



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN
INGENIERIA

FACULTAD DE INGENIERIA

PLANIFICACIÓN DE TRAYECTORIAS CONTINUAS:
APLICACIONES A CICLOS DE MAQUINADO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERIA

INGENIERIA MECÁNICA-DISEÑO MECÁNICO

P R E S E N T A :

José Leonides Luna Flores



TUTOR :
Eusebio Jiménez López

2005

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Luis Ferrer Argote
Secretario: M. en I. Leopoldo González González
Vocal: M. en I. Eusebio Jiménez López
1^{er}. Suplente: M. en I. Francisco Cuenca Jiménez
2^{do}. Suplente: M en I. Ociel Flores Díaz

Cd. Obregón, Sonora

TUTOR DE TESIS:

M. en I. Eusebio Jiménez López

FIRMA

CONTENIDO

PRÓLOGO	III
RESUMEN	V
OBJETIVOS	VI
INTRODUCCIÓN	VII
CAPÍTULO 1 Algunas consideraciones sobre las ecuaciones de forma y las primitivas de manufactura	1
1.1 Las ecuaciones de forma	1
1.2 Primitivas de manufactura	8
CAPÍTULO 2 Diseño de los ciclos de operación de las operaciones de taladrado usando primitivas de manufactura	16
2.1 El ciclo de operación de la herramienta para taladrado múltiple	16
2.2 Diseño del perfil teórico de velocidades de las operaciones de taladrado	22
CAPÍTULO 3 Modelo de trayectoria	27
3.1 Metodología para sistematizar trayectorias continuas del tipo rectilíneas	27
3.2 Aplicación de la metodología en un caso de estudio simple	33

3.2.1 Ecuaciones de movimiento	33
3.2.2 Perfiles de trayectoria	38
3.2.3 Suavización de perfiles de trayectoria	41
3.2.4 Ecuaciones de trayectoria finales	44
CAPÍTULO 4 Análisis, modelación y simulación del proceso de taladrado	47
4.1 Ecuaciones de movimiento	47
4.2 Caracterización de perfiles teóricos de trayectoria	57
4.3 Suavización de perfiles de trayectoria	70
CONCLUSIONES	91
REFERENCIAS	93

PRÓLOGO

Este trabajo de tesis tiene el propósito de generar conocimiento escrito para las futuras generaciones de la Maestría en Ingeniería Mecánica, interesados en el análisis, modelación y simulación de trayectorias continuas.

Recientemente, ha sido desarrollada una metodología paso a paso con la cual a sido posible modelar trayectorias continuas relacionadas con operaciones de manufactura. El proceso de sistematización con el cual fue generada dicha metodología solo consideró aspectos puramente cinemáticas.

En el sentido de las trayectorias de operación dependen de las operaciones de manufactura, es necesario determinar relaciones entre trayectorias y la información de manufactura. En otras palabras, se requiere encontrar un procedimiento que permita direccional la información geométrica y no geométrica de los componentes impresa, generalmente, en los planos de fabricación, hacia el diseño, análisis y modelación de trayectorias.

Las primitivas de manufactura fueron concebidas como el eslabonamiento de las técnicas CAD/CAM. Sin embargo, su uso y aplicación ha trascendido a otras áreas del conocimiento, como por ejemplo: la planeación de procesos.

Las primitivas de manufactura son formatos que representan información geométrica y no geométrica de componentes.

Así, es posible representar procesos y operaciones por medio de primitivas. Dichas primitivas se pueden utilizar para diversos propósitos.

En este trabajo de tesis se propone usar primitivas de manufactura para construir, usando una metodología paso a paso, una trayectoria de operación relacionada con un taladrado múltiple. La operación es ejecutada en un torno didáctico de la manera BOXFORD 250 ubicado en los talleres del Instituto Tecnológico Superior de Cajeme.

El objetivo es mostrar que si las primitivas de manufactura son generadas en dirección de una representación de las operaciones de un proceso, entonces dichas primitivas han de integrar información cinemática con la cual es posible diseñar y planificar trayectorias de operación.

Este trabajo de tesis forma parte de un proyecto en el cual se estudian:

- 1) Representación por ecuaciones de forma de las transformaciones geométricas y no geométricas de un componente manufacturado en un torno BOXFORD 250.
- 2) Representación por primitivas de las transformaciones geométricas y no geométricas de un componente manufacturado en un torno BOXFORD 250.
- 3) Análisis y modelación de una operación de taladrado múltiple usando primitivas.

En esta tesis, se utilizan las primitivas del taladrado múltiple desarrolladas en la parte 2 del proyecto para modelar la trayectoria de operación.

Cabe señalar que esta tesis forma parte de la línea de investigación: "Manufactura avanzada" desarrollada en la Sección de Mecánica de la DEPMI, UNAM y el Instituto Tecnológico Superior de Cajeme localizado en Cd. Obregón Sonora. Dicho trabajo está integrado al acervo científico-tecnológico del laboratorio de Mecánica ubicado en la sección de Mecánica (DEPMI, UNAM).

Finalmente, se agradece a todas aquellas personas e instituciones que facilitaron la realización de este trabajo de tesis.

RESUMEN

En este trabajo de tesis se utilizan primitivas de manufactura para diseñar y modelar trayectorias de operación relacionadas con un torno didáctico BOXFORD 250. La operación analizada es un taladrado por etapas realizada a una pieza de aluminio. La información geométrica y no geométrica descrita en las primitivas fue utilizada para el diseño de los lugares geométricos y el perfil de velocidades. Las trayectorias que componen el ciclo de la herramienta fueron propuestos. El lugar geométrico analizado fue del tipo rectilíneo compuesto por 4 segmentos. El perfil de velocidades esta compuesto por 15 segmentos rectilíneos.

Fue utilizada una metodología paso a paso para construir los modelos de la trayectoria. Finalmente, los modelos obtenidos (de la trayectoria) fueron programados y simulados en la plataforma de cálculo formal Matemática V4.

Palabras clave: Primitivas, trayectorias, simulación y manufactura.

OBJETIVOS

En este trabajo de tesis se intentará cumplir con los siguientes objetivos:

- 1) Usar primitivas de manufactura para diseñar, modelar y programar una trayectoria de operación relacionada con un taladrado por etapas.
- 2) Utilizar la metodología desarrollada en [1] para construir los modelos de la trayectoria.
- 3) Utilizar la plataforma de cálculo formal Matemática V4 para programar y simular la trayectoria.

INTRODUCCIÓN

Lo que motiva la investigación o indagación en este trabajo de tesis, se sintetiza de la manera siguiente:

“Para modelar trayectoria de operación en un sistema de manufactura se requiere contar con información geométrica y no geométrica de los componentes por procesar. Si dicha información puede ser representada en términos de primitivas de manufactura [2,3], entonces se supone que con tal información es posible construir las trayectorias de operación siempre y cuando las primitivas contengan información cinemática.

Por tanto, en esta tesis se pretende usar primitivas de manufactura para construir los modelos de trayectoria de una operación de taladrado por etapas y, con esto, verificar si en efecto, se pueden relacionar las primitivas con los modelos de trayectoria.

También se requiere mostrar que la metodología paso a paso desarrollada en [1], puede ser utilizada sin mayores cambios o sin cambios para construir los modelos de la trayectoria motivos de estudio en esta tesis.

A continuación se toman en cuenta algunas consideraciones sobre las trayectorias de operación

Una trayectoria es un lugar geométrico que recorre a un punto en el espacio – tiempo. Si dicho lugar geométrico esta relacionado con una operación de manufactura, entonces la trayectoria es llamada de operación [4].

Las trayectorias pueden ser clasificadas según las curvas que describen en:

- 1) Rectilíneas.
- 2) No rectilíneas.

Las rectilíneas están formadas por segmentos de rectas conectadas, en tanto las no rectilíneas, describen lugares geométricos circulares, parabólicos, elipses, entre otros.

Las trayectorias se pueden clasificar en [5]:

- 1) Continuas
- 2) Punto a punto

En las continuas, el lugar geométrico debe estar constituido por una sucesión de puntos de tal forma que se puede asociar una función continua. Por otro lado, las trayectorias punto a punto solo requieren de la definición de un punto inicial y uno final por los cuales debe pasar una herramienta o dispositivo. En este tipo de trayectoria no se requiere conocer la manera en que la herramienta pasa de un punto inicial a uno final.

En el análisis de las trayectorias se requiere dividir el estudio en [1,4,6]:

- 1) Determinación de las ecuaciones de movimiento.
- 2) Análisis de perfiles de trayectoria.

En las ecuaciones de movimiento se generan los modelos de posición, velocidad y aceleración sin considerar explícitamente los perfiles de trayectoria. Por otro lado, en el análisis de los perfiles se generan las funciones temporales de posición, velocidad y aceleración las cuales describen el comportamiento real de la herramienta [1,6].

La integración de las ecuaciones de movimiento y los perfiles de trayectoria permite obtener el modelo completo cinemática de la trayectoria.

Para obtener los modelos de movimiento basta con localizar puntos de interés sobre el lugar geométrico y generar las ecuaciones de posición.

Posteriormente, dichas ecuaciones se derivan con respecto al tiempo una y dos veces y con esta se obtienen las ecuaciones de velocidad y aceleración.

Para el caso de los perfiles de trayectoria, por lo general, se construye primero el perfil de velocidades [1]. De dicho perfil se obtiene la función de velocidad la cual se deriva con respecto al tiempo y se obtiene la función de aceleración y su respectivo perfil. También, al integrar sobre el tiempo la función de velocidad se obtiene la función de desplazamiento y su respectivo perfil.

Por lo general, los perfiles teóricos de la trayectoria presentan discontinuidades las cuales son perjudiciales. Dichas discontinuidades pueden ser eliminadas usando polinomios de grado 3, 5 y 8 [1,7]. Sin embargo, es necesario tener cuidado en el grado del polinomio, pues, por ejemplo pueden presentar variaciones e inestabilidades lo cual no es apropiado en el análisis de trayectoria.

Una vez eliminadas las discontinuidades, las funciones polinómicas se asocian con las ecuaciones de movimiento y se genera el modelo final de trayectoria.

En la explicación descrita en los párrafos anteriores se basa la metodología desarrollada [1] lo cual será utilizada en este trabajo de tesis. Por otro lado, en operaciones de manufactura, las rutas de trabajo de las herramientas se caracterizan en términos de ciclos de operación. Así, un ciclo esta compuesto por [8,9]:

- 1) Lugares geométricos de ida.
- 2) Lugares geométricos de vuelta.

O, más especialmente hablando:

- 1) Lugares de acercamiento (ida).
- 2) Lugares de operación principal (ida).
- 3) Lugares de retiro primario (ida).
- 4) Lugares de retiro secundario (vuelta).

A continuación se explica el significado de Primitivas y primitivas de manufactura

Una primitiva se define de la manera siguiente [10,11]:

“ Es una representación computacional que combina información geométrica y no geométrica de una parte o un conjunto de partes. Dicha información puede ser utilizada para diversos propósitos.”

En este sentido, si la información no geométrica representada por la primitiva es de manufactura, dicha primitiva es llamada “primitiva de manufactura”.

Por otro lado, puesto que la información representada en las primitivas se puede usar para diversos propósitos es claro que se debe direccionado el dominio de aplicación y de dicho dominio dependerá, en específico, la información representada.

Así, en [12] las primitivas se usan para desarrollar un agente para torneado, en [13] las primitivas se utilizan para el diseño de ordercuts en el diseño de moldes de inyección.

En esta tesis, el dominio de aplicación de las primitivas es hacia la información que permita generar o construir trayectorias. Por tanto, la información representada debe ser en gran parte cinemática.

En el trabajo desarrollado por [14] se usan primitivas de manufactura para representar las transformaciones geométricas y de manufactura de componentes. En dicho trabajo se propone la siguiente clasificación de primitivas:

- 1) Primitivas de las materias primas
- 2) Primitivas de los productos preparados
- 3) Primitivas de las operaciones o de los materiales agregados o extraídos
- 4) Primitivas de los subproductos
- 5) Primitivas del producto terminado

La caracterización y clasificación de las primitivas corresponde a la representación de un proceso, o, en términos concretos, dicha clasificación se genera con una sola operación de manufactura.

En este trabajo de tesis se usará la información de la familia de primitivas relacionada con las operaciones o de los materiales agregados o extraídos, para diseñar y construir las trayectorias de operación de un taladrado por etapas.

Cabe señalar que, en los trabajos desarrollados en [15] y [16] se han modelado, usando ecuaciones de forma y primitivas, las operaciones del torno BOXFORD 250. En esta tesis no se caracterizan las primitivas relacionadas con la operación de taladrado, sino más bien se tomarán tal y como están en dicho trabajo. En los capítulos que componen esta tesis se describirán las primitivas de la operación de taladrado por etapas.

Cabe mencionar, finalmente, que el uso y aplicación de las trayectorias no se limita a las operaciones de manufactura. Por ejemplo en [17] se caracteriza un modelos de planeación de trayectorias para un problema de evasión de obstáculos por medio de un robot de tres grados de libertad. En [18] se analiza una trayectoria de un robot Puma 762; en este caso, la trayectoria analizada en del tipo punto a punto.

Descripción general de los proyectos relacionados con el tema BOXFORD 250

En una práctica de manufactura desarrollada en el torno didáctico BOXFORD 250, se manufacturó un componente de aluminio. Se observaron las trayectorias de la herramienta en las operaciones de manufactura y de tal observación se propusieron los siguientes cuestionamientos:

- 1) ¿Será posible construir los modelos de las trayectorias de las herramientas del torno BOXFORD 250 con el propósito de comprender

su tecnología y/o en su caso, proponer una metodología sistemática con la cual sea posible modelar diferentes tipos de trayectoria de otras máquinas y procesos ?

- 2) ¿De dónde se obtiene la información geométrica y no geométrica necesaria para construir las trayectorias y si existen modelos con los cuales sea posible representar dicha información ?
- 3) ¿Cómo se relaciona la información de los modelos con las trayectorias del torno BOXFORD 250 ?

En este contexto se plantearon los siguientes proyectos:

- 1) Modelar las operaciones del torno BOXFORD 250 usando ecuaciones de forma.
- 2) Modelar las operaciones del torno BOXFORD 250 usando primitivas de manufactura.
- 3) Utilizar primitivas de manufactura para diseñar las trayectorias de operación un taladrado por etapas.

Con modelo de ecuaciones de forma se direcciona [15], en forma abstracta, la información preliminar de las transformaciones geométricas y de manufactura del componente. Dicha ecuación se genera usando una secuencia de operaciones de manufactura. Además, las operaciones y los componentes se idealizan por operadores booleanos parametrizados y sólidos regularizados.

Con el modelo por primitivas del componente [16] se intenta completar la información requerida para el análisis de trayectoria, pues el modelo de ecuaciones de forma solo integra información mínima con la cual no es posible modelar las trayectorias. Sin embargo, el modelo de primitivas se relaciona con las ecuaciones de forma por medio de la secuencia de operaciones.

Finalmente, una vez generado el modelo de primitivas, la información representada en dicho modelo, se usará para diseñar y modelar las trayectorias de operación de un taladro por etapas. Cabe señalar que en los capítulos que componen esta tesis, se incluirá más información de los modelos mencionados anteriormente.

Resumen de la tesis y del capitulado

En este trabajo de tesis se utilizarán las primitivas de manufactura relacionadas con las operaciones del taladrado por etapas para construir, usando una metodología sistemática, las trayectorias de operación de la herramienta.

Los lugares geométricos son rectilíneos y los perfiles de trayectoria son del tipo trapezoidal [1,4]. Se usarán polinomios de grado 5 para eliminar las discontinuidades de los perfiles teóricos de la trayectoria.

Cabe señalar que, se aplicarán los pasos de la metodología desarrollada en [1] una vez diseñado el perfil teórico de velocidades. Además las primitivas de manufactura relacionadas con las operaciones de taladrado por etapas son tomadas del trabajo desarrollado en [16].

Los modelos de la trayectoria serán programados y simulados en Matemática V4. Este trabajo de tesis esta formado por 4 capítulos y un apéndice los cuales se resumen a continuación:

En el capítulo 1 se define el problema y sus restricciones, así como una hipótesis y un sistema de axiomas básicos. El objetivo es planear el problema, según los pasos del Método Científico [19,20].

En el capítulo 2 se describen, en forma sistemática, los modelos de ecuaciones de forma y primitivas de manufactura relacionadas con el componente estudiado.

En el capítulo 3 se construyen los perfiles de trayectoria y los ciclos de operación de la herramienta usando primitivas de manufactura. En este caso, la operación por analizar es un taladrado por etapas.

En el capítulo 4 se utiliza la metodología paso a paso para construir los modelos de la trayectoria. Se insertan los bucles de programación hechos en Matemática los cuales caracterizan los modelos y sus partes.

Finalmente, se presentan las conclusiones derivados de otra tesis, así como un apéndice en el cual se muestra todo el código de programación del modelo de trayectoria.

CAPÍTULO 1

Algunas consideraciones sobre las ecuaciones de forma y las primitivas de manufactura

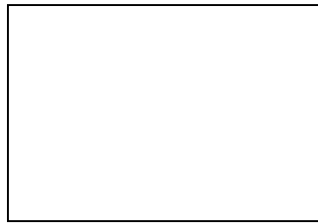
Introducción. Es este capítulo se presenta un resumen de los trabajos desarrollados [15,16] relacionados con el estudio de ecuaciones de forma y primitivas de manufactura, respectivamente. El objetivo es localizar las operaciones de maquinado realizadas sobre el componente estudiado, las cuales serán analizadas y modeladas en términos de sus trayectorias de operación.

1.1 Las ecuaciones de forma

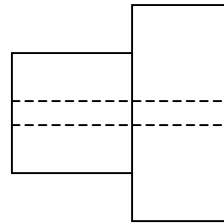
Para poder modelar las formas operacionales de las máquinas de control numérico, es necesario extraer y representar en términos abstractos la información geométrica y de manufactura de los componentes por procesar, impresa en los planos de fabricación [3]. Posteriormente, se asocia información evaluada en términos de manufactura al modelo abstracto con lo cual se obtiene una representación funcional que integra parámetros cinemáticas relacionados con las herramientas de corte.

La información cinemática se usa para modelar las trayectorias de los ciclos de operación de las herramientas localizadas en los cabezales-portaherramientas de las máquinas de control numérico.

En esta tesis se usará la información de las primitivas de manufactura relacionadas con las operaciones de maquinado realizadas al componente mostrado en la figura 1.1 y efectuadas en un torno BOXFORD 250 (ver figura 1.2), para analizar y modelar las trayectorias de operación.



A



PT

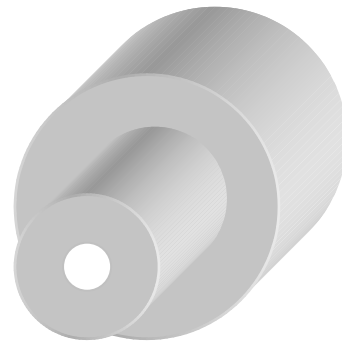
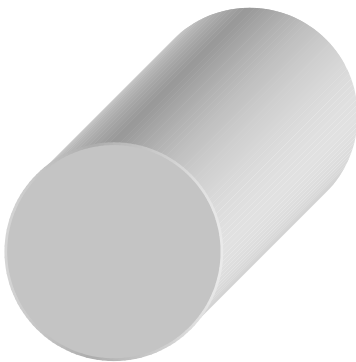


Figura 1.1 Forma geométrica del componente y materia prima



Figura 1.2 Torno Boxford 250

Un modelo abstracto representativo de las transformaciones geométricas y de manufactura de componentes es llamado “ecuación de forma [3,2,11]”. Formalmente:

“Una ecuación de forma es una representación de las etapas de transformación de materias primas en productos terminados. Los elementos que integran una ecuación de forma son sólidos regularizados que idealizan componentes y sus derivados, así como operaciones abstractas de manufactura. El orden de la ecuación de forma lo determina una secuencia admisible al menos geométrica de operaciones principales de manufactura.”

Existen tres elementos primitivos con los cuales se construyen una ecuación de forma; estos son[3]:

- 1) Sólidos regularizados que representan componentes.
- 2) Operadores booleanos que representan las operaciones reales de manufactura.
- 3) Una secuencia finita admisible geoméricamente de operaciones de manufactura.

Por otro lado, toda secuencia finita de operaciones genera, junto con el producto terminado y la materia prima base, un dominio “llamado de manufactura [14]”. Dicho dominio es B^M y está integrado por las familias siguientes:

- 1) B_{MP} ; Familia de materias primas.
- 2) B_{PP} ; Familia de productos preparados.
- 3) B_{MAT} ; Familia de materiales agregados y extraídos.
- 4) B_{SUB} ; Familia de subproductos.
- 5) B_{PT} ; Familia de productos terminados.

El componente PT mostrado en la figura 1.1, es procesado de la materia prima “A” mediante 8 operaciones de maquinado realizadas en el torno BOXFORD 250 [15].

La tabla siguiente muestra las operaciones y los operadores booleanos parametrizados, con los cuales se construirá una ecuación de forma:

$O_1 \Leftrightarrow \overset{M}{\neg}Ta_1$	Taladrado de centros
$O_2 \Leftrightarrow \overset{M}{\neg}Ta_2$	Taladrado de 1 ^{er} aproximación
$O_3 \Leftrightarrow \overset{M}{\neg}Ta_3$	Taladrado de 2 ^{da} aproximación
$O_4 \Leftrightarrow \overset{M}{\neg}Ta_4$	Taladrado final
$O_5 \Leftrightarrow \overset{M}{\neg}C_1$	Cilindrado burdo
$O_6 \Leftrightarrow \overset{M}{\neg}C_2$	Cilindrado fino
$O_7 \Leftrightarrow \overset{M}{\neg}T_1$	Tronzado cara derecha
$O_8 \Leftrightarrow \overset{M}{\neg}T_2$	Tronzado cara izquierda

Tabla 1.1 Operaciones y operadores booleanos

Por otro lado, la secuencia de operaciones seleccionada es mostrada en la tabla 1.2.

$O \backslash T$	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5	O_6	O_7	O_8
T_1	0	0	0	0	0	0	1	0
T_2	1	0	0	0	0	0	0	0
T_3	0	1	0	0	0	0	0	0
T_4	0	0	1	0	0	0	0	0
T_5	0	0	0	1	0	0	0	0
T_6	0	0	0	0	1	0	0	0
T_7	0	0	0	0	0	1	0	0
T_8	0	0	0	0	0	0	0	1

Tabla 1.2. Representación de la secuencia de operaciones $SO^{F_7O_{1234568}}$

El dominio de manufactura (B^M) relacionado con la secuencia $SO^{F_7O_{1234568}}$ es el siguiente:

$$B_{MP} = \{ A \}$$

$$B_{PP} = \{ I \}$$

$$B_{SUB} = \{ B_{SUB1}, B_{SUB2}, B_{SUB3}, B_{SUB4}, B_{SUB5}, B_{SUB6}, B_{SUB7}, B_{SUB8} \}$$

$$B_{PT} = \{ PT \}$$

$$B_{MAE} = \{ B_1, B_2, B_3, B_4, C_1, C_2, T_1, T_2 \}$$

La ecuación de forma es la siguiente [15]:

$$PT = \left(\left(\left(\left(\left(\left(\left(\left(\left(\left(A \frac{M}{T_1 T_1} \right) \frac{M}{T_{a1}} B_1 \right) \frac{M}{T_{a2}} B_2 \right) \frac{M}{T_{a3}} B_3 \right) \frac{M}{T_{a4}} B_4 \right) \frac{M}{C_1} C_1 \right) \frac{M}{C_2} C_2 \right) \frac{M}{T_2} T_2 \right) \right) \right)$$

La figura 1.3 muestra la representación geométrica de la ecuación de forma.

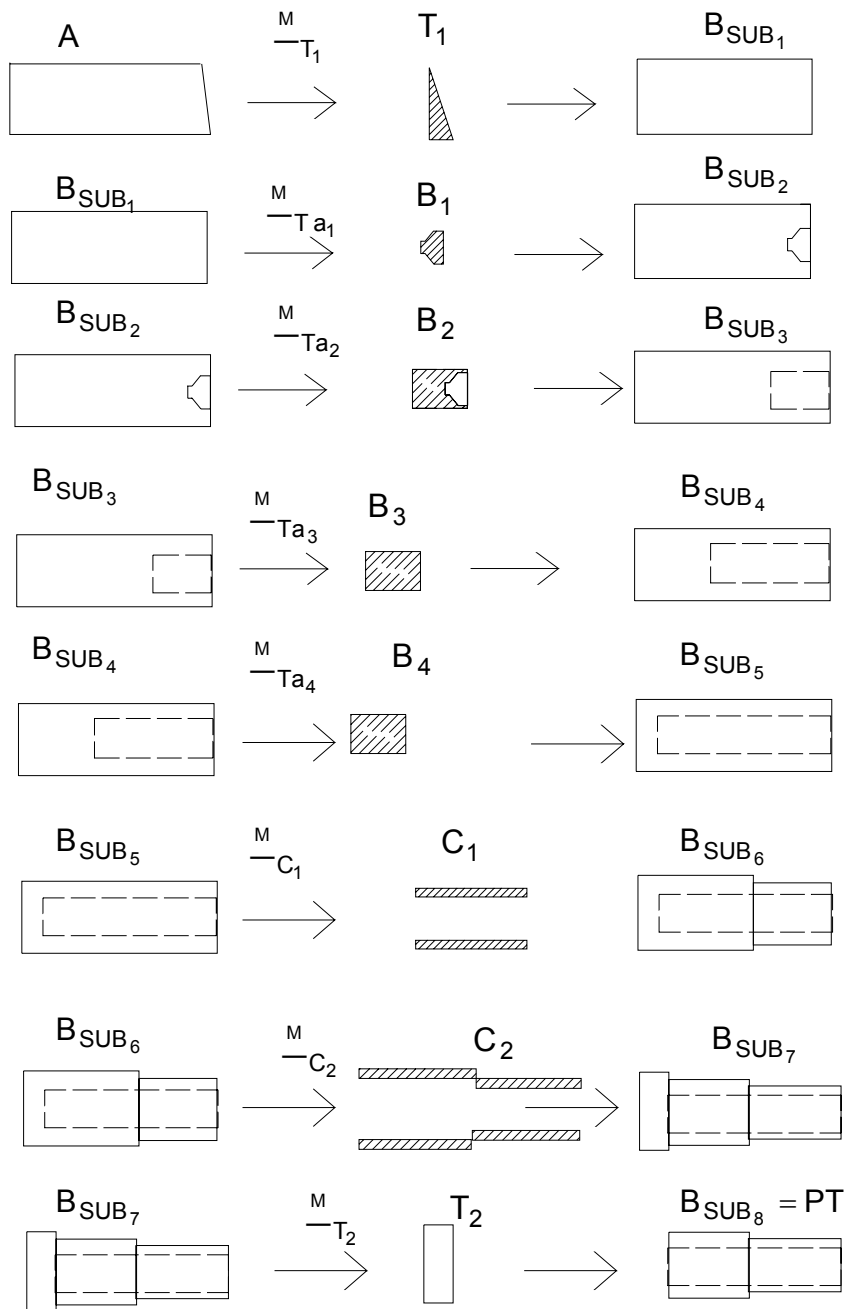


Figura 1.3 Representación gráfica de la ecuación de forma

1.2 Primitivas de manufactura

Las transformaciones geométricas de materias primas en productos terminados pueden representarse por medio de “primitivas de manufactura”[3]. Formalmente[10]:

“Una primitiva es una representación computacional que combina información geométrica y no geométrica de una parte o un conjunto de partes para un propósito específico”.

Si la información no geométrica es de manufactura, entonces la primitiva es de “manufactura”.

Es importante señalar que, por el hecho de que la ecuación de forma represente información geométrica (componentes) y no geométrica (de manufactura) es, por tanto, una representación por “primitivas de manufactura”, para este caso de primitivas “reducidas”, por el bajo contenido de información asociada. Los elementos (primitivas reducidas) que integran una ecuación de forma (sólidos-componentes) se pueden representar por primitivas “extendidas”[16]. Dicha extensión está en función del siguiente conjunto de parámetros:

$$\rho = \left\{ \begin{array}{l} P_{MP} ; P_{MP} = \{G_{MP}, \ell_{MP}, M_{MP}\} \\ P_{PP} ; P_{PP} = \{P_{MPi}, P_{MPi+1}, \text{operación } i - \text{ésima de preparación}\} \\ P_{MAE} ; P_{MAE} = \{\{P_{PP}\}, \{G_{MAE}\}, \{p \in \partial_{PP}, e_i\}, \{\text{información básica geométrica de la operación}\}, \{\nu_{MAE}, \tau_{MAE}, W_{PP}, W_{MAE}\}, \{H_{MAE}, K_{ij}\}\} \\ P_{SUB} ; P_{SUB} = \{\{P_{PP}\}, \{P_{MAE}\}\} \{\text{operación de manufactura}\} \\ P_{PT} ; P_{PT} = \{M^E\} \text{ ó} \\ P_{PT} = \{P_{SUBi}\} \text{ ó} \\ P_{PT} = \{P_{MP}\} \end{array} \right.$$

La tabla siguiente describe cada una de las variables del conjunto “ ρ ”[1].

Nomenclatura y descripción de índices	Nomenclatura de parámetros	Descripción de parámetros
P_{MP} (Índice de materias primas)	G_{PM}	Geometría de las materias primas
	L_{PM}	Dimensiones principales de las materias primas
	M_{MP}	Material de las materias primas
P_{PP} (Índice de las operaciones)	P_{PMi}	i – ésima material prima
	P_{PMi+1}	i – ésima + 1 materia prima
	Operación I – ésima de preparación	Letrero que identifica la i – ésima operación de preparación
P_{MAE} (Índice de las operaciones)	P_{PPi}	i – ésimo producto terminado
	G_{MAE}	Geometría del material agregado o extraído
	$P \in \hat{\partial}_{PP}$	Punto localizado en la frontera del producto preparado que caracteriza el inicio de la operación de manufactura
	\underline{e}_i^I	Vector unitario definido en la dirección del movimiento de una herramienta
	{ Información básica de la operación }	Dimensiones, diámetros, longitudes, etc.
	V_{MAE}	Velocidad de operación del sólido agregado o extraído
	τ_{MAE}	Lugar geométrico de operación y trazo de perfil de velocidades conocido
	W_{PP}	Velocidad lineal o angular del producto preparado
	W_{MAE}	Velocidad lineal o angular de la herramienta que agrega o extrae material
	H_{MAE}	Letrero que describe la herramienta requerida para la operación

	k_{ij}	Conjunto de parámetros secundarios o complementarios de la operación
P_{SUB} (Índice de las subpartes)	P_{PPi}	Información del producto preparado i – ésimo
	P_{MAEi}	Información de la operación
	Operación real de manufactura	Letrero que indica la operación y su naturaleza
P_{PT} (Índice del producto terminado)	M^E	Modelo de entidades de manufactura
	P_{SUBi}	Producto terminado como última subparte
	P_{MP}	Producto terminado como materia prima

Tabla 1.3 Descripción de los parámetros del conjunto “ ρ ”

Las primitivas de manufactura que interesan en este trabajo de tesis, son aquellas asociadas con las operaciones de cilindrado y taladrado, respectivamente, ya que los ciclos operativos de dichas operaciones, serán modeladas y simuladas en los capítulos 4 y 5.

Es importante señalar que, una vez fija la secuencia de operaciones y desarrollada la ecuación de forma, las primitivas de manufactura son también fijadas, esto es [14]:

“Toda ecuación de forma tiene una y solo una expresión por primitivas si y solo si ambas ecuaciones dependen de la misma secuencia de operaciones.”

Considere que “ ρ ” es un símbolo que denota una primitiva de manufactura extendida. Entonces el conjunto de primitivas relacionadas con el dominio de manufactura de la ecuación de forma descrita en la sección anterior es:

$$1) P_{MP} = \{ P_A \}$$

$$2) P_{PP} = \{ I \}$$

$$3) P_{SUB} = \{ P_{SUB1}, P_{SUB2}, P_{SUB3}, P_{SUB4}, P_{SUB5}, P_{SUB6}, P_{SUB7}, P_{SUB8} \}$$

$$4) P_{PT} = \{ P_{PT} \}$$

$$5) P_{MAE} = \{ P_{T1}, P_{B1}, P_{B2}, P_{B3}, P_{B4}, P_{C1}, P_{C2}, P_{T2} \}$$

Cabe señalar que las primitivas de la familia P_{MAE} son las que interesan en este trabajo de tesis, en especial, las asociadas al taladrado y cilindrado.

Supóngase que cada primitiva tiene un volumen asociado y que la operación diferencia (−) se puede representar por el símbolo “−”. Entonces la ecuación de volúmenes relacionada con la ecuación de forma descrita en la sección anterior es la siguiente:

$$V_{PT}^P = (((((((V_A^P - V_{T1}^P) - V_{B1}^P) - V_{B2}^P) - V_{B3}^P) - V_{B4}^P) - V_{C1}^P) - V_{C2}^P) - V_{T2}^P)$$

Aquí, V_{PT}^P representa el volumen de la primitiva asociada al producto terminado PT.

Por otro lado, de acuerdo con la secuencia de operaciones, el taladrado realizado sobre la materia prima es por etapas, esto es:

- 1) Taladrado de centros (V_1).
- 2) Taladrado de 1^{ra} aproximación (V_2).
- 3) Taladrado de 2^a aproximación (V_3).
- 4) Taladrado de finalización (V_4).

Luego la secuencia de aplicación de las operaciones es fija, es decir, $O_{1,2,3,4}$. Por tanto, las primitivas de manufactura relacionadas con las operaciones de taladrado (P_{TAL}) son:

$$P_{TAL} = \{ P_{B1}, P_{B2}, P_{B3}, P_{B4} \}$$

Las tablas siguientes muestran la información geométrica y de manufactura asociada con las primitivas de taladrado.

Nomenclatura	Descripción	Primitiva del producto preparado	Geometría	Parámetros base	Parámetros cinemáticos y /o dinámicos	Herramientas y k_{ij}	Formas geométricas
P_{B1}	Primitiva de la operación de taladrado de centros	P_{SUB2}	Especial G_{B1}	(x_p, y_p, z_p) $\underline{e}_1' = (-1, 0, 0)$ \underline{l}_{B1}	v_{B1} τ_{B1} W_{SUB2} W_{H1}	Broca de centros $k_{ij} = \{1\}$	
P_{B2}	Primitiva del taladrado de 1ª aproximación	P_{SUB3}	Especial G_{B2}	(x_q, y_q, z_q) $\underline{e}_1'' = (-1, 0, 0)$ \underline{l}_{B2}	v_{B2} τ_{B2} W_{SUB3} W_{H2}	Broca de aproximación $k_{ij} = \{1\}$	
P_{B3}	Primitiva del taladrado de 2ª aproximación	P_{SUB4}	Cilindro macizo G_{B3}	(x_r, y_r, z_r) $\underline{e}_1''' = (-1, 0, 0)$ \underline{l}_{B3}	v_{B3} τ_{B3} W_{SUB3} W_{H2}	Broca de aproximación $k_{ij} = \{1\}$	
P_{B4}	Primitiva del taladrado de finalización	P_{SUB5}	Cilindro macizo G_{B4}	(x_s, y_s, z_s) $\underline{e}_1^{IV} = (-1, 0, 0)$ \underline{l}_{B3}	v_{B4} τ_{B4} W_{SUB4} W_{H2}	Broca de finalización	

Tabla 1.4 Información de las primitivas del taladrado.

La siguiente figura muestra la información de la primitiva P_{B2} en forma gráfica:

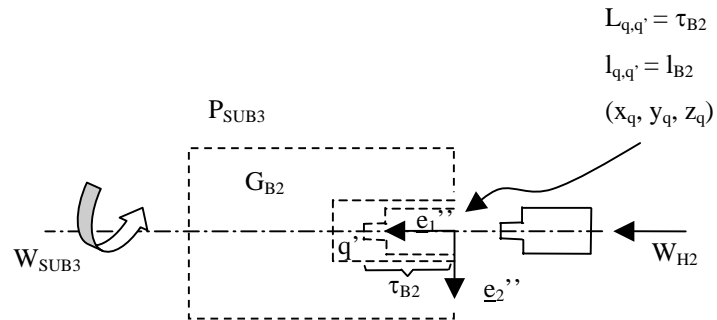


Figura 1.4 Representación gráfica de la información asociada con la primitiva P_{B2}

Por otro lado, la operación de cilindrado, de acuerdo con la figura 1.3, es sucesora de la operación (total) de taladrado. Además, dicha operación está caracterizada por dos suboperaciones, y éstas a su vez, por el siguiente conjunto de primitivas de manufactura:

$$P_{CIL} = \{P_{C1}, P_{C2}\}$$

Además, las operaciones son aplicadas de forma ordenada; esto es; $O_{5,6}$. La tabla siguiente describe las primitivas de manufactura asociadas con las operaciones de cilindrado:

Nomenclatura	Descripción	Primitiva del producto preparado	Geometría	Parámetros base	Parámetros cinemáticos y /o dinámicos	Herramientas y k_{ij}	Formas geométricas
P_{C1}	Primitiva de la operación de cilindrado primario	P_{SUB6}	Cilindro hueco G_{C1}	(x_t, y_t, z_t) $\underline{e}_1^V = (-1, 0, 0)$ l_{C1}	v_{C1} τ_{C1} W_{SUB6} W_{H3}	Buril de cilindrado $k_{ij} = \{1\}$	
P_{C2}	Primitiva de la operación de cilindrado secundario	P_{SUB7}	Cilindro hueco G_{C2}	(x_v, y_v, z_v) $\underline{e}_1^{VI} = (-1, 0, 0)$ l_{C2}	v_{C2} τ_{C2} W_{SUB7} W_{H3}	Buril de cilindrado $k_{ij} = \{1\}$	

Tabla 1.5 Información de las primitivas de cilindrado.

La figura siguiente muestra la información geométrica y de manufactura asociada con la primitiva P_{C2} :

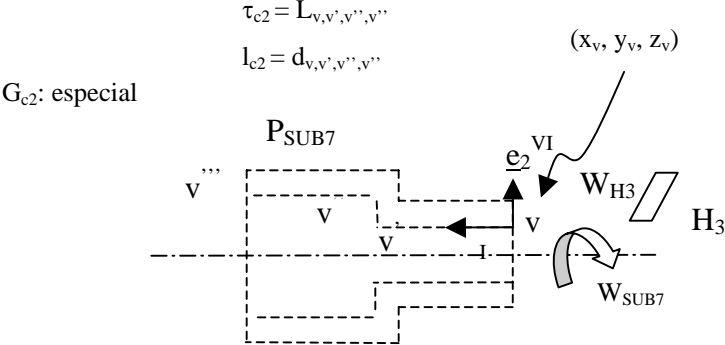


Figura 1.5 Representación gráfica de la información asociada con la primitiva P_{C2} .

Es importante mencionar que la información cinemática relacionada con las primitivas del taladrado, será usada en el capítulo 4 para generar los ciclos de trayectoria de las herramientas que realizarán dichas operaciones.

CAPÍTULO 2

Diseño de los ciclos de operación de las operaciones de taladrado usando primitivas de manufactura

Introducción. En este capítulo se usará la información cinemática asociada con las primitivas de taladrado descritas en el capítulo 1, para generar los ciclos de operación y perfiles teóricos de las herramientas de trabajo. La información obtenida será utilizada en el capítulo 4 para construir y simular los modelos de trayectoria de las operaciones de manufactura descritos anteriormente.

2.1 El ciclo de operación de la herramienta para taladrado múltiple

En esta sección se usará la información cinemática de las primitivas P_{B2} , P_{B3} y P_{B4} para diseñar el ciclo de operación de la broca con la cual se realizará el taladrado múltiple. Un ciclo de operación se compone de un conjunto de lugares geométricos y un sistema de perfiles de trayectoria [1,4].

Los lugares geométricos son las rutas de operación sobre las cuales se desplaza una herramienta. Para poder diseñar dichas rutas, es necesario fijar el componente por manufacturar en alguna máquina y, posteriormente, generar la información real de proceso en base a primitivas. Es decir, las primitivas son referenciales y para poder contar con información de proceso, es necesario generarla sobre la base de la información de los planos de fabricación, de cálculos y/o interpretación de tablas de operación.

Sin embargo, la información referencial de las primitivas se usa para diversos propósitos, en esta tesis dicha información se utilizará para diseñar los ciclos de operación de las operaciones estudiadas.

Considere que la subparte B_{SUB3} es montada en un torno como se muestra en la figura 2.1.

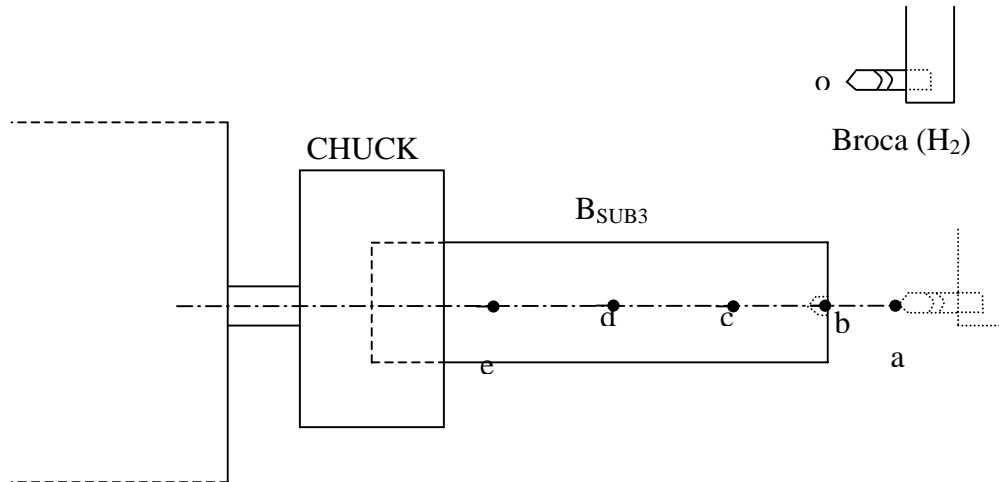


Figura 2.1 Pieza B_{SUB3} montada en el torno Boxford 250

En el punto “o” se localiza una broca y el punto “b” representará un punto de contacto entre la herramienta y el componente B_{SUB3} . Las coordenadas de dichos puntos, una vez fijado el componente, son conocidas.

De acuerdo con la tabla 1.4 del capítulo 1, el punto de contacto “b” es equivalente al punto “q”, en tanto los puntos “c” y “d” son equivalentes a los puntos “r” y “s”.

La crónica de operaciones es la siguiente:

“La broca H_2 , parte del punto “a” localizado fuera de la pieza y, posteriormente, se desplaza al punto “b”. Del punto “b” al punto “c” se

realiza el taladrado de primera aproximación. La herramienta H_2 se desplaza del punto “c” al punto “b” con el objetivo de retirar los excedentes del taladrado. Posteriormente, H_2 se desplaza de “b” a “c” y luego de “c” a “d”.

En este último desplazamiento, H_2 realiza la operación de taladrado 2ª aproximación. Una vez ejecutada dicha operación, H_2 se desplaza del punto “d” al punto “b”. En seguida H_2 se mueve del punto “b” al punto “d” y del punto “d” al punto “e”. En este último desplazamiento, H_2 ejecuta la operación de taladrado de finalización. Finalmente, H_2 se desplaza del punto “e” al punto “a” y termina la operación general de taladrado [15,16].

Es importante señalar que no se incluyeron los desplazamientos de H_2 sobre los puntos “o” y “a”. La figura siguiente muestra en forma esquemática las conexiones de los puntos de interés sobre los cuales se desplaza la herramienta H_2 .

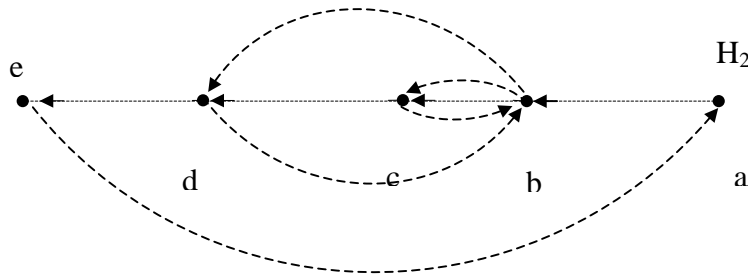


Figura 2.2 Esquema de desplazamiento de H_2

De acuerdo con la figura 2.2, el punto inicial es “a” y el final es “e”, por tanto, el ciclo de operación se define en términos de los puntos “a”-“e”-“a”. Sin embargo, la herramienta no se desplaza de “a” a “e” en forma continua; es decir, se regresa al punto “b” dos veces pasando por los puntos “c” y “d”. Sea “L” el conjunto que

caracteriza los lugares geométricos. Dicho conjunto caracteriza segmentos tales que:

- 1) Existe un punto inicial del segmento.
- 2) Existe un punto final del segmento.
- 3) Existe una curva entre dichos puntos.

Nótese que el término “curva” describe diferentes formas de representación de lugares geométricos tales como rectas, circunferencias, elipses entre otros.

Por otro lado, un segmento se dice direccionado si sobre él se define un vector de origen en el punto inicial y término en el punto final del segmento. Dicho vector se puede representar en términos de un vector unitario (el cual caracteriza la dirección) y su magnitud. La figura siguiente muestra el lugar geométrico definido del punto “a” al punto “b”, el segmento y su dirección.

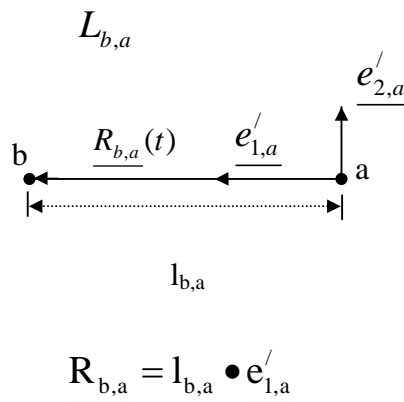


Figura 2.3 Segmento $L_{b,a}$ direccionado

Es importante mencionar que las direcciones de los segmentos se deducen de la crónica de operaciones. Por otro lado, de acuerdo con la figura 2.2, el ciclo completo (L_c) de la operación de taladrado contiene los siguiente lugares geométricos:

- 1) $L_{b,a}$ 2) $L_{c,b}$ 3) $L_{b,c}$ 4) $L'_{c,b}$ 5) $L_{d,c}$
 6) $L_{b,d}$ 7) $L_{d,b}$ 8) $L_{e,d}$ 9) $L_{a,e}$

Note además que:

$$L_c = L_{b,a} \cup L_{c,b} \cup L_{b,c} \cup L'_{c,b} \cup L_{d,c} \cup L_{d,b} \cup L_{e,d} \cup L_{a,e}$$

Los lugares geométricos se caracterizan por segmentos rectilíneos sobre los cuales se desplaza la herramienta H_2 . La tabla siguiente describe la información geométrica del ciclo de operación del taladrado, así como su relación con la información de las primitivas P_{B2} , P_{B3} y P_{B4} .

Lugar geométrico	Tipo de segmento	Vector de caracterización	Longitud del vector	Dirección	Parámetros de primitivas		
					P_{B2}	P_{B3}	P_{B4}
$L_{b,a}$	Rectilíneo	$\underline{R}_{b,a}$	$l_{b,a}$	\underline{e}'_{1a}	–	–	–
					–	–	–
					–	–	–
					–	–	–
$L_{c,b}$	Rectilíneo	$\underline{R}_{c,b}$	$l_{c,b}$	\underline{e}'_{1b}	$l_{B2} = l_{c,b}$	–	–
					$\tau_{B2} = L_{c,b}$	–	–
					$\underline{e}''_1 = \underline{e}'_{1b}$	–	–
					$q = b$	–	–
$L_{b,c}$	Rectilíneo	$\underline{R}_{b,c}$	$l_{b,c}$	\underline{e}'_{1c}	–	–	–
					–	–	–
					–	–	–
					–	–	–
$L_{c,b'}$	Rectilíneo	$\underline{R}_{c,b'}$	$L_{c,b'}$	\underline{e}'_{1b}	–	–	–
					–	–	–

					-	-	-
					-	-	-
$L_{d,c}$	Rectilíneo	\underline{R}_{dc}	$l_{d,c}$	\underline{e}'_{1c}	-	$l_{B3} = l_{d,c}$	-
					-	$\tau_{B3} = L_{d,c}$	-
					-	$\underline{e}_1''' = \underline{e}'_{1c}$	-
					-	$r = c$	-
$L_{b,d}$	Rectilíneo	$\underline{R}_{b,d}$	$l_{b,d}$	\underline{e}'_{1d}	-	-	-
					-	-	-
					-	-	-
					-	-	-
$L_{d,b}$	Rectilíneo	$\underline{R}_{d,b}$	$l_{d,b}$	\underline{e}'_{1b}''	-	-	-
					-	-	-
					-	-	-
					-	-	-
$L_{e,d}$	Rectilíneo	$\underline{R}_{e,d}$	$l_{e,d}$	\underline{e}'_{1d}	-	-	$l_{B4} = l_{e,d}$
					-	-	$\tau_{B4} = L_{e,d}$
					-	-	$\underline{e}_1^{IV} = \underline{e}'_{1d}''$
					-	-	$s = d$
$L_{a,e}$	Rectilíneo	$\underline{R}_{a,e}$	$l_{a,e}$	\underline{e}'_{1e}	-	-	-
					-	-	-
					-	-	-
					-	-	-

Tabla 2.1 Descripción de los elementos que componen el ciclo de taladrado.

La figura siguiente muestra el ciclo de operación de la trayectoria de taladrado.

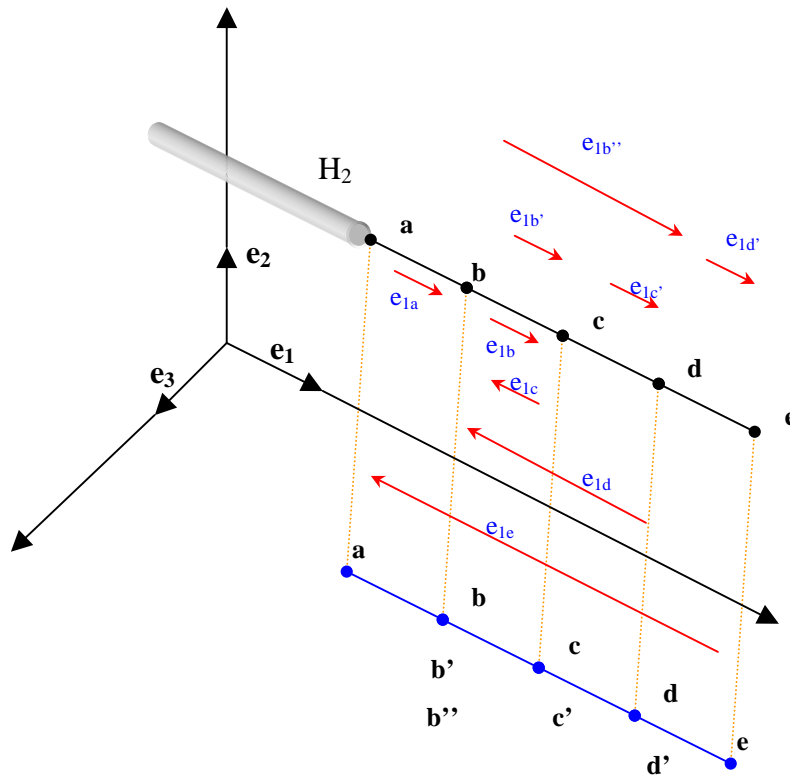


Figura 2.4 ciclo de trayectoria direccionado

2.1 Diseño del perfil teórico de velocidades de las operaciones de taladrado

Una vez determinados los lugares geométricos o rutas de operación de la herramienta H_2 , el paso siguiente es construir el perfil teórico de velocidades y con esto, completar formalmente el ciclo de operación; esto es, asociar los tiempos de proceso.

Un perfil de velocidades es una gráfica de las velocidades de operación de la herramienta en términos del tiempo [1,4]. Las velocidades de corte de las

operaciones de taladrado se pueden calcular o interpretar de tablas o en su caso, usar un software para conocer los valores de dichas operaciones.

En general, las velocidades de las operaciones principales son constantes a lo largo del lugar geométrico donde la herramienta perfora el componente. Sea $\dot{\Gamma}_T$ el parámetro asociado con las velocidades de corte y, de acuerdo con la crónica de operaciones, H_2 perfora la pieza sobre los lugares geométricos $L_{c,d}$, $L_{d,c}$ y $L_{e,d}$ respectivamente.

Las velocidades de corte se observan en la figura 2.5.

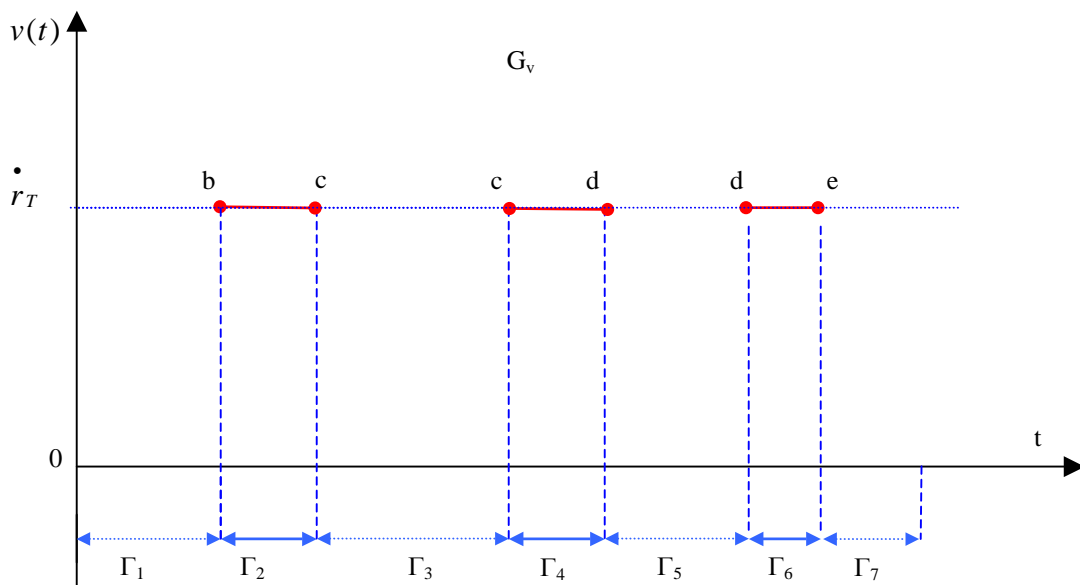


Figura 2.5 Perfil de velocidades constantes para las operaciones de taladrado

Note en la figura anterior que $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_7$ son intervalos de tiempo. Para diseñar el perfil completo, es necesario interpretar de la crónica de operaciones los puntos sobre los cuales la herramienta se define; es decir, cuando su velocidad es “cero” y, posteriormente, conectar dichos puntos con los asociados a las velocidades constantes. Cabe mencionar que al hablar de puntos en esta sección, se refiere a los relacionados con la gráfica y no con los puntos de los lugares geométricos.

De acuerdo con la crónica de operaciones los puntos donde la herramienta se detiene son:

- 1) "a" : inicio del ciclo.
- 2) "b" : término del primer taladrado.
- 3) "c" : término del primer regreso.
- 4) "d" : término del segundo taladrado.
- 5) "b'" : término del segundo regreso.
- 6) "e" : término de la tercera operación de taladrado.
- 7) "a" : finalización del ciclo.

La figura siguiente muestra los puntos descritos anteriormente.

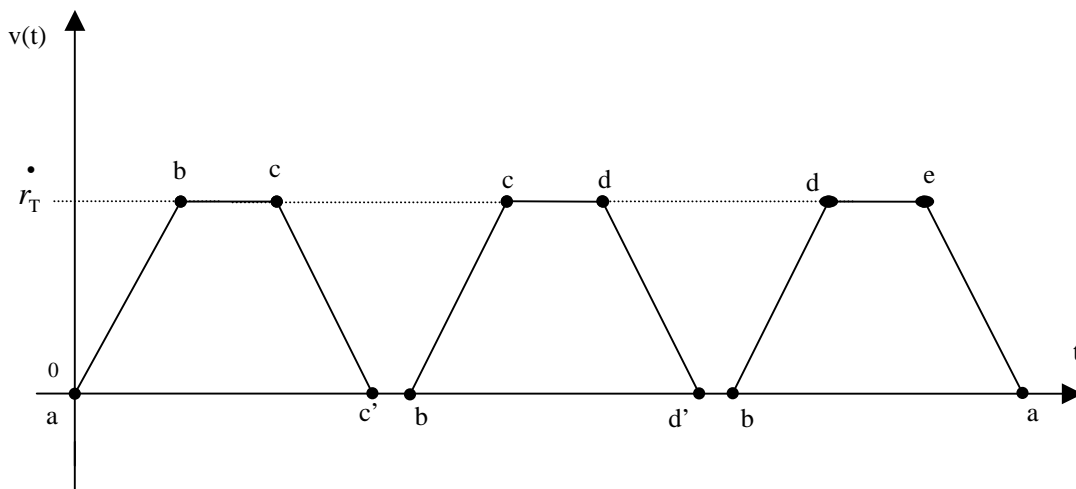


Figura 2.6 Conexión de puntos de velocidad cero con velocidades constantes

Las conexiones mostradas en la figura 2.6 no son únicas. Por ejemplo, en la figura 2.7 se muestra otro tipo de conexión.

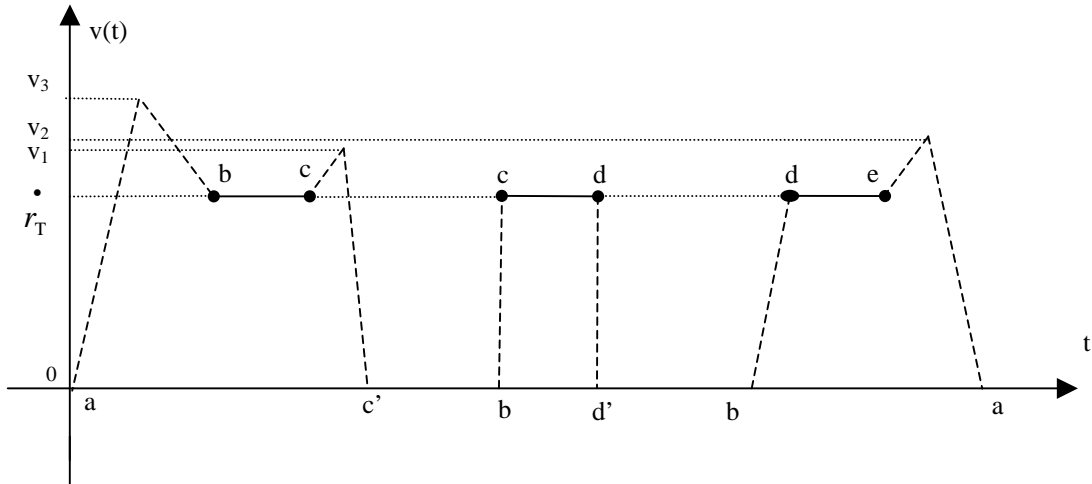


Figura 2.7 Otra propuesta de conexión del perfil de velocidades

Note en la figura anterior que las velocidades $V_1, V_2, V_3 \in \mathfrak{R}$ son operacionales y siempre conocidas (o calculadas). Por tanto, se pueden asociar un número finito de conexiones. Por otro lado, las conexiones $c - c'$ y $d - d'$ mostradas en la figura 2.6 caracterizan el paro casi “instantáneo” de la herramienta al finalizar la primera y segunda operación de taladrado, puesto que en esos puntos la herramienta cambia de dirección. Cabe señalar que no existen conexiones entre los puntos $c' - b$ y $d' - b$; es decir, falta agregar las gráficas de velocidades sobre el primero y segundo regreso al punto “b”. La figura siguiente muestra la configuración final del perfil de velocidades asociado con las operaciones de taladrado:

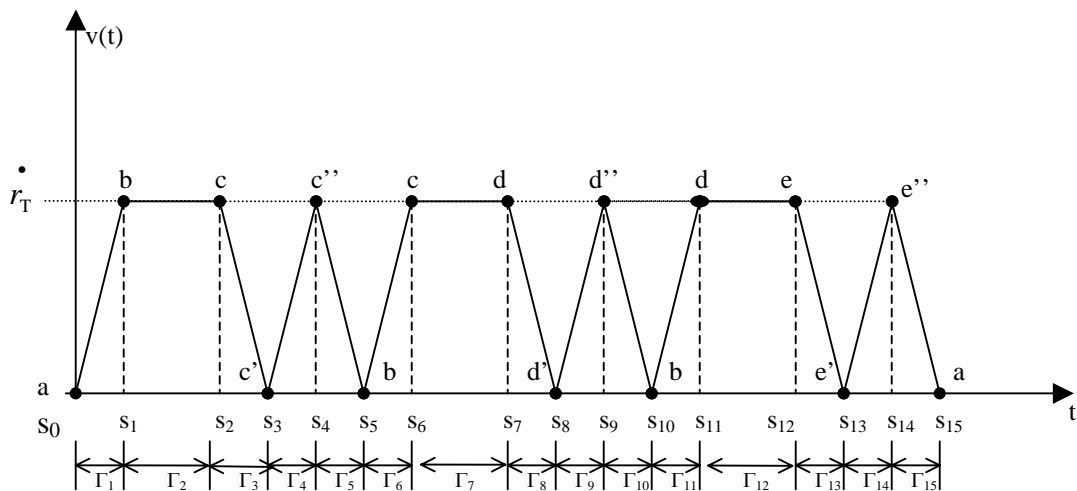


Figura 2.8 Perfil teórico de velocidades de la operación completa de taladrado

Cabe señalar que los puntos c' , c'' , d' y d'' se deben asociar al lugar geométrico (de hecho ya están integradas) de la operación de taladrado.

Por otro lado, en las primitivas de manufactura P_{B2} , P_{B3} y P_{B4} se representan las velocidades de operación para cada taladrado [16]. En este caso,

$$1) V_{B2} = \dot{\Gamma}_T$$

$$2) V_{B3} = \dot{\Gamma}_T$$

$$3) V_{B4} = \dot{\Gamma}_T$$

La información de la primitiva P_{B2} real es:

$$P_{B2} = \{\{P_{SUB3}\}, \{G_{B2}\}, \{b, \underline{e'_{1b}}, l_{b,c}, \varnothing_{B2}\},$$

$$\{\dot{\Gamma}_T, L_{c,b}, \text{rotación, translación}\}, \{\text{broca}, \{k\}\}$$

Modelo de trayectoria

Introducción. En este capítulo se presenta los pasos de la metodología desarrollada en [1,21] y un ejemplo con el objetivo de mostrar la aplicación sistemática de dicha metodología. Tales pasos, serán usados en el capítulo 4 para analizar, modelar y programar la trayectoria de la operación de taladrado por etapas.

3.1 Metodología para sistematizar trayectorias continuas del tipo rectilíneas

En esta sección se presenta una metodología para modelar trayectorias continuas del tipo rectilíneo. Dicha metodología fue desarrollada [1,21]

- 1) *Definir el lugar geométrico en el espacio – tiempo por donde se desplazará la herramienta de corte o dispositivo, así como la(s) dirección(es) del movimiento y un sistema inercial fijo cartesiano.*

- 2) *Definir vectores de posición en el espacio – tiempo tales que:*
 - 2.1) *Localizar desde el sistema inercial fijo los puntos extremos de cada segmento asociado con el lugar geométrico.*

 - 2.2) *Asociar un vector de posición sobre cada segmento que compone el lugar geométrico con dirección del movimiento (una por cada dirección).*

- 3) *Determinar las ecuaciones de posición en el espacio – tiempo que permitan encontrar las coordenadas de la herramienta en los puntos extremos de cada segmento rectilíneo relativos al sistema inercial fijo.*
- 4) *Proyectar el lugar geométrico y los vectores de posición definidos en el espacio – tiempo sobre los planos correspondientes y en el tiempo $t \in J$.*
- 5) *Construir las ecuaciones de posicionamiento del paso 3) en los planos respectivos del espacio – tiempo.*
- 6) *Asociar una base inercial fija sobre el sistema cartesiano y un sistema de bases móviles (uno por cada dirección) sobre cada segmento inercial del lugar geométrico. La dirección de una de las componentes de la base móvil debe ser la misma que la dirección del vector asociado con el segmento. Dichas bases deben definirse en el espacio – tiempo y, posteriormente, proyectarlas sobre los planos correspondientes. Expresar los vectores de posición definidos sobre los segmentos del lugar geométrico proyectado en términos de sus longitudes y en la dirección del movimiento representado por el vector unitario de la base móvil asociado.*
- 7) *Expresar las ecuaciones de posición del paso 5) en términos del paso 6).*
- 8) *Derivar con respecto al tiempo $t \in J$ las ecuaciones de posición del paso 3) y, posteriormente, proyectarlas sobre los planos correspondientes. Dichas ecuaciones permitirán determinar las velocidades de la herramienta en cualquier punto del lugar geométrico tanto en el espacio – tiempo como en el proyectado.*
- 9) *Expresar las ecuaciones de velocidad proyectadas en términos del paso 6); es decir, en términos de la magnitud de la velocidad y en la dirección del movimiento.*

- 10) *Derivar con respecto al tiempo $t \in J$ las ecuaciones de velocidad del punto 8) y, posteriormente, proyectarlas sobre los planos correspondientes. Dichas ecuaciones permitirán determinar las aceleraciones de la herramienta o dispositivo en cualquier punto del lugar geométrico tanto en el espacio – tiempo como en las proyecciones.*
- 11) *Expresar las ecuaciones de aceleración proyectadas en términos del paso 6); es decir, en términos de la magnitud de aceleración y en la dirección del movimiento.*
- 12) *Las expresiones de los pasos 6), 9) y 11) representan las ecuaciones de movimiento de la herramienta que se desplaza por el lugar geométrico en el espacio – tiempo y en los planos correspondientes.*
- 13) *Diseñar un perfil de velocidades; es decir, una gráfica que represente la variación de la magnitud de velocidad en el tiempo $t \in J$. La gráfica debe estar caracterizada de la siguiente manera:*
- 13.1) *En el dominio J deben asociarse intervalos de tiempo.*
 - 13.2) *La gráfica debe integrar segmentos rectilíneos.*
 - 13.3) *Los segmentos de la gráfica deben estar conectados.*
 - 13.4) *Cada segmento debe tener asociado un intervalo de tiempo o, en su caso, asociar un intervalo a cada subsegmento del segmento considerado.*
 - 13.5) *En la gráfica deben asociarse parámetros de velocidad conocidas como: velocidad de corte y/o velocidad máxima.*

14) *Encontrar la función temporal de velocidades asociada con el perfil de velocidades previamente diseñado siguiendo el siguiente procedimiento:*

14.1) *Encontrar una función temporal de velocidades por cada segmento del perfil y en cada intervalo asociado.*

14.2) *Para encontrar las funciones del paso 14.1) se debe evaluar en las condiciones extremas de cada segmento o subsegmento y en el intervalo considerado (los tiempos extremos).*

14.3) *Sumar las funciones temporales de velocidad encontradas en los pasos 14.1) y 14.2). La función resultante es la función general de velocidades.*

15) *Generar la función temporal de aceleraciones y su perfil con el siguiente procedimiento:*

15.1) *Derivar con respecto al tiempo $t \in J$ cada una de las funciones temporales de velocidad encontradas en los puntos 14.1) y 14.2).*

15.2) *Sumar las derivadas de las funciones temporales. La función obtenida es la función general de aceleraciones.*

15.3) *Generar la gráfica del perfil de aceleraciones con la función general del paso 15.2).*

15.4) *Es importante recordar que las funciones de velocidad encontradas en los pasos 14.1) y 14.2) deben ser*

cuando menos una vez continuamente diferenciables en el tiempo $t \in J$.

16) Generar la función temporal de desplazamientos y su perfil con el siguiente procedimiento:

16.1) Integrar con respecto al tiempo $t \in J$ cada una de las funciones temporales de velocidad encontradas en los pasos 14.1) y 14.2).

16.2) Sumar las funciones encontradas en el paso anterior. La función obtenida es la función general de desplazamientos.

16.3) Generar la gráfica del perfil de desplazamientos con la función del paso 16.2).

16.4) Es importante recordar que las funciones de los pasos 14.1) y 14.2) deben ser integrables con el tiempo.

17) Los términos temporales de desplazamiento, velocidad y aceleración son equivalentes a las magnitudes de posición, velocidad y aceleración asociados con las ecuaciones de movimiento proyectadas sobre los planos correspondientes.

18) Definir una función polinómica continua y diferenciable en el tiempo y, posteriormente, encontrar su primera y segunda derivada con respecto al tiempo. El grado del polinomio puede ser de 5 a 8 u otro.

19) Si es un polinomio de grado 5, seleccione un segmento o subsegmento con su respectivo intervalo de los gráficas de los perfiles teóricos de

velocidades. Evaluar los polinomios del paso 18) en cada intervalo o en su caso en un intervalo general.

20) Encontrar los coeficientes de los polinomios usando el siguiente sistema: $\underline{\alpha} = A\underline{b}$; $\underline{\alpha}_{1 \times 6}$; $A_{6 \times 6}$; $\underline{b}_{1 \times 6}$. Aquí, $\underline{\alpha}$ es el vector de coeficientes, A una matriz de tiempos y \underline{b} un vector que contiene parámetros cinemáticos. Dichos parámetros se obtienen de los perfiles teóricos o, en su caso, al evaluar las funciones temporales de desplazamiento, velocidad y aceleración en los intervalos de tiempo considerados.

21) Una vez obtenidos los coeficientes de los polinomios se deben asociar los polinomios del paso 18).

22) Trazar los gráficos de los polinomios del paso 21). Dichos gráficos representan los perfiles teóricos de trayectoria suavizados.

23) Si se usa un polinomio de grado 8, se deben evaluar tanto dicho polinomio como sus derivadas primera y segunda sobre los intervalos de tiempo correspondientes. Para esta suavización se requieren condiciones extremas del segmento o subsegmento considerado y una condición intermedia.

24) El sistema a solucionar para el paso 23) es:

$$\underline{\alpha}_{1 \times 9} = A_{9 \times 9} \underline{b}_{1 \times 9}$$

25) Realizar los pasos 21) y 22) para la suavización con polinomio de grado 8.

26) Relacionar las funciones polinómicas con las magnitudes de desplazamiento, velocidad y aceleración de la herramienta.

27) Normalizar los vectores unitarios proyectados del paso 6) y, posteriormente, reprojectarlos al espacio – tiempo.

28) Transformar las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración de los pasos 7), 9), 11) de los planos al espacio – tiempo.

29) Utilizar las funciones polinómicas de paso 21) o del paso 25) y la normalización de los vectores unitarios del paso 27), para acoplar las ecuaciones de movimiento con los perfiles trayectoria suavizados en el espacio – tiempo.

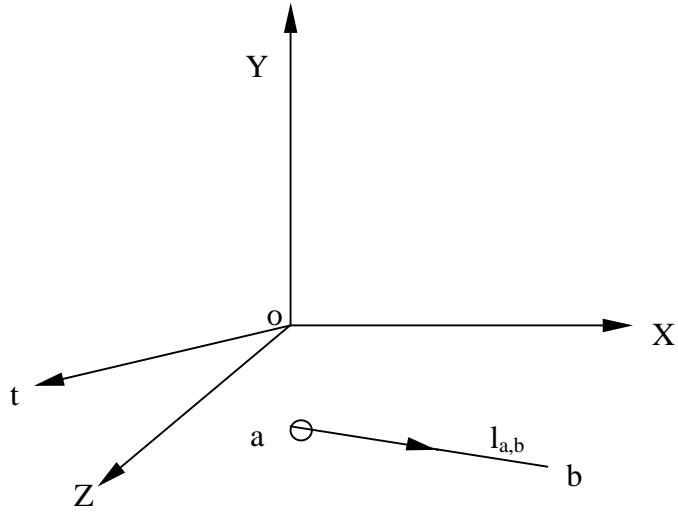
Las ecuaciones del paso 29) caracterizan las trayectorias de operación.

3.2 Aplicación de la metodología en un caso de estudio simple

En esta sección se usarán los pasos del 1) al 12) para determinar las ecuaciones de movimiento asociadas con el punto $pot \in E_2$. No se explicitará el uso sistemático de la metodología, pues el modelo de trayectoria aquí propuesto, fue desarrollado por (Jiménez, L., 2002).

3.2.1 Ecuaciones de movimiento

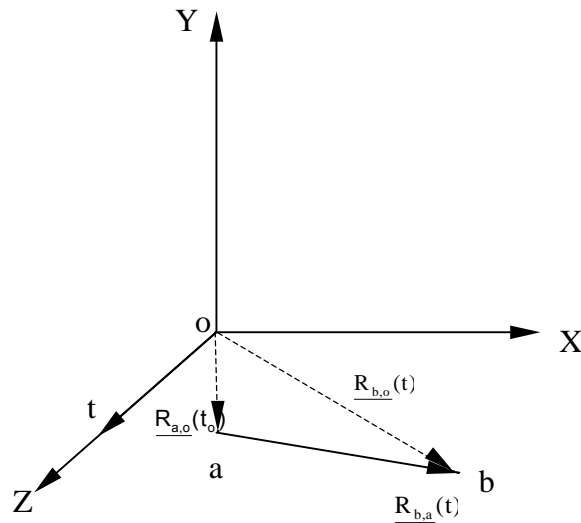
Paso 1) Definir el lugar geométrico de la trayectoria.



Lugar geométrico de la trayectoria

Nótese en la figura anterior que el robot cartesiano motivo de estudio realizará la trayectoria a – b mostrada en la figura anterior.

Paso 2) Definir vectores de posición.



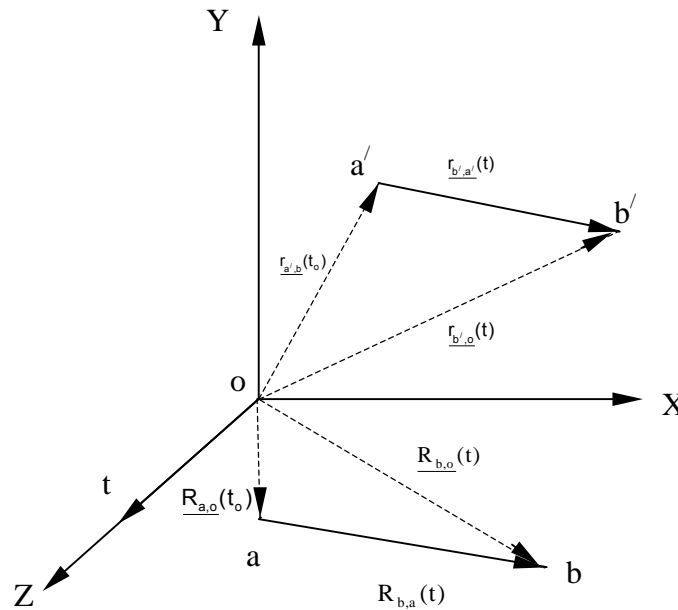
Vectores de posición en el espacio – tiempo

Paso 3) Definir la ecuación de posición.

La ecuación de posición del punto “b” relativa al origen “o” es la siguiente:

$$\underline{R}_{b,o}(t) = \underline{R}_{a,o}(t_0) + \underline{R}_{b,a}(t)$$

Paso 4) Proyectar el lugar geométrico y los vectores de posición definidos en el espacio – tiempo sobre los planos correspondientes y en el tiempo $t \in J$.

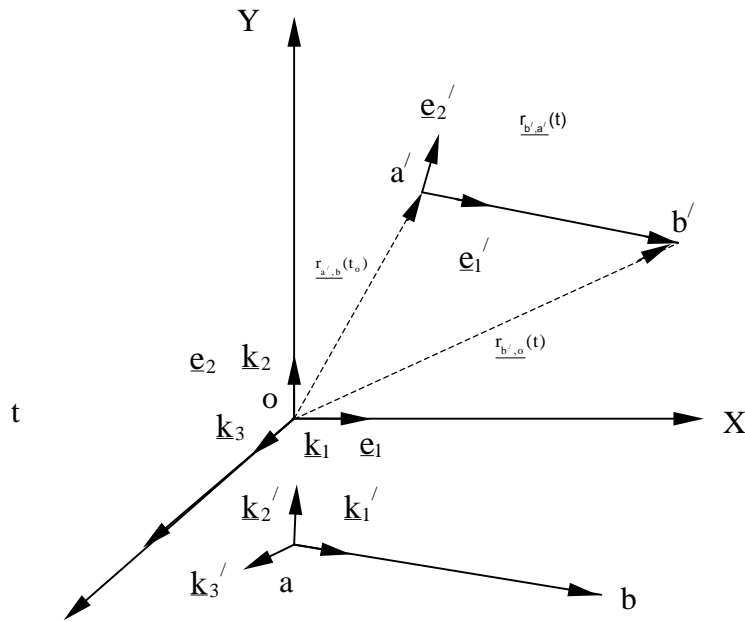


Lugar geométrico y vectores de posición proyectados en el plano (X, Y)

Paso 5) Construir las ecuaciones de posicionamiento del paso 3) en los planos respectivos del espacio – tiempo.

$$\underline{r}_{b,o}(t) = \underline{r}_{a,o}(t_0) + \underline{r}_{b,a}(t)$$

Paso 6) Asociar una base inercial fija sobre el sistema cartesiano y un sistema de bases móviles (uno por cada dirección) sobre cada segmento inercial del lugar geométrico y representar los vectores de posición definidos sobre las rectas.



Base inercial y base móvil

$$\underline{r}_{b,a}(t) = I_{b,a}(t) \bullet \underline{e}'_1$$

Paso 7) Expresar las ecuaciones de posición del paso 5) en términos del paso 6).

$$\underline{r}_{b,o}(t) = \underline{r}_{a,o}(t) + I_{b,a}(t) \bullet \underline{e}'_1$$

Paso 8) Derivar con respecto al tiempo $t \in J$ las ecuaciones de posición del paso 3) y, posteriormente, proyectarlas sobre los planos correspondientes. Dichas ecuaciones permitirán determinar las velocidades de la herramienta

en cualquier punto del lugar geométrico tanto en el espacio – tiempo como en el proyectado.

$$\underline{\dot{R}}_{b,o}(t) = \underline{\dot{R}}_{b,a}(t)$$

$$\pi\left(\underline{\dot{R}}_{b,o}(t)\right) = \underline{\dot{r}}_{b,o}(t)$$

$$\pi\left(\underline{\dot{R}}_{b,a}(t)\right) = \underline{\dot{r}}_{b,a}(t)$$

Paso 9) Expresar las ecuaciones de velocidad proyectadas en términos del paso 6); es decir, en términos de la magnitud de la velocidad y en la dirección del movimiento.

$$\underline{\dot{r}}_{b,o}(t) = l_{b,a}(t) \bullet \underline{e}'_1$$

Paso 10) Derivar con respecto al tiempo $t \in J$ las ecuaciones de velocidad del punto 8) y, posteriormente, proyectarlas sobre los planos correspondientes. Dichas ecuaciones permitirán determinar las aceleraciones de la herramienta o dispositivo en cualquier punto del lugar geométrico tanto en el espacio – tiempo como en las proyecciones.

$$\underline{\ddot{R}}_{b,o}(t) = \underline{\ddot{R}}_{b,a}(t)$$

$$\pi\left(\underline{\ddot{R}}_{b,o}(t)\right) = \underline{\ddot{r}}_{b,o}(t)$$

$$\pi \left(\ddot{\underline{R}}_{b,a}(t) \right) = \ddot{\underline{r}}_{b,a}(t)$$

paso11) Expresar las ecuaciones de aceleración proyectadas en términos del paso 6); es decir, en términos de la magnitud de aceleración y en la dirección del movimiento.

$$\ddot{\underline{r}}_{b,o}(t) = \ddot{l}_{b,a}(t) \bullet \underline{e}_1'$$

Paso 12) Las expresiones de los pasos 6), 9) y 11) representan las ecuaciones de movimiento de la herramienta que se desplaza por el lugar geométrico en el espacio – tiempo y en los planos correspondientes.

$$\underline{r}_{b,a}(t) = l_{b,a}(t) \bullet \underline{e}_1'$$

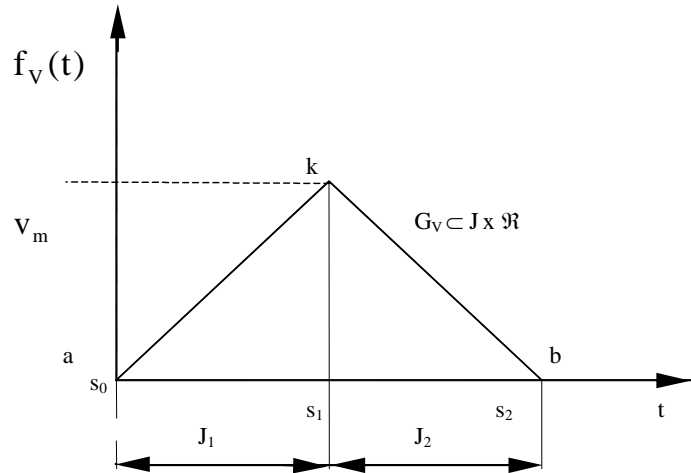
$$\dot{\underline{r}}_{b,o}(t) = \dot{l}_{b,a}(t) \bullet \underline{e}_1'$$

$$\ddot{\underline{r}}_{b,o}(t) = \ddot{l}_{b,a}(t) \bullet \underline{e}_1'$$

3.2.2 Perfiles de trayectoria

En esta sección se utilizarán los pasos del 13) al 17) para construir las ecuaciones de los perfiles de trayectoria.

Paso 13) Diseñar un perfil de velocidades; es decir, una gráfica que represente la variación de la magnitud de velocidad en el tiempo $t \in J$.



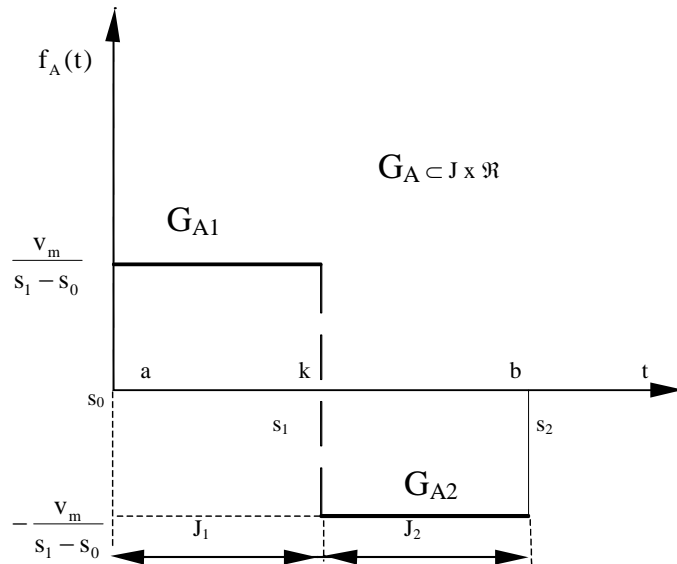
Perfil de velocidades teórico

Paso 14) Encontrar la función temporal de velocidades asociada con el perfil de velocidades previamente diseñado.

$$f_v(t) = \frac{V_m}{S_1 - S_0} \Big|_{J_1} + \left[V_m - \frac{V_m(S_1)}{S_1 - S_2} + \frac{V_m}{S_1 - S_2}(t) \right] \Big|_{J_2}$$

Paso 15) Generar la función temporal de aceleraciones y su perfil.

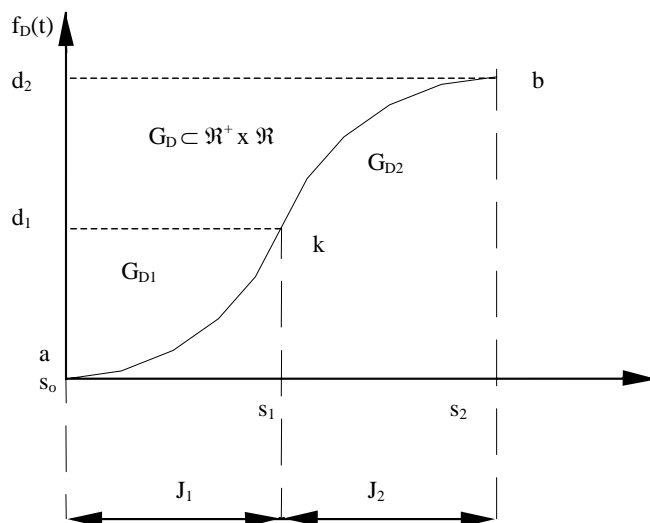
$$f_A(t) = \frac{V_m}{S_1 - S_2} \Big|_{J_1} - \frac{V_m}{S_2 - S_1} \Big|_{J_2}$$



Gráfica del perfil de aceleraciones.

Paso 16) Generar la función temporal de desplazamientos y su perfil.

$$f_D(t) = \frac{V_m(t)^2}{2(S_1 - S_0)} + \left[V_m(t) - \frac{V_m S_1(t)}{S_1 - S_2} + \frac{V_m(t)^2}{2(S_1 - S_2)} \right]$$



Gráfica del perfil de desplazamientos

Paso 17) Los términos temporales de desplazamiento, velocidad y aceleración son equivalentes a las magnitudes de posición, velocidad y aceleración asociadas con las ecuaciones de movimiento proyectadas sobre los planos correspondientes.

$$f_D(t) = \frac{V_m(t)^2}{2(S_1 - S_0)} + \left[V_m(t) - \frac{V_m S_1(t)}{S_1 - S_2} + \frac{V_m(t)^2}{2(S_1 - S_2)} \right]$$

$$f_V(t) = \frac{V_m}{S_1 - S_0} \Big|_{J_1} + \left[V_m - \frac{V_m(S_1)}{S_1 - S_2} + \frac{V_m}{S_1 - S_2}(t) \right] \Big|_{J_2}$$

$$f_A(t) = \frac{V_m}{S_1 - S_2} \Big|_{J_1} - \frac{V_m}{S_2 - S_1} \Big|_{J_2}$$

3.2.3 Suavización de perfiles de trayectoria

Paso 18) Definir una función polinómica continua y diferenciable en el tiempo y, posteriormente, encontrar su primera y segunda derivada con respecto al tiempo. El grado del polinomio puede ser de 5 a 8 u otro.

$$p(t) = \alpha_0 + \alpha_1(t) + \alpha_2(t)^2 + \alpha_3(t)^3 + \alpha_4(t)^4 + \alpha_5(t)^5$$

$$\dot{p}(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2(t) + 3\alpha_3(t)^2 + 4\alpha_4(t)^3 + 5\alpha_5(t)^4$$

$$\ddot{p}(t) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3(t) + 12\alpha_4(t)^2 + 20\alpha_5(t)^3$$

Aquí, se seleccionó un polinomio de grado 5.

Paso 19) Si es un polinomio de grado 5 seleccione un segmento o subsegmento con su respectivo intervalo de los gráficas de los perfiles teóricos de velocidades. Evaluar los polinomios del paso 18) en cada intervalo o en su caso en un intervalo general.

$$1) p(S_0) = \alpha_0 + \alpha_1 (S_0) + \alpha_2 (S_0)^2 + \alpha_3 (S_0)^3 + \alpha_4 (S_0)^4 + \alpha_5 (S_0)^5 = 0$$

$$2) p(S_2) = \alpha_0 + \alpha_1 (S_2) + \alpha_2 (S_2)^2 + \alpha_3 (S_2)^3 + \alpha_4 (S_2)^4 + \alpha_5 (S_2)^5 = d_2$$

$$3) \dot{p}(S_0) = \alpha_1 + 2\alpha_2 (S_0) + 3\alpha_3 (S_0)^2 + 4\alpha_4 (S_0)^3 + 5\alpha_5 (S_0)^4 = 0$$

$$4) \dot{p}(S_2) = \alpha_1 + 2\alpha_2 (S_2) + 3\alpha_3 (S_2)^2 + 4\alpha_4 (S_2)^3 + 5\alpha_5 (S_2)^4 = 0$$

$$5) \ddot{p}(S_0) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 (S_0) + 12\alpha_4 (S_0)^2 + 20\alpha_5 (S_0)^3 = 0$$

$$6) \ddot{p}(S_2) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 (S_2) + 12\alpha_4 (S_2)^2 + 20\alpha_5 (S_2)^3 = 0$$

Paso 20) Encontrar los coeficientes de los polinomios usando el siguiente sistema: $\underline{\alpha} = \underline{A}\underline{b}$; $\underline{\alpha}_{1 \times 6}$; $\underline{A}_{6 \times 6}$; $\underline{b}_{1 \times 6}$. Aquí, $\underline{\alpha}$ es el vector de coeficientes, \underline{A} una matriz de tiempos y \underline{b} un vector que contiene parámetros cinemáticos. Dichos parámetros se obtienen de los perfiles teóricos o, en su caso, al evaluar las funciones temporales de desplazamiento, velocidad y aceleración en los intervalos de tiempo considerados.

$$\begin{pmatrix} 1 & S_0 & S_0^2 & S_0^3 & S_0^4 & S_0^5 \\ 1 & S_2 & S_2^2 & S_2^3 & S_2^4 & S_2^5 \\ 0 & 1 & 2S_0 & 3S_0^2 & 4S_0^3 & 5S_0^4 \\ 0 & 1 & 2S_2 & 3S_2^2 & 4S_2^3 & 5S_2^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6S_0 & 12S_0^2 & 20S_0^3 \\ 0 & 0 & 2 & 6S_2 & 12S_2^2 & 20S_2^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ d_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Paso21) Una vez obtenidos los coeficientes de los polinomios, se deben asociar los polinomios del paso 18).

$$\alpha_0 = k_0 = 0; \alpha_1 = k_1 = 0; \alpha_2 = k_2 = 0$$

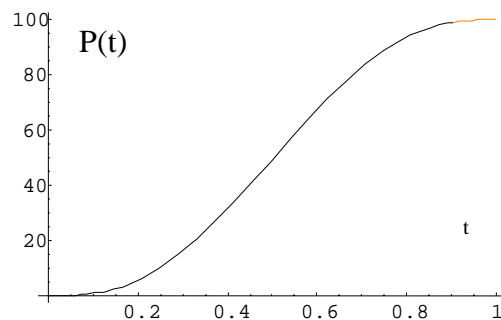
$$\alpha_3 = k_3; \alpha_4 = k_4; \alpha_5 = k_5$$

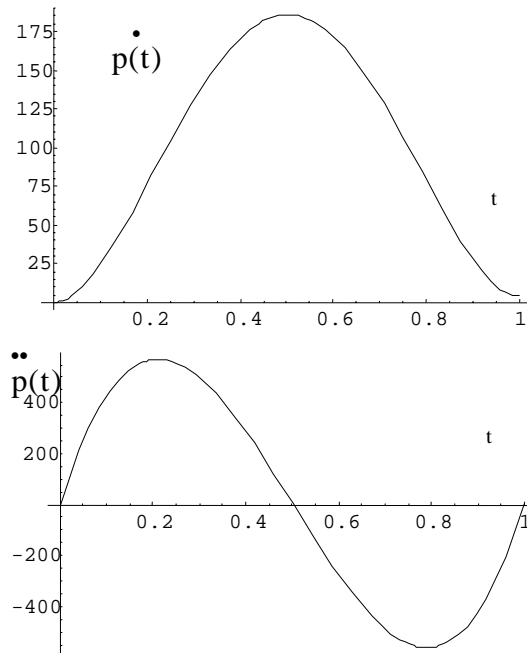
$$1) p(t) = k_3 (t)^3 + k_4 (t)^4 + k_5 (t)^5$$

$$2) \dot{p}(t) = 3k_3 (t)^2 + 4k_4 (t)^3 + 5k_5 (t)^4$$

$$3) \ddot{p}(t) = 6k_3 (t) + 12k_4 (t)^2 + 20k_5 (t)^3$$

Paso22) Trazar los gráficos de los polinomios del paso 21). Dichos gráficos representan los perfiles teóricos de trayectoria suavizados.





Gráficas de los perfiles de trayectoria suavizados

Pasos 23) al 26) no aplican.

3.2.4 Ecuaciones de trayectoria finales

Paso 26) Relacionar las funciones polinómicas con las magnitudes de desplazamiento, velocidad y aceleración de la herramienta.

- 1) $l_{b,a}(t) \equiv p(t)$; en $J_1 \cup J_2$
- 2) $l_{b,a}^{\dot{}}(t) \equiv \dot{p}(t)$; en $J_1 \cup J_2$
- 3) $l_{b,a}^{\ddot{}}(t) \equiv \ddot{p}(t)$; en $J_1 \cup J_2$

Paso 27) Normalizar los vectores proyectados del paso 6) y, posteriormente, re proyectarlos al espacio – tiempo.

$$\underline{e}'_1 = \begin{Bmatrix} e'_{1x} \\ e'_{2y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{d} \begin{bmatrix} X_b - X_a \\ Y_b - Y_a \end{bmatrix}$$

$$d = [(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2]^{1/2}$$

$$\pi^{-1}(\underline{e}'_1) = \underline{k}'_i \quad .$$

$$\underline{k}'_i = \begin{Bmatrix} k'_{X'} \\ k'_{Y'} \\ k'_{Z'} \end{Bmatrix} = \frac{1}{d'} \begin{bmatrix} X_b - X_a \\ Y_b - Y_a \\ Z_b - Z_a \end{bmatrix}$$

$$d' = [(X_b - X_a)^2 + (Y_b - Y_a)^2 + (Z_b - Z_a)^2]^{1/2}.$$

Paso 28) Transformar las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración de los pasos 7), 9), 11) de los planos al espacio – tiempo.

$$\text{i) } \underline{R}_{b,a}(t) = \pi^{-1}(\underline{r}_{b,a}(t)) = \pi^{-1}(l_{b,a} \bullet \underline{e}'_1) = l_{b,a} \bullet \underline{k}'_1$$

$$\text{ii) } \dot{\underline{R}}_{b,a}(t) = \pi^{-1}(\dot{\underline{r}}_{b,a}(t)) = \pi^{-1}(\dot{l}_{b,a} \bullet \underline{e}'_1) = \dot{l}_{b,a} \bullet \underline{k}'_1$$

$$\text{iii) } \ddot{\underline{R}}_{b,a}(t) = \pi^{-1}(\ddot{\underline{r}}_{b,a}(t)) = \pi^{-1}(\ddot{l}_{b,a} \bullet \underline{e}'_1) = \ddot{l}_{b,a} \bullet \underline{k}'_1$$

Paso 29) Utilizar las funciones polinómicas de paso 21) o del paso 25) y la normalización de los vectores unitarios del paso 27), para acoplar las ecuaciones de movimiento con los perfiles trayectoria suavizados en el espacio – tiempo.

1) Ecuación de desplazamiento

$$\underline{R}_{b,o}(t) = \underline{R}_{a,o}(t_o) + p(t) \bullet \frac{1}{d'_1} \begin{bmatrix} X_b - X_a \\ Y_b - Y_a \\ Z_b - Z_a \end{bmatrix}$$

2) Ecuación de velocidad

$$\underline{\dot{R}}_{b,o}(t) = \dot{p}(t) \bullet \frac{1}{d'_1} \begin{bmatrix} X_b - X_a \\ Y_b - Y_a \\ Z_b - Z_a \end{bmatrix}$$

3) Ecuación de aceleración

$$\underline{\ddot{R}}_{b,o}(t) = \ddot{p}(t) \bullet \frac{1}{d'_1} \begin{bmatrix} X_b - X_a \\ Y_b - Y_a \\ Z_b - Z_a \end{bmatrix}$$

CAPÍTULO 4

Análisis, modelación y simulación del proceso de taladrado

Introducción. En esta sección se utilizará los pasos de la metodología descrita en el capítulo 3 de este trabajo de tesis, para analizar modelar y simular los ciclos de trayectoria relacionados con la operación de taladrado múltiple. Los modelos obtenidos serán programados en la plataforma de cálculo formal Mathematica V4 [22].

4.1 Ecuaciones de movimiento

En esta sección se construyen las ecuaciones de posición, velocidad y aceleración relacionadas con la trayectoria de operación del taladrado múltiple. Para ello, se definirá el conjunto de lugares geométricos asociados con cada operación, sobre el espacio-tiempo y sobre dicho espacio y sus proyecciones, se generarán las ecuaciones de movimiento. El análisis realizado en esta sección no integra los perfiles de trayectoria. Considere los siguientes pasos [1,4,21]:

1) *Definición de los lugares geométricos de la trayectoria.*

La figura 4.1 muestra el sistema de lugares geométricos relacionados con el ciclo de operación definidos en el espacio-tiempo.

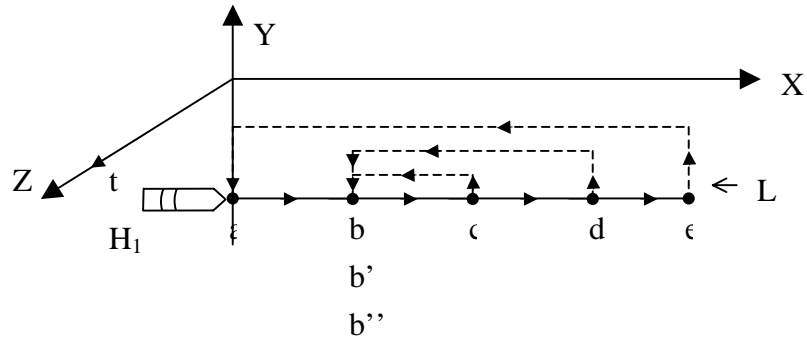


Figura 4.1 Lugares geométricos del ciclo de trayectoria de la operación de taladrado

De acuerdo con la figura anterior, la herramienta H_1 se desplaza sobre el ciclo: $L_{a,b,c,b',d,b'',e,a}$. Aquí, b' , b'' representan al punto “b” en tiempos diferentes.

2), 3) Definición de vectores de posición y ecuaciones de posición.

De acuerdo con el paso 2) de la metodología desarrollada en el capítulo 3, es necesario definir vectores de posición sobre los lugares geométricos de la trayectoria y vectores de posición de origen en el punto “0”. Dichos vectores se muestran en la figura siguiente:

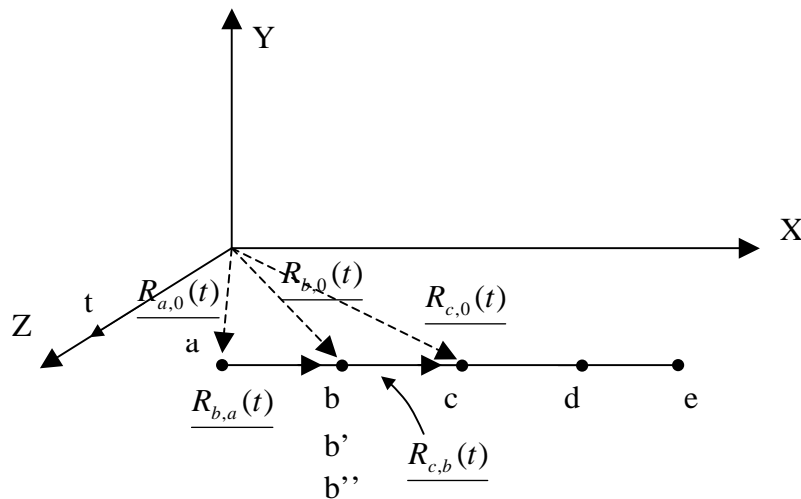


Figura 4.2. Vectores de posición sobre los lugares geométricos

Note en la figura anterior que, sólo se han definido vectores de posición sobre dos pedazos de la trayectoria, esto fue hecho así, para no complicar el dibujo. Por otro lado, las coordenadas de los puntos “b” y “c” medidos desde “0” en el tiempo $t \in J$ se encuentran por medio de las expresiones siguientes:

$$1) \underline{R}_{b,0}(t) = \underline{R}_{a,0}(t_0) + \underline{R}_{b,a}(t) \quad (4.1)$$

$$2) \underline{R}_{c,0}(t) = \underline{R}_{b,0}(t) + \underline{R}_{c,b}(t)$$

Asimismo, las posiciones de los puntos de interés restantes, se encuentran de la manera siguiente:

$$3) \underline{R}_{b',0}(t) = \underline{R}_{c,0}(t) + \underline{R}_{b',c}(t)$$

$$4) \underline{R}_{d,0}(t) = \underline{R}_{b',0}(t) + \underline{R}_{d,b'}(t)$$

$$5) \underline{R}_{b'',0}(t) = \underline{R}_{d,0}(t) + \underline{R}_{b'',d}(t)$$

$$6) \underline{R}_{e,0}(t) = \underline{R}_{b'',0}(t) + \underline{R}_{e,b''}(t)$$

$$7) \underline{R}_{a,0}(t) = \underline{R}_{e,0}(t_0) + \underline{R}_{a,e}(t)$$

4), 5) Proyección de los lugares geométricos sobre los planos de interés y ecuaciones de posición.

La figura siguiente muestra las proyecciones de los lugares geométricos de la trayectoria sobre el plano (x,y) en términos de $t \in J_1$

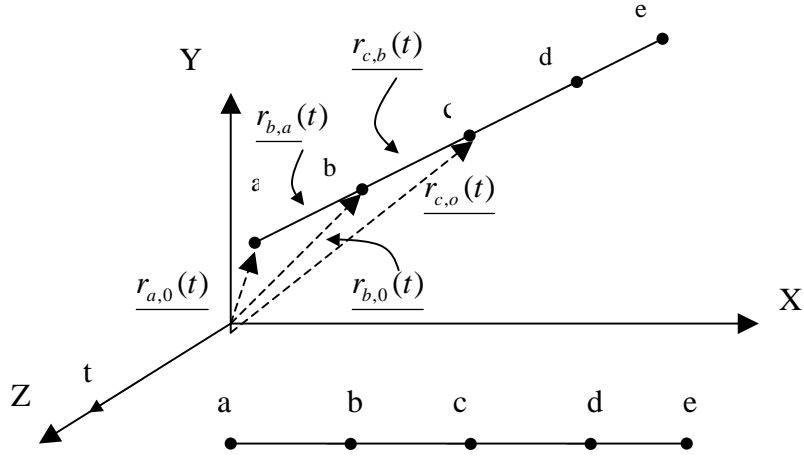


Figura 4.3 Proyecciones de los lugares geométricos y vectores de posición proyectados.

De acuerdo con la figura anterior, los vectores de posición proyectados se representan al utilizar la función $\mathbb{P} : \mathfrak{R}^4 \rightarrow \mathfrak{R}^3$ de la manera siguiente:

- 1) $\underline{r}_{b,0}(t) = \underline{r}_{a,0}(t_0) + \underline{r}_{b,a}(t)$ (4.2)
- 2) $\underline{r}_{c,0}(t) = \underline{r}_{b,0}(t) + \underline{r}_{c,b}(t)$
- 3) $\underline{r}_{b',0}(t) = \underline{r}_{c,0}(t) + \underline{r}_{b',c}(t)$
- 4) $\underline{r}_{d,0}(t) = \underline{r}_{b',0}(t) + \underline{r}_{d,b'}(t)$
- 5) $\underline{r}_{b'',0}(t) = \underline{r}_{d,0}(t) + \underline{r}_{b'',d}(t)$
- 6) $\underline{r}_{e,0}(t) = \underline{r}_{b'',0}(t) + \underline{r}_{e,b''}(t)$
- 7) $\underline{r}_{a,0}(t) = \underline{r}_{e,0}(t_0) + \underline{r}_{a,e}(t)$

6), 7) Sistema de bases móviles sobre los lugares geométricos.

La figura siguiente muestra los sistemas locales definidos sobre los lugares geométricos en el espacio-tiempo y proyectados, respectivamente:

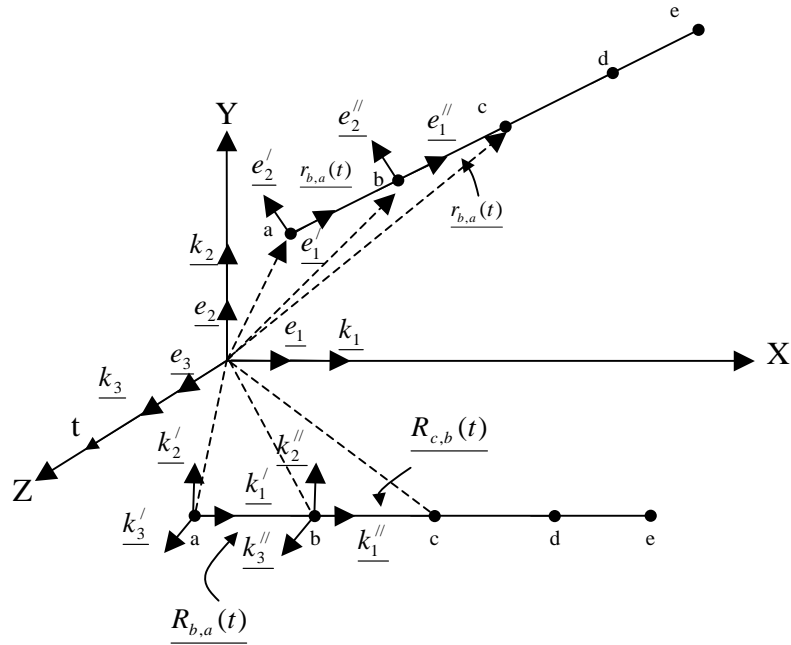


Figura 4.4 Sistema de bases

Observe en la figura anterior que las bases \underline{k}_i ($i=1,2,3$) están definidas en el espacio-tiempo y las bases \underline{e}_j ($j=1,2$) son las proyecciones de \underline{k}_i .

Por otro lado, los vectores de posición definidos sobre los lugares geométricos se escriben en términos del sistema $\underline{k}_i \in \mathfrak{R}^3$ de la manera siguiente:

- 1) $\underline{R}_{b,a}(t) = l_{b,a}(t) \bullet \underline{k}_1'$ (4.3)
- 2) $\underline{R}_{c,b}(t) = l_{c,b}(t) \bullet \underline{k}_1''$
- 3) $\underline{R}_{b',c}(t) = l_{b',c}(t) \bullet \underline{k}_1'''$
- 4) $\underline{R}_{d,b'}(t) = l_{d,b'}(t) \bullet \underline{k}_1^{IV}$
- 5) $\underline{R}_{b'',d}(t) = l_{b'',d}(t) \bullet \underline{k}_1^V$
- 6) $\underline{R}_{e,b''}(t) = l_{e,b''}(t) \bullet \underline{k}_1^{VI}$
- 7) $\underline{R}_{a,e}(t) = l_{a,e}(t) \bullet \underline{k}_1^{VII}$

Aquí, $l_{b,a}(t)$, $l_{c,b}(t)$, $l_{b',c}(t)$, $l_{d,b'}(t)$, $l_{b'',d}(t)$, $l_{e,b''}(t)$, $l_{a,e}(t) \in \Re$ son las longitudes de los vectores de posición, por tanto, las expresiones (4.1) se escriben en términos de las ecuaciones (4.3) de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 1) \quad \underline{R}_{b,0}(t) &= \underline{R}_{a,0}(t_0) + l_{b,a}(t) \bullet \underline{k}_1' & (4.4) \\
 2) \quad \underline{R}_{c,0}(t) &= \underline{R}_{b,0}(t) + l_{c,b}(t) \bullet \underline{k}_1'' \\
 3) \quad \underline{R}_{b',0}(t) &= \underline{R}_{c,0}(t) + l_{b',c}(t) \bullet \underline{k}_1''' \\
 4) \quad \underline{R}_{d,0}(t) &= \underline{R}_{b',0}(t) + l_{d,b'}(t) \bullet \underline{k}_1^{IV} \\
 5) \quad \underline{R}_{b'',0}(t) &= \underline{R}_{d,0}(t) + l_{b'',d}(t) \bullet \underline{k}_1^V \\
 6) \quad \underline{R}_{e,0}(t) &= \underline{R}_{b'',0}(t) + l_{e,b''}(t) \bullet \underline{k}_1^{VI} \\
 7) \quad \underline{R}_{a,0}(t) &= \underline{R}_{e,0}(t) + l_{a,e}(t) \bullet \underline{k}_1^{VII}
 \end{aligned}$$

Asimismo, las ecuaciones de posición (5.4) proyectadas en el plano (x,y) se escriben de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 1) \quad \underline{r}_{b,0}(t) &= \underline{r}_{a,0}(t_0) + l_{b,a}(t) \bullet \underline{e}_1' & (4.5) \\
 2) \quad \underline{r}_{c,0}(t) &= \underline{r}_{b,0}(t) + l_{c,b}(t) \bullet \underline{e}_1'' \\
 3) \quad \underline{r}_{b',0}(t) &= \underline{r}_{c,0}(t) + l_{b',c}(t) \bullet \underline{e}_1''' \\
 4) \quad \underline{r}_{d,0}(t) &= \underline{r}_{b',0}(t) + l_{d,b'}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV} \\
 5) \quad \underline{r}_{b'',0}(t) &= \underline{r}_{d,0}(t) + l_{b'',d}(t) \bullet \underline{e}_1^V \\
 6) \quad \underline{r}_{e,0}(t) &= \underline{r}_{b'',0}(t) + l_{e,b''}(t) \bullet \underline{e}_1^{VI} \\
 7) \quad \underline{r}_{a,0}(t) &= \underline{r}_{e,0}(t_0) + l_{a,e}(t) \bullet \underline{e}_1^{VII}
 \end{aligned}$$

8), 9) Ecuaciones de velocidad.

En estos pasos se construirán las ecuaciones de velocidad relacionadas con la herramienta H_1 que se desplaza por el sistema de lugares geométricos [1,4,21]. Dichas ecuaciones serán representadas tanto en el espacio-tiempo como en las proyecciones del plano (x,y).

Las velocidades de los puntos de interés definidas sobre la trayectoria del espacio-tiempo se obtienen al derivar con respecto al tiempo las expresiones (4.1); esto es:

$$1) \underline{\dot{R}}_{b,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b,a}(t) \quad (4.6)$$

$$2) \underline{\dot{R}}_{c,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b,0}(t) + \underline{\dot{R}}_{c,b}(t)$$

$$3) \underline{\dot{R}}_{b',0}(t) = \underline{\dot{R}}_{c,0}(t) + \underline{\dot{R}}_{b',c}(t)$$

$$4) \underline{\dot{R}}_{d,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b',0}(t) + \underline{\dot{R}}_{d,b'}(t)$$

$$5) \underline{\dot{R}}_{b'',0}(t) = \underline{\dot{R}}_{d,0}(t) + \underline{\dot{R}}_{b'',d}(t)$$

$$6) \underline{\dot{R}}_{e,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b'',0}(t) + \underline{\dot{R}}_{e,b''}(t)$$

$$7) \underline{\dot{R}}_{a,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{e,0}(t) + \underline{\dot{R}}_{a,e}(t)$$

o, equivalentemente:

$$1) \underline{\dot{R}}_{b,0}(t) = \underline{\dot{l}}_{b,a}(t) \bullet \underline{k}_1' \quad (4.7)$$

$$2) \underline{\dot{R}}_{c,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b,0}(t) + \underline{\dot{l}}_{c,b}(t) \bullet \underline{k}_1''$$

$$3) \underline{\dot{R}}_{b',0}(t) = \underline{\dot{R}}_{c,0}(t) + \underline{\dot{l}}_{b',c}(t) \bullet \underline{k}_1'''$$

$$4) \underline{\dot{R}}_{d,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b',0}(t) + \underline{\dot{l}}_{d,b'}(t) \bullet \underline{k}_1^{IV}$$

$$5) \dot{\underline{R}}_{b'',0}(t) = \dot{\underline{R}}_{d,0}(t) + \dot{l}_{b'',d}(t) \bullet \underline{k}_1^V$$

$$6) \dot{\underline{R}}_{e,0}(t) = \dot{\underline{R}}_{b'',0}(t) + \dot{l}_{e,b''}(t) \bullet \underline{k}_1^{VI}$$

$$7) \dot{\underline{R}}_{a,0}(t) = \dot{\underline{R}}_{e,0}(t_0) + \dot{l}_{a,e}(t) \bullet \underline{k}_1^{VII}$$

Por otro lado, las ecuaciones (4.6) se escriben en términos de sus proyecciones de la manera siguiente:

$$1) \dot{\underline{r}}_{b,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{b,a}(t) \tag{4.8}$$

$$2) \dot{\underline{r}}_{c,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{b,0}(t) + \dot{\underline{r}}_{c,b}(t)$$

$$3) \dot{\underline{r}}_{b',0}(t) = \dot{\underline{r}}_{c,0}(t) + \dot{\underline{r}}_{b',c}(t)$$

$$4) \dot{\underline{r}}_{d,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{b',0}(t) + \dot{\underline{r}}_{d,b'}(t)$$

$$5) \dot{\underline{r}}_{b'',0}(t) = \dot{\underline{r}}_{d,0}(t) + \dot{\underline{r}}_{b'',d}(t)$$

$$6) \dot{\underline{r}}_{e,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{b'',0}(t) + \dot{\underline{r}}_{e,b''}(t)$$

$$7) \dot{\underline{r}}_{a,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{e,0}(t_0) + \dot{\underline{r}}_{a,e}(t)$$

o, equivalentemente:

$$1) \dot{\underline{r}}_{b,0}(t) = \dot{l}_{b,a}(t) \bullet \underline{e}_1' \tag{4.9}$$

$$2) \dot{\underline{r}}_{c,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{b,0}(t) + \dot{l}_{c,b}(t) \bullet \underline{e}_1''$$

$$3) \dot{\underline{r}}_{b',0}(t) = \dot{\underline{r}}_{c,0}(t) + \dot{l}_{b',c}(t) \bullet \underline{e}_1'''$$

$$4) \dot{\underline{r}}_{d,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{b',0}(t) + \dot{l}_{d,b'}(t) \bullet \underline{e}_1^{IV}$$

$$5) \dot{\underline{r}}_{b'',0}(t) = \dot{\underline{r}}_{d,0}(t) + \dot{l}_{b'',d}(t) \bullet \underline{e}_1^V$$

$$6) \dot{\underline{r}}_{e,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{b'',0}(t) + \dot{\underline{l}}_{e,b''}(t) \bullet \underline{e}_1^{VI}$$

$$7) \dot{\underline{r}}_{a,0}(t) = \dot{\underline{r}}_{e,0}(t_0) + \dot{\underline{l}}_{a,e}(t) \bullet \underline{e}_1^{VII}$$

10), 11) Ecuaciones de aceleración.

En esta parte se construirán las ecuaciones de aceleración de la herramienta H_1 que se desplaza por el sistema de lugares geométricos [1,4,21]. Dichas expresiones, al igual que en los pasos anteriores, serán descritas tanto en el espacio-tiempo como en la proyección del plano (x,y).

Las ecuaciones de aceleración relacionadas con los puntos de interés definidas sobre los lugares geométricos descritos en el espacio-tiempo, se encuentran al derivar con respecto al tiempo las expresiones (4.6); esto es:

$$1) \ddot{\underline{R}}_{b,0}(t) = \ddot{\underline{R}}_{b,a}(t) \tag{4.10}$$

$$2) \ddot{\underline{R}}_{c,0}(t) = \ddot{\underline{R}}_{b,0}(t) + \ddot{\underline{R}}_{c,b}(t)$$

$$3) \ddot{\underline{R}}_{b',0}(t) = \ddot{\underline{R}}_{c,0}(t) + \ddot{\underline{R}}_{b',c}(t)$$

$$4) \ddot{\underline{R}}_{d,0}(t) = \ddot{\underline{R}}_{b',0}(t) + \ddot{\underline{R}}_{d,b'}(t)$$

$$5) \ddot{\underline{R}}_{b'',0}(t) = \ddot{\underline{R}}_{d,0}(t) + \ddot{\underline{R}}_{b'',d}(t)$$

$$6) \ddot{\underline{R}}_{e,0}(t) = \ddot{\underline{R}}_{b'',0}(t) + \ddot{\underline{R}}_{e,b''}(t)$$

$$7) \ddot{\underline{R}}_{a,0}(t) = \ddot{\underline{R}}_{e,0}(t_0) + \ddot{\underline{R}}_{a,e}(t)$$

o, equivalentemente:

$$1) \ddot{\underline{R}}_{b,0}(t) = \ddot{\underline{l}}_{b,a}(t) \bullet \underline{k}_1' \tag{4.11}$$

$$\begin{aligned}
2) \quad \ddot{\underline{R}}_{c,0}(t) &= \ddot{\underline{R}}_{b,0}(t) + \ddot{l}_{c,b}(t) \cdot \underline{k}_1'' \\
3) \quad \ddot{\underline{R}}_{b',0}(t) &= \ddot{\underline{R}}_{c,0}(t) + \ddot{l}_{b',c}(t) \cdot \underline{k}_1''' \\
4) \quad \ddot{\underline{R}}_{d,0}(t) &= \ddot{\underline{R}}_{b',0}(t) + \ddot{l}_{d,b'}(t) \cdot \underline{k}_1^{IV} \\
5) \quad \ddot{\underline{R}}_{b'',0}(t) &= \ddot{\underline{R}}_{d,0}(t) + \ddot{l}_{b'',d}(t) \cdot \underline{k}_1^V \\
6) \quad \ddot{\underline{R}}_{e,0}(t) &= \ddot{\underline{R}}_{b'',0}(t) + \ddot{l}_{e,b''}(t) \cdot \underline{k}_1^{VI} \\
7) \quad \ddot{\underline{R}}_{a,0}(t) &= \ddot{\underline{R}}_{e,0}(t_0) + \ddot{l}_{a,e}(t) \cdot \underline{k}_1^{VII}
\end{aligned}$$

Por otro lado, las ecuaciones de aceleración proyectadas sobre el plano (x,y) son las siguientes:

$$\begin{aligned}
1) \quad \ddot{\underline{r}}_{b,0}(t) &= \ddot{\underline{r}}_{b,a}(t) & (4.12) \\
2) \quad \ddot{\underline{r}}_{c,0}(t) &= \ddot{\underline{r}}_{b,0}(t) + \ddot{\underline{r}}_{c,b}(t) \\
3) \quad \ddot{\underline{r}}_{b',0}(t) &= \ddot{\underline{r}}_{c,0}(t) + \ddot{\underline{r}}_{b',c}(t) \\
4) \quad \ddot{\underline{r}}_{d,0}(t) &= \ddot{\underline{r}}_{b',0}(t) + \ddot{\underline{r}}_{d,b'}(t) \\
5) \quad \ddot{\underline{r}}_{b'',0}(t) &= \ddot{\underline{r}}_{d,0}(t) + \ddot{\underline{r}}_{b'',d}(t) \\
6) \quad \ddot{\underline{r}}_{e,0}(t) &= \ddot{\underline{r}}_{b'',0}(t) + \ddot{\underline{r}}_{e,b''}(t) \\
7) \quad \ddot{\underline{r}}_{a,0}(t) &= \ddot{\underline{r}}_{e,0}(t_0) + \ddot{\underline{r}}_{a,e}(t)
\end{aligned}$$

o, equivalentemente:

$$\begin{aligned}
1) \quad \ddot{\underline{r}}_{b,0}(t) &= \ddot{l}_{b,a}(t) \cdot \underline{e}_1' & (4.13) \\
2) \quad \ddot{\underline{r}}_{c,0}(t) &= \ddot{\underline{r}}_{b,0}(t) + \ddot{l}_{c,b}(t) \cdot \underline{e}_1''
\end{aligned}$$

$$3) \underline{\ddot{r}}_{b',0}(t) = \underline{\ddot{r}}_{c,0}(t) + \underline{\ddot{l}}_{b',c}(t) \cdot \underline{e}_1^{III}$$

$$4) \underline{\ddot{r}}_{d,0}(t) = \underline{\ddot{r}}_{b',0}(t) + \underline{\ddot{l}}_{d,b'}(t) \cdot \underline{e}_1^{IV}$$

$$5) \underline{\ddot{r}}_{b'',0}(t) = \underline{\ddot{r}}_{d,0}(t) + \underline{\ddot{l}}_{b'',d}(t) \cdot \underline{e}_1^V$$

$$6) \underline{\ddot{r}}_{e,0}(t) = \underline{\ddot{r}}_{b'',0}(t) + \underline{\ddot{l}}_{e,b''}(t) \cdot \underline{e}_1^{VI}$$

$$7) \underline{\ddot{r}}_{a,0}(t) = \underline{\ddot{r}}_{e,0}(t) + \underline{\ddot{l}}_{a,e}(t) \cdot \underline{e}_1^{VII}$$

4.2 Caracterización de perfiles teóricos de trayectoria.

En esta sección se caracterizan los perfiles de trayectoria relacionados con el ciclo de operación de la herramienta H_1 . Se construye la función de velocidad y, usando Matemática, se generan, a partir de dicho perfil, las funciones de desplazamiento y aceleración, así como sus respectivas gráficas [1,4,21].

13) Diseñar el perfil de velocidades.

El perfil de velocidades teórico asociado con el ciclo operacional de la herramienta H_1 ha sido construido en el capítulo 2 de este trabajo de tesis. Por otro lado, la gráfica de dicho perfil se reproduce de la manera siguiente:

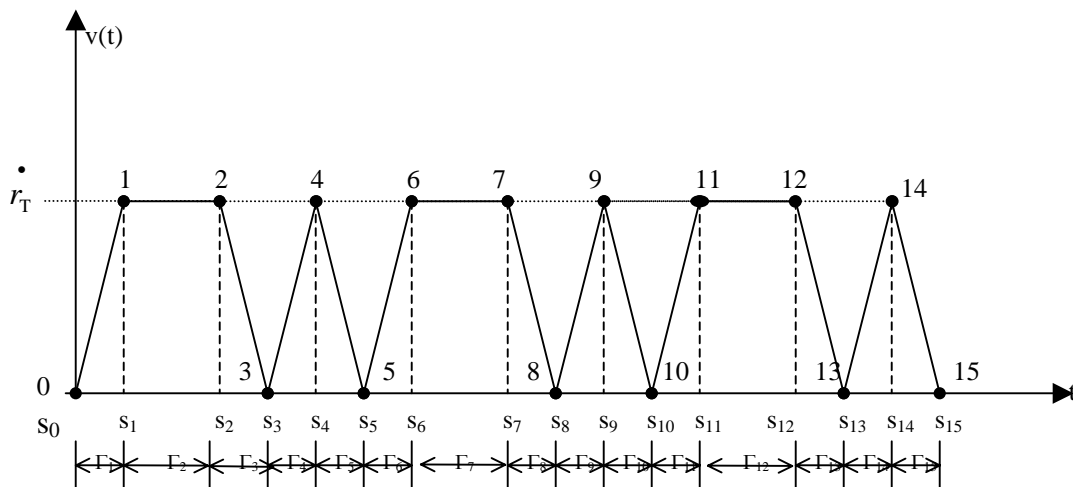


Figura 4.5 Perfil teórico de velocidades

Nótese en la figura anterior que, se han renombrado las letras (ver figura) por números y $\dot{r}_T = v_1$. Esto con el propósito de simplificar el modelado.

14) Encontrar la función de velocidades asociada con el perfil de velocidades.

De acuerdo con la figura 4.5 se tienen 15 intervalos de tiempo definidos en el perfil de velocidades. Para encontrar la función de velocidades, es necesario analizar tramo por tramo; es decir:

Tramo 1-0

Dados: $\Gamma \subset J$ y v_1 , encuentre:

$$v(t) = v(v_1, J_1)$$

tal que:

1) $v(s_0) = 0$

2) $v(s_1) = v_1$

Es importante señalar que el hecho de que el perfil de velocidades mostrado en la figura 4.5 sea trapezoidal, su configuración es por líneas rectas. Por tanto, es factible proponer el siguiente polinomio:

$$v(t) = \alpha_0 + \alpha_1(t) \tag{4.14}$$

Para solucionar el problema del tramo 1-0; es suficiente con encontrar los coeficientes α_0 y α_1 evaluando la expresión (4.14) en condiciones extremas; esto es:

$$1) v(s_0) = \alpha_0 + \alpha_1(s_0) = 0$$

$$2) v(s_1) = \alpha_0 + \alpha_1(s_1) = v_1$$

Por tanto,

$$a) \alpha_0 = 0 \text{ si } s_0 = 0$$

$$b) \alpha_1 = \frac{v_1}{s_1 - s_0} = \frac{v_1}{s_1}$$

La función 4.14 se expresa de la manera siguiente:

$$1) v_{1,0}(t) = \frac{v_1(t)}{s_1 - s_0} = \frac{v_1}{s_1}; \quad \text{en } \Gamma_1 \quad (4.15)$$

la cual soluciona el problema del tramo 1-2.

El proceso para determinar las funciones restantes es similar al procedimiento para encontrar la función (4.15). Por tanto, las funciones restantes son las siguientes:

$$2) v_{2,1}(t) = v_1; \quad \text{en } \Gamma_2$$

$$3) v_{3,2}(t) = -\frac{v_1(s_3)}{s_2 - s_3} + \frac{v_1(t)}{s_2 - s_3}; \quad \text{en } \Gamma_3$$

$$4) v_{4,3}(t) = -\frac{v_1(s_3)}{s_4 - s_3} + \frac{v_1(t)}{s_4 - s_3}; \quad \text{en } \Gamma_4$$

$$5) v_{5,4}(t) = -\frac{v_1(s_5)}{s_4 - s_5} + \frac{v_1(t)}{s_4 - s_5}; \quad \text{en } \Gamma_5$$

$$6) \quad v_{6,5}(t) = -\frac{v_1(s_5)}{s_6 - s_5} + \frac{v_1(t)}{s_6 - s_5}; \quad \text{en } \Gamma_6$$

$$7) \quad v_{7,6}(t) = v_1; \quad \text{en } \Gamma_7$$

$$8) \quad v_{8,7}(t) = -\frac{v_1(s_8)}{s_7 - s_8} + \frac{v_1(t)}{s_7 - s_8}; \quad \text{en } \Gamma_8$$

$$9) \quad v_{9,8}(t) = -\frac{v_1(s_8)}{s_9 - s_8} + \frac{v_1(t)}{s_9 - s_8}; \quad \text{en } \Gamma_9$$

$$10) \quad v_{10,9}(t) = -\frac{v_1(s_{10})}{s_9 - s_{10}} + \frac{v_1(t)}{s_9 - s_{10}}; \quad \text{en } \Gamma_{10}$$

$$11) \quad v_{11,10}(t) = -\frac{v_1(s_{10})}{s_{11} - s_{10}} + \frac{v_1(t)}{s_{11} - s_{10}}; \quad \text{en } \Gamma_{11}$$

$$12) \quad v_{12,11}(t) = v_1; \quad \text{en } \Gamma_{12}$$

$$13) \quad v_{13,12}(t) = -\frac{v_1(s_{13})}{s_{12} - s_{13}} + \frac{v_1(t)}{s_{12} - s_{13}}; \quad \text{en } \Gamma_{13}$$

$$14) \quad v_{14,13}(t) = -\frac{v_1(s_{13})}{s_{14} - s_{13}} + \frac{v_1(t)}{s_{14} - s_{13}}; \quad \text{en } \Gamma_{14}$$

$$15) \quad v_{15,14}(t) = -\frac{v_1(s_{15})}{s_{14} - s_{15}} + \frac{v_1(t)}{s_{14} - s_{15}}; \quad \text{en } \Gamma_{15}$$

Dichas expresiones son programadas en el paquete de cálculo formal Matemática [22] de la manera siguiente:

Funcion en J1;
vel1a=Vela[Vu,V0,t1,t0];
vel1=vel[Vu,V0,t1,t0,t];
Funcion en J2;
vel2a=Vela[Vu,Vu,t2,t1];
vel2=vel[Vu,Vu,t2,t1,t];
Funcion en J3;
vel3a=Vela[V0,Vu,t3,t2];
vel3=vel[V0,Vu,t3,t2,t];
Funcion en J4;
vel4a=Vela[Vmax,V0,t4,t3];
vel4=vel[Vmax,V0,t4,t3,t];
Funcion en J5;
vel5a=Vela[V0,Vmax,t5,t4];
vel5=vel[V0,Vmax,t5,t4,t];
Funcion en J6;
vel6a=Vela[Vu,V0,t6,t5];
vel6=vel[Vu,V0,t6,t5,t];
Funcion en J7;
vel7a=Vela[Vu,Vu,t7,t6];
vel7=vel[Vu,Vu,t7,t6,t];
Funcion en J8;
vel8a=Vela[V0,Vu,t8,t7];
vel8=vel[V0,Vu,t8,t7,t];
Funcion en J9;
vel9a=Vela[Vmax,V0,t9,t8];
vel9=vel[Vmax,V0,t9,t8,t];
Funcion en J10;
vel10a=Vela[V0,Vmax,t10,t9];
vel10=vel[V0,Vmax,t10,t9,t];
Funcion en J11;
vel11a=Vela[Vu,V0,t11,t10];
vel11=vel[Vu,V0,t11,t10,t];
Funcion en J12;
vel12a=Vela[Vu,Vu,t12,t11];
vel12=vel[Vu,Vu,t12,t11,t];
Funcion en J13;
vel13a=Vela[V0,Vu,t13,t12];
vel13=vel[V0,Vu,t13,t12,t];
Funcion en J14;
vel14a=Vela[Vmax,V0,t14,t13];
vel14=vel[Vmax,V0,t14,t13,t];
Funcion en J15;
vel15a=Vela[V0,Vmax,t15,t14];
vel15=vel[V0,Vmax,t15,t14,t];

La figura 4.6 muestra la salida gráfica del perfil de velocidades teórico

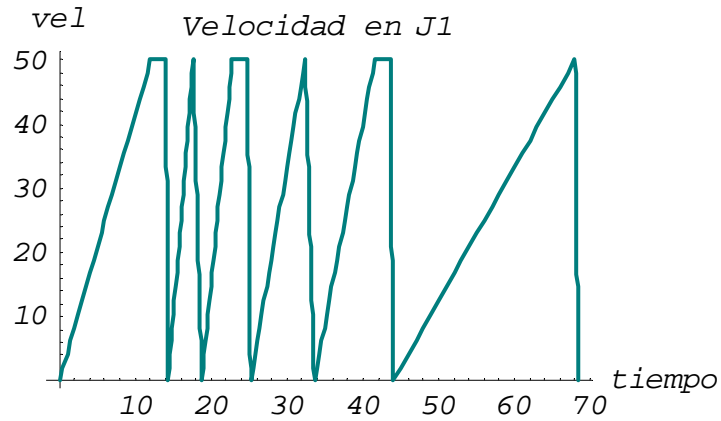


Figura 4.6 Salida del perfil teórico de velocidades

15) Funciones de aceleración y perfil de aceleraciones.

En este paso, se obtienen las funciones de aceleración al derivar con respecto al tiempo, las expresiones (4.15), esto es:

$$1) \quad a_{1,0}(t) = \frac{v_1}{s_1 - s_0}; \quad \text{en } \Gamma_1 \quad (4.16)$$

$$2) \quad a_{2,1}(t) = 0; \quad \text{en } \Gamma_2$$

$$3) \quad a_{3,2}(t) = -\frac{v_1}{s_3 - s_2}; \quad \text{en } \Gamma_3$$

$$4) \quad a_{4,3}(t) = \frac{v_1}{s_4 - s_3}; \quad \text{en } \Gamma_4$$

$$5) \quad a_{5,4}(t) = -\frac{v_1}{s_5 - s_4}; \quad \text{en } \Gamma_5$$

$$6) \quad a_{6,5}(t) = \frac{v_1}{s_6 - s_5}; \quad \text{en } \Gamma_6$$

$$7) \quad a_{7,6}(t) = 0; \quad \text{en } \Gamma_7$$

$$8) \quad a_{8,7}(t) = -\frac{v_1}{s_8 - s_7}; \quad \text{en } \Gamma_8$$

$$9) \quad a_{9,8}(t) = \frac{v_1}{s_9 - s_8}; \quad \text{en } \Gamma_9$$

$$10) \quad a_{10,9}(t) = -\frac{v_1}{s_{10} - s_9}; \quad \text{en } \Gamma_{10}$$

$$11) \quad a_{11,10}(t) = \frac{v_1}{s_{11} - s_{10}}; \quad \text{en } \Gamma_{11}$$

$$12) \quad a_{12,11}(t) = 0; \quad \text{en } \Gamma_{12}$$

$$13) \quad a_{13,12}(t) = -\frac{v_1}{s_{13} - s_{12}}; \quad \text{en } \Gamma_{13}$$

$$14) \quad a_{14,13}(t) = \frac{v_1}{s_{14} - s_{13}}; \quad \text{en } \Gamma_{14}$$

$$15) \quad a_{15,14}(t) = -\frac{v_1}{s_{15} - s_{14}}; \quad \text{en } \Gamma_{15}$$

Dichas expresiones son programadas en el paquete de cálculo formal Mathematica, de la manera siguiente:

Función aceleracion asociada a J1;
acel1=D[vel1,t];
Función aceleracion asociada a J2;
acel2=D[vel2,t];
Función aceleracion asociada a J3;
acel3=D[vel3,t];
Función aceleracion asociada a J4;
acel4=D[vel4,t];
Función aceleracion asociada a J5;
acel5=D[vel5,t]
Función aceleracion asociada a J6;
acel6=D[vel6,t];
Función aceleracion asociada a J7;
acel7=D[vel7,t];
Función aceleracion asociada a J8;
acel8=D[vel8,t];
Función aceleracion asociada a J9;
acel9=D[vel9,t];
Función aceleracion asociada a J10;
acel10=D[vel10,t];
Función aceleracion asociada a J11;
acel11=D[vel11,t];
Función aceleracion asociada a J12;
acel12=D[vel12,t];
Función aceleracion asociada a J13;
acel13=D[vel13,t];
Función aceleracion asociada a J14;
acel14=D[vel14,t];
Función aceleracion asociada a J15;
acel15=D[vel15,t];

La gráfica del perfil de aceleración, según Mathematica es el siguiente:

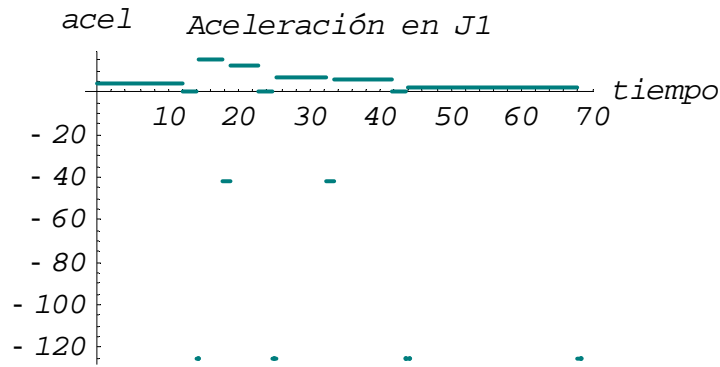


Figura 5.7 Salida gráfica del perfil teórico de aceleraciones

16) Funciones de desplazamiento y perfil de desplazamientos.

En este paso se obtendrán las funciones de desplazamiento al integrar, con respecto al tiempo, las funciones de velocidad (4.15); esto es:

$$1) D_{1,0}(t) = \int_{s_0}^t \frac{v_1(t)}{s_1 - s_0} d(t) = \frac{v_1(t^2)}{2(s_1 - s_0)} \Big|_{s_0}^t ; \quad \text{en } \Gamma_1 \quad (4.17)$$

$$2) D_{2,1}(t) = \int_{s_1}^t v_1 d(t) = v_1(t) \Big|_{s_1}^t ; \quad \text{en } \Gamma_2$$

$$3) D_{3,2}(t) = \int_{s_2}^t \left[-\frac{v_1(s_3)}{s_2 - s_3} + \frac{v_1(t)}{s_2 - s_3} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_3)(t)}{s_2 - s_3} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_2 - s_3)} \right] \Big|_{s_2}^t ; \quad \text{en } \Gamma_3$$

$$4) D_{4,3}(t) = \int_{s_3}^t \left[-\frac{v_1(s_3)}{s_4 - s_3} + \frac{v_1(t)}{s_4 - s_3} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_3)(t)}{s_4 - s_3} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_4 - s_3)} \right] \Big|_{s_3}^t ; \quad \text{en } \Gamma_4$$

$$5) D_{5,4}(t) = \int_{s_4}^t \left[-\frac{v_1(s_5)}{s_4 - s_5} + \frac{v_1(t)}{s_4 - s_5} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_5)(t)}{s_4 - s_5} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_4 - s_5)} \right] \Big|_{s_4}^t ; \quad \text{en } \Gamma_5$$

$$6) D_{6,5}(t) = \int_{s_5}^t \left[-\frac{v_1(s_5)}{s_6 - s_7} + \frac{v_1(t)}{s_6 - s_7} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_5)(t)}{s_6 - s_7} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_6 - s_7)} \right]_{s_5}^t ; \quad \text{en } \Gamma_6$$

$$7) D_{7,6}(t) = \int_{s_6}^t v_1 d(t) = v_1(t) \Big|_{s_6}^t ; \quad \text{en } \Gamma_7$$

$$8) D_{8,7}(t) = \int_{s_7}^t \left[-\frac{v_1(s_8)}{s_7 - s_8} + \frac{v_1(t)}{s_7 - s_8} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_8)(t)}{s_7 - s_8} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_7 - s_8)} \right]_{s_7}^t ; \quad \text{en } \Gamma_8$$

$$9) D_{9,8}(t) = \int_{s_8}^t \left[-\frac{v_1(s_8)}{s_9 - s_8} + \frac{v_1(t)}{s_9 - s_8} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_8)(t)}{s_9 - s_8} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_9 - s_8)} \right]_{s_8}^t ; \quad \text{en } \Gamma_9$$

$$10) D_{10,9}(t) = \int_{s_9}^t \left[-\frac{v_1(s_{10})}{s_9 - s_{10}} + \frac{v_1(t)}{s_9 - s_{10}} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_{10})(t)}{s_9 - s_{10}} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_9 - s_{10})} \right]_{s_9}^t ; \quad \text{en } \Gamma_{10}$$

$$11) D_{11,10}(t) = \int_{s_{10}}^t \left[-\frac{v_1(s_{10})}{s_{11} - s_{10}} + \frac{v_1(t)}{s_{11} - s_{10}} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_{10})(t)}{s_{11} - s_{10}} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_{11} - s_{10})} \right]_{s_{10}}^t ; \quad \text{en } \Gamma_{11}$$

$$12) D_{12,11}(t) = \int_{s_{11}}^t v_1 d(t) = v_1(t) \Big|_{s_{11}}^t ; \quad \text{en } \Gamma_{12}$$

$$13) D_{13,12}(t) = \int_{s_{12}}^t \left[-\frac{v_1(s_{13})}{s_{12} - s_{13}} + \frac{v_1(t)}{s_{12} - s_{13}} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_{13})(t)}{s_{12} - s_{13}} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_{12} - s_{13})} \right]_{s_{12}}^t ; \quad \text{en } \Gamma_{13}$$

$$14) D_{14,13}(t) = \int_{s_{13}}^t \left[-\frac{v_1(s_{13})}{s_{14} - s_{13}} + \frac{v_1(t)}{s_{14} - s_{13}} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_{13})(t)}{s_{14} - s_{13}} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_{14} - s_{13})} \right]_{s_{13}}^t ; \quad \text{en } \Gamma_{14}$$

$$15) D_{15,14}(t) = \int_{s_{14}}^t \left[-\frac{v_1(s_{15})}{s_{14} - s_{15}} + \frac{v_1(t)}{s_{14} - s_{15}} \right] d(t) = \left[-\frac{v_1(s_{15})(t)}{s_{14} - s_{15}} + \frac{v_1(t)^2}{2(s_{14} - s_{15})} \right]_{s_{14}}^t ; \quad \text{en } \Gamma_{15}$$

Dichas expresiones se programan en el paquete de cálculo formal Matemática [22] de la manera siguiente:

```
Función posición asociada a J1;  
pos1=Integrate[vel1,{t,t0,t}]  
pos1a=Integrate[vel1,{t,t0,t1}]  
Función posición asociada a J2;  
pos2=pos1+Integrate[vel2,{t,t1,t}];  
pos2a=pos1a+Integrate[vel2,{t,t1,t2}];  
Función posición asociada a J3;  
pos3=pos2+ Integrate[vel3,{t,t2,t}];  
pos3a=pos2a+Integrate[vel3,{t,t2,t3}];  
Función posición asociada a J4;  
pos4=pos3+Integrate[vel4,{t,t3,t}];  
pos4a=pos3a+Integrate[vel4,{t,t3,t4}];  
Función posición asociada a J5;  
pos5=pos4+Integrate[vel5,{t,t4,t}];  
pos5a=pos4a+Integrate[vel5,{t,t4,t5}];  
Función posición asociada a J6;  
pos6=pos5+Integrate[vel6,{t,t5,t}];  
pos6a=pos5a+Integrate[vel6,{t,t5,t6}];  
Función posición asociada a J7;  
pos7=pos6+ Integrate[vel7,{t,t6,t}];  
pos7a=pos6a+Integrate[vel7,{t,t6,t7}];  
Función posición asociada a J8;  
pos8=pos7+Integrate[vel8,{t,t7,t}];  
pos8a=pos7a+Integrate[vel8,{t,t7,t8}];  
Función posición asociada a J9;  
pos9=pos8+Integrate[vel9,{t,t8,t}];  
pos9a=pos8a+Integrate[vel9,{t,t8,t9}];  
Función posición asociada a J10;  
pos10=pos9+Integrate[vel10,{t,t9,t}];  
pos10a=pos9a+Integrate[vel10,{t,t9,t10}];  
Función posición asociada a J11;  
pos11=pos10+ Integrate[vel11,{t,t10,t}];  
pos11a=pos10a+Integrate[vel11,{t,t10,t11}];  
Función posición asociada a J12;  
pos12=pos11+ Integrate[vel12,{t,t11,t}];  
pos12a=pos11a+ Integrate[vel12,{t,t11,t12}];  
Función posición asociada a J13;  
pos13=pos12+ Integrate[vel13,{t,t12,t}];  
pos13a=pos12a+ Integrate[vel13,{t,t12,t13}];  
Función posición asociada a J14;  
pos14=pos13+ Integrate[vel14,{t,t13,t}];  
pos14a=pos13a+ Integrate[vel14,{t,t13,t14}];
```

Función posición asociada a J15;
pos15=pos14+ Integrate[vel15,{t,t14,t}];
pos15a=pos14a+ Integrate[vel15,{t,t14,t15}];

La salida gráfica del perfil de desplazamientos se muestra en la figura 4.8

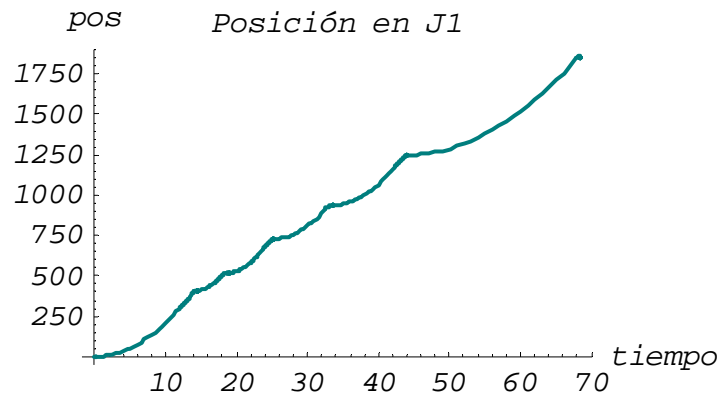


Figura 4.8 Salida gráfica del perfil teórico de desplazamientos

17) Relación entre variables funcionales de los perfiles de trayectoria y las funciones asociadas con los lugares geométricos.

En este paso se asocian las funciones de los perfiles de trayectoria con las funciones relacionadas con las ecuaciones de movimiento; esto es:

Relaciones de desplazamiento:

$$1) l_{b,a}(t) = D_{1,0}(t)$$

$$2) l_{c,b}(t) = D_{2,1}(t)$$

$$3) l_{b',c}(t) = D_{3,2}(t) + D_{4,3}(t) + D_{5,4}(t)$$

$$4) l_{d,b'}(t) = D_{6,5}(t) + D_{7,6}(t)$$

$$5) \dot{l}_{b'',d}(t) = D_{8,7}(t) + D_{9,8}(t) + D_{10,9}(t)$$

$$6) \dot{l}_{e,b''}(t) = D_{11,10}(t) + D_{12,11}(t)$$

$$7) \dot{l}_{a,e}(t) = D_{13,12}(t) + D_{14,13}(t) + D_{15,14}(t)$$

Relaciones de velocidad:

$$1) \dot{l}_{b,a}(t) = v_{1,0}(t)$$

$$2) \dot{l}_{c,b}(t) = v_{2,1}(t)$$

$$3) \dot{l}_{b',c}(t) = v_{3,2}(t) + v_{4,3}(t) + v_{5,4}(t)$$

$$4) \dot{l}_{d,b'}(t) = v_{6,5}(t) + v_{7,6}(t)$$

$$5) \dot{l}_{b'',d}(t) = v_{8,7}(t) + v_{9,8}(t) + v_{10,9}(t)$$

$$6) \dot{l}_{e,b''}(t) = v_{11,10}(t) + v_{12,11}(t)$$

$$7) \dot{l}_{a,e}(t) = v_{13,12}(t) + v_{14,13}(t) + v_{15,14}(t)$$

Relaciones de aceleración:

$$1) \ddot{l}_{b,a}(t) = a_{1,0}(t)$$

$$2) \ddot{l}_{c,b}(t) = a_{2,1}(t)$$

$$3) \ddot{l}_{b',c}(t) = a_{3,2}(t) + a_{4,3}(t) + a_{5,4}(t)$$

$$4) \ddot{l}_{d,b'}(t) = a_{6,5}(t) + a_{7,6}(t)$$

$$5) \ddot{l}_{b'',d}(t) = a_{8,7}(t) + a_{9,8}(t) + a_{10,9}(t)$$

$$6) \ddot{l}_{e,b''}(t) = a_{11,10}(t) + a_{12,11}(t)$$

$$7) \ddot{l}_{a,e}(t) = a_{13,12}(t) + a_{14,13}(t) + a_{15,14}(t)$$

4.3 Suavización de perfiles de trayectoria

En esta parte se usarán polinomios de grado 5 para suavizar las gráficas de los perfiles de trayectoria, puesto que dichos perfiles, presentan discontinuidades.

19-22) El sistema de ecuaciones e incógnitas relacionado con el polinomio de grado 5.

En este paso se propone un polinomio de grado 5 y sus correspondientes primera y segunda derivadas con respecto al tiempo, para suavizar los perfiles de trayectoria. Dicho polinomio es el siguiente [1,4,21]:

$$p(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4 + \alpha_5 t^5$$

La primera y segunda derivada con respecto al tiempo $t \in J$ de la expresión anterior son:

$$\dot{p}(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2 + 4\alpha_4 t^3 + 5\alpha_5 t^4$$

$$\ddot{p}(t) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 t + 12\alpha_4 t^2 + 20\alpha_5 t^3$$

Considere ahora que se desea suavizar el tramo 1-0 en los respectivos perfiles de desplazamiento, velocidad y aceleración. Para ello, es necesario considerar dos condiciones extremas del tramo 1-0; es decir:

“Dados, $D_{1,0}(t), v_{1,0}(t), a_{1,0}(t) \in \mathfrak{R}$ y Γ_1 encuentre:

$$1) p_{1-0}(t) = \alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2 + \alpha_3 t^3 + \alpha_4 t^4 + \alpha_5 t^5$$

$$2) \dot{p}_{1-0}(t) = \alpha_1 + 2\alpha_2 t + 3\alpha_3 t^2 + 4\alpha_4 t^3 + 5\alpha_5 t^4$$

$$3) \ddot{p}_{1-0}(t) = 2\alpha_2 + 6\alpha_3 t + 12\alpha_4 t^2 + 20\alpha_5 t^3$$

tal que:

$$1) D_{1,0}(s_0) = 0 \quad ; \quad D_{1,0}(s_1) = d_{1,0}$$

$$2) v_{1,0}(s_0) = 0 \quad ; \quad v_{1,0}(s_1) = v_1$$

$$3) a_{1,0}(s_0) = 0 \quad ; \quad a_{1,0}(s_1) = a_1$$

sean satisfechas.”

La solución del problema definido anteriormente se encuentra al solucionar el siguiente sistema:

$$A\underline{\alpha} = \underline{b}$$

o, equivalentemente:

$$\underline{\alpha} = A^{-1}\underline{b}$$

Aquí,

$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & s_0 & s_0^2 & s_0^3 & s_0^4 & s_0^5 \\ 1 & s_1 & s_1^2 & s_1^3 & s_1^4 & s_1^5 \\ 0 & 1 & 2s_0 & 3s_0^2 & 4s_0^3 & 5s_0^4 \\ 0 & 1 & 2s_1 & 3s_1^2 & 4s_1^3 & 5s_1^4 \\ 0 & 0 & 2 & 6s_0 & 12s_0^2 & 20s_0^3 \\ 0 & 0 & 2 & 6s_1 & 12s_1^2 & 20s_1^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ d_{1,0} \\ 0 \\ v_1 \\ 0 \\ a_1 \end{pmatrix}$$

Supóngase que $\alpha_0 = \delta_0$, $\alpha_1 = \delta_1$, $\alpha_2 = \delta_2$, $\alpha_3 = \delta_3$, $\alpha_4 = \delta_4$ y $\alpha_5 = \delta_5$. Entonces:

$$1) p_{1-0}(t) = \delta_0 + \delta_1 t + \delta_2 t^2 + \delta_3 t^3 + \delta_4 t^4 + \delta_5 t^5$$

$$2) \dot{p}_{1-0}(t) = \delta_1 + 2\delta_2 t + 3\delta_3 t^2 + 4\delta_4 t^3 + 5\delta_5 t^4$$

$$3) \ddot{p}_{1-0}(t) = 2\delta_2 + 6\delta_3 t + 12\delta_4 t^2 + 20\delta_5 t^3$$

La programación en Mathematica de dicho tramo usando $s_0 = 0$ y $s_1 =$, así como,

$d_{1,0} =$, $v_1 =$, $a_1 =$, es el siguiente:

Polinomio de suavización en J1;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol1=Solve[Ecuaciones[t0,t1,0,dist1,0,vel1a,0,acel1],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5} //Flatten;

{a0j1,a1j1,a2j1,a3j1,a4j1,a5j1}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol1;

$$\text{Polj1} = a_0 j_1 + a_1 j_1^*(t) + a_2 j_1^*(t)^2 + a_3 j_1^*(t)^3 + a_4 j_1^*(t)^4 + a_5 j_1^*(t)^5$$

$$\text{Polj1p} = D[\text{Polj1}, t]$$

$$\text{Polj1pp} = D[\text{Polj1p}, t];$$

Para el caso de los tramos restantes se tienen los siguientes bucles de programas:

$$\text{Tramo 2-1} \quad ; \quad (p_{2,1}(t), \dot{p}_{2,1}(t), \ddot{p}_{2,1}(t))$$

$$\text{Tramo 3-2} \quad ; \quad (p_{3,2}(t), \dot{p}_{3,2}(t), \ddot{p}_{3,2}(t))$$

$$\text{Tramo 4-3} \quad ; \quad (p_{4,3}(t), \dot{p}_{4,3}(t), \ddot{p}_{4,3}(t))$$

$$\text{Tramo 5-4} \quad ; \quad (p_{5,4}(t), \dot{p}_{5,4}(t), \ddot{p}_{5,4}(t))$$

$$\text{Tramo 6-5} \quad ; \quad (p_{6,5}(t), \dot{p}_{6,5}(t), \ddot{p}_{6,5}(t))$$

$$\text{Tramo 7-6} \quad ; \quad (p_{7,6}(t), \dot{p}_{7,6}(t), \ddot{p}_{7,6}(t))$$

$$\text{Tramo 8-7} \quad ; \quad (p_{8,7}(t), \dot{p}_{8,7}(t), \ddot{p}_{8,7}(t))$$

$$\text{Tramo 9-8} \quad ; \quad (p_{9,8}(t), \dot{p}_{9,8}(t), \ddot{p}_{9,8}(t))$$

$$\text{Tramo 10-9} \quad ; \quad (p_{10,9}(t), \dot{p}_{10,9}(t), \ddot{p}_{10,9}(t))$$

$$\text{Tramo 11-10} \quad ; \quad (p_{11,10}(t), \dot{p}_{11,10}(t), \ddot{p}_{11,10}(t))$$

$$\text{Tramo 12-11} \quad ; \quad (p_{12,11}(t), \dot{p}_{12,11}(t), \ddot{p}_{12,11}(t))$$

$$\text{Tramo 13-12} \quad ; \quad (p_{13,12}(t), \dot{p}_{13,12}(t), \ddot{p}_{13,12}(t))$$

$$\text{Tramo 14-13} \quad ; \quad (p_{14,13}(t), \dot{p}_{14,13}(t), \ddot{p}_{14,13}(t))$$

$$\text{Tramo 15-14} \quad ; \quad (p_{15,14}(t), \dot{p}_{15,14}(t), \ddot{p}_{15,14}(t))$$

La programación en Mathematica de los polinomios es la siguiente:

Polinomio de suavizacion en J2;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol2=Solve[Ecuaciones[t1,t2,0,dist2,vel1a,vel2a,acel1,acel2],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j2,a1j2,a2j2,a3j2,a4j2,a5j2}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol2;

Polj2=a0j2+a1j2*(t)+a2j2*(t)^2+a3j2*(t)^3+a4j2*(t)^4+a5j2*(t)^5

Polj2p=D[Polj2,t]

Polj2pp=D[Polj2p,t]

Polinomio de suavizacion en J3;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol3=Solve[Ecuaciones[t2,t3,0,dist3,vel2a,vel3a,acel2,acel3],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j3,a1j3,a2j3,a3j3,a4j3,a5j3}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol3

Polj3=a0j3+a1j3*(t)+a2j3*(t)^2+a3j3*(t)^3+a4j3*(t)^4+a5j3*(t)^5

Polj3p=D[Polj3,t]

Polj3pp=D[Polj3p,t]

Polinomio de suavizacion en J4;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol4=Solve[Ecuaciones[t3,t4,0,dist4,vel3a,vel4a,acel3,acel4],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j4,a1j4,a2j4,a3j4,a4j4,a5j4}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol4;

Polj4=a0j4+a1j4*(t)+a2j4*(t)^2+a3j4*(t)^3+a4j4*(t)^4+a5j4*(t)^5

Polj4p=D[Polj4,t]

Polj4pp=D[Polj4p,t]

Polinomio de suavizacion en J5;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol5=Solve[Ecuaciones[t4,t5,0,dist5,vel4a,vel5a,acel4,acel5],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j5,a1j5,a2j5,a3j5,a4j5,a5j5}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol5;

Polj5=a0j5+a1j5*(t)+a2j5*(t)^2+a3j5*(t)^3+a4j5*(t)^4+a5j5*(t)^5

Polj5p=D[Polj5,t]

Polj5pp=D[Polj5p,t]

Polinomio de suavizacion en J6;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol6=Solve[Ecuaciones[t5,t6,0,dist6,vel5a,vel6a,acel5,acel6],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j6,a1j6,a2j6,a3j6,a4j6,a5j6}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol6

Polj6=a0j6+a1j6*(t)+a2j6*(t)^2+a3j6*(t)^3+a4j6*(t)^4+a5j6*(t)^5

Polj6p=D[Polj6,t]

Polj6pp=D[Polj6p,t]

Polinomio de suavizacion en J7;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol7=Solve[Ecuaciones[t6,t7,0,dist7,vel6a,vel7a,acel6,acel7],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j7,a1j7,a2j7,a3j7,a4j7,a5j7}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol7;

Polj7=a0j7+a1j7*(t)+a2j7*(t)^2+a3j7*(t)^3+a4j7*(t)^4+a5j7*(t)^5

Polj7p=D[Polj7,t]

Polj7pp=D[Polj7p,t]

Polinomio de suavizacion en J8;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol8=Solve[Ecuaciones[t7,t8,0,dist8,vel7a,vel8a,acel7,acel8],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j8,a1j8,a2j8,a3j8,a4j8,a5j8}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol8;

Polj8=a0j8+a1j8*(t)+a2j8*(t)^2+a3j8*(t)^3+a4j8*(t)^4+a5j8*(t)^5

Polj8p=D[Polj8,t]

Polj8pp=D[Polj8p,t];

Polinomio de suavizacion en J9;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol9=Solve[Ecuaciones[t8,t9,0,dist9,vel8a,vel9a,acel8,acel9],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j9,a1j9,a2j9,a3j9,a4j9,a5j9}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol9;

Polj9=a0j9+a1j9*(t)+a2j9*(t)^2+a3j9*(t)^3+a4j9*(t)^4+a5j9*(t)^5

Polj9p=D[Polj9,t]

Polj9pp=D[Polj9p,t];

Polinomio de suavizacion en J10;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol10=Solve[Ecuaciones[t9,t10,0,dist10,vel9a,vel10a,acel9,acel10],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten

{a0j10,a1j10,a2j10,a3j10,a4j10,a5j10}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol10;

Polj10=a0j10+a1j10*(t)+a2j10*(t)^2+a3j10*(t)^3+a4j10*(t)^4+a5j10*(t)^5

Polj10p=D[Polj10,t]

Polj10pp=D[Polj10p,t];

Polinomio de suavizacion en J11;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol11=Solve[Ecuaciones[t10,t11,0,dist11,vel10a,vel11a,acel10,acel11],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j11,a1j11,a2j11,a3j11,a4j11,a5j11}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol11;

Polj11=a0j11+a1j11*(t)+a2j11*(t)^2+a3j11*(t)^3+a4j11*(t)^4+a5j11*(t)^5

Polj11p=D[Polj11,t]

Polj11pp=D[Polj11p,t];

Polinomio de suavizacion en J12;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol12=Solve[Ecuaciones[t11,t12,0,dist12,vel11a,vel12a,acel11,acel12],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j12,a1j12,a2j12,a3j12,a4j12,a5j12}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol12;

Polj12=a0j12+a1j12*(t)+a2j12*(t)^2+a3j12*(t)^3+a4j12*(t)^4+a5j12*(t)^5

Polj12p=D[Polj12,t]

Polj12pp=D[Polj12p,t];

Polinomio de suavizacion en J13;

Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];

Sol13=Solve[Ecuaciones[t12,t13,0,dist13,vel12a,vel13a,acel12,acel13],{alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;

{a0j13,a1j13,a2j13,a3j13,a4j13,a5j13}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol13;

Polj13=a0j13+a1j13*(t)+a2j13*(t)^2+a3j13*(t)^3+a4j13*(t)^4+a5j13*(t)^5

Polj13p=D[Polj13,t]

Polj13pp=D[Polj13p,t];

```

Polinomio de suavizacion en J14;
Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];
Sol14=Solve[Ecuaciones[t13,t14,0,dist14,vel13a,vel14a,acel13,acel14],{alfa0,alfa1,alfa2
,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;
{a0j14,a1j14,a2j14,a3j14,a4j14,a5j14}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol14;

Polj14=a0j14+a1j14*(t)+a2j14*(t)^2+a3j14*(t)^3+a4j14*(t)^4+a5j14*(t)^5
Polj14p=D[Polj14,t]
Polj14pp=D[Polj14p,t];

```

```

Polinomio de suavizacion en J15;
Clear[alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5];
Sol15=Solve[Ecuaciones[t14,t15,0,dist15,vel14a,vel15a,acel14,acel15],{alfa0,alfa1,alfa2
,alfa3,alfa4,alfa5}]/Flatten;
{a0j15,a1j15,a2j15,a3j15,a4j15,a5j15}={alfa0,alfa1,alfa2,alfa3,alfa4,alfa5}/.Sol15;

Polj15=a0j15+a1j15*(t)+a2j15*(t)^2+a3j15*(t)^3+a4j15*(t)^4+a5j15*(t)^5
Polj15p=D[Polj15,t]
Polj15pp=D[Polj15p,t];

```

Las gráficas suavizadas de los perfiles de desplazamiento, velocidad y aceleración se muestran en las figuras siguientes:

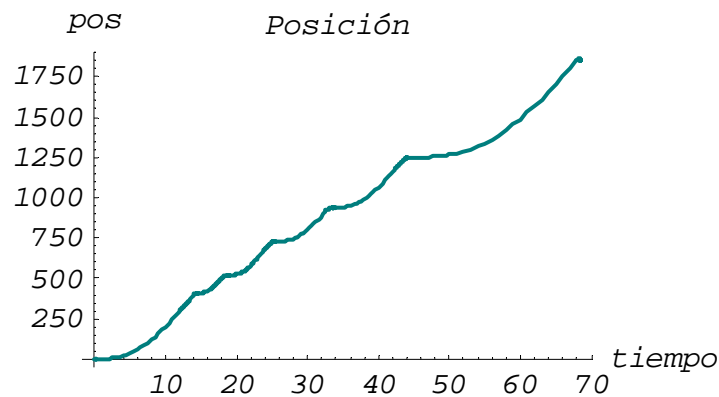


Figura 4.9 Gráfica suavizada del perfil de desplazamiento.

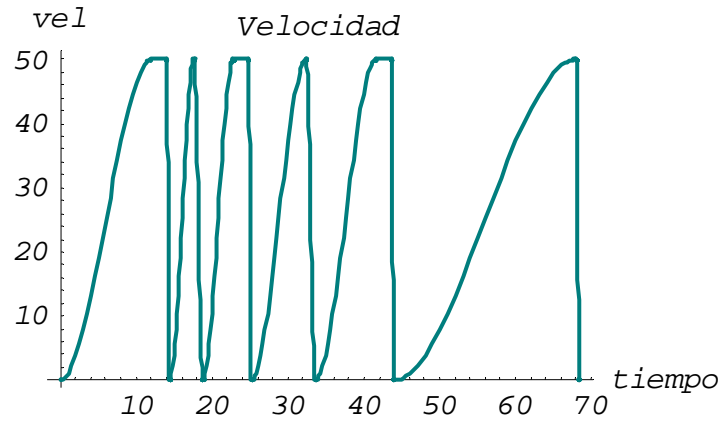


Figura 4.10 Gráfica suavizada del perfil de velocidades.

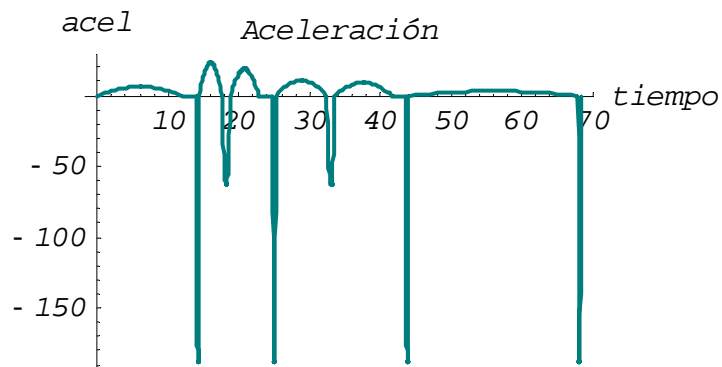


Figura 4.11 Gráfica suavizada del perfil de aceleraciones.

Paso 26) Relacionar las funciones polinómicas con las magnitudes de desplazamiento, velocidad y aceleración de la herramienta.

Relaciones de desplazamiento:

1) $l_{b,a}(t) = D_{1,0}(t) = p_{1,0}(t)$

2) $l_{c,b}(t) = D_{2,1}(t) = p_{2,1}(t)$

3) $l_{b',c}(t) = D_{3,2}(t) + D_{4,3}(t) + D_{5,4}(t) = p_{3,2}(t) + p_{4,3}(t) + p_{5,4}(t)$

$$4) l_{d,b'}(t) = D_{6,5}(t) + D_{7,6}(t) = p_{6,5}(t) + p_{7,6}(t)$$

$$5) l_{b',d}(t) = D_{8,7}(t) + D_{9,8}(t) + D_{10,9}(t) = p_{8,7}(t) + p_{9,8}(t) + p_{10,9}(t)$$

$$6) l_{e,b''}(t) = D_{11,10}(t) + D_{12,11}(t) = p_{11,10}(t) + p_{12,11}(t)$$

$$7) l_{a,e}(t) = D_{13,12}(t) + D_{14,13}(t) + D_{15,14}(t) = p_{13,12}(t) + p_{14,13}(t) + p_{15,14}(t)$$

Relaciones de velocidad:

$$1) \dot{l}_{b,a}(t) = v_{1,0}(t) = \dot{p}_{1,0}(t)$$

$$2) \dot{l}_{c,b}(t) = v_{2,1}(t) = \dot{p}_{2,1}(t)$$

$$3) \dot{l}_{b',c}(t) = v_{3,2}(t) + v_{4,3}(t) + v_{5,4}(t) = \dot{p}_{3,2}(t) + \dot{p}_{4,3}(t) + \dot{p}_{5,4}(t)$$

$$4) \dot{l}_{d,b'}(t) = v_{6,5}(t) + v_{7,6}(t) = \dot{p}_{6,5}(t) + \dot{p}_{7,6}(t)$$

$$5) \dot{l}_{b',d}(t) = v_{8,7}(t) + v_{9,8}(t) + v_{10,9}(t) = \dot{p}_{8,7}(t) + \dot{p}_{9,8}(t) + \dot{p}_{10,9}(t)$$

$$6) \dot{l}_{e,b''}(t) = v_{11,10}(t) + v_{12,11}(t) = \dot{p}_{11,10}(t) + \dot{p}_{12,11}(t)$$

$$7) \dot{l}_{a,e}(t) = v_{13,12}(t) + v_{14,13}(t) + v_{15,14}(t) = \dot{p}_{13,12}(t) + \dot{p}_{14,13}(t) + \dot{p}_{15,14}(t)$$

Relaciones de aceleración:

$$1) \ddot{l}_{b,a}(t) = a_{1,0}(t) = \ddot{p}_{1,0}(t)$$

$$2) \ddot{l}_{c,b}(t) = a_{2,1}(t) = \ddot{p}_{2,1}(t)$$

$$3) \ddot{l}_{b',c}(t) = a_{3,2}(t) + a_{4,3}(t) + a_{5,4}(t) = \ddot{p}_{3,2}(t) + \ddot{p}_{4,3}(t) + \ddot{p}_{5,4}(t)$$

$$4) \ddot{l}_{d,b'}(t) = a_{6,5}(t) + a_{7,6}(t) = \ddot{p}_{6,5}(t) + \ddot{p}_{7,6}(t)$$

$$5) \ddot{l}_{b'',d}(t) = a_{8,7}(t) + a_{9,8}(t) + a_{10,9}(t) = \ddot{p}_{8,7}(t) + \ddot{p}_{9,8}(t) + \ddot{p}_{10,9}(t)$$

$$6) \ddot{l}_{e,b''}(t) = a_{11,10}(t) + a_{12,11}(t) = \ddot{p}_{11,10}(t) + \ddot{p}_{12,11}(t)$$

$$7) \ddot{l}_{a,e}(t) = a_{13,12}(t) + a_{14,13}(t) + a_{15,14}(t) = \ddot{p}_{13,12}(t) + \ddot{p}_{14,13}(t) + \ddot{p}_{15,14}(t)$$

Paso 27),28) y 29)

- *Expresión de desplazamiento:*

$$1) \underline{R}_{b,0}(t) = \underline{R}_{a,0}(t_0) + p_{1,0}(t) \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$2) \underline{R}_{c,0}(t) = \underline{R}_{b,0}(t) + p_{2,1}(t) \cdot \frac{1}{d_{c,b}} \begin{bmatrix} x_c - x_b \\ y_c - y_b \\ z_c - z_b \end{bmatrix}$$

$$3) \underline{R}_{b',0}(t) = \underline{R}_{c,0}(t) + (p_{3,2}(t) + p_{4,3}(t) + p_{5,4}(t)) \cdot \frac{1}{d_{b',c}} \begin{bmatrix} x_{b'} - x_c \\ y_{b'} - y_c \\ z_{b'} - z_c \end{bmatrix}$$

$$4) \underline{R}_{d,0}(t) = \underline{R}_{b',0}(t) + (p_{6,5}(t) + p_{7,6}(t)) \cdot \frac{1}{d_{d,b'}} \begin{bmatrix} x_d - x_{b'} \\ y_d - y_{b'} \\ z_d - z_{b'} \end{bmatrix}$$

$$5) \underline{R}_{b'',0}(t) = \underline{R}_{d,0}(t) + (p_{8,7}(t) + p_{9,8}(t) + p_{10,9}(t)) \cdot \frac{1}{d_{b'',d}} \begin{bmatrix} x_{b''} - x_d \\ y_{b''} - y_d \\ z_{b''} - z_d \end{bmatrix}$$

$$6) \underline{R}_{e,0}(t) = \underline{R}_{b'',0}(t) + (p_{11,10}(t) + p_{12,11}(t)) \cdot \frac{1}{d_{e,b''}} \begin{bmatrix} x_e - x_{b''} \\ y_e - y_{b''} \\ z_e - z_{b''} \end{bmatrix}$$

$$7) \underline{\dot{R}}_{a,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{e,0}(t) + (p_{13,12}(t) + p_{14,13}(t) + p_{15,14}(t)) \cdot \frac{1}{d_{a,e}} \begin{bmatrix} x_a - x_e \\ y_a - y_e \\ z_a - z_e \end{bmatrix}$$

Expresiones de velocidad:

$$1) \underline{\dot{R}}_{b,0}(t) = \dot{p}_{1,0}(t) \cdot \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$2) \underline{\dot{R}}_{c,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b,0}(t) + \dot{p}_{2,1}(t) \cdot \frac{1}{d_{c,b}} \begin{bmatrix} x_c - x_b \\ y_c - y_b \\ z_c - z_b \end{bmatrix}$$

$$3) \underline{\dot{R}}_{b',0}(t) = \underline{\dot{R}}_{c,0}(t) + (\dot{p}_{3,2}(t) + \dot{p}_{4,3}(t) + \dot{p}_{5,4}(t)) \cdot \frac{1}{d_{b',c}} \begin{bmatrix} x_{b'} - x_c \\ y_{b'} - y_c \\ z_{b'} - z_c \end{bmatrix}$$

$$4) \underline{\dot{R}}_{d,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b',0}(t) + (\dot{p}_{6,5}(t) + \dot{p}_{7,6}(t)) \cdot \frac{1}{d_{d,b'}} \begin{bmatrix} x_d - x_{b'} \\ y_d - y_{b'} \\ z_d - z_{b'} \end{bmatrix}$$

$$5) \underline{\dot{R}}_{b'',0}(t) = \underline{\dot{R}}_{d,0}(t) + (\dot{p}_{8,7}(t) + \dot{p}_{9,8}(t) + \dot{p}_{10,9}(t)) \cdot \frac{1}{d_{b'',d}} \begin{bmatrix} x_{b''} - x_d \\ y_{b''} - y_d \\ z_{b''} - z_d \end{bmatrix}$$

$$6) \underline{\dot{R}}_{e,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{b'',0}(t) + (\dot{p}_{11,10}(t) + \dot{p}_{12,11}(t)) \cdot \frac{1}{d_{e,b''}} \begin{bmatrix} x_e - x_{b''} \\ y_e - y_{b''} \\ z_e - z_{b''} \end{bmatrix}$$

$$7) \underline{\dot{R}}_{a,0}(t) = \underline{\dot{R}}_{e,0}(t) + (\dot{p}_{13,12}(t) + \dot{p}_{14,13}(t) + \dot{p}_{15,14}(t)) \cdot \frac{1}{d_{a,e}} \begin{bmatrix} x_a - x_e \\ y_a - y_e \\ z_a - z_e \end{bmatrix}$$

Expresiones de aceleración:

$$1) \underline{\ddot{R}}_{b,0}(t) = \ddot{p}_{1,0}(t) \bullet \frac{1}{d_{b,a}} \begin{bmatrix} x_b - x_a \\ y_b - y_a \\ z_b - z_a \end{bmatrix}$$

$$2) \underline{\ddot{R}}_{c,0}(t) = \underline{\ddot{R}}_{b,0}(t) + \ddot{p}_{2,1}(t) \bullet \frac{1}{d_{c,b}} \begin{bmatrix} x_c - x_b \\ y_c - y_b \\ z_c - z_b \end{bmatrix}$$

$$3) \underline{\ddot{R}}_{b',0}(t) = \underline{\ddot{R}}_{c,0}(t) + (\ddot{p}_{3,2}(t) + \ddot{p}_{4,3}(t) + \ddot{p}_{5,4}(t)) \bullet \frac{1}{d_{b',c}} \begin{bmatrix} x_{b'} - x_c \\ y_{b'} - y_c \\ z_{b'} - z_c \end{bmatrix}$$

$$4) \underline{\ddot{R}}_{d,0}(t) = \underline{\ddot{R}}_{b',0}(t) + (\ddot{p}_{6,5}(t) + \ddot{p}_{7,6}(t)) \bullet \frac{1}{d_{d,b'}} \begin{bmatrix} x_d - x_{b'} \\ y_d - y_{b'} \\ z_d - z_{b'} \end{bmatrix}$$

$$5) \underline{\ddot{R}}_{b'',0}(t) = \underline{\ddot{R}}_{d,0}(t) + (\ddot{p}_{8,7}(t) + \ddot{p}_{9,8}(t) + \ddot{p}_{10,9}(t)) \bullet \frac{1}{d_{b'',d}} \begin{bmatrix} x_{b''} - x_d \\ y_{b''} - y_d \\ z_{b''} - z_d \end{bmatrix}$$

$$6) \underline{\ddot{R}}_{e,0}(t) = \underline{\ddot{R}}_{b'',0}(t) + (\ddot{p}_{11,10}(t) + \ddot{p}_{12,11}(t)) \bullet \frac{1}{d_{e,b''}} \begin{bmatrix} x_e - x_{b''} \\ y_e - y_{b''} \\ z_e - z_{b''} \end{bmatrix}$$

$$7) \underline{\ddot{R}}_{a,0}(t) = \underline{\ddot{R}}_{e,0}(t) + (\ddot{p}_{13,12}(t) + \ddot{p}_{14,13}(t) + \ddot{p}_{15,14}(t)) \bullet \frac{1}{d_{a,e}} \begin{bmatrix} x_a - x_e \\ y_a - y_e \\ z_a - z_e \end{bmatrix}$$

Los bucles siguientes hechos en Mathematica V4 caracterizan las ecuaciones descritas anteriormente:

Función de ecuaciones de desplazamiento

J1=recta[p0,Polj1,Unit1];
J2=recta[p1,Polj2,Unit2];
J3=recta[p2,Polj3,Unit3];
J4=recta[p3,Polj4,Unit4];
J5=recta[p4,Polj5,Unit5];

```

J6=recta[p5,Polj6,Unit6]
J7=recta[p6,Polj7,Unit7]
J8=recta[p7,Polj8,Unit8]
J9=recta[p8,Polj9,Unit9]
J10=recta[p9,Polj10,Unit10]
J11=recta[p10,Polj11,Unit11];
J12=recta[p11,Polj12,Unit12];
J13=recta[p12,Polj13,Unit13];
J14=recta[p13,Polj14,Unit14];
J15=recta[p14,Polj15,Unit15];
(*J16=recta[p15,Polj16,Unit16];*)

```

Función de los polinomios de suavización

```

Ecuaciones[ti_,tf_,di_,df_,vi_,vf_,ai_,af_]:= {
  1*alfa0+alfa1*ti+alfa2*ti^2+alfa3*ti^3+alfa4*ti^4+alfa5*ti^5□di,
  1*alfa0+alfa1*tf+alfa2*tf^2+alfa3*tf^3+alfa4*tf^4+alfa5*tf^5□df,
  0*alfa0+1*alfa1+2*alfa2*ti+3*alfa3*ti^2+4*alfa4*ti^3+5*alfa5*ti^4□vi,
  0*alfa0+1*alfa1+2*alfa2*tf+3*alfa3*tf^2+4*alfa4*tf^3+5*alfa5*tf^4□vf,
  0*alfa0+0*alfa1+2*alfa2+6*alfa3*ti+12*alfa4*ti^2+20*alfa5*ti^3□ai,
  0*alfa0+0*alfa1+2*alfa2+6*alfa3*tf+12*alfa4*tf^2+20*alfa5*tf^3□af}

```

```

Vela[Vfin_,Vini_,tfin_,tini_]:=Vini+((Vfin-Vini)/(tfin-tini))(tfin-tini)
vel[Vfin_,Vini_,tfin_,tini_,t_]:=Vini+((Vfin-Vini)/(tfin-tini))(t-tini)

```

```
recta[p_,Polj_,Unit_]:=p+Polj*Unit
```

```
GraficaLinea[Rojo_,Verde_,Azul_,Linea_]:=Graphics3D[{RGBColor[Rojo,Verde,Azul],Thickness[0.001],Linea}]
```

Punto que caracteriza la herramienta

```
Herra[Punto_]:=
Graphics3D[{PointSize[0.02],RGBColor[0, 0, 0.996109],Point[Punto]}]

```

```
Graficafinal[J_]:= (
```

```
Show[{Linea1,Linea2,Linea3,Linea4,Herra[J],Ejex, Ejey,
Ejez,Textox,Textoy,Textoz},PlotRange→{{minx,maxx},{miny,maxy},{minz,maxz}},Bo
xed→True,Axes→True,
Lighting→ False,ViewPoint->{1.820, -2.542, 1.294},
AspectRatio→ Automatic]
```

Tiempos, distancias, velocidades y vectores normalizados

```
ClearAll[t0, t1, t2, t3, t4, t5, t6, t7, t8, t9, t10, t11, t12, t13, t14, t15,
t16, t17, t18, t19, t20, t21, t22, t23, t24, Vmax, Vu, Vn, Va, Vm, dist1,
dist2, dist3, dist4, dist5, dist6, dist7, dist8, dist9, dist10, dist11,
dist12, dist13, dist14, dist15, dist16, dist17, dist18, dist19, dist20,
dist21, dist22, dist23, dist24];
t0 = 0;
t1 = t0 + 8;
t2 = t1 + 5;
t3 = t2 + 5;
t4 = t3 + 5;
t5 = t4 + 3;
t6 = t5 + 3;
t7 = t6 + 5;
t8 = t7 + 5;
t9 = t8 + 5;
t10 = t9 + 3;
t11 = t10 + 3;
t12 = t11 + 5;
t13 = t12 + 5;
t14 = t13 + 5;
t15 = t14 + 5;
t16 = t15 + 5;
Vmax = 5;
Vu = 5;
V0 = 0;
x0 = 0; y0 = 0; z0 = 0;
x1 = 0; y1 = 300; z1 = 0;
x2 = 0; y2 = 400; z2 = 0;
x3 = 0; y3 = 410; z3 = 0;
x4 = 0; y4 = 330; z4 = 0;
x5 = 0; y5 = 300; z5 = 0;
x6 = 0; y6 = 400; z6 = 0;
x7 = 0; y7 = 500; z7 = 0;
```

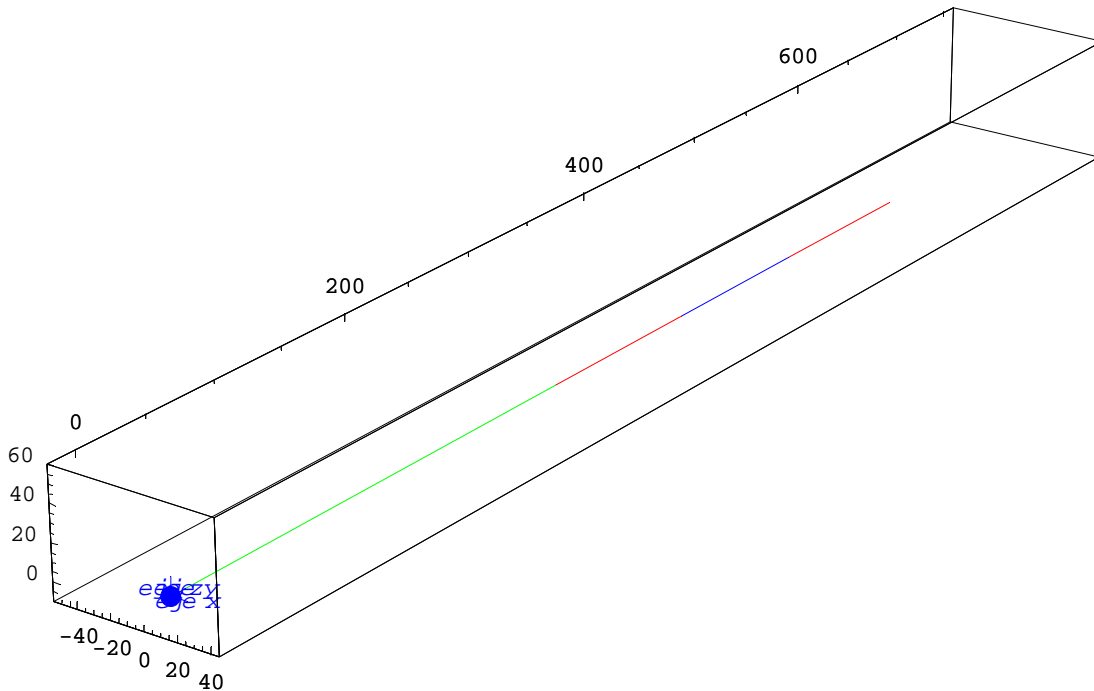
```

x8 = 0; y8 = 510; z8 = 0;
x9 = 0; y9 = 330; z9 = 0;
x10 = 0; y10 = 300; z10 = 0;
x11 = 0; y11 = 500; z11 = 0;
x12 = 0; y12 = 600; z12 = 0;
x13 = 0; y13 = 610; z13 = 0;
x14 = 0; y14 = 10; z14 = 0;
x15 = 0; y15 = 0; z15 = 0;
p0 = {x0, y0, z0};
p1 = {x1, y1, z1};
p2 = {x2, y2, z2};
p3 = {x3, y3, z3};
p4 = {x4, y4, z4};
p5 = {x5, y5, z5};
p6 = {x6, y6, z6};
p7 = {x7, y7, z6};
p8 = {x8, y8, z8};
p9 = {x9, y9, z9};
p10 = {x10, y10, z10};
p11 = {x11, y11, z11};
p12 = {x12, y12, z12};
p13 = {x13, y13, z13};
p14 = {x14, y14, z14};
p15 = {x15, y15, z15};
dist1 = Sqrt[(y1 - y0)^2 + (x1 - x0)^2 + (z1 - z0)^2];
dist2 = Sqrt[(y2 - y1)^2 + (x2 - x1)^2 + (z2 - z1)^2];
dist3 = Sqrt[(y3 - y2)^2 + (x3 - x2)^2 + (z3 - z2)^2];
dist4 = Sqrt[(y4 - y3)^2 + (x4 - x3)^2 + (z4 - z3)^2];
dist5 = Sqrt[(y5 - y4)^2 + (x5 - x4)^2 + (z5 - z4)^2];
dist6 = Sqrt[(y6 - y5)^2 + (x6 - x5)^2 + (z6 - z5)^2];
dist7 = Sqrt[(y7 - y6)^2 + (x7 - x6)^2 + (z7 - z6)^2];
dist8 = Sqrt[(y8 - y7)^2 + (x8 - x7)^2 + (z8 - z7)^2];
dist9 = Sqrt[(y9 - y8)^2 + (x9 - x8)^2 + (z9 - z8)^2];
dist10 = Sqrt[(y10 - y9)^2 + (x10 - x9)^2 + (z10 - z9)^2];
dist11 = Sqrt[(y11 - y10)^2 + (x11 - x10)^2 + (z11 - z10)^2];
dist12 = Sqrt[(y12 - y11)^2 + (x12 - x11)^2 + (z12 - z11)^2];
dist13 = Sqrt[(y13 - y12)^2 + (x13 - x12)^2 + (z13 - z12)^2];
dist14 = Sqrt[(y14 - y13)^2 + (x14 - x13)^2 + (z14 - z13)^2];
dist15 = Sqrt[(y15 - y14)^2 + (x15 - x14)^2 + (z15 - z14)^2];
Unit1 = (p1 - p0)/dist1;
Unit2 = (p2 - p1)/dist2;
Unit3 = (p3 - p2)/dist3;
Unit4 = (p4 - p3)/dist4;
Unit5 = (p5 - p4)/dist5;
Unit6 = (p6 - p5)/dist6;
Unit7 = (p7 - p6)/dist7;
Unit8 = (p8 - p7)/dist8;

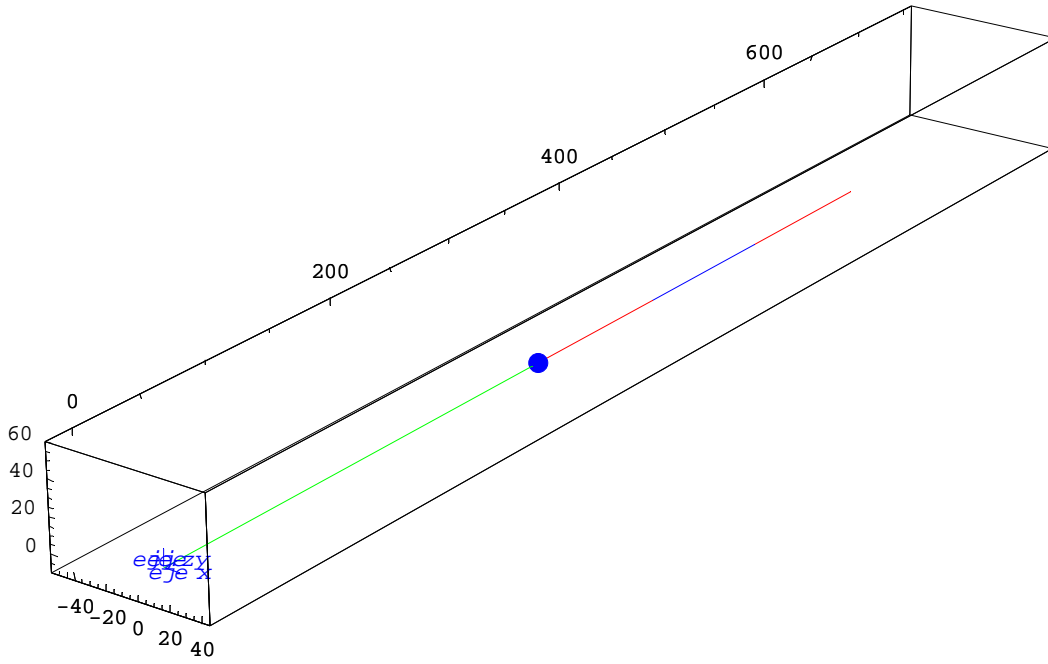
```

```
Unit9 = (p9 - p8)/dist9;  
Unit10 = (p10 - p9)/dist10;  
Unit11 = (p11 - p10)/dist11;  
Unit12 = (p12 - p11)/dist12;  
Unit13 = (p13 - p12)/dist13;  
Unit14 = (p14 - p13)/dist14;  
Unit15 = (p15 - p14)/dist15;  
minx = -55;  
maxx = 45;  
miny = -20;  
maxy = 760;  
minz = -10;  
maxz = 60;
```

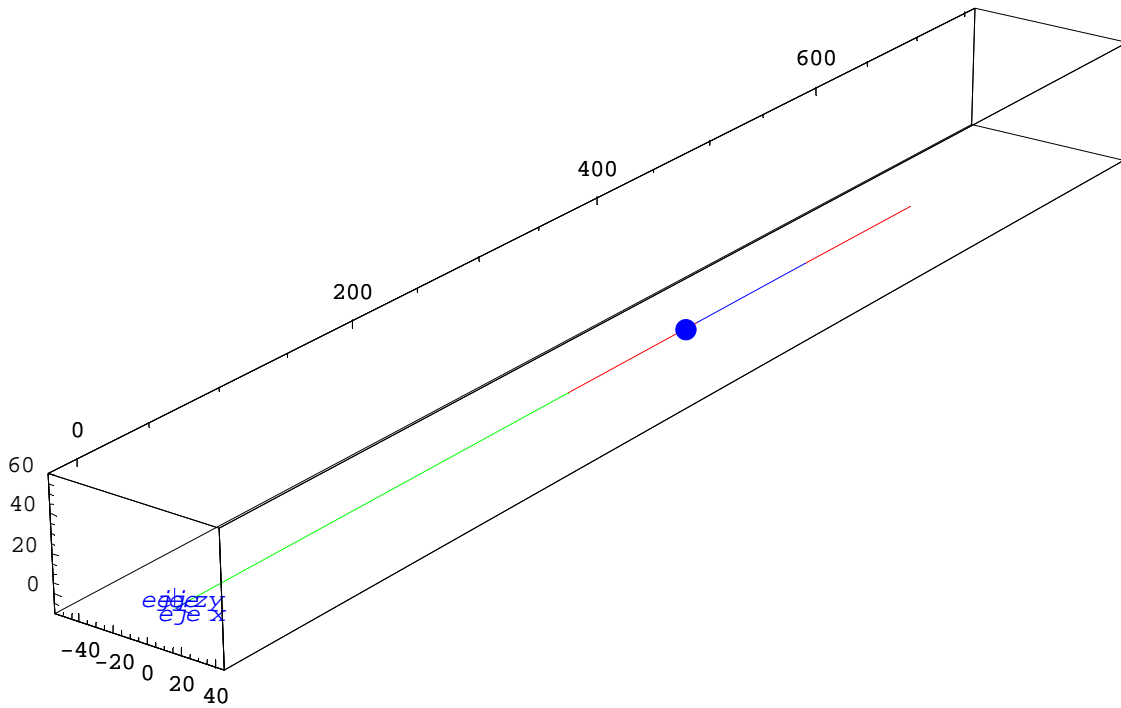
La figura siguiente muestra las salidas gráficas de la trayectoria de taladrado:



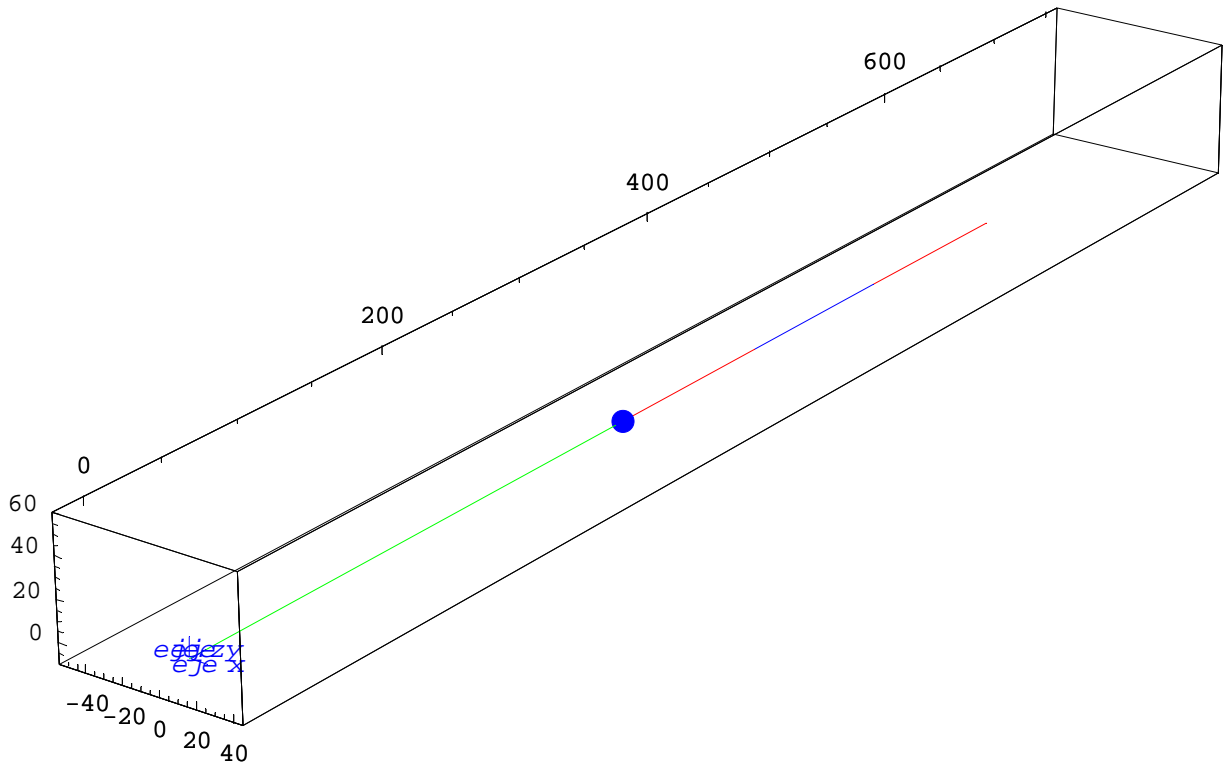
Salida de home



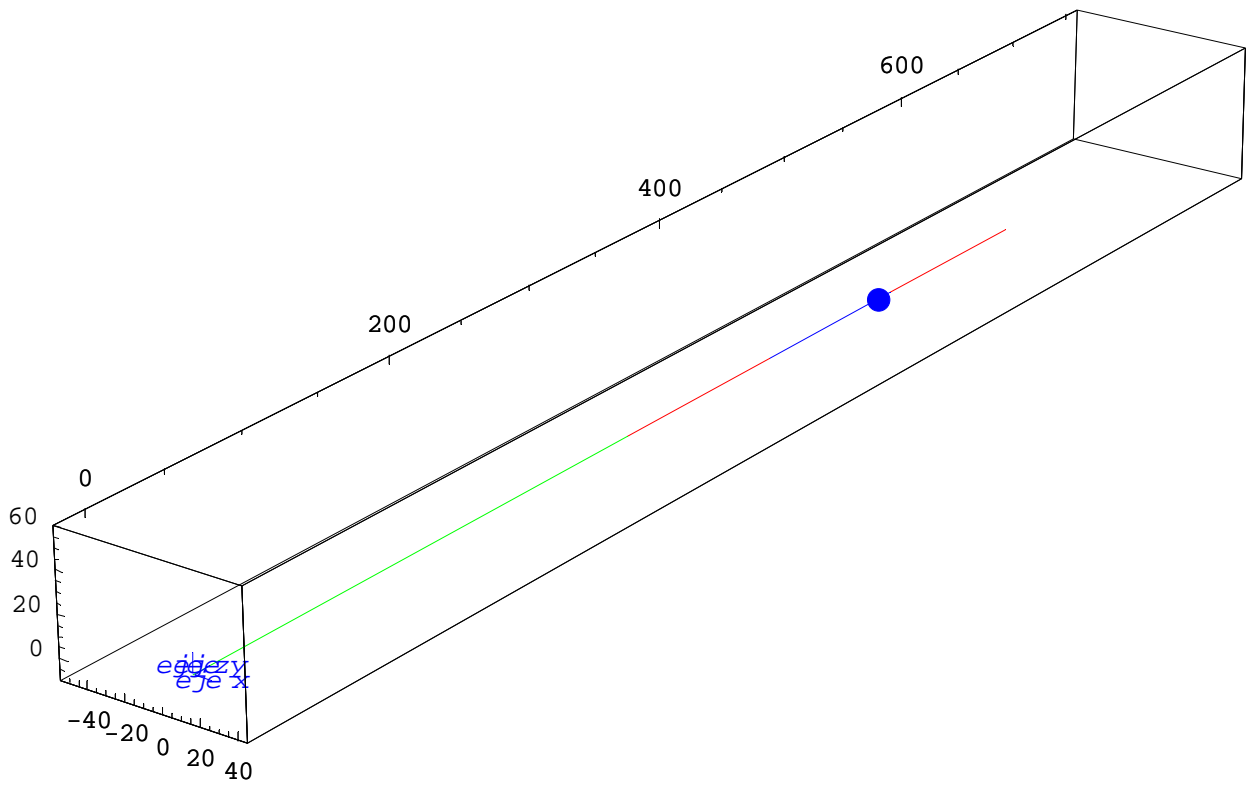
Posición antes de taladrar



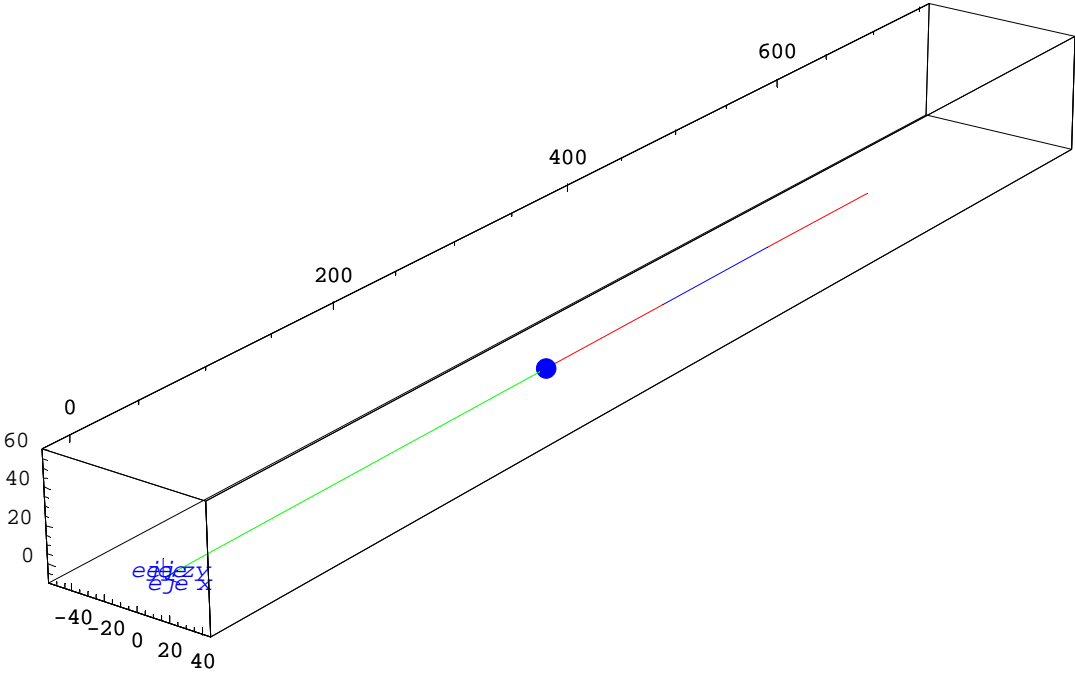
Posición después del primer taladrado



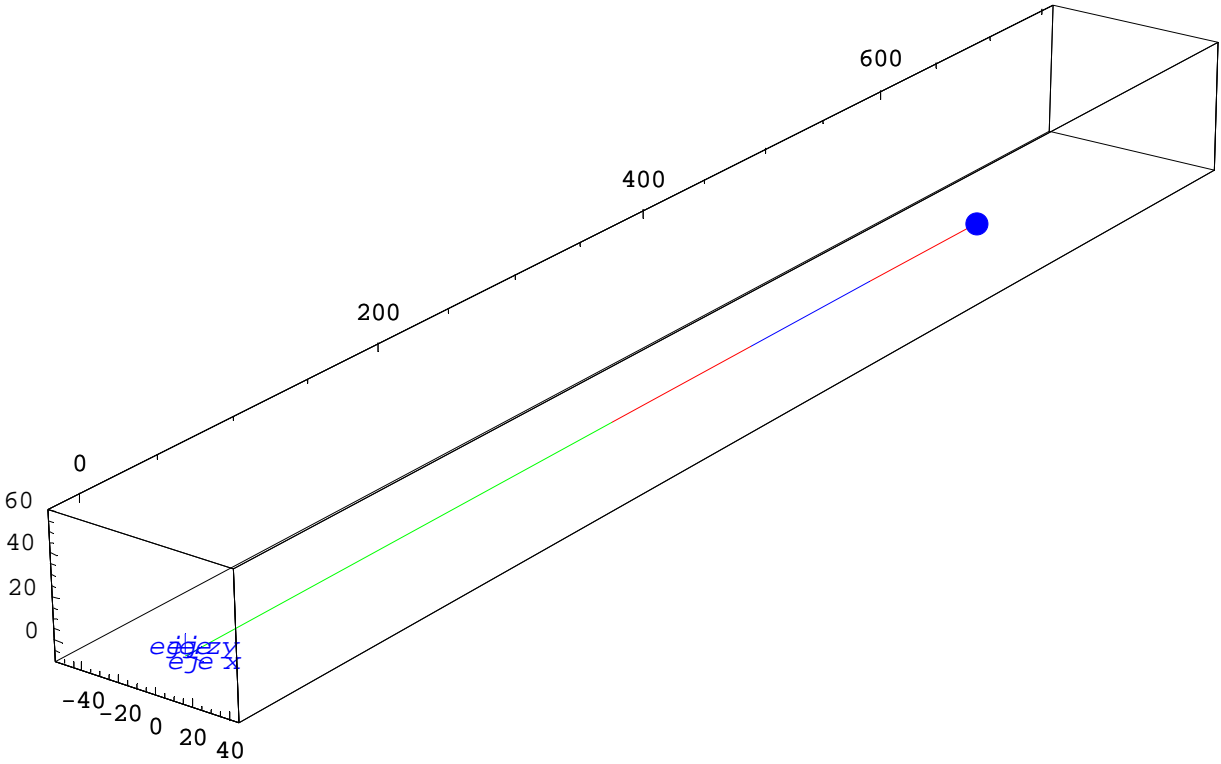
Posición de salida 1



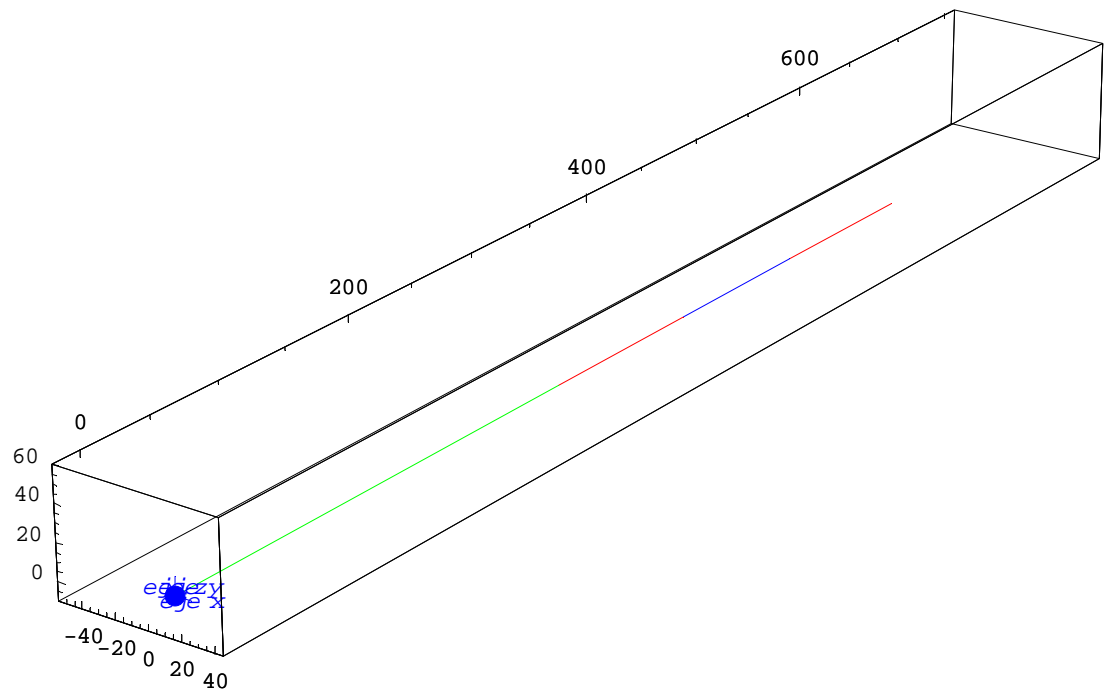
Posición después del segundo taladrado



Posición de salida 2



Posición después del tercer taladrado



Salida de home

Figura 4.12 Salidas gráficas de la simulación

CONCLUSIONES

En este trabajo de tesis fueron cumplidos los objetivos siguientes:

- 1) Se utilizaron primitivas de manufactura para diseñar las trayectorias de operación de un taladrado por etapas [16].
- 2) Fue utilizada una metodología paso a paso para construir los modelos de la trayectoria [1,4,21].
- 3) Los modelos de la trayectoria fueron programados y simulados en la plataforma de cálculo formal Matemática [22].

En esta tesis se analizó, modeló y programó una trayectoria relacionada con una operación de manufactura ejecutada por el torno BOXFORD 250 [15,16]. Dicha trayectoria fue generada con el auxilio de primitivas de manufactura.

Los resultados de este trabajo, se resumen en los puntos siguientes:

- Con la información cinemática descrita en las primitivas no es posible construir los ciclos completos de las trayectorias de las herramientas, pues dichas primitivas solo integran información tanto del lugar geométrico como del perfil de velocidad de la operación de manufactura.
- Los lugares geométricos relacionados con “el acercamiento de la herramienta, retiro primario y secundario” deben ser propuestos y los perfiles de velocidad o, más bien dicho, los segmentos de dichos perfiles también deben ser propuestos e integrados con la información cinemática de la primitiva.
- La información cinemática representada por las primitivas de las operaciones permite direccional el diseño de las trayectorias de

operación, pues contiene la información básica en cuanto al tipo de lugar geométrico y la velocidad de corte exclusivamente de la operación.

- La metodología usada para construir el modelo de la trayectoria resultó útil y condujo de manera sistemática, a relacionar los diferentes modelos con los cuales se genera el modelo final de la trayectoria.
- Para modelar trayectorias en las cuales las herramientas tengan que parar en el ciclo, es necesario diseñar una gráfica en el perfil de velocidades que le permita a la herramienta parar en forma continua de no a sí, el modelo resultó incompleto.

Es importante señalar que en esta tesis se finaliza el proyecto relacionado con el torno BOXFORD 250. Las conclusiones de dicho proyecto son:

- 1) Es necesario desarrollar modelos que permitan comprender en forma integral la tecnología didáctica.
- 2) El manejo de la tecnología didáctica debe ser acompañada de un estudio de los modelos sobre la cual está sustentada y de esta manera la capacitación resultará más especializada.

Futuros trabajos por desarrollar relacionados con el tema tratado en esta tesis son:

- Análisis y modelación de trayectorias no rectilíneas.
- Cinemática y dinámica de la maquinaria didáctica.
- Modelos de información de componentes complejos.
- Modelación de trayectorias en un sistema completo de manufactura didáctico.

REFERENCIAS

- [1] Jiménez E., Reyes A., Galindo F., Esquer H., González I., Luna J., Mercado M., Portillo S. Simulación computacional de una trayectoria continua para la aplicación de soldadura por inmersión de estaño de un componente electrónico. Asociación Mexicana de Mecatrónica A.C. Por presentarse en Congreso 2003.
- [2] L. Marín. Las Ecuaciones de Volúmenes Modificadas. 2000 (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Sección Mecánica.
- [3] Jiménez, E., Reyes, L., Marín, L., Villar, G. Corona, J., Álvarez, J. Representación de un proceso de maquinado usando una matriz de primitivas. SOMIM. 2001 Celaya Gto. México
- [4] Galindo G. Análisis, modelación y simulación de una trayectoria continua para la aplicación de soldadura en un transformador eléctrico. 2003. (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Sección Mecánica.
- [5] Jorge A. “Fundamentals of Robotic Mechanical System. Theory, Methods and Algorithms” (1997). Springer- Verlag. New York .
- [6] Jiménez, E, Reyes, L et al. (2003). Sistematización de trayectorias (rectilíneas): Aplicaciones a ciclos de maquinado. DEPMI- UNAM. ISBN (En trámite).
- [7] Zhu H., Mayorga R., Wong A. “Dynamic Robot Manipulator Trajectory Planning For Obstacle Avoidance”.(1999). *Mechanics Research Communications*. No 2. pp. 139 – 144.
- [8] Jiménez, L., Reyes, A., Tapia, E., Peón, R., Galindo, F., Pérez, A. *Distribución de sensores sobre una línea de producción serial y sincronización usando el método de vórtice*. SOMIM. 2002 Monterrey N.L. México.
- [9] Jiménez, L., Reyes, A., Esteves I., Mercado M.,E., Pérez A. García D.

- Control de una línea de producción usando un código binario de procesos.* SOMIM. 2002 Monterrey N.L. México.
- [10] Malcolm C., D. C. Anderson. Hybrid Feature Extraction for Machining Applications. *Advances in Design Automation.* (1993). Volume 2. P.p. 254-271.
- [11] Jiménez, E., Reyes, L., Murillo I., Mercado M., Encinas González I., Portillo S. Representación formal de las transformaciones geométricas y de manufactura de un transformador eléctrico usado para la industria de las telecomunicaciones. SOMIM. 2003 Veracruz. México.
- [12] Borja, V. Redesign Supported by Data Models with Particular Reference to Reverse Engineering. Ph D Thesis, Department of Manufacturing Engineering, Loughborough University. (1997).
- [13] S.B. Tor, S, G.Lee, S.W. Lye and S.H. Chung Yee Haiian, "Design automation of two-stage collapse cure using design prototype", *International Journal of Computer Integrated manufacturing*, (2000), vol. 13, n° 1, pp. 31-39.
- [14] Jiménez, E., Reyes, L., Marín, L., Villar, G., Lucero, B., Luna, I: "Caracterización de operaciones de manufactura usando el álgebra de Boole en el conjunto binario". *Informe interno de investigación DEPMI - SME - MME- DMEC- MAV- 01- 2002.* UNAM –ITESCA ISBN 968-36-9839-5.
- [15] Soto A. Caracterización de operaciones de manufactura de un componente metal mecánico usando álgebra de Boole y "ecuaciones de forma". 2003. (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Sección Mecánica.
- [16] Baldomero L. Modelado de una pieza mecánica usando primitivas de manufactura.. 2003. (Tesis de Maestría en Ingeniería Mecánica). UNAM, Facultad de Ingeniería, División de Estudios de Posgrado, Sección Mecánica.
- [17] Lynch K, Shiroma N., Arai H., Tanie K. Collision – Free Trajectory Planning for a 3 DOF Robot with a Passive Joint. *International Journal of Robotics*

- Research (2000)
- [18] Chia Y. Wang E. Tirnoszyk K ., Bobrow J. Weightlifting Motion Planning For A Puma 762 Robot. Proceedings of the 1999 IEEE, International Conference on Robotics & Automations. Detroit, Michigan, May 1999.
 - [19] Cohen M., Nagel E. *Introducción a la lógica y al método científico: Lógica aplicada y método científico II.* (1961). Harcour, Brace World Inc., Argentina.
 - [20] Wartofsky M. *Introducción a la filosofía de la ciencia 1.* (1973). Alianza Editorial S.A., Madrid.
 - [21] Jiménez E., Reyes L., Valdés C., Hernández L., Barrios E., Galindo G., Luna J., González I. Sistematización de trayectorias (rectilíneas)continuas: Aplicaciones a ciclos de maquinados (2003). *Informe interno de investigación.* DEPFI – UNAM ISBN (En edición)
 - [22] John W. Gray. *Mastering Mathematica, Programming Methods and Applications.* 1994. Academic Press Inc.New. York.