

## Capítulo 3. Metodología

### 3.1 Introducción

Los primeros trabajos abocados al estudio de la zona de rompientes, se centraron en obtener mediciones de superficie libre, alturas de ola y la variación en el nivel medio para diversas condiciones geométricas de la playa (i.e. Madsen et al. 1997). No siendo hasta mediados de los años noventa, cuando se observó la necesidad de obtener una mejor caracterización de las variables involucradas durante distintas condiciones de rotura. Los trabajos pioneros a este respecto, fueron presentados por Ting y Kirby (1994, 1995, 1996). Quienes por medio del estudio en laboratorio de la rotura tipo voluta y descrestamiento, hicieron evidentes las divergencias entre las características de las velocidades (horizontal y vertical) y la turbulencia generadas durante ambas condiciones de flujo.

Más tarde al inicio de la presente década y como resultado del notable avance tecnológico de la instrumentación disponible, se generó un incremento en el número de estudios sobre la generación y destrucción de la turbulencia durante la rotura del oleaje (Svendsen et al., 2000; Cox y Anderson, 2001; Cowen et al, 2003). Además de forma paralela a las investigaciones de campo y laboratorio, el desarrollo tecnológico de las computadoras permitió el uso de modelos avanzados de alta resolución, que resuelven las ecuaciones de Navier-Stokes con menos simplificaciones. El estudio de procesos relacionados con la transformación (no-lineal) del oleaje durante la rotura con estas ecuaciones, ha sido el objeto de diversas investigaciones a partir de los trabajos pioneros de Lin y Liu (1998a, b). La mayor parte de los primeros esfuerzos con estos modelos, estuvo enfocada en su validación para el estudio de la interacción oleaje-estructura en escala de laboratorio (i.e. Hsu et al. 2002; Garcia et al. 2004; Lin y Xu, 2005; Losada et al. 2008; Guancho et al. 2009). Por otra parte, se ha observado un incremento en el número de estudios que utilizan la combinación de estudios experimentales y numéricos.

El propósito principal de dichas investigaciones, más que centrarse en la validación de la herramienta numérica, consiste en el diagnóstico de procesos a través de una investigación integral a detalle (Pedrozo-Acuña et al. 2010).

Es esta última ruta, la que se ha seleccionado para el presente trabajo, pues se utilizan datos de laboratorio en conjunto con resultados provenientes de un modelo numérico de alta resolución basado en las ecuaciones promediadas de Navier-Stokes. Respecto a los datos de laboratorio, estos provienen del estudio publicado por Ting y Kirby (1994), sobre la corriente de resaca y la turbulencia en la zona de rompientes bajo dos forzamientos de rotura distintos, tipo descrestamiento y tipo voluta. El modelo se utilizó para generar las condiciones realizadas en el laboratorio por Ting y Kirby (1994), para hacer una disección de los procesos físicos involucrados. Así, los resultados experimentales se utilizan para validar la herramienta numérica seleccionada, y para realizar con ésta un cuidadoso estudio de los términos involucrados en la ecuación de cantidad de movimiento, aplicando las simplificaciones de Euler.

El modelo numérico resuelve en dos dimensiones las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento para la determinación del flujo, además de incluir descripciones para determinar la energía cinética de la turbulencia y su disipación. Esta herramienta numérica utiliza el algoritmo propuesto por Hirt y Nichols (1981), VoF, para seguir la superficie libre junto con un modelo  $k-\epsilon$  para el cierre de la turbulencia.

En particular, se evaluará la capacidad del modelo para predecir el campo de velocidades dentro de la zona de rompientes. La alta resolución espacial y temporal de los ensayos de Ting y Kirby (1994) permiten la evaluación de la capacidad del modelo para determinar la magnitud de los términos de aceleración locales y convectivos en las ecuaciones de movimiento en distintas partes de la zona de rompiente.

A diferencia de los ensayos del laboratorio, el modelo numérico permite variar los mecanismos forzadores, la configuración de la playa y adquirir datos con una alta-resolución espacial y temporal. Por lo tanto, una vez validado para el estudio de playas, este puede ser enfocado en el estudio de procesos particulares.

En el presente capítulo se describen a detalle las dos componentes principales de la metodología seleccionada. Por una parte se presenta un resumen de los experimentos de laboratorio utilizados y por otra, se proporciona la información básica sobre el modelo numérico utilizado.

### 3.2 Experimentos en laboratorio-Ting y Kirby (1994)

Los parámetros importantes que determinan el tipo de rotura y la dinámica de la zona de rompientes son la pendiente de la playa, el peralte de la ola y la rugosidad del fondo. Como se dijo con anterioridad los experimentos de laboratorio aquí descritos corresponden a los presentados por Ting y Kirby (1994). En dichos experimentos, el peralte de la ola  $H_0/L_0$  de la rotura en voluta es menor que el de rotura de tipo descrestamiento.

El propósito del trabajo experimental de estos investigadores, consistió en la caracterización del régimen hidrodinámico del flujo, durante la acción de dos tipos de rotura distintos incidentes sobre una playa impermeable. Sus resultados demostraron que existen diferencias claras entre las condiciones de flujo generadas por los dos regímenes de rotura seleccionados.

La selección de estos tipos de rotura, se justificó con base en el razonamiento de que ambos tipos de rotura, podían ser asociados a condiciones de oleaje normal y de tormenta sobre una playa cualquiera (descrestamiento – tormenta; voluta – normal). Esta división se justificó asumiendo que las condiciones normales de oleaje, generan un crecimiento de la playa seca como resultado de su tendencia a transportar arena hacia la costa. Mientras que durante las condiciones de oleaje de tormenta, la playa es erosionada como resultado de la tendencia del oleaje a mover sedimento hacia fuera de la costa.

Sus resultados experimentales demostraron que los niveles de turbulencia durante la rotura en voluta son mayores a los que se observan en rotura tipo descrestamiento. Además, se comprobó que durante la rotura en voluta existe una concurrencia de grandes intensidades de turbulencia con velocidades dirigidas hacia la costa, lo que comprueba la capacidad de transporte en esta dirección para este tipo de rotura. Por lo que respecta al oleaje de tipo descrestamiento, se ilustró

que ambos, los niveles de turbulencia y su tasa de disipación, son mucho menores. Mostrando que la turbulencia se ubica exclusivamente en la región cercana a la cresta de la ola.

Por lo que respecta a las corrientes generadas, se observó que las variaciones verticales de la corriente de resaca (o undertow) también presentan diferencias, siendo la variación vertical más evidente durante la rotura en tipo descrestamiento. Mientras que para el caso de la rotura en voluta, se observó una capacidad de mezcla de masa y momento en la vertical más eficiente, por lo que se generó una distribución del flujo más uniforme en la vertical. Por otra parte, también identificaron que la energía cinética de la turbulencia es transportada hacia el mar por el flujo medio durante la rotura de tipo descrestamiento y hacia la tierra durante la rotura en voluta. Estas conclusiones representaron un gran avance sobre el conocimiento de la hidrodinámica de la zona de rompientes, indicando que bajo el forzamiento de distintas condiciones de rotura, existen diferentes mecanismos físicos para el transporte de sedimentos.

Los experimentos se realizaron en el canal de oleaje del Laboratorio de Ingeniería Oceánica en la Universidad de Delaware, Estados Unidos. El tanque posee las siguientes dimensiones: 40m de longitud, 0.6m de anchura y 1m de profundidad. Las olas fueron creadas por medio de un generador de ondas de cierre, el cual fue controlado por sistema electro-hidráulico (Ting y Kirby, 1994).

En la Figura 3.1 se muestra un esquema del dispositivo experimental, donde  $(x,z)$  es un sistema de coordenadas cartesianas con las mediciones de  $x$  positiva hacia la orilla de la costa y  $z$  positivo hacia la superficie libre.

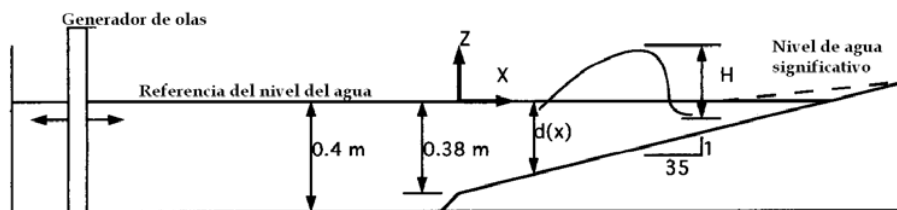


Figura 3.1 Arreglo experimental. (Ting y Kirby ,1994)

La pendiente de la playa fue construida de madera con una pendiente de 1:35, la profundidad constante fue de 0.4m en ambos casos. Para la generación del oleaje se utilizaron olas de tipo cnoidal dado que la asimetría vertical de este tipo de olas corresponde más al oleaje peraltado que se observa en la zona de rompientes de playas naturales.

En la tabla 3.1 se presentan las condiciones de oleaje seleccionadas (altura de ola y periodo) para los tipos de rotura seleccionados, descrestamiento y voluta. La altura de olas en ambos casos fue de 0.13m en la región de profundidad constante.

Tabla 3.1 Condiciones de oleaje para los tipos de rotura de los experimentos

Condiciones de oleaje / Tipo de rotura	T (seg)	H <sub>0</sub> (m)	ε <sub>0</sub>	d <sub>b</sub> (m)
Voluta	5	0.089	0.595	0.156
Descrestamiento	2	0.127	0.202	0.196

Para la definición del punto de rotura, Ting y Kirby (1994) definieron que para el oleaje con rotura tipo descrestamiento, éste quedaba definido por el punto en el que las burbujas de aire comenzaban a ser arrastradas por la cresta de la ola, mientras que para la rotura tipo voluta se definió como el punto en donde la cara frontal de la ola casi se hace vertical.

Los niveles de agua y las velocidades se midieron utilizando un anemómetro láser Doppler de fibra óptica (LDA), el arreglo de los sensores se muestran en las figuras 3.2 y 3.3 para tipo descrestamiento y voluta respectivamente.

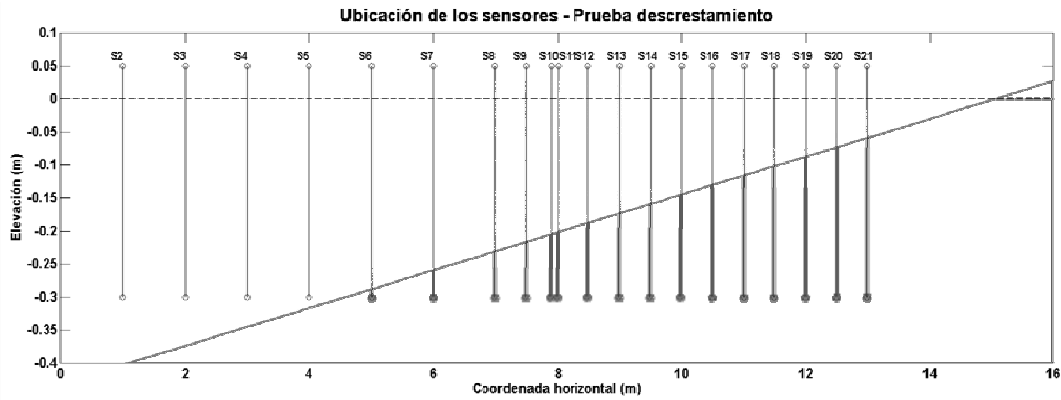


Figura 3.2 Ubicación de los sensores para la prueba en descrestamiento

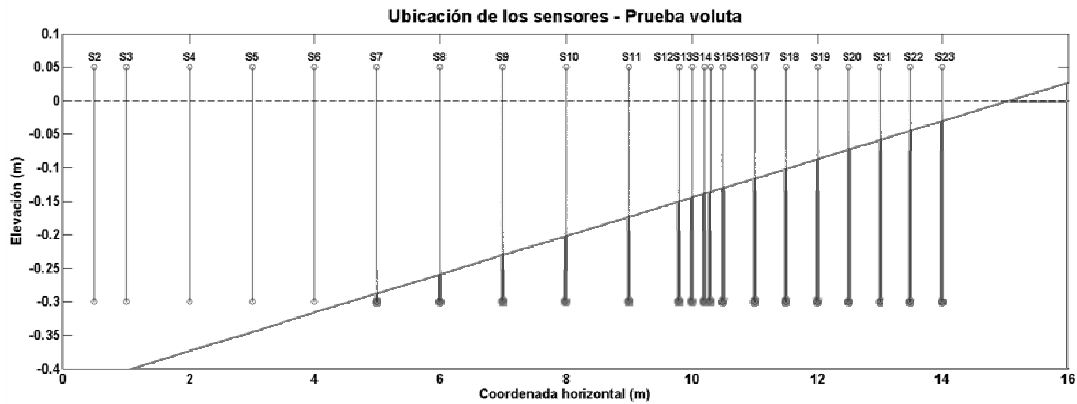


Figura 3.3 Ubicación de los sensores para la prueba en voluta

La frecuencia del Doppler utilizada fue de 33 a 333 kHz para la rotura en descrestamiento y de 0.1 a 1 MHz para la rotura en voluta, los valores correspondientes de cambio de frecuencia utilizados fueron de 200kHz y 500kHz, respectivamente.

Debido a la baja frecuencia del laser en el primer instante solo se podía medir una componente de la velocidad, por lo tanto para obtener la componente vertical y horizontal de la velocidad ellos tuvieron que realizar dos veces el mismo experimento.

El perfil de superficie libre lo obtuvieron utilizando medidores de capacidad de onda, un calibrador de ondas y una sonda de fibra óptica montadas en rieles, en ambos lados del canal para así poder deslizarlo a lo largo del canal.

A efecto de medir condiciones estacionarias (estables) para cada condición de oleaje, los instrumentos midieron a partir de 20 minutos de comenzada la generación de las olas.

Respecto a los datos de velocidad en la vertical, solamente se midieron por debajo del nivel del valle y por encima de la capa límite inferior, debido a que el laser no puede ser utilizado en regiones de flujo con alta concentración de burbujas.

### **3.3 Descripción del modelo numérico**

La segunda parte de la metodología seleccionada para este trabajo, consiste en el empleo de un modelo numérico de alta resolución, a efectos de utilizar los datos experimentales para su validación y posteriormente emplearlo como una herramienta de diagnóstico para observar procesos que no es posible medir en laboratorio.

El modelo numérico, conocido como COBRAS (COrnell Breaking Wave and Structure), resuelve en dos dimensiones las ecuaciones de Reynolds promediadas que simplifican las ecuaciones de Navier-Stokes.

El estudio de procesos relacionados con la transformación (no-lineal) del oleaje durante la rotura con estas ecuaciones, ha sido el objeto de diversas investigaciones a partir de los trabajos pioneros de Lin y Liu (1998a, b). La mayor parte de los esfuerzos iniciales estuvieron enfocados en la validación de este tipo de modelo para el estudio de la rotura sobre lechos permeables y la interacción oleaje-estructura a una escala de laboratorio (Hsu et al. 2002; Garcia et al. 2004; Lara et al. 2006a; Lara et al. 2006b, Losada et al. 2008). Con respecto al estudio de la transformación del oleaje en playas naturales, recientemente Torres-Freyermuth et al. (2007) presentaron el primer trabajo que demuestra el potencial de este tipo de modelo para ser utilizado en una playa natural.

El uso de esta herramienta numérica, proporciona un medio para obtener la información espacial y temporal de alta resolución, las cuales son muy difíciles o imposibles de medir en el campo y/o laboratorio. Por lo tanto, este trabajo se utilizará como una herramienta para examinar a detalle la hidrodinámica de la zona de rompientes sobre una playa impermeable.

En este estudio, el modelo numérico se adaptó a las condiciones de los trabajos realizados en laboratorio por Ting y Kirby (1994).

### 3.3.1 *Antecedentes del modelo*

La base del modelo numérico comprende una herramienta numérica para describir fluidos incompresibles con superficie libre, concretamente para la simulación de los movimientos del fluido dentro de los tanques de combustible de las naves espaciales. Su primera versión conocida como RIPPLE (Kothe et al. 1991), fue desarrollada por la Agencia Espacial Estadounidense NASA, (National Aeronautics and Space Administration) en el laboratorio de los Alamos (LANL).

En años posteriores, el modelo fue adaptado en la Universidad de Cornell (Estados Unidos) para describir flujos oscilatorios (i.e. oleaje) sobre superficies impermeables y medios porosos, rebautizándolo con el nombre de COBRAS (Lin y Liu, 1998a, 1998b).

### 3.3.2 *Características del modelo numérico*

Así el modelo numérico COBRAS (Lin y Liu 1998a, 1998b) es un modelo de propagación de olas basado en las ecuaciones promediadas de Reynolds y Navier Stokes (RANS), las principales características del modelo se describen a continuación:

Es un modelo transitorio no lineal. Por tanto, dado que resuelve las ecuaciones promediadas de Reynolds (RANS) no presupone ninguna teoría de ondas concreta que como es sabido tiene limitaciones en su aplicación.



Debido a que resuelve las ecuaciones de Reynolds, el modelo incluye la turbulencia generada por las olas.

Es capaz de describir la superficie libre sin limitaciones geométricas con base en una técnica del Volumen del Fluido o VOF, por sus siglas en inglés (Volume Of Fluid). Esto quiere decir que es capaz de producir la transformación de la superficie libre sin limitación incluyendo todos los procesos de transformación del oleaje incluida la rotura o el rebase. Es decir, el modelo no necesita que se le introduzca un criterio de rotura dado que la propia técnica de resolución y las ecuaciones modelan el proceso de rotura incluyendo cualquier tipo, voluta, descrestamiento, etc. y la evolución post-rotura.

El modelo es capaz de incluir el flujo a través de un medio permeable o de cualquier elemento disipativo (perforaciones, esquina, etc.) evaluando la disipación producida en el fenómeno. En el primer caso es gracias a que cuenta con las ecuaciones promediadas en medios porosos. El segundo caso es resoluble dado que el modelo es capaz de modelar capas límite y tiene turbulencia.

Además de evaluar la superficie libre, también puede evaluar las velocidades y las presiones en régimen transitorio y en cualquier punto del dominio.

Se puede considerar prácticamente cualquier geometría y tipologías dado que pueden considerarse tanto estructuras impermeables como permeables. Respecto a las estructuras monolíticas (impermeables), el modelo no requiere calibración y se puede aplicar directamente a escala de prototipo.

Las condiciones de generación de oleaje pueden variar simulándose oleaje regular: oleaje lineal y no lineal, como ondas de Stokes de segundo y quinto orden o cnoidal: oleaje irregular, a partir de espectros Jonswap y TMA, en función de las condiciones de generación; y oleaje agrupado.

Permite introducir puntos de control, a modo de sensores de laboratorio, que permiten obtener una información de la evolución temporal de las variables que calcula el modelo (velocidades,

---

presiones y superficie libre) en toda la columna de agua. Además, permite la definición espacial de dichas variables, para la obtención de magnitudes derivadas como son las tensiones tangenciales, fuerzas y rebase sobre estructuras, entre otras, cuya obtención en experimentos de laboratorio presenta una gran dificultad técnica.

Por tanto, el modelo puede trabajar como un canal virtual que permita complementar el trabajo en laboratorio con una consecuente reducción de trabajo y costo.

### 3.3.3 Ecuaciones de gobierno para el medio fluido

El modelo utiliza las ecuaciones de Navier-Stokes, las cuales se componen de la ecuación de continuidad, que deriva del principio de conservación de la masa, que para un flujo incompresible tiene la expresión 3.1 y de la ecuación de cantidad de movimiento o segunda ley de Newton aplicada al movimiento de un fluido, se plantea que la variación de la cantidad de movimiento de un cuerpo es la resultante de las fuerzas actuantes en el mismo. La expresión 3.2 muestra la ecuación de Navier-Stokes para un fluido continuo, incompresible, homogéneo y viscoso.

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{ecuación 3.1})$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_i}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_i}{\partial x_2} + u_3 \frac{\partial u_i}{\partial x_3} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau_{ij}^m}{\partial x_j} \quad (\text{ecuación 3.2})$$

Donde  $u_i$  representa la componente  $i$  del vector de velocidades,  $\rho$  la densidad del fluido,  $p$  la presión,  $g_i$  es la componente  $i$  de la aceleración de la gravedad y  $\tau_{ij}$  el tensor de tensiones viscosas.

La descomposición de Reynolds plantea que el campo de velocidades y el campo de presiones pueden ser descompuestos en dos términos: por un lado, el término de velocidad media y presión, media  $\bar{u}_i$  y  $\bar{p}$ , y por otro lado la velocidad y presión de turbulencia  $u_i'$  y  $p'$ , resultando el campo de presiones y de velocidades con las siguientes expresiones:

$$u_i = \bar{u}_i + u_i' \quad (\text{ecuación 3.3})$$

$$p = \bar{p} + p' \quad (\text{ecuación 3.4})$$

El modelo COBRAS se basa en las ecuaciones bidimensionales RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes), resultado de aplicar la descomposición del campo de velocidades y presiones en un valor medio y en un término turbulento a las ecuaciones clásicas de Navier-Stokes (ec. 3.5 y 3.6).

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{ecuación 3.5})$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + g_i + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} - \frac{\delta(\overline{u_i' u_j'})}{\delta x_j} \quad (\text{ecuación 3.6})$$

Donde:

$\bar{\tau}_{ij} = 2\mu\bar{\sigma}_{ij}$  es el tensor promediado de tensiones viscosas, siendo  $\mu$  la viscosidad molecular

$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$  es la tasa de deformación del flujo medio.

La influencia de las fluctuaciones en el flujo medio se representa con el tensor de tensiones de Reynolds  $(\rho\overline{u_i' u_j'})$ .

El término  $\rho\overline{u_i' u_j'}$  se resuelve mediante un modelo de cierre de segundo orden y cuya aplicación en otros campos se ha realizado con éxito. En este modelo, las tensiones de Reynolds se expresan mediante un modelo de tensiones algebraico y no lineal (Lin y Liu 1998):

$$\begin{aligned} \overline{u_i' u_j'} = & \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - C_d \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \left( \frac{\delta \bar{u}_i}{\delta x_j} + \frac{\delta \bar{u}_j}{\delta x_i} \right) - \\ & - \rho \frac{k^3}{\varepsilon^2} \left[ \begin{aligned} & C_1 \left( \frac{\delta \bar{u}_i}{\delta x_l} \frac{\delta \bar{u}_l}{\delta x_i} + \frac{\delta \bar{u}_j}{\delta x_l} \frac{\delta \bar{u}_l}{\delta x_i} - \frac{2}{3} \frac{\delta \bar{u}_l}{\delta x_k} \frac{\delta \bar{u}_k}{\delta x_l} \delta_{ij} \right) + \\ & + C_2 \left( \frac{\delta \bar{u}_i}{\delta x_k} \frac{\delta \bar{u}_j}{\delta x_k} - \frac{1}{3} \frac{\delta \bar{u}_l}{\delta x_k} \frac{\delta \bar{u}_k}{\delta x_l} \delta_{ij} \right) + \\ & + C_3 \left( \frac{\delta \bar{u}_k}{\delta x_i} \frac{\delta \bar{u}_k}{\delta x_j} - \frac{1}{3} \frac{\delta \bar{u}_l}{\delta x_k} \frac{\delta \bar{u}_l}{\delta x_k} \delta_{ij} \right) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (\text{ecuación 3.7})$$

Donde:

$C_d, C_1, C_2$  y  $C_3$  son coeficientes empíricos,

$\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker,

$k = \frac{1}{2}(\overline{u'_i u'_i})$ ; representa la energía cinética turbulenta

$\varepsilon = \overline{v(\delta u'_i / \delta x'_i)^2}$ ; es la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta, donde

$v = \mu/\rho$  es la viscosidad cinemática molecular.

Obsérvese que un modelo convencional de viscosidad de remolino, los coeficientes empíricos toman los valores  $C_1=C_2=C_3=0$  en la ecuación 3.7 y entonces, la viscosidad de remolino se expresa como  $v_t = C_d(k^2/\varepsilon)$ . La ventaja de utilizar el modelo de cierre frente a los modelos tradicionales, es que puede ser empleado para flujos turbulentos anisótropos.

Las ecuaciones de gobierno para  $k$  y  $\varepsilon$  son (Rodi, 1980; Lin y Liu, 1998),

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{v_t}{\sigma_k} + v \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] - \overline{(u'_i u'_j)} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \varepsilon, \quad (\text{ecuación 3.8})$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} + v \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} v_t \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{ecuación 3.9})$$

Donde  $\sigma_k, \sigma_\varepsilon, C_{1\varepsilon}$  y  $C_{2\varepsilon}$  son coeficientes empíricos. En la ecuación de la energía cinética turbulenta (3.8), los términos de la izquierda expresan la convección, mientras que los términos de la derecha representan la difusión. El segundo y el tercer término en el lado derecho de la ecuación 3.8, son la producción y la disipación de la energía cinética turbulenta respectivamente.

Los coeficientes en las ecuaciones 3.8 y 3.9 fueron determinados a través de la realización de comparaciones con múltiples experimentos simples e intentando darles un significado físico. Finalmente, los valores recomendados son (Rodi, 1980; Lin y Liu, 1998):

$$C_d = \frac{2}{3} \left( \frac{1}{7.4 + S_{max}} \right); C_1 = \frac{1}{185.2 + D_{max}^2}; C_2 = -\frac{1}{58.5 + D_{max}^2}; C_3 = \frac{1}{370.4 + D_{max}^2}$$

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_{2\varepsilon} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3$$

Donde  $S_{max} = \frac{k}{\varepsilon} \max \left[ \left| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right| \right]$  (cabe aclarar, que los índices repetidos no implican suma) y

$$D_{max} = \frac{k}{\varepsilon} \max \left[ \left| \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} \right| \right]$$

Existen escalas del movimiento que no se tienen en cuenta por ser una escala de movimiento inferior al tamaño de la celda empleada, esto origina que la disipación asociada con estas escalas sea subestimada. Por ello se introduce una modificación de la viscosidad de remolino ( $\nu_t$ ) ecuación 3.10.

$$\nu_t^* = \nu_t^2 \frac{1 - \exp\left(-\beta_t \frac{\nu}{\nu_t}\right)}{\beta_t \nu} \quad (\text{ecuación 3.10})$$

donde  $\beta_t$  es un coeficiente que debe ser calibrado,  $\nu$  es la viscosidad del fluido y  $\nu_t$  es la viscosidad de remolino.

Este método introduce disipación adicional mediante la disminución de la viscosidad de remolino, pero solamente bajo aquellas situaciones en las que la disipación es mayor. Para no afectar a las situaciones de producción de turbulencia, cuando  $\nu_t$  tome valores altos el valor de  $\nu_t^*$  debe ser similar o igual al valor de la viscosidad de remolino calculada por el modelo.

El parámetro  $\beta_t$  requiere calibración, especialmente en zonas con alta producción y alta disipación. Lemos (1992) propone el uso de esta metodología proponiendo un valor de  $\beta_t=100$ .

### 3.3.4 Condiciones iniciales y de frontera

#### Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales que considera el modelo son las siguientes:

- Velocidad nula en el dominio
- Presión hidrostática

Aunque tiene la posibilidad de considerar como dato de partida un campo de velocidades y de presiones dado, como por ejemplo, el obtenido de otro ensayo o simulación. También tiene la posibilidad de considerar entre sus condiciones iniciales la de un campo de velocidades constante en sus fronteras.

Dado que el valor de la producción de turbulencia es proporcional al valor de la energía cinética turbulenta ( $k$ ), tal y como se puede apreciar en la ecuación 3.7 donde la producción de turbulencia viene representada por las tensiones de Reynolds, si la condición inicial de  $k$  fuese cero, la producción de turbulencia sería nula, además de generarse singularidades en la ecuación 3.9. De ahí que el modelo utilice un valor inicial de turbulencia producto de una perturbación numérica. El valor de  $k$  utilizado es el obtenido de  $k = \frac{1}{2}u_t^2$ , donde  $u_t = \delta c_i$ ,  $c_i$  es la celeridad de la onda en la zona de generación y  $\delta$  es una constante igual a 0.0025 (Lin, 1998). El valor de  $\varepsilon$  utilizado como condición inicial se expresa en la siguiente expresión (ec. 3.11):

$$\varepsilon = C_d \frac{k^2}{v_t} \quad (\text{ecuación 3.11})$$

Donde  $v_t = \xi v$  con  $\xi$  constante igual a 0.1 (Lin, 1998). El valor de las constantes  $\xi$  y  $\delta$  fue estudiado por Lin (1998) llegando a la conclusión de que el modelo es poco sensible al valor de las mismas.

### Condiciones de frontera

En las fronteras solidas el modelo presenta la opción de tener en cuenta dos condiciones de fronteras para el flujo medio:

- No deslizamiento:  $\bar{u}_n = 0$ ; :  $\bar{u}_\tau = 0$
- Deslizamiento libre:  $\bar{u}_n = 0$ ; :  $\frac{\partial \bar{u}_{\tau k}}{\partial n} = 0$

Donde  $n$ , representa la dirección normal a la frontera y  $\tau$  la dirección paralela a esta. En la superficie libre el modelo considera las siguientes condiciones de frontera:

- Presión nula:  $p = 0$
- Tensión nula:  $\frac{\partial \bar{u}_{\tau k}}{\partial n} = 0$
- Mezcla e intrusión de aire despreciables

El modelo considera un perfil logarítmico de velocidades para el caso del flujo turbulento con la siguiente expresión:

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{u_*}{ky} \quad (\text{ecuación 3.12})$$

Donde  $k$  es el valor de la constante de von Karman ( $k=0.41$ ) e  $y$  es la distancia al dominio solido y  $u_*$  es la velocidad friccional. Integrando la ecuación 3.12 y considerando que la producción turbulenta es igual a la disipación en la capa limite, se obtienen las siguientes expresiones de  $k$  y  $\varepsilon$ :

$$k = \frac{u_*^2}{\sqrt{c_d}} \quad y \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{ky} \quad (\text{ecuación 3.13 y 3.14})$$

Donde  $u_*$  se obtiene de los valores del flujo medio:

$$u_*^2 = \nu \left. \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (\text{ecuación 3.15})$$

Las condiciones de frontera en la superficie libre para la producción y la disipación turbulenta es flujo nulo a través de ella:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0; \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0 \quad (\text{ecuación 3.16 y 3.17})$$

En cuanto a las condiciones de frontera laterales, el modelo permite varias opciones. Permite considerar las fronteras laterales como fronteras cerradas, como si fuera un sólido, con lo que las condiciones de frontera son aplicables a las descritas anteriormente. También permite considerar en las fronteras laterales una condición de radiación o frontera abierta. Dicha condición se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + c_0 \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (\text{ecuación 3.18})$$

Donde  $\phi$  representa la magnitud a evaluar ( $\bar{u}, \bar{v}, k, \varepsilon, \dots$ ) y  $c_0$  la celeridad de la onda en esa posición expresada como  $c_0 = \sqrt{g(d+a)}$  para ondas largas y  $c_0 = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi}{\lambda}(d+a)\right)}$  para ondas regulares cortas, donde  $a$  es la amplitud de la onda,  $d$  es la profundidad y  $\lambda$  es la longitud de la onda para dicha profundidad. Dicha condición de radiación ha sido contrastada con resultados teóricos originando resultados satisfactorios para ondas no lineales en profundidades grandes e intermedias ( $H/d < 0.3$ ).



### 3.3.5 Método de seguimiento de superficie libre (VOF)

En el modelo COBRAS el seguimiento de la superficie libre se realiza mediante técnicas VOF. Este método fue presentado por Hirt y Nichols (1981). El método no persigue la localización exacta de la superficie libre, sino que lo hace de manera indirecta. El método detecta la superficie libre mediante el análisis de la densidad dentro de cada celda.

El modelo distingue tres tipos de celdas: vacías (E), superficie (S) e interiores (I), dependiendo del valor de la función VOF se define por la siguiente expresión:

$$F = \frac{\rho}{\rho_f} \quad (\text{ecuación 3.19})$$

donde

$$\rho = \frac{\rho_f V_f}{V_f + V_a} \quad (\text{ecuación 3.20})$$

$\rho_f$  representa la densidad del fluido,  $V_f$  el volumen de fluido en la celda y  $V_a$  el volumen de aire en la celda. De acuerdo a los datos obtenidos de la función F, el modelo reconoce si la celda es interior, de superficie o está vacía. Las condiciones se muestran en la siguiente tabla 3.2.

Tabla 3.2 Condiciones de la función  $F = \frac{\rho}{\rho_f}$  para determinar el tipo de celda registrada por el programa.

$F = \frac{\rho}{\rho_f}$	Tipo de celda
$F = 1$	Interior (I)
$0 < F < 1$	Superficie (S)
$F = 0$	Vacía (E)

El esquema que sigue la función VOF se muestra en la figura 3.4.

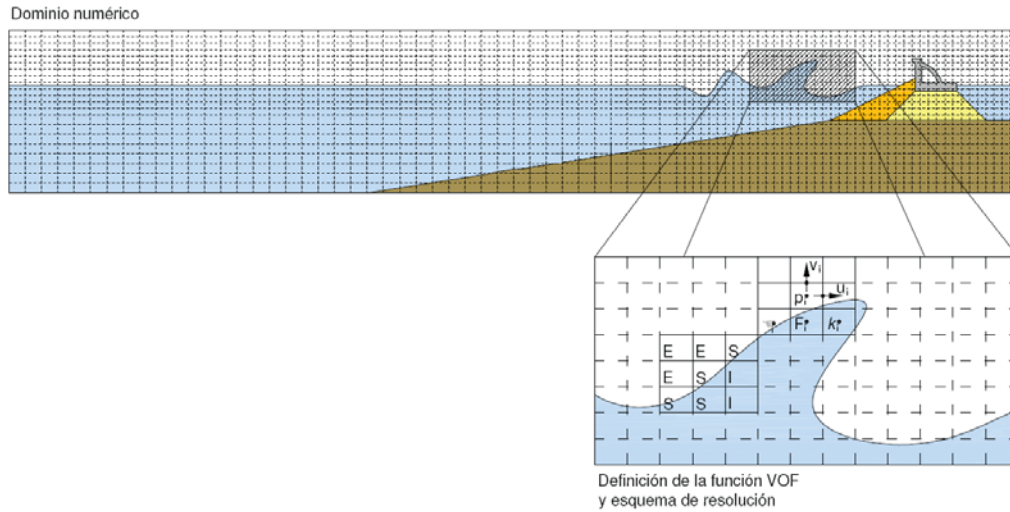


Figura 3.4 Esquema del dominio de resolución, localización de las magnitudes resueltas, definición de la función VOF (Modificado de Guaniche, 2008).

La introducción de la función VOF (ec. 3.19) en la ecuación de conservación de la masa da lugar a la ecuación del transporte de la función  $F(x,y,t)$ :

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial t}(\bar{u}F) + \frac{\partial}{\partial t}(\bar{v}F) = 0 \quad (\text{ecuación 3.21})$$

Hirt y Nichols (1981) desarrollaron un algoritmo para evitar errores de convección en la función VOF. Consiste en evaluar el valor del gradiente de la función VOF en las dos direcciones del plano, con el objetivo de detectar la localización de la superficie libre. Lin (1998) mejoró el algoritmo con un nuevo método para resolver problemas de sobre relleno en las celdas. Un análisis detallado de la técnica VOF se puede encontrar en Hirt y Nichols (1981) y en Lin (1998).

### 3.3.6 Método de resolución

El modelo resuelve las ecuaciones de gobierno mediante un esquema de diferencias finitas de proyección en dos pasos (Chorin, 1968). En el primer paso resuelve una velocidad intermedia que atiende a la ecuación de conservación de cantidad de movimiento de la siguiente manera:

$$\frac{\tilde{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = -u_j^n \frac{\partial u_j^n}{\partial x_j} + g_i + \frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j} \quad (\text{ecuación 3.22})$$

Donde  $\tilde{u}_i^{n+1}$  representa la velocidad intermedia y  $\Delta t$  es el paso del tiempo. La ecuación 3.22 es idéntica a la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento, pero en esta se ha eliminado el término de presión.

El siguiente paso consiste en realizar una proyección de la velocidad intermedia en un plano de divergencia nula, es decir, resolver el sistema siguiente:

$$\frac{u_i^{n+1} - \tilde{u}_i^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^n} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \quad (\text{ecuación 3.23})$$

$$\frac{\partial u_i^{n+1}}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{ecuación 3.24})$$

La divergencia de la ecuación 3.23 y su sustitución posterior en 3.24 da el gradiente de presiones en el instante  $n + 1$ . La ecuación resultante es la ecuación de Poisson (Poisson Pressure Equation-PPE).

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{1}{\rho^n} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \tilde{u}_i^{n+1}}{\partial x_i} \quad (\text{ecuación 3.25})$$

Resolviendo la ecuación 3.25 se obtiene el valor de la presión en el paso  $n+1$  posteriormente, para la obtención del campo de velocidades en el instante  $n+1$ , se sustituye el valor de la presión obtenido en la ecuación de conservación de cantidad de movimiento completa es decir:

---

$$\frac{\bar{u}_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} + u_j^n \frac{\partial u_j^n}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho^n} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + g_i + \frac{\partial \tau_{ij}^n}{\partial x_j} \quad (\text{ecuación 3.26})$$

Se utiliza un método en diferencias centrado para discretizar los términos correspondientes al gradiente de presiones, así como los gradientes de tensiones. Los términos convectivos se discretizan mediante una combinación del método de diferencias centradas y un método upwind. En Lin (1998) se puede encontrar un análisis más detallado del proceso de discretización elegido.

La resolución del modelo  $k-\varepsilon$  se realiza siguiendo el esquema de diferencias finitas centradas propuesto por Lemos (1992). La metodología seguida para el cálculo de los términos convectivos es la misma que se utiliza para la resolución de las ecuaciones RANS. La descripción detallada del esquema numérico se puede encontrar en Lin (1998).