



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

**INSTITUTO DE INGENIERÍA**

**SEPARABILIDAD DE FUGAS EN DUCTOS  
USANDO ESTIMACIÓN Y SEÑALES AUXILIARES**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRA EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

**P R E S E N T A**

**LAURA PATRICIA JIMÉNEZ MIJANGOS**

TUTOR:

**DRA. MARÍA CRISTINA VERDE RODARTE**



MÉXICO, D.F. DICIEMBRE 2011



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Héctor Benítez Pérez

Secretario: Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

Vocal: Dra. María Cristina Verde Rodarte

1er. Suplente: Dr. Jesús Darío Mina Antonio

2o. Suplente: M.I. Rolando Carrera Méndez

Lugar donde se realizó la tesis:

Instituto de Ingeniería, UNAM  
Coordinación de Eléctrica y Computación

**TUTOR DE TESIS:**

**Dra. María Cristina Verde Rodarte**

---

**FIRMA**



# Agradecimientos

A mi familia, mis padres Lulú y Nacho, mis hermanos Elizabeth, Paloma, Néstor y Alejandra, mi esposo Eder, mis suegros Lidia y Salvador, mi cuñada Yaritzin y mi bebé por el cariño incondicional, fuerza e inspiración que me proveen para seguir adelante todos los días.

A mis sobrinas Camila y Jimena por que recordarlas me hace sonreír.

A mis profesores en la maestría por todas sus enseñanzas, experiencia y paciencia que me guiaron para tener una mejor comprensión de la ingeniería como herramienta de servicio.

Al jurado de examen de grado por sus aportaciones y buena voluntad.

A mi tutora por la inteligencia, tenacidad y experiencia que dio al proceso de guiarme.

A mis amigos en Toluca con quienes se que cuento incondicionalmente y a mis amigos nuevos, de donde sea que vengan, que hacen aun mejor mi estancia en la universidad.

A la UNAM por darme la oportunidad de seguir estudiando, la universidad es tan grande como las personas que trabajan en ella.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por su apoyo para continuar con mi formación académica.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por ofrecerme sus instalaciones y recursos para desarrollar este proyecto.

Al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM DGAPA por fomentar y apoyar este proyecto.

Y a Dios por todas las bendiciones y pruebas que me confía para crecer.



# Contenido

Contenido . . . . .	VII
Lista de figuras . . . . .	IX
Lista de tablas . . . . .	XI
Resumen . . . . .	XIII
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	2
1.2. Objetivo . . . . .	2
1.3. Estado del arte . . . . .	3
1.4. Descripción de capítulos . . . . .	5
<b>2. Herramientas básicas para detección e identificación de fallas</b>	<b>7</b>
2.1. Falla contra perturbación . . . . .	7
2.2. Diagnóstico de fallas . . . . .	8
2.3. Análisis estructural para diagnóstico de fallas . . . . .	9
2.3.1. Relaciones analíticas redundantes . . . . .	9
2.3.2. Grafo bipartita . . . . .	10
2.3.3. Grafo redundante . . . . .	11
2.4. Análisis de señales auxiliares para diagnóstico de fallas . . . . .	13
2.4.1. Señales de excitación . . . . .	13
2.4.2. Evaluación de residuos . . . . .	14
2.4.3. Procesamiento de señales . . . . .	16
2.4.4. Funciones de autocorrelación y correlación cruzada . . . . .	17
<b>3. Caso de estudio: ducto</b>	<b>19</b>
3.1. Modelo dinámico del fluido en el ducto . . . . .	19
3.2. Modelo discreto del fluido en el ducto . . . . .	20
3.3. Modelo estático del fluido en el ducto con dos fugas . . . . .	21
3.4. Descripción física del ducto piloto . . . . .	23
<b>4. Condiciones de separabilidad de casos de fuga</b>	<b>27</b>
4.1. Detectabilidad con posiciones conocidas . . . . .	27
4.2. Detectabilidad con posiciones desconocidas . . . . .	33
4.3. Separabilidad de fugas con modelo estimado y señales auxiliares . . . . .	41
4.3.1. Detección de fugas . . . . .	41
4.3.2. Generación de residuos con el modelo estimado . . . . .	43
4.3.3. Generación de residuo equivalente . . . . .	44

4.3.4. Señales auxiliares periódicas . . . . .	44
4.3.5. Patrón de separabilidad de casos de fugas . . . . .	49
<b>5. Conclusiones</b>	<b>55</b>
Referencias . . . . .	59



# Lista de figuras

2.1. Generación de un umbral adaptable dependiente de la entrada al proceso con umbral constante $c_1$ . . . . .	15
2.2. Evolución del residuo y respuesta del umbral adaptable en un experimento hecho con datos reales . . . . .	15
3.1. Descripción de las secciones $i$ de longitud $z_i + \delta_i$ e $i + 1$ de longitud $z_{i+1}$ . . . . .	20
3.2. Definición mínima de variables ante la presencia de dos fugas no uniformemente distribuidas . . . . .	21
3.3. Comportamiento de la presión en presencia de una y de dos fugas . . . . .	22
3.4. Esquema del ducto piloto . . . . .	24
3.5. Vista lateral de la instalación física del ducto piloto . . . . .	25
3.6. Datos obtenidos del ducto por medio del simulador . . . . .	25
4.1. Residuos $R_2$ y $R_3$ generados para dos fugas $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$ a $t_{f_1} = 30s$ y $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$ a $t_{f_2} = 60s$ . . . . .	32
4.2. Residuos $R_2$ y $R_3$ generados para dos fugas $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$ y $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$ a $t_{f_1} = t_{f_2} = 40s$ . . . . .	32
4.3. Residuos $R_2$ y $R_3$ generados para dos fugas $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$ y $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$ a $z_1 = 33.02m$ y $z_2 = 99.08m$ en $t_{f_1} = 30s$ y $t_{f_2} = 60s$ . . . . .	33
4.4. Secciones de búsqueda para el ducto . . . . .	34
4.5. Variables conocidas $z_i$ con periodo $T$ para $i = 1, 3$ y $z_2$ estimada con $l_1 = l_2 = l$ . . . . .	34
4.6. Residuos periódicos $R_{1p}$ y $R_{2p}$ , y posición $z_{eq}$ para dos fugas a la izquierda de $l_2$ . . . . .	38
4.7. Residuos periódicos $R_{1p}$ y $R_{2p}$ , y posición $z_{eq}$ para dos fugas entre los límites de búsqueda $l_1$ y $l_2$ . . . . .	39
4.8. Residuos periódicos $R_{1p}$ y $R_{2p}$ , y posición $z_{eq}$ para dos fugas a la derecha de $l_1$ . . . . .	40
4.9. Residuos periódicos $R_{1p}$ y $R_{2p}$ , y posición $z_{eq}$ para dos fugas secuenciales a la izquierda de $l_2$ . . . . .	41
4.10. Umbral adaptable para detección de fugas . . . . .	42
4.11. Umbral constante para inicio de generación de residuos . . . . .	42
4.12. Comparación de presiones y gastos para una y dos fugas . . . . .	45
4.13. Comparación de parámetros estimados y residuos para una y dos fugas . . . . .	46
4.14. Comparación de casos de una y dos fugas frente a diferentes frecuencias de la señal de excitación . . . . .	48
4.15. Efecto de las fugas en la amplitud y la fase de los residuos . . . . .	50
4.16. Comparación de funciones de autocorrelación para una y dos fugas . . . . .	51
4.17. Comparación de funciones de correlación cruzada para una y dos fugas . . . . .	52
4.18. Patrón amplitud contra fase para los casos de fugas . . . . .	54



# Lista de tablas

4.1. Matriz de incidencia del grafo bipartita descrito por las restricciones (4.2) . . . . .	28
4.2. Matriz de aparejamiento para el grafo redundante con nodos de salida $\mathcal{U}_{s1} = \{H_1, Q_1\}$ y de llegada $Q_3$ y sensible a ambas fugas . . . . .	29
4.3. Matriz de aparejamiento para el grafo redundante con nodos de salida $\mathcal{U}_{s2} = \{H_4, Q_1, Q_3\}$ y de llegada $H_1$ , sensible a la fuga en $z_1 + z_2$ e insensible a la fuga en $z_1$ . . . . .	30
4.4. Matriz de aparejamiento para el grafo redundante con nodos de salida $\mathcal{U}_{s3} = \{H_1, Q_1, Q_3\}$ y de llegada $H_4$ , sensible a la fuga en $z_1$ e insensible a la fuga en $z_1 + z_2$ . . . . .	30
4.5. Matriz de aparejamiento para el grafo redundante con nodos de salida $\mathcal{U}_{s1} = \{H_4, Q_1, Q_3, z_1\}$ y de llegada $H_1$ , incluyendo la restricción $c_6$ para el cálculo de $z_2$ . . . . .	35
4.6. Matriz de aparejamiento para el grafo redundante con nodos de salida $\mathcal{U}_{s2} = \{H_1, Q_1, Q_3, z_3\}$ y de llegada $H_4$ , incluyendo la restricción $c_7$ para el cálculo de $z_2$ . . . . .	36
4.7. Condiciones de eventos CRUCE POR CERO para determinar región de fugas . . . . .	37
4.8. Matriz de aparejamiento para el grafo redundante $R_{eq}$ con nodos de salida $\mathcal{U}_{s4} =$ $\{H_3, Q_2\}$ y de llegada $Q_1$ . . . . .	43
4.9. Casos de Simulación . . . . .	52
4.10. Parámetros estimados de los casos de simulación . . . . .	53



# Resumen

Está demostrado por diversos métodos que si el flujo en un ducto se encuentra en estado estacionario y sólo se miden las presiones y los flujos en los extremos del ducto, es imposible diagnosticar más de una fuga en dicho ducto; por lo que este trabajo enfrenta el problema de separar las condiciones de presión y flujo debidas a una fuga de las debidas a dos fugas.

Para enfrentar el problema de distinguir escenarios de fugas se propone diseñar un generador de residuos utilizando como estructura nominal el modelo dinámico del fluido con una fuga, de forma que el residuo resultante sea robusto a la presencia de una fuga y sensible a la presencia de más de una fuga. El diseño del generador de residuos se basa en la estimación de los parámetros de posición y tamaño del orificio en línea una vez se a determinado la presencia de fugas, asumiendo la presencia sólo de una fuga.

Con objeto de que el modelo estimado sea útil en la generación del residuo sensible a la presencia de dos o más fugas y robusto ante la presencia de una sola, se imponen condiciones de frontera específicas en el fluido, a través del uso de señales auxiliares que excitarán los modos del fluido en el ducto.

Con herramientas de análisis de sistemas y análisis de señales se propone un procedimiento para separar el caso de una fuga del de múltiples fugas; este procedimiento permite:

- Reconstruir el flujo que se pierde por causa de la fuga o flujo de escape y determinar la posición en caso de que se trate sólo de una fuga.
- Generar cotas del flujo de escape y de las secciones del ducto en las que se localizan las fugas, cuando existan dos.

Para ilustrar el potencial del procedimiento, se utilizan datos simulados a partir de los parámetros del ducto piloto de 135 m construido en el laboratorio del Instituto de Ingeniería de la UNAM.



# 1

## Introducción

Dentro de la mayoría de los procesos físicos, debido a la complejidad que éstos encierran, existe el riesgo de accidentes que a pequeña o gran escala de manera conjunta generan pérdidas y daños económicos, materiales, humanos y ambientales, es por esto que se necesitan procesos donde exista control sobre la seguridad; procesos capaces de manejar eventos causantes de daños y posibles accidentes.

Un sistema convencional con retroalimentación puede tener un desempeño poco satisfactorio o inestabilidad debido al mal funcionamiento eventual de actuadores, sensores u otros elementos del sistema; estos eventos se conocen como fallas y es el objetivo del diseño de un control tolerante a fallas mantener el desempeño robusto y la estabilidad del sistema, de acuerdo con sus capacidades en presencia de fallas.

En sistemas de lazo cerrado, las fallas incipientes por lo general están cubiertas por los controladores debido a la retroalimentación. Por lo tanto, será difícil detectar y diagnosticar las fallas en una etapa temprana si no se adopta una técnica particular Zhou y Doyle (1998), para enfrentar este problema se tienen dos tipos de controladores: **independientes** e **dependientes** de detección y diagnóstico de fallas. Los independientes no toman en cuenta si han ocurrido fallas, por lo que el diagnóstico de éstas se realiza fuera de línea y se incluye en el diseño; se utilizan configuraciones como control integral, estabilización confiable y estabilización simultánea. Los dependientes, cuya esencia se encuentra en detectar y diagnosticar fallas del sistema en línea, modifican la ley de control de manera que el sistema conserve sus características de estabilidad y desempeño, en la medida de lo posible, dependiendo de la falla diagnosticada.

Una pieza fundamental del desarrollo de sistemas seguros son los sistemas dedicados en su totalidad a la detección e identificación de fallas, ya que la información proporcionada por dichos sistemas es el punto de partida para el diagnóstico confiable y corrección de las mismas.

## 1.1. Motivación

Se sabe que la estructura entre variables de un modelo analítico juega un papel importante para determinar si hay redundancia entre los datos Cassal *et al.* (1994). En particular, el análisis estructural (AE) basado en teoría de grafos permite estudiar, de manera sencilla, las capacidades de un modelo para detectar y aislar fallas, aplicable aún para sistemas no lineales y sin valores numéricos Blanke *et al.* (2003).

Por otra parte, la confiabilidad de las redes de ductos es una preocupación importante de los sectores involucrados en los sistemas de transporte de fluidos. Aunque los ductos están, en principio, diseñados con protecciones, ocurren fugas y ruptura de las líneas con efectos costosos.

El problema principal para la localización automática de fugas es el número reducido de sensores y de relaciones estáticas entre variables para determinar las posiciones exactas de las fugas, si se asume que el flujo se encuentra en estado permanente.

La comunidad de seguridad de procesos ha propuesto localizadores de fugas usando técnicas de identificación de parámetros y teoría de observadores de sistemas dinámicos. Este tipo de localizadores, basados en modelos analíticos, en condiciones de fugas simultáneas, diagnostican una fuga falsa, caracterizada por la posición  $z_{eq}$  Billman y Isermann (1987), Torres (2011) y Verde *et al.* (2011). Así, la localización de múltiples fugas es un problema abierto, el cual requiere incrementar la redundancia entre los datos disponibles del ducto.

Los hechos antes descritos motivaron el presente trabajo en donde se presentan condiciones y procedimientos factibles para discernir, entre múltiples fugas y una sola en el ducto, cuando se suponen las posiciones de las fugas, desconocidas en el modelo del fluido.

Para aumentar la redundancia y así generar residuos insensibles ante la presencia de una fuga y sensible al caso de más de una, se utiliza un modelo dinámico de tres estados con una fuga. Usando el concepto de grafo redundante,  $\mathcal{GR}$  Verde y Sánchez-Parra (2010), se demuestra que existen residuos con dichas propiedades, cuando se estiman los parámetros asociados a una fuga en el modelo nominal usado en el generador de residuos, y se perturba el fluido introduciendo señales auxiliares en las condiciones de frontera del modelo.

## 1.2. Objetivo

El objetivo de este trabajo consiste en establecer condiciones para separar escenarios de fugas en un ducto y desarrollar el procedimiento por medio del cual se logre dicha separación, usando el



modelo dinámico del fluido con una fuga y parámetros estimados de flujo de escape y posición de una fuga virtual, así como señales auxiliares, durante intervalos de tiempo, que exciten los modos de la dinámica del fluido.

El proceso en línea para separar los casos de fallas se lleva a cabo por etapas una vez que se ha detectado un desbalance de volumen. La primera parte del procedimiento consiste en estimar los parámetros de la fuga, tanto posición como orificio  $(z_{eq}, \lambda_{eq})$ , manteniendo el fluido en estado permanente y usando relaciones estáticas del modelo para una fuga. Esta estimación, aumenta la información redundante y permite generar residuos con el modelo estimado de fuga como nominal.

Una vez estimados los parámetros en condiciones de equilibrio, se excita el fluido con señales auxiliares; las cuales se adicionan a las condiciones de frontera del modelo tratando de maximizar la ganancia de los residuos para el caso de dos fugas. Es decir, las señales auxiliares, se seleccionan de manera tal que los residuos sean insensibles al caso de una sola fuga y sensible para el caso múltiple. Para evaluar la ganancia de los residuos a las señales auxiliares, se propone la norma  $H_\infty$ , junto con el defasamiento entre dichas variables. Esta forma de evaluar los residuos permite caracterizar patrones de fallas con la amplitud y la fase del operador.

### 1.3. Estado del arte

La supervisión automática de redes de ductos es un reto para la comunidad de ingeniería, debido a que el deterioro de éstas genera pérdidas económicas importantes y daño al medio ambiente. Es por esto que diferentes puntos de vista, herramientas y experiencias se han considerado en los últimos diez años para lidiar con el monitoreo de acueductos, oleoductos, sistemas de bombeo, redes de ductos, plantas químicas, etc. Según Wang *et al.* (2005) ningún método puede por sí solo alcanzar siempre todos los requerimientos y cada técnica tiene sus ventajas y desventajas en diferentes circunstancias. Las introducciones dadas en Wang *et al.* (2005), Korbicz *et al.* (2004b) y Makar y Chagnon (1999) son revisiones de diversas herramientas de diagnóstico para ductos considerando instrumentos de *hardware* y *software*. En el caso de redes de distribución se han utilizado algoritmos genéticos Tanand *et al.* (1999), y análisis de onduletas Ai-Shidhani *et al.* (2003) para detectar la posición de las fugas.

La comunidad de control automático ha desarrollado una teoría general para el diagnóstico de sistemas dinámicos que permite la generación por *software* de síntomas de falla llamados residuos Patton y others (2000) y Korbicz *et al.* (2004a). Se han desarrollado diversos procedimientos basados en modelos matemáticos dentro del marco de trabajo del control para la detección de fugas. Billman y Isermann (1984), Shields *et al.* (2001) y Korbicz *et al.* (2004b) diseñaron generadores de residuos usando modelos de dimensión finita y asumiendo el espacio de discretización fijo en el conjunto de

ecuaciones diferenciales parciales (*EDP*) que describe el comportamiento del fluido. De cualquier forma, estos métodos sólo pueden aplicarse para detectar fugas en casos limitados. Una formulación novedosa para la localización de múltiples fugas se da en Verde (2005) asumiendo que las fugas son secuenciales y explorando el ducto con una ley adaptable para estimar la posición de las fugas. Este procedimiento es exitoso si aparece una nueva fuga después de localizar la anterior. De cualquier forma, si una nueva fuga aparece sin que se haya localizado la anterior el algoritmo adaptable falla.

Es importante notar que los métodos de localización basados en condiciones de estado estacionario del residuo sin señales auxiliares (como ejemplos Billman y Isermann (1984), Shields *et al.* (2001), Geiger *et al.* (May, 2000) y Dinis *et al.* (1999)), tienen una propiedad en común; si se aplican para el caso de múltiples fugas con condiciones similares, todos ellos entregan la misma posición errónea  $z_{eq}$ , las razones de este hecho son Verde y Visairo (2004):

- La imposibilidad de aislar dos o más fugas con cualquier algoritmo de residuos en estado estacionario, debido a que no se tiene una solución única para las ecuaciones de masa, dado que la velocidad de onda no tiene influencia en las condiciones de estado estacionario.
- La parametrización de una posición virtual de fuga  $z_{eq}$  que generan los mismos flujos en estado estacionario en los extremos del ducto, como un conjunto infinito de casos de múltiples fugas.

A pesar del hecho de que la aparición de más de una fuga en un intervalo de tiempo corto es poco común, puede pasar cuando catástrofes naturales como terremotos dañan las líneas, o acciones humanas como la extracción no autorizada en oleoductos o el incremento de presión en acueductos con uniones malhechas, las provocan. La comunidad de Ingeniería Civil ha hecho frente a este problema. En particular Lee *et al.* (2005) propone capturar los patrones con fugas del diagrama de respuesta en frecuencia considerando la perturbación de la línea por medio de una válvula. Ferrante y Brunone (2003) presenta un método basado en respuesta transitoria usando la Transformada de Fourier de señales de presión. De cualquier forma estos métodos tienen limitaciones prácticas si efectos no lineales dominantes se encuentran presentes en el fluido y se requiere una señal auxiliar. Brunone (1999) reporta un método basado en pruebas en estado transitorio con la capacidad de detectar dos fugas, una después de la otra.

Recientemente da-Silva *et al.* (2005) publicó un método basado en clasificación difusa de la respuesta transitoria con múltiples fugas, el entrenamiento puede ser una limitación sin importar la cantidad de datos históricos con fugas. Por otra parte, el análisis transitorio del fluido en el dominio del tiempo con respecto a los parámetros de fuga para una  $z_{eq}$  dada en Visairo (2004) concluye que la respuesta transitoria permite la identificación de fugas en la mayoría de los casos de estudio.

Las contribuciones mencionadas conducen a mirar el problema desde la perspectiva del planteamiento de un modelo nominal para la generación de residuos, que involucre la información de posición y

flujo de escape de una fuga de forma que se pueda obtener un residuo robusto ante la presencia de una fuga. Una vez estimado el modelo nominal hacer uso de señales auxiliares que exciten los modos del sistema y ayuden en la tarea de distinguir cuándo en realidad se trata sólo de una fuga y cuándo de más de una. De manera que se distinguen dos tareas fundamentales:

- Proponer un procedimiento por medio del cual se logre distinguir la presencia de una fuga de la de dos fugas, utilizando para el generador de residuos, como modelo nominal, el modelo dinámico del fluido con una fuga, y para el análisis del residuo generado, la inyección de señales auxiliares que ayuden excitar los modos del sistema.
- Establecer condiciones que ayuden a distinguir las características del residuo debido a una fuga y de dos fugas, utilizando herramientas de análisis de señales.

Para determinar la distinguibilidad de los escenarios de fuga por medio del análisis estructural del sistema se hizo una revisión del trabajo realizado por Verde *et al.* (2009) acerca del uso de grafos redundantes como herramienta de diagnóstico.

La estimación de los parámetros de una fuga se hizo a través de las relaciones estáticas para describir el modelo del fluido en presencia de dos fugas Verde *et al.* (2007), y por medio del conocimiento de estos parámetros y de su inserción en el modelo con una fuga se diseña el generador de residuos, que al inyectar las señales auxiliares de excitación produce un residuo periódico.

Una vez generado el residuo periódico, se analizó por medio de la función de autocorrelación para estimar la amplitud del residuo Isermann (2006), y la función de correlación cruzada entre la presión de entrada aguas abajo del ducto y el residuo para estimar el defasamiento entre estas dos señales Soria (2003).

Con las condiciones analizadas se establecen características de amplitud y defasamiento que describen la diferencia entre los casos de una fuga y dos fugas, con estas características se estableció un patrón con ayuda del cual se puede concluir en presencia de qué caso se está.

## 1.4. Descripción de capítulos

El contenido de este trabajo está organizado como sigue.

- En el Capítulo 2 se presentan los conceptos básicos, el análisis estructural, como herramienta de diseño del sistema de distinción de fugas, y las herramientas de análisis de señales utilizadas en el desarrollo del procedimiento.
- En el Capítulo 3 se presenta el modelo del fluido en el ducto asumiendo la presencia de dos fugas y considerando que sólo se conocen los flujos y presiones en los extremos, así como la

descripción física del sistema “ducto” utilizado como caso de estudio.

- En el Capítulo 4 se presenta el estudio estructural sobre las posibilidades de la estructura del fluido para diagnosticar fugas con tres escenarios. En el primer escenario se revisa el trabajo de Mina (2008) con posiciones conocidas de fugas de forma que se cuente con una visión inicial del análisis estructural del modelo dinámica del flujo en el ducto. En el segundo escenario se plantea el problema de que las posiciones de fugas sean desconocidas. Por último, en el tercero se estiman de los parámetros de una fuga para insertarlos en el del modelo nominal del generador de residuos, contando con la presencia de señales auxiliares en las entradas del sistema. Además, se muestran las características del operador residuo-signal auxiliar obtenido con datos simulados, en donde se evidencia que es posible diferenciar la presencia de una fuga de la presencia de dos fugas.
- Finalmente, en el Capítulo 5, se presentan las conclusiones y trabajo futuro.

## 2

# Herramientas básicas para detección e identificación de fallas

El diagnóstico de fallas consiste en varias tareas que ayudan a determinar la presencia, localización y dimensiones de éstas. Dentro del diseño de sistemas de diagnóstico de fallas, existen diversos métodos y enfoques para abordar los problemas que se enfrentan al tratar de realizar dichas tareas para un sistema y para analizar el comportamiento de los residuos.

En este capítulo se presentan los conceptos y herramientas de análisis de sistemas físicos por medio de los cuales se diseñó el generador de residuos, así como las herramientas de análisis de señales utilizadas para analizar los residuos generados, estas herramientas en conjunto sirvieron para establecer las condiciones de separabilidad de fugas y para desarrollar el método de separación propuesto.

### 2.1. Falla contra perturbación

Para el desarrollo de sistemas tolerantes a fallas, se ha hecho necesario diferenciar de manera determinante los fenómenos que constituyen una falla dentro del sistema controlado de la presencia de una perturbación, ya que la injerencia de una falla y una perturbación sobre el sistema controlado es diferente y en el diseño del sistema de diagnóstico se deben tomar en cuenta estas diferencias.

Una *falla* se observa como un cambio en el valor de los parámetros de un sistema por encima o por debajo de límites considerados normales, por ejemplo, si no existe variación en la presión de entrada y salida del fluido en un ducto, pero se aprecia un aumento o disminución considerable del gasto de entrada o salida, puede deberse a una fuga de fluido, esto se considera una falla.

Una *perturbación* es la presencia de algún fenómeno debido al cual el comportamiento de un

sistema se modifica sin que esto signifique que el sistema esté dañado o fuera de los límites de desempeño; por ejemplo, si durante el proceso se modifica la presión de entrada o salida del fluido debido a una variación en la potencia de la bomba, pero esta variación no genera un cambio demasiado grande se considera una perturbación a la que el motor de la bomba puede oponerse por medio de un lazo de control sin daño en el sistema o en el proceso.

De esta forma los sistemas de detección e identificación deben diseñarse de forma que puedan indicar la diferencia entre la presencia de una perturbación y la de una falla, además de dar información respecto a qué parte del sistema es la que está fallando.

## 2.2. Diagnóstico de fallas

Un sistema de control tolerante a fallas consta de cuatro tareas fundamentales:

- *Detección*: que consiste en diseñar indicadores a partir de la medición o estimación de los parámetros, o de los estados del sistema, cuya función sea avisar de la presencia de una falla; un ejemplo son los detectores de humo, que cuando la medición de humo rebasa un umbral predeterminado activan varias alarmas auditivas y visuales.
- *Aislamiento*: se establece el tipo de falla y su localización, por ejemplo, suponiendo que de manera súbita se suspende el flujo de corriente en una casa habitación, lo lógico es determinar si ha fallado sólo en esa casa, en una cuadra o en toda la manzana, esto da información respecto de la posibilidad de que la falla se encuentre en un fusible, en el cableado o en un transformador.
- *Identificación*: significa determinar la magnitud de la falla una vez localizada, es decir, con suficiente información sobre los estados y los parámetros del sistema se puede determinar que tan grande es la falla y calcular el impacto que genera sobre el sistema; volviendo al ejemplo del suministro de corriente eléctrica, una variación en la energía puede desconectar momentáneamente el sistema, como sucede con los fusibles o con las pastillas de protección, pero un corto circuito en alguna parte de la red puede generar una descarga suficientemente alta como para quemar parte de la instalación o dañar los aparatos eléctricos conectados a ella.
- *Corrección*: o acomodamiento, es la reconfiguración del sistema de control de manera que el sistema sea capaz de seguir funcionando, aún con sus capacidades limitadas, contener el posible daño provocado por la falla o detener el proceso hasta que éste sea seguro de nuevo; como en el ejemplo del detector de humo, muchos de estos dispositivos generan, además de las alarmas, una señal de control que indica a un sistema contra incendios que es momento de abrir válvulas de irrigación de agua, cerrar determinadas secciones del inmueble y en algunos casos avisar vía remota a la estación de bomberos de forma que el daño que pueda producir el fuego sea contenido.

En el caso específico de los sistemas de diagnóstico de fallas las tareas a que se enfrentan son la detección, el aislamiento y la identificación, generando información suficiente para que, en otro contexto, sea posible diseñar un sistema de corrección de las fallas encontradas. La dependencia que tiene el sistema de corrección de fallas o control tolerante a las mismas, en la información generada por su sistema de diagnóstico, es el motivo principal por el que este último debe ser confiable.

## 2.3. Análisis estructural para diagnóstico de fallas

La clave para el diseño de un sistema de diagnóstico de fallas es la información redundante entre las variables conocidas de un sistema Frank (1990). Para analizar las condiciones bajo las cuales el problema de diagnóstico de fallas tiene solución, es decir las posibles fallas en un sistema son diagnosticables, se estudia la estructura del sistema utilizando la información de la interconexión de los subsistemas y las mediciones. A continuación se hace una breve introducción del estudio de la estructura de un sistema como herramienta de análisis para el diseño de un sistema de diagnóstico de fallas.

### 2.3.1. Relaciones analíticas redundantes

Considerando el modelo de un sistema dinámico no lineal de dimensión  $n$ , que incluye relaciones estáticas  $0_p$  sin pérdida de generalidad

$$\dot{x} = f_m(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f}), \quad x \in \mathfrak{R}^n, \quad u \in \mathfrak{R}^{n_u}, \quad (2.1)$$

$$y = h(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f}), \quad y \in \mathfrak{R}^{n_y}, \quad (2.2)$$

$$0_p = m(x, \tilde{x}, u, \theta, f, \bar{f}), \quad \tilde{x} \in \mathfrak{R}^s, \quad 0_p \in \mathfrak{R}^p \quad (2.3)$$

con  $u$  y  $y$  los vectores de variables conocidas,  $\theta$  el vector de parámetros,  $f \in \mathfrak{R}^f$  y  $\bar{f} \in \mathfrak{R}^d$ , donde el vector de fallas  $f$  se selecciona de acuerdo a las fallas de interés  $\mathcal{F} = \{f_1, \dots, f_f\}$ , y el vector  $\bar{f}$  se asocia con las fallas despreciables o perturbaciones  $\bar{\mathcal{F}} = \{\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_f\}$ .

De acuerdo con Cordier *et al.* (2004) es posible definir, la expresión

$$ARR(k_i, \dot{k}_i, \ddot{k}_i, \dots, k_i^{(l)}) \quad (2.4)$$

con  $k_i$  el vector de una variable conocida. La expresión (2.4) es llamada **relación analítica redundante** (*ARR*), por sus siglas en inglés *analytical redundancy relation*, para un conjunto detectable de fallas  $\mathcal{F}$  y cumple que

- para un proceso libre de ruido y fallas su valor es cero.
- más aún, si ocurre una falla  $f_i \in \mathcal{F}$  la (*ARR*) es inconsistente o, lo que es lo mismo, su cálculo es diferente de cero, y puede ser usada para generar una señal de residuo  $r$  para fallas en  $\mathcal{F}$ .

Para enfrentar el problema de aislamiento de fallas se requieren  $ARR$ 's con comportamiento diferente. Dos conjuntos de fallas  $\mathcal{F}$  y  $\mathcal{F}^*$  son aislables, con un vector de variables conocidas  $k_i$  si existe al menos una pareja de  $ARR$ 's con diferentes inconsistencias para el mismo conjunto de fallas. Esto significa

$$ARR_{k_i}|_{\mathcal{F}} \neq ARR_{k_j}|_{\mathcal{F}^*} \quad \text{con} \quad \mathcal{F} \cap \mathcal{F}^* = \emptyset \quad (2.5)$$

Las inconsistencias en las  $ARR$ 's para un conjunto de fallas  $\mathcal{F}$  se describen por medio de la **matriz de firma de fallas**, en esta matriz las filas se asocian a las  $ARR$ 's descritas en términos de variables conocidas y las columnas se asocian con los elementos de  $\mathcal{F}$  de forma que

$$e_{f_{ij}} = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } ARR_i \text{ sensible a } f_i \\ 0 & \text{por el contrario} \end{cases}$$

La capacidad de detección y diagnóstico de fallas en el conjunto de ecuaciones (2.1)-(2.3) se caracteriza por el conjunto de  $ARR$ 's que dependen de la estructura del sistema en condición normal y de falla.

### 2.3.2. Grafo bipartita

**Definición 2.1** Un grafo  $G$  es **bipartita** si puede expresarse como:  $G = \{V_1 \cup V_2, A\}$ , es decir, sus vértices son la unión de dos conjuntos, bajo las siguientes condiciones:

- $V_1$  y  $V_2$  son disjuntos y no vacíos.
- Cada arista de  $A$  une un elemento o vértice de  $V_1$  con uno de  $V_2$ .
- No existen aristas uniendo dos vértices de  $V_1$ ; análogamente para  $V_2$ .

Bajo estas condiciones, el **grafo bipartita** puede describirse como el grafo que une o relaciona dos conjuntos diferentes de elementos a través de aristas.

El sistema dinámico (2.1)-(2.3) puede ser descrito por medio de un grafo bipartita

$$\mathcal{G} = \{\mathcal{C}_s \cup \mathcal{V}, \mathcal{E}\} \quad (2.6)$$

donde  $\mathcal{C}_s = \mathcal{C} \cup \mathcal{D}$  es el conjunto global de restricciones formado por el conjunto de restricciones  $\mathcal{C} = \{c_1, \dots, c_{n_c}\}$  con cardinalidad  $|\mathcal{C}| = n_c$ , y el conjunto de derivadas  $\mathcal{D} = \{d_1, \dots, d_{n_d}\}$  con cardinalidad  $|\mathcal{D}| = n_d$ , en el que además se adopta la convención sugerida por Düstegör *et al.* (2006) de adicionar al conjunto  $\mathcal{D}$  las derivadas de los estados del sistema, es decir  $\dot{x} = \frac{dx_i}{dt}$ . Además,  $\mathcal{V} = \mathcal{X} \cup \mathcal{Z}$  es el conjunto global de variables, donde  $\mathcal{Z} = \mathcal{X} \cup \dot{\mathcal{X}}$  son las variables desconocidas  $\mathcal{X} = \{x_1, \dots, x_{n_x}\}$  y sus derivadas  $\dot{\mathcal{X}} = \{\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_{n_x}\}$ , y  $\mathcal{X} = \mathcal{U} \cup \mathcal{Y}$  son las variables conocidas, exógenas  $\mathcal{U} = \{u_1, \dots, u_{n_u}\}$



y endógenas  $\mathcal{Y} = \{y_1, \dots, y_{n_y}\}$ . Adicionalmente,  $\mathcal{E}$  es el conjunto de aristas que conectan las restricciones  $\mathcal{C}_s$  con las variables  $\mathcal{V}$ , Gross y Yellen (2006). El conjunto de orillas  $e_{ij} \in \mathcal{E}$  está definido por

$$e_{ij} = \begin{cases} (c_i, v_j) & \text{si y sólo si } v_j \text{ aparece en } c_i \\ 0 & \text{por el contrario} \end{cases}$$

Un grafo bipartita puede ser descrito también por medio de la **matriz de incidencia**, donde las filas corresponden a las restricciones  $c_i$  y las columnas a las variables  $v_j$  y la orilla  $e_{ij}$  está dada por el símbolo  $\bullet$  en la fila  $i$ , columna  $j$ . Una falla  $f_i$  que modifica el comportamiento normal de una restricción  $c_i$  significa que las orillas  $e_{ij}$  para cualquier  $j$  son sensibles a  $f_i$ , entonces,  $\mathcal{G}(\mathcal{C}_s \cup \mathcal{V}, \mathcal{E})$  permite considerar fallas, como cambios en el subconjunto  $\mathcal{C}$ , en los parámetros  $\theta$  o como un subconjunto de nodos de entrada  $\mathcal{F}$  sin valores numéricos.

Para evaluar las variables desconocidas  $\mathcal{Z}$  con las restricciones  $\mathcal{C}_s$  por medio del grafo bipartita es necesario direccionarlo, lo cual equivale a relacionar las secuencias de evaluación de los vértices  $\mathcal{V}$  con vértices de  $\mathcal{C}_s$ . En la descripción matricial el símbolo  $\oplus$  en la fila  $i$  de restricciones y columna  $j$  de variables denota que la restricción  $i$  se usa para obtener la variable  $j$ ; esta descripción permite diferenciar las variables que intervienen en una descripción de la variable que se evalúa con ella. Cada  $c_i$  debe evaluar sólo una variable de  $\mathcal{Z}$ , el proceso de evaluación de variables por medio de restricciones en una secuencia orientada es equivalente a operadores obtenidos por concatenación de restricciones eliminando elementos del conjunto de variables desconocidas  $\mathcal{Z}$  y se llama **aparejamiento**, que en el caso de relaciones lineales se reduce a la fórmula de Mason (1956). Desde el punto de vista de detección de fallas, los aparejamientos con información redundante son los únicos útiles, ya que si se cuenta con diversos caminos para evaluar una variable se pueden generar *ARR's* robustas a las fallas que afectan las variables que no intervienen en el aparejamiento y sensibles a las fallas que intervienen en el, de forma que sea posible aislar unas fallas de otras.

### 2.3.3. Grafo redundante

Entonces, la descripción de las variables útiles para detección y aislamiento de fallas se concentra en aquellas con redundancia. La existencia de *ARR's*, implica que el grafo bipartita tiene más restricciones que variables desconocidas y el máximo número de relaciones redundantes está acotado por  $|\mathcal{C}| - |\mathcal{X}_g|$  Krysander *et al.* (2008). Así, el punto inicial del análisis estructural, *AE*, para el diagnóstico de fallas es la descomposición canónica Dulmage-Mendelsohn del grafo bipartita, que se basa en encontrar asignaciones completas para evaluar todo el conjunto  $\mathcal{Z}$  Patton *et al.* (2000). Esta descomposición separa al grafo en tres sub-grafos: el sobre-restringido  $\mathcal{G}^+$  con más restricciones que variables desconocidas  $\mathcal{X}_g^+$ , el justo-restringido  $\mathcal{G}^0$  con el mismo número de restricciones que de variables desconocidas, y el sub-restringido  $\mathcal{G}^-$  con menos restricciones que variables desconocidas. Las fallas que afectan las restricciones involucradas en  $\mathcal{G}^0$  y  $\mathcal{G}^-$  no son detectables debido a que

no hay redundancia por lo que no se pueden obtener  $ARR$ 's de estos subconjuntos Blanke *et al.* (2003).

El concepto de grafo direccionado con vértices iniciales y finales  $\mathcal{K} = \mathcal{U} \cup \mathcal{Y}$ , sin distinción entre entradas y salidas es equivalente a una relación analítica redundante útil en el diagnóstico de fallas, este hecho permite combinar los vértices de  $\mathcal{K}$  y conectarlos en busca de grafos direccionados con trayectorias cortas que maximicen la aislabilidad de las fallas. Así, de manera similar a la definición de relación analítica redundante en Mina (2008) se propone un grafo basado en la idea de mantener las relaciones físicas entre las variables y buscar trayectorias entre vértices medibles de forma que se ayude en la búsqueda de variables que deban medirse para mejorar el diagnóstico sobre todo en sistemas de gran escala.

**Definición 2.2** Sea

$$\mathcal{K}_i = \mathcal{U}_{si} \cup y_i \quad (2.7)$$

un subconjunto de variables conocidas aparejadas a través del subconjunto de restricciones  $\mathcal{C}_i$ , los nodos iniciales  $\mathcal{U}_{si}$  y nodos objetivo  $y_i$ , entonces

$$\mathcal{GR}_i(\mathcal{C}_i; \mathcal{U}_{si}; y_i) \quad (2.8)$$

es un **grafo redundante** (GR) si

- los caminos entre los nodos iniciales  $\mathcal{U}_{si}$  y objetivo  $y_i$  son consistentes y se pueden obtener por concatenación  $\mathcal{C}_i$  y
- hay falta de consistencia en los caminos entre  $\mathcal{U}_{si}$  y  $y_i$  cuando existe una falla en cualquier elemento del camino.

Los símbolos  $\bullet \rightarrow y \rightarrow \bullet$  respectivamente, se usan para indicar los nodos inicial y objetivo. Nótese que para un  $\mathcal{GR}$  específico, los miembros de  $\mathcal{U}_{si}$  son variables independientes correlacionada con  $y_i$  por los caminos del grafo redundante. En este marco de trabajo, las fallas conocidas a priori se consideran nodos inconsistentes. Las ventajas generales de un  $\mathcal{GR}_i$  son:

- Se pueden generar sub-grafos distribuidos donde causa y efecto se pueden manejar indistintamente.
- La firma de fallas se obtiene sin valores numéricos. Esto es útil en la búsqueda de nuevos sensores o trayectorias que mejoren la firma de fallas.

Debido a que para la obtención de un GR no se particulariza la clase de señales  $\mathcal{U}_{si}$ , es necesario analizar si la estructura se preserva para las entradas del sistema físico en operación, este hecho es equivalente a la condición de excitación persistente y se conoce como **excitación del grafo redundante**; para el diseño de generadores de residuos basados en métodos de identificación es una condición de suma importancia ya que de forma análoga a la condición de excitación persistente permite mejorar las condiciones de identificabilidad de las fallas dentro del sistema.

## 2.4. Análisis de señales auxiliares para diagnóstico de fallas

### 2.4.1. Señales de excitación

Considerando que en el diagnóstico de fallas es útil contar con señales oscilatorias de forma que la relación que exista entre señales de entrada y salida del sistema brinde alguna información que ayude a incrementar la capacidad de diagnóstico, se utilizan las características de señales adicionales para obtener esta información. De manera que, para excitar los grafos redundantes se inyectan señales adicionandolas a las entradas del sistema.

**Definición 2.3** *Las señales auxiliares consisten entonces en señales de entrada al sistema que a su vez excitan los modos de dicho sistema y que pueden ser visualizadas.*

Es común que este tipo de señales sean periódicas o cuasiperiódicas. Una gran variedad de señales medidas en los procesos presentan comportamiento armónico. Si se pueden relacionar cambios en estas señales cuando se presentan fallas en actuadores, sensores o el proceso, se pueden utilizar métodos de detección de fallas basados en modelo de señales. Algunas señales de sensores eléctricos de presión y flujo contienen oscilaciones de frecuencia mayor que la presente en la dinámica del sistema Isermann (2006).

Asumiendo modelos matemáticos especiales para las señales medidas se pueden calcular sus características, por ejemplo, de amplitud, fase, espectro de frecuencia, funciones de correlación, etc. La comparación de las características de las señales observadas en condiciones normal y de falla sirven para generar síntomas analíticos.

Asumiendo que una señal periódica  $u(t)$  se adiciona a una señal en estado estacionario  $u_{ss}$ , de forma que la señal de entrada es

$$U(t) = u_{ss} + u(t) \quad (2.9)$$

se obtiene una señal periódica global, que, de acuerdo con la teoría de series de Fourier, se puede describir por la superposición de componentes armónicos

$$U(t) = u_{ss} + \sum_{i=1}^N u_{0i} e^{-d_i t} \sin(\omega_i t + \varphi_i) \quad (2.10)$$

donde cada componente está determinada por su amplitud  $u_{0i}$ , frecuencia  $\omega_i$ , ángulo de fase  $\varphi_i$  y factor de amortiguamiento  $d_i$ . Estos parámetros pueden determinarse por algún método de análisis de señales, en muchos casos es suficiente determinar  $u_{0i}$  y  $\omega_i$ , en otros es esencial contar con más información.

### 2.4.2. Evaluación de residuos

Para la detección automática de fallas por medio de *software* en casos simples se puede verificar que las señales medidas del sistema no sobrepasen límites inferiores o superiores, de manera lógica

$$\text{Si } R_{min} > R(t) \text{ o } R(t) > R_{max} \implies \text{síntoma } s(t) \neq 0 \quad (2.11)$$

esta relación permite monitorear el sistema para determinar cuando se encuentra en condiciones normales por medio de la observación del comportamiento de la variable  $R(t)$  con ayuda del síntoma  $s(t)$ . Condiciones similares se pueden aplicar a las derivadas de señales conocidas; de forma análoga a (2.11)

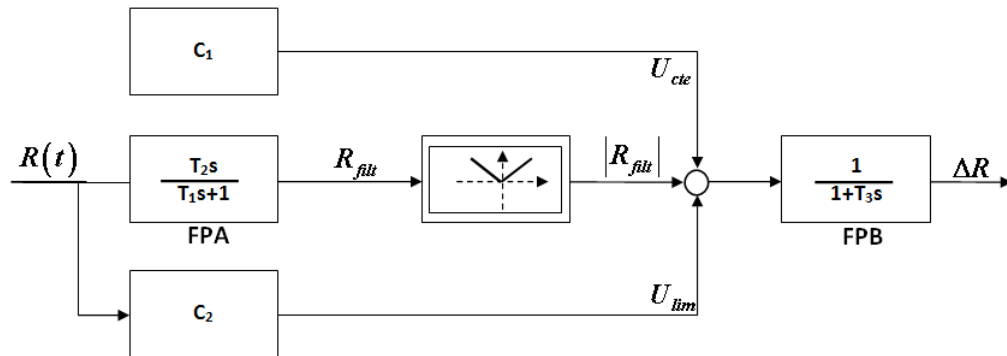
$$\text{Si } \dot{R}_{min} > \dot{R}(t) \text{ o } \dot{R}(t) > \dot{R}_{max} \implies \text{síntoma } s(t) \neq 0 \quad (2.12)$$

Las condiciones (2.11) y (2.12) pueden no ser suficientes ya que detectan, en algunos casos, solamente fallas muy severas y su confiabilidad puede verse afectada por cambios en las condiciones de operación o incertidumbres que provocan desviaciones en las mediciones, es decir, estos fenómenos pueden forzar a la señal a sobrepasar el umbral sin que esto signifique la presencia real de una falla, por lo que se tienen falsas alarmas haciendo el sistema de diagnóstico poco fiable; una técnica que ayuda a enfrentar este problema es el uso de umbrales adaptables.

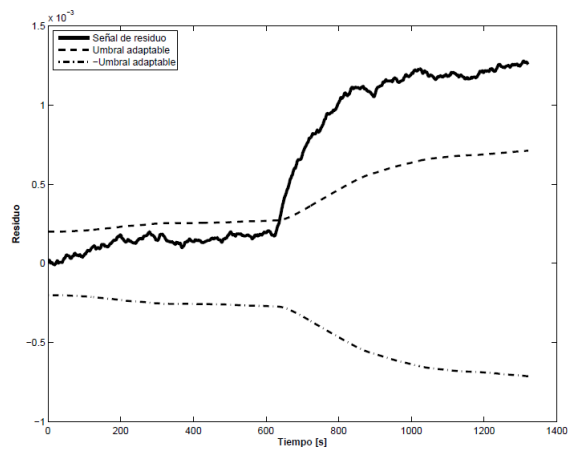
Según Isermann (2006) las desviaciones generadas en las mediciones frecuentemente dependen de la amplitud y frecuencia de las señales de entrada; por lo que las señales de residuo pueden contener una parte estática relacionada con  $R(t)$  y una parte dinámica relacionada con  $\dot{R}(t)$ . Para enfrentar este problema se propone Höflig y Isermann (1996) un umbral adaptable que utiliza un filtro pasa altos de primer orden para agrandar el umbral, se usa además un amplificador proporcional constante  $c_2$ ; un filtro pasa bajos para suavizar el umbral y se consideran las constantes de tiempo  $T_1$  y  $T_3$  de acuerdo con la constante de tiempo dominante durante el proceso, por último la constante de tiempo  $T_2/T_1$  del filtro pasa altas, que depende de las incertidumbres del modelo dinámico. La Figura 2.1 corresponde al esquema de generación de un umbral adaptable con  $R(t)$  el residuo evaluado,  $R_{filt}$  el residuo filtrado por el *filtro pasa altos (FPA)*,  $|R_{filt}|$  el valor absoluto del residuo filtrada;  $c_1 = U_{cte}$  y  $c_2 = U_{lim}$  el umbral constante y el factor de amplificación del umbral, respectivamente y  $\Delta R$  el umbral generado una vez filtrado por el *filtro pasa bajos (FPB)*.

La Figura 2.2 muestra el comportamiento de un umbral adaptable utilizado Salinas (2010) para la detección de fugas en un ducto, donde se observa claramente que aunque el residuo presenta cambios visibles al principio, es hasta que aparece una fuga que dicho residuo sobrepasa el umbral adaptable.

El uso de umbrales ya sean de tipo constante o adaptable es útil en el proceso de diagnóstico ya que permiten detectar las fallas oportunamente, pero por sí solos no son capaces de aislar las fallas que puedan estar presentes en un proceso. En consecuencia es necesario desarrollar métodos sistemáticos



**Figura 2.1:** Generación de un umbral adaptable dependiente de la entrada al proceso con umbral constante  $c_1$



**Figura 2.2:** Evolución del residuo y respuesta del umbral adaptable en un experimento hecho con datos reales

para realizar las tareas de diagnóstico; la herramienta que ha probado su utilidad en la búsqueda de características específicas de condiciones de falla es el procesamiento de señales.

### 2.4.3. Procesamiento de señales

El procesamiento de una señal consiste en proponer modelos o transformaciones que generen nuevas representaciones de las mismas, el objetivo es visualizar e interpretar de forma más clara alguna característica de la señal y mejorar el análisis. Así para los sistemas de diagnóstico, el procesamiento de las señales ayuda a discernir la presencia de síntomas, discriminando información irrelevante para la detección. Cuando se maneja más de una variable, los métodos de procesamiento capturan de manera implícita la correlación entre los datos debida a balance de energía, materia, etc. Este tipo de metodología se conoce como **métodos sin modelo** ya que no se conoce explícitamente el modelo analítico por medio del cual se generan las señales; sin embargo, este hecho no implica la ausencia de patrones en los datos que se manejan. En general se habla de una señal  $y(t)$  con características que integran un patrón

$$C_{ar} = \{c_1, c_2, \dots, c_{l-1}, c_l\} \quad (2.13)$$

Se cuenta con una gran diversidad de métodos de transformación y procesamiento de señales muy útiles en la búsqueda de las características descritas en el patrón (2.13), la búsqueda en los cambios que se esperen en el patrón para la detección de fallas, determina el método por medio del cual la señal debe analizarse. Básicamente se debe discernir primero si se trata de procesos determinísticos, representados por señales que los puedan describir perfectamente, o aleatorios, cuya representación es un conjunto de señales aleatorias  $y_a(t)$  con  $a \in I$  e  $I$  el conjunto de índices de las señales.

De manera similar al diagnóstico médico, se requiere cierta experiencia de los fenómenos normales y anormales de un sistema en particular. En muchas aplicaciones como mantenimiento de diversos sistemas interconectados y clasificación de datos, entre otras, se utilizan como mecanismos de inferencia especializados redes Bayesianas, que son modelos probabilísticos de múltiples variables que relacionan un conjunto de variables aleatorias por medio de un grafo direccionado que indica explícitamente la influencia causal, por lo que se usan para estimar la probabilidad de un evento ante nueva evidencia. También para inferencia, se utilizan redes neuronales explotando el paradigma de aprendizaje de que son objeto y capacidad de procesamiento automático para generar síntomas provocados por el estímulo de las fallas. Otra herramienta basada en la lógica de causalidad son los árboles de decisión, donde se utilizan bases de datos para generar las reglas lógicas bajo las cuales se representan y categorizan los sucesos que llevan a la generación de síntomas Dash *et al.* (2003). En otros casos un modelo temporal del valor medio y de la varianza o un modelo frecuencial se pueden usar como parámetro característico  $C_{ar}$ , de forma que con el conocimiento del comportamiento de las características en estado normal y de distintas fallas se puede hacer diagnóstico. Para el procesamiento de señales, en la mayoría de los casos se asume que las señales medidas contienen ruido

aleatorio y que el periodo de muestreo es regular, por lo que es común depurar y procesar las señales de manera que los datos sean adecuados. Se eliminan los valores atípicos *outliers* resultado de errores en la captura o en el procesamiento, que se sospecha no pertenecen al conjunto de datos del proceso Taylor (1997). En cuanto al procesamiento de las señales, con frecuencia los filtros pasa bajos son suficientes para eliminar el ruido, manteniendo los componentes asociados a los fenómenos de interés.

#### 2.4.4. Funciones de autocorrelación y correlación cruzada

Las características más adecuadas de las señales que se utilizan para el caso de estudio son las de *amplitud* del residuo y *defasamiento* entre la señal de entrada y el residuo generado, ambas en presencia de fallas. Para obtener un cálculo aproximado de estas características de manera sencilla se utiliza el análisis por medio de funciones de autocorrelación (*FAC*) y correlación cruzada (*FCC*), sugerido por Isermann (2006) y por Soria (2003), respectivamente.

En procesamiento de señales, la correlación cruzada, a veces denominada “covarianza cruzada” es una medida de la similitud entre dos señales, frecuentemente usada para encontrar características relevantes en una señal desconocida por medio de la comparación con otra que sí se conoce. Es función del tiempo relativo entre las señales, a veces también se le llama producto escalar desplazado, y tiene aplicaciones en el reconocimiento de patrones. Dadas dos funciones discretas o muestreadas  $u(n)$  y  $y(n)$  la correlación cruzada se define como

$$C_{uy} = \sum_j u_j^* y_{n+j} \quad (2.14)$$

donde la sumatoria se realiza sobre valores enteros de  $j$  apropiados; y el asterisco está indicando el conjugado. Para el caso de dos funciones periódicas continuas  $u(t)$  y  $y(t)$  la correlación cruzada se define como

$$C_{uy} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_s} \int_0^{nT_s} u(t)y(t+\tau)dt \quad (2.15)$$

donde la integral se realiza sobre múltiplos enteros del periodo  $T_s$  de las señales. La correlación cruzada tiene una naturaleza similar a la convolución de dos funciones. Difiere en que la correlación no involucra una inversión de señal como ocurre en la convolución.

La función de autocorrelación, que es un caso particular de la función de correlación cruzada correlacionando una señal consigo misma, para señales periódicas está dada por la forma general

$$C_{rr}(\tau) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_s} \int_0^{nT_s} R_{eq}(t)R_{eq}(t+\tau)dt \quad (2.16)$$

que se debe calcular sobre múltiplos enteros del periodo. Para una señal senoidal defasada, la *FAC* se transforma en

$$C_{rr}(\tau) = \frac{y_0^2}{2} \cos(\omega\tau) \quad (2.17)$$

donde  $y_0$  es la amplitud de la señal periódica,  $\omega$  la frecuencia de oscilación y  $\tau$  el defasamiento. Con  $\tau = 0$  la FAC se usa para estimar la amplitud de señales periódicas libres de ruido de forma que

$$C_{rr} = \frac{y_0^2}{2} \quad (2.18)$$

Por otra parte las señales están más relacionadas en su punto de intersección, y el instante de tiempo en el que se tiene el máximo valor de la correlación es útil en el cálculo del defasamiento entre las señales, de forma que, considerando la señal muestreada de entrada  $u(n) = u_0 \sin(2\pi fn + \theta_1)$  y la señal muestreada de salida  $y(n) = \sin(2\pi fn + \theta_2)$ , con  $f = f_s/f_m$  la frecuencia digital de las señales,  $f_s$  la frecuencia de oscilación de las señales y  $f_m$  la frecuencia de muestreo; se puede definir  $\theta_0 = \theta_2 - \theta_1$  el defasamiento que existe entre ellas. Para  $n = 0$ ,  $u(0) = \sin(\theta_1)$  y  $y(0) = \sin(\theta_2)$  de forma que por medio de la función de correlación cruzada se tiene que en el máximo valor de correlación  $N$

$$u(N) = \sin(2\pi fN + \theta_1) = y(0) = \sin(\theta_2) \quad (2.19)$$

De la relación (2.19) se desprende que  $2\pi fN + \theta_1 = \theta_2$  de modo que el defasamiento vendrá dado por

$$\theta_0 = \theta_2 - \theta_1 = 2\pi fN \quad (2.20)$$

como se ha considerado como punto inicial de la correlación  $n = 0$ , se determina el máximo a partir del punto central de dicha función que corresponde a un desplazamiento cero.

Por medio de los conceptos y herramientas de análisis descritos en este capítulo, se está, ahora, en posibilidad de realizar el análisis sobre el sistema tomado como caso de estudio, “ducto”, de manera que sea posible observar las capacidades y limitaciones de este conjunto de herramientas trabajando juntas en el proceso de diagnóstico de fugas.



# 3

## Caso de estudio: ducto

El método más eficiente para transportar fluidos es a través de ductos cerrados, los cuales pueden estar bajo tierra o sumergidos en agua. El mantenimiento de estas redes de distribución, la prevención de accidentes, así como la reducción de pérdidas económicas, puede mejorarse si se cuenta con un sistema de diagnóstico de fugas ya que éstas representan uno de los principales problemas de dichos sistemas.

### 3.1. Modelo dinámico del fluido en el ducto

Asumiendo que los cambios convectivos en velocidad y la compresibilidad despreciables y que la densidad del líquido y el área transversal del ducto son constantes, es decir, se está en presencia de un fluido newtoniano cuyo flujo es bifásico sólo en su peor escenario, las ecuaciones de movimiento y continuidad que gobiernan un flujo transitorio unidimensional son Chaudry (1979)

$$\frac{\partial Q(z,t)}{\partial t} + gA \frac{\partial H(z,t)}{\partial z} + \mu Q(z,t) |Q(z,t)| = 0 \quad (3.1)$$

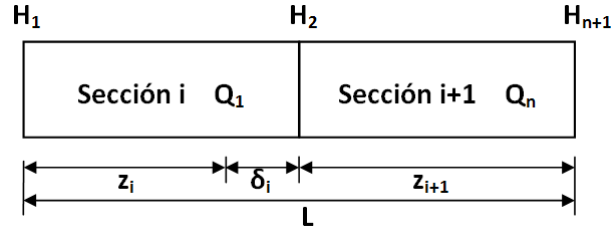
$$b^2 \frac{\partial Q(z,t)}{\partial z} + gA \frac{\partial H(z,t)}{\partial t} = 0 \quad (3.2)$$

con  $H(z,t)$  la presión en los extremos ( $m$ ),  $Q(z,t)$  la tasa de flujo ( $m^3/s$ ),  $z$  la coordenada de longitud ( $m$ ),  $t$  la coordenada de tiempo ( $s$ ),  $g$  la gravedad ( $m/s^2$ ),  $A$  el área transversal ( $m^2$ ),  $D$  el diámetro del ducto ( $m$ ),  $b$  la velocidad de onda de presión ( $m/s$ ) y  $\mu = \frac{f}{2DA}$  donde  $f$  es el coeficiente (adimensional) de fricción Darcy-Weisbach. Una fuga en el punto  $z_L$  del ducto con flujo de salida

$$Q|_{z_f} = \lambda \sqrt{H}|_{z_f} \quad (3.3)$$

donde  $\lambda > 0$  es una constante que depende del área del orificio, el coeficiente de descarga y la constante gravitacional, produce una discontinuidad en las ecuaciones diferenciales parciales (3.1), (3.2). Como consecuencia, un ducto con una fuga se debe manejar como dos ductos o dos secciones de ducto con una condición de frontera en medio

$$Q^b|_{z_f} = Q^a|_{z_f} + Q|_{z_f} \quad (3.4)$$



**Figura 3.1:** Descripción de las secciones  $i$  de longitud  $z_i + \delta_i$  e  $i + 1$  de longitud  $z_{i+1}$

donde  $Q^b$  y  $Q^a$  denotan los flujos en las secciones antes y después de la fuga respectivamente Verde (2001). Debido a que abolladuras y fugas modifican el comportamiento del fluido de manera diferente, la condición de frontera (3.4) sólo describe el efecto de fugas, el efecto de las abolladuras no se puede modelar únicamente cambiando el signo de  $\lambda$ . Si se asume que existen  $n - 1$  fugas en el ducto, se necesitan  $n$  pares de ecuaciones de la forma (3.1), (3.2) con  $n - 1$  condiciones de frontera de la forma (3.4).

### 3.2. Modelo discreto del fluido en el ducto

Suponiendo un ducto de longitud  $L$  y que las fugas se encuentran uniformemente distribuidas a través del ducto, el espacio  $z$  se puede dividir en  $n$  celdas de tamaño  $\Delta = L/n$ , entonces las diferenciales con respecto a  $z$  en las ecuaciones diferenciales parciales (3.1), (3.2) se pueden aproximar por medio de Cracken y Dorn (1969)

$$\frac{\partial H}{\partial z} \simeq \frac{H_{i+1} - H_i}{\Delta z} \quad (3.5)$$

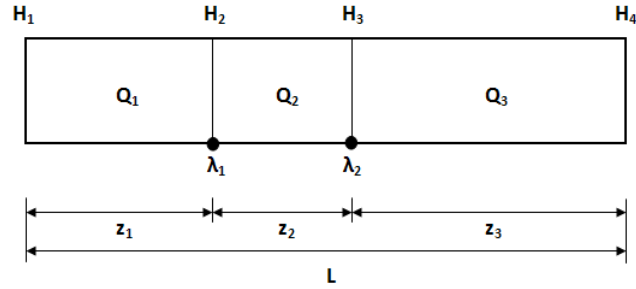
$$\frac{\partial Q}{\partial z} \simeq \frac{Q_i - Q_{i-1}}{\Delta z} \quad (3.6)$$

donde  $\Delta z = z_i - z_{i-1}$  define el tamaño de la sección. La Figura 3.1 muestra la distribución de variables para dos secciones de tubería con una condición de frontera o fuga en medio, en este caso  $\delta_i$  representa la desviación entre la posición propuesta de la fuga y su posición real.

Asumiendo que las condiciones de frontera en los extremos del ducto están caracterizadas por la presión aguas arriba y aguas abajo del ducto  $H_1$  y  $H_{n+1}$  respectivamente y sustituyendo las aproximaciones de las derivadas parciales (3.5), (3.6), el modelo del fluido puede ser escrito como  $n$  pares de ecuaciones dinámicas no lineales Verde (2001)

$$\dot{Q}_i = a_{1i}(H_i - H_{i+1}) - \mu Q_i |Q_i| \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3.7)$$

$$\dot{H}_i = a_{2i}(Q_{i-1} - Q_i - \lambda_{i-1} \sqrt{H_i}) \quad \forall i = 2, \dots, n \quad (3.8)$$



**Figura 3.2:** Definición mínima de variables ante la presencia de dos fugas no uniformemente distribuidas

con  $H_1$  y  $H_{n+1}$  como entradas al sistema y constantes

$$a_{1i} = \frac{gA}{z_i}, \quad a_{2i} = \frac{b^2}{z_i g A} \quad \forall i = 1, \dots, n \quad (3.9)$$

Si las fugas no se encuentran igualmente distribuidas, cada sección  $i$  tiene diferente longitud  $z_i$  en (3.7), (3.8) y los parámetros  $a_{1i}$  y  $a_{2i}$  dependen de la distancia  $z_i$  entre las fugas  $\lambda_i$  y  $\lambda_{i+1}$ ; de cualquier forma, la estructura de (3.7), (3.8) se mantiene. La Figura 3.2 muestra la descripción de variables considerando la presencia de dos fugas no uniformemente distribuidas lo cual genera una discretización en tres tramos, dichos tramos deben satisfacer

$$z_1 + z_2 + z_3 = L \quad (3.10)$$

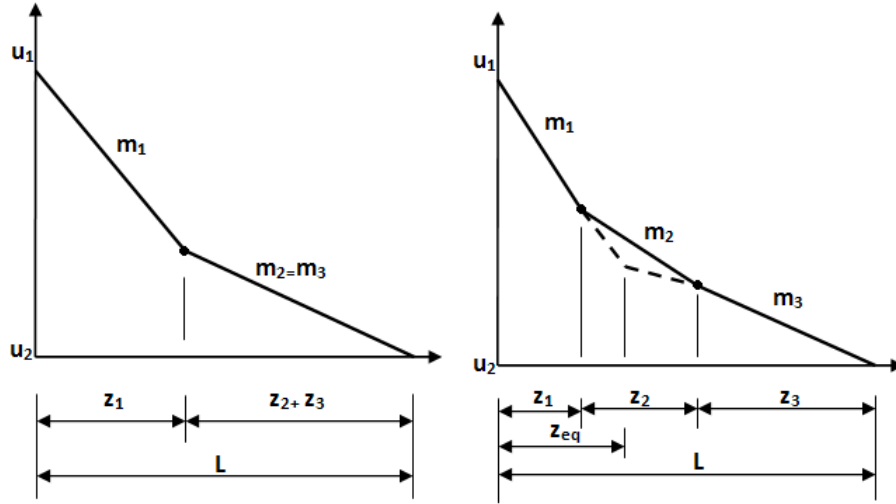
### 3.3. Modelo estático del fluido en el ducto con dos fugas

En estado estacionario la caída de presión es lineal, cuando se presenta una fuga, ésta produce un cambio en la pendiente de la señal de presión. Es de esperarse que para cada fuga presente en el ducto, se produzca un cambio en la pendiente de la caída de presión, sin embargo, para el caso de múltiples fugas se observa un error en la estimación de la presión que se comporta como si sólo hubiera una fuga presente en una posición localizada entre las posiciones reales de las fugas. La Figura 3.3(a) muestra el comportamiento de la presión frente a una fuga, se observa el cambio en la pendiente en la posición en la que se encuentra la fuga. La Figura 3.3(b) corresponde al caso de dos fugas, la línea sólida representa el comportamiento esperado de la señal de presión y la línea punteada el error en la estimación de la presión.

Considerando el fluido en estado estacionario con conjunto de mediciones

$$K^\infty = \{H_e^\infty, H_s^\infty, Q_e^\infty, Q_s^\infty\} \quad (3.11)$$

donde el superíndice significa valor en estado permanente, y los subíndices  $e$  y  $s$  significan entrada y



(a) Caída de presión con una fuga en la posición  $z_1$   
 (b) (Sólida): Caída de presión con dos fugas en las posiciones  $z_1$  y  $z_1 + z_2$ , respectivamente. (Punteada): Error de estimación si se asume sólo una fuga

**Figura 3.3:** Comportamiento de la presión en presencia de una y de dos fugas

salida, respectivamente; y se supone que existen dos fugas definidas por

$$\begin{aligned} (z_1, \lambda_1, t_1) &: \text{ con } \lambda_1 > 0 \quad t_1 \geq 0 \\ (z_2, \lambda_2, t_2) &: \text{ con } \lambda_2 > 0 \quad t_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

con posiciones  $z_1$  y  $z_2$  respectivamente. Entonces, se obtiene directamente de las ecuaciones diferenciales parciales (3.1), (3.2)

$$Q_e^\infty - Q_s^\infty = \lambda_1 \sqrt{H_e^\infty - \frac{\mu z_1}{a_1} (Q_e^\infty)^2} + \lambda_2 \sqrt{H_s^\infty - \frac{\mu(L-z_1-z_2)}{a_1} (Q_s^\infty)^2} \quad (3.13)$$

que vincula las posiciones y los orificios de las fugas de manera estática. Más aún, se ha demostrado Verde y Visairo (2004) que el parámetro

$$z_{eq} := \frac{a_1(H_e^\infty - H_s^\infty)}{\mu((Q_e^\infty)^2 - (Q_s^\infty)^2)} - \frac{L(Q_s^\infty)^2}{((Q_e^\infty)^2 - (Q_s^\infty)^2)} \quad (3.14)$$

para todo  $Q_e^\infty \neq Q_s^\infty$ , caracteriza los casos para una y dos fugas con el mismo conjunto de datos  $K^\infty$ , este valor ha sido validado con datos experimentales Visairo (2004). Entonces  $z_{eq}$  es una posición virtual de fuga cuando dos fugas están presentes y se satisface  $z_{eq} = z_1$  cuando solamente hay una. Este hecho permite determinar  $\lambda_1$  en el caso de una fuga.

Entonces, los perfiles de los casos de una y dos fugas son diferentes únicamente en el intervalo entre las dos fugas, y las pendientes  $m_i$  satisfacen

$$(m_1 - m_3)(z_{eq} - z_1) = (m_2 - m_3)z_2 \quad (3.15)$$

con  $m_i = (\mu/a_1)Q_i^2$ , (3.15) se puede escribir como

$$(Q_1^2 - Q_3^2)(z_{eq} - z_1) = (Q_2^2 - Q_3^2)z_2 \quad (3.16)$$

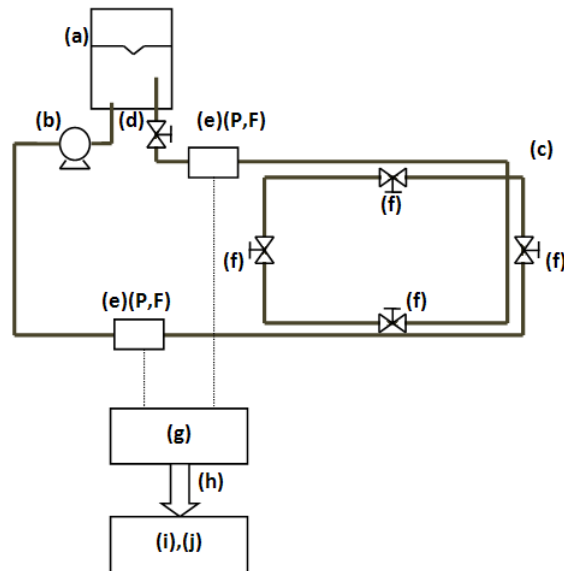
Por lo que, si dos fugas se encuentran localizadas en  $z_1$  y  $z_1 + z_2$ , el perfil de presión a lo largo de la primera y última secciones es equivalente al perfil de la fuga virtual localizada en el punto  $z_{eq}$  Verde (2005). Si, adicionalmente se tiene el fluido en condiciones de excitación persistente se puede identificar el caso de una o dos fugas Torres *et al.* (2008), sin embargo son necesarias mejoras respecto del diseño de observadores más sofisticados y con mayor precisión .

### 3.4. Descripción física del ducto piloto

El análisis y experimentos por *software* presentados en este trabajo están basados en los datos obtenidos de un ducto piloto localizado en el laboratorio de Hidromecánica del Instituto de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México.

A continuación se describe la instalación física que se encuentra configurada como:

- a) Tanque de almacenamiento con capacidad de  $7.4 m^3$ .
- b) Bomba hidráulica activada con un motor eléctrico Siemens de  $5 hp$  cuyo elemento de control es un inversor de frecuencia Mitsubishi A500.
- c) Tubería de hierro galvanizado en doble espiral con desembocadura al tanque, longitud de  $132.56 m$ , diámetro de  $0.105 m$ ; espesor de  $4.7 mm$ , coeficiente de fricción  $f = 0.04$ , velocidad de onda de presión  $c = 1284 m/s$  y aceleración gravitacional  $g = 9.81 m/s^2$ .
- d) Válvulas para regular el flujo de agua.
- e) (P, F) Sensores de flujo tipo propela y sensores de presión manométrica en el fluido en ambos extremos de la tubería
- f) Válvulas para emular las fugas a las distancias  $d_1 = 15.15 m$ ,  $d_2 = 49.46 m$ ,  $d_3 = 83.25 m$  y  $d_4 = 117.39 m$ . Las primera, segunda y cuarta son válvulas manuales de esfera y la tercera es una servoválvula que consta de un motor de  $115 V$  de corriente alterna y un controlador Peaktronics.
- g) Módulo de adquisición de datos.
- h) Sistema digital de comunicaciones.
- i) *Software* en Labview de National Instruments.
- j) Computadora con acceso a red *ethernet*.



**Figura 3.4:** Esquema del ducto piloto

La Figura 3.4 muestra el esquema del ducto descrito, la Figura 3.5 corresponde a la imagen del ducto instalado en el laboratorio. Información más detallada respecto del sistema de instrumentación, el sistema de adquisición de datos y el *software* en Labview se encuentran en Salinas (2010).

Debido a que la instalación se ha modificado durante el presente año, se hizo necesario utilizar un simulador diseñado por Verde *et al.* (2007) para contar con un modelo de comportamiento fiel al ducto piloto, como se encontraba antes de iniciar las modificaciones. El simulador ha sido validado con experimentos y datos reales del ducto piloto y está demostrado que es una representación confiable de la dinámica del fluido en condiciones normales y de fuga. La Figura 3.6 muestra las señales simuladas de presión y flujo en los extremos del ducto con un cambio en el punto de operación de la bomba a 383.5 s. Se observa arriba los flujos de entrada y salida, afectados por el cambio en el punto de operación, en el centro, la presión de entrada y abajo la presión de salida. Todos los experimentos en simulación presentados en este trabajo se realizaron utilizando como sistema “ducto” el simulador mencionado.



Figura 3.5: Vista lateral de la instalación física del ducto piloto

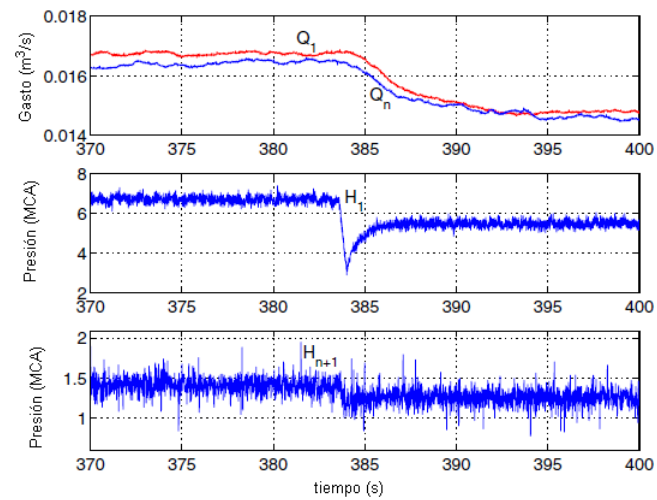


Figura 3.6: Datos obtenidos del ducto por medio del simulador





## 4

# Condiciones de separabilidad de casos de fuga

Como se mencionó con anterioridad, uno de los objetivos principales de este trabajo consiste en desarrollar un procedimiento para distinguir qué escenario está presente en el ducto, una fuga o más de una.

El procedimiento que se sugiere, mezcla las condiciones del flujo en estado estacionario junto con la excitación de la entrada de presión al final de la tubería por medio de la adición de señales senoidales por periodos de tiempo. Dicho procedimiento se prueba en simulaciones con los parámetros del ducto descrito en el capítulo anterior, del cual se miden las presiones y los flujos únicamente en los extremos.

### 4.1. Detectabilidad con posiciones conocidas

Considerando dos fugas localizadas en posiciones conocidas, igualmente distribuidas a lo largo del ducto, el modelo más simple por medio del cual se puede analizar la diagnosticabilidad de las fugas consiste en discretizar el modelo (3.1), (3.2) dividiéndolo en tres secciones de tamaño  $z_i = L/3$  para  $i = 1, 2, 3$ .

Entonces, analizando el modelo discretizado (3.7), (3.8) con parámetros conocidos  $a_{11} = a_{12} = a_{13}$  y  $a_{21} = a_{23}$  y mediciones de los datos en los extremos. En el marco de trabajo del análisis estructural se tiene el conjunto de variables conocidas  $\mathcal{K} = \{H_1, H_4, Q_1, Q_4\}$  y el conjunto de restricciones está

**Tabla 4.1:** Matriz de incidencia del grafo bipartita descrito por las restricciones (4.2)

	$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$H_2$	$H_3$	$\dot{Q}_1$	$\dot{Q}_2$	$\dot{Q}_3$	$\dot{H}_2$	$\dot{H}_3$	$H_1$	$H_4$
$c_1$	•			•		•					•	
$c_2$	•	•		•					•			
$c_3$		•		•	•		•					
$c_4$		•	•		•					•		
$c_5$			•		•			•				•
$d_1$	•					•						
$d_2$		•					•					
$d_3$			•					•				
$d_4$				•					•			
$d_5$					•					•		

definido por

$$\begin{aligned}
c_1; \quad \dot{Q}_1 &= a_{11}(H_1 - H_2) - \mu Q_1 |Q_1| \\
c_2; \quad \dot{H}_2 &= a_{21}(Q_1 - Q_2 - \lambda_1 \sqrt{H_2}) \\
c_3; \quad \dot{Q}_2 &= a_{12}(H_2 - H_3) - \mu Q_2 |Q_2| \\
c_4; \quad \dot{H}_3 &= a_{23}(Q_2 - Q_3 - \lambda_2 \sqrt{H_3}) \\
c_5; \quad \dot{Q}_3 &= a_{13}(H_3 - H_4) - \mu Q_3 |Q_3|
\end{aligned} \tag{4.1}$$

y sus derivadas

$$\begin{aligned}
d_1; \quad \dot{Q}_1 &= \frac{dQ_1}{dt} \\
d_2; \quad \dot{H}_2 &= \frac{dH_2}{dt} \\
d_3; \quad \dot{Q}_2 &= \frac{dQ_2}{dt} \\
d_4; \quad \dot{H}_3 &= \frac{dH_3}{dt} \\
d_5; \quad \dot{Q}_3 &= \frac{dQ_3}{dt}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

cuya matriz de incidencia se observa en la Tabla 4.1.

La cardinalidad del conjunto de restricciones es  $|\mathcal{C}| = 10$ , la cardinalidad del conjunto de variables desconocidas es  $|\mathcal{X}_g| = 8$  por lo que se tiene una redundancia de  $|\mathcal{C}| - |\mathcal{X}_g| = 10 - 8 = 2$ , la cardinalidad del conjunto de variables conocidas es  $|\mathcal{K}| = 4$ . Tomando estas relaciones en cuenta se pueden obtener varios grafos redundantes ignorando dos restricciones del conjunto  $\mathcal{C}$ .

El primer grafo redundante que se consideró representativo para el análisis estructural del ducto se genera a partir de tomar como nodos de salida,  $\mathcal{U}_{s1} = \{H_1, Q_1\}$  y el nodo de llegada  $Q_3$ ; el grafo redundante que excluye las restricciones  $\{c_5, d_5\}$  cuya matriz de apareamiento corresponde a la Tabla 4.2 puede ser definido como  $RG_1$  y en éste se involucran las restricciones directamente asociadas a

**Tabla 4.2:** Matriz de apareamiento para el grafo redundante con nodos de salida  $\mathcal{U}_{s1} = \{H_1, Q_1\}$  y de llegada  $Q_3$  y sensible a ambas fugas

	$H_1$	$Q_1$	$\hat{Q}_1$	$H_2$	$\hat{H}_2$	$Q_2$	$\hat{Q}_2$	$H_3$	$\hat{H}_3$	$Q_3$
$d_1$		$\bullet \rightarrow$	$\oplus$							
$c_1$	$\bullet \rightarrow$	$\bullet \rightarrow$	$\bullet$	$\oplus$						
$d_2$				$\bullet$	$\oplus$					
$c_2$		$\bullet \rightarrow$		$\bullet$	$\bullet$	$\oplus$				
$d_3$						$\bullet$	$\oplus$			
$c_3$				$\bullet$		$\bullet$	$\bullet$	$\oplus$		
$d_4$								$\bullet$	$\oplus$	
$c_4$						$\bullet$		$\bullet$	$\bullet$	$\rightarrow \bullet$

ambas fugas  $\{c_2, c_4\}$ .

Se observa en la Tabla 4.2 que, concatenando las restricciones del conjunto  $\mathcal{C}$ , se evalúan las variables desconocidas del conjunto  $\mathcal{X}_g$  de manera secuencial. Por ejemplo, se mide  $Q_1$  y por medio de la restricción  $d_1$  se estima la variable  $\hat{Q}_1$ , luego se inserta la información de las variables medidas  $H_1$  y  $Q_1$ , y de la variable estimada  $\hat{Q}_1$  en la restricción  $c_1$  para estimar  $H_2$ , usando esta variable, se estima  $\hat{H}_2$ ; continuando el proceso de concatenación o apareamiento se estiman las variables desconocidas en el camino a la variable objetivo, que en este caso es  $Q_3$ ; sin utilizar las restricciones  $c_5$  y  $d_5$ . Cabe hacer notar que, para llegar de las variables medidas a la variable objetivo, no fueron necesarias todas las restricciones en  $\mathcal{C}$  para estimar las variables en  $\mathcal{X}_g$ , entonces, existe redundancia cumpliendo una de las condiciones para la diagnosticabilidad de fugas en el ducto.

La diferencia entre evaluar el nodo de llegada  $\hat{Q}_3$  por medio del grafo redundante y el valor medible de la variable  $Q_3$

$$R_1 = Q_3 - \hat{Q}_3 \quad (4.3)$$

es un residuo para ambas fugas ya que es sensible a ellas.

El segundo grafo redundante corresponde al caso en el que el grafo es sensible a la fuga localizada en  $z_1 + z_2$  e insensible a la fuga en la posición  $z_1$ . Si se toman los nodos de salida  $\mathcal{U}_{s2} = \{H_4, Q_1, Q_3\}$  y el nodo objetivo  $H_1$ , se tiene el apareamiento que une los nodos mencionados en la Tabla 4.3, donde se observa una trayectoria de concatenación en la que no intervienen las restricciones  $c_2$  y  $d_2$ .

Este apareamiento permite definir el grafo redundante  $RG_2$  en el cual las relaciones directamente asociadas con la fuga localizada en  $z_1$ ,  $\{c_2, d_2\}$  no están involucradas. La diferencia entre el valor de

**Tabla 4.3:** Matriz de apareamiento para el grafo redundante con nodos de salida  $\mathcal{U}_{s2} = \{H_4, Q_1, Q_3\}$  y de llegada  $H_1$ , sensible a la fuga en  $z_1 + z_2$  e insensible a la fuga en  $z_1$

	$Q_1$	$Q_3$	$H_4$	$\dot{Q}_3$	$H_3$	$\dot{H}_3$	$Q_2$	$\dot{Q}_2$	$\dot{Q}_1$	$H_2$	$H_1$
$d_5$		• →		⊕							
$c_5$		• →	• →	•	⊕						
$d_4$					•	⊕					
$c_4$		• →			•	•	⊕				
$d_3$							•	⊕			
$d_1$	• →								⊕		
$c_3$					•		•	•		⊕	
$c_1$	• →				•				•	•	→ •

**Tabla 4.4:** Matriz de apareamiento para el grafo redundante con nodos de salida  $\mathcal{U}_{s3} = \{H_1, Q_1, Q_3\}$  y de llegada  $H_4$ , sensible a la fuga en  $z_1$  e insensible a la fuga en  $z_1 + z_2$

	$Q_1$	$Q_3$	$H_1$	$\dot{Q}_1$	$H_2$	$\dot{H}_2$	$Q_2$	$\dot{Q}_2$	$\dot{Q}_3$	$H_3$	$H_4$
$d_1$	• →			⊕							
$c_1$	• →		• →	•	⊕						
$d_2$					•	⊕					
$c_2$	• →				•	•	⊕				
$d_3$							•	⊕			
$d_5$		• →							⊕		
$c_3$					•		•	•		⊕	
$c_5$		• →			•				•	•	→ •

la variable  $H_1$  medida del ducto y el valor  $\hat{H}_1$  evaluado por medio del grafo

$$R_2 = H_1 - \hat{H}_1 \quad (4.4)$$

es un residuo sensible a la fuga en posición  $z_1 + z_2$  e insensible a la fuga en la posición  $z_1$ .

Por último, el tercer grafo redundante considerado representativo corresponde al caso en el que el grafo es sensible a la fuga localizada en  $z_1$  e insensible a la fuga en la posición  $z_1 + z_2$ . Si se consideran los nodos de salida  $\mathcal{U}_{s3} = \{H_1, Q_1, Q_3\}$  y el nodo objetivo  $H_4$ , se tiene el apareamiento que une los nodos mencionados en la Tabla 4.4, donde se observa una trayectoria de apareamiento en la que no intervienen las restricciones  $c_4$  y  $d_4$ .

Este apareamiento permite definir el grafo redundante  $RG_3$  en el cual las relaciones directamente asociadas con la fuga localizada en  $z_1 + z_2$ ,  $\{c_4, d_4\}$  no están involucradas. La diferencia entre el valor

de la variable  $H_4$  medida del ducto y el valor  $\hat{H}_4$  evaluado por medio del grafo

$$R_3 = H_4 - \hat{H}_4 \quad (4.5)$$

es un residuo sensible a la fuga en posición  $z_1$  e insensible a la fuga en la posición  $z_1 + z_2$ .

Para generar la matriz de firma de fugas se consideraron los tres grafos redundantes descritos. En el primero se involucran las restricciones  $c_2$  y  $c_4$ , que se ven afectadas directamente por las dos fugas por lo que el residuo generado a través de este  $GR_1$  es sensible a ambas. En el segundo grafo redundante, no se involucran las restricciones  $c_2$  y  $d_2$  afectadas directamente por la fuga localizada en  $z_1$  con orificio  $\lambda_1$  por lo que el residuo generado a través del  $GR_2$  es robusto ante la fuga descrita y sensible a la fuga localizada en  $z_1 + z_2$  con tamaño del orificio  $\lambda_2$ . En el tercer grafo redundante, no intervienen las restricciones  $c_4$  y  $d_4$ , afectadas por la fuga localizada en  $z_1 + z_2$  con tamaño de orificio  $\lambda_2$ , por lo que el residuo generado a partir del  $GR_3$  es robusto ante dicha fuga y sensible a la fuga localizada en  $z_1$  con tamaño de orificio  $\lambda_1$ . Tomando en cuenta el análisis y las consideraciones descritos, la matriz de firma de fugas para este caso es:

Grafo Redundante	$\lambda_1$	$\lambda_2$
$RG_1(\mathcal{C} \setminus \{c_5, d_5\}; \{H_1, H_4, Q_1\}; Q_3)$	1	1
$RG_2(\mathcal{C} \setminus \{c_2, d_2\}; \{H_4, Q_1, Q_3\}; H_1)$	0	1
$RG_3(\mathcal{C} \setminus \{c_4, d_4\}; \{H_1, Q_1, Q_3\}; H_4)$	1	0

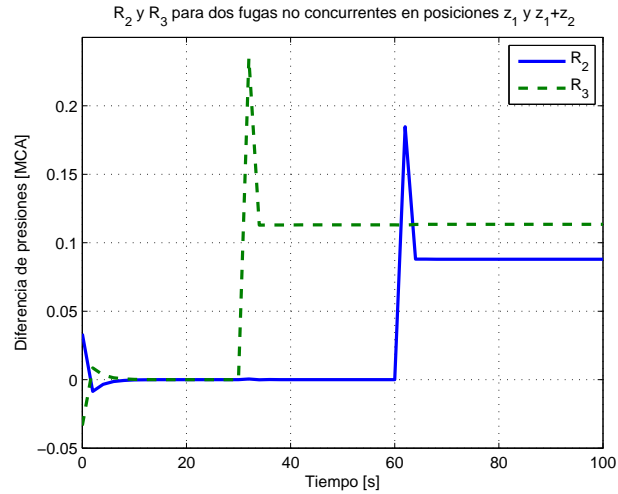
(4.6)

esta matriz indica que dos fugas localizadas en  $z_1$  y  $z_1 + z_2$  pueden ser detectadas Verde *et al.* (2009).

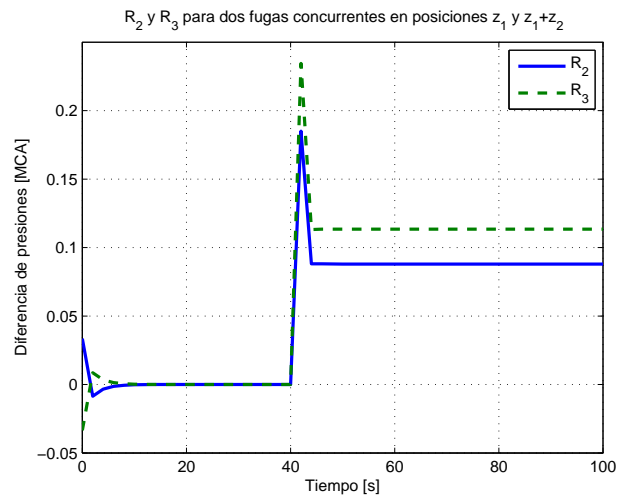
Tomando para los experimentos en simulación los parámetros del ducto descrito en el Capítulo 3 y la restricción de que en todos los casos de simulación dentro de este trabajo las fugas aparecen de manera súbita y son de magnitud constante, se simulan dos fugas con  $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$  localizada a  $L/3 = 44.02m$  y  $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$  localizada a  $2L/3 = 88.04m$  en los instantes de tiempo  $t_{f_1} = 30s$  y  $t_{f_2} = 60s$  respectivamente, la Figura 4.1 corresponde a los residuos generados  $R_2$  en línea sólida y  $R_3$  en línea punteada, se observa que a los  $30s$  el residuo  $R_3$  cambia y el residuo  $R_2$  no; a los  $60s$  el residuo  $R_2$  es el que cambia mientras que el  $R_3$  mantiene su comportamiento, cumpliendo con las reglas lógicas establecidas en la matriz de firma de fugas (4.6).

De cualquier forma, si las fugas ocurren simultáneamente es imposible distinguir las debido a que ambos residuos,  $R_2$  y  $R_3$ , cambian al mismo tiempo, para mostrar esto se simularon dos fugas con  $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$  localizada a  $L/3 = 44.02m$  y  $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$  localizada a  $2L/3 = 88.04m$  en el instante de tiempo  $t_{f_1} = t_{f_2} = 40s$ . Se observa en la Figura 4.2 que ambos residuos cambian en  $40s$  por lo cual se concluye que ambas fugas están presentes en el ducto.

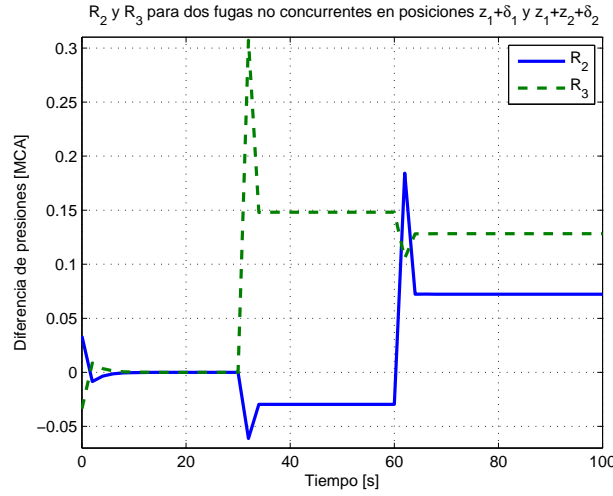
Más aún, debido a que en general las posiciones de las fugas no se conocen, los residuos basados en posiciones conocidas presentan errores en su comportamiento cuando las fugas no se pre-



**Figura 4.1:** Residuos  $R_2$  y  $R_3$  generados para dos fugas  $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$  a  $t_{f_1} = 30s$  y  $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$  a  $t_{f_2} = 60s$



**Figura 4.2:** Residuos  $R_2$  y  $R_3$  generados para dos fugas  $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$  y  $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$  a  $t_{f_1} = t_{f_2} = 40s$



**Figura 4.3:** Residuos  $R_2$  y  $R_3$  generados para dos fugas  $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$  y  $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$  a  $z_1 = 33.02m$  y  $z_2 = 99.08m$  en  $t_{f_1} = 30s$  y  $t_{f_2} = 60s$

sentan en dichas posiciones. Se simulan los casos de fuga  $\lambda_1 = 1.95e^{-4}$  localizada en realidad a  $L/4 = 33.02m$  con una diferencia de posición  $\Delta_1 = 11.02m$  ya que la posición conocida para el modelo es de  $z_1 = 44.10m$ , y  $\lambda_2 = 1.95e^{-4}$  localizada en realidad a  $3L/4 = 99.08m$  con una diferencia de posición  $\Delta_2 = 10.02m$  de la conocida para el modelo  $z_1 = 88.20m$ ; en los instantes de tiempo  $t_{f_1} = 30s$  y  $t_{f_2} = 60s$  respectivamente.

En la Figura 4.3 se observan ambos residuos  $R_2$  en línea sólida y  $R_3$  en línea punteada, ambos modifican su comportamiento en los dos instantes de tiempo en los que una de las fugas ocurre, lo cual genera falsas detecciones cuando la posición real de las fugas es diferente de la posición propuesta en el modelo. Entonces, es más realista incluir los parámetros  $\{z_1, z_2, z_3\}$  como desconocidos en el proceso de aparejamiento, para evitar falsa detección de fugas. Incluir los parámetros de posición de fugas implica mayor número de restricciones en el modelo de forma que se tenga redundancia.

## 4.2. Detectabilidad con posiciones desconocidas

Asumiendo que se desconocen las posiciones de las fugas, los parámetros  $a_{1i}, a_{2i}$  son parámetros desconocidos que dependen de las posiciones  $z_i$  en el modelo (4.2) y deben ser calculados por medio del conjunto de restricciones  $\mathcal{C}$  cuya cardinalidad, ya se ha mencionado, es  $|\mathcal{C}| = 10$ . Estos nuevos parámetros incrementan en dos el número de variables desconocidas dentro del conjunto  $\mathcal{X}_g$  por lo que su cardinalidad es  $|\mathcal{X}_g| = 10$ , como consecuencia no existe redundancia en el modelo estructural. Por esto, es necesario agregar restricciones al conjunto o incrementar el número de variables conocidas de manera que se alcance redundancia.

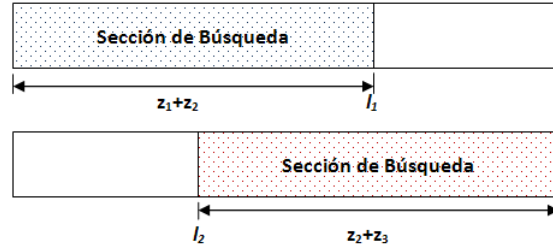


Figura 4.4: Secciones de búsqueda para el ducto

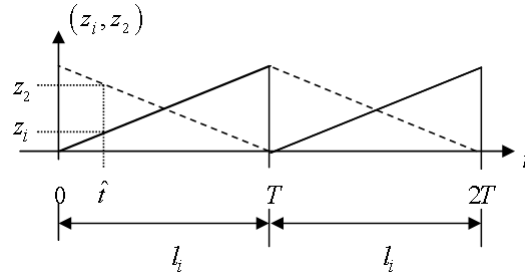


Figura 4.5: Variables conocidas  $z_i$  con periodo  $T$  para  $i = 1, 3$  y  $z_2$  estimada con  $l_1 = l_2 = l$

De manera similar a un radar, se sugiere incluir nuevas restricciones por medio de las cuales se haga un barrido de todas las posibles posiciones de las fugas en el ducto. En particular se proponen dos relaciones entre las posiciones de las fugas por medio de las restricciones

$$\begin{aligned} c_6; \quad z_1 + z_2 &= l_1 \\ c_7; \quad z_3 + z_2 &= l_2 \end{aligned} \quad (4.7)$$

donde  $z_1$  y  $z_3$  son variables conocidas, periódicas, generadas por *software* y los parámetros  $l_1$  y  $l_2$  se utilizan para definir las regiones de búsqueda de las fugas, en la Figura 4.4 se muestran las secciones de búsqueda para dos fugas en el ducto. La restricción  $c_6$  se utiliza para identificar fugas localizadas a la izquierda de la posición  $l_1$  del ducto y la restricción  $c_7$  se utiliza, de manera similar, para alcanzar fugas localizadas a la derecha de la posición  $l_2$ . Como señales periódicas para generar las variables  $z_1$  y  $z_3$  se utiliza un diente de sierra con periodo  $T$  de forma que se tenga una relación lineal entre las posiciones  $z_i$  y el tiempo, como se muestra en la Figura 4.5.

Entonces, tomando en cuenta la cardinalidad de los conjuntos se tiene la relación  $|\mathcal{C}| - |\mathcal{X}_g| = 11 - 9 = 2$  y la relación  $|\mathcal{K}| = 5$  que indican que se pueden obtener diversos grafos redundantes ignorando dos restricciones, como en el caso de las posiciones fijas previamente descrito. La restricción  $c_6$  permite reformular la búsqueda de grafos redundantes ignorando el intervalo  $[l_1, L]$  y por el contrario, la restricción  $c_7$  permite reformular la búsqueda de grafos redundantes fuera del intervalo  $[0, l_2]$ .



**Tabla 4.5:** Matriz de apareamiento para el grafo redundante con nodos de salida  $\mathcal{U}_{s1} = \{H_4, Q_1, Q_3, z_1\}$  y de llegada  $H_1$ , incluyendo la restricción  $c_6$  para el cálculo de  $z_2$

	$Q_1$	$Q_3$	$H_4$	$z_1$	$\dot{Q}_3$	$H_3$	$\dot{H}_3$	$Q_2$	$\dot{Q}_2$	$\dot{Q}_1$	$z_2$	$H_2$	$H_1$
$d_5$		• →			⊕								
$c_5$		• →	• →		•	⊕							
$d_4$						•	⊕						
$c_4$		• →				•	•	⊕					
$d_3$								•	⊕				
$d_1$	• →									⊕			
$c_6$				• →							⊕		
$c_3$						•		•	•		•	⊕	
$c_1$	• →			• →						•		•	→ •

Debido a que la evaluación del nodo objetivo  $y_i$  es redundante, sólo si la posición usada en el grafo coincide con la posición real de la fuga; si no hay fugas, el residuo obtenido por medio del grafo redundante  $RG_i$  será cero para todas las  $z_i$ , siempre que no haya fugas, de acuerdo con la definición de residuo. Cuando hay fugas presentes, un grafo de apareamiento se vuelve redundante, sólo en instantes de tiempo específicos, por lo que se obtienen residuos periódicos. Además, utilizando la información de los parámetros  $l_1$  y  $l_2$  conocidos, se puede determinar la región del ducto en la que las fugas se encuentran.

Incluyendo la restricción  $c_6$  en el modelo (4.2), se busca un grafo redundante considerando como nodos de salida  $\mathcal{U}_{s1} = \{H_4, Q_1, Q_3, z_1\}$  y como nodo de llegada  $H_1$ . Entonces, el grafo de apareamiento que no involucra las restricciones  $\{c_2, d_2\}$  se puede ver en la Tabla 4.5 y el grafo redundante resultante es insensible a la fuga localizada en la posición  $z_1$  para todo el barrido

$$RG_{1p}(\mathcal{C} \setminus \{c_2, d_2\}; \{H_4, Q_1, Q_3, z_1\}; H_1) \quad (4.8)$$

por lo tanto, el residuo periódico

$$R_{1p}(l_1) = H_1 - \hat{H}_1 \quad (4.9)$$

es cero bajo dos condiciones:

- si no existen fugas en el ducto, y
- si la evaluación de  $\hat{H}_1$  coincide con la posición real de la fuga  $z_1$  localizada a la izquierda de  $l_1$ . Debido a que  $z_1$  es una variable periódica, cuando  $R_{1p} = 0$  periódicamente, se obtiene la posición de la fuga  $\lambda_1 \sqrt{H_2}$  cada unidad de tiempo  $k\hat{t}$ .

Más aún, si el residuo  $R_{1p}$  es diferente de cero durante todo el periodo  $T$ , significa que no hay un par  $(z_1, z_2)$  que satisfaga  $c_6$  tal que  $H_1$  sea igual a  $\hat{H}_1$ . Entonces, la fuga se localiza a la derecha de  $l_1$  y

**Tabla 4.6:** Matriz de aparejamiento para el grafo redundante con nodos de salida  $\mathcal{U}_{s2} = \{H_1, Q_1, Q_3, z_3\}$  y de llegada  $H_4$ , incluyendo la restricción  $c_7$  para el cálculo de  $z_2$

	$Q_1$	$Q_3$	$H_1$	$z_3$	$\hat{Q}_1$	$H_2$	$\hat{H}_2$	$Q_2$	$\hat{Q}_2$	$\hat{Q}_3$	$z_2$	$H_3$	$H_4$
$d_1$	• →				⊕								
$c_1$	• →		• →		•	⊕							
$d_2$						•	⊕						
$c_2$	• →					•	•	⊕					
$d_3$								•	⊕				
$d_5$		• →								⊕			
$c_7$				• →							⊕		
$c_3$						•		•	•		•	⊕	
$c_5$		• →		• →						•		•	→ •

su posición exacta no se puede identificar con  $R_{1p}$ .

Por otra parte, si se incluye la restricción  $c_7$  en lugar de la restricción  $c_6$  en la búsqueda de un grafo redundante a partir del modelo (4.2) y considerando como nodos de salida  $\mathcal{U}_{s2} = \{H_1, Q_1, Q_3, z_3\}$  y como nodo de llegada  $H_4$ , se obtiene el grafo de aparejamiento de la Tabla 4.6 sin considerar las restricciones  $\{c_4, d_4\}$  por lo que el grafo redundante

$$RG_{2p}(\mathcal{C} \setminus \{c_4, d_4\}; \{H_1, Q_1, Q_3, z_3\}; H_4) \quad (4.10)$$

es insensible a la fuga asociado con  $z_3 > l_2$ . Por lo tanto, el residuo

$$R_{2p}(l_2) = H_4 - \hat{H}_4 \quad (4.11)$$

es cero bajo dos condiciones:

- si no hay fugas en el ducto, y
- si la evaluación de  $\hat{H}_4$  coincide con la posición real de la fuga localizada a la derecha de  $l_2$  en  $z_3$ . Entonces, esta condición periódica permite obtener la posición de la fuga  $\lambda_2 \sqrt{H_4}$  periódicamente cada unidad de tiempo  $k\hat{t}$ .

Entonces, si la evaluación del residuo  $R_{2p}$  es diferente de cero durante todo el periodo  $T$ , significa que la fuga está localizada en el intervalo  $[0, l_2]$ , pero su posición exacta es desconocida.

Cuando ocurren fugas se pueden presentar tres escenarios de localización para los residuos  $R_{1p}$  y  $R_{2p}$  dependiendo de los valores  $l_1$  y  $l_2$  utilizados en  $c_6$  y  $c_7$  respectivamente.

1. Si las fugas se encuentran localizadas a la izquierda de  $l_1$ , el grafo (4.8) es redundante periódicamente, debido a que la forma de las señales que se utilizan para generar las variables  $z_i$  es

periódica, y el residuo  $R_{1p}$  es cero cuando  $z_1 = z_{eq}$ . El residuo  $R_{2p}$  es diferente de cero para todo instante de tiempo ya que el grafo (4.10) no es redundante para ningún valor de  $z_3$ . Bajo esta condición se puede determinar la región del ducto en la que se encuentran las fugas, pero no se puede determinar su número ni sus posiciones reales.

2. De manera similar, si las fugas se encuentran localizadas a la derecha de  $l_2$ , el grafo (4.10) es redundante periódicamente y el residuo  $R_{2p}$  es cero cuando  $L - z_3 = z_{eq}$ . El residuo  $R_{1p}$  es diferente de cero para todo instante de tiempo ya que el grafo (4.8) no es redundante para ningún valor de  $z_1$ . Entonces, se puede determinar la región del ducto en la que se encuentran las fugas, pero no se puede determinar el número de fugas ni sus posiciones reales.

3. Si ambos residuos (4.9) y (4.11) son cero periódicamente, las fugas se encuentran localizadas a la izquierda de  $l_1$  y a la derecha de  $l_2$ . Más aún, las posiciones calculadas por medio de ambos residuos coinciden y son iguales al valor  $z_{eq}$ . Por lo tanto, la condición lógica

$$(R_{1p} = 0) \cup (R_{2p} = 0) \not\Rightarrow (\hat{z}_1 = z_{eq}) \cup (\hat{z}_3 = L - z_{eq})$$

no permite decidir la localización de las fugas ni distinguir el número de ellas.

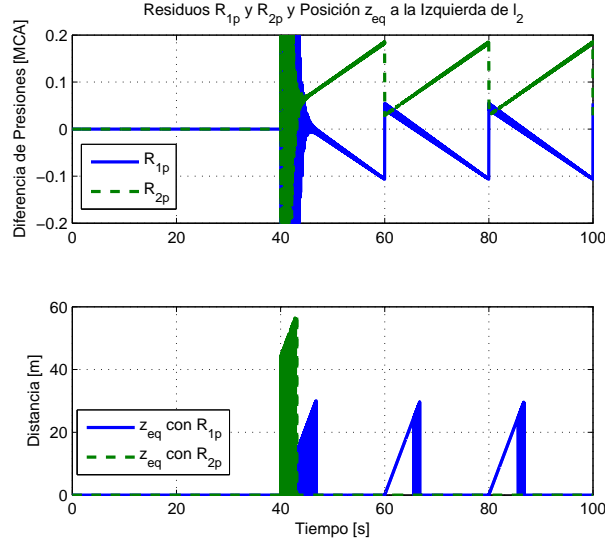
La tarea de los residuos periódicos es generar las condiciones lógicas para determinar la posición de las fugas, para manejar el proceso de decisión de la sección en la que se encuentran las fugas, se asocian eventos con la evolución de los residuos durante el tiempo de barrido  $t \in I_t = [k, (k+1)T]$  de las señales  $z_1$  y  $z_3$ . Dado un conjunto de parámetros  $l_1$ ,  $l_2$  y  $T$ , mientras los residuos  $R_{1p}$  y  $R_{2p}$  no sean periódicos o permanezcan dentro del umbral  $Um = [Um_{min}, Um_{max}]$  el algoritmo de diagnóstico no se activa. Para simplificar la descripción, los eventos CRUCE POR CERO y su complemento para cada  $R_{ip}$  se define como:

$$\begin{aligned} \text{Si } R_{ip} \subset Um \text{ durante } I_t &\Rightarrow e^0_{R_{ip}} = 1, \bar{e}^0_{R_{ip}} = 0 \\ \text{Si } R_{ip} \not\subset Um \text{ durante } I_t &\Rightarrow e^0_{R_{ip}} = 0, \bar{e}^0_{R_{ip}} = 1 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Una vez determinados los eventos cruce por cero, para determinar la posición virtual de las fugas  $z_{eq}$ , se calcula el valor de las señales  $z_1$  y  $z_3$  en los instantes de tiempo  $I_t$ . Para determinar en que región del ducto se encuentran las fugas se verifica la siguiente tabla:

**Tabla 4.7:** Condiciones de eventos CRUCE POR CERO para determinar región de fugas

Evento	A la izquierda de $l_2$	Entre $l_1$ y $l_2$	A la derecha de $l_1$
$e^0_{R_{1p}}$	1	1	0
$e^0_{R_{2p}}$	0	1	1
$\bar{e}^0_{R_{1p}}$	0	0	1
$\bar{e}^0_{R_{2p}}$	1	0	0

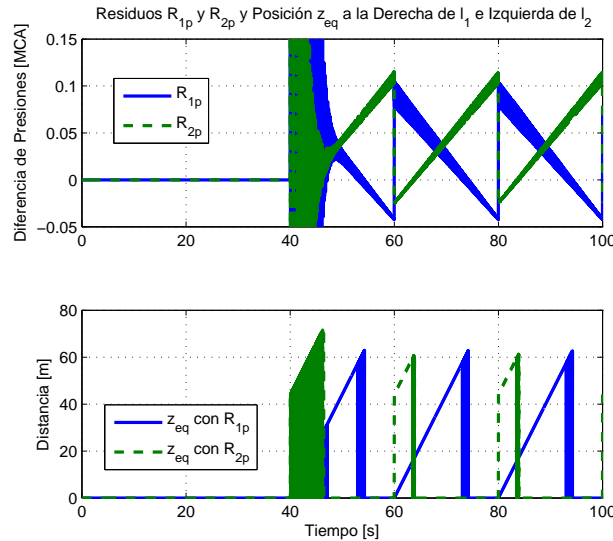


**Figura 4.6:** Residuos periódicos  $R_{1p}$  y  $R_{2p}$ , y posición  $z_{eq}$  para dos fugas a la izquierda de  $l_2$

La limitación del método por residuos periódicos en cuanto a diferenciar el número de fugas y encontrar su localización real se justifica en el hecho de que las restricciones  $c_6$  y  $c_7$  son estáticas y no se ha impuesto excitación persistente durante el proceso de localización. Detalles acerca de la imposibilidad para localizar varias fugas simultáneas en estado estacionario se pueden encontrar en Verde (2003).

Para mostrar el comportamiento de los residuos periódicos se presentan cuatro experimentos por simulación. El umbral en todos los casos es  $|Um| = 7.6118e^{-7}$ , el periodo de las señales virtuales  $z_1$  y  $z_3$  es  $T = 20s$  y los límites de las secciones de búsqueda  $l_1 = 44.10m$  y  $l_2 = 88.20m$ . El primero corresponde a dos fugas simuladas simultáneamente a 40s en las posiciones  $z_1 = 22.05m$  con  $\lambda_1 = 6.288e^{-5}$  y  $z_2 = 33.07m$  con  $\lambda_2 = 6.288e^{-5}$  respectivamente. En la Figura 4.6 se observan arriba los dos residuos generados, en línea sólida  $R_{1p}$  y en línea punteada  $R_{2p}$ ,  $R_{1p}$  cruza el umbral  $Um$  periódicamente y  $R_{2p}$  no lo cruza más que en el transitorio debido a la ocurrencia de las fugas, indicando que éstas se encuentran a la izquierda de  $l_2$ ; abajo, se observan las señales  $z_1$  y  $z_3$  durante los eventos de cruce por cero, en línea sólida la señal obtenida por medio de los eventos en el residuo  $R_{1p}$  cuyo valor máximo es el valor de la posición virtual  $z_{eq} = 29.6m$  y en línea punteada la señal obtenida por medio de los eventos del residuo  $R_{2p}$  que sólo tiene valores diferentes de cero mientras ocurre el transitorio, luego se establece en cero indicando que no se puede calcular la posición  $z_{eq}$  de las fugas por medio de  $z_3$ .

El segundo corresponde a dos fugas simuladas simultáneamente a 40s en las posiciones  $z_1 = 55.12m$  con  $\lambda_1 = 6.288e^{-5}$  y  $z_2 = 66.15m$  con  $\lambda_2 = 6.288e^{-5}$  respectivamente. En la Figura 4.7 se

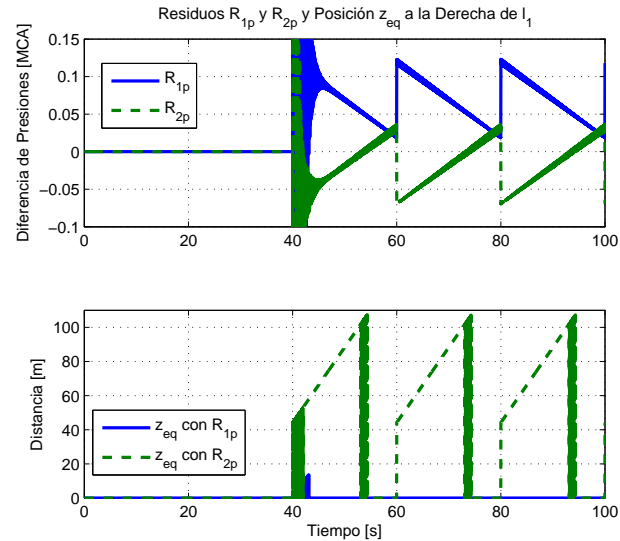


**Figura 4.7:** Residuos periódicos  $R_{1p}$  y  $R_{2p}$ , y posición  $z_{eq}$  para dos fugas entre los límites de búsqueda  $l_1$  y  $l_2$

observa, arriba, los dos residuos generados, en línea sólida  $R_{1p}$  y en línea punteada  $R_{2p}$ , ambos cruzan el umbral  $Um$  periódicamente, indicando que las fugas se encuentran a la izquierda de  $l_1$  y a la derecha de  $l_2$ ; abajo, se observan las señales  $z_1$  y  $z_3$  durante los eventos de cruce por cero, en línea sólida la señal obtenida por medio de los eventos en el residuo  $R_{1p}$  cuyo valor máximo es el valor de la posición virtual  $z_{eq} = 62.5\text{ m}$  y en línea punteada la señal obtenida por medio de los eventos del residuo  $R_{2p}$  cuyo valor máximo también es el valor de la posición virtual  $z_{eq} = 62.5\text{ m}$ , lo cual coincide con las condiciones establecidas.

El tercer experimento corresponde a dos fugas simuladas simultáneamente a  $40\text{ s}$  en las posiciones  $z_1 = 99.22\text{ m}$  con  $\lambda_1 = 6.288e^{-5}$  y  $z_2 = 110.25\text{ m}$  con  $\lambda_2 = 6.288e^{-5}$  respectivamente. En la Figura 4.8 se observa, arriba, los dos residuos generados, en línea sólida  $R_{1p}$  y en línea punteada  $R_{2p}$ ,  $R_{2p}$  cruza el umbral  $Um$  periódicamente y  $R_{1p}$  no lo cruza más que en el transitorio debido a la ocurrencia de las fugas, indicando que éstas se encuentran a la derecha de  $l_1$ ; abajo, se observan las señales  $z_1$  y  $z_3$  durante los eventos de cruce por cero, en línea sólida la señal obtenida por medio de los eventos en el residuo  $R_{1p}$  que sólo tiene valores diferentes de cero mientras ocurre el transitorio, luego se establece en cero indicando que no se puede calcular la posición  $z_{eq}$  de las fugas por medio de  $z_1$ , y en línea punteada la señal obtenida por medio de los eventos del residuo  $R_{2p}$  cuyo valor máximo es el valor de la posición virtual  $z_{eq} = 107.5\text{ m}$ .

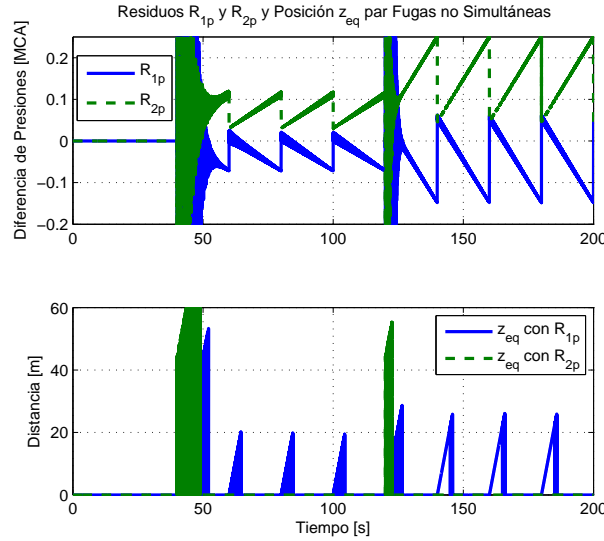
Por último, el cuarto experimento corresponde a dos fugas simuladas secuencialmente a  $40\text{ s}$  y  $120\text{ s}$ , respectivamente, en las posiciones  $z_1 = 11.02\text{ m}$  con  $\lambda_1 = 6.288e^{-5}$  y  $z_2 = 33.07\text{ m}$  con  $\lambda_2 = 1e^{-4}$ . En la Figura 4.9 se observan, arriba, los dos residuos generados, en línea sólida  $R_{1p}$  y



**Figura 4.8:** Residuos periódicos  $R_{1p}$  y  $R_{2p}$ , y posición  $z_{eq}$  para dos fugas a la derecha de  $l_1$

en línea punteada  $R_{2p}$ ,  $R_{1p}$  cruza el umbral  $Um$  periódicamente después de los primeros 40s y aunque aumenta su amplitud después de la aparición de la segunda fuga a los 120s permanece cruzando el umbral, sólo que en instantes de tiempo diferentes, lo cual modifica la  $z_{eq}$  calculada en ambos casos.  $R_{1p}$  no cruza el umbral excepto por los transitorios generados por la ocurrencia de las fugas; de igual forma, aumenta su amplitud frente a la segunda fuga, pero no alcanza a cruzar el umbral, indicando que las fugas se encuentran a la izquierda de  $l_2$ ; abajo, se observan las señales  $z_1$  y  $z_3$  durante los eventos de cruce por cero, en línea sólida la señal obtenida por medio de los eventos en el residuo  $R_{1p}$  cuyo valor máximo entre los 40s y los 120s es  $z_{eq} = 11.02m$  por lo que se puede decir que si se supiera inicialmente que se trata sólo de una fuga se ha localizado su posición real, pero esto ya se ha logrado a través de otras investigaciones con menos esfuerzo. Después de los 120s la posición equivalente calculada a partir de  $R_{1p}$  y  $z_1$  es  $z_{eq} = 25.9m$ .  $R_{2p}$  que sólo tiene valores diferentes de cero mientras ocurre el transitorio, luego se establece en cero indicando que no se puede calcular la posición  $z_{eq}$  de las fugas por medio de  $z_3$  aunque éstas sean secuenciales.

Observando el problema de diagnóstico de dos fugas desde esta perspectiva se puede decir que es posible determinar las secciones del ducto en el que se encuentran localizadas las fugas, pero no es posible determinar cuantas fugas están presentes, además la información del tamaño de los orificios queda fuera de alcance; por esto se propone una solución en la que se pueda distinguir si una o dos fugas están presentes, estimando los parámetros de posición y tamaño del orificio de la fuga, asumiendo que sólo es una, y luego, con ayuda de señales auxiliares se concluye, por medio del análisis de las características del residuo, qué condición de fuga se enfrenta.



**Figura 4.9:** Residuos periódicos  $R_{1p}$  y  $R_{2p}$ , y posición  $z_{eq}$  para dos fugas secuenciales a la izquierda de  $l_2$

### 4.3. Separabilidad de fugas con modelo estimado y señales auxiliares

#### 4.3.1. Detección de fugas

El primer paso del procedimiento es detectar la presencia de fugas, para lograr esta tarea se calcula un umbral adaptable alrededor de la condición

$$Q_1 - Q_n \neq 0 \quad (4.13)$$

Los parámetros usados para el diseño del umbral adaptable se encuentran en Salinas (2010); una vez establecida la condición de fugas (4.13), se espera a que el sistema se encuentre en estado estacionario durante un tiempo  $t_{ss}$ , para garantizar que así sea, el error  $Q_1 - Q_2$  debe cumplir la condición

$$\lim_{x \rightarrow 0} (Q_1 - Q_2) = \text{constante} \quad (4.14)$$

Para verificar que se ha cumplido la condición (4.14) se propone un umbral constante, si la *constante* a la que tiende el límite se encuentra dentro de este umbral, se considera que el sistema está en estado estacionario después de la ocurrencia de las fugas y se dispara el sistema de generación de residuos.

Como muestra del funcionamiento de este umbral dentro de las simulaciones se presenta el caso de una fuga a  $z_1 = 66.15m$  con  $\lambda_1 = 1e^{-4}$  en  $30s$ , en la Figura 4.10 se muestra en línea sólida la condición (4.13) y el líneas punteadas la evolución del umbral generado. En la figura 4.11 se muestra en línea sólida la condición (4.14) y en líneas punteadas el umbral constante elegido de  $\pm 1e - 6$ .

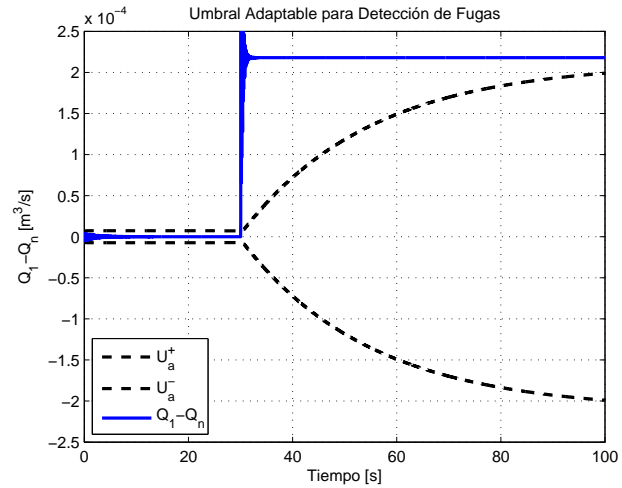


Figura 4.10: Umbral adaptable para detección de fugas

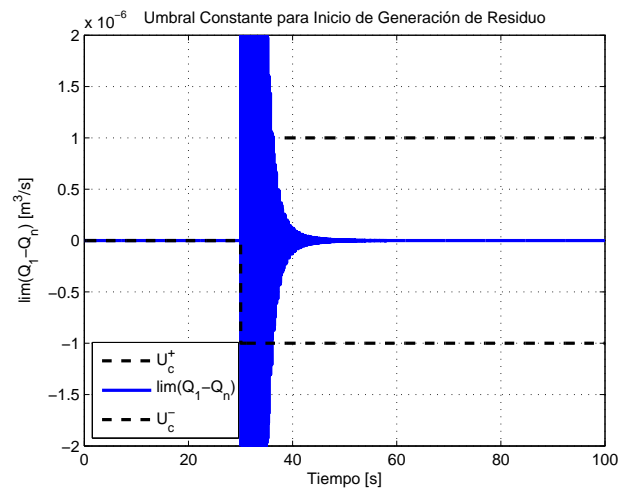


Figura 4.11: Umbral constante para inicio de generación de residuos



**Tabla 4.8:** Matriz de aparejamiento para el grafo redundante  $R_{eq}$  con nodos de salida  $\mathcal{U}_{s4} = \{H_3, Q_2\}$  y de llegada  $Q_1$ 

	$Q_2$	$H_3$	$\dot{Q}_2$	$H_2$	$\dot{H}_2$	$Q_1$
$d_3$	• →		⊕			
$c_3$	• →	• →	•	⊕		
$d_2$				•	⊕	
$c_2$	• →			•	•	→ •

### 4.3.2. Generación de residuos con el modelo estimado

Como ya se mencionó en el Capítulo 3, si el flujo se encuentra en estado permanente con conjunto de mediciones (3.11) y se supone que existen dos fugas definidas por (3.12) se pueden obtener directamente de las ecuaciones diferenciales (3.1), (3.2) las relaciones (3.13) y (3.14).

Entonces, como segundo paso del procedimiento, se estima el valor de  $z_{eq}$  a partir de la relación (3.14), y asumiendo  $\hat{z}_1 = z_{eq}$  y  $\lambda_2 = 0$  en (3.13) se estima  $\hat{\lambda}_1$  generando la relación

$$Q_e^\infty - Q_s^\infty = \hat{\lambda}_1 \sqrt{H_e^\infty - \frac{\mu z_{eq}}{a_1} (Q_e^\infty)^2} \quad (4.15)$$

que vincula la posición  $z_{eq}$  y el tamaño estimado del orificio  $\hat{\lambda}_1$ , donde, según información obtenida de experimentos en simulación,  $\hat{\lambda}_1 = \lambda_{eq} = \lambda_1 + \lambda_2$ . A partir de la estimación de  $z_{eq}$  y  $\hat{\lambda}_1$  se obtiene el modelo equivalente del fluido en presencia de una fuga

$$\begin{aligned}
c_1; \quad & \dot{Q}_1 = a_{11}(H_1 - H_2) - \mu Q_1 |Q_1| \\
c_2; \quad & \dot{H}_2 = a_{21}(Q_1 - Q_2 - \lambda_{eq} \sqrt{H_2}) \\
c_3; \quad & \dot{Q}_2 = a_{12}(H_2 - H_3) - \mu Q_2 |Q_2| \\
d_1; \quad & \dot{Q}_1 = \frac{dQ_1}{dt} \\
d_2; \quad & \dot{H}_2 = \frac{dH_2}{dt} \\
d_3; \quad & \dot{Q}_2 = \frac{dQ_2}{dt}
\end{aligned} \quad (4.16)$$

con  $a_{11} = \frac{gA}{z_{eq}}$ ,  $a_{21} = \frac{b^2}{(L-z_{eq})gA}$  y  $a_{12} = \frac{gA}{L-z_{eq}}$ . En este modelo se divide el ducto en dos secciones únicamente, una antes de la posición  $z_{eq}$  y la otra después tomando como condición de frontera  $\hat{\lambda}_1 \sqrt{H_2}$ . Entonces, el modelo (4.16) es desde ahora el modelo nominal para generar los residuos.

Analizando el modelo (4.16) para la generación de grafos redundantes, si se consideran como nodos de salida  $\mathcal{U}_{s4} = \{H_3, Q_2\}$  y el nodo objetivo  $Q_1$ , el grafo que apareja variables con restricciones sin el conjunto de restricciones  $\{c_1, d_1\}$  que se presenta en la Tabla 4.8, es un grafo redundante  $RG_{eq}$  en el cual se involucran las restricciones directamente asociadas con la fuga en la posición  $z_{eq}$ .

Entonces

$$R_{eq} = Q_1 - \hat{Q}_1 \quad (4.17)$$

donde  $\hat{Q}_1(t)$ , es el gasto estimado por medio del grafo, es teóricamente un residuo insensible a la presencia de una fuga y sensible a la presencia de dos fugas debido al hecho de que el modelo utilizado para generar el residuo (4.17) no es consistente con ningún caso en el que dos fugas estén presentes. Este residuo es equivalente al que se obtiene para una fuga con posición y pérdida de flujo conocidos.

### 4.3.3. Generación de residuo equivalente

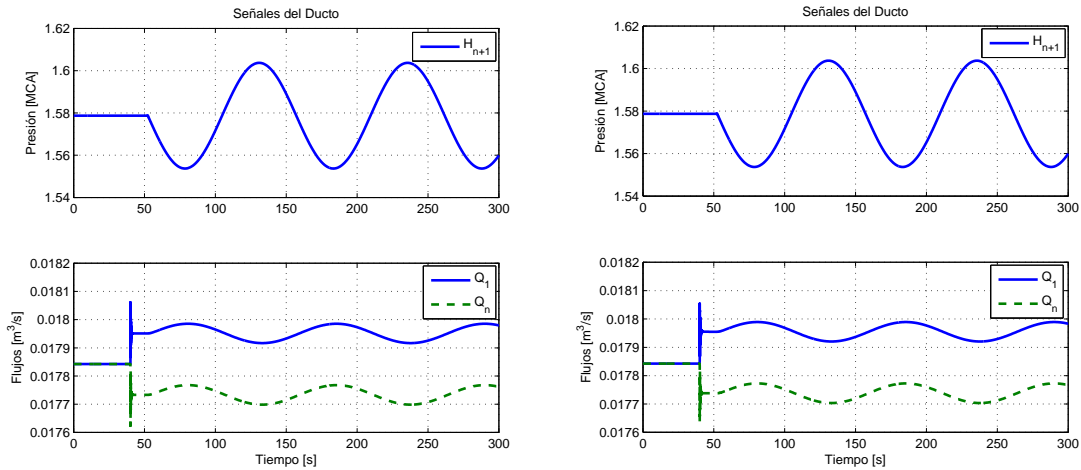
A partir de la información obtenida de  $z_{eq}$  y  $\hat{\lambda}_1$ , y por medio del uso de señales adecuadas para la excitación persistente se puede discernir entre la presencia de una o dos fugas, una vez determinado el número de fugas es posible utilizar esta información como punto de partida para desarrollar un modelo que describa el comportamiento dinámico de dos fugas en el ducto, de forma que se genere otro residuo insensible a dos fugas pero sensible a una tercera, entonces, insertando el modelo del comportamiento dinámico de las fugas en el modelo nominal para la generación de residuos de manera recursiva existe la posibilidad de distinguir múltiples fugas en un ducto; este principio es útil en otros sistemas siempre que se cuente con el modelo de falla y se utilice adecuadamente como parte del modelo nominal.

### 4.3.4. Señales auxiliares periódicas

Para probar el comportamiento del residuo  $R_{eq}$  generado por medio de modelo de falla en simulaciones, se presentan dos escenarios. El primer escenario corresponde al caso de una fuga provocada a los 40s de iniciada la simulación. El coeficiente de apertura es  $\lambda_1 = 0.0001$  y la fuga está localizada a 66.27m. En el segundo escenario se simulan dos fugas simultáneamente a 40s con  $\lambda_2 = 5e^{-5}$ ,  $z_1 = 44.10m$ ,  $\lambda_2 = 5e^{-5}$  y  $z_2 = 88.20m$ . Este evento arroja estimados falsos de  $z_{eq} = 63.58m$  con  $\hat{\lambda}_{eq} = 9.82e^{-5}$ . Sin embargo, con ellos se sintoniza el residuo  $R_{eq}$  y se inyecta en la presión aguas abajo, por medio de una válvula cuyo comportamiento se describe por medio de la señal de excitación, la señal  $0.025\sin(0.06t)$ , a los 50s. A pesar del error, el estimado  $z_{eq}$  puede ser usado para acotar la secciones de búsqueda de las dos fugas, pues la primera se encuentra a la derecha y la segunda a la izquierda del  $z_{eq}$ .

La Figura 4.12(a) describe la evolución de tres de las variables medidas del ducto:

- La parte superior describe la presión aguas abajo, la cual es constante los primeros 50s, y después evoluciona siguiendo las variaciones de la válvula.
- La parte inferior muestra los flujos, en donde la curva sólida es el flujo de entrada y la punteada el de salida; se identifica a partir de la presencia de la fuga la diferencia en los flujos de acuerdo a lo esperado, el flujo de entrada aumenta y el de salida disminuye. Además una vez que se adiciona la excitación senoidal, ésta se refleja en ambos flujos.



(a) Evolución de la presión de excitación y gastos para una fuga provocada a los 40s con excitación a partir de 50s  
 (b) Evolución de la presión y gastos para dos fugas iniciadas a los 40s y una excitación aplicada después de la estimación del modelo con una fuga

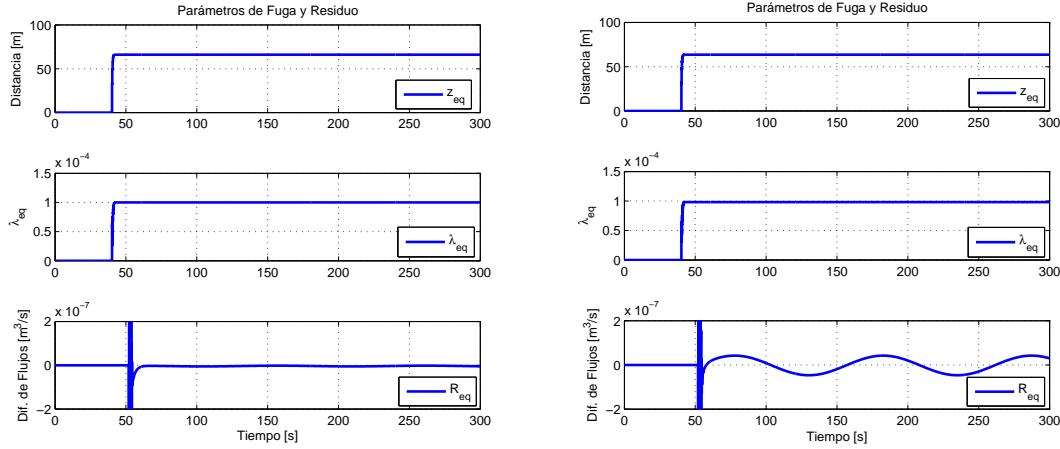
**Figura 4.12:** Comparación de presiones y gastos para una y dos fugas

La Figura 4.12(b) muestra la evolución de tres de las mediciones ante las dos fugas.

- La gráfica superior corresponde a la presión aguas abajo del ducto en donde se verifica que durante los primeros 50s es constante, y después sigue la señal de excitación.
- La gráfica inferior, corresponde a los gastos, la curva sólida es el de entrada y la punteada el de salida; se verifica que durante la ausencia de las fugas ambos gastos son iguales. A partir de la ocurrencia de las fugas se separan los gastos, y a los 50s cuando se aplica la señal de excitación, como se esperaba, los gastos se ven afectados por ella.

Una vez detectada una diferencia mayor al umbral entre los gastos de entrada y salida, y pasado el efecto transitorio, se estiman los parámetros del modelo de una fuga resultando  $z_{eq} = 66.15m$  y  $\hat{\lambda}_1 = 0.0001$ . Usando estos estimados, se ajustan los valores del generador de residuos  $R_{eq}(t)$  y en el instante  $t = 50s$  se incluye en la presión aguas abajo, la señal  $0.025\sin(0.06t)$  vía la válvula.

La Figura 4.13(a) describe los estimados de los parámetros y la evaluación del residuo  $R_{eq}$ . Se observa que la evolución tanto de  $z_{eq}$ , como de  $\hat{\lambda}_1$  se mantiene constante a lo largo de todo el proceso de distinguibilidad dado que se estiman con relaciones estáticas, y sin excitación externa. La parte inferior de la figura describe la evolución del residuo. A partir del  $t = 50s$  se identifica un transitorio, debido a la señal de excitación a los 50s. Tomando en cuenta que los gastos nominales del ducto son del orden de milésimas de  $m^3/s$ , se puede afirmar que el residuo es prácticamente insensible a una fuga.



(a) Estimación de parámetros y evolución del residuo  $R_{eq}$  (b) Estimación de parámetros falsos y evolución del residuo para una fuga provocada a los 40s con excitación a partir de dos fugas iniciadas a los 40s y una excitación de 50s aplicada después de la estimación del modelo con una fuga

**Figura 4.13:** Comparación de parámetros estimados y residuos para una y dos fugas

La Figura 4.13(b) muestra los parámetros estimados, sin sentido físico, y el residuo  $R_{eq}$ . La evolución de los parámetros estimados presenta un comportamiento estático similar al caso de una fuga. La evolución del residuo es cero durante los primeros 40s, en donde no existen fugas. Durante el intervalo  $[40 - 50]$ s, a pesar de la presencia de dos fugas, el residuo no se calcula dado que no existe excitación. A partir del instante  $t = 50$ s, se observa un transitorio debido a la inyección de la señal de excitación y una oscilación con un factor de amplificación mayor que para una fuga.

Una fuga provoca una onda de presión transitoria en el fluido, por lo que el fenómeno puede ser analizado a través de fenómenos transitorios Colombo *et al.* (2009). Al alterarse el comportamiento transitorio del fluido con la fuga, una tarea interesante a realizar sería maximizar las respuestas de los residuos con señales de prueba adicionales a las condiciones de frontera del ducto, para distinguir diversos escenarios de fugas.

El tercer paso se realiza con ayuda de una válvula al final del ducto, cuya apertura se describe con la función

$$H_3(t) = \bar{H}_3 + h_3 \sin(\omega t)$$

y genera un residuo

$$R_{eq}(t) = \bar{R}_{eq} + \sum_{i=1}^{i=\infty} r_i \sin(i\omega t) \quad (4.18)$$

cuya magnitud y fase de la primera armónica dependen del patrón de fugas.

Considerando el escenario de una fuga, dado que el modelo nominal que genera  $R_{eq}$  coincide con la fuga real,  $R_{eq} \approx 0$ . Por el contrario, para dos fugas,  $r_1 \neq 0$  y, se ha observado en los experimentos simulados que  $r_i \cong 0$  por lo cual la primera componente  $r_1$  se considera dominante de forma que el residuo equivalente toma la forma

$$R_{eq}(t) \cong \bar{R}_{eq} + r_1 \sin(\omega t) \quad (4.19)$$

y existe un defasamiento con respecto a la señal senoidal de  $H_3$ .

Con objeto de evitar choques de ondas de presión en el ducto provocadas por la señal de excitación, la frecuencia de ésta debe ser menor que la de resonancia del fluido. De acuerdo con Lee *et al.* (2005) la frecuencia de resonancia está dada por

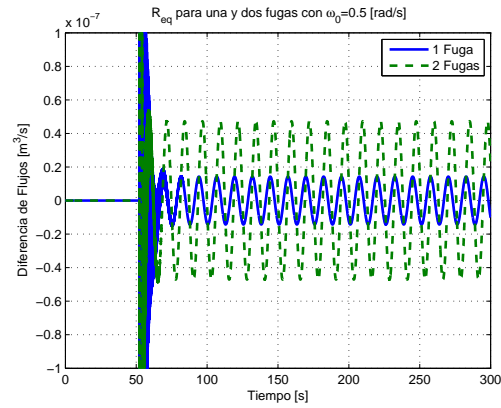
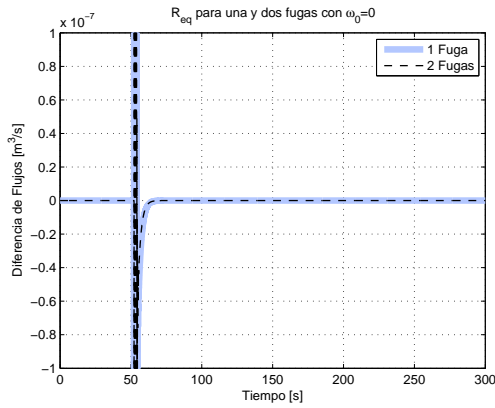
$$\omega_h = \frac{\pi c}{2L} \quad (4.20)$$

donde  $c$  es la velocidad de la onda de presión y  $L$  la longitud del ducto. Usando (4.20) para los datos de la tubería piloto se obtiene  $\omega_h = 14.817 \text{ rad/s}$ .

Durante los siguientes experimentos se presentan dos casos, el primero correspondiente a una fuga a  $66.27 \text{ m}$  con  $\lambda_1 = 1e^{-4}$  en  $40 \text{ s}$  y el segundo correspondiente a dos fugas definidas por  $z_1 = 44.10 \text{ m}$  con  $\lambda_1 = 5e^{-5}$  y  $z_2 = 88.20 \text{ m}$  con  $\lambda_2 = 5e^{-5}$ .

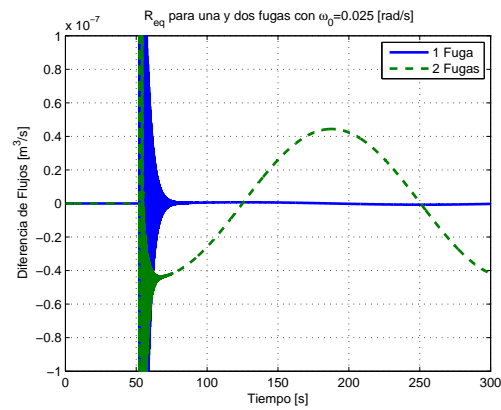
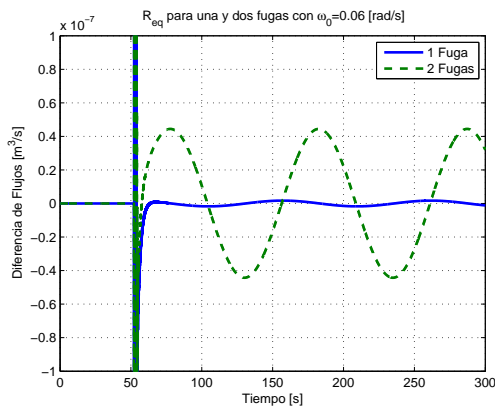
Para caracterizar el comportamiento de los residuos ante los casos de fuga descritos se utilizan diferentes señales auxiliares, en los cuatro experimentos que se presentan la amplitud de las señales de excitación es  $h_3 = 0.025$ , y se utilizan cuatro frecuencias de oscilación una en cada experimento de forma que sea visible el cambio en el comportamiento de los residuos frente a la frecuencia de las señales auxiliares corresponden a:

- La Figura 4.14(a) describe el comportamiento de los residuos para los casos de una fuga, en línea sólida, y de dos fugas, en línea punteada cuando la frecuencia de la señal de excitación es  $\omega_0 = 0 \text{ rad/s}$ .
- La Figura 4.14(b) muestra el comportamiento del residuo para una fuga, en línea sólida, y de dos fugas en línea punteada corresponde a  $\omega_1 = 0.5 \text{ rad/s}$ .
- La Figura 4.14(c) corresponde a los residuos para una fuga, en línea sólida, y para dos fugas, en línea punteada son respuesta a una señal de excitación con frecuencia  $\omega_3 = 0.06 \text{ rad/s}$ .
- En la Figura 4.14(d) se pueden ver los residuos correspondientes a una fuga, en línea sólida, y a dos fugas, en línea punteada, se generaron con una señal de excitación cuya frecuencia es de  $\omega_3 = 0.025 \text{ rad/s}$ .



(a)  $R_{eq}$  para una y dos fugas con señal de excitación  $H_3(t) = \bar{H}_3 + 0.025\sin(0t)$

(b)  $R_{eq}$  para una y dos fugas con señal de excitación  $H_3(t) = \bar{H}_3 + 0.025\sin(0.5t)$



(c)  $R_{eq}$  para una y dos fugas con señal de excitación  $H_3(t) = \bar{H}_3 + 0.025\sin(0.06t)$

(d)  $R_{eq}$  para una y dos fugas con señal de excitación  $H_3(t) = \bar{H}_3 + 0.025\sin(0.025t)$

**Figura 4.14:** Comparación de casos de una y dos fugas frente a diferentes frecuencias de la señal de excitación

Del conjunto de comportamientos mostrados en la Figura 4.14 se observa como se modifican los residuos debido a la frecuencia de la señal de excitación, en cuanto mayor es la frecuencia menor es la apreciación de la diferencia de defasamiento; por otra parte si la frecuencia es muy baja toma demasiado tiempo obtener la información necesaria para calcular las funciones de correlación cruzada y autocorrelación que, como se había mencionado, deben hacerse sobre periodos completos de las señales. Por estas razones se eligió  $\omega_e = 0.06 \text{ rad/s}$  como frecuencia de la señal de excitación, para todos los experimentos llevados a cabo.

#### 4.3.5. Patrón de separabilidad de casos de fugas

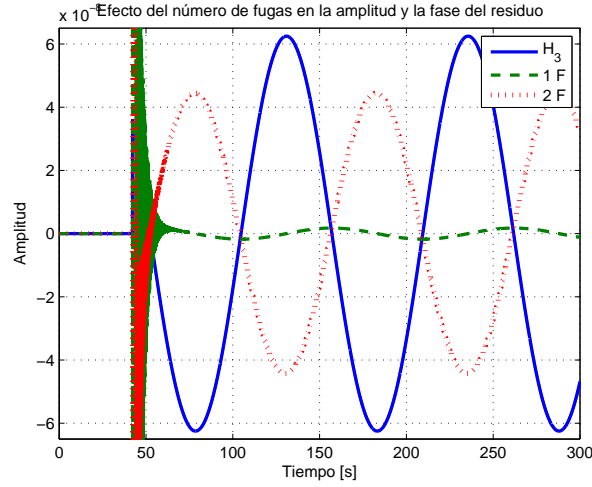
El cuarto y último paso del procedimiento de separación de casos propuesto corresponde al cálculo de la amplitud del residuo  $R_{eq}(t)$  y el defasamiento presente entre la señal de presión aguas abajo  $H_3$  y el residuo  $R_{eq}(t)$ . Suponiendo que se tiene una señal de excitación  $0.025 \sin(0.06t)$  que se suma a la presión aguas abajo dando como resultado la señal  $H_3 = 1.5783 + 0.025 \sin(0.06t)$ , se simulan dos casos, el primero correspondiente a una fuga a  $z_1 = 63.58 \text{ m}$  con  $\lambda_1 = 1e^{-4}$  aplicada en  $30 \text{ s}$  y el segundo correspondiente a dos fugas aplicadas en  $30 \text{ s}$ , una a  $z_1 = 44.10 \text{ m}$  con  $\lambda_1 = 5e^{-5}$  y la otra a  $z_2 = 88.20 \text{ m}$  con  $\lambda_2 = 5e^{-5}$ .

Para poder observar la evolución de las tres señales juntas y a la misma escala, se normalizó la señal  $H_3$ , de forma que en la figura 4.15 en línea sólida se tiene la señal  $H_{3g} = 6.25e^{-8} \sin(0.06t)$ , la línea de guiones corresponde al residuo debido a una fuga y la línea de puntos al residuo debido a dos fugas.

Se observa claramente que no sólo hay diferencia entre las amplitudes de los residuos, sino, que además existe una diferencia de fase de aproximadamente  $\pi/2$  entre la señal  $H_{3g}$  y el residuo debido a una fuga y de  $\pi$  entre la señal  $H_{3g}$  y el residuo debido a dos fugas, sin embargo, los residuos no presentan modificación en la frecuencia de oscilación con respecto  $H_{3g}$ .

Se observo por medio de los experimentos que los residuos generados presentan diferencia de amplitud si los parámetros de posición y de tamaño del orificio se deben a una fuga o a dos, sin embargo esta diferencia de amplitud no resulta suficiente ya que para diversos casos la amplitud estimada bien podría representar una fuga cuando en realidad se trata de dos, es decir, es difícil distinguir los escenarios de fuga sólo con base en la amplitud de los residuos. Entonces, se observó también que se cuenta con la virtud del defasamiento que se presenta, en condiciones de fuga, entre la señal de entrada de presión aguas abajo y el residuo generado y que es diferente frente a una fuga y frente a dos, además de ser casi el mismo para los casos de una fuga y para los de dos como se verá más adelante.

El patrón de separabilidad de casos se genera a partir de la estimación de la amplitud del residuo



**Figura 4.15:** Efecto de las fugas en la amplitud y la fase de los residuos

por medio de la función de autocorrelación

$$C_{rr}(\tau) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_s} \int_0^{nT_s} R_{eq}(t)R_{eq}(t + \tau)dt$$

y la relación

$$C_{rr} = \frac{y_0^2}{2} \quad (4.21)$$

donde  $y_0$  corresponde a la amplitud de  $R_{eq}(t)$ , y del defasamiento por medio de la función de correlación cruzada

$$C_{hr}(\tau) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{nT_s} \int_0^{nT_s} H_3(t)R_{eq}(t + \tau)dt$$

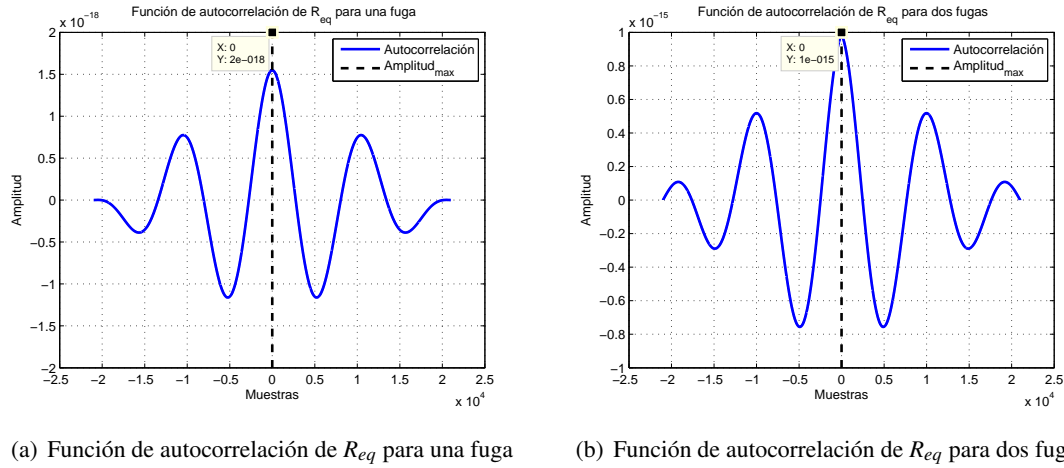
y la relación

$$\theta_0 = \theta_2 - \theta_1 = 2\pi fN \quad (4.22)$$

donde  $\theta_0$  es el defasamiento entre  $H_3$  y  $R_{eq}$ , y  $N$  es la muestra en la que se localiza el valor máximo de la función de correlación cruzada, como se menciona en el Capítulo 2.

Se inicia guardando una muestra del residuo  $R_{eq}(t)$  durante dos periodos a una tasa de muestreo de  $100\text{mps}$ . A los dos periodos de residuo muestreado se les aplica la función de autocorrelación por medio de la instrucción en *MatLab*,  $C_{rr} = \text{xcorr}(R, \text{unbiased}')$ , la función de autocorrelación genera un vector del doble de tamaño que el vector de muestras del residuo, como no hay defasamiento ya que el residuo se desplaza sobre sí mismo, el máximo valor de correlación se encuentra a la mitad del vector; para terminar se calcula la amplitud  $y_0$  del residuo usando el valor máximo de la autocorrelación en la relación (4.21).





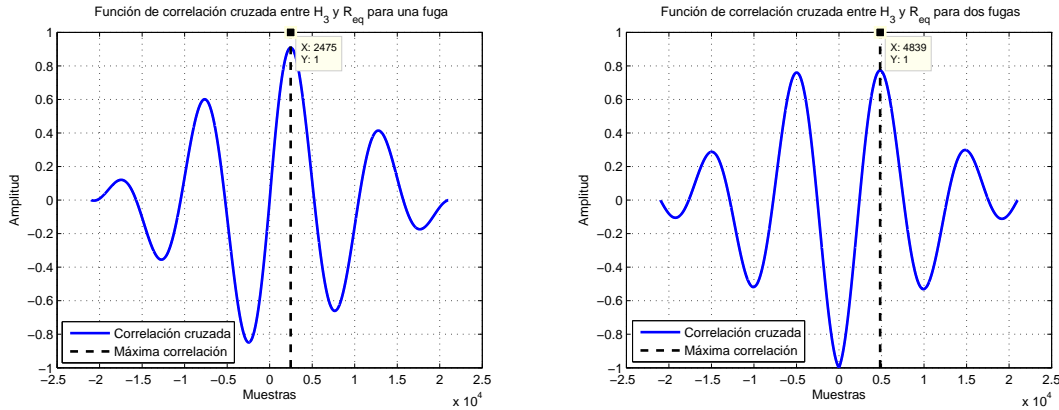
**Figura 4.16:** Comparación de funciones de autocorrelación para una y dos fugas

Para observar este fenómeno se simularon dos casos, el primero correspondiente a una fuga a  $z_1 = 63.58m$  con  $\lambda_1 = 1e^{-4}$  aplicada en  $30s$  y el segundo correspondiente a dos fugas aplicadas en  $30s$ , una a  $z_1 = 44.10m$  con  $\lambda_1 = 5e^{-5}$  y la otra a  $z_2 = 88.20m$  con  $\lambda_2 = 5e^{-5}$ . La Figura 4.16(a) corresponde a la función de autocorrelación obtenida para el caso de una fuga, y la Figura 4.16(b) a la autocorrelación obtenida para el caso de dos fugas.

En paralelo con la estimación de la amplitud del residuo, se estima el defasamiento entre la señal  $H_3(t)$  y el residuo  $R_{eq}(t)$ , además de guardar dos ciclos del residuo, se guardan dos ciclos de la señal de excitación a una tasa de muestreo de  $100mps$ , luego se calcula la función de correlación cruzada por medio de la instrucción en *MatLab*,  $C_{hr} = xcorr(H, R, 'coeff')$ , debido a que no es necesario conocer el valor máximo de la función de autocorrelación, sino la muestra en la que este valor aparece se usa la opción *coeff* del comando de correlación.

Una vez localizado el valor máximo se usa la muestra y la frecuencia digital calculada como se mencionó en el Capítulo 2 para estimar el defasamiento  $\theta_0$  de la relación (4.22). Para observar este fenómeno se simularon dos casos, el primero correspondiente a una fuga a  $z_1 = 63.58m$  con  $\lambda_1 = 1e^{-4}$  aplicada en  $30s$  y el segundo correspondiente a dos fugas aplicadas en  $30s$ , una a  $z_1 = 44.10m$  con  $\lambda_1 = 5e^{-5}$  y la otra a  $z_2 = 88.20m$  con  $\lambda_2 = 5e^{-5}$ . La Figura 4.17(a) corresponde a la función de correlación cruzada obtenida para el caso de una fuga, y la Figura 4.17(b) a la correlación cruzada obtenida para el caso de dos fugas.

Para finalizar este capítulo se presenta un patrón de casos de fugas estimado por medio de simulaciones, para generarlo se simularon 12 casos de fuga, la Tabla 4.9 concentra la información referente a dichos casos; en la columna uno, el número de caso, en las columnas dos y tres, las posiciones  $z_1$  y  $z_2$ ,



(a) Función de correlación cruzada entre  $H_3$  y  $R_{eq}$  para una fuga  
 (b) Función de correlación cruzada entre  $H_3$  y  $R_{eq}$  para dos fugas

**Figura 4.17:** Comparación de funciones de correlación cruzada para una y dos fugas

**Tabla 4.9:** Casos de Simulación

Caso	$z_1$	$z_2$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$t_f$
1	44.10m	88.20m	$6.228e^{-5}$	$1.053e^{-4}$	30s
2	69.27m	0	$1.6462e^{-4}$	0	30s
3	22.05m	99.22m	$4.09e^{-5}$	$1.27e^{-4}$	30s
4	74.14	0	$1.5977e^{-4}$	0	30s
5	66.15m	77.17m	$2.79e^{-5}$	$1.38e^{-4}$	30s
6	75.21m	0	$1.6581e^{-4}$	0	30s
7	11.02m	44.10m	$7.5e^{-5}$	$7.5e^{-5}$	30s
8	26.45m	0	$1.493e^{-4}$	0	30s
9	88.20m	121.28m	$1e^{-4}$	$1e^{-4}$	30s
10	102.35m	0	$1.9475e^{-4}$	0	30s
11	44.10m	88.20m	$5e^{-5}$	$5e^{-5}$	30s
12	63.579m	0	$9.8213e^{-5}$	0	30s

respectivamente, de las fugas; en las columnas cuatro y cinco, los parámetros asociados a los orificios  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$ , respectivamente, y en la columna seis el tiempo  $t_f$  de ocurrencia de las fugas que sin pérdida de generalidad se eligió igual para todos los casos.

Los resultados de las simulaciones se concentran en la Tabla 4.10; en la columna uno, el número de caso, en la columna dos la diferencia de flujos de entrada y salida  $Q_1 - Q_2$ , en la columna tres, las posición virtual  $z_{eq}$ , en la columna cuatro el parámetro virtual asociado a los orificios  $\lambda_{eq}$ , en la columna cinco la amplitud  $y_0$  estimada y en la columna seis el defasamiento  $\theta_0$  estimado.

La Figura 4.18 contiene la información de las amplitudes y los defasamientos estimados para estos casos; los puntos marcados con el símbolo  $\circ$  corresponden a los casos donde sólo hay una fuga pre-

**Tabla 4.10:** Parámetros estimados de los casos de simulación

Caso	$Q_1 - Q_2$	$z_{eq}$	$\lambda_{eq}$	$y_0$	$\theta_0$
1	$3.521e^{-4}$	69.276 m	$1.6462e^{-4}$	$7.6182e^{-8}$	3.1080
2	$3.52e^{-4}$	69.273 m	$1.6462e^{-4}$	$1.3925e^{-8}$	1.4832
3	$3.32e^{-4}$	74.144 m	$1.5977e^{-4}$	$20.478e^{-8}$	3.1320
4	$3.32e^{-4}$	74.144 m	$1.5977e^{-4}$	$1.2434e^{-8}$	1.4856
5	$2.4296e^{-4}$	75.210 m	$1.6581e^{-4}$	$0.34025e^{-8}$	2.7720
6	$2.4297e^{-4}$	75.207 m	$1.6581e^{-4}$	$0.1563e^{-8}$	1.4856
7	$3.8551e^{-4}$	26.458 m	$1.493e^{-4}$	$1.7212e^{-8}$	2.9640
8	$3.8551e^{-4}$	26.456 m	$1.493e^{-4}$	$0.9922e^{-8}$	1.4856
9	$3.3584e^{-4}$	102.35 m	$1.9475e^{-4}$	$17.111e^{-8}$	3.1152
10	$3.3596e^{-4}$	102.35 m	$1.9475e^{-4}$	$1.0195e^{-8}$	1.6680
11	$2.1685e^{-4}$	63.579 m	$9.8213e^{-5}$	$4.4416e^{-8}$	2.9016
12	$2.1685e^{-4}$	63.579 m	$9.8213e^{-5}$	$0.17605e^{-8}$	1.4856

sente y los puntos marcados con el símbolo \* corresponden a los casos donde hay dos fugas presentes.

Con la información contenida en este patrón, se tiene la capacidad de concluir cuándo los parámetros  $z_{eq}$  y  $\lambda_{eq}$  pertenecen a una o a dos fugas, en caso de que pertenezcan a una fuga,  $z_{eq} = z_1$  y  $\lambda_{eq} = \lambda_1$ ; cuando los parámetros corresponden al caso de dos fugas, se tiene entonces una posición virtual  $z_{eq}$  que se encuentra entre las posiciones reales de las fugas, es decir se puede acotar la región en la que se encuentran las fugas ya que una de ellas está a la derecha y la otra a la izquierda de  $z_{eq}$ , y el parámetro  $\lambda_{eq} = \lambda_1 + \lambda_2$  por lo que se puede acotar el tamaño de las fugas en conjunto. Una observación importante es que el patrón muestra cómo la amplitud de  $R_{eq}$  es un parámetro útil en la separación de fugas; sin embargo, el patrón brinda más información cuando se trata del defasamiento ya que éste es casi constante con respecto a los escenarios de una y dos fugas, esto es, sin importar qué tan pequeñas o grandes sean las amplitudes de los residuos, el parámetro determinate para separar los escenarios de fugas es el defasamiento que se presenta entre la señal de entrada y el residuo generado.

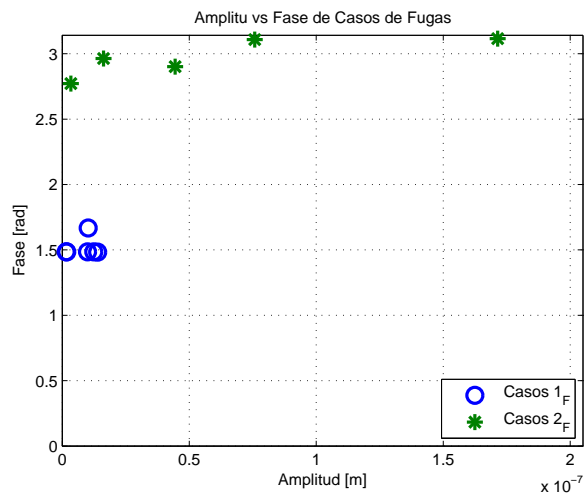


Figura 4.18: Patrón amplitud contra fase para los casos de fugas

## 5

# Conclusiones

La investigación y desarrollo de experimentos en simulación fueron las bases para llegar a las siguientes conclusiones:

- Se utilizó el análisis estructural presentado en Verde *et al.* (2009) como punto de partida para entender las condiciones de distinguibilidad con posiciones conocidas y la formulación del problema cuando se tienen posiciones desconocidas, se concluye que no es posible distinguir el caso de una fuga del de dos fugas con posiciones conocidas.
- Se propusieron condiciones estáticas con posiciones desconocidas, por medio de estas condiciones es posible estimar la posición virtual  $z_{eq}$  de las fugas, pero no determinar el parámetro  $\lambda_{eq}$  ni distinguir los casos de fugas.
- Se propuso el uso del modelo dinámico del fluido con una fuga como modelo nominal para la generación del residuo robusto ante una fuga y sensible a dos fugas, estimando los parámetros de una fuga virtual en línea.
- Es posible extender el uso del modelo de una fuga como punto de partida para generar modelos nominales de otros sistemas que contengan información parcial de las fallas de manera que se generen residuos útiles en la tarea de aislamiento.
- El parámetro  $z_{eq}$  Verde *et al.* (2007) corresponde a la posición virtual entre dos fugas. De manera similar el parámetro  $\lambda_{eq}$  corresponde al parámetro asociado al tamaño del orificio de una fuga; o a la suma de los parámetros asociados a los tamaños de dos fugas,  $\lambda_{eq} = \lambda_1 + \lambda_2$ , y es por medio de la distinción de casos que se puede determinar a qué caso corresponden estos parámetros. En el caso de una fuga se puede reconstruir el flujo de escape y conocer esa posición, y en el caso de dos fugas, acotar las regiones del ducto donde están localizadas y el flujo de escape provocado en conjunto.

- Por medio de la excitación de los modos del sistema con señales auxiliares aplicadas a la válvula localizada aguas abajo del ducto, se mostró que no es posible distinguir los casos con el fluido en estado permanente.
- Se analizaron las señales de entrada y el residuo por medio de funciones de autocorrelación y para estimar la amplitud del residuo y el defasamiento entre la señal de presión de entrada aguas abajo del ducto y el residuo, con la información obtenida se generó un patrón de casos de fuga a través del cual se separan dichos casos.
- Una observación importante es que el patrón muestra cómo la amplitud de  $R_{eq}$  es un parámetro útil en la separación de fugas; sin embargo, el patrón brinda más información cuando se trata del defasamiento ya que éste es casi constante con respecto a los escenarios de una y dos fugas, esto es, se concluye que sin importar qué tan pequeñas o grandes sean las amplitudes de los residuos, el parámetro determinante para separar los escenarios de fugas es el defasamiento que se presenta entre la señal de entrada y el residuo generado.

De la presente investigación se desprendieron los siguientes trabajos:

- En el *10th International Science and Technology Conference: Diagnostic of Processes and Systems 2011*, se presentó el trabajo titulado “*Periodic Residual for Multi-Leaks Location in Pipelines*”. Este trabajo abordó el problema de discriminar entre los casos de múltiples fugas y de una sola en un ducto. Debido a la imposibilidad de diagnosticar múltiples fugas con posiciones desconocidas, cuando el fluido se encuentra en estado permanente, y solamente se tienen mediciones de presiones y flujos en los extremos, se presentó el generador de residuos diseñado con base en el modelo nominal no lineal con una fuga y el uso de señales de excitación persistente para distinguir la presencia de una o dos fugas en el ducto. Además se utilizó la función de autocorrelación del residuo generado para estimar su amplitud de forma que se contara con un parámetro de distinción de los casos mencionados Jiménez y Verde (2011b).
- En el *Congreso Anual Asociación de México de Control Automático 2011*, se presentó el trabajo titulado “*Distinguibilidad de Múltiples Fugas en un Ducto*”. Este trabajo abordó el problema de discriminar entre los casos de múltiples fugas y de una sola en un ducto. Debido a la imposibilidad de diagnosticar múltiples fugas con posiciones desconocidas, cuando el fluido se encuentra en estado permanente, y solamente se tienen mediciones de presiones y flujos en los extremos, se propone un generador de residuos que considera como estructura nominal el modelo dinámico de una sola fuga con parámetros estimados en línea, una vez que la condición anormal se ha detectado. Para que dicho modelo permitiera generar un residuo sensible con respecto a múltiples fugas y robusto ante una sola, se impusieron condiciones de frontera específicas en el fluido a través de señales auxiliares. Así, el procedimiento permitió: (1) reconstruir el flujo de escape y su posición cuando se trata de una única fuga; y (2) generar cotas de las secciones cuando existen dos fugas. Además de usar la función de autocorrelación para estimar la amplitud del

---

residuo, se utilizó la función de correlación entre la señal de presión aguas abajo del ducto y el residuo para estimar el defasamiento entre estas dos señales. Con la información de amplitud y defasamiento se generó un patrón de características por medio del cual se separan los casos de una fuga de los de dos fugas presentes en el ducto Jiménez y Verde (2011a).

- Se sometió para el *IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Process: 8th Safeprocess 2012*, el trabajo titulado “*Multi-Fault Discrimination with Fault Model and Periodic Residual*”. En el que se enfrenta el problema de clasificación de fallas en línea para sistemas Hessenberg no lineales, cuyas fallas no son aislables en condiciones de estado estacionario. Se propuso un procedimiento basado en los siguientes pasos: (1) estimación estática de los parámetros asociados a una falla una vez se ha detectado la condición anormal, (2) ya que el estimador converge, se activa un generador de residuos dinámico diseñado considerando como modelo nominal, el modelo de una falla con los parámetros estimados previamente. Este procedimiento permitió, reconstruir la falla cuando es sólo una y evaluar cotas de los parámetros cuando hubo dos fallas de manera simultánea. Además, las señales auxiliares propuestas, excitaron los residuos de forma que sus características permitieron separar dos escenarios de fallas: una falla y múltiples fallas Jiménez y Verde (2012).

Actualmente, sumando esta contribución a las muchas otras que la comunidad de Diagnóstico de Fallas ha hecho, con respecto al diagnóstico de múltiples fugas en ductos, muchos problemas se encuentran todavía abiertos; algunas propuestas que se sugieren para continuar con esta investigación y ampliar sus alcances son:

- Estudiar el comportamiento de las señales de excitación por medio de las cuales se excitan los modos del sistema, para definir, de acuerdo con el punto de operación en el que se trabaje con el ducto, cuáles son las características de frecuencia y amplitud de dichas señales, por medio de las cuales se logre optimizar el desempeño del algoritmo de separación de escenarios de fugas.
- Analizar el potencial del modelo de una fuga, utilizado como modelo nominal del generador de residuos, para desarrollar un procedimiento recursivo en el que se utilice información de posición y pérdida de flujo de las fugas en tanto se vayan discriminando el número de fugas que se encuentran presentes en el ducto para determinar la presencia de más de dos fugas y tratar de diagnosticarlas. Además estudiar la posibilidad de extender el uso de modelos de falla a otros sistemas para diagnóstico.
- Localizar las posiciones reales de múltiples de una fugas presentes en un ducto sin ramificaciones, con mediciones de presión y flujo sólo en los extremos del ducto.





# Referencias

- Ai-Shidhani, I., S.B.M. Beck y W.J. Staszewski (2003). Leak monitoring in pipelines networks using wavelet analysis. *Key Engineering Material* **245-246**, 51–58.
- Billman, L. y R. Isermann (1984). Leak detection methods for pipelines. **Budapest, Hungary**, 1813–1818.
- Billman, L. y R. Isermann (1987). Leak detection methods for pipelines. *Automatica* **23**(3), 381–385.
- Blanke, M., M. Kinnaert, J. Lunze y M. Staroswiecki (2003). *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Springer. Berlin.
- Brunone, Bruno (1999). Transient test-based technique for leak detection in outfall pipes. *Journal of Water Resources Planning and Management, ASCE* **125-5**, 302–306.
- Cassal, J. P., M. Staroswiecki y P. Declerck (1994). Structural decomposition of large scale systems for the design of failure detection and identification procedure. *Systems Science* **20**, 31–42.
- Chaudry, Hanif M. (1979). *Applied hydraulic transients*. Von Nostrand Reinhold Co. New York, USA.
- Colombo, A. F., P. Lee y B.W. Karney (2009). A selective review of transient-based leak detection methods. *Hidro-environment Research* **2**(1), 212–227.
- Cordier, M-O., P. Dague, F. Lèvy, J. Montmain, M. Staroswiecki y L. Travé-Massyyès (2004). Conflict versus analytical redundancy relations: A comparative analysis of the model based diagnosis approach from the artificial intelligence and automatic control perspectives. *IEEE Trans. on Systems, man and Cybernetics-PartB: Cybernetics* **34**(5), 2163–2177.
- Cracken, Daniel Mc y William Dorn (1969). *Metodos Numericos y Programacion Fortran*. Limusa Wiley Press. Mexico.
- da Silva, H. V., C. K. Morooka, I. R. Guilherme, T. C da Fonseca y J. R. P. Mendes (2005). Leak detection in petroleum pipelines using fuzzy system. *Journal of Petroleum Science and Engineering* **49**, 223–238.

- Dash, S, R Rengaswamy y V Venkatasubramanian (2003). Fuzy-logic based trend classification for fault diagnosis of chemical processes. *Computers and Chemical Engineering* **27**, 347–362.
- Dinis, J.M., A. K. Wojtanowicz y S. L. Scott (1999). leak detection in liquid subsea flowlines with no recorded feed rate. *Journal of Energy Resources Technology by ASME* **121**, 161–166.
- Düstegör, D., E. Frisk, V. Cocquempot, M. Krysander y M. Staroswiecki (2006). Structural analysis of fault isolability in the DAMADICS benchmark. *Control Engineering Practice* **14**(6), 597–608.
- Ferrante, Marco y Bruno Brunone (2003). Pipe system diagnosis and leak detection by unsteady-state tests: 2. wavelet analysis. *Advances in Water resources* **26**, 107–116.
- Frank, P. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. *Automatica* **26**(2), 459–474.
- Geiger, G., W. Gregoritz y D. Matko (May, 2000). Leak detection and localisation in pipes and pipelines. En: *European Symposium on Computer Aided Process Engineering-10*. Vol. 2. pp. 781–786.
- Gross, Jonathan y Jay Yellen (2006). *Graph Theory and its applications*. Vol. 1. Taylor and Francis Group.
- Höflig, T. y R. Isermann (1996). Adaptive parity equations and advanced parameter estimation for fault detection and diagnosis. *13 IFAC World Congress N*, 55–60.
- Isermann, R. (2006). *Fault Diagnosis System*. Springer.
- Jiménez, L. y C. Verde (2011a). Distinguibilidad de múltiples fugas en un ducto. En: *in Proc. Congreso Anual Asociación de México de Control Automático 2011, Saltillo Coahuila*.
- Jiménez, L. y C. Verde (2011b). Periodic residual for multi-leaks location in pipelines. En: *in Proc. 10<sup>th</sup> International Science and Technology Conference: Diagnostic of Processes and Systems 2011, Zamość*.
- Jiménez, L. y C. Verde (2012). Multi-fault discrimination with fault model and periodic residual. En: *Submitted to IFAC International Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety for Technical Process: 8th Safeprocess 2012, México D.F.*
- Korbicz, J., J. Kościelny, Z. Kowalczyk y W. Cholewa (2004a). *Fault diagnosis. Models, Artificial Intelligence, Applications..* Springer-Verlag.
- Korbicz, Josef, J. M. Koscielny, Z. Kowalczyk y W. Cholewa (2004b). *Fault Diagnosis. Models, Artificial Intelligence, Applications..* Cap. Detecting and Locating Leaks in Transmission Pipelines, pp. 821–864. Springer. Germany.

- Krysander, M., J. Åslund y M. Nyberg (2008). An efficient algorithm for finding minimal over-constrained sub-systems for model based diagnosis. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans* **38**(1), 197–206.
- Lee, Pedro, John Vitkovsky, Martin Lambert, Angus Simpson y James Liggett (2005). Leak location using the pattern of the frequency response diagram in pipelines: a numerical study. *Journal of Sound and Vibration* **284**, 1051–1075.
- Makar, Jon y Nathalie Chagnon (1999). Inspecting systems. *American Water Works Association Journal* **91**, 36–46.
- Mason, S. J. (1956). Feedback theory- further properties of signal flow graphs. En: *Proceedings of the I. R. E.*. pp. 960–966.
- Mina, J. (2008). Detección y Localización de Fugas en un Ducto. Tesis de doctorado. Posgrado en Ingeniería-UNAM, México.
- Patton, R. et al. (2000). *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Cap. Introduction, pp. 1–6. Springer. London.
- Patton, R., P. Frank y R. Clark (2000). *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer. Berlin.
- Salinas, J. (2010). Implementación de algoritmos para detección de fugas en ductos. Tesis de maestría. Facultad de Ingeniería, UNAM. México.
- Shields, D., S. Ashton y S. Daley (2001). Design of nonlinear observers for detecting faults in hydraulic sub-sea pipelines. *Control Engineering Practice* **9**, 297–311.
- Soria, Emilio (2003). *Tratamiento Digital de Señales: problemas y ejercicios resueltos*. Pearson Educación.
- Tanand, K., B. Karney, M. Pendlebury y F. Zhang (1999). Inverse transient calibration of water distribution systems using genetic algorithms. En: *Proc. Conf on Computing and Control for the Water Industry*. Exeter, U. K.
- Taylor, John R (1997). *An Introduction to Error Analysis*. Sausalito, California: University Science Books.
- Torres, L, G. Besancon y D Georges (2008). A collocation model for water-hammer dynamics with application to leak detection. En: *47th IEEE-Conference on Decision Control, Cancun, Mexico*.
- Torres, Lizeth (2011). Modèles et observateurs pour les systèmes d'écoulement sous pression. Extension aux systèmes chaotiques. Tesis de doctorado. Universidad de Grenoble.

- Verde, C. (2001). Multi-leak detection and isolation in fluid pipelines. *Control Engineering Practice* **9**, 673–682.
- Verde, C. (2003). Accomodation of multi-leaks positions in a pipeline. En: *Safeprocess03, IFAC, Washigton DC*. pp. 1041–1046.
- Verde, C. (2005). Accomodation of multi-leaks positions in a pipeline. *Control Engineering Practice* **13**, 1071–1078.
- Verde, C., J. Mina y M. Sánchez-Parra (2009). Estructura redundante para el diagnóstico de fallas. *Sometido Revista Iberoamericana*.
- Verde, C., L. Molina y R. Carrera (2011). Practical issues of leak diagnosis in pipelines. En: *18th IFAC World Congress, Milano Italy*,. p. in press.
- Verde, C., N. Visairo y S. Gentil (2007). Two leaks isolation in a pipeline by transient response. *Applied Water Resources*, **30**, 1711–1721.
- Verde, C. y Marino Sánchez-Parra (2010). *Gas Turbine*. Cap. Application of Structural Analysis to Improve Fault Diagnosis in a Gas Turbine, pp. 1–26. Sycom.
- Verde, C. y N. Visairo (2004). Identificability of multi-leaks in a pipeline. En: *Proceedings of the American Control Conference 2004*. ISBN-0-7803-8336-2.
- Visairo, Nancy (2004). Detección y Localización de Fugas en Ductos. Tesis de doctorado. SEP-CENIDET-MEXICO.
- Wang, Xiao-Jian, Martin Lambert, Angus Simpson, James Liggett y John Vítkovsky (2005). Leak detection in pipelines using the damping of fluid transients. *Journal of Hydraulic Engineering* **128**(7), 697–711.
- Zhou, K. y J. C. Doyle (1998). *Essential of robust Control*. Prentice Hall. New Jersey.