

4. Ecuaciones Fundamentales para el Cálculo de Perfiles Hidráulicos

4.1 Cálculo del Flujo Uniforme.

Se considera que el flujo uniforme tiene las siguientes características principales:

- 1) La profundidad, el área mojada, la velocidad y el caudal en cada sección del canal son constantes
- 2) La línea de energía, la superficie del agua y el fondo del canal son paralelos; es decir, sus pendientes son todas iguales, o $S_E = S_w = S_0 = S$ (Fig. 4.1)

S_E es la pendiente de la línea de energía

S_w es la pendiente de la superficie libre

S_0 es la pendiente del fondo

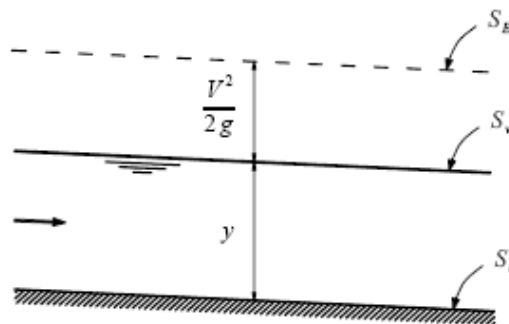


Fig. 4.1 Movimiento uniforme en un canal

En la práctica es muy difícil encontrar un movimiento que sea estrictamente uniforme. En muchos casos el flujo en canales y ríos se considera, desde el punto de vista del ingeniero, uniforme.

En el cálculo del flujo uniforme intervienen seis variables:

- a) Gasto
- b) Velocidad
- c) Tirante
- d) Coeficiente de Manning
- e) Pendiente
- f) Dimensión de la sección

Son dos ecuaciones con las que se puede realizar el cálculo:

- 1) Ecuación de continuidad

$$Q = AV$$

- 2) Ecuación de Manning para la fricción

$$V = \frac{1}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

Sustituyendo la ecuación de Manning para la fricción en la de continuidad se puede expresar al gasto como:

$$Q = \frac{A}{n} R_h^{2/3} S^{1/2}$$

o de la siguiente manera

$$AR_h^{2/3} = \frac{nQ}{\sqrt{S}}$$

Así el término de la derecha de la ecuación anterior depende de n , Q y S , pero el de la izquierda únicamente de la geometría de la sección, con esto se puede hacer notar que para una condición de n , Q y S hay un tirante único “ y ”, llamado “tirante normal” que se establece en flujo uniforme siempre que el módulo de sección sea continua y creciente del tirante.

4.2 Cálculo de las condiciones críticas

El estado crítico del flujo a través de una sección de canal se caracteriza por varias condiciones entre las más importantes se encuentran:

- a) La energía específica es mínima para un caudal determinado
- b) El caudal es máximo para una determinada energía específica
- c) La fuerza específica es mínima para un caudal determinado
- d) La altura de velocidad es igual a la mitad de la profundidad hidráulica en un canal de baja pendiente
- e) El número de Froude es igual a la unidad
- f) La velocidad es igual a la celeridad de pequeñas ondas gravitacionales en aguas poco profundas causadas por perturbaciones locales.

El problema más común consiste en determinar el tirante crítico y la energía específica mínima cuando se conoce las dimensiones de la sección y el gasto. Las condiciones en que se desarrolla el régimen crítico en un canal deben satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$\frac{Q^2}{g \cos \theta / \alpha} = \frac{A_c^3}{T_c}$$

$$E_c = \left(y_c + \frac{1}{2} \frac{A_c}{T_c} \right) \cos \theta$$

donde

T_c es el ancho de superficie libre de la sección.

Para las secciones más comunes en canales artificiales se han desarrollado ecuaciones más sencillas, o bien diagramas que permiten la solución directa. A continuación solo se hará mención de las ecuaciones para secciones rectangulares y trapeciales.

a) Sección rectangular

$$\frac{Q}{\sqrt{g'}} = \frac{b^{2/3} y_c^{3/2}}{b^{1/2}}$$

donde

$$g' = g \cos \theta / \alpha$$

haciendo $q = Q/b$ (gasto unitario), el tirante crítico es

$$y_c = \left(\frac{q^2}{g'} \right)$$

Permitiendo su cálculo directo.

b) Sección trapecial

Para tener un procedimiento de cálculo, se puede utilizar la ecuación siguiente:

$$\frac{Q^2}{g' b^2} = \frac{(b + ky_c)^3 y_c^3}{b^2 (b + 2ky_c)} = \frac{[1 + (ky_c/b)]^3 y_c^3}{1 + 2(ky_c/b)}$$

o bien

$$y_c = \left(\frac{Q^2}{g' b^2} \right)^{1/3} \left[\frac{[1 + 2(ky_c/b)]^{1/3}}{1 + (ky_c/b)} \right]$$

4.3 Cálculo del perfil del flujo en canales

El cálculo del flujo gradualmente variado involucra en esencia la solución de la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado, para conocer la variación del tirante a lo largo de un canal, donde se conoce la pendiente, el coeficiente de Manning y el caudal que conduce. En el caso general, el canal puede o no ser prismático y tener o no una rugosidad uniforme en toda su longitud.

Para calcular el perfil del flujo en un canal, existe una variedad de técnicas, cada una adecuada al caso particular que se trate:

- Método de integración grafica
- Método de integración directa
- Método por pasos

En esta tesis sólo se manejara el método directo por pasos.

4.4 Método Directo por Pasos

En general, un método de paso se caracteriza por dividir el canal en tramos cortos y llevar a cabo los cálculos paso a paso desde un extremo del tramo hasta el otro (el inicio del cálculo dependerá del régimen), procurando que la distancia entre cada tramo sea pequeña³.

En la figura 4.2 se muestra el tramo de un canal prismático con rugosidad uniforme, limitado por las secciones 1 y 2 separadas por una distancia Δx .

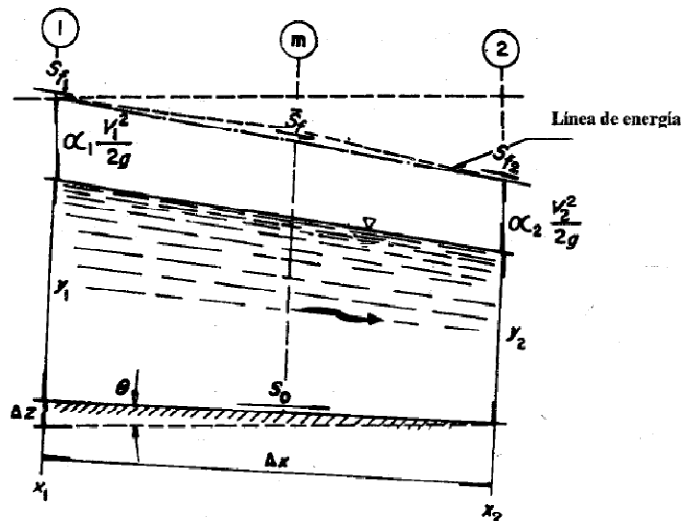


Fig. 4.2 Tramo de un canal prismático

Aplicando la ecuación dinámica entre ambas secciones en términos de incrementos finitos, resulta:

$$\Delta x = \frac{(1 - \bar{F}^2) \cos \theta \Delta y}{S_0 - \bar{S}_f}$$

³ Un criterio es considerar que la velocidad entre las dos secciones no difiera en más de 20%

donde

\bar{F} es el valor medio del número de Froude en las secciones

\bar{S}_f la pendiente media de fricción del tramo.

si se sustituye

$$E_2 - E_1 = \Delta E = (1 - \bar{F}^2) \cos \theta \Delta y$$

entonces

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \bar{S}_f} \tag{4.1}$$

La pendiente de fricción en cada sección se calcula mediante la ecuación de Manning:

$$S_{f1} = \left[\frac{V_1 n}{R_{h1}^{2/3}} \right]^2$$

$$S_{f2} = \left[\frac{V_2 n}{R_{h2}^{2/3}} \right]^2$$

Conocido el tipo de perfil y la dirección en que se efectúa el cálculo, se conocen las características hidráulicas en alguna de las dos secciones (en la sección 1 si es en la dirección del flujo, o en la 2 si es en la dirección opuesta). A partir de una sección de control de tirante conocido, se calcula un tirante en la sección próxima, y con la ecuación 4.1 se calcula la distancia que los separa, con esto se conoce la localización del tirante que se estimó, el cual ahora pasa a ser el tirante conocido.