

CAPÍTULO 4

Modelo hidrodinámico en dos dimensiones

4. Modelo hidrodinámico en dos dimensiones

El modelo utilizado para hacer las simulaciones numéricas en esta tesis, es el conocido como MIKE21 desarrollado por el DHI (Danish Hydraulic Institute). Este modelo utiliza un mallado flexible y ha sido desarrollado para ambientes oceanográficos, costeros, y estuarinos. El sistema de modelado ha sido aplicado con éxito en estudios de inundación durante la Segunda Fase y Tercera Fase del PHIT a cargo de la Coordinación de Hidráulica del Instituto de Ingeniería de la UNAM (Pedrozo-Acuña et al. 2009; Pedrozo-Acuña et al. 2010).

El sistema está basado en la solución numérica de las ecuaciones promediadas de Reynolds (Reynolds averaged Navier-Stokes equations) en dos dimensiones e incompresibles, implicando suposiciones de Boussinesq y de presión hidrostática. Por lo tanto, el modelo consiste de ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento, temperatura, salinidad, y densidad, y está tiene un esquema de cierre de turbulencia.

La discretización espacial de las ecuaciones primitivas se realiza utilizando un método de volumen finito de celda centrada. El dominio espacial es discretizado por subdivisión del continuo en elementos/celdas que no se traslapan. En el plano horizontal se utiliza una malla no estructurada, cuyos elementos pueden ser triángulos o cuadriláteros.

Este capítulo tiene como propósito, la presentación del marco teórico en el que se circunscribe el modelo utilizado en este trabajo de investigación. Además se presenta su puesta a punto para la representación de la zona de estudio y la validación de sus resultados por medio de la comparación con datos provenientes de la campaña de campo.

4.1 Ecuaciones de gobierno (aguas someras)

El modelo está basado en la solución de las ecuaciones incompresibles promediadas de Reynolds (RANS - Reynolds averaged Navier-Stokes equations) incompresibles, sujetas a suposiciones de Boussinesq y de presión hidrostática.

La ecuación local de continuidad está dada por

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = S \quad (4.1)$$

Y las dos ecuaciones horizontales de momentum para la componente x y y , respectivamente

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{\partial wv}{\partial z} = fv - g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_a}{\partial x} - \frac{g}{\rho_0} \int_z^\eta \frac{\partial \rho}{\partial x} dz - \frac{1}{\rho_0 h} \left(\frac{\partial s_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{xy}}{\partial y} \right) + E_u + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) + u_x S \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v^2}{\partial y} + \frac{\partial vu}{\partial x} + \frac{\partial wv}{\partial z} = fv - g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho_a}{\partial y} - \frac{g}{\rho_0} \int_z^\eta \frac{\partial \rho}{\partial y} dz - \frac{1}{\rho_0 h} \left(\frac{\partial s_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial s_{yy}}{\partial y} \right) + F_v + \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) + v_x S$$

(4.3)

Donde t es el tiempo; x , y y z son las coordenadas cartesianas; η es la elevación de la superficie; d es la profundidad de reposo; h es la profundidad total; u , v y w son las componentes de velocidad en la dirección x , y y z ; $f=2\Omega \sin\varphi$ es el parámetro de Coriolis; (Ω es la tasa de revolución angular y φ la latitud geográfica); g es la aceleración por la gravedad; ρ es la densidad del agua; S es la magnitud de la descarga de los puntos de referencia; s_{xx} , s_{yx} y s_{yy} son las componentes del tensor radiación; v_t es la viscosidad turbulenta vertical; ρ_a es la presión atmosférica; ρ_0 es la densidad de referencia del agua y (u_s , v_s) es la velocidad a la cual el agua es descargada al medio ambiente.

Los términos del esfuerzo horizontal se obtienen de la relación de gradiente de esfuerzo:

$$F_u = \frac{\partial}{\partial x} \left(2A \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(A \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right)$$

(4.4)

$$F_v = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(2A \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) \right)$$

(4.5)

Así las variables se determinan:

$$H = \eta + h$$

(4.6)

$$S_{xx} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^\eta (\rho u^2 + p) dz dt - \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^0 p_0 dz dt$$

(4.7)

$$S_{yy} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^\eta (\rho v^2 + p) dz dt - \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^0 p_0 dz dt$$

(4.8)

$$S_{xy} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \int_{-h}^0 \rho uv dz dt$$

(4.9)

4.2 Resolución numérica e integración en el tiempo

La discretización espacial de las ecuaciones está basada en el método de volumen finito. En el caso bidimensional los elementos pueden ser polígonos de forma arbitraria. Sin embargo, en este caso consideramos elementos triangulares únicamente.

Considerando la forma general de las ecuaciones

$$\frac{\partial U}{\partial t} = G(U) \quad (4.10)$$

Para simulaciones 2D, hay dos métodos de integración en el tiempo. El primero consiste en un método de orden inferior y el segundo en un método de orden superior. El método de orden inferior, utilizado en este trabajo corresponde al método explícito de Euler de primer orden

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t G(U_n) \quad (4.11)$$

donde Δt es el intervalo de paso de tiempo. El método de orden superior utiliza un método Runge Kutta de segundo orden de la forma

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t G(U_n) \quad (4.12)$$

$$U_{n+\frac{1}{2}} = U_n + \frac{1}{2} \Delta t G(U_n) \quad (4.13)$$

$$U_{n+1} = U_n + \Delta t G\left(U_{n+\frac{1}{2}}\right) \quad (4.14)$$

4.3 Inundación y secado de celdas

El enfoque para el tratamiento del problema de las fronteras en movimiento (frentes de inundación y desecación) está basado en el trabajo de Zhao et al. (1994) y Sleigh et al (1998). Cuando las profundidades son pequeñas, el problema es reformulado, y sólo cuando las profundidades son muy pequeñas, los elementos/celdas son eliminados de los cálculos. La reformulación se realiza fijando los flujos de momentum a cero y tomando únicamente los flujos de masa en consideración.

La profundidad de cada elemento/celda es monitoreado y los elementos son clasificados como secos, parcialmente secos, o mojados. Además las caras de los elementos son monitoreados para identificar las fronteras inundadas.

- Una cara de un elemento se define como inundada si los siguientes dos criterios se satisfacen: Primero, la profundidad del agua a un lado de la cara debe ser menor que la profundidad de tolerancia, h_{dry} , y la profundidad del agua en el otro lado de la cara debe ser mayor a la profundidad de tolerancia, h_{flood} . Segundo, la suma de la profundidad en reposo en el lado por el cual la profundidad del agua es menor que h_{dry} y la elevación de la superficie en el otro lado debe ser mayor a cero.

- Un elemento está seco si la profundidad del agua es menor que la profundidad de tolerancia, h_{dry} , y ninguna de las caras de elemento son fronteras de inundación. El elemento es eliminado de los cálculos.
- Un elemento está parcialmente seco si la profundidad del agua es mayor que h_{dry} y menor que una profundidad de tolerancia, h_{wet} , o cuando la profundidad es menor que h_{dry} y una de las caras del elemento es una frontera de inundación. Los flujos de momentum se fijan a cero y únicamente los flujos de masa son calculados.
- Un elemento está mojado si la profundidad del agua es mayor que h_{wet} . Tanto los flujos de momentum como los flujos de masa son calculados.

La profundidad de mojado, h_{wet} , debe ser mayor que la profundidad de secado, h_{dry} , y la profundidad de inundación, h_{flood} , debe satisfacer

$$h_{dry} < h_{flood} < h_{wet}$$

Los valores por defecto son $h_{dry} = 0.005$ m, $h_{flood} = 0.05$ m, y $h_{wet} = 0.1$ m. Cabe notar que para valores muy pequeños de la profundidad de tolerancia, h_{wet} , pueden ocurrir altas velocidades de flujo poco realistas en la simulación y causar problemas de estabilidad.

4.4 Puesta a punto del modelo numérico.

El primer paso en la puesta a punto del modelo numérico consiste en la asimilación de la información de campo, a fin de obtener una malla numérica lo suficientemente detallada y estable para la correcta simulación numérica de flujos de inundación dentro del sistema en estudio. (Pedrozo Acuña et al. 2010)

Esta malla comprende la discretización numérica de la información de elevaciones y profundidades para la región seleccionada. La asimilación de ambos tipos de información se obtiene por medio de la combinación de la información recabada en la campaña de campo (Capítulo 3), junto con información de elevación con una resolución adecuada para la zona de estudio.

Con el propósito de tener la mejor resolución para el problema en estudio, se utilizaron los datos LIDAR del INEGI.

La tecnología LIDAR es resultado de la integración las tecnologías GPS, Unidad de Medición Inercial y sensor láser, se utiliza para la colecta de datos de altitud. Estos datos sirven para definir la superficie del terreno y generar Modelos Digitales de Elevación (MDE). El levantamiento LIDAR tiene ventajas sobre la captura con métodos convencionales: requiere de mínimo control geodésico en tierra, los datos tienen una mayor densidad y una mayor precisión. Para recolecta de datos el equipo LIDAR es colocado en un avión o helicóptero este proceso se le conoce como LIDAR aerotransportado. (INEGI 2011)



Figura 4.1 Equipo tecnológico LIDAR.

El LIDAR aerotransportado, es un sensor activo que consta de un telémetro emisor de luz láser y de un espejo que desvía el haz perpendicularmente a la trayectoria del avión, generando una serie de pulsos de luz que al entrar en contacto con los objetos o el terreno refleja al sensor parte de la energía del pulso emitido. Una característica distintiva de los retornos en zonas de vegetación es que éstos se pueden producir a diferentes niveles, siendo posible que el último retorno se produzca al nivel del terreno.

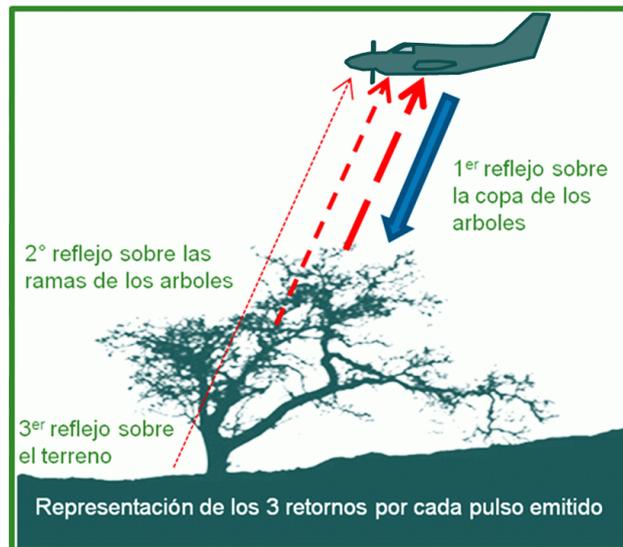


Figura 4.2 Funcionamiento del sistema LIDAR

Para la generación de la nube de puntos, se eliminan los retornos que presentan anomalías altimétricas (puntos altos y bajos); enseguida los puntos de la nube se comparan con puntos de control terrestre con el objeto de reducir errores sistemáticos en altura; finalmente, se aplica un proceso de ajuste entre líneas que

permite reducir otros errores a fin de procurar la redundancia en áreas de sobre posición

A partir de la nube de puntos proveniente del sistema LiDAR se elaboraron 3 diferentes Modelos Digitales de Elevación (MDE) de la zona. El primero de ellos con una resolución espacial de 5m, el segundo de 10m y el último de 20m. La generación de estos MDEs permitió la selección de un modelo de elevaciones con resolución adecuada para la simulación de flujos de inundación en la zona de estudio.

En este sentido, la mejor resolución para la determinación de los flujos de inundación en la llanura del río Tonalá, correspondió al MDE de 10m, dado que contenía el nivel de detalle necesario para la correcta simulación de este fenómeno.

Con el propósito de ilustrar las diferencias entre el nivel de resolución que se obtiene con cada MDE procesado, la Figura 4.3 presenta el resultado de los tres MDEs obtenidos por el equipo de Procesos Costeros del PHIT. La comparación de las tres imágenes en esta figura, permite identificar el nivel de detalle que se logra con una resolución de 5m (panel a), sin embargo en un intento por hacer un uso eficiente de la información (igual detalle con menos información) se determinó utilizar el MDE que aparece en el panel b y que corresponde a una resolución de 10m.

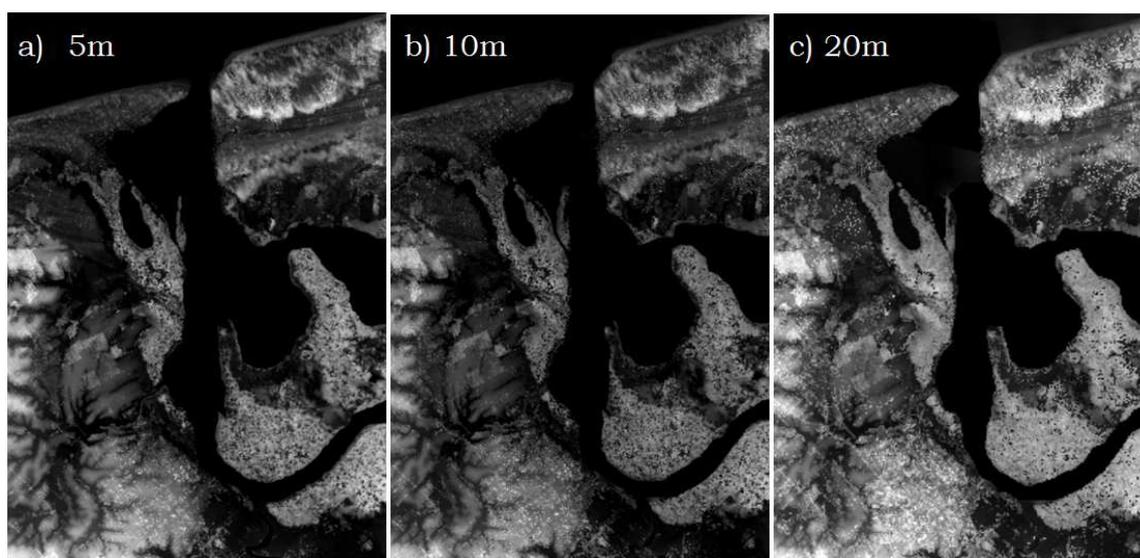


Figura 4.3 Modelos digitales de elevación para la desembocadura del río Tonalá, Tabasco (panel a) 5m de resolución; panel b) 10m de resolución; panel c) 20m de resolución)

El acoplamiento de la información de elevaciones y batimetría, requirió un proceso exhaustivo. Una vez seleccionado el MDE, se transformó esta información a puntos discretos georeferenciados, tal y como se presenta en la Figura 4.4, en la que las elevaciones por debajo del nivel medio del mar aparecen en tonos verdes, mientras que elevaciones por encima del nivel medio aparecen en tonos amarillos y cafés.

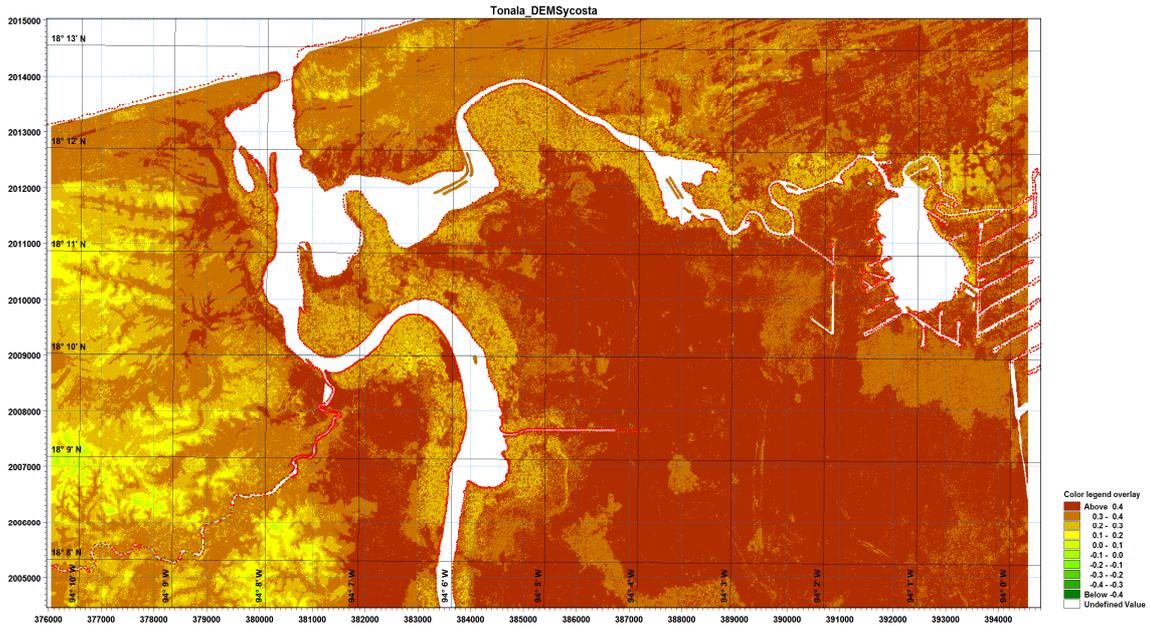


Figura 4.4 Mapa de puntos discretos con Elevaciones/Profundidades resolución de 10m generado a partir del LIDAR de INEGI.

Una vez seleccionada la información base, se delimitó el área de cálculo para la modelación de escenarios de inundación. El área definida para el sistema del río Tonalá comprende todo el cauce desde la división artificial definida por la autopista Federal hasta la desembocadura del río al Golfo de México. Con el propósito de modelar el comportamiento del flujo de inundación en la llanura, se consideraron valores de elevaciones que se encuentran dentro de una franja de 2.5km en colindancia con el cauce. Esta delimitación se realizó con el objetivo de minimizar el área de cálculo, a fin de tener ejecuciones del modelo más eficientes y rápidas. La Figura 4.5, presenta la sección de la batimetría utilizada para la definición de la malla y el cálculo hidrodinámico del sistema.

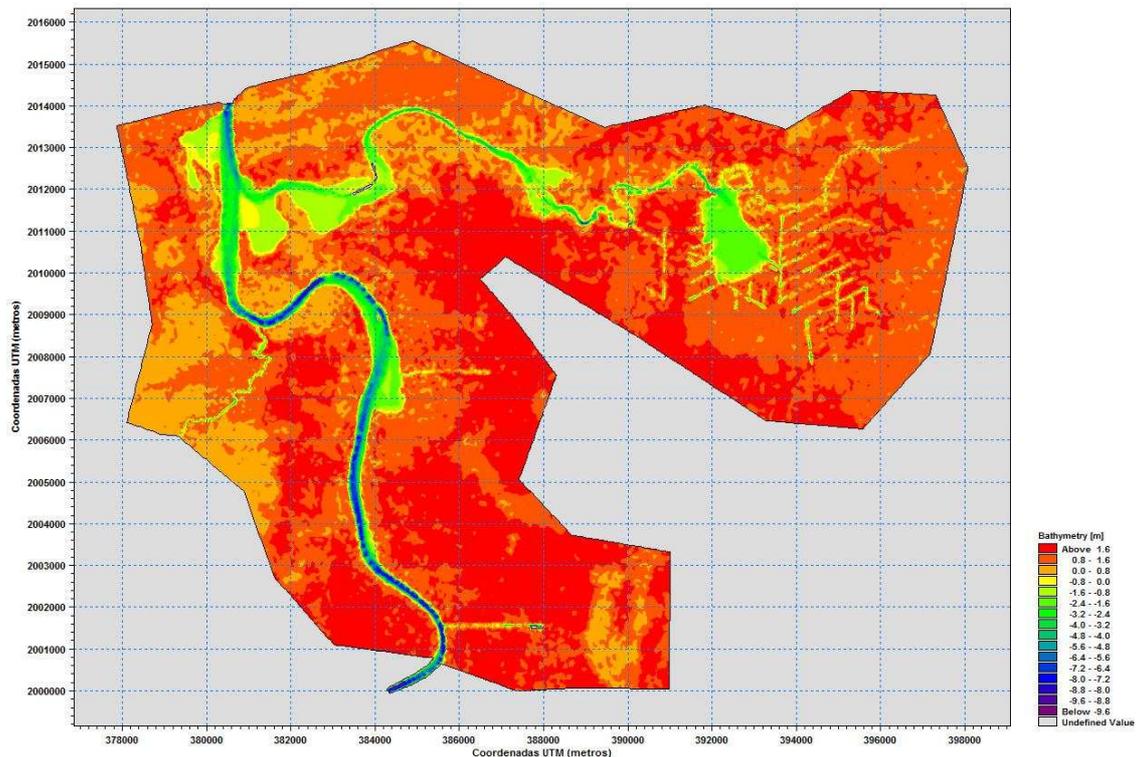


Figura 4.5 Delimitación del dominio de cálculo, sistema del río González, Tabasco.

Por otra parte, la Figura 4.6 ilustra la malla definida para la delimitación elegida. En esta figura se pueden apreciar las diferentes resoluciones seleccionadas para la malla flexible general, compuesta por elementos triangulares de diferentes tamaños para cauce, lagunas y elevaciones. La resolución seleccionada es como sigue: para la sección principal del cauce del río se eligió la malla más detallada, conteniendo elementos con una superficie máxima de 400m^2 , mientras que para las lagunas se utilizaron elementos de máximo 900m^2 y para las elevaciones 1600m^2 . Este tipo de arreglo en las mallas flexibles, es el que más se aconseja para este tipo de modelaciones numéricas. Esto se debe a que en condiciones normales de operación, el flujo seguirá el cauce natural del río, mientras que en aquellas condiciones extremas se emplearán los elementos que representan elevación del terreno (mojado y secado de celdas/desbordamiento del río). De igual forma, se presentan los tipos de frontera utilizada en el modelo numérico. Con tres fronteras abiertas, una en la desembocadura del río hacia el mar y otra en la parte sur del cauce donde se definirá el gasto de drenaje a circular por el río y una más en la entrada del río Agua dulcita. Las fronteras donde se terminan los elementos triangulares se definen cerradas a fin de conservar la masa en el sistema.

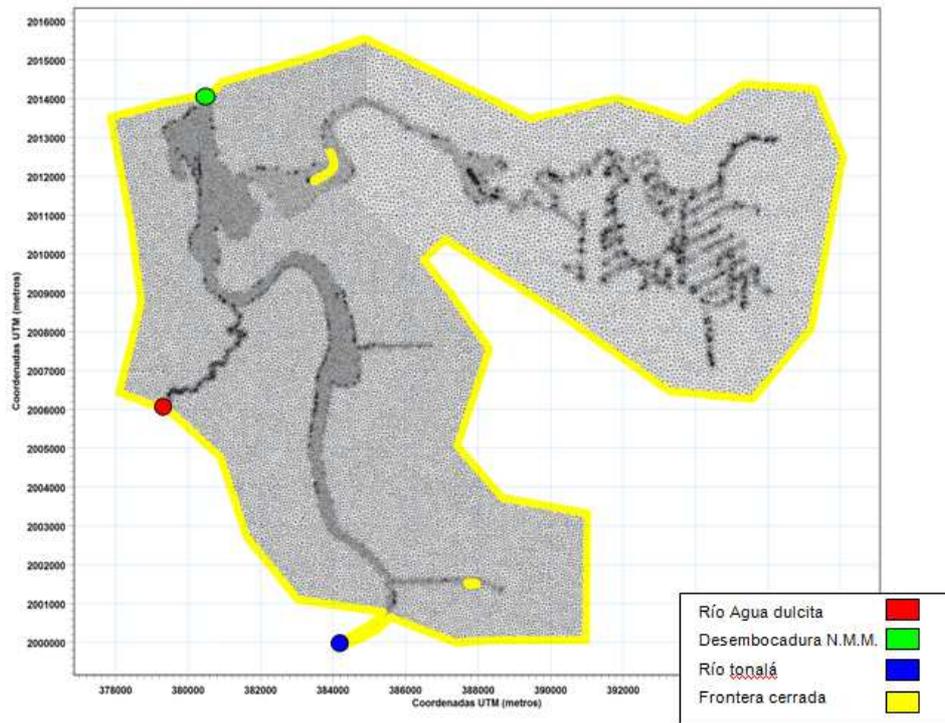


Figura 4.6 Malla de cálculo del sistema del río Tonalá, Tabasco.

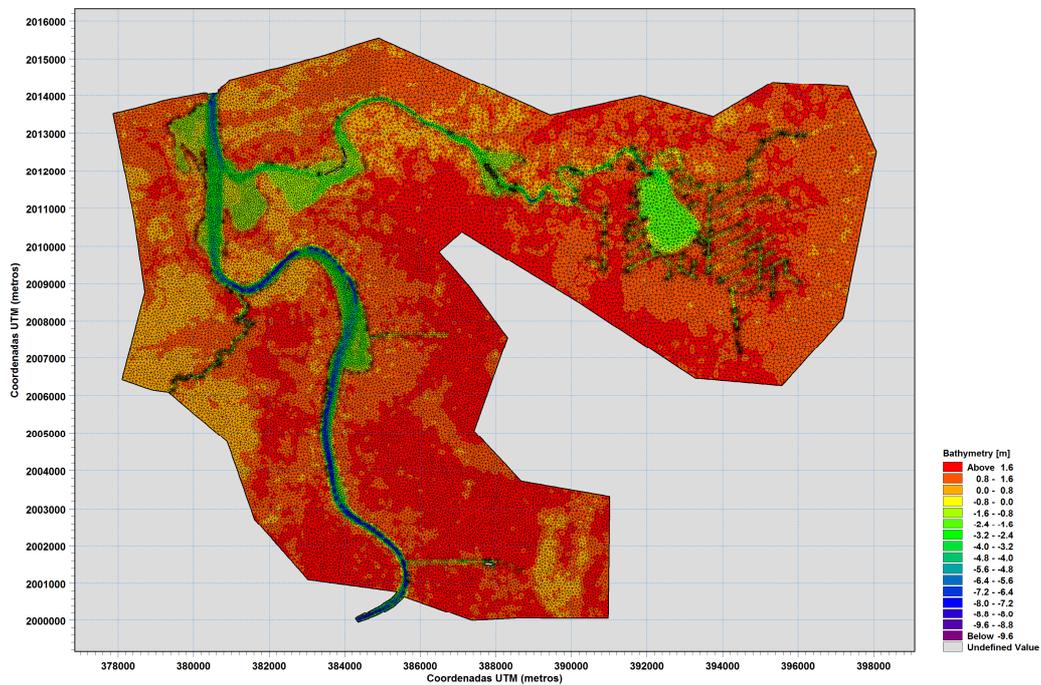


Figura 4.7 Batimetría de cálculo con elevaciones y profundidades obtenidas a partir de la información base para el sistema del río Tonalá, Tabasco.

La Figura 4.7 ilustra una composición y detalle de la malla con los niveles de elevación y profundidad asociados a cada elemento.

4.5 Definición de las condiciones de frontera

Una vez realizada la definición de la malla y la localización de las fronteras de forzamiento (ver Figura 4.4), es necesario establecer las condiciones físicas de frontera para el sistema de modelación de la desembocadura del río Tonalá. Para este caso, se tienen tres condiciones de contorno físicas que son claramente identificables:

1. La desembocadura del río Tonalá al Golfo de México.
2. El caudal de entrada que lleva el río Tonalá.
3. El caudal de entrada que lleva el río Agua dulcita.

Para la puesta a punto del modelo, las condiciones de frontera son definidas a partir de las mediciones recabadas en la campaña de campo (Capítulo 3).

4.5.1 Desembocadura del río Tonalá al Golfo de México

El funcionamiento hidráulico de la desembocadura del río está determinado por las variaciones en el nivel medio del mar. Estas pueden ser inducidas tanto por la marea astronómica, como por la marea de tormenta inducida por frentes fríos o tormentas tropicales. Para la puesta a punto del modelo, se utiliza la marea registrada en el mes de Octubre (durante el periodo de mediciones), a fin de corroborar las condiciones hidráulicas que se midieron durante la campaña de campo (27 de Septiembre al 10 de Octubre 2010).

La marea registrada se ilustra en la Figura 4.6, en la que es posible apreciar que para los últimos días del periodo de medición se presentaron las mareas vivas, con lo que el forzamiento del sistema debido a marea astronómica será máximo para esos días del mes.

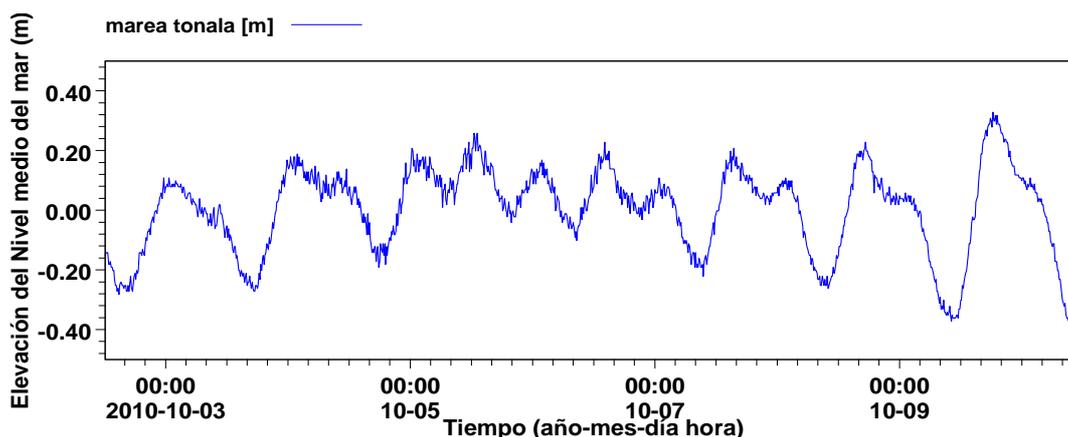


Figura 4.8 Marea astronómica registrada durante el periodo de mediciones en la desembocadura del río Tonalá, Tabasco.

4.5.2 Gasto de entrada en el Río Tonalá

Para la definición del caudal de entrada al sistema, se emplean las mediciones correspondientes al ciclo de marea que se llevó a cabo en la desembocadura del río Tonalá (ver Capítulo 3).

Esto requirió el post-procesamiento de información recabada a través del mini-perfilador acústico que se montó en una moto acuática. Las mediciones consisten en varios transectos medidos con una frecuencia de una hora y comprenden datos de profundidad, velocidad y gasto en toda la sección transversal del río.

La Figura 4.7, ilustra el resultado de la integración de toda la información para el ciclo de 12 horas realizado en la desembocadura del río Tonalá. En los paneles superiores se presentan los gastos máximos (izquierda) y medios (derecha) registrados en las 12hrs que duró el ciclo de medición. Mientras que por claridad, los paneles inferiores presentan la variación del nivel medio del mar por la influencia de la marea astronómica incidente sobre el sistema.

En los paneles superiores de esta figura (Figura 4.7) se observa un claro remanso en el gasto de descarga del río Tonalá. Este comportamiento demuestra la interacción río-marea en la desembocadura. Los cambios de magnitud que sufre el caudal medido, se presentan como consecuencia del forzamiento de la marea en la desembocadura del río. Así, cuando la marea entra al sistema se registra una correspondiente disminución en la magnitud del caudal ($\sim 1000\text{m}^3/\text{s}$), mientras que cuando la marea sale del mismo, se aprecia un claro incremento de la descarga llegando a valores cerca de los $1300\text{ m}^3/\text{s}$.

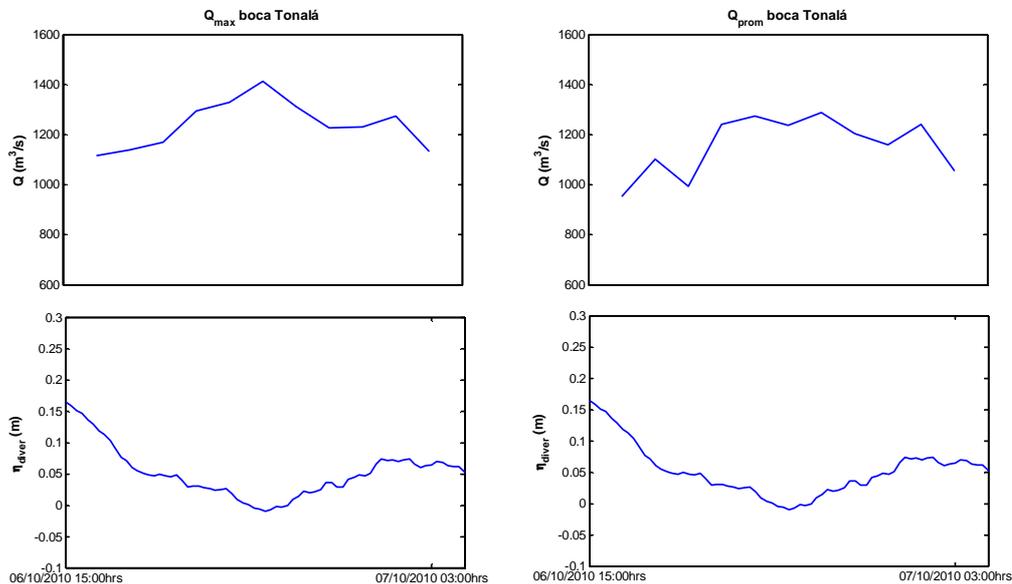


Figura 4.9 Mediciones integradas de gasto en la desembocadura del río Tonalá (máximo y promedio).

4.6 Validación del modelo

Para la validación del modelo numérico, se utilizan los datos recabados durante la campaña de campo, junto con la información batimétrica adquirida y las mediciones de corriente realizadas.

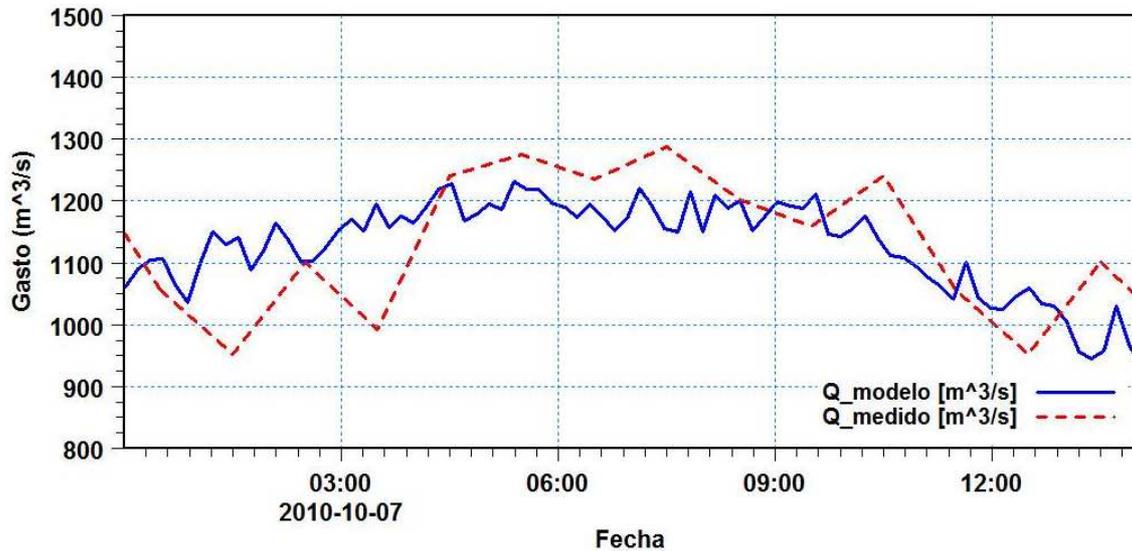


Figura 4.10 Comparación de resultados de gasto medio en la desembocadura obtenidos con el modelo numérico (línea continua) vs los datos de campo (línea discontinua)

Con este objeto los resultados numéricos para esta condición de flujo (normales durante la campaña de campo) La Figura 4.8 presenta la comparación del gasto medio obtenido con el modelo numérico, con los datos medidos durante el ciclo de 12 horas en la desembocadura del río Tonalá. En general, se observa buena correspondencia entre los datos medidos y calculados durante el ciclo de 12 horas. En consecuencia, se puede afirmar que el modelo está correctamente reproduciendo las condiciones en campo. Las pequeñas diferencias que se aprecian en esta figura, están asociadas a lo esporádico de las mediciones de campo (1 por hora). Sin embargo, cabe mencionar que los resultados obtenidos son considerados lo suficientemente satisfactorios para realizar los diagnósticos de operación del sistema y evaluación de incertidumbre de los resultados.

4.7 Evaluación de la incertidumbre en los resultados numéricos

La evaluación y el manejo de los riesgos por inundación comprenden labores altamente complicadas debido a la alta no-linealidad en el respuesta de los sistemas ribereños ante la incidencia de lluvias y gastos extremos, las diferentes escalas espaciales involucradas (metros a kilómetros) y la carencia de un conocimiento certero sobre las incertidumbres asociadas a los modelos numéricos y las observaciones de campo.

Una forma de abordar el problema de la incertidumbre, consiste en la utilización de ensambles como aquellos que se emplean en modelos de pronóstico meteorológico (ej. Du et al., 1997, Hamill y Colucci, 1997) e hidrológico (ej. De Roo et al., 2003). Generalmente, esta metodología asume que la incertidumbre en las predicciones del flujo está asociada, en principio, a la incertidumbre de los datos de entrada (ej. precipitación en un modelo hidrológico). Sin embargo, cabe señalar que recientemente diversos investigadores han puntualizado la necesidad de revisar la incertidumbre relacionada con la estimación de los parámetros en un modelo numérico (ej. calibración y discretización espacial Lamb and Kay, 2004 o Reeve et al., 2010; condiciones de frontera Pappenberg et al., 2006; valores de rugosidad Mason et al., 2003).

En esta tesis el propósito consiste en evaluar la incertidumbre asociada a la definición de parámetros en un modelo numérico. En particular, se presentan resultados considerando diferentes valores en los parámetros numéricos que determinan al sistema. Estos comprenden la exploración de la variación de los resultados numéricos en caso de utilizar: diferentes resoluciones para malla de modelación, diferentes rugosidades dentro del cauce y la llanura de inundación.

Los resultados presentados consideran así las mismas condiciones de frontera, batimetría y MDE en la simulación de los distintos escenarios propuestos.