



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO
EN INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**“VALUACIÓN DE LOS ACTIVOS MINEROS UTILIZANDO
OPCIONES”**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

SISTEMAS – OPTIMACIÓN FINANCIERA

P R E S E N T A:

HUGO MANUEL PINEDA SAAVEDRA

T U T O R:

DR. GUILLERMO SIERRA JUÁREZ

MÉXICO D.F.

2011



Contenido

Introducción	4
1 Teoría de opciones	8
1.1 APARICIÓN DE MERCADOS DE DERIVADOS ORGANIZADOS	8
1.2 FUNDAMENTOS DE TEORÍA DE OPCIONES	8
1.3 ELEMENTOS QUE DETERMINAN EL VALOR DE UNA OPCIÓN	10
1.4 MERCADOS DE DERIVADOS	11
1.4.1 Los mercados latinoamericanos de derivados	13
1.5 TIPOS DE OPCIONES	15
1.5.1 Opciones americanas y europeas	15
1.5.2 Opciones exóticas	16
1.6 MODELOS DE VALUACIÓN DE OPCIONES	16
1.6.1 Fórmula de Black-Scholes-Merton.....	16
1.6.2 Supuestos en el modelo de Black-Scholes-Merton	17
1.6.3 El modelo de Black-Scholes-Merton.....	17
2 Opciones reales	20
2.1 TÉCNICA DE OPCIONES REALES	20
2.2 METODOLOGÍA	22
2.2.1 Métodos en tiempo discreto.....	23
2.2.2 Métodos en tiempo continuo	24
2.2.3 Métodos numéricos	24
2.3 OPCIÓN REAL PARA POSPONER UN PROYECTO	25
2.4 OPCIÓN REAL DE EXPANSIÓN	27
2.5 OPCIÓN REAL DE CONTRACCIÓN	29

2.6	OPCIÓN REAL DE ABANDONO	30
3	Activos de origen mineral	38
3.1	OPCIONES REALES CASO MINERÍA Y PETRÓLEO.....	38
3.2	TIPOS DE ACTIVOS MINERALES	39
3.3	DEFINICIÓN DE YACIMIENTO	42
3.3.1	Yacimiento minero	42
3.3.2	Distrito Minero	42
3.4	CLASIFICACIÓN DE LOS YACIMIENTOS MINERALES.....	44
3.4.1	Clasificación de Niggli	44
3.4.2	Clasificación de Schneiderhöhn	45
3.4.3	Clasificación de Lindgren.....	47
3.5	RECURSOS Y TIPOS DE RESERVAS MINERALES	52
3.5.1	Recurso mineral.....	53
3.6	TIPOS DE RESERVAS.....	53
3.6.1	Reserva mineral	53
3.6.2	Reservas posibles.....	53
3.6.3	Reservas probadas	53
3.6.4	Reserva de 1ª categoría.....	53
3.6.5	Reserva Marginal.....	54
3.6.6	Reserva Base.....	54
3.6.7	Reserva Sub-económica	54
3.6.8	Reserva especial	54
4	Modelos de opciones reales	55
4.1	MODELO DE BRENNAN Y SCHWARTZ.....	55

4.1.1	Supuestos del modelo	55
4.1.2	Deducción del modelo de Brennan & Schwartz.....	59
4.2	CASO DEL YACIMIENTO MINERO INFINITO.....	65
4.3	MODELOS DE OPCIONES REALES BASADOS EN EL MODELO DE BLACK-SCHOLES-MERTON EN EXCEL	69
4.4	OPCIÓN DE POSPONER UN PROYECTO	69
4.5	OPCIÓN DE EXPANSIÓN.....	72
4.6	OPCIÓN DE ABANDONO	74
4.7	GRIEGAS	76
4.7.1	Delta	76
4.7.2	Gamma.	76
4.7.3	Theta	76
4.7.4	Vega.....	77
4.7.5	Rho	77
5	Conclusiones	78
	Apéndice	81
	Bibliografía	84

Introducción

Los yacimientos minerales, y los correspondientes a petróleo, gas natural, piedras dimensionables (canteras, bancos de materiales), y acuíferos, representan bienes explotables de grandes dimensiones y que, por consecuencia, deben ser tratados adecuadamente para su valuación desde el punto de vista técnico y financiero con la intención de asegurar que sus características naturales son bien conocidas, y por tanto, tasadas de acuerdo a su constitución y calidad. **La valuación es la manera de determinar el valor económico de algún bien con la intención de conocer de manera justa, su potencial monetario.**

La importancia de definir los parámetros de medición para el avalúo de recursos minerales es la de estandarizar criterios que permitan a sus propietarios, conocer la magnitud económica y la calidad de los materiales que poseen para así disponer de su propiedad en la forma que mejor convenga, por lo cual es de gran importancia determinar el valor económico de los recursos del subsuelo de carácter mineral a través de la identificación e integración de los diferentes elementos geológicos, técnicos y financieros para estos activos, así como su proyección a futuro considerando la flexibilidad en la ejecución de los proyectos al adquirir nueva información y bajo las cambiantes condiciones del mercado a través del tiempo a fin de mejorar la economía de dichos proyectos empleando el análisis de las opciones reales. En EU., el organismo encargado de llevar a cabo una actividad similar, es el USGS, (United States Geological Survey) el cual tiene entre otras funciones, la de dar seguimiento a los precios en el Mineral Stocks Market donde cotizan los diferentes tipos de recursos minerales.

Actualmente en Canadá se están conformando normas para tal efecto, a través de lo que denominan Special Committee of the Canadian Institut of Mining, Metallurgy and Petroleum on Valuation of Mineral Properties (CIMVal) comenzando sus trabajos en 1999 por recomendación de la Mining Standards Task Force del Toronto Stock of Exchange y de la Ontario Securities Commission.

Existen otros códigos para valuación mineral como el VALMIN de Australia, presentado en 1995 y revisado en 1997 siendo obligatorio y apoyado por varias entidades como el Australian Stock Exchange, y la Australian Securities and Investment Commission, el código sudafricano SAMVAL (South African Mining Valuation) para valuación de proyectos minerales, propiedades y activos y como regulador de mercados (Stock Exchange) y el International Valuation Standards Committee (IVSC) teniendo como objetivo desarrollar estándares de valuación que puedan ser adoptados globalmente en el futuro.

Estos trabajos son de 1999 y hasta 2004 por lo que algunos de ellos siguen siendo perfeccionados y modificados. En la actualidad, México no cuenta con un mecanismo similar a pesar de tratarse de un país con riqueza en recursos minerales y petroleros.

De ésta manera, en el presente trabajo se pretenden emplear de manera conjunta algunas de las aplicaciones de las ciencias de la Tierra con los respectivos conocimientos financieros que ayuden a definir, conocer y tasar de acuerdo a ambos puntos de vista a los bienes materiales del subsuelo para su mejor aprovechamiento según sea el caso.

La inquietud por ésta proposición surge, en principio, a partir de los escasos conocimientos que los ingenieros en ciencias de la Tierra desarrollan durante su formación profesional en lo referente a la descripción de propiedades minerales, su valor y su empleo en la industria, lo que resulta ser una limitante para el ejercicio de la profesión.

En otras palabras, es necesario que los conocedores y exploradores de estos recursos también sean aptos de conocer el valor económico de lo que están descubriendo y explotando ya que justamente son ellos los que están capacitados para hacer una descripción completa de dichos recursos.

Otra razón para la propuesta presente es, la creciente incorporación de empresas transnacionales que, sin darse a notar, pretenden introducir sus servicios y que corresponden únicamente a sus propios intereses tal como la empresa Aguas de Barcelona que es uno de los gigantes de la industria del agua en el mundo y que se encuentra en nuestro país desde 2002 explotando el acuífero de Saltillo, Coahuila dejando de lado la opinión de los profesionales mexicanos y poniendo ellos los precios por derechos de explotación.

Las directivas de empresas dedicadas a la explotación de recursos de origen mineral tendrían una alternativa para obtener mejores resultados si tuvieran más información como la que pueden proveer las opciones reales a diferencia del simple uso del VPN o incluso de invertir únicamente por creer que es oportuno.

La propuesta es, para tal efecto, el conocer la metodología requerida para las descripciones necesarias, los métodos financieros de valuación que se puedan considerar apropiados, entre otros contenidos que no estuvieran aún previstos pero que se debieran integrar por su utilidad.

Algunos de los usos industriales de minerales, y por tanto de interés económico son entre otros: Abrasivos, materias primas para cerámicas y vidrio, materiales de construcción, arenas y gravas, usos en electrónica y óptica, como fertilizantes, pigmentos de origen mineral, refractarios, para fabricación de fluidos de perforación, etc., además, como mercancías (commodities) se cuenta con minerales como los asbestos, boro y boratos, materias primas bauxíticas, la cromita, arcillas, diamantes, diatomitas, calizas y dolomitas, olivino, potasio, sal, sulfato de sodio, estroncio, azufre, talco, minerales de titanio, entre otros.

La hipótesis es, en general, que las técnicas de la teoría de opciones y en particular de las Opciones Reales son capaces de mejorar los resultados arrojados por el VPN al realizar la evaluación de un proyecto de inversión, con lo cual sería preferible el empleo de éstas para lograr alcanzar valores más reales y por tanto, obtener precios más justos.

Durante el desarrollo del presente trabajo se expondrá de manera concisa, en principio una introducción a la **teoría de opciones** debido a su valor como antecedente, pasando por la breve descripción de los mercados y como es que a partir de estos elementos se incorpora la valuación de los proyectos sobre recursos naturales a través de instrumentos análogos a las opciones financieras denominados opciones reales atendiendo en un sólo capítulo la naturaleza básica de dichos recursos, justificando la necesidad de evaluarlos con éstas técnicas garantizando así un correcto y mejor tratamiento.

El análisis y selección de proyectos de inversión en general, ha sido durante largo tiempo terreno de permanentes controversias entre teóricos y prácticos en las finanzas. El DCF (Descuento de Flujos) se desarrolló como resultado directo de la síntesis de teorías que aparecieron en el mundo financiero en los años sesentas y principios de los setentas. Desde sus orígenes, esta técnica tuvo muchas críticas, pues se consideraba que, el método tenía poco que ver con la creación de valor a largo plazo, pues obliga a los directivos a concentrarse excesivamente en estimar los flujos de caja futuros del proyecto olvidando las implicaciones estratégicas a medio y largo plazo siendo éstas últimas mucho más determinantes en la maximización del Valor Presente Neto (VPN). La literatura referente a las decisiones de presupuesto de capital recoge distintos trabajos que inducen a pensar que los directivos son conscientes intuitivamente de la existencia de múltiples opciones sobre activos reales, aunque en muchos casos no conocen los modelos de valoración de tipo normativo conocido como Teoría de Opciones (Dixit y Pyndick, 1994). De alguna manera, los responsables de las empresas piensan en términos de opciones sin tener, necesariamente una formación sobre valoración de opciones. Esta problemática constituye, en la actualidad un campo de investigación dentro de las finanzas denominado *Opciones Reales* al ser el activo subyacente un activo real o proyecto de inversión.

El presente trabajo tiene como objetivo, dada la complejidad para valorar activos de esta naturaleza, analizar el uso de la teoría de opciones para valorar activos naturales, realizar una comparación entre el método tradicional del VPN con el empleo de las técnicas de Opciones Reales y finalmente de manera más específica, la revisión del modelo de Brennan y Schwartz (1985) para valorar recursos naturales, así como la efectividad alcanzada por modelos de opciones reales más simples basados en la fórmula de Black-Scholes-Merton programados en Excel comparados con modelos comerciales de la firma Palisade.

Debido a la extensión del tema, el presente tiene como alcance únicamente la introducción a la teoría de opciones y a las Opciones Reales en el área de recursos naturales, y no contempla todas las situaciones posibles dentro de la teoría de las Opciones Reales habiendo reducido el campo de visión hacia activos mineros. La intención del documento es tratar de mostrar los principios y bondades de la técnica de Opciones Reales en la

valuación de este tipo de proyectos y no la de recopilar una metodología exhaustiva para este fin. De esta forma, en los primeros dos capítulos se revisa la teoría de opciones y Opciones Reales respectivamente, como una introducción al tema desde su nomenclatura y vocabulario hasta su desarrollo, el capítulo tercero se incluye a manera de información de tipo técnico sobre los yacimientos sin rigor geológico pero que proporciona elementos básicos que poseen los yacimientos minerales y que justifican la integración de la teoría de opciones con proyectos de esta naturaleza. En el cuarto capítulo, se hace un análisis sencillo sobre algunos modelos de opciones donde se ponen en observación desde un punto de vista práctico. Por último, el capítulo cinco recoge las conclusiones derivadas de la investigación y al final se anexa una breve apéndice con las fórmulas de Excel empleadas en los modelos.

1 Teoría de opciones

En el presente capítulo se dan las bases de la teoría de opciones estableciendo de qué se tratan y de qué elementos constan para, posteriormente poder integrar dicha teoría a la evaluación de recursos. Desde la aparición del comercio, la necesidad de hacer óptimas las inversiones a realizar por parte de los negociantes ha sido una prioridad que ha detonado la investigación para obtener el conocimiento necesario que permita ejercer dichas inversiones de una manera más eficiente. En otras palabras, se ha desarrollado una serie de teorías y métodos que integran de manera sistemática todos los elementos que intervienen en estos procesos y que de alguna manera son capaces de proporcionar la información requerida o necesaria para los inversionistas de tal manera que puedan anticiparse o preverse los diferentes escenarios posibles como resultado de sus inversiones y así poder tomar las decisiones que más les favorezcan a sus intereses. Es así como surge la teoría de opciones para tratar de proveer de información a los inversionistas para optimizar los resultados obtenidos a partir de un mejor conocimiento del comportamiento de los mercados una vez constituidos estos últimos formalmente.

1.1 APARICIÓN DE MERCADOS DE DERIVADOS ORGANIZADOS

El 26 de abril de 1973 comienza las operaciones del CBOE (Chicago Board Options Exchange), el primer mercado organizado de derivados que se crea en el mundo. Los primeros contratos eran contratos de opción sobre lotes de 100 acciones, eligiéndose sólo 16 compañías al comienzo del mercado, sobre las que se podían negociar opciones. El primer día se negociaron 911 contratos, mientras que en 1974 se negoció una media diaria de 20,000. En comparación con la actualidad en octubre de 2002 únicamente en las opciones del CBOE sobre Microsoft se negoció una media diaria de 25,720 contratos (Lamothe 2006). Desde 1973 hasta la fecha, se han creado mercados de opciones en las principales plazas financieras del planeta, se negocian opciones sobre una gama muy amplia de activos financieros y no financieros y su uso se ha generalizado para todo tipo de agentes económicos.

La teoría de valoración de opciones revolucionó la teoría financiera moderna, por lo que se considera conveniente esta breve historia para eliminar la idea errónea, pero generalizada de que las opciones son un “**invento “de los años setentas.**

1.2 FUNDAMENTOS DE TEORÍA DE OPCIONES

La valuación de opciones se remonta a comienzos del siglo XX con la tesis doctoral sobre la teoría de la especulación de Bachelier, en Francia. Para 1964, Bonness (1964) sugirió una fórmula de la naturaleza de la de Black- Scholes pero que se apoyaba en una tasa de

interés desconocida que incluía una compensación por el riesgo asociado al precio de la acción.

Para 1973, Black y Scholes derivaron una fórmula para el precio de una opción de compra europea escrita sobre una acción. Ya en 1975, esta fórmula era empleada en el Chicago Board Option Exchange, primera bolsa en hacer transacciones con opciones desde 1973.

Posteriormente, Merton analizó la valuación de derivados incluyendo procesos estocásticos más complejos para el precio del activo subyacente. El desarrollo de ésta teoría les valió a Scholes y Merton el premio Nobel de economía 1997.

Una opción la podemos definir como un contrato que da derecho, más no la obligación a su poseedor a vender o comprar un activo a un precio determinado durante un período o en una fecha prefijada.

Esto significa que, las opciones incorporan derechos de compra o derechos de venta, por lo que una primera clasificación que se puede realizar es entre opciones de compra u opciones CALL en la terminología al uso y opciones de venta u opciones PUT. Los términos CALL (llamar) y PUT (poner) tienen su origen en el mercado OTC (Over the Counter) de opciones que comenzó en el siglo XIX en los Estados Unidos, que eran las denominaciones utilizadas por los operadores. El activo sobre el que se instrumenta la opción se denomina el activo subyacente. El precio de compra o de venta garantizado en la opción es el precio de ejercicio (Strike). Si la opción se puede ejercer en cualquier momento desde la fecha de su adquisición hasta la fecha de ejercicio, se denomina como opción americana. Por el contrario, si la opción sólo se ejerce en una determinada fecha se habla de una opción europea. Esta clasificación entre opciones americanas y europeas tiene un origen histórico. En los Estados Unidos de América, las opciones sobre acciones tradicionalmente se han podido ejercer en cualquier día desde la fecha de adquisición hasta su vencimiento. En cambio, en 1977, en el primer mercado organizado de Europa, (EOE) (European Option Exchange) de Ámsterdam, se decide que los contratos negociados en dicho mercado tengan una única y exclusiva fecha de ejercicio. Durante algunos años, la clasificación entre opciones americanas y europeas se correspondía con las características de los contratos negociados en ambos continentes. Hoy en día, se negocian ambas modalidades en todo el mundo, por lo que su acepción geográfica no tiene gran sentido. Lo que sí es un hecho es que existe una tendencia en los mercados organizados a utilizar principalmente las opciones americanas por su mayor flexibilidad.

Las opciones son contratos en donde los derechos y obligaciones, así como la posición ante el riesgo del comprador y del vendedor, son asimétricas. De ésta forma, el comprador tiene el derecho (no la obligación) de comprar o vender, es decir, ejercer la opción en el plazo correspondiente. Sin embargo, el vendedor sólo tiene obligaciones, en el sentido de que tendrá que vender o comprar si el poseedor de la opción decide ejercerla y en caso contrario, no hará nada. Lógicamente, los compradores ejercerán las opciones cuando la evolución de los precios de mercado del activo subyacente les permita obtener beneficios con el ejercicio. Son estos beneficios del ejercicio de las opciones justamente los que

suponen pérdidas para los vendedores, por lo que el riesgo asumido por ambas partes es muy distinto. De acuerdo a lo anterior, parecería poco razonable el hecho de que un agente económico ofrezca una opción, pero, analizando un poco más encontramos que el motivo es muy simple ya que éste recibe una compensación monetaria del comprador. **Los contratos de opción tienen un precio, denominado generalmente prima, que deberá compensar al vendedor por el riesgo que asume.**

Adicionalmente, las opciones se pueden clasificar según el activo subyacente sobre el que se instrumentan. Así, se habla de opciones sobre el contado, sobre instrumentos a plazo (forward) y sobre futuros. En las primeras, el ejercicio supone una compraventa al contado del activo subyacente. Las segundas, facilitan al comprador de la opción posicionarse como adquirente o vendedor de un contrato forward (en divisas, tipos de interés, etc.) ejerciendo la correspondiente opción. En las últimas el ejercicio se traduce en una posición de compra o venta de un contrato de futuros, dentro de un mercado especializado en estos instrumentos. Los tres tipos de opciones se negocian hoy en día, ya que tienen su utilidad específica, aunque es preciso indicar que los contratos con un mayor crecimiento en los últimos años, son las opciones americanas sobre futuros.

Cabe mencionar que, la naturaleza del activo subyacente puede diferenciar entre centenares de opciones distintas.

Una opción provee al poseedor el derecho de comprar o vender una cantidad específica de un activo subyacente a un precio previamente especificado (llamado precio de ejercicio) en o antes de la fecha de maduración o expiración de la opción.

Call options.- Da al comprador de la opción el derecho de comprar el activo subyacente a un precio fijado llamado precio de ejercicio en cualquier momento antes de la expiración de la opción, donde el comprador paga un precio por este derecho. Si es al momento de expiración, el valor del activo es más bajo que el precio de ejercicio, la opción no es ejercida y expira sin ningún valor.

Put options.- Esta da al comprador de la opción el derecho a vender un activo subyacente a un precio fijo o precio de ejercicio en cualquier momento previo a la fecha de expiración. El comprador paga un precio por este derecho. Si el precio del activo subyacente es mayor que el precio de ejercicio, la opción no será ejercida y expira sin ningún valor.

1.3 ELEMENTOS QUE DETERMINAN EL VALOR DE UNA OPCIÓN

El valor de una opción se determina por un cierto número de variables relacionadas al activo subyacente y a los mercados financieros.

1.- **Valor corriente del activo subyacente:** Como los llamados calls otorgan el derecho de comprar un activo subyacente a un precio fijado, un incremento en el valor del activo

incrementará el valor de los calls. Por otra parte el valor de los calls decrece si el valor del activo subyacente se incrementa.

2.- **Varianza en el valor del activo subyacente:** Se determina que a mayor varianza del valor del activo subyacente, mayor valor de la opción, siendo válido para calls y puts lo cual puede incrementar o disminuir la volatilidad.

Aunque puede parecer lógico que un incremento en la medida del riesgo incrementaría el valor, las opciones son diferentes a otros instrumentos de inversión puesto que los compradores de opciones nunca pueden perder más que el precio que pagaron por estas y de hecho tienen potencialmente la oportunidad de obtener importantes ganancias a partir de los grandes movimientos de los precios.

3.- **Dividendos pagados sobre el activo subyacente:** Se puede esperar que el valor del activo subyacente disminuya si el pago de dividendos se realiza durante la vida de la opción. Como consecuencia, el valor de un call sobre el activo es una función decreciente del tamaño de los pagos de dividendos esperados, y el valor de un put en una función creciente de los pagos esperados de los dividendos.

4.- **Precio de ejercicio de una opción:** Una característica clave empleada para describir una opción es el precio de ejercicio. En el caso de los calls, donde el comprador adquiere el derecho de comprar a un precio fijado, el valor del call declinará conforme el precio de ejercicio se incrementa. En el caso de los puts, donde el poseedor tiene el derecho de vender a un precio fijado, el valor se incrementará conforme el precio de ejercicio se incrementa.

5.- **Tiempo de expiración de una opción:** Tanto calls como puts se vuelven más susceptibles de ser valuados en tanto el tiempo de expiración se incrementa. Esto es porque un mayor tiempo de expiración proporciona más tiempo para que el valor del activo subyacente se mueva, incrementando el valor de ambos tipos de opciones.

6.- **Tasa de interés sin riesgo correspondiente a la vida de una opción:** Puesto que el comprador de una opción paga el precio de la opción por adelantado, está involucrado un costo de oportunidad. Este costo dependerá de las tasas de interés y el tiempo de expiración de la opción.

1.4 MERCADOS DE DERIVADOS

La negociación desarrollada en los mercados organizados de derivados a nivel mundial tiene un peso muy importante sobre el total de los mercados financieros internacionales, dado el gran auge que han tenido estos instrumentos en los últimos 30 años. Debido a esto, la proliferación de mercados organizados, ya sea por la creación de nuevos mercados o por las fusiones de los ya existentes, ha sido muy importante en los últimos años, por lo que es

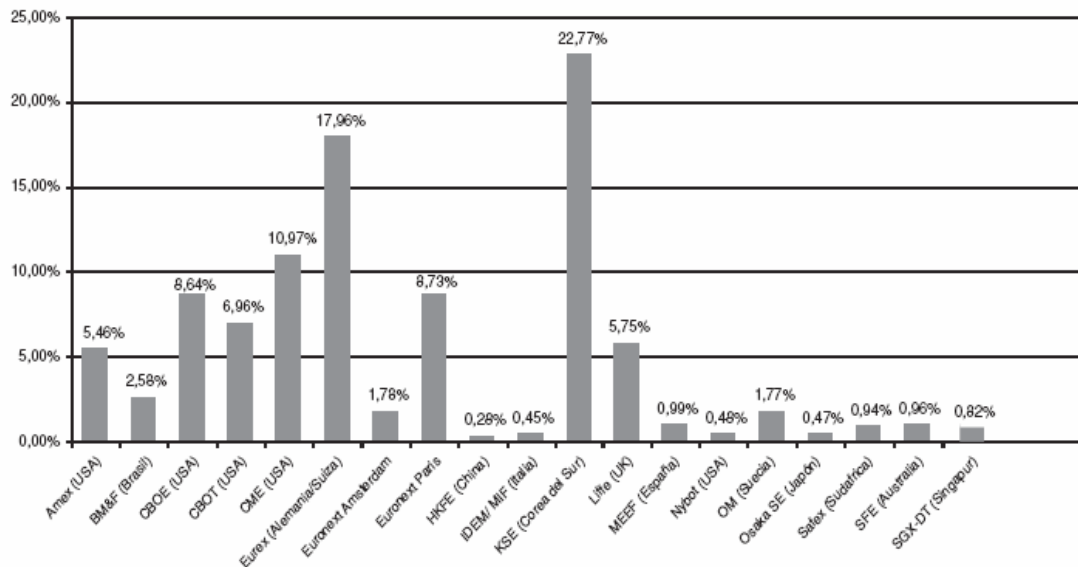
conveniente presentar en este primer capítulo algunas estadísticas comparativas de la evolución y situación presente de los principales mercados a nivel mundial.

En la Figura 1.1 se representan las cuotas de mercado (en porcentaje sobre el número de contratos negociados) de los principales mercados de derivados financieros de diversos tipos a nivel mundial en el año 2001. A la vista de los datos, destaca que por continentes la negociación está bastante centrada en Europa y América. En Asia sobresale el caso de la KSE (Korea Stock Exchange). En esta última se negocian opciones y futuros (principalmente opciones) sobre el Kospi 200, índice bursátil de Corea del Sur. En Europa, el mercado más importante en la actualidad es Eurex, nacido de la fusión entre el alemán DTB (Deutsche Termin Boerse) y el suizo Swiss Options and Financial Futures Exchange.

Euronext y Liffe, se han unido creando el llamado «Euronext.liffe». Dentro de los mercados americanos ocupan un lugar destacado los tres mercados de Chicago, CME, CBOE y CBOT, que son por tradición los típicos ejemplos de mercados de derivados.

Al observar las opciones sobre los principales índices bursátiles de América y Europa, se concluye que el índice con mayor volumen (en millones de €) de opciones es el S&P 500, cuyas opciones se negocian en el CBOE y en el CME. En el caso europeo, cabe mencionar el importante incremento de negociación que se ha producido en las opciones sobre el índice EuroStoxx 50 desde la aparición del Euro en 1999, hecho que sigue teniendo lugar a lo largo del año 2002. La negociación de las opciones sobre dicho índice, aunque es posible realizarla en Eurex y en Euronext, actualmente se lleva a cabo en su totalidad en el mercado Eurex.

Figura 1.1 Porcentaje de cada mercado sobre la negociación mundial (en número de contratos) de opciones y futuros financieros en el año 2007



Fuente: Eurex.

1.4.1 Los mercados latinoamericanos de derivados

El gran desarrollo vivido por los mercados de derivados internacionales ha tenido también su representación en los países latinoamericanos

Fue sobre todo en la segunda mitad de los años noventa cuando, con el desarrollo de mercados ya existentes y con la creación de nuevos mercados, que los productos derivados empezaron a ocupar una posición considerable dentro del sistema financiero de ciertos países. Los principales mercados de derivados en Latinoamérica se encuentran en Argentina, Brasil y México.

A continuación, se describen dichos mercados brevemente.

En Argentina se encuentran dos mercados de derivados:

- _ MAT (Mercado a Término de Buenos Aires).
- _ Merval (Mercado de Valores de Buenos Aires).

En cuanto al MAT, se puede decir que es el mercado agrícola de futuros y opciones más importante de Latinoamérica. Es, por tanto, un mercado de mercancías (*commodities*). En él se negocian derivados sobre girasol, maíz, soya y trigo.

Por su parte, en el Merval se negocian derivados financieros. Los productos sobre los que es posible la contratación son: futuros y opciones sobre el índice bursátil Merval (tanto en pesos argentinos como en dólares USA), opciones sobre acciones y, desde el 12 de agosto de 2002, futuros sobre el INDOL. Este último es un índice sobre el tipo de cambio entre el peso argentino y el dólar USA, cuya cartera teórica es de 1.000 unidades del tipo de cambio de referencia del Banco Central de la República Argentina (BCRA).

A pesar de todo, la negociación de alguno de estos productos del Merval es muy escasa, suponiendo un porcentaje minúsculo sobre el total de contratación de este mercado.

En Brasil también se tienen dos mercados:

- BM&F (Bolsa de Mercadorias & Futuros).
- BOVESPA (Bolsa de Valores de São Paulo).

El mercado de derivados financieros más importante y con más tradición de Latinoamérica es precisamente BM&F (Bolsa de Mercadorias & Futuros) de Brasil. Pero en él, además de

productos financieros también se negocian *commodities*, tanto agropecuarios como oro. Dentro de los productos agropecuarios, encontramos café arábigo (el de mayor contratación de todos los *commodities*), azúcar, algodón, ganado vacuno, maíz, soya, etc. Sin embargo, estos derivados no representan un porcentaje muy elevado dentro de la contratación de BM&F y son, concretamente, los productos financieros los más destacables. Excepto derivados sobre acciones, en BM&F se pueden negociar cualquier tipo de instrumentos financieros derivados, ya sean futuros u opciones sobre tipos de interés (que en 2001 supusieron más del 71% del volumen financiero total negociado en BM&F), divisas (23%) o índices bursátiles (2,4%).

En BM&F, aparte de la negociación de contratos estandarizados de futuros y opciones (lo mismo que en cualquier mercado organizado de derivados), se realiza también un servicio de registro de operaciones OTC (swaps y opciones flexibles), aunque éstas no suponen un porcentaje muy elevado sobre el volumen total negociado en BM&F. En este mercado, la negociación de productos estandarizados se realiza de dos formas: a viva voz (*open outcry*) en el piso (*floor*) (la inmensa mayoría) y electrónicamente a través del Global Trading System (GTS) introducido en el año 2000, existiendo contratos de negociación electrónica exclusiva.

El producto estrella de BM&F es el futuro sobre el tipo de interés a un día (denominado en reales brasileños) de depósitos interbancarios (DI), que en 2001 supuso un 47,3% del total de contratos negociados en BM&F. Y siguiendo con los productos sobre tipos de interés, el tercer producto del mercado brasileño en el año 2001 fue el FRA (*forward rate agreement*) de cupón cambial (FRC). Éste es un FRA sobre el futuro del cupón cambial, siendo el cupón cambial el tipo de interés de los DI denominados en dólares en lugar de estar expresado en reales brasileños. El cupón cambial es, por ello, la combinación de los tipos del mercado monetario con los tipos de cambio del real brasileño con el dólar USA. El segundo producto por importancia de BM&F es el futuro sobre el tipo de cambio entre el real brasileño y el dólar USA, suponiendo en 2001 el 19% del total de contratos negociados. Por último, con un 5,3% de todos los contratos negociados en 2001, se encuentra el futuro sobre el índice Ibovespa de la Bolsa de São Paulo.

El segundo mercado de Brasil en negociación de derivados, y a una distancia considerable de BM&F, es BOVESPA. En esta bolsa de valores se negocian futuros sobre acciones y, sobre todo, opciones sobre índices, como el Ibovespa, y opciones sobre acciones. Los derivados de BOVESPA están referenciados tanto en reales como en dólares USA. De todos modos, el volumen financiero que representan los derivados en esta bolsa en comparación con el total aún es muy reducido, ya que la inmensa mayoría del volumen es realizado en operaciones al contado.

Para finalizar con este apartado, nos referiremos al caso mexicano. En México la creación de un mercado organizado de derivados es bastante reciente, puesto que fue en 1998 cuando se constituyó MexDer (Mercado Mexicano de Derivados). Desde entonces, este mercado ha crecido a un ritmo importante, alcanzándose en noviembre de 2002 su mes récord de negociación, con un volumen mensual de más de 12 millones de contratos. Hasta

mayo de 2000 la contratación se realizaba a viva voz y desde entonces ha pasado a ser electrónica.

La negociación en MexDer se centra casi al cien por ciento en tipos de interés, aunque también existen contratos sobre divisas, índices bursátiles y acciones. En la actualidad, sólo se negocian contratos de futuros, aunque se tiene prevista la futura negociación de opciones.

En MexDer existe un producto que concentró en el año 2002 el 95,6% (Lamothe, 2006) del volumen total de contratos negociados, y que no es otro que el futuro sobre la Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio a 28 días (TIIE). Esta tasa es reconocida en México como el *benchmark* del tipo de interés interbancarios a corto plazo. El segundo producto por importancia de MexDer, aunque a bastante distancia del anterior, es el futuro sobre los Certificados de la Tesorería de la Federación a 91 días (CETES). Los CETES mexicanos son el equivalente de las letras del tesoro americano (U.S. T-bills) y son reconocidas por la comunidad inversora internacional como el *benchmark* de los tipos de interés a corto plazo en México.

Por último, y ya de forma muy residual en comparación con los dos productos anteriores, existen futuros sobre el Bono de Desarrollo a tres años y tipo fijo del Gobierno Federal, futuros sobre el tipo de cambio entre el peso mexicano y el dólar USA, futuros sobre el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores y futuros sobre cinco acciones mexicanas, aunque estos últimos contratos tienen actualmente una negociación nula.

El mercado mexicano en su afán por dar mayor servicio a sus clientes, tiene prevista la emisión de contratos de futuros sobre otros subyacentes que ya se operan en el mercado, tales como Unidades de Inversión (UDIS).

1.5 TIPOS DE OPCIONES

1.5.1 Opciones americanas y europeas

Una opción americana otorga al poseedor el derecho de ejercerla en cualquier momento, antes de la fecha de vencimiento. En el caso de una opción europea el ejercicio es posible solamente en la fecha de vencimiento. La posibilidad de un ejercicio temprano hace que las opciones americanas sean más valiables que cualquier otra similar a las europeas, lo que, al mismo tiempo las hace más difíciles de valorar.

1.5.2 Opciones exóticas

Las opciones exóticas son todas aquellas opciones no tradicionales, es decir, aquellas que tienen funciones de pagos más complejas que las de opciones americanas y europeas estándar. La mayoría de las opciones exóticas se negocia fuera de los mercados financieros establecidos y es diseñada por las instituciones financieras para satisfacer requerimientos especiales de sus clientes. La ventaja de estas opciones es que generalmente son más baratas que aquellas negociadas en la bolsa. Entre las opciones exóticas más conocidas se cuentan los paquetes, las opciones digitales o binarias, las opciones cuyo precio depende de la trayectoria del valor del activo subyacente, lookback, asiáticas, de barrera y opciones sobre opciones u opciones compuestas.

Los paquetes son portafolios compuestos de calls europeas, puts europeas, contratos forward, dinero y el activo subyacente. **Las opciones digitales o binarias** son opciones con funciones de pago discontinuas. **Las opciones lookback** son aquellas cuyo valor depende de la cotización máxima o mínima alcanzada por el activo subyacente durante la vida de la opción. Por su parte, las **opciones asiáticas** son aquellas cuyo valor depende del precio promedio del activo subyacente observado durante la vida de la opción o parte de ella. Las **opciones barrera**, son las que su valor depende de si el precio del activo subyacente alcanza un cierto nivel durante un periodo de tiempo dado.

Las opciones compuestas son opciones sobre opciones. Se caracterizan, además por tener dos precios de ejercicio y dos fechas de expiración.

Otra área en la cual la teoría de opciones ha cobrado gran relevancia en últimos tiempos, es en la evaluación de proyectos de inversión, tales como la explotación de una mina o pozo petrolífero, contratos de arriendo, desarrollo de un nuevo producto y la inversión en investigación y desarrollo dando como resultado la generación de otro tipo de opciones: **las opciones reales, las cuales son el tema central del presente trabajo y que se abordarán con mayor amplitud en el segundo capítulo.**

1.6 MODELOS DE VALUACIÓN DE OPCIONES

1.6.1 Fórmula de Black-Scholes-Merton

La teoría de valuación de opciones avanzó a grandes pasos desde 1972, cuando Black, Scholes y Merton publicaron su trabajo en el que proporcionaban un modelo para valuar opciones europeas que no pagan dividendos.

De acuerdo a estos autores creadores de la fórmula mejor conocida como Black-Scholes era posible fijar el precio de las opciones utilizando el principio de arbitraje con un portafolios construido para eliminar el riesgo, superando la necesidad de tener que estimar las distribuciones de retornos.

Ellos demostraron que era posible establecer el valor de una opción construyendo un portafolio replicante, consistente en una cierta cantidad de acciones en el activo subyacente y una cierta cantidad de bonos libres de riesgo. El portafolio se construye de tal modo que sus flujos de fondos reproducen exactamente a los flujos de fondos de la opción. Los precios de los bonos y de las acciones subyacentes se observan directamente en el mercado financiero, de tal forma que se conoce el valor del portafolio réplica.

Si la opción se vendiera a un precio distinto al del portafolios replicante, habría dos activos idénticos (la opción y el portafolios réplica) vendiéndose a precios diferentes en el mismo momento. En este caso, un inversionista emplearía la estrategia de arbitraje, comprando el activo de menor precio y vendiendo el más caro para sacar ventaja de la desigualdad en los precios.

La existencia del portafolio replicante implica que hay una combinación de la opción y el activo subyacente que carece de riesgos.

1.6.2 Supuestos en el modelo de Black-Scholes-Merton

El modelo de Black-Scholes parte de hipótesis similares al modelo de Cox-Ross-Rubinstein (1979) sobre el funcionamiento del mercado y añade algunos supuestos particulares sobre la evolución del precio del subyacente. Fundamentalmente sus hipótesis de base son las siguientes:

- 1.- El mercado funciona sin fricciones: es decir, no existen costos de transacción, de información ni impuestos y los activos son perfectamente divisibles.
- 2.- Las transacciones tienen lugar de forma continua y existe plena capacidad para realizar compras y ventas en descubierto (“a crédito”) sin restricciones ni costos especiales.
- 3.- Los agentes pueden prestar y endeudarse a una misma tasa r , el tipo de interés a corto plazo expresado en forma de tasa instantánea y supuesto conocido y constante en el horizonte de valoración de las opciones.
- 4.- Las opciones son europeas y el subyacente (la acción para Black-Scholes) no paga dividendos en el horizonte de valoración.
- 5.- Por último, el precio del subyacente sigue un proceso continuo estocástico de evolución de Gauss-Wiener.

1.6.3 El modelo de Black-Scholes-Merton

En esta sección se deduce la ecuación diferencial en derivadas parciales que desde su descubrimiento en 1973 ha sido denominada como el modelo de Black Scholes Merton.

Supongamos que el valor de una acción, que se toma como activo subyacente, es S y satisface la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz$$

Donde μ es la tasa promedio de rendimiento, t es el tiempo, σ es la volatilidad y dx es un proceso de Wiener, que satisface una distribución normal $N(0, \sqrt{dt})$. La igualdad planteada se conoce como movimiento geométrico browniano. El valor de una opción sobre aquel activo subyacente, lo denotaremos por $V = V(S,t)$, y es una función del valor de ese activo S , y del tiempo t .

Usando el lema de Itô (que es una conocida fórmula del cálculo estocástico) se tiene que:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial t} dt + \frac{\partial V}{\partial S} dS + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} (dS)^2 = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \mu S \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \left(\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) \right) dt + dS \frac{\partial V}{\partial S} dz$$

En este caso, igual que en el caso discreto, se puede valorar el precio de la opción comparando con un portafolio apropiado, que elimine la aleatoriedad del movimiento browniano. Como S y V están correlacionados, esto puede hacerse construyendo un portafolio que consiste de una opción y un número $\frac{-\partial V}{\partial S}$ de acciones. El valor de este portafolio estará dado por:

$$\Pi = V - \frac{\partial V}{\partial S} S$$

Por lo tanto el cambio del valor del portafolio será:

$$d\Pi = dV - \frac{\partial V}{\partial S} dS$$

Que combinando con las expresiones dadas para dS y dV se convierte en:

$$d\Pi = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt$$

Además la ganancia de invertir Π a una tasa sin riesgo r , durante un intervalo de tiempo dt , sería $r\Pi dt$. Entonces asumiendo que no existe oportunidad de arbitraje y que no hay costos de transacción, se tendría que,

$$r\Pi dt = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} \right) dt$$

Sustituyendo $\Pi = V - \frac{\partial V}{\partial S} S$ en la expresión anterior y dividiendo por dt se obtiene la

ecuación diferencial de Black-Scholes:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0$$

El valor de cualquier derivado financiero debe satisfacer esta ecuación básica.

Como la mayoría de las ecuaciones diferenciales, la ecuación de B-S-M tiene muchas soluciones, que dependen de las condiciones iniciales y de frontera, y que corresponden a la multitud de posibles instrumentos derivados financieros. En muchos casos prácticos, los procedimientos no permiten una solución analítica, y se hace necesario recurrir a métodos numéricos.

En el caso de una opción *call* Europea, con precio de ejercicio E , y término de expiración T , al final del período la opción debe valer exactamente $\max(S-E, 0)$ cuando $t = T$. Para este derivado en particular y con la condición dada, el valor de esa opción, generado por el modelo está dado por:

$$C(S, t) = SN(d_1) - Ee^{-r(T-t)}N(d_2)$$

La fórmula de Black-Scholes tiene una aplicabilidad muy limitada, ya que representa una solución cerrada de una expresión más general, que es la ecuación diferencial en derivadas parciales de Black-Scholes para el caso de compra y venta de opciones europeas que sólo pueden ser ejercidas a la fecha de su vencimiento.

Con las condiciones de frontera adecuadas, esta ecuación diferencial puede ser resuelta numéricamente por lo general, para evaluar diferentes tipos de opciones, tales como las americanas y las compuestas.

Las opciones se pueden clasificar de acuerdo al activo subyacente sobre el que se instrumentan lo que permitiría diferenciar entre diversas opciones distintas.

Con este capítulo se introduce a la teoría de opciones comentando también la aparición y desarrollo en la historia de estos instrumentos

2 Opciones reales

Las Opciones Reales consideran la necesidad de cuantificar la flexibilidad de un proyecto, por lo que se realiza a continuación una revisión sobre los elementos manejados por esta teoría y de esta forma incorporar estas técnicas con la evaluación de recursos más adelante. En la teoría de opciones, se pueden encontrar diferencias entre las situaciones a evaluar, puesto que, si bien las opciones no son sino contratos que permiten su ejercicio si favorecen o no al poseedor de éstas, existen bienes económicos que requieren una consideración desde un punto de vista físico, ya que no se trata de contratos como en el caso de las opciones financieras pues puede tratarse de unidades económicas o cualquier tipo de bienes meramente físicos o reales, y que son susceptibles de sufrir transformaciones derivadas de las decisiones a seguir por parte de su poseedor, lo que las convierte en proyectos que en el tiempo podrían presentar diferentes escenarios y que, lógicamente resulta de interés para los inversionistas la determinación de parámetros que ayuden a saber las diversas posibilidades del proyecto durante su vida útil, una vez más en un intento de optimar la economía del poseedor. Este tipo de proyecto se puede ver como un conjunto de opciones que el inversionista puede tomar de acuerdo a sus intereses así como del comportamiento del mercado, dando lugar así al tipo de opciones conocidas como Opciones Reales.

2.1 TÉCNICA DE OPCIONES REALES

La aplicación de las técnicas de las Opciones Reales está basada en las correspondientes a las opciones financieras para valuar activos físicos o reales. Por analogía con una opción financiera, una opción real es el derecho pero no la obligación, de adoptar una acción que afecta a un activo físico real, a un costo predeterminado, durante un lapso de tiempo predeterminado; la duración de la opción. Si bien las opciones reales y financieras tienen mucha semejanza, la analogía no es exacta. Si se obliga a las opciones reales a encuadrarse en un cuadro de opciones financieras convencionales, los resultados pueden ser engañosos. El precio de ejercicio de una opción financiera normalmente es fijo. Para una opción real, el precio está asociado con los costos de desarrollo, y puede ser volátil, fluctuando con las condiciones del mercado.

Al igual que las opciones financieras, el valor de una opción real aumenta con el tiempo de maduración y con la volatilidad del subyacente. Esto significa que opción de tomar nuevas decisiones en el futuro incrementa su valor cuando el horizonte de planeación aumenta y cuando existe una mayor incertidumbre sobre los resultados esperados. La valoración de las opciones reales puede ser extremadamente compleja, de modo que cualquier técnica de opciones financieras que se adopte, sólo proporcionará una aproximación. Una opción es generalmente más riesgosa que el capital accionario subyacente, pero no es posible determinar en qué grado.

Las opciones tienen dos características importantes. En primer lugar, brindan al tomador de opciones la posibilidad de obtener una gran ganancia en alza, protegiéndose al mismo

tiempo del riesgo de downside. En segundo lugar, tienen más valor cuando la incertidumbre y el riesgo son mayores.

Los desarrollos petroleros y las operaciones mineras fueron, entre otros, los primeros ejemplos utilizados por los pioneros de las técnicas en valuación de proyectos con opciones reales para demostrar el paralelismo entre las opciones reales y financieras. Las etapas de exploración, desarrollo y producción en estas industrias pueden visualizarse como una serie de opciones vinculadas.

La mayoría de las compañías energéticas continúan empleando el método de flujos de efectivo descontado (NPV por sus siglas en inglés) para valuar las inversiones potenciales, y aunque éste método les ha sido de gran utilidad, cada vez es más frecuente complementar dicho método con técnicas de valuación con opciones reales. Los defensores de éstas técnicas sostienen que proporcionan un valor más verdadero que el empleo del método del VPN (Valor Presente Neto en español) por el simple hecho de que las opciones reales reflejan de manera más fehaciente la variabilidad y la incertidumbre que predominan en el mundo. El empleo de las técnicas de valuación con opciones reales frecuentemente destaca valores adicionales en los proyectos, que posiblemente se ocultan o resultan prácticamente invisibles cuando se emplea exclusivamente el método VPN.

Generalmente las compañías son renuentes a divulgar cualquier tipo de información relacionada con la valuación de sus proyectos y estrategias por considerarlas sumamente confidenciales, incluso aquellas que llegan a emplear la valuación con opciones reales son muy cuidadosas al evitar que se escape el menor detalle de los parámetros de sus modelos por temor a que la difusión de dichos detalles deje entrever una ventaja competitiva.

La valuación con opciones reales de ninguna forma intenta desplazar al método del VPN. De hecho, la valoración de las opciones reales emplea el método VPN como una de sus herramientas. En la práctica se combina e integra lo mejor de la planeación de escenarios, el manejo de portafolios, el análisis de decisión y la fijación de precios de las opciones. Las opciones reales modifican al método de VPN debido a que las características de éste no permiten ninguna flexibilidad a través del tiempo. **El elemento crucial del cálculo del VPN es el Valor Presente Neto (VPN) es decir, el valor actual de los ingresos de efectivo menos el valor actual de los egresos de efectivo o inversiones. Si $VPN < 0$, el proyecto simplemente se rechaza. Si por otra parte $VPN > 0$ generalmente el proyecto es aceptado, es decir, crea valor.**

El análisis del VPN proporciona criterios de decisión sistemáticos y claros para todos los proyectos, pero presenta algunas limitantes. El análisis del VPN es estático, supone que un plan de proyecto permanece inalterado y que la dirección es pasiva y se apega completamente al plan original, independientemente de que se modifiquen las circunstancias que rodean al proyecto.

La realidad indica que, los directivos tienden a modificar los planes a medida que cambian las condiciones y se resuelven las incertidumbres, tratando de agregar valor al valor calculado por el VPN. Otra desventaja del VPN es que asume que los flujos de fondos futuros son predecibles y determinísticos. En la práctica, comúnmente es difícil calcular los flujos de fondos, por lo que el VPN con frecuencia sobrevalúa o subvalúa algunos proyectos. Por el criterio del VPN no se puede valorar en tiempo presente la posibilidad de que si el entorno es favorable en el futuro un proyecto se pueda modificar, simplemente por que no se sabe si existirán condiciones favorables para tomar nuevas decisiones. Sin embargo es posible plantear las diferentes opciones que se ejercerán sólo si se presentan las condiciones apropiadas.

Estas opciones representan la flexibilidad asociada a las estrategias y proyectos y deberían tener un valor integrándose al valor obtenido por el VPN a fin de evaluar más adecuadamente un proyecto que implica la posibilidad de tomar nuevas decisiones en el futuro. Por esta razón, en la metodología de las opciones reales y teniendo un $VPN < 0$ para un proyecto, podría llegar a ser atractivo y aceptado si existe la posibilidad de extenderlo, posponerlo, retardarlo o enmendarlo ya que la opción de tomar una nueva decisión en un tiempo futuro tiene un valor presente c.

Si el $VPN < 0$ aun es posible que $VPN + c > 0$ y de esta manera el proyecto se considera viable.

Se dice entonces que la metodología permite así tomar decisiones intermedias ya que depende del valor de dichas opciones el hecho de aceptar o rechazar una estrategia o proyecto de inversión. Las opciones reales tienen que ver con las decisiones que puedan surgir en el transcurso del proyecto y que puedan modificarlo tales como la inversión en investigación y desarrollo, si se incrementará la producción o inclusive el posible abandono de un proyecto existente. El valor presente de los flujos esperados de un proyecto de inversión no representan un activo que se compre o se venda en el mercado, es por eso que la metodología de las opciones reales es útil para valorar la flexibilidad de extender, contraer, posponer, enmendar o abandonar una estrategia o proyecto de inversión.

2.2 METODOLOGÍA

El desarrollo de la metodología de las opciones reales es un tema relativamente nuevo que proviene del análisis sobre instrumentos financieros desarrollado en la década de los 70. Su estudio a nivel formal en el ámbito de la evaluación económica de proyectos ha abierto la oportunidad de evaluar la flexibilidad en inversiones con alta incertidumbre, incorporando las técnicas desarrolladas en la teoría de opciones financieras para analizar activos no financieros o activos reales.

Un enfoque de evaluación económica de proyectos basado en la teoría de opciones reales, tiene el potencial de capturar, tanto conceptual como numéricamente, el valor de la flexibilidad administrativa, identificando las posibles alternativas de acción que presenta el proyecto, en términos de opciones (Trigeorgis, 1996). Una opción real está presente en un

proyecto de inversión, cuando existe alguna posibilidad futura de actuación al conocerse la resolución de alguna incertidumbre actual (Amram & Kulatilaka 1999). Por esto se pueden detectar distintas flexibilidades futuras dentro del periodo de evaluación que tendrá el proyecto, las cuales serán modeladas para realizar así una evaluación económica que incorpore no un escenario estático, sino diversas posibilidades de acción.

La variación fundamental que experimenta la evaluación de proyectos de inversión mediante opciones reales, con respecto a la realizada con métodos tradicionales, es la incorporación de la incertidumbre como un elemento que agrega valor al proyecto (Dixit & Pindyck, 1995). Esto debido a que cuando la flexibilidad que posee un proyecto es incorporada al análisis, siempre aumentará el valor del mismo, ya que para escenarios favorables se aprovecharán al máximo las oportunidades que se presenten, mientras que para escenarios desfavorables considerará la posibilidad de evitar o disminuir pérdidas.

La aplicación de la evaluación de proyectos mediante opciones reales puede efectuarse para justificar la inversión en proyectos en los que los métodos financieros entregan un retorno negativo, pero que a su vez presentan oportunidades de ventaja competitiva según la evaluación estratégica. De esta forma, las opciones reales permiten crear una unión entre ambos métodos de evaluación, permitiendo capturar numéricamente el valor de la estrategia.

Los proyectos de inversión pueden ser vistos como una colección de opciones reales y su valor puede ser calculado adicionando al valor actual neto (VAN) del proyecto sin flexibilidad tradicionalmente calculado, el valor de la(s) opción(es) encontrada(s), naciendo entonces el concepto del valor actual neto expandido: $VAN \text{ expandido} = VAN + \text{valor de la (s) opción(es) encontrada(s)}$ (Trigeorgis, 1996).

Los proyectos de inversión pueden ser valorados mediante la premisa de ausencia de arbitraje, como una colección de opciones reales, donde se pueden presentar distintas combinaciones de opciones call y put, que representen los distintos tipos de oportunidades u opciones que existen en el proyecto. Por lo mismo, el punto crítico y fundamental a la hora de realizar la evaluación de proyectos por medio de opciones reales, es el poder identificar las opciones que se presentan a lo largo del horizonte de evaluación del proyecto.

Las opciones reales se pueden valorar empleando diferentes métodos de solución dependiendo del proceso estocástico seleccionado, entre ellos se pueden mencionar, los métodos de Tiempo Discreto, los métodos en tiempo continuo, y los métodos numéricos (Dixit & Pindyck, 1995).

2.2.1 Métodos en tiempo discreto

La metodología de valuación de opciones en tiempo discreto, puede ser aplicada luego de determinarse la existencia de un portafolio replicante que posea las mismas características

de riesgo que el activo real, para el cual se modela la evolución futura de sus precios mediante un proceso estocástico en tiempo discreto. De esta manera suponiendo la ausencia de arbitraje el valor presente del proyecto se puede obtener junto al valor del portafolio réplica, resolviendo iterativamente una red discreta en forma de árbol.

2.2.2 Métodos en tiempo continuo

La metodología en tiempo discreto puede aplicarse describiendo la incertidumbre asociada a los flujos de caja de un proyecto mediante un proceso estocástico en tiempo continuo. Esta relación queda representada como una ecuación diferencial parcial, la cual puede ser resuelta obteniendo soluciones analíticas mediante la aplicación de condiciones terminales y de frontera, pudiendo así determinar el valor del proyecto. Sin embargo, estos procesos analíticos poseen una limitada aplicación en la práctica, debido a que se han desarrollado para resolver un problema específico, pudiendo aplicarse sólo bajo circunstancias iguales a las que existían cuando fueron desarrollados. Consideran por lo general, escenarios relajados donde no se presentan muchas de las restricciones y complejidades de un problema real.

2.2.3 Métodos numéricos

En el caso de obtener ecuaciones diferenciales de alta complejidad, es necesario recurrir a los métodos numéricos para obtener su solución, que apoyados en herramientas computacionales, permiten la solución de problemas realizando cálculos matemáticos iterativos. Entre los métodos numéricos de solución se encuentran los de diferencias finitas, de simulación y el binomial con transformada logarítmica.

Si bien el análisis de cada opción permite cuantificar la importancia de éstas dentro de la flexibilidad del proyecto, el mismo no es importante a la hora de analizar en términos prácticos el valor estratégico del proyecto para así poder realizar la toma de decisiones. Esto debido a que no evalúa la flexibilidad del proyecto en su conjunto, sino que determina el valor de las posibles alternativas en forma aislada y particular. Por esto, los métodos de evaluación comúnmente propuestos como el de Black & Scholes y el binomial no generan un aporte real en términos prácticos al realizar la evaluación económica ni al calcular la flexibilidad que este presenta, pues sólo permiten calcular el valor de cada opción en forma particular.

El valor de un conjunto de opciones no es igual a la suma de las opciones individuales que lo componen, ya que durante la vida del proyecto existen interacciones entre las opciones presentes cuya incidencia en el valor del proyecto no puede ser determinada a priori. Por eso, es importante considerar métodos capaces de medir esas interacciones. De entre los métodos considerados se concluyó que el método binomial con transformada logarítmica permite manejar fácilmente la interacción de los diversos tipos de opciones reales permitiendo así realizar una evaluación con alta volatilidad, en los que están presentes en

forma conjunta, las opciones reales de abandono, demora, expansión o contracción, o cambio de plan.

La metodología propuesta consiste en los siguientes pasos:

- 1) Realizar la valuación económica del proyecto de inversión mediante la metodología tradicional del VPN a partir de la estimación de los ingresos, costos e inversiones que involucra el proyecto durante su vida útil, realizando el cálculo de los flujos de caja anuales, los cuales serán descontados a partir de una tasa de descuento.
- 2) Calcular el VPN del proyecto a partir de los ingresos y costos. Calcular un nuevo VPN, utilizando para ello sólo los ingresos y costos calculados anteriormente, realizando el cálculo de nuevos flujos de caja anuales descontándolos con la tasa de descuento.
- 3) Construir diagramas de flujos de caja y política de inversiones. Los nuevos flujos de caja calculados al considerar sólo los ingresos y costos y la serie de inversiones, no considerada para este particular, deberán ser resumidos en un diagrama de flujos de caja que represente los ingresos y los egresos que ocurrirán sobre el horizonte de evaluación del proyecto de inversión.
- 4) Identificar las opciones reales presentes en el proyecto de inversión. A partir del diagrama realizado en el paso 3, se deberán identificar dentro del horizonte de evaluación del proyecto la presencia y ubicación temporal de las distintas opciones reales.
- 5) Realizar el cálculo del valor del proyecto incorporando el valor de las opciones, utilizando algún método apropiado.
- 6) Se analizarán y contrastarán los resultados obtenidos en los pasos 1 y 5, realizando una toma de decisiones que incorpore la flexibilidad estratégica del proyecto, como resultado de la existencia e interacción de las opciones reales.

2.3 OPCIÓN REAL PARA POSPONER UN PROYECTO

Para explicar este tipo de opción se partirá de lo siguiente, suponiendo que una empresa tiene que decidir entre invertir una cantidad $I_0 = M$ en un proyecto hoy, $t=0$, o posponerlo hasta el próximo año, $t=1$ (para un tratamiento más amplio ver Venegas 2007). Suponiendo también que una vez hecha la decisión de inversión, ésta es irreversible, lo que significa que su valor de recuperación es 0. El costo de producción del bien es N , $N > 1$. Suponiendo ahora que el precio del bien en el mercado puede tomar, en cualquier tiempo $t = 0, 1, 2, \dots$, los valores $N+1$ y $N-1$ con probabilidades q y $1-q$, respectivamente. De esta manera, el precio esperado está dado por:

$$f = q(N + 1) + (1 - q)(N - 1) = 2q + N - 1 \quad (2.1)$$

Ahora suponiendo que la primera unidad del producto es vendida en $t=0$ y que el costo del capital (Weighted Average Cost of Capital, WACC por sus siglas en inglés) es δ . Como primer paso se calcula el VPN del proyecto, para ello, por simplicidad, los flujos de efectivo esperados f , se descuentan con el costo del capital y se resta la inversión inicial, $I_0 = M$, esto es,

$$\begin{aligned} VPN &= -I_0 + \sum_{t=0}^{\infty} \frac{2q + N - 1}{(1 + \delta)^t} = -M + (2q + N - 1) \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{(1 + \delta)^t} \\ &= -M + (2q + N - 1) \left(\frac{\delta + 1}{\delta} \right). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Considerando ahora la opción de posponer la inversión hasta $t=1$. En este caso el VPN de esta alternativa es:

$$\begin{aligned} \overline{VPN} &= q \max \left(\frac{-M}{1 + \delta} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{N + 1}{(1 + \delta)^t}, 0 \right) + (1 - q) \max \left(\frac{-M}{1 + \delta} + \sum_{t=1}^{\infty} \frac{N - 1}{(1 + \delta)^t}, 0 \right) \\ &= q \max \left(\frac{-M + (N + 1) \left(\frac{\delta + 1}{\delta} \right)}{1 + \delta}, 0 \right) + (1 - q) \max \left(\frac{-M + (N - 1) \left(\frac{\delta + 1}{\delta} \right)}{1 + \delta}, 0 \right) \\ &= q \max \left(\frac{-M}{1 + \delta} + \frac{N + 1}{\delta}, 0 \right) + (1 - q) \max \left(\frac{-M}{1 + \delta} + \frac{N - 1}{\delta}, 0 \right). \end{aligned} \quad (2.3)$$

VPN* comienzan en $t=1$ ya que la inversión se pospone hasta esa fecha. Si se supone que:

$$N - 1 < M \left(\frac{\delta}{1 + \delta} \right) < N + 1,$$

Se sigue que:

$$\overline{VPN} = q \left(\frac{N+1}{\delta} - \frac{M}{1+\delta} \right). \quad (2.4)$$

Si en $t=1$, el precio aumenta en $N+1$, el valor presente de los flujos de efectivo es $(N+1)/\delta$, lo cual supera la inversión inicial en M , mientras que el valor presente de los flujos de efectivo cuando el precio disminuye a $N-1$ es $(N-1)/\delta$, esta cantidad es menor que la inversión. Si se selecciona el valor obvio de N que es consistente con (2.4)

$$N = M \left(\frac{\delta}{1+\delta} \right),$$

Se tiene que

$$\overline{VPN} = q \left(\frac{N+1}{\delta} - \frac{M}{1+\delta} \right) = \frac{q}{\delta},$$

Por otro lado, de (2.2), se obtiene

$$VPN = (2q - 1) \left(\frac{\delta + 1}{\delta} \right),$$

Cuando $0 < q < \frac{1}{2}$, se tiene que

$$\overline{VPN} = \frac{q}{\delta} > 0$$

Y

$$VPN < 0.$$

Bajo el criterio tradicional del VPN, el proyecto tiene que ser rechazado. Sin embargo, la opción de posponer la inversión hasta $t=1$ tiene un valor positivo. Se observa que cuando $q=1/2$, se tiene que $VPN=0$ y $VPN^* = VPN + c$

2.4 OPCIÓN REAL DE EXPANSIÓN

Una empresa podría expandir el valor presente de los flujos de efectivo esperados de un proyecto en una proporción α . Por ejemplo, mediante el incremento en el nivel de ventas futuras, precios, capacidad de la producción o base de clientes, para lo cual es necesario invertir la cantidad K' en el tiempo T . Esta posibilidad estratégica tiene una opción asociada con el proyecto subyacente existente. Si $(1+\alpha) S_T - K'$ es el VPN aumentado en la

proporción α menos el costo de la inversión adicional K' al tiempo T , el valor intrínseco de ésta opción está dada por

$$\begin{aligned}
 c_e(S_T, T; \alpha, K') &= \max((1 + \alpha)S_T - K', S_T) \\
 &= S_T + \max(\alpha S_T - K', 0) \\
 &= S_T + \alpha \max(S_T - K, 0) \\
 &= S_T + \alpha c(S_T, T; K)
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

Donde $K = K' / \alpha$ y $c(S_T, T, K)$ Es el valor intrínseco de una opción europea de compra. En particular, si el valor presente de los flujos de efectivo esperados es conducido por un movimiento geométrico browniano “neutral al riesgo”,

$$dS_t = rS_t dt + \sigma S_t dW_t, \tag{2.6}$$

Donde r es la tasa de interés libre de riesgo y $\sigma > 0$ es la volatilidad instantánea, se tiene que el valor de la opción real de expansión, en t , está dada por

$$\begin{aligned}
 c_e(S_t, t) &= e^{-r(T-t)} E[S_T + \alpha \max(S_T - K, 0) | \mathcal{F}_t] \\
 &= e^{-r(T-t)} \int_{-\infty}^{\infty} (S_T + \alpha \max(S_T - K, 0)) f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds \\
 &= e^{-r(T-t)} E[S_T | S_t] + \alpha e^{-r(T-t)} \int_K^{\infty} (s - K) f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds \\
 &= S_t + \alpha c_{BS}(S_t, t),
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Donde

$$f_{S_T|S_t}(s|S_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(T-t)\sigma s}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right)^2 \right\}, \tag{2.8}$$

$$c_{BS}(S_t, t) = S_t \Phi(d_1) - K e^{-r(T-t)} \Phi(d_2),$$

$$\Phi(d) = \int_{-\infty}^d \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\epsilon^2} d\epsilon, \quad (2.9)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

Y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (2.10)$$

Es decir, $c_{BS}(S_t, t)$ es la fórmula de Black- Scholes para valuar una opción europea de compra.

2.5 OPCIÓN REAL DE CONTRACCIÓN

Al introducir al mercado un nuevo producto por parte de una empresa, ya sea un bien o servicio, comúnmente se efectúa en un plan de inversión dos etapas. En la primera de estas, la empresa realiza una inversión inicial, generalmente no muy grande para hacer estudios de mercado. Cualquier inversión posterior depende de los resultados. Si, en la segunda etapa el bien o servicio no alcanza la aceptación esperada, la empresa puede ejercer la opción real de contraer la producción evitando inversiones futuras.

Sea M el costo de la inversión inicial en el tiempo t . Si el producto no logra la aceptación esperada, la empresa puede invertir en la segunda etapa una cantidad menor N , $N < M$, lo que provoca una contracción, en una proporción β , del valor presente de los flujos de efectivo esperados del proyecto subyacente. El valor intrínseco de la opción de contracción satisface:

$$\begin{aligned} c_c(S_T, T; \beta, K, N) &= \max((1-\beta)S_T - N, S_T - K) \\ &= S_T + \max(-(\beta S_T + N), -K) \end{aligned}$$

$$= S_T - \min(\beta S_T + N, K) \quad (2.11)$$

Donde $K = e^{r(T-t)}M$ es decir, se invierte K o se invierte N lo que ocasiona una contracción de los flujos de efectivo esperados

2.6 OPCIÓN REAL DE ABANDONO

El valor de mercado de los títulos de capital y deuda V_t de una empresa puede, en algunos casos, exceder el valor presente de los flujos de efectivo esperados en T , S_t . En este caso surge la opción de vender la empresa, debido a que su valor de mercado excede el valor presente de los flujos de efectivo esperados. Si una empresa se encuentra operando con pérdidas, en un ambiente de recesión económica profunda y puede tomar la decisión de cierre total, en T , si el valor presente de los flujos esperados en S_t es menor que cierto valor de recuperación V_t . En consecuencia, el valor intrínseco de la opción es

$$c_\alpha(S_T, T) = \max(S_T, V_T) \quad (2.12)$$

Si $V_t > S_t$ la opción se ejerce. Si V_t es constante, la opción sólo puede ser ejercida en T , entonces

$$c_\alpha(S_T, T) = \max(S_T, K) = \max(S_T - K, 0) + K$$

En este caso

$$c_\alpha(S_T, t) = \int_0^\infty [\max(s - K, 0) + K] f_{S_T|S_t}(s|S_t) = c_{BS}(S_t, t) + K,$$

donde $c_{BS}(S_t, t)$ es la fórmula de Black-Scholes para valorar una opción europea de compra. El caso complejo es cuando la opción de abandono es del tipo americano.

Es importante destacar que los flujos de efectivo esperados no son un activo que se compra o venda en el mercado, lo que genera una situación de mercados incompletos. Por tanto, los resultados que arroja la fórmula B&S se deben tomar con reserva.

Las fórmulas de valoración de opciones financieras se basan en el arbitraje (la posibilidad de formar una cartera réplica, esto es, que proporciona unos flujos idénticos a los de la opción financiera) y son muy exactas. Sin embargo, veremos que muy pocas veces tiene sentido utilizar directamente estas fórmulas para valorar opciones reales, porque las opciones reales no son casi nunca replicables.

Sin embargo, podemos modificar las fórmulas para tener en cuenta la no replicabilidad. Los problemas con los que nos encontramos al valorar opciones reales son:

- 1) Dificultad para definir los parámetros necesarios para valorar las opciones reales;
- 2) Dificultad para definir y cuantificar la volatilidad de las fuentes de incertidumbre, y
- 3) Dificultad para calibrar la exclusividad de la opción.

Estos tres factores hacen que la valoración de las opciones reales sea, en general, difícil, y casi siempre muchísimo menos exacta y más cuestionable que la valoración de las opciones financieras. Además, es mucho más difícil comunicar la valoración de las opciones reales que la de un proyecto de inversión ordinario, por su mayor complejidad técnica.

Las técnicas de valuación con opciones reales son un complemento, y no un sustituto, del análisis de flujo de caja descontado. Para elegir un plan de crecimiento se deben usar los dos métodos en secuencia, para lograr una evaluación de proyecto de inversión que incluye un alto nivel de incertidumbre.

A pesar de todo su atractivo teórico como forma de valorar proyectos de crecimiento, las opciones reales han tenido dificultad para ganar popularidad entre los ejecutivos. Los directores financieros dicen que sobreestiman el valor de proyectos inciertos, empujando a las empresas a invertir demasiado en ellos. En el peor de los casos, otorgan a los directivos excesivamente ambiciosos una licencia para apostar el dinero de los accionistas.

Esta resistencia surge parcialmente, de la sospecha de que es riesgoso aplicar herramientas de valuación que han sido desarrolladas para opciones financieras bien definidas a complejos proyectos de negocios. Las herramientas obligan a los ejecutivos a adoptar muchos supuestos simplificadores y por ende, según esta creencia, no pueden capturar plenamente los multifacéticos riesgos y oportunidades de una propuesta. Estas inquietudes son legítimas, pero descartar las opciones reales como modelo de valuación es igualmente malo.

Las empresas que se apoyan en el análisis de flujo de caja descontado para valorar sus proyectos caen inevitablemente en la trampa de subestimar su valor y, en consecuencia, no invierten lo suficiente en oportunidades inciertas pero altamente prometedoras. Esto puede representar para los ejecutivos un dilema. Al indagar en su reticencia al análisis de opciones reales como metodología de valuación, se ha llegado a la conclusión de que gran parte del problema radica en el supuesto tácito de que los métodos de valuación de opciones reales y de flujo de caja descontado son mutuamente excluyentes.

Este supuesto es falso. Los ejecutivos deben integrar ambos enfoques si quieren hacer valoraciones que reflejen la realidad y complejidad de los proyectos de crecimiento de su empresa. Lejos de ser un sustituto del análisis de flujo de caja descontado, las opciones reales son un complemento esencial porque permiten a los ejecutivos capturar el considerable valor de poder abandonar fríamente proyectos inseguros antes de hacer grandes inversiones.

Esto no quiere decir que no existan serios problemas con la forma en que los ejecutivos calculan el valor de las opciones reales ya que los hay. Para empezar, las opciones reales, tal como se aplican actualmente, se enfocan casi exclusivamente en los riesgos asociados a los ingresos, ignorando los riesgos asociados a los costos de un proyecto.

También es cierto que la valoración de opciones típica casi siempre ignora el hecho de que las inversiones iniciales en un proyecto, incluso en uno que pudiera finalmente ser abandonado, muchas veces dejan a la empresa con un activo que puede negociar; un beneficio, si se quiere, del fracaso. Desde luego, éstas no son las únicas dificultades que los ejecutivos encuentran al usar opciones reales, pero son quizás las fuentes más fundamentales de error. Es importante resaltar que la teoría se fundamenta en modelos con condiciones específicas y prácticamente ideales por lo que hay que tener precaución al emplearla. El análisis tradicional de flujo de caja descontado se basa en el sencillo principio de que una inversión debería ser financiada si el valor presente neto (VPN) de sus flujos de caja futuros es positivo; en otras palabras, si creará más valor del que costará.

Esto funciona bien si se están proyectando flujos de caja futuros a partir de algún contexto histórico y se tiene suficiente certeza de las tendencias futuras, pero no cuando las estimaciones de esos flujos de caja se basan en una multitud de supuestos sobre qué podría deparar el futuro a mediano y largo plazo. En tales casos, las posibilidades de pronosticar con exactitud los flujos de caja son bastante escasas. No sólo eso, aun suponiendo que es posible llegar a una estimación base razonablemente exacta de los flujos de caja, el análisis requiere que éstos sean descontados a una tasa alta para reflejar las remotas posibilidades de alcanzar los retornos proyectados. Como resultado, todos los riesgos de la incertidumbre (la posibilidad de que los flujos de caja reales sean mucho menores que lo pronosticado) son capturados en la valoración, pero no así ninguna de sus recompensas (la posibilidad de que los flujos de caja reales sean mucho mayores que lo pronosticado). Este sesgo inherente puede llevar a los ejecutivos a rechazar proyectos altamente prometedores, aunque inciertos. El reto, por lo tanto, es hallar una forma de recapturar parte del valor perdido mediante la conservadora valoración del flujo de caja descontado, sin dejar de protegerse contra los considerables riesgos de emprender proyectos altamente inciertos.

Aquí es donde entran las opciones. La posibilidad de que el proyecto pueda tener retornos en el extremo alto de los pronósticos potenciales, tan difícil de tomar en cuenta para el análisis de flujo de caja descontado, es el principal impulsor del valor de opción. Las opciones otorgan el derecho, pero no la obligación, de invertir en un proyecto. Por lo tanto, su valor está impulsado por la posibilidad de lograr una gran ganancia, combinada con el hecho de que las empresas normalmente pueden abandonar sus proyectos antes de que su inversión en ellos haya costado demasiado, limitando así la pérdida. El valor de una opción debe, en consecuencia, aumentar conforme aumenta la incertidumbre (y, por consecuencia, la ganancia potencial) que rodea al activo subyacente, sea ese activo financiero o “real”.

Visto así, parece claro que el análisis de flujo de caja descontado y las opciones reales son complementarios y que el valor total de un proyecto es la suma de sus valores. La valoración del flujo de caja descontado captura una estimación base del valor; la valoración de opciones agrega el impacto de la potencial incertidumbre positiva. Sin embargo. No se puede enfatizar demasiado que un enfoque de opciones reales sólo puede emplearse en proyectos de alguna forma estructurados como opciones; es decir, en proyectos que pueden

ser abandonados antes de comprometerse a realizar grandes desembolsos financieros si se hace evidente que las cosas no saldrán bien. Por ejemplo, no se aplicaría a valorar una oportunidad que requiera hundir enormes sumas en construir nuevas instalaciones antes de tener el primer indicio de que la inversión pagará.

Una vez que se acepta la noción de que el valor de un proyecto tiene tanto un componente de flujo de caja descontado como un componente de opciones, también se hace evidente que la proporción del valor total de un proyecto aportada por cada componente variará según el grado de incertidumbre asociado al proyecto. En las primeras etapas de un proyecto innovador, el valor del componente de flujo de caja descontado será bajo, debido a la necesidad de usar una alta tasa de descuento para ajustar por la naturaleza incierta de los flujos de caja futuros.

Al mismo tiempo, lo más probable es que el valor de las opciones reales sea alto, debido a esa misma incertidumbre. Si la valoración del flujo de caja descontado es alta, la decisión es fácil: simplemente proceda, ya que el éxito en el proyecto parece muy seguro y es probable que rinda atractivos beneficios. Si la valoración de flujo de caja descontado produce una cifra fuertemente negativa y todo el valor proviene de la opción, entonces el proyecto probablemente deba ser rechazado, a menos que pueda crearse una estructura de inversión que permita a los ejecutivos aprender mucho sobre el proyecto, rápidamente y a muy bajo costo.

Esta regla general podría hacer que las empresas ocasionalmente dejen pasar inversiones rentables, pero en la experiencia, la mayoría de las empresas grandes tiene más proyectos de los que puede financiar o dotar de personal. Por tanto, aun cuando el valor de la opción sea alto, no se debe perder tiempo en un proyecto que carga un gran valor negativo de flujo de caja descontado, ya que, simplemente es demasiado riesgoso, así que es mejor abandonarlo.

Se sabe que la mayoría de los proyectos de crecimiento está en algún punto intermedio. Cuando el valor de flujo de caja descontado de un proyecto es modestamente positivo, o un tanto negativo, el proyecto se halla en lo que se denomina la “zona de opciones”: el área gris donde los ejecutivos normalmente se ven obligados a depender de su intuición al tomar la decisión de invertir. Es aquí donde este marco resulta especialmente útil, porque el valor de opción puede proporcionar lógica para apoyar o refutar esa intuición.

En base a esto, quedan dos grandes problemas con las valoraciones de opciones:

Primero, es difícil encontrar buenos sustitutos para las variables de entrada que el modelo requiere. Las opciones financieras usan una medida de volatilidad derivada de los precios históricos fácilmente observados de los activos subyacentes. Pero, casi por definición, no hay cifras históricas que los ejecutivos puedan usar al tratar de derivar el valor de opción de un proyecto innovador; ni siquiera para estimar el valor presente neto del activo subyacente, y mucho menos su volatilidad.

Segundo, aun cuando los ejecutivos consigan encontrar buenos sustitutos para las variables de entrada del modelo de opciones, siguen siendo vulnerables a un importante error conceptual.

En los enfoques actuales de valoración de opciones, cuanto más variables son las utilidades, mayor es la valoración del proyecto. A su vez, la variabilidad de las utilidades se deriva de estimaciones de que tan inciertos probablemente sean los ingresos y los costos. Esto parece razonable, pero conduce a un resultado inconveniente: el análisis mecánico de opciones valorará más alto un proyecto con ingresos relativamente predecibles, pero con costos impredecibles, que un proyecto con los mismos ingresos predecibles, pero con costos predecibles.

Esta situación no es adecuada. Cuando la incertidumbre sobre los costos potenciales es mayor que la incertidumbre sobre ingresos potenciales, la volatilidad del costo debería disminuir, y no aumentar, el valor de un proyecto. La razón es que, a diferencia de los ingresos, en los que la volatilidad puede implicar tanto un potencial de ganancia como de pérdida, cuando se trata de los costos el potencial de pérdida es generalmente mucho mayor. Es decir, el margen por el cual los costos exceden sus estimaciones es casi siempre mayor que el margen por el cual resultan más bajos.

Tomando, por ejemplo, el caso de un consorcio que se lanza a construir un nuevo avión de pasajeros con un costo proyectado de \$ 20, 000,000. Ahora, el proyecto está retrasado quince años y el costo estimado es de \$ 45, 000,000, un exceso de 125 por ciento.

Habitualmente no existen ahorros de costos en ninguna escala semejante a ésta.

Con la mayoría de los proyectos, se puede tener certeza del costo mínimo, que pone un piso respecto de cuán bajos pueden caer los costos. Pero no existe un techo para los sobrecostos. Más aún, la posibilidad de que la incertidumbre ocasione excesos de costos aumenta cuando las empresas buscan oportunidades de crecimiento en áreas que escapen a su experiencia directa. Su apreciación de los riesgos de un proyecto, como el trabajo ganador de los psicólogos Daniel Kahneman y Amos Tversky ha demostrado, es sistemáticamente demasiado optimista.

Dado que los costos son volátiles en una forma diferente de como lo son los ingresos, la fórmula para determinar el valor de opción debe ser ajustada cuando la volatilidad de los costos es mayor que la volatilidad de los ingresos. En principio, se podría estimar un valor ajustado de opción (VAO) que refleje la naturaleza negativa de la incertidumbre de costo, calculando separadamente el valor de opción de los ingresos y luego restando el “valor” de opción de los costos.

En la práctica, sin embargo, no hay necesidad de calcular el impacto de la volatilidad de los costos en forma separada del impacto de la volatilidad de los ingresos. Existe un enfoque

más simple, que es suficientemente bueno para inferir el VAO de un proyecto, cuando sea necesario, y que tiene la ventaja de ser rápido y sencillo.

Rapidez y sencillez es lo que se necesita en la mayoría de las valoraciones: en cualquier empresa que tenga muchos más proyectos en consideración que fondos o personal para apoyarlos, los ejecutivos no necesitan tener un valor preciso para un proyecto específico; sólo necesitan saber si un proyecto es preferible a otros que compiten por los fondos y talento limitados de la empresa. Así, más que preocuparse sobre si una valoración particular es precisa, los ejecutivos deberían verla como un criterio que les permita escoger los mejores entre los proyectos contendientes.

Mientras se sientan seguros de que todos los proyectos que solicitan fondos están siendo valorados de la misma forma, pueden estar razonablemente confiados de que, en promedio, seleccionarán y asignarán recursos a los mejores.

Por tanto, en términos simples, para dar a los costos una ponderación más real en una valoración de opciones, cuando la volatilidad de éstos es mayor que la volatilidad de los ingresos, se ajusta la volatilidad del proyecto como un todo (la cifra de volatilidad que normalmente se ingresa en un cálculo de opciones) para reflejar la naturaleza negativa de la volatilidad de costos. Luego se aplica ese número ajustado a la valoración de opciones del proyecto. El ajuste se realiza de acuerdo con la siguiente fórmula:

Si la volatilidad de los costos es mayor que la volatilidad de los ingresos:

Volatilidad ajustada = volatilidad del proyecto * (volatilidad de los ingresos ÷ volatilidad de los costos).

En otras palabras, si hay más certeza de los ingresos proyectados que de los costos proyectados, la razón de volatilidad de los ingresos a volatilidad de los costos será menos de uno, lo que reducirá la volatilidad total y eso, a su vez, reducirá el valor de opción del proyecto.

Por ejemplo, para un proyecto con una estimación de volatilidad total de 45%, una volatilidad de ingresos de 40% y una de costos de 60%, la volatilidad ajustada será de:

$$45\% * (40\% / 60\%) = 30 \text{ por ciento.}$$

Este ajuste tiene el efecto de descontar el valor de la opción debido a la mayor volatilidad de los costos. Si la volatilidad de los ingresos es mayor que la de los costos, entonces la variable de volatilidad del proyecto en el cálculo de opciones reales no necesita ser ajustada. No ajustar el valor de opción para reflejar los riesgos de costo no es la única fuente de error. El segundo componente de opciones a menudo ausente de los cálculos de

los ejecutivos y que este enfoque incorpora es el valor de abandono (VAB) de un proyecto. Al buscar formas de reducir la volatilidad de costos, los ejecutivos muchas veces descubren que pueden recuperar parte de las inversiones que han hecho, en caso de fracaso.

Estas oportunidades de crear valor adicional al frenar un proyecto pueden verse como el equivalente de las opciones de venta familiares para inversionistas financieros, que sirven como cobertura contra caídas en el precio del activo subyacente.

El valor de abandono puede surgir de varias maneras. En algunos casos, las inversiones iniciales que deben ser abandonadas pueden ser valiosas para otra unidad de negocios de la misma empresa. Para ver qué tan seriamente toman los ejecutivos el valor de abandono, considérese lo que ocurre en negociaciones de empresas conjuntas, alianzas comerciales alianzas estratégicas o joint ventures, donde el tema del control sobre el futuro de la empresa conjunta suele debatirse acaloradamente.

El costo de poseer 1% más del joint venture que la otra parte, en un acuerdo entre dos partes, es generalmente mucho más alto que el valor económico ligado a esa participación adicional de 1 por ciento.

Esto se debe a que la parte controladora normalmente puede forzar la liquidación de la empresa si se producen problemas, y los ejecutivos entienden que este privilegio tiene valor, el cual puede calcularse explícitamente en el transcurso de las negociaciones. Si la oportunidad de crear valor en la salida existe o se puede hacer que exista, los ejecutivos deberían incluir ese factor en sus valoraciones de proyectos. Esto implica otro cálculo de opciones. Debido a que la de salida es por lo general relativamente simple (una opción de venta), los ejecutivos pueden aplicar con bastante facilidad herramientas financieras como la fórmula Black-Scholes-Merton. El valor estimado del activo creado por la inversión abortada es el precio de ejercicio.

El rango histórico de precios pagados por activos comparables determina la volatilidad. La fecha en que la empresa debe decidir si continúa o no invirtiendo en el proyecto es el tiempo de expiración. Los desafíos del crecimiento están obligando a las empresas a evaluar y apoyar proyectos cada vez más inciertos. Esto requiere algún tipo de marco de opciones con el fin de valorarlos apropiadamente. Pero los directores de y los CEO expresan justificables inquietudes frente a la idea de simplemente reemplazar el largamente fiable modelo de flujo de caja descontado por un cálculo de opciones reales. El enfoque integrado presentado atiende esas inquietudes y permitirá a los ejecutivos hacer inversiones más agresivas sin dejar de cumplir con sus responsabilidades fiduciarias.

Se sugiere probarlo en unos cuantos proyectos piloto, aquellos que la intuición indique que merecen financiamiento a pesar de lo que sugieran las cifras de flujo de caja descontado, o aquellos con altos valores de opción sobre los cuales aún así tengan reservas.

Es importante tener en cuenta que las valoraciones de opciones sólo tienen sentido

cuando se aplican a proyectos a los que se puede poner fin tempranamente y a un bajo costo si las cosas no salen bien. Y ningún método de valoración salvará a una empresa que no se retira rápidamente cuando el proyecto no cumple su promesa inicial y no vuelve a desplegar su talento y financiamiento en otra parte. Si esta disciplina no es incorporada en todo proyecto de opciones, la empresa no estará invirtiendo, estará apostando.

En este capítulo se ha estudiado uno de los enfoques de análisis de mayor interés teórico y práctico en los últimos años: las opciones reales. Bajo este método se puede incorporar a la evaluación financiera de los proyectos de inversión la mayor o menor flexibilidad de los mismos y otros aspectos estratégicos muy importantes como la potencialidad de futuro crecimiento para la empresa y/o el aprovechamiento de economía de alcance. Se puede decir que gracias al método de opciones reales se integra el análisis financiero de inversiones y empresas con el denominado análisis estratégico de los negocios.

3 Activos de origen mineral

Los activos de origen mineral pueden ser muy diversos. En este caso se limitará a los yacimientos de interés minero y para ello se describen brevemente las clasificaciones más conocidas y aceptadas al respecto, de esta manera, se resaltan las características de dichos yacimientos con la finalidad de que al conocer las características apropiadas sirvan para su correspondiente evaluación en conjunto con lo descrito en los capítulos anteriores. El descubrimiento y posterior empleo de algunos minerales en el mundo antiguo, fue de suma importancia para el desarrollo de la humanidad. Los primeros minerales empleados fueron algunos metales como el oro, la plata y el cobre en la manufactura de utensilios de trabajo y domésticos. Con el avance del conocimiento, la minería se convirtió en verdadero motor de economías en el mundo, cualquiera de los imperios que haya existido en la Historia se ha visto beneficiado y ha sido sostenido prácticamente por la extracción de material del subsuelo. En la actualidad, la minería sigue siendo el principio básico de las industrias de transformación, por lo cual los yacimientos de cualquier tipo de mineral se consideran recursos estratégicos de una nación, además de que, son no renovables razón por la que su explotación debe ser lo más racional posible, y por tanto deben ser valuados correctamente.

3.1 OPCIONES REALES CASO MINERÍA Y PETRÓLEO

El valor de cualquier firma petrolera o minera se deriva del valor de sus activos minerales (reservas). Es importante definir el significado de valor.

Por ejemplo, los economistas se avocan a realizar análisis fundamentales respecto a los mercados empleando proyecciones descontadas de ganancias, más que utilizando los análisis técnicos que toman en cuenta además, la psicología de los mercados.

En la evaluación de activos minerales, los economistas utilizan este paradigma, evaluando un estos activos por medio de proyecciones o ganancias descontadas esperadas por su poseedor. Se supone en principio que, los propietarios cuentan con suficiente información, que actúan de forma racional y que no están sujetos a un comportamiento emocional. De igual manera se asume que, los poseedores de estos activos ponen los suficientes incentivos y tomando decisiones que sean capaces de crear valor considerando simultáneamente el riesgo implícito.

También se asume que, tanto compradores y vendedores cuentan con una información plena y detallada sobre los procesos de valuación.

En la realidad, las diferencias entre el comportamiento estratégico y los cálculos en la evaluación existen, en cuyos casos la disparidad entre el valor fundamental y el valor de mercado representa la diferencia entre el que un activo es capaz de generar y el valor al cual se comercia.

En el caso de los activos de origen mineral el comprador y el vendedor pueden tener diferentes opiniones sobre el valor del activo y este podría ser negociado en un mercado no competitivo.

3.2 TIPOS DE ACTIVOS MINERALES

Los activos minerales generalmente se clasifican en cuatro tipos: especulativos, de exploración, de desarrollo y de producción.

Las propiedades especulativas, casi no tienen asegurado un potencial. Las propiedades de exploración sí cuentan con el suficiente potencial de tal forma que, se asegura una inversión sobre estos. Las propiedades de desarrollo son el resultado del ejercicio exitoso de la exploración y garantizan su desarrollo en un activo de producción. Por último, los activos en producción son aquellos que ya están en funcionamiento.

Los economistas, valorarían cada tipo de propiedad por medio de un análisis fundamental, descontando un flujo de efectivos proyectados al futuro, lo cual se convierte en una labor difícil para las propiedades especulativas y de exploración, según sea conocida la nueva información respecto al potencial de producción y al tiempo estimado para ésta, si es el caso, podrían llegar a ser insignificantes como para crear proyecciones sobre los ingresos.

Además estas propiedades son consideradas en el mercado como opciones en las cuales los poseedores tienen justamente la opción de invertir en ellas con la intención de obtener nueva información sobre la naturaleza del activo.

Las aproximaciones sobre ingresos resultan inapropiadas para valorar dichas opciones, y entonces es necesario el empleo de opciones reales

En resumen, los economistas se encuentran un tanto limitados en lo referente a la valuación de activos especulativos o de exploración. La llegada de las técnicas de valuación por Opciones Reales ha permitido la valuación de activos desde su etapa de exploración, y aunque es un nuevo tipo de análisis que aun se encuentra en etapas tempranas en la actualidad no es totalmente aceptada por la toda industria minera o petrolera.

Para cualquier tipo de activo mineral, el valor es un producto conjunto de cualquier mineral potencialmente extraíble localizado bajo la superficie terrestre y cualquier capital que sea usado para la extracción del mineral.

Arbitrariamente es posible dividir el valor total del activo mineral en dos tipos de activos, deduciendo el costo del capital de instalación (pozos, por ejemplo) del valor total del activo para determinar el valor del mineral extraíble. Pero esta perspectiva es completamente arbitraria, puesto que, el mineral extraíble no vale nada sin el capital de instalación y, a su vez, éste capital no vale nada sin el mineral por extraer, lo que significa que, no hay nada inherentemente valuable a un pozo y, por tanto, no es posible agregar su costo a la

valuación. En otras palabras, el hecho de realizar una perforación de esta clase, sin importar su costo, no agrega valor a la propiedad.

Un principio de la valuación de un activo mineral se deriva únicamente de la prospección de, en última instancia, extraer el mineral para obtener una ganancia. Este principio, sin tomar en cuenta la técnica de valuación empleada para este fin, se basa en los ingresos o en las ventas comparables y del propósito de la valuación, y en el valor fundamental o valor de mercado.

Si el activo mineral no espera que genere ninguna ganancia, entonces no tiene valor.

De acuerdo a esto, lógicamente se presumiría que el valor de un activo mineral es simplemente el precio corriente del mineral, P_0 , multiplicado por la cantidad de reserva mineral esperada en su totalidad por ser extraída, Q_0 .

$$V_0 = P_0 E[Q_0] \quad (3.1)$$

Donde el subíndice 0 indica el tiempo 0 (Hoy). El pronóstico de las reservas se designa como $E[Q_0]$ siendo la media de una distribución de probabilidad. Para distribuciones normales, los resultados reales estarán por abajo el 50 % de las veces, y por arriba el otro 50% de las ocasiones. Una esperanza o media es, por tanto, una predicción imparcial que nunca es exacta, pero que es la más probable.

De acuerdo con este modelo para determinar valor, una media o esperanza de un millón de onzas de oro ubicadas a 1000 metros de profundidad tiene un valor corriente de 100 millones UM si el precio por onza es de 100 UM /onza.

El modelo ignora el hecho de que cada onza debe ser recuperada, ocasionando otros gastos económicos por lo cual el modelo resulta demasiado inapropiado.

Otro modelo que iguala el valor con las ganancias indica que el valor de un activo mineral es su precio corriente P_0 menos el costo de extracción por unidad después de impuestos C_0 , multiplicado por la cantidad de reservas esperadas por extraer, Q_0 :

$$V_0 = (P_0 - C_0) E[Q_0] \quad (3.2)$$

En este modelo se observa que se toman en cuenta los costos de extracción, y permite el hecho de que, a causa de elevados costos de extracción el valor de algunos activos sea insignificante o negativo, pero ignora que la extracción contiene las inversiones en curso en forma gastos de exploración y desarrollo, lo que da como consecuencia una sobrevaluación del activo.

Otro modelo que deduce correctamente el valor presente de los costos remanentes esperados de exploración e inversión, I_0 es:

$$V_0 = (P_0 - C_0)E[Q_0] - E[I_0] \quad (3.3)$$

Este, sin embargo, no es aun el valor del activo, aunque, ya que no toma en cuenta el hecho que la cantidad Q no puede ser extraída instantáneamente, ya que una reserva mineral tarda años para extraerse una vez desarrollada, de tal manera que no todas las unidades de mineral deberían ser tasadas al mismo valor presente al día de hoy ($P_0 - C_0$).

Esto significa que, mientras aquellas unidades extraídas hoy pueden ser valuadas a ($P_0 - C_0$), las unidades que se extrajeran mañana deberían ser evaluadas al valor neto de mañana ($P_{0+1} - C_{0+1}$) y descontarlas en el presente.

Este tercer modelo puede o no sobrevaluar un activo, dependiendo del comportamiento de los precios y costos en el tiempo

Un cuarto modelo trata a un activo mineral como un proyecto de extracción de T -periodos y lo valúa como el valor presente después de impuestos de los flujos de efectivo esperados, incluyendo una deducción apropiada para cualquier gasto periódico de capital necesario I_t y costos de abandono netos del valor de salvamento, A_T :

$$V_0 = E \left[\sum_{t=0}^T \frac{(P_t - C_t)q_t}{(1 - radr)^t} - \sum_{t=0}^T \frac{I_t}{(1 + radr)^t} - \frac{A_T}{(1 + radr)} \right] \quad (3.4)$$

Donde q_t es la cantidad extraída en el periodo t , T es el periodo final de operación y $radr$ es una tasa de descuento ajustada al riesgo. Esta ecuación es una representación algebraica del modelo de flujos de efectivo descontados y del valor presente neto. El modelo claramente identifica activos minerales como un proyecto de extracción, con riesgo y factores económicos y técnicos futuros sirviendo estos como los controladores para el valor presente.

Se tiene una necesidad inherente al método por disponer de pronósticos de precios, costos (incluyendo impuestos), dificultades técnicas, reservas, costos de abandono y todos aquellos que puedan intervenir. Se suele asumir que las expectativas son imparciales y uniformes para las partes que hacen el avalúo del activo y que la competencia entre compradores llevará al valor de transacción hacia el valor fundamental obtenido con este modelo.

Las expectativas particulares de las partes vendedoras y compradoras pueden de hecho ser diferentes y parciales y pueden ser conciliadas únicamente por la vía de la negociación en

un mercado competitivo imperfecto. El valor de mercado perfecto calcula el impacto de estas negociaciones. Además de la necesidad de pronósticos el modelo 4 requiere también del uso de una tasa de descuento ajustada al riesgo (radr).

La ecuación 3.4 técnicamente puede ser empleada para valorar fundamentalmente todo tipo de propiedad mineral. Para aquellas propiedades especulativas y de exploración I debería incluir gastos remanentes de exploración y desarrollo y q debería ser cero para varios años mientras estas actividades estén en marcha. La expectativa sobre la producción anual q incluiría una gran probabilidad de que las reservas puedan no existir. La incertidumbre puede también garantizar una tasa de descuento muy alta.

Sin embargo, la incertidumbre de la información en esta etapa de la vida de un proyecto, junto a las dificultades al ajustar el riesgo hace que la valuación obtenida con el modelo 4 altamente incierta.

Al tomar decisiones sobre proyectos de inversión o estrategias de negocios por parte de los consejos de administración de las empresas encargadas de la exploración y explotación de recursos minerales, es conveniente contar con herramientas que permitan optimar dichas decisiones dada la flexibilidad que existe al considerar los posibles escenarios en el futuro relacionados con los proyectos o estrategias tales como la expansión, demora, enmienda, reposición o incluso el abandono de los distintos proyectos.

3.3 DEFINICIÓN DE YACIMIENTO

Yacimiento, en geología, es una formación en la que está presente una concentración estadísticamente anómala de minerales (depósitos minerales) presentes en la corteza terrestre o litosfera.

3.3.1 Yacimiento minero

es aquel yacimiento en el cual la calidad y cantidad de los minerales presentes justifica un mayor estudio, el cual tiene por objetivo definir en cantidad, calidad, profundidad y dimensión el yacimiento con el fin de desarrollar las actividades mineras para que la explotación del yacimiento sea económicamente rentable con las tecnologías actuales.

3.3.2 Distrito Minero

Porción o área de terreno de un país, generalmente designada con un nombre, cuyos límites han sido descritos y dentro de la cual existen minerales que son extraídos siguiendo las reglas y regulaciones establecidas por los organismos mineros locales. Para la definición de un distrito minero, no existe límite de su extensión territorial y sus linderos se pueden cambiar siempre y cuando no se interfieran otros derechos.

La mayoría de los elementos químicos naturales, incluso los menos abundantes, se encuentran en la corteza en cantidades considerables. Sin embargo, para que sean extraíbles

se necesitan concentraciones que sólo aparecen de manera excepcional, además de unas adecuadas condiciones de accesibilidad. Algunos procesos geológicos internos y externos pueden producir localmente concentraciones económicas de materiales como menas explotables de metales, carbón o hidrocarburos.

El estudio de los yacimientos minerales requiere el examen de un gran número y tipos de distritos mineros; sus semejanzas y diferencias deben ser anotadas y descritas.

Agrupando los yacimientos con características similares se facilita la descripción y, como es de esperar, permite generalizaciones en lo que concierne a la génesis y localización mineral. Para que pueda usarse, una clasificación debe ser lo más simple posible, especialmente si tiene que usarse en el campo durante el examen de una mina y para la cartografía. Se han hecho muchos intentos para clasificar los yacimientos minerales desde los primeros esbozos de Georgius Agrícola (1494-1555); sin embargo, la mayoría fueron abandonados ya que eran en gran parte engorrosos y restrictivos y no podían aplicarse en el campo.

Algunos tipos de yacimientos minerales gradan en otros y sus límites genéticos no pueden definirse de un modo preciso; por lo tanto, la clasificación debe ser flexible. Por ejemplo, en muchos distritos mineros de los Estados Unidos, tales como Butte, Montana, la mineralización en las partes externas del área fue depositada a temperaturas y presiones relativamente bajas, mientras que la mineralización en el centro del distrito se formó a temperaturas y presiones un poco mayores. Es imposible clasificar el distrito solamente en una categoría; no obstante, el distrito está colocado en la categoría que se aplica a la mayor parte de los yacimientos.

Mientras que los intentos pasados en la clasificación han hecho énfasis en la forma, textura y en el contenido mineral y asociaciones de los yacimientos minerales, las clasificaciones más modernas se desarrollan sobre las teorías de la génesis y medios de deposición. Desde los primeros tiempos se reconoció que se podía hacer una clara distinción entre ciertos tipos de menas sedimentarias y otras asociadas con procesos ígneos. Incluso la división en tipos ha sido difícil, ya que los geólogos no pueden ponerse de acuerdo entre ellos mismos en cuanto al origen de muchos yacimientos. No se ha propuesto ninguna clasificación aceptable de los yacimientos minerales y en la actualidad hay tres sistemas de uso común. Los europeos están a favor de la clasificación volcánico-plutónica de Niggli y de la clasificación mena-asociación de Schneiderhöhn. El esquema más ampliamente usado en los Estados Unidos es la clasificación profundidad-temperatura de Lindgren. Estas tres clasificaciones fueron desarrolladas cada una durante la primera parte del siglo XX cuando los tipos más frecuentes de yacimientos minerales eran los filones. Tales yacimientos como los sulfuros masivos asociados con masas volcánicas, yacimientos diseminados de cobre y molibdeno y yacimientos estratiformes del tipo de Mississippi Valley, si bien conocidos, su valor económico era bastante inferior que el actual. Al mismo tiempo, despertaban poco interés científico. Los estudios modernos han proporcionado una gran cantidad de información y es necesario una revisión y modernización de las antiguas clasificaciones.

3.4 CLASIFICACIÓN DE LOS YACIMIENTOS MINERALES

A continuación se lleva a cabo una revisión breve de las clasificaciones existentes de los yacimientos minerales con la intención de mostrar algunas de las características propias en cuanto a su naturaleza como una manera de proporcionar una introducción a los yacimientos minerales desde un punto de vista técnico, lo cual también debe ser considerado al realizar las correspondientes evaluaciones como proyectos de inversión pues su potencial monetario se encuentra ligado también a toda la información posible incluyendo su génesis. En el caso de los geólogos, será más claro el valor de su participación en la evaluación de los yacimientos.

3.4.1 Clasificación de Niggli

Paul Niggli (1929) agrupó las menas epigenéticas en volcánicas, o próximas a la superficie, y plutónicas, o de asentamiento profundo. Los yacimientos plutónicos son divididos en hidrotermales, pegmatíticos-neumatolíticos y subgrupos ortomagmáticos, dependiendo de si las menas se formaron a partir de líquidos o de gases, o como productos directos de cristalización dentro del magma. La clasificación final está basada en asociaciones químicas y asociaciones mena-mineral.

Un esquema de la clasificación de Niggli se da en la tabla 1. Se puede ver que este sistema clasifica los yacimientos en base a su génesis y mineralogía. Por ejemplo, se distingue entre yacimientos volcánicos de oro y yacimientos plutónicos de oro o entre menas hidrotermales de cobre y menas pneumatolíticas de cobre. Fundamentalmente, esta clasificación difiere poco de la de Lindgren. La mayor parte de los criterios utilizados en la clasificación de Niggli son aplicables en la de Lindgren. Pero ya que los fluidos de alta presión por encima del punto crítico no son ni gases ni líquidos, la distinción pneumatolítico-hidrotermal es artificial. Desafía la aplicación de campo, ya que un yacimiento mineral que se forme a partir de minerales transportados en medio gaseoso no puede distinguirse de los formados a partir de materiales transportados en medio líquido.

Tabla 1.- Clasificación de Niggli de yacimientos minerales.

Plutónico intrusivo	o	Neumatolítico pegmatítico	a	Hidrotermal	Volcánico extrusivo	o
Ortomagmático		Metales pesados-		Hierro-Cobre-Oro-	Estaño-Plata-	

	Alcalino térreos- Fósforo-Titanio	Arsénico	Bismuto
Diamante, platino- cromo	Silicatos-Álcalis- Flúor-Boro-Estaño- Molibdeno- Wolframio	Plomo-Cinc-Plata	Metales pesados
Titanio-Hierro- Níquel-Cobre	Asociaciones turmalina-cuarzo	Níquel-Cobalto- Arsénico-Plata	Oro-Plata
		Carbonatos-Óxidos- Sulfatos-Fluoruros	Antimonio-Mercurio
			Cobre nativo
			Volcanes subacuáticos y depósitos bioquímicos

3.4.2 Clasificación de Schneiderhöhn

Schneiderhöhn (1941) clasificó los yacimientos minerales de acuerdo a: 1) la naturaleza del fluido mineral; 2) las asociaciones minerales; 3) distinción entre deposición cercana a la superficie y deposición profunda, y 4) el tipo de deposición, huésped o ganga. La categoría significativa en esta clasificación es el grupo segundo, asociaciones minerales. Schneiderhöhn propuso una lista detallada de asociaciones minerales típicas, clasificándolas según los tipos de mena, huésped y ganga encontrada en cada una. Las categorías principales de su clasificación se reproducen en la tabla 2.

Tabla 2.- Clasificación de Schneiderhöhn de los yacimientos minerales.

I. Yacimientos intrusivos y líquido-magmáticos	II. Yacimientos neumatolíticos	III. Yacimientos hidrotermales	IV. Yacimientos exhalativos
	A. Filones pegmatíticos	A. Asociaciones de oro y plata	

	B. Filones neumatolíticos impregnaciones	B. Asociaciones de pirita y cobre	
	C. Reemplazamientos neumatolíticos de contacto	C. Asociaciones plomo-plata-cinc	
		D. Asociaciones plata-cobalto- níquel-bismuto- uranio	
		E. Asociaciones estaño-plata- wolframio- bismuto	
		F. Asociaciones antimonio- mercurio- arsénico-selenio	
		G. Asociaciones de no sulfuros	
		H. Asociaciones de no metales	

El sistema de Hans Schneiderhöhn es conocido en Europa y defendido por muchos americanos. Levi F Noble (1955) sostiene que es la mejor clasificación genética ya que las asociaciones minerales representan asociaciones metálicas en los fluidos formadores de las menas. Aunque los esquemas de Schneiderhöhn y Lindgren tienen semejanzas fundamentales, sin embargo, difieren en el énfasis. Según el sistema de Schneiderhöhn, un yacimiento que no se adapte a ninguna de las asociaciones dadas mena-mineral o sus subdivisiones es rápidamente clasificado formando solamente un nuevo grupo o subdivisión. El éxito de este sistema para uso de campo, sin embargo, es inversamente proporcional al número de grupos principales necesitados para acomodar todos los yacimientos minerales; es decir, cada nueva categoría que se necesite debilita la clasificación. Un ejemplo más detallado del sistema de Schneiderhöhn (para el grupo III A) es como sigue:

III. Yacimientos hidrotermales.
A. Asociaciones de oro y plata.

1. Cortejo hipoabisal (asentamiento profundo).
 - a. Filones catatermales de oro-cuarzo (equivalente a hipotermal).
 - b. Yacimientos de impregnación llevando oro en rocas silicatadas.
 - c. Yacimientos de reemplazamiento llevando oro en rocas carbonatadas.
 - d. Yacimientos mesotermiales de oro-plomo-selenio.

1. Cortejo subvolcánico (cercano a la superficie).
 - a. Filones epitermales propilíticos de oro-cuarzo y filones de plata-oro.
 - b. Filones epitermales de oro-teluro.
 - c. Filones epitermales de oro-selenio.
 - d. Yacimientos aluníticos de oro.
 - e. Yacimientos epitermales de plata.

3.4.3 Clasificación de Lindgren

Lindgren introdujo sus sistema de clasificación (tabla 3) en 1913; se usa hoy día casi en su forma original (Lindgren, 1933). Se han añadido términos tales como "teletermal" (Graton, 1933) y "exotermal" (Buddington, 1935). Ridge (1968) reconoció la necesidad de revisión, si bien conservó los principios básicos de Lindgren.

El sistema de Lindgren está considerado como el mejor para uso en el campo. Una modificación que parece esencial es una atenuación del papel del magma. Por consiguiente, en la tabla 3, el origen del calor no se especifica. El término "hidrotermal" significa simplemente "agua caliente" y no implica asociación magmática. Tal cambio en el sistema de clasificación fue sugerido por K.L. Williams y se adapta bien con los descubrimientos de los estudios de inclusiones fluidas e isotópicas.

Las denotaciones de temperatura y presión en el esquema de Lindgren son a lo más solamente aproximadas y sujetas a modificación constantes. Por ejemplo, aunque la mayor parte de la metalización en los yacimientos mesotermiales tiene lugar posiblemente entre los 300° y 200° C, los estados iniciales y finales de la deposición mineral pueden pasar de estos límites.

Tabla 3 - Clasificación de Waldemar Lindgren de los yacimientos minerales, modificados.

A. Depósitos producidos por procesos químicos de concentración; las temperaturas y presiones varían entre límites amplios.

A. En magmas de procesos de diferenciación.

1. Yacimientos propiamente magmáticos, yacimientos de segregación magmática, yacimientos por inyección. Temperaturas entre 700° y 1500° C; presiones muy altas

2. Pegmatitas. Temperatura muy alta a la moderada, presión muy alta.

A. En formación de rocas

1. Concentración efectuada por introducción de sustancias extrañas a las rocas (epigenético)

a. Origen dependiente de la erupción de rocas ígneas.

i. Yacimientos vulcanogénicos asociados normalmente a acumulaciones volcánicas. Temperaturas entre 100° y 600° C; presión atmosférica o moderada.

ii. A partir de masas efusivas. Sublimados, fumarolas. Temperatura de 100° a 600° C; presión atmosférica o moderada.

iii. A partir de masas efusivas. (Yacimientos ígneo metamórficos). Temperaturas oscilando probablemente entre 500° y 800° C; presión muy alta.

a. Por aguas calientes ascendentes de origen incierto, probablemente magmáticas, metamórficas, oceánicas, connatas o meteóricas.

i. Yacimientos hipotermales. Deposición y concentración a grandes profundidades, temperatura y presión elevadas. Temperatura entre 300° y 500° C. Presión muy alta.

ii. Yacimientos mesotermales. Precipitación y concentración a profundidades intermedias. Temperatura de 200° a 500° C; presión alta.

iii. Yacimientos epitermales. Precipitación y concentración a poca profundidad. Temperatura de 50° a 200° C; presión moderada.

iv. Depósitos teletermales. Precipitación a partir de "soluciones gastadas". Temperatura y presiones bajas; es el término más alto del rango hidrotermal.

v. Depósitos xenotermales. Precipitación y concentración a profundidades someras, pero a temperaturas altas. Temperatura alta a baja; presión moderada a atmosférica.

a. Origen por aguas meteóricas circulando a profundidades moderadas o ligeras. Temperatura superior a 100° C; presión moderada.

1. Por concentración a sustancias contenidas en el propio conjunto geológico.

a. Concentración por metamorfismo dinámico o regional. Temperatura superior a 400° C; presión alta.

b. Concentración por agua subterránea de circulación más profunda. Temperatura 0° a 100° C; presión moderada.

c. Concentración por desintegración de las rocas y alteración residual cerca de la superficie. Temperatura 0° a 100° C; presión moderada o atmosférica.

A. En medios acuosos

1. Vulcanogénicos. Emanaciones termales submarinas asociadas con vulcanismo. Temperaturas altas a moderadas; presión baja a moderada.
2. Por interacción entre soluciones. Temperatura de 0° 70° C; presión moderada
 - a. Reacciones inorgánicas.
 - b. Reacciones orgánicas.

1. Por evaporación de los disolventes.

II. Yacimientos producidos por procesos mecánicos de concentración. Temperatura y presión moderada a baja.

Ninguno de estos criterios es infalible; debido a la complejidad y variabilidad de los factores involucrados, los minerales que normalmente se forman en una zona también se forman en otros lugares, a presiones y temperaturas más altas o más bajas. Las zonas deposicionales se caracterizan por ciertas asociaciones de minerales de mena y minerales de ganga (Schneiderhöhn, 1941; Niggli, 1929), así como por la presencia de ciertos productos de alteración de la roca encajonante. Algunos minerales, tales como el cuarzo, feldespatos y pirita, tienen amplios rangos de estabilidad y persisten desde las zonas más profundas a las zonas más someras. Las texturas minerales pueden indicar el ambiente de profundidad-temperatura; por ejemplo, los geólogos creen que el bandeado rítmico de grano fino de algunas menas de oro se desarrolla bajo condiciones próximas a la superficie. Las texturas oolíticas y los yacimientos coloidales generalmente se atribuyen también a presiones y temperaturas bajas. Aunque el conocimiento de la termometría geológica es útil, se debe usar con mucha precaución.

Los yacimientos minerales que parecen ser el resultado de la granitización encajarán también en la clasificación de Lindgren, puesto que no se considera el origen último de los metales: cada categoría se define por las condiciones ambientales en el tiempo y lugar de la deposición final.

A pesar de su aparente simplicidad y amplitud, la clasificación de Lindgren ha tenido numerosas críticas, particularmente la categoría "en cuerpos de roca" (IB). A la luz de las ideas modernas, especialmente aquellas obtenidas de estudios de inclusiones fluidas y de estudios isotópicos, muchas de estas críticas están justificadas. En cuanto a su permanente utilidad, cualquier sistema de clasificación debe ser capaz de reflejar nuevos hallazgos, debe ser revisable. El criticar el sistema de Lindgren solamente porque deja sin clasificar un yacimiento particular no es más válido que el discutir que un batolito de granodiorita no puede ser así clasificado porque contiene algo de cuarzo monzonita. Mientras que la clasificación se entienda, se modernice y se reconozcan sus límites, continuará siendo

significativa y útil.

Las zonas de Lindgren se basan comúnmente en los minerales presentes sin tener mucho en cuenta sus rangos de estabilidad. Así, pues, la pirrotina y la arsenopirita se consideran frecuentemente como minerales de alta temperatura, lo cual verdaderamente puede ser. Incluso sabemos ahora que la pirrotina puede existir en la forma monoclinica y hexagonal, y que las condiciones de la deposición varían mucho. Muchos minerales que Lindgren consideró que se formaban a temperaturas altas se sabe hoy que se forman también a temperaturas bajas, especialmente a través de largos períodos de tiempo geológico. Cuando se acumulan los datos sobre el equilibrio de fases y estabilidad de los minerales y cuando la geotermometría se va refinando, entonces irán variando las asociaciones minerales propias de una zona con una profundidad determinada. Muchos yacimientos probablemente serán clasificados otra vez, y los límites de temperatura de las zonas hipotermal, mesotermal y epitermal, refinados y redefinidos.

Se ha hecho una crítica más al sistema de Lindgren debido a la incertidumbre de lo que exactamente se entiende por "alto", "medio" y "bajo" cuando se aplicaba a temperaturas y presiones. No es necesario un refinamiento de estos términos. Del mismo modo, cuando las temperaturas y presiones de un fluido hidrotermal cambian, las menas de un cuerpo mineral simple (o incluso de una muestra) pueden representar más de una de las categorías de la tabla. Esto es un problema serio de clasificación, pero parece inevitable en el intento de describir los complejos procesos de formación de menas. La temperatura y la presión en la zona hipotermal permanecen ordinariamente altas a lo largo de la deposición mineral, pero en zonas someras los minerales de baja temperatura pueden estar sobre impuestos sobre filones de temperatura más alta. Del mismo modo, no es raro descubrir que un conjunto mineral de alta temperatura haya sido fracturado y subsecuentemente atravesado por un fluido mineral más frío. En la práctica, tal yacimiento se asigna a una zona particular de Lindgren de acuerdo a su conjunto mineral dominante.

Originalmente, la clasificación de Lindgren atendió a la presión y temperatura como variables dependientes, pero de hecho pueden variar independientemente. Buddington (1935) señaló nueve categorías posibles para zonas de profundidad-temperatura; éstas representan una combinación de valores de temperatura y presión altos, intermedios y bajos. Aunque las altas temperaturas cerca de la superficie son completamente razonables en las proximidades de un plutón, es tal vez irrazonable esperar condiciones de superficie a grandes profundidades. Buddington introdujo el término xenotermal para representar yacimientos de alta temperatura que se forman cercanos a la superficie. No es práctico el distinguir el total de los nueve tipos de yacimiento en el campo, pero el xenotermal se usa bastante actualmente.

La clasificación de Lindgren no tiene en cuenta la química de las rocas encajonantes que son indudablemente un factor fundamental en la deposición mineral. Teóricamente esto sería indiferente ya que la profundidad y temperatura son los únicos parámetros usados. En este punto se origina un problema cuando las menas son precipitadas prematuramente con

respecto a su medio normal de profundidad-temperatura. Algunos yacimientos ígneos metamórficos pueden, por criterios de profundidad-temperatura, encajar en la zona hipotermal de Lindgren o incluso en la zona mesotermal (Stone, 1959, pág. 1028), estando solamente la diferencia en que el yacimiento yace dentro de un huésped de carbonato más bien que en una roca regional menos reactiva. Estas diferencias sugieren que la clasificación de Schneiderhöhn es más apropiada donde la deposición mineral ha sido controlada por diferencias químicas entre los fluidos hidrotermales y las rocas encajonantes, mientras que la clasificación de Lindgren va mejor cuando la deposición mineral ha estado controlada tanto por la presión como por la temperatura.

Schmitt (1950) observó que las gradaciones entre zonas no son tan frecuentes como uno se podía esperar; las gradaciones faltan entre las zonas epitermales y mesotermas, y entre yacimientos de pegmatitas e hipotermas. La ausencia de estas gradaciones nunca ha sido adecuadamente explicada. Sin embargo, se conocen algunos ejemplos de tales gradaciones, y es probable que cuando aumente nuestro conocimiento sobre las condiciones fisicoquímicas que controlan la deposición mineral, se podrá ofrecer una explicación favorable. Schmitt también propuso un gráfico de clasificación con la ordenada y abscisa definida por los factores de profundidad y temperatura. Este método, si bien más preciso, requiere una información que no es fácilmente obtenida en el campo.

Aunque la clasificación de Lindgren es el modelo en los Estados Unidos, la mayoría de los yacimientos son también clasificados por su contenido en metales, la forma, reemplazamiento o relleno de cavidades, y así sucesivamente. Por ejemplo, un yacimiento diseminado de cobre es solamente uno de los muchos tipos posibles en la categoría mesotermal; una chimenea mineral de plomo-zinc puede ser hipotermal, mesotermal o epitermal, dependiendo del yacimiento en cuestión.

Lovering (1963) introdujo los términos diplogénico y litogénico en el sistema de clasificación. "Diplogénico" se propuso para yacimientos que son en parte singenéticos y en parte epigenéticos. Aunque el término se refiere primariamente al tiempo, en cierto sentido se refiere también al espacio; no lleva ninguna implicación del origen de los constituyentes o del método de formación. Un ejemplo de un yacimiento diplogénico dado por Lovering es uno en el que el catión singenético se une con el anión epigenético para reemplazar la caliza por fluorita. El segundo término de Lovering, "litogénico", se aplica a la movilización de los elementos de una roca sólida y su transporte y deposición en otra parte. Los yacimientos litogénicos se derivarían de la acción de fluidos magmáticos, metamórficos o meteóricos.

La clasificación genética de Lindgren de yacimientos minerales está estrechamente relacionada al zonado y a la paragénesis. Teóricamente, las zonas de profundidad-temperatura pueden corresponder a las actuales zonas mineralógicas, como en Cornualles, Inglaterra. Similarmente, las zonas de alta densidad corresponden a la fase paragenética más temprana de un distrito. Zonado, paragénesis y clasificación genética son todas expresiones del mismo fenómeno y no pueden propiamente separarse unas de otras. Esto

constituye una evidencia clara a favor del esquema de clasificación de Lindgren.

3.5 RECURSOS Y TIPOS DE RESERVAS MINERALES

Existen diferentes tipos de recursos naturales que incluyen aquellos de tipo vegetal como los bosques, que por razones de pronta regeneración se omiten en esta clasificación de recursos. En general, se divide a los recursos obtenidos de la naturaleza como renovables y no renovables.

Los recursos renovables son aquellos cuyos ciclos de regeneración son más o menos cercanos a los ritmos de explotación. Los recursos considerados no renovables son los que poseen ciclos de regeneración muy por debajo de sus ritmos de explotación.

Un recurso cualquiera es un bien capaz proporcionar a su poseedor alguna utilidad o beneficio. Los recursos tienen diferentes usos y estos pueden ser **físicos** como los hidráulicos y los minerales, **ambientales**, como recursos ecológicos y **biológicos**, que son todos los de origen agrícola ganadero o forestal.

En la siguiente tabla se muestra la clasificación de los recursos minerales

Tabla 3.1

Recursos minerales	Renovables	No renovables
Metálicos		Hierro y aleaciones del acero Metales “Base” Metales ligeros Metales preciosos
Energéticos	Energía hidroeléctrica Energía geotérmica Energía mareomotriz Energía solar Energía eólica Biomasa	Hidrocarburos Petróleo Gas natural Arenas asfálticas Pizarras bituminosas Carbones Antracita Hulla Lignito Turba Uranio
Industriales		Rocas y materiales de construcción Fertilizantes Materiales para la industria química

3.5.1 Recurso mineral

Se refiere a cualquier tipo de concentración mineral (sólida líquida o gaseosa) en áreas concretas que son susceptibles de ser explotadas para su aprovechamiento.

3.6 TIPOS DE RESERVAS

3.6.1 Reserva mineral

Se entiende por cualquier tipo de recurso descubierto, y por tanto, demostrado y cuantificado, además de explotable a las condiciones actuales del mercado.

Se refiere a la cantidad (masa o volumen) de mineral susceptible de ser explotado, incluida la dilución, y a partir de la cual se pueden recuperar económicamente, minerales valiosos o útiles, bajo condiciones reales, asumidas al momento de la cuantificación. Aunque la cantidad a nivel global de un recurso mineral puede ser grande, existe un límite de lo que se puede considerar como reserva (recurso explotable). Existe una gran cantidad de rocas con contenidos mínimos de un cierto mineral, y en comparación con ellos existen cantidades muy limitadas con contenidos altos. Las reservas dependen de un gran número de factores: ley media, ley de corte, y de las condiciones técnicas, medioambientales y de mercado existentes en el momento de llevar a cabo la explotación. Se complementa con el concepto de recurso, que es la cantidad total de mineral existente en la zona, incluido el que no podrá ser explotado por su baja concentración o ley. Las reservas minerales se dividen en probadas y probables. Los estimados de reservas minerales se toman a partir de los estimados de recursos con base en parámetros económicos, mineros, metalúrgicos, mercado, medio ambiente, legal, social y gubernamental.

3.6.2 Reservas posibles

Cuando se hace una primera aproximación mediante métodos geológicos

3.6.3 Reservas probadas

Cuando la precisión de su magnitud y características es mucho mayor al basarse en análisis mucho más detallados y al estar calculadas a partir de una red de sondeos

3.6.4 Reserva de 1ª categoría

yacimiento económicamente rentable del que se conoce su volumen con buena aproximación.

3.6.5 Reserva Marginal

reservas variablemente económicas, ya que tienen valores próximos a las leyes mínimas.

3.6.6 Reserva Base

Incluye las reservas rentables y aquellas otras que aunque identificadas no son rentables en las condiciones actuales del mercado, pero que pueden serlo en el futuro.

3.6.7 Reserva Sub-económica

reserva con leyes por debajo de la ley mínima aunque próximas a este valor. Por tanto, rentables en función del valor de ley mínima.

3.6.8 Reserva especial

Es la facultad del Gobierno que por motivos de orden social o económico determinados en cada caso, por solicitud expresa de la comunidad minera a la autoridad minera, en aquellas áreas en donde existan explotaciones tradicionales de minería informal, deberá delimitar zonas en las cuales temporalmente no se admitan nuevas propuestas, sobre todos o algunos minerales. También se puede hacer de oficio. Su objeto será adelantar estudios geológicos mineros y desarrollar proyectos mineros estratégicos para el país, destinados a determinar las clases de proyectos mineros especiales y su puesta en marcha.

El desarrollo de recursos está relacionado a la cantidad de información geológica, por una parte, y con la disponibilidad de aspectos económicos y técnicos en general. A mayor cantidad de información sobre factores geológicos, y a mayor cantidad de factores técnicos y económicos, se tiene un mayor potencial de recursos por descubrir.

4 Modelos de opciones reales

Una vez descritos los elementos básicos sobre la teoría de opciones, Opciones Reales y los tipos de yacimientos en minería, se puede hacer una integración para lograr tener manera de evaluar esta clase de recursos, que es lo que se presenta en este capítulo. Las opciones reales se han diversificado de tal manera que pueden considerarse casi como trajes a la medida de las necesidades de los inversionistas, por lo cual, es necesario considerar que los modelos establecidos son susceptibles de ser modificados según se requiera. De tal forma que, en éste capítulo, se presentan algunos modelos para valuación de opciones reales propuestos por autores que, desde su perspectiva, se adaptan mejor a las diversas situaciones que pueden ocurrir en proyectos de esta naturaleza. En principio se da una revisión sobre el clásico modelo de Brennan y Schwartz de 1985, el cual representa un verdadero parte aguas para la valuación de activos minerales a través del empleo de las opciones reales. En la segunda parte, se propone un análisis de opciones en hoja de cálculo (modificados) de A. Damodaran y de software comercial de la firma Bussines Spreadsheets con el fin de mostrar con mayor facilidad el empleo de las opciones reales en la valuación de recursos minerales.

4.1 MODELO DE BRENNAN Y SCHWARTZ

El modelo de Brennan & Schwartz (1985), trata a los precios de los productos como estocásticos. De esta manera se puede analizar a los proyectos de inversión en recursos naturales (como minería), cuando la incertidumbre respecto a los precios afecta la toma de decisiones. Para estos autores, el modelo desarrollado, considera explícitamente el control de la gestión de la tasa de producción, que es variable, en respuesta al precio de mercado de los productos. En el modelo se consideran las variaciones en el riesgo y la tasa de descuento que son afectadas por la velocidad de extracción del recurso y también por la aleatoriedad de los precios de la producción. Finalmente el modelo considera la posibilidad del cierre del proyecto ante una depreciación de la producción.

Brennan & Schwartz, modelan la valoración de los capitales como una relación entre el precio estocástico del mercado (la producción) y la tasa de extracción, convirtiéndose en un problema de control óptimo estocástico.

4.1.1 Supuestos del modelo

La mina bajo consideración producirá un único bien, considerado mercancía (commodity) homogéneo (de elección libre en el mercado) cuyo precio spot, S , se determina de manera competitiva y que sigue un proceso estocástico.

$$\frac{dS}{S} = \mu dt + \sigma dz \quad (4.1)$$

Donde:

S precio

dS diferencial del precio

dz Es el incremento de un proceso Gauss – Wiener,

σ Es la desviación estándar del precio spot

μ Es la tendencia local del precio y es estocástica.

Brennan & Schwartz definen el “convenience yield” como el flujo de servicios que corresponde al dueño del commodity físico, pero no al dueño del contrato futuro que recibe la entrega del commodity. El beneficio viene del hecho de que el dueño del commodity físico es capaz de escoger dónde guardará y cuando liquidará el inventario, por ello el dueño puede decidir las existencias en períodos de escasez. El convenience yield dependerá de la identidad del individuo que posee el inventario, y en equilibrio, los inventarios estarán en manos de aquellos para quienes el convenience yield marginal sea el máximo.

Se asume entonces que el convenience yield marginal del commodity se puede escribir como una función del precio spot y del tiempo, $C(S,t)$.

Si se supone que el convenience yield es sólo función del precio spot, y que la tasa de interés es constante e igual a ρ , entonces se puede determinar una relación entre el precio spot del commodity y el valor del futuro cuyo activo subyacente es el commodity.

Ahora podemos definir a F , como $F(S, \tau)$ que corresponde al precio del futuro en el momento t , para la entrega de una unidad del commodity en el momento T donde $\tau = T - t$.

Aplicando el lema de Ito a la función para encontrar el cambio instantáneo en los precios futuros:

$$dF = \left(\frac{\partial F}{\partial t} + \mu S + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} \right) dt + \sigma S \frac{\partial F}{\partial S} dW_t$$

Donde:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dW_t$$

Hallando cada una de las derivadas parciales:

$$\frac{\partial F}{\partial t} = -F_\tau \text{ (Regla de la cadena)}$$

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \tau}\right)\left(\frac{\partial \tau}{\partial t}\right) = F_{\tau}(-1)$$

$$\frac{\partial F}{\partial S} = F_s$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial S^2} = F_{ss}$$

Por lo que sustituyendo:

$$dF = \left(-F_{\tau} + \frac{1}{2}F_{ss}\sigma^2 S^2\right)dt + F_s dS \quad (4.2)$$

Considerando la tasa de retorno instantánea ganada por un individuo que compra una unidad de commodity y se endeuda en $(F_s)^{-1}$ (posición en corto) en los contratos futuros (número de contratos). Pero el hecho de contar con un contrato futuro no implica necesariamente la recepción o salida de fondos, la tasa instantánea de retorno por unidad invertida, incluyendo el convenience yield marginal neto y utilizando la ecuación anterior, resulta:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{S} + C(S)\frac{dt}{S} - (SF_s)^{-1}dF &= \frac{dS}{S} + C(S)\frac{dt}{S} - (SF_s)^{-1}\left[\left(-F_{\tau} + \frac{1}{2}F_{ss}\sigma^2 S^2\right)dt + F_s dS\right] \\ &= \frac{dS}{S} + C(S)\frac{dt}{S} + \left[(SF_s)^{-1}F_{\tau} - \frac{1}{2}(SF_s)^{-1}F_{ss}\sigma^2 S^2\right]dt - (SF_s)^{-1}F_s dS \\ &= \frac{dS}{S} + C(S)\frac{dt}{S} + (SF_s)^{-1}F_{\tau}dt - \frac{1}{2}(SF_s)^{-1}F_{ss}\sigma^2 S^2 - \frac{dS}{S} \end{aligned}$$

Factorizando:

$$= (SF_s)^{-1}\left[F_s C(S) - \frac{1}{2}F_{ss}\sigma^2 S^2 + F_{\tau}\right]dt$$

Por último reordenando:

$$\frac{dS}{S} + \frac{C(S)}{S} - (SF_s)^{-1}dF = (SF_s)^{-1}\left[F_s C(S) - \frac{1}{2}F_{ss}\sigma^2 S^2 + F_{\tau}\right]dt \quad (4.3)$$

Pero este retorno no es estocástico y como $C(S)$ se define como el convenience yield (neto) de una unidad marginal de inventario, el retorno debe ser igual a la tasa de libre de riesgo ρdt . Igualando el lado derecho de la ecuación anterior a ρdt , se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$(SF_s)^{-1} \left[F_s C(S) - \frac{1}{2} F_{ss} \sigma^2 S^2 + F_\tau \right] dt = \rho dt$$

$$F_s C(S) - \frac{1}{2} F_{ss} \sigma^2 S^2 + F_\tau = SF_s \rho$$

$$0 = SF_s \rho - F_s C(S) + \frac{1}{2} F_{ss} \sigma^2 S^2 - F_\tau$$

$$F_s (S\rho - C(S)) + \frac{1}{2} F_{ss} \sigma^2 S^2 - F_\tau$$

O lo que es igual:

$$\frac{1}{2} F_{ss} \sigma^2 S^2 + F_s (\rho S - C) - F_\tau = 0 \quad (4.4)$$

Así, el precio del futuro está dado por la solución de esta ecuación, sujeta a la condición de frontera:

$$F(S,0) = S \quad (4.5)$$

Esto establece que el precio del futuro es una función del precio spot corriente y del tiempo de maduración o vencimiento. Más aún, los parámetros del convenience yield se pueden estimar directamente a través de la relación entre los precios spot y futuro. Si el convenience yield es proporcional al precio spot:

$$C(S,t) = cS \quad (4.6)$$

Si el convenience yield es proporcional al precio spot.

De acuerdo a Ross (1978) el precio del futuro está dado por:

$$F(S, \tau) = S e^{(\rho-c)\tau} \quad (4.7)$$

Independientemente del proceso estocástico del precio spot. Para mayores especificaciones del convenience yield es necesario resolver las ecuaciones 4 y 5.

Finalmente, reemplazando (ec.4) en (ec.2), el cambio instantáneo (dF) en el precio futuro se puede expresar en términos del convenience yield y el cambio instantáneo en el precio spot de acuerdo a:

$$dF = \left(-F_\tau + \frac{1}{2} F_{SS} \sigma^2 S^2 \right) dt + F_S (S\mu dt + \sigma S dz)$$

$$dF = -F_\tau dt + \frac{1}{2} F_{SS} \sigma^2 S^2 dt + S\mu dt + \sigma S F_z dz$$

$$dF = \left(-F_\tau + \frac{1}{2} F_{SS} \sigma^2 S^2 dt + S\mu F_S \right) dt + \sigma S F_z dz$$

De la ecuación 4:

$$\frac{1}{2} F_{SS} \sigma^2 S^2 - F_\tau = F_S (C(S) - \rho S)$$

Sustituyendo:

$$dF = [F_S (C(S) - \rho S) + S\mu F_S] dt + \sigma S F_S dz$$

Factorizando:

$$dF = F_S [S(\mu - \rho) + C] dt + F_S S \sigma dz \quad (4.8)$$

4.1.2 Deducción del modelo de Brennan & Schwartz

Ahora es posible determinar la ecuación diferencial parcial que debe ser satisfecha por el valor de la mina y para caracterizar la política óptima de operación de la mina.

La tasa de extracción de la mina q , se asume variable a costo cero entre un extremo superior, \bar{q} , y otro inferior, \underline{q} (estos límites pueden depender de la cantidad de inventario que queda en el yacimiento del recurso y del tiempo).

La tasa de extracción se puede bajar de \underline{q} sólo cerrando la mina, y existe un costo asociado

Al cierre y reapertura del mismo. Por esta razón el valor de la mina dependerá de si está en marcha (abierto) o detenida (cerrado). El valor de la mina también dependerá del precio actual del commodity, S ; el inventario físico del commodity a explotar en la mina Q ; el

tiempo calendario, t ; y de la política de operación de la mina ϕ . Se escribe el valor de la mina como:

$$H \equiv H(S, Q, t; j, \phi) \quad (4.9)$$

Donde:

- S- Precio corriente del commodity
- Q- Inventario físico de la mina
- t- Tiempo
- Política de operación

La variable indicativa j toma el valor de uno si la mina está en operación (abierta) y cero si está parada (cerrada). La política de operación está descrita por la función que determina la tasa de extracción cuando la mina esta operando $q(S, Q, t)$, y tres precios críticos de producción del commodity: $S_1(Q, t)$ que es el precio al que se cierra la mina si esta estaba previamente operando; $S_2(Q, t)$ es el precio al que la mina se reabre si estaba previamente parada (cerrada); $S_0(Q, t)$ es el precio al que la mina se abandona si ya estaba parada (cerrada). La distinción entre cierre y abandono es que una mina cerrada incurre en costos de mantenimiento fijos, pero puede ser abierta de nuevo.

Una mina abandonada no incurre en ningún costo, pero se asume como permanentemente cerrada. Aplicando el lema de Ito a la ecuación 4.9, para obtener el cambio instantáneo del valor de la mina:

$$dH = \left(H_t + \mu_1 S H_s + \mu_2 H_Q + \frac{1}{2} \sigma_1^2 S^2 H_{ss} + \frac{1}{2} \sigma_2^2 Q^2 H_{QQ} + \sigma_1 \sigma_2 S Q \rho_{12} H_{sQ} \right) dt + \rho_1 S H_s dW_1 + \sigma_2 Q H_Q dW_2$$

$dS = \mu S dt + \sigma S dW$ Proceso estocástico que es una sucesión de variables aleatorias (estocásticas) que evolucionan en función de otra variable, generalmente el tiempo (Proceso de Wiener).

$dQ = -q dt$ Proceso no estocástico el cual se trata de un proceso determinista en el que el azar no está relacionado con los estados futuros

$$dH = \left(H_t - q H_Q + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 H_{ss} + \mu_1 S H_s \right) dt + \sigma S H_s dW$$

$$\begin{aligned}
&= \left(H_t - qH_Q + \frac{1}{2} \sigma^2 S^2 H_{SS} \right) dt + H_S dS \\
&= H dS + H_Q dQ + H_t dt + \frac{1}{2} H_{SS} (dS)^2
\end{aligned}$$

Donde el último término es igual a:

$$1/2 H_{SS} dt \sigma^2 S^2$$

Y queda:

$$dH = H_S dS + H_Q dQ + H_t dt + \frac{1}{2} H_{SS} (dS)^2 \quad (4.10)$$

Donde el cambio instantáneo en el inventario físico del commodity a explotar en la mina está determinado por la tasa de extracción según:

$$dQ = -qdt \quad (4.11)$$

El flujo de caja después de impuestos, o tasa continua de dividendos, del proyecto minero es:

$$q(S - A) - M(1 - j) - \lambda_j H - T \quad (4.12)$$

Donde:

$A(q, Q, t)$ corresponde al costo promedio de producir a la tasa q en el tiempo t cuando las reservas físicas del commodity a explotar en la mina son Q ;

$M(t)$ es la tasa después de impuestos de manutención de la mina en el tiempo t cuando esta está parada (cerrada);

$\lambda_j (j = 0, 1)$ es la tasa proporcional de impuestos sobre el valor de la mina cuando está parada (cerrada) y operando (abierta); y

$T(q, Q, S, t)$ corresponde al impuesto total al ingreso de la mina cuando está operando.

Muchas formas alternativas para la función de impuestos son posibles, en este caso asumiremos:

$$T(q, Q, S, t) = t_1 q S + \max\{t_2 q [S(1 - t_1) - A], 0\} \quad (4.13)$$

Donde, t_1 es la tasa de la regalía y t_2 la tasa de impuestos al ingreso.

Los parámetros λ_0 y λ_1 se interpretan simplemente como tasas de impuesto a la propiedad. Pero, pueden tener una interpretación alternativa, ya que en algunos contextos pueden representar las intensidades de un proceso de Poisson que gobierna el evento de una expropiación no compensada a los dueños del proyecto. Así, las tasas de pérdidas esperadas a partir de la expropiación son $\lambda_j H$ y la ecuación 4.12 representa el flujo de caja neto del costo esperado de expropiación. Bajo esta interpretación la estrategia de arbitraje mostrada más abajo no es enteramente libre de riesgo, sin embargo, se puede asumir que no existe ningún premio al riesgo asociado a la posibilidad de expropiación.

Para derivar la ecuación diferencial que gobierna el valor de la mina bajo la política de extracción ϕ se considera el retorno de un portafolio que consiste en una posición larga en la mina y una posición corta en (H_S/F_S) contratos futuros.

El retorno del proyecto está dado por la ecuación 4.10 – 4.12 y el cambio en el precio de los futuros por 4.8, si se combinan estas y usando 4.1, el retorno del portafolio sería:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 H_{SS} - qH_Q + H_t + q(S - A) - M(1 - j) - T - \lambda_j H + (\rho S - C)H_S \quad (4.14)$$

El modelo supone que no existe posibilidad de expropiación, este rendimiento es no estocástico y para eliminar oportunidades de arbitraje debe ser igual al retorno libre de riesgo. Por ello igualando la ecuación 4.14, a la tasa de retorno libre de riesgo ρH , el valor de la mina debe satisfacer la siguiente ecuación diferencial parcial:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 H_{SS} + (\rho S - C)H_S - qH_Q + H_t + q(S - A) - M(1 - j) - T - (\rho + \lambda_j)H = 0 \quad (4.15)$$

$$(j = 0, 1)$$

El valor de la mina satisface la ec.15 para cualquier política de operación $\phi \equiv \{q, S_0, S_1, S_2\}$. Bajo la política de maximización del valor del proyecto $\phi^* \equiv \{q^*, S_0^*, S_1^*, S_2^*\}$, $V(S, Q, t)$ corresponde al valor de la mina cuando esta operando (abierto), y $W(S, Q, t)$ al valor de la mina cuando está cerrado:

$$V(S, Q, t) \equiv \max_{\phi} H(S, Q, t; 1, \phi) \quad (4.16)$$

$$W(S, Q, t) \equiv \max_{\phi} H(S, Q, t; 0, \phi) \quad (4.17)$$

El valor que maximiza la producción y el valor de la mina bajo la política de maximización ϕ^* satisface las dos ecuaciones,

$$\max_{q \in (\underline{q}, \bar{q})} \left[\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 V_{SS} + (\rho S - C) V_S - q V_Q + V_t + q(S - A) - T - (\rho + \lambda_1) V = 0 \right] \quad (4.18)$$

$$\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 W_{SS} + (\rho S - C) W_S + W_t - M - (\rho + \lambda_0) W = 0 \quad (4.19)$$

Como las políticas de apertura, cierre y abandono de la mina son conocidos por los inversionistas, se tiene,

$$W(S_0^*, Q, t) = 0 \quad (4.20)$$

$$V(S_1^*, Q, t) = \max[W(S_1^*, Q, t) - K_1(Q, t), 0] \quad (4.21)$$

$$W(S_2^*, Q, t) = V(S_2^*, Q, t) - K_2(Q, t) \quad (4.22)$$

Donde $K_1(\cdot)$ y $K_2(\cdot)$ son los costos de cierre y apertura de la mina respectivamente.

Suponiendo que el valor de la mina es igual a cero cuando el inventario físico del commodity a explotar se agota, se tiene la siguiente condición de frontera:

$$W(S, 0, t) = V(S, 0, t) = 0 \quad (4.23)$$

Finalmente, dado que S_0^*, S_1^*, S_2^* se eligen para maximizar el valor de la mina se tienen las siguientes “high contact conditions”:

$$W_S(S_0^*, Q, t) = 0 \quad (4.24)$$

$$V_S(S_1^*, Q, t) = \begin{cases} W_S(S_1^*, Q, t) & \text{si } W(S_1^*, Q, t) - K_1(Q, t) \geq 0, \\ 0 & \text{si } W(S_1^*, Q, t) - K_1(Q, t) < 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

$$W_S(S_2^*, Q, t) = V_S(S_2^*, Q, t) \quad (4.26)$$

Entonces el valor de la mina depende del tiempo de calendario sólo porque los costos A , M , K_1 y K_2 y el convenience yield C depende del tiempo.

Si hubiese una tasa constante de inflación π en todas estas y si $C(S, t)$ se puede escribir como κS , entonces las ecuaciones 4.18 – 4.26 se pueden simplificar como sigue:
Definiendo las variables deflactadas,

$$\begin{aligned} a(q, Q) &= Aq, Q, t)e^{-\pi} \\ f &= M(t)e^{-\pi} \\ k_1(Q) &= K_1(Q, t)e^{-\pi} \quad , \quad k_2(Q) = K_2(Q, t)e^{-\pi} \\ s &= Se^{-\pi} \\ v(s, Q) &= V(S, Q, t)e^{-\pi} \\ w(s, Q) &= W(S, Q, t)e^{-\pi} \end{aligned}$$

Entonces el valor deflactado de la mina debe satisfacer:

$$\max_{q \in (q, \bar{q})} \left[\frac{1}{2} \sigma^2 s^2 v_{SS} + (r - \kappa)sv_S - qv_Q + q(s - a) - \tau - (r + \lambda_1)v = 0 \right] \quad (4.27)$$

$$\frac{1}{2} \sigma^2 s^2 w_{SS} + (r - \kappa)sw_S - f - (r + \lambda_0)w = 0 \quad (4.28)$$

Donde $r = \rho - \pi$ corresponde a la tasa de interés real.

$$\tau = t_1 qs + \max\{t_2 q[s(1-t_1) - a], 0\} \quad (4.29)$$

$$w(s_0^*, Q) = 0 \quad (4.30)$$

$$v(s_1^*, Q) = \max[w(s_1^*, Q) - k_1(Q), 0] \quad (4.31)$$

$$w(s_2^*, Q) = v(s_2^*, Q) - k_2(Q) \quad (4.32)$$

$$w(s, 0) = v(s, 0) = 0 \quad (4.33)$$

$$w_s(s_0^*, Q) = 0 \quad (4.34)$$

$$v_s(s_1^*, Q) = \begin{cases} w_s(s_1^*, Q) & \text{si } w(s_1^*, Q) - k_1(Q) \geq 0, \\ 0 & \text{si } w(s_1^*, Q) - k_1(Q) < 0 \end{cases} \quad (4.35)$$

$$w_s(s_2^*, Q) = v_s(s_2^*, Q) \quad (4.36)$$

Las ecuaciones 4.27 – 4.36 constituyen un modelo general para encontrar el valor de la mina cuando depende del precio de un commodity. Con ellas no sólo se puede determinar el valor (deflactado) de la mina cuando está operando o cuando está cerrado, sino también las políticas óptimas de apertura, cierre y abandono del proyecto minero.

El modelo de valoración presentado no tiene solución analítica, y debe resolverse numéricamente.

4.2 CASO DEL YACIMIENTO MINERO INFINITO

Para obtener un modelo con solución analítica se asume que el inventario físico del commodity a explotar durante el transcurso del proyecto es infinito, es decir Q es infinito. Asumiendo que las ecuaciones diferenciales parciales 4.27 y 4.28 se pueden reemplazar con ecuaciones diferenciales ordinarias dado que el inventario Q ya no es una variable de estado relevante y que el sistema de impuestos permite una compensación total por pérdidas de manera que la 4.29 se convierte en:

$$\tau = t_1 q s + t_2 q [s(1 - t_1) - a] \quad (4.29')$$

(Esta clasificación de las ecuaciones es de los autores, ver Brennan & Schwartz, 1985)

Finalmente, se asume que la mina sólo puede operar bajo dos posibles políticas, q^* , cuando está operando, y cero, cuando está parado. Además, debido a que es costoso comenzar a operar o parar el mismo se debe incurrir en costos al moverse de un nivel de extracción al otro.

Bajo los anteriores supuestos el valor (deflactado) de la mina cuando está operando a la tasa q^* , satisface la ecuación diferencial ordinaria:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 s^2 v_{ss} + (r - \kappa) s v_s + m s - n - (r + \lambda_1) v = 0 \quad (4.37)$$

Donde $m = q^* (1 - t_1)(1 - t_2)$, y $n = q^* a(1 - t_2)$.

Si se asume que el costo de mantenimiento de la mina parada (cerrada), f , es cero, entonces el valor del mismo satisface la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{1}{2} \sigma^2 s^2 w_{ss} + (r - \kappa) s w_s - (r + \lambda_0) w = 0 \quad (4.38)$$

Las condiciones de borde se obtienen ignorando Q en 4.31, 4.32, 4.35 y 4.36 y haciendo $w(0) = 0$ (en ausencia de costos de mantenimiento nunca es óptimo abandonar una mina parada – cerrada, dado que siempre existe la posibilidad de que vuelva a operar).

Las soluciones completas a las ecuaciones 4.37 y 4.38 son:

$$w(s) = \beta_1 s^{\gamma_1} + \beta_2 s^{\gamma_2} \quad (4.39)$$

$$v(s) = \beta_3 s^{\gamma_1} + \beta_4 s^{\gamma_2} + \frac{m s}{\lambda + \kappa} - \frac{n}{r + \lambda} \quad (4.40)$$

Donde los β 's son constantes a determinar a partir de las condiciones de frontera y,

$$\gamma_1 = \alpha_1 + \alpha_2, \quad \gamma_2 = \alpha_1 - \alpha_2$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{2} - \frac{r - \kappa}{\sigma^2}, \quad \alpha_2 = \left[\alpha_1^2 + \frac{2(r + \lambda)}{\sigma^2} \right]^{1/2}$$

Asumiendo $(r + \lambda) > 0$ (esto es necesario para que el valor presente de los costos futuros sea finito), entonces $\beta_2 = 0$ ya que γ_2 es negativo y $w(s)$ debe mantenerse finito a medida que s se acerca a cero.

De manera similar, dado que $\gamma_1 > 1$, si se impone el requerimiento que v/s sea finito cuando $s \rightarrow \infty$, $\beta_3 = 0$. Así, el valor de la mina parada (cerrada) está dado por $w(s) = \beta_1 s^{\gamma_1}$ y el valor del proyecto operando por:

$$v(s) = \beta_4 s^{\gamma_2} + \frac{ms}{\lambda + \kappa} - \frac{n}{r + \lambda} \quad (4.41)$$

Si se ignora la posibilidad de cierre de la mina cuando los precios de producción son bajos, entonces el valor de la mina está dado por los dos últimos términos de la ecuación 4.41; por tanto, el primer término representa el valor de la opción de cierre.

Las constantes que quedan, β_1 y β_4 , así como la política óptima de apertura y cierre, representadas por S_1^* y S_2^* , se determinan a través de las condiciones 4.31, 4.32, 4.35 y 4.36 las que implican que:

$$\beta_1 = \frac{ds_2^*(\gamma_2 - 1) + b\gamma_2}{(\gamma_2 - \gamma_1)s_2^{*\gamma_1}}, \quad \beta_4 = \frac{ds_2^*(\gamma_1 - 1) + b\gamma_1}{(\gamma_2 - \gamma_1)s_2^{*\gamma_2}}$$

$$s_2^* = \gamma_2(e - bx^{\gamma_1}) / (x^{\gamma_1} - x)d(\gamma_2 - 1)$$

$$x = \frac{s_1^*}{s_2^*}$$

Donde $e = k_1 - n/(r + \lambda)$, $b = -k_2 - n/(r + \lambda)$, $d = m/(\lambda + \kappa)$, y donde x , que es la razón entre los precios de los *commodities* a los que se cierra o abre de la mina, se obtiene a partir de la solución de la ecuación:

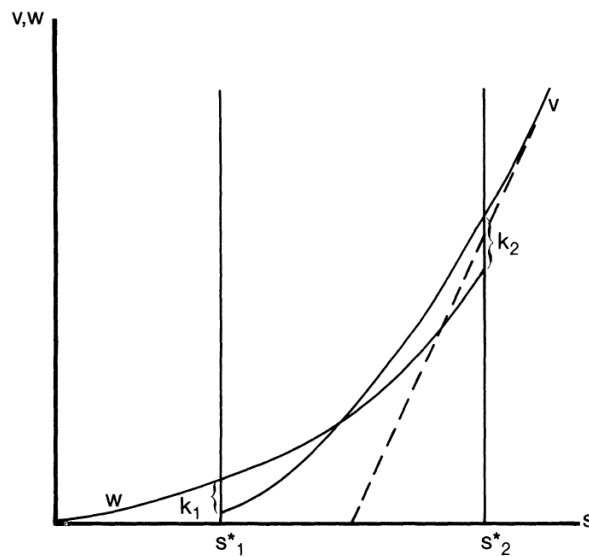
$$\frac{(x^{\gamma_2} - x)(\gamma_1 - 1)}{\gamma_1(e - bx^{\gamma_2})} = \frac{(x^{\gamma_1} - x)(\gamma_2 - 1)}{\gamma_2(e - bx^{\gamma_1})} \quad (4.42)$$

La solución de esta ecuación se ilustra en la Figura 4.1. En esta Figura la línea punteada representa el valor presente de los flujos de caja de la mina bajo el supuesto que este nunca puede parar; esto se obtiene haciendo $\beta_4 = 0$ en la ecuación 4.41.

Dado que $\gamma_2 < 0$ el valor de opción de cierre disminuye y se aproxima a cero para valores altos de precios. Para precios bajos el proyecto vale más cuando está cerrado que cuando está operando y se incurren en pérdidas a causa del costo de cierre. De todas maneras, para precios altos la mina vale más cuando está operando, y para un precio de commodity S_2^* vale lo suficiente como para garantizar su apertura dado k_2 (costo de apertura).

En la figura 4.1 se puede ver claramente que si los costos de apertura y cierre se acercan a cero, S_1^* y S_2^* se aproximarán a un mismo valor y el valor de la mina se puede dibujar a través de una sola curva. Si, por el contrario, el costo de cerrar la mina se hace muy alto, el valor de opción de cierre no es significativo y en el límite el valor de la mina operando (abierta) alcanza a la línea punteada.

Figura 4.1



Valor de la mina operando (v) y cerrada (w) como función del precio Spot del Commodity (s); k_1 : costo de cerrar la mina; k_2 : costo de abrir la mina.

El modelo de Brennan & Schwartz, resulta en una serie de ecuaciones diferenciales parciales cuyas soluciones convierten al modelo en altamente complejo y reduciendo su aplicación únicamente cuando el inversionista está dispuesto a realizar de una manera más exhaustiva y completa la valuación del recurso en cuestión. Esto significa que, el modelo implica la necesidad de elevar sus costos y el tiempo de desarrollo dado que la aplicación de los diferentes métodos numéricos empleados requieren un mayor cuidado en su realización y en su posterior ejecución.

Como alternativa, existen otros modelos más prácticos de opciones reales basados en los supuestos de la ecuación de B&S de mayor facilidad en su elaboración ya que es posible emplear una hoja de cálculo (Por ejemplo Excel) y dados los supuestos correspondientes, el trabajo se reduce de manera sustancial al requerir únicamente la programación de las fórmulas en la plantilla. Si bien es cierto que estos modelos presentan mayor simplicidad, al igual que cualquier modelo deben ser correctamente interpretados pues es muy fácil caer en la tentación de asumir que los resultados obtenidos serán indudablemente fidedignos pues se debe entender la lógica limitación del modelo resuelto de esta manera.

En la práctica, es necesario definir las diferentes variables a emplear al realizar los modelos de valuación de las opciones reales, de manera que sean capaces de aportar la información necesaria para el desarrollo de dichos modelos. Su determinación y correspondiente cálculo, a su vez, representa un estudio previo que ayude a definir cualitativa y cuantitativamente a cada variable y que, además permita realizar su validación antes de ser empleadas dentro de un modelo.

4.3 MODELOS DE OPCIONES REALES BASADOS EN EL MODELO DE BLACK-SCHOLES-MERTON EN EXCEL

A continuación se presentan modelos planteados en Excel modificados y los correspondientes a cada tipo de opción de *Spreadsheets* con la finalidad de determinar si existe alguna diferencia en los resultados arrojados por cada uno de estos y así establecer, si es el caso, el margen de dicha diferencia entre los modelos, recordando que ambos están basados en el modelo de Black & Scholes. Ambos grupos de modelos poseen una estructura similar en su diseño, ya que la hoja de cálculo permite realizar a través de la introducción de fórmulas la valuación de las diferentes opciones.

4.4 OPCIÓN DE POSPONER UN PROYECTO

En primer lugar, se tomarán los modelos para determinar el valor de la opción de posponer un proyecto. Para este fin, se deben establecer los datos de entrada o parámetros del modelo que permitan calcular el valor de la opción.

Para este primer caso se dan los siguientes parámetros:

Precio de reserva o Stock Price = \$350

Precio de ejercicio o Strike Price = \$500

Número de años para los cuales se tienen los derechos sobre el proyecto = 20

La tasa libre de riesgo correspondiente a la vida de la opción = 7%

La desviación estándar anualizada en ln (logaritmo natural) del valor presente de los flujos de efectivo= 22.46%

El costo anual esperado de retrasar el proyecto como porcentaje del valor presente de los flujos de efectivo esperados o rendimientos anualizados =5%

Al vaciar estos datos en el modelo de Excel se obtiene:

	A	B	C	D	E	F	G	I	J	
1	VALUACIÓN DE OPCIÓN DE ATRASO DE UN PROYECTO									
2										
3										
4		Entradas relativas al activo subyacente								
5		Valor presente de flujos de caja al invertir					\$350.00	(En UM)		
6		Desviación estándar en ln(Valor presente)					22.36%	(En %)		
7		Inversión inicial necesaria para tomar el proyecto (En \$VP)					\$ 500.00	(En UM)		
8		Número de años por los cuales se tiene derecho sobre el proyecto					20	(En años)		
9										
10		Entradas Generales								
11		Tasa libre de riesgo correspondiente a la vida de la opción					7%	(En %)		
12										
13		Salidas								
14	Stock Price		\$350.00		T Bond rate		7.00%			
15	Precio de ejercicio		\$ 500.00		Varianza		0.05			
16	Expiración (En años)		20		Annualized dividend yield		5.00%			
17										
18										
19		d1=	0.5433251							
20		N(d1)=	0.706547							
21										
22		d2=	-0.456675							
23		N(d2)=	0.3239524							
24										
25	Valor de la opción de atraso		51.030606							

En donde se observa el valor de dicha opción como \$51.030606 UM que es la única información que provee el modelo, pero que resulta de gran utilidad.

Y para el mismo caso en la hoja de cálculo de *Spreadsheets*

	AEC	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1										
2	The Option to Delay Mine									
5	INPUTS:		\$350	The PV of expected net cash flows from initiating Mine now (not including up-front investment).						
6	Can be adjusted to alter the results.		\$500	The PV of set-up & development costs to required undertake the project.						
7			20	The project lifetime, or period during which the project can be undertaken.						
8			7.0%	The equivalent risk-free rate for the project life.						
9			5.0%	The variance or 'riskiness' of the project's expected cashflows (standard deviation squared).						
10			5.0%	The annual cash yield lost each year the project is delayed.						
14	OUTPUTS:			Overview						
16	d1	0.5433	The PV of taking on the project now (-150) is less than the option to delay (51), therefore the project should NOT be undertaken now.							
17	N(d1)	0.7065								
18	d2	-0.4567	There is a 32.4% to 70.7% likelihood that this project will become viable before expiration (as indicated by Nd1 and Nd2).							
19	N(d2)	0.3240								
21	VALUE	\$51.0	The value of the option to delay Mine.							
25	PARTIALS:									
27	? Delta	0.707	Linear exposure to changes in the project cash flows.							
28	? Gamma	0.001	Parabolic exposure to changes in the project cash flows.							
29	? Theta	-5.808	Linear exposure to changes in the project's time to expiration							
30	? Vega	538.758	Linear exposure to changes in the project's volatility or 'risk'.							
31	? Rho	798.871	Linear exposure to changes in the risk-free rate.							
34	← Menu									



El valor de la opción es prácticamente el mismo con una diferencia mínima debida probablemente al número de decimales programado en cada uno de los modelos. Otra diferencia importante es que, en la hoja de *Spreadsheets*, se proporciona aparte del valor de la opción, los valores de las griegas asociados a dicha opción.

4.5 OPCIÓN DE EXPANSIÓN

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	VALUACIÓN DE OPCIÓN DE EXPANSIÓN								
2									
3									
4									
5		Entradas relativas al activo subyacente							
6		Valor presente del potencial de expansión (calculado al día de hoy) =					\$100.00	(En UM)	
7		Desviación estándar anualizada en ln(valor presente del FC)					31.62%	(En %)	
8		Inversión inicial necesaria para la opción de expansión (En VP \$) =					\$150.00	(En UM)	
9		Número de años que se tienen los derechos sobre el proyecto					10	(En años)	
10		Costo asociado al esperar un año extra para la expansión =					0.00%		
11		Entradas Generales							
12		Tasa libre de riesgo correspondiente a la vida de la opción					6.50%	(En %)	
13									
14	Valuación de una opción/warrant a largo plazo								
15	Stock Price=		\$100.00			T.Bond rate=	6.50%		
16	Precio de ejercicio=		\$150.00			Varianza=	0.10		
17	Expiración (En años) =		10			Costo de atraso =	0.00%		
18									
19									
20		d1 =	0.744534892						
21		N(d1) =	0.77172353						
22									
23		d2 =	-0.255465108						
24		N(d2) =	0.399181945						
25									
26	Valor de la opción de expansión =		\$45.91						

S fx 100

AEC D E F G H I J K L

The Option to Expand Mine

INPUTS: Can be adjusted to alter the results.	\$100	The PV of expected net cash flows from expanding Mine now.
	\$150	The PV of set-up & development costs required to make the expansion.
	10	The expected competitive advantage period or 'rights' for the expansion.
	6.5%	The equivalent risk-free rate for the competitive advantage period.
	10.0%	The variance or 'riskiness' of the expansion's expected cashflows.
	0.0%	The percent of expansion PV lost for each year of waiting when expansion is viable.

OUTPUTS:		Overview
d1	0.7445	The NPV of the project (-50) with the option to expand (46) yields a total value of -4.
N(d1)	0.7717	
d2	-0.2554	There is a 39.9% to 77.2% likelihood that the expansion will become viable before expiration (as indicated by Nd1 and Nd2).
N(d2)	0.3992	
VALUE	\$45.9	The value of the option to expand Mine

PARTIALS:		
? Delta	0.772	Linear exposure to changes in the project cash flows.
? Gamma	0.003	Parabolic exposure to changes in the project cash flows.
? Theta	-3.544	Linear exposure to changes in the project's time to expiration
? Vega	95.619	Linear exposure to changes in the project's volatility or 'risk'.
? Rho	312.607	Linear exposure to changes in the risk-free rate.

[← Menu](#)



De nueva cuenta se observa la gran similitud entre los resultados de ambos modelos lo que indica que emplean exactamente el mismo principio.

4.6 OPCIÓN DE ABANDONO

Para la opción de abandono calculada en los modelos

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	VALUACIÓN DE OPCIÓN DE ABANDONO DE UN PROYECTO									
2										
3	Entradas relacionadas al activo subyacente									
4	Ingreso del valor presente de los flujos de caja de la continuación del proyecto					\$ 254.00	(En UM)			
5	Ingreso de la desviación estándar anualizada en ln(valor presente de FC)					30%	(En %)			
6	Ingreso del tiempo restante de vida del proyecto					25	(En años)			
7	Ingreso del Valor recibido por abandono					\$ 150.00	(En UM)			
8	Ingreso número de años para abandonar el proyecto					10	(En años)	(\leq ó = al tiempo de vida del proyecto)		
9										
10	Entradas generales									
11	Ingreso de la tasa libre de riesgo correspondiente al tiempo de vida de la opción					7%	(En %)			
12										
13	VALUACIÓN DE LA OPCIÓN A LARGO PLAZO /WARRANT									
14	Precio de stock	\$ 254.00		T bond tasa			7%			
15	Precio de ejercicio	\$ 150.00		Varianza			0.09			
16	Expiración (años)	10		Rendimiento anualizado			4%			
17										
18										
19	d1=	1.3457589								
20	N(d1)=	0.9108099								
21										
22	d2=	0.3970756								
23	N(d2)=	0.6543441								
24										
25	Valor de la opción de abandono			\$ 10.56						

S fx 254

AEC D E F G H I J K L M

The Option to Abandon Mine

INPUTS: \$254 The PV of expected net cash flows from continuing with the project.

Can be adjusted to alter the results. \$150 The expected proceeds from abandoning the project (net of costs).

10 The period for which abandoning the project is possible.

7.0% The equivalent risk-free rate for the time abandonment is possible.

9.0% The variance or 'riskiness' of the existing project's cashflows.

4.0% The annual cash yield for the remaining life of the project.

OUTPUTS: Overview


d1	1.3458	The NPV of the project (104) with the option to abandon (11) yields a total value of 115.
N(d1)	0.9108	
d2	0.3971	There is a 65.4% to 91.1% likelihood that the project will be abandoned before expiration (as indicated by Nd1 and Nd2).
N(d2)	0.6543	

VALUE \$10.6 The value of the option to abandon Mine

PARTIALS:

? Delta	0.911	Linear exposure to changes in the project cash flows.
? Gamma	0.001	Parabolic exposure to changes in the project cash flows.
? Theta	-5.355	Linear exposure to changes in the project's time to expiration
? Vega	129.561	Linear exposure to changes in the project's volatility or 'risk'.
? Rho	487.407	Linear exposure to changes in the risk-free rate.

← Menu



Una vez más, se encuentra gran coincidencia en los resultados de los modelos, por lo que se puede deducir que sus programaciones son muy similares. Se debe destacar que, en los modelos modificados se encuentra mayor facilidad al ingresar los datos debido a que están elaborados de una manera más simple y denominando a cada parámetro de acuerdo a su concepto elemental, es decir, sin ninguna clase de interpretación posterior como en los modelos de Spreadsheets, los cuales, además y por razones obvias omiten alguna información como la del hecho que, la desviación estándar anualizada se debe introducir como el logaritmo natural del valor presente de los flujos de efectivo. Para mayores detalles de los modelos se presenta un apéndice al final de este trabajo.

4.7 GRIEGAS

Cada una de las letras griegas mide un aspecto distinto del riesgo en una posición en opciones de manera que los riesgos sean aceptables realizando coberturas adecuadas. Para ello, se calculan las letras griegas. Como una revisión de estas llamadas griegas se hace una breve descripción de cada una de estas.

4.7.1 Delta

Se define como la tasa de cambio del precio de la opción con respecto al precio S del activo subyacente cuando depende de un solo activo, y se obtiene por medio de:

$$\Delta\Pi/\Delta S \quad (4.43)$$

Donde ΔS es un pequeño cambio en el precio del activo y $\Delta\Pi$ el cambio resultante en el valor del derivado o portafolio.

4.7.2 Gamma.

La Gamma, Γ de una cartera de opciones sobre un activo subyacente es la tasa de cambio de la delta de la cartera con respecto al precio del activo subyacente. Para una Gamma pequeña, la delta cambia lentamente, si la Gamma es grande en términos absolutos, la delta es muy sensible al precio del activo subyacente.

$$\Gamma = N'(d_1)/S_0\sigma T^{0.5} \quad (4.44)$$

Donde d_1 se define de acuerdo a la fórmula de Black & Scholes y $N'(x)$ es la función de distribución de probabilidades para una distribución normal estándar.

4.7.3 Theta

La theta de una cartera de opciones Θ , es la tasa de cambio del valor de un portafolio con respecto al paso del tiempo, siempre que todo lo demás permanezca constante:

$$\Theta = \Delta\Pi/\Delta t \quad (4.45)$$

Donde $\Delta\Pi$ es el cambio en el valor de la cartera cuando transcurre una cantidad de tiempo Δt y todo lo demás permanece constante, también se denomina decaimiento del tiempo de la cartera.

4.7.4 Vega

La vega de un portafolio de derivados, es la tasa de cambio del valor del portafolio con respecto a la volatilidad del activo subyacente. Para valores altos en términos absolutos, el valor del portafolio es muy sensible a ligeras variaciones en la volatilidad, si es baja en términos absolutos, los cambios en la volatilidad tienen un impacto relativamente bajo en el valor del portafolio. El valor de Vega se determina de la siguiente forma:

$$\nu = S_0 \sigma T^{0.5} N'(d_1) \quad (4.46)$$

4.7.5 Rho

Es la tasa de cambio del valor de un portafolio con respecto a la tasa de interés, es decir, mide la sensibilidad del portafolio a las tasas de interés

A manera de conclusión se puede decir que, los modelos para valorar opciones reales son muy variados y que su funcionalidad depende directamente de la magnitud de dichos proyectos pues debe definirse con qué nivel de detalle se pretende trabajar. En cuanto a las griegas que incluye el modelo de *Palisade* se puede afirmar que con estos parámetros se pueden gestionar “racionalmente” las posiciones en opciones. Además, con esto se tiene la capacidad de identificar los riesgos fundamentales de los portafolios cuando estos incluyen activos con opcionalidad.

5 Conclusiones

De acuerdo a la investigación realizada sobre la teoría de opciones, las Opciones Reales y su relación con los proyectos de minería y recursos naturales, se concluye que:

(1) La teoría de opciones a partir de los trabajos de Black & Scholes marca la apertura de un campo de investigación en el área de las finanzas cuya complejidad matemática requerida para el desarrollo de estos modelos ha provocado que la gran mayoría de los investigadores sean físicos y matemáticos y que los profesionales de otras diversas áreas deben entender y extender sus alcances a través de la incorporación de estas teorías al desarrollo de sus profesiones.

(2) Los flujos de efectivo esperados no son un activo que se compra o venda en el mercado, lo que genera una situación de mercados incompletos. Por tanto, los resultados que arroja la fórmula B&S se deben tomar con reserva.

Las fórmulas de valoración de opciones financieras se basan en el arbitraje (la posibilidad de formar una cartera réplica, esto es, que proporciona unos flujos idénticos a los de la opción financiera) y son muy exactas. Sin embargo, muy pocas veces tiene sentido utilizar directamente estas fórmulas para valorar opciones reales, porque las opciones reales no son casi nunca replicables.

(3) Los métodos empleados por Black & Scholes, desafortunadamente son demasiado limitados al tratar de cuantificar una opción real, razón por la cual, las opciones reales implican el desarrollo de modelos más elaborados.

(4) La valuación de activos naturales como la minería y el petróleo, al tratarse de recursos no renovables y de carácter estratégico ofrece la posibilidad de realizarse a través de opciones reales debido a las distintas variaciones que pueden sufrir los precios de dichos recursos a través del tiempo, por lo que esta última variable debe ser considerada para la determinación del valor de un proyecto de ésta naturaleza.

(5) El VPN no resulta entonces suficiente para la determinación del valor de un proyecto minero o petrolero dado que, este método, tiene como característica el hecho de tratar con precios ya sean corrientes o constantes y permanecer estático en el tiempo, lo que lleva a concluir que, el VPN y la valuación con opciones reales se complementan, y no se contraponen como afirman algunos autores.

(6) El modelo de Brennan y Schwartz tiene el inconveniente de no ser de fácil empleo, dado que es necesaria la elaboración de complejos cálculos lo que ocasiona la elevación en los costos de aplicación y aumenta también el tiempo requerido para obtener resultados, aunque, representa la mejor opción si el inversionista está dispuesto o tiene la necesidad de contar con información lo más confiable posible.

(7) La información que aportan los modelos debe ser interpretada de acuerdo con la información correspondiente al ámbito, pues los modelos por sí mismos no resultan suficientes si no se apegan en lo posible a la realidad, esto con la finalidad de poder validarlos.

(8) Las limitaciones de los modelos de evaluación de opciones empleados deben ser tomadas en cuenta antes de tomar cualquier decisión dado que sería necesario contar con información adicional antes de actuar.

9) La valuación de activos minerales depende constantemente de las características propias del yacimiento o depósito, así como de las circunstancias actuales refiriéndose con esto a las condiciones que el poseedor tiene para poder elegir alguna de las opciones posibles ejerciendo lógicamente la que más le convenga.

10) Los métodos de valuación para activos de origen natural son muy variados, y frecuentemente contemplan situaciones económicas muy particulares dependiendo de los objetivos del poseedor y de las legislaciones vigentes, o incluso, del propio punto de vista del valuador que es el que se encarga de determinar los parámetros y datos que cree más convenientes para llevar a cabo el avalúo de los recursos.

11) La naturaleza de los recursos es también un factor determinante para la elección o ejecución de las opciones ya que su empleo por los consumidores ya sean industrias de transformación, farmacéuticas, alimenticias, cosméticas o de cualquier índole representa por sí mismo un mercado el cual, como es natural, puede tener altibajos y experimentar épocas de mayor o menor demanda y variaciones en sus precios.

12) Es posible realizar analogías entre las opciones financieras y las opciones reales de manera que los métodos empleados en las primeras se adaptan y se modifican según las condiciones que prevalecen de acuerdo al caso.

13) No existe una única valuación para los proyectos, pues los criterios a emplear pueden variar modificando el valor resultante, lo que se intenta con los métodos conocidos es tratar de reducir el riesgo de los poseedores a través de reunir y tratar la información disponible de una manera adecuada que pueda dar una perspectiva lo más confiable posible para la toma de decisiones en el tiempo

14) En general, la valuación de activos de origen natural a través de opciones reales sí resulta más confiable que con el simple uso del VPN, pues contempla situaciones que en el tiempo se puedan modificar logrando con esto obtener un valor más justo para sus dueños y para sus posibles compradores, los cuales pueden tener un mejor panorama y disponer de éstos como mejor convenga.

Además, el trabajo desarrollado induce a considerar dos líneas de investigación futuras:

La primera, como resultado del análisis exploratorio consistiría en un estudio exhaustivo de las interrelaciones que sostienen las opciones reales con los proyectos relacionados con recursos naturales como la minería, el gas y petróleo o cualquier otro que trate con recursos de origen mineral y las implicaciones que el ejercicio de las mismas introduce en el proceso estocástico del subyacente, pues resulta el elemento clave en el análisis de la flexibilidad de los proyectos de inversión, pues de su cuantificación puede depender el que una inversión se incluya o no en el presupuesto del capital de una empresa.

La segunda línea de investigación se desarrollaría partiendo de las metodologías propuestas en el presente trabajo y en la literatura al respecto, y que podría consistir en un estudio empírico que permita conocer cómo los directivos de las empresas valoran la flexibilidad de los proyectos de inversión donde las fases serían las siguientes: elección del modelo teórico sobre el cual contrastar las respuestas de los directivos, diseño de casos prácticos y de la encuesta, elección de la muestra objeto de estudio, realización de la encuesta, análisis de datos y modelización, y elaboración de informe final.

Apéndice

De acuerdo con los modelos empleados en el capítulo 4, la introducción de los datos en las plantillas de Excel es:

1.-OPCIÓN DE POSPONER UN PROYECTO

Stock price (=F5)

Precio de ejercicio (=F7)

Expiración (en años) (=F8)

T. Bond rate (Tasa libre de riesgo) (=F11)

Varianza (=F6²)

Annualized dividend yield (=1/F8)

Con estos datos, se calculan los valores correspondientes de acuerdo al modelo de Black-Scholes-Merton d_1 , d_2 , $N(d_1)$ y $N(d_2)$:

$$d_1 = (\ln(C14/C15) + (G14 - G16 + (G15/2)) * C16) / (((G15)^{0.5}) * (C16^{0.5}))$$

$$N(d_1) = \text{DISTR.NORM.ESTAND}(C19)$$

$$d_2 = C19 - ((G15^{0.5}) * (C16^{0.5}))$$

$$N(d_2) = \text{DISTR.NORM.ESTAND}(C22)$$

Y finalmente el valor de la opción:

$$\text{Valor de la opción} = (\text{EXP}((0 - G16) * C16)) * C14 * C20 - C15 * (\text{EXP}((0 - G14) * C16)) * C23$$

2.-OPCIÓN DE EXPANSIÓN

Ahora en el caso de una opción de expansión y aplicando los modelos se dan los siguientes parámetros:

Valor presente del potencial de expansión = \$100 (=G6 en el modelo)

Desviación estándar anualizada = 31.62 % (=G7)

Inversión inicial necesaria para la opción de expansión= \$150 (=G8)

Número de años que se tienen derechos sobre el proyecto= 10 (=G9)

Costo asociado de espera por cada año extra para la expansión= 0% (=G10)

Tasa libre de riesgo = 6.5 % (=F12)

Al introducir las fórmulas en la hoja de cálculo:

Varianza (=G7²)

$d_1 = \frac{\ln(C15/C16) + (G15 - G17 + (G16/2)) * C17}{((G16^{0.5}) * (C17^{0.5}))}$

$N(d_1) = \text{DISTR.NORM.ESTAND}(C20)$

$d_2 = C20 - ((G16^{0.5}) * (C17^{0.5}))$

$N(d_2) = \text{DISTR.NORM.ESTAND}(C23)$

3.- OPCIÓN DE ABANDONO

Valor presente de los flujos que constituyen el proyecto (=F4)

Desviación estándar anualizada en ln(valor presente de los flujos en %) (=F5)

Vida útil del proyecto (=F6)

Valor recibido por abandono (=F7)

Número de años por los cuales se tiene el derecho de abandono (F=8)

Tasa libre de riesgo (=F11)

Stock Price (=F4)

T Bond rate (Tasa libre de riesgo) (=G14)

Precio de ejercicio (=F7)

Varianza (=F7²)

Expiración (años) (=F8)

Dividendos anualizados (=1/F6)

$d_1 = (\text{LN}(C14/C15) + (G14 - G16 + (G15/2)) * C16) / (((G15)^{0.5}) * (C16^{0.5}))$

$N(d_1) = \text{DISTR.NORM.ESTAND}(C19)$

$d_2 = C19 - ((G15^{0.5}) * (C16^{0.5}))$

$N(d_2) = \text{DISTR.NORM.ESTAND}(C22)$

Valor de la opción de abandono = $(\text{EXP}((0 - G16) * C16)) * C14 * C20 - C15 * (\text{EXP}((0 - G14) * C16)) * C23 - (\text{EXP}((0 - G16) * C16)) * C14 + C15 * (\text{EXP}((0 - G14) * C16))$

Bibliografía

- 1) Brennan, M.,J. and Schwartz E.,S. 1985.Evaluating Natural Resource Investments Journal of Business V 58 No 2
- 2) Graham A. Davis 2002 Economic Methods of Valuing mineral Assets, Joint Business Valuation Conference, Orlando, Florida, October 24-26, 2002
- 3) Damodaran A. The Promise and Peril of Real Options, Stern School of Business New York
- 4) Smith J., McCardle K. 1996. Valuing Oil Properties: Integrating Option Pricing and Desision Analisis Approaches, Operation Research, V 46, No 2, March-April 1998
- 5) Dickens R., Lohrenz J.,1996. Evaluating Oil and Gas Assets: Option Pricing Methods Proves No Panacea, Journal of Financial and Strategic Decisions, V 9, No 2
- 6) Domingo V., Lopez-Dee E., 2007. Valuation of Mineral Resources. 11th Meeting of the London Group on environmental accounting, Johannesburg, 26-30 March 2007
- 7) Hall J., Nicholls S., 2005.Valuation of Mining Projects Using Option Pricing Techniques UQ Business School, The University of Queensland
- 8) Bailey W., Bhandari A., 2004. Valoración de las Opciones Reales, Oilfield Review
- 9) Black F., Scholes M., 1973. The Pricing of Options and Corporate Liabilities, The Journal of Political Economy, V81, Issue 3 (May- June 1973) 637-654
- 10) Paddock J., Siegel D., Smith J., 1988. Option Valuation of Claims on Real Assets: The Case of Offshore Petroleum Leases, The Quarterly Journal of Economics, V 103, No 3 (Aug 1988), 479-508
- 11) Luherman T., 1998. Investment Opportunities as Real Options: Getting Started on the Numbers, Harvard Business Review, July-Aug, 1998
- 12) Garrido C., Andalaft A., Evaluación Económica de Proyectos de Inversión Basada en la Teoría de Opciones Reales. Escuela de graduados de la Universidad de Concepción, Chile
- 13) Fernández P., Valoración de Opciones Reales: Dificultades, Problemas y Errores. 2008. IESE Business School , Madrid, España
- 14) Cortázar G., Schwartz E., Cassasus J., 2000. Optimal Exploration Investments under Price and Geological – Technical Uncertainty: a Real Options Model.

- 15) Fernández V., 1999. Teoría de Opciones. Una Síntesis, Revista de Análisis Económico, V 14, No 2 pp 87-116
- 16) Lamothe P., 2003. Opciones financieras y productos estructurados, 2ª edición Mc Graw Hill/ Interamericana de España S.A.U.
- 17) Dixit A., Pindyck R, 1994. Investment under uncertainty, Princeton University Press, United Kingdom.
- 18) Ross N. Dickens, John Lohrenz, Evaluating oil and gas assets: option pricing methods prove no panacea, Journal Of Financial And Strategic Decisions Volume 9 Number 2 Summer 1996
- 19) Trigeorgis, L., (1996), Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation, MIT Press, 427 pp
- 20) Buddington, A. F., 1935. High-temperature mineral associations at shallow to moderate depths, Econ. Geol. 30: 205-222.
- 21) Czamanske, G. K., 1959. Sulfide solubility in aqueous solutions, Econ. Geol. 54:57-63
- 22) Graton, L. C., 1933. The depth-zones in ore deposition, Econ. Geol. 28:513-555.
- 23) Holland, H. D., 1957. Thermochemical data, mineral associations, and the Lindgren classification of ore deposits, Geol. Soc. Amer. Bull. 68:1745.
- 24) Some applications of thermochemical data to problems of ore deposits, I: stability relations among the oxides, sulfides, sulfates and carbonates of ore and gangue metals, Econ. Geol. 54:184-233, 1959.
- 25) Lindgren, W., 1913. Mineral Deposits, New York: McGraw-Hill.
- 26) Lovering, T. S., 1963. Epigenetic, diplogenic, syngenetic, and lithogene deposits, Econ. Geol. 58:315-331, 1963.
- 27) Niggli, P., 1929. Ore Deposits of Magmatic Origin, tr. H. C. Boydell, London: Thomas Murby.
- 28) Noble, J. A., 1955. The classification of ore deposits, Econ. Geol. (50th Anniv. Vol.), pp. 155-169.
- 29) Ridge, J. D., 1968. Changes and developments in concepts of ore genesis-1933 to 1967, in Ore Deposits of the United States (L. C. Graton-R. Sales Mem. Vol.), vol. 2, ed. J. D. Ridge, American Institute of Mining Engineers.

- 30) Schmitt, H. A., 1950a, Uniformitarianism and the ideal vein, *Econ. Geol.* 45:54-61.
- 31) The genetic classification of the bed rock hypogene mineral deposits, *Econ. Geol.* 45:671-680.1950
- 32) Schneiderhöhn, H., 1941. *Lehrbuch der Erzlagerstättenkunde*, Jena: Gustav Fischer.
Stone, J. G., 1959. Ore genesis in the Naica district, Chihuahua, Mexico, *Econ. Geol.* 54:1002-1034.
- 33) Ruback R., 2000 Capital cash flows: A simple approach to valuing risky cash flows. *Financial management* (85-103)
- 34) Fisher Black, "How We Came Up with the Option Formula," *Journal of PortfolioManagement* Winter 1989: 4-8.
- 35) Michael J. Brennan and Eduardo S. Schwartz, "A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments," *Midland Corporate Finance Journal* Vol. 3, No. 1 (1985): 37-47, in *Real Options and Investment under Uncertainty: Classical Readings and Recent Contributions*, pp. 135-51
- 36) Hull J. C., 2009, *Introducción a los mercados de futuros y opciones* 6ª Ed editorial Prentice Hall
- 37) Venegas F. 2007 *Riesgos financieros y económicos productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*, 1137 pp Cengage Learning