



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA
INGENIERÍA MECÁNICA - TERMOFLUIDOS

ESTUDIO DE LAS CARACTERÍSTICAS DE
FLUJOS EN INTERACCIÓN CON MEMBRANAS DE
DISTINTAS CURVATURAS

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN INGENIERÍA

P R E S E N T A :

ING. ADRIANA CAROLINA HERNÁNDEZ BADILLO

TUTOR:

DR. JOSÉ ROBERTO ZENIT CAMACHO

(INSTITUTO DE INVESTIGACIONES EN MATERIALES, UNAM)

México D. F., enero 2013

JURADO ASIGNADO:

Presidente: (Dr. Jaime Cervantes de Gortari)

Secretario: (Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz)

Vocal: (Dr. José Roberto Zenit Camacho)

1^{er} Suplente: (Dr. Martín Salinas Vázquez)

2^{do} Suplente: (Dr. Ángel Enrique Chávez Castellanos)

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Laboratorio de Reología del Instituto de
Investigaciones en Materiales, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. José Roberto Zenit Camacho

FIRMA

Agradecimientos

A Alberto, por ser mi cómplice de vida. Gracias por poner matices divertidos a nuestro camino, por la inspiración para realizar nuestros proyectos, pero sobretodo, por el apoyo incondicional y los momentos extraordinarios que hemos compartido y que seguiremos acumulando.

A mi familia, porque a cada paso que doy me acompañan aunque muchas veces no entiendan bien el porqué. A mi mamá que me enseñó a que todo proyecto que comienza debe ser concluido y por su amor incondicional. A mis hermosas hermanas, Karen y Padme, por las sorpresas que hemos vivido, porque siempre que hablo de ustedes recuerdo los abrazos brindados en el instante perfecto. A mi papá, donde quiera que esté, por confiar siempre en mí.

A la familia Félix Flores, por convertirme en un miembro más de la familia y por el apoyo incondicional, a Pepe, del que poco a poco he conocido un lado diferente de la vida y por sintetizar los partidos de la NFL que animan el fin de semana.

A los cuates, claro: Rodrigo, Omar, Fabián y Chrystian, por esos dolores de cachetes de tanto reír, o de garganta, de tanto cantar. Gracias por inyectar ánimo a mi vida y ayudarme a evolucionar a lo largo de 13 años (y vamos por más).

A Abelardo y Guillermo, porque nuestras aventuras se convirtieron en una forma de vida, porque siempre tienen palabras certeras para cada capítulo de nuestro existir. A Angélica, la choooooocha, y Gabita, que por querer entendernos terminábamos más confundidas y porque nunca he escuchado más maldiciones en una conversación que cuando hablo con ustedes.

A los amigos de la querida Facultad de Ingeniería, con los que compartí desvelos, frustraciones, risas, estrés, flojera (por no decirlo peor), chismes, proyectos, tareas, exámenes, muchos salones, juegos de baraja, una que otra cerveza... en fin, toda una vida, la de estudiante: Carlos, Mario, Alejandro, Eduardo, Iván, Ivonne, Luis (con y sin bigote).

A los amigos que no tengo mucho de conocer pero han aportado a mi vida momentos dignos de

mencionar, Juan Salmerón, por el proyecto no-inconcluso del Schlieren, porque nunca entenderé de dónde sacas tiempo para tus múltiples actividades, y por tus miles de historias, incluso, de gente que no conozco. César León, por los adjetivos que usas con tus amiguitos, por las tareas (que sé que no olvidas) compartidas y por mantenerme al tanto de los marcadores de la NFL.

A los chicos del laboratorio, Esli (y nuestras burlas), Adriana, Charly, Santos, René, Julián, Enrique, Isaías, Ernesto, Rodrigo, Saúl, Dante, Pablo, Aránzazu, Roger, Horacio y al Doc Óscar Chávez, porque más que ciencia, proyecto, trabajo o muchos juegos, el laboratorio está lleno de personas virtuosas y locas, porque cada aventura queda en la memoria como una frase, de esas que se volvieron clásicas.

A mi asesor, Roberto, por los conocimientos compartidos, la confianza y la oportunidad de pertenecer a su selecto grupo de trabajo, por convertirse en mi guía y amigo.

A mis sinodales, los Drs. Cervantes de Gortari, Solorio, Salinas, por sus enseñanzas y aportaciones y al Dr. Enrique Chávez, además, por el consejo compartido.

A los que faltan en esta lista (que seguro serán muchos) pero que han dejado algo en mi camino.

Por supuesto, un agradecimiento especial a las grandes instituciones mexicanas que hicieron posible este proyecto. Primeramente a mi *alma máter*, la **Universidad Nacional Autónoma de México**, cuna de la ciencia y la investigación en México. Al **Instituto de Investigaciones en Materiales**, por las instalaciones y el equipo prestados. Al **Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT)** y al **Proyecto PAPIIT IN101312** por los recursos proporcionados para la realización de este trabajo.

Resumen

Se han realizado diversos estudios de las válvulas cardíacas nativas y de la sangre para emular su comportamiento. Se sabe que las válvulas naturales mantienen los niveles de la tasa de rapidez de deformación de la sangre por debajo de un valor crítico para evitar la coagulación, mientras que algunas prótesis lo exceden causando trombosis. Es conocido también que las válvulas nativas presentan una geometría compleja con dos curvaturas principales: la debida al cierre de la válvula y la que se da por la disposición de las valvas en el anillo de sutura. Se sabe que al incrementar la curvatura de una membrana aumenta también su rigidez, lo que puede afectar la deformación del flujo.

El objetivo de este trabajo es analizar el efecto que tiene la segunda curvatura de las valvas en las características del flujo con el que interactúa. Para lograrlo se puso en marcha un arreglo experimental que simula el funcionamiento del sistema circulatorio humano pero se cambió la válvula cardíaca por una membrana de diferentes características en cada prueba. Se midió la deflexión que experimentan las valvas, así como las principales propiedades del flujo, tales como campo de velocidades, vorticidad, magnitud del tensor rapidez de deformación y esfuerzos viscosos. Para ello, se usó la técnica de Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV) en flujos estacionarios y combinada con una técnica de barrido en fase (*Phase Locking*) para obtener ciclos promedio en flujos pulsátiles. Los datos recabados se analizaron con diferentes códigos de Matlab. Los resultados arrojan una tendencia de incremento de la tasa de rapidez de deformación como función del módulo de rigidez a flexión, una cantidad que depende directamente de la geometría y material de las membranas. Se concluye que la deformación en un flujo en interacción con una valva depende fuertemente de un conjunto de características propias del sólido, no sólo de la curvatura, pero ésta juega un papel muy importante.

Motivación

Entre los problemas de salud más comunes están las valvulopatías, es decir, las válvulas cardíacas dejan de funcionar correctamente. En ocasiones, las válvulas pueden ser reparadas con cirugía y no se presentan riesgos mayores; pero en otras se requiere su reemplazo por una prótesis. Los diseños actuales de válvulas cardíacas protésicas presentan serias desventajas para la calidad de vida de los pacientes portadores. Por ello, es necesario crear un diseño óptimo que combine la durabilidad y la compatibilidad que las prótesis actuales tienen por separado. En los últimos años se han realizado mejoras considerables en el diseño y la manufactura de válvulas cardíacas protésicas. Estos avances están relacionados directamente con los materiales de las valvas, pero muy pocos con su geometría. El estado en el que las válvulas no experimentan un gradiente de presión o no hay flujo a través de las mismas es conocido como estado neutro de relajación y sin deformación y por lo tanto tienen geometría neutra. Cuando a las valvas se les aplica un gradiente de presión se deforman. Esta deformación depende de la geometría neutra y de las propiedades del material. El valor la presión en condiciones naturales normales es de 80 a 100 mmHg en la aorta.

Análisis y pruebas de laboratorio han demostrado que los prototipos de prótesis de materiales poliméricos tienen un desempeño superior al de las prótesis actuales en cuanto a caída de presión y valores de esfuerzos provocados en la sangre se refiere. Por lo anterior, las prótesis de valvas poliméricas parecen ser una alternativa viable. En este estudio se analiza el efecto de la geometría de varias membranas poliméricas en el flujo, calculando los esfuerzos que el sistema experimenta y que están asociados a la activación de la coagulación.

Índice general

Resumen	V
Motivación	VII
1. Antecedentes	1
1.1. Anatomía cardíaca	1
1.1.1. Función y características de las válvulas cardíacas	2
1.1.2. Estructura de las valvas	3
1.2. Prótesis de válvulas cardíacas	4
1.2.1. Cinemática de las válvulas protésicas	5
1.2.2. Cinemática de las válvulas nativas	6
1.3. Geometría de las valvas: dos curvaturas principales	7
1.4. Flujo sanguíneo	8
1.4.1. Daño en las células sanguíneas	9
1.4.2. Números de Reynolds y Womersley	10
1.5. Principios básicos de mecánica de sólidos	11
1.5.1. Ecuaciones de Navier para sólido deformable. Caso bidimensional	11
1.5.2. Deflexión de vigas delgadas	13
1.6. Objetivos del estudio	14
2. Desarrollo Experimental	15
2.1. Modelo Windkessel	15
2.2. Sistema Experimental	16
2.2.1. Elementos del sistema experimental	18
2.3. Medición de campos de velocidad	20
2.3.1. Velocimetría por imágenes de partículas	21
2.4. Análisis de datos	24
3. Resultados y discusión	27
3.1. Presiones	30

3.2.	Deflexión en flujo estacionario	31
3.3.	Mapas de propiedades de flujo	34
3.3.1.	Campos de velocidad	34
3.3.2.	Vorticidad	40
3.3.3.	Rapidez de deformación	44
3.3.4.	Esfuerzos cortantes viscosos	49
3.4.	Magnitud de velocidad	53
3.5.	Cantidades derivadas	55
3.5.1.	Gradiente de velocidad	55
3.5.2.	Rapidez de deformación	55
3.5.3.	Esfuerzos viscosos	58
4.	Conclusiones	61
A.	Programas de Matlab	63
A.0.4.	Código para obtención de propiedades de flujo.	63
A.0.5.	Código para obtención de las figuras mostradas.	65
B.	Deflexión de placas flexibles	69
	Bibliografía	73

Índice de figuras

1.1. Estructura del corazón humano	1
1.2. Válvulas cardíacas nativas	2
1.3. Esquema del tejido valvular	3
1.4. Prótesis de válvulas cardíacas	5
1.5. Análisis de esfuerzos para una prótesis de válvula cardíaca	6
1.6. Presiones y flujos en válvulas nativas izquierdas	7
1.7. Curvaturas principales	8
1.8. Factor von Willebrand	10
1.9. Deflexión de vigas delgadas	13
2.1. Modelo Windkessel	16
2.2. Esquema de PIV	21
2.3. Correlación cruzada	23
3.1. Imágenes típicas de una valva en un flujo estacionario	28
3.2. Movimiento típico de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	29
3.3. Presiones para dos ciclos en flujo pulsátil	30
3.4. Presiones máximas para una curvatura dada	31
3.5. Deflexión de membranas elásticas	32
3.6. Geometría de la sección transversal de las valva con curvatura	33
3.7. Relación de la deflexión de membranas elásticas como función de su módulo de rigidez a flexión. Variables adimensionales	34
3.8. Campo de velocidades para flujos estacionarios	35
3.9. Campo de velocidad típico de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	38
3.10. Campo de velocidad típico de una valva en interacción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	39
3.11. Campo de vorticidad para un flujos estacionarios	41

3.12. Campo de vorticidad de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	42
3.13. Campo de vorticidad de una valva en interacción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	43
3.14. Mapa de rapidez de deformación para un flujo estacionario	45
3.15. Mapa de magnitud de rapidez de deformación de una valva elástica en interac- ción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	47
3.16. Mapa de magnitud de rapidez de deformación de una valva en interacción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	48
3.17. Mapa de distribución de esfuerzos cortantes viscosos para un flujo estacionario	50
3.18. Mapa de distribución de esfuerzos cortantes viscosos para una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	51
3.19. Mapa de distribución de esfuerzos cortantes viscosos para de una valva en in- teracción con un flujo pulsátil. Ciclo completo	52
3.20. Magnitud de velocidad máxima para un flujo estacionario	53
3.21. Magnitud de velocidad máxima para la valva con mayor curvatura	54
3.22. Magnitud máxima del tensor de deformación para un flujo estacionario	55
3.23. Valor máximo de la magnitud del tensor de deformación para la valva con menor curvatura	56
3.24. Valor máximo de la magnitud del tensor de deformación para la valva con mayor curvatura	57
3.25. Esfuerzos viscosos para diferentes curvaturas	58
3.26. Esfuerzos viscosos cotantes para un flujo estacionario	59
3.27. Esfuerzos viscosos cortantes para la valva con menor curvatura	60
B.1. Esquema de la viga flexionada y definición de los parámetros geométricos . . .	70

Índice de tablas

1.1. Re y Wo para circulación sanguínea humana	11
2.1. Características de las valvas en flujos permanentes	16
2.2. Parámetros de la bomba centrífuga	17
2.3. Valvas estudiadas	18
2.4. Parámetros de la bomba peristáltica	18
2.5. Propiedades de la sangre y el agua	20
2.6. Características del sistema PIV	22

Capítulo 1

Antecedentes

1.1. Anatomía cardíaca

El corazón es el órgano más importante del sistema circulatorio humano y se caracteriza por poseer cuatro cavidades: la aurícula derecha, la aurícula izquierda, el ventrículo derecho y el ventrículo izquierdo. Su función principal es bombear sangre a todo el cuerpo a través de las arterias, las venas y los vasos capilares. El flujo sanguíneo es regulado por cuatro válvulas localizadas, cada una, a la salida de las cavidades mencionadas (figura 1.1).

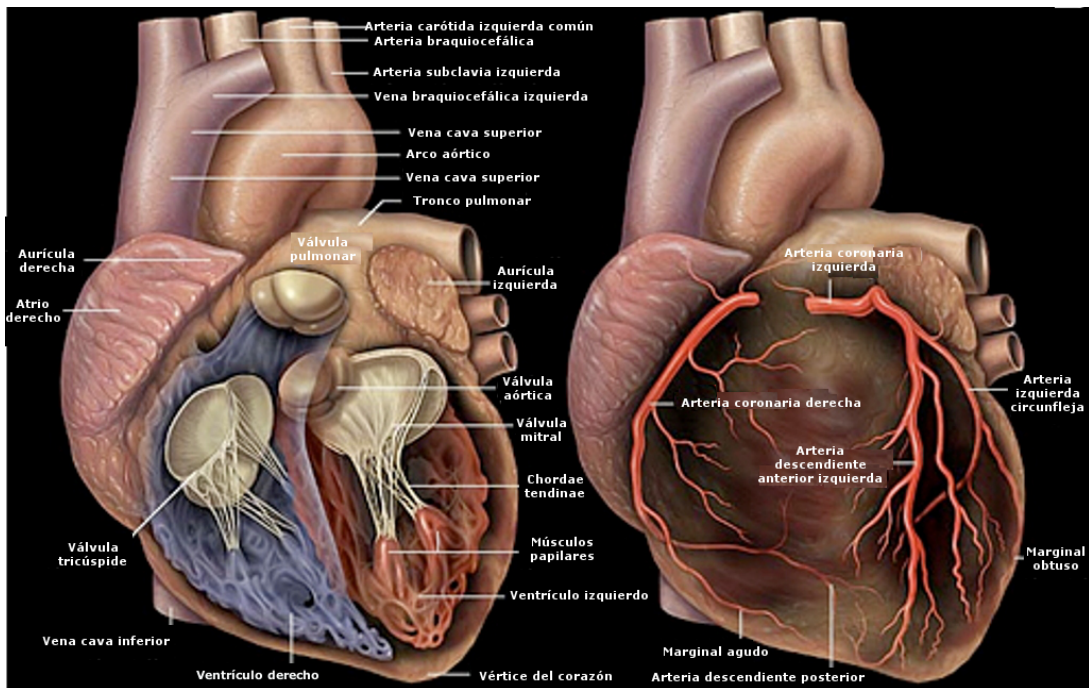


Figura 1.1: Estructura del corazón humano. Ref [19]

1.1.1. Función y características de las válvulas cardíacas

La función de las válvulas cardíacas es mantener el flujo unidireccional de sangre en el sistema cardiovascular. El corazón cuenta con cuatro válvulas, dos internas o atrioventriculares (la válvula mitral, entre la aurícula y el ventrículo izquierdos del corazón y la válvula tricúspide, que se encuentra del lado derecho) y dos externas, la válvula pulmonar y la válvula aorta, cuyo flujo desemboca en los vasos sanguíneos que dan nombre a dichas válvulas (figura 1.2). Las válvulas, a su vez, están compuestas de tres valvas, que son las hojas que abren y cierran permitiendo o impidiendo el flujo, excepto la válvula mitral que consta únicamente de dos valvas.

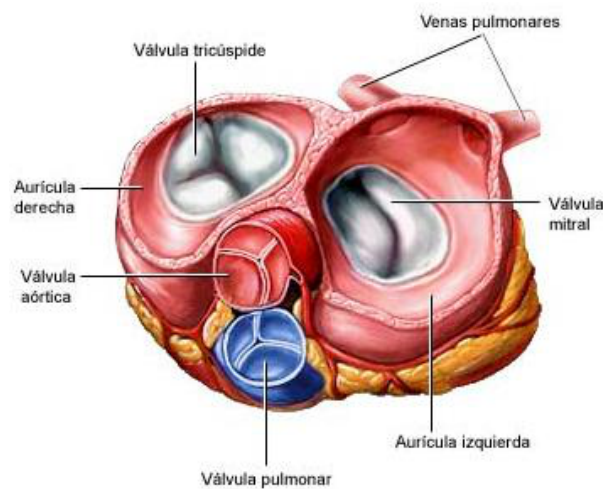


Figura 1.2: Válvulas cardíacas nativas. Ref [19]

El ciclo cardíaco consiste en dos fases principales: la diástole se da cuando los ventrículos se relajan y las válvulas aórtica y pulmonar se cierran mientras que las válvulas mitral y tricúspide se abren para permitir el flujo sanguíneo desde las aurículas hacia los ventrículos. En este periodo las aurículas se contraen, permitiendo un mayor ingreso de sangre a los ventrículos. La sístole se da cuando los ventrículos se contraen, las válvulas mitral y tricúspide se cierran, y las válvulas aórtica y pulmonar se abren para permitir el flujo de sangre por estas vías. La relación (de duración respecto al ciclo cardíaco) sístole/diástole es conocida como fracción sistólica y para un ciclo cardíaco promedio le corresponde un valor de 0.35.

Las válvulas del lado izquierdo del corazón soportan presiones mucho mayores (120 mmHg aproximadamente) a las del lado derecho (30 mmHg aproximadamente). En promedio, el corazón bombea entre 3 y 5 litros de sangre por minuto, provocando altos esfuerzos en la superficie de las valvas, daño que es reparado por las células en el tejido de las mismas [3].



1.1.2. Estructura de las valvas

El tejido que componen las valvas es flexible y muy delgado, menor a 1 mm de espesor. Está constituido por tres membranas, una capa fibrosa, una ventricular y otra más, conocida como esponjosa. Para la válvula aórtica la capa fibrosa se encuentra de cara a la aorta y se compone de hojas de colágeno y un pequeño arreglo de paquetes de elastina orientados en dirección de la circunferencia. La capa ventricular cubre la cara de la valva que está del lado del corazón, es considerablemente más elástica que la capa fibrosa y sus componentes están menos organizados para facilitar la relajación. Entre las capas fibrosa y ventricular se encuentra la capa esponjosa compuesta de glicosaminoglicanos y algunas proteínas fibrosas [3]. A su vez, el tejido consiste en una serie de pliegues alineados y paralelos a la orilla libre de la valva, convirtiendo al tejido valvular en un material anisotrópico (figura 1.3).

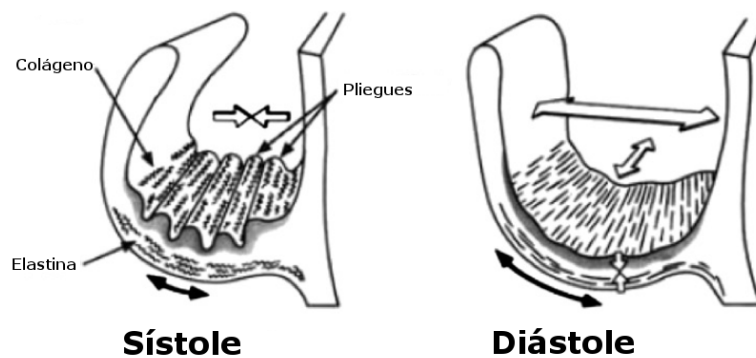


Figura 1.3: Esquema del tejido valvular. Se observan los pliegues de elastina en el tejido, la contracción en la sístole y la relajación en la diástole. Ref. [3]

Además, el módulo elástico de una valva nativa es variable en el ciclo cardíaco. Las valvas tienen un módulo elástico mayor (mayor rigidez) en la diástole, debido a la capa fibrosa, que reduce cambios en la longitud de las mismas, mientras que en la sístole la rigidez disminuye para reducir los esfuerzos de flexión [4]. Diversas pruebas mecánicas en las dos direcciones principales del tejido (dirección radial y circunferencial) [3] han arrojado los valores del módulo elástico en la fase lineal y en la fase no lineal del material:

Zona lineal

- 2 - 10 kPa en dirección radial
- 20 - 100 kPa en dirección circunferencial

Zona no lineal

- de 1 a 2 MPa en dirección radial

- de 8 a 12 MPa en dirección circunferencial

extensibilidad:

- de 0.6 a 0.8 radial
- de 0.2 a 0.3 circunferencial

Sin embargo, los valores antes mencionados son promedio, ya que el tejido de la raíz es de 10 a 50 veces más rígido que el de la cúspide.

Las valvas están adheridas a un anillo llamado anillo valvular que provoca una curvatura y las mantiene en mutua oposición, además cuentan con un tejido que se superpone asegurando un cierre correcto durante la diástole. El anillo valvular se expande durante esta etapa para prevenir un prolapso debido al cierre. Durante la sístole la apertura de la válvula se da en un tiempo menor a 160, segundos mientras que el cierre se da de manera más gradual y éste depende de la presión transvalvular y de los vórtices formados en los senos de Valsalva. La reducción de la velocidad sanguínea a la salida del ventrículo provoca una bifurcación del flujo y parte de este recircula debajo de las valvas creando vórtices. Estos vórtices ayudan a confinar la sangre oxigenada en la arteria (efecto embudo) y al mismo tiempo crean un pequeño gradiente de presión que provoca un cerrado suave y más eficiente [3].

1.2. Prótesis de válvulas cardíacas

Las válvulas cardíacas pueden sufrir ciertas patologías, llamadas valvulopatías, que alteran su funcionamiento. Las valvulopatías pueden originarse por anomalías congénitas, cicatrices postinflamatorias, degeneración por envejecimiento, dilatación del anillo valvular y destrucción aguda por inflamación necrotizante [6]. Los dos tipos principales de valvulopatías son el estrechamiento o la rigidez anormal de las valvas, conocida como estenosis, y la incapacidad de la válvula para cerrarse completamente, que provoca insuficiencia cardíaca. Las válvulas mitral y aórtica sufren valvulopatías con mayor frecuencia, por lo que la insuficiencia incide directamente sobre los órganos irrigados o puede provocar, incluso, trombosis auricular izquierda [6].

La reparación de las lesiones valvulares resulta a veces imposible, por lo que es necesario sustituir la válvula natural. Las válvulas cardíacas de reemplazo son dispositivos diseñados para reproducir la función de una válvula cardíaca natural y, en algunos casos, también la forma (Téllez de Peralta, 1998)[7].

Las válvulas de reemplazo constan de 3 elementos principales:

- Anillo, generalmente metálico, que se recubre con Teflón o Dacrón y es la zona desde la que se sutura para el implante.



- Mecanismo obturador u ocluser que abre y cierra permitiendo el flujo sanguíneo.
- Soporte dentro del cual se mueve el ocluser o, en el caso de la prótesis biológicas, la estructura en la que se montan las valvas.

Existen dos tipos de prótesis valvulares: las de tipo mecánico y las de tipo biológico. Las válvulas mecánicas son elaboradas con materiales sintéticos como son metales, cerámicos y polímeros, mientras que en las biológicas se emplea pericardio bovino o porcino, modificados con tratamientos físicoquímicos para preservar el material y remover proteínas antigénicas (figura 1.4).



Figura 1.4: Prótisis de válvulas cardíacas: a) Válvula mecánica de dos hojas. b) Válvula biológica. Ref [20]

Es bien sabido que las válvulas biológicas tienen un periodo de vida promedio de 20 años, pues al ser tejidos muertos sufren degradación, calcificación, fibrosis, retracciones o desgarros, que limitan su funcionalidad [7]. La sustitución de las prótesis es obligada. La principal ventaja de las bioprótisis es la biocompatibilidad y no provocar fenómenos tromboembólicos.

Debido a la mínima durabilidad de las válvulas biológicas, el uso de válvulas mecánicas se ha extendido en la mayoría de los transplantes. Sin embargo, éstas últimas están relacionadas con problemas de coagulación y trombosis [9] y [10], por lo que los pacientes portadores de una válvula mecánica requieren tratamientos anticoagulantes de por vida [10].

1.2.1. Cinemática de las válvulas protésicas

Las características descritas en la sección anterior proporcionan una geometría muy particular a las valvas para la deformación y la apertura de la válvula. A su vez, esta geometría afecta directamente al flujo sanguíneo. La comparación entre válvulas cardíacas protésicas [5] muestra

que la velocidad y los esfuerzos cortantes en la sangre provocados por una prótesis depende del tipo de la misma y están asociados a la activación de la coagulación y a la hemólisis.

El diámetro de una válvula juega un papel importante. Los diámetros de los anillos de sutura de las prótesis suelen ser pequeños (radio interno de 23 mm y radio externo de 25 mm como tamaño clínico) lo que provoca grandes caídas de presión y altos esfuerzos cortantes debido a los importantes gradientes de velocidades. Estos esfuerzos cortantes y el tiempo de exposición de las células a los mismos, son los responsables del daño sanguíneo (Coagulación y hemólisis). Algunos análisis [5] han arrojado 500N/m^2 como valor crítico de esfuerzos cortantes para 1 s de exposición en la sangre para provocar hemólisis y coagulación. Un análisis de esfuerzos en la sangre provocados por una válvula cardíaca protésica fue hecho por [5] en 2001, cuyos resultados se muestran en la figura 1.5.

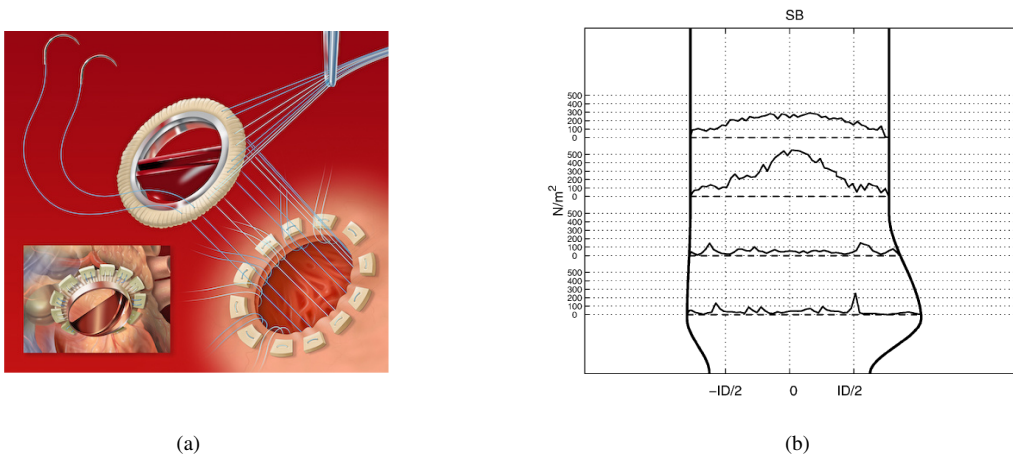


Figura 1.5: Prótesis de válvulas cardíacas: a) Válvula St. Jude bivalva, b) Perfiles de esfuerzos cortantes máximos para una válvula St. Jude para 7, 14, 21 y 28 mm aguas abajo. Análisis *in vitro*. Ref. [5]

En las válvulas biológicas existe un chorro central de gran velocidad, en contraste con el fluido circundante, provocando grandes valores de turbulencia.

1.2.2. Cinemática de las válvulas nativas

Las válvulas nativas presentan una cinemática diferente respecto a las prótesis. La principal diferencia entre las valvas naturales y las sintéticas es el módulo de elasticidad variable en la dirección circunferencial del tejido natural [4]. Estudios han demostrado que en la sístole las valvas naturales experimentan esfuerzos menores al de las prótesis actuales, además, carecen de esfuerzos de compresión [4]. Los esfuerzos debidos a la tensión de las valvas en la diástole, despreciando los esfuerzos de cierre, se conocen como esfuerzos de membrana y se da a través de todo el espesor de las valvas. Los esfuerzos debidos al cierre de la válvula se denominan



esfuerzos de cierre.

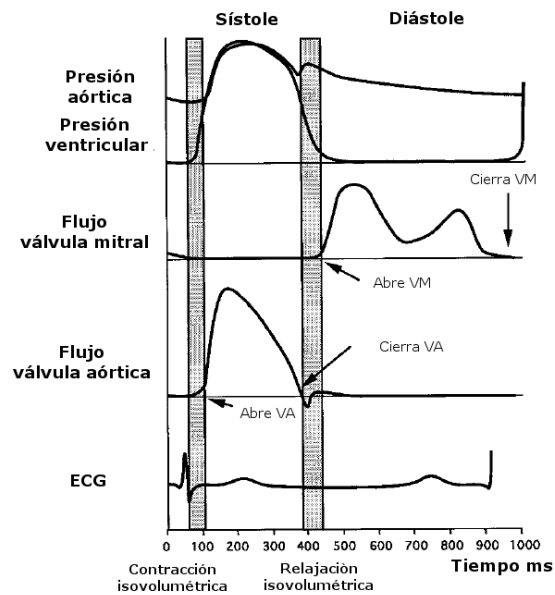


Figura 1.6: Esquema de presiones y flujos típicos en las válvulas nativas aórtica y mitral. Tomada de [1]

La presión sobre las válvulas varía cíclicamente (figura 1.6) lo que produce un cambio en la curvatura de las valvas en dirección circunferencial de sístole a diástole.

1.3. Geometría de las valvas: dos curvaturas principales

En el caso de las válvulas naturales y prótesis biológicas las valvas presentan al menos dos curvaturas principales (figura 1.7). Es bien sabido que la curvatura da rigidez a una estructura elástica. Entonces, si se desea completar un estudio de la interacción de una membrana flexible con un flujo, debe analizarse el efecto de una curvatura generalizada y su respuesta mecánica.

En este estudio se identifica, por primera vez, los parámetros geométricos y propiedades físicas que debe tener una lámina flexible para que funcione como una válvula cardíaca.

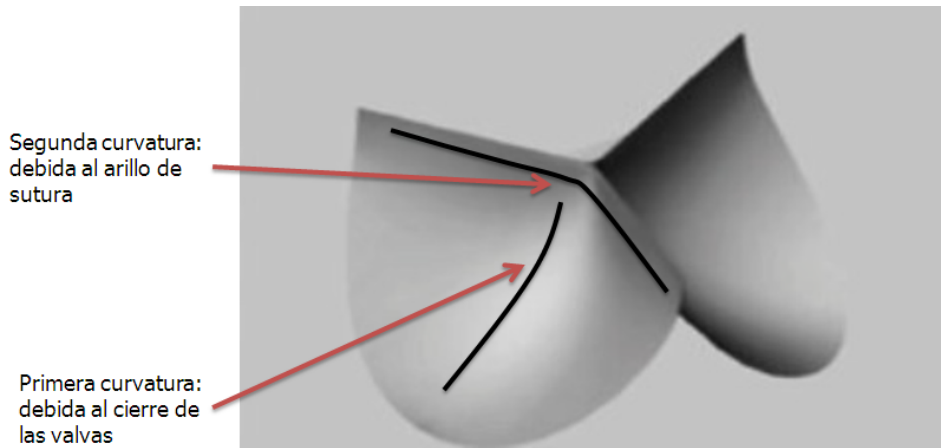


Figura 1.7: Curvaturas principales presentes en las válvulas cardíacas naturales y biológicas. Ref []

Es necesario considerar todos los factores que interactúan para que el diseño de una prótesis valvular ideal funcione de la manera que se busca.

1.4. Flujo sanguíneo

El flujo sanguíneo es caracterizado por varios efectos, como la elasticidad, el estrechamiento y ensanchamiento de los vasos y la particularidad más importante de ser un flujo pulsátil. La velocidad de la sangre varía en función de su posición en el vaso, creando el perfil de velocidad. En el caso ideal, flujo en una tubería cilíndrica rígida, se trata como un perfil de velocidad parabólico, en el que la velocidad es máxima en el centro del vaso y cero en las paredes. Sin embargo, los perfiles de velocidad de los vasos del cuerpo suelen ser más complejos, no tienen la simetría radial y varían con el tiempo durante el ciclo cardíaco [12]. Además, el perfil de velocidad varía durante el ciclo cardíaco. La onda de flujo correspondiente a cada instante depende directamente del gradiente de presión. La sangre eyectada por el corazón pasa a la aorta provocando la expansión de dicha arteria. La región expandida desciende por el árbol arterial en forma de onda de presión. Si la arteria es alargada y recta, en un punto concreto del vaso, la presión alcanza un máximo y a continuación disminuye hasta el valor basal [12].

1.4.1. Daño en las células sanguíneas

Los estudios previos permiten suponer que los esfuerzos cortantes y la rapidez de deformación del fluido inducidos por las válvulas artificiales en el flujo están ligados directamente al daño sanguíneo [10].

Las áreas de altos esfuerzos cortantes coinciden con las zonas de daño sanguíneo y activación de las plaquetas para la formación de trombos [14] asociada con la activación del factor von Willebrand como un reparador del sistema vascular. Como resultado, se producen coágulos en regiones cercanas a la prótesis. El factor von Willebrand es una proteína presente en la sangre que permanece enrollada hasta que ciertas condiciones de flujo la activan, provocando su desenvolvimiento y la segregación de una sustancia a la que se adhieren las células sanguíneas para formar coágulos. Estudios formales de la dinámica han demostrado que las tasas de corte en arterias pequeñas, donde la actividad precoaguladora del factor von Willebrand es predominante, son del orden de 1000 s^{-1} .

El tamaño de los glóbulos del factor von Willebrand ha sido estimado en $d \sim 2 \mu\text{m}$ [14] en su forma compacta, que se conserva por debajo del valor crítico de los esfuerzos cortantes (estimado en $\dot{\gamma}_{crit} = 5000 \text{ [s}^{-1}\text{]}$). Superado este valor crítico, el factor von Willebrand se extiende como una fibra que alcanza la longitud promedio de $l = 15 \mu\text{m}$ (figura 1.8). Se sabe también que este proceso es reversible, pues la proteína comienza a relajarse hasta alcanzar su forma compacta cuando la intensidad de los esfuerzos disminuye [14].

La formación de agregados plaquetarios y del factor von Willebrand en presencia de una válvula protésica han aumentado los cuestionamientos acerca de las razones por las cuales no se encuentran bajo condiciones fisiológicas normales. Desde el punto de vista hidrodinámico, las condiciones de esfuerzos cortantes en el flujo necesarias para iniciar la activación plaquetaria y del factor von Willebrand son bastante raras lejos de la superficie vascular, disminuyendo la probabilidad de encontrar la proteína activa [14]. Considerando este argumento, se concluye que en el escenario *in vivo*, las condiciones necesarias para la activación del factor von Willebrand se dan en raras ocasiones.

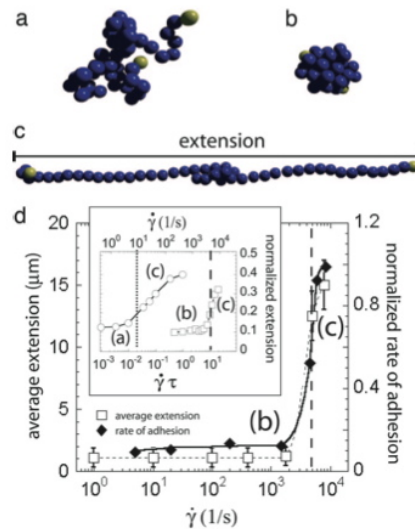


Figura 1.8: Factor von Willebrand en tres diferentes configuraciones: (a) semicollapsada; (b) colapsada; (c) extendida. La figura (d) muestra resultados experimentales de la extensión promedio (cuadrados) del factor von Willebrand y su razón de adherencia normalizada (rombos) como función del esfuerzo cortante. (Obtenida de [14])

1.4.2. Números de Reynolds y Womersley

El número de Reynolds es la principal herramienta matemática para caracterizar a los flujos. En el cuerpo humano, la sangre circula en un régimen laminar, excepto en la aorta ascendente y en la arteria pulmonar (con válvulas sanas). En la región postestenótica se produce un flujo turbulento [12]. Para un flujo estacionario, la transición de flujo laminar a turbulento se da al llegar a $Re \sim 2300$

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu} \quad (1.1)$$

en la que ρ y μ son la densidad y viscosidad del fluido newtoniano; V es la velocidad promedio del flujo y d el diámetro del conducto por el que el fluido circula.

En un flujo pulsátil es relevante el número de Womersley, que toma en cuenta la frecuencia ω de la bomba que genera el flujo para determinar la distribución de velocidades:

$$Wo = \frac{d}{2} \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}} \quad (1.2)$$

El número de Womersley resalta los efectos no estacionarios de un flujo pulsátil. La tabla 1.3 muestra la comparación de los números de Reynolds y Womersley en la circulación sanguínea del cuerpo humano.



	Wo	Velocidad $\left[\frac{cm}{s}\right]$				Re	
		Media	Sistólica	-	Diastólica	Medio	Máx.
Circulación sistémica							
Aorta ascendente	21	18	112	-	0	1500	9400
Aorta descendente	12	14	75	-	0	640	3600
Arteria renal	4	40	73	-	26	700	1300
Arteria femoral	4	12	52	-	2	200	860
Vena femoral	7	4		-		104	
Vena cava superior	15	9	23	-	0	550	1400
Vena cava inferior	17	21	46	-	0	1400	3000
Circulación pulmonar							
Arteria	20	19	96	-	0	1600	7800
Vena	10	19	38	-	10	800	2200

Tabla 1.1: Números de Re y Wo para la circulación sanguínea de una persona de 70[kg] en reposo. Ref [15]

1.5. Principios básicos de mecánica de sólidos

1.5.1. Ecuaciones de Navier para sólido deformable. Caso bidimensional

En el sistema estudiado, las membranas sufren importantes deformaciones al tener contacto con los distintos flujos. En este estudio las deformaciones se deben a cargas distribuidas.

El comportamiento esfuerzo-deformación de las membranas elásticas es no lineal. Sin embargo, la no linealidad puede ser analizada como dos comportamientos en conjunto: deformaciones finitas y comportamiento no lineal. Se considera que los materiales usados (neopreno y hule silicón) son linealmente elásticos para las deformaciones experimentadas en este estudio. El módulo que se usará en el análisis es calculado a partir de la pendiente de la recta que va desde el origen hasta el punto de interés en la curva esfuerzo - deformación.

Con las suposiciones anteriores las ecuaciones que gobiernan la deformación de un sólido son

$$\rho_s \left[\frac{\partial^2 \underline{u}_s}{\partial t^2} + \left(\frac{\partial \underline{u}_s}{\partial t} \frac{\partial}{\partial t} \cdot \nabla \underline{u}_s \right) \right] = \nabla \cdot \underline{\underline{\sigma}} + \underline{\underline{C}} \quad (1.3)$$

donde ρ_s es la densidad del sólido, $\underline{\underline{\sigma}}$ es el tensor de esfuerzos, $\underline{\underline{C}}$ son las fuerzas de cuerpo y \underline{u}_s es el campo vectorial de desplazamiento del sólido. Las ecuaciones anteriores son las ecuaciones generales de Navier, cuya ecuación constitutiva, para $\underline{\underline{\sigma}}$ es



$$\underline{\underline{\sigma}} = \lambda_s \text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}} + 2\mu_s \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (1.4)$$

en la que λ_s y μ_s son las constantes de Lamé y $\underline{\underline{\varepsilon}}$ es el tensor de deformaciones

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \frac{1}{2} (\nabla \underline{\underline{u}}_s + \nabla \underline{\underline{u}}_s^T) \quad (1.5)$$

Las constantes de Lamé se relacionan con el módulo de elasticidad o módulo de Young E_s y el coeficiente de Poisson ν_s de la siguiente manera

$$\lambda_s = \frac{E_s}{1 + \nu_s} \frac{\nu_s}{1 - 2\nu_s} \quad (1.6)$$

$$\mu_s = \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)} \quad (1.7)$$

Al sustituir la ecuación constitutiva en la ecuación vectorial de Navier, se obtiene

$$\rho_s \left[\frac{\partial^2 \underline{\underline{u}}_s}{\partial t^2} + \frac{\partial \underline{\underline{u}}_s}{\partial t} \cdot \frac{\partial}{\partial t} \nabla \underline{\underline{u}}_s \right] = E_s [C1 \nabla (\nabla \cdot \underline{\underline{u}}_s) + C2 \nabla \cdot (\nabla \underline{\underline{u}}_s)] + \underline{\underline{C}} \quad (1.8)$$

$$C1 = C2 \left[\frac{2\nu_s}{1 - 2\nu_s} + 1 \right] \quad (1.9)$$

$$C2 = \frac{1}{2(1 + \nu_s)}$$

El coeficiente de Poisson para polímeros elásticos cumple con $0.3 \leq \nu_s \leq 0.5$. Considerando al material como incompresible

$$\text{Tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) = (\nabla \cdot \underline{\underline{u}}) = 0$$

y despreciando las fuerzas de cuerpo, las ecuaciones se reducen a

$$\rho_s \left[\frac{\partial^2 \underline{\underline{u}}_s}{\partial t^2} + \frac{\partial \underline{\underline{u}}_s}{\partial t} \frac{\partial^2 \underline{\underline{u}}_s}{\partial t \partial x} + \frac{\partial \underline{\underline{v}}_s}{\partial t} \frac{\partial^2 \underline{\underline{u}}_s}{\partial t \partial y} \right] = \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)} \left[\frac{\partial^2 \underline{\underline{u}}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{\underline{u}}_s}{\partial y^2} \right] \quad (1.10)$$

$$\rho_s \left[\frac{\partial^2 \underline{\underline{v}}_s}{\partial t^2} + \frac{\partial \underline{\underline{u}}_s}{\partial t} \frac{\partial^2 \underline{\underline{v}}_s}{\partial t \partial x} + \frac{\partial \underline{\underline{v}}_s}{\partial t} \frac{\partial^2 \underline{\underline{v}}_s}{\partial t \partial y} \right] = \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)} \left[\frac{\partial^2 \underline{\underline{v}}_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \underline{\underline{v}}_s}{\partial y^2} \right] \quad (1.11)$$

para sólido elástico, incompresible, homogéneo isotrópico y linealmente independiente, sometido a deformaciones finitas.



1.5.2. Deflexión de vigas delgadas

Una herramienta muy útil para el estudio de la deformación de membranas elásticas es la teoría de aproximación de la deflexión de vigas delgadas. Se considera una viga delgada con las siguientes condiciones

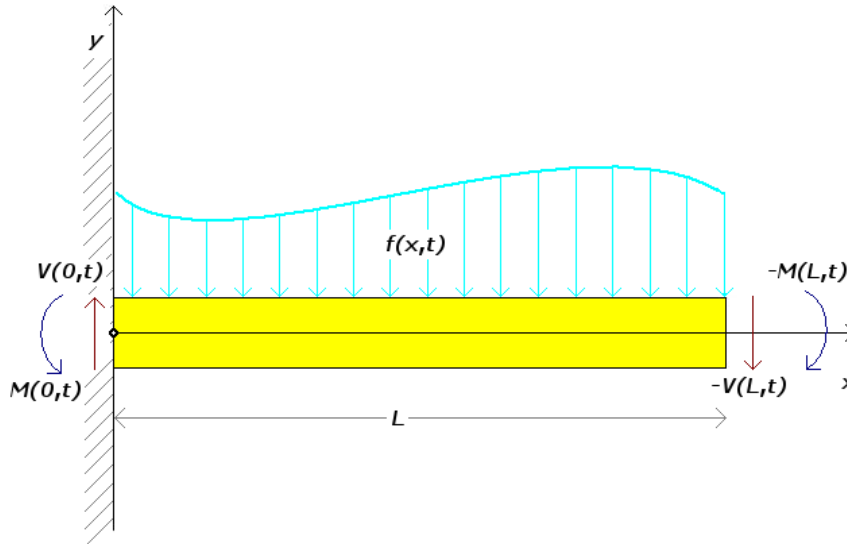


Figura 1.9: Deflexión de vigas delgadas. Viga sometida a una carga distribuida $f(x, t)$. La velocidad en el punto marcado es $v_s(0, t) = 0$.

- La viga está inicialmente en reposo y en posición recta
- No hay desplazamientos en dirección horizontal
- El desplazamiento vertical es el mismo para toda la sección transversal, por lo que el movimiento del sólido depende únicamente de la posición horizontal y del tiempo (ciclo), $u_s = u_s(x, t)$
- Desplazamientos pequeños $|u_s| < 1$ $\frac{\partial^m u_s}{\partial x^m \partial t^n} \ll 1$ para $m > 1$ y $n = 1, 2, 3$

Con las suposiciones anteriores y haciendo un balance de momentum lineal y angular, la ecuación diferencial que describe el movimiento vertical de una viga como la de la figura 1.9

$$E_s I \frac{\partial^4 u_s(y)}{\partial x^4} - \rho_s I \frac{\partial^4 u_s(y)}{\partial t^2 \partial x^2} + \rho_s A \frac{\partial^2 u_s(y)}{\partial t^2} = f(x, t) \quad (1.12)$$

donde I representa el segundo momento de inercia $I = \int \int y^2 dA$, ecuación donde A es el área de la sección transversal de la viga, $A = \int \int dA$ y $f(x, t)$ es la carga distribuida por unidad de longitud [11].

Para el caso de vigas empotradas se establecen las siguientes condiciones de frontera

- $u_s(0, t) = 0$, la deflexión en el extremo empotrado es nula
- $\frac{\partial u_s(0, t)}{\partial x} = 0$, la pendiente en el extremo empotrado es cero
- $M(L, t) = E_s I \frac{\partial^2 u_s(L, t)}{\partial x^2} = 0$, el momento flexionante en el extremo libre de la viga es nulo
- $V(L, t) = \rho_s I \frac{\partial^3 u_s(L, t)}{\partial t^2 \partial x} - E_s I \frac{\partial^3 u_s(L, t)}{\partial x^3} = 0$, el esfuerzo cortante es despreciable en el extremo libre de la viga

Con esta expresión puede evaluarse el efecto de la geometría y las propiedades elásticas en la deflexión de una lámina flexible. Sin embargo, sigue siendo un problema difícil de resolver [8]. El análisis presentado en este trabajo se refiere a la interacción sólido - fluido y se requiere un modelo en el que se incluyan y resuelvan de manera simultánea las ecuaciones de la dinámica de fluidos y la mecánica de sólidos. Aún con todas las simplificaciones descritas anteriormente, se tiene un sistema muy complejo, que combina métodos experimentales, analíticos y numéricos para hallar una solución.

1.6. Objetivos del estudio

Objetivo general:

Estudiar las características de flujos en interacción con membranas elásticas con distintas propiedades materiales y geométricas.

Objetivos particulares:

Estudiar el efecto que tiene la curvatura de una membrana flexible en un flujo en régimen estacionario y en un flujo pulsátil.

Estudiar el efecto la interacción sólido - fluido tales como esfuerzos, turbulencia y la rapidez de deformación en el flujo.



Capítulo 2

Desarrollo experimental

En este capítulo se describe el equipo experimental utilizado y la forma en la que se obtuvieron las mediciones para este estudio. Inicialmente se describe el modelo que emula el sistema cardíaco humano, las técnicas de cámara rápida y Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV, por sus siglas en inglés). Enseguida, se detalla el proceso de obtención de datos experimentales. Finalmente, se analizan los datos para llegar a los resultados del siguiente capítulo.

2.1. Modelo Windkessel

El modelo Windkessel es una representación simplificada del sistema circulatorio humano. Su principal característica es que simula los principales elementos del aparato circulatorio; es decir, consta de un elemento basado en la resistencia que provocan los vasos pequeños al flujo sanguíneo y un elemento de conformidad (o complensación) que representa la elasticidad de los vasos de diámetro mayor y que tienen una mejor capacidad para almacenar energía que permite producir un flujo laminar en venas y arterias [16].

El valor total de la compensación arterial, C , es la relación del cambio de volumen respecto al cambio de presión:

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta P} \quad (2.1)$$

La ley de Poiseuille establece que la resistencia es inversamente proporcional al radio de los vasos sanguíneos, es decir, los vasos más pequeños como los capilares y las arteriolas ofrecen mayor resistencia al flujo sanguíneo. La resistencia total del sistema puede obtenerse con la suma de las resistencias de todos los vasos pequeños.

Es importante aclarar que el modelo se basa en las variaciones de presión simultáneas en todo el sistema circulatorio, es decir, no toma en cuenta la distribución de los gradientes de presión

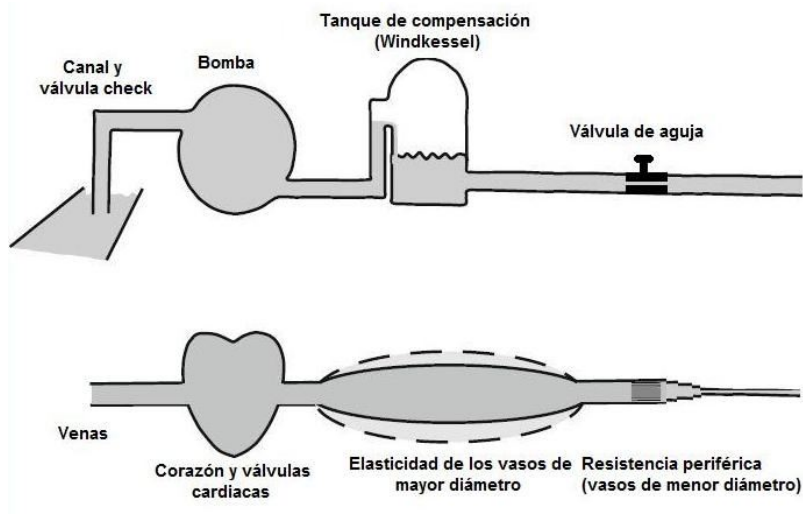


Figura 2.1: Modelo Windkessel. En la parte superior se ilustran los componentes de dicho modelo, mientras que en la parte inferior se compara con el sistema circulatorio. Ref. [16]

[16].

2.2. Sistema Experimental

El elemento central del experimento es un juego de valvas dispuestas con distintas curvaturas y materiales. La primera parte de la investigación consistió en estudios de flujo estacionario. Se utilizaron valvas de 3 materiales distintos y 2 longitudes diferentes, considerando 6 valvas en total, todas ellas, sin curvatura, tabla 2.1.

Material	Longitud <i>mm</i>	Espesor <i>mm</i>	Segundo momento de inercia m^4	Módulo elástico $\times 10^6 kg/m\dot{s}^2$	Rigidez a flexión $kg\dot{m}^3/s^2$
Neopreno	15	0.7	1.34×10^{-12}	2.96	3.94×10^{-6}
	26				
Silicón 1	15	0.8	2.05×10^{-12}	2.20	4.51×10^{-6}
	26				
Silicón 2	15	0.4	2.50×10^{-13}	2.15	5.39×10^{-7}
	26				

Tabla 2.1: Características de las valvas en flujos permanentes.

Las valvas descritas en la tabla 2.1 fueron sometidas a deformaciones bajo 7 diferentes flujos en régimen estacionario, para lo cual se usó una bomba centrífuga. Las magnitudes de los flujos son especificadas en la tabla 2.2. Se menciona también que el tiempo de medición fue de 200



muestras para cada experimento y se realizaron 4 experimentos por valva y flujo, dando así un total de 168 pruebas.

Experimento permanente	Flujo Volumétrico l/s	Re
0	0.30	750
1	0.44	1100
2	0.53	1325
3	0.58	1450
4	0.60	1500
5	0.62	1550
6	0.64	1600

Tabla 2.2: Parámetros de la bomba centrífuga de flujo permanente. Valores de los 7 flujos utilizados.

Cabe mencionar que las magnitudes de los flujos fueron elegidas con base en la capacidad de una válvula de aguja y se decidió que el cierre de dicha válvula fuera simétrico. El "Flujo 0" es la capacidad máxima de la bomba y de la válvula, mientras que el "Flujo 6" se debe a la capacidad mínima de la válvula.

De esta primera etapa de experimentos se analizaron las deflexiones (comparación única de propiedades de los materiales) y el efecto en el flujo, determinando para cada sistema de interacción flujo - valva la tasa de rapidez de deformación y los esfuerzos viscosos en el fluido.

En la segunda parte de experimentos, los materiales estudiados fueron silicón 2 y neopreno. Por cada material se probaron cuatro curvaturas distintas y sólo una longitud 26mm, teniendo un total de 8 valvas, con las características de las tabla 2.3. Para variar la curvatura, las valvas fueron colocadas ente dos piezas de acrílico maquinadas con la curvatura deseada que al cerrarse aprisionaban las membranas curvándolas para el análisis.

Material	Valva	Curvatura m^{-1}	Espesor mm	Segundo momento de inerencia m^4	Densidad kg/m^3	Módulo de elasticidad $1 \times 10^6 kg/m \cdot s^2$	Módulo de rigidez a flexión $kg \cdot m^3/s^2$
Neopreno	N_1	0.0	0.7	1.34×10^{-12}	1140	2.96	3.98×10^{-6}
	N_2	1.0		1.88×10^{-11}			5.57×10^{-5}
	N_3	2.0		4.02×10^{-11}			1.19×10^{-4}
	N_4	4.0		3.53×10^{-11}			1.04×10^{-4}
Silicón	S_1	0.0	0.4	2.50×10^{-13}	1070	2.15	5.39×10^{-7}
	S_2	1.0		1.03×10^{-11}			2.22×10^{-5}
	S_3	2.0		2.27×10^{-11}			4.90×10^{-5}
	S_4	4.0		2.03×10^{-11}			4.35×10^{-5}

Tabla 2.3: Valvas estudiadas, curvaturas y propiedades de los materiales.

Esta vez, las membranas elásticas fueron sometidas a deformaciones bajo 12 flujos distintos (4 frecuencias y 3 volúmenes desplazados), todos ellos de naturaleza pulsátil. Para dicho fin, se utilizó una bomba peristáltica, cuyo rango de operación se menciona en la tabla 2.4. Cada valva fue sometida a los 12 flujos, siendo en total 96 combinaciones. En cada combinación se analizaron 200 ciclos usando la técnica de barrido de fase (*Phase Locking*) en 12 instantes para cada uno (11 en intervalos iguales y una para la máxima deflexión que corresponde a $t/T = 0.35$, ya que la fracción sistólica es de 0.35). Además, por cada combinación se realizaron 2 pruebas, para probar la repetibilidad.

Parámetro	Magnitud	Unidades
Frecuencia de bombeo	40, 60, 70,90	<i>ciclos/minuto</i>
Volumen desplazado (durante la fase sistólica)	30, 45, 60	$cm^3/golpe$
Fracción sistólica	35/65	% del ciclo

Tabla 2.4: Magnitudes usadas en las mediciones experimentales para cada parámetro de la bomba peristáltica.

2.2.1. Elementos del sistema experimental

Además de las valvas flexibles y las dos bombas descritas en la sección anterior, los elementos que se mencionan a continuación conforman el equipo experimental.



1. Canal de pruebas: Las valvas fueron instaladas en un canal de sección rectangular de acrílico con el fin de permitir la visualización del movimiento de la valva y del flujo. La parte superior del canal se tiene una "zona de laminarización" que consiste en una cavidad rellena con popotes.
2. Elemento de compensación: El volumen de gas en su interior se comprime y se expande en cada ciclo, simulando así la elasticidad de los vasos sanguíneos.
3. El recipiente consiste de un cilindro de 155 mm de diámetro y 319 mm de altura. En las mediciones experimentales se utilizó una altura de 155 mm de colchón de aire, igual al diámetro del tanque.
4. Válvula de aguja: La resistencia al flujo que presentan los vasos de diámetro menor es representada con una válvula de aguja. En ella se presenta una caída de presión regida por la siguiente relación

$$\Delta p = \left(\frac{Q}{C_v} \right)^2$$

donde Δp es la caída de presión, Q es el flujo volumétrico que pasa por la válvula y C_v es un coeficiente asociado a la válvula cuyo valor cuando está completamente abierta es $C_v = 1.6$. (Dato de fabricante).

Para las mediciones aquí discutidas la válvula se mantuvo completamente abierta.

5. Sustancia de trabajo: Para realizar las mediciones de esta investigación se utilizó agua cuya principal ventaja es que permite el acceso óptico. Respecto a las características reológicas, es importante recordar que la sangre presenta un comportamiento newtoniano en vasos grandes, que es la escala correspondiente a los experimentos, por lo que usando agua puede tenerse una buena aproximación, tabla 2.5.

Sustancia	Propiedad	
	Densidad kg/m^3	Viscosidad dinámica kg/ms
Sangre	1050	0.0035
Agua	1000	0.0010

Tabla 2.5: Comparación de las propiedades del agua y de la sangre.

6. Transductores de presión: Estos dispositivos se componen de membranas que se deforman al aplicarles una fuerza. Esta fuerza se convierte en una señal eléctrica de voltaje que es proporcional a la deformación que experimentan las membranas. La medición de la presión se realiza antes y después de las valvas, a 10 cm de cada valva. Estas presiones han sido denominadas presión de aguas arriba y de aguas abajo, respectivamente. Para la adquirir datos de la presión aguas arriba se usó un transductor Omegadyne PX309-030A5V, cuya ecuación de calibración se muestra como la ecuación 2.2; mientras que para la presión aguas abajo se utilizó el transductor Kobold KPK-30/302227, con la ecuación de calibración 2.3.

$$P = 41871V - 79393 \quad (2.2)$$

$$P = 61712V - 101399 \quad (2.3)$$

donde P , presión, está dado en Pa y V , tensión eléctrica de salida del transductor, en V .

2.3. Medición de campos de velocidad

La técnica de visualización que se utilizó para este estudio es la Velocimetría por Imágenes de Partículas (PIV, por sus siglas en inglés). En conjunto con esta técnica, se usó también otra llamada *Phase Locking*, que consiste en capturar imágenes únicamente en un instante del ciclo y obtener sus parámetros estadísticos, como promedio y desviación estándar, para elaborar un ciclo cardiaco promedio. Para el estudio aquí presentado se tomaron 200 imágenes de cada instante del ciclo, eligiendo dichos instantes con una partición regular desde el inicio del ciclo (marcado cuando el pistón de la bomba está totalmente adelante) hasta un tiempo de $t/T = 1$, donde t es el instante y T el periodo de cada ciclo. Así, se tienen 10 mediciones promedio cada $t/T = 0.1$, con los que se reconstruye un ciclo promedio. El conjunto de ambas técnicas



permite obtener los campos de velocidades, presiones y deformaciones del ciclo promedio para cada valva en cada condición estudiada.

2.3.1. Velocimetría por imágenes de partículas

Esta técnica utiliza una cámara sincronizada con un láser de doble pulso. La función del láser es iluminar la zona de medición (conocida como zona de interrogación) al mismo tiempo que la cámara captura la imagen (figura 2.2).

Mediante la técnica PIV es posible seguir la trayectoria de partículas trazadoras en un intervalo de tiempo muy pequeño, del orden de 5 microsegundos. En cada ciclo se obtiene un par de fotografías que son analizadas con los algoritmos del procesador DynamicStudio que consisten en obtener el mapa de vectores a partir de las imágenes adquiridas para determinar el desplazamiento y la velocidad de las partículas. Esto se logra a partir de la comparación de cada imagen, en las que se determina la posición de las partículas obteniendo su desplazamiento en pixeles y con el tiempo entre cada toma puede calcularse la velocidad.

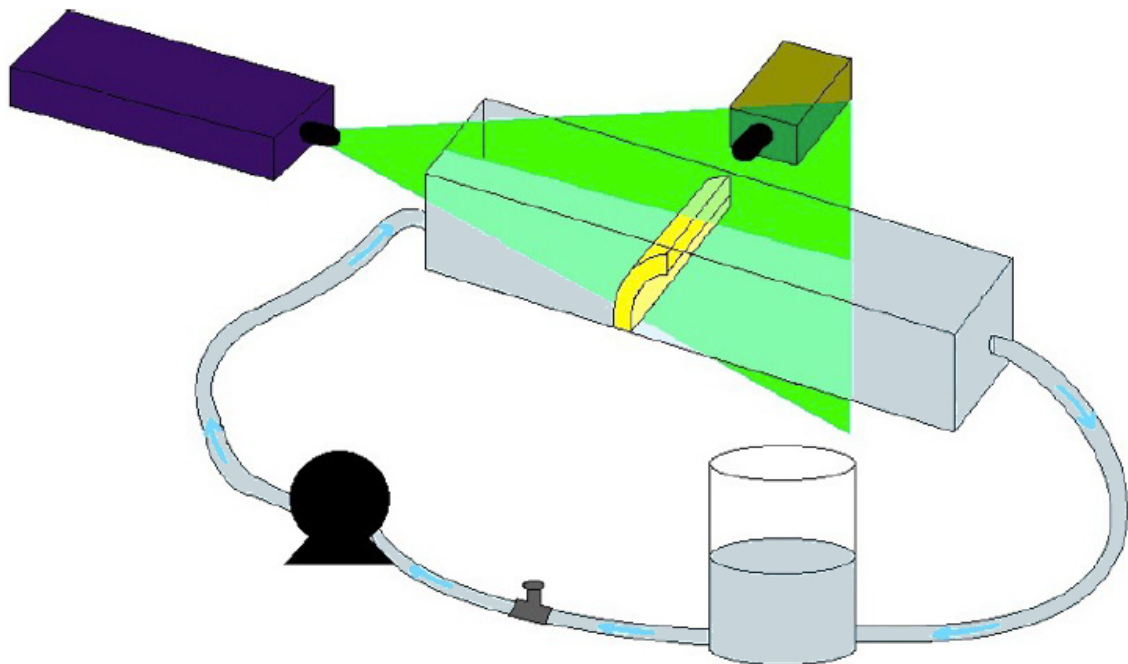


Figura 2.2: Esquema de PIV aplicado al modelos Winkessel usado. La cámara se encuentra en posición ortogonal respecto al láser.

Partículas trazadoras: Son esferas de vidrio muy pequeñas, huecas y cuyo diámetro es del orden de $10\mu\text{s}$ y son recubiertas con plata para aumentar la reflexión de la luz incidente en ellas. La densidad de los trazadores debe ser muy parecida a la del fluido de trabajo, con la finalidad de

Propiedad	
Equipo	Modelo y características
Partículas trazadoras	Esferas de vidrio, huecas, recubiertas de plata Diámetro: 10μ . Densidad: $010kg/m^3$
Láser	Litron LDY301-PIV
Cámara	Speed Sense. Phantom Camera

Tabla 2.6: Características del sistema PIV.

seguir fielmente el flujo estudiado, y su tamaño, lo suficientemente pequeño, para permitir la correcta visualización del flujo (tabla 2.6).

La metodología PIV es la siguiente:

1. El flujo a estudiar es sembrado con partículas trazadoras de ciertas características.
2. Con el experimento funcionando, se ilumina al área de interés con una hoja láser. Esta incide sobre las partículas trazadoras que reflejan la luz en todas direcciones, así como también en el plano de la cámara que capturarán las imágenes para su procesamiento.
3. La cámara, que se encuentra en posición ortogonal al plano láser, captura dos imágenes para su comparación. Así, se obtienen pares de fotografías con un tiempo muy pequeño entre cada imagen del par, casi siempre distinto al tiempo entre pares. En el caso de este estudio, el tiempo entre pares está dado por la técnica Phase Locking, y depende exclusivamente de la frecuencia de la bomba pulsátil.
4. Las imágenes pasan al procesador PIV, donde son divididas en áreas de interrogación y se determina la velocidad de las partículas en el fluido comparando la intensidad luminosa en cada área. Con esto se discute que la velocidad del flujo es medida indirectamente, a través de la velocidad que las partículas presentan en él.
5. El procesador de PIV se encarga de calcular las características del flujo que se desean, tales como velocidad y vorticidad, por medio del método de correlación cruzada (figura 2.3).
 - Correlación cruzada: A partir de este procesamiento se determina el campo de velocidades del flujo. Las fotografías adquiridas con la cámara se dividen en áreas de interrogación cuyas dimensiones pueden ser elegidas por el usuario (generalmente 32×32 píxeles), que facilita el proceso estadístico. La correlación cruzada consiste en el análisis de la similitud de dos señales desplazadas un cierto tiempo. En este caso, se estudian las imágenes comparando la intensidad luminosa de la luz reflejada por las partículas trazadoras en cada



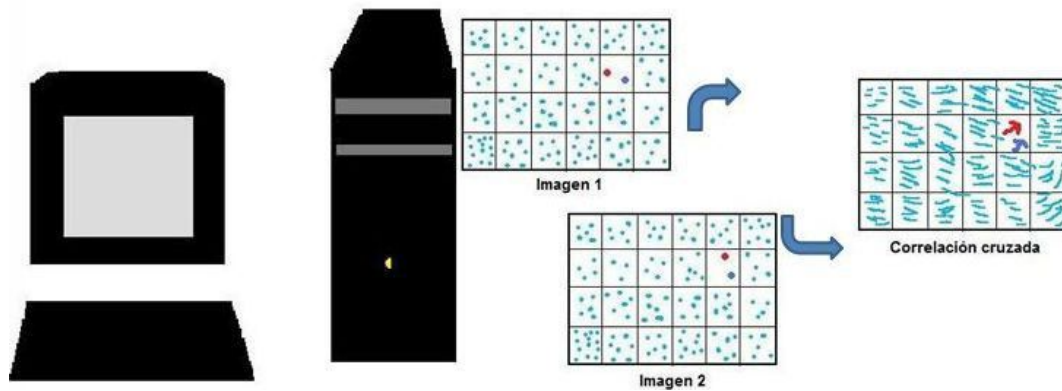


Figura 2.3: Correlación cruzada. Se comparan dos imágenes desfasadas un Δt y mediante métodos estadísticos se determina el desplazamiento y la velocidad de las partículas trazadoras.

área de interrogación. Se determina un valor promedio del que se obtiene el desplazamiento de las partículas ($d(t) - d(t + \Delta t)$). Con este desplazamiento puede obtenerse la velocidad de las partículas, con el tiempo conocido entre imágenes.

$$v_{particulas} = \frac{d(t) - d(t + \Delta t)}{\Delta t} \frac{\text{pixeles}}{\text{segundo}} \quad (2.4)$$

- **Validación:** Después del proceso de correlación cruzada surgen vectores incorrectos como resultado de algún mal cálculo, por ejemplo, que algunas partículas hayan salido del área de interrogación en la segunda toma. Estos vectores son eliminados mediante un proceso de validación de vectores que consiste en identificar, rechazar y quitar los vectores incorrectos y sustituirlos por un vector validado. Este vector puede obtenerse por dos métodos distintos; el primero es la validación de un solo punto que analiza a cada vector si está dentro de un rango de velocidad promedio para el campo completo. Si la magnitud de un vector está fuera de este rango, lo sustituye por uno con velocidad media. El segundo método es el de validación del campo de flujo, en el que se compara a cada vector con sus vecinos para establecer si es muy diferente de ellos, de ser así, el vector comparado es sustituido por el promedio de los vecinos. El número de vectores vecinos con el que es comparado cada vector, puede ser seleccionado por el usuario.
- **Filtrado:** En todas las mediciones PIV aparecen vectores incorrectos que pueden deberse al ruido inminente del entorno o a errores de medición. Estos son eliminados mediante un proceso de filtrado que consiste en comparar el vector de un punto específico con los vectores vecinos y rechazarlos, usando únicamente los vectores que se consideren dentro de un rango para futuros procesos, principalmente el grupo de derivación. También establece las condiciones de los vectores que pueden ser sustituidos.

- Derivación: La derivación es un método usado para extraer, cuantificar y mostrar cualidades del flujo que no son inmediatamente visibles. Ejemplos de los métodos de validación son vorticidad, líneas de corriente y la sustracción de vectores.
- Enmascarado: Se eliminan fuentes de luz o reflejos que en el experimento físico no pudieron ser anuladas. El usuario dibuja el área que debe ser descartada por el procesador, eliminando su efecto del análisis estadístico de los vectores.

2.4. Análisis de datos

Después de la adquisición de datos mediante las técnicas de velocimetría por imágenes de partículas y promediado en fase se procesaron los datos con programas de matlab (Apéndice A), para obtener cantidades como gradientes de velocidad, magnitud de rapidez de deformación, vorticidad y esfuerzos viscosos. A continuación se describen las ecuaciones utilizadas para dichos análisis.

Se considera las velocidades un mismo instante de dos puntos cercanos de una porción de fluido. Sea v_i para el punto p_1 y $v_i + dv_i$ para p_2 . De esta manera, la partícula p_2 tiene una velocidad relativa respecto a la partícula p_1 que se escribe como

$$dv_i = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} dx_j \quad (2.5)$$

en notación inicial o

$$d\underline{v} = \underline{L} \cdot \underline{x} d\underline{x} \quad (2.6)$$

en notación tensorial. En la ecuación 2.6 \underline{L} es el tensor de segundo orden que representa el gradiente de velocidad espacial de un campo de velocidades $v_i = v_i(x, t)$ y en notación indicial es

$$L_{ij} = \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (2.7)$$

El tensor gradiente de velocidad espacial puede descomponerse en un tensor simétrico y en un tensor antisimétrico, cada uno con características muy particulares.

$$\begin{aligned} L_{ij} &= D_{ij} + \omega_{ij} \\ \underline{L} &= \underline{D} + \underline{W} \end{aligned} \quad (2.8)$$

La parte simétrica del tensor gradiente de velocidad representa la rapidez de deformación, cuya ecuación en notación indicial es



$$D_{ij} = D_{ji} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.9)$$

$$(2.10)$$

$$\underline{\underline{D}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \frac{\partial v_1}{\partial x_1} & \frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} & \frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} & 2 \frac{\partial v_2}{\partial x_2} & \frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} & \frac{\partial v_3}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} & 2 \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$

Los elementos de la diagonal principal del tensor rapidez de deformación representa los cambios volumétricos de una porción de fluido, mientras que los elementos restantes son las deformaciones angulares, sin cambios de volumen.

La parte antisimétrica es el tensor vorticidad

$$\omega_{ij} = -\omega_{ji} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.11)$$

$$(2.12)$$

$$\underline{\underline{\omega}} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \frac{\partial v_1}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial x_1} & \frac{\partial v_1}{\partial x_3} - \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial v_2}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_2} & 0 & \frac{\partial v_2}{\partial x_3} - \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial v_3}{\partial x_1} - \frac{\partial v_1}{\partial x_3} & \frac{\partial v_3}{\partial x_2} - \frac{\partial v_2}{\partial x_3} & 0 \end{pmatrix}$$

La parte principal de este trabajo es encontrar la magnitud de los tensores antes mencionados, para ello se utilizó la ecuación del primer invariante de un tensor de segundo orden

$$|\underline{\underline{D}}| = \text{tr} |\underline{\underline{D}} \underline{\underline{D}}^T|^{\frac{1}{2}} \quad (2.13)$$

$$|\underline{\underline{\omega}}| = \text{tr} |\underline{\underline{\omega}} \underline{\underline{\omega}}^T|^{\frac{1}{2}}$$

El segundo invariante de un tensor de segundo orden para el gradiente de velocidades es conocido como criterio Q y se define como

$$\frac{1}{2} \left((\nabla \cdot \underline{\underline{v}})^2 - \text{tr} (\nabla \underline{\underline{v}}^2) \right) \quad (2.14)$$

Como se parecía en la ecuación 2.14, el criterio Q es la comparación de las magnitudes de los tensores $\underline{\underline{D}}$ y $\underline{\underline{\omega}}$. Si Q es positivo la rotación es predominante en la zona estudiada.

Para un fluido incompresible se reduce a



$$Q = \frac{1}{2} (|\underline{\omega}|^2 - |\underline{D}^2|) \quad (2.15)$$

Del tensor gradiente de deformación se obtuvieron también los esfuerzos viscosos

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.16)$$

$$(2.17)$$

De igual manera, los códigos de Matlab utilizados para calcular estas cantidades se encuentran en el apéndice A.

$$\underline{\underline{\tau}} = \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial v_1}{\partial x_1} & \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_1} \right) & \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_1} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_2} \right) & 2\mu \frac{\partial v_2}{\partial x_2} & \mu \left(\frac{\partial v_2}{\partial x_3} + \frac{\partial v_3}{\partial x_2} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_1} + \frac{\partial v_1}{\partial x_3} \right) & \mu \left(\frac{\partial v_3}{\partial x_2} + \frac{\partial v_2}{\partial x_3} \right) & 2\mu \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \end{pmatrix}$$



Capítulo 3

Resultados y discusión

La figura 3.1 muestra la valva se Silicón 2 y 26 mm en interacción con todos los flujos estudiados. Puede apreciarse la evolución de la deflexión de la membrana como función del Re , el fluido y las dimensiones del canal se mantuvieron constantes, sólo se varió el flujo volumétrico con relación a la tabla 2.2. Como era esperado, a medida que Re crece, la deflexión es mayor, para valvas con las mismas propiedades. Cabe mencionar que los datos fueron recabados una vez que se alcanzó el régimen estacionario, por lo que no hay evolución en el tiempo.

El caso del flujo pulsátil es más complejo, pues hay variación cíclica del flujo. La figura 3.2 presenta un ciclo promedio para la valva S_2 en interacción con un flujo a $30\text{cm}^3/\text{golpe}$ y 40 pulsos/minutos; sin embargo, es un buen ejemplo de lo que sucede en todos los casos. Se muestran 12 instantes, 10 en intervalos iguales, como se describió en el capítulo anterior, el instante $t/T = 0.35$ (donde t es el tiempo en el que se adquirió la imagen en s y T es el periodo del ciclo en s), que se convirtió en punto de interés al asociarse con la deflexión máxima en un ciclo con fracción sistólica de 0.35. El instante $t/T = 1$, corresponde al inicio de un nuevo ciclo. Puede observarse la evolución de la deflexión de la valva a lo largo del ciclo y cómo en el instante $t/T = 0.35$ se tiene la deflexión máxima. Este efecto es parte de nuestra hipótesis inicial, ya que la fracción sistólica en todos los casos se mantuvo en 0.35, es decir, la sístole (contracción del corazón que en nuestra simulación corresponde al empuje de fluido de la bomba peristáltica y culmina cuando el pistón llega al punto muerto superior) tiene una duración de $0.35T$ y es el tiempo en el que la valva sufre deflexión. Es importante mencionar que el inicio de la sístole y el inicio del ciclo analizado coinciden. Después de $t/T = 0.35$, la diástole comienza (tiene una duración de $0.65T$), se tiene una simulación de la relajación del corazón (el pistón de la bomba corre del punto muerto superior al punto muerto inferior). Es decir, no existe flujo en ese intervalo y la valva tiende a relajarse hasta llegar a su estado de reposo. Otro ciclo comienza en este punto.

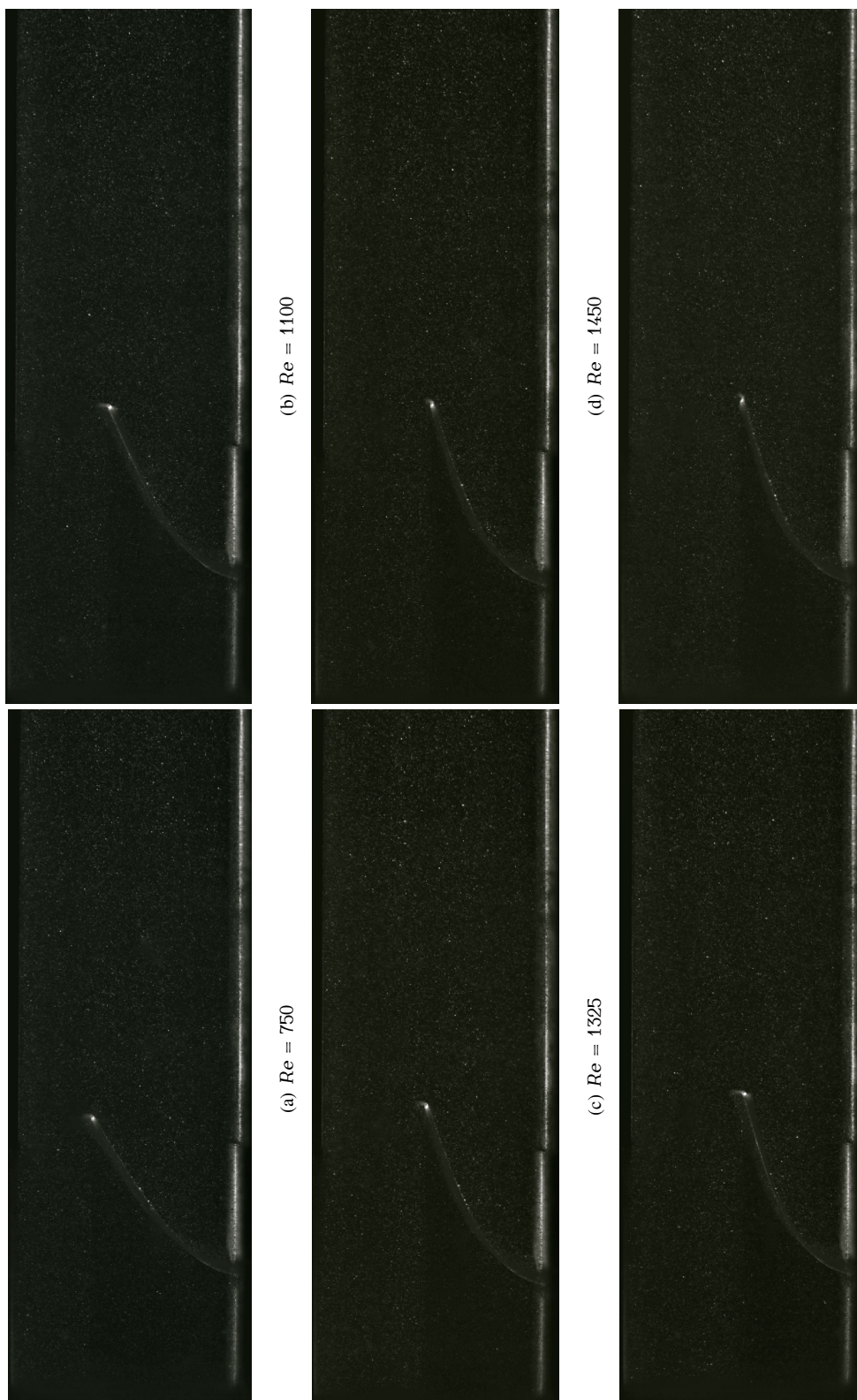


Figura 3.1: Imágenes típicas de una valva en un flujo estacionario. Se observan las diferentes deflexiones de la membrana para cada flujo. Valva de Silicón 2 con una longitud de 26 mm.



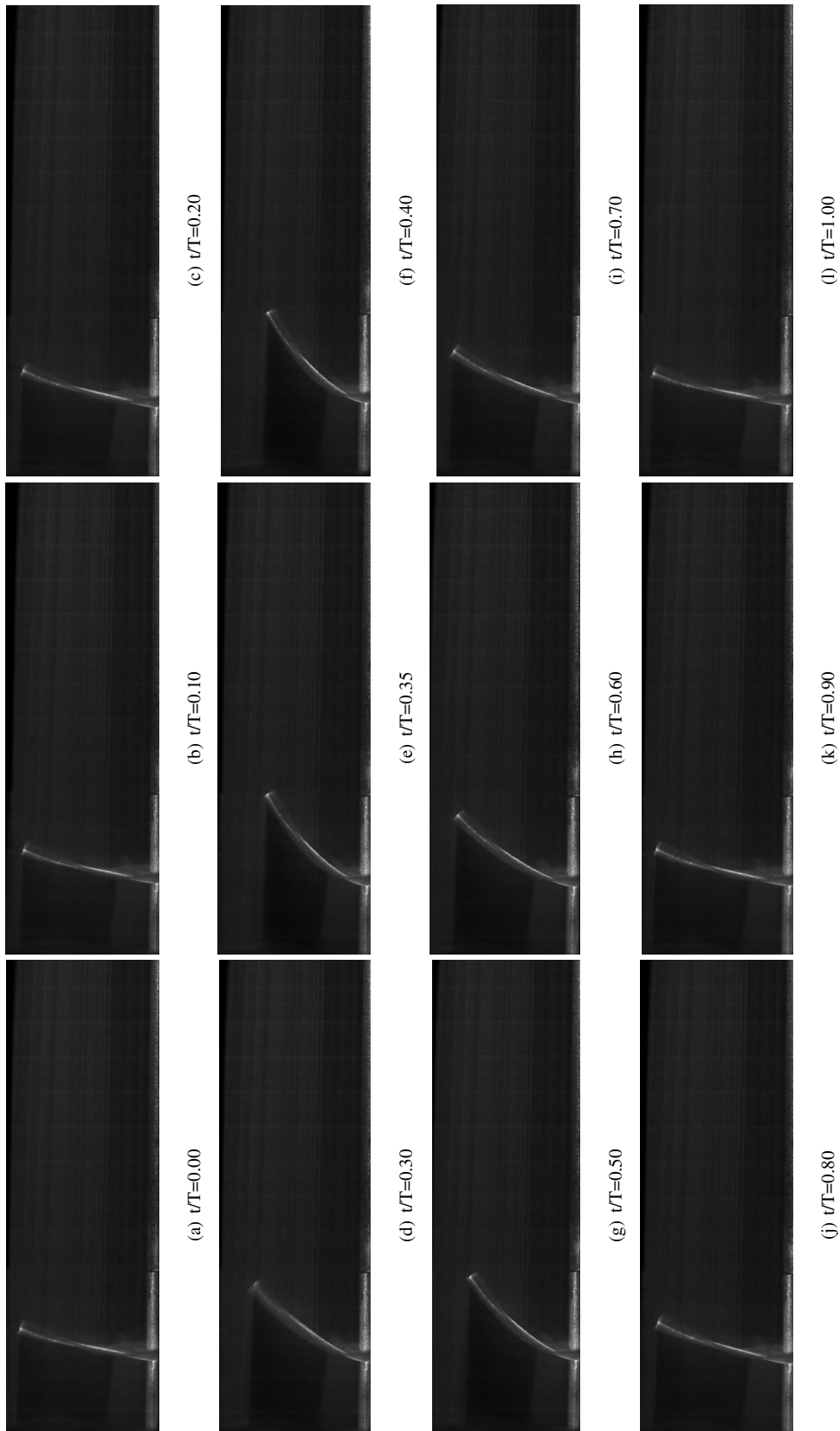


Figura 3.2: Movimiento típico de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva S_2 a $30\text{cm}^3/\text{golpe}$ y 40 pulsos/minutos

3.1. Presiones

Las curvas de presión típicas en cada instante del ciclo, para dos ciclos, de una valva dada se presentan en la figura 3.3, así como la diferencia entre ellas. Puede observarse que la diferencia de presiones es muy cercana a 0. Esto se explica recordando que en realidad el arreglo estudiado no es una válvula *check*, es decir, no impide el contraflujo y una parte del canal se queda siempre abierta. El sistema estudiado consiste en sólo una membrana empotrada y con una pequeña diferencia de presiones es suficiente para el movimiento.

Como era esperado, la presión en el sistema aumenta proporcionalmente al incremento de la frecuencia del ciclo. Esto se observó para todas las valvas y los volúmenes desplazados y se debe a que al aumentar la frecuencia en cada ciclo, a pesar de mantener el volumen desplazado constante, el flujo volumétrico aumenta. Al conservar el área transversal constante, la velocidad del flujo y la presión en el sistema se incrementan. En la figura 3.3 se presentan las presiones máximas (correspondientes a $t/T = 0.35$) para todas las condiciones estudiadas en la valva plana.

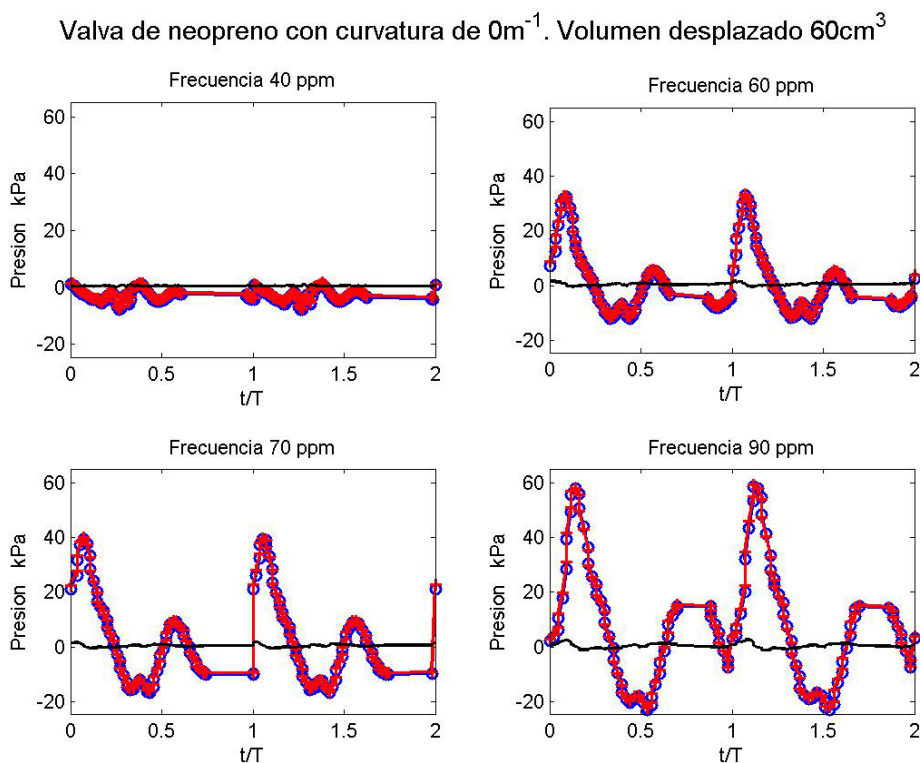


Figura 3.3: Presiones para dos ciclos en flujo pulsátil para la valva plana. Presión aguas arriba (línea roja) y aguas abajo (azul) y la diferencia entre ellas (negro).



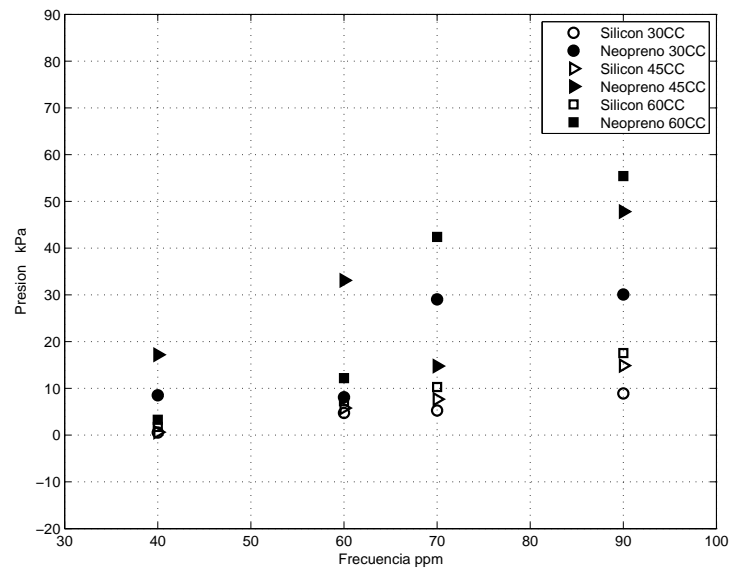


Figura 3.4: Presiones máximas para una curvatura dada bajo las 12 condiciones de flujo.

De igual forma, el volumen desplazado contribuye al aumento de la presión al provocar el incremento del flujo volumétrico en el canal. En la figura 3.4 se aprecia, además del efecto del flujo volumétrico, el efecto del material, siendo mayores las presiones para las valvas de neopreno, es decir, a mayor rigidez, la presión se incrementa al ser más difícil deflectar las membranas y tener menor área de paso del flujo.

No se reportan mediciones de presión para los flujos permanentes, pues las fluctuaciones de presión son mínimas, es decir, la presión se mantiene constante.

3.2. Deflexión de una membrana elástica en un flujo estacionario

La medición de la deflexión de las valvas se hizo con ayuda de Matlab, obteniendo la deflexión máxima del extremo libre de cada membrana. Se hicieron mediciones a distintas condiciones de flujo. Puede apreciarse, la diferencia entre las deflexiones de las valvas respecto al módulo de rigidez es notoria. Dicho efecto es esperado, pues la deflexión de las valvas es inversamente proporcional a la rigidez de las mismas [17].

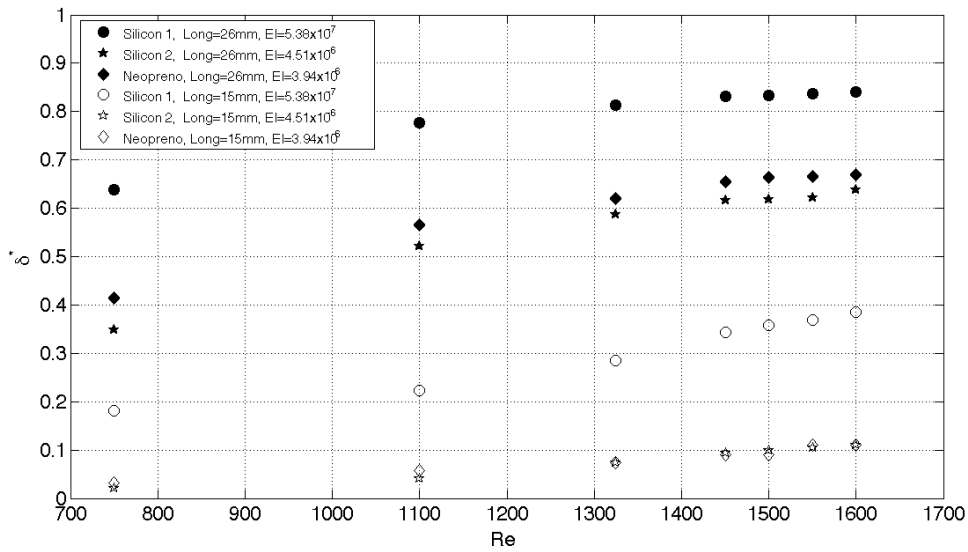


Figura 3.5: Deflexión de membranas elásticas como función del número de Reynolds. Los sistemas analizados anteriormente están en marcadores negros, mientras que los marcadores de colores señalan los puntos que fueron medidos en este trabajo.

Como parte de un estudio anterior [17], se obtuvo una correlación experimental para la deflexión adimensional de una membrana flexible en un flujo como función de su módulo de rigidez a flexión adimensional. Se comprobó que para las deflexiones de las membranas expuestas a un flujo permanente que la tendencia se mantiene. La figura 3.7 muestra la correlación.

Se presentan los grupos adimensionales:

$$\frac{\delta}{l} = \Phi \left(\frac{V_d}{l^3}, \frac{EI}{\mu f V_d, l} \right) \quad (3.1)$$

y en la gráfica

$$\delta^* = \frac{\delta}{l} \quad (3.2)$$

y

$$EI^* = \frac{EI}{\mu f V_d, l} \quad (3.3)$$

donde δ y l son la deflexión y la longitud de las membranas respectivamente; mientras que E es el módulo de Young de las valvas, que se presentaron en el capítulo anterior; I es el segundo momento de inercia de las membranas (ecuación 3.5), μ es la viscosidad dinámica del fluido, en este caso agua, f , la frecuencia de bombeo para los flujos pulsátiles y V_d es el volumen desplazado por la bomba por golpe. Cabe señalar que en el caso de los flujos pulsátiles, el producto $f V_d$ se sustituyó por el flujo volumétrico que la bomba centrífuga otorgaba para cada caso.



El segundo momento de inercia se calcula como:

$$I_{plana} = \frac{bt^3}{12} \quad (3.4)$$

para una valva plana. Para una valva con curvatura

$$I = R^3 t \left[\left(1 - \frac{3t}{2R} + \frac{t^2}{R^2} - \frac{t^3}{4R^3} \right) \left(\theta + \text{sen}\theta\text{cos}\theta - \frac{2\text{sen}^2\theta}{\theta} \right) + \frac{t^2\text{sen}^2\theta}{3R^2\theta(2-t/R)} \left(1 - \frac{t}{R} + \frac{t^2}{6R^2} \right) \right] \quad (3.5)$$

donde t es el espesor de la membrana, b es el largo de la sección transversal, R es el radio del círculo del que se toma la sección (en este caso $0.323m$, $0.049m$ y $0.031m$) y θ es el ángulo que se ilustra en la figura 3.11. θ se determina mediante la relación:

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\sqrt{R^2 - x_1^2}}{x} \right) \quad (3.6)$$

donde x es igual a la mitad de la longitud proyectada sobre el eje de las abscisas según el sistema coordenado de la figura 3.11. Para todos los casos $x = 0.024m$

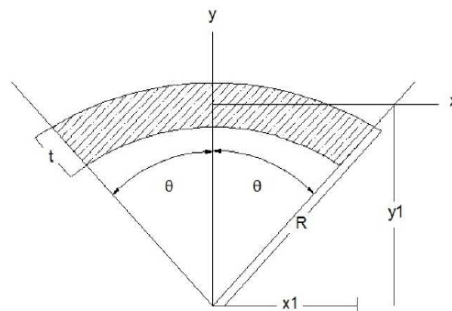


Figura 3.6: Geometría de la sección transversal de las valvas con curvatura.

De esta gráfica se puede observar que la deflexión normalizada decrece conforme aumenta la curvatura. Es importante notar que las máximas deflexiones se observaron para las valvas planas en todos los casos; la deflexión de las valvas planas representa una cota superior para las mediciones.

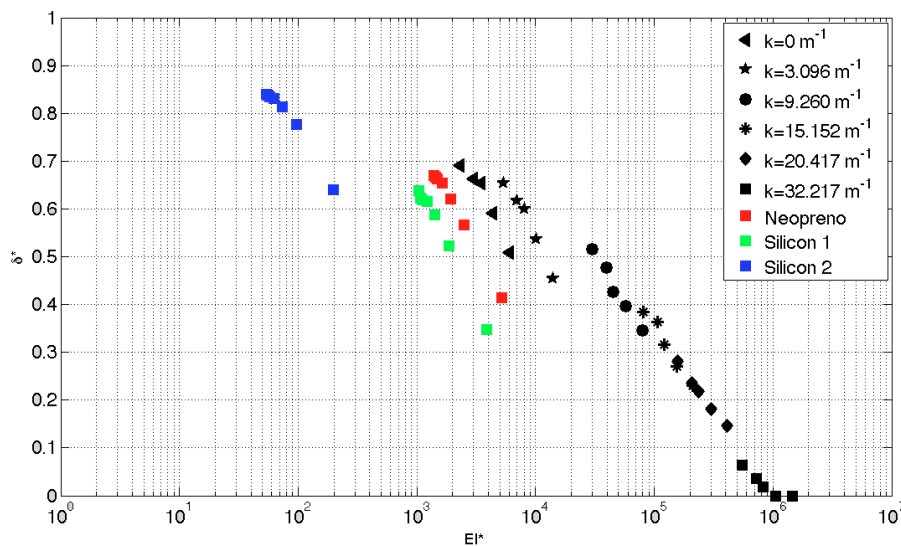


Figura 3.7: Relación de la deflexión de membranas elásticas como función de su módulo de rigidez a flexión.

3.3. Mapas de propiedades de flujo

En esta sección se presentan las propiedades de los flujos y se describen cualitativamente. Se escogió un caso para los flujos estacionarios, correspondientes a la valva de silicon 1 de 26 mm y los 7 flujos estudiados; mientras que para los casos de flujo pulsátil se comparan los extremos, la membrana con mayor y la membrana con menor rigidez, ambas en interacción con el mismo flujo $45 \text{ cm}^3/\text{s}$ y 70 pulso/minuto.

3.3.1. Campos de velocidad

A partir de los archivos obtenidos con PIV (DynamcStudio) se reconstruyeron los campos de velocidad para cada valva. En la primera parte de la investigación, con la bomba centrífuga, se obtuvieron madiciones cuando el sistema alcanzó un flujo completamente desarrollado, por lo que el patrón del mapa de velocidades es muy parecido para todos los casos, en forma cualitativa. Es importante señalar que los valores y magnitudes de dicho campo de velocidades no son iguales y se mostrarán cuantitativamente las diferencias en otra sección. La figura 3.8 muestra los campos de velocidades para seis valvas en interacción con un flujo permanente. El flujo es de izquierda a derecha, los vectores representan la dirección y el sentido de la velocidad en cada punto, mientras que el color indica la magnitud de velocidad. Las imágenes están organizadas de menor a mayor flujo volumétrico.



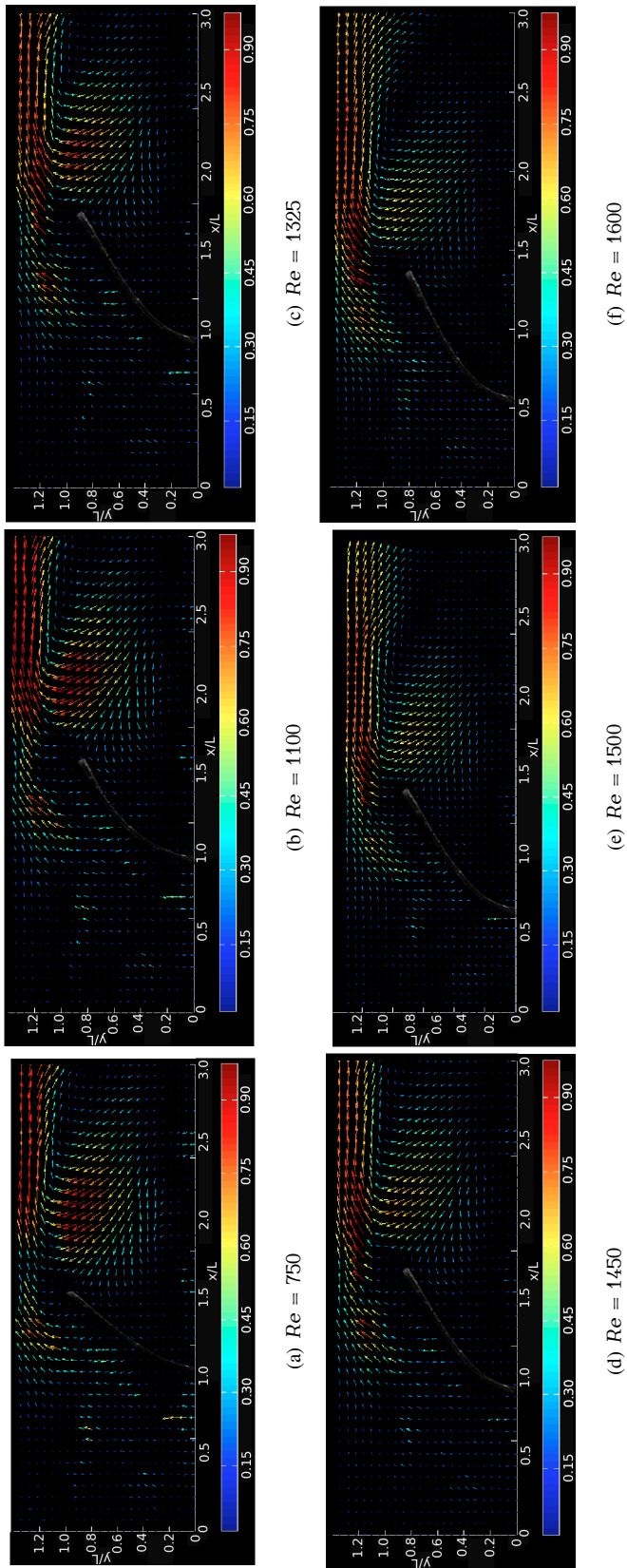


Figura 3.8: Campo de velocidades para flujos estacionarios. Valva de silicón 2 con una longitud de 26 mm.

La figura 3.8(a) corresponde a la de menor flujo otorgado por la bomba, mientras que la figura 3.8(f) a la de mayor flujo. Lo anterior es notorio en la distribución de velocidades y en la deflexión de las membranas. Es importante recalcar que la magnitud de la velocidad está adimensionalizada con la velocidad máxima, por lo que para las membranas con mayores flujos volumétricos las velocidades máximas se encuentran sólo en la zona del chorro que se forma cuando el fluido pasa por la valva y continúa aguas abajo de la misma; mientras que para los sistemas con flujos volumétricos menores la distribución de velocidades es más uniforme, pues la magnitud de velocidad en el chorro es comparable con la de otras zonas del campo de velocidades. En todos los casos se aprecia una zona de recirculación abajo de la membrana que se bifurca, una sección entra al chorro superior y la otra pasa por debajo de la membrana en sentido contrario, debido a la formación de un punto de estancamiento cuando el flujo en recirculación se impacta con el extremo libre de la valva. De igual manera, la zona con magnitud de velocidad mayor se presenta en el chorro libre para todos los casos estudiados. Lo anterior se debe a la reducción de área en esta zona.

En la segunda parte de la investigación se realizó PIV para los flujos pulsátiles. Se muestran aquí dos conjuntos de imágenes que representan el campo de velocidades típico para un ciclo y dos valva dados en tiempo adimensional. Se eligió el ciclo con características muy parecidas al cardiaco humano normal, es decir, $45 \text{ cm}^3/\text{golpe}$ y $70 \text{ pulsos}/\text{minuto}$. La magnitud de la velocidad está adimensionalizada con la velocidad máxima para ambos sistemas. En el primer caso, presentamos la válvula estudiada con menor rigidez, es decir, la valva S_2 con un módulo de rigidez a flexión de 5.39×10^{-7} . Puede observarse la deflexión de la valva para cada tiempo y que la máxima se alcanza para $t/T = 0.35$ como se predijo. Esto se debe a que se mantuvo la fracción sistólica constante e igual a 0.35. Después de este tiempo la membrana tiende a regresar a su estado de reposo hasta comenzar otro ciclo. La evolución del flujo en el tiempo es evidente. Cuando la sístole, y por lo tanto, la deflexión comienzan, se tiene una zona de alta vorticidad justo debajo de la valva y el diámetro del vórtice aproximadamente de la misma longitud proyectada por la valva en el eje y . Este vórtice es responsable de que la membrana regrese a su posición neutra o de reposo y es muy importante su formación cuando hay interacción con una válvula cardiaca, pues facilita el cierre de la válvula. En las imágenes 3.9(b) y 3.9(c) el vórtice se desintegra y el chorro proveniente de la bomba comienza a predominar. La deflexión de la membrana aumenta. En la figura 3.9(d) se aprecia que aguas arriba de la valva el flujo es grande, comparado con los instantes anteriores y es visible la forma en la que el fluido rodea la membrana, se desprende la capa límite y se convierte en chorro. En la figura 3.9(e) la magnitud de velocidad del fluido y la deflexión de la membrana son máximas, el chorro aguas abajo está completamente formado. Sin embargo, se percibe una zona de baja velocidad o de estancamiento, justo en la base de la membrana, que comienza a perturbar al chorro. Ya para



el instante $t/T = 0.5$ el vórtice comienza a formarse. A partir de este instante la evolución del vórtice es notoria, así como la migración de las zonas de alta velocidad, hasta comenzar el ciclo de nuevo.

En la figura 3.10 se presenta el mismo ciclo pero para la valva con mayor rigidez a flexión (N_4 y $EI = 1.04 \times 10^{-4}$). Debido a la deflexión menor, el área por donde el fluido pasa también es menor y se observan velocidades más altas. La formación del chorro no es apreciable y el fluido cae muy pegado a la valva, lo que provoca la formación del vórtice más cerca del sólido. No se realizaron mediciones aguas arriba de la valva, pues el neopreno es un material completamente opaco y no permite el paso de la luz, por lo que el movimiento de las partículas no era visible. La deflexión del material también es muy pequeña, justo como se esperaba.

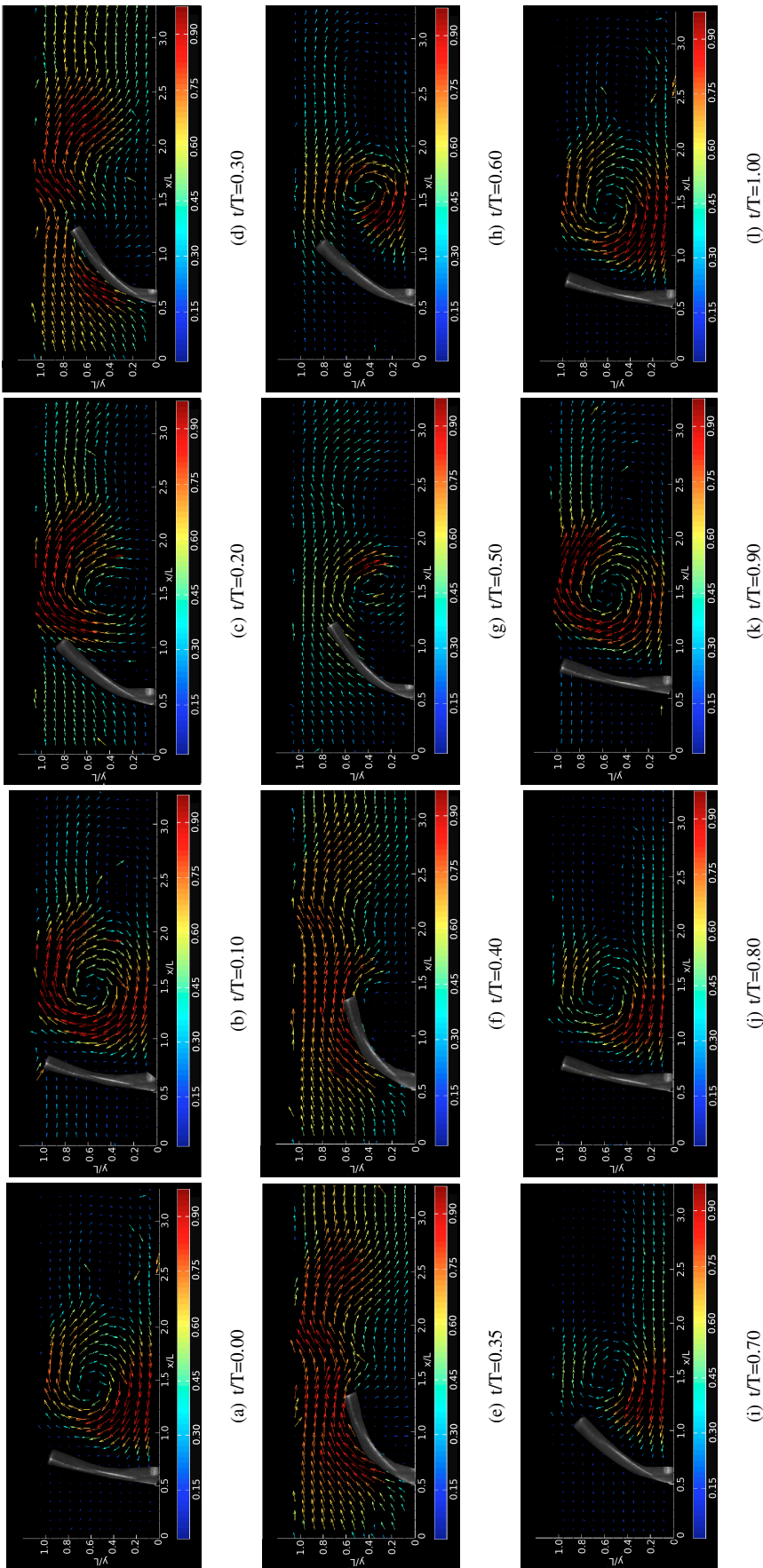


Figura 3.9: Campo de velocidad típico de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva con menor rigidez, N_v , en un flujo con condiciones cardíacas humanas: $45\text{cm}^3/\text{golpe}$ y 70 pulsos/minutos



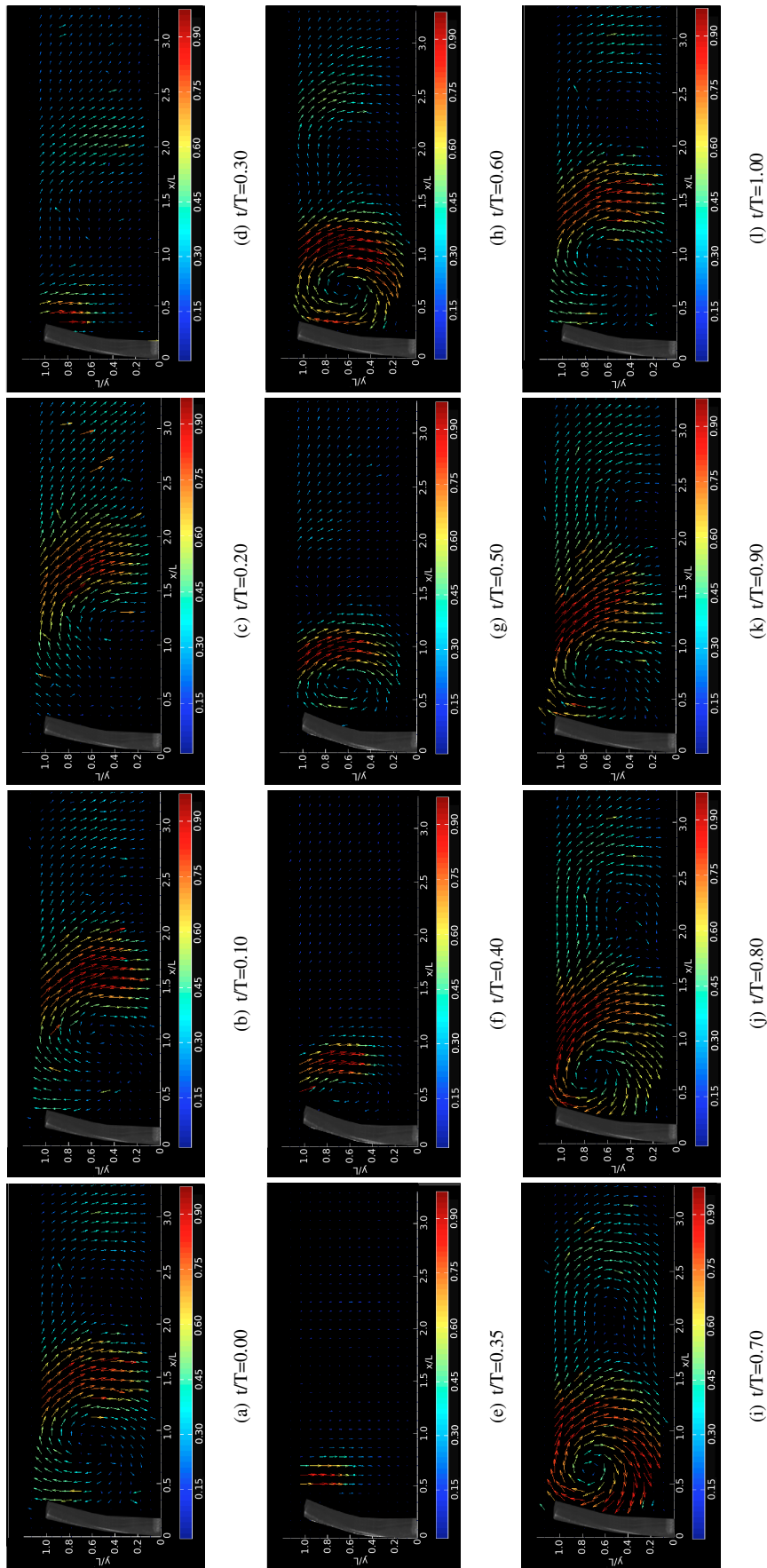


Figura 3.10: Campo de velocidad típico de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva con mayor rigidez, N_4 , en un flujo con condiciones cardiacas humanas: a $45\text{cm}^3/\text{golpe}$ y $70\text{ pulsos}/\text{minutos}$



3.3.2. Vorticidad

Como se observó en la subsección anterior, existen zonas de estancamiento del flujo en ambos regímenes, lo que predice zonas de vorticidad. El cálculo de las superficies vorticosas se hizo también con MATLAB y en el apéndice A se presenta la metodología. La vorticidad se origina debido a que las capas de fluido no son capaces de deslizarse sobre otras, propagándose, por viscosidad, a otras zonas del fluido. En una definición general, la vorticidad es el rotacional del campo de velocidades y matemáticamente se expresa de la siguiente manera

$$\underline{\omega} = \nabla \times \underline{v} \quad (3.7)$$

En el caso de los flujos estacionarios, el campo de vorticidad es debido, en gran parte al deprendimiento de la capa límite (colores fríos) y sin la formación de vórtices. El signo indica la dirección de giro, siendo positivo el sentido antihorario y negativo para el giro en sentido de las manecillas del reloj. Las regiones vorticosas se mantienen casi idénticas para todos los casos; sin embargo, sus valores varían proporcionalmente al flujo volumétrico. Esta dependencia es más notoria en los giros negativos que están ligados directamente a las zonas de recirculación.

Para los flujos pulsátiles, los campos de vorticidad son casi en su totalidad con giros en sentido horario. Este resultado podía esperarse del análisis de los campos de velocidad. La zona con mayor giro se dan en el centro del vórtice; sin embargo, su valor se mantiene en un rango de -5 s^{-1} a -25 s^{-1} en todos los instantes estudiados, teniéndose el caso con el valor más alto en el instante $t/T = 0.35$ y $t/T = 0.4$

La zona del chorro presenta giro en sentido antihorario, efecto esperado tanto por la interacción que se da con el vórtice, como por el perfil de velocidades y donde las capas más cercanas a la pared superior tienen menos velocidad por la condición de no deslizamiento.

Para la valva con mayor rigidez, las regiones de alta vorticidad se encuentran más concentradas, en la zona del vórtice. Esto se debe al gran obstáculo que representa la membrana para el paso del flujo. De igual manera, los valores de la vorticidad son mayores, extendiendo el rango de -10 s^{-1} a más de -40 s^{-1} .



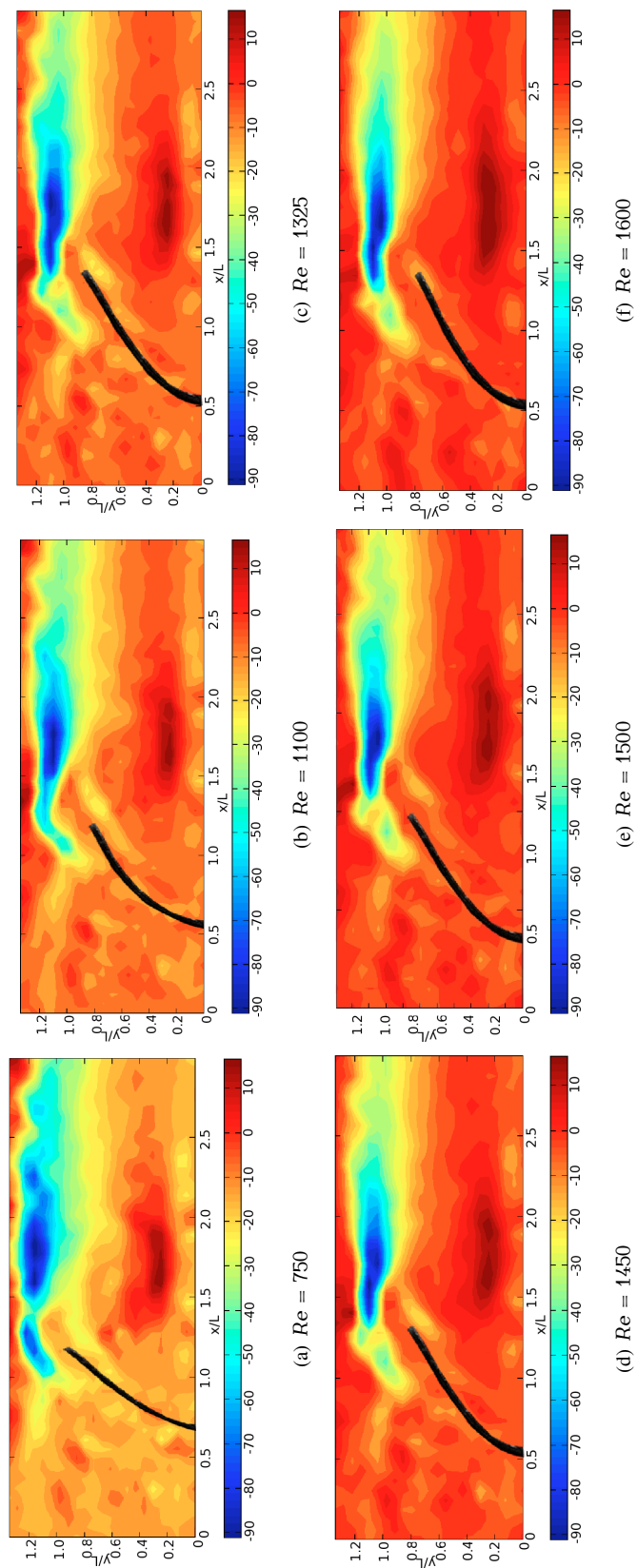


Figura 3.11: Campo de vorticidad para flujos estacionarios. Valva de silicón 2 con una longitud de 26 mm.



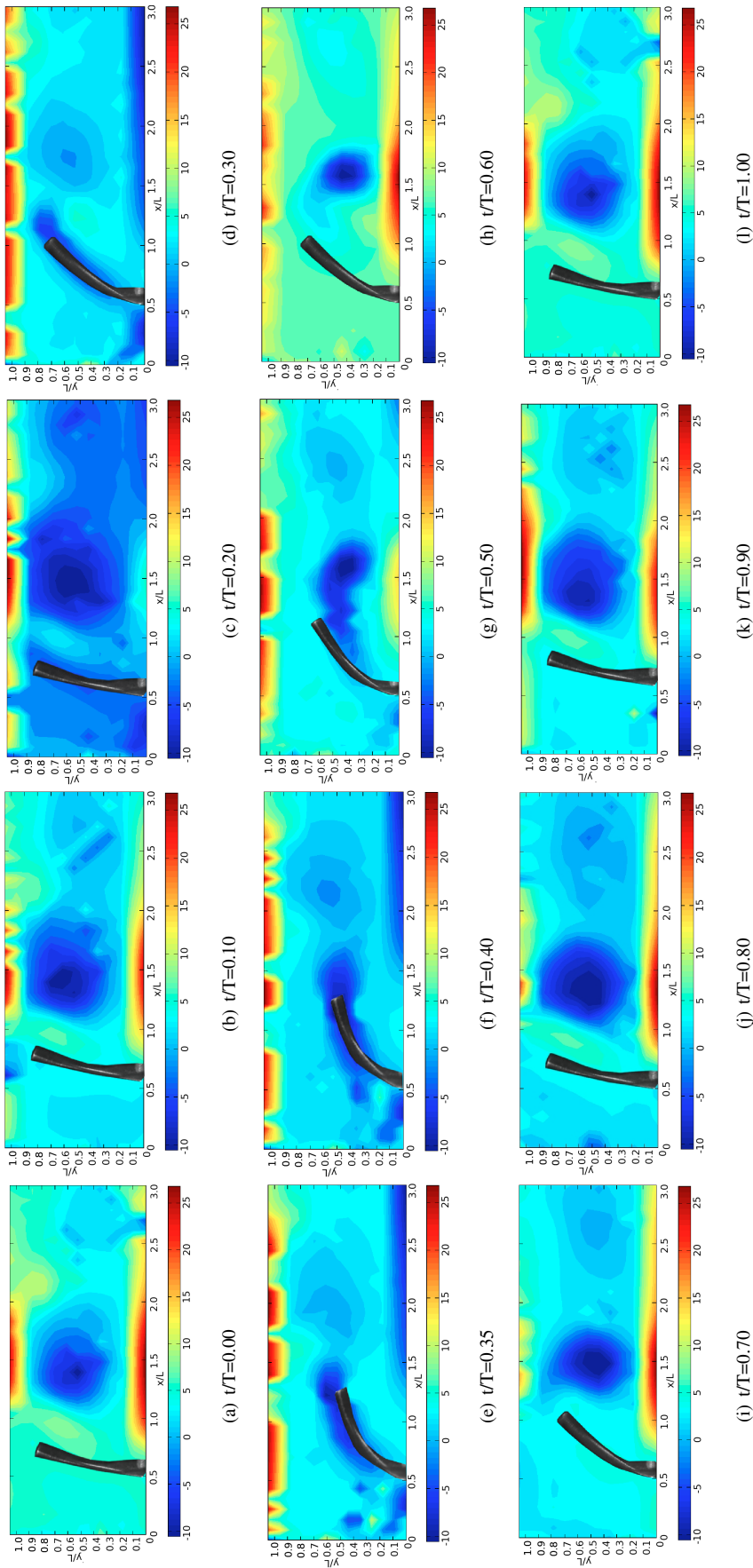


Figura 3.12: Campo de vorticidad de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva con menor rigidez, N_v , en un flujo con condiciones cardíacas humanas: $45\text{ cm}^3/\text{golpe}$ y $70 \text{ pulsos}/\text{minutos}$



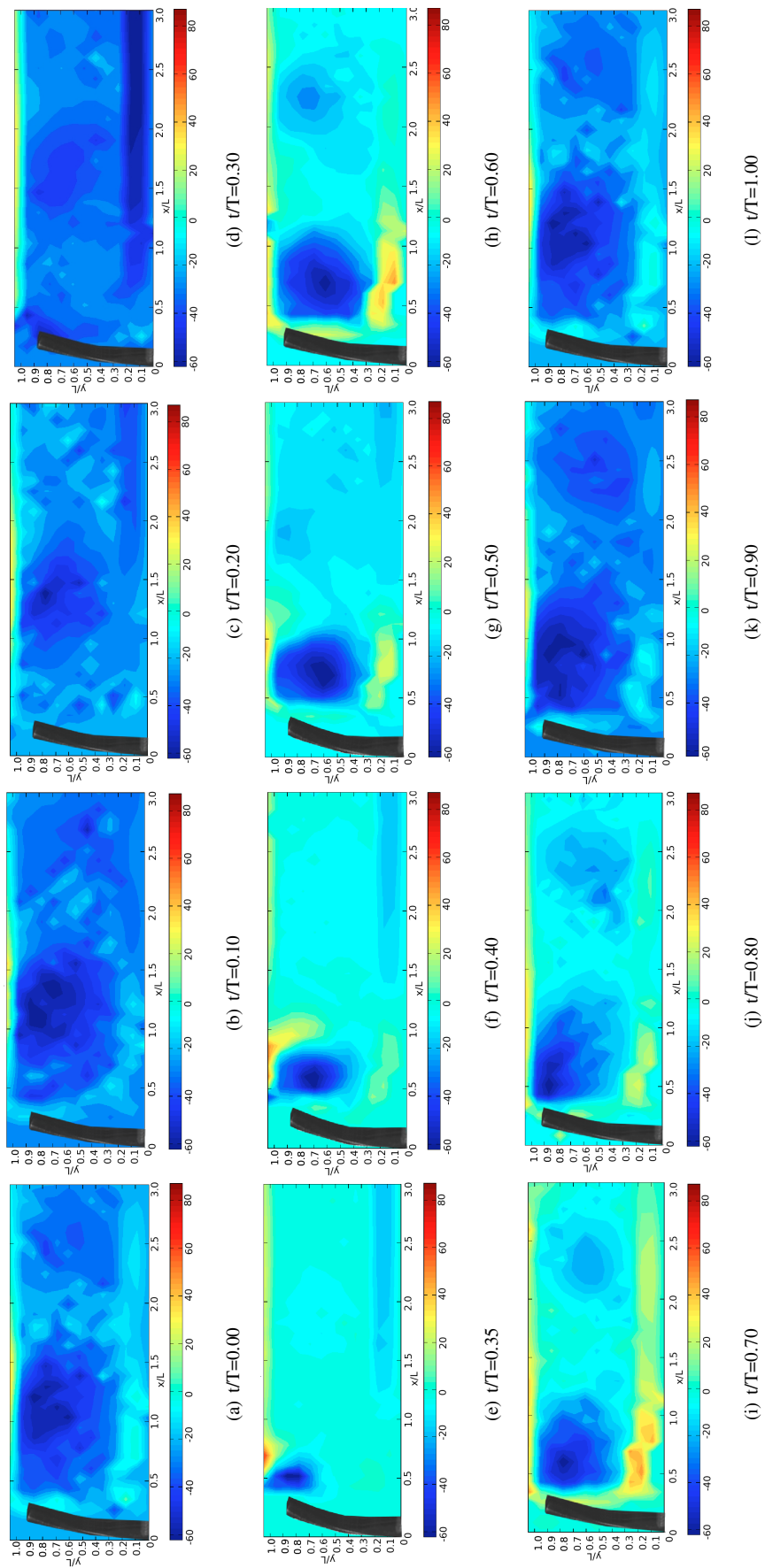


Figura 3.13: Campo de velocidad de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva con mayor rigidez, N_s , en un flujo con condiciones cardiacas humanas: a $45\text{cm}^3/\text{golpe}$ y 70 pulsos/minutos



3.3.3. Rapidez de deformación

El tensor rapidez de deformación contiene en la diagonal principal la información acerca de las deformaciones extensionales con cambios volumétricos del fluido, mientras que en los elementos no diagonales se encuentran las deformaciones angulares sin cambios de volumen de las partículas fluidas, dependientes de las condiciones de flujo.

Para estos resultados se calculó primero el valor de cada uno de sus componentes, usando las ecuaciones descritas en el capítulo anterior, en MATLAB. Posteriormente, se obtuvo la magnitud del tensor para cada punto y se presentan aquí en forma de mapas. Los colores indican la escala de cada magnitud.



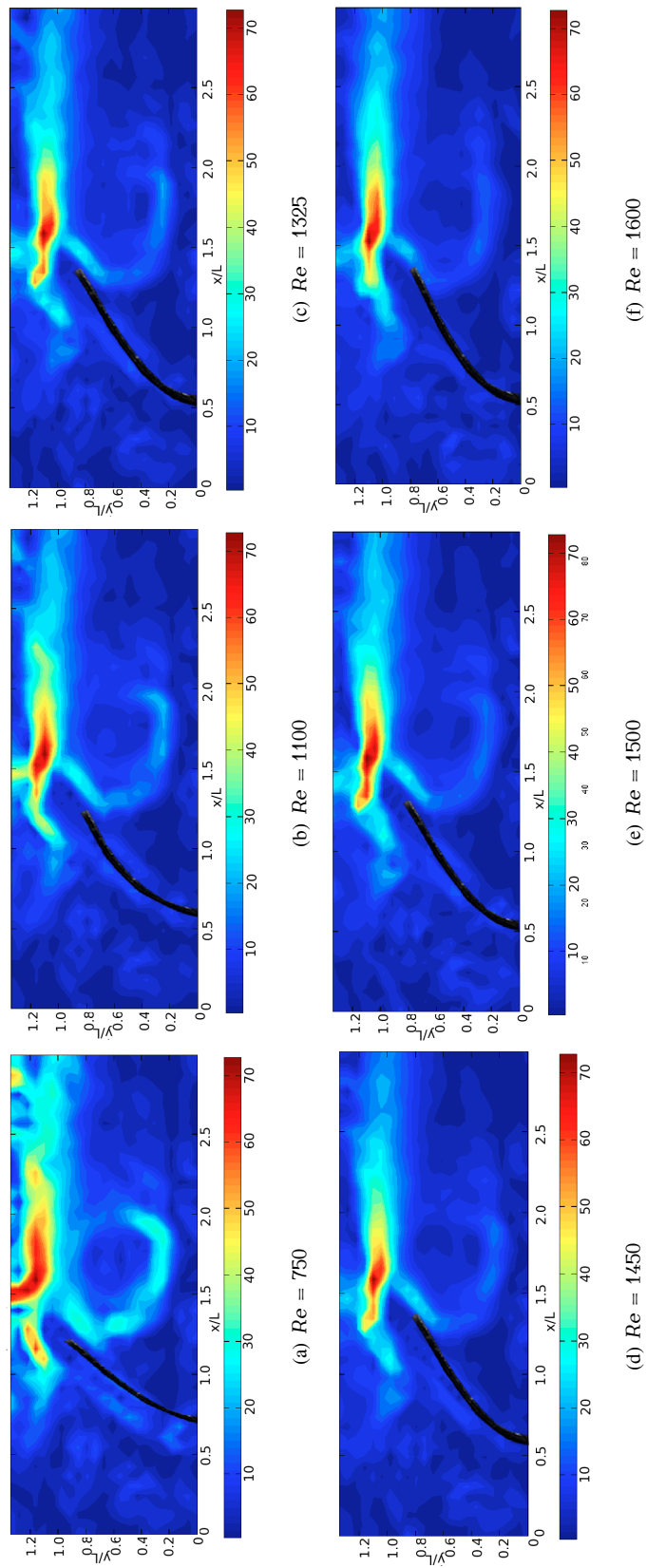


Figura 3.14: Mapa de rapidez de deformación para un flujo estacionario. Valva de silicón con una longitud de 26 mm.

Las figuras 3.14 corresponden a las magnitudes del tensor rapidez de deformación para valvas en interacción con flujos estacionarios. Los sistemas son los mismos que se presentaron para los campos de velocidades y los de vorticidad. Para todos los casos, la región de mayor deformación se da aguas abajo de la membrana, en la zona del chorro. Este resultado es esperado, pues es la zona con gradientes de velocidad mayores. La región de alta deformación tiene, prácticamente, la misma forma para todos los casos, pero hay una importante variación en el valor de la magnitud. La comparación en este caso es para una sola membrana y diferentes flujos, por lo que las diferencias se deben al flujo volumétrico. Se esperaba la dependencia directa con el flujo volumétrico y, en las barras de colores debajo de las imágenes, se aprecia que la menor deformación se da para el $Re = 750$ (figura 3.22(a)), mientras que la mayor es para el $Re = 1600$ (figura 3.22(f)). En todos los casos se observa una zona de deformación, cuya magnitud se encuentra en el centro del rango de los valores de deformación, que marca la zona de bifurcación apreciada en el campo de velocidades. La razón de esto es la desestabilización del flujo en esta región, producida por el punto de estancamiento en el choque de fluido con el material sólido.

Igual que en los casos anteriores, los mapas de deformación para los sistemas con flujo pulsátil son presentados para las valvas con mayor y menor rigidez a flexión en condiciones de flujo aproximadas al ciclo cardiaco humano. La mayor rapidez de deformación se da en la zona donde se forma el chorro y para los instantes con vórtice también la parte inferior del canal, donde las velocidades del vórtice también son altas. En la hipótesis inicial, se consideraba que la zona con mayor deformación estaría concentrada en el chorro libre, pues no se consideraba que las velocidades que alcanza el vórtice eran comparables con las del chorro. Este fenómeno se da en el periodo diástolico. Una vez más, las zonas de deformación media se dan en las inmediaciones del vórtice, mientras que el resto del campo presenta deformaciones bajas. Respecto a la dependencia con el tiempo, el instante con la magnitud de rapidez de deformación mayor es $t/T = 35$, junto con las velocidades y deflexión máximas.

En el caso de la valva con mayor rigidez, la zona de mayor deformación se da en el chorro superior y una deformación media en la periferia del vórtice. Lo destacable de la rapidez de deformación de un flujo en interacción con la valva más rígida es el considerable aumento de la magnitud respecto a la membrana anterior, bajo las mismas condiciones de flujo. Esto sugiere un importante incremento en la velocidad, resultado de la mínima deflexión de la membrana, y en consecuencia, del área de paso del flujo. Se confirma la importancia de la rigidez a flexión de una hoja elástica en la formación de regiones de alta deformación del fluido.



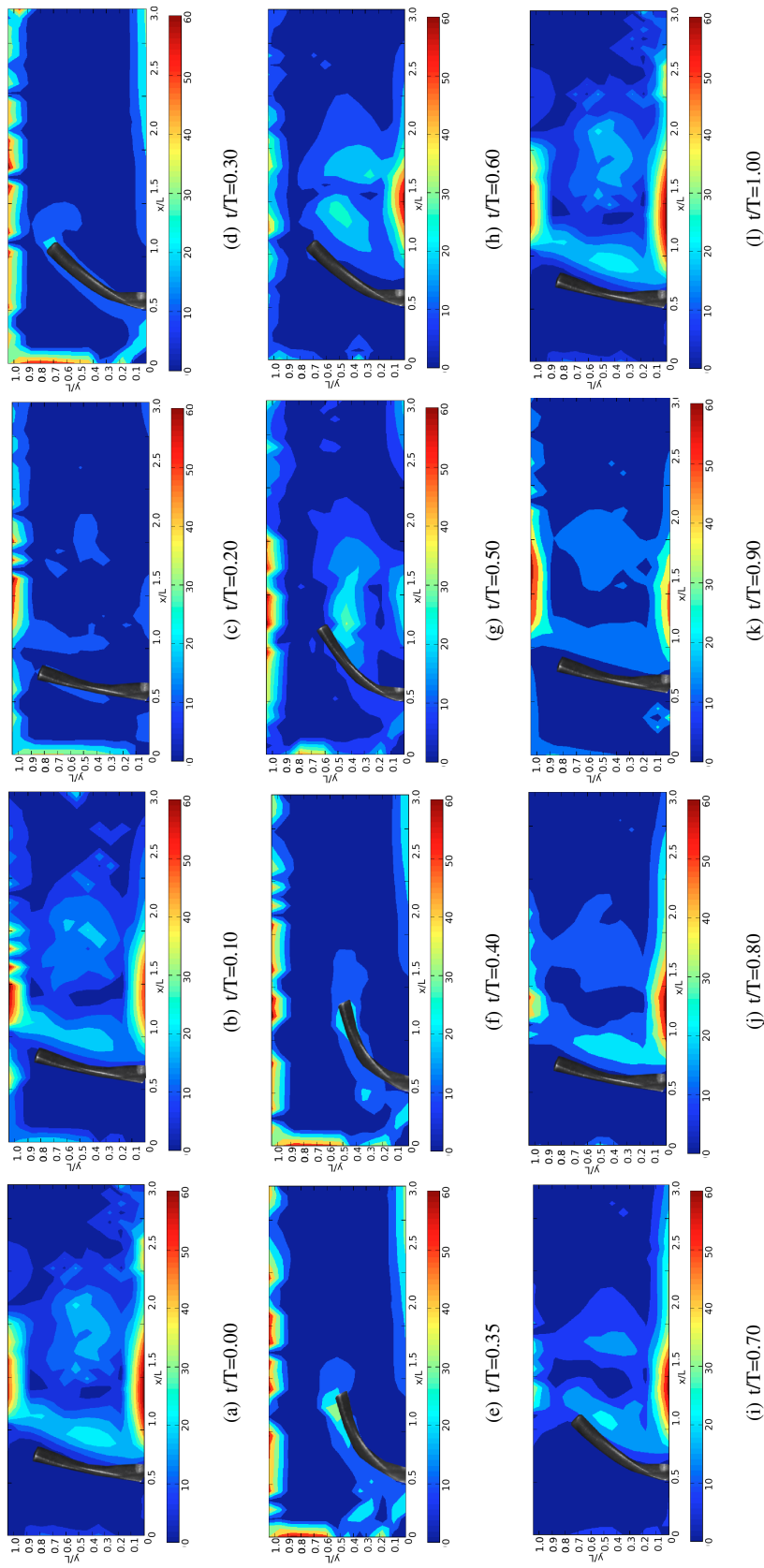


Figura 3.15: Mapa de magnitud de rapidez de deformación de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva con menor rigidez. N_v , en un flujo con condiciones cardíacas humanas: $45\text{cm}^3/\text{golpe}$ y 70 pulsos/minutos

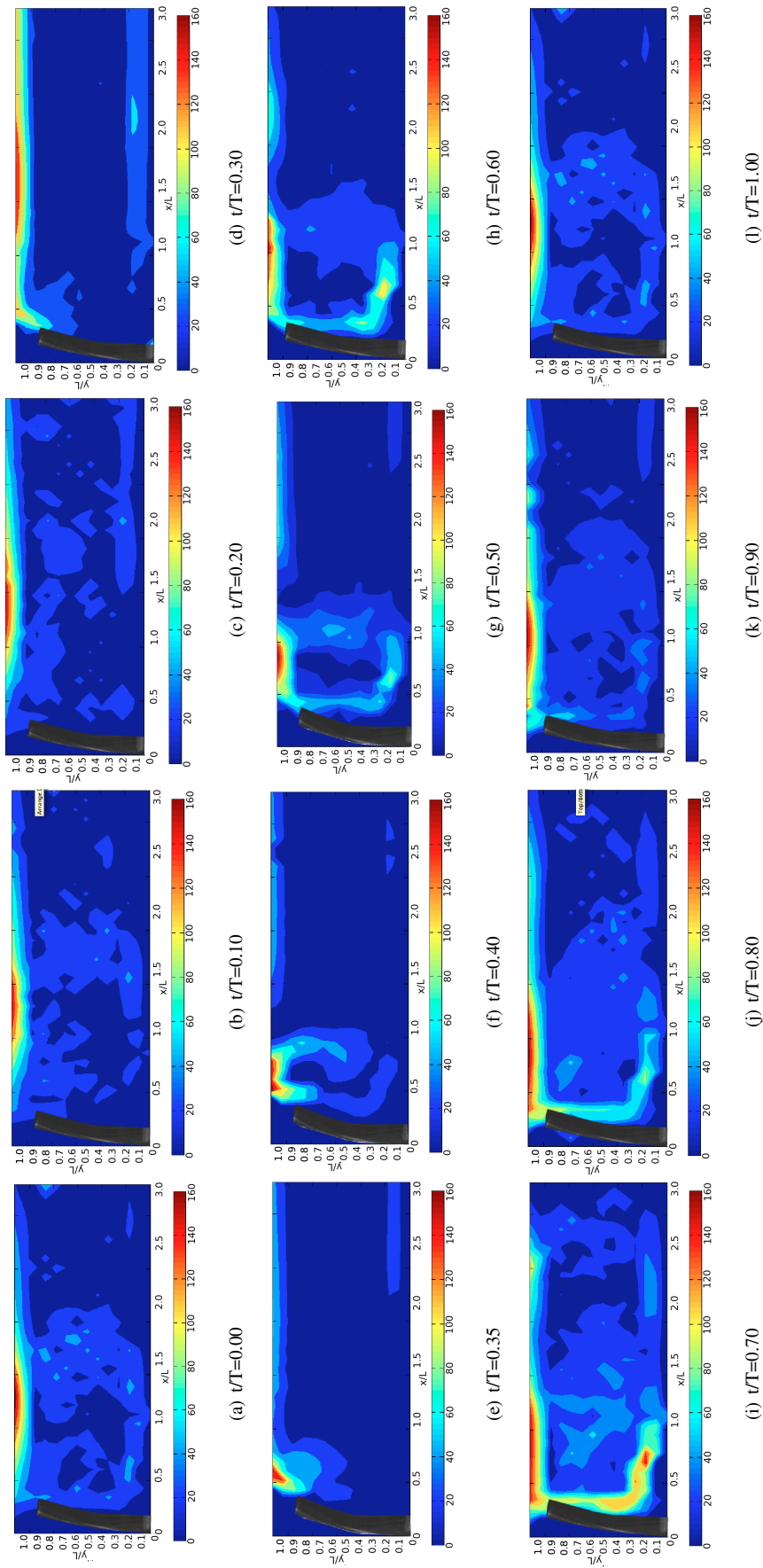


Figura 3.16: Mapa de magnitud de rapidez de deformación de una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva con mayor rigidez, N_v , en un flujo con condiciones cardíacas humanas: a $45\text{cm}^3/\text{golpe}$ y 70 pulsos/minutos



3.3.4. Esfuerzos cortantes viscosos

Una característica del flujo que interviene en la formación de coágulos y trombosis, como se explicó en el capítulo introductorio, son los esfuerzos cortantes viscosos. Como se estableció en el capítulo anterior, su cálculo está relacionado con el gradiente de velocidades y la rapidez de deformación, por lo que el mapa de distribuciones es muy parecido al de magnitud de rapidez de deformación. Los esfuerzos presentados en esta sección, como su nombre lo indica, están vinculados directamente con la viscosidad, por lo que los valores son muy pequeños al usar agua. En la introducción de este trabajo, se mencionó $500Pa$ como valor crítico para la coagulación sanguínea. Se nota en este trabajo que los valores están muy por debajo del crítico, esto se debe a los materiales flexibles y a no ser una válvula unidireccional, sino sólo una membrana. A continuación se describen cualitativamente los mapas obtenidos (figura 3.17)

Siguiendo la tendencia de las propiedades de flujo antes descritas, los esfuerzos cortantes viscosos se incrementan directamente con el flujo volumétrico que la bomba otorga. Este aumento es de un orden de magnitud, con los flujos aquí estudiados.

De igual manera, la región con altos esfuerzos viscosos, está concentrada en el chorro aguas abajo de la membrana, mientras que el resto del campo presenta esfuerzos menores. Las diferencias cuantitativas son mínimas.

En el caso de los flujos pulsátiles, la concentración de los esfuerzos se da en la zona vorticiosa. Sin embargo, los valores se mantienen casi sin variación. Este resultado es congruente, pues no se varió la viscosidad del fluido. Considerando que la bajo las mismas condiciones de flujo, el fluido de trabajo fuera sangre, los valores de estos esfuerzos cortantes viscosos serían poco más de 3.5 veces los presentados aquí, debido a que la viscosidad de la sangre es $\mu_{sangre} = 3.5\mu_{agua}$, si se considera como newtoniana.

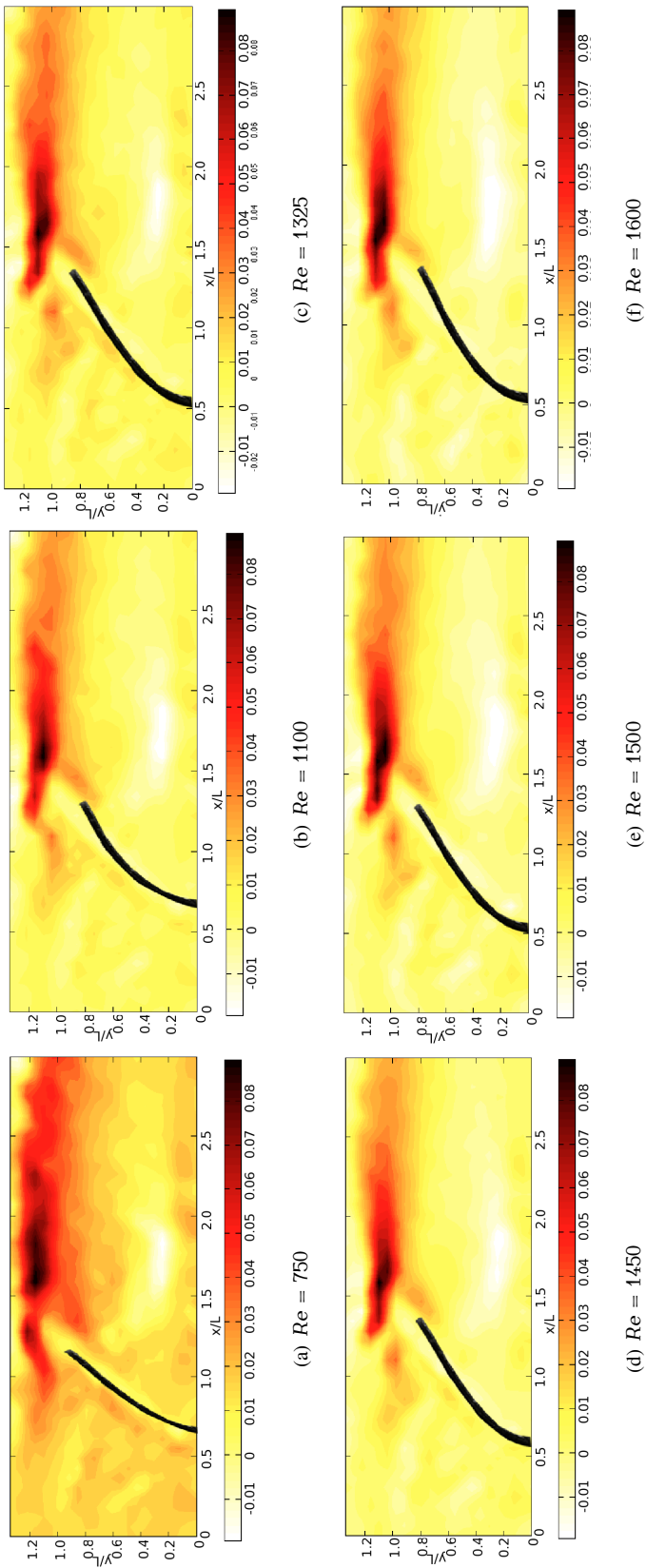


Figura 3.17: Mapa de distribución de esfuerzos cortantes viscosos para un flujo estacionario.



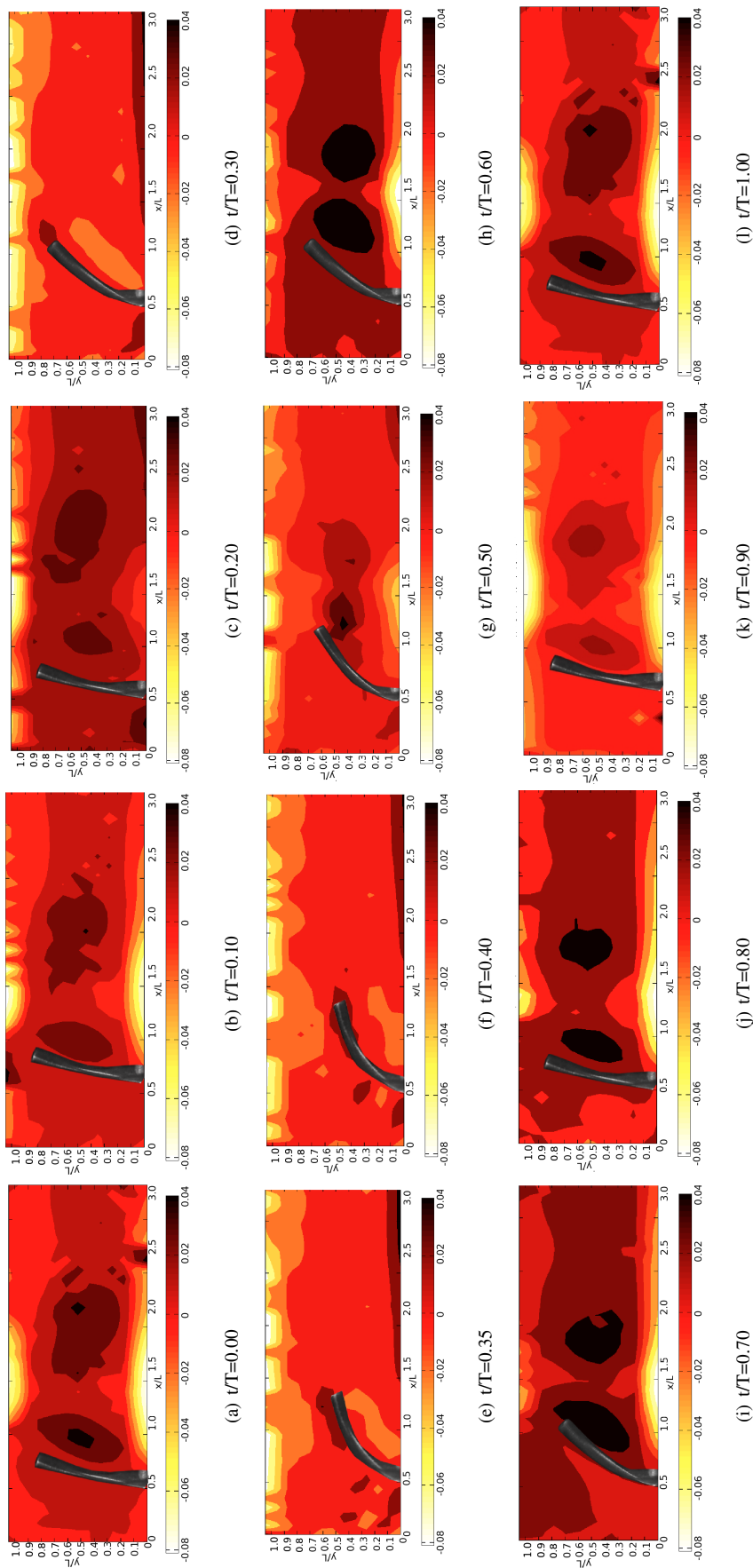


Figura 3.18: Mapa de distribución de esfuerzos cortantes viscosos para una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva con menor rigidez, N_4 , en un flujo con condiciones cardiacas humanas: $45\text{cm}^3/\text{golpe}$ y 70 pulsos/minutos



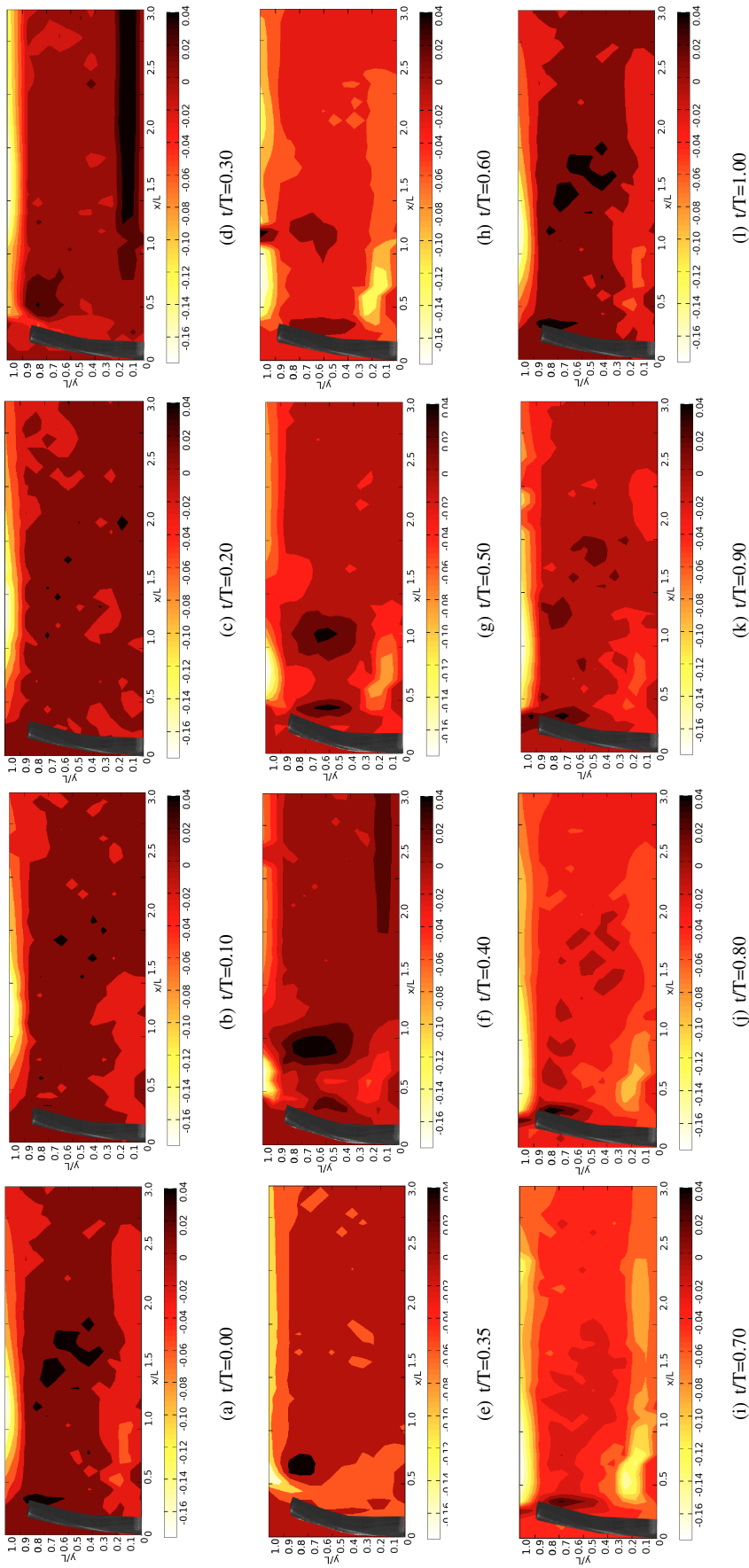


Figura 3.19: Mapa de distribución de esfuerzos cortantes viscosos para una valva elástica en interacción con un flujo pulsátil. Se presenta el ciclo completo en tiempos adimensionales. Valva con mayor rigidez, N_{41} , en un flujo con condiciones cardiacas humanas: a $45\text{cm}^3/\text{golpe}$ y $70\text{ pulsos}/\text{minutos}$



3.4. Magnitud de velocidad

La figura 3.20 presenta la magnitud de velocidades máxima en flujos en régimen permanente como función del flujo volumétrico. Como era esperado, la tendencia es monótonica, es decir, la magnitud de velocidad es proporcional al flujo arrojado por la bomba centrífuga (figura 3.20). El fenómeno esperado es que para valvas cortas, las velocidades máximas sean menores en comparación con las velocidades en interacción con las valvas largas. La premisa anterior se cumple excepto para las valvas largas de menor rigidez. Esto puede deberse a que el flujo rodea a las valvas cortas, en lugar de deflectarlas, mientras que la valva delgada de silicón sí sufre deflexión y ésta es muy grande, como se vio en una sección anterior, haciendo el área para el paso de flujo mayor, incluso, que para las valvas cortas. Sin embargo, las diferencias de la magnitud de velocidad debida a los diferentes materiales es notoria pero no muy grande.

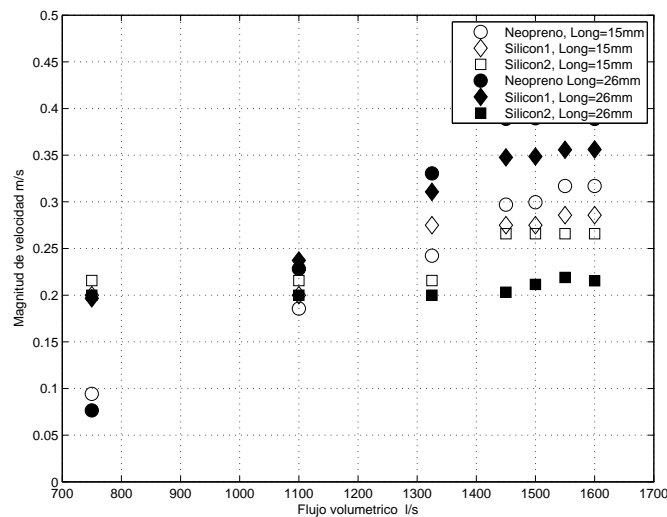


Figura 3.20: Magnitud de velocidad máxima para un flujo estacionario. Se comparan todas las valvas estudiadas.

En el caso de flujos pulsátiles se observa la misma tendencia que los flujos permanentes. La figura 3.21 presenta la evolución en el tiempo de la velocidad para todas las valvas y todas las condiciones de flujo. Es evidente la dependencia de la velocidad con la frecuencia, por lo que se compara la magnitud para los dos materiales y las 3 condiciones de flujos desplazados cm^3/s para la valva más rígida (N_4). Se observa que para todas las frecuencias analizadas se sigue una misma tendencia. La primera sección de la curva, con pendiente positiva, se refiere a la sístole. La magnitud de velocidad va en aumento hasta llegar al instante $t/T = 0.35$, donde la velocidad es máxima para el ciclo. Un resultado esperado y observado en los mapas antes descritos, donde la deflexión de las membranas también es la mayor. La explicación es que la fracción sistólica se mantuvo en 0.35 y a partir de este tiempo se da una relajación del sistema

y, en consecuencia, la valva tiende a su estado de reposo.

Respecto al flujo volumétrico, también se esperaba un aumento proporcional de la velocidad. Se observa que el material juega un papel importante en la magnitud de velocidad. Debe recordarse que la deflexión de las membranas de silicón es mucho mayor que la que presentan las valvas de neopreno, efecto del módulo de elasticidad, pues la curvatura es la misma para las gráficas presentadas. Como se observó en los mapas, la deflexión de las membranas de neopreno presentan pocas variaciones aunque las condiciones de flujo se mantengan. Esto se refleja en pequeños cambios en el área de paso del fluido, que, en conjunto con el incremento en el flujo que la bomba provee, provoca diferencias notorias en la magnitud de velocidad para la misma valva de neopreno. El efecto del incremento de la deflexión de las valvas de silicón, es el aumento de área transversal al flujo y a pesar de que el flujo de la bomba se incrementa en la misma medida que para las valvas de neopreno, la velocidad se mantiene con variaciones menores.

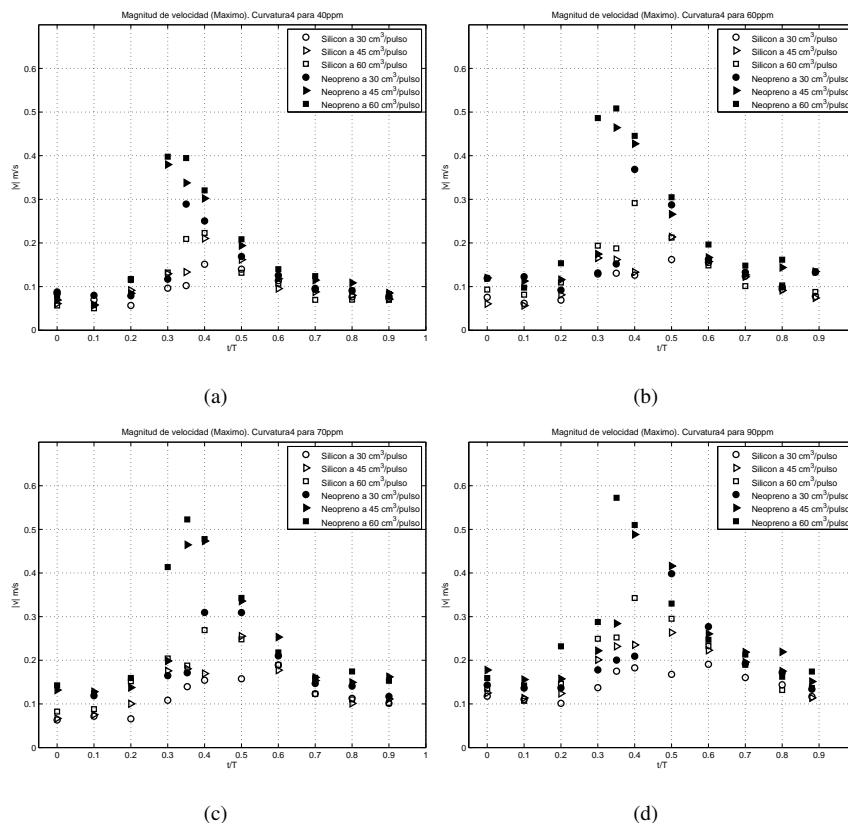


Figura 3.21: Magnitud de velocidad máxima para la valva con mayor curvatura. Cada subfigura representa una frecuencia de bombeo. (a) 40pulsaciones/minuto. (b) 60pulsaciones/minuto. (c) 70pulsaciones/minuto. (d) 90pulsaciones/minuto



3.5. Cantidades derivadas

3.5.1. Gradiente de velocidad

Se calculó el tensor gradiente de velocidad para cada punto. Debe recordarse que la ecuación que define al tensor gradiente de velocidad está dada por

$$d\underline{v} = \underline{L} \cdot \underline{x}d\underline{x} \tag{3.8}$$

El cálculo de esta cantidad tensorial es la base para otras cantidades muy relevantes en este estudio, tales como tasa de rapidez de deformación, vorticidad y esfuerzos viscosos

3.5.2. Rapidez de deformación

La rapidez de deformación en el fluido provocada por una válvula cardiaca juega un papel muy importante en el desempeño de las mismas. Por esta razón, este trabajo se enfoca en analizar la magnitud del tensor rapidez de deformación.

El cálculo de la magnitud de rapidez de deformación se hizo con base en el gradiente de velocidad, usando la siguiente ecuación

$$D_{ij} = D_{ji} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \tag{3.9}$$

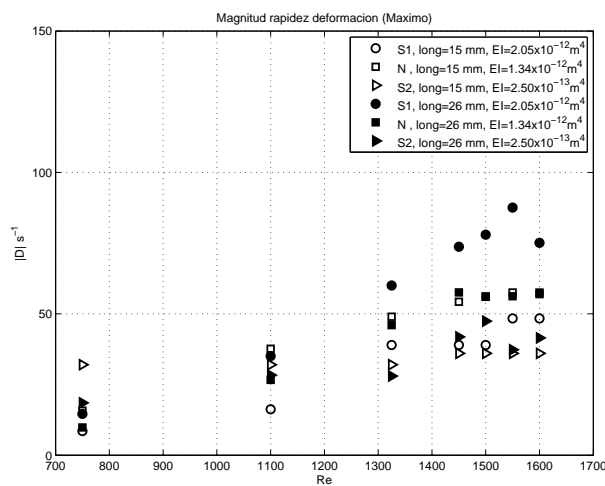


Figura 3.22: Magnitud máxima del tensor de deformación para un flujo estacionario. Se comparan todas las válvulas estudiadas y todos los flujos analizados.

Al comenzar este estudio se esperaba la dependencia directa de la deformación del fluido con el Re , tal como lo muestra la figura 3.22. De igual manera, el efecto de la longitud es observado, ya que en las valvas cortas la deformación del fluido es menor y el incremento de la magnitud como función del Re es menos significativo que para las valvas de 26mm . En los resultados de las valvas largas (marcadores rellenos) se observa un incremento importante en la magnitud de la rapidez de deformación a medida que el Re también aumenta. Ya para un $Re > 1300$ el efecto del módulo de rigidez a flexión (EI) se hace presente. A pesar de que el neopreno tiene un módulo de Young ligeramente mayor, el espesor de la valva de silicón 1 afecta en mayor medida en EI e influye en la deformación que experimenta el fluido. Este es un buen antecedente en nuestro estudio, pues se espera que la curvatura (parámetro clave en EI) de la membrana afecte la rapidez de deformación del fluido.

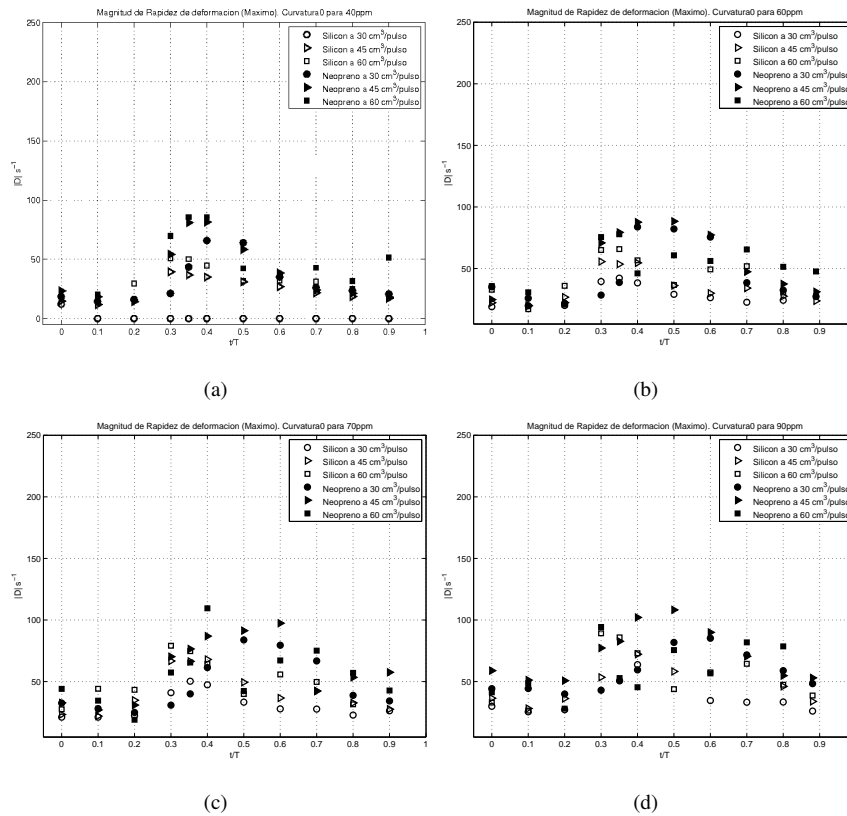


Figura 3.23: Valor máximo de la magnitud del tensor de deformación para la valva con menor curvatura. Cada subfigura representa una frecuencia de bombeo. (a) 40pulsaciones/minuto. (b) 60pulsaciones/minuto. (c) 70pulsaciones/minuto. (d) 90pulsaciones/minuto

Se analizó también la magnitud del tensor rapidez de deformación para los flujos pulsátiles. La figura 3.15 muestra la deformación para las valvas sin curvatura (S_0 y N_0) bajo todos los flujos estudiados, mientras que en la 3.16 se presentan los resultados correspondientes a las valvas con mayor curvatura (S_4 y N_4). Los colores indican el material de las membranas, mientras que



los símbolos los volúmenes desplazados por pulso y a cada subfigura le corresponde una frecuencia de bombeo. Para todas las valvas se presenta el ciclo completo, correspondiente a los instantes que se describieron al principio de este capítulo. La tendencia de variación de la deformación es la misma para todos los casos estudiados. Es notable y congruente con resultados antes presentados, que el instante con mayor deformación para el fluido se da aproximadamente en $t/T = 0.35$, justo en el que se tienen las velocidades más altas y la máxima deflexión. Este instante está asociado a la fracción sistólica y se espera que si es variada, el instante de máxima deflexión también lo hará. Sin embargo, los valores para la velocidad, las cantidades derivadas y la deflexión de la membrana nos presentarán cambios si las condiciones de flujo se mantienen [17]

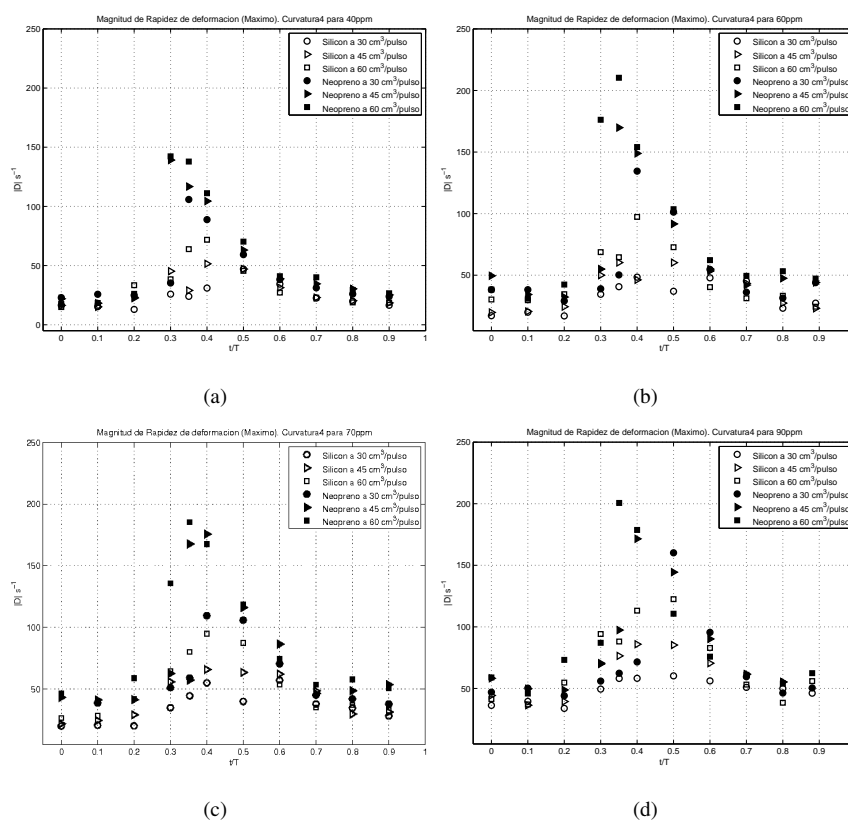


Figura 3.24: Valor máximo de la magnitud del tensor de deformación para la valva con mayor curvatura. Cada subfigura representa una frecuencia de bombeo. (a) 40 pulsaciones/minuto. (b) 60 pulsaciones/minuto. (c) 70 pulsaciones/minuto. (d) 90 pulsaciones/minuto

Se observa que el efecto del flujo volumétrico es menor que el de las propiedades geométricas del sólido, pues para las valvas del mismo material, aún en interacción con diferentes flujos, se presentan menos variaciones que conservando constante el flujo y cambiando el material, para ambas curvaturas. Más aún, considerando como variable única la curvatura de la membrana, el

incremento de la magnitud de rapidez de deformación en el instante $t/T = 0.35$ es notoria, casi duplicándose de una valva plana a una con curvatura $4m^{-1}$. debe recordarse que en el tiempo $t/T = 0.35$ es cuando el fluido de trabajo sale del pistón de la bomba, mientras que en el resto del ciclo el pistón realiza el recorrido entre puntos muertos, lo que afecta al flujo de manera similar en todos los casos, por lo que los valores de deformación del fluido de otros instantes se mantienen en un rango pequeño (por debajo de $50s^{-1}$).

En las figuras 3.25 se muestra el efecto de la curvatura en la rapidez de deformación bajo las mismas condiciones de flujo. Se demuestra que el aumento en la magnitud no depende únicamente de la curvatura, sino de un conjunto de parámetros entre los que destaca el módulo de rigidez a flexión EI .

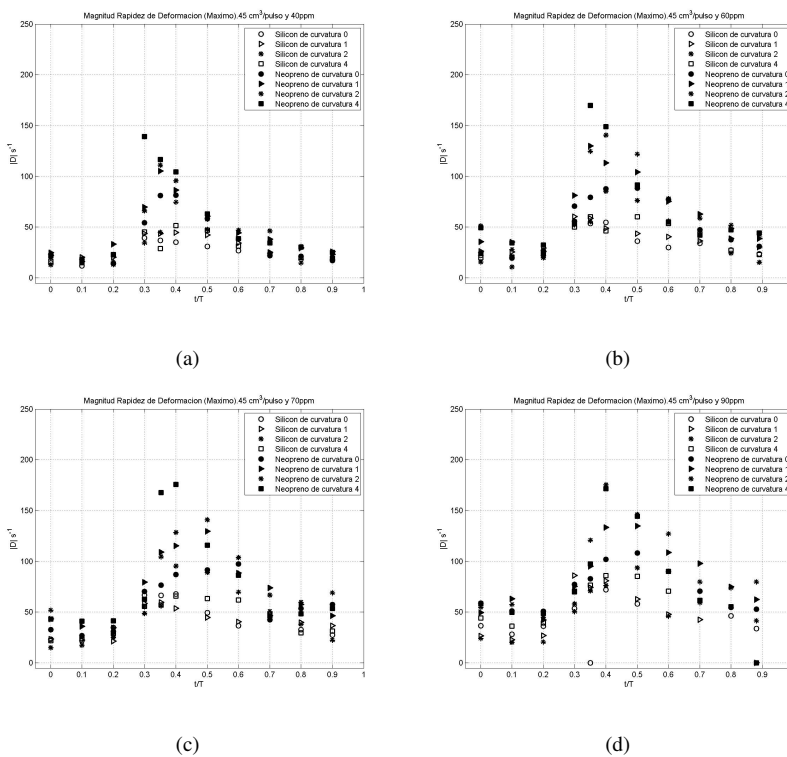


Figura 3.25: Esfuerzos viscosos para diferentes curvaturas $45cm^3/pulso$. Cada subfigura representa una frecuencia de bombeo. (a) $40pulsaciones/minuto$. (b) $60pulsaciones/minuto$. (c) $70pulsaciones/minuto$. (d) $90pulsaciones/minuto$

3.5.3. Esfuerzos viscosos

De igual manera que con la rapidez de deformación, se analizó el comportamiento de los esfuerzos cortantes viscosos máximos como función del Re para las valvas en interacción con flujos en régimen estacionario. El comportamiento es el mismo: la variable con mayor influencia es el módulo de rigidez a flexión, como lo demuestra la figura 3.26.



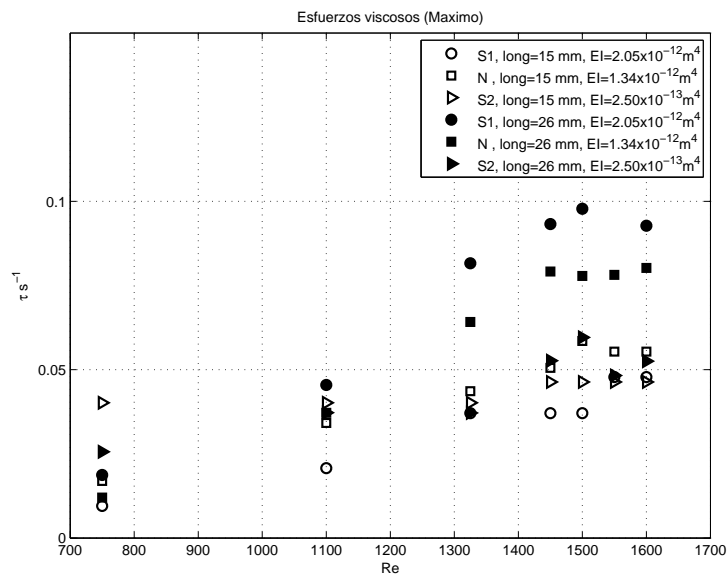


Figura 3.26: Esfuerzos viscosos cortantes para un flujo estacionario. Se comparan todas las valvas estudiadas y todos lo flujos analizados.

La naturaleza del cálculo de los esfuerzos viscosos parte, al igual que la rapidez de deformación, del tensor gradiente de velocidad. Así, los fuerzas viscosos fueron obtenidos con la ecuación 3.10, para $i, j = 1, 2$.

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \tag{3.10}$$

Sin embargo, el interés de este estudio se centra en el valor máximo de los elementos no diagonales del tensor de esfuerzos viscosos y no en la magnitud. En la figura 3.27 es notorio que las diferencias de los valores para dichos elementos son muy pequeñas, incluso con variaciones de EI . Un aspecto que llama mucho la atención es que en el caso de las valvas de silicón, el sistema asociado a mayores esfuerzos cortantes la valva plana o de menor EI . Esto puede deberse a que el extremo libre de dicha membrana se generan pequeñas oscilaciones que perturban al fluido, causando esfuerzos comparables con los provocados por las altas velocidades alcanzadas por el chorro en áreas menores, como las que se dan en la interacción con valvas de neopreno.

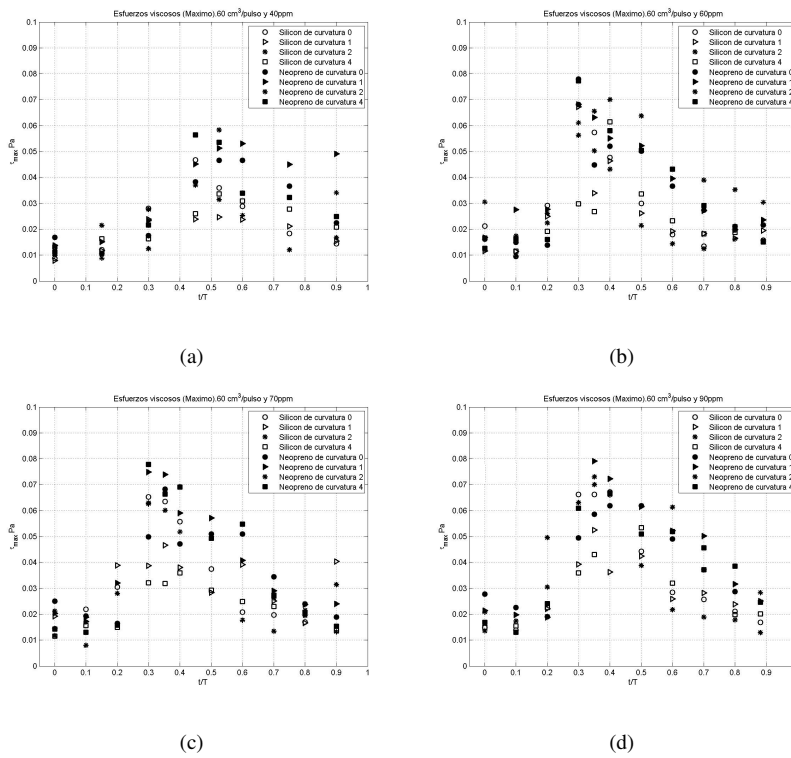


Figura 3.27: Esfuerzos viscosos cortantes para la valva con menor curvatura. Cada subfigura representa una frecuencia de bombeo. (a) 40 pulsaciones/minuto. (b) 60 pulsaciones/minuto. (c) 70 pulsaciones/minuto. (d) 90 pulsaciones/minuto

Respecto al volumen desplazado y a la frecuencia de bombeo, al igual que en la rapidez de deformación, las variaciones en τ_{12} máximo son proporcionales, pero menores a las generadas por cambio de geometría.



Capítulo 4

Conclusiones

El objetivo del estudio fue conocer el efecto de la geometría de una membrana en la deformación que experimenta un flujo al interactuar con ella. Debido a que las valvas de una válvula cardíaca nativa presentan dos curvaturas principales, la provocada por el cierre de la válvula y la debida a la curvatura del anillo de sutura, se planteó un experimento que mostrara el efecto de la segunda. De esta manera, en este trabajo se analizaron cuatro curvaturas distintas bajo diferentes condiciones de flujo.

Es bien conocido el efecto que la curvatura de una hoja tiene en la rigidez de la misma, por lo que el parámetro de análisis es la rigidez a flexión del sólido. El módulo de rigidez a flexión de una membrana depende de las propiedades elásticas del material (módulo de Young) y de la geometría de la sección transversal de la misma. Así, además de las cuatro curvaturas descritas, se decidió también cambiar el material de las valvas para tener dos módulos de Young, es decir, ocho módulos de rigidez a flexión EI distintos.

Partiendo de la hipótesis de que, además del flujo volumétrico, la rigidez tiene un efecto directo en la deformación del fluido, se estudiaron 42 sistemas sólido-fluido en régimen permanente (6 valvas y 7 flujos volumétricos) y 96 sistemas en régimen pulsátil (8 EI , 3 volúmenes desplazados y 4 frecuencias de bombeo).

Para cada caso se analizaron la deflexión de las valvas y la magnitud de velocidad, la vorticidad, la rapidez de deformación y los esfuerzos cortantes viscosos. Se comprobó la proporcionalidad directa de los 5 parámetros estudiados con el flujo volumétrico.

También se comprobó la hipótesis de la influencia de las propiedades de las valvas en las características del flujo y en la deflexión de las mismas. La deflexión de las valvas es inversamente proporcional a la rigidez de las mismas. Esta deflexión marca diferencias en los flujos aguas

abajo de los sistemas estudiados. La magnitud de velocidad aumenta, debido a la disminución del área transversal para el paso del fluido de trabajo. De esta manera, las cantidades derivadas también varían. En los flujos estacionarios se ve un incremento de vorticidad en el chorro superior, debido al desprendimiento de la capa límite en la membrana y su interacción con el punto de estancamiento debajo de la misma. Cuando la membrana tiene una deflexión grande, este desprendimiento es más suave en comparación a las deflexiones pequeñas. Para los flujos pulsátiles existe, además, la formación de un vórtice principal, debido a la zona de estancamiento que se justa debajo del sólido, pues el flujo no se estabiliza. En los resultados de la rapidez de deformación, el efecto de la rigidez a flexión es superior al de las variaciones de flujo, esto debido a la variación en el área para el paso del flujo y el desprendimiento de la capa límite formada aguas arriba de la membrana. En el caso de los efectos viscosos, la tendencia de aumento con el incremento del EI de las membranas. Sin embargo, debe estudiarse con más detalle el efecto de las perturbaciones en el extremo libre de la membrana, pues aparecen esfuerzos cortantes viscosos importantes en la membranas con menor rigidez comparables con los generados por las valvas con EI mayor.

Estos resultados son sólo una parte de un problema mucho más complejo. Por cada sistema se analizó una sola membrana, que no representa una válvula funcional. Por lo que los valores de rapidez de deformación no son comparables con los valores críticos citados en estudios de válvulas nativas. A partir de lo anterior, para un trabajo a futuro debe considerarse la interacción de dos o más valvas que sí impidan flujo de regreso aguas arriba, además de un fluido de trabajo que simule las propiedades de la sangre, es decir, de naturaleza no newtoniana.



Apéndice A

Programas de Matlab

A.0.4. Código para obtención de propiedades de flujo.

```
%Propiedades , para Windows
```

```
Clear all
```

```
close all
```

```
dira=strcat('I:\Carolina\Tesis_Maestria\Datos\TXT_Permanente\PromedioMatlab\');
```

```
dira1=dir(strcat(dira));
```

```
for ih=3:length(dira1)
```

```
    dire=strcat(dira , dira1(ih,1).name, '\');
```

```
    dire1=dir(strcat(dire));
```

```
        for jh=3:length(dire1)
```

```
            datosarch=strcat(dire , dire1(jh,1).name);
```

```
            load(datosarch);
```

```
            dat_px=(datospromedio(:,3) - min(datospromedio(:,3)))/1000; %m
```

```
            dat_py=(datospromedio(:,4) - min(datospromedio(:,4)))/1000; %m
```

```
            dat_vx=(datospromedio(:,5))/1000; %m/s
```

```
            dat_vy=(datospromedio(:,6))/1000; %m/s
```

```
%Formacion de matrices
```

```
a=max(datospromedio(:,1));
```

```
x=reshape(dat_px, a+1, [])';
```

```
y=reshape(dat_py, a+1, [])';
```

```
u=reshape(dat_vx, a+1, [])';
```

```
v=reshape(dat_vy, a+1, [])';
```

```

%Gradiente del campo de velocidades
dx=(x(2,1)-x(1,1)); %m
dy=(y(1,2)-y(1,1)); %m
[gux guy]=gradient(u,dx,dy);
[gvx gvy]=gradient(v,dx,dy);

%Tensor rapidez de deformacion

[ sr sc]=size(x);

for r=1:sr
    for c=1:sc
        for i=1:2
            for j=1:2
                if j==1&&i==1
                    RDp(r,c,i,j)=gux(r,c);
                end
                if j==2&&i==2
                    RDp(r,c,i,j)=gvy(r,c);
                end
                if j~=i
                    RDp(r,c,i,j)=0.5*(guy(r,c)+gvx(r,c));
                end
            end
        end
        RDm(r,c)=sqrt(trace((RDp(r,c))*(RDp(r,c))'));
    end
end

clear r c i j

%Tensor vorticidad
for r=1:sr
    for c=1:sc
        for i=1:2
            for j=1:2
                if j==i
                    TVp(r,c,i,j)=0;
                end
                if j==2&&i==1
                    TVp(r,c,i,j)=0.5*(guy(r,c)-gvx(r,c));
                end
            end
        end
    end
end

```



```

end

if j==1&& i==2
    TVp(r,c,i,j)=0.5*(gvx(r,c)-guy(r,c));
end
end
end
end
TVm(r,c)=sqrt(trace((TVp(r,c))*(TVp(r,c))'));
end
end
clear r c i j

%Tensor gradiente de velocidad
for r=1:sr
    for c=1:sc
        for i=1:2
            for j=1:2
                GVp(r,c,i,j)=RDp(r,c,i,j)+TVp(r,c,i,j);
            end
        end
        GVpaux(r,c,1,1)=gux(r,c);
        GVpaux(r,c,1,2)=guy(r,c);
        GVpaux(r,c,2,1)=gvx(r,c);
        GVpaux(r,c,2,2)=gvy(r,c);
        GVm(r,c)=sqrt(trace((GVp(r,c))*(GVp(r,c))'));
        GVmaux(r,c)=sqrt(trace((GVpaux(r,c))*(GVpaux(r,c))'));
    end
end
end
end
end

```

A.0.5. Código para obtención de las figuras mostradas.

```

clear all
close all
dira=strcat('/Volumes/Iomega_HDD/Carolina/Tesis_Maestria/Datos/TXTPulsatil/');
dira1=dir(strcat(dira));
for ih=3:length(dira1)
    dire=strcat(dira,dira1(ih,1).name,'/');
    dire1=dir(strcat(dire));

    for jh=6:length(dire1)

```



```

diri=strcat(dire , dire1(jh,1).name, '/');
dir1=dir(strcat(diri));

for kh=4:length(dir1)
    diro=strcat(diri , dir1(kh,1).name, '/Zarchivos_mat/');
    diro1=dir(strcat(diro));

    %Cargar archivos *.mat
    for lh=25:length(diro1)
        datosarch=strcat(diro , diro1(lh,1).name);

        load(datosarch)
        esc=30/(max(newarch(:,4)) - min(newarch(:,4))); %mm/pix
        dat_px=(newarch(:,5) - min(newarch(:,5)))/1000; %m
        dat_py=(newarch(:,6) - min(newarch(:,6)))/1000; %m
        dat_vx=(newarch(:,9)); %m/s
        dat_vy=(newarch(:,10)); %m/s

        %Formaci?n de matrices
        a=max(newarch(:,2));
        x=reshape(dat_px , a+1 , []);
        y=reshape(dat_py , a+1 , []);
        u=reshape(dat_vx , a+1 , []);
        v=reshape(dat_vy , a+1 , []);

    umean=mean(mean(u));
    vmean=mean(mean(v));
    u_max=max(max(u));
    v_max=max(max(v));
    valvaAD=0.026;
    x_x=x ./ valvaAD;
    y_y=y ./ valvaAD;
    u_u=u ./ u_max;
    v_v=v ./ v_max;

    %Velocidades
    figure(1)
    quiverc(x_x,y_y,u_u,v_v,1.5)
    hold on
    axis([0 3.3 0 1.2])
    xlabel('x/L');

```



```

ylabel('y/L');
TITLE ('Campo_de_velocidades.', 'Color','w')
hold off

for k = 1:length(bv)
    boundary = bv{k};
    plot(boundary(:,2), boundary(:,1), 'w', 'LineWidth', 2)
end

%Vorticidad
vort=curl(x,y,u,v);
figure(2)
contourf(x_x,y_y,vort,30)
colorbar('location','southoutside')
axis ([0 3 0 1.05])
colormap jet;
shading flat
xlabel('x/L');
ylabel('y/L');
TITLE ('Campo_de_vorticidad')
    end
end
end
end

```



Apéndice B

Deflexión de placas flexibles

En el corazón las valvas de cada válvula están sometidas a grandes deformaciones causadas por el flujo de sangre. En este trabajo se considerarán a las valvas como placas linealmente elásticas sometidas a cargas uniformemente distribuidas, con el fin de determinar la deflexión que experimentarán. En este apartado se presenta la teoría con la que se analizará el comportamiento de las valvas en este estudio.

La relación esfuerzo-deformación para vigas sometidas a una carga constante está determinada por el esfuerzo nominal que experimenta el material. Este cálculo supone que el esfuerzo es constante en la sección transversal. En este trabajo se supone el estudio de la flexión de una viga delgada en voladizo sometida a una carga uniformemente distribuida. En este tipo de vigas se presentan grandes desplazamientos y la ecuación que describe el comportamiento de la viga es no lineal. Si el espesor de la viga es pequeño comparado con su longitud, la teoría elástica describe adecuadamente las grandes flexiones de la viga debidas a las cargas aplicadas, siendo necesario utilizar la expresión exacta de la curvatura en la ecuación de Euler-Bernoulli [8]. De acuerdo con esta ecuación, el momento flector es proporcional a la curvatura de la viga.

La relación momento-curvatura de Euler-Bernoulli para una viga de sección transversal constante de material elástico lineal puede escribirse de la forma:

$$M = EI\gamma \quad (\text{B.1})$$

donde M es el momento flector en una sección de la viga, γ es la curvatura, I es el momento de inercia de la sección de la viga respecto al eje neutro y E es el módulo de rigidez propio del material .

Derivando la ecuación respecto a la longitud s se obtiene la ecuación diferencial:

$$EI \frac{d\gamma}{ds} = \frac{dM}{ds} \quad (\text{B.2})$$

En la figura B.1 se muestra el esquema de la viga flexionada sometida a una carga uniformemente distribuida w a lo largo de su longitud, junto con otros parámetros geométricos. Los

parámetros δ_x y δ_y son los desplazamientos horizontal y vertical del extremo libre y ϕ_0 es la pendiente de la viga se obtiene en el extremo libre de la misma. El sistema coordenado de referencia se fija en el extremo empotrado (figura B.1).

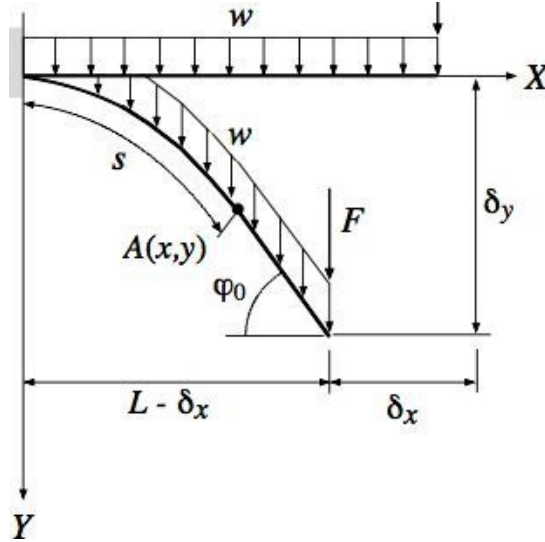


Figura B.1: Esquema de la viga flexionada y definición de los parámetros geométricos. Ref. [8]

Ahora, considerando un punto $A(x,y)$ cualquiera tal que A pertenece al eje neutro de la viga, el momento flector M en dicho punto puede calcularse de la siguiente manera:

$$M(s) = \int_s^L w [x(u) - x(s)] du \quad (B.3)$$

Derivando esta ecuación y considerando $\cos\phi = \frac{dx}{ds}$, se obtiene:

$$\frac{dM}{ds} = -w(L - s)\cos\phi \quad (B.4)$$

Sustituyendo en (B.2):

$$\frac{d\gamma}{ds} = -\frac{1}{EI} w(L - s)\cos\phi \quad (B.5)$$

Sin embargo, por geometría puede deducirse que

$$\gamma = \frac{d\phi}{ds} \quad (B.6)$$

sustituyendo esta expresión en la ecuación (B.5) se tiene

$$\frac{d^2\phi}{ds^2} = -\frac{1}{EI} w(L - s)\cos\phi \quad (B.7)$$

Para esta ecuación pueden considerarse las siguientes condiciones de contorno

$$\begin{aligned} \phi(0) &= 0 \\ \frac{d\phi(L)}{ds} &= 0 \end{aligned} \quad (B.8)$$



A partir de las relaciones trigonométricas $\cos\varphi = \frac{dx}{ds}$ y $\text{sen}\varphi = \frac{dy}{ds}$, la posición (x,y) de la viga deformada puede calcularse:

$$x(s) = \int_0^s \cos\varphi(s)ds \quad (\text{B.9})$$

$$y(s) = \int_0^s \text{sen}\varphi(s)ds \quad (\text{B.10})$$

$$(\text{B.11})$$

Finalmente, la deflexión máxima puede calcularse:

$$\delta_x = L - x(L) \quad (\text{B.12})$$

$$\delta_y = y(L) \quad (\text{B.13})$$

Con esta expresión puede evaluarse el efecto de la geometría y las propiedades elásticas en la deflexión de una lámina flexible.



Bibliografía

- [1] Daniel Schneck and Bronzino J. *Biomechanics, principles and applications*. CRC Press, USA, 1a. edición, 2002.
- [2] M. Zamir. *The physics of pulsatile flow*. Springer-Verlag, USA, 1a. edición, 2000.
- [3] Butcher J.T. et al. *Aortic valve disease and treatment: The need for naturally engineered solutions*. *Advanced Drug Delivery Reviews* 63 (2011) 242–268. EUA, 2011.
- [4] Thubrikar M. et al. *Stresses of natural versus prosthetic aortic valve leaflets in vivo*. The Society of Thoracic Surgeons 0003–4975/80/090230–10. EUA, 1980.
- [5] Grigioni M. et al. *The influence of the leaflets' curvature on the flow field in two bileaflets prosthetic heart valves*. *Journal of Biomechanics* 34 (2001) 0021–9290(00)00240–2. Italia, 2001.
- [6] A. Stevens et al. *Anatomía patológica*. Ediciones Harcourt. Madrid, España, 2001.
- [7] G. Téllez de Peralta. *Tratado de cirugía cardiovascular*. Ediciones Díaz de Santos, España, 2a. edición, 1998.
- [8] T. Beléndez et al. *Flexión de una viga delgada en voladizo bajo la hipótesis de no linealidad geométrica*. VIII Congreso Nacional de Propiedades Mecánicas de Sólidos, 933-942, Gandia 2002.
- [9] S. A. Jones. A Relationship Between Reynolds Stresses and Viscous Dissipation: Implications to Red Cell Damage. *Annals of Biomedical Engineering*, Vol. 23, pp, 21-28, 1995
- [10] A. Fallon et al. *Flow and Thrombosis at Orifices Simulating Mechanical Heart Valve Leakage Regions*. *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol. 128, 2006.
- [11] L. Segel *Mathematics applied to continuum mechanics*. Dover publications, USA, 1a edición, 1987.
- [12] P. Myron et al. *Ecografía doppler clínica*. Elsevier, España. 2a. edición, 2008.
- [13] J. B. Miale *Hematología: Medicina de Laboratorio*. Editorial Reverté. 6a. edición. Barcelona, España, 1985.

- [14] S. W. Schneider et al. *Shear-induced unfolding triggers adhesion of von Willebrand factor fibers*. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2006.
- [15] W. Milnor. *Hemodynamics*. William and Wilkins, USA, 1989.
- [16] Westerhof and Lankhaar. *The Arterial Windkessel*. Medical & Biological Engineering & Computing. DOI 10.1007/s11517-008-0359-2, 2008
- [17] C. Hernández Badillo. *Estudio de la deformación de una membrana en un flujo oscilante: implicaciones en el diseño de válvulas cardíacas*. UNAM, Facultad de Ingeniería, 2011
- [18] R. Ledesma. *Estudio del flujo pulsátil y su interacción con valvas simples*. UNAM, México, 2010.
- [19] http://www.umm.edu/esp_imagepages/18093.htm. Septiembre, 2012.
- [20] <http://www.policlinicamiramar.com/noticias.asp?tipo=CHO¬icia=19>. Septiembre

