

CIRCULA LIBRE DE PORTE
 POR VIA DE SUPERFICIE
 Y DENTRO DEL TERRITORIO NAL.
 ART. 17 LEY ORGANICA DE LA U N A M

Inscripción: \$2,400.00
Coordinador: M. en I. Sergio Zúñiga Barrera

La cuota de inscripción incluye:

- una carpeta con las notas de los profesores
- bibliografía sobre el tema
- servicio de cafetería
- comidas

INSCRIPCIONES

**CENTRO DE EDUCACION CONTINUA DE LA
 DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES DE
 LA FACULTAD DE INGENIERIA, U. N. A. M.**

Palacio de Minería Calle de Tacuba No. 5 México 1, D.F.

**Horario: lunes a viernes de 9 a 14 h
 y de 16 a 18 h.**

CONSTANCIA DE ASISTENCIA

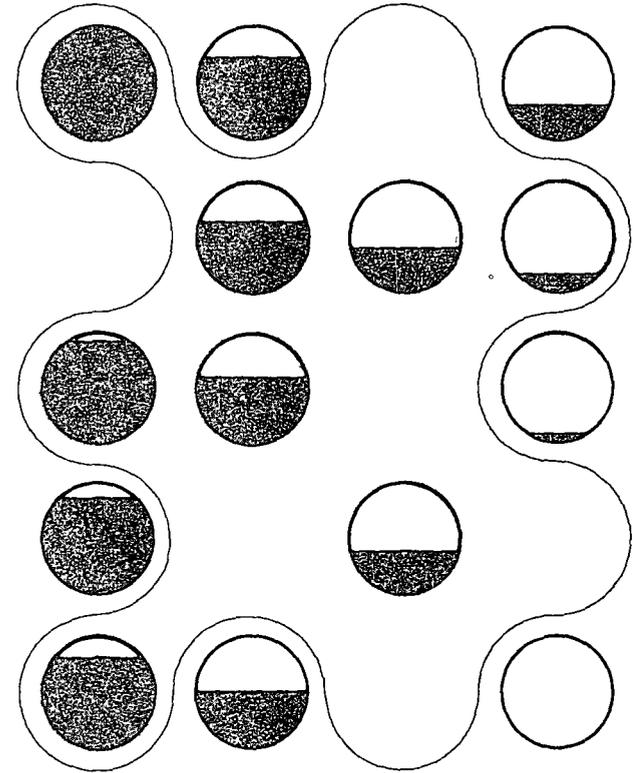
Las autoridades de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, otorgarán una constancia de asistencia a los participantes que concurran regularmente y que realicen satisfactoriamente los trabajos que se les asignen durante el curso.

**Para mayores informes hablar a los teléfonos:
 521-40-23 • 521-73-35 y 512-31-23**



centro de educación continua
 división de estudios superiores
 facultad de ingeniería, unam

**Palacio de Minería
 Calle de Tacuba No. 5
 México 1, D.F.**



**la toma de
 decisiones
 en el control
 de inventarios**

CURSO INTENSIVO

Duración: 36 h.
Fechas: del 3 de agosto al 10 de Septiembre
Horario: Martes y jueves de 18 a 21 h.
 En colaboración con el Instituto Mexicano de Planeación y Operación de Sistemas, A.C.

centro de educación continua
 división de estudios superiores
 facultad de ingeniería, unam



T E M A R I O :

OBJETIVOS DEL CURSO

A través del desarrollo del curso, se presentan técnicas para la "toma de decisiones en el control de inventarios", tales como, optimización, sistemas dinámicos de Forester y teoría estadística de decisiones. Se conjugan aplicaciones del Sector Privado, Público y Paraestatal.

A QUIENES SE DIRIGE

Principalmente aquellos profesionales y estudiosos de la ingeniería y la administración de empresas, que tengan intervención directa e indirecta en la toma de decisiones para el control de inventarios y planeación de la producción.

1. INTRODUCCION

La Ingeniería de Sistemas. Objetivos y manera de proceder de la Ingeniería de Sistemas. El análisis de decisiones. La toma de decisiones en el control de inventarios. Los Sistemas de Inventario. La incertidumbre en el problema de Inventarios.

2. SIMULACION MANUAL DE UN PROBLEMA DE INVENTARIO

Se supone la existencia de un fabricante, un distribuidor y los clientes, con sus problemas de pedidos, inventarios y órdenes por surtir. Cada asistente al curso tomará el papel de uno de ellos, debiendo tomar decisiones respecto a los pedidos que va hacer y al nivel de inventario deseado. Al hacer la simulación se ve claramente el comportamiento del sistema y sus interrelaciones.

3. MODELOS DE INVENTARIO DETERMINISTAS

Demanda estática. Modelos de tamaño económico del lote. Modelos de programación lineal. Planeación de la producción. Políticas de Inventario. Resolución de un caso por los asistentes.

4. MODELOS DE INVENTARIO DINAMICOS

Demanda dinámica. Modelos de tamaño del lote. Modelos de programación dinámica. Modelos adaptivos para control de producción.

5. SIMULACION EN COMPUTADORA

Descripción del compilador DYNAMO y su utilización. El sistema de inventarios, objetivos, información y decisiones. Diagramas de flujo. Si-

mulación, utilizando la computadora, de un problema.

6. MODELOS ESTOCASTICOS

Modelos con un solo periodo y costos variables. Modelos con un solo periodo y costos fijos. Modelos de periodos múltiples con y sin costos fijos. Modelos sin costo fijo para productos múltiples, solución de un caso.

7. ANALISIS DE DECISIONES

Se describirá la teoría de decisiones estadística, necesaria para resolver problemas de control de inventarios. Solución de un caso.

8. EJEMPLO DE APLICACIONES

PROFESORES

M. en I. Jesús Acosta Flores
M. en I. Alberto Moreno Bonett
M. en I. Antonio Olivera Salazar
Dr. Felipe Ochoa Rosso
Actuario Carlos González Jameson
Actuario Carlos Ayala Izaguirre
Actuario Arcadio Gamboa Medina
M. en I. Sergio Zúñiga Barrera

LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

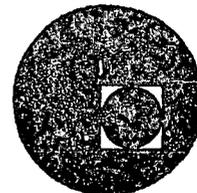
Fecha	Duración	Tema	Profesor
Agosto 3	18 a 21 h	<p>INTRODUCCION</p> <p>La ingeniería de sistemas. Objetivos y manera de proceder de la ingeniería de sistemas. El análisis de decisiones. La toma de decisiones en el control de inventarios. Los sistemas de inventarios. La incertidumbre en el papel de inventarios.</p>	Ing. Sergio Zúñiga Barrera
Agosto 5	18 a 21 h	<p>SIMULACION MANUAL DE UN PROBLEMA DE INVENTARIOS</p> <p>Se supone la existencia de un fabricante, un distribuidor y los clientes, con sus problemas de pedidos, inventarios y órdenes por surtir. Cada asistente al curso tomará el papel de uno de ellos, debiendo tomar decisiones respecto a los pedidos que va hacer y al nivel de inventario deseado. Al hacer la simulación se ve claramente el comportamiento del sistema y sus interrelaciones.</p>	Act. Carlos Ayala e Izaguirre Ing. Francisco Escutía
Agosto 10 y 12	18 a 21 h c/día	<p>MODELOS DE INVENTARIOS DETERMINISTAS</p> <p>Demanda estática. Modelos de tamaño económico del lote. Modelos de programación lineal. Planeación de la producción Políticas de Inventario. Resolución de un caso por los asistentes.</p>	Ing. Francisco Escutía
Agosto 17	18 a 21 h	<p>MODELOS DE INVENTARIOS DINAMICOS</p> <p>Demanda dinámica. Modelos de tamaño del lote. Modelos de programación dinámica. Modelos adaptivos para control de producción.</p>	M. en I. Jesús Acosta
Agosto 19	18 a 21 h	<p>SIMULACION EN COMPUTADORA</p> <p>Descripción del compilador DYNAMO y su utilización. El sistema de inventarios, objetivos, información y decisiones. Diagramas de flujo. Simulación, utilizando la computadora, de un problema.</p>	Ing. Humberto Valdés

LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

Fecha	Duración	Tema	Profesor
Agosto 24	18 a 21 h	MODELOS ESTOCASTICOS Modelos con un solo periodo y costos variables. Modelos con un solo periodo y costos fijos. Modelos de periodos múltiples con y sin costos fijos. Modelos sin costo fijo para productos múltiples, solución de un caso.	M. en I. Jesús Acosta
Agosto 26 y 31 cada día	18 a 21 h	ANALISIS DE DECISIONES Se describirá la teoría de decisiones estadística, necesaria para resolver problemas de control de inventarios. Solución de un caso	M. en I. Jesús Acosta
Sept. 2 y 7	18 a 21 h c/día	EJEMPLO DE APLICACIONES	Ing. Guillermo Hesselbach Ing. Jorge Rojo
Sept. 9	18 a 21 h	MESA REDONDA	PROFESORES DEL CURSO
	21 h	CLAUSURA	



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



CONTROL DE INVENTARIOS.





UNIVERSITY OF CALIFORNIA
LIBRARY

1968



Breve introducción a la Ingeniería de Sistemas

1. INTRODUCCION.

En todos los campos de su actividad, el hombre ha procurado por diferentes medios lograr resultados óptimos. Este afán se ha incrementado grandemente en los años posteriores a la Segunda Guerra Mundial, como consecuencia de la puesta en uso de nuevas tecnologías surgidas inicialmente de la necesidad de aprovechar de la mejor manera posible los recursos humanos y materiales destinados a fines bélicos; posteriormente, en épocas de paz, se han encauzado en una u otra forma a las diferentes actividades productivas del hombre.

En las postrimerías del Siglo XVIII y principios del XIX se manifestó interés en problemas que se asociarían a la llamada economía matemática e Investigación de Operaciones. Sin embargo, la falta de urgencia y de computadoras impidieron su desarrollo. La Segunda Guerra Mundial creó la necesidad de utilizar óptimamente los recursos y se hicieron trabajos presionados por el tiempo; así se tuvo una idea de lo que podría lograrse en estas áreas usando técnicas matemáticas modernas. En los años que siguieron a la Segunda Guerra, y ya sin la presión del tiempo, ha habido oportunidad para examinar problemas y soluciones con el cuidado y esfuerzo requerido y el resultado ha sido una nueva disciplina llamada "Ingeniería de Sistemas".

En la época actual se palpa la urgencia de replantear metas y enriquecer aspiraciones, se reclama un orden jurídico justo y dinámico, una eficaz y moderna planeación económica para lograr una justa y equitativa repartición de las riquezas, una filosofía que contribuya a forjar un nuevo humanismo. Se encuentra el hombre en el apogeo de la revolución Técnico-Científica del Siglo Veinte y auxiliado por la máquina somete las fuerzas naturales en beneficio de la Sociedad con planteamientos correctos y cuidadosamente calculados.

Los modernos sistemas de producción, la mecanización y la automatización emancipan al hombre, cada vez más, del trabajo pesado. El incremento de las fuerzas productivas, de la ciencia y la cultura crean abundancia de bienes que se derraman en los diferentes sectores de la población.

En este orden de ideas, destaca la importancia de la tecnología como instrumento que influye en la realización de programas que impulsan el desarrollo.

A partir de 1940, surgió la necesidad de perfeccionar la dirección en empresas particulares y en la administración pública, dando nacimiento a la moderna cibernética administrativa. Su desarrollo se encuentra estrechamente vinculado al de numerosas ramas del conocimiento como son: la Teoría de la Regulación Automática y de los Sistemas de Control, la Teoría Estadística de Transmisión de Información, la Teoría de los Juegos y de las Soluciones Óptimas, la Lógica Matemática, la Economía Matemática, etc.

En el impulso de la cibernética moderna ha jugado un papel importantísimo el invento de las computadoras, que descubren posibilidades insospechadas en el proceso de la información para implantar mejores sistemas direccionales; de esta manera se puede, tanto a niveles privados como públicos, conjugarse el empleo de computadoras con el esfuerzo humano.

El presente artículo pretende dar a conocer al lector una serie de herramientas de las ya mencionadas y su aplicación a la solución de problemas anteriormente considerados fuera del campo de acción de las ciencias exactas.

2. GENERALIDADES.

Evidentemente la primera pregunta que surge es ¿Qué es la Ingeniería de Sistemas?; esta pregunta puede contestarse en unas cuantas palabras.

"La Ingeniería de Sistemas es la ciencia y el arte de seleccionar la mejor alternativa de entre un conjunto que se nos ofrece". Claro que esta selección no es arbitraria, sino que debe hacerse siempre dentro de los límites del derecho, la moral, los recursos económicos, la política y las leyes fiscales y naturales.

Dentro de la breve definición anterior se encuentra implícito todo un conjunto de actividades y disciplinas de entre las cuales destacan dos en especial: la planeación y la operación, las cuales están íntimamente ligadas, ya que la planeación de un sistema debe hacerse tomando en cuenta la operación del mismo, y si la operación no se lleva a cabo según fue planeada, el resultado no será óptimo.

En los dos párrafos previos se ha utilizado varias veces la palabra "Sistema"; de ahí surge necesariamente la pregunta ¿Qué se quiere decir con ello? No cabe duda que sus acepciones son múltiples, algunos la usan como sinónimo de procedimientos, otros como sinónimo de rutina, etc.; sin embargo aquí —y es el sentido que en esta rama de la ingeniería debe dársele— se emplea para representar un todo integrado y armónico en donde cada una de las partes ha sido diseñada con objeto de lograr un fin común óptimo. Entiéndase que este fin común óptimo puede no corresponder a los óptimos parciales, siendo ésta la idea primordial de la ingeniería de sistemas, para la que lo característico es el enfoque integral de los problemas a partir de lo cual ya se pueden definir óptimos parciales coherentes. La ventaja es inmediata, no se distraerán recursos en proyectos que en sí son atractivos, pero que no encajan dentro de un plan general ya sea por su oportunidad o por su situación.

3. OBJETIVOS DE LA INGENIERIA DE SISTEMAS.

Seguindo a Hall se puede decir que los objetivos de la Ingeniería de Sistemas son:

- a) Suministrar a los funcionarios de la institución la mejor información (relevante y oportuna) como sea posible.
- b) Proponer objetivos a largo plazo y formular los planes que permitan alcanzarlos, como un marco de referencia para unir o coordinar proyectos individuales.

- c) Balancear el programa de desarrollo general para asegurar que se progrese según todos los lineamientos prefijados haciendo al mismo tiempo el mejor uso de los recursos disponibles.
- d) Formular objetivos y planes para proyectos individuales compatibles con los objetivos a largo plazo. Conocer las necesidades presentes de la organización y prever las futuras, con objeto de que así esté en posibilidad de poder actuar inmejorablemente.
- e) Proporcionar información oportuna a sus profesionales, de nuevas ideas, principios, métodos y mecanismos, asegurando así que a la nueva tecnología se le dé el mejor y más oportuno uso.
- f) Llevar a cabo cada una de las operaciones en el proceso de ingeniería de sistemas de la manera más eficiente posible, reconociendo que los requisitos de precisión, detalle y velocidad dependen de la fase del proceso en que se encuentre el proyecto.

Se observa, como ya se había mencionado, que la gran mayoría de las actividades implicadas en estos objetivos son de planeación y operación. Se involucra en varias de ellas, la optimización como un medio para lograr dichos objetivos, se insiste sobre la importancia que reviste mantener conocimientos actualizados y se hace un señalamiento hacia los métodos de obtención, almacenamiento, recuperación y difusión de información.

4. FUNCIONES DE LA INGENIERIA DE SISTEMAS.

Conocidos los objetivos, el paso siguiente es definir las funciones de la Ingeniería de Sistemas. Siguiendo de nuevo a Hall, en la operación se pueden distinguir cinco fases: Estudio inicial de los sistemas, planeación exploratoria o preliminar, planeación definitiva o del desarrollo de las actividades, estudios durante el desarrollo del proyecto y, propiamente llevada a cabo la ingeniería requerida por el proyecto.

Los estudios iniciales de sistemas tienen por objeto auxiliar a la gerencia en la coordinación del programa general de todos los proyectos que la institución o empresa desea llevar a cabo, que rara vez se presenta como un solo proyecto. Para ello se requiere recibir información sobre los recursos disponibles; sobre los beneficios que a la comunidad o a la empresa ocasionaría el llevar a cabo dichos proyectos, sobre aspectos financieros, administrativos, de producción, etc. En general se puede decir que la

recolección de información deberá definir los sistemas ya existentes, los procedimientos utilizados en los mismos, las bases a que se han sujetado, el estado de la tecnología y los avances que pueden esperarse, etc. Además deberá atender aspectos administrativos y económicos como son: la organización estructural de la empresa, las políticas de personal, mercado, etc., seguidas por la misma. Es importante también definir los aspectos político-sociales dentro del campo de influencia actual y futuro de la empresa, con el fin de considerar posibles reacciones individuales y colectivas ante los diferentes proyectos.

La información obtenida, convenientemente archivada, permitirá planear proyectos específicos para los que su ejecución tendrá el enfoque correcto y los recursos necesarios, bajo lineamientos generales de conducta a largo y corto plazo.

La planeación preliminar recae ya en un proyecto en particular o área de necesidad. Aquí ya es indispensable definir problemas, seleccionar objetivos, sintetizar los sistemas y analizarlos, seleccionar el mejor, comunicar los resultados a los ejecutivos con objeto de que comparen la evaluación de las consecuencias de la selección, con los objetivos definidos.

La planeación definitiva principia una vez tomada la decisión sobre el proyecto que debe llevarse adelante. Aquí se formula un plan de acción que cumpla con los objetivos y proponga los medios para alcanzarlos. Operacionalmente esta fase es una repetición de lo anterior, salvo que todos los pasos se llevan a cabo con mayor detalle reduciendo drásticamente el conjunto de posibles selecciones. En esta fase reviste especial importancia la experimentación y el trabajo de campo.

En la fase de planeación definitiva se perfecciona el plan de acción interpretándolo a la luz de los nuevos datos técnicos que se van obteniendo. Es posible que esto repercuta en cambios en los objetivos o en los recursos previstos originándose nuevas decisiones. Finalmente, al llevar a cabo propiamente la ingeniería del proyecto, deberán retroalimentarse resultados que puedan corregir posibles deficiencias en el programa y completen los archivos iniciados en la primera fase.

5. CAMPO DE ACCION DE LA INGENIERIA DE SISTEMAS.

Es obvio que si se comprenden los objetivos y las fases del proceso de la ingeniería de Sistemas, resulta menos oscura la definición de Chestnut:

"El Método de la Ingeniería de Sistemas reconoce que cada sistema es un todo integrado compuesto de diversas estructuras y subfunciones especializadas. Reconoce además que cualquier sistema tiene un cierto número de objetivos y que el balance entre ellos puede diferir ampliamente de sistema a sistema. El método busca optimizar las funciones globales del sistema de acuerdo con una ponderación de los objetivos y obtener así máxima compatibilidad entre sus partes".

El sistema es entonces un todo integrado; sin embargo, la naturaleza del todo no se especifica; puede ser un sistema económico, administrativo, social o tecnológico. En todos ellos lo más importante es que el todo funcione armoniosamente y cumpla con objetivos prefijados, y no que una de sus partes funcione en forma óptima en detrimento de las restantes. De hecho, las funciones generales del sistema son optimizadas combinando en forma ponderada los diversos objetivos del mismo, los cuales pueden ser: simplicidad, beneficios a corto o largo plazo, costo, vida útil, eficiencia en el servicio, etc. Más que optimizar atendiendo a cada uno de ellos, la ingeniería de sistemas se plantea el óptimo general determinando como consecuencia lo que, para el sistema en análisis, debe entenderse por óptimos parciales que satisfagan objetivos particulares.

6. EL ANALISIS DE SISTEMAS COMO METODO CIENTIFICO.

Cabe hacer notar que al analizar un sistema se hace uso extensivo del método científico en su más amplio sentido. Al decir científico no debe interpretarse como una referencia a los métodos específicos y más limitados de las ciencias naturales, sino que se refiere conceptualmente a la filosofía de la ciencia.

Las características relevantes del método científico aplicado al problema de elegir alternativas óptimas son las siguientes: este método es abierto, explícito, verificable y autocorregible, combina la lógica y la evidencia empírica. El método y la tradición de la ciencia requieren de resultados tales que cualquier otro especialista pueda reconstruir los mismos pasos y llegar a idénticos fines. Al aplicar estas ideas al análisis de sistemas es preciso que todos los cálculos, hipótesis, datos empíricos y juicios de valor se describan en tal forma que sean susceptibles de sujetarse a verificación, prueba, crítica, discusión y aún a rechazo. Desde luego, como todas las ciencias, tampoco el análisis de sistemas es infalible; sin embargo dado su carácter autocorregible, evitará la persistencia de un posible error.

Por otra parte, el método científico es objetivo, cada hipótesis es probada lógicamente o experimentalmente, con independencia de la edad, personalidad y autoridad del investigador.

Algunos aspectos se estudian cuantitativamente. Esto no significa que todo pueda expresarse en forma numérica y ni siquiera que ello deba hacerse con los aspectos más importantes de un sistema, sólo que el método más apropiado para tratar algunos de ellos y seleccionar la mejor alternativa disponible frecuentemente requiere, en alguna de sus fases, de la utilización de métodos numéricos. El juicio no cuantitativo es insuficiente; los números son parte de nuestro lenguaje y lo común es aclarar conceptos usándolos aun cuando exista incertidumbre en el momento de aplicarlos. Frecuentemente se piensa que el análisis cuantitativo no puede aplicarse cuando existe incertidumbre, por supuesto, si esto fuera cierto, no se tendrían ciencias tales como la física contemporánea, basta citar, con ánimo de ampliar la ejemplificación, la extensa literatura sobre la formulación de decisiones bajo incertidumbre basada en los trabajos de Laplace, Pascal, Bernoulli, Bayes, etc., escritos en los siglos XVII y XVIII. Aun más, existen técnicas prácticas y simples que permiten puntualizar el riesgo y la incertidumbre en la toma de decisiones y precisar su significado. Actualmente es difícil encontrar actividades del mundo real que no estén envueltas en la inseguridad, el problema es simplemente aprender a vivir con el riesgo y la incertidumbre y con ese fin están concebidas muchas de las herramientas de la Ingeniería de Sistemas.

7. LA INGENIERIA DE SISTEMAS Y LA INVESTIGACION DE OPERACIONES.

Sería torpe que al hablar de Ingeniería de Sistemas no se hiciera mención de este grupo de técnicas tradicionalmente conocidas bajo el nombre de investigación de operaciones y que constituyen una de sus herramientas, como lo son también de tantas otras ramas del saber humano.

De la Investigación de Operaciones conviene citar que su descubrimiento oficial se sitúa en Inglaterra, en 1929, con el Profesor Blythett y sus grupos interdisciplinarios en la Marina Británica. Su origen, pues, es militar. Posteriormente su campo de aplicación se ha ampliado a problemas administrativos. En 1951 Morse la define como un método científico que suministra, a los departamentos ejecutivos, una base cuantitativa para las

decisiones con respecto a las operaciones bajo su control. En 1957 Churchman define su método en los siguientes términos:

- I. Formula el problema
- II. Construye un modelo matemático que lo represente
- III. Obtiene una solución del modelo
- IV. Pone a prueba el modelo y su solución
- V. Implanta la solución.

En 1963, Ackoff señala que las características fundamentales de la Investigación de Operaciones son: Orientación hacia los sistemas, uso de grupos (de personas) interdisciplinarios y, adaptación del método científico.

A fin de poner ejemplo, puede decirse que las técnicas de la Investigación de Operaciones, son aplicables a problemas tales para determinar los niveles óptimos de inventarios de una empresa, asignación de personal, etc. Es claro que encajan en la Ingeniería de Sistemas aun cuando ésta, con su enfoque más amplio, buscaría investigar el mejor funcionamiento de la empresa como conjunto y no se limitaría a optimizar sus inventarios, o únicamente a asignar óptimamente el personal. Se desprende que la Ingeniería de Sistemas analiza objetivos alternativos y explora sus implicaciones, se enfoca más hacia el análisis de las consecuencias de hipótesis alternativas que a detallar detenidamente las consecuencias de un conjunto de ellas.

En ocasiones, el análisis de sistema se ocupa de problemas esencialmente definidos y los determina; este tipo de ingeniería en cambio pone énfasis en el diseño de nuevas soluciones y amplifica el rango de las alternativas.

Tal vez el citar a E. Thoven ayude a precisar este razonamiento que en 1967 afirma: "La Epistemología de la Investigación de Operaciones es la de las ciencias exactas, esto es, la investigación de operaciones supone que los datos empíricos son exactos, o el menos suficientemente exactos, y que sus cálculos refinados y precisos sean de valor. Por otra parte, la epistemología del análisis de sistemas es la epistemología de las ciencias inexactas... El análisis de sistemas enfatiza técnicas para trabajar bajo la incertidumbre, la investigación de operaciones enfatiza las matemáticas aplicadas... La investigación de operaciones está orientada hacia problemas en los que el elemento de cálculo es dominante y en los que las matemáticas pueden ser consideradas como un sustituto más que una ayuda de juicio. El análisis de sistemas,

por otra parte, recalca conceptos económicos básicos como el producto marginal y el costo marginal. El análisis de sistemas ha desarrollado una variedad de técnicas para canalizar complejos problemas de decisión, pero de tal manera que el cálculo es el siguiente del juicio informado".

8. ENFOQUE DE LA INGENIERIA DE SISTEMAS.

Antes de continuar conviene recordar que la Ingeniería de Sistemas enmarca la utilización de un conjunto de procedimientos cuantitativos que permitan especificar cómo deben combinarse recursos humanos y materiales con objeto de alcanzar un propósito preestablecido. Luego los problemas enfocados según la Ingeniería de Sistemas:

- Obligan al diseñador de sistemas a tener mayor conciencia de sus objetivos al imponerle la necesidad de anunciarlos explícitamente.
- Suministran mecanismos para predecir las futuras demandas sobre el diseño.
- Establecen procedimientos para generar un gran número de posibles soluciones.
- Implican la utilización de un conjunto de técnicas de optimización que permiten seleccionar las mejores alternativas.
- Permiten sugerir estrategias de toma de decisiones que pueden usarse para seleccionar entre posibles alternativas.

De lo anterior se puede afirmar que el Ingeniero de Sistemas es aquél que concibe, analiza, experimenta, evalúa y diseña un sistema, de acuerdo con un objetivo predeterminado, según criterios preseñalados y en un medio ambiente preseleccionado. Es aquí que debe reunir las siguientes características.

- Dominio de las técnicas matemáticas usadas en la formulación de modelos (programación matemática, teoría de decisiones, etc.)
- Experiencia en modelos y en su análisis (saber identificar las características relevantes de un problema y enfocarlo con propiedad, independientemente de las barreras de una disciplina matemática).

- Entendimiento de la esencia del problema bajo estudio.
- Saber usar las herramientas que brinda el Análisis Económico, en especial las de beneficio-costos y efectividad-costos. Conocer de Microeconomía y de Economía del Bienestar.
- Capacidad para el uso de la computadora, no como programador, sino como conocedor de modelos basados en la misma.
- Capacidad y habilidad para reconocer, analizar y usar los recursos económicos así como las corrientes políticas que influyen en el planteamiento y solución del problema planteado.

9. CAPÍTULOS EN UN ANALISIS DE SISTEMAS

Llevar a cabo el análisis de un sistema encierra:

- a) Establecer las características que debe tener un sistema óptimo.
- b) Seleccionar una combinación de subsistemas que conformarían el sistema total.
- c) Analizar las interacciones entre los subsistemas del sistema.
- d) Establecer las características de los subsistemas de manera que el todo sea óptimo.

En el análisis de sistemas con múltiples unidades es muy conveniente contar con expresiones analíticas que describan los productos de los subsistemas en términos de sus insumos (matrices de sistema). Una vez que estas expresiones se encuentran disponibles, es posible ya seleccionar de un catálogo de subsistemas aquellos cuya relación insumo-producto se ajuste a los insumos y a los productos del sistema total. Esto reúne una mera suma de subsistemas considerados como cajas negras.

De esta manera se logran satisfacer las especificaciones del sistema óptimo sin entrar en detalles que son irrelevantes. Además se obtienen como subproducto las especificaciones de los componentes de los subsistemas.

Lo importante del procedimiento es que los ingenieros de sistemas optimizan la porción de sistema que es de su responsabilidad y, lográndolo, permiten al ingeniero de sistemas optimizar, en términos simples, el sistema como un todo.

10. METODOS USADOS POR LA INGENIERIA DE SISTEMAS.

Se puede afirmar que son cinco los métodos más adecuados para identificar el diseño óptimo de un sistema, a saber: Análisis Marginal, Análisis Beneficio-Costo, Análisis Efectividad-Costo, Análisis de Inversiones y Análisis Operacional.

— Análisis Marginal. Este tipo de análisis cae dentro de la teoría micro económica y es uno de los más apropiados. Las dos preguntas fundamentales a las que contesta esta teoría son:

a) ¿Cómo se ve afectado el comportamiento de una organización al cambiar la demanda de sus productos?

b) ¿Cómo usa la firma sus recursos para crear su producto?

Evidentemente requiere de una relación entre recursos y productos a la que llama Función de Producción. Para ello se vale de conceptos como: productividad marginal, tasa de sustitución técnica entre recursos, tasa de transformación entre productos; el segundo relaciona entre sí los recursos y el tercero relaciona los productos. Hace uso a su vez de leyes como la de los rendimientos decrecientes o a la de los rendimientos a escala. Una vez planteada la función producción es factible definir planos de isocuantas o curvas de igual producción en base a las cuales se define una trayectoria de expansión para lo cual todos los puntos son soluciones óptimas, generándose así un gran número de alternativas.

Para usar esta teoría dentro del marco gubernamental será necesario establecer analogías entre ganancias obtenidas por una empresa al vender sus productos y los beneficios recibidos por la colectividad como consecuencia de la operación de un sistema gubernamental.

Sin embargo, cabe prevenir sobre una diferencia importante. En la Industria la interacción entre demanda y producción depende del grado de control que la empresa tiene sobre el mercado. Bajo condiciones de mercado no monopolistas, donde el producto de una empresa no es el único en el mercado, la condición óptima es aquella en que los beneficios marginales son iguales a los costos marginales. Lo anterior no es válido para el Gobierno, ya que usualmente monopoliza la actividad que lleva a cabo, influye o determina los precios de los recursos con subsidios o tratamientos fiscales especiales, etc. Así pues, los conceptos de micro economía le son aplicables a su comportamiento.

Bouloine sostiene que el análisis marginal tiene el defecto de ser sumamente formalista y poco accesible su aplicación. No es sencillo determinar

la tasa marginal de transformación de un insumo en un producto, o la tasa marginal de sustitución de un insumo o de un producto por otro. Aún así, se insiste, el análisis marginal es de gran importancia para el análisis de un sistema.

Análisis Beneficio-Costo.

La diferencia entre el análisis beneficio-costo, efectividad-costo y análisis microeconómico radica en que los dos primeros intentan evaluar propuestas sobre diseños de sistemas dados, y el último elige los parámetros de diseño en vez de aceptarlos como datos. Así, el análisis beneficio-costo se aplica generalmente a diseños propuestos, sobre los cuales el ejecutivo no tiene otra acción que aceptarlos o rechazarlos. Esto lo lleva a cabo mediante comparaciones directas de costos y beneficios medidos en las mismas unidades (monetarias generalmente). En el caso en que resulten beneficios que no pueden ser reducidos a un común denominador el análisis consiste en identificar el sistema de costo mínimo para un mismo nivel de efectividad.

Dentro del análisis de sistemas, el método del beneficio-costo se dirigirá exclusivamente al caso de alternativas mutuamente excluyentes. Se emplearán cuando las decisiones sean simplemente de aceptar o rechazar.

En las operaciones gubernamentales los costos por considerar en el análisis difieren de los de las empresas privadas. Bajo circunstancias particulares la medida de los costos se ajustará para reflejar la diferencia entre el costo de oportunidad y el precio de los recursos en el mercado. La medida de los beneficios de un programa público deberá incluir aquellos que se acumulan marginalmente. Probablemente el análisis beneficio-costo será mucho criticable si no se usan cocientes de costos totales a beneficios, sino que las decisiones tratarán de maximizar la diferencia entre los flujos de dinero correspondientes a beneficios bien definidos y los correspondientes a costos.

Análisis efectividad-costo.

Este análisis sigue los lineamientos del anterior, pero está específicamente dirigido a problemas en los que los productos no pueden ser evaluados por precios del mercado aunque si los insumos. Estos últimos pueden ser sustituidos mediante relaciones de cambio desarrolladas en el mercado. Aquí se intenta maximizar la efectividad sujeta a una restricción general en los recursos medidos en unidades monetarias.

Este tipo de análisis es apropiado cuando se presentan las condiciones siguientes:

- a) No existe valor en el mercado para productos alternos.
- b) Los insumos pueden ser correctamente evaluados a precios del mercado.

En el punto de efectividad máxima, para un presupuesto dado, cualquier recurso usado adicionalmente deja intacto el cociente de efectividad marginal entre costo marginal. Así, las condiciones marginales de efectividad en el sector público, son las mismas que en la iniciativa privada. Sin embargo, muchos estudios de efectividad-costo pecan por el mismo defecto de los de beneficio-costo: usan el cociente de efectividad total entre costo total como un índice de la bondad de un proyecto.

Análisis de Inversiones.

Fundamentalmente son dos los casos que se presentan dentro del marco de seleccionar inversiones. El primero consiste en definir cuál de entre dos inversiones dadas es preferible de llevar a cabo. El segundo considera restricciones presupuestales y hace intervenir en orden de preferencias dado antes de definir un conjunto de inversiones óptimo. En el primer caso un análisis beneficio-costo que involucre criterios de Valor presente y Tasa Interna de Retorno, permite establecer un orden de prelación entre inversiones.

En el segundo caso se pueden utilizar modelos de la Programación Matemática o de la Teoría de Decisiones. Dentro de los modelos existentes hay algunos que consideran el aspecto aleatorio tomando en cuenta la incertidumbre en la obtención de beneficios que puede producir una inversión, otros son determinísticos. Los proyectos pueden clasificarse de diversas maneras a saber:

- i) Independientes o dependientes: según si los beneficios están o no en función de la acción tomada en otros proyectos.
- ii) Mútualmente exclusivo y contingentes: dentro de los dependientes pueden ser mutuamente exclusivos como será el caso de dos proyectos sobre una misma obra, (se realiza uno o el otro), o también contingentes cuando un proyecto forma parte de otro de mayor envergadura que lo contiene.
- iii) Divisibles e indivisibles: los primeros generan beneficios conforme se van completando sus partes. Los indivisibles implican la

terminación total del proyecto para principiar a generar beneficios.

Los modelos en general buscan maximizar beneficios considerando las restricciones presupuestales. Se deberá tomar en cuenta además en el análisis si la inversión requiere efectuarse en un sólo período de tiempo o si es posible hacerla a través de varios períodos.

El análisis de inversiones es aplicable tanto para la iniciativa privada como por el sector público, pudiendo variar únicamente los modelos a utilizar en uno y otro caso para la selección de los proyectos en que se deberá invertir.

Análisis Operacional.

Este tipo de análisis es apropiado para elementos físicos o en general en los que no tiene influencia el elemento monetario. Aquí también se intenta maximizar la efectividad pero sujeta a un conjunto de restricciones que comprenden recursos en especie, medidos en sus unidades correspondientes. Este tipo de análisis es adecuado cuando no existe valor en el mercado ni de los insumos ni de los productos.

11. OTROS METODOS USADOS POR LA INGENIERIA DE SISTEMAS.

Si bien los cinco métodos antes comentados son fundamentales no son, de ninguna manera, los únicos. Hace también uso, entre otros de los métodos siguientes.

a. Análisis Ingenieriles. Tanto la Ingeniería como las Ciencias Físicas contienen un cuerpo de conocimientos teóricos que ha sido desarrollado explícitamente para el Análisis de Sistemas o que le son de utilidad. No es sorprendente ya que el ingeniero siempre se ha preocupado por lograr diseños eficientes. Sin embargo, es notorio que los ingenieros difieren de otros grupos de profesionales en lo que se relaciona con consideraciones de carácter estético, social, etc.... La Ingeniería de Sistemas puede incorporar fuertemente objetivos más amplios, en los que se contemplan aspectos sociales, administrativos, económicos, etc.

b. Teoría de los Juegos. Como es sabido, estas intentan definir la estrategia óptima para un jugador a partir de un análisis de sus pérdidas e

ganancias bajo distintos cursos de acción de que dispone tomando en cuenta los cursos de acción abiertos a su oponente.

c. Teoría de las Decisiones. Se ocupa de la selección de las alternativas cuando la información tiene diversos grados de confianza. Usualmente se asignan beneficios y costos específicos a las combinaciones decisión-estado de la naturaleza, así como una probabilidad de ocurrencia para la combinación. Fundamentalmente se usa cuando las variables del sistema son aleatorias y puede describirse su comportamiento mediante procesos estocásticos.

d. Teoría de Colas. Aquí se desea estimar el tamaño de una instalación de acuerdo con la demanda máxima esperada ocasionalmente; estocásticamente se describen las llegadas al sistema, los tiempos de servicio, las fluctuaciones en la longitud de la cola esperando el servicio, la prioridad en que deben ser atendidos los clientes y el comportamiento que observan, tanto a la llegada como en su permanencia en la cola. Esto conduce directamente a un análisis para determinar la tasa de servicio máxima para la cola, tomando en cuenta los costos por tamaño de las instalaciones, así como los asociados a las esperas y retrasos en el servicio. En los problemas de transporte es de especial interés.

e. Teoría de la Retroalimentación. Es fundamental en el Análisis de Sistemas ya que en muchos de ellos los productos influyen en los insumos. Gracias a esta teoría se pueden diseñar sistemas automáticamente estables para sistemas autocorregibles o que responden a cambios en los insumos.

La retroalimentación básicamente se puede presentar en dos maneras: en el primer caso son sistemas para los cuales su propia estructura la implica, y en el segundo no la presentan pero sin embargo, se busca controlar al sistema haciendo uso de la información que continua o periódicamente se suministra a un órgano de decisión. Esta teoría es utilizada por la llamada Ingeniería de Control.

f. Teoría del Aprendizaje y la Adaptación. Un sistema responderá con mayor precisión o con mayor rapidez en cada impulso, conforme sea capaz de evaluar, a partir de la experiencia o del comportamiento, un cambio en las condiciones del medio. Un sistema que se adapta (adaptivo) es uno que se ajusta a cambios en el ámbito.

g. Teoría del Insumo-Producto. La teoría de "Insumo-Producto", se ocupa de describir el fenómeno del equilibrio general mediante un análisis empírico de la producción. Permite construir un modelo descriptivo de un sistema.

Se puede afirmar que en México se empieza a tomar conciencia de la importancia de la aplicación de la Ingeniería de Sistemas en los diferentes campos de la actividad económica del país. Una buena medida de lo anterior es la inclusión en algunas de las más prestigiosas instituciones de enseñanza superior, como son la Universidad Nacional Autónoma de México, el Instituto Politécnico Nacional, el Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, entre otras, de materias interrelacionadas con esta área. A manera de ejemplo se puede citar la creación de la Sección de Sistemas en el Departamento de Ingeniería Civil de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, en donde se imparten cursos tales como Sistemas de Ingeniería Civil I y II, Planeación, Análisis Regional y Proyectos de Infraestructura, Seminario de Sistemas de Información, Métodos y Modelos de Investigación de Operaciones, etc. Además, las tres instituciones anteriormente mencionadas han establecido maestrías para los alumnos que desean especializarse en temas tales como: Planeación de Obras, Investigación de Operaciones, Ingeniería de Sistemas, etc., en los que se ofrecen materias tales como: Evaluación de Proyectos, Teoría y Programación del Desarrollo, Redes Económicas, Programación Matemática, Teoría de Inversiones, Análisis de Sistemas, Teoría de la Espera, Producción y Control de Inventarios, Teoría de Evaluación de Decisiones, Calidad y Confiabilidad, Métodos y Modelos de la Econometría, Programación y Presupuestación, Planeación y Administración de una Empresa Constructora, etc.

Paralelamente, algunas dependencias gubernamentales está utilizando la Ingeniería de Sistemas, principalmente en lo que se refiere a Planeación, Evaluación de Proyectos, Programación, Organización Administrativa, Asignación de Recursos, etc., entre estas se encuentran las Secretarías de Obras Públicas, de Recursos Hidráulicos, de la Presidencia, de Hacienda y Crédito Público, etc., así como también algunas empresas descentralizadas como la Comisión Federal de Electricidad, Petróleos Mexicanos, etc. En la esfera privada es innegable que cada vez se le da más importancia a su aplicación y organismos tales como la Cámara Nacional de la Industria de la Construcción, el Colegio de Ingenieros Civiles de México, entre otros, están procurando por medio de ciclos de conferencias, artículos y resolución de problemas específicos, difundir entre sus miembros su utilización.

José Luis Guerra Guajardo
Humberto Valdés Ruy Sánchez

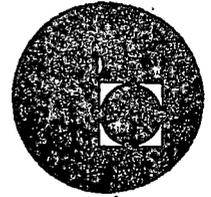
BIBLIOGRAFIA.

1. Ackoff, R. L. "Systems, Organizations, and Interdisciplinary Research", Proceedings of the first Systems Symposium at the Case Institute of Technology (1961), editado por D. Eckman, J. Wiley.
2. Chesnut, H. "Systems Engineering Methods" (1967), J. Wiley.
3. Chorafas, D. N. "Systems and Simulation" (1965), Academic Press.
4. Churchman, C. W. Ackoff, R. L. Arnoff, E. L. "Introduction to Operations Research" (1957), J. Wiley.
5. Enthoven, A. "Systems Analysis and the Navy", Planning, Programming, Budgeting: A Systems Approach to Management, editado por Lyden and Miller (1967), Markham Pub. Co.
6. HALL A. D. "A Methodology for Systems Engineering" (1963). Van Nostrand.
7. Jauffred M. Francisco Javier, Apuntes del Curso de Análisis de Sistemas impartido en la División de Estudios Superiores de la Facultad de Ingeniería de la UNAM (1970).
8. Moreno Benett Alberto, Discurso de Inauguración del Ciclo de Conferencias titulado "Ingeniería de Sistemas Aplicada a la Selección de Inversiones" para el Colegio de Ingenieros Civiles de México (noviembre de 1969).
9. Morse P. M. y Imball G. E. "Methods of Operations Research" (1951) J. Willey.
10. "Decision and Control" (1966) J. Willey.





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



CONTROL DE INVENTARIOS.



ACT. CARLOS AYALA.



UNITED STATES DEPARTMENT OF JUSTICE
FEDERAL BUREAU OF INVESTIGATION
WASHINGTON, D. C. 20535



SEARCHED INDEXED

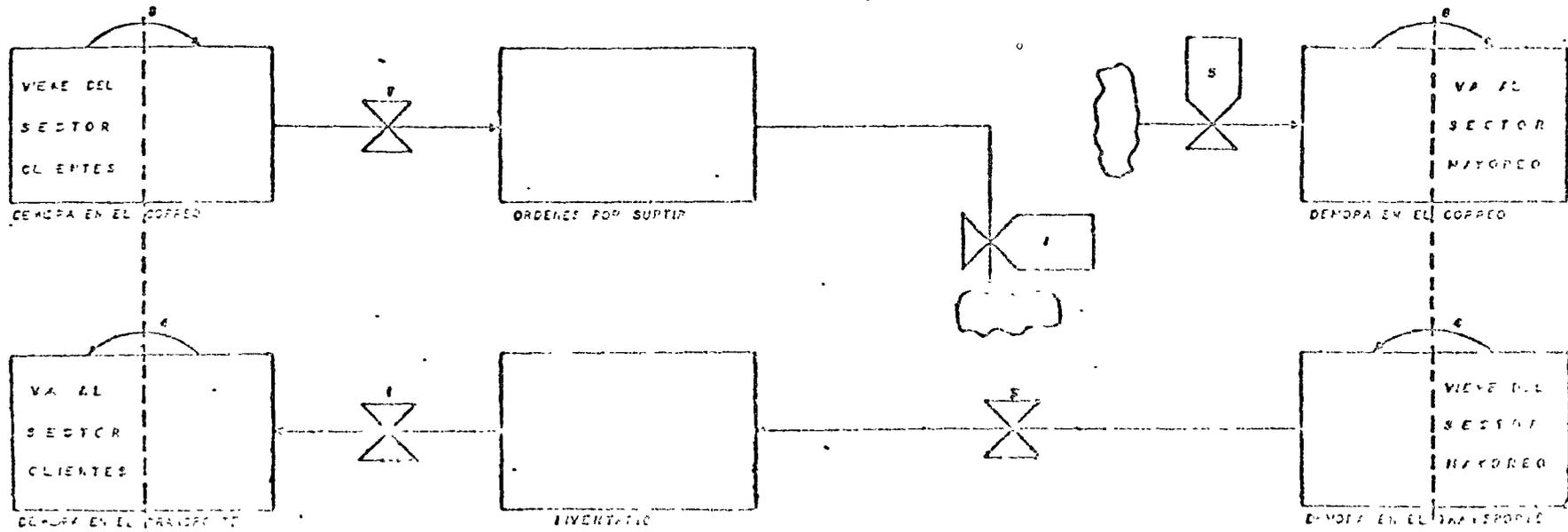


SIMULACION MANUAL DE UN PROBLEMA DE INVENTARIO

INSTRUCTIVO DE OPERACION

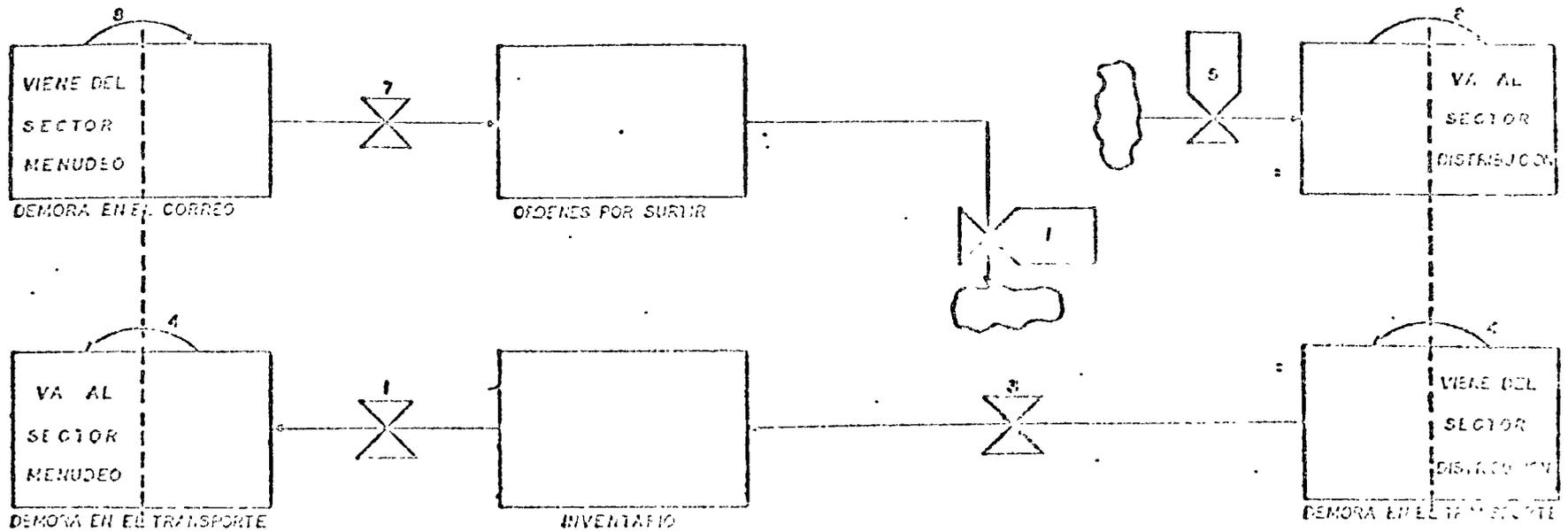
- 1.- Ver el número de ordenes por surtir
 - a) Surtir ordenes dependiendo del nivel de inventario
 - b) Ejecutar la orden de producción
- 2.- Registrar inventario y ordenes por surtir
- 3.- Termina demora en el transporte y se surte inventario
- 4.- Demora en transporte y en producción
- 5.- Ordenar al siguiente sector:
 - Cliente a menudeo
 - Menudeo a Mayoreo
 - Mayoreo a Fábrica
 - Fábrica a Producción
- 6.- Registrar la orden hecha en el punto anterior
- 7.- Termina demora de correo y en transmisión de orden de producción.
- 8.- Demora en correo y en transmisión de orden de producción.
- 9.- Ir al punto 1.

MENUDEO



- 2 REGISTRAR INVENTARIO Y ORDENES POR SUPTIR
- 3 REGISTRAR DEMANDA EN EL

MAYOREO

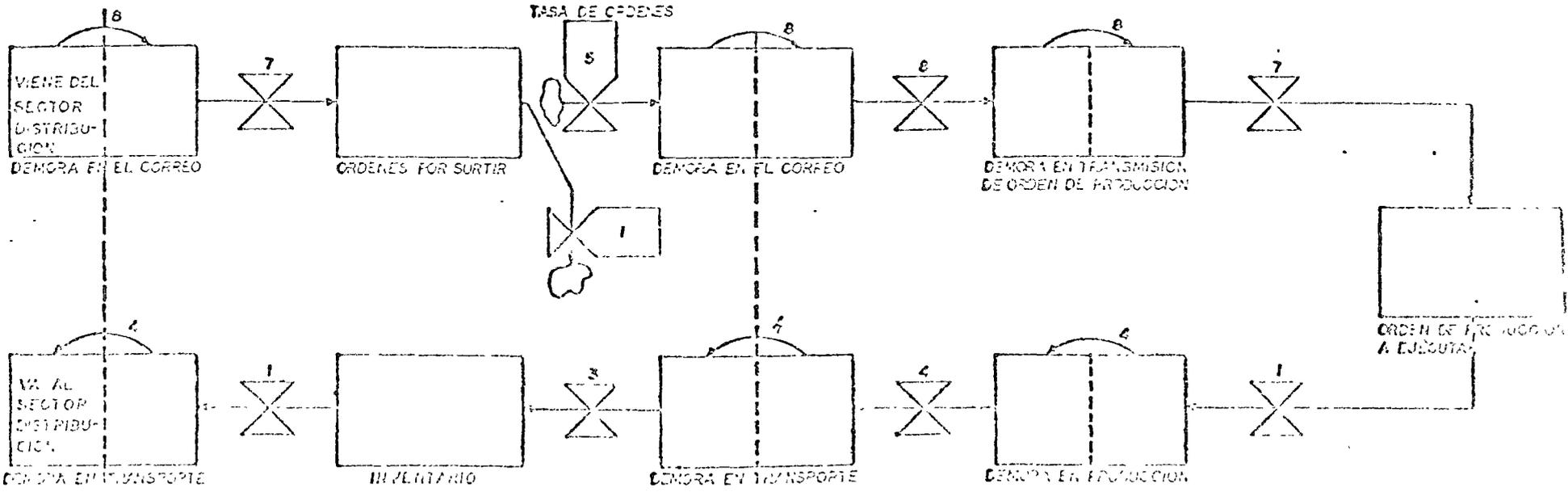


2 REGISTRAR INVENTARIO Y ORDENES POR SURTIR

6 REGISTRAR ORDEN HECHA EN 5

FABRICA

TASA DE ORDENES

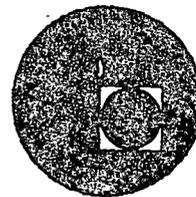


SEMANA	INVENTARIO	ORDENES POR SUPR	C. CERRADO
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

MODELOS DETERMINISTAS Y PROGRAMACION LINEAL

ING. FRANCISCO ESCUTIA NAVARRO

AGOSTO DE 1976.

1. The first step in the process of the
formation of a new species is the
isolation of a population from the
parent population.



La creciente demanda en el uso de métodos de optimización con modelos de Programación Lineal y Entera, hizo necesaria la creación de un procedimiento para utilizar el lenguaje MPSX en forma rápida y sencilla.

El siguiente instructivo tiene por objeto explicar el uso de los procedimientos para la optimización de modelos matemáticos de Programación Lineal, Entera y Mixta.

El procedimiento a que se ha hecho referencia, tiene el nombre de "OPTIMIZA" y es un programa que soporta las siguientes funciones:

MINIVACO

MAXIVACO

MINIVAEN

MAXIVAEN

MINIVACO es el subprograma que sirve para Minimizar modelos de Programación Lineal cuyas Variables sean Continuas.

MAXIVACO Maximiza modelos con Variables Continuas.

MINIVAEN Minimiza modelos de Programación Lineal con Variables continuas y Enteras (Programación entera mixta), enteras totalmente ó entera binaria.

MAXIVAEN Maximiza modelos de las mismas condiciones que MINIVAEN.

CODIFICACION DE DATOS

VARIABLES CONTINUAS

El juego de datos o sea la matriz de trabajo deberá darse de acuerdo con las siguientes tarjetas las cuales deberán procesarse en el orden y con los formatos siguientes:

a) Primera tarjeta:

columnas 1 a 4 NAME
 columnas 15 a 19 DATOS

b) Una tarjeta que indica el inicio de las ecuaciones e inecuaciones del modelo (renglones)

columnas 1 a 4 ROWS

c) Una tarjeta para la definición de la solución a la función objetivo

columnas 2 a 3 N
 columnas 5 a 9 FUNOB

d) Las siguientes tarjetas indican el nombre de las ecuaciones (restricciones y la relación de cada una de ellas con el término independiente).

columna 2 E si es igual

L si es menor o igual o simplemente menor que

G si es mayor que o mayor o igual

columnas 5 a 12 *Nombre del renglón o restricción, no debe empezar con X ni estar duplicado.

e) Una tarjeta que indica la sección de columnas

columnas 1 a 7 COLUMNS

f) A continuación se colocan las variables X_i en orden (por columnas) indicando a que ecuación pertenece y el valor de el coeficiente de dicha variable cada una de las columnas se indicará con cualquiera de los siguientes formatos:

uno, dando un solo valor por tarjeta y otro, dando dos valores.

columnas 5 a 12 *Nombre de la variable

columnas 15 a 22 * Nombre de la restricción a que pertenece esa variable (de preferencia, el renglón objetivo deberá ser el primero de la lista).

columnas 25 a 36 Deberá ir el valor de el coeficiente de esa variable el punto decimal podrá colocarse en cualquier posición dentro de ese campo dependiendo del orden de los valores de los coeficientes con los cuales está trabajando el usuario, el signo se pondrá cargado a la izquierda (si es positivo se omite) ejem:

```

      1.125
-    1.000000
1.0000000000
82367.2650

```

columnas 40 a 47 *Nombre de la otra restricción que contenga la --

* Estos nombres deberán ir cargados a la izquierda.

la tarjeta, columna 5 a 12

columnas 50 a 61 Valor del coeficiente de esta variable con las mismas consideraciones que el valor dado anteriormente.

g) Una tarjeta indicando el inicio del grupo de términos independientes
columnas 1 a 3 RHS

h) Tarjeta especificando los nombres, identificación y valor de los términos independientes.

columnas 5 a 11 TERINDE

columnas 15 a 22 *Nombre de la restricción a que pertenece ese término independiente.

columnas 25 a 36 Valor del término independiente con las mismas consideraciones que el valor dado en la sección de COLUMNS.

(Si el valor de algunos de los términos independientes es cero no deberá codificarse y la ausencia se tomará como cero).

i) Una tarjeta que indica el inicio de la sección de fronteras

columnas 1 a 6 BOUNDS

j) Se codifica un juego de dos tarjetas para cada variable para indicar los valores de los límites, uno superior y otro inferior.

columnas	2 a 3	LO ó UP para especificar el límite inferior o superior respectivamente.
columnas	5 a 12	FRONTERA
columnas	15 a 22	*Nombre de la variable
columnas	25 a 36	Valor mínimo ó máximo de la variable según sea el caso, se utilizarán las mismas consideraciones que para el valor explicado en la sección COLUMNS.

k) Tarjeta final que indica que terminó la matriz

columnas	1 a 6	ENDATA
----------	-------	--------

Variables contínuas y enteras (Mixta)

La variación de la codificación de problemas con variables enteras a la codificación de modelos con variables contínuas se encuentra únicamente en la sección COLUMNS.

a) Colocación de las variables contínuas de la misma forma descrita anteriormente.

b) Una tarjeta que indica el inicio de las variables enteras

columnas	5 a 11	ENTERAS
----------	--------	---------

columnas	15 a 22	'MARKER'
----------	---------	----------

columnas	40 a 47	'INTORG'
----------	---------	----------

c) Tarjetas que contienen los valores de las variables enteras

columnas	5 a 12	*Nombre de la variable
----------	--------	------------------------

columna	15 a 22	*Nombre de la restricción a que pertenece esa variable (el renglón objetivo deberá ser el primero de la lista, de preferencia)
columna	25 a 36	Deberá ir el valor del coeficiente de esa variable y deberá ser un número entero.
columnas	40 a 47	*Nombre de otra restricción que contenga a la variable que se codificó al principio de la tarjeta.
columnas	50 a 61	Valor del coeficiente de esa variable.

d).- Una tarjeta que indica el final de la sección de variables enteras

columnas	5 a 11	ENTERAS
Columnas	15 a 22	'MARKER'
columnas	40 a 47	'INTEND'

Cuando se utilice este tipo de programación la sección de fronteras será obligatoria para las variables enteras.

Restricciones: sólo se podrá codificar un máximo de 4095 variables enteras y las fronteras no deberán sobrepasar el valor de - 32767 para la inferior y 32767 para la superior.

Variables enteras únicamente:

Cuando todas las variables sean enteras la tarjeta que indica el inicio de

Las variables enteras deberán ir inmediatamente después de la tarjeta que dice COLUMNS y la que indica el final, al final de la sección.

Variables enteras con Programación Entera Binaria

a).- La sección BOUND deberá ir de la siguiente manera

columnas	2 a 3	UP
columnas	3 a 12	FRONTERA
columnas	15 a 22	*Nombre de la variable
columnas	27 a 29	1.0

Todas las variables enteras deberán aparecer en esta sección.

CODIFICACION DE PARAMETROS

La primera tarjeta de un trabajo contiene parámetros que controlan la impresión del reporte.

COL	4	1	Los datos contienen información de fronteras (BOUNDS)
		0	El problema no tiene fronteras
COL	8	1	Imprime la opción de picture
		0	No imprime la opción de picture
COL	12	1	Imprime la opción de BCDOUT
		0	No imprime la opción de BCDOUT
COL	16	1	Imprime la opción de rangos (Range)
		0	No imprime la opción de rangos (Range)

La organización de las tarjetas de control será la siguiente:

//P28 clave JØB (Parámetros de JØB control de Hasp)

//PASØA EXEC ØPTIMIZA, TIPØ= XXXXXXXX

//MPSEXEC. FT04F001 DD *

PARAMETROS

/*

//MPSEXEC. SYSIN DD *

NAME DATOS

ENDATA

/*

En el tipo se pondrá el nombre del subprograma que desee según las necesidades del usuario. Si se omite toma TIPØ = MINIVACØ

SALIDAS DE LOS SUBPROGRAMAS

MAXIVACO Y MINIVACO darán los siguientes listados :

a) Encabezado	CONVERT
Subencabezado	SUMMARY

Este Listado contiene la revisión de la matriz indicando los errores tales como:

- . Duplicidad de Tarjetas
- . Nombre de la sección fuera de orden

- . Nombres de sección mal codificados
- . elementos mal codificados (fuera de los campos)

Este tipo de errores serán considerados como errores mayores y no se ejecutará el procedimiento por lo que se deberá proceder a corregirlos.

El procedimiento considera también errores menores como:

- Frontera inferior y superior iguales
- Variables que no tengan ninguna relación (las ignora)

Cuando solamente haya errores menores, el procedimiento se ejecutará - pero siempre es conveniente corregirlos aunque muchos de este tipo de errores es probable que no afecten al resultado.

En cada caso se tendrán mensajes indicando donde se encuentra el error.

b) . - Encabezado: SETUP

Esta lista contiene datos estadísticos del sistema como son la inicialización de los dispositivos ó áreas de trabajo del sistema, opción que se eligió (maximizar o minimizar), sección de fronteras, datos sobre los nombres de la matriz, etc.

c) . - Encabezado: BCDOUT

Este listado dará una copia del modelo tal como fué dado en tarjetas, desde la tarjeta de NAME DATOS hasta la de ENDATA.

d) .- Encabezado : PICTURE

Con los datos dados , este procedimiento estructura la matriz en forma -
gráfica. El listado dará una representación del modelo que servirá para -
chechar los elementos , contiene además una tabla con las equivalencias
de los valores representados en la matriz y el número de elementos com-
prendidos entre los rangos de valores que aquí se señalan.

e) .- Encabezado: OPTIMIZE

Dará un listado de los procedimientos de optimización usados para resol-
ver el problema. Este procedimiento llama automáticamente a los procedi-
mientos:

(CRASH, DUAL y PRIMAL. Los dos primeros únicamente si el modelo los
necesita.

En estos listados obtendremos el número de iteraciones que hubo para lle-
gar hasta una solución óptima si es que esta existía.

También se obtendrán los siguientes mensajes:

INFEASIBLE SOLUTION	No hay solución factible , en cuyo caso se pro- cederá a revisar el modelo.
FEASIBLE SOLUTION	Hay solución factible pero no óptima
OPTIMAL SOLUTION	El procedimiento encontró solución óptima.

f) Encabezado SOLUTION (XXXXXXXXXX)

Este listado nos dará el análisis de la solución. En la primera hoja se tendrá el valor de la función objetivo y el tipo de solución (aparecerá en el paréntesis). Los tipos de solución serán mensajes como los anteriormente explicados.

En las hojas siguientes se obtendrán los valores de los renglones y los valores de las variables que tiene el modelo en el momento de la última solución encontrada que podrá ser una solución no factible, una factible o una óptima, según lo que se haya obtenido.

Cuando se obtenga una solución no factible el listado nos dirá en la sección de renglones, en el encabezado AT, por medio de dos asteriscos, la restricción que no es factible y por la cual el modelo no funciona.

g) Encabezado: RANGES

Este listado está formado por cuatro secciones, dos para renglones y dos para columnas con los elementos del modelo y un análisis de los rangos de sensibilidad de los mismos.

h) Encabezado: EXIT

Será la hoja que indique el fin del programa.

Cuando la optimización termine con un resultado no factible, saldrá un listado cuyo encabezado será: STATUS y estará compuesto de 4 hojas e inmediatamente después aparecerán los listados de SOLUTION y finalmente el de EXIT.

TARJETAS DE CONTROL

V/MPSEX | JOB | (Parámetro, Nro), NOMBRE, CLAS = ^B 9

V/PASDA EXEC OPTIMIZA, TIPO=MINIVAC

V/PASDA EXEC OPTIMIZA, TIPO=MAXIVAC

V/PASDA EXEC OPTIMIZA, TIPO=MINIVAC

V/PASDA EXEC OPTIMIZA, TIPO=MAXIVAC

V/MPSEX EXEC FIDUCIA DD 8

TARJETAS DE PARAMETROS DE CONTROL

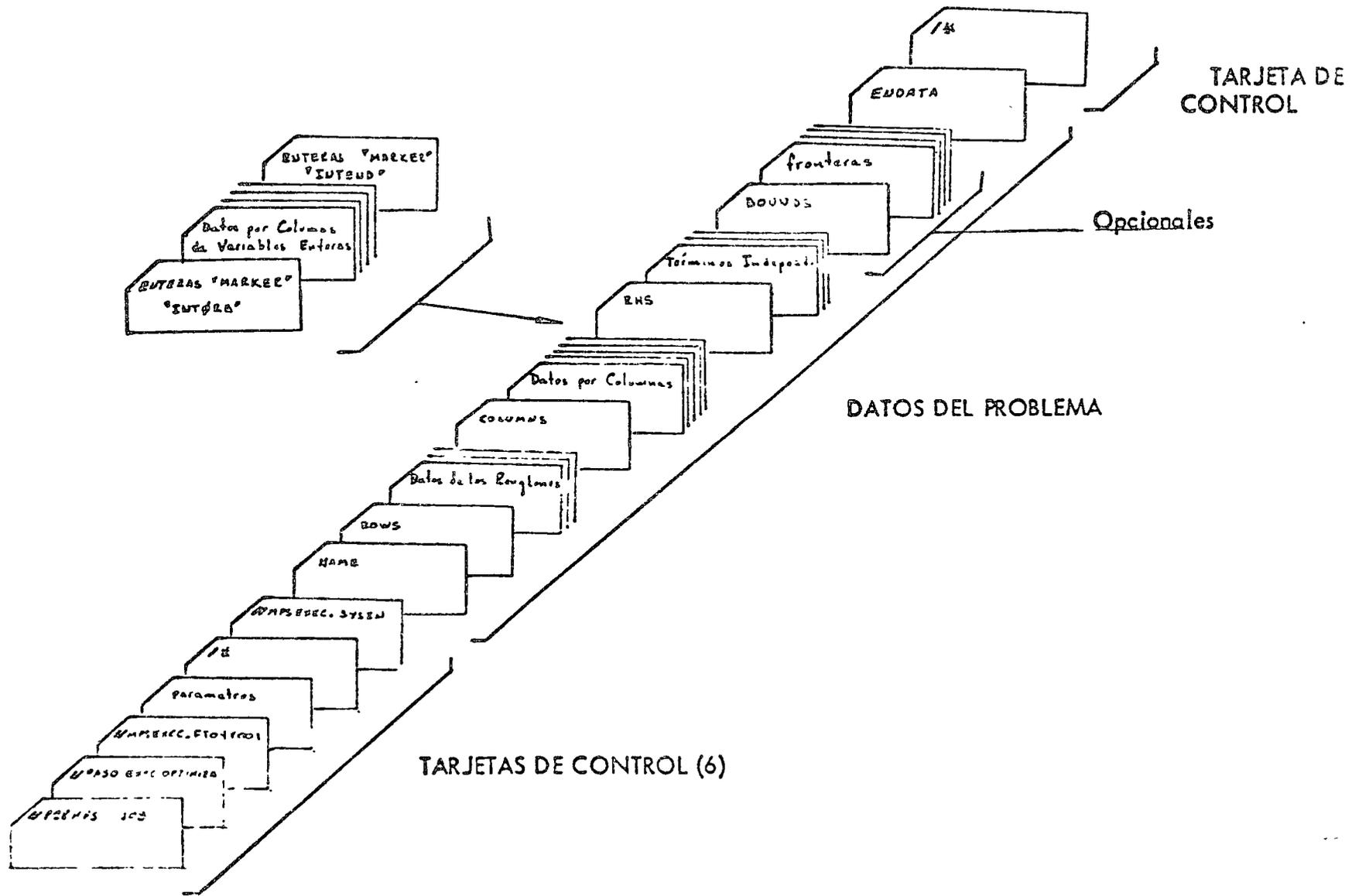
V/

V/MPSEX EXEC | SYSTEM | DD 8

DATOS MPSEX

V/

OBSERVACIONES Para un Proceso debera seleccionarse una sola tarjeta del Paso A



DIRECCION GENERAL DE INGENIERIA DE SISTEMAS
SERVICIO DE COMPUTACION
INSTRUCTIVO DE OPERACION

17.

OPTIMIZA

NOMBRE DEL PROGRAMA

UTILITY

No. DEL PROGRAMA

MPSX

NOMBRE DEL SISTEMA

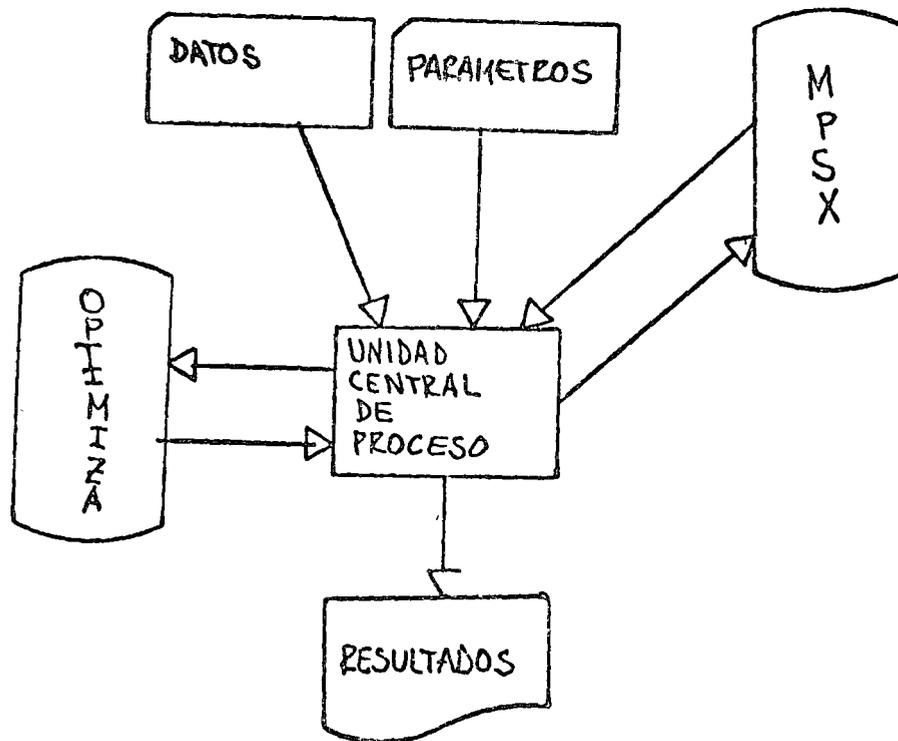
MPSX

LENGUAJE

120 K

LONGITUD EN BYTES

DIAGRAMA DE SISTEMA



MINIMIZA VARIABLES CONTINUAS

TIPO=MINIVACO

CONVERT DATCS TO VACCHINI

STIME--0--0.00

SUMMARY

1- ROWS SECTION.

0 MINCR ERROR(S) - 0 MAJCR ERROR(S).

2- COLUMNS SECTION.

0 MINCR ERROR(S) - 0 MAJCR ERROR(S).

3- RHS'S SECTION.

TERINCE

0 MINCR ERROR(S) - 0 MAJCR ERROR(S).

5- BOUNDS SECTION.

FRONTERA

0 MINCR ERROR(S) - 0 MAJCR ERROR(S).

EXECUTOR. MPSX RELEASE 1

PAGE 2 - 72/266

NUMBER OF ELEMENTS BY COLUMN ORDER

0 AX15 AX25 AX33 AX49

EXECUTOR. MFSX RELEASE I

PAGE 3 - 72/266

NUMBER OF ELEMENTS BY ROW ORDER, EXCLUDING RHS'S, INCLUDING SLACK ELEMENT

I N-FUNDR5 L RESTRI1.....5 L RESTRI2.....5 G RESTRI3.....5 G RESTRI4.....5

PROBLEM STATISTICS - 5 ROWS, 9 VARIABLES, 25 ELEMENTS, DENSITY = 55.55

THESE STATISTICS INCLUDE ONE SLACK VARIABLE FOR EACH ROW.

0 MINOR ERRORS, 0 MAJOR ERRORS.

SETUP VACMINI

TIME = 0.00

BOUND = FRCATEPA
SCALE

MATRIX1 ASSIGNED TO MATRIX1
MATRIX2 ASSIGNED TO MATRIX2

ETA1 ASSIGNED TO ETA1

SCRATCH1 ASSIGNED TO SCRATCH1
SCRATCH2 ASSIGNED TO SCRATCH2

MAXIMUM PRICING NOT REQUIRED - MAXIMUM POSSIBLE 7

NO CYCLING

	PCCLS	NUMBER	SIZE	CORE
M. REG-BIT MAP				34
BOUND VECTOR				64
WORK REGIONS	9		64	576
MATRIX BUFFERS	3		160	480
ETA BUFFERS	3		1368	4104

ROWS (LOG.VAR.)	TOTAL	NORMAL	FREE	FIXED	BOUND	DEC
COLUMNS (STR.VAR.)	4	4	0	0	0	0

25 ELEMENTS - DENSITY = 55.55 - 4 MATRIX RECORDS (WITHOUT RHS'S)

BOCOUT - USING VACMINI

TIME = 0.00

NAME	ROWS	COLS	FUNCR	RESTRI	RESTRI	RESTRI	RESTRI
AX1	1	1	FUNCR	RESTRI01	2.00000	RESTRI01	1.00000
AX1	1	1	RESTRI02	RESTRI02	3.00000	RESTRI03	4.00000
AX1	1	1	RESTRI04	RESTRI04	2.00000		
AX2	1	1	FUNCR	RESTRI01	1.00000	RESTRI01	1.00000
AX2	1	1	RESTRI02	RESTRI02	2.00000	RESTRI03	1.00000
AX2	1	1	RESTRI04	RESTRI04	3.00000		
AX3	1	1	FUNCR	RESTRI01	3.00000	RESTRI01	2.00000
AX3	1	1	RESTRI07	RESTRI03	1.00000	RESTRI03	1.00000
AX3	1	1	RESTRI04	RESTRI04	2.00000		
AX4	1	1	FUNCR	RESTRI01	2.00000	RESTRI01	1.00000
AX4	1	1	RESTRI02	RESTRI03	1.00000	RESTRI03	1.00000
AX4	1	1	RESTRI04	RESTRI04	3.00000		
RHS			TER INCF	RESTRI01	20.00000	RESTRI02	12.00000
			TER INDE	RESTRI03	10.00000	RESTRI04	6.00000
BOUND			FRONTERA	AX1	.		
LC			FRONTERA	AX2	.		
LC			FRONTERA	AX3	.		
LC			FRONTERA	AX4	.		
LO			FRONTERA		.		
EXCATA					.		

$$\text{MIN } Z = 2X_1 - X_2 + 3X_3 - 2X_4$$

$$X_1 + X_2 - 2X_3 - X_4 \leq 20$$

$$3X_1 - 2X_2 - X_3 - X_4 \leq 12$$

$$-4X_1 + X_2 + X_3 - X_4 \geq 10$$

$$2X_1 + 3X_2 + 2X_3 - 3X_4 \geq 6$$

EXECUTOR. MPSX RELEASE 1

PAGE 6 - 72/266

PICTURE - USING VACMINI

TIME = 0.01

LOWER BOUND
UPPER BOUND

1. 1

INDEX
A A A A
X X X X
1 2 3 4

FLA08	N	A-1	A-A
RESTRIC101	L	1-1	-A-1 B
RESTRIC102	L	A-A	-1-1 B
RESTRIC103	C	A-1	1-1 A
RESTRIC104	G	A-A	A-A A

EXECUTOR. MPSX RELEASE 1
 SUMMARY OF MATRIX

SYMBOL	RANGE	COUNT (INCL.RHS)
Z	LESS THAN .000001	
Y	.000001 THRU .000009	
X	.000010 .000099	
W	.000100 .000999	
V	.001000 .009999	
U	.010000 .099999	
T	.100000 .999999	
I	1.000000 1.000000	9
A	1.000001 10.000000	13
B	10.000001 100.000000	2
C	100.000001 1,000.000000	
D	1,000.000001 10,000.000000	
E	10,000.000001 100,000.000000	
F	100,000.000001 1,000,000.000000	
G	GREATER THAN 1,000,000.000000	

MINIMUM = .100000E+01 MAXIMUM = .200000E+02

WRITE

TIME = .0.01

OPTIMIZE SYSTEM: MACRO CALLED

CRASH TIME 0.01 MINS.

INVERT CALLED	TIME	0.01	CURRENT INVERSE	---	ETA-VECTORS2	ELEMENTS2	RECORDS1	ITERATION0	
BASIS	---	NO. OF ROWS5	LOGICALS5	STRUCTURALSC	ELEMENTS5	RECORDS1	TIME TAKEN	0.000
INVERSE	---	NUCLEUS0	TRANSFORMED0	ETA-VECTORS2	ELEMENTS2	RECORDS1		

CRASH TIME 0.01 MINS.

INFEASIBILITIES 2 AT START
2 AFTER PASS

INVERT CALLED	TIME	0.01	CURRENT INVERSE	---	ETA-VECTORS2	ELEMENTS2	RECORDS1	ITERATION0	
BASIS	---	NO. OF ROWS5	LOGICALS5	STRUCTURALSC	ELEMENTS5	RECORDS1	TIME TAKEN	0.000
INVERSE	---	NUCLEUS0	TRANSFORMED0	ETA-VECTORS2	ELEMENTS2	RECORDS1		

0 AFTER PASS B
FEASIBLE

NEGCJ

TIME = 0.01 MINS.

PRIMAL OBJ = FUNOB RMS = TE*INCE

TIME = 0.01 MINS. PRICING 7

SCALE = 1.0000

ITER	NUMBER	VECTOR	VECTOR	REDUCED	FUNCTION
NUMBER	NONOPT	OUT	IN	CCST	VALUE
2	1	5	7	1.58561-	10.9000

OPTIMAL SOLUTION.

SOLUTION (OPTIMAL)

TIME = 0.01 MINS. ITERATION NUMBER = 2

...NAME...	...ACTIVITY...	DEFINED AS
FUNCTIONAL RESTRAINTS BOUNDS....	18.80000	FUNCB TERINDE FRONTERA

SECTION 1 - RGWS

NUMBER	...ROW...	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	..DUAL ACTIVITY
1	FUNGE	BS	12.80000	12.80000-	NCNE	NCNE	1.00000
2	RESTRIC1	BS	11.60000-	11.60000	NCNE	20.00000	.
3	RESTRIC2	BS	12.80000-	24.80000	NCNE	12.00000	.
4	RESTRIC3	LL	10.00000	.	10.00000	NCNE	1.40000-
5	RESTRIC4	LL	6.00000	.	6.00000	NCNE	.80000-

SECTION 2 - COLUMNS

NUMBER	COLUMN.	AT	...ACTIVITY...	..INPUT COST..	..LOWER LIMIT.	..UPPER LIMIT.	..REDUCED COST.
6	AX1	LL		2.00000			
7	AX2	BS	2.80000	1.00000-	:	NCNE	6.00000
8	AX3	BS	7.20000	3.00000	:	NCNE	.
9	AX4	LL		2.00000-	:	NCNE	1.80000

SOLUCION :

$$X_1 = 0$$

$$X_2 = 2.8$$

$$X_3 = 7.2$$

$$X_4 = 0$$

MIN Z = 18.8

RANGE
TIME = 0.01 MINS. ITERATION NUMBER = 2

...NAME...	...ACTIVITY...	DEFINED AS
FUNCTIONAL RESTRAINTS BOUNDS....	18.80CCO	FLNOB TERINDE FRCTERA

SECTION 1 - ROWS AT LIMIT LEVEL

NUMBER	...ROW...	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT: %UPPER LIMIT:	LOWER ACTIVITY UPPER ACTIVITY	...UNIT COST.. ...UNIT COST..	..UPPER COST.. ..LOWER COST..	LIMITING PROCESS.	AT AT
4	RESTRI03	LL	10.00000		10.00000 NONE	3.00000 INFINITY	1.40000- 1.40000		AX2 NONE	LL LL
9	RESTRI04	LL	6.00000		6.00000 NONE	29.99999- 20.00000	.80000- .80000		AX3 AX2	LL LL

SECTION 2 - COLUMNS AT LIMIT LEVEL

NUMBER	COLUMN	AT	ACTIVITY	INPUT COST	LOWER LIMIT	UPPER LIMIT	LOWER ACTIVITY	UPPER ACTIVITY	UNIT COST	LOWER COST	UPPER COST	LIMITING PROCESS	AT
6	AX1	LL	o	2.00000	o	NONE	1.40000-	INFINITY	6.00000-	6.00000-	INFINITY	AX2	LL
9	AX4	LL	o	2.00000-	o	NCNE	6.00000-	13.99999	1.80000-	1.80000-	INFINITY	AX3 AX2	LL LL

SECTION 3 - ROWS AT INTERMEDIATE LEVEL

NUMBER	...ROW..	AT	...ACTIVITY...	SLACK ACTIVITY	..LOWER LIMIT:	LOWER ACTIVITY	...UNIT COST..	..UPPER COST..	LIMITING
					..UPPER LIMIT:	UPPER ACTIVITY	...UNIT COST..	..LOWER COST..	PROCESS.
2	RESTRI01	BS	11.60000-	31.59999	NONE	41.59996-	50000		AX4
					20.00000	11.60000-	INFINITY		NONE
3	RESTRI02	BS	12.80000-	24.79999	NONE	INFINITY-	1.00000		RESTRI03
					12.00000	10.00000-	4.00000		RESTRI04

SECTION 4 - COLUMNS AT INTERMEDIATE LEVEL

NUMBER	COLUMN	AT	ACTIVITY	INPUT COST	LOWER LIMIT	UPPER LIMIT	LOWER ACTIVITY	UPPER ACTIVITY	UNIT COST	LOWER COST	UPPER COST	LIMITING PROCESS
7	AX2	BS	2.80000	1.00000-	NONE	NONE	21.99998-	INFINITY	4.00000	3.00000	3.00000	RESTRI04 AX1
8	AX3	BS	7.19999	3.00000	NONE	NONE	7.19999	23.59998	INFINITY	1.50000	INFINITY	AX4 NONE

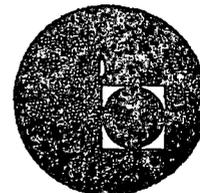
EXECUTOR. MPMR, RELEASE 1

PAGE 17 - 72/266

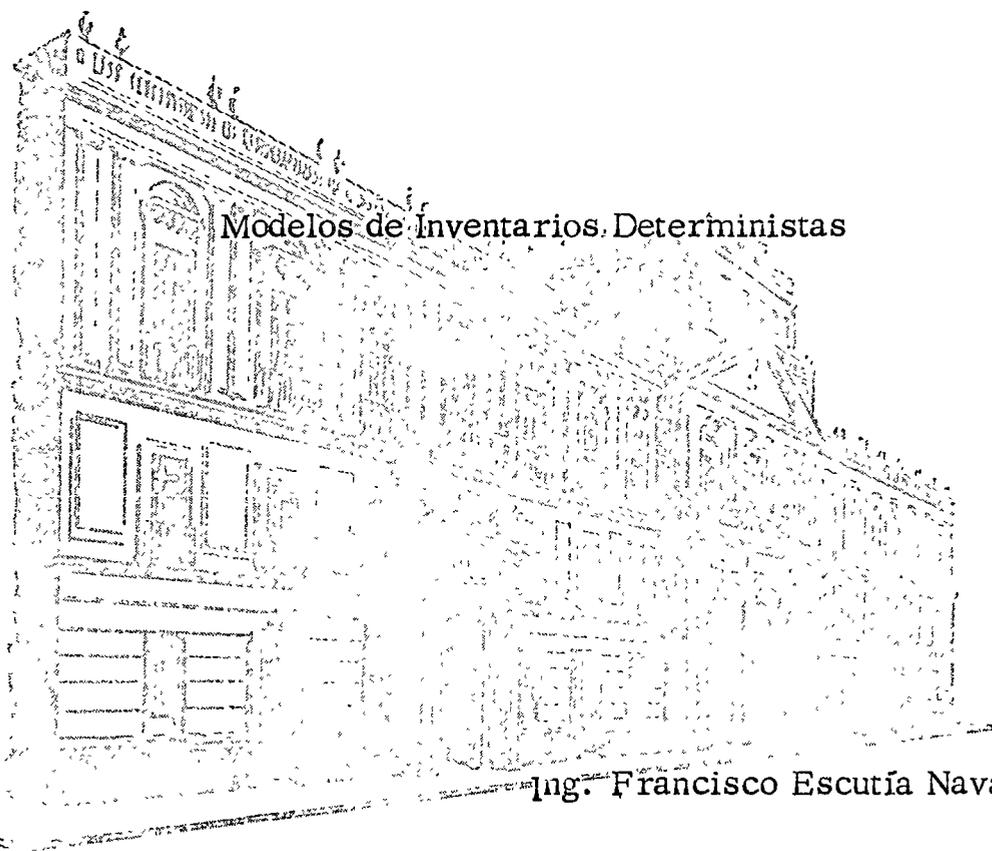
EXIT - TIME = 6.01



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS



Ing. Francisco Escutía Navarro

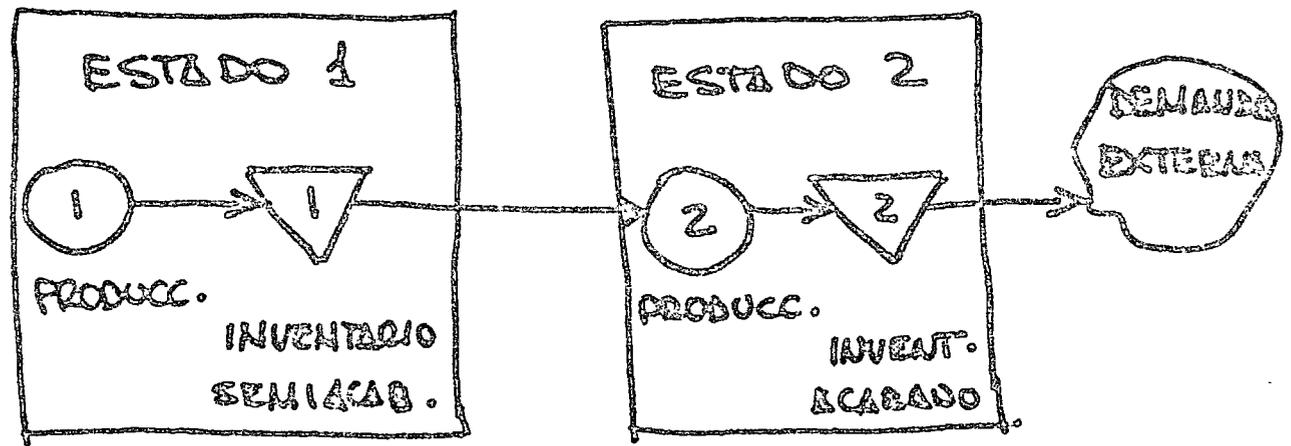


Суднопроектное бюро
адрес: ...
№ ...



A) MODELOS DE ESTADOS MULTIPLES. (1 PRODUCTO 2 ESTADOS)

OBJETIVO: DETERMINAR EL TIEMPO REGULAR Y EXTRAORDINARIO A EMPLEAR EN CADA ESTADO Y EN CADA PERIODO DE MODO QUE SE CUMPLA LA DEMANDA EXTERNA.



SISTEMA PRODUCCION-INVENTARIO
DOS ESTADOS EN SERIE

1. CARACTERÍSTICAS

- EL PRIMER ESTADO PRODUCE Y ALMACENA PRODUCTO SEMIELABORADO
- EL SEGUNDO ESTADO PRODUCE Y ALMACENA PRODUCTO TERMINADO PARA SATISFACER UNA DEMANDA EXTERNA.
- CADA ESTADO PUEDE USAR TIEMPO EXTRA PARA INCREMENTAR SU CAPACIDAD DE PRODUCCION Y SATISFACER VARIACIONES DE LA DEMANDA
- EL USO DE TIEMPO ADICIONAL INCREMENTA EL COSTO

2. DEFINICION DE VARIABLES Y PARAMETROS

X_{it} = PRODUCCION EN TIEMPO REGULAR EN EL ESTADO i PERIODO t

i = ESTADOS ($i = 1, 2$)

t = PERIODOS ($t = 1, 2 \dots T$)

Y_{it} = PRODUCCION EN TIEMPO EXTRA EN EL ESTADO i PERIODO t

I_{it} = INVENTARIO EN EL PERIODO t EN EL ESTADO i

P_{it} = CAPACIDAD DE TIEMPO REGULAR DE PRODUCCION ESTADO i PERIODO t

P'_{it} = CAPACIDAD DE TIEMPO EXTRA DE PRODUCCION ESTADO i PERIODO t

C_{it} = COSTO UNITARIO VARIABLE DE EN TIEMPO REGULAR ESTADO i PERIODO t

C'_{it} = COSTO UNITARIO VARIABLE DE PROD. EN TPO. EXTRA ESTADO i PERIODO t

h_{it} = COSTO DE MANTENER EN INVENTARIO UNA UNIDAD DEL PERIODO t A $t+1$ EN i

Z = COSTO TOTAL DE PRODUCCION E INVENTARIO EN EL HORIZONTE DE PLANEACION

D_{it} = DEMANDA DE PRODUCTO TERMINADO EN EL PERIODO t

3. ESTRUCTURA MATEMÁTICA DEL MODELO

- FUNCION OBJETIVO: MINIMIZAR LOS COSTOS POR TIEMPO REGULAR
TIEMPO EXTRA Y INVENTARIOS

$$\text{MIN } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^2 [C_{it} X_{it} + C'_{it} Y_{it} + h_{it} I_{it}]$$

RESTRICCIONES:

FOR BALANCEO DE INVENTARIO DE LA ETAPA 1 A LA ETAPA 2 EN EL PERIODO t

$$I_{1t} = I_{1,t-1} + X_{1t} + Y_{1t} - X_{2t} - Y_{2t}$$

FOR BALANCEO DE INVENTARIO DE LA ETAPA 2 A DEMANDA EXTERNA PERIODO t

$$I_{2t} = I_{2,t-1} + X_{2t} + Y_{2t} - D_t$$

FOR CAPACIDAD DE TIEMPO DISPONIBLE REGULAR Y EXTRA

$$X_{it} \leq P_{it}$$

$$X'_{it} \leq P'_{it}$$

DE FACTIBILIDAD $X_{it} \geq 0, Y_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0$

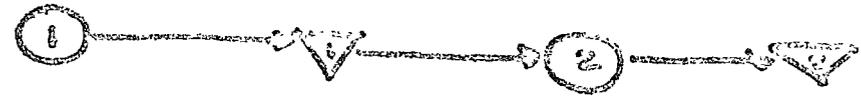


4. POSIBILIDADES DE GENERALIZACION DEL MODELO

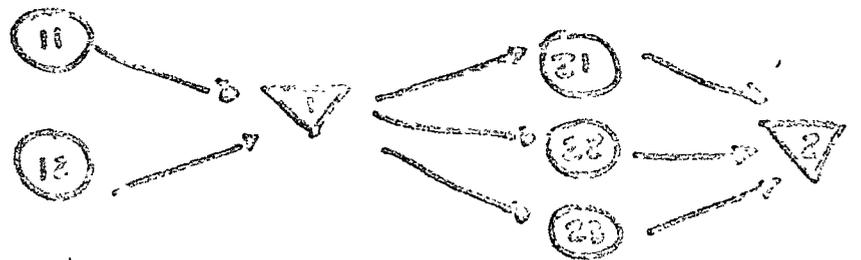
- MAS DE DOS ESTADOS EN SERIE
- MAS DE UN PRODUCTO SEMIELABORADO Y MAS DE UNO TERMINADO
- MAS DE DOS ESTADOS NO NECESARIAMENTE EN SERIE
- MAS DE UNA RESTRICCIÓN DE RECURSOS EN CADA ESTADO
- PROCESOS ALTERNATIVOS DE PRODUCCION EN CADA ESTADO
- ACUMULACION EN EL INVENTARIO DE PRODUCTOS FINALES
- INCLUSION DE LAS OPERACIONES DE EMBARQUE Y DISTRIBUCION
- DECISIONES DE MEZCLA EN EL CASO DE VARIOS PRODUCTOS
- ESTRUCTURA NO LINEAL DE COSTOS EN LA FUNCION OBJETIVO

MODELO DE PLANEACION DE ESTADOS MULTIPLES

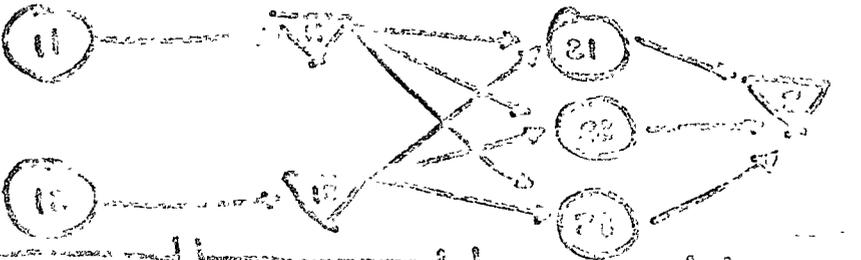
OBJETIVO : INCLUIR ECUACIONES QUE BALANCEEN LA EXISTENCIA DE MATERIALES EN CADA PUNTO DE INVENTARIO



RECURSOS EN SERIE



RECURSOS EN PARALELO
INVENTARIOS COMUNES



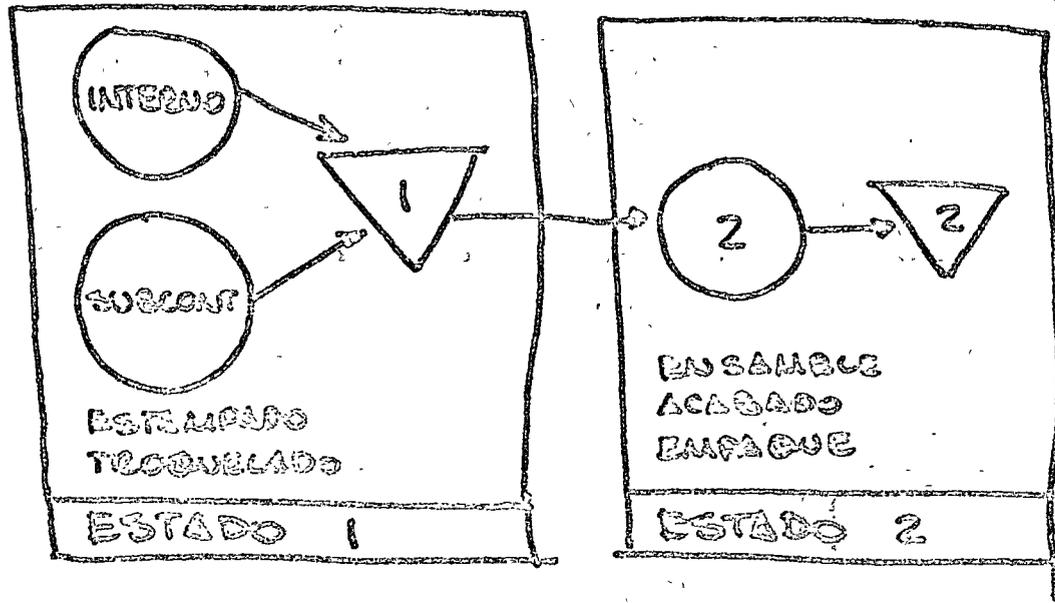
RECURSOS EN PARALELO
INVENTARIOS SEPARADOS
CANTES LEVADOS.

RECURSOS EN SERIE INVENTARIO SEPARADO

OTRO CONFIGURACIONAL CON UN RECURSO EN SERIE Y UN RECURSO EN PARALELO

*. REPLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1. CARACTERISTICAS



DOS ESTADOS
CUATRO PRODUCTOS

2. DEFINICION DE NUEVAS VARIABLES Y PARAMETROS

W_i = CANTIDAD DEL PRODUCTO i ESTAMPADO Y TROQUELADO INTERNAMENTE

X_i = CANTIDAD DEL PRODUCTO i ESTAMPADO Y TROQUELADO POR SUBCONTR.

Y_{ij} = CANTIDAD DEL PRODUCTO i PRODUCIDO CON EL PROCESO j EN LOS ETAPAS DE ENSAMBLAJE, ACABADO Y EMPAQUE.

j = PROCESO

$j=1$: INCLUYE SOLO LA PRODUCCION EN TIEMPO REGULAR

$j=2$: INCLUYE SOLO LA PRODUCCION EN TIEMPO EXTRA

Q_i = COSTO DE ESTAMPADO Y TROQUELADO DE i INTERNAMENTE (CON MATERIAL)

D_i = COSTO DE ESTAMPADO Y TROQUELADO DE i POR EL SUBCONTR.

C_{ij} = COSTO DE PRODUCIR i EN EL ESTADO 2 CON EL PROCESO j

3. FUNCION OBJETIVO A OPTIMIZAR

$$\text{MIN } Z = \sum_{i=1}^4 (a_i W_i + b_i X_i + c_{i1} Y_{i1} + c_{i2} Y_{i2})$$

4. RESTRICCIONES.

A. ESTADO 1. (CAPACIDAD)

- ESTAMPADO $.03 W_1 + .15 W_2 + .05 W_3 + .10 W_4 \leq 400$
- TROQUELADO $.06 W_1 + .12 W_3 + .10 W_4 \leq 100$
- MATERIAL $2.0 W_1 + 1.2 W_4 \leq 2000$

B. ESTADO 2. (CAPACIDAD)

- ENSAMBLE $\sum_{j=1}^2 (.05 Y_{1j} + .10 Y_{2j} + .05 Y_{3j} + .12 Y_{4j}) \leq 500$
- ACABADO $(.04 Y_{11} + .20 Y_{21} + .03 Y_{31} + .12 Y_{41}) \leq 450$ (NORMAL)
- $(.04 Y_{12} + .20 Y_{22} + .03 Y_{32} + .12 Y_{42}) \leq 100$ (EXTERIOR)
- BILFACIOS $\sum_{j=1}^2 (.03 Y_{1j} + .06 Y_{2j} + .03 Y_{3j} + .05 Y_{4j}) \leq 400$

C. ECUACIONES DE BALANCE DE INVENTARIOS

- ESTADO 1 $W_i + X_i = Y_{i1} + Y_{i2} \quad i=1, 2, 3, 4$
- ESTADO 2 $Y_{11} + Y_{12} = 5000$
- $Y_{21} + Y_{22} = 1500$
- $Y_{31} + Y_{32} = 1000$
- $Y_{41} + Y_{42} = 0$

5. ANALISIS DE RESULTADOS

LOS RESULTADOS SON SEMEJANTES A LOS DEL MODELO PARA LA SELECCION DE PROCESOS OPTIMOS.

6. VENTAJAS :

NO ES NECESARIO IDENTIFICAR TODAS LAS POSIBLES COMBINACIONES DE RECURSOS

EL MODELO DE ESTADOS MULTIPLES ES FACIL DE MODIFICAR AL HABER CAMBIOS EN COSTOS, PROGRAMA DE PRODUCCION O CAMBIOS DE PROCESO

5) ESTRUCTURA DEL MODELO MATEMATICO

- FUNCION OBJETIVO: MINIMIZAR EL COSTO DE PRODUCCION
E INVENTARIO

$$\text{MIN } Z = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^M \left[\sum_{j=1}^{J_i} C_{ijt} X_{ijt} + h_{it} I_{it} \right]$$

- RESTRICCIONES:

POR BALANCEO DE INVENTARIOS EN LOS ESTADOS INTERMEDIOS

$$I_{it} = I_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{J_i} X_{ijt} - \sum_{j=1}^{J_{i-1}} X_{it,j,t} \quad \forall i, \forall t$$

POR BALANCEO DE INVENTARIOS EN EL ESTADO FINAL A DEMANDA

$$I_{Mt} = I_{M,t-1} + \sum_{j=1}^{J_M} X_{Mjt} - D_t \quad \forall t$$

POR DISPONIBILIDAD DE RECURSOS

$$X_{ijt} \leq P_{ijt} \quad \forall i, \forall j, \forall t$$

POR FACTIBILIDAD

$$X_{ijt} \geq 0$$

$$I_{it} \geq 0$$

$$\forall i, \forall j, \forall t$$

7 MODELO CON DOS ESTADOS EN SERIE MULTIPLICIDAD DE PRODUCTOS Y MULTIPLICIDAD DE PROCEDIMIENTOS

I. CARACTERISTICAS

- EN EL ESTADO 1 SE PRODUCEN M_1 SUBPRODUCTOS A SER EMPLEADOS EN M_2 PRODUCTOS FINALES MANUFACTURADOS EN EL ESTADO 2.
- LA DEMANDA DE PRODUCTO ESTÁ PREVIAMENTE DETERMINADA Y DEBE SER SATISFECHA
- CADA ESTADO CUENTA CON CIERTOS RECURSOS:
 - TIEMPO DE MAQUINA
 - NOTAS HOMBRE
 - MATERIALES
 - SUBCONTRATISTAS
 - ⋮
- EL OBJETIVO ES MINIMIZAR EL COSTO DE PRODUCCION E INVENTARIO RESPECTANDO LAS RESTRICCIONES DE RECURSOS EN CADA ESTADO.

2. VARIABLES Y PARAMETROS

(3)

COND.

X'_{ijt} = CANTIDAD DE UNIDADES DEL PRODUCTO SEMIELABORADO i EN EL PROCESO j EN EL ESTADO 1, PERIODO t .

Y'_{pqt} = CANTIDAD DE UNIDADES DEL PRODUCTO FINAL p EN EL PROCESO q EN EL ESTADO 2, PERIODO t .

i = PRODUCTO SEMIELABORADO ($i = 1, 2 \dots n_1$)

p = PRODUCTO FINAL ($p = 1, 2 \dots n_2$)

j = PROCESOS PARA PRODUCTOS SEMIELABORADOS EN EDO 1. ($j = 1, 2 \dots j_1$)

q = PROCESOS PARA PRODUCTOS FINALES EN EDO 2. ($q = 1, 2 \dots q_2$)

D_{pt} = DEMANDA DEL PRODUCTO FINAL p EN PERIODO t

INV.

I_{1it} = INVENTARIO DE PRODUCTO i EN EDO 1. AL FINAL DEL PERIODO t

I_{2pt} = INVENTARIO DE PRODUCTO p EN EDO 2. AL FINAL DEL PERIODO t

DISP. DEL.

b_{1vt} = CANTIDAD DEL RECURSO v DISPONIBLE EN EDO 1. PERIODO t ($v = 1, 2 \dots R$)

b_{2vt} = CANTIDAD DEL RECURSO v DISPONIBLE EN EDO 2. PERIODO t ($v = 1, 2 \dots R$)

REC. PROD.

Q_{iq} = CANTIDAD DE UNIDADES SEMIELABORADAS DEL SUBPRODUCTO i NECESARIAS PARA PRODUCIR UNA UNIDAD TERMINADA DE p EN EL ESTADO 2.

REC. REC.

a_{ijkt} = NUMERO DE UNIDADES DEL RECURSO k REQUERIDAS PARA PRODUCIR UNA UNIDAD DE SUBPRODUCTO i MEDIANTE EL PROCESO j EN EDO 1.

a_{pqct} = NUMERO DE UNIDADES DEL RECURSO v REQUERIDAS PARA PRODUCIR UNA UNIDAD DEL PRODUCTO FINAL p MEDIANTE EL PROCESO q EN EDO 2.

COSTO REC.

C_{1ijt} = COSTO DE PRODUCIR i CON PROCESO j EN PERIODO t

C_{2pqt} = COSTO DE PRODUCIR p CON PROCESO q EN PERIODO t

COSTO INV.

h_{1it} = COSTO DE MANTENIMIENTO POR UNIDAD DE UNIDAD i EN EDO 1. EN PERIODO t

h_{2pt} = COSTO DE MANTENIMIENTO POR UNIDAD DE UNIDAD p EN EDO 2. EN PERIODO t

ESTRUCTURA DEL MODELO MATEMATICO

- FUNCION OBJETIVO: MINIMIZAR COSTOS DE PRODUCCION E INVENTARIOS

$$\text{MIN } Z = \sum_{t=1}^T \left\{ \sum_{i=1}^{n_1} \left[\sum_{j=1}^{m_1} C_{ij} X_{ijt} + h_{1i} I_{i,t} \right] + \sum_{p=1}^{n_2} \left[\sum_{q=1}^{m_2} C_{pq} Y_{qpt} + h_{2p} I_{p,t} \right] \right\}$$

- | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ |
|---|---|---|---|---|---|---|
- ① PARA TODOS LOS PERIODOS DEL HORIZONTE DE PLANEACION. } ESTADO ① Y ②
 - ② PARA TODOS LOS SUBPRODUCTOS EN EL ESTADO 1
 - ③ COSTOS DE PRODUCCION POR PROCESO
 - ④ COSTO DE INVENTARIO EN EL PERIODO
 - ⑤ PARA TODOS LOS PRODUCTOS FINALES
 - ⑥ COSTOS DE PRODUCCION POR PROCESO
 - ⑦ COSTOS DE INVENTARIO EN EL PERIODO

- RESTRICCIONES

FOR BALANCO DE INVENTARIO DE LA BARRA ① A LA ③

$$I_{i,t} = I_{i,t-1} + \sum_{j=1}^{m_1} X_{ijt} - \sum_{p=1}^{n_2} \sum_{q=1}^{m_2} a_{ipq} Y_{qpt}$$



- ① INVENTARIO INICIALES EN EL PERIODO ① ESTADO 1
- ② INVENTARIO EN EL PERIODO t-1
- ③ CANTIDAD A PRODUCIR EN t DEL SUBPRODUCTO i CON LOS PROCESOS j
- ④ EL SUBUTILIZACION DEL SUBPRODUCTO i PARA EL PRODUCTO p EN LOS PERIODOS t-1 Y t

POR SATISFACCION DE LA DEMANDA:

$$I_{2pt} = I_{2p,t-1} + \sum_{q=1}^{Qp} Y_{pqt} - D_{pt}$$



- ① INVENTARIO DEL PRODUCTO FINAL P EN EL PERIODO t ESTADO 2
- ② INVENTARIO EN t-1
- ③ CANTIDAD A PRODUCIR EN t DE P CON LOS PROCESOS q
- ④ DEMANDA FINAL DEL PRODUCTO P

POR CAPACIDAD O DISPONIBILIDAD DE RECURSOS

$\left. \begin{array}{l} K \text{ EN EL ESTADO 1} \\ Y \text{ EN EL ESTADO 2} \end{array} \right\}$

$$\begin{array}{l}
 m_1 \quad i \\
 \sum_{i=1} \sum_{j=1} c_{ijk} X_{ijt} \leq b_{ikt}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 m_2 \quad Qp \\
 \sum_{p=1} \sum_{q=1} f_{pqr} Y_{pqt} \leq b_{prt}
 \end{array}$$

POR FACTIBILIDAD

- $X_{ijt} \geq 0$
- $Y_{pqt} \geq 0$
- $I_{1it} \geq 0$
- $I_{2pt} \geq 0$



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

Modelos de Inventarios Deterministas

Ing. Francisco Escutía Navarro

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header, which is mostly illegible due to fading and bleed-through.



C ONTROL DE INVENTARIO BAJO CERTEZA

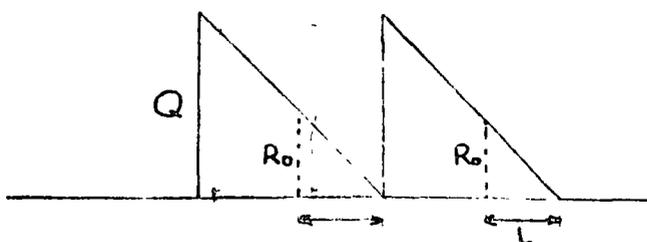
Hipótesis básicas y notación.

1. El artículo se demanda una unidad por unidad de tiempo con una tasa conocida constante de D unidades por año y esta tasa se espera que continúe indefinidamente.
2. Sin importar cuándo se coloque la orden o cuántas unidades se ordenen, los artículos llegarán exactamente L años después que se coloca la orden.
3. La empresa tiene registros de tal manera que el almacenista conoce en cada momento cuántas unidades del artículo se tienen en el almacén y cuánto se ha ordenado a la fábrica. La suma de esas cantidades se llamará el "status" del inventario.
4. Se tendrá un costo de espacio anual igual a $\$ W$ veces el número máximo de unidades que se tenga en inventario.
5. El costo de adquisición de un lote que contiene Q unidades del artículo es igual a un elemento fijo $\$ F$ más un elemento variable $\$ V$ por unidad, haciendo un total de $\$ (VQ+F)$ que tendrá que pagarse en el momento en que el lote llega de la fábrica.
6. La empresa paga impuestos sobre ingresos con una tasa r .
7. Existe una tasa de interés anual i tal que el empresario es diferente entre un flujo de dinero de cualquier cantidad A en cualquier fecha y un flujo de dinero inmediato igual al valor presente de A con el interés i .

Naturaleza General de la Estrategia Optima.

Simplemente se prodetermina un punto de reorden R y una cantidad ordenada Q y se instruye al almacenista para que coloque una nueva orden por Q unidades a la fábrica siempre que el status decline a R . Debido a que la tasa de demanda, la fecha de entrega, y todos los costos son constantes en el tiempo no habrá razón para cambiar R ó Q de una orden en la fábrica a la siguiente y el problema de seleccionar una estrategia óptima se reduce a determinar los valores óptimos fijos de R y Q .

EL PUNTO OPTIMO DE REORDEN.



$$R_o = L D$$

Si se ordena antes se tiene exceso de inventario y si se ordena después se tendrá demanda insatisfecha por lo que el punto óptimo de reorden es R_o .

COMPARACION DE DIFERENTES ORDENES Q.

Considere una situación en que

D = 1000 unidades por año

F = \$ 21 por lote (costo fijo)

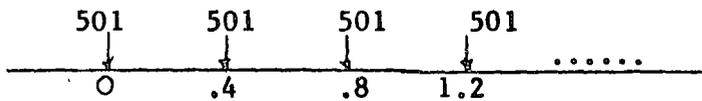
V = \$1.2 por unidad en el lote (costo variable)

Estrategia A Q = 400 unidades

Estrategia B Q = 800 unidades

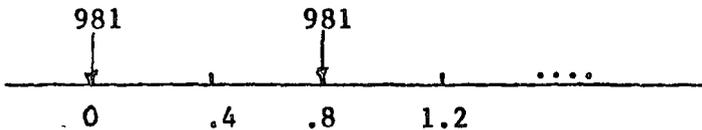
A; $VQ+F = 1.2 \times 400 + 21 = 501$ satisface la demanda durante

$Q/D = 400/1000 = .4$ año $= n$



B: $VQ + F = 1.2 \times 800 + 21 = 981$ satisface la demanda durante

$Q/F = 800/1000 = .8$ año $= n$



el costo anual es:

$$A; 501 \left(\frac{1}{n} + \frac{i}{2} \right) = 501 \left(\frac{1}{.4} + \frac{.08}{2} \right) = 501 \times 2.54 = \$ 1273 / \text{año}$$

$$B: 981 \left(\frac{1}{n} + \frac{i}{2} \right) = 981 \left(\frac{1}{.8} + \frac{.08}{2} \right) = 981 \times 1.29 = \$ 1265 / \text{año}$$

(costo de adquisición)

Estrategia C. Q = 600 unidades

$VQ + F = 1.2 \times 600 + 21 = 741$; $n = Q/D = 600/1000 = .6$

$$741 \left(\frac{1}{.6} + \frac{.08}{2} \right) = \$ 1267 / \text{año}$$

COSTO DEL ESPACIO EN EL ALMACEN

Espacio para 1000 unidades cuesta \$ 20.00/año

$W = \$ 20.00/1000 = \$.02$

Q es la cantidad máxima que se almacenará

Estrategia A. $1273 + .02 \times 400 = 1281$

B. $1265 + .02 \times 800 = 1281$

C. $1267 + .02 \times 600 = 1279$

IMPUESTOS

Suponga que $r = .52$

Ahorra en impuestos :

$$\begin{aligned} \text{Espacio en el almacén : } & A \quad .52 \times .02 \times 400 = 4 \\ & B \quad .52 \times .02 \times 800 = 8 \\ & C \quad .52 \times .02 \times 600 = 6 \end{aligned}$$

$$\text{adquisición } rD (F + VQ) / Q = rD (F/Q + V)$$

$$\begin{aligned} A \quad & .52 \times 1000 (21/400 + 1.2) = 651 \\ B \quad & .52 \times 1000 (21/800 + 1.2) = 638 \\ C \quad & .52 \times 1000 (21/600 + 1.2) = 642 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Estrategia } A \quad & 1281 - 4 - 651 = 626/\text{año} \\ B \quad & 1281 - 8 - 638 = 635/\text{año} \\ C \quad & 1279 - 6 - 642 = 631/\text{año} \end{aligned}$$

EVALUACION DE ESTRATEGICAS EN EL CASO GENERAL

1. Costo de lote.

Un nuevo lote se adquiere cada $Nq = Q / D$ años

y se tiene un costo anual de $(\frac{1}{Nq} + \frac{i}{2}) (VQ + F) = (\frac{D}{Q} + \frac{i}{2}) (VQ + F)$

2. Costo de espacio del almacén

WQ

3. Ahorro en impuestos.

$rWQ + rD (V = F/Q)$

COSTO TOTAL

$$\begin{aligned} C (R_o, Q) &= (D/Q + i/2) (VQ + F) + WQ - rWQ - rD (V + F/Q) \\ &= D (1-r)V + D(1-r)F/Q + (1-r) WQ + 1/2 i (VQ + F) \end{aligned}$$

ORDEN OPTIMA.

Derivando e igualando a cero se obtiene

$$Q^* = \sqrt{\frac{(1-r) F}{(1-r)W + \frac{1}{2} iV} D}$$

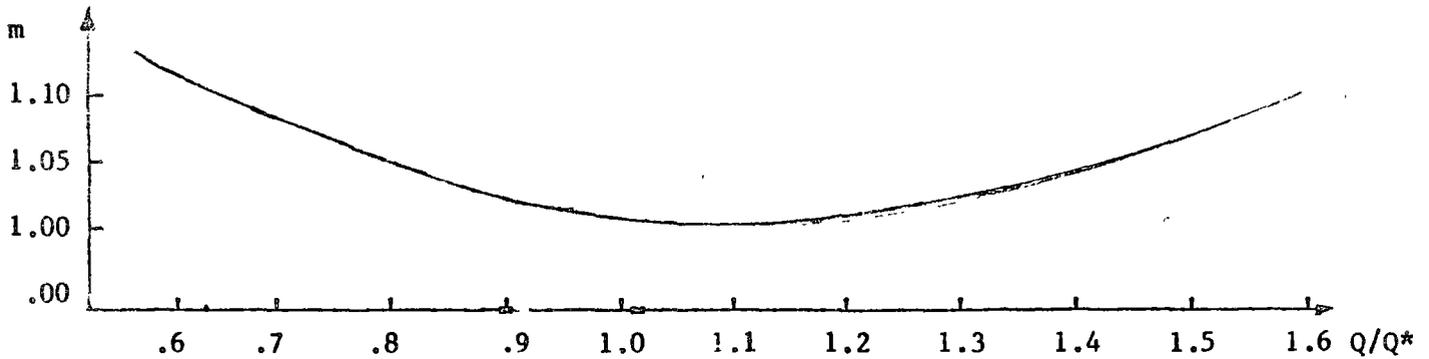
(Fórmula de Wilson)

(Para el ejemplo $Q^* = 418$)

DESVIACION INTENCIONAL DE Q*

$$C (R_o, Q) = m C (R_o, Q^*)$$

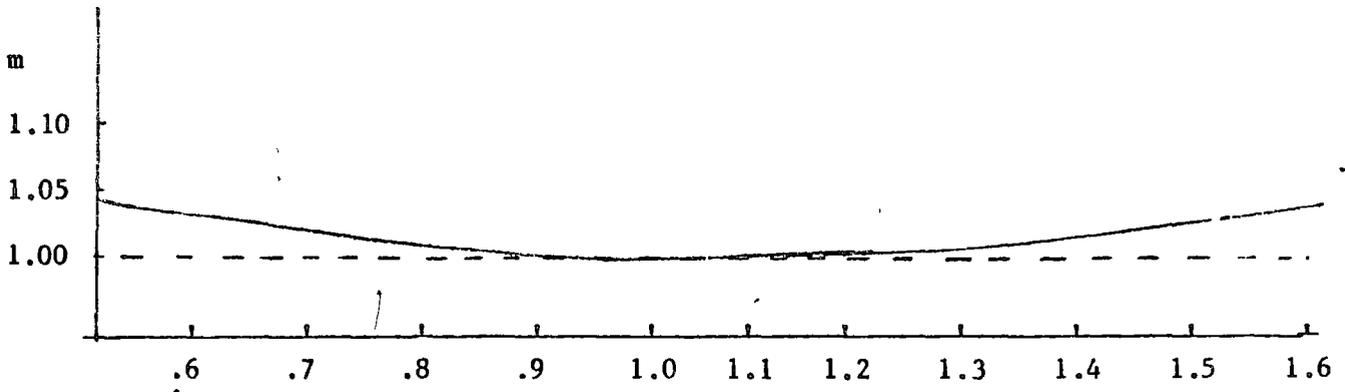
$$m = 1/2 (Q/Q^* + Q^*/Q)$$



DESVIACION DE Q* DEBIDO A ESTIMACION INCORRECTA DE LOS COSTOS.

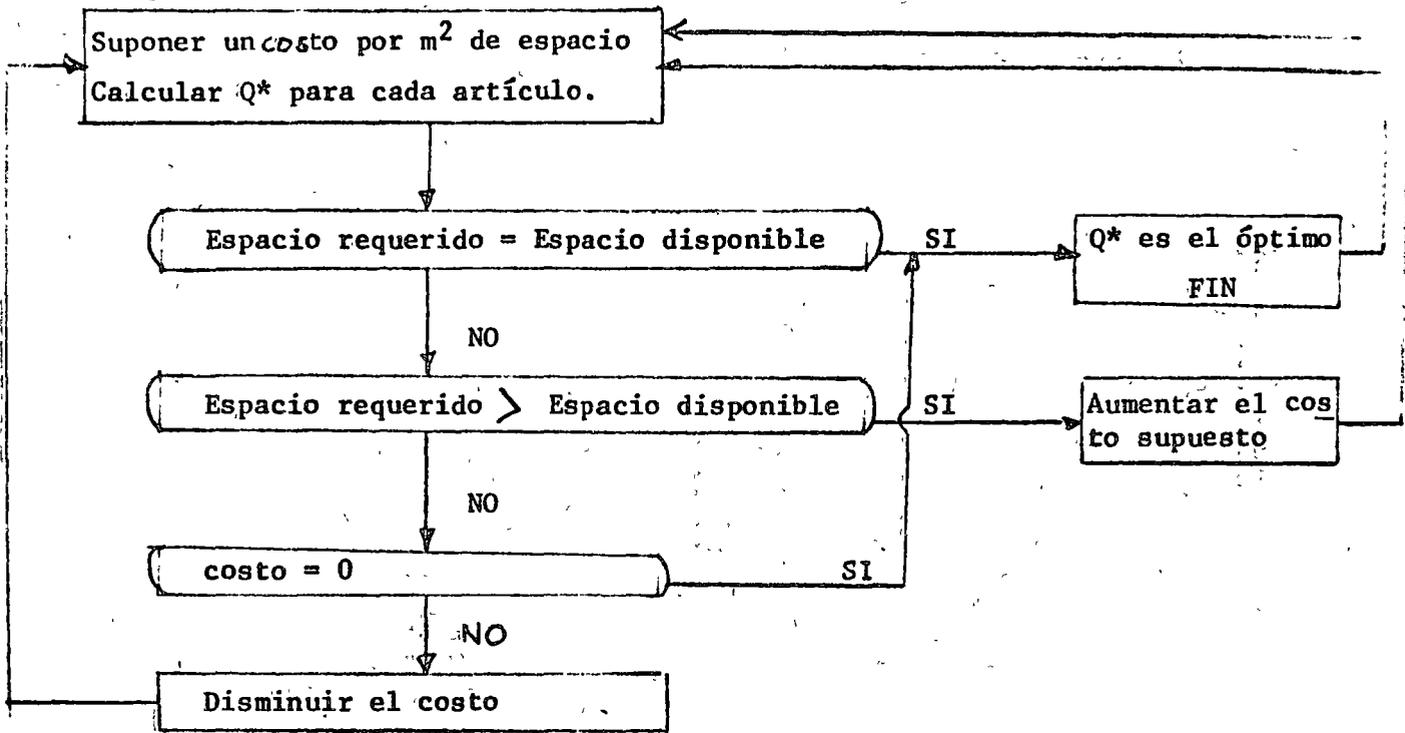
$$K^* = \frac{(1-r) F}{(1-r)w+1} \frac{iV}{2} ; \quad Q^* = K^* D$$

$$m = 1/2 (Q/Q^* + Q^*/Q) = 1/2 (\sqrt{K/K^*} + \sqrt{K^*/K})$$



COSTO DE OPORTUNIDAD DEL ESPACIO EN EL ALMACEN.

Cuando todos los artículos que se tienen en inventario deben almacenarse en una cantidad fija de espacio, producir un artículo en grandes lotes puede hacer necesario producir otros artículos en lotes más pequeños. El aumento resultante en los costos de preparación y de órdenes anual de estos "otros" artículos es un costo de oportunidad de producir el artículo "dado".



BIENES OBSOLETOS.

Existe frecuentemente un riesgo apreciable que un artículo en inventario - llegue a ser obsoleto.

D = 200

Q = 200

Q = 100



Se. usará en lugar de i $K = i + (i-r) j$

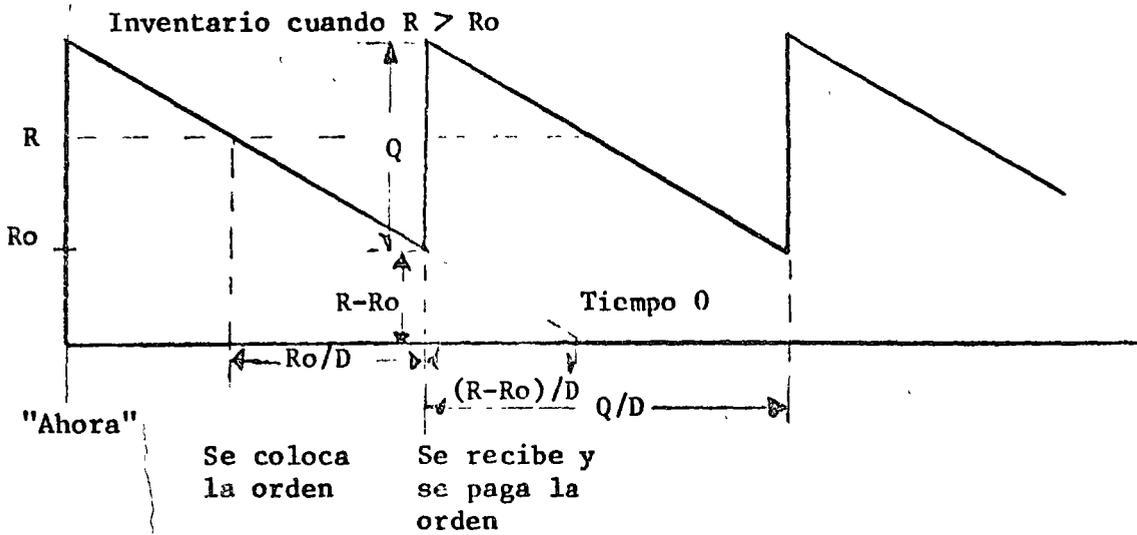
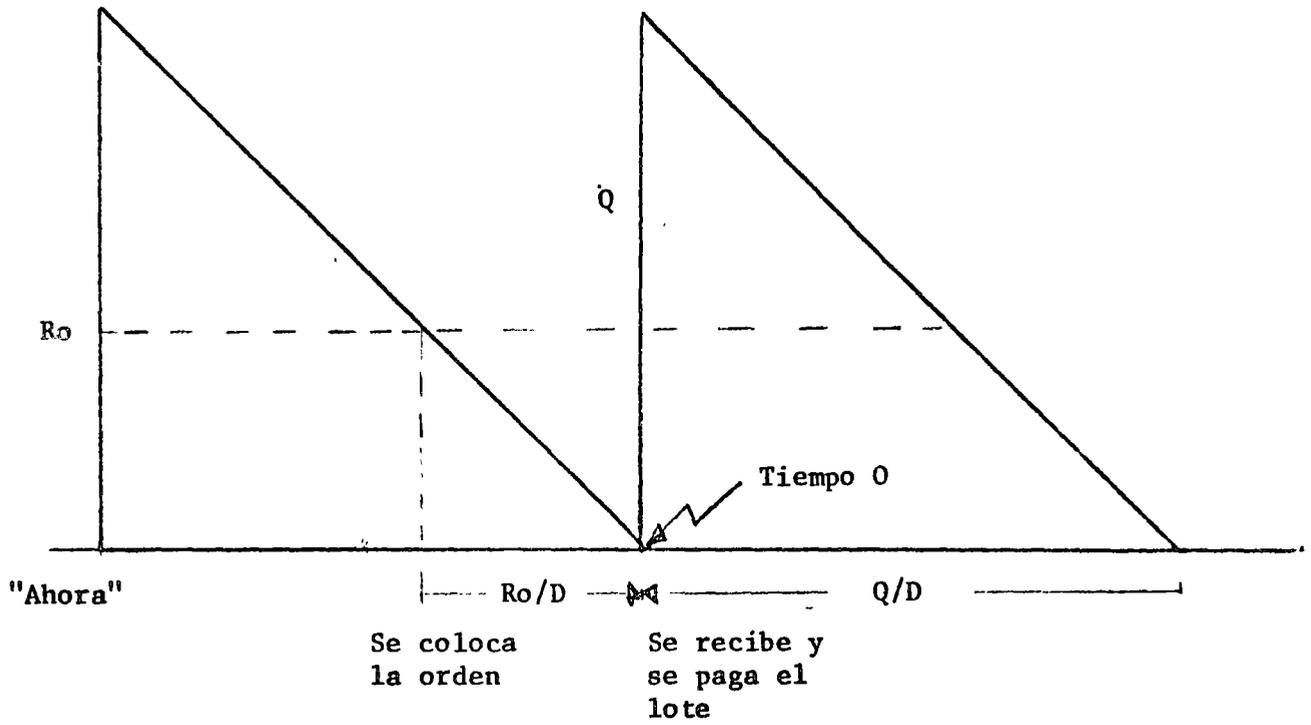
j . probabilidad que el artículo será obsoleto en el período de un año.

EFFECTO DEL PUNTO DE REORDEN

R_o : número de unidades que se demandarán durante el tiempo de entrega en la fábrica.

"Tiempo coro" momento en que la última unidad en inventario o en orden se ha consumido.

Inventario cuando $R = R_o$



Puede notarse que:

- 1°. La cantidad máxima en inventario será ahora $(Q+R-R_0)$
- 2°. El primer lote ordenado bajo una estrategia seleccionada ahora, llegará $(R-R_0)/D$ años antes del año o tiempo cero.
- 3°. No importa que R y Q se seleccionen, los lotes llegan cada Q/D años.

a) Costo de adquisición

Un lote que cuesta $VQ + F$ cada Q/D años.

$$\left(\frac{1}{n} + \frac{i}{2}\right) \text{ costo} = \left(\frac{D}{Q} + \frac{i}{2}\right) (VQ + F) = DV + DF/Q + 1/2 i(VQ + F)$$

el flujo empieza $(R-R_0)/D$ años antes del tiempo 0.

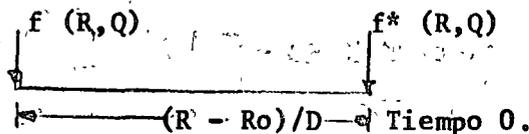
b) Costo de espacio en el almacén.

$$W(Q + R - R_0) \quad \text{empieza en } 0 - (R - R_0)/D$$

c) Ahorro en impuesto

$$rW(Q + R - R_0) \quad \text{empieza en } 0 - (R - R_0)/D$$

$$rD(V + F/Q) \quad \text{empieza en } 0.$$



$$f^*(R, Q) = \left(1 + i \frac{(R-R_0)}{D}\right) f(R, Q)$$

entonces:

$$f^*(R, Q) = \left(1 + i \frac{R-R_0}{D}\right) \left[DV + DF/Q + 1/2 i(VQ + F) + (1-r)W(Q+R-R_0) \right]$$

SI $\frac{R-R_0}{D}$ es pequeño respecto a 1 y $DV \gg \frac{DF}{Q} + \frac{1}{2} i(VQ+F) + (1-r)W(Q+R-R_0)$

Podemos aproximar

$$f^*(R, Q) \doteq DV + DF/Q + \frac{1}{2} i(VQ + F) + (1-r)W(Q+R-R_0) + iV(R-R_0) \quad y$$

$$C(Q, R) = D(1-r)W + D(i-r)F/Q + (i-r)W(Q+R-R_0) + \frac{1}{2} i(VQ + F) + iV(R-R_0)$$

CONTROL DE INVENTARIO BAJO INCERTIDUMBRE

1. Hipótesis básicas y notación

- El equivalente bajo certeza del empresario es igual a su valor esperado.
- La probabilidad que él asigna a la demanda permanece constante en el tiempo.
- La probabilidad que asigna al tiempo de entrega en la fábrica permanece constante en el tiempo.
- Las órdenes de los clientes que no pueden surtir se guardan y se surten cuando llegan nuevos artículos.

"Status" cantidad en inventario más las órdenes en la fábrica menos la cantidad que se debe entregar a los clientes.

\bar{D} , \bar{L} y \bar{R}_0 son las esperanzas. Entonces $\bar{R}_0 = \bar{D} \bar{L}$

2. Costo de no cumplir los pedidos cuando las órdenes no se cancelan

$\bar{S}_{R,Q}$: Esperanza del costo por no tener el artículo en inventario, atribuible a cualquier orden.

3. Costo Total

$$C(R, Q) = \bar{D} (1-r) (VQ + F + \bar{S}_{R,Q}) / Q + (1-r) W (Q + R - \bar{R}_0) + 1/2 i (VQ + F + \bar{S}_{R,Q}) + iu (R - \bar{R}_0)$$

Cuando el artículo puede quedar obsoleto, se reemplaza i por $K = i + (1-r)j$.

SELECCION DE LA ESTRATEGIA OPTIMA CUANDO EL COSTO DE NO TENER ARTICULOS EN INVENTARIO CUANDO SE PIDEN ES LINEAL.

$$\bar{S}_{R,Q} = A_R + B_R Q$$

Haciendo $F_R = F + A_R$, $V_R = V + B_R$

$$C(R, Q) = \bar{D} (1-r) (V_R Q + F_R) / Q + (1-r) W (Q + R - \bar{R}_0) + 1/2 i (V_R Q + F_R) + iV_R (R - \bar{R}_0)$$

Derivando respecto a Q e igualando a cero:

$$Q_R^* = \sqrt{\frac{(1-r) F_R}{(1-r)W + 1/2 iV_R}} \bar{D}$$

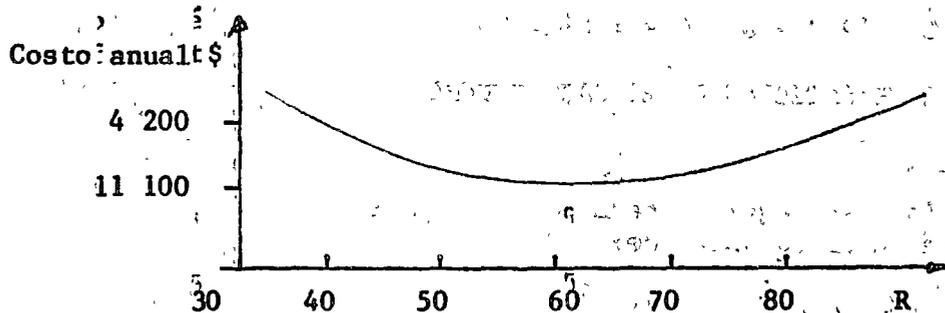
PUNTO OPTIMO DE REORDEN

Se encontrará mediante un ejemplo.

Suponga: $\bar{D} = 362$ $\bar{L} = .108$ $\bar{R}_0 = \bar{L} \bar{D} = 39$
 $F = \$ 84.00$ $V = \$ 60.32$ $W = 0$
 $i = .124$ $r = .52$

Se ha utilizado el método de simulación de Monte Carlo para estimar los siguientes coeficientes A_R y B_R

R	Ar	Br	Fr=F+Ar	Vr=V+Br	Qr*	C (R, Qr*)
35	19.09	1.61	103.09	61.93	68.3	11 215
40	14.83	1.25	98.83	61.57	67.1	11 171
50	10.14	.75	94.14	61.07	65.7	11 132
60	6.08	.43	90.08	60.75	64.5	11 127
70	3.68	.28	87.68	60.60	63.7	11 153
80	2.16	.12	86.16	60.44	63.2	11 182



DEMANDA.

$$S^* = Q^* + R - \bar{U}$$

$$\bar{U} = 1/2 \bar{d} + 1/2 \frac{\text{Var } \bar{d}}{\bar{d}}$$

donde \bar{d} es la demanda del cliente entre dos revisiones sucesivas del status

COSTO DEL ESPACIO EN EL ALMACEN

Espacio para 1000 unidades cuesta \$ 20.00/año

$$W = \$ 20.00/1000 \times \$.02$$

Q es la cantidad máxima que se almacenará

Estrategia A $1273 + .02 \times 400 = 1281$
 B $1265 + .02 \times 800 = 1281$
 C $1267 + .02 \times 600 = 1279$

IMPUESTOS

Suponga que $r = .52$

Ahorra en impuestos:

Espacio en el almacén: A $.52 \times .02 \times 400 = 4$
 B $.52 \times .02 \times 800 = 8$
 C $.52 \times .02 \times 600 = 6$

Adquisición $rD (F + VQ)/Q = rD (F/Q + V)$

A $.52 \times 1000 (21/400+1.2)= 651$
 B $.52 \times 1000 (21/800+1.2)= 632$
 C $.52 \times 1000 (21/600+1.2)= 642$

Estrategia A $1281 - 4 - 651 = 625/\text{año}$
 B $1281 - 8 - 638 = 635/\text{año}$
 C $1279 - 6 - 642 = 631/\text{año}$

EVALUACION DE ESTRATEGIAS EN EL CASO GENERAL

1. Costo del lote

Un nuevo lote se adquiere cada $n_Q = Q/D$ años y se tiene un costo anual de:

$$\left(\frac{1}{n_Q} + \frac{i}{2} \right) (VQ + F) = \left(\frac{D}{Q} + \frac{i}{2} \right) (VQ + F)$$

2. Costo de espacio del almacén

WQ

3. Ahorro en impuesto

$rWQ + rD (V + F/Q)$

COSTO TOTAL

$$C(Ro, Q) = (D/Q + i/2) (VQ + F) + WQ - rWQ - rD (V + F/Q) = D(1-r) V + D(1-r) WQ + 1/2 i (VQ + F)$$

ORDEN OPTIMA

Derivando e igualando a cero se obtiene

$$Q^* = \sqrt{\frac{(1-r) F D}{(1-r) w + 1/2 iv}} \quad (\text{Fórmula de Wilson})$$

En enero de 1963, el comité ejecutivo de la Hooker grinding wheel company, se reunió para examinar sus requerimientos de capital para ese año. Uno de los propósitos del grupo era reducir los niveles de inventario en productos terminados y obtener fondos para adquirir equipo de manufactura adicional.

Historia del inventario de productos terminados

En 1962, Hooker era el 4º fabricante de productos abrasivos en la U.S.A. con ventas anuales de 20 millones de dólares, pero era la compañía más pequeña, ya que no poseía una línea completa de maquinaria para pulir, piedras para afilar, etc., y la competencia con los líderes de la industria era muy intensa.

Sus directivos atribuían el crecimiento sostenido de las ventas, a la alta calidad de los productos y a su bien entrenada fuerza de venta, y creían que la capacidad para satisfacer rápidamente la demanda constituía un elemento importante de su programa de mercadeo

En 1955 se estableció un inventario de productos terminados después de varios años de debates intermitentes dentro del comité ejecutivo. Existieron 3 razones fundamentales para tomar esta decisión :

- 1) reducir el número de órdenes en la fábrica y por consiguiente los costos de preparación .
- 2) reducir los problemas en la programación de la producción que resultaban del número excesivo de ordenes pequeñas, y
- 3) abastecer a los clientes en forma más rápida.

De los 50000 tipos diferentes de wheels vendidos en 1954, el comité ejecutivo autorizó almacenar los 100 tipos de demanda más frecuente, en cantidades que tuvieron un valor total de \$ 50 000 (Dólares) a precio de venta. Sin embargo, a fines de 1962 el número de artículos en stock había ascendido a 2 500 y el valor de inventario a cerca de \$2000,000 a precio de venta. Además en este año la mitad de las ventas (10 000,000) estuvieron representadas por artículos que normalmente se abastecieron fuera del inventario de productos terminados.

Discusión del comité ejecutivo

En la junta de enero de 1963, el Sr. James Griffin tesorero de Hooker, urgió una reducción severa de los montos de capital invertidos en inventario. Puntualizó, que la tasa de crecimiento de la compañía (5% anual) estaba forzando sus recursos financieros y enfatizó que la carencia de fondos impedía la compra de equipo para manufactura, con el cual podían ganar el 10% después de impuestos.

En su opinión, el número de artículos llevados en inventario y las cantidades almacenadas, deberían reducirse para proporcionar fondos para estas inversiones de alto rendimiento.

El gerente de ventas Sr. John Gregory, interrumpió a Griffin con el siguiente comentario: - Jim " Justamente no podemos dejar artículos fuera de nuestra lista de stock a menos que dejen de moverse. Si cuando tenemos entregas inmediatas las proveemos con artículos en stock y duramos 4 semanas para abastecerlas, si hacemos promesas sobre pedido nuestras ventas morirían. Apostaría que perderíamos el 50% de nuestras ventas de artículos sacados de nuestra lista de stock, ya que nuestra competencia lleva en su stock casi todo artículo que tenemos. Lo que debemos hacer es agregar artículos y no recortar su número". - Esto puede ser, contestó el Sr. Griffin -Pero no podemos permitirnos tener altas pérdidas por obsolescencia en nuestro inventario de productos terminados. El último año el valor de lo que se desperdició fué del 5% del valor medio del inventario de productos terminados. Esto es, \$ 100,000 a precio de venta y en una compañía del tamaño de la nuestra no podemos permitirlo. Hace dos años era el sulfuro de nuestros wheels de acero inoxidable lo que las compañías acereras encontraban, que conteminaba sus lingotes. El último año introdujimos la nueva línea Yankee de wheels de albañilería. Anteriormente habíamos vendido muchos de nuestros wheels corrientes de albañilería y como los wheels yankee son mucho mejores no podemos aún, dar salida a los wheels antiguos.

-El Sr. George Young, contador, quien era responsable del control del inventarios de productos terminados, fué el siguiente en expresar su opinión acerca de los efectos y las causas reales del inventario excesivo, y lo atribuía a las fallas de la fábrica para cumplir sus promesas de programación de entregas.-Sabes también como yo, -les dijo volteando hacia el gerente de producción Sr. Hester O. Neel - que las ordenes de producción para artículos en stock siempre van al final, no importa, cuan grande sean estas. Ellas son las últimas que se fabricarán y usualmente nos tardamos 6 ó 7 semanas para entregarlas desde la fábrica, aún cuando su personal siempre promete 4. Por tanto tenemos -

que conservar 50% ó 100% más del stock a la mano que lo que mantendríamos si consiguiéramos entregarlas en 4 semanas..

-Se hace lo mejor que se puede con las ordenes en stock -Replicó el Sr. - O'Neill, -Pero tusabes que usaríamos más tiempo extra si sacamos las ordenes en stock en 4 semanas. Hemos acordado usar las ordenes en stock como colchon de seguridad previendo que no podamos cumplir a tiempo.-Un poco - de tiempo extra es barato comparado con las ventas perdidas -intervino el Sr. Gregory. Como estan las cosas actualmente, mis jefes de ventas de distrito me dicen que a menudo no hay en stock artículos que se prometen para entrega inmediata, lo que además de desmoralizar al equipo de ventas, irrita, a los clientes .

-Cómo te gustaría tratar de explicar a un cliente el porqué no le puedes entregar un artículo que supuestamente llevamos en inventario?

A menudo oimos esto John, replico el Sr. Young. así que tengo hecho un análisis del último octubre para determinar cuantos negocios perdemos por estar fuera de stock. Encontramos que solamente 2 de 50 clientes cancelan sus ordenes y que esto sucedió porque nuestra expeditación falló, y los clientes estuvieron esperando más de una semana. Puede ser que nuestros clientes estuviesen irritados, pero observamos que ellos pueden esperar hasta una semana antes de cancelar sus ordenes. Todo lo que tenemos que hacer es continuar con nuestra política actual de expeditación siempre que estemos fuera de stock. Si suspendemos todo lo que espera en la fabrica podemos hacer cualquier cosa en una semana.

-Pero esto requiere una gran cantidad de expeditación, -replico el Señor O'Neill, y la expeditación no nos libraré del problema. Esto, sumado a los costos de mi operación no son precisamente unos pocos centavos. Para este año presupuestamos \$ 100,000 para control de producción, lo cual nos da una idea de lo fantástico de la expeditación .

Esto se basa, en un promedio de \$ 20.00 de mano de obra para control de producción, por orden que se espera expedir.

Al final; casi todas las ordenes expedidas se tienen que producir con el 50% de tiempo extra. Esta política de rápida entrega puede ser buena para los clientes, pero nos convierte en una organización no rentable.

El presidente de la compañía, Sr. Richard Hooker, sugirio que sería buena idea investigar algunos aspectos antes de continuar con la discusión y solicito al Sr. Young que seleccionara una pequeña muestra de artículos y analizara que sucedería si las cantidades llevadas en inventario se re-

dujeran.

Control del inventario de productos terminados

El sistema que el Sr. Young estableció para controlar el inventario. se basó en el cálculo diario del Status de cada artículo almacenado, dicho Status se define como:

El número de unidades a la mano + el número en ordenes de la fábrica - el número pedido por los clientes.

Para cada artículo se especificó un punto de reorden R y un status máximo S; y cada vez que el status del artículo era menor o igual que R se ordenaban las unidades, necesarias para alcanzar el status S. El punto de reorden y el status máximo de cada artículo, se revisaban una vez al año, ó mas a menudo si habían sido devueltas un gran número de ordenes.

Las ordenes de los clientes se archivan en la secuencia en que se recibían, y se abastecían en este mismo orden, excepto si el stock a la mano era insuficiente para satisfacer una orden particular. Estas ordenes se conservan en el archivo y se utilizaba el stock para satisfacer la siguiente orden u ordenes que pudieran abastecerse en forma completa.

Unicamente en circunstancias muy especiales se embarcaban ordenes parciales a clientes autorizados.

Las ordenes de fábrica se expedian siempre que existiera la incertidumbre de que no se recibieran las cantidades adecuadas una semana despues de que las ordenes habían sido devueltas por los clientes. Al decidir si era necesario expedir una orden, los empleados del almacen estaban instruidos para suponer:

- 1) que la cantidad entregada sería igual a la cantidad ordenada y
- 2) que pasarían 7 semanas entre el tiempo en que una orden no expedida en la fábrica fuese colocada y el tiempo en que los productos terminados fuesen entregados al almacen.

Cuando se ordenaba la expeditación, siempre se aplicaba a ordenes completas, las porciones de ordenes de fabrica nunca se sacaban para tratamiento especial.

Los rechazos y su efecto sobre los costos, de producción aunque la fábrica agregaba una parte para rechazos cuando entraba una orden a producción, el número de rechazos era a menudo, mayor o menor que esta parte y por consiguiente el número entregado de unidades buenas, era menor o mayor que el ordenado.

Un estudio cuidadoso sobre experiencias de rechazos fue realizado recientemente por los Ingenieros de control de calidad, quienes registraron en

tarjetas perforadas: el número de artículos producidos y el número de artículos rechazados en todas las ordenes de fabricaición para todos los productos de la línea de Hooker, Durante los ultimos 5 años. Como resultado de este estudio se obtuvo para cada artículo, la razón de rechazos totales al número total producido durante los 5 años, esta razón fué denominada por los Ingenieros como "La tasa media de rechazo por artículo".

La tabla 2 es un resumen del movimiento de stock del artículo 53026 - derivada del registro estadístico de la tabla 1. Cuando el Sr. Young examinó la distribución de frecuencia de las cantidades ordenadas por los clientes, se sorprendio por el hecho de que la distribución estaba muy lejos de ser - uniforme, con cantidades tales como 9,11,13 etc., fuera totalmente de ella, pero después de consultar al gerente de ventas concluyó que las peculiaridades de la distribución probablemente eran un reflejo aproximado de las particularidades en los hábitos de ordenar de los clientes y por consiguiente no había razón para pensar que la distribución de las cantidades de ordenes futuras diferirían de la distribución de la tabla 2.

La tabla 3 reproduce los datos y cálculos sobre los costos estandar - para el artículo 53026, basada en una cantidad nominal ordenada de 57 y una tasa de rechazo del 5%.

El costo estándar de manufactura del artículo fué de \$ 63.95 más 19.76 para costo general, administrativo, y gastos de venta, lo que nos lleva a un costo total estandar de \$ 83.71; y una ganancia de \$ 15.06 sobre el precio - de venta promedio de \$ 98.77. El precio de venta varía dependiendo de la clase de cliente que realiza la compra (Distribuidor, mayorista, etc.) y de la cantidad que compra.

La tabla 4 muestra la tasa de gastos generales de la fábrica de 200% - que fué usada en Enero de 1963. Aunque Hooker planeó, operar solamente al 90% de la capacidad, presupuestó una cierta cantidad de tiempo extra, para manejar fluctuaciones alcatorias en las ordenes, ^{no} no hace entregas tardías a los clientes. Historicamente, Hooker ha encontrado la necesidad de algún tiempo extra, aun cuando la utilización de la capacidad de la fabrica en un año fuera del 75%, para prevenir que el tiempo extra fuera demasiado, había una política en la compañía, que era la de adquirir tanto equipo nuevo de manufactura como - fuese necesario para mantener la capacidad utilizada a bajo del 90%

La depreciación del equipo se cargó al presupuesto de gastos generales, correspondiendo ésta a una depreciación lineal sobre una vida útil de 10 años lo cual era no solamente permisible para propósitos de impuestos sino que también constituía una buena aproximación a la vida económica real de la mayoría del equipo, el cual usualmente se daba de baja por obsoleto más no por deterioro

ro. En los años pasados, los gastos de capital de Hooker para reemplazo y expansión se han venido incrementando a una tasa del 5%/año y han llegado acerca de \$ 1 000,000 en 1962. Los precios han permanecido estables en este período y se esperaba que permanecieran estables en el futuro. La depreciación del edificio se basó en una vida útil de 30 años para propósitos de impuestos, pero en este caso los directivos no tenían idea de cual sería la vida económica verdadera de los edificios. Todos los edificios eran modernos y bien localizados. Las últimas ediciones se esperaba que fueran suficientes por lo menos dos o tres años.

PLAN PARA EL ANALISIS INICIAL

La inspección de la tabal 1 dejo al Sr. Young completamente incierto, si Hooker hubiese almacenado mucho o muy poco del artículo 53026. El observó que en dos ocaciones durante el periodo de revisión no había bastante stock a la mano para satisfacer todas las ordenes de los clientes , pero al contrario el nivel del stock había llegado a 91 unidades el 23 de febrero de 1962, muy excedido de lo que el Sr. Young consideraba un nivel deseable. Dado que el Sr. Young estaba inseguro respecto al impacto relativo de los cambios en el punto de reorden, contra los cambios en la cantidad reordenada, sobre el problema de faltante y el nivel promedio de inventario, sentía deseable examinar el efecto de los cambios en ambas cantidades.

Exhibit 1

Order and Inventory History of Stock Item No. 1706
from December 8, 1951 to December 24, 1952

		<u>Transactions</u>			<u>Balance</u>					<u>Transactions</u>			<u>Balance</u>				
<u>Date</u>	<u>Qty</u>	<u>Cus</u>	<u>Fac</u>	<u>Fac</u>	<u>On</u>	<u>Due</u>	<u>Due</u>	<u>Status</u>	<u>Date</u>	<u>Qty</u>	<u>Cus</u>	<u>Fac</u>	<u>Fac</u>	<u>On</u>	<u>Due</u>	<u>Due</u>	<u>Status</u>
		<u>Ord</u>	<u>Ord</u>	<u>Rec</u>	<u>Hand</u>	<u>Out</u>	<u>In</u>				<u>Ord</u>	<u>Ord</u>	<u>Rec</u>	<u>Hand</u>	<u>Out</u>	<u>In</u>	
12/ 8	1				7	0	60*	67	12/ 15	190	2			4			71
		5			2			62	12/ 23	193	5(B)			4	5		66
		5(B)				5		57			5(B)			4	10		61
		1			1			56	12/ 25	200			56	70		0	60
				61				121						65	5		
1/ 9	2	20(B)				25		97						60	0		
1/ 11	4			59*	60		61	96								57	117
					55	20			1/ 7	207	4	57		56			113
					35	0					10			46			104
1/ 16	9	1			34			95	1/ 11	216	4			47			99
1/ 19	12	1			33			94	1/ 12	217	4			39			95
		1			32			93	1/ 16	221	15			23			80
1/ 26	19	5			27			83	1/ 23	228	1			22			75
1/ 28	26	4			23			84	1/ 31	236	1			21			73
		5			15			76	1/ 30	242			59	60		0	60
1/ 26	30	9			7			68			4			76			76
1/ 29	35	2			5			66	1/ 20	256	1			75			75
		4			1			62	1/ 27	263	2			75			72
1/ 17	41			59	59		0	59	1/ 9/10	277	0			65			65
				59			58	117			1			64			64
2/ 1	56	2			57			115	2/ 13	280	21			40			40
2/ 3	59	10			47			105			2			38			35
2/ 9	61	4			43			101				79				79	117
2/ 12	67	2			41			99	2/ 18	285	4			34			113
2/ 13	73	5			33			91	2/ 21	289	10			24			103
2/ 23	75			59	91		0	91	2/ 10/ 6	303	10			14			93
2/ 24	79	4			87			87	2/ 8	305	0			6			85
3/ 1	84	5			82			82	3/ 15	312			79	65		0	85
3/ 3	86	4			78			78			4			81			81
4/ 2	116	4			74			74	4/ 23	320	2			79			79
4/ 12	125	2			72			72	4/ 30	327	4			75			75
4/ 23	147	4			68			68	4/ 11/17	345	8			67			67
		1			67			67			10			57			57
4/ 27	141	2			65			65				60				60	117
5/ 7	153	1			64			64	5/ 12/ 4	362	1			56			116
5/ 15	159	10			54			54	5/ 5	363	4			52			112
		4			50			50			1			51			111
				67				117			7			43			103
5/ 16	160	0			44			44	5/ 6	366	4			39			99
5/ 22	167	1			43			43	5/ 13	370	4			35			95
5/ 24	168	3			35			35	5/ 20	374	12			21			83
5/ 29	173	4			31			31	5/ 22	380			63	26		0	86
6/ 7	182	4			27			27						76			76
		1			26			26						74			74
6/ 11	186	20			6			73	6/ 24	382				70			70

*Ordered on 10/27 (41 days before day 1).

Exhibit 2

Summary of Inventory Transactions for Item No. 43025

Number of Units in One Customer Order

<u>Customer Order Quantity</u>	<u>Number of Orders</u>
1	14
2	10
4	21
5	6
6	1
8	8
10	7
12	1
15	1
20	2
24	1
	<u>72</u>

average number of units in one order = 5.264

Number of Customer Orders in One Day

<u>Number of Customer Orders</u>	<u>Number of Days</u>
0	525
1	43
2	13
3	1
	<u>382</u>

average number of orders in one day = .1885

Calendar Days from Placing to Receipt of Factory Order

<u>Factory Lead Time (days)</u>	<u>Number of Occasions</u>
32	1
35	1
37	1
40	1
41	1
42	1
45	1
	<u>7</u>

average factory lead time = 38.86 days

Exhibit 3

Standard Costs, Item No. 83076
 Standard Order Quantity: 57
 Average Rejection Rate: 5%
 Rejection Allowance: 3
 Average Selling Price: \$98.77

	<u>Per Order</u>	<u>Per Good Piece</u>	<u>Per Defective</u>
Direct Material		\$30.00	\$30.00
Direct Labor-			
Setup Labor: 12 hrs. at \$2.50	\$ 30.00		
Piece Labor: 4 hrs. at \$2.50		10.00	5.00
Factory Overhead: 200% of Direct Labor**	<u>60.00</u>	<u>20.00</u>	<u>10.00</u>
	\$ 90.00	\$60.00	\$45.00
Total Good-Piece Cost: 57 x 60.00	3420.00		
Total Defective Cost: 3 x 45.00	<u>135.00</u>		
	\$3645.00		
Per Good Piece: + 57		63.95	
G and A: 10% of Selling Price		9.88	
Selling Expense: 10% of Selling Price		<u>9.83</u>	
		\$83.71	

* Includes no charge for overtime.

** See Exhibit 4.

Exhibit 4

Factory Overhead Rate Calculation for 1963

Budgeted Direct Labor Costs:

Order Setup Labor	\$ 100,000	
Order Piece Labor	<u>1,900,000</u>	
Total Budgeted Direct Labor Costs*		\$2,000,000

Budgeted Factory Overhead Costs:

Labor

Direct Labor Overtime Premium	\$ 150,000	
Direct Labor Training	150,000	
Supervision	400,000	
Personnel Department	120,000	
Inspection Department	130,000	
Production Control Department	100,000	
Stores Department	100,000	
Maintenance Labor	<u>350,000</u>	
Total Overhead Labor Costs	\$1,500,000	

Pensions, FICA (20% of total budgeted payroll, including overtime premium)	700,000	
--	---------	--

Other

Maintenance Materials	200,000	
Overhead Materials and Outside Services	500,000	
Building Depreciation	100,000	
Equipment Depreciation	<u>1,000,000</u>	

Total Budgeted Factory Overhead Costs		\$4,000,000
---------------------------------------	--	-------------

<u>Overhead Rate per Direct Labor Dollar</u>		200%
--	--	------

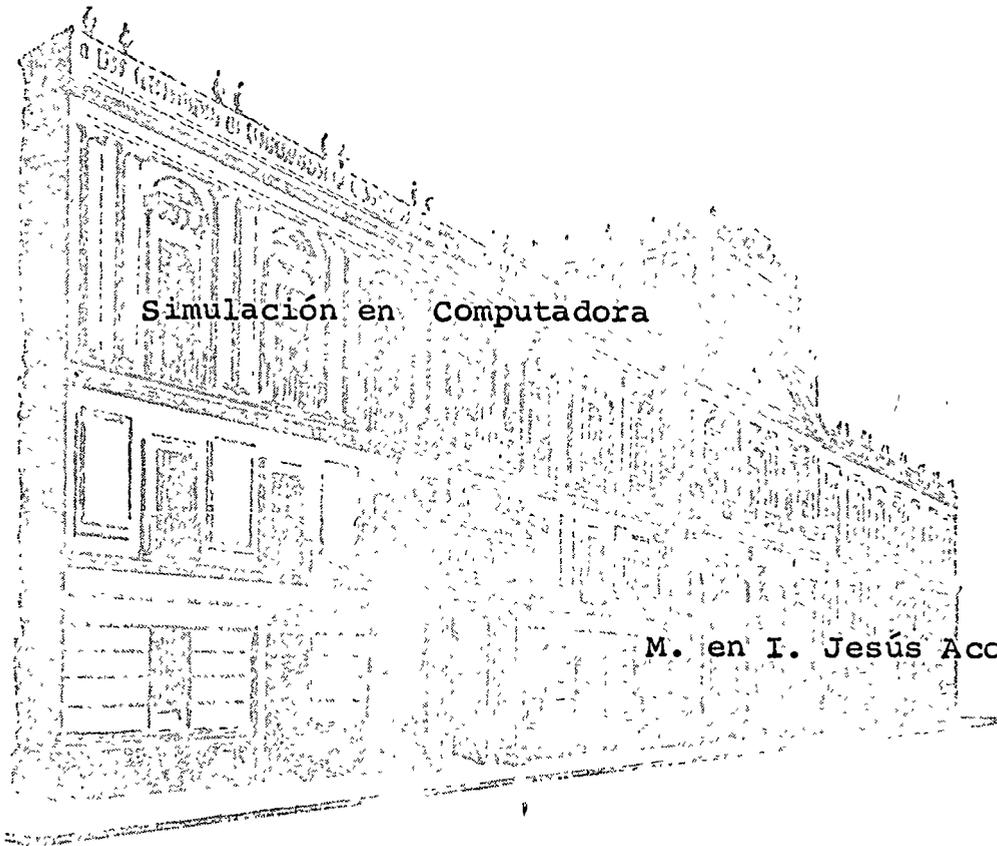
* Based on the anticipated need for 400 direct labor workers or 800,000 man-hours per year at \$2.50 per man-hour (average).



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam

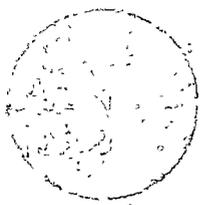


CONTROL DE INVENTARIOS



Simulación en Computadora

M. en I. Jesús Acosta



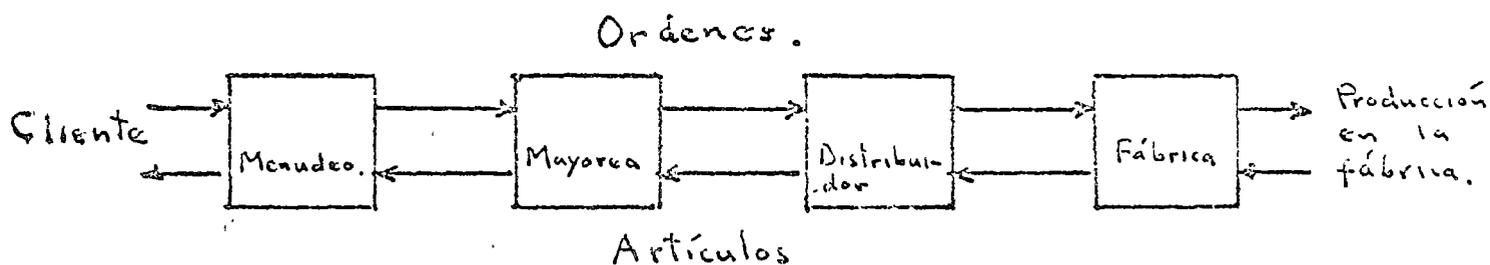
sumirio nălbau de ob mțee
 1990 1991 1992 1993 1994 1995 1996 1997 1998 1999 2000 2001 2002 2003 2004 2005 2006 2007 2008 2009 2010 2011 2012 2013 2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022 2023 2024 2025



MODELO DINAMICO DE UN SISTEMA DE INVENTARIO.

DESCRIPCION DEL SISTEMA.

Un problema común en las empresas es el de control de inventarios. El trabajo de mantener un inventario estable se complica a menudo por inventarios múltiples en fábricas, distribuidores, ventas al mayoreo, al menudeo y por demoras en la transmisión de bienes y órdenes. Los pedidos pasan desde el cliente a través de todos los sectores en serie hasta la fábrica, y los bienes fluyen desde la fábrica en serie a través de todos los inventarios hasta el cliente.



Para examinar los problemas inherentes en este sistema distribución-producción, se simulará tanto en forma manual como en una computadora.

Existen dos costos asociados con cada inventario, costos del almacén y costo por no tener artículos en existencia. Siempre que uno tiene un artículo en inventario, uno está perdiendo el interés del dinero invertido; estos costos se tomarán como \$1.00/unidad/período de tiempo. Siempre que la demanda no puede ser satisfecha inmediatamente, existe costo asociado con la insatisfacción de quien hizo el pedido (cliente, detallista, vendedor al mayoreo o distribuidor). Para propósitos de competencia, estos costos se tomarán como \$2.00/unidad/período de tiempo.

El modelo de simulación humano de Jay W. Forrester que reproduce la estructura del sistema (realizado en clase) produjo los resultados siguientes:

SEMANA	INVENTARIO	ORDENES POR SURTIR	ORDENES EFECTUADAS
1	7	0	7
2	11	0	11
3	21	0	21
4	13	0	13
5	20	0	20
6	16	0	16
7	24	0	24
8	20	0	20
9	16	0	16
10	16	0	16
11	12	0	12
12	14	0	14
13	11	0	11
14	1	0	1
15	1	0	14
16	0	4	16
17	0	21	30
18	0	25	20
19	0	53	50
20	0	66	30
21	0	70	50
22	0	70	15
23	0	64	12
24	0	56	50
25	0	36	20
26	0	18	20
27	50	0	4
28	50	0	-
29	50	0	-
30	100	0	7
31	100	0	8
32	151	0	10
33	165	0	4
34	175	0	1
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			

SEMANA	INVENTARIO	ORDENES POR SURTIR	ORDENES EFECTUADAS
1	4	0	0
2	4	0	0
3	4	0	0
4	3	0	4
5	12	0	0
6	8	0	4
7	4	0	4
8	0	0	8
9	0	4	4
10	0	4	2
11	0	4	8
12	0	4	12
13	0	2	4
14	0	8	8
15	0	12	20
16	0	8	8
17	0	16	36
18	0	24	12
19	0	33	12
20	0	37	8
21	0	42	8
22	0	46	8
23	0	46	8
24	0	42	4
25	0	30	0
26	0	18	8
27	0	0	2
28	10	0	2
29	24	0	8
30	26	0	4
31	30	0	2
32	34	0	2
33	36	0	40
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			

X
X
X

Alquiler

SEMANA	INVENTARIO	ORDENES POR SUMIR	ORDENES EFECTUADAS
1	0	0	0
2	4	0	0
3	8	0	0
4	12	0	4
5	4	0	4
6	0	0	0
7	0	4	4
8	0	4	4
9	0	4	4
10	0	7	8
11	0	8	4
12	0	12	8
13	0	20	12
14	0	20	8
15	0	22	12
16	0	28	12
17	0	28	12
18	0	34	8
19	0	28	8
20	0	32	8
21	0	37	8
22	0	39	4
23	0	43	6
24	0	42	4
25	0	42	4
26	0	50	18
27	0	46	4
28	0	30	6
29	0	17	4
30	0	8	4
31	0	4	6
32	0	6	8
33	0	9	6
34	0	12	8
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			

1952. 11. 17. 10

SEMANA	INVENTARIO	ORDENES POR SURTIR	ORDENES EFECTUADOS
1	/	1	1
2	//	2	2
3	///	3	3
4	////	4	4
5	-----	5	5
6	-----	6	6
7	-----	7	7
8	-----	8	8
9	-----	9	9
10	-----	10	10
11	-----	11	11
12	-----	12	12
13	-----	15	15
14	-----	18	18
15	-----	21	21
16	-----	20	20
17	-----	21	21
18	-----	26	26
19	-----	25	25
20	-----	20	20
21	-----	23	23
22	-----	26	26
23	-----	30	30
24	-----	32	32
25	-----	37	37
26	-----	40	40
27	-----	39	39
28	-----	33	33
29	-----	31	31
30	-----	22	22
31	-----	7	7
32	//	2	2
33	/	1	1
34	-----	-----	-----
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			

CLIENTE.

SEMANA	INVENTARIO	ORDENES POR SURTIR	ORDENES PEGUJALAS
1			11
2			11
3			14
4			11
5			11
6			5
7			2
8			7
9			1
10			12
11			1
12			2
13			1
14			1
15			2
16			12
17			
18			
19			
20			7
21			2
22			2
23			1
24			
25			
26			
27			
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47			
48			
49			
50			

LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

CONTROL DE UN INVENTARIO BAJO CERTEZA

M. en I. JESUS ACOSTA

STATE OF NEW YORK



CONTROL DE INVENTARIO BAJO CERTEZA.

Hipótesis básicas y notación.

1. El artículo se demanda una unidad por unidad de tiempo con una tasa conocida constante de D unidades por año y esta tasa se espera que continúe indefinidamente.

2. Sin importar cuándo se coloque la orden o cuántas unidades se ordenen, los artículos llegarán exactamente L años después que se coloca la orden.

3. La empresa tiene registros de tal manera que el almacenista conoce en cada momento cuántas unidades del artículo se tienen en el almacén y cuánto se ha ordenado a la fábrica. La suma de esas cantidades se llamará el "status" del inventario.

4. Se tendrá un costo de espacio anual igual a $\$W$ veces el número máximo de unidades que se tenga en inventario.

5. El costo de adquisición de un lote que contiene Q unidades del artículo es igual a un elemento fijo $\$F$ más un elemento variable $\$U$ por unidad, haciendo un total de $\$(UQ + F)$ que tendrá que pagarse en el momento en que el lote llega de la fábrica.

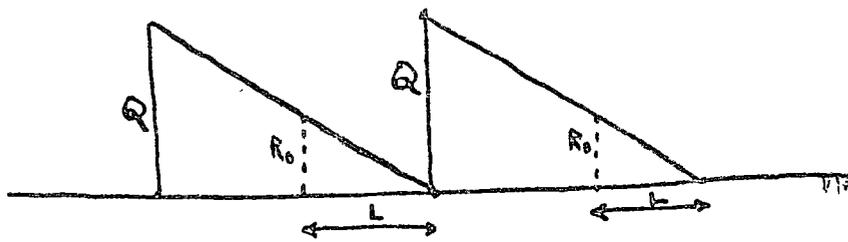
6. La empresa paga impuestos sobre ingresos con una tasa r .

7. Existe una tasa de interés anual i tal que el empresario es indiferente entre un flujo de dinero de cualquier cantidad A en cualquier fecha y un flujo de dinero inmediato igual al valor presente de A con el interés i .

Naturaleza General de la estrategia óptima.

Simplemente se predetermina un punto de reorden R y una cantidad ordenada Q y se instruye al almacenista para que coloque una nueva orden por Q unidades a la fábrica siempre que el status decline a R . Debido a que la tasa de demanda, la fecha de entrega, y todos los costos son constantes en el tiempo no habrá razón para cambiar R ó Q de una orden en la fábrica a la siguiente y el problema de seleccionar una estrategia óptima se reduce a determinar los valores óptimos fijos de R y Q .

EL PUNTO OPTIMO DE REORDEN.



$$R_0 = L D$$

Si se ordena antes se tiene exceso de inventario y si se ordena después se tendrá demanda insatisfecha por lo que el punto óptimo de reorden es R_0 .

COMPARACION DE DIFERENTES ORDENES Q.

Considero una situación en que

$D = 1000$ unidades por año

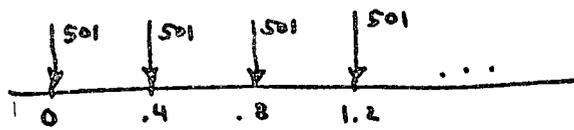
$F = \$21$ por lote (costo fijo)

$v = \$1.2$ por unidad en el lote (costo variable)

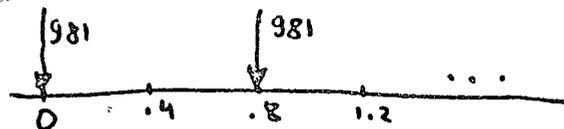
Estrategia A $Q = 400$ unidades

Estrategia B $Q = 800$ unidades

A: $vQ + F = 1.2 \times 400 + 21 = 501$ satisface la demanda durante
 $Q/D = 400/1000 = .4$ año. $= n$



B: $vQ + F = 1.2 \times 800 + 21 = 981$ satisface la demanda durante
 $Q/D = 800/1000 = .8$ año. $= n$



el costo anual es:

$$A: 501 \left(\frac{1}{n} + \frac{i}{2} \right) = 501 \left(\frac{1}{.4} + \frac{.08}{2} \right) = 501 \times 2.54 = \$1273 / \text{año.}$$

$$B: 981 \left(\frac{1}{n} + \frac{i}{2} \right) = 981 \left(\frac{1}{.8} + \frac{.08}{2} \right) = 981 \times 1.29 = \$1265 / \text{año.}$$

(costo de adquisición)

Estrategia C $Q = 600$ unidades

$vQ + F = 1.2 \times 600 + 21 = 741$; $n = Q/D = 600/1000 = .6$

$$741 \left(\frac{1}{.6} + \frac{.08}{2} \right) = \$1267 / \text{año.}$$

COSTO DEL ESPACIO EN EL ALMACEN

Espacio para 1000 unidades cuesta \$20.00/año.

$$W = \$20.00/1000 = \$0.02$$

Q es la cantidad máxima que se almacenará.

$$\text{Estrategia A } 1273 + .02 \times 400 = 1281$$

$$\text{B } 1265 + .02 \times 800 = 1281$$

$$\text{C } 1267 + .02 \times 600 = 1279$$

IMPUESTOS

Suponga que $r = .52$

Ahorro en impuestos:

$$\text{espacio en el almacén: A } .52 \times .02 \times 400 = 4$$

$$\text{B } .52 \times .02 \times 800 = 8$$

$$\text{C } .52 \times .02 \times 600 = 6$$

$$\text{adquisición } rD(F + vQ)/Q = rD(F/Q + v)$$

$$\text{A } .52 \times 1000 (21/400 + 1.2) = 651$$

$$\text{B } .52 \times 1000 (21/800 + 1.2) = 638$$

$$\text{C } .52 \times 1000 (21/600 + 1.2) = 642$$

$$\text{Estrategia A } 1281 - 4 - 651 = 626 \text{ /año.}$$

$$\text{B } 1281 - 8 - 638 = 635 \text{ /año.}$$

$$\text{C } 1279 - 6 - 642 = 631 \text{ /año.}$$

EVALUACION DE ESTRATEGIAS EN EL CASO GENERAL.

1. Costo del lote.

Un nuevo lote se adquiere cada $n_Q = Q/D$ años.

y se tiene un costo anual de $(\frac{1}{n_Q} + \frac{i}{2})(vQ + F) = (\frac{D}{Q} + \frac{i}{2})(vQ + F)$

2. Costo de espacio del almacén

$$wQ$$

3. Ahorro en impuestos.

$$rwQ + rD(v + F/Q)$$

COSTO TOTAL

$$C(R_0, Q) = (D/Q + i/2)(vQ + F) + wQ - rwQ - rD(v + F/Q)$$

$$= D(1-r)v + D(1-r)F/Q + (1-r)wQ + 1/2 i(vQ + F)$$

ORDEN OPTIMA.

Derivando e igualando a cero se obtiene

$$Q^* = \sqrt{\frac{(1-r)F}{(1-r)w + \frac{1}{2}i v}} D$$

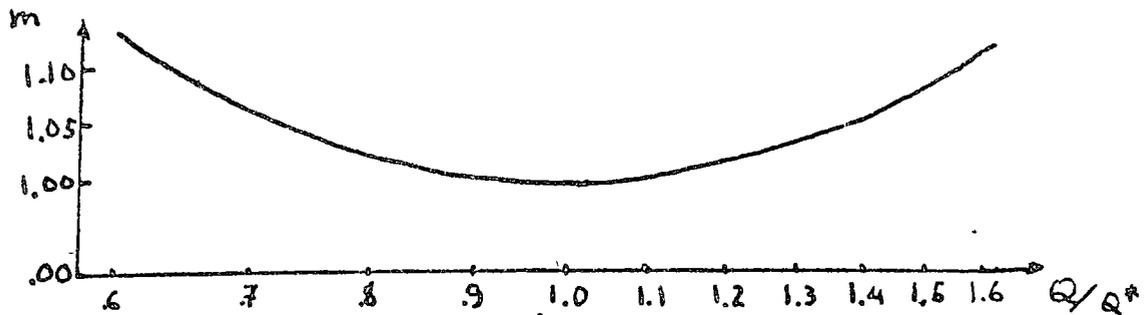
(Fórmula de Wilson)

(Para el ejemplo $Q^* = 418$)

DESVIACION INTENCIONAL DE Q^*

$$C(R_0, Q) = m C(R_0, Q^*)$$

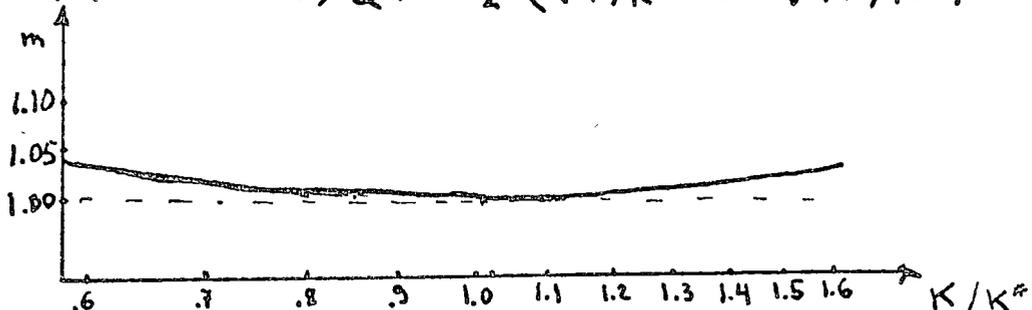
$$m = \frac{1}{2} (Q/Q^* + Q^*/Q)$$



DESVIACION DE Q^* DEBIDO A ESTIMACION INCORRECTA DE LOS COSTOS.

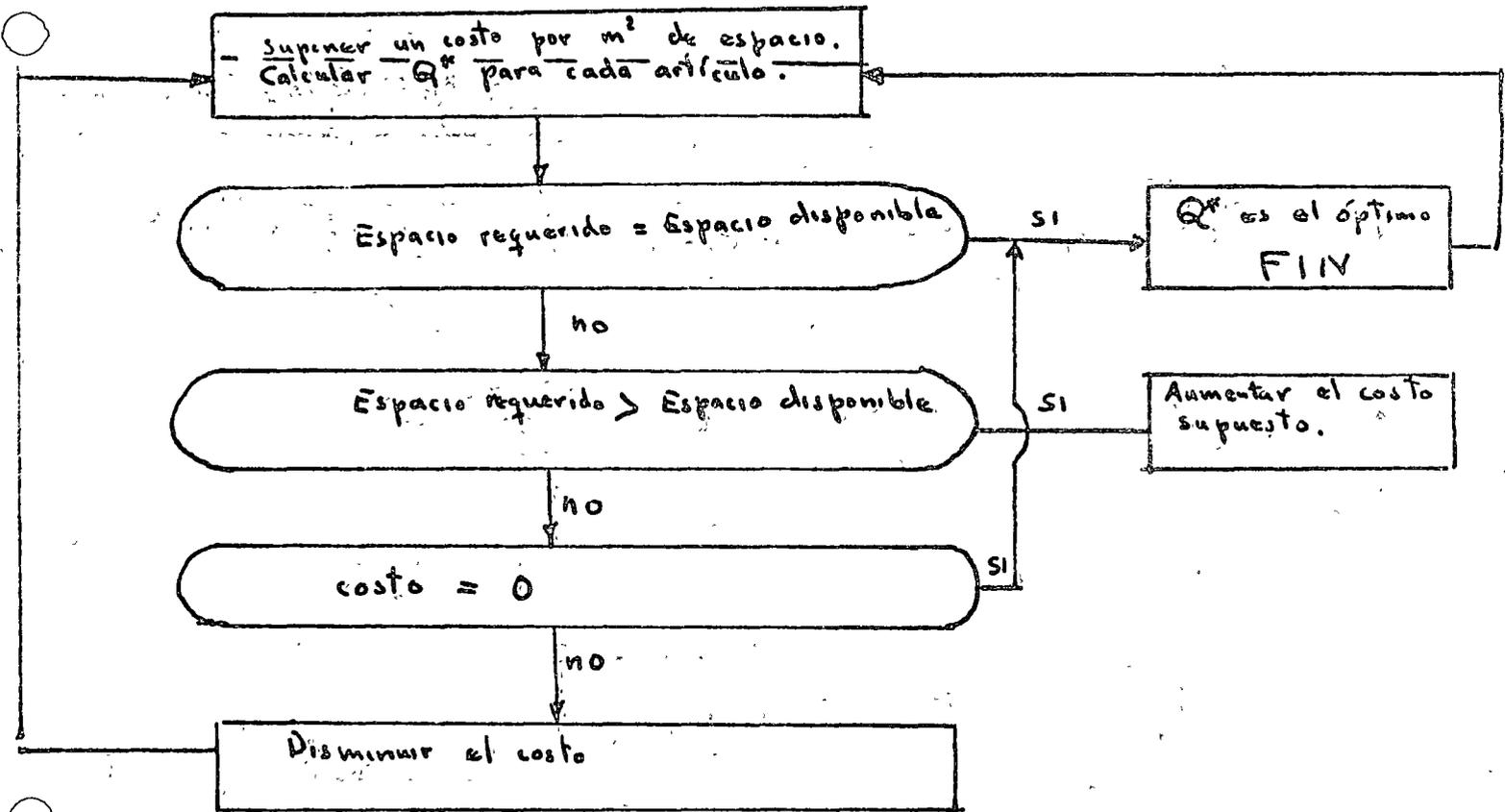
$$K^* = \frac{(1-r)F}{(1-r)w + \frac{1}{2}iv} \quad ; \quad Q^* = \sqrt{K^* D}$$

$$m = \frac{1}{2} (Q/Q^* + Q^*/Q) = \frac{1}{2} (\sqrt{K/K^*} + \sqrt{K^*/K})$$



COSTO DE OPORTUNIDAD DEL ESPACIO EN EL ALMACEN.

Cuando todos los artículos que se tienen en inventario deben almacenarse en una cantidad fija de espacio, producir un artículo en grandes lotes pueda hacer necesario producir otros artículos en lotes más pequeños. El aumento resultante en los costos de preparación y de órdenes anual de estos "otros" artículos es un costo de oportunidad de producir el artículo "dado".



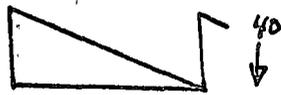
BIENES OBSOLETOS.

Existe frecuentemente un riesgo apreciable que un artículo en inventario llegue a ser obsoleto.

$D = 200$

$Q = 200$

$Q = 100$



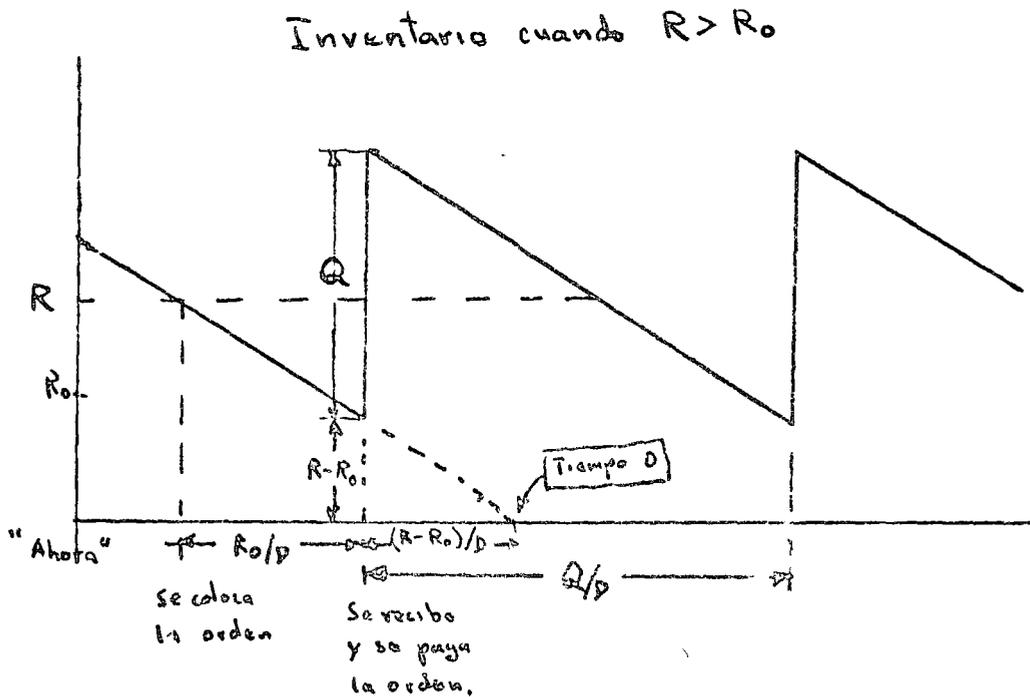
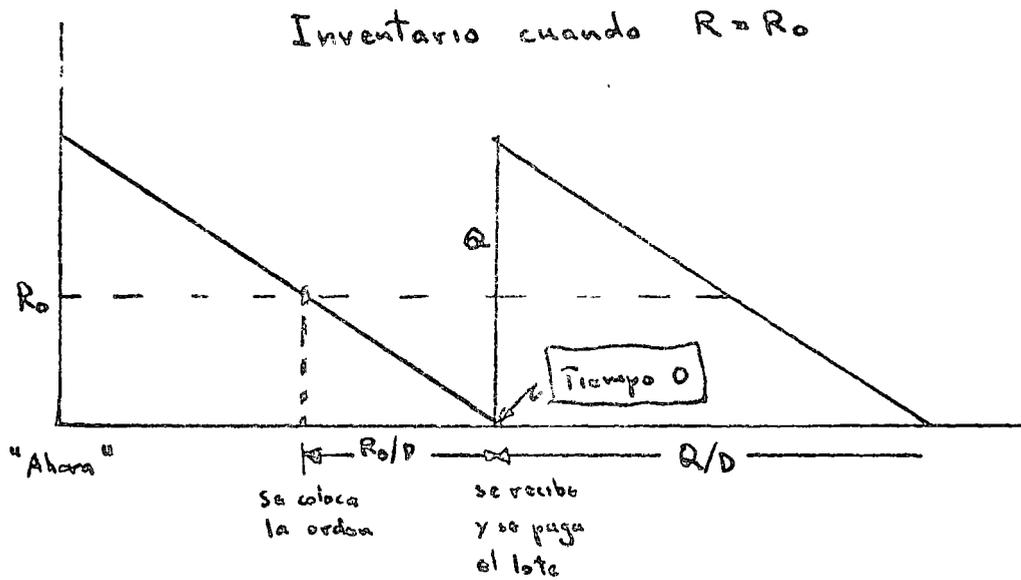
se usará en lugar de j $k = i + (1-r)j$

j : probabilidad que el artículo será obsoleto en el período de un año.

EFFECTO DEL PUNTO DE REORDEN

R_0 : número de unidades que se demandarán durante el tiempo de entrega en la fábrica.

"Tiempo cero" momento en que la última unidad en inventario o en orden se ha consumido.



Puede notarse que:

- 1º la cantidad máxima en inventario será ahora $(Q + R - R_0)$
- 2º El primer lote ordenado bajo una estrategia seleccionada ahora, llegará $(R - R_0)/D$ años antes del año o tiempo cero.
- 3º No importa que R y Q se seleccionen, los lotes llegan cada Q/D años.

a) Costo de adquisición

Un lote que cuesta $vQ + F$ cada Q/D años.

$$\left(\frac{1}{n} + \frac{i}{2}\right) \text{costo} = \left(\frac{D}{Q} + \frac{i}{2}\right)(vQ + F) = Dv + DF/Q + \frac{1}{2}i(vQ + F)$$

el flujo empieza $(R - R_0)/D$ años antes del tiempo 0.

b) Costo de espacio en el almacén.

$$w(Q + R - R_0)$$

empieza en $0 - (R - R_0)/D$

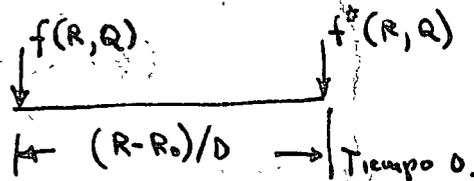
c) Ahorro en impuesto

$$rw(Q + R - R_0)$$

empieza en $0 - (R - R_0)/D$

$$rD(v + F/Q)$$

empieza en 0.



$$f^*(R, Q) = \left(1 + i \frac{(R - R_0)}{D}\right) f(R, Q)$$

entonces

$$f^*(R, Q) = \left(1 + i \frac{R - R_0}{D}\right) \left[Dv + DF/Q + \frac{1}{2}i(vQ + F) + (1 - r)w(Q + R - R_0) \right]$$

si $\frac{R - R_0}{D}$ es pequeño respecto a 1 y $Dv \gg \frac{DF}{Q} + \frac{1}{2}i(vQ + F) + (1 - r)w(Q + R - R_0)$

podemos aproximar

$$f^*(R, Q) \approx Dv + DF/Q + \frac{1}{2}i(vQ + F) + (1 - r)w(Q + R - R_0) + i v (R - R_0)$$

$$Y \quad C(Q, R) = D(1 - r)v + D(1 - r)F/Q + (1 - r)w(Q + R - R_0) + \frac{1}{2}i(vQ + F) + i v (R - R_0)$$

CONTROL DE INVENTARIO BAJO INCERTIDUMBRE.

1. Hipótesis básicas y notación.

- El equivalente bajo certeza del empresario es igual a su valor esperado.
- La probabilidad que él asigna a la demanda permanece constante en el tiempo.
- La probabilidad que asigna al tiempo de entrega en la fábrica permanece constante en el tiempo.
- Las órdenes de los clientes que no pueden surtir se guardan y se surten cuando llegan nuevos artículos.

"Status" cantidad en inventario más las órdenes en la fábrica menos la cantidad que se debe entregar a los clientes.

\bar{D} , \bar{L} y \bar{R}_0 son las esperanzas. Entonces $\bar{R}_0 = \bar{D} \bar{L}$.

2. Costo de no cumplir los pedidos cuando las órdenes no se cancelan.

$\bar{S}_{R,Q}$: esperanza del costo por no tener el artículo en inventario, atribuido a cualquier orden.

$$C(R,Q) = \bar{D} (1-r) (vQ + F + \bar{S}_{R,Q}) / Q + (1-r) w (Q + R - \bar{R}_0) + \frac{1}{2} i (vQ + F + \bar{S}_{R,Q}) + i v (R - \bar{R}_0)$$

Cuando el artículo pueda quedar obsoleto, se reemplaza i por $k = i + (1-r)j$.

SELECCION DE LA ESTRATEGIA OPTIMA CUANDO EL COSTO DE NO TENER ARTICULOS EN INVENTARIO CUANDO SE PIDEN ES LINEAL.

$$\bar{S}_{R,Q} = A_R + B_R Q$$

$$\text{Haciendo } F_R = F + A_R, \quad v_R = v + B_R$$

$$C(R,Q) = \bar{D} (1-r) (v_R Q + F_R) / Q + (1-r) w (Q + R - \bar{R}_0) + \frac{1}{2} i (v_R Q + F_R) + i v_R (R - \bar{R}_0)$$

Derivando respecto a Q e igualando a cero:

$$Q_R^* = \sqrt{\frac{(1-r) \bar{F}_R}{(1-r)w + \frac{1}{2} i v_R}} \bar{D}$$

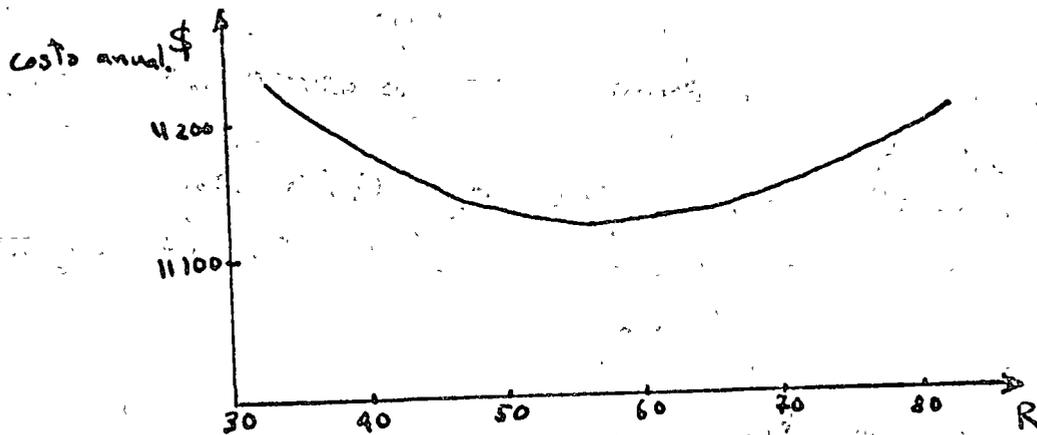
PUNTO OPTIMO DE REORDEN

Se encontrará mediante un ejemplo.

Suponga: $\bar{D} = 362$ $\bar{L} = .108$ $\bar{R}_0 = \bar{L} \bar{D} = 39$
 $F = \$84.00$ $v = \$60.32$ $w = 0$
 $i = .124$ $r = .52$

Se ha utilizado el método de simulación de Monte Carlo para estimar los coeficientes A_R y B_R

R	A_R	B_R	$F_R = F + A_R$	$v_R = v + B_R$	Q_R^*	$C(R, Q_R^*)$
35	13.04	1.61	103.09	61.93	68.3	11 215
40	14.83	1.25	98.83	61.57	67.1	11 171
50	10.14	.75	94.14	61.07	65.7	11 132
60	6.08	.43	90.08	60.75	64.5	11 123
70	3.68	.28	87.68	60.60	63.7	11 153
80	2.16	.12	86.16	60.44	63.2	11 182



DEMANDA.

$$S^* = Q^* + R - \bar{U}$$

$$\bar{U} = \frac{1}{2} \bar{d} + \frac{1}{2} \frac{\text{var } d}{\bar{d}}$$

donde \bar{d} es la demanda del cliente entre dos revisiones sucesivas del ~~cliente~~ status.

COSTO DEL ESPACIO EN EL ALMACEN

Espacio para 1000 unidades cuesta \$20.00/año.

$$W = \$20.00/1000 = \$0.02$$

Q es la cantidad máxima que se almacenará.

$$\text{Estrategia A } 1273 + .02 \times 400 = 1281$$

$$\text{B } 1265 + .02 \times 800 = 1281$$

$$\text{C } 1267 + .02 \times 600 = 1279$$

IMPUESTOS

Suponga que $r = .52$

Ahorro en impuestos:

$$\text{espacio en el almacén: A } .52 \times .02 \times 400 = 4$$

$$\text{B } .52 \times .02 \times 800 = 8$$

$$\text{C } .52 \times .02 \times 600 = 6$$

$$\text{adquisición } rD(F + vQ)/Q = rD(F/Q + v)$$

$$\text{A } .52 \times 1000 (21/400 + 1.2) = 651$$

$$\text{B } .52 \times 1000 (21/800 + 1.2) = 638$$

$$\text{C } .52 \times 1000 (21/600 + 1.2) = 642$$

$$\text{Estrategia A } 1281 - 4 - 651 = 626 / \text{año.}$$

$$\text{B } 1281 - 8 - 638 = 635 / \text{año.}$$

$$\text{C } 1279 - 6 - 642 = 631 / \text{año.}$$

EVALUACION DE ESTRATEGIAS EN EL CASO GENERAL.

1. Costo del lote.

Un nuevo lote se adquiere cada $n_q = Q/D$ años.

y se tiene un costo anual de $(\frac{1}{n_q} + \frac{i}{2})(vQ + F) = (\frac{D}{Q} + \frac{i}{2})(vQ + F)$

2. Costo de espacio del almacén

$$wQ$$

3. Ahorro en impuestos.

$$rwQ + rD(v + F/Q)$$

COSTO TOTAL

$$C(R_0, Q) = (D/Q + i/2)(vQ + F) + wQ - rwQ - rD(v + F/Q)$$
$$= D(1-r)v + D(1-r)F/Q + (1-r)wQ + 1/2 i(vQ + F)$$

ORDEN OPTIMA.

Derivando e igualando a cero se obtiene

$$Q^* = \sqrt{\frac{(1-r)F}{(1-r)w + \frac{1}{2}i v} D}$$

(Fórmula de Wilson)

Hooker Grinding wheel company

En enero de 1963, el comité ejecutivo de la Hooker grinding wheel company, se reunió para examinar sus requerimientos de capital para ese año. Uno de los propósitos del grupo era reducir los niveles de inventario en productos terminados y obtener fondos para adquirir equipo de manufactura adicional.

Historia del inventario de productos terminados

En 1962, Hooker era el 43º fabricante de productos abrasivos en los U.S.A., con ventas anuales de 20 millones de dólares, pero era la compañía más pequeña, ya que no poseía una línea completa de maquinaria para pulir, piedras para afilar, etc.; y la competencia con los líderes de la industria era muy intensa.

Los directivos atribuían el crecimiento sostenido de las ventas a la alta calidad de los productos y a su bien entrenada fuerza de venta, y creían que la capacidad para satisfacer rápidamente la demanda constituía un elemento importante de su programa de mercadeo.

En 1955 se estableció un inventario de productos terminados después de varios años de debates intermitentes dentro del comité ejecutivo. Existieron 3 razones fundamentales para tomar esta decisión: 1) reducir el número de órdenes en la fábrica y por consiguiente los costos de preparación, 2) reducir los problemas en la programación de la producción que resultaban del número excesivo de órdenes pequeñas, y 3) abastecer a los clientes en forma más rápida.

De los 50000 tipos diferentes de wheels vendidos en 1954, el comité ejecutivo autorizó almacenar los 100 tipos de demanda más frecuente, en

- cantidades que tuvieron un valor total de 50000 (Dólares) a precios de venta. Sin embargo, a fines de 1962 el número de artículos en stock había ascendido a 2500 y el valor del inventario a cerca de 2 millones a precios de venta. Además, en este año la mitad de las ventas (10 millones) estuvieron representadas por artículos que normalmente se abastecieron fuera del inventario de productos terminales.

Discusión del comité ejecutivo

En la junta de enero de 1963, el Sr. James Griffin, tesorero de Hooker, urgió una reducción bastante severa de los montos de capital invertidos en inventario. Puntualizó que la tasa de crecimiento de la compañía (5% anual) estaba forzando sus recursos financieros y enfatizó que la carencia de fondos impedía la compra de equipo para manufactura, con el cual podían ganar el 10% después de impuestos. En su opinión, el número de artículos llevados en inventario y las cantidades almacenadas, deberían reducirse para proporcionar fondos para estas inversiones de alto rendimiento.

El Gerente de ventas, Sr. John Gregory, interrumpió a Griffin con el siguiente comentario: "Justamente no podemos dejar artículos fuera de nuestra lista de stock a menos que dejen de moverse. Si cuando tenemos entregas inmediatas las proveemos con artículos en stock y duramos 4 semanas para abastecerlas, si hacemos promesas sobre pedido nuestras ventas morirán. Apostaría que perderíamos el 50% de nuestras ventas de artículos sacados de nuestra lista de stock, ya que nuestra competencia lleva en su stock casi todo el artículo que tenemos. Lo que debemos hacer es agregar artículos y no recortar su número."

Esto puede ser confuso al Sr. Griffin " Pero ~~no~~ podemos permitirnos tener altas pérdidas por obsolescencia de nuestro inventario de productos terminados. El último año el valor de lo que se desperdició fue del 5% del valor medio del inventario de productos terminados. Esto es, \$ 500,000 a precio de venta y en una compañía del tamaño de la nuestra no podemos permitirlo. Hace 2 años era el sulfuro de nuestros wheels de acero inoxidable lo que las compañías acereras encontraban, que contaminaba sus lingotes. El último año introdujimos la nueva línea yankee de wheels de albañilería. Anteriormente habíamos vendido muchos de nuestros wheels corrientes de albañilería y como los wheels yankee son mucho mejores no podemos aún, dar salida a los wheels antiguos.

El Sr. George Young, contralor, quien era responsable del control del inventario de productos terminados, fue el siguiente en expresar su opinión acerca de los efectos y las causas reales del inventario excesivo, y lo atribuyó a las fallas de la fábrica para cumplir sus promesas de programación de entregas. Sabes tan bien como yo, les dijo volteando hacia el gerente de producción, Sr. Hester D. Neal que las ordenes de producción para artículos en stock siempre van al final, no importa cuan grande sean estas. Ellas son las últimas que se fabricarán y usualmente nos tardamos 667 semanas para entregarlas desde la fábrica, aún cuando su personal siempre promete 4. Por tanto tenemos que conservar 50% o 100% más de stock a la mano que lo que mantendríamos si consiguiéramos entregarlas en 4 semanas.

Se hace lo mejor que se pueda con las ordenes en stock Replyó el Sr. O'Neill, " Pero tu sabes que usaríamos mas tiempo extra si sacamos las ordenes on stock en 4 semanas. Hemos acordado usar las ordenes on stock como colchón de seguridad previendo que no podamos cumplirlas a tiempo.

41

Un poco de tiempo extra es barato comparado con las muchas pérdidas, intervino el Sr. Gregory. Como están las cosas actualmente, mis jefes de ventas de distrito me dicen que a menudo no hay un stock artículos que se prometen para entrega inmediata, lo que además de desmoralizar al equipo de ventas, irrita, a los clientes.

¿Cómo te gustaría tratar de explicar a un cliente el porqué no le puedes entregar un artículo que supuestamente llevamos en inventario?

A menudo oímos esto John, replicó el Sr. Young, así que tengo hecho un análisis del último octubre para determinar - cuántos negocios perdemos por estar fuera de stock. Encontramos que solamente 2 de 50 clientes cancelaron sus órdenes y que esto sucedió porque nuestra expedición falló, y los clientes estuvieron esperando más de 1 semana. Pueden ser que nuestros clientes estuviesen irritados, pero observamos que pueden esperar hasta 1 semana antes de cancelar sus órdenes. Todo lo que tenemos que hacer es continuar con nuestra política actual de expedición siempre que estamos fuera de stock. Si suspendiésemos todo lo que espera en la fábrica podemos hacer cualquier cosa en una semana.

Para esto requiera una gran cantidad de expedición, replicó el Sr. O'Sullivan, y la expedición no nos librará del problema. Esto, sumado a los costos de mi operación, no son precisamente años pocos centavos. Para este año presuponemos \$100,000 para control de producción, lo cual nos da una idea de lo fantástico de la expedición.

Esto se basa, en un promedio de \$20 de mano de obra para control de producción, por orden que se ~~espera~~ ^{ESPERA} expedir.

Al final, casi todas las ordenes expedidas se venían que producir con el 50% de tiempo extra. Esta política de rápida entrega puede ser buena para los clientes, pero no convierte en una organización no rentable.

El presidente de la compañía, Sr. Richard Hooker, sugirió que sería buena idea investigar algunos aspectos antes de continuar con la discusión, y solicitó al Sr. Young que seleccionara una pequeña muestra de artículos y analizara que sucedería si las cantidades llevadas en inventario se redujeran.

Control del inventario de productos terminados

El sistema que el Sr. Young estableció para controlar el inventario, se basó en el cálculo diario del status de cada artículo almacenado, dicho status se define como: el número de unidades a la mano + el número en ordenes de la fábrica - el número pedida por los clientes.

Para cada artículo se especificó un punto de reorden R y un status máximo S ; y cada vez que el status del artículo era menor o igual que R se ordenaban las unidades necesarias para alcanzar el status S . El punto de reorden y el status máximo de cada artículo, se revisaban una vez al año, o más a menudo si habían sido de vuelta un gran número de ordenes.

Las ordenes de los clientes se archivan en la secuencia en que se recibían, y se abastecían en este mismo orden, excepto si el stock a la mano era insuficiente para satisfacer una orden particular. Estas ordenes se conservaban en el archivo y se utilizaba el stock para ~~la siguiente~~ satisfacer la siguiente orden u ordenes que pudieran abastecerse en forma completa.

Unicamente en circunstancias muy especiales se emi-
-aban ordenes parciales a clientes autorizados.

Las ordenes de fabrica se expedian siempre que existiera
la incertidumbre de que no se recibirian las cantidades
adecuadas una semana despues de que las ordenes habian
sido devueltas por los clientes. Al decidir si era necesario
expedir una orden, los empleados del almacen estaban
instruidos para suponer : 1) que la cantidad entregada se-
-ria igual a la cantidad ordenada y 2) que pasarían 7
semanas entre el tiempo en que una orden no expedida en
la fabrica fuese colocada y el tiempo en que los productos
terminados fuesen entregados al almacen.

Cuando se ordenaba la expedición, siempre se aplicaba
a ordenes completas, las porciones de ordenes de fabrica
nunca se sacaban para tratamiento especial.

Los rechazos y su efecto sobre los costos de producción.

Aunque la fabrica agregaba una parte para rechazos cuando
entraba una orden a producción, el número de rechazos era
a menudo mayor o menor que esta parte y por consiguiente
el número entregado de unidades buenas era ~~menor~~ menor o
mayor que el ordenado.

Un estudio cuidadoso sobre experiencias de rechazo fue
realizado recientemente por los Ingenieros de control de ca-
-lidad, quienes registraron en tarjetas perforadas : el nú-
-mero de artículos producidos y el número de artículos rechaza-
-dos en todas las ordenes de fabricación, para todos los
productos de la línea de Hooker durante los últimos
5 años. Como un resultado de este estudio se
obtuvo para cada artículo, la razón de rechazos totales
al número total producido durante los 5 años,
esta razón fue denominada por los Ingenieros como
"la tasa media de rechazo por artículo."

Aunque la tasa de rechazo varía considerablemente de artículo a artículo, los Ingenieros han sido incapaces de encontrar cualquier otro factor que tenga efectos notables sobre los artículos defectuosos; y en particular, han concluido que la fracción de rechazo no varía de alguna manera sistemática con la cantidad de unidades producidas cada vez.

Acordando que una orden de fábrica se calculara dividiendo la cantidad ordenada por uno menos la tasa de rechazo y redondeando al entero más cercano.

Respecto al costo asociado con los rechazos, los Ingenieros concluyeron que en el promedio, las fallas ocurrieron igualmente a través de todo el proceso de producción. Dado que la mano de obra directa, se empleó a una tasa relativamente constante durante todo el proceso de manufactura, los costos de mano de obra directa de un producto defectuoso son en promedio la mitad del de una pieza buena.

Como los materiales directos, entran todos al inicio del proceso de producción, el costo de materiales directos de una pieza defectuosa es igual al de una pieza buena.

Efectos de la expedición sobre la mano de obra directa

Un subproducto del estudio ya descrito, es la información de que las fallas estaban más o menos igualmente distribuidas a través de todas las operaciones del proceso de producción; y basándose en esto y otros hechos anotados por el estudio, el jefe de contabilidad de costos Sr. Arthur Wilson, desarrolló formulas relativas a la cantidad de trabajo que sería utilizado por una expedición en el período de su procesamiento normal en cual un lote fuera expedida.

Estas fórmulas involucran una cantidad que el Sr. Wilson denominó la fracción expedida:

$$f = \frac{\text{fecha normal de terminación} - \text{fecha de expedición}}{\text{fecha normal de terminación} - \text{fecha ordenada}}$$

En términos de esta fracción, la fórmula del Sr. Wilson para el número de horas de mano de obra de preparación, era simplemente:

$$f \times H_s$$

donde H_s era el número de horas de mano de obra de preparación o arranque requeridas para producir un lote. Su fórmula para el número de horas de mano de obra por pieza que serían expedidas, era:

$$f \times (N_g + \frac{1}{2} f N_r) \times H_g$$

donde N_g = número de piezas buenas producidas,
 N_r = número de rechazos producidos,
 H_g = horas de mano de obra por pieza requeridas para producir una pieza buena.

Producto número 53026

El Sr. Young decidió iniciar su estudio, investigando los efectos de la política alterada de inventarios sobre el artículo número 53026. El punto de reorden y el status máximo para este artículo, había sido establecido en 66 y 117 respectivamente durante los 2 últimos años el valor del inventario promedio había sido uno de los más grandes dentro de los productos almacenados por Hooker. En la Tabla 1 se reproducen los stocks registrados en tarjetas para este producto, durante un período de 382 días desde el 2 de diciembre de 1961 al 24 de junio de 1962.

La tabla 2 es un resumen del movimiento de stock del artículo 53026 derivada del registro estadístico de la tabla 1. Cuando el Sr. Young examinó la distribución de frecuencia de las cantidades ordenadas por los clientes, se sorprendió por el hecho de que la distribución estaba muy lejos de ser uniforme, con cantidades tales como 9, 11, 13 etc. fuera totalmente de ella; pero después de consultar al gerente de ventas concluyó que las peculiaridades de la distribución probablemente eran un reflejo aproximado de las particularidades en los hábitos de ordenar de los clientes y por consiguiente no había razón para pensar que ~~la~~ la distribución de las cantidades de órdenes futuras diferirían de la distribución de la tabla 2.

La tabla 3 reproduce los datos y cálculos sobre los costos estándar para el artículo 53026, basada en una cantidad nominal ordenada de 57 y una tasa de rechazo del 5%

El costo estándar de manufactura del artículo fue de \$63.95 más \$9.76 para ^{costos} general y administrativo, y gastos de venta, lo que nos lleva a un costo total estándar de \$83.71; y una ganancia de \$15.06 sobre el precio de venta promedio de \$98.77. El precio de venta varía dependiendo de la clase de cliente que realiza la compra (Distribuidor, mayorista, etc.) y de la cantidad que compra.

La tabla 4 muestra la tasa de gastos generales de la fábrica del 200% que fue usada en Enero de 1963. Aunque Hooker planeó operar solamente al 90% de la capacidad, se presupuestó una cierta cantidad de tiempo extra, para manejar fluctuaciones aleatorias en las ordenes para entregas tardías a los clientes. Históricamente, Hooker ha encontrado la necesidad de algún tiempo extra, aun cuando la utilización de la capacidad de la fábrica en un año fuera del 75%, para prevenir que el tiempo extra fuera demasiado. Había una política en la compañía, que era la de adquirir tanto equipo nuevo de manufactura como fuese necesario para mantener la capacidad utilizada abajo del 90%.

La depreciación del equipo se cargó al presupuesto de gastos generales, correspondiendo ésta a una depreciación real sobre una vida útil de 20 años, lo cual era no solamente permisible para propósitos de impuestos sino que también constituiría una buena aproximación a la vida económica real de la mayoría del equipo, el cual usualmente se daba de baja por obsoleto mas no por deterioro. En los años pasados, los gastos de Capital de Hooks para reemplazo y expansión se han venido incrementando a una tasa del 5% anual y han llegado a cerca de \$1 millon en 1962. Los precios han permanecido estables en este período y se esperaba que permanecieran estables en el futuro. La depreciación del edificio se basó en una vida útil de 30 años para propósitos de impuestos, pero en este caso los directivos no tenían idea de cual sería la vida económica verdadera de los edificios. Todos los edificios eran modernos y bien localizados las últimas adiciones se esperaba que fueran suficientes por lo menos dos o tres años.

PLAN PARA EL ANALISIS INICIAL

La inspección de la tabla 1 dejó al Sr. Young completamente incierto, si Hooker hubiese almacenado mucho o muy poco del artículo 53026. El observó que en dos ocasiones durante el período de revisión no había bastante stock a la mano para satisfacer todas las ordenes de los clientes, pero al contrario el nivel del stock había llegado a 91 unidades el 23 de febrero de 1962, muy excedido de lo que el Sr. Young consideraba un nivel deseable. Dado que el Sr. Young estaba inseguro respecto al impacto relativo de los cambios en el punto de reorden, contra los cambios en la cantidad reordenada, sobre el problema de faltante y el nivel mínimo de inventario, sentía deseable examinar el efecto de los cambios en ambas cantidades.

Exhibit 1

Order and Inventory History of Stock Item No. 5302G
from December 8, 1961 to December 24, 1962

		Transactions			Balances						Transactions			Balances			
Date	Day	Cus Ord	Fac Ord	Fac Rec	On Hand	Due Out	Due In	Status	Date	Day	Cus Ord	Fac Ord	Fac Rec	On Hand	Due Out	Due In	Status
12/ 8	1				7	0	60*	67	15	190	2			4			71
		5			2			62	23	193	5(B)			4	5		66
		5(B)				5		57			5(B)			4	10		61
		1			1			56	25	200			66	70		0	60
			61					121						65	5		
9	2	20(B)				25		97						60	0		
11	4			59*	60			61	7/ 2	207	4	57		56		57	117
					55	20					10			46			113
					35	0								42			103
16	9	1			34			95	11	216	4			39			99
19	12	1			33			94	12	217	4			23			95
		1			32			93	16	221	15			22			80
26	19	5			27			88	23	228	1			21			79
1/ 2	26	4			23			84	31	236	1			80		0	60
		8			15			76	8/ 6	242			59	76			76
6	30	9			7			68			4			75			75
9	33	2			5			66	20	256	1			73			73
		4			1			62	27	263	2			65			65
17	41			58	59		0	59	9/10	277	8			64			64
							58	117			1			40			40
2/ 1	56	2			57			115	13	280	21			38			38
3	58	10			47			105			2						79
9	64	4			43			101				79				79	117
12	67	2			41			99	18	285	4			34			113
19	74	8			33			91	21	288	10			24			103
23	75			58	91		0	91	10/ 6	303	10			14			93
24	79	4			87			87	8	305	8			6			65
3/ 1	84	5			82			82	15	312			79	85		0	85
3	86	4			78			78			4			81			81
4/ 2	116	4			74			74	23	320	2			79			79
12	126	2			72			72	30	327	4			75			75
23	137	4			68			68	11/17	345	8			67			67
		1			67			67			10			57			57
27	141	2			65			65				60				60	117
5/ 7	151	1			64			64	12/ 4	362	1			56			116
15	159	10			54			54	5	363	4			52			112
		4			50			50			1			51			111
				67			67	117	7	365	8			45			103
16	160	6			44			111	8	366	4			39			99
22	167	1			43			110	18	376	4			35			95
24	168	8			33			102	20	378	12			23			83
29	173	4			31			98	22	380			63	86		0	86
6/ 7	182	4			27			94						76			76
		1			26			93						74			74
11	186	20			6			73	24	382				70			70

*Ordered on 12/27 (41 days before day 1).

Exhibit 2

Summary of Inventory Transactions for Item No. 53026

Number of Units in One Customer Order

<u>Customer Order Quantity</u>	<u>Number of Orders</u>
1	14
2	10
4	21
5	6
6	1
8	8
10	7
12	1
15	1
20	2
24	1
	<u>72</u>

average number of units in one order = 5.264

Number of Customer Orders in One Day

<u>Number of Customer Orders</u>	<u>Number of Days</u>
0	325
1	43
2	13
3	1
	<u>382</u>

average number of orders in one day = .1885

Calendar Days from Placing to Receipt of Factory Order

<u>Factory Lead Time (days)</u>	<u>Number of Occasions</u>
32	1
35	1
37	1
40	1
41	1
42	1
45	1
	<u>7</u>

average factory lead time = 38.86 days

Exhibit 3

Standard Costs, Item No. 53026

Standard Order Quantity: 57
 Average Rejection Rate: 5%
 Rejection Allowance: 3
 Average Selling Price: \$98.77

	<u>Per Order</u>	<u>Per Good Piece</u>	<u>Per Defective</u>
Direct Material		\$30.00	\$30.00
Direct Labor*			
Setup Labor: 12 hrs. at \$2.50	\$ 30.00		
Piece Labor: 4 hrs. at \$2.50		10.00	5.00
Factory Overhead: 200% of Direct Labor**	<u>60.00</u>	<u>20.00</u>	<u>10.00</u>
	\$ 90.00	\$60.00	\$45.00
Total Good-Piece Cost: 57 x 60.00	3420.00		
Total Defective Cost: 3 x 45.00	<u>135.00</u>		
	\$3645.00		
Per Good Piece: + 57		63.95	
G and A: 10% of Selling Price		9.88	
Selling Expense: 10% of Selling Price		<u>9.88</u>	
		\$23.71	

* Includes no charge for overtime.

** See Exhibit 4.

Exhibit 4

Factory Overhead Rate Calculation for 1963

Budgeted Direct Labor Costs:

Order Setup Labor	\$ 100,000	
Order Piece Labor	<u>1,900,000</u>	
Total Budgeted Direct Labor Costs*		\$2,000,000

Budgeted Factory Overhead Costs:

Labor

Direct Labor Overtime Premium	\$ 150,000	
Direct Labor Training	150,000	
Supervision	400,000	
Personnel Department	120,000	
Inspection Department	130,000	
Production Control Department	100,000	
Stores Department	100,000	
Maintenance Labor	<u>350,000</u>	
Total Overhead Labor Costs	\$1,500,000	

Pensions, FICA (20% of total budgeted payroll, including overtime premium) 700,000

Other

Maintenance Materials	200,000	
Overhead Materials and Outside Services	500,000	
Building Depreciation	100,000	
Equipment Depreciation	<u>1,000,000</u>	

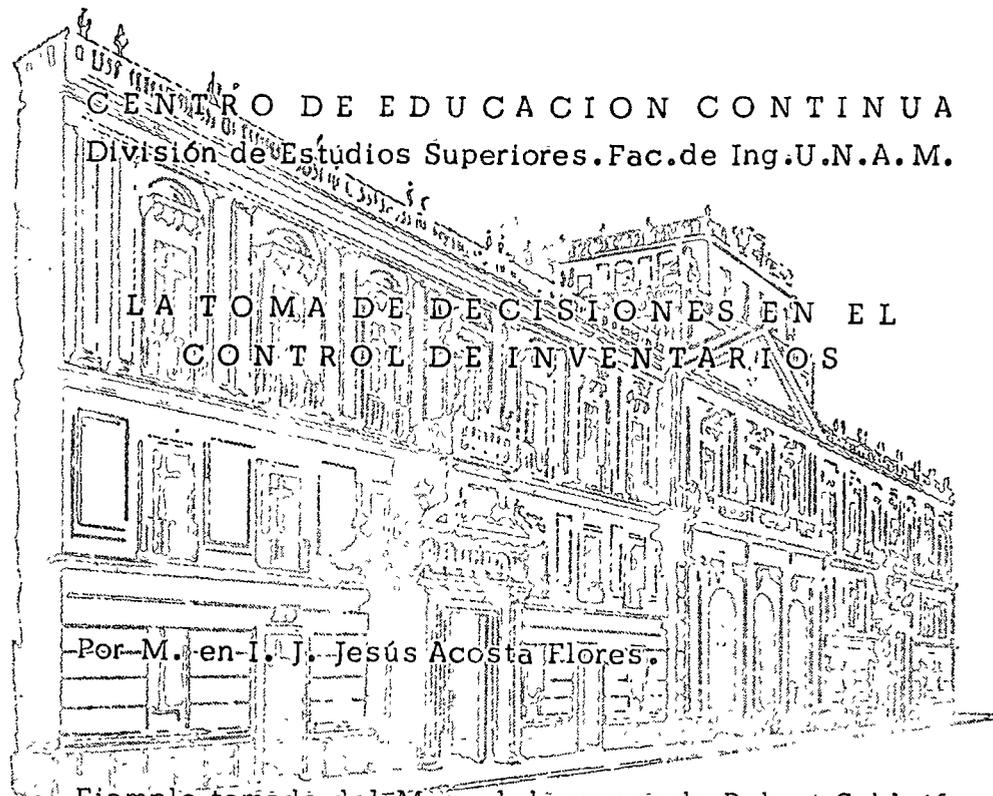
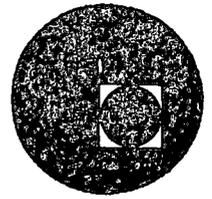
Total Budgeted Factory Overhead Costs \$4,000,000

Overhead Rate per Direct Labor Dollar 200%

* Based on the anticipated need for 400 direct labor workers or 800,000 man-hours per year at \$2.50 per man-hour (average).



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



Ejemplo tomado del Manual de casos de Robert Schlaifer
"Analysis of Decisions Under Uncertainty".

Handwritten text at the top of the page, including a date and possibly a name or title. The text is faint and difficult to read.



LA DAVISON PRESS, INC.

Principio de Junio de 1961, el Gerente General de la Davison Press, el Sr. Frank Davison, llamó a su Gerente de ventas, el Sr. Leroy Jervis, para discutir una orden de producción poco antes de ser enviada al departamento de impresión de la firma para línea especial del invierno del año siguiente de -- agendas (diarios) y calendarios. La política de Davison era la de producir en un solo lote un surtido completo de estación de cada artículo de la línea, ya que "el periodo de ventas era tan breve que era imposible predecir la baja de algún artículo antes que fuese muy tarde para producir un segundo lote sin arriesgar la capacidad de la compañía para satisfacer otro compromiso". Cada primavera, el Gerente de Ventas preparó las ventas previstas para todos los artículos de la siguiente línea especial de invierno; tomando en cuenta la cantidad de la misma y parecida mercancía vendida en años anteriores por Davison y los competidores, el número y volumen de negocios al por menor que esperaban ser resurtidos por la línea Davison en Diciembre, y la perspectiva económica general. La práctica ordinaria del Sr. Davison ha sido repasar las estimaciones del Sr. Jerves con él, hacer revisiones por acuerdo, y entonces producir una cantidad igual a la venta prevista de cada artículo.

H I S T O R I A L

La Davison Press ha sido fundada en 1921 en - Cleveland como un pequeño taller de trabajos de impresión, vendiendo principalmente a locales de pequeños negocios.

Membretes, Tarjetas, listas de precios y catálogos - fueron producidos para satisfacer los pedidos solicitados por - los vendedores que visitó cercanos a la firma. Durante los años siguientes Davison incrementó su negocio en "formas especiales" diseñadas en colaboración con grandes fabricantes para satisfacer sus contratos especiales y registros contables necesarios.

La adquisición de moderna maquinaria de alta velocidad en los veinte años siguientes, hizo posible el manejo económico y rápido de un gran volumen de pedidos individuales pequeños relativamente. Los costos fueron controlados herméticamente. Propaganda ambiciosa trajo clientes a través del Medio Oeste y los ingresos se incrementaron a varios cientos de miles de dolares por año, aunque por condiciones de competencia sostuvo utilidades marginales muy bajas.

Poco después de sobrevivir la depresión bajo el peso de deudas contraídas en la adquisición de nuevo equipo, DAVISON a mediados de los treinta buscó una línea de negocios - que vincularan los capitales menos cerrados a las alternativas de los negocios cíclicos, y esto aceleró la entrada de la firma al campo de la papelería al por menor.

Muestrarios fueron compilados y tomados por vendedores en la diversidad de farmacias y almacenes dentro de los pocos cientos de miles de Cleveland. Los clientes podían ordenar en volturas y papel carta personal, haciendo su propia elección de diseño y surtido de papel, comprando tan poco como 60 pliegas. Esta división del negocio llegó a incrementar las utilidades justamente durante y después de la segunda guerra mundial. Involucró pequeños costos de ventas o esfuerzo por parte de Davison, demandando solamente el manejo eficiente y preciso de pedidos.

Después de la guerra la atención se desvió al carácter estacional del mercado del negocio. En ese tiempo, solamente unos escasos pedidos llegaron durante los cuatro meses de verano y muchas de esas órdenes fueron muy pequeñas. Fue bajo estas circunstancias que la línea especial de invierno - fue comerciada por primera vez en 1951. La línea, originalmente consistió de dos diarios y dos libros de registros, fue un éxito total. Para 1960, las ventas de la línea habían crecido cerca de \$ 250,000 por año y fue obtenida una utilidad neta de cerca de \$ 70,000.

Las ventas de las otras líneas de la compañía, sin embargo, habían también crecido muy rápidamente durante la década de los cincuentas.

Por 1960 Davison fue comerciando los artículos a través del Medio Este del país; el total de ventas de la firma ese año fue sobre los \$ 3'100,000, obteniendo una utilidad neta de cerca de \$ 450,000, y el modelo de ventas estacional había desaparecido virtualmente.

Tiempos extras de operación a más de las facilidades de la compañía, habían sido necesarios por toda una gran parte de 1960. Fue estimado que cerca del 20% de todas las horas de labor directa trabajados durante el resto de 1961 sería realizado en tiempos extras.

El Sr. Davison creyó que era importante estimar las ventas suficientemente cerradas para evitar alguna invasión seria; ya que las pérdidas originales de la impresión de un diario o libro de registros de más sería mayor que la pérdida por impresión de uno de menos.

RECOMENDACIÓN Y MARCA DE JERVIS

En el verano de 1958 toda la línea especial de invierno había sido diseñada y el Sr. Jervis había sido contratado como gerente de ventas, con responsabilidad para todas las líneas excepto las formas especiales diseñadas por clientes. Durante los últimos tres años, los artículos en la línea especial de invierno había sido como sigue:

Artículos	Explicación
No. 1 =	Fue un gran diario de "3X11" de presentación elegante con cubierta de cuero simulado, que se vendía al por menor por \$ 7.50.
No. 2 =	Fue un diario muy pequeño 5X8 y libro de registros diarios, algo menos presuntuoso en presentación, - que se vendía alrededor de \$ 3.00.
No. 3 =	Fue un libro de notas semanal, con espacios para anotaciones relativos a cada hora (de 9.00 a 4.00) y cada día de la semana, el cual vendía a \$ 1.75.

No. 4 y 5 = Fueron bolsos diarios, atados en cuero y en papel, que vendían a \$ 1.00 y \$ 0.65 respectivamente.

La línea en 1962 fué diferente de los anteriores únicamente en la extensión necesaria de acuerdo con la elección del calendario.

Respecto a las ventas previstas, el Sr. Davison sintió que el record del Sr. Jervis en ventas previstas de la línea especial de invierno (exhibición) fué excelente; mucho mejor que la del propio record de Jervis en ventas previstas de papelería. Pero aún cuando estuvo impresionado con el pequeño porcentaje de error en las predicciones de Jervis; el Sr. Davison notó que las predicciones estuvieron cargadas del lado alto, donde los errores fueron mas caros; y se extrañó que en las ventas previstas no se revisó las bajas determinando el número de unidades que es ordenado en producción. Su razonamiento era que "produciendo un lote de menos no es peor que producir uno de más".

El Sr. Jervis estuvo en desacuerdo con este punto de vista. El puntualizaba que cuando una tienda o cliente descompró un artículo y no pudieron hacerlo, era probable considerarlo mal cliente en el sentido que sería difícil venderle en el futuro. En primer lugar dijo, alguno que haya comprado un diario este año era más probable que comprara otro al siguiente año, que alguno que no lo hizo; de aquí, el fracaso de hacer una venta sería considerado vinculado a una pérdida mayor que la utilidad perdida en su diario. Además un comerciante que ~~haya~~ sido molestado con esta situación, ^{puede} parar la adquisición de la línea y aún más rehusar el manejo de toda ella. Por lo tanto, concluyó Jervis, fue realmente peor (antes que mejor) producir de menos que de más. Porque es poco probable que una persona deseando comprar uno de los artículos quiera otro, en vez; el compraría un producto del competidor ó a nadie.

El Sr. Davison reconoció el punto de vista de Jervis, pero arguyó que muchos de aquellos clientes que compraron diarios y libros de registros usándolos únicamente durante la primeros meses del año, y después lo abandonaron; tales gentes no

podrían ser considerados probables prospectos de ventas en los siguientes años. Y puede aún mencionarse que toda persona ha deseado comprar un artículo en 1962, él compraría en 1963 únicamente - si no la ha comprado realmente en 1962. En los casos en que se ordene un pedido bajo en tiempo, se puede cargar una pequeña cantidad de intereses por la orden bajo surtido y así comprarían los - nuevos libros de la línea Davison antes de que aparezcan en el -- mercado. Aún cuando Davison agotó sus inventarios, esto nunca impidió cumplirle los pedidos iniciales a los comerciantes en pequeño, que lo recibieron siempre antes de Noviembre 15.

Como se hizo de buena clientela, esto implicó potencial para utilidades futuras y por las buenas relaciones que gozaba , manejó las ventas de papelería el año enteró.

En su política de inventarios fue siempre conservador, pues seguía la regla de que era preferible agotar y tener reorden antes que tener una pizca de más ó vender en pérdida.

Las utilidades de los detallistas fue siempre suficiente en la línea Davison, como para no disuadirlos de cambiar a - otro competidor, y la línea Davison fue siempre superior en diarios y Libros de Registro como se observó fuera de inventarios.

En balance el Sr. Davison sintió que mientras la pérdida total resultante de un inventario insuficiente fué tal vez un poco mayor que la conclusión de utilidad de inmediato, la diferencia fue casi ciertamente insignificante. El estuvo satisfecho de - tratarlo como cero, y si esto probó su equivocación, para aprender de la experiencia, El presente año parecía excelentemente bueno para tratar de experimentar las ventas previstas de Jervis bajo producción.

Jervis reaccionó fuertemente contra la mención de costos de Davison; hemos cargado por todo, desde los salarios de los

hasta la pintura de la cerca de atrás, al costo de los - artículos. ¿ Cuándo vamos a adquirir un buen negocio de esto? y otra cosa ¿ por qué nuestro trabajo está cargado en razón de tiempo extra justamente porque la compañía estuvo haciendo formas de

negocios antes de adquirirlo denario del negocio de los diarios. Davison Press hace utilidades marginales mucho mayores por hora de prensa en diarios, que haciendo formas y catálogos; si permitiéramos que elegir entre hacer diarios y hacer formas, nosotros ciertamente elegiríamos diarios. Son precisamente las formas las que serían cargadas en razón de tiempo extras. El único costo real en producir más diarios es material y labor, pero en vez de reorganizar esto, la contabilidad sigue cargando diarios con depreciación de precios. Y de todas formas, yo no sobrentendería este negocio de producir algún otro número que esperamos vender. Justamente porque una clase de error es más económico que otro, ¿por qué cometer uno de los errores económicos a propósito?

¿ Cuáles son los Costos?

El Sr. Davison decidió aclarar el costo en cuestión, - por lo que le pregunto al Sr. Herman Lewis, su contador en Jefe y Subtesorero, prepare un análisis de costos detallado por cada artículo de la línea especial de invierno, mostrando cuánto costaría por unidad ~~por~~ producir un lote del tamaño recomendado por Jervis para cada artículo. Al siguiente día, el Sr. Lewis regresó a las oficinas de Davison con la información requerida por él (exhibición 2). El Sr. Davison realizó las cuestiones planteadas por el Sr. Jervis el día anterior, con énfasis particular en materia de cargos de tiempos extras y asignaciones de gastos generales indebidos; el Sr. Lewis defendió vigorosamente los métodos y resultados de su departamento.

En primer lugar dijo, todos los gastos incurridos por Davison han sido atribuidos ó asignados a algún producto. "La razón por que hay una cerca trasera pintada y un sereno que es pagado, es que estamos fabricando y vendiendo piezas impresas de papel de una u otra clase. Estos costos no existirían si nosotros no estuviésemos imprimiendo, y son cuando mucho una parte del costo total del trabajo que hacemos como los son la electricidad y la labor. Ellos aparecen en nuestra relación de ingresos.

Nadie es suficientemente inteligente para saber qué parte de estos gastos cargados serían vistos como debidos a producción

cuáles a papelaría y así sucesivamente, y no pretendo saber cómo podamos calcular el precio de costos de cada pieza de papel que vendemos. Pero las cantidades totales que asignamos viene de haber un gasto general que ha sido cuidadosamente preparado, y las fórmulas que usamos en asignación a estas cantidades son consistentes, razonables y honradas. Los gastos de fabricación que incurrimos en la planta es dividido entre nuestros productos en proporción a las horas de labor directa. Los salarios de ejecutivos y los gastos generales de oficina son cargados en proporción a los costos que hacemos a los productos, lo mismo que haríamos si compramos los productos fuera, excepto por supuesto por algún gasto que podamos trazar directamente a una línea particular.

Como la depreciación de edificio y equipo aparece en nuestra relación de ingresos como un costo y es un costo, justamente lo mismo ~~lo mismo~~ como la tinta que usamos es un costo.

Nuestro método de costo contable es completamente moderno y aceptado. Naturalmente nos gustaría ver todos los costos tan bajos como sea posible; yo no culpo a Jervis por ello.

.Históricamente la línea especial de invierno ha asumido principalmente conservar la presión continua durante el periodo flojo; las formas de negocio fueron pan con mantequilla. Antes de 1961, cuando las horas extras habían sido necesarias durante el verano, los costos había sido cargados a las especialidades de invierno. Fué verdad que los diarios y libros de notas fueron producidos regularmente en días de trabajo (durante las horas regulares y extras), mientras las órdenes de formas de negocios en tiempos urgentes se imprimían en horas regulares o no. Basicamente el Sr. Lewis sintió que esta política debía decidirla el Sr. Davison.

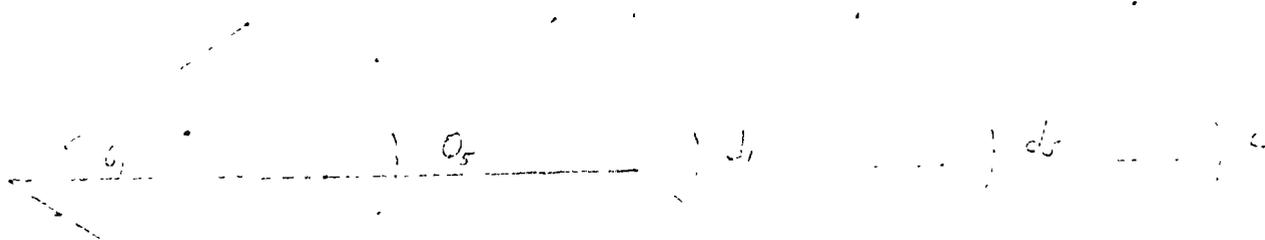
ANALISIS DE LA DAVISON PRESS, INC.
ESTRUCTURA DEL PROBLEMA; PLAN DE ANALISIS:

En principios de Junio de 1961, el Sr. Frank Davison, debe decidir cuántas unidades producir de cada uno de los cinco diferentes diarios ó libros de registros de 1962, que completará su línea especial de invierno

Un diagrama completo del problema tomaría la forma mostrada en la figura 1 de abajo, donde Q_i denota la cantidad producida del i -ésimo artículo, d_i denota la demanda para el i -ésimo artículo, y C denota el flujo de caja contextual neto debido a todos los otros negocios de Davison que tomará lugar entre ahora y cualquier fecha que Davison pueda elegir como fecha cierre.

Figura 1

Diagrama completo del problema especial de invierno



Sí Davison está dispuesto a tratar la esperanza matemática como equivalencia bajo certeza en el análisis de este problema, entonces el flujo contextual puede ser indiferente ó ser nada en el caso de sugerir que existe alguna interacción entre el problema especial de invierno y el contexto (cf. ADU 5.6.6). Ya que todo el problema especial de invierno parece ser justamente pequeño en relación al total de negocios de Davison, parece razonable comenzar nuestro análisis por decidir qué actos serían óptimos sí Davison estará dispuesto a aceptar las ME como CE y entonces chequear la validez de nuestros resultados describiendo el juego que resultaría de estos actos de tal manera que Davison pueda fácilmente decidir sí él está listo para aceptar los ME como CE.

Aún cuando los ME están siendo tratados como CE, la presencia de costos combinados, significa que no podemos alcanzar la decisión óptima concerniente a los cinco artículos en la línea especial de invierno, considerando cada artículo por separado.

Hay ciertamente algunos costos ó costos de oportunidad asociados a la línea como un todo que no pueden ser desglosados en los elementos atribuibles a los cinco artículos separadamente, y existe un costo de sistema combinado único para la producción del contenido de los artículos 4 y 5.

Debemos por lo tanto pensar por el momento en términos de un diagrama de decisión, el cual difiere de la figura 1, únicamente del abanico contextual en el último nivel.

FLUJOS DE CAJAS AFECTADOS POR LAS DECISIONES.

Ya que los ingresos que resultaron de las ventas de algún número de unidades de algún artículo es proporcional al número de unidades vendidos, la constante de proporcionalidad será el precio a los comerciantes (renglon 19, lista 2).
Tiempos extras

Se había estimado que cerca del 20% de toda la labor directa de horas trabajadas durante el resto de 1961 sería -- realizado en tiempos extras. Este cálculo permanece en la suposición de que la línea especial de invierno será producida en un volumen cercano si no exactamente igual a las ventas previstas de Jervis, y concluimos que:

- 1.- Toda hora adicional de labor directa que resulta de producir la línea en menos que el volumen planeado, economizará un pago de tiempos extras de horas adicionales, y
- 2.- Cada hora de labor directa economizada por producir la línea en menos tiempo que el volumen planeado, economizará un pago de tiempos extras a menos que la economía exceda el 20% de la cantidad total de labor directa actualmente planeada para la segunda mitad de 1961.

Mostraremos que la labor especial de invierno planeada no puede posiblemente sumar el 20% de la labor planeada total para la segunda mitad de 1961, del cual se sigue que cada hora de labor en la línea especial de invierno resulta en un pago de tiempo extra en horas.

Para mostrar esto he^{mo}s uso del hecho de que la línea especial de invierno tomada del último año por solamente \$ 250,000 aparte del total de ventas de \$ 3'100,000 de Davison. Ya que el modelo de venta estacional ha "virtualmente desaparecido" para este tiempo, podemos inferir que el total de ventas durante la segunda mitad de 1960 fue sobre \$ 1'500,000 y que la línea especial de invierno es sumada en no más de \$ 250.000/\$1'500,000 = 17% de la segunda mitad total.

La labor directa gastada en la LEI debe haber tomado - mucho menos del 17% del total de la segunda mitad en labor directa en 1960, ya:

- 1.- Adquiriendo servicio de encuadernación antes que tomar labor en casa para una parte substancial del costo de la LEI (listado 2, renglones 13-14), y
- 2.- Aún así, la utilidad marginal por hora de prensa es mucho mayor en la LEI que en los otros negocios de Davison.
(En 1960, la utilidad en por ciento de ventas fué:
 $\$ 100,000/\$250,000 = 40\%$ para la LEI y únicamente de $\$410,000/\$ 3'100,000 = 13.2\%$ para otros negocios).

Concluimos que aún sí la labor EI dará origen a un pago de tiempos extras en horas.

La cantidad del pago en tiempos extras es ciertamente 50% del salario regular. (renglon 5).

ANALISIS DE COSTOS EN EL LISTADO 2

Usaremos la siguiente terminología

- 1.- Costo de línea fijado: Es un costo al cual se incurre por la producción y venta de la LEI como un todo, pero no lo hace depender en el número de artículo en la línea ó en la cantidad producida y/o demandada.
- 2.- Costo de artículo fijado: Es un costo al que se incurre sí un artículo particular es producido y vendido, pero el cual no lo hace depender en la cantidad producida y/o vendida.

3.- Costo unitario incrementado: Es un costo al cual se incurre por producción en unidad adicional de un artículo particular.

RENGLONES 1, 7 y 13: Presumiblemente estos son los costos de artículos fijados, el cual han sido simplemente prorrateados sobre el número de unidades en las ventas previstas de Jervis.

RENGLONES 2, 8, 9 y 14: Aunque estos costos pueden incluir algún prorrateo de costos de "primera pieza" y otros costos que no varían en proporción al número de unidades producidas; estamos casi satisfechos en analizar el problema como costos unitarios incrementados incurridos por cada adición de 100 unidades producidas.

RENGLON 4: Representa el 37.3% del renglon 3; o sea un 37.3% de toda labor directa, o labor de administración y labor de pieza.

RENGLON 5: Cada hora de labor directa gastado en producción de la LEI resultará en pago de tiempos extras sumando el 50% de salario regular, más el 50% de labor de supervisión.

RENGLON 6: Casi, sino totalmente la proporción de labor gastado: será tratado como proporcional, representa el 12% de los renglones 3, 4 y 5.

RENGLON 10: Supondremos que el costo unitario incrementado es el mismo para todas las unidades de un artículo dado.

RENGLON II: Las prensas son depreciadas cada año, y ya que se usan para producir la LEI apenas tiene un efecto material en su valor como poco, este costo es unicamente un cargo contable. No representa flujo de caja que necesite ser considerado en el análisis.

RENGLON 12: Estos costos afectan escasamente en la decisión concerniente en la LEI, solo se reexaminaría la cuestión en el análisis de sensibilidad.

RENGLON 16: Es muy improbable que los costos en esta categoría sera materialmente afectado por ó el número de unidades produci-

das ó vendidas de algún artículo, ó por el hecho de que algún artículo particular sea producido en todo.

Las cantidades producidas pueden por supuesto afectar - la cantidad de demanda insatisfecha y así afectar los costos de - buenas relaciones, pero ya que Jervis y Davison están en desacuerdo, sin tomar en cuenta la extensión de este efecto; todo lo que podemos hacer es dejar el tema al análisis de sensibilidad.

No podemos sin embargo conjeturar la magnitud de estos efectos, ya que los costos que Lewis ha cargado a la especialidad de invierno S y A, ciertamente incluye alguna asignación pura en - adición los costos realmente trazados a la línea.

RENGLON 17: Esta categoría ciertamente contiene costos no prácticos que sería afectado por el número de unidades ó por el número de artículos producidos y/o vendidos, y la categoría probablemente sería muy poco afectado aún por la decisión de omitir la - línea entera. Podemos sin embargo, tomar los costos generales cargados a la línea por Lewis como límite superior del costo que sería economizado por omisión de la línea entera.

RESUMEN DE LA CONDUCTA DEL COSTO

La decisión anterior muestra que para propósitos prácticos todos los costos involucrados en la producción y ventas de la LEI, puede ser tratado como si fueran una de las tres categorías definidas en la página . Las magnitudes de las varias clases de costos son como siguen:

COSTOS INCREMENTADOS EN 100 UNIDADES: La tabla 1 muestra los costos (flujos de caja) que resultarán de la producción de cada unidad terminada de algún artículo dado.

COSTOS FIJOS ASOCIADOS CON CADA ARTICULO: La tabla 2 muestra los costos que resultarán de fijar la producción de cada artículo en la LEI. Los costos para los artículos 1-3 y los costos del sistema de encuadernación de los artículos 4 y 5 son calculados por - simple multiplicación.

Ya que los artículos 4 y 5 son idénticos excepto por - la encuadernación, supongamos que Lewis ha difundido los otros - costos fijos sobre el volumen total de los dos artículos juntos,

COSTOS FIJOS ASOCIADOS CON LA LINEA ENTERA: Ahí puede ser efectivo substancial y/o costos de oportunidad en la categoría de especialidad de invierno S y A y gastos generales, pero como hemos dicho siempre, no podemos realmente estimar esos costos.

Todo esto lo podemos conseguir en el límite superior de ellos calculando la cantidad total que Lewis ha cargado a la línea bajo estos encabezados, el cual hacemos multiplicando los costos unitarios para cada artículo por la previsión para estos artículos y sumando los productos. Esto arroja los resultados de la tabla 3.

EVALUACION DE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDADES DE LA DEMANDA

Sí el Sr. Davison estuviera seguro en sugerir la esperanza matemática como certeza equivalente en la obtención de la decisión concernientes a los cinco artículos de la línea especial de invierno, él podría basar sus decisiones en 5 distribuciones incondicionales de la demanda, una por cada artículo. Sin embargo, que sí él alcanza decisiones tentativas basadas en esperanzas, él querrá ver los resultados del juego de estas 5 decisiones antes de aceptarlo finalmente, y así él evaluará simplemente 5 distribuciones incondicionales.

La evidencia disponible para Davison como las bases para valorar la distribución de probabilidades consistentes en los pronósticos de Jervis de la demanda para cada artículo en 1961, más la lista histórica de ambos del pronóstico de Jervis y de las ventas en los pasados 3 años. En particular, estamos en lo cierto en considerar que el Sr. Davison sabe que no hay razón particular en que una de las cinco corrientes en la predicción y mejor que otra particular en las 15 predicciones. Sí estuviéramos en su sitio, - entrevistariamos por supuesto a Jervis para ver sí el sabe alguna razón de por qué la corriente de pronósticos haría mejor ó peor - que su pronóstico antiguo: mientras que de hecho no pudieramos hacer esto, debemos ver que hacer con los datos exhibidos en 1 y hacer un análisis de sensibilidad para decidir sí avisariamos al Sr.

Davison de que la cuestión esta investigada más cuidadosamente antes de que él forme alguna decisión.

DEMANDA ACTUAL EN OCACIONES DONDE LAS VENTAS ESTEN LIMITADAS
POR ALMACEN.

Para evaluar la habilidad de Jervis para pronosticar, nos gustaría comparar el pronostico con la demanda actual para todas las combinaciones de 15 artículos-año de tabla 1, pero las ventas mostradas para 6 de estas combinaciones estan limitados por almacen y no pueden ser considerados. Nosotros no podemos simplemente ignorar estas 6 combinaciones para las cuales no tenemos la demanda actual; y entonces debemos encontrar alguna forma de tomar en cuenta que este pronóstico está bajo actualmente en 6 ocasiones.

Así en la tabla 1 también muestra las ventas hasta el 15 de Noviembre para cada combinación artículo-año, y mientras que estas ventas "iniciales" no estan dentro del caso límite de almacenamiento, lo natural que sería de tratar al principio es ver si la razón de la demanda total a la demanda inicial es estable de tal forma que nos ayude a estimar algo real de las 6 combinaciones "olvidadas". Nosotros calcularemos la razón para las 9 combinaciones donde las ventas totales no están limitadas por almacen y se presenta en la tabla 4

RAZON DE DEMANDA TOTAL A LA DEMANDA HASTA EL 15 DE NOVIEMBRE						
AÑO	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	PROMEDIO
1959	---	1.41	1.38	---	1.41	1.40
1960	1.40	---	1.49	1.39	---	1.45
1961	1.46	---	1.46	---	1.42	1.43
Promedios:						
	1.43	1.41	1.44	1.39	1.42	1.43

Como se puede ver no existe dependencia del año ó del artículo por esto podemos usar esta información para calcular los 6 datos olvidados. Entonces nosotros no tendremos grandes

erros si rechazamos nuestra incertidumbre con respecto a la razón de los 6 casos donde la demanda actual se desconoce y analizar el problema como si estas razones fueran 1.43 la media de los 9 valores obsevadados.

Con esto podemos calcular un pronostico multiplicando el pronóstico de Jervis por 1.43 y así obtner la demanda total para los 6 casos que no hay cupo en el almacen.

T A B L A 5

DEMANDA TOTAL: PRONOSTICO DE JERVIS

AÑO	# 1 (A:F)	# 2 (A:F)	# 3 (A:F)	# 4 A:F	# 5 A:F
1959	98*:82	189:199	301:388	186*:174	584:585
1960	123:128	337*:316	552:564	225:261	962:915
1961	134:136	420*:320	549:589	273*:273	892:972
1962	:176	:435	:770	:360	:1175

* Estimados de la demanda del 15 de Noviembre.

POSIBLES METODOS DE EVALUACION

Al revisar la tabla 5 podemos ver que para 1960 hay un incremento de la demanda seguido por un incremento pequeño ó negativo en 1960 y es aparente que el pronostico de Jervis en el grande y pequeño incremento es completamente correcto, presumiblemente puesto que está bién enterado de factores importantes como el número de salidas, cantidad de competencia, y así. Como Jervis está ahora pronosticando otro incremento en la demanda y como él estaba bién en sus dos últimos pronosticos, nosotros obviamente no podemos observar las varias ocaciones en el record como indistinguibles de la presente ocación como lo observado en la demanda actual. Aú si tubieramos métodos más sofisticados tales como el analisis de regresión, es improbable que ayude mucho a lo que podemos aprender del pronóstico de Jervis, y concluimos que provablemente la mejor forma de evaluar una dist. de la demanda para 1962 para cualquier artículo es evaluar una dist. del error en pronóstico de Jervis para cada artículo.

EVALUACION DE LA HABILIDAD DE JERVIS PARA PRONOSTICAR

Para evaluar la habilidad de pronosticar de Jervis, miramos los errores actuales en sus 15 pronósticos históricos los cuales se muestran en la tabla 6

T A B L A 6
ERRORES EN EL PRONOSTICO (PRONOSTICO MENOS ACTUAL)

	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5
1959	-15*	+10	+87	-12*	+1
1960	+5	-21*	+12	+36	-47*
1961	+2	-100*	+50	0*	+30

Para saber si estos datos tienen alguna relación con el tamaño del pronóstico, se trazan en la fig. 2 los errores de la tabla 6 contra los pronósticos correspondientes, y observamos que la magnitud absoluta del error en efecto tiende a incrementarse con el tamaño del pronóstico

Inmediatamente investigaremos si el error relativo del pronóstico Jervis es vigorosamente independiente del tamaño del pronóstico. Los errores relativos calculados en la forma usual (como fracciones de la demanda real) se muestran en la tabla 7 y trazan contra el pronóstico en la fig. 3, y aquí parece -- que no hay ninguna asociación entre el pronóstico y el error relativo en su absoluta magnitud.

T A B L A 7

ERRORES RELATIVOS DEL PRONOSTICO (ERROR/DEMANDA)

	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5	PROM.
1959	-.15*	+0.05	+.29	-.06*	.00	+0.03
1960	+.04	-0.06*	+.02	+.16	-.05	+0.02
1961	+.01	-.24*	+.09	-.00*	+.09	+0.01
Prom.	-.03	-.08	+.13	+.03	+.01	+ .02

Se puede ver también si hay alguna relación entre los errores y artículos, y se ve que también existe poca evidencia en este caso. Los errores absolutos mayores relativos están -- asociados con el artículo 3. Los siguientes con el 2, los siguientes mayores con el artículo 4 y los siguientes con el 1. El hecho de que en la columna 3 sean todos positivos no significa nada, mientras que se puede mostrar que los 8 siguientes positivos en la tabla 6 han sido asignados a 8 celdas encontradas arbitrariamente, tendrán una oportunidad de .56 de que todas celdas en la última columna tuvieran signo positivo.

Concluimos, que hay poca evidencia de que Jervis está más o menos capacitado para pronosticar la demanda para cualquiera de los 5 artículos ó para cualquier otro, y convenientemente podemos usar los 15 errores históricos pronosticados y evaluar una distribución del error en laguna de los 5 pronósticos suavizando estos errores históricos

Si todo lo requerido fue una distribución incondicional del error en cada pronóstico, nuestro exámen de dependencias -- estaría ahora completo, pero como nosotros finalmente evaluaremos una sola distribución de los 5 errores de tal forma de describir el juego fina resultante de la 5 decisiones de Davison. No se encuentra mucha relación en la tabla 7, sin embargo, y concluimos que los errores en las 5 corrientes de pronósticos pueden ser legítimamente evaluados en forma independiente.

LA DISTRIBUCION DE LA RAZON A/F

En lugar de evaluar actualmente una distribución del error relativo en cualquiera de la predicciones de Jervis, evaluaremos una distribución de la razón matematicamente equivalente de la predicción de la demanda. La distribución de esta razón no es tan fuerte para evaluar y considerablemente fácil para usar que la distribución definida por esta función acumulativa.

TABLA 8 ACTUAL/PRONOSTICADA

	# 1	# 2	# 3	# 4	# 5
1959	1.18*	.95	.78	1.07*	1.00
1960	.96	1.07*	.98	.86	1.05
1961	.99	1.31*	.92	1.00	.92

La razón A/F estan mostradas en la tabla 8 y la función acumulativa está trazada en la fig. 4 el análisis que sigue esta. basado en la distribución definida por esta función cumalativa y esta realizado por Smooth.

ANALISIS USANDO ESPERANZAS MATEMATICAS COMO EQUIVALENTE BAJO
CERTEZAS

PLAN DEL ANALISIS

Aún si las esperanzas matemáticas son tratadas como EBC, el hecho de que existe costos asociados, a la línea especial de invierno como un todo y costos adicionales asociados a los artículos 4 y 5 como un par, significa que no es posible llegar a decisiones concernientes a la línea de los 5 artículos considerando los 5 artículos aisladamente. Podemos descomponer el problema procediendo como sigue:

- 1.- Podemos determinar para cada artículo separadamente cuántas unidades se deberían producir si al menos una unidad se produce. Los únicos costos que debemos considerar son los costos de incremento incurridos por la producción de cada 100 unidades adicionales.
- 2.- En seguida, consideraremos por el momento que la línea especial de invierno no se tomará como un todo, podemos determinar para cada artículo separadamente si ese artículo en particular, sería producido en el volumen determinado en la etapa 1 ó no producido todo. Preguntaremos, si el ingreso esperado por producir el volumen seleccionado en la etapa 1 es suficiente para cubrir no solo los costos incrementales si producir tal volumen, sino también los costos fijos asociados al artículo particular en cuestión.

3.- Finalmente, si en la etapa 2 nos guiamos a la conclusión de que uno ó más de los artículos cubrirán sus propios costos fijos y determinar si la renta esperado de la producción - de todos los artículos que cubren sus propios costos es su ficiente para cubrir los costos de la línea.

CORRIDAS NO CERO DE PRODUCCION OPTIMA

La cantidad óptima $\neq 0$ de producción de cada artículo es fácil de determinar por análisis incremental si defini mos

R: Renta de la venta por 100 unidades

C: Costo incremental por 100 Unidades.

entonces la razón crítica es

$$K = \frac{R - C}{R}$$

Y la cantidad óptima a producir es el fractil K ésimo de la distribución de la demanda para el artículo.

En la tabla 9 se muestra el valor de R tomando de exhibit Z para cada caso, el valor de C tomando de la tabla 1 el valor de la razón crítica de la distribución A/F, y finalmente la cantidad de producción óptima Q^* , calculada multiplicando - el pronóstico de Jervis para cada artículo por el fractil críti co.

T A B L A 9
CALCULO DE LAS CORRIDAS DE PRODUCCION 0

1.- Renta R	\$ 485.00	\$ 187.50	\$ 105.00	\$ 65.00	\$ 37.50
2.- Costo C:	119.36	48.71	27.66	17.06	7.66
3.- Razón crítica $K = (R-C)/R$	0.754	.740	.737	.738	.796
4.- K fractil de la razón A/F	1.060	1.053	1.052	1.052	1.098
5.- Pronóstico	176	435	770	360	1175
6.- $Q^* = K$ Fractil de la demanda	187	458	810	379	1269

COVERTURA DE LOS COSTOS FIJOS ASOCIADOS A ARTICULOS

Veremos si la Renta esperada por cada artículo excede los costos incrementales por amplio margen para cubrir los costos fijos asociados con el artículo y mostraremos los resultados en la tabla 10. El renglón 1 muestra la esperanza de renta calculada por SMOOTH.

El renglón 2 el costo incremental total, calculado -- multiplicando el costo por 100 unidades en el renglón 2 tabla 9 por las cantidades de producción del renglón 6. El renglón 3 = -. El renglón 4 aparecen los costos fijos por artículo excepto para los artículos 4 y 5.

T A B L A 1 0

1. Renta esperada	\$ 83,424	\$ 79,514	\$ 78,799	\$ 22,812	\$ 43,235
2. Costo incremental	<u>-22,320</u>	<u>-22,309</u>	<u>-22,404</u>	<u>-6,466</u>	<u>-9,721</u>
3. Margen sobre el costo incremental	61,104	57,205	56,395	16,346	33,514
4. Costos fijos por artículo	<u>-4,516</u>	<u>-3,619</u>	<u>-3,366</u>	<u>-400</u>	<u>-94</u>
5. Margen sobre los costos por artículo	56,688	53,586	53,029	15,946	33,420

CUBIERTA POR UNION DE COSTOS DE LOS ARTICULOS 4 y 5

Enseguida preguntaremos si los artículos 4 y 5 juntos cubran sus gastos en los que se incurriera si ambos o alguno de ellos es producido. La tabla 10 muestra de los artículos 4 y 5 cubren sus costos individuales con un margen de \$ 15,946 + \$ 33,420 = \$ 49,366; la tabla 2 muestra que sus costos son de solo \$ 2,357, y concluimos de los dos artículos cubran todos los costos debidos a ambos por \$ 49,366 - \$ 2,357 = \$ 47,009

CUBIERTA DE LOS COSTOS FIJOS DE LINEA

De la tabla 10 y del último párrafo tenemos que el margen total de la línea antes de la deducción de los costos fijos de la línea es

$$\$ 56,688 + \$ 53,586 + \$ 53,029 + \$ 47,009 = \$ 210,312;$$

En la tabla 3 se calculó \$ 102,819 como (muy alta) la frontera superior de los costos fijos de la línea y con esto - concluimos que la línea es rentable sin dejar una sombra de du da. Lo que sigue es que si el Sr. Davison acepta las esperanzas matemáticas como EBC, él debería producir los 5 artículos espe ciales de invierno en las cantidades mostradas en el renglon 6 de la tabla 9.

DESCRIPCION DEL JUEGO

Estamos en la posición del juego en la que el Sr. Davi son encarárá si produce los 5 artículos en el volúmen que maxi mize la contribución esperada. Para hacer esto, usaremos la -- fig. 5 para calcular las variaciones de la renta de las ventas si cada artículo es producido en la cantidad antes dicha; los resultados son mostrados en la tabla siguiente.

T A B L A 11
VARIANZAS DE LA RENTA DE LAS VENTAS

Artículo	Varianza
1	48'956,540
2	42'956,414
3	41'069,204
4	3'459,275
5	<u>14'433,165</u>
TOTAL	149'972,598

Mientrasno exista evidencia de dependencia entre los errores en predicción de Jerv's para los 5 artículos, nosotros trataremos las 5 rentas de las ventas como independientes ug's, de las cuales se sigue que la variación de las ventas totales es \$ 149'972,598 y desviación estandar es

$$149'972,598 = \$ 12,246$$

La desviación estandar de la contribución de la línea que beneficia a Davison y encima es por supuesto la misma que la desviación estandar de la renta de las ventas, y cuando comparamos \$ 12,246 con el beneficio total que Davison obtuvo el

año pasado de \$ 410,000, parece claro que Davison debería aceptar las esperanzas matemáticas como al menos una buena aproximación de las EBC. Esta conclusión es fuertemente reforzada si pensamos que al reducir la producción se reduciría la contribución esperada por mucho más de lo que se reduciría la desviación estandar de la contribución.

ANALISIS DE LA SENSIBILIDAD

De lo antes dicho está claro que cualquier error por grande que sea en la consideración de los costos fijos la corrección de estos errores no tendrán en absoluto efectos en las decisiones resultantes. Los cambios en los costos incrementales por unidad sí afectan, pero no mucho.

Si por ejemplo incrementamos en un 25% el costo por unidad del artículo 1 de \$ 119.36 a \$ 149.20 la razón crítica será 0.692, el fractil crítico de la razón A/F será 1.037, en la fig. 6 se muestra el margen sobrevariación del costo incremental con las cantidades de producción sobre nuestras consideraciones originales de costos.

F I G U R A 6

A P E N D I C E

ANÁLISIS INCREMENTAL DEL PROBLEMA

N E W S B O Y

Sea d la demanda, sea Q la cantidad almacenada, sea C_Q la contribución cuando Q unidades están almacenadas. Un problema de decisión es llamado problema newsboy si

$$C_Q = \begin{cases} -K - CQ + R d & \text{si } d \leq Q & (1a) \\ -K - CQ + R Q & \text{si } d > Q & (1b) \end{cases}$$

donde R , K y C son constantes que no dependen de Q , así que podemos escribir

$$C_{Q+1} = \begin{cases} -K - C(Q+1) + R d & \text{si } d \leq Q+1 & (2a) \\ -K - C(Q+1) + R(Q+1) & \text{si } d > Q+1 & (2b) \end{cases}$$

Observando que (1a) y (2a) aplicadas para cualquier $d \leq Q$ mientras que (1b) y (2b) ambas aplicadas para cualquier $d > Q$, tenemos

$$C_{Q+1} - C_Q = \begin{cases} -C & \text{si } d \leq Q & d > Q \\ R - C & \text{si } d > Q & d > Q \end{cases}$$

y consecuentemente

$$E(C_{Q+1} - C_Q) = -C P(d > Q) + (R - C) P(d > Q)$$

Sustituyendo

$1 - P(d > Q)$ para $P(d > Q)$ obtenemos

$$E(C_{Q+1} - C_Q) = (R - C) - R P(d > Q),$$

Para la cual se ve que sumando una unidad a Q no se pagará si

$$P(d > Q) \geq (R - C) / R.$$

Mientras que $P(d > Q)$ nunca puede decrecer como crece Q , esto significa que si definimos la "Razón crítica"

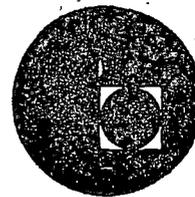
$K = (R - C) / R$, entonces la Q óptima es la más pequeña

$$Q \text{ tal que } P(d > Q) \geq K$$

Por distribución de fractiles, esta Q es el K 'ésimo fractil de la distribución de la demanda d .



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam

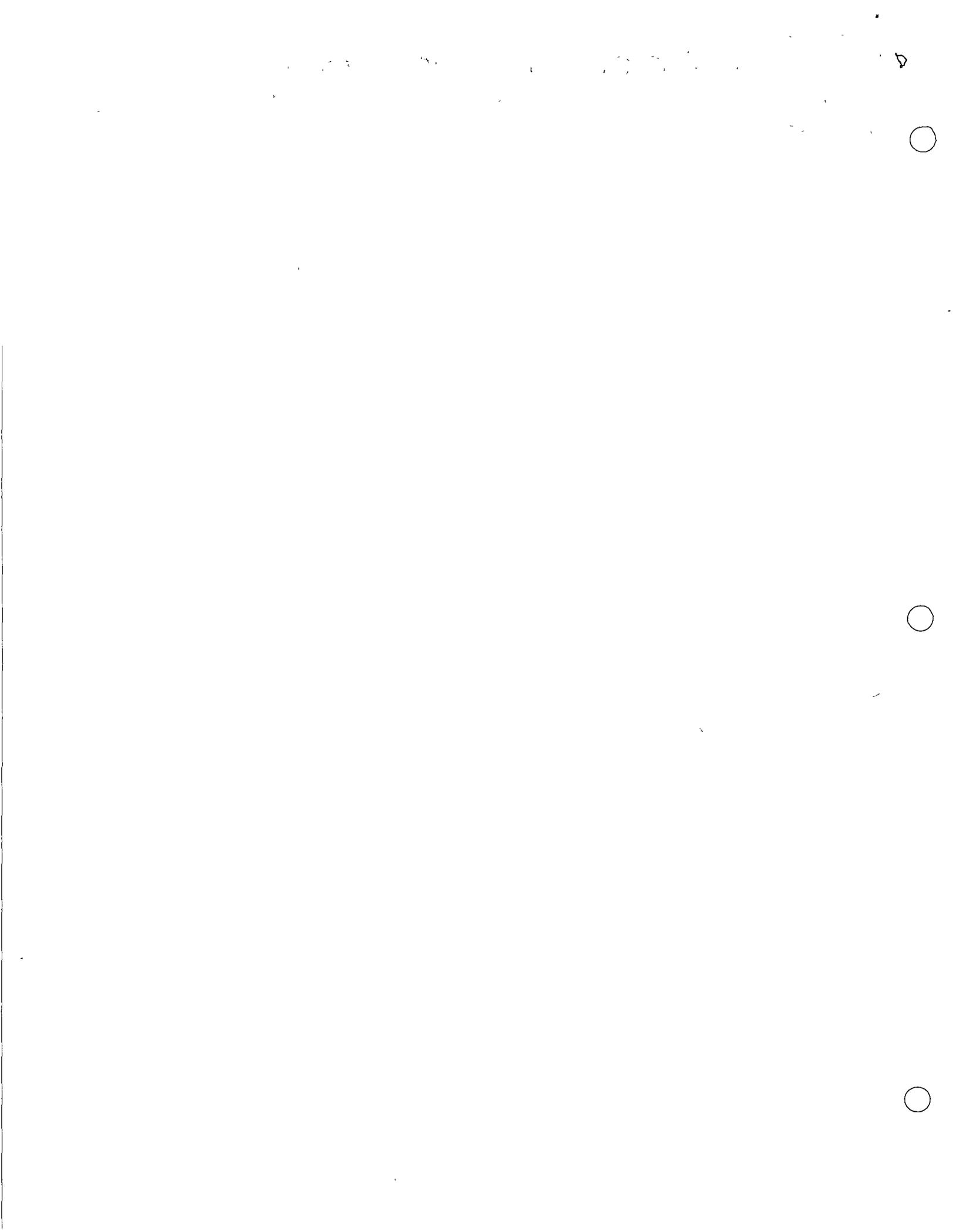


LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS



ING. GUILLERMO HESSELBACH MORENO

SEPTIEMBRE DE 1976.



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

ING. GUILLERMO HESSELBACH MORENO

CASO PRACTICO

7 de Septiembre 1976.

Para poner en claro la aplicación de la teoría del Control de Inventarios, resulta como el camino más fácil el planteamiento de un caso práctico y su análisis respectivo.

Antes de entrar en materia, conviene recordar algunas premisas, - de las cuales parte la finalidad del control de inventario.

Objetivos del Control de Inventarios.-

- a) Reducir los costos de almacenamiento y adquisición.
- b) Sistematizar el procedimiento de análisis, elaboración de pedidos y la recepción de embarques.
- c) Facilitar el control de los niveles de inventario, evitando y reduciendo los paros de fabricación y los costos por obsolescencia.

Costos que se deben tener en cuenta para el control de Inventarios

- a) Costo de adquisición.- Es el costo originado por el cálculo de necesidades, elaboración de pedidos, recepción, inspección, manejo del material, etc.
- b) Costo de paro de fabricación.- Es el tiempo perdido en las líneas productivas por falta de material, atrasos en producción, pérdidas de ventas y/o clientes, etc.
- c) Costo de obsolescencia.- Costo de los materiales que se deben destruir por inactivos, costo del análisis e inspección de los materiales obsoletos, etc.
- d) Costo de Almacenamiento.- Intereses sobre el capital invertido, costo del espacio utilizado, etc.

Datos del ejemplo a desarrollar.

Determinar el costo total del manejo de un inventario de 30 productos adquiridos - materias primas -, escogiendo una política de 3 clases, cetero minando sus límites y sus frecuencias suponiendo que el capital invertido en inventario nos cuesta un 24% anual y el costo de hacer cada pedido es de \$ 300.00

PRODUCTO	CONSUMO ANUAL EN ESPECIE	COSTO ESTANDAR UNITARIO EN \$	VALOR UTILIZACION \$
1	90,000 pzas	1.00	\$ 90,000
2	2,000 Kg.	2.00	4,000
3	2,667 m.	3.00	8,000
4	130,000 m ²	1.00	130,000
5	600 l	5.00	3,000
6	10,000 pzas	4.00	40,000
7	23,330	3.00	70,000
8	2,000	1.00	2,000
9	32,500	2.00	65,000
10	160	5.00	800
11	7,500	8.00	60,000
12	70	10.00	700
13	50,000	5.00	250,000
14	250	4.00	1,000
15	6,660	3.00	20,000
16	150	4.00	600
17	10,000	8.00	80,000
18	120	5.00	600
19	6,000	10.00	60,000
20	80	5.00	400
21	60,000	3.00	180,000
22	250	2.00	500
23	5,000	2.00	10,000
24	300	1.00	300
25	50,000	1.00	50,000
26	100	2.00	200
27	714	7.00	5,000
28	17	6.00	100
29	1,167	6.00	7,000
30	29	7.00	203

Inmediatamente podemos notar al ver la tabla que se formó con los datos de las compras anuales de cada material que, existen pocos productos de alto valor de consumo anual y muchos productos de bajo valor.

Es obvio suponer que los de bajo valor requerirán poca atención y los de alto valor una atención esmerada. Lo cual, no quiere decir que no importa que se agote su existencia, sino que se puede aprovechar ya que cuestan poco para dedicarle atención menos veces por un año, manteniendo un nivel alto de existencias en especie, y el tiempo normal dedicarlo a la atención de los productos de alto valor, de los cuales se debe tener una existencia pequeña en especie.

Para ver esto con mas claridad ordenemos la tabla por el valor decreciente de utilización anual y queda como sigue:

4

CLASIFICACION DECRECIENTE POR VALOR DE UTILIZACION ANUAL

PRODUCTO	VALOR DE UTILIZACION	VALOR DE UTILIZACION ACUMULADO
13	250,000	250,000
21	180,000	430,000
4	130,000	560,000
1	90,000	650,000
17	80,000	730,000
7	70,000	800,000
9	65,000	865,000
11	60,000	925,000
19	60,000	985,000
25	50,000	1'035,000
6	40,000	1'075,000
15	20,000	1'095,000
23	10,000	1'105,000
3	8,000	1'113,000
29	7,000	1'120,000
27	5,000	1'125,000
2	4,000	1'129,000
5	3,000	1'132,000
	2,000	1'134,000
14	1,000	1'135,000
10	800	1'135,800
12	700	1'136,500
16	600	1'137,100
18	600	1'137,700
22	500	1'138,200
20	400	1'138,600
24	300	1'138,900
26	200	1'139,100
30	200	1'139,300
28	100	1'139,400

Este table clasificade por Valor de Utilización decreciente, es de gran valor ya que nos permite hacer observaciones muy interesantes tales como:

- a) Nos corrobora lo que ya se dijo anteriormente, sobre la cantidad pequeña de productos con un alto valor de utilización y la gran cantidad de productos con un bajo valor de utilización.
(Esta regla se observa en casi todos los fenómenos, comerciales y sociales, por ejemplo, en la cartera de clientes vemos que una poca cantidad de ellos deben a nuestra empresa una gran parte de la cartera y viceversa, también es un fenómeno social conocido el que la mayor parte de la riqueza en cualquier sociedad está en poder de muy pocas gentes y viceversa. Esta regla se conoce en terminos generales como la "regla 20 - 80").

Es conveniente hacer notar en este momento que no siempre es conveniente para fines practicos manejar la regla 20-80 estrictamente ya que se trata de un promedio general de todos los tipos de fenómenos. Debido a que lo que nos ocupa es un problema práctico bien definido, se puede hacer variaciones a la regla 20-80 y obtener otras parejas de valores que se adaptan mas a las necesidades de cada caso, este resultado puede ser 22-78, 25-75, 18-82, 10-90, etc.

- b) Esta table indica también cuales son los productos mas importantes para la empresa, cuales se deben descontinuar por no convenir su bajo valor etc.
- c) Ayuda a determinar el orden de importancia de los proveedores de acuerdo al volumen de compra, etc.

Hasta aquí se ha determinado la importancia que tiene cada producto desde el punto de vista meramente económico.

El siguiente paso es definir como manejar cada una de ellas de acuerdo a su importancia.

Pero, definir una política para cada producto resulta tremendamente laborioso, tanto para definirla, como para ponerla en práctica, por este motivo se maneja el concepto de formar grupos de productos de acuerdo a su importancia.

Para tal efecto, adoptamos arbitrariamente la nomenclatura A, B, C etcétera, para los grupos de productos, así también adoptamos la letra A para el grupo de claves de mas valor, B para el que le sigue y así sucesivamente para todos los grupos a manejar.

Para efectos de este ejemplo y para que no resulte muy complicado, conviene adoptar 3 grupos de productos.

El número de grupos al que llamaremos "clases" ó "clasificaciones" puede variar, pero no es recomendable en la práctica que sea menor de 3, ni más de 7.

6

Los pasos siguientes son los que representan un proceso mecánico que tienen que repetirse algunas veces hasta encontrar la mejor alternativa. Para este ejemplo, se desarrolla en detalle la que resultó mejor de estas alternativas.

Se debe observar que al analizar y considerar dos tipos de costo que son COSTO DE ALMACENAMIENTO y el COSTO DE ADQUISICION, quedan involucrados todos los demás con los de paro de línea, de obsolescencia, los de distribución, manejo, etc. Por lo tanto lo que se debe hacer es obtener las cantidades a comprar de cada clase que producen el mínimo costo de almacenamiento y adquisición sumados.

El siguiente paso es establecer la frecuencia con que se debe recibir los productos de cada clasificación; esto se hace guiados por la experiencia, lotes económicos de sondeo y las necesidades y recursos del sistema que se pretende establecer para el control de los materiales.

El tipo de fabricación al que se le dará servicio puede dar también una guía para reeleccionar estas frecuencias, cuando se tiene una gran gama de productos finales que se fabriquen con el mismo tipo de materia prima, por ejemplo en una fundición, en inyección de plásticos, etc., se puede tener un índice de rotación muy alto, es decir, inventarios de materias primas sumamente bajo. En cambio, cuando se producen artículos complicados en los que cada tipo ó modelo se compone de un número elevado de materiales diferentes, no se puede arriesgar a parar las líneas productivas frecuentemente por falta de materiales, por consiguiente, los inventarios deben ser un poco más altos para garantizar el nivel de servicio adecuado a las líneas, lo que implica menor frecuencia para recibir materiales.

Para resolver el ejemplo usaremos la siguiente simbología:

UV = Valor de utilización mensual

P = Período del pedido

f = Frecuencia de pedir

i = % de costo de almacenamiento (intereses del capital invertido)

C_1 = Costo por pedido

C_2 = Costo de almacenamiento

C_a = Costo de Adquisición

K = $C_1 + C_2$ = Costo total de manejar el inventario

L_{os} = (lot size stock) tamaño del lote promedio.

Ahora solo queda seleccionar las frecuencias por cada clase y calcular los límites entre clases.

Para este ejemplo las frecuencias son:

- Clase A = 1 mes
- Clase B = 2 meses
- Clase C = 3 meses

Debe recordarse que estas se asignan por experiencia, recursos, etc. y este juego de frecuencias dara como resultado una de las alternativas a seguir.

Cálculo de los límites entre clases.

Es necesario primero determinar cuales serían los costos de adquisición y almacenamiento de un material en particular, el cual estamos pidiendo para periodos que cubran f meses, con un costo estándar C_3 M un consumo mensual promedio \bar{x}

Si valoramos este consumo obtendríamos:

$$UV = C_3 (\bar{x})$$

La existencia mensual promedio para este material, es la mitad del valor de utilización, o sea:

$$L_{ss\ M} = \frac{1}{2} UV$$

Pero como deseamos calcular la existencia promedio en un periodo f , se debe multiplicar la existencia mensual promedio por f , esto es:

$$L_{ss\ f} = \frac{1}{2} UV (f)$$

Si se mantiene en inventario este material durante un periodo f , el promedio de existencia es L_{ss} y si cuesta anualmente α (%) sobre la inversión, el costo de almacenamiento será:

$$C_1 = \frac{1}{2} UV (f) \frac{\alpha}{12}$$

Por otro lado, el costo de adquisición sería la multiplicación del costo de cada pedido por la frecuencia de pedir, tenemos:

$$C_2 = \frac{1}{f} (F)$$

El costo de manejar el inventario, es la suma de los dos costos.

$$K = C_1 + C_2 = \left(\frac{1}{2} UV(f) \frac{\alpha}{12} \right) + \left(\frac{1}{f} (F) \right)$$

Es interesante notar que el único factor variable en los dos costos es la frecuencia, si la frecuencia es alta, el costo de adquisición es alto y el de almacenamiento bajo y si la frecuencia es baja, sube el costo de almacenamiento y el de adquisición se eleva. Por lo tanto el costo total depende de la frecuencia con que se pide cada producto.

Ahora bien si hemos establecido dos frecuencias de pedir, una para la clase A f_a y otra parte la clase B f_b debe existir un punto donde el costo total sea igual para las dos frecuencias. Por lo tanto igualamos estos dos costos para determinar el valor de utilización del límite entre las dos frecuencias, que nos dará el límite entre las dos clases de la manera más económica.

Entonces hacemos

$$K_a = K_b \quad \text{por lo tanto:}$$

$$\left(\frac{1}{2} UV(f_a) \frac{\alpha}{12} \right) + \left(\frac{1}{f_a} F \right) = \left(\frac{1}{2} UV(f_b) \frac{\alpha}{12} \right) + \left(\frac{1}{f_b} F \right)$$

lo que se puede simplificar:

$$\left(\frac{1}{2} UV \frac{\alpha}{12} \right) f_a + \left(\frac{1}{f_a} F \right) = \left(\frac{1}{2} UV \frac{\alpha}{12} \right) f_b + \left(\frac{1}{f_b} F \right)$$

$$\left(\frac{1}{24} UV \alpha \right) (f_a - f_b) = \left(\frac{1}{f_b} - \frac{1}{f_a} \right) F$$

$$UV = \left(\frac{24F}{\alpha} \right) \left[\frac{(f_a - f_b)}{(f_a - f_b)(f_a + f_b)} \right]$$

Pero F y α son constantes

entonces podemos hacer $C = \frac{24 F}{\alpha}$ (índice de costo)

$$U.V = \frac{C}{f_a \times f_b}$$

9

Pero sabemos que UV es el valor de utilización que pertenece a las dos frecuencias, por lo tanto podemos decir que:

$$LIM_{a,b} = \frac{C}{f_a \times f_b}$$

de manera análoga podemos decir que:

$$LIM_{b,c} = \frac{C}{f_b \times f_c} \quad \text{etc.}$$

En el ejemplo

$$C = \frac{24 \times 300}{0.24} \times 12 = 360,000$$

las frecuencias son 1, 2 y 3 meses respectivamente

$$LIM_{a,b} = \frac{360,000}{1 \times 2} = \$ 180,000$$

$$LIM_{b,c} = \frac{360,000}{2 \times 3} = \$ 60,000$$

Cálculo del Costo de Manejar el Inventario

Para conocer el costo de la alternativa, es necesario ordenar los datos que ya se tienen y calcular su costo de adquisición y almacenamiento. Para fines prácticos, conviene manejar el LSS de cada clase en conjunto, ya que es bastante significativo y evita el cálculo para cada material.

También se suma a la existencia (LSS) el stock de seguridad que se designe para cada clasificación.

Nota.- El cálculo del Stock de Seguridad es bastante importante ya que representa una parte significativa del capital invertido en inventarios. No se incluye en esta plática ya que sería bastante extenso el cálculo de los niveles adecuados.

Para hacerlo es mejor construir una tabla como sigue:

CALCULO DEL VALOR DE MANEJAR EL INVENTARIO

CLASE	LIMITE	n	U.V. AÑO	U.V. MES	R	C1	S.S.	S.S. \$	E.N.	C2
A	≥ 180,000	2	430,000	36,000	3 12	7,200	3	108,000	126,000	30,400
B	≥ 60,000	7	555,000	46,000	6	12,600	2	92,000	115,000	27,600
C	< 60,000	21	154,400	13,000	4	25,200	1	13,000	29,500	7,050
T O T A L E S		30	1,139,400	95,000		45,000		213,000	270,000	65,050

$$K = \$ 110,050$$

$$I.R. = \frac{4.22}{4.15} \cdot \frac{U.V.AÑO}{EN}$$

n = número de productos por clase

R = número de recepciones anuales por clase

S.S. = Stock de seguridad en meses

S.S.\$ = Stock de seguridad en pesos

I.R. = Índice de rotación del inventario

K = Costo de manejar el inventario.

$$U.V. \text{ MES} = \frac{U.V. \text{ AÑO}}{12}$$

$$C1 = R (n) 300.00$$

$$S.S. \$ = SS \times U.V. \text{ MES}$$

$$EN = SS + LSS \left(SS + \frac{Q}{2} \right)$$

$$LSS = \frac{U.V. \text{ MES}}{2}$$

12

CALCULO DEL VALOR DE MANEJAR EL INVENTARIO

CLASE	LIMITE	n	U.V. AÑO	U.V. MES	R	C1	S.S.	S.S. \$	E.N.	C2
A										
B										
C										
TOTALES										

n = número de productos por clase.
 R = número de recepciones anuales por clase
 S.S. = Stock de seguridad en meses
 S.S. \$ = Stock de seguridad en pesos
 I.R. = Índice de rotación del inventario
 K = Costo de manejar el inventario.

$$U.V. \text{ MES} = \frac{U.V. \text{ AÑO}}{12}$$

$$C1 = R (n) 300.00$$

$$S.S. \$ = SS \times U.V. \text{ MES}$$

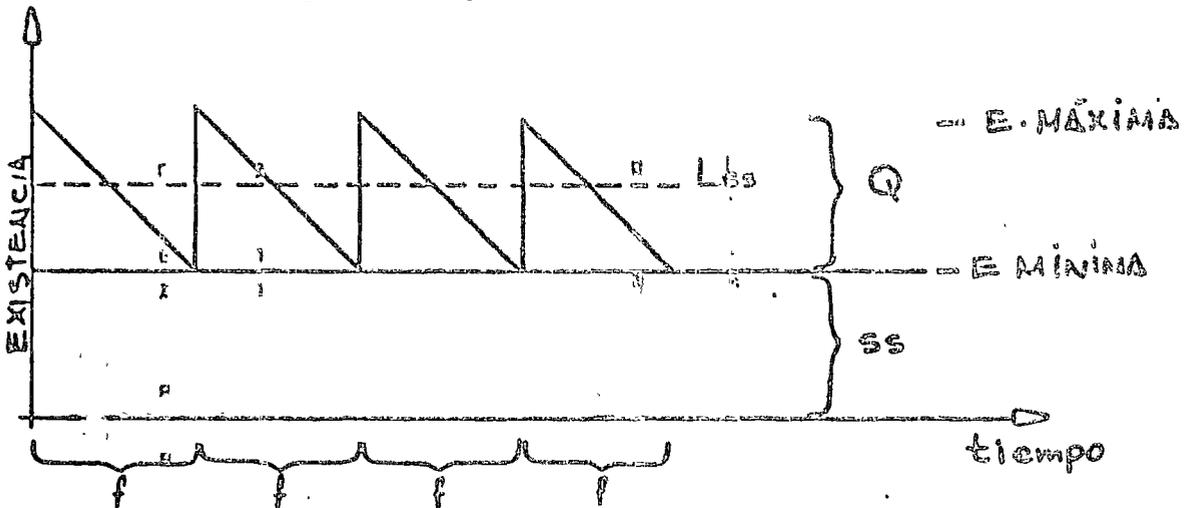
$$EN = SS + LSS \left(SS + \frac{Q}{2} \right)$$

$$LSS = \frac{U.V. \text{ MES}}{2}$$

De este cuadro se pueden hacer observaciones muy interesantes, como:

- El lote económico de compra será $Q_0 = 2LS$ para cada caso lo que concuerda con lo ya sabido que $EN = SS + \frac{1}{2} Q$
- La existencia mínima = SS
- La existencia máxima = $SS + Q$

Esto lo podemos graficar y ver también más claro



- El momento de pedir ó confirmar la entrega siguiente de un pedido programado de una cantidad Q , es cada t menos el tiempo de entrega.

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL
DE INVENTARIOS DEL 3 DE AGOSTO AL 10 DE SEPTIEMBRE DE 1976)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- | | |
|--|--|
| 1. ING. ENRIQUE AGUAYO DE ALBA
Av. México No.1256-37
Col. Contreras
México 20, D. F.
Tel:5160440 Ext.17-20 | IBSA, INDUSTRIAL BIOLOGICA,S.A.
Eusebio Gil Cuevas No. 46
Col. Miguel Hidalgo
México 20, D. F.
Tel:5682797 |
| 2. SERGIO BRAVO GONZALEZ
Av. Coyoacán 1625-1
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel:5249961 | CERVECERIA MOCTEZUMA, S.A.
Paseo de la Reforma No.155-3er.P.
México, D. F. |
| 3. JORGE BUSTAMANTE GARCIA MORENO
Ave. Coyoacán 408-602
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel:5436303 | BUFETE MATEMATICO ACTUARIAL,S.C.
Homero 1425-1201
México 5, D. F. |
| 4. JOSE A. CERBON MURILLO
Circuito Cronistas No. 71-A
Cd. Satélite, Edo. de México
Tel:5620899 | CERVECERIA MOCTEZUMA, S. A.
Paseo de la Reforma No.155-3er.P.
México, D. F. |
| 5. ING. SALVADOR GALLO RUBIO
Prol. López Cotilla No.1836-301
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel:5243189 | JORMAN INTERNACIONAL, S.A.
Av. Universidad 1148-16
México 13, D. F. |
| 6. ING. EFRAIN A. CHAVEZ CERVANTES
Cali 329
Col. Valle Dorado
Edo. de México
Tel:5655473 | SELMEC
Manuel Ma. Contreras No. 25
México, D. F. |
| 7. ING. HUMBERTO DE LEON
Fray Juan Pérez No. 97
Echegaray
México, D. F.
Tel:5609941 | SOCIEDAD ELECTROMECHANICA,S.A.
Samuel María Contreras No.25
México, D. F. |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL
DE INVENTARIOS DEL 3 DE AGOSTO AL 10 DE SEPTIEMBRE DE 1976)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
8. JORGE GOMEZ VARGAS Odontología 57-502 Copilco-Universidad México 20, D. F. Tel:550377 Ext.502	SICARTSA Yucatán No. 15 México, D. F. Tel:5140007
9. JESUS G. LOPEZ ARRIAGA Av. 1o. No. 39 San Pedro de los Pinos México 18, D. F. Tel:5155902	DESARROLLO DE INFRAESTRUCTURA, S.A. Detroit No. 9 México, D. F.
10. J. RUBEN LOPEZ CASTILLO Santiago 142-B Col. Lindavista México 14, D. F. Tel:5772332	SOCIEDAD ELECTROMECHANICA, S.A. Manuel María Contreras No.25 México, D. F.
11. JOSE A. MARTINEZ FUENTES Cerro de la Libertad 304-303 Campestre Churubusco México 21, D. F.	CERVECERIA MOCTEZUMA, S.A. Paseo de la Reforma No.155-3er.Piso México, D. F.
12. ING. ERNESTO MONZON MOLINA Cordoba No.451 Valle Dorado Edo. de México	SOCIEDAD ELECTROMECHANICA, S.A. Manuel María Contreras No. 25 México, D. F.
13. ING. BLANCA ALICIA QUINTERO C. Bolivar 19-4o. Piso México, D. F.	SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA Bolivar 19-4o. Piso México 1, D. F. Tel:5182040 Ext.120
14. ROBERTO PULIDO GOMEZ PALACIO Camino al Desierto Leones 4878 San Angel México 20, D. F. Tel:5502062	

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS (DEL 3 DE AGOSTO AL 10 DE SEPTIEMBRE DE 1976)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

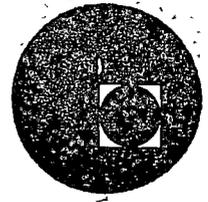
15. JOSE RENDON Y PONCE
Santa Margarita 410
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel:5238149
16. FRANCISCO RESENDIZ GUTIERREZ
Prof. 5 de mayo No. 26
Col. Modelo
Naucalpan, Edo. de México
17. ING. ARMANDO SANDOVAL JUAREZ
Paz. Montes de Oca No. 18
Col. Churubusco
México 21, D. F.
Tel:5445687
18. ING. VICTOR M. TAFOLLA MANZO
Vizcainas Pte. 19-2
México 1, D. F.
Tel:51011-84
19. ING. ISAAC TIKTIN
Fuente de los Angeles No. 7
Tecamachalco
México 10, D. F.
Tel:5893850
- SELMEC, S.A.
Manuel María Contreras No.25
México 4, D. F.
- SECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS
Miguel Laurent No. 840-2o. Piso
México, D. F.
- SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
Bolivar No. 19
México 1, D. F.
- HERRAJES Y ACABADOS METALICOS, S.A.
M. Gutiérrez Nájera No.210
México, D. F.
Tel:5785600

Handwritten mark or scribble at the top right corner.





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS



ING. GUILLERMO HESSELBACH MORENO

SEPTIEMBRE DE 1976.

1. The first part of the document is a list of names and addresses. The names are: John Doe, Jane Smith, and Bob Johnson. The addresses are: 123 Main St, 456 Elm St, and 789 Oak St.

10



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

ING. GUILLERMO HESSELBACH MORENO

CASO PRACTICO

7 de Septiembre 1976.

Para poner en claro la aplicación de la teoría del Control de Inventarios, resulta como el camino más fácil el planteamiento de un caso práctico y su análisis respectivo.

Antes de entrar en materia, conviene recordar algunas premisas, - de las cuales parte la finalidad del control de inventario.

Objetivos del Control de Inventarios.-

- a) Reducir los costos de almacenamiento y adquisición.
- b) Sistematizar el procedimiento de análisis, elaboración de pedidos y la recepción de embarques.
- c) Facilitar el control de los niveles de inventario, evitando y reduciendo los paros de fabricación y los costos por obsolescencia.

Costos que se deben tener en cuenta para el control de Inventarios

- a) Costo de adquisición.- Es el costo originado por el cálculo de necesidades, elaboración de pedidos, recepción, inspección, manejo del material, etc.
- b) Costo de paro de fabricación.- Es el tiempo perdido en las líneas productivas por falta de material, atrasos en producción, pérdidas de ventas y/o clientes, etc.
- c) Costo de obsolescencia.- Costo de los materiales que se deben destruir por inactivos, costo del análisis e inspección de los materiales obsoletos, etc.
- d) Costo de Almacenamiento.- Intereses sobre el capital invertido, costo del espacio utilizado, etc.

Datos del ejemplo a desarrollar.

Determinar, el costo total del manejo de un inventario de 30 productos adquiridos - materias primas -, escogiendo una política de 3 clases, determinando sus límites y sus frecuencias suponiendo que el capital invertido en inventario nos cuesta un 24% anual y el costo de hacer cada pedido es de \$ 300.00

PRODUCTO	CONSUMO ANUAL EN ESPECIE	COSTO ESTANDAR UNITARIO EN \$	VALOR UTILIZACION \$
1	90,000 pzas	1.00	90,000
2	2,000 Kg.	2.00	4,000
3	2,667 m.	3.00	8,000
4	130,000 m ²	1.00	130,000
5	600 l	5.00	3,000
6	10,000 pzas	4.00	40,000
7	23,330	3.00	70,000
8	2,000	1.00	2,000
9	32,500	2.00	65,000
10	160	5.00	800
11	7,500	8.00	60,000
12	70	10.00	700
13	50,000	5.00	250,000
14	250	4.00	1,000
15	6,660	3.00	20,000
16	150	4.00	600
17	10,000	8.00	80,000
18	120	5.00	600
19	6,000	10.00	60,000
20	80	5.00	400
21	60,000	3.00	180,000
22	250	2.00	500
23	5,000	2.00	10,000
24	300	1.00	300
25	50,000	1.00	50,000
26	100	2.00	200
27	714	7.00	5,000
28	17	6.00	100
29	1,167	6.00	7,000
30	29	7.00	203

Inmediatamente podemos notar al ver la tabla que se formó con los datos de las compras anuales de cada material que, existen pocos productos de alto valor de consumo anual y muchos productos de bajo valor.

Es obvio suponer que las de bajo valor requerirán poca atención y las de alto valor una atención esmerada. Lo cual, no quiere decir que no importa que se agote su existencia, sino que se puede aprovechar ya que cuestan poco para dedicarle atención menos veces por un año, manteniendo un nivel alto de existencias en especie, y el tiempo normal dedicarlo a la atención de los productos de alto valor, de los cuales se debe tener una existencia pequeña en especie.

Para ver esto con mas claridad ordenemos la tabla por el valor decreciente de utilización anual y queda como sigue:

4

CLASIFICACION DECRECIENTE POR VALOR DE UTILIZACION ANUAL

PRODUCTO	VALOR DE UTILIZACION	VALOR DE UTILIZACION ACUMULADO
13	250,000	250,000
21	180,000	430,000
4	130,000	560,000
1	90,000	650,000
17	80,000	730,000
7	70,000	800,000
9	65,000	865,000
11	60,000	925,000
19	60,000	985,000
25	50,000	1'035,000
6	40,000	1'075,000
15	20,000	1'095,000
23	10,000	1'105,000
3	8,000	1'113,000
29	7,000	1'120,000
27	5,000	1'125,000
2	4,000	1'129,000
5	3,000	1'132,000
	2,000	1'134,000
14	1,000	1'135,000
10	800	1'135,800
12	700	1'136,500
16	600	1'137,100
18	600	1'137,700
22	500	1'138,200
20	400	1'138,600
24	300	1'138,900
26	200	1'139,100
30	200	1'139,300
28	100	1'139,400

Esta tabla clasificada por Valor de Utilización decreciente, es de gran valor ya que nos permite hacer observaciones muy interesantes tales como:

- a) Nos corrobora lo que ya se dijo anteriormente, sobre la cantidad pequeña de productos con un alto valor de utilización y la gran cantidad de productos con un bajo valor de utilización.
(Esta regla se observa en casi todos los fenómenos, comerciales y sociales, por ejemplo, en la cartera de clientes vemos que una poca cantidad de ellos deben a nuestra empresa una gran parte de la cartera y viceversa, también es un fenómeno social conocido el que la mayor parte de la riqueza en cualquier sociedad está en poder de muy pocas gentes y viceversa. Esta regla se conoce en terminos generales como la "regla 20 - 80").

Es conveniente hacer notar en este momento que no siempre es conveniente para fines practicos manejar la regla 20-80 estrictamente ya que se trata de un promedio general de todos los tipos de fenómenos. Debido a que lo que nos ocupa es un problema práctico bien definido, se puede hacer variaciones a la regla 20-80 y obtener otras parejas de valores que se adaptan mas a las necesidades de cada caso, este resultado puede ser 22-78, 25-75, 18-82, 10-90, etc.

- b) Esta tabla indica también cuales son los productos mas importantes para la empresa, cuales se deben descontinuar por no convenir su bajo valor etc.
- c) Ayuda a determinar el orden de importancia de los proveedores de acuerdo al volumen de compra, etc.

Hasta aquí se ha determinado la importancia que tiene cada producto desde el punto de vista meramente económico.

El siguiente paso es definir como manejar cada una de ellas de acuerdo a su importancia.

Pero, definir una política para cada producto resulta tremendamente laborioso, tanto para definirla, como para ponerla en práctica, por este motivo se maneja el concepto de formar grupos de productos de acuerdo a su importancia.

Para tal efecto, adoptamos arbitrariamente la nomenclatura A, B, C etcétera, para los grupos de productos, así también adoptamos la letra A para el grupo de claves de mas valor, B para el que le sigue y así sucesivamente para todos los grupos a manejar.

Para efectos de este ejemplo y para que no resulte muy complicado, conviene adoptar 3 grupos de productos.

El número de grupos al que llamaremos "clases" ó "clasificaciones" puede variar, pero no es recomendable en la práctica que sea menor de 3, ni más de 7.

6

Los pasos siguientes son los que representan un proceso mecánico que tienen que repetirse algunas veces hasta encontrar la mejor alternativa. Para este ejemplo, se desarrolle en detalle la que resultó mejor de estas alternativas.

Se debe observar que al analizar y considerar dos tipos de costo que son COSTO DE ALMACENAMIENTO y el COSTO DE ADQUISICION, quedan involucrados todos los demás con los de paro de línea, de obsolescencia, los de distribución, manejo, etc. Por lo tanto lo que se debe hacer es obtener las cantidades a comprar de cada clase que producen el mínimo costo de almacenamiento y adquisición sumados.

El siguiente paso es establecer la frecuencia con que se debe recibir los productos de cada clasificación; esto se hace guiados por la experiencia, lotes económicos de sondeo y las necesidades y recursos del sistema que se pretende establecer para el control de los materiales.

El tipo de fabricación al que se le dará servicio puede dar también una guía para releccionar estas frecuencias, cuando se tiene una gran gama de productos finales que se fabriquen con el mismo tipo de materia prima, por ejemplo en una fundición, en inyección de plásticos, etc., se puede tener un índice de rotación muy alto, es decir, inventarios de materias primas sumamente bajo. En cambio, cuando se producen artículos complicados en los que cada tipo ó modelo se compone de un número elevado de materiales diferentes, no se puede arriesgar a parar las líneas productivas frecuentemente por falta de materiales, por consiguiente, los inventarios deben ser un poco mas altos para garantizar el nivel de servicio adecuado a las líneas, lo que implica menor frecuencia para recibir materiales.

Para resolver el ejemplo usaremos la siguiente simbología:

UV = Valor de utilización mensual

P = Período del pedido

f = Frecuencia de pedir

α = % de costo de almacenamiento (intereses del capital invertido)

K = Costo por pedido

C_1 = Costo de almacenamiento

C_2 = Costo de Adquisición

K = $C_1 + C_2$ = Costo total de manejar el inventario

L_{es} = (lot size stock) tamaño del lote promedio.

Ahora solo queda seleccionar las frecuencias por cada clase y calcular los límites entre clases.

Para este ejemplo las frecuencias son:

Clase A = 1 mes

Clase B = 2 meses

Clase C = 3 meses

Debe recordarse que estas se asignan por experiencia, recursos, etc. y este juego de frecuencias dara como resultado una de las alternativas a seguir.

Cálculo de los límites entre clases.

Es necesario primero determinar cuales serían los costos de adquisición y almacenamiento de un material en particular, el cual estamos pidiendo para periodos que cubran f meses, con un costo estándar CS M un consumo mensual promedio \bar{x}

Si valoramos este consumo obtendríamos:

$$UV = C_3 (\bar{x})$$

La existencia mensual promedio para este material, es la mitad del valor de utilización, o sea:

$$LSS M = \frac{1}{2} UV$$

Pero como deseamos calcular la existencia promedio en un periodo f , se debe multiplicar la existencia mensual promedio por f , esto es:

$$LSS f = \frac{1}{2} UV (f)$$

Si se mantiene en inventario este material durante un periodo f , el promedio de existencia es LSS y el cuesta anualmente α (%) sobre la inversión, el costo de almacenamiento será:

$$C_1 = \frac{1}{2} UV (f) \frac{\alpha}{12}$$

Por otro lado, el costo de adquisición sería la multiplicación del costo de cada pedido por la frecuencia de pedir, tenemos:

$$C_2 = \frac{1}{f} (F)$$

El costo de manejar el inventario, es la suma de los dos costos.

$$K = C_1 + C_2 = \left(\frac{1}{2} UV (f) \frac{\alpha}{12} \right) + \left(\frac{1}{f} (F) \right)$$

Es interesante notar que el único factor variable en los dos costos es la frecuencia, si la frecuencia es alta, el costo de adquisición es alto y el de almacenamiento bajo y si la frecuencia es baja, sube el costo de almacenamiento y el de adquisición se eleva. Por lo tanto el costo total depende de la frecuencia con que se pida cada producto.

Ahora bien si hemos establecido dos frecuencias de pedir, una para la clase A f_a y otra para la clase B f_b debe existir un punto donde el costo total sea igual para las dos frecuencias. Por lo tanto igualamos estos dos costos para determinar el valor de utilización del límite entre las dos frecuencias, que nos dará el límite entre las dos clases de la manera más económica.

Entonces hacemos

$$K_a = K_b \quad \text{por lo tanto:}$$
$$\left(\frac{1}{2} UV (f_a) \frac{\alpha}{12} \right) + \left(\frac{1}{f_a} F \right) = \left(\frac{1}{2} UV (f_b) \frac{\alpha}{12} \right) + \left(\frac{1}{f_b} F \right)$$

lo que se puede simplificar:

$$\left(\frac{1}{2} UV \frac{\alpha}{12} \right) f_a + \left(\frac{1}{f_a} F \right) = \left(\frac{1}{2} UV \frac{\alpha}{12} \right) f_b + \left(\frac{1}{f_b} F \right)$$

$$\left(\frac{1}{24} UV \alpha \right) (f_a - f_b) = \left(\frac{1}{f_b} - \frac{1}{f_a} \right) F$$

$$UV = \left(\frac{24F}{\alpha} \right) \left[\frac{(f_a - f_b)}{(f_a - f_b)(f_a + f_b)} \right]$$

Pero F y α son constantes

entonces podemos hacer $C = \frac{24 F}{\alpha}$ (índice de costo)

$$U.V = \frac{C}{f_a \times f_b}$$

9

Pero sabemos que UV es el valor de utilización que pertenece a las dos frecuencias, por lo tanto podemos decir que:

$$LIM_{a,b} = \frac{C}{f_a \times f_b}$$

de manera análoga podemos decir que:

$$LIM_{b,c} = \frac{C}{f_b \times f_c} \quad \text{etc.}$$

En el ejemplo

$$C = \frac{24 \times 300}{0.24} \times 12 = 360,000$$

las frecuencias son 1, 2 y 3 meses respectivamente

$$LIM_{a,b} = \frac{360,000}{1 \times 2} = \$ 180,000$$

$$LIM_{b,c} = \frac{360,000}{2 \times 3} = \$ 60,000$$

Cálculo del Costo de Manejar el Inventario

Para conocer el costo de la alternativa, es necesario ordenar los datos que ya se tienen y calcular su costo de adquisición y almacenamiento. Para fines prácticos, conviene manejar el LSS de cada clase en conjunto, ya que es bastante significativo y evita el cálculo para cada material.

También se suma a la existencia (LSS) el stock de seguridad que se designe para cada clasificación.

Note.- El cálculo del Stock de Seguridad es bastante importante ya que representa una parte significativa del capital invertido en inventarios. No se incluye en esta plática ya que sería bastante extenso el cálculo de los niveles adecuados.

Para hacerlo es mejor construir una tabla como sigue:

CALCULO DEL VALOR DE MANEJAR EL INVENTARIO

CLASE	LIMITE	n	U.V. AÑO	U.V. MES	R	C1	S.S.	S.S. \$	E.N.	C2
A	≥ 180,000	2	430,000	36,000	12	7,200	3	108,000	126,000	30,400
B	≥ 60,000	7	555,000	46,000	6	12,600	2	92,000	115,000	27,600
C	< 60,000	21	154,400	13,000	4	25,200	1	13,000	29,500	7,050
T O T A L E S		30	1,139,400	95,000		45,000		213,000	270,000	65,050

$$K = \$ 110,050$$

$$I.R. = \frac{4.22}{4.15} = \frac{U.V. \text{ AÑO}}{E.N.}$$

n = número de productos por clase

R = número de recepciones anuales por clase

S.S. = Stock de seguridad en meses

S.S. \$ = Stock de seguridad en pesos

I.R. = Índice de rotación del inventario

K = Costo de manejar el inventario.

$$U.V. \text{ MES} = \frac{U.V. \text{ AÑO}}{12}$$

$$C1 = R (n) 300.00$$

$$S.S. \$ = SS \times U.V. \text{ MES}$$

$$E.N. = SS + LSS \left(SS + \frac{Q}{2} \right)$$

$$LSS = \frac{U.V. \text{ MES}}{2}$$

12

CALCULO DEL VALOR DE MANEJAR EL INVENTARIO

CLASE	LIMITE	n	U.V. AÑO	U.V. MES	R	C1	S.S.	S.S. \$	E.N.	C2
A										
B										
C										
TOTALES										

- n = número de productos por clase
- R = número de recepciones anuales por clase
- S.S. = Stock de seguridad en meses
- S.\$ = Stock de seguridad en pesos
- R. = Índice de rotación del inventario
- K = Costo de manejar el inventario.

$$U.V. \text{ MES} = \frac{U.V. \text{ AÑO}}{12}$$

$$C1 = R (n) 300.00$$

$$S.S. \$ = SS \times U.V. \text{ MES}$$

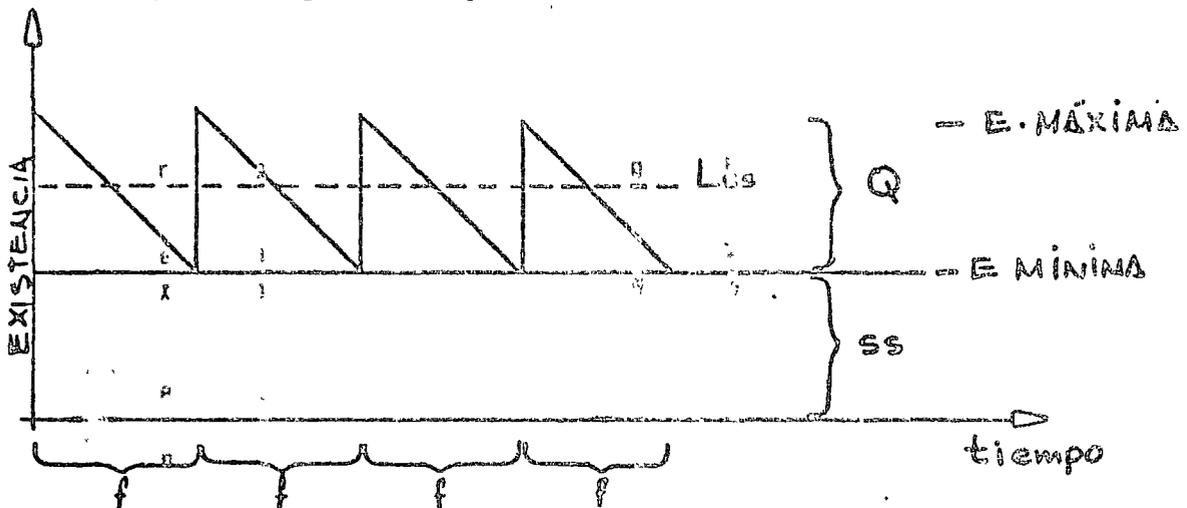
$$EN = SS + LSS \left(SS + \frac{D}{2} \right)$$

$$LSS = \frac{U.V. \text{ MES}}{2}$$

De este cuadro se pueden hacer observaciones muy interesantes, como:

- El lote económico de compra será $Q = 2LbS$ para cada clase lo que concuerda con lo ya sabido que $EN = SS + \frac{1}{2} Q$
- La existencia mínima = SS
- La existencia máxima = $SS + Q$

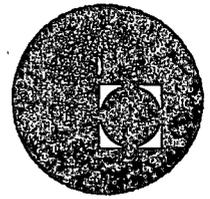
Esto lo podemos graficar y ver también mas claro



- El momento de pedir ó confirmar la entrega siguiente de un pedido programado de una cantidad Q , es cada f menos el tiempo de entrega.



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



LA TOMA DE DECISIONES EN
EL CONTROL DE INVENTARIOS

RESULTADOS DE LA SIMULACION MANUAL

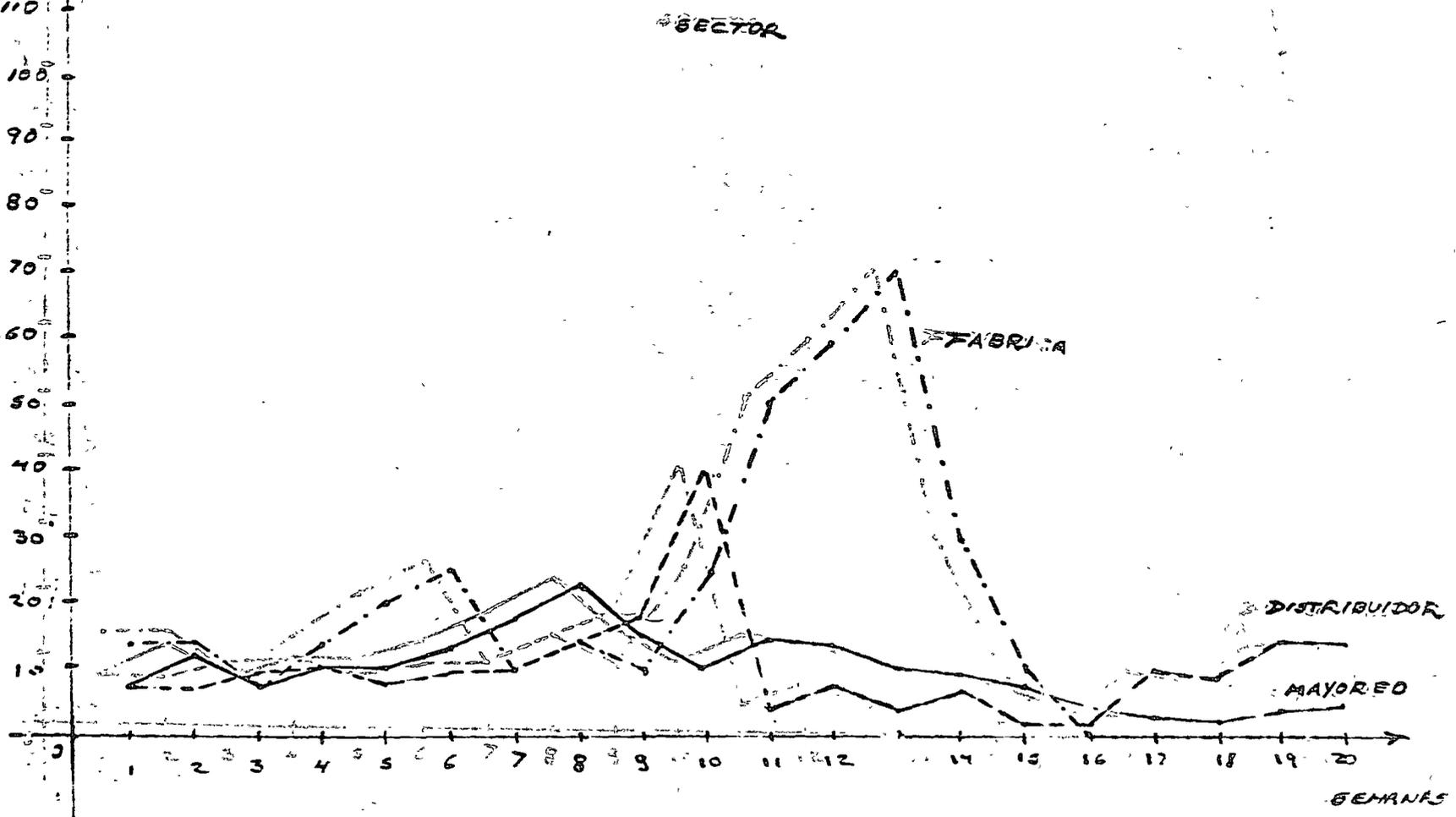
ACT. CARLOS AYALA E IZAGUIRRE.

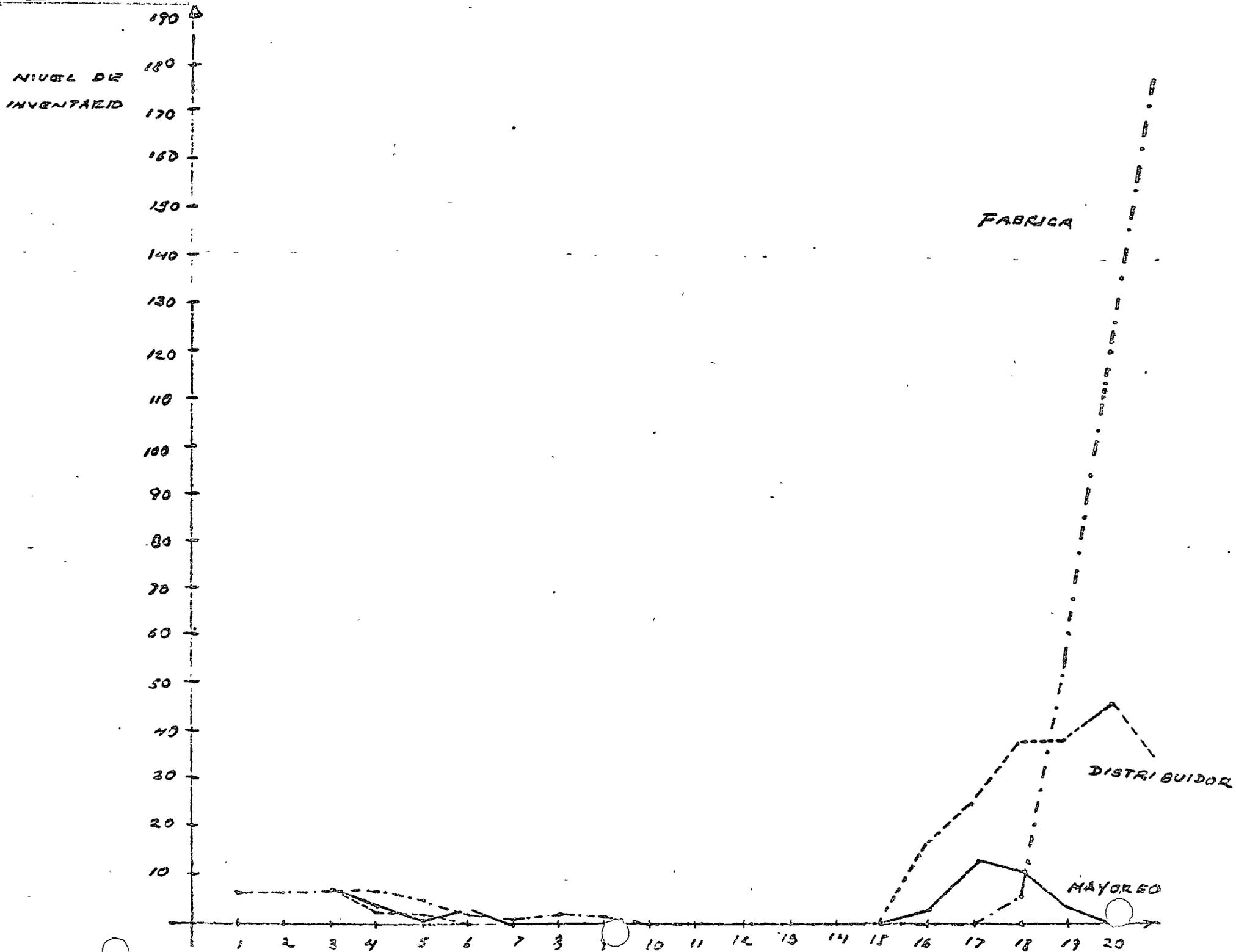
ORDENES

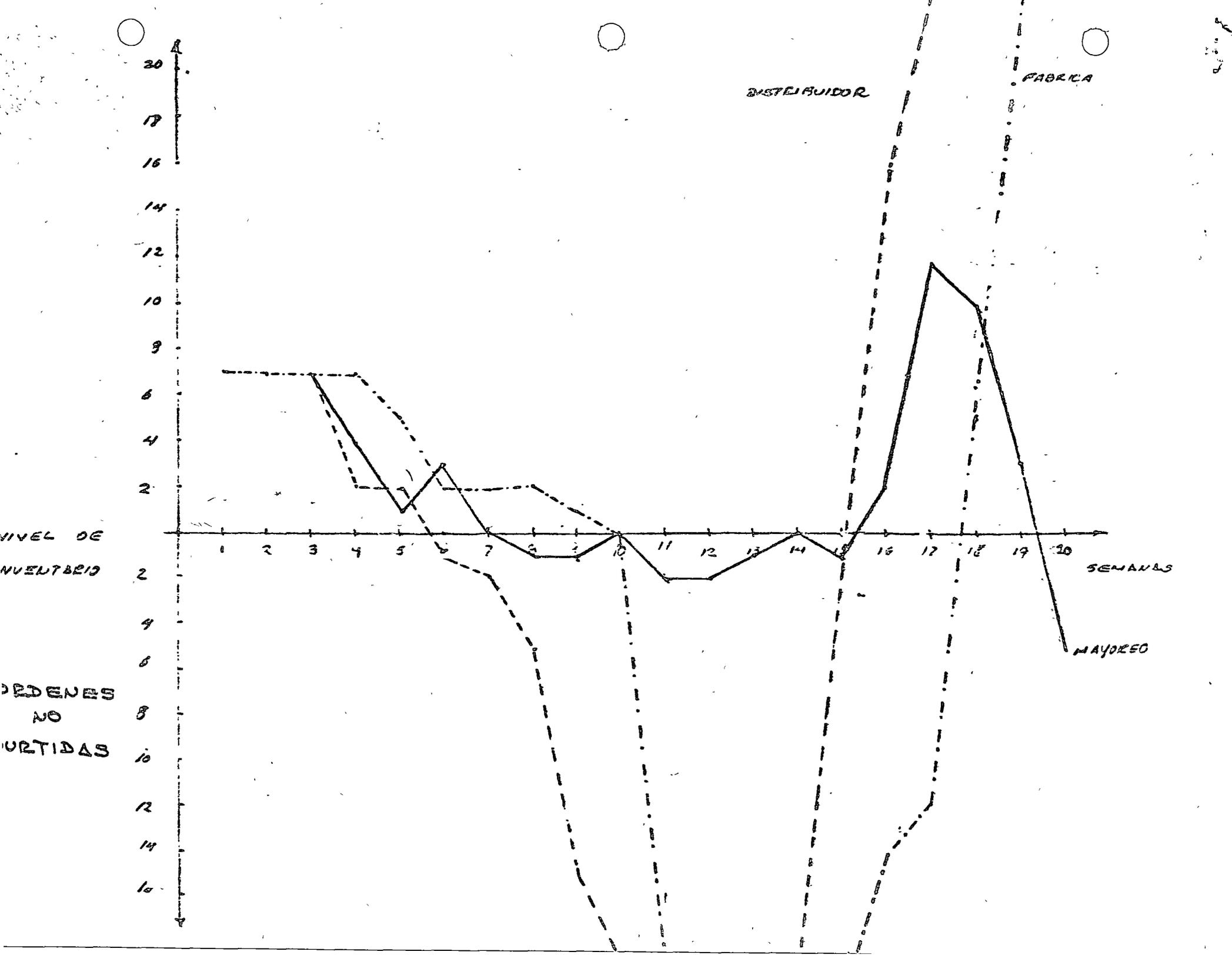


ORDENES EFECTUADAS AL SIGUIENTE

SECTOR



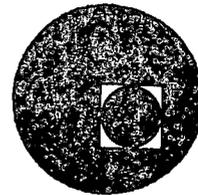








centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS.



ACT. ARCADIO GAMBOA MEDINA.

Palacio de Minería
Tacuba 5, primer piso. México 1, D. F.
Tels.: 521-40-23 521-73-35 512-31-23



MODELOS ESTOCÁSTICOS DE INVENTARIOS

por el

Act. Arcadio Gamboa Medina*

I INTRODUCCION

En el presente documento se consideran procesos de inventarios de una o varias fases de igual duración, bajo las siguientes hipótesis:

- i. La demanda en cada fase es una variable aleatoria con función de distribución conocida
- ii. En el caso de varias fases, cualesquiera dos demandas correspondientes a dos fases distintas son estocásticamente independientes.
- iii. Los costos considerados y su notación son:

c_1 = costo de mantenimiento por unidad de existencia en almacén al final de una fase

c_2 = costo por unidad de déficit al final de una fase

c_3 = costo de abastecimiento por pedido

c = costo de abastecimiento por unidad pedida

II LA FUNCION DE PERDIDA

En la formulación de cualquier problema de inventarios es necesario tener establecida la función objetivo que se desea optimizar. Por lo general dicha función objetivo está referida a algún tipo de costo y, consecuentemente, la optimización se trata

* Felipe Ochoa y Asociados, S. C., Consultores

de una minimización. En el marco estocástico los costos resultan ser variables aleatorias, dado que la demanda es una variable aleatoria. Por lo tanto, la función objetivo se debe determinar en términos de valor esperado, para lo cual resulta conveniente combinar los costos esperados de mantenimiento y déficit en una fase cualquiera a través de una función que se llama de pérdida y que se denota por L.

Sean

y = existencia en almacén al principio de la fase

r = demanda en la fase

F = función de distribución de r

f = función de densidad de r

μ = valor esperado de r

Caso 1 : Demanda de tipo continuo

En este caso la función de pérdida está dada por la siguiente relación:

$$L(y) = \begin{cases} c_1 \int_0^y (y-r)f(r)dr + c_2 \int_y^{\infty} (r-y)f(r)dr, & \text{si } y > 0 \\ c_2 \int_0^{\infty} (r-y)f(r)dr, & \text{si } y \leq 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$c_2 \int_0^{\infty} (r-y)f(r)dr, \text{ si } y \leq 0 \quad (2)$$

La segunda integral en (1) se puede desarrollar como sigue:

$$\begin{aligned} \int_y^{\infty} (r-y)f(r)dr &= \int_0^{\infty} (r-y)f(r)dr - \int_0^y (r-y)f(r)dr \\ &= \mu - y + \int_0^y (y-r)f(r)dr \end{aligned} \quad (3)$$

Sustituyendo (3) en (1) y (2) se obtiene

$$L(y) = \begin{cases} c_2(\mu-y) + (c_1+c_2) \int_0^y (y-r)f(r)dr, & \text{si } y > 0 \\ c_2(\mu-y), & \text{si } y \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$L(y) = \begin{cases} c_2(\mu-y), & \text{si } y \leq 0 \end{cases} \quad (5)$$

En la expresión (4) la integral involucrada se puede simplificar integrando por partes a través de los cambios de variable $u = y-r$ y $v' = f(r)$, con lo cual se tiene:

$$\begin{aligned} \int_0^y (y-r)f(r)dr &= (y-r)F(r) \Big|_0^y + \int_0^y F(r)dr \\ &= \int_0^y F(r)dr = Q(y) \end{aligned} \quad (6)$$

Finalmente, sustituyendo (6) en (4) y (5) se llega a la igualdad

$$L(y) = c_2(\mu-y) + (c_1+c_2)Q(y) \quad (7)$$

considerando que $Q(y) = 0$ si $y \leq 0$

Caso 2: Demanda de tipo discreto

En este caso la función de pérdida está dada por la siguiente relación:

$$L(y) = \begin{cases} c_1 \sum_{r=0}^y (y-r)f(r) + c_2 \sum_{r=y+1}^{\infty} (r-y)f(r), & \text{si } y > 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$L(y) = \begin{cases} c_2 \sum_{r=0}^{\infty} (r-y)f(r), & \text{si } y \leq 0 \end{cases} \quad (9)$$

en donde, por hipótesis, tanto la demanda como la existencia son números enteros.

Análogamente el caso continuo se desarrolla la segunda sumatoria en (8) para llegar a:

$$L(y) = \begin{cases} c_2(\mu-y) + (c_1+c_2) \sum_{r=0}^y (y-r)f(r) , & \text{si } y > 0 \\ c_2(\mu-y) , & \text{si } y \leq 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$L(y) = \begin{cases} c_2(\mu-y) + (c_1+c_2) \sum_{r=0}^y (y-r)f(r) , & \text{si } y > 0 \\ c_2(\mu-y) , & \text{si } y \leq 0 \end{cases} \quad (11)$$

La sumatoria en (10) se puede simplificar agrupando términos de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \sum_{r=0}^y (y-r)f(r) &= yf(0) + (y-1)f(1) + (y-2)f(2) + \dots + 2f(y-2) + f(y-1) \\ &= f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(y-2) + f(y-1) \\ &\quad + f(0) + f(1) + f(2) + \dots + f(y-2) \\ &\quad + \dots \\ &\quad \vdots \\ &\quad + f(0) + f(1) \\ &\quad + f(0) \\ &= F(0) + F(1) + \dots + F(y-2) + F(y-1) \\ &= \sum_{r=0}^{y-1} F(r) = Q(y) \end{aligned} \quad (12)$$

Por lo tanto, de (12), (10) y (11) se deduce que:

$$L(y) = c_2(\mu-y) + (c_1+c_2) Q(y) ,$$

$$\text{definiendo } Q(y) = 0 , \text{ si } y \leq 0 \quad (13)$$

III MODELO UNIFASICO SIN COSTO DE ABASTECIMIENTO POR PEDIDO

Considérese un proceso de inventarios de una fase que inicialmente tiene x unidades de existencia en almacén. Cuando empieza el proceso (y solamente en ese momento) se puede hacer un pedido, en cuyo caso el tiempo de abastecimiento es nulo. Sea y el número de unidades en existencia después de hacer el pedido ($y = x$, si no se hace el pedido). El problema consiste en determinar una política de orden tal que el costo total esperado $C_1(x,y)$ se minimice.

El costo total esperado es

$$C_1(x,y) = c(y-x) + L(y)$$

Caso 1: Demanda de tipo continuo

Como x es una constante, para minimizar a C_1 se debe igualar a cero la derivada parcial de C_1 con respecto a y , esto es,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} C_1(x,y) &= c + L'(y) \\ &= c - c_2 + (c_1 + c_2)F(y) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} C_1(x,y) = 0 \Rightarrow F(y) = \frac{c_2 - c}{c_1 + c_2}$$

Además,

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} C_1(x,y) = (c_1 + c_2)f(y)$$

Por lo tanto, $C_1(x,y)$ alcanza su mínimo en el punto $y = y_1^*$, en donde:

$$F(y_1^*) = \frac{c_2 - c}{c_1 + c_2} \quad 1$$

1. Para que este modelo tenga solución es necesario que $c_2 > c$.

Caso 2: Demanda de tipo discreto

En este caso y_1^* es el mínimo valor de y tal que $\Delta_y C_1(x, y) \geq 0$

$$\begin{aligned}\Delta_y C_1(x, y) &= c(y+1-x) + L(y+1) - c(y-x) - L(y) \\ &= c+c_2(\mu-y-1) + (c_1+c_2)Q(y+1) - c_2(\mu-y) - (c_1+c_2)Q(y) \\ &= c-c_2 + (c_1+c_2) \left[\sum_{r=0}^y F(r) - \sum_{r=0}^{y-1} F(r) \right] \\ &= c-c_2 + (c_1+c_2)F(y)\end{aligned}$$

Por lo tanto, C_1 alcanza su mínimo en y_1^* , en donde y_1^* es el mínimo valor de y tal que

$$F(y) \geq \frac{c_2-c}{c_1+c_2}$$

La política óptima en cualquiera de los dos casos consiste en pedir y_1^*-x unidades, si $x < y_1^*$, y en no hacer el pedido, si $x \geq y_1^*$. El costo esperado total óptimo es

$$C_1^*(x) = \begin{cases} c(y_1^*-x) + L(y_1^*) & , \text{ si } x < y_1^* \\ L(x) & , \text{ si } x \geq y_1^* \end{cases}$$

IV MODELO UNIFASICO CON COSTO DE ABASTECIMIENTO POR PEDIDO

Considérese ahora que en el proceso de la sección anterior sí hay costo de abastecimiento por pedido. En este caso se debe tomar en cuenta que si se hace el pedido, el costo total esperado analizado anteriormente se ve aumentado en c_3

Por lo tanto, conviene no hacer el pedido si

$$L(x) \leq c_3 + c(y_1^* - x) + L(y_1^*)$$

De lo contrario, se deben pedir $y_1^* - x$ unidades

V EJEMPLO

Datos:	r	0	1	2	3	4	5	c = 5	c ₂ = 90	x = 2
	f(r)	.03	.21	.13	.31	.19	.13	c ₁ = 10	c ₃ = 0	

Solución

$$\frac{c_2 - c}{c_1 + c_2} = \frac{85}{100} = .85$$

r	f(r)	F(r)	Q(r)	rf(r)
0	.03	.03	0	0
1	.21	.24	.03	.21
2	.13	.37	.27	.26
3	.31	.68	.64	.93
* 4	.19	.87	1.32	.76
5	.13	1.00	2.19	.65

$$\mu = 2.81$$

$$F(4) = .87 > .85 \text{ y } F(3) = .68 < .85$$

$$\therefore y_1^* = 4$$

Es decir, que se debe hacer un pedido de dos unidades y el costo esperado óptimo es

$$\begin{aligned}C_1^*(2) &= 5(4-2) + L(4) \\ &= 10 + 90(2.81-4) + (10+90)Q(4) \\ &= -97.1 + 100(1.32) \\ &= 34.9\end{aligned}$$

Si el valor de c se cambia a 20, haciendo el pedido el costo subiría a 50.9. Por otro lado,

$$\begin{aligned}L(2) &= 90(.81) + 100 (.27) \\ &= 99.9 > 50.9\end{aligned}$$

Por lo tanto, también se debería hacer el mismo pedido.

VI PROGRAMACION DINAMICA

Algunos de los modelos estocásticos de inventarios son susceptibles de ser resueltos mediante el método de programación matemática llamado programación dinámica. En esta sección se presentan las ideas generales de la programación dinámica referidas al siguiente modelo de programación no lineal:

$$\text{Max } Z = \sum_{j=1}^n f_j(x_j)$$

$$\text{sujeto a: } \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b$$

} (14)

$$x_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

$$x_j \text{ entero } j = 1, \dots, n$$

donde b y $a_j (j=1, \dots, n)$ son enteros positivos conocidos.

Sea

$$Z^* = \max_{x_1, \dots, x_n} \left\{ \sum_{j=1}^n f_j(x_j) \right\} \quad (15)$$

para valores admisibles de x_1, \dots, x_n .

Si se selecciona un valor admisible arbitrario de x_n y se mantiene fijo, se tiene que:

$$\max_{x_1, \dots, x_{n-1}} \left\{ \sum_{j=1}^n f_j(x_j) \right\} = f_n(x_n) + \max_{x_1, \dots, x_{n-1}} \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} f_j(x_j) \right\} \quad (16)$$

para valores admisibles de x_1, \dots, x_{n-1} .

Ahora bien, para que x_1, \dots, x_n sea un conjunto de valores admisibles, se tiene que satisfacer la siguiente desigualdad:

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq b \quad (17)$$

Esto quiere decir que los valores admisibles de x_1, \dots, x_{n-1} en (16) tienen que satisfacer la desigualdad:

$$\sum_{j=1}^{n-1} a_j x_j \leq b - a_n x_n \quad (18)$$

Se puede decir, por lo tanto, que el lado izquierdo de (18) depende de $b - a_n x_n$. Esto es,

$$\Lambda_{n-1}(b - a_n x_n) = \max_{x_1, \dots, x_{n-1}} \left\{ \sum_{j=1}^{n-1} f_j(x_j) \right\} \quad (19)$$

en donde la maximización se debe realizar sobre enteros no negativos x_1, \dots, x_{n-1} que satisfagan la desigualdad (18)

Por otro lado, despejando a x_n de (17) se obtiene :

$$x_n \leq \frac{b}{a_n} - \frac{1}{a_n} \sum_{j=1}^n a_j x_j \leq \frac{b}{a_n} \quad (20)$$

O sea que $\frac{b}{a_n}$ debe ser una cota superior de x_n , para que ésta sea admisible, además de $\frac{b}{a_n}$ tener que ser entero. Consecuentemente, $[\frac{b}{a_n}]$ también es una cota superior de x_n . Esto implica, junto con (15), (16) y (19), que :

$$Z^* = \max_{\substack{0 \leq x_n \leq [\frac{b}{a_n}] \\ x_n \text{ entero}}} \{f_n(x_n) + \Lambda_{n-1}(b - a_n x_n)\} \quad (21)$$

Por lo tanto, si se conociera la función Λ_{n-1} , el problema (14) se podría reducir a un problema de maximización de una sola variable. Para obtener Λ_{n-1} simplemente se debe reconocer la analogía entre (19) y (15); es decir,

$$\Lambda_{n-1}(r) = \max_{x_1, \dots, x_{n-1}} \{ \sum_{j=1}^{n-1} f_j(x_j) \}$$

en donde x_1, \dots, x_{n-1} deben ser enteros no negativos tales, que:

$$\sum_{j=1}^n a_j x_j \leq r$$

Procediendo de la misma forma que con Z^* se obtiene:

$$\Lambda_{n-1}(r) = \max_{\substack{0 \leq x_{n-1} \leq [\frac{r}{a_{n-1}}] \\ x_{n-1} \text{ entero}}} \{f_{n-1}(x_{n-1}) + \Lambda_{n-2}(r - a_{n-1} x_{n-1})\} \quad (22)$$

donde:

$$\Lambda_{n-2}(r - a_{n-1} x_{n-1}) = \max_{x_1, \dots, x_{n-2}} \left\{ \sum_{j=1}^{n-2} f_j(x_j) \right\}$$

debiendo cumplirse que x_1, \dots, x_{n-2} sean enteros no negativos tales, que:

$$\sum_{j=1}^{n-2} a_j x_j \leq r - a_{n-1} x_{n-1}$$

El mismo proceso se puede utilizar para obtener $\Lambda_{n-2}, \Lambda_{n-3}, \dots$, hasta que finalmente se termine con el problema de evaluar

$$\Lambda_1(r) = \max_{0 \leq x_1 \leq \lfloor \frac{r}{a_1} \rfloor} \{f_1(x_1)\}$$

x_1 entero

El procedimiento práctico para llegar a Z^* empieza evaluando Λ_1 , para después encontrar Λ_k ($k = 2, \dots, n-1$) a través de la relación recursiva

$$\Lambda_k(r) = \max_{0 \leq x_k \leq \lfloor \frac{r}{a_k} \rfloor} \{f_k(x_k) + \Lambda_{k-1}(r - a_k x_k)\}, \quad k = 2, \dots, n-1,$$

que es la generalización de (22).

VII EJEMPLO

$$\text{Max } Z = 5x_1^2 + 2x_2 + 3x_3 + x_4$$

$$\text{sujeto a: } 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 \leq 5$$

$$x_j \text{ entero no negativo } j = 1, 2, 3, 4$$

Para resolver el problema a mano, resulta conveniente utilizar el siguiente formato de tablas:

Tabla 1

		x_1	0	1		
		$f_1(x_1)$	0	5	$x_1^*(r)$	$\Lambda_1(r)$
r	$[\frac{r}{a_1}]$					
0	0		0		0	0
1	0		0		0	0
2	0		0		0	0
3	0		0		0	0
4	1		0	5	1	5
5	1		0	5	1	5

Los valores del cuarto rectángulo de izquierda a derecha de la tabla corresponden a $f_1(x_1)$ ($0 \leq x_1 \leq [\frac{r}{a_1}]$ y x_1 entero), y los del quinto al valor de x_1 que maximiza a $f_1(x_1)$ y al valor correspondiente de $f_1(x_1)$. Para tablas subsecuentes, sin embargo, en lugar de $f_1(x_1)$ se deberá considerar a $f_k(x_k) + \Lambda_{k-1}(r - a_k x_k)$.

Tabla 2

		x_2	0	1	2	3	4	5	$x_2^*(r)$	$\Lambda_2(r)$
		$f_2(x_2)$	0	2	4	6	8	10		
r	$[\frac{r}{a_2}]$									
0	0		0						0	0
1	1		0	2					1	2
2	2		0	2	4				2	4
3	3		0	2	4	6			3	6
4	4		5	2	4	6	8		4	8
5	5		5	7	4	6	8	10	5	10

*

Tabla 3

		x_3	0	1	2	$x_3^*(r)$	$\Lambda_3(r)$
		$f_3(x_3)$	0	3	6		
r	$[\frac{r}{a_3}]$						
0	0		0			0	0
1	0		2			0	2
2	1		4	3		0	4
3	1		6	5		0	6
4	2		8	7	6	0	8
5	2		10	9	8	0	10

*

Tabla 4

r	$[\frac{r}{a_4}]$	x_4		$x_4^*(r)$	Z	
		$f(x_4)$	0			
0	0	0	0	0	0	
1	0	2	0	0	2	
2	0	4	0	0	4	
3	1	6	1	0	6	
4	1	8	3	0	8	
5	1	10	5	0	10	*

El valor óptimo de la función objetivo está dado por el valor máximo de Z , que es 10. El valor correspondiente de x_4 es cero, y por lo tanto, las 5 unidades de la restricción quedan intactas. Se busca entonces en la Tabla 3 para $r = 5$ y se encuentra que $x_3 = 0$. Consecuentemente, en la Tabla 2 se busca para $r = 5$, encontrándose que $x_2 = 5$. Esto quiere decir que se utilizan las 5 unidades de la restricción, y así $x_1 = 0$.

VIII MODELO UNIFASICO CON RESTRICION DE ESPACIO PARA VARIOS ARTICULOS

Considérese un proceso de inventarios de una fase y n tipos de artículos, bajo las siguientes hipótesis:

- i) Se requiere tener en almacén suficiente número de cada uno de los n tipos de artículos.

- ii) c_{2j} es el costo por unidad de déficit del artículo tipo j al final de la fase ($j=1, \dots, n$)
- iii) $F_j(r)$ es la función de distribución de la demanda del artículo tipo j en la fase ($j=1, \dots, n$); r toma valores enteros no negativos
- w) $f_j(r)$ es la función de densidad correspondiente a $F_j(r)$ ($j=1, \dots, n$) y μ_j el valor esperado
- v) v_j es el volumen unitario del artículo tipo j ($j=1, \dots, n$) y V el volumen máximo disponible del almacén

El problema consiste en determinar los niveles de existencia y_1, y_2, \dots, y_n de los artículos tipo 1, tipo 2, ..., tipo n en almacén al principio de la fase, tales que el costo total esperado sea mínimo.

En este caso, si V es lo suficientemente grande como para poder satisfacer las demandas máximas de cada tipo de artículo, el problema está resuelto. De lo contrario, existe la posibilidad de incurrir en algún costo por déficit. Supóngase que éste es el caso.

Sea $\lambda_j(y_j)$ el costo esperado relativo al artículo tipo j . Entonces

$$\lambda_j(y_j) = c_{2j} (\mu_j - y_j) + c_{2j} \sum_{r=0}^{y_j-1} F_j(r)$$

El problema se puede plantear, por lo tanto, como.

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^n \lambda_j(y_j)$$

sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n v_j y_j \leq V$$

$$y_j \text{ entero no negativo } j=1, \dots, n$$

La solución se puede obtener aplicando el método de programación dinámica expuesto anteriormente.

IX EJEMPLO

$$\text{Min } Z = \lambda_1(y_1) + \lambda_2(y_2) + \lambda_3(y_3)$$

sujeto a: $2y_1 + 3y_2 + 4y_3 \leq 5$

y_1, y_2, y_3 enteros no negativos

	$c_{21} = 10$			$c_{22} = 20$			y	$c_{23} = 30$		
r	$f_1(r)$	$F_1(r)$	$Q_1(r)$	$f_2(r)$	$F_2(r)$	$Q_2(r)$		$f_3(r)$	$F_3(r)$	$Q_3(r)$
0	.1	.1	0	.4	.4	.0		.1	.1	0
1	.1	.2	.1	.3	.7	.4		.1	.2	.1
2	.3	.5	.3	.2	.9	1.1		.2		.3
3	.2	.7	.8	.1		2.0		.2		
4	.2	.9	1.5					.3		
5	.1		2.4					.1		

$$\mu_1 = 2.6$$

$$\mu_2 = 1$$

$$\mu_3 = 2.8$$

$$\lambda_1(y_1) = 26 - 10y_1 + 10 \sum_{r=0}^{y_1-1} F_1(r)$$

$$\lambda_2(y_2) = 20 - 20y_2 + 20 \sum_{r=0}^{y_2-1} F_2(r)$$

$$\lambda_3(y_3) = 84 - 30y_3 + 30 \sum_{r=0}^{y_3-1} F_3(r)$$

Tabla 1

t	$[\frac{t}{a_1}]$	y_1			$y_1^*(t)$	$\Lambda_1(t)$
		$f_1(y_1)$	0	1		
0	0	26			0	26
1	0	26			0	26
2	1	26	17		1	17
3	1	26	17		1	17
4	2	26	17	9	2	9
5	2	26	17	9	2	9

Tabla 2

t	$[\frac{t}{a_2}]$	y_2		$y_2^*(t)$	$\Lambda_2(t)$
		$f_2(y_2)$	0		
0	0	46			46
1	0	46			46
2	0	37			37
3	1	37	34		34
4	1	29	34		29
5	1	29	25		25

Tabla 3

t	$\lfloor \frac{t}{a_3} \rfloor$	y_3		$y_3^*(t)$	$\Lambda_3(t)$
		0	1		
		$f_3(y_3)$			
		84	57		
0	0	130		0	130
1	0	130		0	130
2	0	121		0	121
3	0	118		0	118
4	1	113	103	1	103
5	1	109	103	1	103

Por lo tanto, los niveles óptimos son $y_1 = 0$, $y_2 = 0$ y $y_3 = 1$. El costo esperado mínimo es 103.

X MODELOS MULTIFASICOS

Extendiendo el modelo unifásico de la sección III a n fases, se crea un modelo multifásico que se puede resolver combinando el criterio de dicha sección con el principio recursivo de programación dinámica. En este caso el modelo no corresponde exactamente al presentado en la sección VI, pero la idea es exactamente la misma. Se empieza resolviendo el problema de la última fase y se sigue el análisis considerando una a una las fases inmediatas anteriores, hasta cubrir todo el horizonte en cuestión (Para un tratado detallado, véase OPERATIONS RESEARCH, AN INTRODUCTION, 1971, de H.A. Taha).

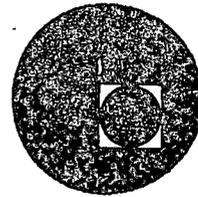
REFERENCIAS

- [1] Arrow K. J., Karlin S. y Scarf H., *Studies in The Mathematical Theory of Inventory and Production*. Stanford University Press, 1958
- [2] Churchman C. W., Ackoff R. L. y Arnoff E. L., *Introduction to Operations Research*. John Wiley and Sons, Inc., 1957
- [3] Hadley G., *Nonlinear and Dynamic Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1964
- [4] Hadley G. y Whitin T. M., *Analysis of Inventory Systems*. Prentice-Hall, Inc., 1963
- [5] Sasieni M., Yaspan A. y Friedman L., *Operations Research, Methods and Problems*. John Wiley and Sons, Inc., 1959
- [6] Taha H. A., *Operations Research, An Introduction*. 1971
- [7] Whitin T. M., *The Theory of Inventory Management*. Princeton University Press, 1957





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

Modelos de Inventarios Dinámico

Ing. Eduardo de la Fuente Rocha.

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header, which is mostly illegible due to fading and bleed-through.



CALCULO DIFERENCIAL A LA TEORIA DE INVENTARIOS:

Derivación de fórmulas de costo mínimo; Para desarrollar fórmulas para computación sencillas que sean aplicables a cualquier resolución de datos, empezaremos con la expresión general para el costo total de incremento.

$$TIC = \frac{ChQ}{2} + \frac{CpR}{Q} \quad (E C I)$$

Esta es una ecuación para la curva del costo total de incrementos, y queremos determinar una expresión general para Q . El tamaño del lote asociado con ésta, el mínimo de la curva del costo total de incrementos. Matemáticamente esto se puede hacer encontrando el valor de Q por el cual la inclinación de la curva total del costo de incremento es cero. usando los elementos de un cálculo diferencial simple, la primera derivación de la ecuación 1 con respecto a Q es :

$$\frac{d(TIC)}{dQ} = \frac{Ch}{2} - \frac{CpR}{Q^2} \quad (2)$$

El Valor de la ecuación (2) es la inclinación de la línea tangente a la curva total del costo de incrementos. Deseamos saber el valor de Q cuando esta inclinación es (0) cero, podemos poner la ecuación -- (2) igualada a cero y resolvemos por Q ;

$$\frac{Ch}{2} - \frac{CpR}{Q_0^2} = 0 \quad Q_0 = \sqrt{2CpR/Ch} \quad (3)$$

El costo de una solución óptima computada por la ecuación (3) puede ser derivada substituyendo el valor de Q en la ecuación (1).

$$TIC_0 = \sqrt{2CpChR} \quad (4)$$

El número de órdenes óptimo por año N_0 y el tiempo entre los órdenes T_0 para una solución óptima es el siguiente.

$$N_o = R/Q_o \quad (5) \qquad T_o = Q/R = I/N_o \quad (6)$$

Las ecuaciones 3, 4, 5, y 6 son las de valor posible en las computaciones.

Ejemp: $C_p = 250$ $R = 10$ $Ch = 0.50$

$$Q_o = \sqrt{\frac{2 \times 250 \times 10}{0.50}} = \sqrt{10,000} = 100 \text{ U}$$

$$TIC = \sqrt{2 \times 250 \times 0.50 \times 10} = \sqrt{2,500} = \$ 50,00$$

$$N_o = \frac{250}{100} = 2.5 \text{ órdenes por año}$$

$$T_o = \frac{1}{2.5} = 0.4 \text{ años entre cada orden o sea una orden cada tres meses.}$$

Algunas extensiones simples del modelo clásico de inventarios son usadas para remitir algunos de los supuestos del modelo. Por ejemplo: el modelo clásico supone que toda demanda es satisfecha a tiempo.

MODELOS PARA DESCUENTOS EN COMPRAS A VOLUMEN:

Los descuentos que otorguen proveedores tendrán un efecto en el lote más económico de cantidad en muchas ocasiones. El efecto es directamente en términos en el precio total de compras, costos de orden, y en costos de inventario. Para situaciones de un simple descuento, el procedimiento puede ser; 1) Computar el Q_o basado en fórmulas apropiadas. 2) Si Q_o cae arriba del descuento b , entonces Q_o es efectivamente la cantidad más económica. 3) Si Q_o es menor que b , entonces un simple estudio del inventario del incremento de costos, determinará si los ahorros en compra y costos de ordenamiento, desequilibran el inventario de costos incrementados.

MODELOS DE DECISIONES PARA DESCUENTOS:

El modelo clásico de inventarios toma un precio constante o valor, así que para desarrollar un sistema para decisiones que tome en cuenta los descuentos, debemos modificar el modelo clásico de inventario para que incluya el precio o valor del artículo como una variable.

$$TIC = C_p \frac{R}{Q} = \frac{KQ}{2} I_h \quad (7)$$

de donde;

K = Costo por unidad o precio del artículo.

I_h = Costo de inventario como una fracción de dicho inventario.

Siguiendo el procedimiento anterior, la ecuación (7) es diferenciada con respecto a Q y el resultado es igual a cero.

Las siguientes fórmulas para computación son;

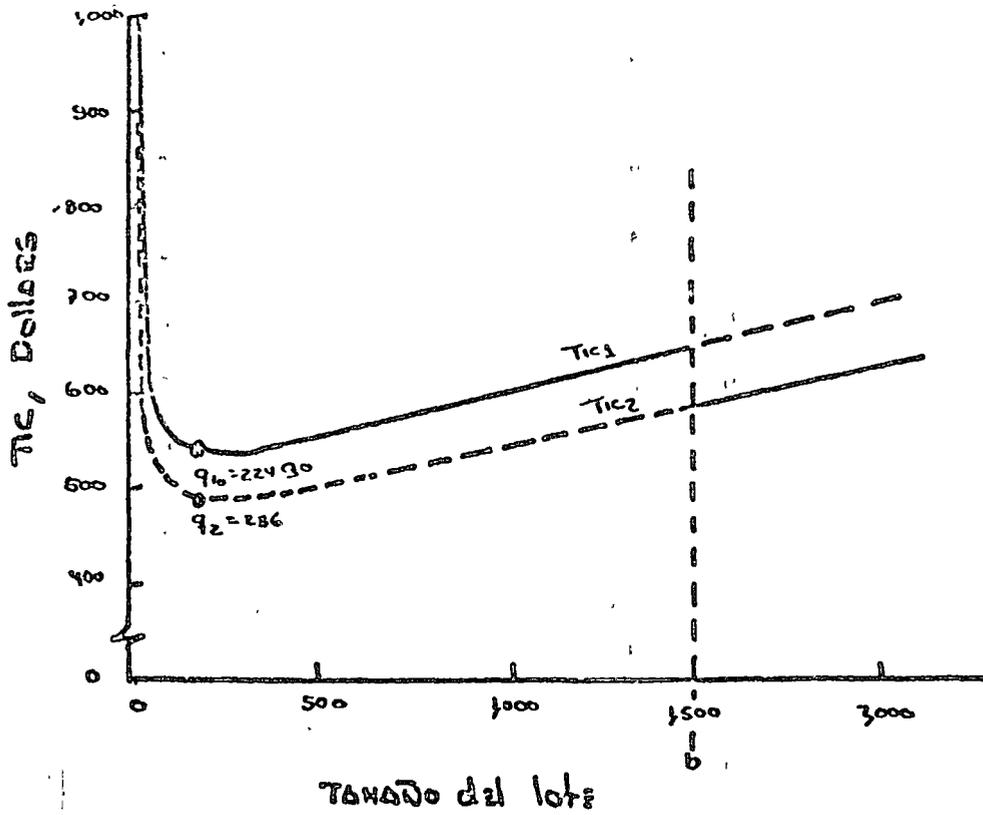
$$Q_0 = \sqrt{2C_p R / K I_h} \quad (8)$$

$$TIC = \sqrt{2C_p K I_h R} + K R \quad (9)$$

Las ecuaciones (8) y (9) entonces son usadas en un sistema de decisiones para determinar la cantidad más económica a producir cuando implican descuentos.

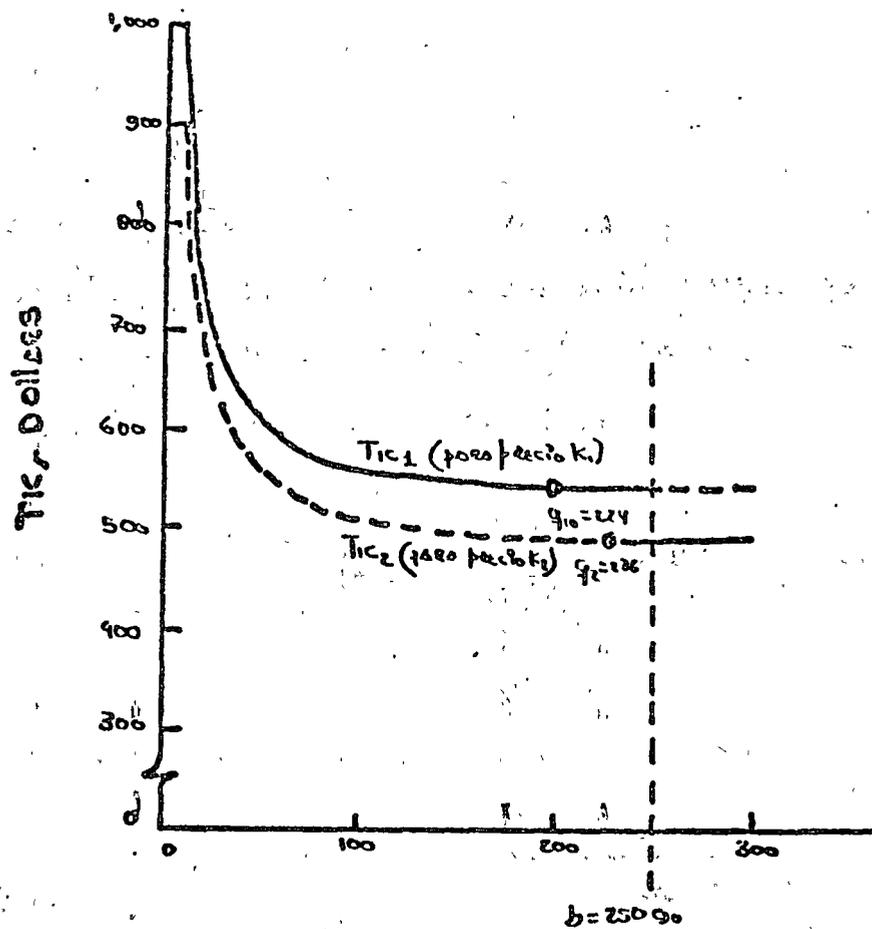
(VER GRAFICAS.)

CURVA DEL COSTO TOTAL DE INCREMENTOS



INV. MOD con precio fijo cuando $b = 1,500$ U.
 $Q_0 = q_{10} = 224$ U.

CURVA DEL COSTO TOTAL DE INCREMENTOS



TAMAÑO del lote

INV. MOD. con precio lote cuando $b = 250$ U.

$R = 600$ U. x año, $c_p = 15$ ¢ - $f_h = 20\%$

$K_1 = \$1.00$, $K_2 = \$1.80$, $q_0 = b = 250$ U.

El inventario se acumulará a este promedio en el período T_p y el inventario máximo es $T_p (p - r)$, y el inventario promedio es $T_p \frac{(p-r)}{2}$

ecuación (10)

Desde que Q unidades son producidas en el lote a un promedio diario de P por un período de t_p , $Q = p t_p$. y $t_p = Q/P$. Sustituyendo por t_p , el inventario promedio de sistema se convierte en:

$$\frac{(p - r)}{2} \frac{Q}{p} = (1 - r/p) \frac{Q}{2} \quad (11)$$

Podemos desarrollar una ecuación del costo total de incremento por modelo de lote de producción. los costos de preparación definidos como antes y el el costo promedio del inventario es el producto CH y lo dicho en el promedio de inventarios de la ecuación (11) ó :

$$TIC = C_p \frac{R}{Q} + CH (1 - r/p) \frac{Q}{2} \quad (12)$$

Esta ecuación TIC es diferenciada con respecto a Q y resultado en grupo igual a cero. las siguientes formulas pueden ser derivadas,.

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2 C_p R}{CH (1 - r/p)}} \quad (13)$$

$$TIC_{Co} = \sqrt{2 C_p CH R (1 - r/p)} \quad (14)$$

Para los lotes de producción es comun pensar en termino que el ciclo de los artículos es el número óptimo de corridos en el tamaño del lote:

$$Q_0 \text{ es } N_0 = R / Q_0 \quad (15)$$

y el tiempo óptimo entre corridos es:

$$t_0 = Q_0 / R = 1 / N_0 \quad (16)$$

PRIMERA DERIVADA Y SEGUNDA DERIVADA:

La pendiente de una curva en un punto se encuentra evaluando la derivada en ese punto. Nos interesa encontrar puntos donde la inclinación sea cero. ó punto donde la tangente a una curva sea horizontal. El análisis de la pendiente cero no solo ayuda al trozo de las curvas sino que también es de gran ayuda para la determinación de los valores MAXIMOS y MINIMOS de una función, ó sea la ganancia máxima y el costo mínimo.

El procedimiento para encontrar puntos con una pendiente cero -- consiste en hacer que la primera derivada sea igual a cero, y luego resolver la ecuación resultante. El punto de pendiente cero puede determinarse con la prueba de la primera derivada. si se ha llegado al punto máximo, la pendiente a la izquierda es positiva, . En realidad la pendiente cambia de positiva a negativa a medida que cruzamos un mínimo. No obstante, la pendiente no cambia de signo cuando cruzamos un mínimo. No obstante, la pendiente no cambia de signo cuando pasamos un punto de inflexión. Al aplicar la prueba de la primera derivada, evaluamos la primera derivada un poco a la derecha y a la izquierda del punto de inclinación cero.

La segunda derivada y las subsiguientes se encuentran repitiendo el proceso empleando para determinar la derivada precedente. La anotación de la función de la derivada m's alta es;

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \right) = \frac{d^2}{dx^2} ; \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{d^2}{dx^2} \right) = \frac{d^3}{dx^3} ; \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} \right) = \frac{d^n}{dx^n}$$

MÉTODOS FUTUROS DE INVENTARIOS:

La importancia del control adecuado de los inventarios ha recibido recientemente un gran ímpetu, debido al incremento de las computadoras y de su empleo en esa área. Muchos de los modelos básicos de inventarios desarrollados en el trabajo, se presentan sin dificultad al empleo de esta nueva tecnología, muchos fabricantes tienen eslabones de datos entre sus oficinas de ventas, fabricantes y puntos de distribución y de embarque para el control de inventarios por medio de computadoras.

Actualmente algunas empresas están trabajando con inventarios manejados con computadoras y comunicaciones de línea directas entre los clientes y los fabricantes.

El sistema básico es el siguiente: Las computadoras de los clientes determinan los artículos, las cantidades y el precio de compra así; como su período; los pedidos se transmiten por el centro de procesamiento de datos del proveedor. A medida que se extiende ese método, el paso siguiente puede consistir en conectar una tercera computadora, la de la compañía de transporte, y de ese modo, a medida que las existencias se acercan a un nivel predeterminado de reposición de pedidos, las computadoras de la cadena no sólo avisarán a la línea ferroviaria o de camiones para que tenga su equipo preparando en el muelle de embarques. El computador seguirá después al furgón o remolque a través del país, e informará de los sitios donde se encuentran hasta que se entregue la mercancía.

Naturalmente, las computadoras de los clientes se mantienen al corriente para recibir los materiales, y el proceso de inventario

○ con ayuda de computadoras continuará en la forma que hemos descrito.

REVISADO POR [illegible]

[illegible text]

[illegible text]

[illegible text]

[illegible text]

[illegible text]

PROGRAMACION DINAMICA

Un ejemplo trivial, que se llamara "folklórico", servirá para explicar algunos conceptos de la programación dinámica y para introducir un camino simbólico para estudiar modelos más avanzados. El problema consiste simplemente en encontrar la ruta más corta en una red.

Ejemplo folklórico.- Cierta vez en su vida Juan Sop decidió buscar fortuna en Ensenada. En esos días la diligencia era el único medio para transportarse del centro, donde él vivía, a la ciudad mencionada. Su agente de viajes le mostró el mapa de la república en donde se indicaban las rutas de diligencia disponibles (figura 1). Cada block en el mapa representa un Estado, cada Estado está numerado convencionalmente. Obsérvese que el viaje completo de Juan Sop requiere de cuatro etapas independientemente de la ruta que elija.

Puesto que nuestro viajero conocía los tremendos riesgos e incertidumbre inherentes a su viaje decidió tomar un seguro de vida antes de salir. El costo de la póliza dependía de la ruta que el selecciono

nara, puesto que a mayor riesgo correspondía mayor costo. Sea c_{ij} el costo de la póliza por viajar del Estado i al Estado j . Los valores de c_{ij} aparecen en la figura 1. Juan Sop no confió en la ruta recomendada por el agente de seguros ya que este utilizó para definirla la técnica secrecional pinólica (el que tiene más saliva traga más pinole) con la consecuente ventaja para la Compañía de Seguros. Juan se marcó como objetivo el buscar una ruta que hiciese mínimo el costo total de su póliza.

Juan analizó el problema como sigue. Primero le pareció muy significativo el siguiente principio

Principio de optimalidad (Bellman): Una "política" óptima debe tener la propiedad de que, independientemente de la ruta tomada para llegar a un estado particular, las decisiones restantes deben constituir una política óptima para salir de ese estado.

Luego se dió cuenta de que una ruta óptima para salir del estado 6, por decir algo, no dependía de la ruta particular que le condujo al estado 6. Presionando aún más su creatividad, Juan razonó que si él conocía de alguna manera las rutas óptimas para salir de los estados 5, 6 y 7, entonces él podría fácilmente determinar una ruta óptima para salir del estado 3 en el caso de que el hubiese de

cada una de las letras tiene un significado esencial. La letra f señala que el número que ella representa es un valor de la función objetivo. La letra s nos dice que el valor de la función objetivo realmente depende del estado del sistema. Y el subíndice n nos da la información dinámica de que hay n etapas por delante cuando el sistema se encuentra en el estado s . De la misma manera, la decisión j también depende tanto de la etapa n como del estado s y "señala" el viaje de Juan.

Conforme se ve este ejemplo folklórico y otros que le siguen, es útil repetirse la definición de los símbolos, justamente como si se estuviera aprendiendo un nuevo lenguaje. La razón por la que no se necesitó esta horrible notación para explicar los modelos de la programación lineal es que aquellos problemas se resolvían "de un solo golpe". Pero ahora nos enfrentamos a una solución por etapas.

Regresando al problema de Juan Sop; él se da cuenta que

$$(1) \quad f_0(10) = 0 \quad \text{para } j_0(10) = \text{alto,}$$

puesto que cuando él estaba en el estado 10 con ninguna etapa por delante, su viaje en efecto había terminado. Pero enseguida Juan observó que casi sin ningún esfuerzo él también podía calcular $f_1(8)$ y $f_1(9)$ porque ellos eran simplemente $f_0(10)$ más $c_{8,10}$ y $c_{9,10}$ respectivamente. Alegre por su éxito, Juan examinó cómo po

día calcular $f_2(6)$, la mínima política de costo cuando él estaba en el estado 6 con dos etapas más para llegar a su destino final. El observó que solo tenía dos maneras para dejar el estado 6 una vez que decidió llegar a él. Una es ir al estado 8, la política de costo asociada es $c_{6,8}$ más $f_1(8)$ (que ya había calculado). La otra manera es ir al estado 9, la correspondiente política de costo es $c_{6,9}$ más $f_1(9)$ (que también ya había calculado). Y, ¡Oh maravilla! el valor de $f_2(6)$ debe ser la menor de estas dos sumas.

Juan supuso que dentro de su locura debería de haber un método y, por supuesto, tenía razón. El método puede establecerse sucintamente a través de la relación siguiente:

$$(2) \quad f_n(s) = \min_{(s,j) \text{ Red}} c_{sj} + f_{n-1}(j) \quad \text{para } n = 1, 2, 3, 4$$

que establece que el valor de una política óptima con n etapas restantes ($f_n(s)$) depende de la consecuencia de la acción inmediata (c_{sj}) y del valor correspondiente de una política óptima con $(n-1)$ etapas restantes. Este es un punto clave en todas las aplicaciones de la programación dinámica.

En términos simbólicos (2) establece que se pueden encontrar los valores de $f_1(s)$ cuando se conocen los valores de $f_0(s)$. Enseguida

se pueden calcular los valores de $f_2(s)$, ya conocidos los de $f_1(s)$ y así enseguida. Esta manera de proceder constituye un "algoritmo recursivo" y (2) recibe el nombre de "fórmula de recurrencia".

Los cálculos se pueden llevar como se muestra en las figuras 2 a 5. Se tiene una tabla para cada etapa n posible, esto es $n = 1, 2, 3, 4$. El formato para una tabla es tener un renglón para cada posible estado entrante dado que se tienen n etapas restantes, y una columna para cada estado posible en la siguiente etapa. Luego para $n = 1$ (figura 2) se tienen dos renglones para los estados 8 y 9, porque Juan puede elegir cualquiera de ellos con una etapa restante. Sin embargo solo se tiene una columna porque solo se tiene un destino para los estados 8 y 9. Para $n = 2$ (figura 3), Juan puede elegir entre los estados 5, 6 y 7; y por tanto se necesitan tres renglones; él luego puede viajar a cualquiera de los estados 8 ó 9 y por tanto se requieren dos columnas.

Las entradas en una tabla son la suma del costo inmediato c_{sj} de ir del estado s al estado j y la subsecuente política de costo $f_{n-1}(j)$ asociada con la ruta óptima de salida del estado j . En cada renglón se examinan estas sumas para elegir la más pequeña. Este mínimo se etiqueta con $f_n(s)$ y la decisión óptima asociada se

$$n = 1$$

$$c_{1j} + f_0(j)$$

		$s \backslash j$	10	$j_1(s)$	$f_1(s)$
Estado	8		1+0	10	1
entrante	9		4+0	10	4

Figura 2

$$n = 2$$

$$c_{1j} + f_1(j)$$

		$s \backslash j$	7	5	$j_2(s)$	$f_2(s)$
	5		7+1	5+4	8	8
	6		3+1	4+4	8	4
	7		7+1	1+4	9	5

Figura 3

$$n = 3$$

$$c_{1j} + f_2(j)$$

		$s \backslash j$	5	6	7	$j_3(s)$	$f_3(s)$
Estado	2		10+8	12+4		6	16
entrante	3		5+8	10+4	7+5	7	12
	4			15+4	13+5	7	18

Figura 4

$$n = 4$$

$$c_{1j} + f_3(j)$$

		$s \backslash j$	2	3	4	$j_4(s)$	$f_4(s)$
Estado	1		2+16	5+12	1+18	3	17
entrante							

Figura 5

designa con $j_n(s)$; ambas se muestran a la derecha de la tabla.

Los cálculos para $n = 1$ se muestran en la figura 2. En este ejemplo particular, cuando $n = 1$, la única acción factible es $j = 0$, luego $j_1(8) = j_1(9) = 10$.

Cuando $n = 2$, j puede ser 8 ó 9. Para completar los cálculos cuando restan dos etapas, es necesario tener las c_{sj} y solamente los valores $f_1(j)$. Los cálculos se muestran en la figura 3. Obsérvese que $f_1(8) = 1$ se suma a cada c_{s8} en la columna $j = 8$, y $f_1(9) = 4$ a cada c_{s9} en la columna $j = 9$. La tabla muestra que con dos etapas restantes, es óptimo ir del estado 8 a los estados 5 y 6, y del estado 9 al estado 7.

El análisis para $n = 3$ aparece en la figura 4. Obsérvese que dos casilleros están cancelados, porque no es posible ir del estado 2 al estado 7 o del estado 4 al estado 5.

Los cálculos terminan en la figura 5 con $n = 4$. Ahí puede verse que la política de costo mínimo es:

$$(4) \quad f_4(1) = 17 \quad \text{para} \quad j_s(1) = 3$$

¿Cuál es la política óptima correspondiente?. Para responder estas preguntas deben rastrearse las tablas como sigue. Empezando con -

la tabla para $n = 4$ (figura 5), se encuentra que una decisión óptima es ir del estado 1 al estado 3. Pasando a la tabla para $n = 3$ (figura 8.4), se observa que cuando Juan entra al estado 3 (tercer renglón), una decisión óptima es ir al estado 7. Continuando con la tabla para $n = 2$ (figura 3), se encuentra que cuando él entra al estado 7, una decisión óptima es ir al estado 9. Y del estado 9 él termina en el estado 10. En resumen, una política óptima es la ruta del estado 1 al 3, al 7 al 9 al 10, la cual, como $f_4(1)$ indica, tiene un costo de $5+7+1+4=17$.

Debe observarse que la programación dinámica es más eficiente que enumerar y evaluar cada política posible. En este problema particular, se tienen 14 rutas distintas del Centro a Ensenada. Para evaluar el costo de cada ruta es necesario sumar las 4 c_{ij} apropiadas (una para cada etapa). Luego una enumeración completa habría requerido $(14)(3) = 42$ sumas, comparado con el total de 16 involucradas en la figura 3 a 5. La ventaja relativa del método recursivo queda fuera de duda en las aplicaciones típicas, donde una enumeración completa generalmente es prácticamente imposible.

Juan juzgó que su experiencia contiene algunos conceptos y enfoques que aparecen en subsecuentes aplicaciones. Para aprovechar estas ideas cuando se estudie cada nuevo modelo debe preguntarse:

- i) ¿Cuáles son las variables de decisión o de política?
- ii) ¿Cuál es el criterio o función objetivo para determinar una política óptima?
- iii) ¿Cómo es caracterizado el problema y luego analizado en términos de etapas?
- iv) ¿Qué caracteriza el estado del problema en cada etapa?
- v) ¿Cómo influyen las restricciones a los estados del problema y a los valores factibles de las variables de decisión?

Cuando se es capaz de formular el modelo en términos multietápicos, se ha dado el primer paso para analizar las características dinámicas del problema.

Modelo elemental de inventarios. - Una vez que Juan llegó a Ensenada observó que en dicha población existía una demanda insatisfecha de cierto artículo y decidió establecer la empresa "Dinámica, S.A." para fabricarlo. Juan observó lo siguiente:

- i) era necesario establecer un programa de producción del artículo para los siguientes N periodos,
- ii) se disponía de información suficiente para tener estimaciones adecuadas de las demandas del artículo para esos periodos,
- iii) el tiempo requerido para la producción de un lote de ese artí-

- culo era lo suficientemente pequeño, él podía suponer que la producción en el período t podía usarse para satisfacer, en tera o parcialmente, a la demanda existente en ese período,
- iv) puesto que la demanda variaba de un período a otro y existían ciertas economías en la producción por lote, podía ser económico producir más de lo que se necesitaba en un período y al macenar el exceso hasta que se requiriera posteriormente. Sin embargo se tenía un costo por almacenar el inventario resultante. Dependiendo de las circunstancias, este costo era atribuible a factores tales como: intereses sobre el capital que tenía que pedir prestado para financiar el inventario, rentas de los al macenes, seguros y mantenimiento. Dicho "costo de inventario" debía tomarse en cuenta al determinar el programa de producción.
- v) El objetivo de la "Dinámica, S.A." debía ser el determinar un programa que minimice el costo total de producción más el de inventario sujeto a la restricción de que se satisfaga la demanda en cualquier período.

Juan pensó que podría aprovechar la experiencia que obtuvo en su via je y que, aunque la situación estaba muy idealizada, contemplaba muchas consideraciones importantes en lo relativo a la selección de una política de inventarios. Se fijó entonces como propósito fundamental -

examinar el aspecto dinámico de un proceso de inventarios para analizar después:

- i) el realismo de las hipótesis y
- ii) los conceptos económicos involucrados.

Juan pensó, tal vez con poca modestia, que de esta manera obtendría un modelo que jugara, en el campo del Análisis de Sistemas, el mismo papel, o casi el mismo, que juegan las leyes elementales de -- Newton en la Física. Entusiasmado por lo que ésto significaría para él y para "Dinámica, S.A." inició el estudio del problema.

De acuerdo con su experiencia, Juan empezó por definir las variables de decisión:

x_t = cantidad producida en el período t

i_t = inventario al final del período t

convino además en representar con D_t a la demanda en el período t y, dada la naturaleza del artículo, se dió cuenta que cada D_t era un entero no negativo conocido al inicio de lo que él llamó "horizonte de planeación".

De acuerdo con sus hipótesis, en cada período t el costo asociado dependía solamente de la cantidad producida x_t y del nivel final de

inventario i_t . Luego la función objetivo podía escribirse como:

$$\min \sum_{t=1}^N c_t(x_t, i_t) \quad (1)$$

Juan observó que debían imponerse ciertas restricciones a las variables x_t, i_t . Primeramente, como ya lo había pensado, el que la producción debe tomar valores enteros:

$$x_t = 0, 1, 2, \dots \quad \text{para cada período } t \quad (2)$$

además Juan fijó el deseo de "Dinámica, S.A." de encontrar una política en la cual el nivel de inventario fuese cero al final del período N.

$$i_N = 0 \quad (\text{inventario final nulo}). \quad (3)$$

Finalmente estipuló que la demanda de cada período debía ser entera y oportunamente satisfecha. Para lograr esta condición dedujo dos restricciones. La primera podría llamarse una "identidad contable" ya que establece que:

$$\begin{array}{l} \text{Inventario al final} \\ \text{del período } t \end{array} = \begin{array}{l} \text{inventario entrante en el período } t \\ \text{más} \\ \text{producción en el período } t \\ \text{menos} \\ \text{demanda en el período } t \end{array}$$

o, simbólicamente:

$$i_t = i_{t-1} + x_t - D_t$$

expresión que reordenó de la manera siguiente:

$$i_{t-1} + x_t - i_t = D_t \quad t = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

La segunda restricción, que asegura que "Dinámica, S.A." satisfaga sus requerimientos oportunamente, consiste en que el inventario entrante y la producción de cada período sean suficientemente grandes como para lograr que el inventario final sea una cantidad no negativa. Juan se dió cuenta de que ésto podía expresarse fácilmente en la forma:

$$i_t = 0, 1, 2, \dots \quad \text{para} \quad t = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5)$$

En resumen "Dinámica, S.A." se enfrentaba al siguiente problema :

$$\min Z = \sum_{t=1}^N C_t(x_t, i_t) \quad (1)$$

s.a. :

$$x_t = 0, 1, 2, 3, \dots \quad ; \quad t = 1, \dots, N \quad (2)$$

$$i_N = 0 \quad (3)$$

$$i_{t-1} + x_t - i_t = D_t \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, N-1 \quad (4)$$

$$i_t = 0, 1, 2, 3, \dots \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5)$$

Con la perspicacia de costumbre Juan observó que todas las restricciones son lineales, de manera tal que si cada función de costo $C_t(x_t, I)$ era lineal, entonces todo el problema sería lineal con la única variante de que las variantes ^{bl/c} deberían ser enteras. Sin embargo Juan pensó que en muchas aplicaciones a modelos de producción, las funciones de costo eran no lineales. Por ejemplo, en muchos casos el costo de producir el primer lote de artículos frecuentemente es mayor que el costo "incremental" de producir unidades subsecuentes. Y cuando la producción excede a la capacidad normal durante un período, el costo incremental también puede crecer debido al uso de tiempo extra.

Amparándose en razonamientos de este tipo, Juan decidió seguir explorando la aplicación de la Programación Dinámica y dejar el descubrimiento de la Programación Lineal Entera para más adelante.

Recordó que en el "problema folklórico" la idea computacional era empezar los cálculos "por el final" (ninguna etapa restante) y trabajar "hacia atrás" hasta llegar al inicio del proceso. Aquí el final del proceso es cuando solo queda un período en el horizonte de planeación, y el inicio es cuando restan N períodos.

Juan encontró conveniente usar un sistema de índices en donde el subíndice 1 representa el final del horizonte y el subíndice N el principio. Específicamente definió :

d_n = la demanda en un periodo tal que después de él se tienen n periodos más en el horizonte de planeación

$C_n(x, j)$ = costo de producir x unidades y tener j como inventario final en ese periodo tal que después de él se tienen n periodos más en el horizonte de planeación.

con esta notación $d_1 \equiv D_N$ y $d_n \equiv D_1$. Análogamente --

$$C_1(x, j) = C_N(x, j).$$

Por ejemplo, si los periodos son meses, $N = 4$ y el principio del horizonte es enero, entonces D_1 es la demanda de enero y D_4 la de abril. En las fórmulas, Juan usa un sistema de numeración "inversa" tal que d_4 es la demanda de enero y d_1 la de abril. Luego d_2 , la demanda cuando se tienen dos meses para terminar el horizonte de planeación, se refiere a los requerimientos de marzo.

¿Como podría Juan determinar el estado del sistema de producción al inicio de cualquier periodo?. La respuesta que encontró fue: conociendo el inventario entrante. Conociendo como llegar a ese nivel de inventario, la decisión de producción se vuelve irrelevante. Con esto en mente Juan definió:

$f_n(i)$ = mínima política de costo cuando el inventario entrante está en el nivel i y restan n periodos del horizonte

$x_n(i)$ = un nivel de producción que conduce a $f_n(i)$

Puesto que el inventario al final del horizonte es nulo, de acuerdo con (3), entonces resulta :

$$(6) \quad f_0(0) = 0 \quad (n = 0)$$

Ahora veamos $n = 1$. El inventario entrante i , puede ser cualquier entero entre 0 y d_1 , pero, independientemente del nivel específico, la cantidad producida debe ser $d_1 - i$ de manera que se satisfaga toda la demanda al final del periodo. Se sigue que :

$$f_1(i) = C_1(d_1 - i, 0) \quad \text{para } i = 0, 1, \dots, d_1$$

Siguiendo con $n=2$, se observa que si el inventario entrante se designa por i , y el nivel de producción con x , entonces el costo asociado es :

$$C_2(x, i + x - d_2) + f_1(i + x - d_2)$$

suponiendo que se actúa óptimamente para $n=1$. Obsérvese que la cantidad $i + x - d_2$ es simplemente el inventario al final del periodo. El valor para $i + x - d_2$ puede ser cualquier entero entre 0 y $d_1 + d_2$. Dado i , el valor entero de x debe ser al menos tan grande como $d_2 - i$ con objeto de cubrir la demanda del periodo, pero no mayor que $d_1 + d_2 - i$ porque el inventario final debe ser nulo. Una x

20.

Óptima es aquella que minimiza la suma anterior. Este análisis para $n=2$ puede resumirse en:

$$f_2(i) = \min_x \left[C_2(x, i + x - d_2) + f_1(i + x - d_2) \right]$$

en donde $i = 0, 1, \dots, d_1 + d_2$; y la minimización es solamente sobre los valores enteros no negativos de x en el rango $d_2 - i \leq x \leq d_1 + d_2 - i$.

Como en el problema folklórico, una vez conocidos los valores de $f_2(i)$, pueden calcularse los de $f_3(i)$ y así enseguida hasta llegar eventualmente a calcular $f_N(i_0)$, en donde i_0 es, como antes, el inventario inicial. La fórmula general de recurrencia puede escribirse:

$$f_n(i) = \min_x \left[C_n(x, i + x - d_n) + f_{n-1}(i + x - d_n) \right] \quad (8)$$

para $n = 1, 2, \dots, N$,

en donde $i = 0, 1, \dots, d_1 + \dots + d_n$ y la minimización es sobre todos los valores enteros no negativos de x en el rango $d_n - i \leq x \leq d_1 + d_2 + \dots + d_n - i$.

Obsérvese que si consideramos al inventario entrante i , como la variable de estado, entonces la única variable de decisión independiente en (8) es x , ya que el inventario final es simplemente $(i + x - d_n)$. Además, puesto que $f_0(0)$ y $f_1(i)$ se calcularán fácilmente en (6) y (7) se puede enseguida calcular sucesivamente $f_2(0)$,

$f_2(1), \dots, f_2(d_1 + d_2)$, luego obtener $f_3(0), f_3(1), \dots, f_3(d_1 + d_2 + d_3)$, continuando después para valores sucesivos de n hasta llegar a $f_{N-1}(0), f_{N-1}(1), \dots, f_{N-1}(d_1 + d_2 + \dots + d_{N-1})$ y finalmente a $f_N(i_0)$.

Para encontrar el programa óptimo, se checa que nivel de producción $x_N(i_0)$ condujo al valor para $f_N(i_0)$, esta es una decisión óptima en el inicio del horizonte. En la siguiente etapa el inventario entrante será $i_0 + x_N(i_0) - d_N$. Se encuentra el nivel de producción que conduce al valor $f_{N-1}(i_0 + x_N(i_0) - d_N)$ y así enseguida. Este proceso se aclarará en la aplicación siguiente a "Dinámica; S.A."

En este momento Juan hizo una pausa para aclarar lo que había hecho para caracterizar el problema en términos de programación dinámica. El problema lo visualizó por etapas, en donde n designa al número de etapas (aquí periodos) hasta el término del periodo final. Para ilustrar supóngase de nuevo que $N = 4$ y los periodos son enero, febrero, marzo y abril, de esta manera $n = 1$ se refiere a abril y $n = 4$ a enero. Los requerimientos de enero son representados con d_4 en la fórmula de recurrencia (8). Una notación similar se usó para las funciones de costo.

Lo que es novedoso es el considerar que el nivel de inventario entrante describe al estado en que se tienen n periodos restante. Continuando con la ilustración de "4 meses"; obsérvese que dada la canti-

dad de inventario al principio de abril así como la demanda requerida en ese mes; se puede producir exactamente la diferencia entre estas dos cantidades. Este hecho se reconoce en (7). Luego la optimización es trivial si se da el inventario entrante.

De la misma manera, dada la cantidad de inventario al principio de marzo y los requerimientos de demanda de ese mes, se debe producir al menos la diferencia entre estas dos cantidades.

Ahora, la decisión de producción x en marzo afecta a la cantidad de inventario entrante en abril. Específicamente, lo que entra en abril es $(i + x - d_2)$. Dada esta cantidad, se actúa optimamente en abril. Pero el análisis de optimización relativo a abril ya se había completado en la etapa previa. Consecuentemente, para decidir la producción óptima en marzo, se necesita comparar solamente los costos de marzo más los correspondientes costos de actuar optimamente después de marzo. La totalidad de estas consideraciones está expresada en el segundo miembro de la fórmula de recurrencia (8). El mismo razonamiento puede repetirse para febrero y para enero.

Una vez hecho este paréntesis, Juan consideró que tenía una formulación del modelo de inventarios y que estaba listo para resolver el problema específico de Dinámica, S.A. Decidió entonces realizar los cálculos numéricos y analizar posteriormente el efecto que tiene

en una política óptima el alargar el horizonte N . Este último análisis se le ocurrió al pensar que una política óptima puede ser influenciada drásticamente por la imposición de una restricción.

Para que el análisis sea simple, se supone estacionalidad en el tiempo para las funciones de demanda y de costo. Específicamente sea :

$$(1) \quad D_t = 3 \quad \text{para todos los periodos (demanda estacionaria)}$$

Supóngase que la función de costo es simplemente la suma de un término debido a la producción y un costo de inventario lineal, esto es :

$$(2) \quad C_t(x_t, I_t) = C(x_t) + h I_t \quad \text{para todos los periodos con :}$$

$$(3) \quad C_0(0) = 0, \quad C(1) = 15, \quad C(2) = 17, \quad C(3) = 19, \quad C(4) = 21,$$

$$C(5) = 23$$

$$(4) \quad h = 1.$$

Luego el costo de producción puede verse como constituido por un costo de arranque 13 más un costo variable unitario de 2 por artículo producido. El costo de inventario es justamente una vez el nivel final del mismo.

Una complicación adicional es que Dinámica, S.A., tiene una capa-

cantidad de producción y un espacio de almacenamiento limitados. En particular, no puede producir más de 5 unidades en un periodo y no puede almacenar más de 4 unidades al final de un período:

$$(5) \quad x_t = 0, 1, \dots, 5; \quad i = 0, 1, \dots, 4 \text{ para todos los periodos}$$

Con los datos anteriores para "Dinámica, S.A" se puede escribir la ecuación de recurrencia apropiada. Recuerde que:

$f_n(i)$ = política de mínimo costo cuando el inventario entrante es i y restan n periodos

$X_n(i)$ = un nivel de producción que conduce a $f_n(i)$

Para $n = 1$:

$$(6) \quad \begin{aligned} f_1(i) &= C(3 - i) \\ x_1(i) &= 3 - i \end{aligned} \quad \text{para } i = 0, 1, 2, 3$$

puesto que el nivel de inventario al final del horizonte es cero. La fórmula general es :

$$(7) \quad f_n(i) = \min_x \left[C(x) + 1(i+x-3) + f_{n-1}(i+x-3) \right]$$

donde $i = 0, 1, 2, 3, 4$ y la minimización para $n = 2, 3, \dots$ es sobre los valores enteros no negativos en el rango $3-i \leq x \leq \min(5, 7-i)$.

La restricción de producción en (5) evita que x exceda a 5, y al

fin del periodo la restricción de inventario en (5) evita que x exceda a $7-i$. (Obsérvese que $x \leq \min(5, 6-i)$ para $n = 2$).

Con objeto de realizar el análisis, es necesario tener disponibles los valores $f_n(i)$, luego esta labor se presenta enseguida. El formato de las tablas numéricas es muy similar al usado en el ejemplo folklórico. Un renglón de la tabla corresponde a un valor del inventario entrante i , y una columna al nivel de producción x . Puesto que la demanda debe satisfacerse en cada periodo y el inventario al final de un periodo no puede ser mayor que 4, ciertas entradas de la tabla no se consideran por ser combinaciones no factibles. Las entradas que aparecen en el cuerpo de una tabla son la suma de los costos para el periodo inmediato y el costo de una política óptima en los periodos subsecuentes. Para cada renglón, el mínimo de estas sumas se muestra a la derecha, en la columna titulada $f_n(i)$ junto con el correspondiente nivel de producción óptimo $x_n(i)$.

La función $f_n(i)$ se calcula en la tabla 9.10

La expresión (6) para $f_1(i)$ está tabulada en la figura 9.10. Obsérvese la construcción detallada de la tabla. Se tienen 5 renglones, uno para cada valor factible de i . Algunas posibilidades están canceladas. Por ejemplo si $i = 1$ entonces $x \geq 2$ con objeto de satisfacer la demanda. Si $i = 4$ entonces $x \leq 2$ con objeto de que el inventario al final del horizonte sea cero. La primera entrada :

$$f_1(1) = C(3 - 1)$$

	i	$x_1(i)$	$f_1(i)$	
Inventario Entrante	0	3	19	1
	1	2	17	15
	2	1	15	15
	3	0	0	15

$$n = 1$$

Figura 9

en cada columna x es el valor $C(x)$ dado en (3). La segunda entrada es el costo de inventario, $h = 1$ veces el nivel del inventario final. Por ejemplo, si $i = 3$ y $x = 0$, entonces el inventario final es cero y aparece como el segundo término en la suma para este caso. Si $i = 3$ y $x = 1$, entonces el inventario final es 1, luego aparece un uno como segundo término de la suma de este caso. Así se sigue a lo largo del renglón $i = 3$. Finalmente, el tercer término es el valor de $f_1(i + x - 3)$ calculado previamente en la figura 9.

Dado un nivel i , $f_2(i)$ es la suma mínima en el cuerpo de la tabla para ese renglón, y $x_2(i)$ el correspondiente nivel de producción. Luego si $i = 1$ con dos periodos restantes, el mejor nivel de producción es 5, lo cual conduce a un costo de 26 para estos dos periodos. Cualquier otro valor de x es más costoso.

Los cálculos que conducen a $f_3(i)$ se muestran en la figura 11. Aquí $C(x) + 1(i + x - 3)$ es el primer término y $f_2(i + x - 3)$ de la figura 10 es el segundo. Los valores restantes de $f_n(i)$, para $n = 4, 5, 6$ se resumen en la figura 12.

$$C(x) + 1(1 + x - 3) + f_1(1 + x - 3)$$

Producción

$l \backslash x$	0	1	2	3	4	5	$x_2(i)$	f_1
0				19 + 0 + 19	21 + 1 + 17	23 + 2 + 15	3	19
1			17 + 0 + 19	19 + 1 + 17	21 + 2 + 15	23 + 3 + 0	5	26
2		15 + 0 + 19	17 + 1 + 17	19 + 2 + 15	21 + 3 + 0		4	24
3	0 + 0 + 19	15 + 1 + 17	17 + 2 + 15	19 + 3 + 0			0	19
4	0 + 1 + 17	15 + 2 + 15	17 + 3 + 0				0	18

Figura 8.10. (n = 2)

$$[C(x) + 1(1 + x - 3)] + f_2(1 + x - 3)$$

$l \backslash x$	0	1	2	3	4	5	$x_3(i)$	$f_3(i)$
0				19 + 38	22 + 26	25 + 24	4	48
1			17 + 38	20 + 26	23 + 24	26 + 19	5	45
2		15 + 38	18 + 26	21 + 24	24 + 19	27 + 18	4	43
3	0 + 38	16 + 26	19 + 24	22 + 19	25 + 18		0	38
4	1 + 26	17 + 24	20 + 19	23 + 18			0	27

Figura 8.11. (n = 3)

Producción

Inventario Entrante	n = 1		n = 2		n = 3		n = 4		n = 5		n = 6	
	$x_1(i)$	$f_1(i)$	$x_2(i)$	$f_2(i)$	$x_3(i)$	$f_3(i)$	$x_4(i)$	$f_4(i)$	$x_5(i)$	$f_5(i)$	$x_6(i)$	$f_6(i)$
0	3	19	3	38	4	48	3, 4	67	5	79	4	96
1	2	17	5	26	5	45	5	64	5	74	5	93
2	1	15	4	24	4	43	5	54	4	72	4	91
3	0	0	0	19	0	38	0	48	0	67	0	79
4			0	18	0	27	0	46	0	65	0	75

Figura 8.12.

$n = 1$
 $c_{1j} + f_0(j)$

$s \backslash j$	10	$j_1(s)$	$f_1(s)$
Estado			
8	1+0	10	1
entrante			
9	4+0	10	4

Figura 2

$n = 2$
 $c_{1j} + f_1(j)$

$s \backslash j$			$j_2(s)$	$f_2(s)$
Estado				
5	7+1	5+4	8	8
6	3+1	4+4	8	4
7	7+1	1+4	9	5

Figura 3

$n = 3$
 $c_{1j} + f_2(j)$

$s \backslash j$	5	6	7	$j_3(s)$	$f_3(s)$
Estado					
2	10+8	12+4		6	16
3	5+8	10+4	7+5	7	12
4		15+4	13+5	7	18
entrante					

Figura 4

$n = 4$
 $c_{1j} + f_3(j)$

$s \backslash j$	2	3	4	$j_4(s)$	$f_4(s)$
Estado					
1	2+16	5+12	1+18	3	17
entrante					

Figura 5

$$C(x) + 1(1 + x - 3) + f_1(1 + x - 3)$$

Producción

0	1	2	3	4	5	$x_2(i)$	$f_2(i)$
			19 + 0 + 19	21 + 1 + 17	23 + 2 + 15	3	36
		17 + 0 + 19	19 + 1 + 17	21 + 2 + 15	23 + 3 + 0	5	25
	15 + 0 + 19	17 + 1 + 17	19 + 2 + 15	21 + 3 + 0		4	24
0 + 0 + 19	15 + 1 + 17	17 + 2 + 15	19 + 3 + 0			0	19
0 + 1 + 17	15 + 2 + 15	17 + 3 + 0				0	18

Figura 8.10. (n = 2)

$$[C(x) + 1(1 + x - 3)] + f_2(1 + x - 3)$$

Producción

0	2	3	4	5	$x_3(i)$	$f_3(i)$
		19 + 38	22 + 26	25 + 24	4	48
		17 + 38	20 + 26	23 + 24	5	45
	15 + 38	18 + 26	21 + 24	24 + 19	4	43
0 + 38	16 + 26	19 + 24	22 + 19	25 + 18	0	38
1 + 26	17 + 24	20 + 19	23 + 18		0	27

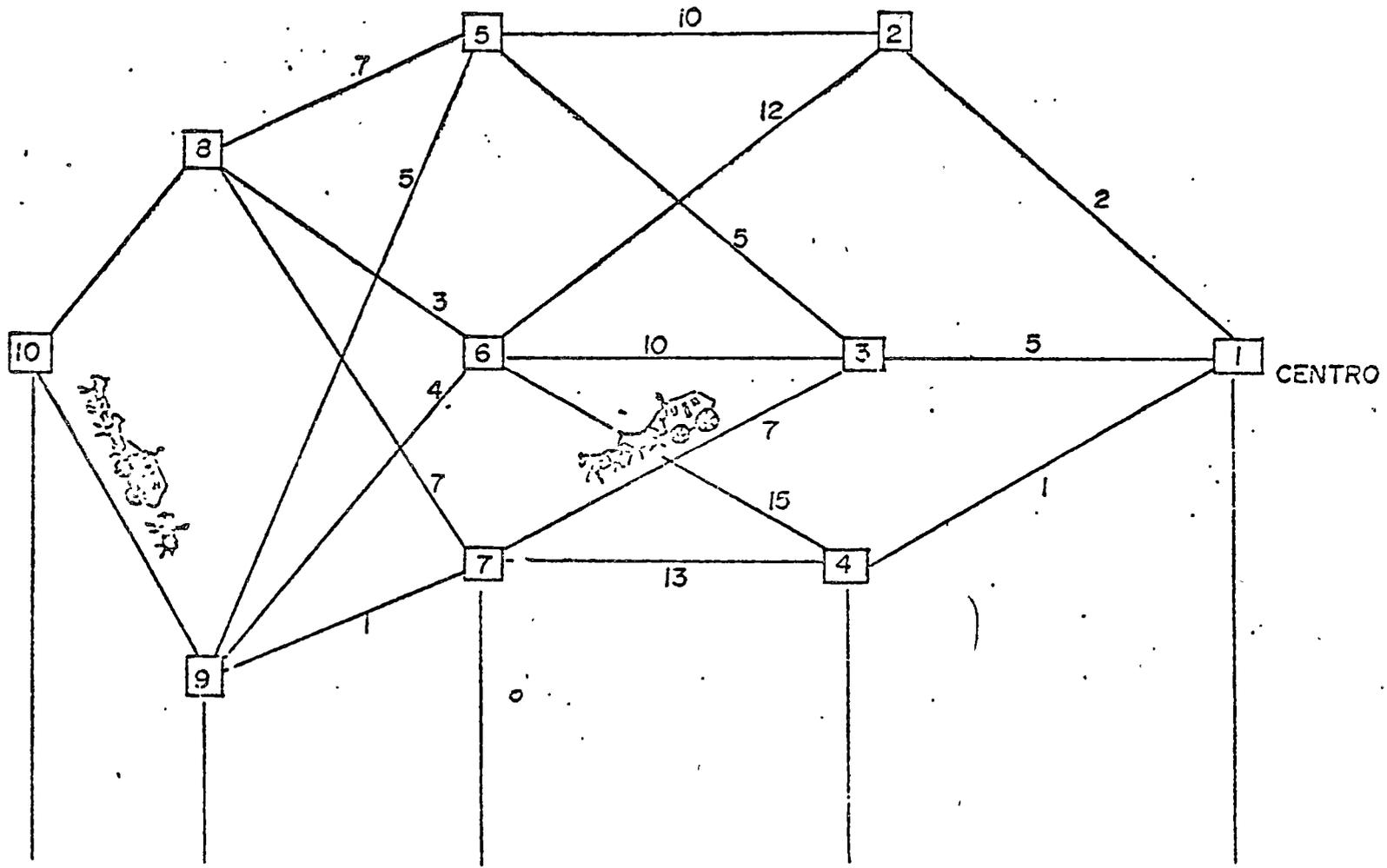
Figura 8.11. (n = 3)

Producción

n = 1		n = 2		n = 3		n = 4		n = 5		n = 6	
$x_1(i)$	$f_1(i)$	$x_2(i)$	$f_2(i)$	$x_3(i)$	$f_3(i)$	$x_4(i)$	$f_4(i)$	$x_5(i)$	$f_5(i)$	$x_6(i)$	$f_6(i)$
3	19	3	38	4	48	3, 4	67	5	79	4	36
2	17	5	26	5	45	5	64	5	74	5	93
1	15	4	24	4	43	5	54	4	72	4	91
0	0	0	19	0	38	0	48	0	67	0	79
		0	18	0	27	0	46	0	65	0	75

Figura 8.12.

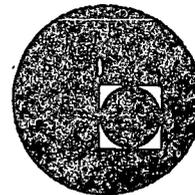
ENSENADA



ETC



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

Modelos de Inventarios Dinámico

Ing. Eduardo de la Fuente Rocha

1901

...

...



CALCULO DIFERENCIAL A LA TEORIA DE INVENTARIOS:

Derivación de fórmulas de costo mínimo; Para desarrollar fórmulas para computación sencillas que sean aplicables a cualquier resolución de datos, empezaremos con la expresión general para el costo total de incremento.

$$TIC = \frac{ChQ}{2} + \frac{CpR}{Q} \quad (E C I)$$

Esta es una ecuación para la curva del costo total de incrementos, y queremos determinar una expresión general para Q . El tamaño del lote asociado con ésta, el mínimo de la curva del costo total de incrementos. Matemáticamente esto se puede hacer encontrando el valor de Q por el cual la inclinación de la curva total del costo de incremento es cero. usando los elementos de un cálculo diferencial simple, la primera derivación de la ecuación 1 con respecto a Q es :

$$\frac{d(TIC)}{dQ} = \frac{Ch}{2} - \frac{CpR}{Q^2} \quad (2)$$

El Valor de la ecuación (2) es la inclinación de la línea tangente a la curva total del costo de incrementos. Deseamos saber el valor de Q cuando esta inclinación es (0) cero, por lo tanto podemos poner la ecuación (2) igualada a cero y resolvemos por Q ;

$$\frac{Ch}{2} - \frac{CpR}{Q_0^2} = 0 \quad Q_0 = \sqrt{2CpR/Ch} \quad (3)$$

El costo de una solución óptima computada por la ecuación (3) puede ser derivada substituyendo el valor de Q en la ecuación (1).

$$TIC_0 = \sqrt{2CpRCh} \quad (4)$$

El número de órdenes óptimo por año N_0 y el tiempo entre las órdenes T_0 para una solución óptima es el siguiente.

$$N_o = R/Q_o \quad (5)$$

$$T_o = Q/R = I/N_o \quad (6)$$

Las ecuaciones 3, 4, 5, y 6 son las de valor posible en las computaciones.

Ejem: $C_p = 250$

$R = 10$

$Ch = 0.50$

$$Q_o = \sqrt{\frac{2 \times 250 \times 10}{0.50}} = \sqrt{10,000} = 100 \text{ U}$$

$$TIC = \sqrt{2 \times 250 \times 0.50 \times 10} = \sqrt{2,500} = \$ 50,00$$

$$N_o = \frac{250}{100} = 2.5 \text{ órdenes por año}$$

$$T_o = \frac{1}{2.5} = 0.4 \text{ años entre cada órden o sea una órden cada tres meses.}$$

Algunas extensiones simples del modelo clásico de inventarios son usadas para remitir algunos de los supuestos del modelo. Por ejemplo; el modelo clásico supone que toda demanda es satisfecha a tiempo.

MODELOS PARA DESCUENTOS EN COMPRAS A VOLUMEN:

Los descuentos que otorguen proveedores tendrán un efecto en el lote más económico de cantidad en muchas ocasiones. El efecto es directamente en términos en el precio total de compras, costos de órden, y en costos de inventario. Para situaciones de un simple descuento, el procedimiento puede ser; 1) Computar el Q_o basado en fórmulas apropiadas. 2) Si Q_o es arriba del descuento b , entonces Q_o es efectivamente la cantidad más económica. 3) Si Q_o es menor que b , entonces un simple estudio del inventario del incremento de costos, determinará si los ahorros en compra y costos de ordenamiento, desequilibran el inventario de costos incrementados.

MODELOS DE DECISIONES PARA DESCUENTOS:

El modelo clásico de inventarios toma un precio constante o valor, así que para desarrollar un sistema para decisiones que toma en cuenta los descuentos, debemos modificar el modelo clásico de inventario para que incluya el precio o valor del artículo como una variable.

$$TIC = C_p \frac{R}{Q} = \frac{KQ}{2} F_n \quad (7)$$

de donde;

K = Costo por unidad o precio del artículo.

F_n = Costo de inventario como una fracción de dicho inventario.

Siguiendo el procedimiento anterior, la ecuación (7) es diferenciada con respecto a Q y el resultado es igual a cero.

Las siguientes fórmulas para computación son;

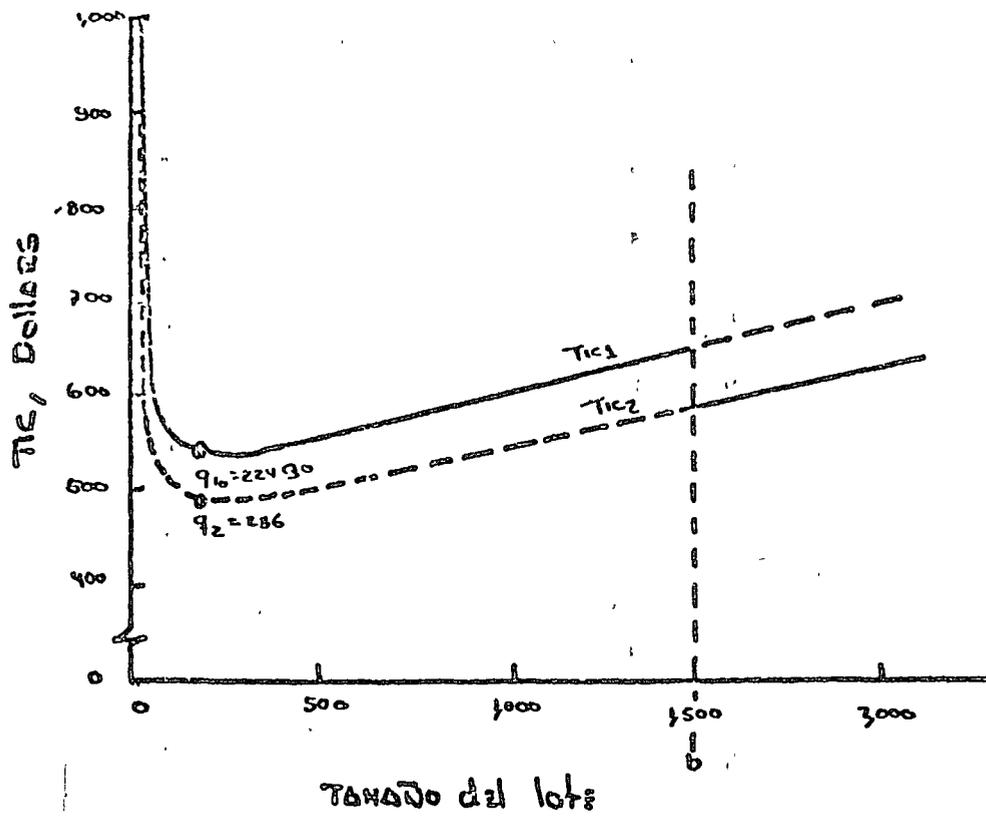
$$Q_0 = \sqrt{2C_p R / K F_n} \quad (8)$$

$$TIC = \sqrt{2C_p K F_n R} + K R \quad (9)$$

Las ecuaciones (8) y (9) entonces son usadas en un sistema de decisiones para determinar la cantidad más económica a producir cuando implican descuentos.

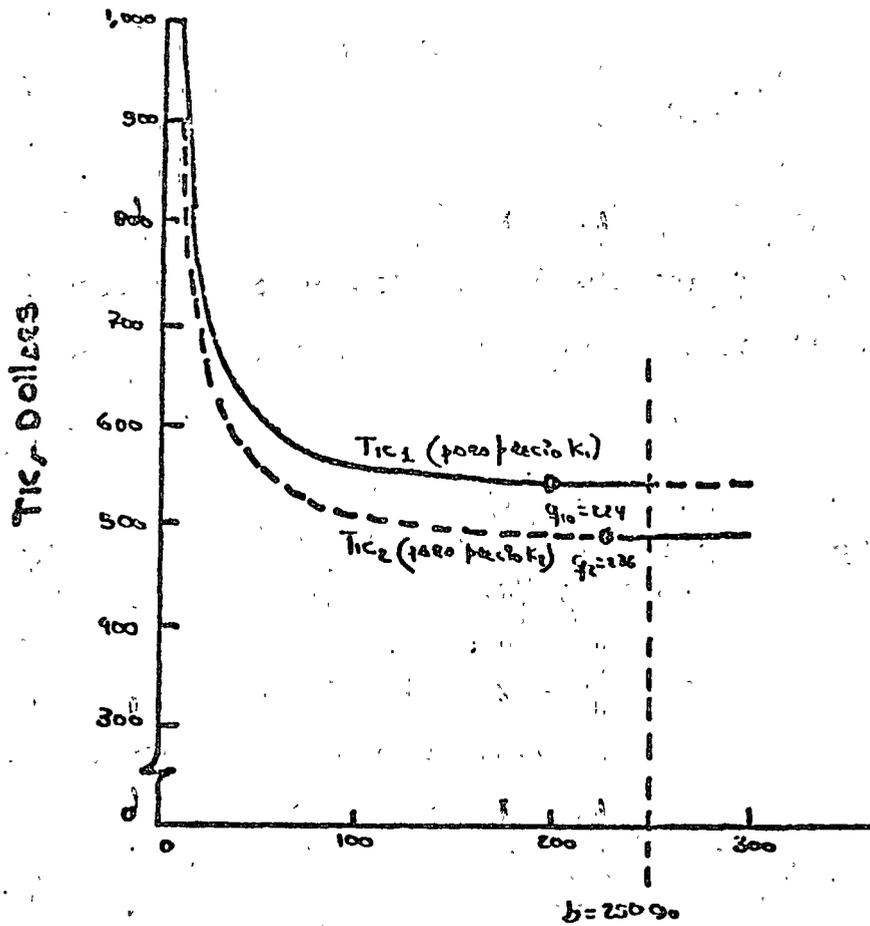
(VER GRAFICAS.)

CURVA DEL COSTO TOTAL DE INCREMENTOS



Inv. MOD con precio fijo cuando $b = 1,500$ U.
 $Q_0 = Q_{10} = 224$ U.

CURVA DEL COSTO TOTAL DE INCREMENTOS



TAMAÑO del lote

INV. MOD. con precio fijo cuando $b = 250$ U.

$R = 500$ U. X AÑO, $cp = 10\%$ - $fh = 20\%$

$K_1 = \$1.00$, $K_2 = \$0.80$, $q_0 = b = 250$ U.

El inventario se acumulará a este promedio en el período T_p y el inventario máximo es $T_p (p - r)$, y el inventario promedio es $T_p \frac{(p-r)}{2}$.

ecuación (10)

Desde que Q unidades son producidas en el lote a un promedio diario de P por un período de t_p , $Q = p t_p$ y $t_p = Q/P$. Sustituyendo por t_p , el inventario promedio de sistema se convierte en:

$$\frac{(p - r)}{2 p} Q = (1 - r/p) \frac{Q}{2} \quad (11)$$

Podemos desarrollar una ecuación del costo total de incremento por modelo de lote de producción. los costos de preparación definidos como antes y el el costo promedio del inventario es el producto CH y lo dicho en el promedio de inventarios de la ecuación (11) ó :

$$TIC = C_p \frac{R}{Q} + CH (1 - r/p) \frac{Q}{2} \quad (12)$$

Esta ecuación TIC es diferenciada con respecto a Q y resultado en grupo igual a cero. las siguientes formulas pueden ser derivadas,.

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2 c_p R}{CH (1 - r/p)}} \quad (13)$$

$$TIC_{Co} = \sqrt{2 C_p CH R (1 - r/p)} \quad (14)$$

Para los lotes de producción es comun pensar en termino que el ciclo de los artículos es el número' óptimo de corridos en el tamaño del lote:

$$Q_0 \text{ es } N_0 = R / Q_0 \quad (15)$$

y el tiempo óptimo entre corridos es:

$$t_0 = Q_0 / R = 1 / N_0 \quad (16)$$

PRIMERA DERIVADA Y SEGUNDA DERIVADA:

La pendiente de una curva en un punto se encuentra evaluando la derivada en ese punto. Nos interesa encontrar puntos donde la inclinación sea cero, ó punto donde la tangente a una curva sea horizontal. El análisis de la pendiente cero no solo ayuda al trazo de las curvas sino que también es de gran ayuda para la determinación de los valores MÁXIMOS y MÍNIMOS de una función, ó sea la ganancia máxima y el costo mínimo.

El procedimiento para encontrar puntos con una pendiente cero -- consiste en hacer que la primera derivada sea igual a cero, y luego resolver la ecuación resultante. El punto de pendiente cero puede determinarse con la prueba de la primera derivada. si se ha llegado al punto máximo, la pendiente a la izquierda es positiva, . En realidad la pendiente cambia de positiva a negativa a medida que cruzamos un mínimo. No obstante, la pendiente no cambia de signo cuando cruzamos un mínimo. No obstante, la pendiente no cambia de signo cuando pasamos un punto de inflexión. Al aplicar la prueba de la primera derivada, evaluamos la primera derivada un poco a la derecha y a la izquierda del punto de inclinación cero.

La segunda derivada y las subsecuentes se encuentran repitiendo el proceso empleando para determinar la derivada precedente. La notación de la función de la derivada más alta es;

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \right) = \frac{d^2}{dx^2} ; \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{d^2}{dx^2} \right) = \frac{d^3}{dx^3} ; \quad \frac{d}{dx} \left(\frac{d^{n-1}}{dx^{n-1}} \right) = \frac{d^n}{dx^n}$$

MÉTODOS FUTUROS DE INVENTARIOS:

La importancia del control adecuado de los inventarios ha recibido recientemente un gran ímpetu, debido al incremento de las computadoras y de su empleo en esa área. Muchos de los modelos básicos de inventarios desarrollados en el trabajo, se presentan sin dificultad al empleo de esta nueva tecnología, muchos fabricantes tienen eslabones de datos entre sus oficinas de ventas, fabricantes y puntos de distribución y de embarque para el control de inventarios por medio de computadoras.

Actualmente algunas empresas están trabajando con inventarios manejados con computadoras y comunicaciones de línea directas entre los clientes y los fabricantes.

El sistema básico es el siguiente: Las computadoras de los clientes determinan los artículos, las cantidades y el precio de compra así; como su período; los pedidos se transmiten por el centro de procesamiento de datos del proveedor. A medida que se extienda ese método, el paso siguiente puede consistir en conectar una tercera computadora, la de la compañía de transporte, y de ese modo, a medida que las existencias de acercan a un nivel predeterminado de reposición de pedidos, las computadoras de la cadena no sólo avisarán a la línea ferroviaria o de camiones para que tenga su equipo preparando en el muelle de embarques. La computadora seguirá después al furgón o remolque a través del país, e informará de los sitios donde se encuentran hasta que se entregue la mercancía.

Naturalmente, las computadoras de los clientes se mantienen al corriente para recibir los materiales, y el proceso de inventario

○ con ayuda de computadoras continuará en la forma que hemos descrito.

PROGRAMACION DINAMICA

Un ejemplo trivial, que se llamara "folklórico", servirá para explicar algunos conceptos de la programación dinámica y para introducir un camino simbólico para estudiar modelos más avanzados. El problema consiste simplemente en encontrar la ruta más corta en una red.

Ejemplo folklórico.- Cierta vez en su vida Juan Sop decidió buscar fortuna en Ensenada. En esos días la diligencia era el único medio para transportarse del centro, donde él vivía, a la ciudad mencionada. Su agente de viajes le mostró el mapa de la república en donde se indicaban las rutas de diligencia disponibles (figura 1). Cada block en el mapa representa un Estado, cada Estado está numerado convencionalmente. Obsérvese que el viaje completo de Juan Sop requiere de cuatro etapas independientemente de la ruta que elija.

Puesto que nuestro viajero conocía los tremendos riesgos e incertidumbre inherentes a su viaje decidió tomar un seguro de vida antes de salir. El costo de la póliza dependía de la ruta que el selecciono

nara, puesto que a mayor riesgo correspondía mayor costo. Sea c_{ij} el costo de la póliza por viajar del Estado i al Estado j . Los valores de c_{ij} aparecen en la figura 1. Juan Sop no confió en la ruta recomendada por el agente de seguros ya que este utilizó para definirla la técnica secrecional pinólica (el que tiene más saliva traga más pinole) con la consecuente ventaja para la Compañía de Seguros. Juan se marcó como objetivo el buscar una ruta que hiciese mínimo el costo total de su póliza.

Juan analizó el problema como sigue. Primero le pareció muy significativo el siguiente principio

Principio de optimalidad (Bellman): Una "política" óptima debe tener la propiedad de que, independientemente de la ruta tomada para llegar a un estado particular, las decisiones restantes deben constituir una política óptima para salir de ese estado.

Luego se dió cuenta de que una ruta óptima para salir del estado 6, por decir algo, no dependía de la ruta particular que le condujo al estado 6. Presionando aún más su creatividad, Juan razonó que si el conocía de alguna manera las rutas óptimas para salir de los estados 5, 6 y 7, entonces él podría fácilmente determinar una ruta óptima para salir del estado 3 en el caso de que él hubiese de

cada una de las letras tiene un significado esencial. La letra f señala que el número que ella representa es un valor de la función objetivo. La letra s nos dice que el valor de la función objetivo realmente depende del estado del sistema. Y el subíndice n nos da la información dinámica de que hay n etapas por delante cuando el sistema se encuentra en el estado s . De la misma manera, la decisión j también depende tanto de la etapa n como del estado s y "señala" el viaje de Juan.

Conforme se ve este ejemplo folklórico y otros que le siguen, es útil repetirse la definición de los símbolos, justamente como si se estuviera aprendiendo un nuevo lenguaje. La razón por la que no se necesitó esta horrible notación para explicar los modelos de la programación lineal es que aquellos problemas se resolvían "de un solo golpe". Pero ahora nos enfrentamos a una solución por etapas.

Regresando al problema de Juan Sop; él se da cuenta que

$$(1) \quad f_0(10) = 0 \quad \text{para } j_0(10) = \text{alto,}$$

puesto que cuando él estaba en el estado 10 con ninguna etapa por delante, su viaje en efecto había terminado. Pero enseguida Juan observó que casi sin ningún esfuerzo él también podía calcular $f_1(8)$ y $f_1(9)$ porque ellos eran simplemente $f_0(10)$ más $c_{8,10}$ y $c_{9,10}$ respectivamente. Alegre por su éxito, Juan examinó cómo po

día calcular $f_2(6)$, la mínima política de costo cuando él estaba en el estado 6 con dos etapas más para llegar a su destino final. El observó que solo tenía dos maneras para dejar el estado 6 una vez que decidió llegar a él. Una es ir al estado 8, la política de costo asociada es $c_{6,8}$ más $f_1(8)$ (que ya había calculado). La otra manera es ir al estado 9, la correspondiente política de costo es $c_{6,9}$ más $f_1(9)$ (que también ya había calculado). Y, ¡Oh maravilla! el valor de $f_2(6)$ debe ser la menor de estas dos sumas.

Juan supuso que dentro de su locura debería de haber un método y, por supuesto, tenía razón. El método puede establecerse sucintamente a través de la relación siguiente:

$$(2) \quad f_n(s) = \min_{(s,j) \text{ Red}} c_{sj} + f_{n-1}(j) \quad \text{para } n = 1, 2, 3, 4$$

que establece que el valor de una política óptima con n etapas restantes ($f_n(s)$) depende de la consecuencia de la acción inmediata (c_{sj}) y del valor correspondiente de una política óptima con $(n-1)$ etapas restantes. Este es un punto clave en todas las aplicaciones de la programación dinámica.

En términos simbólicos (2) establece que se pueden encontrar los valores de $f_1(s)$ cuando se conocen los valores de $f_0(s)$. Inseguida

se pueden calcular los valores de $f_2(s)$, ya conocidos los de $f_1(s)$ y así enseguida. Esta manera de proceder constituye un "algoritmo recursivo" y (2) recibe el nombre de "fórmula de recurrencia".

Los cálculos se pueden llevar como se muestra en las figuras 2 a 5. Se tiene una tabla para cada etapa n posible, esto es $n = 1, 2, 3, 4$. El formato para una tabla es tener un renglón para cada posible estado entrante dado que se tienen n etapas restantes, y una columna para cada estado posible en la siguiente etapa. Luego para $n = 1$ (figura 2) se tienen dos renglones para los estados 8 y 9, porque Juan puede elegir cualquiera de ellos con una etapa restante. Sin embargo solo se tiene una columna porque solo se tiene un destino para los estados 8 y 9. Para $n = 2$ (figura 3), Juan puede elegir entre los estados 5, 6 y 7; y por tanto se necesitan tres renglones; él luego puede viajar a cualquiera de los estados 8 ó 9 y por tanto se requieren dos columnas.

Las entradas en una tabla son la suma del costo inmediato c_{sj} de ir del estado s al estado j y la subsecuente política de costo $f_{n-1}(j)$ asociada con la ruta óptima de salida del estado j . En cada renglón se examinan estas sumas para elegir la más pequeña. Este mínimo se etiqueta con $f_n(s)$ y la decisión óptima asociada se

$$n = 1$$

$$c_{ij} + f_0(j)$$

$s \backslash j$	10	$j_1(s)$	$f_1(s)$
Estado			
8	1+0	10	1
entrante	9	4+0	10
			4

Figura 2.

$$n = 2$$

$$c_{ij} + f_1(j)$$

$s \backslash j$	7	8	$j_2(s)$	$f_2(s)$
Estado				
5	7+1	5+4	8	8
entrante	6	3+1	4+4	8
				4
	7	7+1	1+4	9
				5

Figura 3

$$n = 3$$

$$c_{ij} + f_2(j)$$

$s \backslash j$	5	6	7	$j_3(s)$	$f_3(s)$
Estado					
2	10+8	12+4		6	16
entrante	3	5+8	10+4	7+5	7
					12
	4		15+4	13+5	7
					18

Figura 4

$$n = 4$$

$$c_{ij} + f_3(j)$$

$s \backslash j$	2	3	4	$j_4(s)$	$f_4(s)$
Estado					
1	2+16	5+12	1+18	3	17
entrante					

Figura 5

designa con $j_n(s)$; ambas se muestran a la derecha de la tabla.

Los cálculos para $n = 1$ se muestran en la figura 2. En este ejemplo particular, cuando $n = 1$, la única acción factible es $j = 0$, luego $j_1(8) = j_1(9) = 10$.

Cuando $n = 2$, j puede ser 8 ó 9. Para completar los cálculos cuando restan dos etapas, es necesario tener las c_{sj} y solamente los valores $f_1(j)$. Los cálculos se muestran en la figura 3. Obsérvese que $f_1(8) = 1$ se suma a cada c_{s8} en la columna $j = 8$, y $f_1(9) = 4$ a cada c_{s9} en la columna $j = 9$. La tabla muestra que con dos etapas restantes, es óptimo ir del estado 8 a los estados 5 y 6, y del estado 9 al estado 7.

El análisis para $n = 3$ aparece en la figura 4. Obsérvese que dos casilleros están cancelados, porque no es posible ir del estado 2 al estado 7 o del estado 4 al estado 5.

Los cálculos terminan en la figura 5 con $n = 4$. Ahí puede verse que la política de costo mínimo es:

$$(4) \quad f_4(1) = 17 \quad \text{para} \quad j_s(1) = 3$$

¿Cuál es la política óptima correspondiente?. Para responder estas preguntas deben rastrearse las tablas como sigue. Empezando con -

la tabla para $n = 4$ (figura 5), se encuentra que una decisión óptima es ir del estado 1 al estado 3. Pasando a la tabla para $n = 3$ (figura 8.4), se observa que cuando Juan entra al estado 3 (tercer renglón), una decisión óptima es ir al estado 7. Continuando con la tabla para $n = 2$ (figura 3), se encuentra que cuando él entra al estado 7, una decisión óptima es ir al estado 9. Y del estado 9 él termina en el estado 10. En resumen, una política óptima es la ruta del estado 1 al 3, al 7 al 9 al 10, la cual, como $f_4(1)$ indica, tiene un costo de $5+7+1+4=17$.

Debe observarse que la programación dinámica es más eficiente que enumerar y evaluar cada política posible. En este problema particular, se tienen 14 rutas distintas del Centro a Ensenada. Para evaluar el costo de cada ruta es necesario sumar las 4 c_{ij} apropiadas (una para cada etapa). Luego una enumeración completa habría requerido $(14)(3) = 42$ sumas, comparado con el total de 16 involucradas en la figura 3 a 5. La ventaja relativa del método recursivo queda fuera de duda en las aplicaciones típicas, donde una enumeración completa generalmente es prácticamente imposible.

Juan juzgó que su experiencia contiene algunos conceptos y enfoques que aparecen en subsecuentes aplicaciones. Para aprovechar estas ideas cuando se estudie cada nuevo modelo debe preguntarse:

- i) ¿Cuáles son las variables de decisión o de política?
- ii) ¿Cuál es el criterio o función objetivo para determinar una política óptima?
- iii) ¿Cómo es caracterizado el problema y luego analizado en términos de etapas?
- iv) ¿Qué caracteriza el estado del problema en cada etapa?
- v) ¿Cómo influyen las restricciones a los estados del problema y a los valores factibles de las variables de decisión?

Cuando se es capaz de formular el modelo en términos multietápicos, se ha dado el primer paso para analizar las características dinámicas del problema.

Modelo elemental de inventarios. - Una vez que Juan llegó a Ensenada observó que en dicha población existía una demanda insatisfecha de cierto artículo y decidió establecer la empresa "Dinámica, S.A." para fabricarlo. Juan observó lo siguiente:

- i) era necesario establecer un programa de producción del artículo para los siguientes N periodos,
- ii) se disponía de información suficiente para tener estimaciones adecuadas de las demandas del artículo para esos periodos,
- iii) el tiempo requerido para la producción de un lote de ese artí-

- culo era lo suficientemente pequeño, él podía suponer que la producción en el período t podía usarse para satisfacer, en tera o parcialmente, a la demanda existente en ese período,
- iv) puesto que la demanda variaba de un período a otro y existían ciertas economías en la producción por lote, podía ser económico producir más de lo que se necesitaba en un período y al macenar el exceso hasta que se requiriera posteriormente. Sin embargo se tenía un costo por almacenar el inventario resultante. Dependiendo de las circunstancias, este costo era atribuible a factores tales como: intereses sobre el capital que tenía que pedir prestado para financiar el inventario, rentas de los al macenes, seguros y mantenimiento. Dicho "costo de inventario" debía tomarse en cuenta al determinar el programa de producción.
- v) El objetivo de la "Dinámica, S.A." debía ser el determinar un programa que minimice el costo total de producción más el de inventario sujeto a la restricción de que se satisfaga la demanda en cualquier período.

Juan pensó que podría aprovechar la experiencia que obtuvo en su viaje y que, al que la situación estaba muy idealizada, contemplaba muchas consideraciones importantes en lo relativo a la selección de una política de inventarios. Se fijó entonces como propósito fundamental -

examinar el aspecto dinámico de un proceso de inventarios para analizar después:

- i) el realismo de las hipótesis y
- ii) los conceptos económicos involucrados.

Juan pensó, tal vez con poca modestia, que de esta manera obtendría un modelo que jugara, en el campo del Análisis de Sistemas, el mismo papel, o casi el mismo, que juegan las leyes elementales de -- Newton en la Física. Entusiasmado por lo que ésto significaría para él y para "Dinámica, S.A." inició el estudio del problema.

De acuerdo con su experiencia, Juan empezó por definir las variables de decisión:

x_t = cantidad producida en el período t

i_t = inventario al final del período t

convino además en representar con D_t a la demanda en el período t y, dada la naturaleza del artículo, se dió cuenta que cada D_t era un entero no negativo conocido al inicio de lo que él llamó "horizonte de planeación".

De acuerdo con sus hipótesis, en cada período t el costo asociado dependía solamente de la cantidad producida x_t y del nivel final de

inventario i_t . Luego la función objetivo podía escribirse como:

$$\min \sum_{t=1}^N c_t(x_t, i_t) \quad (1)$$

Juan observó que debían imponerse ciertas restricciones a las variables x_t, i_t . Primeramente, como ya lo había pensado, el que la producción debe tomar valores enteros:

$$x_t = 0, 1, 2, \dots \quad \text{para cada período } t \quad (2)$$

además Juan fijó el deseo de "Dinámica, S.A." de encontrar una política en la cual el nivel de inventario fuese cero al final del período N .

$$i_N = 0 \quad (\text{inventario final nulo}). \quad (3)$$

Finalmente estipuló que la demanda de cada período debía ser entera y oportunamente satisfecha. Para lograr esta condición dedujo dos restricciones. La primera podría llamarse una "identidad contable" ya que establece que:

$$\begin{aligned} & \text{inventario entrante en el período } t \\ & \text{más} \\ \text{Inventario al final} & = \text{producción en el período } t \\ \text{del período } t & \text{menos} \\ & \text{demanda en el período } t \end{aligned}$$

o, simbólicamente:

$$i_t = i_{t-1} + x_t - D_t$$

expresión que reordenó de la manera siguiente:

$$i_{t-1} + x_t - i_t = D_t \quad t = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

La segunda restricción, que asegura que "Dinámica, S.A." satisfaga sus requerimientos oportunamente, consiste en que el inventario entrante y la producción de cada período sean suficientemente grandes como para lograr que el inventario final sea una cantidad no negativa. Juan se dió cuenta de que ésto podía expresarse fácilmente en la forma:

$$i_t = 0, 1, 2, \dots \quad \text{para} \quad t = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5)$$

En resumen "Dinámica, S.A." se enfrentaba al siguiente problema :

$$\min Z = \sum_{t=1}^N C_t(x_t, i_t) \quad (1)$$

s.a. :

$$x_t = 0, 1, 2, 3, \dots \quad ; \quad t = 1, \dots, N \quad (2)$$

$$i_N = 0 \quad (3)$$

$$i_{t-1} + x_t - i_t = D_t \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, N-1 \quad (4)$$

$$i_t = 0, 1, 2, 3, \dots \quad ; \quad t = 1, 2, \dots, N-1 \quad (5)$$

Con la perspicacia de costumbre Juan observó que todas las restricciones son lineales, de manera tal que si cada función de costo $C_t(x_t, I)$ era lineal, entonces todo el problema sería lineal con la única variante de que las variantes ^{b/c} deberían ser enteras. Sin embargo Juan pensó que en muchas aplicaciones a modelos de producción, las funciones de costo eran no lineales. Por ejemplo, en muchos casos el costo de producir el primer lote de artículos frecuentemente es mayor que el costo "incremental" de producir unidades subsecuentes. Y cuando la producción excede a la capacidad normal durante un período, el costo incremental también puede crecer debido al uso de tiempo extra.

Amparándose en razonamientos de este tipo, Juan decidió seguir explorando la aplicación de la Programación Dinámica y dejar el descubrimiento de la Programación Lineal Entera para más adelante.

Recordó que en el "problema folklórico" la idea computacional era empezar los cálculos "por el final" (ninguna etapa restante) y trabajar "hacia atrás" hasta llegar al inicio del proceso. Aquí el final del proceso es cuando solo queda un período en el horizonte de planeación, y el inicio es cuando restan N períodos.

Juan encontró conveniente usar un sistema de índices en donde el subíndice 1 representa el final del horizonte y el subíndice N el principio. Específicamente definió :

d_n = la demanda en un período tal que después de él se tienen n períodos más en el horizonte de planeación

$C_n(x, j)$ = costo de producir x unidades y tener j como inventario final en ese período tal que después de él se tienen n períodos más en el horizonte de planeación.

con esta notación $d_1 \equiv D_N$ y $d_n \equiv D_1$. Análogamente --

$$C_1(x, j) = C_N(x, j).$$

Por ejemplo, si los períodos son meses, $N = 4$ y el principio del horizonte es enero, entonces D_1 es la demanda de enero y D_4 la de abril. En las fórmulas, Juan usa un sistema de numeración "Inversa" tal que d_4 es la demanda de enero y d_1 la de abril. Luego d_2 , la demanda cuando se tienen dos meses para terminar el horizonte de planeación, se refiere a los requerimientos de marzo.

¿Como podría Juan determinar el estado del sistema de producción al inicio de cualquier período?. La respuesta que encontró fue: conociendo el inventario entrante. Conociendo como llegar a ese nivel de inventario, la decisión de producción se vuelve irrelevante. Con esto en mente Juan definió:

$f_n(i)$ = mínima política de costo cuando el inventario entrante está en el nivel i y restan n períodos del horizonte

$x_n(i)$ = un nivel de producción que conduce a $f_n(i)$

Puesto que el inventario al final del horizonte es nulo, de acuerdo con (3), entonces resulta:

$$(6) \quad f_0(0) = 0 \quad (n = 0)$$

Ahora veamos $n = 1$. El inventario entrante i , puede ser cualquier entero entre 0 y d_1 , pero, independientemente del nivel específico, la cantidad producida debe ser $d_1 - i$ de manera que se satisfaga toda la demanda al final del periodo. Se sigue que:

$$f_1(i) = C_1(d_1 - i, 0) \quad \text{para } i = 0, 1, \dots, d_1$$

Siguiendo con $n=2$, se observa que si el inventario entrante se designa por i , y el nivel de producción con x , entonces el costo asociado es:

$$C_2(x, i + x - d_2) + f_1(i + x - d_2)$$

suponiendo que se actúa optimamente para $n=1$. Obsérvese que la cantidad $i + x - d_2$ es simplemente el inventario al final del periodo. El valor para $i + x - d_2$ puede ser cualquier entero entre 0 y $d_1 + d_2$. Dado i , el valor entero de x debe ser al menos tan grande como $d_2 - i$ con objeto de cubrir la demanda del periodo, pero no mayor que $d_1 + d_2 - i$ porque el inventario final debe ser nulo. Una x

Óptima es aquella que minimiza la suma anterior. Este análisis para $n=2$ puede resumirse en:

$$f_2(i) = \min_x [C_2(x, i + x - d_2) + f_1(i + x - d_2)]$$

en donde $i = 0, 1, \dots, d_1 + d_2$; y la minimización es solamente sobre los valores enteros no negativos de x en el rango $d_2 - i \leq x \leq d_1 + d_2 - i$.

Como en el problema folklórico, una vez conocidos los valores de $f_2(i)$, pueden calcularse los de $f_3(i)$ y así enseguida hasta llegar eventualmente a calcular $f_N(i_0)$, en donde i_0 es, como antes, el inventario inicial. La fórmula general de recurrencia puede escribirse:

$$f_n(i) = \min_x [C_n(x, i + x - d_n) + f_{n-1}(i + x - d_n)] \tag{8}$$

para $n = 1, 2, \dots, N$,

en donde $i = 0, 1, \dots, d_1 + \dots + d_n$ y la minimización es sobre todos los valores enteros no negativos de x en el rango $d_n - i \leq x \leq d_1 + d_2 + \dots + d_n - i$.

Obsérvese que si consideramos al inventario entrante i , como la variable de estado, entonces la única variable de decisión independiente en (8) es x , ya que el inventario final es simplemente $(i + x - d_n)$. Además, puesto que $f_0(i_0)$ y $f_1(i)$ se calcularan fácilmente en (6) y (7) se puede enseguida calcular sucesivamente $f_2(i_0)$,

$f_2(1), \dots, f_2(d_1 + d_2)$, luego obtener $f_3(0), f_3(1), \dots, f_3(d_1+d_2+d_3)$, continuando después para valores sucesivos de n hasta llegar a $f_{N-1}(0), f_{N-1}(1), \dots, f_{N-1}(d_1+d_2+\dots+d_{N-1})$ y finalmente a $f_N(i_0)$.

Para encontrar el programa óptimo, se checa que nivel de producción $x_N(i_0)$ condujo al valor para $f_N(i_0)$, esta es una decisión óptima en el inicio del horizonte. En la siguiente etapa el inventario entrante será $i_0 + x_N(i_0) - d_N$. Se encuentra el nivel de producción que conduce al valor $f_{N-1}(i_0 + x_N(i_0) - d_N)$ y así enseguida. Este proceso se aclarará en la aplicación siguiente a "Dinámica, S.A."

En este momento Juan hizo una pausa para aclarar lo que había hecho para caracterizar el problema en términos de programación dinámica. - El problema lo visualizó por etapas, en donde n designa al número de etapas (aquí periodos) hasta el término del periodo final. Para ilustrar supóngase de nuevo que $N = 4$ y los periodos son enero, febrero, marzo y abril, de esta manera $n = 1$ se refiere a abril y $n = 4$ a enero. Los requerimientos de enero son representados con d_4 en la fórmula de recurrencia (8). Una notación similar se usó para las funciones de costo.

Lo que es novedoso es el considerar que el nivel de inventario entrante describe al estado en que se tienen n periodos restante. Continuando con la ilustración de "4 meses"; obsérvese que dada la canti-

dad de inventario al principio de abril así como la demanda requerida en ese mes; se puede producir exactamente la diferencia entre estas dos cantidades. Este hecho se reconoce en (7). Luego la optimización es trivial si se da el inventario entrante.

De la misma manera, dada la cantidad de inventario al principio de marzo y los requerimientos de demanda de ese mes, se debe producir al menos la diferencia entre estas dos cantidades.

Ahora, la decisión de producción x en marzo afecta a la cantidad de inventario entrante en abril. Específicamente, lo que entra en abril es $(i + x - d_2)$. Dada esta cantidad, se actúa óptimamente en abril. Pero el análisis de optimización relativo a abril ya se había completado en la etapa previa. Consecuentemente, para decidir la producción óptima en marzo, se necesita comparar solamente los costos de marzo más los correspondientes costos de actuar óptimamente después de marzo. La totalidad de estas consideraciones está expresada en el segundo miembro de la fórmula de recurrencia (8). El mismo razonamiento puede repetirse para febrero y para enero.

Una vez hecho este paréntesis, Juan consideró que tenía una formulación del modelo de inventarios y que estaba listo para resolver el problema específico de Dinámica, S.A. Decidió entonces realizar los cálculos numéricos y analizar posteriormente el efecto que tiene

en una política óptima el alargar el horizonte N . Este último análisis se le ocurrió al pensar que una política óptima puede ser influenciada drásticamente por la imposición de una restricción.

Para que el análisis sea simple, se supone estacionalidad en el tiempo para las funciones de demanda y de costo. Específicamente sea :

$$(1) \quad D_t = 3 \quad \text{para todos los periodos (demanda estacionaria)}$$

Supóngase que la función de costo es simplemente la suma de un término debido a la producción y un costo de inventario lineal, esto es :

$$(2) \quad C_t(x_t, I_t) = C(x_t) + h I_t \quad \text{para todos los periodos con :}$$

$$(3) \quad C_0(0) = 0, \quad C(1) = 15, \quad C(2) = 17, \quad C(3) = 19, \quad C(4) = 21,$$

$$C(5) = 23$$

$$(4) \quad h = 1.$$

Luego el costo de producción puede verse como constituido por un costo de arranque 13 más un costo variable unitario de 2 por artículo producido. El costo de inventario es justamente una vez el nivel final del mismo.

Una complicación adicional es que Dinámica, S.A., tiene una capa-

idad de producción y un espacio de almacenamiento limitados. En particular, no puede producir más de 5 unidades en un período y no puede almacenar más de 4 unidades al final de un período:

$$(5) \quad x_t = 0, 1, \dots, 5; \quad i = 0, 1, \dots, 4 \text{ para todos los periodos}$$

Con los datos anteriores para "Dinámica, S.A" se puede escribir la ecuación de recurrencia apropiada. Recuerde que:

$f_n(i)$ = política de mínimo costo cuando el inventario entrante es i y restan n periodos

$X_n(i)$ = un nivel de producción que conduce a $f_n(i)$

Para $n = 1$:

$$f_1(i) = C(3 - i)$$

(6)

$$x_1(i) = 3 - i$$

para $i = 0, 1, 2, 3$

puesto que el nivel de inventario al final del horizonte es cero. La fórmula general es:

$$(7) \quad f_n(i) = \min_x [C(x) + 1(i+x-3) + f_{n-1}(i+x-3)]$$

donde $i = 0, 1, 2, 3, 4$ y la minimización para $n = 2, 3, \dots$ es sobre los valores enteros no negativos en el rango $3-i \leq x \leq \min(5, 7-i)$.

La restricción de producción en (5) evita que x exceda a 5, y al

fin del periodo la restricción de inventario en (5) evita que x exceda a $7-i$. (Obsérvese que $x \leq \min(5, 6-i)$ para $n = 2$).

Con objeto de realizar el análisis, es necesario tener disponibles los valores $f_n(i)$, luego esta labor se presenta enseguida. El formato de las tablas numéricas es muy similar al usado en el ejemplo folklórico. Un renglón de la tabla corresponde a un valor del inventario entrante i , y una columna al nivel de producción x . Puesto que la demanda debe satisfacerse en cada periodo y el inventario al final de un periodo no puede ser mayor que 4, ciertas entradas de la tabla no se consideran por ser combinaciones no factibles. Las entradas que aparecen en el cuerpo de una tabla son la suma de los costos para el periodo inmediato y el costo de una política óptima en los periodos subsecuentes. Para cada renglón, el mínimo de estas sumas se muestra a la derecha, en la columna titulada $f_n(i)$ junto con el correspondiente nivel de producción óptimo $x_n(i)$.

La función $f_2(i)$ se calcula en la figura 9.

La expresión (6) para $f_1(i)$ está tabulada en la figura 9. Obsérvese la construcción detallada de la tabla. Se tienen 5 renglones, uno para cada valor factible de i . Algunas posibilidades están canceladas. Por ejemplo si $i = 1$ entonces $x \geq 2$ con objeto de satisfacer la demanda. Si $i = 4$ entonces $x \leq 2$ con objeto de que el inventario al final del horizonte sea cero. La primera entrada :

$$f_1(i) = C(3 - i)$$

	i	$x_1(i)$	$f_1(i)$	
Inventario Entrante	0	3	19	1
	1	2	17	15
	2	1	15	15
	3	0	0	15

$$n = 1$$

Figura 9

en cada columna x es el valor $C(x)$ dado en (3). La segunda entrada es el costo de inventario, $h = 1$ veces el nivel del inventario final. Por ejemplo, si $i = 3$ y $x = 0$, entonces el inventario final es cero y aparece como el segundo término en la suma para este caso. Si $i = 3$ y $x = 1$, entonces el inventario final es 1, luego aparece un uno como segundo término de la suma de este caso. Así se sigue a lo largo del renglón $i = 3$. Finalmente, el tercer término es el valor de $f_1(i + x - 3)$ calculado previamente en la figura 9.

Dado un nivel i , $f_2(i)$ es la suma mínima en el cuerpo de la tabla para ese renglón, y $x_2(i)$ el correspondiente nivel de producción. Luego si $i = 1$ con dos periodos restantes, el mejor nivel de producción es 5, lo cual conduce a un costo de 26 para estos dos periodos. Cualquier otro valor de x es más costoso.

Los cálculos que conducen a $f_3(i)$ se muestran en la figura 11. Aquí $C(x) + 1(1 + x - 3)$ es el primer término y $f_2(1 + x - 3)$ de la figura 10 es el segundo. Los valores restantes de $f_n(i)$, para $n = 4, 5, 6$ se resumen en la figura 12.

$$C(x) + 1(1 + x - 3) + f_1(1 + x - 3)$$

Producción

$i \backslash x$	0	1	2	3	4	5	$x_2(i)$	$f_2(i)$
0				19 + 0 + 19	21 + 1 + 17	23 + 2 + 15	3	19
1			17 + 0 + 19	19 + 1 + 17	21 + 2 + 15	23 + 3 + 0	5	20
2		15 + 0 + 19	17 + 1 + 17	19 + 2 + 15	21 + 3 + 0		4	21
3	0 + 0 + 19	15 + 1 + 17	17 + 2 + 15	19 + 3 + 0			0	19
4	0 + 1 + 17	15 + 2 + 15	17 + 3 + 0				0	18

Figura 8.10. (n = 2)

$$[C(x) + 1(1 + x - 3)] + f_2(1 + x - 3)$$

$i \backslash x$	0	1	2	3	4	5	$x_3(i)$	$f_3(i)$
0				19 + 38	22 + 26	25 + 24	4	48
1			17 + 38	20 + 26	23 + 24	26 + 19	5	45
2		15 + 38	18 + 26	21 + 24	24 + 19	27 + 18	4	43
3	0 + 38	16 + 26	19 + 24	22 + 19	25 + 18		0	38
4	1 + 26	17 + 24	20 + 19	23 + 18			0	27

Figura 8.11. (n = 3)

Producción

Inventario Entrante	n = 1		n = 2		n = 3		n = 4		n = 5		n = 6	
	$x_1(i)$	$f_1(i)$	$x_2(i)$	$f_2(i)$	$x_3(i)$	$f_3(i)$	$x_4(i)$	$f_4(i)$	$x_5(i)$	$f_5(i)$	$x_6(i)$	$f_6(i)$
0	3	19	3	38	4	48	3, 4	67	5	79	4	96
1	2	17	5	26	5	45	5	64	5	74	5	93
2	1	15	4	24	4	43	5	54	4	72	4	91
3	0	0	0	19	0	38	0	48	0	67	0	79
4			0	18	0	27	0	46	0	65	0	75

Figura 8.12.

$n = 1$
 $c_{1j} + f_0(j)$

	$s \backslash j$	10	$j_1(s)$	$f_1(s)$
Estado	8	1+0	10	1
entrante	9	4+0	10	4

Figura 2

$n = 2$
 $c_{1j} + f_1(j)$

	$s \backslash j$			$j_2(s)$	$f_2(s)$
	5	7+1	5+4	8	8
	6	3+1	4+4	8	4
	7	7+1	1+4	9	5

Figura 3

$n = 3$
 $c_{1j} + f_2(j)$

	$s \backslash j$	5	6	7	$j_3(s)$	$f_3(s)$
Estado	2	10+8	12+4		6	16
entrante	3	5+8	10+4	7+5	7	12
	4		15+4	13+5	7	18

Figura 4

$n = 4$
 $c_{1j} + f_3(j)$

	$s \backslash j$	2	3	4	$j_4(s)$	$f_4(s)$
Estado	1	2+16	5+12	1+18	3	17

Figura 5

$$C(x) + 1(1 + x - 3) + f_1(1 + x - 3)$$

Producción

	0	1	2	3	4	5	$x_2(i)$	$f_2(i)$
				19 + 0 + 19	21 + 1 + 17	23 + 2 + 15	3	38
			17 + 0 + 19	19 + 1 + 17	21 + 2 + 15	23 + 3 + 0	5	35
		15 + 0 + 19	17 + 1 + 17	19 + 2 + 15	21 + 3 + 0		4	33
0 + 0 + 19	15 + 1 + 17	17 + 2 + 15	19 + 3 + 0				0	30
0 + 1 + 17	15 + 2 + 15	17 + 3 + 0					0	27

Figura 8.10. (n = 2)

$$[C(x) + 1(1 + x - 3)] + f_2(1 + x - 3)$$

Producción

	0	2	3	4	5	$x_3(i)$	$f_3(i)$
			19 + 38	22 + 26	25 + 24	4	48
		17 + 38	20 + 26	23 + 24	26 + 19	5	45
	15 + 38	18 + 26	21 + 24	24 + 19	27 + 18	4	43
0 + 38	16 + 26	19 + 24	22 + 19	25 + 18		0	38
1 + 26	17 + 24	20 + 19	23 + 18			0	27

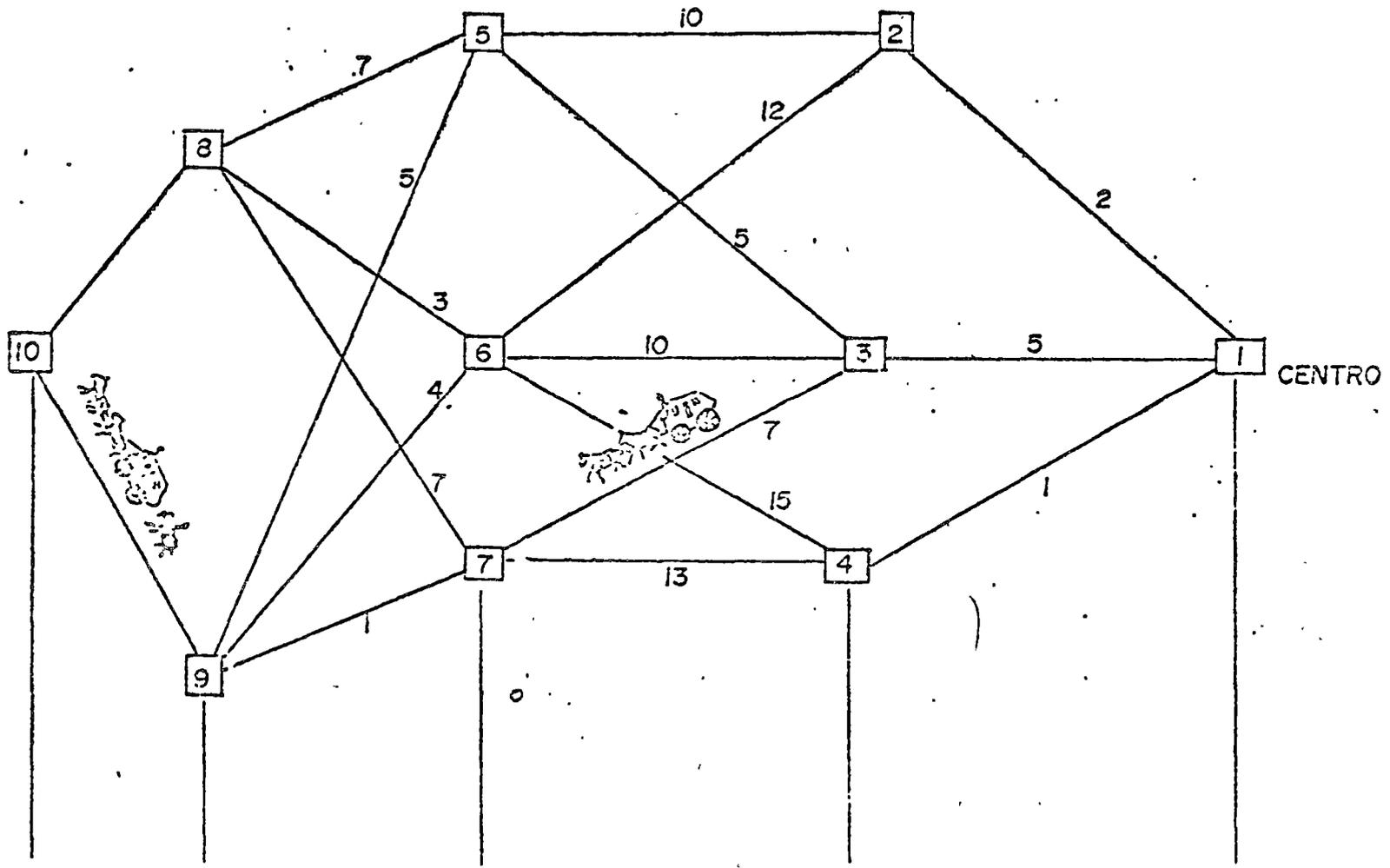
Figura 8.11. (n = 3)

Producción

n = 1		n = 2		n = 3		n = 4		n = 5		n = 6	
$x_1(i)$	$f_1(i)$	$x_2(i)$	$f_2(i)$	$x_3(i)$	$f_3(i)$	$x_4(i)$	$f_4(i)$	$x_5(i)$	$f_5(i)$	$x_6(i)$	$f_6(i)$
3	19	3	38	4	48	3, 4	67	5	79	4	96
2	17	5	26	5	45	5	64	5	74	5	93
1	15	4	24	4	43	5	54	4	72	4	91
0	0	0	19	0	38	0	48	0	67	0	79
		0	18	0	27	0	46	0	65	0	75

Figura 8.12.

ENSENADA



ETA

LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

INTRODUCCION

DR. FELIPE OCHOA ROSSO



1942



UNITED STATES DEPARTMENT OF THE INTERIOR



ANALISIS Y CONTROL DE SISTEMAS DE INVENTARIOS

Felipe Ochoa R.*

I. INTRODUCCION

La actividad económica de las instituciones y empresas de un país presenta, entre otras, las siguientes características relevantes para el tema que se trata:

- a. La producción de bienes de consumo intermedio o final (oferta) y la utilización de los mismos (demanda) no coinciden necesariamente en el tiempo ni el espacio.
- b. La incongruencia en el tiempo entre la cantidad de bienes producidos y la cantidad demandada, genera la necesidad de almacenar dichos bienes para conciliar las curvas de producción y de consumo.

Así por ejemplo, el consumo de trigo se realiza en el país durante todo el año, aún cuando la producción correspondiente la coseche el sector primario al término del ciclo de invierno.

- c. Por su parte, el hecho de que las zonas productoras de bienes no coincidan geográficamente con las zonas de consumo, genera la necesidad de distribuir los productos y en consecuencia la demanda derivada de transporte.
- d. Finalmente, como corolario de los dos factores anteriores, el almacenamiento de bienes se encuentra distribuido en todo el país, ya sea en las zonas productoras, consumidoras o intermedias.

La producción almacenada de recursos utilizables, aunque ociosos por un lapso de tiempo, constituyen lo que se denomina "inventario".

II. TIPOS DE INVENTARIOS

Para estudiar sistemáticamente los almacenajes es conveniente hacer un análisis de los tipos de inventarios, lo cual permite distinguir sus propiedades y características, facilitando así su clasificación y control.

A continuación se enumeran los tipos más frecuentes de inventarios que se presentan en la práctica, asociados con las empresas cuya actividad económica se realiza principalmente en el sector industrial y en el sector servicios de comunicación y transporte. Esta caracterización de los inventarios está hecha atendiendo al tipo de productos que almacenan y a la función que apoyan dentro del proceso de producción.

1. INVENTARIOS DE MATERIA PRIMA

El almacenaje de materia prima se utiliza como factor de apoyo en las funciones de producción. Así por ejemplo en la industria siderúrgica integrada se tendrán almacenamientos de mineral de hierro y carbón; en la producción de concreto se requerirá almacenar arena, grava, agua, cemento y aditivos. En la industria siderúrgica no-integrada se almacenarán palanquilla, lingotes, rieles y ejes, para la producción de varilla, perfiles y alambrón.

2. INVENTARIO DE MATERIALES

Este tipo de almacenaje se utiliza cuando la empresa realiza actividades de construcción de infraestructura. Por ejemplo, en la construcción de subestaciones eléctricas se mantienen inventarios de transformadores, interruptores, cuchillas, fusibles, apartarrayos y estructuras. Cuando se

tiene un proceso repetitivo en la función de construcción, generalmente las empresas cuentan con almacén de materiales, sobre todo si la adquisición implica concurso entre proveedores y tiempos amplios de suministro.

3. INVENTARIOS DE PRODUCTOS SEMITERMINADOS O TERMINADOS.

En la función de distribución de la producción a los clientes, se almacenan productos con diferente grado de acabado. Al mantener este inventario se disminuye la demora en el suministro a los clientes. Por lo general, entre menos terminados se encuentren los productos más tardará la entrega, pero el costo de mantener las existencias será menor.

4. INVENTARIOS DE REFACCIONES Y ARTICULOS PARA CONSERVACION

Este tipo de almacenaje sirve de apoyo para expeditar las funciones de conservación y mantenimiento. Por ejemplo, en empresas de servicio de transporte ferroviario se mantienen almacenes de artículos necesarios para la conservación y mantenimiento de vías, estructuras, terminales y telecomunicaciones, así como inventarios para reparación, conservación y mantenimiento del equipo tractivo y de arrastre. Otro tanto sucede con las empresas de transporte aéreo para el mantenimiento del equipo de vuelo.

5. INVENTARIOS DE ARTICULOS DE CONSUMO

Este tipo de almacenaje de artículos de consumo lo practican casi en su totalidad todas las empresas e instituciones en el desempeño de sus funciones administrativas, al mantener inventarios de papelería y artículos de oficina. Principalmente las empresas del sector servicios, como son las entidades del Gobierno Federal y los Gobiernos Estatales, inciden en grandes inventarios de este tipo.

En México, las empresas del sector paraestatal, según sus funciones y atribuciones específicas utilizan sistemas de inventarios que incluyen uno, varios o todos los tipos de inventarios anteriores.

Por otra parte, atendiendo a las bodegas de almacenaje, estas pueden ser una o varias, localizadas en una misma zona o en diversas zonas del país.

Las bodegas podrán ser propias, logrando la empresa el control total de todos los aspectos del almacenaje, sobre todo los concernientes a pérdida o daño de los artículos por mal manejo o robo. Las bodegas públicas pueden ser del tipo que manejan carga general, graneles o productos que requieren refrigeración. Se utilizan generalmente en la distribución de productos para el manejo de los volúmenes excedentes en períodos críticos.

Adicionalmente a los tipos enumerados anteriormente, existe una amplia variedad de problemas de inventarios. Las empresas del sector de servicios financieros tienen problemas serios de control del inventario de efectivo, el cual hay necesidad de mantenerlo debido a la demanda de los cuentahabientes y a las disposiciones del sistema de depósito legal que establece como norma el Banco de México. Por tanto ese dinero ocioso deberá administrarse convenientemente, pudiendo utilizar conceptos y modelos derivados de la teoría de inventarios.

Los aspectos de administración de niveles de personal son también, en su mayoría problemas de inventarios. Así por ejemplo las empresas de aviación comercial deben mantener un cierto nivel de inventario de sobrecargos. Si se capacita un alto número, habrá que cubrir los sueldos del personal no asignado, y si se tiene un déficit, habrá que cancelar vuelos o tomar medidas de emergencia, que de cualquier manera implican costos adicionales a la empresa.

Aún cuando el contexto de los sistemas de inventarios es muy amplio, el presente documento se restringirá a los cinco tipos de inventarios enumerados, que se refieren a la producción, distribución y mantenimiento de artículos.

III. ESTRUCTURA DE LOS SISTEMAS DE INVENTARIOS

En cualquiera de los tipos de inventarios mencionados se pueden identificar tres componentes principales, ligadas por flujos de información y de productos, como se ilustra en la Fig. 1.

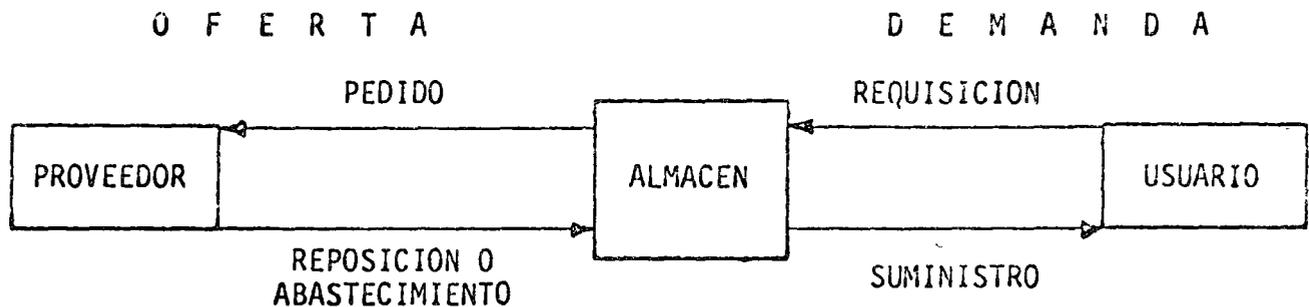


FIG. 1 COMPONENTES DEL SISTEMA

El usuario, que puede ser externo a la empresa, o interno (gerencias de producción, conservación y mantenimiento, construcción, operación, etc.), demanda determinados artículos. Esta solicitud llega en forma de requisiciones específicas al almacén. Este responde a dicho flujo de información mediante el suministro de los artículos.

A su vez el almacén, de acuerdo con una política establecida, mantiene su nivel de inventarios mediante pedidos al proveedor, el cual puede ser externo o bien interno (Gerencia de producción). La oferta, a su vez responde a dicho flujo de información mediante el abastecimiento de materiales para hacer la reposición del inventario.

CARACTERISTICAS DE LA DEMANDA

Al analizar la demanda representada por las requisiciones al almacén, se distinguen las siguientes características de la misma:

a. *Tamaño de la demanda.*

Se expresa por x , en toneladas, unidades, etc. La demanda esperada en períodos futuros puede ser conocida de antemano, en cuyo caso el sistema de inventarios se dice determinístico*.

Si la demanda no se conoce con certeza, el sistema de inventarios se dice probabilístico. En este caso posiblemente se conozca la función de distribución de probabilidades $f(x)$ o por lo menos una medida de su tendencia central y de su dispersión, ya sea en forma estadística, o en forma subjetiva dada por la experiencia.

b. *Tasa de la demanda.*

Es el tamaño de la demanda por unidad de tiempo y se designa por r . Si se presenta una demanda x en un período de tiempo t , la tasa de demanda está dada por $r = x/t$.

Para sistemas probabilísticos se utiliza la tasa de demanda promedio. Si $\bar{x}(t)$ es la demanda promedio durante el período t , la tasa de demanda promedio será: $r = \bar{x}(t)/t$.

* En este documento se considera siempre que la reposición al almacén está bajo control del que toma decisiones. Para los sistemas de inventarios en los cuales la reposición es probabilística existe toda una teoría para su análisis y control, como es el caso de presas de almacenamiento, en el cual la demanda de agua para riego puede considerarse conocida, pero la reposición de agua de lluvia a la presa es resultado de un proceso estocástico.

c. *Patrón de demanda*

Durante un período dado t se pueden reconocer diversas formas en que se satisface la demanda. El suministro puede ser instantáneo, sea al principio, al final o en cualquier punto intermedio del período. A su vez, el suministro puede hacerse uniformemente durante el período t , de manera que si S es el inventario inicial y x la demanda en el período t , el inventario disminuirá en forma lineal hasta valer $S - x$ al final del período. Esta variación podrá también ser no lineal o con disminuciones discretas en forma de escalera.

CARACTERÍSTICAS DE LA OFERTA

Los elementos a considerar en la reposición de inventarios son los siguientes:

a. *Tiempo de reorden*

Es el lapso de tiempo t entre la colocación de dos pedidos consecutivos. Los tiempos de reorden pueden estar prescritos por política de la empresa o por características del proceso productivo. En caso de no estar prescritos constituyen elementos de control sobre el inventario. Los tiempos de reorden pueden o no ser iguales.

b. *Tiempo de abastecimiento*

Es el lapso de tiempo l entre la colocación del pedido y el abastecimiento correspondiente al almacén. Cuando la demora en el abastecimiento es insignificante se trata como si $l = 0$. El tiempo de abastecimiento puede ser constante para cada pedido o puede variar, en cuyo caso se deberá tener información sobre su función de distribución de probabilidades $f'(l)$.

c. *Tamaño del pedido*

Es la cantidad pedida en el tiempo T , para reposición del inventario. Se

expresa como q_i . Si el tamaño del pedido es el mismo en cada pedido se escribe q y se dice que es el "tamaño del lote".

IV. FUNCION DE COSTOS

En los sistemas de inventarios solo los siguientes costos se consideran significativos y sujetos a control:

- a. Costo de Mantenimiento del Inventario
- b. Costo por Déficit en Almacén
- c. Costo de Adquisición para reposición de Inventarios.

a. *Costo de Mantenimiento del Inventario*

Este costo se representa por lo general como:

$$C_1 = I_1 c_1 \quad (1)$$

donde C_1 es el costo de mantenimiento del inventario por unidad de tiempo, I_1 es la cantidad de inventario promedio por unidad de tiempo y c_1 es el costo unitario de mantenimiento del inventario por unidad de tiempo y por unidad del inventario.

El costo unitario c_1 es a su vez función de una serie de componentes de costo, a saber:

1. Costo de operación del almacén, que incluye los costos de renta o depreciación de instalaciones y equipo, consumos, sueldos y salarios de operadores, personal de estiba y administrativo, reparación de instalaciones y equipo, gastos de oficina, comunicaciones, impuestos y varios.

2. Costo de primas de seguro de la carga.
3. Costo de deterioro y obsolescencia de los artículos.
4. Costo del sistema administrativo de control de inventarios, sea manual, con computadora independiente o con un sistema de teleinformática.

Y finalmente, el costo más importante y que es estrictamente proporcional al nivel de existencias y al tiempo, esto es:

5. Costo del capital invertido, el cual no es un desembolso, sino un costo de oportunidad que variará para cada empresa y es igual a la tasa de recuperación más alta que podría obtener la empresa por inversiones en proyectos alternativos.

Sobre algunos de los costos anteriores se podría discutir el hecho de que varían con los niveles de inventario y con el tiempo; sin embargo, aunque sean fijos contribuyen al costo total, aunque en forma independiente de la estrategia de operación que se siga para el inventario.

b. *Costo por Déficit en Almacén*

$$C_2 = I_2 c_2 \quad (2)$$

donde C_2 es el costo por déficit en almacén por unidad de tiempo, I_2 es el déficit promedio del inventario y c_2 es el costo unitario que se incurre por unidad de déficit del inventario.

En algunos casos al recibir la requisición el almacén y no haber existencias el usuario posiblemente esté dispuesto u obligado a aceptar una demora en la fecha del suministro. Si el almacén es de materias primas, artículos semiterminados o refacciones, el costo asociado al déficit

corresponde a los costos de equipo ocioso o de programas de producción interrumpidos.

Si el almacén es de materiales para programas de construcción en que se afecta la ruta crítica, el costo puede ser el de las sanciones asociadas con los retrasos respectivos del programa de construcción.

En los casos anteriores no hay pérdida de la requisición y se supone que los costos son proporcionales tanto al déficit como a la duración del mismo.

En el caso de sistemas de inventario de artículos de consumo es posible que se pierda la venta, lo cual implica un costo fijo cada vez que se incurre en el déficit, que incluye la utilidad no realizada de dicha requisición y las consecuencias subjetivas que puede ocasionar el no satisfacer la demanda.

c. *Costo de las Adquisiciones*

$$C_3 = I_3 c_3 \quad (3)$$

donde C_3 es el costo de los pedidos para reposición de inventarios por unidad de tiempo, I_3 es el número promedio de reposiciones por unidad de tiempo y c_3 es el costo de cada pedido.

El costo del pedido de q unidades puede hacerse con un proveedor externo a la empresa, en cuyo caso se incluyen adicionalmente al costo de las unidades, los costos de elaboración del pedido (fijos y variables), de transporte del proveedor a la bodega y seguro, de descarga e inspección y otros.

Si el pedido se refiere a la producción de q unidades dentro de la propia

empresa tendrá que cuantificarse el costo fijo y variable de los artículos producidos.

En algunos casos c_3 no es constante sino que depende del tamaño del pedido y de la forma de pago (descuentos por volumen y/o por pronto pago).

d. *Costo Total por Unidad de Tiempo*

El costo total del inventario por unidad de tiempo está dado por:

$$C = c_1 I_1 + c_2 I_2 + c_3 I_3 + \text{cte.} \quad (4)$$

en donde c_1 , c_2 , c_3 y el costo fijo o constante son parámetros que deberán conocerse para cualquier problema de inventarios. Los términos I_1 , I_2 , I_3 son variables que dependen desde luego de la tasa de demanda y de las decisiones que se tomen fundamentalmente sobre el tiempo de reorden y el tamaño de los pedidos por unidad de tiempo. Los sumandos del costo total se encuentran muy relacionados, de tal manera que cuando uno de ellos aumenta esto tiende a disminuir los otros dos o viceversa.

V. EL PROBLEMA DE INVENTARIOS

El análisis detallado con relación a los sistemas de inventarios permite ahora definir el llamado:

Problema de Inventarios.

Es el problema de seleccionar una política de reorden y la cantidad del pedido, para minimizar en el tiempo el costo total del inventario.

El problema de inventarios es por tanto un problema de optimización, por lo cual la herramienta de la investigación de operaciones denominada *Teoría de*

Optimización ha contribuido muy sustancialmente a resolver el problema de inventarios.

De la ecuación (4) se puede observar que para minimizar C , es necesario conocer las características del problema, los parámetros c_1 , c_2 y c_3 , así como las expresiones de I_1 , I_2 e I_3 en términos de las variables decisionales: cuándo hacer los pedidos para abastecer el inventario y cuál debe ser el tamaño del pedido.

La teoría de inventarios aplica el análisis de sistemas en la solución de problemas de inventarios de acuerdo con los siguientes pasos: a. determinación de las propiedades y características del sistema, b. formulación del problema de inventarios, c. desarrollo de un modelo matemático de optimización que represente al sistema, d. selección de método o algoritmo de solución del modelo y e. derivación de la solución óptima del sistema de inventarios

La teoría de inventarios, iniciada en 1915 por F.W. Harris, que se considera publicó la clásica fórmula del tamaño del lote óptimo (pedido óptimo), y que a partir de la terminación de la segunda guerra mundial ha tenido un gran auge*, se ha preocupado por la optimización del costo total C , considerando siempre conocidos c_1 , c_2 y c_3 .

Sin embargo, a continuación se postula la necesidad y conveniencia de analizar los problemas de inventarios eliminando la hipótesis anterior.

En efecto, se discute la posibilidad de realizar el control de inventarios y la minimización de costos, tanto reduciendo los costos unitarios, como aplicando modelos de optimización a la expresión (4).

Como tesis se apunta la necesidad de jerarquizar el control de inventarios, iniciando una revisión de los costos c_1 y c_2 principalmente, buscando su

* Al final de este documento se presenta una lista bibliográfica de publicaciones sobre el tema de inventarios.

disminución y solo posteriormente la aplicación de los modelos de la teoría de inventarios.

VI. EL CONTROL DE LOS COSTOS DE ALMACENAJE

Para el problema de inventarios en México se considera que debe ser prioritaria la atención hacia la disminución del costo c_1 (mantenimiento del inventario).

En efecto, considerando el ciclo completo de producción y distribución, la función de almacenaje es probablemente la menos eficiente. Existen, claro está, importantes excepciones, sin embargo se observa una gran brecha en la tecnología de manejo de bodegas.

En el país los almacenes siempre han cubierto su función de prestar servicio, sin embargo se considera que ha llegado el momento en que se debe reconocer la necesidad y la obligación de que dicho servicio sea eficiente y efectivo.

Para ello, muchos de los sistemas y procedimientos para lograr esa eficiencia existen y solo es problema de implantación y control de los mismos en la función de almacenaje.

Un tratado completo sobre la operación de bodegas se puede encontrar en el libro de Jenkins [4], por lo que a continuación se enumerarán solamente los temas que incluyen a los procedimientos más importantes para mejorar la eficiencia operacional de las bodegas.

a. Estandarización de los tiempos de manejo de carga.

Cada una de las actividades operativas del almacén deberá tener su tiempo estándar de realización, desde estiba, desestiba, carga y descarga directa a camión o carro de ferrocarril, etcétera. La comparación de tiempos reales contra tiempo estándar permitirá controlar la duración de las diferentes actividades.

b. Estandarización de la Utilización del Espacio

Esto debe incluir distribución óptima del espacio disponible que concilie la mejor utilización del mismo con la eficiencia en el manejo de la carga. Se deberá determinar el método de estiba para cada artículo y la cubicación del mismo. Finalmente se obtendrá, para cada tipo de carga, el número de metros cuadrados que deberán usar cada 1000 cajas, por ejemplo de cada artículo.

c. Reportes de control de las Operaciones

Los estándares de tiempos y utilización de espacios deberán estar apoyados por un sistema de información, cuyos reportes permitan medir el grado de eficiencia con que la operación diaria se acerca a las metas fijadas por dichos estándares.

d. Planeación de las Operaciones

El proceso de planeación de las operaciones tiene por objeto preveer los requerimientos de espacio futuros y prepararse de antemano para satisfacerlos.

e. Implantación de Métodos de Reducción de Costos

Aún cuando la operación eficiente de almacenes se logra por medio de controles efectivos y motivación del personal, se requieren desde luego otros elementos. Estos incluyen los equipos y procedimientos adecuados, instalaciones adecuadas y sistemas de seguridad. Adicionalmente, cuando esto es posible, deberán utilizarse métodos de estiba a base de paletización, lo cual reduce substancialmente los tiempos de manejo de carga.

Finalmente deben mencionarse los métodos para la localización eficiente de los artículos almacenados dentro de las bodegas, dado que muchas veces los tiempos de búsqueda son muy importantes.

VII. SISTEMAS DE COMPUTO PARA EL CONTROL DE INVENTARIOS

Para los sistemas de inventarios en los cuales sus bodegas operan eficientemente, podrá ser muy útil la sistematización de su información, y este deberá ser el segundo nivel de mejoramiento de la operación y control de inventarios.

El mejor control de los inventarios es probablemente la base de justificación económica para la instalación de un sistema de cómputo como apoyo a la operación de almacenes. En efecto, la efectiva administración de los inventarios requiere de información confiable obtenida rápidamente para tomar las decisiones apropiadas. En el manejo contable de un almacén con un elevado número de artículos y movimientos, existe un sinnúmero de oportunidades para cometer errores al registrar movimientos de tantos productos. El uso efectivo de los sistemas de cómputo para control de inventarios permite un mayor grado de exactitud que el que usualmente se logra con sistemas manuales.

Por otra parte, en empresas cuyo sistema de inventarios utiliza múltiples almacenes en diversas regiones del país, uno de los problemas principales es la falta de estandarización de las operaciones, debido al carácter individual que le imprimen los administradores de cada almacén. La uniformidad se logra con más facilidad con una sistematización de los inventarios.

VIII. SISTEMA DE INVENTARIOS PARA EL SECTOR PARAESTATAL

El conjunto de empresas del sector paraestatal presentan una coyuntura muy importante que puede ser utilizada para el mejor control de sus inventarios.

1. Las empresas que cuentan con el mayor volumen de inventarios, son a la vez usuarios y proveedoras unas de otras. Por ejemplo, la industria

siderúrgica integrada del sector paraestatal, que responderá dentro de poco por el 50 % de la producción de acero en el país, mantiene inventarios para las adquisiciones de empresas del sector no-integrado y de las empresas generadoras y distribuidoras de energéticos, que responden por el 100 % de la producción nacional, así como de empresas prestadoras de servicios de transporte y telecomunicaciones. Estas a su vez proporcionan bienes y servicios fundamentales a la operación de la industria siderúrgica básica.

2. Existe una gran experiencia de varios años en el control computarizado de inventarios por parte de la empresa productora de energéticos más importante de México.
3. El sector paraestatal cuenta con el 27 % de la capacidad de computación instalada en el país.
4. Por tanto esta coyuntura permite concluir sobre la ventaja de establecer primeramente un "sistema de codificación" de inventarios común a todas las empresas que lo ameriten.
5. En segundo lugar, la creación de un Centro de Aplicaciones de Computación al área de inventarios. Este servicio tan especializado se ofrecería a todas las empresas del sector paraestatal que lo requirieran, para las aplicaciones de inventarios, de acuerdo con las características y necesidades del propio país.
6. Este tipo de aplicación de los sistemas de cómputo, desarrollado en México, haría mínimo el problema de utilización de equipo de cómputo extranjero, dado que, como apuntan acertadamente los canadienses, el equipo de cómputo

* Cabe hacer notar que el Gobierno de Canadá, dentro de su plan de acción para la reorganización del servicio de procesamiento de datos en el gobierno federal ha recomendado la implantación de un centro con características semejantes [7].

y el *software* orientado al uso del equipo son "neutros" al medio económico y social donde se utilicen y por tanto lo importante es el control de las aplicaciones.

IX. MODELOS DE OPTIMIZACION DEL NIVEL DE INVENTARIOS

En tanto que los almacenes de las empresas operen eficientemente y cuenten con la sistematización mencionada previa justificación, deberán aplicar modelos adecuados de inventarios para minimizar su costo total indicado en la expresión (4).

La teoría de inventarios ha desarrollado en los últimos veinticinco años una variedad de modelos de optimización que se ajustan a una diversidad de situaciones de sistemas de inventarios. Estos se pueden consultar en las referencias [1], [2], [3], principalmente.

Sin embargo, es probable que en cada caso específico sea necesario desarrollar un modelo propio del problema que se considere.

A continuación se muestra en forma ilustrativa el modelo más sencillo para el caso de demanda determinística.

MODELO DETERMINISTICO [1].

El modelo que se presenta como ilustración es el llamado sistema de "lote". Las fluctuaciones del sistema se presentan en la Fig. 2.

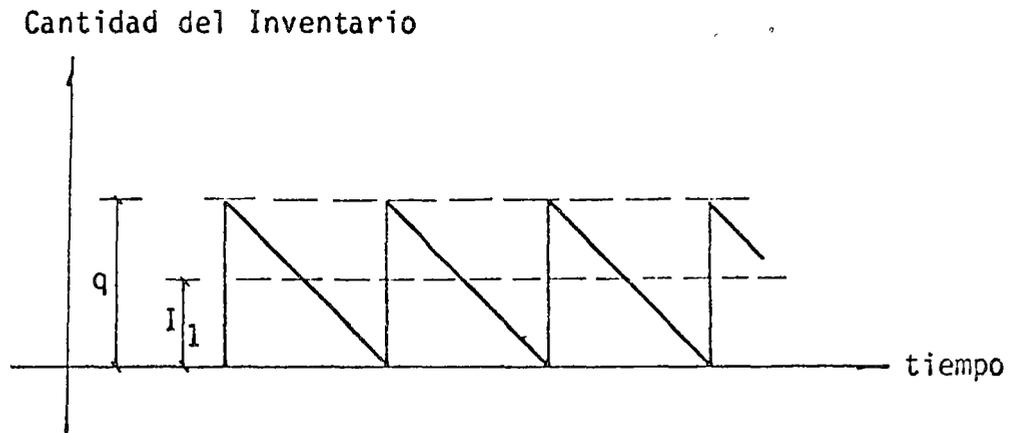


FIG. 2 EL SISTEMA DE LOTE

Las características del sistema son las siguientes:

- a. La demanda es determinística con una tasa constante r .
- b. Los pedidos se fincan cuando el inventario alcanza el nivel cero para que no ocurran déficits.
- c. El tamaño del pedido es constante, el tamaño del pedido es q .
- d. El tiempo de abastecimiento es cero.
- e. El costo unitario de mantenimiento del inventario es c_1 constante.
- f. El costo del abastecimiento es constante e igual a c_3 .

De acuerdo con las propiedades anteriores se deriva que el tiempo de reorden es $t = q/r$.

El inventario promedio $I_1 = q/2$ y el promedio de abastecimientos por unidad de tiempo es $I_3 = 1/t = r/q$. Por tanto la expresión del costo total del sistema es:

$$\text{Min } C = \frac{c_1 q}{2} + \frac{c_3 r}{q}$$

obteniendo la derivada e igualando a cero para obtener el q^* óptimo:

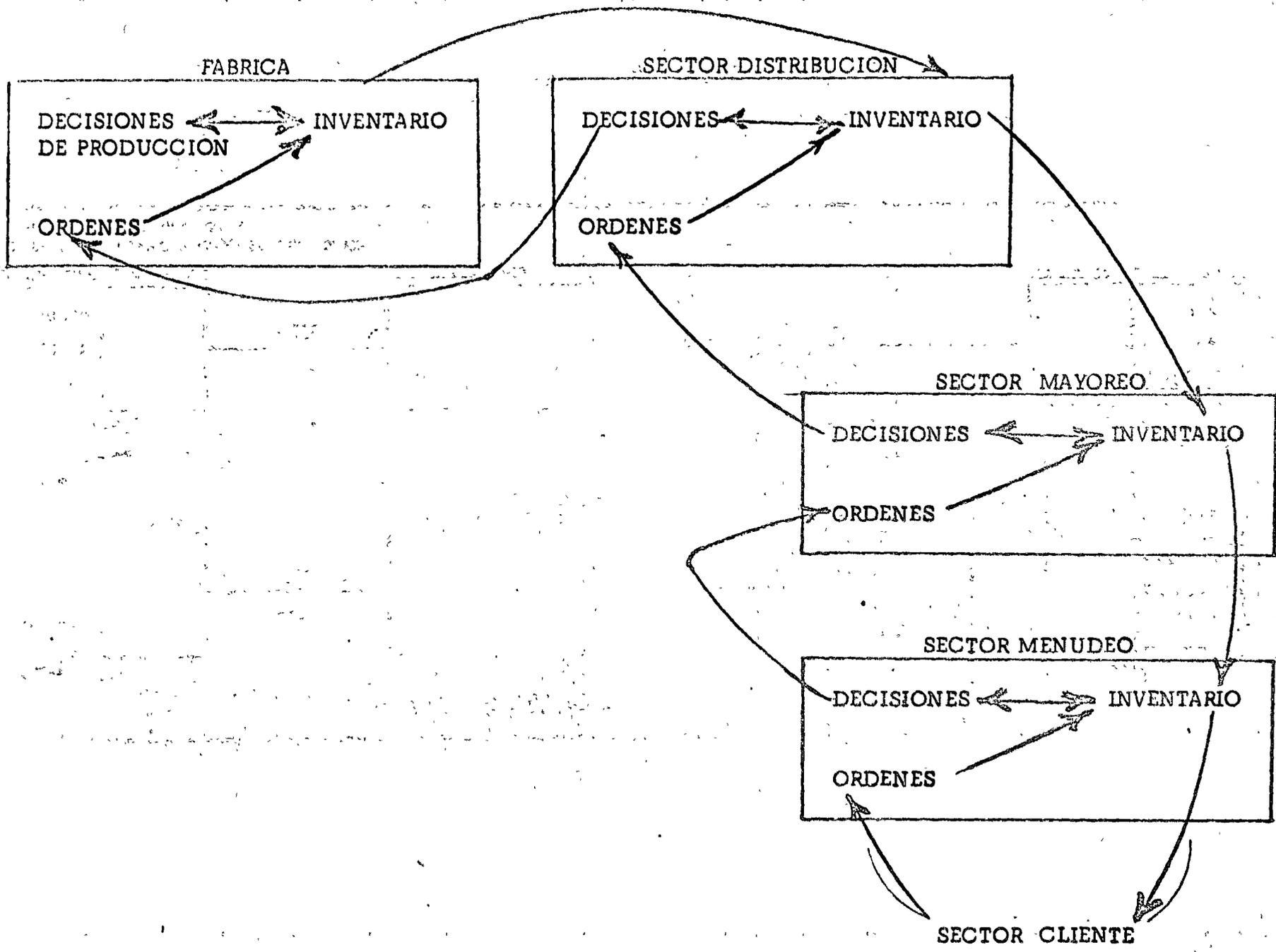
$$q^* = \sqrt{2r c_3 / c_1}$$

y substituyendo dicho valor en la función de costo, el costo mínimo será:

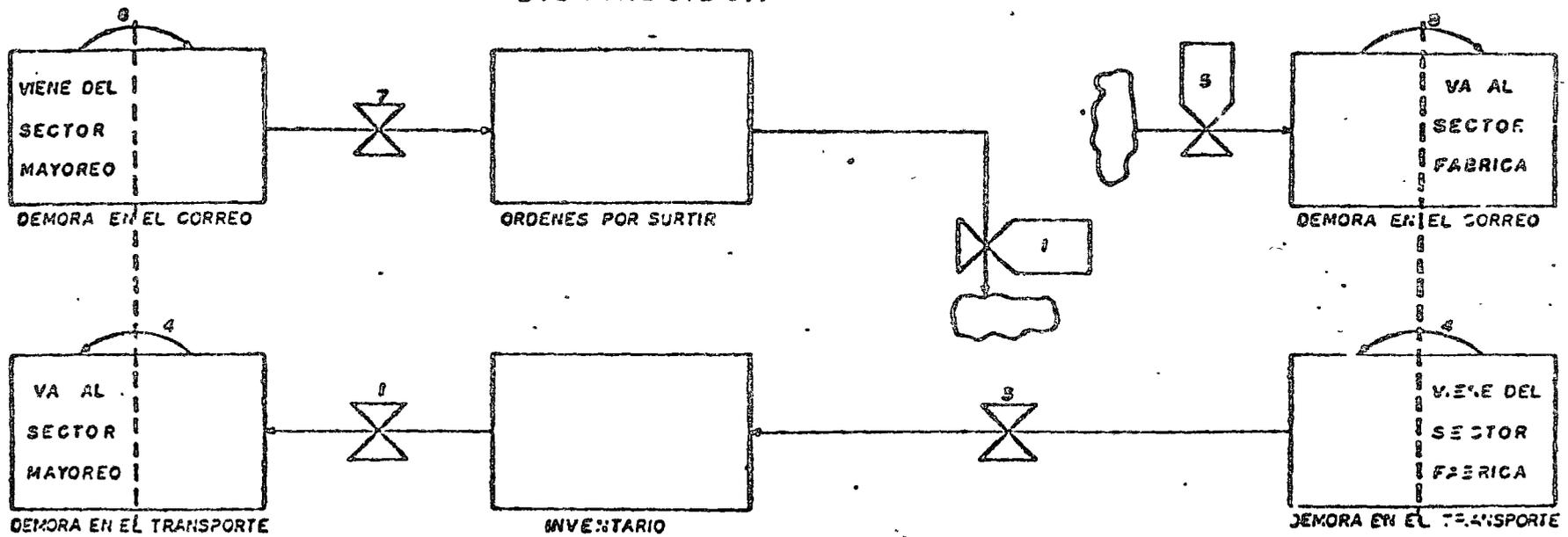
$$C^* = \sqrt{2r c_1 c_3}$$

B I B L I O G R A F I A

- [1] Nador, E., *Inventory Systems*, John Wiley & Sons, Inc. 1966.
- [2] Ackoff, R.L. y Sasieni; M.W., *Fundamentos de Investigación de Operaciones*, Editorial Limusa-Wiley, S.A., 1971.
- [3] Hadley, G. y Within, T.M., *Analysis of Inventory Systems*, Prentice Hall, Inc., 1963.
- [4] Jenkins, C.H., *Modern Warehouse Management*, Mc Graw Hill, 1968.
- [5] Wagner, H., *Statistical Management of Inventory Systems*, John Wiley and Sons, Nueva York, 1962.
- [6] Hanssmann, F., *Operations Research in Production and Inventory Control*, John Wiley and Sons, Nueva York, 1962.
- [7] *The EDP Master Plan*, An action for the Implementation of the Electronic Data Processing Policy in the Federal Government, Gobierno de Canada, Treasury Board Secretariat, Diciembre 1972.
- [8] Within, T.M., *Theory of Inventory Management*, Princeton University Press, 1963.
- [9] Márquez, J., "Business Planning and Analysis: an Inventory Model Considering Random Demand with a Different Distribution Function per Unit Time", presentado en la Reunión del A.I.C.H.E.-I.M.I.Q., Denver, Colorado, 1970.
- [10] Brown, R., *Statistical Forecasting for Inventory Control*, Mc Gray Hill Book Co., Nueva York, 1959.



DISTRIBUIDOR



- 2 REGISTRAR INVENTARIO Y ORDENES POR SURTIR
- 5 REGISTRAR ORDEN HECHA EN 5

DIRECTORIO DE PROFESORES

LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

M. EN I. JESUS ACOSTA FLORES
ASESOR DEL DIRECTOR
DIRECCION GENERAL DE INGENIERIA DE SISTEMAS
SECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS
AV. UNIVERSIDAD FRENTE A MITLA S/N
MEXICO 13, D.F.
TEL: 590.30.85

ACT. CARLOS AYALA E IZAGUIRRE
JEFE DE LA OFICINA DE PROGRAMAS ESPECIALES
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS DE COMPUTACION
DIRECCION DE INGENIERIA DE SISTEMAS
SECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS
XOLA 1755 P.B.
MEXICO 12, D.F.
TEL: 519.12.43

ING. FRANCISCO ESCUTIA NAVARRO
ASESOR
INSTITUTO MEXICANO DE PLANEACION
Y OPERACION DE SISTEMAS
INSURGENTES SUR 586
COL. DEL VALLE
MEXICO 12, D.F.
TEL: 536.91.19

ING. GUILLERMO HESSELBACH MORENO
GERENTE DE PLANEACION ESTRATEGICA
Y ANALISIS ESTADISTICOS
COMBINADO INDUSTRIAL SAHAGUN
MIGUEL LAURENT No. 803 ESQ.
AV. UNIVERSIDAD
COL. DEL VALLE
MEXICO 12, D.F.
TEL: 559.21.01

LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS

ING. HUMBERTO VALDES RUY SANCHEZ
JEFE DEL DEPARTAMENTO DE MODELOS DE DECISION
SECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS
AV. UNIVERSIDAD FRENTE A MITLA S/N
MEXICO 13, D.F.
TEL: 590.31.96

M. EN I. SERGIO ZUÑIGA BARRERA
DIRECTOR
INSTITUTO MEXICANO DE PLANEACION
Y OPERACION DE SISTEMAS
INSURGENTES SUR No. 586 DESP. 402
COL. DEL VALLE
MEXICO 12, D.F.
TEL: 526.91.19

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS DEL 3 DE AGOSTO AL 10 DE SEPTIEMBRE DE 1976)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

1. ING. ENRIQUE AGUAYO DE ALBA
Av. México No.1256-37
Col. Contreras
México 20, D. F.
Tel:5160440 Ext.17-20

IBSA, INDUSTRIAL BIOLOGICA, S.A.
Eusebio Gil Cuevas No. 46
Col. Miguel Hidalgo
México 20, D. F.
Tel:5682797

2. SERGIO BRAVO GONZALEZ
Av. Coyoacán 1625-1
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel:5249961

CERVECERIA MOCTEZUMA, S.A.
Paseo de la Reforma No.155-3er.P.
México, D. F.

3. JORGE BUSTAMANTE GARCIA MORENO
Ave. Coyoacán 408-602
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel:5436303

BUFETE MATEMATICO ACTUARIAL, S.C.
Homero 1425-1201
México 5, D. F.

4. JOSE A. CERBON MURILLO
Círculo Cronistas No. 71-A
Cd. Satélite, Edo. de México
Tel:5620899

CERVECERIA MOCTEZUMA, S. A.
Paseo de la Reforma No.155-3er.P.
México, D. F.

5. ING. SALVADOR GALLO RUBIO
Prol. López Cotilla No.1836-301
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel:5243189

JORMAN INTERNACIONAL, S.A.
Av. Universidad 1148-16
México 13, D. F.

6. ING. EFRAIN A. CHAVEZ CERVANTES
Calle 329
Col. Valle Dorado
Edo. de México
Tel:5655473

SELMEC
Manuel Ma. Contreras No. 25
México, D. F.

7. ING. HUMBERTO DE LEON
Fray Juan Pérez No. 97
Echegaray
México, D. F.
Tel:5609941

SOCIEDAD ELECTROMECAÑICA, S.A.
Samuel María Contreras No.25
México, D. F.

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS DEL 3 DE AGOSTO AL 10 DE SEPTIEMBRE DE 1976)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
8. JORGE GONZALEZ VARGAS Odontología 57-502 Copilco-Universidad México 20, D. F. Tel:550377 Ext.502	SICARTSA Yucatán No. 15 México, D. F. Tel:5140007
9. JESUS G. LOPEZ ARRIAGA Av. 1o. No. 39 San Pedro de los Pinos México 18, D. F. Tel.5155902	DESARROLLO DE INFRAESTRUCTURA, S.A. Detroit No. 9 México, D. F.
10. J. RUBEN LOPEZ CASTILLO Santiago 142-B Col. Lindavista México 14, D. F. Tel:5772332	SOCIEDAD ELECTROMECHANICA, S.A. Manuel Marfa Contreras No.25 México, D. F.
11. JOSE A. MARTINEZ FUENTES Cerro de la Libertad 304-303 Campestre Churubusco México 21, D. F.	CERVECERIA MOCTEZUMA, S.A. Paseo de la Reforma No.155-3er.Piso México, D. F.
12. ING. ERNESTO MONZON MOLINA Cordoba No.451 Valle Dorado Edo. de México	SOCIEDAD ELECTROMECHANICA, S.A. Manuel Marfa Contreras No. 25 México, D. F.
13. ING. BLANCA ALICIA QUINTERO C. Bolivar 19-4o. Piso México, D. F.	SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA Bolivar 19-4o. Piso México 1, D. F. Tel:5182040 Ext.120
14. ROBERTO PULIDO GOMEZ PALACIO Camino al Desierto Leones 4878 San Angel México 20, D. F. Tel:5502062	

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO LA TOMA DE DECISIONES EN EL CONTROL DE INVENTARIOS (DEL 3 DE AGOSTO AL 10 DE SEPTIEMBRE DE 1976)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- | | |
|---|--|
| 15. JOSE RENDON Y PONCE
Santa Margarita 410
Col. del Valle
México 12, D. F.
Tel:5238149 | |
| 16. FRANCISCO RESENDIZ GUTIERREZ
Prol. 5 de mayo No. 26
Col. Modelo
Naucalpan, Edo. de México | SELMEC, S.A.
Manuel María Contreras No.25
México 4, D. F. |
| 17. ING. ARMANDO SANDOVAL JUAREZ
Paz. Montes de Oca No. 18
Col. Churubusco
México 21, D. F.
Tel:5445687 | SECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS
Miguel Laurent No. 840-2o. Piso
México, D. F. |
| 18. ING. VICTOR M. TAFOLLA MANZO
Vizcainas Pte. 19-2
México 1, D. F.
Tel:51011-84 | SECRETARIA DE EDUCACION PUBLICA
Bolivar No. 19
México 1, D. F. |
| 19. ING. ISAAC TIKTIN
Fuente de los Angeles No. 7
Tecamachalco
México 10, D. F.
Tel:5893850 | HERRAJES Y ACABADOS METALICOS,S.A.
M. Gutiérrez Nájera No.210
México, D. F.
Tel:5785600 |

1944

1944

1944

1944

1944

1944

1944

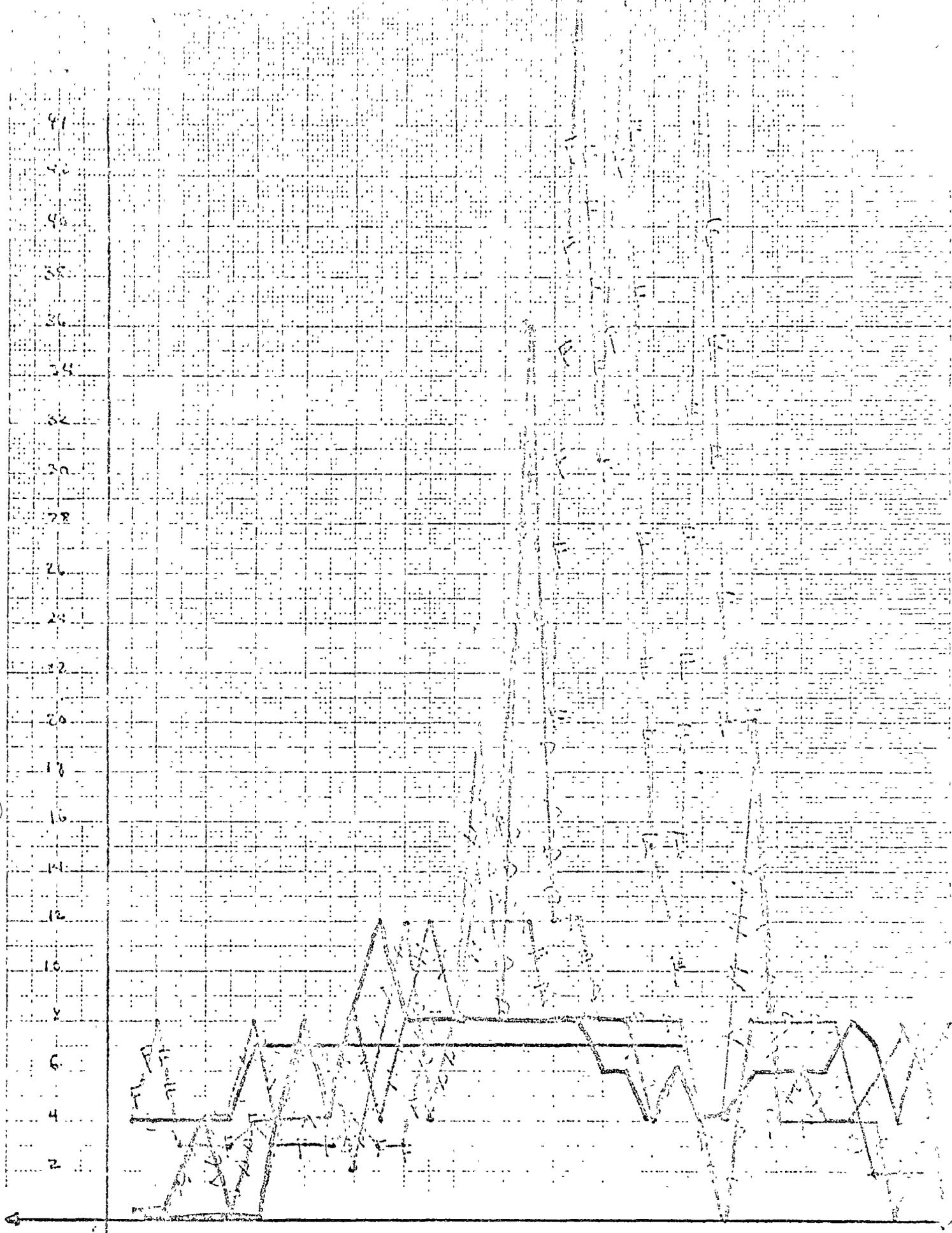
1944

1944

1944

1944



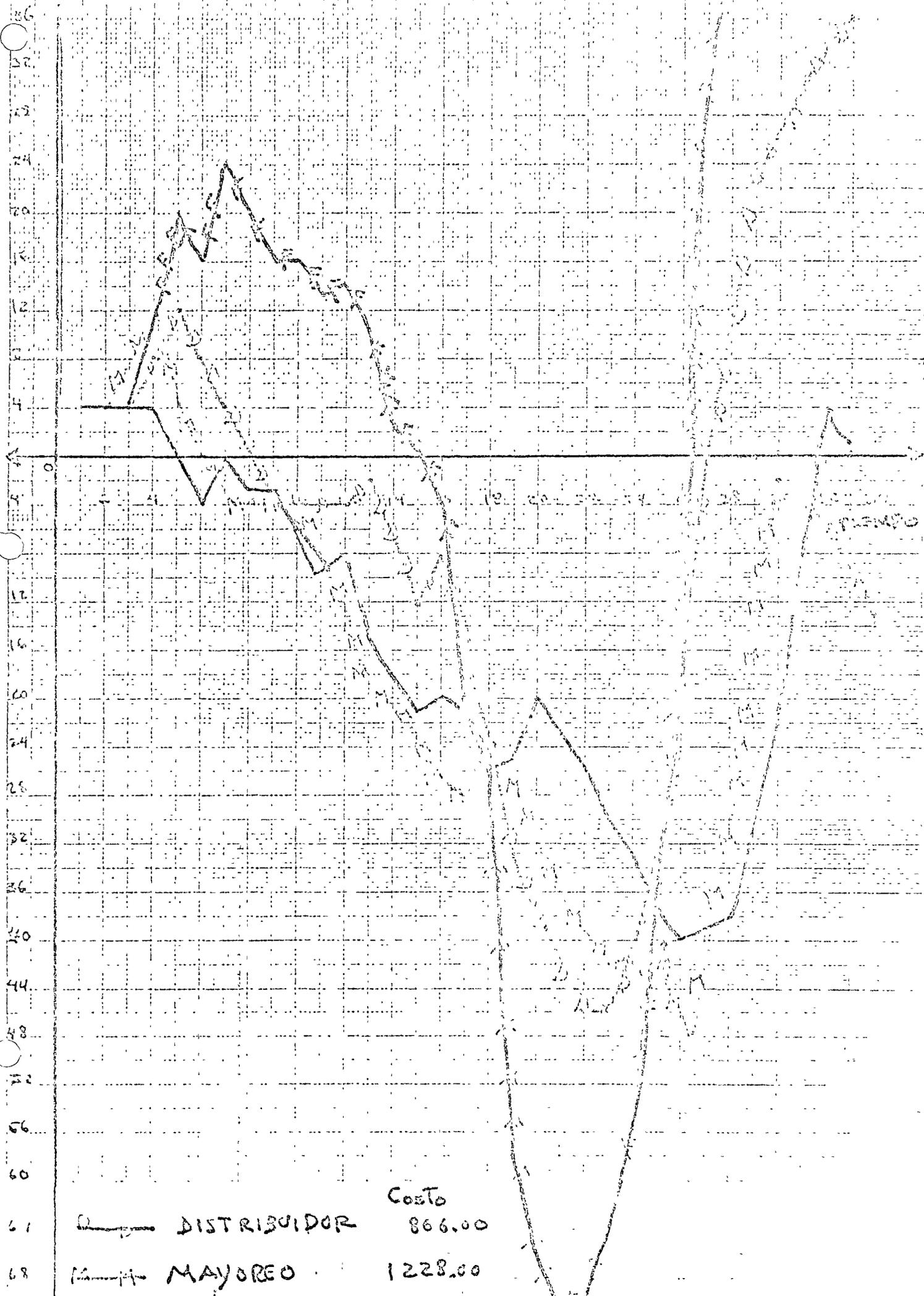


MENUDO ———
 CLIENTE ———
 DISTRIBUIDOR ———

MAYOREO ———
 FABRICA ———

TIEMPO

UNSAT. 50



		Costo
61	DISTRIBUIDOR	866.00
68	MAYOREO	1228.00
50	MENUDEO	1060.50
	FABRICA	1506.50

