



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA

CONTROL ADAPTABLE DE UNA CLASE  
DE SISTEMAS NO LINEALES USANDO  
REDES NEURO-DIFUSAS RECURRENTE

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

P R E S E N T A:

ALAIN MORALES MARTINEZ

TUTOR:

DR. YU TANG XU

2011

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. HÉCTOR BENÍTEZ PÉREZ

Secretario: DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA

Vocal: DR. YU TANG XU

1er. Suplente: DR. MARCOS ÁNGEL GONZÁLEZ OLVERA

2o. Suplente: DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ

Lugar donde se realizó la tesis:  
FACULTAD DE INGENIERÍA

TUTOR DE TESIS:

DR. YU TANG XU

---

FIRMA

# Agradecimientos

*A la Universidad Nacional Autónoma de México.*

*Al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación  
Tecnológica PAPIIT.*

*A mi tutor de tesis.*

*A la Prof. Shuang Cong del Departamento de Control Automático  
de la Universidad de Ciencia y Tecnología de China.*

*A mis padres y hermano.*



# Contenido

Lista de Figuras . . . . .	VII
Lista de Símbolos . . . . .	IX
Resumen . . . . .	XI
Abstract . . . . .	XIII
1. Introducción . . . . .	1
1.1. Motivación al problema de control. . . . .	1
1.2. El problema considerado en la tesis. . . . .	3
1.3. Revisión del <i>estado del arte</i> en los sistemas adaptables neuro-difusos. . . . .	5
1.4. Metodología de diseño del controlador. . . . .	9
1.5. Organización de la tesis. . . . .	16
1.6. Alcances y Contribuciones. . . . .	18
2. Preliminares de Control Adaptable, Redes Neuronales y Sistemas Difusos. . . . .	21
2.1. Control Adaptable. . . . .	21
2.2. Redes Neuronales Artificiales. . . . .	23
2.3. Características de las redes neuronales artificiales. . . . .	25
2.4. Topología de la red neuronal artificial RNA. . . . .	27
2.5. Lógica Difusa. . . . .	28
2.6. Conjuntos Difusos . . . . .	29
2.6.1. Particiones borrosas . . . . .	34
2.7. Operaciones entre conjuntos difusos . . . . .	35
2.8. Características matemáticas de los Conjuntos Difusos . . . . .	37
2.9. Control Difuso . . . . .	38
3. Control adaptable <i>neuro-difuso</i> con una variable. . . . .	41
3.1. Diseño del controlador. . . . .	41
3.2. Simulación. . . . .	47
4. Control adaptable <i>neuro-difuso</i> con dos variables. . . . .	51
4.1. Diseño del controlador. . . . .	51
4.2. Simulación. . . . .	56
5. Estimación y Compensación de excentricidad usando una variable. . . . .	61
5.1. Simulación . . . . .	67

6. Estimación y Compensación de excentricidad usando dos variables.	73
6.1. Simulación . . . . .	81
7. Conclusiones.	87
7.1. Trabajo futuro . . . . .	89
A. Sistemas perturbados.	91
Referencias	97

# Lista de Figuras

2.1. Modelo de neurona estándar . . . . .	25
2.2. Tipos de funciones de pertenencia . . . . .	31
2.3. Esquema representativo de un control difuso . . . . .	40
3.1. Control adaptable neuro-difuso con una variable $x$ . . . . .	49
3.2. Control adaptable neuro-difuso con una variable $x$ . Cont. . . . .	50
4.1. Control adaptable neuro-difuso con dos variables $x, z$ . . . . .	59
4.2. Control adaptable neuro-difuso con dos variables $x, z$ . Cont. . . . .	60
5.1. Estimación y compensación de excentricidad con una variable $x$ . . . . .	70
5.2. Estimación y compensación de excentricidad con una variable $x$ . Cont. . . . .	71
6.1. Estimación y compensación de excentricidad con dos variables $x, z$ . . . . .	84
6.2. Estimación y compensación de excentricidad con dos variables $x, z$ . Cont. . . . .	85





# Lista de Símbolos

$x$	Posición.
$v$	Velocidad.
$v_d$	Velocidad deseada.
$\dot{v}$	Aceleración.
$t$	Tiempo.
$J$	Momento de inercia.
$u$	Señal de control.
$d(x)$	Perturbación que depende de la posición.
$\Lambda$	Amplitud de la perturbación.
$A$	Amplitud de la velocidad.
<i>Rad</i>	Radianes.
$\omega$	Frecuencia adimensional.
$\omega_1$	Velocidad angular.
$\Phi$	Desfase.
$F$	Fuerza de fricción.
$M$	Parámetro positivo conocido.
<i>RNA</i>	Red Neuronal Artificial.
$X$	Universo de discurso.
$\mathbb{R}$	El conjunto de los números reales.
$B = \{x, \mu_B(x)   x \in X\}$	Conjunto difuso.
$\mu_B(x)$	Función de pertenencia al conjunto difuso.
$w_i(\cdot)$	Antecedente difuso.
$\theta_i$	Consecuencia difusa.
$r$	Número de reglas difusas.
$\mu_i \quad i = 1, \dots, r \quad r \in \mathbb{R}$	Centro de la función de pertenencia.
$\sigma_i \quad i = 1, \dots, r \quad r \in \mathbb{R}$	Ancho de la función de pertenencia.
$S_\mu$	Separación de centros de función de pertenencia.
$\mathbf{f}_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	Función acotada.
$\sum_{i=1}^r \hat{w}_i \mathbf{f}_i \hat{\theta}_i$	Red neuro-difusa.
$P = [a_{i,j}]_{i,j=1}^{m,n}$	Matriz rectangular $m \times n$
$\ x\ _2 = (\sum_{i=1}^n x_i^2)^{1/2}$	El vector norma euclidiana.
$P^T$	Transpuesta de la matriz $P$ .
$e$	Error de seguimiento de velocidad.

---

$\tilde{v}$		Error de velocidad.
$\tilde{\theta}$		Error de consecuencias difusas.
$\varepsilon$		Error de aproximación.
$\gamma_\varepsilon$		Cota superior de error de aproximación.
$k_v$		Ganancia de error.
$\theta = [\theta_1 \cdots \theta_r]$	$r \in \mathbb{R}$	Vector de parámetros.
$\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1 \cdots \hat{\theta}_r]$	$r \in \mathbb{R}$	Vector de parámetros estimados.
$V(\cdot)$		Función de Lyapunov.
$\dot{V}(\cdot)$		Derivada de la función de Lyapunov.
$k_n$	$n \in \mathbb{R}$	Ganancias.
$\gamma$		Ganancia de adaptación.
$\gamma_1$		Ganancia de derivada de función de Lyapunov.

# Resumen

Una vibración mecánica es el movimiento de una partícula o de un cuerpo que oscila con respecto a una posición de equilibrio. La mayoría de las vibraciones en máquinas son indeseables a causa de los esfuerzos incrementados y las pérdidas de energía. El desbalance en máquinas rotatorias es una de las causas más comunes de la vibración. La excentricidad es en realidad una fuente común de desbalances donde el centro de rotación no corresponde con su centro geométrico. Cualquier máquina en la que el movimiento sea generado por un motor necesita que la velocidad de éste se adapte a la velocidad necesaria para su buen funcionamiento.

En este trabajo se presenta un control de vibración inducida por excentricidad en un problema de seguimiento de velocidad usando redes neuronales recurrentes y lógica difusa. Se considera un sistema mecánico sometido por una perturbación oscilatoria (excentricidad) y se propone una ley de control adaptable neurodifusa con funciones de pertenencia Gaussianas que dependen de la posición del sistema. Se introduce una variable que nos permite obtener una mayor velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error de seguimiento y una respuesta más suave en la señal de control.

La ley de control tiene dos modos de operación: como un estimador de excentricidad y como un compensador de la misma. Del análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov se obtiene el algoritmo de entrenamiento y actualización de las consecuencias difusas en la ley de control. Resultados de simulación ilustran los resultados teóricos.

## Abstract

A mechanical vibration is the motion of a particle or a body that oscillates about an equilibrium position. Most machines are undesirable vibrations due to increased effort and energy losses. The imbalance in rotating machinery is one of the most common causes of vibration. The eccentricity is actually a common source of imbalance where the center of rotation does not correspond to its geometric center. Any machine on which the motion is generated by an engine needs its speed matches the speed necessary for its operation.

This paper presents a vibration control induced eccentricity in a problem tracking speed using recurrent neural networks and fuzzy logic. We consider a mechanical system subjected to an oscillatory disturbance (eccentricity) and proposes an adaptive control law with neurofuzzy Gaussian membership functions that depend on the position of the system. A free variable is introduced that allows us to obtain a faster convergence to zero tracking error dynamics and smoother response in the control signal.

The control law has two operating modes: as an estimate of eccentricity and as a compensator of the same. The analysis of stability in the sense of Lyapunov is obtained the training algorithm and updating of the fuzzy rules in the control law. Experimental results illustrate the theoretical results.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivación al problema de control.

Las características del diseño de un sistema de control van a depender en gran medida, de la capacidad con la que el modelo empleado describa el comportamiento del sistema. Uno de los principios del modelado de sistemas es el de simplificación; la forma más simple posible del modelo que capte los rasgos fundamentales y la precisión de los resultados del análisis del proceso.

Al obtener un modelo matemático razonablemente simplificado, a menudo resulta necesario ignorar ciertas propiedades físicas inherentes al sistema. Un proceso real puede ser extremadamente complejo para ser descrito de forma absolutamente precisa por un modelo matemático, en cuyo caso se habla de errores de modelado. Se puede considerar por tanto, que cualquier modelo matemático de un proceso real va ser en mayor o menor grado impreciso, o dicho de otra forma va contar con incertidumbres o errores de modelado.

Si se desea controlar de manera eficiente un proceso real, se deberán considerar posibles fuentes de incertidumbre, evaluando su efecto sobre el comportamiento del sistema completo. Como el modelo de un sistema usualmente no está bien definido, debido a la existencia de incertidumbres y dinámicas no modeladas, entre otras causas, en este caso

estructuras no lineales tales como sistemas difusos y redes neuronales se han utilizado para aproximar este comportamiento, mediante la explotación de sus capacidades de aprendizaje y aproximación de funciones.

El término *adaptable* significa cambiar el comportamiento conforme a nuevas circunstancias. Un regulador adaptable es aquel que puede modificar su comportamiento en respuesta a cambios en la dinámica del sistema y a las perturbaciones. La característica fundamental que distingue a los sistemas adaptables es la presencia de un lazo de control en el que se compara un cierto índice de funcionamiento con un índice deseado y se procesa el error en un mecanismo de adaptación que ajusta los parámetros del regulador y en algunos casos actúa directamente sobre la señal de control.

Cualquier máquina en la que el movimiento sea generado por un motor necesita que la velocidad de éste se adapte a la velocidad necesaria para su buen funcionamiento. Esta adaptación se realiza por lo general con uno o varios pares de engranajes que adaptan la velocidad y potencia mecánica.

Por ejemplo el control de velocidad es una tarea básica empleada en el ámbito de la robótica y en máquinas que utilizan control numérico por computadora (CNC), para realizar tareas como cortado, taladrado y desbastado.

Sobre la base de esta combinación es posible generar la mayoría de las piezas de la industria. Para maquinar una pieza, se usa un sistema de coordenadas que especifican la velocidad de la herramienta de corte. El sistema se basa en el control de velocidad de la herramienta de trabajo, con relación a los ejes de coordenadas de la máquina, usando un programa informático ejecutado por una computadora.

Una vibración mecánica es el movimiento de una partícula o de un cuerpo que oscila con respecto a una posición de equilibrio. La mayoría de las vibraciones en máquinas son indeseables a causa de los esfuerzos incrementados y las pérdidas de energía. Por

consiguiente, se deben eliminar o reducir tanto como sea posible. El análisis de las vibraciones ha adquirido más importancia debido a la tendencia actual de crear máquinas cada vez más rápidas [18].

El desbalance en máquinas rotatorias es una de las causas más comunes de la vibración. La excentricidad es en realidad una fuente común de desbalances donde el centro de rotación no corresponde con su centro geométrico. El juego y la zona muerta se encuentran comúnmente en trenes de engranajes y mecanismos similares cuando el acoplamiento no es perfecto. En la mayoría de las situaciones, el juego puede llevar a inexactitud no deseada, vibraciones e inestabilidad en sistemas de control. Además, tiene la tendencia a desgastar los elementos mecánicos [5].

En este trabajo se presenta un control de vibración inducida por excentricidad en un problema de seguimiento de velocidad usando redes neuronales recurrentes y lógica difusa.

## 1.2. El problema considerado en la tesis.

En sistemas mecánicos surge el problema de excentricidad donde el centro de rotación no corresponde con su centro geométrico. Considérese el sistema [6] de la forma

$$J\dot{v} = u + d(x); \quad v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad (1.1)$$

Donde  $x$  es la posición angular del sistema,  $J$  es la inercia,  $u$  es la entrada de control y  $d(x)$  es una perturbación oscilatoria que depende de la posición  $x$  y está definida como

$$d(x) = \Lambda \cos(\omega x + \Phi) \quad (1.2)$$

Se asume que la amplitud  $\Lambda$ , la frecuencia adimensional  $\omega$ , y el desfase  $\Phi$  de la perturbación  $d$  son desconocidos. El problema a considerar es cancelar el efecto de la perturbación  $d$  en el sistema (1.1) y seguir perfiles de velocidad que varían en el tiempo, ésto mediante una ley de control adaptable neuro-difusa que aproxime la dinámica no lineal.

En el análisis de señales cualquier movimiento periódico puede representarse por medio de una serie de senos y cosenos, relacionados armónicamente. Si  $y(t)$  es una función periódica de período  $\tau$ , se le representa por medio de la serie de Fourier

$$y(t) \approx \frac{a_0}{2} + a_1 \cos \omega_1 t + b_1 \sin \omega_1 t + a_2 \cos \omega_2 t + b_2 \sin \omega_2 t + \dots$$

$$y(t) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ a_n \cos \left( \frac{2n\pi}{\tau} t \right) + b_n \sin \left( \frac{2n\pi}{\tau} t \right) \right]$$

en donde

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{\tau}$$

$$\omega_n = n\omega_1$$

$$a_0 = \frac{2}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} y(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} y(t) \cos \omega_n t dt$$

$$b_n = \frac{2}{\tau} \int_{-\frac{\tau}{2}}^{\frac{\tau}{2}} y(t) \sin \omega_n t dt$$

De lo anterior se puede considerar que  $d$  no está en función de la posición, pero si como una señal exógena que depende del tiempo, de la forma

$$d(t) = \Lambda \cos(\omega t + \Phi) \quad (1.3)$$

Esta hipótesis sólo es valida si se asume que el sistema es operado y regulado con velocidad constante  $v_d$  tal que  $x(t)$  llega a ser proporcional a  $t v_d$ . Perturbaciones de la forma (1.3) han sido consideradas en problemas como, ruido activo y control de vibración [6].

El ruido  $d(t)$  se asume que se genera por maquinaria de rotación y transmitido a través de un sensor. Los ejemplos van desde el ruido del motor en aviones turbohélice [19] al ruido de ventilación en sistemas de calefacción y aire acondicionado [20], pasando por el ruido del motor en automóviles [21].

Las soluciones propuestas recurren a algoritmos adaptables si la frecuencia  $\omega$  se asume conocida [22]. En procesos de laminación se ha empleado Control Repetitivo para



compensar excentricidad [23].

Al formular este problema en el dominio del tiempo, la dificultad principal para mostrar las propiedades globales de estabilidad de los algoritmos de adaptación viene del hecho de que los parámetros desconocidos aparecen en la forma no lineal en (1.3). Cuando el sistema opera bajo perfiles de velocidad que varían en el tiempo,  $\omega$  en (1.3) llega a ser dependiente del tiempo, generando una señal  $d(t)$  con una frecuencia alta. Por lo tanto en este trabajo se considera un modelo de perturbación (1.2) que depende de la posición  $x$ .

Basándonos en el conocimiento de que las redes neuronales y la lógica difusa son estimadores universales provistos con la capacidad de aproximar cualquier función no lineal a cualquier precisión que se pida [7], [8], [9], podemos emplear estos conceptos como una buena alternativa para la solución del problema de control de nuestro interés.

### 1.3. Revisión del *estado del arte* en los sistemas adaptables neuro-difusos.

Diversos diseños de control adaptable están reportados en la literatura, varios de ellos se encuentran basados en el principio de equivalencia cierta [62], que consiste en los siguientes pasos: primero, se diseña un control estabilizante asumiendo el conocimiento sobre la planta; luego, se diseña un mecanismo de adaptación para estimar los parámetros involucrados en la ley de control. Por último, los parámetros estimados son usados en lugar de los verdaderos.

Esta metodología proporciona muchos grados de libertad en el diseño de leyes de control y diseño de leyes de adaptación. Sin embargo, el análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov requiere la parametrización lineal de la dinámica de la planta, y la ley de adaptación obtenida es de tipo integral.

Es comúnmente conocido que leyes de adaptación tipo integral son muy sensibles a dinámicas despreciadas y perturbaciones externas, debido a la ganancia infinita de un integrador. Por otro lado, la interacción entre la dinámica de la planta y el mecanismo de adaptación no es tomada en cuenta, por lo que es incapaz de tratar la parametrización no lineal [16].

Recientemente, han sido propuestas técnicas de control adaptable con leyes de adaptación tipo proporcional e integral (PI). La cuestión central es cómo diseñar la acción P y la acción I en la ley de adaptación, para lograr la estabilidad y robustez en la presencia de parametrización no lineal en la planta [16].

En estos trabajos, sin embargo, se requiere resolver ecuaciones diferenciales parciales para encontrar la ley de control y la ley de adaptación. Esto es una tarea difícil, porque en general no existen soluciones en forma cerrada y aún cuando existan, estas soluciones no están listas para usarse por involucrar incertidumbres de la planta.

El diseño de control basado en la inteligencia artificial, proporciona una alternativa viable a esta metodología. Particularmente, las redes neuronales recurrentes y los sistemas difusos son adecuados para modelar dinámicas con incertidumbre y podrán usarse para representar la dinámica del controlador.

Li-Xin Wang [43] diseña un controlador adaptable difuso directo para sistemas no lineales de  $n$ -ésimo orden, cuya ley de control está constituida por un control supervisorio y un control difuso. La estabilidad del sistema se estudia mediante análisis de Lyapunov e incluye el control supervisorio y el control difuso de forma separada, y de aquí se obtiene la ley de adaptación. Se estima la señal de control y no la incertidumbre del sistema, en la que se supone se conoce una cota superior. En la parte de control supervisorio se asume conocimiento de las cotas de otros parámetros del sistema y se utiliza una función signo que produce castaño.

En este controlador es necesario conocer la cota superior de la función no lineal y la cota de la incertidumbre del sistema. Análisis de simulación son aplicados a un sistema inestable y a un sistema caótico, y en éste último se garantiza estabilidad uniformemente acotada.

Por su parte Yonggon Lee *et al* [44] diseñan un controlador adaptable difuso uniformemente finalmente acotado para sistemas no lineales de  $n$ -ésimo orden. Este controlador consta de dos componentes, uno adaptable y uno robusto, que eliminan los efectos de las incertidumbres y permiten seguir un comportamiento deseado. Se realiza análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov. La ley de adaptación se obtiene mediante la propiedad de proyección de los conjuntos difusos.

Para este controlador es necesario conocer las cotas inferiores de las funciones no lineales y las cotas superiores e inferiores de las consecuencias de las reglas difusas. La ley de control se aplica a nivel simulación en un péndulo invertido.

Chun Yi Su y Yury Stepanenko [56] diseñan un controlador difuso adaptable para sistemas no lineales de  $n$ -ésimo orden. La ley de control propuesta consta de una parte de retroalimentación lineal, una de control por modos deslizantes y una parte de control difusa que se utiliza para estimar la función no lineal desconocida del sistema. De forma separada, se realiza un análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov para la parte de control deslizante y difusa, sin embargo, no se especifica si las leyes de adaptación resultan de dicho análisis. Para implementar este controlador es necesario conocer los parámetros del sistema y debido al empleo de técnicas de modos deslizantes existe la posibilidad de castaño. La ley de control propuesta se aplica a nivel simulación a un sistema no lineal inestable.

Por su parte Marios M. Polycarpou [45] propone una ley de control de tipo neuronal adaptable. Esta metodología de diseño se aplica a sistemas de  $n$ -ésimo orden. Del análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov se obtiene la ley de adaptación.

Es necesario conocer las cotas de la función no lineal para determinar el error de la red neuronal. El diseño del controlador garantiza estabilidad semiglobal uniformemente acotada.

En esta metodología se supone que la función no lineal del sistema está compuesta por una función suave conocida y una función que representa la incertidumbre del sistema. Cabe mencionar que la ley de control no es implementada en experimentos ni en simulaciones.

Jeffrey T. Spooner y Kevin M. Passino [57], diseñan controladores adaptables directos e indirectos basados en conjuntos difusos para sistemas no lineales de  $n$ -ésimo orden. Un término de control acotado, un término de tipo modos deslizantes y un término de control equivalente comprenden la ley de control adaptable indirecta. Un término de control acotado, un término de tipo modos deslizantes y un término de control adaptable comprenden la ley de control adaptable directa. Un análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov es realizado para ambas leyes. Para esta metodología se supone que las entradas de referencia son constantes.

Han sido propuestas como alternativas para el control de velocidad técnicas inteligentes, tales como redes neuronales, lógica difusa y combinaciones de ambas. En [48] se emplea una *red boundary layer* en tiempo discreto combinada con un observador de par de carga. La red neuronal se entrena usando un algoritmo de retropropagación. Se utilizan entradas tipo escalón para evaluar la técnica pero ningún estudio de estabilidad es realizado en lazo cerrado.

Las técnicas difusas y redes neuronales se han combinado para el control de velocidad en servomecanismos [46], [47]. En [46], el entrenamiento de la red fue usando el método del gradiente descendente y el controlador difuso es semejante a una red neuronal multicapa. En [47] se emplea un algoritmo de retropropagación y un controlador difuso se usa para supervisar el comportamiento de la red neuronal. En ambas referencias se emplean argumentos heurísticos para diseñar los controladores y la estabilidad sólo es verificada por medio de simulaciones y experimentos.

De acuerdo con los trabajos presentados, en el diseño de control de velocidad para servomecanismos usando redes neuronales y lógica difusa, no se realiza un análisis de estabilidad en lazo cerrado. El método del gradiente descendente y algoritmos de retropropagación son utilizados para el entrenamiento de la red. Sin embargo en [61] se menciona que estas técnicas no pueden garantizar que los estimados permanezcan acotados, y por lo tanto, no se puede concluir estabilidad del sistema en lazo cerrado.

## 1.4. Metodología de diseño del controlador.

Considerando el sistema de la forma

$$J\dot{v} = u + d(x); \quad v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad (1.4)$$

Donde  $x$  es la posición angular del sistema,  $J$  es la inercia,  $u$  es la entrada de control y  $d(x)$  es una perturbación oscilatoria que depende de la posición y está definida como

$$d(x) = \Lambda \cos(\omega x + \Phi) \quad (1.5)$$

Se asume que la amplitud  $\Lambda$ , la frecuencia adimensional  $\omega$ , y el desfase  $\Phi$  de la perturbación  $d$  son desconocidos. El problema a considerar es cancelar el efecto de la perturbación  $d$  en el sistema (1.4) y seguir una velocidad deseada  $v_d$  cuya estructura está dada por

$$v_d(t) = A \sin \omega_1 t \quad (1.6)$$

donde  $A$  es la amplitud,  $\omega_1$  es la velocidad angular en  $rad/s$ . Introduciendo las siguientes definiciones de error

$$e = v_d - v$$

$$\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$$

Para resolver este problema en primer lugar se propone un control adaptable neuro-difuso con una variable  $x$ , es decir, las funciones de pertenencia dependen de la posición  $x$  del sistema.

- **Suposición 1.** La velocidad y la posición  $v = \dot{x}$ ,  $x$  respectivamente, son medibles.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= v \\ dx &= v dt\end{aligned}$$

integrando en ambos lados de la ecuación

$$\begin{aligned}\int_0^x dx &= \int_0^t v dt \\ x &= \int_0^t v dt\end{aligned}$$

sustituyendo la velocidad  $v(t) = v_d(t)$

$$\begin{aligned}x &= \int_0^t (A \sin \omega_1 t) dt \\ x &= -\frac{A}{\omega_1} \cos \omega_1 t \Big|_0^t \\ x &= \frac{A}{\omega_1} (1 - \cos \omega_1 t)\end{aligned}$$

El estimado de la perturbación se define como  $\beta(x)$  cuyo proceso de inferencia está dado por:

*Regla – 1:* Si  $w_1(x)$ , Entonces  $\beta_1 = \mathbf{f}_1(x)\hat{\theta}_1$

⋮

*Regla – i:* Si  $w_i(x)$ , Entonces  $\beta_i = \mathbf{f}_i(x)\hat{\theta}_i$

⋮

*Regla – r:* Si  $w_r(x)$ , Entonces  $\beta_r = \mathbf{f}_r(x)\hat{\theta}_r$

Donde

$\mathbf{f}_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función conocida de  $x$ .

$w_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es un antecedente difuso que depende de  $x$ .

$\hat{\theta}_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  son los estimados de las consecuencias de la reglas.

- **Suposición 2.** La información que se nos proporciona sobre la perturbación  $d$  involucrada no es precisa, incluye incertidumbre, puede venir dada por la inclusión de ruido en los parámetros; se trata de variables aleatorias que se estudian mediante técnicas estadísticas. Hablamos de un conjunto aleatorio y como consecuencia de ello de una familia de variables aleatorias. Tomando en cuenta que las funciones Gaussianas se usan frecuentemente en estadística para representar la distribución de variables aleatorias, las funciones de pertenencia a considerar para el diseño de la ley de control adaptable neuro-difuso serán de este tipo, sin embargo, procesos estocásticos no son considerados en este trabajo.

De lo anterior se propone que el antecedente difuso  $w_i$  está definido por funciones de pertenencia Gaussianas en la forma

$$w_i(x) = \exp\left(-\frac{1}{\sigma_i^2}(x - \mu_i)^2\right) \quad (1.7)$$

Donde

$\mu_i$  es el centro de la función de pertenencia.

$\sigma_i$  es el ancho correspondiente.

- **Suposición 3.** Se utilizan tres reglas heurísticas en el diseño del control adaptable neuro-difuso, por lo que  $r = 3$ .
- **Suposición 4.** El centro y anchura de las funciones de pertenencia se obtienen para un rango específico para  $x$ .
- **Suposición 5.** La separación de los centros  $S_\mu$  se calcula mediante la división del valor final  $V_F$  del rango menos el valor inicial  $V_I$ , entre el número de reglas  $r$  más 1.

$$S_\mu = \frac{V_F - V_I}{r + 1}$$

- **Suposición 6.** Los centros  $D$  se distribuyen a lo largo del rango, es decir, desde el inicio del rango con un intervalo dado por el valor de la separación de centros.

$$D = \left[ V_I + S_\mu \quad V_I + 2S_\mu \quad V_I + 3S_\mu \right]$$

- **Suposición 7.** La anchura de las funciones de pertenencia se obtiene dividiendo la distancia del punto inicial al punto final de cada rango, entre el número de reglas. Esta anchura es la misma para todas las funciones de pertenencia.

$$\sigma = \frac{V_F - V_I}{r}$$

Usando un promedio de los pesos de las funciones de pertenencia, la estimación de  $d(x)$  está dada por

$$\beta(x) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i \mathbf{f}_i(x) \hat{\theta}_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (1.7)$$

El regresor y el vector de parámetros están definidos como

$$\begin{aligned} \varphi^T(x) &= \frac{[w_1 \mathbf{f}_1(x) \cdots w_r \mathbf{f}_r(x)]}{\sum_{i=1}^r w_i} \\ \hat{\theta} &= [\hat{\theta}_1 \cdots \hat{\theta}_r]^T \quad r = 3. \end{aligned}$$

donde  $\hat{\theta}$  son los estimados de  $\theta$  que son las consecuencias de las reglas.

$$\hat{w}_i(x) = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^3 w_i} \quad (1.8)$$

$$\mathbf{f}_i(x) \hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i,1} + \hat{\theta}_{i,2} x \quad (1.9)$$

$$x = \frac{A}{\omega_1} (1 - \cos \omega_1 t) \quad (1.10)$$



donde  $\hat{w}_i(x)$  es la división del  $i$ -ésimo antecedente entre la suma de todos los antecedentes. Sustituyendo (1.8) y (1.9) en (1.7) tenemos que

$$\begin{aligned}
\beta(x) &= \sum_{i=1}^3 \hat{w}_i(x) [\hat{\theta}_{i,1} + \hat{\theta}_{i,2}x] \\
&= \sum_{i=1}^3 \hat{w}_i(x)\hat{\theta}_{i,1} + \sum_{i=1}^3 \hat{w}_i(x)\hat{\theta}_{i,2}x \\
&= \begin{bmatrix} \hat{w}_1 & \hat{w}_2 & \hat{w}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{11} \\ \hat{\theta}_{21} \\ \hat{\theta}_{31} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{w}_1x & \hat{w}_2x & \hat{w}_3x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{12} \\ \hat{\theta}_{22} \\ \hat{\theta}_{32} \end{bmatrix} \\
&= \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{w}_1 & \hat{w}_2 & \hat{w}_3 & \hat{w}_1x & \hat{w}_2x & \hat{w}_3x \end{bmatrix}}_{\varphi^T(x)} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\theta}_{11} \\ \hat{\theta}_{21} \\ \hat{\theta}_{31} \\ \hat{\theta}_{12} \\ \hat{\theta}_{22} \\ \hat{\theta}_{32} \end{bmatrix}}_{\hat{\theta}} \\
\beta(x) &= \varphi^T(x)\hat{\theta}
\end{aligned}$$

Posteriormente se propone un diseño de control adaptable neuro-difuso con variables  $x$  y  $z$  para el seguimiento de velocidad, es decir, las funciones de pertenencia dependen tanto de la posición  $x$  del sistema como de una variable  $z$ . Introducir una variable  $z$  tiene como objetivo obtener una respuesta más suave en la señal de control y una mayor velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error de seguimiento. Se puede considerar a la variable  $z$  como un grado de libertad que se introduce al diseño del control. Se considera el mismo tipo de perturbación oscilatoria inducida por excentricidad que depende de la posición del sistema (1.5).

El estimado de la perturbación se define como  $\beta(x, z)$  cuyo proceso de inferencia está dado por:

*Regla – 1:* Si  $w_1(x, z)$ , Entonces  $\beta_1 = \mathbf{f}_1(x, z)\hat{\theta}_1$

⋮

*Regla – i:* Si  $w_i(x, z)$ , Entonces  $\beta_i = \mathbf{f}_i(x, z)\hat{\theta}_i$

⋮

*Regla – r:* Si  $w_r(x, z)$ , Entonces  $\beta_r = \mathbf{f}_r(x, z)\hat{\theta}_r$

Donde

$\mathbf{f}_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función conocida de  $x$  y  $z$ .

$w_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es un antecedente difuso que depende de  $x$  y  $z$ .

$\hat{\theta}_i : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  son los estimados de las consecuencias de la reglas.

Se propone que el antecedente difuso  $w_i$  está definido por funciones de pertenencia Gaussianas en la forma

$$w_i(x) = \exp\left(-\frac{1}{\sigma_{ix}^2}(x - \mu_{ix})^2 - \frac{1}{\sigma_{iz}^2}(z - \mu_{iz})^2\right) \quad (1.11)$$

Donde

$\mu_{ix}$  y  $\mu_{iz}$  son los centros de las funciones de pertenencia para  $x$  y  $z$ .

$\sigma_{ix}$  y  $\sigma_{iz}$  son los anchos correspondientes.

Usando un promedio de los pesos de las funciones de pertenencia, la estimación de  $d(x)$  está dada por

$$\beta(x, z) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i \mathbf{f}_i(x, z) \hat{\theta}_i}{\sum_{i=1}^r w_i} \quad (1.12)$$

El regresor y el vector de parámetros están definidos como

$$\begin{aligned} \varphi^T(x, z) &= \frac{[w_1 \mathbf{f}_1(x, z) \cdots w_r \mathbf{f}_r(x, z)]}{\sum_{i=1}^r w_i} \\ \hat{\theta} &= [\hat{\theta}_1 \cdots \hat{\theta}_r]^T \quad r = 3. \end{aligned}$$

donde  $\hat{\theta}$  son los estimados de  $\theta$  que son las consecuencias de las reglas.

$$\hat{w}_i(x, z) = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^3 w_i} \quad (1.13)$$

$$\mathbf{f}_i(x, z)\hat{\theta}_i = \hat{\theta}_{i,1} + \hat{\theta}_{i,2}x + \hat{\theta}_{i,3}z \quad (1.14)$$

$$x = \frac{A}{\omega_1} (1 - \cos \omega_1 t) \quad (1.15)$$

donde  $\hat{w}_i(x, z)$  es la división del  $i$ -ésimo antecedente entre la suma de todos los antecedentes.

Sustituyendo (1.13) y (1.14) en (1.12) tenemos que

$$\begin{aligned} \beta(x, z) &= \sum_{i=1}^3 \hat{w}_i(x, z) [\hat{\theta}_{i,1} + \hat{\theta}_{i,2}x + \hat{\theta}_{i,3}z] \\ &= \sum_{i=1}^3 \hat{w}_i(x, z)\hat{\theta}_{i,1} + \sum_{i=1}^3 \hat{w}_i(x, z)\hat{\theta}_{i,2}x + \sum_{i=1}^3 \hat{w}_i(x, z)\hat{\theta}_{i,3}z \\ &= \begin{bmatrix} \hat{w}_1 & \hat{w}_2 & \hat{w}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{11} \\ \hat{\theta}_{21} \\ \hat{\theta}_{31} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{w}_1x & \hat{w}_2x & \hat{w}_3x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{12} \\ \hat{\theta}_{22} \\ \hat{\theta}_{32} \end{bmatrix} \\ &\quad + \begin{bmatrix} \hat{w}_1z & \hat{w}_2z & \hat{w}_3z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{13} \\ \hat{\theta}_{23} \\ \hat{\theta}_{33} \end{bmatrix} \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{w}_1 & \hat{w}_2 & \hat{w}_3 & \hat{w}_1x & \hat{w}_2x & \hat{w}_3x & \hat{w}_1z & \hat{w}_2z & \hat{w}_3z \end{bmatrix}}_{\varphi^T(x, z)} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\theta}_{11} \\ \hat{\theta}_{21} \\ \hat{\theta}_{31} \\ \hat{\theta}_{12} \\ \hat{\theta}_{22} \\ \hat{\theta}_{32} \\ \hat{\theta}_{13} \\ \hat{\theta}_{23} \\ \hat{\theta}_{33} \end{bmatrix}}_{\hat{\theta}} \end{aligned}$$

$$\beta(x, z) = \varphi^T(x, z)\hat{\theta}$$

También se propone un esquema de control adaptable neuro-difuso con una variable  $x$  (posición del sistema) y con dos modos de operación: como un estimador de una vibración inducida por excentricidad (perturbación), cuando la ley de control mantiene en estado inactivo durante un intervalo de tiempo a la red neuro-difusa y como un compensador de la propia dinámica no lineal, cuando la ley de control pone activa a la red neuro-difusa en un instante de tiempo  $t$  y ésta aproxima el comportamiento de la perturbación, la cancela y el sistema sigue un perfil de velocidad que varía en el tiempo. Se consideran las mismas suposiciones previamente definidas con respecto a la variable  $x$ .

Tal como en el caso anterior y para un análisis completo, se propone un esquema de control adaptable neuro-difuso pero ahora con dos variables  $x, z$  y dos modos de operación: como un estimador durante un intervalo de tiempo de una vibración inducida por excentricidad y como un compensador de la misma en un instante de tiempo. También se consideran las mismas suposiciones relacionadas con las variables  $x$  y  $z$ .

En todos los esquemas de diseño de control adaptable neuro-difuso presentados, se propone en general una función de Lyapunov  $V$  como una dinámica del error entre las señales  $(v_d, v)$  y del error en los parámetros  $(\hat{\theta} - \theta)$ . Se calcula la derivada de la función de Lyapunov  $\dot{V}$  y algún término de ésta se iguala a cero para obtener la ley de adaptación de las consecuencias de las reglas difusas. Mediante manipulaciones algebraicas e introducción de constantes positivas se demuestra que la derivada de la función de Lyapunov es definida negativa.

## 1.5. Organización de la tesis.

El presente trabajo consta de siete capítulos donde se expone la importancia del tema de estudio.

En el Capítulo uno se presenta la Introducción, donde se describe un control de vibración inducida por excentricidad en un problema de seguimiento de velocidad usando

redes neuronales y lógica difusa. El problema de control se limita a sistemas mecánicos sometidos a perturbaciones oscilatorias que dependen de la posición  $x$ . Se describen las técnicas y métodos utilizados en la literatura de sistemas de control, particularmente en control adaptable, redes neuronales, sistemas difusos y combinación de éstos. La revisión en la literatura se centra en los siguientes aspectos: el orden del sistema, la estructura de la ley de control y el análisis de estabilidad. Se establecen las suposiciones en la metodología a seguir y se describe el problema a tratar mediante control adaptable usando redes neuro-difusas recurrentes. Por último se describen las contribuciones de este trabajo.

En el Capítulo dos se describen las características de las redes neuronales y los sistemas de lógica difusa, así como las redes neuro-difusas recurrentes. Se presentan las estructuras, modelos, modos de operación y clasificación de las redes neuronales, así como las propiedades de la lógica difusa, y su relación con la lógica clásica.

En el Capítulo tres se describe el diseño de un controlador de vibración inducida por excentricidad usando redes neuro-difusas recurrentes. Se considera el problema de seguimiento de velocidad de un sistema mecánico sometido a una perturbación oscilatoria (excentricidad) donde las funciones de pertenencia dependen de la posición  $x$  del sistema. El problema a tratar es cancelar el efecto de la perturbación y seguir una velocidad deseada, utilizando una red neuro-difusa recurrente que aproxime la estructura no lineal del sistema mecánico. Se presentan resultados de simulación para ilustrar los resultados teóricos.

En el Capítulo cuatro se considera el diseño de un controlador de vibración inducida por excentricidad usando redes neuro-difusas recurrentes, en donde las funciones de pertenencia dependen de la posición  $x$  del sistema y de una variable  $z$  que nos permite obtener una mayor velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error y una respuesta más suave en la señal de control. Se trata el problema de seguimiento de velocidad de un sistema sometido por una perturbación oscilatoria (excentricidad), y aproximar esta última mediante una red neuro-difusa recurrente. Se presentan resultados de simulación para ilustrar los resultados teóricos.

En el Capítulo cinco se presenta un diseño de control adaptable neuro-difuso para seguimiento de velocidad usando una variable y dos posibles modos de operación: como un estimador de excentricidad, lo que implica inactividad de la red neuro-difusa recurrente durante un intervalo de tiempo, o también se puede utilizar como un compensador de excentricidad, es decir, la red neuro-difusa recurrente se activa en un tiempo dado, la ley de control aproxima la perturbación, la cancela y el sistema sigue perfiles de velocidad que varían en el tiempo. Las funciones de pertenencia dependen de la posición  $x$  del sistema tal como en los casos anteriores, también se presentan resultados de simulación.

En el Capítulo seis se diseña una ley de control adaptable neuro-difusa para seguimiento de velocidad usando dos variables en las funciones de pertenencia (posición  $x$  del sistema y una dinámica  $z$ ) y dos modos de operación: como un estimador de excentricidad cuando la red neuro-difusa está inactiva durante un intervalo de tiempo y la señal de perturbación actúa en el sistema y como un compensador de vibración inducida por excentricidad, cuando la ley de control por medio de la red neuro-difusa aproxima la señal de perturbación, la cancela y el sistema sigue un perfil de velocidad que varía en el tiempo. Se presentan resultados de simulación para ilustrar los resultados teóricos.

Finalmente en el Capítulo siete se presentan las conclusiones generales del trabajo, así como propuestas para trabajos futuros.

## 1.6. Alcances y Contribuciones.

- Análisis de vibraciones inducidas por excentricidad en sistemas mecánicos rotatorios, donde el centro de rotación no coincide con el centro geométrico.
- Una metodología de diseño de control adaptable neuro-difuso para seguimiento de velocidad, en un sistema con perturbaciones oscilatorias y dinámicas no modeladas.
- La ley de control no requiere información de la estructura de la perturbación inducida

por excentricidad, ya que considera un estimado de ésta.

- Análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov, del que se obtiene el algoritmo de entrenamiento y actualización de las consecuencias difusas.
- La señal de control se puede introducir en un instante de tiempo dado, debido al estado inactivo/activo de la red neuro-difusa que aproxima el comportamiento de la señal de perturbación oscilatoria y el sistema sigue perfiles de velocidad que varían en el tiempo.
- Compensación de vibraciones inducidas por excentricidad en sistemas mecánicos rotatorios.

## Capítulo 2

# Preliminares de Control Adaptable, Redes Neuronales y Sistemas Difusos.

### 2.1. Control Adaptable.

El término *adaptable* significa cambiar el comportamiento conforme a nuevas circunstancias. Un regulador adaptable es aquel que puede modificar su comportamiento en respuesta a cambios en la dinámica del sistema y a las perturbaciones.

El control adaptable es un tipo especial de control no lineal en el que el estado del proceso puede ser separado en dos escalas de tiempo que evolucionan a diferente velocidad. La escala lenta corresponde a los cambios de los parámetros y por consiguiente a la velocidad con la cual los parámetros del regulador son modificados, y la escala rápida que corresponde a la dinámica del lazo de retroalimentación.



La característica fundamental que distingue a los sistemas adaptables es la presencia de un lazo de control en el que se compara un cierto índice de funcionamiento con un índice deseado y se procesa el error en un mecanismo de adaptación que ajusta los parámetros del regulador y en algunos casos actúa directamente sobre la señal de control.

Los tipos de control adaptable se pueden dividir principalmente en dos grupos: Controladores adaptables con modelo de referencia (MRAC) y Reguladores autoajustables (STR).

Los controladores adaptables con modelo de referencia, intentan alcanzar para una señal de entrada definida, un comportamiento en lazo cerrado dado por un modelo de referencia. Pueden considerarse dos posibles formas de descripción: mediante variables de estado o bien entrada-salida.

Los reguladores autoajustables, tratan de alcanzar un control óptimo, sujeto a un tipo de controlador y a obtener información del proceso y sus señales. En cuanto al criterio de diseño, pueden dividirse en dos tipos, según el planteamiento del problema estocástico o no estocástico. Cuando el planteamiento es estocástico, se consideran sistemas cuyas señales no se pueden conocer exactamente y tampoco se pueden predecir. Mediante el planteamiento no estocástico, se considera que las perturbaciones que inciden sobre un sistema son exactamente conocidas, pudiéndose describir estos sistemas analíticamente por medio de un sistema dinámico determinista.

Una parte importante de los sistemas adaptables es el algoritmo de identificación de parámetros. Toda descripción del comportamiento de un sistema constituye un modelo de éste, esto es, modelar significa organizar el conocimiento que se posee de un sistema. El modelado e identificación de un sistema es un procedimiento para determinar un conjunto de ecuaciones diferenciales o en diferencias y sus parámetros, que describen un proceso físico de acuerdo con un determinado criterio.

Para el caso de sistemas adaptables, se requiere identificación en tiempo real, por lo que se utilizan algoritmos recursivos. Por todo ello, se requiere disponer de un algoritmo de identificación que sea adecuado en tiempo de ejecución y convergencia. La identificación de un sistema comprende las siguientes tareas:

- Estudio experimental (adquisición de datos).
- Formulación de un criterio.
- Seleccionar la estructura del modelo.
- Estimación de los parámetros.
- Validación del modelo obtenido.

## 2.2. Redes Neuronales Artificiales.

Las redes neuronales artificiales (RNA) son sistemas de *hardware* o *software*, de procesamiento, que fueron inspiradas de la estructura neuronal del cerebro. Las RNA son capaces así de aprender de la experiencia a partir de las señales o datos provenientes del exterior, dentro de un marco de computación paralela y distribuida, fácilmente implementable en dispositivos hardware específicos.

Los tres conceptos clave de los sistemas nerviosos, que se pretende emular en los artificiales, son: *paralelismo de cálculo*, *memoria distribuida* y *adaptabilidad* al entorno. De esta manera podemos hablar de las redes neuronales como sistemas paralelos, distribuidos y adaptables [53].

La creciente demanda en tecnología de nuestra sociedad requiere nuevos enfoques para los problemas actuales de control. Las RNA con su masivo paralelismo y su capacidad para aprender, pueden proporcionar mejores soluciones en problemas prácticos.

La evolución de la teoría de control se ha visto motivada por dos aspectos fundamentales:

- La necesidad de tratar con sistemas complejos.
- La necesidad de obtener diseños de control con el menor conocimiento de la planta y el medio ambiente, es decir, la necesidad de controlar bajo incertidumbre.

Mediante las RNA se intenta imitar el proceso de aprendizaje del cerebro humano, el cual está formado por miles de millones de neuronas conectadas entre si. Utiliza información que es percibida, transmitida hasta las neuronas, procesada por ellas para dar una respuesta a cada uno de los diferentes estímulos. Cada neurona tiene tres partes:

- Un cuerpo celular.
- Una estructura de entrada (*Dendrita*).
- Una salida (*Axón*).

La mayoría de las terminales de los axones se conectan con las dendritas de otras neuronas (*Sinapsis*).

El comportamiento de una neurona es el siguiente: recibe un señal de entrada con una intensidad determinada, dependiendo de ella la neurona emite una señal de respuesta, las *sinapsis* pueden variar en fuerza, algunas proporcionan una señal débil y otras una fuerte.

Matemáticamente, el comportamiento de la neurona puede representarse por una lista de sus señales de entrada  $x_i(t)$  que son multiplicadas por sus pesos respectivos  $w_{ij}$  y posteriormente sumados  $h_j(t) = \sum w_{ij}x_i$ , el resultado es llamado *nivel de activación* de la neurona  $y_j(t) = f_j(h_j(t))$  del cual depende la señal de salida que es enviada a cada una de las neuronas conectadas entre si (ver Figura 2.1).

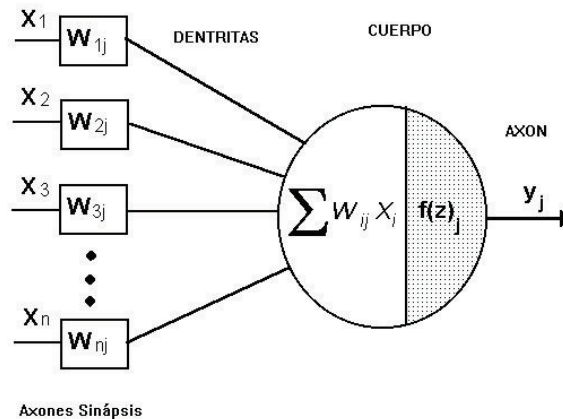


Figura 2.1: Modelo de neurona estándar

### 2.3. Características de las redes neuronales artificiales.

- **Pesos:** Las redes neuronales pueden tener factores de peso adaptable o fijo. Las que tienen pesos adaptables emplean leyes de aprendizaje para ajustar el valor de la fuerza de interconexión con otras neuronas. Si se utilizan pesos fijos, su tarea debe estar previamente definida. Los pesos son determinados a partir de una descripción completa del problema a tratar. Los pesos adaptables son muy importantes, ya que no se conoce de antemano su valor correcto.

El proceso mediante el cual se ajustan estos pesos para lograr un determinado objetivo, se denomina *aprendizaje* o *entrenamiento* y el procedimiento concreto utilizado para ello se conoce como *algoritmo de aprendizaje* o *algoritmo de entrenamiento*. El ajuste de pesos es la principal forma de aprendizaje de las redes neuronales, aunque hay otras formas posibles por ejemplo, la modificación del número de neuronas o de la forma de conectarlas.

- **Aprendizaje:** Esta capacidad es una de las características más atractivas de las redes neuronales. Esto es, aprenden a llevar a cabo ciertas tareas mediante un entrenamiento. Las redes neuronales son adaptables debido a que los elementos

procesales (neuronas) que componen el sistema tienen capacidad de autoajustarse. Son dinámicas, pues son capaces de estar constantemente cambiando para adaptarse a las nuevas condiciones. En el proceso de aprendizaje, los enlaces ponderados de las neuronas se ajustan de manera que se tienen resultados específicos.

Se utilizan dos tipos de aprendizaje: *supervisado* y *no supervisado*. En el primero, se le proporciona a la red tanto la salida como la entrada correcta, y la red ajusta sus pesos para disminuir el error en la salida que ella calcula. Este tipo es utilizado principalmente en el reconocimiento de patrones.

En el aprendizaje no supervisado a la red, se le proporcionan únicamente los estímulos, y la red ajusta los pesos de sus interconexiones utilizando solamente los estímulos y la salida calculada por la red. La forma de aprendizaje que se utiliza depende del tipo de problema que se intenta resolver.

- **Fases de operación:** Se presentan dos fases en la operación de una red neuronal artificial: *Entrenamiento* y *recuperación de lo aprendido*. En la primera fase se le proporcionan los estímulos de entrada y salida (según el caso), para que la red ajuste sus pesos de interconexión y minimice el error en la salida que calcula. En la segunda fase, la red solamente calcula la respectiva salida. El aprendizaje de la red disminuye a medida que aumenta el número de veces que se usa.
- **Adaptabilidad:** Las redes neuronales son capaces de reajustar sus pesos para adaptarse a cambios en el entorno. Esto es especialmente útil cuando el entorno que suministra los datos de entrada es no estacionario, es decir, algunas de sus propiedades varían con el tiempo.
- **Tolerancia ante fallos:** Una red neuronal es tolerante ante fallos, en el sentido de que los posibles fallos operacionales en partes de la red sólo afectan débilmente al rendimiento de ésta. Esta propiedad se debe a la naturaleza distribuida de la información almacenada o procesada en la red neuronal.

## 2.4. Topología de la red neuronal artificial RNA.

Es la forma en que se organizan las neuronas en una RNA y existen dos tipos fundamentales; *Redes Estáticas* (Feed Forward), (RNFF) y *Redes Recurrentes* (RNR) o *Redes Dinámicas* [53].

En las RNFF, todas las señales neuronales se propagan hacia delante, no existen conexiones hacia atrás y normalmente tampoco autorrecurrentes, ni laterales y son especialmente útiles en tareas de reconocimiento o clasificación de patrones.

Las RNR son aquellas donde la información circula tanto hacia adelante como hacia atrás durante el funcionamiento de la red. Para que esto sea posible, existen conexiones hacia adelante y retroalimentaciones.

Las redes neuronales recurrentes son, en principio, un modelo computacional más potente que las clásicas redes neuronales hacia adelante. La cual proviene del hecho de que, las redes recurrentes son capaces de procesar secuencias temporales gracias a la posibilidad de recordar parcialmente la historia relevante de la secuencia por medio de una representación en forma de estado.

Esta memoria no existe de manera natural en las redes no recurrentes, utilizadas principalmente para el procesamiento de datos estáticos. A simple vista el rasgo que diferencia las redes neuronales recurrentes de las que no lo son es simple: la existencia de, como mínimo, una conexión cíclica (recurrente) entre las neuronas que las configuran. Esta diferencia tiene, sin embargo, profundas implicaciones en la capacidad de computación del modelo y en los algoritmos de entrenamiento necesarios para conseguirla.

A la hora de clasificar las redes neuronales recurrentes se suele considerar la forma en la que el tiempo transcurre durante la actividad de la red. En este sentido podemos distinguir entre *redes neuronales de tiempo discreto* y *redes neuronales de tiempo continuo* [53].

En las redes neuronales de tiempo discreto los cálculos ocurren a saltos, como si un reloj marcara el ritmo de procesamiento y se asume que en cada paso de tiempo, la salida de cada neurona se obtiene instantáneamente a partir de sus entradas.

En el caso de las redes neuronales de tiempo continuo, las entradas y salidas de la red son función de una variable temporal continua y la dinámica de sus neuronas viene descrita por una ecuación diferencial.

## 2.5. Lógica Difusa.

Por su parte, la Lógica Difusa surge como un intento de formalización del razonamiento con incertidumbre. En particular y extensión al álgebra y lógica booleana, intenta abordar problemas definidos en términos lingüísticos y por lo tanto imprecisos, donde todos los datos están expresados en términos cualitativos.

Es un primer acercamiento y a partir de la Lógica Clásica, que establece que cualquier enunciado o proposición puede tomar un valor lógico (verdadero o falso, alto o bajo, prendido o apagado, cerrado o abierto, en definitiva 1 ó 0).

La denominada lógica difusa (*fuzzy logic*) permite tratar información imprecisa, como estatura media, temperatura baja o mucha fuerza, en términos de conjuntos borrosos o difusos (imprecisos en definitiva).

Estos conjuntos borrosos se combinan en reglas para definir acciones, como por ejemplo, *Si la temperatura es alta entonces enfriar mucho*. De esta manera, los sistemas de control basados en lógica difusa combinan unas variables de entrada (definidas en términos de conjuntos difusos), por medio de grupos de reglas que producen uno o varios valores de salida [53].

La Lógica Difusa permite plantear el problema en los mismos términos en los que lo haría un experto humano. Los sistemas difusos permiten modelar cualquier proceso no lineal, y aprender de los datos haciendo uso de determinados algoritmos de aprendizaje, como los de las propias redes neuronales.

## 2.6. Conjuntos Difusos

Matemáticamente se considera que una *colección de elementos* es un conjunto cuando está perfectamente definido, es decir, cuando se sabe con exactitud qué elementos pertenecen a él.

La lógica de conjuntos difusos o borrosos, trabaja con conjuntos que no tienen límites perfectamente definidos, es decir, la transición entre la pertenencia y no-pertenencia de una variable a un conjunto, es gradual.

Se caracteriza por las funciones de pertenencia, que dan flexibilidad a la modelación utilizando expresiones lingüísticas, tales como *mucho, poco, leve, severo, escaso, suficiente, caliente, frío, joven, viejo*, etc. Surgió de la necesidad de solucionar problemas complejos con información imprecisa, para los cuales la matemática y la lógica tradicionales no son suficientes.

La lógica difusa es un lenguaje que permite trasladar sentencias sofisticadas del lenguaje natural a un formalismo matemático.

A los subconjuntos difusos se les puede aplicar determinados operadores, o bien pueden realizarse operaciones entre ellos. Al aplicar un operador sobre un solo conjunto difuso se obtiene otro conjunto difuso, de la misma manera al combinar dos o más subconjuntos mediante algunas operaciones, se obtendrá otro conjunto.



- **Conjunto difuso:** Un conjunto difuso expresa el grado de pertenencia al conjunto que tiene cada uno de los elementos. El conjunto difuso  $A$  en  $X$  puede definirse como el conjunto de pares ordenados:

$$A = \{(x, \mu_A(x)) | x \in X\} \quad (2.1)$$

donde  $\mu_A(x)$  es la función de pertenencia al conjunto difuso.

- **Función de pertenencia:** Esta función da para cada elemento de  $X$  un grado de membresía al conjunto  $A$ . El valor de esta función está en el intervalo entre 0 y 1, siendo 1 el valor para máxima pertenencia. Si el valor de esta función se restringiera solamente a 0 y 1, se tendría un conjunto clásico, o no-difuso. Esta función no es única. Las funciones utilizadas más frecuentemente son las de tipo Trapezoidal, Triangular, Gamma, Sigmoidal, Gaussiana y Pseudo-Exponencial. Estas funciones se describen a continuación.

La **función de tipo trapezoidal** se define por cuatro puntos  $a, b, c, d$ . Esta función es cero para valores menores de  $a$  y mayores de  $d$ , vale uno entre  $b$  y  $c$ , y toma valores en  $[0, 1]$  entre  $a$  y  $b$ , y entre  $c$  y  $d$ . Con similar formato pueden codificarse también funciones de tipo Sigmoidal, función de tipo Gaussiana, Triangular y Singleton, según se distribuyan los puntos  $a, b, c$ , y  $d$  de la Figura 2.2(a) (por ejemplo, juntando  $b$  y  $c$  tenemos una triangular). Se define con

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \left(\frac{x-a}{b-a}\right) & a \leq x \leq b \\ 1 & b \leq x \leq c \\ \left(\frac{d-x}{d-c}\right) & c \leq x \leq d \\ 0 & x > d \end{cases} \quad (2.2)$$

Si de la función trapezoidal se hace  $a = b = c = d$  se obtiene una función de tipo **Singleton** que tiene valor 1 sólo para un punto  $a$  y 0 para el resto. Se define con

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & x = a \\ 0 & x \neq a \end{cases} \quad (2.3)$$

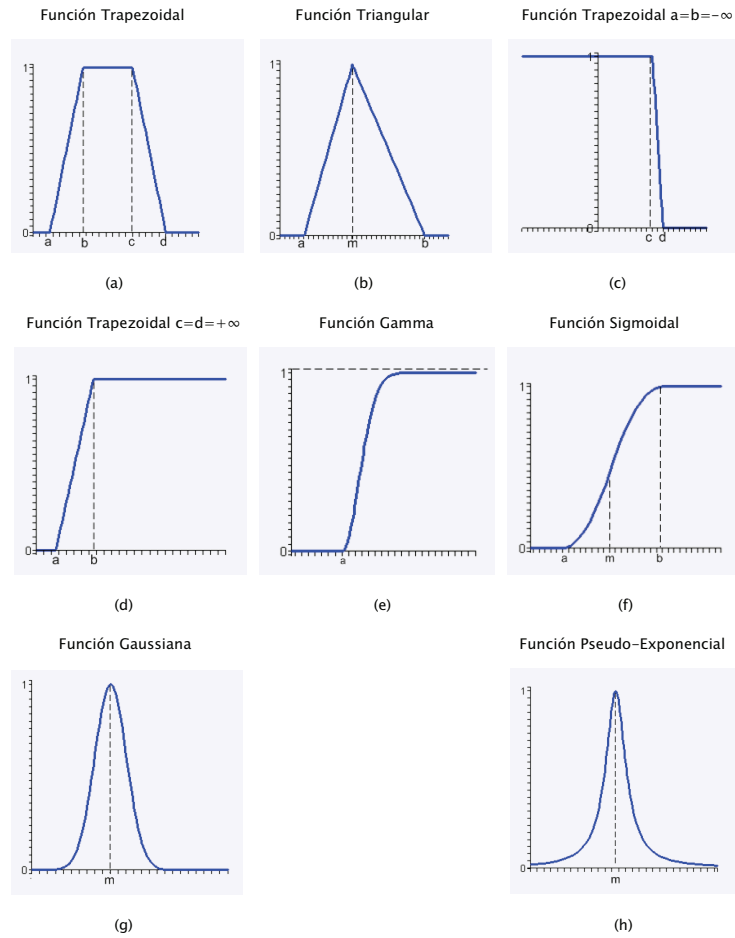


Figura 2.2: Tipos de funciones de pertenencia

Casos especiales de estas funciones trapezoidales son aquellas en las que algunos parámetros toman valores no finitos:

– **Funciones Trapezoidales con parámetros  $a = b = -\infty$**

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x > d \\ \left(\frac{d-x}{d-c}\right) & c \leq x \leq d \\ 1 & x < c \end{cases} \quad (2.4)$$

– **Funciones Trapezoidales que tienen los parámetros  $c = d = \infty$**

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \left(\frac{x-a}{b-a}\right) & a \leq x \leq b \\ 1 & x > b \end{cases} \quad (2.5)$$

La **función de tipo T (triangular)** en la Figura 2.2(d) puede definirse como

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \left(\frac{x-a}{m-a}\right) & a < x \leq m \\ \left(\frac{b-x}{b-m}\right) & m < x < b \\ 0 & x \geq b \end{cases} \quad (2.6)$$

La **función Gamma** está definida por su límite inferior  $a$  y el valor  $k > 0$ . Esta función se caracteriza por un rápido crecimiento a partir de  $a$ ; cuanto mayor es el valor de  $k$ , el crecimiento es más rápido. Nunca toma el valor  $\mu_A(x) = 1$ , aunque tiene una asíntota horizontal en dicho valor. Ver Figura 2.2(e)

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ 1 - \exp\left(-k(x-a)^2\right) & x > a \end{cases} \quad (2.7)$$

La **función de tipo Sigmoidal** está definida por sus límites inferior  $a$ , superior  $b$  y el valor  $m$  o punto de inflexión, tales que  $a < m < b$ . Se puede describir como

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ 2 \left[\frac{x-a}{b-a}\right]^2 & a < x \leq m \\ 1 - 2 \left[\frac{x-b}{b-a}\right]^2 & m < x < b \\ 1 & x \geq b \end{cases} \quad (2.8)$$

Se caracteriza por tener un valor distinto de 0 para un rango de valores por encima de cierto punto  $a$ , siendo 0 por debajo de  $a$  y 1 para valores mayores de  $b$ , ver Figura 2.2(f). Su punto de cruce (valor de 0.5) es  $m = (a + b)/2$ ; y entre los puntos  $a$  y  $c$  es de tipo cuadrático (suave). También se utilizan funciones exponenciales para definir funciones de tipo Sigmoidal, como

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + \exp(-k(x - m))}; \quad k > 0 \quad (2.9)$$

La **función Gaussiana** está definida por un valor medio  $m$  y un parámetro  $k > 0$ . Esta función es la típica campana de Gauss y cuanto mayor es el valor de  $k$ , más estrecha es dicha campana, ver Figura 2.2(g).

$$\mu_A(x) = \exp(-k(x - m)^2) \quad (2.10)$$

En la Figura 2.2(h) se muestra la **función Pseudo-Exponencial** definida por el valor medio  $m$  y el parámetro  $k > 1$ . Cuanto mayor es el valor de  $k$ , el crecimiento es más rápido y la campana es más estrecha.

$$\mu_A(x) = \frac{1}{1 + k(x - m)^2} \quad (2.11)$$

- **Apoyo:** El apoyo del conjunto difuso  $A$  en el universo  $U$  es el conjunto de todos los puntos  $x$  para los cuales la función de pertenencia  $\mu_A(x)$  es mayor que cero.

$$\text{supp}(A) = \{x \in U | \mu_A(x) > 0\} \quad (2.12)$$

- **Centro:** El centro de un conjunto difuso  $A$  es el conjunto de todos los puntos para los cuales la función de pertenencia  $\mu_A(x)$  es igual a 1.
- **Normalidad:** Un conjunto difuso es normal sí siempre existe un punto para el cual la función de pertenencia es 1, es decir el *centro* no está vacío.
- **Puntos de Crossover:** Son los puntos del conjunto difuso para los cuales  $\mu_A(x) = 0.5$ .
- **Difuso simple (Singleton):** Es el conjunto difuso para el cual el *apoyo* es solamente un punto, en el cual el valor de la función de pertenencia es 1.

Se denomina *variable lingüística* a aquella que puede tomar por valor los términos del lenguaje natural, como *mucho*, *poco*, *positivo*, *negativo*, etc., que son las palabras que desempeñan el papel de etiquetas en un conjunto borroso. A una variable lingüística podrán asignarse también valores numéricos [53].

Se define como una tupla  $(A, T(A), U, G, M)$  [53], donde  $A$  es el nombre de la variable,  $T(A)$  es el conjunto de términos que nombran los valores  $x$  que puede tomar  $A$ , valores que son conjuntos difusos en  $U$ ; el conjunto de valores numéricos que puede tomar para una variable discreta, o el rango de valores posibles para una continua, es lo que se conoce como el *universo de discurso de la variable  $x$*  y se nombra como  $U$ ; por último,  $G$  es la regla sintáctica para la generación de los nombres de los valores de  $x$  y  $M$  es una regla semántica para asociar un significado a cada valor.

### 2.6.1. Particiones borrosas

Dada una variable  $A$ , definida en un rango entre  $u_1$  y  $u_2$ , es posible establecer en ella diversas particiones. Se conoce como *partición* a un conjunto de los conjuntos difusos que se han definido para la variable  $A$ . Una partición de  $A$  es uno de los subconjuntos que pueden formarse con los elementos (términos) de  $T(A)$  [53].

Se dice que una partición es *completa* si para todos los valores posibles de  $U$  existe en la partición un conjunto con pertenencia no nula (es decir, los conjuntos definidos cubren todo  $U$ ); así, *completitud* es el porcentaje de los elementos de  $U$  para los que existe en la partición un conjunto con pertenencia no nula frente al total de elementos de  $U$  [53].

Se dice que dos conjuntos difusos están *traslapados* si su intersección es no nula; de este modo, el *traslape* de un conjunto difuso es la relación del número de elementos que comparten con otros conjuntos de la misma partición, respecto del número total de elementos que lo forman [53].

## 2.7. Operaciones entre conjuntos difusos

Sean los subconjuntos difusos identificados por las etiquetas  $A$  y  $B$ , asociados a una variable lingüística  $x$ . En los subconjuntos difusos son aplicables las tres operaciones básicas de los conjuntos clásicos (unión, intersección y complemento) [53].

Estas operaciones básicas pueden expresarse de la siguiente manera en términos de las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos  $A$  y  $B$  (que coinciden con las operaciones del mismo nombre que se definen habitualmente para los conjuntos clásicos):

- **Contención o subconjunto.**  $A$  es un subconjunto de  $B$  si  $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ , para todo  $x$ .

$$A \subseteq B \Leftrightarrow \mu_A(x) \leq \mu_B(x) \quad (2.13)$$

- **Unión.** Sea  $U$  un conjunto cualquiera y  $M = [0, 1]$ , su conjunto asociado de pertenencia. La unión de los conjuntos difusos  $A \in U$  y  $B \in U$  es el conjunto difuso  $C$ , y se escribe como  $C = A \cup B$ , su función de pertenencia está dada por

$$\mu_C(x) = \text{máx}(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \quad \forall x \in U \quad (2.14)$$

- **Intersección.** Sea  $U$  un conjunto cualquiera y  $M = [0, 1]$ , su conjunto asociado de pertenencia. La intersección de los conjuntos difusos  $A \in U$  y  $B \in U$  es el conjunto difuso  $C$ , y se escribe como  $C = A \cap B$ , su función de pertenencia está dada por

$$\mu_C(x) = \text{mín}(\mu_A(x), \mu_B(x)) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \quad \forall x \in U \quad (2.15)$$

- **Complemento (negación).** Sea  $U$  un conjunto cualquiera y  $M = [0, 1]$ , su conjunto asociado de pertenencia. Si se considera a un conjunto difuso  $A \in U$ , entonces el complemento del conjunto difuso  $A$ , denotado por  $\hat{A}$  se define como

$$\mu_{\hat{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad \forall x \in U \quad (2.16)$$

- **Producto cartesiano.** Si  $A$  y  $B$  son conjuntos difusos en  $X$  y  $Y$ , el producto cartesiano de los conjuntos  $A$  y  $B$ ,  $A \times B$  en el espacio  $X \times Y$ , tiene la función de pertenencia

$$\mu_{A \times B}(x, y) = \min(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (2.17)$$

- **Co-producto cartesiano.**  $A + B$  en el espacio  $X \times Y$  tiene la función de pertenencia

$$\mu_{A+B}(x, y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y)) \quad (2.18)$$

- **Norma.**

$$\mu_{Norma(A)}(x) = \frac{\mu_A(x)}{\max[\mu_A(x)]} \quad \forall x \in U \quad (2.19)$$

- **Concentración.**

$$\mu_{Conc(A)}(x) = (\mu_A(x))^2 \quad \forall x \in U \quad (2.20)$$

- **Dilatación.**

$$\mu_{Dilat(A)}(x) = (\mu_A(x))^{0.5} \quad \forall x \in U \quad (2.21)$$

Las funciones correspondientes a la definición de la unión y la intersección pueden generalizarse [53], a condición de cumplir ciertas restricciones. Las funciones que cumplen estas condiciones se conocen respectivamente como **Conorma Triangular (T-Conorma)** y **Norma Triangular (T-norma)**. Algunas de las más usadas son las siguientes:

Conormas	Normas
$\max(a, b)$	$\min(a, b)$
$(a + b - ab)$	$(ab)$
$a + b = \min(1, a + b)$	$a * b = \max(0, a + b - 1)$

## 2.8. Características matemáticas de los Conjuntos Difusos

Un  $\alpha$ -corte de un conjunto difuso  $A$  es un conjunto que contiene todos los elementos en  $U$  que tienen valores de pertenencia en  $A$  mayores o iguales a  $\alpha$ , esto es,

$$A_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) \geq \alpha\} \quad (2.22)$$

- **$\alpha$ -corte marcado**

$$A'_\alpha = \{x \in U \mid \mu_A(x) > \alpha\} \quad (2.23)$$

- **Convexidad:** Un conjunto difuso es convexo sí y sólo sí para cualesquiera  $x_1, x_2 \in X$  y cualquier  $\lambda \in [0, 1]$  se cumple que:

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\} \quad (2.24)$$

- **Números difusos:** Es un conjunto difuso en la recta real  $\mathbb{R}$  que satisface las condiciones de normalidad y convexidad.
- **Ancho de conjuntos difusos normales y convexos:** Está definido como la distancia entre los dos únicos puntos de *crossover*

$$Ancho(A) = |x_2 - x_1| \quad (2.25)$$

donde  $\mu_A(x_1) = \mu_A(x_2) = 0.5$

- **Simetría:** Un conjunto difuso es simétrico si alrededor de un punto  $x = c$  se cumple

$$\mu_A(c + x) = \mu_A(c - x) \quad (2.26)$$

para todo  $x \in X$

- **Conjunto difuso abierto a la derecha:** Un conjunto difuso  $A$  es abierto a la derecha si cumple que:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = 1 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_A(x) = 0 \end{cases} \quad (2.27)$$



- **Conjunto difuso abierto a la izquierda:** Un conjunto difuso  $A$  es abierto a la izquierda si cumple que:

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_A(x) = 1 \end{cases} \quad (2.28)$$

- **Conjunto difuso cerrado:** Un conjunto difuso  $A$  es cerrado si cumple que:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \mu_A(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \mu_A(x) = 0 \quad (2.29)$$

## 2.9. Control Difuso

Los sistemas expertos de control difuso basados en reglas, conocido como **controladores difusos o FLC** (*Fuzzy Logic Controllers*), son sin duda la aplicación más extendida de la lógica difusa.

De forma general, podemos observar en la Figura 2.3(a), que para controlar un proceso o sistema se emplea un módulo controlador, que recibe como entradas una o varias variables de control llamadas generalmente referencias,  $\bar{R}$ , y una o varias variables de salida del propio proceso,  $\bar{S}$ , produciendo como salida una o varias variables, que se conocen como actuadores  $\bar{A}$ . Normalmente el objetivo del control es mantener  $\bar{R} = \bar{S}$ .

La estructura típica de un controlador basado en un sistema difuso puede verse en la Figura 2.3(b). Un primer bloque realiza un *preprocesado* de las variables de entrada, que proporciona el vector de entradas al controlador difuso o FLC.

El controlador difuso aplica la entrada que recibe a la base de reglas, para obtener la salida. Finalmente, esta salida puede requerir un procesado final (*postprocesado*), con el fin de adecuarla al proceso que se ha de controlar.

En el área del control inteligente [34], la lógica difusa se ha utilizado para resolver de forma exitosa una gran variedad de problemas de diversa complejidad, en general las

etapas más importantes utilizadas por un control difuso son las mostradas en la Figura 2.3(c).

- **a)** La *difusión* toma valores de la planta y los interpreta como valores lingüísticos.
- **b)** El dispositivo de inferencia realiza los planteamientos lógicos necesarios para la toma de decisiones.
- **c)** La *des-difusión* consiste en la conversión de datos lingüísticos a datos numéricos, mediante una ponderación y normalización de las sentencias lógicas antecedentes.
- **d)** La base de conocimiento, incluye los parámetros necesarios para la *difusión*, inferencia y *des-difusión*, los cuales pueden ser de naturaleza heurística u optimizados mediante alguna técnica particular.

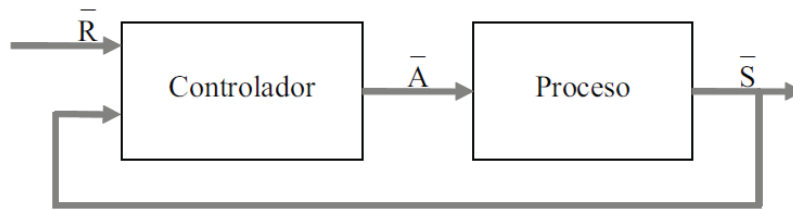


Fig. 2.3(a) Control directo de un proceso o sistema

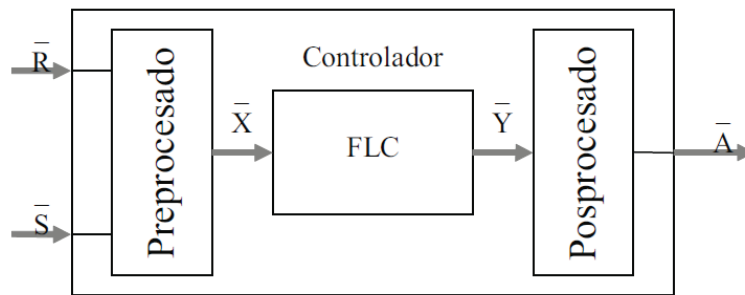


Fig. 2.3(b) Estructura de un controlador (el núcleo FLC es el controlador difuso)

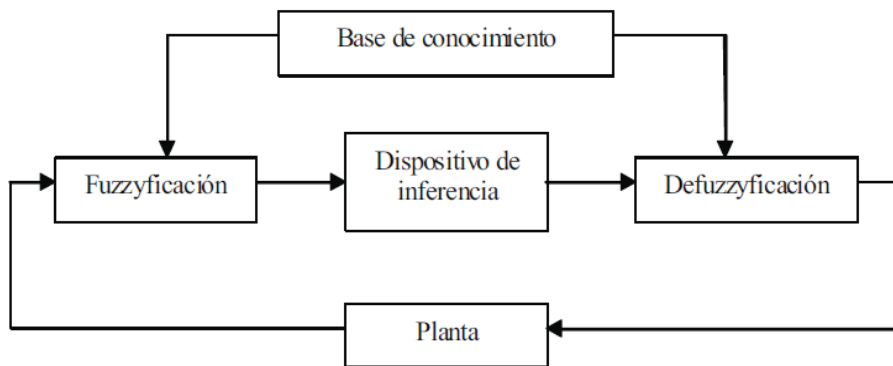


Fig. 2.3(c)

Figura 2.3: Esquema representativo de un control difuso

## Capítulo 3

# Control adaptable *neuro-difuso* con una variable.

### 3.1. Diseño del controlador.

Considerando el sistema de la forma

$$J\dot{v} = u + d(x) \quad v = \dot{x} = \frac{dx}{dt} \quad (3.1)$$

Donde  $J$  es la inercia,  $u$  es la entrada de control y  $d(x)$  es una perturbación oscilatoria inducida por excentricidad que depende de la posición  $x$  y está definida como

$$d(x) = \Lambda \cos(\omega x + \Phi) \quad (3.2)$$

Para el problema de seguimiento de velocidad se propone una ley de control adaptable difusa que está dada por

$$u = J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) - \beta(x) \quad (3.3)$$

Con  $k_v > 0$ , y  $\beta(x)$  es el estimado de  $d(x)$  por medio de una red neuro-difusa donde

$$\beta(x) = \varphi^T(x)\hat{\theta}$$

Ahora la ecuación (3.3) se puede escribir como

$$u = J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) - \varphi^T(x)\hat{\theta} \quad (3.4)$$

Por otro lado, se asume que el término  $d(x)$  es aproximado mediante un sistema difuso dado por

$$d(x) = \varphi^T(x)\theta + \varepsilon \quad (3.5)$$

Donde  $\varepsilon$  es el error de aproximación. El error en las consecuencias de las reglas difusas y su derivada con respecto al tiempo están dados por

$$\begin{aligned} \tilde{\theta} &= \hat{\theta} - \theta \\ \dot{\tilde{\theta}} &= \dot{\hat{\theta}} \end{aligned}$$

El sistema (3.1) se puede escribir como

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) - \beta(x) + d(x) \\ &= J\dot{v}_d + k_v e - \varphi^T(x)\hat{\theta} + \varphi^T(x)\theta + \varepsilon \\ &= J(\dot{e} + \dot{v}) + k_v e - \varphi^T(x)(\hat{\theta} - \theta) + \varepsilon \\ J\dot{v} &= J(\dot{e} + \dot{v}) + k_v e - \varphi^T(x)\tilde{\theta} + \varepsilon \end{aligned}$$

Del análisis anterior, la ecuación dinámica del error en lazo cerrado está dada por

$$J\dot{e} = -k_v e + \varphi^T(x)\tilde{\theta} - \varepsilon \quad (3.6)$$

La ley de adaptación es obtenida del siguiente análisis: Introduciendo una función candidata de Lyapunov  $V(e, \tilde{\theta})$  como

$$V(e, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2} J k_1 e^2 + \frac{1}{2\gamma} \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (3.7)$$

Con  $k_1 > 0$  y  $\gamma > 0$ . La derivada de  $V(e, \tilde{\theta})$  está definida como

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{\theta}) &= (J\dot{e})e k_1 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= (-k_v e + \varphi^T(x)\tilde{\theta} - \varepsilon)e k_1 + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -k_v k_1 e^2 - k_1 e \varepsilon + k_1 \varphi^T(x)\tilde{\theta} e + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -k_v k_1 e^2 - k_1 e \varepsilon + \frac{1}{\gamma} \tilde{\theta}^T \left[ \dot{\tilde{\theta}} + \gamma k_1 \varphi(x) e \right] \end{aligned}$$

De la derivada  $\dot{V}(e, \tilde{\theta})$  se toma el término entre corchetes y se iguala a cero para obtener la ley de adaptación de las consecuencias difusas (algoritmo de entrenamiento).

$$\begin{aligned} \left[ \dot{\tilde{\theta}} + \gamma k_1 \varphi(x) e \right] &= 0 \\ \dot{\tilde{\theta}} = \hat{\dot{\theta}} &= -\gamma k_1 \varphi(x) e \end{aligned}$$

El cual cancela el término entre corchetes en la función  $\dot{V}(e, \tilde{\theta})$  y resultando

$$\dot{V}(e, \tilde{\theta}) = -k_v k_1 e^2 - k_1 e \varepsilon$$

Con  $k_v, k_1$  constantes positivas.

Debido al signo indefinido del error y del error de aproximación  $e$  y  $\varepsilon$  respectivamente, se introduce una constante positiva  $\gamma_1 < k_v$  y realizando manipulaciones algebraicas se demostrará que la derivada de la función de Lyapunov  $\dot{V}(e, \tilde{\theta})$  es definida negativa.

En el álgebra elemental se define que el cuadrado de un binomio es un trinomio cuadrado perfecto. Considerando la variable de error  $e$ , si un trinomio es un cuadrado perfecto y su coeficiente de  $e^2$  es la unidad, conocido un coeficiente de  $e$  el término independiente o constante ha de ser el cuadrado de la mitad del coeficiente dado de  $e$ .

Considerando la cota  $|\varepsilon| \leq \gamma_\varepsilon$  obtenemos que

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{\theta}) &\leq -k_1 k_v e^2 - k_1 |e| |\varepsilon| \\ &\leq -k_1 k_v e^2 - k_1 |e| \gamma_\varepsilon \\ &\leq -k_1 k_v e^2 + \underline{k_1 \gamma_1 e^2} - k_1 |e| \gamma_\varepsilon - \underline{k_1 \gamma_1 e^2} \\ &\leq -k_1 (k_v - \gamma_1) e^2 - k_1 \gamma_1 \left[ e^2 + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{\gamma_1} \right) |e| + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2\gamma_1} \right)^2 \right] + k_1 \gamma_1 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2\gamma_1} \right)^2 \\ &\leq -k_1 (k_v - \gamma_1) e^2 - k_1 \gamma_1 \left[ e + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2\gamma_1} \right) \right]^2 + k_1 \gamma_1 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2\gamma_1} \right)^2 \end{aligned}$$

Considerando la cota

$$-k_1 \gamma_1 \left[ e + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2\gamma_1} \right) \right]^2 \leq 0$$

A partir de la desigualdad anterior, la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V}(e, \tilde{\theta}) \leq -k_1 (k_v - \gamma_1) e^2 + k_1 \frac{(\gamma_\varepsilon)^2}{4\gamma_1} \leq 0$$

donde  $\dot{V}(e, \tilde{\theta}) \leq 0$  si

$$|e| \geq \frac{\gamma_\varepsilon}{2\sqrt{\gamma_1(k_v - \gamma_1)}} \quad (3.8)$$

Donde se demuestra que hay estabilidad práctica y  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ .

En resumen, el conjunto de ecuaciones que describen el control adaptable neuro-difuso usando una variable es

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= u + d(x) \\ u &= J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) - \varphi^T(x)\hat{\theta} \\ d(x) &= \varphi^T(x)\theta + \varepsilon \\ J\dot{e} &= -k_v e + \varphi^T(x)\tilde{\theta} - \varepsilon \\ \dot{\tilde{\theta}} = \hat{\dot{\theta}} &= -\gamma k_1 \varphi(x)e \end{aligned}$$

Sea el sistema no forzado descrito mediante las ecuaciones siguientes

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= A\mathbf{x} \\ y &= C\mathbf{x} \end{aligned}$$

Aplicando la transformada de Laplace al sistema anterior

$$\begin{aligned} sX(s) - X(0) &= AX(s) \\ (s\mathbf{I} - A)X(s) &= X(0) \\ X(s) &= (s\mathbf{I} - A)^{-1}X(0) \end{aligned}$$

Para la salida tenemos que

$$Y(s) = CX(s)$$

Utilizando el algoritmo de entrenamiento de las consecuencias difusas y la dinámica del error de seguimiento en lazo cerrado, además considerando  $\varepsilon = 0$ , una representación en

espacio-estado está dada por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\theta}} \\ J\dot{e} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & -\gamma k_1 \varphi \\ \varphi^T & -k_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ e \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta} \\ e \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La transformada inversa de Laplace de  $X(s)$  produce la solución  $\mathbf{x}(t)$ . Así, de la representación en espacio-estado se considera que

$$(s\mathbf{I} - A) = \begin{bmatrix} s & \gamma k_1 \varphi \\ -\varphi^T & s + k_v \end{bmatrix}$$

si se define  $\xi = \varphi^T \varphi$ , el determinante resulta

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} s & \gamma k_1 \varphi \\ -\varphi^T & s + k_v \end{bmatrix} &= s^2 + k_v s + \gamma k_1 \varphi^T \varphi \\ &= s^2 + k_v s + \gamma k_1 \xi \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$(s\mathbf{I} - A)^{-1} = \frac{1}{s^2 + k_v s + \gamma k_1 \xi} \begin{bmatrix} s + k_v & -\gamma k_1 \varphi \\ \varphi^T & s \end{bmatrix}$$

De lo anterior y considerando  $\delta = \varphi^T \tilde{\theta}_0$  se define que

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{1}{s^2 + k_v s + \gamma k_1 \xi} \left( \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s + k_v & -\gamma k_1 \varphi \\ \varphi^T & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_0 \\ e_0 \end{bmatrix} \right) \\ &= \frac{1}{s^2 + k_v s + \gamma k_1 \xi} \begin{bmatrix} \varphi^T & s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_0 \\ e_0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{s^2 + k_v s + \gamma k_1 \xi} [\varphi^T \tilde{\theta}_0 + e_0 s] \\ &= \frac{e_0 s + \delta}{s^2 + k_v s + \gamma k_1 \xi} \\ &= \frac{e_0 s + \delta}{s^2 + k_v s + \left(\frac{k_v}{2}\right)^2 + [\gamma k_1 \xi - \left(\frac{k_v}{2}\right)^2]} \\ &= \frac{e_0 s + \delta}{\left(s + \frac{k_v}{2}\right)^2 + [\gamma k_1 \xi - \left(\frac{k_v}{2}\right)^2]} \end{aligned}$$



Del término entre corchetes y suponiendo que  $k_v < 2\sqrt{\gamma k_1 \xi}$  se considera que

$$\kappa = \left[ \gamma k_1 \xi - \left( \frac{k_v}{2} \right)^2 \right] > 0$$

Con las expresiones anteriores se determina que la salida se define como

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{e_0 s + \delta}{(s + 0.5k_v)^2 + \kappa} \\ &= e_0 \left[ \frac{s + 0.5k_v - 0.5k_v}{(s + 0.5k_v)^2 + \kappa} \right] + \frac{\delta}{(s + 0.5k_v)^2 + \kappa} \\ &= e_0 \left[ \frac{s + 0.5k_v}{(s + 0.5k_v)^2 + \kappa} \right] + \frac{\delta - 0.5k_v e_0}{(s + 0.5k_v)^2 + \kappa} \end{aligned}$$

La transformada de Laplace de una función  $f(t)$  se obtiene mediante

$$\mathfrak{L}[f(t)] = F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \exp(-st) dt$$

Considerando las siguientes parejas de transformadas de Laplace

$$\begin{aligned} f(t) = \exp(-at) \sin \omega t &\Rightarrow F(s) = \frac{\omega}{(s+a)^2 + \omega^2} \\ f(t) = \exp(-at) \cos \omega t &\Rightarrow F(s) = \frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2} \end{aligned}$$

Retomando el término  $Y(s)$  definido anteriormente como

$$Y(s) = e_0 \left[ \frac{s + 0.5k_v}{(s + 0.5k_v)^2 + \kappa} \right] + \frac{\delta - 0.5k_v e_0}{(s + 0.5k_v)^2 + \kappa}$$

Aplicando a  $Y(s)$  la transformada inversa de Laplace, nos queda que

$$\begin{aligned} y(t) &= e_0 \exp(-0.5k_v t) \cos \sqrt{\kappa} t + \left( \frac{\delta - 0.5k_v e_0}{\sqrt{\kappa}} \right) \exp(-0.5k_v t) \sin \sqrt{\kappa} t \\ y(t) &= \exp(-0.5k_v t) \left[ e_0 \cos \sqrt{\kappa} t + \left( \frac{\delta - 0.5k_v e_0}{\sqrt{\kappa}} \right) \sin \sqrt{\kappa} t \right] \end{aligned}$$

Donde  $e_0$  es el estado inicial del error  $e$ , y  $\exp(-at)$ ,  $\exp(-0.5k_v t)$  son términos exponenciales. De la ecuación previa se concluye que cuando  $t \rightarrow \infty$ , entonces  $y \rightarrow 0$ , lo que implica que el error  $e \rightarrow 0$ .

### 3.2. Simulación.

En esta sección se realizan las simulaciones al problema de seguimiento de velocidad con una variable, es decir, para aproximar el comportamiento de la perturbación del sistema, sólo se utiliza la posición  $x$  del sistema en las funciones de pertenencia.

Se procede a validar el planteamiento matemático visto anteriormente. Los valores usados en la simulación son:

- **Velocidad deseada**  $v_d = 20 \sin(\frac{\pi}{2}t)$ .
- **Parámetros de la Perturbación**  $J = 0.0022$  (Nm),  $\Lambda = 0.1$ ,  $\omega = 0.2$ ,  $\Phi = 3$  (Rad).
- **Ganancia del controlador**  $k_v = 0.05$
- **Ley de adaptación**  $\gamma = 0.8$ ,  $k_1 = 19$

El centro y anchura de cada una de las funciones de pertenencia se obtienen para el rango específico  $[-15, 15]$  rad para  $x$ .

Con los datos anteriores tenemos que para la velocidad

$$\begin{aligned} S_\mu &= 7.5 \\ D &= \begin{bmatrix} -7.5 & 0 & 7.5 \end{bmatrix} \\ \sigma &= 10 \end{aligned}$$

Proponemos las siguientes reglas difusas:

- Si  $w_1(x) \in A_{(-7.5)}$  Entonces  $\hat{\beta}_1 = \theta_{11} + \theta_{12}x$   
 Si  $w_2(x) \in A_{(0)}$  Entonces  $\hat{\beta}_2 = \theta_{21} + \theta_{22}x$   
 Si  $w_3(x) \in A_{(7.5)}$  Entonces  $\hat{\beta}_3 = \theta_{31} + \theta_{32}x$

Las funciones de pertenencia están dadas por

$$\begin{aligned} w_{A_{(-7.5)}} &= \exp(-0.01(x + 7.5)^2) \\ w_{A_{(0)}} &= \exp(-0.01(x - 0)^2) \\ w_{A_{(7.5)}} &= \exp(-0.01(x - 7.5)^2) \end{aligned}$$

En la Figura 3.1 se presentan las simulaciones y resultados gráficos correspondientes al control adaptable neuro-difuso usando funciones de pertenencia que dependen de la posición  $x$  del sistema. En la esquina superior izquierda se muestran la señal de referencia ( $vel_d$ ) y salida ( $vel$ ). En la esquina superior derecha se muestra la señal de error de seguimiento que presenta una respuesta transitoria y tiende a cero en estado estacionario. En las gráficas centrales se muestran la señal de control  $u$  con una respuesta transitoria y la señal de perturbación  $d(x)$ . En la esquina inferior izquierda se muestran las consecuencias de las reglas difusas las cuales permanecen acotadas. En la esquina inferior derecha se puede observar el comportamiento transitorio de la red neuro-difusa que estima la señal de perturbación  $d(x)$ .

En la Figura 3.2 se hacen comparaciones entre las señales de control, perturbación y el estimado de ésta. En la esquina superior izquierda se muestra el comportamiento de la perturbación  $d(x)$  y su estimado mediante la red neuro-difusa. Estos resultados gráficos nos indican la precisión en la estimación. En la esquina superior derecha se muestran las señales de control  $u$  (con signo opuesto) y de perturbación  $d(x)$ . En las gráficas centrales se puede observar la señal de control  $u$  y la red neuro-difusa (estimado de la perturbación  $d(x)$ ) así como el comportamiento de la posición  $x$  del sistema a controlar. En la esquina inferior izquierda se ilustran las funciones de pertenencia de la posición  $x$ . La posición  $x$  y velocidad  $v$  del sistema a controlar son ilustrados en la gráfica de la esquina inferior derecha.

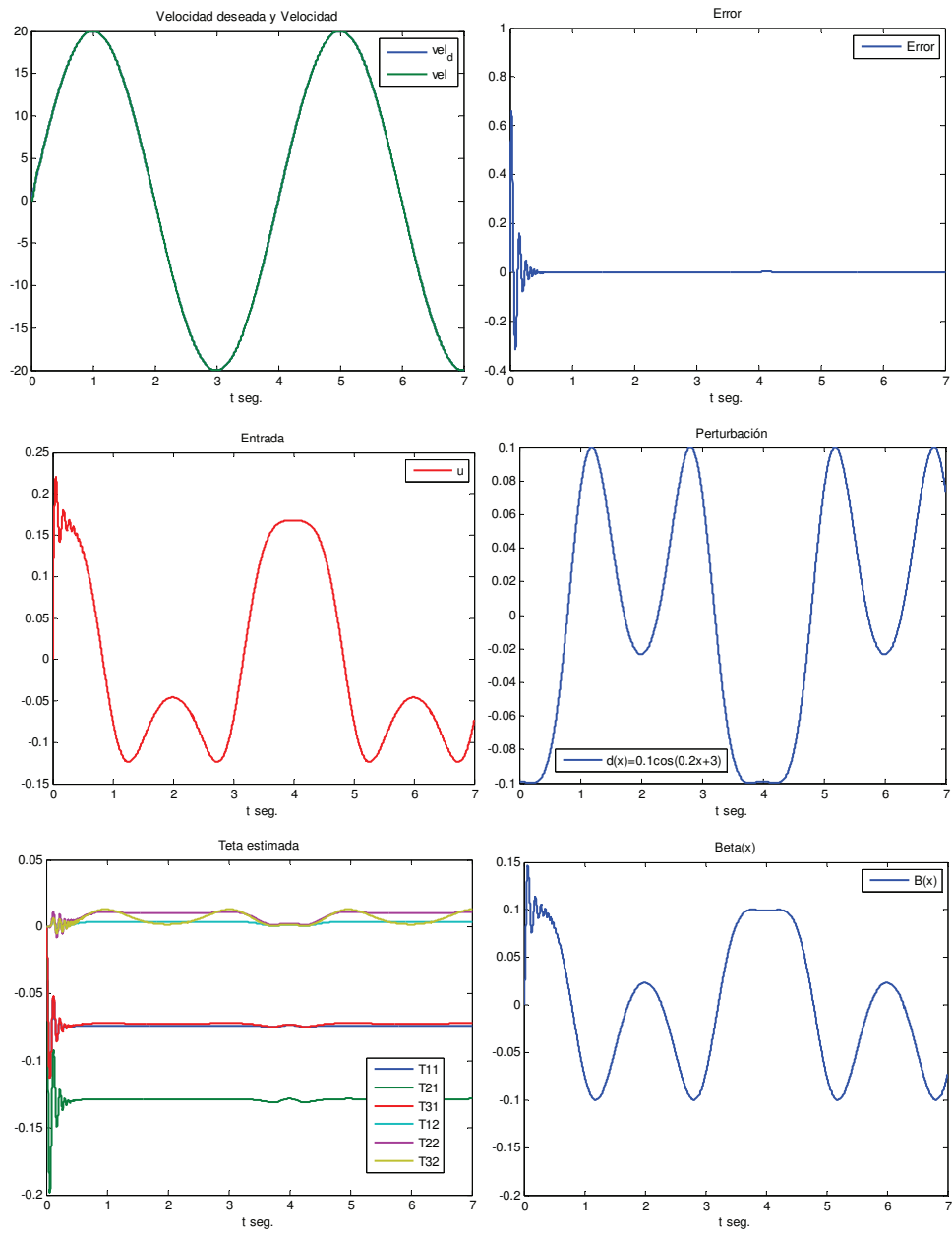


Figura 3.1: Control adaptable neuro-difuso con una variable  $x$ .

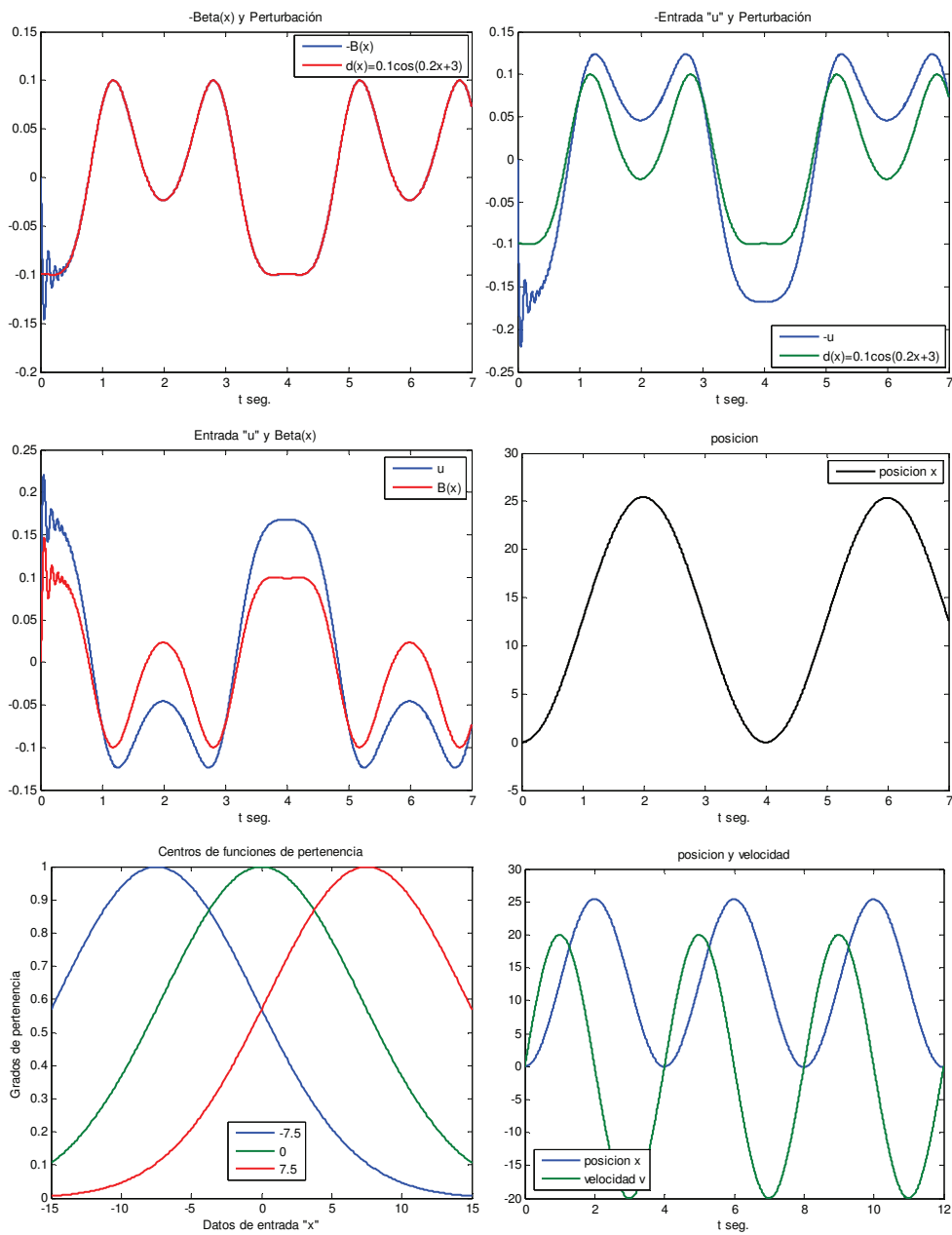


Figura 3.2: Control adaptable neuro-difuso con una variable  $x$ . Cont.

## Capítulo 4

# Control adaptable *neuro-difuso* con dos variables.

### 4.1. Diseño del controlador.

Consideremos una vez más el sistema de la forma

$$J\dot{v} = u + d(x) \quad (4.1)$$

Donde  $J$  es la inercia,  $u$  es la entrada de control y  $d(x)$  es una perturbación oscilatoria inducida por excentricidad que depende de la posición  $x$  y está definida como

$$d(x) = \Lambda \cos(\omega x + \Phi) \quad (4.2)$$

El problema a considerar es cancelar el efecto de la perturbación  $d(x)$  en el sistema (4.1) y seguir una velocidad deseada  $v_d$ .

El sistema (4.1) se puede escribir como

$$J\dot{v} = \lambda_1 z + [-\lambda_1 z + d(x)] + u$$

Con  $\lambda_1 > 0$ . Se propone una ley de control adaptable difusa que está dada por

$$u = J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) + \beta(x, z) - \lambda_1 z \quad (4.3)$$

Donde  $\beta(x, z)$  es una red neuro-difusa,  $z$  por definir. De lo anterior y sustituyendo  $u$  en la expresión previa

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= \lambda_1 z + [-\lambda_1 z + d(x)] + J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) + \beta(x, z) - \lambda_1 z \\ J\dot{v} &= J\dot{v}_d + k_v e + \beta(x, z) + [-\lambda_1 z + d(x)] \\ J\dot{v} &= J(\dot{e} + \dot{v}) + k_v e + \beta(x, z) + [-\lambda_1 z + d(x)] \end{aligned}$$

La ecuación dinámica del error en lazo cerrado está dada por

$$J\dot{e} = -k_v e - \beta(x, z) + [\lambda_1 z - d(x)]$$

Tal como se describió en el Capítulo 1, se introduce una variable  $z$  que nos permita obtener una respuesta más suave en la señal de control y una mayor velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error de seguimiento y que está dada por

$$z = \eta_I + Jk\eta_P(e) \quad (4.4)$$

Donde  $\eta_I, \eta_P(e)$  por definir y  $k > 0$ .

Considérese ahora la dinámica de  $z$ , que está escrita por la ecuación

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \dot{\eta}_I + kJ\dot{e} \frac{\partial \eta_P}{\partial e}(e) \\ &= \dot{\eta}_I + k \frac{\partial \eta_P}{\partial e}(e) [-k_v e - \beta(x, z) + (\lambda_1 z - d(x))] \end{aligned}$$

Seleccionamos el parámetro  $\dot{\eta}_I$  como

$$\dot{\eta}_I = -\lambda z - k \frac{\partial \eta_P}{\partial e}(e) [\lambda_1 z - d(x) - k_v e]$$

Por lo tanto

$$\dot{z} = -\lambda z - k \frac{\partial \eta_P}{\partial e}(e) [\beta(x, z)]$$

Si definimos que  $\eta_P(e)$  está dada por

$$\begin{aligned} \eta_P(e) &= \frac{1}{2} e^2 \\ \frac{\partial \eta_P}{\partial e}(e) &= e \end{aligned}$$

Considerando las expresiones anteriores se obtiene que

$$\dot{\eta}_I = -\lambda z - ke[\lambda_1 z - d(x) - k_v e] \quad (4.5)$$

$$\dot{z} = -\lambda z - ke[\beta(x, z)] \quad (4.6)$$

Por otro lado, se asume que el término  $[\lambda_1 z - d(x)]$  es aproximado mediante un sistema difuso dado por

$$[\lambda_1 z - d(x)] = \varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon \quad (4.7)$$

Donde  $\varepsilon$  es el error de aproximación.

Considerando que  $\beta(x, z) = \varphi^T(x, z)\hat{\theta}$ , ahora las dinámicas  $\dot{\eta}_I$  y  $\dot{z}$  están dadas por

$$\dot{\eta}_I = -\lambda z - ke[\varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon - k_v e] \quad (4.8)$$

$$\dot{z} = -\lambda z - ke\varphi^T(x, z)\hat{\theta} \quad (4.9)$$

De la ecuación de error en lazo cerrado

$$\begin{aligned} J\dot{e} &= -k_v e - \beta(x, z) + [\lambda_1 z - d(x)] \\ &= -k_v e - \varphi^T(x, z)\hat{\theta} + \varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon \\ &= -k_v e - \varphi^T(x, z)(\hat{\theta} - \theta) + \varepsilon \\ J\dot{e} + k_v e &= -\varphi^T(x, z)\tilde{\theta} + \varepsilon \end{aligned}$$

La ley de adaptación es obtenida del siguiente análisis: Introduciendo una función candidata de Lyapunov  $V(e, z, \tilde{\theta})$  como

$$V(e, z, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2}J e^2 + \frac{1}{2}k_1 z^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \quad (4.10)$$

Con  $k_1 > 0$  y  $\gamma > 0$ . La derivada de  $V(e, z, \tilde{\theta})$  está dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, z, \tilde{\theta}) &= (J\dot{e})e + k_1 z \dot{z} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= (-k_v e - \varphi^T(x, z)\tilde{\theta} + \varepsilon)e + k_1 z [-\lambda z - ke\varphi^T(x, z)\hat{\theta}] + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -k_v e^2 - \varphi^T(x, z)\tilde{\theta}e + \varepsilon e - k_1 \lambda z^2 - k_1 k z \varphi^T(x, z) [\tilde{\theta} + \theta] e + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T \dot{\tilde{\theta}} \\ &= -k_v e^2 + \varepsilon e - k_1 k z \varphi^T(x, z)\theta e + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T [\dot{\tilde{\theta}} - \gamma\varphi(x, z) [1 + k_1 k z] e] - k_1 \lambda z^2 \end{aligned}$$



Considerando el término entre corchetes de la derivada de la función de Lyapunov  $\dot{V}(e, z, \tilde{\theta})$  y haciendo igual a cero, se determina que la ley de adaptación de las consecuencias de las reglas difusas y el algoritmo de entrenamiento está dado por

$$\begin{aligned} \left[ \dot{\tilde{\theta}} - \gamma \varphi(x, z) [1 + k_1 k z] e \right] &= 0 \\ \dot{\tilde{\theta}} &= \hat{\tilde{\theta}} = \gamma \varphi(x, z) [1 + k_1 k z] e \end{aligned} \quad (4.11)$$

resultando  $\dot{V}(e, z, \tilde{\theta})$  en una función indefinida debido a las variables de error  $e$ , la dinámica  $z$  y el error de aproximación  $\varepsilon$ . Por lo que

$$\dot{V}(e, z, \tilde{\theta}) = -k_v e^2 + \varepsilon e - k_1 k z \varphi^T(x, z) \theta e - k_1 \lambda z^2$$

En el álgebra elemental se define que el cuadrado de un binomio es un trinomio cuadrado perfecto. Debido al signo indefinido de la dinámica  $z$ , del error  $e$  y del error de aproximación  $\varepsilon$  respectivamente, se introducen unas constantes positivas  $k_3, k_4$  y realizando manipulaciones algebraicas se demostrará que la derivada de la función de Lyapunov  $\dot{V}(e, z, \tilde{\theta})$  es definida negativa. Se suponen las cotas siguientes

$$\begin{aligned} |\varepsilon| &\leq \gamma_\varepsilon \\ \varphi^T(x, z) \theta &\leq \|\varphi(x, z)\|_2 \|\theta\|_2 \\ &\leq k_\varphi k_\theta \end{aligned}$$

Con  $k_\varphi > 0$  y  $k_\theta > 0$ . Realizando algunas manipulaciones algebraicas obtenemos que

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, z, \tilde{\theta}) &\leq -k_v e^2 + \gamma_\varepsilon |e| - \overbrace{k_1 k k_\varphi k_\theta}^{k_2} z |e| - k_1 \lambda z^2 \\ &\leq -k_v e^2 + \gamma_\varepsilon |e| - k_2 z |e| - k_1 \lambda z^2 \\ &\leq -k_v e^2 + \underline{k_3 e^2} + \underline{k_4 e^2} - \underline{k_3 e^2} + \gamma_\varepsilon |e| - \underline{k_4 e^2} - k_2 z |e| - k_1 \lambda z^2 \\ &\leq -(k_v - k_3 - k_4) e^2 - k_3 \left[ e^2 - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{k_3} \right) |e| + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2 \right] + k_3 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2 \\ &\quad - k_4 \left[ e^2 + \frac{k_2}{k_4} z |e| + \left( \frac{k_2}{2k_4} z \right)^2 \right] + k_4 \left( \frac{k_2}{2k_4} \right)^2 z^2 - k_1 \lambda z^2 \\ &\leq -(k_v - k_3 - k_4) e^2 - k_3 \left[ e - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_3} \right) \right]^2 + k_3 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2 - k_4 \left[ e + \frac{k_2}{2k_4} z \right]^2 \\ &\quad + k_4 \left( \frac{k_2}{2k_4} \right)^2 z^2 - k_1 \lambda z^2 \end{aligned}$$

Con  $k_2 > 0$ . Considerando las cotas

$$\begin{aligned} -k_3 \left[ e - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_3} \right) \right]^2 &\leq 0 \\ -k_4 \left[ e + \left( \frac{k_2}{2k_4} \right) z \right]^2 &\leq 0 \end{aligned}$$

A partir de la desigualdad anterior, la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V}(e, z, \tilde{\theta}) \leq -(k_v - k_3 - k_4)e^2 + k_3 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2 - \left[ k_1 \lambda - k_4 \left( \frac{k_2}{2k_4} \right)^2 \right] z^2 \leq 0 \quad (4.12)$$

Si suponemos que

$$\begin{aligned} \lambda &> \frac{k_4}{k_1} \left( \frac{k_2}{2k_4} \right)^2 \\ k_5 &= k_v - k_3 - k_4 \end{aligned}$$

Con  $k_v > k_3 + k_4$ . De lo anterior nos queda que

$$\dot{V}(e, z, \tilde{\theta}) \leq -k_5 e^2 + k_3 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2$$

donde  $\dot{V}(e, z, \tilde{\theta}) \leq 0$  si

$$|e| \geq \frac{\gamma_\varepsilon}{2\sqrt{k_3 k_5}}$$

Por lo que se obtiene estabilidad práctica y el término  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ .

El conjunto de ecuaciones que describen el control adaptable neuro-difuso usando dos variables  $x, z$  se resume en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= u + d(x) \\ u &= J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) + \varphi^T(x, z)\hat{\theta} - \lambda_1 z \\ [\lambda_1 z - d(x)] &= \varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon \\ J\dot{e} &= -k_v e - \varphi^T(x, z)\hat{\theta} + [\lambda_1 z - d(x)] \\ \dot{z} &= -\lambda z - k e \varphi^T(x, z)\hat{\theta} \\ \dot{\hat{\theta}} = \dot{\theta} &= \gamma \varphi(x, z) [1 + k_1 k z] e \end{aligned}$$

## 4.2. Simulación.

En esta sección se procede a validar el modelo matemático visto anteriormente, e ilustrar el comportamiento de la dinámica del sistema y determinar que, el hecho de introducir una variable  $z$ , nos permite obtener una respuesta más suave en la señal de control, y un aumento de la velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error de seguimiento.

Los valores usados en la simulación son:

- **Velocidad deseada**  $v_d = 20 \sin(\frac{\pi}{2}t)$ .
- **Parámetros de la Perturbación**  $J = 0.0022$  (Nm),  $\Lambda = 0.1$ ,  $\omega = 0.2$ ,  $\Phi = 3$  (Rad).
- **Ganancia del controlador**  $k_v = 1.5$ ,  $\lambda_1 = 0.2$
- **Ley de adaptación**  $\gamma = 70$ ,  $k_1 = 0.002$
- **Variable  $z$**   $k = 1000$

El centro  $\mu$  y anchura  $\sigma$  de cada una de las funciones de pertenencia se obtienen para el rango específico  $[-15, 15]$  rad para  $x$  y  $[-1, 1]$  para la señal  $z$ . Con los datos anteriores tenemos que para la posición

$$\begin{aligned} S_\mu &= 7.5 \\ D &= \begin{bmatrix} -7.5 & 0 & 7.5 \end{bmatrix} \\ \sigma &= 10 \end{aligned}$$

Donde  $S_\mu$  es la distancia entre centros. Y para la señal  $z$

$$\begin{aligned} S_\mu &= 0.5 \\ D &= \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \\ \sigma &= 0.666 \end{aligned}$$

Proponemos las siguientes reglas difusas:

Si  $w_1(x, z) \in A_{(-7.5, -0.5)}$  Entonces  $\beta_1 = \hat{\theta}_{11} + \hat{\theta}_{12}x + \hat{\theta}_{13}z$

Si  $w_2(x, z) \in A_{(0,0)}$  Entonces  $\beta_2 = \hat{\theta}_{21} + \hat{\theta}_{22}x + \hat{\theta}_{23}z$

Si  $w_3(x, z) \in A_{(7.5, 0.5)}$  Entonces  $\beta_3 = \hat{\theta}_{31} + \hat{\theta}_{32}x + \hat{\theta}_{33}z$

Las funciones de pertenencia están dadas por

$$w_{A_{(-7.5, -0.5)}} = \exp(-0.01(x + 7.5)^2 - 2.25(z + 0.5)^2)$$

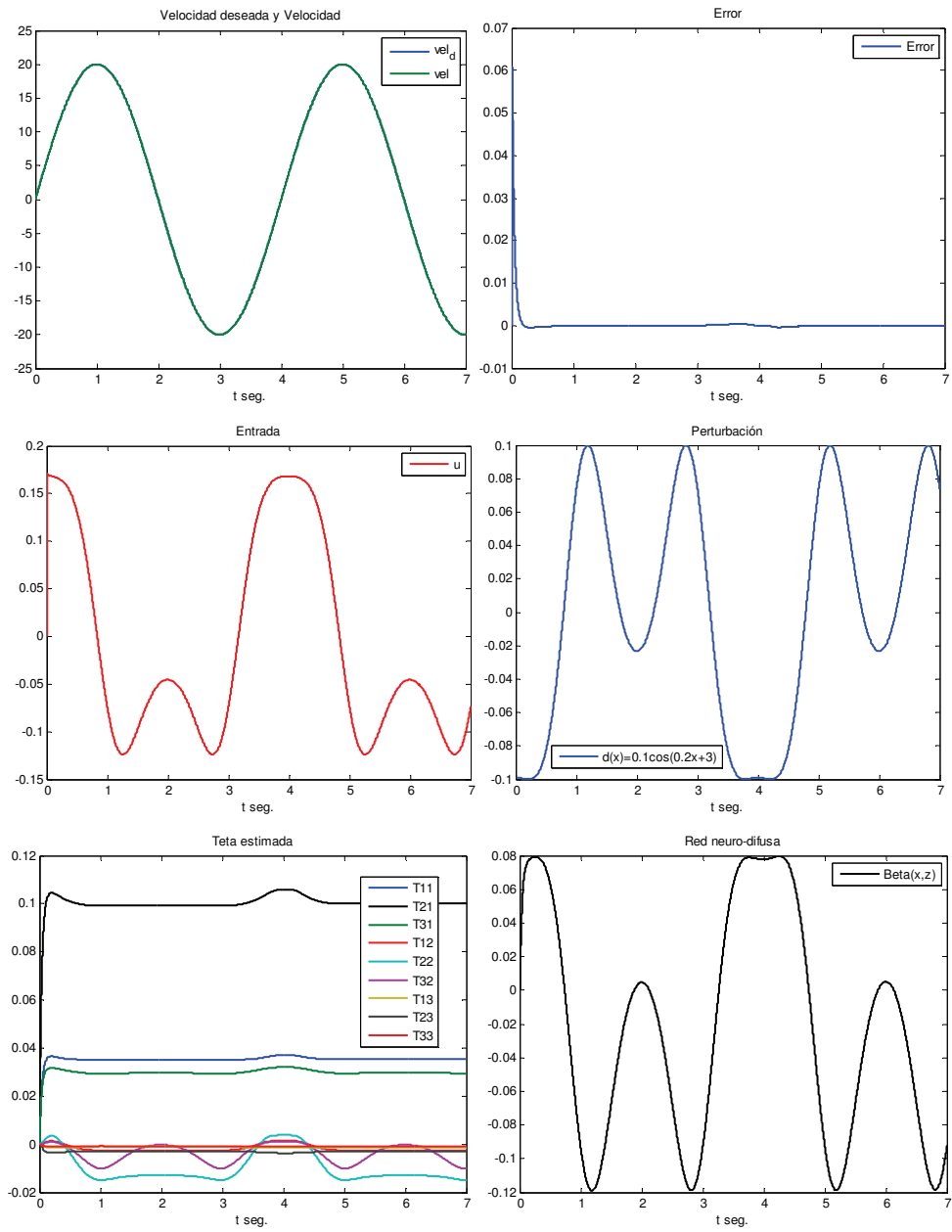
$$w_{A_{(0,0)}} = \exp(-0.01(x - 0)^2 - 2.25(z - 0)^2)$$

$$w_{A_{(7.5, 0.5)}} = \exp(-0.01(x - 7.5)^2 - 2.25(z - 0.5)^2)$$

En la Figura 4.1 se presentan las simulaciones y resultados gráficos correspondientes al control adaptable neuro-difuso usando funciones de pertenencia que dependen de la posición  $x$  del sistema y de una variable  $z$ . En la esquina superior izquierda se muestran la señal de referencia ( $vel_d$ ) y salida ( $vel$ ). En la esquina superior derecha se muestra la señal de error de seguimiento. En las gráficas centrales se muestra la señal de control  $u$  y la señal de perturbación  $d(x)$ . En la esquina inferior izquierda se muestran las consecuencias de las reglas difusas las cuales permanecen acotadas. En la esquina inferior derecha se puede observar el comportamiento de la red neuro-difusa que estima la señal de perturbación  $d(x)$ .

En la Figura 4.2 se hacen comparaciones entre las señales de control, perturbación y el estimado de ésta. En la esquina superior izquierda se muestra el comportamiento de la perturbación  $d(x)$  y la red neuro-difusa. Estos resultados gráficos nos indican el desfase debido a la variable  $z$ . En la esquina superior derecha se muestran las señales de control  $u$  (con signo opuesto) y de perturbación  $d(x)$ . En las gráficas centrales se puede observar la señal de control  $u$  y la red neuro-difusa así como el comportamiento de la variable  $z$ . En las gráficas inferiores se ilustran las funciones de pertenencia de la posición  $x$  y de la variable  $z$ .

Como se puede observar en estas figuras, al introducir la variable  $z$  en el diseño del control adaptable neuro-difuso, se mejora la señal de control al no presentar ésta una respuesta transitoria y también hay un aumento en la velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error de seguimiento. Todo lo anterior con respecto al diseño del control adaptable neuro-difuso cuando se usa sólo la posición  $x$  del sistema.

Figura 4.1: Control adaptable neuro-difuso con dos variables  $x, z$ .

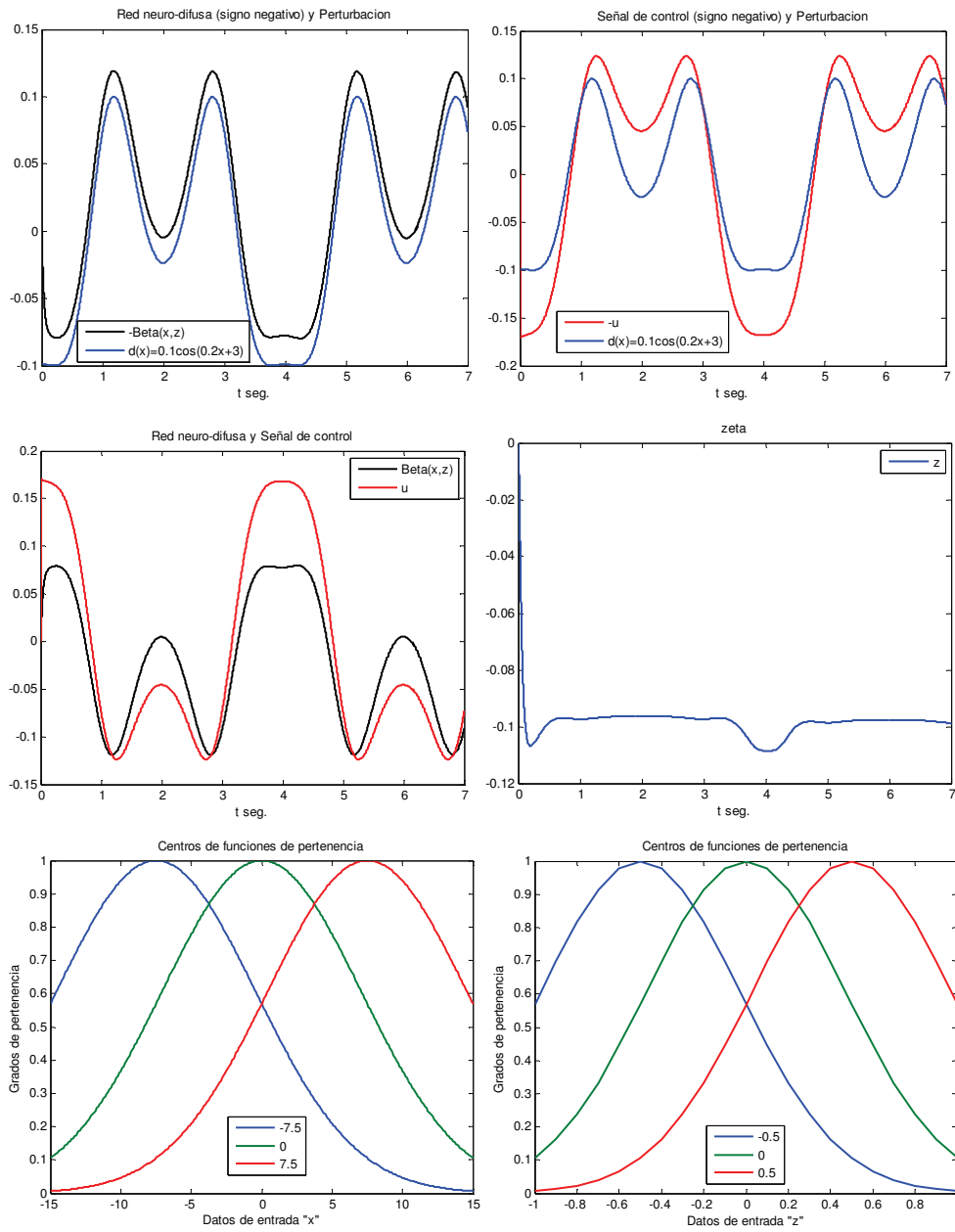


Figura 4.2: Control adaptable neuro-difuso con dos variables  $x, z$ . Cont.

## Capítulo 5

# Estimación y Compensación de excentricidad usando una variable.

En esta sección se presenta una ley de control adaptable neuro-difusa con dos mo-dos de operación: como un estimador de excentricidad, lo que implica que la red neuro-difusa recurrente se encuentra inactiva durante un intervalo de tiempo  $0 \leq t < t_1$ , o también se puede utilizar como un compensador de excentricidad, es decir, cuando la red neuro-difusa recurrente se activa durante el intervalo de tiempo  $t \in [t_1, t_2]$  y el sistema de control sigue perfiles de velocidades que varían en el tiempo.

Se introduce una variable  $s$  que será usada para seleccionar entre los dos posibles mo-dos de operación: cuando  $s = 0$ , el sistema opera como un estimador de perturbaciones oscilatorias para análisis de diagnóstico. Cuando  $s = 1$ , la red neuro-difusa recurrente se activa, aproxima la perturbación oscilatoria, la cancela y funciona como un compensador de excentricidad. Consideremos nuevamente el sistema de la forma

$$J\dot{v} = u + d(x) \tag{5.1}$$

Donde  $J$  es la inercia,  $u$  es la entrada de control y  $d(x)$  es una perturbación oscilatoria que depende de la posición  $x$  y está definida como

$$d(x) = \Lambda \cos(\omega x + \Phi) \tag{5.2}$$



Se asume que:

Aunque la velocidad se considera medible, se propone estimarla para analizar el sistema cuando la red neuro-difusa se encuentra en su estado inactivo, esto implica que en  $s = 0$ , la red neuro-difusa se encuentra en una fase de entrenamiento y aprendizaje del comportamiento de la perturbación y de las dinámicas no modeladas. Un error de velocidad  $\hat{v} - v$  tiene como propósito empezar a excitar la adaptación de las consecuencias de las reglas difusas y cuando la red neuro-difusa se encuentra en su modo activo ( $s = 1$ ), ya presenta un estimado de la perturbación, cancela a ésta y permite seguir perfiles de velocidad que varían en el tiempo.

Retomando las siguientes definiciones de error

$$\begin{aligned} e &= v_d - v \\ \tilde{v} &= \hat{v} - v \\ \tilde{\theta} &= \hat{\theta} - \theta \end{aligned}$$

Se propone una ley de control adaptable difusa dada por

$$u = J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) - s\beta(x) \quad (5.3)$$

Donde  $k_v > 0$  y  $\beta(x)$  es el estimado de  $d(x)$ . De lo anterior y sustituyendo el valor de  $u$  en el sistema (5.1)

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) - s\beta(x) + d(x) \\ J\dot{v} &= J(\dot{e} + \dot{v}) - k_v(v - v_d) - s\beta(x) + d(x) \\ J\dot{v} &= J\dot{e} + J\dot{v} + k_v e - s\beta(x) + d(x) \end{aligned}$$

Por otro lado, se asume que el término  $d(x)$  es aproximado mediante un sistema difuso dado por

$$d(x) = \varphi^T(x)\theta + \varepsilon \quad (5.4)$$

Donde  $\varepsilon$  es el error de aproximación.

De la ecuación de error en lazo cerrado y considerando  $\beta(x) = \varphi^T(x)\hat{\theta}$  tenemos que

$$\begin{aligned} J\dot{e} &= -k_v e + s\beta(x) - d(x) \\ J\dot{e} &= -k_v e + s\varphi^T(x)\hat{\theta} - \varphi^T(x)\theta - \varepsilon \\ J\dot{e} &= -k_v e + \varphi^T(x) [s\hat{\theta} - \theta] - \varepsilon \end{aligned}$$

Se propone la siguiente estructura para estimar la velocidad

$$J\dot{\hat{v}} = u + \varphi^T(x)\hat{\theta} - k_o(\hat{v} - v) \quad (5.5)$$

Con  $k_o > 0$ . Considerando el sistema (5.1)

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= u + d(x) \\ u &= J\dot{v} - d(x) \\ u &= J\dot{v} - \varphi^T(x)\theta - \varepsilon \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (5.5) tenemos que

$$\begin{aligned} J\dot{\hat{v}} &= J\dot{v} - \varphi^T(x)\theta - \varepsilon + \varphi^T(x)\hat{\theta} - k_o(\hat{v} - v) \\ J\dot{\hat{v}} &= J\dot{v} + \varphi^T(x)\tilde{\theta} - k_o(\hat{v} - v) - \varepsilon \\ J(\dot{\hat{v}} - \dot{v}) &= -k_o(\hat{v} - v) + \varphi^T(x)\tilde{\theta} - \varepsilon \\ J\dot{\tilde{v}} &= -k_o\tilde{v} + \varphi^T(x)\tilde{\theta} - \varepsilon \end{aligned}$$

Para obtener la ley de adaptación se propone una función candidata de Lyapunov  $V(e, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  como

$$V(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2}Je^2 + \frac{1}{2}Jk_1\tilde{v}^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\theta}^T\tilde{\theta} \quad (5.6)$$

Con  $k_1 > 0$  y  $\gamma > 0$ .

Considerando la dinámica  $\tilde{v}$  y la del error de seguimiento  $e$ , la derivada de la función de Lyapunov  $\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  es

$$\begin{aligned}
\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) &= J\dot{\varepsilon}e + J\dot{v}k_1\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= \left[-k_v e + s\varphi^T(x)\hat{\theta} - \varphi^T(x)\theta - \varepsilon\right] se + \left[-k_o\tilde{v} + \varphi^T(x)\tilde{\theta} - \varepsilon\right] k_1\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= -sk_v e^2 + s^2\varphi^T(x)\hat{\theta}e - \varphi^T(x)\theta es - \varepsilon es - k_o k_1 \tilde{v}^2 + k_1\tilde{v}\varphi^T(x)\tilde{\theta} - k_1\varepsilon\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= -sk_v e^2 - k_o k_1 \tilde{v}^2 + s\varphi^T(x) \left[\tilde{\theta} + \theta\right] e - s\varphi^T(x)\theta e - s\varepsilon e + k_1\tilde{v}\varphi^T(x)\tilde{\theta} - k_1\varepsilon\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= -sk_v e^2 - k_o k_1 \tilde{v}^2 + s\varphi^T(x)\tilde{\theta}e - s\varepsilon e + k_1\tilde{v}\varphi^T(x)\tilde{\theta} - k_1\varepsilon\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= -sk_v e^2 - k_o k_1 \tilde{v}^2 - s\varepsilon e - k_1\varepsilon\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T \left[\dot{\tilde{\theta}} + s\gamma\varphi(x)e + \gamma k_1\varphi(x)\tilde{v}\right]
\end{aligned}$$

Tomando en cuenta que

$$\begin{aligned}
\tilde{\theta} &= \hat{\theta} - \theta \\
\dot{\tilde{\theta}} &= \dot{\hat{\theta}}
\end{aligned}$$

y considerando el término entre corchetes de  $\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  se define que

$$\dot{\tilde{\theta}} = \dot{\hat{\theta}} = -\gamma\varphi(x) [se + k_1\tilde{v}] \quad (5.7)$$

El cual es el algoritmo de entrenamiento, resultando  $\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  en una función indefinida debido al signo desconocido de las variables  $e$ ,  $\tilde{v}$  y el error de aproximación  $\varepsilon$  por lo que

$$\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) = -sk_v e^2 - k_o k_1 \tilde{v}^2 - s\varepsilon e - k_1\varepsilon\tilde{v}$$

– Si  $s=0$  tenemos que

$$\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) = -k_o k_1 \tilde{v}^2 - k_1\varepsilon\tilde{v}$$

En el álgebra elemental se define que el cuadrado de un binomio es un trinomio cuadrado perfecto. Considerando la variable error  $\tilde{v}$ , si un trinomio es un cuadrado perfecto y su coeficiente de  $\tilde{v}^2$  es la unidad, conocido un coeficiente de  $\tilde{v}$  el término independiente o constante ha de ser el cuadrado de la mitad del coeficiente dado de

$\tilde{v}$  que es el error de velocidad.

Debido al signo indefinido de la dinámica  $\tilde{v}$  y del error de aproximación  $\varepsilon$ , se introduce una constante positiva  $k_2$ , y realizando manipulaciones algebraicas se demostrará que la derivada de la función de Lyapunov  $V$  es definida negativa. Suponiendo la cota siguiente

$$|\varepsilon| \leq \gamma_\varepsilon$$

Realizando las manipulaciones algebraicas obtenemos que

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) &\leq -k_o k_1 \tilde{v}^2 - k_1 \gamma_\varepsilon |\tilde{v}| \\ &\leq -k_1 k_o \tilde{v}^2 + \underline{k_1 k_2 \tilde{v}^2} - \underline{k_1 k_2 \tilde{v}^2} - k_1 \gamma_\varepsilon |\tilde{v}| \\ &\leq -k_1 (k_o - k_2) \tilde{v}^2 - k_1 k_2 \left[ \tilde{v}^2 + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{k_2} \right) |\tilde{v}| + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \right] + k_1 k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \\ &\leq -k_1 (k_o - k_2) \tilde{v}^2 - k_1 k_2 \left[ \tilde{v} + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right) \right]^2 + k_1 k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \end{aligned}$$

Considerando la cota

$$-k_1 k_2 \left[ \tilde{v} + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right) \right]^2 \leq 0$$

A partir de la desigualdad anterior, la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq -k_1 (k_o - k_2) \tilde{v}^2 + k_1 k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \leq 0 \quad (5.8)$$

Si se define

$$k_3 = k_o - k_2$$

Con  $k_o > k_2$ . De lo anterior nos queda que

$$\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq -k_1 k_3 \tilde{v}^2 + k_1 k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2$$

donde  $\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq 0$  si

$$|\tilde{v}| \geq \frac{\gamma_\varepsilon}{2\sqrt{k_2 k_3}}$$

Por lo que se obtiene estabilidad práctica y  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$

– Si  $\mathbf{s}=\mathbf{1}$  entonces tenemos que la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) = -k_v e^2 - k_o k_1 \tilde{v}^2 - \varepsilon e - k_1 \varepsilon \tilde{v}$$

De nueva cuenta se presenta el problema de una función de Lyapunov indefinida desde el punto de vista de estabilidad, por lo que se introducen constantes positivas  $k_2 < k_v$  y  $k_3 < k_o k_1$  que nos permitan obtener una función semidefinida negativa. Suponiendo la cota siguiente

$$|\varepsilon| \leq \gamma_\varepsilon$$

Realizando algunas manipulaciones algebraicas obtenemos que

$$\begin{aligned} \dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) &\leq -k_v e^2 - k_o k_1 \tilde{v}^2 - \gamma_\varepsilon |e| - k_1 \gamma_\varepsilon |\tilde{v}| \\ &\leq -k_v e^2 + \underline{k_2 e^2} - k_o k_1 \tilde{v}^2 + \underline{k_3 \tilde{v}^2} - \underline{k_2 e^2} - \gamma_\varepsilon |e| - k_1 \gamma_\varepsilon |\tilde{v}| \\ &\leq -(k_v - k_2) e^2 - (k_o k_1 - k_3) \tilde{v}^2 - k_2 \left[ e^2 + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{k_2} \right) |e| + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \right] + k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \\ &\quad - k_3 \left[ \tilde{v}^2 + \left( \frac{k_1 \gamma_\varepsilon}{k_3} \right) |\tilde{v}| + \left( \frac{k_1 \gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2 \right] + k_3 \left( \frac{k_1 \gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2 \\ &\leq -(k_v - k_2) e^2 - (k_o k_1 - k_3) \tilde{v}^2 - k_2 \left[ e + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right) \right]^2 + k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \\ &\quad - k_3 \left[ \tilde{v} + \left( \frac{k_1 \gamma_\varepsilon}{2k_3} \right) \right]^2 + k_3 \left( \frac{k_1 \gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2 \end{aligned}$$

Considerando las cotas

$$-k_2 \left[ e + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right) \right]^2 \leq 0$$

$$-k_3 \left[ \tilde{v} + \left( \frac{k_1 \gamma_\varepsilon}{2k_3} \right) \right]^2 \leq 0$$

$$k_v - k_2 = k_4 > 0$$

$$k_o k_1 - k_3 = k_5 > 0$$

A partir de las desigualdades anteriores, la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq -k_4 e^2 - k_5 \tilde{v}^2 + k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 + k_3 \left( \frac{k_1 \gamma_\varepsilon}{2k_3} \right)^2 \leq 0 \quad (5.9)$$

Si se define que

$$k_4 = k_5$$

De lo anterior nos queda que  $\dot{V}(e, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq 0$  si

$$e^2 + \tilde{v}^2 \geq \frac{1}{k_5} \left[ k_2 \left( \frac{\gamma \varepsilon}{2k_2} \right)^2 + k_3 \left( \frac{k_1 \gamma \varepsilon}{2k_3} \right)^2 \right]$$

De donde se obtiene estabilidad práctica y el término  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ .

El conjunto de ecuaciones que describen el control adaptable neuro-difuso con una variable  $x$  y dos modos de operación se resume en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= u + d(x) \\ u &= J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) - s\varphi^T(x)\hat{\theta} \\ J\dot{e} &= -k_v e + s\varphi^T(x)\hat{\theta} - d(x) \\ d(x) &= \varphi^T(x)\theta + \varepsilon \\ J\dot{\hat{v}} &= u + \varphi^T(x)\hat{\theta} - k_o(\hat{v} - v) \\ \dot{\hat{\theta}} = \dot{\tilde{\theta}} &= -\gamma\varphi(x) [se + k_1(\hat{v} - v)] \end{aligned}$$

## 5.1. Simulación

Tal como se describió, existen dos modos de operación: Cómo un estimador de perturbaciones oscilatorias inducidas por excentricidad (cuando  $s = 0$ ) ó como un compensador de excentricidad (cuando  $s = 1$ ). Para ilustrar los resultados teóricos, en los primeros 5 segundos presentados en la simulación, no se usa la red neurodifusa recurrente, en este caso  $t \geq 0$ ,  $s = 0$ . La compensación de excentricidad se dá cuando se activa la red neurodifusa recurrente ( $s = 1$ ) durante  $t \in [5, 12]$ . Los valores usados en la simulación son:

- **Velocidad deseada**  $v_d = 20 \sin(\frac{\pi}{2}t)$ .
- **Parámetros de la Perturbación**  $J = 0.0022$  (Nm),  $\Lambda = 0.1$ ,  $\omega = 0.2$ ,  $\Phi = 3$  (Rad).
- **Ganancia del controlador**  $k_v = 0.9$
- **Ley de adaptación**  $\gamma = 20$ ,  $k_1 = 35$
- **Velocidad estimada**  $k_o = 22$

El centro  $\mu$  y anchura  $\sigma$  de cada una de las funciones de pertenencia se obtienen para el rango específico  $[-15, 15]$  rad para  $x$ . Con los datos anteriores tenemos que para la posición

$$\begin{aligned} S_\mu &= 7.5 \\ D &= \begin{bmatrix} -7.5 & 0 & 7.5 \end{bmatrix} \\ \sigma &= 10 \end{aligned}$$

Donde  $S_\mu$  es la distancia entre centros. Proponemos las siguientes reglas difusas:

- Si  $w_1(x) \in A_{(-7.5)}$  Entonces  $\beta_1 = \hat{\theta}_{11} + \hat{\theta}_{12}x$   
 Si  $w_2(x) \in A_{(0)}$  Entonces  $\beta_2 = \hat{\theta}_{21} + \hat{\theta}_{22}x$   
 Si  $w_3(x) \in A_{(7.5)}$  Entonces  $\beta_3 = \hat{\theta}_{31} + \hat{\theta}_{32}x$

Las funciones de pertenencia están dadas por

$$\begin{aligned} w_{A_{(-7.5)}} &= \exp(-0.01(x + 7.5)^2) \\ w_{A_{(0)}} &= \exp(-0.01(x - 0)^2) \\ w_{A_{(7.5)}} &= \exp(-0.01(x - 7.5)^2) \end{aligned}$$

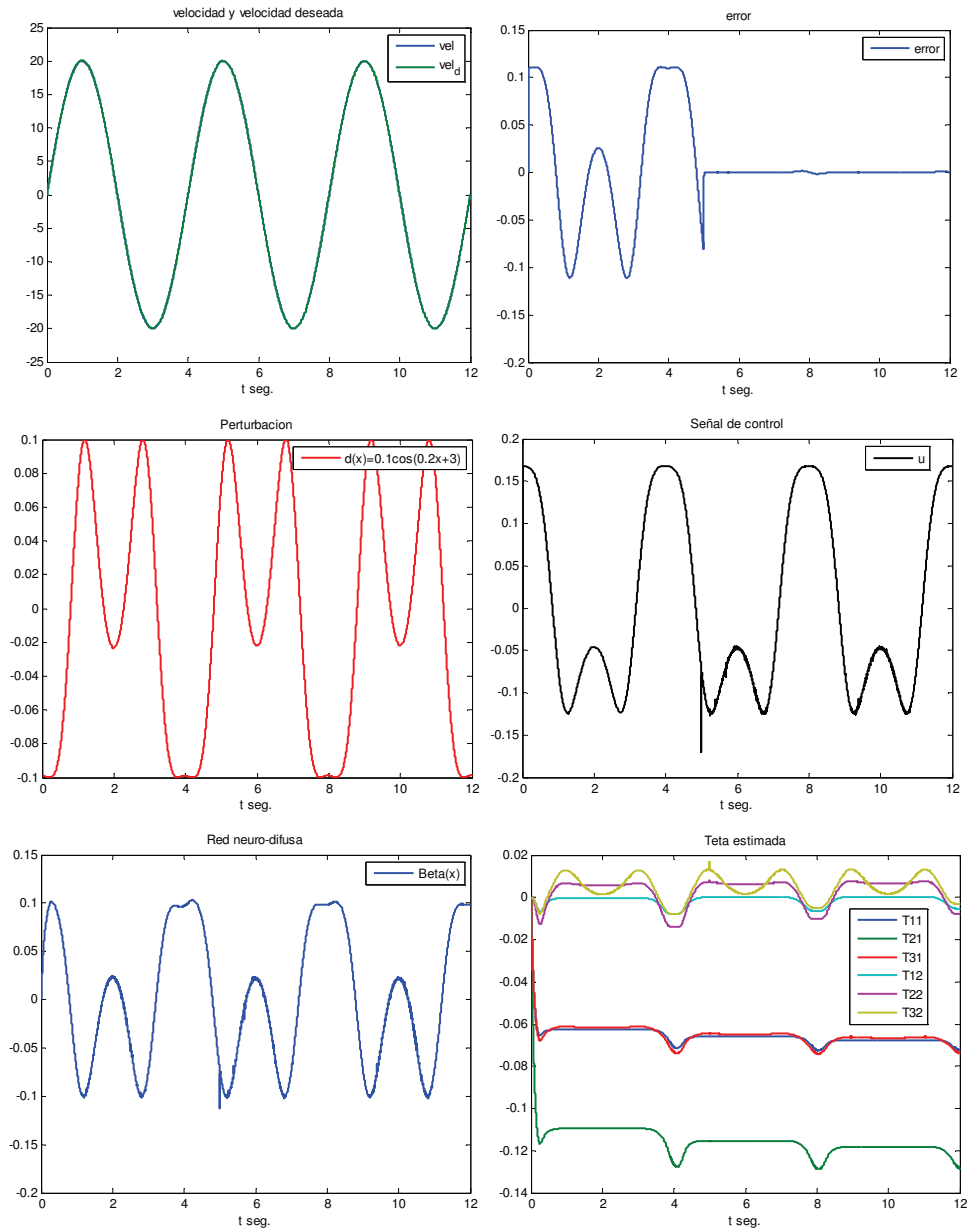
En la Figura 5.1 se presentan las simulaciones y resultados gráficos correspondientes al control adaptable neuro-difuso usando funciones de pertenencia que dependen de la posición  $x$ . En la esquina superior izquierda se muestran la señal de referencia

( $vel_d$ ) y salida ( $vel$ ). En la esquina superior derecha se muestra en dos etapas la señal de error de seguimiento, primero cuando la red neuro-difusa está inactiva y actúa la señal de perturbación  $d(x)$  y posteriormente cuando la red neuro-difusa se activa y aproxima a la perturbación. En las gráficas centrales se muestra la señal de control  $u$  y la señal de perturbación  $d(x)$ . En la esquina inferior derecha se muestran las consecuencias de las reglas difusas. En la esquina inferior izquierda se puede observar el comportamiento de la red neuro-difusa con un pico en la respuesta al momento de *switcheo* y que estima a la señal de perturbación  $d(x)$ .

En la Figura 5.2 se hacen comparaciones entre las señales de control, perturbación y el estimado de ésta. En la esquina superior izquierda se muestra el comportamiento de la perturbación  $d(x)$  y la red neuro-difusa (con signo negativo) en donde se puede observar la precisión de estimación. En la esquina superior derecha se muestran las señales de control  $u$  (con signo negativo) y de perturbación  $d(x)$ . El pico en la señal de control se debe a la respuesta en el momento de *switcheo*. En las gráficas centrales se puede observar la señal de control  $u$  y la red neuro-difusa, así como el estimado de la perturbación cuando la red se encuentra inactiva. En las gráficas inferiores se ilustran las funciones de pertenencia de la posición  $x$  y a la derecha el comportamiento de la posición  $x$  y velocidad  $v$  del sistema a controlar.

En este diseño de control se permite que la perturbación oscilatoria inducida por excentricidad actué sobre el sistema durante un intervalo de tiempo. La gráfica de la señal de error de seguimiento nos indica la forma de la perturbación. Se presenta un valor pico en la señal de control debido al *switcheo* y aunque la velocidad se asume conocida y medible, un estimado de ésta nos permite obtener un error de velocidad para empezar a excitar la adaptación de las consecuencias difusas.



Figura 5.1: Estimación y compensación de excentricidad con una variable  $x$ .

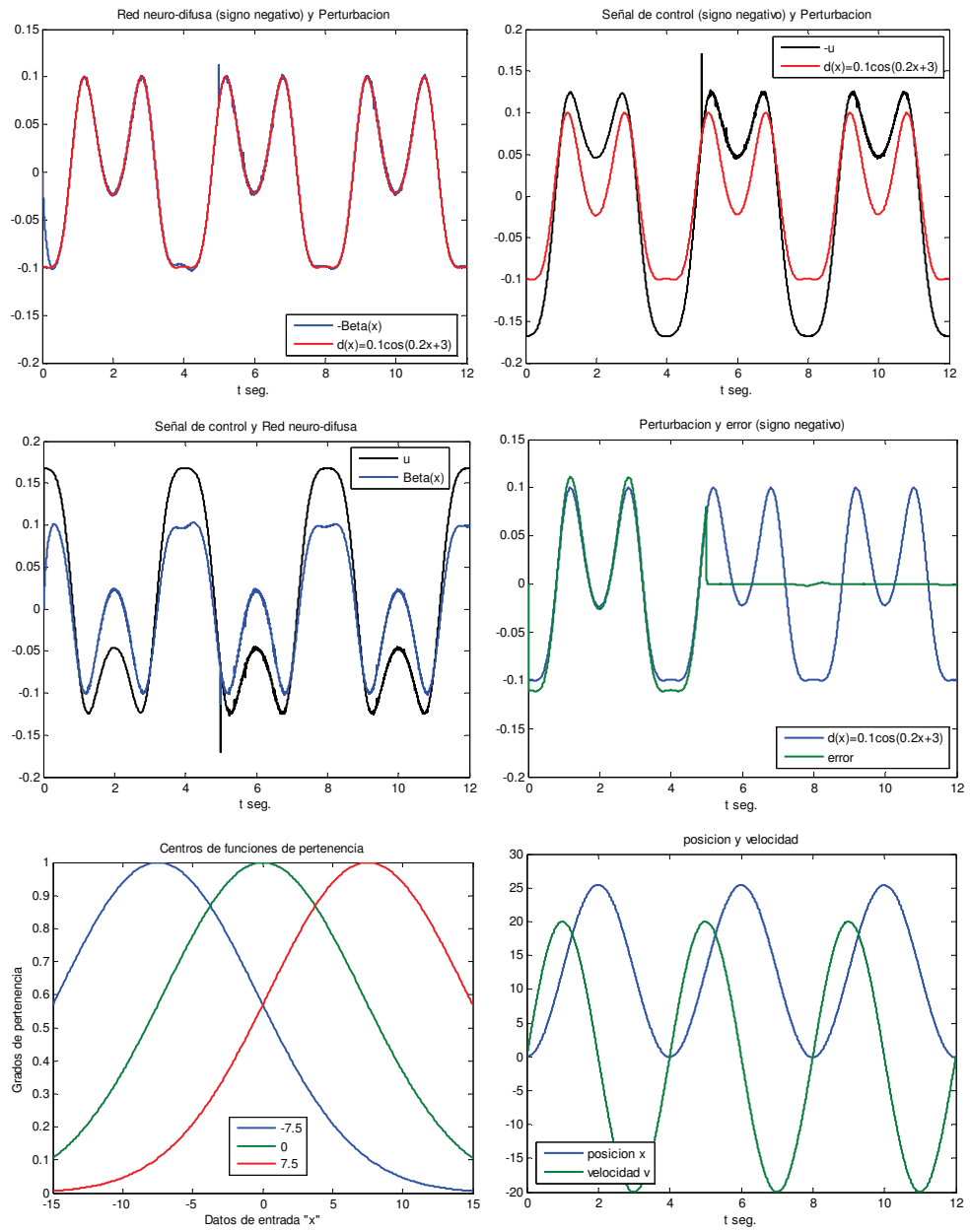


Figura 5.2: Estimación y compensación de excentricidad con una variable  $x$ . Cont.

## Capítulo 6

# Estimación y Compensación de excentricidad usando dos variables.

Consideremos nuevamente el sistema de la forma

$$J\dot{v} = u + d(x) \quad (6.1)$$

Donde  $J$  es la inercia,  $u$  es la entrada de control y  $d(x)$  es una perturbación oscilatoria inducida por excentricidad que depende de la posición  $x$  y está definida como

$$d(x) = \Lambda \cos(\omega x + \Phi) \quad (6.2)$$

El sistema (6.1) se puede escribir como

$$J\dot{v} = \lambda_1 z + [-\lambda_1 z + d(x)] + u$$

Se propone una ley de control adaptable neuro-difusa dada por

$$u = J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) + s\beta(x, z) - \lambda_1 z \quad (6.3)$$

Donde  $k_v > 0$  y  $\beta(x, z)$  es la red neuro-difusa. De lo anterior y sustituyendo el valor de  $u$  en el sistema (6.1)

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= \lambda_1 z + [-\lambda_1 z + d(x)] + J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) + s\beta(x, z) - \lambda_1 z \\ J\dot{v} &= J(\dot{e} + \dot{v}) - k_v(v - v_d) + s\beta(x, z) + [-\lambda_1 z + d(x)] \\ J\dot{v} &= J\dot{e} + J\dot{v} + k_v e + s\beta(x, z) + [-\lambda_1 z + d(x)] \end{aligned}$$

La ecuación dinámica del error en lazo cerrado está dada por

$$J\dot{e} = -k_v e - s\beta(x, z) + [\lambda_1 z - d(x)]$$

Tal como se describió de forma preliminar, se propone introducir una variable  $z$  que nos permita obtener una respuesta más suave en la señal de control y mayor velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error de seguimiento, y que está dada por

$$z = \eta_I + Jk\eta_P(e) \quad (6.4)$$

Donde  $\eta_I, \eta_P(e)$  por definir y  $k > 0$ .

Considérese ahora la dinámica de  $z$ , que está escrita por la ecuación

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \dot{\eta}_I + kJ\dot{e}\frac{\partial\eta_P}{\partial e}(e) \\ &= \dot{\eta}_I + k\frac{\partial\eta_P}{\partial e}(e)[-k_v e - s\beta(x, z) + (\lambda_1 z - d(x))] \end{aligned}$$

Seleccionamos el parámetro  $\dot{\eta}_I$  como

$$\dot{\eta}_I = -\lambda z - k\frac{\partial\eta_P}{\partial e}(e)[\lambda_1 z - d(x) - k_v e]$$

Por lo tanto

$$\dot{z} = -\lambda z - k\frac{\partial\eta_P}{\partial e}(e)[s\beta(x, z)]$$

Si definimos que  $\beta_P(e)$  está dada por

$$\begin{aligned} \eta_P(e) &= \frac{1}{2}e^2 \\ \frac{\partial\eta_P}{\partial e}(e) &= e \end{aligned}$$

Considerando las expresiones anteriores se obtiene que

$$\dot{\eta}_I = -\lambda z - ke[\lambda_1 z - d(x) - k_v e] \quad (6.5)$$

$$\dot{z} = -\lambda z - ke[s\beta(x, z)] \quad (6.6)$$

Por otro lado, se asume que el término  $[\lambda_1 z - d(x)]$  es aproximado mediante un sistema difuso dado por

$$[\lambda_1 z - d(x)] = \varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon \quad (6.7)$$

Donde  $\varepsilon$  es el error de aproximación.

Considerando que  $\beta(x, z) = \varphi^T(x, z)\hat{\theta}$ , ahora las dinámicas  $\dot{\eta}_I$  y  $\dot{z}$  están dadas por

$$\dot{\eta}_I = -\lambda z - ke[\varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon - k_v e] \quad (6.8)$$

$$\dot{z} = -\lambda z - ske\varphi^T(x, z)\hat{\theta} \quad (6.9)$$

De la ecuación de error en lazo cerrado

$$\begin{aligned} J\dot{e} &= -k_v e - s\beta(x, z) + [\lambda_1 z - d(x)] \\ &= -k_v e - s\varphi^T(x, z)\hat{\theta} + \varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon \\ &= -k_v e - \varphi^T(x, z)[s\hat{\theta} - \theta] + \varepsilon \end{aligned}$$

Se propone la siguiente estructura para estimar la velocidad

$$J\dot{\hat{v}} = u - \varphi^T(x, z)\hat{\theta} - k_o(\hat{v} - v) + \lambda_1 z \quad (6.10)$$

Con  $k_o > 0$ . Considerando el sistema (6.1)

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= u + d(x) + \lambda_1 z - \lambda_1 z \\ u &= J\dot{v} - d(x) + \lambda_1 z - \lambda_1 z \\ u &= J\dot{v} + [\lambda_1 z - d(x)] - \lambda_1 z \\ u &= J\dot{v} + \varphi^T(x)\theta + \varepsilon - \lambda_1 z \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación (6.10) tenemos que

$$\begin{aligned}
J\dot{\hat{v}} &= J\dot{v} + \varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon - \lambda_1 z - \varphi^T(x, z)\hat{\theta} - k_o(\hat{v} - v) + \lambda_1 z \\
J\dot{\tilde{v}} &= J\dot{v} - \varphi^T(x, z)\tilde{\theta} - k_o(\hat{v} - v) + \varepsilon \\
J(\dot{\hat{v}} - \dot{v}) &= -k_o(\hat{v} - v) - \varphi^T(x, z)\tilde{\theta} + \varepsilon \\
J\dot{\tilde{v}} &= -k_o\tilde{v} - \varphi^T(x, z)\tilde{\theta} + \varepsilon
\end{aligned}$$

La ley de adaptación es obtenida del siguiente análisis: Se propone una función candidata de Lyapunov  $V(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  como

$$V(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) = \frac{1}{2}Je^2 + \frac{1}{2}k_1z^2 + \frac{1}{2}Jk_1\tilde{v}^2 + \frac{1}{2\gamma}\tilde{\theta}^T\tilde{\theta} \quad (6.11)$$

Con  $k_1 > 0$  y  $\gamma > 0$ . La derivada de  $V(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  está dada por

$$\begin{aligned}
\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) &= (J\dot{e})es + k_1z\dot{z} + J\dot{\tilde{v}}k_1\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= \left[-k_v e - \varphi^T(x, z) \left[s\hat{\theta} - \theta\right] + \varepsilon\right] es + k_1z \left[-\lambda z - ske\varphi^T(x, z)\hat{\theta}\right] \\
&\quad + \left[-k_0\tilde{v} - \varphi^T(x, z)\tilde{\theta} + \varepsilon\right] k_1\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= -sk_v e^2 - \varphi^T(x, z) \left[s\hat{\theta} - \theta\right] es + \varepsilon es - k_1\lambda z^2 - sk_1kz\varphi^T(x, z) \left[\tilde{\theta} + \theta\right] e \\
&\quad - k_0k_1\tilde{v}^2 - k_1\tilde{v}\varphi^T(x, z)\tilde{\theta} + k_1\varepsilon\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= -sk_v e^2 - s^2\varphi^T(x, z)\hat{\theta}e + \varphi^T(x, z)\theta es + \varepsilon es - \lambda k_1z^2 - sk_1kez\varphi^T(x, z)\tilde{\theta} \\
&\quad - sk_1kez\varphi^T(x, z)\theta - k_0k_1\tilde{v}^2 - k_1\tilde{v}\varphi^T(x, z)\tilde{\theta} + k_1\varepsilon\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= -sk_v e^2 - \lambda k_1z^2 - k_0k_1\tilde{v}^2 - s\varphi^T(x, z) \left[\tilde{\theta} + \theta\right] e + \varphi^T(x, z)\theta es + \varepsilon es \\
&\quad - sk_1kez\varphi^T(x, z)\tilde{\theta} - sk_1kez\varphi^T(x, z)\theta - k_1\tilde{v}\varphi^T(x, z)\tilde{\theta} + k_1\varepsilon\tilde{v} + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T\dot{\tilde{\theta}} \\
&= -sk_v e^2 - \lambda k_1z^2 - k_0k_1\tilde{v}^2 + \varepsilon es + k_1\varepsilon\tilde{v} - sk_1kez\varphi^T(x, z)\theta \\
&\quad + \frac{1}{\gamma}\tilde{\theta}^T \left[\dot{\tilde{\theta}} - s\gamma\varphi(x, z)e - \gamma k_1\tilde{v}\varphi(x, z) - s\gamma k_1kez\varphi(x, z)\right]
\end{aligned}$$

Tomando en cuenta que el error en las consecuencias y su derivada con respecto al tiempo están dados por

$$\begin{aligned}
\tilde{\theta} &= \hat{\theta} - \theta \\
\dot{\tilde{\theta}} &= \dot{\hat{\theta}}
\end{aligned}$$

y considerando el término entre corchetes de la función  $\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  e igualandolo a cero, se determina que el algoritmo de entrenamiento de las consecuencias está dado por

$$\dot{\tilde{\theta}} = \gamma \varphi(x, z) [se + k_1 \tilde{v} + sk_1 kez] \quad (6.12)$$

resultando  $\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  en una función indefinida con respecto a estabilidad,

$$\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) = -sk_v e^2 - \lambda k_1 z^2 - k_0 k_1 \tilde{v}^2 + \varepsilon es + k_1 \varepsilon \tilde{v} - sk_1 kez \varphi^T(x, z) \theta$$

Debido al signo indefinido de la dinámica  $z$ , del error y del error de aproximación  $e$  y  $\varepsilon$  respectivamente, así como del error de velocidad  $\tilde{v}$ , se introducen unas constantes po-sitivas  $k_2 < k_0$ ,  $k_4$ ,  $k_5$ ,  $k_6$  y realizando manipulaciones algebraicas se demostrará que la derivada de la función de Lyapunov  $\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta})$  es definida negativa.

En el álgebra elemental se define que el cuadrado de un binomio es un trinomio cuadrado perfecto. Considerando la variable de error  $e$ , si un trinomio es un cuadrado perfecto y su coeficiente de  $e^2$  es la unidad, conocido un coeficiente de  $e$  el término independiente o constante ha de ser el cuadrado de la mitad del coeficiente dado de  $e$ . Este mismo procedimiento se aplica para las variables  $\tilde{v}$  y  $z$ .

– Si  $s=0$  tenemos que

$$\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) = -\lambda k_1 z^2 - k_0 k_1 \tilde{v}^2 + k_1 \varepsilon \tilde{v}$$

Considerando la cota siguiente

$$|\varepsilon| \leq \gamma_\varepsilon$$

Realizando algunas manipulaciones algebraicas obtenemos que

$$\begin{aligned}
\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) &\leq -\lambda k_1 z^2 - k_0 k_1 \tilde{v}^2 + k_1 \gamma_\varepsilon |\tilde{v}| \\
&\leq -\lambda k_1 z^2 - k_1 k_0 \tilde{v}^2 + \frac{k_1 k_2 \tilde{v}^2}{2} - \frac{k_1 k_2 \tilde{v}^2}{2} + k_1 \gamma_\varepsilon |\tilde{v}| \\
&\leq -\lambda k_1 z^2 - k_1 (k_0 - k_2) \tilde{v}^2 \\
&\quad - k_1 k_2 \left[ \tilde{v}^2 - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{k_2} \right) |\tilde{v}| + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \right] + k_1 k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \\
&\leq -\lambda k_1 z^2 - k_1 (k_0 - k_2) \tilde{v}^2 - k_1 k_2 \left[ \tilde{v} - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right) \right]^2 + k_1 k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2
\end{aligned}$$

Considerando la cota

$$-k_1 k_2 \left[ \tilde{v} - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right) \right]^2 \leq 0$$

A partir de la desigualdad anterior, la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq -\lambda k_1 z^2 - k_1 (k_0 - k_2) \tilde{v}^2 + k_1 k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \leq 0 \quad (6.13)$$

Si se define que

$$\lambda = k_0 - k_2$$

Con  $k_0 > k_2$ . De lo anterior nos queda que

$$\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq -\lambda k_1 z^2 - \lambda k_1 \tilde{v}^2 + k_1 k_2 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2 \leq 0$$

donde  $\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq 0$  si

$$z^2 + \tilde{v}^2 \geq \frac{k_2}{\lambda} \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_2} \right)^2$$

Por lo que se demuestra estabilidad práctica y el término  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ .

– Si  $\mathbf{s}=\mathbf{1}$  entonces tenemos que la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) = -k_v e^2 - \lambda k_1 z^2 - k_0 k_1 \tilde{v}^2 + \varepsilon e + k_1 \varepsilon \tilde{v} - k_1 k e z \varphi^T(x, z) \theta$$

Considerando las cotas siguientes

$$\begin{aligned}
|\varepsilon| &\leq \gamma_\varepsilon \\
\varphi^T(x, z) \theta &\leq \|\varphi(x, z)\|_2 \|\theta\|_2 \\
&\leq k_\varphi k_\theta
\end{aligned}$$



Con  $k_\varphi > 0$  y  $k_\theta > 0$ . Realizando algunas manipulaciones algebraicas obtenemos que

$$\begin{aligned}
\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) &\leq -k_v e^2 - \lambda k_1 z^2 - k_0 k_1 \tilde{v}^2 + \gamma_\varepsilon |e| + k_1 \gamma_\varepsilon \tilde{v} - \overbrace{k_1 k_\varphi k_\theta}^{k_3} z |e| \\
&\leq -k_v e^2 - \lambda k_1 z^2 - k_0 k_1 \tilde{v}^2 + \gamma_\varepsilon |e| + k_1 \gamma_\varepsilon \tilde{v} - k_3 z |e| \\
&\leq -(k_v - k_4 - k_5) e^2 - \lambda k_1 z^2 - k_1 (k_0 - k_6) \tilde{v}^2 \\
&\quad - k_1 k_6 \left[ \tilde{v}^2 - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{k_6} \right) |\tilde{v}| + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_6} \right)^2 \right] + k_1 k_6 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_6} \right)^2 \\
&\quad - k_4 \left[ e^2 - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{k_4} \right) |e| + \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_4} \right)^2 \right] + k_4 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_4} \right)^2 \\
&\quad - k_5 \left[ e^2 + \frac{k_3}{k_5} z |e| + \left( \frac{k_3}{2k_5} z \right)^2 \right] + k_5 \left( \frac{k_3}{2k_5} \right)^2 z^2 \\
&\leq -(k_v - k_4 - k_5) e^2 - \lambda k_1 z^2 - k_1 (k_0 - k_6) \tilde{v}^2 \\
&\quad - k_1 k_6 \left[ \tilde{v} - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_6} \right) \right]^2 + k_1 k_6 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_6} \right)^2 \\
&\quad - k_4 \left[ e - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_4} \right) \right]^2 + k_4 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_4} \right)^2 \\
&\quad - k_5 \left[ e + \left( \frac{k_3}{2k_5} z \right) \right]^2 + k_5 \left( \frac{k_3}{2k_5} \right)^2 z^2
\end{aligned}$$

En el álgebra elemental se define que el cuadrado de un binomio es un trinomio cuadrado perfecto. Considerando las cotas

$$\begin{aligned}
-k_1 k_6 \left[ \tilde{v} - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_6} \right) \right]^2 &\leq 0 \\
-k_4 \left[ e - \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_4} \right) \right]^2 &\leq 0 \\
-k_5 \left[ e + \left( \frac{k_3}{2k_5} z \right) \right]^2 &\leq 0
\end{aligned}$$

A partir de la desigualdad anterior, la derivada de la función de Lyapunov queda como

$$\begin{aligned}
\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) &\leq -(k_v - k_4 - k_5) e^2 - \lambda k_1 z^2 - k_1 (k_0 - k_6) \tilde{v}^2 \\
&\quad + k_1 k_6 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_6} \right)^2 + k_4 \left( \frac{\gamma_\varepsilon}{2k_4} \right)^2 + k_5 \left( \frac{k_3}{2k_5} \right)^2 z^2
\end{aligned}$$

Si se consideran las siguientes cotas

$$-\left[\lambda k_1 - k_5 \left(\frac{k_3}{2k_5}\right)^2\right] z^2 \leq 0$$

$$\lambda k_1 > k_5 \left(\frac{k_3}{2k_5}\right)^2$$

y si para simplificar las operaciones se define que

$$\alpha_1 = k_1(k_0 - k_6)$$

$$\alpha_2 = k_v - k_4 - k_5$$

$$\alpha_1 = \alpha_2$$

Con  $k_0 > k_6$  y  $k_v > k_4 + k_5$ . De lo anterior nos queda que la derivada de la función de Lyapunov es

$$\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq -\alpha_1 (e^2 + \tilde{v}^2) + k_1 k_6 \left(\frac{\gamma_\varepsilon}{2k_6}\right)^2 + k_4 \left(\frac{\gamma_\varepsilon}{2k_4}\right)^2 \leq 0$$

donde  $\dot{V}(e, z, \tilde{v}, \tilde{\theta}) \leq 0$  si

$$e^2 + \tilde{v}^2 \geq \frac{1}{\alpha_1} \left[ k_1 k_6 \left(\frac{\gamma_\varepsilon}{2k_6}\right)^2 + k_4 \left(\frac{\gamma_\varepsilon}{2k_4}\right)^2 \right]$$

donde se demuestra estabilidad práctica y el término  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$

El conjunto de ecuaciones que describen el control adaptable neuro-difuso con dos variables  $x, z$  y dos modos de operación se resume en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} J\dot{v} &= u + d(x) \\ u &= J\dot{v}_d - k_v(v - v_d) + s\varphi^T(x, z)\hat{\theta} - \lambda_1 z \\ d(x) &= \varphi^T(x, z)\theta + \varepsilon \\ J\dot{e} &= -k_v e - \varphi^T(x, z) [s\hat{\theta} - \theta] + \varepsilon \\ \dot{z} &= -\lambda z - ske\varphi^T(x, z)\hat{\theta} \\ J\dot{\hat{v}} &= u - \varphi^T(x, z)\hat{\theta} - k_o(\hat{v} - v) + \lambda_1 z \\ \dot{\hat{\theta}} = \dot{\hat{\theta}} &= \gamma\varphi(x, z) [se + k_1(\hat{v} - v) + sk_1kez] \end{aligned}$$

## 6.1. Simulación

En esta sección se procede a validar el modelo matemático visto anteriormente, e ilustrar el comportamiento de la dinámica del sistema y determinar que, el hecho de introducir un grado de libertad  $z$ , nos permite obtener una respuesta más suave en la señal de control, y un aumento de la velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error de seguimiento.

Los valores usados en la simulación son:

- **Velocidad deseada**  $v_d = 20 \sin(\frac{\pi}{2}t)$ .
- **Parámetros de la Perturbación**  $J = 0.0022$  (Nm),  $\Lambda = 0.1$ ,  $\omega = 0.2$ ,  $\Phi = 3$  (Rad).
- **Ganancia del controlador**  $k_v = 1.5$ ,  $\lambda_1 = 0.2$
- **Ley de adaptación**  $\gamma = 70$ ,  $k_1 = 0.002$
- **Variable  $z$**   $k = 1000$

El centro  $\mu$  y anchura  $\sigma$  de cada una de las funciones de pertenencia se obtienen para el rango específico  $[-15, 15]$  rad para  $x$  y  $[-1, 1]$  para la señal  $z$ . Con los datos anteriores tenemos que para la posición

$$\begin{aligned} S_\mu &= 7.5 \\ D &= \begin{bmatrix} -7.5 & 0 & 7.5 \end{bmatrix} \\ \sigma &= 10 \end{aligned}$$

Donde  $S_\mu$  es la distancia entre centros. Y para la señal  $z$

$$\begin{aligned} S_\mu &= 0.5 \\ D &= \begin{bmatrix} -0.5 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \\ \sigma &= 0.666 \end{aligned}$$

Proponemos las siguientes reglas difusas:

$$\begin{aligned}
\text{Si } w_1(x, z) \in A_{(-7.5, -0.5)} & \text{ Entonces } \beta_1 = \hat{\theta}_{11} + \hat{\theta}_{12}x + \hat{\theta}_{13}z \\
\text{Si } w_2(x, z) \in A_{(0,0)} & \text{ Entonces } \beta_2 = \hat{\theta}_{21} + \hat{\theta}_{22}x + \hat{\theta}_{23}z \\
\text{Si } w_3(x, z) \in A_{(7.5, 0.5)} & \text{ Entonces } \beta_3 = \hat{\theta}_{31} + \hat{\theta}_{32}x + \hat{\theta}_{33}z
\end{aligned}$$

Las funciones de pertenencia están dadas por

$$\begin{aligned}
w_{A_{(-7.5, -0.5)}} &= \exp(-0.01(x + 7.5)^2 - 2.25(z + 0.5)^2) \\
w_{A_{(0,0)}} &= \exp(-0.01(x - 0)^2 - 2.25(z - 0)^2) \\
w_{A_{(7.5, 0.5)}} &= \exp(-0.01(x - 7.5)^2 - 2.25(z - 0.5)^2)
\end{aligned}$$

En la Figura 6.1 se muestran los resultados a nivel simulación para validar el diseño de control propuesto con dos modos de operación. En la esquina superior izquierda se muestra la velocidad deseada  $vel_d$  y la velocidad  $v$  del sistema. En la esquina superior derecha se puede observar el error de seguimiento de velocidad. Cuando la red neuro-difusa se encuentra en estado inactivo, la señal de error (con signo negativo) muestra un comportamiento aproximado de la perturbación. Cuando la red neuro-difusa se activa en un instante de tiempo, la ley de control aproxima el comportamiento de la perturbación oscilatoria, la cancela y el sistema sigue el perfil de velocidad deseado.

En las gráficas centrales se muestra la señal de perturbación oscilatoria y la señal de control con un valor pico en el instante de *switcheo*. En la esquina inferior izquierda se puede observar la red neuro-difusa que es el estimado de la perturbación oscilatoria y presenta un valor pico debido al instante de tiempo en que se activa en la ley de control. Los estimados de las consecuencias difusas se muestran en la esquina inferior derecha, los cuales permanecen acotados.

En la Figura 6.2 muestra comparaciones entre la señal de perturbación oscilatoria, la red neuro-difusa y la señal de control. En la esquina superior izquierda se puede observar la señal de perturbación y la red neuro-difusa con un valor pico en el

instante de tiempo de su activación. En la esquina superior derecha se compara la señal de control (con un valor pico) cuando activa a la red neuro-difusa y la utiliza para compensar la perturbación inducida por excentricidad.

En las gráficas centrales se compara la señal de control y la red neuro-difusa. La señal de error (con signo negativo) y la perturbación inducida por excentricidad muestran que durante el intervalo de tiempo inactivo de la red neuro-difusa, el diseño de control permite identificar el comportamiento de la perturbación oscilatoria. Cuando la ley de control pone en estado activo a la red neuro-difusa, compensa la perturbación, la cancela y el error de seguimiento tiende a cero como lo muestra la gráfica. De esta forma el sistema sigue un perfil de velocidad que varía con el tiempo.

En las gráficas inferiores se observa la distribución uniforme de los centros y anchos de las funciones de pertenencia Gaussianas. Se muestran los grados de pertenencia para las variables de posición  $x$  y la dinámica  $z$ .

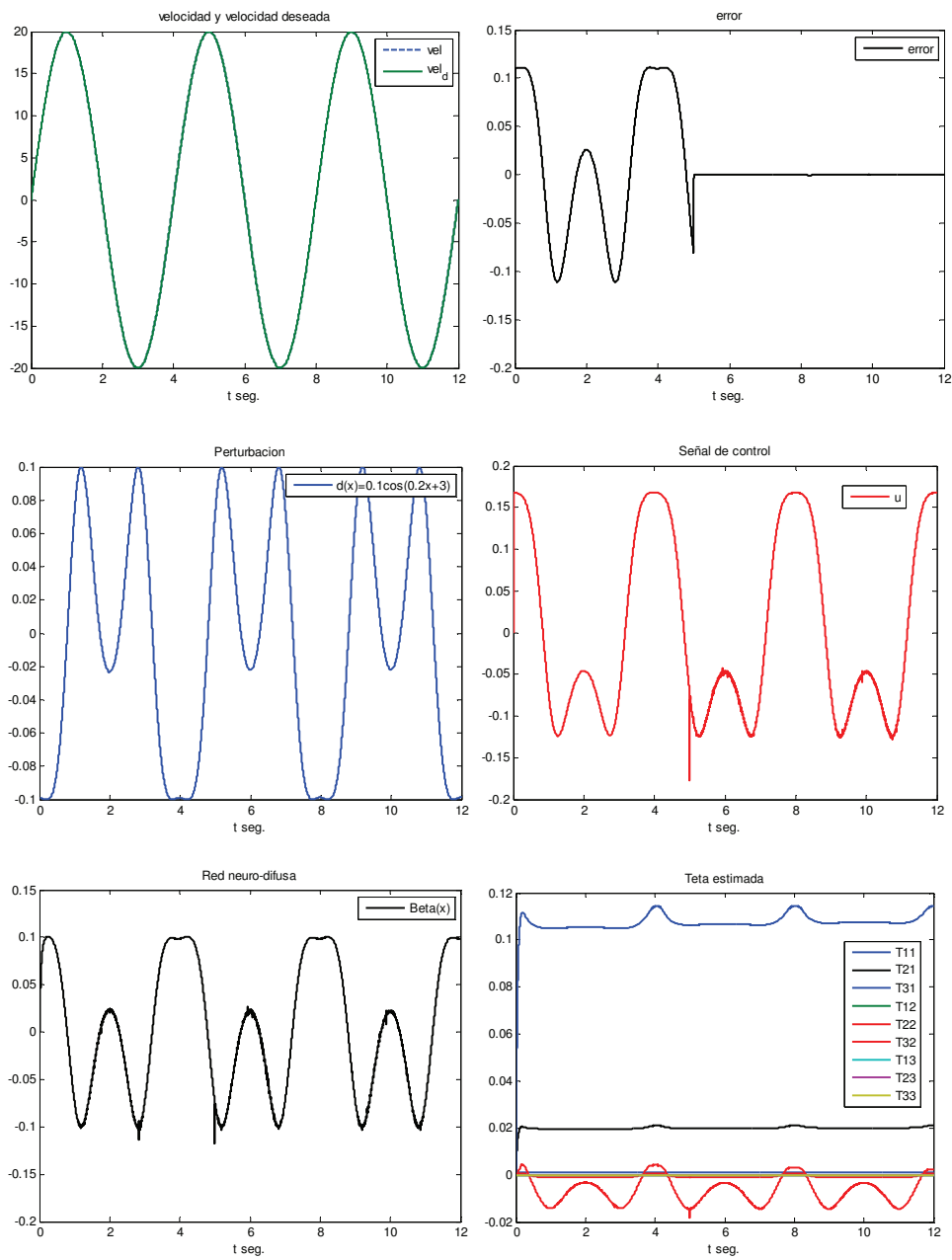


Figura 6.1: Estimación y compensación de excentricidad con dos variables  $x, z$ .

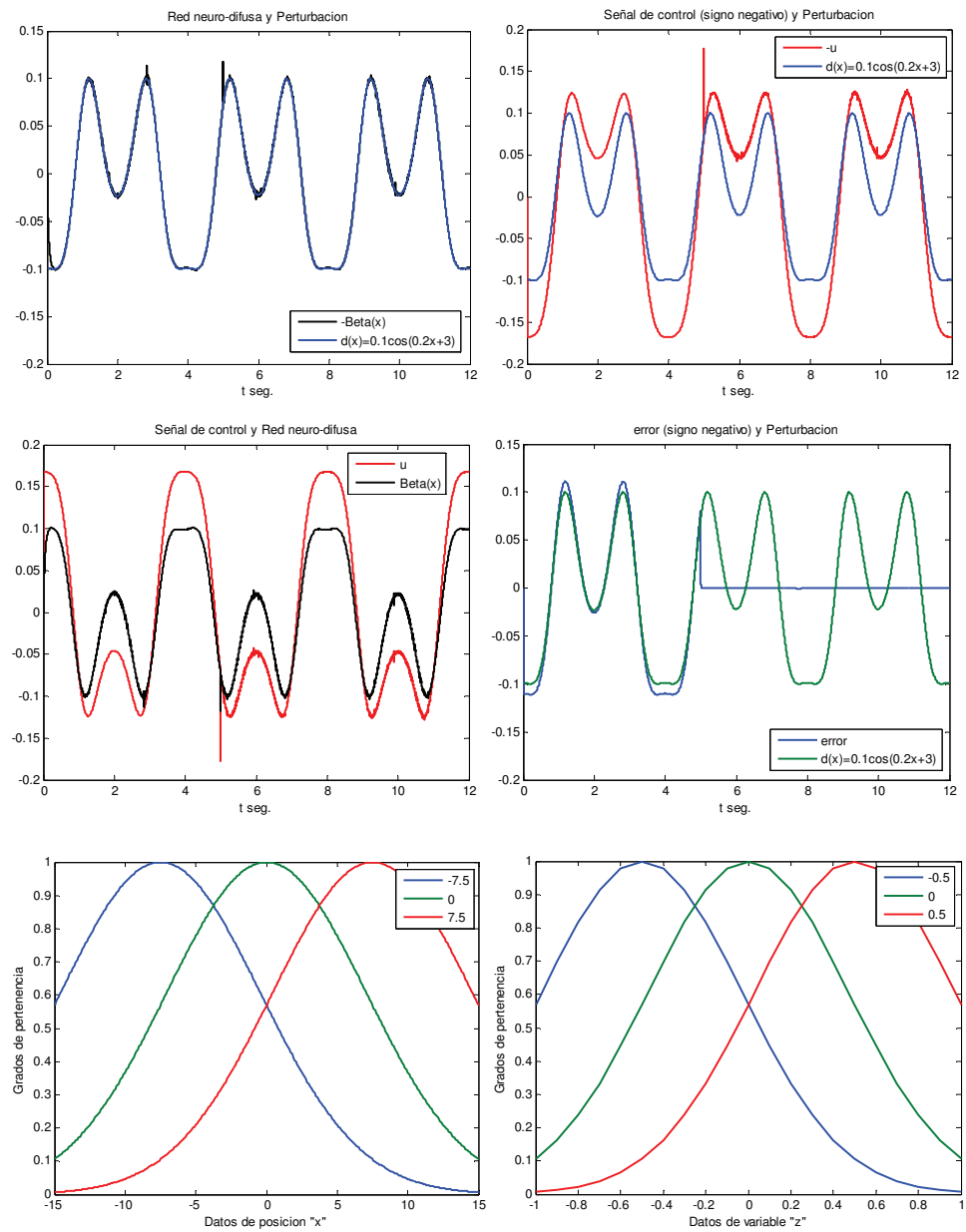


Figura 6.2: Estimación y compensación de excentricidad con dos variables  $x, z$ . Cont.





## Capítulo 7

# Conclusiones.

En varios problemas de ingeniería, el modelo de un sistema es una parte importante en el análisis y diseño de sistemas de control. Sin embargo, el modelo usualmente no está bien definido, debido a la existencia de incertidumbres y dinámicas no modeladas, entre otras causas. La presencia de parametrización no lineal requiere resolver ecuaciones diferenciales parciales para encontrar la ley de control y la ley de adaptación, y sus soluciones involucran incertidumbres de la planta.

Mediante la explotación de sus capacidades de aprendizaje y aproximación de funciones, estructuras no lineales, tales como sistemas difusos y redes neuronales se utilizaron para modelar y diseñar sistemas de control neuro-difuso.

En este trabajo se presentó una metodología de diseño de sistemas de control adaptable neuro-difuso para seguimiento de velocidad. La ley de control mediante una red neuro-difusa, estima una perturbación oscilatoria inducida por excentricidad que depende de la posición del sistema.

Como primer esquema de control adaptable neuro-difuso, se considera que las funciones de pertenencia están en función de la posición  $x$  del sistema, y mediante una red neuro-difusa se aproxima el comportamiento de la señal de perturbación, la

ley de control cancela a la dinámica no lineal y el sistema sigue perfiles de velocidad que varían en el tiempo. Resultados a nivel simulación fueron presentados para ilustrar los resultados teóricos.

Para mejorar los resultados con respecto al primer esquema de control presentado, se introduce una variable denominada  $z$  al diseño del control adaptable neuro-difuso. Esta variable permite obtener una respuesta más suave en la señal de control y un aumento de la velocidad de convergencia a cero de la dinámica del error de seguimiento. La validación de este diseño de control fue a nivel simulación obteniendo los resultados antes descritos.

En un primer caso particular y considerando funciones de pertenencia que dependen de la posición  $x$  del sistema, se propuso una ley de control adaptable neuro-difusa con dos modos de operación: como un estimador de una perturbación oscilatoria inducida por excentricidad, donde la red neuro-difusa se encuentra en un estado inactivo durante un intervalo de tiempo, pero en una etapa de aprendizaje del comportamiento de la perturbación, y como un compensador de la vibración inducida por excentricidad, cuando la red neuro-difusa se activa en un instante de tiempo y ésta aproxima el comportamiento de la señal de perturbación, la ley de control la cancela y el sistema sigue perfiles de velocidad que varían con el tiempo. Se presentaron resultados a nivel simulación para ilustrar los resultados teóricos.

Para un análisis completo y en el último diseño de control adaptable neuro-difuso presentado, se considera que las funciones de pertenencia están en función de las variables de posición  $x$  y  $z$ . La ley de control presenta dos modos de operación: como un estimador de perturbaciones oscilatorias inducidas por excentricidad y como un compensador de las mismas. También se presentaron resultados a nivel simulación.

Para cada diseño de control adaptable neuro-difuso se presentó un análisis de estabilidad en el sentido de Lyapunov, donde se obtuvieron los algoritmos de adaptación de las consecuencias difusas. Las leyes de control adaptables difusas no requieren información de la perturbación oscilatoria inducida por excentricidad, ya que consideran un estimado de ésta en el diseño de control. Se demostró estabilidad práctica en cada caso.

## 7.1. Trabajo futuro

Con el propósito de desarrollar métodos que complementen los resultados obtenidos en este trabajo de tesis, se proponen las siguientes actividades:

- 1. Ampliar esta técnica a una clase de sistemas no lineales de  $n$ -ésimo orden.
- 2. No considerar la medición del estado del sistema.
- 3. Obtener los valores óptimos de los centros y anchos de las funciones de pertenencia que se utilizan en la red neuro-difusa.
- 4. Probar el diseño de control propuesto a nivel experimental en un ambiente de laboratorio utilizando un servomecanismo, amplificador de potencia, codificador, tacogenerador, convertidores y la electrónica asociada.
- 5. Comparar esta metodología de diseño con otros esquemas de control propuestos en la literatura, tanto a nivel simulación como experimental en algún prototipo de laboratorio.
- 6. Utilizar diferentes tipos de señales de referencia sobre prototipos de laboratorio para evaluar resultados experimentales en tiempo real.



## Apéndice A

# Sistemas perturbados.

**NOTA:** Todas las variables y constantes utilizadas en esta sección, son completamente distintas a las utilizadas en los esquemas de control propuestos en las secciones previas.

Considérese un sistema de la forma

$$\dot{x} = f(t, x) \tag{A.1}$$

donde  $f : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}^n$  es continua por partes en  $t$  y localmente *Lipschitz* en  $x$  sobre  $[0, \infty) \times D$ , y  $D \subset \mathbb{R}^n$  es un dominio que contiene al origen.

**Definición 1:** Las soluciones de (A.1) son:

**Uniformemente acotada** si existe una constante positiva  $c$ , independiente de  $t_0 \geq 0$ , y para cada  $a \in (0, c)$ , hay un  $\beta = \beta(a) > 0$ , independiente de  $t_0$ , tal que

$$\|x(t_0)\| \leq a \Rightarrow \|x(t)\| \leq \beta, \quad \forall t \geq t_0 \tag{A.2}$$

**Globalmente uniformemente acotada** si (A.2) se cumple para un valor arbitrario  $a$ .

**Uniformemente últimamente acotada con cota última**  $b$  si existen constantes positivas  $b$  y  $c$ , independientes de  $t_0 \geq 0$ , y para cada  $a \in (0, c)$ , hay un  $T = T(a, b) \geq 0$ , independiente de  $t_0$ , tal que

$$\|x(t_0)\| \leq a \Rightarrow \|x(t)\| \leq b, \quad \forall t \geq t_0 + T \quad (\text{A.3})$$

**Globalmente uniformemente últimamente acotada** si (A.3) se satisface para un valor arbitrario  $a$ .

Considérese una función positiva definida  $V(x)$  continuamente diferenciable y supóngase que el conjunto  $\{V(x) \leq c\}$  es compacto, para algún  $c > 0$ . Sea

$$\Lambda = \{\varepsilon \leq V(x) \leq c\}$$

Para una constante positiva  $\varepsilon < c$ . Suponiendo que la derivada de  $V$  a lo largo de las trayectorias del sistema  $\dot{x} = f(t, x)$  satisface

$$\dot{V}(t, x) \leq -W_3(x), \quad \forall x \in \Lambda, \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{A.4})$$

donde  $W_3(x)$  es una función continua positiva definida. La desigualdad (A.4) implica que los conjuntos  $\Omega_c = \{V(x) \leq c\}$  y  $\Omega_\varepsilon = \{V(x) \leq \varepsilon\}$  son invariantes positivos en los límites  $\partial\Omega_c$  y  $\partial\Omega_\varepsilon$ , la derivada  $\dot{V}$  es negativa. Si  $\dot{V}$  es negativa en  $\Lambda$ , una trayectoria que empieza en  $\Lambda$  se debe mover en una dirección de decrecimiento  $V(x(t))$ . En efecto, mientras que en  $\Lambda$ ,  $V$  satisface las desigualdades

$$\begin{aligned} W_1(x) &\leq V(t, x) \leq W_2(x) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(t, x) &\leq -W_3(x) \end{aligned}$$

donde  $W_1(x)$  y  $W_2(x)$  son funciones continuas positivas definidas sobre  $D$ . Por lo tanto, la trayectoria se comporta como si el origen fuera uniformemente asintóticamente estable y satisface una desigualdad de la forma

$$\|x(t)\| \leq \beta(\|x(t_0)\|), t - t_0$$

para una función  $\beta$  de clase  $\mathcal{KL}$ . La función  $V(x(t))$  continuará decreciendo hasta que la trayectoria entra al conjunto  $\Omega_\varepsilon$  en un tiempo finito y permanece en el mismo para

todo tiempo futuro. El hecho de que la trayectoria entra a  $\Omega_\varepsilon$  en un tiempo finito se explica como sigue: sea  $k = \min_{x \in \Lambda} W_3(x) > 0$ , el mínimo existe porque  $W_3(x)$  es continuo y  $\Lambda$  es compacto. Es positivo debido a que  $W_3(x)$  es positiva definida. Por lo tanto,

$$W_3(x) \geq k, \quad \forall x \in \Lambda \quad (\text{A.5})$$

Las desigualdades (A.4) y (A.5) implican que

$$\dot{V}(t, x) \leq -k, \quad \forall x \in \Lambda, \quad \forall t \geq t_0$$

Por lo tanto

$$V(x(t)) \leq V(x(t_0)) - k(t - t_0) \leq c - k(t - t_0)$$

lo cual muestra que  $V(x(t))$  se reduce a  $\varepsilon$  dentro del intervalo de tiempo  $[t_0, t_0 + (c - \varepsilon)/k]$ . La desigualdad  $\dot{V} \leq -W_3(x)$  puede ser obtenida usando desigualdades de norma. En tales casos, se puede definir

$$\dot{V}(t, x) \leq -W_3(x), \quad \forall \mu \leq \|x\| \leq r, \quad \forall t \geq t_0 \quad (\text{A.6})$$

si  $r$  es suficientemente grande que  $\mu$ , se puede escoger  $c$  y  $\varepsilon$  tal que el conjunto  $\Lambda$  es no vacío y contenido en  $\{\mu \leq \|x\| \leq r\}$ . En particular, sean  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  funciones de clase  $\mathcal{K}$  tales que

$$\alpha_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \alpha_2(\|x\|) \quad (\text{A.7})$$

de la desigualdad izquierda de (A.7), tenemos que

$$V(x) \leq c \quad \Rightarrow \quad \alpha_1(\|x\|) \leq c \quad \Leftrightarrow \quad \|x\| \leq \alpha_1^{-1}(c)$$

Por lo tanto, tomando  $c = \alpha_1(r)$  se asegura que  $\Omega_c \subset B_r$ . Por otro lado, considerando la parte derecha de la desigualdad (A.7), tenemos que

$$\|x\| \leq \mu \quad \Rightarrow \quad V(x) \leq \alpha_2(\mu)$$

Por consiguiente, tomando  $\varepsilon = \alpha_2(\mu)$  se asegura que  $B_\mu \subset \Omega_\varepsilon$ . Para obtener  $\varepsilon < c$ , se debe considerar que  $\mu < \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r))$ . Para calcular la última cota sobre  $x(t)$ , se utiliza la parte izquierda de la desigualdad (A.7) y se escribe como

$$V(x) \leq \varepsilon \quad \Rightarrow \quad \alpha_1(\|x\|) \leq \varepsilon \quad \Leftrightarrow \quad \|x\| \leq \alpha_1^{-1}(\varepsilon)$$

Recordando que  $\varepsilon = \alpha_2(\mu)$ , tenemos que

$$x \in \Omega_\varepsilon \Rightarrow \|x\| \leq \alpha_1^{-1}(\alpha_2(\mu))$$

Por lo tanto, la última cota se puede tomar como  $b = \alpha_1^{-1}(\alpha_2(\mu))$ .

Considérese un sistema de la forma

$$\dot{x} = f(t, x) + g(t, x) \quad (\text{A.8})$$

donde  $f : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}^n$  y  $g : [0, \infty) \times D \rightarrow \mathbb{R}^n$  son continuas por partes en  $t$  y localmente *Lipschitz* en  $x$  sobre  $[0, \infty) \times D$ , y  $D \subset \mathbb{R}^n$  es un dominio que contiene al origen  $x = 0$ .

El término de perturbación  $g(t, x)$  se debe a errores de modelado e incertidumbre. Esta representación *aditiva* en (A.8) modela, por ejemplo, perturbaciones que no modifican el orden del sistema.

Se considera el caso  $g(t, 0) \neq 0$ . Sea  $V(t, x)$  una función de Lyapunov que satisface

$$c_1 \|x\|^2 \leq V(t, x) \leq c_2 \|x\|^2 \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} f(t, x) \leq -c_3 \|x\|^2 \quad (\text{A.10})$$

$$\left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| \leq c_4 \|x\| \quad (\text{A.11})$$

para todo  $(t, x) \in [0, \infty) \times D$  y constantes positivas  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  y  $c_4$ .

**Lema 1:** Sea  $x = 0$  un punto de equilibrio exponencialmente estable del sistema nominal  $\dot{x} = f(t, x)$ . Sea  $V(t, x)$  una función de Lyapunov del sistema nominal que satisface (A.9) – (A.11) en  $[0, \infty) \times D$ , donde  $D = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| < r\}$ . Supóngase que el término de perturbación  $g(t, x)$  satisface

$$\|g(t, x)\| \leq \delta < \frac{c_3}{c_4} \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} \theta r \quad (\text{A.12})$$



para todo  $t \geq 0$ , todo  $x \in D$ , y una constante positiva  $\theta < 1$ . Entonces, para todo

$$\|x(t_0)\| < \sqrt{\frac{c_1}{c_2}} r \quad (\text{A.13})$$

la solución  $x(t)$  del sistema perturbado (A.8) satisface

$$\|x(t)\| \leq k \exp[-\gamma(t - t_0)] \|x(t_0)\|, \quad \forall t_0 \leq t < t_0 + T \quad (\text{A.14})$$

y

$$\|x(t)\| \leq b, \quad \forall t \geq t_0 + T \quad (\text{A.15})$$

para un  $T$  finito, donde

$$\begin{aligned} k &= \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} \\ \gamma &= \frac{(1 - \theta)c_3}{2c_2} \\ b &= \frac{c_4}{c_3} \sqrt{\frac{c_2}{c_1}} \frac{\delta}{\theta} \end{aligned}$$

**Demostración:** Usando  $V(t, x)$  como una función candidata de Lyapunov para el sistema perturbado (A.8). La derivada de  $V(t, x)$  a lo largo de las trayectorias de (A.8) satisface

$$\begin{aligned} \dot{V}(t, x) &\leq -c_3 \|x\|^2 + \left\| \frac{\partial V}{\partial x} \right\| \|g(t, x)\| \\ &\leq -c_3 \|x\|^2 + c_4 \delta \|x\| \\ &= -(1 - \theta)c_3 \|x\|^2 - \theta c_3 \|x\|^2 + c_4 \delta \|x\|, \quad 0 < \theta < 1 \\ &\leq -(1 - \theta)c_3 \|x\|^2, \quad \forall \|x\| \geq \frac{\delta c_4}{\theta c_3} \end{aligned}$$



# Referencias

- [1] H. K. Khalil, “*Nonlinear Systems, 2nd ed*”. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [2] N. A. Osborn and D. L. Rittenhouse, “*The modeling of friction and its effects on fine pointing control*”. AIAA Mechanics and Control of Flight Conference, pag. 74-875, Aug. 1974.
- [3] L. Sciavicco and B. Siciliano, “*Modeling and Control of Robot Manipulators*”. McGraw-Hill, New York, 1996.
- [4] M. W. Spong and M. Vidyasagar, “*Robot Dynamics and Control*”. Wiley, New York, 1989.
- [5] B.C. Kuo, “*Automatic Control Systems*”. Prentice Hall Inc, USA, 1996.
- [6] C. Canudas de Wit, L. Praly, “*Adaptive eccentricity compensation*”. IEEE Trans. Control Systems Tech. 8 (5) (200) pp. 756-766, Sep. 2000.
- [7] M. Brown, C.J. Harris, “*Neurofuzzy Adaptive Modelling and Control*”. Prentice Hall: New York , 1994.
- [8] M.Y. Chen and D.A. Linkensm, “*A systematic neuro-fuzzy modeling framework with application to material property prediction*”. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Vol.31, pp. 781-790, 2001.
- [9] C.T. Lin and G. Lee, “*Neural fuzzy systems: A neural-fuzzy synergism to intelligent systems*”. Prentice-Hall Inc., NJ, 1996.

- 
- [10] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky, “*A new model for control of systems with friction*”. IEEE Trans. Automat. Contr., vol 40, pp. 419-425, Mar. 1995.
- [11] N. Gershenfeld, “*The Nature of Mathematical Modeling*”. Cambridge University Press, Cambridge, 1999.
- [12] R. Ortega, “*Some remarks on adaptive neuro-fuzzy systems*”. Internal J. Adapt. Control Signal Poces. 10 (1996) 79-83.
- [13] E. Skafidas, A. Fradkov, R. Evans, I. Mareels, “*Approximation based adaptive control for nonlinear systems under matching conditions*”. Automatica 34(3) (1998) 287-299.
- [14] Z.P. Jiang, et al., “*Robust nonlinear integral control by partial state and output feedback*”. Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia, December 2000, pp. 2084-2090.
- [15] A. Loh, A. Annaswamy, F. Skantze, “*Adaptation in the presence of a general nonlinear parametrization: an error model approach*”. IEEE Trans. Automat. Control 44 (1999) 1634-1652.
- [16] A. Astolfi, N. E. Barabanov, R. Ortega, “*Nonlinear PI control of uncertain systems: an alternative to parameter adaptation*”. Systems and Control Letters 47 (2002), 259-278.
- [17] H. Olsson, K.J. Astrom, C. Canudas de Wit, M. Gafvert, P. Lischinky, “*Friction models and friction compensation*”. European J. Control 4 (3) (1998) 176-195.
- [18] F.P. Beer, E. R. Johnston, “*Vector Mechanics for Engineers*”. McGraw-Hill, Inc., U.S.A., 1996.
- [19] U. Emborg and C. F. Ross, “*Active control in the Saab*”, in 340 Proc. 2nd Conf. Recent Adv. Active Contr. Sound Vibrations, Blacksburg, VA, 1993, pp. S67-S73.

- 
- [20] L. J. Eriksson, “*A practical systems for active attenuation in ducts*”. *Sound Vibr.*, vol. 22, no. 2, pp. 30-40, 1998.
- [21] R. Shoureshi and P. Knurek, “*Automotive application of a hybrid active noise and vibration control*”. *IEEE Contr. Syst. Mag.*, vol. 16, no. 6, pp. 72-78, 1996.
- [22] M. Bodson, A. Sacks, and P. Khosla, “*Harmonic generation in adaptive feedforward cancellation schemes*”. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 39, pp. 1939-1944, 1994.
- [23] S. S. Garimella and K. Srinivasan, “*Application of repetitive control to eccentricity compensation in rolling*”. *J Dyn. Syst., Meas., Contr.*, vol. 118, pp. 657-664, Dec. 1996.
- [24] M. Bodson and S. C. Douglas, “*Adaptive algorithm for the rejection of periodic disturbances with unknown frequency*”. *Automatica*, vol. 33, no. 12, pp. 2213-2221, 1997.
- [25] K.J. Hunt, D. Sbarbaro, R. Zbikowski and P.J. Gawthrop, “*Neural Networks for Control Systems- A Survey*”. *Automatica*, Vol. 28, 1083-1112, 1992.
- [26] G. Cybenko, “*Approximation by superpositions of a sigmoidal function*”. *Math. Control Signal Syst.*, vol. 2, pp. 303-314, 1989.
- [27] K. Narendra and K. Parthasarathy, “*Identification and control of dynamical systems using neural networks*”. *IEEE Trans. Neural Netw.*, vol. 1, no. 1, pp. 4-27, March. 1990.
- [28] R. J. Williams and D. Zipser, “*A learning algorithm for continually running fully recurrent neural networks*”. *Neural Comput.*, vol. 2, no. 1, pp. 270-280, 1989.

- 
- [29] D. Rumelhart, G. Hinton, and R. Williams, “*Internal Representations by Error Propagation*”. Cambridge, MA: MIT Press, 1986, ch. 8.
- [30] A. Poznyak, T. Poznyak, and I. Chairez, “*Dynamic neural observers and their application for identification and purification of water by ozone*”. Autom. Remote Control, vol. 67, no. 6, pp. 887-889, 2006.
- [31] W. Yu and X. Li, “*Fuzzy identification using fuzzy neural network*”. IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 12, no. 3, pp. 441-420, Jun. 2004.
- [32] C.-F. Juang, “*A TSK-type recurrent fuzzy network for dynamic systems processing by neural network and genetic algorithms*”. IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 10, no. 2, pp. 155-170, Apr. 2002.
- [33] V. Gorrini and H. Bersini, “*Recurrent fuzzy systems*”. in Proc. IEEE Int. Conf. Fuzzy Syst., 1994, pp. 193-198.
- [34] C. T. Lin, “*A neural fuzzy control system with structure and parameter learning, Fuzzy Sets and Systems*”. Vol.70, 183-212, 1995.
- [35] D.S. Chen and R.C. Jain, “*A robust back propagation learning algorithm for function approximation*”. IEEE Trans. Neural Networks, Vol.5, No.3, 1994.
- [36] W. Y. Wang, T. T. Lee, C. L. Liu and C. H. Wang, “*Function approximation using fuzzy neural networks with robust learning algorithm*”. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Vol.27, 740-747, 1997.
- [37] S. Wu and M. J. Er, “*Dynamic fuzzy neural networks- a novel approach to function approximation,*”. IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, Vol.30, 358-364, 2000.

- 
- [38] George A. Rovithakis, and Manolis A. Christodoulou, “*Adaptive Control of Unknown Plants Using Dynamical Neural Networks*”. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. Vol. 24, No. 3, March 1994.
- [39] Wen Yu, Alexander S. Poznyak, “*Indirect Adaptive Control via Parallel Dynamic Neural Networks*”. IEEE Proceedings - Control Theory and Applications, Vol.37, No.1, 1999.
- [40] E. B. Kosmatopoulos, M. M. Polycarpou, M. A. Christodoulou and P. A. Ioannou, “*High- Order Neural Network Structures for Identification of Dynamical Systems*”. IEEE Trans. on Neural Networks, Vol.6, No.2, 442-431, 1995.
- [41] Alexander S. Poznyak, Edgar N. Sánchez and Wen Yu Li, “*Diferential Neural Networks for Robust Nonlinear Control*”. 2001 World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. Singapore, 2001.
- [42] Wen Yu, Xiaou Li, “*Some stability properties of dynamic neural networks*”. IEEE Trans. Circuits and Systems, part I, Vol. 48, No. 2, 256-159, 2001.
- [43] Wang Li-Xin, “*Stable Adaptive Fuzzy Control of Nonlinear Systems*”. IEEE Transactions on Fuzzy Systems Vol. 1, No.2 , pp. 146-155, May. 1993.
- [44] Lee Yonggon, Zak Stnaislaw H., “*Uniformly Ultimately Bounded Fuzzy Tracking Controllers for Uncertain Systems*”. IEEE Transactions on Fuzzy System, Vol. 12, No. 6, Dec. 2004.
- [45] Polycarpou Marios M, “*Stable Adaptive Neural Scheme for Nonlinear Systems*”. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 41, No. 3, March. 1996.
- [46] Rubaai A., Ricketts D. and Kankam M. D., “*Development and Implementation of an Adaptive Fuzzy-Neural-Network Controller for Brushless Drives*”. IEEE Trans. Industry Applications, vol. 38, no. 2, pp. 441-447, March 2002.

- 
- [47] Tzes Anthony, Peng Pei-Yuan, “*Fuzzy Neural Network Control for DC-Motor Micromanuevering*”. Transactions of the ASME. Vol. 119, pp. 312-315, June 1997.
- [48] Ko J.S., Kim H. and Yang S.H, “*Precision speed control of PMSM using neural network disturbance observer on forced nominal plant*”. in 5th Asian Control Conference, Melbourne, Australia, 2004, pp. 1746-1752.
- [49] A. Rubaai, D. Ricketts and M.D. Kankam, “*Laboratory Implementation of a Microprocessor-Based Fuzzy Logic Tracking Controller for motion Controls and Drives*”. IEEE Trans. Industry Applications, vol. 38, no. 2, pp. 448-456, March/April 2002.
- [50] Yu G.R., Hwang R.C. and Lin C.P, “*Optimal fuzzy control of the spindle motor in a CD-ROM drive using genetic algorithms*”. 5th Asian Control Conference. Melbourne, Australia, pp. 51-57, 2004.
- [51] Rubaai A., Ricketts D. and Kankam M.D., “*Experimental Verification of a Hybrid Fuzzy Control Strategy for a High-Performance Brushless DC Drive System*”. IEEE Trans. Industry Applications, vol. 37, no. 2, pp. 448-456, March/April 2001.
- [52] Teeter J. T., Chow M.Y. and Brickely J.J. Jr., “*A novel fuzzy friction compensation approach to improve the performance of a DC motor control system*”. IEEE Trans. Industrial Electronics, vol. 43, no. 1, pp. 113-120, 1996.
- [53] M. de B. Martín y S. M. Alfredo. “*Redes neuronales y sistemas borrosos*”. Alfaomega, Madrid, 3a ed., 2007.
- [54] Ronald J. Tocci, Neal S. Widmer, and Gregory L. Moss, “*Digital Systems: Principles and Applications*”. 8th edition, Prentice-Hall Pearson, 2001.
- [55] M. Gonzalez Olvera and Y. Tang, “*Black-Box Identification of a Class of Non-linear Systems by a Recurrent Neurofuzzy Network*”. Trans. Neural Network., vol. 21, no. 4, pp. 672-679, Apr. 2010.



- 
- [56] Su Chun-Yi, Stepanenko Yury, “*Adaptive Control a Class of Nonlinear with Fuzzy Logic*”. IEEE Transactions on Fuzzy System. Vol. 21, No. 4, Noviembre 1994.
- [57] Spooner Jeffrey T., Passino Kevin M., “*Stable Adaptive Control Using Fuzzy Systems and Neural Networks*”. IEEE Transactions on Fuzzy System. Vol.4, No.3, Agosto 1996.
- [58] Liu Z., Zhuang X., Wang S., “*Speed control of a DC motor using BP neural networks*”. en Proc. 2003 IEEE Conf. on Control Applications, pp. 832-835.
- [59] Rubaai A, and Kotaru R., “*Online identification and control of a DC motor using learning adaptation of neural networks*”. IEEE Trans. Industry Applications, vol. 36, no. 3, pp. 935-942, mayo/junio 2000.
- [60] Tzes A., Peng P.Y. Houg C.C., “*Neural Network Control for DC Motor Micromaneuvering*”. IEEE Trans. Industrial Electronics, vol. 42, no. 5, pp. 516-523, Octubre 1995.
- [61] Lewis, F. L., S. Jagannathan and A. Yesildirek, “*Neural Network Control of Robot Manipulators and Nonlinear Systems*”. Taylor and Francis, Philadelphia 1999.
- [62] P. A. Ioannou, J. Sun, “*Robust Adaptive Control*”. Prentice-Hall, 1996.