



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

**Extracción de modelos dinámicos de parámetros  
concentrados de motores de inducción utilizando el  
método del elemento finito**

**T E S I S**

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE**

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

**Ingeniería eléctrica-Sistemas eléctricos de potencia**

**P R E S E N T A**

**RAYMUNDO SILVERIO DIAZ**

**Tutor: Dr. Rafael Escarela Pérez**

**MÉXICO, D.F. 2011**



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Ángeles Camacho César  
Secretario: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando  
Vocal: Dr. Escarela Pérez Rafael  
1er. Suplente: Dr. Espinosa Pérez Gerardo René  
2do. Suplente: M.I. Lorenzo Bautista Rodolfo

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Ciudad Universitaria, México Distrito Federal

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Escarela Pérez Rafael

---

**FIRMA**

## **DEDICATORIAS**

*Mi tesis la dedico con todo mi amor y cariño:*

*A ti Dios que me diste la oportunidad de vivir y que me regalaste una familia maravillosa.*

*Con mucho cariño principalmente a mis padres que me dieron la vida y han estado conmigo en todo momento. Gracias por todo papá y mamá por darme una carrera para mi futuro, por creer en mí, por brindarme todo su amor, por todo esto les agradezco de todo corazón el que estén conmigo.*

*A mi hermano Ricardo por ser parte de esta gran familia la cual es el principal motor que mi impulsa a seguir adelante.*

*A mi novia Jennifer, a la cual no tengo palabras para agradecerle todos los momentos tan grandiosos que compartimos juntos día a día, sin duda eres parte importante de mi vida. Gracias por estar a mi lado.*

*A mis grandes amigos por la amistad, la confianza y el apoyo incondicional.*

## **AGRADECIMIENTOS.**

*Muchas gracias...*

*A la UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO nuestra máxima casa de estudios, por abrirme sus puertas y haberme aceptado como alumno de esta gran institución.*

*A todos los profesores del PROGRAMA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA por compartir sus conocimientos y experiencias de las asignaturas que impartían, pero en especial a mi asesor de tesis Dr. Rafael Escarela Pérez por confiar en mí para este proyecto y por brindarme todos los conocimientos necesarios para la elaboración del mismo y por supuesto la amistad y el apoyo que me ha brindado.*

*Muchas gracias a todos.*

**RAYMUNDO SILVERIO DIAZ**

*“La carrera no la ganan los mas veloces sino aquellos que siguen corriendo”*

## Resumen

Durante los últimos años el motor de inducción ha sido la máquina rotatoria más empleada a nivel industrial debido principalmente a su versatilidad electromecánica. Es por ello que en este trabajo de tesis nos centramos en la identificación de los parámetros de circuitos equivalentes de motores de inducción a partir de pruebas numéricamente simuladas en régimen permanente.

La necesidad de obtener los valores de parámetros y de representaciones precisas de circuitos equivalentes ha ocasionado el desarrollo de métodos alternativos como los basados en mediciones de respuesta en frecuencia (SSFR). Las pruebas de SSFR tienen una gran aceptación como herramienta poderosa para la determinación de parámetros del motor de inducción, en particular aquellos parámetros de los modelos más completos.

Este trabajo busca ahorrar el costo de realizar la prueba SSFR real al simularla mediante el Método del Elemento Finito. La prueba SSFR se aplica para representar al motor de inducción, donde se incluyen factores tales como la descripción precisa de la geometría, del material magnético del rotor y estator, así como de sus excitaciones.

El Método de los Elementos Finitos (FEM por sus siglas inglés) es una técnica numérica general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales y es muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física. El desarrollo del método por décadas ha desembocado en software poderoso que se utiliza cotidianamente en la industria para la simulación de dispositivos electromagnéticos. En este trabajo se utiliza un paquete computacional que permite la programación e incorporación de características electromecánicas en dispositivos electromagnéticos. Se enfatiza que el uso de este software no se da en un marco de usuario “pasivo” que espera que el software de todos los resultados; por el contrario se desarrolla código para alcanzar los objetivos planteados, montados éstos sobre una plataforma sólida de elementos finitos.

El modelado por elementos finitos es usado en esta tesis con el fin de determinar las funciones de transferencia del motor de inducción y a partir de ellas determinar circuitos equivalentes. Los resultados se condensan en funciones de transferencia que se utilizan para crear una función de optimización que es resuelta con algoritmos genéticos para así obtener los parámetros de circuitos equivalentes. El procedimiento implica forzar las funciones de transferencia calculadas por el método de los elementos finitos (en un sentido óptimo) a ser las mismas que las producidas por los circuitos equivalentes.

Los resultados obtenidos indican que los algoritmos genéticos pueden ser utilizados confiablemente para la identificación de parámetros del motor de inducción. La convergencia de los algoritmos genéticos está íntimamente ligada con los valores iniciales que se utilizan como condiciones iniciales. La experiencia con los algoritmos genéticos ha permitido comprobar su robustez y su capacidad para encontrar los resultados deseados.

# Extracción de modelos dinámicos de parámetros concentrados de motor de inducción utilizando el método del elemento finito

## Contenido

### Capítulo 1 Introducción

1.1 Historia del motor de inducción .....	14
1.2 Modelado del motor de inducción .....	14
1.3 Extracción de parámetros del motor de inducción .....	15
1.4 Antecedentes.....	17
1.5 Objetivos.....	17
1.5.1 Objetivo general .....	17
1.5.2 Objetivos particulares.....	18
1.6 Descripción general de la tesis .....	18
1.7 Contribuciones de la tesis.....	19

### Capítulo 2 Ecuaciones de campo magnético para el motor de inducción

2.1 Principio de funcionamiento del motor de inducción .....	20
2.2 Ecuaciones de Maxwell para el análisis del motor de inducción .....	22
2.3 Ecuación general de difusión para problemas de corriente de remolino.....	24
2.4 La ecuación de difusión aplicada al motor de inducción .....	27
2.5 Relación de corriente y voltaje.....	29

### **Capítulo 3 Método del Elemento Finito**

3.1 Introducción.....	31
3.2 Conceptos generales del método.....	31
3.3 Condiciones de frontera.....	32
3.4 Condiciones periódicas.....	33
3.5 Método del elemento finito aplicado al motor de inducción.....	34
3.6 Formas discretas de la ecuación no lineal de difusión.....	37
3.6.1 Discretización de las regiones libres de corriente.....	38
3.6.2 Discretización de las regiones con conductores masivos.....	38
3.6.1 Discretización de las regiones con conductores trenzados.....	39

### **Capítulo 4 Algoritmos genéticos**

4.1 Algoritmos genéticos.....	40
4.2 Algunas Aplicaciones de los Algoritmos Genéticos.....	41
4.3 Tamaño de la Población.....	41
4.4 Población Inicial.....	42
4.5 Función Objetivo.....	42
4.6 Operador de Selección.....	43
4.7 Operador de Cruce.....	43
4.8 Operador de Mutación.....	44
4.9 Reemplazo de la Población y Condición de Paro.....	45
4.10 Prototipo de un algoritmo genético.....	45

## **Capítulo 5 Modelado del motor de inducción.**

5.1 Conceptos generales para el modelado del motor de inducción .....	47
5.2 Datos geométricos y eléctricos para el modelo numérico del motor de inducción .	47
5.3 Modelo con elementos finitos del motor de inducción. ....	50
5.4 Especificación y ajuste de los subdominios.....	51
5.5 Condiciones externas del circuito.....	54
5.6 Mallado del motor de inducción .....	56
5.7 Solución al modelo numérico de motor de inducción. ....	58

## **Capítulo 6 Prueba de respuesta a la frecuencia y extracción de parámetros del motor de inducción**

6.1. Procedimiento de pruebas .....	64
6.2. Circuito equivalente del motor de inducción para identificación de parámetros ...	68
6.3. Identificación de parámetros del circuito equivalente .....	68
6.4. Resultados obtenidos .....	70

## **Capítulo 7 Conclusiones y trabajos futuros**

7.1. Conclusiones.....	72
7.2. Sugerencias y trabajos futuros .....	73
<b>Referencias</b> .....	74

## Lista de Figuras

Figura 2.1 Deformación que se produce en el campo inductor debido a la corriente que circula por el conductor.....	21
Figura 2.2 Deformación de las fuerzas de campo en el entrehierro.....	22
Figura 3.1 Estructura periódica. El dominio S definido por las líneas C y D, es un dominio repetitivo. Solo se necesita analizar esta parte de la estructura... ..	33
Figura 3.2 Estructura anti-periódica. El dominio S definido por las líneas C y D, es un dominio repetitivo pero con dirección alternada de las corrientes.....	34
Figura 3.3 Región $\Omega$ en dos dimensiones delimitada por la frontera $\Gamma$ .....	35
Figura 3.4 Región $\Omega$ dividida en elementos triangulares de dominio $\Omega_e$ .. ..	37
Figura 5.1 Vista del motor modelado.....	48
Figura 5.2 Sección transversal de la armadura de rotor y estator. Dimensiones en mm...49	
Figura 5.3 a) Ranura del estator, b) Ranura del rotor. Dimensiones en mm. ....	49
Figura 5.4 Devanados del estator [42].. ..	50
Figura 5.5 Geometría del motor de inducción .....	51
Figura 5.6 Fuente de voltaje que alimenta al motor de inducción. ....	54
Figura 5.7 Circuito para la simulación de fuente de voltaje y conexión estrella del estator [42].....	55
Figura 5.8 Circuito equivalente jaula de ardilla con las barras representadas por el modelo de campo. ....	56
Figura 5.9 Mallado del motor de inducción.. ..	57
Figura 5.10 Mallado del entrehierro del motor de inducción.....	57
Figura 5.11 Simulación de motor en condiciones de operación nominal.....	58
Figura 5.12 Simulación de densidad de corriente en estator y rotor.. ..	59
Figura 5.13 Simulación de motor de inducción en condiciones de rotor bloqueado. ....	60



Figura 5.14 Par electromagnético contra deslizamiento. ....	60
Figura 6.1 Conexiones e instrumentación básica para realizar la prueba de respuesta a la frecuencia en motores de inducción [19].....	65
Figura 6.2 Magnitud de impedancia operacional $Z_s(j\omega)$ del motor de inducción de 7.5 Kw .....	65
Figura 6.3 Angulo de impedancia operacional $Z_s(j\omega)$ del motor de inducción de 7.5 kW .....	66
Figura 6.4 Magnitud de inductancia operacional $L_s(j\omega)$ del motor de inducción de 7.5 kW .....	67
Figura 6.5 Angulo de inductancia operacional $L_s(j\omega)$ del motor de inducción de 7.5 kW .....	67
Figura 6.6 Circuito equivalente por fase del motor de inducción.....	68
Figura 6.7 Comparación de respuestas (magnitud) obtenidas con algoritmos genéticos y la prueba SSFR obtenida con elementos finitos .....	69
Figura 6.8 Comparación de respuestas (fase) obtenidas con algoritmos genéticos y la prueba SSFR obtenida con elementos finitos. ....	70
Figura 6.9. Comparación de respuestas (fase) obtenidas con algoritmos genéticos y la prueba SSFR obtenida con elementos finitos .....	71

## Lista de Tablas

Tabla 1.1. Comparación entre pruebas SSFR y pruebas tradicionales. ....	16
Tabla 5.1 Características del motor de inducción utilizado en simulación numérica.....	48
Tabla 5.2. Constantes del problema.....	51
Tabla 5.3. Expresiones para el cálculo de densidad de corriente para cada devanado del estator .....	52
Tabla 5.4. Ecuaciones de postprocesamiento en el estator del motor de inducción... ..	53

Tabla 5.5. Calculo de diferencia de potencial en las barras del rotor.....	54
Tabla 5.6. Componentes de circuito de alimentación del motor de inducción.....	55
Tabla 5.7. Expresiones para obtener parámetros del motor de inducción en operación en estado estable.....	61
Tabla 5.8. Características del motor en operación en estado estable.....	61
Tabla 6.1. Parámetros de circuito equivalente de motor de inducción obtenidos con algoritmos genéticos.....	69
Tabla 6.2. Parámetros de circuito equivalente de motor de inducción obtenidos con algoritmos genéticos.....	71

## Nomenclatura

$n$	Velocidad [rpm]
$f$	Frecuencia [Hz]
$p$	Numero de polos
$e$	Fem inducida [V]
$v$	Velocidad [m/s]
$B$	Densidad de flujo magnético [T]
$L$	Longitud [m]
$i$	Corriente [A]
$F$	Fuerza [N]
$fmm$	Fuerza magnetomotriz [Amper-vuelta]
$fem$	Fuerza electromotriz [V]
$t$	Tiempo [seg]
$E$	Intensidad de campo eléctrico [N/C]
$D$	Densidad de campo eléctrico [C/m <sup>2</sup> ]
$H$	Intensidad de campo magnético [A/m]
$J$	Densidad de corriente de remolino (Eddy) [A/m <sup>2</sup> ]
$J_0$	Densidad de corriente de fuentes externas [A/m <sup>2</sup> ]
$\sigma$	Conductividad [S/m]
$\mu$	Permeabilidad [H m <sup>-1</sup> ó N/A <sup>2</sup> ]
$\mu_0$	Permeabilidad en el vacio [H m <sup>-1</sup> ó N/A <sup>2</sup> ]
$\mu_r$	Permeabilidad relativa
$u$	Reluctancia [ <sup>A</sup> v/Weber]
$v$	Velocidad de conductores en movimiento

$\mathbf{n}$	Vector normal
$\omega$	Velocidad angular eléctrica [rad/s]
$\mathbf{A}$	Potencial Magnético Vectorial [Wb/m]
$\Omega$	Región
$\phi$	Ecuaciones de forma
$W$	Función de peso
$V$	Voltaje [V]
$V_A, V_B, V_C$	Fuente de voltaje trifásica [V]
$R_A, R_B, R_C$	Resistencia interna de la fuente de voltaje [ $\Omega$ ]
$L_A, L_B, L_C$	Inductancia de final de devanado del estator [H]
$B_A, B_B, B_C$	Representan los devanados del estator del modelo del motor de inducción.
$s$	Deslizamiento
$N$	Número de conductores
$S$	Área [m <sup>2</sup> ]
$P$	Potencia [W]
$T$	Par [N.m]
$L_s(j\omega)$	Inductancia operacional por fase [H]
$R_{dc}$	Resistencia de corriente directa de un conductor [ $\Omega$ ]
$R_{bar\_dc}$	Resistencia de corriente directa de una barra del rotor [ $\Omega$ ]
$R_{ab}$	Resistencia entre dos terminales del estator [ $\Omega$ ]
$R_a$	Resistencia de estator [ $\Omega$ ]
$r_{er}$	Resistencia de segmento de unión de la jaula de ardilla [ $\Omega$ ]
$L_{er}$	Inductancia de segmento de unión de la jaula de ardilla [H]

$L_l$	Inductancia de estator [H]
$L_m$	Inductancia de magnetización [H]
$L_1$ y $L_2$	inductancias presentadas por el rotor referidas al estator [H]
$R_1$ y $R_2$	Resistencias de rotor referidas al estator [ $\Omega$ ]
$\nabla$	Operador nabra
$(\nabla \cdot)$	Divergencia
$(\nabla \times)$	Rotacional
$(\nabla)$	Gradiente
$\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$	Vectores unidad
$E$	Error medio cuadrático.
$Re$	Indica parte real.
$Im$	Indica parte imaginaria.
$L_s(j\omega)_{medido}$	Inductancia por fase obtenida de SSFR Test.
$L_s(j\omega)_{calculado}$	Inductancia calcula por fase de la función de transferencia.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Historia del motor de inducción

Los principios básicos del electromagnetismo se empezaron a desarrollar en el siglo XIX, con los experimentos de Oersted, Faraday, Henry, Lenz, Barlow y la síntesis que realizó Maxwell de la teoría electromagnética en 1879 [1]. Se puede considerar como punto de partida para el estudio de las máquinas eléctricas, el principio de inducción electromagnética descubierto por Michael Faraday en 1831 [1].

Las máquinas eléctricas rotatorias se plantean como convertidores de energía mecánica a energía eléctrica: generadores o motores. En cuanto a los motores de c.a. de tipo asíncrono o de inducción, en 1879 Walter Baily demostró [1] ante la Physical Society de Londres, la posibilidad de producir una rotación de un disco de cobre mediante corrientes inducidas. Ferraris en 1885 [1] describió el campo magnético giratorio, utilizando dos corrientes alternas independientes de igual frecuencia pero diferente fase. El mismo descubrimiento fue hecho casi al mismo tiempo por Nikola Tesla que fue el primero que construyó y patentó este tipo de motores en octubre de 1887 y por lo que se le considera como el inventor de la máquina de inducción [1].

Los desarrollos de máquinas eléctricas en el siglo XX se refieren principalmente a la mejora de los materiales constructivos, fundamentalmente a los aislamientos y materiales magnéticos. Al desarrollarse la teoría de los dominios magnéticos que explicaba el ferromagnetismo, N.P. Goss en 1934 [1] descubre la técnica de laminado en frío, que es esencialmente la base del proceso de fabricación acero de grano orientado que se utiliza en la actualidad. Las investigaciones modernas intentan sustituir el material magnético por aleaciones amorfas (78% de hierro, 13% de boro y 9% de silicio) que tienen una resistividad muy elevada y una excelente resistencia mecánica.

En lo que se refiere a los aislamientos, estos también han sufrido grandes cambios, desde el hilo de cobre recubierto de algodón, pasando por los barnices, hasta las modernas resinas sintéticas, que soportan mayores tensiones dieléctricas. Otros avances se refieren a la refrigeración que inicialmente era por aire y que aún se usa en máquinas de potencia media y pequeña, pasando por la refrigeración por hidrogeno que utilizan los grandes turboalternadores [2].

### 1.2 Modelado del motor de inducción

El estudio de las diferentes condiciones de operación del motor de inducción se ha realizado con varios métodos [3]. Uno de ellos es el método basado en el modelo convencional **ABC** cuyas ecuaciones son expresadas en el sistema de coordenadas **dq0** [3],

donde las variables son expresadas en diferentes marcos de referencia. La transformación **dq0** típicamente asume devanados simétricos, concentrados y distribuidos sinusoidalmente. Un método convencional para representar el estado estacionario de la máquina de inducción utiliza el circuito equivalente del motor de inducción [2], el cual es muy similar al de un transformador, debido a la acción de transformación que ocurre al inducirse corrientes en el rotor desde el estator. El modelado por elementos finitos [4] (FEM por sus siglas en inglés) permite realizar cálculos detallados tanto en estado estable como transitorio, como se mostrará más adelante en esta tesis al resolver la ecuación de difusión para problemas electromagnéticos de baja frecuencia [5]. La utilización de cada modelo está determinada por el tipo de análisis que se efectúa sobre la máquina y por el tipo de respuestas esperadas.

El modelado del motor de inducción debe considerar su alimentación por voltaje en las terminales del estator a través de las impedancias externas y las fuentes de voltaje. Además el rotor jaula de ardilla tiene un arreglo complicado de barras, las cuales se encuentran cortocircuitadas con anillos en los extremos, y esto es importante considerarlo dentro del modelado. Así la simulación del motor de inducción es interesante, porque se deben resolver al mismo tiempo el problema de campo y las variables del circuito externo. Para desarrollar el modelo del motor de inducción en este trabajo se aplica la técnica de los elementos finitos, ya que permite modelar las características constructivas físicas del motor, esto es, su dimensionamiento, las propiedades de sus materiales, así como las cargas y excitaciones a las que está sometido el motor [6].

El método de los elementos finitos es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales y es muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física, entre ellos se encuentran la transferencia de calor, la dinámica de fluidos, el electromagnetismo, el análisis de componentes en la industria automotriz, el análisis estructural de la aviación, las aplicaciones a la biomédica ortopédica; por mencionar algunos.

El modelado por elementos finitos es usado en esta tesis para determinar las funciones de transferencia de variables eléctricas del motor de inducción y a partir de ellas determinar circuitos equivalentes que puedan ser utilizados, por ejemplo, en simulaciones convencionales de redes eléctricas o en el diseño de controladores [7].

### **1.3 Extracción de parámetros del motor de inducción**

Durante los últimos años el motor de inducción ha sido la máquina rotatoria más empleada a nivel industrial debido a su versatilidad y bajo costo de operación. Su amplia utilización en muchas aplicaciones conlleva a que los investigadores se centren en temáticas como el control de la velocidad [6], control del par, programación para ciclos de trabajo y la determinación de parámetros [8].

Para la extracción de los parámetros del motor de inducción tradicionalmente se han empleado pruebas de CD (resistencia del estator), pruebas de vacío (voltaje nominal) y pruebas de rotor bloqueado (corriente nominal) para determinar los parámetros de circuitos equivalentes y de modelos en dos ejes del motor de inducción [3]. En años recientes la necesidad de obtener los valores de parámetros y la necesidad de representaciones de circuitos equivalentes más precisos han ocasionado el desarrollo de métodos alternativos, como los basados en mediciones de respuesta en frecuencia (SSFR) [9].

En la actualidad las pruebas de SSFR tienen una gran aceptación como herramienta poderosa para la determinación de parámetros de motores de inducción, en particular aquellos parámetros de modelos de orden superior [10]. En la Tabla 1.1 se hace una comparación entre las pruebas de SSFR y las pruebas tradicionales.

Las pruebas de respuesta en frecuencia se llevan a cabo en el lugar donde se opera físicamente el motor con la misma metodología que se utilizan en laboratorios. Con estas pruebas se pueden determinar los parámetros de modelos generalizados de motores de inducción, permitiendo un análisis más preciso de su comportamiento dentro de redes eléctricas [10].

Tabla 1.1: Comparación entre pruebas SSFR y pruebas tradicionales.

PRUEBAS TRADICIONALES	PRUEBAS SSFR
Se trabaja en el dominio del tiempo.	Se puede realizar en cualquier tiempo.
Se debe tener cuidado de las corrientes al hacer estas pruebas.	No representa riesgo alguno tanto para el operador como para la máquina.
Son destructivas y costosas.	No son destructivas ni costosas.
Los circuitos equivalentes se construyen con algunos proporcionados por el fabricante.	Se obtienen modelos de circuitos equivalentes con estas pruebas.

En este trabajo se busca disminuir el costo de realizar la prueba SSFR real mediante la simulación numérica del motor de inducción por el método del elemento finito y la identificación de parámetros de circuitos equivalentes por medio de algoritmos genéticos.



Los algoritmos genéticos son capaces de buscar un mínimo global dentro del intervalo de búsqueda de la función objetivo usado para encontrar los parámetros del circuito equivalente y la medición de la función de transferencia del motor de inducción [11].

## **1.4 Antecedentes**

Actualmente se han desarrollado trabajos aplicando técnicas modernas de elementos finitos para obtener eficientemente la respuesta a la frecuencia de máquinas síncronas en reposo [7]. Esto responde al interés continuo que existe por evitar pruebas experimentales en máquinas de alta potencia, debido a que implican altos costos.

El modelado de máquinas síncronas con elementos finitos toma en consideración la circuitería externa conectada a la máquina a través de una solución simultánea de las ecuaciones de los circuitos y del dominio electromagnético. Las simulaciones siguen fielmente los procedimientos establecidos en la norma IEEE Standard 115A-1987 [10].

En los trabajos desarrollados en [7, 12], se presenta una novedosa técnica para obtener los parámetros de circuitos equivalentes de las máquinas síncronas con pruebas de respuesta a la frecuencia en reposo usando algoritmos genéticos híbridos. Los resultados obtenidos en el proceso de identificación muestran una buena representación de la máquina, con respecto al comportamiento de la máquina síncrona que produce el modelo de elementos finitos. Estos resultados posibilitan el entendimiento sobre el posible sentido físico que los parámetros de los circuitos eléctricos equivalentes pueden tener.

En lo que se refiere al motor de inducción se han realizado trabajos donde se presenta el modelado con elementos finitos del motor trifásico, donde se obtiene la solución resolviendo simultáneamente las ecuaciones de campo y de circuitos acoplados [11]. El campo en el estator de la máquina es alimentado a través de una fuente trifásica no ideal y los efectos de las impedancias y resistencias de fin de devanado se toman en cuenta.

En este trabajo de tesis se decidió desarrollar una técnica similar para obtener los parámetros de circuitos equivalentes de motores de inducción como en el caso de la máquina síncrona. Este trabajo se enfocó en la aplicación de pruebas de respuesta a la frecuencia en reposo al motor de inducción para obtener los parámetros de circuitos equivalentes, usando algoritmos genéticos como método de identificación.

## **1.5 Objetivos**

### **1.5.1 Objetivo general.**

Identificar los parámetros de circuitos equivalentes de motores de inducción a partir de pruebas simuladas numéricamente en régimen permanente.

### **1.5.2 Objetivos particulares**

Simular la respuesta a la frecuencia de motores de inducción utilizando el método de los elementos finitos.

Identificar los parámetros de circuitos equivalentes por medio de algoritmos genéticos

### **1.6 Descripción general de la tesis**

A continuación se presenta una breve descripción general de los capítulos en que se ha dividido este trabajo.

#### **1.- Introducción.**

Se presenta una breve historia del motor de inducción. Además se describen en forma general los objetivos y los antecedentes del trabajo presentado en esta tesis.

#### **2.- Ecuaciones de campo magnético.**

En esta sección se describen brevemente las ecuaciones de Maxwell que se aplican para modelar al motor de inducción; las condiciones dentro del dominio modelado y de frontera, así como la formulación de los campos magnéticos con el potencial magnético vectorial para el modelado del motor de inducción.

#### **3.- Método del elemento finito.**

En éste capítulo se presenta brevemente el Método del Elemento Finito (FEM, por sus siglas en inglés), el cual es una herramienta fundamental para el desarrollo de éste trabajo. Sólo se muestran los conceptos y aspectos prácticos tal y como se utilizaron para el desarrollo del trabajo de tesis.

#### **4.- Algoritmos genéticos.**

Los algoritmos genéticos (AG) pueden utilizarse como algoritmos de optimización, donde se trata de encontrar la mejor solución a un problema dado entre un conjunto de soluciones posibles. Los mecanismos de los que se valen los AG para llevar a cabo esa búsqueda, pueden verse como una metáfora de los procesos de evolución biológica [13]. Al igual que en el Capítulo 3, no se presenta el algoritmo a detalle ya que aquí solo se utiliza como herramienta de optimización, para obtener los parámetros del motor de inducción.

## 5.- Modelado del motor de inducción.

Es aquí donde se realiza la representación precisa del modelo numérico del motor de inducción. El modelado requiere la representación precisa de la geometría, los materiales y las excitaciones. El motor de inducción es alimentado por voltaje en las terminales del estator a través de impedancias externas y fuentes de voltaje. Además el rotor tiene un arreglo complicado de barras, las cuales se encuentran cortocircuitadas con anillos en los extremos, y esto es importante considerarlo dentro del modelado. Esto hace más interesante la simulación del motor de inducción, porque se deben resolver al mismo tiempo el problema de campo y las variables del circuito externo, asuntos que se tratan en este tema de tesis. El modelado del rotor y estator con diferente densidad de mallado también se presenta con la incorporación de movimiento a través de la modificación de la conductividad y la resistencia del rotor (“deslizamiento referido” a la frecuencia del estator). Las condiciones de anti-periodicidad son consideradas en este trabajo para reducir el tamaño final del modelo numérico.

## 6.- Prueba de respuesta a la frecuencia y extracción de parámetros del motor de inducción.

El propósito de este capítulo es presentar los resultados numéricos de las pruebas de respuesta a la frecuencia en reposo para la derivación de circuitos equivalentes. Las pruebas de SSFR se realizan con el motor en reposo y completamente desconectado de la red eléctrica. Para obtener los parámetros del motor de inducción se aplican algoritmos genéticos.

### **1.7 Contribuciones de la tesis.**

Las principales contribuciones de la tesis son:

- Establecimiento de una metodología numérica para el modelado de motores de inducción en el dominio de la frecuencia usando una plataforma de elementos finitos. La metodología considera la interconexión de las barras sólidas del rotor, logrando una representación “quasi” 3D de los motores de inducción. El modelado de movimiento se lleva a cabo implícitamente mediante la modificación de conductividades en los materiales conductores del rotor.
- Se establece una función de optimización para determinar los parámetros de circuitos equivalentes clásicos de motores de inducción. El método de identificación considera de manera simultánea la magnitud y el ángulo de fase de impedancia operacional de motores de inducción. La metodología presentada es independiente del método de determinación (experimental o numérico) de la impedancia operacional. Esto es, el modelo de elementos finitos que se presenta aquí es una herramienta que usa para determinar la impedancia operacional, pero ésta pudo haber sido determinada experimentalmente e igualmente utilizada en el proceso de identificación.

## Capítulo 2

### Ecuaciones de campo magnético para el motor de inducción

#### 2.1 Principio de funcionamiento del motor de inducción

En este apartado se muestran brevemente los aspectos constructivos de los motores de inducción. Se presenta luego el principio de funcionamiento de los motores de inducción, detallando que la acción de las fuerzas en el rotor se produce esencialmente en las ranuras, y no sólo en los conductores.

El motor de inducción al igual que cualquier otro dispositivo de conversión electromagnética de la energía, de tipo rotatorio, está formado por un rotor y un estator. En el estator se coloca la armadura, alimentada por una red monofásica o trifásica. El rotor es el inducido y las corrientes que circulan por él aparecen como consecuencia de la interacción con el flujo del estator. Dependiendo del tipo de rotor, estas máquinas se clasifican en [2]:

- a) rotor en jaula de ardilla
- b) rotor devanado.

El estator está conformado por un laminado de acero al silicio, dispone de ranuras en su periferia interior en las que se sitúa un devanado trifásico o monofásico, alimentado por una corriente del mismo tipo, de tal forma que se obtienen flujos giratorios de amplitud constante distribuidos sinodalmente por el entrehierro. El estator está rodeado por la carcasa, disponiéndose en ésta los dispositivos para su transporte y fijación.

El rotor está constituido por un conjunto de láminas apiladas, formando un cilindro, que tiene ranuras en la circunferencia exterior donde se coloca el devanado. En el rotor tipo jaula de ardilla se tienen una serie de conductores de cobre o aluminio puestos en cortocircuito por dos anillos laterales (el nombre de jaula proviene del aspecto que tomaría este devanado si se omitiera el núcleo de acero). El rotor devanado lleva unas bobinas que se conectan a unos anillos deslizantes colocados en el eje; por medio de unas escobillas se conecta el rotor a unas resistencias que se pueden variar hasta poner el rotor en corto circuito. Los motores de inducción de rotor devanado son menos utilizados, debido a su mayor costo, y a que requieren mayor mantenimiento que los de jaula de ardilla.

Generalmente el devanado del estator está constituido por tres devanados, defasados  $120^\circ$  en el espacio y de 2 o más polos, y la circulación de corrientes trifásicas por ellos produce una onda rotatoria de fuerza magnetomotriz distribuida senoidalmente por la

periferia del entrehierro, que produce a su vez un flujo giratorio cuya velocidad está expresada por:

$$n = \frac{60 f}{p} \text{ r.p.m.} \quad (2.1)$$

donde  $n$  recibe el nombre de velocidad de sincronismo. El flujo giratorio induce una  $fem$  en los conductores del rotor, donde aparecen corrientes que reaccionaran con el flujo del estator.

De acuerdo con la ley de Faraday, la  $fem$  inducida en un conductor de longitud  $l$  que se mueve a la velocidad  $v$  dentro de un campo  $\mathbf{B}$ , tiene un valor expresado por:

$$e = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot l \quad (2.2)$$

Para determinar la polaridad de la  $fem$  inducida, debe considerarse que el rotor gira en sentido contrario al campo para tener en cuenta el movimiento relativo mutuo entre rotor y estator. El sentido de la fuerza magnética que aparece en los conductores del rotor se obtiene aplicando la ley vectorial de Laplace [14]:

$$\mathbf{F} = \mathbf{i} \cdot (\mathbf{L} \times \mathbf{B}) \quad (2.3)$$

que tiene un sentido como se muestra en la Figura 2.1, donde se muestra la deformación que se produce en el campo inductor debido a la corriente que circula por el conductor.

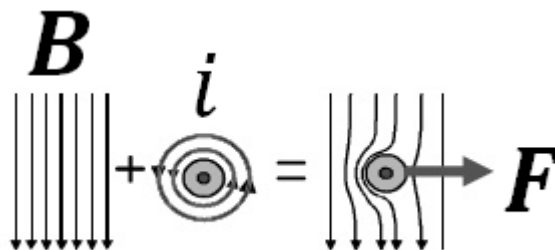


Figura 2.1. Deformación que se produce en el campo inductor debido a la corriente que circula por el conductor

Multiplicando la fuerza por el radio del rotor y el número de conductores existentes en el mismo, se obtendrá el par total de la máquina, que tenderá a mover el rotor siguiendo el campo giratorio del estator.

Este razonamiento tan simple, aunque da los resultados correctos, no es del todo cierto, debido a que en realidad los conductores del rotor están situados dentro de ranuras, de tal forma que el campo  $\mathbf{B}$  no atraviesa el conductor y en consecuencia la fuerza resultante es pequeña. La explicación de esta paradoja debe buscarse en la deformación de las líneas de  $\mathbf{B}$  al circular corriente por los conductores.

En la Figura 2.2a se muestra el reparto de  $B$  en la ranura y los dientes cuando la intensidad de corriente en el conductor es cero, se observa que debido a la menor reluctancia de los dientes, las líneas de  $B$  tienden a concentrarse en ellos sin atravesar al conductor. En la Figura 2.2b se muestra la forma de las líneas de inducción producidas únicamente por el conductor llevando corriente. En la Figura 2.2c se muestra la resultante de ambos campos, se observa que la deformación de las líneas de inducción es similar a la que se obtenía para el caso de un conductor "aislado", apareciendo una fuerza resultante en el sentido indicado, pero con la diferencia fundamental de que esta fuerza actúa realmente en los dientes y no en los conductores (lo que constituye un hecho afortunado, ya que si la fuerza actuara sobre los conductores comprimirían los aislamientos de estos sobre los dientes, lo que sería perjudicial para la vida útil de los aislantes).

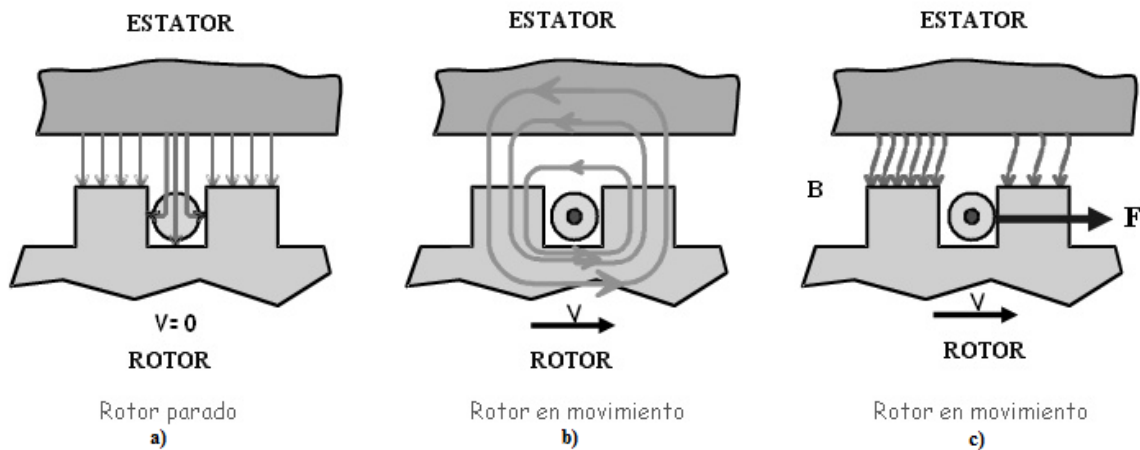


Figura 2.2: Deformación de las fuerzas de campo en el entrehierro

En la Figura 2.2c se presenta la resultante de ambos campos, se observa que la deformación de las líneas de inducción es similar a la que se obtenía para el caso de un conductor "aislado", apareciendo una fuerza resultante en el sentido indicado, pero con la diferencia fundamental de que esta fuerza actúa realmente en los dientes y no en los conductores (lo que constituye un hecho afortunado, ya que si la fuerza actuara sobre los conductores comprimirían los aislamientos de estos sobre los dientes, lo que sería perjudicial para la vida útil de los aislantes).

## 2.2 Ecuaciones de Maxwell para el análisis del motor de inducción

Para poder realizar un análisis más detallado del motor de inducción, es necesario utilizar las ecuaciones de Maxwell considerando corrientes de remolino en los conductores del rotor. En los problemas de corrientes de remolino, los campos eléctricos y magnéticos están acoplados porque las cantidades dependen de las variaciones en el tiempo ( $\partial/\partial t \neq 0$ ), sin embargo la densidad de corriente de desplazamiento se puede despreciar ya que  $|J| \gg |\partial D/\partial t|$  [7] en motores de inducción.

Para la formulación del problema se requiere de las siguientes ecuaciones diferenciales [14, 15]:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad \text{Ley circuital de Ampère} \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{Ley de Faraday – Lenz} \quad (2.6)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \text{Ley de Gauss magnética} \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad \text{Ecuación de continuidad eléctrica} \quad (2.8)$$

La relación constitutiva de las ecuaciones anteriores, se describen a continuación:

$$\mathbf{B} = \begin{cases} \mu_0 \mathbf{H}, & \text{en aire} \\ \mu_0 \mu_r \mathbf{H}, & \text{en materiales magnéticos} \end{cases} \quad (2.9)$$

La relación constitutiva (2.9) puede usarse en forma inversa como sigue:

$$\mathbf{H} = \begin{cases} \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B}, & \text{en aire} \\ \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \mathbf{B}, & \text{en material magnético} \end{cases} \quad (2.10)$$

En general, el comportamiento electromagnético del motor de inducción se describe mediante la solución de las ecuaciones de Maxwell. Sin embargo, es conveniente considerar algunas simplificaciones para resolver estas ecuaciones que modelan el motor de inducción.

Las corrientes de remolino son inducidas en el rotor por un campo magnético variable en el tiempo que se genera al circular corriente en los devanados del estator con una densidad de corriente  $\mathbf{J}_0$ , que es generada por una fuente externa. La densidad de corriente total  $\mathbf{J}_T$ , presente en un motor de inducción se conforma por las densidades de corrientes provenientes de la fuente externa ( $\mathbf{J}_0$ ) y de las densidades de corrientes de remolino generadas en el interior del motor de inducción ( $\mathbf{J}_r$ ). De este modo,  $\mathbf{J}_T$  se puede escribir como:

$$\mathbf{J}_T = \mathbf{J}_0 + \mathbf{J}_r \quad (2.11)$$

donde

$$\mathbf{J}_r = \sigma \mathbf{E} \quad (2.12)$$

En este trabajo se realiza una aproximación en dos dimensiones del motor de inducción y la solución de las ecuaciones de Maxwell se puede simplificar de una manera considerable. Los efectos tridimensionales se toman en cuenta mediante la inserción de valores de resistencias e inductancias en los devanados de cada fase del estator, así como en el modelo del rotor para tener en cuenta los anillos laterales de la jaula de ardilla; donde además se considera que las densidades de corriente están dirigidas axialmente, es decir, solo tienen componente en la dirección  $z$ .

### 2.3 Ecuación general de difusión para problemas de corrientes de remolino

Las ecuaciones de Maxwell puede ser representada en función del potencial magnético vectorial  $\mathbf{A}$  y el potencial eléctrico escalar  $V$  [14,15].

La densidad de flujo magnético  $\mathbf{B}$  puede expresarse como el rotacional de un campo vectorial, esto es porque la divergencia de cualquier rotacional nos da como resultado cero [14,15], entonces  $\mathbf{B}$  puede ser descrito por el potencial magnético vectorial  $\mathbf{A}$  como:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.13)$$

que satisface exactamente la ecuación (2.7)<sup>1</sup>. A fin de garantizar la unicidad del potencial magnético vectorial, su divergencia debe especificarse. La forma de Coulomb se utiliza comúnmente, haciendo que:

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.14)$$

Esta especificación se cumple automáticamente para problemas en 2D.

En problemas 2D la densidad de corriente y el potencial magnético vectorial sólo tienen componentes en  $z$ . Así el vector de intensidad de campo magnético y el vector de densidad de flujo magnético sólo tienen componentes  $x$  e  $y$ , es decir:

---

<sup>1</sup> Porque dada cualquier función vectorial  $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r})$  se tiene que  $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{v} \equiv 0$ .



$$\mathbf{J}_0 = J_0 \mathbf{e}_z$$

$$\mathbf{A} = A_z \mathbf{e}_z \tag{2.15}$$

$$\mathbf{H} = H_x(x, y) \mathbf{e}_x + H_y(x, y) \mathbf{e}_y$$

$$\mathbf{B} = B_x(x, y) \mathbf{e}_x + B_y(x, y) \mathbf{e}_y$$

Si el potencial magnético vectorial solo tiene componente en z se tiene que:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix} = \mathbf{e}_x \frac{\partial A_z}{\partial y} - \mathbf{e}_y \frac{\partial A_z}{\partial x} \tag{2.16}$$

donde

$$\mathbf{B}_x(x, y) = (\partial A_z) / \partial y \tag{2.17}$$

y

$$\mathbf{B}_y(x, y) = (\partial A_z) / \partial x \tag{2.18}$$

En muchos problemas, el conductor que lleva las corrientes de remolino es parcial o totalmente envuelto por un medio no conductor donde el campo magnético está presente. El campo magnético es inducido por la fuente de corriente en las bobinas y por las corrientes de remolino. Es por ello que la formulación de corrientes de remolino y el campo magnético deben acoplarse. La corriente de remolino puede presentarse con el potencial magnético vectorial acoplado con el potencial eléctrico escalar.

Para dar inicio al estudio del problema con los potenciales acoplados debe recordarse que el potencial eléctrico escalar  $V$  puede expresarse simplemente utilizando el gradiente:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \tag{2.19}$$

Se desea ahora definir potenciales adecuados y consistentes para problemas variantes con el tiempo, debido a que al aplicar el operador rotacional a la ecuación (2.19) da como resultado  $\nabla \times \mathbf{E} = 0$ . La forma puntual de la Ley de Faraday (2.6) establece que  $\nabla \times \mathbf{E}$  no es, en general, cero. Para eliminar esta inconsistencia se añade un término desconocido ( $\mathbf{N}$ ) a la ecuación (2.19):

$$\mathbf{E} = -\nabla V + \mathbf{N} \quad (2.20)$$

tomando el rotacional da

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 + \nabla \times \mathbf{N} \quad (2.21)$$

Utilizando la forma puntual de la ley de Faraday se observa que:

$$\nabla \times \mathbf{N} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.22)$$

y utilizando la ecuación (2.17) da

$$\nabla \times \mathbf{N} = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \mathbf{A}) \quad \text{ó} \quad \nabla \times \mathbf{N} = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.23)$$

La solución más sencilla de la ecuación es [14]:

$$\mathbf{N} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (2.24)$$

y conduce a que

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla V \quad (2.25)$$

donde  $V$  es el potencial eléctrico escalar relacionado con las corrientes de remolino presentes en el motor de inducción, además solo tiene componente en  $z$  y recordando

que el potencial magnético vectorial solo tiene componente en z; el campo eléctrico se puede reescribir de la siguiente forma:

$$E_z = -\frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial z} \quad (2.26)$$

Ahora partiendo de la ecuación (2.12) podemos reescribir a  $\mathbf{J}_r$  como sigue:

$$\mathbf{J}_r = \sigma \left( -\frac{\partial A_z}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial z} \right) \mathbf{e}_z \quad (2.27)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.11), (2.13), (2.27) dentro de la ecuación (2.5) y usando las relaciones constitutivas (2.9) y (2.10); obtenemos la ecuación de difusión para problemas de corrientes de remolino, que se muestra a continuación:

$$\sigma \frac{\partial A_z \mathbf{e}_z}{\partial t} + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A_z \mathbf{e}_z \right) = (J_{0z} - \sigma \frac{\partial V}{\partial z}) \mathbf{e}_z \quad (2.28)$$

En el problema de corrientes de remolino, las cantidades de campo son dependientes de las variaciones del tiempo. Sin embargo, para situaciones en que todas las cantidades electromagnéticas varían senoidalmente, la formulación puede establecerse en el dominio de la frecuencia, donde  $\partial / \partial t$  se reemplaza por  $j\omega$ .

$$j\omega A_z \mathbf{e}_z + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A_z \mathbf{e}_z \right) = (J_{0z} - \sigma \frac{\partial V}{\partial z}) \mathbf{e}_z \quad (2.29)$$

#### 2.4 La ecuación de difusión aplicada al motor de inducción

El problema del motor de inducción se aborda más fácilmente mediante la separación del modelo de campo en zonas de diferentes características magnéticas. El modelo de campo electromagnético en dos dimensiones de motores de inducción generalmente puede dividirse en tres zonas diferentes:

1.- Conductores masivos, donde se pueden inducir corrientes de remolino. Los conductores masivos de los motores de inducción, son en este caso las barras del rotor jaula de ardilla, donde se inducen corrientes de remolino en estas barras durante la operación y tienen una fuerte influencia sobre el funcionamiento del motor.

La suposición más importante hecha en el cálculo de las corrientes remolino en dos dimensiones es que las corrientes inducidas fluyen axialmente. Los motores de inducción son simétricos en geometría. En consecuencia, solo es necesario modelar un polo completo del motor utilizando condiciones de periodicidad [21,32].

En las regiones cortocircuitadas en los extremos del rotor, las corrientes de remolino del rotor tienen que pasar a través del anillo lateral que cortocircuita el rotor, el cual tiene una impedancia finita.

Para encontrar el potencial eléctrico en los conductores del rotor es necesario aplicar una importante propiedad del potencial eléctrico escalar en la ecuación (2.26) que se obtiene de la ecuación de continuidad de la corriente [14]:

$$\frac{\partial}{\partial z} \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \sigma \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (2.30)$$

El primer término de la ecuación anterior es igual a cero porque  $A_z$  es constante en la dirección  $z$  para problemas en 2D, y la ecuación anterior queda de la siguiente forma:

$$\frac{\partial}{\partial z} \sigma \frac{\partial V}{\partial z} = 0 \quad (2.31)$$

De esta ecuación se puede definir al potencial eléctrico escalar como:

$$V = V_1 z + V_0 \quad (2.32)$$

El voltaje total en el conductor está dado por la siguiente ecuación:

$$V_{\text{total}} = \int_0^l -(\nabla V) dl = -V_1 l \quad (2.33)$$

donde  $l$  es la longitud axial de los conductores en el rotor. De las ecuaciones anteriores se puede observar lo siguiente:

$$\nabla V = V_1 = \frac{-V_{\text{total}}}{l} \quad (2.34)$$

que se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -\frac{V_{\text{inicial}} - V_{\text{final}}}{l} = -\frac{\Delta V}{l} \quad (2.35)$$

Sustituyendo el lado derecho de la ecuación (2.35) dentro de la ecuación (2.28) y tomando en consideración que en esta zona no se le aplican densidades de corrientes por circuitos externos, la ecuación de difusión para corrientes de remolino se simplifica, quedando de la siguiente forma para la zona de conductores masivos:

$$\sigma \frac{\partial A_z \mathbf{e}_z}{\partial t} + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A_z \mathbf{e}_z \right) = \left( \sigma \frac{\Delta V}{l} \right) \mathbf{e}_z \quad (2.36)$$

2.- Conductores trenzados, donde las corrientes parasitas pueden ser omitidas (devanados del estator). En este caso, la distribución espacial de las corrientes siempre es conocida. Las densidades de corriente en los devanados de estator se distribuyen uniformemente sobre el área ocupada por los conductores del motor.

Por lo tanto la ecuación de difusión se simplifica y queda de la siguiente forma:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times A_z \mathbf{e}_z \right) = J_0 \mathbf{e}_z \quad (2.37)$$

3.- Regiones libres de corriente, donde las corrientes parasitas también son omitidas. Por ejemplo, el entrehierro, el núcleo del estator y rotor.

Para el entrehierro la ecuación de difusión se simplifica y queda de la siguiente forma:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_0} \nabla \times A_z \mathbf{e}_z \right) = 0 \quad (2.38)$$

Para el núcleo del rotor y estator, la ecuación de difusión se simplifica y queda de la siguiente forma:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \nabla \times A_z \mathbf{e}_z \right) = 0 \quad (2.39)$$

## 2.5. Relaciones de corriente y voltaje

El acoplamiento de elementos de circuitos equivalentes y las variables de campo requiere expresiones explícitas para los voltajes en todos los conductores del motor de inducción. La expresión de voltaje para los conductores de los devanados del estator se obtiene de la Ley de Faraday y del voltaje causado por la resistencia de los conductores en los devanados del estator, tal que:

$$V = ir + Ndj\omega A_z \quad (2.40)$$

donde  $N$  es el número de conductores conectados en serie con determinada sección transversal y  $Nj\omega A$  es el flujo en el conductor por unidad de profundidad.  $i$  es la corriente en cada conductor filamentario. La densidad de corriente de  $N$  conductores trenzados está dada por:

$$J_{0z} = \frac{Ni}{S} \quad (2.41)$$

donde  $S$  es el área ocupada por  $N$  conductores trenzados conectados en serie.

El total de la corriente que circula a través del conductor sólido (rotor) se puede encontrar integrando  $j\omega\sigma(s)A_z$  y  $(\sigma(s)\Delta V)/l$  de la ecuación (2.38) sobre la sección transversal del conductor tenemos:

$$i_{sol} = \int \left( \left( \frac{\sigma(s)\Delta V}{l} - j\omega\sigma(s)A_z \right) d\Omega \right) \quad (2.42)$$

Resolviendo para  $\Delta V$  tenemos:

$$\Delta V = R_{dc}(i_{sol} + js\omega\sigma \int A_z d\Omega) \quad (2.43)$$

donde  $R_{dc}$  es la resistencia de corriente directa del conductor sólido (resistencia del conductor sólido a frecuencia cero). Las ecuaciones (2.40) a (2.43) se acoplan con el modelo de campo con la ayuda del sistema de circuitos externos.

## Capítulo 3

### Método del Elemento Finito

En éste capítulo se presenta brevemente el Método del Elemento Finito (FEM, por sus siglas en inglés), el cual es una herramienta muy importante para el desarrollo de éste trabajo. Aquí sólo se muestran conceptos y aspectos prácticos, tal y como se usan para el desarrollo del trabajo de tesis.

#### 3.1 Introducción

La evolución del método de los elementos finitos está íntimamente ligada al desarrollo de la ingeniería y la computación. Su aplicación se da en una variedad de áreas, especialmente en la nuclear, la aeronáutica y en la industria del transporte, dando testimonio de su alta precisión, así como de su capacidad de modelar problemas complejos.

El FEM en electromagnetismo está generalmente asociado a métodos variacionales o a métodos residuales [5]. En el primer caso, el procedimiento numérico se establece usando una función que debe minimizarse. Para cada problema se define una función particular. Vale la pena mencionar que para los problemas clásicos en 2D, las funciones son bien conocidas, pero para fenómenos poco usuales es necesario buscar una función de energía, lo cual puede ser una tarea difícil para algunos casos [5]. Además no se trabaja directamente con la ecuación física relacionada al problema, pero si con su correspondiente función. Contrariamente, los métodos residuales son establecidos directamente de la ecuación física que tiene que ser resuelta. Esta es una considerable ventaja comparada con los métodos variacionales dado que, comparativamente es más simple y fácil de entender y aplicar [5].

#### 3.2 Conceptos generales del método

La idea general del método de los elementos finitos es la división de un problema continuo en un conjunto de pequeños elementos interconectados por una serie de puntos llamados nodos. Las ecuaciones que rigen el comportamiento del continuo aplican también en el elemento. De esta forma se consigue pasar de un sistema continuo (infinitos grados de libertad), que es regido por una ecuación diferencial o un sistema de ecuaciones diferenciales, a un sistema con grado de libertad finito cuyo comportamiento se modela por un sistema de ecuaciones simultáneas.

En cualquier sistema a analizar podemos distinguir entre:

- Dominio. Espacio geométrico donde se va a analizar el sistema.
- Condiciones de frontera. Variables conocidas y que condicionan el cambio del sistema.
- Incógnitas. Variables del sistema que deseamos conocer después de que las condiciones de contorno han actuado sobre el sistema.

El dominio se divide mediante puntos (en el caso lineal), mediante líneas (en el caso bidimensional) o superficies (en el caso tridimensional), de forma que el dominio total en estudio se aproxima mediante el conjunto de porciones (elementos) en que se subdivide. Sobre estos nodos se materializan las incógnitas fundamentales del problema. A estas incógnitas se les denomina grados de libertad de cada nodo del modelo. Los grados de libertad de un nodo son las variables que determinan el estado y/o posición del nodo.

El FEM, por tanto, se basa en transformar un cuerpo de naturaleza continua en un modelo discreto aproximado. El conocimiento de lo que sucede en el interior de este modelo del cuerpo aproximado, se obtiene mediante la interpolación de los valores conocidos en los nodos. Es por tanto una aproximación de los valores de una función a partir del conocimiento de un número determinado y finito de puntos.

### **3.3 Condiciones de frontera**

Para asegurar una solución única de la ecuación de difusión no lineal, es esencial especificar las condiciones imperantes en las fronteras de la región del problema. Dos condiciones de frontera se encuentran comúnmente en el análisis de las máquinas eléctricas: Condición de Dirichlet y condición de Neumann.

Las condiciones de Dirichlet prescriben valores de la función desconocida. Estos valores con frecuencia son cero en el análisis con elementos finitos de las máquinas eléctricas rotatorias [31]. Los nodos en la región discretizada con valores fijados a cero son descartados. El modelo del elemento finito siempre requiere al menos un nodo donde el valor de la función sea conocido para garantizar la unicidad [36].

Las condiciones de Neumann especifican la derivada con respecto a la normal de la función desconocida en la frontera. La derivada con respecto a la normal igual a cero, también es una condición frecuentemente encontrada en el análisis de máquinas eléctricas. Su implementación numérica se alcanza fácilmente con solo permitir que los nodos sobre esta frontera varíen como cualquier nodo interno.



### 3.4 Condiciones periódicas

De manera especial, en el análisis de máquinas eléctricas, la periodicidad y anti-periodicidad geométrica puede reducir considerablemente el dominio del problema estudiado. Por ejemplo, el dominio de estudio de un motor de inducción puede reducirse a un polo de la máquina. Además, las condiciones de periodicidad y anti-periodicidad son empleadas para tomar en cuenta el movimiento del rotor [21,32].

Algunos problemas tienen geometrías que pueden estar compuestas de una sección repetitiva del dominio que está siendo analizado, por ejemplo, la geometría mostrada en la Figura 3.1. En este caso, el problema es periódico, caracterizado por una repetición geométrica del dominio  $S$ . Si existen bobinas orientadas en la misma dirección los potenciales sobre la línea  $C$  son idénticos a los potenciales sobre la línea  $D$ . En lugar de considerar la estructura completa, es suficiente con analizar solo el dominio  $S$ . En otras palabras, esto significa que los potenciales magnéticos vectoriales se fijan como  $A_i = A_{i'}$  y  $A_j = A_{j'}$ . Los nodos restantes sobre la línea  $D$  se tratan de la misma forma.

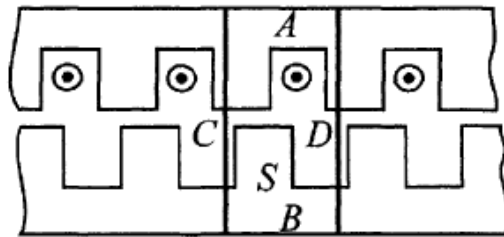


Figura 3.1. Estructura periódica. El dominio  $S$  definido por las líneas  $C$  y  $D$ , es un dominio repetitivo. Solo se necesita analizar esta parte de la estructura

La anti-periodicidad es similar al caso periódico visto anteriormente. Se tiene una repetición geométrica de un dominio, pero las bobinas de las corrientes de la fuente tienen direcciones opuestas de una manera alternada, como se muestra en la Figura 3.2.

Se considera solamente el dominio  $S$  de la Figura 3.2. Y ahora los potenciales magnéticos se tratan de la siguiente manera:  $A_i = -A_{i'}$  y  $A_j = -A_{j'}$ .

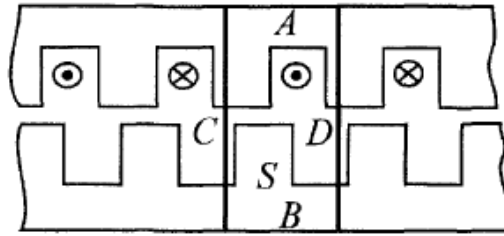


Figura 3.2. Estructura anti-periódica. El dominio  $S$  definido por las líneas  $C$  y  $D$ , es un dominio repetitivo pero con dirección alternada de las corrientes

### 3.5 Método del elemento finito aplicado al motor de inducción

Aunque sería preferible obtener una solución analítica para la ecuación de difusión (2.30) que rige el comportamiento del motor de inducción, esto no siempre es posible en la práctica debido a las complejas geometrías y materiales magnéticos que participan. Sin embargo, es necesario encontrar una solución aceptable y esto se hace utilizando aproximaciones numéricas.

El método de elementos finitos ha sido ampliamente utilizado para predecir el rendimiento de las máquinas eléctricas [20]. El método ha ido superando algunas de sus limitaciones iniciales. Por ejemplo, la incorporación del movimiento del rotor [21, 22, 23, 24, 25, 26] y de los dispositivos conectados externamente [27, 18, 28], es ahora posible.

El Método del Elemento Finito emplea una formulación integral equivalente para resolver la ecuación de difusión. Existen diferentes métodos que realizan dicha tarea, tales como los métodos variacionales [16] o los métodos de residuales [17, 18, 19, 20]. En la categoría de estos últimos tenemos al método de Galerkin [5].

El método Galerkin es un método de residuales ponderados que se aplica para minimizar el residual de una ecuación en derivadas parciales. La mejor aproximación de los potenciales magnéticos se puede obtener cuando la integral del residual de la ecuación diferencial multiplicada por una función de ponderación sobre el dominio del problema es igual a cero. La función de ponderación puede ser arbitraria, pero en el Método de Galerkin, las funciones se seleccionan de tal manera que sean las mismas que las usadas para la expansión de la solución aproximada.

En los problemas de dos dimensiones, existe solo una incógnita o potencial desconocido: el potencial magnético vectorial; tanto en las regiones conductoras como en las regiones libres de corriente, en consecuencia solo se necesita una ecuación diferencial.

La ecuación de difusión no lineal (2.30) es la que gobierna el comportamiento del motor de inducción, dicha expresión se resuelve mediante el uso del Método de Galerkin. Este es un medio de obtener una solución aproximada a una ecuación diferencial parcial. Sea  $\hat{A}_z$  una solución aproximada para (2.28) para algún punto dentro de la región  $\Omega$  delimitada por un contorno  $\Gamma$  como se muestra en la Figura 3.3.

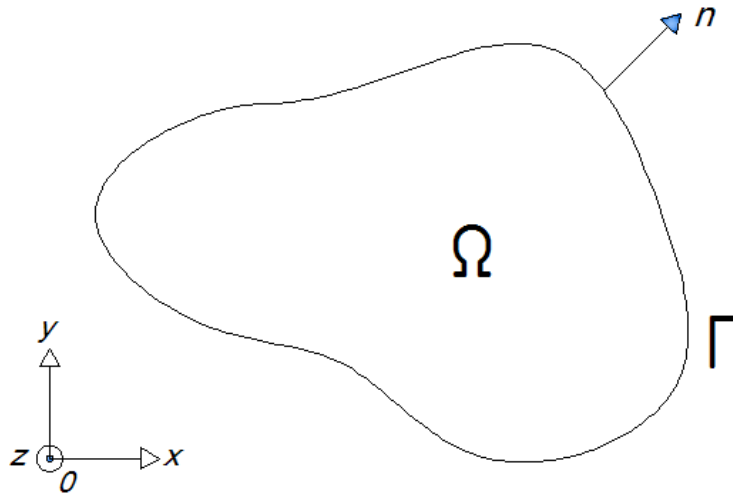


Figura 3.3. Región  $\Omega$  en dos dimensiones delimitada por la frontera  $\Gamma$

Si  $\hat{A}_z$  se sustituye en (2.31), la solución que se obtiene es una aproximación y es diferente a la solución exacta. Por lo tanto, se genera un “residual” o error  $R$ :

$$\sigma \frac{\partial \hat{A}_z}{\partial t} \mathbf{e}_z + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \hat{A}_z \mathbf{e}_z \right) - J_s^z \mathbf{e}_z + \sigma \frac{\partial V}{\partial z} \mathbf{e}_z = R \quad (3.1)$$

Para establecer un procedimiento numérico, obligamos a que  $R$  sea igual a cero, usando la siguiente operación:

$$\int_{\Omega} WR d\Omega = 0 \quad (3.2)$$

donde  $W$  es una “función de ponderación” y  $\Omega$  representa el dominio en estudio. Si sustituimos (3.1) en (3.2), obtenemos,

$$\int_{\Omega} W \left[ \sigma \frac{\partial \hat{A}_z}{\partial t} \mathbf{e}_z + \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \hat{A}_z \mathbf{e}_z \right) - J_s^z \mathbf{e}_z + \sigma \nabla V \mathbf{e}_z \right] d\Omega = 0 \quad (3.3)$$

o

$$\int_{\Omega} W \left[ \sigma \frac{\partial \hat{A}_z}{\partial t} \mathbf{e}_z \right] d\Omega + \int_{\Omega} W \left[ \nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \hat{A}_z \mathbf{e}_z \right) \right] d\Omega - \int_{\Omega} W [J_s^z \mathbf{e}_z] d\Omega + \int_{\Omega} W [\sigma \nabla V \mathbf{e}_z] d\Omega = 0 \quad (3.4)$$

En una aproximación por elementos finitos de (3.4), la región  $\Omega$  se puede dividir en un número de elementos triangulares,  $\Omega_e$ , como se muestra en la Figura 3.4. Para evitar ciertas confusiones con el uso de diferentes subíndices, asumiremos que  $\hat{A}_z = \hat{A}$ . Por lo tanto, los valores del potencial magnético en cualquier punto del dominio  $\Omega_e$  se muestran como  $\hat{A}_e$ . La función de ponderación  $W$  para este elemento se denota como  $W_e$ . Además,  $\mu$  y  $\sigma$  se consideran constantes sobre cada elemento. Con estas suposiciones, la ecuación (3.4) se puede escribir como:

$$\sum_{e=1}^M \left[ \iint_{\Omega_e} W_e \sigma_e \frac{\partial \hat{A}_e}{\partial t} \mathbf{e}_z dxdy - \iint_{\Omega_e} W_e \left[ \nabla \times \left( \frac{1}{\mu_e} \nabla \times \hat{A}_e \mathbf{e}_z \right) \right] dxdy - \iint_{\Omega_e} W_e J_{s_e}^z \mathbf{e}_z dxdy + \iint_{\Omega_e} W_e \sigma_e \nabla V_e \mathbf{e}_z dxdy \right] = 0 \quad (3.15)$$

Donde el subíndice “e” se refiere a cualquier elemento dentro del dominio y a sus respectivos valores; y  $M$  es el número total de triángulos dentro del dominio.

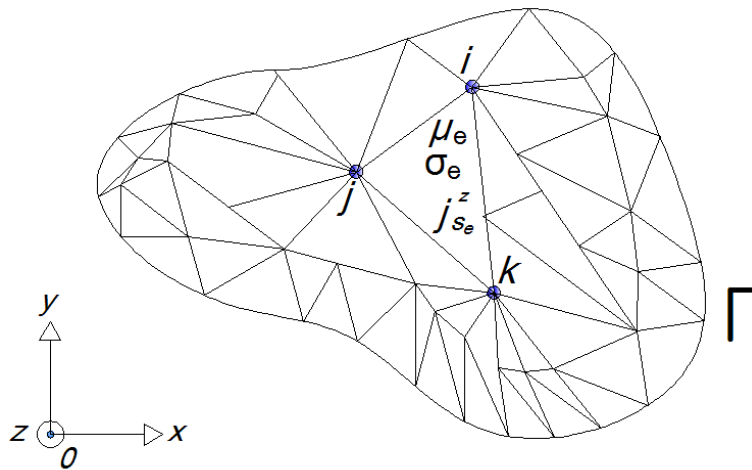


Figura 3.4. Región  $\Omega$  dividida en elementos triangulares de dominio  $\Omega_e$ .

### 3.6 Formas discretas de la ecuación no lineal de difusión

Para iniciar la discretización de la ecuación de difusión no lineal, podemos escribir el término  $\nabla \times \left( \frac{1}{\mu_e} \nabla \times \hat{A}_e \mathbf{e}_z \right)$  en función de sus derivadas parciales<sup>2</sup>, por lo que (3.6) se escribe como:

$$\begin{aligned} \sum_{e=1}^M \left[ \iint_{\Omega_e} \hat{W}_e \sigma_e \frac{\partial \hat{A}_e}{\partial t} \mathbf{e}_z dx dy - \iint_{\Omega_e} \frac{1}{\mu_e} \left[ \frac{\partial \hat{W}_e}{\partial x} \left( \frac{\partial \hat{A}_e}{\partial x} \right) + \frac{\partial \hat{W}_e}{\partial y} \left( \frac{\partial \hat{A}_e}{\partial y} \right) \right] dx dy \right. \\ \left. - \iint_{\Omega_e} \hat{W}_e J_{s_e}^z \mathbf{e}_z dx dy + \iint_{\Omega_e} \hat{W}_e \sigma_e \nabla V_e \mathbf{e}_z dx dy \right] \\ = 0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Para facilitar el manejo de la ecuación (3.7), es necesario presentarla en su forma matricial para cada uno de los elementos, por lo tanto, la segunda integral de la ecuación (3.7) se representa como se muestra a continuación:

$$\iint_{\Omega_e} \frac{1}{\mu_e} \left[ \frac{\partial \hat{W}_e}{\partial x} \left( \frac{\partial \hat{A}_e}{\partial x} \right) + \frac{\partial \hat{W}_e}{\partial y} \left( \frac{\partial \hat{A}_e}{\partial y} \right) \right] dx dy = [\xi]_e \{A\}_e \quad (3.8)$$

donde  $\{A\}$  es un vector que contiene los potenciales nodales del elemento y  $[\xi]_e$  es una matriz que contiene la información de la permeabilidad y del área que ocupa el elemento. El tamaño de los vectores y matrices dependen del orden del elemento [30,31].

La representación matricial de la primera integral de la ecuación (3.7) es la siguiente:

$$\iint_{\Omega_e} \hat{W}_e \sigma_e \frac{\partial \hat{A}_e}{\partial t} dx dy = [\sigma]_e \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}_e \quad (3.9)$$

donde  $\{\partial A / \partial t\}_e$  da las derivadas con respecto al tiempo de los potenciales nodales del elemento y  $[\sigma]_e$  es una matriz que contiene la información de la conductividad en el elemento.

La representación en forma matricial de tercer integral de la ecuación (3.7) queda de la siguiente forma:

2

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mathbf{O}} \nabla \times \mathbf{A} \right) = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) + \mathbf{k} \left[ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right]$$

$\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x}$  y  $\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y}$  no varían a lo largo de la dirección z. Por lo tanto, son igual a cero, y nos da como resultado:

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mathbf{O}} \nabla \times \mathbf{A} \right) = -\mathbf{k} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right]$$

$$\iint_{\Omega_e} \widehat{W}_e J_{s_e}^z dx dy = \{I\}_e \quad (3.10)$$

Aquí,  $\{I\}_e$  es un vector de corrientes nodales y sus entradas son calculadas de la ecuación (2.43).

Por último la representación matricial de la cuarta integral de la ecuación 3.7, es la siguiente:

$$\iint_{\Omega_e} \widehat{W}_e \sigma_e \nabla V_e dx dy = \left\{ \frac{\Delta V}{l} \right\}_e \quad (3.11)$$

$\left\{ \frac{\Delta V}{l} \right\}_e$  es un vector que nos da el voltaje total del conductor sólido en el elemento.

Una vez que se han establecido las matrices elementales es posible combinarlas en una matriz global modelando la región del problema electromagnético de la ecuación de difusión no lineal que se aplica para resolver el motor de inducción. Por tanto, las ecuaciones (3.8), (3.9), (3.10) y (3.11) son combinadas para dar:

$$[\sigma] \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\} + [\xi] \{A\} = \{I\} + \left\{ \frac{\Delta V}{l} \right\} \quad (3.12)$$

### 3.6.1 Discretización de las regiones libres de corriente

Las ecuaciones (2.38) y (2.39) gobiernan el comportamiento electromagnético de las regiones que no conducen corriente y de la ecuación (3.8). La discretización de estas ecuaciones, y está dada por:

$$[\xi]_e \{A\}_e = \{0\}_e \quad (3.13)$$

donde  $\{A\}$  es un vector que contiene los potenciales nodales del elemento y  $\{0\}$  es el vector nulo.  $[\xi]_e$  es una matriz que contiene la información de la permeabilidad y del área que ocupa el elemento. El tamaño de los vectores y matrices dependen del orden del elemento [30,31]. Esta ecuación es la forma discreta de las ecuaciones usadas para modelar las regiones del entrehierro, así como los núcleos del rotor y estator.

### 3.6.2 Discretización de las regiones con conductores masivos

La versión discretizada de la ecuación (2.38) es obtenida usando las suposiciones de corrientes remolino y la ecuaciones (3.8), (3.9) y (3.11). Esto produce:

$$[\xi]_e \{A\}_e = -[\sigma]_e \left[ \left\{ \frac{\partial A}{\partial t} \right\}_e - \left\{ \frac{\Delta V}{l} \right\}_e \right] \quad (3.14)$$

donde  $\{\partial A/\partial t\}_e$  da las derivadas con respecto al tiempo de los potenciales nodales del elemento,  $\{\Delta V/l\}_e$  da el voltaje total del conductor sólido y  $[\sigma]_e$  es una matriz que contiene la información de la conductividad en el elemento.

Las regiones de hierro sólido del cuerpo del rotor son modeladas con estas ecuaciones.

### 3.6.3 Discretización de las regiones con conductores trenzados

La ecuación (2,37) (3.8) y (3.10) son válidas para el estator trifásico donde las corrientes parasitas son pequeñas o despreciables. Su discretización produce:

$$[\xi]_e \{A\}_e = \{I\}_e \quad (3.15)$$

Aquí,  $\{I\}_e$  es un vector de corrientes nodales y sus entradas son calculadas de la ecuación (2.41) como ya se menciono anteriormente.

## Capítulo 4

### Algoritmos genéticos

#### 4.1 Algoritmos genéticos

Los algoritmos genéticos (AG), fueron inventados en 1975 por John Holland [13], de la Universidad de Michigan. Los AG son, simplificando, algoritmos de optimización, es decir, tratan de encontrar la mejor solución a un problema dado entre un conjunto de soluciones posibles. Los mecanismos de los que se valen los AG para llevar a cabo esa búsqueda pueden relacionarse con los procesos de evolución biológica [13].

Por lo tanto, cuando Holland se enfrentó a los AG, los objetivos de su investigación fueron dos: imitar los procesos adaptativos de los sistemas naturales, y diseñar sistemas artificiales (normalmente programas) que retengan los mecanismos importantes de los sistemas naturales.

Los AG son métodos adaptativos que pueden usarse para resolver problemas de búsqueda y optimización. Están basados en el proceso genético de los organismos vivos. A lo largo de las generaciones, las poblaciones evolucionan en la naturaleza de acorde con los principios de la selección natural y la supervivencia de los más fuertes, postulados por Darwin (1859).

Por imitación de este proceso, los AG son capaces de ir creando soluciones para problemas del mundo real. La evolución de dichas soluciones hacia valores óptimos del problema depende en buena medida de una adecuada codificación de las mismas.

En la naturaleza los individuos de una población compiten entre sí en la búsqueda de recursos tales como comida, agua y refugio. Incluso los miembros de una misma especie compiten a menudo en la búsqueda de un compañero. Aquellos individuos que tienen más éxito en sobrevivir y en atraer compañeros tienen mayor probabilidad de generar un gran número de descendientes. Por el contrario individuos poco dotados producirán un menor número de descendientes. Esto significa que los genes de los individuos mejor adaptados se propagaran en generaciones sucesivas hacia un número de individuos creciente. La combinación de buenas características provenientes de diferentes ancestros, puede a veces producir descendientes "superindividuos", cuya adaptación es mucho mayor que la de cualquiera de sus ancestros. De esta manera, las especies evolucionan logrando unas características cada vez mejor adaptadas al entorno en el que viven.



## 4.2 Algunas Aplicaciones de los Algoritmos Genéticos

El área de aplicación de los AG es muy amplia, y en general sus aplicaciones se pueden relacionar con muchos problemas de la vida cotidiana, de igual forma, se han aplicado a diversos problemas y modelos en ingeniería, cabe destacar entre ellos [13]:

- Optimización: Se trata de un campo especialmente propicio para el uso de los AG, por las características intrínsecas de estos problemas. No en vano fueron la fuente de inspiración para los creadores estos algoritmos. Los AG se han utilizado en numerosas tareas de optimización, incluyendo la optimización numérica, y los problemas de optimización combinatoria.
- Programación automática: Los AG se han empleado para desarrollar programas para tareas específicas, y para diseñar otras estructuras computacionales tales como el autómatas celular, y las redes de clasificación.
- Sistemas sociales: En el estudio de aspectos evolutivos de los sistemas sociales, tales como la evolución del comportamiento social en colonias de insectos, y la evolución de la cooperación y la comunicación en sistemas multi-agentes.

Aunque esta lista no es, en modo alguno, exhaustiva, sí transmite la idea de la variedad de aplicaciones que tienen los AG. Gracias al éxito en estas y otras áreas, los AG han llegado a ser un campo puntero en la investigación actual.

## 4.3 Tamaño de la Población

Una cuestión importante de los algoritmos genéticos es la relacionada con el tamaño idóneo de la población.

Parece intuitivo que las poblaciones pequeñas corren el riesgo de no cubrir adecuadamente el espacio de búsqueda, mientras que el trabajar con poblaciones de gran tamaño puede acarrear problemas relacionados con el excesivo costo computacional.

Este resultado traería como consecuencia que la aplicabilidad de los AG en problemas reales sería muy limitada, ya que no serían competitivos con otros métodos de optimización combinatoria.

Por lo tanto se recomienda tener cuidado en la selección del tamaño de la población para atacar con éxito los problemas.

#### **4.4 Población Inicial**

Habitualmente la población inicial se escoge generándola al azar, pudiendo contener cada gen uno de los posibles valores del alfabeto con probabilidad uniforme. Se podría preguntar qué es lo que sucedería si los individuos de la población inicial se obtuviesen como resultado de alguna técnica heurística o de optimización local. Sin embargo en algunos casos la desventaja resulta ser la convergencia prematura del algoritmo, indicando la convergencia hacia óptimos locales.

La población inicial de un AG puede ser creada de muy diversas formas, desde generar aleatoriamente el valor de cada gen para cada individuo, utilizar una función ávida o generar alguna parte de cada individuo y luego aplicar una búsqueda local.

#### **4.5 Función Objetivo**

Dos aspectos que resultan cruciales en el comportamiento de los AG son la determinación de una adecuada función de adaptación o función objetivo, así como la codificación utilizada.

Idealmente nos interesaría construir funciones objetivo con “ciertas regularidades”, es decir funciones objetivo que verifiquen que para dos individuos que se encuentren cercanos en el espacio de búsqueda, sus respectivos valores en las funciones objetivo sean similares. La regla general para construir una buena función objetivo es que ésta debe reflejar el valor del individuo de una manera “real”, pero en muchos problemas de optimización combinatoria, donde existe gran cantidad de restricciones, buena parte de los puntos del espacio de búsqueda representan individuos no válidos.

Para este planteamiento en el que los individuos están sometidos a restricciones, se han propuesto varias soluciones. La primera sería la que se podría denominar absolutista, en la que aquellos individuos que no verifican las restricciones, no son considerados como tales, y se siguen efectuando cruces y mutaciones hasta obtener individuos válidos, o bien, a dichos individuos se les asigna una función objetivo igual a cero.

Otra posibilidad consiste en reconstruir aquellos individuos que no verifican las restricciones. Dicha reconstrucción suele llevarse a cabo por medio de un nuevo operador que se acostumbra a denominar reparador.

Otro enfoque está basado en la penalización de la función objetivo. La idea general consiste en dividir la función objetivo del individuo por una cantidad (la penalización) que guarda relación con las restricciones que dicho individuo viola. Dicha cantidad puede simplemente tener en cuenta el número de restricciones violadas ó bien el denominado costo esperado de reconstrucción, es decir el coste asociado a la conversión de dicho individuo en otro que no viole ninguna restricción.

#### **4.6 Operador de Selección**

El operador de Selección es el encargado de transmitir y conservar aquellas características de las soluciones que se consideran valiosas a lo largo de las generaciones.

El principal medio para que la información útil se transmita es que aquellos individuos mejor adaptados (mejor valor de función de evaluación) tengan más probabilidades de reproducirse. Sin embargo, es necesario también incluir un factor aleatorio que permita reproducirse a individuos que aunque no estén muy bien adaptados, puedan contener alguna información útil para posteriores generaciones, con el objeto de mantener así también una cierta diversidad en cada población.

Algunas de las técnicas de las cuales se dispone son las siguientes:

**Ruleta o Selección Proporcional:** Con este método la probabilidad que tiene un individuo de reproducirse es proporcional a su valor de función de evaluación, es decir, a su adaptación. En este método se define un rango con las características de la selección por sorteo. El número al azar será un número aleatorio forzosamente menor que el tamaño del rango. El elemento escogido será aquel en cuyo rango esté el número resultante de sumar el número aleatorio con el resultado total que sirvió para escoger el elemento anterior. El comportamiento es similar al de una ruleta, donde se define un avance cada tirada a partir de la posición actual. Tiene la ventaja de que no es posible escoger dos veces consecutivas el mismo elemento, y que puede ser forzado a que sea alta la probabilidad de que no sean elementos próximos en la población -esto último no es una ventaja de por sí; salvo que algunos de los otros operadores genéticos, es mejor utilizar un método de selección directa basado en la posición relativa de los individuos de la población.

**Selección por Ranking:** consiste en calcular las probabilidades de reproducción atendiendo a la ordenación de la población por el valor de adaptación en vez de atender simplemente a su valor de adecuación. Estas probabilidades se pueden calcular de diversas formas, aunque el método habitual es el de posición lineal.

#### **4.7 Operador de Cruce**

El operador de cruce permite realizar una exploración de toda la información almacenada hasta el momento en la población y combinarla para crear mejores individuos.

Dentro de los métodos habituales destacamos los siguientes:

**Cruce de un punto:** Es el método de cruce más sencillo. Se selecciona una posición en las cadenas de los progenitores, y se intercambian los genes a la izquierda de esta posición.

Cruce de n puntos: Es una generalización del método anterior. Se seleccionan varias posiciones (n) en las cadenas de los progenitores y se intercambian los genes a ambos lados de estas posiciones.

Cruce Uniforme: Se realiza una prueba aleatoria para decidir de cuál de los progenitores se toma cada posición de la cadena.

Cruce de orden: toma una subsecuencia del genoma del padre y procura preservar el orden relativo de los fenotipos del resto del genoma, lo más parecido posible al de la madre.

Cruce de ciclo: Tomamos el primer gen del genoma del padre, poniéndolo en la primera posición del hijo, y el primer gen del genoma de la madre, poniéndolo dentro del genoma del hijo en la posición que ocupe en el genoma del padre. El fenotipo que está en la posición que ocupa el gen del genoma del padre igual al primer gen del genoma de la madre se va a colocar en la posición que ocupe en el genoma del padre, y así hasta rellenar el genoma del hijo.

Es una buena idea que, tanto la codificación como la técnica de cruce, se hagan de manera que las características buenas se hereden; o, al menos, no sea mucho peor que el peor de los padres. En problemas en los que, por ejemplo, la adaptación es función de los pares de genes colaterales, el resultante del cruce uniforme tiene una adaptación completamente aleatoria.

#### **4.8 Operador de Mutación**

La mutación se considera un operador básico, que proporciona un pequeño elemento de aleatoriedad en la vecindad (entorno) de los individuos de la población.

Si bien se admite que el operador de cruce es el responsable de efectuar la búsqueda a lo largo del espacio de posibles soluciones, también parece desprenderse de los experimentos efectuados por varios investigadores, que el operador de mutación va ganando importancia a medida que la población de individuos va convergiendo. El objetivo del operador de mutación es producir nuevas soluciones a partir de la modificación de un cierto número de genes de una solución existente, con la intención de fomentar la variabilidad dentro de la población.

Existen muy diversas formas de realizar la mutación, desde la más sencilla (puntual), donde cada gen muta aleatoriamente con independencia del resto de genes, hasta configuraciones más complejas donde se tienen en cuenta la estructura del problema y la relación entre los distintos genes.

Si bien en la mayoría de las implementaciones de AG se asume que tanto la probabilidad de cruce como la de mutación permanecen constantes, algunos autores han obtenido

mejores resultados experimentales modificando la probabilidad de mutación a medida que aumenta el número de iteraciones.

#### **4.9 Reemplazo de la Población y Condición de Paro**

Cada vez que se aplica el operador de cruce, nos encontramos con un número de nuevos individuos (la descendencia) que se han de integrar en la población para formar la siguiente generación. Esta operación se puede hacer de diversas formas, pero en general existen tres métodos fundamentales para realizar el reemplazo:

Cuando el número de individuos llega a un cierto número, se elimina un subconjunto de la población conteniendo a los individuos peor adaptados.

Cada vez que se crea un nuevo individuo, en la población se elimina el peor adaptado para dejar su lugar a este nuevo individuo.

Cada vez que se crea un nuevo individuo, en la población se elimina aleatoriamente una solución, independientemente de su adaptación.

El criterio de paro considera un número máximo de generaciones o un tiempo máximo de solución, o más eficientemente por estrategias relacionadas con indicadores del estado de evolución de la población, así como por la pérdida de diversidad dentro de la población o por no haber mejora en un cierto número de iteraciones, siendo por lo general una condición mixta lo más utilizado. Es decir, se limita el tiempo de ejecución a un número de iteraciones y tener en cuenta algún indicador del estado de la población para considerar la convergencia antes de alcanzar tal limitación.

El problema que confrontan los AG consiste en identificar dentro de un espacio de hipótesis el mejor candidato que optimiza una medida numérica predefinida para el problema, llamada adaptación. Por ejemplo, si la tarea de aprendizaje es el problema de aproximar una función desconocida, dado un conjunto de entrenamiento de entradas y salidas, la adaptación puede definirse como la precisión de la hipótesis sobre el conjunto de entrenamiento (porcentaje de éxitos al predecir la salida). Si la tarea de aprendizaje tiene la forma de un juego, la adaptación puede medirse en términos del porcentaje de partidas ganadas.

Por lo tanto es importante destacar que los algoritmos genéticos presentan algunas desventajas, que es necesario tener en cuenta a la hora de ocupar esta herramienta. Las desventajas que tienen los algoritmos genéticos es que pueden tardar mucho en converger o no converger en absoluto dependiendo en cierta medida de los parámetros que se utilicen (tamaño de la población y número de generaciones), o pueden converger prematuramente debido a una serie de problemas. Si un individuo apto emerge muy pronto en el curso de la ejecución, se puede reproducir tan abundantemente que afectando la diversidad de la población demasiado pronto, convergiendo hacia un óptimo local que representa ese individuo, en lugar de rastrear el óptimo global. Esto es un problema especialmente común en las poblaciones pequeñas, donde incluso una variación

aleatoria en el ritmo de reproducción puede producir un genotipo que se haga dominante sobre otros.

#### 4.10 Prototipo de un algoritmo genético

El prototipo de un AG simple se muestra a continuación:

```
BEGIN /* Algoritmo Genético */  
Generar una población inicial.  
Computar la función de evaluación de cada individuo.  
WHILE NOT Terminado DO  
  BEGIN /* Producir nueva generación */  
    FOR Tamaño población/2 DO  
      BEGIN /*Ciclo Reproductivo */  
        Seleccionar dos individuos de la anterior generación, para el cruce  
        (probabilidad de selección proporcional a la función de evaluación del  
        individuo).  
        Cruzar con cierta probabilidad los dos individuos obteniendo dos  
        descendientes.  
        Mutar los dos descendientes con cierta probabilidad.  
        Computar la función de evaluación de los dos descendientes mutados.  
        Insertar los dos descendientes mutados en la nueva generación.  
      END  
    IF la población ha convergido THEN  
      Terminado:= TRUE  
    END  
  END  
END
```

Las entradas de este algoritmo incluyen una función de adaptación para evaluar los candidatos a hipótesis, un umbral definiendo el nivel aceptado de adaptación para dar por terminado el algoritmo, el tamaño que debe mantener la población, y los parámetros necesarios para determinar cómo evoluciona la población, esto es, la fracción de la población que será reemplazada en cada generación y la tasa de mutación presente.

Estos elementos son elegidos al azar y los cambios efectuados en ellos son también aleatorios.

Algunos enfoques de AG practican un elitismo al evitar explícitamente que las mejores hipótesis encontradas hasta ese momento, puedan mutar. Este AG lleva a cabo una búsqueda por barrido, paralela y aleatoria de hipótesis que tienen un buen desempeño de acuerdo a la función de adaptación.

## Capítulo 5

### Modelado del motor de inducción

#### 5.1 Conceptos generales para el modelado del motor de inducción

Un modelado preciso del motor de inducción requiere la representación detallada de la geometría, los materiales y sus excitaciones. Además el rotor tiene un arreglo complicado de barras conductoras, que se encuentran cortocircuitadas con anillos en los extremos. Esto hace más interesante la simulación del motor de inducción, porque se deben resolver al mismo tiempo el problema de campo y las variables del circuito externo [11]. Si no se consideran las conexiones del circuito de alimentación externa, se ocasionan errores importantes en el cálculo del par y las corrientes. Otra dificultad que se tiene cuando se modela el motor de inducción es que el entrehierro es muy pequeño y requiere un mallado apropiado en ese subdominio.

En este trabajo se aborda el problema de acoplamiento de campo-circuito, así como el mallado del entrehierro, usando software comercial [37]. Esto resulta en una representación precisa de los aspectos constructivos, junto con el acoplamiento numérico con circuitos externos. Los conductores sólidos (jaula de ardilla del rotor) y filamentosos (devanados del estator) son considerados con precisión electromagnética.

La incorporación de movimiento se incorpora a través de la modificación de la conductividad y la resistencia del rotor (“deslizamiento referido” a la frecuencia del estator) [11]. Las condiciones de anti-periodicidad se consideran para reducir el tamaño final del modelo numérico.

Si el motor se excita con magnitudes senoidales, es posible tener una geometría estática en el dominio de la frecuencia si se considera que los materiales ferromagnéticos no presentan alinealidad. Esto a su vez implica que los efectos de las ranuras se desprecian, los errores de esta aproximación pueden reducirse con un posicionamiento adecuado del rotor donde las cantidades eléctricas tienen su promedio sobre un ciclo eléctrico [11].

#### 5.2 Datos geométricos y eléctricos para el modelo numérico del motor de inducción

Las simulaciones numéricas realizadas en este trabajo de tesis están referidas a un motor de inducción de dos polos, trifásico, conectado en estrella, que se muestra en las Figuras 5.1 y 5.2; y sus características se presentan en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1 Características del motor de inducción utilizado en simulación numérica

Potencia nominal.	$P_n = 7.5 \text{ kW}$ .
Voltaje nominal.	$V_n = 380 \text{ Volts}$ (fase a neutro).
Frecuencia nominal.	$f_n = 50 \text{ hertz}$ .
Ranuras en la armadura del rotor.	20 (Ver Figura 5.2)
Ranuras en la armadura del estator.	24
Diámetro externo del núcleo magnético del estator.	212 mm.
Diámetro interno del estator.	120 mm.
Diámetro externo del rotor.	119 mm.
Diámetro externo del entrehierro.	120 mm.
Diámetro interno del entrehierro.	119 mm.
Diámetro interno del núcleo magnético del rotor.	40 mm.
Longitud del rotor y estator.	125 mm.

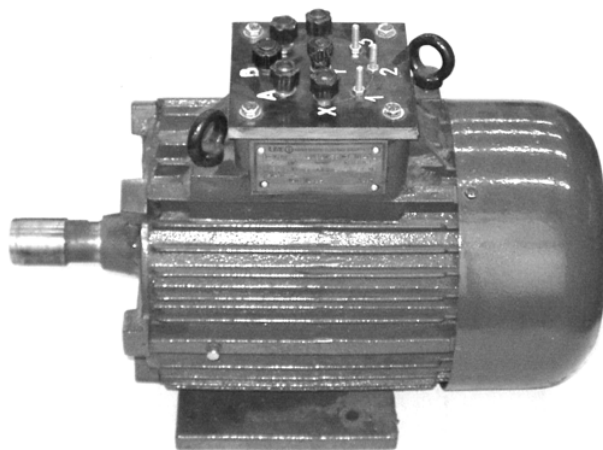


Figura 5.1. Vista del motor modelado



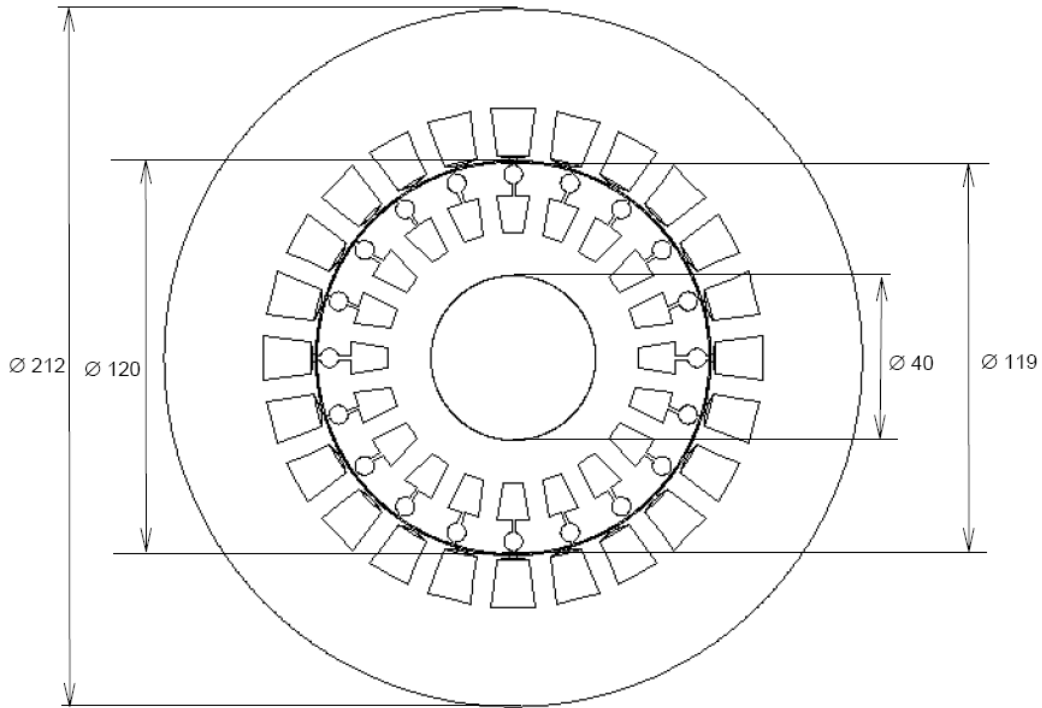


Figura 5.2. Sección transversal de la armadura de rotor y estator. Dimensiones en mm

La forma y dimensión de las ranuras de rotor y estator se presentan en la Figura 5.3.

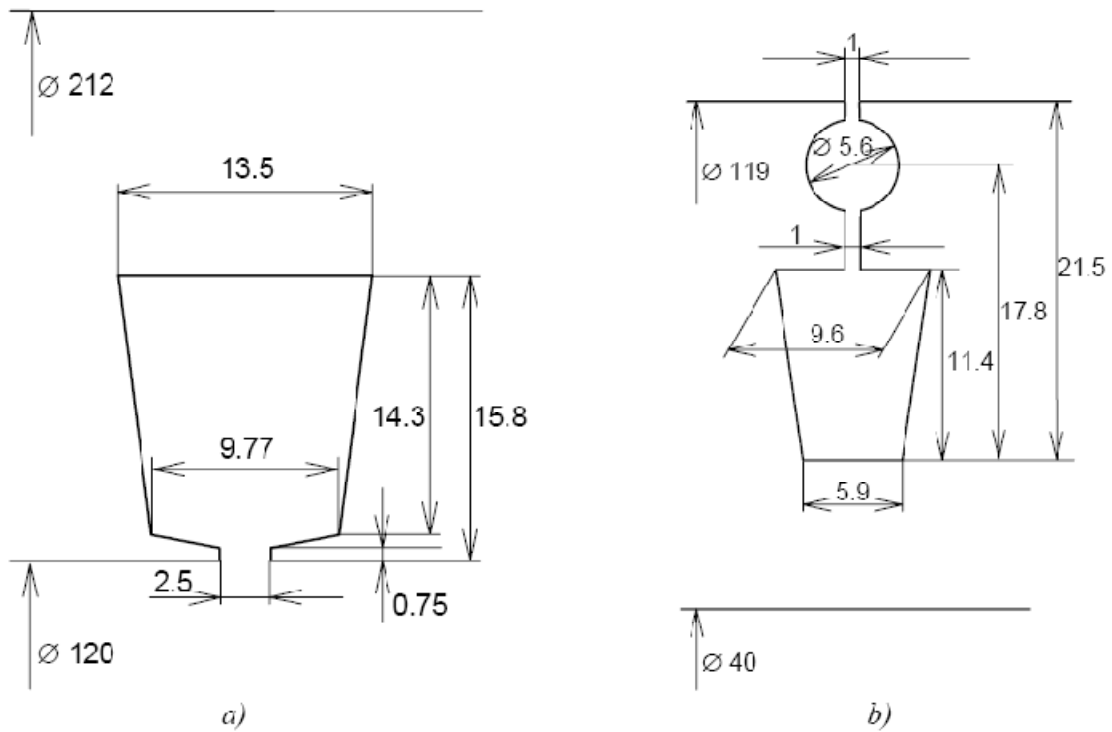


Figura 5.3. a) Ranura del estator, b) Ranura del rotor. Dimensiones en mm

El devanado del estator consta de dos capas como se muestra en Figura 5.4 y cada fase tiene 208 vueltas.

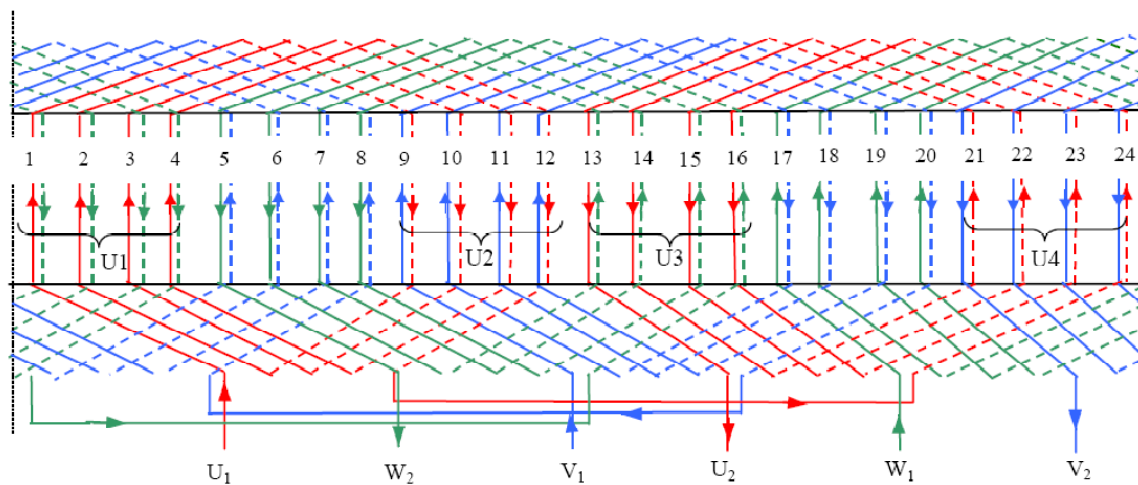


Figura 5.4. Devanados del estator [42]

El rotor cuenta con un rotor doble jaula de ardilla, el cual está hecho de aluminio colado; para la simulación del motor de inducción se consideran valores de resistividad en la jaula de ardilla del rotor correspondientes a la temperatura nominal de operación del motor de 155 °C.

### 5.3. Modelo con elementos finitos del motor de inducción

En este trabajo de tesis se utiliza software comercial [37] para generar el modelo de elementos finitos. Primero es necesario crear la geometría del modelo, donde se consideran dos subdominios: rotor y estator. Para el modelo se construyeron dos mallas independientes: una para el dominio del estator y otra para la región del rotor. Lo anterior se denomina ensamblaje. Para conectar la física entra las dos partes del ensamblaje es necesario crear pares idénticos, los cuales definen donde se conectan las dos partes del ensamblaje. Los pares restringen las ecuaciones de tal forma que la solución sea continua a través de la frontera entre las partes. Esto tiene la ventaja de conectar mallas con diferentes densidades de elementos, lo cual es particularmente útil en modelos de motores de inducción, ya que el ranurado del estator difiere mucho del que tiene el rotor, aunado esto a un entrehierro muy pequeño.

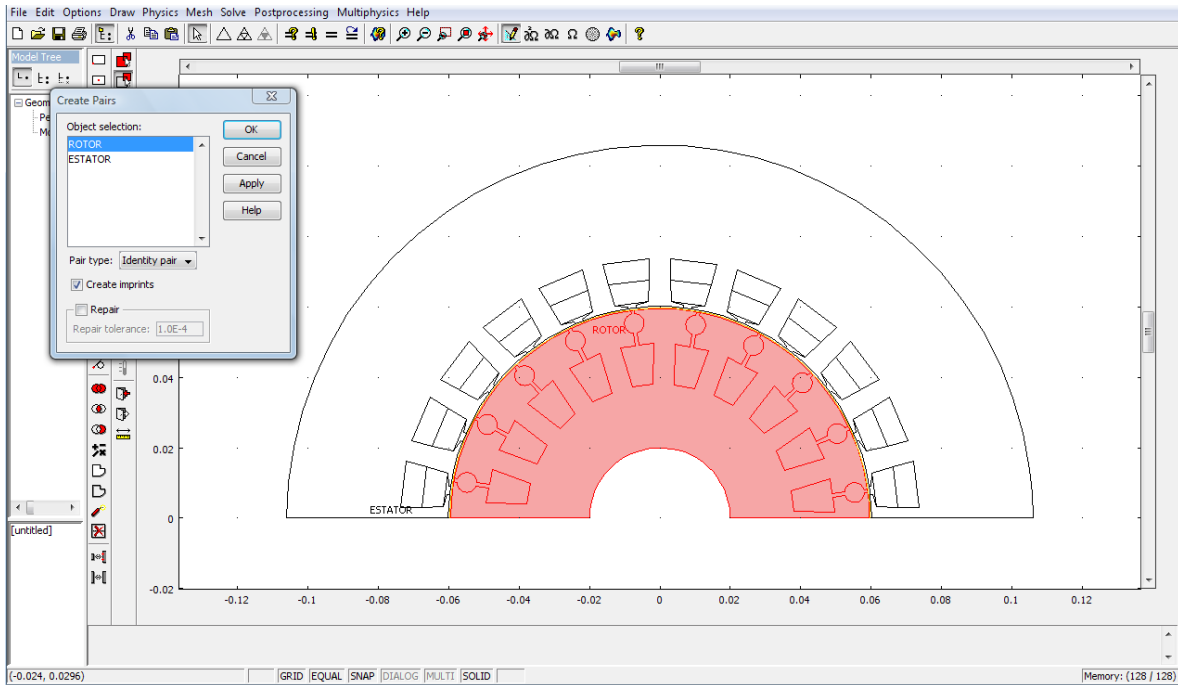


Figura 5.5. Geometría del motor de inducción

#### 5.4. Especificación y ajustes de los subdominios

En esta etapa de construcción del modelo se definen las constantes del sistema. En particular se especifican el número de vueltas del devanado del rotor, la alimentación del motor, la longitud axial del motor, las características de los materiales y los valores de resistencia e inductancia del rotor y estator que no están considerados dentro del modelo bidimensional. Los valores de todas las constantes utilizadas para el modelo de elementos finitos se muestran en la Tabla 5.2.

Tabla 5.2. Constantes del problema

Nombre	Expresión	Descripción
$s$	0.034	Deslizamiento.
$N$	104	Numero de vueltas de una fase.
$R_s$	1.54	Resistencia de fase del estator [ $\Omega$ ].
$L_{ew}$	4.04e3	Inductancia final de devanado de las fases del estator [H].
$V_A$	$(\sqrt{2})380e^0$	Voltaje complejo pico de la fase A
$V_B$	$(\sqrt{2})380e^{(-120)\frac{\pi}{180}}$	Voltaje complejo pico de la fase B

$V_C$	$(\sqrt{2})380e^{(120j\frac{\pi}{180})}$	Voltaje complejo pico de la fase C
$R_f$	1e-6	Resistencia de la fuente [ $\Omega$ ].
$\sigma_{aluminio}$	1/4.8e-8	Conductividad de las barras de aluminio del rotor [S/m]
$L_{eff_{axi}}$	125e-3	Longitud axial del motor [m]
$R_{er_{base}}$	1.39e-6	Resistencia de la sección entre las barras del rotor a 155 grados Celsius [ $\Omega$ ].
$L_{er}$	1.06e-8	Inductancia de la sección entre las barras del rotor [H].
$R_{er}$	$\frac{R_{er_{base}}}{s}$	Resistencia de la sección entre las barras del rotor considerando el deslizamiento [ $\Omega$ ].
$\mu_r$	1200	Permeabilidad relativa en el núcleo del rotor y estator.

Para el modelado del motor de inducción es importante definir subdominios donde se aplican las diferentes versiones de las ecuaciones electromagnéticas que gobiernan el comportamiento electromagnético del rotor y estator.

En el subdominio del estator se utiliza la ecuación (2.37) para los devanados del estator del motor de inducción. Esto a su vez implica la inclusión de la ecuación (2.41) para el cálculo de densidad de corriente en cada uno de los devanados del estator. Aquí es importante considerar la dirección de las corrientes en los devanados de acuerdo a la Figura 5.4. En este trabajo de tesis se consideran las expresiones de la Tabla 5.3 para definir las densidades de corriente en los devanados del estator.

Tabla 5.3. Expresiones para el cálculo de densidad de corriente para cada devanado del estator

Nombre	Expresión	Descripción
$J_{a1pos}$	$\frac{I_{a1pos}N}{S_{a1}}$	Densidad de corriente generada por una fuente externa que entra al devano A
$J_{a2neg}$	$\frac{-I_{a2neg}N}{S_{a2}}$	Densidad de corriente generada por una fuente externa que sale del devano A

$J_{b1pos}$	$\frac{I_{b1pos}N}{S_{b1}}$	Densidad de corriente generada por una fuente externa que entra al devano B
$J_{b2pos}$	$\frac{I_{b2pos}N}{S_{b2}}$	Densidad de corriente generada por una fuente externa que entra al devano B
$J_{c1neg}$	$\frac{I_{c1neg}N}{S_{c1}}$	Densidad de corriente generada por una fuente externa que sale del devano C1
$J_{c2neg}$	$\frac{I_{c2neg}N}{S_{c2}}$	Densidad de corriente generada por una fuente externa que sale del devano C2

Es importante observar que en la Tabla 5.3 solo se presentan las densidades de corriente de la mitad de los devanados que forman al estator, porque solo es necesario modelar un paso polar del motor de inducción.

En el dominio del estator también se requieren expresiones para calcular el par electromagnético, la corriente nominal y la potencia de entrada y entrehierro, éstas se muestran en la Tabla 5.4.

Tabla 5.4. Ecuaciones de procesamiento en el estator del motor de inducción

Nombre	Expresión	Descripción
$I_1$	$\frac{ I_{a1pos}  +  I_{b1pos}  +  I_{c1neg} }{3\sqrt{2}}$	Corriente nominal
$P_{in}$	$ \frac{Re(V_A(I_{a1pos})^*)}{2} + \frac{Re(V_B(I_{b1pos})^*)}{2} + \frac{Re(V_C(I_{c1neg})^*)}{2} $	Potencia de entrada
$P_{gap}$	$P_{in} - \frac{( I_{a1pos} ^2 +  I_{b1pos} ^2 +  I_{c1neg} ^2)(R_s + R_f)}{2}$	Potencia en el entrehierro
$T_{em}$	$\frac{P_{gap}}{2 \pi i 50}$	Par electromagnético

El subdominio del estator está conformado por el núcleo del estator y parte del entrehierro del motor. Las ecuaciones que describen el comportamiento electromagnético en este subdominio son las ecuaciones (2.38) y (2.39), respectivamente.

Por otra parte, en el subdominio del rotor, la ecuación (2.36) describe el comportamiento electromagnético de las barras que conforman al rotor jaula de ardilla del motor. En este caso es necesario considerar que la conductividad es función del deslizamiento:

$$\sigma = s\sigma_{aluminio} \quad (5.1)$$

También se deben considerar las diferencias de potencial en las barras del rotor (ecuación (2.45)), las cuales son requeridas por la ecuación (2.36). Las diferencias de potencial son consideradas mediante la integración de la expresión en el dominio de cada una de las barras del rotor, tal y como se muestra en la Tabla 5.5.

Tabla 5.5. Calculo de diferencia de potencial en las barras del rotor

Nombre	Expresión	Descripción
$V_{bar}$	$R_{bar\_dc} \left( \frac{I_{bar}}{S_{bar}} - s(\sigma_{aluminio})E_z \right)$	Calculo de diferencia de potencial en barras del rotor.

Las ecuaciones (2.38) y (2.39) que representan al entrehierro y núcleo del rotor se ingresan al modelo numérico del motor mediante la especificación de sus variables.

### 5.5 Condiciones externas del circuito

Los dispositivos eléctricos conectados externamente al motor de inducción no pueden incluirse directamente en el modelo de campo del motor, es por ello que deben incorporarse las conexiones externas con una formulación circuito-campo. El estator está conectado a una fuente de voltaje trifásica a través de las impedancias al final de los devanados [17]. La Figura 5.6 muestra la interconexión del circuito del estator y la fuente de voltaje trifásica.

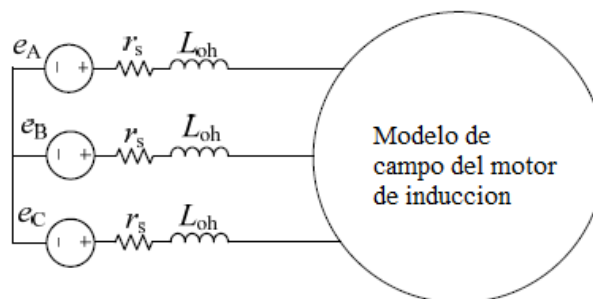


Figura 5.6. Fuente de voltaje que alimenta al motor de inducción

La Figura 5.7 presenta el circuito de alimentación del motor, donde se incluye la interconexión de los devanados del estator.

Los componentes del circuito se presentan en la Tabla 5.6.

Tabla 5.6. Componentes de circuito de alimentación del motor de inducción

Nombre	Expresión	Descripción
Fuente de voltaje trifásica	$V_A, V_B, V_C$	380 volts RMS, frecuencia: 50Hz. desfaseamiento 120° entre fases
Resistencia interna de la fuente de voltaje	$R_A, R_B, R_C$	$10^{-6}$ [ $\Omega$ ]
Inductancia de final de devanado del estator	$L_A, L_B, L_C$	$4.04e-3$ [H]
Devanados del estator	$B_A, B_B, B_C$	Representan los devanados del estator del modelo del motor de inducción.

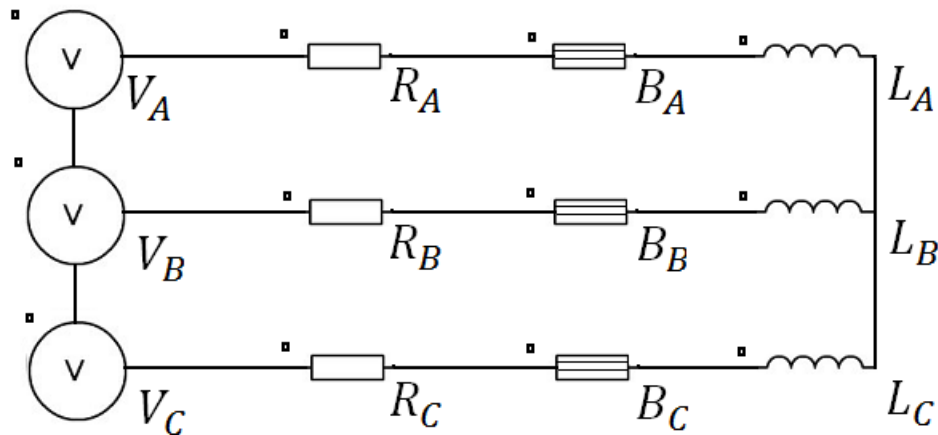


Figura 5.7. Circuito para la simulación de fuente de voltaje y conexión estrella del estator [42]

Los conductores del rotor se interconectan a través de impedancias externas que incorporan el efecto de los anillos que cortocircuitan las barras del rotor. El circuito equivalente del circuito del rotor se muestra en la Figura 5.8, donde las barras de la jaula de ardilla son representadas por rectángulos de color gris [11]. También se muestran las resistencias  $r_{er}$  y las inductancias  $L_{er}$  que conforman los segmentos de unión de la jaula de ardilla.

Las resistencias de los anillos exteriores se dividen entre  $s$ , como en el circuito equivalente del motor de inducción, para la representación correcta de las impedancias del rotor referidas al estator [11].

Nótese que el circuito del rotor que se presenta en la Figura 5.8 considera condiciones de antiperiodicidad del motor.

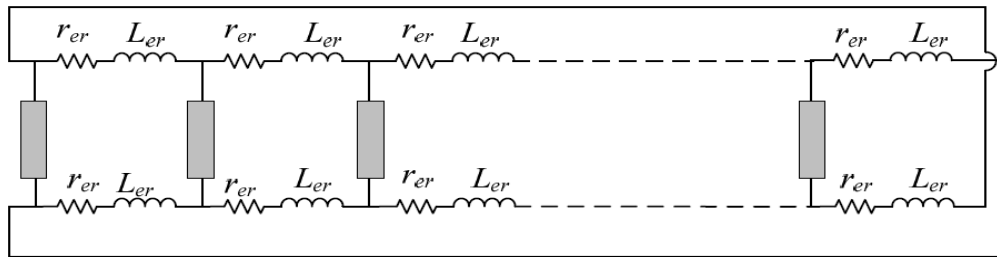


Figura 5.8: Circuito equivalente jaula de ardilla con las barras representadas por el modelo de campo

Dado que se han especificado las características internas y externas del motor de inducción, ahora se pueden realizar las simulaciones numéricas después del mallado de la geometría.

## 5.6 Mallado del motor de inducción

El mallado es la partición de la geometría del modelo en elementos. Para elementos 2D el generador de malla secciona la geometría en elementos triangulares o cuadrangulares; si las fronteras son curvas los elementos representan una aproximación de la geometría original. La malla generada en este trabajo de tesis para el modelo numérico del motor de inducción consta de 6831 elementos triangulares, lo que incluye implícitamente la información sobre las propiedades del material y otras características del problema.

En la Figura 5.9 se puede observar el mallado del motor de inducción, donde se puede ver que conforme va creciendo el radio del estator, los elementos se van haciendo cada vez más grandes. En el rotor sucede lo contrario, conforme aumenta el radio disminuyen en tamaño los elementos, aumentando en cantidad. El mallado del entrehierro es más fino porque que es ahí donde los campos magnéticos generados por los devanados del estator cruzan hacia el rotor. Por lo tanto, en el rotor se inducen corrientes de remolino, desarrollando sus propios campos magnéticos, para a su vez generar la interacción entre los dos campos y así lograr crear el par magnético que hace que se mueva el rotor.



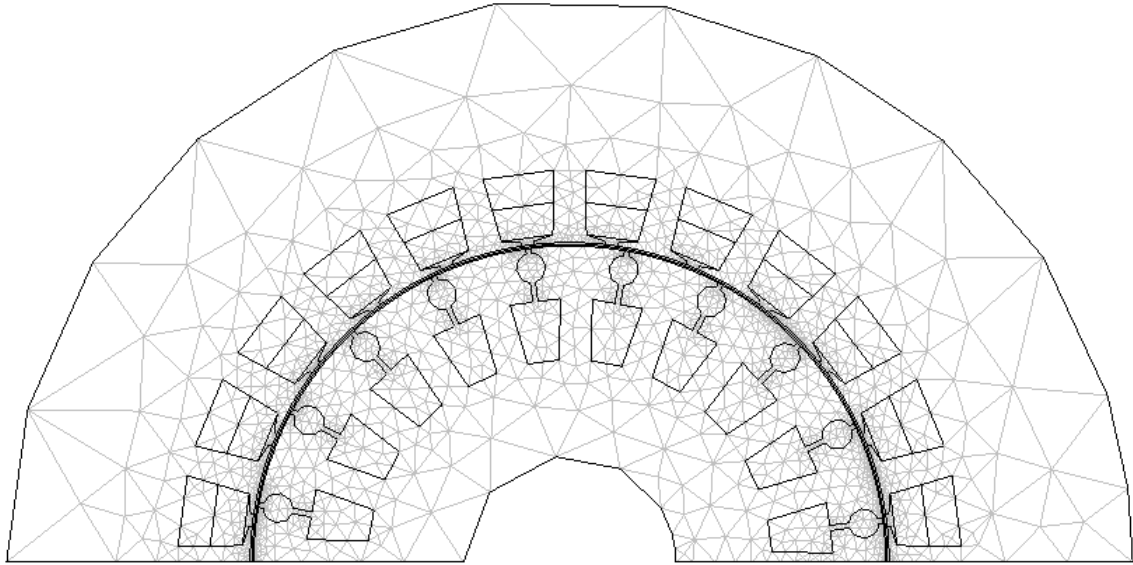


Figura 5.9. Mallado del motor de inducción

En la Figura 5.10 se muestra el mallado más fino en la parte del entrehierro del motor, donde está presente la unión del subdominio del rotor y el subdominio del estator.

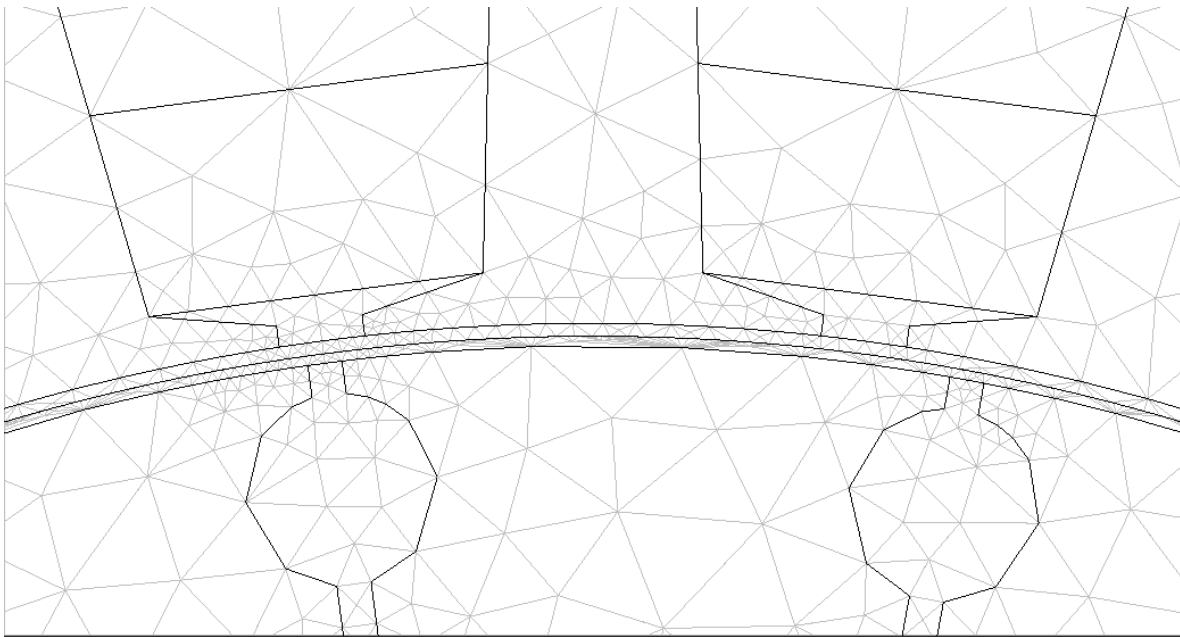


Figura 5.10. Mallado del entrehierro del motor de inducción

## 5.7. Solución al modelo numérico de motor de inducción

Para comprobar la efectividad del modelo numérico del motor de inducción se realizaron simulaciones para dos condiciones: operación nominal y rotor bloqueado. Ambas simulaciones se realizaron con los parámetros mencionados en la Sección 5.2.

Las simulaciones se realizaron en el dominio de la frecuencia, esto porque todas las cantidades magnéticas y eléctricas se asumieron con una variación senoidal de velocidad angular eléctrica  $\omega$ , las cuales pueden ser representadas convenientemente en el dominio de la frecuencia usando el concepto de fasor. De este modo  $\partial = / \partial t$  puede ser substituido por  $j\omega$  [11].

La simulación en operación nominal se realizó con un deslizamiento de 0.034. La Figura 5.11 muestra la distribución de campo magnético obtenida para esta condición. En la Figura se puede observar que las líneas campo magnético penetran el núcleo del rotor, esto es porque el deslizamiento es pequeño. Esto significa que la conductividad efectiva del rotor es pequeña por lo que habrá más líneas de campo magnético penetrando al rotor. El campo magnético tiene un color rojo en sus valores más altos y un color azul para los valores que son cercanos a cero.

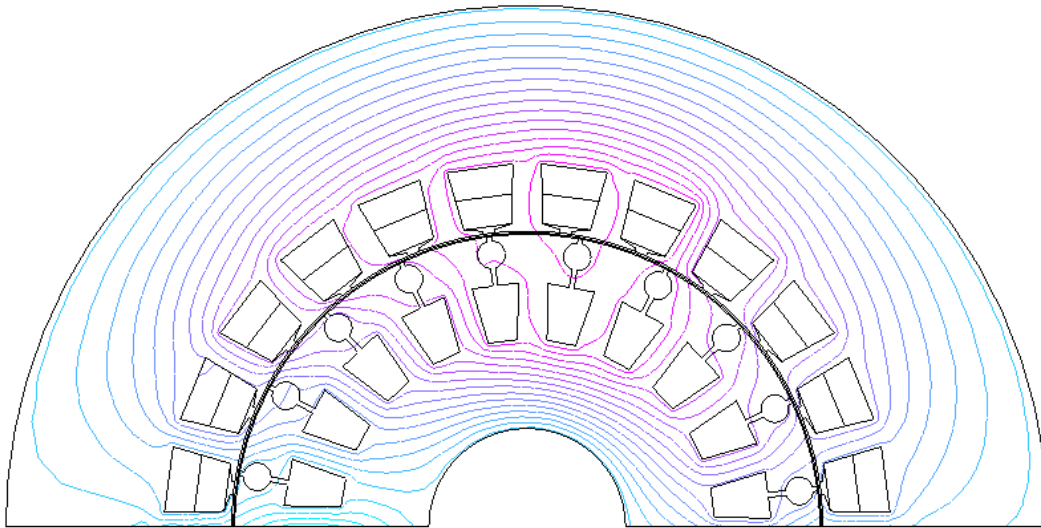


Figura 5.11. Simulación de motor en condiciones de operación nominal

La Figura 5.12 muestra la densidad de corriente en el estator y la densidad de corriente inducida en el rotor para operación nominal. La sección de color verde en la Figura 5.12 muestra valores nulos de corriente que corresponden a los núcleos del rotor y estator. Las variaciones de corriente en los devanados de estator y en las barras del rotor pueden ser calculadas ya que se conoce el área cada uno de ellos. Los niveles de densidad de

corriente se muestran en la barra de nivel que esta al costado de la imagen 5.12. Como era de esperarse, solo hay presencia de corriente en los devanados del estator y en las barras del rotor. En los materiales magnéticos no hay flujo de corriente, como se vio en las ecuaciones que rigen el comportamiento electromagnético del capítulo 2.

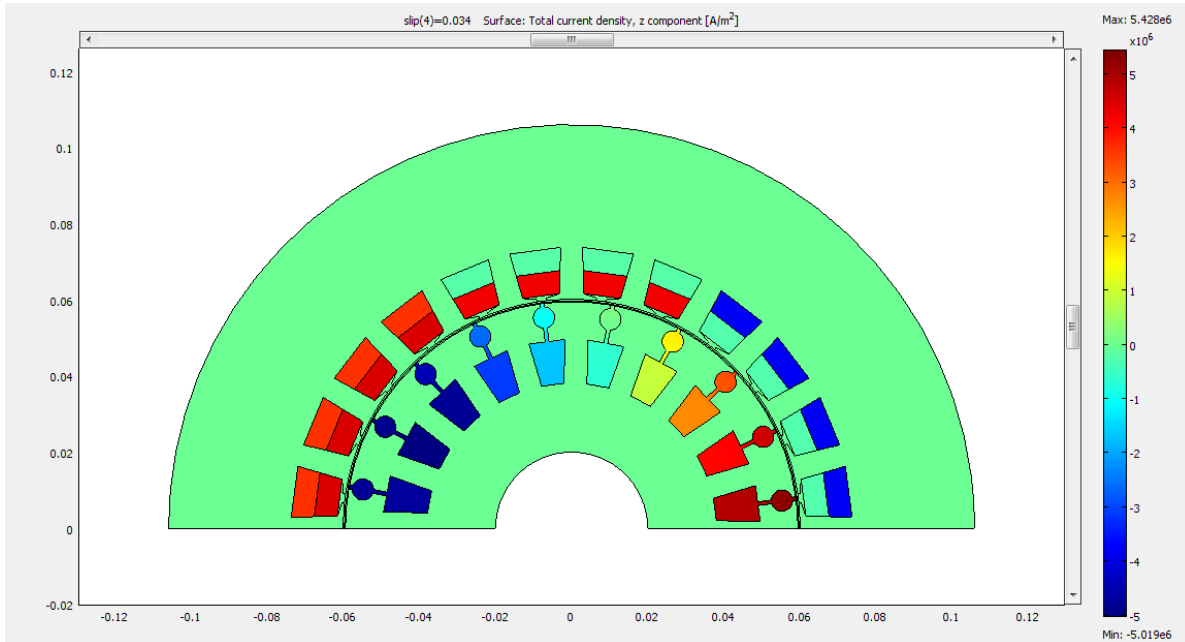


Figura 5.12. Simulación de densidad de corriente en estator y rotor

La simulación para la operación de rotor bloqueado, con voltaje y frecuencia aplicados en las terminales del estator, se muestra en la Figura 5.13. En este caso la conductividad efectiva es igual a la conductividad de las barras ya que el deslizamiento es igual a 1 ( $\sigma(1) = \sigma$ ). Así, las líneas de campo magnético no penetran por completo al rotor; esto se debe a que a mayor conductividad de un material existe una menor penetración de líneas de campo magnético [5], ocasionando un incremento de corrientes de remolino en las barras del rotor localizadas en la periferia del núcleo, estas corrientes generan un campo magnético que trata de vencer el par que mantiene bloqueado al rotor.

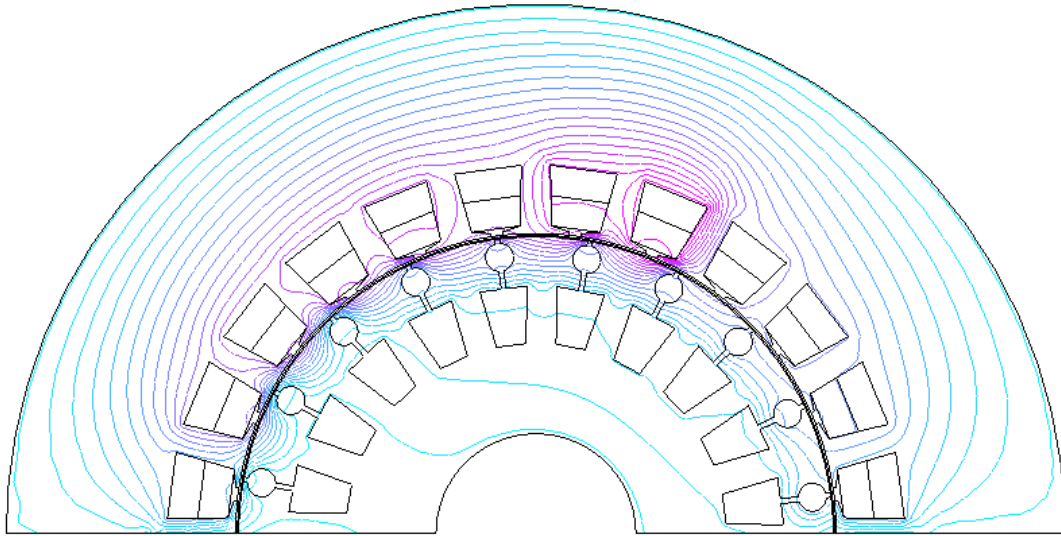


Figura 5.13. Simulación de motor de inducción en condiciones de rotor bloqueado

Para realizar la simulación del par del motor de inducción se desarrollo un análisis en el que se varía el deslizamiento desde 0 a 1 y se calcula el par electromagnético para cada deslizamiento. Los resultados obtenidos se muestran en la Figura 5.14.

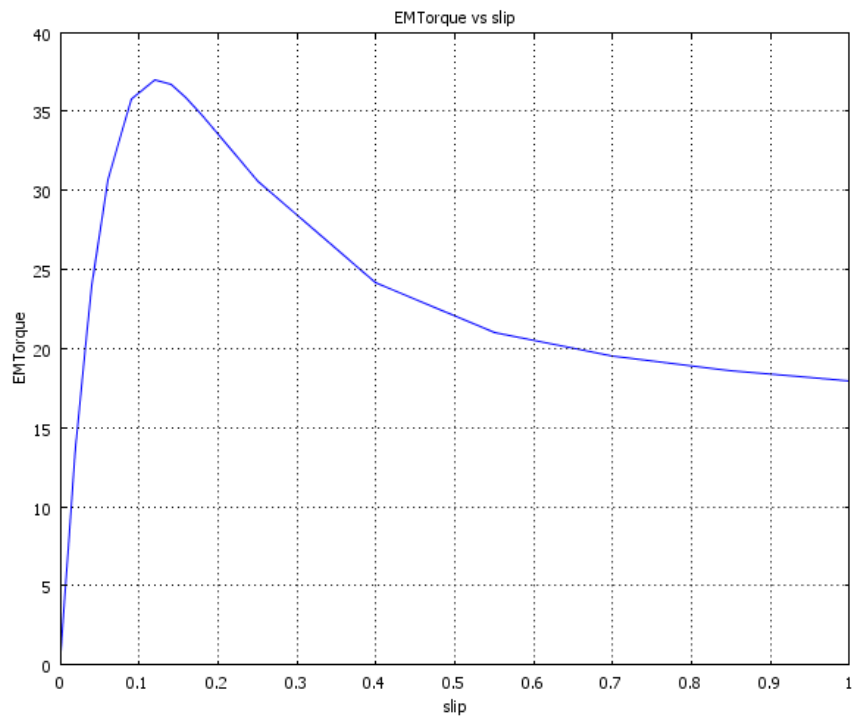


Figura 5.14. Par electromagnético contra deslizamiento

A continuación se presentan los resultados obtenidos del modelo numérico del motor de inducción para operación nominal. Se realizaron lecturas de corriente y voltaje en el modelo numérico y de estas se extrajeron los parámetros descritos en la Tabla 5.7.

Tabla 5.7. Expresiones para obtener parámetros del motor de inducción en operación en estado estable

Parámetro	Ecuación
Valores RMS de las corrientes	$I_A, I_B, I_C$ Valores medidos en el modelo numérico
Valor promedio $I_1$ (Corriente en fase 1)	$I_1 = \frac{(I_A + I_B + I_C)}{3}$
Potencia total de entrada	$P_{in}$ , de acuerdo a expresiones en Tabla 5.4
Potencia total que se transfiere al rotor	$P_{gap}$ , de acuerdo a expresiones de Tabla 5.4
Perdidas por efecto Joule en los devanados del estator	$P_{J1} = 3R_1 I_1^2$
Perdidas por efecto Joule en el circuito del rotor	$s(P_{gap} - P_{J1})$
Perdidas mecánicas y por ventilación	$P_{fv} = 0.05(7.5) kW$
Potencia de salida del motor	$P_{sal} = P_{gap} - P_{J1} - P_{J2} - P_{fv}$
Velocidad del motor	$n = (1 - s)n_1$ $n_1 = 3000 rpm$ es la velocidad síncrona
Par de salida del motor	$T_{em} = \frac{P_{gap}}{2\pi \cdot 50}$

La Tabla 5.8 contiene las características que se obtuvieron de la simulación del modelo numérico del motor de inducción para operación nominal.

Tabla 5.8. Características del motor en operación en estado estable

$s$	$n$ [rpm]	$I_1$ [A]	$T_{em}$ [Nm]	$P_{sal}$ [W]	$P_{J1}$ [W]	$P_{J2}$ [W]	$P_{fv}$ [W]
0.034	2898	8.86	27.35	7576.68	363.14	279.87	375

Finalmente es necesario enfatizar que el despreciar las aportaciones de los anillos laterales de la jaula de ardilla, ocasiona demasiados errores. Esto se demuestra al realizar el cálculo de la corriente nominal. La corriente nominal es de 8.86 A considerando las impedancias de los anillos laterales de la jaula de ardilla, sin embargo al no considerarlos obtenemos una corriente de 12.67 A, lo que implica un error de 45% que no puede despreciarse [11].

Los resultados que se muestran en este capítulo se consideran correctos y coherentes puesto que las variables electromagnéticas reproducen el comportamiento esperado cuando el motor es operado bajo las condiciones especificadas en este trabajo de tesis. Por ejemplo, bajo condiciones de rotor bloqueado, el campo magnético no puede penetrar el cuerpo del rotor debido a que se inducen corrientes en las barras solidas del rotor, las cuales producen un campo magnético que anula el campo magnético del estator en el rotor (ver fig. 5.13). Por otra parte, el efecto de penetración se hace pequeño conforme el rotor alcanza velocidad nominal (ver fig. 5.11). Independientemente de que el análisis de las variables electromagnéticas y eléctricas muestra que los resultados son coherentes, la referencia [42] da resultados para condiciones de rotor bloqueado y operación nominal del motor analizado, usando software comercial independiente al utilizado en este trabajo. Los resultados son cercanos (con error ingenieril aceptable) por lo que se considera que el modelo propuesto no solo es correcto para estas dos condiciones, sino también para los deslizamientos que se encéntran entre la condición de rotor bloqueado y deslizamiento nominal.

## Capítulo 6

### Prueba de respuesta a la frecuencia y extracción de parámetros del motor de inducción

El comportamiento del motor de inducción se compacta con los datos que entrega el fabricante, como son las curvas de par-velocidad, velocidad-corriente y velocidad-potencia. Esta información permite la derivación de modelos del motor de inducción. En muchos casos el fabricante provee el circuito equivalente directamente. Sin embargo, es frecuente que los datos del fabricante no estén disponibles, particularmente en instalaciones viejas. Además, cuando es necesario realizar estudios confiables del sistema, es deseable verificar la precisión de dichos modelos. En cualquiera de los dos casos, las pruebas en campo de las características del motor pueden realizarse para medir los parámetros y derivar los modelos del motor.

Para la extracción de los parámetros del motor de inducción se han empleado tradicionalmente pruebas de CD (resistencia del estator), pruebas de vacío (voltaje nominal) y pruebas de rotor bloqueado (corriente nominal) para determinar los parámetros de circuitos equivalentes y de modelos en dos ejes del motor de inducción [3]. En años recientes la necesidad de obtener los valores de parámetros de circuitos equivalentes más precisos han ocasionado el desarrollo de métodos alternativos, como los basados en mediciones de respuesta a la frecuencia (SSFR) [9].

El propósito de este capítulo es presentar la derivación de circuitos equivalentes de motores de inducción que pueden ocuparse en estudios de redes eléctricas a través de la respuesta a la frecuencia en reposo (SSFR por sus siglas en inglés) [10]. La prueba de respuesta a la frecuencia en reposo se caracteriza por determinar cómo responde el motor de inducción a excitaciones senoidales de frecuencia variable. La salida de un sistema lineal, en respuesta a una entrada senoidal, es una senoide de la misma frecuencia pero con distinta magnitud y fase. La respuesta a la frecuencia se define como las diferencias de magnitud y fase entre las sinusoides de entrada y salida [39].

Las pruebas de respuesta a la frecuencia se aplican frecuentemente a generadores síncronos [10]. Sin embargo, esta metodología de prueba puede aplicarse a motores de inducción. Las pruebas de SSFR se realizan con el motor en reposo y completamente desconectado de la red eléctrica. Estas pruebas pueden realizarse durante los periodos de mantenimiento donde el impacto de la operación de la planta es mínimo [39].

La realización de pruebas experimentales reales implican la inversión en equipos de medición, el pago de personal especializado que realice e intérprete resultados de las pruebas y costo de traslados al sitio en que se encuentra el equipo bajo prueba. Todos estos costos se pueden evitar simulando numéricamente las pruebas experimentales de motores de inducción en computadoras digitales.

Debido a que el modelo de elementos finitos del motor inducción presentado en el Capítulo anterior, proporciona una muy buena aproximación de su comportamiento real; es conveniente simular numéricamente las pruebas de respuesta a la frecuencia para evitar los costos involucrados en pruebas reales.

### 6.1. Procedimiento de pruebas

La discusión general de la instrumentación de las pruebas de SSFR y el procedimiento de ejecución para máquinas síncronas, se encuentran en el estándar del IEEE 115 A-1987 [10]. Estos procedimientos también pueden ajustarse para el motor de inducción. La instrumentación y conexiones básicas para desarrollar las pruebas de SSFR al motor de inducción se muestran en la Figura 6.1 [10].

El procedimiento de prueba, la instrumentación y el análisis de datos de las pruebas de SSFR del motor de inducción son muy similares a las técnicas empleadas en las máquinas [10] síncronas con las siguientes excepciones:

- Como el rotor del motor de inducción es simétrico con respecto a sus características eléctricas, no se requiere de ninguna posición específica del rotor para realizar la prueba.
- Como resultado de su simetría, la medición separada de las impedancias de sus ejes directo y cuadratura no es necesaria.
- Como no se tiene devanado de campo en las terminales del rotor, no se requiere realizar mediciones de las cantidades de campo.

El rango de frecuencias que se recomienda analizar va 0.01 Hz a 500 Hz [9], de tal forma que se puedan tomar como mínimo 10 lecturas espaciadas logarítmicamente en todo el rango para medir satisfactoriamente la respuesta a la frecuencia [9, 10]. El analizador de respuesta a la frecuencia de la Figura 6.1 mide la relación fasorial entre la corriente  $I_s(j\omega)$ , inyectada en las terminales del motor, con el correspondiente voltaje  $V_s(j\omega)$ , inducido a través de las terminales del estator. La relación de esas dos variables produce la impedancia operacional del motor  $Z_s(j\omega)$ .



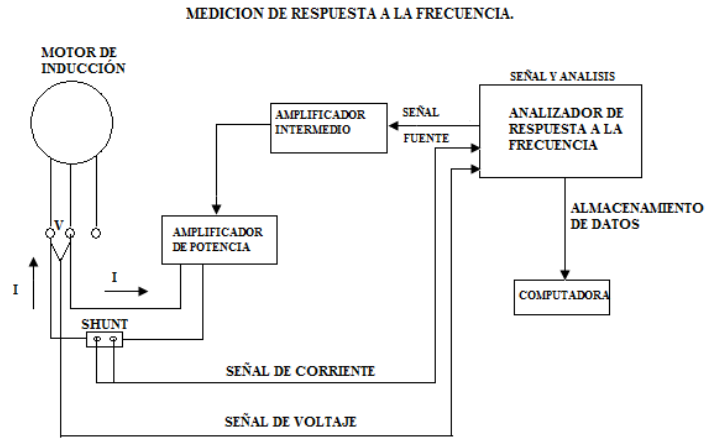


Figura 6.1. Conexiones e instrumentación básica para realizar la prueba de respuesta a la frecuencia en motores de inducción [19]

Las simulaciones realizadas en este trabajo de tesis consideran un rango de frecuencias de 0.01 Hz a 500 Hz [9], para obtener una buena resolución de la respuesta a la frecuencia se realizaron 50 lecturas espaciadas logarítmicamente en el rango de frecuencias. Esto dio como resultado la función de transferencia del modelo numérico del motor de inducción. En la Figura 6.2 se muestra la magnitud de la impedancia operacional y en la Figura 6.3 se muestra el comportamiento de la fase.

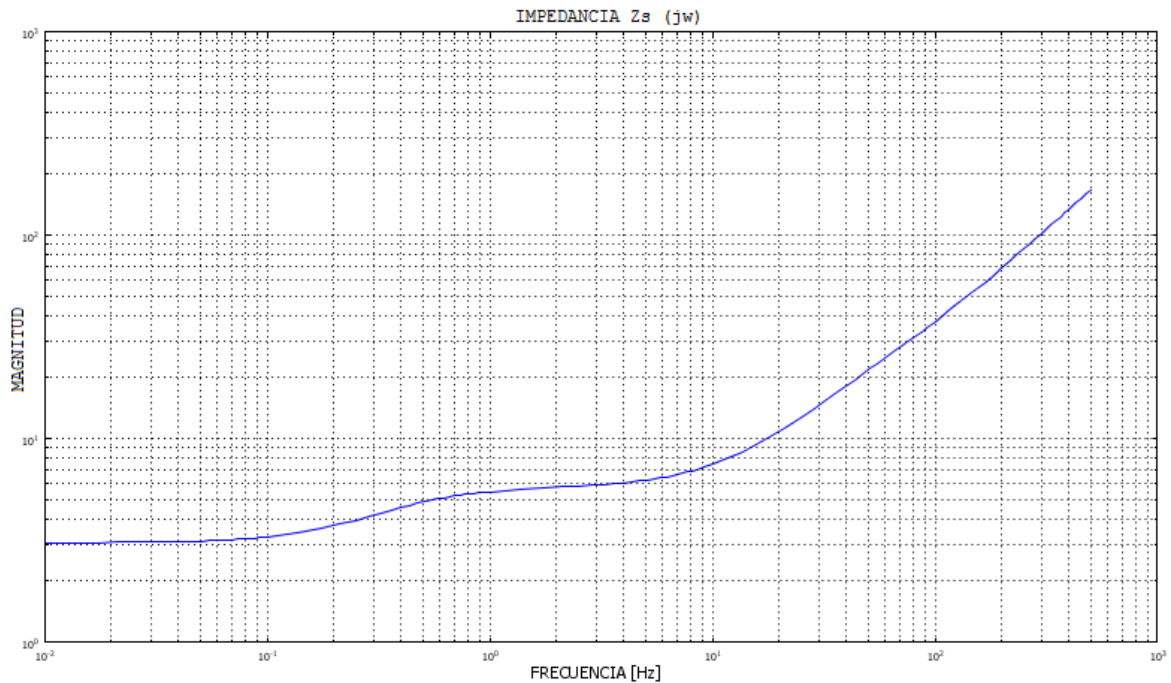


Figura 6.2. Magnitud de impedancia operacional  $Z_s(j\omega)$  del motor de inducción de 7.5 Kw

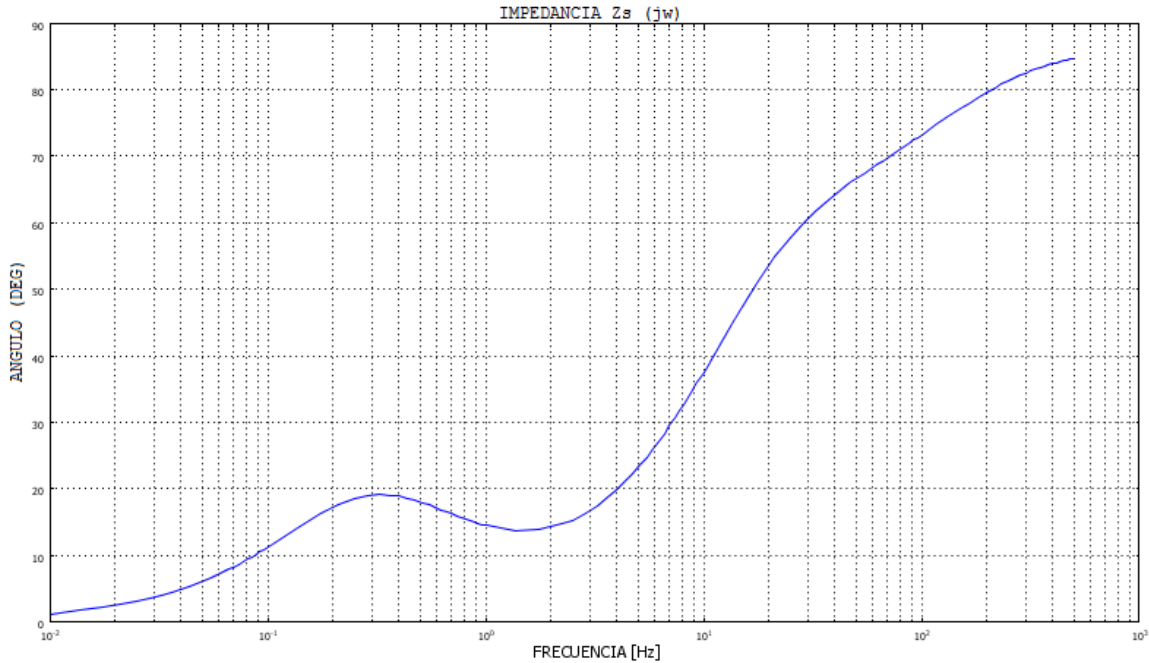


Figura 6.3. Ángulo de impedancia operacional  $Z_s(j\omega)$  del motor de inducción de 7.5 kW

El comportamiento de la impedancia operacional es el esperado ya que conforme aumenta la frecuencia, también aumenta la magnitud, y el ángulo se acerca a  $90^\circ$ . Esto es porque la impedancia inductiva tiende a infinito para frecuencias altas [2]

Como las mediciones se realizan entre dos fases del modelo del motor de inducción es necesario un análisis de las expresiones eléctricas medidas numéricamente, para encontrar los parámetros del circuito equivalente por fase. La ecuación de voltaje que corresponde a la condición de prueba de la Figura 6.1 es:

$$V_s(j\omega) = I_s(j\omega)Z_s(j\omega) \quad (6.1)$$

o

$$V_s(j\omega) = I_s(j\omega)[R_{ab} + j\omega 2L_s(j\omega)] \quad (6.2)$$

donde  $R_{ab}$  es la resistencia entre dos terminales del estator y  $L_s(j\omega)$  es la inductancia operacional por fase.  $L_s(j\omega)$  es la expresión que se utiliza para extraer los parámetros del circuito equivalente por fase del modelo numérico del motor de inducción. Por lo tanto,  $L_s(j\omega)$  se despeja de (6.2), lo que lleva a:

$$L_s(j\omega) = \frac{Z_s(j\omega) - R_{ab}}{2j\omega} \quad (6.3)$$

En la Figura 6.4 se muestra el comportamiento de la magnitud de la inductancia operacional y en la Figura 6.5 se muestra el comportamiento de su fase. Es interesante mencionar que  $L_s(j\omega)$  tiene la forma característica obtenida mediante pruebas experimentales realizadas en motores de inducción reales [9].

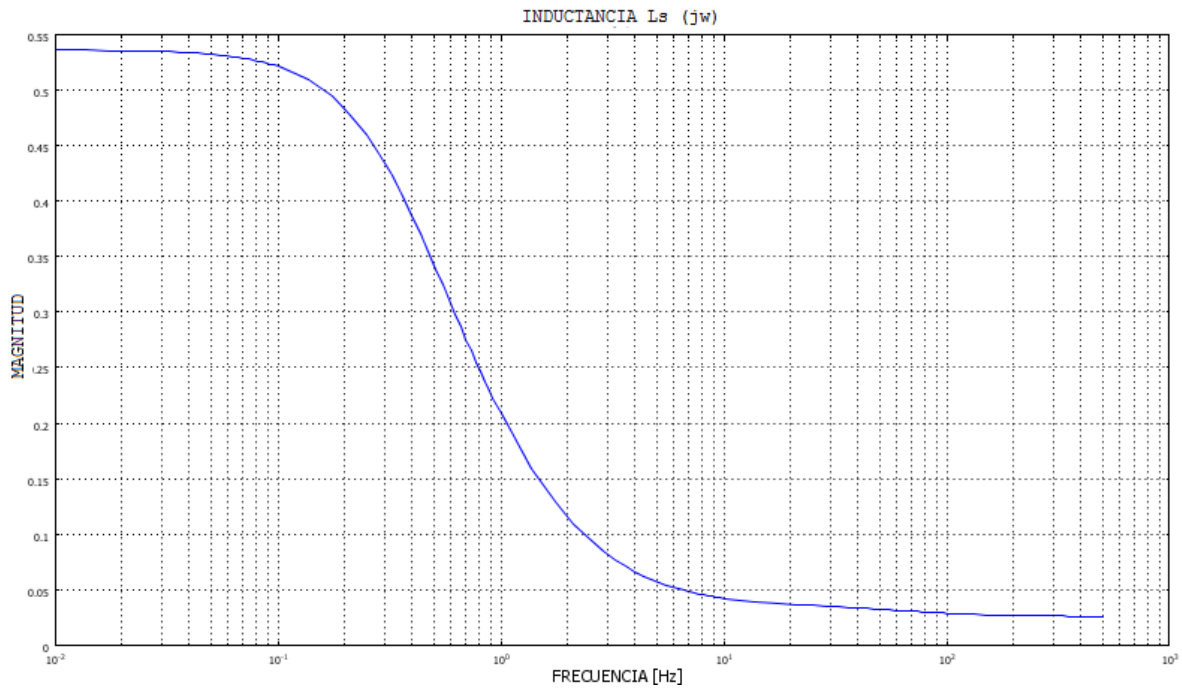


Figura 6.4. Magnitud de inductancia operacional  $L_s(j\omega)$  del motor de inducción de 7.5 kW

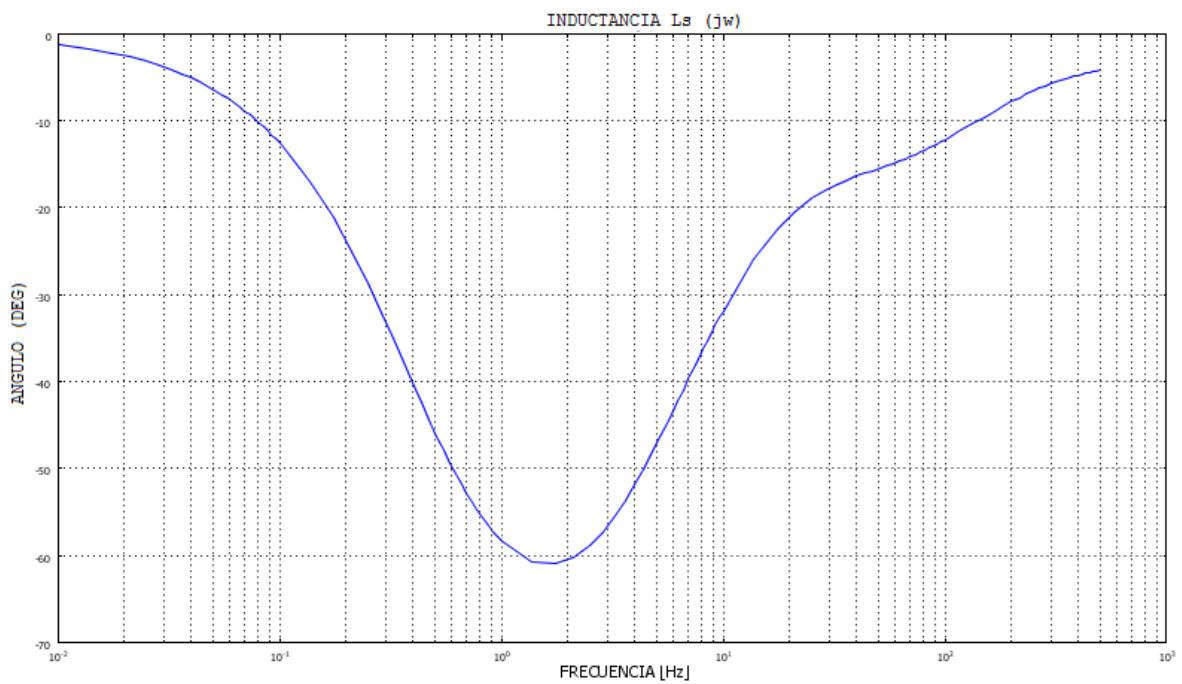


Figura 6.5. Angulo de inductancia operacional  $L_s(j\omega)$  del motor de inducción de 7.5 kW

Una vez que la inductancia operacional  $L_s(j\omega)$  ha sido calculada se utiliza la técnica de algoritmos genéticos para la identificación de parámetros de circuitos equivalentes.

## 6.2. Circuito equivalente del motor de inducción para identificación de parámetros

Para identificar el grupo de parámetros óptimos del circuito equivalente del motor de inducción, se escogió el modelo recomendado por el IEEE Std-112 [38], el mismo que se ilustra en la Figura 6.6. Para la identificación de parámetros es necesario obtener la expresión analítica de función de transferencia del circuito equivalente, correspondiente a la inductancia operacional  $L_s(j\omega)$ .

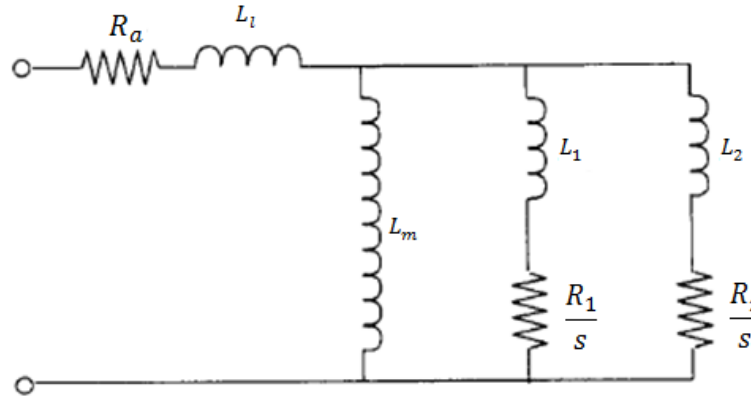


Figura 6.6. Circuito equivalente por fase del motor de inducción

Después de manipular las expresiones eléctricas del circuito equivalente, se obtiene la función de transferencia que se puede expresar como:

$$L_s(j\omega) = \left( \frac{((-j\omega^3)L_m L_1 L_2) - (\omega^2(L_m L_1 R_2 + L_m L_2 R_1)) + (j\omega L_m R_1 R_2)}{(-j\omega^3(L_1 L_2 + L_m L_1 + L_m L_2)) - (\omega^2(L_1 R_2 + L_2 R_1 + L_m R_1 + L_m R_2)) + (j\omega R_1 R_2)} \right) + L_i \quad (6.4)$$

El valor de  $R_a$  es igual a la resistencia de fase del estator y se asume como una constante conocida (ver Tabla 5.2). Por lo tanto, no forma parte del conjunto de parámetros que se identifican durante el proceso de búsqueda.

## 6.3. Identificación de los parámetros del circuito equivalente

Un problema asociado con circuitos equivalentes es el desconocimiento de los valores óptimos de sus parámetros, así como la inexistencia de un algoritmo directo que permita determinarlos. Las técnicas tradicionales de optimización han mejorado mucho, pero aun no son capaces de optimizar el comportamiento de sistemas muy complejos [40].

Para los sistemas cuyo espacio de estados es muy grande, se requiere de una técnica diferente, una que busque efectivamente los valores óptimos de los parámetros de control del sistema [39]. En el circuito equivalente del motor de inducción se tiene un número de parámetros suficiente para considerarlo como un sistema de espacio de estados grande. Como se mencionó anteriormente los algoritmos genéticos de optimización y búsqueda trabajan muy bien en sistemas que tienen un espacio de estados

amplio. Esta característica de los algoritmos genéticos lleva a utilizarlos en la búsqueda del grupo óptimo de parámetros del circuito equivalente del motor de inducción, usando la respuesta a la frecuencia de la máquina.

Para iniciar con el algoritmo genético de optimización y búsqueda, se fija una población inicial para los parámetros del circuito equivalente, dicha población se obtuvo siguiendo el procedimiento que recomienda el IEEE Std-112 para el circuito equivalente indicado en la Figura 6.6; el cálculo de los parámetros de la población inicial se realizó para un motor con diferentes características constructivas y de la misma potencia que el modelo numérico de elementos finitos de esta tesis. La población inicial se fijó de esta forma, para ayudar al algoritmo genético a converger más rápido.

En la Tabla 6.1 se presentan los valores que se fijaron para el algoritmo genético de optimización y búsqueda.

Tabla 6.1. Parámetros de circuito equivalente de motor de inducción obtenidos con algoritmos genéticos

Nombre	Valor	Descripción
Población inicial	$L_m$ $L_1$ $L_2$ $R_1$ $R_2$ $L_l$ 0.0497   0.0263   0.10   1.13   10.0   0.0156	Son valores que se le asignan a cada uno de los parámetros
Tamaño de la población	210	Corresponde al tamaño de las posibles soluciones
Mutación	0.6	Es la probabilidad de que el gen mute
Generaciones	2000	Número máximo de iteraciones

Es necesario generar la función de adaptación, para encontrar el grupo de parámetros óptimos del circuito equivalente. Por tal motivo se define una función de error que sirve como función de adaptación en el algoritmo genético:

$$E = \sum [(Re(L_s(j\omega)_{medido}) - Re(L_s(j\omega)_{calculado}))^2 + (Im(L_s(j\omega)_{medido}) - Im(L_s(j\omega)_{calculado}))^2] \quad (6.5)$$

Aquí se evalúa el error medio cuadrático: valor medido de la prueba de respuesta a la frecuencia que se realizó con el modelo numérico de elementos finitos menos el valor calculado que se obtiene de la ecuación (6.4). Se busca la minimización de la función de adaptación hasta que los valores del grupo de parámetros del circuito equivalente generen una respuesta similar a la prueba de respuesta a la frecuencia.

#### 6.4. Resultados obtenidos

Las Figuras 6.8 y 6.9 muestran los resultados obtenidos de magnitud y ángulo de la inductancia característica  $L_s(j\omega)$  con algoritmos genéticos comparada contra los resultados obtenidos de la simulación de la prueba de respuesta a la frecuencia utilizando elementos finitos. Se puede observar que la respuesta obtenida a través de algoritmos genéticos es muy similar a la que se obtuvo en la simulación de respuesta a la frecuencia utilizando elementos finitos.

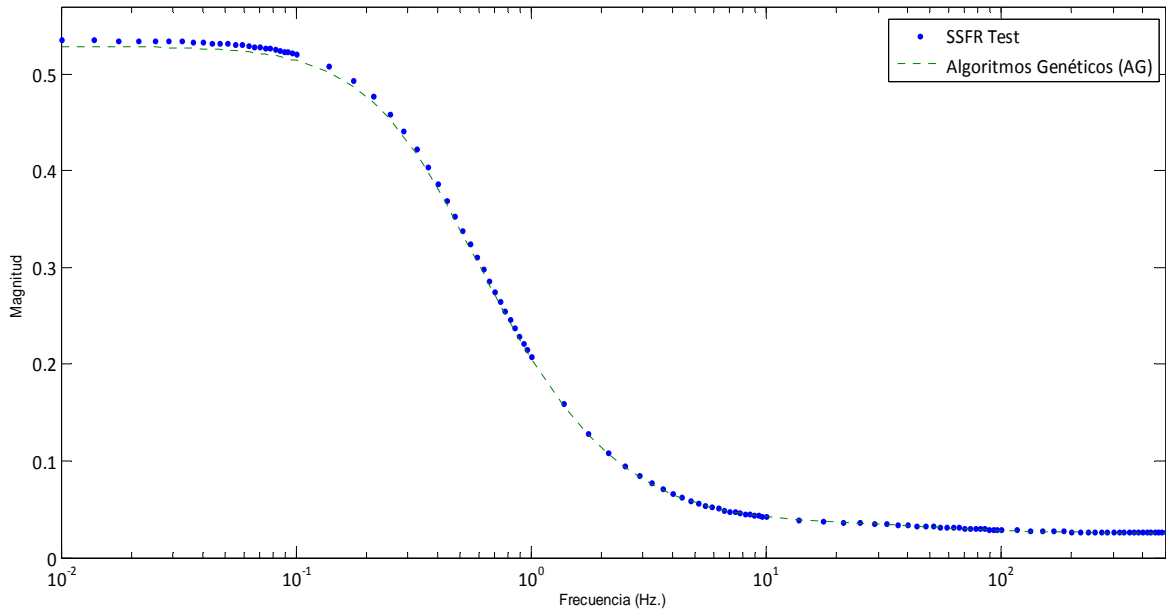


Figura 6.8. Comparación de respuestas (magnitud) obtenidas con algoritmos genéticos y la prueba SSFR obtenida con elementos finitos

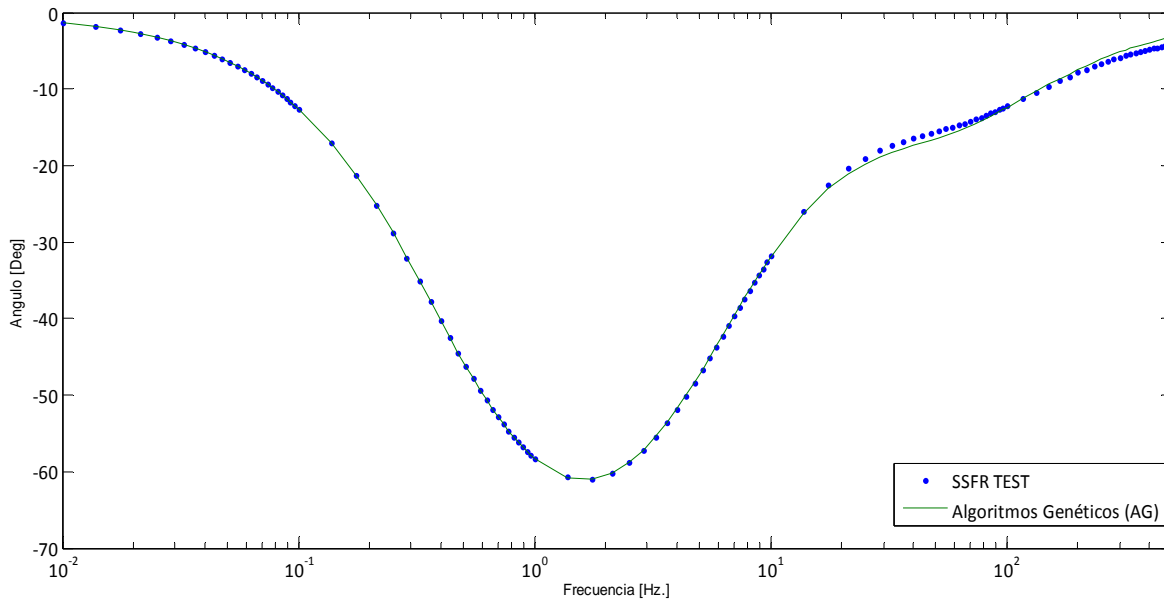


Figura 6.9. Comparación de respuestas (fase) obtenidas con algoritmos genéticos y la prueba SSFR obtenida con elementos finitos

Los valores que se obtuvieron de los parámetros del motor de inducción se muestran en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2. Parámetros de circuito equivalente de motor de inducción obtenidos con algoritmos genéticos.

$L_m$ [mH]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$R_1$ [Ω]	$R_2$ [Ω]	$L_l$ [mH]
513.25	25.93	16.56	1.581	11.87	15.6

Los valores de los parámetros del motor de inducción se consideran correctos ya que la curva de la inductancia operacional generada por el circuito equivalente (e independiente del modelo de elementos finitos) prácticamente es idéntica a la curva que se generó de la simulación de la prueba de respuesta a la frecuencia (en nuestro caso generada por el método de los elementos finitos). Aquí es importante recordar que al método de identificación no le importa cómo fue obtenida la inductancia operacional (ya sea de forma experimentalmente o numéricamente), ya que su misión es únicamente de proporcionar un conjunto de parámetros que junto con el circuito equivalente reproduzca la inductancia operacional proporcionada lo más “cercanamente” posible. Aunque no se puede afirmar con toda certeza que se ha encontrado la solución de un mínimo global mediante el método de identificación, es bien conocido que los algoritmos genéticos proporcionan soluciones, que con alta probabilidad, corresponden al mínimo global.

## Capítulo 7

### Conclusiones y trabajos futuros

#### 7.1. Conclusiones

En este trabajo de tesis se presentó el modelado numérico en tiempo-armónico de un motor de inducción. Con lo que fue posible simular la operación en estado estable de la máquina de inducción, incluyendo la condición nominal y de rotor bloqueado. Se utilizó el método del elemento finito para obtener la solución del potencial magnético vectorial con gran precisión.

Se describieron las ecuaciones electromagnéticas que gobiernan el comportamiento del motor de inducción jaula de ardilla en dos dimensiones. Se consideraron simplificaciones válidas para el motor de inducción, con las que se obtuvo la ecuación de difusión no lineal en dos dimensiones. En principio, dicha ecuación no se puede resolver directamente porque tiene dos incógnitas: el potencial magnético vectorial y el potencial eléctrico escalar. Sin embargo fue posible deducir las ecuaciones para obtener el potencial eléctrico escalar en los conductores masivos y filamentosos del motor debido al efecto de las corrientes inducidas. Además, estas ecuaciones son las que permiten la interconexión de dispositivos externos, así como la conexión interna entre las regiones conductoras del rotor jaula de ardilla y de los devanados del estator.

El modelado numérico de las interconexiones de los sistemas externos, que se conectan al modelo de campo, fue una parte vital para lograr resultados precisos y evitar errores. Los conductores sólidos y filamentosos fueron bien identificados para evitar problemas en las propiedades del modelo y de las corrientes de remolino. Aquí es necesario enfatizar que el desprestigiar las aportaciones de los anillos laterales de la jaula de ardilla, ocasiona grandes imprecisiones. Esto se demuestra al realizar al cálculo de la corriente nominal. La corriente nominal es de 8.86 A considerando las impedancias de los anillos laterales de la jaula de ardilla, sin embargo al no considerarlos se obtiene una corriente de 12.67 A, lo que implica un error de 45% que no puede desprestigiar [11].

En este trabajo se desarrolló el modelado numérico de un motor de inducción con un software comercial [37], donde se pudo observar la capacidad que tiene este software para trabajar con mallas de diferente densidad. En este caso particular, esta capacidad resulta importante ya que al entrehierro del motor es muy pequeño y las geometrías de las ranuras del rotor y del estator son muy diferentes.

El modelo numérico de elementos finitos del motor de inducción fue utilizado para obtener su respuesta a la frecuencia en reposo. Las simulaciones de la prueba de respuesta a la frecuencia realizadas al modelo numérico del motor de inducción en este trabajo dieron como resultado su función de transferencia.

A la función de transferencia del modelo numérico del motor de inducción se le implementó un algoritmo genético capaz de identificar los parámetros del circuito



equivalente de un motor de inducción trifásico. Los resultados obtenidos de magnitud y ángulo de la inductancia característica  $L_s(j\omega)$  con el circuito equivalente se compararon contra los resultados obtenidos de la simulación de la prueba de respuesta a la frecuencia utilizando elementos finitos. Se observó que la respuesta obtenida a través del circuito equivalente es muy similar a la que se obtuvo en la simulación de respuesta a la frecuencia utilizando elementos finitos. Por lo tanto, el algoritmo genético utilizado en este trabajo de tesis, permite encontrar el grupo de parámetros óptimos del circuito equivalente del modelo numérico del motor de inducción; y ha permitido comprobar su robustez y su capacidad para encontrar los parámetros de circuito equivalente, con el cual se ha generado un camino fiable para la identificación de parámetros del motor de inducción.

## **7.2. Sugerencias y trabajos futuros**

En este trabajo de tesis se logró cumplir con los objetivos que se propusieron inicialmente. Sin embargo existen áreas de oportunidad para obtener un modelo más completo y explotar aún mejor las capacidades del método de los elementos finitos.

La no linealidad de los materiales ferromagnéticos, no fue considerada en este trabajo de tesis por lo que su incorporación volvería al modelo de elementos finitos más preciso para representar correctamente el comportamiento electromagnético del motor de inducción.

En este trabajo de tesis se desarrollo un camino confiable para la determinación de parámetros de circuito equivalente del motor de inducción, por lo cual se sugiere implementar o desarrollar nuevos método para la extracción de parámetros del motor de inducción.

También se sugiere realizar la simulación transitoria del motor de inducción, ya que en este trabajo de tesis se realizaron las simulaciones para condiciones de operación nominal y de rotor bloqueado en el dominio de la frecuencia. Se puede tomar como referencia este trabajo de tesis porque se han definido las bases para el modelo numérico del motor de inducción.

Se sugiere desarrollar el modelo numérico del motor de inducción en tres dimensiones para realizar el análisis bajo diferentes condiciones de operación del motor de inducción, ya que esto resultaría un trabajo interesante.

## Referencias

- [1] Hendry J. *James Clerk Maxwell and the Theory of de Electromagnetic Field*. Adam Hilder Ltd, Bristol and Bostom. 1986.
- [2] T. Wildi, “Máquinas Eléctricas y Sistemas de Potencia”, 6 ed, México, Prentice Hall, 2007.
- [3] A.E. Fitzgerald, C. K. Jr., and S.D. Umans, *Electric Machinery*, 6<sup>th</sup> ed. McGraw-Hill, 2002.
- [4] Silvester, P.P. and Ferrari R.L., “Finite elements for electrical engineers”, 2<sup>nd</sup> edition, Cambridge University Press, 1990.
- [5] Bastos, Joao Pedro A., Sadowski, Nelson. *Electromagnetic Modelling by Finite Element Methods*. Marcel Dekker, Inc. 2003.
- [6] W. Leonhard, “Control of Electrical Drives”, power systems series, 3rd Edition, Springer, NewYork, 2001.
- [7] R. Escarela-Perez, Campero-Littlewood. Synchronous Machine Parameters from Frequency-Response Finite-Element Simulations and Genetic Algorithms, IEEE transactions on energy conversion, vol. 16, no. 2, June 2001.
- [8] Chee-Mung Ong, “Dynamic Simulation of Electric Machinery using Matlab - Simulink”, Prentice Hall,1997.
- [9] J.R. Willis, G.J. Brock, J.S. Edmonds. Derivation of induction motor models from standstill frequency response tests, IEEE Transactions on Energy Conversion, Vol. 4, No. 4, December 1989.
- [10] IEEE Standard Procedure for Obtaining Synchronous Machine Parameters from Standstill Frequency Response Testing. IEEE Standard 115A-1987.
- [11] R. Escarela-Perez, E. Melgoza ,E. Campero-Littlewood, Time-Harmonic Modeling of Squirrel-Cage Induction Motors: A Circuit-Field Coupled Approach. COMSOL Conference 2008 Boston.
- [12] R. Escarela-Perez, M.A. Arjona-Lopez, E. Melgoza-Vazquez, E. Campero-Littlewood, C. Aviles-Cruz. A Comprehensive Finite-Element Model of a Turbine-Generator Infinite-Busbar System. ELSEVIER Finite Elements in Analysis and Designe 2002.
- [13] L. Davis (ed.) (1991). Handbook of Genetic Algorithms, Van Nostrand Reinhold, New York.
- [14] Hayt Jr, William H.; Buck John A. *Teoría Electromagnética*. 7ª Edición, McGraw-Hill, EUA, 2001.

- [15] Joseph A. Edminister. *Theory and problems of Electromagnetics*. 2<sup>a</sup> Edición, McGraw-Hill, EUA, 1995.
- [16] Canay, I.M., "Advance calculation of the characteristic quantities of synchronous machines and comparison with measured values", IEEE Proc.-Electr. Powr Appl., Vol. 141, 1994.
- [17] Canay, I.M., "Causes of discrepancies on calculation of rotor quantities and exact equivalents diagrams of the synchronous machine", IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems, Vol. 88, 1969.
- [18] Salon S.J., DeBortoli, M.J. and Palma R., "Coupling of transient fields, circuits and motion using finite element analysis", Journal of Electromagnetics Waves and Applications, Vol. 4, No. 11, 1990.
- [19] Binns, K.J., Lawrenson, P.J. and Trowbridge, C.W., "The analytical and numerical solution of electric and magnetic fields", John Wiley & Sons, 1992.
- [20] Tandon, S.C., Armor, A.F. and Chari, M.V.K., "Transient solution of the diffusion equation by finite element method", Journal of applied Physics, Vol. 52, No. 3, 1981.
- [21] Silvester P.P. and Ferrari R.L., "Finite elements for electrical engineers", 2<sup>nd</sup> edition, Cambridge University Press, 1990.
- [22] Davat B., Ren, Z. and Lajoie-Mazenc, "The movement in field modeling", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 21, No. 6, 1985.
- [23] Allen, N., Lai, H.C., Leonard, P.J. and Rodger, D., "External circuit movement, and periodicity considerations in the design of electrical machines using finite elements", International Conference on Electrical Machines and Drives, 1995.
- [24] Preston, T.W., Sturgess, J.P. and Tarkanyi, M., "Finite-element simulation of a generator feeding into a rectified load", Fifth International Conference on Eletrical Machine and Drives, 1991.
- [25] Preston, T.W., Reece, A.B.J. and Shanga, P.S., "Induction motor analysis by time-stepping techniques", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 24, No. 1, 1988.
- [26] Nabeta, S.I., Foggia, A., Coulomb, J.L. and Reyne, G., "A non-linear time-stepped finite-element simulation of a symmetrical short-circuit in a synchronous machine", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 31, No. 3, 1995.
- [27] Lombard, P. and Meunier G., "A general purpose method for electric and magnetic combined problems for 2D, axisymmetric and transient system", IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 29, No. 2, 1993.

- [28] Strurgess, J.P., Zhu, M. and Macdonald, D.C., "Finite-element simulation of a generator on load during and after a three-phase fault", *Trans. on Energy Conversion*, Vol. 7, No. 4, 1992.
- [29] Hannalla, A.Y. and Macdonald, D.C., "A nodal method for the numerical solution of transient field problems in electrical machines", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 11, No. 5. 1975.
- [30] Hannalla, A.Y., "Transient analysis of solid rotor turbo-alternators allowing for saturation and eddy currents", Ph.D thesis, University of London, 1975.
- [31] Turner, P.J., "Finite element electromagnetic analysis of turbine-generator performance", Ph.D. thesis, University of London, 1981.
- [32] Silvester, P., Cabayan, H.S. and Browne, B.T., "Efficient techniques for finite element analysis of electrical machines", *IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems*, Vol. 92, No. 4, 1973.
- [33] Konrad, A.; "Integrodifferential finite element formulation of two-dimensional steady-state skin effect problems", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 16, No.1, 1982.
- [34] Hanalla, A.Y. and Macdonald, D.C., "The solution of transient fields by the nodal method", *Compumag* 1976.
- [35] Bedrosian, G., "A new method for coupling finite element field solution with external circuits and kinematics", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 29, No. 2, 1993.
- [36] Sturgess, J.P., "Finite element electromagnetic analysis of generator transient performance", Ph.D. thesis, University of London, 1987.
- [37] COMSOL Multiphysics. Multiphysics Modeling and Engineering Simulation Software 1998-2011 COMSOL
- [38] IEEE Std. 112-2004 Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators
- [39] Quintana M., Banda Gamboa, "Identificación de parámetros utilizando un algoritmo genético de optimización, aplicación al circuito equivalente de la máquina de inducción.", *JIEE*, Vol. 15, 1994.
- [40] D.E. Goldberg (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley, Reading, MA.
- [41] A. Brindle (1991). *Genetic algorithms for function optimization*. Tesis doctoral, Universidad de Alberta, Canada.
- [42] FLUX 2D Application, Induction Motor Technical Paper. CEDRAT. France, 2006.
- [43] MATLAB, 1994-2011 The MathWorks, Inc.