Ecuación de Dispersión para el Vidrio <i>B270</i> | 68 |
| | Índice de figuras | 69 |

Introducción

Es común pensar que al propagarse la luz colimada en una lente simple todos los rayos en la región paraxial pasan por el punto focal de ésta. Sin embargo, en la realidad esto no ocurre debido a que la región paraxial está muy limitada, lo que conocemos es que existe una envolvente a los rayos refractados llamada superficie cáustica, la cual tiene la característica que dentro de esta región la intensidad de la luz es mayor que fuera de esta región.

En general podemos definir que la cáustica de una curva C es la envolvente de los rayos emitidos por una fuente puntual S después de la refracción o reflexión en la curva C , algunos ejemplos se encuentran en la Fig. 1.1.

A las cáusticas por reflexión también se les conoce como catacáusticas, es decir, la envolvente de la familia de rayos reflejados sobre la superficie reflectora. A las cáusticas por refracción también se les conoce como diacáusticas, dicho de otra forma es la envolvente de la familia de rayos refractados, por lo que dichos rayos serán tangentes a la superficie cáustica.

En el segundo capítulo de este trabajo retomamos el tema de la cáustica partiendo de la ecuación general de las cónicas para encontrar la ecuación paramétrica de la diacáustica en un plano meridional de una lente cónica convexo-plana y plano-convexa, considerando una fuente puntual en infinito. Analizamos algunas propiedades de diferentes lentes

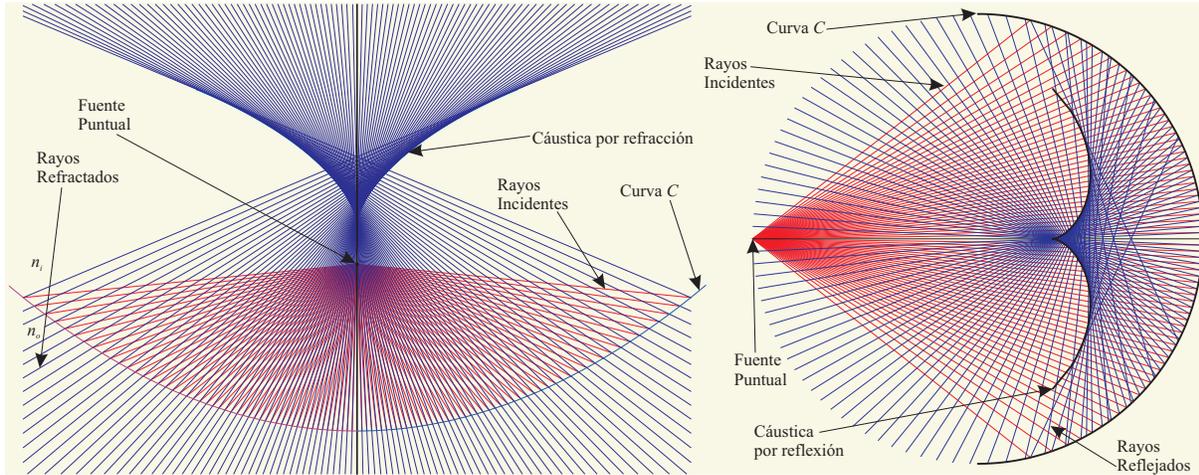


Figura 1.1: Cáusticas producidas por refracción, considerando $n_o > n_i$ por lo que se forma una cáustica virtual, y por reflexión en una superficie C arbitraria.

cónicas a partir de esta ecuación, como aberración esférica, cáustica paraxial y finalmente proponemos una manera de encontrar el radio y el plano donde se forma el círculo de mínima confusión.

En la actualidad existen muchos métodos para probar superficies ópticas sin contacto, en particular haremos mención de tres pruebas geométricas: Prueba de Hartmann, Prueba de Ronchi y Pantallas Nulas, cada una con sus respectivas características. En este trabajo utilizamos las propiedades de las ecuaciones antes mencionados para implementar un método para probar lentes plano-convexas por refracción utilizando los conceptos de pruebas ópticas tradicionales.

La Prueba de Hartmann aunque en la mayoría de las veces se utiliza para probar grandes espejos cóncavos, es posible utilizarla para cualquier sistema de lentes. Esta prueba fue inventada por el astrónomo alemán Johannes Hartmann en 1900 para probar el Gran Refractor en Postdam y tiene sus antecedentes en la medición de defectos refractivos de los ojos [1].

Tradicionalmente, esta prueba consiste en una pantalla con un arreglo cuadrado de hoyos colocada en la pupila de entrada o salida del sistema óptico bajo prueba que produce una distribución no uniforme de puntos brillantes en el plano de detección.

A partir de éste, llamado Hartmanngrama, se puede recuperar el frente de onda del sistema bajo prueba, un diagrama de esta prueba se observa en la Fig. 1.2 y ejemplos de una pantalla de Hartmann y un Hartmanngrama se aprecia en la Fig. 1.3.

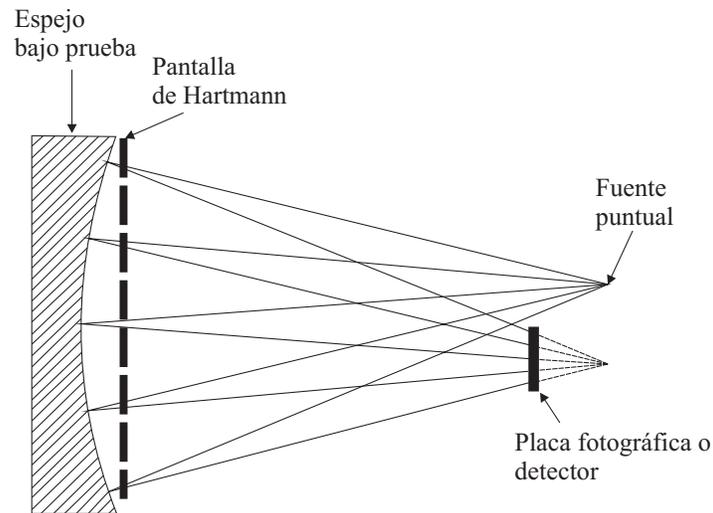


Figura 1.2: Prueba de Hartmann para probar un espejo cóncavo. Imagen tomada de la Ref. [1].

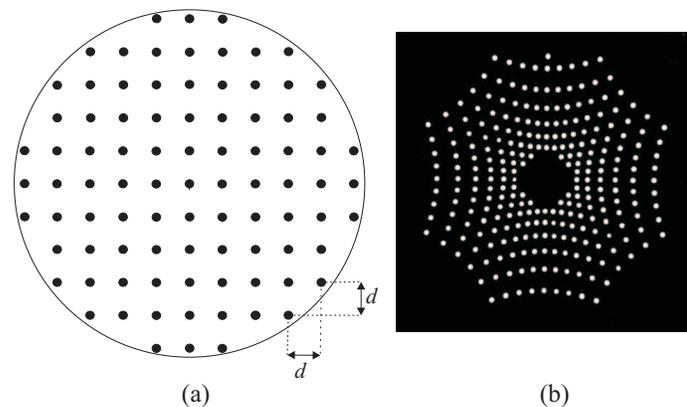


Figura 1.3: (a) Pantalla de Hartmann. (b) Ejemplo de Hartmanngrama del espejo primario hecho en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, en Tonatzintla, Pue. México. Imágenes tomadas de la Ref. [1].

La Prueba de Ronchi es uno de los más simples y poderosos métodos para evaluar y medir aberraciones de un sistema óptico. En 1923 el físico italiano Vasco Ronchi

descubrió que cuando se coloca una rejilla en el centro de curvatura del espejo, la imagen de la rejilla se superponía con la misma y producía un tipo de patrones, a partir de estos patrones se podían conocer las aberraciones producidas por el espejo bajo prueba. La prueba de Ronchi mide la aberración transversal TA de una manera directa como se muestra en la Fig. (1.4).

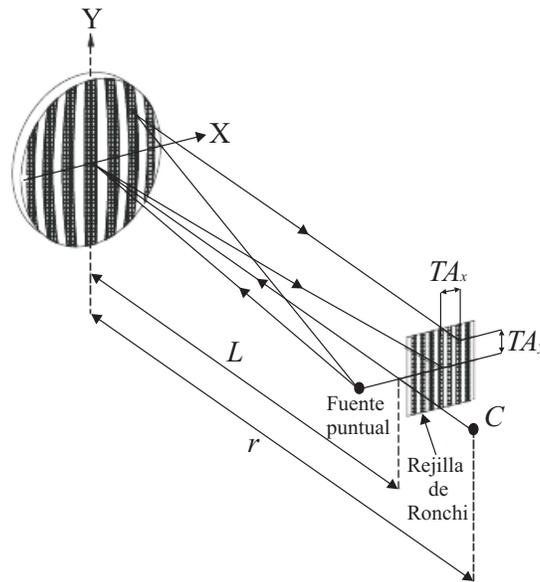


Figura 1.4: Diagrama de la Prueba de Ronchi. Imagen tomada de la Ref. [2].

Aquí tanto el objeto como la imagen están en el eje óptico por lo que la aberración se mide a partir de éste y se puede introducir defoco así como otras aberraciones. A partir de los Ronchigramas se puede reconstruir el frente de onda aberrado. Ejemplos de Ronchigramas con aberración esférica en diferente posición del plano imagen se observan en la Fig. 1.5. [2].

Como se menciona en las referencias [3]-[4] la prueba de pantallas nulas consiste en usar una pantalla impresa con líneas dibujadas sobre ella, de tal manera que dicha imagen, formada por reflexión sobre una superficie perfecta, forme una rejilla perfecta cuadrada. Partiendo de las imperfecciones de esta geometría podemos conocer si la superficie es la de diseño, o podemos evaluar las discrepancias entre ambas.

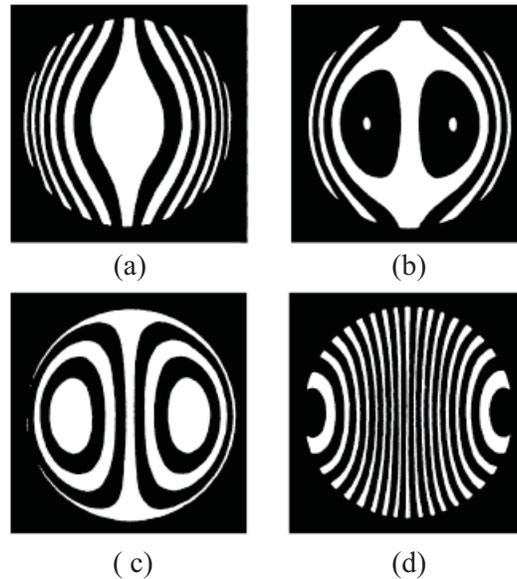


Figura 1.5: Ronchigramas con aberración esférica. (a) En el foco paraxial. (b) En el foco promedio. (c) En el foco marginal. (d) Fuera de foco. Imágenes tomadas de la Ref. [2].

En la Ref. [3] se propone utilizar una pantalla nula cilíndrica para probar una superficie convexa por reflexión. La pantalla se diseña tal que para cada punto en el plano de observación se debe conocer la posición del punto correspondiente en la pantalla que se encuentra en el cilindro, esto se hace mediante el trazo exacto de rayos inverso y en un plano meridional, suponiendo simetría de revolución. Un esquema de la prueba de pantallas nulas se muestra en la Fig. 1.6.

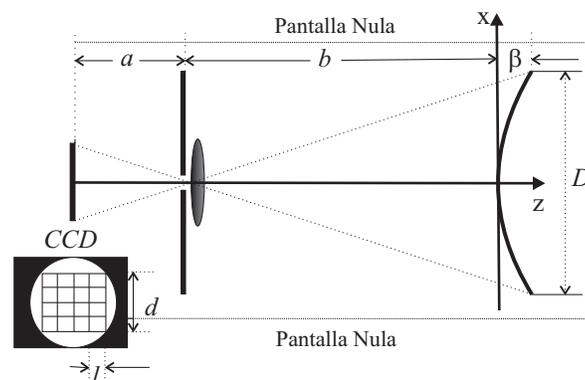


Figura 1.6: Diagrama de la Prueba de Pantallas Nulas. Imagen tomada de la Ref. [3].

En primera instancia se dibujan las líneas que forman la pantalla en un plano cartesiano

X-Y como se muestran en la Fig. 1.7(a) y se imprime en una hoja de papel, de tal manera que cuando se enrolle en un cilindro de acrílico para obtener la pantalla nula cilíndrica, Fig. 1.7(b), la imagen resultante después de reflejarse en la superficie bajo prueba sea la que se observa en la Fig. 1.7(c).

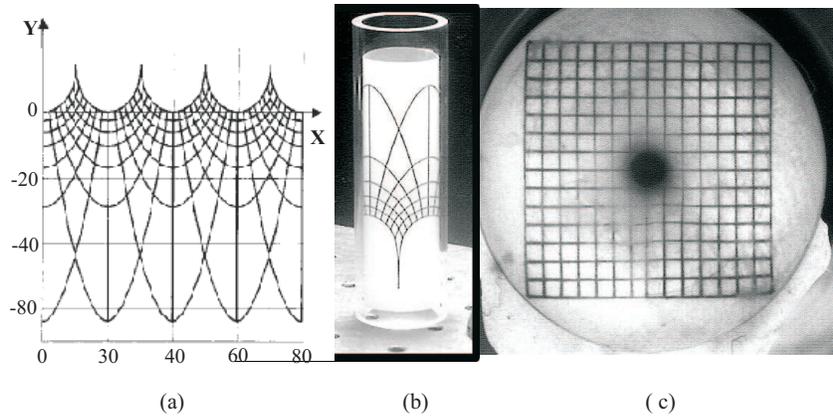


Figura 1.7: (a) Pantalla Nula en el plano X-Y. (b) Pantalla Nula en el cilindro. (c) Imagen resultante después de reflexión sobre la superficie bajo prueba. Imágenes tomadas de la Ref. [3].

En el tercer capítulo de la tesis, se diseñan pantallas nulas por refracción para implementar un método que conjunte las características de los tres mencionados anteriormente. Las pantallas se diseñan de tal manera que su imagen por refracción sea un arreglo ya sea de líneas o de círculos uniformes en un plano imagen predeterminado, considerando las características de cada lente bajo prueba.

En el último capítulo se describe como se instrumentó el método propuesto y los resultados después de probar dos lentes, una lente isotrópica plano-convexa parabólica y una lente plano-convexa esférica birrefringente.

Finalmente, se presentan las superficies reconstruidas y se discuten los resultados experimentales obtenidos.

Obtención de la Cáustica Meridional

Existen en la literatura varios métodos bien conocidos de abordar el problema de las cáusticas, entre los más importantes podemos mencionar: a) La Teoría de la función K , la cual es una generalización de la ecuación eikonal [5, 6], b) Utilizando el teorema de Malus-Dupin y el trazo exacto de rayos [7, 8], c) Teoría de catástrofes la cual está relacionada con la función eikonal e integrales de difracción [9, 10, 11], d) Geometría diferencial, resolviendo ecuaciones diferenciales asociadas a ecuaciones no-lineales del tipo Clayrut [12, 13], en la mayoría de estos trabajos se considera a la superficie de la cáustica como un problema en tres dimensiones. En este trabajo hacemos uso exclusivo de la óptica geométrica y geometría elemental [14, 15, 16] para obtener la ecuación de la cáustica exclusivamente en un plano meridional, los que nos permite visualizar el problema de una manera fácil y sencilla. Cabe mencionar que este trabajo es una extensión de trabajos previos en donde se hizo una prueba preliminar de una lente plano-convexa esférica [17, 19], en la cual se evalúa la aberración esférica producida por una lente esférica rápida de manera cualitativa, y ahora generalizamos la prueba a lentes plano convexas cónicas realizando una prueba cuantitativa, tanto para lentes isotrópicas, como para lentes birrefringentes.

2.1. Preliminares

A las superficies generadas por rotación de una sección cónica sobre un eje de simetría también se les conoce como superficies cónicas. En este trabajo consideramos la su-

perficie de una lente a partir de la ecuación general de las cónicas la cual es función de la constante de conicidad; en particular, analizamos la cáustica formada por una lente convexo-plana y plano-convexa cónica en un plano meridional, considerando un frente de onda plano incidente, por lo que los rayos serán paralelos al eje óptico. En la configuración plano-convexa en la primera superficie no habrá refracción y la lente podrá ser considerada como una interfaz cónica exclusivamente, como se muestra en la Fig. 2.1.

2.2. Obtención de la cáustica por refracción

El primer paso para obtener la ecuación de la cáustica por refracción es encontrar la familia paramétrica de rayos refractados, para esto consideramos la ecuación general de las cónicas, dada por la siguiente expresión [20]

$$z_0 = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (k + 1)c^2(x^2 + y^2)}}, \quad (2.1)$$

donde $c = 1/R$ es la curvatura paraxial, R el radio paraxial, (x, y) son coordenadas sobre la superficie de la lente, $k = -e^2$ la constante de conicidad, donde e es la excentricidad, la cual caracteriza la superficie cónica. De acuerdo con la referencia [21] los valores de la constante de conicidad se describen en la Tabla 1.

| Tabla 1. Valores de la Constante de Conicidad para Superficies Cónicas | |
|---|-----------------------|
| Tipo de cónica | Costante de Conicidad |
| Hiperboloide | $k < -1$ |
| Paraboloide | $k = -1$ |
| Elipse rotada sobre el eje mayor | $-1 < k < 0$ |
| Esfera | $k = 0$ |
| Elipse rotada sobre el eje menor | $k > 0$ |

Por simplicidad hemos elegido que el eje óptico coincide con el eje **Z** como se muestra en la Fig. 2.1

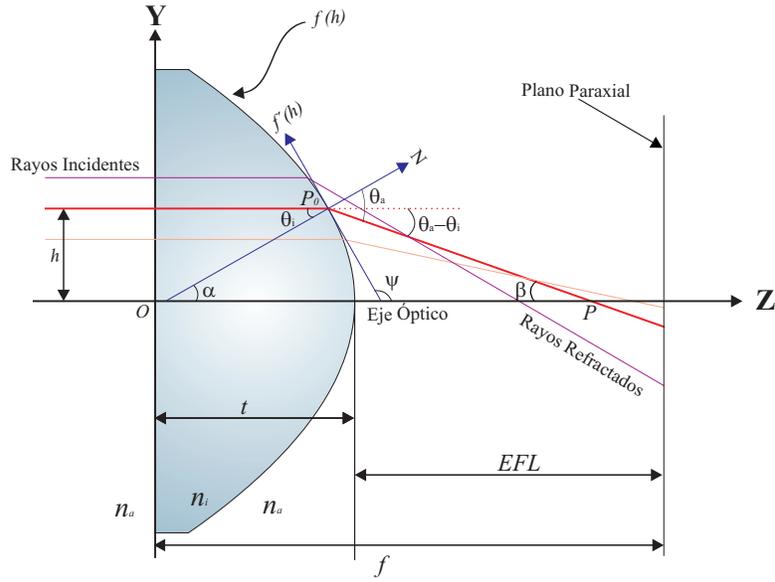


Figura 2.1: Refracción en una lente plano-convexa cónica, considerando $c < 0$.

Sin pérdida de generalidad consideramos el plano $\mathbf{Y} - \mathbf{Z}$ como el plano de incidencia ($x = 0$). La función $f(h)$ en dicho plano en función de la altura del rayo incidente que describe la superficie cónica es

$$f(h) = (z_0(h) + t, y_0(h)) = \left(\frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}} + t, h \right). \quad (2.2)$$

Conociendo la función $f(h)$, podemos derivarla para obtener la tangente a esta curva en el punto de incidencia P_0 , la cual está dada por

$$f'(h) = \tan \psi = \frac{\partial y_0 / \partial h}{\partial z_0 / \partial h} = \frac{\sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}}{ch}. \quad (2.3)$$

Queremos obtener la pendiente de la recta normal para encontrar el ángulo de incidencia. Se puede observar de la Fig. 2.1 que las rectas cuyas pendientes son $\tan \alpha$ y $\tan \psi$ son perpendiculares, por lo que se cumple la siguiente relación

$$\tan \alpha \cdot \tan \psi = -1 \quad (2.4)$$

despejando $\tan \alpha$, obtenemos

$$\tan \alpha = -\frac{1}{\tan \psi} = -\frac{ch}{\sqrt{1 - c^2(1+k)h^2}}, \quad (2.5)$$

de la figura podemos notar que el ángulo de incidencia es

$$\theta_i = \alpha = -\arctan \left[\frac{ch}{\sqrt{1 - c^2(1+k)h^2}} \right]. \quad (2.6)$$

Aplicando la Ley de Snell,

$$n_i \text{sen} \theta_i = n_a \text{sen} \theta_a, \quad (2.7)$$

donde θ_i es el ángulo de incidencia dentro de la lente, θ_a es el ángulo del rayo refractado en el medio que rodea la lente, n_i es el índice de refracción de la lente cónica y n_a es el índice de refracción donde está inmersa la lente, se obtiene el ángulo de refracción en función del ángulo de incidencia o de la altura del rayo incidente dado por la siguiente expresión

$$\theta_a = \arcsen \left[\frac{n_i \text{sen} \theta_i}{n_a} \right] = -\arcsen \left[\frac{chn_i}{n_a \sqrt{1 - c^2 h^2 k}} \right]. \quad (2.8)$$

De la Fig. 2.1 se observa que el ángulo $\beta(h) = \theta_a(h) - \theta_i(h)$, por lo que la pendiente del rayo refractado está dado por

$$m = -\tan \beta = -\tan(\theta_a - \theta_i). \quad (2.9)$$

Considerando que el origen está en la primera superficie, escogemos un punto sobre la

superficie cónica $P_0 = (z_i, y_i) = (t + z_0, h)$, donde t es el grosor de la lente, por lo que la ecuación de la recta del rayo refractado es

$$y - y_i = m(z - z_i), \quad (2.10)$$

sustituyendo la pendiente de la Ec. (2.9) y haciendo un poco de álgebra,

$$z \operatorname{sen} \beta + y \cos \beta = z_i \operatorname{sen} \beta + y_i \cos \beta. \quad (2.11)$$

El segundo paso para obtener la cáustica por refracción es derivar la familia paramétrica respecto al parámetro h (Ec. (2.11)); después de derivar y agrupar términos, obtenemos

$$z \cos \beta - y \operatorname{sen} \beta = z_i \cos \beta - y_i \operatorname{sen} \beta + \left(\frac{\partial \beta}{\partial h} \right)^{-1} \left[\left(\frac{\partial z_i}{\partial h} \right) \operatorname{sen} \beta + \left(\frac{\partial y_i}{\partial h} \right) \cos \beta \right] \quad (2.12)$$

De las ecuaciones. (2.11) y (2.12) tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (z, y) , resolviendo, obtenemos la ecuación paramétrica de la cáustica general para lentes plano-convexas cónicas, en función de la altura del rayo incidente h .

$$z_{cg}(h) = t + \frac{ch^2}{1+u} + \frac{v^2(n_a^2 u + n_i v)}{cn_a^2(n_a^2 - n_i^2)}, \quad y_{cg}(h) = \frac{c^2 h^3 (kn_a^2 + n_i^2)}{n_a^2}, \quad (2.13)$$

donde el subíndice cg significa cáustica general y hemos definido

$$u = \sqrt{1 - (1+k)c^2 h^2}, \quad v = \sqrt{n_a^2 - (kn_a^2 + n_i^2)c^2 h^2}. \quad (2.14)$$

La Ec. (2.13) representa la posición de los puntos que forman la cáustica en un plano meridional para un rayo incidente sobre una lente plano-convexa cónica a una altura h . Las cáusticas generadas por algunas lentes plano-convexas con diferente constante de conicidad se muestran en cada una de las ilustraciones mostradas en la Figura 2.2.

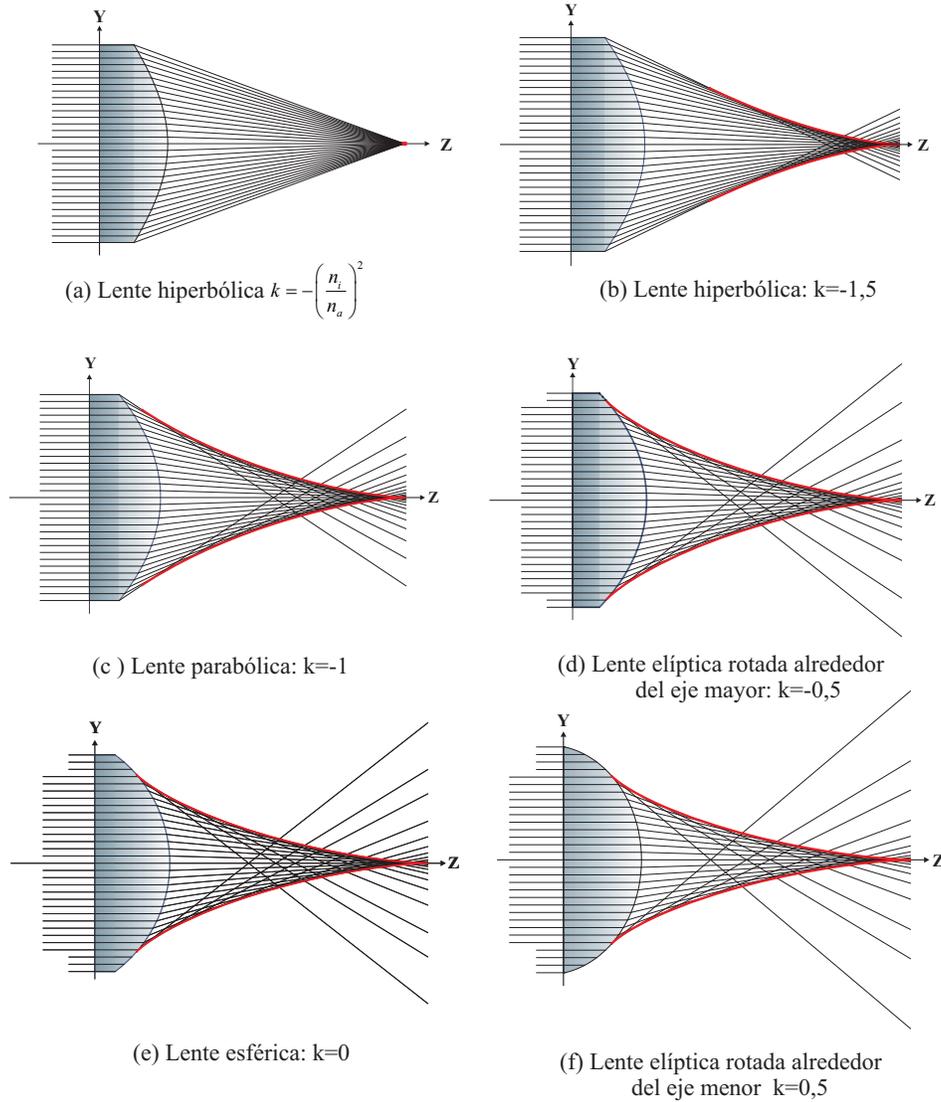


Figura 2.2: Ejemplos de cáusticas para diferentes lentes plano-convexas cónicas.

Si consideramos la región paraxial cuando $h \rightarrow 0$, la Ec. (2.13) se reduce a la posición del foco paraxial dado por la siguiente expresión

$$z_{cg}(0) = t + \frac{n_a}{c(n_a - n_i)} = t + \frac{n_a R}{(n_a - n_i)}, \quad y_{cg}(0) = 0, \quad (2.15)$$

donde R es el radio de curvatura paraxial de la lente y $R < 0$. en la Fig. 2.2 las curvas continuas en color rojo representan a las cáusticas de diferentes lentes plano-convexas cónicas considerando $n_a = 1$, $n_i = 1,521$, $R = 26,15$ mm., debido a que en el laboratorio

se cuenta con una lente parabólica con dichas características y decidimos basarnos en ella para hacer la comparación. Las cúspides de cada una éstas son los focos paraxiales, que son también singularidades desde el punto de vista matemático.

Se puede apreciar que en la Fig. 2.2(a), correspondiente a una lente plano-convexa cónica cuya constante de conicidad es $k = -(n_i/n_a)^2$, (por lo que la excentricidad es de $e = n_i/n_a$), la cáustica corresponde a un punto ya que no hay presencia de aberración esférica. Este resultado concuerda con el óvalo cartesiano, ya que si el cociente del índice de refracción interno y externo es igual a la excentricidad de la hipérbola, no hay aberración esférica como se menciona en la Ref [21].

2.3. Casos Particulares de la Ecuación de la Cáustica de una Lente Plano-Convexa Cónica

2.3.1. Reflexión total interna

De la Ley de Snell dada por la Ec. (2.7) para $\theta_a = \pi/2$, resolvemos para θ_i y encontramos el ángulo de reflexión total interna. Adicionalmente con la ecuación general de las cáusticas (Ec. (2.13)) podemos proponer una manera alternativa de encontrar la altura a la que hay reflexión total interna. Para hacer esto observamos de la Ec. (2.13) que para que el término v no sea imaginario, resolvemos $v = 0$ para h , encontrando que la altura máxima para que no haya reflexión total interna es

$$h_c = \frac{n_a |R|}{\sqrt{n_i^2 + kn_a^2}}, \quad (2.16)$$

donde el subíndice c significa altura crítica.

De la Ec. (2.16) se puede notar que h_c depende del índice de refracción de la lente (n_i), del medio en el que está inmersa (n_a), del radio de curvatura paraxial (R) y de la constante de conicidad (k). Si consideramos los parámetros n_i , n_a y R fijos,

variando la constante de conicidad k podemos observar en la Fig. 2.3, como cambia la altura crítica para distintas superficies cónicas, limitando la apertura de entrada de luz colimada hacia la lente cónica. En una sección posterior consideramos una apertura de entrada común para las diferentes lentes con un diámetro de las mismas dimensiones para hacer una comparación cualitativa.

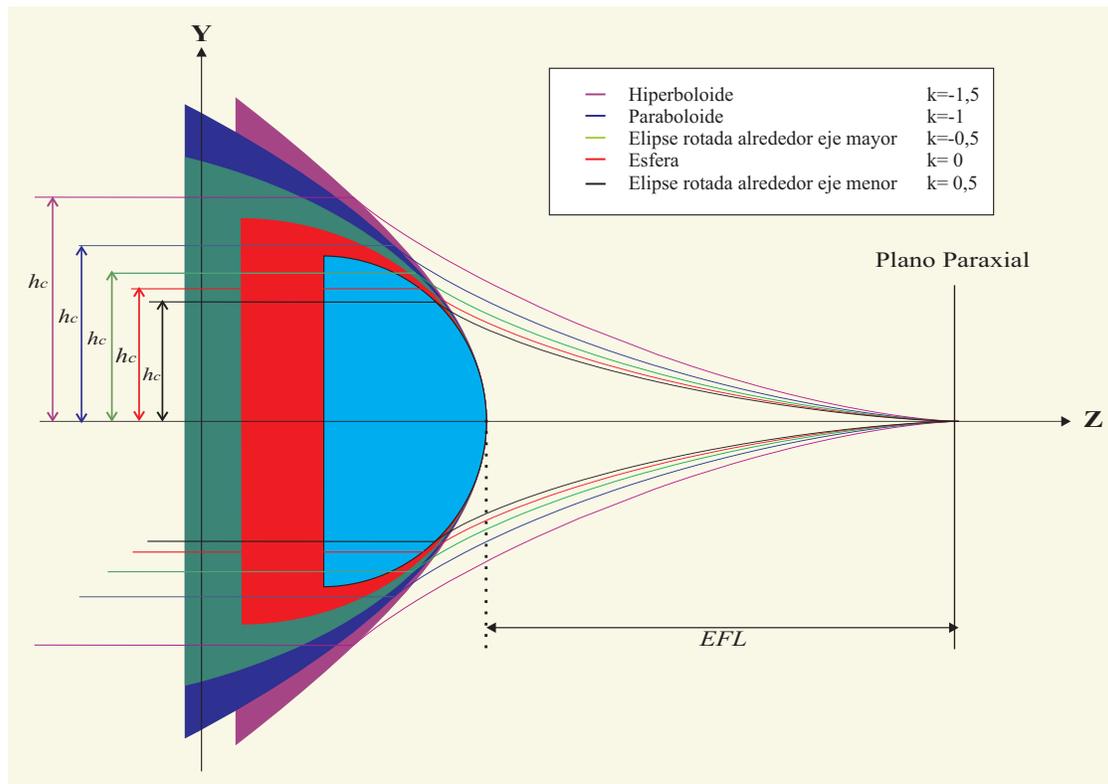


Figura 2.3: Comparación de alturas críticas de lentes cónicas ($n_i = 1,521$, $n_a = 1$, $f = 50$) variando la constante de conicidad k .

2.3.2. Cáustica paraxial

Para trabajar en la región paraxial consideramos $|h| \ll |R|$ y hacemos una expansión de $z_{cg}(h)$ en series de Taylor a primer orden respecto a h^2 de las Ecs. (2.13) y (2.14), obteniendo

$$z_{cgp}(h) \approx \frac{n_a}{c(n_i - n_a)} \left[1 - \frac{3}{2} \left[\left(\frac{ch}{n_a} \right)^2 (kn_a^2 + n_i^2) \right] \right] + \dots, \quad (2.17)$$

$$y_{cgp}(h) = \frac{c^2 h^3 (kn_a^2 + n_i^2)}{n_a^2},$$

donde el subíndice *cgp* significa cáustica general paraxial. La ecuación (2.17) nos da una ecuación paramétrica de la cáustica en la región paraxial como función de la altura de los rayos incidentes sobre la lente. De la Ec.(2.17), despejando *h* de z_{cgp} y sustituyéndola en y_{cgp} , obtenemos una ecuación en forma no paramétrica de la diacáustica paraxial, dada por

$$Y_p = K_{cgp}^{1/2} Z_{cgp}^{3/2}, \quad (2.18)$$

donde $K_{cgp} = 8c(n_a - n_i)^3 / 27n_a(kn_a^2 + n_i^2)$ es una constante que depende de casi todos los parámetros de la lente exceptuando al espesor *t*. Además hemos hecho un cambio de coordenadas dado por $Z_{cgp} = f - z_{cgp}$ y $Y_{cgp} = y_{cgp}$.

A continuación se muestra una comparación entre la cáustica paraxial y la cáustica exacta para diferentes lentes cónicas, para poder hacer mejor la comparación cualitativa se optó por simular lentes con los mismos parámetros ($t = 14,28mm$, $n_a = 1$, $n_i = 1,521$ para una longitud $\lambda = 633nm$, de diámetro $d = 42mm$, con una la distancia focal efectiva $EFL = 50mm$, $F/\# = 1,19$) para una apertura de $-15,57mm \leq h \leq 15,57mm$, lo único que varía es la constante de conicidad *k*.

Como se puede observar en la Fig. 2.4, la cáustica paraxial que más se aproxima a la exacta, es la cáustica de la lente plano convexa con constante de conicidad $k = -1,5$ correspondiente a un hiperboloide, que como vemos en la Fig. 2.2 es la que presenta menor aberración esférica.

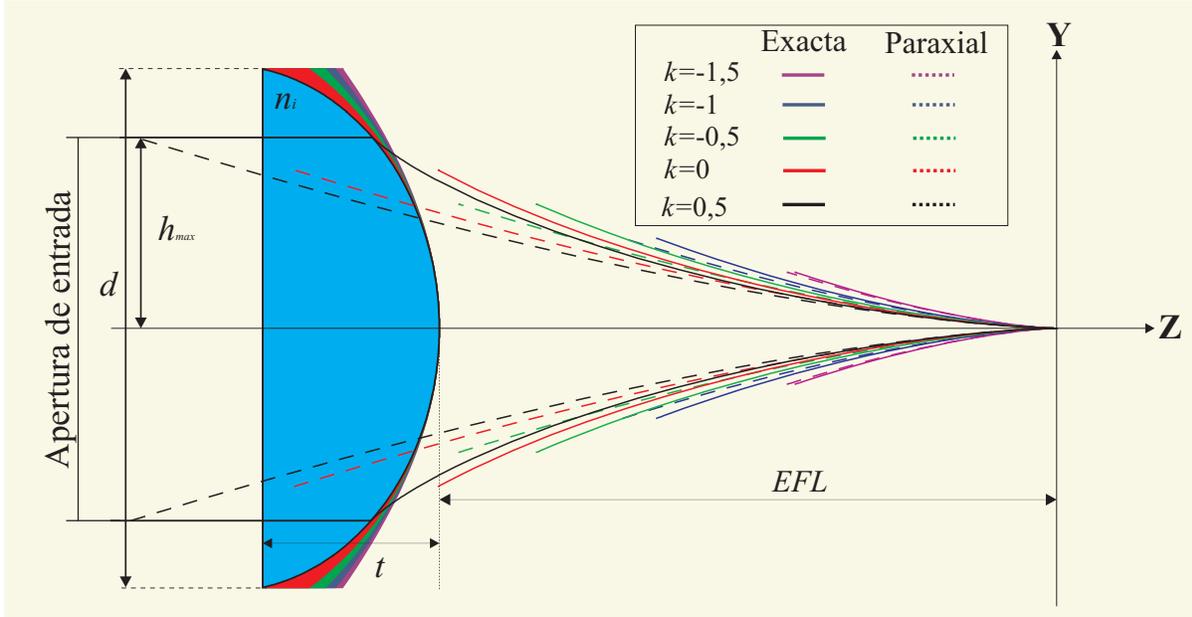


Figura 2.4: Comparación entre la cáustica paraxial y la exacta producida por lentes plano-convexas para diferentes constantes de conicidad k .

2.3.3. Círculo de mínima confusión para una lente plano-convexa cónica.

Es bien conocido que si hay presencia de aberración esférica, no existe un plano donde la imagen sea perfecta. Sin embargo hay un plano en donde los rayos enfocados tienen un diámetro mínimo conocido como el mejor foco. Este disco de luz también es llamado círculo de mínima confusión CMC. Para obtener este círculo se considera el rayo marginal de la parte de abajo de la lente y se interseca con la parte de arriba de la superficie cáustica de los rayos incidentes cuyas coordenadas son (Z_i, Y_i) [22].

Para obtener el círculo de mínima confusión debemos de tener una ecuación del rayo marginal. De esta manera escogemos H como la altura de dicho rayo, suponiendo que viene de abajo de la lente $H < 0$ como se muestra en la Fig. 2.5, entonces $(z_M, y_M) = (cH^2/1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2H^2} + t, H)$, donde la curvatura de la segunda superficie $c < 0$ ya que estamos considerando la lente plano-convexa. Sustituyendo estos valores en la Ec. (2.10), y tomando en cuenta que la pendiente de la ecuación del rayo refractado es

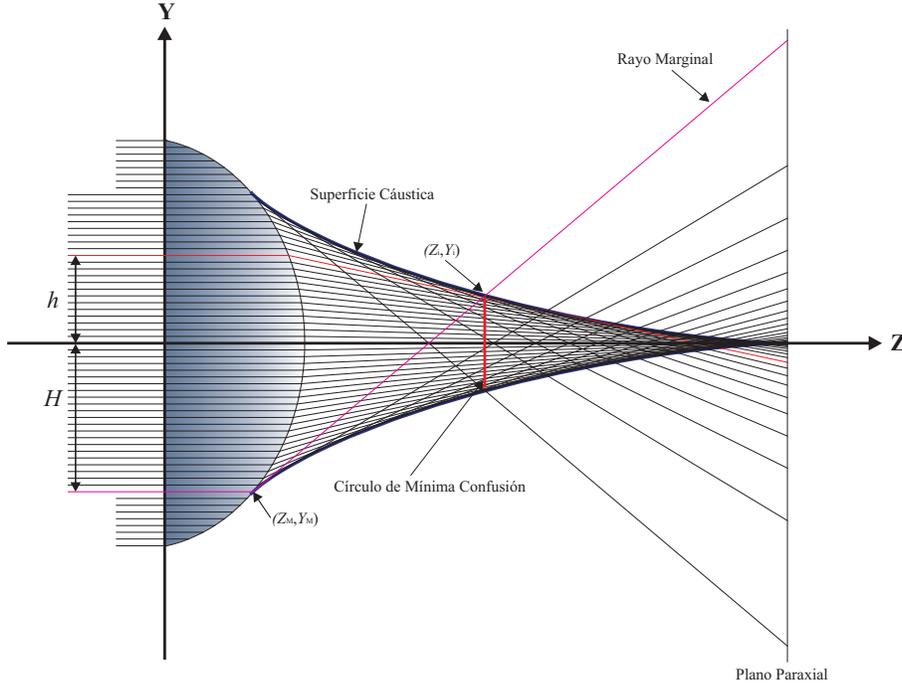


Figura 2.5: Proceso para obtener el Círculo de Mínima Confusión

$$m = \frac{cH(n_i^2 - n_a^2)}{n_a^2 U + n_i V}, \quad (2.19)$$

donde $U = \sqrt{1 - c^2 H^2(1 + k)}$ y $V = \sqrt{n_a^2 - c^2 H^2(n_i^2 + kn_a^2)}$, obtenemos la ecuación para el rayo marginal, que está dada por

$$y = \frac{cH(n_i^2 - n_a^2) \left\{ z - \left[t - \frac{cH^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2 H^2}} \right] \right\}}{n_a^2 \sqrt{1 - (k+1)c^2 H^2} + n_i \sqrt{n_a^2 - (n_i^2 + kn_a^2)c^2 H^2} - H}. \quad (2.20)$$

Resolver las Ecs. (2.20) y (2.13) analíticamente para h es muy complicado porque nos conduce a una ecuación de grado 12, por otro lado se puede resolver la Ec. (2.20) y (2.17) pero también resulta muy complicado.

Un método alternativo para encontrar el círculo de mínima confusión es usando la Ec. (2.20) y lo intersectamos con un rayo de altura arbitraria que incide en la parte de

arriba de la lente por lo que consideraremos una altura $h > 0$ desconocida, la ecuación que representa este rayo se escribe a continuación

$$y = \frac{ch(n_i^2 - n_a^2) \left\{ z - \left[t - \frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}} \right] \right\}}{n_a^2 \sqrt{1 - (k+1)c^2h^2} + n_i \sqrt{n_a^2 - (n_i^2 + kn_a^2)c^2h^2} + h}, \quad (2.21)$$

Resolviendo para (z, y) de las Ecs. (2.20) y (2.21) obtenemos un punto como función de h que describe al círculo de mínima confusión.

$$Z_i(h) = t + \frac{\frac{(h-H)(n_a^2u + n_iv)(n_a^2U + n_iV)}{c(n_i^2 - n_a^2)} + \frac{cH^3(n_a^2u + n_iv)}{(1+U)} - \frac{ch^3(n_a^2U + n_iV)}{(1+u)}}{H(n_a^2u + n_iv) - h(n_a^2U + n_iV)},$$

$$Y_i(h) = \frac{hH \left[n_a^2(u - U) + n_i(v - V) + c^2(n_i^2 - n_a^2) \left(\frac{H^2}{(1+U)} - \frac{h^2}{(1+u)} \right) \right]}{H(n_a^2u + n_iv) - h(n_a^2U + n_iV)}. \quad (2.22)$$

donde u y v fueron definidas anteriormente en la Ec. (2.14).

Cabe mencionar que consideramos H como la altura para reflexión total interna y está dada por $H = n_a / (c\sqrt{kn_a^2 + n_i^2})$, como se señala en la Ec. (2.16).

En la Fig. 2.6(a) y 2.6(b) graficamos Y_i y Z_i respectivamente de la Ec. (2.22) variando el parámetro h . Si observamos ambas gráficas, para cada constante de conicidad, el máximo coincide en el mismo valor para h , la interpretación física es que en dicho máximo están las coordenadas para el círculo de mínima confusión, para Y_i observamos que es el valor del radio del círculo de mínima confusión y Z_i es la distancia sobre el eje óptico en la que se encuentra el plano de CMC . Hicimos una comparación para distintas constantes de conicidad, observando que para $k = 0,5$ el plano donde se forma el CMC está más cerca de la lente, pero el diámetro del CMC es mucho mayor, mientras que para $k = -1,5$ el diámetro del círculo de mínima confusión es más pequeño y el plano

donde se forma se encuentra más lejos.

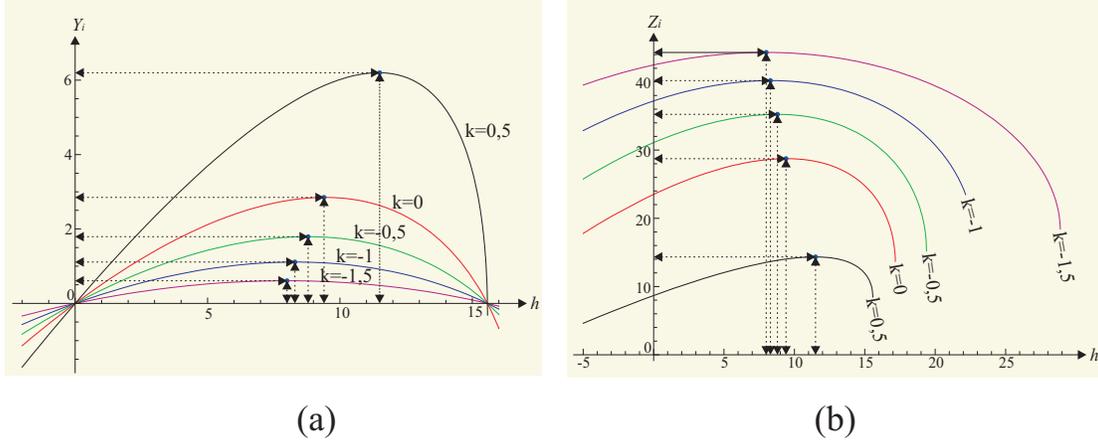


Figura 2.6: (a) Máximos en Y_i para las ecuaciones del círculo de mínima confusión, (b) Máximos en Z_i para las ecuaciones del círculo de mínima confusión

2.3.4. Cástica de una lente plano-convexa parabólica

En el presente trabajo, se propondrá una prueba para lentes plano-convexas cónicas; en particular, a partir del siguiente capítulo se trabajará con una lente plano-convexa parabólica cuya constante de conicidad es $k = -1$. En esta sección se presenta las ecuaciones que describen la cástica de dicha lente en función de la altura del rayo incidente, esta ecuación se obtiene sustituyendo $k = -1$ en la Ec. (2.13) y Ec. (2.14), simplificando encontramos que está dada por la siguiente expresión

$$z_{c_{par}}(h) = t + \frac{ch^2}{2} + \frac{v_{k=-1}^2(n_a^2 + v_{k=-1}n_i)}{cn_a^2(n_a^2 - n_i^2)}, \quad y_{c_{par}}(h) = \frac{c^2h^3(n_i^2 - n_a^2)}{n_a^2}, \quad (2.23)$$

$$v_{k=-1} = \sqrt{n_a^2 - c^2h^2(n_i^2 - n_a^2)},$$

donde $u_{k=-1} = 1$ y $v_{k=-1} = \sqrt{n_a^2 - (n_i^2 - n_a^2)c^2h^2}$. La Ec. (2.23), será la base para el diseño de pantallas nulas para una lente plano-convexa parabólica con la que se cuenta en el Laboratorio de Pruebas Ópticas del CCADET.

2.4. Diacáustica para una Lente Convexo-Plana

El caso que se tratará a continuación es un poco más complejo que el anterior, ya que como se mencionó para la lente plano-convexa considerando una fuente en infinito, en la primera cara no existe refracción. Para una lente convexo-plana considerando nuevamente rayos paralelos al eje óptico existen dos refracciones.

Empezamos considerando un rayo que incide en la superficie cónica en un punto P_a cuyas coordenadas son (z_a, y_a) , en donde

$$P_a = (z_a, y_a) = \left(\frac{ch^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2h^2}}, h \right). \quad (2.24)$$

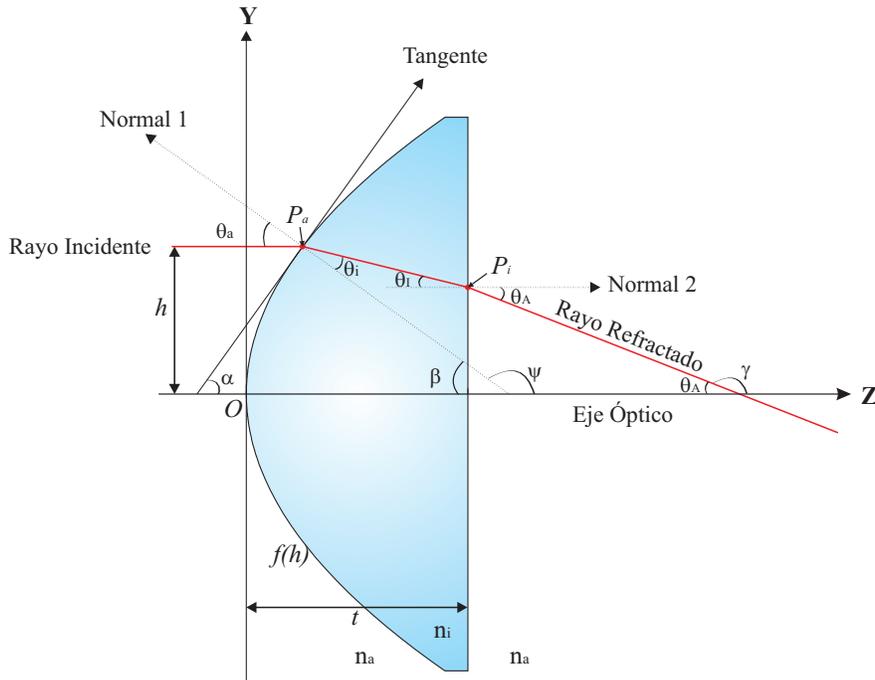


Figura 2.7: Refracción de una lente cónica convexo-plana para obtener la superficie cáustica

Como se observa en la Fig. 2.7, la recta tangente al punto P_a es la derivada de la función $f(h)$ considerando una curvatura $c > 0$ y perpendicular a la normal, por lo que

se cumple la siguiente relación

$$\tan \psi \cdot \tan \alpha = \frac{\partial y_a}{\partial h} \cdot \frac{\partial z_a}{\partial h} = -1, \quad (2.25)$$

sabemos que $\tan \alpha = f'(h) = (\partial y_a / \partial h) / (\partial z_a / \partial h)$, por lo que despejando $\tan \psi$ obtenemos que

$$\tan \psi = -\frac{\partial z_a / \partial h}{\partial y_a / \partial h}. \quad (2.26)$$

Lo que nosotros necesitamos es el ángulo de incidencia $\theta_a = \beta$ sobre la superficie curva, pero de la Fig. 2.7 también observamos que $\psi = \pi - \theta_a$ por lo que

$$\tan \psi = -\tan \theta_a. \quad (2.27)$$

De la Ec. (2.26) y (2.27), obtenemos una expresión para el ángulo de incidencia sobre la primer superficie

$$\theta_a(h) = \arctan \left[\frac{\partial z_a / \partial h}{\partial y_a / \partial h} \right]. \quad (2.28)$$

Aplicando la Ley de Snell para encontrar el ángulo refractado, que en este caso será θ_i , encontramos que está dado por la siguiente expresión

$$\theta_i(h) = \arcsen \left[\frac{n_a \sen \theta_a(h)}{n_i} \right]. \quad (2.29)$$

La ecuación de una recta que describe al primer rayo refractado está dada por la siguiente ecuación

$$y - y_a = m_1(z - z_a). \quad (2.30)$$

Se puede observar de la Fig. 2.7 que la pendiente m_1 del rayo refractado en la primer interfase se puede escribir como

$$m_1 = -\tan \theta_I = -\tan(\theta_a - \theta_i), \quad (2.31)$$

donde θ_a y θ_i se escriben en función de la altura del rayo incidente en las Ecs. (2.28) y (2.29) respectivamente, y denotaremos al ángulo incidente sobre la superficie plana de la lente como θ_I .

Finalmente el rayo descrito por la Ec. (2.30) es refractado por la cara plana de la lente un ángulo θ_A . Para describir el último rayo refractado, consideramos un punto P_i como el punto donde el rayo incidente se encuentra con el plano $Z = t$, encontramos que dicho punto está dado por

$$P_i = (z_i, y_i) = (t, \tan(\theta_a - \theta_i)[z_a - t] + h), \quad (2.32)$$

La ecuación paramétrica del último rayo refractado, está dada por

$$y - y_i = m_2(z - z_i). \quad (2.33)$$

Para encontrar la pendiente del segundo rayo refractado, observamos de la Fig. 2.7 que está dada por $m_2 = -\tan \theta_A$. Ya teniendo la pendiente m_2 y el punto P_i los sustituimos en la Ec. (2.33) y después de hacer algo de álgebra encontramos la ecuación paramétrica de los rayos refractados por una lente cónica convexo-plana como función de la altura del rayo incidente h está dada por

$$y - h + \frac{n_i(z - t)\text{sen}[\theta_I(h)]}{\sqrt{n_a^2 - n_i^2\text{sen}^2[\theta_I(h)]}} = (z_a - t) \tan[\theta_I(h)], \quad (2.34)$$

donde $\theta_I(h) = \theta_a(h) - \theta_i(h)$ es el ángulo de incidencia sobre la cara plana de la lente y θ_A en ángulo de refracción de la última superficie que a partir de Ley de Snell, obtenemos que está dado por $\theta_A(h) = \arcsen[(n_i \text{sen } \theta_I)/(n_a)]$.

Como se mencionó anteriormente, la cáustica es la envolvente de la familia paramétrica de rayos refractados, por lo que derivando la Ec. (2.34) respecto al parámetro h y reduciendo términos, obtenemos que

$$\frac{n_a^2 n_i (z - t) \cos[\theta_a - \theta_i]}{(n_a^2 - n_i^2 \text{sen}^2[\theta_a - \theta_i])^{3/2}} = \frac{z_a - t}{\cos^2[\theta_a - \theta_i]} + \frac{1 + \tan[\theta_a - \theta_i](\partial z_a / \partial h)}{\partial \theta_a / \partial h - \partial \theta_i / \partial h}. \quad (2.35)$$

Resolviendo las Ecs. (2.34) y (2.35) para (z, y) , obtenemos la ecuación paramétrica de la cáustica de una lente cónica convexo-plana.

$$Z_{ccp} = t + \frac{[n_a^2(n_a u + w) - c^2 h^2(n_i^2 - n_a^2)^2]^{3/2} \left[\frac{w^2(n_i^2 u + n_a w)}{c[n_i^2 - n_a^2]} - n_i^2(t - z_a) \right]}{n_a^2(n_i^2 u - n_a^2 w)^3},$$

$$Y_{ccp} = h \left(1 + \frac{w^2(n_i^2 u + n_a w)[c^2 h^2(n_i^2 - n_a^2)^2 - n_a^2(n_a u + w)^2] - c^3 h^2(n_i^2 - n_a^2)^4(t - z_a)}{n_a^2(n_i^2 u + n_a w)^3} \right), \quad (2.36)$$

donde $z \rightarrow Z_{ccp}$ y $y \rightarrow Y_{ccp}$, el subíndice ccp significa cáustica convexo plana y

$$w = \sqrt{n_i^2 - (n_a^2 + k n_i^2) c^2 h^2}, \quad (2.37)$$

u la hemos definido arriba. Es importante decir que como en el caso anterior, para $h \rightarrow 0$ de la Ec. (2.36) obtenemos el foco paraxial, dado por $Z_{ccp} = F = n_a R / (n_i - n_a) + (n_i - n_a)t/n_i$, donde F está relacionado con la distancia focal anterior (*BFL*, por sus siglas en inglés). En la Fig. 2.8 se muestran ejemplos de cáusticas para lentes cónicas convexo-planas con diferente constante de conicidad.

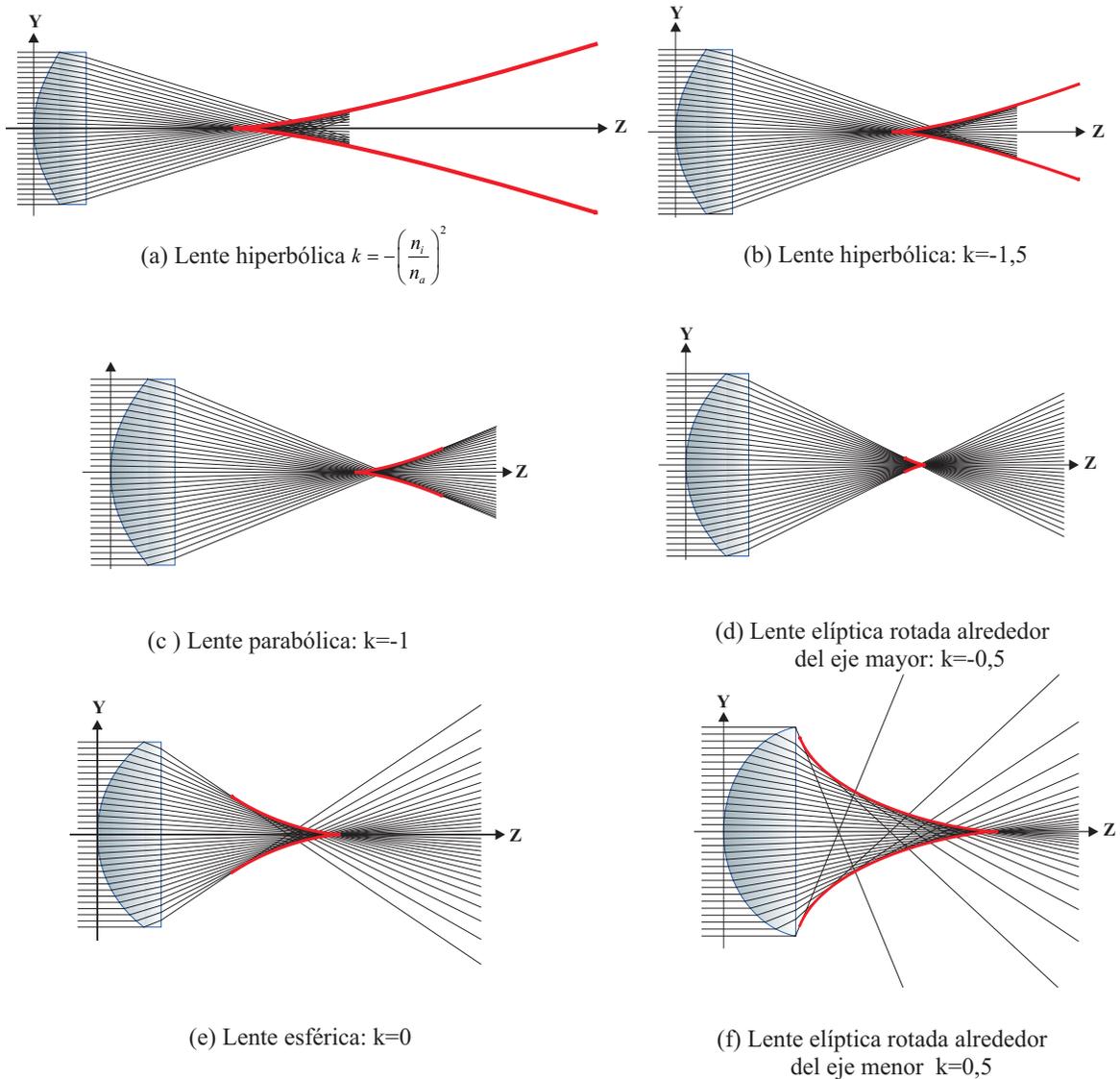


Figura 2.8: Ejemplos de cáusticas para diferentes lentes cónicas convexo-planas , considerando $n_a = 1$, $n_i = 1,521$, $R = -26,15$ mm.

Nuevamente, considerando $|h| \ll |R|$, y expandiendo la Ec. (2.36) para ambas coor-

denadas $Z_{ccp}(h)$ y $Y_{ccp}(h)$ a primer orden en series de Taylor obtenemos la cáustica paraxial para una lente cónica convexo-plana, que de manera paramétrica se escribe de la siguiente manera

$$\begin{aligned} Z_{ccpp} &\approx F - \frac{3ch^2[n_i^2[2n_a(n_a^2 - n_i^2) + n_i(kn_a^2 + n_i^2)] - ct(n_i - n_a)^4(n_a + n_i)]}{2n_a(n_i - n_a)n_i^3}, \\ Y_{ccpp} &\approx \frac{c^2h^3[n_i^2[2n_a(n_a^2 - n_i^2) + n_i(kn_a^2 + n_i^2)] - ct(n_i - n_a)^4(n_a + n_i)]}{n_a^2n_i^3}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

También de la Ec. (2.38) eliminando h , obtenemos una ecuación no paramétrica de la cáustica paraxial

$$Y_p = K_{cp}^{1/2} Z_p^{3/2}, \quad (2.39)$$

donde $Z_p = F - Z_{ccpp}$, $Y_p = Y_{ccpp}$ y hemos definido a

$$K_{cp} = \frac{8c(n_i - n_a)^3 n_i^3}{27n_a[n_i^2[2n_a(n_a^2 - n_i^2) + n_i(kn_a^2 + n_i^2)] - ct(n_i - n_a)^4(n_a + n_i)}, \quad (2.40)$$

donde el subíndice cp es de lente convexo-plana. Como se puede observar obtenemos el mismo resultado que en las referencias [22, 28], las cuales mencionan que la cáustica paraxial es una parábola semi-cúbica, en este caso con el origen en F .

En la Fig. 2.9 se observa la comparación entre la cáustica paraxial y la cáustica exacta. Aquí podemos ver que para los casos $k = -1,5$ y $k = -1$ la cáustica se voltea, la cual presenta aberración esférica negativa. Podemos observar que el caso en el que más se acerca la cáustica exacta a la paraxial es el caso en el que $k = -0,5$ correspondiente a una elipse rotada sobre el eje mayor, además de esta característica podemos ver que es

la más pequeña.

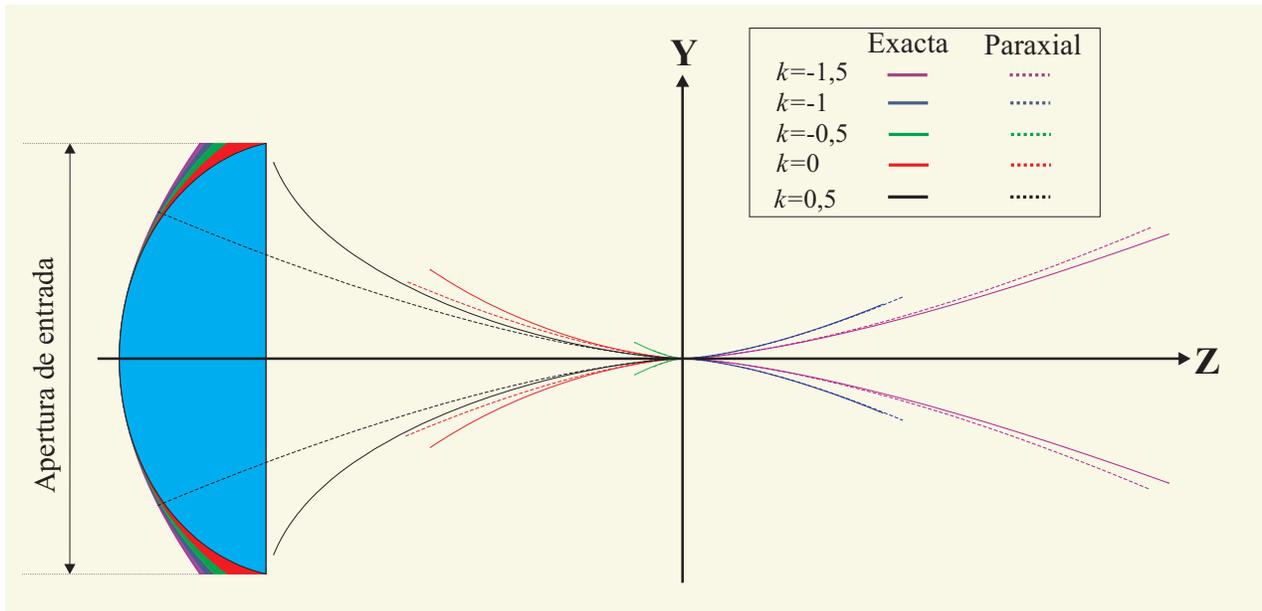


Figura 2.9: Comparación de cáustica paraxial y exacta para diferentes constantes de conicidad k

Diseño de Pantallas Nulas Tipo Hartmann.

3.1. Diseño de Pantallas

Para diseñar pantallas nulas por refracción debemos tener a priori los parámetros de la lente bajo prueba, suponiendo que tenemos una superficie perfecta, la imagen que se formará por refracción debido a la lente cónica plano-convexa será un arreglo uniforme de puntos en el plano imagen arbitrario, en particular en nuestro caso la imagen se verá en un sensor CCD.

Al hacer una pantalla nula, debemos tener varias consideraciones, primero debemos definir el arreglo uniforme de manchas o líneas que queremos observar en el plano imagen, la posición de dicho plano, es decir el lugar en donde posicionaremos el sensor CCD, el tamaño del sensor que se utilizará, dado a que si diseñamos la pantalla para que el último rayo coincida con el borde del sensor, sabremos que el sensor se encontrará en la posición correcta.

En trabajos anteriores [17], se diseñaron pantallas nulas tipo Hartmann por refracción para lentes plano-convexas esféricas a partir de la cáustica. En este caso, se diseñaron las pantallas para dos lentes de diámetro 75mm para observar un arreglo de manchas radiales circulares sobre el sensor CCD. La primera una lente lenta, un zoom de la pantalla se observa en la Fig. 3.1(a) y la imagen obtenida experimentalmente por el sensor CCD a una distancia de $1,25EFL$ se muestra en la 3.1(b),

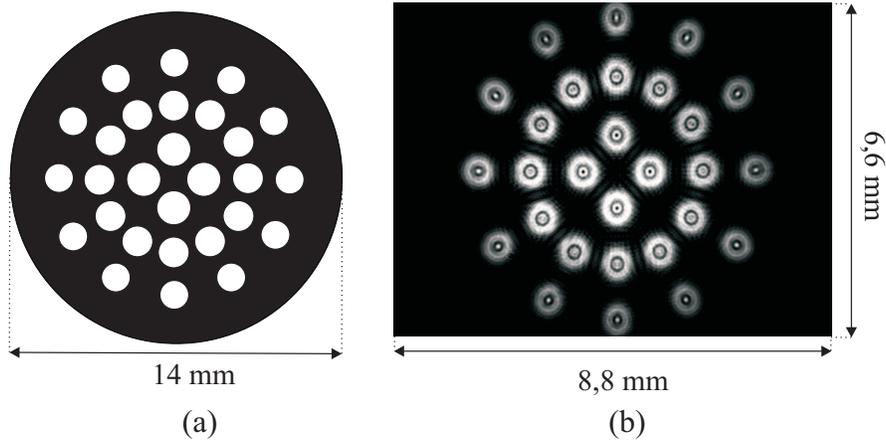


Figura 3.1: (a) Pantalla nula para una lente plano-convexa esférica $F/\# = 2,66$. (b) Fotografía tomada experimentalmente con un sensor CCD de $6,6\text{mm} \times 8,8\text{mm}$

Para una lente rápida se muestra un zoom de la pantalla diseñada en la Fig. 3.2(a) y la imagen obtenida experimentalmente se muestra en la Fig. 3.2(b)

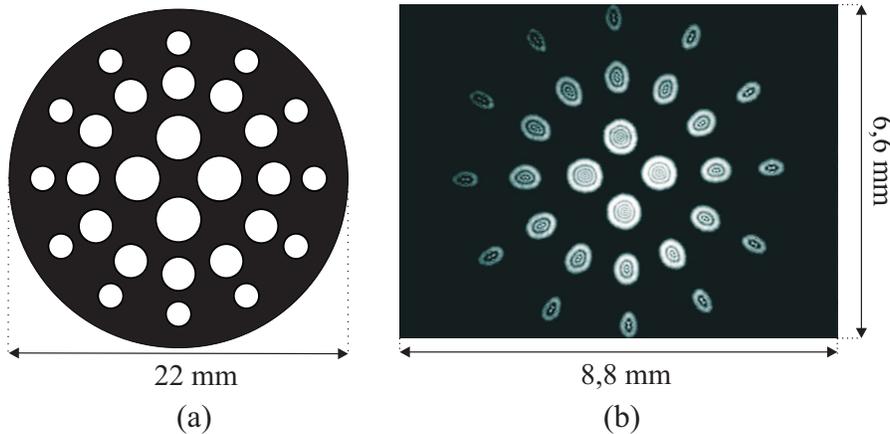


Figura 3.2: (a) Pantalla nula para una lente esférica $F/\# = 1$. (b) Fotografía tomada experimentalmente con un sensor CCD de $6,6\text{mm} \times 8,8\text{mm}$

Si observamos las fotografías de las Fig. 3.1(b) y 3.2(b), podemos notar que no son exactamente un arreglo uniforme de manchas circulares, ya que se observa efecto de astigmatismo, siendo este efecto más notorio en lentes rápidas $F/\# \leq 1$. Este es un problema que se resolverá en el presente trabajo.

Para diseñar las nuevas pantallas, empezamos de una manera análoga a [17], sin embargo aquí se expone de manera general para lentes plano-convexas cónicas. Como se

mencionó anteriormente se debe saber cuál es el arreglo que se formará en el plano imagen, este se puede ver como un conjunto de puntos. Por lo que dado un punto arbitrario sobre el plano de detección $P_{im} = (z_{ccd}, y_{ccd})$, se hace un trazo inverso de rayos al punto $P_{cg} = (z_{cg}, y_{cg})$ localizado sobre la cáustica, para encontrar la ecuación de una recta. Finalmente esta línea se extiende hasta la superficie de la lente $P_s = (z_s, y_s)$, como se muestra en la Fig. 3.3.

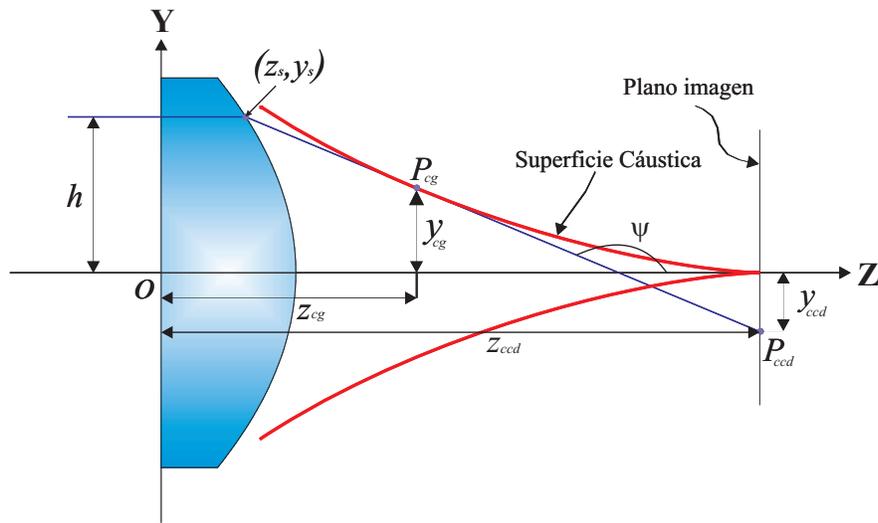


Figura 3.3: Procedimiento para encontrar las alturas de la pantalla nula tipo Hartmann

Recordando que la superficie cáustica es la envolvente de la familia de rayos refractados, entonces todos los rayos son tangentes a dicha superficie. La Ec. (2.13) nos da las coordenadas de los puntos que representan paraméricamente la cáustica de una lente plano-convexa cónica, en particular nos dará el punto P_{cg} . Ya teniendo la ecuación de una recta con estos dos puntos, podemos despejar la pendiente, dada por

$$\tan \psi = \frac{y_{cg} - y_{ccd}}{z_{cg} - z_{ccd}}. \quad (3.1)$$

Por otro lado, sabemos que la derivada respecto al parámetro h evaluado en el punto P_{cg} , es tangente a la superficie cáustica,

$$\tan \psi = \left(\frac{\partial y_{cg}}{\partial h} \right) / \left(\frac{\partial z_{cg}}{\partial h} \right) = \frac{ch(n_i^2 - n_a^2)}{un_a^2 + vn_i}. \quad (3.2)$$

Igualando la Ec. (3.1) y la Ec. (3.2), obtenemos un polinomio en función de h , dado por

$$\begin{aligned} [c^2 h^2 n_a^2 (n_a^2 - n_i^2) + (1 + u) \{v^2 (un_a^2 + vn_i) - z_0 cn_a^2 (n_a^2 - n_i^2)\}] (n_i^2 - n_a^2) ch n_a^2 = \\ (n_a^2 u + n_i v) (c^3 h^3 (kn_a^2 + n_i^2) - y_0 cn_a^2) (1 + u) (n_a^2 - n_i^2) n_a^2. \end{aligned} \quad (3.3)$$

dando valores numéricos a las variables y utilizando la instrucción Solve del programa Mathematica, encontramos el valor del parámetro h encontrando así las alturas para diseñar la pantalla nula, exclusivamente en un plano meridional, por lo que para solucionar el problema del astigmatismo simplemente propone hacer una rotación del plano meridional, y así encontrar el punto correspondiente en la pantalla. A continuación se diseñan pantallas para dos diferentes lentes, una lente plano-convexa parabólica y una lente plano-convexa esférica birrefringente, para la primera se utilizará un arreglo de puntos ordenados en el plano imagen, mientras que para la segunda se diseñará una pantalla con líneas verticales y horizontales que formarán un arreglo cuadrado.

3.1.1. Diseño de pantalla para una lente plano-convexa parabólica

Para empezar el diseño de una pantalla, debemos definir el arreglo que se observará en el plano imagen **X-Y** en $z = z_{ccd}$. Sin pérdida de generalidad, suponemos que la lente plano-convexa cónica tiene simetría de revolución, por lo que podemos trabajar por cuadrantes. Proponemos un arreglo cuadrado de círculos como se muestra en la Fig. 3.4(a) y escogemos el primer cuadrante ($x > 0, y > 0$) donde habrá un número $p \times p$ de manchas circulares, p es el número de spots por columna y por renglones.

Para definir la imagen que queremos ver en el CCD (Fig. 3.4(a)) consideramos que

el borde de la última mancha deberá coincidir con el extremo de éste para que a la hora de instrumentar la prueba la alineación sea más fácil. Conociendo L_m (el lado de menor longitud del sensor CCD) y dando un valor a p , podemos encontrar el diámetro que debe tener cada uno de los círculos que formarán al arreglo $d = L_m/(4p - 1)$, cuya ecuación estará dada por

$$(x - \mathcal{H}_i)^2 + (y - \mathcal{K}_j)^2 = \left(\frac{d}{2}\right)^2, \quad (3.4)$$

entonces la posición de los centros de cada uno de los círculos está dada por la siguiente relación

$$(\mathcal{H}_i, \mathcal{K}_j) = d(2i + 1, 2j + 1), \quad i, j = 0, 2, 3, \dots, p - 1, \quad (3.5)$$

donde el primer cuadrante queda como se muestra en la Figura 3.4(b).

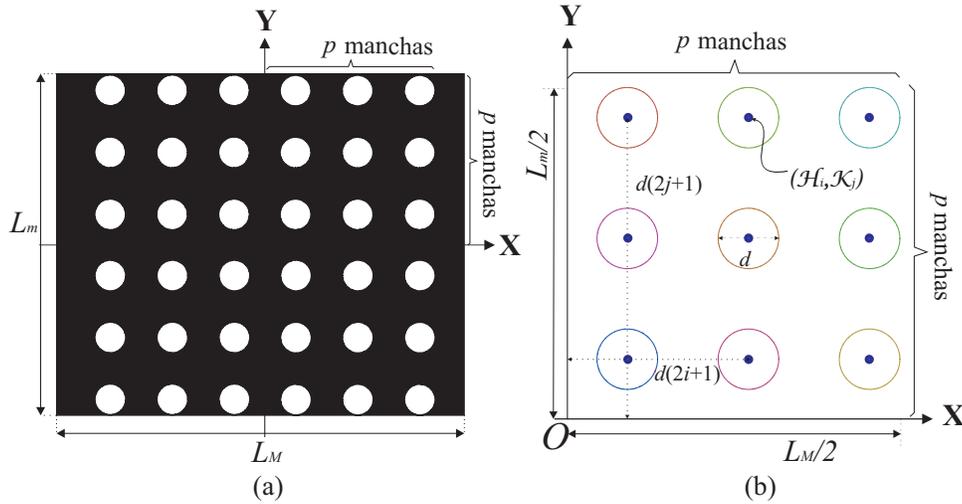


Figura 3.4: (a) Arreglo cuadrado de círculos que se verá en el plano imagen. (b) Arreglo uniforme de manchas en el plano imagen del primer cuadrante del sensor CCD.

Para diseñar la pantalla, consideramos que cada uno de estos círculos estarán dados como un conjunto de puntos. Para hacer esto proponemos intersectar rectas cuya ecuación estará dada por $y = (\tan \rho)x$, con cada uno de los círculos descritos arriba Ec. (3.4).

Resolviendo este sistema de ecuaciones, obtenemos dos soluciones para x y y . Las cuales pueden escribirse como

$$\begin{aligned} x_{\pm ij} &= \cos \rho_{ij} \left[\mathcal{H}_i \cos \rho_{ij} + \mathcal{K}_j \sin \rho_{ij} \pm \sqrt{(d/2)^2 - (\mathcal{K}_j \cos \rho_{ij} - \mathcal{H}_i \sin \rho_{ij})^2} \right], \\ y_{\pm ij} &= \sin \rho_{ij} \left[\mathcal{H}_i \cos \rho_{ij} + \mathcal{K}_j \sin \rho_{ij} \pm \sqrt{(d/2)^2 - (\mathcal{K}_j \cos \rho_{ij} - \mathcal{H}_i \sin \rho_{ij})^2} \right], \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde $\rho = \rho_{-ij} + m(\rho_{+ij} - \rho_{-ij})/q$, para $m = 0, 1, 2, 3, \dots, q$, donde q es el número de líneas que intersectan cada uno de los círculos, obteniendo así $2q - 2$ puntos. Aquí ρ_{-ij} y ρ_{+ij} son los ángulos que hacen las líneas tangentes a cada uno de los círculos y están dados por

$$\rho_{\pm ij} = \arctan \left[\frac{\mathcal{H}_i \mathcal{K}_j \pm (d/2) \sqrt{\mathcal{H}_i^2 + \mathcal{K}_j^2 - (d/2)^2}}{\mathcal{H}_i^2 - (d/2)^2} \right]. \quad (3.7)$$

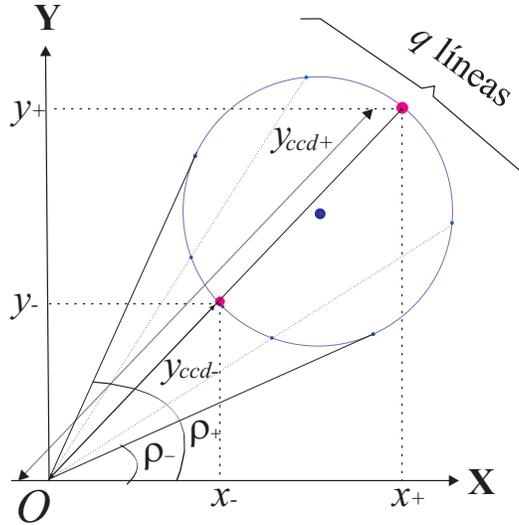


Figura 3.5: Intersección de la recta con el círculo que se quiere ver en el CCD

Como se mencionó anteriormente el programa sólo calcula las alturas de los puntos

si estos se encuentran en un plano meridional, por lo que si consideramos que cada punto está en dicho plano, la distancia desde el origen hasta el punto estará dado por $y_{ccd} = \sqrt{x_{\pm}^2 + y_{\pm}^2}$, como se muestra en la Fig. 3.5.

Teniendo el punto $(x_{ccd}, y_{ccd}) = (0, \sqrt{x_{\pm}^2 + y_{\pm}^2})$, se procede a hacer el trazo inverso de rayos para encontrar la altura h_s en la pantalla a la que deben incidir los rayos, sin embargo debemos hacer una rotación en sentido de las manecillas del reloj para encontrar su posición real. Aplicando la matriz de rotación para un ángulo $\theta = \frac{\pi}{2} - \rho$ obtenemos la posición de los puntos en la pantalla que formarán círculos en el plano imagen.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ h \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h \text{sen} \theta \\ h \cos \theta \end{pmatrix}$$

Los puntos que describen a la nueva pantalla de gotas, están dados por la siguiente relación

$$\begin{aligned} x' &= h \cos \rho, \\ y' &= h \text{sen} \rho, \end{aligned}$$

donde ρ está definido por cuántas veces dividimos el círculo, quedando el primer cuadrante de la pantalla como la Fig. 3.6.

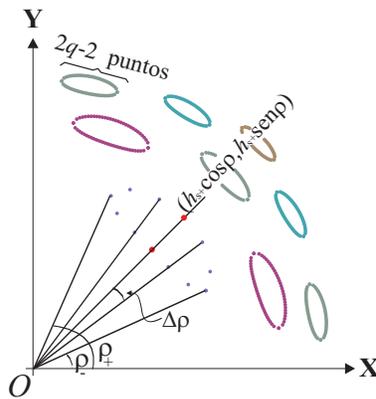


Figura 3.6: Puntos que conforman la pantalla nula, después de la rotación del plano meridional.

Para probar experimentalmente el método, en el Laboratorio de Pruebas Ópticas se cuenta con una lente plano-convexa parabólica de Edmund Optics cuyo tipo de vidrio es B270 con las siguientes características: Constante de conicidad $k = -1$, radio paraxial $R = 25,6mm$, diámetro de la lente $D = 60mm$, distancia focal efectiva $f = 50mm$ y $F/\# = 0,83$, el índice de refracción para $\lambda = 633nm$ es de $n_i = 1,521$, la ecuación de dispersión de este vidrio se encuentra en el apéndice A. Para esta lente, se decidió hacer un arreglo de manchas circulares como se describió anteriormente.

Sin embargo, al ser una superficie rápida encontramos nuevos problemas, si respetamos que el plano imagen esté fuera de la cáustica, la distancia más cercana a la que podemos considerar colocar el CCD es la distancia focal efectiva de la lente bajo prueba. Al colocar el sensor a esta distancia, encontramos que para que el borde de la última mancha del arreglo uniforme (que se quiere observar en el plano imagen) coincida con el borde del CCD, la altura máxima h_{max} del rayo que debe incidir en la lente correspondiente al borde del sensor es menor que la altura crítica h_c dado a que la lente tiene una mayor aberración esférica (Fig. 3.7). Con esto podemos afirmar que en esta prueba un aspecto importante para determinar el área efectiva que se puede probar de una superficie rápida está determinada por las dimensiones del sensor CCD (L_m).

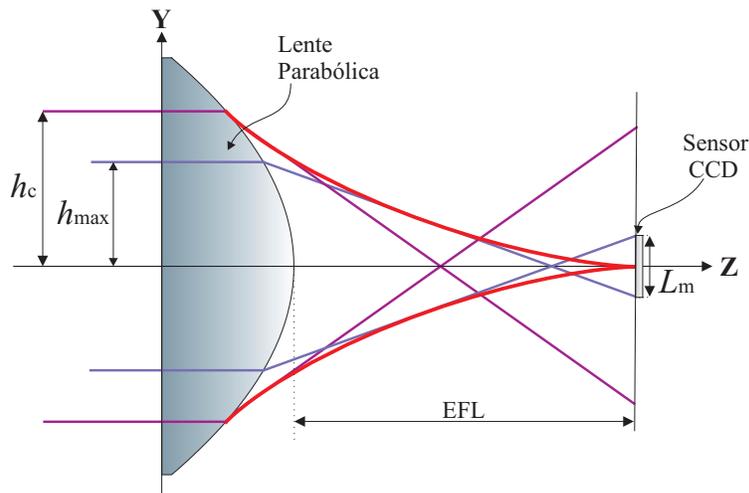


Figura 3.7: Máxima altura del rayo incidente a considerar para el diseño de la pantalla nula para una lente plano-convexa parabólica rápida fuera de la cáustica.

La pantalla para la lente parabólica con la que cuenta el Laboratorio, que resulta de considerar un arreglo uniforme de puntos (Fig. 3.4(a) con $p = 5$) en el plano imagen colocado a una distancia EFL de la lente bajo prueba se observa en la Fig. 3.8.

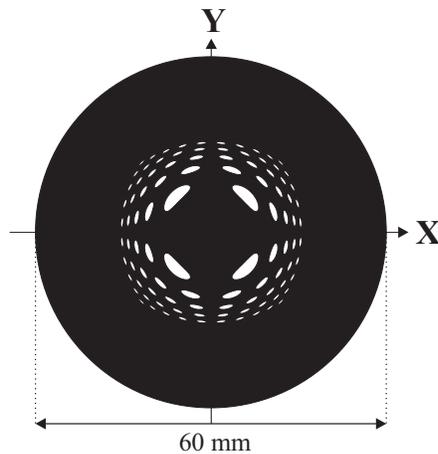


Figura 3.8: Pantalla nula para una lente parabólica plano convexa, considerando el plano imagen a una distancia EFL de la lente.

Se puede observar de la Fig. 3.8 que en la parte central de la pantalla no entrará luz y por ende esta parte de la lente no se podrá evaluar. Una manera de resolver este problema es alejar el plano imagen de la lente, siempre considerando que queremos ver un arreglo uniforme de puntos en el CCD como en la Fig. 3.4(a). Ejemplos de pantallas para la misma lente parabólica con el plano imagen colocado a diferente distancia y variando el número de manchas p se observan en la Fig. 3.9.

Como se puede observar en la Fig. 3.9(a) y en la Fig. 3.9(b) el área que se cubre es la misma, dado que dichas pantallas están diseñadas para que el arreglo se vea uniforme cuando el plano imagen esté colocado a una distancia de $1,25$ EFL, sin embargo al pedir menos puntos por cuadrante, o lo que es lo mismo por toda la pantalla la separación de los hoyos en ésta es mayor. En el caso de la Fig. 3.9(c) se alejó el plano imagen a una distancia de $1,5$ EFL cubriendo menos área que los ejemplos anteriores, sin embargo a pesar de que dicha pantalla se diseñó para tener un número menor de manchas, la separación cerca del vértice entre estas es menor.

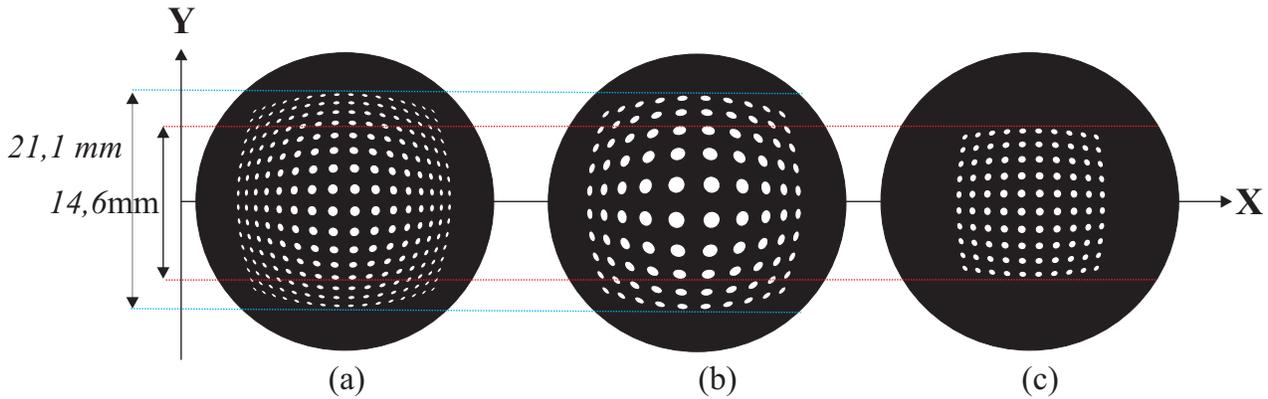


Figura 3.9: (a) Pantalla para la lente parabólica plano-convexa considerando 8×8 puntos por cuadrante con el plano imagen a una distancia de $1,25EFL$. (b) Pantalla para la lente parabólica plano-convexa considerando 5×5 puntos por cuadrante con el plano imagen a una distancia de $1,25EFL$. (c) Pantalla para la lente considerando 5×5 puntos por cuadrante con el plano imagen a una distancia de $1,5EFL$.

Las consideraciones anteriores tienen que tomarse en cuenta para diseñar la pantalla que más convenga para probar nuestra superficie. En el siguiente capítulo se probará la lente parabólica con la que cuenta el laboratorio utilizando la pantalla que se muestra en la 3.9(a), dado a que es una de las pantallas que más área abarca de nuestra lente bajo prueba.

3.1.2. Diseño de Pantalla para una lente birrefringente

Para diseñar pantallas para una lente birrefringente, tenemos que considerar nuevas situaciones que se mencionarán a continuación.

Como es bien sabido, los cristales uniaxiales tienen dos índices de refracción, los cuales son conocidos como ordinario y extraordinario. Cuando un rayo de luz monocromática incide sobre la superficie de un medio birrefringente, los rayos ordinarios y extraordinarios se propagarán en el medio y se refractarán en la segunda superficie del cristal. El rayo ordinario satisface la ley de Snell, por lo que la normal del frente de onda y la dirección del flujo de energía coincide. Para el rayo extraordinario la dirección del flujo de energía generalmente no coincide con la dirección normal del frente de onda.

Al tener dos índices de refracción, se tienen dos distancias focales efectivas. La distancia

focal efectiva extraordinaria para una lente uniaxial plano-convexa cuando el eje del cristal es ortogonal al plano de incidencia tiene un comportamiento como un medio isotrópico con un índice de refracción n_e como se explica en la Referencia [24].

Si consideramos que el eje del cristal es ortogonal al plano de incidencia, podremos separar los rayos ordinarios de los extraordinarios para diseñar una pantalla nula considerando que la lente birrefringente es como una lente isotrópica hecha con dos índices de refracción (n_e, n_o) para estados de polarización particulares.

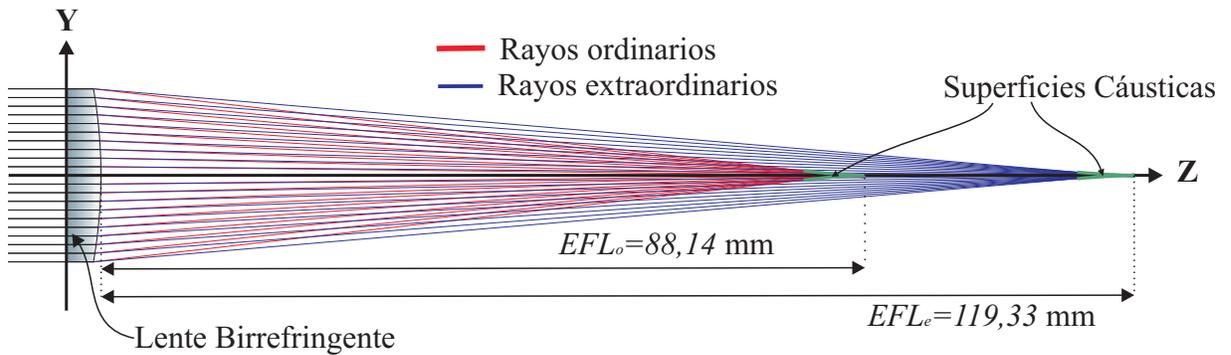


Figura 3.10: Proceso de refracción en una lente esférica plano-convexa birrefringente, considerando una fuente en infinito.

Las características de la lente birrefringente plano-convexa para la cuál se diseñarán las pantallas para cada uno de los rayos, ordinarios y extraordinarios son las siguientes: un radio de curvatura paraxial de $R = -58,00\text{mm}$, el índice de refracción del aire $n_a = 1$, el índice de refracción extraordinario $n_e = 1,486$ y el índice de refracción ordinario $n_o = 1,658$ para una longitud de onda de $\lambda = 633\text{nm}$, su diámetro es de $D = 20,00\text{mm}$, con una distancia focal ordinaria de $EFL_o = 88,14\text{mm}$ y una distancia extraordinaria de $EFL_e = 119,33\text{mm}$.

Para probar esta lente, arbitrariamente se decidió que la imagen formada por refracción de la pantalla que se diseñará será una distribución de líneas brillantes. Para lo que definimos un punto (z_{ccd}, y_{ccd}) colocado sobre líneas rectas. Para formar una pantalla plana, definimos $y_{ccd} = (a_i^2 + a_j^2)^{1/2}$, de tal manera que $a_i = (1/2 + i)\Delta x$ para $i = 0, 1, \dots, n$, donde n es el número de líneas que formaran las franjas y cuya separación

entre líneas está dada por $\Delta x = L_m/(1 + 2n)$. También hemos definido $a_j = j\Delta y$ para $j = 0, 1, \dots, m$, donde m es el número de puntos que formarán una línea continua para cada franja cuya separación está dada por $\Delta y = L_m/(2m)$.

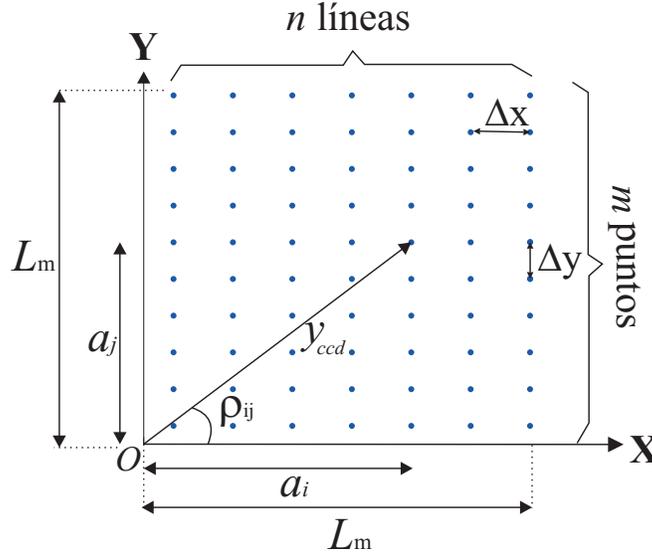


Figura 3.11: Arreglo de puntos para diseñar una pantalla de líneas brillantes en el CCD para una lente birrefringente.

Nuevamente, consideramos simetría de revolución por lo que basta trabajar con un sólo cuadrante, escogemos el primer cuadrante ($x > 0, y > 0$) y se encuentran las alturas para diseñar la pantalla de la lente bajo prueba, en un plano meridional. Finalmente conociendo los valores para h_s , hacemos la rotación utilizada anteriormente, y la posición de los puntos sobre las líneas que formarán la pantalla nula estarán dados por

$$(x_s, y_s) = (h_s \cos \rho_{ij}, h_s \sin \rho_{ij}), \quad (3.8)$$

donde $\rho_{ij} = \arctan(a_i/a_j)$ para $a_j \neq 0$.

Teniendo claro que se trabajarán por separados los rayos ordinarios de los extraordinarios, se procede a hacer dos tipos de pantallas para la misma lente, considerando dos

índices de refracción diferentes. Se intentaron diseñar pantallas separadas considerando que el plano imagen de los rayos ordinarios estaría localizado en EFL_o y el del extraordinario en la EFL_e . Sin embargo, a la hora de hacer el trazo inverso de rayos y escoger la solución correcta para las alturas h que nos darán la altura a la cual se debe diseñar la pantalla, se obtuvo que para que el rayo que toca el extremo del sensor CCD sea tangente a la superficie cáustica de esta lente, para cualquiera de los dos casos, las alturas estarían fuera del diámetro de la lente. Un esquema para los rayos ordinarios, se puede ver en la Fig. 3.12.

Para resolver este problema se propuso alejar el plano imagen en donde veríamos el arreglo uniforme de manchas, por lo que tuvimos que encontrar la distancia a la cuál debe estar colocado el sensor para que la imagen por refracción de la pantalla cubra todo el CCD, es decir que el último rayo de la lente (considerando la montura) coincidiera con el extremo del sensor. Se hizo un cálculo para encontrar esta distancia para cada estado de polarización y se obtuvo que para los rayos ordinarios el sensor CCD tenía que estar a una distancia 120,17 mm como se muestra en la Fig. 3.12, mientras que para los rayos extraordinarios debían estar a una distancia de 163,55mm.

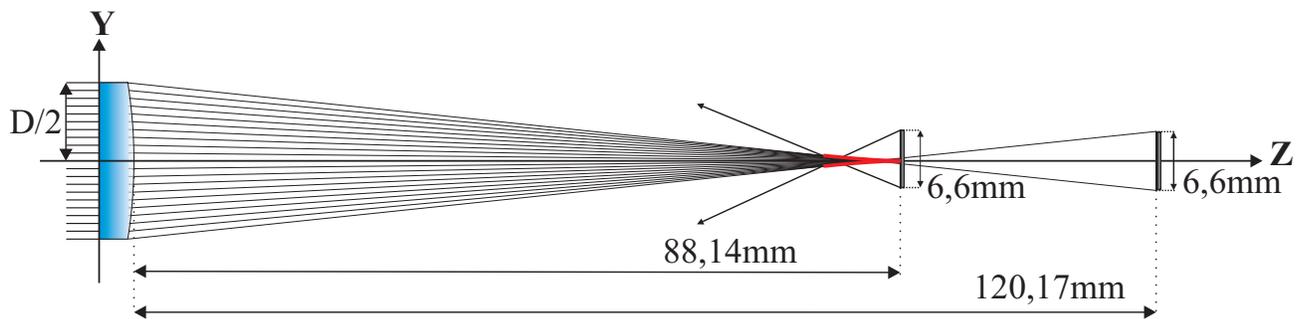


Figura 3.12: Lente birrefringente y la distancia a la cual debe estar colocado el plano imagen para cubrir toda la lente en el caso del rayo ordinario.

Se decidió diseñar pantallas tipo Ronchi siguiendo el procedimiento descrito anteriormente para el diseño de la pantalla trabajando exclusivamente con los rayos extraordinarios. En este caso se considera que el estado de polarización sea paralelo al eje del cristal y sustituyendo $n_i = n_e$, considerando una distancia del plano imagen $z_{oe} = 163,55\text{ mm}$ encontramos los puntos que formarían la pantalla. Teniendo calcu-

lados los puntos que en el plano imagen corresponderían a un arreglo de puntos que forman franjas brillantes y oscuras equidistantes, seleccionamos dos líneas continuas y unimos los puntos para obtener una curva continua como en la Fig. 3.13(a). Finalmente se colorearon dichas líneas alternadamente como se muestra en la Fig. 3.13(b).

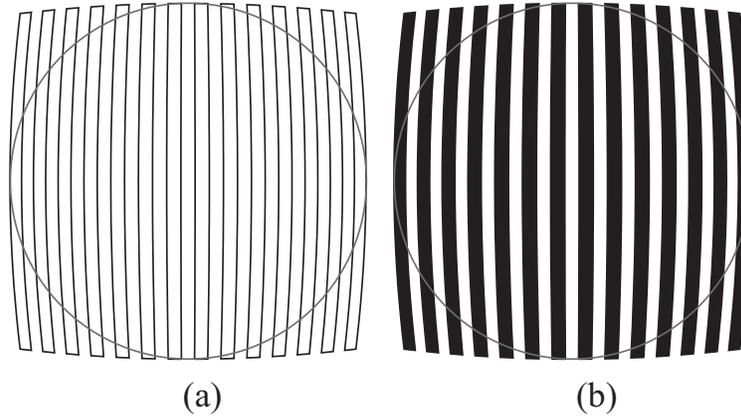


Figura 3.13: (a) Unión de los puntos que formarán la pantalla nula tipo Ronchi para una lente birrefringente. (b) Pantalla final para los rayos extraordinarios.

Tomando el estado de polarización perpendicular al eje del cristal y sustituyendo $n_i = n_o$ considerando que el plano imagen estará a una distancia $z_{0_o} = 120,17$ mm, trabajamos el caso de los rayos ordinarios. Esta vez se decidió diseñar otro tipo de pantalla para obtener una distribución de hoyos que produzcan una rejilla regular en el plano de observación en forma de un arreglo cuadrado, la posición de los centros de las pantallas deberán estar en los puntos cruzados de dos pantallas tipo Ronchi superpuestos rotados 90° respecto a cada uno como se sugiere en la Ref. [18], las pantallas finales que se utilizarán en el siguiente capítulo para probar una lente birrefringente se muestra en la Fig. 3.14(b)

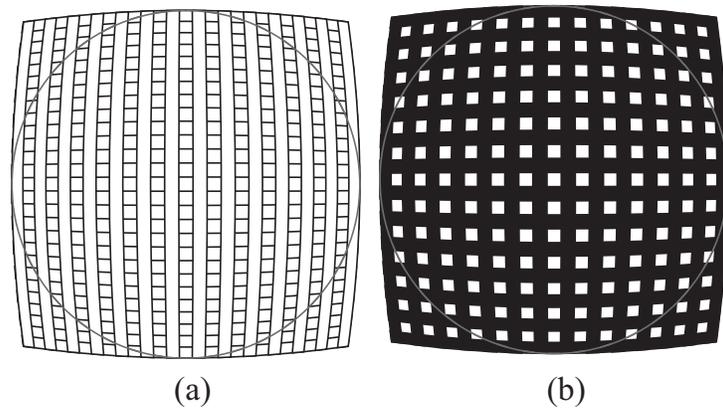


Figura 3.14: (a) Unión de los puntos que formarán la pantalla nula tipo Ronchi para una lente birrefringente. (b) Pantalla final para los rayos ordinarios.

Capítulo 4

Desarrollo Experimental.

En el capítulo anterior se diseñaron diferentes tipos de pantallas nulas por refracción, considerando las características que presentan algunas lentes con las que cuenta el laboratorio de Pruebas Ópticas del CCADET-UNAM. En el presente capítulo se explicará el montaje experimental, así como algunos problemas que surgieron, tales como alineación, la obtención de centroides y problemas de polarización en el caso de la prueba de una lente birrefringente.

4.1. Montaje Experimental

Para el montaje experimental utilizamos un láser polarizado Helio-Neón de cinco líneas espectrales de emisión sintonizables (633, 612, 604, 594 y 543 nm.) modelo 30602 de Research Electro-Optics, una platina para filtro espacial Edmund Industrial Optics, un objetivo de microscopio Edmund de 40 \times , un pinhole de 25 μm , un doblete acromático de distancia focal efectiva de 450 mm y diámetro de 52 mm.

Lo primero que hicimos para montar el dispositivo experimental fue alinear el láser, para esto lo montamos en dos mesas de altura variable Edmund e hicimos que el haz del láser pasara por dos puntas metálicas sobre la misma línea de propagación.

Ya teniendo el láser alineado, la siguiente componente que colocamos fue la lente bajo prueba. Hay que recordar que en el diseño de las pantallas nulas para probar lentes

plano-convexas cónicas se hicieron varias consideraciones. La primera fue la longitud de onda a la que se diseñaron las pantallas, por lo que utilizamos la línea espectral del láser cuya longitud de onda era $\lambda = 633$ nm.

La segunda consideración fue que los rayos que llegaran a la superficie plana de la lente bajo prueba fueran paralelos al eje óptico para así tener sólo una refracción en la segunda superficie de la lente. Para tener esta condición en el experimento lo que se hizo fue colimar el haz utilizando un doblete acromático que se mencionó anteriormente con una distancia focal efectiva relativamente grande 450 mm para reducir una concentración de energía grande en el centro, colocando el pinhole del filtro espacial a su distancia focal efectiva.

El filtraje espacial se hizo para limpiar el haz del láser de tal manera que fuera lo más uniformemente posible. Se fijaron todos los elementos ópticos y se comprobó que efectivamente la luz estuviera lo más colimada posible. Para esto se fue alejando una pantalla y viendo que el diámetro del círculo iluminado que salía de la lente colimadora permaneciera del mismo tamaño. Para tener mayor certeza de que efectivamente el haz estuviera colimado, se utilizó un interferómetro de desplazamiento lateral, cuando las franjas de interferencia de ambos lados coincidieran, tendríamos la distancia de separación entre el doblete acromático y el pinhole en que el haz estuviera colimado. En la Fig. 4.1 se muestra una fotografía del arreglo experimental.

Entre el láser y el filtro espacial se colocó un polarizador para controlar la intensidad sobre el plano de detección y que el sensor CCD no se saturara, en el caso de la lente parabólica. Para la lente birrefringente se utilizaron dos polarizadores para tener control sobre el estado de polarización con el que se trabaja.

También debemos considerar que el arreglo de manchas o franjas se verá uniforme en un cierto plano imagen, definido en el diseño de las pantallas. Por lo que el sensor CCD debe estar colocado cuidadosamente, para esto utilizamos una platina de posicionamiento de tres ejes y montamos la cámara CCD en ella sobre el eje **Z**. Un diagrama del arreglo experimental general se muestra en la Fig. 4.2, dependiendo de las características de

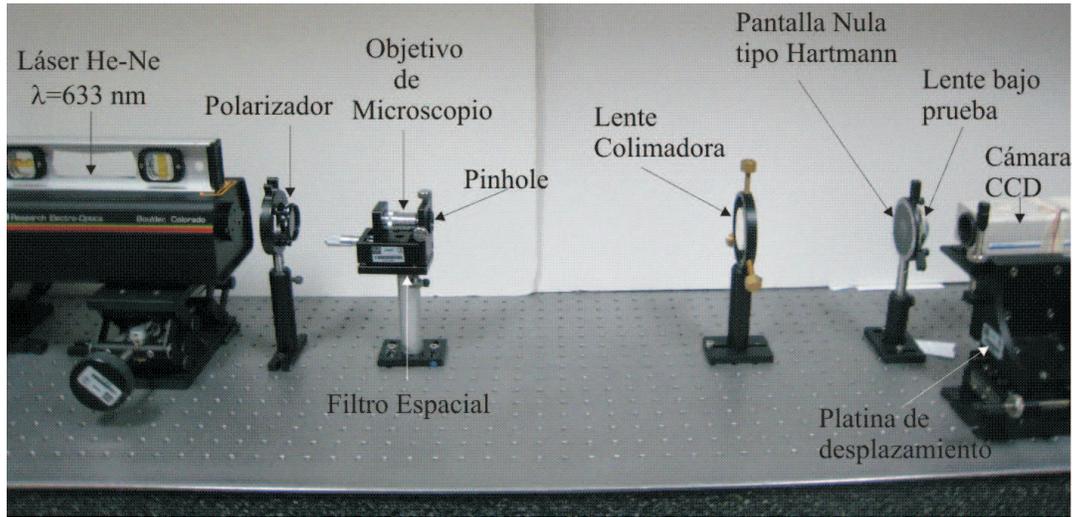


Figura 4.1: Fotografía del arreglo experimental.

la lente bajo prueba se adapta dicho arreglo.

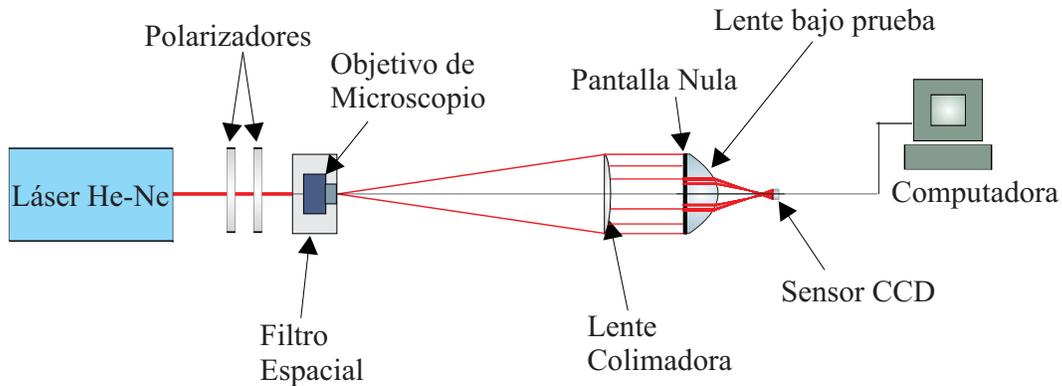


Figura 4.2: Diagrama del arreglo experimental.

4.2. Reconstrucción de la Superficie

Como fue mencionado en el capítulo anterior, en el presente trabajo se probaron dos tipos de lentes plano-convexas, una lente parabólica y una lente esférica birrefringente. A pesar de que cada una tiene características particulares, el procedimiento para reconstruir la superficie bajo prueba es básicamente el mismo, por lo que a continuación

se describe de manera general.

Para obtener las imágenes experimentales que se utilizarán para reconstruir la superficie, se debe tener cuidado en encontrar la posición correcta del sensor CCD para la cual se diseñaron las pantallas, dado que esta posición es crítica, se utiliza el movimiento fino de la platina para encontrar el lugar en el cual el borde de la última mancha coincide con el borde del lado menor del sensor. Encontrando esta posición, que es diferente para cada una de las lentes, tomamos las imágenes.

Teniendo las imágenes grabadas, escogimos la mejor para cada caso. Dado a que tenemos el efecto gaussiano del láser, hay una mayor intensidad de luz en el centro que en las orillas, por lo que con el programa Image J se uniformizó la intensidad de la imagen haciendo una umbralización por secciones, para esto utilizamos la instrucción "Threshold" del mismo programa.

Ya teniendo la imagen umbralizada, con el mismo programa encontramos el centro de masa de cada una de las manchas, esto es un promedio de la intensidad en las coordenadas X y Y de todos los píxeles en un área seleccionada, en nuestro caso, cada una de las manchas.

Con esta información, se tiene que tomar en cuenta que la tarjeta de adquisición genera una imagen en píxeles, los cuales tienen su origen en la parte superior izquierda de ésta, por lo que no están referidos al mismo marco de referencia donde se diseña la pantalla, cuyo origen se encuentra en el centro. Debido que uno quiere que los centros de masa estén en el mismo marco de referencia que la lente (x_{ccd}, y_{ccd}) , se hace la siguiente transformación de coordenadas de píxeles a milímetros.

$$\begin{aligned} x_{ccd} &= \sigma(x_{exp} - pi.x_x), \\ y_{ccd} &= -\sigma(y_{exp} - pi.x_y), \end{aligned} \tag{4.1}$$

donde σ es el factor de conversión de distancia para que las coordenadas x_{ccd} y y_{ccd} estén en unidades de milímetros, x_{exp} y y_{exp} son las coordenadas del centro de masa en

pixeles de cada mancha con respecto al marco de referencia del CCD utilizado obtenidas experimentalmente y pix_x, pix_y es la mitad del número de pixeles del lado menor y mayor del sensor CCD, respectivamente. El signo menos en la coordenada y_{ccd} es para corregir la inversión en el eje \mathbf{Y} que el programa Image J tiene, esto es al tener el origen en la esquina superior izquierda los valores de las coordenadas en \mathbf{Y} van incrementando hacia abajo de la imagen resultando que al considerar sólo esta transformación, la parte de abajo de la lente se ve arriba del plano cartesiano y viceversa.

Ya teniendo las coordenadas del centro de masa de cada mancha para cada una de las lentes, se deben obtener las normales a la superficie y entonces la forma de ésta puede ser obtenida analíticamente por [25]

$$z - z_0 = - \int \left(\frac{N_x}{N_z} dx + \frac{N_y}{N_z} dy \right), \quad (4.2)$$

donde N_x, N_y y N_z son los componentes cartesianos de \hat{N} , un vector normal a la superficie, y z_0 es un punto sobre la superficie P_0 evaluado usando la ecuación de la sagita, considerando que el origen está en el vértice de la superficie cónica.

Para evaluar las normales locales sobre la superficie, primero debemos encontrar la dirección de los rayos que unen la posición de los centros de masa de las manchas (que a partir de ahora simplemente llamaremos centroides) obtenidos de la imagen experimental y las coordenadas correspondientes en los hoyos de la pantalla nula. Es decir, tenemos que encontrar la correspondencia de centroides, como se muestran en la Fig. 4.3.

Ya teniendo la correspondencia de puntos el siguiente paso para obtener las normales es considerar la Ley de Snell vectorial, dada por la siguiente expresión

$$\hat{N} \times n_i \hat{I} = \hat{N} \times n_a \hat{T}, \quad (4.3)$$

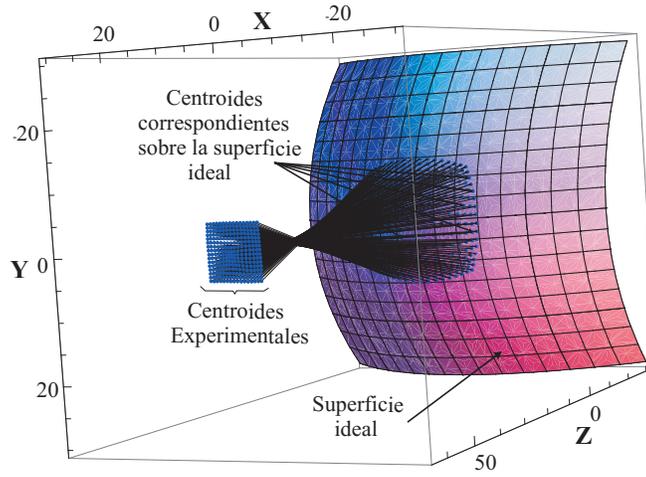


Figura 4.3: Correspondencia de los puntos obtenidos experimentalmente en el CCD y sus respectivos puntos sobre la superficie ideal.

esto geométicamente significa que

$$\hat{N} = \alpha(n_a \hat{T} - n_i \hat{I}) = \alpha \left[n_a \left| \frac{\vec{P}_{ccd} - \vec{P}_{len}}{|\vec{P}_{ccd} - \vec{P}_{len}|} \right| - n_i \left| \frac{\vec{P}_{len} - \vec{P}_{scr}}{|\vec{P}_{len} - \vec{P}_{scr}|} \right| \right], \quad (4.4)$$

donde \hat{I} es el rayo-vector incidente, \hat{T} el rayo-vector refractado y α es la constante para normalizar \hat{N} . Para encontrar la dirección del vector transmitido nosotros sólo conocemos el punto P_{ccd} en el plano imagen, el cual nosotros obtuvimos experimentalmente y corresponde a la posición de cada centroide.

Para aproximar el segundo punto P_{ccd} al plano imagen usamos una superficie de referencia, utilizando los valores considerados para el diseño de la pantalla nula, y se procede de manera similar al diseño de las pantallas nulas, haciendo un trazo inverso de rayos, obteniendo las coordenadas sobre la lente (x_{len}, y_{len}) usando la Ec. (3.8) para cada centroide. Para obtener la coordenada z_{len} evaluamos estas coordenadas en la ecuación de la sagita dado por

$$z_{len} = \frac{c(x_{len}^2 + y_{len}^2)}{1 + \sqrt{1 - (1+k)c^2(x_{len}^2 + y_{len}^2)}}. \quad (4.5)$$

Para encontrar el rayo-vector incidente usamos el mismo punto $\vec{P}_{len} = (x_{len}, y_{len}, z_{len})$ y su correspondiente punto en la pantalla nula. Sin embargo, nosotros suponemos que en la cara plana de la lente no hay refracción, por lo que podemos considerar un punto arbitrario $\vec{P}_{scr} = (x_{len}, y_{len}, -t)$. Finalmente el rayo-vector incidente está dado por $\vec{T} = \vec{P}_{len} - \vec{P}_{scr}$ y el rayo-vector refractado está dado por $\vec{T} = \vec{P}_{ccd} - \vec{P}_{len}$. En la Fig. 4.4 se observan estos vectores.

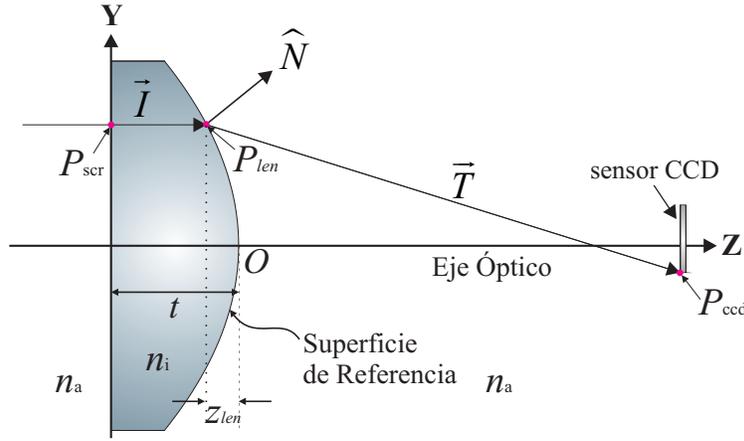


Figura 4.4: Obtención de las normales utilizando una superficie de referencia.

El método común y más simple para la evaluación numérica de la Ec. (4.2) es el método del trapecio [25]. Sin embargo, para superficies rápidas ($F/\# < 1$) las trayectorias de integración entre los puntos consecutivos son más largas en el centro de la superficie, es por eso que en el Capítulo 3 se diseñaron pantallas nulas de tal manera que el plano imagen estuviera más alejado de la superficie. El método para la evaluación es el método del trapecio, cuya expresión es la siguiente

$$z_M = z_0 - \sum_{i=1}^{M-1} \left[\left(\frac{N_{x_i}}{N_{z_i}} + \frac{N_{x_{i+1}}}{N_{z_{i+1}}} \right) \frac{x_{i+1} - x_i}{2} - \left(\frac{N_{y_i}}{N_{z_i}} + \frac{N_{y_{i+1}}}{N_{z_{i+1}}} \right) \frac{y_{i+1} - y_i}{2} \right], \quad (4.6)$$

donde M es el número de puntos que formarán parte de la trayectoria de integración. Para obtener los primeros resultados cuantitativos nosotros definimos las trayectorias de integración procurando seguir las siguientes condiciones para disminuir el error de

integración: 1) el total de la longitud para cada trayectoria es el más pequeño posible, 2) La separación entre puntos debe ser mínima, 3) La trayectoria debe ser directa y simple.

Teniendo las trayectorias trazadas aplicamos el método de integración, implementado en el programa Mathematica 6.0 y encontramos los valores de z_M de la Ec. (4.6). Finalmente con estos puntos hacemos un ajuste con MatLab R2009a por mínimos cuadrados y se compara cada una de las superficies reconstruidas con las ideales. En las siguientes dos secciones se describen las características especiales para cada una de las dos lentes que se probaron implementando esta prueba.

4.3. Lente Plano-Convexa Parabólica

Para probar la lente plano-convexa parabólica se armó el dispositivo experimental descrito en la sección anterior e ilustrado en la Fig. 4.2, la cámara CCD utilizada para obtener las imágenes de esta lente tiene un área activa del sensor de $9,1 \times 9,2$ mm., con una resolución de 1008×1018 pixeles y la pantalla nula utilizada fue diseñada en el capítulo anterior en la Fig. 3.9 (a) para que el arreglo de puntos sean equidistantes a una distancia de 1,25 EFL del vértice de la lente.

En las imágenes mostradas en la Fig. 4.5 se muestra lo sensible que es la prueba para la alineación. En la primera imagen podemos observar la imagen que correspondería si la lente estuviera girada y en la segunda que la pantalla no está en la posición correcta respecto a la lente, además de que en ambas el sensor CCD no está en la distancia de diseño respecto a la lente.

Con la platina de precisión encontramos la posición correcta y tomamos la imagen. La Fig. 4.6 fue la fotografía que se analizó finalmente, donde se puede ver como se curva el arreglo lineal formado por las manchas en el centro de la imagen.

Como se mencionó en el procedimiento general el siguiente paso fue umbralizarla por partes con el programa Image J, si se observa la intensidad de las manchas, en la

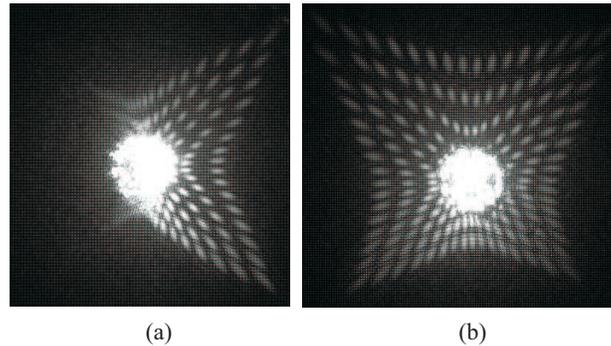


Figura 4.5: (a) Desalineación de la lente. (b) Desalineación de la pantalla respecto a la lente.

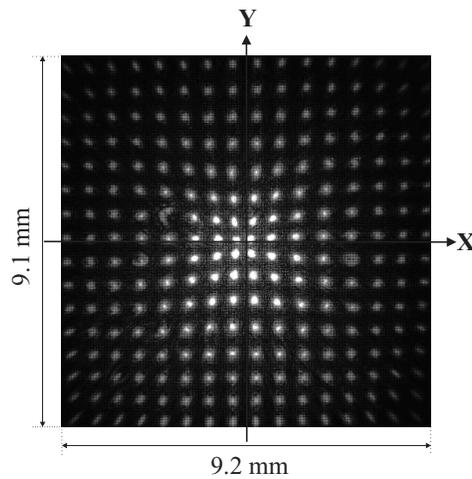


Figura 4.6: Imagen tomada a 1.25 EFL de la lente esférica rápida.

parte del borde de la fotografía las manchas se ven poco intensas, mientras que en el centro la intensidad es mayor. Si umbralizamos respecto a la parte del centro, quitando intensidad a esta parte, las manchas de los bordes desaparecen, perdiendo información para la evaluación de la superficie.

Cuando la imagen estuvo lista, encontramos los centroides en coordenadas de pixeles y los convertimos a milímetros utilizando un factor de $\sigma = 0,0090$ mm/pixeles, $pix_x = 504$, y $pix_y = 508,5$ en la Ec. (4.1). En la Fig. 4.7(a) se muestran los centroides en el nuevo marco de referencia. Los experimentales en color azul y los ideales en color rojo. Con estos centroides, trazamos las trayectorias siguiendo las consideraciones mencionadas anteriormente. Las trayectorias se muestra en la Fig. 4.7(b).

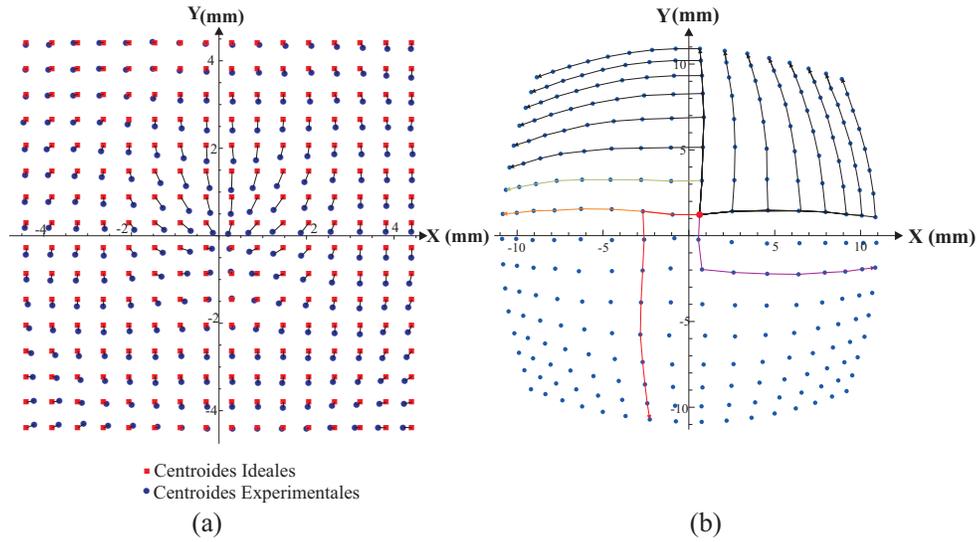


Figura 4.7: (a) Comparación de los centroides experimentales y teóricos de una lente parabólica. (b) Trayectorias utilizadas en la integración para la lente parabólica bajo prueba.

Aplicando la Ec. (4.6) siguiendo las trayectorias mostradas en la Fig. 4.7(b) y obteniendo las normales como se explicó anteriormente, encontramos los valores de z_M . Utilizando el programa en MatLab R2009a se hizo un ajuste de estos puntos a un paraboloides dado por la siguiente expresión

$$z = \frac{(x^2 + y^2)}{2R}, \quad (4.7)$$

donde R es el radio paraxial que es el valor desconocido. Después del ajuste, el valor del radio de curvatura que obtuvimos fue de $R = -25,77$ mm, con un $RMS = 0,006$ mm, la superficie reconstruida se muestra en la Fig. 4.8.

Cabe hacer notar, que la lente bajo prueba tiene un diámetro de 60 mm, al analizar la superficie reconstruida (Fig. 4.8) se observa que dado a las características que se mencionaron en la Sección 3.1.1 con las que se diseñaron la pantalla nula para probar esta superficie, sólo se pudo reconstruir aproximadamente una tercera parte de la lente, encontrando un máximo diámetro de 20 mm.

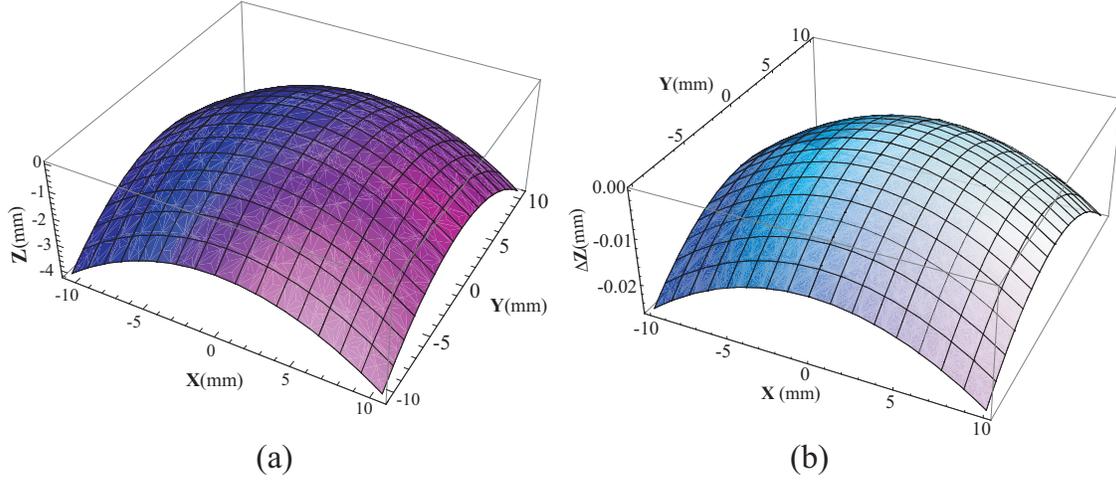


Figura 4.8: (a) Ajuste a una parábola con los puntos obtenidos experimentalmente. (b) Diferencias entre la superficie ideal y la superficie reconstruida.

Teniendo la superficie reconstruida y el valor del radio paraxial, encontramos que existe un error porcentual de 0,64 %, con una máxima diferencia de 0,17 mm, ambos en el valor del radio paraxial. En la Fig. 4.8(b) se muestran las diferencias entre la superficie ideal y el ajuste a una parábola con los datos obtenidos experimentalmente.

Se realizó un análisis entre las diferencias obtenidas de los valores experimentales después de aplicar el método del trapecio (z_M) y los valores obtenidos después del ajuste (z_a), es decir $\Delta z = z_M - z_a$. Una gráfica de las diferencias se observa en la Fig. 4.9, se puede notar que las diferencias son cercanas a cero y que en el centro las diferencias son mayores que en las orillas. Para apreciar los errores del método, se hizo un ajuste a una cónica (Ec. (4.8)) ahora dejando libres para el ajuste la constante de conicidad k y la curvatura c .

$$z = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - (k-1)c^2(x^2 + y^2)}}, \quad (4.8)$$

En este ajuste los valores obtenidos fueron $k = -0,77$ y una curvatura $c = -0,038 \text{ mm}^{-1}$, dado que la curvatura es el inverso de radio de curvatura, obtenemos que el radio de curvatura es de $R = -26,03 \text{ mm}$. Con la constante de conicidad obtenida k se

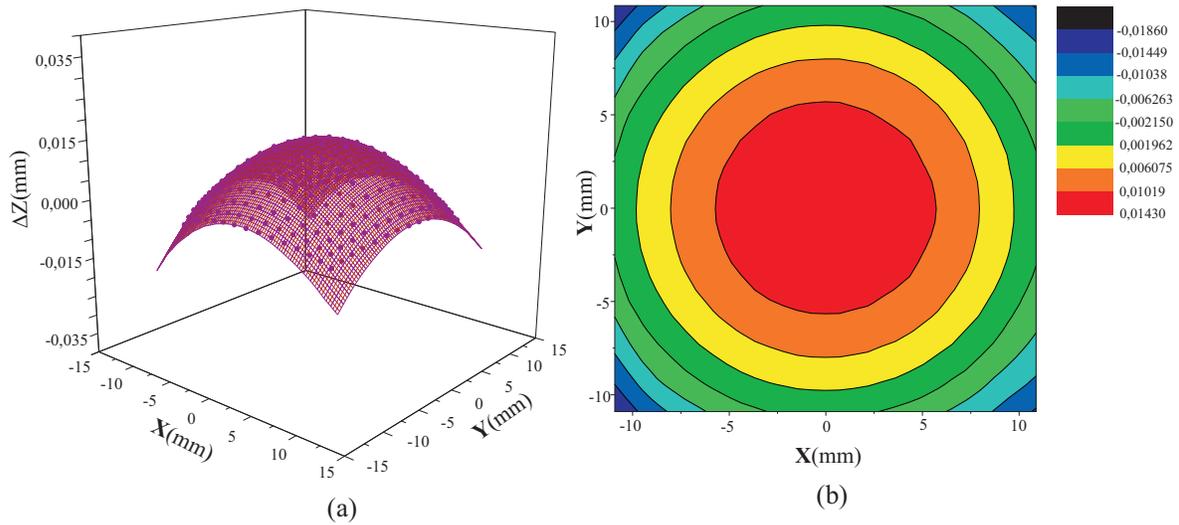


Figura 4.9: (a) Diferencias entre los datos experimentales y el ajuste a una parábola. (b) Mapa de evaluación de las diferencias.

ve que se ajusta mejor a una elipse, mientras que la diferencia del radio de curvatura obtenido respecto al radio de curvatura de la superficie de referencia es de 0,43 mm, correspondiente a un error porcentual de 1,68 %. En la Fig. 4.10 se grafican las diferencias entre los resultados experimentales obtenidos con el método del trapecio y los resultados aplicando la Ec. (4.8).

Al analizar las diferencias de la Fig. 4.10, se puede observar que en las esquinas hay una mayor diferencia entre el mejor ajuste de la superficie y la superficie reconstruida. Sin embargo, en este caso las esquinas no son significativas ya que en realidad no hay información experimental en esta parte, por lo que el programa hace una aproximación extra.

Al analizar las diferencias de la Fig. 4.10, en donde tenemos información experimental, observamos que las diferencias en la mayor parte de la lente son más cercanas a cero, sin embargo en el centro se muestran ligeras diferencias respecto al mejor ajuste, si consideramos que la superficie bajo prueba es perfecta, éstas pueden deberse a errores en el método de integración, al cálculo de las normales o a posibles desalineaciones del sistema.

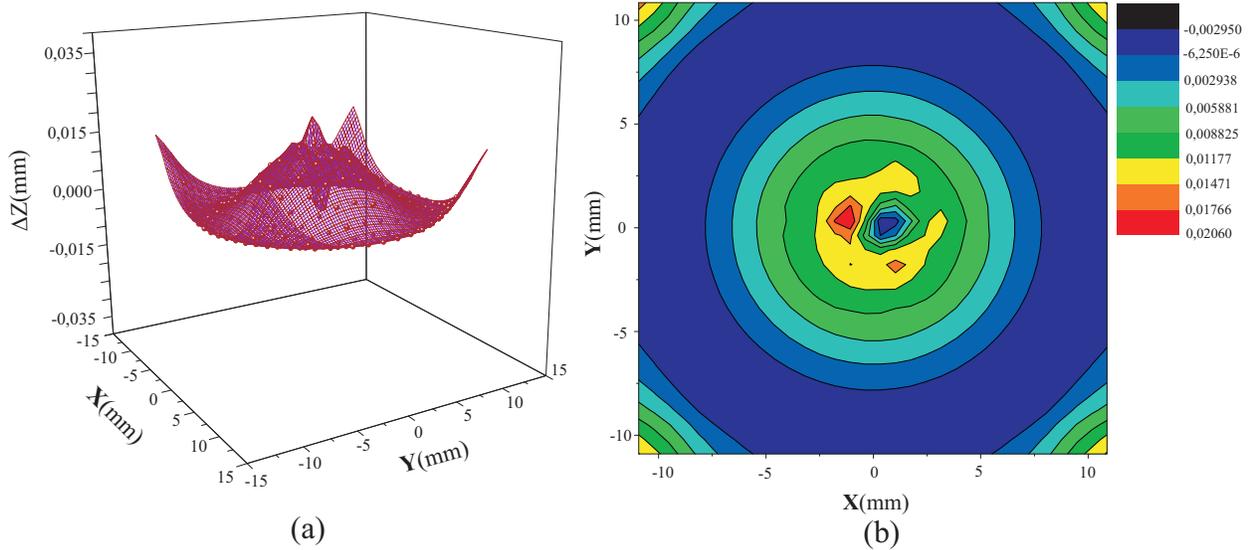


Figura 4.10: (a) Diferencias entre los datos experimentales y el ajuste a una cónica. (b) Mapa de evaluación de las diferencias.

4.4. Análisis Cuantitativo de la Lente Esférica Birrefringente

Como se mencionó en el capítulo anterior, se diseñaron pantallas para los rayos ordinarios y extraordinarios de la lente birrefringente con condiciones de polarización específicas considerando que éstas se comportan como una lente isotrópica bajo ciertas polarizaciones, sin embargo se observó que las pantallas eran muy similares, aunque fueran diseñadas a diferente distancia del plano imagen. Por lo que en este trabajo, sólo se probó dicha lente utilizando la pantalla diseñada para los rayos ordinarios. El montaje experimental es muy parecido al anterior, sin embargo en este caso, teníamos que usar el polarizador para eliminar los rayos extraordinarios y así cumplir con las condiciones establecidas en el diseño de la pantalla.

En este caso a la hora de hacer el experimento, tuvimos problemas con la montura de la lente birrefringente ya que era muy difícil encontrar que el eje del cristal estuviera en la posición adecuada, esto nos ocasionaba que no se podían eliminar completamente los rayos extraordinarios, como se muestran en la Fig. 4.11, en el centro de la imagen se ve información debido a este inconveniente.

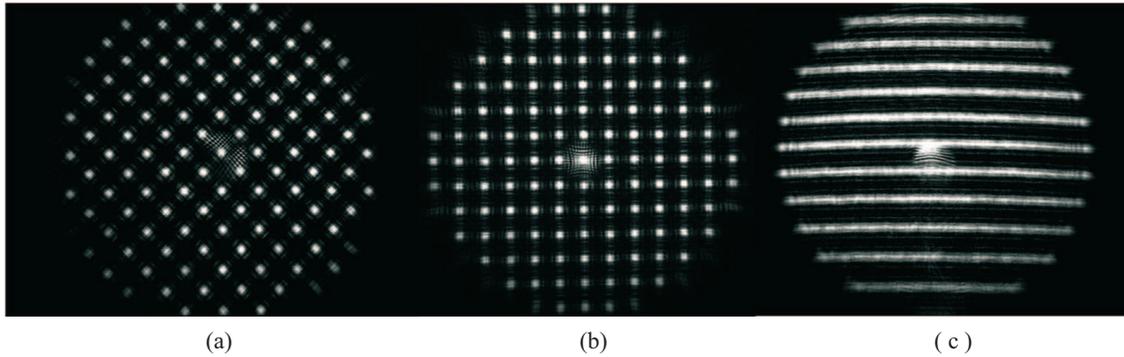


Figura 4.11: (a) Imagen tomada utilizando una pantalla tipo Hartmann para los rayos ordinarios. (b) Imagen tomada utilizando una pantalla tipo Hartmann para los rayos extraordinarios. (c) Imagen tomada utilizando una pantalla tipo Ronchi.

Después de varios intentos y colocando el sensor CCD cuidadosamente sobre la platina de precisión en el lugar para el cual fue diseñada la pantalla, se tomaron varias imágenes. Se decidió utilizar la fotografía mostrada en la Fig. 4.12 para el análisis cuantitativo.

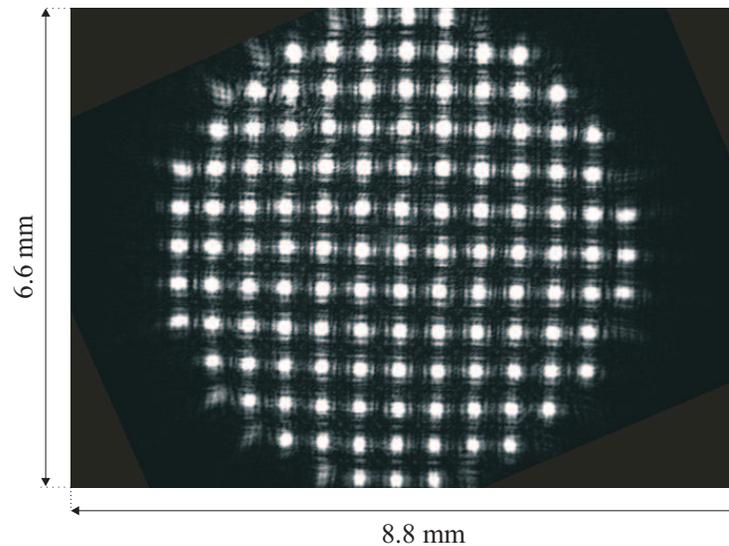


Figura 4.12: Foto utilizada para el análisis de la lente birrefringente utilizando los rayos ordinarios.

Para el análisis de esta lente se siguió el procedimiento general, primero se hizo una umbralización por partes de la imagen y a pesar de que la pantalla estaba formada por cuadrados (Fig. 3.14(b)), en la imagen obtenida por refracción parecen círculos (Fig.

4.12), suponemos que este efecto se debe a efectos de difracción. Nuevamente con el programa Image J encontramos los centroides y se hizo una conversión a milímetros. En este caso se utilizó una cámara CCD blanco y negro (Sony, modelo $XC - SCT70$), con un área activa de $8,8 \text{ mm} \times 6,6 \text{ mm}$ con una resolución de 640×480 pixeles. Por lo que en este caso la transformación para encontrar las coordenadas de los centroides en milímetros se utilizó el factor de conversión $\sigma = 0,01375 \text{ mm/pixeles}$ y $pix_x = 240$, y $pix_y = 320$ en la Ec. (4.1).

La comparación de los centroides ideales con los centroides experimentales se muestran en la Fig.4.13. En este caso los centroides ideales se muestran en color azul y los centroides experimentales en color morado. Las trayectorias que se siguieron para la evaluación de esta lente son las mostradas en la Fig. 4.13(b), considerando las condiciones descritas anteriormente.

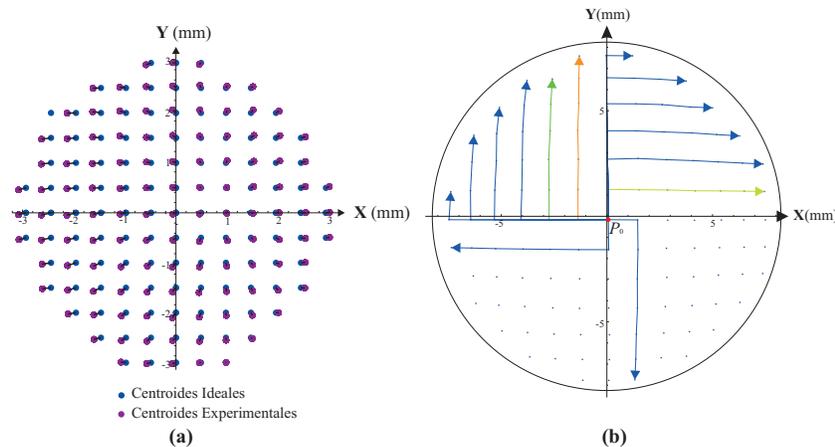


Figura 4.13: (a) Comparación de los centroides experimentales y teóricos de los rayos ordinarios de la lente birrefringente. (b) Trayectorias usadas en la integración.

Nuevamente, se encuentra la correspondencia de los centroides con los de la superficie y se encuentran las normales con el procedimiento descrito en la sección 4.2. Aplicando la Ec. (4.6), encontramos las z_M y volvemos a hacer el ajuste de mínimos cuadrados con el programa Origin Pro 7,5. El mejor ajuste dado por este programa fue a una esfera decentrada como se puede observar en la Ec. (4.9).

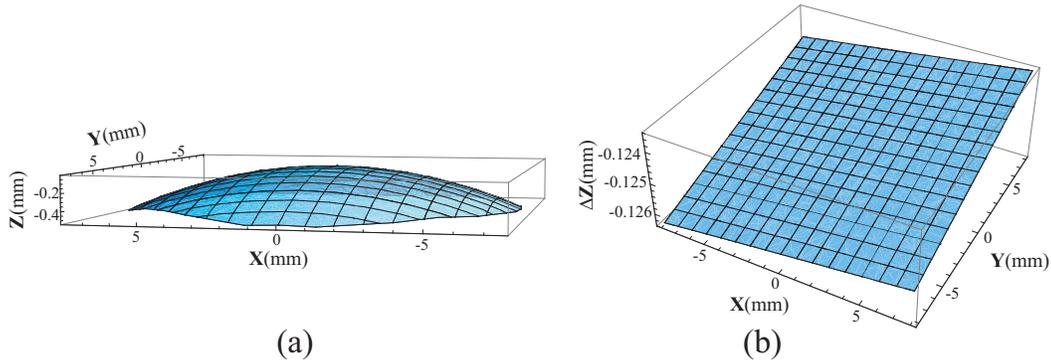


Figura 4.14: (a) Superficie reconstruida de la lente birrefringente. (b) Diferencias entre la superficie ideal y la superficie reconstruida.

$$z = R - \sqrt{R^2 - ((x - A)^2 + (y - B)^2)}, \quad (4.9)$$

en donde R es el radio paraxial y los términos A y B son de descentramiento. Se obtuvo que el radio paraxial es $R = -58,125$ mm, el valor de $A = 0,003$ mm y $B = 0,007$ mm cuando el radio paraxial de diseño es de 58 mm, por lo que tenemos un error porcentual de 0,22%. Graficamos las diferencias de la superficie reconstruida y la superficie bajo prueba, obteniendo la Fig. 4.14(b).

De la Fig. 4.15(b) se puede observar que existe tilt y pistón, esto quiere decir que la lente está ligeramente inclinada aproximadamente un ángulo de $0,007^\circ$. En el caso de la lente birrefringente, este detalle indica que el eje del cristal no está en la posición adecuada, por esta razón se pierde información de una parte de la lente. En la Fig. 4.12 se observa que en la parte derecha de la fotografía faltan manchas para que sea simétrica respecto a la parte izquierda y sea congruente con los resultados esperados debidos al diseño de la pantalla. Sin embargo, aún así tenemos buenos resultados, obteniendo una máxima diferencia de 0,125 mm de la superficie reconstruida respecto a la superficie ideal.

Se graficaron las diferencias entre el mejor ajuste y los datos experimentales, y se obtuvo la Fig. 4.15, donde se puede observar que es un plano en la mayor parte de la superficie, es decir que las diferencias son constantes y cercanas a cero en casi toda la superficie salvo en una esquina que las diferencias incrementan.

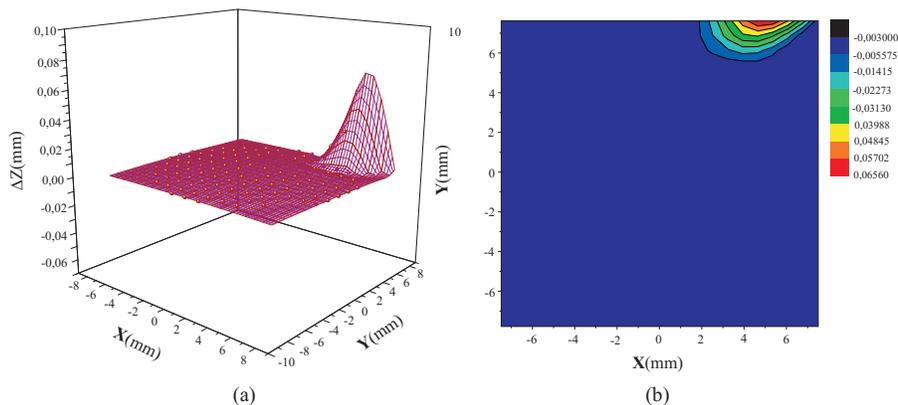


Figura 4.15: (a) Diferencias entre los datos experimentales y el ajuste a una esfera. (b) Mapa de evaluación de las diferencias.

Cabe mencionar, que en este trabajo sólo se probó la lente birrefringente utilizando rayos ordinarios, por lo que se deja a futuro probarla utilizando exclusivamente rayos extraordinarios, para poder hacer así un análisis de la misma superficie utilizando el mismo método con información proveniente de diferentes estados de polarización.

4.5. Comentarios generales del método propuesto

A continuación se discuten algunas ventajas e inconvenientes del método propuesto después de probar dos lentes plano-convexas cónicas con diferentes características.

Una de las ventajas de la prueba propuesta, es que es un método sencillo de instrumentar en el laboratorio sin más óptica adicional que una lente colimadora. Un punto a favor de utilizar pantallas nulas en este trabajo es que se nos facilita la alineación de los elementos involucrados en la prueba.

Con este método podemos tener información de la parte central de la lente bajo prueba. Sin embargo, al ser una prueba por refracción en primera instancia nos limita a que el área total reconstruida de la lente estará limitada por reflexión total interna.

Dentro de esta misma idea, un punto que vale la pena discutir es que el número $F/\#$ de la lente bajo prueba está relacionado con el área total de la superficie que se re-

construirá. En el caso de una superficie rápida donde se tiene una aberración esférica mayor, el área a probar estará limitada al tamaño del sensor CCD o por el ángulo crítico.

Por otro lado en el caso de ser una superficie lenta, es decir un número $F/\#$ mayor, el problema es justo el contrario, tenemos que conseguir una manera de incrementar la aberración esférica para probar toda la superficie. En este caso se propone alejar la posición del plano imagen a una distancia en la que el sensor esté totalmente cubierto por información proveniente de la lente bajo prueba.

En cuanto a la evaluación de la superficie hay algunos factores que se deben de tener en cuenta como posibles fuentes de error. En primera instancia, la posición del sensor CCD, ya que al coincidir el borde de la última mancha con el borde del sensor no consideramos que tenemos una intensidad no uniforme en toda la imagen, asumiendo así que es la posición correcta del sensor. Sin embargo, deberíamos considerar una contribución de error en este aspecto.

En la reconstrucción de la superficie se toma como referencia la superficie de diseño para estimar las normales, por lo que habría que tomar en cuenta los errores asociados a éstas. Otra suposición que hacemos es que la lente está hecha con el material que reporta el fabricante, por lo que consideramos que el índice de refracción para la longitud de onda utilizada es el correcto, suponiendo que los centroides se mueven exclusivamente por alguna deformación de la superficie y no porque el índice de refracción sea otro. Por esta razón hay que tener en cuenta una contribución de error de este parámetro.

Para tener más área cubierta sobre la lente y por lo tanto más datos experimentales para poder hacer un mejor ajuste a la superficie, se propone aumentar la densidad de puntos utilizando el método de corrimiento de puntos (point shifting) como se propone en la Ref. [26].

A pesar que faltan considerar los aspectos mencionados anteriormente, con el método propuesto en este trabajo se pueden reconstruir superficies lentas en su totalidad y al menos la parte central de superficies rápidas con una precisión de micrómetros.

Conclusiones y Trabajo a Futuro

En este trabajo se encontró la ecuación paramétrica general de la cáustica de lentes cónicas plano-convexas y convexo-planas como función de la altura del rayo incidente. Con esta ecuación se analizaron diferentes casos de lentes cónicas y se relacionó con la aberración esférica. Para lentes cónicas plano-convexas se encontró la expresión que debe de tener la constante de conicidad $k = -(n_i^2/n_a^2)$ para que no exista aberración esférica, coincidiendo con el caso del óvalo cartesiano. Para el caso de lentes cónicas convexo-planas se encontró presencia de aberración esférica negativa.

Se propuso una manera sencilla de encontrar la posición y el radio del círculo de mínima confusión (CMC) y se analizaron diferentes lentes cónicas plano-convexas, encontrando que se tendrá un mayor radio del CMC para lentes cónicas plano-convexas cuya constante de conicidad sea mayor. Mientras que se tendrá un menor radio del círculo de mínima confusión para lentes plano-convexas cuya constante de conicidad sea menor.

Se utilizó esta teoría para implementar una prueba por refracción para lentes cónicas plano-convexas. Con la ecuación de la cáustica se diseñaron pantallas nulas tipo Hartmann para una lente isotrópica plano-convexa parabólica de $F/\# = 0,83$. Así como también se diseñaron pantallas nulas tipo bi-ronchi para probar una lente birrefringente plano-convexa esférica con un radio paraxial de diseño de $R = -58$ mm.

Se encontró que hay una relación entre el área de la lente bajo prueba, su número $F/\#$ y la posición del plano imagen. Para lentes lentas se requiere ganar aberración esférica

por lo que se propuso alejar el plano imagen. Mientras que para lentes rápidas al tener mayor aberración esférica hay que considerar las dimensiones del sensor CCD utilizado en la prueba, además de considerar la posición correcta del sensor para cubrir el centro de la lente.

Se montó un dispositivo que permitiera probar el método. Se hizo un filtraje espacial y se alinearon todas las componentes ópticas. Con platinas de precisión se colocó el sensor CCD en la posición de diseño de las pantallas y se tomaron las imágenes experimentales para la lente plano-convexa parabólica. Se siguió el mismo procedimiento para la lente birrefringente considerando exclusivamente los rayos ordinarios, la única variante fue controlar el estado de polarización del láser, la alineación fue complicada.

Se encontraron los centroides y sus correspondientes puntos sobre la superficie, encontrando las normales que se utilizaron para la reconstrucción de la superficie bajo prueba, se utilizó el método del trapecio para la integración.

En el caso del análisis de la lente parabólica, se hizo un ajuste por mínimos cuadrados a una parábola y se encontró que un error porcentual del radio paraxial de 0,64%. Sin embargo para hacer un análisis más detallado del método se hizo un nuevo ajuste, en este caso a una cónica, el resultado fue una constante de conicidad de $k = -0,77$ correspondiente a una elipse y un radio de curvatura de $R = -26,03$ mm, por lo que se encontró un error porcentual de 1,68%.

Para la lente birrefringente, los datos obtenidos experimentalmente se ajustaron a una esfera y se encontró un radio de curvatura de $R = -58,125$ mm, por lo que el error porcentual fue de 0,22%.

Como trabajo a futuro se propone hacer un análisis de las posible fuentes de error del método. Para empezar se propone analizar la intensidad en la imagen, ya que la hora de calcular la distancia a la que se encuentran los centroides (como se mencionó en el Capítulo 4) el programa Image J hace un promedio de la intensidad en un área determinada. Por lo que hay que tomar en cuenta esto como posible factor en el desplazamiento del centroide y no debido a una deformación sobre la superficie.

Aunado a esto, hay que tener en cuenta que la posición del sensor CCD puede estar movida ligeramente, ya que puede ser que debido a la disminución de la intensidad en las orillas del patrón, en realidad el borde de la mancha no esté coincidiendo con el borde del sensor CCD, teniendo otra fuente de error en este parámetro.

Respecto a la reconstrucción de la superficie se requiere considerar que se utiliza una superficie ideal para la estimación de las normales, por lo que se debe hacer un análisis de los errores asociados a éstas.

Como se menciona a lo largo del trabajo, para superficies rápidas el área a probar está limitada por distintos factores. Es por esto que para abarcar toda la superficie bajo prueba se propone hacer una pantalla nula híbrida, es decir probar el centro con la prueba por refracción y la orilla con pantallas nulas por reflexión impresas sobre un cilindro.

Finalmente, cabe mencionar que el trabajo sólo considera lentes plano-convexas cónicas y rayos provenientes de infinito, por lo que se propone que a futuro se realice un análisis de las cáusticas para lentes biconvexas, para extender la prueba cuantitativa para todo tipo de lentes simples.

Bibliografía

- [1] D. Malacara, *Optical Shop Testing*, Cap. 10, Hartmann, Hartmann-Shack and Other Screen Tests D. Malacara-Doblado and I. Ghozeil, A John Wiley and Sons, Inc., Publication, Canada, pp. 361-397 (2007), Canada, (2007)
- [2] D. Malacara, *Optical Shop Testing*, Cap. 9, Ronchi Test, A. Cornejo Rodriguez, A John Wiley and Sons, Inc., Canada, pp. 317-360 (2007)
- [3] R. Díaz-Uribe, M. Campos-García, "Null-screen testing of fast convex aspheric surfaces", *Appl. Opt.*, **39**(16), 2670-2677, (2000).
- [4] M. Avendaño-Alejo and R. Díaz-Uribe, "Testing a fast off-axis parabolic mirror using tilted null screens", *Appl. Opt.*, **45**, 2607-2614, (2006).
- [5] O. Stravoudis, *The Mathematics of Geometrical and Physical Optics, The K-function and its Ramifications*, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Cap. 1, pp. 176-186, (2006).
- [6] O. Stravoudis, "Refraction of Wavefronts: A Special Case", *J. Opt. Soc. Am.*, **59**, 114-115, (1969).
- [7] S. Cornbleet, *Microwave and Optical Ray Geometry*, Wiley, Cap. 2, pp. 11-35, (1984).
- [8] S. Cornbleet, *Microwave Optics*, Academic, Cap. 5, pp. 355-370, (1976).

- [9] M. V. Berry and C. Upstill, "Catastrophe Optics: Morphologies of Caustic and their diffraction Patterns", in *Progress in Optics*, North Holland, New York **XXI-II**, pp. 259-343.
- [10] V. I. Arnold, *Mathematical Methods of Classical Mechanics*, Segunda Edición, Springer Verlag, Apéndice 16, pp. 480-502, (1989).
- [11] Y. A. Kratsov, "Rays and Caustics as Physical Objects", in *Progress in Optics*, North Holland, New York **XXVI**, pp. 229-345.
- [12] J. J. Stoker, *Differential Geometry*, Wiley-Interscience, Cap 2, pp. 12-52, (1969).
- [13] J.W. Rutter, *Geometry of Curves*, CRC, Caps. 13,14, pp. 210-269, (2000).
- [14] M. Avendaño-Alejo, R. Díaz-Uribe and I. Moreno, "Caustics caused by refraction in the interface between an isotropic medium and uniaxial crystal", *J. Opt. Soc. Am A*, **25**, pp. 1586-1593, (2008).
- [15] J. Morgan, *Introduction to Geometrical and Physical Optics*, Mc-Graw Hill, cap. 1, pp. 1-24, (1953).
- [16] M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera and L. Castañeda, "Caustics in a meridional plane produced by plano-convex conic lenses. ", *J. Opt. Soc. Am A*, **28**, pp. 2619-2628, (2011).
- [17] Dulce María González Utrera *Desarrollo Teórico Experimental de Pantallas Nulas para la Caracterización de Lentes Plano-Convexas*, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México (**UNAM**), México 2009.
- [18] A. Cordero-Davila, A. Cornejo-Rodriguez, O. Cardona-Nuñez, "Null Hartmann and Ronchi-Hartmann tests", *Appl. Opt.*, **29**(31), pp. 4618-4621. (1990).
- [19] M. Avendaño-Alejo, D. González-Utrera, N. Qureshi, L. Castañeda, C. Órdoñez-Romero, "Null Ronchi-Hartmann test for a lens", *Optics Express*, **18**(20), 21131-21137, (2010).
- [20] D. Malacara, *Optical Shop Testing*, 3th ed. Wiley, NewYork, Appendix 1: Mathematical Representation of an Optical Surface and Its Characteristics (2004).

-
- [21] D. Malacara and Malacara Z., *Handbook of Optical Design*, Marcel Dekker Inc, NewYork, (2004).
- [22] A. E. Conrady, *Applied Optics and Optical Design*, Part One, Dover Publications, Inc, NewYork, Cap 2, pp. 72-125, (1957).
- [23] H. A. Buchdahl, *An Introduction to Hamiltonian Optics*, Cambridge University Press, Cap 4, pp. 35-82, (1970).
- [24] M. Avendaño-Alejo, M. Rosete-Aguilar, "Paraxial theory of birefringent lenses", *Opt. Soc. Am. A*, **22**, 881-891, (2005).
- [25] M. Campos-García, R. Bolado-Gómez, R. Díaz-Uribe, "Testing fast aspheric concave surfaces with a cylindrical null screen", *Appl. Opt.*, **47**(6), 849-859, (2008).
- [26] V.I. Moreno-Oliva, M. Campos-García, R. Bolado-Gomez, R. Díaz-Uribe, "Point Shifting in the Optical Testing of Fast Aspheric Concave Surfaces by a Cylindrical Screen", *Appl. Opt.* , **47** (2008).
- [27] W. T. Welford, *Aberrations of the Symmetrical Optical Systems*, Academic Press, Cap 6, pp. 73-110, (1974).
- [28] W. T. Welford, *Aberrations of the Symmetrical Optical Systems*, Academic Press, Cap 6, pp. 73-110, (1974).
- [29] [http:// www.crystran.co.uk/uploads/files/195. pdf](http://www.crystran.co.uk/uploads/files/195.pdf)

Apéndice

A. Ecuación de Dispersión para el Vidrio B270

Una aproximación de la ecuación de dispersión de Sellmeier es la siguiente

$$n^2(\lambda) = A_0 + \frac{A_1}{\lambda} + \frac{A_2}{\lambda^2} + \frac{A_3}{\lambda^4} + \frac{A_4}{\lambda^6} + \frac{A_5}{\lambda^8},$$

donde los coeficientes para el vidrio B270, fueron obtenidos del catálogo de Crystan [29].

| | |
|-------|-----------------------------|
| A_0 | 2,2877828 |
| A_1 | $-9,3148723 \times 10^{-3}$ |
| A_2 | $1,0986443 \times 10^{-2}$ |
| A_3 | $4,8465203 \times 10^{-4}$ |
| A_4 | $-3,3944738 \times 10^{-5}$ |
| A_5 | $1,6958554 \times 10^{-6}$ |

A continuación se muestra una gráfica de la ecuación de dispersión para el vidrio B270, en donde se resalta la longitud de onda que se utilizó en el trabajo (0,633 μm .)

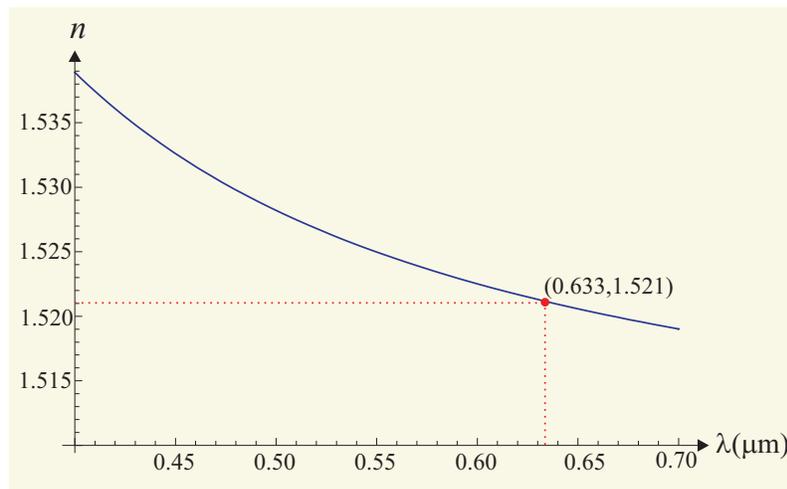


Figura A1: Índice de Refracción vs Longitud de onda para el vidrio B270.

Índice de figuras

| | | |
|-----|---|----|
| 1.1 | Cáusticas producidas por refracción, considerando $n_o > n_i$ por lo que se forma una cáustica virtual, y por reflexión en una superficie C arbitraria. | 4 |
| 1.2 | Prueba de Hartmann para probar un espejo cóncavo. Imagen tomada de la Ref. [1]. | 5 |
| 1.3 | (a) Pantalla de Hartmann. (b) Ejemplo de Hartmanngrama del espejo primario hecho en el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, en Tonatzintla, Pue. México. Imágenes tomadas de la Ref. [1]. . | 5 |
| 1.4 | Diagrama de la Prueba de Ronchi. Imagen tomada de la Ref. [2]. | 6 |
| 1.5 | Ronchigramas con aberración esférica. (a) En el foco paraxial. (b) En el foco promedio. (c) En el foco marginal. (d) Fuera de foco. Imágenes tomadas de la Ref. [2]. | 7 |
| 1.6 | Diagrama de la Prueba de Pantallas Nulas. Imagen tomada de la Ref. [3]. | 7 |
| 1.7 | (a) Pantalla Nula en el plano X-Y. (b) Pantalla Nula en el cilindro. (c) Imagen resultante después de reflexión sobre la superficie bajo prueba. Imágenes tomadas de la Ref. [3]. | 8 |
| 2.1 | Refracción en una lente plano-convexa cónica, considerando $c < 0$. . . | 11 |
| 2.2 | Ejemplos de cáusticas para diferentes lentes plano-convexas cónicas. | 14 |
| 2.3 | Comparación de alturas críticas de lentes cónicas ($n_i = 1,521$, $n_a = 1$, $f = 50$) variando la constante de conicidad k | 16 |
| 2.4 | Comparación entre la cáustica paraxial y la exacta producida por lentes plano-convexas para diferentes constantes de conicidad k | 18 |
| 2.5 | Proceso para obtener el Círculo de Mínima Confusión | 19 |
| 2.6 | (a) Máximos en Y_i para las ecuaciones del círculo de mínima confusión, (b) Máximos en Z_i para las ecuaciones del círculo de mínima confusión | 21 |

| | | |
|-----|--|----|
| 2.7 | Refracción de una lente cónica convexo-plana para obtener la superficie cáustica | 22 |
| 2.8 | Ejemplos de cáusticas para diferentes lentes cónicas convexo-planas , considerando $n_a = 1$, $n_i = 1,521$, $R = -26,15$ mm. | 26 |
| 2.9 | Comparación de cáustica paraxial y exacta para diferentes constantes de conicidad k | 28 |
| 3.1 | (a) Pantalla nula para una lente plano-convexa esférica $F/\# = 2,66$. (b) Fotografía tomada experimentalmente con un sensor CCD de $6,6\text{mm} \times 8,8\text{mm}$ 30 | |
| 3.2 | (a) Pantalla nula para una lente esférica $F/\# = 1$. (b) Fotografía tomada experimentalmente con un sensor CCD de $6,6\text{mm} \times 8,8\text{mm}$ | 30 |
| 3.3 | Procedimiento para encontrar las alturas de la pantalla nula tipo Hartmann | 31 |
| 3.4 | (a)Arreglo cuadrado de círculos que se verá en el plano imagen. (b) Arreglo uniforme de manchas en el plano imagen del primer cuadrante del sensor CCD. | 33 |
| 3.5 | Intersección de la recta con el círculo que se quiere ver en el CCD . . . | 34 |
| 3.6 | Puntos que conforman la pantalla nula, después de la rotación del plano meridional. | 35 |
| 3.7 | Máxima altura del rayo incidente a considerar para el diseño de la pantalla nula para una lente plano-convexa parabólica rápida fuera de la cáustica. | 36 |
| 3.8 | Pantalla nula para una lente parabólica plano convexa, considerando el plano imagen a una distancia EFL de la lente. | 37 |
| 3.9 | (a) Pantalla para la lente parabólica plano-convexa considerando 8×8 puntos por cuadrante con el plano imagen a una distancia de $1,25\text{EFL}$. (b) Pantalla para la lente parabólica plano-convexa considerando 5×5 puntos por cuadrante con el plano imagen a una distancia de $1,25\text{EFL}$. (c) Pantalla para la lente considerando 5×5 puntos por cuadrante con el plano imagen a una distancia de $1,5\text{EFL}$ | 38 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.10 | Proceso de refracción en una lente esférica plano-convexa birrefringente, considerando una fuente en infinito. | 39 |
| 3.11 | Arreglo de puntos para diseñar una pantalla de líneas brillantes en el CCD para una lente birrefringente. | 40 |
| 3.12 | Lente birrefringente y la distancia a la cual debe estar colocado el plano imagen para cubrir toda la lente en el caso del rayo ordinario. | 41 |
| 3.13 | (a) Unión de los puntos que formarán la pantalla nula tipo Ronchi para una lente birrefringente. (b) Pantalla final para los rayos extraordinarios. | 42 |
| 3.14 | (a) Unión de los puntos que formarán la pantalla nula tipo Ronchi para una lente birrefringente. (b) Pantalla final para los rayos ordinarios. . . | 43 |
| 4.1 | Fotografía del arreglo experimental. | 46 |
| 4.2 | Diagrama del arreglo experimental. | 46 |
| 4.3 | Correspondencia de los puntos obtenidos experimentalmente en el CCD y sus respectivos puntos sobre la superficie ideal. | 49 |
| 4.4 | Obtención de las normales utilizando una superficie de referencia. . . . | 50 |
| 4.5 | (a) Desalineación de la lente. (b) Desalineación de la pantalla respecto a la lente. | 52 |
| 4.6 | Imagen tomada a 1.25 EFL de la lente esférica rápida. | 52 |
| 4.7 | (a) Comparación de los centroides experimentales y teóricos de una lente parabólica. (b) Trayectorias utilizadas en la integración para la lente parabólica bajo prueba. | 53 |
| 4.8 | (a) Ajuste a una parábola con los puntos obtenidos experimentalmente. (b) Diferencias entre la superficie ideal y la superficie reconstruida. . . | 54 |
| 4.9 | (a) Diferencias entre los datos experimentales y el ajuste a una parábola. (b) Mapa de evaluación de las diferencias. | 55 |
| 4.10 | (a) Diferencias entre los datos experimentales y el ajuste a una cónica. (b) Mapa de evaluación de las diferencias. | 56 |
| 4.11 | (a) Imagen tomada utilizando una pantalla tipo Hartmann para los rayos ordinarios. (b) Imagen tomada utilizando una pantalla tipo Hartmann para los rayos extraordinarios. (c) Imagen tomada utilizando una pantalla tipo Ronchi. | 57 |

| | | |
|------|--|----|
| 4.12 | Foto utilizada para el análisis de la lente birrefringente utilizando los rayos ordinarios. | 57 |
| 4.13 | (a) Comparación de los centroides experimentales y teóricos de los rayos ordinarios de la lente birrefringente. (b) Trayectorias usadas en la integración. | 58 |
| 4.14 | (a) Superficie reconstruida de la lente birrefringente. (b) Diferencias entre la superficie ideal y la superficie reconstruida. | 59 |
| 4.15 | (a) Diferencias entre los datos experimentales y el ajuste a una esfera. (b) Mapa de evaluación de las diferencias. | 60 |
| A1 | Índice de Refracción vs Longitud de onda para el vidrio <i>B270</i> | 68 |