

APLICACIONES PRACTICAS DE LA INGENIERIA INDUSTRIAL  
(del 14 de abril al 12 de mayo, 1978)

Fecha	Horario	Tema	Profesor
14 de abril	17 a 21 h	Maneación y Control de la Producción	Ing. Juan José Di Matteo C.
15 de abril	9 a 14 h	Planeación y Control de la Producción	Ing. Roberto Rosa Borges de Holanda
21 de abril	17 a 19 h	Planeación y Control de la Producción	Ing. Roberto Rosa Borges de Holanda
21 de abril	19 a 21 h	Ingeniería Industrial y Computadoras	Ing. Juan Ursul Solanes
22 de abril	9 a 14 h	Determinación de los Costos de Producción	Ing. Salvadora González González
28 de abril	17 a 19 h	Determinación de los Costos de Producción	Ing. Salvadora González González
28 de abril	19 a 21 h	Ingeniería Industrial y Computadoras	Ing. Juan Ursul Solanes
29 de abril	9 a 11:30 h	Dirección de Proyectos por Camino Crítico	Ing. Odón de Buen Lozano
29 de abril	11:30 a 14 h	Ingeniería Industrial y Computadoras	Ing. Juan Ursul Solanes
3 de mayo	9 a 11:30 h	Dirección de Proyecto por Camino Crítico	Ing. Odón de Buen Lozano
4 de mayo	11:30 a 14 h	Ingeniería Industrial y Computadoras	Ing. Juan Ursul Solanes
12 de mayo	17 a 21 h	Dirección de Proyectos por Camino Crítico	Ing. Odón de Buen Lozano

CLAUSURA



## DIRECTORIO DE PROFESORES

### APLICACIONES PRACTICAS DE LA INGENIERIA INDUSTRIAL

ING. ODON DE BUEN LOZANO  
Jefe del Departamento de Ingeniería  
Mecánica y Eléctrica  
Facultad de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria  
México 20, D.F.  
Tel: 548.99.58

ING. JUAN JOSE DI MATTEO CAMOIRANO  
Gerente General  
Anuncios y Plásticos Inyectados, S.A.  
16 de septiembre No. 55  
Naucalpan de Juárez, Edo. de México  
Tel: 576.82.50

Jefe de la Sección de Ingeniería Industrial  
Facultad de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria  
México 20, D.F.  
Tel: 550.52.15 ext. 3740 ó 3741

ING. SALVADORA GONZALEZ GONZALEZ  
Coordinadora del Area Económica  
Sección de Ingeniería Industrial  
Facultad de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria  
México 20, D.F.  
Tel: 550.52.15 ext. 3740 ó 3741

ING. ROBERTO ROSA BORGES DE HOLANDA  
Profesor de tiempo completo  
Sección de Ingeniería Industrial  
Facultad de Ingeniería, UNAM  
Ciudad Universitaria  
México 20, D.F.  
Tel: 550.52.15 ext. 3740 ó 3741

ING. JUAN URSUL SOLANES  
Jefe de Mantenimiento y Apoderado  
Elmon, S.A.  
Calz. de Tlalpan No.911  
Col. Niños Héroes  
México 13, D.F.  
Tel; 579. 68. 59

## EVALUACION DE LA ENSEÑANZA

CURSO: Aplicaciones Prácticas de la Ingeniería Industrial

FECHAS: del 14 de abril al 12 de mayo, 1978

TEMA

	DOMINIO DEL TEMA	EFICIENCIA EN EL USO DE AYUDAS AUDIOVISUALES	MANT. DEL INTERES (AMENIDAD, FACILIDAD DE EXPRESION, COMUNICACION CON LOS ASISTENTES)	PUNTUALIDAD
1. -Planeación y Control de la Producción (Ing. Juan José Di Matteo C.)				
2. - Planeación y Control de la Producción (Ing. Roberto Holanda)				
3. - Ingeniería Industrial y Computadoras (Ing. Juan Ursul Solanes)				
4. - Determinación de los Costos de Producción (Ing. Salvadora González González)				
5. - Dirección de Proyectos por Camino Crítico. (Ing. Odón de Buen Lozano)				

ESCALA DE EVALUACION DEL 1 AL 10

mag. 29.VI.77

EVALUACION DEL CURSO

CONCEPTO		EVALUACION
1.	APLICACION INMEDIATA DE LOS CONCEPTOS EXPUESTOS	
2.	CLARIDAD CON QUE SE EXPUSIERON LOS TEMAS	
3.	GRADO DE ACTUALIZACION LOGRADO CON EL CURSO	
4.	CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS DEL CURSO	
5.	CONTINUIDAD EN LOS TEMAS DEL CURSO	
6.	CALIDAD DE LAS NOTAS DEL CURSO	
7.	GRADO DE MOTIVACION LOGRADO CON EL CURSO	

ESCALA DE EVALUACION DE 1 A 10

1. ¿Qué le pareció el ambiente del Centro de Educación Continua?  
Muy agradable       Agradable       Desagradable

2. Medio de comunicación por el que se enteró del curso:

Periódico Excélsior       Periódico Novedades       Folleto del Curso

Cartel mensual       Radio Universidad       Comunicación carta, teléfono, verbal, etc.

3. Medio de transporte utilizado para venir al Palacio de Minería:

Automóvil particular       Metro       Otro medio

4. ¿Qué cambios haría usted en el programa para tratar de perfeccionar el curso?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. ¿Recomendaría el curso a otras personas?      Si       No

6. ¿Qué curso le gustaría que ofreciera el Centro de Educación Continua?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

7. ¿Qué servicios desearía que tuviese el CEC para los asistentes a cursos?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

8. Otras sugerencias:

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



centro de educación continua  
división de estudios superiores  
facultad de ingeniería, unam



APLICACIONES PRACTICAS DE LA INGENIERIA INDUSTRIAL

PLANEACION Y CONTROL DE LA PRODUCCION  
( 1a. PARTE)

ING. JUAN JOSE DI MATTEO C.

ABRIL, 1978

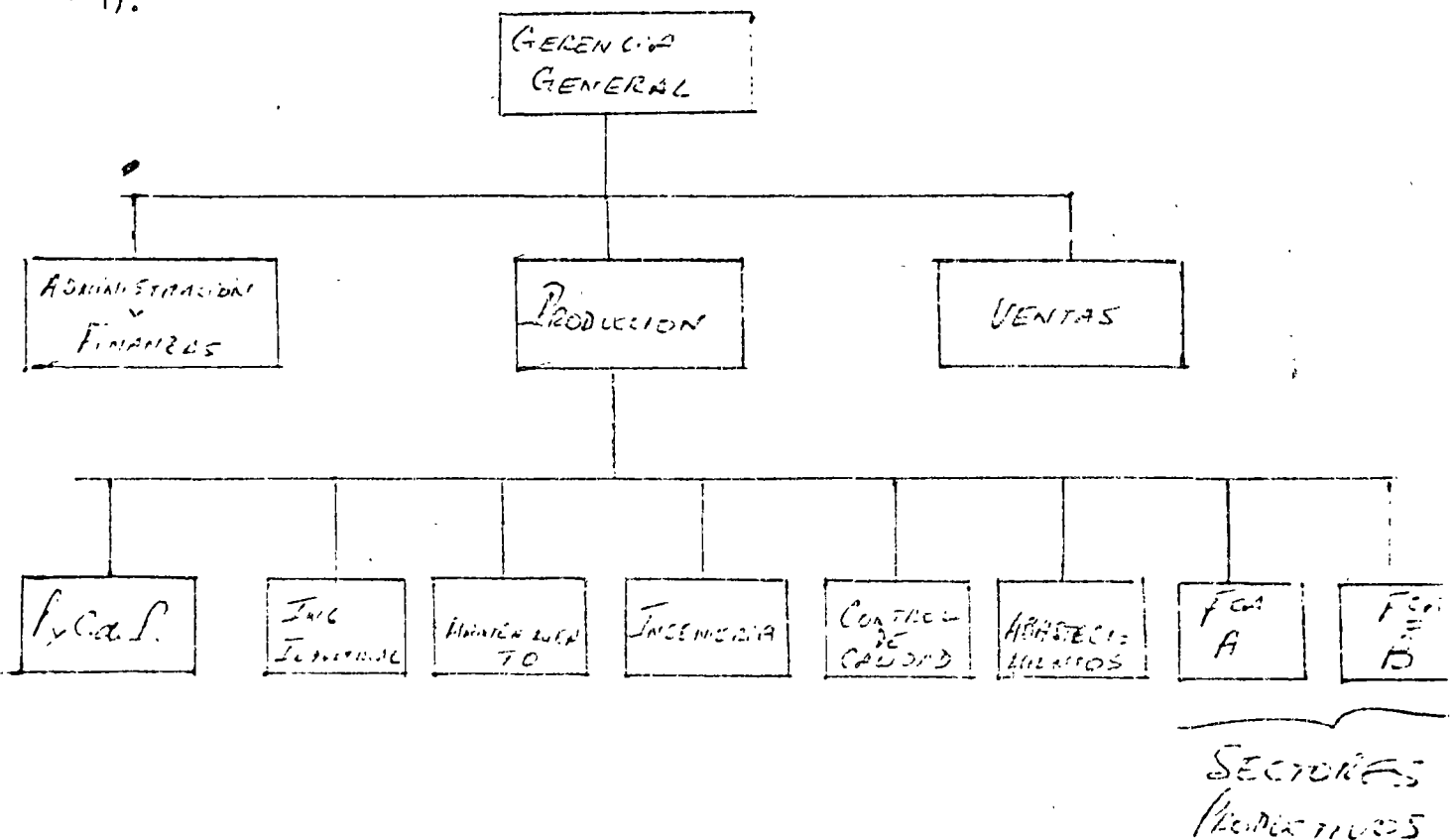


CONCEPTO DE SISTEMA DE PRODUCCION. - Es la armazón o esqueleto de las actividades dentro del cual ocurre la creación del valor.

CONCEPTO DE SISTEMA. - Es un conjunto de elementos interrelacionados con un objetivo común.

Dentro de este Sistema de Producción que acabamos de definir existen subsistemas, es decir sistemas más pequeños que forman parte del todo. Por ejemplo podemos hablar de un subsistema de información, un subsistema para planear y controlar la producción, para control de calidad, para inventarios, etc.

En estas notas abordaremos el Subsistema de Planeación y Control de la Producción. Para ello tratemos de ubicarlo dentro del organigrama de la empresa (fig. # 1).



Debe entenderse en primer lugar que la función de Planeación y Control de la Producción (P. y C. de P) es de Coordinación. Es decir requiere de información y cooperación entre varias áreas de la empresa.

La relación con ventas (mercadotecnia) debe ser bidireccional. Del Departamento de Ventas provienen los pedidos y las fechas de entrega prometidas. Los pedidos indican cantidades y fechas de embarque. Esta información es esencial para iniciar la planeación de la producción.

Sin embargo es común que haya problemas entre Ventas y Producción. Incluso hay empresas que estimulan una cierta competencia entre ambos departamentos.

Recuerdo un razonamiento que escuché en un Departamento de Ventas y que creo explica bien el conflicto que suele plantearse. "Cuando las ventas van bien, ello se debe a que las políticas y procedimientos de ventas son muy buenos. Cuando las ventas van mal, ello se debe a que el producto es malo o no se cumple con los compromisos de entrega".

Para evitar estos problemas (y aquí aparece la bidirección) el departamento de P. y C. de P. debe proporcionar informes a ventas sobre los tiempos críticos en la fabricación, para la compra de materiales y partes, las especificaciones de los productos que son factibles de producir y la relación de órdenes de trabajo que pueden demorar el cumplimiento de los pedidos particulares.

La relación con el Departamento de Ingeniería es obvia. Se necesitarán dibujos técnicos, especificaciones, heliográficas y otras informaciones descriptivas acerca de los productos y procesos comprendidos en la fabricación.

La P. y C. de P. necesita estos datos para hacer las hojas de ruta, lista de materiales, etc.

Nuevamente suelen presentarse fricciones entre estos departamentos. Los de ingeniería piensan que producción no quiere saber nada con cambios y los de producción resienten la alteración de programas y rutas cuando ingeniería hace tales cambios.

La relación con lo que hemos llamado "Sectores Productivos" es, desde luego, la que comprende la mayor parte de la actividad de la P. y C. de P. Casi todos los despachos van al departamento de fabricación y la mayoría de las expediciones se hace con este grupo. Cuando hay ruido en las comunicaciones entre estos dos departamentos, o se presenta algún conflicto, lo firma puede encontrarse con verdaderos problemas.

La relación con el departamento de personal comprende el problema de disponibilidad de empleados y la adquisición de nuevos. Personal requiere saber cuántos empleados se requerirán en el futuro y a menudo recurre a P. y C. de P. para obtener esta información.

Las relaciones con compras aparecen como obvias. Compras necesita saber, con bastante antelación, las cantidades y especificaciones de los materiales que se requerirán.

Esta información debe provenir de P. y C. de P.- De la misma manera P. y C. de P. necesita retroalimentación para saber si los materiales están disponibles o no y si llegarán en el momento adecuado para cumplir con el programa de producción. Ultimamente apareció una nueva función del departamento de compras llamado "Análisis del Valor" que fundamentalmente estudia materias y procesos alternativos. Esta nueva función ha aumentado la necesidad de comunicación con P. y C. de P. y con ingeniería.

Con el Departamento de Ingeniería Industrial se requiere un contacto muy estrecho. En ocasiones I.I. depende de P. y C. de la P. (en algunos organigramas se da la inverso).

Ingeniería Industrial deberá proporcionar datos sobre tiempos, distancias, disposición óptima de equipos, movimiento de materiales, inventarios, capacidad de máquinas, etc.

#### LAS FUNCIONES DE P. y C. de la P :

Las funciones o tareas difieren mucho de acuerdo con el tamaño y tipo de industria.

No obstante, podemos enumerar las siguientes funciones para el caso más general.

1. Análisis de pedidos para determinar las materias primas y partes que se necesitarán.
2. Planeamiento de los trabajos.
3. Preparación de las órdenes de trabajo y de los modelos impresos para las mismas, de la redacción, de las tarjetas de tiempo, de los vales de almacén, etc.
4. Llevar el control de inventarios.
5. Solicitudes de compra:
  - a. reponer materiales
  - b. artículos comprados afuera
6. Lista de operaciones y hojas de ruta.
7. Estudios de tiempos y movimientos.
8. Carga de máquinas.
9. Reparto diario del trabajo.
10. Control del avance de trabajos.
11. Registros de Producción.
12. Control de Subcontratos.
13. Ayudar a hacer las estimaciones de costo sobre las órdenes.

#### TIPOS DE CONTROL DE LA PRODUCCION

En realidad no podemos hablar de un tipo determinado de Control de Producción - pues un Sistema puede funcionar en una empresa y fracasar en otra similar.

Los factores básicos que hacen que un Sistema de Control sea más conveniente -

que otro, incluyen el tamaño de la compañía, la cantidad de detalles requeridos para el control, la naturaleza de los procesos, la naturaleza de los artículos y los tipos de mercados en los cuales está la empresa.

Dado que hay tantas variables, se han desarrollado varios tipos generales de sistemas para el control de la producción.

Los más comunes son:

1. Control por órdenes. Es el más común. Se usa para los sistemas intermitentes y de trabajo por lote. Los pedidos llegan a la fábrica en gran variedad de artículos y cantidades. Debido a esto, la P. y C. de P. debe basarse en órdenes individuales. Volveremos sobre él.
2. Control del flujo. Se utiliza para sistemas continuos (industria química, la petrolera y cualquier producto fabricado en cantidades masivas). En este caso se traza una ruta para el proceso y se hace la planeación cuando se hace la disposición de equipos. O sea que se establece una línea de producción balanceada. El Departamento de P. y C. de P. controla el flujo del trabajo dentro del sistema.

Como es muy común, lo analizaremos más en detalle.

3. Control de bloques. Lo encontramos en la industria textil, la industria editorial de libros, etc.- La razón básica es que debemos mantener las cosas separadas. Por ejemplos en la industria de la confección de ropa, debemos mantener las partes componentes separados por talle y estilo.

Por lo tanto, el Sistema de Control típico implica trabajar en un bloque de -

varias unidades de mangas, frentes, espaldas, cuellos, etc. O sea que es posible cortar quizás un lote de 50 espaldas, puños, cuellos, etc., todo de una vez. Entonces ese bloque se traslada a una operación de ensamble en donde son cosidas, y así continua el proceso, manteniendo constantes el color, la tela, el modelo, en el mismo bloque.

En el campo de los libros y revistas, es esencial el control por bloques para evitar mezclar las páginas o colocarlas en una secuencia equivocada.

4. Control de Proyectos Especiales. Si tenemos trabajos que son especialmente costosos o laboriosos para terminarlos, tales como la construcción de un puente, un reactor, un horno grande, obras de ingeniería civil, etc. se instituye este tipo de control

En vez de tener conjuntos de formas elaborados para la ruta y la programación, un hombre o un grupo se mantienen en estrecho contacto con el trabajo. Por ser especialmente importante y común, lo hemos incluido como un tema aparte en este curso.

Antes de pasar a analizar en detalle cuales son las etapas de un sistema de control por órdenes o por flujo, es conveniente aclarar un poco más el concepto de producción intermitente y producción continua.

#### Producción Intermitente: Principales características.

1. Maquinaria de propósito general

2. Equipo de movimiento de materiales de trayectoria variable 6 general.
3. Producción de lotes pequeños con gran variedad de productos.
4. Producción basada en órdenes de venta.
5. Menores costos para lotes pequeños.
6. Menores inversiones en activos fijos.
7. Mayor flexibilidad en la producción.

Ejemplos: Talleres mecánicos en general, fábricas de anuncios publicitarios, contratistas de edificios, etc.

#### Producción Continua: Principales características.

1. Menores costos para lotes grandes.
2. Menor movimiento de materiales. Equipo automático y mecanizado.
3. Costos de inventarios menores por unidad de producción.
4. Mayor rendimiento del espacio por unidad producida.
5. C. y P. de P. Simplificado.- Menor necesidad de órdenes y controles. Secuencia lógica.

Ejemplos: Fabricación de automóviles, artículos alimenticios enlatados, artículos electrodomésticos, fábricas de papel, cemento, etc.

#### PLANEACION Y CONTROL DE LA P. EN SISTEMAS INTERMITENTES: (Control por órdenes).

Las actividades de la P. y C. de la P. están basados en las órdenes y están coordinadas por el uso de números de órdenes. Cada pedido tiene un número durante



todo el proceso.

Cuando se recibe el pedido, el departamento de P. y C. de P. deberá determinar:

1. Las materias primas y las partes necesarias para cumplir el pedido.
2. Las operaciones que se requerirán.

El primer punto puede ser resultado de un análisis de ingeniería o pueden tomarse de una lista maestra de materiales, si se lo ha hecho antes.

Se elabora entonces la lista de materiales que deberá incluir:

1. Nombre y número del producto.
2. Materias primas requeridas y sus cantidades.
3. Especificaciones (dibujos, heliográficas, etc.)
4. Número de orden y número de piezas a fabricarse.

El segundo elemento que se recibe de ingeniería es la hoja de ruta. Esta contiene el orden de los pasos u operaciones que se requieren para completar la orden.

Además indica el tipo de máquina, las herramientas necesarias, y el tiempo de cada operación.

Un ejemplo de Hoja de Ruta es el siguiente:

HOJA DE RUTA										
Orden No. _____		Fecha Inicio _____			Fecha Iniciación _____					
Pieza # _____		# . de Piezas _____			% Defectuosos _____					
Material _____		Entrega en _____			Materias Primas _____					
Of.	Operación	Máquina	TIEMPOS				FECHA		Inspección	Observación
			Prep.	Maq.	Lote	Total	I	T		
1	Cortar Láminas	Cizalla								
2	Cortar Círculos	Cortadora								
3	Agujerear	Prensa								
4	Rebabeear	A mano								
5	Etc.									

Una vez que se tiene lo anterior comienza la Programación Cronológica. Esto implica determinar los requisitos de tiempo para realizar cada trabajo.

Es recomendable trabajar en forma retrogresiva, es decir, a partir de la fecha en que debe entregarse el producto y avanzar hacia el principio. Para formular el programa es necesario contestar a otras preguntas. ¿Cuál es la capacidad de Producción? , ¿Cuál es la carga de máquinas actual? , ¿Qué tiempo se requiere para mover materiales entre los diferentes centros productivos? , ¿Qué tiempo se deberá asignar para inspección?, ¿Qué materias primas hay en el almacén y cuánto tardan en conseguirse las que faltan?, ¿Cuáles son las prioridades de fabricación?.

Una vez que hemos contestado a estas preguntas es posible comenzar a establecer fechas. El procedimiento más común para esto son los gráficos de GANTT que pueden fabricarse en forma manual o con tableros comprados.

Veamos la forma que toma un gráfico Gantt para la construcción de un galerón.

Días \ Actividades	1 a 7	8 a 15	16 a 23	24 a 31
Movimiento de tierra	█			
Excavación	█			
Fundación		█		
Estructura		█		
Recubrimiento			█	
Pintura			█	
Electricidad				█

El paso siguiente es la Expedición. Esto es la emisión de las órdenes de trabajo que pasarán al taller. Los datos que contiene una orden de trabajo son bastantes parecidos a los de las hojas de ruta. En algunos casos la orden de fabricación tiene datos escuetos: cantidad a producirse y fecha de entrega. El encargado de producción decide en este caso en que máquinas se hace el trabajo, con que gente y demás detalles de implementación. Es decir que el encargado de producción hace la programación final.

Esto a dado origen a lo que se llama Expedición Descentralizado (que es este último caso) o la Expedición Centralizada (que es cuando P y C de P indica todos los detalles).

Junto con las órdenes de producción, deberán emitirse otras como requisiciones de compra, movimientos de materiales, herramientas, etc.

Todas las actividades mencionadas hasta aquí son en realidad de planeación. Una vez emitidas las órdenes comienza la fabricación y se presenta la necesidad del Control.

Estas actividades de control se conocen con el nombre de continuidad de la producción. Consisten esencialmente en comprobar que las cosas se están haciendo de acuerdo a lo planeado y aplicar medidas correctivas en caso de desviaciones.

Lo fundamental en esta etapa es el establecimiento de un Sistema de Comunicaciones adecuado. Estas comunicaciones incluyen reportes sobre las órdenes terminadas, interrupciones, ausentismo, desperdicios, inspección, inventarios actualizados, etc.

Se adjunta un formato que ejemplifica un reporte de tiempo perdido.

Resumiendo: La p y C de P. de los sistemas intermitentes requiere:

- 1) Análisis de las órdenes para determinar lista de materiales y la hoja de ruta.
- 2) Reunir la información necesaria para poder elaborar los programas cronológicos.

- 3) Despacho de órdenes y comienzo de la producción.
- 4) Actividades de continuidad para ver si los planes se llevan a cabo. En caso contrario se deberán aplicar las medidas correctivas del caso.

#### P y C. de P. en Sistemas de Producción Continua: (Control del Flujo)

En este caso las actividades de planeación y control son mucho más sencillas. No hay que preocuparse por la ruta, ya que la misma ha sido determinada al diseñar la planta.

El arreglo del equipo está basado en productos estandarizados, y las máquinas se colocan en secuencia. Las máquinas están conectadas con dispositivos de trayectoria fija para el movimiento de los materiales. Incluso el despacho de órdenes a los trabajadores se reduce mucho pues los mismos no ejecutan una pluralidad de trabajos, sino que hacen tareas especializadas día tras día.

Básicamente, la función de la planeación de la producción comprende la determinación de cuantas unidades producir de los artículos estandarizados para almacenamiento o para pedidos futuros. Una vez hecho el pronóstico, enfrentaremos el problema de mantener suficiente materia prima y suministros para mantener funcionando el sistema.

La función que antes llamamos Despacho se convierte aquí en emisión de volantes de producción que indican el número de unidades que deben fabricarse en un pe-

modo dado. Estos volantes van al responsable de la producción en vez de ir a los supervisores y / o trabajadores.

La función del control de la producción está dirigida hacia el mantenimiento del ritmo del flujo de la producción, de manera de producir el número requerido de artículos.

Estos sistemas se caracterizan por un gran volumen de producción y, por lo tanto, el control de inventarios adquiere mucha importancia y puede ser responsabilidad del departamento de P y C de P.

Si este es el caso; la gente del departamento dedica una gran cantidad de tiempo en mantener los inventarios y este punto lo veremos en otra parte del curso. La función primordial en este campo es lograr una buena rentabilidad del capital puesto en inventarios.

Resumiendo podemos afirmar que la P y C de P. en los sistemas de producción continua es más sencilla que en los sistemas intermitentes. Comprende fundamentalmente dos actividades.

1. Disponer de materias primas y suministros para mantener abastecido el sistema, y asegurarse de que los productos terminados sean sacados del sistema de producción.
2. Mantener el ritmo del flujo de producción de manera que el sistema pueda funcionar hasta casi cerca de su capacidad máxima.

## REPORTE DE TIEMPO PERDIDO

MAQUINA \_\_\_\_\_ MAQUINA Nº \_\_\_\_\_  
 OPERADOR \_\_\_\_\_ TARJETA Nº \_\_\_\_\_  
 AYUDANTE \_\_\_\_\_ TARJETA Nº \_\_\_\_\_  
 FECHA \_\_\_\_\_ TURNO 1 2 3

A - SIN OPERADOR \_\_\_\_\_  
 B - SIN MATERIAL \_\_\_\_\_  
 C - MECANICA \_\_\_\_\_  
 D - ELECTRICA \_\_\_\_\_  
 E - SIN PROGRAMAR \_\_\_\_\_  
 F - HERRAMIENTAR \_\_\_\_\_  
 G - AFILADO \_\_\_\_\_  
 H - LIMPIEZA \_\_\_\_\_  
 I - EN REPARACION \_\_\_\_\_  
 J - OTRAS \_\_\_\_\_

TIEMPO PERDIDO \_\_\_\_\_

SOBRESTANTE \_\_\_\_\_

TURNO 1 2 3

HORAS								
1	2	3	4	5	6	7	8	9
MINUTOS PERDIDOS								
0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	5	5	5	5	5	5	5	5
10	10	10	10	10	10	10	10	10
15	15	15	15	15	15	15	15	15
20	20	20	20	20	20	20	20	20
25	25	25	25	25	25	25	25	25
30	30	30	30	30	30	30	30	30
35	35	35	35	35	35	35	35	35
40	40	40	40	40	40	40	40	40
45	45	45	45	45	45	45	45	45
50	50	50	50	50	50	50	50	50
55	55	55	55	55	55	55	55	55
60	60	60	60	60	60	60	60	60

OTRA EXPLICACION \_\_\_\_\_

in Production Management, en el *High Management*. Academy of Management, octubre de 1964.  
*Systems and Synthesis*, caps. 1 y 2. Englewood Cliffs, 1964.

## *Pronósticos para el control de los inventarios y de la producción*

Aunque consideramos que el pronóstico es crítico para la planeación y el control de los sistemas de producción-inventario, no nos proponemos presentar aquí un tratamiento exhaustivo del tema. El pronóstico es un tema en sí mismo y hay varios libros dedicados enteramente al mismo [2, 3]. Consideraremos los datos de pronósticos como insumos de los modelos y de los sistemas de operación para el control de los inventarios y de la producción. En tal sentido, es importante que dejemos sentados los requerimientos de estos datos. Si han de ser útiles para nuestros propios fines, debemos entender los sistemas de pronóstico para poder interpretar correctamente los datos de predicción. En consecuencia, examinaremos inicialmente los requerimientos de los sistemas de pronóstico y los métodos para pronosticar, así como los efectos que tienen sobre dichos métodos el horizonte de tiempo de la planeación, las tendencias del mercado y los tiempos de entrega de la producción; aquí nuestro propósito es presentar un análisis general de los métodos para pronosticar, considerados como un sistema de retroalimentación de información. En la segunda sección del capítulo, trataremos de dividir el problema de pronósticos en sus *componentes* de demanda, tales como la demanda media, los efectos de tendencia, los efectos estacionales y los perturbadores o aleatorios; esto no permitirá construir métodos estadísticos adecuados para el estudio de dichos componentes. En la tercera sección del capítulo examinaremos la metodología de pronósticos, conocida como amortiguamiento exponencial. El capítulo concluye con un examen y un ejemplo de pronósticos y con el empleo de modelos matemáticos utilizando las series de Fourier.

Pero antes de seguir adelante, conviene que distingamos nuestra acepción de "pronósticos" de cualquier acepción lógica más amplia del término. En sentido general, podríamos esperar que los pronósticos representasen una estimación del resultado neto de todos los factores que influyen en el mercado, pero, si reflexionamos, veremos que esto puede ser poco razonable. El número de factores de un modelo de pronósticos podría ser enorme. Algunos de estos factores contribuirían grandemente al efecto neto sobre la demanda, mientras que otros tendrían escasa importancia. Algunos de los factores se dan de fácil predicción mientras que otros no. Por ejemplo, si un



gorías: a) factores que generaron demanda en meses pasados y no son nuevos para el futuro, y b) factores que aparecen por primera vez, afectando a la demanda total:

Hay muchas industrias y tipos de productos en que los factores de la primera clase son causa de la mayor parte del efecto sobre la demanda total. En tales casos se pueden desarrollar métodos rutinarios para predecir el efecto de estos factores, dejando a la dirección en libertad de pronosticar el efecto de nuevas influencias. En cambio, en otras industrias el futuro es casi enteramente un cambio en relación con el pasado; los pronósticos de la dirección son más difíciles y ocupan lugar más importante. Empleo el término "pronóstico", o "pronóstico rutinario", para referirme a la proyección del pasado hacia el futuro, y "predicción" para denotar la anticipación de la dirección a los cambios y los nuevos factores que afectan la demanda [3].

En este libro utilizaremos esa definición del término "pronóstico". El pronóstico se puede sistematizar para un gran número de artículos de inventario, con base en algún modelo cuidadosamente determinado. Según estas definiciones, la predicción o anticipación representa un orden más alto de habilidad y conocimientos, que también debe hacerse como una función de la dirección, siempre que se introduce un nuevo artículo en la línea de productos de una organización o cuando sea necesario establecer una estrategia en respuesta a cambios reales o esperados del clima económico y político.

### Requisitos para pronosticar

La función de preparar los pronósticos de la demanda, usualmente le compete a la organización de ventas y los datos que éstos proporcionan son muy útiles para fijar las metas de ventas así como para medir los efectos de programas de promoción. También sirven para los propósitos generales de la dirección. Sin embargo, para que los datos de los pronósticos de la demanda sean útiles en el control de inventarios y de la producción, es importante que se encuentren disponibles en forma que se pueda traducir a la demanda de los renglones específicos de material, demandas de tiempo en clasificaciones específicas del equipo, demandas de las habilidades específicas de mano de obra, etc. Por esta razón, los pronósticos del valor de la demanda en pesos, por tipos de clientes, o por clasificaciones generales de productos, tienen escaso valor para la planeación y el control de los inventarios y los programas de producción.

La planeación y el control de los sistemas producción-inventario deben darse necesariamente en varios niveles diferentes. Por lo tanto, es improbable que una sola clase de pronóstico pueda ser suficiente. Desde luego, el problema inmediato es siempre el de controlar los inventarios, proporcionar las materias primas que requieren los programas corrientes de producción, planear el empleo de hombres y máquinas, día a día, semana a semana, o mes a mes. Sin embargo, es importante mirar más hacia el futuro, para considerar la nueva capacidad de producción o una clase diferente de

ción, para que sirvan como base a los planes de operación de intervalos diferentes. Estos son: 1) planes para las operaciones corrientes y el futuro inmediato; 2) planes de duración intermedia de las capacidades requeridas de mano de obra, materias primas y equipo, para los siguientes tres o cinco años; 3) planes de plazo largo, relativos a la capacidad de la planta y del almacén, a la localización de la planta, al cambio de la composición del producto y a la explotación de nuevos productos.

Por último debemos especificar una gama de posibilidades que pueden darse al elaborar los pronósticos. La práctica común consiste en establecer un solo valor para el pronóstico que represente la estimación media o más probable, pero sabemos que la demanda está sujeta a muchos efectos al azar que producen variaciones en el valor del pronóstico, variaciones que también se pueden medir. Por lo tanto, quienes formulan los pronósticos pueden hacer una afirmación algo más satisfactoria si se refiere a un intervalo de valores que si es de un solo número específico. Si los pronósticos se formulan como un intervalo de valores, la atención se concentra inmediatamente en el hecho de que todos los planes relativos a los inventarios y al uso de las instalaciones productivas basados en estos pronósticos, deben ser suficientemente flexibles para moverse hacia arriba o hacia abajo y para adaptarse a los errores normales de los pronósticos. También debemos tomar en cuenta los errores de los pronósticos a fin de determinar, con base en la realidad, los bancos de contingencias para los inventarios. Más adelante veremos cómo se puede considerar lo incierto de las estimaciones de los pronósticos.

### El horizonte de tiempo en la planeación

Aparte de los comentarios que acabamos de hacer sobre los requerimientos de los pronósticos y la necesidad de pronósticos de diferente duración, existe la cuestión del horizonte de tiempo apropiado, particularmente para el pronóstico que sirva de base a los planes de operación corrientes. Nos interesan estas dos cuestiones interrelacionadas: ¿hasta dónde debemos sondear en el futuro, cada vez que tengamos que decidir la magnitud de los niveles de inventario, producción y ocupación? ¿En qué incrementos debe dividirse este horizonte de planeación? Son cuestiones prácticas de toda organización, y las respuestas a las mismas dependen de factores tales como el comportamiento de los mercados y de los proveedores de materias primas y de la naturaleza de las operaciones y controles internos.

*Mercados y proveedores.* Si el mercado en el que competimos es estacional por alguna razón, este factor puede ser el decisivo en la selección de un horizonte de tiempo para la planeación. Si se escoge un período de planeación que termine precisamente en medio del momento máximo de la estación de mercadeo, no hay duda de que dificultará grandemente cualquier proceso de planeación racional. Por ejemplo, el momento máximo de la estación de mercadeo es diferente en el caso de los automóviles que en el de los trajes de baño. La estación de mercadeo de los automóviles

en el caso de muchos otros productos elegantes. Los planes integrales deben tomar en cuenta el patrón estacional.

En algunos casos puede ser decisivo el momento de la oferta de las materias primas, como sucede en la industria enlatadora. Tenemos que enlatar los chicharos cuando la cosecha está lista para ser enlatada y el período no se puede cambiar a voluntad.

*Efecto de las operaciones y controles internos.* La naturaleza interna de nuestro negocio o actividad puede tener un efecto importante sobre el horizonte de tiempo. Uno de los factores importantes es simplemente el tiempo de entrega de la producción, que varía desde unas pocas horas en algunas operaciones sencillas de mezclado, hasta semanas y meses en la construcción de casas, barcos y otras manufacturas. Cuando el tiempo de entrega de la producción es corto, puede estarse en posibilidad de reaccionar rápidamente ante los cambios de las influencias externas, como las del mercado. En cambio, si el tiempo de entrega de la producción es de seis meses, resulta difícil considerar un incremento menor que éste en el horizonte de la planeación en el tiempo.

El año fiscal es probablemente el horizonte de tiempo para la planeación más común, a causa de los requerimientos de la tradición y del impuesto federal al ingreso. Las prácticas de dirección interna pueden influir grandemente en los problemas de planeación y control de los sistemas producción-inventario. Por ejemplo, la práctica común de reducir los inventarios, justamente, antes de la terminación del año fiscal, debe ser tomada en cuenta por los responsables de la planeación de los inventarios y de la producción.

### El sistema de retroalimentación de información

Es importante considerar no solamente la información que contiene el pronóstico, sino también la utilidad de ésta a la luz de la dinámica del sistema general de información y de los efectos de los retrasos del sistema. Si consideramos la estructura del sistema de información de etapas múltiples indicado en la figura 1-5, observaremos que todo cambio de la demanda se transmitirá hacia atrás a lo largo de una cadena de retrasos que suman 43 días. Evidentemente, cuando un planeador de producción de la fábrica advierte un aumento o una disminución de la demanda, según los pedidos que se reciben del almacén de la fábrica, tiene frente a sí un problema falso. Ese problema ya pasó para poder actuar oportunamente y hasta es posible que la situación se haya invertido para este momento.

Una forma de acortar el sistema de información consiste en hacer que la fábrica responda a pronósticos directos de la demanda, en lugar de hacerlo a través de la cadena de la demanda. Por supuesto, todavía existe el retraso requerido para formular y reunir el pronóstico, pero en este caso es un retraso mucho más breve. En el Capítulo 4 examinaremos con mayor detalle esta dinámica del sistema, al comentar los sistemas de inventarios de etapas múltiples, así como en el Capítulo 8, donde veremos la dinámica de la elaboración de calendarios de un sistema de producción inherente a un sistema de etapas múltiples de producción-inventarios distribución.

*El significado del pronóstico.* ¿Cuál es el valor de este examen de los sistemas de retroalimentación de información en conexión con el pronóstico? Simplemente, que el diseño de un sistema de pronósticos no puede terminar con el diseño de un excelente modelo estadístico que tome en cuenta los efectos de tendencia, estacionales y al azar. Realmente son fundamentales los aspectos técnicos del modelo de pronósticos, pero si se proporciona un pronóstico perfecto mediante un sistema de retardos, el personal que intente planear la producción y controlar los inventarios pensará que ese pronóstico carece casi totalmente de valor. La esencia de un sistema de pronósticos consiste en proporcionar retroalimentación de información en forma rápida y certera donde se necesite, para poder prever siempre que sea posible los cambios de la demanda que se reflejarán hacia atrás a lo largo de las etapas del sistema.

Como acabamos de observar, el valor de un sistema de pronósticos está íntimamente ligado al sistema general de información. Pero no podemos hacer buenos pronósticos sin prestar atención cuidadosa a los detalles estadísticos del modelo de pronósticos. Examinaremos ahora estos problemas, analizando los componentes de la demanda.

### Componentes de la demanda

Antes definimos el término "pronóstico" como la proyección del pasado hacia el futuro. A primera vista, esto parece satisfacerse simplemente con una técnica de "fijar y dibujar", en que se observe el pasado inmediato y se calculen o dibujen líneas del mejor ajuste que indiquen, mediante una simple extrapolación, el pronóstico para el período siguiente. Efectivamente, esta técnica podría funcionar en las situaciones muy simples y estadísticamente bastante estables. Sin embargo, es evidente que, por lo general, no es tan sencillo, pues de otro modo los directores no creerían que el pronóstico representa un problema difícil, y tampoco se habría desarrollado este importante campo técnico. Hay varias clases diferentes de situaciones básicas más sus combinaciones, y es alrededor de ellas donde se ha desarrollado la metodología de los pronósticos. Nos referiremos a situaciones básicas como las "componentes de la demanda". A través de éstas podemos describir cualesquiera combinación de situaciones que encontremos. Las componentes son: la demanda media, las tendencias promedio, los patrones estacionales, los patrones cíclicos y las variaciones al azar alrededor de este patrón básico, caracterizado por el promedio, la tendencia, lo estacional y el ciclo. Las variaciones cíclicas, que se refieren al concepto del ciclo económico, escapan a nuestro campo y no las examinaremos aquí.

A modo de ilustración examinemos las gráficas imaginarias de la demanda de tres productos que tipifican los componentes de los patrones de demanda en un gran número de productos reales de los inventarios:

1. El Producto A, que aparece en la figura 2-1, es un artículo cuya demanda resulta afectada por gran número de factores y como resultado de ello existe un patrón puntual en el tiempo. El patrón de la demanda

cinco años que se muestran es de 431 unidades por mes, con una demanda máxima de 755 unidades en mayo de 1963, y un mínimo de 161 unidades en octubre de 1966.

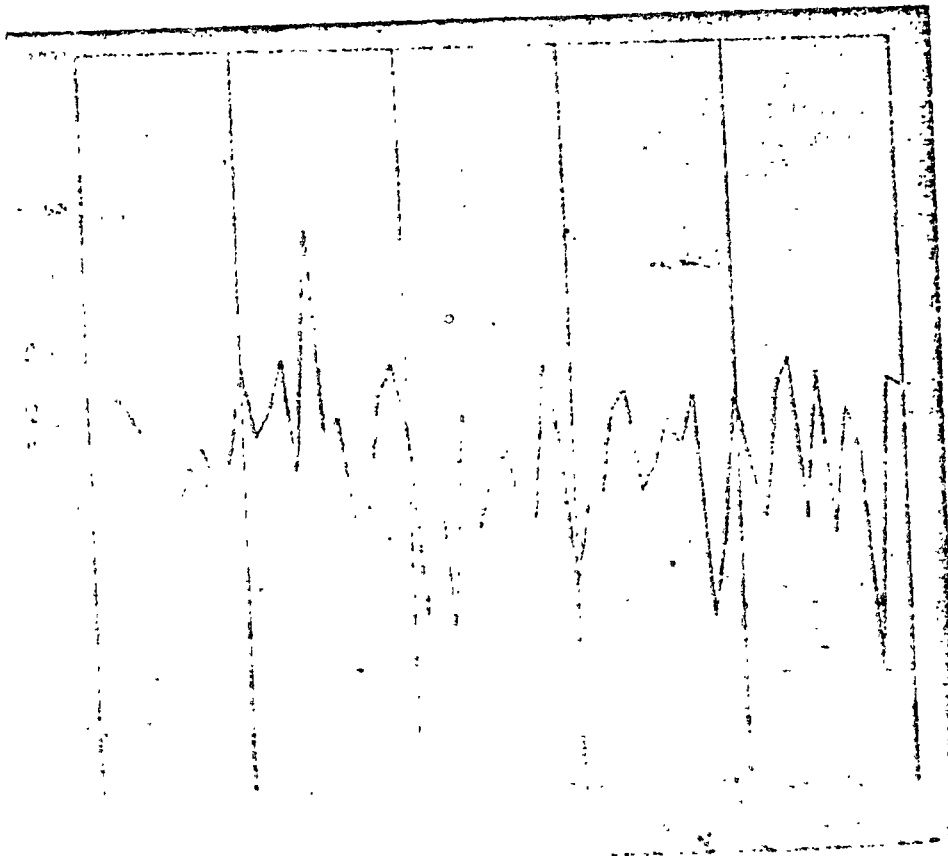
2. El Producto B, que aparece en la figura 2-2, es típico de un artículo de nueva introducción y evidencia un crecimiento promedio relativamente estable a partir de 1963. El promedio de la demanda en todo el período de cinco años es de 50.8 unidades mensuales, pero esto parece de escaso valor al proyectar para 1967.

3. El Producto C, de la figura 2-3, parece caracterizarse a primera vista por una variación al azar alrededor de su promedio de cinco años de 162 unidades mensuales. Pero si examinamos la secuencia de los puntos máximos y mínimos, advertiremos que hay una variación estacional en que los valores mínimos ocurren en el verano y los máximos en el invierno.

Veamos ahora un poco más de cerca los componentes de la demanda, teniendo en mente nuestros tres productos ilustrativos, los cuales todos

FIGURA 2-1

Demanda mensual del producto A



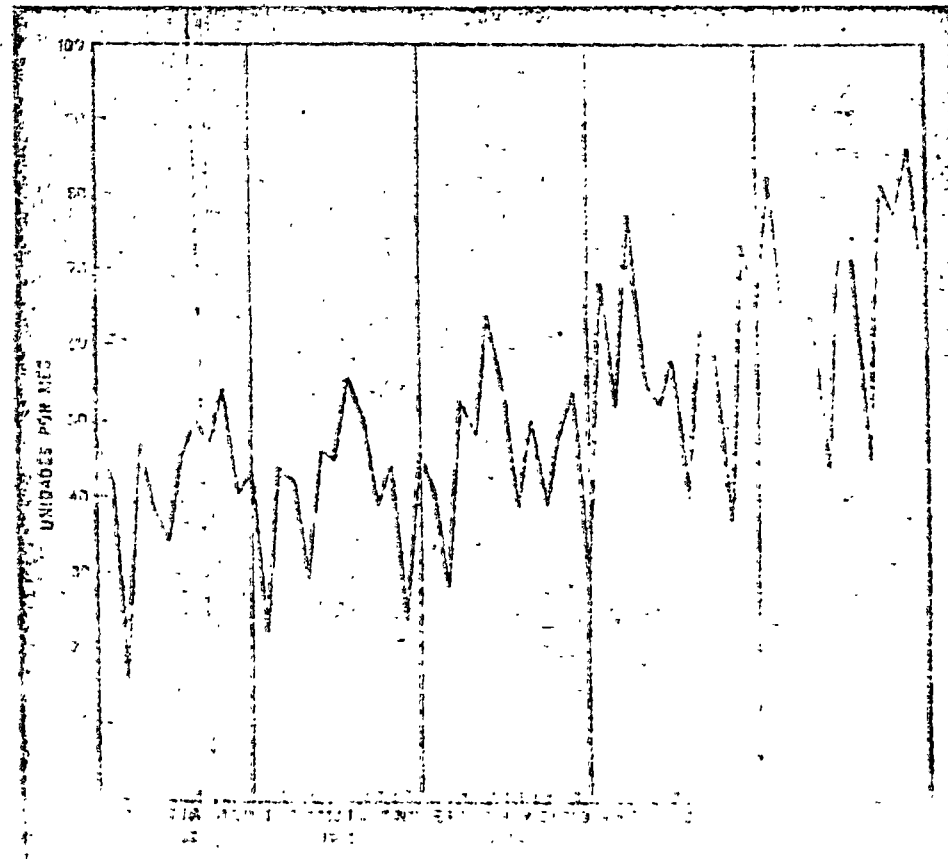
exhiben cierta cantidad de variación al azar; pero, además, los productos B y C muestran una tendencia y una estacionalidad, respectivamente.

### La demanda media

La demanda media podría significar el promedio de todos los datos pasados y constituir razonablemente una de las bases de la proyección, si nos ocupamos de una situación similar a la experiencia de demanda que muestra la figura 2-1 para el producto A. Pero, ¿cuál será el significado útil del promedio en las situaciones que describen las figuras 2-2 y 2-3 para los productos B y C? Evidentemente, se necesita alguna otra clase de promedio. En la figura 2-2, que representa la demanda del producto B, el promedio global de 50.8 unidades por mes no tiene importancia, si estamos tratando de proyectar hacia 1967; la tendencia es dominante y debemos subrayar los meses más recientes, si queremos un promedio significativo

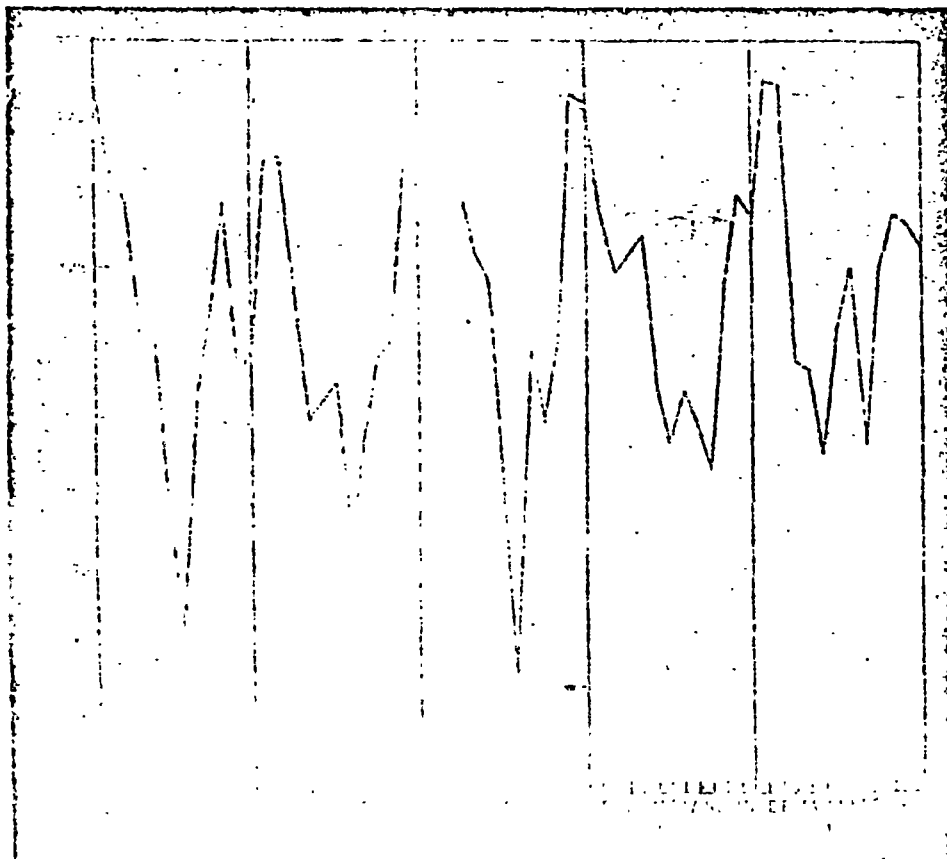
FIGURA 2-2

Demanda mensual del producto B (CON TENDENCIA)



en esta situación. Hay alguna clase de promedio móvil más útil. Por ejemplo, el promedio de los últimos seis meses de la demanda del producto B en la figura 2-2 es 71.5, cifra evidentemente más útil para proyectar hacia 1967 que el promedio total de 50.8. Pero la tendencia ascendente constante puede hacer que nos preguntemos si el promedio de seis meses es suficientemente elevado, ya que el promedio de los últimos tres meses es todavía más elevado, o sea, de 77.3 por mes. Nos enfrentamos a un dilema. En primer lugar, deseamos hacer hincapié en los datos más recientes, porque creemos que puede representar mejor cualesquiera cambios que haya ocurrido recientemente en factores importantes de la demanda; pero si reducimos el tamaño de la muestra de seis a tres, sabemos que disminuirá la confianza que podemos tener en ese valor medio. En segundo término, de la mera inspección de la gráfica de la figura 2-2 resulta obvio que aun el promedio de tres meses se quedará atrás como estimación que sirva de base a la proyección para 1967, a causa del efecto de tendencia. Separemos primero el efecto de tendencia, del problema de la determinación de un promedio

FIGURA 2-3  
Demanda mensual del producto C PDW ESTACIONALIDAD



móvil útil. Consideraremos el problema de la tendencia por separado en la siguiente sección.

Nos gustaría tener un promedio que representase todos los datos, para que fuera estadísticamente estable, pero que a la vez tomara más en cuenta los datos últimos, que suponemos son más representativos de los eventos recientes. Además, deseáramos que este promedio fuese fácil de calcular. Actualmente, la mejor respuesta a estos requerimientos es el promedio móvil exponencial ponderado.

*Promedios ponderados.* Supóngase que atacamos de frente el problema de ponderar los datos recientes con un peso mayor en un promedio móvil de tres meses. Podemos expresar un promedio simple de tres meses como sigue:

$$\bar{X}_0 = a_0 D_0 + a_1 D_1 + a_2 D_2$$

donde  $D_0$  es la demanda del mes en curso,  $D_1$  la demanda del mes pasado, etc., y las "a" son constantes de ponderación con valor de  $\frac{1}{3}$ . Sin embargo, todavía podemos tener un promedio correcto, pero diferente, si el valor de las "a" no es el mismo, sino decreciente. La única restricción es que la suma de las "a" sea 1. Supóngase que, arbitrariamente, ponderamos las "a" como sigue:  $a_0 = 0.6$ ,  $a_1 = 0.3$ ,  $a_2 = 0.1$ . Utilizando los datos de los últimos tres meses de la demanda en la figura 2-2, tendremos que  $D_0 = 69$ ,  $D_1 = 86$ ,  $D_2 = 77$  y,

$$\bar{X}_0 = 0.6 \times 69 + 0.3 \times 86 + 0.1 \times 77 = 74.9$$

El promedio simple es 77.3. Comparando los dos promedios podemos advertir el efecto de la ponderación decreciente de los últimos dos meses.

Podríamos llevar adelante esta idea y calcular pesos para un promedio que incluyese los cinco años de datos mensuales de la figura 2-2, concediendo mayor peso a los últimos meses. Se puede observar fácilmente que, si se asigna mayor peso a los tres o seis meses más recientes, será pequeño el efecto relativo de los datos más antiguos sobre el promedio resultante. Los pesos exponenciales hacen todas estas cosas y, además, su cálculo es sencillo.

### PROMEDIOS EXPONENCIALES PONDERADOS

La operación del más sencillo de los promedios exponenciales ponderados se basa en un ajuste, período por período, del promedio predicho en último término ( $\bar{F}_{t-1}$ ), (sumando o restando) una fracción ( $\alpha$ ) de la diferencia existente entre la demanda efectiva en el período en curso ( $D_t$ ) y el promedio predicho en último término ( $\bar{F}_{t-1}$ ). El resultado (que no implica ninguna extrapolación) nos da el nuevo pronóstico promedio para el período en curso ( $\bar{F}_t$ ):

$$\bar{F}_t = \bar{F}_{t-1} + \alpha(D_t - \bar{F}_{t-1}) \quad (1)$$

La fracción de la diferencia existente entre la demanda real y la estimación del promedio del período anterior,  $\alpha$ , es la constante de amortiguamiento.

exponencial que se seleccione y que debe tener un valor entre 0 y 1 (en realidad, los valores más comúnmente empleados se encuentran entre 0.01 y 0.3). Reacomodando la ecuación (1) obtenemos el promedio de pronóstico,  $\bar{F}_t$ , en forma más conveniente:

$$\bar{F}_t = \alpha D_t + (1 - \alpha)\bar{F}_{t-1} \quad (2)$$

La conveniencia de cálculo de la ecuación (2) es obvia para la calculadora de escritorio o para la computación en gran escala en el pronóstico de gran número de artículos de inventario.

Los períodos de tiempo representados por  $\bar{F}_t$ ,  $D_t$  y  $\bar{F}_{t-1}$  son confusos a veces. En primer lugar, observaremos que  $\bar{F}_t$  no es una extrapolación más allá de los datos de demanda conocidos. Por el contrario, es el promedio suavizado más actual que se utiliza para guiar las operaciones corrientes y se calcula en el tiempo  $t$ . Realmente no es un verdadero pronóstico, sino una presentación de la demanda corriente. Entonces, ¿cómo puede ser  $\bar{F}_t$  diferente de  $D_t$ ? Esta última cifra es un dato original disponible en el tiempo  $t$  que contiene componentes de las variaciones al azar. La cifra del promedio del pronóstico está suavizada para descontar el efecto de la variación al azar. Por ejemplo, si  $\alpha = 0.20$ , la ecuación (2) establece que el promedio del pronóstico  $\bar{F}_t$  en el período  $t$  se determina sumando el 20 por ciento de la nueva información de la demanda actual  $D_t$  al 80 por ciento del último pronóstico promedio  $\bar{F}_{t-1}$ . En esta forma se descuenta el 80 por ciento de las posibles variaciones al azar incluidas en  $D_t$ . Los valores pequeños de  $\alpha$  tendrán un fuerte efecto suavizador. En cambio, los valores altos  $\alpha$  reaccionarán más rápidamente ante los cambios reales de la demanda.

Se justifica la extrapolación a partir de  $\bar{F}_t$ , para inferir un pronóstico para el período  $t + 1$ , ya que nada en el modelo indica la existencia de tendencias o estacionalidades que deban tomarse en cuenta. Por lo tanto, el pronóstico para el período próximo  $\bar{F}_{t+1}^*$  se toma directamente del valor calculado para  $\bar{F}_t$  (los símbolos con asterisco \*, representarán valores extrapolados o del pronóstico).

La ecuación (2) es sencilla, pero el hecho de que incluya todos los datos pasados, que ponga de relieve los datos más recientes y que sea en realidad un verdadero promedio de todos los datos pasados, no es tan obvio. Ahora demostraremos que esto es cierto. Principiando con la ecuación (2), podemos sustituir el último promedio pronosticado  $\bar{F}_{t-1}$  con una ecuación similar que involucre la demanda efectiva en ese período,  $D_{t-1}$ , y el pronóstico promedio anterior,  $\bar{F}_{t-2}$ :

$$\bar{F}_{t-1} = \alpha D_{t-1} + (1 - \alpha)\bar{F}_{t-2}$$

que se puede sustituir en la ecuación (2),

$$\bar{F}_t = \alpha D_t + (1 - \alpha)[\alpha D_{t-1} + (1 - \alpha)\bar{F}_{t-2}] \quad (3)$$

Control de los inventarios y de la producción

lo que nos da una ecuación para  $\bar{F}_t$  en términos de  $\alpha$ ,  $D_t$ ,  $D_{t-1}$  y  $\bar{F}_{t-2}$ . Pero  $\bar{F}_{t-2}$  se determinó mediante una computación similar, es decir,

$$\bar{F}_{t-2} = \alpha D_{t-2} + (1 - \alpha)\bar{F}_{t-3}$$

que podemos sustituir en lugar de  $\bar{F}_{t-2}$  en la ecuación (3) para obtener

$$\begin{aligned} \bar{F}_t &= \alpha D_t + \alpha(1 - \alpha)D_{t-1} + (1 - \alpha)[\alpha D_{t-2} + (1 - \alpha)\bar{F}_{t-3}] \\ &= \alpha D_t + \alpha(1 - \alpha)D_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 D_{t-2} + (1 - \alpha)^2 \bar{F}_{t-3} \end{aligned}$$

Ahora tenemos una expresión equivalente para  $\bar{F}_t$  que contiene la constante  $\alpha$ , las tres demandas reales pasadas y el pronóstico promedio de tres períodos atrás. Podemos continuar este proceso de sustitución sucesiva para el término del pronóstico promedio restante, recorriendo hacia atrás todo camino, a través de la serie entera de datos de  $k$  períodos, y terminar con la expresión:

$$\begin{aligned} \bar{F}_t &= \alpha D_t + \alpha(1 - \alpha)D_{t-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 D_{t-2} + \alpha(1 - \alpha)^3 D_{t-3} + \\ &\dots + \alpha(1 - \alpha)^k D_{t-k} + (1 - \alpha)^{k+1} \bar{F}_{t-(k+1)} \quad (4) \end{aligned}$$

La ecuación (4) incluye ahora todas las demandas reales del registro de datos, más el pronóstico promedio original utilizado  $(k + 1)$  períodos atrás. Dado que el factor  $(1 - \alpha)^{k+1}$  se hace muy pequeño y se aproxima a 0, medida que  $k$  crece, se puede ignorar el último término. Al mismo tiempo la suma de los otros coeficientes,  $\alpha(1 - \alpha)^n$ , se aproxima a 1, y así tenemos las condiciones de un auténtico promedio ponderado. También es fácil ver ahora que el peso efectivamente conferido a cada una de las  $L$  depende del valor de  $\alpha$ , y que a las demandas más recientes se les asigna un peso mayor. En el cuadro 2-1 aparecen los pesos dados a datos pasados para dos valores de  $\alpha$ .

Ahora podemos volver a la ecuación (2), que es la que utilizaremos para fines del cálculo. Es engañosamente sencilla, pero recordemos que el término  $\bar{F}_{t-1}$  ha sido generado mediante un proceso de secuencia que en realidad representa todas las demandas reales del pasado. Hemos mostrado que la selección de  $\alpha$ , la constante de suavizamiento, se puede hacer en tal

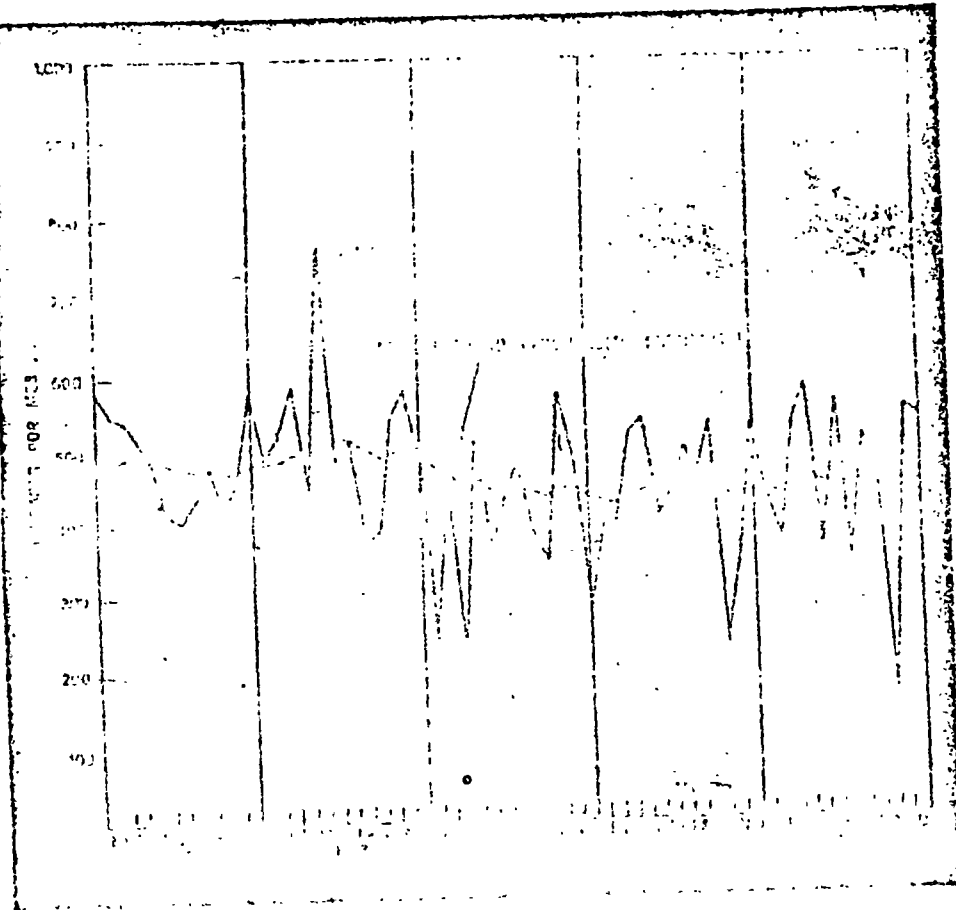
CUADRO 2-1

Pesos otorgados a los datos pasados de la demanda real en promedios exponencialmente ponderados para  $\alpha = 0.1$  y  $\alpha = 0.3$ .

Período	Fórmula	Peso en Por ciento	
		$\alpha = 0.1$	$\alpha = 0.3$
$t$			
$t - 1$	$\alpha$	10.0	30.0
$t - 2$	$\alpha(1 - \alpha)$	9.0	21.0
$t - 3$	$\alpha(1 - \alpha)^2$	8.1	14.7
$t - 4$	$\alpha(1 - \alpha)^3$	7.3	9.9

FIGURA 2-4

Demanda mensual del producto A; se muestra el promedio exponencial



forma que los datos recientes se pongan de relieve con la intensidad que se desee. Un valor relativamente grande de  $\alpha$  hará que el pronóstico promedio  $\bar{F}_t$  responda rápidamente a los cambios de la demanda real, reflejando una fracción de los cambios al azar de la demanda, así como los cambios reales en la demanda media. Un valor pequeño de  $\alpha$  responderá más lenta y suavemente. Brown [3] recomienda principiar con una constante de amortiguamiento de 0.3 y reducirla a 0.1 después de seis meses. En la figura 2-4 aparece el promedio exponencial suavizado de la demanda del producto A, cuando se utiliza una constante de amortiguamiento de  $\alpha = 0.1$ . Adviértase que el promedio suavizado es estable, aun cuando se producen amplias fluctuaciones en la demanda real, pero el promedio cambia gradualmente cuando cambia la demanda real. Al principio de esta sección aludimos al hecho de que el pronóstico promedio se retrasaría en relación con la tendencia ascendente o descendente. Se puede corregir este retraso, por lo que examinaremos los métodos de realización de esta corrección mediante el amortiguamiento exponencial.

## Efectos de tendencia

La tendencia aparente de un periodo a otro es, sin más, la diferencia de los pronósticos promedio de un periodo al siguiente,  $\bar{F}_t - \bar{F}_{t-1}$ . Pero, por supuesto, esta diferencia está sujeta a las variaciones al azar que ocurren y que pueden ser suavizadas exponencialmente en la misma forma que la demanda media. Lo que deseamos es una tendencia media exponencial ponderada; el procedimiento es similar al de los promedios. La tendencia actual aparente es la diferencia existente entre los últimos dos pronósticos promedio, es decir:

$$\text{Tendencia actual aparente} = \bar{F}_t - \bar{F}_{t-1}$$

El nuevo ajuste medio de tendencia,  $\bar{T}_t$ , es entonces

$$\begin{aligned} \bar{T}_t &= \alpha(\text{tendencia actual aparente}) \\ &\quad + (1 - \alpha) (\text{último ajuste medio de tendencia}) \\ &= \alpha(\bar{F}_t - \bar{F}_{t-1}) + (1 - \alpha)\bar{T}_{t-1} \end{aligned} \quad (5)$$

La demanda esperada, incluyendo un ajuste por tendencia, es el nuevo pronóstico promedio  $F_t$ , computado de acuerdo con la ecuación (2), más una fracción del nuevo ajuste medio de tendencia calculado en la ecuación (5):

$$\begin{aligned} \text{Demanda esperada para el periodo en curso} &= E(D_t) \\ &= \bar{F}_t + \frac{(1 - \alpha)}{\alpha} \bar{T}_t \end{aligned} \quad (6)$$

El término  $(1 - \alpha)/\alpha$  es una corrección por el retraso en  $\bar{T}_t$ , en respuesta a un brinco hacia arriba o hacia abajo. El término de retraso es más complejo en otras funciones (véase Brown [2, pág. 115]).

**Extrapolación y pronósticos.** Al igual que en el modelo sin tendencia, la ecuación 6 no implica ninguna extrapolación más allá de los datos de demanda conocidos. Para extrapolar más allá de  $E(D_t)$ , con el fin de predecir  $D_{t+n}^*$ , se requiere que agreguemos  $\bar{T}_t$ , el ajuste medio de tendencia más reciente,

$$\begin{aligned} D_{t+n}^* &= E(D_t) + \bar{T}_t = \bar{F}_t + \frac{1 - \alpha}{\alpha} \bar{T}_t + \bar{T}_t \\ &= \bar{F}_t + \frac{1}{\alpha} \bar{T}_t \end{aligned} \quad (7)$$

Entonces para extrapolar o pronosticar la demanda para  $n$  periodos en el futuro,

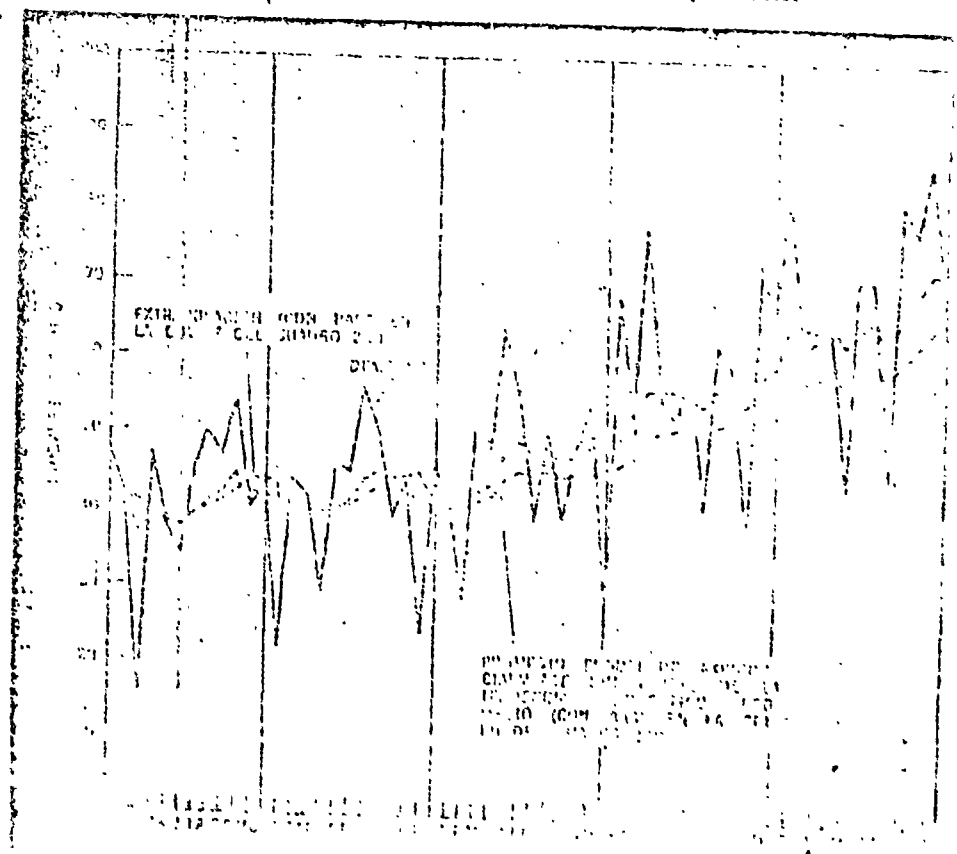
$$\begin{aligned} D_{t+n}^* &= E(D_t) + n\bar{T}_t \\ &= \bar{F}_t + \left( \frac{1}{\alpha} + n - 1 \right) \bar{T}_t \end{aligned}$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
Fecha	Demanda $D_t$	Pronóstico de pronóstico, $\bar{F}_t = \alpha D_t + (1-\alpha)\bar{F}_{t-1}$	Tendencia actual aparente, $\bar{F}_t - \bar{F}_{t-1}$	Ajuste medio de tendencia, $\bar{T}_t = \alpha(\bar{F}_t - \bar{F}_{t-1}) + (1-\alpha)\bar{T}_{t-1}$	Demanda esperada, $E(D_{t+1}) = \bar{F}_t + \frac{\bar{T}_t}{\alpha}$	Pronóstico para el período $t + 1$ , $D^*_{t+1} = \bar{F}_t + \frac{\bar{T}_t}{\alpha}$
Julio	47	40.0	0.70	0.070	41.33	41.40
Agosto	42	40.83	0.13	0.076	41.51	41.59
Septiembre	16	38.35	-2.48	-0.180	36.73	36.55
Octubre	47	39.22	0.87	-0.075	38.54	38.47
Noviembre	38	39.10	-0.12	-0.080	38.38	38.30
Diciembre	34	38.59	-0.51	-0.123	37.48	37.36
Enero	45	39.23	0.64	-0.047	38.81	38.76
Febrero	50	40.31	1.08	0.066	40.90	40.97
Marzo	47	40.98	0.67	0.126	42.11	42.24
Abril	54	42.28	1.30	-0.243	44.47	44.71
Mayo	40	42.05	-0.13	0.206	43.90	44.11
Junio	43	42.05	0	0.185	43.72	43.91
Julio	22	40.05	-2.03	-0.033	39.75	39.72
Agosto	44	40.45	0.40	0.010	40.54	40.55
Septiembre	42	40.61	0.16	0.025	40.83	40.86
Octubre	29	39.45	-1.16	-0.093	38.61	38.52
Noviembre	46	40.11	0.66	-0.018	39.95	39.93
Diciembre	45	40.60	0.49	0.033	40.90	40.93
Enero	56	42.14	1.54	0.184	43.80	43.98
Febrero	50	42.93	0.79	0.245	45.14	45.39
Marzo	39	42.54	-0.39	0.182	44.18	44.36
Abril	44	42.69	0.15	0.179	44.30	44.48
Mayo	24	40.82	-1.87	-0.026	40.59	40.56
Junio	46	41.34	0.52	0.029	41.60	41.60

Al igual que en el caso de los cálculos del pronóstico promedio, los del ajuste medio de tendencia, de la demanda esperada y los de los pronósticos, pueden efectuarse fácilmente con una calculadora de escritorio o una computación automática.

**Computaciones.** En este punto, un ejemplo servirá para ilustrar los métodos de pronósticos promedio y de ajustes medios de tendencia para el amortiguamiento exponencial. En el cuadro 2-2 aparecen los datos originales de la demanda y los cálculos que se requieren en el caso del producto B; en la columna (2) se ven los datos de demanda originales de la figura 2-2; la columna (3) muestra los pronósticos promedio calculados y las columnas (4) y (5) el cálculo en dos etapas de los ajustes medios de tendencia; la columna (6) presenta el resultado de agregar (o restar) el ajuste de tendencia al pronóstico promedio para obtener la demanda esperada. Por último, en la columna (7) aparece el cálculo de un pronóstico para  $D^*_{t+1}$ . En la figura 2-5 los resultados de las columnas (3) y (7) se representan en relación con los datos de demanda originales. Adviértase

FIGURA 2-5  
Demanda mensual del producto B, se muestran dos promedios exponenciales



el efecto suavizante de las series de los pronósticos promedio y de la predicción extrapolada y el hecho de que el ajuste de tendencia corrige el retraso del pronóstico promedio simple cuando existe una tendencia. Adviértase también que el pronóstico promedio (sin ajuste de tendencia) se retrasa en relación con la curva de pronóstico extrapolada, colocándose por encima cuando la tendencia es negativa y por debajo cuando es positiva.

### Efectos estacionales

Como indicamos antes, la demanda de algunos productos exhibe un comportamiento estacional característico por razones obvias como el clima, que puede influir, por ejemplo, en la demanda de abrigos de invierno. En otros productos pueden intervenir los patrones tradicionales de cambios de estilo y programas de promoción, como ocurre en el caso de los automóviles y los muebles. En ocasiones son menos obvias las razones de un patrón de demanda estacional y hay necesidad de determinarlas. Brown [3, pág. 129] afirma que el primer principio "para decidir el empleo de un método estacional de pronóstico es que debe existir una razón definida, confiable, que cree gran demanda en cierto momento y escasa en otro". No intentaremos un examen completo de los métodos de pronóstico estacional; en lugar de ello, concentraremos nuestra atención en el uso de una técnica de amortiguamiento exponencial, que se emplea una vez se ha establecido claramente la existencia de un patrón estacional. Emplearemos los datos del producto C a manera de ejemplo. La base de la metodología consiste en desarrollar una serie de base que represente el ciclo estacional y calcular una razón entre la demanda real en cada período y la serie de base para ese período. Luego, esta razón de demanda se suaviza, al hacer la corrección por tendencia, de acuerdo con el mismo método general que se ilustra en el cuadro 2-2 y en la figura 2-5. El resultado de estas operaciones es una razón de demanda esperada. Por último, se calcula la demanda esperada mediante la multiplicación, período a período, de la serie de base por la razón suavizada; esta serie final es la demanda pronosticada. Examinaremos estos pasos en relación con el cálculo del producto C, que se da como ejemplo en el cuadro 2-3 y en la gráfica de la figura 2-6.

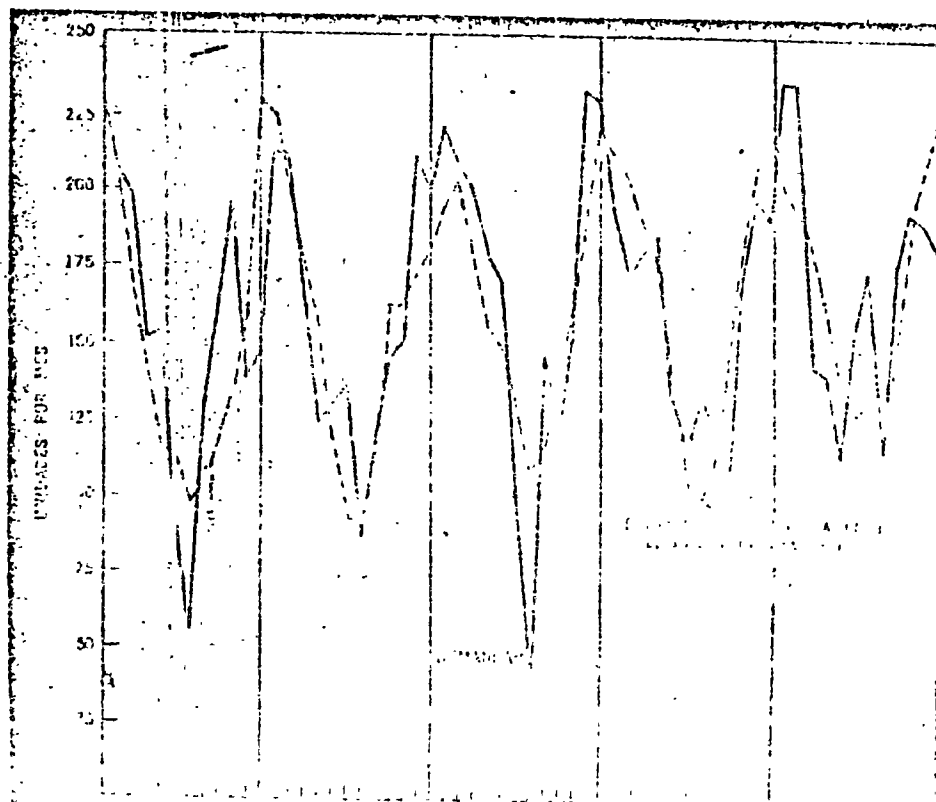
**Series de base.** La serie de base se construye usualmente a partir de la experiencia del último año. Si el patrón estacional es fuerte y relativamente constante, la serie de base podrá ser, sin más, la demanda del año anterior, período por período. Si los puntos máximos y mínimos se mueven ligeramente hacia adelante o hacia atrás de un año a otro, se puede utilizar un proceso de promedio. En el cuadro 2-3 hemos utilizado un promedio móvil de tres meses, con centro en el mes para el que se determina el promedio. Por ejemplo, calculando el promedio de la serie básica en febrero, utilizamos la demanda real del año pasado para enero, febrero y marzo. En la columna (3) aparece la serie básica resultante para dos de los cinco años de la demanda del producto C.

real en el mes en curso al valor de la serie básica para el mismo mes. En la columna (4) del cuadro 2-3 aparecen los resultados de estos cálculos para el producto C. Desde luego, estas razones reflejan todas las variaciones al azar que pueden ocurrir tanto en la demanda real como en la serie básica; en consecuencia, suavizamos la razón de demanda mediante un promedio exponencial ponderado, para obtener una serie de razones de pronósticos promedio ( $\overline{RPP}$ ) que aparece en la columna (5) del cuadro 2-3.

**Los ajustes de tendencia.** El proceso de ajuste de tendencia es también idéntico a los métodos que mostramos en el cuadro 2-2 para el producto B, excepto que ahora nos estamos refiriendo a una tendencia en la razón del pronóstico promedio. Al igual que antes, calculamos en primer término una tendencia aparente que aparece en la columna (6) y, luego, suavizamos esta tendencia mediante métodos exponenciales en la columna (7). Por último, añadimos a la razón del pronóstico promedio  $\overline{RPP}$ , una frac-

FIGURA 2-6

Demanda mensual del producto C. Con ajuste estacional de la demanda esperada calculada con técnicas de suavización exponencial ( $\alpha = 0.1$ )





ADRO 2-3

calculos de la demanda esperada del producto estacional C, utilizando una serie básica del promedio del trimestre circundante en el mismo mes del año precedente ( $\alpha = 0.1$ )

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Fecha	Demanda $D_t$	Serie Básica	Razón de demanda (Col. 2) = $RD_t$	Razón del promedio de pronóstico $\bar{RPP}_t$ = $\alpha RD_t + \frac{\bar{RPP}_{t-1}}{(1-\alpha)}$ = $\alpha(\text{Col. 4}) + \frac{\bar{RPP}_{t-1}}{(1-\alpha)}$	Tendencia aparente de $\bar{RPP}$ = $\frac{\bar{RPP}_t - \bar{RPP}_{t-1}}{\bar{RPP}_{t-1}}$	Ajuste medio de tendencia, $\bar{T}_t$ = $\alpha(\bar{RPP}_t - \bar{RPP}_{t-1}) + \bar{T}_{t-1}$ = $\alpha(\text{Col. 6}) + \bar{T}_{t-1}$	Razón Esperada = $\frac{\bar{RPP}_t + (1-\alpha)\bar{T}_t}{\alpha}$ = (Col. 5) + $\frac{\alpha}{(1-\alpha)}$ (Col. 7)	Demanda Esperada $E(D_t) = (\text{Razón Esperada}) \times (\text{Serie Básica})$ = (Col. 8) $\times$ (Col. 3)	Pronóstico $D^*_{t+1} = [(\text{Col. 8}) + (\text{Serie Básica}) \times (\text{Col. 10})]$
Julio .....				1.000	0	0			
2									
Enero	232	231.8	1.001	1.000	0	0	1.000	231.8	
Febrero	207	211.2	0.980	0.998	-0.002	-0.0002	0.996	210.4	211.2
Marzo	198	204.6	0.968	0.995	-0.003	-0.00048	0.991	202.8	203.7
Abril	152	168.4	0.903	0.986	-0.009	-0.00133	0.974	164.0	166.8
Mayo	154	155.6	0.990	0.986	0	-0.0012	0.975	151.7	151.4
Junio	93	120.3	0.773	0.965	-0.021	-0.0032	0.936	112.6	117.1
Julio	56	121.0	0.463	0.915	-0.050	-0.0079	0.844	102.1	112.9
Agosto	130	116.7	1.114	0.935	0.020	-0.0051	0.889	103.7	97.6
Septiembre	160	119.7	1.337	0.975	0.010	-0.0006	0.970	116.1	105.8
Octubre	197	139.5	1.412	1.019	0.044	0.0039	1.054	147.0	135.2
Noviembre	139	150.0	0.927	1.010	-0.009	0.0026	1.033	155.0	158.7
Diciembre	148	221.5	0.668	0.976	-0.034	-0.0011	0.966	214.0	229.4
3									
Enero	213	233.5	0.912	0.970	-0.006	-0.0016	0.956	223.2	225.3
Febrero	212	212.3	0.999	0.973	0.003	-0.0011	0.963	204.4	202.6
Marzo	172	185.7	0.926	0.968	-0.003	-0.0015	0.954	177.2	178.6
Abril	124	168.3	0.737	0.945	-0.023	-0.0037	0.912	153.5	160.3
Mayo	131	133.0	0.985	0.949	0.004	-0.0029	0.923	122.8	120.8
Junio	137	101.0	1.356	0.990	0.041	0.0015	1.004	101.4	92.9
Julio	86	93.2	0.923	0.983	-0.007	0.0007	0.989	92.2	93.7
Agosto	120	115.4	1.040	0.989	0.006	0.0012	1.000	115.4	114.2
Septiembre	145	162.4	0.893	0.979	-0.010	0.0001	0.980	159.2	162.6
Octubre	151	165.3	0.913	0.972	0.007	-0.0006	0.967	159.8	162.0
Noviembre	212	161.6	1.312	1.006	0.034	0.0029	1.032	166.8	156.2
Diciembre	200	166.7	1.200	1.025	0.019	0.0045	1.066	177.7	172.5

ción de la tendencia suavizada, para obtener la razón finalmente esperada que aparece en la columna (8).

Luego, se calcula la *demanda esperada* en cada período, multiplicando la razón esperada por la cifra de la serie básica correspondiente al mismo período, como se observa en la columna (9) del cuadro 2-3. Por tanto, la demanda esperada es un promedio exponencial ponderado y estacionalmente ajustado. El pronóstico extrapolado  $D^*_{t+1}$  se calcula en la columna (10), como:

$$D^*_{t+1} = [\text{Razón Esperada}_t + \bar{T}_t] \cdot [\text{Serie Básica}_{t+1}].$$

En la figura 2-6 aparece el pronóstico extrapolado, en relación con la demanda real para los cinco años que cubren los datos.

### Efectos al azar

Vemos que los efectos al azar aparecen en todas las gráficas de la demanda en cada período. Estas variaciones son inexplicables, o por lo menos impredecibles, y se pueden deber a una amplia variedad de causas, tales como las reacciones al clima político y económico, el tiempo, eventos fortuitos, etc. Los sistemas de amortiguamiento exponencial que hemos examinado están diseñados para reaccionar lentamente ante un gran cambio de la demanda, asumiendo una "actitud de ver y esperar", por temor de que el cambio sea sólo una variación al azar. Si el cambio refleja en realidad un verdadero aumento o disminución de la demanda, subsistirá en períodos subsecuentes, y los promedios ponderados seguirán a la demanda real y responderán a ella. Recuérdese que la selección del valor de la constante de amortiguamiento,  $\alpha$ , determinará la sensibilidad del sistema de pronóstico a los cambios de la demanda y, por tanto, igualmente a los cambios al azar. Un valor relativamente grande de  $\alpha$ , quizá de 0.3, dará mayor crédito a la posibilidad de que un cambio observado en la demanda sea verdadero y no al azar, y reflejará en el pronóstico una fracción mayor del cambio observado. Un valor más pequeño de  $\alpha$ , quizá entre 0.01 y 0.1, descarta la posibilidad de que se trate de un gran cambio y nos dice que lo ignoremos porque sólo es causado por el azar, a menos que persista en períodos subsecuentes.

Sin embargo, el hecho de que utilicemos un pequeño valor de  $\alpha$  en un sistema de pronóstico, no significa que no establezcamos una protección de inventarios contra los efectos al azar en el sistema de dotación. Nos preparamos para los cambios intempestivos de la demanda mediante un inventario de contingencia o de seguridad y utilizamos nuestros conocimientos de la distribución de la demanda y de su variabilidad para determinar cautamente los niveles de estos inventarios de contingencia. Por ejemplo, en el caso de un sistema producción-inventario que debe satisfacer una demanda sujeta a grandes variaciones al azar, podemos protegernos contra éstas, variando el nivel de la producción (lo que puede implicar un costo relativamente alto de contrataciones de mano de obra, entrenamiento, etc.) o al-

(lo que puede suponer un costo relativamente elevado, si el producto tiene alto valor o está sujeto a obsolescencia). La obtención de un equilibrio adecuado entre estos dos extremos es parte de nuestro objetivo al diseñar un sistema para aplicación específica. En el Capítulo 4 examinaremos la determinación del inventario de contingencia.

### Métodos de pronósticos exponenciales con ajuste de respuesta

Como hemos visto, usualmente se utilizan valores muy pequeños de  $\alpha$  en los sistemas de amortiguamiento exponencial, a fin de eliminar las variaciones de la demanda al azar. Cuando las tasas reales de demanda aumentan o disminuyen gradualmente, el sistema de predicción puede seguir los cambios aceptablemente. Pero si la demanda cambia de repente, el sistema de pronóstico que utilice un valor pequeño de  $\alpha$  se quedará sustancialmente atrás del cambio efectivo. Por esta razón, se han propuesto sistemas de ajuste de pronóstico [2, 12, 13, 16]. Trigg y Leach [16] sugieren que los cambios repentinos se detecten automáticamente en los sistemas de computación, mediante una señal de rastreo. Entonces una subrutina aumenta el valor de  $\alpha$  para conferir mayor peso a los datos recientes. Una vez que el sistema se estabiliza, el valor de  $\alpha$  se reduce de nuevo, para que sea más efectivo al eliminar las variaciones al azar de la demanda.

La señal de rastreo que proponen Trigg y Leach es la siguiente:

$$\text{Señal de rastreo} = \frac{\text{error suavizado}}{\text{error absoluto suavizado}}$$

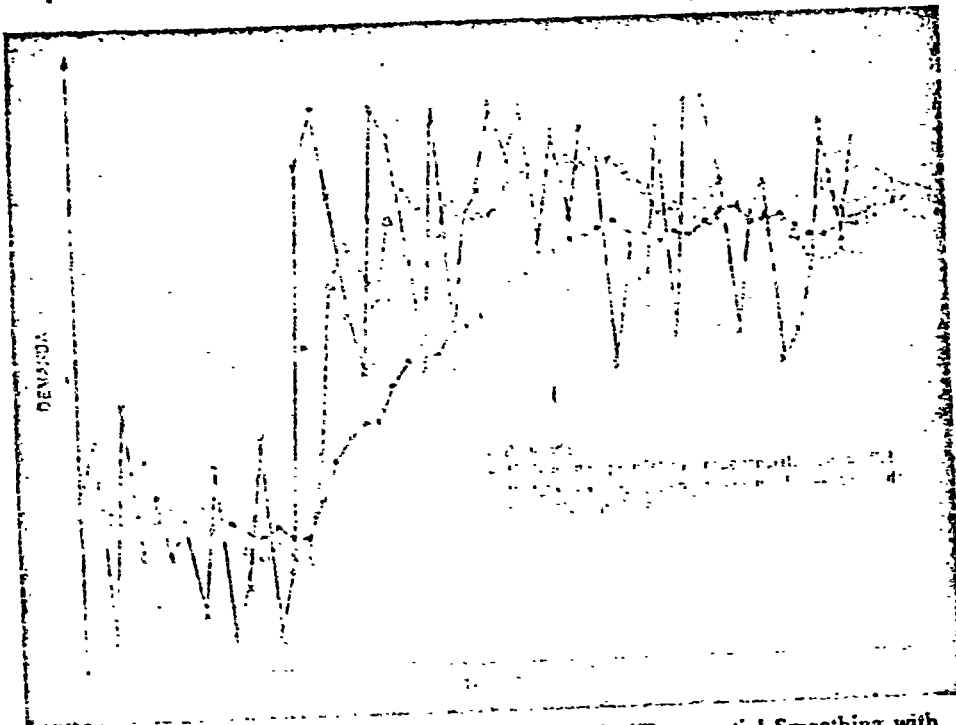
donde el error se define como la diferencia existente entre el pronóstico y la demanda real en cada período. Las dos cifras de error se suavizan con los métodos usuales exponenciales simples. Si el sistema de pronóstico se encuentra bajo control, la señal de rastreo fluctuará alrededor de cero. En cambio, si ocurren errores de desviación, el valor de la señal de rastreo se moverá hacia más o menos uno, sin poder abandonar este intervalo de  $\pm 1$ .

Para adaptar la tasa de respuesta del sistema de pronósticos a los cambios medidos por la señal de rastreo, el valor de la constante de amortiguamiento  $\alpha$  se hace igual al de la señal de rastreo. En la figura 2-7 vemos los resultados comparativos de un modelo de suavizamiento exponencial con  $\alpha = 0.1$  y de otro modelo con una tasa de ajuste de respuesta, cuando se introduce un cambio brusco en la serie de demanda. El sistema de ajuste sigue muy bien al cambio de demanda, mientras que el sistema convencional de predicción exponencial se queda sustancialmente atrás del cambio brusco de la demanda. Después que la demanda se estabiliza en el nuevo nivel, el sistema de ajuste reduce el valor de  $\alpha$  y ambos sistemas actúan similarmente.

En [16] se examinan también otros modelos más sofisticados, en que interviene el concepto de la tasa de ajuste de respuesta. Estos sistemas de ajuste

FIGURA 2-7

Comparación del modelo convencional y el de predicción ajustada exponencial cuando responden a un aumento discreto de la demanda



FUENTE: Tomada de D. W. Trigg y A. G. Leach, "Exponential Smoothing with an Adaptive Response Rate", en *Operational Research Quarterly*, Vol. 18, No. 1 (1957), págs. 53-59.

cuenta la tendencia, así como la tendencia en combinación con las variaciones estacionales.

## MÉTODOS DE PRONOSTICO CON SERIES DE FOURIER

La rapidez, economía y capacidad de almacenaje de las computadoras de reciente introducción, han hecho que resulte comercialmente factible el empleo de modelos matemáticos de pronóstico muy sofisticados. En esta sección describimos uno —el modelo de pronóstico de mínimos cuadrados con series de Fourier— y mostramos cómo se emplea para pronosticar productos que exhiben patrones estacionales de ventas. En el Apéndice A aparece un listado FORTRAN, documentado, sobre un modelo de pronóstico.

El fundamento matemático de este método lo estableció Joseph Fourier, físico y matemático francés, en 1771. Fourier demostró que cualquier función periódica puede ser expresada como una suma de series de Fourier (senos y cosenos). Este método de pronóstico se basa en el supuesto de que los patrones históricos de venta se pueden utilizar para estimar los patrones de venta futuros. En la práctica se encuentra que este supuesto se satisface en un número sorprendente de productos tradicionales que se venden en mercados estacionales.

## Control de los inventarios y de la producción

minos armónicamente relacionados de senos y cosenos. La ecuación de serie de Fourier es:

$$F_t = a_1 + a_2 \text{sen} \omega t + a_3 \text{cos} \omega t + a_4 \text{sen} 2\omega t + a_5 \text{cos} 2\omega t + a_6 \text{sen} 3\omega t + a_7 \text{cos} 3\omega t + \dots$$

Donde

$F_t$  = El valor numérico de la serie calculada en el tiempo  $t$ .

$a_1$  = Un término constante.

$a_2, a_3, \dots$  = Coeficientes que definen la amplitud de las armónicas.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{6.28318}{T}$$

$T$  = La longitud del período (es decir, el número de intervalos entre pronósticos por año).

La serie se expresa como infinita porque, en teoría, se requiere un número infinito de términos para duplicar matemáticamente, con absoluta precisión, una función periódica dada. Las técnicas de series de Fourier se emplean mucho en ingeniería y en las ciencias para representar formas de ondas eléctricas, la vibración de estructuras mecánicas, el movimiento de las olas del océano, etc. Los patrones periódicos de estacionalidad anual de muchos productos de consumo en una amplia variedad de industrias proporcionan oportunidad obvia para la extensión de este concepto al campo del pronóstico en los negocios.

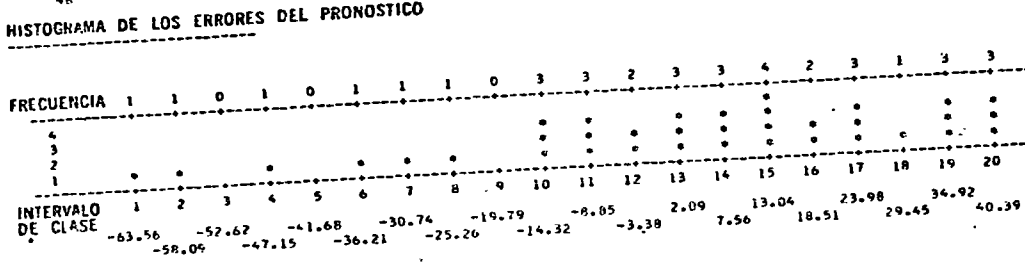
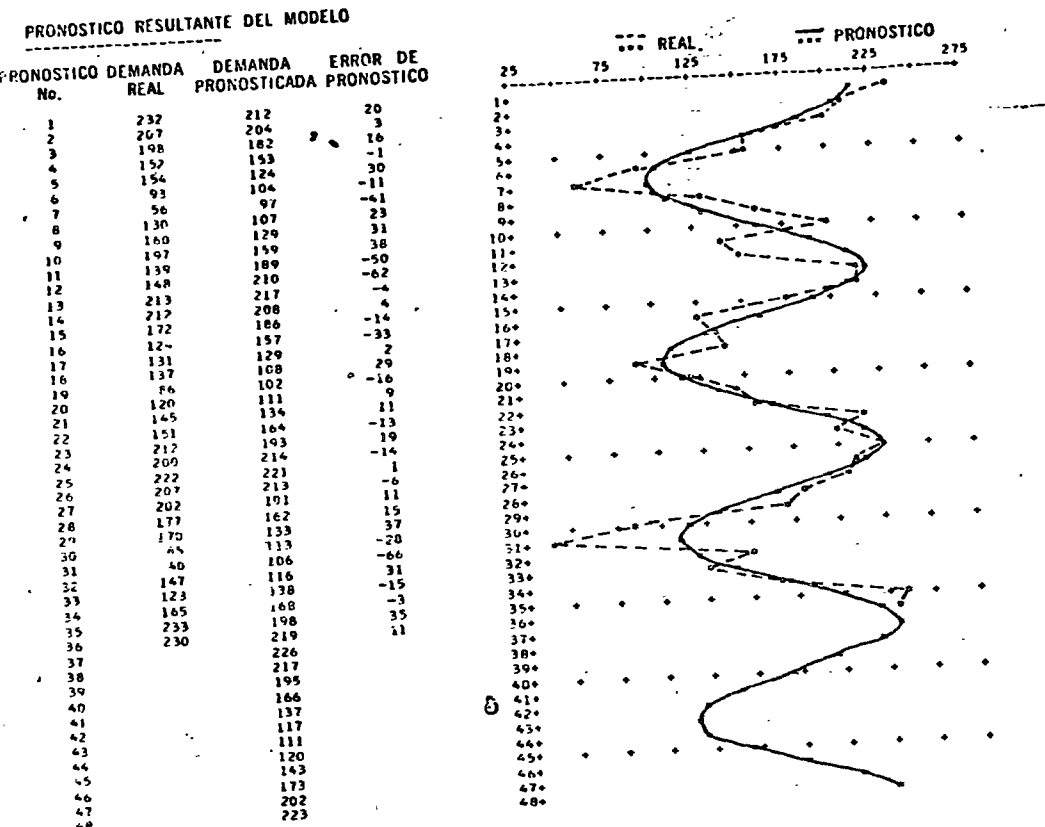
Para aplicar las series de Fourier al pronóstico en los negocios, se requiere que agreguemos un término adicional a la ecuación anterior, para tomar en cuenta el componente de tendencia de la demanda. Con esta adición, el modelo de pronóstico abarcará los tres componentes básicos de la demanda: la demanda media, las tendencias del promedio y los patrones estacionales. Las variaciones al azar alrededor del patrón básico se manejan con un modelo de ajuste por mínimos cuadrados. El ampliado Modelo de Series de Fourier para el Pronóstico en los Negocios se convierte en:

$$F_t = a_1 + a_2 t + a_3 \text{sen} \omega t + a_4 \text{cos} \omega t + a_5 \text{sen} 2\omega t + a_6 \text{cos} 2\omega t + \dots$$

El término  $a_1$  representa la demanda media, excluyendo las influencias estacionales o de promoción. El término  $a_2 t$  representa la tendencia de las ventas. Los términos restantes se refieren al patrón estacional de ventas y proporcionan mejor ajuste del modelo a los datos históricos de venta.

Como un ejemplo del proceso de ajuste del modelo, supóngase que se desea elaborar un modelo de pronóstico con series de Fourier utilizando los datos de la demanda de 1962, 1963 y 1964 del producto C que aparecen en el cuadro 2-3 y la figura 2-6. La selección de los datos de demanda representativos es una decisión muy importante, porque la operación del modelo de pronóstico se basa en el supuesto de que los patrones históricos de venta se pueden utilizar para estimar los patrones de venta futuros. En la práctica se encuentra que este supuesto se satisface en un número sorprendente de productos tradicionales que se venden en mercados estacionales.

FIGURA 2-8 Salida de la computadora para un Modelo de Pronóstico que emplea una serie de Fourier de 4 términos para el producto C



AMPLITUD DEL INTERVALO DE CLASE	=	5.471437
VALOR MAXIMO	=	37.657303
VALOR MINIMO	=	-66.300618
VALOR MEDIO	=	0.000603
DESVIACION ESTANDAR	=	26.961136

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES DE PRONOSTICO

No. DE VALORES	PORCENTAJE	
MEDIA - 4 DESV. EST.	0	0.0
MEDIA - 3 DESV. EST.	2	5.6
MEDIA - 2 DESV. EST.	4	11.1
MEDIA - 1 DESV. EST.	10	27.8
MEDIA	13	36.1

cidra, platos de papel y de plástico, etc. Pero no ocurre lo mismo con los productos nuevos y con muchos otros que son objeto de gran promoción, en que las ventas, a consecuencia de una promoción, son de tal magnitud que ocultan cualesquier factores estacionales que puedan darse efectivamente. Supongamos, para fines de nuestro ejemplo, que hemos analizado los 36 meses de datos de ventas que aparecen en la figura 2-6, y que hemos concluido que son satisfactorios para fines del modelo.

El siguiente paso en el proceso de elaboración del modelo consiste en determinar el número de términos que se deban usar en el mismo. Esta es una decisión fundamental, porque el tiempo de computadora que se requiere para correr el modelo aumenta a medida que se incrementa el número de términos. Por otra parte, al incrementar el número de términos del modelo, mejora el ajuste de éste a los datos históricos. En última instancia, la selección del número de términos es cuestión de criterio, basada en un cambio entre la mejoría del ajuste a los datos históricos y la disposición de aceptar mayores costos del procesamiento en la computadora. Por regla general, el número mínimo de términos del modelo es igual a dos veces el número de picos de un ciclo estacional más dos.

El proceso de ajuste del modelo sigue un procedimiento desarrollado por Brown [1]. Este procedimiento implica el uso de técnicas estándar de regresión para seleccionar los coeficientes del modelo, en forma tal que se reduzca a un mínimo la suma de los cuadrados de las desviaciones existentes entre las ventas históricas y los valores de pronóstico. Los pasos específicos de este proceso se describen en [8] y la documentación contenida en el programa de computadora para el pronóstico en el Apéndice A. La reducción al mínimo de la suma de los cuadrados de los errores de pronóstico se utiliza como criterio de la bondad del ajuste; en consecuencia, la distribución de los errores de pronóstico debería ser normal, en teoría, con una media de cero. El análisis de la distribución de los errores de pronóstico ayuda a seleccionar el número apropiado de términos que deban emplearse. También se pueden utilizar otras técnicas estadísticas, tales como el análisis de correlación y de autocorrelación.

Dado que nuestros datos contienen un pico en cada ciclo estacional de 12 meses, un primer paso podría consistir en ajustar un modelo de 4 términos a los datos y observar los resultados. El modelo de 4 términos representa el tipo de modelo de predicción más sencillo que contiene un término constante, uno de tendencia y un par de seno-coseno:

$$F_t = a_1 + a_2t + a_3\text{sen}at + a_4\text{cos}at$$

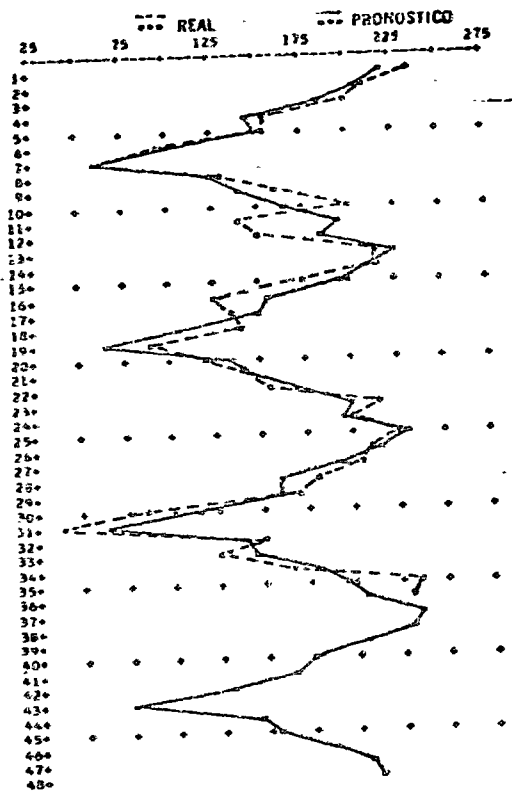
En la figura 2-8 aparece una porción del resultado producido por el programa de computadora para pronósticos con series de Fourier con  $N=4$ . El programa lee los 36 meses de historia de la demanda que aparecen en la figura 2-8, calcula los coeficientes del modelo de 4 términos y, luego, compara la demanda efectiva con la de pronóstico en un formato tabular y gráfico. La gráfica del pronóstico se continúa un año hacia el futuro.

FIGURA 2-9

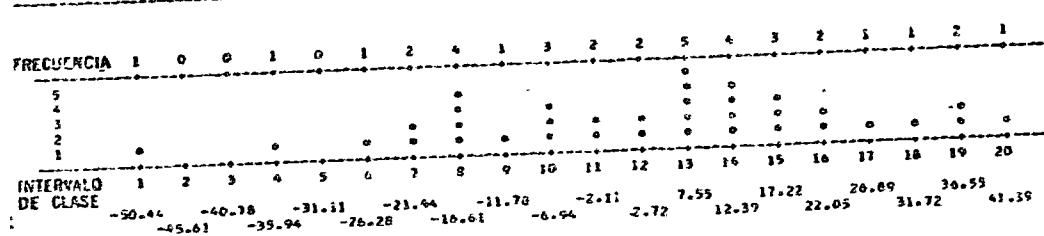
Salida de la computadora con un Modelo de Pronóstico que emplea una serie de Fourier de 14 términos para el producto C

PRONOSTICO RESULTANTE DEL MODELO

PRONOSTICO DEMANDA No.	DEMANDA REAL	DEMANDA PRONOSTICADA	ERROR DE PRONOSTICO
1	232	217	15
2	207	201	6
3	198	185	13
4	192	147	45
5	154	146	8
6	93	99	-6
7	56	56	0
8	130	125	5
9	100	139	-39
10	197	123	74
11	139	192	-53
12	148	185	-37
13	213	227	-14
14	212	209	3
15	172	191	-19
16	124	191	-67
17	131	152	-21
18	137	105	32
19	86	63	23
20	120	132	-12
21	145	149	-4
22	151	170	-19
23	212	198	14
24	200	191	9
25	222	229	-7
26	207	215	-8
27	202	195	7
28	177	158	19
29	170	159	11
30	85	111	-26
31	45	63	-18
32	147	140	7
33	123	143	-20
34	105	180	-75
35	233	194	39
36	230	202	28
37		235	
38		228	
39		202	
40		172	
41		161	
42		128	
43		71	
44		144	
45		152	
46		164	
47		202	
48		206	



HISTOGRAMA DE LOS ERRORES DEL PRONOSTICO



AMPLITUD DEL INTERVALO DE CLASE	4.831228
VALOR MAXIMO	38.970703
VALOR MINIMO	-52.660541
VALOR MEDIO	-0.000310
DESVIACION ESTANDAR	20.767384

DISTRIBUCION DE LOS ERRORES DE PRONOSTICO

	No. DE VALORES	PORCENTAJE
MEDIA + 4 DESV. EST.	0	0.0
MEDIA + 3 DESV. EST.	1	2.0
MEDIA + 2 DESV. EST.	4	11.1
MEDIA + 1 DESV. EST.	12	33.3
MEDIA	19	50.0
MEDIA - 1 DESV. EST.	12	33.3
MEDIA - 2 DESV. EST.	4	11.1
MEDIA - 3 DESV. EST.	1	2.0
MEDIA - 4 DESV. EST.	0	0.0

es sinusoidal y no sigue las irregularidades, de mes a mes, del patrón histórico de las ventas. La naturaleza sinusoidal del pronóstico es consecuencia de la selección del modelo más sencillo con un solo par de seno-coseno. La desviación estándar de los errores de pronóstico asociada con este modelo es 26.96.

En la figura 2-9 aparecen los resultados de cambiar el parámetro de control del programa, N, de 4 a 14, de manera que ahora se ajusta a los datos de venta un modelo de 14 términos. Catorce términos permiten utilizar seis pares de seno-coseno armónicamente relacionados. En la figura se puede apreciar que el ajuste ha mejorado notablemente. La desviación estándar de los errores de pronóstico ha disminuido a 20.79, y el histograma de los errores de pronóstico tiene una distribución más normal. Se podrían ajustar igualmente modelos con menos de 14 términos y analizar los resultados. La selección final del número de términos a utilizar en el modelo se determinará por el tiempo de computadora comparado con la bondad del ajuste, como apuntamos antes.

Es importante vigilar la actuación del modelo una vez que el modelo de pronóstico se ha puesto en operación. Un cambio repentino de la demanda producido por la apertura de un nuevo mercado, la acción de un competidor, etc., podría invalidar rápidamente los resultados producidos por el modelo, los cuales se basan en el supuesto de que los patrones históricos de ventas continuarán en el futuro. El modelo podría ser reajustado continuamente a los nuevos datos de ventas, pero esto consumiría cantidades excesivas de tiempo de computadora, dado que se utiliza la inversión de matrices en el proceso de ajuste del modelo. Un mejor enfoque [2, 12, 13, 14, 15, 16] consiste en utilizar los métodos de ajuste de respuesta con suavizamiento exponencial que examinamos en la sección anterior. Aquí la idea consiste en ajustar el modelo y luego modificar los coeficientes del mismo mediante el suavizamiento exponencial. Cada coeficiente del modelo se rectifica, añadiéndole al coeficiente del modelo anterior, el producto del factor de suavizamiento del término que corresponda al modelo por el error de pronóstico. Se puede emplear el suavizamiento normal y rápido para contrarrestar la tasa de crecimiento del error de pronóstico que determine la señal de rastreo. Se espera que la rapidez y la capacidad de las computadoras, combinadas con la importancia de una predicción certera de la demanda, estimularán el empleo creciente de éste y otros modelos matemáticos para fines de pronóstico.

Resumen

El pronóstico tiene importancia fundamental en el estudio del control de inventarios y de la producción. Los pronósticos influyen en los planes y diseños de las instalaciones físicas, así como en la operación o la mejor utilización de las mismas. Hemos centrado nuestro examen en el empleo de promedios móviles exponenciales ponderados, porque son sencillos y efectivos. Estos métodos tienen amplia posibilidad de aplicación.

La demanda real puede exhibir tendencias, estacionalidades y considerable variabilidad al azar. Sin embargo, se puede diseñar un pronóstico exponencial ponderado que rastree la demanda real y proporcione excelentes pronósticos. Las modificaciones que utilizan una tasa de ajuste de respuesta parecen proporcionar un rastreo aún mejor de la demanda real [12, 13, 15, 16]. Existen otros métodos que se describen en la bibliografía sobre el tema [2, 4].

**PREGUNTAS Y PROBLEMAS DE REPASO**

1. En el cuadro 2-4 aparece un registro de cuatro años de demandas mensuales de un producto que queremos analizar mediante modelos de suavizamiento exponencial.
  - a) Dibuje el registro de cuatro años en papel de gráficas.
  - b) Con una constante de amortiguamiento  $\alpha = 0.20$ , calcule  $\bar{F}_t$  utilizando la ecuación (2) del texto. Dibuje los resultados en la misma gráfica del inciso anterior.  $\bar{F}_0 = 65$ .
  - c) Calcule un promedio móvil de cinco meses para la serie, con el centro en el tercer mes. Dibuje los resultados en la misma gráfica.
  - d) Examine la conveniencia de (b) o (c) como modelos de pronóstico para los datos dados.
2. Con los datos del cuadro 2-4 y los resultados obtenidos en el problema 1 para  $\bar{F}_t$ :
  - a) Calcule  $E(D_t)$  y  $D^*_{t+1}$  con las ecuaciones (6) y (7) del texto, utilizando  $\alpha = 0.20$ .  $\bar{T}_0 = 0$ .
  - b) Dibuje la serie de pronóstico en la misma gráfica empleada en el problema 1.
  - c) Examine la conveniencia de este modelo de pronóstico para los datos dados.
3. Utilizando los datos del cuadro 2-4:
  - a) Calcule  $E(D_t)$  y  $D^*_{t+1}$  incluyendo los ajustes estacionales, donde la serie básica es el promedio mensual de la demanda trimestral circunstante en el mismo mes del año precedente.  $\alpha = 0.20$ . La serie básica para 1970, que se extiende a los dos primeros meses de 1971 y se basa en los datos de la demanda de 1969, es:

Mes	Serie Básica
1970	
enero .....	46.00
febrero .....	65.67
marzo .....	93.00
abril .....	118.33
mayo .....	130.67
junio .....	128.33
julio .....	123.00
agosto .....	110.67
septiembre .....	101.00
octubre .....	93.33
noviembre .....	86.33
diciembre .....	79.00
1971	
enero .....	60.93

**Control de los inventarios y de la producción**

- b) Dibuje las series de  $D^*_{t+1}$  en la misma gráfica utilizada en los problemas 1 y 2.
- c) Examine la conveniencia de este modelo de pronóstico para los datos dados y compárelo con los resultados obtenidos en los problemas 1(b) y c) y 2(b).

**CUADRO 2-4**  
Demanda mensual de un producto

	1970	1971	1972	1973
enero .....	68	76	44	26
febrero .....	95	75	75	48
marzo .....	110	100	91	80
abril .....	118	136	100	108
mayo .....	157	143	115	127
junio .....	176	148	108	134
julio .....	182	122	113	126
agosto .....	154	102	104	105
septiembre .....	120	76	70	79
octubre .....	85	56	56	41
noviembre .....	63	38	36	6
diciembre .....	60	32	15	4

4. \*Dado un registro de 24 meses de demanda real y un promedio de pronóstico inicial, calcule el promedio de pronóstico para cada 24 meses, utilizando "mejor" valor de  $\alpha$  en el intervalo de 0.01 a 0.3. Para encontrar la mejor  $\alpha$  se necesita calcular varios valores diferentes de  $\alpha$ , utilizando algún criterio con los siguientes:
  - a) El mejor valor de  $\alpha$  es el que produzca la suma menor de los valores absolutos de la diferencia entre la demanda real en el período  $t$  y el pronóstico promedio del período precedente:

$$\sum_{t=1}^{t=24} [D_t - \bar{F}_{t-1}]$$

- b) El mejor valor de  $\alpha$  es el que produzca la suma menor de los cuadrados de la diferencia entre la demanda real en el período  $t$  y el pronóstico promedio del período precedente:

$$\sum_{t=1}^{t=24} [D_t - \bar{F}_{t-1}]^2$$

El pronóstico inicial es de 28 unidades y las demandas mensuales reales son como sigue: 28, 21, 31, 33, 23, 29, 29, 28, 26, 33, 24, 24, 31, 29, 28, 35, 33, 32, 36, 31, 37, 35, 29 y 27.

- (1) Elabore un programa de computadora para realizar los cálculos necesarios para la determinación del mejor valor de  $\alpha$  en términos de los dos criterios establecidos en (a) y (b).
- (2) ¿Cuáles son los mejores valores de  $\alpha$ , dados los criterios establecidos en (a) y (b)?
- (3) ¿Hay otros criterios para la determinación de  $\alpha$  que no sean los especificados? ¿Por qué son apropiados?

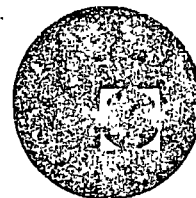
\* Problema elaborado por los profesores J. Baker y J. W. Gotcher, del Departamento de Ciencias de la Administración.

## BIBLIOGRAFIA SELECTA

1. Brown, R. G. *Decision Rules for Inventory Management*. Nueva York: Holt, Rinehart & Winston, Inc., 1967.
2. ———. *Smoothing, Forecasting and Prediction*. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc., 1963.
3. ———. *Statistical Forecasting for Inventory Control*. Nueva York: McGraw-Hill Book Co., 1959.
4. Buchan, J., y E. Koenigsberg. *Scientific Inventory Management* (última mitad del cap. 1). Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc., 1963.
5. Eilon, S. *Elements of Production Planning and Control*, cap. 6. Nueva York: Macmillan Co., 1962.
6. Geoffrion, A. M. "A Summary of Exponential Smoothing", en *Journal of Industrial Engineering*, Vol. XIII, N° 4 (julio-agosto, 1962).
7. Greene, J. H. *Production Control: Systems and Decisions*, cap. 6, Homewood, Ill.: Richard D. Irwin, Inc., 1965.
8. Publicación de la IBM, *Consumer Goods Systems (COGS)*, Documento IBM: GH 20-0722, GH 20-4023, GH 20-4048, White Plains, N. Y. (1971).
9. Magee, J. F., y D. M. Goodman. *Production Planning and Inventory Control*. 2ª ed. cap. 6. Nueva York: McGraw-Hill Book Co., 1967.
10. McGarrah, R. E. *Production and Logistics Management: Text and Cases*. cap. 6. Nueva York: John Wiley & Sons, Inc., 1963.
11. Moore, F. G., y R. Jablonski. *Production Control*. 3ª ed. Nueva York: McGraw-Hill Book Co., 1969.
12. Nerlove, M., y S. Wage. "On the Optimality of Adaptive Forecasting", en *Management Science*, Vol. 10, N° 2 (enero de 1964), págs. 198-206.
13. Packer, A. H. "Simulation and Adaptive Forecasting as Applied to Inventory Control", en *Operations Research*, Vol. 15, N° 4 (julio-agosto, 1967), págs. 669-679.
14. Pegels, C. C. "A Note on Exponential Forecasting", en *Management Science*, Vol. 15, N° 5 (enero de 1969), págs. 311-314.
15. Rao, A. G., y A. Shapiro, "Adaptive Smoothing Using Evolutionary Spectra", en *Management Science*, Vol. 17, N° 3 (noviembre de 1970), págs. 208-218.
16. Trigg, D. W., y A. G. Leach, "Exponential Smoothing with an Adaptive Response Rate", en *Operational Research Quarterly*, Vol. 18, N° 1 (1967), págs. 53-59.
17. Winters, P. R. "Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages", en *Management Science*, Vol. 6, N° 3 (abril de 1960), págs. 324-342.



centro de educación continua  
división de estudios superiores  
facultad de ingeniería, unam



APLICACIONES PRACTICAS DE LA INGENIERIA INDUSTRIAL

PLANEACION Y CONTROL DE LA PRODUCCION  
( 2a. PARTE )

ING. ROBERTO ROSA BORGES DE HOLANDA

ABRIL 1978



### III - INVENTARIOS

La función básica de los inventarios, sean éstos de materias primas, material semi-procesado o productos terminados, es mantener relativamente independientes las siguientes actividades:

- a) Compra de materias primas
- b) Producción
- c) Ventas

Los inventarios actúan como resortes según se muestra a continuación:

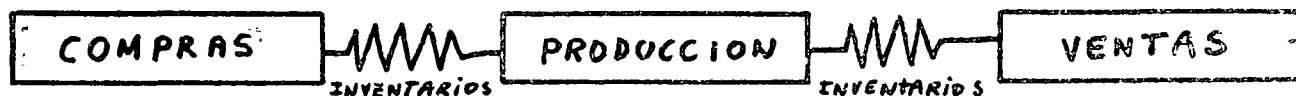


FIGURA 1

Como se puede observar, los inventarios de materias primas son necesarios para separar "Producción" de "Compras" y los inventarios de productos terminados sirven para separar "Producción" de "Ventas".

Otro tipo de inventario es el de material semi-procesado. Este podrá ser de dos tipos:

- a) Es el inventario inevitable que resulta del hecho que la fabricación de cualquier producto tarda un dado número de unidades de tiempo (horas, días, meses, etc) y durante este tiempo el material estará almacenado en la planta y pasando por las diversas etapas del proceso productivo.
- b) Es el inventario de piezas o material semi-procesado que muchas veces es conveniente fabricar y almacenar en pequeños almacenes (separados o no del almacén principal) o entre los puestos de trabajo (por ejemplo en las líneas de producción) para que el flujo de materiales no sufra nunca problemas de continuidad. Estos inventarios son particularmente útiles:

- Cuando no es económico fabricar ciertas piezas cada vez que se produce un dado producto.
- Cuando una misma pieza es utilizada en la fabricación de varios productos diferentes.
- Para eliminar problemas debido a la variación de la duración de las operaciones en las líneas de producción o de ensamble.

Los costos que generalmente son considerados en el estudio de los inventarios son los siguientes:

#### a) Costos de preparación

Estos son los costos de preparación de las máquinas para la fabricación de un dado lote de productos o los costos de "preparación" de los pedidos de compra de materiales.

El costo de preparación de las máquinas no depende del número de productos del lote de fabricación, y, análogamente, el costo de preparación de un pedido de compra de materiales no depende del número de productos a comprar o del tamaño del pedido. En otras palabras, los costos totales de preparación de las máquinas y de los pedidos (durante un dado período) son proporcionales al número de lotes producidos y al número de pedidos realizados, respectivamente.

Generalmente no es fácil calcular estos costos fijos por lote de fabricación o por pedido. En lo que se refiere al costo de preparación de los

pedidos (también llamados costos de requisición), es importante señalar que no se debe simplemente dividir el costo total de la "sección de preparación de pedidos" (correspondiente a un dado período) entre el número de pedidos preparados en este mismo período, puesto que gran parte de los costos de dicha "sección" no dependen del número de pedidos realizados, sino que son fijos por período. Por lo tanto, hemos que tener mucho cuidado para identificar aquellos **costos** en los cuales se incurren únicamente cuando se lleva a cabo la preparación de un nuevo pedido.

Algunos costos relativos a la realización de un pedido son los siguientes:

- a) Costo de la realización del pedido propiamente dicho.
- b) Costo para seguir los trámites necesarios hasta que el mismo llegue al cliente.
- c) Costo relacionado con la entrega de los materiales (transporte, trámites de entrega, inspección, etc)
- d) Costo relacionado con el transporte del material recibido hasta los almacenes de la empresa.
- e) Etc.

Vale la pena señalar que, dependiendo del caso, algunos de estos costos pueden ser fijos o variables según el tamaño del pedido. Por ejemplo, el costo de inspección podrá ser proporcional al número de productos o unidades del pedido.

En lo que se refiere a los costos de preparación de las máquinas, más o menos los mismos tipos de problemas existen, es decir, no es fácil identificar los elementos de costos que únicamente dependen del número de lotes fabricados en un dado período. Vale la pena resaltar que no solamente los costos de la preparación propiamente dicha varían según el número de lotes fabricados. Por ejemplo, si el número de lotes es grande, la planeación y el control de la producción serán generalmente más complejos y consecuentemente parte de los costos correspondientes a esta actividad dependerá del número de lotes fabricados. Sin embargo no es fácil determinar que porcentaje de éstos depende del número de lotes y que porcentaje es fijo por período.

#### b) Costos de producción

Estos deben incluir los costos de todas las etapas del proceso productivo, desde la recepción de materias primas hasta la introducción del producto en el almacén de productos terminados. En otras palabras, estos costos representan la inversión total de capital para la producción de una unidad (materias primas, mano de obra directa e indirecta, planeación y control de la producción, etc).

#### c) Costos de almacenamiento

Estos costos incluyen los costos en que se incurren en los almacenes propiamente dichos y que generalmente dependen del número de productos almacenados. Ejemplos:

- Sueldos y salarios del personal que controla los inventarios (vale la pena señalar que estos costos pueden ser fijos por período).
- Seguros, robos, obsolescencia y depreciación.
- Luz, calefacción o refrigeración
- Realización de inventarios.

La mayoría de estos costos son proporcionales al nivel de los inventa

rios. Sin embargo, como hemos dicho anteriormente, los costos de sueldos y salarios pueden tener poca relación con el nivel de los inventarios y hasta pueden ser proporcionales al número de pedidos de materiales recibidos por el almacén. En estos casos estos costos podrían ser considerados como parte de los costos de preparación.

#### d) Costo del faltante

Son los costos relativos a la falta de materias primas o a la falta de productos terminados cuando éstos son solicitados por los clientes. En lo que se refiere a la falta de materias primas, esto podrá causar el paro de, por ejemplo, una línea de producción o ensamble o podrá obligar al departamento de planeación a la no utilización de las secuencias de fabricación más adecuadas.

En cuanto al costo de la falta de productos terminados, éste deberá incluir los costos correspondientes a las ventas perdidas por la empresa debido a la no existencia en el inventario del producto solicitado por el cliente.

#### e) Costo del capital

Estos corresponden a los costos del capital invertido en los inventarios. En algunos casos podemos considerar que el costo del capital es igual a su rentabilidad, si éste fuera invertido en otras actividades de la empresa. Este costo no deberá ser inferior a los intereses anuales ofrecidos por bancos y financieras.

### 1. INVENTARIOS DE MATERIAS PRIMAS

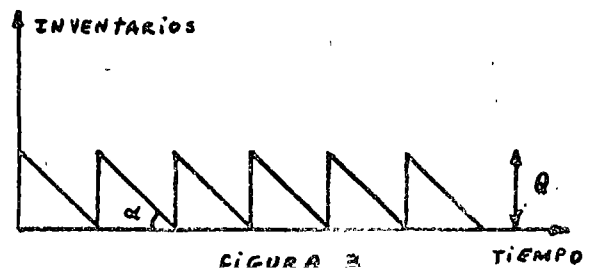
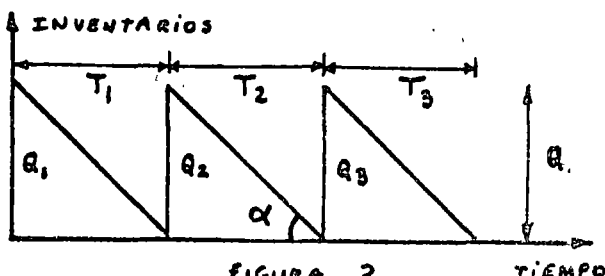
En lo que se refiere a los inventarios de materias primas, el problema básico a resolver es el siguiente:

- Cuando comprar materias primas,
- Qué cantidad comprar,

de manera que la suma de los costos correspondientes a la compra de éstas y a los inventarios resultantes sea mínima. Si por un lado es conveniente tener grandes cantidades de materias primas para nunca correr el riesgo de que éstas se agoten, por otro lado esta política conduce a un aumento excesivo de los costos relativos al capital invertido en los inventarios y de los costos de almacenaje. También se podrá pensar en un número mayor de pedidos menores para mantener siempre los almacenes con las materias primas requeridas, pero con un nivel de inventarios más reducido, puesto que los pedidos serían frecuentes pero pequeños. El resultado de esta última política sería la disminución de los costos relativos a los inventarios y el aumento de los costos de preparación de los pedidos.

Por lo tanto, existe un número óptimo de pedidos y consecuentemente un tamaño óptimo, que conducirá a una minimización de la suma de todos los elementos de costos.

Podríamos representar gráficamente las dos políticas de compra analizadas como se muestra a continuación:



Es de señalar que las cantidades pedidas no tienen que ser iguales, es decir,  $Q_1 \neq Q_2 \neq \dots \neq Q_n$  y que los períodos de agotamiento pueden no ser iguales, es decir,  $T_1 \neq T_2 \neq \dots \neq T_n$ . Además la tasa de demanda puede ser desconocida.

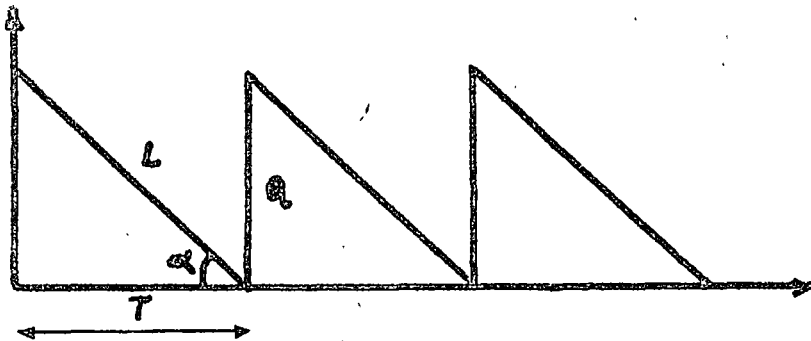
### PRIMER MODELO DE INVENTARIOS (materias primas)

Para analizar el problema de los inventarios es conveniente empezar con algunos modelos teóricos sencillos, en los cuales podrán ser incluidos posteriormente otras variables.

El modelo más elemental requiere las siguientes suposiciones:

- La rapidez con que se agota la materia prima (tasa de demanda) es conocida, es decir, se conoce el grado  $\alpha$  de la línea "L" (ver Figura 4).
- Los pedidos serán siempre de una misma cantidad "Q". Por lo tanto, el tiempo "T" durante el cual se agota la materia prima, será siempre el mismo (ver figura 4).
- El nuevo pedido de materias primas llegará exactamente cuando el inventario de éstas se agote (ver Figura 4). Por lo tanto, se supondrá que nunca habrá faltas de materias primas.

FIGURA 4



- El costo de preparación de los pedidos será considerado constante. En otras palabras, el costo total de un dado período será proporcional al número de pedidos realizados.
- Los costos de almacenamiento y el costo del capital invertido en los inventarios, serán proporcionales al nivel de éstos. La suma del costo de almacenamiento y del costo del capital será llamada costo de mantener.

Con base en estas suposiciones podemos ahora diseñar nuestro primer modelo para estudiar el problema de la optimización de los inventarios:

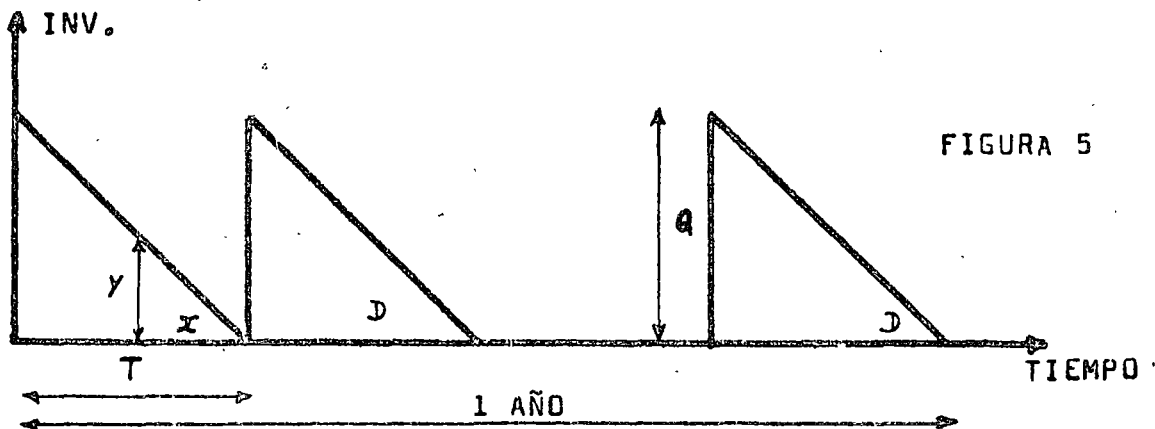


FIGURA 5

En los modelos de inventarios que estudiaremos utilizaremos siempre la siguiente notación:

- CTI Costo total incremental.
- CTI<sub>o</sub> Costo total incremental óptimo (mínimo).
- Q Tamaño del lote o pedido.
- Q<sub>o</sub> Cantidad óptima del pedido o del lote.
- D Demanda anual o tasa anual de demanda.
- C<sub>m</sub> Costo del inventario por unidad por año (costo de mantener).
- C<sub>p</sub> Costo de preparación por pedido.
- Q<sub>r</sub> Punto de reorden.
- T<sub>e</sub> Tiempo de entrega.
- I<sub>c</sub> Inventario de protección o de contingencia.
- I Nivel del inventario.
- d Tasa de demanda o demanda media semanal.

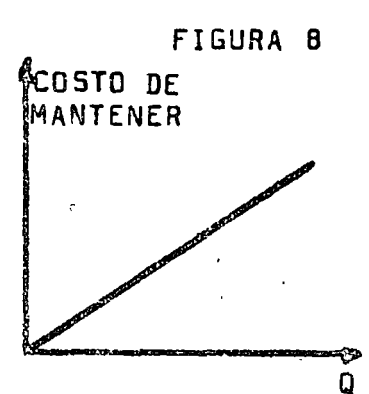
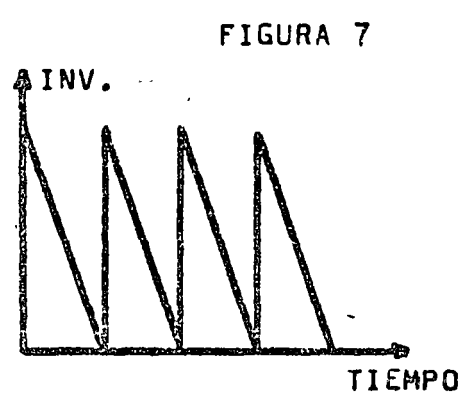
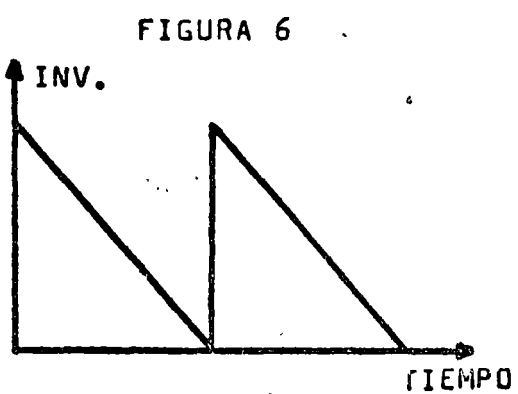
Considerando nuestro primer modelo, determinemos inicialmente el inventario medio durante el periodo "T", el cual también será el inventario medio anual:

$$y/x = Q/T \Rightarrow y = x \cdot Q/T$$

$$\frac{\int_0^T x \cdot \frac{Q}{T} \cdot dx}{T} = \frac{\left[ \frac{Q}{T} \cdot \frac{x^2}{2} \right]_0^T}{T} = \frac{\frac{Q \cdot T^2}{2T}}{T} = \frac{Q \cdot T}{2T} = \frac{Q}{2}$$

Es importante observar que el inventario medio anual no depende de la tasa de demanda, o sea, de "D" y es siempre igual a Q/2. Por ejemplo, en los casos de las figuras 6 y 7, el inventario medio anual es el mismo. Sin embargo, los costos de preparación de un periodo dado serían mayores en el caso de la figura 7.

Puesto que el costo de mantener es directamente proporcional al nivel de éste, su representación gráfica será como se indica en la figura 8:



Y el costo anual de mantener será:

$$C_m = \frac{Q}{2}$$

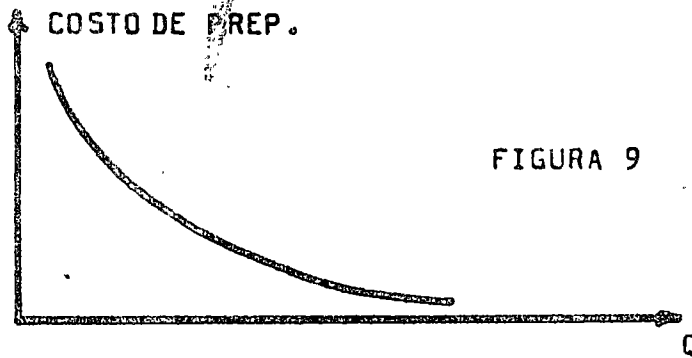
El número de pedidos por año puede ser calculado como sigue:

$$N = \frac{D}{Q}$$

Y por lo tanto, si  $C_p$  es el costo de preparación de cada pedido, el costo anual de preparación será:

$$C_p = \frac{D}{Q}$$

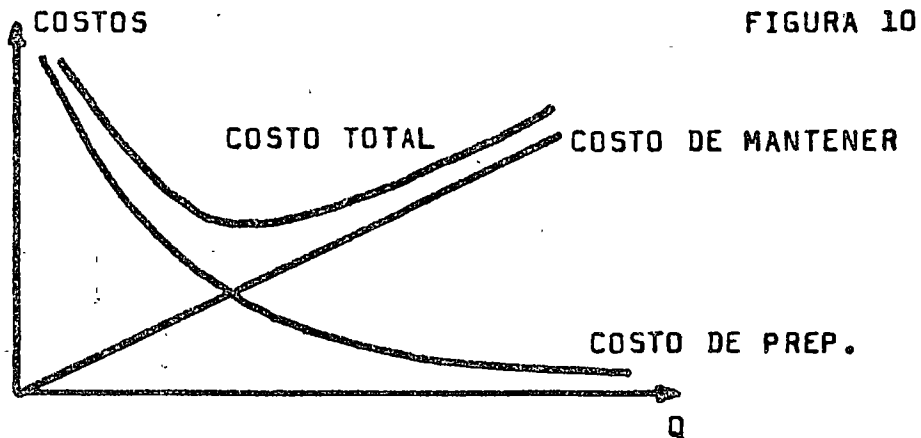
La representación gráfica del costo anual de preparación según la cantidad del pedido "Q" es la siguiente:



Finalmente el costo total anual incremental será:

$$CTI = \frac{C_m \cdot Q}{2} + \frac{C_p \cdot D}{Q} \dots\dots\dots (1)$$

Y la representación gráfica de la variación del costo total incremental anual según el tamaño del pedido será:



El tamaño de pedido  $Q_0$  que conduce a un costo total incremental mínimo puede entonces ser obtenido a través de una simple derivación:

$$\frac{d(CTI)}{dQ} = \frac{C_m}{2} - \frac{C_p \cdot D}{Q^2}$$

Igualando a cero tenemos:

$$\frac{C_m}{2} - \frac{C_p \cdot D}{Q_u^2} = 0$$

Y por lo tanto:

$$Q_o = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m}$$

El costo incremental mínimo anual puede entonces ser calculado substituyendo el valor de  $Q_o$  en la ecuación (1):

$$\begin{aligned} CTI_o &= C_m \cdot \frac{Q_o}{2} + \frac{D}{Q_o} \cdot C_p \\ &= C_m \cdot 1/2 \cdot \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m} + D \cdot C_p / \sqrt{C_m / 2 \cdot C_p \cdot D} \\ &= \sqrt{\frac{C_m^2 \cdot 2 \cdot C_p \cdot D}{4 \cdot C_m}} + \sqrt{\frac{D^2 \cdot C_p^2 \cdot C_m}{2 \cdot C_p \cdot D}} \\ &= \sqrt{\frac{C_m \cdot C_p \cdot D}{2}} + \sqrt{\frac{C_m \cdot C_p \cdot D}{2}} = 2 \sqrt{\frac{C_m \cdot C_p \cdot D}{2}} \\ &= \sqrt{\frac{4 \cdot C_m \cdot C_p \cdot D}{2}} = \sqrt{2 \cdot C_m \cdot C_p \cdot D} \end{aligned}$$

Por lo tanto, el costo incremental mínimo anual ( $CTI_o$ ) es:

$$CTI_o = \sqrt{2 \cdot C_m \cdot C_p \cdot D}$$

El número óptimo de pedidos será:

$$N_o = \frac{D}{Q_o}$$

Finalmente, el tiempo de agotamiento de la cantidad  $Q_o$  será:

$$T_o = \frac{Q_o}{D} = \frac{1}{N_o} \text{ años.}$$

Veamos ahora un ejemplo numérico:

$D = 250$  unidades por año.

$C_p = \$ 10$  por pedido.

$C_m = \$ 0.5$  por unidad por año.

El tamaño óptimo del pedido será:

$$Q_o = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 250}{0.5}} = \sqrt{10,000} = 100 \text{ unidades.}$$

El costo mínimo anual, el número óptimo de pedidos y el tiempo de agotamiento son, respectivamente:

$$CTI_o = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.5 \cdot 250} = \$ 50 \text{ (por año)}$$

$$N_o = 250 / 100 = 2.5 \text{ pedidos por año.}$$

$$T_o = 1 / 2.5 = 0.4 \text{ años} = 146 \text{ días (tiempo entre dos pedidos consecutivos)}$$

### SEGUNDO MODELO

En este segundo modelo vamos a suponer que el pedido de materias primas llega a la empresa " $T_2$ " unidades de tiempo después que el inventario se agote y que el costo del faltante es  $C_f$  por producto y por unidad de tiempo. En otras palabras, si hay un "inventario negativo" de " $n$ " unidades durante un período de tiempo " $T_2$ ", el costo del faltante correspondiente será:

$$C_f \cdot n \cdot T_2$$

La representación gráfica del segundo modelo es la siguiente:

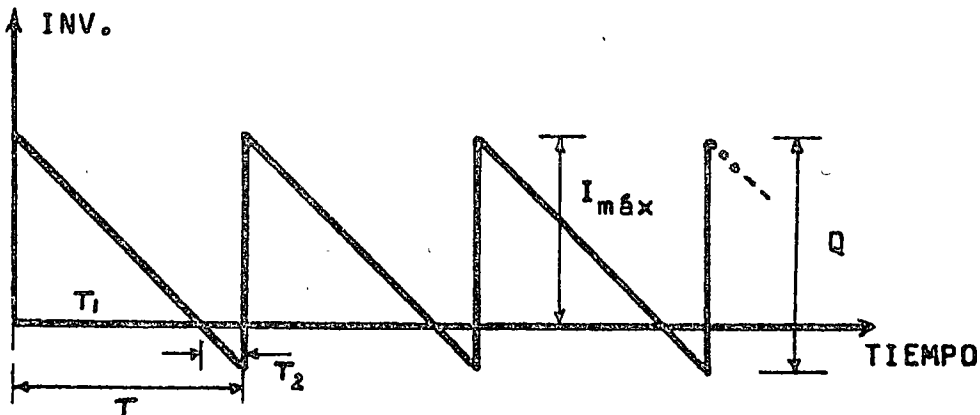


FIGURA 11

Durante el período  $T_1$  el costo de mantener será:

$$C_m \cdot I_{máx} \cdot T_1 / 2 = C_m \cdot I_{máx}^2 / 2 \cdot D$$

ya que  $T_1 = I_{máx} / D$ .

El inventario negativo medio será  $(Q - I_{máx}) / 2$  y por lo tanto el costo del faltante durante el período  $T_2$  será:

$$C_f \cdot T_2 \cdot (Q - I_{máx}) / 2 = C_f \cdot (Q - I_{máx})^2 / 2 \cdot D$$



puesto que  $T_2 = \frac{Q - I_{\text{máx}}}{D}$

Por lo tanto, el costo correspondiente a un ciclo  $T = T_2 + T_1$  será:

$$C_p + C_m \frac{I_{\text{máx}}^2}{2D} + C_f \frac{(Q - I_{\text{máx}})^2}{2D}$$

Y finalmente el costo incremental total anual será obtenido multiplicándose el costo correspondiente al período  $T$  (un ciclo) por el número de ciclos en el año (igual a  $D/Q$ ):

$$CTI = C_p \frac{D}{Q} + C_m \frac{I_{\text{máx}}^2}{2Q} + C_f \frac{(Q - I_{\text{máx}})^2}{2Q}$$

Los valores de " $I_{\text{máx}}$ " y " $Q$ " que conducen a costos mínimos incrementales anuales pueden entonces ser obtenidos mediante el cálculo de las derivadas parciales en relación a estas dos variables. Esta derivación conducirá al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\frac{\partial(CTI)}{\partial Q} = 0$$

$$\frac{\partial(CTI)}{\partial I_{\text{máx}}} = 0$$

de donde se sacan los siguientes valores óptimos:

$$Q_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m} \sqrt{\frac{C_f + C_m}{C_f}}$$

$$I_{\text{máx}_0} = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m} \sqrt{\frac{C_f}{C_f + C_m}}$$

$$TIC_0 = \sqrt{2 \cdot C_m \cdot C_p \cdot D} \sqrt{\frac{C_f}{C_f + C_m}}$$

Vale la pena observar que si  $C_f \rightarrow \infty$  el término  $(C_f + C_m) / C_f$  tiende a 1 y por lo tanto la ecuación se queda idéntica a la del primer modelo. En otras palabras, no admitir la falta de materias primas es la misma cosa que considerar el costo del faltante igual a infinito.

Por otro lado, si el costo del faltante es cero,  $Q$  es infinito y  $I_{\text{máx}_0} = 0$  y esto quiere decir que los pedidos de materias deberían ser siempre realizados después de requeridos por el Depto. de Producción. Sería el caso, por ejemplo, de pedidos de materias primas que serían siempre diferentes de las anteriores y por lo tanto sería imposible mantener inventarios de éstas.

A continuación presentamos un ejemplo numérico de este segundo modelo:

$C_f = \$ 1.00$  por unidad por año.

$C_p = \$ 10.00$

$D = 250$  unidades por año.

$C_m = \$ 0.50$  por unidad por año.

$$Q_o = \sqrt{100 \times \frac{0.50 + 1.00}{1.00}} = 122.5 \text{ unidades}$$

$$CTI_o = \sqrt{50 \times \frac{1.00}{0.50 + 1.00}} = \$ 40.83 \text{ por año}$$

$$I_{m\acute{a}x_o} = \sqrt{100 \times \frac{1.00}{0.50 + 1.00}} = 81.65 \text{ unidades}$$

## 2. MODELOS PARA DESCUENTOS POR CANTIDAD

Cuando el precio de la materia prima cambia según la cantidad comprada, el método para la determinación de la cantidad óptima  $Q_o$  es un poco más laborioso pero no es complejo. Veamos un ejemplo en el cual el costo de la materia prima es  $K_1$  si la cantidad comprada es menor o igual a "B" y  $K_2$  si la cantidad comprada es mayor que "B".

En éstos casos tenemos que utilizar otra fórmula para el cálculo del costo total anual en función de la cantidad de cada pedido. Esta fórmula incluye el costo de la materia prima y es la siguiente:

$$CTI = C_p \frac{D}{Q} + K \cdot D + K \frac{Q}{2} \cdot F_m$$

donde,

$K$  = costo unitario o precio del artículo

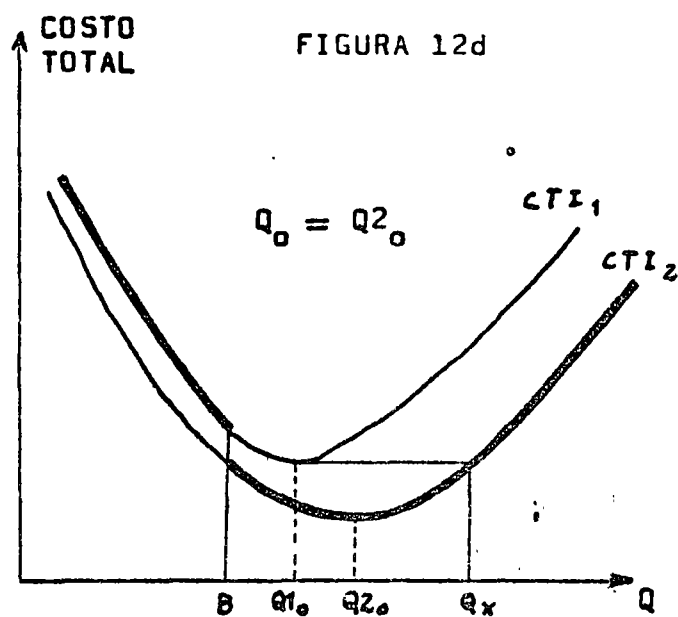
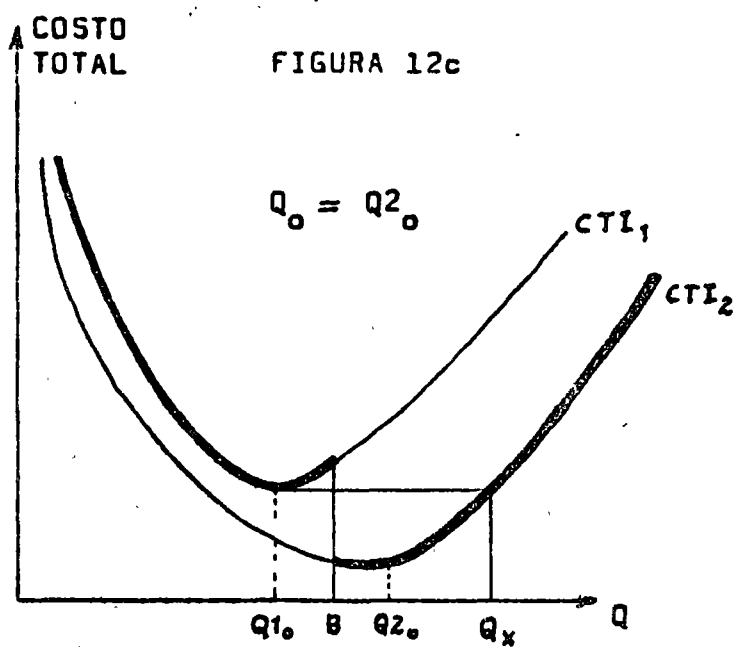
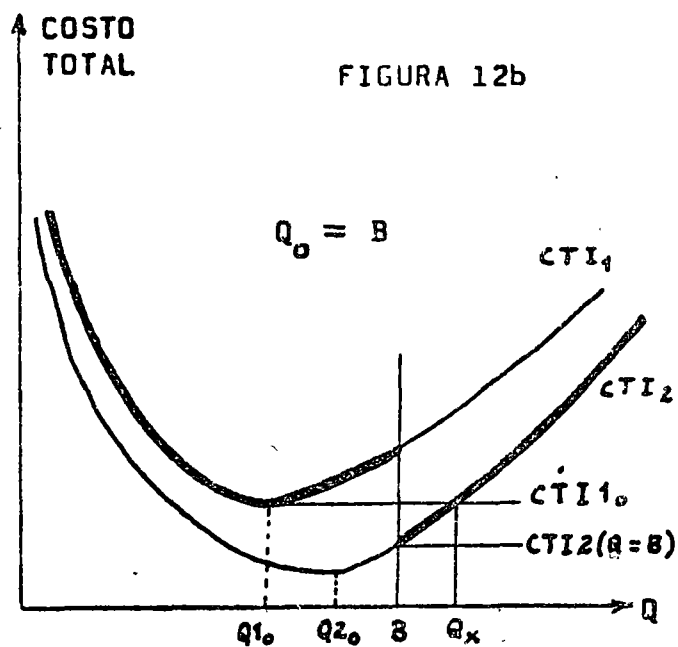
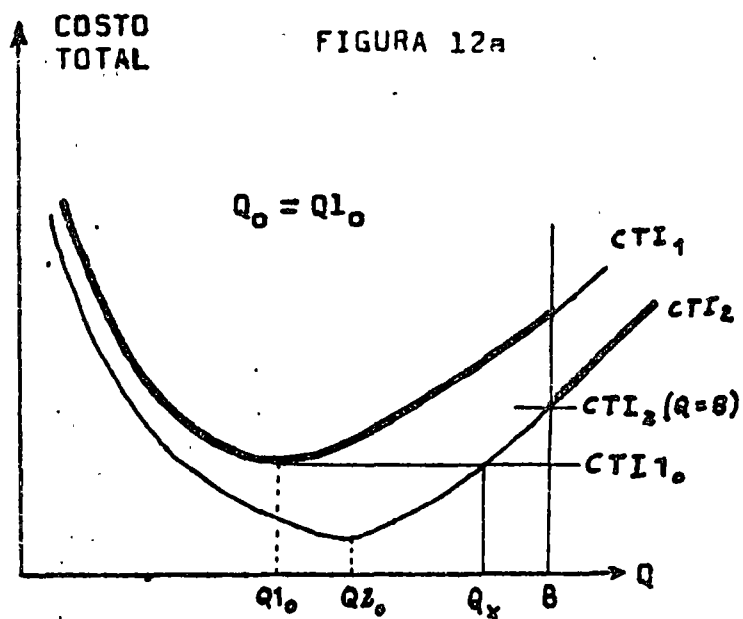
$F_m$  = costo de mantener el inventario como una fracción del valor del mismo

Siguiendo el procedimiento anterior, diferenciamos la ecuación del costo total respecto a "Q" y se iguala el resultado a cero. Se obtienen las siguientes fórmulas:

$$Q_o = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / K \cdot F_m}$$

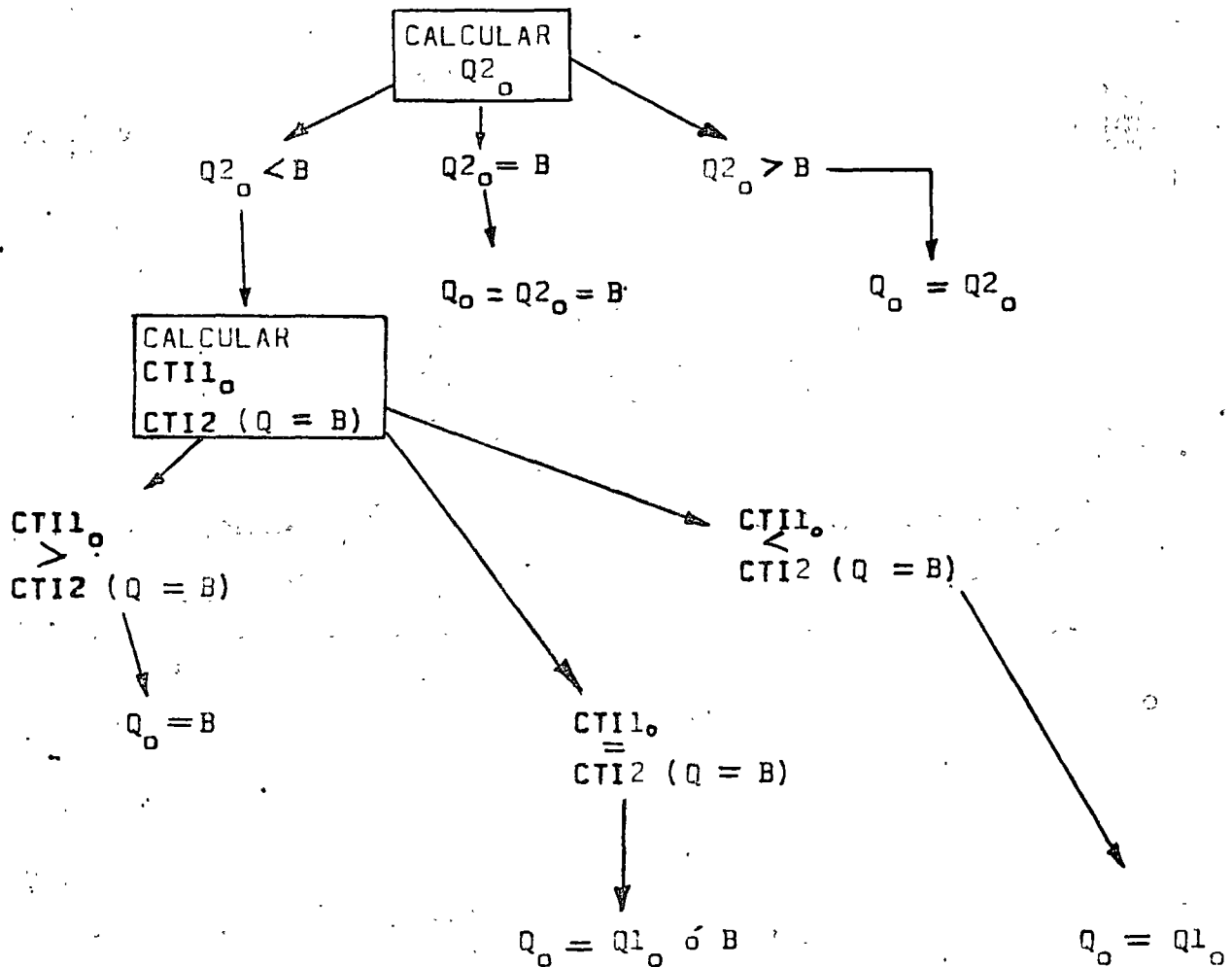
$$CTI_o = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot K \cdot F_m \cdot D} + K \cdot D$$

Para entender mejor la solución analítica de éste tipo de problema, será conveniente, inicialmente, resolverlo gráficamente (véanse las Figuras 12a, 12b, 12c y 12d).



En el caso de la figura 12b, podemos observar que la cantidad que conduce a costos anuales mínimos es  $Q_0 = B$ ; Y en el caso de la figura 12a, la cantidad óptima es  $Q = Q_{1_0}$ , etc.

Analíticamente, la mejor forma de resolver el problema es como sigue:



Ejemplo numérico:

$B = 250$  unidades       $D = 500$  unidades por año       $C_p = \$ 10$

$F_m = 20\%$        $K_1 = \$ 1.00$        $K_2 = \$ 0.90$

Siguiendo el procedimiento descrito en esta página, tenemos inicialmente que calcular  $Q2_0$ :

$$Q2_0 = 236$$

Puesto que  $Q2_0 = 236 < B$ , tenemos que calcular  $CT1_0$  y  $CT2_0 (Q = B)$ :

$$CT1_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D \cdot K_1 \cdot F_m} + K_1 \cdot D$$

$$CT1_0 = \sqrt{2 \times 10 \times 0.20 \times 1 \times 500} + 1.00 \times 500$$

$$CT1_0 = \sqrt{2000} + 500 = 45 + 500 = 545$$

$$CTI2 (Q = B) = C_p \frac{D}{B} + K_2 \cdot D + K_2 \frac{B}{2} \cdot F_m$$

$$CTI2 (Q = B) = 10 \cdot 500 / 250 + 0.90 \times 500 + \frac{0.90 \times 250 \times 0.20}{2}$$

$$CTI2 (Q = B) = 20 + 450 + 22.5 = 492.50$$

Puesto que  $CTI1_0 > CTI2 (Q = B)$ , podemos entonces deducir que la cantidad  $Q_0$  que conducirá a costos mínimos anuales es igual a  $B$ , es decir,

$$Q_0 = B = 250$$

### 3. CANTIDAD OPTIMA PARA MATERIALES FABRICADOS EN LA PROPIA EMPRESA O PRODUCTOS TERMINADOS

Los modelos representativos de los inventarios de materiales o productos terminados son semejantes a los modelos estudiados anteriormente. La diferencia básica es que los productos terminados o materiales son fabricados en la planta al mismo tiempo que éstos van siendo consumidos por la propia planta o por los clientes. Consecuentemente, existe una tasa de crecimiento del inventario que es igual a la tasa de producción menos la tasa de demanda (véanse las figuras 13 y 14).

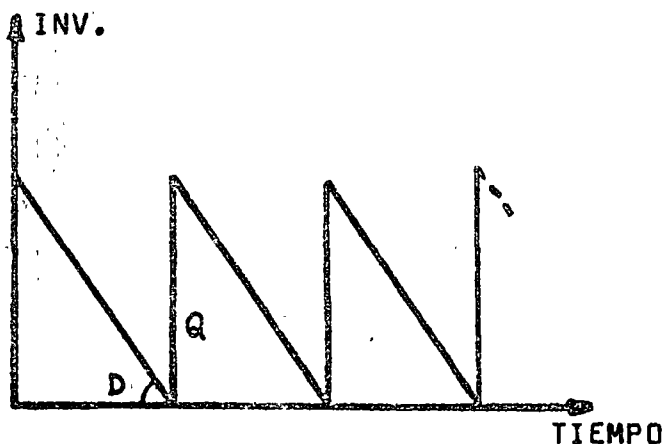


FIGURA 13: Materia prima comprada a un proveedor externo.

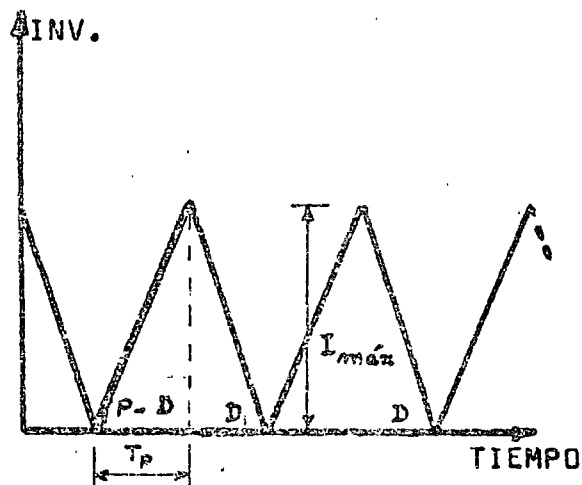


FIGURA 14: Materia prima o producto terminado fabricado en la propia empresa.  
 "P" = Producción anual.  
 "D" = Demanda anual.

Si analizamos la figura 14, podemos observar que el inventario crece con una tasa igual a  $(P - D)$ , durante un periodo " $T_p$ " y consecuentemente el inventario medio durante dicho periodo será:

$$\frac{I_{máx}}{2} = \frac{T_p (P - D)}{2}$$

Considerando que "Q" unidades son producidas a una tasa de producción "P" durante el período "T<sub>p</sub>", tenemos entonces:

$$Q = P \cdot T_p \Rightarrow T_p = Q / P.$$

Substituyendo en la fórmula anterior tenemos:

$$I_{med.} = \frac{(P - D)}{2} \cdot \frac{Q}{P} = (1 - D/P) \cdot \frac{Q}{2}$$

Considerando ahora que el costo de preparación es C<sub>p</sub>, que el costo de mantener es C<sub>m</sub> y que la demanda anual es "D", podemos entonces escribir la fórmula para el cálculo del costo total anual:

$$CTI = C_p \cdot \frac{D}{Q} + C_m (1 - D/P) \cdot \frac{Q}{2}$$

Derivando respecto a "Q" e igualando a cero tenemos:

$$\frac{d(CTI)}{dQ} = -C_p \cdot D / Q^2 + C_m (1 - D/P) \cdot 1/2 = 0$$

$$C_m (1 - D/P) = 2 \cdot C_p \cdot D / Q_0^2$$

$$Q_0^2 = 2 \cdot C_p \cdot D / C_m (1 - D/P)$$

$$Q_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m (1 - D/P)}$$

Substituyendo este valor en la ecuación del costo total anual, tenemos:

$$CTI_0 = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot C_m \cdot D (1 - D/P)}$$

El número óptimo de lotes será:

$$N_0 = D / Q_0$$

y el período de tiempo entre la fabricación de dos lotes consecutivos será:

$$T_0 = Q_0 / D = 1 / N_0 \text{ años.}$$

Ejemplo numérico:

P = 10,000 unidades por año.

D = 5,000 unidades por año.

C<sub>p</sub> = \$ 10 .

C<sub>m</sub> = 0.20 pesos/unidad/año.

$$Q_o = \sqrt{\frac{2 \times 10 \times 5000}{0.2 \times (1 - 5000/10000)}} = \sqrt{1000000} = 1,000$$

$$Q_o = 1,000 \text{ unidades}$$

El costo mínimo anual será:

$$CTI_o = \sqrt{2 \times 10 \times 0.2 \times 5000 (1 - 5000/10000)}$$

$$CTI_o = \sqrt{10000}$$

$$CTI_o = \$ 100 \text{ (por año).}$$

El número de lotes por año será:

$$N_o = D / Q_o = 5000 / 1000 = 5 \text{ lotes al año.}$$

Finalmente, el período de tiempo entre dos lotes consecutivos será:

$$T_o = Q_o / D = 1 / N_o = 1000 / 5000 = 1/5 \text{ años} = 2.4 \text{ meses.}$$

#### 4. DETERMINACION DE LOS LOTES OPTIMOS CUANDO LA EMPRESA FABRICA VARIOS PRODUCTOS DIFERENTES EN UN SOLO EQUIPO

Cuando una empresa utiliza el mismo equipo para la fabricación de los lotes de varios productos diferentes, ni siempre es posible calcular los lotes óptimos usándose la ecuación

$$Q_o = \sqrt{2 \cdot C_p \cdot D / C_m}$$

Esto se debe al hecho que obtendríamos lotes óptimos  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_n$ , sin embargo no sería posible su fabricación puesto que antes que terminara la fabricación de todos los lotes, es decir, antes que se completara un ciclo completo, los inventarios de algunos artículos ya estarían agotados. En este caso será necesario fabricar lotes diferentes de los lotes "óptimos" proporcionados por la fórmula  $Q_o = \sqrt{2 \cdot C \cdot D / C_m}$  para que entonces sea posible terminar el ciclo de fabricación de los lotes antes que se agotara cualquiera de los inventarios de los diferentes artículos.

A continuación, deducimos una fórmula que proporciona el número óptimo de ciclos por año y con base en este valor los lotes óptimos de cada artículo podrán ser determinados mediante la fórmula

$$(Q_i)_o = D_i / n_o$$

Donde,

$(Q_i)_o$  = lote óptimo para el artículo "i".

$D_i$  = demanda anual del producto "i".

$n_o$  = número óptimo de ciclos por año.

Supongamos ahora que "n" es el número de ciclos por año y que a cada uno de los "m" productos corresponden los siguientes datos:

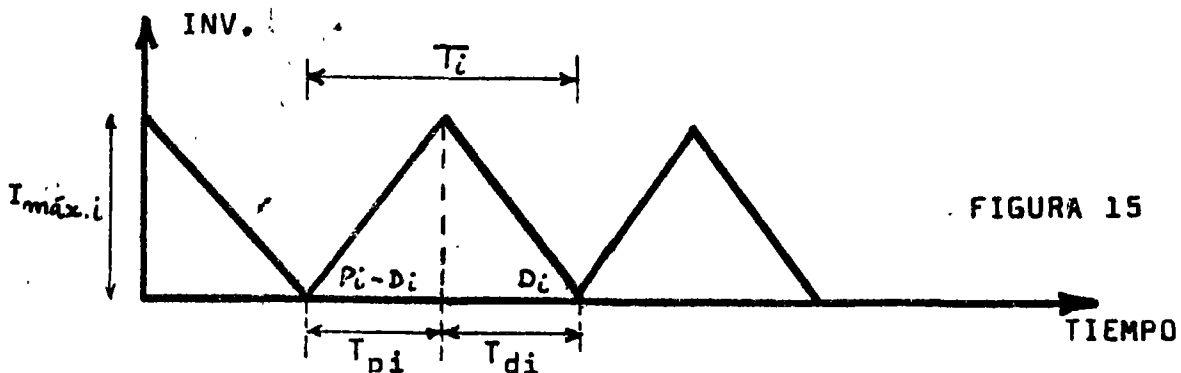
$D_i$  = demanda anual

$P_i$  = producción anual (normal)

$(C_m)_i$  = costo de mantener

$(C_p)_i$  = costo de preparación

El nivel del inventario de cada producto variará como se indica en la figura 15:





y durante el tiempo  $T_{d_i}$  los lotes de los otros productos serán fabricados. El inventario medio para el producto "i" puede ser calculado a través de la fórmula:

$$(I_{med})_i = (1 - D_i / P_i) \cdot Q_i / 2$$

Puesto que  $Q_i = D_i/n$ , tenemos:

$$(I_{med})_i = (1 - D_i / P_i) \cdot D_i / 2n$$

Consecuentemente, el costo anual de **mantener** será:

$$(1 - D_i/P_i) \cdot D_i/2n \cdot (C_m)_i$$

Y el costo anual de **mantener** para todos los productos será:

$$\sum_{i=1}^m (1 - D_i/P_i) \cdot D_i/2n \cdot (C_m)_i$$

Como hay "n" ciclos por año (para todos los productos), el costo anual de preparación será:

$$n \cdot \sum_{i=1}^m (C_p)_i$$

Finalmente, el costo total anual será:

$$CTI = n \cdot \sum (C_p)_i + 1/2n \cdot \sum (C_m)_i \cdot D_i \cdot (1 - D_i/P_i)$$

Derivando respecto a "n" e igualando a cero tenemos:

$$\frac{d(CTI)}{dn} = \sum (C_p)_i - \frac{\sum (C_m)_i \cdot D_i (1 - D_i/P_i)}{2n_o^2} = 0$$

$$\sum (C_p)_i = \frac{\sum (C_m)_i \cdot D_i (1 - D_i/P_i)}{2n_o^2}$$

Y por lo tanto:

$$n_o = \sqrt{\frac{\sum (C_m)_i \cdot D_i (1 - D_i/P_i)}{2 \cdot \sum (C_p)_i}}$$

El costo total anual será:

$$(CTI)_o = \sqrt{2 \cdot \sum (C_p)_i \cdot \sum (C_m)_i \cdot D_i (1 - D_i/P_i)}$$

Como hemos podido observar, este método parte del presupuesto de que si es posible realizar un número "n" de ciclos de fabricación al año y que para cada uno de los "m" productos ocurrirá lo que se muestra en la Figura 15, donde:

$I_{máxi}$  = inventario máximo.

$T_{pi}$  = período de tiempo durante el cual hay producción y consumo del producto (se fabrica la cantidad  $Q_{oi} = D_i/n$ ).

$T_{di}$  = Período de tiempo durante el cual solo hay consumo (durante este tiempo se fabrican los demás productos).

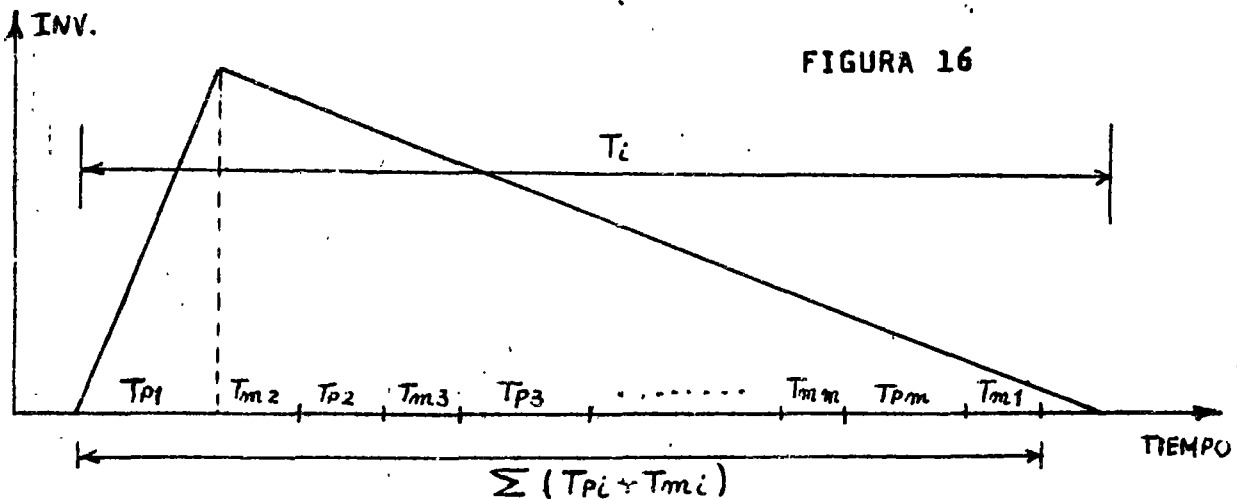
$T_i$  = Tiempo total para que se agote la cantidad  $Q_{oi}$ .

Sin embargo, como se verá, este método ni siempre es aplicable. Si suponemos que el tiempo de preparación de las máquinas para el producto "i" es  $T_{mi}$ , el ciclo de fabricación, es decir, el período total de tiempo entre dos corridas de producción del producto "i", será:

$$\text{CICLO DE FABRICACION} = \sum (T_{pi} + T_{mi})$$

Si ahora observamos la Figura 16, podemos fácilmente deducir que para cualquier producto "i", el período de tiempo  $T_i$  tiene que ser mayor o igual a  $\sum (T_{pi} + T_{mi})$ , es decir:

$$\sum (T_{pi} + T_{mi}) \leq T_i$$



Si utilizamos la fórmula  $Q_{oi} = D_i/n$  para calcular las corridas de cada producto, los períodos " $T_i$ " de todos los productos serán idénticos e iguales a :

$$T_i = \frac{Q_{oi}}{D_i} = 1/n \text{ años.}$$

Por lo tanto, la realización de "n" ciclos al año solamente será posible cuando:

$$\sum (T_{pi} + T_{mi}) \leq 1/n$$

Si suponemos que los " $T_{mi}$ " son muy pequeños en relación a los " $T_{pi}$ ", podemos entonces escribir:

$$\sum T_{pi} < 1/n$$

Como  $T_{pi} = Q_{oi}/P_i = D_i/n \times 1/P_i$ , tenemos:

$$\sum \frac{D_i}{n} \times \frac{1}{P_i} < \frac{1}{n}$$

$$\frac{1}{n} \sum \frac{D_i}{P_i} < \frac{1}{n}$$

$$\sum \frac{D_i}{P_i} < 1$$

Esta última ecuación muestra claramente que la posibilidad o imposibilidad de la aplicación de este método NO DEPENDE del valor de " $n$ ". En otras palabras, si  $\sum D_i/P_i < 1$ , la fabricación de los productos será posible para CUALQUIER VALOR de " $n$ ". Sin embargo, solo un valor de " $n$ " conduce a costos mínimos y éste será dado por la fórmula

$$n_0 = \sqrt{\frac{\sum C_{mi} \times D_i \times (1 - D_i/P_i)}{2 \sum C_{pi}}}$$

Por otro lado, si  $\sum D_i/P_i > 1$ , el problema será imposible para cualquier valor de " $n$ ".

A continuación presentamos un ejemplo, para el cual no es posible la realización de " $n$ " ciclos al año, para cualquier valor de " $n$ ".

Producto	$D_i$	$P_i$	$C_{mi}$	$C_{pi}$
1	40,000	200,000	0.10	40.00
2	16,000	25,000	0.20	25.00
3	5,000	12,500	0.15	35.00

Para este ejemplo, tenemos:

$$\sum D_i/P_i = 40,000/200,000 + 16,000/25,000 + 5,000/12,500 = 1.24 > 1,$$

lo que muestra que no será posible la aplicación del método.

Comprobación:

El número óptimo de ciclos al año es:

$$n_o = \sqrt{\frac{\sum D_i \times C_{mi} \times (1 - D_i/P_i)}{2 \sum C_{pi}}} = 4.9$$

Las cantidades  $Q_{oi}$  serán:

$$Q_{o1} = 8163 ; \quad Q_{o2} = 3265 ; \quad Q_{o3} = 1020 .$$

El tiempo de agotamiento de estas cantidades, será:

$$T_1 = T_2 = T_3 = 1/n_o = 0.204 \text{ años,}$$

es decir, 51 días, si consideramos 250 días laborables al año.

Los tiempos para fabricar las cantidades  $Q_{oi}$ , serán:

$$T_{p1} = 8163 \times 250 / 200,000 = 10.2 \text{ días}$$

$$T_{p2} = 3265 \times 250 / 25,000 = 32.6 \text{ días}$$

$$T_{p3} = 1020 \times 250 / 12,500 = 20.4 \text{ días.}$$

Finalmente, el ciclo de fabricación será:

$$C.F. = 10.2 + 32.6 + 20.4 = 63.2 \text{ días.}$$

Puesto que el ciclo de fabricación (= 63.2 días) es mayor que el tiempo de agotamiento de los productos (= 51 días), la fabricación de estos productos sin que ocurra la falta de existencias, será imposible.

#### Bibliografía:

E. S. BUFFA - Sistemas de Producción-Inventario: Planeación y Control.

#### IV. SISTEMAS DE ADMINISTRACION DE INVENTARIOS (materias primas)

En los modelos formulados anteriormente para la optimización de los inventarios, hemos supuesto que:

- a) Los pedidos de materias primas o los lotes de productos terminados siempre llegan exactamente cuando el inventario de éstos se agota.
- b) La tasa de demanda de los productos terminados y de las materias primas es constante y se puede predecirla.

En la vida real, sin embargo, estas suposiciones casi nunca son verdaderas. Por ejemplo, los proveedores ni siempre cumplen los plazos de entrega de las materias primas y esto obviamente podrá causar un agotamiento del inventario de éstas antes de la llegada de los pedidos. Análogamente, si la tasa de ventas de los productos terminados es mayor que la tasa prevista, el inventario de éstos se agotará antes que los primeros productos de los lotes fabricados lleguen al almacén.

Debido a estos hechos, es siempre necesario mantener inventarios de seguridad (o de contingencia) para reducir la posibilidad de una eventual falta de materias primas o productos terminados. El nivel del inventario de seguridad dependerá básicamente del cumplimiento de los plazos de entrega por parte de los proveedores, de la magnitud de las variaciones de la **demanda** y del riesgo de agotamiento que quiere correr la empresa.

Obviamente, como mayor sea el inventario de contingencia, menor será el riesgo de agotamiento de las existencias y consecuentemente menores serán los costos relativos a la falta de dichas existencias. Al mismo tiempo, como mayor sea el inventario de contingencia, mayor será el costo del inventario propiamente dicho (costo de almacenaje y costo del capital invertido). Por lo tanto, el problema que tenemos que resolver es la determinación del nivel óptimo de los inventarios de contingencia, el cual minimizará la suma de los costos del inventario y de los costos relativos a la falta de existencias.

En la figura 17 se muestra un modelo para el estudio de los inventarios de materias primas y que incluye inventarios de contingencia. Como se puede observar, el inventario de contingencia es simplemente la diferencia entre el número de unidades usadas a un nivel máximo de demanda " $d_{\text{máx}}$ " y a un nivel igual a la demanda media " $d$ ", durante el tiempo de entrega  $T_e$ . Inicialmente supondremos que  $T_e$  es constante.

El inventario de contingencia se determina así:

$$I_c = d_{\text{máx}} \cdot T_e - d \cdot T_e = T_e (d_{\text{máx}} - d)$$

Como ejemplo, supongamos que la variación de la demanda presenta la distribución que se muestra en la próxima página.

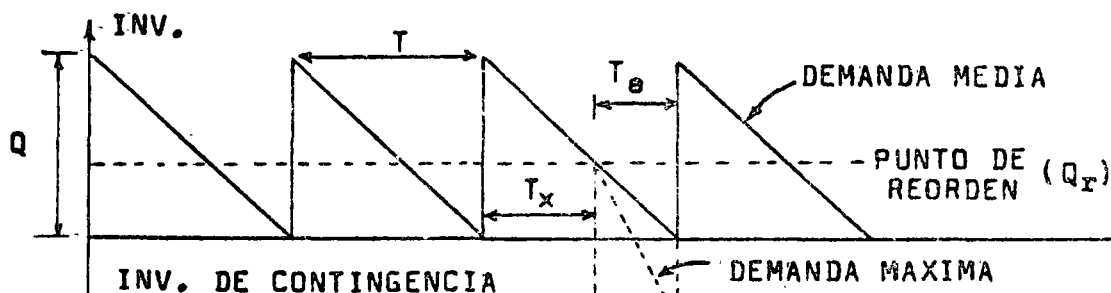
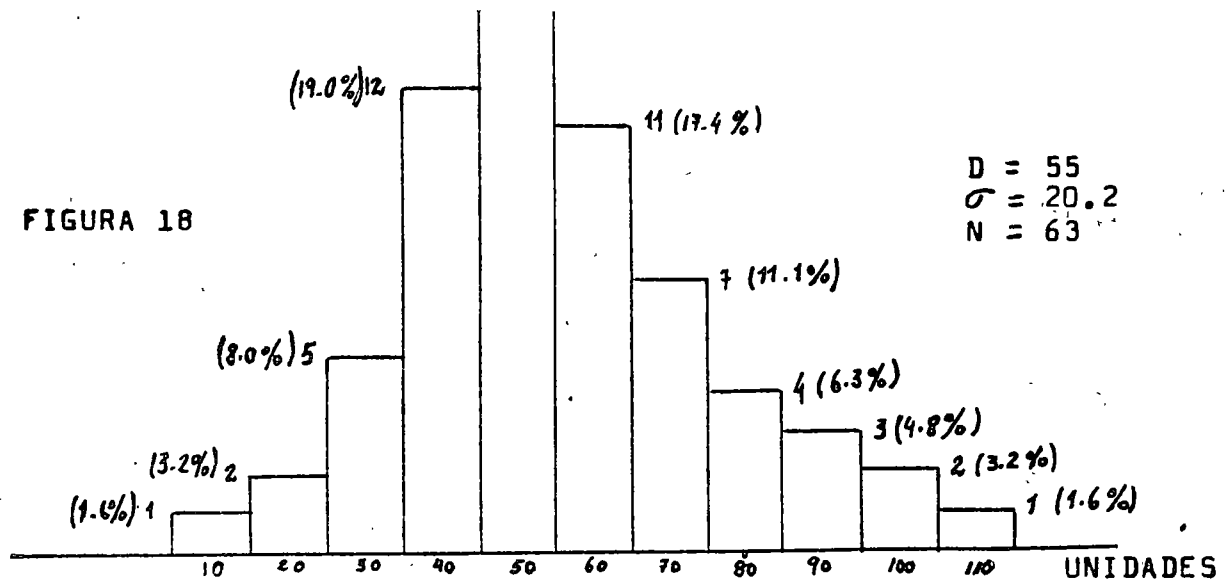


FIGURA 17<sup>1</sup>

FIGURA 18



Esta distribución muestra lo siguiente:

DEMANDA	PROBABILIDAD DE QUE LA DEMANDA REAL SEA MAYOR QUE ESTE VALOR
110	0.0%
100	1.6%
90	4.8%
80	9.6%
70	15.2%

Por lo tanto, si la empresa desea correr un riesgo máximo de 9.6% de que se agoten las existencias, la demanda máxima a considerar ( $d_{m\acute{a}x}$ ) será igual a 80 unidades por semana, y el inventario de contingencia será:

$$I_c = T_e (d_{m\acute{a}x} - d) = (80 - 55) T_e = 25 \cdot T_e$$

Si  $T_e = 2$  unidades de tiempo (en nuestro ejemplo 2 semanas), el inventario de contingencia será:

$$I_c = 2 \times 25 = 50 \text{ unidades.}$$

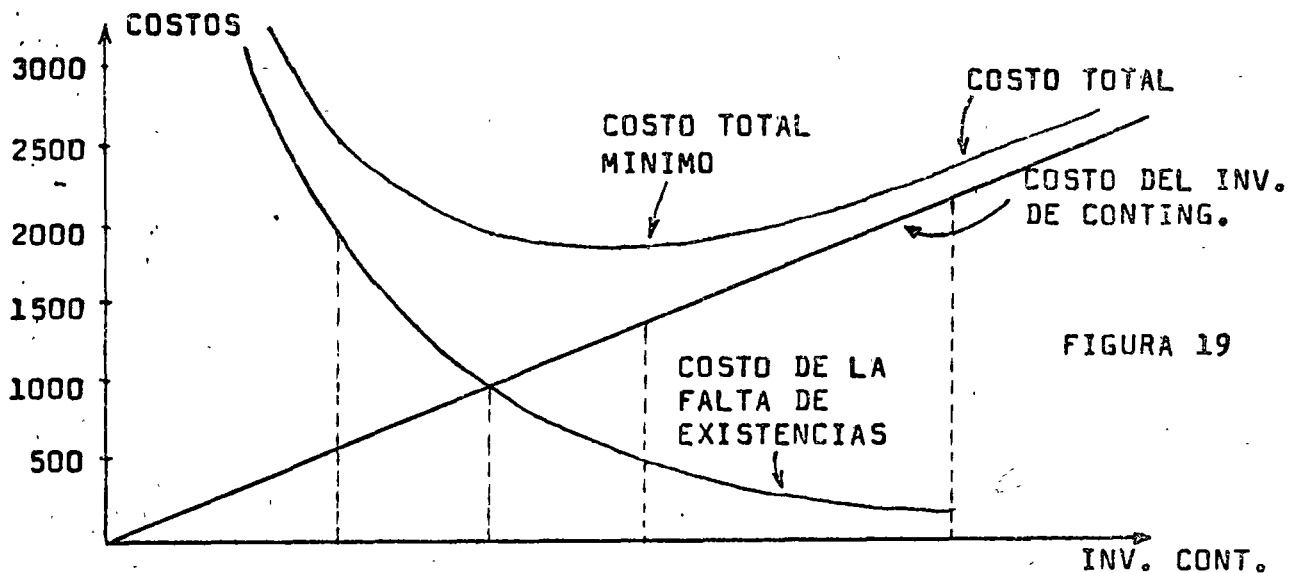
DEMANDA	PROBAB. DE AGOTAMIENTO	INVENT. DE CONTINGENCIA	VALOR DEL INV. DE CONTINGENCIA	COSTO DEL I. CONT. AL 20% ANUAL
110	0.0%	110	11,000	2,000
90	1.6%	70	7,000	1,400
80	4.8%	50	5,000	1,000
70	9.6%	30	3,000	600

NOTA: Hemos supuesto que el producto cuesta \$ 100.00

Supongamos ahora que la empresa ha determinado los costos correspondientes a la falta de existencias según el nivel de los inventarios de contingencia. Los costos totales para cada inventario de contingencia será entonces:

INVENTARIO DE CONTINGENCIA	COSTO DEL INV. CONT.	COSTO DE LA FALTA DE EXISTENCIAS	COSTO TOTAL
110	2,200	200	2,400
70	1,400	500	1,900
50	1,000	1,000	2,000
30	600	2,000	2,600

Y la gráfica representativa de estos costos sería la siguiente:



Podemos observar en el cuadro y en la gráfica, que el costo total mínimo corresponde a un inventario de contingencia igual a 70 unidades. El costo total para este inventario de contingencia es \$ 1,900.00.

#### SISTEMAS DE REORDEN DE PUNTO FIJO Y SISTEMAS DE REORDEN A TIEMPO FIJO

En los modelos de inventarios discutidos en las páginas anteriores, hemos supuesto que (véase la Figura 17):

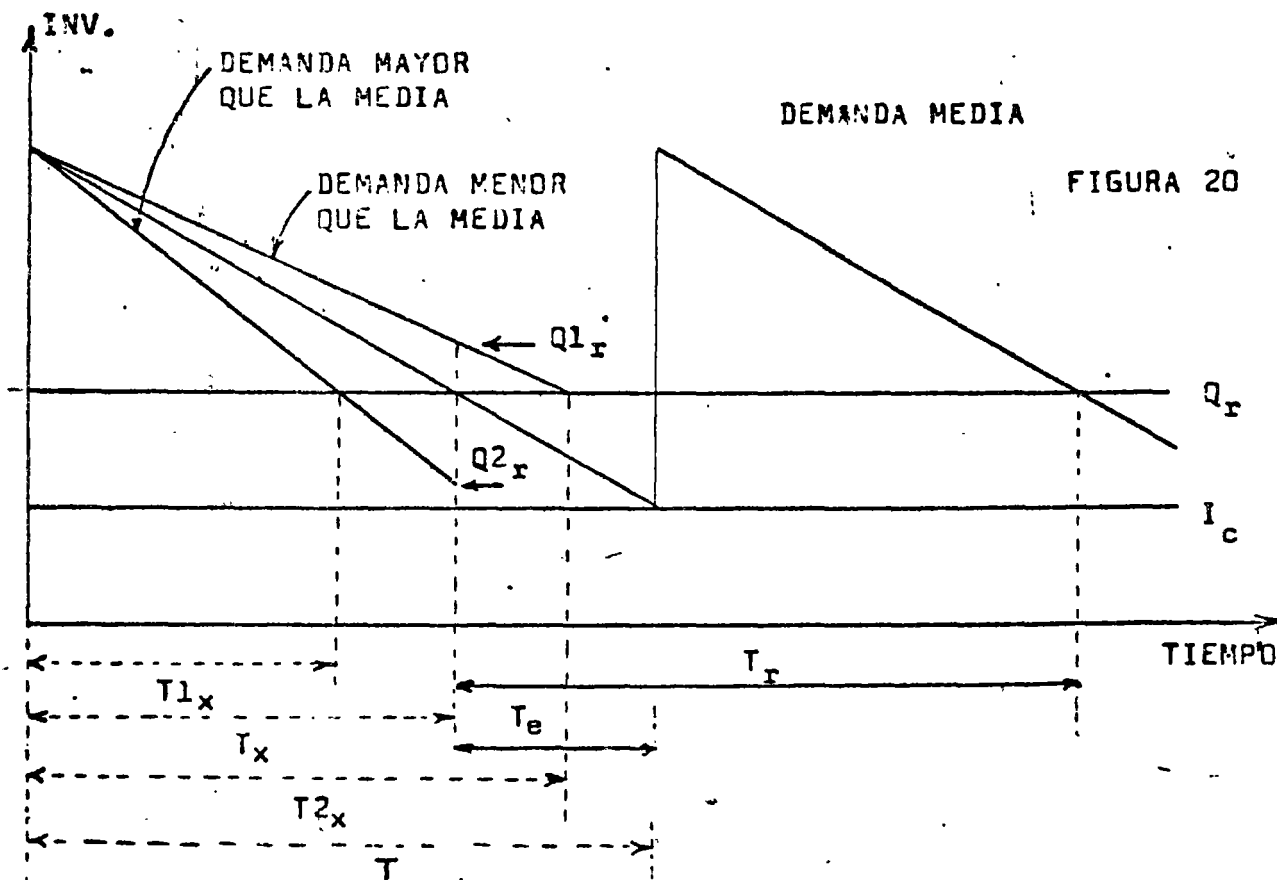
- El tiempo de entrega del proveedor es constante e igual a  $T_e$  y siempre se hace un pedido  $T_x$  unidades de tiempo después de la llegada del pedido anterior.
- Cuando se lleva a cabo el pedido de los artículos, el nivel de los inventarios es siempre igual a  $Q_r$  (punto de reorden).

A continuación damos un ejemplo en el cual la tasa de demanda es variable y el plazo de entrega es constante y mostramos las varias alternativas para la determinación del "punto de reorden". En algunos modelos más complicados podemos considerar que la tasa de demanda y el plazo de entrega varían simultáneamente.

Como puede observarse en la Figura 20, cuando la tasa de demanda no es fija, al terminarse el período  $T_x$  el nivel de los inventarios podrá ser mayor o menor que  $Q_r$ , es decir, podrá ser igual a  $Q1_r$  ó  $Q2_r$ , respectivamente. Análogamente, el nivel de los inventarios podrá llegar al valor  $Q_r$  antes o después de las  $T_x$  unidades de tiempo.

Debido a esto, la empresa podrá adoptar dos tipos de sistemas de inventarios:

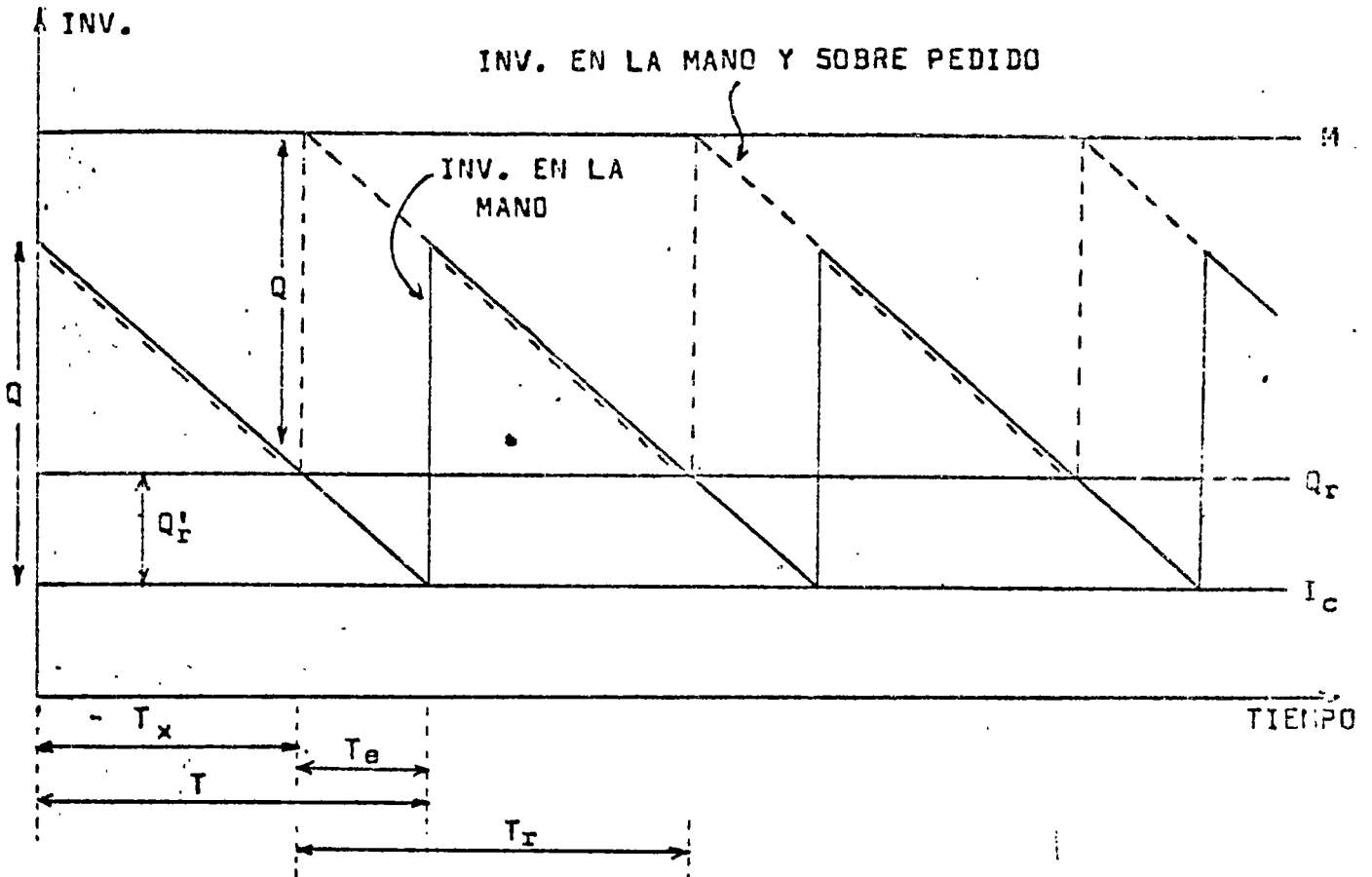
- Si se hace un pedido igual a  $Q_0$  siempre que el inventario llegue al nivel  $Q_r$ , independientemente del tiempo necesario para que esto ocurra, el sistema de inventarios es llamado SISTEMA DE PUNTO FIJO DE REORDEN.
- Si se hace un pedido  $Q_x$  (variable), cada  $T_r$  unidades de tiempo, de modo que el inventario en la mano y sobre pedido resulte igual a un determinado nivel "M", el sistema de inventarios adoptado es llamado SISTEMA DE CICLO FIJO DE REORDEN. A continuación definiremos que es "inventario en la mano y sobre pedido" y cómo debemos determinar el nivel "M".



Inicialmente analizaremos el caso para el cual el plazo de entrega del proveedor es constante y menor que  $T_r$ . La Figura 21 muestra cómo se determina la línea representativa del inventario en la mano y sobre pedido, el cual es simplemente la suma de las existencias de la empresa más la cantidad ya pedida al proveedor. Obsérvese que para no complicar la gráfica de la Figura 21, hemos considerado la demanda constante, sin embargo ésta podrá obviamente ser variable.



FIGURA 21



En la Figura 21 podemos observar lo siguiente:

- El inventario en la mano (existencias) está representado por la línea continua.
- El inventario en la mano y sobre pedido está representado por la línea discontinua.
- El nivel "M" es el nivel máximo del inventario en la mano y sobre pedido.
- Cuando llega la cantidad pedida, la línea del inventario en la mano y la línea del inventario en la mano y sobre pedido resultan idénticas.
- Puesto que  $T_e < T_r$  nunca hay más de un pedido pendiente. (\*)
- Si la demanda media es "d", entonces  $Q_r' = d \cdot T_e$  y  $Q_r = Q_r' + I_c = d \cdot T_e + I_c$ .
- El inventario máximo en la mano y sobre pedido será:

$$M = Q_r + Q = I_c + d \cdot T_e + d \cdot T_r = I_c + d (T_r + T_e)$$

- El período de tiempo entre la realización de dos pedidos consecutivos es igual al período de tiempo entre la llegada de dos pedidos consecutivos únicamente cuando "d" y  $T_e$  son constantes. En la práctica esto raramente ocurre. El período de tiempo entre la realización de dos pedidos consecutivos es llamado período de revisión ( $T_r$ ).

(\*) Si  $T_e$  es variable no se puede afirmar esto.

- i) También cuando "d" y  $T_e$  son constantes, hacer un pedido  $T_x$  unidades de tiempo después de la llegada del pedido anterior, es lo mismo que pedir cada  $T_x$  unidades de tiempo.

Hecho este análisis, podemos entonces describir el procedimiento para la utilización de los sistemas de ciclo fijo y de punto fijo:

Sistema de punto fijo:

- Determinar la cantidad óptima  $Q_o$ .
- Determinar  $Q_r = d \cdot T_e + I_c$
- Pedir la cantidad  $Q_o$  siempre que el nivel del inventario llegue a  $Q_r$  ( punto de reorden).

Sistema de ciclo fijo:

- Determinar el período de revisión. Si queremos que el pedido medio anual sea aproximadamente igual a  $Q_o$ , el período de revisión tendrá que ser igual a  $T_o$ .
- Determinar  $M = I_c + d ( T_r + T_e )$
- Checar las existencias cada  $T_r$  unidades de tiempo. Si suponemos que "I" son las existencias y "O" son los pedidos pendientes, debemos entonces pedir una cantidad  $Q = M - I - O$ .(\*)

En el caso de un plazo de entrega  $T_e$  mayor que el período  $T_r$ , el procedimiento para ambos sistemas sería idéntico, sin embargo los valores de "M" y " $Q_r$ ", como se muestra en la Figura 22, serían:

$$Q_r = I_c + d ( T_e - T_r ) \text{ y } M = I_c + d ( T_r + T_e ).$$

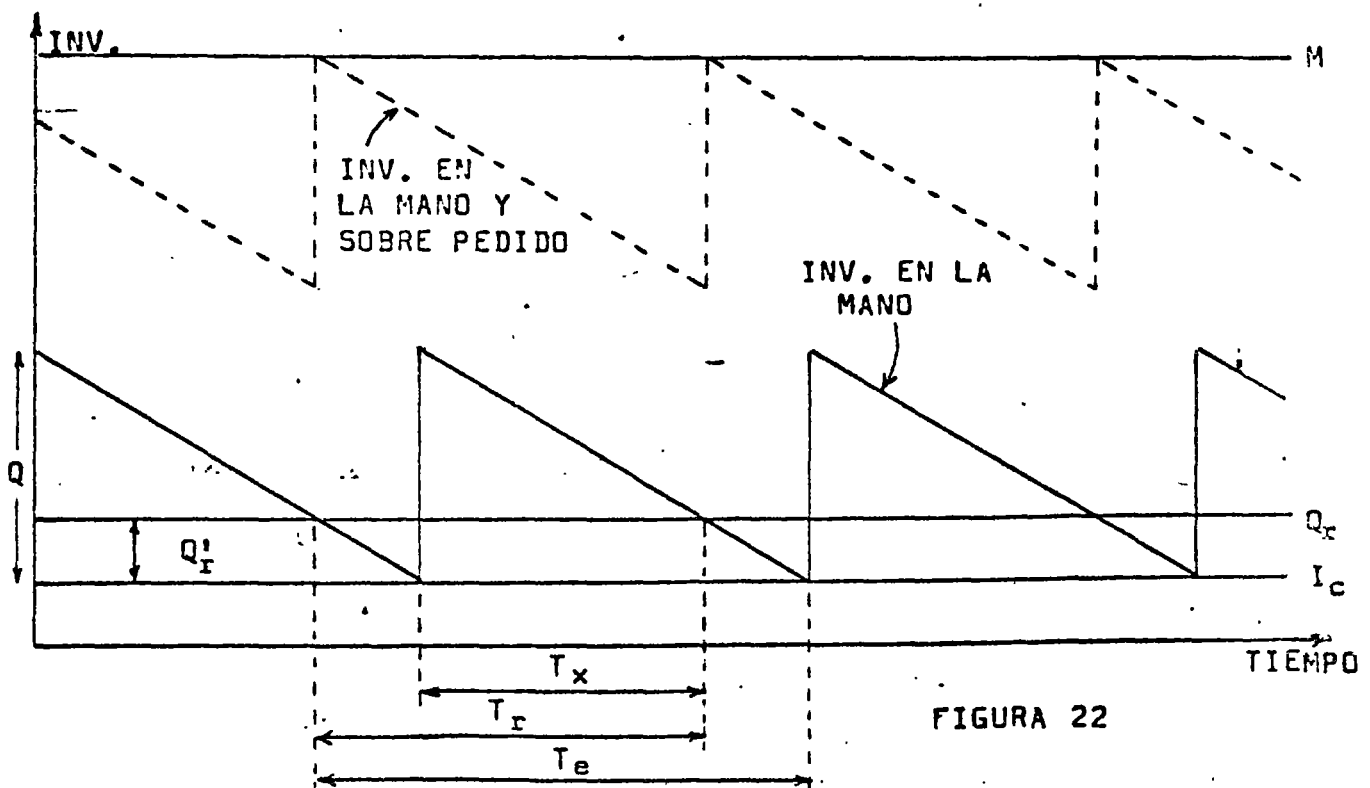


FIGURA 22

En las próximas páginas presentamos un ejemplo numérico.

(\*) Si  $T_e$  es constante y menor que  $T_r$ , "O" será siempre igual a cero.

Ejemplo numérico de sistemas de punto fijo y ciclo fijo

En una empresa dada se calcularon los siguientes datos:

- Costo de mantener: 20% al año.
- Costo de preparación: \$ 20,00
- Demanda semanal media: 120 unid./semana
- Precio de la materia prima: \$ 50.00
- Inventario de contingencia óptimo: 100 unidades
- Plazo de entrega del proveedor: 1 semana
- No. de días laborables al año: 250 (50 semanas de 5 días).

Determinar:

- a) Todo lo que sea necesario para que la empresa pueda utilizar un sistema de punto fijo que conduzca a costos mínimos.
- b) El costo anual de la política del apartado a).
- c) Todo lo que sea necesario para que la empresa pueda utilizar un sistema de ciclo fijo que conduzca a un pedido medio anual aproximadamente igual a  $Q_0$ .
- d) El costo anual del sistema del apartado c).
- e) El inventario máximo en la mano y sobre pedido para un período de revisión de 2 semanas.
- f) El costo anual que corresponde a un período de revisión de 2 semanas.

**SOLUCION:**

Inicialmente calculamos el costo de mantener en pesos por unidad por año y la demanda anual:

$$C_m = 20\% \times 50.00 = 10.00.$$

$$D = 120 \times 50 = 6,000 \text{ unidades al año.}$$

a) La cantidad óptima será:

$$Q_0 = \sqrt{2 \times 20 \times 6,000/10} = 155 \text{ unidades}$$

El valor de  $T_0$  es:

$$T_0 = Q_0/D = 155/6,000 \text{ años} = 155 \times 250/6,000 \text{ días}$$

$$T_0 = 6.5 \text{ días}$$

Por lo tanto,  $T_0 = 6.5$  días y  $T_e = 5$  días, o sea  $T_e < T_0 = T_r$ .

Finalmente, el punto de reorden será dado por:

$$Q_r = d \cdot T_e + I_c = 120 \times 1 + 100$$

$$Q_r = 220 \text{ unidades.}$$

Esta información es suficiente para la utilización del sistema de punto fijo: siempre que el nivel del inventario llegue a  $Q_x = 220$  unidades, la empresa hará un pedido de  $Q_o = 155$  unidades.

b) El costo anual será dado por:

$$CTI = \text{Inv. medio} \times C_m + \text{No. de pedidos} \times C_p$$

$$CTI = I_{\text{med.}} \times C_m + N_o \times C_p$$

El inventario medio será:

$$I_{\text{med.}} = I_c + Q_o/2 = 100 + 155/2$$

$$I_{\text{med.}} = 177.5 \text{ unidades}$$

$$N_o = D/Q_o = 6,000/155$$

$$N_o = 39 \text{ pedidos al año}$$

Por lo tanto:

$$CTI = 177.5 \times 10 + 39 \times 20$$

$$CTI = \$ 2,555.00$$

c) El período de revisión que conduce a un pedido medio anual aproximadamente igual a  $Q_o$ , es  $T_o$ , o sea 6.5 días. Tomemos 7 días. Para la utilización del sistema de ciclo fijo es suficiente determinar el va los de M:

$$M = I_c + d(T_o + T_e)$$

$$M = 100 + 120(7 + 5)/5$$

$$M = 388 \text{ unidades}$$

Por lo tanto, cada 7 días la empresa checará sus existencias "I" y pedirá la diferencia  $Q = 388 - I - 0$ .

d) El inventario medio será:

$$I_{\text{med.}} = I_c + d.T_o/2 = 100 + \frac{(120 \div 5) \times 7}{2}$$

$$I_{\text{med.}} = 184$$

El número de pedidos al año que corresponde a un pedido de revisión de 7 días será:

$$N = D/d.T_o \text{ sea } -$$

$$N = 36 \text{ años}$$

Por lo tanto, el costo anual correspondiente será:

$$CTI = 184 \times 10 + 36 \times 20$$

$$CTI = \$ 2,560.00$$

Obsérvese que este costo es ligeramente mayor que el costo del apartado b), ya que hemos adoptado un período de revisión de 7 días en vez de 6.5 días, que es el óptimo.

e) Puesto que en este caso  $T_e = 1$  semana y  $T_r = 2$  semanas, entonces  $T_e < T_r$ . El inventario máximo en la mano y sobre pedido será:

$$M = I_c + d ( T_r + T_e )$$

$$M = 100 + 120 ( 2 + 1 )$$

$$M = 460 \text{ unidades.}$$

f) El inventario medio correspondiente será:

$$I_{med.} = I_c + d \cdot T_r / 2 = 100 + 120 \times 2 / 2$$

$$I_{med.} = 220 \text{ unidades}$$

El número de pedidos al año será:

$$N = D / d \cdot T_r = 6,000 / 120 \times 2 = 25$$

Por lo tanto:

$$CTI = 220 \times 10 + 25 \times 20$$

$$CTI = \$ 2,700.00$$

**Bibliografía:**

E. S. BUFFA - Sistemas de Producción-Inventario: Planeación y Control

## VIII-PROGRAMACION DE SISTEMAS PRODUCTIVOS

### INTRODUCCION

La programación de los sistemas productivos es un campo donde hay problemas intrigantes así como soluciones muy interesantes. El tema no ha recibido hasta hoy la atención que merece y el material que ha sido publicado es generalmente parte de trabajos que se dedican principalmente a otros temas.

Los problemas de programación son en general extremadamente complejos, principalmente cuando se trata de un sistema intermitente. Sin embargo, ya han sido desarrolladas soluciones para algunos tipos de problemas. El objetivo principal de estos apuntes es analizar el problema de programación de la producción de una forma general y discutir más detalladamente aquellos problemas para los cuales ya hay una solución.

Los métodos a discutirse pueden ser aplicados a cualquier sistema productivo, continuo o intermitente, de bienes o de servicios. No analizaremos, por lo tanto, aquellas técnicas que solamente pueden ser aplicadas a un determinado tipo de sistema productivo, como son: Balanceo de Líneas (sólo aplicable a sistemas continuos) y Ruta Crítica (sólo aplicable a los grandes proyectos).

## 1. LOS PROBLEMAS DE SECUENCIACION

Los problemas de secuenciación son muy frecuentes y tenemos que resolverlos, por ejemplo, cuando necesitamos fabricar varios productos en una máquina dada, meter varios programas en una computadora, o atender a varios clientes en un banco.

Es evidente que los problemas de secuenciación siempre son "resueltos", ya que las empresas fabrican sus productos, los programas de computadora son procesados, etc.. Sin embargo, las soluciones generalmente son obtenidas sin un riguroso estudio que garantice que éstas son realmente las más adecuadas.

Frecuentemente los productos o clientes son procesados en la medida que van llegando al sistema y esta "regla de secuenciación" se llama FIFO (first in, first out). Esta regla es aplicable, por ejemplo, para resolver el problema de un banco o de un supermercado, sin embargo, no hay ninguna razón para que creamos que también debe ser aplicada a otros problemas, como por ejemplo la fabricación de un determinado número de productos en una planta manufacturera.

Como se verá a continuación, secuencias diferentes generalmente conducen a resultados radicalmente diferentes y consecuentemente, para la determinación de la secuencia ideal de procesamiento, deben definirse precisamente los re-

sultados requeridos.

Vale la pena resaltar que nunca podemos dejar de resolver el problema, ya que de una forma o de otra, tendremos que adoptar una secuencia dada. El problema es, por lo tanto, definir que resultados queremos lograr y que secuencia permitirá la realización de éstos.

### 1.1 Problemas de secuenciación Pura

Inicialmente vale la pena señalar que generalmente se consideran secuenciación y programación como dos problemas diferentes: el primero consta de la determinación de la mejor secuencia para el procesamiento de "n" operaciones en una máquina; y el segundo consta de la determinación simultánea de la secuencia ideal de procesamiento de "n" operaciones en "m" máquinas.

En éstos apuntes no haremos esta distinción y utilizaremos los términos secuenciación y programación como sinónimos.

En varias situaciones un cambio de secuencia puede afectar no solamente los productos o clientes a procesar, sino también las condiciones en las cuales este procesamiento se llevará a cabo. Por ejemplo, si no utilizamos la regla FIFO en un banco, podemos perder varios clientes y por lo tanto, la decisión de utilizar una regla diferente, conducirá no solamente a una secuencia de procesamiento diferente, sino también a un número más reducido de clientes. En otras situaciones, hasta las condiciones del sistema podrán cambiar.



Si nosotros suponemos que el trabajo y las condiciones en que se realizará éste, no dependen de la secuencia adoptada, entonces decimos que el problema es de secuenciación pura. Por ejemplo, si tenemos "n" operaciones  $OP_1, OP_2 \dots OP_n$  cuyos tiempos de realización son  $T_1, T_2 \dots T_n$  respectivamente, y si sabemos que las operaciones propiamente dichas y sus respectivos tiempos serán exactamente los mismos para cualquier secuencia adoptada y que las máquinas estarán siempre disponibles, entonces el problema a resolver es de secuenciación pura. El ejemplo clásico de programación donde los tiempos de preparación de las máquinas dependen de la secuencia de procesamiento utilizada, no es evidentemente un problema de secuenciación pura.

## 1.2 Definición del problema de programación

En los problemas de programación sólo nos preocupamos con lo que podemos hacer con las operaciones y no con lo que son realmente estas operaciones. La definición precisa del problema requiere el conocimiento de los valores de las siguiente variables:

- a) Número de máquinas de la planta ("m")
- b) Número de productos cuya fabricación tenemos que programar ("n") (\*).

---

(\*) Como veremos más adelante este dato solamente tiene sentido cuando se trata de un problema estático.

- c) Número de operaciones de cada producto ("K")
- d) El tiempo para la realización de las operaciones de cada producto, es decir, el tiempo de procesamiento de cada operación (" $T_p$ ").
- e) El tiempo en el cual cada uno de los productos está listo para ser procesado, es decir, el tiempo en el cual el producto llega al sistema (" $T_l$ ").
- f) El tiempo en el cual la fabricación del producto tendrá que ser terminada, es decir, el tiempo de entrega (" $T_e$ ").
- g) El tiempo de preparación de las máquinas para la realización de cada operación. En estos apuntes supondremos que el tiempo de preparación no depende de la secuencia y que " $T_p$ " ya incluye dicho tiempo.

Ejemplo: Supongamos que para el producto "i" las variables descritas anteriormente presentan los siguientes valores:

$$T_{li} = 0 \text{ días}; \quad T_{pi} = 5 \text{ días}; \quad T_{ei} = 7 \text{ días}$$

Estos datos indican que en el instante  $T_{li} = 0$  podemos empezar a procesar un producto cuyo tiempo de procesamiento total es 5 días y cuyo plazo de entrega es 7 días. Si este producto tiene "Ki" operaciones, entonces podemos escribir:

$$T_{pi} = \sum_{j=1}^{K_i} T_{pij}$$

Debemos resaltar que si hay cualquier espera entre una operación y otra, el

producto no será terminado en  $T_{pi}$  unidades de tiempo. Si la espera total del producto "i" es "E<sub>i</sub>", llamamos tiempo de fabricación a la suma:

$$T_{fi} = T_{pi} + E_i$$

Además de los valores de las variables mencionadas, necesitaremos la siguiente información:

- a) En que secuencia las operaciones de cada producto deberán realizarse.
- b) La máquina en la cual cada operación deberá ser realizada.
- c) El objetivo que se persigue.

Para la resolución de problemas de programación también es necesario establecer algunas restricciones en cuanto al funcionamiento del sistema productivo. En estos apuntes, las restricciones serán las siguientes:

- a) Las máquinas estarán siempre disponibles.
- b) Las operaciones no pueden ser divididas o combinadas con otras.
- c) Cada operación sólo podrá ser realizada en una de las máquinas de la planta.
- d) Una vez que se empiece la realización de una operación en una máquina dada, ésta tendrá que ser terminada antes del procesamiento, en esta misma máquina, de cualquier otra operación.
- e) El tiempo de preparación de las máquinas no depende de la secuencia de fabricación y este tiempo ya estará incluido en el tiempo de procesamiento de cada operación ( $T_p$ ).

### 1.3 Clasificación de los problemas de programación.

Si consideramos toda la información requerida para la definición de los problemas de programación, podemos clasificarlos inicialmente de la siguiente forma:

- a) Problemas estáticos: son aquéllos en los cuales todos los productos están listos para ser procesados simultáneamente. En estos casos conoceremos el número "n" de productos a fabricar.
- b) Problemas dinámicos: son aquéllos en los cuales hay un flujo continuo de productos, que llegan al sistema obedeciendo una determinada distribución probabilística.

Por otro lado, considerando la secuencia según la cual las máquinas son utilizadas para realizar las operaciones de cada producto, los sistemas productivos pueden clasificarse como sigue:

- a) Sistema en secuencia fija: son aquéllos en los cuales los productos siguen siempre la misma secuencia, es decir, pasan por la máquina 1, después por la 2, etc., hasta que pasan por la máquina "m"
- b) Sistemas de secuencia variable: son aquéllos en los cuales cada producto requiere una secuencia diferente, en lo que se refiere a la utilización de las máquinas. Por ejemplo, en una planta de 3 máquinas, un producto podrá requerir la secuencia Maq. 1 → Maq. 2 → Maq. 3 y otro producto la secuencia Maq. 2 → Maq. 1 → Maq. 3.

Debido a las diferentes características que pueden presentar los problemas de programación, será conveniente utilizar una notación del tipo  $A/B/C/D$ , donde cada parámetro indicará lo siguiente:

- A.- Indica si el problema es estático o dinámico; si el problema es dinámico, "A" representará la distribución probabilística de los tiempos de llegada. Si el problema es estático, "A" representará simplemente el número de productos a fabricar. Por ejemplo, si tenemos que programar la fabricación de "n" productos, entonces  $A = n$ .
- B.- Indica el número de máquinas de la planta. Por lo tanto, si hay "m" máquinas, entonces  $B = m$ .
- C.- Indica si el sistema productivo es de secuencia fija o variable. Si la secuencia es fija,  $C = F$ , si la secuencia es variable, entonces  $C = V$ .
- D.- Indica el objetivo que se persigue. Por ejemplo, si el objetivo es minimizar el inventario medio en proceso, entonces  $D = \bar{I}_p$ .

Un ejemplo completo de esta notación sería  $20/2/F/\bar{I}_p$  que significa lo siguiente: programar la fabricación de "20" productos, en una planta que posee "2" máquinas y presenta una secuencia fija de fabricación, de modo que se minimice el inventario en proceso medio.

#### 1.4 Objetivos de los programas de producción.

En las secciones anteriores hemos visto que para definir un problema de programación necesitamos establecer el objetivo que se persigue. Este podrá ser cualquiera de los siguientes (o más de uno simultáneamente):

- a) Minimizar el tiempo medio de fabricación,
- b) Minimizar el inventario medio en proceso,
- c) Minimizar el número medio de productos o clientes pendientes.
- d) Satisfacer a un mayor número posible de clientes.
- e) Satisfacer a los clientes que pagan mejor o compran mayor volumen.
- f) Minimizar las pérdidas de materia prima.
- g) Minimizar el tiempo de fabricación máximo, es decir el tiempo total para terminar la fabricación de un determinado número de productos.
- h) Maximizar la utilización de la maquinaria y/o mano de obra,
- i) Minimizar el retraso medio,
- j) Minimizar el retraso máximo,
- k) Etc., Etc.

Es importante observar la interdependencia o contradicción que existe entre estos objetivos. Por ejemplo:

- Si minimizamos el tiempo de fabricación máximo, estamos al mismo tiempo maximizado la utilización de las máquinas

- Si minimizamos el tiempo medio de fabricación, estaremos también minimizando el número medio de productos pendientes;
- Si maximizamos la utilización de las máquinas, probablemente no minimizaremos el inventario medio en proceso.
- Si minimizamos el tiempo medio de fabricación, probablemente no minimizaremos el retraso máximo.

Los dos últimos ejemplos refuerzan la importancia de la definición clara y precisa del objetivo que se persigue, ya que los objetivos pueden ser mutuamente excluyentes y en este caso su realización requerirá sistemas de programación diferentes.

### 1.5 Costos Relacionados con la Programación de la Producción.

Hay tres tipos principales de costos que son directamente afectados por las decisiones tomadas en el campo de la programación de la producción y que están relacionados con:

- a) El inventario en proceso,
- b) La utilización de maquinaria y/o mano de obra,
- c) La entrega retrasada de los productos.

De una forma general, se puede reducir el costo del inventario en proceso mediante la aplicación de reglas sencillas de programación. Aunque en la --

mayoría de los casos no sea posible minimizar el inventario en proceso y el tiempo medio de fabricación simultáneamente, la reducción de éste generalmente conduce a una reducción de dicho inventario. En algunos casos especiales, la reducción del tiempo medio de fabricación también puede dar a la empresa un mayor fuerza competitiva.

Los costos que dependen del nivel de utilización de la maquinaria y mano de obra están evidentemente relacionados con la eficiencia del programa de producción, ya que de éste dependerá el tiempo de inactividad de la maquinaria y mano de obra. Si el nivel de utilización es bajo, ésto podrá llevar a la necesidad de trabajar tiempo extra o turnos adicionales, lo que representará también un aumento de los costos. Para algunos problemas especiales ya existen sistemas de programación que permiten una maximización de la utilización, sin embargo generalmente es más difícil aumentar dicha utilización que reducir el inventario medio en proceso.

En varias situaciones y especialmente cuando se trata de grandes proyectos, los costos relacionados con entregas atrasadas pueden ser fácilmente identificados y calculados. Por ejemplo, la empresa podrá tener que pagar "x" pesos por día de retraso en la entrega de un proyecto dado. En los demás sistemas productivos, estos costos no son fácilmente calculables, ya que dependen de la insatisfacción de los clientes y ésta es muy difícil de cuantificar. Sin embargo es importante tener en mente que estos costos existen y que en varias situaciones pueden ser más importantes que los costos relacionados con el inventario en proceso o la utilización de la maquinaria y mano de obra.



## 2.- PROGRAMACION DE LA FABRICACION DE "N" PRODUCTOS EN "UNA" MAQUINA.

### 2.1. Introducción.

En este capítulo analizaremos el caso especial de la programación de "n" productos que requieren una sola operación en la única máquina que tiene la planta. Utilizando la notación descrita anteriormente, es decir: A/B/C/D, y suponiendo que el objetivo que se persigue fuera minimizar el inventario medio en proceso, la descripción del problema sería:  $n/1/F/\bar{I}_p$

Supondremos que las restricciones descritas en la página 5 se aplican a este problema, y utilizaremos la siguiente notación:

$m =$  número de máquinas = 1

$n =$  número de productos

$K =$  número de operaciones de cada producto = 1

$T_l =$  tiempo de llegada de los productos = 0

$T_{pi} =$  tiempo de procesamiento de las operaciones de cada producto.

$T_{ei} =$  tiempo de entrega de los productos.

$E_i =$  espera del producto "i" antes de que empiece su procesamiento.

$T_{fi} =$  tiempo de fabricación del producto, es decir,  $(T_{pi} + E_i)$ .

Hay razones prácticas y teóricas para que estudiemos inicialmente este problema de programación. Entre éstas podemos citar:

- a) Este es el problema más sencillo de programación y consecuentemente podrá ser fácilmente entendido.

- b) El problema podrá ser utilizado para mostrar los diferentes resultados que pueden ser obtenidos mediante la utilización de sistemas (reglas) diferentes de programación.
- c) Las soluciones obtenidas nos ayudan a entender y encontrar soluciones aproximadas o óptimas para los problemas más complejos.
- d) Finalmente, el análisis de este problema nos sirve para evaluar la complejidad de los problemas generales de programación.

También debe resaltarse que este tipo de problema no es tan teórico como pueda parecer. Es verdad que muy raramente encontramos una planta que tenga sólo una máquina y productos que requieran una sola operación, sin embargo, al mismo tiempo, algunas empresas pueden tener una máquina que represente una fase tan importante del proceso productivo que el sistema de programación debería ser diseñado como si existiera solamente esta máquina. En la industria de procesamiento (por ejemplo, detergentes), no es muy raro encontrar una planta que funcione de una forma integrada como si fuera una sola máquina. Finalmente, en los sistemas continuos, podemos tener el problema de programar la producción de una línea de ensamble que también funciona de una forma integrada como si fuera una sola máquina.

## 2.2. Programación de acuerdo a los tiempos de procesamiento.

Ya hemos citado anteriormente la regla de programación FIFO, que programa los productos o clientes según la fecha o tiempo de llegada de éstos al sistema. Existen muchas otras reglas de programación y entre éstas podemos mencionar:

- a) Dar prioridad a los productos de tiempo de procesamiento más corto.
- b) Dar prioridad a los productos de mayor volumen.

- c) Dar prioridad a los productos de los clientes que pagan de contado.
- d) Dar prioridad a los productos de menor plazo de entrega.
- e) Dar prioridad, para una máquina específica, a aquellos productos cuya cantidad de trabajo pendiente sea menor.

Estas reglas son llamadas reglas heurísticas de programación y en la mayoría absoluta de los problemas de programación no es posible obtener una solución óptima mediante la aplicación de cualquiera de ellas. Sin embargo, podemos obtener soluciones bastante buenas que nos permiten lograr parcialmente los objetivos que se persiguen.

En esta sección estudiaremos la primera de estas reglas, es decir, la regla que da prioridad a los productos de tiempo de procesamiento más corto. Nos referiremos a esta regla a través de la abreviación TPMC.

Supongamos que tenemos los siguientes productos y que todos requieren una sola operación en la única máquina que tiene la planta. También supondremos que todos los productos están disponibles para ser procesados simultáneamente:

PRODUCTOS	TIEMPO DE PROCESAMIENTO ( $T_{pi}$ )
A	10 h
B	20 h
C	13 h
D	16 h
E	8 h

Se puede demostrar que si se da prioridad a los productos de tiempo de procesamiento más corto, se minimizará el tiempo de fabricación medio y el número medio de productos pendientes en el sistema. Además, si el volumen físico de los productos (lotes o pedidos) es proporcional al tiempo de procesamiento, también el inventario medio en proceso será minimizado. La secuencia de fabricación que resulta de la aplicación de la regla TPMC sería la siguiente:

PR ODUCTO	TIEMPO DE PR OCESAMIENTO ( $T_{pi}$ )	TIEMPO DE FABRICACION ( $T_{fi}$ )
E	8h	8h
A	10h	18h
C	13h	31h
D	16h	47h
B	20h	67h

Podemos observar que, el tiempo total de fabricación es igual al tiempo de fabricación del último producto procesado y éste será siempre igual a 67h. El tiempo de fabricación medio, sin embargo, depende directamente de la secuencia de fabricación y en el caso de la secuencia  $E \rightarrow A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$ , éste será igual a:  $(8 + 18 + 31 + 47 + 67) / 5 = 34.2$  h.

Hay un total de  $5!$  secuencias diferentes, sin embargo no existe ninguna otra secuencia que permita obtener un tiempo de fabricación medio menor, o que pueda, en las condiciones citadas, reducir más el inventario medio en proceso y el número medio de productos pendientes en la planta. Veamos la secuencia inversa:

ciencia, es decir:

$$\sum M.A. = \sum M.E. \times 1/E$$

Es pues evidente, que el número de operarios requeridos es igual a la tasa requerida de producción, por el total de minutos asignados:

$$N = P \times \sum M.A.$$

donde:

N = Número de hombre requeridos en la línea.

P = Tasa de producción deseada.

Por ejemplo, supongamos que tengamos un nuevo diseño para el que debemos establecer una línea de ensamble. Hay ocho distintas operaciones que ejecutar y la línea tiene que producir 700 unidades por día. Las ocho operaciones involucran los siguientes minutos estándar, basados en datos estándar ya existentes: Operación 1: 1.25 minutos; Operación 2: 1.38 minutos; Operación 3: 2.58 minutos; Operación 4: 3.84 minutos; Operación 5: 1.27 minutos; Operación 6: 1.29 minutos; Operación 7: 2.48 minutos; Operación 8: 1.28 minutos. El analista desea planear esta línea de ensamble del modo más económico.

Podemos calcular el número de operarios requeridos a "E" por ciento de eficiencia, como sigue:

$$\sum M.E. = 15.37$$

$$N = P \times \sum M.A. = P \times \frac{\sum M.E.}{E} = \frac{700}{480} \times \frac{15.37}{E} = \frac{22.4}{E}$$

Si el analista planea una eficiencia de 95%, encontrará que el número de operarios tendrá que ser:

$$N = \frac{22.4}{.95} = 23.6$$

Siendo imposible obtener 6/10 de operador, el analista tratará de establecer la línea utilizando a 24 operarios.

El siguiente paso consistirá en encontrar el número de operarios necesario para cada una de las ocho operaciones.

Puesto que se requieren 700 unidades por día, será necesario producir cada unidad en 0.685 minutos (480/700). Podemos encontrar cuántos operarios se necesitarán para cada operación, dividiendo los minutos estándar de cada operación entre el número de minutos que se necesitan para producir una unidad. Por ejemplo, el número de operarios para la Operación 1 es:  $1.25 \div 0.685 = 1.82 = 2$ . Para las demás operaciones, tenemos:

PR ODUCTO	TIEMPO DE PR OCESAMIENTO ( $T_{pi}$ )	TIEMPO DE FABRICACION ( $T_{fi}$ )
B	20h	20h
D	16h	36h
C	13h	49h
A	10h	59h
E	8h	67h

La secuencia sería la TPML (tiempo de procesamiento más largo) y el tiempo de fabricación medio que le corresponde sería:  $(20 + 36 + 49 + 59 + 67) / 5 = 46.2h$ . También se puede demostrar que ninguna otra secuencia conduce a un tiempo medio de fabricación mayor.

Por lo tanto, de este rápido análisis que hemos hecho, podemos sacar la siguiente conclusión: Si queremos programar la fabricación de "n" productos en "una" máquina y si el volumen físico de los productos es proporcional a su tiempo de procesamiento, entonces la aplicación de la regla TPMC conduce a los siguientes resultados:

- c) Se minimiza el tiempo medio de fabricación.
- b) Se minimiza el número medio de productos pendientes en el sistema.
- e) Se minimiza el inventario medio en proceso.

Si el volumen físico de los productos ( $V_i$ ) no es proporcional a su tiempo de procesamiento, entonces la regla que minimiza el inventario medio en proceso será aquella que da prioridad a los productos cuyo índice  $V_i/T_{pi}$  sea mayor.

Veamos un ejemplo:

PRODUCTO	$T_{pi}$	$V_i$ ( $M^3$ )	$V_i/T_{pi}$
A	1h	2.0	2.0
B	7h	10.5	1.5
C	4h	5.0	1.25
D	6h	14.4	2.4
E	5h	2.5	0.5
F	3h	12.0	4.0

La secuencia que minimiza el inventario en proceso será:

PRODUCTO	$T_{pi}$	$V_i$ ( $M^3$ )	$V_i/T_{pi}$
F	3h	12.0	4.0
D	6h	14.0	2.4
A	1h	2.0	2.0
B	7h	10.5	1.5
C	4h	5.0	1.25
E	5h	2.5	0.5
TOTAL	26h	46.4	-

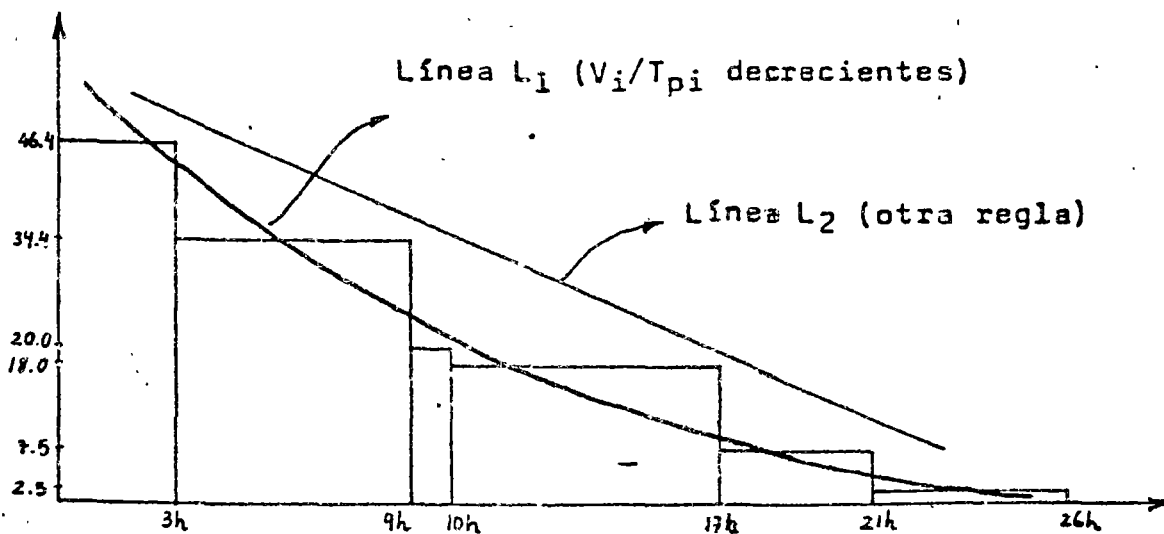
Si observamos este cuadro veremos que mientras no se termina el producto "F", el inventario en proceso es  $46.4m^3$ . Después de 3h el inventario se reduce a  $46.4 - 12.0 = 34.4m^3$ , y permanecerá a este nivel hasta que terminemos el producto "D", es decir, durante las próximas 6h, y así sucesivamente.

Podemos entonces construir el siguiente cuadro:

NIVEL DEL INVENTARIO	TIEMPO DURANTE EL CUAL EL INV. PERMANECE A ESTE NIVEL	TIEMPO x INV.
46.4	3h	139.2
34.4	6h	206.4
20.0	1h	20.0
18.0	7h	126.0
7.5	4h	30.0
2.5	5h	12.5
T O T A L E S		534.1

El inventario en proceso medio será la siguiente media ponderada:  $I_p \text{ medio} = 534.1/26 = 20.5 \text{ m}^3$ .

La representación gráfica de la variación del inventario en proceso será:



Se puede observar que si se da prioridad a los productos cuyo índice  $V_i/T_{pi}$  es mayor, la tasa de disminución del inventario en proceso será máxima cuando se empieza la fabricación y mínima cuando se está terminando el último producto. Esto garantiza que el inventario medio en proceso será mínimo. Cualquier otra regla de programación conducirá a una línea que estaría por encima de la línea  $L_1$  de la figura (por ejemplo, la línea  $L_2$ ) y consecuentemente el inventario medio sería mayor.



### 2.3. Programación de acuerdo al tiempo de entrega

Uno de los objetivos más importantes de los sistemas productivos es cumplir con los plazos de entrega previamente establecidos conjuntamente por la empresa y los clientes. Para estudiar este tipo de problema será necesario definir las siguientes variables:

- a) Diferencial de entrega: Es la diferencia entre el tiempo de fabricación y el tiempo de entrega requerido por el cliente.
- b) Adelanto: Es la diferencia entre el tiempo de fabricación y el tiempo de entrega, cuando esta diferencia es negativa.
- c) Retraso: Es la diferencia entre el tiempo de fabricación y el tiempo de entrega, cuando esta diferencia es positiva.

Un resultado realmente sorprendente y que puede ser fácilmente demostrado, es que la regla TPMC, aunque no tome en consideración los tiempos de entrega de los productos, también minimiza el promedio de los diferenciales de entrega. Sin embargo, esta regla no garantiza la minimización de las siguientes variables:

- a) Retraso máximo
- b) Retraso medio
- c) Número de productos retrasados.

Si queremos minimizar el retraso máximo, tendremos que utilizar la regla que da prioridad a los productos de tiempo de entrega más corto, es decir, fecha de entrega más próxima. Nos referiremos a esta regla a través de la abreviación TEMC.

Otra regla que en muchos casos prácticos conduce a mejores resultados que la regla TEMC, es la que da prioridad a los productos cuyas diferencias "tiempo de entrega-tiempo de procesamiento", sean menores. Esta diferencia puede ser llamada tiempo de holgura, por lo que utilizaremos para esta regla la abreviación THMC (tiempo de holgura más corto).

A continuación presentamos un ejemplo donde se aplican las reglas TPMC, TEMC y THMC, y donde se pueda observar que la regla TPMC minimiza el tiempo de fabricación medio y el diferencial de entrega medio, y la regla TEMC minimiza el retraso máximo.

El ejemplo consta de la fabricación de 4 productos en la única máquina que tiene una planta dada, y los tiempos de procesamiento y plazos de entrega se muestran en el cuadro siguiente:

Productos	Tiempo de Procesamiento (días) (A)	Tiempo de Entrega (días) (B)	Tiempo de Holgura (días) (B - A)
A	1.0	6.0	5.0
B	2.5	3.0	0.5
C	4.5	5.5	1.0
D	4.0	7.0	3.0

Los resultados de la aplicación de cada una de las reglas son:

Regla TPMC (tiempo de procesamiento más corto).

Productos	Tiempo de Procesamiento (días)	Tiempo de Entrega (días)	Tiempo de Fabricación (días)	Dif. de Entrega (+) Retraso (-) Adelanto (días)
A	1.0	6.0	1.0	-5.0
B	2.5	3.0	3.5	+0.5
D	4.0	7.0	7.5	+0.5
C	4.5	5.5	12.0	+6.5

Resultados: Tiempo de fabricación medio: 6.0 días  
Diferencial de entrega medio: ~~2.5~~ días. 0.625  
Adelanto medio: 5.0 días (sólo un producto).  
Retraso medio: 2.5 días.  
Número de productos retrasados: 3  
Retraso máximo: 6.5 días.

Regla TEMC (tiempo de entrega más corto).

Productos	Tiempo de Procesamiento (días)	Tiempo de Entrega (días)	Tiempo de Fabricación (días)	Dif. de Entrega (+) Retraso (-) Adelanto (días)
B	2.5	3.0	2.5	-0.5
C	4.5	5.5	7.0	+1.5
A	1.0	6.0	8.0	+2.0
D	4.0	7.0	12.0	+5.0

Resultados: Tiempo de fabricación medio: 7.4 días.  
 Diferencial de entrega medio: ~~2.0~~ días. 2.0  
 Adelanto medio: 0.5 días (sólo un producto).  
 Retraso medio: 2.8 días.  
 Número de productos retrasados: 3  
 Retraso máximo: 5.0 días.

Sistema THMC (tiempo de holgura más corto).

Productos	Tiempo de Procesamiento (días)	Tiempo de Entrega (días)	Tiempo de Fabricación (días)	Dif de Entrega (+) Retraso (-) Adelanto (días)
B	2.5	3.0	2.5	-0.5
C	4.5	5.5	7.0	+1.5
D	4.0	7.0	11.0	+4.0
A	1.0	6.0	12.0	+6.0

Resultados: Tiempo de fabricación medio: 8.1 días.  
 Diferencial de entrega medio: ~~2.0~~ días. 2.75  
 Adelanto medio: 0.5 días (sólo un producto)  
 Retraso medio: 3.8 días  
 Número de productos retrasados: 3  
 Retraso máximo: 6 días.

Los resultados de estos cuadros son bastante interesantes. Inicialmente podemos observar que la regla TPMC minimiza el tiempo de

fabricación medio (6 días) y el diferencial de entrega medio (0.75 días). A su vez, la regla TEMC minimiza el retraso máximo (5 días). También debe resaltarse que la regla TPMC, aunque no tome en consideración el tiempo de entrega de los productos, es superior o igual a las demás reglas en lo que se refiere a todos los factores analizados, excepto el último factor (retraso máximo). Los tiempos de entrega no son muy lógicos, ya que algunos de los productos de mayor tiempo de procesamiento presentan tiempos de entrega relativamente cortos y vice versa. Obviamente que esto va en contra de las reglas que no tienen en consideración los tiempos de entrega, sin embargo, aún así, la regla TPMC presenta resultados mejores o iguales a los de las otras reglas. Esto muestra, de cierta forma, la complejidad de los problemas de programación.

Obviamente, los resultados presentados en estos cuadros no pueden ser generalizados, puesto que dependen de los valores de los tiempos de procesamiento y de los tiempos de entrega, y por lo tanto, solamente son válidos para este ejemplo específico. Sin embargo, hay una conclusión importante que deriva de estos resultados: siempre que el problema de programación sea determinar la secuencia de fabricación de un número dado de productos de modo a:

- a) Reducir el diferencial de entrega medio,
- b) Reducir el retraso medio,
- c) Reducir el tiempo de fabricación medio y
- d) Reducir el número de productos retrasados,

se deben aplicar y evaluar los resultados de reglas que tomen en consideración los plazos de entrega de los productos; sin embargo será de fundamental importancia evaluar también los resultados de la regla TPMC, ya que ésta podrá ser la regla que proporcione los mejores resultados. También debe señalarse que no es conveniente aplicar la regla TPMC cuando el objetivo sea minimizar el retraso máximo.

#### 2.4 Aplicación de la regla TPMC cuando la información es incompleta

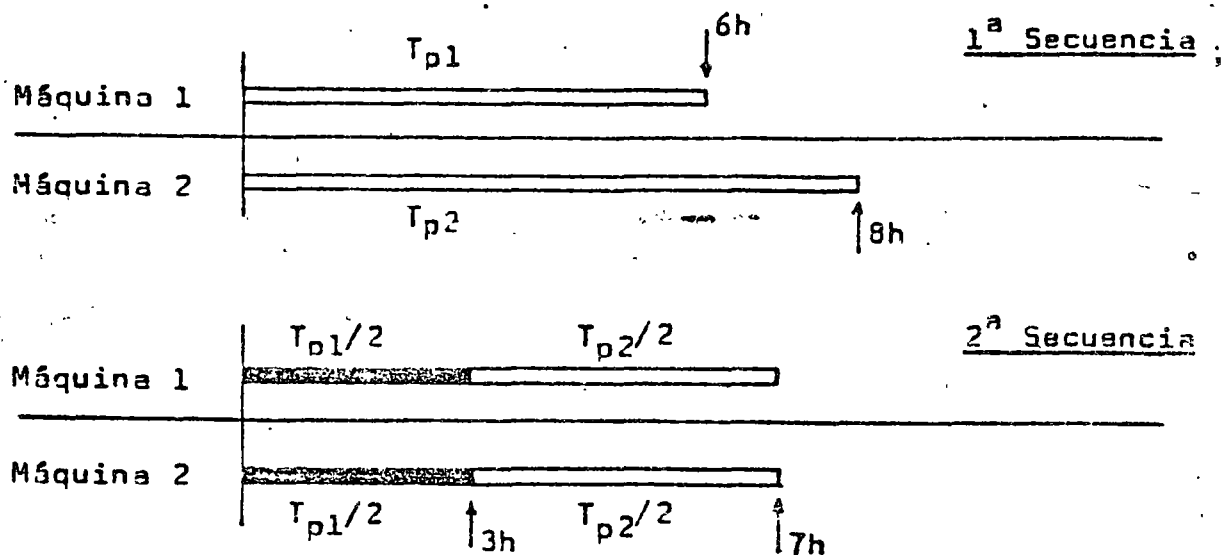
En los ejemplos anteriores hemos supuesto que se conocían de antemano los tiempos de procesamiento de los diversos productos. Sin embargo, en varias situaciones los tiempos de procesamiento no son conocidos o simplemente tenemos una estimación de éstos y consecuentemente, sus valores exactos solamente serán conocidos después que

se termine la fabricación de los productos.

Supongamos que no conocemos los tiempos de procesamiento de algunos productos y que  $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$  son estimaciones de éstos. Si existe una correlación entre los tiempos de procesamiento y las estimaciones, y fabricamos los productos en la secuencia indicada, estaremos aplicando correctamente la regla TPMC. En otras palabras, para que la regla TPMC sea aplicada correctamente, no es necesario que  $X_1, X_2, \dots, X_n$  sean estimaciones precisas de  $T_{p1}, T_{p2}, \dots, T_{pn}$ , sino que exista una correlación directa entre los  $T_{pi}$  y los  $X_i$ . Por ejemplo, si el estimador consistentemente comete errores para más en las estimaciones de los tiempos de procesamiento, aún así la regla TPMC será aplicada correctamente. Obviamente, si los valores de los  $T_{pi}$  son prácticamente iguales, la probabilidad de que utilizemos la secuencia inadecuada será mucho mayor.

### 2.5. Programación de la fabricación de "n" productos en "m" máquinas idénticas.

En esta Sección consideraremos el caso especial de una planta que en vez de tener una sola máquina, posee "m" máquinas idénticas, entre las cuales podremos repartir el trabajo total requerido para la fabricación de cada producto. Por ejemplo, supongamos que tenemos 2 máquinas y 2 productos cuyos tiempos de procesamiento son  $T_{p1} = 6h$  y  $T_{p2} = 8h$ , respectivamente, y que el trabajo que requiere cada producto puede ser repartido entre las dos máquinas. Se podría programar la fabricación de las siguientes maneras:



Si adoptamos la 1<sup>a</sup> secuencia, el tiempo de fabricación medio será:  
 $\bar{T}_f = (T_{f1} + T_{f2})/2 = (6h + 8h)/2 = 7h$ . Y para la segunda secuencia tenemos:  $\bar{T}_f = (3h + 7h)/2 = 5h$ .

Podemos observar que se puede reducir considerablemente el tiempo de fabricación medio simplemente repartiéndose la cantidad de trabajo de cada producto entre las 2 máquinas de la planta.

El ejemplo analizado es bastante sencillo, sin embargo este principio tiene una aplicación general, es decir, en cualquier planta de "m" máquinas, si m' de éstas son idénticas, siempre se podrá reducir el tiempo de fabricación medio repartiéndose el contenido de trabajo de cada producto entre estas m' máquinas idénticas.

### 3. PROGRAMACION DE LOS SISTEMAS PRODUCTIVOS DE SECUENCIA FIJA.

Otro problema especial de programación es aquél donde los productos requieren siempre la misma secuencia en lo que se refiere a la utilización de las máquinas. En otras palabras, el sistema productivo es de secuencia fija.

Un ejemplo típico de este tipo de sistema son las líneas de producción o ensamble. Sin embargo, para que un sistema productivo sea considerado como de secuencia fija, no es necesario que los productos tengan que pasar por todas las máquinas o puestos de trabajo y que tarden lo mismo en cada uno de éstos, sino que presenten un flujo de dirección uniforme.

#### 3.1. El método de Johnson

En 1954 Johnson presentó un algoritmo que permite resolver el problema  $n/2/F/T_f \text{ máx.}$ , es decir, "programar la fabricación de "n" productos en las 2 máquinas de un sistema de secuencia fija, de modo que se minimice el tiempo de fabricación máximo". Vale la pena recordar que cuando minimizamos el tiempo de fabricación máximo, estaremos al mismo tiempo maximizando la utilización de las máquinas.

Para la presentación de este método utilizaremos la siguiente notación:

$A_i$  = operación del producto "i" en la primera máquina.

$B_i$  = operación del producto "i" en la segunda máquina.

$T_{fi}$  = tiempo de fabricación del producto "i".

El método de Johnson consta de la siguiente regla de programación:

"El producto "i" deberá preceder al producto "j", siempre que ....  
 $\min(A_i, B_j) < \min(A_j, B_i)$ ".

Veamos un ejemplo:

Producto	$A_i$	$B_i$
a	6h	3h
b	0h	2h
c	5h	4h
d	8h	6h
e	2h	1h

Consideremos inicialmente los productos "a" y "c":

$$a \begin{cases} A_i = 6h \\ B_i = 3h \end{cases} \quad c \begin{cases} A_j = 5h \\ B_j = 4h \end{cases}$$

$$\min(6h, 4h) = 4h > \min(5h, 3h) = 3h$$

Puesto que  $\min(A_i, B_j)$  no es menor que  $\min(A_j, B_i)$ , el producto "a" no debe preceder al producto "c".

Comparemos ahora los productos "a" y "d":

$$a \begin{cases} A_i = 6h \\ B_i = 3h \end{cases} \quad d \begin{cases} A_j = 8h \\ B_j = 6h \end{cases}$$

$$\min(6h, 6h) = 6h > \min(8h, 3h) = 3h$$

Por lo tanto, el producto "a" tampoco deberá preceder al producto "d".

En cuanto a los productos "a" y "e", tenemos:

$$a \begin{cases} A_i = 6h \\ B_i = 3h \end{cases} \quad e \begin{cases} A_j = 2h \\ B_j = 1h \end{cases}$$

$$\min(6h, 1h) = 1h < \min(2h, 3h) = 2h$$

Por lo tanto, el producto "a" deberá preceder al producto "e".

Hasta ahora tenemos los siguientes resultados: "a" deberá ser procesado después de "c" y "d", y antes de "e". Si recordamos que el producto "b" no requiere procesamiento en la máquina 1, hay sólo dos secuencias de procesamiento en dicha máquina que obedecen a estas restricciones:

c → d → a → e

d → c → a → e

Necesitamos, por lo tanto, comparar los productos "c" y "d":



$$c \begin{cases} A_i = 5h \\ B_i = 4h \end{cases} \quad d \begin{cases} A_j = 8h \\ B_j = 6h \end{cases}$$

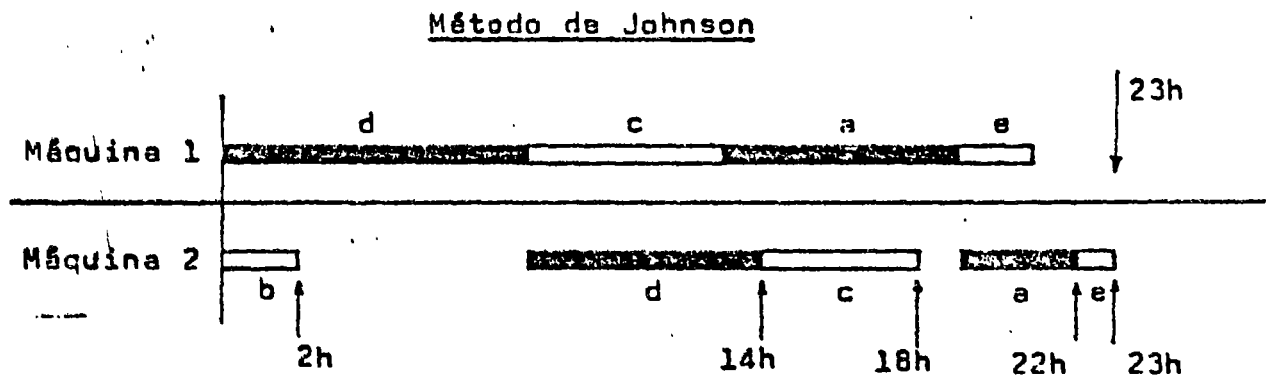
$$\min(5h, 6h) = 5h > \min(8h, 4h) = 4h$$

Por lo tanto, el producto "c" no deberá preceder al producto "d".

La solución final del problema será entonces procesar los productos en la máquina 1 siguiendo la secuencia

$$d \rightarrow c \rightarrow a \rightarrow e$$

y procesar los productos en la máquina 2 luego que éstos salgan de la máquina 1. A continuación presentamos esta solución mediante una gráfica de Gantt:



Puede observarse que el tiempo de fabricación máximo corresponde al producto "a" y es igual a 23h. Como hemos dicho anteriormente, ninguna otra regla de programación conducirá a un tiempo máximo de fabricación menor que 23h.

De la gráfica también podemos sacar los tiempos de fabricación de los demás productos:

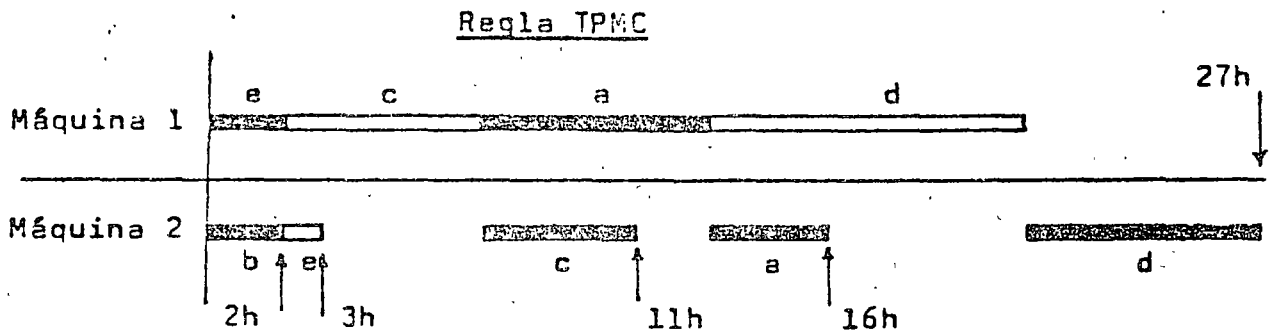
Producto	$T_{fi}$
a	22h
b	2h
c	18h
d	14h
e	23h

Finalmente, el tiempo de fabricación medio será:

$$\bar{T}_f = (22h + 2h + 18h + 14h + 23h)/5 = 15.8h$$

3.2. Minimización del tiempo medio de fabricación en una planta de 2 máquinas (n/2/F/ $\bar{T}_f$ ).

La minimización del tiempo de fabricación medio en una planta con sólo dos máquinas ya es un problema bastante complicado, para el cual hasta hoy no se encontró ninguna solución. El algoritmo de Johnson no es bueno en cuanto a la realización de este objetivo. En el ejemplo anterior, este método condujo a un tiempo de fabricación medio igual a 15.8h, mientras que, como se puede observar en la gráfica que se muestra a continuación, la regla TPMC conduce a un tiempo de fabricación medio igual a 11.8h. Sin embargo, la utilización de las máquinas es mucho menor cuando se aplica la regla TPMC.



$$\text{Tiempo de fabricación medio} = (2h + 3h + 11h + 16h + 27h)/5 = 11.8h$$

Estos resultados muestran una vez más la importancia de una definición previa del objetivo que se persigue. Si el objetivo fuera maximizar la utilización de las máquinas, el método de Johnson sería el más adecuado. Si el objetivo fuera minimizar el tiempo de fabricación medio, debería aplicarse la regla TPMC.

3.3. Minimización del tiempo de fabricación máximo en una planta con 3 máquinas (n/3/F/ $T_f$  máx).

En su trabajo de fecha 1954, Johnson también propuso una solución aproximada para este tipo de problema. La regla de programación propuesta por él es la siguiente:

"El producto "i" deberá preceder al producto "j" si .....  
 $\min (A_i + B_i, B_j + C_j) < \min (A_j + B_j, B_i + C_i)$ ".

Donde:

$A_i$  = operación del producto "i" en la primera máquina.

$B_i$  = operación del producto "i" en la segunda máquina.

$C_i$  = operación del producto "i" en la tercera máquina.

Veamos un ejemplo:

Productos	$A_i$	$B_i$	$C_i$
a	1h	2h	9h
b	5h	9h	7h
c	7h	6h	8h
d	8h	9h	9h

Productos "a" y "b":

$$\min(1h + 2h, 9h + 7h) = 3h < \min(5h + 9h, 2h + 9h) = 11h$$

El producto "a" deberá preceder a "b".

Productos "a" y "c":

$$\min(1h + 2h, 6h + 8h) = 3h < \min(7h + 6h, 2h + 9h) = 11h$$

El producto "a" deberá preceder a "c".

Productos "a" y "d":

$$\min(1h + 2h, 9h + 9h) = 3h < \min(8h + 9h, 2h + 9h) = 11h$$

El producto "a" deberá preceder a "d".

Productos "b" y "c":

$$\min(5h + 9h, 6h + 8h) = 14h > \min(7h + 6h, 9h + 7h) = 13h$$

El producto "c" deberá preceder a "b".

Productos "b" y "d":

$$\min (5h + 9h, 9h + 9h) = 14h < \min (8h + 9h, 9h + 7h) = 16h$$

El producto "b" deberá preceder al producto "d".

La secuencia final deberá ser entonces:

$$a \rightarrow c \rightarrow b \rightarrow d$$

A continuación presentamos en forma gráfica esta solución, así como la solución óptima. Se puede observar que el tiempo de fabricación máximo que corresponde al método de Johnson ( $T_{f \text{ máx}} = 41h$ ) es ligeramente mayor que el tiempo de fabricación máximo óptimo (39h). La única diferencia entre las dos secuencias es que la posición de los productos "b" y "c" está invertida, es decir, las dos secuencias son a, b, c, d y a, c, b, d, respectivamente. Los resultados experimentales sugieren que en varias situaciones, cuando el método de Johnson no conduce a la solución óptima, ésta podrá ser obtenida mediante una simple inversión de la posición de dos productos.

Este rápido análisis muestra que el método de Johnson no conduce siempre a una solución óptima, sin embargo su aplicación conduce a soluciones bastante buenas, con una probabilidad relativamente alta.

### 3.4. Programación de la fabricación de "n" productos en "m" máquinas

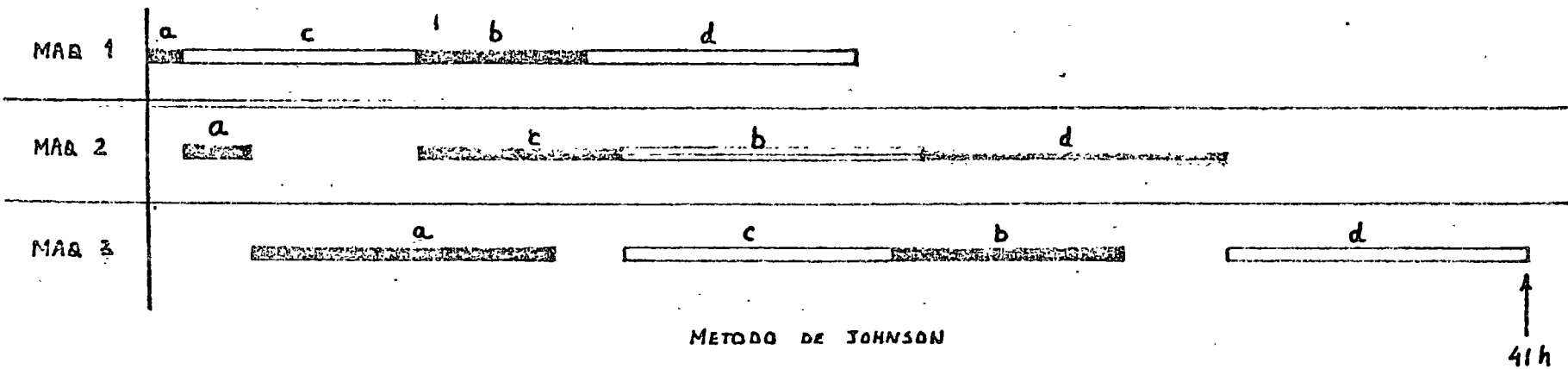
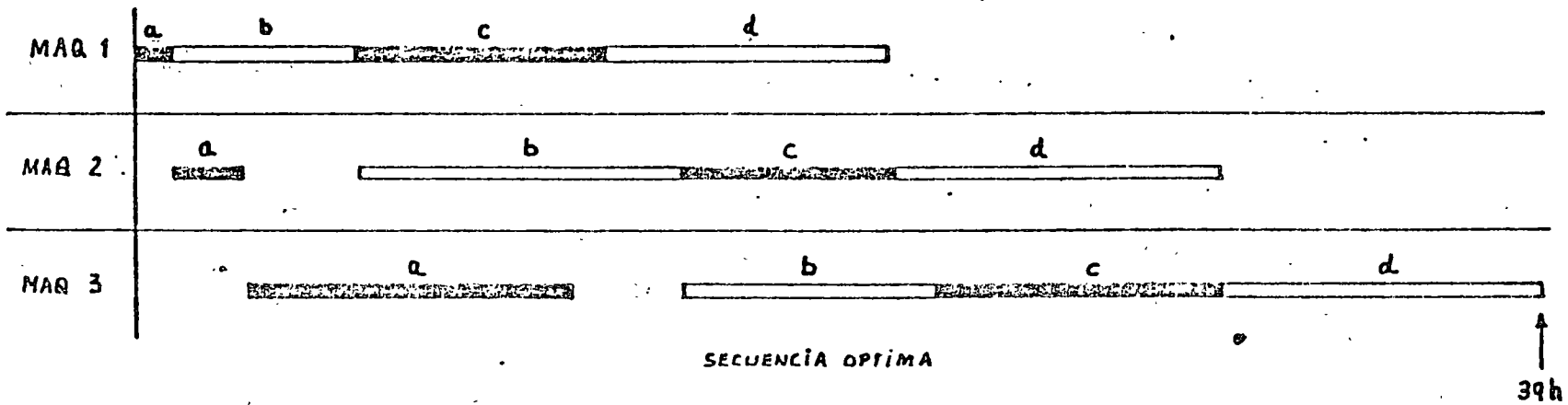
#### 3.4.1. El método de Ichiro Nabeshima

En 1960 Ichiro Nabeshima propuso un algoritmo para la resolución del problema  $n/m/F/T_{f \text{ máx}}$ , el cual es en realidad una generalización del algoritmo de Johnson. El método de Ichiro sólo es aplicable cuando:

$$\min OP_j \geq \max OP_{j+1} \quad \text{donde } j + 1 \leq m - 1.$$

donde:  $OP_j$  es el conjunto que incluye todas las operaciones que requieren procesamiento en la máquina "j".

$OP_{j+1}$  es el conjunto de operaciones que requieren procesamiento en la máquina "j+1".



Por ejemplo, el método no sería aplicable al problema que se describe a continuación, ya que algunas de las  $C_i$  son mayores que la  $B_i$  más corta (7h).

Producto	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$D_i$
a	10h	9h	8h	8h
b	11h	7h	4h	2h
c	15h	10h	5h	4h
d	17h	8h	9h	6h

$A_i$  = operaciones en la primera máquina

$B_i$  = " " segunda " "

$C_i$  = " " tercera " "

$D_i$  = " " cuarta " "

La regla de programación propuesta por Ichiro consiste de lo siguiente:

"El producto "i" deberá preceder al producto "j" siempre que

$$\min \left[ \sum_{t=1}^{m-1} OP_{i,t}, \sum_{t=2}^m OP_{j,t} \right] < \min \left[ \sum_{t=1}^{m-1} OP_{j,t}, \sum_{t=2}^m OP_{i,t} \right],$$

donde  $t = 1, 2, 3, \dots, m$ , indica la máquina que corresponde a cada operación.

Veamos un ejemplo:

Producto	$A_i$	$B_i$	$C_i$	$D_i$
a	10h	9h	7h	4h
b	11h	7h	4h	1h
c	15h	10h	5h	2h

Podemos observar que la más corta de las  $A_i$  es mayor que todas las  $B_i$ ; la más corta de las  $B_i$  es mayor que todas las  $C_i$ ; etc. Por lo tanto, el método de Ichiro podrá ser aplicado.

Consideremos inicialmente los productos "a" y "b" y apliquemos la regla de programación:

$$\min (10 + 9 + 7, 7 + 4 + 1) = 12 < \min (11 + 7 + 4, 9 + 7 + 4) = 20$$

Como se cumple la desigualdad, entonces el producto "a" deberá preceder al producto "b".

En cuanto a los productos "a" y "c", tenemos:

$$\min (10 + 9 + 7, 10 + 5 + 2) = 17 < \min (15 + 10 + 5, 9 + 7 + 4) = 20$$

Por lo tanto, el producto "a" deberá preceder al producto "c".

Finalmente, comparemos "b" y "c":

$$\min (11 + 7 + 4, 10 + 5 + 2) = 17 > \min (15 + 10 + 5, 7 + 4 + 1) = 12$$

El producto "c" deberá preceder al producto "b" y por lo tanto la secuencia óptima sería:

$$a \rightarrow c \rightarrow b$$

Puede observarse que para  $m = 3$ , el método de Ichiro resulta idéntico a la regla de programación de Johnson para el caso de 3 máquinas (Sección 3.3). Esto explica porque el método de Johnson ni siempre conduce a una solución óptima. En otras palabras, cuando se cumple la condición

$$\min OP_j \geq \max OP_{j+1}$$

la regla de Johnson conduce a una solución óptima y cuando esta condición no se cumple, la solución obtenida podrá ser buena, pero probablemente no será óptima.

#### 3.4.2. Demás problemas con "n" productos y "m" máquinas

En la Sección anterior hemos presentado una solución para el problema  $n/m/F/T_f \text{ máx}$ . Los demás problemas de programación donde hay "n" productos y "m" máquinas no han sido resueltos hasta hoy. Al mismo tiempo, el número de secuencias posibles es tan grande que en la mayoría de los casos el problema no es computable.

Debido a estas razones, la técnica de simulación ha sido frecuentemente utilizada en varios trabajos de investigación para evaluar la eficiencia de diferentes reglas de programación. Sin embargo, los resultados obtenidos generalmente no revelan ni la superioridad de alguna regla en especial, ni si dichas reglas conducen a resultados diferentes cuando son aplicadas a sistemas de secuencia fija y a sistemas de secuencia variable, respectivamente. Sólo hay un resultado que parece ser verdadero para todos los tipos de sistemas productivos: la regla TPMC generalmente reduce el tiempo de fabricación medio. En el próximo capítulo discutiremos con más detalles los resultados generales de las investigaciones realizadas en este campo.



#### 4. PROGRAMACION DE LOS SISTEMAS PRODUCTIVOS DE SECUENCIA VARIABLE

La programación de los sistemas productivos de secuencia variable es un desafío fascinante. Aunque sea muy fácil definirlo o presentarlo, la obtención de soluciones óptimas es una tarea de grandísima complejidad.

En este tipo de problema, cada operación requiere tres números "i", "j" y "k" para su identificación:

"i": indica el número del producto al cual pertenece la operación.

"j": indica la secuencia en que las operaciones de un producto dado deben realizarse.

"k": indica la máquina donde la operación debe realizarse.

Por ejemplo, la operación  $OP_{2,3,2}$  pertenece al producto 2, será la 3ª operación a realizarse cuando se procese dicho producto y su realización se llevará a cabo en la máquina 2.

##### 4.1. Programación de la fabricación de "n" productos en "dos" máquinas.

En 1956 Jackson desarrolló un algoritmo que permite resolver el problema  $n/2/V/T_{f \text{ máx.}}$ , es decir, "programar la fabricación de "n" productos en las 2 máquinas de un sistema productivo de secuencia variable, de modo que se minimice el tiempo máximo de fabricación".

Para aplicar el método de Jackson necesitamos inicialmente dividir los productos en 4 grupos, como sigue:

Grupo A: Productos que requieren una sola operación a realizarse en la máquina 1.

Grupo B: Productos que requieren una sola operación a realizarse en la máquina 2.

Grupo AB: Productos que necesitan procesarse primero en la máquina 1 y después en la máquina 2.

Grupo BA: Productos que necesitan procesarse primero en la máquina 2 y después en la máquina 1.

En seguida, utilizando el método de Johnson, determinamos separadamente la secuencia de procesamiento de los productos de los grupos AB y BA, respectivamente. Las secuencias de los grupos "A" y "B" no afectarán el tiempo de fabricación máximo, de modo que podremos adop

tar cualquier secuencia para estos grupos. La secuencia que minimiza el tiempo máximo de fabricación será obtenida combinándose los grupos A, B, AB y BA de la siguiente manera (respetando obviamente las secuencias ya determinadas para cada grupo):

Máquina 1: AB  $\rightarrow$  A  $\rightarrow$  BA

Máquina 2: BA  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  AB

#### 4.2. Generación de programas de producción

La mayoría de los métodos utilizados para "resolver" los problemas de programación para los cuales todavía no hay soluciones óptimas, requiere la generación de un determinado número de programas de producción y su posterior evaluación. Todos estos métodos tienen lo siguiente en común: se selecciona una operación dada y se le asigna el inicio de su realización en una determinada máquina. La secuencia según la cual las operaciones serán seleccionadas dependerá obviamente de la regla de programación utilizada. En otras palabras, cada regla generará programas de producción diferentes.

Cuando aplicemos cualquier regla de programación, podemos generar programas utilizando dos procedimientos diferentes: procedimiento con ajuste y procedimiento sin ajuste. Cuando se utiliza un procedimiento sin ajuste, no se podrá cambiar el inicio de una operación que ya fue asignada. Cuando se utiliza un procedimiento con ajuste, el inicio de las operaciones ya asignadas podrán cambiarse para acomodar otras operaciones.

Es evidente que el procedimiento con ajuste es mucho más laborioso, sin embargo podrá generar programas de producción más eficientes. La mayoría absoluta de los programas de computadora para la generación y evaluación de programas de producción, utiliza el procedimiento sin ajuste, ya que es muy difícil determinar una "regla de ajuste" que sea realmente eficiente. Por otro lado, cuando se elaboran programas de producción manualmente, utilizando gráficas como la de Gantt, frecuentemente se aplica un procedimiento con ajuste. Es evidente que la solución ideal sería un programa de computadora que llevara a cabo un procedimiento con ajuste. Sin embargo, es extrema

damente difícil que una computadora reproduzca el proceso mental utilizado por el ser humano para llevar a cabo un procedimiento con ajuste.

Un concepto que es importante entender cuando se están generando programas de producción, es el concepto de conjunto de operaciones programables ( $S_0$ ). A este conjunto pertenecen todas aquellas operaciones cuyas operaciones precedentes ya fueron asignadas. En el caso de un problema  $n/m$ , ( $S_0$ ) consiste inicialmente de "n" operaciones, es decir, la primera operación de cada uno de los "n" productos. Si para cualquier producto podemos empezar su procesamiento realizando dos o más operaciones simultáneamente, entonces el conjunto ( $S_0$ ) contendrá inicialmente más de "n" operaciones. Si recordamos el concepto de procedimiento sin ajuste, podemos entonces afirmar que cuando se utiliza este procedimiento las operaciones nunca podrán regresar a ( $S_0$ ) una vez que hayan sido asignadas.

Hay dos formas principales de clasificar las operaciones del conjunto ( $S_0$ ):

- a) Por producto: en este caso tendríamos "n" subconjuntos ( $S_p$ ) que consistirían de las operaciones programables de cada producto.
- b) Por máquina: en este caso tendríamos "m" subconjuntos ( $S_m$ ) que consistirían de las operaciones programables de cada máquina.

De una forma general, podemos decir entonces que la generación de programas de producción consiste de la aplicación de una regla que nos permita determinar en que secuencia las operaciones de los diversos conjuntos ( $S_m$ ) serán procesadas en las máquinas correspondientes. Debe resaltarse que, por lo menos teóricamente, para cualquier programa de producción es posible determinar una regla de programación capaz de generarlo y vice versa.

Si nosotros definimos de alguna manera un problema de programación, por ejemplo  $20/5/V/\bar{T}_f$ , y aplicamos una determinada regla de programación, manualmente o mediante una computadora, estaremos utilizando la técnica de simulación. Esta técnica es extremadamente útil para la resolución de los problemas de programación, ya que podemos aplicar varias reglas diferentes y evaluar la eficiencia relativa de cada una de ellas antes de su eventual implantación en la práctica. De hecho,

Éste es actualmente el procedimiento más utilizado en las investigaciones sobre la programación de la producción, ya que para la mayoría de los problemas no se ha determinado todavía las reglas que conducen a soluciones óptimas.

En los capítulos anteriores hemos discutido algunas reglas de programación, que son las siguientes:

- TPMC - Dar prioridad a los productos cuyos tiempos de procesamiento sean menores.
- FIFO - Dar prioridad a los productos que llegan primero al sistema.
- TEMC - Dar prioridad a los productos de tiempo de entrega más corto.
- THMC - Dar prioridad a los productos cuyos tiempos de holgura sean menores.

Otras reglas de programación que han sido evaluadas en los diversos trabajos de investigación son:

- a) Dar prioridad a las operaciones más cortas. Obsérvese que esta regla es ligeramente diferente de la regla TPMC, ya que la operación más corta de un determinado conjunto ( $S_m$ ) ni siempre pertenece al producto de menor tiempo de procesamiento. Debido a la similitud que existe entre estas dos reglas, utilizaremos la abreviación  $TPMC_1$  para la que da prioridad a los productos de menor tiempo de procesamiento y la abreviación  $TPMC_2$  para la que da prioridad a las operaciones más cortas.
- b) Dar prioridad a los productos cuya cantidad total de trabajo pendiente sea menor. Esta regla conduce a resultados más o menos semejantes a los de las reglas  $TPMC_1$  y  $TPMC_2$  y la llamaremos  $TPMC_3$ .
- c) Dar prioridad a los productos cuyo número de operaciones pendientes sea menor ( $TPMC_4$ ).
- d) Dar prioridad a los productos cuya cantidad total de trabajo pendiente sea mayor (CTPM).
- e) Dar prioridad a los productos cuyo número de operaciones pendientes sea mayor (NOPM).

La eficiencia de estas reglas ha sido comparada, principalmente en lo que se refiere a la reducción del tiempo de fabricación medio y del tiempo de fabricación máximo. En cuanto a la reducción del

tiempo de fabricación medio, las reglas  $TPMC_1$ ,  $TPMC_2$ ,  $TPMC_3$  y  $TPMC_4$  generalmente conducen a mejores resultados. Debe recordarse que cuando reducimos el tiempo de fabricación medio, estamos al mismo tiempo reduciendo el número medio de productos pendientes en la planta y el inventario en proceso medio. Sin embargo, en la mayoría de los casos es posible determinar reglas específicas que reduzcan todavía más dicho inventario.

En cuanto a la reducción del tiempo de fabricación máximo, las reglas CTPM y NOPM generalmente conducen a mejores resultados.

Finalmente, la regla TEMC conduce a buenos resultados cuando el objetivo es reducir el retraso máximo.

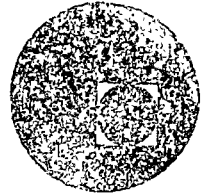
Es evidente que estos resultados no son suficientes para que los diversos sistemas productivos puedan resolver sus complejos problemas de programación de la producción. Sin embargo, creemos que éstos son un punto de partida del cual podrán salir soluciones relativamente buenas que ayuden a los hombres de empresa a enfrentar las presiones de la actual sociedad industrial. El campo está abierto a las investigaciones y esperamos que en un futuro no muy lejano se encuentren más y más soluciones óptimas para los diferentes tipos de problemas.

BIBLIOGRAFIA

1. R. W. CONWAY, W. L. MAXWELL y L. W. MILLER  
"Theory of Scheduling"  
Addison - Wesley Publishing Company, 1967.
  2. S. M. JOHNSON  
"Optimal Two- and Three-Stage Production Schedules With  
Set-up Time Included"  
Nav. Res. Log. Quart. 1, No. 1, Marzo 1954.
  3. J. R. JACKSON  
"An Extension of Johnson's Results on Job-lot Scheduling"  
Nav. Res. Log. Quart. 3, No. 3, Septiembre, 1956.
  4. ICHIRO NABESHIMA  
"The Order of "n" Items Processed on "n" Machines"  
The Metropolitan Hiroo School, 8<sup>a</sup> Reunión, Noviembre, 1960.
-



centro de educación continua  
división de estudios superiores  
facultad de ingeniería, unam



APLICACIONES PRACTICAS DE LA INGENIERIA INDUSTRIAL

DETERMINACION DE LOS COSTOS  
DE PRODUCCION

ING. SALVADORA GONZALEZ GONZALEZ

ABRIL, 1978.

## NOTAS SOBRE EL TEMA DE COSTOS

### A). INTRODUCCION

Un buen sistema de contabilidad de costos es de vital importancia para cualquier empresa, ya que facilita la administración de la misma y evita las pérdidas de dinero por falta de información adecuada.

Son muchas las pequeñas empresas que pierden dinero debido a deficiencias en su sistema de contabilidad de costos. En un estudio realizado en unas 50 pequeñas empresas se encontró, que aunque había excepciones, el esquema utilizado era asombrosamente coincidente :

- Esos sistemas proporcionaban una información inadecuada y frecuentemente, seriamente inexacta.
- Además, el gasto de operar estos sistemas era por lo menos tan elevado como el de otro que proporcionara datos útiles y exactos.
- En todas estas compañías, la dirección se veía obligada a tomar decisiones basándose en la intuición, en la especulación o en datos incorrectos, cuando se hubiera podido conseguir información exacta y significativa si el sistema de contabilidad de costos hubiera sido estudiado para facilitarlas.

Para iniciar el análisis de un sistema de Contabilidad de Costos es conveniente con testar primero las siguientes preguntas :

- ¿ Qué clase de información de costos llega generalmente a la dirección de la pequeña empresa ?



- ¿ Por qué normalmente esta información es de utilidad reducida para la toma de de cisiones correctas ?
- ¿ Qué tipos de sistemas de contabilidad de costos son utilizados por las grandes em- presas ?
- ¿ Por qué estos sistemas no son aplicables a las pequeñas empresas ?
- ¿ Qué tipo de contabilidad proporcionará a la dirección de la pequeña empresa la in formación más adecuada y a un costo razonable ?

## B). EL POR QUE DE LA CONTABILIDAD DE COSTOS

Antes de poder juzgar si un sistema de contabilidad de costos cumple adecuadamente -- sus objetivos, debemos ponernos de acuerdo sobre cuáles son éstos. Fundamentalmente, el sistema existe para proporcionar a la dirección información sobre los costos de los -- productos objeto de fabricación. Esta información tiene tres finalidades diferentes :

1.- Valoración de los inventarios. Probablemente, la primera utilización de los datos de costos fue para la valoración de los inventarios. Desde luego, esta valoración -- es necesaria para la preparación del estado de pérdidas y ganancias y el balance. En -- muchos sistemas contables la valoración de inventarios constituye todavía la utilización más importante de los datos de costos. (Una de las razones por las que muchos sistemas -- contables son inadecuados es la de que los contadores están más preocupados por obtener cifras para la valoración de los inventarios en proceso y de productos terminados, que por suministrar a la dirección datos significativos para la toma de decisiones).

2.- Control de costos. Un sistema de contabilidad de costos puede también --- proporcionar a la dirección datos para el control de costos. En su forma más primitiva, -- estos datos consisten en costos unitarios comparados. La tendencia de estos costos es uti lizada como un barómetro de la eficiencia lograda. Son tantos los factores que afectan

al nivel de los costos del producto en cualquier período, que un sistema de costos deficiente puede conducir a que las comparaciones mensuales o las tendencias históricas -- carezcan de significado.

Entre estos factores se pueden citar como ejemplo : Nivel de volumen de producción, - composición relativa de dicho volumen de producción, índices de salarios, equipo utilizado, época del año, eficiencia de las operaciones, etc.

Sin una explicación detallada de las razones de los cambios en los costos unitarios, la dirección encontrará imposible la utilización de estos datos para valorar la eficiencia o la ineficiencia de las operaciones de fabricación. Los sistemas de costos estándar (descritos más adelante) se pensaron para superar las evidentes deficiencias de un sistema de control de costos que se basa fundamentalmente en la observación de las tendencias históricas de los costos de los productos.

3.- Planeación y control de beneficios. Un sistema contable debe proporcionar a la dirección información sobre la rentabilidad de los productos. La dirección puede - entonces utilizar esta información para tomar decisiones tales como :

- ¿ Debemos aumentar o disminuir nuestros precios de venta?
- ¿ Qué precio debemos ofertar para un trabajo concreto?
- ¿ Qué producto debemos promocionar y cuál no ?
- ¿ Debemos fabricar o comprar tal producto?
- ¿ Debemos expansionar o disminuir una determinada línea de productos ?
- ¿ Es aconsejable añadir una nueva línea de productos o dejar de fabricar otra ya existentes ?.

La información sobre la rentabilidad de los productos se utiliza también para diagnosticar qué procesos de producción necesitan atención. Por ejemplo, los departamentos que producen artículos que pierden dinero son los primeros candidatos para un estudio detallado de costos.

Para obtener la rentabilidad de los productos se deben considerar entre otros, los factores siguientes :

a). Distribución de gastos generales.- Si los costos de los productos son utilizados por la dirección para la toma de decisiones es importante que los gastos generales sean asignados adecuadamente al producto, ya que se debe de tomar en cuenta el número de productos elaborados y los procedimientos utilizados en la elaboración.

Por ejemplo, a medida que la tecnología de la producción se hace más compleja, aumenta la proporción de los gastos generales respecto a la mano de obra directa. Durante los años 30, un coeficiente del 50% de los gastos generales era corriente y actualmente, -- coeficientes del 200% son frecuentes. Esto no es un fenómeno exclusivo de los grandes negocios, el pequeño fabricante sufre también esta tendencia.

Como resultado de la proporción creciente de gastos generales, es más importante el estudio cuidadoso de la asignación de los mismos a los productos, si se quiere que los beneficios de las distintas líneas de productos que nos pueda presentar la contabilidad tengan significado.

La asignación correcta de gastos generales exige centros de costos homogéneos. Es decir, dentro de los centros de costos, debe haber operaciones comparables (utilización de equipo homogéneo) y las operaciones deben realizarse a niveles de eficiencia también comparables. De otra manera, los costos de los productos se convierten en promedio sin signi-

ficado alguno. En una gran compañía de fabricación, por consiguiente, el número de centros de costos aumenta a medida que el proceso de fabricación se va haciendo más complejo y crecen las dimensiones de la planta. (El proceso de establecimiento de centros de costos homogéneos fue facilitado en las grandes plantas de fabricación por la práctica general de organizar los departamentos funcionalmente). La pequeña empresa industrial, sin embargo, no ha seguido generalmente esta práctica, debido al gasto implicado en el establecimiento de un sistema de centros de costos múltiples. Puesto que no son las dimensiones de la planta sino la heterogeneidad de las operaciones de fabricación, lo que crea la necesidad de centros de costo múltiples, un sistema que utilice un único centro de costos para una planta entera (incluso aunque la planta sea pequeña) resultará en costos sin significado alguno, si las operaciones de fabricación no son homogéneas entre sí.

En un estudio de una compañía, se demostró que el costo de la mano de obra y de los gastos generales, alcanzaban diferencias del orden del 50% en algunos de los productos si se utilizaban 20 centros de costos (el número mínimo exigido para alcanzar una homogeneidad aceptable), en lugar del único centro de costos que hasta entonces la compañía utilizaba. Pero la dirección se negaba a establecer 20 centros de costo, por que pensaba que ello sería excesivamente costoso. Además, el contador pretendía que sus costos era "aproximadamente" corrector, incluso ante la prueba de que existía un 50% de error. En estas circunstancias, productos que parecían como muy rentables, podrían, en realidad serlo muy poco y viceversa. ¿Cómo podrían tomarse decisiones inteligentes sobre la base de tales cifras? Y sin embargo, la mayor parte de los sistemas de contabilidad de costos de las pequeñas empresas tienen muy pocos centros de costo para que se pueda considerar que sus cifras son aceptables; por ello, el sistema de costos no consigue proporcionar datos significativos para la planeación de beneficios.

b). Volumenes Variables .- El volumen real de operaciones puede tener un efecto -- significativo sobre los costos de los productos. Por ejemplo, si existe un exceso de ca- pacidad, los costos de los productos serán altos y los beneficios bajos. Si la dirección ha de utilizar información, sobre la rentabilidad de los productos, para la toma de de- cisiones, es importante segregar los gastos de capacidad no utilizada. (Análogamente, es importante no infravalorar los costos de los productos que púedan aparecer debido a una utilización anormalmente alta de la capacidad disponible). Los bajos beneficios que puedan resultar de un exceso de capacidad precisan una acción correctiva totalmen- te distinta de los beneficios bajos que puedan resultar, por ejemplo, de precios de ven- ta bajos, producción ineficiente, o diseño no competitivo.

c). Costos no representativos.- Siempre existe el peligro de que los costos reales de un mes, no sean representativos. En un período tan corto como el de un mes, puede ha- ber acontecimientos que afecten a los costos unitarios de manera importante.

d). Falta de costos variables.- Para muchas decisiones, es necesario conocer el costo - variable de un producto, porque éste reflejará los cambios de costo relacionados con un cambio de volumen a corto plazo. Incluso aunque los costos variables no son utilizados para la toma de decisiones de planeación de beneficios (por ejemplo, para la preparación de una oferta en una subasta), únicamente es posible medir el beneficio potencial de una decisión si son conocidos los costos variables de los productos.

### C). OBJETIVOS DE UN SISTEMA DE CONTABILIDAD DE COSTOS.

Son tres los objetivos principales:

- 1.- Proporcionar datos para la valuación de los inventarios en proceso y de productos terminados. (Esta información es nece- saria para evaluar los cambios que se producen en el capital como resultado de las actividades de operación.)

- 2.- Proporcionar datos para el control de costos.
- 3.- Proporcionar información sobre la cual se base la administración para el planeamiento y toma de decisiones ( por ejemplo, cambiar precios de ventas, dejar de fabricar un producto, modificar la composición del volumen de ventas, etc.)

No todos los sistemas de contabilidad de costos están estructurados para cumplir estos tres objetivos. Con frecuencia, la única finalidad del sistema es la valoración de los inventarios. Esto es correcto si los otros dos objetivos no tienen importancia o si se consiguen utilizando otros procedimientos.

Para evaluar un sistema de contabilidad de costos se deben responder las siguientes preguntas:

- ¿Qué se espera del sistema?, es decir, ¿Cuáles son los objetivos que se le han asignado?
- ¿En qué medida consigue los objetivos propuestos?
- ¿Debiera hacer más de lo que hace?
- ¿Consigue los objetivos propuestos con la mayor eficiencia posible?

Antes de analizar los diversos sistemas de costos ,presentemos algunos conceptos básicos de costos.

#### D). ELEMENTOS DEL COSTO

El costo total puede ser definido como el conjunto de costos o deducciones del ingreso total por ventas antes de impuestos. En una empresa manufacturera el costo total se divide en:

Costo de Fábrica y  
Gastos Comerciales

El costo de fábrica se compone de: materias primas directas, mano de obra directa y gastos generales de fabricación. Los gas-

tos comerciales se subdividen en: gastos de distribución y gastos administrativos.

Para propósitos de cálculo del costo de los productos, el adjetivo 'directo' indica la relación de esos elementos del costo con el producto que se está fabricando. Así, los materiales directos son las materias primas que físicamente se convierten en parte del producto terminado, como la madera que sirve para hacer muebles; el acero que se utiliza en la fabricación de estructuras para automóviles o el petróleo crudo que se utiliza en la elaboración de gasolina. La mano de obra directa, representa el costo de los servicios de los empleados que trabajan con el producto mismo, sin incluir el costo del personal de supervisión o de otro tipo de trabajo que tiene una relación indirecta con el producto. La materia prima y la mano de obra directa frecuentemente se describen como costo primo.

Los gastos generales de fabricación incluyen todos los costos relacionados con la producción de fábrica, a excepción de materias primas o mano de obra directa. Se pueden distinguir tres categorías de gastos generales de fabricación:

- materiales indirectos que son materiales que se requieren para completar el producto, pero cuyo consumo con respecto a dicho producto es tan pequeño o tan complejo que resultaría difícil considerarlos como materiales directos. La cola, el hilo, los remaches, las tachuelas, los clavos, materiales de limpieza y otros artículos similares pertenecen a esta categoría. Debe indicarse, sin embargo, que en la actualidad muchas compañías idean algunos métodos para asignar costos a los elementos de materiales indirectos para poder cargar los costos al producto.
- mano de obra indirecta que es la mano de obra que no afecta la construcción o composición del producto terminado. Aquí se incluyen los salarios de los supervisores, veladores, personal de mantenimiento, etc.
- gastos generales de fábrica también conocidos como costos in-

directos de fabricación son los que involucran el sistema de soporte requerido para la manufactura de productos. Aquí se incluyen: pólizas de seguros, depreciación de edificio y equipo, impuestos, servicios públicos, etc.

La combinación de la mano de obra directa y los gastos generales de fábrica se conoce como costo de conversión o costo de procesamiento, pues involucra los gastos de transformar la materia prima en producto terminado.

El costo de fábrica es la suma del costo primo más los gastos generales de fabricación y representa, de acuerdo al sistema tradicional de costeo por absorción que discutiremos más adelante, el valor del producto terminado en el inventario.

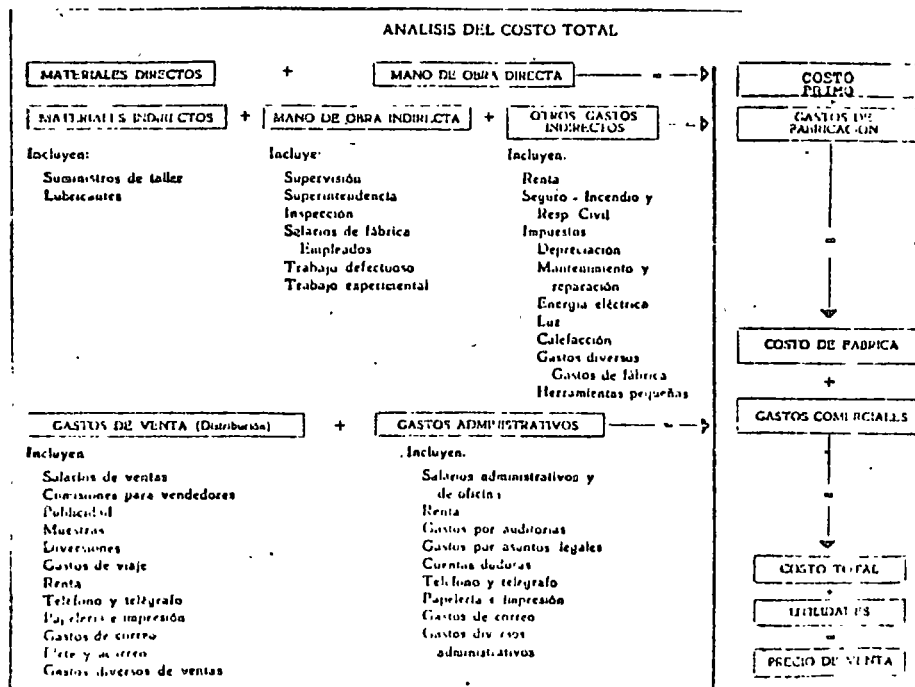
Los gastos comerciales empiezan en el punto en donde terminan los costos de fábrica, es decir, cuando el proceso de producción se ha terminado y el producto está en condiciones de ser vendido. Los gastos de distribución abarcan los costos de hacer las ventas y entregar los productos. Los gastos administrativos incluyen los gastos incurridos en la dirección, el control y la administración de la compañía.

Algunas razones que han ocasionado que tradicionalmente los gastos comerciales sean excluidos del costo del inventario son:

- es muy difícil identificar el costo que representa transportar y vender un producto.
- los gastos de distribución suelen efectuarse después de haberse inventariado los productos.
- los gastos comerciales tienden a permanecer relativamente constantes de un período a otro.
- el criterio conservador pretende mantener el valor de los inventarios lo más bajo posible.

A continuación se presenta un cuadro en donde se hace un análisis del costo total.





### E). CLASIFICACION DE LOS COSTOS.

Tradicionalmente los costos han sido clasificados de tres formas diferentes:

a) en cuanto al tipo de actividad a que pertenecen:

- costos de administración
- costos de producción
- costos de venta, etc

b) en cuanto a su identificación con los productos:

- costos directos
- costos indirectos

Se llaman costos directos los identificables con una determinada unidad de referencia: un producto, una línea productiva, un departamento ...

Se denominan costos indirectos los que no pueden identificarse con una determinada unidad de referencia sin utilizar algún procedimiento de reparto. Cuando la unidad de referencia

es un producto o una línea de productos, los criterios mas frecuentemente utilizados para repartir un costo común son: horas de mano de obra, pesos de mano de obra y horas de máquina.

En esta clasificación de costos es, por tanto, fundamental la unidad de referencia pues dependiendo de ella un mismo costo podrá ser directo o indirecto.

c) en cuanto a su variación en relación al volumen de producción:

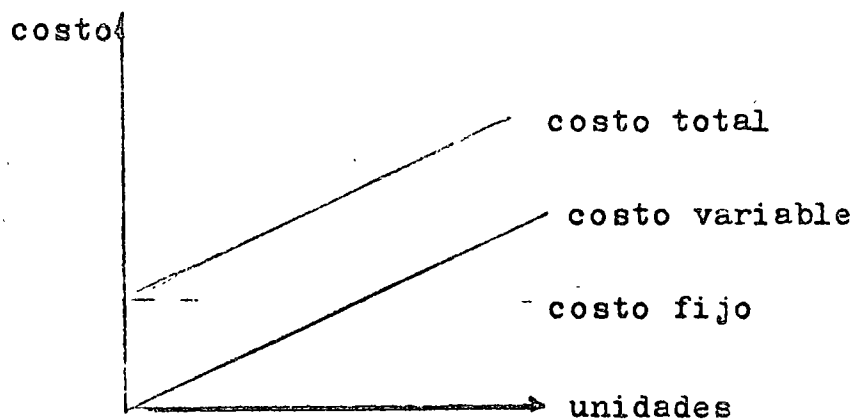
- costos variables, como mano de obra directa y materia prima, cuyo total tiende a aumentar o disminuir en proporción con los cambios en los niveles de actividad.
- costos fijos, que permanecen constantes a variaciones en los niveles de actividad. Se pueden considerar de tres tipos:
  - 1.- costo de capacidad a largo plazo, que representa la capacidad para producir y vender artículos. ( depreciación y amortización)
  - 2.- costos fijos de operación, necesarios para operar las instalaciones de la compañía. (seguros, impuestos, supervisión, etc)
  - 3.- costos fijos programados, que no tienen relación directa con las instalaciones y su operación. ( publicidad)
- costos semivariables o semifijos, que constan de dos componentes: una fija y una variable y tienen diversos patrones de comportamiento.

La distinción entre costos fijos, variables y semivariables no siempre depende de las características naturales de los costos, pues las decisiones de la administración afectan esa distinción. Por ejemplo, si la política de la compañía se opo

ne al despido de los supervisores, el salario de estos se convierte en un costo fijo; en empresas con alto grado de automatización, la mano de obra directa podría ser considerada por la administración como un costo fijo.

En la práctica generalmente se clasifican los costos semivaria- bles o como fijos o como variables, según sean sus característi- cas predominantes.

Con frecuencia los costos variables aumentan en forma constante, por lo que puede considerarse que la variación tiene lugar se- gún una línea recta, por lo que en ocasiones también se les lla- ma costos proporcionales.



#### F). COSTO UNITARIO

Normalmente el costo unitario de un producto se obtiene median- te el proceso de promedios y se calcula dividiendo los costos to- tales incurridos entre el número de unidades producidas.

Cálculo del costo unitario del producto Y  
( unidades elaboradas: 1000 )

Materias Primas	Costo Total	Costo Unitario
artículo a	\$ 6 000	\$ 6
artículo b	9 000	9
artículo c	14 000	14
	<u>29 000</u>	<u>29</u>
Mano de Obra Directa		
operación 1	13 000	13
operación 2	7 000	7
operación 3	10 000	10
	<u>30 000</u>	<u>30</u>

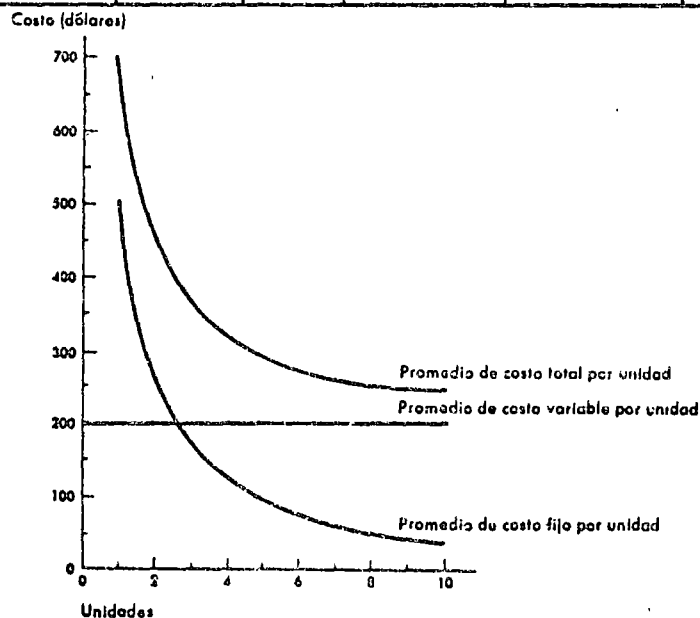
Gastos Generales de Fabricación:	Costo Total	Costo Unitario
M de O Indirecta	\$ 15 000	\$ 15
suministros	7 000	7
depreciaciones	7 000	7
seguros	1 000	1
impuestos	2 000	2
servicios públicos	2 000	2
	<u>34 000</u>	<u>34</u>

El costo unitario promedio del producto Y es \$ 93.

### F). COMPORTAMIENTO DE LOS COSTOS UNITARIOS EN CONTABILIDAD.

Comportamiento del Costo en la Contabilidad  
(En costos totales y unitarios)

Unidades producidas	Costos fijos totales	Costos variables totales	Costos totales	Costo unitario fijo promedio	Costo unitario variable promedio	Costo unitario total promedio
1	\$500	\$ 200	\$ 700	\$500	\$200	\$700
2	500	400	900	250	200	450
3	500	600	1,100	167	200	367
4	500	800	1,300	125	200	325
5	500	1,000	1,500	100	200	300
6	500	1,200	1,700	83	200	283
7	500	1,400	1,900	71	200	271
8	500	1,600	2,100	63	200	263
9	500	1,800	2,300	56	200	256
10	500	2,000	2,500	50	200	250

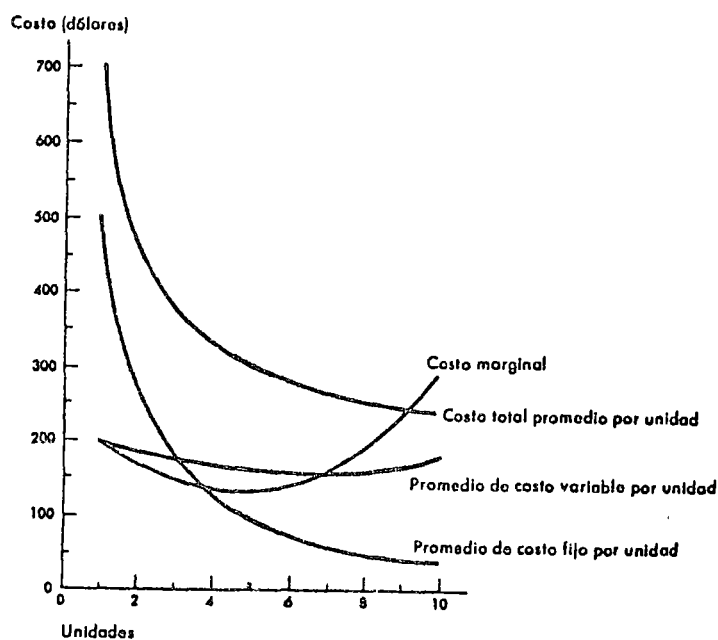


Conducta de costos en la práctica contable  
(en términos de costos unitarios).

G). COMPORTAMIENTO DE LOS COSTOS UNITARIOS EN ECONOMIA

Comportamiento del Costo en la Economía  
(En costos totales, unitarios y marginales)

Unidades del producto	Costos fijos totales	Costos variables totales	Costos totales	Costo unitario fijo promedio	Costo unitario variable promedio	Costo unitario total promedio	Costos marginales
1	\$500	\$ 200	\$ 700	\$500	\$200	\$700	\$200
2	500	360	860	250	180	430	160
3	500	510	1,010	167	170	337	150
4	500	650	1,150	125	162	287	140
5	500	780	1,280	100	156	256	130
6	500	925	1,425	83	154	237	145
7	500	1,085	1,585	71	155	226	160
8	500	1,265	1,765	63	158	221	180
9	500	1,495	1,995	56	166	222	230
10	500	1,795	2,295	50	180	230	300



Desde el punto de vista contable puede observarse que los costos unitarios variables permanecen constantes en tanto que los costos

unitarios fijos disminuyen a medida que aumenta el nivel de producción.

La versión que ofrece el economista acerca del comportamiento de los costos varía ligeramente, pues considera:

- que los aumentos o disminuciones en el costo variable total no siguen un ritmo constante, lo que ocasiona que el costo variable unitario decline en niveles de baja actividad, luego se nivele y finalmente ascienda para niveles de actividad mayores
- el costo marginal, en lugar del costo incremental. Costo marginal es el aumento en el costo total debido a la producción de una unidad adicional.

De acuerdo con esta teoría, las máximas ganancias de una empresa se obtienen en el punto en que el ingreso marginal es igual al costo marginal, es decir, cuando el aumento en el ingreso total derivado de la venta de una unidad adicional, iguala al costo marginal

#### G). PUNTO DE EQUILIBRIO

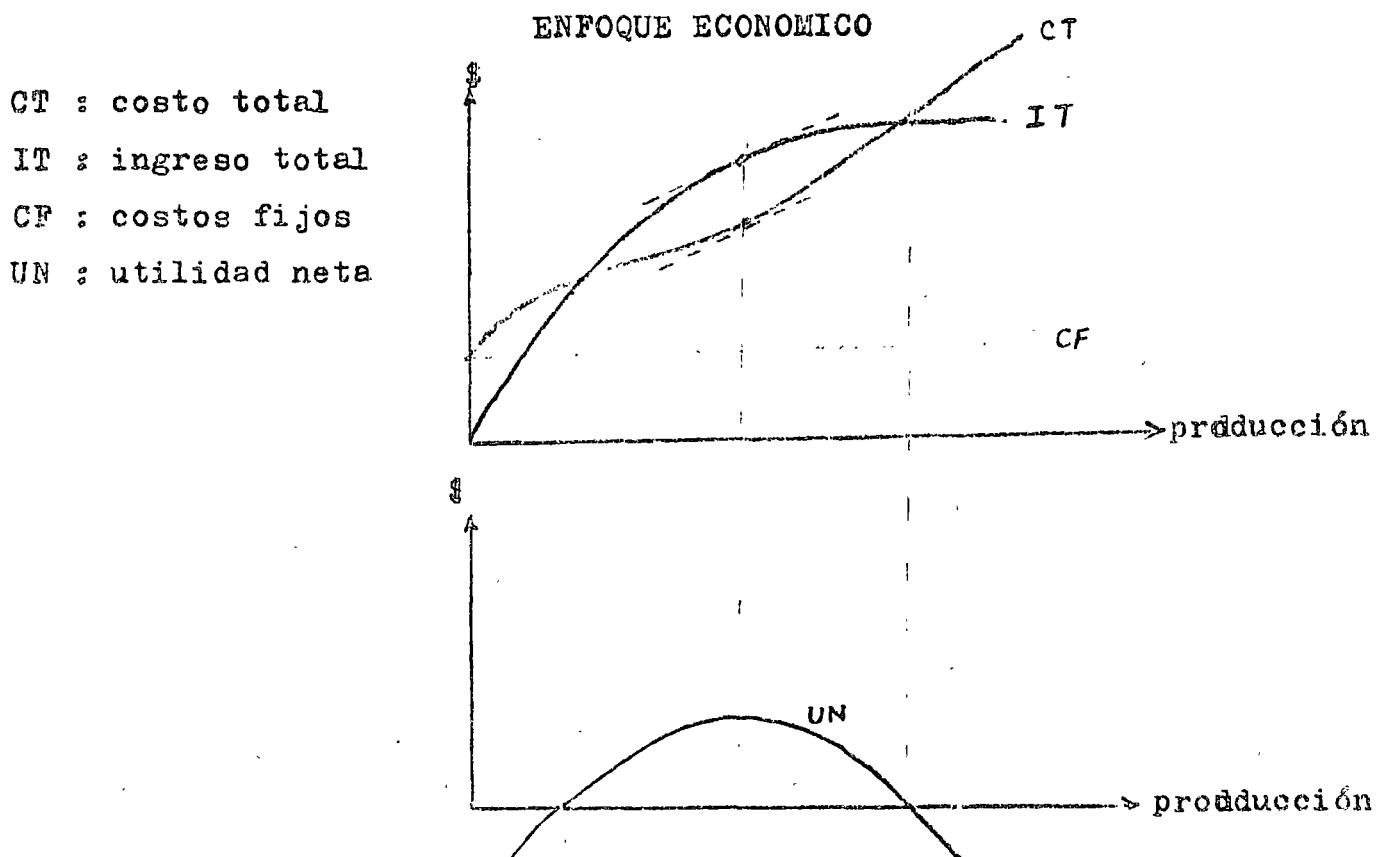
- una de las técnicas mas ampliamente utilizadas es administración.
- es un análisis que emplea un método formal para la planeación de utilidades que está basado en las relaciones entre costos e ingresos.
- si los costos de una empresa fueran enteramente variables, no sería necesario utilizar el volumen que da equilibrio a la empresa.
- responde a las siguientes preguntas:
  - + que cantidad de producto "X" debe ser elaborado y ser vendido al precio "Y" para que el ingreso sea exactamente igual a los costos totales de producción.
  - + que volumen incremental de ventas se necesitaría para sobre

pasar los costos provenientes de añadir un nuevo canal de distribución.

- + cual es la tasa de rentabilidad sobre la inversión y cuales los futuros flujos de fondos necesarios para operar en el punto de equilibrio.
- + cual es el máximo pago por concepto de equipo que producirá "Z" pesos de ahorros futuros por año.

El análisis de punto de equilibrio es estático, esto es, no toma en cuenta el valor del dinero en el tiempo, por lo que es vá lido únicamente para períodos de tiempo muy cortos.

La presentación más común del análisis de punto de equilibrio es la representación gráfica integrada por los costos, los ingresos y el volumen de producción de la empresa con el fin de mostrar los posibles efectos que las diversas alternativas tendrían sobre las utilidades.



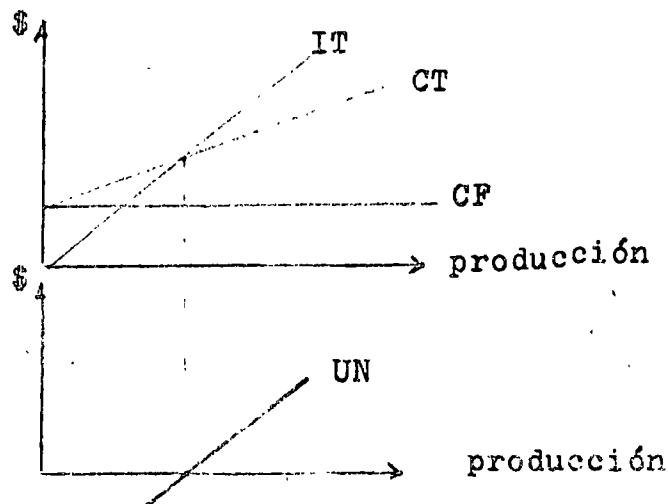
- La curva del Ingreso Total se calcula multiplicando el precio unitario de venta por la cantidad vendida. En el presente ejemplo su curvatura es negativa indicando que la empresa puede vender cantidades adicionales unicamente mediante una reducción del precio de venta. La curva de ingreso total se inicia en el origen.
- La curva de Utilidad neta es la diferencia entre: ingreso total y costo total.
- la Utilidad neta es máxima cuando  $IT - CT$  es máximo para una cierta producción  $K$ . Este punto es también el punto de igualdad entre el ingreso marginal y el costo marginal.

**Suposiciones Necesarias para la Linealización.**

- 1.- Un incremento en el volumen de producción puede venderse al mismo precio. Esto indica que la curva del ingreso total sería una línea recta que pasaría por el origen. O sea, la empresa en cuestión es el único competidor significativo en el mercado y ninguna otra empresa es suficientemente grande para alterar el precio de mercado mediante el ofrecimiento o la retención de su producto.
- 2.- Unidades adicionales requeridas en la producción podrán ser compradas al mismo precio

**ENFOQUE FINANCIERO**

Dado que las curvas de costos y de ingresos son líneas rectas solamente se tendrá un punto de equilibrio





Para calcular el volumen en el punto de equilibrio tenemos:

$$PE_V = \frac{CF}{I_u - CV_u}$$

Donde:

$PE_I$  = Punto de equilibrio en Ingresos o Ventas

$PE_V$  = Punto de equilibrio en volumen

CF = Costos Fijos.

CV = Costos Variables

I = Ingresos o Ventas

$I_u$  = Ingreso unitario

$CV_u$  = Costos variables unitarios.

Los ingresos unitarios resultan al dividirlos entre el número de unidades fabricadas

$$I_u = \frac{I}{n}$$

n = número de unidades fabricadas.

Los costos variables unitarios resultan al dividirlos entre el número de unidades fabricadas.

$$CV_u = \frac{CV}{n}$$

Los datos necesarios para el análisis del punto de equilibrio pueden ser tomados de los estados de pérdidas y ganancias por ejemplo:

La Cía. Hidromex, S.A., desea conocer cual es el punto de equilibrio y para esto presenta el siguiente estado de resultados.

"CIA. HIDROMEX, S.A."

ESTADO DE RESULTADOS

del 1o. de enero de 19\_\_ al 31 de Dic. de \_\_

Ventas netas	(1600 unidades a \$ 400 c/u)	640,000
menos: Costo de Ventas		
Materiales Directos	165,000	
Mano de Obra Directa	210,000	
Gastos de fabricación	<u>110,000</u>	485,000
Utilidad Bruta		<u>155,000</u>
Gastos de Venta	55,000	
Gastos de Administración	<u>85,000</u>	140,000
utilidad neta antes de impuestos		<u>\$ 15,000</u>

El análisis de los costos con fines de planeación de utilidades a través del punto de equilibrio empieza con la determinación de los elementos fijos y variables de los -- costos. En el caso del ejemplo tendríamos:

(MILES DE PESOS)

Elemento del costo	TOTAL	VARIABLE	FIJO
Materiales Directos	165	165	
Mano de Obra Directa	210	210	
Gastos de fabricación	110	50	60
Gastos de venta	55	15	40
Gastos de administración	<u>85</u>	<u>12</u>	<u>73</u>
SUMA	<u>625</u>	<u>452</u>	<u>173</u>
% de ventas.	97.6%	70.6%	27%

El análisis nos muestra que de cada peso de venta, \$ 0.706 se requieren para pagar -- los costos variables y se tiene disponible \$ 0.294 (100-70.6) para cubrir los costos fijos.

Calculando el punto de equilibrio a través de las fórmulas tendríamos

$$PE_I = \frac{CF}{1 - CV/I} = \frac{173}{1 - 452/640}$$

$$PE_I = \$ 588, 435$$

$$PE_V = \frac{CF}{I_U - CV_U} = \frac{173,000}{400 - \frac{452}{1600}}$$

$$PE_V = 1,472.340 = 1472 \text{ unidades.}$$

Si las ventas de \$ 640,000 se consideran como normales para el período que se trate, se podría determinar el porcentaje de capacidad al que la empresa debe trabajar para alcanzar el punto de equilibrio. El porcentaje se calcula de la siguiente manera:

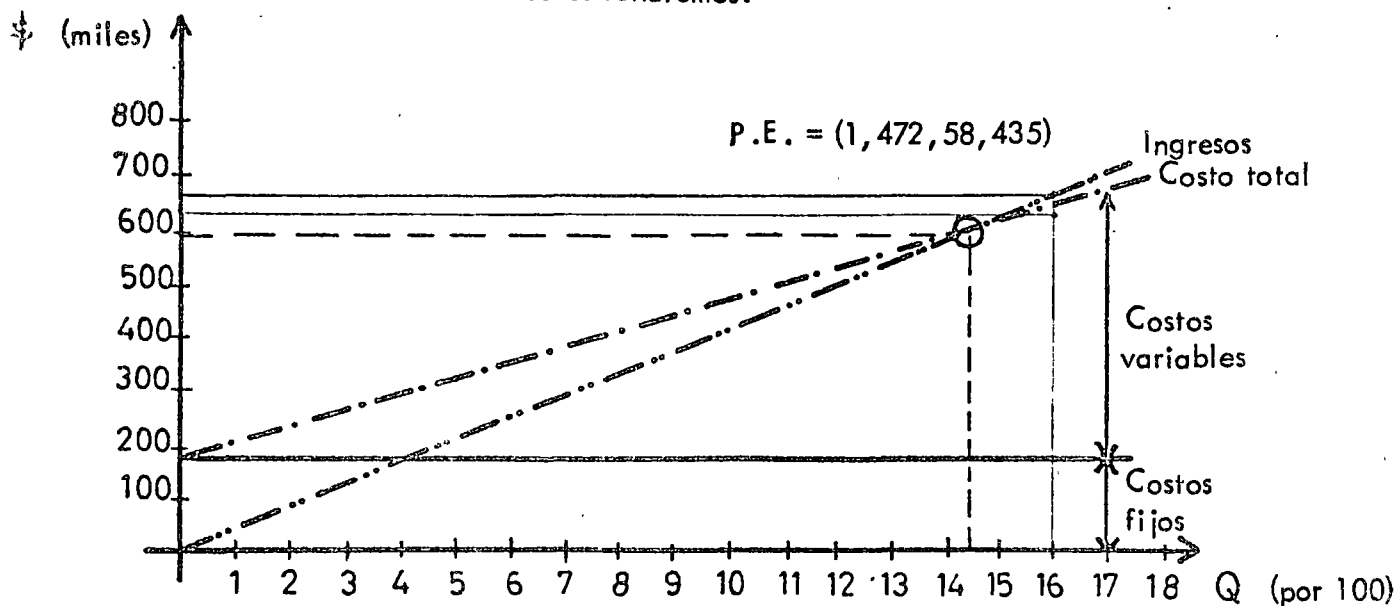
$$C_V = \frac{PE_I}{I} = \frac{\text{Punto de equilibrio en ingresos}}{\text{Ingresos o Ventas}}$$

$$C_V = \text{Porcentaje de capacidad de ventas.}$$

$$C_V = \frac{588,435}{640,000} = 91.9\% \text{ aprox.}$$

Este resultado indica que la empresa no perdería ni ganaría nada operando a un 91.9 % de su capacidad de ventas.

Si graficamos los datos anteriores tendremos:



## Margen de Seguridad.

El margen de seguridad es la disminución porcentual de las ventas que puede producirse antes de que empiecen las pérdidas para calcular el margen de seguridad podemos utilizar la siguiente fórmula:

$$\text{Margen de seguridad} = \frac{\text{VENTAS NETAS} - \text{VENTAS EN EQUILIBRIO}}{\text{VENTAS NETAS.}}$$

Aplicando las cantidades del ejemplo anterior tendríamos margen de seguridad =

$$\frac{640,000 - 588,435}{640,000} = 0.0806$$

El margen de seguridad nos dice que las ventas podrían sufrir una disminución de 8.05 %, sin que la empresa sufriera pérdidas, aunque tampoco tendría utilidades.

## Limitaciones del Análisis de punto de equilibrio lineal.

- supone el precio de venta constante, cosa que es solo cierta en un período de tiempo dado.
- las relaciones entre los costos planteadas por el método no son necesariamente ciertas para todos los volúmenes de producción.
- supone que la calidad y cantidad del producto no varían en el intervalo de tiempo.
- las mezclas de productos deben influir en la magnitud y en la forma de las ecuaciones de costo, cosa que no se contempla.

A continuación se anexa un artículo muy interesante sobre el punto de equilibrio.

# Obtenga mayores utilidades aplicando el punto de equilibrio

¿Cómo puede la dirección actuar en forma tenaz respecto a costos crecientes, mantenerse flexible ante condiciones cambiantes y planear el futuro con imaginación?

Por Fred V. Gardner

Según van aumentando las ventas como ha sucedido en muchas empresas durante la última década, los costos generalmente también aumentan. Pero cuando las ventas se nivelan y disminuyen, los costos no bajan tan fácilmente. Por más que los costos *deben* bajar a medida que disminuyen las ventas, casi nunca sucede así.

Las razones detrás de este fenómeno son claras. Un período en el que es fácil conseguir ventas conduce a un control de costos descuidado y menosprecia el objetivo de las utilidades. El volumen en sí hace lucir bien a la compañía, y los altos ejecutivos no prestan suficiente atención crítica y perspicaz a las actitudes de los ejecutivos *junior*, a la planeación y pronósticos, ni a la eficiencia productiva. Además, los costos se han vuelto mucho menos flexibles como resultado de reglamentos gubernamentales complejos y contratos sindicales restrictivos, la burocratización de la organización moderna, y de los factores sencillamente físicos tales como el espacio adicional disponible (la distancia entre la puerta de entrada y la puerta trasera de la planta es mucho mayor hoy día).

Por consiguiente, los ejecutivos se tropiezan con grandes dificultades cuando, a medida que el volumen muestra señales de disminución, tratan de alinear los costos con las ventas. Ven claramente que si añaden 70 centavos en costo por cada dólar de ventas adicional durante los años de expansión, habrá que eliminar 70 centavos por cada dólar de ventas perdidas; de otra manera, el punto de equilibrio subirá a un nivel peligroso. Pero ¿cómo puede la gerencia inculcar una conciencia de costos entre los ejecutivos más jóvenes que nunca han experimentado los problemas involucrados en hacer frente a volúmenes descendientes; ¿cómo les puede educar para examinar con mayor sentido crítico algunos de esos costos que han llegado a ser considerados (por más equivocadamente que sea) como "fijos"? ¿Qué se puede hacer con los

costos excesivos que se desprenden de inventarios de lenta rotación y otras causas similares? Y ¿no es verdad que para quitarle una porción del mercado a un competidor, la empresa tiene que reducir precios, elevando así el punto de equilibrio aún más?

Puede ser casi imposible, cuando el volumen de negocios disminuye, reducir costos a tasas comparables a los aumentos en costos que se presentan cuando el volumen de negocios aumenta. Pero sí es posible adoptar una actitud mucho más estricta respecto a costos que la que observa la mayoría de las gerencias hoy día. No estoy pensando en el tipo de presión que proviene de la jerarquía superior cuando se encuentra presa de pánico, para "bajar costos donde sea" que con demasiada frecuencia han caracterizado el enfoque de la dirección en el pasado; eso puede causar más daño que beneficio. Más bien, estoy pensando en el "enfoque de cifras", objetivo y perspicaz, que (a) señalar las causas de dificultades *a medida que se desarrollan*, no después; (b) muestra clara y enérgicamente el efecto que tiene sobre el punto de equilibrio el rendimiento pobre de cualquier división, departamento o taller de la compañía *en general*; y (c) estimula a los ejecutivos a tomar acción por iniciativa *propia* cuando los costos se salen fuera de control, ya sea que exista o no presión desde arriba, indistintamente de si las utilidades van en aumento o en disminución.

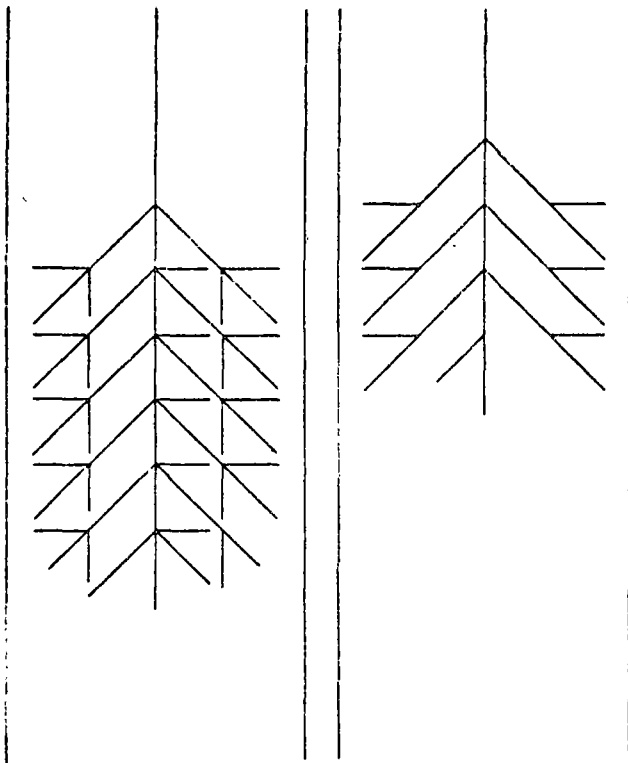
En este artículo discutiré el funcionamiento de este enfoque, al que denomino "el control del punto de equilibrio". Vamos a empezar por considerar brevemente la necesidad del control del punto de equilibrio en contraposición a la contabilidad convencional; entonces pasaremos a un análisis detallado paso por paso, cómo y por qué funciona, basándonos no en generalidades sino en cifras específicas y en la situación de un caso concreto.

## Necesidad de un Control Flexible

Al planear el ataque contra los costos, la dirección debe recordar que los problemas de control de costos surgen principalmente del hecho que los ejecutivos tienen que planear con anterioridad, o sea que "negocian en futuros."

Esto es tan obvio que existe la probabilidad de pasar por alto sus implicaciones. Si todos los problemas de inventarios, gastos, depreciación, financiamiento, inversión y otros tuviesen secuencia de tiempo de sólo un momento, digamos, o de un mes, las dificultades de la gerencia se reducirían al mínimo.

Pero, desafortunadamente, las decisiones sobre costos que llegan a la gerencia varían desde las que se pueden tomar diariamente sobre la base de fluctuaciones en volumen (por ejemplo, el número de vendedores que se debe enviar al mercado para vender cierta línea de mercancía) hasta aquellas que requie-



ren planeación a través de un extenso período de depreciación (por ejemplo, una inversión en maquinaria capaz de manufacturar productos que apenas están en la etapa de diseño).

Debido a la importancia del factor tiempo o "rotación", los que establecen la política de la empresa a menudo encuentran que la contabilidad es sumamente frustrante. La contabilidad convencional es una ciencia exigente. Informa en términos de condiciones estáticas, generalmente después del hecho. Calcula que la empresa obtuvo un porcentaje determinado de utilidades en un período de tiempo dado, sobre un volumen dado. Todo esto está bien, pero no toma en cuenta los factores dinámicos. Y no toma en cuenta

el hecho que ciertos ángulos de costos se repiten más rápidamente que otros, que ciertas máquinas se desgastan más rápidamente que otras, que ciertos inventarios tienen una rotación más rápida que otros. Por consiguiente, la contabilidad a menudo proporciona una ayuda muy limitada a la gerencia en términos de dónde acudir realmente para controlar costos.

## El Punto de Equilibrio

En contraste, el punto de equilibrio —un término común en el lenguaje de los negocios pero no un término "de contabilidad"— sí refleja los factores dinámicos que afectan a las utilidades.

Un negocio tiene un punto de equilibrio *debido* a diferentes tasas de rotación y actividad. Si todos los costos variasen directamente con el volumen, no existiría un punto de equilibrio; la compañía percibiría utilidades sobre los primeros \$1,000 dólares en venta. Por otro lado, si todos los costos fuesen más o menos constantes (que no lo son), el punto de equilibrio sería estático y no móvil (que lo es), y entonces el control de costos sería una tarea bastante rutinaria. Pero la empresa tiene costos tanto constantes como variables, y es por eso que existe un punto de equilibrio. (A mi modo de ver, el término *costo fijo* es poco satisfactorio, ya que ningún costo es realmente fijo<sup>1</sup>; prefiero clasificar los gastos que persisten, indistintamente del nivel de producción, como *costos constantes*). Debido a la dualidad de los costos, la forma constructiva para que la gerencia piense en utilidades no es en términos de la fórmula usual,  $Utilidades = Ventas - Costos$ , sino en términos de la fórmula  $Utilidades = Ventas - (Costos constantes + variables)$ .

Aunque muchas gerencias pretenden conocer sus puntos de equilibrio, generalmente los conocen sólo de manera superficial. Los conocen en términos de costo estáticos y "contables" y generalidades como "nuestros costos son x dólares, de manera que serán necesarios y dólares en ventas para recuperarlos," en vez de costos específicos y variables. No pueden aplicar los puntos de equilibrio a su utilización más importante, o sea, para presupuestos, pronósticos, y control de costos.

Un punto de equilibrio se mueve según las condiciones cambiantes (vg., fluctuaciones en ventas o en costos de compras) y al moverse, emite señales preventivas. Si la gerencia no hace caso de esa advertencia y no procede con la acción apropiada, el presupuesto anual, y los pronósticos sobre los que está basado, pronto se vuelven obsoletos para todo propósito práctico —sobre todo en los años de grandes cambios económicos en que más se necesitan. No es sorprendente que muchos ejecutivos digan: "¡Presupuestos! No los quiero. Sólo me confunden."

Una vez que la idea del punto de equilibrio esté

<sup>1</sup> Véase, por ejemplo, Bruce Payne, "A Program for Cost Reduction," HARVARD BUSINESS REVIEW, Septiembre/Octubre 1953, p. 71.

integrada en el pensamiento orientado hacia el control, entonces es realmente fácil comparar el pasado con el presente, y ambos con el futuro. A menudo, los métodos de pronóstico actuales son poco satisfactorios porque es difícil visualizar planes en términos de las realidades del pasado, especialmente cuando el volumen pronosticado es distinto a las experiencias pasadas inmediatas. El enfoque del punto de equilibrio agudiza la efectividad de los pronósticos porque las cifras proyectadas pueden ser analizadas en forma mucho más intensiva en relación con lo que ha sucedido, o lo que está sucediendo.

## El Sistema de Operación

Ahora vamos a pasar a la operación en sí del control del punto de equilibrio. Para tener una base concreta de discusión, consideraremos el caso de la "Compañía Wisconsin" (nombre ficticio). Su situación es representativa de aquella en que se encuentran actualmente muchas divisiones de empresas grandes y medianas, y también muchas empresas pequeñas.

Supongamos que la gerencia de la Compañía Wisconsin, confrontada con la necesidad de prepararse para condiciones más difíciles de competencia, acude al control del punto de equilibrio. ¿Cómo procederá la gerencia a establecer un presupuesto, efectuar un análisis, y decidir qué acción tomar?

### Necesidad de Cifras de Control

Para empezar, la gerencia necesita contar con cierto tipo de información sobre el control. La lista podría ser desarrollada como sigue:

1.—*Factores de equilibrio* — Estos son los diferentes costos constantes y variables, desde la mano de obra directa hasta los gastos administrativos, tal como los están calculando los contadores. Aunque la distribución exacta variará de una compañía a otra, hay dos reglas generales que son importantes:

(a) En algunos casos, un costo total tendrá que ser desglosado en sus componentes constantes y variables. Por ejemplo, la cifra total anual de gastos generales de fábrica puede ser de \$620,700. Pero parte de este costo es variable, dependiendo del número de turnos, del volumen de producción, etc. Los contadores necesitan aislar la parte constante y registrarla por separado. En el caso de Wisconsin, el elemento constante suma \$294,000 y el variable \$326,700.

(b) El costo constante puede entrar en el presupuesto como una cifra anual. Pero el costo variable debe ser registrado como una cifra de control por cada \$100 dólares de venta neta pronosticada. Por ejemplo, puesto que el pronóstico de ventas netas para Wisconsin es de \$2,700,000, el costo variable para gastos generales de fábrica se anotaría como \$12.10 por \$100.

2.—*Cifras de rendimiento equilibrado* — Estas son las cifras de evaluación que se usan para juzgar los presupuestos sometidos por los jefes de departamento. Se calculan aritméticamente sobre la base de los factores de equilibrio y el pronóstico de ventas. Por ejemplo, el costo directo de mano de obra de Wisconsin, de \$10.80 por cada \$100 de ventas, produce una asignación presupuestaria de \$291,600 para un pronóstico de ventas de \$2,700,000.

Es necesario enfatizar, por supuesto, que la gerencia no debe considerar como decisivas estas cifras de evaluación. Por ejemplo, la cifra de \$10.80 para el costo directo de mano de obra puede reflejar ineficiencia en la planta. Se usa porque es sencillamente la mejor cifra de costos disponible basada en el rendimiento pasado. A medida que el rendimiento mejore en el futuro, la cifra cambiará.

3.—*Solicitudes presupuestales de departamento* — Estas son las cifras presupuestales sometidas por los jefes de departamento para aprobación de la gerencia. Serán comparadas con las cifras de rendimiento equilibrado.

4.—*Comparaciones de porcentaje* — Estas son las cifras de control que señalan cómo se comparan las cifras de rendimiento equilibrado con los presupuestos departamentales proyectados. Se expresan mejor en porcentajes, dividiendo las primeras entre las últimas. Entre más bajo es el porcentaje, más desfavorable es la cifra de control.

5.—*Puntos de equilibrio en las ventas netas* — Los puntos de equilibrio se obtienen dividiendo el total de costos constantes entre la *utilidad percibida* (véase el último renglón del CUADRO I). Son cifras clave para la alta gerencia porque señalan la validez o invalidez de las solicitudes presupuestales acumuladas de los departamentos. Para ilustrar, con un rendimiento equilibrado, la Compañía Wisconsin estará ganando dinero para sus accionistas una vez que las ventas hayan pasado el punto de \$2,112,600; por el contrario, bajo la programación presupuestal sometida por los jefes de departamento, la compañía no estará fuera de peligro hasta que las ventas pasen el punto de \$2,670,600, lo cual coloca a la empresa en posición precaria si las ventas caen debajo del nivel proyectado.

Cuando se hayan obtenido estos diferentes conjuntos de cifras, pueden anotarse en una forma parecida a la del CUADRO I, que muestra el análisis del punto de equilibrio de los presupuestos departamentales sometidos a la Compañía Wisconsin.

## Interpretación del Análisis

Ahora bien, ¿qué es lo que señala este análisis a la gerencia? Los ejecutivos pueden ver rápidamente que los mayores incrementos *relativos* en los costos proyectados se encuentran en los gastos de administración

CUADRO I. ANÁLISIS DEL PUNTO DE EQUILIBRIO DE PRESUPUESTOS  
COMPAÑÍA WISCONSIN

MENTALES

	Factores de equilibrio		Rendimiento equilibrado	Solicitudes de presupuesto departamental	Cifras de Control
	Costos constantes por año	Costos variables por \$100 de ventas netas			
Ventas netas			\$2,700,000	\$2,700,000	
Costo de ventas					
Mano de obra directa		\$10.80	291,600	291,600	100%
Materia prima		46.80	1,263,600	1,296,044	97%
Gastos generales de fábricas	\$294,000	12.10	620,700	689,536	90%
Total	\$294,000	\$69.70	\$2,175,900	\$2,277,180	96%
Utilidad Bruta			\$ 524,100	\$ 422,820	
Gastos					
Ventas	\$100,000	\$ 7.27	\$ 296,290	\$ 310,953	95%
Administración	84,500	0.38	94,760	106,267	89%
Total	\$184,500	\$ 7.65	\$ 391,050	\$ 417,220	94%
Costos totales	\$478,500	\$77.35	\$2,566,950	\$2,694,400	95%
Utilidad neta (antes de impuestos)			\$ 133,050	\$ 5,600	
Punto de equilibrio en ventas netas para el año*			\$2,112,600	\$2,670,600	
Utilidades percibidas†		\$22.65		\$ 18.86	

\*El punto de equilibrio se calcula dividiendo el total de los costos constantes entre la utilidad percibida; puesto que la cifra de control indica el 95% de realización, el total de los costos constantes tiene que ser ajustado a este nivel (\$478,500 ÷ 95%) antes de poder encontrar el punto de equilibrio para las solicitudes presupuestales de los departamentos.

†La utilidad percibida representa la diferencia entre \$100 y el costo total variable por \$100 de ventas (ajustada por una cifra de control, según el caso).

y gastos generales de fábrica, los siguientes en gastos de venta, y luego en materia prima. (Los mayores incrementos en términos de dólares, se encuentran, por supuesto, en los gastos generales de fábrica y materia prima; sobre esta base, el aumento en el costo de ventas no aparece tan significativo como es en realidad, al menos desde el punto de vista de acción correctiva por parte de la gerencia).

La interpretación de la alta gerencia de los puntos débiles en el cuadro de costos no está distorsionada por los volúmenes. Usando un cuadro de referencia objetivo y aceptable, la gerencia puede discutir los presupuestos sometidos con los correspondientes jefes de departamento. Estas discusiones pueden resultar en un mejor acuerdo sobre qué hacer y por qué hacerlo. Por ejemplo, supongamos que ocupamos el puesto de la gerencia de la Compañía Wisconsin. Podríamos encontrar que estamos pensando de la siguiente manera:

Después de revisar los procedimientos y estructuras de los gastos generales como un primer paso hacia la localización de oportunidades para reducir gastos generales de fábrica excesivos, la gerencia de la fábrica nos informa que los aumentos en los gastos generales corresponden principalmente a prestaciones para los trabajadores. ¿Nos quedamos con los brazos cruzados? Al contrario; el personal de ingeniería y métodos puede promover la reducción en el costo de la mano de obra y una mayor mecanización; pueden entrar en juego todos los posibles procedimientos que se usan para reducir costos. No se puede permitir que corran a rienda suelta los aumentos en costos de venta y administración aunque sea tan solo por el efecto que

tienen sobre el resto de la organización. Puede ser que nos estemos volviendo "elegantes" en esos departamentos, o que hemos añadido "pequeñas comodidades" innecesarias. Debe existir la certeza de que el valor que se obtenga del dinero se traducirá en una mejor posición competitiva, o en ingresos futuros que no se pueden realizar en el período pronosticado. Aún así, tal seguridad para el futuro no es una disculpa para disminuir el esfuerzo actual.

¿Cuánto podemos recuperar con un papeleo menos costoso? ¿Qué podemos eliminar para cubrir las adiciones que no podemos o no debemos evitar?

Decidimos acudir al cómputo de los costos constantes y variables para descubrir que renglones representan la variación entre el rendimiento equilibrado y la solicitud presupuestaria. Cualquier renglón tomado por separado puede parecer pequeño, pero esa no es una razón para pasarlo por alto. Es mucho más fácil coordinar el pensamiento de los jefes de departamento, e impresionarlos con la acción corrosiva que están padeciendo las utilidades, cuando los excedentes en costos son tan reducidos como el 3% o el 4%.

### Cursos de Acción Alternos

Por supuesto, se puede encontrar que no todos los aumentos en costos están relacionados con el rendimiento departamental. Por ejemplo, el deterioro en las utilidades puede ser atribuible a un cambio en la mezcla de productos, en líneas de margen alto a las de margen bajo (una situación que discutiré en detalle más adelante), o a cambios fundamentales en el nego-



cio. Tales descubrimientos requieren un ejercicio real de ese arte llamado "administración". Los altos ejecutivos de la Compañía Wisconsin tendrán que contemplar con sangre fría los riesgos involucrados y llegar a una decisión positiva. Esa decisión podrá requerir desde una aceptación cautelosa hasta una acción correctiva altamente agresiva. He aquí algunas de las maneras específicas en que el pensamiento de la alta gerencia podría reaccionar ante el análisis del punto de equilibrio:

— "Debemos aceptar nosotros mismos el desafío de ya no aceptar estimaciones presupuestales basadas en el lugar común: 'Nuestros jefes de departamento saben lo que hacen o no estarían donde están.' Aunque es difícil definir esta actitud de desafío con claridad, de todas maneras tiene un efecto positivo sobre el punto de equilibrio y sobre las utilidades. Estamos permitiendo que el punto de equilibrio suba casi al nivel de nuestro volumen probable. ¿Podemos aceptar esto y seguir solventes?

— "Nuestro punto de equilibrio original de . . . \$2.112.600 es el 78% del volumen proyectado de \$2.700.000. En el actual clima económico, éste es el margen mínimo de seguridad. Por tanto, debemos dar instrucciones a los jefes de departamento que deberá mantenerse el punto de equilibrio y que ningún gasto que pueda ser eliminado o diferido deberá permanecer dentro de sus planes, ya que el punto de equilibrio proyectado es excesivo.

— "Ahora nos vemos obligados a pagar por el descuido de años anteriores. Los excesos serán aceptados sólo al grado en que sean temporales."

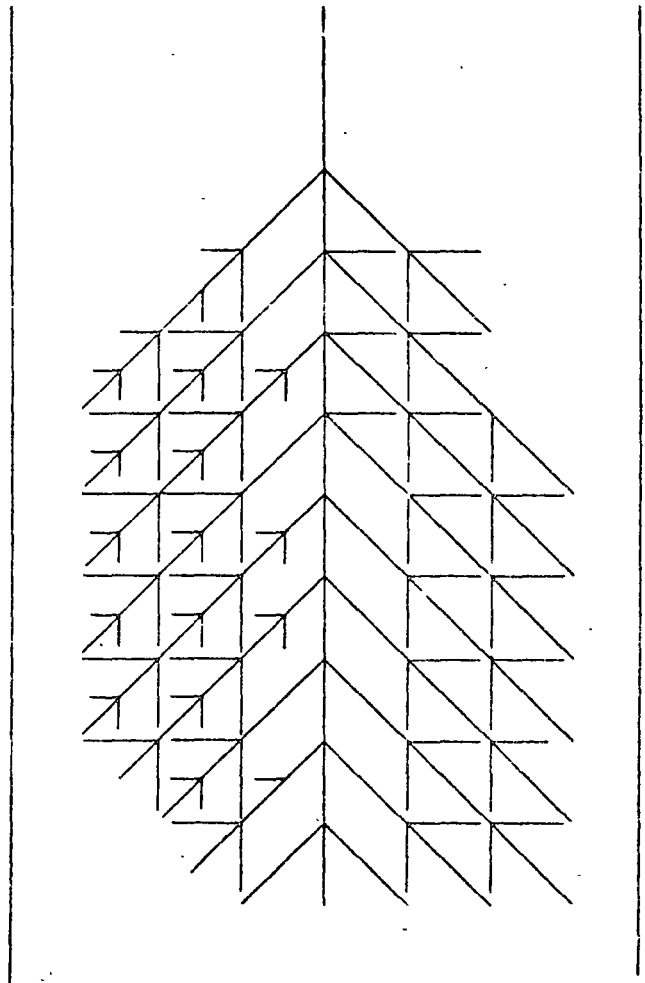
Inmediatamente debemos "construir cercas" alrededor de los excesos temporales, clasificándolos como excesos variables sobre el punto de equilibrio original, o sea proyectos que habrá que vigilar cuidadosamente. El plazo de tiempo de los proyectos debe programarse, y se debe perseguir el avance logrado; hay que dejar bien asentado que cuando el proyecto esté terminado, o no haya probado su efectividad, el costo tendrá que ser eliminado. Así queda asegurado —hasta donde es posible— que el aumento temporal en el punto de equilibrio no podrá ser, más que temporal.

(Entre paréntesis, ésta es probablemente la acción más difícil de llevar a una conclusión exitosa, pero es un método muy efectivo en el control del punto de equilibrio. También constituye un curso apropiado cuando la gerencia decide que "los excesos planeados convienen, a pesar del riesgo, porque tienen probabilidades de producir mayores utilidades en el futuro").

— "Los excedentes relacionados con las utilidades no son verdaderos excesos, sino más bien un incremento en la capacidad de la organización; y ya hemos invertido dinero en cierta cantidad de entrenamiento. Para pagar estos excesos, y mantener el mismo punto de equilibrio relativo, debemos forzar el volumen de ventas hacia arriba, a \$3.450,000 (donde las utilida-

des sobre el punto de equilibrio modificado serán equivalentes a las utilidades sobre el punto de equilibrio original) sin inversión de capital adicionales. El desafío cae en manos de nuestro departamento de ventas. ¿Puede nuestro departamento de ventas mostrarnos que puede obtener \$750.000 de volumen adicional a su pronóstico original, sin inversión de *capital para plantas* y sin recortar el margen de ninguno de nuestros productos?

— "Ninguno de estos cursos de acción puede ser la única respuesta, y debemos combinar diferentes enfoques. Por ejemplo, aceptamos la mitad de los excedentes y la otra mitad tiene que ser recuperada mediante un aumento en el volumen de ventas. O, aceptamos la mitad de los proyectos, si se puede encontrar el volumen adicional para cubrir el resto de los excedentes. En todo caso, fundamos todas nuestras decisiones sobre las respuestas a preguntas tales como: ¿Con-



servan nuestros planes el mismo punto relativo (no necesariamente el mismo punto absoluto) de equilibrio? ¿Representa la resultante tasa variable de utilidades percibidas casi la misma utilidad sobre el punto de equilibrio? ¿Constituirán las utilidades realizables un rendimiento adecuado sobre el capital invertido y sobre el trabajo adicional y riesgoso que debemos correr?"

## Situaciones Imprevistas

En la práctica, los pronósticos sobre los que se basa el análisis del punto de equilibrio tendrán que ser revisados de cuando en cuando. Una de las grandes ventajas del control del punto de equilibrio es que se presta fácilmente a las necesidades de nueva planeación de la gerencia cuando se presentan situaciones inesperadas. Recurriendo nuevamente al ejemplo de la Compañía Wisconsin, vamos a pasar ahora a tres de estas situaciones imprevistas para examinar sus implicaciones en cuanto a las perspectivas de utilidades de la compañía. ¿Qué sucede con el punto de equilibrio si la empresa alcanza \$2.700,000 en ventas tal como fue pronosticado, pero incluye una mayor proporción de ventas de productos de margen bajo que la esperada?

¿Qué sucede si el volumen proyectado no se materializa? ¿Qué efecto tendrían las fallas en el rendimiento de los departamentos de operación?

### Ventas de Menor Rendimiento

En un negocio, o en una división de una empresa que tiene tres líneas de productos, puede haber una línea con el 10% de margen bruto, otra con el 20% de margen bruto y aún otra con un margen bruto de 30%. Las experiencias pasadas pueden indicar, o la gerencia puede planear, que cada línea de productos debe representar digamos, una tercera parte del volumen total de ventas. Con tal mezcla de productos, el margen bruto promedio de la compañía sería el 20%. En un mes, sin embargo, la línea de 30% puede llegar a representar el 50% del volumen total; en otro mes, la misma línea puede representar sólo el 10% del total. Tales cambios en ventas pueden extinguir o ampliamente incrementar las utilidades, aunque la facturación permanezca constante. A no ser que sean aislados y medidos, los cambios en la mezcla de ventas confunden el control y el entendimiento de las utilidades. Por ejemplo:

Tal como indicamos previamente, el pronóstico de ventas de 12 meses de la Compañía Wisconsin es de \$2.700,000. Divididos entre líneas de productos, es de \$1.215,000 para el Producto A, \$675,000 para

el Producto B, y \$810,000 para el Producto C. Supongamos que durante el período pronosticado las ventas totales no cambian materialmente, pero se invierten las cifras de ventas de los Productos A y C; por consiguiente, aumenta el costo total variable de \$77.35 por \$100 a \$78.14 por \$100. ¿Cómo se reflejará esta diferencia en el cálculo de las utilidades y del punto de equilibrio?

El aumento en el costo variable llega a \$0.79 por \$100 de ventas. Sobre la base de \$2.700,000 en ventas por año, la resultante pérdida de utilidades sería de \$21,330 ( $\$2,700,000 \times 0.79$  por \$100). Esta pérdida eleva el punto de equilibrio de \$2.112,600 en ventas netas anuales a \$2.188,900 (\$478,500 dividido entre \$21.86 por \$100).

### Menos Volumen

Como sabe todo ejecutivo responsable de establecer políticas el volumen desempeña un importantísimo papel en la obtención de utilidades; al mismo tiempo, los ejecutivos con frecuencia dejan de tomar en cuenta los cambios en el volumen cuando analizan las fluctuaciones en la tasa de rendimiento. Para la gerencia, una tasa de rendimiento de 16% puede parecer fabulosa si se compara con la tasa de años pasados —porque los volúmenes más bajos de años anteriores en parte se han pasado por alto.

Al evaluar una tasa de rendimiento, es necesario presentar más atención a la eficiencia de las operaciones que la producen. ¿Una operación razonablemente eficiente habría producido un rendimiento de 10%, o uno de 30%? Esta es la pregunta importante.

Si la gerencia está dispuesta a tomar este punto de vista "más duro" respecto a las utilidades, encontrará que el sistema convencional de establecer presupuestos ofrece, en el mejor de los casos, un método muy inadecuado de mantener a la organización sensible ante los cambios en el volumen de ventas. Bajo un pronóstico estático, el impulso hacia una reducción en el ritmo de gastos debe provenir de arriba, ya que cada jefe de departamento considera su pronóstico de gastos estático como una licencia, independiente de las disminuciones de volumen. Si el volumen aumenta, sabe que siempre "puede conseguir más dinero".

CUADRO II. RESUMEN DE EFECTOS BAJO EL PRONÓSTICO DE VENTAS MODIFICADO  
COMPAÑÍA WISCONSIN

	Producto A	Producto B	Producto C	Total
Ventas proyectadas modificadas	\$1,080,000	\$600,000	\$720,000	\$2,400,000
Porcentaje de ventas sobre el total	45%	25%	30%	100%
Costos variables por \$100 de ventas netas	\$79.37	\$64.81	\$84.66	\$77.55
Costos totales (incluyendo constantes)	\$1,019,936	\$531,530	\$783,272	\$2,334,738
Utilidad (+) o pérdida (—) antes de impuestos	-\$60,064	-\$68,440	-\$63,272	+\$65,232

Por el contrario, la asignación variable en el presupuesto de cada jefe de departamento respira —sube y baja— automáticamente con el volumen. El jefe siempre está al tanto cuando es razonable la reducción o es necesaria la expansión.

La responsabilidad por manejar su área del negocio se fija y se define en términos de dólares de costo, en anticipación al cambio. Por eso se percibe menos la presencia de esa naturaleza *arbitraria* de la presión desde arriba que conduce a problemas en relaciones humanas.

Para ilustrar el efecto de cambios de volumen sobre un presupuesto variable, supongamos que el pronóstico de ventas para la Compañía Wisconsin tiene que ser modificado hacia abajo, a \$2400.000 (con las mismas reducciones proporcionales para los Productos A, B y C). Las implicaciones respecto a costos y utilidades podrían presentarse en forma resumida como aparecen en el CUADRO II.

La nueva utilidad proyectada de \$65,232, que aparece en el cuadro, representa una disminución de \$67.818 en la utilidad proyectada para un volumen de \$2.700.000 en ventas que muestra el CUADRO I. (Para verificar esta cifra, multiplique la reducción en ventas por las utilidades percibidas por \$100 de ventas: \$300,000 x \$22.65 por \$100 = \$67,950). Aún entonces, la gerencia tiene que reducir los costos variables en más de \$232,000 (esta cifra se obtiene multiplicando la baja en ventas de \$300,000 por la cifra de costo variable de \$77.35 por \$100 en ventas); de otra forma, la caída sería más pronunciada. El nuevo presupuesto indica exactamente lo que deben hacer los ejecutivos encargados de los Productos A, B y C, respectivamente, si se ha de lograr este objetivo de reducción de costos.

### Evaluación del Rendimiento

El nuevo presupuesto obviamente no servirá para nada si la gerencia no lo apoya con una enérgica acción administrativa. Cuando los costos reales son superiores a los costos presupuestados —cuando el rendimiento no llega a lo esperado— la gerencia tiene que localizar las variaciones en los departamentos de operación donde se pueden efectuar las rectificaciones debidas. Puede usar el análisis del punto de equilibrio como un instrumento educativo eficaz para ayudar a los ejecutivos departamentales a comprender el punto de vista de la dirección. Por ejemplo:

La asignación de costos constantes y variables para la fábrica está presupuestada en \$49,392 mensuales, pero supongamos que en el primer mes la fábrica gasta en realidad \$54,146. Su 91% de rendimiento equilibrado representa un incremento de \$4,754 en costos.

¿Qué efecto tiene esta variación sobre el punto de equilibrio de la compañía? La gerencia puede permitir al superintendente de fábrica y a sus ayudantes el des-

cifrarlo por sí mismos: Las utilidades proyectadas arriba del punto de equilibrio de la compañía son de \$22.65 por \$100 en ventas netas. Puesto que los costos exceden la asignación de punto de equilibrio por \$4,754, según determinan los factores constantes y variables, serían necesarios \$21,000 más en ventas mensuales para alcanzar el punto de equilibrio, en comparación con lo que exige el presupuesto existente. Sobre una base anual, esto significa que el punto de equilibrio anual de la compañía se elevará de \$2.112,600 en ventas netas a \$2.364,600. A través de este método, se puede vigilar, controlar y evaluar un pronóstico conforme los costos, utilidades y el punto de equilibrio se vuelven una realidad.

Otras divisiones de la compañía por supuesto que también excederán (o no llegarán al tope de sus presupuestos). Las variaciones pueden ser registradas en forma de resumen, conjuntamente con los resultados de ventas, en el estado de pérdidas y ganancias, para mostrar el efecto acumulativo sobre el punto de equilibrio y sobre la utilidad neta, según se muestra en el CUADRO III.

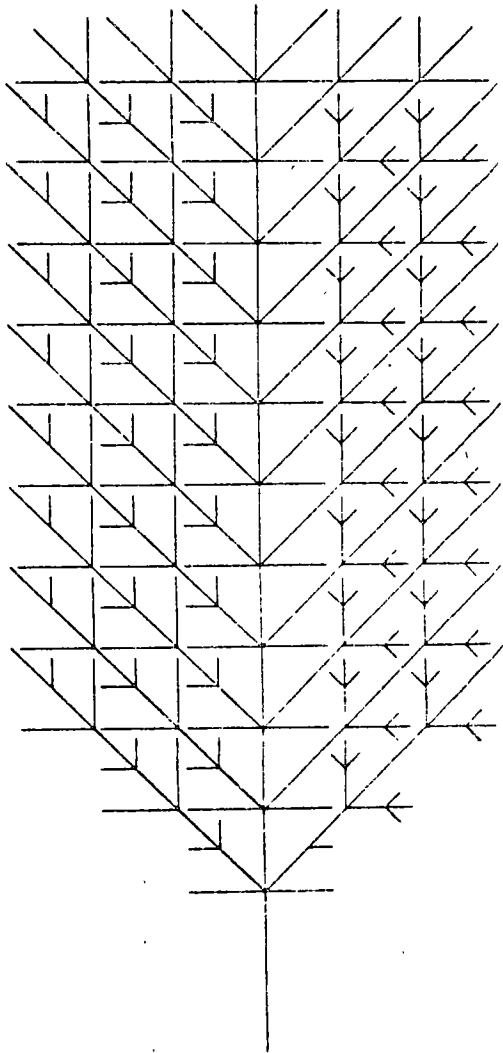
CUADRO III. RESUMEN DE LAS VARIACIONES DEL PRONÓSTICO EN EL ESTADO DE PÉRDIDAS Y GANANCIAS COMPAÑÍA WISCONSIN

	Ventas netas	
	Pronosticadas	Reales
<b>Ventas</b>		
Producto A	\$ 87,300.00	\$ 90,606.00
Producto B	99,700.00	92,258.00
Producto C	58,000.00	42,750.00
<b>Total</b>	<b>\$245,000.00</b>	<b>\$225,614.00</b>
<b>Costos pronosticados de ventas</b>		
Mano de obra	\$ 24,304.60	
Materia prima	98,584.50	
Generales	51,781.90	
<b>Total</b>		<b>174,671.00</b>
<b>Ventas reales, menos costos pronosticados</b>		<b>\$ 50,943.00</b>
<b>Variaciones en los costos pronosticados</b>		
Variación, precio material	\$ 1,075.50	
Variación en fletes	117.50	
Gastos generales no totalmente absorbidos debido al volumen		
Debido a 91% realización de rendimiento equilibrado	4,754.74	
Pérdida debida a mezcla	1,207.38	
<b>Total</b>		<b>10,365.12</b>
<b>Costo total real de ventas</b>		<b>185,036.12</b>
<b>Utilidad bruta</b>		<b>\$ 40,577.88</b>
<b>Aumento en punto de equilibrio pronosticados</b>		<b>\$ 45,800.00</b>

- Puesto que el volumen fue más bajo que el proyectado, la productividad también fue más baja, con un resultante incremento en costos.
- La distribución real de ventas entre productos difirió de lo pronosticado.
- Costos totales de ventas pronosticadas, más costos totales de variaciones en costos pronosticados.  
Pérdida de utilidades de \$10,365.12 + utilidades percibidas de \$22.65 por \$100 de ventas netas.

## CONCLUSION

Una vez que los ejecutivos que toman las decisiones entiendan el control del punto de equilibrio, encontrarán que disminuirá la dificultad que han experimentado en el pasado en separar los efectos de los factores, de tiempo de los elementos variables de costos. Ya no se sentirán impotentes ni mudos, porque comprenderán la forma tan sencilla en que el rendimiento, el volumen y el cambio en la mezcla de los productos pueden desprenderse de la madeja de un estado de pérdidas y ganancias. También encontrarán que pueden usar los puntos de equilibrio para confrontar casi cualquier decisión monetaria que afecte el renglón de utilidades. Por ejemplo:



— Si los requisitos de capital se dividen en sus proporciones constantes y variables, en la misma forma que los costos de producción, y si los gastos de capital propuestos se evalúan en términos de los cambios que producen en el punto de equilibrio, la gerencia puede tomar decisiones respecto a dónde gastar dinero para reducir costos, sobre una base estrictamente científica y fríamente objetiva.

— Los cambios propuestos en los precios de venta pueden reflejarse rápidamente en términos de sus efectos sobre el punto de equilibrio, permitiendo a la gerencia determinar en unos cuantos minutos que volumen de ventas se tiene que añadir, o cuánto se puede sacrificar para mantener las utilidades existentes.

— El análisis del punto de equilibrio también es útil para efectuar comparaciones válidas del rendimiento de la compañía con el de sus competidores. Tales comparaciones son difíciles de realizar con los métodos estáticos de contabilidad según refleja el estado de pérdidas y ganancias; pero una vez que la gerencia conozca sus propios puntos de equilibrio, puede determinar fácilmente los puntos de equilibrio comparables de cualquier competidor que publica un estado financiero.

De manera que el control del punto de equilibrio puede proporcionar de muchas maneras indicios sobre un rendimiento de costos, ya sea bueno o malo.

En cada caso, el problema eventualmente llega a ser el de segregar los buenos resultados de los malos, midiendo desde un punto antes aprobado, exactamente dónde sobrepasan las ventas proyectadas a los costos pronosticados.

Naturalmente, la gerencia tendrá que escudriñar entre las cifras, ya que un rendimiento departamental pobre puede distorsionar los planes de equilibrio. Es discutible dónde se debe empezar a corregir un punto de equilibrio en desintegración y depende del punto de vista que se adopte, llega a ser un asunto de "¿Qué es primero, el huevo o la gallina?" ¿Son incorrectas las cifras, o ha bajado el rendimiento —o ambas cosas? Empero, los principios básicos de la filosofía del control del punto de equilibrio son útiles aún ante este problema. Permíten a los ejecutivos ser un poco más perspicaces en su lucha contra un problema antiguo y constante, porque los planes de presupuesto están anclados a un solo conjunto de condiciones y análisis y no están distorsionados por volúmenes cambiantes.

El control del punto de equilibrio no sólo contribuye a un entendimiento más penetrante de problemas administrativos, sino que conduce al desarrollo de un equipo ejecutivo más agresivo y de decisiones más rápidas. Cuando las cifras que reflejan el rendimiento departamental tienen implicaciones directas y claras en cuanto a las utilidades, la gerencia está más dispuesta a ser "tenaz", a buscar vigorosamente formas de mejorar el rendimiento, y a descubrir los problemas que pasan desapercibidos durante épocas fáciles. Y cuando las cifras tienen un significado inmediato, cuando no es necesario "esperar para ver" lo que significan, existe un gran incentivo para que los ejecutivos estén alertas, usando la previsión, en vez de estar sentados lamentándose por lo que sucedió.

La gerencia puede actuar —y actuar rápidamente— a medida que las cosas ocurren, no después.

Estos sistemas se clasifican generalmente en sistemas de costos por orden de fabricación o por pedido, sistemas de costos por proceso, y sistemas de costos estándar. En la mayor parte de los sistemas de costos de una cierta complejidad, sin embargo se encuentran combinaciones de los tres tipos mencionados.

## COSTOS HISTORICOS

### 1. Costos por orden de fabricación o por pedido.

Un sistema de este tipo presenta las características principales siguientes :

1. El proceso de producción se establece sobre la base de un cierto número de órdenes o pedidos individualizados.
2. A cada orden o pedido se le asignaran número o símbolo que permita su identificación, y se establece para cada uno un documento contable (una orden de fabricación, por ejemplo).
3. El material directo y la mano de obra directa puestos en curso de fabricación se aplican a una orden específica y se registran en su ficha correspondiente.
4. Los gastos indirectos (llamados también generales), se reparten entre las diferentes órdenes ; para realizar este parte se utiliza con frecuencia como base las cantidades relativas de mano de obra directa.
5. El inventario de los trabajos en proceso de fabricación se valora mediante la suma de las cantidades correspondientes a las fichas de las órdenes de fabricación todavía incompletas.

El punto central de este sistema es, por tanto, la orden de fabricación o el producto. (Ya que una orden de fabricación está normalmente relacionada con un producto).

Para el reparto de los gastos indirectos mencionados en (4), puede utilizarse un coeficiente de reparto real o histórico, o un coeficiente de reparto estándar o presupuestado.

El primero se obtiene dividiendo los gastos indirectos realmente habidos durante el período por la mano de obra directa realmente empleada.

El segundo se calcula generalmente presupuestando a principios de año un volumen de producción estándar, y dividiendo los gastos indirectos presupuestados para este volumen por la mano de obra directa que se prevee necesitar para alcanzar dicho volumen.

Como la realidad será normalmente distinta de lo que se había previsto, resultará una diferencia entre los gastos indirectos (o generales) realmente habidos y los aplicados a los productos (llamados también absorbidos). La diferencia entre ambos se llama gastos generales absorbidos o por defecto o por exceso, según el signo de la diferencia.

Por razones prácticas, un coeficiente de reparto estándar es generalmente preferible a uno real. Tanto en un caso como en otro puede utilizarse un coeficiente para toda la fábrica, o bien coeficientes distintos para cada departamento o centro de costo.

## II. Costos por proceso

Un sistema de este tipo se adapta mejor a una operación en la que todos los productos fabricados en un mismo departamento son idénticos (Condición diametralmente opuesta a la correspondiente a un sistema de costos por pedido, que se adapta mejor a una actividad en la que todos los productos son distintos). Las principales características del sistema son las siguientes :

1. Se acumulan por departamentos productivos o centros de costo, los costos que se puedan imputar directamente a estos departamentos.
2. Los restantes costos, correspondientes a departamentos no productivos o de servicios, o que son costos comunes o más de un departamento productivo, se imputan a estos últimos utilizando un criterio de reparto que se estime ade--

cuado. (Esto último será también necesario hacerlo en un sistema de -- costos por pedido que utilice coeficientes departamentales).

3. Se calcula el número de unidades producido en cada departamento. El principal problema es calcular el inventario de trabajos en proceso de fabricación expresándolo en unidades terminadas equivalentes. Cuando los materiales directos comienzan a elaborarse al principio del ciclo de producción, es útil separar los costos de material de los restantes costos. Por ejemplo, el inventario de trabajos en curso pueden contener el 100% de los materiales precisos para su terminación, pero solo el 50% de la mano de obra directa necesaria.
4. Dividiendo el costo total asignado a cada departamento productivo por el número de unidades producidas por el mismo se calcula el costo por unidad correspondiente a dicho departamento. El costo total del producto terminado se obtiene sumando los costos unitarios de todos los departamentos a través de los que aquel haya pasado.

El punto central del sistema es, por tanto, el departamento o la actividad, y no el producto.

### III. COSTOS ESTANDAR.

#### (PREDETERMINADOS)

Los dos sistemas descritos anteriormente, se denominan "históricos", por estar elaborados para calcular costos "reales". Su finalidad en último término, es calcular lo que ha costado fabricar una unidad de producción. (El término "reales" entraña un matiz de exactitud inexistente en la práctica por lo que desde este punto de vista es preferible --

hablar de costos "históricos").

Un sistema de costos estándar, por el contrario, utiliza el costo unitario como punto de partida. El costo estándar unitario, en lugar de calcularse a partir de datos históricos, se determina estimando que el producto "debe" costar en condiciones normales.

Un sistema de costos estándar no es con un Sistema de costos por pedido o por proceso. - La contraposición se da entre un sistema de costos históricos y un sistema de costos estándar. (Aunque desde luego, puede haber sistemas mixtos de ambos; por ejemplo, los costos de material pueden ser históricos, y los de mano de obra estándares).

La característica principal del sistema es que parte de unos costos unitarios calculados analíticamente, y, normalmente, nos proporciona información sobre los costos unitarios reales incurridos durante un período. Los inventarios se valoran a los costos estándar.

Como el caso de un sistema de costos por proceso, el punto central del mismo es el departamento o actividad. Las diferencias que se den entre los estándares previstos y la realidad se recogen en las cuentas de variaciones o desviaciones, que son los instrumentos de contabilidad de costos estándar, sobre el que caben desde luego numerosos variantes.



## I). METODOS DE COSTOS ALTERNATIVOS

La contabilidad de costos tradicional incluye , para propósitos de costo de inventarios , todos los costos de fabricación dentro del costo del producto. Para esto, se requiere especial cuidado pues se necesita distinguir entre costos de fabricación y costos del período. También se le conoce como costeo por absorción

La llamada contabilidad de costos variables o costeo directo considera como costos de los productos únicamente los variables, y con por consiguiente, los únicos que se incluyen en los inventarios. Los costos fijos se consideran como gastos del período en que han transcurrido.

Ambos tipos de contabilidad pueden ser utilizados con un sistema de costos por pedido, un sistema de costos por proceso o un sistema de costos estándar.

En el anexo figura un ejemplo comparativo de ambos tipos de métodos. Salvo el caso particular de una empresa que fabrica un artículo único, el cálculo del costo total de un producto exige siempre el reparto de los costos comunes a dos o mas productos, para que sobre cada uno de estos últimos pese una parte adecuada de gastos comunes. Esta parte adecuada puede definirse como la cantidad relativa del costo que cada uno de los productos habría generado si se hubieran fabricado independientemente.

Sea cual fuere el criterio de reparto elegido, entrañará inevitablemente un grado mayor o menor de arbitrariedades, lo que la dirección deberá tener muy en cuenta cuando utilice en su gestión el costeo por absorción.

A continuación del ejemplo comparativo se anexa un artículo en el que se muestra claramente la dificultad de distribuir el costo fijo. En el se repiten algunos conceptos analizados en las notas, pero se considera necesario presentarlo completo.

## ANEXO A

La diferencia entre una contabilidad de costos variables y otra de costos convencionales o analíticos puede apreciarse mediante el ejemplo simplificado siguiente :

Una cierta empresa fabrica un único producto cuya producción normal se estima en --- 10,000 unidades mensuales, cuyo precio de venta es de 300 pesos por unidad.

La clasificación del total de costos y gastos de la empresa (clasificación que se supone válida para niveles de producción comprendidos entre 5,000 y 15,000 unidades mensuales), es la siguiente :

Previsión de costos variables que se dan únicamente si se fabrica el producto, y que son constantes por unidad del mismo (por ejemplo, la materia prima) : 50 pesos por unidad - (1).

Previsión de costos fijos de fabricación que parecen independientemente del número de - unidades fabricadas (por ejemplo, el sueldo del director de fábrica) : 1,500.000 pesos - por mes.

Previsión de costos fijos de administración y ventas : 400,000 pesos mensuales.

En tres meses sucesivos, las ventas, la producción y los costos fijos alcanzaron las cifras siguientes :

---

(1) Se denomina margen de contribución unitario (o simplemente margen unitario o ingreso marginal), la diferencia entre el precio de venta de una unidad y los costos variables relacionados con ella. Es decir, en nuestro caso,  $300 - 50 = 250$  pesos.

	<u>Mes 1</u>	<u>Mes 2</u>	<u>Mes 3</u>
Ventas (unidades)	10,000	10,000	10,000
Producción (unidades)	5,000	10,000	15,000
Costos fijos fabricación (pesos)	1.500,000	1,200,000	1,800,000
(pesos)	400,000	400,000	400,000

El inventario inicial al comenzar el mes 1 era de 5,000 unidades. Se supone que en cada uno de los tres meses se cumplieron las previsiones de costos proporcionales (50 pesos por unidad). Se supone también que a final de mes no existen unidades en proceso de fabricación.

a). La empresa utiliza un sistema de costos variables en el que se considera como costo de fabricación de los productos únicamente sus costos variables, es decir, 50 pesos/unid.

b). La empresa utiliza un sistema de costos convencionales en el que considera los costos fijos de fabricación como parte del costo de sus productos. Con este fin se utiliza un coeficiente estándar calculado como sigue :

$$\frac{\text{Costos fijos de fabricación normales}}{\text{10.000 unid.}} = \frac{1.500,000 \text{ pesos}}{\text{10.000 unid.}} = 150 \text{ pesos/unidad}$$

<u>Costos Variables</u>	<u>Mes 1</u>	<u>Mes 2</u>	<u>Mes 3</u>
Ventas	3,000	3,000	3,000
Costo mercancías vendidas	<u>500</u>	<u>500</u>	<u>500</u>
margen	2,500	2,500	2,500
Costos fijos fabricación	1,500	1,200	1,800
Costos fijos administración	<u>400</u>	<u>400</u>	<u>400</u>
Resultado	600	900	300

inventario (unidad)	0	0	5,000
inventario (pesos)	0	0	250

Costos Convencionales

Ventas	3,000	3,000	3,000
Costo estándar m. v.	<u>2,000</u>	<u>2,000</u>	<u>2,000</u>
beneficio est. de fabricación	<u>1,000</u>	<u>1,000</u>	<u>1,000</u>
desviación de presupuesto (1)	-	300	(300)
desviación de volumen (2)	<u>(750)</u>	<u>-</u>	<u>750</u>
beneficio de fabricación	250	1,300	1,450
costos fijos administración	<u>400</u>	<u>400</u>	<u>400</u>
resultado	(150)	900	1,050
inventario (unidades)	0	0	5,000
inventario (pesos)	0	0	1,000

(1) Se denomina desviación de presupuesto la causada por no haberse cumplido el presupuesto de costos fijos de fabricación (en el ejemplo 1.500,000 pesos mensuales).

(2) Se denomina desviación de volumen la causada por no haberse cumplido el nivel de actividad presupuesto (en el ejemplo 10,000 unidades mensuales).

( ... ) indica desviación desfavorable o pérdida.

En el ejemplo se han cerrado las cuentas de desviaciones a la cuenta de resultados del mes en que se han producido, valuando el inventario al precio estándar de 200 pesos por unidad. También podrían cerrarse, en todo o en parte, a la cuenta de inventarios.

## DISTRIBUCION DEL COSTO FIJO: FUENTE DE ERRORES EN LA MEDICION DE LA RENTABILIDAD DE SUS PRODUCTOS

### RESUMEN

*En este informe proponemos un sistema de costos que consiste en determinar el costo variable de cada producto (o servicio) y el costo fijo total de su Empresa. Este sistema tiene 4 ventajas principales:*

- a) Puesto que no se distribuye el costo fijo, dificilmente habrá otro sistema menos laborioso.*
- b) Solamente este sistema permite la determinación del margen de contribución unitario (igual al precio de venta del producto menos su costo variable unitario), que es el mejor índice para medir la rentabilidad de sus productos.*
- c) Puesto que el margen de contribución mide la rentabilidad de los productos, la Empresa podrá maximizar sus utilidades dando prioridad a la fabricación de los productos de mayor margen de contribución unitaria.*
- d) Solamente conociendo el margen de contribución de sus productos, podrá la Empresa decidir si es conveniente o no iniciar, continuar o suspender la fabricación de determinados productos.*

Uno de los principales problemas que tienen que enfrentar las Empresas, es el de clasificar y calcular los costos de cada producto o servicio. La complejidad del problema aumenta bastante cuando el número de productos o servicios diferentes que proporciona la Empresa es grande.

En este INFORME TECNICO proponemos un sistema que posiblemente facilitará el cálculo del costo y de la rentabilidad de cada producto o servicio, y que podrá ser utilizado para orientar a la Empresa en la difícil tarea de maximizar sus utilidades.

Aunque el análisis y los ejemplos están enfocados a Empresas industriales, el sistema podrá ser igualmente aplicado a Empresas cuyo objetivo sea el de proporcionar servicios.

### EL SISTEMA

Tradicionalmente, los costos han sido clasificados de 3 formas diferentes:

a) En cuanto al tipo de actividad a que pertenecen:

- costos de administración
- costos de producción
- costos de ventas, etc.

b) En cuanto a su identificación con los productos:

- costos indirectos
- costos directos

c) En cuanto a su variación en relación al volumen de producción:

- costos variables
- costos fijos

El sistema que proponemos clasifica los costos en fijos y variables y requiere la determinación del costo variable unitario de cada producto (costo variable por unidad producida) y del costo fijo total de la Empresa. Este sistema tiene una aplicación muy amplia y es particularmente útil cuando la Empresa fabrica un número grande de productos diferentes.

Para el cálculo del costo variable unitario será necesario llevar a cabo las 3 etapas siguientes:

- a) Identificar y calcular los costos variables directos de cada producto.
- b) Identificar los costos variables indirectos y repartir dichos costos entre los varios productos de la Empresa.
- c) Sumar los resultados de (a) y (b) para obtener el costo variable por unidad producida.

ahorro de tiempo y esfuerzo y evitará los frecuentes errores cometidos en dicha distribución. Además, la distribución del costo fijo podrá distorsionar la medición de la rentabilidad de los productos.

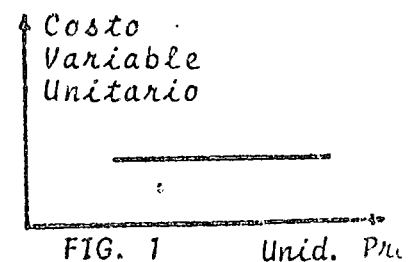
Una vez determinados el costo variable de cada producto y el costo fijo total, la Empresa tendrá básicamente dos alternativas:

- a) Si los precios de venta de los productos son más o menos fijos y determinados por las condiciones del mercado competidor, la Empresa podrá determinar lo que llamaremos margen de contribución unitaria, o sea, la diferencia entre el precio de venta del producto y su costo variable unitario. Como veremos mas adelante, el margen de contribución unitario es el mejor índice para medir la rentabilidad de los productos, y por lo tanto, siempre se debería dar prioridad a los productos de mayor margen de contribución.
- b) Si los precios de venta no son rigurosamente determinados por las condiciones del mercado, la Empresa podrá facilmente escoger un margen de contribución X% para sus productos, de modo a obtener las utilidades requeridas. En la conclusión "e" (última página, antes del Apéndice) damos un ejemplo sobre cómo calcular éste margen de contribución.

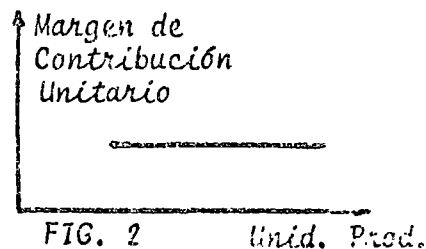
Es importante no confundir el margen de contribución unitario con el margen de utilidad unitario. Este último es igual a: precio de venta - costo variable unitario - costo fijo unitario. Sería muy difícil determinar el costo fijo unitario de cada producto puesto que no se sabría qué porcentaje del costo fijo total mensual correspondería a cada producto. Si fuera posible determinar éste porcentaje (lo cual creemos que no sería muy útil), el costo fijo unitario de cada producto sería el resultado de la división entre el monto del costo fijo total mensual que correspondería a dicho producto y el número de unidades producidas.

En cuanto al comportamiento de las diversas variables que están siendo analizadas en este Informe, es importante observar lo siguiente:

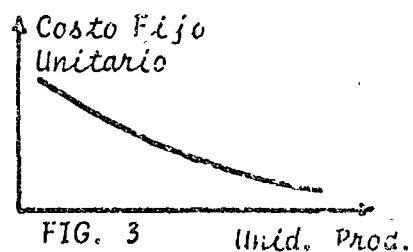
- a) El costo variable unitario (de cada producto) permanece constante independientemente de la variación del número de unidades producidas (dentro de los límites predeterminados). Véase la Figura 1.



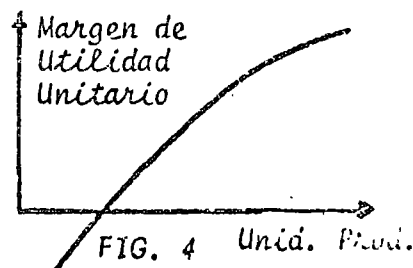
b) El margen de contribución unitario de cada producto también permanecerá constante para cualquier volumen de producción, si no se alteran los precios de venta (Figura 2).



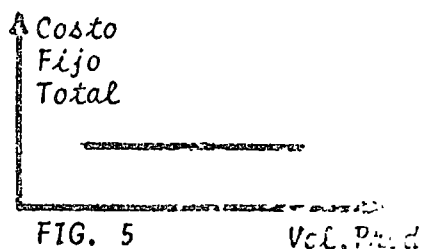
c) El costo fijo unitario disminuye a medida que aumenta el número de unidades producidas, como se muestra en la Figura 3.



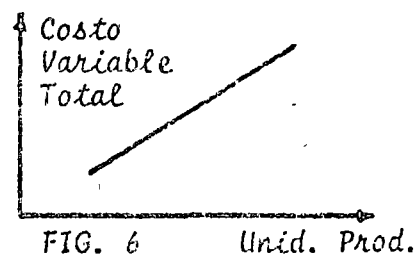
d) Puesto que con el aumento del volumen de producción el costo variable unitario permanece constante (Figura 1) y el costo fijo unitario disminuye (Figura 3), se puede deducir entonces que, si los precios de venta no se alteran, el margen de utilidad unitario aumenta o disminuye cuando el volumen de producción aumenta o disminuye, respectivamente (Figura 4). Por lo tanto, si los precios de venta no se alteran, el margen de contribución unitario siempre permanecerá constante (Figura 2), mientras que el margen de utilidad unitario podrá ser positivo, negativo o igual a cero (Figura 4).



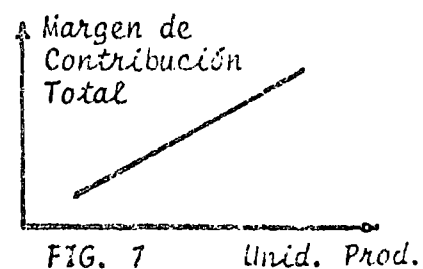
e) El costo fijo mensual total de la Empresa permanecerá prácticamente constante, independientemente de la variación del volumen de producción (Figura 5).



f) El costo variable total para cada producto será igual al producto del n° de unidades producidas por el costo variable unitario, y por lo tanto será proporcional al n° de unidades producidas (Figura 6)

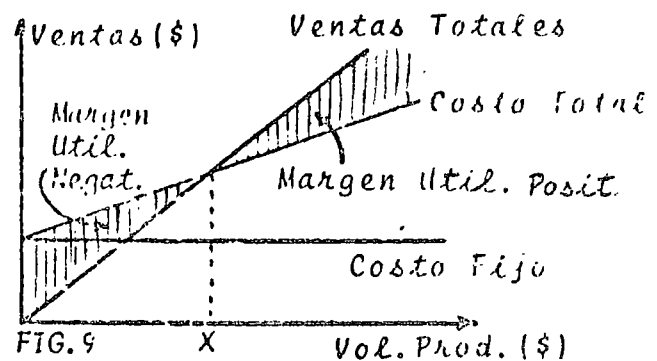
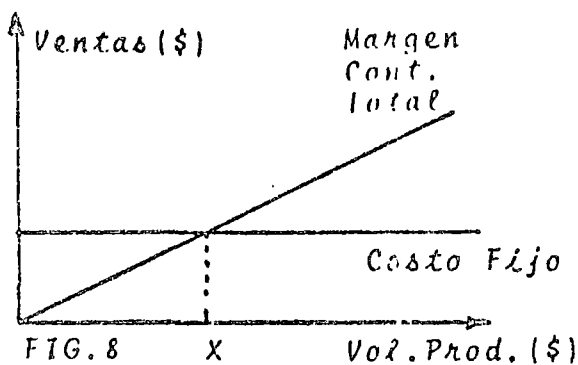


g) El margen de contribución total de cada producto será la diferencia entre las ventas mensuales de este producto y su costo variable total mensual o, lo que es lo mismo, el producto del n° de unidades producidas (en el mes) por el margen de contribución unitario. Por lo tanto, el margen de contribución total de cada producto será también proporcional al n° de unidades producidas (Figura 7), y al mismo tiempo será un porcentaje fijo del volumen de ventas del producto.





- h) El margen de contribución de la Empresa será la diferencia entre sus ventas mensuales y su costo variable total mensual. En términos de porcentaje, el margen de contribución de la Empresa será la media ponderada de los márgenes de contribución de cada producto (también en términos de porcentaje), donde los coeficientes de ponderación serían los volúmenes de ventas de cada producto. Si la relación entre los volúmenes de ventas de los diversos productos permanece más o menos constante, o si los márgenes de contribución de los productos (en términos de porcentaje) son iguales, el margen de contribución de la Empresa será un porcentaje fijo de volumen de ventas.
- i) Como vimos en (f), el costo variable total de cada producto es proporcional al n° de unidades producidas. Sin embargo, para relacionar el costo variable total de la Empresa con su volumen total de producción, no podemos medir dicho volumen de producción en n° de unidades producidas porque los productos son diferentes. Una alternativa sería también medir el volumen de producción en unidades monetarias (\*) y podemos entonces construir la gráfica de punto de equilibrio, que sería la siguiente (Figuras 8 y 9):



Se puede observar que la Empresa tendrá utilidades siempre que el margen de contribución total sea mayor que su costo fijo, o sea, cuando el nivel de producción sea mayor de "X" (Figuras 8 y 9). El objetivo de la Empresa será, por lo tanto, maximizar su margen de contribución total para poder maximizar sus utilidades.

### CONCLUSIONES

El sistema descrito en este Informe Técnico para clasificar y calcular los varios elementos de costos de la Empresa, tiene las siguientes ventajas:

(\*) Algunas veces es posible medir el volumen total de producción de la Empresa en m<sup>3</sup>/mes, Kg/mes, etc., aunque los productos sean diferentes.

- a) El margen de contribución unitario es el mejor índice para medir la rentabilidad de sus productos, puesto que no depende del nivel de producción. Otro índice que podría ser utilizado es el margen de utilidad unitario, pero este presenta dos serios inconvenientes:
- a.1. El margen de utilidad unitario no es constante y depende del nivel de producción.
  - a.2. Su cálculo es bastante laborioso, puesto que sería necesario repartir todos los elementos del costo fijo total, entre los diversos productos de la Empresa.
- b) Para maximizar las utilidades de la Empresa será necesario maximizar el margen de contribución total. Este objetivo será alcanzado si se dá prioridad a la fabricación de los productos de mayor margen de contribución unitario y no será alcanzado si se dá prioridad a los productos de mayor margen de utilidad unitario (a no ser que los productos de mayor margen de utilidad unitario también tengan un mayor margen de contribución unitario). Por lo tanto, es una gran ventaja que la Empresa conozca los márgenes de contribución de sus productos (véase el ejemplo 1 del Apéndice).
- c) Solamente con base en el valor del margen de contribución unitario podrá la Empresa decidir si es conveniente o no seguir la fabricación de un determinado producto. Por ejemplo: si un producto tiene un margen de contribución negativo y si se para su fabricación, las utilidades de la Empresa aumentarán. Sin embargo, si un producto tiene un margen de utilidad negativo y si se para su fabricación, las utilidades de la Empresa podrán aumentar o disminuir, y esto dependerá del valor del margen de contribución unitario: si este fuera negativo, las utilidades aumentarían; sin embargo, si este fuera positivo, las utilidades disminuirían. Por lo tanto, solamente se podrá tomar una decisión acertada con base en el valor del margen de contribución unitaria (véase el ejemplo 2 del Apéndice).
- d) Cuando una planta tiene capacidad ociosa, es posible aumentar las utilidades de la Empresa a través de la fabricación de nuevos productos, aunque estos tengan un margen de utilidad unitario negativo. Para esto, es suficiente que dichos productos tengan un margen de contribución positivo. En otras palabras, si un producto tiene un margen de contribución positivo, siempre será conveniente fabricarlo si la Empresa tiene capacidad disponible (maquinaria y mano de obra) y si esto no va a perjudicar la fabricación de otros productos de mayor margen de contribución. Por otro lado, si la Empresa conoce solamente el margen de utilidad del producto (que estamos suponiendo que es negativo) la decisión no podrá ser tomada.

Por lo tanto, una vez más se puede observar que es más importante conocer el valor del margen de contribución unitario que el valor del margen de utilidad unitario (véase el ejemplo 3 del Apéndice).

- e) El sistema propuesto también permite una estimación inmediata de las utilidades de la Empresa, para cualquier volumen de ventas. Si por ejemplo, la estimación del volumen de ventas es "V" y si el costo fijo total es "C.F.", y si el margen de contribución de la Empresa es "X%" (\*), las utilidades (a este nivel de ventas) serán:

$$\text{UTILIDADES} = X\% \times V - \text{C.F.}$$

Por otro lado, la Empresa también podría determinar qué margen de contribución deberían tener sus productos para que se obtuviera cierto porcentaje de utilidades. Por ejemplo, podemos suponer que el volumen de ventas es 1,000,000 y que el costo fijo total de la Empresa es 200,000, y que se desea obtener un porcentaje de utilidades igual a 10%. El margen de contribución de la Empresa (y consecuentemente el margen de contribución de sus productos) debería ser:

$$X\% \times V = \text{C.F.} + \text{UTILIDADES}$$

$$X\% \times 1,000,000 = 200,000 + 100,000$$

$$X\% = \frac{300,000}{1,000,000}$$

$$X\% = 30\%$$

- f) Puesto que ninguno de los elementos del costo fijo total de la Empresa tendrá que ser repartido, difícilmente habrá otro sistema menos laborioso. Solamente los costos variables indirectos tendrían que ser repartidos.

R.R.B. DE HOLANDA.

---

(\*) Este porcentaje será fijo si los márgenes de contribución de los productos (en términos de porcentaje) son iguales, o si la relación entre los volúmenes de ventas de los productos permanece constante.

EJEMPLO 1:

Supongamos que la Empresa "X" fabrica los productos A y B, y obtiene los resultados que se muestran en el Cuadro 1:

Producto	Costo Var. Unit.	Precio de Venta	Margen Cont. Unit.	Unidades Vendidas	Margen Cont. Total	Ventas Totales	Costo Vol. Total	Costo Fijo	Utili.	Util. (%)
A	40	100	60%	200	12,000	20,000	8,000	10,000	2,000	10%
B	50	80	37%	500	15,000	40,000	25,000	10,000	5,000	12.5
TOTALES					27,000	60,000	33,000	20,000	7,000	11.7

CUADRO 1

Se puede observar que el producto A tiene un margen de contribución mayor (=60%), pero el producto B tiene un mayor margen de utilidad. Como hemos dicho anteriormente, las utilidades de la Empresa podrán ser aumentadas si se dá prioridad a la fabricación de los productos de mayor margen de contribución unitaria, en este caso el producto A.

Suponiendo que el volumen de ventas no pueda ser superior a 60,000, la única alternativa para aumentar las utilidades <sup>de la Empresa</sup> sería disminuir el volumen de producción del producto B y aumentar la producción del producto A. (aunque B presente un margen de utilidad mayor). El Cuadro 2 muestra los resultados de esta nueva "política":

Producto	Costo Var. Unit.	Precio de Venta	Margen Cont. Unit.	Unidades Vendidas	Margen Cont. Total	Ventas Totales	Costo Var. Total	Costo Fijo	Utilids.	Utilids. (%)
A	40	100	60%	440	26,400	44,000	17,600	10,000	16,400	37%
B	50	80	37%	200	6,000	16,000	10,000	10,000	-4,000	-25%
TOTALES					32,400	60,000	27,600	20,000	12,400	20,7%

CUADRO 2.

Podemos observar en el Cuadro 2 que, aumentando el volumen de ventas de A y disminuyendo las ventas de B, las utilidades de la Empresa aumentaron de 7,000 (11.7%) a 12,400 (20.7%). Por otro lado, podemos observar que el producto B que proporcionaba una utilidad total igual a 5,000 (12.5%), ahora presenta pérdidas iguales a 20.7%. Estos datos muestran como es inconveniente medir la rentabilidad de los productos a

través del porcentaje de utilidades, puesto que este puede presentar variaciones extremadamente grandes cuando el volumen de ventas varía. Al mismo tiempo, el margen de contribución unitario permanecerá siempre constante.

Finalmente, vale la pena destacar que la porción del costo fijo total que corresponde a cada producto no tiene ninguna importancia, puesto que la decisión deberá siempre ser tomada con base únicamente en el valor del margen de contribución de los productos. Apenas será necesario saber el valor del Costo fijo total. Sin embargo, en este ejemplo el costo fijo fue repartido entre los productos simplemente para mostrar que:

- a) Los productos que presentan un margen de contribución mayor son los que más contribuyen para las utilidades de la Empresa, aunque tengan un margen de utilidad menor que los otros productos.
- b) Aunque algunos productos puedan no cubrir "sus" costos fijos y presentar utilidades negativas (como por ejemplo el producto B en el Cuadro 2), ellos pueden estar contribuyendo para el aumento de las utilidades de la Empresa.

### EJEMPLO 2

En este ejemplo utilizaremos los datos del Cuadro 2 del Ejemplo 1. En este cuadro podemos observar que las utilidades del producto B son negativas (-25%). Sin embargo, si simplemente se suspende la fabricación de este producto porque el mismo está dejando "pérdidas", las utilidades de la Empresa disminuirían, puesto que el margen de contribución de este producto (=6,000) sería eliminada y solamente sus costos variables serían también eliminados. Si con la suspensión de la fabricación de cierto producto, el costo fijo total disminuye, las utilidades podrán aumentar o disminuir, y por lo tanto cada caso específico requerirá una solución diferente.

### EJEMPLO 3

Podemos suponer que la Empresa del Ejemplo 1 (Cuadro 2) pudiera aumentar un poco su volumen de producción y que un cliente propuso comprar 100 unidades de cierto producto "C" cuyo precio de venta sería 50.

La Empresa analizó detalladamente sus costos y se llegó a la siguiente conclusión, en cuanto a los costos del producto "C":

- a) Su costo variable unitario sería igual a 30.
- b) Si se repartiera el costo fijo entre los 3 productos (A, B y C), correspondería al producto C una porción igual a 3,000.

Por lo tanto, para este producto tendríamos:

- Ventas totales: .....	5,000
- Costo variable total: .....	3,000
- Costo fijo: .....	3,000
- Margen de contribución total: ...	2,000
- Pérdidas: .....	2,000

Basándose en estos datos la Empresa resolvió aceptar la propuesta del cliente y sus resultados fueron los siguientes (Cuadro 3):

Producto	Costo Var. Unit.	Precio de Venta	Margen Cont. Unit.	Unidades Vendidas	Margen Cont. Total	Ventas Totales	Costo Var. Total.	Costo fijo	Utilids	Utilids.
A	40	100	60%	440	26,400	44,000	17,600	8,500	17,900	40,7%
B	50	80	37%	200	6,000	16,000	10,000	8,500	-2,500	-15,6%
C	30	50	60%	100	2,000	5,000	3,000	3,000	-1,000	-20%
						65,000	29,600	25,000	14,400	22,2%

CUADRO 3

Se puede observar que las utilidades de la Empresa aumentaron de 12,400 (20.7%) a 14,400 (22.2) y este aumento corresponde exactamente al margen de contribución total del producto C (= 2,000). Por otro lado, también podemos observar que la parcela del costo fijo total que corresponde al producto C no tiene ninguna importancia, puesto que la decisión se basó en el hecho de que el producto "C" tiene un margen de contribución positivo.

COSTO VARIABLE UNITARIO Y COSTO FIJO TOTAL:  
COMO CALCULARLOS

En nuestro Informe Técnico N°2 hemos discutido las ventajas de los sistemas de costos que utilizan el costo variable unitario y el costo fijo total para una medición más precisa de la rentabilidad de cada producto y para una maximización de las utilidades de la Empresa. En otras palabras, hemos discutido el siguiente problema: una vez determinados el costo variable unitario de cada producto y el costo fijo total de la Empresa, cómo mejor utilizar esta información para maximizar las utilidades de la Empresa.

Sin embargo, en aquel Informe Técnico no fué posible discutir también cómo calcular dichos costos, por lo que el objetivo del presente artículo es proponer un método sencillo y eficiente para el cálculo del costo variable unitario de cada producto y del costo fijo total de su Empresa.

Vale la pena destacar que aunque el análisis y los ejemplos contenidos en este artículo están enfocados a Empresas Industriales, el método propuesto puede ser igualmente aplicado a Empresas cuyo objetivo sea el de proporcionar servicios.

Tradicionalmente, los costos han sido clasificados de 3 formas diferentes (\*):

- a) En cuanto al tipo de actividad a que pertenecen
  - Costos de administración
  - Costos de producción
  - etc...
- b) En cuanto a su identificación con los productos
  - Costo indirecto
  - Costo directo
- c) En cuanto a su variación en relación al volumen de producción
  - Variables
  - Semi-variables
  - Fijos
  - Independientes

Creemos que estas clasificaciones son bastante conocidas, sin embargo serán necesarias algunas observaciones adicionales. En este Informe Técnico clasificaremos los costos variables en dos grupos:

- a) Costos variables de producción: son aquellos elementos de los costos que varían proporcionalmente al volumen de producción (ejemplo: la materia prima).

---

(\*) Una clasificación un poco menos detallada fue presentada en nuestro Informe Técnico N°2 4<sup>8</sup>

b) Costos variables de ventas: aquellos elementos que varían proporcionalmente al volumen de ventas (ejemplo: comisión de los vendedores).

Y cada uno de estos grupos será tratado separadamente. Por otro lado, llamamos costos independientes a aquellos que tienen una variación completamente aleatoria o sea, su variación no depende de ninguna manera de la variación del volumen de producción o del volumen de venta (ejemplo: donativos, costos de patrocinio, etc).

Como hemos dicho anteriormente, el método que proponemos tiene como objetivo la determinación del costo variable unitario (costo variable por unidad producida) y del costo fijo total de su Empresa.

Para el cálculo del costo variable unitario será necesario identificar todos los costos variables directos e indirectos de la Empresa (sean ellos de producción, administración, ventas, etc), distribuir entre los varios productos todos aquellos costos que sean indirectos y finalmente calcular el costo variable por unidad producida (para cada producto). Análogamente, será necesario identificar todos los elementos de costos que sean fijos, y sumar dichos elementos para la determinación del costo fijo total de la Empresa.

Estos cálculos serían realizados a través de las siguientes etapas:

1. Definir los límites de variación del nivel de producción para lo cual deberá funcionar el sistema de costos. Por ejemplo, si el nivel actual de producción es "X", la Empresa podrá desear emplear un sistema de costos que proporcione buenos resultados para niveles de producción entre  $(X \pm 10\%)$ .
2. Hacer una lista detallada de todos los elementos de costos que existen en la Empresa. Por ejemplo, podríamos tener los siguientes elementos de costos (\*):
  - a) Mano de obra directa.
  - b) Materia prima.
  - c) Supervisión.
  - d) Control de calidad.
  - e) Energía eléctrica.
  - f) Salario del personal de administración.
  - g) Mantenimiento de las máquinas.
  - h) Mantenimiento de los vehículos de distribución.

(\*) En las páginas siguientes, estos elementos de costos serán clasificados en fijos, variables, semi-variables e independientes. Sin embargo, esta clasificación no deberá ser generalizada, puesto que, por ejemplo, un elemento que es fijo en una determinada Empresa, puede ser variable en otras Empresas.



- i) Promociones eventuales.
  - j) Comisión de los vendedores.
  - k) Impuestos sobre las ventas.
  - l) Gastos de patrocinio.
  - m) Viajes especiales de los agentes vendedores.
  - n) Depreciación de máquinas y edificios.
  - o) Gasolina de los vehículos de distribución.
  - p) Personal burocrático del departamento de ventas.
  - q) Honorarios del Consejo de Administración, etc...
3. Identificar los costos directos de cada producto, o sea, aquellos elementos de los costos que pueden ser fácilmente identificados con los productos (no incluir los costos de ventas, éstos serán tratados separadamente).

Estos costos directos podrán ser variables, fijos, semi-variables o independientes y por lo tanto se deberá separar para cada producto sus costos directos variables. Por ejemplo: de la lista anteriormente citada, pueden ser considerados como costos variables directos, los siguientes elementos:

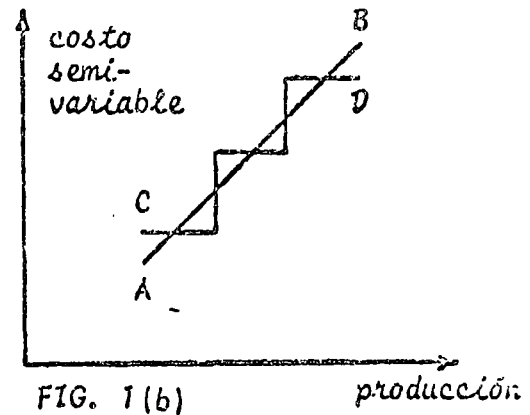
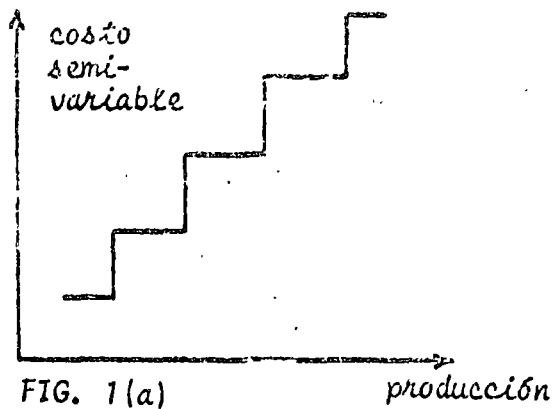
- a) Mano de obra directa. (\*)
  - b) Materia prima.
4. Identificar los costos variables indirectos, o sea, aquellos elementos que varían proporcionalmente al volumen de producción pero que no pueden ser directamente identificados con los productos (no incluyendo los costos de ventas). Ejemplo: el elemento (c) de la lista, o sea, el costo de energía eléctrica.
- Estos costos variables indirectos (que pueden corresponder a todos los productos o a cierto grupo de productos) deberán ser repartidos entre los diversos productos de la Empresa. En general se pueden repartir estos costos proporcionalmente al tiempo de procesamiento de cada producto.
5. Identificar todos los costos semi-variables de la Empresa (no incluyendo los costos de ventas). Por ejemplo, los siguientes elementos de la lista podrían ser considerados como costos semi-variables:

- (c) Supervisión
- (d) Control de calidad.

---

(\*) Obviamente, en algunos casos, el costo de la mano de obra directa deberá ser clasificado como semi-variable o fijo.

Como sabemos, los costos semi-variables varían según se muestra en la Figura 1.(a). Por lo tanto, debemos analizar cada uno de estos elementos detalladamente y determinar si los mismos varían o no dentro de los límites de variación del nivel de producción que están siendo considerados (los cuales fueron definidos en la etapa (1) del sistema). Aquellos que no varíen dentro de estos límites, podrán ser considerados como fijos. Aquellos que varíen, podrán ser considerados como variables si se supone que sus valores variarían según una recta (recta AB en la Figura 1.(b)), en vez de variar según una línea irregular (línea CD en la Figura 1.(b)). Los costos semi-variables que fueran considerados como variables serían repartidos entre los diversos productos de la Empresa.



6. Identificar todos los costos fijos de la Empresa (de producción, ventas, administración, etc). Calcular el total mensual. Por ejemplo, de la lista que estamos considerando, los siguientes elementos podrían ser considerados como fijos:
  - (f) Salario del personal de administración.
  - (n) Depreciación de máquinas y edificios
  - (q) Honorarios del Consejo de Administración.
7. Identificar todos los costos independientes (de producción, administración, venta, etc). Ejemplo: los siguientes elementos de la lista:
  - (g) Mantenimiento de las máquinas.
  - (h) Mantenimiento de los vehículos de distribución.
  - (i) Promociones eventuales.
  - (l) Gastos de patrocinio.
  - (m) Viajes especiales de los agentes vendedores.

Una forma bastante sencilla y eficiente de tratar estos costos sería calcular el total para 6 o 12 meses y sacar un promedio mensual. Este promedio mensual sería sumado al costo fijo mensual de la Empresa.

8. Identificar todos los costos variables de ventas. Por ejemplo:
  - (j) Comisiones de los vendedores.

(k) Impuestos sobre las ventas.

(o) Gasolina de los vehículos de distribución.

Siempre será posible determinar un porcentaje que englobaría todos estos costos, es decir, cierto porcentaje X% del precio de venta del producto representaría todos los costos variables de ventas.

Este procedimiento facilitará el cálculo del costo variable de ventas. Por ejemplo: podemos suponer que las ventas totales de la Empresa son de 500,000 y que el total de estos 3 elementos de los costos ((j), (k) y (o)) es 60,000. El porcentaje que representaría los costos variables de ventas sería igual a:  $X\% = \frac{60,000}{500,000} = 12\%$

Por lo tanto, si el precio de venta de cierto producto es PV = 200, su costo variable unitario de ventas (C.V.U.V.) sería:

$$C.V.U.V. = 12\% \times 200 = 26.$$

9. Identificar todos los costos semi-variables de ventas. Ejemplo: el elemento (p) de la lista, o sea, los salarios del personal responsable por la elaboración de pedidos, notas de remisión, facturas, etc(\*) Algunos de estos costos podrán ser considerados como variables a través del mismo procedimiento descrito en (5) y serían sumados (en términos de porcentaje) al porcentaje X% citado arriba en (8).

En cuanto a los costos semi-variables que permanecieran prácticamente constantes dentro de los límites de variación del volumen de ventas que estarían siendo considerados, se sacaría un promedio mensual y este sería sumado al costo fijo mensual de la Empresa.

Después de llevadas a cabo todas estas etapas, la Empresa sería conocedora de su costo fijo total mensual y del costo variable unitario de cada producto. Como hemos dicho en nuestro Informe Técnico N°2, el conocimiento del costo variable unitario tiene una importancia capital para la medición de la rentabilidad de cada producto y consecuentemente para orientar a la Empresa en la difícil tarea de maximizar sus utilidades.

---

(\*) En muchos casos, estos costos deberán ser considerados como fijos y esto dependerá básicamente de la variación del volumen de ventas que está siendo considerada.

J). Estado de costos de fabricación.

Por la forma de operar de las empresas industriales es necesario la formulación de un estado que muestre el costo de lo invertido en la fabricación. A este documento se le conoce con el nombre de "Estado de costo de Fabricación".

El estado de costo de fabricación está formado de dos partes.

1. Elementos del costo incurrido.

- a) Materia prima directa
- b) Mano de obra directa
- c) Gastos indirectos de fabricación.

2. El inventario inicial y final de la producción no terminada que se le conoce con el nombre de producción en proceso.

Para comprender mejor el estado de costo de fabricación veamos el siguiente ejemplo:

Supongamos que la compañía manufacturera "Noran" tiene los siguientes saldos en sus cuentas, durante el año terminado al 31 de diciembre de 1976. Elaborar el estado de costo de fabricación.

CUENTA	IMPORTE (PESOS)
Supervisión de la fábrica	250,000.00
Depreciación del equipo de la fábrica	200,000.00
Depreciación del edificio de la fábrica	100,000.00
Calefacción, luz y fuerza motriz	220,000.00
Inventario inicial de materias primas	100,000.00
Inventario final de materias primas	110,000.00
Inventario inicial de producción en proceso	180,000.00
Inventario final de producción en proceso	190,000.00
Materias primas adquiridas	800,000.00
Mano de obra directa	950,000.00
Materiales varios para fábrica	10,000.00
Seguros e impuestos sobre propiedades de la fábrica	10,000.00
Gastos varios de la fábrica	40,000.00

Solución:

"CIA. NORAN"

Estado del costo de productos terminados correspondiente al período comprendido del 1o. de enero al 31 de diciembre de 1976.

Materias primas

Inventario inicial	10,000.00	
Más: materias primas adquiridas	80,000.00	
	<u>90,000.00</u>	
menos inventario final	<u>11,000.00</u>	
Costos de las materias primas empleadas.		79,000.00
Mano de obra directa		95,000.00
Gastos generales de fabricación.		

Supervisión de la fábrica	250,000.00	
Depreciación del edificio de la fábrica	100,000.00	
Depreciación del equipo de la fábrica	200,000.00	
Materiales varios para la fábrica	10,000.00	
Seguros e impuestos sobre propiedades en la fábrica	10,000.00	
Calefacción, luz y fuerza motriz	220,000.00	
Gastos varios de la fábrica	<u>40,000.00</u>	
Suma Gastos Generales de Fabricación		<u>830,000.00</u>
Costo total de la fabricación del año más inventario inicial de la producción en proceso		2,570,000.00
		<u>180,000.00</u>
menos inventario final de la producción en proceso		2,750,000.00
		<u>190,000.00</u>
Costo de los productos fabricados		<u>2,560,000.00</u>

Existe además el estado de costo de Producción de lo vendido, por Ejemplo:

Estado de costo de fabricación de lo vendido.

Correspondiente al período comprendido del \_\_\_\_\_ al \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de

Inventario inicial de artículos terminados	75,000.00	
más:		
Costo de producción de artículos terminados	270,000.00	345,000
menos:		
Inventario final de artículos terminados		<u>80,000</u>
Costo de producción de lo vendido		<u><u>265,000</u></u>

Los estados anteriores pueden conjugarse y de esta manera elaborar el estado conjunto de costo de productos fabricados y costo de producción de lo vendido. Veamos un ejemplo:

CIA. "X"

Estado conjunto de costo de fabricación y costo de producción de lo vendido.

Correspondiente al período comprendido del \_\_\_\_\_ al \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 19 \_\_\_\_\_

Inventario inicial de  
Producto en proceso 30,000

Material utilizado en el  
Período:

Inv. inicial de Mat. Prim.	10,000	
más compras de Mat. Prim.	<u>160,000</u>	
SUMA	170,000	
menos Inv. final de Mat. Prim.	<u>20,000</u>	150,000

Mano de obra directa

Sueldos y salarios	<u>50,000</u>	
Costo primo	200,000	

<u>Gastos indirectos de fabric.</u>	<u>60,000</u>	<u>260,000</u>
-------------------------------------	---------------	----------------

COSTO TOTAL DE PRODUCCIÓN		290,000
---------------------------	--	---------

menos: Inv. final de producción en proceso		<u>20,000</u>
---	--	---------------

Costo de producción de artículos terminados		270,000
---	--	---------

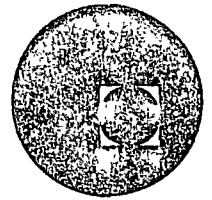
Invent. Inicial de Art. Terminados	75,000	
menos: Inv. final de Art. terminados	<u>80,000</u>	<u>(5,000)</u>

COSTO DE PRODUCCION DE LO VENDIDO		265,000
-----------------------------------	--	---------

El empleo del estado de costo de fabricación es apropiado si se le considera como un informe oficial. Los saldos que arrojen las cuentas de productos fabricados, productos en procesos y materiales, son partidas que se inscriben en el activo de la empresa.



centro de educación continua  
división de estudios superiores  
facultad de ingeniería, unam



## APLICACIONES PRACTICAS DE LA INGENIERIA INDUSTRIAL

LA INGENIERIA INDUSTRIAL Y LAS COMPUTADORAS

ING. JUAN URSUL SOLANES

ABRIL, 1978.



## INGENIERIA INDUSTRIAL Y COMPUTADORAS

### PANORAMA GENERAL

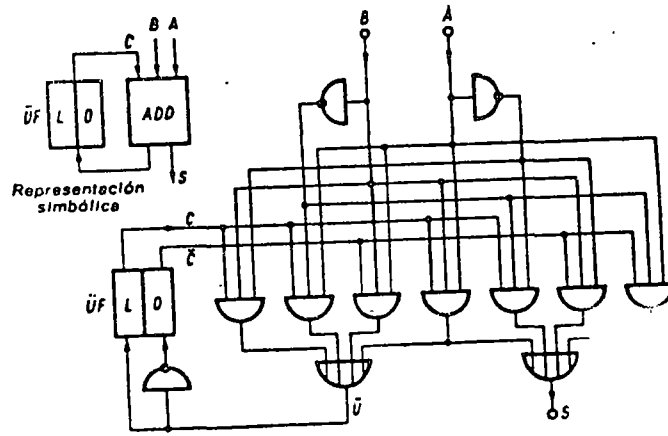
Al desarrollar este tema pretendo que se comprenda, en términos muy generales, qué es una computadora y para qué le puede ser útil a un Ingeniero Industrial.

Actualmente se ha hecho tan común el término computadora, se ha leído y se ha visto tanto que ha llegado un momento que es tal la confusión sobre cuáles son las posibilidades y cuáles las limitaciones de estos "cerebros electrónicos" que - trataremos en estas sesiones de dar a entender de manera muy - sencilla cuáles son las funciones básicas y cuál su potencialidad.

Para ubicarnos un poco en los campos de aplicación de las computadoras, me he tomado la libertad de clasificar en tres grandes grupos los usos que se le dan a la computadora comercial, a saber: como equipo de control directo, para procesar información rutinaria y/o para resolver modelos. Cabe destacar que existen equipos diseñados para una función específica - que no entrarían dentro de estos grupos, pero las limitaciones de estos equipos hacen que queden excluidos de cualquier aplicación de tipo general como las que menciono antes.

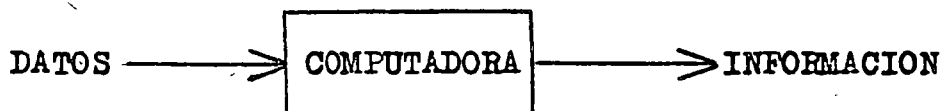
En estas sesiones nos limitaremos a los grupos de procesar información rutinaria y resolución de modelos, excluyendo a los equipos de control directo no por menos importantes sino por quedar un poco al margen de nuestro campo, concretamente la Ingeniería Industrial.

Por último creo que es muy importante lo siguiente: el provecho que se pueda recibir de una computadora depende en gran medida de la información que respecto a ella sea proporcionada por los vendedores, los operadores, los analistas y los programadores, por lo que se depende mucho de estos profesionistas a tal punto que con los conocimientos recibidos en este o en otros cursos puede resultar insuficiente sin la colaboración de estas personas para poder utilizar ni siquiera medianamente cualquier equipo de computación.



¿ QUE ES UNA COMPUTADORA?

Una computadora es un equipo mecánico, eléctrico y electrónico que almacena información y que se utiliza para procesar datos obteniendo como resultado información



Con esta definición hemos unicamente tratado de dar una idea general sobre lo que es una computadora.

Una computadora está compuesta de dos partes fundamentales: la estructura física (HARDWARE) que son todos los componentes mecánicos, eléctricos y electrónicos, y la estructura lógica (SOFTWARE) que es toda la información almacenada que permite el funcionamiento de la computadora y su comunicación con el exterior.

Los componentes de la estructura física de una computadora se enmarcan en dos grupos, a saber: unidades centrales y unidades periféricas.

Las unidades centrales son las que procesan la información, por ejemplo: almacenar datos en memoria real, llevar a cabo operaciones aritméticas o lógicas, ordenar datos etc.

Las unidades periféricas son las que apoyan y comunican con el exterior a las unidades centrales.

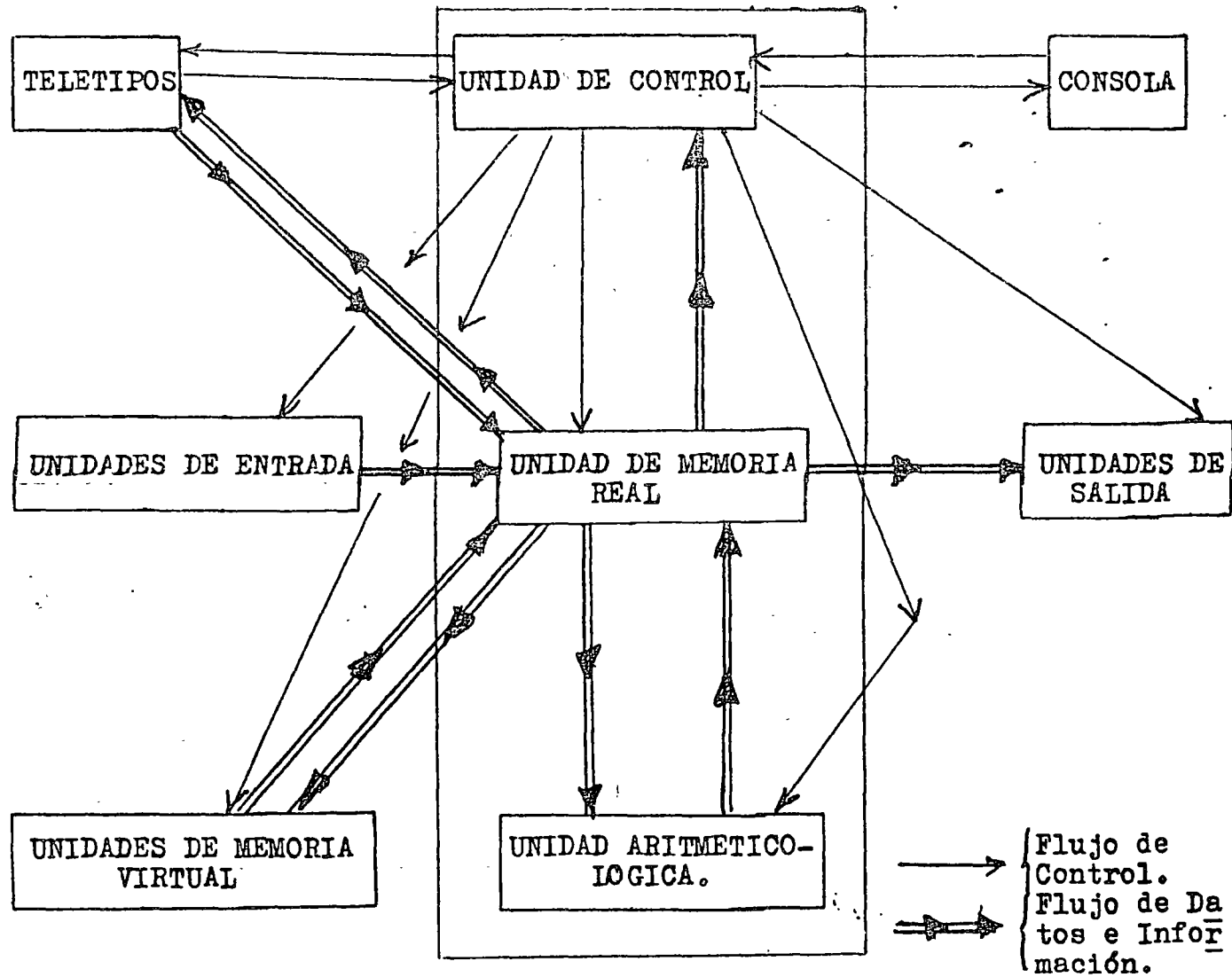
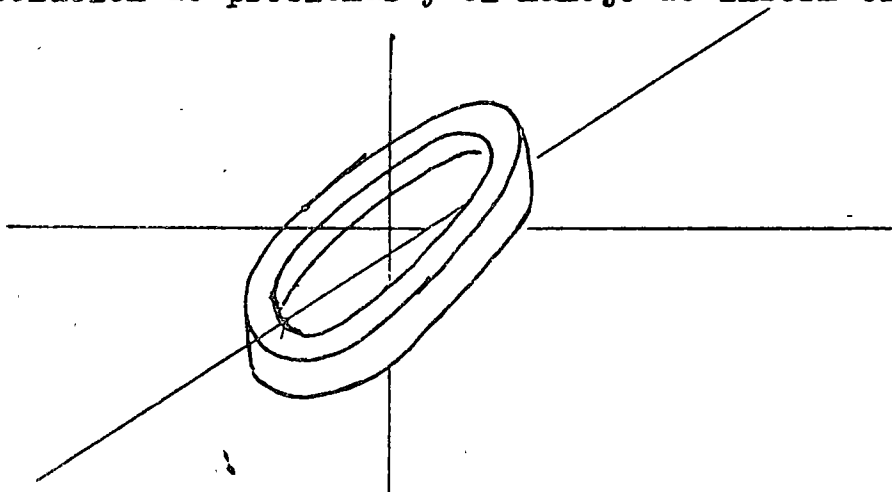


FIGURA I

La Figura #1 representada la estructura física de una computadora media y nos establece las relaciones entre las unidades que forman un equipo completo. Es posible que la unidad fundamental sea la Unidad Central de Proceso ya que de ella depende el funcionamiento total de la computadora, es la unidad que está en comunicación con el operador, un usuario normal prácticamente nunca está en relación con esta unidad, sólo que utilice el teletipo. La Consola es la unidad por medio de la cual el operador se comunica con la Unidad Central de Proceso y con ello controla toda la máquina y salvo excepciones no se manejan ni datos ni información a través de ella sólo instrucciones de control.

Las Unidades de Memoria Virtual sirven de apoyo a la Unidad de Memoria Real, en equipos pequeños no existen, generalmente son Unidades de Disco. Los Teletipos tienen características de Consola, de Unidad de Entrada y de Unidad de Salida, aunque tienen otras restricciones. Las Unidades de Entrada más conocidas son quizás las Lectoras de Tarjetas Perforadas, las Lectoras Ópticas y las Unidades de Cintas tanto Magnéticas como Perforadas cuando funcionan como Lectoras. Las Unidades de Salida más conocidas son las Impresoras, Las Perforadoras de Tarjetas, y las Unidades de Cintas tanto Magnéticas como Perforadas funcionando como salidas (grabadoras o perforadoras). Los Discos Magnéticos y los Tambores se utilizan tanto de Unidades de Entrada/Salida como de Unidades de Memoria Virtual.

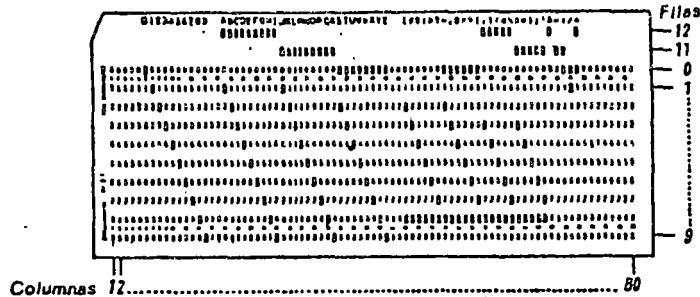
La Unidad de Memoria Real es el acceso, almacenamiento y salida de las Unidades Centrales. Por último la Unidad Aritmético-lógica es donde se llevan a cabo las operaciones aritméticas, tanto básicas (suma, resta, multiplicación, división y exponenciación) como elaboradas (cálculo de senos, cosenos, logaritmos, etc.) y las operaciones lógicas (decisiones, operaciones "y", "o", "no", ordenamiento de datos, etc.). Con esto tenemos una descripción superficial de las partes más usuales de una computadora y que nos serán de utilidad para la resolución de problemas y el manejo de información.



### LA COMUNICACION Y LOS LENGUAJES EN COMPUTACION

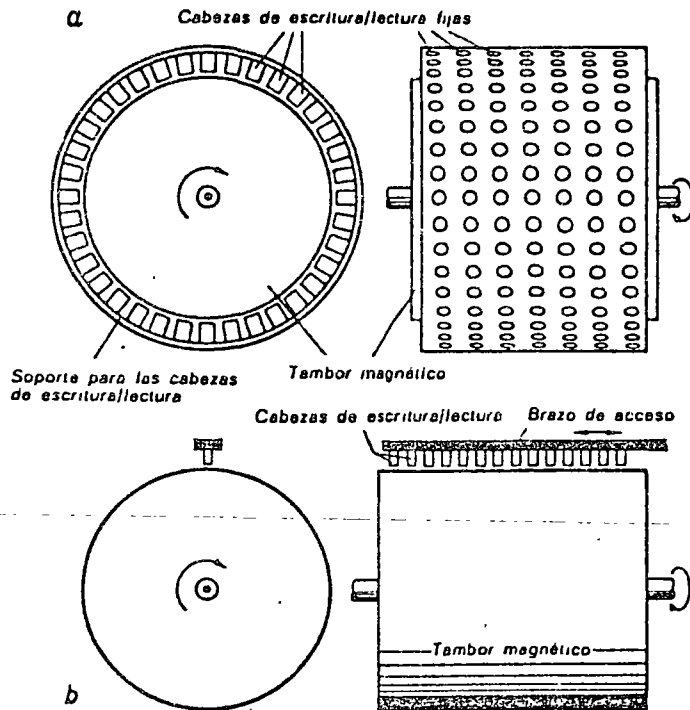
El principal problema en computación es un problema de lenguajes. El lenguaje interno de las computadoras es el lenguaje binario así denominado a que tiene sólo dos posibilidades representadas en los términos binarios como 0 y 1. El elemento base de la computadora es el BIT que sólo puede tomar dos estados, cargado o descargado, lo cual nos da una imagen del 0 y 1 binarios.

Desde el punto de vista matemático todas las operaciones aritméticas se pueden efectuar no importa en que sistema numérico se estén llevando a cabo, por ejemplo la suma de  $4 + 7 = 11$  realizada en su sistema numérico de base diez (considérese los elementos del sistema numérico base diez).



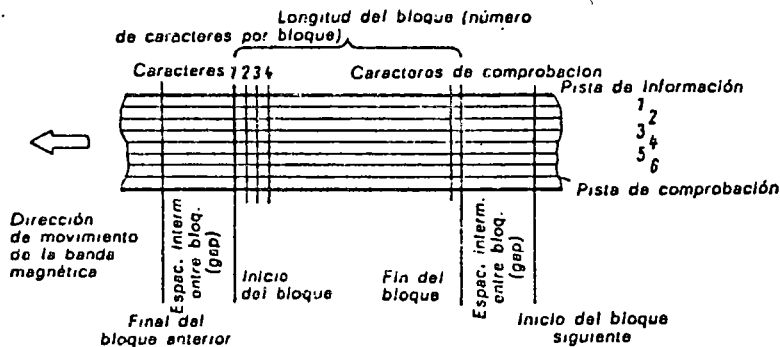
(Como 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, como las representaciones de los números cero, uno, dos, tre, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve respectivamente), será exactamente igual a la suma  $100 + 111 = 1011$  realizada en un sistema numérico de base dos (considérese los elementos simples del sistema numérico base dos como: 0, 1 como las representaciones de cero y uno respectivamente y 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111 como las representaciones de dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho, nueve, diez, once, doce, trece, catorce, quince, respectivamente) El sistema numérico de base dos automáticamente está jerarquizado tomando su valor intrínseco para efectos de orden, pero para representar los elementos del sistema de letras del abecedario (en el caso de las computadoras se usa el abecedario inglés de 29 letras) se utilizan elementos de seis u ocho bits totalmente arbitrarios por ejemplo la letra "a" la representaremos por 11010001, la "b" por 11010010, la "c" por 11010011 y así sucesivamente hasta la "i" por 11011001 siguiendo la j por 11100001 hasta la "r" por 11101001 seguida por la s por 11110010 hasta la z por 11111001, con lo anterior tenemos un sistema binario que se puede ordenar numéricamente sin ningún inconveniente.

Teniendo estas bases podemos definir a una "palabra" en computación como toda cadena de 48 bits (no en todas las computadoras es de 48) para representar números enteros (positivos o negativos), reales y caracteres alfanuméricos: así pues los números enteros se representan directamente como la conversión directa decimal a binario en la palabra, por ejemplo el número 1978 de base diez se representará en la palabra como 00000000000000000000000011110111010; los números reales se representarán con una base y una mantisa por ejemplo el mismo número 1978.00 en forma real se representará como 0000000000000011 000000000000000000000011110111010 siendo la primera parte de la palabra la característica y la segunda la mantisa; si tomamos alfanuméricamente se dividirá la palabra en caracteres (en este caso 6 caracteres de 8 bits) y se representará directamente caracter por caracter por ejemplo el mismo número 1978 tomado alfanuméricamente será 00000000 00000000 00000001 00001001 01 00000111 00001000.





Tenemos que de acuerdo a lo anterior deberíamos comunicarnos con las computadoras por medio de cadenas de bit binarios que estarían sujetas a problemas de memoria y error por lo que se originaron lenguajes de un nivel intermedio entre nuestros lenguajes (inglés, español, etc.) y el lenguaje binario de las computadoras y se fueron desarrollando de acuerdo a objetivos específicos como son el FORTRAN orientado a la resolución de problemas y modelos de ingeniería, ALGOL orientado a un sentido científico más amplio COBOL orientado al manejo de información de administración y enfocado a los documentos PL/1 aglutinación de los lenguajes anteriores para uso, general ASSAIMBLER lenguaje imagen del máquina con ciertas ventajas de compilación, BASIC lenguaje orientado al uso de teletipos, etc.

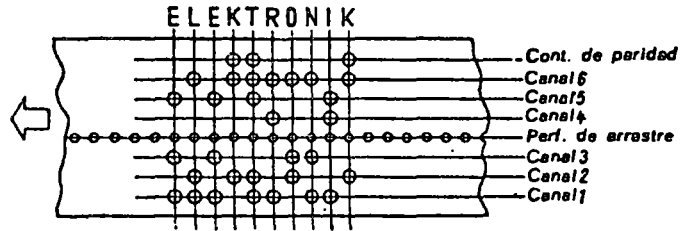


Después se originaron programas completos de resolución de problemas específicos que son llamados programas de biblioteca, como los de resolución de problemas de estadística, de investigación de operaciones, etc. Después se aglutinaron programas con fines únicos y se formaron los llamados paquetes por ejemplo los contables, los de control de inventarios, las nóminas, etc. Posteriormente se realizaron sistemas completos con paquetes interactivos para llevar por computación organizaciones completas.

123456789

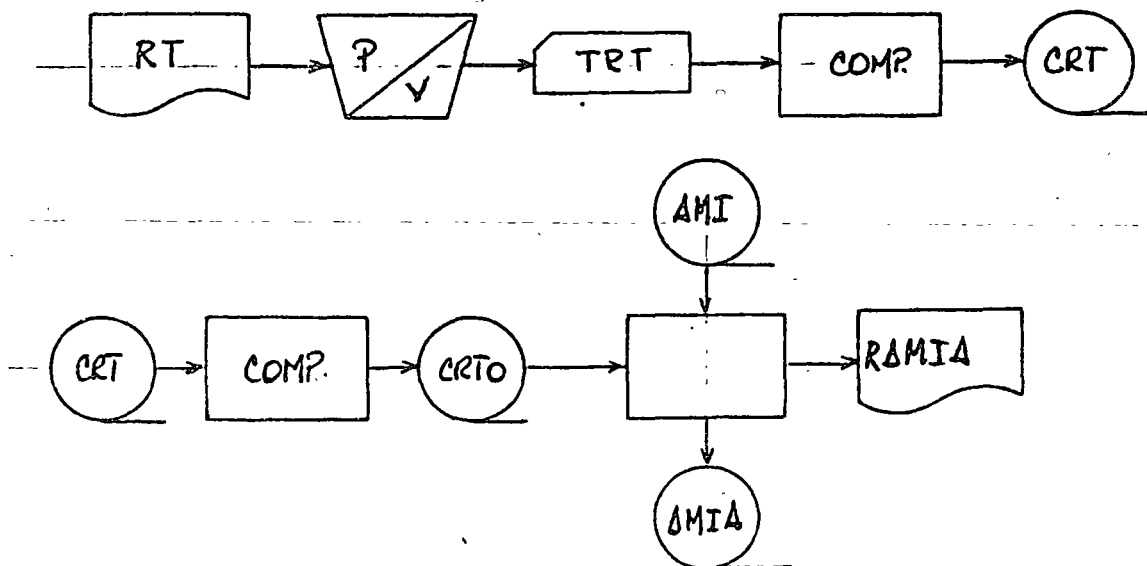
01 11 21 31 41 51 61 71 81 91

Para poder traducir estos lenguajes intermedios al lenguaje máquina binario existen unos programas contenidos en las computadoras denominados **COMPILADORES** que además verifican sintácticamente las instrucciones escritas en esos lenguajes.

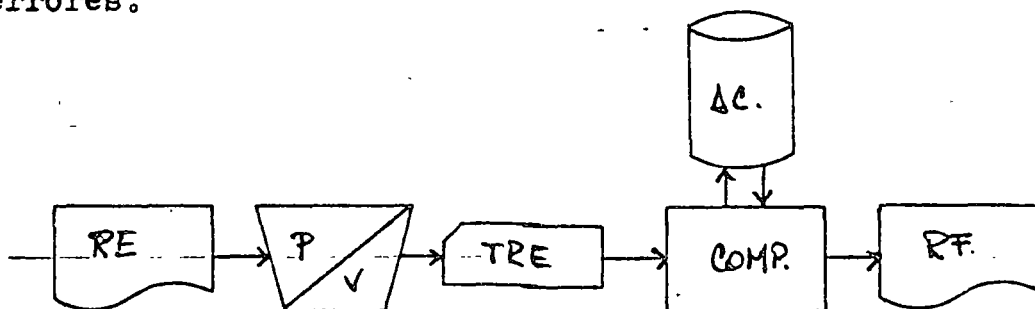


### PROCESOS RUTINARIOS

Al aplicar la computadora al Manejo de Información las primeras aplicaciones en que se piensa son los procesos rutinarios donde el índice de error es bajo, donde es posible verificar la información por la sencillez del proceso y - donde le personal es susceptible de ser utilizado para procesos más productivos. Como ejemplos de estos procesos están los asientos contables, las nóminas, el control de inventarios, facturaciones etc.

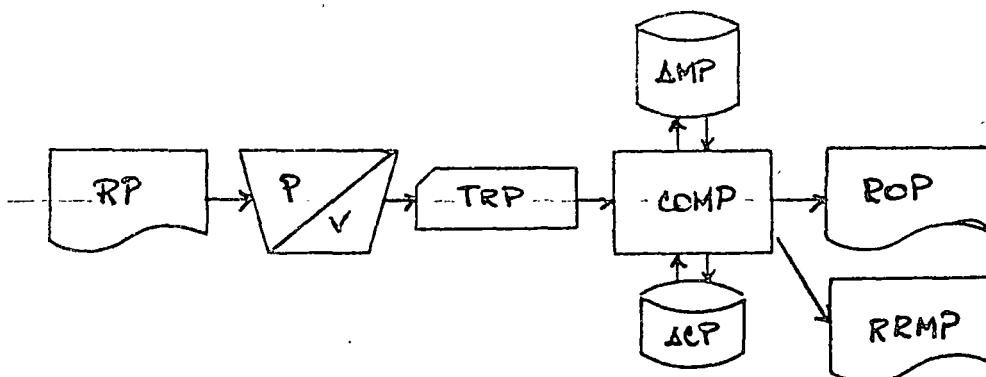


La aplicación de estos procesos rutinarios no representa mayores problemas aunque pueden llegar a ser drásticos si no se toman oportunamente en cuenta. El problema más fuerte es el de la documentación, perforación y verificación para poder alimentar a la computadora, ya que los procesos internos -- son sencillos ordenamientos, y operaciones aritméticas simples. La Documentación debe ser tratada con mucho cuidado ya que si -- no se manejan correctamente los formatos y la verificación intrínseca de los atributos puede repercutir en multitud de errores, posteriormente. Los procesos de perforación (ó grabación -- en cintas ó discos) y su consecuente verificación deben de tratarse con cierto tacto ya que involucran al error humano y el control de calidad de entrada a la computadora debe ser de cero errores.



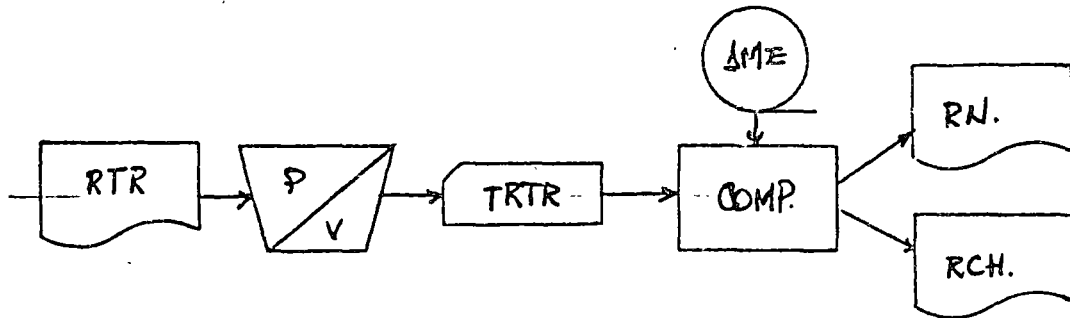
Otra de las problemáticas que encontramos es la necesidad de identificación mediante el uso de claves en vez de -- definiciones. Lo que deshumaniza el manejo de información y contribuye a la pérdida parcial ó total del uso del criterio pro--blema social y humano de los más graves en la actualidad.

Para aplicar la computadora a los problemas de tipo rutinario es necesario entender primero un poco de lo que es el movimiento de archivos. Entendemos por archivo la información contenida en un conjunto limitado de unidades denominadas registros que a su vez están formadas por características naturales o artificiales del elemento sobre el que se genera la información. Sea por ejemplo el directorio telefónico de la zona metropolitana, en su sección blanca, un archivo cuyos registros son la información contenida en cada uno de los usuarios, teniendo por atributos: nombre del usuario, dirección y teléfono. De los atributos se distinguen algunos por la función específica que realizan en el archivo, como pueden ser: la llave (en el ejemplo es el nombre del usuario) y el apuntador (en un diccionario, el apuntador será un sinónimo).

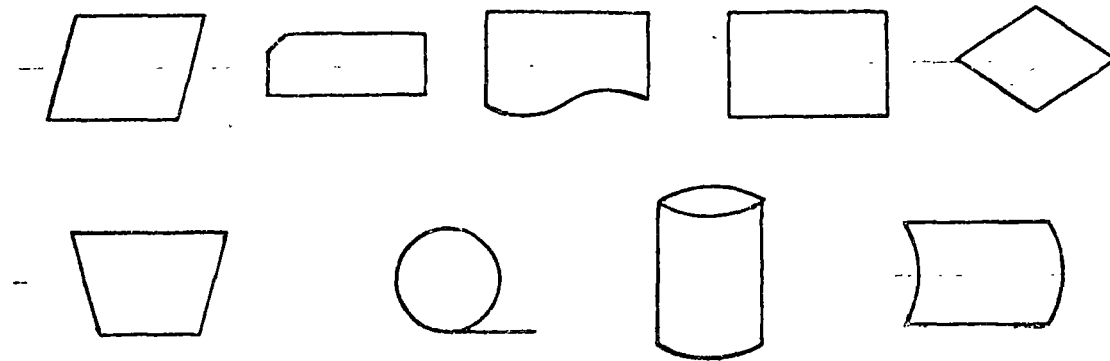


Los archivos se podrán manejar en distintas formas, según la manera como se necesite acceder la información, por ejemplo la actualización de un archivo de productos manufacturados normalmente será secuencial, que es una de las formas de archivo, o el directorio telefónico que por la forma en que está estructurado es de acceso directo. De acuerdo a la forma que se va aplicar el archivo se seleccionará los medios de entrada y salida de la computadora.

Para archivos que se utilizarán una sola ocasión y con acceso secuencial la entrada óptima es en tarjetas perforadas; para archivos permanentes de consulta y secuenciales la forma más adecuada es la cinta magnética; para archivos permanentes de actualización y acceso directo el mejor es el disco magnético.



Se han diseñado símbolos para cada tipo de entrada a la computadora así como para las distintas funciones de la computadora, a saber:



NOTA.- Estos símbolos no se pueden considerar normalizados y están sujetos a la interpretación de ciertas corrientes establecidas por los distribuidores de equipo de cómputo.

RESOLUCION DE MODELOS

Cuando el interés del Ingeniero Industrial se aleja de sistematizar los procesos rutinarios para entrar en los terrenos de la optimización, cambia totalmente el panorama de la computación.

Para utilizar la computadora para resolver modelos de problemas específicos como pueden ser rutas críticas, optimización, modelos estáticos, modelos dinámicos, etc. es necesario primero utilizar los paquetes que para tal efecto se han comercializado, plantear los modelos que representen al problema de acuerdo al paquete seleccionado, analizar los resultados para poder retroalimentar tratando de hacer un análisis de sensibilidad el modelo, etc.

Maximizar  $Z$

$$Z = 5P_1 + 6P_2$$

SIMPLEX

Condicionado a:

$$0.2 P_1 + 0.3 P_2 \leq 1.8$$

$$0.2 P_1 + 0.1 P_2 \leq 1.2$$

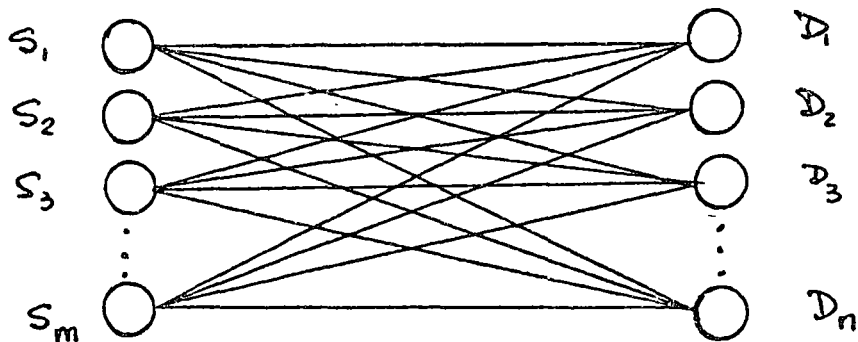
$$0.3 P_1 + 0.3 P_2 \leq 2.4$$

$$P_1 \geq 0 \quad P_2 \geq 0$$

La resolución de modelos utiliza más a la computadora como un equipo de cálculo que como un equipo de manejo de información, por lo que no se puede, o no es costoso hacerlo, diseñar los métodos de solución para cada caso, sino que se requiere que los equipos de cómputo sean capaces de tener una biblioteca de paquetes lo suficientemente extensa para poder seleccionar el método de solución más adecuado.

Existen paquetes para optimizar la disposición de las máquinas o los departamentos dentro de los locales de las industrias, también los hay para optimizar los programas de producción, para optimizar las existencias en inventarios, para planear procesos utilizando rutas críticas, etc.

Ocurre con frecuencia que la aplicación de cierto paquete no de los resultados deseados, esto es, que cuando uno aplica las condiciones de los problemas así como el modelo mismo, la información contenida en los manuales de uso no siempre es completa y se necesitan muchas "corridas" para llegar a los resultados que la experiencia nos indica como factibles.



Es recomendable que cuando se traten de resolver problemas de esta índole por computadora se realicen pruebas piloto con modelos simples que se puedan resolver manualmente y así adquirir la experiencia necesaria para ya aplicar posteriormente todas las variables del problema real.

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij}$$

condicionado a:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq S_i \quad \text{para } i=1,2,\dots,m$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} \geq D_j \quad \text{para } j=1,2,\dots,n$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{para } \forall i,j$$

La parte más delicada de este uso de la computadora es la interpretación de los resultados que muchas veces resulta más complicado que la aplicación misma, para ello es necesario que la persona que realiza este trabajo conozca a fondo el problema y pueda saber rápidamente si los resultados entregados por la computadora son razonables o se disparan.



### CONCLUSIONES

Después de esta visión a vuelo de pájaro de lo que las computadoras son y para qué se pueden utilizar tenemos forzosamente que concluir lo siguiente:

1.- Las computadoras son equipos de manejo de información y de cálculo, extraordinariamente rápidos y precisos pero que no son sensibles a la veracidad de los resultados por lo que no podemos confiar a ciegas de los resultados que nos sean entregados por un equipo de esta naturaleza.

2.- No son sustitutos del pensamiento humano sólo colaboradores muy eficientes que se deben saber utilizar para los trabajos intelectuales más pesados o imposibles de realizar.

3.- En procesos rutinarios estos equipos liberan al hombre de trabajos arduos para que este dedique su mente y esfuerzo a problemas de decisiones, sin embargo no son sustitutos del hombre.

4.- Resuelven modelos matemáticos que por su magnitudes pueden no poder ser resueltos por equipo de calculistas de un modo económico o factible.

5.- Permiten obtener y acceder información mucho más rápidamente lo que permite toma de decisiones mucho más efectivas y con más información a la mano.

Antes estas ventajas no debemos deslumbrarnos, las máquinas computadoras han traído acarreado con ellas una deshumanización que tiene como efectos más notables una pérdida frecuente, cada vez más, de criterio y de razonamiento. Podría decirse que el hombre al utilizar menos su mente para resolver problemas, ha perdido el don de pensar. Esto es más notable en ciertos centros de trabajo de escritorio donde -- cuando la corriente eléctrica deja de ser suministrada las personas se ven incapaces de llevar a cabo una suma o resta a mano, ya no digamos en la mente.

Por todo lo anterior debemos concluir que las computadoras son el invento más grande de este siglo y han hecho posible que el hombre pisara la Luna pero que no dejan de ser una triste parodia de la mente humana que sin embargo van siendo cada vez más imprescindibles en todas y cada una de nuestras actividades.



centro de educación continua  
división de estudios superiores  
facultad de ingeniería, unam



APLICACIONES PRACTICAS DE LA INGENIERIA INDUSTRIAL

DIRECCION DE PROYECTOS POR CAMINO CRITICO

PROF. ING. ODON DE BUEN LOZANO

Abril, 1978.

## DIRECCION DE PROYECTOS POR CAMINO CRITICO

### 1.- EL PROYECTO.

El proyecto puede definirse como el conjunto de antecedentes que permite estimar las ventajas y desventajas económicas que se derivan de asignar ciertos recursos de un país o de una empresa estatal o privada, para la producción de determinados bienes o servicios.

La palabra PROYECTO tenía en el pasado un sentido más reducido que el que se le da actualmente. Anteriormente considerábamos como proyecto a un conjunto de diseños únicamente. La influencia de la literatura de habla inglesa que se relaciona con el tema, ha ampliado el significado de la palabra y su sentido actual que sin duda ya ha tomado carta permanente de naturaleza, es el de diseño y desarrollo conjuntos.

Nosotros, aquí, usaremos la palabra Proyecto en su acepción extensa.

Un proyecto está formado por una serie de actividades que se van a ejecutar o se están ejecutando en forma coordinada. La ejecución de las actividades determina la realización escalonada de ciertos eventos.

Los proyectos pueden ser cíclicos, como el de la fabricación en serie de un producto industrial o no cíclicos como la construcción de una nueva fábrica. Los sistemas de dirección de proyectos que vamos a estudiar se aplican básicamente a los proyectos no cíclicos, existiendo otros sistemas más adecuados para controlar los procesos cíclicos.

Algunos de los riesgos y contingencias a que se enfrenta todo proyecto son asegurables; pero no lo son los que derivan de errores de estimación en los varios aspectos que

comprende el estudio del proyecto y que pueden ser de tal cuantía que conduzcan al fracaso.

Indudablemente que al enfrentarse al desarrollo de un proyecto no solo se requiere contar con la decisión para afrontar el riesgo a secas, sino también con un análisis racional de las posibilidades de éxito, basado en los mejores antecedentes y elementos de juicio disponibles.

Un proyecto es normalmente el producto del trabajo conjunto interdisciplinario de profesionales y especialistas de muy diversas ramas. La metodología que aquí vamos a estudiar es especialmente adecuada para lograr la coordinación de los esfuerzos de todos los participantes en un proyecto, con el objeto de alcanzar en forma adecuada las metas comunes.

La planeación de cualquier proyecto, en sus diversas etapas de desarrollo requiere un proceso de aproximaciones sucesivas. Durante el avance del mismo es necesario llevar a cabo un trabajo permanente de planeación y programación que conduzca en todo momento al camino mejor para el éxito del proyecto. Este proceso tiene lugar, en particular, cuando se hacen las revisiones periódicas de la Ruta Crítica, para su actualización.

Como se verá más adelante, el Método del Camino Crítico puede aplicarse a trabajos muy simples o a proyectos sumamente complejos, como son los de instalación, por ejemplo, de un nuevo proyecto industrial, en cuyo caso el procedimiento se puede aplicar, en forma general a la totalidad del proyecto, en sus etapas de: estudio del mercado, tamaño y localización de las instalaciones, ingeniería, inversiones, presupuestos y ordenación de datos para la evaluación, financiamiento y organización, hasta la entrega de los productos al último consumidor.

En el caso anterior el método se aplica a diferentes niveles y requiere la aplicación de un correcto criterio de escala para su utilización, decidiendo cuál es el nivel de detalle más adecuado en cada caso. El éxito de la aplicación del método estriba fundamentalmente en la buena selección por parte de los responsables del trabajo de planeación y programación, de dicho nivel de detalle, ya que un detalle excesivo lo convierte en engorroso y poco manejable y una falta de detalle lo hace inútil.

Por otra parte, desde el punto de vista de la aplicación del Método de Ruta Crítica un proyecto es cualquier tarea que tiene un principio y un fin definibles y que requiere el empleo de uno o de más recursos en cada una de las actividades separadas, pero interrelacionadas e interdependientes, que deben ejecutarse para alcanzar los objetivos para los cuales el proyecto fué instituído. (Definición de R.L. Martino)

Un Proyecto tiene los tres elementos siguientes:

- 1) OPERACIONES.- Que son las cosas que hacemos.
- 2) RECURSOS.- Que son los medios de que nos valemos para realizar las operaciones.
- 3) CONDICIONES O RESTRICCIONES.- Que son los factores que limitan y condicionan nuestro proyecto.

Si ponemos el ejemplo del montaje de una planta termoeléctrica para la generación de energía eléctrica, las operaciones son, por ejemplo, : los trabajos de perforación de pozos para agua, la construcción de cimentaciones para la caldera, el montaje de los tanques de combustible, etc.

Los recursos son básicamente: Personal, Entrenamiento, Dinero, Créditos, Materiales, Herramienta y Tiempo.

Las Condiciones o Restricciones son generalmente de aspecto externo al proyecto en sí, pero generalmente influyen en forma determinante en el éxito del proyecto; como son: la fecha fija de terminación de una obra, la entrega de diseños y planos, materiales y maquinaria; las limitaciones de capital o crédito; las aprobaciones, inspecciones y recepciones de los trabajos parcial o totalmente terminados, etc.

## 2. LA PLANEACION.

La planeación tiene por objeto la previsión del futuro, con el objeto de adecuar nuestra presente y futura actividad, para hacer posible el alcance de determinadas metas especificadas, en un tiempo establecido. Incluye la estimación de los recursos generales necesarios para alcan<sup>z</sup>ar dichas metas.

La planeación la podemos dividir en: Estratégica y Táctica. En la planeación estatégica se toman decisiones que tienen efectos más permanentes y que son más diffciles de cambiar y tienen repercusiones a plazos más largos; la planeación táctica por otra parte, se realiza para acciones a más corto plazo y más fácilmente cambiables. Ambos tipos de planeación son necesarias y se complementan.

En términos generales se acostumbra dividir a la planeación en tres rangos: A corto, mediano y largo plazo. La duración de cada uno de estos rangos es variable con la rama de actividad en la que se realiza la planeación y del dinamismo con que dicha rama se desarrolle.

De acuerdo con el Dr. Russel L. Ackoff la planeación la podemos dividir en tres tipos fundamentales:

La planeación resolutoria: Que busca una solución resuelva el problema planteado, aunque no sea la mejor solución posible.

La planeación optimizada: Que busca no solamente resolver un problema sino encontrar la mejor solución posible.

La planeación adaptativa: Que adapta al sistema para resolver mejor el problema, considerando en el término sistema, tanto al organismo que tiene un problema que resolver como el medio que rodea a dicho organismo.

### 3. EL METODO DEL CAMINO CRITICO.

El método del Camino Crítico consiste fundamentalmente de lo siguiente:

- 1) Es una herramienta de la administración para definir y coordinar las actividades que deben ser realizadas para cumplir con éxito y a tiempo, los objetivos de un proyecto.
- 2) Una técnica que ayuda en la toma de decisiones pero no toma las decisiones por sí misma.
- 3) Una técnica que nos proporciona una información estadística que nos permite conocer qué incertidumbre existe con respecto a la terminación oportuna de las actividades de un proyecto.
- 4) Un método que permite al director de un proyecto dirigir su atención hacia:
  - a) Los problemas latentes que requieren y/o soluciones.
  - b) Los procedimientos y ajustes, en lo que se refiere al tiempo, los recursos, o el mejoramiento de la eficiencia, que permitan mejorar la capacidad que se tiene para cumplir con los objetivos propuestos.



Desde el punto de vista de este método, también denominado normalmente como de Ruta Crítica, la planeación es la primera etapa del proceso y consiste en la determinación de las necesidades de recursos del proyecto y su orden necesario de aplicación, en las diversas actividades que deben realizarse para lograr los objetivos del proyecto.

Por ejemplo, si el proyecto consiste de la instalación de una estructura metálica, el trabajo de planeación consistirá en el análisis paso a paso, de la forma en que se va a realizar el montaje, estableciendo los sistemas de trabajo que se utilizarán en cada etapa del mismo, y seleccionando el equipo de maniobra más adecuado en cada caso y la clase de personal que será necesario en cada etapa, decidiendo en qué momento se utilizarán varios turnos o se pagará tiempo extra.

#### 4. LA PROGRAMACION.

Con los factores ya establecidos en la Planeación se procederá a realizar el programa detallado de cada una de las actividades que se van a realizar, que quedarán finalmente establecidas con fechas de calendario claramente determinadas. Esta es la Programación.

Es importante tener en cuenta al realizar los dos procesos anteriores que una obra puede terminarse en tiempos muy disímiles dependiendo de la forma y la cantidad en que se utilicen los recursos disponibles. Al hacer un programa para realizar un Proyecto el objetivo fundamental que se persigue es el de terminarlo con la mejor CALIDAD y con el menor TIEMPO y COSTO posibles.

Revisión Periódica de la Planeación y Programación

Nunca debe olvidarse que los proyectos son diná-

micos y que cualquier sistema de planeación y programación de los mismos tiene que serlo también. Muchas personas creen que todo termina con la preparación de un buen programa, que se pasa al personal técnico y administrativo para su ejecución. Esto es un gran error. Desde luego es mejor hacer un buen programa una sola vez que no hacer ninguno y avanzar en la obra a base de improvisación e intuición, pero no es suficiente.

La periodicidad de revisión de los programas detallados del Proyecto dependen básicamente del tipo de éste y de las restricciones internas y externas del mismo y en forma muy especial de la variabilidad con el tiempo de dichas restricciones y de la incertidumbre de su ocurrencia.

Haciendo un resumen muy conciso de los diferentes métodos utilizados para el control de proyectos, podemos clasificarlos esquemáticamente de la siguiente manera:

- 1) Experiencia, Intuición, Memoria.
- 2) Diagramas de Barras.
- 3) Diagramas de Flechas, Ruta Crítica.
- 4) Combinación de Diagramas de Flechas y Estadística.
- 5) Planeación Conjunta de Diseños, Entregas de materiales y equipo y Construcciones.
- 6) Aplicación de Ingeniería de Sistemas.

Todos estos caminos llevan a un solo resultado: PREVISION y CONTROL, tenerlos nos permiten conocer en cualquier proyecto y en cualquier momento, lo siguiente:

- a) Qué es lo que hay que hacer.
- b) Cuándo va a realizarse y cuánto se va a tardar en hacerlo.
- c) Qué ha sido ya hecho.

- d) Qué se está haciendo.
- e) Qué falta por hacer.
- f) Cuál es el costo de lo realizado hasta la fecha y cuánto se estima que costará ejecutar lo que falta por hacer.

Para lograr estos controles que son totalmente indispensables para el buen control de los proyectos, el empleo de computadoras electrónicas representa un poderoso auxiliar que hace posible en la actualidad tener los controles citados en forma adecuada, por grande que sea el proyecto que se trata de controlar.

Cuando se pone un proyecto en nuestras manos para su realización debemos estudiarlo con todo detalle, para conocer perfectamente qué vamos a hacer, dónde lo vamos a hacer y cuándo se requiere que lo hagamos y cuáles son sus restricciones.

Los pasos para Planear y Programar un proyecto son los siguientes:

- 1) Hacer una relación cuidadosa del trabajo a efectuar, a partir de los planos, especificaciones, memorias y condiciones del proyecto.
- 2) Separar el trabajo en sus partes principales, analizando que CALIDAD se requiere en cada una de ellas.
- 3) Hacer el estudio de Métodos, Tiempos y Movimientos de cada una de las actividades a realizar, para encontrar el procedimiento más adecuado para llevar a cabo cada actividad y conocer la suma de recursos que se van a necesitar para su ejecución, asignando TIEMPOS a cada actividad finalmente.

- 4) Establecer la secuencia lógica necesaria entre las diferentes actividades.
  - 5) Asignar los RECURSOS disponibles a las diferentes actividades.
  - 6) Calcular las fechas límite de inicio y terminación de todas y cada una de las actividades del proyecto.
  - 7) PROGRAMACION de las fechas de inicio y terminación de cada una de las actividades, dentro de sus límites de tiempo, y de acuerdo con los RECURSOS disponibles.
  - 8) Analizar el tiempo total resultante para la terminación total del proyecto o de una de sus partes, si así se requiere para ver si es mayor, igual o menor que el requerido. En caso de que el resultado no sea satisfactorio hacer una nueva Planeación y Programación.
  - 9) Calcular los costos Directos e Indirectos del proyecto. En caso de que el costo no se considere adecuado, hacer una nueva planeación y programación o llegar a la conclusión de que el proyecto no es factible.
5. DIAGRAMAS DE FLECHAS.

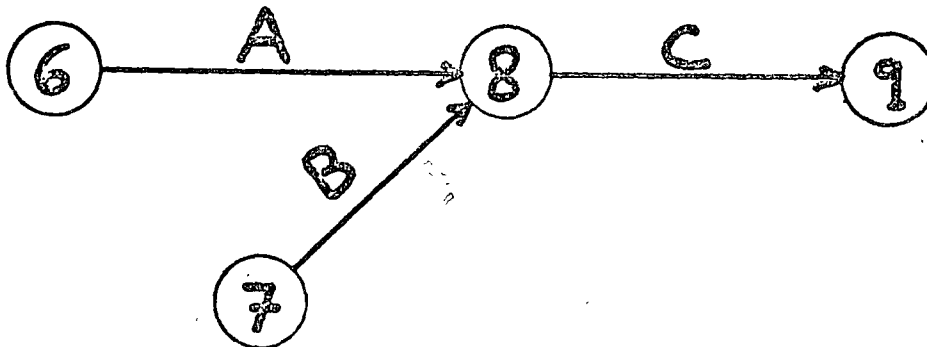
El Diagrama de Flechas es un modelo lógico del proyecto. En este diagrama cada flecha representa una diferente actividad. La longitud de cada flecha no tiene importancia, ni tampoco su dirección. La cola de la flecha representa el principio de la actividad y su punta el fin de la mis-

ma. Como se trata de un modelo lógico, la escala con que se dibuje el tamaño de la fecha no tiene importancia.

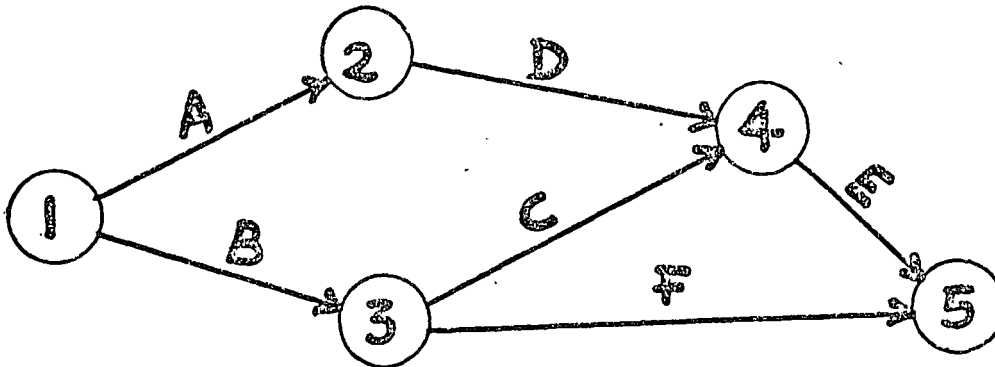
Para sacar provecho de los diagramas de flechas es necesario prepararlos siguiendo una serie de convenciones y reglas. Unos autores recomiendan unas, otros recomiendan otras y la práctica otras más, habiendo en conjunto muchas reglas comunes en las que todos están de acuerdo.

Estas reglas, por otra parte, van cambiando con el tiempo, a medida que se van desarrollando nuevos métodos o se crean nuevos programas para la solución de estos problemas, por medio de computadoras electrónicas. En nuestro caso las reglas que van a ser empleadas son las siguientes:

Regla 1. Las actividades se representan por medio de flechas. Las actividades quedan limitadas por nodos o EVENTOS que son acontecimientos que tienen lugar cuando terminan una o varias de las actividades que concurren a ese nodo o evento.



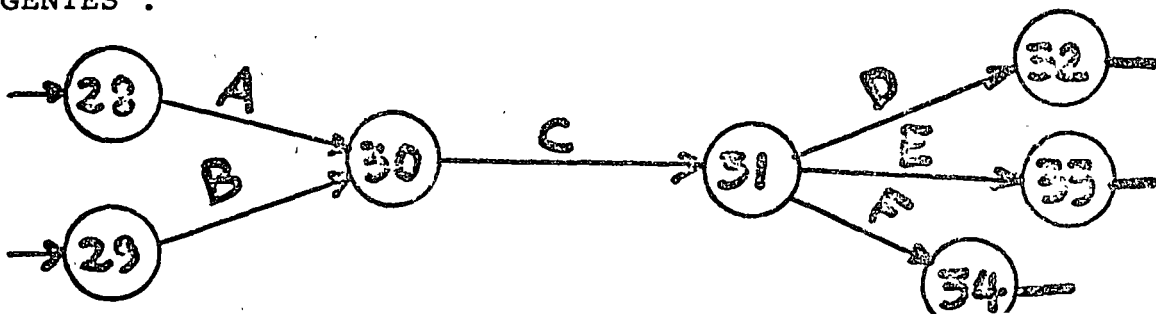
Regla 2. Se usa una flecha y sólo una para representar cada actividad, no teniendo ninguna importancia ni significación la longitud, la forma y el sentido de cada flecha. La cola representa el comienzo de la actividad y la punta el final de la misma.



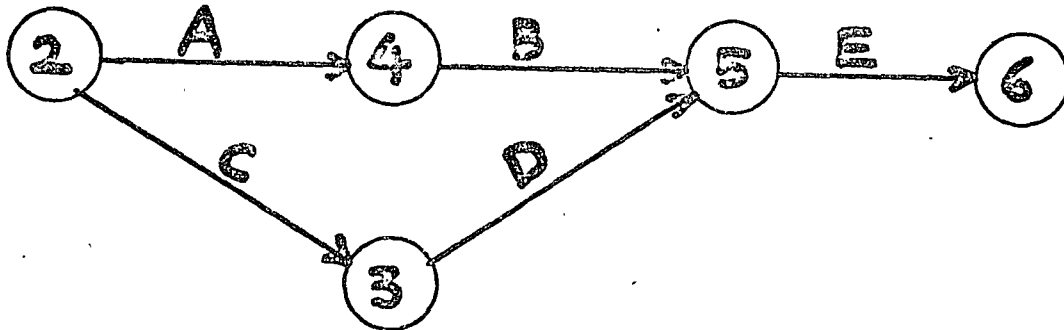
Regla 3. Cada flecha o actividad queda denominada de acuerdo con el nodo que la antecede y que la precede y la descripción de la actividad se coloca sobre la flecha misma. En el diagrama anterior la actividad "A" se denomina (1-2).

Regla 4. Para dibujar el diagrama de flechas de un proyecto lo más práctico es dibujar todas las flechas correspondientes a las actividades iniciales y avanzar hacia adelante, siguiendo la lógica del programa y estableciendo sistemáticamente todas las relaciones lógicas que existen entre las diversas actividades, hasta llegar a la actividad final.

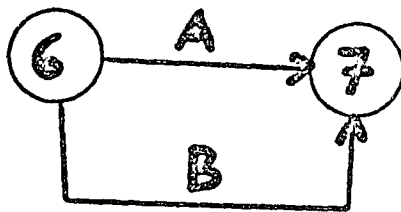
Regla 5. A los nodos en que concurren más de una actividad se les denomina "CONCURRENTES" y a aquellos de los que parten más de una actividad se les llama "DIVERGENTES".



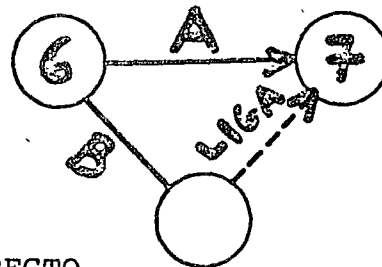
Regla 6. Antes de que una actividad pueda comenzar se deben haberse terminado todas las actividades que concurren al nodo donde dicha actividad comienza. Así, por ejemplo, en la figura siguiente la actividad (5-6) no puede ser comenzada mientras no se terminen las actividades (4-5) y (3-5).



Regla 7. Como según la Regla 2 no podemos representar a dos actividades con los mismos números y en muchos casos ocurre que hay dos actividades y sólo dos que comienzan en un mismo nodo y terminan en un mismo nodo, se utilizan las "FLECHAS DE LIGA", adicionales, que no tienen duración, pero si tienen utilidad para dar una secuencia lógica al diagrama de flechas.

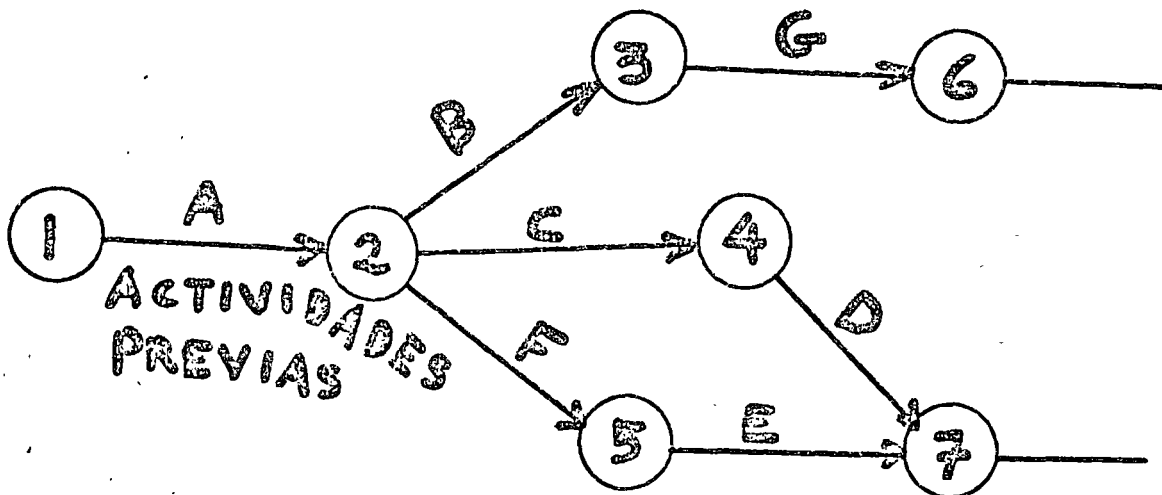


INCORRECTO



CORRECTO

Regla 8. En algunos casos es conveniente poner al principio de todo un diagrama de flechas una flecha de tiempo de iniciación o que corresponda a actividades previas del proyecto en sí. A esta flecha se le puede asignar o no, según convenga, un tiempo posteriormente.



Regla 9. Cuando se hace un diagrama de flechas debe tenerse especial cuidado en que las secuencias lógicas sean correctas. Es muy común cometer errores a este respecto.

Tenemos, por ejemplo, el caso de que exista una actividad "C" que depende de dos actividades "A" y "B" y una actividad "D"; que depende exclusivamente de la actividad "A". Es fácil cometer un error dibujando el diagrama, como indica la figura siguiente:

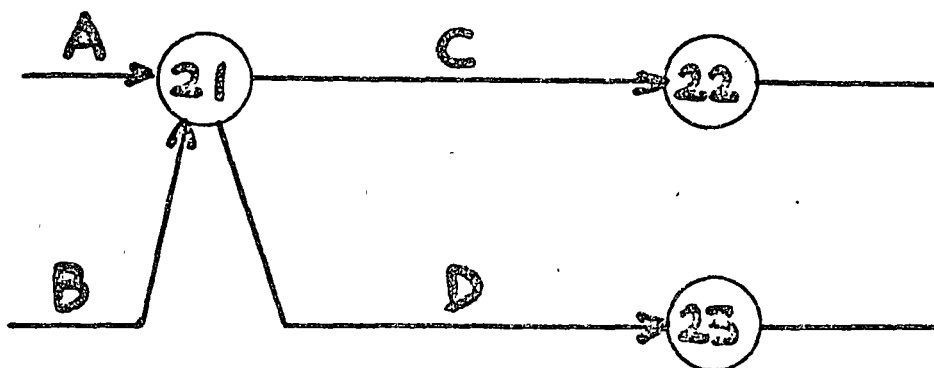
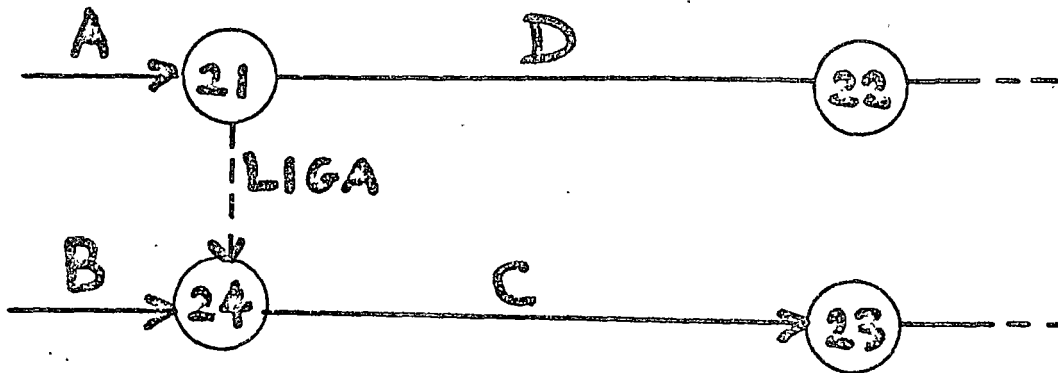


DIAGRAMA INCORRECTO

La forma correcta de dibujar el diagrama es diseñarlo tal como se indica a continuación, utilizando una flecha de liga, para dar la secuencia lógica:





Al realizar un proyecto existen siempre diferentes formas, a veces muy disímiles, de llevarlo a cabo. La preparación del diagrama de flechas y la programación posterior de las actividades nos permiten estudiar en el papel los diferentes caminos posibles de ejecución, antes del comienzo real de los trabajos, pudiéndose así escoger la mejor solución sin necesidad de realizar costosas experiencias prácticas para encontrarlo.

Por otra parte, como los diagramas de flechas sirven fundamentalmente para coordinar los trabajos de un proyecto, es indispensable que en la preparación de los mismos participen, con VOZ y VOTO, los sobrestantes, ingenieros o administradores que vayan a controlar los trabajos que se están programando. En esta forma, al tener una participación directa y viva en la preparación del programa, lo sentirán como suyo y se interesarán más activamente en su realización y se sentirán más responsables del cumplimiento de las fechas establecidas.

6. ASIGNACION DE TIEMPOS A LAS ACTIVIDADES DEL DIAGRAMA DE FLECHAS.

La asignación de tiempos a las actividades del diagrama se puede ir haciendo a medida que se dibuja cada flecha, o bien, se puede terminar el diagrama completo para establecer todas las secuencias lógicas y, entonces, asignar la duración a cada actividad.

En páginas anteriores hemos indicado cuál es el proceso que debe seguirse para Planear y Programar el proyecto y allí se indicó que la duración de cada actividad dependerá, básicamente, de los recursos que decidamos utilizar para su realización.

Cuando se utiliza el método conocido como "C.P. M." la asignación de los tiempos se hace basándose en la experiencia de las personas que realizan la planeación, considerando que ya han participado en actividades similares a la considerada y que pueden estimar con bastante aproximación el valor medio que tendrá dicha actividad.

Hay, por otra parte, ciertos tipos de proyectos como, por ejemplo, el desarrollo de nuevos productos o de investigación, en los que hay mucha incertidumbre acerca de la posible duración de las actividades. Para resolver este problema, se ha desarrollado una solución estadística, que es la base del Sistema "PERT" y se funda en que la distribución de probabilidades de los tiempos de duración de actividades con mucha incertidumbre, sigue la distribución conocida como "DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES BETA", la que para ser utilizada requiere de tres estimaciones de tiempo para cada actividad:

El tiempo optimista. Es el tiempo menor en que se estima que determinada actividad puede ser realizada, o sea, el tiempo que tomaría realizarla si todo sucediera mejor de lo esperado.

El tiempo más probable. Es la mejor estimación del tiempo en que pueda realizarse una actividad, si todo ocurre normalmente.

El tiempo pesimista. Es el tiempo mayor que se estima que puede durar la actividad, o sea, el tiempo que tomaría si todo saliera mal. No debe considerarse en estos casos la posibilidad de catástrofes.

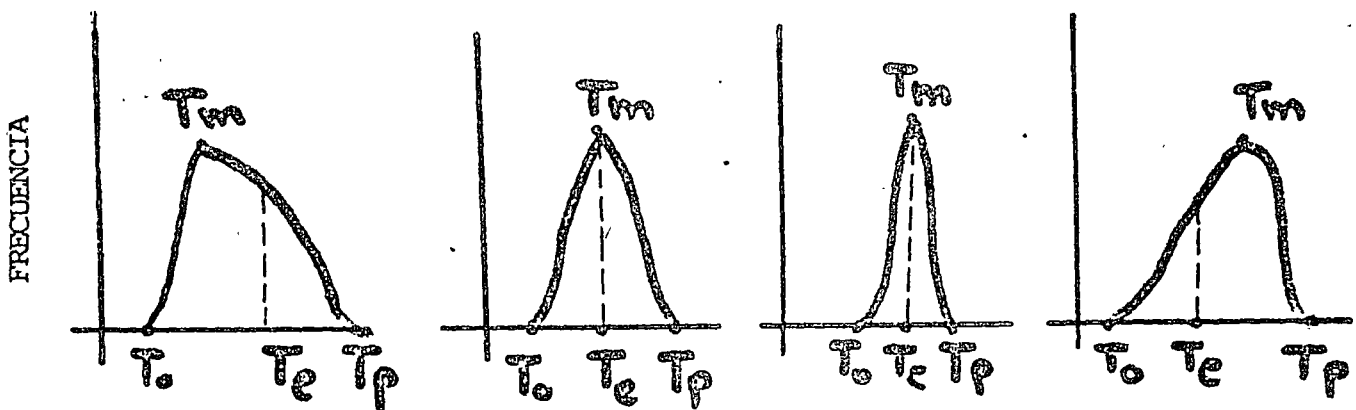
Cuando se hacen estimaciones de tiempo como las tres indicadas, se están estableciendo curvas de distribución de probabilidades como las que se indican en las figuras siguientes, donde:

$T_o$  = al tiempo optimista.

$T_m$  = al tiempo más probable.

$T_p$  = al tiempo pesimista.

$T_e$  = al tiempo esperado o medio.



Las posiciones relativas de  $T_e$ ,  $T_m$  y  $T_p$ , en las curvas de distribución, dependen lógicamente de los valores numéricos que hayan sido dados por el programador.

El valor de  $T_e$  para cualquier tipo de distribución como los aquí estudiados es:

$$T_e = \frac{T_o + 4T_m + T_p}{6}$$

### INCERTIDUMBRE Y VARIANCIA

Cuanto mayor sea la separación entre el tiempo optimista, y el pesimista, mayor será la incertidumbre acerca del tiempo en que realmente se ejecutará la actividad. El

concepto VARIANCIA nos da una medida de la incertidumbre. Cuando la VARIANCIA es grande hay mayor incertidumbre acerca de cual será el tiempo real de realización de una actividad.

Por otra parte, la duración de una actividad es una variable aleatoria, cuya distribución de probabilidad tiene características que dependen del grado de control que se tenga de los factores que intervienen en la ejecución de la actividad.

Una actividad bien controlada tiene una Variancia chica y se tiene una menor incertidumbre acerca del tiempo real en que va a realizarse.

Al calcular los diagramas de flechas, cualquiera que sea el método que se use para dar valor a la duración de las actividades, siempre se trabaja con un solo valor, ya sea el directamente estimado o el calculado como tiempo medio, usando el sistema del PERT.

#### 7. CALCULO DE UN DIAGRAMA DE FLECHAS.

Antes de proceder al cálculo de un Diagrama de Flechas es conveniente definir algunos términos que se usarán en los cálculos.

t = tiempo directamente estimado o tiempo medio calculado a base de  $T_o$ ,  $T_m$  y  $T_p$ .

FMP = Fecha más próxima en que puede ocurrir un evento.

FML = Fecha más lejana en que puede ocurrir un evento.

CMP = Comienzo más próximo de una actividad, o sea, la fecha más próxima en que puede comenzar.

CML = Comienzo más lejano de una actividad, o sea, la fecha más lejana en que puede comenzar.

TMP = Terminación más próxima de una actividad, o sea, la fecha más próxima en que puede terminar.

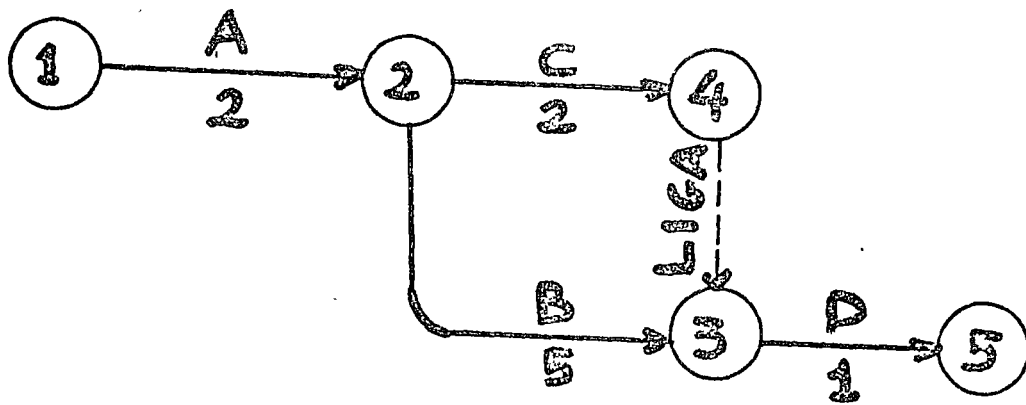
TML = Terminación más lejana de una actividad, o sea, la fecha más lejana en que puede terminar.

MT = Margen total de tiempo o tiempo flotante total.

ML = Margen libre de tiempo o tiempo flotante libre.

MI = Margen independiente, o tiempo flotante independiente.

Para mejor comprender el proceso de cálculo vamos a considerar el diagrama elemental que se indica a continuación, en el que hemos sustituido la descripción de las actividades, por una letra mayúscula.



En este caso al evento inicial lo hemos denominado (1) y a éste le corresponde un tiempo cero. En esta for

ma los tiempos, que pueden ser días, horas, minutos, o cualquiera otra unidad de tiempo, se calculan como las edades de las personas, ya que se considera que un niño no tiene un año sino hasta que no ha transcurrido el primer año.

El cálculo de los tiempos del diagrama de flechas se hace recorriendo ésta actividad por actividad, sin dejar ninguna, hasta llegar al evento final, en un camino de recorrido hacia adelante. Después se completan los cálculos haciendo, como veremos un recorrido semejante, pero en sentido contrario, desde el evento final hasta el inicial.

#### RECORRIDO HACIA ADELANTE.

Las reglas que deben seguirse para el cálculo del diagrama de flechas, en el recorrido hacia adelante son las siguientes:

- 1) La fecha más próxima en que puede ocurrir el evento inicial se hace igual a cero:

$FMP = 0$ , para el evento inicial.

- 2) Se considera que cada actividad comienza en cuanto el evento anterior correspondiente tiene lugar. o sea,  $CMP$  de una actividad =  $FMP$  del evento que la precede.
- 3) En los nodos concurrentes, la fecha más próxima en que puede ocurrir el evento correspondiente al nodo en cuestión, es la fecha más alejada de las terminaciones más próximas de todas las actividades que concurren a este nodo.

$FMP$  = Fecha más próxima de un evento, es la más alejada de las terminaciones más próximas ( $TMP_1, TMP_2, \dots, TMP_n$ ), para un evento concurrente, con  $n$  actividades que concurren.

Aplicando estas reglas al diagrama de la página 22 tenemos:

Nodo 1. Hacemos  $FMP_1 = 0$

Actividad A, (1-2).-

$$CMPA = FMP_1 = 0$$

$$TMPA = CMPA + t = 0 + 3 = 3$$

Nodo 2.  $FMP_2 = 3$ , ya que antes del nodo 2 existe únicamente la actividad "A".

A continuación podemos seguir los cálculos por cualquiera de las dos rutas posibles, por 2-3, ó por 2-4; en este caso seguiremos por 2-3.

Actividad B, (2-3).-

$$CMPD = FMP_2 = 3.$$

$$TMPB = CMPB + t = 3 + 2 = 5$$

Nodo 3.  $FMP_3 = TMPB = 5$

Actividad D, (3-5).-

$$CMPB = FMP_3 = 5$$

$$TMPD = CMPD + t = 5 + 1 = 6$$

Actividad C, (2-4).-

$$CMPC = FMP_2 = 3$$

$$TMPC = CMPC + t = 3 + 4 = 7$$

Nodo 4.  $FMP_4 = TMPC = 7$

Actividad E, (4-5).-

$$CMPE = FMP_4 = 7$$

$$TMPE = CMPE + t = 7 + 2 = 9$$

Nodo 5.  $FMP_5$  es el mayor de los tiempos TMP de las actividades (3-5) y (4-5) que concurren a este nodo.

Por lo tanto,  $FMP_5 = 9$

Actividad F, (5-6).-

$$CMPF = FMP_5 = 9$$

$$TMPF = CMPF + t = 9 + 2 = 11$$

Nodo 6.  $FMP_6 = TMPF = 11$

EL VALOR DE  $FMP_6$  NOS DA LA DURACION TOTAL DEL DIAGRAMA DE FLECHAS.

En el caso que se pone como ejemplo, si se cumplen los tiempos de ejecución planeados, la duración total del proceso será de 11 unidades de tiempo.

#### RECORRIDO HACIA ATRAS

El objetivo que se persigue al recorrer el diagrama de flechas en sentido contrario al anterior es el de calcular la fecha más lejana en que puede tener lugar cada evento y las fechas de terminación más lejana de las actividades del diagrama.

Para hacer estos cálculos se hacen las siguientes consideraciones:

- 1) La fecha más lejana en que puede tener lugar el evento final, debe ser igual a la fecha más próxima que se calculó en el recorrido hacia adelante.

Es decir:

$$FML_6 = FMP_6 = 11$$

- 2) El comienzo más lejano de cualquier actividad es igual a la fecha más lejana del evento que la sucede, menos la duración de la actividad en cuestión.

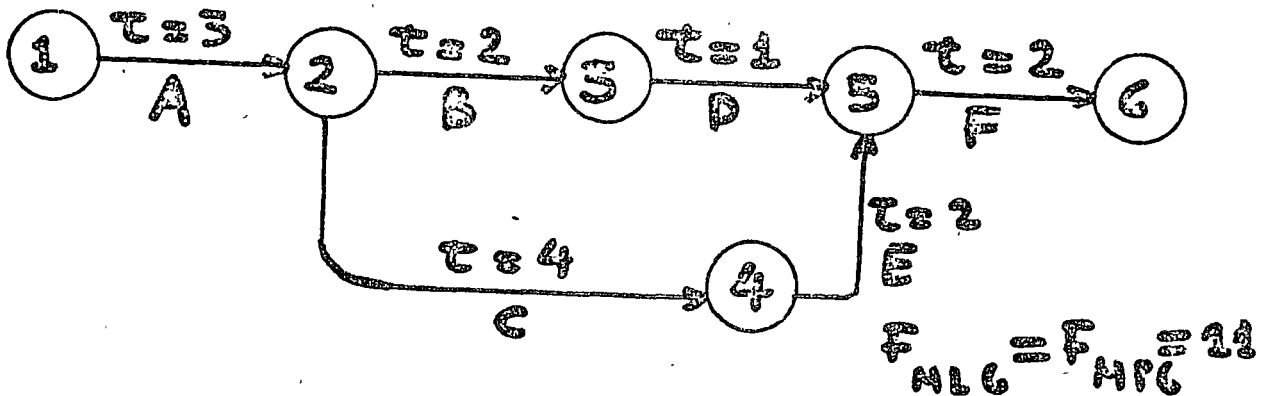


TML (De una actividad) = FML (Del evento posterior)  
 CML (De una actividad) = TML (De la misma act.) - t = FML - t

3) La fecha más lejana en que puede ocurrir un evento es la más cercana de las fechas de comienzo más lejano de las actividades que salen de ese evento.

FML (De un evento) = a la más cercana de las fechas más lejanas de comienzo de las actividades que se originan en dicho evento (CML<sub>1</sub>, CML<sub>2</sub>... CML<sub>n</sub>) para n actividades.

Para mejor comprensión de las reglas vamos a aplicarlas al mismo ejemplo anterior:



Nodo 6. Hacemos  $FML_6 = FMP_6 = 11$

Actividad F, (5-6).

$$TMLF = FML_6 = 11$$

$$CMLF = TMLF - t = 11 - 2 = 9$$

Nodo 5.  $FML_5 = CMLF = 9$

Actividad D, (3-5).

$$TMLD = FML_5 = 9$$

$$CMLD = TMLD - t = 9 - 1 = 8$$

Actividad E, (4-5).

$$TMLE = FML_5 = 9$$

$$CMLE = TMLE - t = 9 - 2 = 7$$

Nodo 4.  $FML_4 = CMLE = 7$

Nodo 3.  $FML_3 = CMLD = 8$

Actividad B, (2-3).

$$TMLB = FML_3 = 8$$

$$CMLB = TMLB - t = 8 - 2 = 6$$

Actividad C, (2-4).

$$TMLC = FML_4 = 7$$

$$CMLC = TMLC - t = 7 - 4 = 3$$

Nodo 2. La fecha más lejana en que puede ocurrir este evento es la menor de las fechas de comienzo más lejano de las actividades B y C.

Por lo tanto:  $FML_2 = 3$

Actividad A, (1-2).

$$TMLA = FML_2 = 3$$

$$CMLA = TMLA - t = 3 - 3 = 0$$

Este resultado final de  $CMLA = 0$ , nos sirve de comprobación de los cálculos, ya que  $FMP_1 = FML_1 = 0$  en el evento inicial; de la misma forma que  $FML_6 = FMP_6$ , en el evento final.

**CALCULO DEL MARGEN TOTAL, PARA CADA ACTIVIDAD.**

El margen Total es igual a la diferencia entre la fecha más Lejana del Evento sucesor de una actividad y la fecha de terminación más próxima de la actividad en cuestión.

$$MT = FML - TMP$$

El Margen Total es, por lo tanto, el tiempo que puede retrasarse cualquier actividad, sin que se afecte el Comienzo más próximo o la fecha de ocurrencia de cualquier actividad o evento, del Camino Crítico del diagrama de flechas.

La definición anterior es equivalente a decir que el Margen Total es igual a la diferencia entre la Terminación más lejana y la Terminación más próxima de una actividad, o entre el Comienzo más lejano y el Comienzo más próximo de la misma.

$$MT = TML - TMP = CML - CMP$$

El Margen total es el número de unidades de tiempo que faltan para que la actividad se vuelva crítica.

El Margen Total es, en general, el número de unidades de tiempo que puede tomar adicionalmente el tiempo de realización de una actividad, sin causar un retraso, o sea, sin aumentar, la fecha esperada de cualquier evento, que se encuentre en la Ruta Crítica.

En nuestro ejemplo anterior las actividades A, C, E y F se encuentran en la Ruta Crítica y no tienen por lo tanto Margen Total. En cambio, las B y D sí tienen Margen Total, que es, siguiendo los conceptos expresados:

Para la actividad B (2-3).-

$$MT = TMLB - TMPB = 8 - 5 = 3$$

$$\text{ó también: } MT = CMLB - CMPB = 6 - 3 = 3$$

$$\text{ó también: } MT = FML_3 - TMPB = 8 - 5 = 3$$

Para la actividad D (3-5).-

Siguiendo nada más uno de los caminos de cálculo indicados:

$$MT = CMLD - CMPD = 8 - 5 = 3$$

Se puede ver que cuando dos actividades están en serie, como la B y D, tienen el mismo Margen Total. En este caso, constituyen, además, la única Ruta Subcrítica del diagrama en cuestión.

CALCULO DEL MARGEN LIBRE, PARA CADA ACTIVIDAD.

Las únicas actividades que tienen Margen Libre son aquellas que concurren a un nodo y no pertenecen a ninguna Ruta Crítica.

El Margen Libre es igual a la diferencia entre la fecha más próxima del evento posterior de una actividad, y la fecha correspondiente a la terminación más próxima de la misma actividad.

O sea:  $ML = FMP - TMP$

El Margen Libre, es por lo tanto, el tiempo que puede representarse la terminación de una actividad, sin afectar al Comienzo más próximo de cualquier otra actividad o a la fecha más próxima de cualquier evento en el diagrama de flechas correspondientes.

En nuestro ejemplo, la única actividad que tiene Margen Libre es la D (3-5), por ser la única actividad que llega a un nodo concurrente y no está, al mismo tiempo, en una Ruta Crítica.

En la actividad D (3-5).-

$$ML = FMP_5 - TMPD = 9 - 6 = 3$$

Este tiempo es también el tiempo que puede tomar la actividad D (3-5) adicionalmente, sobre su Terminación más próxima esperada, sin que el evento (5) deje de realizarse en su fecha más próxima esperada.

Aplicando la fórmula de ML a cualquiera de las demás actividades del diagrama que sirvió de ejemplo, encontramos que en todos los casos  $ML = 0$ .

Hagamos el cálculo, por ejemplo, para la actividad C:

$$MC = FMP_4 - TMPC = 7 - 7 = 0$$

Es interesante llamar la atención sobre el hecho de que el Margen Total es siempre igual o Mayor que el Margen Libre, ya que:

$$MT = FML - TMP$$

y

$$ML = FMP - TMP$$

y FML es siempre mayor que FMP.

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 y 29 DE ABRIL 6 Y 12 DE -  
MAYO DE 1978 )

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
1. SILVINO ALCARAZ SILVA Ejército Nacional No. 32-304 Col. Anzúrez México 5, D. F. Tel: 2-50-99-90	BUFETE INDUSTRIAL, S. A. Dante No. 36-5o. Piso Col. Anzúrez México 5, D. F. Tel: 5-28-67-39
2. ING. JOSE ARTURO ALQUICIRA Puente de Piedra No. 123 Col. Toriello México 22, D. F. Tel: 5-73-55-40	EKCO, S. A. DE C. V. Av. 16 de septiembre y Lazaro Cárdenas Azcapotzalco México, D. F. Tel: 5-61-01-00
3. JOSE GUSTAVO BARRERA VILLARREAL Paseo de la Reforma No. 668 Depto. F-1022 Edificio Nuevo León Tlatelolco México, D. F. Tel: 5-57-88-86	UNIDAD DE SISTEMATIZACION DE DATOS SECRETARIA DE LA DEFENSA Lomas de Sotelo Edificio de la Secretaría 5o.Piso México, D. F. Tel: 5-57-45-00
4. CARLOS BARRON MALDONADO Francisco Alonso Pinzón No. 36 Echegaray Edo. de México Tel: 5-60-94-95	LECHE Y DERIVADOS, S. A. Av. de las Fuentes 41-A-10o. Pisc Tecamachalco Edo. de México
5. ING. MARIO BRITO SOLIS Paseo Las Alamedas No. 230 Fracc. Las Alamedas Atizapan, México	AVAON COSMETICOS, S. A. DE C. V. Av. Universidad 1778 México 20, D. F. Tel: 5-50-80-66 Ext. 124
6. ROBERTO CASTELLANOS PEREZ Coral 100-A Col. Estrella México 14, D. F. Tel: 5-17-18-60	F.V.C.C.N. DE M. Av. Central No. 140 Col. Guerrero México 14, D. F. Tel: 5-47-52-40

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 Y 29 DE ABRIL 6 Y 7 DE  
MAYO DE 1978 )

NOMBRE Y DIRECCION

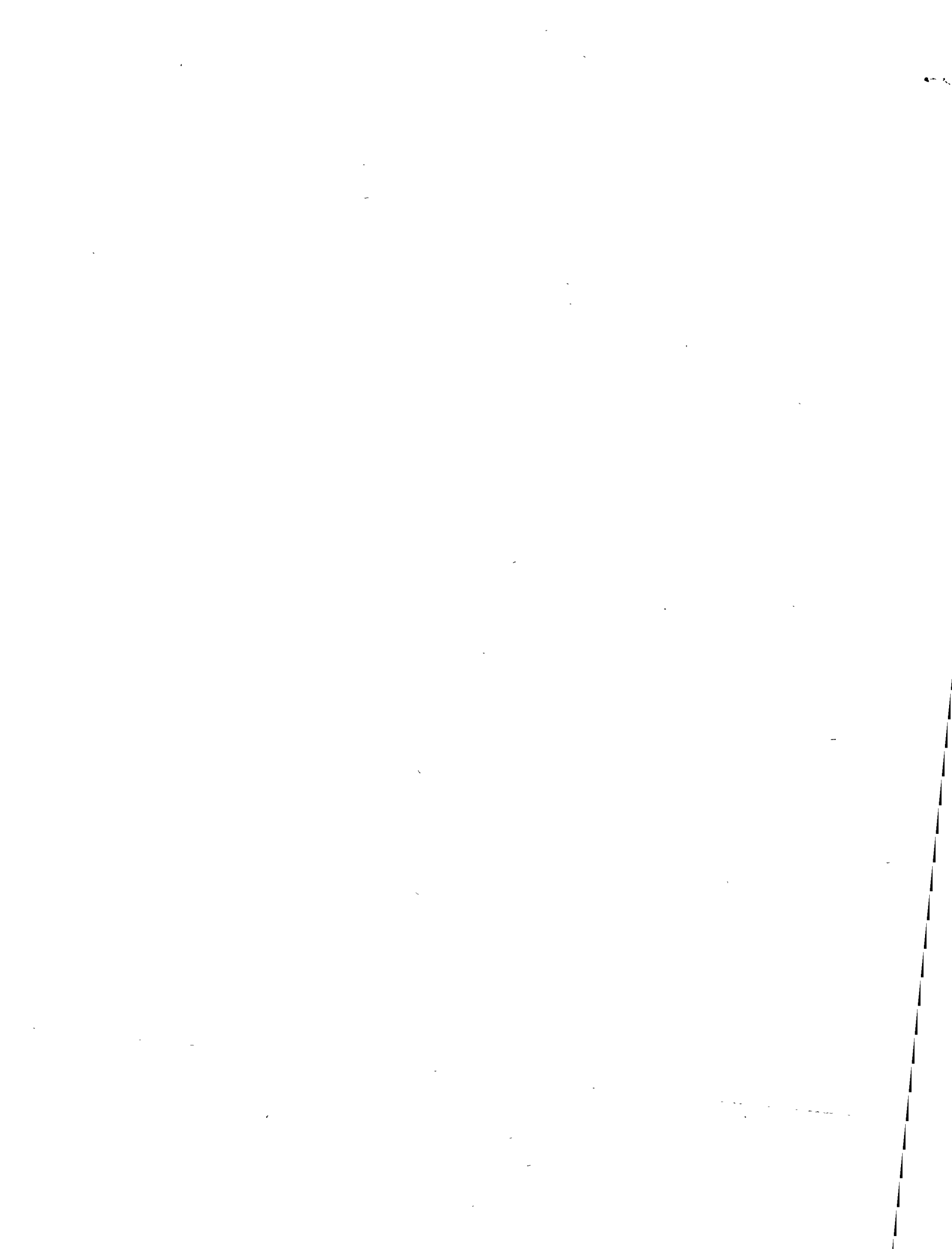
EMPRESA Y DIRECCION

- |   |   |
|---|---|
| 7. LEONEL F. CONTRERAS RIVERA<br>I. La Católica No. 745<br><br>Col. Alamos<br>México 13, D. F.<br>Tel: 5-35-50-75                   | SECRETARIA DE ASENTAMIENTOS<br>HUMANOS Y OBRAS PUBLICAS<br><br>Paseo de la Reforma No. 77-9o.P.<br>México, D. F.<br>Tel: 5-35-34-73 |
| 8. ING. MARCO A. CONTRERAS P.<br>Huichapan No. 23<br>Col. Michoacana<br>México 2, D. F.<br>Tel: 5-26-67-70                          | INDUSTRIAS UNIDAS, S. A.<br>Oriente 171 No. 398<br>México 2, D. F.<br>Tel: 5-17-52-80 Ext. 16                                       |
| 9. CARLOS GOMEZ GARATE<br>Frontera 7-2<br>Col. Roma<br>México 7, D. F.  | FAIRCHILD MEXICANA, S. A.<br>Av. Adolfo López Mateos No. 163<br>México, D. F.<br>Tel: 5-63-54-11                                    |
| 10. VICTOR M. JUAREZ ALVAREZ<br>Bajío 369 Depto. 4<br>Col. Condesa<br>México 11, D. F.  | INSTITUTO MEXICANO DEL SEGURO<br>SOCIAL<br>Cuauhtémoc 330<br>Col. Doctores<br>México, D. F.<br>Tel: 7-61-19-03                      |
| 11. FLORENCIA ROSA MA. MARTINEZ BARRIOS<br>Dr. Ugarte No. 138-103<br>Col. Doctores<br>México 7, D. F.                               | ENEP ZARAGOZA, UNAM<br>Km. 12 Calzada Zaragoza<br>México, D. F.<br>Tel: 5-38-89-70  |
| 12. GUILLERMO MARTINEZ PONCE DE LEON<br>Juan Sarabia No. 224<br>Col. Nueva Sta. María<br>México 16, D. F.<br>Tel: 5-56-66-30        | INDETEL<br>Ciencia No. 13<br>Cuautitlan-Izcalli<br>Tel: 2-03-40   |
| 13. MIGUEL ALFONSO MOREY RAMERCADO<br>Niños Héroeos de Chapultepec No. 148<br>Col. Niños Héroeos de Chapultepec<br>México 13, D. F. | NOVEDADES MONTE CARLO, S. A.<br>Avena No. 570<br>Granjas México, D. F.<br>Tel: 6-57-10-99   |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 Y 29 DE ABRIL 6 Y 7 DE  
MAYO DE 1978 )

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
14. ALFREDO SANCHEZ LECONA Colina de los Frailes 22 Fracc. Bulevares Naucalpan Edo. de México Tel: 5-62-73-76	INDUSTRIA DE TELECOMUNICACIONES Av. Ciencia No. 13 Cuautitla-Izcalli Tel: 2-02-66
15. JORGE SOAREZ SPORT Av. Casa de Moneda No. 120-19-201 Lomas de Sotelo México 10, D. F. Tel: 5-57-36-57	CONSORCIO MANUFACTURERA, S.A.
16. ARTURO ELEAZAR SUAREZ Palenque No. 631 Col. Vértiz Narvarte México 13, D. F. Tel: 5-59-08-05	FOMENTO ECONOMICO DE EMPRESAS Berlín 18-602 Col. Juárez México 6, D. F. Tel: 5-66-44-38
17. ERNESTO VALDERRAMA TAPIA Fernández Leal No. 137 Coyoacán México 21, D. F. Tel: 5-54-45-75	MANUFACTURAS METALICASLINAN Calzada San Esteban No. 47 Naucalpan, Edo. de México Tel: 5-76-50-00
18. ING. ADOLFO VALDES ORTIZ Malaquita No. 63 Col. Estrella México 14, D. F. Tel: 5-37-58-00	C.N.C.F., S.A. Cd. Sahagun, Hgo.
19. VICTOR VIGUERAS MARTINEZ Sabinas 2 Depto . 4 Valle Gómez México 2, D. F. Tel: 7-59-01-35	MIN-CER, S. A. Km. 19-5 Carretera México-Pachu- ca Tulpetlac Edo. de México
20. VICENTE H. ZAVALA CORONADO Sor Juana Ines de la Cruz No. 146-3 Sta. Ma. La Ribera México 4, D. F. Tel: 5-76-23-22	TELECTROTECNICA BALTEAU, S.A. Escape No. 21 Fracc. Alce Blanco Naucalpan, Edo. de México





DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 y 29 DE ABRIL 6 Y 12 DE -  
MAYO DE 1978 )

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- |   |  |
|---|--|
| 1. SILVINO ALCARAZ SILVA<br>Ejército Nacional No. 32-304<br>Col. Anzúrez<br>México 5, D. F.<br>Tel: 2-50-99-90  | BUFETE INDUSTRIAL, S. A.<br>Dante No. 36-5o. Piso<br>Col. Anzúrez<br>México 5, D. F.<br>Tel: 5-28-67-39  |
| 2. ING. JOSE ARTURO ALQUICIRA<br>Puente de Piedra No. 123<br>Col. Toriello<br>México 22, D. F.<br>Tel: 5-73-55-40   | EKCO, S. A. DE C. V.<br>Av. 16 de septiembre y Lazaro<br>Cárdenas<br>Azcapotzalco<br>México, D. F.<br>Tel: 5-61-01-00                                      |
| 3. JOSE GUSTAVO BARRERA VILLARREAL<br>Paseo de la Reforma No. 668<br>Depto. F-1022<br>Edificio Nuevo León<br>Tlatelolco<br>México, D. F.<br>Tel: 5-57-88-86 | UNIDAD DE SISTEMATIZACION DE<br>DATOS SECRETARIA DE LA DEFENSA<br>Lomas de Sotelo<br>Edificio de la Secretaría 5o.Piso<br>México, D. F.<br>Tel: 5-57-45-00 |
| 4. CARLOS BARRON MALDONADO<br>Francisco Alonso Pinzón No. 36<br>Echegaray<br>Edo. de México<br>Tel: 5-60-94-95  | LECHE Y DERIVADOS, S. A.<br>Av. de las Fuentes 41-A-10o. Pisc<br>Tecamachalco<br>Edo. de México  |
| 5. ING. MARIO BRITO SOLIS<br>Paseo Las Alamedas No. 230<br>Fracc. Las Alamedas<br>Atizapan, México  | AVAON COSMETICOS, S. A. DE C. V.<br>Av. Universidad 1778<br>México 20, D. F.<br>Tel: 5-50-80-66 Ext. 124   |
| 6. ROBERTO CASTELLANOS PEREZ<br>Coral 100-A<br>Col. Estrella<br>México 14, D. F.<br>Tel: 5-17-18-60   | F.V.C.C.N. DE M.<br>Av. Central No. 140<br>Col. Guerrero<br>México 14, D. F.<br>Tel: 5-47-52-40  |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 Y 29 DE ABRIL 6 Y 7 DE  
MAYO DE 1978 )

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- |   |   |
|---|---|
| 7. LEONEL F. CONTRERAS RIVERA<br>I. La Católica No. 745<br>Col. Alamos<br>México 13, D. F.<br>Tel: 5-35-50-75                   | SECRETARIA DE ASENTAMIENTOS<br>HUMANOS Y OBRAS PUBLICAS<br>Paseo de la Reforma No. 77-90.P.<br>México, D. F.<br>Tel: 5-35-34-73 |
| 8. ING. MARCO A. CONTRERAS P.<br>Huichapan No. 23<br>Col. Michoacana<br>México 2, D. F.<br>Tel: 5-26-67-70                      | INDUSTRIAS UNIDAS, S. A.<br>Oriente 171 No. 398<br>México 2, D. F.<br>Tel: 5-17-52-80 Ext. 16                                   |
| 9. CARLOS GOMEZ GARATE<br>Frontera 7-2<br>Col. Roma<br>México 7, D. F.  | FAIRCHILD MEXICANA, S. A.<br>Av. Adolfo López Mateos No. 163<br>México, D. F.<br>Tel: 5-63-54-11                                |
| 10. VICTOR M. JUAREZ ALVAREZ<br>Bajío 369 Depto. 4<br>Col. Condesa<br>México 11, D. F.  | INSTITUTO MEXICANO DEL SEGURO<br>SOCIAL<br>Cuauhtémoc 330<br>Col. Doctores<br>México, D. F.<br>Tel: 7-61-19-03                  |
| 11. FLORENCIA ROSA MA. MARTINEZ BARRIOS<br>Dr. Ugarte No. 138-103<br>Col. Doctores<br>México 7, D. F.                           | ENEP ZARAGOZA, UNAM<br>Km. 12 Calzada Zaragoza<br>México, D. F.<br>Tel: 5-38-89-70  |
| 12. GUILLERMO MARTINEZ PONCE DE LEON<br>Juan Sarabia No. 224<br>Col. Nueva Sta. María<br>México 16, D. F.<br>Tel: 5-56-66-30    | INDETEL<br>Ciencia No. 13<br>Cuautitlan-Izcalli<br>Tel: 2-03-40   |
| 13. MIGUEL ALFONSO MOREY RAMERCADO<br>Niños Héroe de Chapultepec No. 148<br>Col. Niños Héroe de Chapultepec<br>México 13, D. F. | NOVEDADES MONTE CARLO, S. A.<br>Avena No. 570<br>Granjas México, D. F.<br>Tel: 6-57-10-99                                       |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 Y 29 DE ABRIL 6 Y 7 DE  
MAYO DE 1978 )

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
14. ALFREDO SANCHEZ LECONA Colina de los Frailes 22 Fracc. Bulevares Naucalpan Edo. de México Tel: 5-62-73-76	INDUSTRIA DE TELECOMUNICACIONES Av. Ciencia No. 13 Cuautitla-Izcalli Tel: 2-02-66
15. JORGE SOAREZ SPORT Av. Casa de Moneda No. 120-19-201 Lomas de Sotelo México 10, D. F. Tel: 5-57-36-57	CONSORCIO MANUFACTURERA, S.A.
16. ARTURO ELEAZAR SUAREZ Palenque No. 631 Col. Vértiz Narvarte México 13, D. F. Tel: 5-59-08-05	FOMENTO ECONOMICO DE EMPRESAS Berlín 18-602 Col. Juárez México 6, D. F. Tel: 5-66-44-38
17. ERNESTO VALDERRAMA TAPIA Fernández Leal No. 137 Coyoacán México 21, D. F. Tel: 5-54-45-75	MANUFACTURAS METALICASLINAN Calzada San Esteban No. 47 Naucalpan, Edo. de México Tel: 5-76-50-00
18. ING. ADOLFO VALDES ORTIZ Malaquita No. 63 Col. Estrella México 14, D. F. Tel: 5-37-58-00	C.N.C.F., S.A. Cd. Sahagun, Hgo.
19. VICTOR VIGUERAS MARTINEZ Sabinas 2 Depto . 4 Valle Gómez México 2, D. F. Tel: 7-59-01-35	MIN-CER, S. A. Km. 19-5 Carretera México-Pachu- ca Tulpetlac Edo. de México
20. VICENTE H. ZAVALA CORONADO Sor Juana Ines de la Cruz No. 146-3 Sta. Ma. La Ribera México 4, D. F. Tel: 5-76-23-22	TELECTROTECNICA BALTEAU, S.A. Escape No. 21 Fracc. Alce Blanco Naucalpan, Edo. de México



DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 y 29 DE ABRIL 6 Y 12 DE -  
MAYO DE 1978 )

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
1. SILVINO ALCARAZ SILVA Ejército Nacional No. 32-304 Col. Anzúrez México 5, D. F. Tel: 2-50-99-90	BUFETE INDUSTRIAL, S. A. Dante No. 36-5o. Piso Col. Anzúrez México 5, D. F. Tel: 5-28-67-39
2. ING. JOSE ARTURO ALQUICIRA Puente de Piedra No. 123 Col. Toriello México 22, D. F. Tel: 5-73-55-40	EKCO, S. A. DE C. V. Av. 16 de septiembre y Lazaro Cárdenas Azcapotzalco México, D. F. Tel: 5-61-01-00
3. JOSE GUSTAVO BARRERA VILLARREAL Paseo de la Reforma No. 668 Depto. F-1022 Edificio Nuevo León Tlatelolco México, D. F. Tel: 5-57-88-86	UNIDAD DE SISTEMATIZACION DE DATOS SECRETARIA DE LA DEFENSA Lomas de Sotelo Edificio de la Secretaría 5o.Piso México, D. F. Tel: 5-57-45-00
4. CARLOS BARRON MALDONADO Francisco Alonso Pinzón No. 36 Echegaray Edo. de México Tel: 5-60-94-95	LECHE Y DERIVADOS, S. A. Av. de las Fuentes 41-A-10o. Pisc Tecamachalco Edo. de México
5. ING. MARIO BRITO SOLIS Paseo Las Alamedas No. 230 Fracc. Las Alamedas Atizapan, México	AVAON COSMETICOS, S. A. DE C. V. Av. Universidad 1778 México 20, D. F. Tel: 5-50-80-66 Ext. 124
6. ROBERTO CASTELLANOS PEREZ Coral 100-A Col. Estrella México 14, D. F. Tel: 5-17-18-60	F.V.C.C.N. DE M. Av. Central No. 140 Col. Guerrero México 14, D. F. Tel: 5-47-52-40

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 Y 29 DE ABRIL 6 Y 7 DE  
MAYO DE 1978 )

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- |   |   |
|---|---|
| 7. LEONEL F. CONTRERAS RIVERA<br>I. La Católica No. 745<br>Col. Alamos<br>México 13, D. F.<br>Tel: 5-35-50-75                       | SECRETARIA DE ASENTAMIENTOS<br>HUMANOS Y OBRAS PUBLICAS<br>Paseo de la Reforma No. 77-90.P.<br>México, D. F.<br>Tel: 5-35-34-73 |
| 8. ING. MARCO A. CONTRERAS P.<br>Huichapan No. 23<br>Col. Michoacana<br>México 2, D. F.<br>Tel: 5-26-67-70                          | INDUSTRIAS UNIDAS, S. A.<br>Oriente 171 No. 398<br>México 2, D. F.<br>Tel: 5-17-52-80 Ext. 16                                   |
| 9. CARLOS GOMEZ GARATE<br>Frontera 7-2<br>Col. Roma<br>México 7, D. F.  | FAIRCHILD MEXICANA, S. A.<br>Av. Adolfo López Mateos No. 163<br>México, D. F.<br>Tel: 5-63-54-11                                |
| 10. VICTOR M. JUAREZ ALVAREZ<br>Bajío 369 Depto. 4<br>Col. Condesa<br>México 11, D. F.  | INSTITUTO MEXICANO DEL SEGURO<br>SOCIAL<br>Cuauhtémoc 330<br>Col. Doctores<br>México, D. F.<br>Tel: 7-61-19-03                  |
| 11. FLORENCIA ROSA MA. MARTINEZ BARRIOS<br>Dr. Ugarte No. 138-103<br>Col. Doctores<br>México 7, D. F.                               | ENEP ZARAGOZA, UNAM<br>Km. 12 Calzada Zaragoza<br>México, D. F.<br>Tel: 5-38-89-70  |
| 12. GUILLERMO MARTINEZ PONCE DE LEON<br>Juan Sarabia No. 224<br>Col. Nueva Sta. María<br>México 16, D. F.<br>Tel: 5-56-66-30        | INDETEL<br>Ciencia No. 13<br>Cuautitlan-Izcalli<br>Tel: 2-03-40   |
| 13. MIGUEL ALFONSO MOREY RAMERCADO<br>Niños Héroeos de Chapultepec No. 148<br>Col. Niños Héroeos de Chapultepec<br>México 13, D. F. | NOVEDADES MONTE CARLO, S. A.<br>Avena No. 570<br>Granjas México, D. F.<br>Tel: 6-57-10-99                                       |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE APLICACIONES PRACTICAS DE LA  
INGENIERIA INDUSTRIAL ( 14,15,21,22,28 Y 29 DE ABRIL 6 Y 7 DE  
MAYO DE 1978 )

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- |   |   |
|---|---|
| 14. ALFREDO SANCHEZ LECONA<br>Colina de los Frailes 22<br>Fracc. Bulevares<br>Naucalpan Edo. de México<br>Tel: 5-62-73-76         | INDUSTRIA DE TELECOMUNICACIONES<br>Av. Ciencia No. 13<br>Cuautitla-Izcalli<br>Tel: 2-02-66                |
| 15. JORGE SOAREZ SPORT<br>Av. Casa de Moneda No. 120-19-201<br>Lomas de Sotelo<br>México 10, D. F.<br>Tel: 5-57-36-57             | CONSORCIO MANUFACTURERA, S.A.   |
| 16. ARTURO ELEAZAR SUAREZ<br>Palenque No. 631<br>Col. Vértiz Narvarte<br>México 13, D. F.<br>Tel: 5-59-08-05                      | FOMENTO ECONOMICO DE EMPRESAS<br>Berlín 18-602<br>Col. Juárez<br>México 6, D. F.<br>Tel: 5-66-44-38       |
| 17. ERNESTO VALDERRAMA TAPIA<br>Fernández Leal No. 137<br>Coyoacán<br>México 21, D. F.<br>Tel: 5-54-45-75                         | MANUFACTURAS METALICASLINAN<br>Calzada San Esteban No. 47<br>Naucalpan, Edo. de México<br>Tel: 5-76-50-00 |
| 18. ING. ADOLFO VALDES ORTIZ<br>Malaquita No. 63<br>Col. Estrella<br>México 14, D. F.<br>Tel: 5-37-58-00                          | C.N.C.F., S.A.<br>Cd. Sahagun, Hgo.   |
| 19. VICTOR VIGUERAS MARTINEZ<br>Sabinas 2 Depto . 4<br>Valle Gómez<br>México 2, D. F.<br>Tel: 7-59-01-35                          | MIN-CER, S. A.<br>Km. 19-5 Carretera México-Pachu-<br>ca<br>Tulpetlac Edo. de México                      |
| 20. VICENTE H. ZAVALA CORONADO<br>Sor Juana Ines de la Cruz No. 146-3<br>Sta. Ma. La Ribera<br>México 4, D. F.<br>Tel: 5-76-23-22 | TELECTROTECNICA BALTEAU, S.A.<br>Escape No. 21<br>Fracc. Alce Blanco<br>Naucalpan, Edo. de México         |



