



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERIA

**Estimación y control de la dirección de un
vehículo de cuatro ruedas**

T E S I S

QUE PARA OBTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERIA ELECTRICA - CAMPO CONTROL

P R E S E N T A

Serafin Castañeda Cedeño

DIRIGIDA POR:

Dr. Luis Agustín Álvarez Icaza Longoría

Ciudad Universitaria
Marzo de 2011

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Espinosa Pérez Gerardo René
Secretario: Dr. Tang Xu Yu
Vocal: Dr. Alvarez Icaza Longoría Luis Agustín
1^{er.} Suplente: Dr. Dorador González Jesús Manuel
2^{do.} Suplente: Dr. Rocha Cózatl Edmundo Gabriel

Lugar donde se realizó la tesis:

Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Luis Agustín Alvarez Icaza
Longoría

FIRMA

Índice general

1. Introducción.	1
1.1. Descripción de los sistemas de dirección por cable.	1
1.2. Ventajas y requerimientos del sistema de dirección por cables (<i>Steer by Wire</i> SbW)	3
1.3. Descripción del sistema de dirección mecánica.	4
1.4. Características que debe reunir todo sistema de dirección	5
1.5. Estabilidad en un vehículo.	6
1.6. Objetivo	9
1.7. Organización	10
2. Modelo del sistema.	11
2.1. Configuración de un sistema de dirección de dirección por cable SbW.	11
2.2. Retroalimentación de la fuerza.	11
2.3. Modelo del sistema de dirección	13
2.4. Modelo del sistema considerando los actuadores.	16
2.5. Modelo cinemático del movimiento del vehículo.	17
2.6. Modelo dinámico del movimiento del vehículo.	23
2.7. Modelo dinámico en términos del error con respecto al camino.	26
3. Diseño del controlador	30
3.1. Controlador para seguimiento	30
3.2. Error en estado estacionario de las ecuaciones dinámicas.	36
4. Diseño del observador de estados	38
4.1. Observabilidad	38
4.2. Observador para las perturbaciones.	39
4.3. Observador para los estados del vehículo.	42
5. Conclusiones	49
A. Código de Matlab	51

Índice de figuras

1.1. Configuración piñon cremallera.	1
1.2. Dirección asistida.	2
1.3. Sistemas "x by wire. ^{en} un vehículo automotriz.	3
1.4. Componentes de un sistema de dirección.	5
1.5. Reducción del sistema de dirección para su modelado.	7
1.6. Sistema de control del ángulo de guiña	8
2.1. Sistema SbW.	12
2.2. Esquema general del sistema.	12
2.3. Dinámica del sistema de dirección.	13
2.4. Diagrama de bloques para la identificación de parámetros	14
2.5. Identificación de los parámetros de la dirección.	15
2.6. Cinemática de movimiento del vehículo.	18
2.7. Modelo de Ackerman.	20
2.8. Modelo lineal del vehículo.	22
2.9. Dinámica del movimiento del vehículo.	24
2.10. Angulo de deslizamiento.	25
3.1. Estructura del sistema de control.	31
4.1. Observador en cascada.	39
4.2. Angulo de la dirección.	46

Capítulo 1

Introducción.

1.1. Descripción de los sistemas de dirección por cable.

La evolución de los sistemas mecánicos y electrónicos en las últimas dos décadas ha revolucionado en muchos aspectos la ingeniería automotriz, especialmente las áreas de los sistemas de combustión y los sistemas de seguridad en vehículos, como sistemas de freno antibloqueo (ABS) y sistemas electrónicos de estabilidad (ESC).

El diseño de los sistemas de dirección de los vehículos ha cambiado poco desde su invención: la posición del volante, es transmitida por un eje a través de un reductor, comúnmente una configuración piñón cremallera (Fig. 1.1) o un rodamiento de bolas recirculantes para proporcionar movimiento (dirección) a las ruedas delanteras.



Figura 1.1: Configuración piñón cremallera.

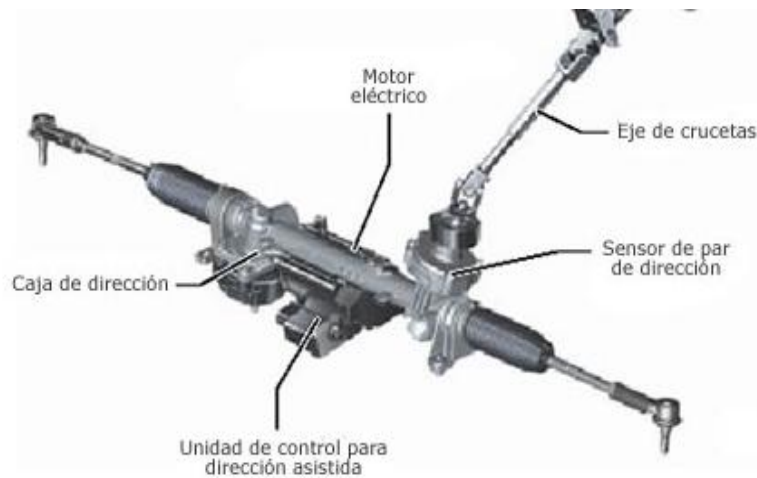


Figura 1.2: Dirección asistida.

Alrededor de los años cincuenta, se introdujeron los servomecanismos de asistencia, los cuales son sistemas que reducen el esfuerzo que se tiene que aplicar para hacer girar las llantas, comúnmente conocido como dirección mecánica asistida. El servomecanismo de asistencia normalmente es un dispositivo hidráulico (Fig. 1.2) el cual es acoplado en cualquiera de los diferentes tipos de dirección. Este dispositivo ha tenido algunas variantes como son la incorporación de un sistema computarizado que dependiendo de las condiciones de manejo, vuelve a la dirección más dura o más suave, modificando la presión ejercida sobre el fluido. Además de proveer confort para el manejo, reducir el esfuerzo tiene implicaciones de seguridad, como permitir que un programa piloto modifique el viraje para evitar un accidente. La reciente introducción de actuadores eléctricos para asistir la dirección, elimina la necesidad de la bomba hidráulica. Los sistemas eléctricos son más eficientes en cuanto a consumo de energía, puesto que el motor enciende solamente para proporcionar ayuda cuando se da vuelta el volante, mientras que la bomba permanece encendida todo el tiempo.

El siguiente paso en la evolución del sistema de dirección elimina completamente el eje de la dirección, el cual representa un cambio drástico de los sistemas tradicionales. La tecnología que sustituye un sistema mecánico o hidráulico por un sistema electromecánico es conocido como tecnología por cables (*by wire*).

1.2. Ventajas y requerimientos del sistema de dirección por cables (*Steer by Wire SbW*)

Un gran número de vehículos utilizan la tecnología por cables en muchos de sus sistemas: el sistema de frenos, el sistema de inyección y algunos otros que complementan la dirección convencional con un sistema asistido para mejorar la maniobrabilidad y estabilidad del vehículo (Fig. 1.3).

Los sistemas de dirección por cable (*SbW*), son desarrollos relativamente nuevos comparados con los sistemas mecánicos e hidráulicos. Estos sistemas son muy útiles por los beneficios potenciales que pueden tener como la comodidad, el rendimiento de los vehículos y sobre todo la seguridad.

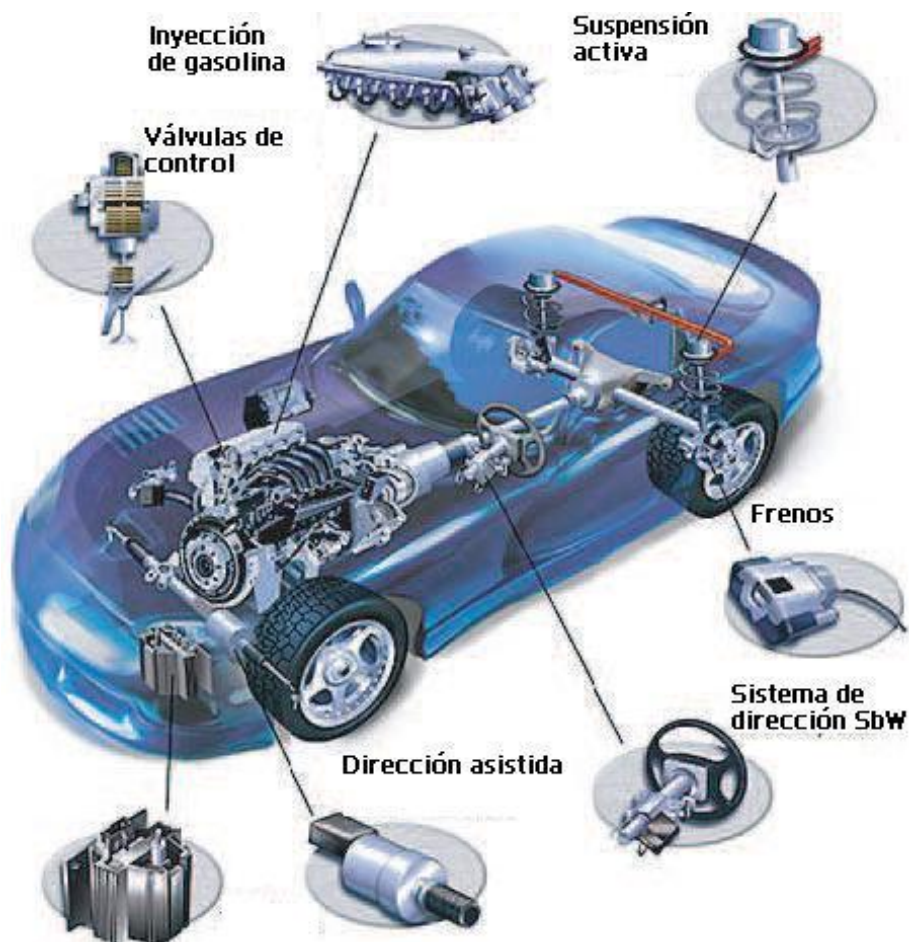


Figura 1.3: Sistemas "x by wire" en un vehículo automotriz.

En un sistema de dirección SbW no existe acoplamiento mecánico entre el

volante y el mecanismo de la dirección, pero debe ser capaz de producir los mismos resultados que un sistema convencional y además puede modificar la relación de movimiento entre el volante y el sistema de dirección, para proveer al usuario la misma sensación de manejo. Los requerimientos de un sistema de dirección por cables son:

1. Control de la dirección.

El control de la dirección debe ser idéntico al de un sistema mecánico, manteniendo la misma sensación de manejo al conductor.

2. Relación de dirección ajustable.

Se puede cambiar la relación de movimiento entre el volante y la dirección del vehículo.

El principal beneficio del sistema de dirección por cable es incrementar la seguridad y el rendimiento del sistema de dirección. Hay estudios que sugieren la posibilidad de reducir sustancialmente accidentes en vehículos equipados con SbW [8], de manera similar a lo que ha ocurrido con aquellos equipados con sistemas con control electrónico de estabilidad (ESC de sus siglas en inglés).

1.3. Descripción del sistema de dirección mecánica.

Es un sistema que se compone de una serie de varillas y engranajes, que transfieren el movimiento rotatorio del volante en movimiento lineal y nuevamente en movimiento rotatorio para hacer girar las ruedas (ver Fig. 1.4).

La caja de la dirección se encarga de transformar el movimiento rotatorio del volante en movimiento lineal por medio de la barra de acoplamiento. Este movimiento es transformado nuevamente en movimiento angular por medio del pivote que está conectado a la mangueta que es donde se coloca la llanta.

Componentes de un sistema de dirección.

El conjunto de mecanismos que componen el sistema de dirección tienen la misión de orientar las ruedas delanteras para que el vehículo tome la trayectoria deseada por el conductor.

Para que el conductor no tenga que realizar esfuerzo en la orientación de las ruedas (a estas ruedas se las llama "directrices"), el vehículo dispone de un mecanismo como amplificador de fuerza, en los casos simples (coches antiguos),

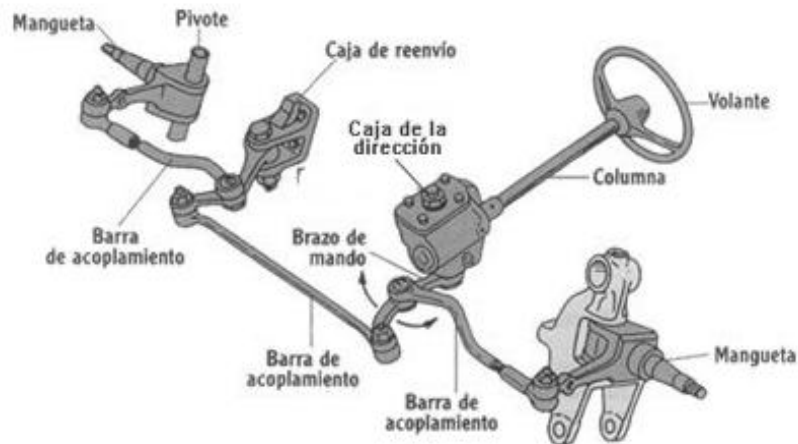


Figura 1.4: Componentes de un sistema de dirección.

o de servomecanismo de asistencia (en los vehículos actuales).

Para transformar el giro del volante de la dirección en el movimiento a un lado u otro del brazo de mando, se emplea el mecanismo contenido en la caja de la dirección, que al mismo tiempo efectúa una desmultiplicación del giro recibido, para permitir al conductor orientar las ruedas con un pequeño esfuerzo realizado en el volante de la dirección. Se llama relación de desmultiplicación a la que existe entre los ángulos de giro del volante y los obtenidos en la orientación de las ruedas. Si en una vuelta completa del volante de la dirección (360°) se consigue una orientación de 20° en las ruedas, se dice que la relación es de $360:20$ o, lo que es igual $18:1$. El valor de esta relación varía entre $12:1$ y $24:1$, dependiendo este valor del peso que el vehículo carga sobre las ruedas directrices.

1.4. Características que debe reunir todo sistema de dirección

La dirección es uno de los sistemas más importantes en el vehículo junto con el sistema de frenos, ya que de estos elementos depende la seguridad de las personas; debe reunir una serie de cualidades para en manejo:

- *Seguridad*: depende de la fiabilidad del mecanismo y de la calidad de los materiales empleados.

- *Suavidad*: se consigue con un montaje preciso, una desmultiplicación adecuada y un perfecto engrase.

- *Precisión*: se consigue haciendo que la dirección no sea muy dura. Si la dirección es muy dura por la relación mecánica en la caja de dirección, el cambio en la dirección será muy lento; por el contrario, si es muy suave, el conductor no siente la dirección y el vehículo sigue una trayectoria no adecuada.

- La falta de precisión puede ser debida a las siguientes causas:

- Excesivo juego en los órganos de dirección.

- Alabeo de las ruedas, que implica un desgaste periódico y que no debe de exceder de 2 a 3 mm.

- Desgaste desigual en los neumáticos, que hace ascender a la mangueta en cada vuelta, modificando por tanto las cotas de reglaje.

- Desequilibrio de las ruedas, que consiste en una serie de movimientos oscilatorios de las ruedas alrededor de su eje, que se transmite a la dirección, produciendo reacciones de vibración en el volante y que se soluciona con el balanceo de las llantas.

- Presión inadecuada en los neumáticos, que modifica las cotas de reglaje y que, si no es igual en las dos ruedas, hace que el vehículo se desvíe a un lado.

- *Irreversibilidad*: consiste en que el volante debe mandar el giro a las llantas, pero por el contrario, las oscilaciones que toman estas, debido a las incidencias del terreno, no deben ser transmitidas al volante. Esto se consigue con un adecuado sistema mecánico.

El sistema se puede reducir a los siguientes sistemas generales: volante de dirección, columna de dirección, juntas universales, flecha intermedia, unidad de asistencia, caja de engranes y piñón , como se muestra en la Fig. 1.5.

1.5. Estabilidad en un vehículo.

El sistema de control de estabilidad en un vehículo sirve para mantener el ángulo de deslizamiento pequeño en condiciones de bajo coeficiente de fricción con el pavimento y en una maniobra de emergencia. Los sistemas de control de la estabilidad están referidos como sistema de control del ángulo de guiñada del vehículo (*yaw*) ó sistemas electrónicos del control de la estabilidad. En la Figura 1.6 se muestra de manera esquemática la función del sistema de control del

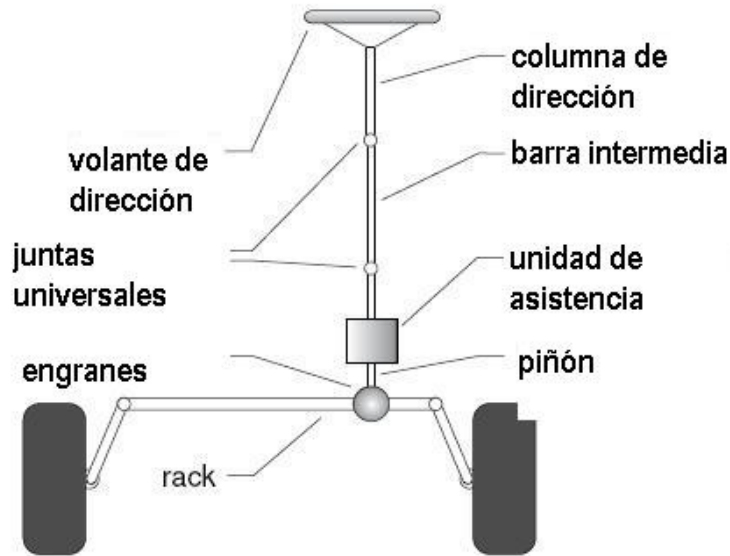


Figura 1.5: Reducción del sistema de dirección para su modelado.

ángulo guiñada del vehículo. En esta imagen se muestran las trayectorias que el vehículo podría seguir en respuesta a la dirección comandada por el conductor en un camino seco y con alto coeficiente de fricción de la llanta. El alto coeficiente de fricción provee la fuerza lateral necesaria requerida para que el vehículo siga la trayectoria, pero si el coeficiente de fricción es bajo y la velocidad es alta el vehículo podría no seguir la trayectoria comandada por el conductor. La función del sistema de control de estabilidad es restaurar la velocidad de guiña del vehículo lo más rápido posible al movimiento esperado por el conductor. Muchas compañías han investigado y desarrollado sistemas de control de estabilidad en los últimos 10 años y se han desarrollado prototipos de vehículos (BMW DSC3, Mercedes ESP, Chevrolet C5 Corvette). Los tipos sistemas de estabilidad propuestos y desarrollados para el control guiña del vehículo son:

Sistemas de frenado diferencial que utiliza el sistema ABS en el vehículo para frenar entre las llantas derechas e izquierdas y compensar el momento en la dirección de guiña del vehículo [5].

Sistema de dirección por cable (steer by wire) el cual modifica el ángulo de la dirección del conductor y adiciona una corrección del ángulo de dirección en la ruedas [4],[8].

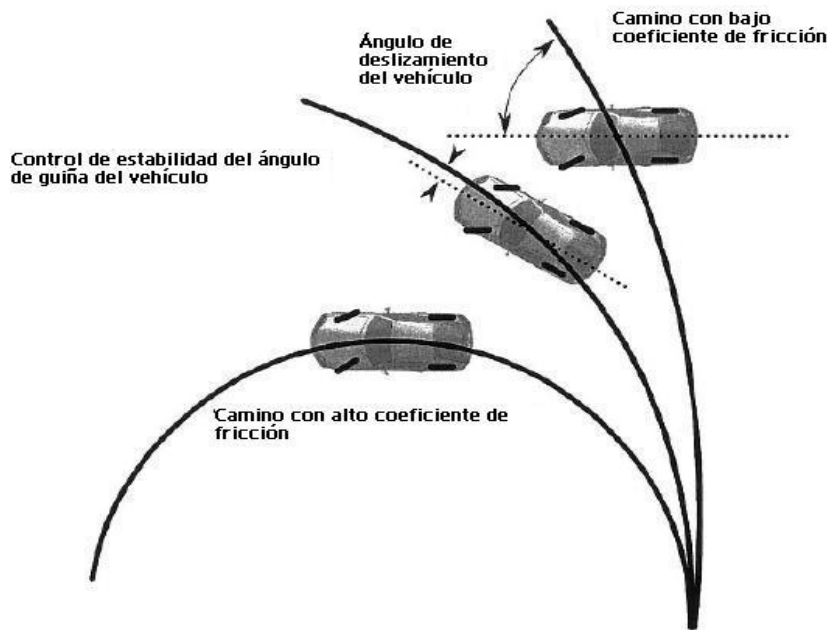


Figura 1.6: Sistema de control del ángulo de guiña

Distribución de torque activo que utiliza un diferencial activo y aplica un par en cada rueda para el control del ángulo de guiña.

Los sistemas de frenado diferencial son los de más interés en los centros de desarrollo de vehículos [9], pero en los últimos años los sistemas de dirección por cable (*steer by wire*) han recibido cada vez más atención por los investigadores [15].

Algunos investigadores se han enfocado al uso de control difuso para la estabilidad del ángulo de guiñada modelando el sistema neuromuscular del conductor [7] y diseño de controladores robustos [9].

El control de estabilidad fue desarrollado en cooperación entre Mercedes-Benz y Bosch, y fue introducido al mercado en el Mercedes-Benz Clase S bajo la denominación comercial *Elektronisches Stabilitäts Programm* (en alemán de programa electrónico de estabilidad, abreviado ESP). Otros fabricantes de equipamiento electrónico desarrollaron sistemas similares con otros nombres, como *Vehicle Dynamic Control* (control dinámico del vehículo, VDC), *Dynamic Stability Control* (control dinámico de estabilidad, DSC), *Electronic Stability Control* (control electrónico de estabilidad, ESC) y *Vehicle Stability Control* (control de estabilidad del vehículo, VSC).

Estudios han demostrado que los vehículos con control de estabilidad han reducido accidentes disminuyendo la muerte de conductores que pierden el control de sus vehículos, en el 2004 la NHTSA (*National Highway and Traffic Safety Administration*) concluyo en sus estudios la reducción del 35 % de accidentes de vehículos que cuentan con este sistema y que se podrían salvar 7000 vidas al año.

La UNECE (*United Nations Economic Commission for Europe*) menciona los requerimientos que debe tener un vehiculo con control de la dirección, la determinación de las condiciones reales del vehículo: valores de velocidad de guiñada, la aceleración lateral, velocidad de las ruedas, y las entradas: el sistema de frenado, la dirección y el motor. Sí estos valores no son directamente medidos, la correlación adecuada con medición directa de los valores en todas las condiciones de conducción.

La principal función del un sistema de estabilización del vehículo es mantener la dirección del vehículo en la trayectoria comandada por el conductor. Mientras los sensores de la velocidad de guiña porporcionan la información necesaria de la dinámica de guiña del vehículo, el angulo de deslizamiento no puede ser medido directamente. Por otro lado la salida de estos sensores varian con la temperatura ó contienen un desplazamiento a la salida cuando la entrada es cero (*offset*) [19]. Un acelerómetro convencional no puede distinguir entre la aceleración de un movimiento curvilíneo del vehículo o la aceleración debido a la gravedad. El desplazamiento lateral del vehículo es una de las variables controladas, una estimación exacta del angulo de desplazamiento es insensible al "*offset*" del sensor o condiciones ambientales.

1.6. Objetivo

Para el desarrollo del presente trabajo se utilizaron los datos de un vehículo sedan de cuatro ruedas, cuyos parámetros del vehículo y del sistema de dirección fueron propuesto por Carlo Bernad y Silverio Bolognani en [11].

El objetivo del presente trabajo es desarrollar un controlador de trayectoria para el ángulo de guiñada del vehículo. Considerando un modelo lineal del vehículo [3], las contribuciones del presente trabajo son:

La integración de un modelo del sistema de dirección por cables para modificar las características de manejo de un vehículo.

El desarrollo de un controlador LQR (Linear Quadratic Regulator) para minimizar el error entre la trayectoria comanda por el conductor y la trayectoria del vehículo minimizando el ángulo de deslizamiento del centro de gravedad del vehículo.

El desarrollo de dos observadores que combinan la dinámica del sistema de dirección y la dinámica del vehículo.

1.7. Organización

Para poder cumplir con el objetivo del presente trabajo en el capítulo 2 se obtiene el modelo del sistema de dirección considerando los elemento mecánicos y los actuadores. Dicho modelo es una aproximación lineal ya que para obtenerlo se consideran pequeñas variaciones en el ángulo de la dirección; en este capítulo también se presenta el modelo dinámico en términos del error del vehículo para seguir una trayectoria comandada por el conductor. En el capítulo 3 se obtiene el diseño de un controlador LQR para el seguimiento de trayectoria con el objetivo de minimizar el ángulo de deslizamiento del vehículo y se calcula el error en estado estacionario. Dado que el controlador LQR requiere de los estados del vehículo y el modelo es no observable a través de la medición del ángulo de guiñada del vehículo, esto es, cuando la dirección se mantiene en línea recta, se propone el diseño de dos observadores, el primero combina el modelo del vehículo y de la dirección en una estructura para determinar los estados del vehículo: ángulo de deslizamiento, velocidad de guiñada, ángulo de la dirección y velocidad de la dirección. El segundo incorpora un paso intermedio. Un observador de perturbación basado en el modelo de la dirección estima el momento de alineación, esta estimación proviene de la medición de los estados del vehículo (ángulo de deslizamiento y velocidad de guiñada), ambos observadores son desarrollados en el capítulo 4, la combinación del modelo del vehículo con el modelo del sistema de dirección hacen que el sistema sea siempre observable aún en la condiciones de dirección neutra. Por último en el capítulo 5 se presentan las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2

Modelo del sistema.

2.1. Configuración de un sistema de dirección de dirección por cable SbW.

La implementación de un sistema de dirección por cable, usa los mismos componentes del sistema convencional, con excepción de la barra intermedia de dirección, la cual es completamente removida (Fig. 2.1) y solo una de las dos juntas universales permanece.

2.2. Retroalimentación de la fuerza.

El propósito de un motor acoplado al volante es proporcionar al conductor la dirección y el nivel de las fuerzas que actúan sobre las llantas delanteras y el camino, así como también el efecto de las fuerzas que existen cuando se está dando una vuelta, dichas fuerzas son importantes para proporcionar la sensación de manejo al conductor.

Un esquema general del sistema de dirección por cable se muestra en la Fig. 2.2. Se incluyen tanto el motor para proporcionar movimiento a la dirección, el motor acoplado al volante del conductor, así como un par de sensores de posición para el volante y el sistema de dirección.

La posición del volante es enviada al sistema de control, el cual procesa la información y comanda una señal de referencia al motor de la dirección. La posición del sistema de dirección se lee con el sensor de posición, la posición real del sistema de dirección y de la fuerzas de retroalimentación en las llantas se

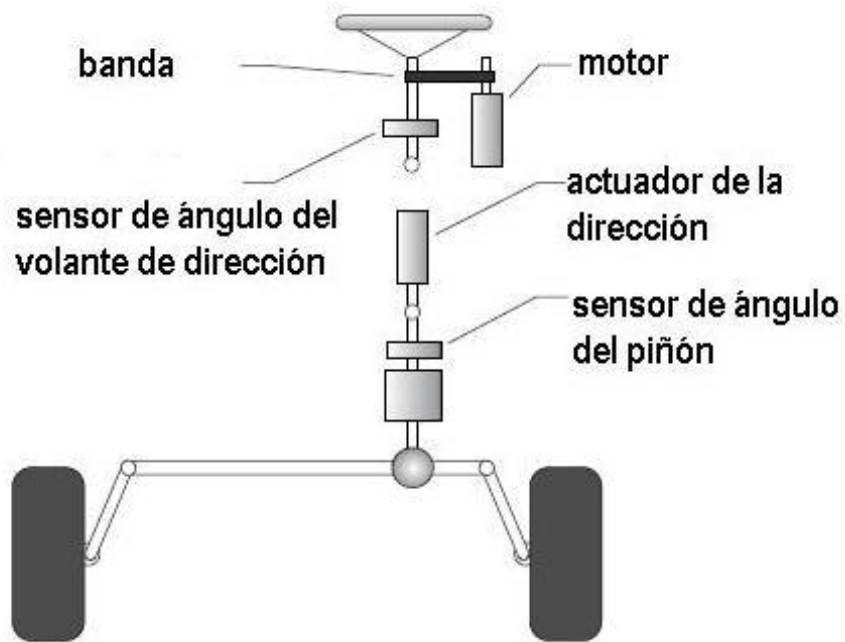


Figura 2.1: Sistema SbW.

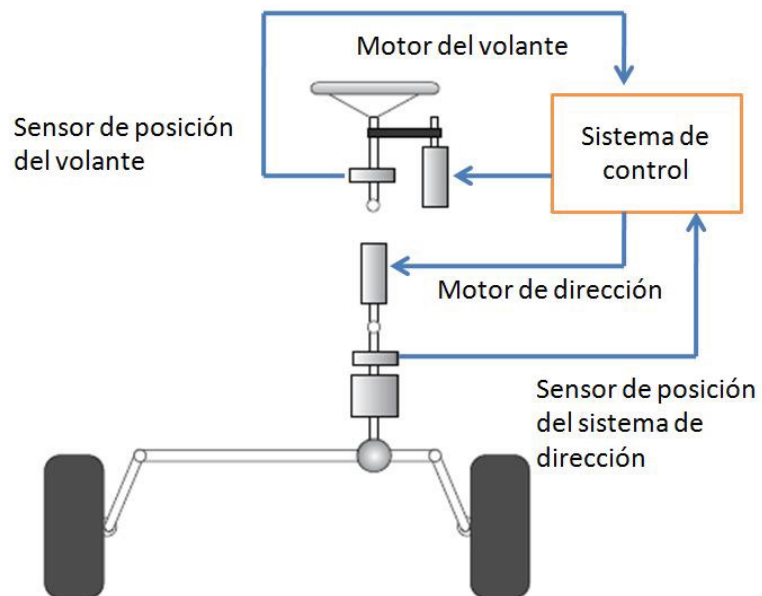


Figura 2.2: Esquema general del sistema.

regresa al sistema de control, que a su vez envía señales al motor del volante de acuerdo al momento de alineación de las llantas y, a su vez, al sistema de dirección.

2.3. Modelo del sistema de dirección

El sistema de dirección mostrado en la Fig. 2.3, puede ser representado por la ecuación diferencial [4].:

$$J_w \ddot{\delta} + b_w \dot{\delta} + \tau_f + \tau_a = r_s r_p \tau_M \quad (2.1)$$

donde δ es el ángulo de orientación de la ruedas, J_w y b_w son el momento de inercia y el amortiguamiento del sistema de dirección, τ_a es el torque de reacción de las llantas con el pavimento, τ_M torque en el motor y τ_f representa la fricción de Coulomb, r_s y r_p relaciones de la dirección que analizaremos más adelante.

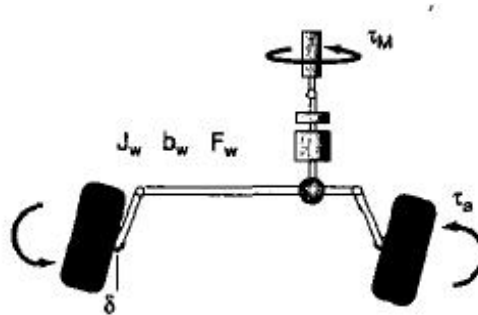


Figura 2.3: Dinámica del sistema de dirección.

El momento de alineación se puede obtener como:

$$\tau_a = (t_p + t_m) F_{y,f} \quad (2.2)$$

Si las fuerzas τ_f y τ_a son inicialmente ignoradas, solo para encontrar la dinámica del sistema de dirección y si se considera $r_s = r_p = 1$ entonces $\theta = \delta$ (θ es el ángulo del piñon), la función de transferencia que describe el sistema de dirección está dada por:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{\tau_M(s)} = \frac{1}{J_w s^2 + b_w s} \quad (2.3)$$

donde τ_M es el par del actuador, cabe señalar que aquí solo se considera el par de actuador como una entrada al sistema de dirección. Considerando esto, se puede utilizar el sistema en lazo cerrado de la Fig. 2.4 para la identificación de los parámetros J_ω y b_ω . Las llantas delanteras se pueden separar del piso para eliminar el efecto de las fuerzas en la llantas representado por τ_a en nuestro estudio.

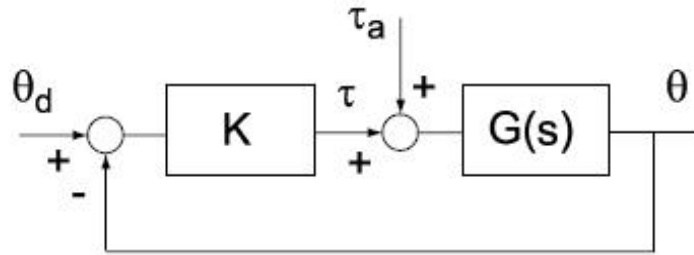


Figura 2.4: Diagrama de bloques para la identificación de parámetros

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} = \frac{K}{J_\omega s^2 + b_\omega s + K} \quad (2.4)$$

donde θ_d es el ángulo comandado a la dirección y K es la ganancia de retroalimentación. El sistema de segundo orden puede ser escrito como:

$$\frac{\theta(s)}{\theta_d(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{K}{J_\omega s^2 + b_\omega s + K} = \frac{K/J_\omega}{s^2 + b_\omega/J_\omega s + K/J_\omega} \quad (2.5)$$

donde ω_n es la frecuencia natural del sistema y ζ el factor de amortiguamiento, de la ecuación. Para encontrar los parámetros J_ω y b_ω se considera una entrada senoidal con frecuencia que varía de 0 a 10 Hz en un intervalo de tiempo de 15 segundos (Fig. 2.5), la ganancia K se selecciona lo más grande posible, pero cuidando que el actuador no se sature.

A partir de la respuesta del sistema es posible obtener el valor de los parámetros ω_n y ζ , y por consiguiente los valores de J_ω y b_ω .

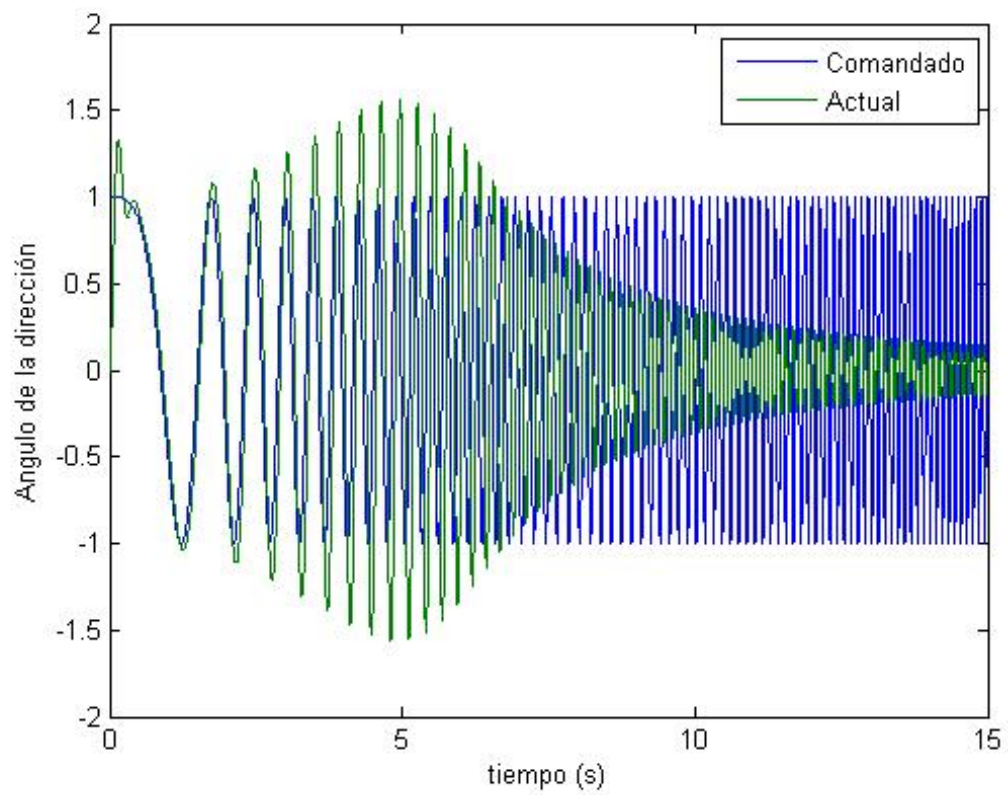


Figura 2.5: Identificación de los parámetros de la dirección.

2.4. Modelo del sistema considerando los actuadores.

Para proporcionar movimiento al sistema de dirección, se utiliza un motor de DC a la barra intermedia [1], el cual servirá para proveer un par al volante, de tal manera que el conductor tenga la misma sensación de manejo que con un sistema de dirección convencional donde el volante está acoplado por una flecha al sistema de dirección.

El sistema de dirección considera además la relación de dirección r_s y el factor de amplificación del par de dirección r_p . El par del motor τ_M puede ser escrito en términos de la constante del motor k_M , la corriente del motor i_M , la eficiencia del motor η y la relación de la reducción r_g :

$$\tau_M = k_M i_M r_g \eta \quad (2.6)$$

En estudios realizados en [15],[12] se encontró que el par aplicado por el conductor al volante, bajo condiciones de manejo normal, está en rangos de 0 a 2 [Nm], mientras que para maniobras de emergencia puede haber demandas de hasta 15 Nm de torque. La velocidad del volante puede ser de hasta dos vueltas completas por segundo.

Estos valores podría servir para determinar el tamaño del actuador (por ejemplo un motor de D.C), usando las ecuaciones dinámicas para el modelo matemático de un motor de DC:

$$i_M = k_I \tau_M \quad (2.7)$$

$$V_M = i_M R + k_E \omega_M \quad (2.8)$$

donde i_M es la corriente del motor, V_M es el voltaje de operación del motor, R la resistencia del motor, ω_M y τ_M son la velocidad y par del motor respectivamente, k_I y k_E constantes. Además, considerando que el motor se encuentra acoplado al volante a través de un conjunto de engranes con relación r_g y eficiencia η , se puede obtener:

$$\tau_M = \frac{1}{\eta} \frac{\tau_s}{r_g} \quad (2.9)$$

$$\omega_M = \omega_s r_g \quad (2.10)$$

donde ω_s y τ_s son la velocidad y par en la barra del volante de dirección respectivamente.

Utilizando las ecuaciones (2.1) y (2.6), se puede representar el sistema de dirección en variables de estado como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b\omega}{J\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{r_s r_p}{J\omega} & -\frac{1}{J\omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_M \\ \tau_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J\omega} \end{bmatrix} \tau_a \quad (2.11)$$

$$\dot{x} = A_1 x_1 + B_{1,1} u_1 + B_{1,2} \tau_a \quad (2.12)$$

donde τ_a se puede considerar como una entrada al sistema de dirección. El par de resistencia τ_f debido a la fricción de Coulomb se puede considerar como:

$$\tau_f = F_\omega \operatorname{sgn}(\dot{\delta}) \quad (2.13)$$

donde F_ω es la constante de fricción de Coulomb.

2.5. Modelo cinemático del movimiento del vehículo.

Se considera el modelo del vehículo como se muestra en la Fig. 2.6 [3], donde las dos llantas delanteras se toman como una sola en el punto A y similarmente las dos llantas traseras son consideradas como una sola en el punto B. Los ángulos de dirección para las llantas delanteras y traseras están representados por δ_f y δ_r respectivamente. El modelo es derivado considerando que ambas ruedas pueden ser actuadas, pero para vehículos con dirección delantera δ_r es cero. El centro de gravedad (c.g) del vehículo está en el punto C. Las distancias de los puntos A y B al centro de gravedad del vehículo son: l_f y l_r respectivamente y $L = l_f + l_r$.

Consideración 1.

Se asume que el centro de masa está al nivel del suelo, los movimientos de suspensión son despreciables, el peso es igualmente distribuido a lo largo del chasis y las ruedas de un mismo eje son representadas por una rueda posicionada en el centro de este. Estas simplificaciones llevan al modelo de bicicleta bien

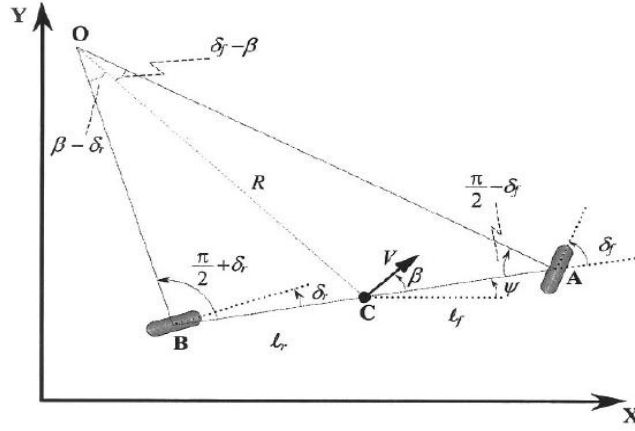


Figura 2.6: Cinemática de movimiento del vehículo.

conocido de un vehículo tipo Ackerman [9], este modelo es utilizado por los especialistas y ha sido usado en muchos trabajos de investigación [2],[1].

Se asume que el vehículo tiene un movimiento planar. Para describir el movimiento del vehículo se requiere de tres coordenadas: X, Y y Ψ , donde X, Y son las coordenadas inerciales de la localización del centro de gravedad del vehículo en un plano horizontal mientras que Ψ describe su orientación. La velocidad del centro de gravedad del vehículo es V y hace un ángulo β con el eje longitudinal del vehículo. El ángulo β es llamado ángulo de deslizamiento del vehículo (*slip angle*). El punto O llamado centro instantáneo de movimiento del vehículo, está definido por la intersección de las líneas AO y BO las cuales son dibujadas de forma perpendicular a la orientación de las dos ruedas. El radio de la trayectoria que forma el vehículo, R , está definido por la línea OC la cual conecta el centro de gravedad al punto O . El ángulo Ψ , es llamado ángulo de cabeceo del vehículo y se puede calcular como $\Psi = \gamma + \beta$. Del triángulo formado por OCA se puede obtener:

$$\frac{\sin(\delta_f - \beta)}{l_f} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} - \delta_f)}{R} \quad (2.14)$$

Del triángulo formado por OCB :

$$\frac{\sin(\beta - \delta_r)}{l_r} = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} + \delta_r)}{R} \quad (2.15)$$

De la ecuación (2.14) :

$$\frac{\sin(\delta_f) \cos(\beta) - \sin(\beta) \cos(\delta_f)}{l_f} = \frac{\cos(\delta_f)}{R} \quad (2.16)$$

De la ecuación (2.15):

$$\frac{\cos(\delta_r) \sin(\beta) - \cos(\beta) \sin(\delta_r)}{l_r} = \frac{\cos(\delta_r)}{R} \quad (2.17)$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación (2.17) por $\frac{l_f}{\cos(\delta_f)}$ se tiene:

$$\tan(\delta_f) \cos(\beta) - \sin(\beta) = \frac{l_f}{R} \quad (2.18)$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación (2.18) por $\frac{l_r}{\cos(\delta_r)}$ se tiene:

$$\sin(\beta) - \tan(\delta_r) \cos(\beta) = \frac{l_r}{R} \quad (2.19)$$

Sumando las ecuaciones (2.18) y (2.19):

$$\{\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)\} \cos(\beta) = \frac{l_f + l_r}{R} \quad (2.20)$$

Consideración 2

La principal consideración usada en el desarrollo del modelo matemático es que los vectores en los puntos A y B (Figura 2.6) se encuentran en la dirección de la orientación de las llantas delanteras y traseras respectivamente. En otras palabras, el vector de velocidad en las llantas delanteras se puede considerar como el ángulo δ_f formado en el eje longitudinal del vehículo. De la misma forma, el vector de velocidad de las llantas traseras forman un ángulo δ_r con el eje longitudinal del vehículo. Esto es equivalente a asumir que el ángulo de deslizamiento en ambas llantas es cero. Esta consideración es razonable para velocidades bajas (por ejemplo, velocidades menores a 5 m/s). A bajas velocidades, la fuerza lateral generada por las llantas es pequeña [4].

Considerando lo anterior se puede asumir que el radio de la trayectoria del vehículo cambia lentamente para bajas velocidades, inicialmente se toma esta consideración y posteriormente se realiza el análisis dinámico la razón de cambio de la orientación del vehículo $\dot{\Psi}$ por lo tanto es,:

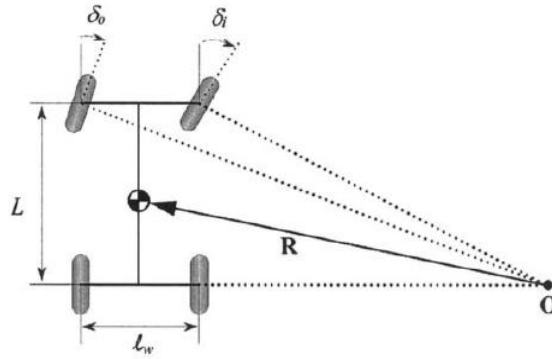


Figura 2.7: Modelo de Ackerman.

$$\dot{\Psi} = \frac{V}{R} \quad (2.21)$$

Utilizando las ecuaciones (2.20) y (2.21):

$$\dot{\Psi} = \frac{V \cos(\beta)}{l_f + l_r} (\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)) \quad (2.22)$$

Las ecuaciones de movimiento están dadas por:

$$\dot{X} = V \cos(\Psi + \beta) \quad (2.23)$$

$$\dot{Y} = V \sin(\Psi + \beta) \quad (2.24)$$

$$\dot{\Psi} = \frac{V \cos(\beta)}{l_f + l_r} (\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)) \quad (2.25)$$

En este modelo hay tres entradas: δ_f , δ_r y V . La velocidad, es una variable externa que puede ser asumida como una función que varía con el tiempo ó puede ser obtenida del modelo del vehículo.

El ángulo de deslizamiento β puede ser obtenido multiplicando la ecuación (2.18) por l_r y sustrayendo de la ecuación (2.19) multiplicada por l_f , para obtener:

$$\beta = \tan \left(\frac{l_f \tan \delta_r + l_r \tan \delta_f}{l_f + l_r} \right) \quad (2.26)$$

Es importante recordar que en el modelo anterior las llantas delanteras y traseras fueron representadas por una sola rueda adelante y otra atrás, por lo

que podría pensarse que los ángulos de la dirección en general se podrían suponer iguales. Pero no es así, esto porque la distancia que recorre cada una de las ruedas es diferente, tomando como referencia la figura 2.7, en donde δ_o y δ_i son el ángulo de dirección externo e interno respectivamente, y $L = l_f + l_r$ es muy pequeño comparado con el radio R . Si el ángulo β es pequeño, entonces la ecuación (2.25) puede ser aproximada como:

$$\frac{\dot{\Psi}}{V} = \frac{1}{R} = \frac{\delta}{L} \quad (2.27)$$

ó

$$\delta = \frac{L}{R} \quad (2.28)$$

y para cada una de las ruedas, se tiene:

$$\delta_o = \frac{L}{R + \frac{l_w}{2}} \quad (2.29)$$

$$\delta_i = \frac{L}{R - \frac{l_w}{2}} \quad (2.30)$$

y por lo tanto el promedio del ángulo de las llantas delanteras es aproximadamente:

$$\delta = \frac{\delta_o + \delta_i}{2} \simeq \frac{L}{R} \quad (2.31)$$

La diferencia entre δ_o y δ_i

$$\delta_i - \delta_o = \frac{L}{R^2} l_w = \delta^2 \frac{l_w}{L} \quad (2.32)$$

Entonces la diferencia en los ángulos de la dirección de las llantas delanteras es proporcional al cuadrado del promedio del ángulo de la dirección.

El modelo dinámico del vehículo considerando como estados el ángulo de deslizamiento β y velocidad de guiña del vehículo (*yaw rate*) r , es obtenido para los propósitos de control del presente trabajo. En la Fig. 2.8, δ es el ángulo de la dirección, U_x y U_y son la componente longitudinal y lateral de la velocidad respectivamente, $F_{y,f}$ y $F_{y,r}$ son las fuerzas laterales de las llantas delanteras y traseras, respectivamente, y α_f y α_r son los ángulos de deslizamiento de las llantas. Derivando las ecuaciones de movimiento a través del siguiente balance de fuerzas y momentos:

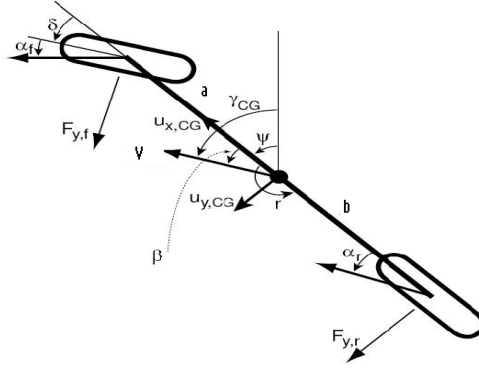


Figura 2.8: Modelo lineal del vehículo.

$$ma_{y,CG} = F_{y,f} \cos \delta + F_{y,r} \quad (2.33)$$

$$I_z \dot{r} = aF_{y,f} \cos \delta - bF_{y,r}$$

donde I_z es el momento de inercia del vehículo, m es la masa de vehículo, a y b son las distancias de los ejes delanteros y traseros al centro de gravedad del vehículo, por otro lado las fuerzas laterales de las llantas, se pueden determinar como:

$$F_{y,f} = -C_{\alpha,f} \alpha_f$$

$$F_{y,r} = -C_{\alpha,r} \alpha_r \quad (2.34)$$

La relación entre las fuerzas y el ángulo de desplazamiento es no lineal, pero considerando pequeñas aproximaciones del ángulo, el ángulo de desplazamiento puede ser escrito en términos de U_x , U_y y r :

$$\alpha_f = \frac{U_y + ar}{U_x} - \delta \quad (2.35)$$

$$\alpha_r = \beta + \frac{ar}{V} - \delta \quad (2.36)$$

y

$$\alpha_r = \frac{U_y + br}{U_x}$$

Asumiendo que la velocidad longitudinal $U_x = V$ es constante, la ecuación de estados del modelo de la Fig. 2.8, puede ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} \dot{U}_y \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-C_{\alpha,f} - C_{\alpha,r}}{mV} & -V + \frac{C_{\alpha,r}b - C_{\alpha,f}a}{mV^2} \\ \frac{C_{\alpha,r}b - C_{\alpha,f}a}{I_z} & \frac{-C_{\alpha,r}a^2 - C_{\alpha,f}b^2}{I_zV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_y \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha,f}}{mV} \\ \frac{C_{\alpha,f}a}{I_z} \end{bmatrix} \delta \quad (2.37)$$

Dada la velocidad longitudinal y lateral, U_x y U_y , en cualquier punto del cuerpo del vehículo, el ángulo de deslizamiento en el punto está dado por:

$$\beta = \arctan\left(\frac{U_y}{U_x}\right) \quad (2.38)$$

El ángulo de deslizamiento puede ser definido como la diferencia entre la orientación delantera del vehículo ψ , y la dirección de la velocidad γ :

$$\beta = \gamma - \psi \quad (2.39)$$

reescribiendo la ecuación (2.37) en términos del ángulo de deslizamiento β , el modelo lineal del vehículo se puede escribir como:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-C_{\alpha,f} - C_{\alpha,r}}{mV} & -1 + \frac{C_{\alpha,r}b - C_{\alpha,f}a}{mV^2} \\ \frac{C_{\alpha,r}b - C_{\alpha,f}a}{I_z} & \frac{-C_{\alpha,r}a^2 - C_{\alpha,f}b^2}{I_zV} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha,f}}{mV} \\ \frac{C_{\alpha,f}a}{I_z} \end{bmatrix} \delta \quad (2.40)$$

$$\dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 \delta \quad (2.41)$$

donde

$$A_2 = \begin{bmatrix} \frac{-C_{\alpha,f} - C_{\alpha,r}}{mV} & -1 + \frac{C_{\alpha,r}b - C_{\alpha,f}a}{mV^2} \\ \frac{C_{\alpha,r}b - C_{\alpha,f}a}{I_z} & \frac{-C_{\alpha,r}a^2 - C_{\alpha,f}b^2}{I_zV} \end{bmatrix} \text{ y } B_2 = \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha,f}}{mV} \\ \frac{C_{\alpha,f}a}{I_z} \end{bmatrix}$$

El modelo representado por 2.41, es un modelo lineal que tiene como entrada el angulo de la dirección, cabe señalar que en el modelo se considera una velocidad V constante en el vehículo, los parámetros $C_{\alpha,f}$ y $C_{\alpha,r}$, son parámetros que dependen de las características de la llanta.

2.6. Modelo dinámico del movimiento del vehículo.

Considerando la Fig. 2.9, los dos grados de libertad están representados por la posición lateral y y el ángulo de guiña del vehículo Ψ del vehículo. La posición

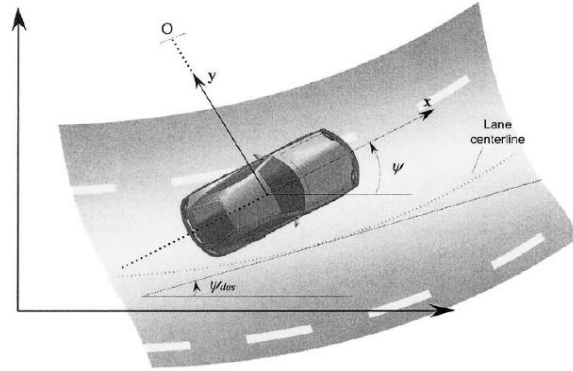


Figura 2.9: Dinámica del movimiento del vehículo.

del vehículo es medida a lo largo del eje lateral del vehículo al punto O, el cual es el centro de rotación del vehículo. El ángulo Ψ es medido con respecto al eje global X . La velocidad longitudinal del vehículo en el centro de gravedad es denotada por V_x .

Aplicando la segunda ley de Newton a lo largo del eje y [3].

$$ma_y = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.42)$$

donde $a_y = \left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)_{inertial}$ es la aceleración inercial del vehículo en la dirección del eje y , F_{yf} y F_{yr} son las fuerzas laterales de la llanta delantera y trasera respectivamente. Existen dos términos que contribuyen con a_y : la aceleración $\overset{\circ\circ}{y}$ y la aceleración centrípeta $V_x \overset{\circ}{\Psi}$, entonces:

$$a_y = \overset{\circ\circ}{y} + V_x \overset{\circ}{\Psi} \quad (2.43)$$

Sustituyendo la ecuación (2.43) en la ecuación (2.42), la ecuación del movimiento traslacional del vehículo es obtenida como:

$$m(\overset{\circ\circ}{y} + \overset{\circ}{\Psi}V_x) = F_{yf} + F_{yr} \quad (2.44)$$

Realizando una suma de momentos en el eje z la ecuación dinámica es:

$$I_z \overset{\circ\circ}{\Psi} = l_f F_{yf} - l_r F_{yr} \quad (2.45)$$

El siguiente paso es modelar las fuerzas laterales F_{yf} y F_{yr} que actúan en el vehículo. Resultados experimentales han mostrado que la fuerza lateral en la llanta

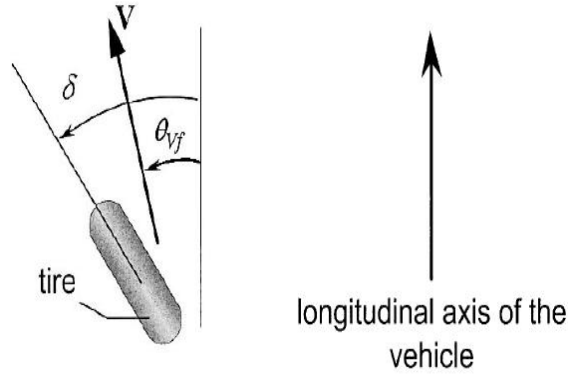


Figura 2.10: Ángulo de deslizamiento.

es proporcional al ángulo de deslizamiento para pequeños ángulos de deslizamiento [15]. El ángulo de deslizamiento de una llanta está definido como el ángulo entre la orientación de la llanta y la orientación del vector velocidad de la rueda (Fig. 2.10):

$$\alpha_f = \delta - \theta_{vf} \quad (2.46)$$

donde θ_{vf} es el ángulo que se forma entre el vector velocidad y el eje longitudinal del vehículo y δ es el ángulo de la dirección para la llanta delantera. Similarmente, para la llanta trasera:

$$\alpha_r = -\theta_{vr} \quad (2.47)$$

La fuerza lateral para las llantas delanteras, puede entonces ser representada como:

$$F_{yf} = 2C_{\alpha f}(\delta - \theta_{vf}) \quad (2.48)$$

donde la constante de proporcionalidad $C_{\alpha r}$ es llamada "*cornering stiffness*" de cada llanta. Similarmente para la llanta trasera:

$$F_{yr} = 2C_{\alpha r}(-\theta_{vr}) \quad (2.49)$$

Las siguientes ecuaciones pueden ser usadas para calcular θ_{vf} y θ_{vr} :

$$\tan(\theta_{vf}) = \frac{V_y + l_f \dot{\Psi}}{V_x} \quad (2.50)$$

$$\tan(\theta_{V_r}) = \frac{V_y + l_r \dot{\Psi}}{V_x} \quad (2.51)$$

Para ángulos muy pequeños y usando la notación $Vy = \dot{y}$, entonces:

$$\theta_{V_f} = \frac{\dot{y} + l_f \dot{\Psi}}{V_x} \quad (2.52)$$

$$\theta_{V_r} = \frac{\dot{y} + l_r \dot{\Psi}}{V_x} \quad (2.53)$$

Sutituyendo las ecuaciones (2.46),(2.47),(2.52) y (2.53) en (2.44), el modelo en variables de estado puede ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \dot{\Psi} \\ \ddot{\Psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha_f} + 2C_{\alpha_r}}{mV_x} & 0 & -V_x - \frac{2C_{\alpha_f}l_f - 2C_{\alpha_r}l_r}{mV_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha_f}l_f - 2C_{\alpha_r}l_r}{I_zV_x} & 0 & -\frac{2C_{\alpha_f}l_f^2 - 2C_{\alpha_r}l_r^2}{I_zV_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \Psi \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{\alpha_f}}{m} \\ 0 \\ \frac{2l_fC_{\alpha_f}}{I_z} \end{bmatrix} \delta \quad (2.54)$$

la cual se puede escribir como:

$$\dot{x} = Ax + B\delta \quad (2.55)$$

donde:

$$x = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \Psi \\ \dot{\Psi} \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha_f} + 2C_{\alpha_r}}{mV_x} & 0 & -V_x - \frac{2C_{\alpha_f}l_f - 2C_{\alpha_r}l_r}{mV_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha_f}l_f - 2C_{\alpha_r}l_r}{I_zV_x} & 0 & -\frac{2C_{\alpha_f}l_f^2 - 2C_{\alpha_r}l_r^2}{I_zV_x} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{\alpha_f}}{m} \\ 0 \\ \frac{2l_fC_{\alpha_f}}{I_z} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

2.7. Modelo dinámico en términos del error con respecto al camino.

Cuando el objetivo de control es desarrollar un sistema de control para la dirección del vehículo de tal manera que este se mantenga en el camino en una

trayectoria comandada por el conductor, es útil un modelo dinámico en donde las variables de estado estén en términos del error de posición y de orientación con respecto al camino.

El sistema puede ser redefinido en términos de las siguientes variables:

e_1 , distancia al centro de gravedad del vehículo desde la línea del centro del camino

e_2 , error de orientación del vehículo con respecto al camino.

Considere un vehículo viajando con una velocidad longitudinal V_x en un camino de radio R constante, asumiendo R lo suficientemente grande, se define la razón de cambio de la orientación deseada del vehículo como:

$$\dot{\Psi}_{des} = \frac{V_x}{R} \quad (2.57)$$

La aceleración deseada del vehículo puede ser escrita como:

$$\frac{V_x^2}{R} = V \dot{\Psi}_{des} \quad (2.58)$$

Si se toma $\overset{\circ}{e}_1$ y e_2 como [16]:

$$\overset{\circ}{e}_1 = (\overset{\circ}{y} + V_x \overset{\circ}{\Psi}) - \frac{V_x^2}{R} = \overset{\circ}{y} + V_x (\overset{\circ}{\Psi} - \dot{\Psi}_{des}) \quad (2.59)$$

$$e_2 = \Psi - \Psi_{des} \quad (2.60)$$

Se puede definir $\overset{\circ}{e}_1$ como:

$$\overset{\circ}{e}_1 = \overset{\circ}{y} + V_x (\Psi - \Psi_{des}) \quad (2.61)$$

La ecuación (2.61) es consistente con la ecuación (2.59) si la velocidad V_x es constante. Si la velocidad no fuera constante, se puede integrar la ecuación (2.59) para obtener:

$$\overset{\circ}{e}_1 = \overset{\circ}{y} + \int V_x e_2 dt \quad (2.62)$$

Para este trabajo se considera V_x constante para obtener con un modelo lineal e invariante con el tiempo. Sustituyendo las ecuaciones (2.60), (2.61) en (2.44) y (2.45), se tiene:

$$\begin{aligned}
m\ddot{e}_1 = \dot{e}_1 \left[-\frac{2}{V_x}C_{\alpha f} - \frac{2}{V_x}C_{\alpha r} \right] + e_2 [2C_{\alpha f} + 2C_{\alpha r}] + \dot{e}_2 \left[-\frac{2}{V_x}C_{\alpha f}l_f + \frac{2}{V_x}C_{\alpha r}l_r \right] \\
+ \overset{\circ}{\Psi}_{des} \left[-\frac{2}{V_x}C_{\alpha f}l_f + \frac{2}{V_x}C_{\alpha r}l_r \right] + 2C_{\alpha f}\delta
\end{aligned} \quad (2.63)$$

y

$$\begin{aligned}
I_z\ddot{e}_2 = 2C_{\alpha f}l_f\delta + \dot{e}_1 \left[-\frac{2}{V_x}C_{\alpha f}l_f + \frac{2}{V_x}C_{\alpha r}l_r \right] + e_2 [2C_{\alpha f}l_f - 2C_{\alpha r}l_r] \\
+ \dot{e}_2 \left[-\frac{2}{V_x}C_{\alpha f}l_f^2 - \frac{2}{V_x}C_{\alpha r}l_r^2 \right] - I_z\overset{\circ}{\Psi}_{des} + \overset{\circ}{\Psi}_{des} \left[-\frac{2}{V_x}C_{\alpha f}l_f^2 - \frac{2}{V_x}C_{\alpha r}l_r^2 \right]
\end{aligned} \quad (2.64)$$

El modelo en el espacio de estados con las variables de error de seguimiento, están dadas por:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \overset{\circ}{e}_1 \\ \overset{\circ\circ}{e}_1 \\ e_1 \\ \overset{\circ}{e}_2 \\ \overset{\circ\circ}{e}_2 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha f}+2C_{\alpha r}}{mV_x} & \frac{2C_{\alpha f}+2C_{\alpha r}}{m} & \frac{-2C_{\alpha f}l_f+2C_{\alpha r}l_r}{mV_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{2C_{\alpha f}l_f-2C_{\alpha r}l_r}{I_zV_x} & \frac{2C_{\alpha f}l_f-2C_{\alpha r}l_r}{I_z} & -\frac{2C_{\alpha f}l_f^2+2C_{\alpha r}l_r^2}{I_zV_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ \overset{\circ}{e}_1 \\ e_2 \\ \overset{\circ}{e}_2 \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{\alpha f}}{m} \\ 0 \\ \frac{2C_{\alpha f}l_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{-2C_{\alpha f}l_f-2C_{\alpha r}l_r}{mV_x} - V_x \\ 0 \\ -\frac{2C_{\alpha f}l_f^2+2C_{\alpha r}l_r^2}{I_zV_x} \end{bmatrix} \overset{\circ}{\Psi}_{des}
\end{aligned} \quad (2.65)$$

El problema de control de la dirección para el objetivo de seguimiento, puede ser expresado como un problema de estabilización de la dinámica dada por la ecuación (2.65), se puede notar que la dinámica del modelo mostrado arriba es una función de la velocidad longitudinal del vehículo la cual es asumida como constante.

Los sensores para medir el ángulo de la dirección y la velocidad de deslizamiento son baratos y comunmente usados en vehículos equipados con sistema de control de estabilidad, pero el determinar el torque de alienación en las llantas y la instrumentación para determinar los estados del vehículo es lo complicado.

En [9], el control de estabilidad electrónico utilizando un sistema "steer by wire.^{es} diseñado para atenuar los efectos de las perturbación en la llantas para que el conductor se pueda concentrar en su tarea primordial de seguir el camino. Por esto es necesario disociar la atenuación de la perturbación de tal manera que no influya en la ruta del vehículo. El sistema de control automático para tal fin no debe interferir con la ruta del conductor. En términos del sistema de control, esto significa que la velocidad de deslizamiento puede no ser observable desde la aceleración lateral del vehículo.

Capítulo 3

Diseño del controlador

3.1. Controlador para seguimiento

En el capítulo anterior se desarrolló el modelo cinemático y dinámico del vehículo. Es importante considerar que el conductor usa la dirección para que el vehículo siga una trayectoria y puede tener dificultad de manejo cuando cambian los límites de adhesión entre la llanta y el pavimento; además, el conductor no puede reconocer un cambio en el coeficiente de fricción y no tiene idea si se está perdiendo la estabilidad del vehículo para seguir la trayectoria comandada.

En los sistemas *Steer by Wire* (SbW) el ángulo de la dirección está determinado por la suma de dos componentes (ver Fig. 3.1): una componente directamente determinada por el conductor y otra componente decidida por el controlador SbW, en otras palabras el controlador SbW modifica la dirección comandada por el conductor para prevenir que el vehículo pierda estabilidad.

Muchos autores hacen uso de la tecnología para el control de la estabilidad de los vehículos, tal es el caso de [6], donde se usan GPS para medir la velocidad del vehículo y el ángulo de guiña, sin conocer el modelo del vehículo. Algunos otros utilizan sistemas de control basados en Lógica Difusa para la estabilización del vehículo [7].

Si el controlador del sistema dirección es capaz de determinar y cancelar el momento de la alineación en las llantas, entonces es lógico que la misma información se puede utilizar para ayudar a calcular las fuerzas laterales en los neumáticos y, a su vez los ángulos de deslizamiento de los neumáticos y el sistema no solo servirá como un medio de actuación para controlar el movimiento del vehículo, sino que también proporciona las medidas necesarias para estimar

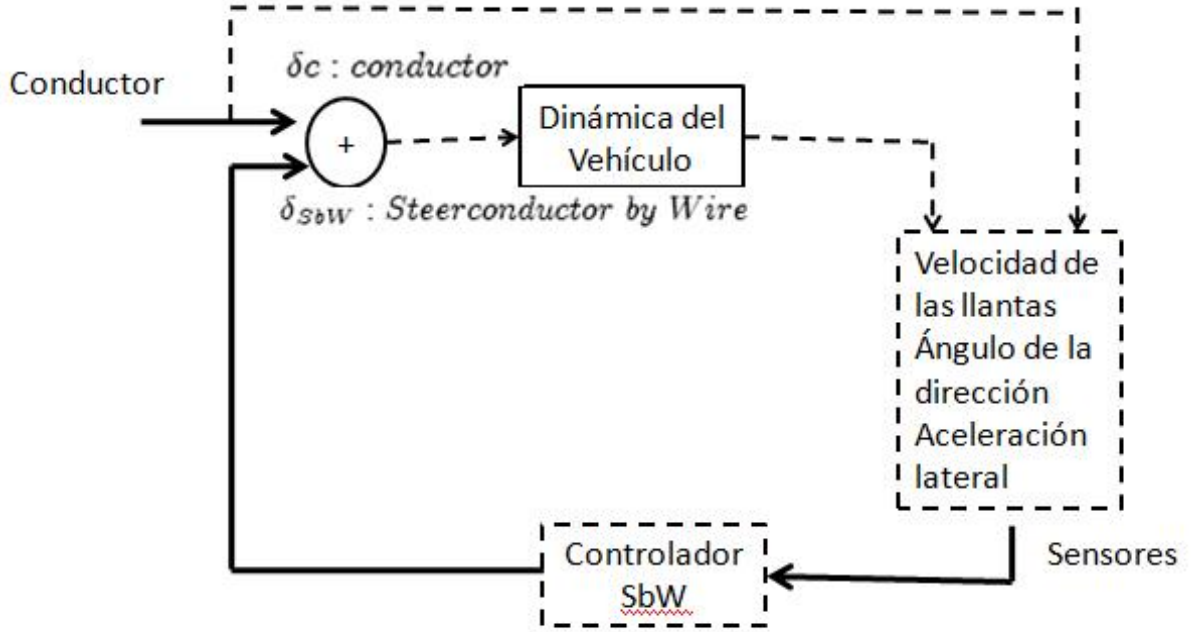


Figura 3.1: Estructura del sistema de control.

los estados del vehículo.

Utilizando la ecuación del modelo lineal del vehículo deducida en el capítulo anterior (ecuación (2.40)):

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-C_{\alpha,f} - C_{\alpha,r}}{mV} & -1 + \frac{C_{\alpha,rb} - C_{\alpha,fa}}{mV^2} \\ \frac{C_{\alpha,rb} - C_{\alpha,fa}}{I_z} & \frac{C_{\alpha,ra^2} - C_{\alpha,fb^2}}{I_z V} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{C_{\alpha,f}}{mV} \\ \frac{C_{\alpha,fa}}{I_z} \end{bmatrix} \delta_c \quad (3.1)$$

Para calcular la entrada del sistema de dirección la dinámica del vehículo se puede escribir como $\dot{x} = Ax + B\delta_c$, donde δ_c es la entrada de dirección del controlador, $x = [\beta \ r]^T$ es el vector de estados del vehículo (ángulo de deslizamiento y velocidad de guiñada).

El valor de r_d es limitado ya que el ángulo β podría incrementarse en condiciones de baja fricción [5]. El valor es limitado por la medición de la aceleración lateral del vehículo $|r_d| \leq |ay/u|$. El valor de β_d se define como cero. El error de seguimiento está definido como $e = x - x_d$, donde $x_d = [\beta_d \ r_d]^T$, por lo tanto considerando la entrada de control δ_c y la dinámica del vehículo:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_d = A_2 e + B_2 \delta_c + A x_d - \dot{x}_d \quad (3.2)$$

Al tomar el tercer y cuarto término como disturbios, podemos aplicar el Regulador Lineal Cuadrático (LQR) para minimizar el error de seguimiento.

La función de costo está dada por:

$$\text{mín } J = \int_0^{\infty} (e^T Q e + \delta_c^T R \delta_c) dt \quad (3.3)$$

donde $Q \geq 0$, para nuestro caso $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$ penalizando en mayor proporción las desviaciones de r y $R = [1]$.

La solución del LQR es un camino formal que da una única respuesta al problema del control realimentado una vez que el parámetro de diseño Q ha sido seleccionado. A decir verdad el arte de ingeniería en el diseño moderno yace en la selección de las matrices de peso Q y R del índice de comportamiento. Se ha desarrollado una importante teoría con relación al proceso de selección de dichas matrices de peso [5]. Una vez que se ha seleccionado apropiadamente Q , la ecuación matricial de diseño se resuelve formalmente para el único K que garantiza estabilidad.

Las ganancias óptimas del controlador por realimentación de estados son obtenidas resolviendo la ecuación de Riccati:

$$A_2^T P + P A_2 - P B_2 R^{-1} P B_2 + Q = 0 \quad (3.4)$$

La señal de control está dada por:

$$\delta_c = -R^{-1} B_2^T P e = -K e \quad (3.5)$$

$$\delta_c = \delta_{conductor} + \delta_{sbw}$$

La ecuación P que satisface la ecuación de Riccati es:

$$P = \begin{bmatrix} 0,1407 & 0,0606 \\ 0,606 & 1,4496 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

y la matriz de realimentación construida de la solución de la ecuación de Riccati es:

$$K = \begin{bmatrix} 1,7899 & 31,1973 \end{bmatrix}$$

La respuesta del controlador es verificada con una entrada como la que se muestra en la Fig. 3.2, el ángulo de la dirección se varia de $+18$ a -18° ($+0,15$ a $-0,15$ rad) en un intervalo de tiempo de 6 segundos, a una velocidad de 60 Km/h.

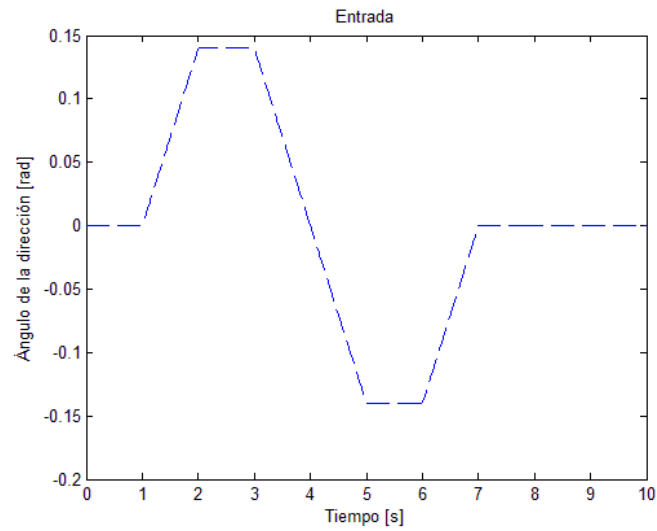


Fig. 3.2: Ángulo de la dirección (conductor).

En la Fig. 3.3, se muestra la velocidad de guiñada comandada al controlador, la que sigue el vehículo con y sin dirección activa (control), esto es desabilitando la compensación que hace el sistema de dirección por cable $\delta_{sbw} = 0$.

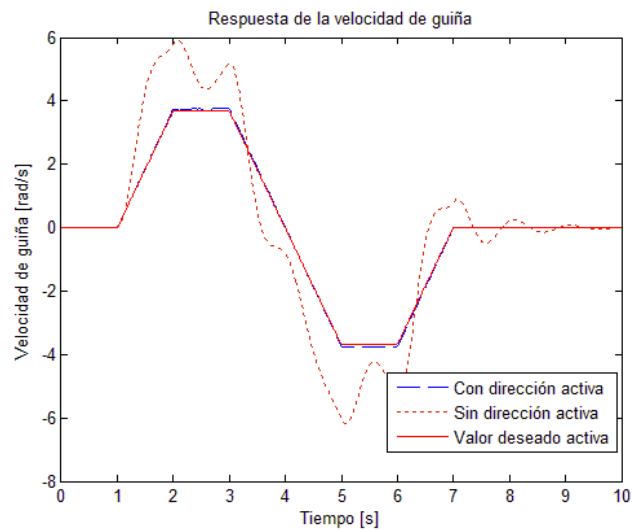


Fig. 3.3: Velocidad de guiña comandada, con y sin dirección activa.

El controlador incorpora una señal de compensación al sistema de dirección de acuerdo al error de la velocidad del ángulo de guiñada, la cual ayuda al vehículo a seguir la trayectoria comandada por el conductor. El ángulo de la dirección compensado se muestra en la Fig. 3.4.

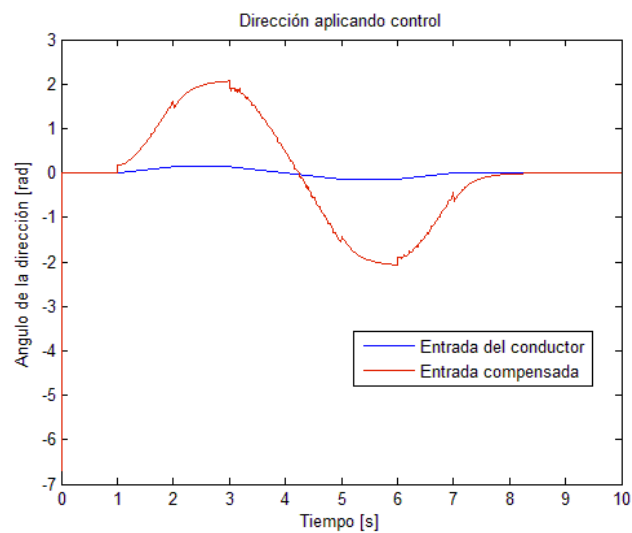


Fig. 3.4: Compensación del ángulo de la dirección para seguir la trayectoria.

Por último, el error $[r - rd]$ entre del ángulo de guiñada deseado y real se muestra en la Fig. 3.5.

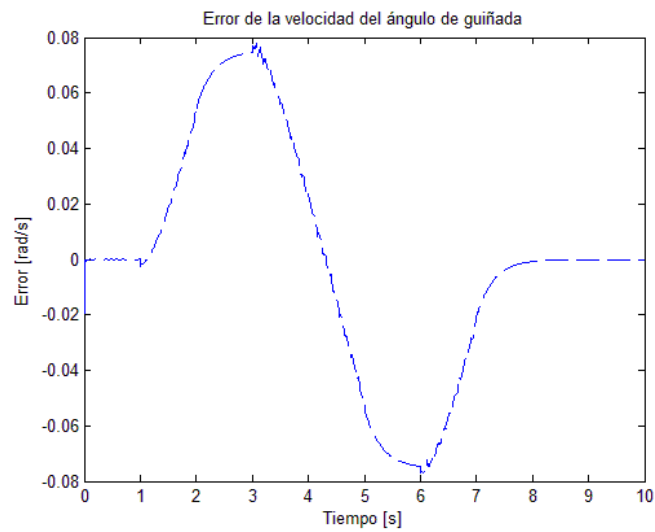


Fig. 3.5: Error de la velocidad del ángulo de guiñada con el controlador LQR.

Se realizaron pruebas para diferentes velocidades del vehículo (de 60 a 100 Km/h) con incrementos de 10 Km/h, en la Fig. 3.6 se muestran los resultados obtenidos de la compensación del ángulo de la dirección para dichas velocidades del vehículo.

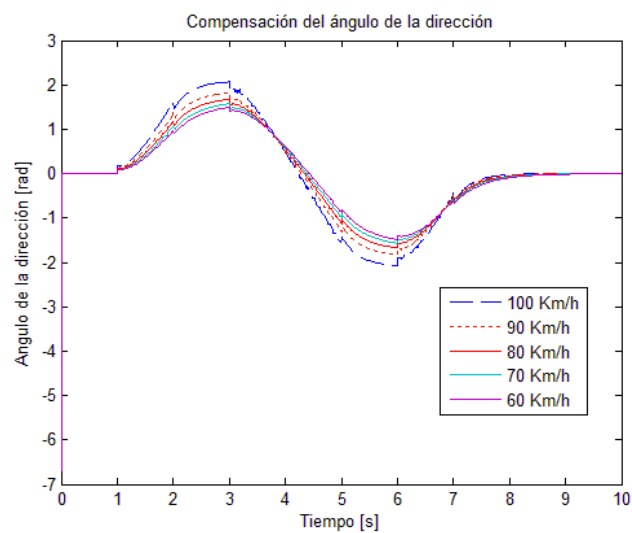


Fig. 3.6: Compensación del ángulo de la dirección para diferentes velocidades del vehículo.

3.2. Error en estado estacionario de las ecuaciones dinámicas.

En esta sección se determinará el término que hay que sumar a la retroalimentación de estados, para asegurar que el error sea cero en una curva. Se asume que el controlador es obtenido por una retroalimentación de estados más un término que intenta compensar la curvatura del camino:

$$\delta = -Kx + \delta_{ff} \quad (3.7)$$

Entonces el sistema en lazo cerrado está dado por:

$$\dot{x} = (A + B_1K)x + B_1\delta_{ff} + B_2\dot{\Psi}_{des} \quad (3.8)$$

Tomando la transformada de Laplace, considerando condiciones iniciales cero:

$$X(s) = [sI - (A + B_1K)]^{-1} \left\{ B_1L(\delta_{ff}) + B_2L(\dot{\Psi}_{des}) \right\} \quad (3.9)$$

donde $L(\delta_{ff})$ y $L(\dot{\Psi}_{des})$ son la transformada de Laplace de δ_{ff} y $\dot{\Psi}_{des}$ respectivamente.

Si el vehículo viaja a una velocidad constante V_x en un camino de radio de curvatura constante R , entonces:

$$\dot{\Psi}_{des} = \text{constante} = \frac{V_x}{R} \quad (3.10)$$

cuya transformada de Laplace es $\frac{V_x}{Rs}$. Similarmente el término de compensación es constante, entonces tomando la transformada de Laplace $\frac{\delta_{ff}}{s}$.

Usando el teorema del valor final, el error en estado estacionario está dado por:

$$x_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} x(s) = sX(s) = -(A + B_1K)^{-1} \left\{ B_1\delta_{ff} + B_2\frac{V_x}{R} \right\} \quad (3.11)$$

entonces:

$$x_{ss} = \begin{pmatrix} \frac{\delta_{ff}}{k_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{k_1} \frac{mV_x^2}{R(l_f+l_r)} \left[\frac{l_r}{2C_{\alpha f}} - \frac{l_f}{2C_{\alpha r}} + \frac{l_f}{2C_{\alpha r}} k_3 \right] - \frac{1}{k_1} [l_f + l_r - l_r k_3] \\ 0 \\ \frac{1}{2RC_{\alpha r}(l_f+l_r)} [-2C_{\alpha r}l_f l_r - 2C_{\alpha r}l_r^2 + l_f mV_x^2] \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

De la ecuación (3.12), se puede observar que el error de la posición lateral e_1 puede hacerse cero con una apropiada selección de δ_{ff} , pero que sin embargo no tiene influencia sobre el error en estado estacionario del error del ángulo de guiña. El error de ángulo de guiña no puede ser corregido con un término del ángulo de la dirección. El estado estacionario del error del ángulo de deslizamiento es:

$$\begin{aligned} e_{2ss} &= \frac{1}{2RC_{\alpha r}(l_f + l_r)} [-2C_{\alpha r}l_f l_r - 2C_{\alpha r}l_r^2 + l_f mV_x^2] \\ &= -\frac{l_r}{R} + \frac{l_f}{2C_{\alpha r}(l_f + l_r)} \frac{mV_x^2}{R} \end{aligned} \quad (3.13)$$

el error e_1 puede ser cero si :

$$\delta_{ff} = \frac{mV_x^2}{RL} \left[\frac{l_r}{2C_{\alpha f}} - \frac{l_f}{2C_{\alpha r}} + \frac{l_f}{2C_{\alpha r}} k_3 \right] + \frac{L}{R} - \frac{l_r}{R} k_e \quad (3.14)$$

El ángulo de la dirección en estado estacionario para que el error de la posición lateral sea cero está dado por:

$$\delta_{ss} = \delta_{ff} - Kx_{ss}$$

$$\delta_{ss} = \delta_{ff} - k_3 e_{2ss} \quad (3.15)$$

Capítulo 4

Diseño del observador de estados

4.1. Observabilidad

Considerando la ecuación (2.40) donde se presenta el modelo del vehículo con dos variables de estado, se podría asumir que es sencillo el diseño de un observador basado en la medición de la velocidad de guiñada del vehículo (*yaw rate*), pero desafortunadamente cuando $C_{\alpha,r}b - C_{\alpha,f}a = 0$ (dirección neutra), el sistema es no observable. El modelo del vehículo representado en esta condición está dado por:

$$\dot{x}_2 = A_{2,N}x_2 + B_2\delta \quad (4.1)$$

donde:

$$A_{2,N} = \begin{bmatrix} \frac{-C_{\alpha,0}}{mV} & -1 \\ 0 & \frac{-C_{\alpha,2}}{I_z V} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Si la velocidad de guiñada es el estado medido, entonces:

$$y_2 = C_2x_2 \quad (4.3)$$

donde

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

La matriz de observabilidad que es claramente de rango incompleto está dada por:

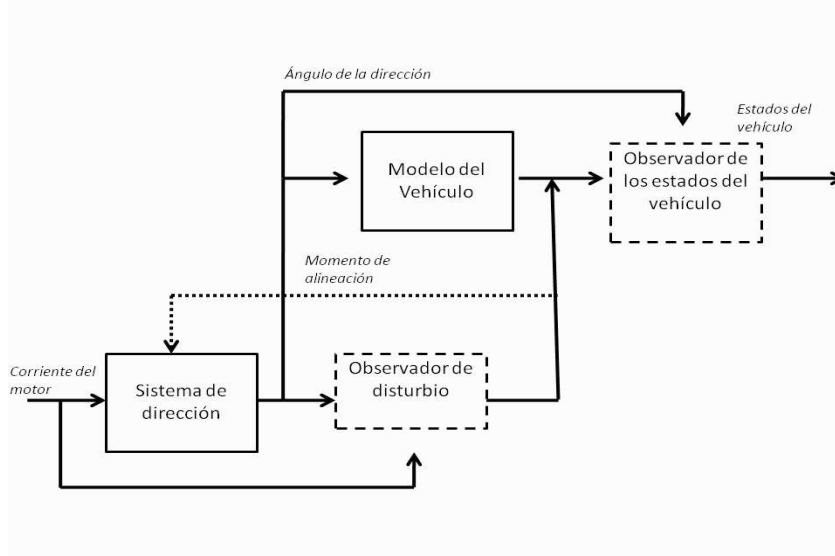


Figura 4.1: Observador en cascada.

$$O_2 = \begin{bmatrix} C_2 \\ C_2 A_{2,N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{C_{\alpha,2}}{I_z V} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Como una alternativa, se puede primero estimar el momento de alineación τ_a aplicando un observador al modelo del sistema de dirección dado por la ecuación (2.11). El momento de alineación estimado es obtenido de la medición del estimador basado en el modelo del vehículo dado por la ecuación (2.40). Esta estructura de observador en cascada se ilustra en la Fig. 4.1 y se desarrolla más adelante.

4.2. Observador para las perturbaciones.

Considerando el modelo de la dirección, ecuación (2.12):

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_{1,1} u_1 + B_{1,2} \tau_a$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\delta} \\ \ddot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{b\varpi}{J\varpi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{r_s r_p}{J\omega} & -\frac{1}{J\varpi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_M \\ \tau_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J\omega} \end{bmatrix} \tau_a \quad (4.6)$$

La ecuación en variables de estado para el observador de perturbaciones se construye incorporando el disturbio (par de alineación τ_a) al vector de estados x_1 y complementando las matrices de estado con ceros:

$$\dot{z}_1 = F_1 Z_1 + G_1 u_1 + J_1 \tau_a \quad (4.7)$$

donde

$$z_1 = \begin{bmatrix} \delta & \dot{\delta} & \tau_a \end{bmatrix}^T$$

$$F_1 = \begin{bmatrix} A_1 & B_{1,2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} B_{11} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$J_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

La variable que se puede medir, y_1 , es el ángulo de la dirección δ :

$$y_1 = \delta = C_1 z_1 \quad (4.8)$$

donde

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

El observador está dado por:

$$\dot{\hat{z}}_1 = F_1 \hat{z}_1 + G_1 u_1 + L_1 (y_1 - C_1 \hat{z}_1) \quad (4.9)$$

y el correspondiente error:

$$\dot{\tilde{z}}_1 = (F_1 - L_1 C_1) \tilde{z}_1 + J_1 \tau_a \quad (4.10)$$

donde el error de estimación es:

$$\tilde{z}_1 = z_1 - \hat{z}_1$$

Se puede observar en la ecuación (4.10), que el error de estimación no necesariamente se aproxima a cero ya que contiene el término de la derivada del momento de la perturbación. Este término es muy pequeño si la perturbación varía lentamente, por lo que se puede asumir que $\dot{\tau}_a = 0$.

Un camino para estimar el ángulo de deslizamiento en la situación de inobservabilidad es combinar el modelo lineal del vehículo con el modelo de la dirección. El momento de alineación en la ecuación del sistema de dirección puede ser expresado como una función de los estados del vehículo y del ángulo de la dirección sustituyendo las ecuaciones 2.36 y 4.1 en la ecuación 2.2:

$$\tau_a = -C_{\alpha,f}(t_p + t_m)\left(\beta + \frac{a}{V}r - \delta\right) \quad (4.11)$$

Ahora combinando las ecuaciones 4.6 y 2.41 se puede obtener el siguiente modelo en variables de estado:

$$\dot{x}_3 = A_3x_3 + B_3u_3 \quad (4.12)$$

donde:

$$x_3 = \begin{bmatrix} \beta & r & \delta & \dot{\delta} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -\frac{C_{\alpha,f}+C_{\alpha,r}}{mV} & -1 + \frac{C_{\alpha,f}a+C_{\alpha,r}b}{mV^2} & \frac{C_{\alpha,f}}{mV} & 0 \\ \frac{C_{\alpha,f}a+C_{\alpha,r}b}{I_z} & \frac{-C_{\alpha,f}a^2-C_{\alpha,r}b^2}{I_zV} & \frac{C_{\alpha,f}a}{I_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{C_{\alpha,3}}{J_\omega} & \frac{aC_{\alpha,3}}{J_\omega V} & \frac{-C_{\alpha,3}}{J_\omega} & -\frac{b_\omega}{J_\omega} \end{bmatrix}$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{r_s r_p K_M r_g \eta}{J_\omega} & -\frac{1}{J_\omega} \end{bmatrix}$$

$$u_3 = \begin{bmatrix} i_M & \tau_f \end{bmatrix}^T$$

y

$$C_{\alpha,3} = (t_p + t_a)$$

La estructura de un observador esta dada por:

$$\dot{\hat{x}}_3 = A_3 \hat{x}_3 + B_3 u_3 + T_3 (y_3 - C_3 \hat{x}_3) \quad (4.13)$$

El vector, \hat{x}_3 , contiene los estados estimados y y_3 el vector de las mediciones (velocidad de guiña y angulo de la dirección), medidos directamente de los sensores del vehículo:

$$y_3 = \begin{bmatrix} r & \delta \end{bmatrix}^T = C_3 x_3 \quad (4.14)$$

donde

$$C_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Se puede determinar ahora la observabilidad del sistema en el caso de dirección neutra. La matriz de observabilidad esta dada por:

$$O_3 = \begin{bmatrix} C_3 \\ C_3 A_3 \\ C_3 A_3^2 \\ C_3 A_3^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{-C_{\alpha,f} a^2 - C_{\alpha,r} b^2}{I_z V} & \frac{a C_{\alpha,f}}{I_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{(C_{\alpha,f} a^2 + C_{\alpha,r} b^2)^2}{I_z^2 V^2} & -\frac{(C_{\alpha,f} a^2 - C_{\alpha,r} b^2) C_{\alpha,f} a}{I_z^2 V} & \frac{C_{\alpha,f} a}{I_z} \\ \frac{C_{\alpha,3}}{J_\omega} & \frac{a C_{\alpha,3}}{J_\omega V} & -\frac{C_{\alpha,3}}{J_\omega} & -\frac{b_\omega}{J_\omega} \end{bmatrix}$$

la matriz es de rango completo por lo que el sistema es observable en dirección neutra.

4.3. Observador para los estados del vehículo.

Utilizando la ecuación (2.41) se puede obtener una estructura de observador para estimar los estados del vehículo:

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_2 \hat{x}_2 + B_2 \delta + T_2 (y_2 - \hat{y}_2) \quad (4.15)$$

La ecuación (4.15) puede ser reescrita como:

$$\dot{\hat{x}}_2 = A_{2,1}\hat{z}_1 + A_{2,2}\hat{x}_2 + T_2(y_2 - C_2\hat{x}_2 - D_2C_1\hat{z}_1) \quad (4.16)$$

donde

$$A_{2,1} = \begin{bmatrix} B_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{2,2} = A_2$$

El vector, \hat{x}_2 contiene el vector de estados a ser estimado y y_2 el vector de mediciones en este caso la velocidad de guiñada y el momento de alineación estimado obtenido del observador de perturbaciones diseñado anteriormente:

$$y_2 = H_2x_2 + H_1\hat{z}_1 \quad (4.17)$$

donde:

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ahora, se puede expresar el momento de alineación, τ_a , en términos de los estados de vehículo, β y r . Para esto, considerando pequeñas variaciones del ángulo δ y V constante, los ángulos de deslizamiento de las llantas delanteras y traseras pueden ser escritos en términos de β y r :

$$\alpha_f = \beta + \frac{ar}{V} - \delta \quad (4.18)$$

$$\alpha_r = \beta - \frac{br}{V}$$

Sustituyendo las ecuación (4.18),(4.1),y (2.15) en la ecuación (2.17):

$$y_2 = \begin{bmatrix} r & \tau_a \end{bmatrix}^T = C_2x_2 + D_2\delta \quad (4.19)$$

donde

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -C_{\alpha,3} & -\frac{aC_{\alpha,3}}{V} \end{bmatrix}$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ C_{\alpha,3} \end{bmatrix}$$

El error del observador en cascada depende del error de estimación de observador de disturbio y del error de estimación del observador de estados del vehículo:

$$\ddot{\tilde{x}}_2 = (A_{2,1} - T_2 D_2 C_1) \tilde{z}_1 + (A_{2,2} - T_2 C_2) \tilde{x}_2 \quad (4.20)$$

donde los errores de estimación son:

$$\tilde{z}_1 = z_1 - \hat{z}_1$$

$$\tilde{x}_2 = x_2 - \hat{x}_2$$

La siguiente figura se muestra el diagrama de bloques del observador en cascada:

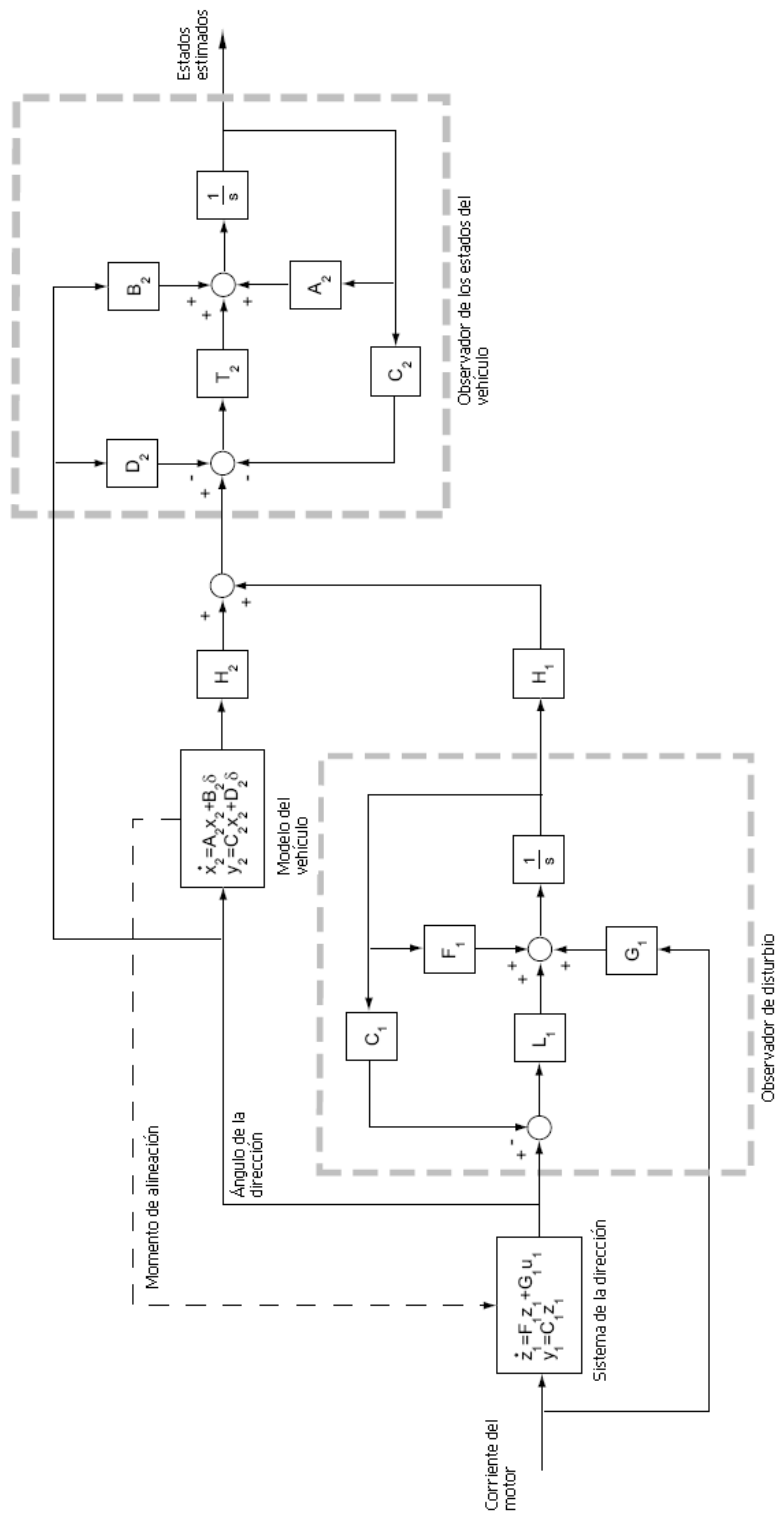


Diagrama de bloques del observador en cascada.

Las siguientes gráficas muestran los resultados de los observadores, en la Fig. 4.2 se muestra el ángulo de la dirección utilizando el modelo del vehículo y el estimado por el observador, en dicha gráfica se puede observar la respuesta del observador para estimar el ángulo de la dirección.

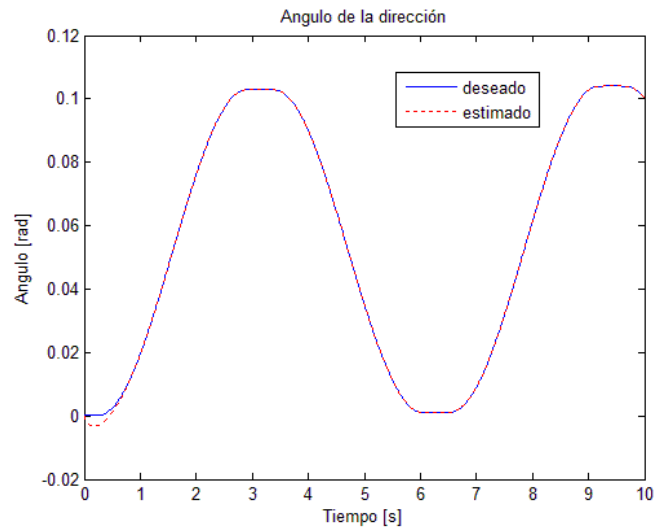


Figura 4.2: Angulo de la dirección.

En la Fig. 4.3 se muestra la velocidad del ángulo de la dirección.

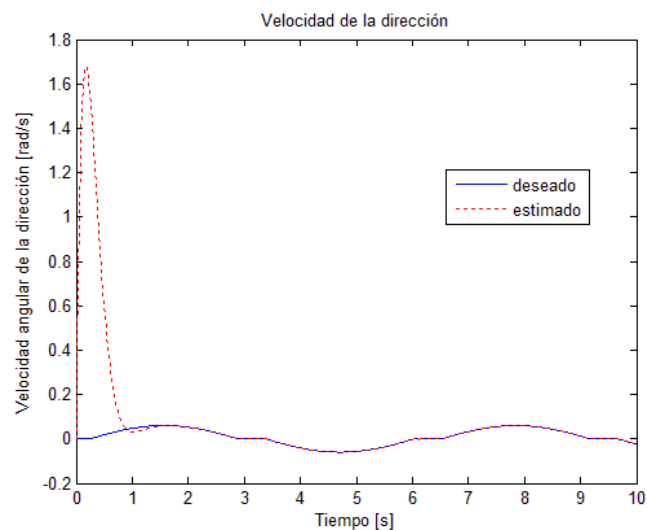


Fig. 4.3 Velocidad de la dirección.

En la Fig. 4.4 la velocidad de guiña del vehículo.

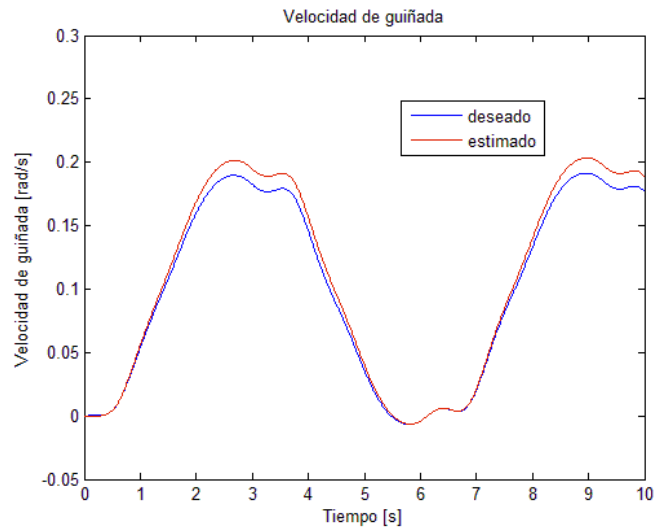


Fig. 4.4 Velocidad de guiñada.

Por último se combinan el sistema de control y el observador (Anexo 6.2), en la Fig. 4.5 se muestra el resultado de la simulación para la velocidad de guiña considerando como entrada la referencia de la Fig. 3.2, se muestra además la respuesta del control suponiendo estados conocidos y la respuesta del control con el observador de estados.

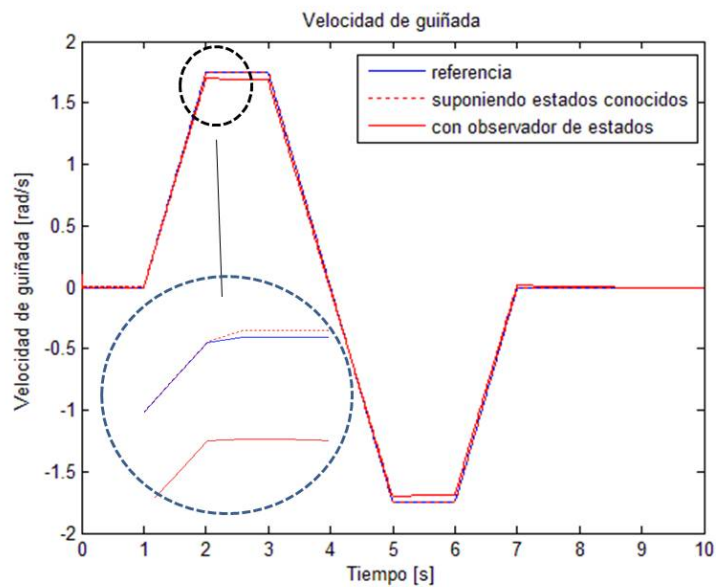


Fig. 4.5 Velocidad de guiña suponiendo estados conocidos y estados estimados.

La figura anterior muestra que existe un error entre la respuesta del controlador suponiendo los estados conocidos a partir del modelo del vehículo y la respuesta del controlador cuando los estados necesarios para el controlador (β y r) son obtenidos a partir del observador en cascada. El error en el ángulo de guiñada utilizando el observador de estados es de 0,1 [rad/s], dicho error es pequeño comparado con el que se puede tener en el vehículo cuando el sistema de dirección no es compensado. Es importante señalar que el error no se incrementa mucho para diferentes valores de velocidad en el vehículo.

Capítulo 5

Conclusiones

En este trabajo se modeló un sistema de dirección por cable (SbW), cuyo uso en un vehículo puede ayudar a mantener la estabilidad ante maniobras de emergencia. Se diseñó un control LQR para el seguimiento de la trayectoria del vehículo y dado que es importante conocer la dinámica del vehículo se diseñó un observador en cascada para eliminar la no observabilidad en el modelo.

El desarrollo de esta tesis contempla el modelo del sistema del vehículo incluyendo el sistema de dirección lo que da la pauta al diseño de dos observadores: uno para obtener los parámetros del sistema de dirección (ángulo de dirección y torque de alineación de la llantas) y el otro para obtener los estados del vehículo (β y r). Separar el estimador de estados de vehículo y el observador de perturbaciones es una alternativa de la estructura del observador que facilita la selección de las ganancias del observador.

En la mayoría de los vehículos con sistema SbW es fácil medir el torque de la dirección, conociendo las fuerzas que actúan en el sistema de dirección a través de las llantas. La estimación de los estados del vehículo usando el par de la dirección disminuye la acumulación de errores debido a la integración de sensores inerciales si se quisiera realizar la implementación del sistema.

Si se quisiera implementar el sistema de control sin el observador propuesto, se tendrían que utilizar sensores para medir el momento de alineación de las llantas, lo cual es complicado, la propuesta desarrollada utiliza un observador en cascada que combina el sistema de dirección con el modelo lineal del vehículo y genera un sistema observable para la dirección neutra; por lo que solo se requiere de medir el ángulo de la dirección y la velocidad de guiña del vehículo para determinar el

ángulo de deslizamiento y los estados del vehículo.

Cabe señalar que se tuvieron que realizar un par de consideraciones: la primera para determinar un modelo lineal del vehículo y la segunda para considerar una velocidad constante del vehículo, sería conveniente realizar un análisis el cual considere que la velocidad varía con el tiempo.

Se obtuvieron resultados de la compensación del sistema de dirección activa para diferentes velocidades del vehículo (60 a 100 Km/h), los cuales muestran que el controlador tiene un buen comportamiento.

Por otro lado el error de estimación del observador de estados para velocidad de guiñada es de 1.6 rad/s, pero tiende a cero en menos de 1 segundo, por lo que se puede considerar que el observador funciona de manera correcta. Es importante mencionar que los resultados obtenidos son validados mediante simulación numérica y que como trabajo futuro sería recomendable el desarrollo de un prototipo donde puedan ser verificados los resultados obtenidos en el presente trabajo.

Apéndice A

Código de Matlab

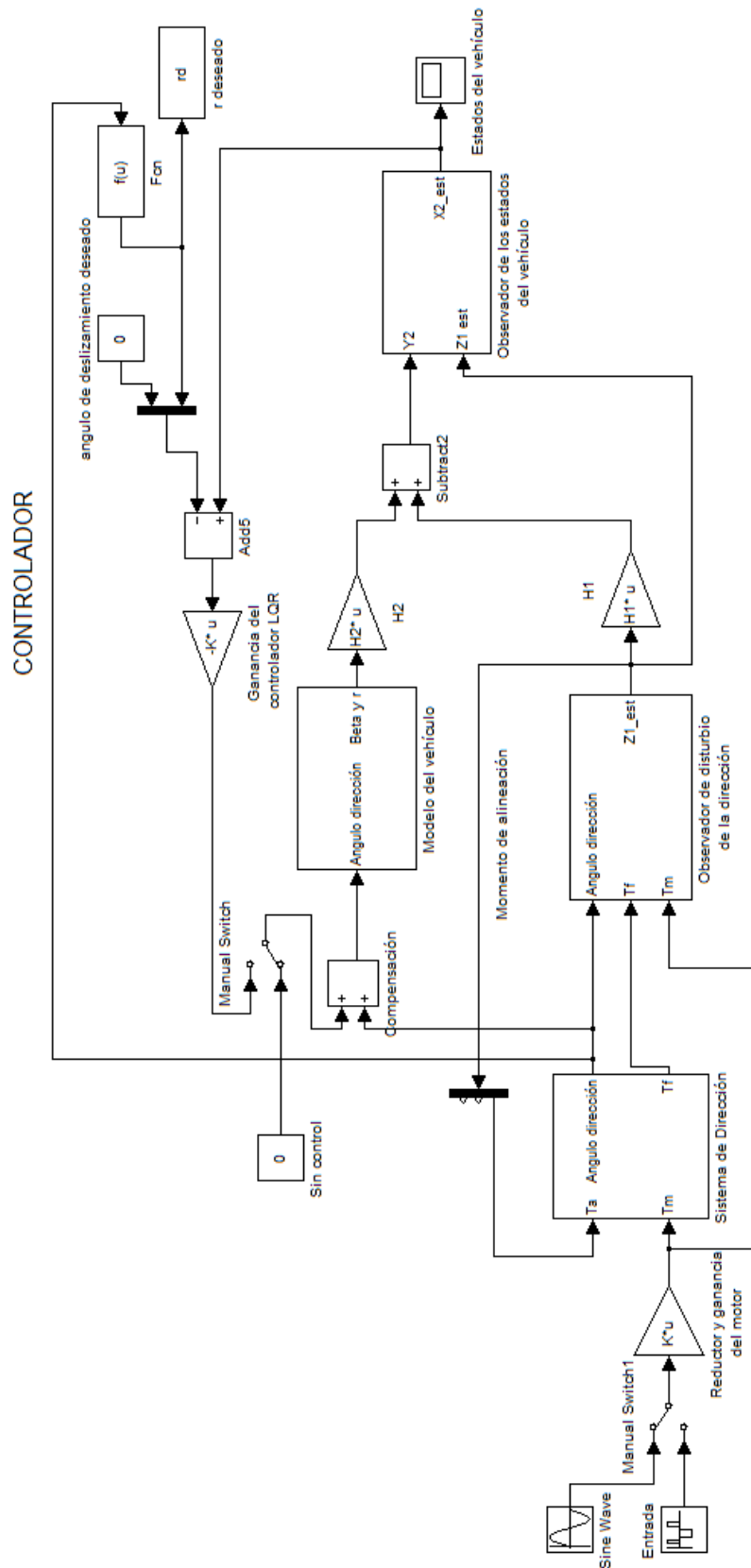
```
%Parametros numéricos del modelo del vehículo  
% Referencia: Carlo Bernard,Silverio Bolognani "Steering Chain HIL  
% simulator for steer-by-wire system, IEEE, 2006.  
Cf=69000;% Cornering stiffness at front wheel [N/rad]  
Cr=110400;% Cornering stiffness at rear wheel [N/rad]  
m=1573;% Vehicle Mass [Kg]  
V=12.5;% Vehícle speed [m/s]  
a=0.89;% Front wheel/ center gravity distance [m]  
b=1.58;% Rear wheel/ center gravity distance [m]  
Iz=2873;% Vehicle inertia around z axis [kg m2]  
R=100;%  
tp=0.0578;%  
tm=0.0578;%  
L=a+b;% Vehicle´s tread  
Km=1;% Torque motor constant  
rg=1;% reduction ratio  
eta=0.8;% motor efficiency  
Bw=0.01575;% Front wheel joint viscous friction  
Jw=.0001;% Front wheel inertia (z-axis)  
rs=1;  
rp=1;  
lr=rs;  
lf=rp;  
Fw=0.001;
```

```

% Variables intermedias
C0=Cf+Cr;
C1=Cr*b-Cf*a;
C2=Cf*a*a+Cr*b*b;
C3=(tp+tm)*Cf;
% Steering system model
A1=[0 1;0 -Bw/Jw];
B12=[0;-1/Jw];
B11=[0 0;(rs*rp)/Jw -1/Jw];
C=[1 0];
J1=[0 0 1]';
%Disturbance observer
F1=[0 1 0;0 -Bw/Jw -1/Jw;0 0 0];
G1=[0 0;(rs*rp)/Jw -1/Jw;0 0];
C11=[1 0 0];
%Vehicle state observer
H1=[0 0 0;0 0 1];
H2=[0 1;0 0];
A2=[-C0/(m*V) -1+(C1/(m*V*V));C1/Iz -C2/(Iz*V)];
B2=[Cf/(m*V);(Cf*a)/Iz];
A21=[Cf/(m*V) 0 0;(Cf*a)/Iz 0 0];
A22=A2;
C222=[1 0];
D2=[0;C3];
C22=[0 1;-C3 -(a*C3)/V];
% Ganancias del observador en cascada
P1=[-2-3i -2+3i -6];
L1=place(F1',C11',P1)';
P2=[-500+i -500-i];
T2=place(A2',C22',P2)';
% State Space Tracking error
Ae=[0 1 0 0;0 -(2*Cf+2*Cr)/(m*V) (2*Cf+2*Cr)/m (-2*Cf*a+2*Cr*b)/m*V;0
0 0 1;0 -(2*Cf*a-2*Cr*b)/(Iz*V) (2*Cf*a-2*Cr*b)/(Iz) -(2*Cf*a*a+2*Cr*b*b)/(Iz*V)];
B1e=[0;2*Cf/m;0;(2*Cf*a)/Iz];
B2e=[0;-(2*Cf*a-2*Cr*b)/(m*V)-V;0;-(2*Cf*a*a+2*Cr*b*b)/(Iz*V)];

```

```
%Optimal controller
% Solución de la ecuación de Riccati
Q=[1 0;0 100];
R=[1];
[X,LLQR,G] = care(A2,B2,Q);
K=inv(R)*B2'*X;
Ku=m*(a*Cr-b*Cf)/(L*Cf*Cf);
```



Bibliografía

- [1] **Yih, P. Ryu J.** 2004. Vehicle State Estimation using steering torque, *Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts, 2116-2121.*
- [2] **Yih, P. Ryu J.** 2004. Modification of vehicle handling characteristics via steer by wire, *Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston, Massachusetts.*
- [3] **Rajamani R.** 2005. Vehicle Dynamics Control, Ed. Springer.
- [4] **Hasan M., Anwar S.** 2006. Yaw stability control system for an automobile via steer by wire, *4th International Conference on Electrical and Computer Enginnering, Dhaka Blangadesh, 345-348.*
- [5] **Dincmen, E., Acarman T.** 2007. Application of vehicle dynamics active control to realistic vehicle model, *Proceedings of the 1007 American Control Conference, New York City, USA, 200-205.*
- [6] **Daily R., Bevly D.** 2004. The use of GPS for vehicle stability control system, *IEEE Transaction on industrial electronics, vol. 51, 270-277.*
- [7] **Ko Sang-Jin, Kim Jeong-Jung.** 1990. Yaw stabilization of a vehicle by yaw stability controller base on fuzzy logic, *Bendi Technical Journal.*
- [8] **Zheng, B., Oh P.** 2004. Active Steering control with front wheel steering, *Proceeding of the 2004 American Control Conference, Boston Massachusetts, 1475-1480.*
- [9] **Ackermann J.** 1990. Robust car steering by yaw rate control, *Proceedings of the 29th conference on decision and control, 2033-2034.*
- [10] **Lianbing Li, Liqiang Z.** 2008. Yaw motion stabilization controller for EV based state observer, *IEEE Vehicle power and propulsion conference, Harbin, China.*
- [11] **Bernard Carlo, Bolognani S.** 2006. Steering Chain HIL Simulalor for steer by wire systems, *IEEE, 1784-1789.*

-
- [12] **Ozaki F., Matsunaga M.** 2007. Design of steer-by-wire system with bilateral control method using disturbance observer, *IEEE*.
- [13] **Jae-Sung I., Ozaki F.** 2007. Experimental study on steer-by-wire system with bilateral control, *Proceedings of International Conference on Mechatronics*, 1-8.
- [14] **Hosaka M., Murakami T.** 2009. Yaw rate control of electric vehicle using Steer-by-Wire system, *IEEE*, 31-34.
- [15] **Coudon J., Canudas-de-Wit C.** A new reference model for Steer-by-wire applications with embedded vehicle dynamics.
- [16] **Hess, R. A., Modjtahedzadeh A.** 1990. A control theoretic model of driver steering behavior, *IEEE Control System Magazine*, 3-7.
- [17] **Seok-Hwan, J., Tong-Jin, P.** 2003. A control of vehicle using Steer by wire system with Hardware in the loop simulation system, *Proceedings of the 2003 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 389-394.
- [18] **D. Peter and R. Gerhard.** Electric power steering—the first step on the way to steer by wire. SAE Technical Paper Series 1999-01-0401, 1999.
- [19] **Hongtei E., Behrouz A.** The development of vehicle stability control at Ford, *IEEE transactions on mechatronics*, vol. 4 No. 3, September 1999.