



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**ANÁLISIS NO-LINEAL DE ESTABILIDAD DE FLUJO PARA  
POZOS PETROLEROS CON  
BOMBEO NEUMÁTICO CONTINUO**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**DOCTOR EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA MECÁNICA - TERMOFLUIDOS

P R E S E N T A :

**TEODORO IVAN GUERRERO SARABIA**



TUTOR:

**DR. YURI VALERIEVICH FAIRUZOV**

2011

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Jaime Cervantes de Gortari  
Secretario: Dr. Fernando Samaniego Verduzco  
Vocal: Dr. Yuri Valerievich Fairuzov  
1<sup>er</sup>. Suplente: Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz  
2<sup>do</sup>. Suplente: Dr. Federico Méndez Lavielle

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO.**

División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

Cd. Universitaria, México, D.F.

**TUTOR DE TESIS**



Dr. Yuri Valerievich Fairuzov

# Dedicatoria

**Sapientia et labor improba omnia vincit et ducit ad astra.**

A mis padres, con amor infinito y gratitud eterna,

*Guadalupe Sarabia y Hernán Guerrero.*

Deo gratias, lumen cordis mei.

T. Ivan Guerrero Sarabia.

# Agradecimientos

Agradezco al Dr. Yuri V. Fairuzov la dirección de este trabajo de investigación, su apoyo en mi formación académica, y la confianza que depositó en mí al permitirme participar en sus diversos proyectos de ingeniería para la industria petrolera. Mi respeto, gratitud y admiración, al Dr. Federico Méndez Lavielle, Dr. Jaime Cervantes de Gortari y Dr. Rubén Ávila Rodríguez, cuyos extraordinarios conocimientos y pasión por la Ciencia y la Tecnología, ampliaron maravillosamente mi visión de la ingeniería en el campo de los Termofluidos; de la misma manera, al Dr. Francisco J. Solorio Ordaz y Dr. Fernando Samaniego Verduzco, quienes además, con su apoyo y consejos en los momentos difíciles, tanto académicos como personales, hicieron posible que pudiera concluir exitosamente mis estudios de posgrado y el presente trabajo.

A la Mtra. Ruth V. Wilson López y al Dr. J. Enrique Guzmán Vázquez, las personas más queridas y entrañables que tuve la fortuna de conocer en esta etapa de mi vida, les estoy profundamente agradecido por todo lo que han compartido conmigo y por esos días inolvidables que hemos pasamos juntos.

Finalmente, agradezco a todo el personal, tanto académico como administrativo, del Departamento de Ingeniería Mecánica y del Departamento de Ingeniería Petrolera, por todas las facilidades que me otorgaron durante mi estancia en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la Benemérita Universidad Nacional Autónoma de México.

T. Ivan Guerrero Sarabia.  
México, D.F. septiembre de 2011.

# Resumen

El bombeo neumático continuo es uno de los sistemas artificiales de producción más importantes en la industria petrolera. Sin embargo, el flujo en este tipo de sistemas puede ser inestable y ocasionar muchos problemas operativos, así como reducciones significativas en la producción diaria de crudo. La inestabilidad se caracteriza por oscilaciones (caóticas o periódicas) de gran amplitud en todos los parámetros del flujo. Una descripción sistematizada de los diferentes tipos de inestabilidad que pueden ocurrir en los sistemas de producción de petróleo, así como los avances en su estudio, pueden consultarse en este documento.

El trabajo de investigación que se presenta tuvo como objetivo realizar un estudio sobre el análisis no-lineal de estabilidad de flujo en pozos con bombeo neumático continuo, a través del desarrollo y uso de un modelo matemático de flujo multifásico transitorio. Primeramente, se presenta el desarrollo del modelo, y se discuten los detalles del esquema y algoritmo numéricos utilizados para resolver el conjunto de ecuaciones en derivadas parciales no-lineales que lo integran.

Con base en los resultados del modelo desarrollado, se investigó el efecto de algunos parámetros de diseño y operación en la estabilidad del sistema; asimismo, en la frecuencia y amplitud de las oscilaciones de los parámetros principales del flujo, durante condiciones de operación inestables. Particularmente, se estudió el efecto de la inestabilidad en la reducción de la producción de aceite, y el efecto de la variación del corte de agua y la profundidad del punto de inyección, en la estabilidad del flujo.

El estudio se complementó con análisis lineales basados en un nuevo criterio de estabilidad. Mediante mapas de estabilidad, se realizaron estudios paramétricos respecto a la frontera de estabilidad del sistema. Los resultados de los análisis lineal y no lineal se validaron con datos de campo de un pozo típico con BNC en el Golfo de México.

# Prefacio

Uno de los sistemas artificiales de producción más importantes en la industria petrolera es el bombeo neumático continuo (BNC). En términos generales, consiste en la inyección de gas en la tubería de producción con la finalidad de reducir la carga hidrostática; en consecuencia, la presión de fondo fluyendo disminuye y el gasto de líquido aportado por el yacimiento se incrementa.

Ahora bien, el flujo en este tipo de sistemas puede ser inestable bajo ciertas condiciones de operación. Esta inestabilidad (comúnmente llamada “cabeceo”) se caracteriza por oscilaciones pronunciadas de todos los parámetros del flujo. Por ejemplo, durante el cabeceo la presión en la cabeza del pozo puede presentar variaciones con una amplitud de hasta de  $20 \text{ kg/cm}^2$  y una frecuencia de 3 a 5 ciclos por hora; por otra parte, el gasto instantáneo de líquido puede variar en varios miles de barriles por día. Tales variaciones no permiten aprovechar completamente la energía disponible en el sistema de BNC y pueden provocar muchos problemas, tanto en el yacimiento como en la operación de las instalaciones superficiales; en algunos casos, los pozos que presentan esta problemática tienen que cerrarse, repercutiendo de manera importante en la producción diaria de crudo.

En el caso de México, casi el 50% de la producción nacional se obtiene empleando esta técnica de levantamiento artificial en los campos costa-afuera. Sin embargo, en los últimos lustros un número creciente de pozos ha comenzado a manifestar problemas de cabeceo. Por lo tanto, y tomando en cuenta los nuevos desafíos que la industria petrolera nacional enfrenta para mantener las cuotas de producción de crudo establecidas (por ejemplo, la declinación acelerada de los campos, la conificación de agua y/o gas, el sobredimensionamiento de equipos, y la obstrucción de los aparejos de producción por incrustación de carbonatos), el estudio de este fenómeno ha despertado mucho interés en la comunidad científica.

En este sentido, puede mencionarse que hasta hace apenas algunos años eran pocos los trabajos publicados concernientes al entendimiento y caracterización de los mecanismos que gobiernan la inestabilidad de flujo en los sistemas de BNC. En particular, en el ámbito petrolero se han desarrollado algunos criterios teóricos basados en análisis lineales de estabilidad, para

predecir las condiciones de operación que derivan en flujo inestable; pueden mencionarse los criterios de Asheim (1988), de Blick y cols. (1988), de Alhanatti y cols. (1993) y, recientemente, de Fairuzov y Guerrero (2004). Sin embargo, en la práctica se han observado discrepancias entre las predicciones de los criterios y el comportamiento observado en campo (Fairuzov y cols., 2004); tales discrepancias pueden atribuirse a las limitaciones propias del análisis lineal, así como a las simplificaciones de los modelos utilizados para describir la hidrodinámica del flujo en el sistema.

De esta manera, en años recientes se comenzó a explorar el análisis no lineal de estabilidad mediante el uso de simuladores comerciales de flujo multifásico transitorio, con la finalidad de obtener una descripción más realista del comportamiento del sistema. No obstante, tales simuladores han sido diseñados con otros propósitos, y no toman en cuenta algunos aspectos relevantes para la estabilidad del flujo, como por ejemplo la variación del corte de agua durante su conificación.

Con base en las argumentaciones anteriores, el presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal: “realizar un estudio sobre el análisis no lineal de estabilidad de flujo en pozos con bombeo neumático continuo, a través del desarrollo y uso de un modelo matemático de flujo multifásico transitorio”. El modelo desarrollado será utilizado para predecir las condiciones de operación que derivan en flujo inestable, así como para estimar la frecuencia y amplitud de las oscilaciones de los principales parámetros del flujo durante el cabeceo.

Adicionalmente, el estudio se complementará con análisis lineales; para tal efecto, se propone un criterio generalizado de estabilidad que toma en cuenta aspectos no considerados en trabajos previos.

Se compararán los resultados del análisis lineal contra los del no lineal, y se validarán con datos de campo de un pozo en el Golfo de México. Mediante ambos tipos de análisis, se investigará el efecto de algunos parámetros del diseño y operación del sistema de BNC sobre la estabilidad del flujo.

La obra presente está integrada de la manera siguiente. En el capítulo 1, se describen los componentes principales del sistema de BNC; se discuten las ventajas y desventajas de este sistema artificial de producción. Se presenta el concepto de inestabilidad de flujo, sus características principales y los problemas que ocasiona. El capítulo finaliza con el planteamiento y objetivos del presente estudio.

Los diferentes tipos de inestabilidad de flujo que pueden manifestarse en los pozos petroleros se abordan en el capítulo 2; se presenta una descripción sistematizada de cada uno de ellos, así como una revisión de los avances logrados en su estudio. Particularmente, se hace énfasis en la inestabilidad en pozos con BNC que cuentan con empacador instalado, al ser el objeto de estudio del presente trabajo de investigación. Se describen algunas metodologías de análisis y se presentan los criterios existentes de estabilidad. Se discuten las ventajas y limitaciones del análisis lineal y de los criterios de estabilidad basados en el mismo, así como de la simulación dinámica y del análisis no lineal.

En el capítulo 3, se aborda el análisis lineal de estabilidad. Se presenta la metodología de análisis empleada. Se describen las características de los sistemas considerados en el estudio. Se discute la validez de los criterios de estabilidad existentes, y se propone un criterio generalizado que toma en cuenta las variaciones del corte de agua y de la relación gas-aceite, así como la compresibilidad de la columna de fluidos entre el punto de inyección y el fondo del pozo; el criterio es aplicable tanto para yacimientos saturados como bajosaturados, con diversos comportamientos de afluencia, y puede incorporar diferentes características de flujo en la válvula operante. Por otra parte, se describen los detalles del modelo del sistema de BNC en régimen permanente que se utiliza en el análisis. Se presenta la validación del modelo y del criterio de estabilidad propuesto, con información de campo de un pozo típico de BNC costa-afuera en México. El capítulo finaliza con la presentación de estudios paramétricos sobre la estabilidad del flujo.

El análisis no lineal de estabilidad de flujo en los sistemas de BNC se aborda en el capítulo 4. Se comienza con la descripción de la metodología empleada en el análisis. Se presenta el desarrollo del modelo de flujo multifásico transitorio del sistema de BNC utilizado en el análisis; en este respecto, se propone un modelo de flujo de deriva en conjunto con un modelo de aceite negro. Se presenta la deducción de las ecuaciones de conservación en derivadas parciales no lineales que integran el modelo y se describe el esquema numérico utilizado para resolverlas.

En el mismo capítulo, se incluye la validación del modelo y se comparan los resultados del análisis lineal contra los del análisis no lineal. Finalmente, se estudia el efecto de algunos parámetros de diseño y operación sobre la estabilidad del flujo, y en la frecuencia y amplitud de las oscilaciones de los parámetros principales del flujo durante el cabeceo.



Las conclusiones, contribuciones y recomendaciones de los estudios realizados se presentan en el capítulo 5.

En el apéndice A se describen los criterios de estabilidad existentes en la literatura; los datos e información del pozo utilizado en el estudio pueden consultarse en el apéndice B.

# Contenido

<b>Dedicatoria</b> .....	<b>ii</b>
<b>Agradecimientos</b> .....	<b>iii</b>
<b>Resumen</b> .....	<b>iv</b>
<b>Prefacio</b> .....	<b>v</b>
<b>Lista de tablas</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Lista de figuras</b> .....	<b>xiv</b>
<b>Nomenclatura</b> .....	<b>xvi</b>

## Capítulo 1

<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1 Descripción del sistema de BNC.....	2
1.2 Inestabilidad de flujo en pozos con BNC.....	5
1.3 Importancia del problema de inestabilidad.....	7
1.4 Planteamiento del problema .....	8
1.5 Objetivos .....	10

## Capítulo 2

<b>Revisión de la literatura</b> .....	<b>12</b>
2.1 Inestabilidad generada por el yacimiento.....	13
2.1.1 Estudios sobre la inestabilidad generada por el yacimiento .....	13
2.2 Inestabilidad en pozos fluentes con empacador .....	15
2.2.1 Análisis de estabilidad .....	15
2.3 Inestabilidad en pozos sin empacador .....	18
2.3.1 Descripción del ciclo del cabeceo .....	18
2.3.2 Condiciones para la ocurrencia del cabeceo .....	22
2.3.3 Modelos teóricos existentes para el análisis de estabilidad .....	22

2.3.4 Medidas operativas para eliminar el cabeceo .....	24
2.4 Inestabilidad en pozos de BNC con empacador.....	26
2.4.1 Limitaciones del análisis convencional de estabilidad para los sistemas de BNC .....	26
2.4.2 Análisis lineal, criterios de estabilidad y mapas de estabilidad .....	29
2.4.3 Análisis no lineal de estabilidad y simulación dinámica.....	38
2.4.4 Medidas operativas para eliminar el cabeceo .....	42
2.5 Inestabilidad de ondas de densidad .....	49
2.5.1 Mecanismo de la inestabilidad por ondas de densidad .....	49
2.5.1 Estudios sobre la inestabilidad de ondas de densidad.....	50

### Capítulo 3

<b>Análisis lineal .....</b>	<b>52</b>
3.1 Metodología para el análisis lineal de estabilidad.....	52
3.1.1 Recopilación de la información del sistema de BNC .....	53
3.1.2 Validación de la información primaria .....	53
3.1.3 Selección de criterios de estabilidad.....	53
3.1.4 Construcción del modelo del sistema de BNC.....	54
3.1.5 Validación del modelo .....	56
3.1.6 Generación de mapas de estabilidad.....	56
3.1.7 Estudios paramétricos .....	57
3.2 Características de los sistemas de BNC analizados.....	58
3.3 Criterios de estabilidad .....	59
3.3.1 Planteamiento.....	60
3.4 Modelo del sistema de BNC en régimen permanente.....	65
3.4.1 Modelo de afluencia.....	65
3.4.2 Modelo de flujo en el pozo .....	71
3.4.3 Modelo del sistema de inyección .....	75
3.5 Resultados del análisis lineal y estudio del efecto de algunos parámetros de diseño y operación sobre la estabilidad del flujo.....	79
3.5.1 Validación del modelo .....	79
3.5.2 Efecto del diámetro de orificio de la válvula operante .....	81

3.5.3 Efecto de la profundidad de inyección.....	83
3.5.4 Efecto del diámetro de la tubería de producción.....	85
3.5.5 Efecto del índice de productividad.....	87
3.5.6 Efecto de la presión del yacimiento.....	89
3.5.7 Efecto de la relación gas asociado-aceite.....	90
3.5.8 Efecto del corte de agua y de la conificación de agua.....	91

## Capítulo 4

### **Análisis no lineal.....95**

4.1 Metodología para el análisis no lineal.....	95
4.2 Modelo de flujo multifásico transitorio del sistema de BNC.....	97
4.2.1 Descripción del modelo de aceite negro.....	97
4.2.2 Modelo de flujo multifásico transitorio en el pozo.....	100
4.2.3 Modelo del sistema de inyección.....	114
4.2.4 Modelo del yacimiento.....	115
4.2.5 Condiciones de frontera.....	115
4.2.6 Condiciones iniciales.....	116
4.2.7 Algoritmo de cálculo.....	116
4.2.8 Extensión del modelo para flujo multifásico trifásico.....	117
4.3 Resultados del análisis no lineal, y estudio del efecto de algunos parámetros de diseño y operación en la estabilidad del flujo.....	118
4.3.1 Validación del modelo dinámico y de los resultados del análisis no lineal.....	118
4.3.2 Efecto de la inestabilidad en la producción de líquido.....	123
4.3.3 Efecto del diámetro del orificio de la válvula operante.....	124
4.3.4 Efecto del gasto de gas de BN.....	126
4.3.5 Efecto de la profundidad de inyección.....	128
4.3.6 Efecto del estrangulamiento en la superficie.....	129
4.3.7 Efecto de la presión del separador.....	132
4.3.8 Efecto del corte de agua.....	134

## Capítulo 5

### **Conclusiones y recomendaciones ..... 138**

5.1 Conclusiones..... 138

5.2 Contribuciones ..... 141

5.3 Recomendaciones para trabajos futuros..... 142

### **Referencias ..... 144**

## Apéndice A

### **Criterios de estabilidad ..... 150**

A.1 Criterios de estabilidad de Blick ..... 150

A.1.1 Desarrollo de los criterios de Blick..... 151

A.2 Criterios de estabilidad de Asheim ..... 158

A.2.1 Primer criterio ..... 159

A.2.2 Segundo criterio..... 162

A.3 Criterios de estabilidad de Alhanati..... 165

A.3.1 Desarrollo del criterio unificado de Alhanati..... 166

A.3.2 Casos particulares del criterio unificado ..... 170

A.4 Criterio de Fairuzov y Guerrero ..... 176

A.4.1 Desarrollo del criterio de Fairuzov y Guerrero ..... 176

## Apéndice B

### **Datos del pozo ..... 186**

# Lista de tablas

<b>Tabla 2.1</b>	Comparación del criterio de estabilidad de Fairuzov y Guerrero (2004) con el primer criterio de Asheim (1988) .....	37
<b>Tabla 4.1</b>	Correlaciones utilizadas para calcular las propiedades PVT de las fases. ....	113
<b>Tabla A.1</b>	Resumen de los criterios propuestos por Alhanati y cols. (1991).....	175
<b>Tabla A.2</b>	Parámetros $k$ y $c$ asociados a la correlación de <u>Kartoatmodjo</u> y Schmidt (1991), para la relación de solubilidad. ....	180
<b>Tabla B.1</b>	Datos generales del pozo. ....	186
<b>Tabla B.2</b>	Datos de producción-inyección. ....	186
<b>Tabla B.3</b>	Datos del estado mecánico.....	187
<b>Tabla B.4</b>	Datos de campo.....	187

# Lista de figuras

<b>Fig. 1.1</b>	Esquema simplificado de un pozo con BNC. ....	3
<b>Fig. 1.2</b>	Curva característica típica de un sistema con BNC. ....	4
<b>Fig. 1.3</b>	Registro de la presión en la cabeza de un pozo inestable. ....	6
<b>Fig. 1.4</b>	Variación de los gastos de aceite, líquido y gas en un pozo con flujo inestable severo. ....	6
<b>Fig. 2.1</b>	Puntos de intersección de las curvas características del flujo corriente abajo y corriente arriba de la cabeza del pozo. ....	16
<b>Fig. 2.2</b>	Intersección de las curvas características del flujo corriente abajo y corriente arriba de la cabeza del pozo, en puntos de equilibrio inestables. ....	17
<b>Fig. 2.3</b>	Variaciones típicas de los parámetros del flujo durante el flujo inestable. ....	19
<b>Fig. 2.4</b>	Etapas del ciclo de cabeceo en un pozo fluyente sin empacador. ....	21
<b>Fig. 2.5</b>	Curvas de comportamiento hidráulico de la TP y de afluencia para un pozo con BNC. ....	28
<b>Fig. 2.6</b>	Curvas de comportamiento hidráulico de la TP, de afluencia, y del sistema de inyección, para diferentes gastos de inyección en un pozo con BNC (Alhanati y cols., 1993). ....	28
<b>Fig. 2.7</b>	Mapa de estabilidad en términos de la presión en la cabeza contra el gasto de inyección. ....	34
<b>Fig. 2.8</b>	Mapa de estabilidad en términos del gasto de líquido contra el gasto de inyección, para diferentes valores de presión en la cabeza. ....	35
<b>Fig. 2.9</b>	Comparación de la frontera de estabilidad predicha con diferentes criterios de estabilidad, con datos de campo (Fairuzov y Guerrero, 2004). ....	36
<b>Fig. 3.1</b>	Variación típica de la RGL con respecto al gasto de líquido, durante la conificación de gas. ....	67
<b>Fig. 3.2</b>	Variación típica del corte de agua con respecto al gasto de líquido, durante la conificación de agua. ....	67
<b>Fig. 3.3</b>	Curva de IPR generalizada de un yacimiento bajosaturado. ....	69
<b>Fig. 3.4</b>	Curva de IPR compuesta (Brown, 1984b). ....	71
<b>Fig. 3.5</b>	Patrones de flujo multifásico vertical ascendente. ....	74
<b>Fig. 3.6</b>	Curvas de comportamiento hidráulico de la TP y de afluencia, para el pozo analizado. ....	80
<b>Fig. 3.7</b>	Efecto del diámetro del orificio de la válvula operante en la frontera de estabilidad. ....	82
<b>Fig. 3.8</b>	Efecto del diámetro de orificio sobre la variación del gasto de inyección con respecto la relación de presiones a través de un orificio. ....	82
<b>Fig. 3.9</b>	Efecto de la profundidad de inyección en la frontera de estabilidad. ....	85

<b>Fig. 3.10</b>	Efecto del diámetro de la TP en la frontera de estabilidad. ....	87
<b>Fig. 3.11</b>	Efecto del índice de productividad en la frontera de estabilidad. ....	88
<b>Fig. 3.12</b>	Efecto de la presión del yacimiento en la frontera de estabilidad.....	90
<b>Fig. 3.13</b>	Efecto de la relación gas-aceite en la frontera de estabilidad. ....	91
<b>Fig. 3.14</b>	Efecto del corte de agua en la frontera de estabilidad. ....	92
<b>Fig. 3.15</b>	Curva de variación del corte de agua con respecto al gasto de líquido, utilizada en el análisis del efecto de la conificación de agua en la frontera de estabilidad.....	93
<b>Fig. 3.16</b>	Efecto de la variación del corte de agua en la frontera de estabilidad. ....	94
<b>Fig. 4.1</b>	Conceptualización del modelo de aceite negro.....	98
<b>Fig. 4.2</b>	Volumen de control característico utilizado para plantear las ecuaciones de conservación. .	101
<b>Fig. 4.3</b>	Comparación entre las fronteras de estabilidad determinadas mediante análisis lineal y análisis no lineal, con datos de campo. ....	119
<b>Fig. 4.4</b>	Variación de la presión en la cabeza y del gasto de aceite en la transición de flujo estable a flujo inestable, generada por la reducción del gasto de BN en la superficie.....	122
<b>Fig. 4.5</b>	Variación de la presión en la cabeza y del gasto de aceite durante el flujo inestable. ....	122
<b>Fig. 4.6</b>	Efecto del diámetro del orificio de la válvula operante en el gasto instantáneo de líquido...	125
<b>Fig. 4.7</b>	Efecto del diámetro del orificio de la válvula operante en la presión instantánea. ....	125
<b>Fig. 4.8</b>	Efecto del gasto de gas de BN sobre el gasto instantáneo de líquido. ....	127
<b>Fig. 4.9</b>	Efecto del gasto de gas de BN sobre la presión instantánea en la cabeza del pozo. ....	127
<b>Fig. 4.10</b>	Efecto de la profundidad de inyección en el gasto instantáneo de líquido. ....	129
<b>Fig. 4.11</b>	Efecto del estrangulador en la presión instantánea en la cabeza del pozo. ....	131
<b>Fig. 4.12</b>	Efecto del estrangulador en el gasto instantáneo de líquido. ....	132
<b>Fig. 4.13</b>	Efecto de la presión del separador en la presión instantánea en la cabeza del pozo.....	133
<b>Fig. 4.14</b>	Efecto del corte de agua (constante) en la presión instantánea en la cabeza del pozo.....	135
<b>Fig. 4.15</b>	Curva de variación del corte de agua con el gasto de líquido, utilizada en el análisis de estabilidad. ....	136
<b>Fig. 4.16</b>	Efecto de la inestabilidad del flujo en los gastos instantáneos de líquido y aceite, cuando hay variación del corte de agua con la producción de líquido.....	137



# Nomenclatura

$A$	Área	(L <sup>2</sup> )
$B$	Factor de volumen	(adim)
$C_D$	Coefficiente de descarga de la válvula de orificio	(adim)
$d$	Diámetro	(L)
$D$	Profundidad	(L)
$f$	Factor de fricción para flujo monofásico	(adim)
$F_1, F_2$	Criterios de estabilidad	(adim)
$g$	Constante de aceleración gravitacional	(L/t <sup>2</sup> )
$h$	Longitud vertical entre el fondo del pozo y el punto de inyección	(L)
$J$	Índice de productividad	(L <sup>4</sup> t/M)
$K$	Coefficiente de pérdidas del estrangulador de producción	(adim)
$m$	Masa	(M)
$\dot{m}$	Gasto másico	(M/t)
$M$	Peso molecular	(M/mol)
$\dot{n}$	Ritmo de inyección de moles	(mol/t)
$p$	Presión	(kg/L/t <sup>2</sup> )
$q$	Gasto volumétrico	(L <sup>3</sup> /t)
$r$	Radio	(L)
$R$	Constante universal de los gases (10.71)	(ML <sup>2</sup> /T/t <sup>2</sup> /mol)
$R_p$	Relación gas-aceite de la formación	(adim)
$R_s$	Relación de solubilidad	(adim)
$t$	Tiempo	(t)
$T$	Temperatura	(T)
$x_g$	Fracción molar del pseudocomponente gas en la fase líquida	(adim)
$x_o$	Fracción molar del pseudocomponente aceite en la fase líquida	(adim)
$y_g$	Fracción molar del pseudocomponente gas en la fase gas	(adim)

$y_o$	Fracción molar del pseudocomponente aceite en la fase gas	(adim)
$u$	Velocidad	(L/t)
$V$	Volumen	(L <sup>3</sup> )
$z$	Factor de desviación	(adim)

### Símbolos griegos

$\alpha$	Colgamiento o fracción de vacío	(adim)
$\Delta$	Incremento	(adim)
$\varepsilon$	Rugosidad absoluta	(adim)
$\phi$	Porosidad	(adim)
$\lambda_w$	Corte de agua	(adim)
$\gamma$	Densidad relativa	(adim)
$\mu$	Viscosidad del gas de BN	(M/L/t)
$\rho$	Densidad	(M/L <sup>3</sup> )

### Subíndices

$c$	Componente
$ce$	Condiciones estándar
$ch$	Estrangulador
$ea$	Espacio anular
$f$	Fase, fluidos
$g$	Gas
$L$	Líquido
$m$	Mezcla
$o$	Aceite
$R$	Yacimiento
$i$	Punto de inyección
$tp$	Tubería de producción
$tr$	Tubería de revestimiento
$w$	Agua
$wf$	Fondo fluyendo
$wh$	Cabeza del pozo

# Capítulo 1

## Introducción

En las etapas tardías de la vida de los pozos petroleros, la energía del yacimiento no es suficiente para levantar los fluidos de la formación hasta las instalaciones superficiales; cuando esto ocurre, es necesario aportar energía al sistema para que la producción continúe. El aporte de energía puede ser a nivel de yacimiento o de pozo. En el primer caso, pueden implementarse procesos de mantenimiento de presión o de recuperación mejorada. Por otra parte, a nivel de pozo pueden utilizarse sistemas artificiales de producción; éstos permiten incrementar el gasto de los fluidos de la formación al reducir la presión de fondo fluyendo.

Uno de los sistemas artificiales de producción más importantes en la industria petrolera es el bombeo neumático continuo (BNC). En términos generales, éste consiste en la inyección de gas en la tubería de producción con la finalidad de reducir la carga hidrostática; sin embargo, el flujo puede ser inestable bajo ciertas condiciones de operación. Esta inestabilidad del flujo (comúnmente llamada “cabeceo”) se caracteriza por oscilaciones pronunciadas en todos los parámetros del flujo y, como será descrito en las secciones siguientes, puede causar problemas operativos importantes en las instalaciones superficiales de producción.

En este capítulo se describen los componentes principales de un pozo con BNC, así como las ventajas y desventajas del mismo; se presentan el concepto de inestabilidad de flujo, sus características principales y algunos de los problemas que ocasiona. Se destaca la importancia de investigar este fenómeno con la finalidad de desarrollar estrategias para eliminarlo o mitigarlo. El capítulo finaliza con el planteamiento y objetivos del presente estudio.

## 1.1 Descripción del sistema de BNC

En términos generales, el objetivo del BNC es incrementar la producción del yacimiento al reducir la carga hidrostática en el pozo mediante la inyección de gas a alta presión. En la Fig. 1.1 se muestra un esquema simplificado del sistema de BNC, el cual está integrado por el yacimiento, el aparejo de producción y el sistema de inyección.

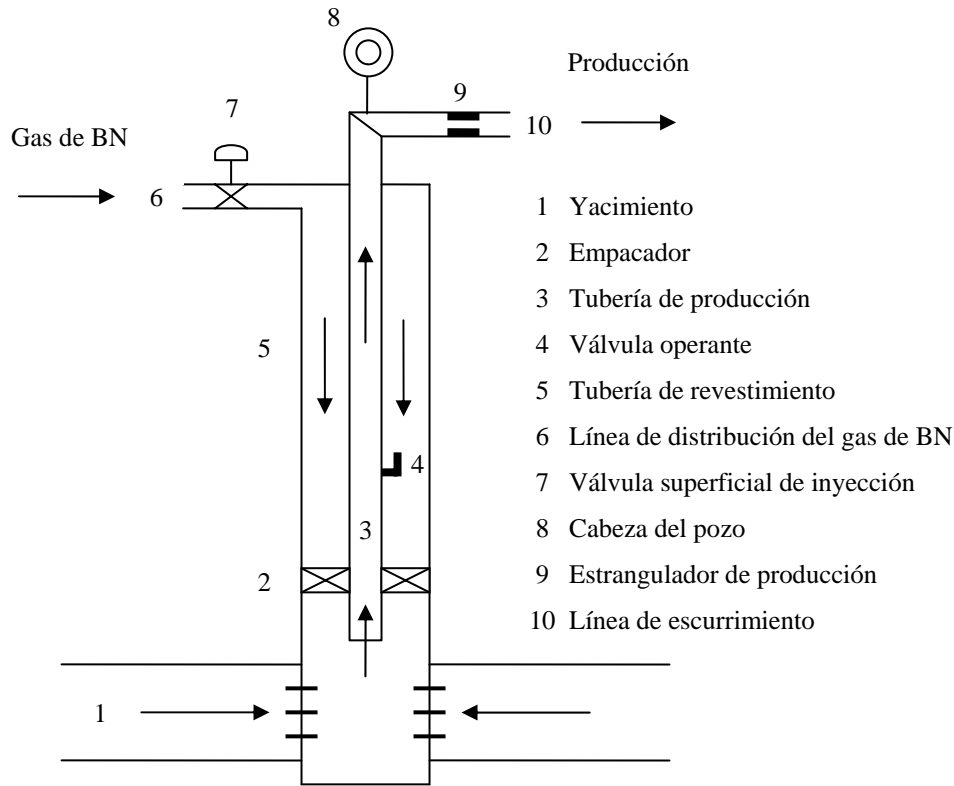
En cuanto al sistema de inyección, éste se conforma de:

1. la línea superficial de suministro del gas de inyección a alta presión, el cual puede ser gas seco deshidratado y previamente tratado, o nitrógeno;
2. una válvula o un estrangulador que regula el gasto del gas en la superficie;
3. el espacio anular entre las tuberías de revestimiento y de producción; y
4. una válvula subsuperficial de BNC, denominada comúnmente como válvula operante, que comunica el espacio anular con la tubería de producción.

Cabe señalar que en el diseño del BNC puede considerarse el uso de válvulas adicionales en la tubería de producción (TP) para llevar a cabo la descarga y arranque de los pozos; sin embargo, se busca que la inyección en condiciones normales de operación se realice exclusivamente a través de una sola válvula. Asimismo, también puede mencionarse que en algunos casos la comunicación del espacio anular con la tubería de producción se lleva a cabo mediante la realización de disparos “puncher” directamente sobre la TP.

Ahora bien, la operación de un pozo con este sistema de levantamiento artificial es muy similar a la de los pozos naturalmente fluentes. La única diferencia es que la relación gas-líquido (RGL) cambia en algún punto en los pozos con BNC; en éstos, el gas de BN se inyecta de manera continua a la TP a través de la válvula operante. El incremento de la RGL reduce la carga hidrostática en la TP y, al disminuir la presión en el fondo del pozo, el gasto de los fluidos del yacimiento se incrementa.

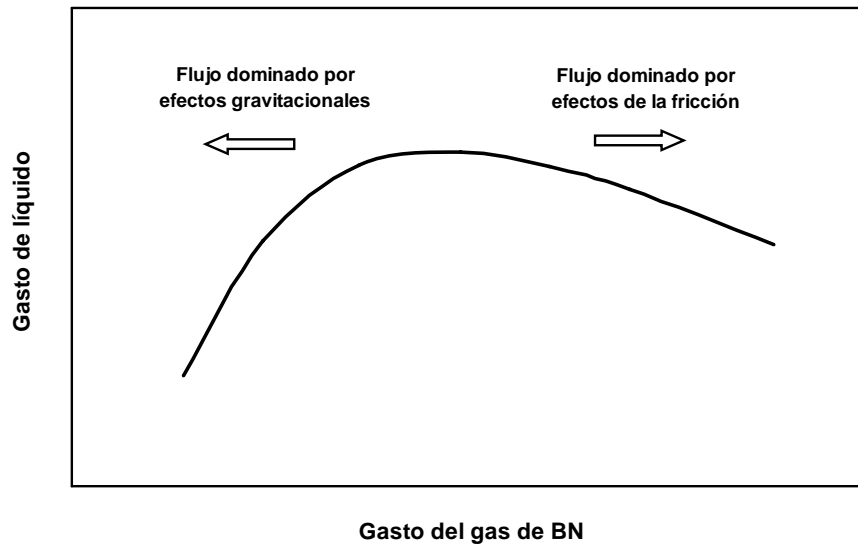
En el diseño del sistema de BNC existen dos parámetros muy importantes: la profundidad y el gasto de inyección. Por una parte, la profundidad a la cual puede instalarse la válvula operante depende de la presión de inyección disponible en la superficie; a mayor



**Fig. 1.1 Esquema simplificado de un pozo con BNC.**

presión, se profundiza el punto de inyección y se requiere un gasto menor del gas de BN para obtener una misma presión de fondo fluyendo. Bajo condiciones de flujo estable, el gasto de líquido se incrementa al profundizar el punto de inyección.

Con respecto al gasto de inyección, su efecto sobre la producción de líquido puede analizarse mediante la Fig. 1.2, la cual muestra una curva típica del comportamiento de un sistema de BNC. Como puede observarse, el gasto de líquido se incrementa conforme aumenta la inyección de gas hasta alcanzar un valor máximo; en este rango de gastos de inyección, puede demostrarse que la caída de presión total en el pozo está dominada por efectos gravitacionales. Posteriormente, se observa que el gasto de líquido disminuye con la inyección adicional de gas debido a que las pérdidas de presión por efectos de la fricción se incrementan de manera significativa.



**Fig. 1.2** Curva característica típica de un sistema con BNC.

Ahora bien, entre las ventajas y desventajas de los sistemas con BNC pueden mencionarse (Brown, 1984b):

**Ventajas:**

1. Es un sistema flexible que puede ajustarse a cualquier profundidad y gasto de aceite.
2. Es adaptable a pozos direccionales.
3. No presenta problemas por la presencia de arenas en la corriente de flujo.
4. No es obtrusivo en zonas urbanas.
5. Es aplicable en instalaciones marinas.
6. Permite obtener fácilmente las presiones de fondo fluyendo requeridas.
7. Su diseño puede modificarse por medio de operaciones con línea de acero.
8. Tiene una larga vida de servicio.

**Desventajas:**

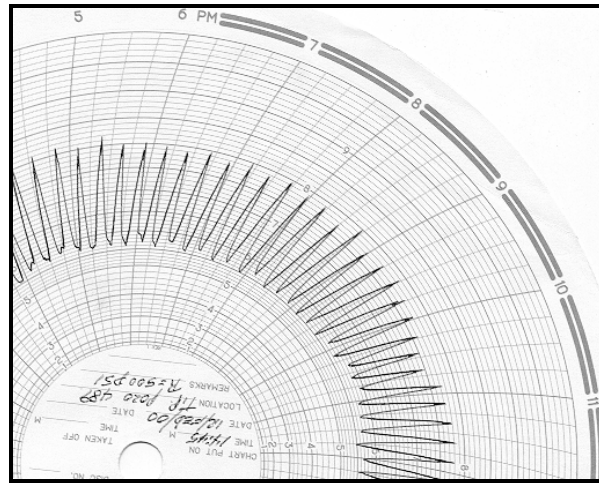
1. Debe existir plena disponibilidad del gas de inyección.
2. El gas de inyección debe ser deshidratado y endulzado antes de utilizarse.
3. Pueden presentarse problemas de formación de hidratos en la línea de inyección.

4. Su eficiencia puede reducirse por la depositación de parafinas.
5. No es eficiente cuando el aceite es de alta viscosidad o está emulsionado.
6. Se requiere la integridad de las tuberías de revestimiento y de producción.
7. Su operación es de riesgo debido al manejo del gas a presiones altas.
8. El sistema puede ser inestable bajo determinadas condiciones de operación.

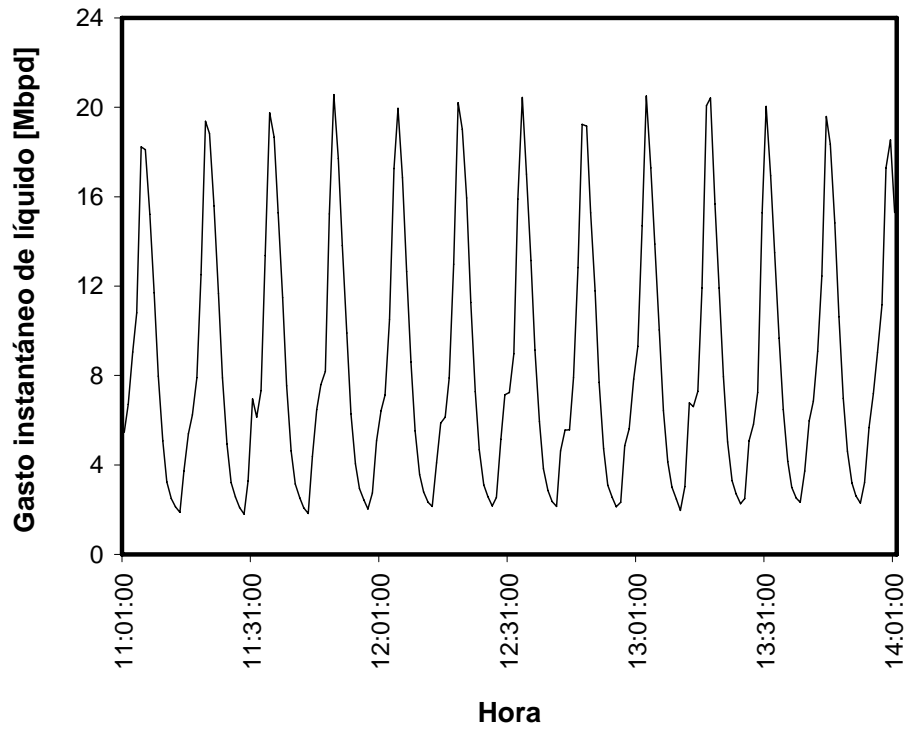
## **1.2 Inestabilidad de flujo en pozos con BNC**

En general, un sistema físico es inestable si no es capaz de restablecerse en su estado de equilibrio inicial luego de experimentar una perturbación. En el caso de los sistemas con BNC, el flujo puede ser inestable bajo ciertas condiciones de operación; esta inestabilidad se caracteriza por las grandes variaciones (cíclicas o caóticas) que presentan los parámetros del flujo, siendo las de presión y gasto en la superficie las más evidentes; tales variaciones no permiten aprovechar completamente la energía disponible en el sistema de BNC y pueden provocar muchos problemas operativos en las instalaciones superficiales.

En la práctica, la inestabilidad del flujo en los pozos puede identificarse con ayuda de los gráficos circulares de presión en la cabeza y del gasto de inyección; asimismo, mediante las variaciones registradas del gasto de líquido durante los aforos. A manera de ejemplo, la Fig. 1.3 muestra en un gráfico circular el comportamiento típico de la presión en la cabeza de un pozo durante el cabeceo: oscilaciones de la presión con una amplitud mayor a  $2 \text{ kg/cm}^2$  y una frecuencia de 3 a 5 ciclos por hora. Por otra parte, el gasto instantáneo de líquido durante el flujo inestable puede variar dramáticamente, incluso en varios miles de barriles por día, como se muestra en la Fig. 1.4.



**Fig. 1.3 Registro de la presión en la cabeza de un pozo inestable.**



**Fig. 1.4 Variación de los gastos de aceite, líquido y gas en un pozo con flujo inestable severo.**



Como comentario final, es importante destacar que la inestabilidad de flujo suele confundirse con el flujo tapón hidrodinámico. Sin embargo, como refieren Avest y Oudeman (1995), el flujo tapón es un patrón de flujo natural que ocurre en casi todos los pozos con BNC debido a la alta RGL; durante su ocurrencia, la producción se mantiene continua, con oscilaciones de amplitud pequeña y alta frecuencia. Por otra parte, durante el flujo inestable se presentan periodos prolongados de producción reducida, o incluso sin producción, seguidos de picos de producción de gran amplitud; las oscilaciones que le caracterizan tienen un periodo de entre 10 y 20 minutos (baja frecuencia). A diferencia del caso correspondiente al flujo tapón, la afluencia del yacimiento al pozo varía con el tiempo durante el cabeceo.

### **1.3 Importancia del problema de inestabilidad**

El BNC constituye uno de los sistemas artificiales de producción más importantes en los campos costa-afuera de México, pues casi el 50% de la producción nacional se obtiene empleando esta técnica. Sin embargo, la industria petrolera nacional actualmente enfrenta nuevos desafíos para mantener las cuotas de producción debido a que la mayoría de estos campos se encuentran en su fase de declinación; maximizar la producción de crudo y al mismo tiempo retardar el ritmo de declinación de los yacimientos, así como evitar el abandono prematuro de pozos por problemas de conificación de agua y/o gas, se han convertido en temas prioritarios. En este sentido, también se busca lograr un mejor uso de los recursos económicos, materiales y tecnológicos disponibles para mantener la producción de los campos en explotación.

Ante tal panorama, evitar o mitigar el flujo inestable en los pozos ha cobrado especial interés en años recientes debido a los múltiples problemas que ocasiona:

1. Disminución sustancial en la producción.
2. Conificación prematura del agua y/o del gas.
3. Cierre de pozos.
4. Incremento en el consumo del gas de inyección.
5. Separación ineficiente.
6. Paro de compresores.
7. Aforos poco confiables.

8. Cambios de aparejos de producción.
9. Represionamiento de cabezales de producción.
10. Interferencia en la operación de las válvulas instaladas en la TP.
11. Producción diferida.

Cerrar un pozo que produce 2,000 bpd de crudo Maya por problemas de inestabilidad implica una pérdida de 140,000 dólares por día; esta pérdida puede resultar muy significativa si varios pozos tienen que cerrarse a causa de esta problemática. La situación podría complicarse aún más en el corto y mediano plazos debido a que un número creciente de pozos tendrán que abandonarse por la invasión de gas del casquete y/o agua del acuífero asociados a los yacimientos; por otra parte, también debe tomarse en cuenta que la escasez del gas disponible para la inyección continúa siendo una restricción importante en el diseño y operación de los sistemas de BNC.

Ante este panorama, resulta evidente la importancia del estudio de la inestabilidad del flujo orientada al desarrollo de nuevas tecnologías, tanto teóricas como operativas, para contrarrestarla; esto permitirá el mejor aprovechamiento de los recursos disponibles y mantener las cuotas de producción de petróleo crudo establecidas durante un periodo de tiempo más prolongado.

## **1.4 Planteamiento del problema**

Hasta hace apenas algunos años eran pocos los trabajos publicados concernientes al entendimiento y caracterización de los mecanismos que gobiernan la inestabilidad de flujo en los sistemas de BNC. En particular, en el ámbito petrolero se han desarrollado algunos criterios teóricos para predecir las condiciones de operación que derivan en flujo inestable; pueden mencionarse los de Asheim (1988), de Blick y cols. (1988), de Alhanatti y cols. (1993) y de Fairuzov y Guerrero (2004). Tales criterios tienen en común que fueron desarrollados a partir de análisis lineales de estabilidad, con base en modelos simplificados del sistema.

Por su parte, la industria petrolera mundial ha destinado cuantiosos recursos a universidades e institutos para proyectos de investigación y desarrollo (generalmente de carácter

confidencial) sobre el t3pico de inestabilidad; en este sentido, Petr3oleos Mexicanos ha patrocinado diversos proyectos del Insituto de Ingenier3a de la Universidad Nacional Aut3noma de M3xico, para el desarrollo de herramientas que permitan analizar la estabilidad de flujo en sus sistemas de producci3n costa-afuera con BNC.

Ahora bien, retomando el tema de los criterios de estabilidad arriba mencionados, en la pr3ctica se han observado discrepancias entre las predicciones de estos criterios y el comportamiento observado en campo (Fairuzov y cols., 2004); tales discrepancias pueden atribuirse a las limitaciones propias del an3lisis lineal, as3 como a las simplificaciones de los modelos utilizados para describir la hidrodin3mica del flujo en el sistema.

Entre las limitaciones del an3lisis lineal y de los criterios de estabilidad basados en el mismo, pueden mencionarse las siguientes:

1. En el an3lisis lineal de estabilidad se considera que las perturbaciones que experimenta el sistema son infinitesimales. Por lo tanto, las predicciones de los criterios de estabilidad basados en este tipo de an3lisis pueden resultar incorrectas cuando el sistema experimenta variaciones finitas en su operaci3n; por ejemplo, cuando se presentan variaciones abruptas de la presi3n en la red de BN o en los cabezales de recolecci3n.
2. Los criterios de estabilidad 3nicamente predicen si el flujo ser3 estable o no. De esta manera, no proporcionan informaci3n acerca del tiempo requerido para estabilizar el sistema luego de realizar alg3n un cambio operativo, ni permiten cuantificar la frecuencia y amplitud de las variaciones de los par3metros del flujo durante el cabeceo. Esto 3ltimo resulta importante ya que muchos pozos tienen y tendr3n que operar en condiciones inestables debido a las caracter3sticas intr3nsecas del sistema y por la necesidad de satisfacer las cuotas de producci3n programadas. En tales circunstancias, el uso de los criterios referidos no es suficiente para predecir el umbral de estabilidad del sistema, ni para la caracterizaci3n de las oscilaciones de los par3metros del flujo.
3. Tercero, no toman en cuenta el efecto del incremento del corte de agua en yacimientos maduros sobre la estabilidad del flujo. Como se describe en cap3tulos subsecuentes, este fen3meno tiene un efecto desestabilizador importante.

Para sortear las limitaciones correspondientes a los primeros dos puntos, en años recientes se comenzó a explorar el análisis no lineal de estabilidad mediante el uso de simuladores comerciales de flujo multifásico transitorio. Sin embargo, tales simuladores fueron diseñados con otros propósitos, y no toman en cuenta algunos aspectos relevantes para la estabilidad del flujo, como por ejemplo la variación del corte de agua durante su conificación hacia el pozo.

Con base en la argumentación anterior, resulta evidente la importancia de desarrollar un modelo matemático de flujo multifásico transitorio de aceite, gas y agua, que permita, además de predecir las condiciones de operación que derivan en flujo inestable, estimar la frecuencia y amplitud de los parámetros del flujo durante condiciones inestables.

Bajo tales premisas, es necesario recurrir al análisis no lineal de estabilidad, el cual es el objeto de la presente investigación. Este tipo de análisis, en conjunto con el análisis lineal, permitirá desarrollar nuevos métodos de diseño y operación de los sistemas de BNC para evitar o mitigar el fenómeno de cabeceo.

## **1.5 Objetivos**

El trabajo de investigación que se presenta tiene como objetivo principal: “realizar un estudio sobre el análisis no lineal de estabilidad de flujo en pozos con bombeo neumático continuo, a través del desarrollo y uso de un modelo matemático de flujo multifásico transitorio”.

Los objetivos específicos del estudio son:

1. Generar un modelo matemático de flujo multifásico transitorio que permita identificar las condiciones de operación que derivan en flujo inestable.
2. Con base en el modelo desarrollado, investigar el efecto de algunos parámetros de diseño y operación del sistema de BNC sobre la frecuencia y amplitud de las oscilaciones de los parámetros principales del flujo durante el cabeceo.
3. A partir del análisis lineal, proponer un criterio generalizado de estabilidad que incorpore la variación del corte de agua y de la relación gas aceite, diferentes comportamientos de afluencia, y el efecto de la compresibilidad de la columna de fluidos entre el punto de inyección y el fondo del pozo sobre la propagación de los disturbios de presión.

4. Investigar, mediante mapas de estabilidad basados en el criterio propuesto, el efecto de algunos parámetros de diseño y operación del sistema de BNC sobre la frontera de estabilidad.
5. Comparar los resultados del análisis lineal contra los del análisis no lineal, y validarlos con información de campo de un pozo típico con BNC en el Golfo de México.

## Capítulo 2

# Revisión de la literatura

La inestabilidad de flujo es un tema que ha despertado mucho interés en el ámbito petrolero en años recientes; entre otras razones, porque la producción de los pozos que presentan esta problemática puede disminuir sustancialmente. Aún cuando el fenómeno fue identificado y reportado en la literatura desde los años 50 (Bertuzzi y cols., 1953; Gilbert, 1954), es en las últimas tres décadas que se han realizado estudios con la finalidad de entender, caracterizar y cuantificar los mecanismos que lo gobiernan, así como para predecir las condiciones de operación estable del sistema.

Actualmente pueden distinguirse cinco tipos de inestabilidad de flujo en los pozos petroleros productores de aceite y gas:

1. generada por el yacimiento (o “formation heading”),
2. en pozos fluyentes con empacador,
3. en pozos sin empacador,
4. en pozos de BNC con empacador (inestabilidad en TR), y
5. de ondas de densidad.

En este capítulo se presenta una descripción sistematizada de estos tipos de inestabilidad, así como una revisión de los avances logrados en el estudio de cada uno de ellas. Particularmente, se da énfasis a la inestabilidad en TR, al ser el objeto de estudio del presente trabajo de investigación; en este caso, además se presentan los criterios existentes para el análisis de estabilidad y se discuten las ventajas y limitaciones del análisis lineal, así como de la simulación dinámica y del análisis no lineal.

## **2.1 Inestabilidad generada por el yacimiento**

Este tipo de inestabilidad (“formation heading”) está asociado a la intermitencia en el aporte de gas proveniente de las formaciones productoras. Originalmente se pensaba que ocurría solamente en yacimientos dolomíticos o de calizas, con condiciones propicias para la acumulación de grandes volúmenes de gas libre (Nind, 1964); sin embargo, también puede presentarse en sistemas de dos o más formaciones cuando ambas producen a través de un mismo pozo (Gruppings y cols., 1980); cuando tales zonas con acumulación de gas en el yacimiento o las distintas formaciones en el sistema comienzan a producir, la fracción volumétrica de gas libre en el pozo puede variar sustancialmente y derivar en un flujo intermitente. En términos generales, las oscilaciones características durante el flujo inestable tienen un periodo del orden de horas o incluso días.

### **2.1.1 Estudios sobre la inestabilidad generada por el yacimiento**

En 1980, Gruppings y cols. mostraron que este tipo de inestabilidad también puede ocurrir por interferencia de flujo en un sistema de dos o más formaciones (no necesariamente de rocas carbonatadas) que producen a través de un mismo pozo. En este caso, las formaciones tienen diferente presión estática, comportamiento de afluencia, índice de inyektividad y tipo de fluidos. En particular, el contraste entre la RGL de las formaciones tiene un papel preponderante en la ocurrencia de la inestabilidad.

Los autores referidos generaron un programa de cómputo con un modelo simplificado del sistema y lo utilizaron para estudiar el efecto del estrangulador de producción en la estabilidad. Realizaron simulaciones transitorias para diferentes casos y compararon los resultados contra datos de campo.

Mediante curvas características de presión corriente arriba y corriente abajo de la cabeza del pozo, para diferentes RGL y diámetros de estrangulador, mostraron que cambios en este último pueden desestabilizar el sistema debido a la interferencia de flujo entre las formaciones. Cuando esto ocurre, una de ellas produce de manera intermitente y la fracción volumétrica de gas libre en el pozo varía con el tiempo debido al contraste entre la RGL de cada formación. Bajo estas condiciones, el sistema puede permanecer oscilando en torno a un punto de equilibrio; la frecuencia de las oscilaciones puede ser del orden de horas e incluso días.

Concluyeron que abrir el estrangulador tiene un efecto desestabilizador cuando sólo hay aporte de una de las formaciones. Por otra parte, el cierre del estrangulador tiende a desestabilizar el flujo cuando las dos formaciones producen de manera estable. Con base en las simulaciones realizadas, pudieron asociar este tipo de inestabilidad con casos observados en campo.

En 1981, Gruppig y cols. continuaron con el estudio de la inestabilidad en este tipo de sistemas. Implementaron mejoras en el programa de cómputo que previamente habían realizado e investigaron estrategias para restablecer las condiciones de operación estable de un pozo que ha sido cerrado temporalmente. Mostraron que el sistema puede estabilizarse a un gasto menor al que se tenía antes del cierre, aún cuando se utilice el mismo diámetro de estrangulador; además, si el estrangulador se abre con la finalidad de restablecer el gasto original, el flujo puede desestabilizarse.

Una de las estrategias que plantearon para arrancar los pozos que presentan esta problemática es mediante la inyección de gas con un compresor portátil a boca de pozo. El objetivo es abatir suficientemente la presión de fondo fluyendo para que las formaciones produzcan simultáneamente y se alcance un estado de equilibrio estable. Recomiendan inyectar el gas a un gasto alto durante algunas cuantas horas y suspender la inyección una vez que el sistema se haya estabilizado.

Otra estrategia que investigaron consistió en la manipulación del estrangulador. Realizaron simulaciones y concluyeron que es posible romper el ciclo del cabeceo e incrementar la producción de líquido al incrementar el diámetro del estrangulador; esto puede hacerse siempre que se tome en cuenta la presión mínima requerida en la línea de descarga, ya que el pozo puede dejar de fluir si el estrangulador se abre más allá de cierto límite. Observaron que el tiempo de estabilización se reduce conforme el diámetro del estrangulador se incrementa.



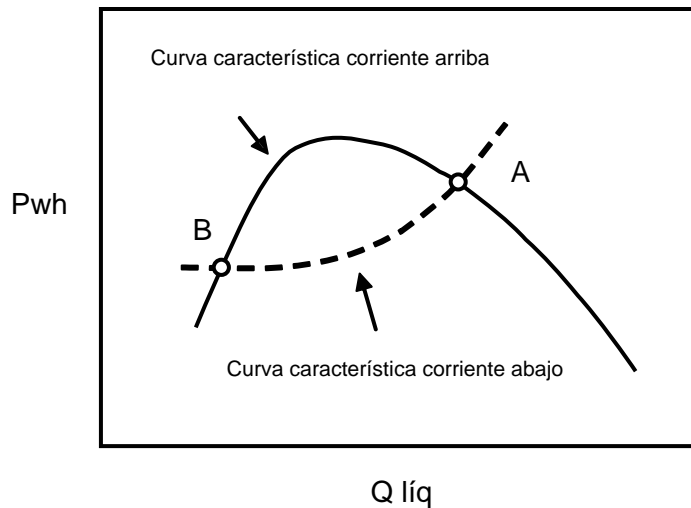
## **2.2 Inestabilidad en pozos fluyentes con empacador**

En el caso de los pozos petroleros naturalmente fluyentes, la estabilidad del flujo se analiza mediante la construcción de las curvas características del sistema (presión corriente arriba y presión corriente abajo, contra gasto de líquido) en el nodo de interés. La selección del nodo depende del elemento cuyo efecto sobre la producción de líquido y la estabilidad se desea analizar; generalmente, se selecciona la cabeza o el fondo del pozo. Para un tratamiento a profundidad sobre análisis nodal en pozos petroleros, pueden consultarse las obras de Nind (1964, 1989), Brown (1984), Golan y Whitson (1991), y Beggs (1991).

### **2.2.1 Análisis de estabilidad**

El procedimiento de análisis de estabilidad se ilustra con base en la Fig. 2.1, en la cual se ha tomado arbitrariamente la cabeza del pozo como nodo solución del sistema. La línea continua indica la curva característica corriente arriba de la cabeza del pozo; por otra parte, la presión en la cabeza requerida en la línea de descarga se muestra con línea discontinua. Se observa que estas curvas se interceptan en los puntos A y B (“puntos de equilibrio”), los cuales indican la presión en la cabeza y el gasto de líquido que pueden establecerse en el sistema para las condiciones de frontera consideradas.

Para determinar si el flujo es estable para las condiciones asociadas a los puntos A y B en la Fig. 2.1, se analiza la respuesta del sistema para una variación del gasto de líquido. En el caso del punto A, si el gasto se incrementa, entonces la demanda de presión en la línea de descarga es mayor que la presión que puede aportar el pozo; por lo tanto, se genera una contrapresión que se propaga hasta el yacimiento y ocasiona que el gasto de líquido se reduzca hasta alcanzar su valor inicial. Por otra parte, si la producción se reduce, entonces la presión que aporta el pozo es mayor a la que demanda la línea de descarga; esta caída de presión adicional en la cabeza hace que la presión de fondo fluyendo disminuya, por lo que el yacimiento responde incrementando el gasto de líquido y restableciendo las condiciones originales del sistema.



**Fig. 2.1 Puntos de intersección de las curvas características del flujo corriente abajo y corriente arriba de la cabeza del pozo.**

Con base en los razonamientos expuestos, un cambio en el gasto de líquido genera una presión diferencial que tiende a restablecer las condiciones de equilibrio en el pozo. Por lo tanto, el sistema operará de manera estable para las condiciones correspondientes al punto A.

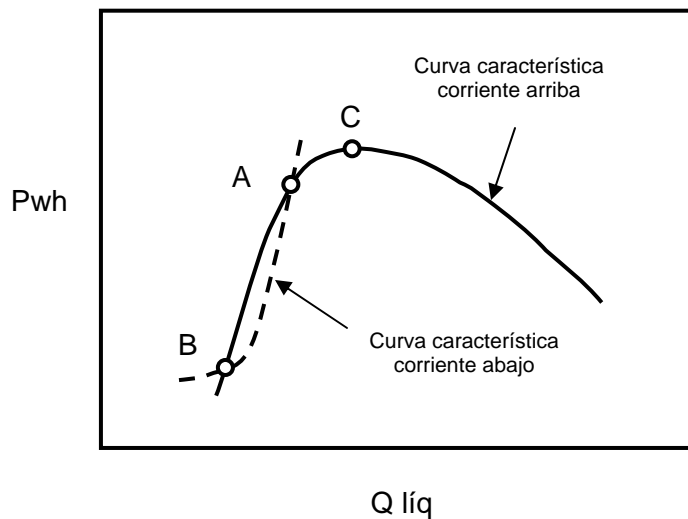
En el caso del punto B, si el gasto experimenta una reducción, entonces se genera una contrapresión en la cabeza del pozo; esto ocasiona que la presión de fondo fluyendo se incremente y que el gasto de líquido continúe disminuyendo hasta que finalmente el pozo deja de fluir (“el pozo se muere”). Por otra parte, si el gasto se incrementa, entonces la presión que aporta el pozo es mayor que la presión que demanda la línea de descarga; en estas condiciones el gasto pudiera continuar incrementándose hasta que el sistema se establezca en el punto A.

Debido a que en ambos casos el sistema no puede regresar a sus condiciones iniciales cuando experimenta un perturbación, entonces el punto de equilibrio B es inestable.

Como base en el análisis presentado anteriormente, podría concluirse que las condiciones de operación correspondientes al mayor gasto de líquido (punto A, en la Fig. 2.1) son siempre estables. Esto no es cierto en todos los casos; dependiendo de la forma de las curvas características y dónde se intercepten, puede suceder que el flujo sea inestable aún en las condiciones correspondientes al punto A.

En la Fig. 2.2 se muestra un caso en que el punto A se localiza a la izquierda del punto C, que corresponde a la presión máxima en la cabeza del pozo. Debido a que la pendiente de las curvas características es muy pronunciada en este rango de gastos, la presión en la cabeza puede variar sustancialmente si el gasto experimenta una pequeña disminución; bajo estas condiciones, el punto A se aproxima al punto B, el sistema se desestabiliza y el pozo muere.

De acuerdo a las discusiones realizadas, queda claro que las condiciones de operación potencialmente inestables en los pozos naturalmente fluyentes con empacador, pueden identificarse mediante la construcción y análisis de las curvas características del sistema.



**Fig. 2.2 Intersección de las curvas características del flujo corriente abajo y corriente arriba de la cabeza del pozo, en puntos de equilibrio inestables.**

## 2.3 Inestabilidad en pozos sin empacador

En los pozos naturalmente fluyentes o con BNC que no cuentan con empacador, la inestabilidad del flujo está asociada a la acumulación y descarga del gas en el espacio anular entre la TR y la TP. Se caracteriza por la producción intermitente de taponos de líquido con relativamente poco gas, y de grandes burbujas con poco líquido; ambos con una longitud del orden de la profundidad del pozo.

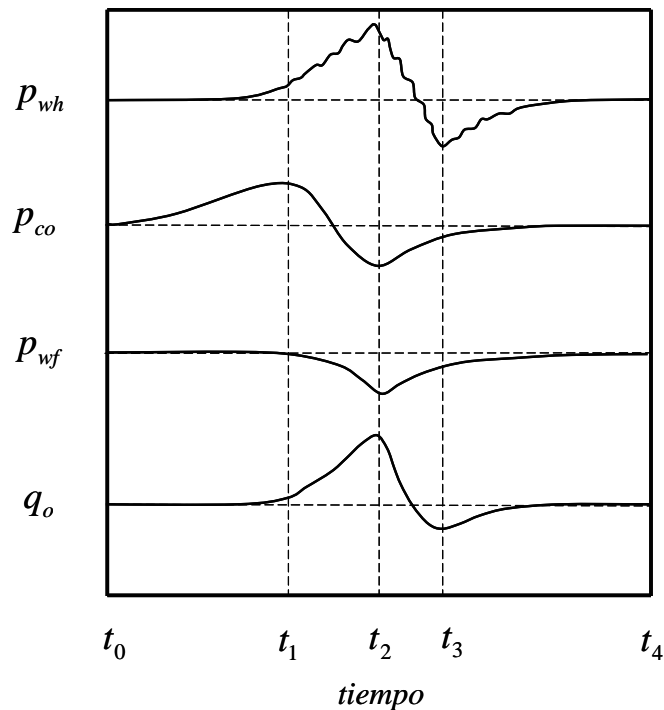
En su artículo pionero sobre el análisis del comportamiento de pozos naturalmente fluyentes y de pozos con BNC, Gilbert (1954) abordó, entre otros temas, la estabilidad del flujo en pozos sin empacador y describió por primera vez el ciclo de cabeceo en este tipo de sistemas.

### 2.3.1 Descripción del ciclo del cabeceo

A continuación se describen las etapas características del ciclo del cabeceo en un pozo fluyente sin empacador; cabe destacar que la duración de cada una de estas etapas puede variar dependiendo de las características del sistema. En la Fig. 2.3 se muestran las variaciones típicas de algunos parámetros del flujo durante el cabeceo y en la secuencia de figuras 2.4 se ilustra la evolución del mismo.

#### a) Reducción del nivel de líquido en el espacio anular

Durante esta etapa (de  $t_0$  a  $t_1$  en la Fig. 2.3; Fig. 2.4a), el espacio anular se represiona debido a la canalización y acumulación de gas libre proveniente del yacimiento, por lo que el nivel de líquido en este espacio decrece; el líquido desplazado del espacio anular, así como el líquido y parte del gas libre de la formación productora, entran a la TP. El gradiente hidrostático en la TP es relativamente grande debido al poco contenido de gas libre. En la superficie, el gasto de líquido, así como la presión en la cabeza y la presión de fondo fluyendo, no experimentan ninguna variación importante. Cuando el nivel de líquido desciende hasta la entrada de la TP (Fig. 2.4b), la presión en la TR alcanza su valor máximo ( $t_1$  en la Fig. 2.3).



**Fig. 2.3 Variaciones típicas de los parámetros del flujo durante el flujo inestable.**

b) Penetración del gas del espacio anular en la TP

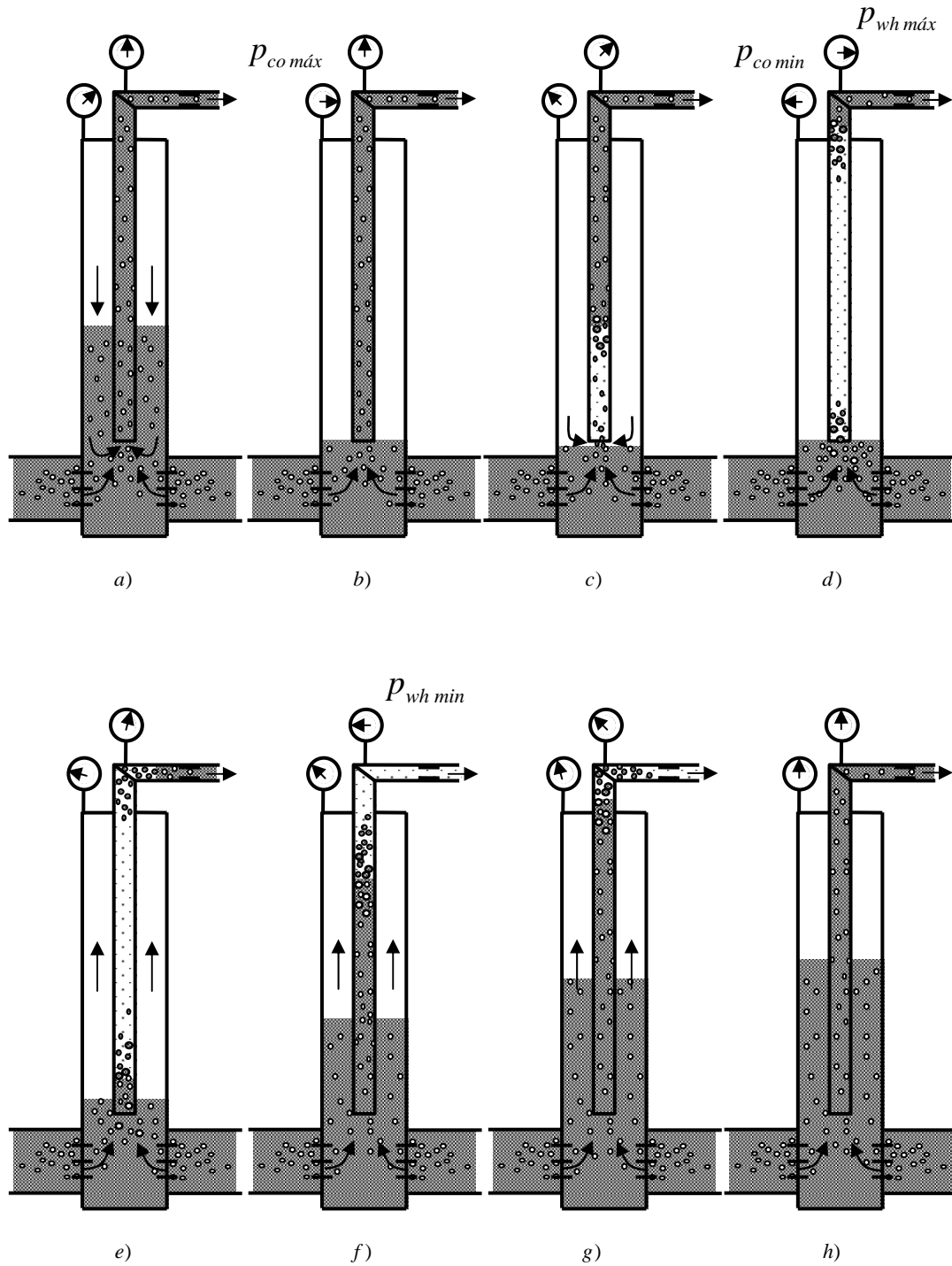
La mayor parte del gas libre proveniente de la formación entra a la TP, ya que no puede continuar acumulándose en el espacio anular. La relación gas-líquido (RGL) a la entrada de la TP se incrementa ligeramente y la presión de fondo fluyendo se reduce; esto promueve la entrada del gas del espacio anular a la TP. Conforme comienza a entrar a la TP, el gas del espacio anular da origen a la formación de una burbuja de grandes dimensiones que puede llegar a tener una longitud equivalente a la de la TP, (de  $t_1$  a  $t_2$  en la Fig. 2.3; figuras 2.4c y 2.4d). La presión en la TR se reduce con la descarga del gas; por otra parte, el gradiente hidrostático en la TP disminuye debido al incremento de la RGL. La producción de fluidos del yacimiento aumenta debido a la reducción de la presión de fondo fluyendo. En la superficie, el gasto de líquido y la presión en la cabeza se incrementan hasta alcanzar sus valores máximos poco antes del arribo de la burbuja a la cabeza del pozo. La presión en el fondo y la presión en la TR alcanzan sus valores mínimos debido al gran contenido de gas libre en el sistema.

c) Producción de la burbuja en la superficie

El gasto de líquido y la presión en la cabeza comienzan a disminuir una vez que la burbuja llega a la superficie (de  $t_2$  a  $t_3$  en la Fig. 2.3; Fig. 2.4e), y alcanzan su valor mínimo durante del ciclo cuando el contenido de volumen de gas libre en la TP es máximo. Una vez que cesa el aporte del gas del espacio anular hacia la TP, el gradiente hidrostático en la misma se incrementa. En el fondo, el gasto de líquido aportado por el yacimiento comienza a distribuirse, tanto en la TP como en el espacio anular (figuras 2.4f y 2.4g). El líquido que no ha sido arrastrado por la burbuja se resbala por las paredes de la TP y comienza a acumularse en el fondo. Se inicia la formación de un tapón de líquido con poco contenido de gas libre. El nivel de líquido en el espacio anular crece; la presión en la TR y la presión de fondo fluyendo comienza a incrementarse y el aporte de fluidos del yacimiento disminuye.

d) Producción del tapón de líquido en la superficie

Cuando el tapón de líquido asciende hasta la superficie (Fig. 2.4h), la presión en la cabeza, así como el gasto de líquido, comienzan a incrementarse ( $t_3$  a  $t_4$  en la Fig. 2.3); las condiciones prevalecientes al inicio del ciclo se restablecen cuando el líquido en el espacio anular alcanza su nivel máximo y el gas acumulado comienza a desplazarlo hacia la TP.



**Fig. 2.4** Etapas del ciclo de cabeceo en un pozo fluyente sin empacador.

### **2.3.2 Condiciones para la ocurrencia del cabeceo**

Nind (1964) retomó los estudios de Gilbert (1954) y presentó una discusión relacionada con las condiciones propicias para la ocurrencia de la inestabilidad en pozos que no cuentan con empacador. Para que ésta se presente debe cumplirse que la presión de fondo fluyendo sea menor que la presión de burbuja del aceite, y que la RGL de los fluidos que aporta el yacimiento sea menor a la RGL óptima del sistema.

Con respecto a la primera condición y considerando que la TP llega hasta el intervalo productor disparado, es claro que si la presión de fondo fluyendo es mayor que la presión de burbuja del aceite, entonces no es posible que haya gas libre en el fondo del pozo y, por lo tanto, no habrá condiciones para que el gas acumulado en el espacio anular entre a la TP.

Por otra parte, suponiendo que se satisface la primera condición, el gas acumulado en el espacio anular comenzará a entrar a la TP si la presión de fondo fluyendo experimenta una reducción. Si la RGL es mayor que la RGL óptima, entonces el flujo en la TP estará dominado por la fricción y el gradiente total de presión se incrementará con el incremento del flujo (gas del espacio anular y fluidos de la formación), restableciendo las condiciones originales del sistema; bajo este escenario, el sistema será estable. Ahora bien, si la RGL es menor que la RGL óptima, el gradiente total de presión estará dominado por la carga hidrostática y la entrada adicional de gas del espacio anular reducirá aún más la presión de fondo fluyendo; en este caso, se presentará una retroalimentación positiva que derivará en flujo inestable.

### **2.3.3 Modelos teóricos existentes para el análisis de estabilidad**

#### **2.3.3.1 Modelo de Torre y cols.**

Torre y cols. (1987) desarrollaron un modelo matemático para estudiar la hidrodinámica del sistema durante el flujo inestable. Describieron cada una de las etapas del ciclo del cabeceo mediante ecuaciones de conservación de masa y de cantidad de movimiento para cada fase en los volúmenes de control relevantes; simplificaron las ecuaciones planteadas y las integraron numéricamente. Los autores usaron el modelo para identificar las condiciones que derivan en flujo inestable y cuantificar la magnitud de las oscilaciones de presión y gasto asociadas. Compararon los resultados de simulaciones contra datos registrados durante la reproducción de la inestabilidad en una instalación experimental de laboratorio.



Torre y cols. asociaron el cabeceo a la ocurrencia de un mínimo en la curva característica de la caída de presión en la TP contra la velocidad superficial del gas (para velocidad superficial del líquido constante). Concluyeron que el sistema es inestable cuando la caída total de presión en la TP disminuye con el incremento de la velocidad superficial del gas; en general, cuando las velocidades superficiales de las fases son bajas. Observaron que el nivel de líquido en el espacio anular se incrementa y la amplitud de las oscilaciones de los parámetros del flujo es más pronunciada conforme aumenta el volumen del espacio anular. Asimismo, observaron que el estrangulamiento del pozo puede restablecer la estabilidad del flujo.

#### 2.3.3.2 Criterios de estabilidad de Blick y cols.

Blick, Enga y Lin (1988) desarrollaron dos criterios de estabilidad de flujo con base en las metodologías de la teoría de control de sistemas lineales. Plantearon modelos simplificados para describir el comportamiento transitorio de los componentes del sistema, y obtuvieron las ecuaciones de perturbación correspondientes. Entre los aspectos considerados en el modelo, incluyeron: la inercia de los fluidos, el almacenamiento del pozo y la respuesta transitoria del yacimiento. Una vez obtenidas las ecuaciones de perturbación, las transformaron al espacio de Laplace y obtuvieron la ecuación característica del sistema. Mediante los criterios de Routh determinaron que el sistema de BNC es estable únicamente cuando los tres coeficientes de la ecuación característica son del mismo signo. Los detalles del desarrollo de los criterios de estabilidad se presentan en el apéndice A.

En 1988, Blick y Boone analizaron la posibilidad de estabilizar el flujo mediante la implementación de un sistema de control basado en mediciones de la presión en TR; mostraron teóricamente que es posible eliminar el cabeceo con la manipulación del diámetro del estrangulador de producción en función de las variaciones de la presión en TR. Realizaron estudios paramétricos y concluyeron, como Torre y cols. (1987), que el factor determinante en la estabilidad del sistema es la variación de la caída de presión en la TP con respecto al gasto. Si esta derivada es negativa, entonces el sistema es inestable, ya que se presentará un efecto en cascada de retroalimentación positiva.

Generaron mapas de estabilidad en términos de la RGL contra la presión en la cabeza, para diferentes profundidades de pozo, diámetro de TP y gasto de líquido. De acuerdo a sus resultados, la región de inestabilidad crece conforme aumenta la profundidad del pozo.

Determinaron que la región de inestabilidad tiende a disminuir ligeramente con la reducción del diámetro de la TP, al menos para el caso analizado (Nind, 1964, mostró que la reducción del diámetro de la TP puede desestabilizar el sistema). Por otra parte, el incremento de la RGL, del gasto y/o de la presión en la cabeza tiene un efecto estabilizador.

#### **2.3.4 Medidas operativas para eliminar el cabeceo**

De acuerdo a lo presentado en secciones anteriores, el problema del cabeceo en los pozos fluyentes puede resolverse mediante la implementación del empacador. No obstante, en el caso de los pozos asistidos con BNC, éstos aún son susceptibles a la inestabilidad como se describe en la sección 2.4.

Cuando no es posible la implementación del empacador, una de las medidas operativas más comunes para estabilizar el flujo es mediante el estrangulamiento del pozo en la superficie. Sin embargo, la selección adecuada del diámetro del estrangulador debe basarse en un estudio detallado del comportamiento del sistema, ya que la producción puede disminuir sustancialmente con el estrangulamiento e incluso puede inducirse la muerte del pozo.

Algunos autores (Blick y cols., 1998) proponen el cambio de la sarta de producción por una de menor diámetro para que la caída total de presión en la TP esté dominada por la fricción. Sin embargo, el volumen disponible para la acumulación de gas en el espacio anular se incrementará al reducir el diámetro de la TP, lo cual tiene un efecto desestabilizador. Con base en este razonamiento, Nind (1964) propone sustituir la sarta de producción por una de mayor diámetro. Por lo tanto, será necesario evaluar detalladamente la conveniencia de tal medida antes de implementarla en campo.

Por otra parte, para inhibir la intermitencia de la entrada de gas a la TP, Gilbert (1954) propuso el uso de un sistema de control en superficie ('intermitters') que permita abrir o cerrar el pozo en función de las variaciones de presión en la TR. En este sentido, Nind (1964) recomienda el uso de "intermitters" en los siguientes casos:

1. Pozos en la etapa tardía de su vida fluyente que cabecean o que han sido estrangulados para eliminar esta problemática. Aún cuando este tipo de pozos son candidatos a la implementación de un sistema de bombeo, los costos que involucra son sustancialmente mayores que en el caso de los "intermitters". Si la producción del pozo es suficiente para

satisfacer las necesidades del mercado o las cuotas por producción diferida en otros pozos del campo sin necesidad de sistemas de bombeo, entonces la implementación de “intermitters” es una opción económicamente atractiva.

2. Pozos nuevos que cabecean debido a una RGL baja. Ya que generalmente la RGL tiende a incrementarse conforme la presión del yacimiento disminuye, puede anticiparse que el pozo tenderá a fluir de manera estable con el paso del tiempo, por lo que la instalación de un sistema de bombeo no resulta atractiva.
3. Pozos fluyentes de alta productividad que no pueden ser producidos a gastos altos por cuestiones operativas o económicas. Debido a que el flujo puede desestabilizarse a gastos bajos, el uso de “intermitters” constituye una buena opción para producir el pozo sin problemas de cabeceo.

## **2.4 Inestabilidad en pozos de BNC con empacador**

La inestabilidad en pozos de BNC con empacador instalado (referida aquí como inestabilidad en TR) ha sido ampliamente estudiada en las últimas décadas. En términos generales, está asociada a la intermitencia de la inyección del gas a la TP a través de la válvula operante. De esta manera, el régimen de flujo en la válvula subsuperficial de inyección y la dinámica del flujo en el espacio anular juegan un papel relevante en la ocurrencia del cabeceo.

Los tres factores principales que promueven la ocurrencia de este fenómeno son:

1. flujo en la TP dominado por la carga hidrostática;
2. volumen del espacio anular lo suficientemente grande para que el gas de BN pueda acumularse; y,
3. flujo subsónico a través de la válvula operante.

Con respecto al inciso c, cabe señalar que si la válvula subsuperficial de inyección opera en flujo subsónico, entonces cualquier perturbación generada en la TP se propagará hacia el sistema de inyección y ocasionará variaciones locales del gasto de gas en la TP. Cuando esto ocurre y el espacio anular es lo suficientemente grande, entonces habrá un desbalance entre los gastos máxicos de gas en la superficie y a través de la válvula operante; de esta manera, el espacio anular actúa como un tanque de almacenamiento. Bajo estas condiciones, si el flujo en la TP está dominado por la carga hidrostática, entonces el sistema de inyección responderá a las perturbaciones de la presión en la TP como un sistema de retroalimentación positiva y el flujo será inestable.

### **2.4.1 Limitaciones del análisis convencional de estabilidad para los sistemas de BNC**

Para analizar la estabilidad del flujo en los pozos con BNC que cuentan con empacador instalado, en el pasado era común utilizar la misma metodología empleada para los pozos fluentes. Sin embargo, Alhanati y cols. (1993) mostraron que tal metodología puede conducir a conclusiones incorrectas al aplicarla para el análisis de estabilidad de los pozos con BNC, como se describe a continuación.

Extendiendo la metodología empleada en los pozos fluentes, se grafican las curvas de comportamiento hidráulico de la TP para diferentes RGL; usualmente, se utiliza el fondo del

pozo como nodo de solución, Fig. 2.5. Cada una de estas curvas puede interceptar a la curva de afluencia del yacimiento en dos puntos diferentes. De acuerdo al análisis de estabilidad en pozos fluyentes, se considera que los puntos correspondientes a los gastos bajos son inestables; con respecto a los puntos correspondientes a los gastos altos, Alhanati y cols. (1993) mostraron que no necesariamente son estables, pues no se toman en cuenta los efectos de los componentes del sistema de inyección. Esto puede explicarse con ayuda de la Fig. 2.6.

En la Fig. 2.6 se muestran: la curva de comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo; curvas de comportamiento hidráulico de la TP para diferentes gastos del gas de BN (y por lo tanto, diferentes RGL); y la curva de comportamiento del sistema de inyección. Para construir esta última (indicada con línea discontinua), se fija la presión en la red de distribución del gas de BN y se calculan las caídas de presión en la válvula superficial de inyección, en el espacio anular y en la válvula operante, hasta obtener la presión en la TP a la profundidad de inyección. Considerando en conjunto los comportamientos del yacimiento, la hidráulica de la TP y el sistema de inyección, se presentan dos posibles condiciones de operación, puntos A y B.

De acuerdo a la metodología empleada en los pozos fluyentes, para determinar si el sistema es estable o inestable en los puntos A y B, es necesario analizar qué sucede si el gasto de líquido se incrementa como respuesta a una perturbación. Por ejemplo, si el pozo opera en el punto A y el gasto de líquido se incrementa de  $q_{L1}$  a  $q_{L2}$ , entonces el yacimiento responde con una presión  $p_{t2}$ . Por otra parte, la TP puede responder a  $q_{L2}$  con las presiones  $p_{t1}$  o  $p_{t3}$ . En el caso de  $p_{t1}$ , el razonamiento es el siguiente: a partir de la curva de comportamiento del sistema de inyección, el gasto del gas de BN correspondiente a  $q_{L2}$  es  $q_{g1}$ . Con base en la curva de comportamiento hidráulico de la TP para  $q_{g1}$ , la presión que demanda la TP es  $p_{t1}$ . En estas circunstancias, la presión que aporta el yacimiento es menor a la que demanda la TP ( $p_{t1} > p_{t2}$ ); debido a esto, se generará una contrapresión que tenderá a reducir el gasto de líquido hasta que el sistema regrese a sus condiciones originales. De esta forma, el sistema será estable.

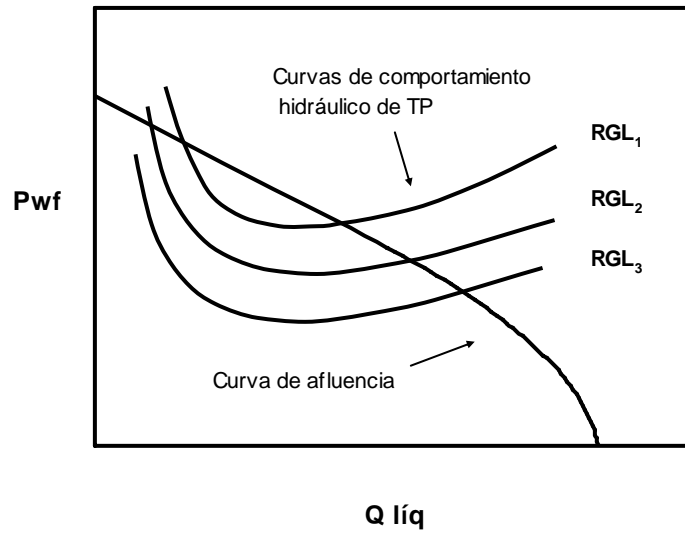


Fig. 2.5 Curvas de comportamiento hidráulico de la TP y de afluencia para un pozo con BNC.

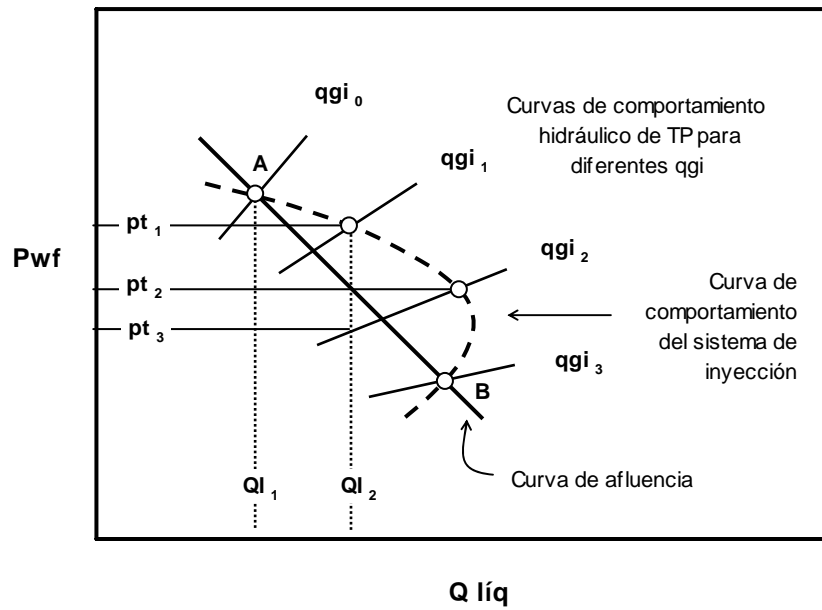


Fig. 2.6 Curvas de comportamiento hidráulico de la TP, de afluencia, y del sistema de inyección, para diferentes gastos de inyección en un pozo con BNC (Alhanati y cols., 1993).

Con lo que respecta al caso de  $p_{i3}$ , esto puede razonarse de la siguiente manera: ya que la presión que aporta el yacimiento es  $p_{i2}$ , entonces el gasto del gas BN que se establece en el sistema de acuerdo a la curva de comportamiento del sistema de inyección, es  $q_{g2}$ . Ahora bien, con base en la curva de comportamiento hidráulico de la TP correspondiente a  $q_{g2}$ , la presión requerida en la TP para transportar  $q_{L2}$  debe ser  $p_{i3}$ . Ya que la presión que aporta el yacimiento es mayor a la que demanda la TP ( $p_{i2} < p_{i3}$ ), entonces el flujo tenderá a incrementarse aún más y la condición de operación será inestable.

Como puede concluirse del análisis anterior, dos razonamientos aparentemente correctos conducen a resultados opuestos. Tal tipo de contradicciones constituye la razón principal por la cual no es posible aplicar directamente el análisis de estabilidad de pozos fluyentes al caso de los pozos con BNC.

Ahora bien, para resolver tales inconsistencias algunos autores continuaron desarrollando métodos similares de análisis. Por ejemplo, Xu y Golan (1989) formularon un criterio de estabilidad a partir del análisis simultáneo de las curvas características de afluencia, de la TP y del sistema de inyección; el criterio propuesto está expresado en términos de las derivadas de la presión disponible y de la presión requerida en el punto de inyección, con respecto al gasto de líquido. Con base en tal criterio, desarrollaron un método para la sección y diseño de las válvulas subsuperficial y superficial de inyección, así como del estrangulador de producción. Sin embargo, señalaron que la aplicación del criterio propuesto es incierta cuando los efectos de inercia y de retroalimentación juegan un papel importante en el proceso.

Como puede concluirse, el análisis de estabilidad de flujo basado en métodos gráficos es muy limitado e incierto al aplicarlo al caso de los pozos con BNC; por lo tanto, surgió la necesidad de desarrollar métodos más robustos de análisis.

#### **2.4.2 Análisis lineal, criterios de estabilidad y mapas de estabilidad**

Como se describe más adelante, en las últimas décadas algunos autores han desarrollado criterios de estabilidad a partir del análisis lineal de estabilidad del sistema de ecuaciones que describe el comportamiento del sistema de BNC. En general, consideran que el sistema de BN está integrado por tres componentes: el yacimiento, el pozo y el sistema de inyección; se establecen las ecuaciones de cambio que describen de manera simplificada la hidrodinámica del flujo en cada

uno de estos subsistemas; se linealizan las ecuaciones resultantes y se analiza su respuesta a perturbaciones infinitesimales.

A continuación se describen los criterios de Asheim (1988), de Alhanati y cols, (1993), y de Fairzov y Guerrero (2002); los detalles de la deducción de los criterios puede consultarse en el apéndice A.

#### 2.4.2.1 Criterios de estabilidad de Asheim

Asheim (1988) desarrolló dos criterios de estabilidad de flujo a partir de un modelo simplificado del sistema de producción. El primer criterio es formulado a partir del análisis de las respuestas del yacimiento y del sistema de inyección a las perturbaciones de la presión en la TP, a la profundidad de la válvula de BN. El segundo criterio es planteado a partir del análisis del efecto de los ritmos de depresionamiento del espacio anular y de la TP cuando la respuesta del sistema de inyección es más pronunciada que la del yacimiento. Asheim utilizó datos experimentales de Bertuzzi y cols. (1953), así como información de varios pozos del campo Claymore, para validar los criterios propuestos.

Las suposiciones principales de Asheim en el desarrollo de sus criterios son:

1. El yacimiento es bajosaturado.
2. Los efectos transitorios del flujo en la respuesta del yacimiento son despreciables.
3. El flujo en el pozo es homogéneo y está dominado por la carga hidrostática.
4. El gasto del gas de BN en la superficie es constante.
5. La inyección del gas de BN a la TP es a través de una válvula de orificio.
6. El flujo a través de la válvula de orificio es isotérmico.
7. El gradiente de presión en el espacio anular es despreciable.
8. El líquido por debajo del punto de inyección es poco compresible.

##### a) Primer criterio

Si el sistema experimenta una reducción de la presión en la TP a la profundidad de inyección,  $p_{ii}$ , entonces los gastos de los fluidos del yacimiento y del gas de BN se incrementan. Ahora bien, el incremento en el gasto de líquido que el yacimiento aporta tenderá a incrementar la densidad de la mezcla y la  $p_{ii}$  hasta sus valores originales (efecto estabilizador). Por otra parte, el incremento en el gasto del gas de inyección producirá el efecto contrario, desestabilizando el



sistema. De acuerdo a este razonamiento, Asheim planteó como primer criterio de estabilidad la siguiente desigualdad:

$$F_1 = \frac{\partial \rho_m}{\partial p_{ii}} < 0 \quad , \quad (2.1)$$

donde  $\rho_m$  es la densidad de la mezcla conformada por el gas de inyección y los fluidos del yacimiento (aceite y gas asociado), a las condiciones de presión y temperatura en el punto de inyección. Después de desarrollar la deriva parcial de la ec. (2.1) en términos de los modelos de afluencia del yacimiento y del sistema de inyección, el primer criterio de estabilidad de Asheim puede expresarse como:

$$F_1 = \frac{\rho_{gi} \cdot B_{gi} \cdot q_{gi}^2}{(C_D A_o)^2} \cdot \frac{J}{q_o} > 1 \quad . \quad (2.2)$$

De acuerdo a este criterio, la estabilidad es favorecida con:

1. el incremento del gasto de gas de BN,
2. el incremento del índice de productividad y
3. la reducción del diámetro del orificio de la válvula operante.

b) Segundo criterio

Suponiendo que el sistema es inestable de acuerdo al primer criterio, entonces una disminución en la  $p_{ii}$  causará un incremento en el flujo de gas de BN a través de la válvula de orificio, reduciendo aún más la presión en la TP. Ahora bien, el incremento en el gasto del gas de BN a través de la válvula ocasiona que el espacio anular se depresione. Bajo estas condiciones, si el ritmo de depresionamiento del espacio anular es mayor al de la TP, entonces el flujo del gas de BN que entra a la TP disminuirá. Con la reducción del flujo de gas que entra a la TP, la densidad de la mezcla se incrementa y el sistema tenderá a estabilizarse. Por lo tanto, el segundo criterio de estabilidad puede expresarse matemáticamente como:

$$F_2 = \frac{\partial q_{go}}{\partial t} < 0 \quad . \quad (2.3)$$

Al desarrollar la deriva parcial involucrada de la ec. (2.3), en términos de los modelos del sistema de inyección y del flujo en la TP, el segundo criterio de Asheim puede expresarse como:

$$F_2 = \left( \frac{V_t}{V_c} \right) \cdot \left( \frac{P_{ti}}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) D_v g} \right) \cdot \left( 1 + \frac{q_{go}}{q_{fo}} \right) \cdot \left( \frac{1}{1 - F_1} \right) > 1 . \quad (2.4)$$

De acuerdo a este criterio, la estabilidad es favorecida con:

1. un espacio anular de volumen pequeño,
2. el incremento del gasto del gas de BN,
3. una respuesta de afluencia del yacimiento pronunciada, y
4. el incremento de la contrapresión en la cabeza del pozo.

#### 2.4.2.2 Criterios de estabilidad de Alhanati y cols.

Alhanati y cols., (1993), desarrollaron dos criterios de estabilidad mediante la metodología utilizada por Blick y cols., (1988). Plantearon las ecuaciones de cambio para el yacimiento, el pozo y el sistema de inyección. Transformaron al espacio de Laplace las ecuaciones obtenidas y, con base en el análisis de la ecuación característica del sistema de ecuaciones resultante, desarrollaron un criterio unificado de estabilidad; este criterio está conformado por dos desigualdades que se simplifican a cuatro casos particulares dependiendo de los regímenes de flujo (sónico o subsónico) en las válvulas de BN y superficial de inyección. Demostraron que bajo ciertas consideraciones, el criterio unificado propuesto se reduce a los de Asheim (1988).

Las consideraciones en el desarrollo del criterio unificado de Alhanati y cols. son:

1. No se toma en cuenta la respuesta transitoria del yacimiento.
2. El flujo en el pozo es homogéneo y está dominado por efectos gravitacionales.
3. La variación de la presión a la profundidad de la válvula de BN es igual a la variación de la presión de fondo fluyendo.
4. Los gastos máxicos a través de las válvulas de BN y superficial son funciones lineales de la presión.
5. La presión en la red de BN se mantiene constante.
6. El gradiente de presión en el espacio anular es despreciable.

El criterio unificado de estabilidad propuesto está dado por las siguientes desigualdades:

$$\left( \frac{B_{fo} \cdot J \cdot p_{ti}}{q_{fo}} + K_v^t \right) + \frac{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g} \cdot a \cdot \frac{p_{ti}}{(q_{fo} \cdot q_{go})} > 0 \quad , \quad (2.5)$$

y

$$\left( \frac{B_{fo} \cdot J \cdot p_{ti}}{q_{fo}} + K_v^t \right) + \left( \frac{K_v^c \cdot p_{ti}}{p_{co}} \right) \cdot \frac{b}{a} > 0 \quad , \quad (2.6)$$

donde

$$a = - \frac{w_g}{p_{co}} \cdot (K_{ch}^c - K_v^c) \cdot \left( \frac{z R T}{V_c M_g} \right)_c \quad (2.7)$$

y

$$b = - \frac{w_g}{p_{ti}} \cdot K_v^t \cdot \left( \frac{z R T}{V_c M_g} \right)_c \quad . \quad (2.8)$$

Las desigualdades (2.5) y (2.6) pueden simplificarse de acuerdo a los valores de los parámetros  $K_{ch}^c$ ,  $K_v^c$  y  $K_v^t$ , los cuales dependen de los regímenes de flujo que se establecen en el estrangulador superficial de inyección y en la válvula operante (apéndice A).

### 2.4.2.3 Mapas de estabilidad

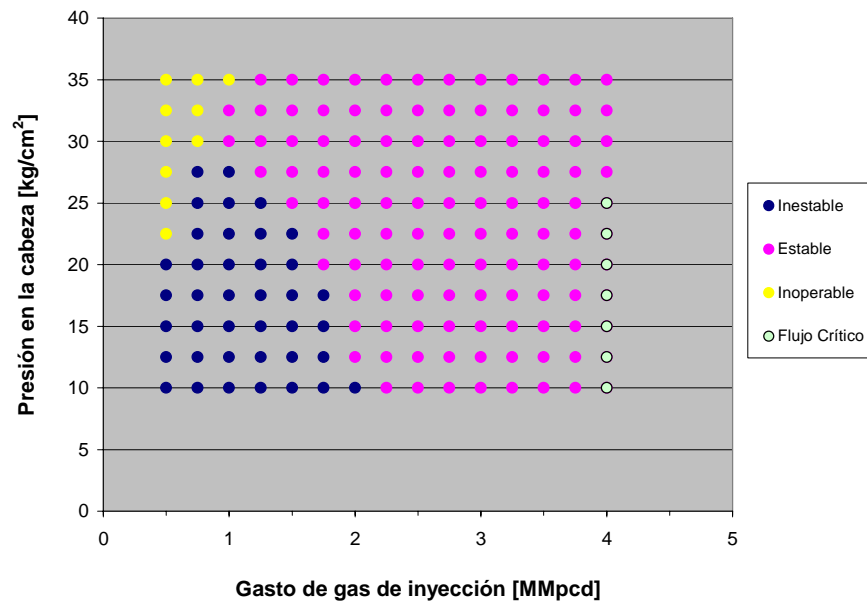
Los mapas de estabilidad son diagramas 2D en que se muestran las regiones de operación estable e inestable del sistema, así como sus fronteras de estabilidad y límites operabilidad, en términos de parámetros característicos (adimensionales o no) del mismo. Este tipo de mapas ha sido utilizado ampliamente en la industria nuclear como complemento importante del análisis de estabilidad.

En 2002, Poblano y cols. incorporaron el uso de mapas en la metodología para el análisis de estabilidad de flujo en los pozos con BNC. Para tal efecto, desarrollaron un modelo del sistema de BNC y lo validaron con datos de un pozo del campo Maloob. Con base en los criterios de Asheim (1988) y de Alhanati y cols. (1993), generaron mapas para estudiar el efecto de algunos parámetros del sistema de BN en la estabilidad de flujo.

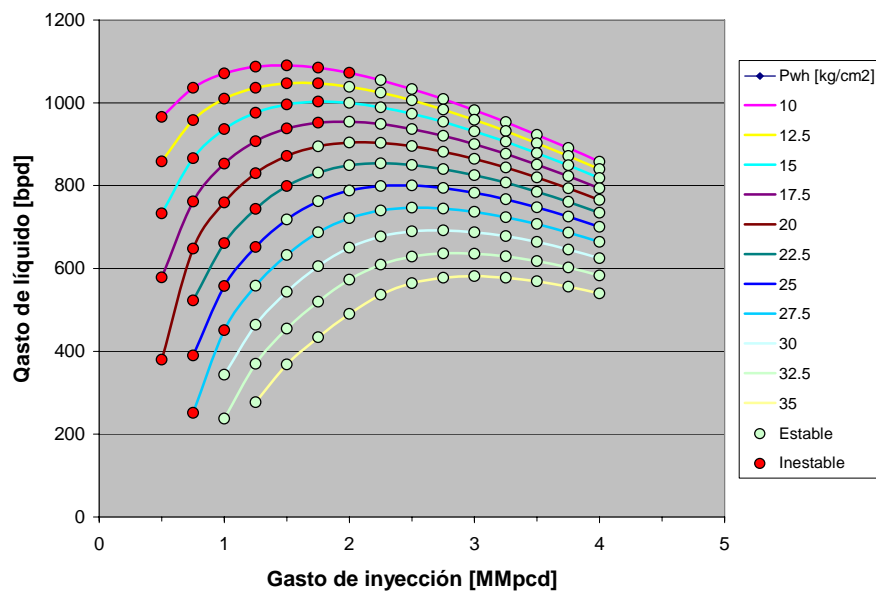
Por otra parte, Fairuzov y cols. (2004) extendieron el uso de los mapas de estabilidad, utilizando como coordenadas el gasto de inyección contra la presión en la cabeza, y el gasto de líquido contra el gasto de inyección para diferentes valores de presión en la cabeza (figuras 2.7 y 2.8, respectivamente).

Entre los beneficios del uso de los mapas de estabilidad, tanto para el diseño como para la operación de los sistemas con BNC, pueden mencionarse los siguientes:

1. Las condiciones de operación estable se identifican fácilmente.
2. Puede analizarse el efecto de algunos parámetros de interés sobre la frontera de estabilidad antes de realizar cualquier cambio en el sistema.
3. Es posible verificar con datos de campo la validez de la frontera de estabilidad predicha con diferentes criterios.



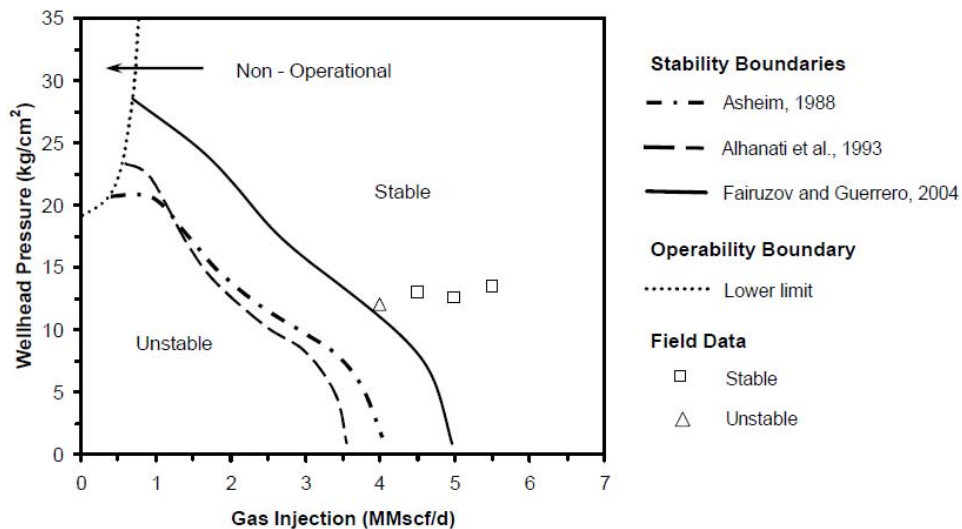
**Fig. 2.7** Mapa de estabilidad en términos de la presión en la cabeza contra el gasto de inyección.



**Fig. 2.8 Mapa de estabilidad en términos del gasto de líquido contra el gasto de inyección, para diferentes valores de presión en la cabeza.**

#### 2.4.2.4 Criterios de estabilidad de Fairuzov y Guerrero

Mediante la generación de mapas de estabilidad, Fairuzov y cols. (2004) compararon las fronteras teóricas de estabilidad determinadas con los criterios de Asheim (1988), y de Alhanti y cols. (1993), contra datos de campo de siete pozos costa-afuera de México (Fig. 2.9). Determinaron que los criterios de estabilidad de ambos autores tienden a sobrestimar las condiciones de operación estable, al menos para el tipo de pozo analizado; los sistemas considerados en el estudio tienen la característica de que la distancia vertical entre el punto de inyección y el fondo del pozo es relativamente grande (más de 500 m); por lo tanto, la suposición de que la magnitud de las perturbaciones de presión en ambos puntos es idéntica, resulta cuestionable. Por otra parte, la consideración del comportamiento lineal de afluencia constituye una aproximación burda a la respuesta real de los yacimientos saturados, como fue el caso de los pozos analizados.



**Fig. 2.9 Comparación de la frontera de estabilidad predicha con diferentes criterios de estabilidad, con datos de campo (Fairuzov y Guerrero, 2004).**

Por lo tanto, Fairuzov y Guerrero (2004) extendieron el primer criterio de Asheim al tomar en cuenta el efecto de la propagación de las perturbaciones de presión en la columna de fluido entre el fondo del pozo y el punto de inyección, sobre la estabilidad del flujo; asimismo, incorporaron un modelo de afluencia para yacimientos saturados. La comparación del primer criterio de Asheim contra el de Fairuzov y Guerrero se presenta en la tabla 2.1; los detalles del desarrollo del criterio y las expresiones utilizadas para calcular las derivadas indicadas se presentan en el apéndice A.

**Tabla 2.1 Comparación del criterio de estabilidad de Fairuzov y Guerrero (2004) con el primer criterio de Asheim (1988).**

$F_1 = \frac{\rho_{gi} \cdot B_{gi} \cdot q_{gi}^2}{(C_D \cdot A_o)^2} \cdot \left( -\frac{1}{q_{fo}} \cdot \frac{\partial q_{fo}}{\partial p_{ti}} \right) > 1$	
<b>Fairuzov y Guerrero</b>	<b>Asheim</b>
$\frac{1}{q_{fo}} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}} = \frac{1}{B_{ti}} \cdot \frac{\delta B_{ti}}{\delta p_{ti}} + \frac{1}{q_o} \cdot \frac{\delta q_o}{\delta p_{wf}} \cdot \frac{\delta p_{wf}}{\delta p_{ti}}$	$\frac{1}{q_{fo}} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}} = -\frac{J}{q_o}$
$\frac{\delta p_{wf}}{\delta p_{ti}} > 1$	$\frac{\delta p_{wf}}{\delta p_{ti}} = 1$

#### 2.4.2.5 Limitaciones del análisis lineal y de los criterios de estabilidad existentes

Entre las limitaciones del análisis lineal de estabilidad y de los criterios de estabilidad basados en el mismo, pueden mencionarse las siguientes:

1. Se considera que las perturbaciones que experimenta el sistema son infinitesimales. Por lo tanto, las predicciones de los criterios de estabilidad pueden resultar incorrectas cuando el sistema experimenta cambios finitos en su operación.
2. Con los criterios de estabilidad sólo puede predecirse si el flujo será estable o inestable. No proporcionan información acerca de la frecuencia y amplitud de las variaciones de los parámetros del flujo durante condiciones de operación inestables, ni del tiempo requerido para estabilizar el sistema luego de realizar algún cambio operativo.
3. En el desarrollo de los criterios de estabilidad, se plantean simplificaciones importantes sobre el comportamiento del sistema y se utilizan modelos relativamente sencillos para describirlo. Por ejemplo, no se toma en cuenta la dinámica de las válvulas subsuperficiales, el resbalamiento entre las fases, la fricción e inercia, la propagación de ondas de colgamiento de agua generadas durante la conificación de ésta, ni la respuesta transitoria del yacimiento.

En lo referente al punto tres, después de realizar el análisis de estabilidad en numerosos pozos con BNC en yacimientos maduros de México, en la práctica se ha detectado que los criterios de estabilidad existentes tienden a sobrestimar las condiciones de operación estable cuando los pozos presentan conificación de agua. Como se describe en capítulos posteriores, la variación del corte de agua tiene un efecto desestabilizador importante, por lo que debe tomarse en cuenta en los modelos que describen la hidrodinámica del sistema.

Por otra parte, también es importante destacar que muchos pozos tienen y tendrán que operar en condiciones inestables por la necesidad de satisfacer cuotas de producción establecidas. En estas circunstancias, el análisis lineal resulta insuficiente para predecir el umbral de estabilidad del sistema, así como para caracterizar las oscilaciones de los parámetros del flujo durante el cabeceo.

Tomando en cuenta las limitaciones intrínsecas del análisis lineal de estabilidad, y en vista de los comportamientos cada vez más complejos que presentan los pozos conforme avanza la declinación de los yacimientos, en años recientes ha surgido la necesidad de recurrir a métodos más sofisticados de análisis, tales como el análisis no lineal basado en simulaciones dinámicas.

### **2.4.3 Análisis no lineal de estabilidad y simulación dinámica**

El análisis no lineal de estabilidad basado en simulaciones dinámicas permite capturar, estudiar, cuantificar y predecir, de manera más realista los complejos procesos transitorios que ocurren en los sistemas de BNC durante el flujo inestable. Para tal efecto, se formulan y desarrollan modelos numéricos de flujo multifásico transitorio en el sistema. Se realiza la simulación de las condiciones de operación de interés y, a partir del análisis de la evolución temporal de ciertos parámetros (generalmente, presión, gasto, y colgamiento), se determina si el sistema es estable o no. Se considera que el sistema es estable si eventualmente restablece su estado inicial luego de experimentar una perturbación; de otra manera, el sistema permanece oscilando en torno a un punto de equilibrio, o bien, las perturbaciones se amplifican a tal grado que el pozo eventualmente deja de aportar fluidos. Finalmente, cuando el flujo es inestable se procede a caracterizar las oscilaciones de los parámetros de interés.



#### 2.4.3.1 Ventajas del análisis no lineal y la simulación dinámica

Mediante el análisis no lineal y la simulación dinámica pueden tomarse en cuenta los siguientes aspectos:

1. La fricción y la inercia de las fases.
2. La propagación de ondas de colgamiento.
3. La acumulación de líquido en el fondo del pozo.
4. La ocurrencia de flujo contracorriente en el pozo.
5. La redistribución de las fases con los cambios de operación.
6. La dinámica de las válvulas instaladas.
7. La respuesta transitoria del yacimiento.
8. Condiciones de frontera en función del tiempo.

Además, con el análisis no lineal y la simulación dinámica es posible:

1. Caracterizar las ondas de densidad formadas durante el flujo inestable.
2. Estudiar diferentes alternativas de estabilización antes de implementarlas en campo.
3. Estimar el tiempo que requiere el sistema para estabilizarse.
4. Cuantificar el efecto de la inestabilidad en la producción de líquido.
5. Establecer el efecto de la conificación del agua sobre la estabilidad del flujo.

Adicionalmente, la simulación dinámica resulta benéfica para el entrenamiento del personal de campo, y constituye una herramienta valiosa para tener una idea más clara de los complejos procesos que ocurren durante el flujo multifásico transitorio, y del comportamiento del sistema durante los cambios en las condiciones de operación.

#### 2.4.3.2 Limitaciones del análisis no lineal y de la simulación dinámica

Entre las limitaciones del análisis no lineal mediante simulación dinámica, pueden mencionarse:

1. Usualmente se reserva para estudiar escenarios de operación muy concretos debido a los tiempos requeridos en cada una de las etapas del análisis (procesamiento de la información primaria, desarrollo del modelo, simulación, y procesamiento e interpretación de resultados).

2. Este tipo de análisis es muy sofisticado y demanda un conocimiento más profundo de los diversos fenómenos físicos que gobiernan la dinámica del flujo en el sistema de BNC.

En el pasado, la simulación dinámica de los sistemas de BNC no era favorecida por los requerimientos de cómputo que implica; sin embargo, con la evolución de procesadores cada vez más rápidos y a los avances logrados en el entendimiento y modelado del flujo multifásico, ha cobrado mayor difusión en la actualidad. No obstante, existen pocos simuladores comerciales de flujo multifásico transitorio en pozos petroleros (por ejemplo, OLGA y TACITE).

En este sentido, cabe señalar que en la industria nuclear se han desarrollado simuladores muy elaborados para el análisis del flujo multifásico transitorio en tuberías (por ejemplo, RELAP y TRAC); sin embargo, éstos no son utilizados para analizar los sistemas de BNC debido a que se requiere información primaria que generalmente no se tiene disponible; segundo, porque no es posible incorporar un modelo de flujo en el yacimiento; y, tercero, porque las correlaciones y ecuaciones constitutivas utilizados en dichos simuladores fueron desarrolladas considerando al agua como fluido de trabajo.

Con respecto a este último punto, el modelado del comportamiento de fases (aceite, gas y agua) y la predicción de sus propiedades físico-químicas, son mucho más complejos en los sistemas de producción de petróleo y gas; de hecho, en el caso de los fluidos del tipo aceite negro, generalmente se recurre a correlaciones empíricas para tal efecto.

#### 2.4.3.3 Estudios sobre la inestabilidad de flujo en los sistemas de BNC basados en simulaciones dinámicas

El uso de la simulación dinámica de los sistemas de producción de petróleo y gas ha cobrado mayor difusión en años recientes. De esta manera, el uso de simuladores comerciales de flujo multifásico transitorio se ha vuelto más frecuente en el estudio de algunos fenómenos de naturaleza transitoria. Sin embargo, también ha surgido la necesidad de desarrollar nuevas herramientas para analizar problemáticas específicas no contempladas en tales simuladores.

En el caso particular de la aplicación de la simulación dinámica para el estudio de la inestabilidad de flujo en los sistemas de BNC, la mayoría de los trabajos publicados se han orientado al desarrollo de esquemas de control en tiempo real como alternativas para eliminar el

cabeceo (sección 2.4.4.2), y recientemente para el estudio de la inestabilidad por ondas de densidad (sección 2.5); algunos otros estudios relacionados se resumen a continuación.

Gruppig y cols. (1984a, 1984b) generaron un programa de cómputo para simular el cabeceo y evaluar las ventajas y desventajas de algunos métodos de estabilización. Propusieron algunas alternativas para eliminar esta problemática y desarrollaron una metodología para el diseño del sistema de BNC. De manera particular, destacaron el efecto del diámetro de los orificios de las válvulas de inyección superficial y subsuperficial sobre la estabilidad del flujo. Las alternativas de estabilización que proponen están orientadas a mantener constante el gasto de inyección a través de la válvula operante y evitar la despresurización del espacio anular.

De la misma manera, Avest y Oudeman (1995) desarrollaron un simulador dinámico con la finalidad de diagnosticar las causas de inestabilidad en algunos sistemas de BNC y proponer alternativas para remediarla; asimismo, para analizar y optimizar el proceso de arranque de los pozos. En el simulador incorporaron modelos dinámicos de válvulas para la descarga e inyección de gas. Presentan casos de campo que fueron analizados con el simulador. Finalmente, propusieron una metodología para el diseño de las válvulas de inyección.

Por otra parte, Tang (1998) propuso un nuevo modelo dinámico para describir el proceso de descarga en un sistema de BNC y generó un simulador basado en el mismo. El modelo propuesto considera el aporte e inyección de fluidos entre el yacimiento y el pozo; asimismo, cuenta con ecuaciones constitutivas para flujo concurrente y flujo contracorriente en la TP. Incorporó en el simulador un modelo de flujo multifásico a través de la válvula de tormenta (SSSV, “subsurface security valve”); asimismo, modelos para describir la dinámica de válvulas comúnmente utilizadas para la descarga de los pozos, así como para la inyección del gas a la TP.

Además de utilizar el simulador para estudiar las características del proceso de descarga y el efecto de la variación de la temperatura sobre el mismo, Tang lo empleo para analizar la estabilidad del flujo. Presenta ejemplos de aplicación práctica y muestra la conveniencia de utilizar la simulación dinámica como método de diseño del proceso de descarga y de la operación de los sistemas de BNC.

#### **2.4.4 Medidas operativas para eliminar el cabeceo**

El estrangulamiento de la producción y el incremento del gasto de gas de inyección han sido las medidas operativas más empleadas en la práctica para estabilizar pozos con problemas de cabeceo. Tales medidas fueron el resultado de la experiencia acumulada a lo largo del tiempo en la operación de los sistemas de BNC; sin embargo, no podían explicarse los mecanismos físicos involucrados en el fenómeno ni se contaba con elementos teóricos para estimar las condiciones de operación más convenientes para contrarrestar la problemática. De esta manera, se sacrificaba producción al estrangular en superficie, o se utilizaban grandes cantidades de gas de inyección.

Con el desarrollo de criterios de estabilidad y de la simulación dinámica ha sido posible identificar, entender y cuantificar éstas y otras alternativas de estabilización:

1. Estimular el pozo.
2. Reducir el diámetro del estrangulador de producción.
3. Reducir el diámetro del orificio de la válvula operante.
4. Modificar el diseño de las sartas de producción.

##### 2.4.4.1 Uso de válvulas NOVA

Como mostraron Gruppung y cols., (1984a y 1984b), Asheim (1988) y Alhanati y cols., (1993), por mencionar sólo algunos, la geometría de la válvula operante juega un papel importante sobre la estabilidad del flujo; generalmente, estas válvulas son de orificio con geometría recta y operan bajo condiciones de flujo subsónico. Debido a que el gasto de gas a través de la válvula depende tanto de la presión en la TR como de la presión en la TP cuando se tiene flujo subsónico, entonces las perturbaciones que se generan en la TP se propagan hacia el sistema de inyección. Bajo determinadas condiciones de operación, esto promueve la amplificación de las perturbaciones en el sistema y la desestabilización del flujo.

Una manera de evitar la propagación de las perturbaciones generadas en la TP hacia el sistema de inyección, es mantener condiciones de flujo sónico en la válvula operante. En condiciones de flujo sónico, el gasto de inyección es constante y está controlado sólo por la presión en la TR. Sin embargo, en la práctica esto es difícil de lograr con las válvulas convencionales de orificio debido a la excesiva presión diferencial requerida (40 a 50% de la presión en la TR).

Para resolver esta dificultad, algunos autores (Tokar y cols., 1996; Gamaud y cols., 1996; Faustinelli y cols., 1999) han propuesto el uso de válvulas de tobera tipo Venturi - “válvulas NOVA”. En este sentido, Tokar y cols., (1996), realizaron diversas pruebas experimentales con las válvulas de tobera y verificaron que su diseño convergente-divergente permite operar en condiciones de flujo sónico con presiones diferenciales menores del 10% de la presión en TR. Asimismo, refieren un caso de campo en que se logró estabilizar e incrementar la producción de un pozo con terminación doble del campo Sockeye, mediante la implementación de este tipo de válvulas.

Por otra parte, Faustinelli y cols. (1999) presentaron criterios para seleccionar los pozos candidatos al uso de las válvulas NOVA. Describen los casos de siete pozos en Maracaibo, Venezuela, en que fue posible eliminar las fluctuaciones del gasto de gas de inyección, corregir la inestabilidad en la TR, y en algunos casos eliminar o minimizar las fluctuaciones de la presión en la TP, con este tipo de válvulas. Destacan el caso de un pozo en que no fue posible eliminar las oscilaciones de la presión en la TP, aún cuando se logró mantener constantes la presión en la TR y el gasto de gas de inyección en la superficie. Faustinelli y cols. atribuyeron este fenómeno a la ocurrencia de un patrón de flujo inestable en la TP. Con base en los resultados obtenidos, concluyeron que la válvula NOVA constituye una solución parcial para los problemas de inestabilidad en pozos que presentan altos cortes de agua, crudos pesados y problemas de emulsiones.

Dalsmo y cols. (2002) presentaron resultados sobre la estabilización de pozos horizontales con BNC del campo Brage, en el mar del Norte. Mencionan que la inestabilidad fue eliminada exitosamente en algunos de los pozos mediante el uso de válvulas tipo Venturi; sin embargo, en otros, no se logró la estabilización del sistema.

Hu y Golan (2003) mencionan casos de campo en que no se logró estabilizar el flujo, aún después de la implementación de las válvulas NOVA. Esto sirvió como punto de partida para investigar e identificar la ocurrencia de un tipo distinto de inestabilidad: la inestabilidad de ondas de densidad, fenómeno descrito en la sección 2.5.

Por otra parte, Fairuzov y cols. (2005) analizaron el efecto del tipo de válvula operante sobre la estabilidad del sistema. En el estudio consideraron válvulas de orificio y de tobera, así como convencionales con domo y resorte. Presentaron una discusión sobre las ventajas y desventajas de cada tipo válvula desde el punto de vista de la estabilidad. Con base en mapas de

estabilidad, presentaron algunas recomendaciones sobre la selección de las válvulas. En el caso particular de las válvulas NOVA, concluyeron que resultan útiles para mitigar el problema de inestabilidad siempre y cuando permanezcan operando en condiciones de diseño; esto puede limitar su aplicación en instalaciones costa-afuera debido a que las condiciones de operación de los pozos tienen que modificarse frecuentemente (por ejemplo, debido a variaciones en la presión de la red de suministro de gas, al represionamiento de los cabezales de recolección, o por conificación de gas y/o agua).

#### 2.4.4.2 Sistemas de control de retroalimentación dinámica en sistemas de BNC

En los últimos lustros ha crecido de manera importante la investigación, el desarrollo e implementación de tecnologías y sistemas de control para la automatización de los procesos de producción de pozos, principalmente en instalaciones costa-afuera; esto con la finalidad de optimizar en tiempo real la explotación de los yacimientos y hacer un uso más eficiente de los recursos energéticos y humanos disponibles.

En el caso particular de los pozos con BNC, la implementación de sistemas de control de retroalimentación dinámica se ha posicionado como una alternativa efectiva para estabilizar el flujo, incluso en condiciones de operación que de otra manera serían inestables. El principio de funcionamiento de estos sistemas de control es el siguiente:

1. se miden o estiman en tiempo real determinados parámetros en el sistema (generalmente, la presión en el fondo y/o en la cabeza, y la presión en la TR);
2. los datos medidos son enviados a un controlador y se comparan contra valores de referencia predeterminados;
3. con base en el resultado de la comparación, el controlador envía una señal a los actuadores, los cuales permiten variar la apertura del estrangulador de producción y/o de la válvula de inyección en la superficie;
4. finalmente, el sistema se retroalimenta para llevar a cabo las acciones correctivas necesarias.

Con respecto al primer inciso, es importante hacer algunas observaciones. Aquellos sistemas basados en la medición o estimación de la presión de fondo fluyendo resultan ideales para fines de control, ya que las primeras manifestaciones de la inestabilidad del flujo deben

presentarse precisamente en la proximidad de la válvula operante. Ahora bien, para el buen desempeño del controlador se requieren mediciones o estimaciones confiables; sin embargo, en ambos casos se presentan dificultades.

En el primer caso, es común que las herramientas subsuperficiales utilizadas para el registro de la presión durante periodos prolongados (semanas) presenten problemas en sus operación; bajo tales circunstancias, el controlador pudiera dejar de operar y la logística para recuperar la herramienta implica costos altos y riesgos operativos, sobre todo en instalaciones costa-afuera.

Por otra parte, si el controlador está basado en el cálculo de la presión de fondo fluyendo, entonces se requiere un modelo confiable de flujo multifásico transitorio. Una de las ventajas del uso de tales modelos dinámicos es que permiten estimar en tiempo real, a partir de mediciones en la superficie, aquellas variables que no pueden ser medidas y que pudieran ser utilizadas como parámetros de entrada del controlador. Por ejemplo, el estrangulador de inyección puede ser ajustado para estabilizar el flujo con base en mediciones de la presión en la cabeza, o bien, el estrangulador de producción si se mide la presión en la TR. Con respecto a las desventajas de este tipo de sistemas, puede mencionarse que los simuladores dinámicos disponibles actualmente sólo proporcionan aproximaciones al comportamiento real del mismo, por lo que puede resultar cuestionable su uso en el controlador.

Más allá de las dificultades técnicas arriba mencionadas, en la literatura se han propuesto diferentes esquemas de control de retroalimentación dinámico para estabilizar el flujo en los pozos con BNC. A continuación se presentan algunos de los trabajos publicados en este sentido.

En 1996, Gamaud y cols. describieron las ventajas de la aplicación de secuencias de control automático para mantener los sistemas de BNC en condiciones de operación óptimas y estables, sobre todo en instalaciones costa-afuera; los autores señalan que es posible arrancar pozos y operar los sistemas de producción de manera segura, confiable y autónoma, con tales secuencias de control. Mencionan el desarrollo e implementación de un conjunto de secuencias de ajuste experto con controladores lógicos que actúan sobre los estranguladores de inyección y de producción para eliminar el cabeceo, aún en condiciones de operación cambiantes, con equipos fuera de diseño y/o con limitaciones en el suministro de gas. Refieren casos de campo en que la producción de líquido se incrementó en al menos 20% mediante la estabilización del flujo. Recomiendan incorporar el análisis de estabilidad en los estudios concernientes a la optimización

de la red de distribución del gas. Finalmente, destacaron el uso de la simulación dinámica como un medio para mejorar el entendimiento sobre la operación de los sistemas y la importancia de la secuencia de las acciones para estabilizar los pozos.

Jansen y cols. (1999) destacaron los beneficios de los sistemas de automatización FCW (“Full Control of Wells”), desarrollados e implementados en campo por Elf E&P para la operación de pozos y optimización de la producción. Estos sistemas de control dinámico utilizan mediciones en superficie como datos de entrada y, mediante secuencias universales de control y algoritmos de lógica difusa, actúan sobre los estranguladores superficiales para regular el gasto de BN y la contrapresión en el pozo. Estos autores propusieron complementar tecnologías como la FCW con un esquema de control de retroalimentación basado en un modelo dinámico de flujo en el pozo. Para tal efecto, utilizaron OLGA, y desarrollaron el controlador en Matlab; verificaron que el modelo capturaba los rasgos esenciales del cabeceo. Realizaron simulaciones numéricas y mostraron que el cabeceo se elimina a través de la manipulación activa y continua de la apertura de los estranguladores de producción y de inyección, y que el pozo puede operar de manera estable cerca de las condiciones que predice el modelo estacionario y que resultarían en flujo inestable si no se utilizara ningún tipo de control.

Mediante simulaciones dinámicas y con casos de campo, Havre y Dalsmo (2001) mostraron que el control de retroalimentación activo puede utilizarse exitosamente para eliminar las oscilaciones de los parámetros del flujo asociadas al taponamiento severo en oleogasoductos, y destacaron que este tipo de control también podría aplicarse para estabilizar el flujo en pozos con BN debido las similitudes de ambos fenómenos.

Dalsmo y cols. (2002) presentaron los casos de algunos pozos horizontales en que la inestabilidad del flujo se eliminó mediante la implementación de un sistema de control de retroalimentación dinámica que actúa sobre el estrangulador de producción; el controlador utiliza mediciones de la presión de fondo fluyendo como señal de entrada.

Mediante simulaciones dinámicas, Eikrem y cols. (2002) mostraron que la producción de líquido puede disminuir a consecuencia de la inestabilidad del flujo. Propusieron el uso de sistemas de control de retroalimentación como método de estabilización en sistemas de BNC con dos (o más) pozos que producen del mismo yacimiento, comparten la misma red de inyección de gas y confluyen al mismo separador. La dificultad en el diseño de este tipo de sistemas radica en distribuir el gas a cada uno de los pozos, de tal manera que todos operen bajo condiciones



óptimas (maximizar la producción de aceite) y de manera estable. En la práctica, y sobre todo en instalaciones costa-afuera, esto se dificulta por limitaciones y variaciones en el suministro de gas de inyección.

Eikrem y cols. (2002) plantearon estructuras de control basadas en mediciones de la presión en el fondo o en el espacio anular, así como de la presión en la cabeza y del gasto másico a través de los estranguladores de producción y de inyección; en estas estructuras, el controlador actúa sobre la apertura de los estranguladores. Utilizaron OLGA para realizar las simulaciones dinámicas requeridas y desarrollaron los controladores en Matlab. Los controladores fueron ajustados usando una combinación de la experiencia del proceso y simulaciones iterativas. Determinaron que la estructura que mejor permite optimizar y estabilizar el sistema requiere la medición en tiempo real de la presión en el fondo. Con respecto a la estructura basada en la medición de la presión en la TR, destacaron su facilidad para la adquisición de datos en superficie.

Para sortear la dificultad de la adquisición de mediciones de la presión de fondo fluyendo, Eikrem y cols. (2004) desarrollaron un estudio sobre el desarrollo de estimadores de estado para calcular este parámetro en tiempo real. Para tal efecto, propusieron un modelo simplificado generado a partir de balances másicos de las fases en el sistema. Los parámetros de control considerados fueron la presión en el fondo o la masa total en el sistema.

Mediante simulaciones dinámicas en OLGA, Hu y Golan (2003) analizaron el efecto de la inestabilidad sobre la producción de líquido en pozos típicos del Mar del Norte. Compararon las curvas características de BN calculadas con modelos en régimen permanente y en régimen transitorio; concluyeron que la producción de líquido puede disminuir entre 20 y 40% durante el flujo inestable.

Con base en los modelos de simulación desarrollados, Hu y Golan realizaron estudios paramétricos para determinar el efecto del gasto de inyección, el índice de productividad, el diámetro del orificio de la válvula operante, y el diámetro del estrangulador de producción, sobre la estabilidad del flujo. Mostraron que el estrangulamiento automático basado en un sistema de control de retroalimentación puede no sólo estabilizar el pozo, sino reducir las pérdidas de producción asociadas al cabeceo. En el sistema de control analizado consideraron que el estrangulador de producción es controlado por la señal de la presión de fondo fluyendo; el valor

de referencia de este parámetro en el controlador corresponde al valor óptimo determinado a partir de simulaciones en régimen permanente.

Como resultado de los estudios realizados, además de la inestabilidad en TR, Hu y Golan identificaron un nuevo mecanismo de inestabilidad: la inestabilidad de ondas de densidad, la cual se aborda en la sección 2.5.

Con base en los estudios realizados por Eikrem y cols. (2004), Scibilia y cols. (2008) continuaron investigando el uso de estimadores de estado para calcular la presión de fondo fluyendo. Propusieron un esquema de control de retroalimentación basado en mediciones de la presión en la TR, la presión en la cabeza del pozo y la densidad de la mezcla en la cabeza. Destacaron que el esquema propuesto puede implementarse fácilmente en sistemas de varios pozos conectados a un mismo cabezal de recolección. La estructura de control propuesta utiliza la apertura del estrangulador de producción como variable manipulable y la presión de fondo como variable controlada.

Al igual que Eikrem y cols (2004), los autores referidos desarrollaron un modelo simplificado del sistema a partir de balances másicos para estimar la presión de fondo. Diseñaron el controlador en Matlab. Compararon los resultados del modelo con simulaciones dinámicas en OLGA, y observaron un buen acuerdo con las predicciones del modelo en cuanto a que reproduce las características principales del ciclo de la inestabilidad en TR. A partir de simulaciones sin y con la aplicación del esquema de control propuesto, mostraron que el controlador opera exitosamente sobre el estrangulador de producción para eliminar el cabeceo.

## **2.5 Inestabilidad de ondas de densidad**

Con base en la experiencia acumulada en el estudio y caracterización de la inestabilidad en TR, se ha determinado que ésta no puede ocurrir si el flujo de gas a través de la válvula operante se mantiene constante. En este sentido y como se describió en la sección 2.4.4.1, una de las alternativas para la estabilización se ha orientado al diseño de válvulas que permitan operar en condiciones de flujo sónico. Tal medida ha resultado exitosa en la mayoría de las veces; sin embargo, se han reportado varios casos de campo en que el problema de inestabilidad no ha podido resolverse, aún cuando se han alcanzado condiciones de flujo sónico en la válvula operante (Alhanati y cols., 1993; Faustinelli y cols., 1999; Dalsmo y cols., 2002; Hu y Golan, 2003). Esto motivó en años recientes el desarrollo de investigaciones que resultaron en la identificación de un nuevo tipo de inestabilidad en los pozos con BNC: la inestabilidad de ondas de densidad.

Como su nombre lo indica, este tipo de inestabilidad está asociada a la propagación de ondas de fluido de diferente densidad a lo largo de la TP. Se presenta generalmente en pozos profundos de BNC que producen desde yacimientos depresionados, a gastos bajos de inyección, y con flujos dominados por la carga hidrostática; puede manifestarse aún cuando el gasto de gas a través de la válvula operante es constante.

### **2.5.1 Mecanismo de la inestabilidad por ondas de densidad**

En general, cualquier perturbación en el gasto de las fases presentes a la entrada del pozo ocasiona que el colgamiento local cambie y, por lo tanto, también la densidad de la mezcla. A su vez, el cambio de la densidad local de la mezcla genera la variación de las caídas de presión hidrostática y total en la TP. El cambio de la densidad de la mezcla generado en el fondo del pozo se propaga a través de la TP como una onda, referida como onda de densidad, onda de continuidad u onda de colgamiento.

Ahora bien, las ondas de densidad siempre están presentes en los sistemas reales y no necesariamente generan inestabilidad; de hecho, la interacción del pozo con el yacimiento tiende a restablecer condiciones de equilibrio estable cuando el sistema experimenta alguna perturbación; por ejemplo, la caída de presión en la TP se incrementa si la densidad de la mezcla aumenta, lo que a su vez ocasiona que el aporte de líquido del yacimiento disminuya; esto

eventualmente hace que la densidad de la mezcla tienda a disminuir hasta que el sistema retorna a su condiciones iniciales.

Sin embargo, tal mecanismo de autocontrol puede resultar insuficiente para mantener el flujo estable bajo determinadas condiciones de operación, debido al retardo o desfaseamiento en las respuestas de la TP y del yacimiento; cuando el desfaseamiento es muy pronunciado, entonces se genera la inestabilidad del sistema, el cual permanece oscilando en torno a cierta condición de equilibrio.

### **2.5.1 Estudios sobre la inestabilidad de ondas de densidad**

El fenómeno de inestabilidad de ondas de densidad en tuberías ha sido estudiado mediante análisis lineal y no lineal en la industria nuclear, particularmente en el diseño de los reactores nucleares de ebullición de agua, BWR - “Boiling Water Reactor” (Ambrosini, 2000; Cao y cols., 2004). No obstante, los resultados de tales estudios no tienen aplicación directa en los sistemas de BNC debido a que están orientados a problemas de transferencia de calor en tuberías con agua en ebullición.

Por otra parte, en el contexto petrolero Hu y Golan (2003) identificaron por primera vez la inestabilidad de ondas de densidad en los sistemas de BNC, al investigar los mecanismos del cabeceo en pozos profundos del Mar del Norte que producen a gastos de inyección relativamente bajos, en yacimientos depresionados, y en los cuales el flujo a través de la válvula operante se mantiene constante.

Hu y Golan desarrollaron modelos dinámicos en OLGA para analizar las inestabilidades en TR y de ondas de densidad. Primero verificaron que los modelos capturaban los rasgos principales de la inestabilidad en TR; posteriormente, realizaron estudios paramétricos para determinar el efecto del gasto del gas de inyección, el índice de productividad y los diámetros de la válvula operante y del estrangulador de producción, sobre la amplitud y frecuencia de las oscilaciones de la presión y el gasto de líquido durante el cabeceo. Después, considerando un gasto constante de gas a través de la válvula operante, mostraron que las ondas de densidad que se propagan en el sistema pueden desestabilizar el flujo. Propusieron el uso de sistemas de control de retroalimentación para eliminar las inestabilidades de TR y de las ondas de densidad. Finalmente, mostraron que la producción de líquido puede incrementarse como efecto de la estabilización.

Sinègre y cols. (2005a) retomaron el estudio y caracterización de la inestabilidad por ondas de densidad. Destacaron que las soluciones basadas en el diseño de la válvula operante, aún cuando pueden resultar muy efectivas para mitigar la inestabilidad en TR, no necesariamente resuelven todos los tipos de inestabilidad que pueden presentarse en los pozos con BNC. En este sentido, al igual que Hu y Golan (2003), propusieron el uso de sistemas de control de retroalimentación para estabilizar las ondas de densidad. Propusieron un esquema de control y mostraron su efectividad para mitigar ambos tipos de inestabilidad.

Posteriormente, Sinègre y cols. (2005b) desarrollaron un modelo matemático para estudiar la dinámica de la inestabilidad de las ondas de densidad. Analizaron su ecuación característica y propusieron un esquema de control de retroalimentación para mitigar la problemática. A partir de simulaciones dinámicas en OLGA, estudiaron el comportamiento del esquema de control propuesto y mostraron que permite estabilizar el sistema con la misma cantidad de gas de inyección, bajo condiciones de operación que de otra manera serían inestables. Determinaron que el periodo de las ondas de densidad es aproximadamente igual a su tiempo de residencia en la TP.

## Capítulo 3

# Análisis lineal

En este capítulo se aborda el análisis lineal de estabilidad en pozos con BNC que cuentan con empacador instalado. Se presenta la metodología de análisis empleada. Se describen las características de los sistemas considerados en el estudio. Se discute la validez de los criterios de estabilidad existentes, y se propone un criterio generalizado que toma en cuenta la variación del corte de agua y de la relación gas-aceite, así como la compresibilidad de la columna de fluidos entre el punto de inyección y el fondo del pozo; asimismo, el criterio es aplicable tanto para yacimientos saturados como bajosaturados, y con diversos comportamientos de afluencia. Se describe el modelo del sistema de BNC utilizado el análisis. Se presenta la validación del modelo y del criterio de estabilidad, con información de campo de un pozo típico de BNC costa-afuera en México. El capítulo finaliza con la presentación de estudios paramétricos con respecto a la estabilidad del flujo.

### 3.1 Metodología para el análisis lineal de estabilidad

La metodología que se utilizará en el análisis lineal de estabilidad de los sistemas de BNC consta de los puntos siguientes:

1. Recopilación de la información del sistema.
2. Validación de la información primaria.
3. Selección de criterios de estabilidad.
4. Construcción del modelo del sistema de BNC en régimen permanente.
5. Validación del modelo.
6. Generación y validación de mapas de estabilidad.

## 7. Estudios paramétricos.

### **3.1.1 Recopilación de la información del sistema de BNC**

Para llevar a cabo el análisis de estabilidad de flujo se requiere información detallada de las características del pozo, así como de sus condiciones de operación. Además de la información verbal proporcionada por los operadores del sistema, se requiere:

1. Estado mecánico del pozo.
2. Reporte del giroscópico del pozo.
3. Histórico de aforos.
4. Datos de las propiedades físicas de los fluidos producidos.
5. Registros de presión-temperatura, dinámicos y estáticos.
6. Gráficos circulares de presión en la cabeza, de gasto de inyección y de presión en la red de BN (y cualquier otro disponible).
7. Reportes de variación de parámetros en tiempo real disponibles.
8. Histórico de las intervenciones realizadas.
9. Datos de la profundidad de los contactos gas-aceite y agua-aceite.
10. Reportes de variación de parámetros en el separador.
11. Información del comportamiento de otros pozos conectados al mismo cabezal de recolección.

### **3.1.2 Validación de la información primaria**

El proceso de validación consiste en detectar inconsistencias en la información primaria recabada y en identificar la información faltante, con la finalidad de plantear las consideraciones pertinentes. Respecto a este último punto, puede mencionarse que los datos de pruebas de presión-producción en sistemas costa-afuera generalmente son escasos debido a los riesgos y costos operativos que implica su realización, por lo que se usa la información de pozos vecinos; en tales circunstancias, el juicio y experiencia del ingeniero de diseño resultan invaluable.

### **3.1.3 Selección de criterios de estabilidad**

En principio pueden utilizarse indistintamente los criterios de Asheim (1988), de Alhanti y cols. (1993) o de Fairuzov y cols. (2004). Sin embargo, considerando las limitaciones propias del

análisis lineal y la complejidad del comportamiento (muy no lineal) de los sistemas de BNC, así como las simplificaciones en el desarrollo de los criterios referidos, su validez está limitada a cierto tipo de sistemas (Guerrero, 2004).

En este sentido, el desarrollo de nuevos criterios de estabilidad se ha orientado a la inclusión de algunos aspectos no considerados en los criterios propuestos por Asheim (1988); por ejemplo, los regímenes de flujo en las válvulas subsuperficial y superficial de inyección, en los criterios de Alhanati y cols. (1993). Por otra parte, en los criterios de Fairuzov y Guerrero (2004) se considera la variación de las perturbaciones de presión entre el punto de inyección y el fondo del pozo, y se toma en cuenta el comportamiento de afluencia de los yacimientos saturados.

De esta manera, la selección del criterio de estabilidad utilizado en el análisis dependerá del tipo de sistema en estudio. Cabe destacar que la validación de los criterios seleccionados para un sistema en particular puede realizarse mediante mapas de estabilidad, comparando las predicciones contra la información registrada en campo.

Ahora bien, con base en la experiencia personal acerca del análisis de estabilidad y las observaciones de los ingenieros de diseño y operación de los pozos costa-afuera en México, se ha determinado que las predicciones de los criterios existentes tienden a sobrestimar la frontera de estabilidad de los sistemas de BNC considerados en el presente trabajo. Por lo tanto, y para tal efecto, en la sección 3.3 se propone un criterio generalizado de estabilidad basado en las premisas de Asheim.

#### **3.1.4 Construcción del modelo del sistema de BNC**

Para obtener los parámetros requeridos en la evaluación de los criterios de estabilidad seleccionados, es necesario desarrollar un modelo del sistema de BNC. Con base en la información disponible, se construye un modelo de flujo en régimen permanente que describa el comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo, así como la hidrodinámica del flujo en la TP y en el sistema de inyección. Mediante análisis nodal clásico (Brown, 1984a), se resuelven simultáneamente las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema y se obtiene el gasto y presión que se establecen para ciertas condiciones operación.

Un primer paso en la construcción del modelo, es el ajuste del método seleccionado para calcular las propiedades PVT (presión-temperatura-volumen) del aceite, el gas y el agua de formación. Esto puede realizarse a través de diversas correlaciones PVT o mediante ecuaciones



de estado (si se conoce la composición del fluido original del yacimiento). En el caso de los aceites negros usualmente se recurre a correlaciones empíricas; éstas deben ajustarse a los datos de una prueba de liberación instantánea, si se dispone de tal información.

Por otra parte, actualmente se dispone de un gran número de métodos para predecir el comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo (Brown, 1984a-b), así como de correlaciones de flujo multifásico y modelos mecanicistas para describir la hidrodinámica del flujo en la TP (Brown, 1984a; Brill y Mukherjee, 1999).

El modelo de afluencia establece la relación entre el gasto de los fluidos producidos y la presión dinámica en el fondo del pozo; su selección está restringida generalmente por la información disponible del yacimiento o por el número de datos requeridos de pruebas de presión-producción. En los modelos más sencillos se requiere sólo un dato de presión de fondo fluyendo contra gasto de líquido, así como la presión del yacimiento.

Con respecto a los métodos de flujo multifásico, se calculan los perfiles de presión dinámica para ciertas condiciones de operación y se comparan contra el o los valores medidos de presión disponibles; posteriormente, se selecciona el método que mejor reproduce los datos medidos. En el caso de las correlaciones empíricas, no debe perderse de vista su rango de validez.

Una vez que se seleccionan los métodos de flujo multifásico y de afluencia, se procede a su acoplamiento y, mediante análisis nodal, se verifica que reproduzcan los datos del aforo y de las pruebas de presión dinámica utilizados. Si existen discrepancias, generalmente se realizan ajustes finos en el método de flujo multifásico; para tal efecto, se usan factores de ajuste en los gradientes por fricción e hidrostático; en algunos simuladores también es posible modificar la velocidad de resbalamiento o la correlación para el colgamiento del líquido. En esta etapa del proceso, la experiencia del ingeniero de diseño tiene un papel muy importante en la identificación de algunas problemáticas propias del pozo, o en la información utilizada. Como comentario adicional, es importante destacar que los datos de los aforos utilizados en la generación del modelo deben haberse obtenido bajo condiciones de flujo estable; de otra manera es muy probable que el modelo desarrollado no pueda reproducirlos.

Ahora bien, el modelo del sistema de inyección permite predecir las caídas de presión, desde la válvula de BN hasta la válvula superficial de inyección; se utiliza en el análisis nodal exclusivamente para verificar que el sistema puede operar con el gasto de inyección considerado, tomando en cuenta la presión disponible en la línea de suministro del gas en la superficie.

Es importante resaltar que el modelado de la dinámica del flujo a través de las válvulas de BNC puede ser muy complejo, dependiendo de su diseño y de las condiciones de operación (Brown, 1984b; Nieberding y cols., 1993); por ejemplo, las válvulas pueden tener domo y resorte y operar por presión en TR, TP, o ambas. En el caso particular de las válvulas operantes, generalmente son de orificio, lo que simplifica sustancialmente su modelado. Por otra parte, la inyección del gas en la superficie se realiza a través de válvulas de aguja o estranguladores.

Finalmente, puede mencionarse que existen varios métodos para calcular el perfil de presión en régimen permanente en el espacio anular (Brown, 1984b; Ikoku, 1992); en general, tales métodos son expresiones simplificadas de las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía que describen la hidrodinámica del flujo monofásico de gas en tuberías.

### **3.1.5 Validación del modelo**

Para considerar validado el modelo desarrollado, éste debe reproducir los datos de otros aforos realizados en fechas cercanas. Si no es el caso, algunos aspectos que deben tomarse en cuenta en el planteamiento del modelo, son:

1. Inestabilidad de flujo.
2. Conificación de agua y/o gas.
3. Reducción del índice de productividad asociado a la declinación natural del yacimiento o por la ocurrencia de daño.
4. Declinación de la presión del yacimiento.
5. Formación de emulsiones agua-aceite.
6. Cambios en la rugosidad de la sarta de producción, particularmente cuando se sospecha la presencia de incrustaciones. En el caso de pozos con problemas severos de producción de agua, la incrustación de carbonatos puede reducir dramáticamente el área disponible al flujo.

### **3.1.6 Generación de mapas de estabilidad**

Con base en los criterios de estabilidad seleccionados, se construyen mapas de estabilidad para diferentes condiciones de operación. Se determina la frontera de estabilidad del sistema, así como sus límites de operación.

Mediante los mapas puede verificarse fácilmente la validez de los criterios empleados, al comparar la frontera de estabilidad teórica contra el comportamiento observado en campo para las mismas condiciones de operación. Si existen discrepancias fuertes, entonces será necesario incorporar otros aspectos en la formulación de los criterios de estabilidad. Una vez validados, los mapas pueden usarse para establecer estrategias de estabilización.

Como se describe en la sección 3.3, en el presente trabajo se utiliza el programa “*Generador de Mapas de Estabilidad*”, GME, (Guerrero, 2004), modificado con un criterio generalizado de estabilidad que toma en cuenta diferentes modelos de afluencia del yacimiento al pozo, así como la inclusión de modelos de conificación de agua y/o gas.

### **3.1.7 Estudios paramétricos**

Se generan mapas de estabilidad para analizar el efecto de algunos parámetros de diseño y operación en la estabilidad del sistema, así como para investigar estrategias de estabilización. Los parámetros de diseño considerados comúnmente en el análisis son: el diámetro y profundidad de la válvula operante, el diámetro de la TP, el índice de productividad, la presión del yacimiento, y el corte de agua. Por otra parte, el gasto del gas de inyección y la presión en la cabeza son los parámetros de operación más utilizados para establecer las estrategias de estabilización.

### 3.2 Características de los sistemas de BNC analizados

En el presente trabajo se analiza la estabilidad de flujo en los sistemas de BNC típicos costafuera en el Golfo de México. Los rasgos característicos de estos sistemas son:

1. Los pozos tienen una profundidad de entre 2,500 y 3,000 m, hasta el nivel medio del intervalo productor disparado, y cuentan con un empacador instalado.
2. La distancia vertical entre la válvula operante (de orificio) y el fondo del pozo es de aproximadamente 500 m.
3. La válvula operante tiene un diámetro de orificio de 48/64 pg.
4. Las tuberías de producción tienen un diámetro de 5 a 7 5/8 pg.
5. El diámetro interno de la tubería de revestimiento varía de 7 5/8 a 11 3/4 pg.
6. Los pozos son susceptibles a la conificación de agua.
7. Las formaciones productoras son carbonatadas, naturalmente fracturadas, y con índices de productividad que varían entre 10 y 500 bpd/psi.
8. La presión del yacimiento es menor que la presión de burbuja (yacimiento saturado).
9. El aceite producido es de 22 °API.
10. La relación gas-aceite, RGA, original del aceite es de  $64 \text{ m}^3/\text{m}^3$ .
11. Durante el flujo inestable, los pozos manifiestan oscilaciones de la presión en la cabeza de más de  $3 \text{ kg}/\text{cm}^2$ , con una frecuencia de tres a cinco ciclos por hora.

### 3.3 Criterios de estabilidad

Con base en la experiencia personal en el análisis de estabilidad de los sistemas de BNC costafuera en el Golfo de México, y por referencias del personal de diseño y operación de este tipo de sistemas, se han identificado discrepancias fuertes entre las predicciones de los criterios de estabilidad existentes y lo observado en campo. Mediante mapas de estabilidad, Fairuzov y cols. (2004) mostraron que los criterios de Asheim (1988), así como los de Alhanti y cols. (1993), sobrestiman la frontera de estabilidad en este tipo de sistemas; concluyeron que era necesario tomar en cuenta en la formulación de los criterios de estabilidad, el comportamiento de afluencia para yacimientos saturados, así como la variación de las perturbaciones de presión entre el fondo del pozo y el punto de inyección, sobre todo cuando la distancia entre ambos puntos es relativamente grande (más de 500 m); formularon un nuevo criterio de estabilidad, y lo validaron exitosamente con la información de siete pozos.

Sin embargo, con el avance de la explotación de las formaciones productoras, en años recientes han surgido nuevas problemáticas que afectan el comportamiento del sistema; por mencionar algunos: la declinación de la presión del yacimiento, la conificación de agua y/o gas, el sobredimensionamiento de equipos, y obstrucciones en los aparejos de producción por la incrustación de carbonatos. En particular, y de acuerdo a la experiencia de los operadores, se ha observado que el flujo tiende a desestabilizarse una vez que el yacimiento comienza a producir agua.

Con base en la revisión de la literatura, se determinó que ninguno de los criterios existentes toma en cuenta el efecto de la producción de agua en el comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo, ni de su repercusión en la variación de la densidad de la mezcla de fluidos contenidos en la sarta de producción. Esto ha motivado en el presente trabajo investigar también el efecto del corte de agua en la estabilidad del sistema, factor que puede ser la causa de las discrepancias observadas en campo con respecto a las predicciones de los criterios de estabilidad existentes. En este sentido, se propone un criterio generalizado de estabilidad basado en las premisas de Asheim (1988), el cual se describe a continuación.

### 3.3.1 Planteamiento

#### 3.3.1.1 Consideraciones

Las consideraciones en la formulación del criterio de estabilidad propuesto son:

1. El yacimiento responde instantáneamente a las variaciones de presión en el pozo.
2. El gasto del gas de BN en la superficie es constante.
3. La inyección del gas de BN en la TP es a través de una válvula de orificio.
4. Las caídas de presión por fricción en el pozo no se toman en cuenta.
5. Se desprecia el gradiente de presión en el espacio anular.

#### 3.3.1.2 Primer criterio

De acuerdo al primer criterio de estabilidad de Asheim (1988), el sistema es estable si la densidad de la mezcla (conformada por el gas de BN y los fluidos aportados por el yacimiento: aceite, agua y gas) se incrementa cuando la presión en el punto de inyección decrece:

$$F_1 = \frac{\delta \rho_{fi}}{\delta p_{ii}} < 0 \quad . \quad (3.1)$$

A partir de un balance de materia, la densidad local de la mezcla puede expresarse como:

$$\rho_i = \rho_{fi} \cdot \left( \frac{q_{fi}}{q_{fi} + q_{gi}} \right) + \rho_{gi} \cdot \left( \frac{q_{gi}}{q_{fi} + q_{gi}} \right) \quad . \quad (3.2)$$

Suponiendo que  $\rho_i = \rho_i(q_{fi}, q_{gi})$ , la variación de  $\rho_i$  es:

$$\delta \rho_i = \frac{\partial \rho_i}{\partial q_{fi}} \cdot \delta q_{fi} + \frac{\partial \rho_i}{\partial q_{gi}} \cdot \delta q_{gi} \quad . \quad (3.3)$$

Con base en la ec. (3.2), y una vez obtenidas las derivadas parciales requeridas, la ec. (3.3) puede expresarse como:

$$\frac{\delta\rho_i}{\delta p_{ti}} = \frac{(\rho_{fi} - \rho_{gi})}{(q_{fi} + q_{gi})^2} \cdot \left[ q_{gi} \cdot \frac{\delta q_{fi}}{\delta p_{ti}} - q_{fi} \cdot \frac{\delta q_{gi}}{\delta p_{ti}} \right] . \quad (3.4)$$

Por lo tanto, la desigualdad en (3.3) se cumple cuando:

$$q_{gi} \cdot \frac{\delta q_{fi}}{\delta p_{ti}} - q_{fi} \cdot \frac{\delta q_{gi}}{\delta p_{ti}} < 0 , \quad (3.5)$$

o bien, cuando:

$$F_1 = \frac{-\frac{1}{q_{fi}} \cdot \frac{\delta q_{fi}}{\delta p_{ti}}}{-\frac{1}{q_{gi}} \cdot \frac{\delta q_{gi}}{\delta p_{ti}}} > 1 . \quad (3.6)$$

El procedimiento para la obtención de los términos involucrados en la ec. (3.6) es el siguiente. Por una parte, retomando íntegramente el modelo de Asheim para el sistema de inyección (apéndice A), se tiene que:

$$-\frac{1}{q_{gi}} \cdot \frac{\delta q_{gi}}{\delta p_{ti}} = \frac{(E \cdot A_o)^2}{\rho_{gi} \cdot q_{gi}^2} . \quad (3.7)$$

Con respecto al término  $-\frac{1}{q_{fi}} \cdot \frac{\delta q_{fi}}{\delta p_{ti}}$  en la desigualdad (3.6), en el presente trabajo se

propone una expresión generalizada que toma en cuenta la variación del corte de agua y de la relación gas-líquido, RGL, así como la compresibilidad de los fluidos contenidos en la TP entre el punto de inyección y fondo del pozo; asimismo, que permite implementar cualquier modelo de afluencia. Bajo tales consideraciones y debido a la complejidad de los modelos involucrados, es conveniente aclarar que no es posible obtener una expresión analítica en forma cerrada; por lo tanto, el criterio propuesto es expresado en términos de derivadas que deben calcularse numéricamente.

De esta manera, tomando en cuenta la presencia de tres fases (agua, aceite y gas de formación), el gasto volumétrico de los fluidos aportados por el yacimiento a las condiciones de presión y temperatura en el punto de inyección puede expresarse como:

$$q_{fi} = q_{L@c.e.} \cdot (1 - \lambda_w) \cdot B_{ii} \quad , \quad (3.8)$$

donde

$$B_{ii} = B_o + (RGA - Rs) \cdot B_g + WOR \cdot B_w \quad ; \quad (3.9)$$

además,

$$q_{o@c.e.} = q_{L@c.e.} \cdot (1 - \lambda_w) \quad , \quad (3.10)$$

$$RGA = \frac{RGL}{1 - \lambda_w} \quad , \quad y \quad (3.11)$$

$$WOR = \frac{\lambda_w}{1 - \lambda_w} \quad . \quad (3.12)$$

Considerando que  $q_{L@c.e.} = q_{L@c.e.}(p_{wf})$ ,  $\lambda_w = \lambda_w(q_{L@c.e.})$  y  $p_{wf} = p_{wf}(p_{ii})$ , al derivar la ec. (3.8) con respecto a  $p_{ii}$ , puede mostrarse que:

$$-\frac{1}{q_{fi}} \cdot \frac{\delta q_{fi}}{\delta p_{ii}} = -\frac{1}{B_{ii}} \cdot \frac{dB_{ii}}{dp_{ii}} - \left( \frac{1}{q_{L@c.e.}} - \frac{1}{(1 - \lambda_w)} \cdot \frac{d\lambda_w}{dq_{L@c.e.}} \right) \cdot \frac{dq_{L@c.e.}}{dp_{wf}} \cdot \frac{dp_{wf}}{dp_{ii}} \quad . \quad (3.13)$$

A partir de la ec. (3.13), es interesante hacer las observaciones siguientes:

- a)  $\frac{dq_{L@c.e.}}{dp_{wf}}$  es la variación del gasto de líquido con respecto a la presión de fondo fluyendo, y puede calcularse a partir del modelo del comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo. Siempre es negativa.



- b)  $\frac{dp_{wf}}{dp_{ii}}$  es la variación de la presión de fondo fluendo con respecto a la presión en el punto de inyección. Esta derivada es numéricamente igual a uno en el caso del flujo monofásico de un líquido incompresible. Cuando el flujo es multifásico, debido a las no-linealidades del fenómeno, puede calcularse numéricamente a partir de la integración del gradiente hidrostático entre el punto de inyección y el fondo del pozo, con base en la relación siguiente:

$$p_{wf} = p_{ii} + \int \rho_m g \sin \theta \cdot dx \quad , \quad (3.14)$$

donde  $\rho_m = \rho_m(q_{L@c.e.}, p, T, \lambda_w, RGL, \alpha_L)$ .

- c)  $\frac{dB_{ii}}{dp_{ii}}$  representa el cambio volumétrico que experimenta la mezcla de los fluidos con respecto a la presión en el punto de inyección, por unidad de volumen de aceite a condiciones estándar; generalmente, es negativa. Con base en la definición de  $B_{ii}$  (ec. 3.9), puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \frac{dB_{ii}}{dp_{ii}} = & \frac{dB_{oi}}{dp_{ii}} + (RGA - Rs_i) \cdot \frac{dB_{gi}}{dp_{ii}} + WOR \cdot \frac{dB_{wi}}{dp_{ii}} + \\ & B_{gi} \cdot \left( \frac{1}{1 - \lambda_w} \cdot \frac{dRGL}{dq_{L@c.e.}} + \frac{RGL}{(1 - \lambda_w)^2} \cdot \frac{d\lambda_w}{dq_{L@c.e.}} \right) \cdot \frac{dq_{L@c.e.}}{dp_{wf}} \cdot \frac{dp_{wf}}{dp_{ii}} + \\ & B_{wi} \frac{dWOR}{d\lambda_w} \cdot \frac{d\lambda_w}{dq_{L@c.e.}} \cdot \frac{dq_{L@c.e.}}{dp_{wf}} \cdot \frac{dp_{wf}}{dp_{ii}} + \\ & - B_{gi} \frac{dRs_i}{dp_{ii}} \quad . \end{aligned} \quad (3.15)$$

- d)  $\frac{d\lambda_w}{dq_{L@c.e.}}$  y  $\frac{dRGL}{dq_{L@c.e.}}$  representan la variación del corte de agua y de la RGL con respecto al gasto de líquido, respectivamente, y se obtienen de los modelos de conificación de agua y de gas correspondientes. Estas derivadas siempre son positivas.

Debe observarse que la ec. (3.13) se reduce al primer criterio de Asheim (1988) cuando se considera que el fluido contenido en la TP entre la válvula operante y el fondo del pozo es incompresible, y que el yacimiento es bajosaturado y sin conificación de agua o gas. Esto también ocurre cuando el punto de inyección está próximo al nivel medio del intervalo disparado.

Finalmente, de las ecs. (3.7) y (3.13) en (3.6), el primer criterio de estabilidad puede expresarse como:

$$F_1 = - \left( \frac{1}{B_{ii}} \cdot \frac{dB_{ii}}{dp_{ii}} + \left( \frac{1}{q_{L@c.e.}} - \frac{1}{(1-\lambda_w)} \cdot \frac{d\lambda_w}{dq_{L@c.e.}} \right) \cdot \frac{dq_{L@c.e.}}{dp_{wf}} \cdot \frac{dp_{wf}}{dp_{ii}} \right) \cdot \left( \frac{\rho_{gi} \cdot q_{gi}^2}{(E \cdot A_o)^2} \right) > 1 \quad (3.16)$$

Si la desigualdad (3.16) es satisfecha, entonces el flujo es estable.

### 3.3.1.2 Segundo Criterio

Asheim (1988) planteó su segundo criterio de estabilidad a partir del análisis de los ritmos de abatimiento de presión en el espacio anular y en la TP. Cuando no se ha satisfecho el primer criterio (en este caso, dado por la desigualdad 3.16), si la presión en el espacio anular decae más rápido que la presión en la TP, entonces el sistema es estable. En el presente trabajo, se retoma íntegramente el segundo criterio propuesto por Asheim (anexo A):

$$F_2 = \frac{1}{g \cdot h} \cdot \frac{p_{ii}}{(\rho_{fi} - \rho_{gi})} \cdot \left( \frac{V_t}{V_c} \right) \cdot \left( \frac{q_{fi} + q_{gi}}{q_{fi}} \right) \cdot \frac{1}{(1-F_1)} > 1 \quad (3.17)$$

El flujo será inestable si la desigualdad (3.17) no se cumple.

### 3.4 Modelo del sistema de BNC en régimen permanente

Para determinar si el sistema de BNC es estable bajo ciertas condiciones de operación, se requiere calcular el valor de determinados parámetros a condiciones de flujo (presiones, gastos y propiedades físicas de los fluidos). Por lo tanto, es necesario desarrollar un modelo integral del sistema en régimen permanente; éste se conforma de un modelo de yacimiento, un modelo de flujo en la TP y un modelo para el sistema de inyección. Las ecuaciones en régimen estacionario que integran estos tres modelos son acopladas y resueltas numéricamente mediante análisis nodal (Beggs, 1991). En esta sección se presentan los detalles de los modelos que son utilizados para el análisis de estabilidad en los sistemas de BNC considerados en el presente estudio.

#### 3.4.1 Modelo de afluencia

El modelado del comportamiento de afluencia (o IPR - *Inflow Performance Relationship*) generalmente es complejo ya que la relación entre el gasto y la caída de presión que ocurre en el medio poroso depende del mecanismo de empuje en el yacimiento, de las propiedades petrofísicas y daño de la formación productora, así como de las propiedades PVT y saturaciones de los fluidos (Beggs, 1991). Por lo tanto, se han desarrollado algunos métodos relativamente simples para predecir el comportamiento de afluencia en régimen cuasi-estacionario a partir de datos medidos de presión del yacimiento, presión de fondo fluyendo y gasto de líquido. Entre los más comunes, pueden mencionarse los métodos de Vogel (1968), de Petrobras (Brown, 1984a), de Jones, Blount y Glaze (1976) y de Fetkovich (1973); el modelo de Fetkovich tiene un fundamento teórico, por lo que es preferido sobre otros modelos, sin embargo se requieren al menos tres pares de datos de  $q_{L@c.e.}$  vs.  $p_{wf}$  y la  $p_R$ . Para los métodos de Vogel y de Petrobras, que son de carácter semi-empírico, sólo se necesita un dato de  $q_{o@c.e.}$  vs.  $p_{wf}$ , la  $p_R$  y el corte de agua.

Debido a las complicaciones operativas y económicas de realizar mediciones de fondo en pozos costa-afuera con cierta regularidad, la información disponible para utilizar modelos más sofisticados usualmente es escasa; aún más, la incertidumbre en las mediciones de la presión de fondo fluyendo y gasto puede ser grande, sobre todo en yacimientos saturados con un alto potencial de flujo (como es el caso de los sistemas en estudio). Por lo tanto, en este tipo de sistemas se utilizan generalmente los métodos de Vogel y de Petrobras.

Por otra parte, cabe señalar que ninguno de los métodos antes referidos considera el efecto de la variación del corte de agua o de la RGL sobre el comportamiento de afluencia en pozos que presentan conificación de agua o gas. Sin embargo, mediante un algoritmo numérico es posible acoplar el modelo de IPR con las curvas de variación de estos parámetros en función del gasto de líquido (figuras 3.1 y 3.2, respectivamente); tales curvas pueden obtenerse experimentalmente, mediante correlaciones semi-empíricas (Yang y Wattenbarger, 1991; Addington, 1981), o con base en los resultados de simulaciones numéricas de yacimiento.

A continuación se describen algunos de los métodos que se utilizarán para generar el modelo de afluencia en los sistemas de BNC analizados.

#### 3.4.1.1 Modelo lineal

Para las condiciones de flujo en que  $p_{wf} > p_b$ , la curva de afluencia tiene un comportamiento lineal y está caracterizada por el índice de productividad del pozo,  $J$ .

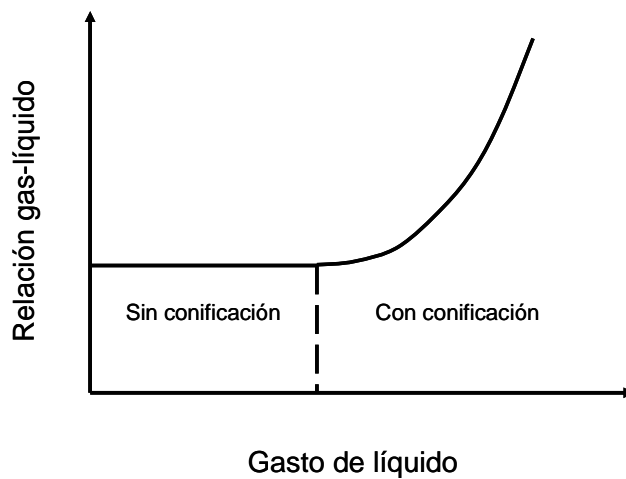
$$q_{o@c.e.} = J \cdot (p_R - p_{wf}) \quad . \quad (3.18)$$

#### 3.4.1.2 Método de Vogel

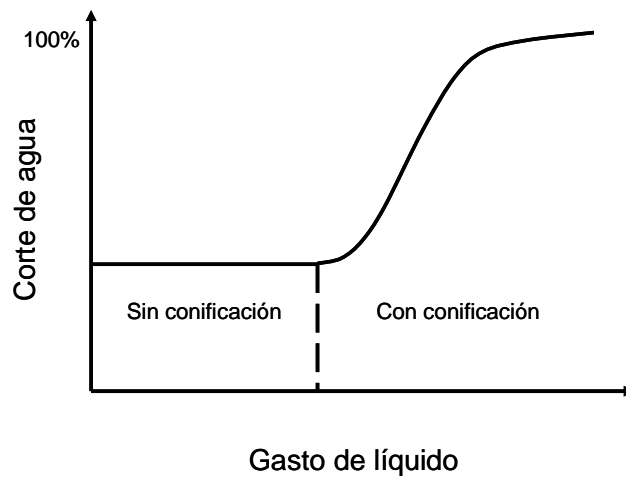
El modelo de afluencia desarrollado por Vogel (1968) es uno de los más utilizados en la industria petrolera. Permite generar la curva de IPR de pozos productores de aceite y gas que producen desde yacimientos saturados ( $p_R < p_b$ ) con empuje por gas disuelto. En este caso, la curva de IPR no es lineal debido a la presencia de gas libre en el yacimiento.

El método de Vogel se fundamenta en los resultados de numerosas simulaciones de yacimientos homogéneos ficticios. En las simulaciones se consideraron diferentes propiedades PVT del aceite, permeabilidades relativas, espaciamento entre pozos y factores de daño; el estudio incluyó pozos con fracturamiento hidráulico. Vogel construyó curvas adimensionales de IPR ( $p_{wf}/p_R$  vs.  $q_{o@c.e.}/q_{omax}$ ) para cada uno de los casos simulados y encontró que se ajustaban a la siguiente ecuación:

$$\frac{q_{o@c.e.}}{q_{omax}} = 1 - 0.2 \cdot \left( \frac{p_{wf}}{p_R} \right) - 0.8 \cdot \left( \frac{p_{wf}}{p_R} \right)^2 \quad , \quad (3.19)$$



**Fig. 3.1** Variación típica de la RGL con respecto al gasto de líquido, durante la conificación de gas.



**Fig. 3.2** Variación típica del corte de agua con respecto al gasto de líquido, durante la conificación de agua.

donde  $q_{omax}$  (o potencial del yacimiento) es el gasto de aceite que aportaría el yacimiento si la presión (manométrica) en la cara de la formación fuera la atmosférica, ( $p_{wf} = 0$ ). De acuerdo a la ec. (3.19), para construir la curva de IPR de un pozo se necesitan la  $p_R$  y un punto medido de  $q_{o@c.e.}$  vs.  $p_{wf}$ .

Aún cuando el modelo de Vogel tiene un origen semiempírico, en la literatura (Brown, 1984a-b; Beggs, 1991) se menciona que ha sido aplicado en la práctica con buenos resultados, incluso en yacimientos en que el mecanismo de empuje no necesariamente es por gas disuelto.

#### 3.4.1.3 Método de IPR generalizada

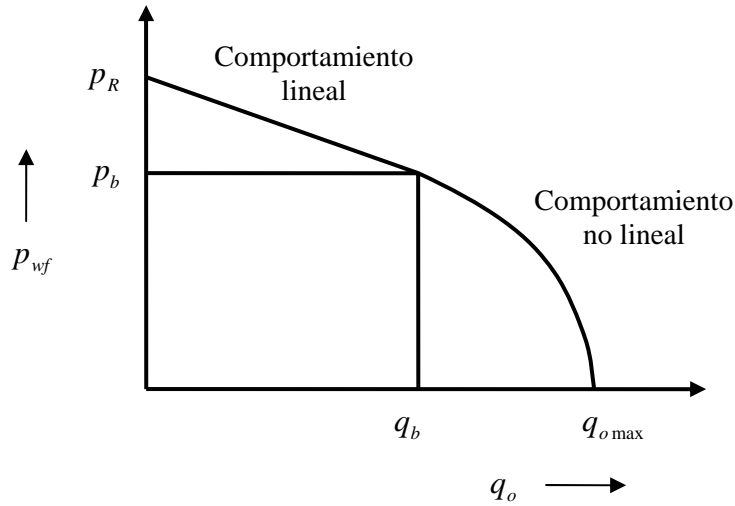
El método de Vogel puede extenderse para calcular la curva de IPR de los yacimientos bajosaturados, en los cuales la presión de fondo fluyendo puede ser mayor o menor que la presión de burbuja (Fig. 3.3). Se considera que el comportamiento de afluencia es lineal para  $p_{wf} \geq p_b$  (ec. 3.18), y que la ecuación de Vogel es aplicable cuando  $p_{wf} < p_b$ . Ya que la curva completa de IPR es continua en  $p_{wf} = p_b$ , entonces la pendiente de los dos segmentos debe ser la misma. De esta manera, la ecuación que describe la curva de IPR generalizada para  $p_{wf} < p_b$  es:

$$q_{o@c.e.} = J \cdot (p_R - p_b) + \frac{J \cdot p_b}{1.8} \cdot \left( 1 - 0.2 \cdot \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right) - 0.8 \cdot \left( \frac{p_{wf}}{p_b} \right)^2 \right) . \quad (3.20)$$

#### 3.4.1.4 Método de IPR compuesta

En las curvas de IPR compuestas se considera el efecto del corte de agua (constante) sobre el comportamiento de afluencia. El método que se presenta a continuación fue derivado por Petrobras (Brown, 1984b) y utiliza la ecuación de Vogel (1968) para estimar el flujo de aceite y un comportamiento lineal para la afluencia del agua.

De acuerdo a este método, la curva de IPR compuesta puede dividirse en tres intervalos (Fig. 3.4), en cada uno de los cuales el gasto de líquido se relaciona con la presión de fondo fluyendo como se indica a continuación:



**Fig. 3.3 Curva de IPR generalizada de un yacimiento bajosaturado.**

1. En el intervalo entre cero y el gasto a la presión de burbuja ( $0 < q_{L@c.e.} < q_b$ ):

$$p_{wf} = p_R - \frac{q_{L@c.e.}}{J} \quad (3.21)$$

2. El intervalo entre el gasto a la presión de burbuja y el gasto máximo de aceite que predice la ecuación de Vogel ( $q_b < q_{L@c.e.} < q_{o max}$ ):

$$p_{wf} = 0.125 \cdot p_b \cdot (1 - \lambda_w) \cdot \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \cdot \left( \frac{q_{L@c.e.} - q_b}{q_{o max} - q_b} \right)} \right] + \lambda_w \cdot \left( p_R - \frac{q_{L@c.e.}}{J} \right) \quad (3.22)$$

3. El intervalo entre el gasto máximo de aceite y el gasto máximo total ( $q_{o max} < q_{L@c.e.} < q_{L max}$ ):

$$p_{wf} = \lambda_w \cdot \left( p_R - \frac{q_{o max}}{J} \right) - (q_{L@c.e.} - q_{o max}) \cdot \tan \beta \quad (3.23)$$

El gasto máximo de líquido para la curva de IPR compuesta puede calcularse mediante la ecuación siguiente:

$$q_{Lmax} = q_{omax} + \lambda_w \cdot \left( p_R - \frac{q_{omax}}{J} \right) \cdot \tan \alpha \quad , \quad (3.24)$$

donde

$$\tan \alpha = CG / CD \quad , \quad (3.25)$$

$$\tan \beta = CD / CG \quad , \quad (3.26)$$

$$CG = 0.001 \cdot q_{omax} \quad , \quad (3.27)$$

y

$$CD = \frac{p_b \cdot (1 - \lambda_w)}{8} \cdot \left[ -1 + \sqrt{81 - 80 \cdot \left( \frac{0.999 \cdot q_{omax} - q_b}{q_{omax} - q_b} \right)} \right] + \lambda_w \cdot \left( \frac{0.001 \cdot q_{omax}}{J} \right) \quad . \quad (3.28)$$

Cuando el yacimiento es saturado ( $p_R < p_b$ ) pueden utilizarse las mismas ecuaciones para generar las curvas de IPR compuestas cuando la presión de fondo fluyendo es menor que la presión de burbujeo, pero considerando que  $p_b = p_R$  y  $q_b = 0$ .



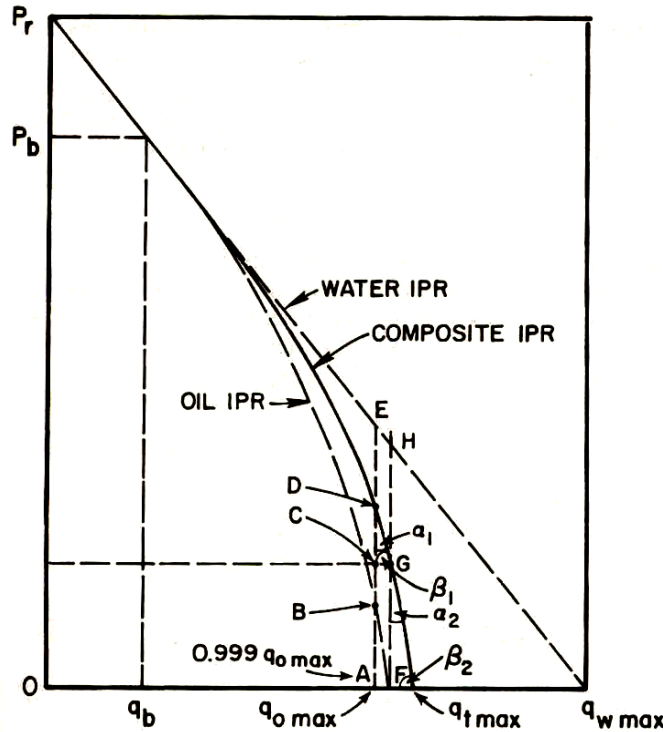


Fig. 3.4 Curva de IPR compuesta (Brown, 1984b).

### 3.4.2 Modelo de flujo en el pozo

El modelo de flujo en el pozo permite calcular el perfil de la presión bajo condiciones de flujo. La predicción del perfil de la presión en pozos en que fluyen simultáneamente dos o más fases es sustancialmente más compleja que en el caso de los flujos monofásicos; las diferencias de densidad y viscosidad entre las fases líquida y gaseosa ocasionan que el gas se desplace a una mayor velocidad que el líquido (fenómeno de resbalamiento); esto da lugar a que la interfaz gas-líquido adquiera formas diversas (clasificadas en patrones de flujo), afectando la hidrodinámica y los procesos de transferencia de calor en el sistema. Por la complejidad para predecir la forma y posición de la interfaz en el tiempo, resulta imposible desarrollar un modelo matemático riguroso. Por lo tanto, se han propuesto diferentes métodos de predicción de flujo multifásico, tales como correlaciones empíricas y modelos matemáticos no rigurosos. Algunas de las correlaciones empíricas más utilizadas para calcular el perfil de presión en pozos petroleros pueden consultarse en las obras de Brown (1984a) y de Brill y Mukherjee (1999).

Dentro del rubro de los modelos matemáticos pueden mencionarse los siguientes:

1. mecanicistas,
2. de flujo homogéneo de equilibrio,
3. de dos fluidos, y
4. de flujo de deriva.

Al estar basados en principios fundamentales de la física, éstos son aplicables bajo cualesquiera condiciones operativas de flujo, propiedades de fluidos y geometría de las tuberías.

Por una parte, la formulación de los modelos mecanicistas parte de la premisa de la existencia de patrones de flujo y de la correspondiente descripción de los mecanismos físicos más importantes que los caracterizan. Son específicos para cada patrón de flujo y están conformados por un conjunto de ecuaciones algebraicas, resultado de la formulación y simplificación de las ecuaciones de conservación de masa, momento y energía para cada fase. Para cerrar los modelos, se requieren ecuaciones constitutivas (generalmente de carácter empírico) que dependen del patrón de flujo.

En el modelo de flujo homogéneo de equilibrio se considera que no existe resbalamiento entre las fases y que éstas se encuentran en equilibrio mecánico y térmico. Los componentes de la corriente de flujo se modelan como un “pseudofluido” con propiedades promedio, ponderadas generalmente a través de los gastos máscicos o volumétricos correspondientes. Por su naturaleza, no consideran patrones de flujo.

Con respecto a los modelos de dos fluidos, se toma en cuenta que las fases gas y líquido se desplazan con diferente velocidad y que no necesariamente se encuentran en equilibrio térmico. Involucran la resolución simultánea de las ecuaciones diferenciales parciales de conservación para cada fase, expresadas en términos de variables promedio; las seis ecuaciones resultantes se caracterizan por la inclusión de términos fuente. Nuevamente, para cerrar el sistema de ecuaciones, se necesitan ecuaciones constitutivas que dependen del patrón de flujo.

Por otra parte, el sistema de seis ecuaciones de conservación en el modelo de dos fluidos se simplifica a cuatro en los modelos de flujo de deriva: dos ecuaciones de continuidad, una para la mezcla y otra para alguna de las fases; las de conservación de cantidad de movimiento y de energía se formulan para la mezcla considerando que las fases se encuentran en equilibrio mecánico y térmico. En los modelos de flujo de deriva se centra la atención en la velocidad

relativa entre las fases y en la velocidad de la mezcla. Como en el modelo de dos fluidos, se requieren ecuaciones constitutivas para los términos fuente y para la velocidad de deriva.

En el presente estudio se utiliza un modelo de flujo de deriva como método de predicción del flujo multifásico transitorio en los pozos con BNC. Los detalles del método (en su formulación transitoria) se presentan en el capítulo 4.

#### 3.4.2.1 Patrones de flujo multifásico vertical ascendente

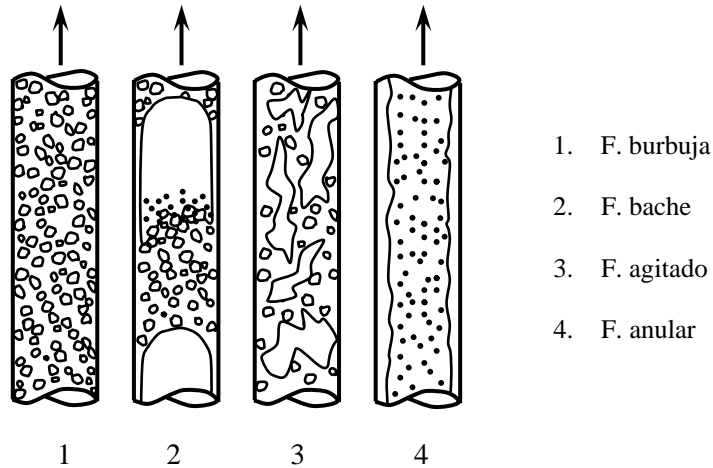
Los patrones de flujo multifásico describen la distribución espacial o morfología de las fases en la tubería. En el caso del flujo multifásico vertical ascendente, existen al menos cuatro patrones de flujo perfectamente diferenciados, los cuales se describen a continuación (Fig. 3.5).

##### Flujo burbuja

Se caracteriza porque el líquido constituye la fase continua, en cuyo seno se encuentra disperso el gas como pequeñas burbujas; el número y diámetro de las burbujas puede incrementarse debido a la expansión y a la coalescencia de las mismas conforme aumenta su velocidad. Se considera que las burbujas tienen forma esférica y que tienden a viajar en trayectorias axiales en régimen laminar. Un caso particular del flujo burbuja es el denominado flujo burbuja dispersa; éste se presenta a altas velocidades de líquido y se caracteriza porque la turbulencia de la corriente de flujo inhibe la coalescencia de las burbujas y, por lo tanto, la transición al flujo bache.

##### Flujo bache

Conforme el flujo volumétrico de gas se incrementa, se forman grandes burbujas de forma cilíndrica que ocupan casi en su totalidad la sección transversal de la tubería y tienen forma redondeada o de bala en su parte frontal (llamadas burbujas de Taylor). El flujo se caracteriza por la alternancia de burbujas de Taylor con baches de líquido; además, una película de líquido fluye en sentido descendente entre la burbuja de Taylor y las paredes de la tubería. El bache contiene una dispersión de burbujas, mientras que en el núcleo de gas pueden viajar pequeñas gotas de líquido. Cuando en el bache no existe tal dispersión de burbujas, suele llamársele flujo tapón.



**Fig. 3.5 Patrones de flujo multifásico vertical ascendente.**

### Flujo agitado

A velocidades superiores, las burbujas de Taylor se estrechan y colapsan por la presión ocasionada con el crecimiento de la película de líquido; de esta manera, la continuidad de los baches se interrumpe, el líquido retrocede y se acumula bloqueando el flujo hasta que el gas en ascenso adquiere la suficiente presión para expulsarlo, comenzando así un nuevo ciclo. Este movimiento cíclico de ascenso y descenso del líquido constituye una de sus principales características. Es un flujo altamente turbulento, caótico, “agitado”, en el cual ninguna de las fases es continua. Este patrón de flujo no ocurre en tubos de diámetro reducido, presentándose una transición “suave” entre el régimen bache y el régimen anular.

### Flujo anular

El líquido fluye sobre las paredes de la tubería como una película, mientras que el gas lo hace por el centro de la misma. Usualmente, cierta cantidad de líquido viaja como gotas atrapadas en el núcleo de gas; también es posible, aunque es más bien la excepción, que cierta cantidad de gas fluya como burbujas en la película. La fase continua corresponde al gas.

En la práctica, la ocurrencia de los patrones de flujo descritos depende de las condiciones operativas, de las propiedades de los fluidos producidos y de la geometría de las tuberías. En el caso particular de los pozos productores de aceite y gas, el flujo burbuja y el flujo bache son los más comunes.

### 3.4.3 Modelo del sistema de inyección

Mediante el modelo del sistema de inyección se calculan las caídas de presión desde la válvula operante hasta la válvula superficial de inyección. En el presente trabajo se utiliza la ecuación de flujo adiabático de gas a través de un orificio, para calcular la caída de presión a través de la válvula de operante (Beggs, 1991). Por otra parte, el perfil de la presión en el espacio anular es relativamente pequeño y generalmente no se considera en los cálculos; sin embargo puede obtenerse con la ecuación de Ikoku (1992), como se describe en la sección 3.4.3.2. Finalmente, tomando en cuenta que la medición de la presión en la TR es confiable, y debido a que existe una gran incertidumbre en la medición de la apertura de las válvulas superficiales de inyección, no se incluirá un modelo para la válvula de inyección en la superficie.

#### 3.4.3.1 Modelo de la válvula operante

El flujo a través de un orificio puede ser sónico o subsónico; si es sónico, los disturbios de presión corriente abajo de la válvula no tienen efecto en el gasto ni en la presión corriente arriba.

Ahora bien, la relación de presiones correspondiente a flujo sónico depende de la relación de calores específicos,  $k$ , y está dada por (Beggs, 1991):

$$y_c = \left( \frac{p_2}{p_1} \right)_c = \left( \frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} . \quad (3.29)$$

El valor de  $k$  es determinado experimentalmente; para gases hidrocarburos, comúnmente varía entre 1.25 a 1.3.

Por otra parte, la ecuación general del flujo a través de un orificio puede obtenerse a partir de la ecuación de Bernoulli y una ecuación de estado. Las pérdidas de energía ocasionadas por la fricción son tomadas en cuenta utilizando un coeficiente de descarga; éste se determina experimentalmente y depende de las características geométricas del orificio, así como del número de Reynolds. Generalmente, el coeficiente de descarga es de 0.82 a 0.9.

La ecuación para el flujo adiabático a través de la válvula de orificio es (Beggs, 1991):

$$q_{gi@c.e.} = \frac{976,716 \cdot C_D \cdot p_{ci} \cdot \phi_o^2}{\sqrt{\gamma_g \cdot T_{ci} \cdot z_{ci}}} \cdot \sqrt{\left(\frac{k}{k-1}\right) \cdot \left[\left(\frac{p_{ti}}{p_{ci}}\right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_{ti}}{p_{ci}}\right)^{\frac{k+1}{k}}\right]}, \quad (3.30)$$

donde

- $q_{gi}$ , gasto del gas de inyección a condiciones estándar, en MMpcd,
- $\phi_o$ , diámetro del orificio, en pg.,
- $p_{ci}$ , presión en el espacio anular a la profundidad de inyección, en lb/pg<sup>2</sup> abs.,
- $p_{ti}$ , presión en la TP a la profundidad de inyección, en lb/pg<sup>2</sup> abs.,
- $T_{ci}$ , temperatura en el espacio anular a la profundidad de inyección, en R,
- $z_{ci}$ , factor de compresibilidad del gas (a  $p_{ci}$  y  $T_{ci}$ ),
- $C_D$ , coeficiente de descarga, y
- $\gamma_g$ , densidad relativa del gas.

La ec. (3.5) es aplicable tanto para flujo sónico como subsónico; en el primer caso, la relación de presiones  $y = \frac{p_{ti}}{p_{ci}}$  se sustituye por la relación de presiones crítica  $y_c$ , ec. (3.30).

#### 3.4.3.2 Modelo del flujo en el espacio anular

La presión en el espacio anular a la profundidad de inyección puede calcularse como:

$$p_{ci} = p_{co} + \Delta p_h - \Delta p_f, \quad (3.31)$$

donde

- $p_{co}$ , presión en la TR corriente abajo de la válvula superficial de inyección,
- $p_{ci}$ , presión en el espacio anular a la profundidad de la válvula de orificio,
- $\Delta p_f$ , caída de presión por fricción en el espacio anular, y
- $\Delta p_h$ , caída de presión por la columna hidrostática.

Ahora bien, la ecuación propuesta por Ikoku (1992) para calcular el perfil de presión en tuberías con flujo monofásico de gas, es:

$$p_{co}^2 = \left( p_{ci}^2 + \frac{25 \cdot \gamma_g \cdot \bar{T} \cdot \bar{z} \cdot f \cdot D_m \cdot q_{gi@c.e.}^2}{S \cdot (d_{ci} - d_{to})^3 \cdot (d_{ci} + d_{to})^2} \cdot (\exp(S) - 1) \right) \cdot \frac{1}{\exp(S)}, \quad (3.32)$$

donde

$$S = \frac{0.0375 \cdot \gamma_g \cdot D_v}{\bar{T} \cdot \bar{z}}, \quad (3.33)$$

$f$ , factor de fricción para flujo monofásico de Darcy-Weisbach,

$D_m$ , profundidad desarrollada al punto de inyección, en pies,

$D_v$ , profundidad vertical verdadera al punto de inyección, en pies,

$q_{gi}$ , gasto del gas de inyección, en MMpcd,

$d_{ci}$ , diámetro interno de la TR, en pg.,

$d_{to}$ , diámetro externo del TP, en pg.,

$p_{co}$ , presión en la TR, en lb/pg<sup>2</sup> abs.,

$p_{ci}$ , presión en el espacio anular en el punto de inyección, en lb/pg<sup>2</sup> abs.

$\gamma_g$ , densidad relativa del gas de BN (aire=1)

$\bar{T}$ , temperatura promedio en el espacio anular, en R, y

$\bar{z}$ , factor de compresibilidad del gas (a  $\bar{p}$  y  $\bar{T}$ ); puede calcularse con el método de Dranchuk y Abu-Kassem (1975).

El factor de fricción en la ec. (3.32),  $f$ , puede obtenerse mediante la ecuación de Jain (Beggs, 1991):

$$f = \left( 1.14 - 2 \cdot \log \left( \frac{\varepsilon}{d_{ci} - d_{to}} + \frac{21.25}{N_{Re}^{0.9}} \right) \right)^{-2}, \quad (3.34)$$

donde  $\varepsilon$  (pg.), es la rugosidad absoluta de la tubería.

El número de Reynolds en la ec. (3.34),  $N_{Re}$ , para el caso de flujo a través de conductos anulares se define como:

$$N_{Re} = 20103.6 \cdot \frac{\gamma_g \cdot q_{gi@c.e.}}{\mu_{gi} \cdot (d_{ci} + d_{to})} , \quad (3.35)$$

donde la viscosidad del gas de BN,  $\mu_{gi}$ , está en (cp) y puede estimarse a partir de la correlación de Lee y cols. (1996):

$$\mu_{gi} = 10^{-4} \cdot K \cdot \exp\left(X \cdot \left(\frac{\rho_{go}}{62.4}\right)^Y\right) , \quad (3.36)$$

donde

$$X = 3.448 + \frac{986.4}{\bar{T}} + 0.2897 \cdot \gamma_{gi} , \quad (3.37)$$

$$Y = 2.4 - 0.2 \cdot X , \quad (3.38)$$

$$K = \frac{(9.379 + 0.5794 \cdot \gamma_g)}{(209.2 + 550.4 \cdot \gamma_g + \bar{T})} \cdot \bar{T}^{1.5} , \quad (3.39)$$

$$\rho_{go} = 2.7 \cdot \gamma_g \cdot \frac{\bar{p}}{\bar{z} \cdot \bar{T}} , \quad (3.40)$$

$\gamma_g$ , densidad relativa del gas de BN (aire=1),

$\bar{p}$ , presión promedio, en lb/pg<sup>2</sup> abs.,

$\bar{T}$ , temperatura promedio, en R,

$\bar{z}$ , factor de compresibilidad (a  $\bar{p}$  y  $\bar{T}$ ),

$\rho_{go}$ , densidad del gas de BN (a  $\bar{p}$  y  $\bar{T}$ ), en lbm/pie<sup>3</sup>, y

$\mu_{gi}$ , viscosidad del gas de BN, en cp.



### **3.5 Resultados del análisis lineal y estudio del efecto de algunos parámetros de diseño y operación sobre la estabilidad del flujo**

En esta sección se presentan los resultados del análisis lineal de estabilidad de flujo en un pozo típico con BNC en el Golfo de México (sección 3.2). Asimismo, se presentan estudios acerca del efecto de algunos parámetros de diseño y operación sobre la frontera de estabilidad. La descripción específica del sistema analizado se presenta en el apéndice B.

Siguiendo la metodología de Poblano (2002) y de Poblano y Fairuzov (2002), el análisis se realizó mediante mapas de estabilidad. Para tal efecto, se utilizó el programa “*Generador de Mapas de Estabilidad*”, GME, (Guerrero, 2004), al cual se le realizaron las siguientes modificaciones en el código fuente:

1. Se incorporó el criterio generalizado de estabilidad (ec. 3.16).
2. Se implementaron subrutinas para acoplar los modelos de IPR disponibles, con las curvas de variación de corte de agua y de RGL contra gasto de líquido.

Los mapas de estabilidad generados se presentan en términos de la presión en la cabeza del pozo contra el gasto del gas de BN.

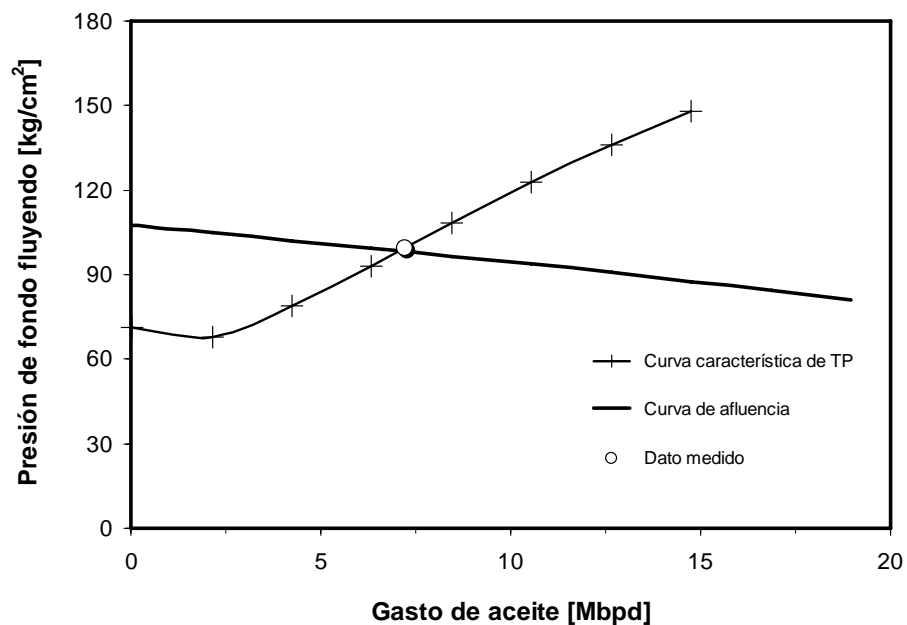
#### **3.5.1 Validación del modelo**

La validación del modelo generado consistió en la comparación de los datos medidos disponibles de gasto y presión, contra la solución obtenida mediante análisis nodal en régimen permanente; asimismo, se comparó la frontera de estabilidad calculada contra aquella sugerida por la información de campo (apéndice B).

Con respecto al primer punto, en la Fig. 3.6 se muestran las curvas calculadas de IPR y del comportamiento hidráulico del flujo en la TP. Se utilizó el método de Vogel (1968) para generar la curva de afluencia; la curva característica de flujo en la TP fue obtenida mediante el modelo de flujo de deriva (para condiciones de régimen permanente), descrito en el capítulo 4. Las coordenadas del gráfico son el gasto de aceite (en Mbpd) y la presión de fondo fluyendo (en  $\text{kg/cm}^2$ ). El punto mostrado corresponde a los datos medidos de presión de fondo fluyendo y gasto de aceite.

Con base en los datos medidos disponibles, se determinó que los errores absolutos en la predicción del gasto y de la presión de fondo fluyendo fueron de 2.5 y 1.2%, respectivamente. Por lo tanto, el modelo desarrollado es correcto.

Respecto a la validación de la frontera de estabilidad obtenida con base en el criterio de estabilidad propuesto, por brevedad se discutirá en el capítulo 4; donde además se comparará con los resultados del análisis no-lineal. Como será mostrado, se obtuvo un buen acuerdo entre los resultados del análisis lineal con respecto a la frontera de estabilidad sugerida por los datos de campo, aunque la región de operación estable del sistema fue subestimada ligeramente.



**Fig. 3.6** Curvas de comportamiento hidráulico de la TP y de afluencia, para el pozo analizado.

### 3.5.2 Efecto del diámetro de orificio de la válvula operante

Se analizó el efecto del diámetro del puerto de inyección en la frontera de estabilidad del sistema. De acuerdo a los datos disponibles del estado mecánico del pozo, la inyección del gas de BN se realiza a través de una válvula de orificio de 0.75 pg., instalada a 1882 m. En el estudio paramétrico se consideraron orificios de 0.5, 0.75 y 1 pg. En el mapa de estabilidad mostrado en la Fig. 3.7 se presentan las fronteras de estabilidad obtenidas para cada caso. Asimismo, se indica la frontera de operación del sistema.

De acuerdo a la Fig. 3.7, el diámetro del orificio afecta de manera importante la frontera de estabilidad. Se observa que se requiere un gasto menor de gas de inyección para estabilizar el flujo conforme el diámetro del orificio se reduce, de tal manera que la región asociada a las condiciones de flujo estable se incrementa sustancialmente. Para el orificio de 0.5 pg., el flujo será estable inyectando al menos 1.8 MMpcd de gas de BN, independientemente de la presión en la cabeza. Por otra parte, para el orificio actual de 0.75 pg., el gasto de inyección requerido para estabilizar el flujo prácticamente se incrementa 2.5 veces; asimismo, se observa que el flujo es estable si la presión en la cabeza se mantiene en valores mayores de  $16.5 \text{ kg/cm}^2$ , siempre que el gasto de gas sea suficiente (mayor de 2 MMpcd) para mantener el sistema en operación. Si el diámetro del orificio se incrementa a 1 pg y la presión en la cabeza es menor de  $14 \text{ kg/cm}^2$ , deberán inyectarse más de 5.75 MMpcd para estabilizar el flujo; con gastos de inyección mayores, eventualmente el gas puede recircularse y ocasionar el cese de la producción de líquido.

Ahora bien, el efecto estabilizador de la reducción del diámetro del orificio de la válvula operante puede explicarse por medio de la Fig. 3.8; en ella se muestran las curvas características del flujo a través de dos orificios de diferente diámetro ( $d_1 > d_2$ ). Considerando que la presión corriente abajo del orificio es constante y que el flujo es subsónico, la caída de presión a través de la válvula se incrementa conforme el diámetro del orificio se reduce; en el caso del orificio de menor diámetro ( $d_2$ ), el gasto de gas será menos sensible a las perturbaciones de presión en el sistema (comparar las pendientes de las curvas mostradas en la Fig. 3.8, para un mismo gasto de inyección); esto favorece la estabilidad del flujo en los sistemas de BN. Por lo tanto, puede concluirse que la inestabilidad de flujo en TR no ocurrirá si el régimen de flujo en la válvula operante es sónico, ya que el gasto local de gas no dependerá de las fluctuaciones de la presión en la TP (sin embargo, no debe perderse de vista que el flujo aún puede ser susceptible a la inestabilidad de ondas de densidad, como se describe en el capítulo 4).

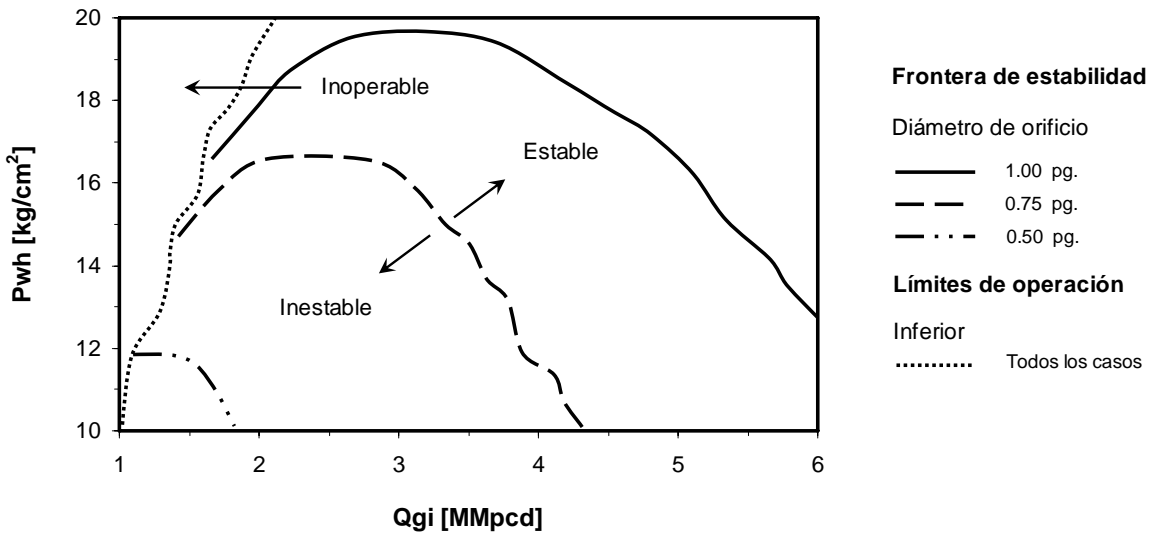


Fig. 3.7 Efecto del diámetro del orificio de la válvula operante en la frontera de estabilidad.

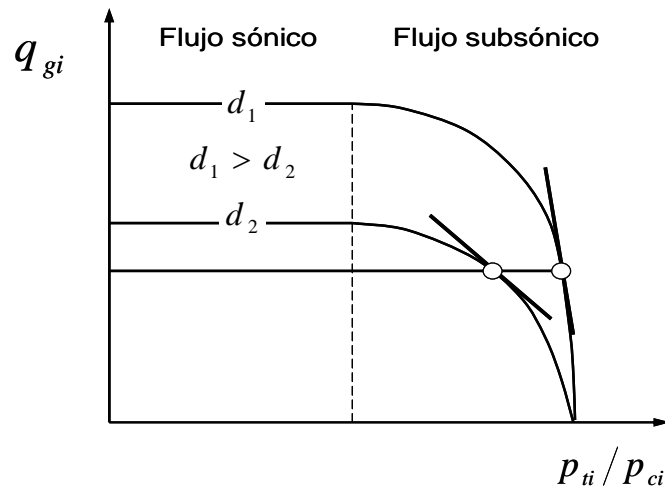


Fig. 3.8 Efecto del diámetro de orificio sobre la variación del gasto de inyección con respecto la relación de presiones a través de un orificio.

De acuerdo los resultados presentados, es conveniente hacer algunos comentarios adicionales. En la práctica, ocasionalmente se realizan disparos “puncher” en la TP con la finalidad de incrementar el área disponible al flujo de gas; sin embargo, como ha sido mostrado, tal acción eventualmente podría ocasionar la desestabilización del sistema debido a que no se tiene un control del área equivalente disparada, la cual será relativamente grande. Una vez disparada la TP, tampoco será posible tener un control adecuado del gasto de inyección y, en su caso, la sarta de producción tendrá que ser removida para sustituir el tramo disparado.

Por otra parte, también se puede mencionar que el cabeceo del pozo puede provocar problemas con la operación de las válvulas instaladas. Aún cuando en el diseño del aparejo de producción se considera que la inyección se realizará exclusivamente a través de una sola válvula (la operante), las oscilaciones de la presión en el sistema durante condiciones de flujo inestable pueden tener tal amplitud que ocasionen la apertura de otras válvulas; de esta manera, se presentará la inyección del gas a través de puntos múltiples, lo que propiciará que la inestabilidad sea más severa. Por lo tanto, la determinación de la profundidad de colocación de las válvulas, así como la selección de las mismas, debe acompañarse de un análisis de estabilidad para prever esta problemática.

Como comentario final, debe tenerse en cuenta el incremento de los costos de operación que implica la recompresión del gas de BN, particularmente en instalaciones costa afuera, cuando se opte por el uso de un orificio de diámetro reducido como método de estabilización.

### **3.5.3 Efecto de la profundidad de inyección**

Se realizó un estudio paramétrico para determinar el efecto de la profundidad de inyección en la estabilidad del sistema de BN. Se consideraron tres casos: 2082, 1882 y 1682 m; no se incluyeron profundidades menores porque el nivel de líquido en el pozo no es suficiente para mantener el flujo. Las fronteras de estabilidad determinadas para cada uno de los casos analizados se presentan en la Fig. 3.9. Actualmente, el gas de BN es inyectado a 1882 m.

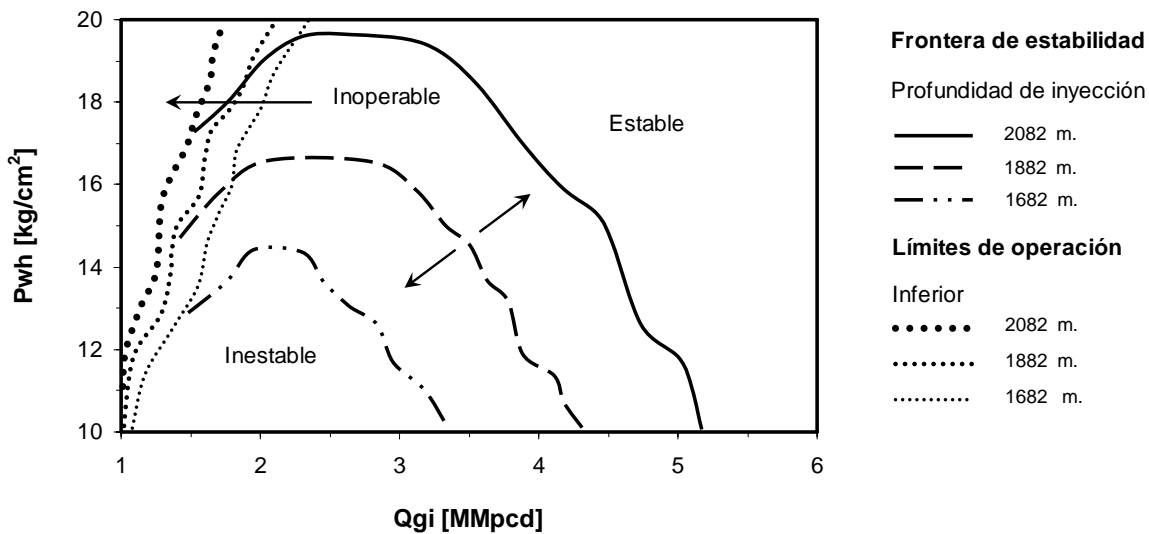
De acuerdo a la Fig. 3.9, se observa que profundizar el punto de inyección tiene un efecto desestabilizador; el gasto mínimo de inyección requerido para estabilizar el flujo se incrementa aproximadamente en 1 MMpcd por cada 100 m que se profundice la válvula operante, para un mismo valor de presión en la cabeza y gastos de BN mayores de 2.5 MMpcd. Con respecto a los límites de operación del sistema, los modelos en régimen permanente indican que se requiere un

gasto menor de gas para mantener el sistema en operación conforme aumenta la profundidad de inyección y la presión en la cabeza se reduce; de manera conservativa, la operación del pozo se consigue inyectando más de 2 MMpcd de gas de BN, independientemente de la presión en la cabeza.

La razón por la cual profundizar el punto de inyección tiene un efecto desestabilizador también puede explicarse con base en la dinámica del flujo en la válvula operante. Por una parte, es claro que tanto la presión corriente arriba (en la TR) como la presión corriente abajo (en la TP) de la válvula operante se incrementan con la profundidad del punto de inyección; sin embargo, debido a que el gradiente hidrostático en la TP es un orden de magnitud mayor que en la TR, entonces el efecto neto es que la caída de presión a través de la válvula subsuperficial se reduce. Como fue explicado en la sección anterior, esto promueve que el gasto de inyección sea más sensible a las perturbaciones de presión en el sistema, lo cual constituye uno de los mecanismos de la inestabilidad del flujo en TR.

Una vez determinado el efecto de la profundidad de inyección, es conveniente hacer algunas observaciones. Aún cuando subir el punto de inyección tiene un efecto estabilizador, no debe perderse de vista que ello implica una reducción en la producción de líquido, e incluso puede ocasionar la muerte del pozo. Por otro lado, generalmente se considera que la producción de líquido siempre se incrementa al profundizar el punto de inyección; sin embargo, como se mostrará mediante análisis no lineal en el capítulo 4, ésta puede disminuir hasta en un 25% si el flujo es inestable. Adicionalmente, debe tenerse en cuenta la presión de inyección máxima disponible en la superficie, ya que puede ser insuficiente para establecer el flujo de gas requerido a través de la válvula operante si el punto de inyección se profundiza.

Con base en los razonamientos anteriores, antes de tomar una decisión sobre la profundidad de colocación de la válvula operante, es recomendable realizar un análisis de estabilidad, tanto lineal como no lineal, para garantizar la operación estable del sistema y maximizar la producción de líquido.



**Fig. 3.9 Efecto de la profundidad de inyección en la frontera de estabilidad.**

### 3.5.4 Efecto del diámetro de la tubería de producción

En la práctica, y particularmente en instalaciones costa-afuera, es poco probable que la sarta de producción sea sustituida por otra de un diámetro diferente una vez que ha sido instalada. No obstante, el área transversal disponible al flujo puede alterarse durante la vida productiva del pozo; por ejemplo, dependiendo del tipo de fluidos producidos y de las características de la formación productora, puede ocurrir la depositación de minerales o de sólidos orgánicos sobre las paredes del aparejo de producción, alterando la hidrodinámica del flujo en la TP. En el caso de algunos pozos en el Golfo de México con producción de agua, se han detectado reducciones dramáticas en el gasto diario de líquido como consecuencia de la obstrucción de las sargas de producción y líneas de descarga, con carbonatos.

Por estas razones, se analizó el efecto del diámetro de la TP en la estabilidad del flujo; se determinaron las fronteras de estabilidad y los límites de operación del sistema para tres valores de diámetro: 7 5/8, 5 1/2 y 4 1/2 pg. Los resultados obtenidos se presentan en el mapa mostrado en la Fig. 3.10. La frontera de estabilidad correspondiente al diámetro característico actual del aparejo (7 5/8 pg.) se indica con línea continua.

De acuerdo al mapa, la reducción del diámetro de la TP tiene un efecto estabilizador a presiones bajas en la cabeza (menores de 14.5 kg/cm<sup>2</sup>); se observa que el gasto mínimo de gas

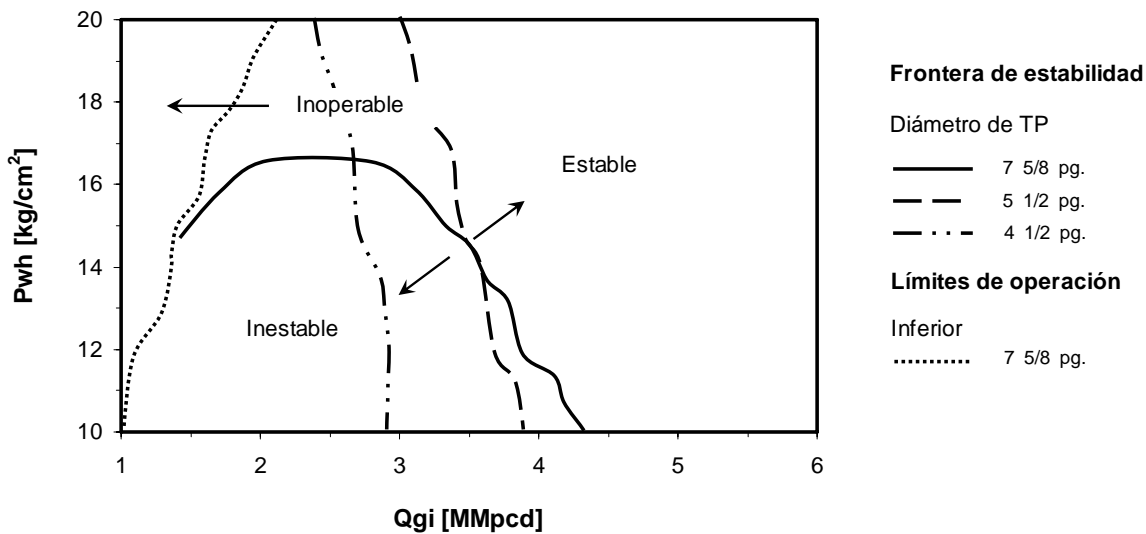
requerido para estabilizar el flujo disminuye en al menos 0.8 MMpcd cuando el diámetro de TP se reduce de 7 5/8 a 4 1/5 pg.

Es interesante notar que la reducción del diámetro no necesariamente tiene un efecto estabilizador a presiones relativamente altas en la cabeza. Por ejemplo, cuando la presión es de entre 14.5 y 16.5 kg/cm<sup>2</sup>, el flujo se desestabiliza con el cambio de la TP de 7 5/8 por la de 5 1/2 pg.; sin embargo, la región estable se incrementa si el diámetro se reduce aún más. Por otra parte, cuando la presión en la cabeza es mayor 16.5 kg/cm<sup>2</sup>, la región correspondiente al flujo inestable se incrementa sustancialmente al reducir el diámetro de 7 5/8 a 5 1/2 pg. (o a 4 1/2 pg.); el efecto contrario ocurre al variar el diámetro de 5 1/2 a 4 1/2 pg.

Los resultados obtenidos pueden atribuirse a la complejidad y no linealidades de la hidrodinámica del flujo en el sistema de inyección y del flujo multifásico en la TP. Por una parte, el efecto estabilizador de la reducción del diámetro está asociado al incremento de las caídas de presión por fricción en la TP; de esta manera, el flujo estará dominado por la fricción y las perturbaciones de presión tenderán a disiparse. Por otro lado, el volumen disponible para la acumulación de gas en el espacio anular se incrementa con la reducción del diámetro del aparejo, lo cual tiene un efecto desestabilizador (Asheim, 1998). Dependiendo de cuál de estos factores predomine, la reducción del diámetro puede favorecer o no la estabilidad. En este sentido, los resultados mostrados en la Fig. 3.10 pueden explicar porqué algunos autores concluyeron que la reducción del diámetro del orificio tiene un efecto estabilizador (Blick y Boone, 1988), mientras que otros sugirieron lo contrario (Nind, 1964).

Como comentario final, debe destacarse que aún cuando el rango de operación del sistema se amplía a gastos de inyección cada vez menores y el flujo puede estabilizarse a bajas presiones en la cabeza (Fig. 3.10), la reducción del diámetro de la TP puede ocasionar disminuciones sustanciales de la producción de líquido. En los casos correspondientes a 5 1/2 y 4 1/2 pg., la Fig. 3.10 indica que el sistema puede operar con la inyección de al menos 1 MMpcd, sin embargo puede mostrarse que los gastos de líquido se reducen en más de 40% en comparación con aquellos obtenidos con la sarta de 7 5/8 pg.





**Fig. 3.10 Efecto del diámetro de la TP en la frontera de estabilidad.**

### 3.5.5 Efecto del índice de productividad

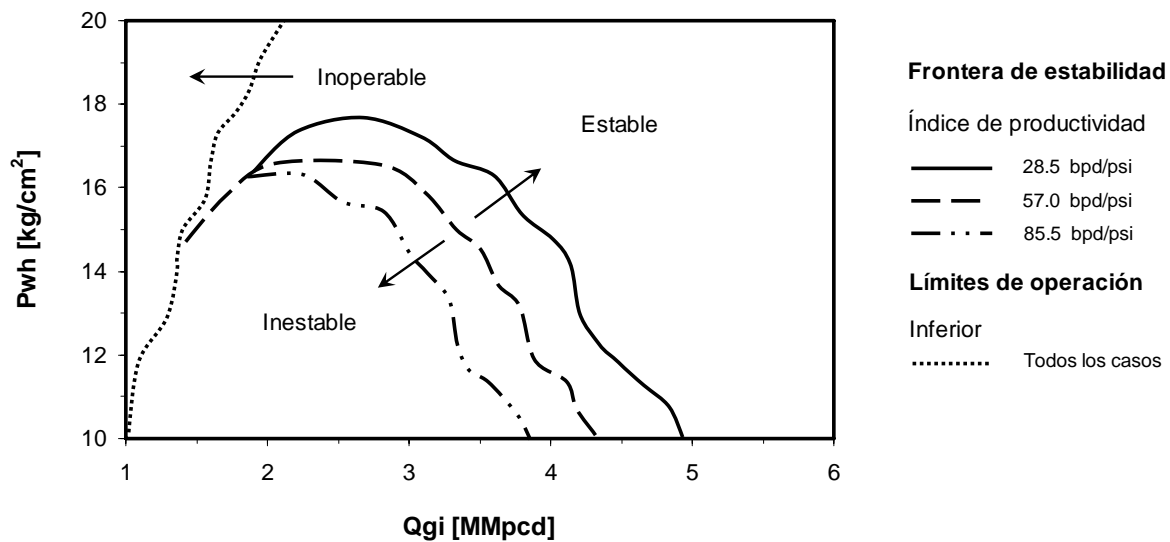
La determinación del índice de productividad (IP) depende de manera importante de la calidad de los mediciones de presión de fondo fluyendo y gasto de líquido utilizados; sin embargo, en la práctica la incertidumbre de las mismas puede ser grande por diversos factores. Por una parte, las mediciones deben realizarse bajo condiciones de flujo pseudoestacionario, lo cual no siempre es posible; por ejemplo, en los pozos con altos potenciales de flujo, en los cuales pequeñas variaciones en la presión de fondo fluyendo generan grandes variaciones en los gastos de los fluidos aportados por el yacimiento; asimismo, es claro que la incertidumbre en las mediciones puede ser sustancial si el pozo presenta problemas de inestabilidad. En algunos otros casos, ya sea por cuestiones mecánicas u operativas, no pueden realizarse tales mediciones y el IP es estimado con base en información de pozos vecinos.

Por las razones expuestas, se investigó el efecto del índice de productividad en la estabilidad del flujo. Se consideraron valores de 28.5, 57 y 85.5 bpd/psi; el IP estimado para el pozo es de 57 bpd/psi. En la Fig. 3.11 se muestran las fronteras de estabilidad correspondientes.

De acuerdo a la Fig. 3.11, se observa que el incremento del IP tiene un efecto estabilizador; si éste se incrementa de 57 a 85.5 bpd/psi, el gasto de inyección en la frontera de estabilidad disminuye en al menos 0.5 MMpcd para un mismo valor de presión en la cabeza (menor de  $16 \text{ kg/cm}^2$ ); algo similar ocurre al variarlo de 28.5 a 57 bpd/psi.

El efecto estabilizador del incremento del IP puede atribuirse al correspondiente incremento del gasto de líquido para una misma caída de presión en la cara de la formación productora; con ello, el aporte adicional de líquido tenderá a eliminar el efecto de retroalimentación positiva con que responde el sistema de inyección a los disturbios de presión en la TP; asimismo, la fricción en el sistema se incrementará al aumentar el gasto de líquido, lo cual favorecerá la disipación de las perturbaciones del flujo.

Con base en los resultados mostrados, además de los beneficios que representa en cuanto al incremento de la producción de crudo, la estimulación del pozo puede considerarse como una alternativa para mitigar la inestabilidad en TR; sin embargo, debe analizarse cuidadosamente la implementación de esta medida ya que puede ocasionar la irrupción prematura de gas o agua, sobre todo en yacimientos maduros.



**Fig. 3.11 Efecto del índice de productividad en la frontera de estabilidad.**

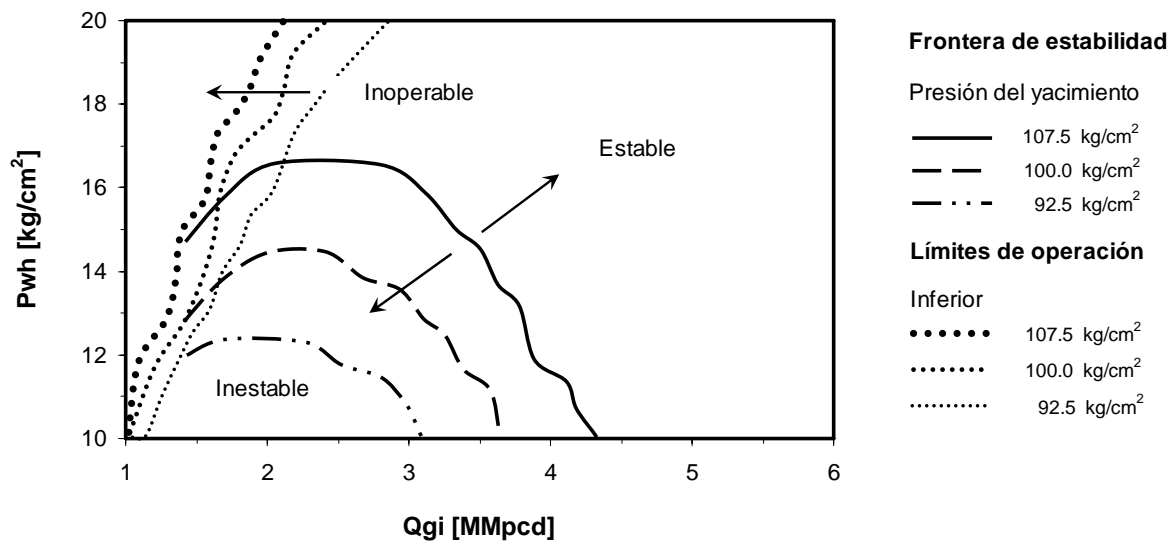
### 3.5.6 Efecto de la presión del yacimiento

Se investigó el efecto de la presión del yacimiento en la estabilidad de flujo; en el estudio paramétrico se consideraron valores de 107.5, 100 y 92.5 kg/cm<sup>2</sup>; en todos los casos, se conservó el índice de productividad actual del pozo (57 bpd/psi). En la Fig. 3.12 se muestran las fronteras de estabilidad correspondientes.

Como puede verse en el mapa de estabilidad (Fig. 3.12), el abatimiento de la presión del yacimiento tiene un efecto estabilizador, sin embargo el gasto mínimo de gas requerido para mantener el sistema en operación se incrementa, particularmente en el rango de altas presiones en la cabeza del pozo. Se ve que el gasto de inyección en la frontera de estabilidad se reduce aproximadamente en 0.6 MMpcd por cada 7.5 kg/cm<sup>2</sup> que disminuya la presión del yacimiento; asimismo, el mapa muestra que el flujo puede estabilizarse a presiones en la cabeza cada vez menores y con gastos de inyección reducidos, conforme la presión del yacimiento se abate; comparando las fronteras de estabilidad en el rango de gastos de inyección menores de 3 MMpcd, la presión en la cabeza en la frontera se reduce aproximadamente en 2 kg/cm<sup>2</sup> entre cada uno de los casos considerados, de tal manera que el flujo puede estabilizarse con presiones mayores de 12 kg/cm<sup>2</sup> cuando la presión de yacimiento es de 92.5 kg/cm<sup>2</sup>.

El efecto estabilizador de la reducción de la presión del yacimiento puede explicarse al considerar que el volumen de gas liberado del aceite en la TP se incrementa y el contenido de líquido disminuye conforme la presión del yacimiento se abate; es por esta razón que las posibles variaciones del gasto total de gas inyectado a la TP no afectan de manera significativa la carga hidrostática en el pozo; por lo tanto, no existen condiciones para que las perturbaciones en el sistema se amplifiquen y degeneren en la inestabilidad en TR.

Es interesante destacar que los resultados obtenidos parecen contradecir lo observado en campos maduros, ya que los pozos productores en este tipo de sistemas (depressionados) tienden a presentar cabeceo. Entre las razones de tales discrepancias pueden mencionarse la ocurrencia de otros tipos de inestabilidad (específicamente, de ondas de densidad; Hu y Golan, 2003, y Sinègre y cols., 2005a-b), y de otros fenómenos que pueden modificar sustancialmente la respuesta de afluencia conforme avanza la explotación de los yacimientos (por ejemplo, disminuciones en el índice de productividad, o la irrupción de agua y/o gas del casquete). Por lo tanto, en un análisis de estabilidad más profundo deberá incorporarse un modelo de simulación numérica de yacimientos, así como criterios de estabilidad por ondas de densidad.



**Fig. 3.12 Efecto de la presión del yacimiento en la frontera de estabilidad.**

### 3.5.7 Efecto de la relación gas asociado-aceite

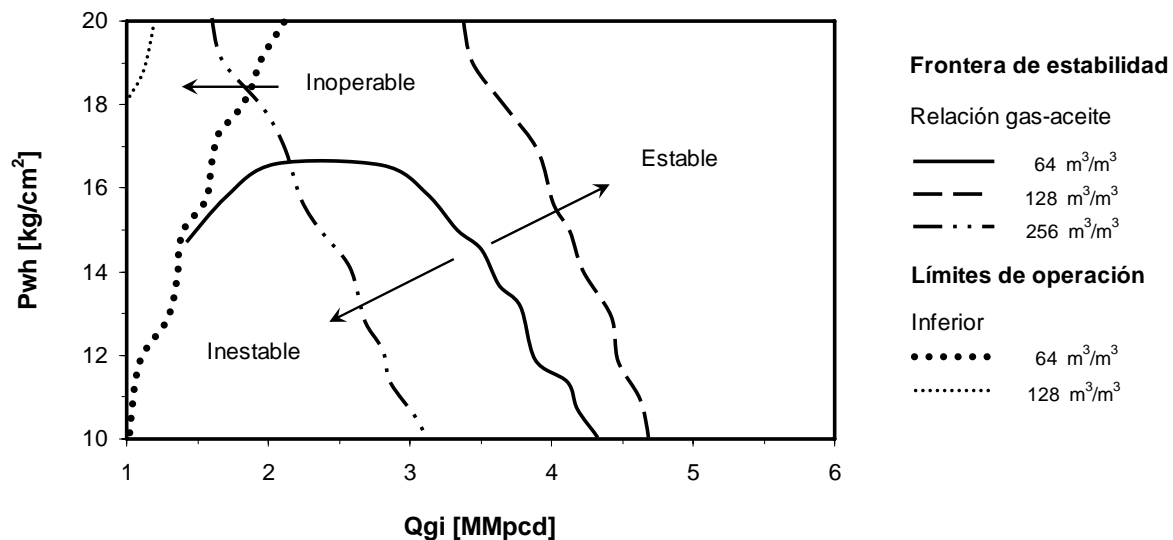
Se analizó el efecto de la relación gas asociado (RGA) en la frontera de estabilidad. En el mapa de estabilidad mostrado en la Fig. 3.13 se presentan las fronteras de estabilidad determinadas para valores de RGA de 64 (valor actual), 128 y 256 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>.

Con base en la Fig. 3.13, se observa que el incremento de la RGA de 64 a 128 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup> tiene un efecto desestabilizador; en el rango de presiones en la cabeza menores de 16.5 kg/cm<sup>2</sup>, el gasto de gas en la frontera se incrementa entre 0.3 y 1 MMpcd; el efecto desestabilizador es mucho más pronunciado a valores mayores de presión. Ahora bien, el incremento de la RGA tiene el efecto contrario cuando se incrementa de 128 a 256 m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>; se observa que el gasto mínimo de gas requerido para estabilizar el flujo se reduce en más de 1 MMpcd. La Fig. 3.13 también muestra que el rango de operación del sistema se amplía a gastos de inyección cada vez menores conforme la RGA se incrementa.

El comportamiento que presenta la frontera de estabilidad con respecto al incremento de la RGA depende de la hidrodinámica del flujo multifásico en la TP. Por un lado, el sistema será más sensible a las variaciones de la RGA (en el rango de valores relativamente bajos) cuando el flujo esté dominado por la carga hidrostática; en estas condiciones, las perturbaciones de presión pueden generar variaciones importantes en la densidad de la mezcla gas-líquido como

consecuencia de la variación del gasto de gas libre en la TP, lo que a su vez puede originar la inestabilidad del flujo. Por otro lado, cuando el valor de la RGA es relativamente grande, entonces el flujo estará dominado por la fricción debido a los altos gastos de gas libre en la TP y al bajo aporte de líquido del yacimiento; en este caso, el sistema no será tan sensible a la variación del RGA y el flujo tenderá a ser estable.

Con base en los resultados obtenidos, se puede concluir que los pozos que presenten conificación o canalización de gas eventualmente tenderán a operar en condiciones estables.



**Fig. 3.13 Efecto de la relación gas-aceite en la frontera de estabilidad.**

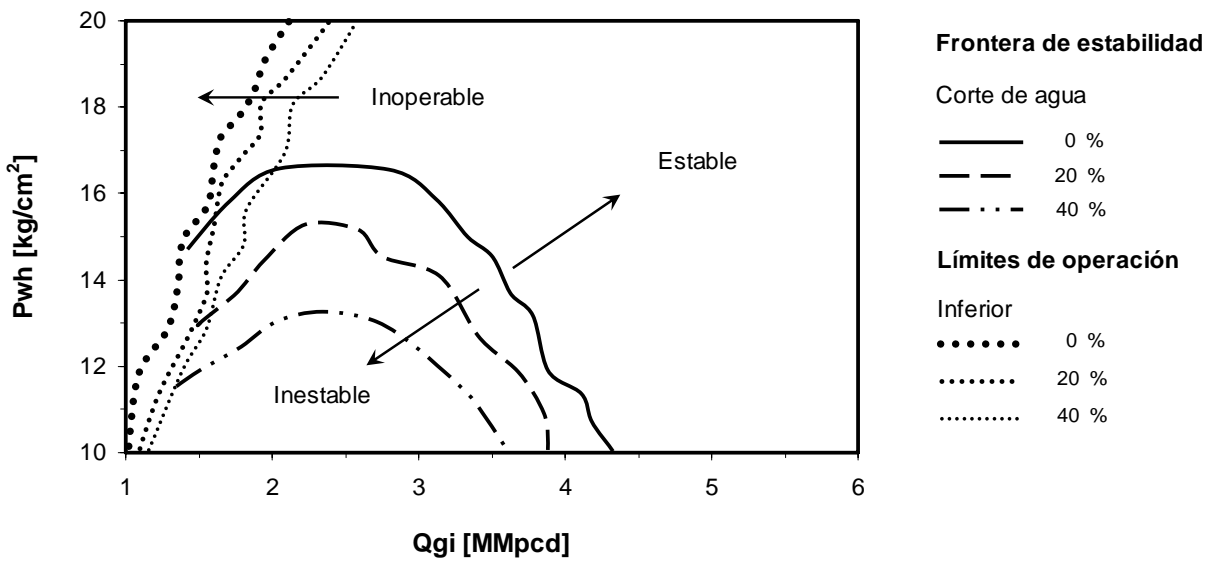
### 3.5.8 Efecto del corte de agua y de la conificación de agua

Se investigó el efecto del corte de agua en la estabilidad de flujo. En primer lugar, se consideró que este parámetro es constante e independiente del gasto de líquido; posteriormente, se analizó un caso en que el corte de agua varía con la producción de líquido, como ocurre durante la canalización o conificación de agua.

En la Fig. 3.14 se presentan las fronteras de estabilidad correspondientes a cortes de agua constantes de 0, 20 y 40%. Se observa que el incremento del corte de agua tiene un efecto estabilizador; de esta manera, el gasto mínimo de gas de BN requerido para estabilizar el flujo disminuye y el sistema puede estabilizarse a valores cada vez menores de presión en la cabeza;

para un mismo valor de presión, se observa que el gasto mínimo de gas en la frontera puede reducirse en al menos 0.75 MMpcd cuando el corte de agua se incrementa de 0 a 40%. Por otro lado, el flujo será estable si la presión en la cabeza es mayor a 13 kg/cm<sup>2</sup> y el corte de agua es de 40%, independientemente del gasto de inyección; cuando sólo hay producción de aceite, esto se logra si la presión se incrementa a más de 16 kg/cm<sup>2</sup>. Finalmente, se muestra que el rango de operación del pozo a gastos bajos de inyección y presiones altas en la cabeza disminuye conforme aumenta el porcentaje de agua en la fase líquida.

El efecto estabilizador que tiene el incremento del corte de agua cuando éste no depende del gasto de líquido puede explicarse a través de las premisas del primer criterio de estabilidad de Asheim (1988). Es claro que la carga hidrostática en el pozo se incrementa cuando el corte de agua aumenta; entonces, si el sistema experimenta una perturbación negativa de presión en el punto de inyección, el aporte de líquido de alta densidad del yacimiento (por efecto de la producción de agua) tenderá a restablecer la presión en su valor inicial (efecto estabilizador).

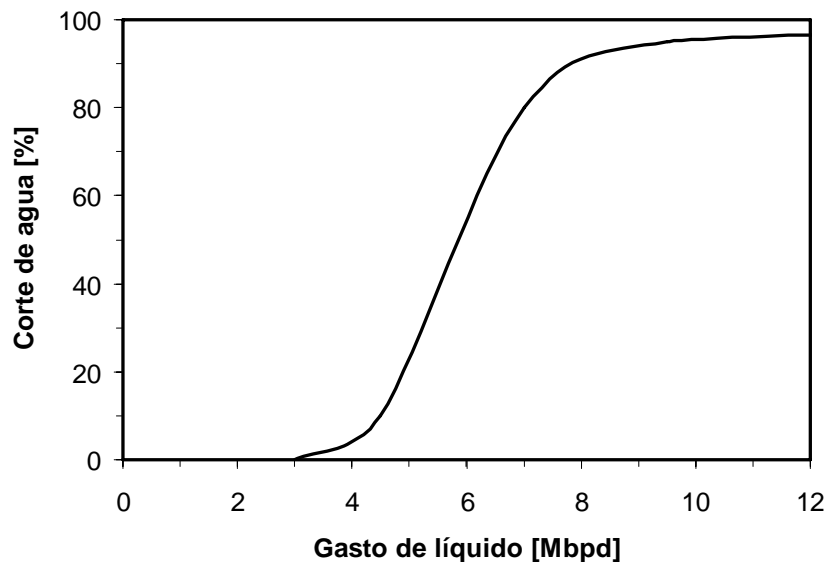


**Fig. 3.14 Efecto del corte de agua en la frontera de estabilidad.**

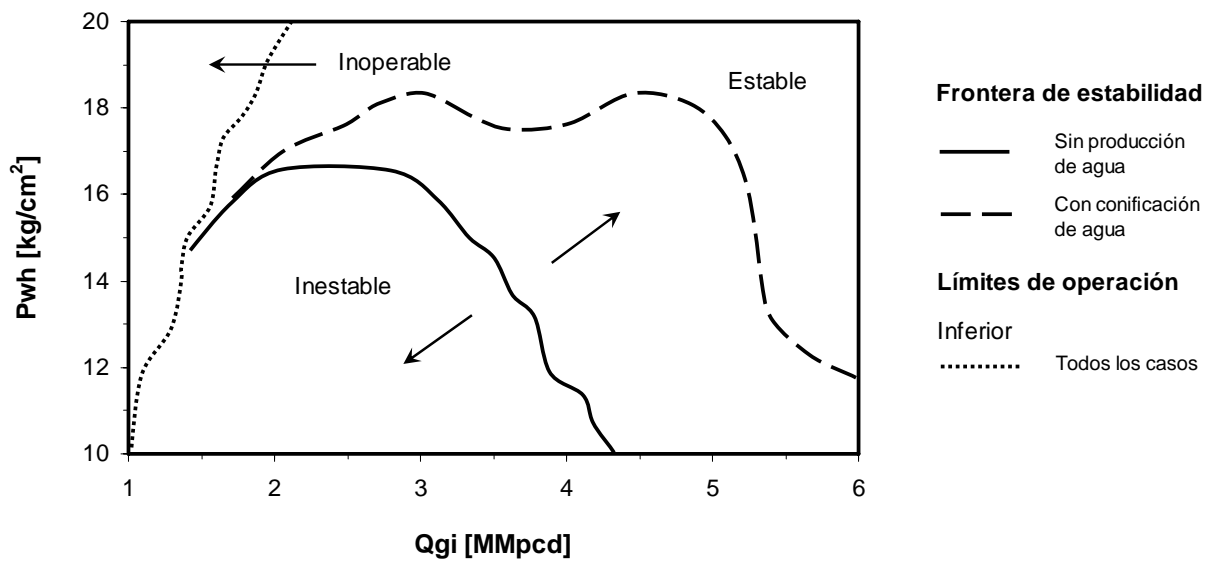
Es importante mencionar que aún cuando el incremento del corte de agua tiende a eliminar la inestabilidad en TR, es posible que pueda generar inestabilidad de ondas de densidad; en un trabajo futuro se investigará este fenómeno.

Para completar el estudio se analizó cómo se afecta la frontera de estabilidad cuando existe una fuerte dependencia del corte de agua con el gasto de líquido, ya sea por conificación o canalización. Para tal efecto, se utilizó una curva típica de variación de corte de agua contra gasto de líquido en sistemas similares al analizado (Fig. 3.15); cabe señalar que el modelo de Yang y Wattenbarger (1991) predice un comportamiento semejante.

En la Fig. 3.16 se compara la frontera de estabilidad cuando no hay producción de agua contra aquella que toma en cuenta la conificación. Contrario a lo obtenido cuando el corte de agua se mantiene constante (Fig. 3.14), puede observarse que la región correspondiente a flujo inestable se incrementa sustancialmente cuando este parámetro varía con el gasto de líquido. En tal caso, la desestabilización del flujo se promueve por la variación de la densidad de la mezcla generada a causa de las variaciones del corte de agua. Por lo tanto, es recomendable llevar el monitoreo y control oportuno de la variación del corte de agua en campo para evitar la inestabilidad de flujo.



**Fig. 3.15** Curva de variación del corte de agua con respecto al gasto de líquido, utilizada en el análisis del efecto de la conificación de agua en la frontera de estabilidad.



**Fig. 3.16 Efecto de la variación del corte de agua en la frontera de estabilidad.**



## Capítulo 4

# Análisis no lineal

En este capítulo se presentan los resultados del análisis no lineal de estabilidad de flujo en los sistemas de BNC. Se describe la metodología empleada en el análisis. Se presenta el modelo de flujo multifásico transitorio desarrollado para el sistema. Se comparan los resultados del análisis lineal contra los del análisis no lineal. Finalmente, se presentan estudios paramétricos relacionados con el efecto de algunos parámetros de diseño y operación en la estabilidad del flujo, y sobre la frecuencia y amplitud de las oscilaciones durante el cabeceo.

### 4.1 Metodología para el análisis no lineal

En contraste con el análisis lineal de estabilidad, el análisis no lineal permite investigar la respuesta del sistema a perturbaciones finitas, así como cuantificar la frecuencia y amplitud de las oscilaciones de los parámetros del flujo durante el cabeceo. Debido a la complejidad de los sistemas de BNC, este tipo de análisis se basa en simulaciones dinámicas. Para tal efecto, como se describe en la sección 4.2, en el presente estudio se desarrolló un modelo numérico de flujo multifásico transitorio.

La metodología propuesta para llevar a cabo el análisis no lineal de estabilidad consiste de los puntos siguientes:

1. Desarrollo del modelo dinámico del sistema de BNC. Se formulan las ecuaciones de conservación (masa, cantidad de movimiento y energía) que describen la hidrodinámica del sistema. El sistema de ecuaciones resultante se discretiza y resuelve numéricamente.

2. Validación del modelo. Se comparan los resultados del modelo con respecto a datos medidos y, si se requiere, se realizan ajustes finos en el mismo.
3. Cálculo de condiciones iniciales. Mediante análisis nodal en régimen permante se obtiene la solución del sistema para las condiciones de frontera de interés.
4. Simulación dinámica. La distribución de los parámetros obtenida en el paso anterior se toma como condición inicial del modelo dinámico y se establece el escenario de simulación (por ejemplo, cambios en las condiciones de frontera). Iniciada la simulación, si el flujo es inestable, entonces el sistema presenta variaciones sostenidas debido a las perturbaciones (intrínsecas al modelo numérico o generadas por el usuario), o a los cambios de operación simulados; de otra manera, el sistema permanece sin cambios en su estado inicial, o deriva en otro estado de equilibrio en régimen permanente.
5. Determinación de la frontera de estabilidad y de los límites de operación del sistema.
6. Caracterización de las oscilaciones de los parámetros de interés bajo condiciones de flujo inestable.
7. Realización de estudios paramétricos. Se investiga el efecto de los parámetros de diseño y de operación de interés en la estabilidad del flujo, lo cual resulta muy útil para el diseño de estrategias de estabilización.

## **4.2 Modelo de flujo multifásico transitorio del sistema de BNC**

En esta sección se presenta el modelo propuesto para describir la hidrodinámica del flujo multifásico en el sistema de BNC. Para tal efecto, se propone un modelo de flujo de deriva (Liles y Reed, 1978; Kim y Doster, 1991), acoplado con un modelo de aceite de negro para capturar la transferencia de masa entre las fases (Xiao y cols., 1994). Primero, se describe la concepción del modelo de aceite negro; posteriormente, se presenta el sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineales que conforman el modelo de flujo multifásico en el pozo, así como el esquema numérico para su resolución.

### **4.2.1 Descripción del modelo de aceite negro**

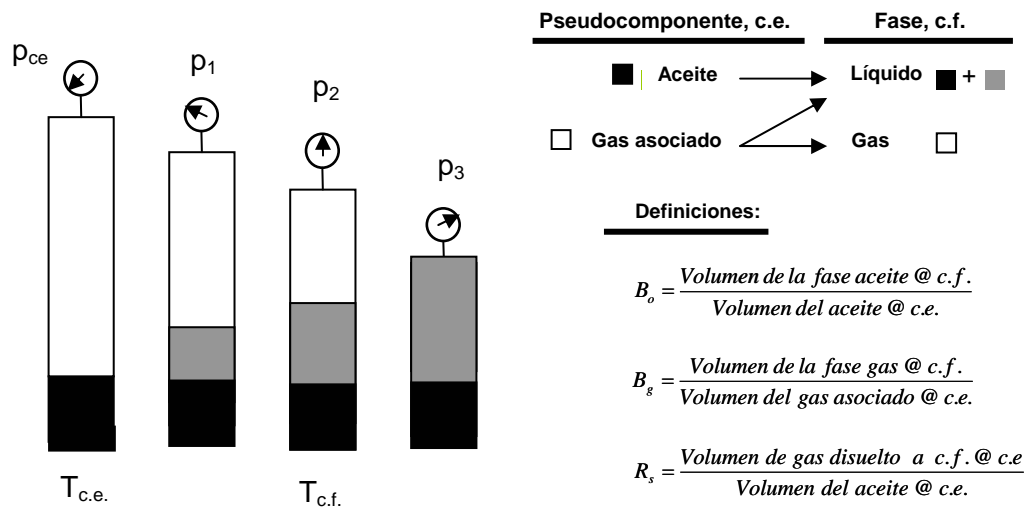
El petróleo está constituido por una mezcla compleja de compuestos hidrocarburos y otras sustancias orgánicas (resinas y aromáticos) e inorgánicas (tales como  $H_2S$ ,  $CO_2$ ,  $N_2$  y trazas de algunos elementos metálicos). Dependiendo de la composición de la mezcla y de las condiciones de presión y temperatura, ésta puede presentarse en fase líquida, gaseosa, ambas, e incluso en fase sólida; la predicción de su comportamiento de fases puede resultar muy compleja conforme aumenta el número de componentes presentes.

Ahora bien, la mezcla de hidrocarburos que el yacimiento aporta al pozo experimenta cambios de presión y temperatura en su trayecto hacia las instalaciones superficiales de producción. En este recorrido, puede ocurrir tanto la condensación como la vaporización de componentes; en consecuencia, la composición de las fases líquida y gaseosa que fluyen en el pozo será generalmente distinta a la del aceite y gas recuperados en las instalaciones superficiales. Qué tanto variará la composición de las fases dependerá del tipo de fluido producido.

En el caso de los yacimientos productores de aceite y gas, se tienen dos tipos de fluido: aceite volátil y aceite negro. En el primer caso, las fases experimentarán cambios pronunciados en su composición y en su comportamiento volumétrico, con las variaciones de presión y temperatura; por lo tanto, se requiere el uso de ecuaciones de estado para predecir sus propiedades PVT.

Por otra parte, la composición de las fases aceite y gas prácticamente no cambia en el caso de los fluidos del tipo aceite negro. Esto permite agrupar a todos los componentes que

constituyen a la fase aceite a condiciones estándar en un pseudocomponente único: el aceite (comúnmente denominado aceite muerto); los componentes que conforman a la fase gaseosa a condiciones estándar se agrupan en otro pseudocomponente: el gas asociado. En este punto es conveniente hacer la anotación siguiente: pseudocomponente hace referencia al fluido (aceite o gas) recuperado en superficie a condiciones estándar, mientras que fase se refiere al líquido (aceite y gas disuelto) o gas a condiciones de flujo. Como se ilustra en la Fig. 4.1, el pseudocomponente gas asociado puede estar presente tanto en la fase aceite como en la fase gas; el pseudocomponente aceite únicamente puede encontrarse en la fase aceite.



**Fig. 4.1** Conceptualización del modelo de aceite negro.

Considerando a la mezcla de hidrocarburos que aporta el yacimiento como un fluido del tipo aceite negro, entonces pueden establecerse las definiciones y relaciones volumétricas siguientes.

Factor de volumen del aceite

$$B_o = \frac{\text{Volumen de la fase aceite @ c.f.}}{\text{Volumen del aceite @ c.e.}} \quad (4.1)$$

### Factor de volumen del gas

$$B_g = \frac{\text{Volumen de la fase gas @ c.f.}}{\text{Volumen del gas asociado @ c.e.}} \quad (4.2)$$

### Relación de solubilidad

$$R_s = \frac{\text{Volumen de gas disuelto a c.f. @ c.e.}}{\text{Volumen del aceite @ c.e.}} \quad (4.3)$$

### Densidad de la fase aceite

$$\rho_o = \frac{\rho_{oce} + \rho_{gce} \cdot R_s}{B_o} \quad (4.4)$$

### Densidad de la fase gas

$$\rho_g = \frac{\rho_{gce}}{B_g} \quad (4.5)$$

### Gasto volumétrico de aceite a condiciones de flujo

$$q_o = q_{oce} \cdot B_o \quad (4.6)$$

### Gasto volumétrico de gas a condiciones de flujo

$$q_g = q_{oce} \cdot (R_p - R_s) \cdot B_g \quad (4.7)$$

### Gasto másico de la fase aceite

$$\dot{m}_o = \rho_o \cdot q_o \quad (4.8)$$

$$\dot{m}_o = (\rho_{oce} + \rho_{gce} \cdot R_s) \cdot q_{oce} \quad (4.9)$$

### Gasto másico de la fase gas

$$\dot{m}_g = \rho_g \cdot q_g \quad . \quad (4.10)$$

$$\dot{m}_g = \rho_{gce} \cdot q_{oce} \cdot (R_p - R_s) \quad . \quad (4.11)$$

Es importante destacar que existen diversas correlaciones empíricas de aceite negro para determinar las propiedades PVT de las fases (Brill y Mukherjee, 1999); tales correlaciones generalmente dependen de la presión, la temperatura, la relación gas-aceite, y la densidad relativa del aceite y del gas a condiciones estándar.

#### **4.2.2 Modelo de flujo multifásico transitorio en el pozo**

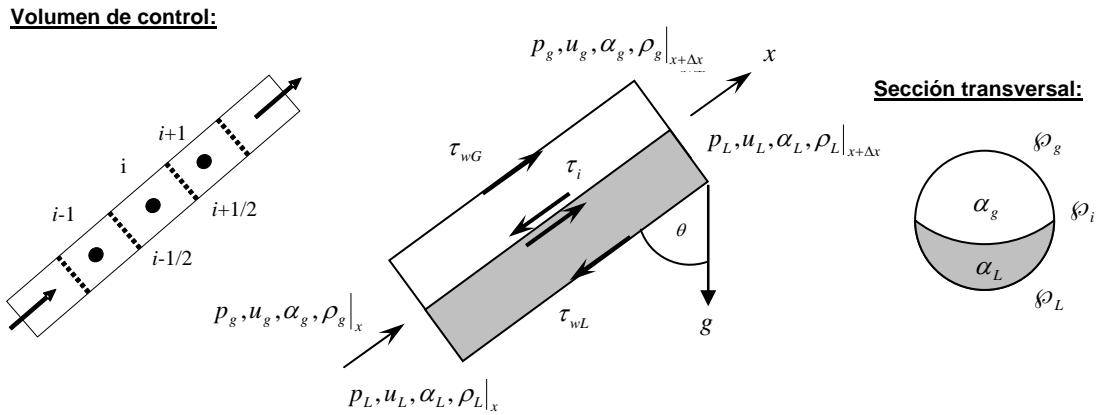
En esta sección se presenta el desarrollo del modelo dinámico propuesto para describir la hidrodinámica del flujo multifásico en el pozo. Algunas de las simplificaciones consideradas en el desarrollo del mismo son:

1. Las fases se encuentran localmente en equilibrio térmico, y se conoce el perfil de la temperatura en el pozo.
2. No se considera la reinyección de fluidos al yacimiento. Esta situación puede ocurrir durante el flujo inestable, particularmente en yacimientos maduros con índices de productividad grandes.

##### 4.2.2.1 Ecuaciones de continuidad

En la Fig. 4.2 se muestra el volumen de control característico usado para plantear las ecuaciones de conservación. Siguiendo las filosofías de la industria nuclear para modelar numéricamente el flujo multifásico transitorio (Liles y Reed, 1978; Kim y Doster, 1991), se utiliza una malla de bloques distribuidos en estaciones.

Al aplicar las ecuaciones de conservación de masa para cada fase, es necesario incluir términos fuente asociados a la transferencia de masa entre las mismas, así como a la inyección o extracción de fluido. Sin embargo, utilizando la concepción del modelo de aceite negro, en lugar de aplicar las ecuaciones de conservación de masa para cada fase, se plantean las ecuaciones de



**Fig. 4.2 Volumen de control característico utilizado para plantear las ecuaciones de conservación.**

conservación por pseudocomponente (Xiao y cols., 1994); por lo tanto, los únicos términos fuente existentes estarán asociados a la inyección o extracción de pseudocomponentes.

a) Ecuación de conservación del pseudocomponente aceite:

Aplicando un balance de materia en términos del número de moles del pseudocomponente aceite en las fases aceite y gas se tiene que:

$$\begin{aligned}
 & (x_o \bar{\rho}_o u_L A_L + y_o \bar{\rho}_g u_g A_g)_{i-1/2} - (x_o \bar{\rho}_o u_L A_L + y_o \bar{\rho}_g u_g A_g)_{i+1/2} + \dot{n}_{co_i} = \\
 & \frac{(x_o \bar{\rho}_o A_L + y_o \bar{\rho}_g A_g)_i^{t+\Delta t} - (x_o \bar{\rho}_o A_L + y_o \bar{\rho}_g A_g)_i^t}{\Delta t} \cdot \Delta x_i \quad . \quad (4.12)
 \end{aligned}$$

Esta ecuación puede expresarse en función del colgamiento, o de la fracción de vacío, definidos respectivamente como:

$$\alpha_L = \frac{A_L}{A} \quad (4.13)$$

$$\text{y} \quad \alpha_g = \frac{A_g}{A} \quad . \quad (4.14)$$

Con base en la ec. (4.13), y tomando en cuenta que en el modelo de aceite negro,  $y_o = 0$ , la ec. (4.12) puede expresarse como:

$$(x_o \bar{\rho}_o u_L \alpha_L A)_{i-1/2} - (x_o \bar{\rho}_o u_L \alpha_L A)_{i+1/2} + \dot{n}_{co_i} = \frac{(x_o \bar{\rho}_o \alpha_L)_i^{t+\Delta t} - (x_o \bar{\rho}_o \alpha_L)_i^t}{\Delta t} \cdot A_i \Delta x_i \quad (4.15)$$

De acuerdo al modelo de aceite negro, puede establecerse la relación siguiente:

$$x_o \bar{\rho}_o \Rightarrow \frac{n_{co}}{n_{fo}} \cdot \frac{n_{fo}}{V_{fo}} = \left( \frac{m_{co}}{M_{co}} \right) \left( \frac{1}{V_{oce}} \right) \left( \frac{V_{oce}}{V_{fo}} \right) = \frac{\rho_{oce}}{M_{co}} \cdot \frac{1}{B_o} \quad (4.16)$$

Al sustituir la ec. (4.16) en (4.15), después de simplificar términos se tiene que:

$$\frac{1}{A_i \Delta x_i} \left( \left( \frac{u_L \alpha_L A}{B_o} \right)_{i-1/2} - \left( \frac{u_L \alpha_L A}{B_o} \right)_{i+1/2} \right) + q^*_{oce_i} = \frac{1}{\Delta t} \left( \left( \frac{\alpha_L}{B_o} \right)^{t+\Delta t} - \left( \frac{\alpha_L}{B_o} \right)^t \right)_i \quad (4.17)$$

Tomando el límite de la ec. (4.17) cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  y  $\Delta t \rightarrow 0$ , se obtiene la ecuación que describe la propagación de ondas de colgamiento:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\alpha_L}{B_o} \right) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_L \alpha_L A}{B_o} \right) = q^*_{oce} \quad (4.18)$$

b) Ecuación de conservación del pseudocomponente gas:

Siguiendo la metodología anterior, para el pseudocomponente gas se tiene que:

$$(x_g \bar{\rho}_o u_L A_L + y_g \bar{\rho}_g u_g A_g)_{i-1/2} - (x_g \bar{\rho}_o u_L A_L + y_g \bar{\rho}_g u_g A_g)_{i+1/2} + \dot{n}_{cg_i} = \frac{(x_g \bar{\rho}_o A_L + y_g \bar{\rho}_g A_g)_i^{t+\Delta t} - (x_g \bar{\rho}_o A_L + y_g \bar{\rho}_g A_g)_i^t}{\Delta t} \cdot \Delta x_i \quad (4.19)$$



o bien, en términos del colgamiento y la fracción de vacío:

$$(x_g \bar{\rho}_o u_L \alpha_L + y_g \bar{\rho}_g u_g \alpha_g)_{i-1/2} A_{i-1/2} - (x_g \bar{\rho}_o u_L \alpha_L + y_g \bar{\rho}_g u_g \alpha_g)_{i+1/2} A_{i+1/2} + \dot{n}_{cg_i} = \frac{(x_g \bar{\rho}_o \alpha_L + y_g \bar{\rho}_g \alpha_g)_i^{t+\Delta t} - (x_g \bar{\rho}_o \alpha_L + y_g \bar{\rho}_g \alpha_g)_i^t}{\Delta t} \cdot A_i \Delta x_i \quad (4.20)$$

A partir del modelo de aceite negro pueden establecerse las relaciones siguientes:

$$x_g \bar{\rho}_o \Rightarrow \frac{n_{cgd}}{n_{fo}} \cdot \frac{n_{fo}}{V_{fo}} = \left( \frac{m_{cgd}}{M_{cgd}} \right) \left( \frac{1}{V_{gdce}} \right) \left( \frac{V_{gdce}}{V_{fo}} \right) \left( \frac{V_{oce}}{V_{fo}} \right) = \frac{\rho_{gdce}}{M_{cgd}} \cdot \frac{R_s}{B_o} \quad (4.21)$$

y

$$y_g \bar{\rho}_g \Rightarrow \frac{n_{cgl}}{n_{fg}} \cdot \frac{n_{fg}}{V_{fg}} = \left( \frac{m_{cgl}}{M_{cgl}} \right) \left( \frac{1}{V_{glce}} \right) \left( \frac{V_{glce}}{V_{fg}} \right) = \frac{\rho_{glce}}{M_{cgl}} \cdot \frac{1}{B_g} \quad (4.22)$$

Ahora bien, considerando que:

$$\rho_{gdce} = \rho_{glce} = \rho_{gce} \quad ,$$

$$M_{cgd} = M_{cgl} = M_g \quad ,$$

$$y \quad n_g = n_{cgd} + n_{cgl} \quad ,$$

al sustituir las ecs. (4.21) y (4.22) en (4.20), se tiene que:

$$\frac{1}{A_i \Delta x_i} \left( \left( \frac{R_s u_L \alpha_L}{B_o} + \frac{u_g \alpha_g}{B_g} \right)_{i-1/2} A_{i-1/2} - \left( \frac{R_s u_L \alpha_L}{B_o} + \frac{u_g \alpha_g}{B_g} \right)_{i+1/2} A_{i+1/2} \right) + q_{gce_i}^* = \frac{1}{\Delta t} \left( \left( \frac{R_s \alpha_L}{B_o} + \frac{\alpha_g}{B_g} \right)_{i-1/2}^{t+\Delta t} - \left( \frac{R_s \alpha_L}{B_o} + \frac{\alpha_g}{B_g} \right)_i^t \right) \quad (4.23)$$

Tomando el límite de la ec. (4.23) cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  y  $\Delta t \rightarrow 0$ , se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{R_s \alpha_L}{B_o} + \frac{\alpha_g}{B_g} \right) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{R_s u_L \alpha_L A}{B_o} + \frac{u_g \alpha_g A}{B_g} \right) = q_{gce}^* \quad . \quad (4.24)$$

c) Ecuación de continuidad para la mezcla

A partir de las ecs. (4.15), (4.16) y (4.20) a (4.22), la ecuación de continuidad para la mezcla gas-líquido establece que:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{A_i \Delta x_i} \left( \left( \frac{\rho_{oce} u_L \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} R_s u_L \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} u_g \alpha_g}{B_g} \right)_{i-\frac{1}{2}} A_{i-\frac{1}{2}} - \right. \\ & \left. \left( \frac{\rho_{oce} u_L \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} R_s u_L \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} u_g \alpha_g}{B_g} \right)_{i+\frac{1}{2}} A_{i+\frac{1}{2}} \right) + \left( \dot{m}_{co}^* + \dot{m}_{cg}^* \right)_i \\ & = \frac{1}{\Delta t} \left( \left( \frac{\rho_{oce} \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} R_s \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} \alpha_g}{B_g} \right)^{t+\Delta t} - \left( \frac{\rho_{oce} \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} R_s \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} \alpha_g}{B_g} \right)^t \right)_i \quad . \quad (4.25) \end{aligned}$$

Tomando en cuenta la ec. (4.4), puede demostrarse que:

$$\left( \frac{\rho_{oce} \alpha_L}{B_o} + \frac{\rho_{gce} R_s \alpha_L}{B_o} \right) + \frac{\rho_{gce} \alpha_g}{B_g} = \rho_L \alpha_L + \rho_g \alpha_g \quad . \quad (4.26)$$

Por otra parte, la densidad de la mezcla y la velocidad de su centro de masa, se definen respectivamente como:

$$\rho_m = \rho_L \alpha_L + \rho_g \alpha_g \quad , \quad (4.27)$$

y

$$u_m = \frac{\rho_L \alpha_L u_L + \rho_g \alpha_g u_g}{\rho_m} \quad . \quad (4.28)$$

Al sustituir las ecs. (4.26) y (4.27) en (4.25), se tiene que:

$$\frac{1}{A_i \Delta x_i} \left( (\rho_L u_L \alpha_L + \rho_g u_g \alpha_g)_{i-1/2} A_{i-1/2} - (\rho_L u_L \alpha_L + \rho_g u_g \alpha_g)_{i+1/2} A_{i+1/2} \right) + \dot{m}_{T_i}^* = \frac{1}{\Delta t} (\rho_m^{t+\Delta t} - \rho_m^t)_i ; \quad (4.29)$$

o bien, considerando la ec.(4.28) en (4.29):

$$\frac{1}{A_i \Delta x_i} \left( (\rho_m u_m A)_{i-1/2} - (\rho_m u_m A)_{i+1/2} \right) + \dot{m}_{T_i} = \frac{1}{\Delta t} (\rho_m^{t+\Delta t} - \rho_m^t)_i . \quad (4.30)$$

Finalmente, tomando el límite de la ec. (4.30) cuando  $\Delta x \rightarrow 0$ , la ecuación de continuidad para la mezcla puede expresarse como:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_m u_m A) = \dot{m}_{T_i}^* . \quad (4.31)$$

#### 4.2.2.3 Ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento

Considerando una malla de bloques distribuidos en estaciones (Liles y Reed, 1978;), el volumen de control característico utilizado para plantear las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento se establece en la celda  $i + 1/2$ , cuyas fronteras se localizan en las posiciones  $i$  e  $i + 1$  (Fig. 4.2).

Por lo tanto, aplicando un balance de cantidad de movimiento para la fase líquida se tiene que:

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_L u_L A_L \Delta x)_{i+1/2}^{t+\Delta t} - (\rho_L u_L A_L \Delta x)_{i+1/2}^t}{\Delta t} = \\ & (p_L A_L)_i - (p_L A_L)_{i+1} + (\rho_L u_L^2 A_L)_i - (\rho_L u_L^2 A_L)_{i+1} + \\ & - \tau_{wL} \delta_L \Delta x_{i+1/2} + \tau_i \delta_i \Delta x_{i+1/2} - \Gamma_i v_i - (\rho_L A_L \Delta x)_{i+1/2} g \cos \theta_{i+1/2} ; \end{aligned} \quad (4.32)$$

o bien, en términos del colgamiento y la fracción de vacío:

$$\begin{aligned}
& \frac{(A\Delta x)_{i+1/2}}{\Delta t} ((\rho_L u_L \alpha_L)^{t+\Delta t} - (\rho_L u_L \alpha_L)^t)_{i+1/2} = \\
& (p_L \alpha_L A)_i - (p_L \alpha_L A)_{i+1} + (\rho_L \alpha_L u_L^2 A)_i - (\rho_L \alpha_L u_L^2 A)_{i+1} + \\
& - \tau_{wL} \delta \rho_L \Delta x_{i+1/2} + \tau_i \delta \rho_i \Delta x_{i+1/2} - \Gamma_i v_i - (\rho_L \alpha_L A \Delta x)_{i+1/2} g \cos \theta_{i+1/2} \quad . \quad (4.33)
\end{aligned}$$

Similarmente, para la fase gas se tiene que:

$$\begin{aligned}
& \frac{(\rho_g u_g A_g \Delta x)_{i+1/2}^{t+\Delta t} - (\rho_g u_g A_g \Delta x)_{i+1/2}^t}{\Delta t} = \\
& (p_g A_g)_i - (p_g A_g)_{i+1} + (\rho_g u_g^2 A_g)_i - (\rho_g u_g^2 A_g)_{i+1} + \\
& - \tau_{wg} \delta \rho_g \Delta x_{i+1/2} - \tau_i \delta \rho_i \Delta x_{i+1/2} + \Gamma_i v_i - (\rho_g A_g \Delta x)_{i+1/2} g \cos \theta_{i+1/2} \quad ; \quad (4.34)
\end{aligned}$$

o bien:

$$\begin{aligned}
& \frac{(A\Delta x)_{i+1/2}}{\Delta t} ((\rho_g u_g \alpha_g)^{t+\Delta t} - (\rho_g u_g \alpha_g)^t)_{i+1/2} = \\
& (p_g \alpha_g A)_i - (p_g \alpha_g A)_{i+1} + (\rho_g \alpha_g u_g^2 A)_i - (\rho_g \alpha_g u_g^2 A)_{i+1} + \\
& - \tau_{wg} \delta \rho_g \Delta x_{i+1/2} - \tau_i \delta \rho_i \Delta x_{i+1/2} + \Gamma_i v_i - (\rho_g \alpha_g A \Delta x)_{i+1/2} g \cos \theta_{i+1/2} \quad . \quad (4.35)
\end{aligned}$$

La ecuación de conservación de cantidad de movimiento para la mezcla puede obtenerse sumando las ecs. (4.33) y (4.35):

$$\begin{aligned}
& \frac{(A\Delta x)_{i+1/2}}{\Delta t} ((\rho_L u_L \alpha_L + \rho_g u_g \alpha_g)^{t+\Delta t} - (\rho_L u_L \alpha_L + \rho_g u_g \alpha_g)^t)_{i+1/2} = \\
& (p_L \alpha_L A + p_g \alpha_g A)_i - (p_L \alpha_L A + p_g \alpha_g A)_{i+1} + \\
& (\rho_L \alpha_L u_L^2 A + \rho_g \alpha_g u_g^2 A)_i - (\rho_L \alpha_L u_L^2 A + \rho_g \alpha_g u_g^2 A)_{i+1} + \\
& - (\tau_{wL} \delta \rho_L + \tau_{wg} \delta \rho_g)_{i+1/2} \Delta x_{i+1/2} - (\rho_L \alpha_L + \rho_g \alpha_g)_{i+1/2} (A\Delta x)_{i+1/2} g \cos \theta_{i+1/2} \quad . \quad (4.36)
\end{aligned}$$

Ahora bien, considerando que las fases se encuentran en equilibrio mecánico ( $p_L = p_g$ ); definiendo:

$$f \frac{\rho_m u_m^2}{2d} = \left( \frac{\tau_{wL} \delta \rho_L + \tau_{wg} \delta \rho_g}{A} \right) ; \quad (4.37)$$

y tomando en cuenta la ec.(4.28), la ec. (4.36) puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \frac{(A\Delta x)_{i+1/2}}{\Delta t} (\rho_m u_m^{t+\Delta t} - \rho_m u_m^t)_{i+1/2} &= (pA)_i - (pA)_{i+1} + (\rho_L \alpha_L u_L^2 A + \rho_g \alpha_g u_g^2 A)_i \\ &+ (\rho_L \alpha_L u_L^2 A + \rho_g \alpha_g u_g^2 A)_i - (\rho_L \alpha_L u_L^2 A + \rho_g \alpha_g u_g^2 A)_{i+1} \\ &- \left( f \frac{\rho_m u_m^2}{2d} + \rho_{i+1/2} g \cos \theta_{i+1/2} \right)_{i+1/2} (A\Delta x)_{i+1/2} . \end{aligned} \quad (4.38)$$

Dividiendo la ec. (4.38) entre  $A\Delta x$ , y tomando el límite cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  y  $\Delta t \rightarrow 0$ , se obtiene la ecuación de conservación de cantidad de movimiento para la mezcla:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m u_m) + \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_m g \cos \theta + f \frac{\rho_m u_m^2}{2d} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\rho_L \alpha_L u_L^2 A + \rho_g \alpha_g u_g^2 A) = 0 . \quad (4.39)$$

#### 4.2.2.4 Formulación del modelo de flujo de deriva

En la formulación de los modelos de flujo de deriva, la atención se centra en la velocidad relativa entre las fases y en la velocidad de la mezcla. La velocidad relativa se define como:

$$u_r = u_g - u_L . \quad (4.40)$$

Con base en la ec. (4.40) y la definición de la velocidad del centro de masa de la mezcla, ec. (4.28), las velocidades de las fases líquida y gaseosa pueden expresarse respectivamente como:

$$u_L = u_m - \frac{\rho_g \alpha_g u_r}{\rho_m} \quad (4.41)$$

$$y \quad u_g = u_m + \frac{\rho_L \alpha_L u_r}{\rho_m} \quad . \quad (4.42)$$

El conjunto de ecuaciones de conservación que integran los modelos de flujo de deriva está conformado por dos ecuaciones de continuidad (una para la mezcla y otra para cualquiera de las fases) y la ecuación de conservación de momento para la mezcla (Liles y Reed, 1978). Para tal efecto, en el presente estudio se seleccionaron las ecs. (4.18), (4.31) y (4.39), las cuales, después de la sustitución de las ecs. (4.41) y (4.42), pueden expresarse como:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (\rho_m u_m A) = \dot{m} r^* \quad , \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\alpha_L}{B_o} \right) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_m \alpha_L A}{B_o} \right) - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho_g u_r \alpha_L \alpha_g A}{\rho_m B_o} \right) = q^*_{oce} \quad (4.44)$$

y

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_m u_m) + \frac{\partial p}{\partial x} + \rho_m g \cos \theta + f \frac{\rho_m u_m^2}{2d} + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} (\rho_m u_m^2 A) + \frac{1}{A} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho_L \rho_g \alpha_L \alpha_g u_r^2 A}{\rho} \right) = 0 \quad . \quad (4.45)$$

#### 4.2.2.5 Discretización del sistema de ecuaciones y formulación semi-implícita

El sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineales conformado por las ecs. (4.43) a (4.45) puede resolverse mediante diferentes esquemas numéricos, dependiendo del tratamiento de los términos no inerciales y de la discretización implementada. En el presente trabajo se propone el uso de un esquema de diferencias finitas semi-implícito donador (diferencias regresivas en espacio), en un malla de bloques distribuidos en estaciones -“*staggered grid donor cell*”-, (Liles y Reed, 1978; Xiao y cols., 1994). Mediante este tipo de esquema numérico es posible discretizar y linealizar el sistema de ecuaciones en función del colgamiento, la velocidad de la mezcla y la presión; aún más, siguiendo una metodología similar a la de Kim y Doster, (1991), el sistema de ecuaciones lineales resultante puede reducirse a una sola ecuación en términos de la presión, como se muestra más adelante.

De acuerdo a la formulación semi-implícita y considerando la Fig. 4.2, la ec. (4.43) en forma discreta se expresa como:

$$\frac{(\rho_m^{t+\Delta t} - \rho_m^t)_i}{\Delta t} + \frac{(\rho_m^t u_m^{t+\Delta t} A)_{i+1/2} - (\rho_m^t u_m^{t+\Delta t} A)_{i-1/2}}{A_i \Delta x_i} = \left( \dot{m}_T^* \right)_i . \quad (4.46)$$

Primeramente, partiendo de la ec. (4.27), y considerando  $\rho_g = \rho_g(p)$ ,  $\rho_o = \rho_o(p)$  y  $\alpha_g = 1 - \alpha_L$ , entonces  $\rho_m = \rho_m(\alpha_L, p)$ . Por lo tanto,  $\rho^{t+\Delta t}$  puede linealizarse en términos de  $\alpha_L^{t+\Delta t}$  y  $p^{t+\Delta t}$  como:

$$\rho_{mi}^{t+\Delta t} = \rho_{mi}^t + \left( \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^t (\alpha_L^{t+\Delta t} - \alpha_L^t)_i + \left( \frac{\partial \rho_m}{\partial p} \right)_i^t (p^{t+\Delta t} - p^t)_i . \quad (4.47)$$

Sustituyendo la ec. (4.47) en (4.46), la ecuación de continuidad en forma discreta para la mezcla es:

$$\left( \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^t \frac{(\alpha_L^{t+\Delta t} - \alpha_L^t)_i}{\Delta t} + \left( \frac{\partial \rho_m}{\partial p} \right)_i^t \frac{(p^{t+\Delta t} - p^t)_i}{\Delta t} + \frac{(\rho_m^t u_m^{t+\Delta t} A)_{i+1/2} - (\rho_m^t u_m^{t+\Delta t} A)_{i-1/2}}{A_i \Delta x_i} = \left( \dot{m}_T^* \right)_i . \quad (4.48)$$

Con respecto a la discretización de la ec. (4.44), se tiene que:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta t} \left( \left( \frac{\alpha_L}{B_o} \right)^{t+\Delta t} - \left( \frac{\alpha_L}{B_o} \right)^t \right)_i + \frac{1}{A_i \Delta x_i} \left( \left( \frac{\alpha_L A}{B_o} \right)^t_{i+1/2} u_{m_{i+1/2}}^{t+\Delta t} - \left( \frac{\alpha_L A}{B_o} \right)^t_{i-1/2} u_{m_{i-1/2}}^{t+\Delta t} \right) - \\ & \frac{1}{A_i \Delta x_i} \left( \left( \frac{\rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r A}{\rho_m B_o} \right)^t_{i+1/2} - \left( \frac{\rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r A}{\rho_m B_o} \right)^t_{i-1/2} \right) = (q_{oce}^*)_i . \end{aligned} \quad (4.49)$$

Como puede observarse, la ec. (4.49) aún conserva una no linealidad en el término

$\left(\frac{\alpha_L}{B_o}\right)_i^{t+\Delta t}$ ; sin embargo, considerando que  $B_o = B_o(p)$ , puede linealizarse como:

$$\left(\frac{\alpha_L}{B_o}\right)_i^{t+\Delta t} = \left(\frac{\alpha_L}{B_o}\right)_i^t + \left(\frac{1}{B_o}\right)_i^t (\alpha_L^{t+\Delta t} - \alpha_L^t)_i + \left(\frac{-\alpha_L}{B_o^2} \frac{\partial B_o}{\partial p}\right)_i^t (p^{t+\Delta t} - p^t)_i \quad . \quad (4.50)$$

Entonces, de la sustitución de la ec. (4.50) en (4.49), la ecuación discretizada correspondiente a la propagación de ondas de colgamiento puede expresarse como:

$$\begin{aligned} & \frac{(\alpha_L^{t+\Delta t} - \alpha_L^t)_i}{\Delta t} - \left(\frac{\alpha_L}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p}\right)_i^t \frac{(p^{t+\Delta t} - p^t)_i}{\Delta t} + \left(\frac{B_o^t}{A\Delta x}\right)_i \left( \left(\frac{\alpha_L A}{B_o}\right)_{i+1/2}^{t+\Delta t} u_{m_{i+1/2}}^{t+\Delta t} - \left(\frac{\alpha_L A}{B_o}\right)_{i+1/2}^t u_{m_{i+1/2}}^t \right) - \\ & \left(\frac{B_o^t}{A\Delta x}\right)_i \left( \left(\frac{\rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r A}{\rho_m B_o}\right)_{i+1/2}^t - \left(\frac{\rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r A}{\rho_m B_o}\right)_{i-1/2}^t \right) = (q_{oce}^* B_o^t)_i \quad . \quad (4.51) \end{aligned}$$

Por otra parte, la ecuación de conservación de cantidad de movimiento para la mezcla, ec. (4.45), se discretiza y linealiza en  $i + 1/2$  de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \frac{(\rho_m^t u_m^{t+\Delta t} - \rho_m^t u_m^t)_{i+1/2}}{\Delta t} + \frac{(p_{i+1}^{t+\Delta t} - p_i^{t+\Delta t})}{\Delta x_{i+1/2}} + \\ & \left( \rho_m g \cos \theta + f \frac{\rho_m u_m^2}{2d} \right)_{i+1/2}^t + \frac{(\rho_m u_m^2 A)_{i+1}^t - (\rho_m u_m^2 A)_i^t}{A_{i+1/2} \Delta x_{i+1/2}} + \\ & \frac{1}{A_{i+1/2} \Delta x_{i+1/2}} \left( \left(\frac{\rho_L \rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r^2 A}{\rho_m}\right)_{i+1}^t - \left(\frac{\rho_L \rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r^2 A}{\rho_m}\right)_i^t \right) = 0 \quad . \quad (4.52) \end{aligned}$$

Una ecuación similar a la (4.52) se obtiene en  $i - 1/2$ .



Como puede notarse, el sistema de ecuaciones en derivadas parciales no lineales (4.43 a 4.45) ha sido transformado en un sistema de tres ecuaciones lineales (4.48, 4.51 y 4.52) con tres incógnitas  $p^{t+\Delta t}$ ,  $\alpha_L^{t+\Delta t}$  y  $u_m^{t+\Delta t}$ . Aún más, este sistema puede reducirse a una sola ecuación en función de la presión; después de una extensa manipulación algebraica de las ecs. (4.48, 4.51 y 4.52), puede demostrarse que la ecuación resultante para el nodo  $i$  –ésimo es:

$$a_i p_{i-1}^{t+\Delta t} + b_i p_i^{t+\Delta t} + c_i p_{i+1}^{t+\Delta t} = d_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.53)$$

donde

$$a_i = \frac{(\Delta t)^2}{(A\Delta x)_i} \cdot \frac{A_{i-1}}{\Delta x_{i-1/2}} \left( \left( B_o \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left( \frac{\alpha_L}{\rho_m B_o} \right)_{i-1/2}^t - 1 \right), \quad (4.54)$$

$$b_i = A_i \left( \left( \frac{a_i}{A_{i-1}} \right) + \left( \frac{c_i}{A_{i-1}} \right) \right), \quad (4.55)$$

$$c_i = \frac{(\Delta t)^2}{(A\Delta x)_i} \cdot \frac{A_{i+1}}{\Delta x_{i+1/2}} \left( \left( B_o \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left( \frac{\alpha_L}{\rho_m B_o} \right)_{i+1/2}^t - 1 \right), \quad (4.56)$$

$$d_i = e_i p_i^t + f_i + g_i - h_i, \quad (4.57)$$

$$e_i = \left( \frac{\alpha_L}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} + \frac{\partial \rho_m}{\partial p} \right)_i^t, \quad (4.58)$$

$$f_i = \frac{\Delta t}{(A\Delta x)_i} \left( \dot{m}_{Ti} - \left( B_o \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i^t \left( q_{oce} + \left( \frac{\rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r A}{\rho_m B_o} \right)_{i+1/2}^t - \left( \frac{\rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r A}{\rho_m B_o} \right)_{i-1/2}^t \right) \right), \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned}
g_i &= \frac{\Delta t}{(A\Delta x)_i} \cdot \left( \left( B_o \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left( \frac{\alpha_L}{\rho_m B_o} \right)_{i+1/2} - 1 \right) \cdot \\
&\left( \frac{\Delta t}{\Delta x_{i+1/2}} \left( \left( \frac{\rho_L \rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r^2 A}{\rho_m} \right)_{i+1} - \left( \frac{\rho_L \rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r^2 A}{\rho_m} \right)_i \right) + \right. \\
&\left. + \Delta t \cdot \left( \rho_m g \cos \theta + f \frac{\rho_m u_m^2}{2d} \right)_{i+1/2}^t \cdot A_{i+1/2} + (\rho_m u_m A)_{i+1/2}^t \right), \quad (4.60)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_i &= \frac{\Delta t}{(A\Delta x)_i} \cdot \left( \left( B_o \frac{\partial \rho_m}{\partial \alpha_L} \right)_i \left( \frac{\alpha_L}{\rho_m B_o} \right)_{i-1/2} - 1 \right) \cdot \\
&\left( \frac{\Delta t}{\Delta x_{i-1/2}} \left( \left( \frac{\rho_L \rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r^2 A}{\rho_m} \right)_i - \left( \frac{\rho_L \rho_g \alpha_L (1 - \alpha_L) u_r^2 A}{\rho_m} \right)_{i-1} \right) + \right. \\
&\left. + \Delta t \cdot \left( \rho_m g \cos \theta + f \frac{\rho_m u_m^2}{2d} \right)_{i-1/2}^t \cdot A_{i-1/2} + (\rho_m u_m A)_{i-1/2}^t \right). \quad (4.61)
\end{aligned}$$

Tomando en cuenta el desarrollo presentado, el colgamiento, la presión y las propiedades PVT de las fases se evalúan en los nodos (Fig. 4.2). De acuerdo al esquema semi-ímplicito donador en estaciones, para asignar estas variables en las caras de las celdas se considera que:

$$\psi_{i+1/2} = \begin{cases} \psi_{i+1}, & \text{si } u_{m_{i+1/2}} > 0 \\ \psi_i, & \text{si } u_{m_{i+1/2}} < 0 \end{cases}, \quad (4.62)$$

donde  $\psi$  puede ser cualquiera de ellas. En el caso de las velocidades, éstas se determina en las caras de las celdas; cuando son requeridas en los nodos, se considera que:

$$u_{i+1} = \begin{cases} u_{i+3/2}, & \text{si } u_{i+3/2} > 0 \\ u_{i+1/2}, & \text{si } u_{i+3/2} < 0 \end{cases}. \quad (4.63)$$

Al aplicar la ec. (4.53) a todos los nodos que constituyen el dominio de interés, ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), se genera un sistema tridiagonal de ecuaciones lineales de orden  $n$ , con  $\bar{p}^{t+\Delta t} = (p_1, p_2, \dots, p_n)^{t+\Delta t}$  como incógnitas.

#### 4.2.2.6 Ecuaciones de estado

Las propiedades PVT de las fases se determinan mediante correlaciones de aceite negro. En la tabla 4.1 se indican las correlaciones implementadas en el modelo numérico desarrollado.

**Tabla 4.1 Correlaciones utilizadas para calcular las propiedades PVT de las fases.**

Correlación	Parámetro
Standing (1981); Lasater (1958); Vázquez y Beggs (1980); Glaso (1980).	Presión de burbuja, relación de solubilidad y factor de volumen del aceite.
Beggs y Robinson (1975).	Viscosidad del aceite saturado.
Vázquez y Beggs (1980).	Viscosidad del aceite bajosaturado.
Abdul – Majeed y Ghassan, H. (2000).	Tensión superficial del aceite.
Lee y cols. (1996).	Viscosidad del gas.
Dranchuk y Abu-Kassem (1975).	Factor de compresibilidad del gas.
Standing (1981).	Presión y temperatura pseudocríticas del gas.

#### 4.2.2.7 Ecuaciones constitutivas

En la formulación del modelo de deriva se consideran las ecuaciones constitutivas siguientes para la velocidad de resbalamiento (Xiao y cols., 1991). Únicamente se consideran el flujo burbuja y el flujo bache:

$$u_r = 1.53 \cdot \left( \frac{\sigma_L \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L^2} \right)^{1/4}, \text{ si } 0.75 < \alpha_L < 1 \text{ (flujo burbuja)} \quad (4.64)$$

y

$$u_r = 0.35 \cdot \left( \frac{d \cdot g \cdot (\rho_L - \rho_G)}{\rho_L} \right)^{1/2}, \text{ si } 0 < \alpha_L \leq 0.75 \text{ (flujo bache)} \quad (4.65)$$

### 4.2.3 Modelo del sistema de inyección

El sistema de inyección se modela como un tanque; de esta manera, a partir de un balance de materia en el espacio anular, se tiene que:

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)_{\text{espacio anular}} = \dot{m}_{g \text{ válvula superficial}} - \dot{m}_{g \text{ válvula operante}} \quad . \quad (4.66)$$

Esta ecuación puede expresarse en términos de la presión en la TR y en la TP, a la profundidad de la válvula operante, como se describe a continuación.

Por una parte, considerando la ecuación de estado para los gases reales:

$$pV = z_g m_g R_g T \quad , \quad (4.67)$$

la ec.(4.66) puede expresarse como:

$$\left(\frac{V_{TR}}{z_g R_g T}\right) \left(\frac{dp}{dt}\right)_{\text{espacio anular}} = \dot{m}_{g \text{ válvula superficial}} - \dot{m}_{g \text{ válvula operante}} \quad . \quad (4.68)$$

La expresión correspondiente al gasto másico de gas a través de la válvula operante dependerá del modelo utilizado; por ejemplo, la ec. (3.30). En cualquier caso, se busca expresar  $\dot{m}_{g \text{ válvula operante}}$  como una función linealizada en  $p_{ci}$  y  $p_{ti}$ , que permita el acoplamiento del modelo del sistema de inyección con el modelo de flujo multifásico en el pozo.

Por otra parte, el gasto másico de inyección se establece como condición de frontera del modelo global del sistema de BN, en la forma que se indica en la sección 4.14.

#### 4.2.4 Modelo del yacimiento

De acuerdo a los alcances del presente estudio, no se desarrolló un modelo de flujo transitorio en el yacimiento. Por lo tanto, para establecer la relación entre el gasto de aceite aportado por el yacimiento con la presión de fondo fluyendo,  $p_{wf}$ , se consideraron modelos de afluencia en régimen cuasi-estacionario, como los descritos en la sección 3.4.1. Esto resulta en una aproximación razonable, tomando en cuenta que la respuesta del yacimiento a las perturbaciones de presión es prácticamente instantánea en el tipo de formaciones productoras consideradas en el presente trabajo (yacimientos carbonatados naturalmente fracturados).

Adicionalmente, se considera que el gasto de gas es función de la relación gas-aceite original del aceite. Independientemente del modelo de afluencia seleccionado, la presión del yacimiento se establece como condición de frontera del modelo del sistema de BN (sección 4.14).

#### 4.2.5 Condiciones de frontera

Para cerrar la formulación del modelo global del sistema de BN, se consideran las siguientes condiciones de frontera:

1. Presión constante en la cabeza del pozo (o bien, presión constante corriente abajo del estrangulador de producción).
2. Presión de yacimiento constante.
3. Gasto másico o volumétrico del gas de inyección en la superficie.

Además, se considera que:

1. El flujo es homogéneo (no hay resbalamiento entre las fases) en la cara de la celda numérica que comunica el fondo del pozo con el yacimiento.
2. El gasto del pseudocomponente gas asociado que aporta el yacimiento está dado por la relación gas-aceite original del aceite; los gastos de gas libre y de gas disuelto se determinan a partir de las relaciones PVT de aceite negro correspondientes.
3. Si se requiriera, el flujo a través del estrangulador de producción está dado por una relación funcional del tipo:

$$\Delta p = K \frac{\rho_m u_m^2}{2} \quad (4.69)$$

donde  $K$  es el coeficiente de pérdidas en el estrangulador. En el modelo numérico de flujo multifásico en el pozo, este término se introduce en la ecuación de conservación de momento correspondiente a la celda localizada en la superficie; se evalúa explícitamente como en el caso del término asociado a las pérdidas de presión por fricción.

#### 4.2.6 Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales se calculan mediante análisis nodal a partir del modelo del sistema en régimen estacionario (sección 3.4).

#### 4.2.7 Algoritmo de cálculo

1. Cálculo de presión. Al aplicar la ec. (4.53) para todos los nodos ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) considerados en la discretización del pozo, se genera un sistema tridiagonal de ecuaciones lineales de orden  $n$ , con  $\bar{p}^{t+\Delta t} = (p_1, p_2, \dots, p_n)^{t+\Delta t}$  como incógnitas. Algunos métodos eficientes para la resolución numérica de este tipo de sistemas pueden consultarse en Burden y Faires, (1985).
2. Cálculo de la velocidad de la mezcla. Una vez que se han calculado las presiones en todos los nodos, la velocidad de la mezcla en las caras de las celdas,  $\bar{u}_m^{t+\Delta t} = (u_{m1/2}, u_{m1+1/2}, \dots, u_{mn+1/2})^{t+\Delta t}$ , puede obtenerse de la ec. (4.52).
3. Cálculo del colgamiento. Después de calcular  $\bar{p}^{t+\Delta t}$  y  $\bar{u}_m^{t+\Delta t}$ , el colgamiento,  $\bar{\alpha}_L^{t+\Delta t} = (\alpha_{L1}, \alpha_{L2}, \dots, \alpha_{Ln})^{t+\Delta t}$  se obtiene a partir de la ec. (4.50).
4. Con base en  $\bar{p}^{t+\Delta t}$ ,  $\bar{u}_m^{t+\Delta t}$  y  $\bar{\alpha}_L^{t+\Delta t}$ , todas las propiedades de las fases y parámetros del flujo restantes se actualizan con las relaciones correspondientes.

Cabe señalar que para mantener la estabilidad numérica del modelo, el paso de tiempo está restringido por el criterio de Courant, Friederich, Levy (Liles y Reed, 1978; Xiao y cols., 1994; Kim y Doster, 1991):

$$\Delta t < \min \left( \frac{\Delta x}{u_m} \right)_i \text{ donde } i = 1, 2, \dots, n \quad . \quad (4.70)$$

#### 4.2.8 Extensión del modelo para flujo multifásico trifásico

El modelo de flujo transitorio bifásico gas-aceite desarrollado puede extenderse a flujo trifásico gas, aceite y agua. Siguiendo una metodología similar a la empleada para formular la ecuación de continuidad para el pseudocomponente aceite, puede demostrarse que la ecuación correspondiente al agua se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\alpha_w}{B_w} \right) + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{u_m \alpha_w A}{B_w} \right) - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho_g u_r \alpha_L \alpha_g A}{\rho_m B_w} \right) = q_{wce}^* \quad , \quad (4.71)$$

donde ahora se define:

$$\rho_m = \rho_o \alpha_o + \rho_w \alpha_w + \rho_g (1 - \alpha_o - \alpha_w) \quad , \quad (4.72)$$

$$u_m = \frac{\rho_o \alpha_o u_o + \rho_w \alpha_w u_w + \rho_g (1 - \alpha_o - \alpha_w) u_g}{\rho_m} \quad (4.73)$$

y

$$\alpha_L = \alpha_o + \alpha_w \quad . \quad (4.74)$$

Además se considera que no hay resbalamiento entre el agua y el aceite, de tal manera que:

$$u_L = u_o = u_w \quad . \quad (4.75)$$

Con la incorporación de la ec. (4.71), luego del proceso de discretización y linealización de las ecuaciones correspondientes, se genera un sistema de cuatro ecuaciones lineales con cuatro incógnitas:  $p^{t+\Delta t}$ ,  $\alpha_o^{t+\Delta t}$ ,  $\alpha_w^{t+\Delta t}$  y  $u_m^{t+\Delta t}$ .

Adicionalmente, se considera que el gasto de agua aportado por el yacimiento está dado por el corte de agua, el cual puede ser constante o dependiente del gasto de líquido.

### **4.3 Resultados del análisis no lineal, y estudio del efecto de algunos parámetros de diseño y operación en la estabilidad del flujo**

En esta sección se presentan los resultados del análisis no lineal de estabilidad. Se discute la validación del modelo dinámico generado. Se compara la frontera de estabilidad determinada mediante el análisis no lineal, con datos de campo y contra los resultados del análisis lineal. Se discute el efecto de la inestabilidad del flujo sobre la producción de líquido, así como el efecto de algunos parámetros de diseño y operación en la estabilidad del sistema.

Para llevar a cabo los estudios se realizaron simulaciones dinámicas bajo diferentes condiciones de frontera e iniciales; en cada escenario de simulación se analizó la evolución temporal de gastos, presiones y colgamiento, para identificar la ocurrencia de la inestabilidad.

La descripción del pozo utilizado en el estudio, así como los datos de campo disponibles, se presentan en el anexo B. Para la generación del modelo se consideró una malla de 66 celdas numéricas, cada una con una longitud característica de 30 m.

#### **4.3.1 Validación del modelo dinámico y de los resultados del análisis no lineal**

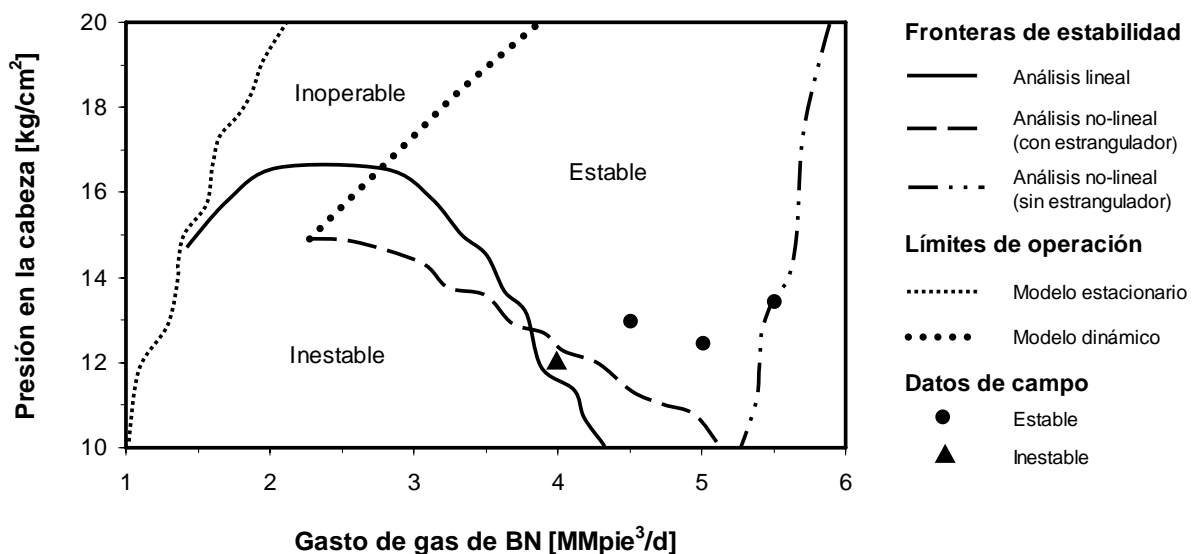
La validación del modelo dinámico desarrollado y de los resultados del análisis no lineal basado en el mismo, consistió en la comparación de la frontera de estabilidad determinada a través del análisis de numerosas simulaciones realizadas, contra los datos de campo disponibles, así como con la frontera de estabilidad obtenida mediante el análisis lineal. Cabe señalar que previamente se verificó que el modelo dinámico generado reproducía los datos del aforo disponible bajo condiciones de flujo estable en régimen permanente, como se indicó en la sección 3.5.1.

De acuerdo a la información disponible, el pozo presentó dificultades para ser arrancado y para mantener flujo continuo con gastos de inyección menores de 3 MMpcd. En el rango de 3 a 4 MMpcd, se reportó flujo inestable con variaciones de la presión en la cabeza con una amplitud de 3 a 4 kg/cm<sup>2</sup> y una frecuencia de 2 a 4 ciclos por hora. Finalmente, el flujo fue estabilizado con la inyección de 4.5 MMpcd de gas de BN; la presión en la cabeza se estableció entre 12 y 14 kg/cm<sup>2</sup>, dependiendo del gasto de inyección y del diámetro del estrangulador de producción. De acuerdo a esta información, el inicio de la inestabilidad en este rango de presiones en la cabeza ocurre a gastos de inyección de entre 4 y 4.5 MMpcd.



En la Fig.4.3 se muestran las fronteras de estabilidad y los límites de operación del sistema determinados mediante los análisis lineal y no lineal; las coordenadas del mapa mostrado son la presión en la cabeza y el gasto de gas de inyección. Los datos de campo correspondientes a condiciones de flujo estable e inestable también se indican en el mapa. En el caso del análisis no lineal, se presentan dos fronteras; una de ellas fue obtenida incluyendo el modelo del estrangulador de producción en la superficie, y estableciendo la presión corriente abajo del mismo (aproximadamente la presión del separador) como condición de frontera; la segunda fue determinada sin la inclusión del estrangulador, y se utilizó la presión en la cabeza del pozo como condición de frontera.

Como se muestra en la Fig. 4.3, independientemente de las diferencias entre los métodos de análisis, existe un buen acuerdo entre las fronteras de estabilidad predichas por los análisis lineal y no lineal (con la inclusión del modelo de estrangulador), y la frontera de estabilidad sugerida por los datos de campo en el rango de las condiciones de operación reportadas. Puede observarse que los resultados del análisis no lineal reproducen muy bien en todos los casos la condición de estabilidad reportada. En el caso del análisis lineal, se subestima ligeramente el gasto de gas de inyección requerido para estabilizar el flujo, aunque en no más de 0.5 MMpcd.



**Fig. 4.3 Comparación de las fronteras de estabilidad determinadas mediante análisis lineal y análisis no lineal, con datos de campo.**

Comparando los resultados del análisis lineal contra los del análisis no lineal (considerando el estrangulador de producción), se observa que los gastos de inyección en las fronteras de estabilidad respectivas difieren de 0 a 0.8 MMpcd, conforme la presión en la cabeza se reduce de 13 a 10 kg/cm<sup>2</sup>; en este rango, la región correspondiente a condiciones estables es sobrestimada por el análisis lineal. Por otra parte, esta diferencia en el gasto de gas se incrementa hasta 1 MMpcd conforme la presión en la cabeza se incrementa de 13 hasta 15 kg/cm<sup>2</sup>; ahora, el análisis no lineal aparentemente sobrepredice las condiciones de estabilidad (no se dispone de datos de campo que permitan verificar esta conclusión).

De acuerdo a la Fig. 4.3, ambas fronteras teóricas de estabilidad coinciden en que se requiere menos gas de inyección para eliminar la inestabilidad conforme la presión en la cabeza se incrementa (por ejemplo, a través del estrangulamiento), siempre que la operación del pozo pueda mantenerse. En este sentido, los cálculos en régimen permanente utilizados en el análisis lineal indican que el sistema puede operar a gastos de inyección muy bajos (entre 2 y 1 MMpcd) si se reduce suficientemente la presión en la cabeza (de 20 a 10 kg/cm<sup>2</sup>, respectivamente). Con respecto a las condiciones de estabilidad, el análisis lineal predice flujo estable con gastos de inyección mayores de 2 MMpcd y presiones en la cabeza de más de 16.5 kg/cm<sup>2</sup>; para presiones menores, el flujo es inestable y la transición a flujo estable depende del gasto de BN, a partir de valores mayores de 3 MMpcd.

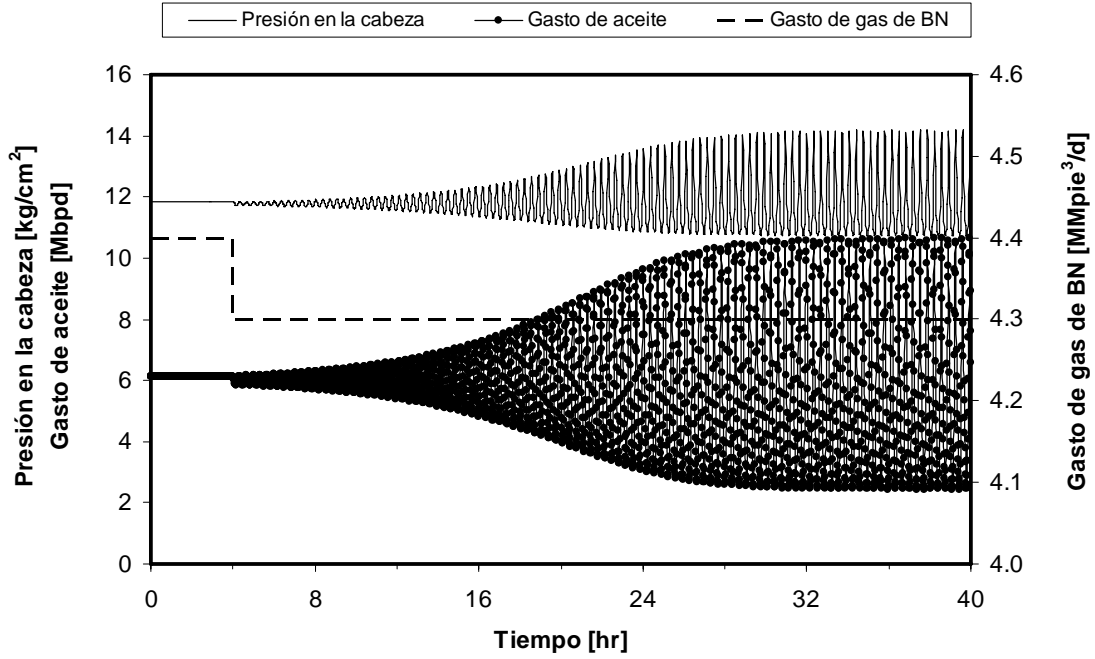
Considerando los resultados de la simulación dinámica y del análisis no lineal, se identificó la ocurrencia de un límite de operación para presiones en la cabeza mayores de 15 kg/cm<sup>2</sup> y gastos de inyección de entre 2.3 y 3.9 MMpcd (Fig. 4.3). En este rango, dicho límite de operación depende principalmente del diámetro del estrangulador y de la presión del separador; se ve que la presión en la cabeza correspondiente se incrementa linealmente (de 15 a 20 kg/cm<sup>2</sup>) con el gasto de BN; asimismo, que el flujo será estable si el pozo puede continuar operando con tan altas presiones en la cabeza. Con respecto al límite de operación en el rango de bajas presiones en la cabeza (menores de 15 kg/cm<sup>2</sup>), es importante mencionar que no fue posible identificarlo debido a limitaciones del modelo dinámico generado, como se explica a continuación.

Un primer paso en el análisis no lineal consiste en la identificación de la transición de flujo estable a flujo inestable en función del gasto de BN. Con base en numerosas simulaciones dinámicas realizadas, se determinó que la inestabilidad se manifiesta rápidamente con oscilaciones pronunciadas conforme el gasto de inyección es reducido, a partir del valor

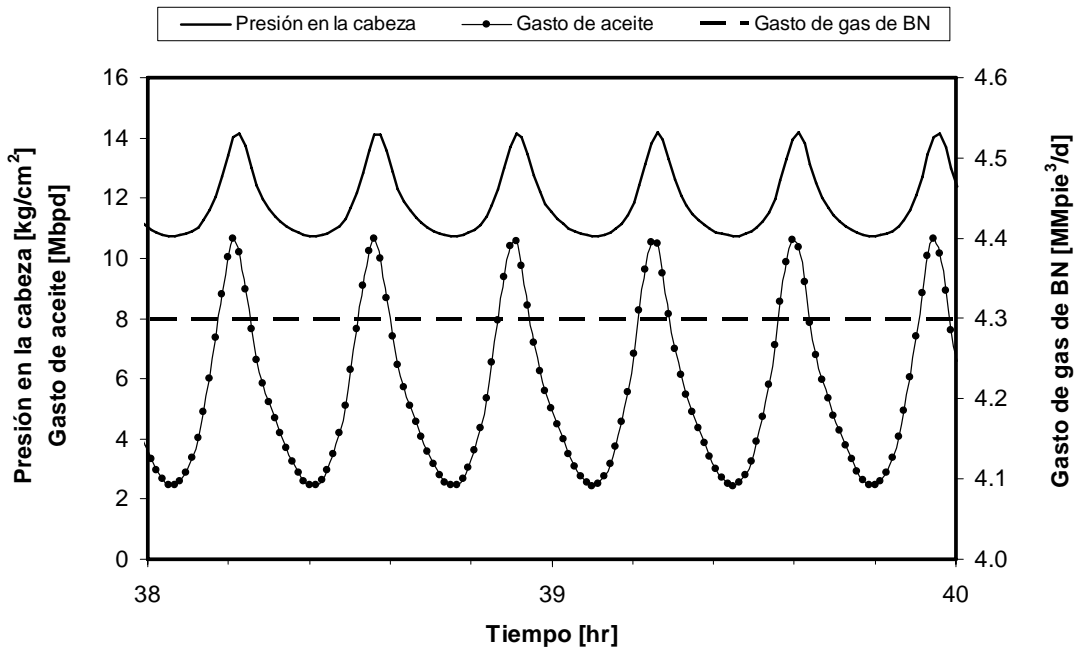
correspondiente en la frontera de estabilidad. Por ejemplo, la Fig. 4.4 muestra que el sistema se desestabiliza con una reducción del gasto de inyección de tan sólo 0.1 MMpcd (desde 4.4 hasta 4.3 MMpcd); una vez que se establece un ciclo límite después de 28 hr a partir del cambio en el gasto de gas, los parámetros del flujo oscilan con una frecuencia de 3 ciclos por hora, la presión en la cabeza varía desde 10.7 hasta 14.2 kg/cm<sup>2</sup>, y el gasto de aceite en la superficie oscila entre 2,400 y 10,400 bpd (Fig. 4.5). Es importante destacar que los resultados mostrados en la Fig. 4.5 son consistentes con lo reportado en campo.

Ahora bien, reduciendo aún más el gasto de inyección, la amplitud de las oscilaciones se incrementa de tal manera que ocurre la reinyección de fluidos en el yacimiento; eventualmente el flujo puede cesar por completo (particularmente, si el yacimiento está depresionado como en el caso analizado). Por lo tanto, se requiere un modelo apropiado del yacimiento en la vecindad del pozo para identificar tal límite de operación; por lo alcances del presente trabajo, esto no fue investigado. Sin embargo, para el sistema analizado se determinó que la reinyección de fluidos en el yacimiento ocurre si el gasto de inyección en la frontera de estabilidad es reducido en no más de 0.75 MMpcd. Los resultados sugieren que el sistema opera en condiciones inestables con flujo intermitente en el yacimiento en un rango limitado de gastos de inyección; como lo confirma la información de campo disponible, reducciones adicionales en el gasto de gas de BN ocasionan el cese del flujo.

Para concluir esta sección, en la Fig. 4.3 también se muestra la frontera de estabilidad que predice el modelo dinámico, sin la inclusión del estrangulador en la superficie. Una situación similar puede presentarse en la práctica si el estrangulador está totalmente abierto, y el separador está cerca de la cabeza del pozo y cuenta con un mecanismo de control de presión. Como puede observarse, la presión en la cabeza en la frontera de estabilidad se incrementa aproximadamente de manera lineal (de 10 a 20 kg/cm<sup>2</sup>) con el gasto de inyección (de 5.3 a 5.9 MMpcd, respectivamente). Comparando esta frontera de estabilidad contra aquella obtenida con la inclusión del estrangulador, se observa que se requiere una cantidad sustancialmente mayor de gas de BN para estabilizar el flujo si la presión en la cabeza se mantiene constante. Claramente, esto puede atribuirse a la ausencia del efecto de amortiguamiento de las perturbaciones del flujo asociadas al estrangulador.



**Fig. 4.4** Variación de la presión en la cabeza y del gasto de aceite en la transición de flujo estable a flujo inestable, generada por la reducción del gasto de BN en la superficie.



**Fig. 4.5** Variación de la presión en la cabeza y del gasto de aceite durante el flujo inestable.

### 4.3.2 Efecto de la inestabilidad en la producción de líquido

Algunos autores han reportado, ya sea mediante datos de campo (Gamaud y cols., 1996; Faustinelli, Bermúdez, y Cuauro, A., 1999; Tokar, Schmidt, y Tuckness, 1999), o mediante la comparación de curvas de BN en régimen permanente contra resultados de simulación dinámica (Hu y Golan, 2003; Avest y Oudeman, 1995; Jansen y cols., 1999; Eikrem, Imsland y Foss, 2004; Scibilia, Hovd y Bitmead, 2008), que la inestabilidad de flujo ocasiona pérdidas en la producción diaria de líquido. En este respecto, se ha encontrado que el punto óptimo de operación determinado con modelos en régimen permanente generalmente se localiza en la región de flujo inestable; bajo tales condiciones, se han estimado reducciones de hasta 25% en la producción promedio diaria de líquido. Resultados similares fueron obtenidos en el presente estudio; independientemente del parámetro desestabilizador, el gasto de líquido calculado con modelos en régimen estacionario no puede obtenerse en la práctica si el flujo es inestable.

Por ejemplo, en la Fig. 4.6 se muestran las variaciones instantáneas del gasto de aceite en condiciones de flujo estable e inestable, para diferentes diámetros de orificio de la válvula operante; asimismo, se indica la producción promedio diaria correspondiente a cada uno de los casos simulados. Como puede observarse, en el caso del orificio de 52/64 pg., el flujo es estable y la producción promedio de aceite es de 6,760 bpd; sin embargo, ésta se reduce en más de 1,000 bpd debido a la inestabilidad de flujo, conforme el diámetro de orificio se incrementa; en el caso más severo (64/64 pg.), la reducción es de 27%.

Durante un ciclo de flujo inestable, en la Fig. 4.6 se observa que el gasto instantáneo de aceite puede variar en varios miles de barriles por día en un lapso de algunos minutos (más de 10,000 bpd en un periodo de 10 a 20 minutos, en el caso del pozo analizado), seguido por un periodo de producción reducida, o incluso sin producción; conforme el cabeceo es más severo, también se observa que la frecuencia del ciclo se reduce, la amplitud del pico de producción de líquido crece y el periodo de producción reducida se incrementa; como resultado, la producción promedio disminuye.

Es interesante mencionar que durante el cabeceo pueden presentarse el flujo contracorriente en las partes superiores de la TP, la acumulación y rápido desalojo de grandes tapones de líquido, así como la reinyección de fluidos en el yacimiento; por lo tanto, el periodo de producción reducida en la superficie puede extenderse a varias decenas de minutos. Se han reportado casos de campo, en los que el pico de producción ocurre en un lapso de 30 minutos,

seguido de un periodo de 90 minutos sin producción. Evidentemente, estas variaciones tan pronunciadas ocasionan muchos problemas en las instalaciones superficiales, así como en el yacimiento.

Más detalles del efecto del diámetro de orificio de la válvula subsuperficial de inyección, así como de otros parámetros de diseño y operación, sobre la estabilidad del flujo, y su impacto en el gasto de líquido se discuten en las siguientes secciones.

### **4.3.3 Efecto del diámetro del orificio de la válvula operante**

En la sección 3.5.2 se mostró mediante análisis lineal que la reducción del diámetro del orificio de la válvula operante tiene un efecto estabilizador importante. Ahora, su efecto en la frecuencia y amplitud de las oscilaciones durante el flujo inestable se investiga mediante simulación dinámica. En las figuras 4.6 y 4.7 se muestran respectivamente la variación del gasto de aceite y de la presión en la cabeza para cuatro diámetros de orificio (52/64, 56/64, 60/64 y 64/64 pg.); en todos los casos, el gasto de inyección en la superficie es de 5 MMpcd. Como puede observarse, el flujo es estable con una válvula de 52/64 pg.; la producción de líquido se establece en 6,760 bpd (Fig. 4.6) y la presión en la cabeza en 12.2 kg/cm<sup>2</sup> (Fig.4.7).

De acuerdo a las figuras, entre más grande el diámetro del orificio, el cabeceo es más severo. Puede verse que la frecuencia de las oscilaciones disminuye con el incremento del diámetro del orificio.

Con respecto a la amplitud de las oscilaciones de los parámetros de flujo, ésta crece con el incremento del diámetro del orificio. En el caso del orificio de 64/64 pg., el gasto instantáneo oscila en un rango de 2,000 a 20,000 bpd (Fig.4.6) y la presión en la cabeza varía hasta en 10 kg/cm<sup>2</sup> (Fig. 4.7). Los resultados mostrados en las figuras sugieren que la dependencia de la amplitud de las oscilaciones con el diámetro de orificio disminuye si éste es incrementado hasta cierto valor, como consecuencia de las pérdidas de producción provocadas por la inestabilidad.

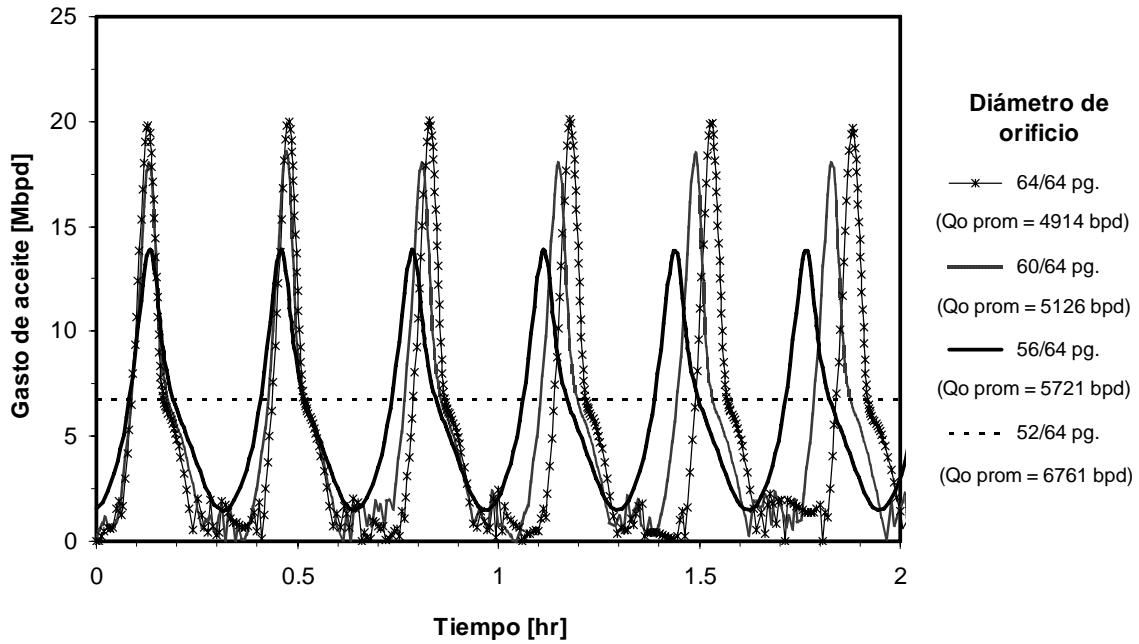


Fig. 4.6 Efecto del diámetro del orificio de la válvula operante en el gasto instantáneo de líquido.

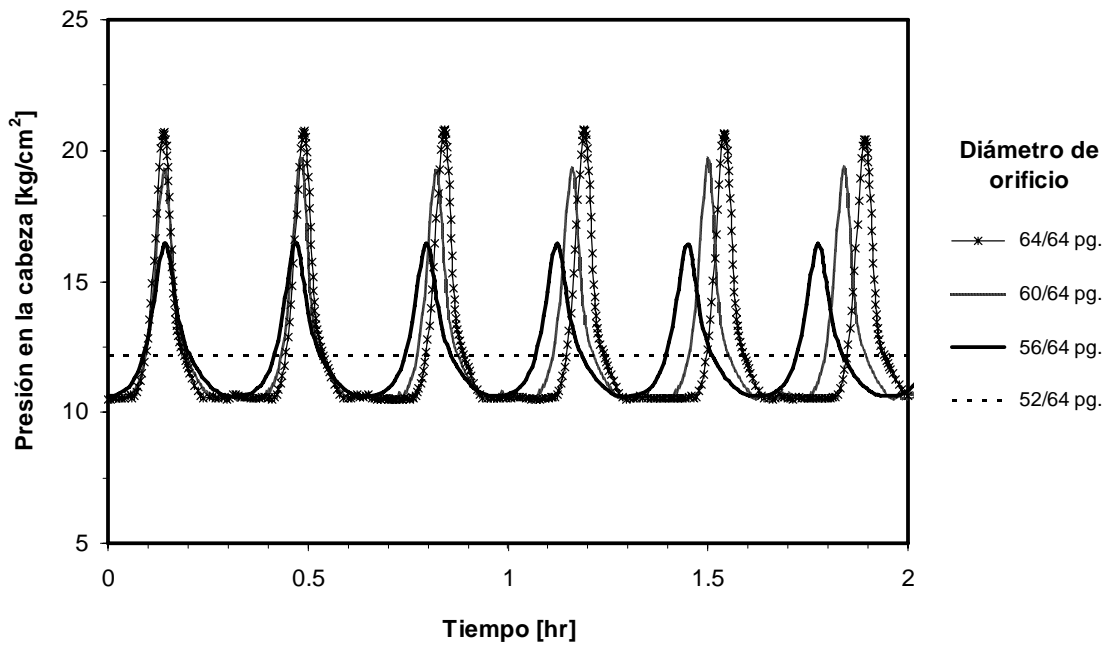


Fig. 4.7 Efecto del diámetro del orificio de la válvula operante en la presión instantánea.

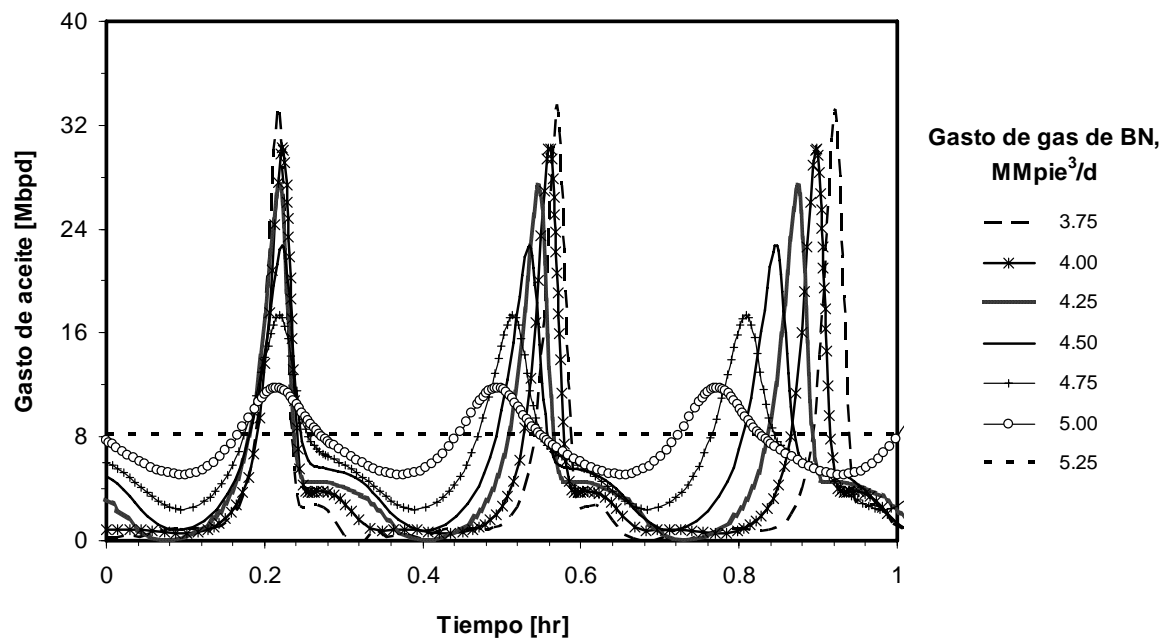
#### 4.3.4 Efecto del gasto de gas de BN

El efecto estabilizador que tiene el incremento del gasto de gas de BN se ilustra en las figuras 4.8 y 4.9, en las cuales se muestran respectivamente la variación del gasto de aceite en la superficie y de la presión en la cabeza para diferentes valores de gasto de inyección, desde 3.75 hasta 5.25 MMpcd; no se consideraron gastos de inyección menores debido a la ocurrencia de reinyección de fluidos en el yacimiento. En las simulaciones se consideró un estrangulador de producción totalmente abierto.

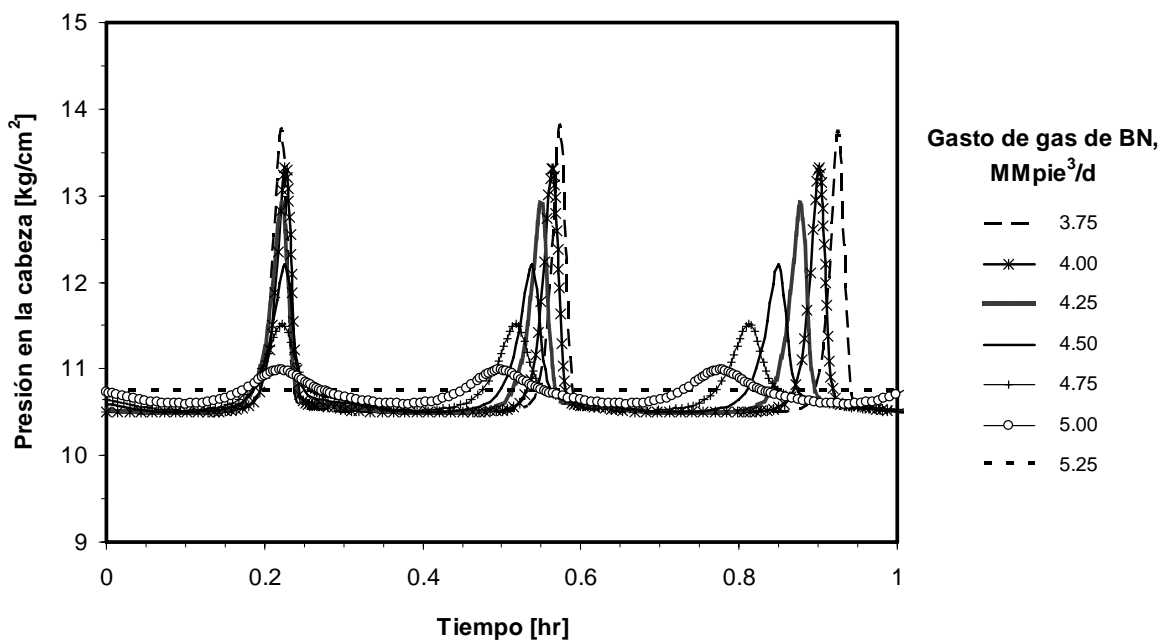
De acuerdo a las figuras 4.8 y 4.9, el flujo es inestable para gastos de gas de BN menores de 5.25 MMpcd; puede verse que la frecuencia de las oscilaciones crece y su amplitud disminuye conforme el gasto de inyección se incrementa, hasta que el flujo se estabiliza. En el caso correspondiente al cabeceo más severo (con la inyección de 3.75 MMpcd), el gasto de aceite varía entre cero y 32,000 bpd (Fig. 4.8), con una frecuencia de 2.8 ciclos por hora; en tanto, la presión en la cabeza presenta variaciones de 3.2 kg/cm<sup>2</sup> (Fig. 4.9). Una vez que el gasto de inyección se incrementa a 5 MMpcd, se observa que la frecuencia de las oscilaciones aumenta a 3.5 ciclos por hora y el rango de variación del gasto de aceite se reduce a valores de entre 5,100 y 11,700 bpd; ahora, la presión en la cabeza varía en no más de 0.5 kg/cm<sup>2</sup>. El flujo se estabiliza inyectando 5.25 MMpcd; en estas condiciones, el gasto de aceite es de 8,174 bpd y la presión en la cabeza se establece en 10.75 kg/cm<sup>2</sup>.

Como comentario final, debe tenerse precaución con el incremento del gasto de inyección como método de estabilización en algunos pozos debido a que puede ocurrir la canalización del gas y el cese del flujo.





**Fig. 4.8** Efecto del gasto de gas de BN en el gasto instantáneo de líquido.



**Fig. 4.9** Efecto del gasto de gas de BN en la presión instantánea en la cabeza del pozo.

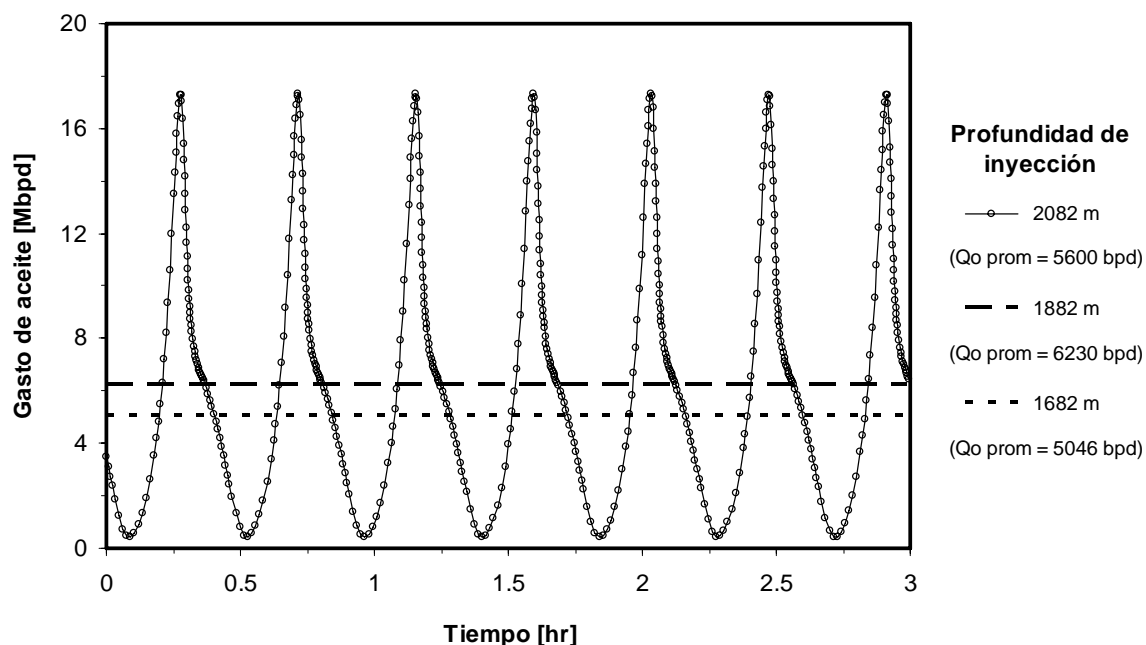
#### **4.3.5 Efecto de la profundidad de inyección**

Uno de los criterios mas importantes para la selección de la profundidad de inyección, es el gasto de líquido esperado; en este respecto, se considera que la producción de líquido se incrementa con la profundidad de la válvula operante. Sin embargo, de acuerdo a los resultados del análisis no lineal que se presentan a continuación, esta conclusión no necesariamente es cierta debido a la inestabilidad del flujo; como se discutió en la sección 4.3.2, la producción promedio diaria de líquido no podrá ser obtenida si ocurre el cabeceo del pozo.

Con base en el análisis lineal, en la sección 3.5.3 se mostró en un mapa que la profundización del punto de inyección tiene un efecto desestabilizador. Ahora bien, mediante simulaciones dinámicas se verificó este resultado; de esta manera, en la Fig. 4.10 se muestra la variación del gasto de aceite en la superficie para tres profundidades inyección (1682, 1882 y 2082 m, respectivamente), con un gasto de BN de 4.5 MMpcd.

Como puede verse en la Fig. 4.10, la producción promedio de líquido efectivamente se incrementa (de 5,046 a 6,230 bpd) conforme la profundidad de inyección aumenta (de 1682 a 1882 m, respectivamente); sin embargo, esto es cierto siempre y cuando el flujo sea estable. Para el caso correspondiente al punto de inyección más profundo (2082 m), el gasto promedio de aceite disminuye a 5,670 bpd como consecuencia de la inestabilidad del flujo; bajo tales condiciones, el gasto instantáneo de aceite oscila con una frecuencia de 2.3 ciclos por hora y una amplitud de 17,000 bpd.

Con base el análisis de los resultados obtenidos, pueden identificarse al menos dos factores que promueven la desestabilización del flujo conforme el punto de inyección es profundizado. Primero, el régimen de flujo en la válvula operante eventualmente se vuelve subsónico debido a la reducción de la caída de presión a través de la misma; como consecuencia, el gasto de gas de inyección a través de la válvula es más sensible a las perturbaciones de presión y actúa como un mecanismo de retroalimentación positiva (efecto desestabilizador). Segundo, el ritmo de presionamiento en el sistema de inyección disminuye con el incremento del volumen disponible para la acumulación de gas; esto favorece un retraso en la respuesta del sistema de inyección a las perturbaciones de presión; de esta manera, el efecto de retroalimentación podrá mantenerse y degenerar en la inestabilidad del sistema.



**Fig. 4.10 Efecto de la profundidad de inyección en el gasto instantáneo de líquido.**

Con base en los razonamientos anteriores, el incremento de la presión en la TR puede ayudar a prevenir la inestabilidad; sin embargo, debe realizarse un estudio detallado para garantizar que otras válvulas instaladas permanezcan cerradas. Por otra parte, entre más pequeño sea el volumen del espacio anular, será mejor desde el punto de vista de la estabilidad del sistema.

#### **4.3.6 Efecto del estrangulamiento en la superficie**

A pesar de las reducciones en la producción diaria de líquido que representa, el estrangulamiento en la superficie ha sido uno de los métodos más usados en la práctica para controlar pozos con problemas de cabeceo. Esto generalmente es cierto, sin embargo en algunos casos se ha observado en campo que la amplitud de las oscilaciones de la presión en la cabeza durante el cabeceo puede amplificarse con esta acción. Para entender porqué ocurre esto, se investigó el efecto del estrangulamiento sobre la estabilidad del flujo mediante simulaciones dinámicas.

En las figuras 4.11 y 4.12, se muestran respectivamente las variaciones de la presión en la cabeza y del gasto de aceite para un gasto de gas de BN de 4.25 MMpcd, y distintos diámetros de estrangulador (caracterizados en términos de coeficientes normalizados de pérdidas). En este sentido, debe mencionarse que el coeficiente de pérdidas correspondiente a un estrangulador de

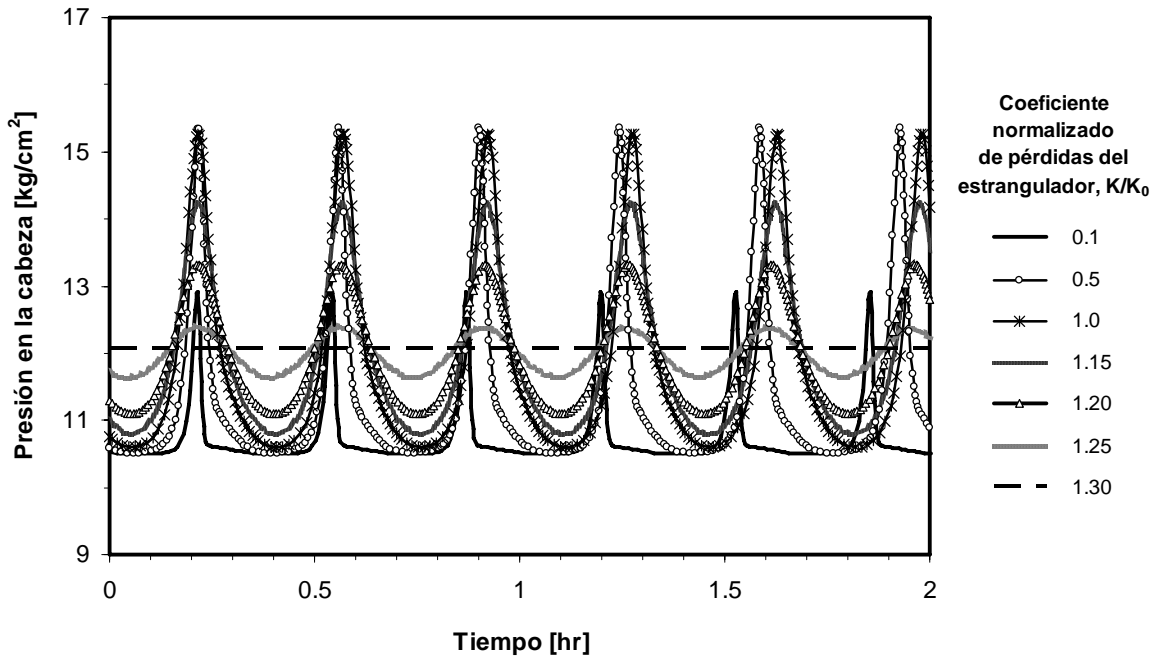
2.5 pg.,  $K_0$ , fue utilizado para normalizar otros valores de este parámetro; así, entre mayor sea el coeficiente normalizado de pérdidas,  $K/K_0$ , menor será el diámetro del estrangulador.

De acuerdo a la Fig. 4.11, se observa que la amplitud de las oscilaciones de la presión en la cabeza durante el cabeceo inicialmente crece (de 2.4 a 4.8 kg/cm<sup>2</sup>) con el estrangulamiento (incremento de  $K/K_0$  de 0.1 a 0.5, respectivamente); para valores mayores de  $K/K_0$ , la variación de la presión en la cabeza comienza a disminuir hasta que el flujo se establece en 12.1 kg/cm<sup>2</sup> ( $K/K_0 = 1.3$ ). Por otra parte, la amplitud de las oscilaciones en el gasto de líquido siempre decrece y la banda de variación correspondiente se compacta alrededor del valor estable más cercano (5,820 bpd), como resultado del estrangulamiento (Fig. 4.12); puede observarse que el gasto instantáneo de líquido presenta las variaciones más pronunciadas (de cero a 27,300 bpd) en el caso de  $K/K_0$  igual a 0.1 (estrangulador prácticamente abierto).

Es interesante mencionar que en otros sistemas se observó que las oscilaciones en el gasto de líquido también pueden amplificarse inicialmente conforme el diámetro del estrangulador se reduce desde una posición totalmente abierta; esto se presenta generalmente a gastos de inyección relativamente bajos. También se identificaron casos en que la transición a flujo estable ocurre abruptamente.

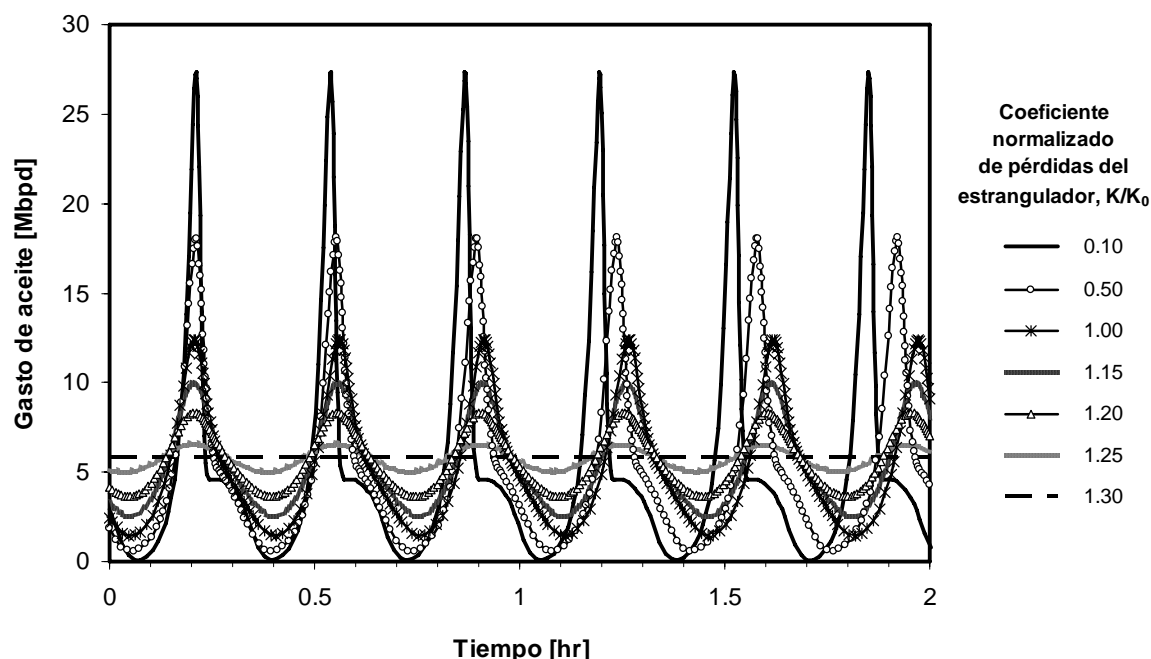
A partir de los resultados obtenidos, puede concluirse que la amplitud de las oscilaciones en la presión en la cabeza será más bien pequeña si el estrangulador está totalmente abierto y la presión en la línea de escurrimiento se mantiene constante. Por otra parte, es claro que la caída de presión a través del estrangulador necesariamente tiene que incrementarse conforme el diámetro de éste se reduce; esto permite que la presión en la cabeza varíe en respuesta a las variaciones locales del flujo. Después de cierto valor de diámetro de estrangulador, la amplitud de las oscilaciones de la presión en la cabeza se reduce en respuesta a la disminución del gasto instantáneo de líquido durante el cabeceo. Esto puede explicar porqué en algunos pozos la amplitud de las oscilaciones de la presión en la cabeza inicialmente se incrementa con el estrangulamiento.

Con respecto a la frecuencia de las oscilaciones, en las figuras 4.11 y 4.12 se ve que ésta disminuye inicialmente con el estrangulamiento (casos,  $K/K_0$  igual a 0.1 y 0.5); sin embargo, una vez que se manifiesta el amortiguamiento de las oscilaciones de la presión con el estrangulamiento ( $K/K_0$  mayores de 0.5), la frecuencia se incrementa ligeramente con la reducción adicional del diámetro del estrangulador.



**Fig. 4.11 Efecto del estrangulador en la presión instantánea en la cabeza del pozo.**

Como comentario final, los resultados obtenidos indican la existencia de un valor óptimo de diámetro de estrangulador que permite eliminar el cabeceo y obtener la máxima producción de líquido en la superficie. Sin embargo, debe tenerse precaución con el estrangulamiento como método de estabilización ya que puede ocasionar el cese del flujo, especialmente a gastos de inyección relativamente bajos y si el yacimiento está depresionado.



**Fig. 4.12 Efecto del estrangulador en el gasto instantáneo de líquido.**

#### 4.3.7 Efecto de la presión del separador

En la Fig.4.13 se muestra el efecto de la presión del separador en la estabilidad del flujo, en términos de la variación temporal de la presión en la cabeza del pozo; las curvas mostradas corresponden a presiones de separador de 10 a 20 kg/cm<sup>2</sup>. En las simulaciones se consideró un gasto de gas de BN de 4.5 MMpcd; asimismo, que la presión corriente abajo del estrangulador es igual a la presión del separador.

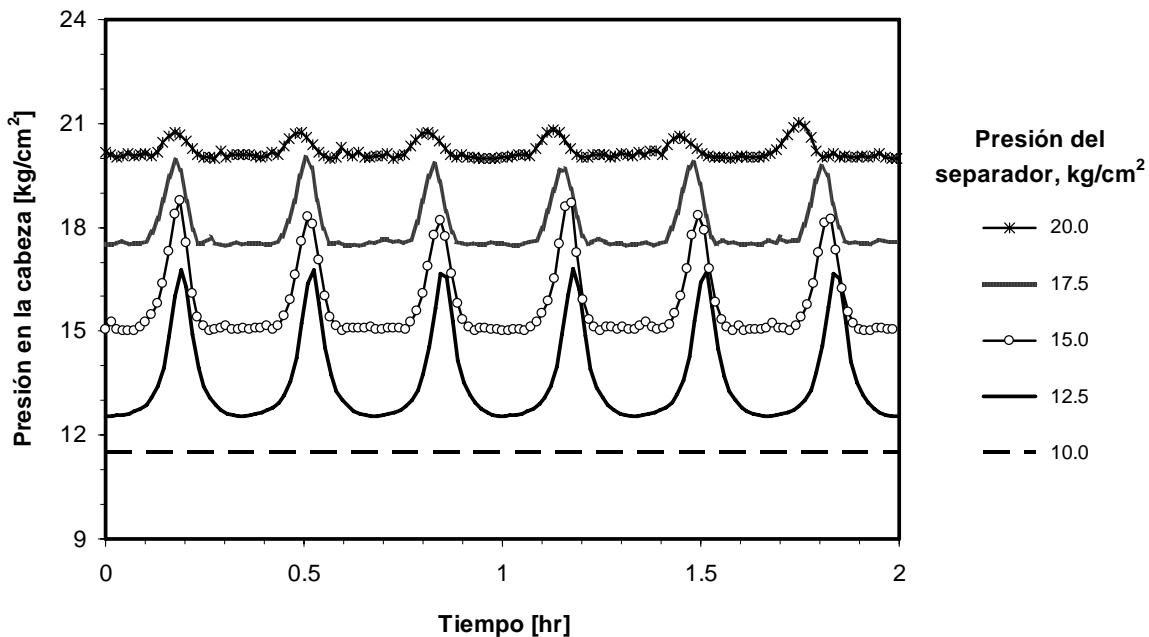
De acuerdo a la Fig. 4.13, el incremento de la presión del separador tiene un efecto desestabilizador. Se observa que el flujo es estable cuando la presión en el separador es de 10 kg/cm<sup>2</sup>; en todos los demás casos, el pozo presenta inestabilidad de flujo.

Ahora bien, es interesante notar que la amplitud de las oscilaciones de la presión en la cabeza durante el cabeceo disminuye con el incremento de la presión en el separador; por ejemplo, la amplitud se reduce de 4 a 1 kg/cm<sup>2</sup>, si la presión del separador se incrementa de 12.5 a 20 kg/cm<sup>2</sup>. Este comportamiento puede mal interpretarse como un efecto estabilizador; sin embargo, debe tenerse en cuenta que la reducción de la amplitud de las oscilaciones de la presión en la cabeza se debe a la reducción del gasto de líquido en la superficie. Para los casos correspondientes a las presiones de separación de 12.5 y 20 kg/cm<sup>2</sup>, puede mostrarse que el gasto

de aceite oscila entre 900 y 12,000 bpd, y de cero a 5,000 bpd, respectivamente. Con respecto a la frecuencia de las oscilaciones, ésta se incrementa ligeramente conforme la presión del separador aumenta.

A partir de los resultados de las simulaciones realizadas, es importante destacar que aún cuando no existan condiciones para la ocurrencia de la inestabilidad en TR, la inestabilidad de ondas de densidad puede presentarse debido al incremento de la presión de separación; esto ocurre como consecuencia de la reducción de la caída de presión total en el sistema. Para las condiciones de operación analizadas, se determinó que la inestabilidad de ondas de densidad se presenta cuando la presión en el separador es mayor a  $15 \text{ kg/cm}^2$ . En general, es muy probable que ambos tipos de inestabilidad se presenten simultáneamente cuando la contrapresión en el sistema es relativamente grande.

Finalmente, cabe mencionar que los resultados obtenidos son consistentes con lo observado en la práctica; por ejemplo, se ha reportado que el flujo en algunos pozos se desestabiliza cuando la presión en las líneas de escurrimiento se incrementa (particularmente en instalaciones costa-afuera, por la producción excesiva de gas en pozos con conificación, canalización o irrupción natural de gas del casquete en yacimientos maduros).



**Fig. 4.13** Efecto de la presión del separador en la presión instantánea en la cabeza del pozo.

#### 4.3.8 Efecto del corte de agua

Las experiencias de campo compartidas por algunos ingenieros de producción sugieren que el flujo en algunos pozos se desestabiliza una vez que comienzan a producir agua. Por lo tanto, se investigó el efecto del corte de agua y de su variación (producto de la conificación) sobre la inestabilidad. Para tal efecto, se utilizó el modelo dinámico de flujo trifásico (gas, aceite y agua) desarrollado.

Primeramente, en la Fig. 4.14 se muestra la comparación de la variación temporal de la presión en la cabeza para cortes de agua (constantes) de 0, 10, 20, 40 y 70%; en las simulaciones se consideró una inyección de 4.5 MMpcd de gas de BN.

De acuerdo a la Fig. 4.14, se observa que el flujo es estable si no hay producción de agua; en todos los demás casos considerados, el flujo es inestable. Ahora bien, se ve que la amplitud de las oscilaciones se incrementa a valores de  $3.8 \text{ kg/cm}^2$ , conforme el corte de agua aumenta de 0 a 20%; después, disminuye a valores de alrededor  $1 \text{ kg/cm}^2$  cuando el corte de agua es de 70%. En este sentido, se determinó que la reducción de amplitud de las oscilaciones comienza cuando el gasto instantáneo de líquido en la superficie disminuye a cero en algún instante durante el ciclo del cabeceo.

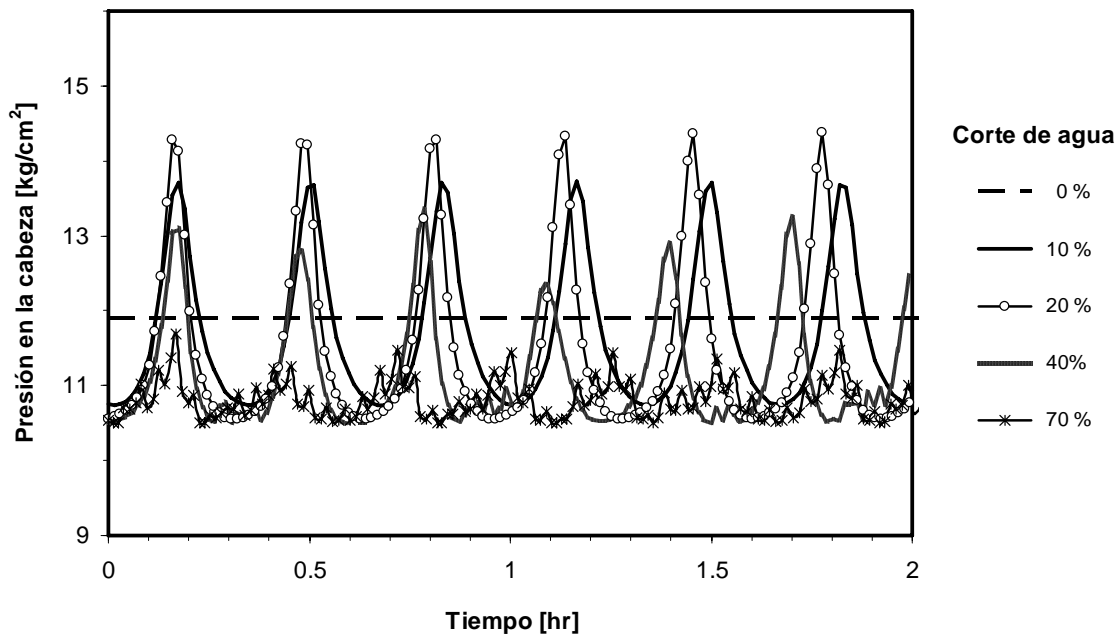
Con respecto a la frecuencia de las oscilaciones, ésta varía entre 3 y 3.5 ciclos por hora y se incrementa conforme el corte de agua crece (Fig. 4.14). Cabe señalar que en otros casos analizados, se encontró que la frecuencia de las oscilaciones puede alcanzar valores de 6 a 10 ciclos por hora debido a la producción de agua.

Es interesante observar en la curva correspondiente a 40% de corte de agua (Fig. 4.14), que la amplitud de las oscilaciones entre un ciclo y otro varía notablemente. Por otra parte, en la curva correspondiente al corte de agua de 70% se observa que hay una sobreposición de ondas de alta frecuencia y baja amplitud, con las ondas principales asociadas al cabeceo en TR (las cuales tienen una frecuencia característica de 3 ciclos por hora). En este respecto, se determinó que tal comportamiento puede atribuirse a la ocurrencia simultánea de inestabilidad en TR y de ondas de densidad. Puede mostrarse que ésta última surge una vez que el corte de agua se incrementa a valores iguales o mayores a 40%, aún si la inestabilidad en TR es eliminada al mantener un gasto de inyección constante en la TP.

Ahora bien, debe destacarse que un sistema que produce agua no necesariamente es inestable. Por ejemplo, puede mostrarse que en el caso correspondiente al corte de agua de 20%,

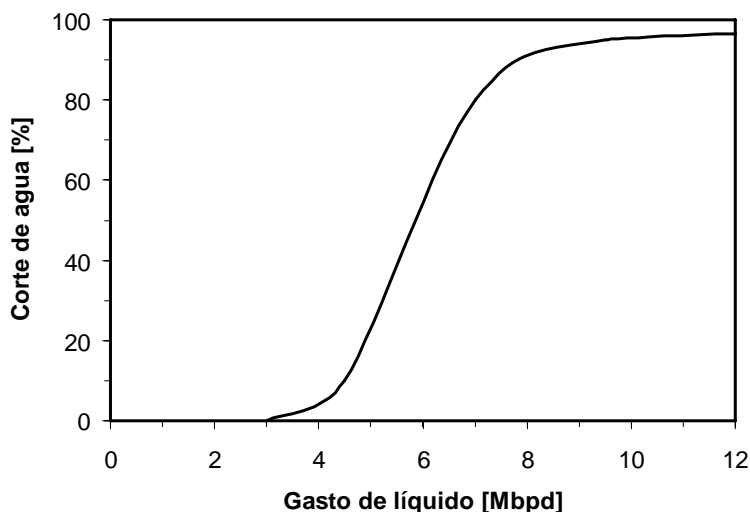


el flujo se estabiliza con el mismo gasto de gas de BN, si el diámetro del orificio de la válvula operante se reduce a 32/64 pg. Por lo tanto, puede concluirse que no es la producción de agua por sí misma la que origina la inestabilidad; sin embargo, implica al menos dos factores que realmente sí lo hacen: el incremento de la densidad de la mezcla y la disminución del volumen disponible de gas libre asociado al aceite. Bajo tales condiciones, es claro que se requerirá un gasto mayor de gas de BN para estabilizar el flujo.



**Fig. 4.14 Efecto del corte de agua (constante) en la presión instantánea en la cabeza del pozo.**

Hasta este momento, se ha mostrado que el incremento del corte de agua tiene un efecto desestabilizador. Ahora bien, de acuerdo a los resultados presentados en secciones anteriores, es de esperar que los gastos promedios de aceite y agua disminuyan una vez que se presenta el cabeceo. Por un lado, si el corte de agua es constante, entonces el gasto promedio de aceite disminuirá en proporción con el gasto total de líquido; sin embargo, si existe una fuerte dependencia del corte de agua con el gasto instantáneo de líquido (por ejemplo, debido a la conificación o canalización de agua, Fig. 4.15), entonces la reducción de la producción diaria de aceite será mayor. En este respecto, puede mencionarse que el estrangulamiento en la superficie

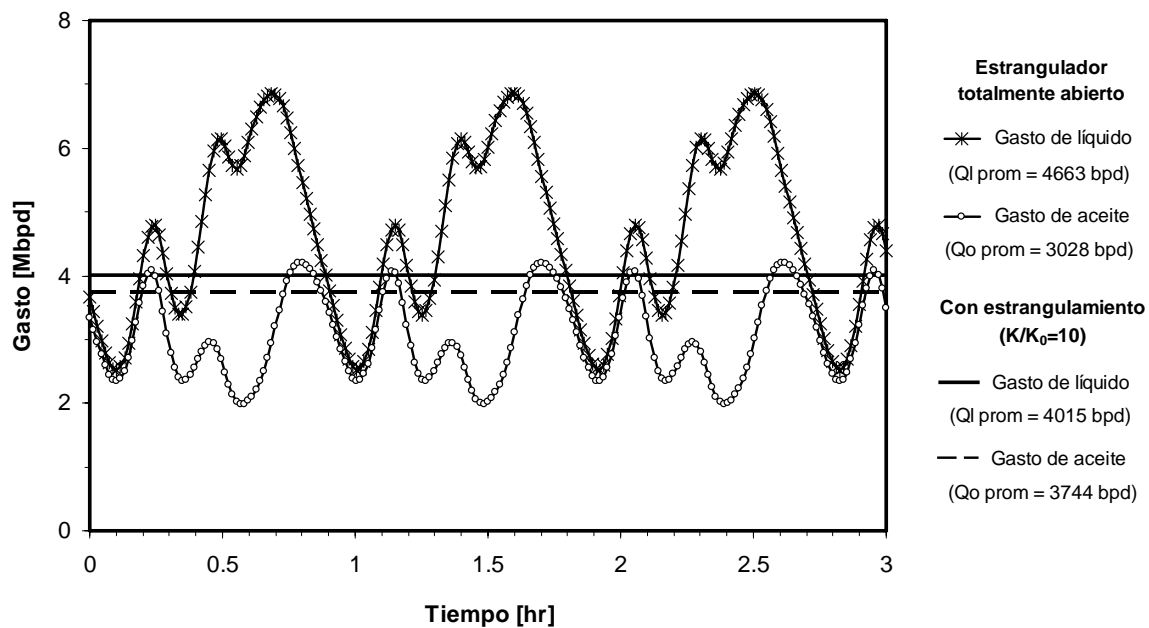


**Fig. 4.15** Curva de variación del corte de agua con el gasto de líquido, utilizada en el análisis de estabilidad.

ha sido una práctica común para controlar el incremento del corte de agua; no obstante, en algunas circunstancias, y a pesar de que el flujo sea inestable, el estrangulamiento no está permitido; por el contrario, el estrangulador es abierto con la finalidad de cumplir con las cuotas de producción de aceite programadas. Como se muestra más adelante, esto puede empeorar la situación.

En la Fig. 4.16 se muestran las variaciones del gasto instantáneo de líquido y de aceite durante condiciones de flujo estable e inestable. En las simulaciones se utilizó la curva típica de corte de agua contra gasto de líquido mostrada en la Fig. 4.15; adicionalmente, se consideró una inyección de 6 MMpcd de gas de BN.

Como puede verse en Fig. 4.16, el flujo es inestable cuando el estrangulador de producción se encuentra totalmente abierto; bajo estas condiciones, los gastos promedios diarios de líquido y de aceite son de 4,663 y 3,028 bpd, respectivamente. Por otro lado, aún cuando la producción promedio diaria de líquido se reduce en 14% después de estrangular el pozo ( $K/K_0=10$ ), el gasto promedio de aceite se incrementa a 3,744 bpd. Como conclusión, el estrangulamiento de un pozo inestable con conificación de agua, no necesariamente implica una reducción en la producción de aceite.



**Fig. 4.16 Efecto de la inestabilidad del flujo en los gastos instantáneos de líquido y de aceite, cuando hay variación del corte de agua con la producción de líquido.**

## Capítulo 5

# Conclusiones y recomendaciones

En el presente trabajo se investigó la estabilidad de flujo en los pozos con bombeo neumático continuo (BNC), mediante análisis no lineal. Para tal efecto, se desarrolló un modelo numérico de flujo multifásico transitorio en el sistema de BNC; el modelo fue formulado con un enfoque de flujo de deriva para describir la hidrodinámica del sistema, en conjunto con un modelo de aceite negro para capturar la transferencia de masa y comportamiento volumétrico de las fases. El estudio se complementó con análisis lineales, a través de un criterio generalizado de estabilidad que toma en cuenta la variación del corte de agua y la relación gas-aceite, así como la variación de la compresibilidad de la columna de fluidos entre el punto de inyección y el fondo del pozo; asimismo, el criterio propuesto es aplicable para diferentes modelos de afluencia del yacimiento al pozo y características hidráulicas de la válvula operante.

A continuación se presentan las conclusiones y contribuciones de la investigación realizada, así como las recomendaciones para trabajos futuros.

### 5.1 Conclusiones

#### Con respecto al análisis lineal

1. Se obtuvo un buen acuerdo entre la frontera de estabilidad predicha con el criterio generalizado de estabilidad propuesto, contra aquella sugerida por la información de campo de un pozo típico de BNC costa-afuera en México.
2. Mediante mapas de estabilidad, se determinó que la reducción del diámetro del orificio de la válvula operante tiene un efecto estabilizador.

3. La inestabilidad se promueve con la disminución de la caída de presión en la válvula operante.
4. Profundizar el punto de inyección tiene un efecto desestabilizador.
5. La reducción del diámetro interno de la tubería de producción puede tener un efecto estabilizador a presiones bajas en la cabeza del pozo; sin embargo, a presiones relativamente altas, puede tener el efecto contrario.
6. El efecto de la reducción del diámetro interno de la tubería de producción en la estabilidad de flujo depende de dos factores. Al favorecer el incremento de la fricción, tiene un efecto estabilizador; por otro lado, el volumen disponible para la acumulación de gas en el espacio anular se incrementa, lo cual promueve la inestabilidad.
7. La estabilidad del flujo se favorece con el incremento del índice de productividad.
8. En cuanto a la inestabilidad en TR, el depresionamiento del yacimiento tiene un efecto estabilizador; sin embargo, puede tener el efecto contrario con respecto a la inestabilidad por ondas de densidad.
9. Si el flujo en el pozo está dominado por la carga hidrostática, entonces el incremento de la relación gas-aceite tiende a desestabilizarlo; al contrario, tiene un efecto estabilizador cuando el flujo está dominado por la fricción.
10. Los resultados obtenidos indican que los pozos que presentan conificación o canalización de gas, eventualmente tenderán a operar en condiciones estables.
11. Aún cuando el incremento del corte de agua (cuando éste no depende del gasto de líquido) tiende a eliminar la inestabilidad en TR, es posible que genere inestabilidad de ondas de densidad.
12. Las variaciones del corte de agua que ocurren durante la conificación o canalización de agua hacia el pozo, pueden desestabilizar el flujo.

#### Con respecto al análisis no lineal

1. Se obtuvo un buen acuerdo al comparar la frontera de estabilidad determinada mediante simulación dinámica, contra aquella sugerida por la información de campo disponible del sistema analizado.
2. Se compararon las fronteras de estabilidad y los límites de operación del sistema, determinados mediante análisis lineal y no lineal. En cuanto a las fronteras de estabilidad,

se obtuvo un buen acuerdo entre ambas en el rango reportado de las condiciones de operación del pozo analizado. Por otra parte, y como lo sugiere la información de campo disponible, se determinó que los modelos en régimen estacionario utilizados en el análisis lineal pueden sobrestimar sustancialmente los límites de operación del sistema, particularmente en el rango de gastos bajos de inyección.

3. De acuerdo a los resultados del análisis no lineal, la transición de flujo estable a flujo inestable ocurre de manera abrupta, presentándose oscilaciones de gran amplitud en los parámetros principales del flujo.
4. Se determinó que la reinyección de fluidos a la formación productora puede presentarse durante el cabeceo (particularmente, si el yacimiento está depresionado y tiene un alto índice de productividad). Eventualmente, esto puede ocasionar el cese del flujo.
5. Si la presión en la cabeza se mantiene constante, se requiere una cantidad sustancialmente mayor de gas de BN para estabilizar el flujo.
6. La producción promedio diaria de líquido puede disminuir sustancialmente (hasta en un 28%) debido a la inestabilidad de flujo.
7. La reducción del diámetro del orificio de la válvula operante y el incremento del gasto de inyección constituyen acciones estabilizadoras.
8. Conforme el diámetro del orificio se incrementa, la inestabilidad se hace más severa, la frecuencia de las oscilaciones disminuye, y la amplitud de las oscilaciones crece.
9. El incremento del gasto de inyección tienen un efecto estabilizador, de tal manera que la frecuencia de las oscilaciones crece y su amplitud disminuye, hasta que eventualmente el flujo es estabilizado.
10. Contrario a lo comúnmente esperado, se mostró que la producción promedio diaria de líquido puede disminuir conforme el punto de inyección es profundizado, debido a que el flujo puede desestabilizarse.
11. A partir de una posición totalmente abierta, la amplitud de las oscilaciones se incrementa con el estrangulamiento de la producción en superficie si el flujo es inestable. Con estrangulamientos adicionales, la amplitud de las oscilaciones se reduce y la frecuencia se incrementa ligeramente, hasta que el flujo es estabilizado. Los resultados obtenidos indican la existencia de un valor óptimo de diámetro de estrangulador que permite eliminar el cabeceo y obtener la máxima producción de líquido en la superficie.

12. El incremento de la contrapresión en la superficie tiene un efecto desestabilizador; a valores relativamente altos de contrapresión, las inestabilidades en TR y de ondas de densidad pueden presentarse simultáneamente. Esto explica porqué algunos pozos manifiestan inestabilidad de flujo cuando la presión en las líneas de escurrimiento se incrementa (por ejemplo, como consecuencia de la producción excesiva de gas en pozos vecinos con conificación, canalización o irrupción natural del gas del casquete en yacimientos maduros).
13. A diferencia de los resultados obtenidos mediante análisis lineal, el incremento del corte de agua siempre tiene un efecto desestabilizador.
14. Tanto la inestabilidad en TR como de ondas de densidad, pueden generarse por el incremento del corte de agua, particularmente cuando este parámetro depende del gasto instantáneo de líquido (por ejemplo, durante la conificación o canalización de agua).
15. Se mostró que no es recomendable abrir el estrangulador de producción en pozos susceptibles a la inestabilidad y a la conificación de agua; en este tipo de sistemas, aún cuando el gasto promedio diario de líquido pudiera incrementarse al abrir el estrangulador, el gasto promedio de aceite puede disminuir si el flujo se desestabiliza.
16. De acuerdo a las simulaciones dinámicas realizadas, la ocurrencia simultánea de la inestabilidad en TR y de ondas de densidad se caracteriza por la sobreposición de ondas de alta frecuencia y baja amplitud, en las ondas principales asociadas al cabeceo en TR (las cuales tienen una frecuencia característica de 3 ciclos por hora).

## **5.2 Contribuciones**

1. Con base en una revisión extensa de la literatura, se presentó una descripción sistematizada de los diferentes tipos de inestabilidad que pueden ocurrir en los sistemas de producción de petróleo y gas; asimismo, se presentaron los avances logrados en su estudio, y se describieron las medidas operativas más comunes para contrarrestarlas.
2. Se propuso un criterio generalizado de estabilidad de flujo que toma en cuenta la variación del corte de agua y la relación gas-aceite, así como la variación de la compresibilidad de la columna de fluidos entre el punto de inyección y el fondo del pozo;

- el criterio propuesto es aplicable para diferentes modelos de afluencia del yacimiento al pozo, y características hidráulicas de la válvula operante.
3. Se compararon por primera vez los resultados del análisis lineal contra los del no lineal, y se verificaron con datos de campo de un pozo real en el Golfo de México.
  4. Se mostró la importancia de tomar en cuenta los análisis de estabilidad de flujo en el diseño de los sistemas de BNC, particularmente en la selección de la profundidad de inyección.
  5. Mediante simulación dinámica y análisis no lineal, se estudió el efecto de algunos parámetros de diseño y operación en la estabilidad del flujo, y sobre la frecuencia y amplitud de las oscilaciones durante el flujo inestable.
  6. Se generaron mapas de estabilidad para estudiar el efecto de algunos parámetros de diseño y operación, en la frontera de estabilidad y sobre los límites de operación del sistema.
  7. Se actualizó el programa “*Generador de Mapas de Estabilidad*”, GME, mediante la incorporación del criterio de estabilidad generalizado. Actualmente, este programa es utilizado en la industria para analizar la estabilidad del flujo en los sistemas de BNC.
  8. Se desarrolló un modelo numérico de flujo multifásico transitorio que, además de predecir las condiciones de operación que derivan en flujo inestable, permite calcular la frecuencia y amplitud de los parámetros del flujo durante el cabeceo, y puede ser utilizado en la práctica para investigar estrategias de diseño u operación orientadas a evitar o mitigar el fenómeno de cabeceo.

### **5.3 Recomendaciones para trabajos futuros**

1. Desarrollar un criterio para analizar la estabilidad de ondas de densidad.
2. Continuar con la validación del criterio generalizado de estabilidad propuesto y del modelo dinámico generado, con información de campo de otros pozos.
3. Estudiar el efecto de la característica hidráulica de diferentes válvulas de BN, así como de otros modelos de afluencia, sobre el comportamiento dinámico del sistema y la estabilidad del flujo.



4. Estudiar la estabilidad de flujo en pozos horizontales y en pozos multilaterales.
5. Incorporar al modelo dinámico desarrollado, un modelo de flujo transitorio en el yacimiento en la vecindad del pozo.

# Referencias

1. Abdul-Majeed and Ghassan, H.: "Estimation of Oil Surface Tension", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **27**, (2000), 197-200.
2. Addington, D.V.: "An Approach to Gas-Coning Correlations for a Large Grid Cell Reservoir Simulator", *Journal of Petroleum Technology* (November, 1981), 2267-2274.
3. Alhanati, F.J.S., Schmidt, Z., and Doty, D.R.: "Continuous Gas-Lift Instability: Diagnosis, Criteria, and Solutions," SPE 26554, presented at the 68<sup>th</sup> SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, USA, October 3-6, 1993.
4. Ambrosini, W., Di Marco, P. and Ferreri, J.C.: "Linear and Nonlinear Analysis of Density Wave Instability Phenomena", *International Journal of Heat and Technology*, **18**, No.1, (2000), 27-36.
5. Asheim, H.: "Criteria for Gas Lift Stability," *Journal of Petroleum Technology* (November, 1988), 1452-1456.
6. Avest, D. T. and Oudeman, P.: "A Dynamic Simulator to Analyse and Remedy Gas Lift Problems", SPE 30639, presented at the 1995 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, USA, October 22-25, 1995.
7. Beggs, H.D.: *Production Optimization Using NODAL<sup>TM</sup> Analysis*, OGCI Publications, Tulsa, 1991.
8. Bertuzzi, A.F., Welchon, J.K. and Poettmann, F.H.: "Description and Analysis of an Efficient Continuous-Flow Gas-Lift Installation", presented at the Pacific Petroleum Chapter Fall Meeting, Los Angeles, Calif., USA, October 1-2, 1953.
9. Blick, E.F. and Boone, L.: "Stabilization of Naturally Flowing Oil Wells Using Feedback Control", SPE 15096, presented at the 56<sup>th</sup> California Regional Meeting of the Society of Petroleum Engineers, Okland, C.A., USA, April 2-4, 1986.
10. Blick, E.F., Enga, P.N. and Lin, P.C.: "Theoretical Stability Analysis of Flowing Oil Wells and Gas-Lift Wells," *SPE Production Engineering* (November, 1988), 508-514.
11. Brill, J.P. and Mukherjee, H.: *Multiphase Flow In Wells*, First Edition, Henry L. Doherty Memorial Found of AIME. SPE, Richardson, Texas, 1999.
12. Brown, K.: *Technology of Artificial Lift Methods*, vol.1, PennWell Publishing Co., Tulsa,

- Oklahoma, 1984a.
13. Brown, K.: *Technology of Artificial Lift Methods*, vol.4, PennWell Publishing Co., Tulsa, Oklahoma, 1984b.
  14. Burden, R. L., and Faires, J.D.: *Numerical Analysis*, Third Edition, PWS, Boston, 1985.
  15. Cao, L., Kakaç, Liu, H.T. and Sarma, P.K.: “ Theoretical Analysis of Pressure-Drop Type Instabilities in an Upflow Boiling System With an Exit Restriction”, *Heat and Mass Transfer*, **37**, (2001), 475-483.
  16. Dalsmo, M., Halvorsen, E. and Slupphaug, O.: “Active Feedback Control of Unstable Wells at the Brage Field”, SPE 77650, presented at the 2002 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, USA, September 29 – October 2, 2002.
  17. DeMoss, E. E. and Tiemann, W.E.: “Gas Lift Increases High-Volume Production From Claymore Field”, *Journal of Petroleum Technology* (April, 1982), 696-702.
  18. Dranchuk, P.M. and Abu-Kasem, J.H.: “Calculation of Z-Factors for Natural Gases Using Equations of State”, *Journal of Canadian Petroleum Technology*, **14**, (July-September, 1975).
  19. Eikrem, G.O, Foss, B., Imsland, L. and Hu, B.: “Stabilization of Gas Lifted Wells”, IFAC, 2002.
  20. Eikrem. G. O., Imsland, L. and Foss, B.: “Stabilization of Gas Lifted Wells Based On State Estimation”, IFAC, 2004.
  21. Fairuzov, Y. V., Guerrero, I., Morales, C., Carmona, D., Cervantes, T., Hernández, N., and Rojas, A.: “Stability Maps for Continuous Gas-Lift Wells: A New Approach to Solving an Old Problem”, SPE 90644, presented at the 2004 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, TX, USA, September 26-29, 2004.
  22. Fairuzov, Y.V. and Guerrero-Sarabia, I.: “Effect of Operating Valve Performance on Stability of Gas-Lift Wells”, SPE 97275, presented at the 2005 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Texas, U.S.A., October 9 -12, 2005.
  23. Faustinelli, J., Bermúdez, G. and Cuauro, A.: “A Solution to Instability Problems in Continuous Gas-Lift Wells Offshore Lake Maracaibo”, SPE 53959, presented at the 1999 SPE Latin America and Caribbean Petroleum Engineering Conference, Caracas, Venezuela, April 21-23, 1999.
  24. Fetkovich, M.J.: “The Isochronal Testing of Oil Wells”, SPE 4529, presented at the 48th

- Annual Fall Meeting of SPE, Las Vegas, Nevada, USA, November, 1973.
25. Gamaud, F., Casagrande, M., Fouillout, C. and Lemetayer, P.: “New Field Methods for a Maximum Lift Gas Efficiency Through Stability”, SPE 35555, presented at the SPE/NPF European Production Operations Conference, Stavanger, Norway, April 16-17, 1996.
  26. Gilbert, W.E.: “Flowing and Gas-lift Well Performance”, *Drilling and Production Practice, API* (1954), 126-157.
  27. Glaso, O.: “Generalized Pressure-Volumen-Temperature Correlations”, *Journal of Petroleum Technology* (May, 1980), 785 – 795.
  28. Golan, M. and Withson, C.H.: *Well Performance*, Second Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1991.
  29. Guerrero, Iván: *Nuevo Criterio de Estabilidad para Pozos con Bombeo Neumático Continuo*, Tesis de Maestría, UNAM, México, 2004
  30. Gruppings, A.W., Meldahl, T.W., Van Nispen, J.P., Vrolijk, T.C., Verboom, B.J.M., and Wilms, H.J.: “Computer Program Helps Analyze Unsteady Flowing Wells”, *Oil & Gas Journal* (Sep. 8, 1980), 55-63.
  31. Gruppings, A.W., Boersma, M.H. and Bos, C.F.M.: “Computer Program Helps Predict Effect of Bean Changes On Unsteady Flowing Wells”, *Oil & Gas Journal* (June 15, 1981), 138-141.
  32. Gruppings, A.W., Luca, C.W.F. and Vermulen F.D.: “Continuous Flow Gas Lift: Heading Action Analyzed for Stabilization”, *Oil & Gas Journal* (July 23, 1984), 47-51.
  33. Gruppings, A.W., Luca, C.W.F. and Vermulen F.D.: “Continuous Flow Gas Lift: These Methods Can Eliminate or Control Annulus Heading”, *Oil & Gas Journal* (July 30, 1984), 186-192.
  34. Hagedorn, A.R. and Brown, K.E.: “Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small Vertical Diameter Vertical Conduits”, *Journal of Petroleum Technology* (April, 1965), 475-484; *Trans., AIME*, **234**.
  35. Havre, K. and Dalsmo, M.: “Active Feedback Control as the Solution to Sever Slugging”, SPE 17540, presented at the 2001 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Louisiana, September 30 – October 3, 2001.
  36. Hu, B. and Golan, M.: “Gas-Lift Instability Resulted Production Loss and Its Remedy by Feedback Control: Dynamical Simulation Results”, SPE 84917, presented at the SPE

- International Improved Oil Recovery Conference in Asia Pacific, Kuala Lumpur, Malaysia, October 20-21, 2003.
37. Ikoku, C.U.: *Natural Gas Production Engineering*, Krieger Publishing Co., Malabar, Florida, 1992.
  38. Jansen, B., Dalsmo, M., Nøkleberg, L., Havre, K., Kristiansen, V. and Lemetayer, P.: “Automatic Control of Unstable Gas Lifted Wells”, SPE 56832, presented at the 1999 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, USA, October 6-9, 1999.
  39. Jones, L.G., Blount, E.M., and Glaze, O.H.: “Use of Short Term Multiple Rate Flow Tests To Predict Performance of Wells Having Turbulence”, SPE 6133, presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, Oct. 3-6, 1976.
  40. Kartoadmodjo, T. and Schmidt, Z.: “New Correlations for Crude Oil Physical Properties”, SPE 23556, 1991.
  41. Kim, K. and Doster, M.: “Appliaction of Mixture Drift Flux Equations to Vertical Separating Flows”, *Nuclear Technology*, **95**, (July, 1991), 103-115.
  42. Lasater, J.A.: “Bubble Point Pressure Correlation”, *Trans. AIME*, **213**, (1958), 379-381.
  43. Lee, A. L.: “The Viscosity of Natural Gases”, *Journal of Petroleum Technology* (August, 1966), 997-1000.
  44. Liles, D.R. and Reed, W.H.: “A Semi-Implicit Method for Two-Phase Fluid Dyanmics”, *Journal of Computational Physics*, **26**, (1978), 390-407.
  45. Nieberding, M.A., Schmidt, Z., Blais, R.N. and Doty, D.R.: “Normalization of Nitrogen-Loaded Gas-Lift Valve Performance Data”, *SPE Productions and Facilities* (August, 1993), 203-210.
  46. Nind, T.E.W.: *Principles of Oil Well Production*, McGraw-Hill, E.U., 1964.
  47. Nind, T.E.W.: *Hydrocarbon Reservoir and Well Performance*, Chapman and Hall, E.U., 1989.
  48. Poblano, E., Camacho, R. and Fairuzov, Y.V.: “Stability Analysis of Continuous-Flow Gas-Lift Wells”, SPE 77732, presented at the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, San Antonio, Texas, USA, September 29-October 2, 2002.
  49. Poblano, E.: *Estabilidad de Flujo en Pozos con Bombeo Neumático Continuo*, Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, 2002.
  50. Scibilia, F., Hovd, M. and Bitmead, R.R.: “Stabilization of Gas-Lift Oil Wells Using

- Topside Measurements”, Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control, Seoul, Korea, July 6-11, 2008.
51. Sinègre, L., Petit, N., Saint-Pierre, T. and Lemétayer, P.: “Active Control Strategy for Density-Wave in Gas-Lifted Wells”, <http://cas.ensmp.fr/~petit/papers/adchem06.pdf>, 2005a.
  52. Sinègre, L., Petit, N. and Ménégatti, P.: “Distributed Delay Model for Density Wave Dynamics in Gas Lifted Wells”, en Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005, Seville, Spain, December 12 – 15, 2005b.
  53. Standing, M.B.: *Volumetric and Phase Behavior of Oil Field Hydrocarbon Systems*, Ninth Edition, SPE, Richardson, Texas, 1981.
  54. Tang, Y.: *Transient Dynamic Characteristics of Gas-Lift Unloading*, PhD Thesis, The University of Tulsa, 1998.
  55. Tokar, T., Schmidt, Z. and Tuckness, C.: “New Gas Lift Valve Design Stabilizes Injection Rates: Case Studies”, SPE 36597, presented at the 1996 SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Denver, Colorado, U.S.A., October 6-9, 1996.
  56. Torre, A.J., Schmidt, Z., Blais, R.N., Doty, D.R. and Brill, J.P.: “Casing Heading in Flowing Oil Wells”, *SPE Production Engineering*, (November, 1987), 297-304.
  57. Urbanczyk, C.H. and Wattenbarger, R.A.: “Optimization of Well Rates under Gas Coning Conditions”, *SPE Advanced Technology Series*, **2**, No.2, (April, 1994).
  58. Vasquez, M. and Beggs, H.D.: “Correlations for Fluid Physical Property Predictions”, *Journal of Petroleum Technology* (June, 1980), 968-970.
  59. Vogel, J.V.: “Inflow Performance Relationships for Solution-Gas Drive Wells”, *Journal of Petroleum Technology* (January, 1968) **83**; *Trans., AIME* , **243**.
  60. White, F.M.: *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, Inc., University of Rhode Island, 1994.
  61. Xiao, J., Alhanati, F.J., Reynolds, A.C. and Fuentes-Nucamendi, F.: “Modeling and analyzing Pressure Buildup Data Affected by Phase Redistribution in the Wellbore”, SPE 26965, presented at the III Latin American/Caribbean Petroleum Engineering Conference, Buenos Aires, Argentina, April 27-29, 1994.
  62. Xu, Z.G. and Golan, M.: “Criteria for Operation Stability of Gas-Lift Wells”, SPE 19362, Jun. 1989.

63. Yang, W. and Wattenbarger, R.A.: "Water Coning Calculations for Vertical and Horizontal Wells", SPE 22931, presented at the 66th SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, USA, October 6-9, 1991.

## Apéndice A

# Criterios de estabilidad

En este apéndice se describen los criterios de estabilidad de flujo existentes en la literatura para pozos con BNC; se presentan los criterios de estabilidad de Asheim (1988), de Blick y cols. (1988a, 1988b), de Alhanati y cols. (1993), y de Fairuzov y Guerrero (2004). Se incluyen las consideraciones principales (en algunos casos implícitas) de los criterios, así como algunos pasos en el desarrollo matemático de los mismos, para su mejor comprensión.

### A.1 Criterios de estabilidad de Blick

Blick y cols. (1988a, 1988b) desarrollaron criterios de estabilidad de flujo con base en las metodologías de la teoría de control de sistemas lineales. Plantearon las ecuaciones de cambio que describen el comportamiento transitorio de los componentes del sistema de BN. Entre los fenómenos considerados en el modelo del sistema incluyeron: la inercia y la capacitancia de las tuberías, el almacenamiento del pozo, y la respuesta transitoria del yacimiento. Transformaron al espacio de Laplace las ecuaciones planteadas y obtuvieron la ecuación característica del sistema. Mediante los criterios de Routh, determinaron que el sistema de BN es estable únicamente cuando los tres coeficientes ( $K_1$ ,  $K_2$  y  $K_3$ ) de la ecuación característica tienen el mismo signo.

#### Consideraciones:

1. Yacimiento bajosaturado.
2. Flujo radial en un yacimiento finito con presión constante en la frontera exterior y gasto constante en el pozo.
3. El pozo no tiene empacador.



4. El incremento del nivel de líquido en el espacio anular es lento.
5. La relación gas-líquido total es inferior a la óptima.
6. Gasto másico constante a través de un estrangulador de inyección en la superficie.

### A.1.1 Desarrollo de los criterios de Blick

En el modelo del sistema de BN se considera la inercia y la capacitancia de las tuberías, el almacenamiento del pozo, y la respuesta transitoria del yacimiento.

La inercia de la TP,  $M$ , caracteriza la caída de presión causada por la aceleración del fluido en la TP, y se define como:

$$M = \frac{\rho L}{A_t} \quad . \quad (A.1)$$

En pozos con BN, la densidad de la mezcla de los fluidos en la TP no es la misma corriente arriba ( $\rho_1$ ) que corriente abajo ( $\rho_2$ ) del punto de inyección. Por lo tanto, hay dos términos de inercia,  $M_1$  y  $M_2$ . Dividiendo la longitud de la TP en dos segmentos a partir del punto de inyección, los términos de inercia en los segmentos inferior y superior pueden expresarse respectivamente como:

$$M_1 = \frac{\rho_1 L_1}{A_t} \quad \text{y} \quad (A.2)$$

$$M_2 = \frac{\rho_2 L_2}{A_t} \quad . \quad (A.3)$$

La capacitancia de la TP,  $C_T$ , caracteriza la expansión de la TP ocasionada por un incremento en la presión. El módulo efectivo de resistencia de una tubería que contiene gas y líquido puede expresarse como:

$$K_{be} = \left( \frac{1}{K_{bt}} + \frac{1}{K_{bL}} + \frac{V_g}{V_L} \frac{1}{K_{bg}} \right)^{-1} \quad , \quad (A.4)$$

donde  $K_{bt}$ ,  $K_{bL}$ , y  $K_{bg}$  son los módulos de resistencia del tubo, el líquido y el gas, respectivamente. Ya que el módulo de resistencia efectiva está definido por:

$$\frac{1}{K_{be}} = -\frac{\Delta V}{V_t \Delta p'} , \quad (\text{A.5})$$

entonces

$$-\frac{d\Delta V}{dt} = q_T = \frac{V_t}{K_{be}} \frac{d\Delta p'}{dt} , \quad (\text{A.6})$$

donde  $q_T$  expresa el cambio que experimenta el flujo a la salida de la TP por el efecto de la elasticidad del gas, el aceite y la pared de la tubería. Con base en la ec. (A.6),  $q_T$  puede expresarse como:

$$q_T = C_T \frac{d\Delta p'}{dt} , \quad (\text{A.7})$$

donde

$$C_T = V_t \left( \frac{1}{K_{bt}} + \frac{1}{K_{bL}} + \frac{V_g}{V_L} \frac{1}{K_{bg}} \right) . \quad (\text{A.8})$$

La constante de almacenamiento del pozo,  $C_S$ , está relacionada al volumen de líquido existente en el espacio anular entre la TP y la TR (pozo sin empacador). La variación del gasto volumétrico de líquido,  $q_A$ , que fluye del espacio anular a la TP es:

$$q_A = -A_c \frac{dh_c}{dt} , \quad (\text{A.9})$$

donde  $A_c$  y  $h_c$  son el área de la sección transversal del espacio anular y la altura del nivel de líquido en el mismo, respectivamente.

La presión en el fondo del espacio anular, despreciando la carga hidrostática del gas, es:

$$p_{wf} = p_{co} + F_{wv} h_c , \quad (\text{A.10})$$

donde  $F_{wv}$  es el gradiente hidrostática del líquido en el espacio anular. De acuerdo a la ec. (A.10), la ec. (A.9) puede expresarse como:

$$q_A = -\frac{A_c}{F_{wv}} \cdot \left( \frac{dp_{wf}}{dt} - \frac{dp_{co}}{dt} \right) . \quad (\text{A.11})$$

Considerando que el cambio en el volumen de gas es adiabático, y que tanto  $p_g$  como  $V_g$  son los valores promedio de presión y volumen en el espacio anular, respectivamente, entonces:

$$p_g V_g = cte . \quad (\text{A.12})$$

Si la presión de la TR es aproximadamente igual a la presión promedio del espacio anular, se tiene que:

$$\frac{dp_{co}}{dt} = -\frac{cte}{V_g^2} \cdot \frac{dV_g}{dt} = -\frac{p_{co}}{V_g} \cdot q_A . \quad (\text{A.13})$$

Si  $D_v$  es la profundidad vertical del pozo, entonces  $V_g = A_c \cdot (D_v - h_c)$ . Por lo tanto, y con base en la ec. (A.13), la ec. (A.12) puede expresarse como:

$$q_A = -C_S \frac{dp_{wf}}{dt} , \quad (\text{A.14})$$

donde

$$C_S = A_c \cdot \left( F_{wv} + \frac{p_{co}}{(D_v - h_c)} \right)^{-1} . \quad (\text{A.15})$$

Para modelar las fluctuaciones que experimenta el gasto,  $q_R$ , que aporta el yacimiento en respuesta a las perturbaciones en la  $p_{wf}$ , Blick y cols. partieron de la ecuación de difusión para el caso de flujo radial de un fluido ligeramente compresible en un medio poroso:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{\phi \mu c}{k} \frac{\partial p}{\partial t} , \quad (\text{A.16})$$

cuya solución general es:

$$p_i - p_{wf} = \frac{qB\mu}{0.00708 k h_f} \cdot f(t_D, r_{eD}) \quad , \quad (\text{A.17})$$

donde

$$r_{eD} = r_e / r_w \quad (\text{A.18})$$

y

$$t_D = \frac{0.000264 k t}{\phi \mu c r_w^2} \quad , \quad (\text{A.19})$$

con  $t$  en horas.

Blick y cols. analizaron el comportamiento de la función  $f(t_D, r_{eD})$  para flujo radial en un yacimiento finito con presión constante en su frontera exterior y gasto constante en el pozo. Encontraron que:

$$f(t_D, r_{eD}) = (1 - \exp(-bt_D)) \ln \frac{r_e}{r_w} \quad , \quad (\text{A.20})$$

donde

$$b = \frac{0.892}{t_D^{0.792} r_{eD}^{0.217}} \quad . \quad (\text{A.21})$$

Ahora bien, si el gasto que aporta el yacimiento experimenta una perturbación en el tiempo, entonces la perturbación correspondiente en la  $p_{wf}$  puede expresarse, con base en las ecs. (A.17) y (A.20), mediante la siguiente integral de convolución:

$$p_{wf}' = -\frac{1}{J} \cdot \int_0^t \frac{dq_R}{d\tau} \cdot (1 - \exp(ab(t - \tau))) d\tau \quad , \quad (\text{A.22})$$

donde:

$$a = \frac{0.000264k}{\phi \mu c r_w^2} \quad , \quad (\text{A.23})$$

y

$$J = \frac{0.00708 k h_f}{B \mu \ln(r_e / r_w)} \quad . \quad (\text{A.24})$$

La perturbación total que experimenta el flujo,  $q'$ , es:

$$q' = q_R + q_A + q_T \quad . \quad (\text{A.25})$$

El cambio en la caída de presión,  $\Delta p'$ , en la sección de la tubería debajo del puerto de inyección, causado por los efectos de la inercia, los cambios en la relación gas líquido,  $RGL_1$ , y la variación del gasto,  $\Delta q'$ , puede expresarse como:

$$\Delta p_1' = \left( \frac{\partial \Delta p_1}{\partial RGL} \right)_o \cdot RGL_1' + \left( \frac{\partial \Delta p_1}{\partial q} \right)_o \cdot q' + M_1 \cdot \frac{\partial q'}{\partial t} \quad . \quad (\text{A.26})$$

De manera similar, el cambio en la caída de presión por arriba del puerto de inyección es:

$$\Delta p_2' = \left( \frac{\partial \Delta p_2}{\partial RGL} \right)_o \cdot RGL_2' + \left( \frac{\partial \Delta p_2}{\partial q} \right)_o \cdot q' + M_2 \cdot \frac{\partial q'}{\partial t} \quad . \quad (\text{A.27})$$

La diferencia entre la presión de fondo fluyendo y la presión en la cabeza del pozo es:

$$p_{wf}' - p_{wh}' = \Delta p_1' + \Delta p_2' \quad . \quad (\text{A.28})$$

La variación de la presión en la cabeza del pozo,  $p_{wh}'$ , puede expresarse en términos de las variaciones de la relación gas-líquido,  $RGL_2$ , del gasto,  $q$ , y del diámetro del estrangulador de producción,  $\phi_{est}$ , como sigue:

$$p_{wh}' = \left( \frac{\partial p_{wh}}{\partial RGL} \right)_o \cdot RGL_2' + \left( \frac{\partial p_{wh}}{\partial q} \right)_o \cdot q' + \left( \frac{\partial p_{wh}}{\partial \phi_{est}} \right)_o \cdot \phi_{est}' \quad . \quad (\text{A.29})$$

Finalmente, el sistema de ecuaciones que describe el comportamiento de los diferentes componentes del sistema de BN queda integrado por las siguientes 8 ecs.: (A.7), (A.14), (A.22), y (A.25) a (A.29); transformándolas al espacio de Laplace, se tiene que:

$$\bar{q}_T(s) = s C_T \bar{\Delta p}'(s) \quad , \quad (\text{A.30})$$

$$\bar{q}_A(s) = -s C_s \bar{p}_{wf}'(s) \quad , \quad (\text{A.31})$$

$$\bar{p}_{wf}'(s) = -\frac{\bar{q}_R(s)}{J(1+s/ab)} \quad , \quad (\text{A.32})$$

$$\bar{q}'(s) = \bar{q}_R(s) + \bar{q}_A(s) + \bar{q}_T(s) \quad , \quad (\text{A.33})$$

$$\bar{\Delta p}_1'(s) = \left( \frac{\partial \Delta p_1}{\partial RGL} \right)_o \cdot \bar{RGL}_1'(s) + \left( \frac{\partial \Delta p_1}{\partial q} \right)_o \cdot \bar{q}'(s) + M_1 \cdot s \cdot \bar{q}'(s) \quad , \quad (\text{A.34})$$

$$\bar{\Delta p}_2'(s) = \left( \frac{\partial \Delta p_2}{\partial RGL} \right)_o \cdot \bar{RGL}_2'(s) + \left( \frac{\partial \Delta p_2}{\partial q} \right)_o \cdot \bar{q}'(s) + M_2 \cdot s \cdot \bar{q}'(s) \quad , \quad (\text{A.35})$$

$$\bar{p}_{wh}'(s) = \bar{p}_{wh}'(s) + \bar{\Delta p}_1'(s) + \bar{\Delta p}_2'(s) \quad , \quad (\text{A.36})$$

y

$$\bar{p}_{wh}'(s) = \left( \frac{\partial p_{wh}}{\partial RGL} \right)_o \cdot \bar{RGL}_2'(s) + \left( \frac{\partial p_{wh}}{\partial q} \right)_o \cdot \bar{q}'(s) + \left( \frac{\partial p_{wh}}{\partial \phi_{est}} \right)_o \cdot \bar{\phi}_{est}'(s) \quad , \quad (\text{A.37})$$

donde “s” es la variable de la transformada de Laplace.

Las ecs. (A.30) a (A.37) conforman un conjunto de ocho ecuaciones algebraicas con ocho incógnitas:  $\bar{q}_T'(s)$ ,  $\bar{q}_A'(s)$ ,  $\bar{q}_R'(s)$ ,  $\bar{q}'(s)$ ,  $\bar{\Delta p}_1'(s)$ ,  $\bar{\Delta p}_2'(s)$ ,  $\bar{p}_{wf}'(s)$  y  $\bar{p}_{wh}'(s)$ . De acuerdo a Blick y cols., la solución de este sistema de ecuaciones puede expresarse como:

$$\overline{p_{wh}}'(s) = \frac{f_1(s, \overline{\phi_{est}}'(s), \overline{RGL_1}'(s), \overline{RGL_2}'(s))}{K_1 s^2 + K_2 s + K_3} , \quad (\text{A.38})$$

$$\overline{p_{wf}}'(s) = \frac{f_2(s, \overline{\phi_{est}}'(s), \overline{RGL_1}'(s), \overline{RGL_2}'(s))}{K_1 s^2 + K_2 s + K_3} , \quad (\text{A.39})$$

y

$$\overline{q}'(s) = \frac{f_3(s, \overline{\phi_{est}}'(s), \overline{RGL_1}'(s), \overline{RGL_2}'(s))}{K_1 s^2 + K_2 s + K_3} . \quad (\text{A.40})$$

La ecuación característica del sistema de ecuaciones es:

$$K_1 s^2 + K_2 s + K_3 = 0 , \quad (\text{A.41})$$

donde

$$K_1 = (M_1 + M_2) \left( C_S - C_T + \frac{J}{ab} \right) , \quad (\text{A.42})$$

$$K_2 = \left( \frac{J}{ab} + C_S \right) \cdot \left( \left( \frac{\partial p_{wh}}{\partial q} \right)_o + \left( \frac{\partial \Delta p_1}{\partial q} \right)_o + \left( \frac{\partial \Delta p_2}{\partial q} \right)_o \right) + J(M_1 + M_2) - C_T \cdot \left( \left( \frac{\partial \Delta p_1}{\partial q} \right)_o + \left( \frac{\partial \Delta p_2}{\partial q} \right)_o \right) , \quad (\text{A.43})$$

$$K_3 = J \cdot \left( \left( \frac{\partial p_{wh}}{\partial q} \right)_o + \left( \frac{\partial \Delta p_1}{\partial q} \right)_o + \left( \frac{\partial \Delta p_2}{\partial q} \right)_o \right) + 1 . \quad (\text{A.44})$$

De acuerdo al análisis de estabilidad lineal de la teoría de control, el sistema físico asociado las ecs. (A.38) a (A.40) será estable si la parte real de las dos raíces de la ecuación característica (A.41) es negativa. Esta condición se satisface cuando todos los coeficientes de la ecuación característica son del mismo signo.

Por lo tanto, el sistema de BN será estable si se cumplen las siguientes desigualdades:

$$\frac{K_2}{K_1} > 0 \quad (\text{A.45})$$

y

$$\frac{K_3}{K_1} > 0 \quad (\text{A.46})$$

## A.2 Criterios de estabilidad de Asheim

Asheim (1988) desarrolló dos criterios de estabilidad de flujo a partir de un modelo simplificado del sistema de producción. Considera que el sistema de BN está integrado por tres componentes: el yacimiento, el pozo y el sistema de inyección. Cada uno de estos componentes responde de manera diferente a las variaciones de los parámetros del sistema. El primer criterio es formulado con base en el análisis de las respuestas del yacimiento y el sistema de inyección, a las perturbaciones de la presión en la TP, a la profundidad de la válvula de BN. El segundo criterio es planteado a partir del análisis del efecto de los ritmos de depresionamiento del espacio anular y de la TP, cuando la respuesta del sistema de inyección es más pronunciada que la del yacimiento.

### Consideraciones:

1. El yacimiento es bajosaturado.
2. Se desprecian los efectos transitorios del flujo en la respuesta del yacimiento.
3. El pozo está terminado con empacador.
4. El flujo en el pozo es homogéneo.
5. El comportamiento del pozo está dominado por efectos gravitacionales.
6. El gasto del gas de BN en la superficie es constante.
7. La inyección del gas de BN a la TP es a través de una válvula de orificio.
8. El flujo a través de la válvula de orificio es isotérmico.
9. No se toma en cuenta el gradiente de presión en el espacio anular.
10. El líquido por debajo del punto de inyección es poco compresible.



### A.2.1 Primer criterio

Un decremento de la presión en la TP a la profundidad de inyección,  $p_{ii}$ , incrementa los gastos de los fluidos del yacimiento y del gas de BN. El incremento en el gasto de líquido que el yacimiento aporta tenderá a incrementar la densidad de la mezcla y la  $p_{ii}$  hasta sus valores originales (efecto estabilizador). Por otra parte, el incremento en el gasto del gas de inyección producirá el efecto contrario, desestabilizando el sistema. De acuerdo a este razonamiento, el primer criterio de estabilidad puede expresarse matemáticamente como:

$$F_1 = \frac{\delta\rho_m}{\delta p_{ii}} < 0 \quad , \quad (\text{A.47})$$

donde  $\rho_m$  es la densidad de la mezcla conformada por el gas de inyección y los fluidos del yacimiento (aceite y gas asociado), a las condiciones de presión y temperatura en el punto de inyección. A partir de un balance de materia,  $\rho_m$  puede expresarse como:

$$\rho_m = \rho_{fo} \cdot \left( \frac{q_{fo}}{q_{fo} + q_{go}} \right) + \rho_{go} \cdot \left( \frac{q_{go}}{q_{fo} + q_{go}} \right) \quad . \quad (\text{A.48})$$

Suponiendo que  $\rho_m = \rho_m(q_{fo}, q_{go})$ , la derivada de  $\rho_m$  con respecto a  $p_{ii}$  es:

$$\frac{\delta\rho_m}{\delta p_{ii}} = \frac{\partial\rho_m}{\partial q_{fo}} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ii}} + \frac{\partial\rho_m}{\partial q_{go}} \cdot \frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ii}} \quad . \quad (\text{A.49})$$

Puede demostrarse que:

$$\frac{\delta\rho_m}{\delta p_{ii}} = (\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot \frac{q_{go}}{(q_{fo} + q_{go})^2} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ii}} + (\rho_{go} - \rho_{fo}) \cdot \frac{q_{fo}}{(q_{fo} + q_{go})^2} \cdot \frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ii}} \quad . \quad (\text{A.50})$$

Reordenando la ec. (A.50), se tiene que:

$$\frac{\delta \rho_m}{\delta p_{ti}} = \frac{(\rho_{fo} - \rho_{go})}{(q_{fo} + q_{go})^2} \cdot \left[ q_{go} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}} - q_{fo} \cdot \frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ti}} \right] \quad . \quad (A.51)$$

Con base en la ec. (A.51), la desigualdad dada por la expresión (A.47) se cumple cuando:

$$q_{go} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}} - q_{fo} \cdot \frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ti}} < 0 \quad , \quad (A.52)$$

de donde se obtiene que:

$$F_1 = \frac{-\frac{1}{q_{fo}} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}}}{-\frac{1}{q_{go}} \cdot \frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ti}}} > 1 \quad . \quad (A.53)$$

Ya que el yacimiento es bajosaturado y se desprecian los efectos transitorios en su respuesta a las perturbaciones de presión, entonces el gasto de líquido del yacimiento puede considerarse proporcional a la diferencia de presión entre el yacimiento y el fondo del pozo:

$$q_{fo} = B_{fo} \cdot J \cdot (p_R - p_{wf}) \quad . \quad (A.54)$$

Un aspecto importante en el desarrollo matemático del primer criterio es que considera implícitamente que  $\delta p_{wf} = \delta p_{ti}$ . Esto ocurre cuando fluye líquido incompresible entre el fondo del pozo y el punto de inyección, o bien, cuando la distancia entre ambos puntos es pequeña. Por lo anterior, derivando la ec. (A.54) con respecto a  $p_{ti}$ , se tiene que:

$$\frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}} = -B_{fo} \cdot J \quad . \quad (A.55)$$

Considerando que el flujo a través de la válvula de orificio es isotérmico (lo cual es válido sólo cuando la caída de presión en el orificio es pequeña), entonces el gasto del gas de inyección queda determinado por la siguiente ecuación:

$$q_{go} = C_D A_o \left( \frac{2 z R T_{ii}}{M_g} \cdot \ln \left( \frac{p_{ci}}{p_{ii}} \right) \right)^{0.5} . \quad (\text{A.56})$$

La variación del gasto del gas de inyección respecto a  $p_{ii}$  se obtiene derivando la ec. (A.56), que luego de una simplificación algebraica se expresa como:

$$\frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ii}} = - (C_D A_o) \cdot \left( \frac{z R T_{ii}}{p_{ii} M_g} \right) \cdot \left( \frac{2 z R T_{ii}}{M_g} \cdot \ln \left( \frac{p_{ci}}{p_{ii}} \right) \right)^{-0.5} . \quad (\text{A.57})$$

Pero

$$\rho_{go} = \frac{p_{ii} M_g}{z R T_{ii}} , \quad (\text{A.58})$$

por lo que, sustituyendo las ecs. (A.56) y (A.58) en (A.57), se obtiene que:

$$-\frac{1}{q_{go}} \cdot \frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ii}} = \frac{(C_D \cdot A_o)^2}{\rho_{go} \cdot q_{go}^2} . \quad (\text{A.59})$$

Con base en las ecs. (A.54) a (A.56) y (A.59), el primer criterio puede expresarse como:

$$F_1 = \frac{\rho_{go} \cdot q_{go}^2}{(C_D A_o)^2} \cdot \frac{B_{fo} \cdot J}{q_{fo}} > 1 , \quad (\text{A.60})$$

o bien, en términos de gastos a condiciones estándar, como:

$$F_1 = \frac{\rho_{gi} \cdot B_{gi} \cdot q_{gi}^2}{(C_D A_o)^2} \cdot \frac{J}{q_o} > 1 . \quad (\text{A.61})$$

### A.2.2 Segundo criterio

Suponiendo que el sistema es inestable de acuerdo al primer criterio, entonces una disminución en la  $p_{ii}$  causará un incremento en el flujo de gas de BN a través de la válvula de orificio, reduciendo aún más la presión en la TP. Ahora bien, este incremento en el gasto del gas de BN a través de la válvula de orificio ocasiona que el espacio anular se depresione. Si el ritmo de depresionamiento del espacio anular es mayor al de la TP, entonces el flujo del gas de BN que entra a la TP disminuirá. Con la reducción del flujo de gas que entra a la TP, la densidad de la mezcla se incrementa, estabilizando el sistema. Por lo tanto, el segundo criterio de estabilidad puede expresarse matemáticamente como:

$$\frac{\partial q_{go}}{\partial t} < 0 \quad . \quad (A.62)$$

Suponiendo que  $q_{go} = q_{go}(p_{ci}, p_{ii})$ , entonces:

$$\frac{\partial q_{go}}{\partial t} = \frac{\partial q_{go}}{\partial p_{ci}} \cdot \frac{\partial p_{ci}}{\partial t} + \frac{\partial q_{go}}{\partial p_{ii}} \cdot \frac{\partial p_{ii}}{\partial t} \quad . \quad (A.63)$$

Con base en la ec. (A.56), puede demostrarse que:

$$\frac{\partial q_{go}}{\partial p_{ii}} = - \frac{C_1}{p_{ii}} \quad y \quad (A.64)$$

$$\frac{\partial q_{go}}{\partial p_{ci}} = \frac{C_1}{p_{ii}} \quad , \quad (A.65)$$

donde

$$C_1 = \frac{(C_D A_o)^2}{q_{go}} \cdot \left( \frac{z R T_{ii}}{M_g} \right) \quad . \quad (A.66)$$

Sustituyendo las ecs. (A.64) y (A.65) en (A.63), y luego de un arreglo algebraico, se tiene que:

$$\frac{\partial q_{go}}{\partial t} = C_1 \cdot \left( \frac{1}{p_{ci}} \cdot \frac{\partial p_{ci}}{\partial t} - \frac{1}{p_{ti}} \cdot \frac{\partial p_{ti}}{\partial t} \right) . \quad (\text{A.67})$$

De acuerdo a la ec. (A.67), la desigualdad (A.62) se cumple cuando:

$$\frac{1}{p_{ci}} \cdot \frac{\partial p_{ci}}{\partial t} - \frac{1}{p_{ti}} \cdot \frac{\partial p_{ti}}{\partial t} < 0 , \quad (\text{A.68})$$

o bien,

$$F_2 = \frac{-\frac{1}{p_{ci}} \cdot \frac{\partial p_{ci}}{\partial t}}{-\frac{1}{p_{ti}} \cdot \frac{\partial p_{ti}}{\partial t}} > 1 . \quad (\text{A.69})$$

La variación de la presión en el espacio anular puede obtenerse a partir de la ecuación general de los gases reales, de donde:

$$\frac{\partial p_{ci}}{\partial t} = \delta \left( \dot{m}_{ci} - \dot{m}_{ti} \right) \cdot \left( \frac{z_{ci} R T_{ci}}{V_c M_g} \right) . \quad (\text{A.70})$$

Puesto que el flujo de gas que entra al espacio anular se considera constante, entonces  $\delta \dot{m}_{ci} = 0$ . La ec. (A.70) puede expresarse en términos del gasto del gas de BN como:

$$\frac{\partial p_{ci}}{\partial t} = - \frac{p_{ti}}{T_{ti} z_{ti}} \cdot \frac{T_{ci} z_{ci}}{V_c} \cdot \delta q_{go} . \quad (\text{A.71})$$

La presión en el punto de inyección puede determinarse a partir de un balance de cantidad de movimiento en la TP. Despreciando la componente por aceleración, se tiene que:

$$p_{ti} = p_{wh} + \rho_a D_v g + \Delta p_f . \quad (\text{A.72})$$

Si se considera un cambio pequeño en la relación gas-líquido de entrada, esta perturbación se propagará como una onda de continuidad sin amortiguamiento por fricción. En estas circunstancias, la respuesta de presión se encuentra diferenciando la ec. (A.72) con respecto al tiempo. Considerando que  $p_{wh}$  es constante, y despreciando la fricción en la TP, entonces:

$$\frac{\partial p_{ii}}{\partial t} = D_v g \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \quad . \quad (A.73)$$

La variación de la densidad promedio en la TP se obtiene de la ecuación de continuidad. De esta manera, despreciando la aceleración convectiva, se tiene que:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \quad . \quad (A.74)$$

Si se supone que  $\rho_m$  experimenta una perturbación, entonces una onda de continuidad se propagará a lo largo de la TP hacia la cabeza del pozo. Hasta que esta perturbación no llegue a la superficie, la densidad promedio de los fluidos corriente arriba al frente de la perturbación no experimentará ningún cambio. Entonces la variación en la densidad promedio en la TP puede ser aproximada con base en la ecuación de continuidad como:

$$\frac{\partial \rho_a}{\partial t} = \left( \frac{q_{fo} + q_{go}}{V_t} \right) \cdot \delta \rho_m \quad . \quad (A.75)$$

Combinando las ecs. (A.73) y (A.75), y con base en las ecs. (A.51) y (A.53), la respuesta de la presión de la TP causada por un cambio en el gasto del gas de BN puede expresarse como:

$$\frac{\partial p_{ii}}{\partial t} = \left( \frac{(\rho_{fo} - \rho_{go}) D_v g}{V_t} \right) \cdot \left( \frac{q_{fo}}{q_{fo} - q_{go}} \right) \cdot (F_1 - 1) \cdot \delta q_{go} \quad . \quad (A.76)$$

Sustituyendo las ecs. (A.71), (A.76) en (A.69), el segundo criterio de estabilidad queda determinado por la desigualdad:

$$F_2 = C_2 \cdot \left( \frac{V_t}{V_c} \right) \cdot \left( \frac{P_{ii}}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) D_v g} \right) \cdot \left( 1 + \frac{q_{go}}{q_{fo}} \right) \cdot \left( \frac{1}{1 - F_1} \right) > 1 , \quad (A.77)$$

donde:

$$C_2 = \frac{p_{ii} T_{ci} z_{ci}}{p_{ci} T_{ii} z_{ii}} \approx 1 . \quad (A.78)$$

El parámetro  $C_2$ , definido por la ec. (A.78), es el factor de volumen del gas de BN entre el espacio anular y la TP. Para todos los casos,  $C_2$  es cercano a la unidad.

### A.3 Criterios de estabilidad de Alhanati

Alhanati y cols. (1991) realizaron una revisión de los criterios de estabilidad en pozos con BN existentes en la literatura. De su investigación, concluyeron que no es recomendable extrapolar el análisis de estabilidad en pozos fluyentes al caso de pozos con BN. Desarrollaron criterios de estabilidad mediante la metodología utilizada por Blick y cols. (1988a y 1988b). Plantearon las ecuaciones de cambio para el yacimiento, el pozo y el sistema de inyección. Transformaron al espacio de Laplace las ecuaciones obtenidas y, con base en el análisis de la ecuación característica del sistema de ecuaciones resultante, desarrollaron un criterio unificado de estabilidad. El criterio está conformado por dos desigualdades que se simplifican a 4 casos particulares, dependiendo de los regímenes de flujo (crítico o subcrítico) en las válvulas de BN y superficial de inyección. Demostraron que bajo ciertas consideraciones, estos criterios se reducen a los propuestos por Asheim.

#### Consideraciones:

1. No se consideran los efectos transitorios en la respuesta del yacimiento a los disturbios de presión.
2. El flujo en el pozo es homogéneo.
3. El gradiente de presión en el pozo está dominado por efectos gravitacionales.

4. Las variación de la presión a la profundidad de la válvula de BN es igual a la variación de la presión de fondo fluyendo.
5. Los gastos másicos a través de las válvulas de BN y superficial son funciones lineales de la presión.
6. La presión en la red de BN se mantiene constante.
7. Se desprecia el gradiente de presión en el espacio anular.

### A.3.1 Desarrollo del criterio unificado de Alhanati

Para modelar la respuesta del yacimiento a los disturbios de presión en el sistema, Alhanati y cols. (1991) consideraron que el comportamiento de afluencia está dominado por efectos de frontera. Por lo tanto, la relación entre la variación de la presión en la TP y la variación en el gasto aportado por el yacimiento está dada por:

$$p_{ti}' = -\frac{q_{fo}'}{B_{fo} J} \quad , \quad (A.79)$$

donde el valor de  $J$  debe tomarse como el valor absoluto de la derivada (evaluada en el punto de operación) de la curva de afluencia. Es importante notar que en la ec. (A.79) se considera que  $\delta p_{wf} = \delta p_{ti}$ , al igual que en los criterios de Asheim.

En la formulación del modelo del sistema de inyección se consideró que las siguientes relaciones lineales describen el comportamiento del gasto másico del gas de BN (considerando que  $p_{ci} = p_{co}$ ):

$$\frac{\dot{m}_{ch}'}{\dot{m}_g} = K_{ch}^c \frac{p_{co}'}{p_{co}} \quad (A.80)$$

$$y \quad \frac{\dot{m}_v'}{\dot{m}_g} = K_v^c \frac{p_{co}'}{p_{co}} + K_v^t \frac{p_{ti}'}{p_{ti}} \quad . \quad (A.81)$$

En las ecs. (A.80) y (A.81),  $\dot{m}_g$  es el gasto másico del gas de BN en régimen permanente;  $\dot{m}_{ch}'$  y  $\dot{m}_v'$  son las variaciones del gasto másico a través de la válvula superficial y del puerto de inyección, respectivamente. Los coeficientes  $K$  representan las variaciones relativas en los gastos



másicos a través del estrangulador superficial de inyección y a través de la válvula de BN, asociadas a las variaciones relativas de las presiones en la TR y la TP.  $K_{ch}^c$  siempre es negativo debido a que el gasto de gas a través del estrangulador de inyección disminuye con el incremento de la presión en la TR.  $K_v^c$  siempre es positivo ya que el gasto de gas a través de la válvula de BN se incrementa conforme aumenta la presión en la TR.  $K_v^t$  puede ser positivo o negativo dependiendo de las características específicas de la válvula y del régimen de flujo (crítico o subcrítico) que se presente.

Aplicando un balance de masa en la TR, se tiene que:

$$\left( \frac{V_c M_g}{z R T} \right)_c \cdot \frac{dp_{co}'}{dt} = K_{ch}^c \cdot \dot{m}_g \frac{p_{co}'}{p_{co}} - \left( K_v^c \frac{p_{co}'}{p_{co}} + K_v^t \frac{p_{ti}'}{p_{ti}} \right) \cdot \dot{m}_g \quad , \quad (A.82)$$

o bien

$$\frac{dp_{co}'}{dt} + a \cdot p_{co}' = b \cdot p_{ti}' \quad , \quad (A.83)$$

donde

$$a = - \frac{\dot{m}_g}{p_{co}} \cdot (K_{ch}^c - K_v^c) \cdot \left( \frac{z R T}{V_c M_g} \right)_c \quad (A.84)$$

y

$$b = - \frac{\dot{m}_g}{p_{ti}} \cdot K_v^t \cdot \left( \frac{z R T}{V_c M_g} \right)_c \quad . \quad (A.85)$$

Puede demostrarse que la solución de la ecuación diferencial (A.83) es:

$$p_{co}' = \frac{b}{e^{at}} \cdot \int_0^t e^{at} \cdot p_{ti}' dt \quad . \quad (A.86)$$

Sustituyendo la ec. (A.86) en la ec. (A.81), se tiene que:

$$q_{go}' = q_{go} \cdot \left\{ \frac{K_v^c}{p_{co}} \cdot \frac{b}{e^{at}} \cdot \int_0^t e^{at} \cdot p_{ti}' dt + \frac{K_v^t}{p_{ti}} \cdot p_{ti}' \right\} \quad . \quad (A.87)$$

Al formular una expresión para la respuesta de la TP a las variaciones de los gastos de líquido y de gas, se despreciaron los efectos por aceleración y por fricción. Considerando un pozo vertical, se tiene que:

$$p_{ii}' = \int_0^t \delta\rho_m \cdot g \cdot \frac{(q_{fo} + q_{go})}{A_t} dt \quad , \quad (A.88)$$

donde  $\delta\rho_m$  es la variación en la densidad de la mezcla en el punto de inyección a partir de su valor en estado estacionario. Esta variación se debe a cambios predecibles, ( $q_{fo}'$  y  $q_{go}'$ ), o a perturbaciones no predecibles ( $q_{fn}'$  y  $q_{gn}'$ ). Siguiendo un razonamiento similar al empleado en la deducción de la ec. (A.5),  $\delta\rho_m$  puede expresarse como:

$$\delta\rho_m = \frac{(\rho_{fo} - \rho_{go})}{(q_{fo} + q_{go})^2} \cdot [q_{go} \cdot (q_{fo}' + q_{fn}') - q_{fo} \cdot (q_{go}' + q_{gn}')] \quad . \quad (A.89)$$

Sustituyendo la ec. (A.89) en la ec. (A.88), se tiene que

$$p_{ii}' = \frac{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g}{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t} \cdot \int_0^t [q_{go} \cdot (q_{fo}' + q_{fn}') - q_{fo} \cdot (q_{go}' + q_{gn}')] dt \quad . \quad (A.90)$$

Las ecuaciones (A.79), (A.87) y (A.90) constituyen las relaciones necesarias para el análisis de estabilidad. Transformando estas ecuaciones al espacio de Laplace, resulta:

$$\overline{P_{ii}'}(s) = -\frac{\overline{Q_{fo}'}(s)}{B_{fo} \cdot J} \quad , \quad (A.91)$$

$$\overline{Q_{go}'}(s) = q_{go} \cdot \left\{ b \cdot \frac{K_v^c}{p_{co}} \cdot \frac{\overline{P_{ii}'}(s)}{(s+a)} + \frac{K_v^t}{p_{ti}} \cdot \overline{P_{ii}'}(s) \right\} \quad (A.92)$$

y

$$\overline{P_{ii}'}(s) = \frac{(\rho_{fo} - \rho_{go}) g}{(q_{fo} + q_{go}) A_t} \cdot \frac{1}{s} \cdot [q_{go} \cdot (\overline{Q_{fo}'}(s) + \overline{Q_{fn}'}(s)) - q_{fo} \cdot (\overline{Q_{go}'}(s) + \overline{Q_{gn}'}(s))] \quad . \quad (A.93)$$

Expresando las ecs. (A.91) a (A.93) en forma matricial, entonces:

$$\left| \begin{array}{ccc} B_{fo} \cdot J & 1 & 0 \\ q_{go} \cdot \left\{ \frac{K_v^c}{p_{co}} \cdot \frac{b}{(s+a)} + \frac{K_v^t}{p_{ii}} \right\} & 0 & -1 \\ \frac{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t \cdot s}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g} & -q_{go} & q_{fo} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \overline{P_{ii}}'(s) \\ \overline{Q_{fo}}'(s) \\ \overline{Q_{go}}'(s) \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ q_{go} \cdot \overline{Q_{fn}}'(s) - q_{fo} \cdot \overline{Q_{gn}}'(s) \end{array} \right| \cdot (A.94)$$

De acuerdo al análisis lineal de estabilidad, la estabilidad está condicionada al comportamiento de las singularidades del sistema representado por la ecuación matricial (A.94). Para que el sistema sea estable, todas sus singularidades deben ser negativas (condición de estabilidad). Si todas las singularidades son negativas, entonces  $p_{ii}'$ ,  $q_{fo}'$  y  $q_{go}'$  presentarán crecimiento exponencial negativo (la perturbación del sistema se disipa). Las singularidades referidas son los valores de “s” que hacen que el determinante de la matriz de coeficientes sea igual a cero. En este caso, son las raíces de la ecuación polinomial de segundo orden siguiente:

$$\left[ \frac{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g} \right] s^2 + \left[ \left( B_{fo} \cdot J \cdot q_{go} + q_{go} \frac{K_v^t}{p_{ii}} \cdot q_{fo} \right) + \frac{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g} \cdot a \right] s + \left[ \left( B_{fo} \cdot J \cdot q_{go} + q_{go} \frac{K_v^t}{p_{ii}} \cdot q_{fo} \right) \cdot a + q_{go} \cdot \frac{K_v^c}{p_{co}} \cdot b \cdot q_{fo} \right] = 0 \quad (A.95)$$

Del análisis de la ec. (A.95), se observa que el coeficiente del término de segundo grado siempre es positivo. Para satisfacer la condición de estabilidad, los otros dos coeficientes deben ser positivos. Por lo tanto, debe cumplirse que:

$$\left( B_{fo} \cdot J \cdot q_{go} + q_{go} \frac{K_v^t}{p_{ii}} \cdot q_{fo} \right) + \frac{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g} \cdot a > 0 \quad (A.96)$$

y

$$\left( B_{fo} \cdot J \cdot q_{go} + q_{go} \frac{K_v^t}{p_{ti}} \cdot q_{fo} \right) \cdot a + q_{go} \cdot \frac{K_v^c}{p_{co}} \cdot b \cdot q_{fo} > 0 \quad , \quad (A.97)$$

en donde el parámetro “a” siempre es positivo ya que  $K_{ch}^c$  siempre es negativo, y  $K_v^c$  siempre es positivo.

Las desigualdades (A.96) y (A.97) toman las formas adimensionales siguientes:

$$\left( \frac{B_{fo} \cdot J \cdot p_{ti}}{q_{fo}} + K_v^t \right) + \frac{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g} \cdot a \cdot \frac{p_{ti}}{(q_{fo} \cdot q_{go})} > 0 \quad (A.98)$$

y

$$\left( \frac{B_{fo} \cdot J \cdot p_{ti}}{q_{fo}} + K_v^t \right) + \left( \frac{K_v^c \cdot p_{ti}}{p_{co}} \right) \cdot \frac{b}{a} > 0 \quad . \quad (A.99)$$

Las desigualdades (A.98) y (A.99) constituyen un criterio unificado de estabilidad. La validez de este criterio radica en la veracidad de las relaciones lineales consideradas en las ecs. (A.80) y (A.81).

El criterio unificado puede expresarse de diferentes maneras de acuerdo a los valores de  $K_{ch}^c$ ,  $K_v^c$  y  $K_v^t$ , los cuales dependen principalmente de los regímenes de flujo que se establecen en el estrangulador superficial de inyección y en la válvula operante.

### A.3.2 Casos particulares del criterio unificado

#### 1) $K_v^t$ positiva.

Si  $K_v^t$  es positiva o cero, las desigualdades dadas por (A.98) y (A.99) se satisfacen automáticamente.  $K_v^t$  es cero cuando la válvula de BN opera como un orificio bajo flujo crítico (el gasto en la válvula es independiente de  $p_{ti}$ ).  $K_v^t$  es positivo cuando la válvula de BN opera en la región de garganteo. En ambas situaciones, un decremento en la presión de TP no causará el incremento en el gasto de inyección de gas a través de la válvula.

2)  $K_v^t$  **negativa.**

El régimen de flujo más común para la válvula operante es el de flujo subcrítico a través de un orificio. Bajo esta situación,  $K_v^t$  es negativa. Entonces el gasto a través de la válvula se incrementará ante un decremento de la presión de TP. Utilizando la ecuación de flujo adiabático a través de un orificio para la válvula de BN, se tiene que:

$$\dot{m}_g = \sqrt{2} \cdot (C_D A_o)_v \cdot \sqrt{\frac{M_g}{z R T}} \cdot \sqrt{p_{co} \cdot (p_{co} - p_{ti})} \quad (\text{A.100})$$

y

$$\frac{\dot{m}_v'}{\dot{m}_g} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{p_{co} \cdot (p_{co}' - p_{ti}') + p_{co}' \cdot (p_{co} - p_{ti})}{p_{co} \cdot (p_{co} - p_{ti})} \quad (\text{A.101})$$

Consecuentemente,

$$K_v^c = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_{co} + (p_{co} - p_{to})}{(p_{co} - p_{to})} \quad (\text{A.102})$$

y

$$K_v^t = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_{to}}{(p_{co} - p_{to})} \quad (\text{A.103})$$

**3) Gasto constante a través de la válvula superficial de inyección.**

Puede suceder que el gasto de gas a través del estrangulador de inyección superficial sea constante. Esta situación ocurre cuando hay un controlador de flujo en la superficie, o cuando el estrangulador de inyección opera bajo flujo crítico. Cuando el estrangulador opera en flujo crítico entonces el gasto es independiente de la presión en TR. Por lo tanto,  $K_{ch}^c = 0$ .

Con base en las ecs. (A.84), (A.85), (A.102) y (A.103), se tiene que:

$$a = \frac{\dot{m}_g}{p_{co}} \cdot \left( \frac{z R T}{V_c M_g} \right)_c \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{p_{co} + (p_{co} - p_{ti})}{(p_{co} - p_{ti})} \right) > 0 \quad (\text{A.104})$$

y

$$b = \frac{\dot{m}_g}{p_{co}} \cdot \left( \frac{z RT}{V_c M_g} \right)_c \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{p_{ti}}{(p_{co} - p_{ti})} \right) > 0 \quad . \quad (\text{A.105})$$

Sustituyendo estos resultados en las desigualdades (A.98) y (A.99), y utilizando la ec. (A.100), los criterios de estabilidad se expresan como:

$$\left( \left( \frac{B_{fo} \cdot J \cdot \dot{m}_g^2}{q_{fo} \cdot (C_D A_o)_v^2} \right) \cdot \left( \frac{z RT}{M_g p_{co}} \right) - 1 \right) + \left( \frac{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g} \right) \cdot \left( \frac{\dot{m}_g}{p_{co}} \right) \cdot \left( \frac{z RT}{V_c M_g} \right)_c \cdot \left( \frac{p_{co} + (p_{co} - p_{ti})}{q_{go} \cdot q_{fo}} \right) > 0 \quad (\text{A.106})$$

y

$$\left( \left( \frac{B_{fo} \cdot J \cdot \dot{m}_g^2}{q_{fo} \cdot (C_D A_o)_v^2} \right) \cdot \left( \frac{z RT}{M_g p_{co}} \right) - 1 \right) + \frac{p_{ti}}{p_{co}} > 0 \quad . \quad (\text{A.107})$$

Si como Asheim se define  $F_1$  como:

$$F_1 = \frac{\rho_{go} \cdot q_{go}^2}{(C_D A_o)_v^2} \cdot \frac{B_{fo} \cdot J}{q_{fo}} \quad , \quad (\text{A.108})$$

se define  $F_3$  como:

$$F_3 = \frac{(q_{fo} + q_{go}) \cdot A_t}{(\rho_{fo} - \rho_{go}) \cdot g} \cdot \frac{p_{ti}}{q_{fo}} \quad , \quad (\text{A.109})$$

y las relaciones  $r_v$  y  $\mu_v$  como:

$$\frac{p_{ti}}{p_{co}} = r_v \quad (\text{A.110})$$

y

$$\frac{(zT)_t}{(zT)_c} = \mu_v \quad , \quad (\text{A.111})$$

entonces las desigualdades (A.106) y (A.107) se reducen a:

$$\left( F_1 \cdot \frac{r_v}{\mu_v} - 1 \right) + F_3 \cdot \left( \frac{2 - r_v}{\mu_v} \right) > 0 \quad (\text{A.112})$$

y

$$\left( F_1 \cdot \frac{r_v}{\mu_v} - 1 \right) + r_v > 0 \quad . \quad (\text{A.113})$$

Si se supone que la caída de presión a través de la válvula es pequeña (como lo consideró Asheim), entonces  $r_v$  y  $\mu_v$  se aproximan a uno. Entonces la ec. (A.112) se simplifica a:

$$(F_1 - 1) + F_3 > 0 \quad , \quad (\text{A.114})$$

la cual es equivalente al segundo criterio de Asheim.

Por otra parte, la ec. (A.113) se reduce a:

$$F_1 > 0 \quad , \quad (\text{A.115})$$

la cual siempre es verdadera. Si el primer criterio de Asheim es satisfecho, o sea:

$$F_1 > 1 \quad , \quad (\text{A.116})$$

entonces la ec. (A.115) se satisface automáticamente y la ec. (A.114) siempre es verdadera.

#### 4) Flujo subcrítico a través de la válvula superficial de inyección.

La situación más común en el campo es que la inyección en superficie sea a través de un estrangulador de apertura fija. Considerando una presión constante corriente arriba del estrangulador de inyección,  $p_m$ , y flujo adiabático a través del mismo, se tiene que:

$$K_{ch}^c = -\frac{1}{2} \cdot \frac{p_{co}}{(p_m - p_{co})} \quad . \quad (\text{A.117})$$

Utilizando el mismo procedimiento descrito anteriormente, los criterios de estabilidad se expresan como:

$$\left( F_1 \cdot \frac{r_v}{\mu_v} - 1 \right) + F_3 \left( \frac{2 - r_v}{\mu_v} \right) \cdot F_c > 0 \quad (\text{A.118})$$

y

$$\left( F_1 \cdot \frac{r_v}{\mu_v} - 1 \right) + \frac{r_v}{F_c} > 0 \quad . \quad (\text{A.119})$$

Las desigualdades (A.118) y (A.119) difieren de las expresiones (A.112) y (A.113) por un factor de corrección  $F_c$ , dado por:

$$F_c = \frac{(C_D A_{ch})_{ch}^2 + (C_D A_o)_v^2 \cdot \left( \frac{r_{ch} \cdot (2 - r_v)}{\mu_{ch}} \right)}{(C_D A_o)_v^2 \cdot \left( \frac{r_{ch} \cdot (2 - r_v)}{\mu_{ch}} \right)} \quad , \quad (\text{A.120})$$

donde

$$\frac{p_{co}}{p_m} = r_{ch} \quad (\text{A.121})$$

y

$$\frac{(zT)_c}{(zT)_m} = \mu_{ch} \quad . \quad (\text{A.122})$$



Si el área de flujo del estrangulador de inyección es pequeña comparada con la de la válvula de BN, entonces el efecto del factor de corrección  $F_c$  será insignificante (cerca de 1) y las desigualdades (A.118) y (A.119) se aproximarán a las expresiones (A.112) y (A.113). Obsérvese que la desigualdad (A.119) probablemente será satisfecha fácilmente, por lo que la desigualdad (A.118) dominará el requerimiento de estabilidad. Si el área de flujo del estrangulador de inyección es grande comparada con la de la válvula de BN, el factor de corrección  $F_c$  será grande. En este caso, la desigualdad (A.118) probablemente será satisfecha fácilmente y la desigualdad (A.119) dominará el requerimiento de estabilidad.

En la tabla A.1 se presenta un resumen de los criterios propuestos por Alhanati y cols., y se indica el conjunto de ecuaciones que debe utilizarse de acuerdo al régimen de flujo en las válvulas superficial y subsuperficial de inyección del gas de BN.

**Tabla A.1 Resumen de los criterios propuestos por Alhanati y cols. (1991).**

Régimen de flujo en la válvula de BN	Régimen de flujo en la válvula superficial de inyección	
	Flujo subcrítico	Flujo constante
Flujo subcrítico	Ecs. (A.118) y (A.119)	Ecs. (A.112) y (A.113)
Flujo crítico	Siempre estable	Siempre estable

## A.4 Criterio de Fairuzov y Guerrero

Con base en la premisa del primer criterio de Asheim (1988), Fairuzov y Guerrero (2004) desarrollaron un criterio de estabilidad para pozos con BNC que producen aceite desde yacimientos saturados, y en los que la distancia entre el punto de inyección y el fondo del pozo es grande (mayor a 500 m).

### Consideraciones:

1. El yacimiento es saturado.
2. El yacimiento responde instantáneamente a las variaciones de presión en el pozo.
3. El comportamiento de afluencia del yacimiento al pozo está dominado por efectos de frontera.
4. El pozo está terminado con empacador.
5. El flujo en el pozo es homogéneo.
6. El flujo es isotérmico entre la válvula de inyección y el fondo del pozo.
7. El comportamiento del pozo está dominado por efectos gravitacionales.
8. El gasto del gas de BN en la superficie es constante.
9. La inyección del gas de BN a la TP es a través de una válvula de orificio.
10. El flujo a través de la válvula de orificio es isotérmico.
11. La distancia entre el fondo del pozo y el punto de inyección es grande (500 a 750 m).

### A.4.1 Desarrollo del criterio de Fairuzov y Guerrero

De acuerdo a la premisa del primer criterio de Asheim (1988), el flujo será estable si:

$$F_1 = \frac{-\frac{1}{q_{fo}} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}}}{-\frac{1}{q_{go}} \cdot \frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ti}}} > 1 \quad . \quad (A.123)$$

Ahora bien, en la propuesta de Fairuzov y Guerrero se retoma íntegramente el modelo del sistema de inyección propuesto por Asheim, por lo que:

$$-\frac{1}{q_{go}} \cdot \frac{\delta q_{go}}{\delta p_{ii}} = \frac{B_{gi}}{\rho_{gi}} \cdot \frac{(C_D \cdot A_o)^2}{q_{gi}^2} \quad . \quad (\text{A.124})$$

Por otra parte, a diferencia de Asheim, se considera que el yacimiento es saturado, y que  $\delta p_{wf} \neq \delta p_{ii}$ . Esta última consideración resulta importante cuando el punto de inyección se encuentra lejos del fondo del pozo, y hay gas libre en esta sección del pozo. Por lo tanto, es necesario plantear un modelo que relacione  $q_{fo}$ ,  $p_{ii}$  y  $p_{wf}$  para obtener el término  $-\frac{1}{q_{fo}} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ii}}$ .

Partiendo de la definición del factor de volumen total de los fluidos de la formación, se tiene que:

$$q_{fo} = q_o \cdot B_{ii} \quad , \quad (\text{A.125})$$

Derivando parcialmente la ec. (A.125) con respecto a  $p_{ii}$  se obtiene:

$$\frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ii}} = q_o \cdot \frac{\delta B_{ii}}{\delta p_{ii}} + B_{ii} \cdot \frac{\delta q_o}{\delta p_{wf}} \cdot \frac{\delta p_{wf}}{\delta p_{ii}} \quad . \quad (\text{A.126})$$

Debe observarse que cuando el yacimiento es bajosaturado, y se considera que  $\frac{\delta B_{ii}}{\delta p_{ii}} \approx 0$

(flujo incompresible) y  $\frac{\delta p_{wf}}{\delta p_{ii}} = 1$ , entonces  $\frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ii}} = -B_{ii} \cdot J$ , como en el criterio de Asheim.

En la ec. (A.126),  $\frac{\delta p_{wf}}{\delta p_{ii}}$  es la variación de la presión de fondo fluyendo con respecto a la presión en el punto de inyección. En el caso de flujo monofásico de líquido incompresible, esta derivada es numéricamente igual a la unidad. Cuando se presenta el flujo multifásico en el pozo, las perturbaciones de presión en el punto de inyección se propagan hacia el fondo y se amplifican. Por lo tanto, fue necesario establecer una relación matemática entre  $p_{ii}$  y  $p_{wf}$ . Se propuso un modelo de flujo homogéneo en el pozo (no existe resbalamiento entre las fases). Esta consideración es necesaria ya que se busca obtener un criterio analítico. De otra manera, debido a las no-linealidades del flujo multifásico, el criterio sería resuelto numéricamente. Además,

generalmente el régimen de flujo predominante entre el fondo del pozo y el punto de inyección es el flujo burbuja, por lo que la consideración de flujo homogéneo es razonable.

A partir de un balance de cantidad de movimiento entre el fondo y el punto de inyección, se tiene que:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{\rho_f}{144} \cdot \frac{g}{g_c} , \quad (\text{A.127})$$

en donde se han despreciado las pérdidas de presión por fricción y por aceleración. Generalmente en los pozos productores de aceite, 80 a 90% de las pérdidas de presión se deben a la carga hidrostática. Para el caso de los pozos direccionales, y de acuerdo a lo anterior,  $dx$  debe tomarse como longitud vertical y no como longitud desarrollada.

La densidad de los fluidos de la formación puede calcularse a partir de:

$$\rho_f = \frac{w_f}{q_f} , \quad (\text{A.128})$$

donde

$$w_f = q_o \cdot (\rho_{osc} + R_p \cdot \rho_{gsc}) \quad (\text{A.129})$$

y

$$q_f = q_o \cdot B_t . \quad (\text{A.130})$$

$B_t$  es el factor de volumen total de los fluidos de la formación, definido como:

$$B_t = B_o + (R_p - R_s) \cdot B_g . \quad (\text{A.131})$$

De acuerdo a las ecs. (A.129) y (A.130), la densidad de los fluidos de la formación puede expresarse como:

$$\rho_f = (\rho_{osc} + R_p \cdot \rho_{gsc}) \cdot \frac{1}{B_t} . \quad (\text{A.132})$$

Sustituyendo la ec. (A.138) en la (A.127), el gradiente de presión hidrostático es:

$$\frac{dp}{dx} = -(\rho_{osc} + R_p \cdot \rho_{gsc}) \cdot \frac{g}{144 \cdot g_c} \cdot \frac{1}{B_t} \quad . \quad (A.133)$$

Separando variables e integrando la ecuación diferencial (A.133), se tiene que:

$$\int_{p_{wf}}^{p_i} B_t \cdot dp = - \int_0^h (\rho_{osc} + R_p \cdot \rho_{gsc}) \cdot \frac{g}{144 \cdot g_c} \cdot dx \quad . \quad (A.134)$$

La integral del lado derecho de la ec. (A.134) se calcula como:

$$\int_0^h (\rho_{osc} + R_p \cdot \rho_{gsc}) \cdot \frac{g}{144 \cdot g_c} \cdot dx = (\rho_{osc} + R_p \cdot \rho_{gsc}) \cdot \frac{h}{144} \cdot \frac{g}{g_c} \quad , \quad (A.135)$$

donde  $h$  es la longitud vertical entre el fondo del pozo y el punto de inyección.

Para realizar la integración indicada en el lado izquierdo de la ec. (A.134), es necesario expresar  $B_t$  como función de la presión. Por lo tanto, se considerará que:

1. El flujo entre el fondo del pozo y el punto de inyección es isotérmico (a la temperatura media de flujo)
2. El factor de volumen del aceite permanece constante. En el caso del aceite negro, esta consideración es conveniente, ya que la variación promedio del factor de volumen del aceite entre el punto de inyección y el fondo de los pozos es del orden de 3%
3. El factor de volumen del gas asociado al aceite puede expresarse, cuando  $T$  está en (°F) y  $p$  en (lb/pg<sup>2</sup> abs.), como:

$$B_g = \frac{0.0283 \cdot z \cdot (T + 460)}{p} \quad ,$$

o bien como:

$$B_g = \frac{d}{p} \quad , \quad (A.136)$$

El parámetro que tiene un efecto predominante en la propagación de las perturbaciones de presión es la fracción volumétrica del gas libre. Mediante  $R_p$  y  $R_s$ , es posible predecir la fracción volumétrica de gas en cualquier punto del pozo (siempre que el modelo de flujo homogéneo sea aplicable). Para obtener una función analíticamente integrable de  $R_s$  en términos de la presión, se analizaron diferentes correlaciones PVT. Se encontró, a partir de las correlaciones de Vazquez y Beggs (1980), así como de Kartoatmodjo y Schmidt (1991), que la siguiente relación generalizada cumple la condición anterior:

$$R_s = a \cdot k \cdot p^c + b \quad . \quad (A.137)$$

Los parámetros  $a$  y  $b$  son factores de ajuste a datos experimentales PVT, y se calculan mediante regresión no lineal.  $k$  es el núcleo de la correlación PVT y depende de las densidades relativas del aceite y el gas, así como de la temperatura.  $c$  es el exponente característico de la correlación. En la tabla A.2 se muestran el valor del exponente  $c$  y las expresiones para calcular  $k$ , a partir de la correlaciones de Kartoatmodjo y Schmidt.

**Tabla A.2 Parámetros  $k$  y  $c$  asociados a la correlación de Kartoatmodjo y Schmidt (1991), para la relación de solubilidad.**

$\gamma_{API}$	$k$	$c$
$\leq 30$	$k = 0.05958 \cdot \gamma_{g100}^{0.7972} \cdot 10^{\frac{13.1405 \cdot \gamma_{API}}{(T+460)}}$	1.0014
$> 30$	$k = 0.03150 \cdot \gamma_{g100}^{0.7587} \cdot 10^{\frac{11.289 \cdot \gamma_{API}}{(T+460)}}$	1.0937

donde  $\gamma_{g100} = \gamma_g \cdot (1 + 0.1595 \cdot \gamma_{API}^{0.4078} \cdot T_{sep}^{-0.2466} \cdot \log(p_{sep}/114.7))$ .

Finalmente, de acuerdo a las ecs. (A.131), (A.136), y (A.137), el factor de volumen total de los fluidos de la formación puede expresarse como:

$$B_t = B_o + (R_p - b) \cdot d \cdot p^{-1} - a \cdot k \cdot d \cdot p^{c-1} \quad . \quad (\text{A.138})$$

Sustituyendo (A.138) en el lado izquierdo de la ec. (A.134), luego de realizar la integración correspondiente, se tiene que:

$$\int_{p_{wf}}^{p_{ii}} B_t \cdot dp = \overline{B}_o \cdot (p_{ii} - p_{wf}) + (R_p - b) \cdot \overline{d} \cdot \ln\left(\frac{p_{ii}}{p_{wf}}\right) - \frac{a \cdot \overline{k} \cdot \overline{d}}{c} \cdot (p_{ii}^c - p_{wf}^c) \quad . \quad (\text{A.139})$$

Por lo tanto, de las ecs. (A.135) y (A.139), la ec. (A.134) puede expresarse como:

$$(p_{ii} - p_{wf}) + A \cdot \ln\left(\frac{p_{ii}}{p_{wf}}\right) - B \cdot (p_{ii}^c - p_{wf}^c) = -C \quad , \quad (\text{A.140})$$

donde

$$A = (R_p - b) \cdot \frac{\overline{d}}{\overline{B}_o} \quad , \quad (\text{A.141})$$

$$B = \frac{a \cdot \overline{k} \cdot \overline{d}}{c \cdot \overline{B}_o} \quad y \quad (\text{A.142})$$

$$C = (\rho_{osc} + R_p \cdot \rho_{gsc}) \cdot \frac{h \cdot g}{144 \cdot \overline{B}_o \cdot g_c} \quad . \quad (\text{A.143})$$

Derivando implícitamente la ec. (A.140) con respecto a  $p_{ii}$ , se tiene que:

$$\frac{\delta p_{wf}}{\delta p_{ii}} = \frac{p_{wf}}{p_{ii}} \cdot \frac{(p_{ii} + A - B \cdot c \cdot p_{ii}^c)}{(p_{wf} + A - B \cdot c \cdot p_{wf}^c)} \quad . \quad (\text{A.144})$$

Por otra parte, de acuerdo a la ec. (A.138), el factor de volumen total de los fluidos de la formación a la profundidad de inyección es:

$$B_{ti} = B_{oi} + (R_p - b) \cdot d_i \cdot p_{ti}^{-1} - a \cdot k_i \cdot d_i \cdot p_{ti}^{c-1} \quad . \quad (A.145)$$

Derivando la ec. (A.145) con respecto a  $p_{ti}$  :

$$\frac{\delta B_{ti}}{\delta p_{ti}} = -\frac{(R_p - b) \cdot d_i}{p_{ti}^2} - \frac{a \cdot k_i \cdot d_i \cdot (c-1) \cdot p_{ti}^{c-2}}{p_{ti}^2} \quad . \quad (A.146)$$

Observando que  $B_{gfi} = \frac{d_i}{p_{ti}}$  , la ec. (A.146) puede expresarse como:

$$\frac{\delta B_{ti}}{\delta p_{ti}} = -\frac{B_{gfi}}{p_{ti}} \cdot \left[ (R_p - b) + a \cdot k_i \cdot (c-1) \cdot p_{ti}^c \right] \quad . \quad (A.147)$$

Existen en la literatura diversas correlaciones para describir el comportamiento de afluencia de los yacimientos saturados (Brown, 1984a-b; Beggs, 1991). En el caso de los yacimientos considerados en el estudio, se utilizó (con base en la revisión de la información disponible) la correlación de Vogel (1968) para caracterizar su comportamiento de afluencia:

$$q_o = q_{omax} \cdot \left[ 1 - 0.2 \cdot \left( \frac{p_{wf} - p_{atm}}{p_R - p_{atm}} \right) - 0.8 \cdot \left( \frac{p_{wf} - p_{atm}}{p_R - p_{atm}} \right)^2 \right] \quad . \quad (A.148)$$

En la ecuación original de Vogel, las presiones son manométricas. Sin embargo, y para ser consistentes en el desarrollo del nuevo criterio de estabilidad, en la ec. (A.148)  $p_R$  y  $p_{wf}$  son presiones absolutas.

La derivada de la ec. (A.148) con respecto a la presión de fondo fluyendo es:

$$\frac{\delta q_o}{\delta p_{wf}} = -\frac{0.2 \cdot q_{omax}}{(p_R - p_{atm})} \cdot \left[ 1 + 8 \cdot \frac{(p_{wf} - p_{atm})}{(p_R - p_{atm})} \right] \quad . \quad (A.149)$$



Asimismo, de la ec. (A.148) puede demostrarse que:

$$p_{wf} = \frac{(p_R - p_{am})}{8} \cdot \left[ -1 + \sqrt{1 + 80 \cdot \left(1 - \frac{q_o}{q_{omax}}\right)} \right] + p_{am} \quad . \quad (A.150)$$

Sustituyendo la ec. (A.150) en (A.149):

$$\frac{\delta q_o}{\delta p_{wf}} = -\frac{0.2 \cdot q_{omax}}{(p_R - p_{am})} \cdot \sqrt{1 + 80 \cdot \left(1 - \frac{q_o}{q_{omax}}\right)} \quad . \quad (A.151)$$

Al sustituir las ecs. (A.144), (A.147) y (A.151) en la ec. (A.126), se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}} &= q_o \cdot \left( \frac{-B_{gfi}}{p_{ti}} \right) \cdot \left[ (R_p - b) + a \cdot k_i \cdot (c-1) \cdot p_{ti}^c \right] \\ &+ B_{ti} \cdot \left[ \left( \frac{-0.2 \cdot q_{omax}}{p_R - p_{am}} \right) \cdot \sqrt{1 + 80 \cdot \left(1 - \frac{q_o}{q_{omax}}\right)} \right] \cdot \left[ \left( \frac{p_{wf}}{p_{ti}} \right) \cdot \frac{(p_{ti} + A - B \cdot c \cdot p_{ti}^c)}{(p_{wf} + A - B \cdot c \cdot p_{wf}^c)} \right] \quad . \end{aligned} \quad (A.152)$$

Reordenando términos:

$$\begin{aligned} \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ti}} &= -\frac{q_o \cdot B_{ti}}{p_{ti}} \cdot \left[ \left( \frac{B_{gfi}}{B_{ti}} \right) \cdot (R_p - b + a \cdot k_i \cdot (c-1) \cdot p_{ti}^c) \right. \\ &+ 0.2 \cdot \left( \frac{q_{omax}}{q_o} \right) \cdot \left( \frac{p_{wf}}{p_R - p_{am}} \right) \cdot \left( \frac{p_{ti} + A - B \cdot c \cdot p_{ti}^c}{p_{wf} + A - B \cdot c \cdot p_{wf}^c} \right) \cdot \left. \sqrt{1 + 80 \cdot \left(1 - \frac{q_o}{q_{omax}}\right)} \right] \quad . \end{aligned} \quad (A.153)$$

Observando que  $q_{fo} = q_o \cdot B_{ii}$ , entonces:

$$-\frac{1}{q_{fo}} \cdot \frac{\delta q_{fo}}{\delta p_{ii}} = \frac{1}{p_{ii}} \cdot \left[ \left( \frac{B_{gfi}}{B_{ii}} \right) \cdot (R_p - b + a \cdot k_i \cdot (c-1) \cdot p_{ii}^c) \right. \\ \left. + 0.2 \cdot \left( \frac{q_{omax}}{q_o} \right) \cdot \left( \frac{p_{wf}}{p_R - p_{atm}} \right) \cdot \left( \frac{p_{ii} + A - B \cdot c \cdot p_{ii}^c}{p_{wf} + A - B \cdot c \cdot p_{wf}^c} \right) \cdot \sqrt{1 + 80 \cdot \left( 1 - \frac{q_o}{q_{omax}} \right)} \right] = \Omega \quad . \quad (A.154)$$

Expresando la ec. (A.124) en unidades de campo, al sustituirla junto con la ec. (A.154) en (A.123), el criterio de estabilidad puede expresarse como:

$$F_1 = 2.20723 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{\gamma_{gi} \cdot B_{gi} \cdot q_{gi}^2}{(C_D \cdot A_o)^2} \cdot \Omega > 1 \quad , \quad (A.155)$$

donde

$\gamma_{gi}$ , es la densidad relativa del gas de BN (aire = 1),

$B_{gi}$ , es el factor de volumen del gas de BN en el punto de inyección,

$q_{gi}$ , es el gasto del gas de BN a condiciones estándar, en MMpcd,

$C_D$ , es el coeficiente de descarga del orificio.

$A_o$ , es el área del orificio, en pie<sup>2</sup>, y

$\Omega$ , es el factor dado por la ec. (A.154), en 1/(lb/pg<sup>2</sup> abs.).

Es importante señalar que si la desigualdad (A.155) no se cumple, entonces debe verificarse el segundo criterio de Asheim (desigualdad A.77), pero con el factor  $F_1$  calculado con la ec. (A.155).

De acuerdo a las ecs. (A.154) y (A.155), y desde un punto de vista operativo, la estabilidad de flujo se favorece:

1. Incrementando el gasto del gas de BN.
2. Reduciendo el área del orificio de inyección.
3. Incrementando el potencial del pozo.
4. Reduciendo la producción.

En la tabla 2.1 (mostada en el capítulo 2) se presentó la comparación del criterio de estabilidad de Fairuzov y Guerrero, con el primer criterio de Asheim. Cuando se considera que el flujo es incompresible entre el fondo del pozo y el punto de inyección, entonces  $\delta p_{wf} = \delta p_{ii}$ . Por otra parte, cuando hay presencia de gas libre se tiene que  $\delta p_{wf} > \delta p_{ii}$ . En el caso de los yacimientos bajosaturados, la variación de  $q_o$  con respecto a la caída de presión en el yacimiento es lineal y está dada por el índice de productividad. En los yacimientos saturados esta relación no es lineal.

## Apéndice B

# Datos del pozo

**Tabla B.1 Datos generales del pozo.**

Presión del yacimiento	108.5	(kg/cm <sup>2</sup> )
Temperatura del yacimiento	216.9	(° F)
Corte de agua	0.0	(%)
Gasto de líquido	7632.0	(bpd)
Presión de fondo fluyendo	95.9	(kg/cm <sup>2</sup> )
Densidad relativa del aceite	21.4	(API)
Densidad relativa del gas asociado	0.922	(adim)
Densidad relativa del gas de inyección	0.675	(adim)
Relación gas asociado-aceite	64	(m <sup>3</sup> / m <sup>3</sup> )

**Tabla B.2 Datos de producción-inyección.**

Presión en la cabeza	13.1	(kg/cm <sup>2</sup> )
Temperatura en la cabeza	140.0	(°F)
Corte de agua	0.0	(%)
Gasto de líquido	7632	(bpd)
Profundidad del manómetro	2695	(m)
Presión a la profundidad del manómetro	93.7	(kg/cm <sup>2</sup> )
Relación gas asociado-aceite	64	(m <sup>3</sup> / m <sup>3</sup> )
Gasto del gas de inyección	5.5	(MMpcd)
Profundidad de inyección	1882	(m)
Diámetro del orificio	0.75	(pg)
Presión de inyección	68	(kg/cm <sup>2</sup> )
Diámetro de estrangulador	2.5	(pg)

**Tabla B.3 Datos del estado mecánico.**

Profundidad desarrollada	Profundidad Vertical	Diámetro interior TP	Diámetro exterior TP	Diámetro interior TR
(m)	(m)	(pg)	(pg)	(pg)
720.0	720.0	6.765	7.625	10.685
1290.0	1283.4	6.765	7.625	10.685
1380.0	1368.6	6.765	7.625	10.685
1582.9	1550.1	6.765	7.625	10.685
1650.0	1610.1	6.765	7.625	10.685
1800.0	1731.2	6.765	7.625	10.685
1860.0	1775.9	6.765	7.625	10.685
1878.5	1789.3	6.765	7.625	10.685
1980.0	1862.9	6.765	7.625	10.685
2100.0	1952.5	6.765	7.625	10.685
2106.6	1957.6	6.765	7.625	10.685
2112.0	1961.8	6.765	7.625	8.53
2310.0	2115.2	---	---	8.53
2610.0	2345.3	---	---	8.53
2670.0	2389.8	---	---	8.53
2740.0	2436.4	---	---	8.53

**Tabla B.4 Datos de campo.**

Gasto del gas de inyección	Presión en la cabeza del pozo	Flujo
(MMpcd)	(kg/cm <sup>2</sup> )	
4.0	12.0	Inestable
4.5	13.0	Estable
5.0	12.5	Estable
5.5	13.5	Estable