



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MEXICO

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Reducción del arrastre en un cuerpo romo  
mediante una barra de control**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA MECÁNICA - TERMOFLUIDOS

P R E S E N T A:

**ERICK RAYMUNDO BARRERA  
AVENDAÑO**

TUTOR:  
**DR. MARTÍN SALINAS VAZQUEZ**

2011



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. JAIME CERVANTES DE CORTARI

Secretario: DR. FRANCISCO JAVIER SOLORIO ORDAZ

Vocal: DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ

1<sup>er</sup> Suplente: DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ

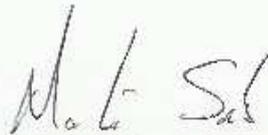
2<sup>do</sup> Suplente: DR. ROGELIO GONZÁLEZ OROPEZA

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

CIUDAD UNIVERSITARIA, UNAM., MÉXICO, D.F.

**TUTOR DE TESIS:**

DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'M. S. V.', is written over a horizontal line.

**FIRMA**

*A mis padres:*  
*Yolanda Avendaño Ramírez*  
*Raymundo Barrera Soriano*

## **Agradecimientos**

Dedico la presente tesis a mis padres Yolanda Avendaño Ramírez y Raymundo Barrera Soriano por su apoyo, sus pláticas, paciencia y amor infinito. A mi hermana Yolanda Monserrat Barrera Avendaño porque sé que a pesar de las diferencias siempre voy a contar con ella. A mi abuela Olimpia Ramírez Luna por procurar siempre de mí y a mi abuelo Federico Barrera Olvera (q.e.p.d). En verdad me enorgullezco de ustedes, son un ejemplo de entereza y agradezco su confianza y fe en mí en la búsqueda de mis objetivos.

A mi asesor el Dr. Martín Salinas Vázquez, por sus enseñanzas y motivación a lo largo de este trabajo. Al Dr. William Vicente y Rodríguez, una plática en el 2007 fue decisiva para que yo emprendiera este proyecto.

A todos mis profesores de la maestría quienes compartieron sus conocimientos. Un agradecimiento especial al Ing. Martín Bárcenas Escobar por brindarme su amistad, extrañaré nuestras conversaciones.

Al Ing. Juan Ocáriz Castelazo por ser un ejemplo y brindarme la oportunidad de devolverle un poco de lo mucho que me ha dado mi universidad, la UNAM.

A la UNAM por abrirme sus puertas y formarme profesionalmente, es un orgullo pertenecer a ti y representarte. Extrañaré correr entre tus circuitos por las tardes de otoño, en las mañanas claras de invierno, en aquellas lluvias de verano o en las noches calurosas de primavera.

A Macario Félix de Estupiñan por recordarme que la valentía, el honor y el carácter no se compran.

A Muñequita quien siempre supo arrancarme una sonrisa, partiste una noche de otoño...

A todos mis amigos y compañeros, los que aún conservo a pesar del tiempo, las nuevas amistades y con aquellos que ya no tengo contacto; de algún modo he aprendido y compartido experiencias con ustedes. Un agradecimiento a mis familiares, tíos y tías por mostrarme su apoyo en esta etapa.

A la vida por darme salud, por sorprenderme y por el cariño de mis seres amados, realmente me siento muy feliz, no sólo por culminar este ciclo, sino por todos los momentos buenos, excelentes, malos y no tan buenos que he tenido a lo largo de mi vida.

Les agradezco infinitamente y este logro se los dedico a todos ustedes.

*To me it is so simple, that life should be lived on the edge of life,  
you have to exercise rebellion, to refuse to tape yourself to rules,  
to refuse your own success, to refuse to repeat yourself,  
to see every day, every year, every idea as a true challenge;  
and then you are going to live your life on the tight rope...*

*Philippe Petit*

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>8</b>
1.1. Resumen . . . . .	8
1.2. Abstract . . . . .	10
1.3. Objetivos . . . . .	12
1.4. Estructura de la tesis . . . . .	13
1.5. Justificación de la tesis . . . . .	13
<b>2. Estado del arte</b>	<b>14</b>
2.1. Turbulencia y flujos turbulentos . . . . .	19
2.1.1. Simulación de grandes escalas . . . . .	21
2.2. Arrastre y sustentación . . . . .	22
2.2.1. Arrastre . . . . .	22
2.2.2. Tipos de arrastre . . . . .	22
2.2.3. Sustentación . . . . .	23
2.3. Número de Reynolds . . . . .	23
2.4. Número de Prandtl . . . . .	24
2.5. Número de Strouhal . . . . .	24
2.6. Coeficiente de presión . . . . .	25
<b>3. Ecuaciones de transporte</b>	<b>26</b>
3.1. Modelo matemático . . . . .	27
3.2. Simulación de Grandes Escalas (LES) . . . . .	28

<i>ÍNDICE GENERAL</i>	7
3.3. Coordenadas generalizadas . . . . .	33
3.4. Método numérico . . . . .	34
3.5. Condiciones iniciales . . . . .	35
<b>4. Descripción del problema y Condiciones de frontera</b>	<b>37</b>
4.1. Configuración experimental y descripción del problema . . . . .	37
4.2. Condiciones de frontera . . . . .	38
4.3. Características de las ecuaciones de frontera . . . . .	39
4.4. Entrada subsónica . . . . .	43
4.5. Flujo de salida subsónico no reflejante . . . . .	45
4.6. Pared adiabática deslizante . . . . .	47
4.7. Condición de frontera periódica . . . . .	48
4.8. Método de fronteras inmersas . . . . .	49
4.9. Detalles numéricos . . . . .	51
<b>5. Resultados</b>	<b>53</b>
5.1. Validación numérica . . . . .	54
5.2. Presión . . . . .	55
5.3. Parámetros instantáneos . . . . .	57
5.4. Variables promedio . . . . .	73
5.5. Distribución de presiones en el cilindro . . . . .	88
5.6. Reducción del arrastre . . . . .	90
5.7. Frecuencias características de la aparición de los vórtices en la configuración experimental . . . . .	95
<b>6. Conclusiones</b>	<b>102</b>
<b>A.</b>	<b>104</b>

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Resumen

La reducción de las fuerzas de arrastre originadas por el paso de un fluido alrededor de un cuerpo o cuerpos en tándem ha sido un tema de análisis durante en los últimos veinte años. Uno de los métodos más estudiados y frecuentemente empleados es la colocación de una barra aguas arriba del cuerpo principal, la cual tiene la función de controlar el flujo. Algunos ejemplos de esta configuración son el diseño de intercambiadores de calor, cámaras de combustión, donde la principal motivación es obtener las condiciones en las cuales se tiene una óptima transferencia de calor; o bien, en el diseño de edificios y puentes, donde se busca la comodidad e integridad física de los usuarios.

Las interacciones del flujo que se producen al rodear estructuras sólidas es compleja y las investigaciones experimentales si bien han puesto la base para trabajos relacionados, han demostrado ser costosas tanto en recursos materiales como en el tiempo en las cuales se llevan a cabo. Los avances técnicos en materia computacional han sido vertiginosos en las últimas décadas, de esta forma, modelos numéricos que habían surgido a principios del siglo XX y los cuales no se habían podido emplear en ese entonces resurgieron, tales como el  $\kappa$ - $\epsilon$ , basado en un promedio en el tiempo de las ecuaciones de Navier-Stokes, fue de los primeros grandes avances que permitieron resolver problemas de ingeniería de manera satisfactoria, sin embargo, en equipos industriales críticos o

problemas de ingeniería a detalle donde se necesitan el valor instantáneo de las variables para un diseño óptimo y seguro, este modelo y sus variantes dejaron de ser una herramienta útil. A pesar de la velocidad de cálculo actual de los computadores, las simulaciones numéricas directas, las cuales nos podrían dar un panorama fino de la turbulencia, aún son caras y se limitan a geometrías muy simples y número de Reynolds bajos.

Como solución a esta problemática se implementan esquemas numéricos de alto orden que simulan las grandes escalas del flujo, mientras que las pequeñas son resueltas directamente y su efecto se agrega a las primeras. La solución se realiza en una malla cartesiana que contiene fronteras fijas inmersas para imitar cuerpos rígidos dentro del prototipo, de esta manera se conoce el comportamiento dinámico y energético del flujo alrededor de cuerpos en tándem. Para la implementación numérica de estos esquemas, se recurre al método de diferencias finitas con el cual se resuelven las ecuaciones de estado filtradas para un flujo compresible (continuidad, momentum y energía). A esta simulación se le denomina de Simulación de Grandes Escalas (LES) por sus siglas en inglés. Las paredes del dominio están lo suficientemente alejadas de la configuración, para que éstas en ningún momento afecten el desarrollo del flujo, por esta razón se puede implementar la condición periódica en las fronteras del dominio computacional.

La simulación es validada con trabajos experimentales. Los resultados nos permitirán conocer no solo la reducción del arrastre en la configuración, sino que a su vez, de manera paralela, se obtienen frecuencias características del fenómeno y la acústica resultado de la interacción de los cuerpos, las cuales se traducen en vibraciones, un efecto que requiere minimizarse. Por lo tanto, se establece la altura y distancia de separación adimensional en la cual la barra de control tiene que ser situada para que el efecto de las vibraciones sea mínimo y la reducción del arrastre total se maximice.

*Palabras clave: Turbulencia, reducción del arrastre, simulación de grandes escalas, frecuencias características.*

## 1.2. Abstract

Drag forces reduction originated by the flow around a body or bodies in tandem has been a topic of interest through the last twenty years. The method most commonly studied and implemented is to set a rod downstream the principal body, this rod will control the incoming flow. Some examples of this configuration are heat exchangers or combustion chambers, where the main purpose is to get an optimum heat transfer, as well as building and bridge design; where the comfort and integrity of users must be guaranteed.

Flow interactions around solid structures are complex and experimental investigations have been the base for related jobs, although they have showed to be expensive in both material resources and time. Computing advances have been vertiginous in the last two decades, in this way, those numerical methods that had been created at the early twentieth century, and due to the lack of computing in that moment could not been applied, then reemerged. One of the most popular, the  $\kappa$ - $\epsilon$ , which is based on the average in time of the Navier Stokes equations, was one of the first big advances that let resolve successfully engineering problems, however, in critical equipment or detail engineering problems where the instantaneous value of the main variables is needed for an optimum design, this model and its branches lacked of precision. In spite of the actual computing speed, direct numerical simulations, which we could obtain fine turbulence detail, are still expensive and they are limited to simple geometries to low Reynolds numbers.

As an alternative, high order numerical schemes are implemented, these simulate the large scales of the flow, while the little ones are modeled and its effect is added to the first. The solution is then carried out on a cartesian mesh that contains the immersed fixed boundaries to imitate rigid bodies inside the prototype, in this way, the dynamic and energetic behaviour of the flow is resolved around tandem bodies. For its implementation, a finite difference method is applied in order to resolve the filtered compressible governing equations (continuity, momentum and energy). This simulation is called Large Eddy Simulation (LES). The walls are far enough from the configuration in order they do not affect the development of the flow, thanks to this situation, it is possible to set a periodic condition to the boundaries of the computational domain.

Simulation is validated with experimental data. With this results it is possible to know not only

the total drag reduction in the configuration, but, in parallel the characteristic frequencies of the phenomena and the acoustics due to the bodies interaction. Thus, the dimensionless height and separation distance of the control rod is found in order to minimize the vibrations of the system and maximize the overall drag reduction.

*Keywords: Turbulence, drag reduction, large eddy simulation, characteristic frequencies.*

Las longitudes se representan adimensionalizadas con respecto a la longitud de la cuerda del cilindro cuadrada ( $D$ ). Una barra plana de control rectangular es situada en tándem aguas arriba de un cilindro cuadrado, la altura de la barra se varía desde un 20 % hasta un 100 % de la altura del cilindro, para cada altura; la distancia perpendicular entre ambos cuerpos se varía desde 0.5 hasta 3.0 veces el ancho del cilindro cuadrado. La configuración es expuesta a una corriente con velocidad y temperatura uniformes  $U_\infty$ ,  $T_\infty$ ; el sistema está limitado por paredes de confinamiento. Las distancias aguas arriba y aguas debajo del cilindro en el dominio computacional se han fijado  $L_u = 6,5D$  y  $L_d = 13,5D$ . Los valores adimensionales de la velocidad media de entrada del flujo, así como de la temperatura media de entrada es  $U_\infty = T_\infty = 1$ . El número de Reynolds basado en la velocidad media de inyección del flujo y en la longitud adimensional del cilindro es aproximadamente 650. El número de Prandtl permanece constante en el tiempo y en el espacio con valor  $Pr = 0.7$ .

### 1.3. Objetivos

De acuerdo a lo antes expuesto, para este trabajo de investigación del estudio de un flujo alrededor de dos cuerpos en tándem, se establecen los siguientes objetivos:

1. Realizar una simulación numérica de grandes escalas para un arreglo barra-cilindro en tándem.
2. Elaborar gráficas y tablas donde se expongan las principales variables de estudio del flujo, a su vez la comparación con resultados experimentales existentes en la literatura.
3. Visualización de isocontornos y estructuras turbulentas del flujo que ayuden a dar una mejor explicación y entendimiento del fenómeno.
4. Proponer un trabajo posterior con el cual se de continuidad y se propongan nuevas variantes del fenómeno a partir de los resultados obtenidos en el presente trabajo.

## 1.4. Estructura de la tesis

Esta tesis está estructurada de la siguiente manera: en el primer capítulo se presenta la introducción donde se plantea el trabajo a realizar, la justificación del mismo y se comentan trabajos existentes relacionados con sus variantes. En el capítulo dos se exponen las ecuaciones de gobierno que representan el fenómeno de estudio; en el capítulo tres se hace referencia a la configuración experimental así como al esquema numérico empleado para resolver las ecuaciones de gobierno anteriormente citadas, posteriormente, en el capítulo cuatro se presentan los resultados de la simulación y su comparación con datos experimentales existentes en la literatura; para finalmente en el capítulo cinco se presenten las conclusiones y un posible trabajo posterior.

## 1.5. Justificación de la tesis

La principal motivación del estudio de un flujo subsónico alrededor de dos cuerpos en tándem es su aplicación en diferentes ramas de la ingeniería ya que es el principio en el cual se basa el diseño de sistemas térmicos como son cámaras de combustión, intercambiadores de calor; así como el diseño de edificios donde actualmente se ha enfocado al diseño aerodinámico a medida que las construcciones han ido creciendo en altura, conocer los parámetros del flujo brinda estabilidad a las construcciones que conlleva la seguridad de sus ocupantes.

Como se ha detallará mas adelante, existen numerosos trabajos experimentales que abordan el tema aquí expuesto Tamotsu Igarashi [2002], R. Devarakonda [1996], A. Mohany [2009]; sin embargo, en cuanto a trabajos numéricos se refiere, se observa una escasez en los mismos, siendo referencia los trabajos citados en J. Li [1991], P.F. Zhang [2006], Jian Deng [2006]. El presente trabajo, al obtener con detalle los parámetros instantáneos del flujo, correlacionarlos con números adimensionales representativos y compararlos con resultados experimentales existentes, ofrecerá una referencia confiable del problema, el cual puede ser un primer estudio para que posteriormente, se extrapole a la solución de diversos problemas de diseño en ingeniería.

# Capítulo 2

## Estado del arte

El estudio de un cuerpo mediante su interacción con otro aguas arriba de diferente tamaño y forma ha sido tema de investigación por más de dos décadas Cooper [1988], R. Devarakonda [1996], A. Prasad [1997], Tamotsu Igarashi [2002], Sangil Kim [2009]. El reciente progreso en el entendimiento de este fenómeno ha sido propiciado gracias al desarrollo de técnicas experimentales y computacionales que han ido de la mano de desarrollos teóricos. Esta relación simbiótica entre trabajos experimentales, modelados numéricos y análisis teórico ha beneficiado a todo el campo de la mecánica de fluidos. La necesidad de comprender la interacción entre dos cuerpos inmersos en un fluido está fuertemente dirigido a necesidades prácticas en el diseño de edificios y puentes, intercambiadores de calor, análisis aerodinámicos para elementos de maquinaria, turbomaquinaria, cámaras de combustión, etc.

En términos generales, las interacciones de un cuerpo aguas arriba de otro y su relación con la reducción en el arrastre total se puede caracterizar de manera funcional como las correlaciones entre el número de Mach, el número de Reynolds, la geometría de los cuerpos, los efectos (si existen) de la pared y la distancia de separación entre ellos principalmente. Las interacciones primarias generalmente se refieren a las grandes escalas, como las características del cuerpo colocado aguas abajo, el tamaño y forma de las zonas de separación del flujo aguas debajo de ambos cuerpos. Otros aspectos antes mencionados tales como los efectos de la pared son generalmente considerados como secundarios y casos como la inyección o succión del flujo pueden ser considerados como un

problema diferente. Por lo tanto; las variables que se discuten en este trabajo son las interacciones en la física del fluido entre el número de Mach, el número de Reynolds, la relación geométrica de ambos cuerpos y la distancia de separación entre los mismos.

Uno de los pioneros en realizar trabajos de visualizaciones experimentales ha sido Igarashi and Tsutsui [1982] quien implementa la idea de colocar una placa para controlar el flujo, el encontró que insertando un pequeño cilindro en la zona cortante próxima al cilindro principal, sucede un acoplamiento de la capa límite desprendida del primero en el segundo, y el arrastre del cilindro principal es, por consecuencia, reducido. Más adelante, en otro trabajo experimental dirigido nuevamente por Tamotsu Igarashi [2002], dio la distancia crítica entre los cuerpos donde la creación de vórtices en un prisma de sección cuadrada es suprimido.

La idea de Igarashi fue más tarde tomada por otros autores en estudios experimentales, en los trabajos mas recientes, se reconoce que el problema acústico juega un papel importante en las vibraciones que se producen en la configuración; A. Mohany [2009] concluyó que la resonancia acústica es controlada por la componente desfasada de la sustentación en el cilindro de control, mientras que la componente en fase de la sustentación está confinada a causar solo pequeños cambios en la frecuencia de la resonancia acústica.

Este problema ha conducido a emplear una instrumentación más sofisticada para su estudio y sigue siendo un tema de análisis si la energía predominante en las fluctuaciones recae en las grandes escalas. Más aún, el moderno desarrollo de técnicas experimentales no intrusivas como la velocimetría por láser Doppler; donde R. Devarakonda [1996] quien trabajó con un número de Reynolds  $Re = 1.0 \times 10^4$  y confirmó que el arrastre de un cilindro se reduce mediante el control del flujo con una barra de control; por su parte, J. W. Scholten [1998] investigó los perfiles de velocidad y transferencia de calor para un arreglo de tubos; y velocimetría a través de imágenes de partículas donde S.C. Yen [2008] encontró que la máxima reducción de arrastre para dos cilindros cuadrados idénticos fue del 76 % para un número de Reynolds  $Re = 670$  y una distancia entre los cuerpos adimensional de 3.0 veces la longitud de la cuerda del cilindro, en otro trabajo relacionado, Md. Mahbub Alam [2008] incorpora a los estudios experimentales un análisis fino de las estructuras turbulentas y números de Strouhal para cilindros en tándem con diferentes diámetros.

Estas investigaciones pretenden realizar un estudio más detallado en la aerodinámica y acústica del problema.

El grado de libertad adicional cuando se realiza un estudio en tres dimensiones ha llevado consigo una rica variedad en las características del flujo, que hasta el momento se siguen estudiando. Un continuo interés en controlar el flujo colocando un cuerpo aguas arriba en la configuración ha sido estudiado ampliamente.

Con el continuo desarrollo de la dinámica de fluidos computacional (CFD, Computational Fluid Dynamics), existe un fuerte deseo en poder modelar el complejo campo de velocidades que existe entre dos cuerpos inmersos en un fluido. Las simulaciones numéricas enfocadas en flujos turbulentos han tenido grandes adelantos durante las dos últimas décadas. Es generalmente considerado que la interacción para un flujo laminar puede ser simulado con un alto grado de exactitud, únicamente limitado por el esquema numérico y resolución de la malla empleados, dado que la física del problema es completamente reproducido por las ecuaciones de gobierno. Análisis tanto en dos dimensiones tales como el de Alberto Mussa [2009], quien utilizó un número de Reynolds  $Re = 100$  para el flujo que rodea a dos cilindros en tándem, variando la distancia adimensional entre los cuerpos desde 2.0 hasta 10.0 veces la longitud de la cuerda del cilindro y mejoró la eficiencia computacional empleando un método de Lattice-Boltzmann; otro trabajo en dos dimensiones fue llevado a cabo por P.F. Zhang [2006] quien analiza los espectros en las frecuencias de la fuerza de sustentación y arrastre para un solo cilindro oscilante. Estudios en tres dimensiones Jian Deng [2006] se han realizado para flujo laminar y bajos números de Reynolds.

La principal disyuntiva entre resultados numéricos y estudios experimentales se observa cuando las interacciones turbulentas reales en un fenómeno son comparadas al modelo numérico de la turbulencia empleado en un código, principalmente por todas las simplificaciones realizadas ya sea que se haya utilizado algún lenguaje de programación o bien un paquete comercial de dinámica de fluidos computacional. La implementación de modelos de turbulencia basados en el promediado de las ecuaciones de Reynolds (RANS, Reynolds Averaged Navier-Stokes equations) fue sin duda un gran avance en la ingeniería durante las décadas de los ochenta y noventa, permitiendo conocer los valores promedio de las variables de interés en un flujo, derivándose un sin número de modelos

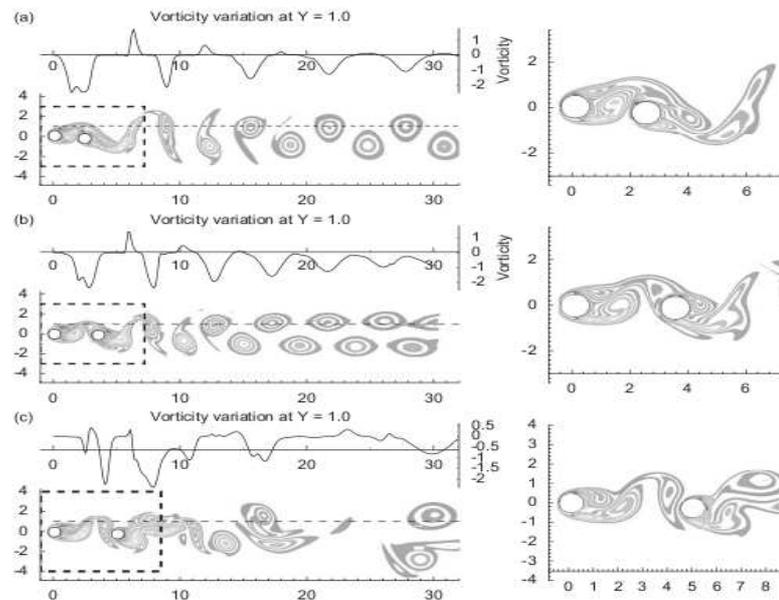


Figura 2.1: Campos instantáneos de vorticidad  $V_R = 8.333$  a)  $P/D = 2.5$ , b)  $P/D = 3.5$ , c)  $P/D = 5.0$ ; extraída de G.V. Papaioannou [2008]

a partir del estándar  $\kappa - \epsilon$ . Sin embargo, problemas complejos en donde uno o más fenómenos se presentan tales como turbulencia, cinética química, flujos bifásicos, etc; exhiben la imposibilidad de capturar los detalles físicos finos en un flujo turbulento de una manera realista empleando modelos RANS.

Estas limitaciones en modelos de promediados de Reynolds han apuntado hacia el desarrollo de simulaciones numéricas directas (DNS, Direct Numerical Simulations) y simulaciones de grandes escalas (LES, Large Eddy Simulations). En nuestros días y a pesar del gran avance tecnológico computacional, DNS permanece como una alternativa con un gran costo computacional, limitado para bajos números de Reynolds y geometrías simples, G.V. Papaioannou [2008] quien realizó el estudio para dos cilindros idénticos variando el número de Reynolds  $160 \leq Re \leq 500$ . Concluyó que para un  $Re = 160$  y distancias adimensionales entre los cuerpos de 2.5 y 3.5, obtenía un re-acoplamiento del flujo, mientras que para el mismo  $Re$  pero con una distancia adimensional de 5.0, se obtenían un flujo con vórtices binarios, véase figura 2.1. Como consecuencia, el presente trabajo se enfoca hacia la alternativa LES, la cual tiene una importante orientación a la solución de problemas de

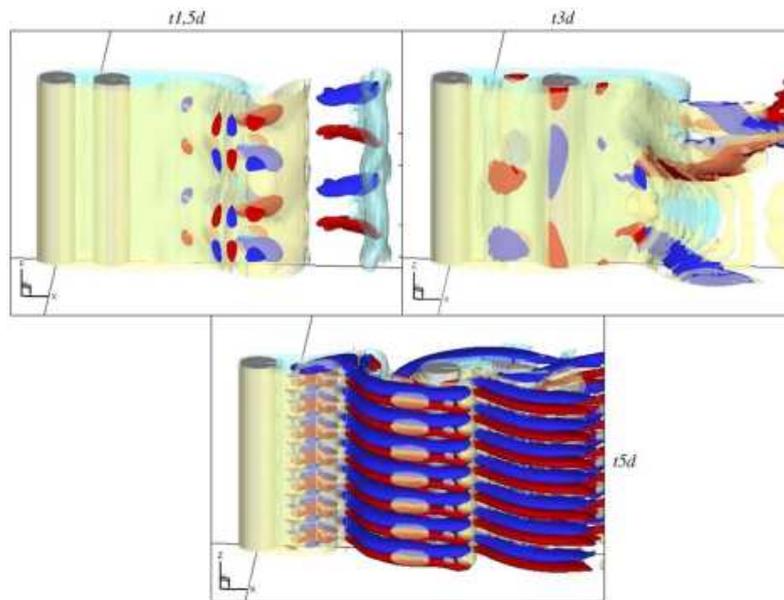


Figura 2.2: Isosuperficies de vorticidad en  $x$  ( $\omega_x$ ) y  $z$  ( $\omega_z$ ),  $Re = 270$ ; extraída de B.S. Carmo [2006]

ingeniería en los cuales se plasman los detalles finos de la turbulencia a números de Reynolds realistas.

Debido a que los fenómenos turbulentos se caracterizan por altos gradientes en los campos de velocidad, temperatura, densidad, etc; los estudios numéricos utilizando modelos RANS presentan ciertas insuficiencias con resultados experimentales para cuerpos colocados en tándem. Se puede observar en trabajos relacionados B.S. Carmo [2006] (quien investigó las inestabilidades en las pequeñas escalas para un rango de  $160 \leq Re \leq 320$  y concluyó que para Reynolds superiores a 190 se debían implementar simulaciones en tres dimensiones para que las fuerzas queden debidamente calculadas, véase figura 2.2) la dificultad de reproducir el fenómeno turbulento para cuerpos en tándem e inclusive estudiando un sólo cuerpo con códigos basados en el promediado de las ecuaciones de Reynolds.

Recientes avances describiendo el fenómeno turbulento en uno o más cuerpos inmersos en un fluido usando LES han sido reportados N. Fujisawa [2005], quien estudia el caso de un sólo cilindro circular con y sin oscilación rotacional mediante LES para un  $Re = 2000$ , concluye que el efecto combinado al forzar la frecuencia de vórtices e incrementar la amplitud de éstos, propician la

disminución en el arrastre. Si bien estos avances son admirables, muchas de estas simulaciones LES no han sido validadas con datos experimentales, o bien, sólo se han ocupado para el problema en que un sólo cuerpo está presente. A su vez, la validación experimental no es una tarea fácil, dado que la mayoría de los trabajos experimentales fueron análisis realizados en dos dimensiones. También, hay una falta de datos experimentales, como ejemplo de ellos es el coeficiente de sustentación  $C_l$  para el cual es difícil encontrar resultados experimentales instantáneos.

A medida que los recursos computacionales crecen, este tipo de simulaciones mejora en su exactitud para representar el fenómeno real; y puede entonces resolver de manera adecuada un amplio rango de escalas de longitud y velocidad para altos números de Reynolds. La ventaja con modelos de turbulencia, DNS y LES pueden resolver de una manera detallada los parámetros del flujo requeridos con una resolución de la malla con hasta 10 millones de puntos, lo cual es posible con la asistencia de supercomputadoras. Con la creciente confianza en los esquemas tipo LES en los cuales se ha resuelto el campo de velocidades para un sólo cuerpo (cilindros cuadrados, cilindros rectangulares, cilindros circulares) es tiempo de extender el desarrollo de técnicas LES para problemas más complejos.

## 2.1. Turbulencia y flujos turbulentos

Se puede definir como turbulencia a aquel fenómeno físico propio en el movimiento de los fluidos que se caracteriza por una vorticidad tridimensional aparentemente caótica y aleatoria. Cuando la turbulencia se presenta, generalmente es el fenómeno que domina a otras variables del flujo, lo que resulta en un incremento en la disipación de la energía interna, mezclado, transferencia de calor y arrastre entre otras.

En la naturaleza como en varias aplicaciones de ingeniería, la mayoría de los flujos de interés son turbulentos. De ahí la importancia de su estudio, análisis y discusión. Como uno de los grandes retos de la ciencia e ingeniería, la turbulencia está lejos de ser en su totalidad comprendida. A continuación se presentan algunas características de los flujos turbulentos:

- Los flujos turbulentos son por naturaleza en tres dimensiones, no estacionarios e involucran

fluctuaciones en tres dimensiones.

- En flujos que se presenta turbulencia, el mezclado de masa, momentum o calor es por mucho, más efectiva que por difusión molecular en flujos laminares
- La turbulencia ha sido vista convencionalmente como un fenómeno estocástico. Recientemente se ha establecido que muchos de los campos de flujo turbulentos como el que se presenta en una capa límite o en una corriente libre, exhiben una estructura definida y un cierto grado de orden.
- La turbulencia puede ser descrita como un flujo caracterizado por vórtices con un amplio espectro de escalas de torbellinos y de frecuencias que fluctúan en el tiempo y en el espacio.
- En un flujo turbulento, los grandes torbellinos son asociados con frecuencias bajas y los pequeños torbellinos con frecuencias altas. Los torbellinos grandes son inestables y pueden dar origen a pequeños torbellinos; éstos a su vez pueden originar torbellinos aún más pequeños y así sucesivamente. Hay, por lo tanto, una transferencia continua de energía cinética de los torbellinos grandes hacia los pequeños, fenómeno que se conoce como *cascada de energía*. Este continuo aporte de energía, la cual es necesaria para que se produzca, desarrolle y mantenga la turbulencia es obtenida del flujo principal donde se encuentran los grandes torbellinos y es finalmente disipada hacia los torbellinos pequeños.
- La turbulencia es un proceso continuo, es decir, las escalas de longitud y tiempo de los torbellinos más pequeños, son varios órdenes de magnitud mayor que las escalas de tiempo y movimiento libre moleculares.
- Las características geométricas y dinámicas de los torbellinos grandes son determinados por las condiciones de frontera del flujo principal y están íntimamente relacionados con los valores promedio del flujo.
- Los grandes torbellinos son por tanto anisótropos. Son los principales responsables del mezclado turbulento y contienen una gran porción del total de la energía cinética turbulenta.

- Los torbellinos pequeños, en contra parte, no tienen una contribución significativa en el mezclado turbulento y contienen sólo una pequeña fracción del total de energía cinética turbulenta. No existe una correspondencia directa con los valores promedio del flujo. Estos torbellinos son, por tanto, isotrópicos.

### 2.1.1. Simulación de grandes escalas

La simulación de grandes escalas (LES, Large Eddy Simulation) está basada en la famosa teoría de la turbulencia por Kolmogorov [1941]. Esta teoría hace la consideración que los grandes torbellinos del flujo son dependientes de la geometría del flujo, mientras que los torbellinos pequeños son similares y tienen un carácter universal. Esto resulta en resolver solo los torbellinos grandes de manera explícita, y modelar los efectos de los torbellinos pequeños en los grandes. En LES, el efecto de las escalas más pequeñas (las llamadas escalas sub-malla) es calculado usando un modelo sub-malla (SGS, sub-grid scale model). En implementaciones prácticas, este modelo es requerido para resolver las ecuaciones filtradas de Navier-Stokes con términos adicionales de esfuerzos sub-malla.

Una de las principales de los modelos LES con los modelos RANS, es que éstos últimos se basan en un promediado en el tiempo de las ecuaciones de gobierno, por lo tanto, no son capaces de capturar adecuadamente las inestabilidades del flujo y la dinámica de las pequeñas escalas, en el sentido de que el promedio de las cantidades fluctuantes es cero, por ejemplo, para la velocidad  $\overline{u'}=0$ . En LES, las ecuaciones de gobierno son espacialmente filtradas, en lugar de temporalmente promediadas. Un conteo explícito es tomado para las estructuras de flujo mayores al filtro, mientras que la influencia de las pequeñas no resueltas es modelada usando un modelo sub-malla. La justificación para este procedimiento, es que para LES, los grandes torbellinos contienen la mayor parte de energía, realizan la mayor parte del transporte de las propiedades del flujo y varían más de flujo en flujo; en cambio se piensa que los torbellinos pequeños son más universales y transportan una mínima cantidad de las propiedades, por tanto, son más fáciles de modelar. A diferencia de los modelos RANS, el filtrado espacial es usado en lugar de un promedio temporal; las componentes fluctuantes de cualquier cantidad es diferente de cero, por ejemplo, para la velocidad  $\overline{u'} \neq 0$ . En la dinámica de fluidos computacional, se ha mostrado que los modelos LES pueden mejorar sig-

nificativamente las predicciones de la vorticidad y otras estructuras inestables del flujo; donde los modelos RANS regularmente fallan.

## 2.2. Arrastre y sustentación

### 2.2.1. Arrastre

En la dinámica de fluidos el arrastre es referido a las fuerzas que se oponen al movimiento relativo de un cuerpo inmerso en un fluido; o bien, a la fuerza que actúa en la misma dirección del movimiento de la corriente libre. Al número adimensional asociado con el arrastre se le denomina coeficiente de arrastre  $C_d$ , es directamente proporcional al arrastre e inversamente proporcional al cuadrado de la velocidad de la corriente libre y al área de la superficie expuesta

$$C_d = \frac{F_d}{\frac{1}{2}\rho v^2 A} \quad (2.1)$$

### 2.2.2. Tipos de arrastre

A continuación se describirán de manera breve los diferentes tipos de arrastre que se puede encontrar en la literatura:

#### *Arrastre total*

Queda formalmente definido como la fuerza correspondiente a la relación en la disminución de momentum en la dirección de la corriente libre alrededor del cuerpo, esta disminución es calculada entre estaciones a distancias finitas aguas arriba y aguas debajo del cuerpo. Por lo tanto, es la fuerza total que tiene la dirección de la corriente libre. Es también la fuerza total que se resiste al movimiento de un cuerpo inmerso en un fluido.

#### *Arrastre aerodinámico*

Este es el arrastre que es generado por las componentes resueltas de la tracción debida al esfuerzo cortante actuando sobre la superficie de un cuerpo. Esta tracción es debida directamente a la viscosidad y actúa tangencialmente a todos los puntos de la superficie de un cuerpo. En cada punto existe una componente alineada pero opuesta a la dirección de la corriente libre. El efecto

integrado de estas componentes a lo largo de la superficie del cuerpo resulta en el arrastre debido a la fricción. Nótese que esta fuerza no existe para flujos no viscosos.

#### *Arrastre por presión*

Este tipo de arrastre es generado por las componentes resueltas de las fuerzas debidas a la presión que actúa normal a todos los puntos de una superficie expuesta a una corriente libre.

### **2.2.3. Sustentación**

Por otro lado, la sustentación es la componente de fuerza que actúa hacia arriba, perpendicular a la dirección de la corriente libre. La fuerza de sustentación puede superar a las fuerzas de gravitación y arrastre y así hacer que un cuerpo pueda elevarse hacia un medio menos denso. El número adimensional asociado con la sustentación es el coeficiente de sustentación  $C_l$ , es directamente proporcional a la sustentación e inversamente proporcional al cuadrado de la velocidad de la corriente libre y al área de la superficie expuesta

$$C_l = \frac{F_l}{\frac{1}{2}\rho v^2 A} \quad (2.2)$$

## **2.3. Número de Reynolds**

De acuerdo a la ley de similaridad de Reynolds, el patrón de un flujo (incluyendo la capa límite), y los coeficientes de fuerza de dos cuerpos similares (idénticos en forma, pero diferentes en tamaño), o aquellos para un mismo cuerpo pero sumergido en diferentes medios, son similares si el número de Reynolds es idéntico. Este número

$$Re = \frac{\rho v l}{\mu} \quad (2.3)$$

representa la relación de fuerzas dinámicas (representadas por la velocidad  $v$ , la dimensión del cuerpo  $l$ , y la densidad del medio  $\rho$ ) a las fuerzas de fricción (representadas por la viscosidad del medio  $\mu$ ). Desafortunadamente, el principio de identidad de números Reynolds generalmente no puede ser obtenida en los modelos de prueba, principalmente por su alto costo económico por

el tamaño y operación del túnel de viento. La investigación en dinámica de fluidos durante los últimos 50 años se ha enfrentado con el problema de cómo transferir los resultados del modelo a las condiciones reales de un prototipo. Es pues por esta razón principalmente que la variación de los coeficientes de arrastre contra el número de Reynolds es frecuentemente representado en este escrito.

## 2.4. Número de Prandtl

El número de Prandtl es el número adimensional que representa la relación de la difusividad de la cantidad de movimiento (viscosidad cinemática) a la difusividad térmica. Es llamado así en honor al ingeniero alemán Ludwig Prandtl. Se define

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{C_p \mu}{k} \quad (2.4)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $\alpha$  es la difusividad térmica,  $\mu$  la viscosidad dinámica,  $k$  la conductividad térmica, y  $C_p$  el calor específico.

## 2.5. Número de Strouhal

El número de Strouhal es el número adimensional que se estudia en el estudio de las vibraciones para un cuerpo inmerso en un fluido; es una medida de la relación entre las fuerzas inerciales debidas al comportamiento no estacionario del flujo o aceleración local, a las fuerzas inerciales debidas a los cambios en velocidad de un punto a otro en el campo de velocidades.

$$St = \frac{\omega \cdot L}{U} \quad (2.5)$$

donde  $U$  es la velocidad de la corriente libre,  $L$  una longitud característica y  $\omega$  la frecuencia angular del flujo.

## 2.6. Coeficiente de presión

El coeficiente de presión es el número adimensional que se define como la razón de las fuerzas de presión a las fuerzas inerciales; la siguiente ecuación 2.6 expresa al coeficiente de presión para un flujo compresible

$$C_p = \frac{2}{\gamma * M_\infty^2} \left( \frac{p}{p_\infty} - 1 \right) \quad (2.6)$$

donde  $\gamma$  es el calor específico,  $M_\infty$  es el número de Mach de referencia y  $p_\infty$  es la presión de referencia.

# Capítulo 3

## Ecuaciones de transporte

El sistema que se ha simulado en esta tesis es la de dos cuerpos en tándem, el cual es el principio de funcionamiento de intercambiadores industriales y de varias aplicaciones en la ingeniería aerodinámica y civil como se ha comentado en el capítulo anterior.

En este estudio numérico se ha enfocado resolver las ecuaciones de transporte que permiten predecir el comportamiento de un flujo compresible eligiendo la solución numérica del tipo de grandes escalas (LES). Es importante hacer énfasis que en una solución tipo LES se obtiene un elevado nivel de detalle en los principales parámetros aerodinámicos del flujo al compararlo con soluciones del tipo RANS; además de que permite resolver las estructuras turbulentas del mismo.

En este capítulo se presenta en primera instancia las ecuaciones instantáneas que gobiernan la aerodinámica para un flujo compresible, estas son las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía. Después, se plantea el filtrado de las ecuaciones de transporte, de las cuales se obtiene el tensor de esfuerzos en la submalla (subgrid scale, SGS).

Finalmente, se plantean las ecuaciones de Kolmogorov, las cuales son la herramienta clave en la solución del tensor de esfuerzos SGS. A su vez, se define una escala de longitud la cual discretiza las pequeñas de las grandes escalas.

La implementación de este último par de ecuaciones es a lo que se le conoce como una solución del método LES.

### 3.1. Modelo matemático

Las ecuaciones que describen la aerodinámica del flujo compresible considerando un gas ideal son las de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, que en un marco de referencia cartesiano se pueden expresar de la forma

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S_i \quad (3.1)$$

donde  $U$  es el vector de cinco componentes definido por

$$U = {}^T (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e) \quad (3.2)$$

Si además se considera que el vector  $u = (u_1, u_2, u_3)$  también se puede escribir de la forma  $u = (u, v, w)$  y  $\rho$  es la densidad del fluido, la ecuación 3.1 representa la ecuación de continuidad, momentum y energía total para un gas ideal definida como:

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2) \quad (3.3)$$

Además  $F_i$  son flujos donde  $\forall i \in \{1, 2, 3\}$ , y para un fluido newtoniano esta dado por,

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - 2\mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

donde  $k = \rho C_p \kappa$  es la conductividad térmica,  $\delta_{ij}$  es el subíndice de Kronecker y  $S_{ij}$  es el componente divergencia del tensor deformación. Despreciando la viscosidad,  $S_{ij}$  se escribe:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot u) \delta_{ij} \right) \quad (3.5)$$

A través de la Ley empírica de Sutherland se establece la viscosidad molecular  $\mu$ :

$$\mu_T = \mu(T_{ref}) \left( \frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}} \quad (3.6)$$

donde  $S$ ,  $T_{ref}$  y  $\mu(T_{ref})$  son funciones del gas. La conductividad  $k(T)$  se obtiene suponiendo que el número molecular de Prandtl es,

$$Pr = \frac{\nu}{k} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)} \quad (3.7)$$

para este análisis se considera  $Pr = 0,7$ . La ecuación clásica de estado para gas ideal que hace referencia a la presión estática  $p$ , la temperatura  $T$  y la densidad  $\rho$ ,

$$p = \rho RT \quad (3.8)$$

cierra el sistema de ecuaciones con  $R = C_p - C_v$ . A su vez, se recuerda que  $\gamma = C_p/C_v$  es constante.

## 3.2. Simulación de Grandes Escalas (LES)

Como se ha hablado con anterioridad la técnica LES resuelve explícitamente las grandes escalas del flujo, mientras que modela el efecto de las pequeñas escalas sobre las primeras. Las ecuaciones LES son encontradas por la aplicación de un filtro espacial de paso  $G_\Delta(x)$  de tamaño  $\Delta$  a las ecuaciones de gobierno. Del filtrado se desprende la parte filtrada de grandes escalas y su parte sub-malla correspondiente a las pequeñas escalas. La variable original para un flujo  $f$  será la suma de la parte filtrada  $\bar{f}$  más la parte sub-malla  $f'$ .

$$f = \bar{f} + f' \quad (3.9)$$

la aplicación del filtro a las ecuaciones de transporte para flujo compresible produce,

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{F}_3}{\partial x_3} = 0 \quad (3.10)$$

con

$$\overline{\rho e} = \overline{\rho C_v T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (3.11)$$

y

$$\bar{p} = \overline{\rho R T} \quad (3.12)$$

A continuación, se introduce el promedio de Favre (1965) para aproximar el código a uno incompresible. Se denota por  $\tilde{f}$  el campo filtrado de  $f$ , que se define como,

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{f} \quad (3.13)$$

entonces, para los flujos se tiene que,

$$U = {}^T (\bar{\rho}, \bar{\rho} \tilde{u}_1, \bar{\rho} \tilde{u}_2, \bar{\rho} \tilde{u}_3, \bar{\rho} \tilde{e}) \quad (3.14)$$

la energía total resuelta se escribe,

$$\overline{\rho e} = \bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} C_v \tilde{T} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)} \quad (3.15)$$

los flujos resueltos  $\bar{F}_i$  son,

$$F_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \overline{\rho u_i u_1} + \bar{p} \delta_{i1} - 2 \overline{\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2} + \bar{p} \delta_{i2} - 2 \overline{\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3} + \bar{p} \delta_{i3} - 2 \overline{\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - 2 \overline{\mu u_j S_{ij}} - k \overline{\frac{\partial T}{\partial x_i}} \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

con la ecuación de filtrado de estado,

$$\bar{p} = \bar{\rho} R \tilde{T} \quad (3.17)$$

Se puede observar que así como en RANS, se obtiene en este caso lo siguiente,

$$\overline{u_i u_j} \neq \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (3.18)$$

Dado que el lado derecho de la inecuación no puede ser resuelta, se puede introducir el tensor esfuerzo sub-malla (SGS), el cual debe ser modelado y que tiene como componentes

$$T_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (3.19)$$

$$T_{ij} = T_{ij} - \frac{1}{3} T_u \delta_{ij} + \frac{1}{3} T_u \delta_{ij} \quad (3.20)$$

la ecuación 3.20 muestra el tensor de esfuerzos submalla dividido en su parte isotrópica y deviatórica. Entonces las ecuaciones 3.15 y 3.16 pueden ser leídas como,

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho} \tilde{u}_i \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_1 + (\bar{p} - \frac{1}{3} T_u) \delta_{i1} - \tau_{i1} - 2\overline{\mu S_{i1}} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_2 + (\bar{p} - \frac{1}{3} T_u) \delta_{i2} - \tau_{i2} - 2\overline{\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho} \tilde{u}_i \tilde{u}_3 + (\bar{p} - \frac{1}{3} T_u) \delta_{i3} - \tau_{i3} - 2\overline{\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - 2\overline{\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

y

$$\bar{\rho} \tilde{e} = \bar{\rho} C_v \tilde{T} + \frac{1}{2} \bar{\rho} (\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2) - \frac{1}{2} T_u \quad (3.22)$$

P. Compte [1997] introdujeron la macro-presión 3.23 y macro-temperatura 3.24 para este modelo,

$$\tilde{\omega} = \bar{p} - \frac{1}{3} T_u \quad (3.23)$$

$$\vartheta = \tilde{T} - \frac{1}{2C_v \bar{\rho}} T_u \quad (3.24)$$

entonces la ecuación filtrada de estado 3.17 puede ser escrita como,

$$\tilde{\omega} = \bar{\rho} R \vartheta + \frac{3\gamma - 5}{6} T_u \quad (3.25)$$

De esta formulación se tiene la gran ventaja que se puede derivar un sistema de ecuaciones cerrado donde no aparece explícitamente el término  $T_u$  el cual se desconoce, entonces la energía total resuelta se puede escribir como,

$$\bar{\rho}\tilde{e} = \bar{\rho}C_v\vartheta + \frac{1}{2}\bar{\rho}(\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2) \quad (3.26)$$

P. Compte [1997] justificaron completamente que el lado derecho de la ecuación 3.25 puede despreciarse si  $\gamma = 1,4$ , se puede escribir entonces,

$$\tilde{\omega} \approx \bar{\rho}R\vartheta \quad (3.27)$$

Por lo tanto si  $\bar{\rho}$  y  $\vartheta$  son conocidos, entonces es posible calcular  $\tilde{\omega}$ .

El siguiente paso es introducir el vector flujo de calor  $Q$

$$Q_i = -\overline{(\rho e + p)} u_i + (\bar{\rho}\tilde{e} + \tilde{\omega}) u_i \quad (3.28)$$

La expresión exacta para los flujos filtrados se convierte en,

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1 + \tilde{\omega}\delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2 + \tilde{\omega}\delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3 + \tilde{\omega}\delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + \tilde{\omega})\tilde{u}_i} - Q_i - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k\overline{\frac{\partial T}{\partial x_i}} \end{pmatrix} \quad (3.29)$$

Mediante el uso de modelos de variable-densidad, escala-viscosidad y difusividad el sistema 3.29 se puede cerrar,

$$\tau_{ij} \approx \bar{\rho}\nu_t\tilde{S}_{ij} \quad (3.30)$$

$$Q_i \approx \bar{\rho}C_p\frac{\nu_t}{Pr_t}\frac{\partial\vartheta}{\partial x_i} \quad (3.31)$$

Cuando el número de Reynolds es suficientemente grande, los términos difusivo y de viscosidad molecular se pueden despreciar. La ecuación 3.29 se puede reemplazar por,

$$\bar{F}_i = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\tilde{u}_i \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_1 + \tilde{\omega}\delta_{i1} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i1} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_2 + \tilde{\omega}\delta_{i2} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i2} \\ \bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_3 + \tilde{\omega}\delta_{i3} - 2(\bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t)\tilde{S}_{i3} \\ \overline{(\rho e + \tilde{\omega})\tilde{u}_i} - 2(\mu + \rho\nu_t)\tilde{S}_{ij}\tilde{u}_j - \left[\bar{k} + \bar{\rho}C_p\frac{\nu_t}{Pr_t}\right]\frac{\partial\vartheta}{\partial x_i} \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

En donde  $\bar{\mu}$  y  $\bar{k}$  son ligadas con  $\vartheta$  a través de la relación de Sutherland 3.6, un número de Prandtl molecular constante es asumido  $Pr = C_p\frac{\bar{\mu}(\vartheta)}{\bar{k}(\vartheta)} = 0,7$ . A partir de esta formulación el sistema LES se puede deducir de las ecuaciones compresibles de gobierno originales con los cambios siguientes:

$$u_i \Rightarrow \tilde{u}_i, \rho \Rightarrow \bar{\rho}, T \Rightarrow \vartheta, p \Rightarrow \tilde{\omega}, e \Rightarrow \tilde{e}, \mu \Rightarrow \bar{\mu} + \bar{\rho}\nu_t, k \Rightarrow \bar{k} + \bar{\rho}C_p\frac{\nu_t}{Pr_t}$$

El modelo sub-malla utilizado en este trabajo corresponde al modelo selectivo de la función de la estructura propuesto por David [1993], la viscosidad local del remolino esta dado por,

$$\nu_t(x, \Delta, t) = C_{ssf}\Delta\sqrt{\tilde{F}_2(x, \Delta, t)} \quad (3.33)$$

donde  $C_{ssf}$  puede ser expresado como función de la constante de Kolmogorov  $C_k$  :  $C_{ssf} = f\left(C_k^{-\frac{3}{2}}\right) \cdot C_{ssf}$  toma el valor de 0.104 para  $C_k = 1,4$ .  $\Delta$  se toma igual a  $(\Delta x\Delta y\Delta z)^{\frac{1}{3}}$ , donde  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ , son los tamaños de la malla locales en las tres direcciones espaciales ( $\Re$  3).

$\tilde{F}_2(x, \Delta, t)$  es función de estructura de segundo orden de la velocidad construida con el campo  $\tilde{u}$ .  $\tilde{F}_2$  calculado en la coordenada  $x$  en la malla computacional. La interpolación se basó sobre la ley de  $\frac{2}{3}$  de Kolmogorov que se usa para la función estructura de la velocidad.

Según lo propuesto por David [1993], la viscosidad turbulenta se anula cuando la turbulencia no es lo suficientemente tridimensional. El criterio para tres dimensiones es definido como sigue: considérese un momento dado que el ángulo entre vector vorticidad en un punto dado de la malla y su medio aritmético de los seis puntos vecinos más cercanos. La viscosidad turbulenta se cancela en los puntos donde este ángulo es más pequeño que  $20^\circ$ . Finalmente, el número de Prandtl turbulento se toma igual a  $Pr_t = 0,7$ , con lo que enlaza la ecuación de la energía.

### 3.3. Coordenadas generalizadas

El código numérico empleado para resolver las ecuaciones de transporte utiliza coordenadas generalizadas. Una matriz Jacobiana es introducida la cual transforma una geometría compleja de malla no uniforme o geometría curvilínea en un sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$  a una geometría ortogonal simple con malla uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ . Cada término en la matriz inversa Jacobiana  $(J^{-1})$  se expresa como funciones analíticas de las medidas  $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$ . Las medidas son introducidas y calculadas por el esquema interno de primer orden, entonces la matriz  $(J)$  es calculada directamente de  $(J^{-1})$ .

La ecuación 3.1 se presenta como,

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \xi_3} = \hat{S} \quad (3.34)$$

Con

$$\begin{aligned} \hat{U} &= \frac{U}{J}, \\ \hat{F} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} F \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} G \right) + \left( \frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{G} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} F \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} G \right) + \left( \frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{H} &= \frac{1}{J} \left[ \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} F \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} G \right) + \left( \frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} H \right) \right], \\ \hat{S} &= \frac{1}{J} S \end{aligned} \quad (3.35)$$

$J$  es el determinante de la matriz  $(J)$  y  $U$  es función de las coordenadas cartesianas y del tiempo.

### 3.4. Método numérico

A continuación se presenta el método de solución empleado en la presente investigación. Implementar un método de solución adecuado es un paso fundamental para la correcta solución del problema expuesto. Su elección depende de diferentes factores como son la facilidad de implementación a modelos físicos, la conservación de las ecuaciones que rigen al modelo, la sencillez conceptual y su eficiencia computacional. Tomando en cuenta estos factores, se ha optado por el método de diferencias finitas como método de solución presentado en el lenguaje de programación de alto nivel de propósito general Fortran.

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del completo esquema explícito Mc Cormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel (1976). Debe observarse que cuando se usa  $U$  tiende a ser reemplazada por  $\bar{U}$  definida por la ecuación 3.15 cuando la técnica LES es considerada. El esquema numérico es un esquema corrector - predictor definido en una dimensión por,

Predictor

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6}\lambda \left( -f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t) S_j^{(n)} \quad (3.36)$$

Corrector

$$U_j^{(n+1)} = \frac{1}{2} \left( U_j^{(n)} + U_j^{(1)} \right) + \frac{1}{12}\lambda \left( 7f_{j-2}^{(1)} - f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(1)} \right) + \frac{1}{2} (\delta t) S_j^{(1)} \quad (3.37)$$

Los índices (n), (n+1) y (1) representan los valores para el tiempo  $t$ , tiempo  $t+\delta t$  y al paso sub-tiempo respectivamente. Mientras que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor adelantado (*upwind*) y un corrector atrasado (*downwind*).

Así, la formulación generalizada en tres dimensiones (R3) se escribe,

Predictor

$$\begin{aligned}
 U^1_{i,j,k} &= U^n_{i,j,k} - J^p_{i,j,k} \frac{\Delta t}{\xi_1} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n \right) \right] \\
 &+ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{G}_{i,j+1,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{G}_{i,j+2,k}^n - \hat{G}_{i,j+1,k}^n \right) \right] \\
 &+ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{H}_{i,j,k+1}^n - \hat{H}_{i,j,k}^n \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{H}_{i,j,k+2}^n - \hat{H}_{i,j,k+1}^n \right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.38}$$

Corrector

$$\begin{aligned}
 U^{n+1}_{i,j,k} &= \frac{1}{2} [U^1_{i,j,k} - U^n_{i,j,k}] - \frac{1}{2} J^C_{i,j,k} \frac{\Delta t}{\xi_1} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1 \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1 \right) \right] \\
 &+ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i,j-1,k}^1 \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{G}_{i,j-1,k}^1 - \hat{G}_{i,j-2,k}^1 \right) \right] \\
 &+ \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[ \frac{7}{6} \left( \hat{H}_{i,j,k}^1 - \hat{H}_{i,j,k-1}^1 \right) - \frac{1}{6} \left( \hat{H}_{i,j,k-1}^1 - \hat{H}_{i,j,k-2}^1 \right) \right]
 \end{aligned} \tag{3.39}$$

### 3.5. Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales describen las características físicas para el instante  $t = 0$ ; éstas nos permitirán iniciar con el cálculo de las variables de interés del problema descrito.

Para el caso aquí presentado, las componentes de la velocidad del flujo  $u, v, w$  fueron dadas para las condiciones iniciales como:

$$\begin{aligned}
 u &= 1 \\
 v &= 0 \\
 w &= 0
 \end{aligned} \tag{3.40}$$

donde  $u$  al ser la única componente de la velocidad con valor diferente de cero, es considerada como la velocidad de referencia para todo el dominio computacional y para cualquier instante  $t$ . Para ser congruentes con la manera en la cual se resolvieron las ecuaciones de gobierno, la presión  $P$  y la temperatura  $T$  también fueron adimensionalizadas y tomadas como variables de referencia con un valor a la entrada del dominio igual a 1.

El código implementado está diseñado para resolver las ecuaciones de gobierno para el flujo investigado, esto quiere decir que a medida que el tiempo computacional avance, los valores de las variables cambiarán representando la física del problema hasta llegar a un estado completamente desarrollado de turbulencia en el cual se obtendrán resultados.

# Capítulo 4

## Descripción del problema y Condiciones de frontera

El éxito en la implementación de un problema de algún flujo en particular para su solución mediante la dinámica de fluidos computacional, depende inicialmente de dos factores, el primero de ellos es trasladar la física del problema a un dominio computacional, el cual es el espacio donde interactúa el fluido; en dicho dominio se realiza la discretización espacial mediante una malla estructurada donde en cada uno de sus nodos se resolverán las ecuaciones de gobierno. Íntimamente relacionado se encuentra una buena elección en las condiciones de frontera, las cuales nos permiten ajustar las condiciones físicas del problema (entrada y salida de flujo, paredes de confinamiento del flujo, obstáculos en el flujo, etc) a condiciones específicas en forma matemática.

### 4.1. Configuración experimental y descripción del problema

En la figura 5.1 se muestra esquemáticamente la configuración experimental del problema aquí presentado, donde  $D$  es la longitud característica establecida por la longitud de la cuerda del cilindro cuadrado principal,  $h$  es la altura de la barra de control y  $s$  es la distancia perpendicular entre el cilindro y la barra de control del flujo, estas dos últimas cantidades se presentan

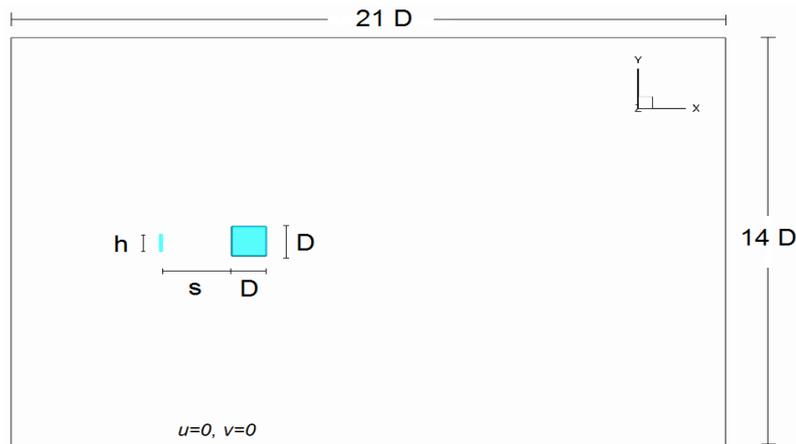


Figura 4.1: Configuración experimental

adimensionalizadas con respecto a la longitud característica en los resultados. El dominio computacional consta de  $21D$  en la dirección longitudinal,  $14D$  y  $7D$  en la dirección transversal. En las paredes se cumple con la condición de no deslizamiento  $u = v = 0$ , éstas y las condiciones de frontera correspondientes a la entrada y salida del dominio computacional se explican a detalle en el capítulo 4.

## 4.2. Condiciones de frontera

En la presente investigación se definen las condiciones de frontera del problema mediante el método conocido como NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions) y de manera muy particular las condiciones de frontera presentadas por Poinso and Lele [1992]. Las cuales en una primera instancia son válidas para las ecuaciones de Euler en las cuales se desprecia el término de esfuerzos viscosos y después se extrapola su validez para las ecuaciones completas de Navier-Stokes.

El método consiste principalmente en resolver las ecuaciones cerca de las fronteras de una manera diferente al resto del dominio incorporando la propagación acústica en forma de ondas de las variables Thompson [1990]. Dichas ondas corresponden en número a la cantidad de variables resueltas y poseen ciertas velocidades características asociadas a las amplitudes de onda. Desde

un punto de vista matemático, estas velocidades son los valores característicos locales del sistema hiperbólico de la ecuación para un flujo compresible de Navier-Stokes. Las cinco velocidades características están dadas por  $u + c$ ,  $u - c$  y tres de ellas con velocidad  $u$ , donde  $c$  corresponde a la velocidad del sonido en el medio y  $u$  a la velocidad local del flujo. Esto significa que tres variables viajan a una misma velocidad  $u$  mientras que otra lo hace a una velocidad mayor (fijada por la cantidad  $c$ ), la cual se anticipa a las anteriores y reúne información sobre las condiciones del dominio aguas abajo. Finalmente, la última variable que viaja a una velocidad  $u - c$ , al tratarse de un flujo subsónico viaja en la dirección contraria de las cuatro anteriores.

Para resolver las ecuaciones de onda para las condiciones del flujo que es subsónico y compresible, el método propone que tanto las velocidades como la temperatura se conozcan. De este modo se conocen cuatro condiciones de frontera físicas ( $u_1, u_2, u_3, T$ ) y otra condición de frontera suave a resolver que corresponde a la variable  $\rho$  necesaria para que el método numérico converja. Es necesario para aventajar la solución en el tiempo determinar las amplitudes  $\mathcal{L}$  de las diferentes ondas que cruzan las fronteras. A continuación se desarrolla el método.

### 4.3. Características de las ecuaciones de frontera

Para un flujo compresible y viscoso las ecuaciones de dinámica de fluidos en coordenadas cartesianas son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(m_i) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}[(\rho E + p) u_i] = \frac{\partial}{\partial x_i}(u_j \tau_{ij}) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(m_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (4.3)$$

Donde

$$\rho E = \frac{1}{2} \rho u_k u_k + \frac{p}{\gamma - 1} \quad (4.4)$$

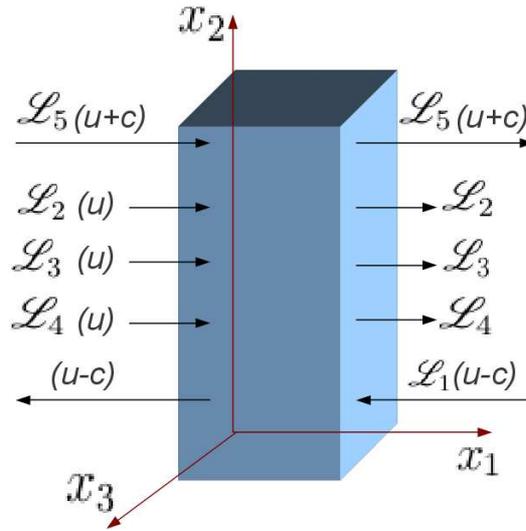


Figura 4.2: Entrada y salida de ondas acústicas en el dominio computacional para un flujo subsónico

$$m_i = \rho u_i \quad (4.5)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (4.6)$$

Donde  $p$  es la presión termodinámica,  $m_i$  es la cantidad de movimiento  $\rho u_i$  en la dirección  $x_i$  y  $\rho E$  es la energía total del sistema. El flujo de calor a lo largo de  $x_i$  está dado por:

$$q_i = \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (4.7)$$

La conductividad térmica  $\lambda$  es obtenida del coeficiente de viscosidad  $\mu$

$$\lambda = \mu \frac{C_p}{Pr} \quad (4.8)$$

Donde  $Pr$  es el número de Prandtl.

De la Figura 4.2 se considera una frontera localizada en  $x_1 = L$ . Usando el análisis para modificar los términos convectivos (hiperbólicos) en las fronteras, el sistema de ecuaciones se reescribe:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + d_1 + \frac{\partial}{\partial x_2}(m_2) + \frac{\partial}{\partial x_3}(m_3) = 0 \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{1}{2}(u_k u_k) d_1 + \frac{d_2}{\gamma - 1} + m_1 d_3 + m_2 d_4 + m_3 d_5 + \frac{\partial}{\partial x_2} [(\rho E + p) u_2] + \\ \frac{\partial}{\partial x_3} [(\rho E + p) u_3] = \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j \tau_{ij}) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial m_1}{\partial t} + u_1 d_1 + \rho d_3 + \frac{\partial}{\partial x_2} (m_1 u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (m_1 u_3) + \frac{\partial p}{\partial x_1} = \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_j} \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial m_2}{\partial t} + u_2 d_1 + \rho d_4 + \frac{\partial}{\partial x_2} (m_2 u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (m_2 u_3) + \frac{\partial p}{\partial x_2} = \frac{\partial \tau_{2j}}{\partial x_j} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial m_3}{\partial t} + u_3 d_1 + \rho d_5 + \frac{\partial}{\partial x_2} (m_3 u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (m_3 u_3) + \frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{\partial \tau_{3j}}{\partial x_j} \quad (4.13)$$

Los términos diferentes entre los sistemas de ecuaciones (4.9 - 4.13) se modelan a partir de una descomposición local de las ecuaciones de Navier-Stokes en ecuaciones de onda. El vector  $d$  está dado por el análisis de características Thompson [1990] y puede ser expresado como:

$$d = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c^2} [\mathcal{L}_2 + \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1)] \\ \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1) \\ \frac{1}{2\rho c}(\mathcal{L}_5 - \mathcal{L}_1) \\ \mathcal{L}_3 \\ \mathcal{L}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(c^2 m_1)}{\partial x_1} + (1 - \gamma)\mu \frac{\partial p}{\partial x_1} \\ u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} \\ u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \\ u_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Donde las  $\mathcal{L}_i$  son las amplitudes de las ondas características asociadas con cada velocidad característica  $\lambda_i$ . Estas velocidades están dadas por:

$$\lambda_1 = u_1 - c \quad (4.15)$$

$$\lambda_5 = u_i - c \quad (4.16)$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = u_1, \quad (4.17)$$

donde  $c$  es la velocidad del sonido para un gas ideal:

$$c^2 = \frac{\gamma P}{\rho} \quad (4.18)$$

$\lambda_1$  y  $\lambda_5$  son las velocidades de ondas acústicas moviéndose en el dominio en la dirección  $x_1$ ;  $u$  es la velocidad convectiva (la velocidad a la cual el fluido viajará localmente en la dirección  $x_1$ ) donde  $\lambda_2$  es la velocidad de convección de la entropía y  $\lambda_3$  y  $\lambda_4$  son las velocidades de convección  $u_2$  y  $u_3$  respectivamente.

Las  $\mathcal{L}_i$  están dadas por:

$$\mathcal{L}_1 = \lambda_1 \left( \frac{\partial p}{\partial x_1} - \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.19)$$

$$\mathcal{L}_2 = \lambda_2 \left( c^2 \frac{\partial p}{\partial x_1} - \rho c \frac{\partial p_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.20)$$

$$\mathcal{L}_3 = \lambda_3 \left( \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right) \quad (4.21)$$

$$\mathcal{L}_4 = \lambda_4 \left( \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \quad (4.22)$$

$$\mathcal{L}_1 = \lambda_1 \left( \frac{\partial p}{\partial x_1} - \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right) \quad (4.23)$$

Una interpretación física de las  $\mathcal{L}_i$  es la linealización de las ecuaciones de Navier-Stokes para ondas acústicas no viscosas unidimensionales. Consideremos ondas propagándose a la velocidad  $\lambda = u_1 - c$ . Si  $p'$  y  $u'$  son las fluctuaciones de presión y velocidad, las amplitudes de onda  $A_1 = p' - \rho c u'$  se conservan a lo largo de la línea característica  $x + \lambda_1 t = \text{const}$ , así que:

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial A_1}{\partial x_1} = 0 \quad \text{o} \quad \frac{\partial A_1}{\partial t} + \mathcal{L}_1 = 0 \quad (4.24)$$

En una posición dada  $\mathcal{L}_1$  representa la variación en el tiempo de la amplitud de onda  $A_1$ . Por analogía llamaremos a las  $\mathcal{L}'_i$  la variación de amplitud de las ondas características cruzando las

frontera. Esta relación entre las  $\mathcal{L}'$ s y la amplitud de ondas cruzando las fronteras es la mayor ventaja de los modelos de ecuaciones de conservación.

La aproximación usada en la técnica NSCBC es para inferir valores para la variación de amplitud de las ondas en casos multidimensionales viscosos examinando un problema no viscoso unidimensional (*LODI*, Local One-Dimensional Inviscid Relations) considerando el sistema de ecuaciones (4.9-4.13) y omitiendo el término viscoso transversal. Las ecuaciones resultantes nos permiten inferir valores para las variaciones de amplitud de onda considerando el flujo localmente como no viscoso y unidimensional.

El sistema *LODI* puede ser lanzado de diferentes formas dependiendo de la elección de las variables. En términos de variables primitivas, el sistema *LODI* es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \left[ \mathcal{L}_2 + \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1) \right] = 0i \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1) = 0 \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{2\rho c}(\mathcal{L}_5 - \mathcal{L}_1) = 0 \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + \mathcal{L}_3 = 0 \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + \mathcal{L}_4 = 0 \quad (4.29)$$

## 4.4. Entrada subsónica

En la literatura existen diferentes formas para definir las condiciones de frontera físicas para entradas subsónicas. En la presente sección se describe el caso donde todas las componentes de velocidad  $u_1, u_2, u_3$ , así como la temperatura  $T$  son definidas. Estas cantidades pueden cambiar con el tiempo y son funciones de la localización espacial en el plano de entrada  $x_1 = 0$ , tal como se muestra en la Figura 4.3.

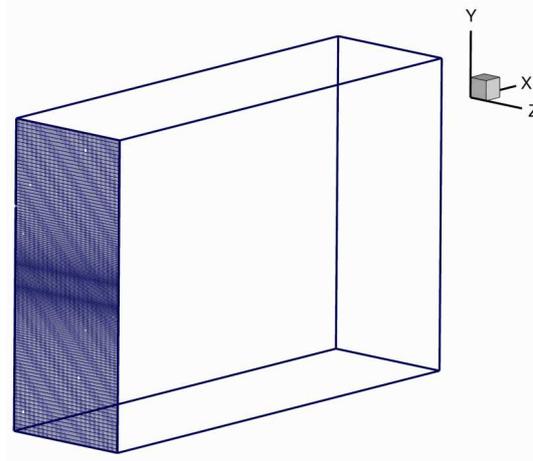


Figura 4.3: Malla del dominio computacional a través del plano de entrada ( $x_1 = 0$ )

La densidad o presión se debe resolver a partir de las condiciones de frontera

$$\begin{aligned}
 u_1(0, x_2, x_3, t) &= U(x_2, x_3, t) \\
 u_2(0, x_2, x_3, t) &= V(x_2, x_3, t) \\
 u_3(0, x_2, x_3, t) &= W(x_2, x_3, t) \\
 T(0, x_2, x_3, t) &= T(x_2, x_3, t)
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

Para los casos en que se desea controlar el cortante de entrada y perturbaciones de flujo introducido, la descripción anterior es válida y muy comúnmente utilizada. Para un flujo subsónico tridimensional, cuatro ondas características entran en el dominio  $\mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3, \mathcal{L}_4$  y  $\mathcal{L}_5$ , mientras que una de ellas ( $\mathcal{L}_1$ ) está saliendo del dominio a una velocidad  $\mathcal{L}_4 = u_1 - c$ . De esta manera se obtienen cuatro condiciones de frontera físicas para  $u_1, u_2, u_3$  y  $T$  y una condición de frontera suave para  $\rho$  en función de las anteriores. La relación no viscosa es necesaria para este caso. Determinar las amplitudes  $\mathcal{L}_i$  de las diferentes ondas cruzando la frontera es necesario avanzar con la solución numérica en el tiempo en la frontera. Sin embargo, sólo una de ellas,  $\mathcal{L}_1$  se puede obtener explícitamente de los nodos interiores del dominio, los demás requiere un procedimiento especial que se describe en los siguientes pasos.

1. Las velocidades de entrada  $u_1, u_2, u_3$  son impuestas, por lo tanto, las ecuaciones 4.11, 4.12 y

4.13 no son necesarias. La temperatura de entrada a su vez es impuesta y la ecuación de la energía 4.10 tampoco es necesaria.

2. Como la velocidad de entrada  $u_1$  es impuesta, la relación sugiere la siguiente expresión para  $\mathcal{L}_1$ :

$$\mathcal{L}_5 = \mathcal{L}_1 - 2\rho c \frac{\partial U}{\partial t} \quad (4.31)$$

Como en la temperatura en la entrada es conocida, la relación LODI resuelve para una estimación de la amplitud de onda de la entropía  $\mathcal{L}_2$ :

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{2}(\gamma - 1)(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1) + \frac{\rho c^2}{T} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (4.32)$$

Las relaciones de LODI 4.28 y 4.29 muestran que  $\mathcal{L}_3 = -\frac{dV}{dt}$  y  $\mathcal{L}_4 = -\frac{W}{t}$ .

3. La densidad  $\rho$  puede obtenerse usando la ecuación 4.9,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + d_1 + \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho u_2) = 0 \quad (4.33)$$

donde  $d_1$  está dado por la ecuación 4.14

$$d_1 = \frac{1}{c^2} \left[ \mathcal{L}_2 + \frac{1}{2}(\mathcal{L}_5 + \mathcal{L}_1) \right] \quad (4.34)$$

Así  $\mathcal{L}_1$  es resuelta de puntos interiores usando la ecuación 4.33.  $\mathcal{L}_2$  y  $\mathcal{L}_5$  han sido determinadas del paso 2. Para este caso  $\mathcal{L}_3$  y  $\mathcal{L}_4$  no son necesarias.

## 4.5. Flujo de salida subsónico no reflejante

Como salida del dominio Figura 4.4, se tiene una condición de flujo subsónico no reflejante con la finalidad de evitar un conjunto de ondas reflejadas a la salida que regresen al dominio y propicien ruido. A pesar de que es imposible generar una condición de frontera 100 % reflejante,

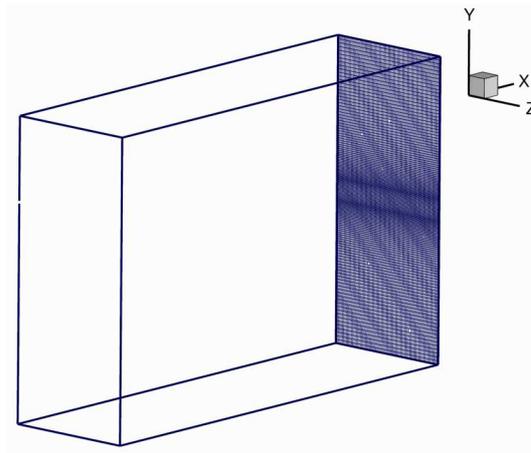


Figura 4.4: Malla del dominio computacional a través del plano de salida ( $x_1 = L$ )

esta situación resulta conveniente dado que las pocas ondas que resulten reflejadas al interior del dominio pueden proporcionar información de las condiciones que se tienen al final del mismo.

Si consideramos una salida subsónica donde se desea implantar una condición de frontera no reflejante, se tiene que cuatro longitudes de onda  $\mathcal{L}_2, \mathcal{L}_3, \mathcal{L}_4$  y  $\mathcal{L}_5$  salen del dominio, mientras que una de ellas ( $\mathcal{L}_1$ ) está entrando a una velocidad  $\lambda_1 = u_1 - c$ . Considerando una condición de frontera no viscosa para las variables primitivas se generarán ondas reflejadas. Por ejemplo, si se coloca la presión estática en la salida  $p = p_\infty$  si bien conducirá a un problema definido, también creará ondas reflejantes. Se necesita añadir información física en la presión estática media  $p_\infty$  para que el conjunto de condiciones de frontera se mantenga bien definido. Con esto la presión media en el dominio es cercana a  $p_\infty$ . Un atractivo pero costoso camino para hacer que la solución sea parecida en las fronteras con alguna solución analítica entre la frontera y el infinito. Se ha elegido un método Poinso and Lele [1992], requiriendo sólo una pequeña modificación en el procedimiento básico del NSCBC:

1. Se tiene una condición de frontera física especial: la presión en el infinito es impuesta. Esta condición no fija alguna de las variables dependientes en la frontera y se almacenan todas las ecuaciones de conservación en el sistema de ecuaciones 4.9 - 4.13.
2. La condición de presión constante en el infinito es usada para obtener la variación de amplitud

de la onda entrante  $\mathcal{L}_1$ : si la presión de salida no es cercana a  $p_\infty$ , ondas reflejadas entrarán al dominio atravesando la salida para conducir la presión media a un valor cercano a  $p_\infty$ . Un camino para asegurar definirlo es colocar:

$$\mathcal{L}_1 = K(p - p_\infty) \quad (4.35)$$

Donde  $K$  es una constante  $K = \sigma(1 - \mathcal{M}^2)c/L$ .  $\mathcal{M}$  es el máximo número de Mach en el flujo,  $L$  es la longitud característica del dominio y  $\sigma$  es una constante.

Algunos problemas son bastante simples para permitir la determinación de un valor exacto. Entonces la ecuación anterior se reescribe como:

$$\mathcal{L}_1 = K(p - p_\infty) + (L_1)^{exacto} \quad (4.36)$$

El segundo término asegurará una precisión de máquina derivadas entre ambos lados de la frontera, mientras que el primer término guardará el valor medio alrededor de  $p_\infty$ .

3. Todos los  $\mathcal{L}_i^s$  con  $i \neq 1$  pueden ser estimadas a partir de puntos interiores.  $\mathcal{L}_1$  está dada por la ecuación 4.36 y el sistema de ecuaciones 4.9 - 4.13 puede ser usado para aventajar la solución en el tiempo en la frontera.

## 4.6. Pared adiabática deslizando

Las paredes deslizantes son condiciones de frontera útiles para resolver algunos problemas de manera numérica. En la Figura 4.5 se representa esquemáticamente una pared deslizando. Están caracterizadas por sólo una condición no viscosa: la velocidad normal a la pared es cero  $u_1(L, x_2, x_3) = 0$ . Las relaciones de viscosidad corresponden a esfuerzos tangenciales y flujos de calor nulos a través de la pared. Como la velocidad normal es cero, las amplitudes de onda  $\mathcal{L}_2$ ,  $\mathcal{L}_3$  y  $\mathcal{L}_4$  son cero. Una onda  $\mathcal{L}_5$  está dejando el dominio a través de la pared, mientras que una onda reflejada  $\mathcal{L}_1$  está entrando al dominio:

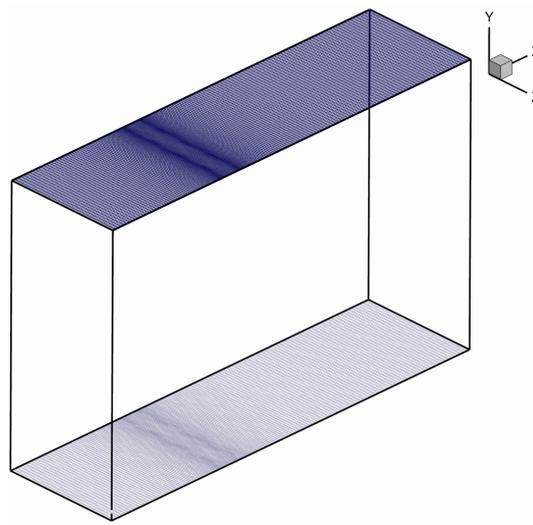
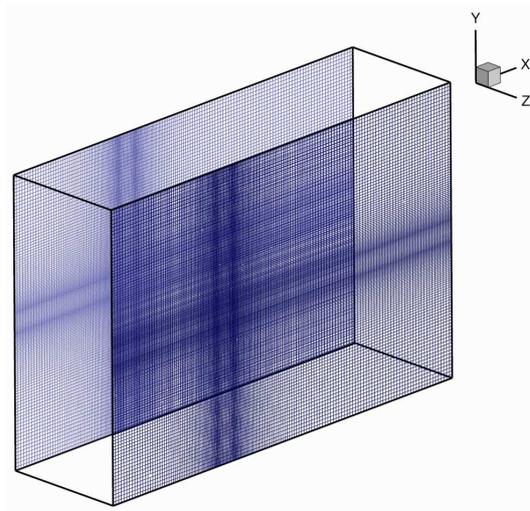


Figura 4.5: Pared deslizante del dominio computacional

1. La velocidad  $u_1$  normal a la pared es cero y la ecuación 4.10 no es necesaria.
2. La relación de LODI 4.27 sugiere que la amplitud de onda sea:  $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_5$ .
3.  $\mathcal{L}_3$  es obtenida de puntos interiores y  $\mathcal{L}_1$  es colocada en  $\mathcal{L}_5$ . Las derivadas a lo largo de  $x_1$  de los esfuerzos tangenciales viscosos  $\tau_{12}, \tau_{13}$  y del flujo de calor normal  $q_1$  en la pared son obtenidos usando la condición viscosa en la pared:  $q_1 = 0$  y  $\tau_{12}, \tau_{13} = 0$ . Las variables restantes ( $\rho, u_2, u_3$  y  $T$ ) son obtenidas por integración de las ecuaciones 4.9, 4.10, 4.12 y 4.13.

## 4.7. Condición de frontera periódica

En la dirección normal "z", se emplean condiciones de frontera periódicas, la cual puede ser considerada como un traslape entre la primera y última frontera en la dirección indicada. En la figura 4.6 se representa esquemáticamente la condición de frontera periódica. Se considera que el flujo fuera del dominio bajo consideración es una cantidad conocida previamente obtenida de los cálculos del otro lado del dominio.

Figura 4.6: Condición periódica en la dirección  $z$ 

## 4.8. Método de fronteras inmersas

La aproximación a las ecuaciones de gobierno se realiza al discretizarlas en cada nodo de la malla cartesiana. Para simular flujos con fronteras inmersas complejas, es común usar una malla curvilínea que confinaría a las fronteras. Sin embargo, la regeneración de la malla y la calidad de la misma para cada iteración estará condicionada a la complejidad geométrica de esas fronteras inmersas y se complica su simulación, aumentando en gran medida el tiempo de cálculo.

Una aproximación diferente consiste en utilizar mallas cartesianas de estructura simple en esquemas de alto orden, principalmente basados en las diferencias finitas. Para el cuerpo sólido se agregan términos fuente a las ecuaciones de transporte en los nodos donde se situaría éste, conocido como frontera inmersa. Esta aproximación facilitará, en gran medida, la generación de la malla, teniendo grandes ventajas en simulación de flujos con fronteras en movimiento, formas complicadas o cambios topológicos. Además, dada esta aproximación, las fronteras inmersas pueden ser contenidas al realizar cortes a través de la malla de una manera arbitraria.

El principal desafío es tratar a la frontera inmersa en una forma que no impacte desfavorablemente en la precisión del cálculo, la conservación de propiedades o la solución fundamental. Esto es especialmente crítico para flujos viscosos donde una inadecuada resolución de las capas límite

puede reducir la fidelidad de la solución numérica.

El método de fronteras inmersas (Immersed boundaries method, IBM) recientemente ha ganado popularidad para simulación de flujos con geometrías complejas y está diseñado para simular una gran variedad de flujos. Este método consiste en representar, a los cuerpos complejos inmersos en el dominio, por medio del bloqueo de las celdas dentro de la sección “sólida” del mallado cartesiano. El bloqueo se realiza con la adición de términos fuente en los nodos involucrados para que así la solución de las ecuaciones contemple las características del sólido, como son en este caso de estudio, la condición isotérmica del cuerpo y la condición de no deslizamiento en las paredes de la sección cuadrada y la barra de control.

En la primera etapa, para representar a los cuerpos sólidos, se crea en la malla una máscara de condición dura que permite identificar los nodos de las zonas sólidas con cero y los nodos de las zonas libres con uno. Las siguientes etapas, descritas a continuación, se refieren a la aplicación de términos fuente:

- Dentro del cuerpo sólido se imponen condiciones duras a la velocidad y a la temperatura, al mantenerlas en todo tiempo igual a cero e igual a su valor de referencia respectivamente. Así se representan a las condiciones de no deslizamiento e isotérmica de los sólidos. Esto se logra imponiendo el término fuente  $S_\phi$ , el cual anula el movimiento natural del fluido en la zona requerida. Este término es del tipo:

$$S_\phi = C_\phi dt(\phi^* - \phi_0) \tag{4.37}$$

donde  $\phi^*$  es el valor -de la variable- calculado en el paso de tiempo;  $\phi_0$  es un valor fijo, de cero para las velocidades y  $T_0$  para la temperatura;  $dt$  el paso de tiempo;  $C_\phi$  una constante “dura” que además depende del sub-paso de tiempo, debido al segundo orden del esquema de integración temporal.

- Las ondas acústicas generadas por esta “imposición” se deben absorber dentro del cuerpo, haciendo que la presión tienda a su valor de referencia en el centro geométrico del mismo. Para ello se agrega un término fuente, similar al anterior, que mantiene atado el valor de

presión a su valor de referencia pero sin imponérselo, al contrario de la condición dura. El cuerpo absorberá las ondas espurias -esto es debido a su geometría y no a su densidad- con una transición lineal de cero a uno desde su centro. Este término es del tipo:

$$S_\phi = C_{press}C_\phi dt(\phi^* - \phi_0) \tag{4.38}$$

donde todas las variables son similares a las del punto anterior ( $\phi^*, \phi_0 = P$ ) y  $C_{press}$  es una función de la forma del cuerpo, valiendo cero tanto en las fronteras como fuera del cuerpo y uno en su centro geométrico.

La densidad, debido a su relación con la presión y la temperatura, según la ecuación de los gases ideales, se amolda con cada iteración.

## 4.9. Detalles numéricos

La simulación se realizó en tres dimensiones utilizando una malla en coordenadas generalizadas. El dominio computacional consta de un total de 2001600 nodos ( $nx=180, ny=139, nz=80$ ). Adicionalmente posee  $21D$  unidades de longitud en  $x$ ,  $14D$  en  $y$  y  $6D$  en  $z$ . La malla ha sido refinada en las zonas donde se espera mayores esfuerzos cortantes. En la Figura 4.7 se esquematizan los detalles proporcionados.

Las variables en su forma adimensional son definidas como se muestra:

Parametros	Unidades	
$Re = 650$	$\frac{U_0 L}{\nu T_0}$	(4.39)
$M = 0,3$	$\frac{U_0}{\gamma R T_0}$	
$Pr = 0,7$	$\frac{\mu T_0 C_p}{k T_0}$	

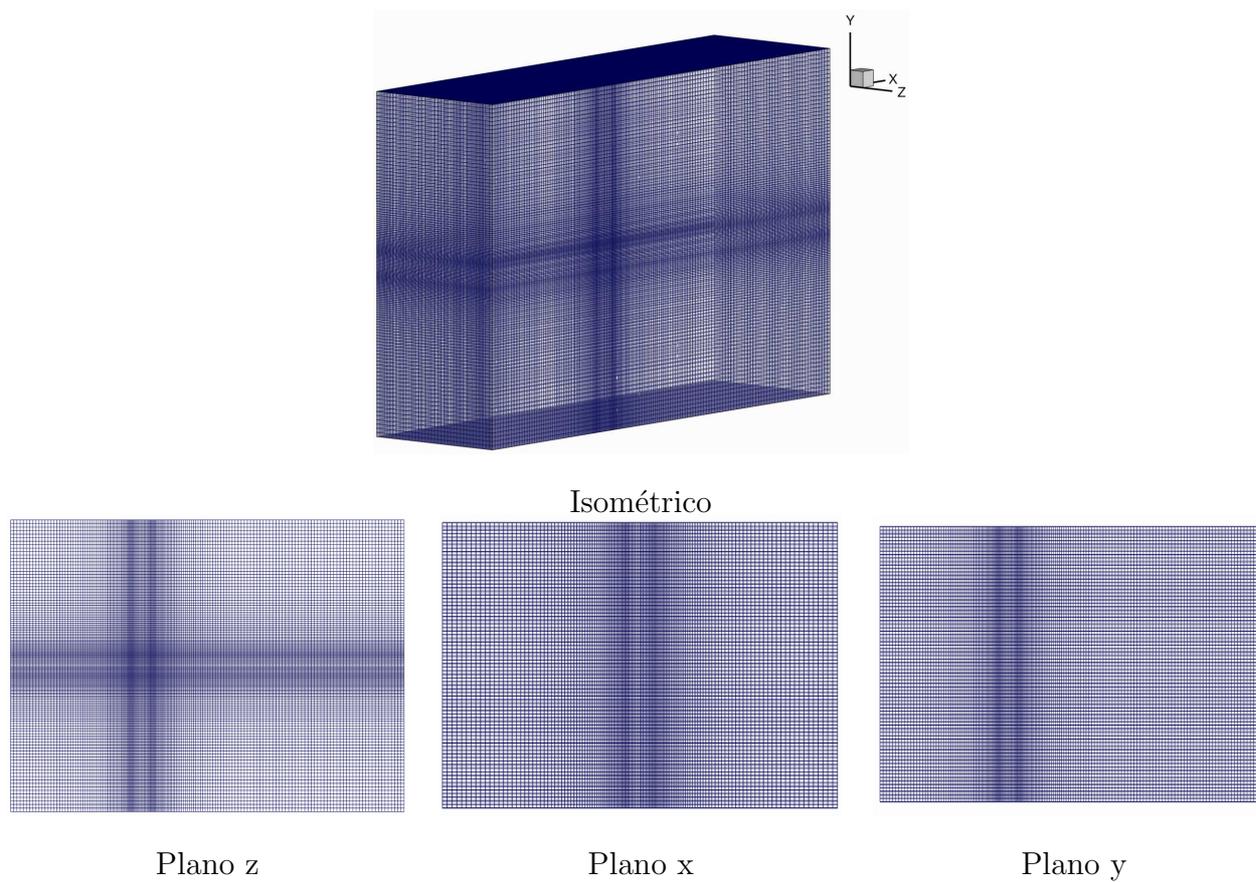


Figura 4.7: Visualización de la malla utilizada

# Capítulo 5

## Resultados

El presente capítulo tiene como objetivo presentar las predicciones de la simulación del flujo alrededor de dos cuerpos en tándem con diferentes geometrías. . Para el análisis fino de la turbulencia, se ha resuelto el problema mediante la aplicación de un modelo numérico de la simulación de grandes escalas (LES), dentro de una malla cartesiana. De esta manera, en la presente investigación, una sección cuadrada es colocada en tándem aguas abajo de una barra de control, los casos estudiados fueron cinco, cuatro de ellos donde la barra de control se colocó a las distancias adimensionales  $s/D = 0,5, 1, 0, 2,5, \text{ y } 3,0$ , para cada uno de estos casos a su vez se realizó el estudio para diferentes alturas de la barra de control con respecto al cuerpo de interés representadas adimensionalmente por  $h/D = 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 \text{ y } 1,0$ ; finalmente se realizó el caso sin barra de control que es con el que finalmente se compararán los parámetros aerodinámicos de sustentación y arrastre. El fluido con un número de Prandtl adimensional  $Pr = 0,7$  entra al sistema tal y como se describió en el capítulo anterior. El número de Reynolds adimensional del flujo es aproximadamente de  $Re = 650$ .

Los datos obtenidos de la simulación de grandes escalas representan los parámetros aerodinámicos del fluido que atraviesa el dominio computacional, así los resultados que se obtienen de cada uno de los 2 millones de nodos son las variables calculadas de manera adimensional para un flujo compresible tales como velocidad en sus tres componentes  $(u, v, w)$  y presión.

En primer lugar, la barra de control es colocada a una altura fija, mientras su posición es

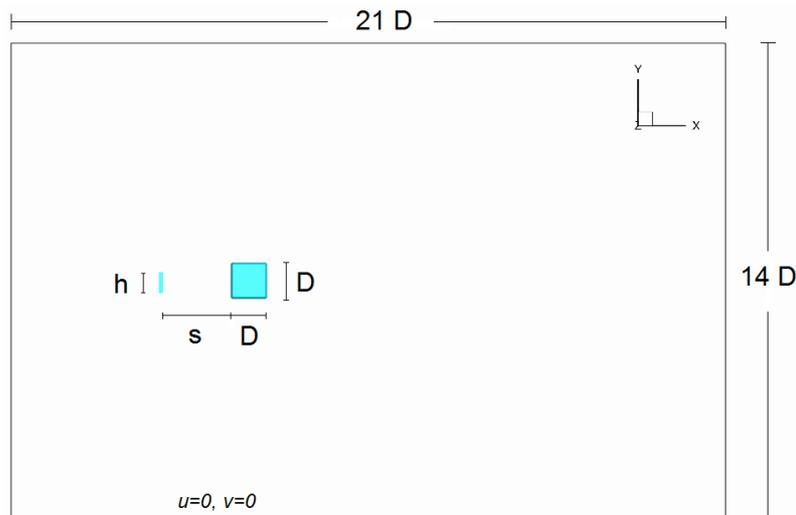


Figura 5.1: Configuración experimental

cambiada con la finalidad de investigar el efecto de la posición en el desarrollo del flujo; después, la altura de la barra de control es modificada, mientras la posición se fija para investigar el efecto de la altura en el flujo. Para ambos casos se realiza un análisis de las variables resueltas así como un estudio estadístico en los coeficientes de arrastre y sustentación.

En la siguiente tabla 5.1 se establece la nomenclatura empleada en este capítulo para la presentación de los resultados de cada uno de los casos estudiados.

## 5.1. Validación numérica

Los resultados de la presente investigación se validaron principalmente con los resultados obtenidos por M. Salinas-Vázquez [2007]; contenido que se presenta en el Apéndice A. Ahí se muestran los resultados para los parámetros aquí presentados tales como perfiles de velocidad, topología de turbulencia, arrastre y frecuencia de generación de vórtices e independencia de malla para la sección cuadrada. Se demuestra que los resultados de esta investigación son congruentes con los ahí presentados.

$x/D \backslash h(D)$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	A	—	—	—	—	—
0.5	—	B	—	—	—	—
1.0	—	C	—	—	—	—
2.5	—	E	—	—	—	—
3.0	—	F	G	H	I	J

Tabla 5.1: Nomenclatura de los casos presentados.

## 5.2. Presión

Primeramente se presentan los resultados de los presión para los casos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $E$  y  $F$ . En la figura 5.2 se muestran los contornos de presión promedio en el tiempo, de ella se muestra en color rojo las zonas con mayor presión cuando el flujo golpea en directo a la barra de control, mientras que las zonas de baja presión están asociadas con regiones de alta velocidad del flujo, pero sobretodo, con zonas de recirculación indicadas en color azul, formadas principalmente aguas debajo del cuerpo de interés como es en los casos  $A$  y  $B$ ; y para los casos  $C$ ,  $E$  y  $F$ , aparece también en la zona que separa a los dos cuerpos, siendo más evidente en los casos  $E$  y  $F$ ; lo anterior debido principalmente al desprendimiento de la capa límite y la creación de vórtices aguas abajo de los cuerpos. Como se podrá confirmar en los subsecuentes análisis, la reducción del arrastre está íntimamente relacionado con el gradiente de presión aguas arriba y abajo de los cuerpos bajo estudio; si este gradiente es relativamente bajo (zonas del mismo color aguas arriba y abajo del cuerpo), entonces la tendencia es un arrastre menor, si por el contrario; el gradiente de presión es relativamente alto (una zona en rojo y la otra en azul), entonces el valor del arrastre tenderá a ser mucho mayor.

En la figura 5.3, se presentan los isocontornos de presión promedio para los casos  $A$ ,  $F$ ,  $G$ ,  $H$ ,  $I$  y  $J$ . Se observa claramente que a medida que la barra de control crece en altura, tanto una zona de alta presión aguas arriba y otra zona de baja presión aguas abajo de la misma crecen en

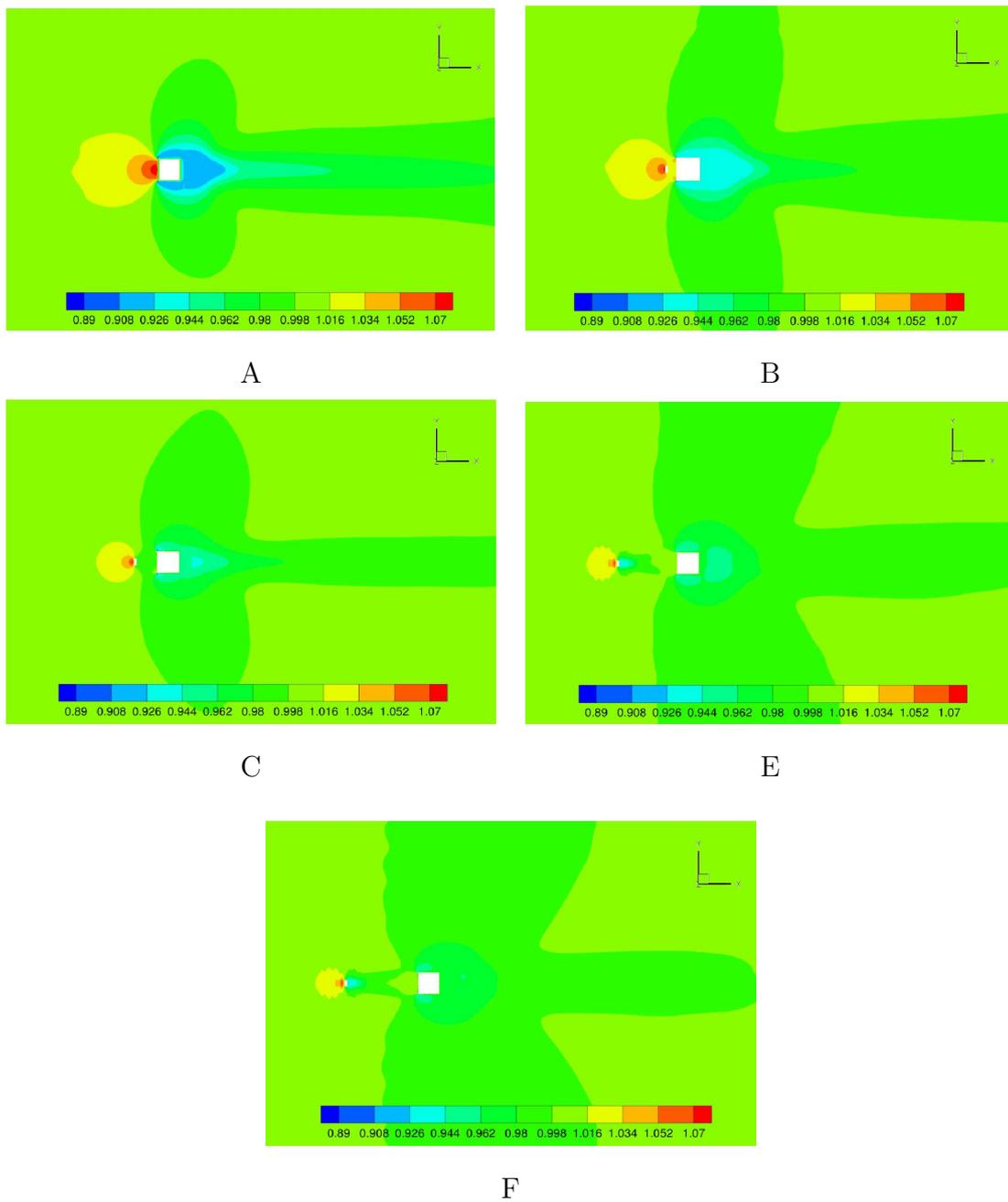


Figura 5.2: Isocontornos de presión promedio, variando la posición de la barra.

tamaño y forma, en términos de reducción del arrastre; se esperaría entonces que el arrastre del cilindro disminuyera en proporción a la altura de la barra, pero que el efecto total de supresión se contrarrestara debido al incremento en el gradiente de presión en la barra.

### 5.3. Parámetros instantáneos

Una forma práctica de visualizar las zonas de baja presión del flujo es mediante isosuperficies de los valores negativos de la velocidad longitudinal instantánea  $U$ , lugares donde se forman los vórtices. En la figura 5.4 vienen indicadas en los diferentes tonos de color azul. El primer fenómeno relevante que se puede observar es que el flujo aguas debajo del cilindro es completamente diferente del caso base  $A$  al resto de los casos.

En general, se puede describir el comportamiento del flujo de la siguiente manera; una vez que el flujo proveniente de la corriente libre choca con la barra de control, vórtices son desprendidos de sus extremos arrastrando flujo irrotacional de la corriente libre, creando una pequeña zona de recirculación entre los cuerpos, más tarde; el flujo se vuelve a unir en la entrada de las caras paralelas paralelas al flujo del cilindro (al tiempo que los efectos en la capa límite son añadidos) y violentamente son expulsados en la salida del cilindro.

De manera particular, cuando la distancia entre los cuerpos no es muy grande, por ejemplo, los casos  $B$  y  $C$ , se forman dos vórtices cuasi-estacionarios entre los dos cuerpos, figura (5.5  $B$  y  $C$ ), uniendo ambos cuerpos como si fuera un cuerpo más aerodinámico; para el caso  $C$  el tamaño de los vórtices es mayor debido a que la distancia entre los cuerpos es a su vez mayor y por tanto existe un mejor acoplamiento hacia las caras paralelas al flujo del cilindro comparándolo con el caso  $B$ ; mientras que en los casos  $C$ ,  $E$  y  $F$  se observa que la distancia entre los cuerpos es lo suficientemente grande para que el flujo se desarrolle, alcance un carácter completamente turbulento y finalmente choque de manera violenta en la cara frontal del cilindro. A su vez, podemos observar que para el caso  $C$ , se observa una alternancia de vórtices tipo Von Kármán en la zona de la estela detrás del cilindro, para este mismo caso, el ancho de la estela es cualitativamente menor comparado con los demás casos, lo anterior ilustra que la barra de control logra su mejor efecto de reducción del arrastre total para la posición mencionada. Una particularidad para el caso  $F$  es que el flujo aguas

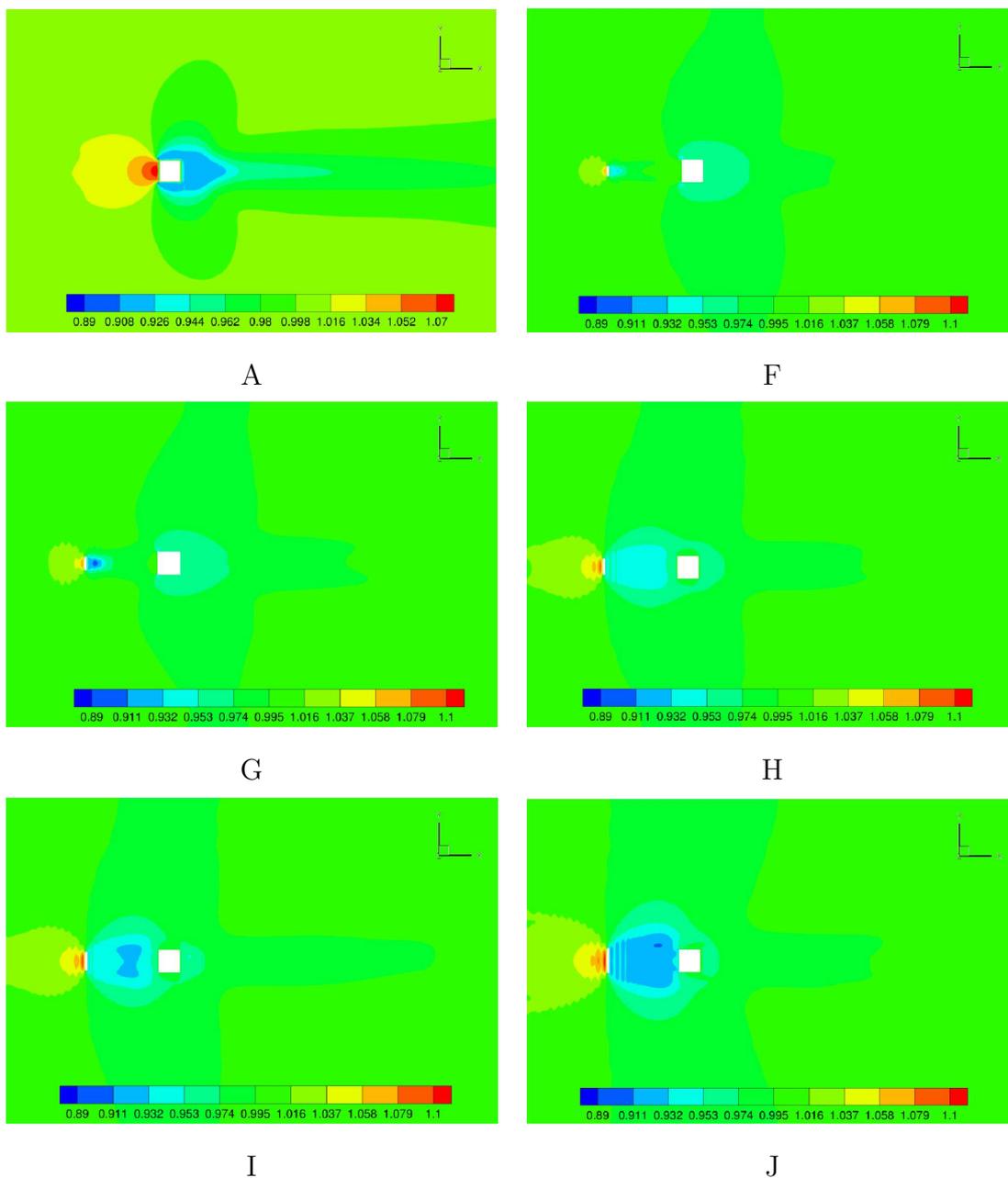


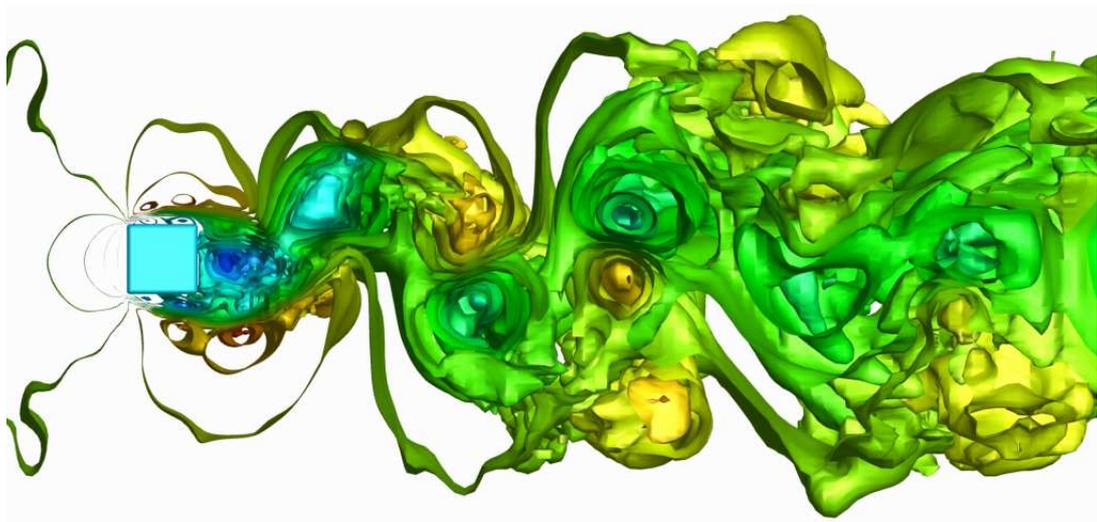
Figura 5.3: Isocontornos de presión promedio, variando la altura de la barra.

abajo del cilindro; la alternancia de vórtices desaparece y el flujo es completamente desarrollado con una turbulencia tridimensional, esto indica que la cadena de vórtices se puede suprimir de una manera efectiva si la barra de control es colocada a cierta posición con una altura apropiada.

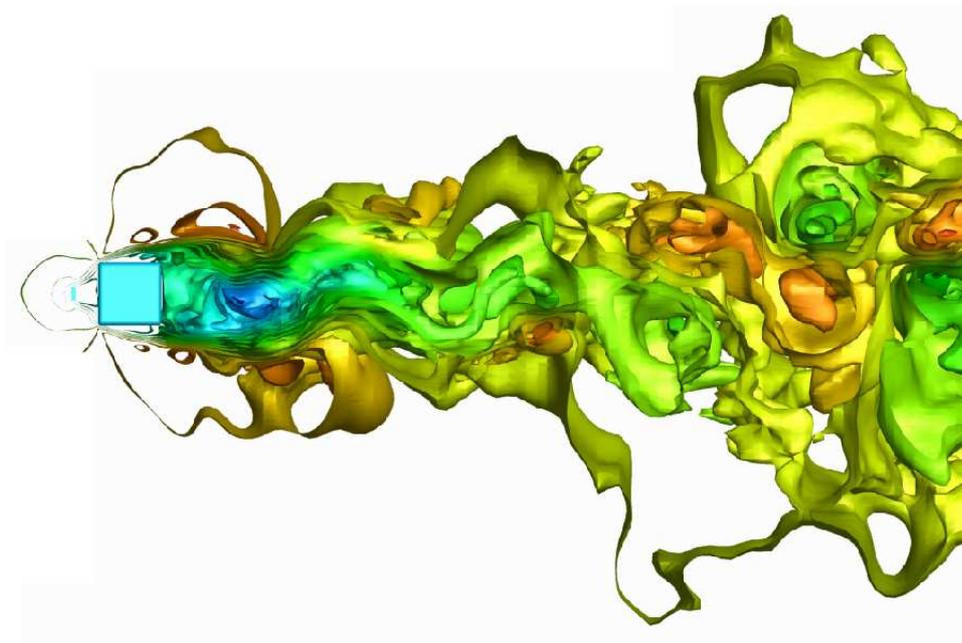
Realizando un análisis de las isosuperficies de la velocidad longitudinal  $U$ , que se muestra en la figura 5.6, se observa que para los casos  $F$ ,  $G$  y  $H$ , se observa una alternancia de velocidades entre los cuerpos provocando una cascada de vórtices en la misma región, este efecto se aprecia sobretodo para el caso  $G$  donde se tienen vórtices con una velocidad de hasta 1.4 veces el valor de la corriente libre en el límite de la estela con la corriente libre, además de presentarse vórtices con velocidad negativa dentro de la estela 5.7.

Además, en los casos mencionados se observa que el gradiente de velocidades en el cilindro es bastante alto, esto debido a que la altura de la barra de control no es lo suficiente para que el flujo desprendido del mismo se vuelva a unir de manera suave a las caras paralelas al flujo en el cilindro; mientras que cuando la barra de control tiene una altura mayor o igual al al caso  $H$ , se observa una magnitud de velocidad baja mas o menos constante entre los cuerpos, la generación de vórtices se presenta con menor frecuencia; la estela detrás de la barra de control se vuelve más ancha teniéndose bajas velocidades en la misma, prácticamente rodeando al cilindro, provocando un gradiente de velocidades menor en éste, de esta manera se espera el menor arrastre únicamente en el cilindro para los casos  $H$ ,  $I$  y  $J$ , tal como se ilustrará más adelante.

Una forma sencilla de visualizar las estructuras turbulentas es mediante la visualización de iso-superficies del criterio  $Q$  Dubief [1990] (segundo invariante del gradiente de velocidades)  $Q = \frac{1}{2}(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij})^{1/2}$ ,  $\Omega_{ij}$  parte antisimétrica y  $S_{ij}$  parte simétrica del gradiente de velocidad. Cuando se toman los valores positivos, los términos cortantes del tensor se desprecian y se observa la topología de las estructuras de la turbulencia o estructuras coherentes. A este tipo de estructuras se les denomina *estructuras coherentes*. Si bien este tipo de estructuras fueron identificadas experimentalmente hace poco más de 30 años N. Syred and Froud [1994], el origen de éstas aún no ha quedado claramente explicado. En una serie de estudios experimentales N. Syred and Froud [1994], D. Froud and Syred [1995], fue propuesto un mecanismo de creación de estructuras turbulentas para configuraciones cerradas, sin embargo, aún no es claro el por qué éstas se presentan



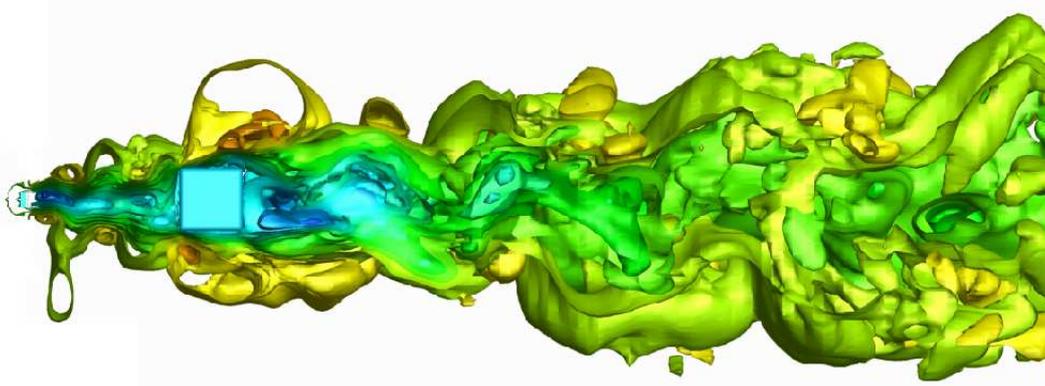
A



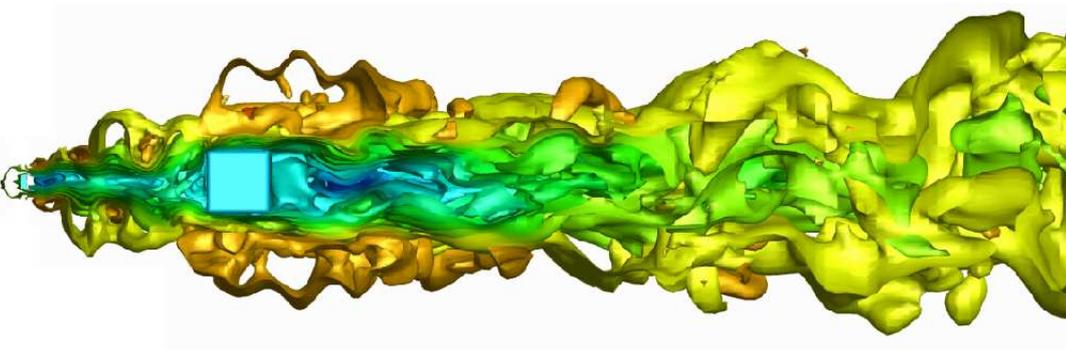
B



C



E



F

Figura 5.4: Isosuperficies de velocidad, variando la posición de la barra.

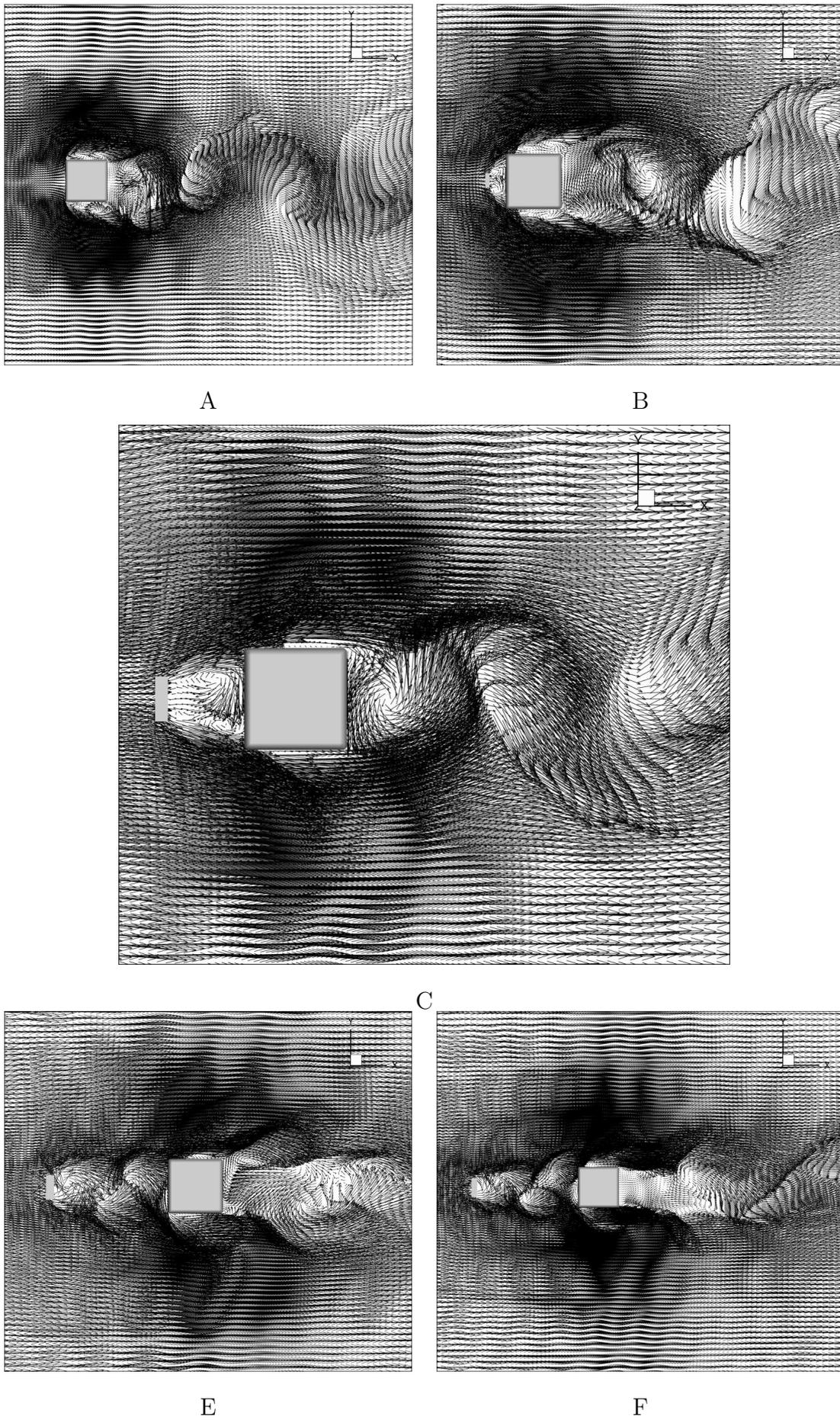
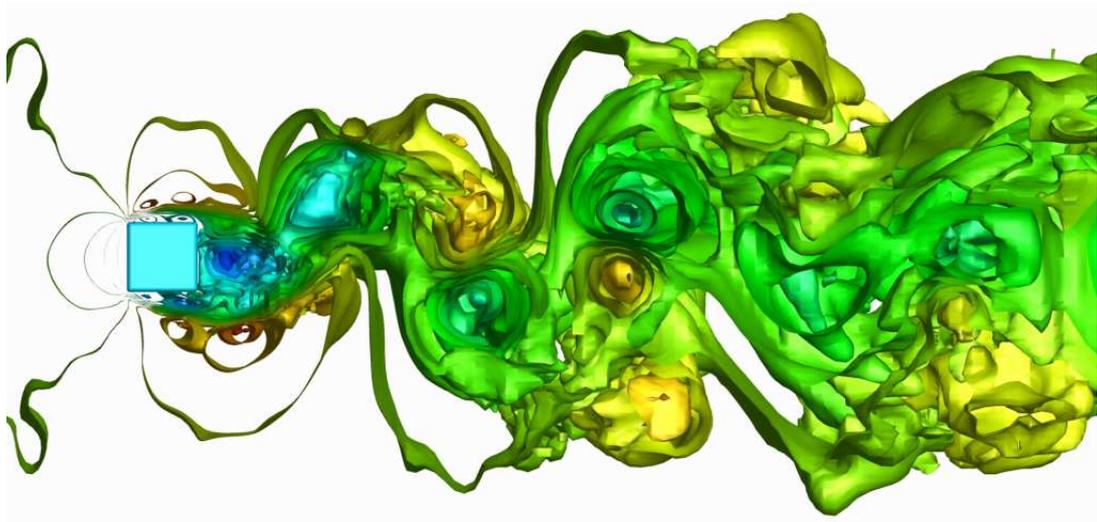
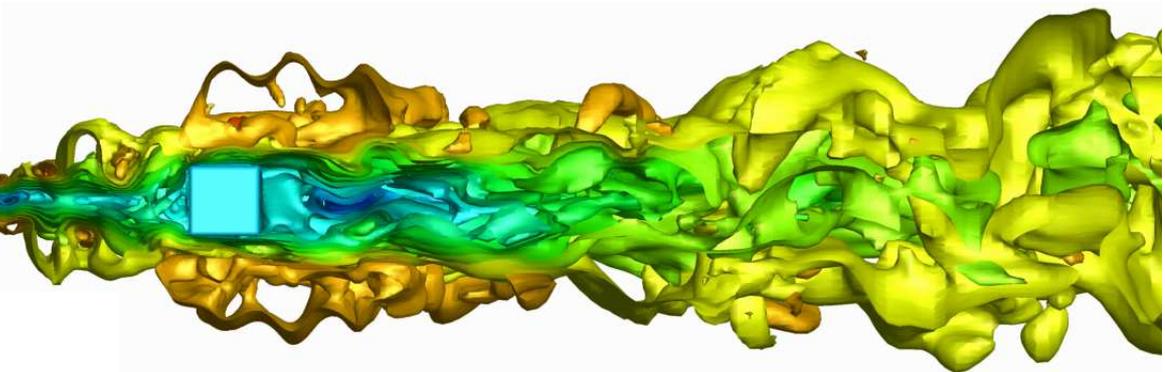


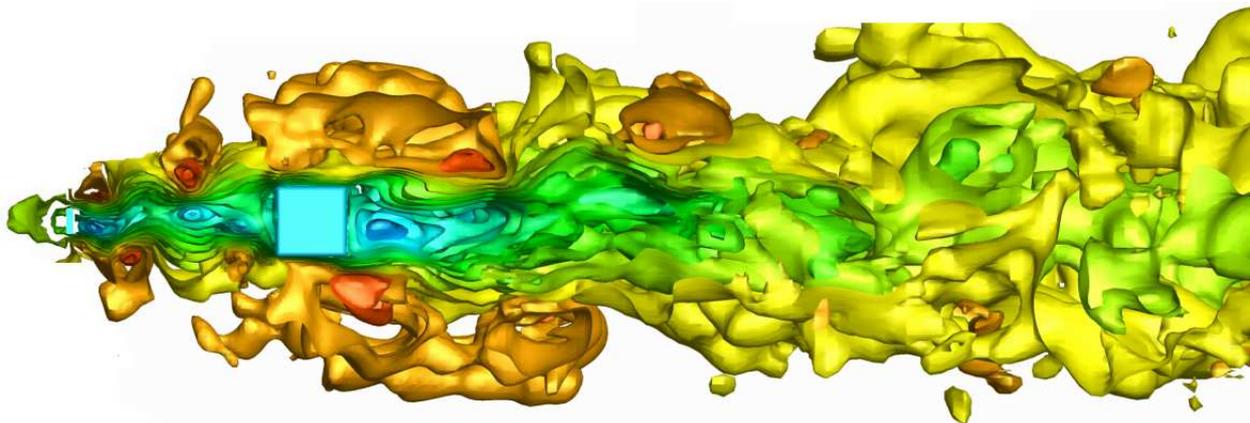
Figura 5.5: Vectores de velocidad instantáneos, variando la posición de la barra.



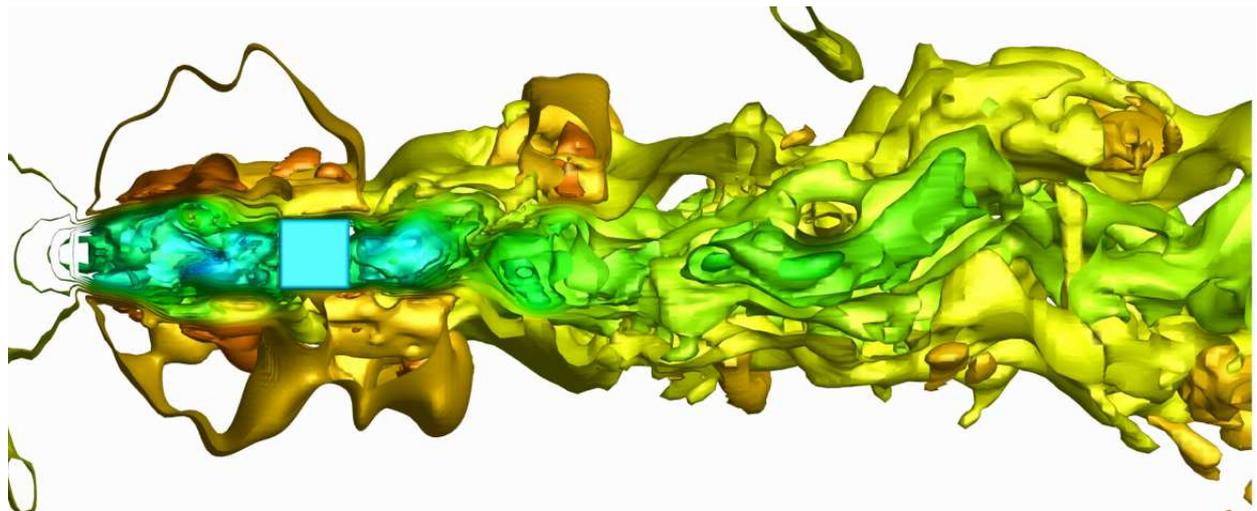
A



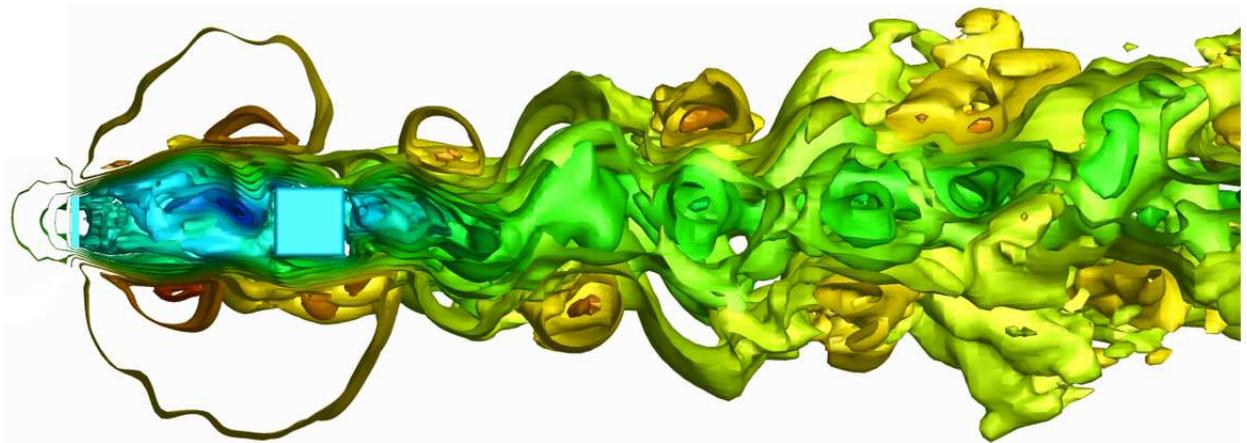
F



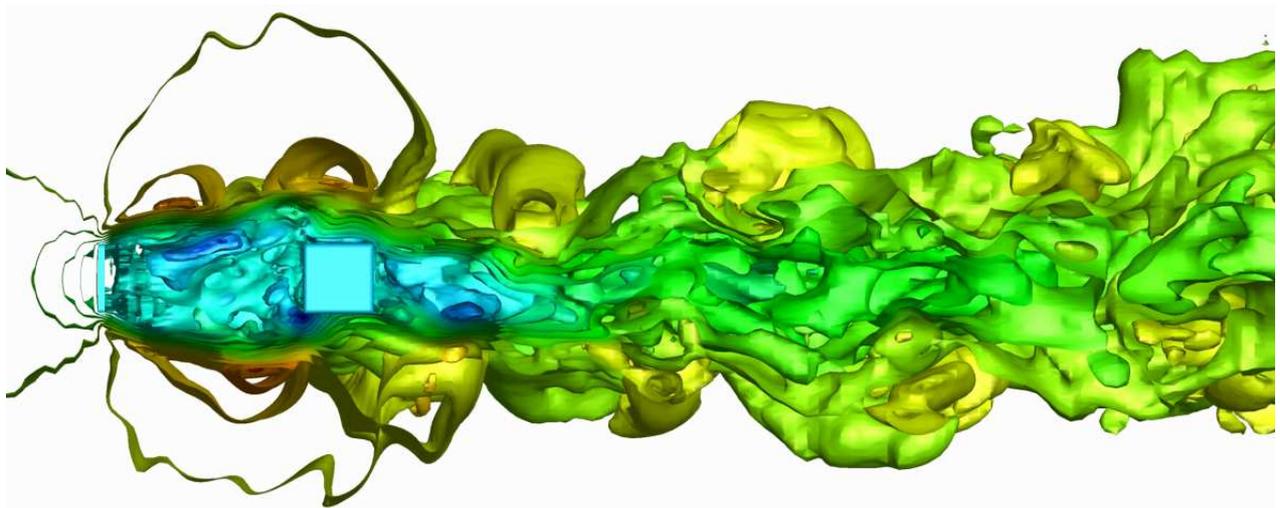
G



H



I



J

Figura 5.6: Isosuperficies de velocidad, variando la altura de la barra.

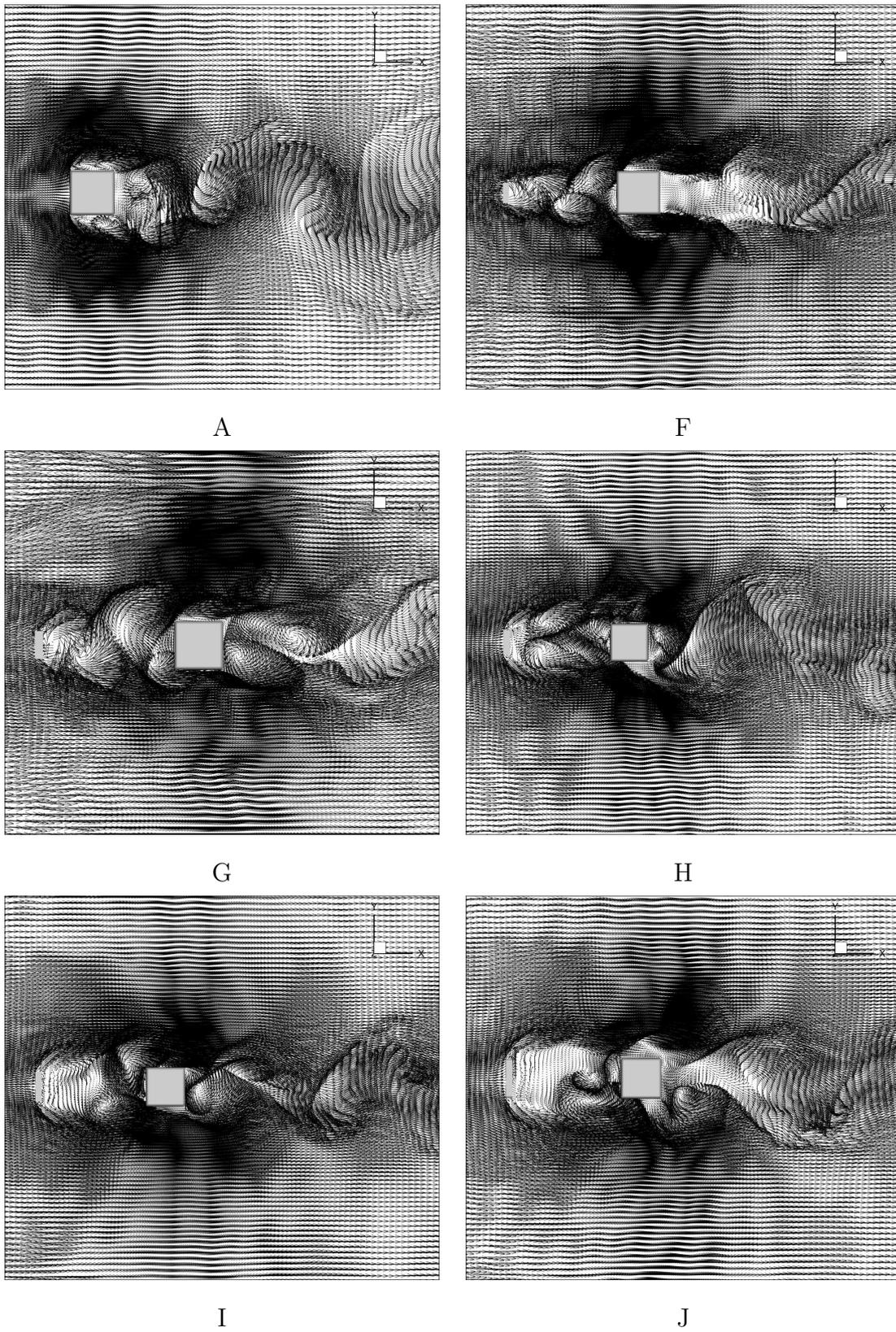
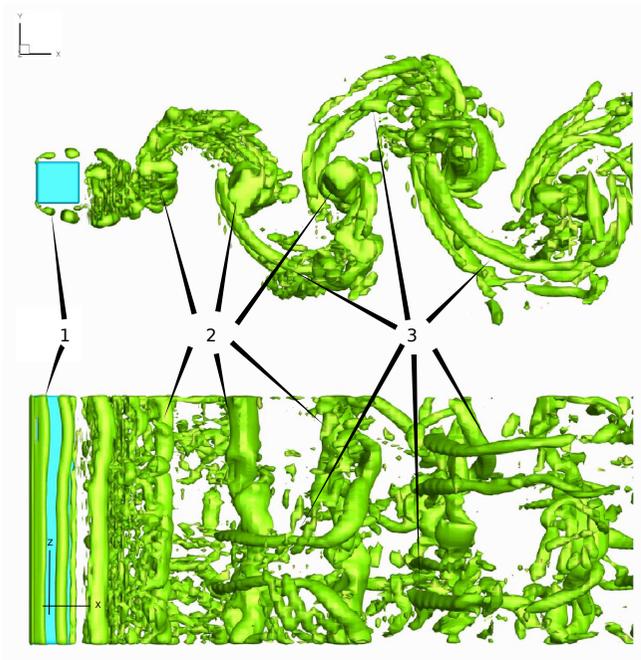


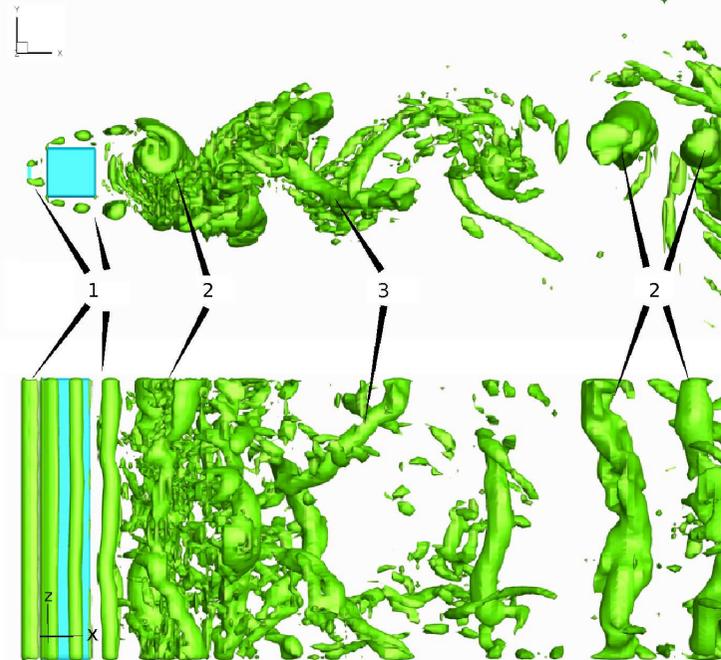
Figura 5.7: Vectores de velocidad instantáneos, variando la altura de la barra.

en configuraciones abiertas. Mas aún, tampoco se ha esclarecido cómo es que diferentes tipos de estructuras puedan coexistir al mismo tiempo.

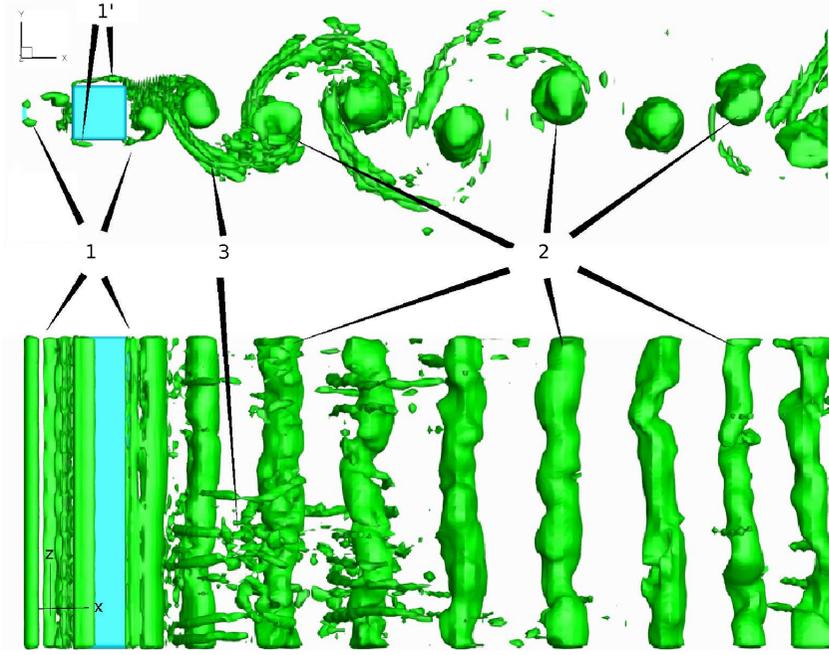
En la Figura 5.8 se muestran las iso-superficies para un valor  $Q = 200$  para los diferentes casos estudiados. En las figuras se caracterizaron tres puntos, el punto 1 identifica el desprendimiento de la capa límite, donde el flujo tiene su máxima aceleración y se comienzan a crear las estructuras turbulentas; el punto 2 identifica la formación de grandes vórtices antisimétricos detrás de los cuerpos, el eje de rotación de estas estructuras es perpendicular al flujo de la corriente libre; finalmente el punto 3 identifica el momento en el cual la turbulencia se vuelve tridimensional, las grandes estructuras identificadas en el punto 2 comienzan a deformarse en forma de  $S$ , debido a la inyección de energía en la dirección longitudinal producto de la interacción entre los cuerpos y de esta forma dan paso a estructuras donde se intensifica la vorticidad longitudinal.



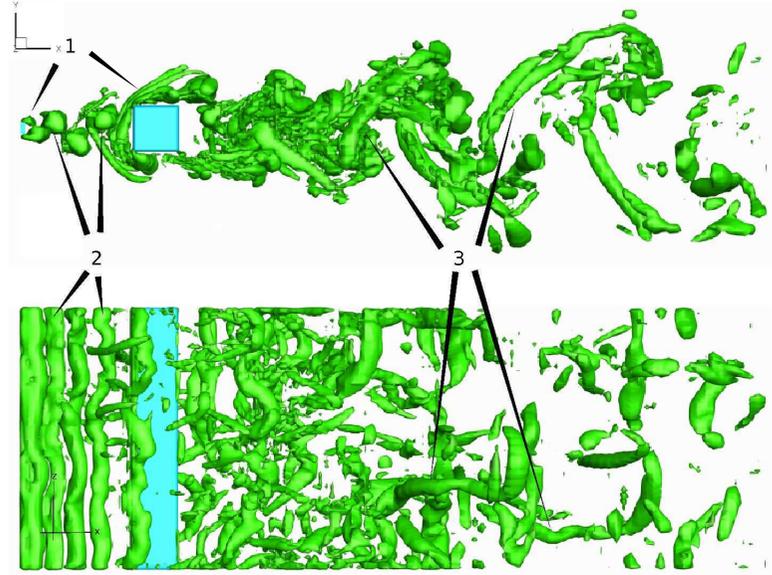
A



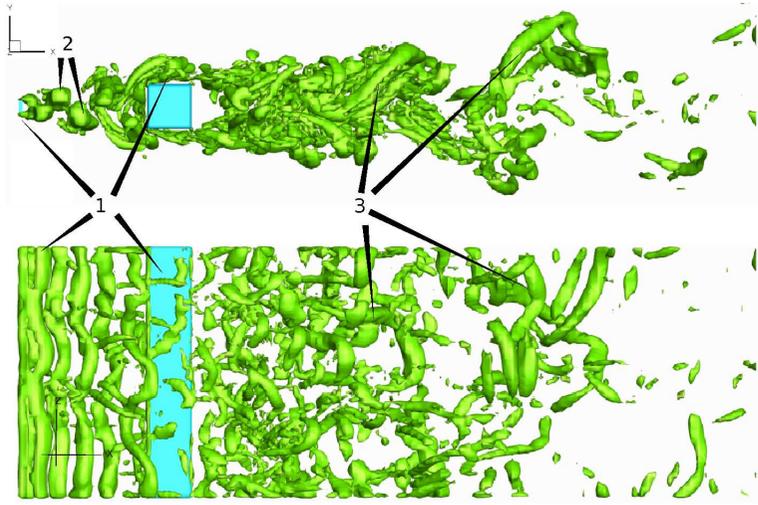
B



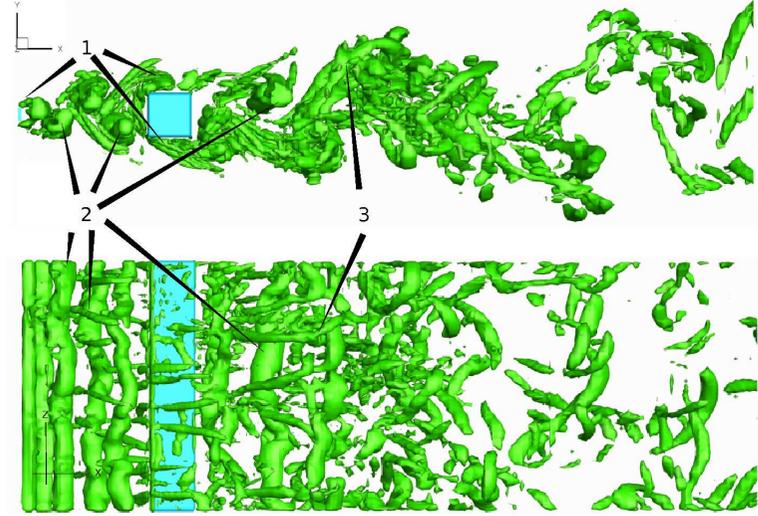
C



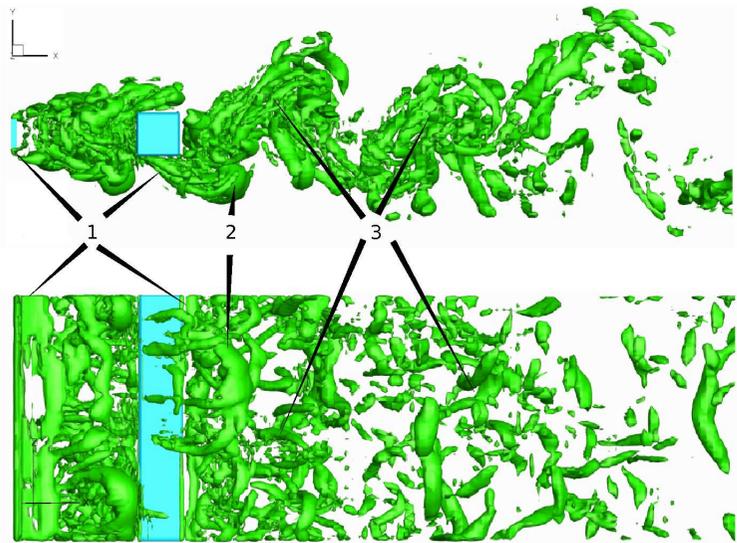
E



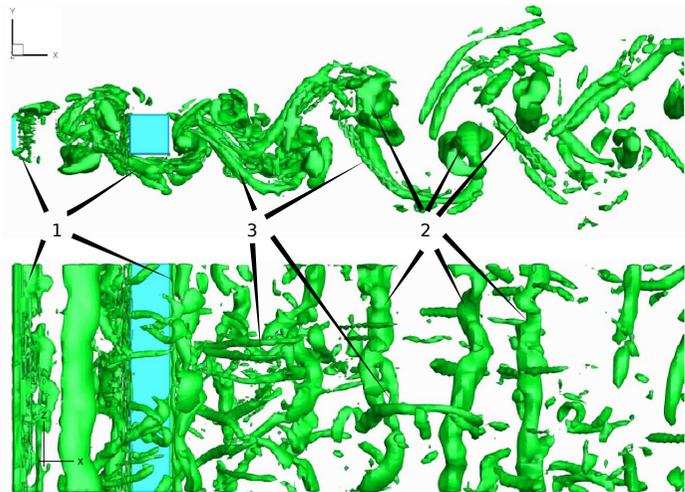
F



G



H



I

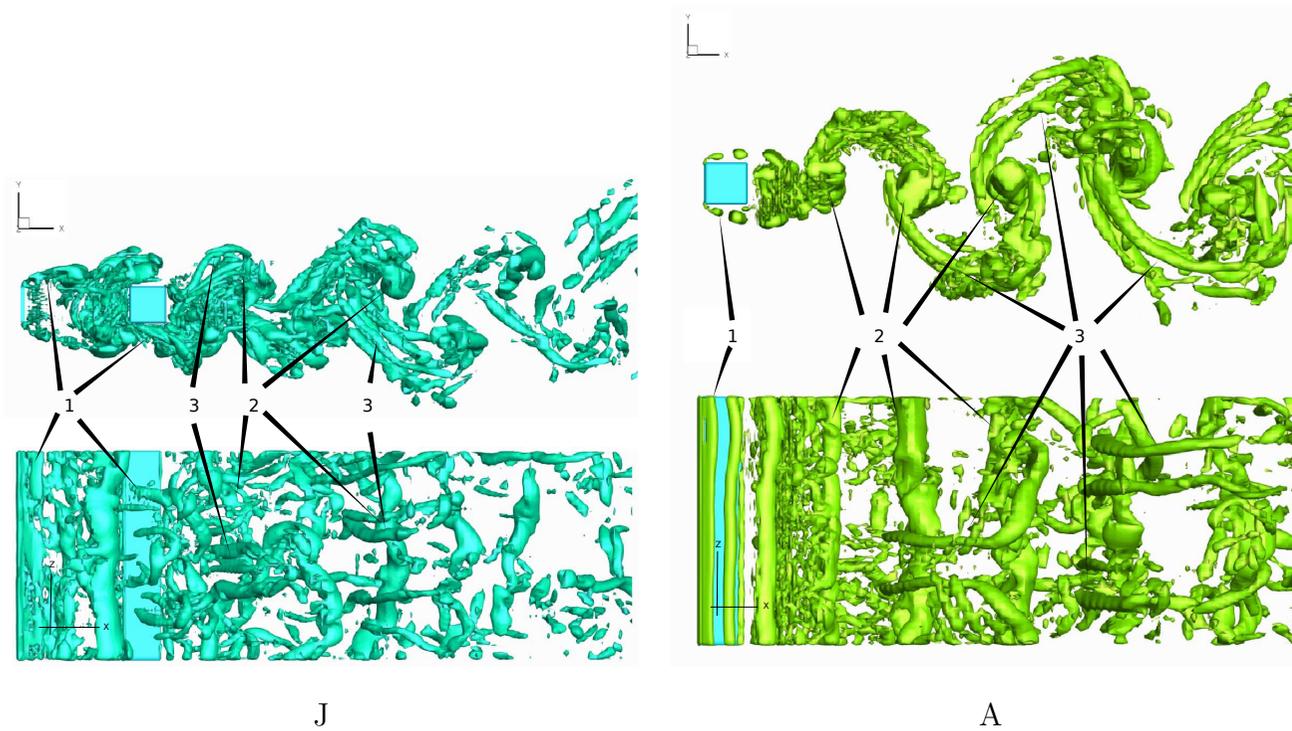


Figura 5.8: Topología de la turbulencia del flujo detrás de los cuerpos en tándem,  $Q=200$

En la figura 5.8 *A* se presenta el caso base, se observa que la turbulencia se desarrolla completamente de manera inmediata, combinándose estructuras en el sentido transversal 1 y longitudinal 2 de la velocidad. En el caso 5.8 *B*, se observa que el desprendimiento en la capa límite tiene lugar en dos sitios, uno en la barra y el otro en las aristas del cuadrado, donde se pueden observar un gran parecido con las estructuras creadas en el caso *A*, la turbulencia tiene un carácter tridimensional de forma casi inmediata aunque al final de la configuración esta energía turbulenta se disipa y el ancho de la estela crece, tal como se puede observar de la figura 5.4 *B*.

Para el caso 5.8 *C*, la separación de la capa límite ocurre principalmente en la barra, creándose dos vórtices cuasiestacionarios simétricos entre los cuerpos, el flujo que se desprende de los límite de estos vórtices se reincorpora de manera suave hacia las caras del cilindro (punto 1'), arrastra flujo irrotacional de la corriente libre y finalmente se desprende para formar grandes estructuras en la sección transversal, punto 2, mismos que subsisten a lo largo de la configuración, los vórtices en la dirección longitudinal son prácticamente inexistentes lo cual indica que la turbulencia permanece bidimensional. Estos factores indican un gradiente de presión muy pequeño entre la barra y el cilindro, con lo cual se espera el menor coeficiente de arrastre, a cambio de pobres propiedades de mezclado.

En los casos 5.8 *E*, *F* y *G*, el desprendimiento de las capas límites ocurre en ambos cuerpos (punto 1), se producen vórtices de Von Kármán en el espacio entre los cuerpos (punto 2) y el flujo adquiere un carácter tridimensional con grandes vórtices en la dirección longitudinal al salir del cilindro cuadrado (punto 3). Finalmente en los casos 5.8 *H*, *I* y *J* se obtiene una turbulencia tridimensional desde que el flujo rodea a la barra de control (punto 3), de hecho, la barra es el cuerpo que genera principalmente los vórtices, el flujo no es capaz de reincorporarse a las caras del cilindro a su paso por éste, pareciese que el efecto de éste último es mínimo sobre las propiedades del flujo y prácticamente se reconocen muy pocas estructuras estables una vez pasado el cilindro cuadrado; estas características indican grandes propiedades de mezclado a cambio de que se espera un aumento en el arrastre total.

## 5.4. Variables promedio

En la presente simulación no sólo se obtuvieron los parámetros instantáneos del flujo sino que también se obtuvieron los parámetros promedio, los cuales se obtuvieron al promediar primero en el tiempo las variables de interés y después realizar un promedio espacial en los planos similares en todo lo largo de los cuerpos sumergidos. En esta sección se realiza el análisis de estos resultados, los cuales se aproximarían a los de una simulación RANS.

En la figura 5.9 se muestra el promedio de la velocidad total del flujo, es decir, la suma vectorial de las tres componentes vectoriales ( $U$ ,  $V$ ,  $W$ ) para diferentes posiciones de la barra de control. En cada uno de los casos podemos observar simetría en el flujo, los colores en azul indican desde el fluido estático o con velocidad cero hasta un valor de 0.3 la velocidad de entrada  $U_0$ , el color verde precisa los valores que le siguen hasta un valor de 0.8, en amarillo hasta 1.2 y finalmente el color rojo indica el valor máximo de 1.4 veces  $U_0$ . Así pues, vemos en los casos donde esta presente la barra de control, zonas de estancamiento en la cara frontal de la misma debida a la desaceleración que le impone al flujo, esta zona de estancamiento va decreciendo en tamaño y forma a medida que la barra se aleja del cilindro, detrás de la barra se provoca una estela (en color azul)], ésta se acopla de manera suave para el caso  $C$ ; cuando la distancia es mayor, es decir, para los casos  $E$  y  $F$ , debido a que el cilindro se encuentra lo bastante alejado para evitar que el flujo separado proveniente de la barra se acople a las caras del primero, se forma una pequeña zona de recirculación y después trata de recuperar su dirección preferencial, para después chocar con la cara frontal del cilindro; nótese que las características del flujo para estos casos antes de chocar con la barra y el cilindro son muy parecidas (es decir, tienen predominantemente la dirección preferencial y que se demuestra con el pequeño punto de estancamiento en color azul intenso aguas arriba del cilindro), sólo que el flujo que llega al cilindro lleva una velocidad mucho menor a la velocidad de entrada debido al efecto de la barra aguas arriba, también se puede observar para estos casos que existen unas regiones generadoras de vórtices en las caras paralelas al flujo (donde existe el desprendimiento en las capas límite) de la barra denotadas por pequeñas regiones en forma de hongo en color anaranjado; para los casos  $A$  y  $B$  esta región generadora de vórtices más bien se encuentra en la entrada del cilindro, véase que para el caso  $C$  el tamaño y forma de esta región son mucho menores comparadas con

todos los demás casos lo que revela un mejor acoplamiento del flujo; finalmente para el caso *B*, la distancia entre los cuerpos es tan pequeña que no es lo suficiente para ayudar a la aerodinámica del flujo y su comportamiento es muy similar a cuando no se tiene presente la barra.

Finalmente, el ancho de la estela generada detrás del cilindro varía en cada caso, en *C* es donde se tiene la estela más angosta esto indica que se espera una menor generación de vórtices en el límite de la misma con la corriente libre debida a esfuerzos cortantes, dando como resultado un flujo con transición a la turbulencia; esto se confirma con los valores instantáneos de velocidad longitudinal 5.5 *C* así como con el criterio Q 5.8 *C*. De igual forma, la zona de recirculación aguas abajo del cilindro que exhibe cada uno de los casos corresponde al caso *C* ser la más corta y angosta con respecto a los demás casos. Por tanto, para este mismo caso se tiene cuantitativamente el menor gradiente de velocidades en el cilindro, así como la unión suave del flujo desprendido por la barra hacia las caras paralelas al flujo del cilindro; estas cualidades apuntan a que sea el caso donde se tenga la mayor disminución en el arrastre total en todos los casos estudiados.

En la figura 5.10 se presentan los perfiles de velocidad promedio dejando fija la posición de la barra, es decir, para los casos *A*, *F*, *G*, *H*, *I* y *J*. Se observa que en todos los casos existe simetría en el flujo y que la distancia entre los cuerpos es más que suficiente para que el flujo regrese a su dirección preferencial, en este caso la longitudinal una vez que ha rodeado la barra de control, formándose dos estelas en las configuraciones ambas aguas abajo de los cuerpos; sin embargo, para los casos *F*, *G*, y *H* existen dos pequeñas zonas de estancamiento una aguas abajo de la barra de control y la otra aguas arriba del cilindro denotadas por pequeños puntos azul marino, por otro lado se observa que las zonas de alta velocidad se encuentran justo arriba de la separación de la capa límite del cilindro, es decir, las zonas donde existe el máximo gradiente de velocidad, principalmente en forma de lengua las cuales son mucho más intensas que las que se aprecian en el flujo separado debido a la barra de control. Por el contrario, para los casos *I* e *J*, las zonas de estancamiento aguas abajo de la barra y aguas arriba del cilindro se unen y forman una sola zona prominente resaltando en color azul marino; al mismo tiempo las zonas de alta velocidad se manifiestan únicamente en la separación de la capa límite en la barra de control y en las caras paralelas al cilindro se exhiben velocidades cercanas a cero indicativo ausencia de flujo y por tanto

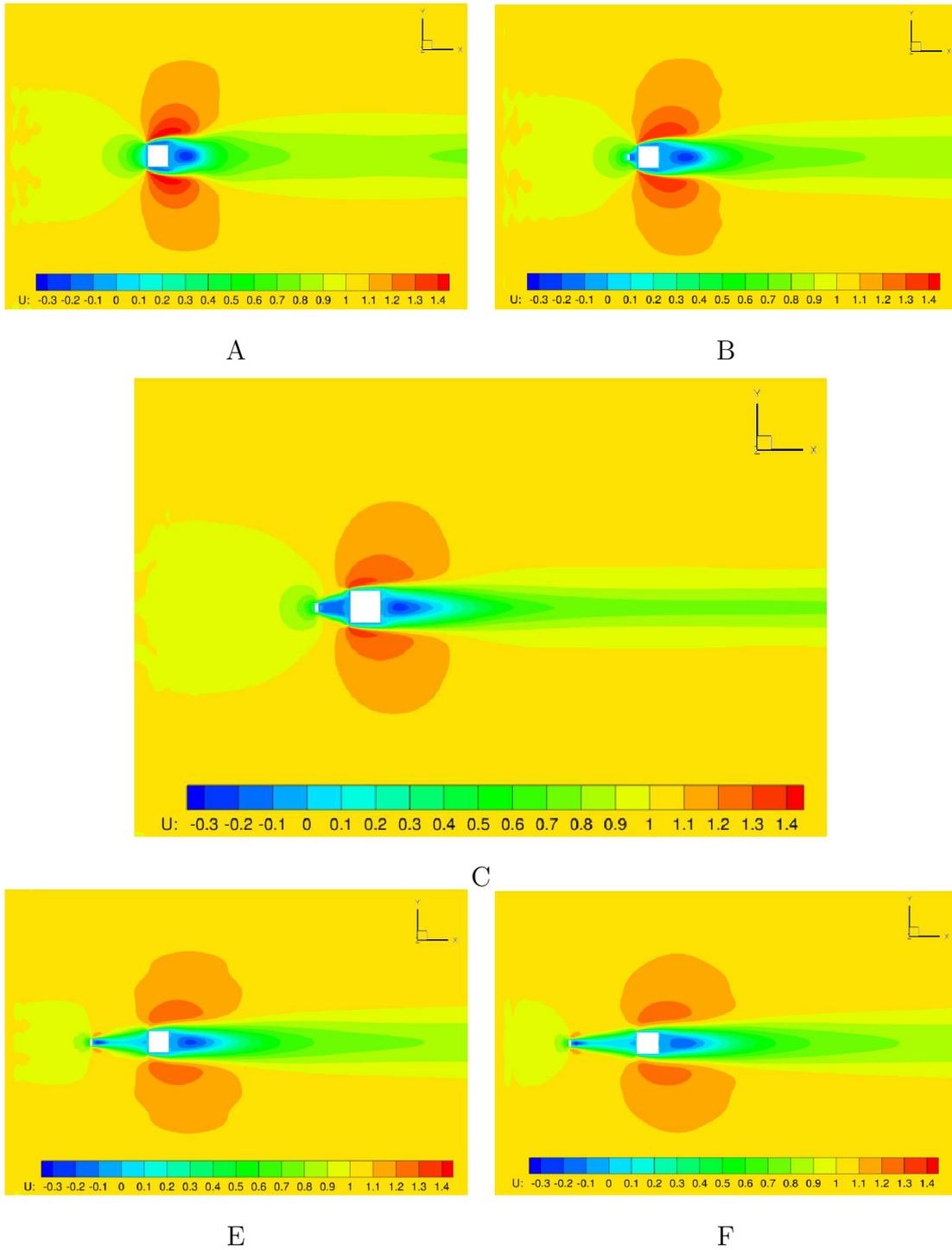


Figura 5.9: Isocontornos de velocidad promedio, variando la posición de la barra.

de mínima turbulencia. Otro efecto interesante es que la región de estancamiento que se forma aguas abajo del cilindro si bien es más pequeña en tamaño, es más intensa que para los demás casos, lo anterior debido al vacío que la barra de control provoca con estas alturas. Es precisamente este efecto de vacío el que va a provocar valores negativos en estas configuraciones del coeficiente de arrastre para el cilindro.

Los parámetros de la raíz cuadrada del valor cuadrático medio de cada una de las componentes de la velocidad representan las fluctuaciones de ésta alrededor de su valor medio en cada una de las tres direcciones principales, nuevamente, los resultados obtenidos de éstas variables se pueden comparar con resultados de simulaciones RANS.

En la figura 5.11 se visualiza el campo promedio de la fluctuación de velocidad longitudinal  $U$  para cada uno de los casos, las fluctuaciones en color azul son las más pequeñas con valor de 0.01 y van aumentando hasta llegar al rojo con valor de 0.28 veces la velocidad de entrada  $U_0$ . Si observamos el caso sin barra de control, las fluctuaciones más grandes se tienen a una distancia aproximada adimensional de 1.5 aguas abajo del cilindro, región donde se tiene una gran generación de vórtices; para los demás casos en ninguno de ellos la magnitud de la fluctuación llega a ser tan grande como en el caso sin barra y aumentan en forma paulatina en el eje central de cada estela aguas abajo del cilindro. A su vez, es interesante observar que para los casos  $B$  y  $C$ , la zona de fluctuación comienza principalmente en la entrada del cilindro, mientras que para los casos  $D$  y  $E$  tienen lugar tanto a la entrada del cilindro como en la barra de control, esto es debido a que el flujo alcanza a unirse de manera suave en las caras paralelas al flujo del cilindro y se desprende por completo en la capa límite del cilindro para los primeros casos, mientras que en los últimos, el flujo originalmente desprendido por la barra alcanza a desarrollarse convirtiéndose en una turbulencia completamente desarrollada, cuando se encuentra con el cilindro el flujo ya no puede unirse de una manera tan suave a las paredes del mismo provocando las fluctuaciones a la entrada. Otra particularidad existe en la estela del cilindro para el caso  $C$  donde se observa una zona de alta fluctuación en su centro a aproximadamente una distancia adimensional de  $1.5D$ , lo cual revela una importante variación de esta zona de estancamiento.

En la figura 5.12 se visualiza el campo promedio de la fluctuación de velocidad longitudinal

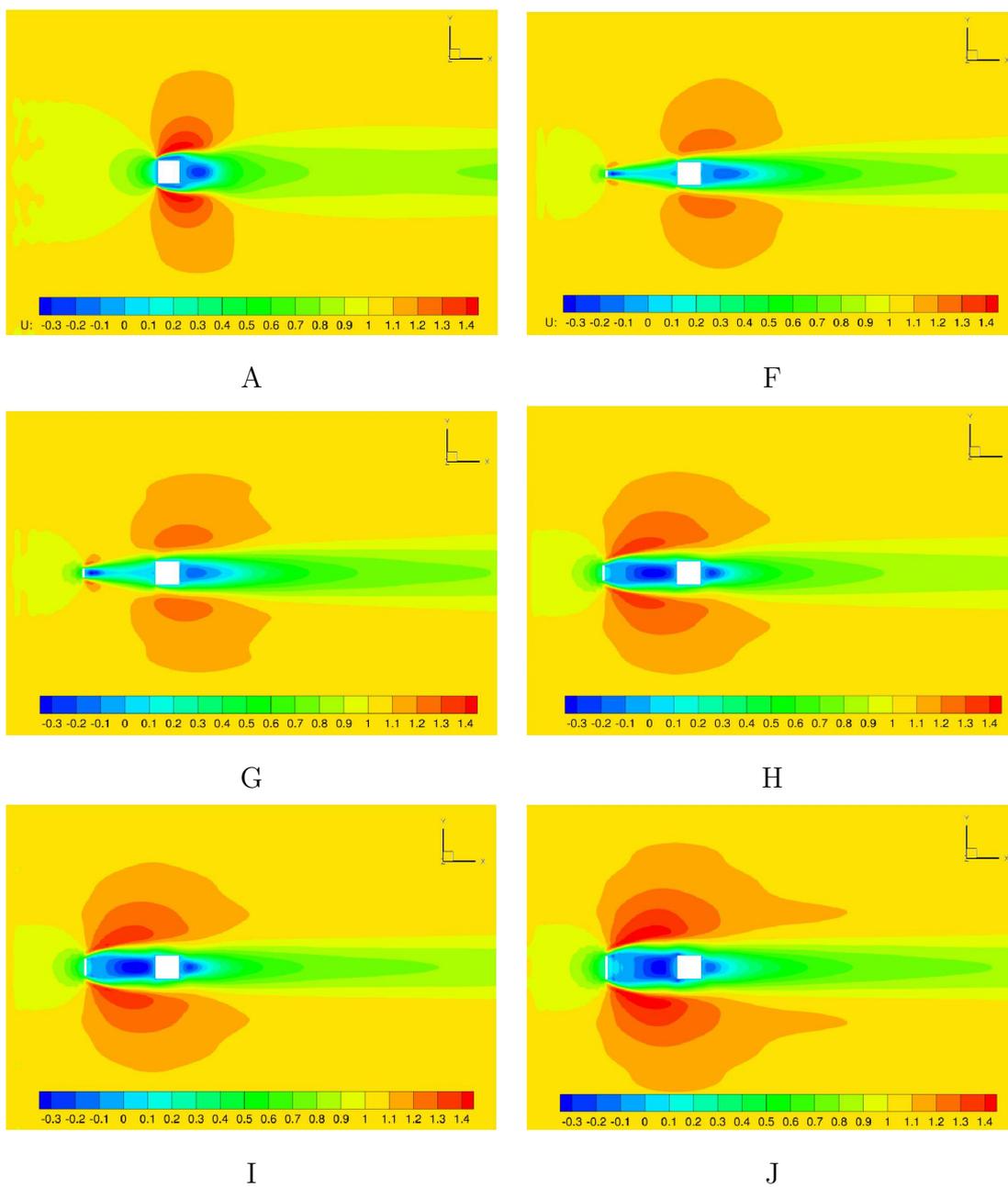


Figura 5.10: Isocontornos de velocidad promedio, variando la altura de la barra.

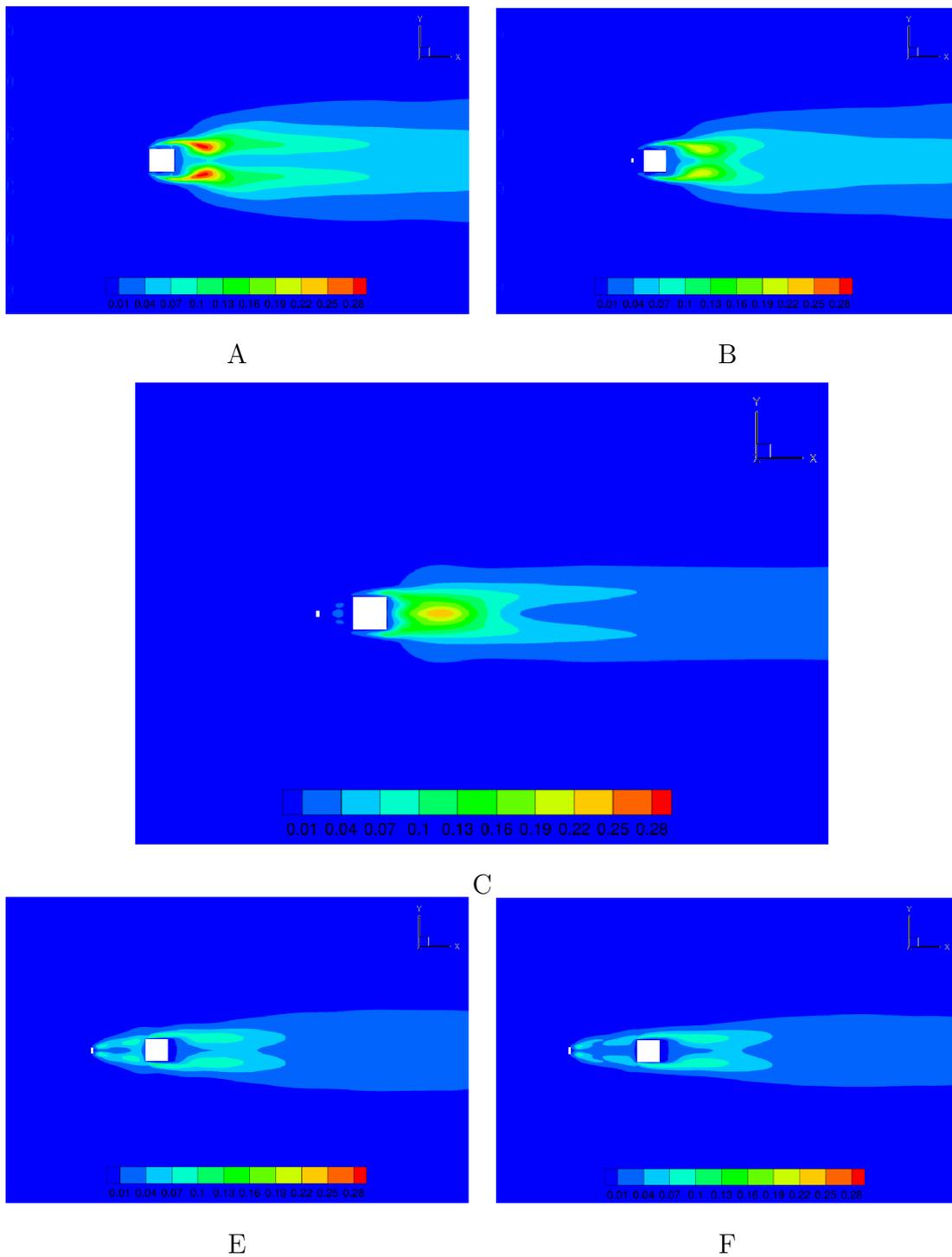


Figura 5.11: Campo promedio de la fluctuación en la velocidad longitudinal  $U$ , variando la posición de la barra.

$U$  para los casos donde se varía la altura de la barra, las fluctuaciones en color azul son las más pequeñas con valor de 0.01 y van aumentando hasta llegar al rojo con valor de 0.28 veces la velocidad de entrada  $U_0$ . Si observamos el caso sin barra de control, las fluctuaciones más grandes se tienen a una distancia aproximada adimensional de 1.5 aguas abajo del cilindro, región donde se tiene una gran generación de vórtices; para los demás casos, se observa que las regiones donde existe el desprendimiento en el flujo y por tanto los valores más grandes en las fluctuaciones ocurren en las caras paralelas al flujo de la barra de control. A medida que la altura de la barra crece, estas zonas también crecen y se extienden hacia las caras frontales del cilindro. En los casos  $I$  y  $J$ , se observan pequeñas zonas de fluctuación relativamente intensas hacia la parte final del cilindro, fenómeno que se provoca por el flujo separado proveniente de la barra de control que finalmente trata de volverse a unir; sin embargo, debido a la condición de no deslizamiento en el cilindro se vuelve a perturbar, como si éste patinara para originar dichas zonas.

De la figura 5.13 podemos observar el campo promedio de las fluctuaciones en la velocidad transversal  $V$ , en primer lugar podemos observar que las mayores fluctuaciones ocurren como se esperaba para el cilindro sin barra de control, caso  $A$ , con un valor máximo de  $0.7U_0$  y ocurre aguas abajo del mismo. Es interesante observar que en los casos  $B$  y  $C$  los valores máximos de esta fluctuación ocurren en la zona de estancamiento aguas abajo del cilindro y se extiende a lo largo de la estela, lo cual representa una baja velocidad en la dirección longitudinal y el intento del flujo por recuperar el perfil de la zona libre. Mientras que en los casos  $E$  y  $F$ , si bien existen fluctuaciones aguas abajo del cilindro, se observan fluctuaciones de mayor magnitud aguas abajo de la barra de control, lo anterior exhibe nuevamente que la separación entre los cuerpos es suficiente para que el flujo se desarrolle aguas abajo de la barra, se tenga una pequeña zona de estancamiento en esa región y finalmente las fluctuaciones se van desvaneciendo en sus respectivas estelas. Comparando las figuras 5.11 y 5.13 podemos observar sobretodo en éstos últimos casos aguas arriba del cilindro que mientras hay un aumento de  $u'$  hay un decremento en  $v'$ ; y por otro lado aguas abajo de la barra de control principalmente ocurre el fenómeno inverso.

El campo de fluctuaciones en la velocidad transversal cuando se varía la altura de la barra se observan en la figura 5.14, para los casos  $F$ ,  $G$  y  $H$ , se tienen las mayores intensidades de esta

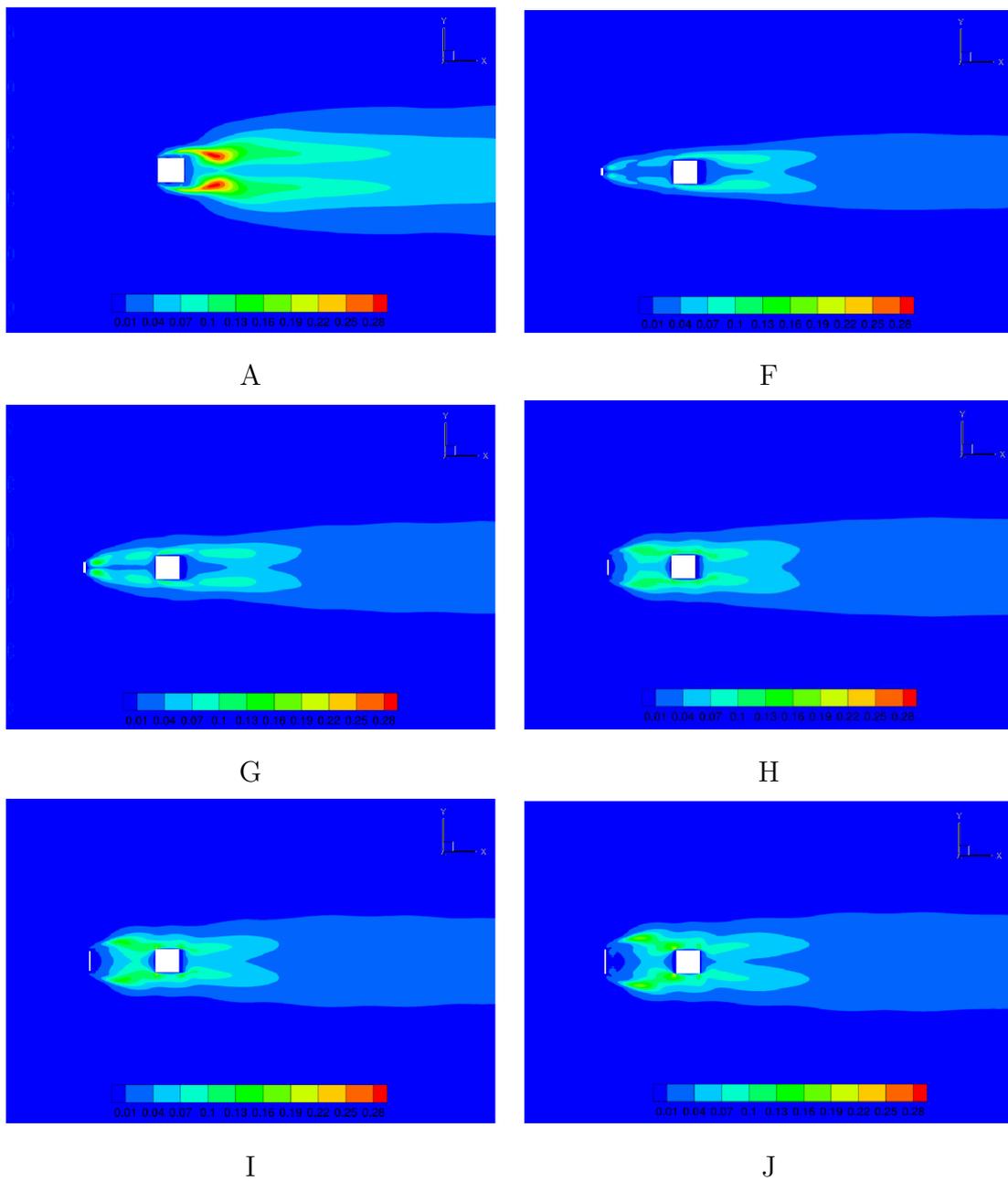


Figura 5.12: Campo promedio de la fluctuación de la velocidad longitudinal  $U$ , variando la altura de la barra

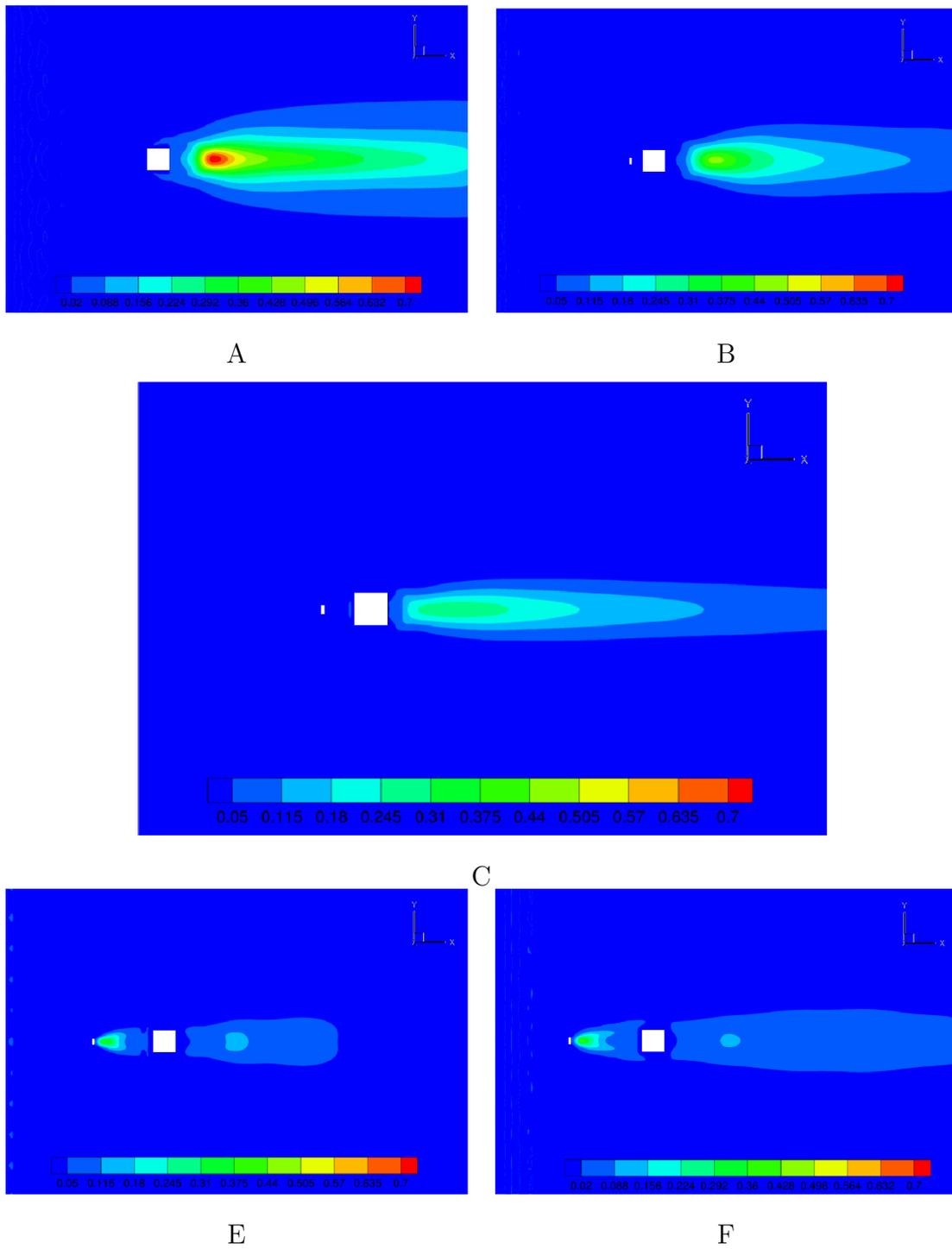


Figura 5.13: Campo promedio de la fluctuación en la velocidad transversal  $V$ , variando la posición de la barra.

fluctuación detrás de la barra de control debido a la zona de estancamiento y a la baja velocidad longitudinal, a su vez se observa para todos los casos que existen mínimos valores de fluctuación en las caras paralelas al flujo del cilindro sinónimo de una pobre mezcla entre las capas del flujo en estas zonas, o bien, de mínima turbulencia.

Analizando las fluctuaciones en la velocidad normal  $W$  figura 5.15, podemos observar que son las más bajas de las fluctuaciones medias de velocidad para cada uno de los dominios. A diferencia de las fluctuaciones anteriores, aquí cada caso exhibe un comportamiento muy particular.

Para el caso sin barra de control, los valores máximos se tiene en el centro de la estela, en el caso  $B$ , se presenta que al principio de la estela disminuye la fluctuación de esta velocidad; sin embargo el flujo al seguirse desarrollando cambia y exhibe sus mayores fluctuaciones a una distancia aproximada de  $2.0D$ , región que coincide con la interacción entre los planos normales para las fluctuaciones en  $U$  y  $V$ . Para el caso  $C$ , observamos que las máximas fluctuaciones de  $W$  se presentan en la cara frontal del cilindro, la forma cóncava en que presentan son indicio de los vórtices estacionarios formados por el flujo debido al efecto de la barra. Si bien el perfil de las fluctuaciones en  $W$  son parecidos para los casos  $E$  y  $F$ , se observa que para el primero las máximas fluctuaciones ocurren en la cara frontal y aguas abajo del cilindro, mientras que para el segundo ocurren básicamente dentro de las capas límite de la barra de control.

En la figura 5.16 se presenta las fluctuaciones en la velocidad normal  $W$  cuando se varía la altura de la barra. Curiosamente, los valores más altos de la fluctuación  $W$  se presenta en el caso  $I$  y no en el caso sin barra de control  $A$ , estas máximas fluctuaciones (de aproximadamente  $2.0U$ ) se presentan justo aguas abajo de la barra de control evidenciando que es ahí donde existe una gran mezcla entre las capas normales del flujo; del mismo modo existen fluctuaciones aunque con menor intensidad en la cara frontal y en las paredes del cilindro, justo donde se espera la zona de desprendimiento de la capa límite. Un perfil muy similar de las fluctuaciones al anterior se tiene en el caso  $J$ , aunque sus intensidades son menores. Por otro lado, en los casos  $F$ ,  $G$  e  $I$  los valores máximos se presentan aguas abajo del cilindro a una distancia aproximada de  $2.5D$ , en forma de riñón, aunque su intensidad es muy débil, indica la pobre zona de mezcla que existe para estos casos.

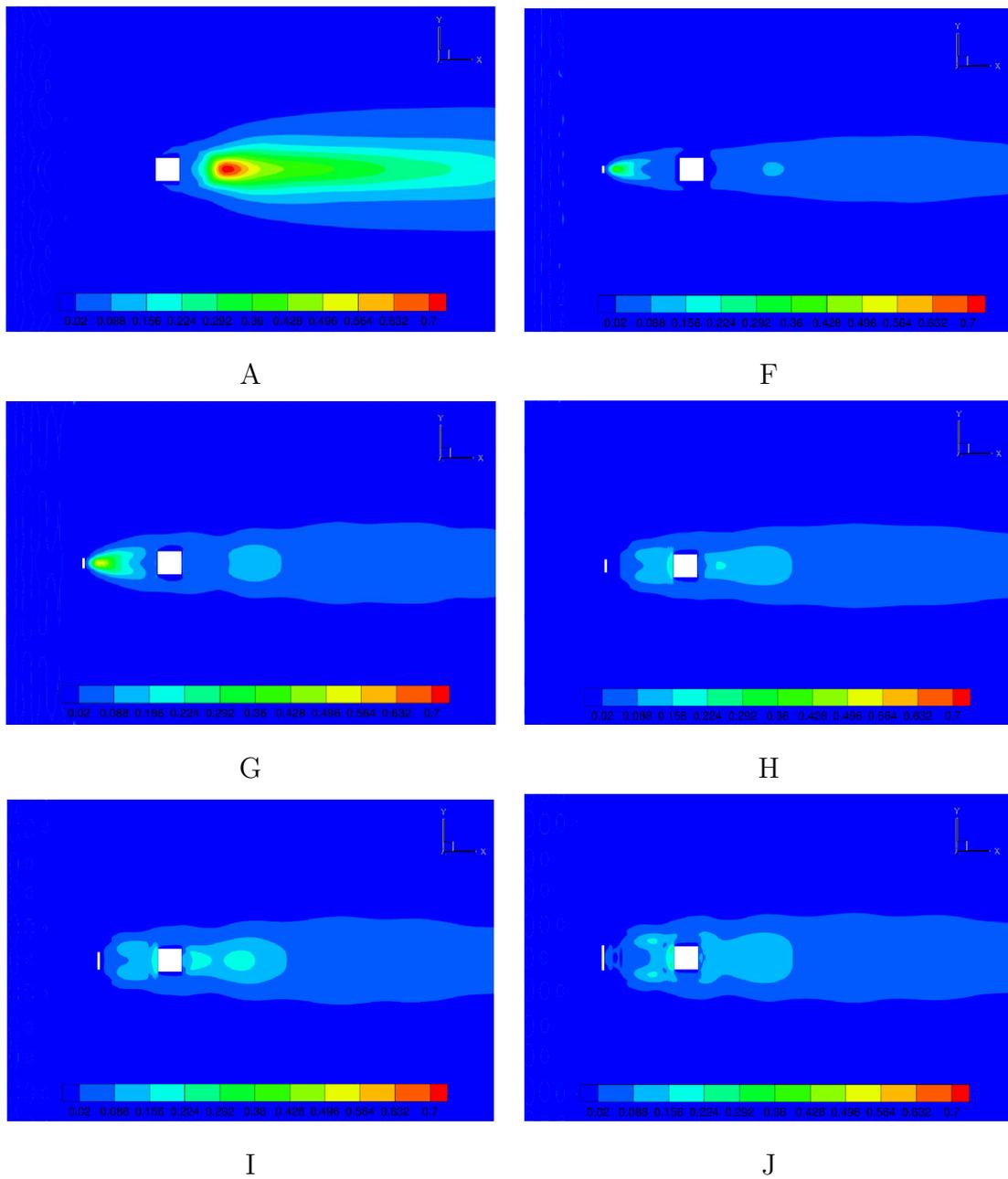


Figura 5.14: Campo promedio de la fluctuación de la velocidad transversal  $V$ , variando la altura de la barra

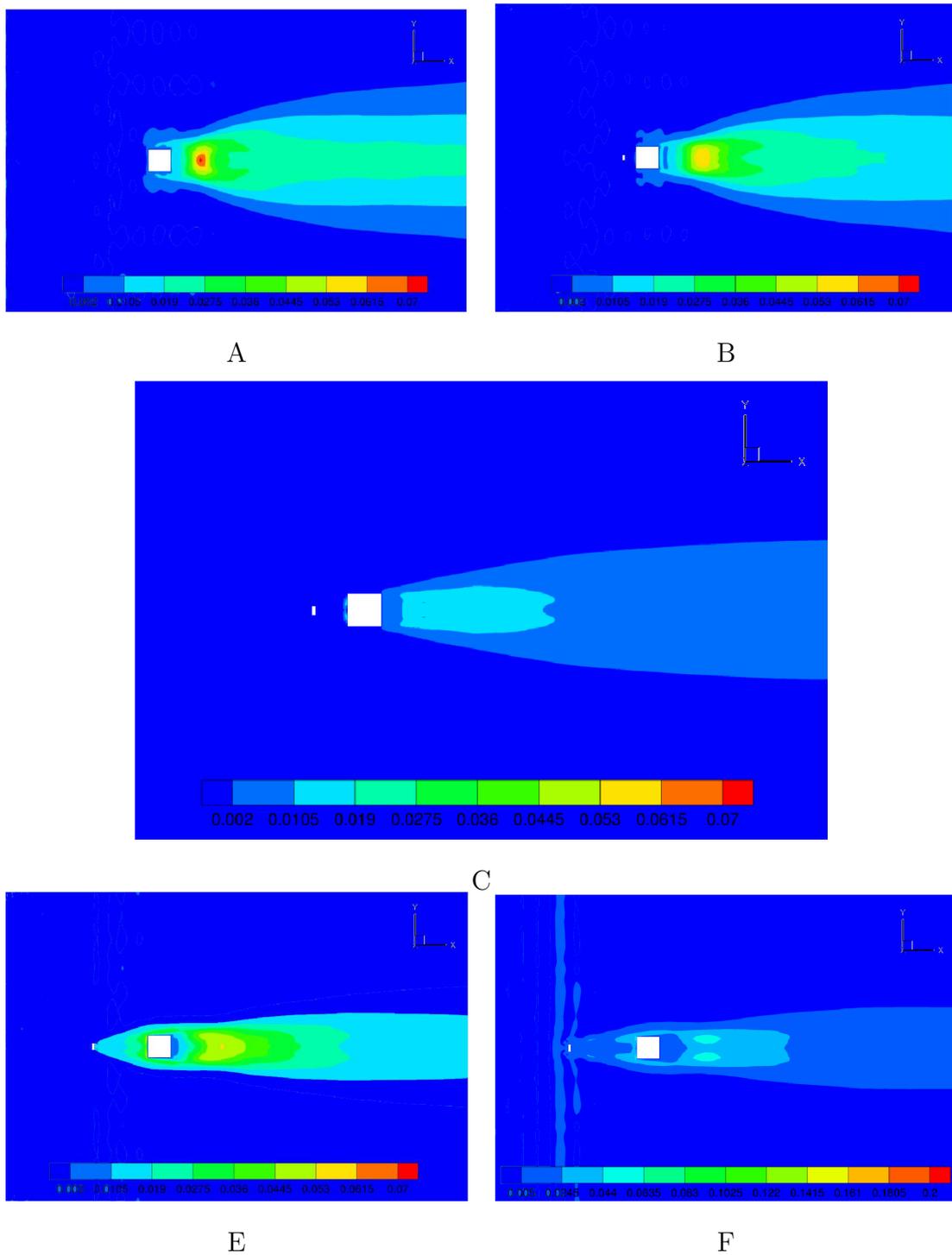


Figura 5.15: Campo promedio de la fluctuación en la velocidad normal  $W$ , variando la posición de la barra.

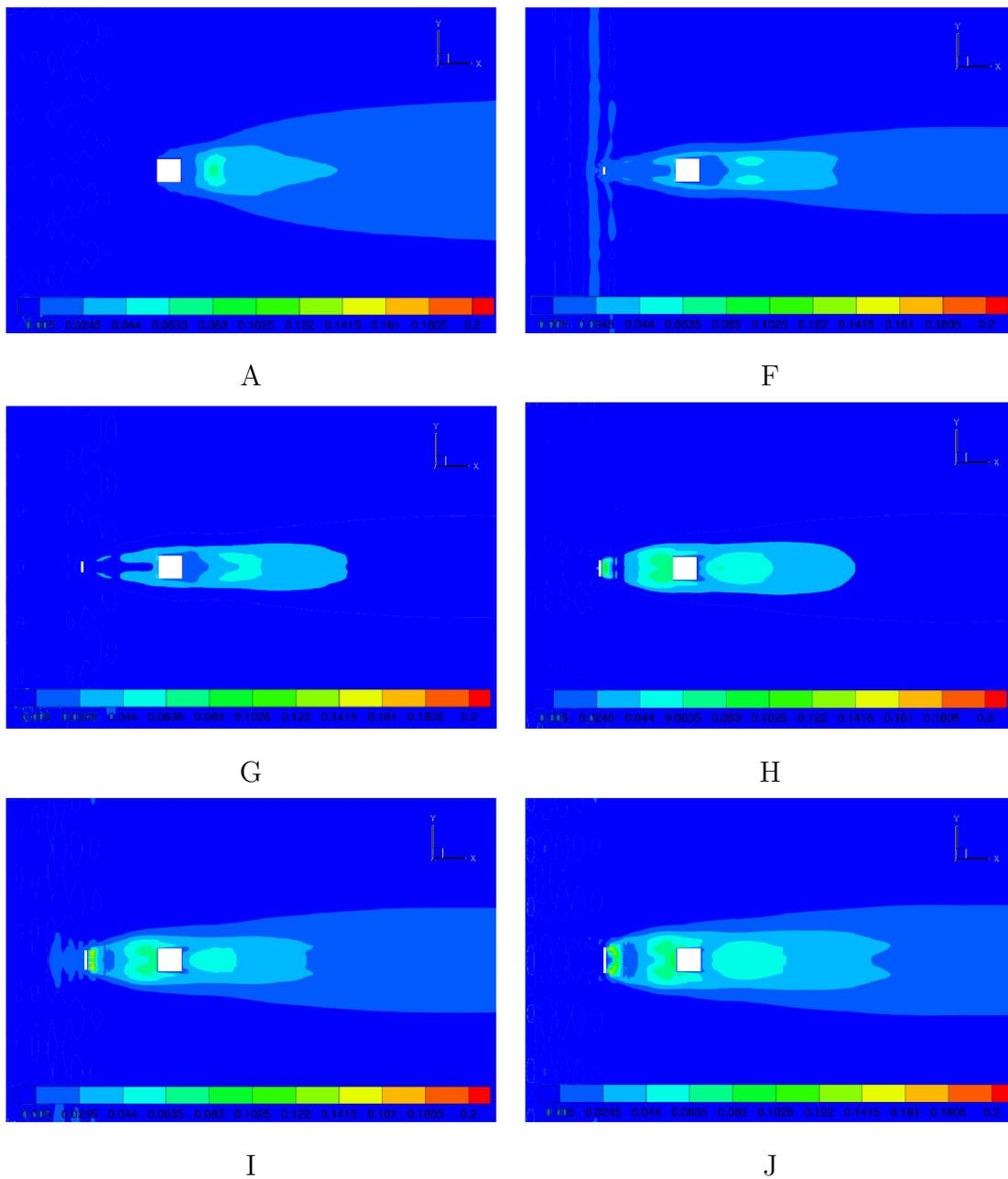


Figura 5.16: Campo promedio de la fluctuación de la velocidad normal  $W$ , variando la altura de la barra.

El último parámetro que se analizará en valores promedio es correspondiente a los esfuerzos tangenciales o también llamado esfuerzos de Reynolds. En esta investigación analizaremos el esfuerzo cortante principal ( $u'v'$ ) el cual es debido a la combinación de la pareja de componentes de velocidad de mayor intensidad, la velocidad longitudinal  $U$  y transversal  $V$ . En la figura 5.17, se reportan los esfuerzos cortantes principales para los casos donde se varía la posición de la barra, como primera observación se tiene la simetría de los perfiles con respecto al eje central. Estos esfuerzos tienen la característica que son de la misma intensidad y de sentido contrario. Como podemos observar para los casos  $A$   $B$  y  $C$ , estos esfuerzos tienen lugar inmediatamente después de la separación en la capa límite del cilindro, mientras que en los casos  $E$  y  $F$ , los esfuerzos ocurren en ambos, inmediatamente después de la separación de la capa límite del cilindro así como de la barra de control, siendo de mayor intensidad en ésta última. Es por esto que en el caso  $C$ , la turbulencia es provocada principalmente por la perturbación del cilindro al flujo y no por la barra, mientras en los casos  $E$  y  $F$  es claro que la perturbación de la barra de control es la principal originadora de turbulencia.

Finalmente, en la figura 5.18, se presenta el esfuerzo cortante principal cuando se varía la altura de la barra. Como se dijo anteriormente es este esfuerzo el que va a provocar la perturbación necesaria en el flujo que inyecta la energía turbulenta en el flujo. De las figuras podemos distinguir entre dos patrones interesantes, el primero pertenece a los casos  $F$ ,  $G$  y  $H$ , en los cuales podemos notar gran simetría en los esfuerzos que se presentan con igual intensidad pero en sentido contrario, los esfuerzos máximos están pues ubicados inmediatamente después de que ocurre la separación de la capa límite en la barra de control y que se distinguen por sus formas características de lengua. El segundo patrón pertenece a los casos  $I$  y  $J$ , los valores en la fluctuación son cuantitativamente menores comparados con los demás casos y únicamente ocurren en el área de entrada y salida del cilindro, también se logran apreciar pequeñas franjas de fluctuación en el borde de entrada en el cilindro, estos patrones son esperados si se toma en cuenta que la estela provocada por la barra prácticamente envuelve al cilindro dejando al flujo con una mínima inyección de turbulencia en estas zonas. Es más, si se compara estos casos con el contorno instantáneo de velocidades 5.6, se puede observar que el flujo muy cerca de las paredes y en los bordes de la barra de control pareciera

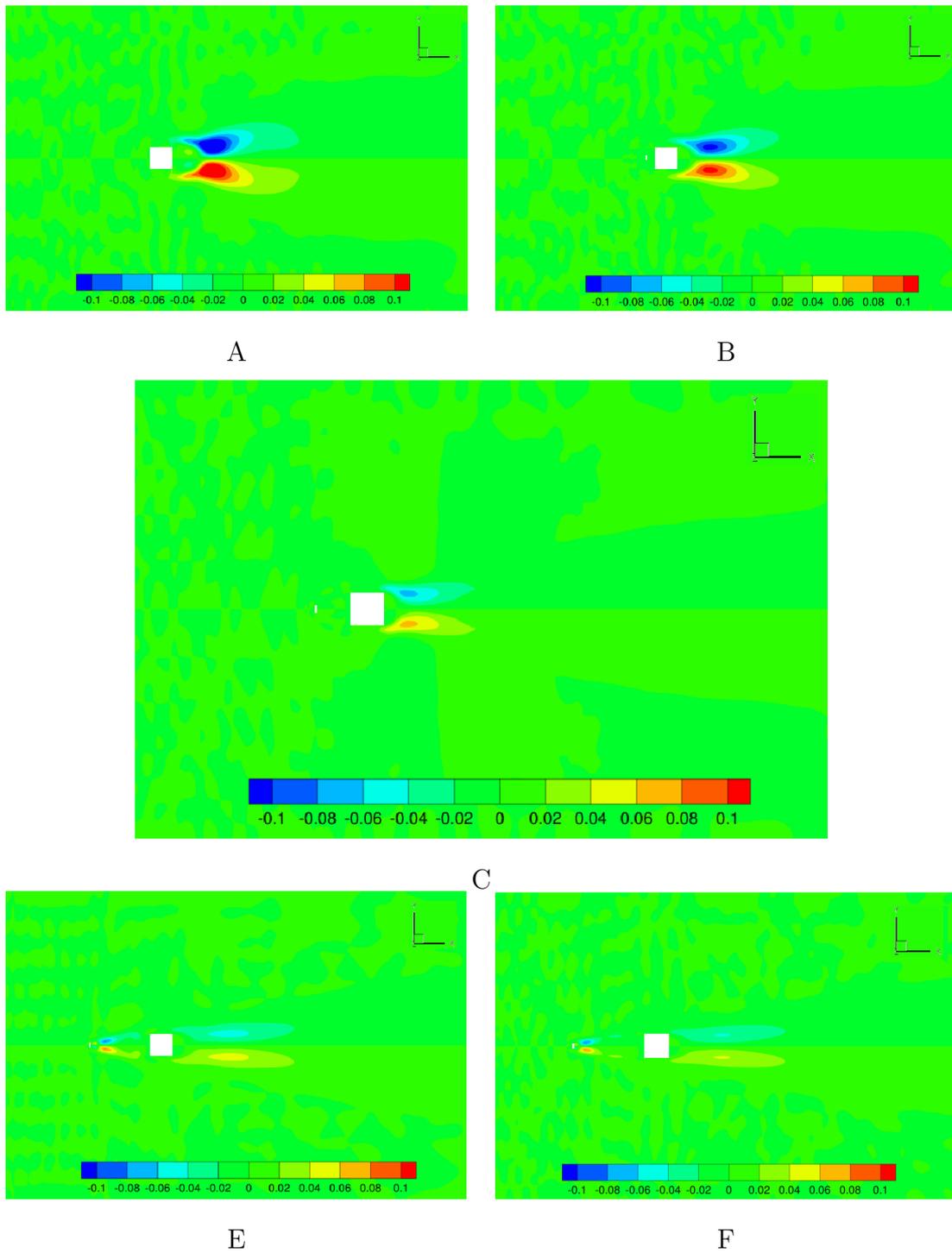


Figura 5.17: Campo promedio del esfuerzo cortante principal  $UV$ , variando la posición de la barra.

laminarizarse.

A continuación, la distribución de presión alrededor del cilindro, los coeficientes de arrastre sobre el cilindro y sobre la configuración total son estudiados; así como los valores en el coeficiente de sustentación. Las fuerzas de sustentación y arrastre están directamente relacionados con las características del flujo al rodear a los dos cuerpos.

## 5.5. Distribución de presiones en el cilindro

La figura 5.19 muestra la distribución del promedio en el tiempo del coeficiente de presión sobre la superficie del cilindro para diferentes posiciones de la barra con una altura fija  $h/D = 0,2$ . La línea sólida denota el coeficiente de presión obtenido cuando la barra de control no está presente en la configuración. Las líneas restantes corresponden al coeficiente de presión sobre el cilindro cuando la barra de control es colocada. Se puede observar que cuando la barra de control es usada, la variación en el coeficiente de presión es mucho menor que en el caso *A*. En la cara frontal del cilindro, se observa una disminución considerable en la presión, como efecto de la supresión realizada por la barra de control. En los casos *B* y *C*, la distribución de presiones es cóncava y la presión decrece a medida que el espacio entre cuerpos aumenta. En los casos *E* y *F*, la distribución de presiones en la cara frontal del cilindro aumenta en comparación con las otras posiciones y la curva se vuelve convexa. A pesar de este incremento en la presión (la cual es ocasionada por la turbulencia completamente desarrollada aguas abajo de la barra de control), la presión en el frente del cilindro es todavía menor que para el caso *A*. Además, cuando la barra de control es utilizada, el coeficiente de presión en la cara trasera del cilindro incrementa pero su magnitud decrece (nótese que es negativa), lo anterior es debido a que el efecto de formación de vórtices aguas abajo del cilindro es suprimido por la barra de control. Resultados similares en la distribución de presión se encontraron en trabajos experimentales como el de Sakamoto [1997] a pesar de tener un número de Reynolds  $Re = 5,6 \times 10^4$  e igualmente en la investigación dirigida por Md. Mahbub Alam [2008], donde se estudió el problema con dos cilindros cuadrados.

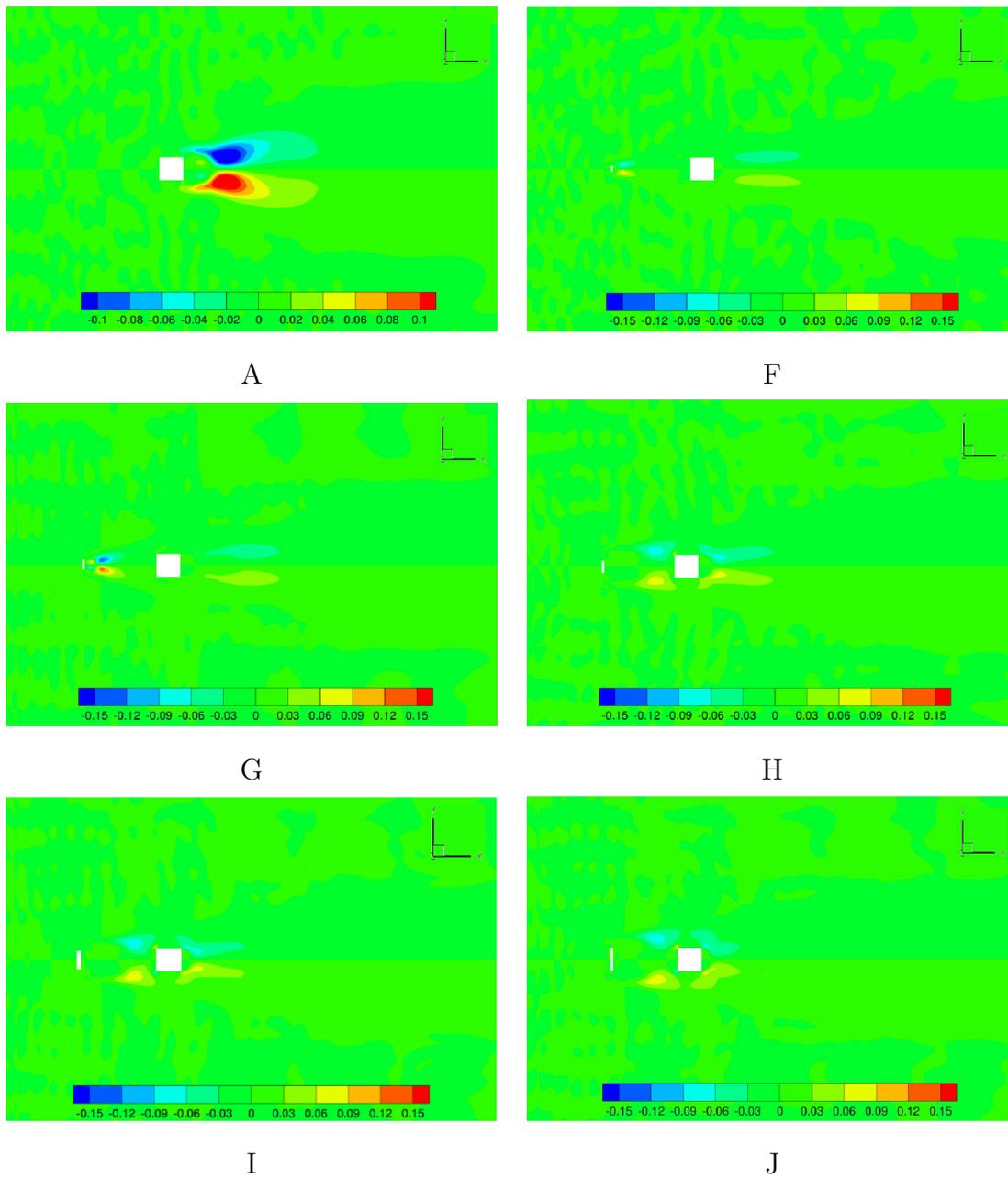


Figura 5.18: Campo promedio del esfuerzo cortante principal  $UV$ , variando la altura de la barra.

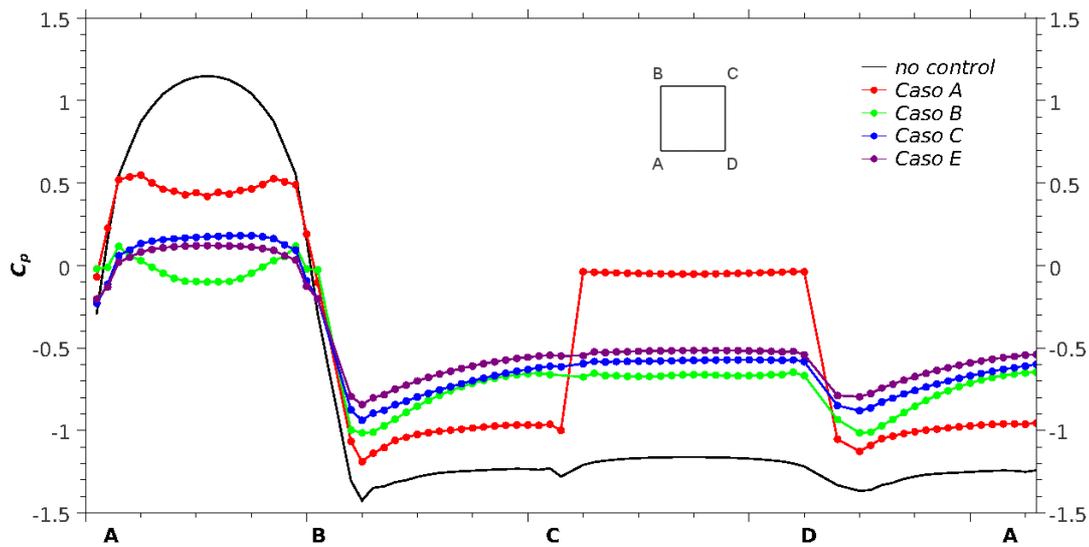


Figura 5.19: Coeficiente de presión sobre la superficie del cilindro para diferentes posiciones  $s/D$  y  $h/D = 0,2$

## 5.6. Reducción del arrastre

En esta sección el efecto de la barra de control en la reducción del arrastre sobre el cilindro y en la configuración total experimental es investigado. La figura 5.20 muestra la relación que existe entre el coeficiente de arrastre  $C_d$  y la posición de la barra de control para diferentes alturas de la misma. El valor del  $C_d$  para el cilindro sin la barra de control es 2.087. Se observa que el arrastre actuando sobre el cilindro disminuye en todos los casos cuando se coloca la barra de control, esto se debe a que el cilindro se encuentra dentro de la región de la estela provocada por la barra. La baja presión en esta estela resulta en una reducción en el arrastre del cilindro.

El efecto de la altura de la barra es importante, se puede apreciar que existe una proporcionalidad entre la altura de la barra y la reducción del arrastre en el cilindro. Como se muestra en la figura 5.6, en los casos  $F$ ,  $G$ , y  $H$ , detrás de la estela de la barra de control se crean vórtices de manera alternada, mientras que en  $H$  y  $J$ , grandes vórtices permanecen entre los cuerpos. Esto indica que la presión en la cara frontal del cilindro se vuelve cada vez más pequeña a medida que la altura de la barra crece. Además la supresión de vórtices alternados detrás de la barra también se

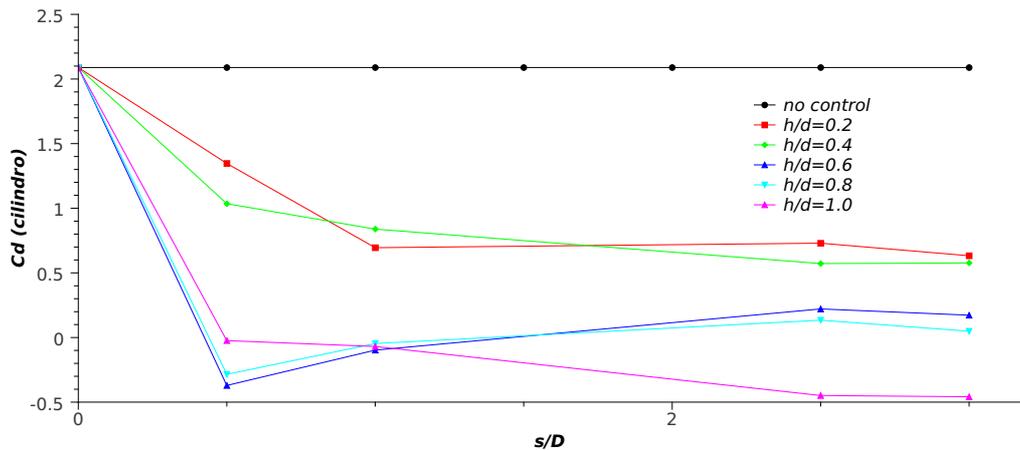


Figura 5.20: Coeficiente de arrastre en el cilindro contra la distancia de separación  $s/D$  para diferentes alturas  $h/D$  de la barra

vuelve más efectiva a medida que la barra aumenta en altura. Por lo tanto, el arrastre en el cilindro decrece a razón del aumento en la altura de la barra. Cuando la barra es lo suficientemente grande, a partir del caso  $H$ , el arrastre sobre el cilindro es negativo. Esto indica que la fuerza horizontal actuando sobre el cilindro a cambiado de dirección por lo que se vuelve una fuerza que propulsa hacia adelante al cilindro en lugar de detenerlo.

Otro parámetro importante para el control del arrastre es la distancia de separación entre la barra de control y el cilindro. Para cada altura de la barra, se encontró la posición apropiada que corresponde al mínimo arrastre actuando sobre el cilindro. Estos resultados se muestran en la Tabla 5.2.

El arrastre total en el sistema, el cual es la suma del arrastre actuando sobre el cilindro más el arrastre que actúa sobre la barra es analizado. En la figura 5.21 se presenta el coeficiente de arrastre total como función de la posición de la barra de control para diferentes alturas. La figura muestra que el arrastre total aumenta a medida que la altura de la barra aumenta. El caso más significativo de dicho comportamiento es cuando  $h/D = 1.0$ , donde el arrastre total llega a ser incluso mayor que cuando no se emplea la barra, a pesar que como se observa en la figura 5.20 es cuando menos arrastre tiene el cilindro. Como se puede observar, de todos los casos estudiados, en

$x/D \backslash h/D$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	2.0870	—	—	—	—	—
0.5	—	1.3467	1.0355	-0.2852	-0.2852	-0.0251
1.0	—	0.6949	0.8386	-0.0977	-0.0468	-0.0695
2.5	—	0.7296	0.5720	0.2210	0.1339	-0.4488
3.0	—	0.6326	0.5768	0.1727	0.0488	-0.4584

Tabla 5.2:  $C_d$  para el cilindro cuadrado.

$x/D \backslash h/D$	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
0.0	2.0870	—	—	—	—	—
0.5	—	1.5186	1.4040	1.2068	1.5844	2.6935
1.0	—	0.9599	1.3562	1.3527	1.7630	2.5126
2.5	—	1.1848	1.4402	1.6443	1.8710	2.0313
3.0	—	1.0760	1.2095	1.4570	1.6450	2.0889

Tabla 5.3:  $C_d$  total.

el caso  $C$  se presenta el menor arrastre total, alrededor de un 54% comparado al caso sin barra. El valor obtenido para el coeficiente de arrastre total para los experimentos realizados en esta investigación se presenta en la tabla 5.3.

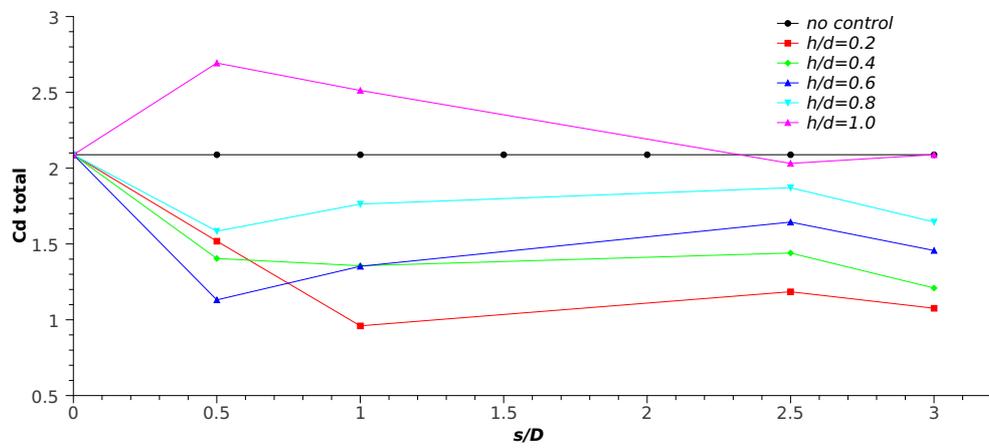


Figura 5.21: Coeficiente de arrastre total contra la distancia de separación  $s/D$  para diferentes alturas  $h/D$  de la barra

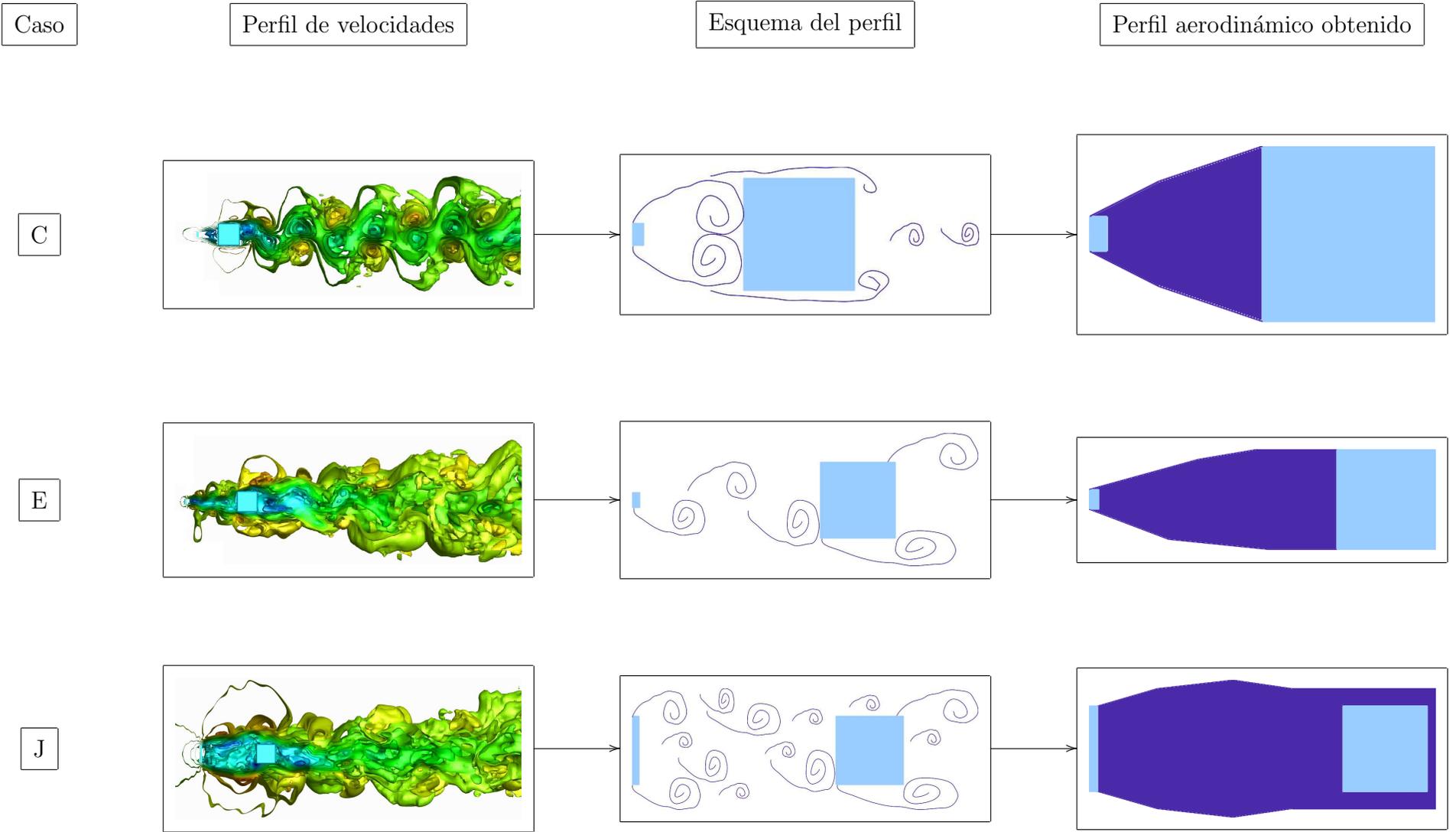


Figura 5.22: Comparación en los perfiles obtenidos para los casos más representativos

Una forma alternativa de entender la reducción o aumento del arrastre en los casos descritos es mediante la comparación de los perfiles aerodinámicos obtenidos, estos perfiles resultan de la *unión* de los cuerpos y el fluido que se encuentra entre los mismos. Lo anterior se expone en la figura 5.22. De la figura se tienen los casos  $C$  y  $E$ , que fueron los casos donde más se redujo el coeficiente de arrastre total con  $C_d = 0,9599$  y  $C_d = 1,1848$  respectivamente; junto con el caso  $J$ , que fue de los casos donde se obtuvo de los menores coeficientes de arrastre para el cilindro  $C_{dcil} = -0,4584$ , pero de los mayores coeficientes de arrastre totales. Como se observa, mientras que para los casos  $C$  y  $E$  se obtiene un perfil aerodinámico simétrico; en el caso  $J$ , se obtiene un cuerpo romo.

Para el caso  $C$ , el hecho de que se formasen dos vórtices cuasi-estacionarios entre los cuerpos, teniéndose prácticamente un perfil laminar, ayudó a originar con mayor sutileza el perfil, en tanto que para el caso  $E$ , el separación entre los cuerpos dio lugar a vórtices antisimétricos, una turbulencia bidimensional, la cual afectó la regularidad en la creación del perfil; finalmente en el caso  $J$  debido a que se tiene una turbulencia completamente desarrollada entre los cuerpos, con presencia de grandes y pequeñas escalas de turbulencia, resulta imposible la formación de un perfil aerodinámico.

## 5.7. Frecuencias características de la aparición de los vórtices en la configuración experimental

En la presente investigación, el coeficiente de sustentación para todas las configuraciones fue cero, debido a la simetría de los cuerpos. En la figura 5.23 se presentan el coeficiente de sustentación instantáneo y el espectro de energía para  $h/D = 0.2$  y variando la distancia perpendicular entre los cuerpos. El espectro de energía se obtuvo aplicando la transformada de Fourier a los valores del coeficiente de sustentación para toda la historia de simulación. Se interpreta el resultado como la frecuencia de producción de vórtices, que es proporcional al número de Strouhal (visto en el Capítulo 1), comparando a éste con respecto a la variación de de energía entre cada frecuencia. De acuerdo a la hipótesis de Kolmogorov, los grandes torbellinos son asociados con frecuencias bajas;

mientras que los pequeños torbellinos son asociados con frecuencias altas Kolmogorov [1941]

La sustentación actuando sobre el cilindro cuadrado es congruente con la estructura del flujo alrededor de él. Los picos negativos representan la generación de vórtices en la cara superior del cilindro y viceversa. De la figura se observa que la amplitud en las fluctuaciones de la sustentación es de aproximadamente 1.0, cuando el flujo no es controlado. Se puede observar que las fluctuaciones en los casos 5.23 *C*, *E* y *F* son bien suprimidas, si se comparan con el caso *A* con un valor aproximado de 0.5. Al aplicar una transformada de Fourier a la señal de temporal del coeficiente de sustentación, se encuentra la frecuencia característica de aparición de los vórtices detrás de los cuerpos  $f_s$ . El número de Strouhal está dado por  $S_t = f_s/(L/U_0)$ , tal como se presentó en el Capítulo 1.

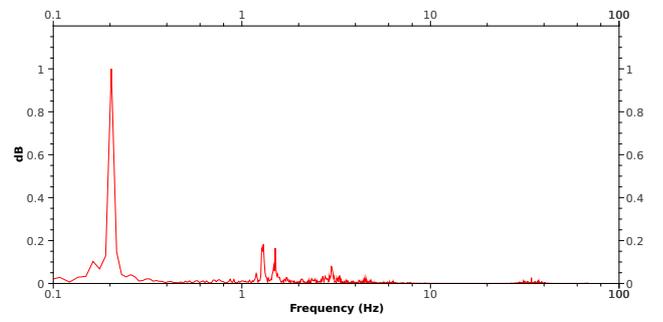
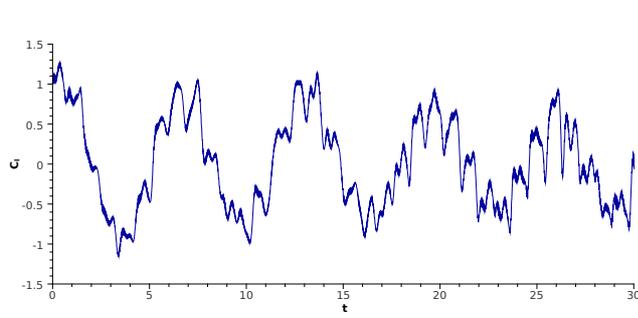
Por su parte, el espectro de frecuencias también cambia cuando se coloca la barra de control, lo que indica que la frecuencia de creación de vórtices detrás del cilindro cuadrado cambia, tal como se esperaba. Se observa que para el caso 5.23 *A*, cuando no está presente la barra de control, la oscilación exhibe una sola frecuencia prominente correspondiente a un número de Strouhal  $S_t = 0.2032$ , en el caso 5.23 *B*, si bien se presenta un pequeño pico relativamente alejado de la gráfica, aún se conserva una sola frecuencia dominante, debida a la generación de vórtices principalmente en el cilindro cuadrado, lo que nos indica que es relativamente tan pequeña tanto la altura de la barra, como la distancia que existe entre los cuerpos que el efecto global en el flujo de la barra apenas comienza a ser perceptible. Este efecto se comprueba en el  $C_l$  instantáneo, donde se tiene un valor promedio aproximado de 0.7.

Para el caso 5.23*C*, se observan dos frecuencias dominantes, es decir, existe una gran interacción del flujo entre los cuerpos, ya que ambos son productores de vórtices, enfocándonos al caso 5.23 *C*, los vórtices desprendidos de la barra de control forman en realidad dos vórtices cuasi-estacionarios entre los cuerpos y los vórtices desprendidos del cilindro cuadrado se aparean y continúan a lo largo de la estela (véase figuras 5.4 *C*, 5.5 *C* y 5.8 *C*) que nos indica que la turbulencia es bidimensional con muy poca difusividad; o propiamente dicho, se tiene un flujo en transición a la turbulencia a lo largo de la configuración. Por otra parte, para estos mismos casos, se tiene un valor relativamente bajo en las fluctuaciones del  $C_l$  (aproximadamente de 0.5).

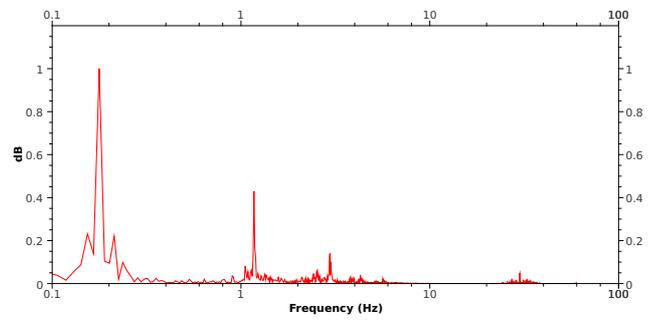
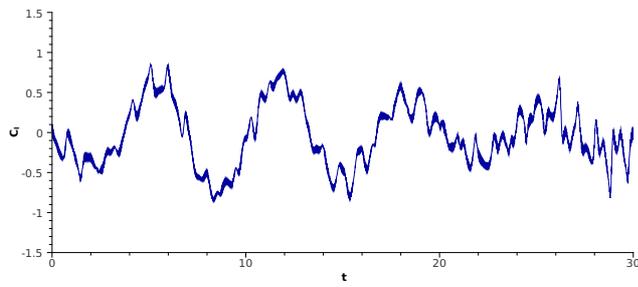
En los casos 5.23 *E* y *F*, se observan dos frecuencias aunque no se pueden decir propiamente dominantes, ya que existe una multitud de frecuencias que exhiben una turbulencia completamente desarrollada, sobre todo en la estela detrás del cilindro cuadrado.

La figura 5.24 presenta el coeficiente de sustentación instantáneo y espectro de energía cuando  $s/D = 3.0$ , variando la altura de la barra. A diferencia de los resultados anteriores, donde en cada uno de los casos se había presentado una disminución en las fluctuaciones en el coeficiente de sustentación, comparándola al caso *A*; aquí se observa un aumento de éstas para los casos 5.24 *H*, *I* y *J*, con un valor adimensional aproximado de dos, prácticamente al doble que las variaciones al caso *A*. En estos mismos casos se observa una frecuencia dominante, que para el caso 5.24 *I* tiene un número de Strouhal de  $St = 0.2621$ , siendo éste último mayor que para el caso *A*, comprueba que para estos casos se tiene una mayor vibración y ruido en la configuración (principalmente en el cilindro), lo cual repercutiría fuertemente en consideraciones de diseño. Además, este comportamiento indica que el flujo desprendido de la barra de control origina vórtices suficientemente grandes para que éstos al llegar al cilindro prácticamente lo rodeen, es decir, el flujo no alcanza a unirse en las caras paralelas del cilindro como en los demás casos. De esta forma, se concluye que la altura de la barra es determinante en el comportamiento del flujo, puesto que para los casos indicados, el efecto ahora del cilindro en el flujo es casi despreciable en la generación de vórtices.

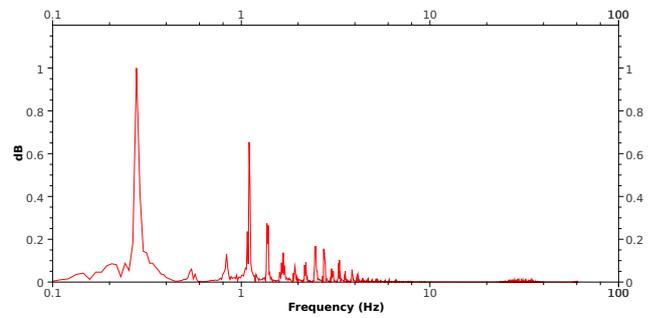
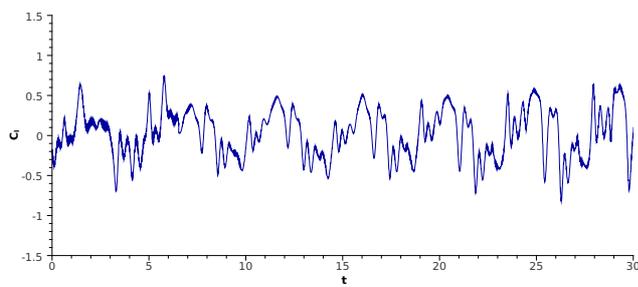
Para el caso 5.24 *G* no se observa una frecuencia dominante sino más bien una multiplicidad de éstas, aunque las fluctuaciones en el coeficiente de arrastre tiene una amplitud muy cercana a uno.



A



B



C

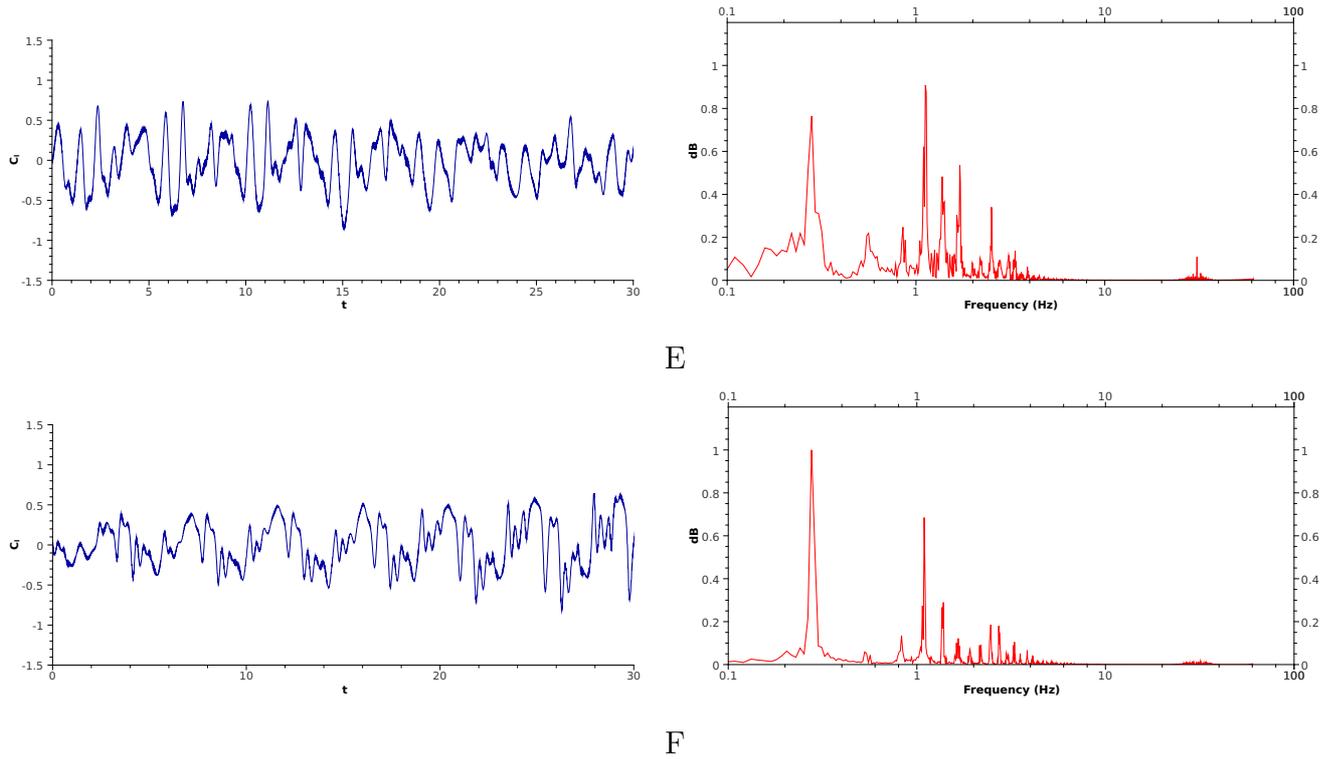
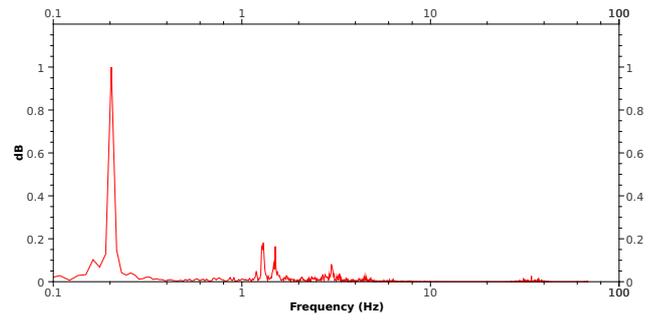
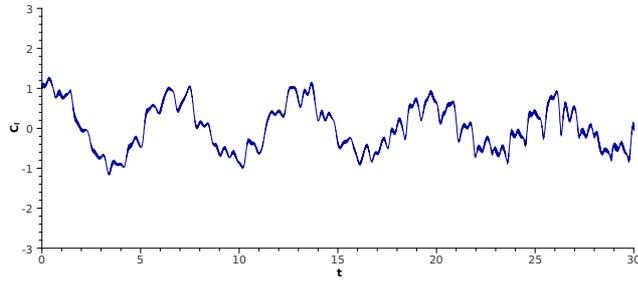
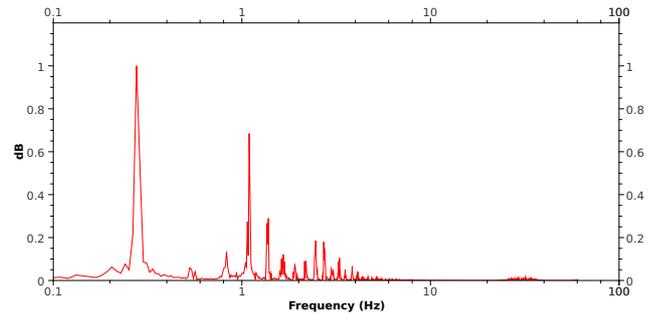
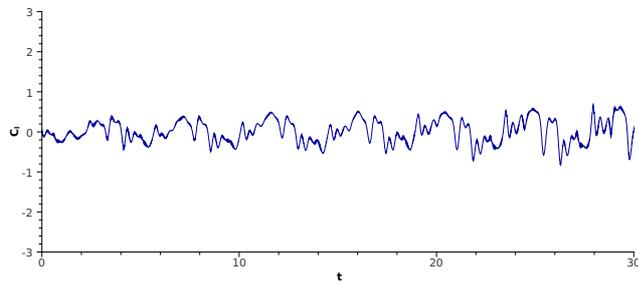


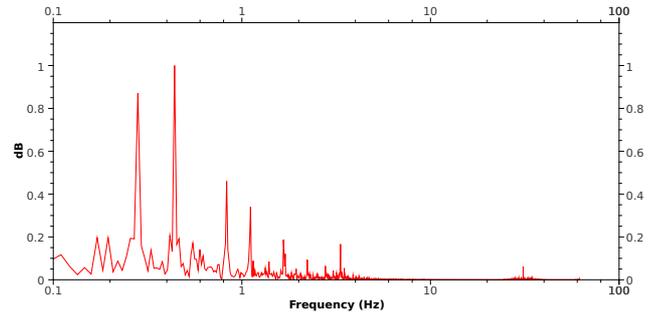
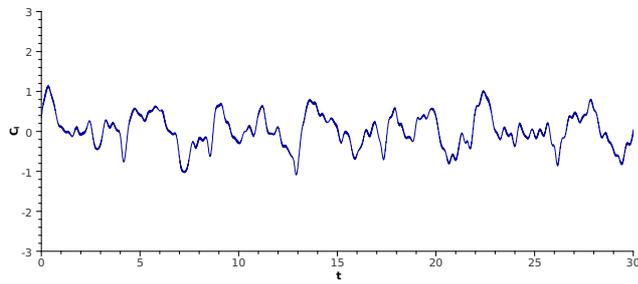
Figura 5.23: Coeficiente de sustentación instantáneo y espectros de energía, variando la posición de la barra.



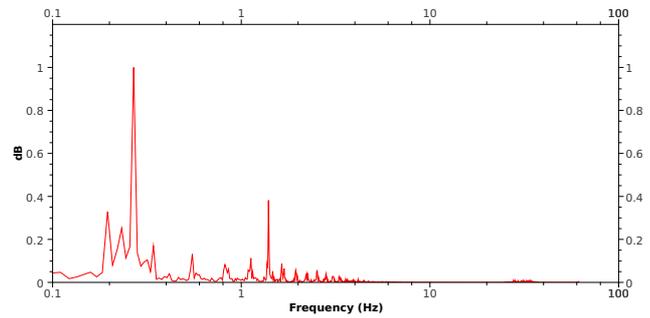
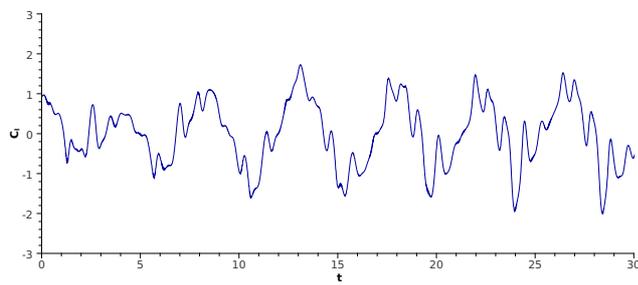
A



F



G



H

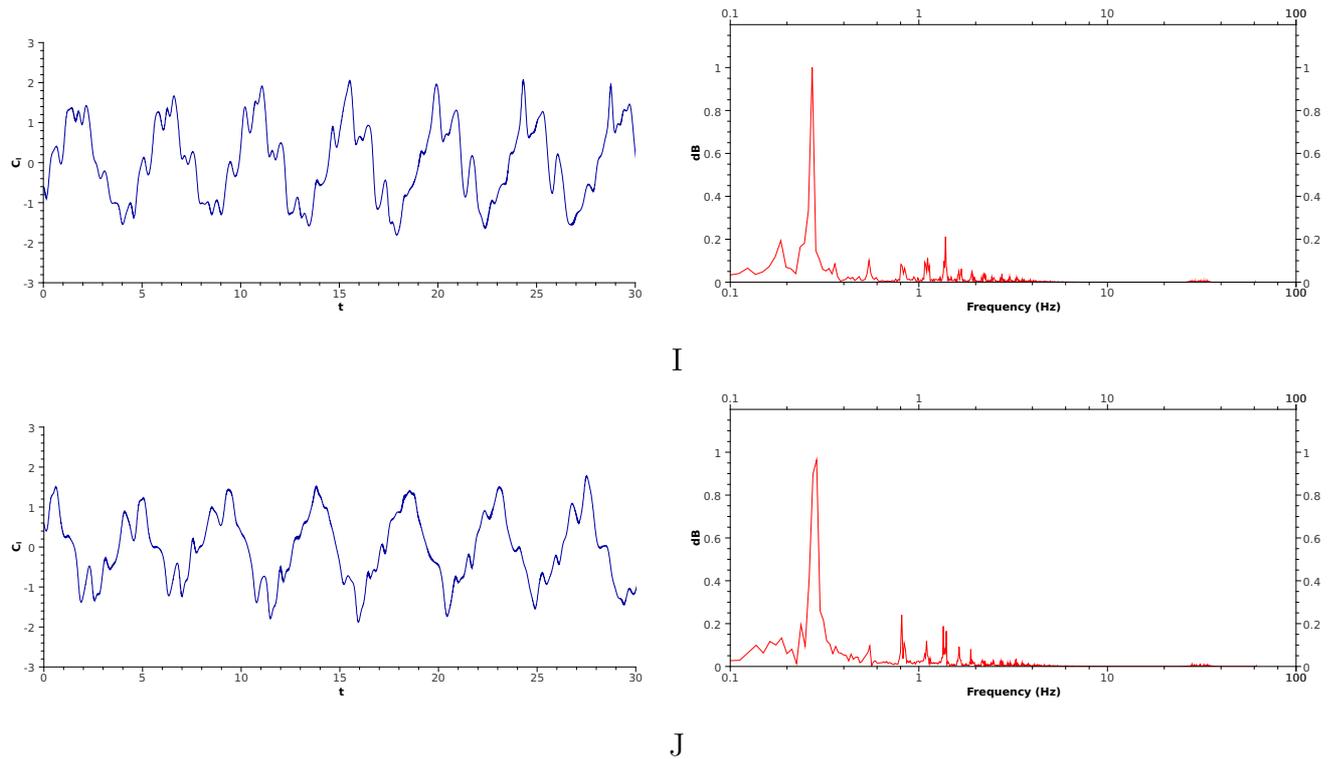


Figura 5.24: Coeficiente de sustentación instantáneo y espectros de energía, variando la altura de la barra

# Capítulo 6

## Conclusiones

La presente investigación realizó una simulación de grandes escalas para predecir la reducción del arrastre en un cilindro cuadrado empleando una barra de control. Para llevarlo a cabo, se emplearon fronteras inmersas que permiten la utilización de esquemas de alto orden.

Se tomó como caso base aquel donde el cilindro cuadrado estaba expuesto directamente al flujo, posteriormente, se expusieron los casos más significativos, es decir, aquellos donde se obtenían el menor arrastre para el cilindro cuadrado y para el arrastre total (el cilindro cuadrado más la barra de control). De esta manera, se compararon los resultados primero dejando la altura fija de la barra, variando su posición con respecto al cilindro y después, dejando en una posición fija a la barra de control, variando su altura. Se observó que los parámetros globales del flujo tales como el coeficiente de arrastre o número de Strouhal cambian drásticamente ante los cambios de la configuración.

A partir de los resultados aquí presentados, se concluye que las configuraciones donde se tiene un menor arrastre total y al mismo tiempo una menor variación temporal en el coeficiente de sustentación son aquellas donde los cuerpos forman un perfil aerodinámico con el fluido que pasa alrededor de los mismos. Siendo el caso  $C$  el más representativo donde se tiene un flujo laminar en el espacio entre los cuerpos y una turbulencia bidimensional a lo largo de la estela del cilindro cuadrado. En contraparte, es en estos casos donde se mostraron pobres condiciones de mezcla, las cuales podrían ser importantes en algunas aplicaciones, sobretodo aquellas donde sea necesario el

transporte y mezcla de propiedades tales como flujos multifásicos o combustión.

Al mismo tiempo, se encontraron casos donde el arrastre únicamente sobre el cilindro cuadrado fue negativo; el efecto de la altura de la barra determinó la presencia de estos casos. Sin embargo, para estos mismos casos se encontró que no sólo el arrastre total aumentaba sino que las variaciones temporales en el coeficiente de sustentación a su vez eran mas grandes cuando se comparaban con el caso base, lo cual puede conducir a efectos no deseados principalmente en aplicaciones estructurales tales como vibraciones. Esto era de esperarse ya que las características del flujo son de turbulencia tridimensional completamente desarrollada aguas abajo de ambos cuerpos, incluso en algunos casos llega a tenerse mayor interacción turbulenta en el espacio entre los cuerpos que aguas abajo del cilindro, con lo cual resulta imposible la creación de un perfil aerodinámico.

La ventaja de este trabajo con respecto a los anteriores fue sin duda el uso de fronteras inmersas aceleradoras de cálculo y la implementación de esquemas de alto orden, lo cual permite trabajar con flujos turbulentos complejos con mayor precisión y menor costo computacional. A partir de esto, se obtuvo una matriz de resultados con una amplia variedad de casos de estudio.

Finalmente, queda este trabajo como base para su extrapolación a problemas con transferencia de calor, flujos multifásicos; donde el reto sin duda sería representar adecuadamente la destrucción o creación de especies. O bien, trabajar con flujos supersónicos, donde debido a los puntos singulares característicos de éstos, se tengan que modificar los esquemas numéricos con el objetivo de tener estabilidad en el cálculo.

# Apéndice A

## Simulación de la turbulencia de un flujo que pasa alrededor de un cilindro de sección cuadrada a partir de la utilización de la simulación de grandes escalas y de fronteras inmersas

M. Salinas-Vázquez, W. Vicente-Rodríguez, E. Chol-Orea y V. Leyva García  
*Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México,  
 Torre de Ingeniería, Ciudad Universitaria, 04510, México D.F., México,  
 e-mail: msalinasv@ii.unam.mx, wvicenter@ii.unam.mx,  
 echlo@ii.unam.mx, vleyvag@ii.unam.mx*

Recibido el 26 de junio de 2007; aceptado el 27 de noviembre de 2007

Se estudia el flujo alrededor de un cilindro de sección cuadrada a bajo número de Reynolds utilizando la simulación de grandes escalas, basada en los modelos submalla de la función de estructura. Con el propósito de verificar su uso en casos de interés práctico en la industria y en la ingeniería, se implementaron fronteras inmersas que simulan el comportamiento de un cuerpo sólido, en este caso de un cilindro cuadrado. Igualmente se utilizaron aceleradores de paso de tiempo que permiten incrementar su valor. Los resultados obtenidos son de gran calidad sin el gasto requerido en tiempo y en memoria asociados a la simulación de grandes escalas. Esto permite una aproximación de gran precisión en el estudio de la transferencia de calor, la acústica y las vibraciones mecánicas en flujos reales con geometrías complejas.

*Descriptor:* Turbulencia; estela; simulación numérica.

A Large Eddy Simulation study of flow around a square cylinder at low Reynolds number is presented. The Large Eddy Simulation is based on structure function subgrid models. To assess this method's relevance to industrial and engineering flows, immersed boundary conditions are implemented to render the solid surface, *i.e.* the square rod. We also introduce an artificial acoustic stiffness reduction for fully compressible flows which allows a much higher time step to be implemented. Very high quality results are obtained without the usually high cost of process time and memory requirements associated with LES. The proposed method opens a new approach to high precision modeling for heat transfer, acoustics and mechanical vibrations problems of real flows with complex geometries.

*Keywords:* Turbulence; wake; numerical simulation.

PACS: 47.21./i; 47.27.Gs; 47.40.Dc

### 1. Introducción

Los flujos alrededor de cuerpos es un tema de importancia práctica en estructuras y cuerpos expuestos al flujo de un fluido, como edificios, puentes o tuberías en intercambiadores de calor. El correcto estudio de la turbulencia trae como beneficio la posibilidad de conocer las vibraciones mecánicas en las estructuras, así como el efecto instantáneo de ciertos fenómenos de transferencia de calor y acústica.

A partir de los trabajos de flujos alrededor de cilindros de sección circular, ampliamente estudiados, se han extendido conocimientos básicos de éstos para investigar las estructuras turbulentas de la estela tridimensional para un cilindro de sección transversal cuadrada. Diferentes trabajos [1-10] encontraron, mediante simulaciones numéricas o trabajos experimentales, que los modos de transición de este flujo son similares a los encontrados para un cilindro circular. A partir de un número de Reynolds  $Re \approx 50$ , se comienzan a formar grandes vórtices bidimensionales alternados llamados "camino de Von Karman" y que siguen una ley de Strouhal. A partir de un número de Reynolds de 200 sucede la tridimensionalidad del flujo. Esta tridimensionalidad se da a partir de inestabilidades transversales, modos A y B. Las ondulaciones creadas por estos modos propician que los vórtices alternados del camino de Von Karman detrás del cuerpo tengan partes que se encuentran en zonas con diferente velocidad longitudinal. Es-

to hace que las diferentes partes de los vórtices se convecten a diferentes velocidades, alargándose y produciendo gran vorticidad longitudinal. Este efecto de tridimensionalidad completa se puede observar claramente a partir de números de Reynolds relativamente bajos de 300 a 400, con la ventaja de que las estructuras son todavía de gran tamaño y su estudio puede ser más detallado. Además de que los fenómenos que interesan sobre vibraciones mecánicas, acústica y transferencia de calor en el cuerpo antes mencionados, son producidos principalmente por estos vórtices. Después de una cierta distancia, que se acorta en función del número de Reynolds, la tridimensionalidad de la turbulencia se generaliza, hasta que la turbulencia se transforma en una turbulencia cuasi-homogénea isóotra.

Una característica importante que diferencia al cuerpo de sección cuadrada con el de sección circular es que en el primer caso el desprendimiento de la capa límite sucede en puntos bien establecidos por la geometría del cuerpo, aristas de cuadrado. Con esto se crean dos zonas de recirculación bien definidas y casi estacionarias sobre las caras del cuadrado paralelas al flujo.

Como todo vórtice, los grandes vórtices del camino de Von Karman están ligados con subpresiones en su centro. Estas diferencias de presión, entre su centro y sus alrededores, generan fuerzas alrededor del cuerpo que propician el ruido y las vibraciones mecánicas. Debido a que la aparición de las

grandes estructuras es periódica, sigue una ley de Strouhal, la frecuencia y magnitud de estos fenómenos se puede conocer a partir de un estudio estocástico de la turbulencia. Con el uso de la simulación de grandes escalas y de otras herramientas numéricas como las fronteras inmersas, se pretende estudiar flujos turbulentos con el fin de influir en la turbulencia a partir de cambios menores en las geometrías de los cuerpos o controlándola por medio de recursos mecánicos, como se hace en chorros [11]. Esto permitirá aminorar o corregir los problemas mecánicos, térmicos y acústicos antes mencionados en problemas reales, tales como los que suceden en edificios, partes de automóviles, intercambiadores de calor, entre otros.

En este trabajo se desarrolló un código numérico de alto orden en coordenadas generalizadas para flujos compresibles. A partir de una corrección en la ecuación de energía, se permite aumentar el paso de tiempo, por lo que se abre la posibilidad de simular flujos por debajo de números de Mach,  $M = 0.1$ , donde los efectos compresibles son prácticamente nulos. Con esta herramienta se estudia el comportamiento turbulento de una estela a bajos números de Reynolds ( $250 \leq Re \leq 1000$ ) detrás de un cilindro de sección cuadrada, con el fin de entender mejor la dinámica de las estructuras turbulentas en este tipo de flujo. A diferencia de trabajos anteriores de otros autores, en el presente se incorporan fronteras inmersas y aceleradores de paso de tiempo que permitirán el estudio de flujos alrededor de geometrías complejas.

## 2. Ecuaciones de movimiento

En un marco de referencia cartesiano  $x, y, z$ , las ecuaciones de movimiento para un flujo compresible pueden ser escritas en la forma

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S, \quad (1)$$

donde  $U$  es un vector de cinco componentes definido por

$$U = (\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e)^T, \quad (2)$$

donde  $u = (u_1, u_2, u_3)$  es el vector velocidad y  $\rho$  es la densidad. La Ec. (1) representa la evolución de la densidad (ecuación de continuidad), de la cantidad de movimiento y de la energía. Para un gas ideal la energía total está definida como

$$\rho e = \rho C_V T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2), \quad (3)$$

y los flujos  $F_i, \forall i \in \{1, 2, 3\}$  para un fluido newtoniano están dados por

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - 2\mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

donde  $k = \rho C_p k_e$  es la conductividad térmica y  $\kappa$  la difusividad térmica. El símbolo  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker y  $S_{ij}$

es la componente deviatorica del tensor de deformación. El término  $S_{ij}$  se escribe

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} (r \cdot u) \delta_{ij}. \quad (5)$$

La viscosidad molecular se establece a través de la ley empírica de Sutherland [12],

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \frac{T}{T_{ref}}^{\frac{1}{2}} \frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}}, \quad (6)$$

donde  $S, T_{ref}$  y  $\mu(T_{ref})$  son propiedades del gas. La conductividad térmica  $k(T)$  se obtiene asumiendo que el número molecular de Prandtl es

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)}. \quad (7)$$

Para este análisis se considera  $Pr=0.7$ . La ecuación clásica de estado para un gas ideal referente a la presión estática  $p$ , la temperatura  $T$  y la densidad  $\rho$ ,

$$p = R \rho T, \quad (8)$$

cierra el sistema, con  $R = C_p - C_v$ . También se debe recordar que  $\gamma = C_p/C_v$  es constante e igual a 1.4.  $C_p$  y  $C_v$  son la capacidad térmica específica a presión y volumen constante, respectivamente

### 2.1. Modelo de turbulencia

La técnica de simulación de grandes escalas (*Large-Eddy Simulation, LES*, por sus siglas en inglés) consiste en simular de forma directa, sin necesidad de un modelo de turbulencia, únicamente las grandes escalas del flujo, esto es, las escalas mayores al tamaño local de la malla. Las pequeñas escalas, o menores al tamaño local de la malla, son filtradas y su efecto sobre el movimiento de las grandes escalas es modelado a partir de un modelo sub-malla. Las ecuaciones de LES son encontradas por la aplicación de un filtro espacial  $G_\Delta(x)$  de tamaño  $\Delta$  en las ecuaciones de movimiento. A partir del filtrado se tiene una parte filtrada libre de pequeñas escalas y una parte submalla. La variable original estará dada por la suma de la parte filtrada ( $\bar{f}$ ) más la parte sub-malla ( $f^0$ ):

$$f = \bar{f} + f^0. \quad (9)$$

Sustituyendo las variables originales por su definición LES [Ecs. (1)-(8)] y realizando un promedio de tipo Favre en las ecuaciones de movimiento, aparecen términos submalla que son función únicamente de la parte submalla de la variable [13]. Estos términos similares a los esfuerzos de Reynolds, se llaman esfuerzos submalla y se obtienen a partir de un modelo submalla. Este modelo se basa en la aproximación de Boussinesq que considera que los efectos de las pequeñas escalas sobre las grandes estarán dados por una viscosidad turbulenta y el tensor de deformación filtrado.

El modelo utilizado en este trabajo es el modelo de la función de estructura selectivo que es una extrapolación al espacio físico del modelo espectral [14-16].

### 3. Esquema numérico

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del esquema explícito McCormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel [17]. Este esquema numérico es un esquema corrector – predictor que usa coordenadas generalizadas. La adaptación a las coordenadas generalizadas se realiza introduciendo una matriz jacobiana que transforma una geometría compleja de malla no uniforme o geometría curvilínea, en un sistema de coordenadas cartesianas  $(x, y, z)$ , dentro de una geometría ortogonal simple con malla uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas  $(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ [13].

#### 3.1. Condiciones iniciales y de frontera

Las condiciones iniciales imponen a las variables termodinámicas, temperatura y presión (o densidad), valores constantes e iguales a su valor de referencia  $T_0, P_0$ . Los dos componentes transversales de la velocidad se consideran nulas, mientras que la velocidad longitudinal es igual a su valor de referencia  $U_0$ , que es el valor de la velocidad de entrada del flujo al dominio.

Las condiciones de frontera se basan en relaciones entre las ondas que se propagan en las fronteras [18,19]. Este método permite la implementación de diferentes tipos de condiciones de frontera de gran precisión. En la dirección longitudinal se impuso una condición de entrada manteniendo el valor de las velocidades y el de la temperatura constantes:  $U_{ent} = U_0, V_{ent} = 0, W_{ent} = 0, T_{ent} = T_0$ . Igualmente se impuso una salida parcialmente no reflexiva, donde se requiere que se fije la presión en el infinito igual a la presión de referencia  $P_0$  y un valor proporcional a la cantidad de información que se quiere que se refleje desde la salida a partir de la constante  $K=0.1$  [19]. En la dirección normal  $Z$  se impusieron condiciones de frontera que permiten que el fluido salga y entre libremente. En la dirección transversal se impusieron condiciones de frontera periódicas, lo que implica físicamente un cilindro de largo infinito o una nula influencia de paredes en esta dirección.

#### 3.2. Fronteras inmersas

La utilización de geometrías complejas inmersas en la malla de cómputo [20] se ha empleado comúnmente desde hace algunos años en esquemas de tipo volumen o elemento finito. Sin embargo, esto trae como consecuencia que se tengan que utilizar esquemas altamente disipativos y/o de bajo orden que permitan la simulación.

Una aproximación diferente consiste en usar simples mallas cartesianas en esquemas de alto orden, principalmente basados en las diferencias finitas, a partir de agregar términos fuente a las ecuaciones de transporte. En flujos incompresibles se ha demostrado que al imponer velocidades nulas en las zonas bloqueadas o zonas dentro del cuerpo sólido, e interpolando el valor de las variables a los puntos cercanos a

estos nodos bloqueados, se puede conseguir una convergencia adecuada de la simulación (*ghostpoints*).

Basándose en estas consideraciones del bloqueo de celdas, se implementó el método que se presenta a continuación. Si bien desde un punto de vista hidrodinámico este método no acarrea mayor problema, en flujos compresibles la acústica debe de ser tratada correctamente con el fin de evitar la reflexión o creación de ondas espurias. Con este fin se procedió de la siguiente forma:

1. Se imponen condiciones duras a la velocidad y a la temperatura, al mantenerlas en todo tiempo iguales a cero e iguales a su valor de referencia, respectivamente, dentro del cuerpo sólido. Esto se logra agregando un término fuente que anule el movimiento natural del fluido en esta zona. Este término fuente será del tipo  $S\varphi = C_\varphi dt(\varphi^* - \varphi_0)$ , donde  $\varphi^*$  es el valor calculado en el paso de tiempo,  $\varphi_0$  es el valor fijo de la variable (cero para las velocidades y  $T_0$  para la temperatura),  $dt$  el paso de tiempo y  $C_\varphi$  una constante que depende del subpaso de tiempo del esquema de integración temporal.
2. Las ondas acústicas generadas por esta imposición se absorben dentro del cuerpo, haciendo que la presión tienda a su valor de referencia en el centro del mismo. Esto se logra agregando un término fuente que mantiene atado el valor de presión a su valor de referencia, pero sin imponérselo. Este término es del tipo  $S\varphi = CpC_\varphi dt(\varphi^* - \varphi_0)$ , donde todas las variables son similares a las del punto anterior ( $\varphi_0 = P_0$ ) y  $Cp$  es una función de la forma del cuerpo que vale cero en las fronteras y fuera del cuerpo y uno en su centro geométrico. La transición de cero a uno es lineal dentro del cuerpo.
3. La densidad, debido a su relación con la presión y la temperatura a partir de la ecuación de los gases ideales, se va amoldando en función de la presión.

Este método puede generar fuertes gradientes, principalmente de velocidad, en tiempos muy cercanos a la inicialización, los cuales afectan el cálculo a tal grado que lo lleven a divergir. A pesar de que para el presente trabajo no se tuvieron problemas, se observó que para números de Reynolds altos, del orden de  $10^3$  ó  $10^4$ , los cálculos divergían. La solución fue impedir que ciertas variables, principalmente la densidad, sobrepasara o disminuyera de un cierto valor en un corto tiempo después de la inicialización y hasta que el flujo tomara su estado estacionario. Otra forma encontrada fue imponer una inicialización más real a partir de la imposición de perfiles medios de estelas turbulentas.

### 4. Método de aceleración del cálculo

Debido a que un estudio correcto de la turbulencia necesita que la discretización temporal sea explícita, se tienen importantes restricciones en el valor del paso de tiempo. Con el

fin de evitar pasos de tiempo pequeños, como consecuencia de la simulación correcta de la acústica del problema, se utilizó el método de Wang & Trouvé [21]. Este método consiste en agregar sólo en la ecuación de energía la parte acústica de la dilatación,

$$D_{ac} = \frac{1}{c^2} \frac{1}{\rho} \frac{dp}{dt}, \quad (10)$$

de la forma siguiente:

$$1 - \frac{1}{\alpha^2} \frac{\gamma P}{\gamma - 1} D_{ac}, \quad (11)$$

donde  $\alpha$  es un número real mayor que 1 y su valor máximo depende del flujo y del tratamiento de las condiciones de frontera. Para este caso se utilizaron valores máximos de  $\alpha=10$ . Con esta modificación la velocidad del sonido del problema se transforma en  $c^0 = c/\alpha$ . Esto permite simular flujos a números de Mach por debajo de  $M = 0.1$  con pasos de tiempo hasta 10 veces mayores.

**5. Características de las simulaciones**

El dominio computacional tiene las dimensiones de  $18L \times 6L \times 14L$  en las tres direcciones respectivamente, longitudinal  $x$ , transversal  $y$  y normal  $z$ .  $L$  es el lado del cuadrado. El número de nodos es de  $200 \times 80 \times 139$ , lo que hace que se tengan un total de poco más de dos millones de nodos. Basados en las variables de referencia  $U_0, T_0, P_0$  en las condiciones a la entrada y en el lado del cuadrado  $L$ , se tienen los siguientes números adimensionales:  $Re=U_0L/\nu(T_0) = 500$  y  $M = U_0/(\gamma RT_0)^{1/2} = 0.1$ ;  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $\gamma$  es el coeficiente adiabático y  $R$  la constante particular del gas a estudiar [Ec. (8)]. Se realizó un refinamiento de la malla, cerca de las paredes del cilindro, siguiendo una función tangente hiperbólica, con lo que se tiene que el primer punto desde cualquier pared está a  $0.01L$ . La presente configuración se obtuvo mediante un estudio de la independencia de los resultados con respecto a la malla a diferentes resoluciones, teniendo en cuenta la calidad en la simulación y los recursos computacionales. Se debe tener en cuenta que un mayor refinamiento de la malla permite la solución directa de un mayor número de escalas de la turbulencia, lo que trae consigo resultados más cercanos a la realidad. Sin embargo, como se planea la utilización de estos métodos en problemas prácticos y de ingeniería, se decidió el uso de mallas poco densas. El criterio de independencia de malla se obtuvo a partir de obtener los valores globales de los coeficientes de arrastre y sustentación, así como la frecuencia de aparición de los vórtices. Para las diferentes configuraciones se obtuvieron diferencias menores al 3%. Se realizaron cuatro simulaciones para diferentes números de Reynolds,  $Re=250, 500, 750$  y  $10000$ , con una configuración similar de la malla. Las simulaciones fueron desarrolladas en un servidor HP Integrity 4640 con dos procesadores Itanium II. El tiempo aproximado de cálculo para 100 unidades de tiempo es de entre 40 a 48 horas

de tiempo máquina de un sólo procesador. Los valores medios se obtienen promediando en el tiempo y en la dirección transversal, que es una dirección homogénea.

**6. Resultados**

**6.1. Desarrollo temporal del flujo**

Debido al carácter transitorio de la simulación de grandes escalas, aunada a las características uniformes de las condiciones iniciales, es posible hacer un estudio cualitativo del desarrollo temporal del flujo. Por este motivo se puede observar la transición de un flujo uniforme a un flujo simétrico cuasi-bidimensional alrededor del cilindro y a su vez a un flujo antisimétrico totalmente tridimensional. Este estudio muestra primero la formación de dos vórtices bidimensionales acomodados de forma simétrica detrás del cilindro (Fig. 2a). Después de un tiempo estos vórtices crecen (Fig. 2b). Como se puede observar, estos vórtices bidimensionales jamás toman un arreglo antisimétrico, como se encontró en un flujo a un número de  $Re>50$  [1-10]. La creación de dos modos de estabilidad, A y B que se forman a  $Re \approx 50$  y  $200$  respectivamente, se empiezan a vislumbrar en la Fig. 2c. Las estructuras bidimensionales empiezan a ondularse, al tomar la forma de 's' repetidas (Fig. 2d). Diferentes partes de ella se encuentran en diferentes posiciones, y debido a que la velocidad en estos puntos sigue un perfil cortante, las diversas partes de la estructura turbulenta se convectan a velocidad variada, creando estructuras alargadas en la dirección del flujo. Este estiramiento es fuente de vorticidad longitudinal, por este motivo se identifican mejor los colores blancos y negros en las dos últimas figuras; colores que no se observaban en figuras anteriores. La Fig. 2f muestra este alargamiento, creándose el carácter antisimétrico del flujo, cuando la turbulencia se ha desarrollado totalmente.

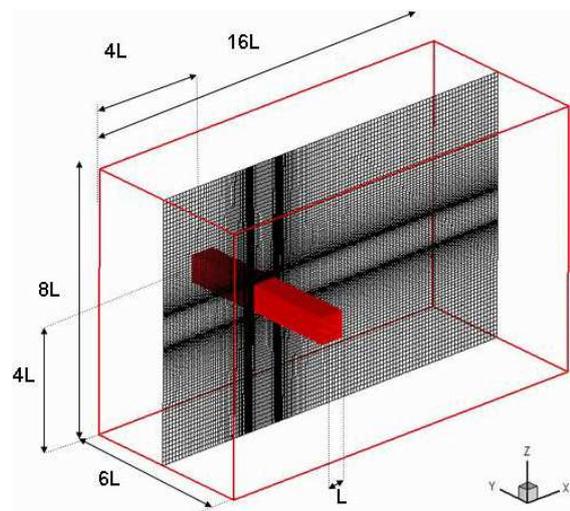


FIGURA 1. Esquema de la configuración del dominio de cálculo.

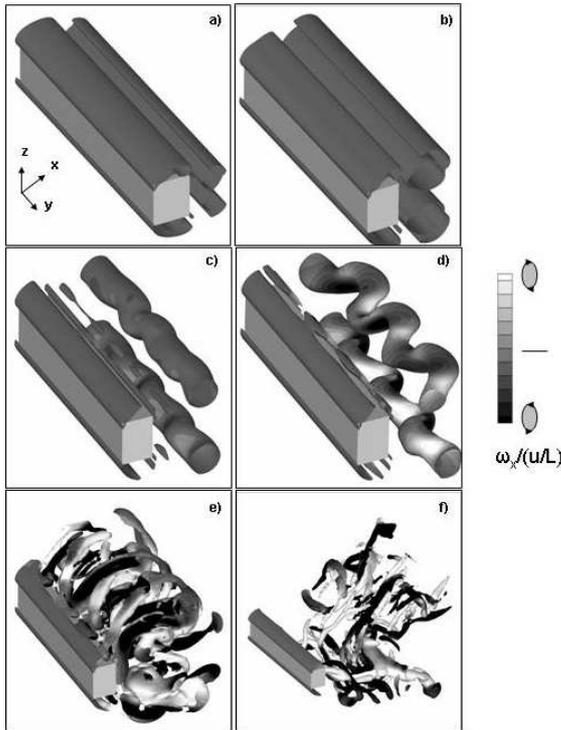


FIGURA 2. Isosuperficies de  $Q(L/U_0) = 1.5$ , para 6 tiempos diferentes a partir de las condiciones iniciales,  $Re=500$ .  $t(U_0/L)=3, 5, 15, 21, 65$ . Las superficies están coloreadas por la vorticidad longitudinal e indican la dirección de giro de los vórtices longitudinales.

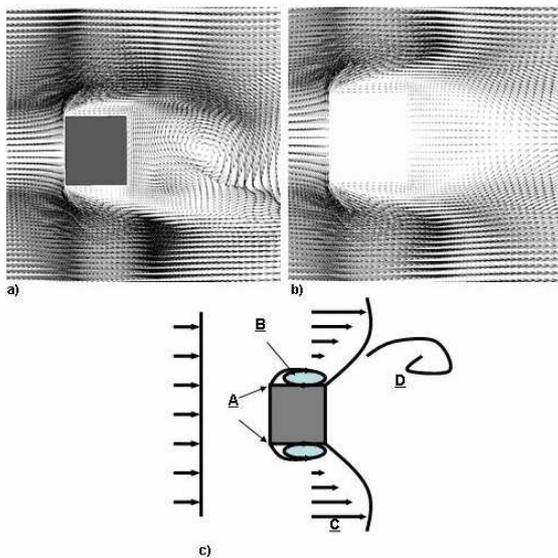


FIGURA 3. Configuración del flujo alrededor del cuerpo de sección cuadrada. a) Vectores de velocidad instantánea  $u_1-u_2$ . b) Vectores de velocidad media  $U_1-U_2$ . c) Esquema de la configuración del flujo.

A diferencia de lo que sucede en los estudios de estabilidad, cuando el número de Reynolds se cambia, en el presente trabajo el carácter antisimétrico de las grandes estructuras, es decir, el camino de Von Karman, no se crea hasta que el flujo se vuelve tridimensional totalmente. Comprobándose lo observado por Von Karman en sus trabajos de principio de siglo y reportado por el Levi [22]: “Cuando un cuerpo se pone en movimiento a partir del reposo, ... empieza a formarse algún tipo de ‘capa de separación’ (*trennungsschicht*); ésta se va enrollando poco a poco, primero simétricamente a ambos lados del cuerpo, hasta que alguna perturbación destruye su simetría, después de lo cual se inicia el movimiento periódico”.

6.2. Topología del flujo

El flujo alrededor de un cuerpo se traduce como la formación de una capa límite alrededor del cuerpo, y la de una estela detrás del mismo debido a la formación de un perfil deficitario por la presencia del cuerpo. Si bien la obtención del punto de desprendimiento de la capa límite es un trabajo por sí solo complejo, en el caso de una sección transversal cuadrada este punto está bien definido y se encuentra en sus aristas (punto A en la Fig. 3c). En las Figs. 3a y 3b se muestra el campo de velocidades en un plano x-z, para un campo instantáneo y para el campo promedio. Se pueden observar los puntos de desprendimiento en ambos casos. Este desprendimiento crea dos recirculaciones (punto B en la Fig. 3c) cuasi-estacionarias, una en cada lado del cuadrado. Estas recirculaciones son en forma y magnitud muy semejantes desde un punto de vista instantáneo y promedio. Detrás del cuerpo se forma una estela debido al perfil deficitario (punto C en la Fig. 3c). En la figura del campo instantáneo, se observa la formación de un gran vórtice antisimétrico en la parte superior del cuadrado. Esta estructura es totalmente diferente a su contraparte promedio, la cual es simétrica, dos vórtices detrás del cuerpo, y varias veces menores en tamaño y magnitud.

La formación de estos vórtices instantáneos, como ya se dijo, implica la creación de zonas de baja presión en su centro. Su desprendimiento alternado es la causa de las vibraciones mecánicas y de los fenómenos acústicos sobre el cilindro. En la Fig. 4 se muestra el comportamiento de la presión dentro de los vórtices. En la Fig. 4a se observa una isosuperficie de baja presión  $P = 0.97P_0$ , principalmente en el centro de los vórtices de mayor intensidad. A partir de estas isosuperficies se puede observar la topología de estos vórtices alternados que se describirán mejor en la Fig. 5. En la Fig. 4b se observan los contornos de presión alrededor del cuerpo en un plano x-z. La diferencia de los valores entre el punto  $C_1$  y el  $C_2$  es la principal fuente de una fuerza paralela al flujo que arrastraría al cuerpo en la dirección del flujo, fuerza de arrastre y como se verá mas adelante, su valor se mantiene cuasi-constante en el tiempo. Mientras que la diferencia entre los punto  $D_1$  y  $D_2$  es la causante de una fuerza perpendicular al flujo que movería al cuerpo de abajo hacia arriba, fuerza de sustentación, la cual tiene un valor promedio prácticamente

nulo, pero con grandes fluctuaciones, las cuales están en función de la aparición alternada de los vórtices.

Como se mencionó anteriormente, los estudios de estabilidad permitieron establecer que a partir de un  $Re=200$ , la estela se vuelve tridimensional. En la Fig. 5 se observan isosuperficies de criterio  $Q$ , (segundo invariante del gradiente de velocidades,  $(Q=(\Omega_{ij}\Omega_{ij} - S_{ij}S_{ij})^{1/2}$ ,  $\Omega_{ij}$  parte antisimétrica y  $S_{ij}$  parte simétrica del tensor gradiente de velocidad) [23]. A partir de estas figuras se observa cómo se vuelve tridimensional la capa de mezcla que se forma por el desprendimiento de la capa límite (punto A). Esto genera que los vórtices transversales de gran tamaño (punto B), salgan con una cierta perturbación y se vuelvan tridimensional. Estas perturbaciones, relacionadas con los modos A y B de la estela, generan la formación e intensificación de vorticidad longitudinal (punto C) que conecta cada uno de estos grandes vórtices y propicia la formación de una turbulencia tridimensional. En la Fig. 5c las estructuras turbulentas se colorearon con valores de vorticidad longitudinal ( $\omega_x$ ), observándose que estas estructuras longitudinales tienen valores alternados, positivos-negativos, de esta componente de la vorticidad. Debido al bajo número de Reynolds utilizado, los resultados resaltan mejor la topología de la estela, punto muy importante y que se quiso destacar en el presente trabajo.

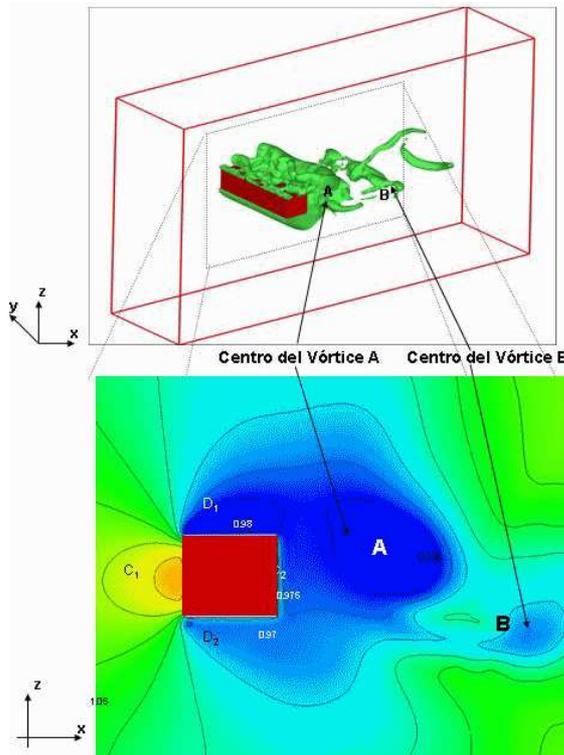


FIGURA 4. Subpresión en el centro de los vórtices que conforman el camino de Von Karman. a) Isosuperficie de presión,  $P=0.97P_0$ . b) Contornos de presión en un plano  $x-z$  mostrado en la figura a.

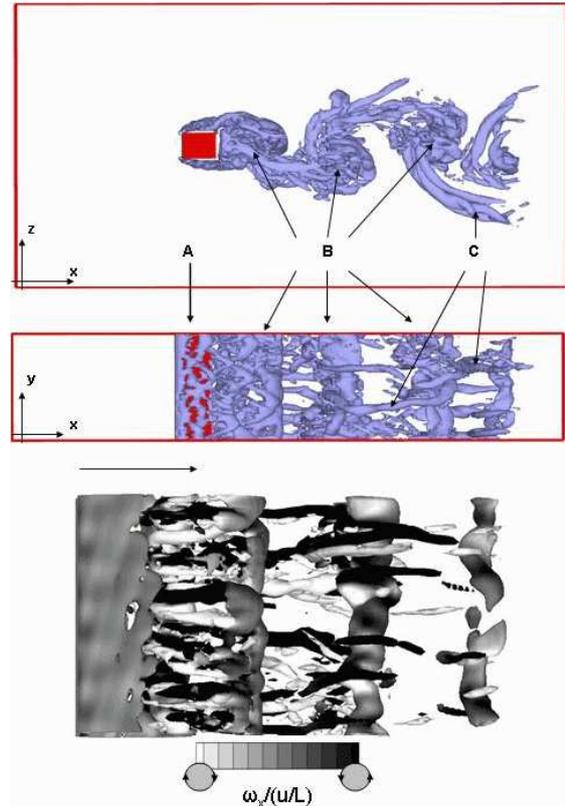


FIGURA 5. Topología de la turbulencia del flujo detrás de cuerpo de sección cuadrada,  $Re=500$ . a) Isosuperficies de  $Q=5$ , plano  $x-z$ . b) Isosuperficies de  $Q=5$ , plano  $x-y$ . c) Misma figura que la b, alargada en la dirección transversal  $z$  coloreada por la vorticidad longitudinal. Los colores negro y blanco indican la dirección de rotación en la dirección longitudinal,  $x$ .

### 6.3. Cambios en la topología de la turbulencia debidos al número de Reynolds

Dentro del rango estudiado de números de Reynolds se pueden observar importantes cambios en las características de la turbulencia. En las Figs. 6a-6c se presentan las isosuperficies de criterio  $Q(L/U_0) = 10$  para tres diferentes números de Reynolds simulados. Para un  $Re=250$ , valor muy cercano del crítico  $Re \approx 200$ , se observa la formación de vórtices antisimétricos detrás del cuerpo. Sin embargo, las estructuras que forman el camino de Von Karman son de gran tamaño y poco energéticas. Esto se puede comprobar a partir de crear isosuperficies del criterio  $Q$  a diferentes valores. Al aumentar este valor se van vislumbrando sólo las estructuras más energéticas, razón por la cual para valores de  $Q(L/U_0)=1000$  todas las estructuras turbulentas de la estela han desaparecido para este número de Reynolds. Para números de Reynolds  $Re \geq 500$ , la turbulencia presenta todos los rasgos de turbulencia tridimensional. La diferencia más palpable que se observa es que a mayor número de Reynolds las estructuras turbulentas presentan una disminución en el grosor y en el tamaño,

pero un aumento en su intensidad. Este fenómeno es el que dará paso a una turbulencia homogénea isotrópica para números de Reynolds grandes. El incremento en la intensidad se comprueba, cualitativamente, al comparar los diferentes casos para  $Q(L/U_0)=1000$ ; se observa una mayor cantidad de estructuras para números de Reynolds  $Re \geq 500$ . De forma cuantitativa esto se comprueba al realizar un estudio estadístico de la turbulencia y comparar la magnitud de los esfuerzos de Reynolds tanto normales como tangenciales.

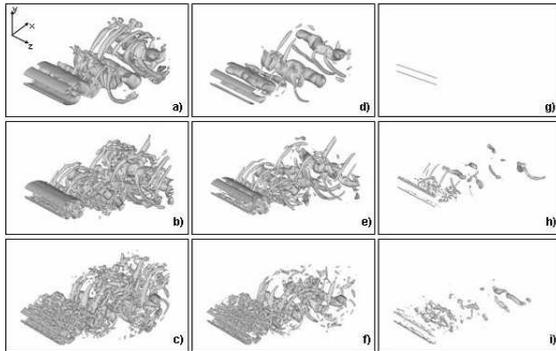


FIGURA 6. Topología de la turbulencia del flujo detrás de cuerpo de sección cuadrada, para diferentes números de Reynolds. Isosuperficies de  $Q=10 (L/U_0)$ : a)  $Re=250$ , b)  $Re=500$ , c)  $Re=1000$ . Isosuperficies de  $Q=100 (L/U_0)$ : d)  $Re=250$ , e)  $Re=500$ , f)  $Re=1000$ . Isosuperficies de  $Q=1000 (L/U_0)$ : g)  $Re=250$ , h)  $Re=500$ , i)  $Re=1000$ .

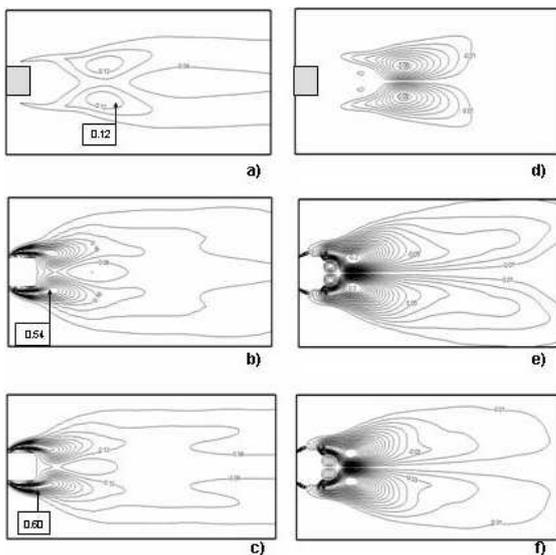


FIGURA 7. Esfuerzos de Reynolds en el plano x-y. Esfuerzo de Reynolds normal  $hu_1^0 u_1^0 i / U_0^2$ : a)  $Re=250$ , b)  $Re=500$ , c)  $Re=1000$ . Paso de los contornos  $hu_1^0 u_1^0 i / U_0^2=0.04$ . Esfuerzo de Reynolds tangencial  $hu_1 u_2^0 i / U_0^2$ : e)  $Re=250$ , f)  $Re=500$ , g)  $Re=1000$ . Paso de los contornos  $hu_1 u_2^0 i / U_0^2=0.01$ .

En la Fig. 7 se comparan los esfuerzos de Reynolds normales  $hu_1^0 u_1^0 i$ , y el tangencial  $hu_1 u_2^0 i$  para  $Re=250, 500$  y  $1000$ . El primer punto interesante se presenta en los contornos para  $Re=250$ . En ellos se ve que los contornos están lejos del cuerpo y que cerca de éste los niveles turbulentos son muy pequeños, prácticamente nulos. Los valores máximos, tanto de  $hu_1^0 u_1^0 i$  como de  $hu_1 u_2^0 i$ , se observan en la zona donde los vórtices del camino de Von Karman se producen. Como ya se vio, el tamaño de estos vórtices para este número de Reynolds es grande en comparación con el resto de las otras simulaciones, de ahí su alejamiento con el cuerpo. El efecto de la rápida conversión a tres dimensiones de las capas de mezcla de la estela se observa a partir de  $Re=500$ , ya que los mayores valores de  $hu_1^0 u_1^0 i$ , se encuentran cerca de las paredes del cuerpo donde esto ocurre. Igualmente los contornos se pegan más al cuerpo conforme se aumenta el número de Reynolds. Esto nos muestra la creación de estructuras turbulentas más pequeñas, pero mucho más energéticas. Este punto sobre la intensidad de la turbulencia se comprueba fácilmente al observar que los valores obtenidos tanto de  $hu_1^0 u_1^0 i$  como de  $hu_1 u_2^0 i$ , aumentan conforme se aumenta el número de Reynolds.

6.4. Parámetros globales y validación

Las diferencias de presión creadas por el flujo, así como el esfuerzo cortante en la pared en la capa límite, crean las fuerzas de superficie en el cuerpo antes mencionadas. En este flujo, donde una de las direcciones es homogénea, se crea una fuerza paralela y otra perpendicular al flujo en la dirección Z. La primera se conoce como fuerza de arrastre y la segunda como fuerza de sustentación. Para esta forma de cuerpo en particular, el efecto producido por los gradientes de presión es la principal aportación, dejando a la de los esfuerzos cortantes como marginal. Esto debido a la geometría del cuerpo que induce un desprendimiento de la capa límite temprano y localizado.

La Fig. 8 presenta el comportamiento temporal del coeficiente de arrastre y de sustentación:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 L}, \tag{12}$$

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho_0 U_0^2 L}, \tag{13}$$

promediados en la transversal, donde  $F_D$  y  $F_L$  son las fuerzas de arrastre y sustentación por unidad de ancho, para cada uno de los números Reynolds estudiados. El valor medio de los coeficientes de arrastre encontrados se muestran en la Tabla I. Igualmente el rango de valores experimentales y numéricos tridimensionales encontrados por diferentes autores se presentan en la tabla [1-10]. El coeficiente de sustentación medio tiene valores prácticamente nulos (del orden de  $10^{-3}$  para cada simulación). Sin embargo, la importancia de este coeficiente radica en que a partir de él se puede obtener la frecuencia de aparición de los vórtices alternados

detrás del cuerpo [1]. Al aplicar una transformada de Fourier a la señal temporal antes presentada del coeficiente de sustentación (Fig. 8) se encuentra la frecuencia característica de aparición de los vórtices transversales detrás del cuerpo ( $f_S$ ), para cada caso. El número de Strouhal está dado por  $St = f_S / (L/U_0)$ . Los resultados son presentados en la misma Tabla I.

En el caso del coeficiente de arrastre se observa una sobre evaluación de su valor para valores  $Re \leq 500$ . Sin embargo, la tendencia es la misma que la observada en todos los trabajos

TABLE I. Comparación de variables globales con resultados de trabajos numéricos y experimentales anteriores (Exp/Num) [1-10]. Coeficiente de arrastre  $C_D$ , número de Strouhal  $St$  y desviación estándar del coeficiente de flotación  $C_L'$ .

	Re=250		Re=500	
	Presente	Exp/Num	Presente	Exp/Num
$C_D$	1.87	1.4-1.5	2.18	1.85-1.9
$St$	0.167	0.14-0.16	0.154	0.12-0.135
$C_L'$	0.25	0.2	0.73	1.2
	Re=750		Re=1000	
	Presente	Exp/Num	Presente	Exp/Num
$C_D$	2.22	≈ 2.1	2.31	≈ 2.1
$St$	0.152	0.12-0.125	0.143	≈ 0.12
$C_L'$	0.892	-	1.02	-

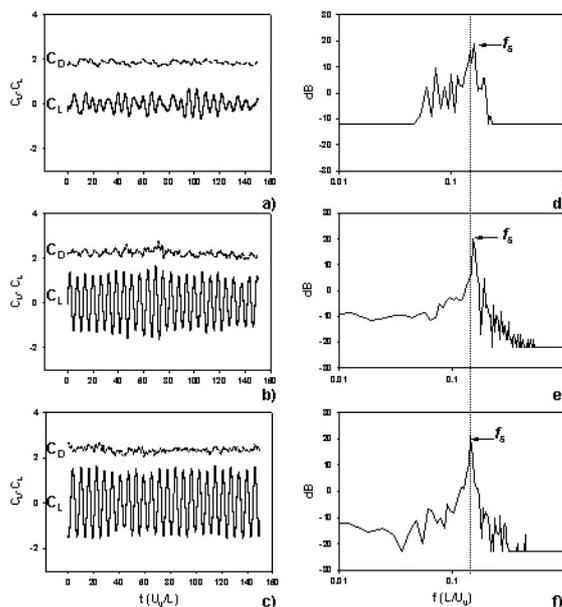


FIGURA 8. Parámetros globales. Evolución temporal de los coeficientes de arrastre y sustentación promediados en la transversal, eje z: a)  $Re=250$ , b)  $Re=500$  y c)  $Re=1000$ . Frecuencia característica  $f_c$  de la aparición de los vórtices detrás del cuerpo: d)  $Re=250$ , e)  $Re=500$  y f)  $Re=1000$ .

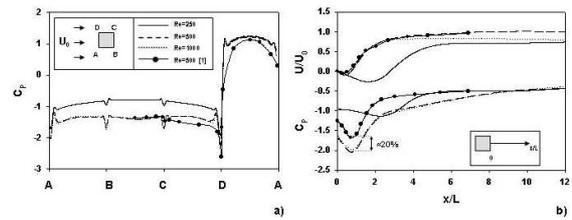


FIGURA 9. Parámetros globales. a) Coeficiente de presión en las paredes del cuerpo siguiendo su perímetro, para  $Re=250, 500$  y  $1000$ . b) Coeficiente de presión y velocidad media longitudinal detrás del cuerpo para  $y/L=7$ .

precedentes: un aumento del coeficiente de arrastre a partir de  $Re=200$  y una saturación del valor alrededor de  $C_D \approx 2.2$  para valores  $Re \geq 750$ . Aunque ligeramente mayores los valores del número de Strouhal con respecto a los resultados experimentales, el comportamiento es el mismo a los resultados experimentales: una disminución en su valor al incrementar el número de Reynolds. Esto indica que las fuertes inestabilidades tridimensionales que se incrementan en función del número de Reynolds propician una más lenta aparición de los vórtices transversales del camino de von Karman (menor frecuencia de aparición).

Otro parámetro sensible a comparar es el coeficiente de presión:

$$C_P = \frac{(P - P_0)}{\frac{1}{2} \rho_0 U_0^2} \tag{14}$$

En la Fig. 9, se puede observar el comportamiento de este coeficiente sobre las paredes alrededor del flujo. A pesar de que el coeficiente de presión tiene el mismo comportamiento para todos los números de Reynolds. Esto es, valores máximos y positivos, mayores al valor del medio ambiente  $P_0$ , en la cara de enfrente del cubo, donde choca el flujo. En esta zona se puede observar que los valores y la forma del perfil es similar para los tres números de Reynolds comparados. Se encuentran valores negativos en las otras tres caras, como consecuencia de la creación de los vórtices sobre estas caras (ver Fig. 4). Sin embargo, el valor del coeficiente tiene valores máximos para  $Re=250$  y mínimos para  $Re \geq 500$ . Esta diferencia está ligada con la intensidad y el tamaño de los vórtices que se crean detrás del cilindro. Los resultados de esta simulación comparan bien con resultados precedentes [1]. La Fig. 9b muestra el coeficiente de presión y la velocidad longitudinal media detrás del cuerpo. En estas gráficas se observa el cambio de tamaño de los vórtices medios detrás del cuerpo, al comparar la distancia entre la pared del cilindro y el valor mínimo de cada variable, para los diferentes números de Reynolds. Sin embargo, existe un desplazamiento de las gráficas de casi 20% del coeficiente de presión, entre lo encontrado por Sohankar [1] y lo encontrado por el presente trabajo. Esta diferencia es mostrada en la gráfica 9b, y es posible que se deba a la utilización de un código totalmente compresible, aunado con el uso de fronteras inmersas, que afecten de alguna forma la acústica del problema, sobre evaluando las caídas de presión. Un estudio se está realizando

para conocer si esta caída repentina de presión se debe a la frontera inmersa o a la resolución de la malla, aunque el estudio de independencia de malla no mostrara la influencia de este último punto.

## 7. Conclusiones

El presente trabajo pretende introducir la simulación de grandes escalas en el estudio de flujos de ingeniería e industriales, mediante el uso de fronteras inmersas que permiten la utilización de esquemas de alto orden. La utilización de estos métodos en geometrías complejas como edificios, puentes o intercambiadores de calor, entre otros, se pretende a partir de la validación en resultados obtenidos en geometrías sencillas.

Si bien este tipo de flujos tienen características totalmente turbulentas por sus altos números de Reynolds, en este trabajo se pretendió estudiar flujos a bajos números de Reynolds para conocer la precisión de los resultados, los cuales están influenciados por una gran cantidad de parámetros. Adicionalmente la sensibilidad de las simulaciones puede ser estudiada, ya que el cambio del valor de parámetros globales

como el coeficiente de arrastre y el número de Strouhal es muy drástico entre  $200 < Re < 1000$ . A partir de los resultados presentados aquí, se observa que tanto el código como el modelo de turbulencia son capaces de modelar correctamente este tipo de flujos. A pesar de que los valores se sobre evalúan en algunos casos hasta alrededor de un 20 %, el comportamiento de los parámetros globales es el mismo que el obtenido por otros trabajos. Igualmente se han encontrado las mismas estructuras turbulentas que se han observado tanto numérica como experimentalmente. La ventaja de este trabajo con respecto a los anteriores es el uso de fronteras inmersas aceleradores del cálculo y el uso de esquemas de alto orden que influyen directamente en el estudio numérico de flujos más complejos con mayor precisión y menores requerimientos computacionales.

## Agradecimientos

Este trabajo fue financiado por la Dirección General de Asuntos del personal Académico, UNAM, bajo el proyecto PAPIIT-IN-109106-3.

- 
1. A. Sohankar, C. Norberg, and L. Davidson, *Phys. Fluids* **11** (1999) 288.
  2. Munson, Young, *Fundamentals of Fluid Mechanics*, Third Edition Update (Ed. John Wiley & Sons, Inc).
  3. S.C. Luo, Y.T. Chew, and Y.T. Ng., *Phys. Fluids* **15** (2003) 2549.
  4. A.K. Saha, G. Biswas, and K. Muralidhar, *Int. J. Heat Fluid Flow* **24** (2002) 53.
  5. C.H.K. Williamson, *J. Fluid Mech.* **328** (1996).
  6. J. Robichaux, S. Balachandar, and S.P. Vanka, *Phys. Fluids* **11** (1999).
  7. A. Sohankar, L. Davidson, and C. Norberg, *Numerical Simulation of unsteady flow around a square two-dimensional cylinder*, 12 Australaian Mechanics Conference, Australia (1995).
  8. A. Sohankar, L. Davidson, and C. Norberg, *Journal of Fluids Engineering* **122** (2000) 39.
  9. C. Da Silva and O. Metais, *Physics of Fluids* **14** (2002) 3798.
  10. F. White, *Viscous Fluid Flow*, second edition (Macgraw Hill international editions, 1991).
  11. M. Salinas Vázquez and O. Métais, *J. Fluid Mech.* **453** (2002) 202.
  12. P. Compte and M. Lesieur, *Large-eddy simulation of compressible turbulent flows. Turbulence in Compressible Flows*, AGARD/VKI Course, AGARD Rep. 819, 1997.
  13. O. Métais and M. Lesieur, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **28** (1996) 45.
  14. E. David, *Modélisation des écoulements compressibles et hypersoniques : Une approche instationnaire*. PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France 1993.
  15. D. Gottlieb and E. Turkel, *Mathematics of Computation*, Ed. American Mathematical Society **30** (1976) 703.
  16. T.J. Poissant and S.K. Lee, *J. Computational Physics* **101** (1992).
  17. K.W. Thompson, *J.Comp Phys* **89** (1990) 439.
  18. R. Ghias, R. Mittal, and T.S. Lund. *A non-body conformal grid method for simulation of compressible flows with complex immersed boundaries*. 42<sup>nd</sup> AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit (2004).
  19. Y. Wang and Trounev, *Combustion Theory and Modelling* **8** (2004) 633.
  20. E. Levi, *El agua según la ciencia*, primera edición (CONACYT-Ediciones Castell Mexicana S.A., 1989).
  21. Y. Dubief and F. Delcayre, *Journal of Turbulence*, Ed. Taylor & Francis Grupe **1** (2000) 001.

# Bibliografía

- Nobuaki Terachi Tamotsu Igarashi. Drag reduction of flat plate normal to airstream by flow control using a rod. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90:359–376, 2002.
- J. A. C. Humphrey R. Devarakonda. Experimental study of turbulent flow in the near wakes of single and tandem prisms. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 17:219–227, 1996.
- S. Ziada A. Mohany. Effect of acoustic resonance on the dynamic lift forces acting on two tandem cylinders in cross-flow. *Journal of Fluids and Structures*, 25:461–478, 2009.
- M. Donneaud R. Martin J. Li, A. Chambarel. Numerical study of laminar flow past one and two circular cylinders. *Computers & Fluids*, 19:155–170, 1991.
- L.X. Huang P.F. Zhang, J.J. Wang. Numerical simulation of flow around cylinder with an upstream rod in tandem at low reynolds numbers. *Applied Ocean Research*, 28:183–192, 2006.
- Jian-Feng Zou-Xue-Ming Shao Jian Deng, An-Lu Ren. Three-dimensional flow around two circular cylinders in tandem arrangement. *Fluid Dynamics Research*, 38:386–404, 2006.
- Kevin R. Cooper. The use of a forebody plate to reduce the drag and to improve the aerodynamic stability of a cylinder of square cross-section. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 28:271–280, 1988.
- C. H. K. Williamson A. Prasad. A method for the reduction of bluff body drag. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 90:155–167, 1997.

- Hiroshi Sakamoto Yu Zhou Sangil Kim, Md. Mahbub Alam. Flow-induced vibration of two circular cylinders in tandem arrangement. part 2: Suppression of vibrations. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 97:312–319, 2009.
- Igarashi and Tsutsui. Characteristics of a flow around two circular cylinders of different diameters arranged in tandem. *Bulletin of the JSM*, 25:349–357, 1982.
- D. B. Murray J. W. Scholten. Heat transfer and velocity fluctuations in a staggered tube array. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 19:233–244, 1998.
- T.H. Chuang S.C. Yen, K.C. San. Interactions of tandem square cylinders at low reynolds numbers. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 32:927–938, 2008.
- Y. Zhou Md. Mahbub Alam. Strouhal numbers, forces and flow structures around two tandem cylinders of different diameters. *Journal of Fluids and Structures*, 24:505–526, 2008.
- Li-Shi Luo Alberto Mussa, Pietro Asinari. Lattice boltzmann simulations of 2d laminar flows past two tandem cylinders. *Journal of Computational Physics*, 228:983–999, 2009.
- M.S. Triantafyllou G.E. Karniadakis G.V. Papaioannou, D.K.P. Yue. On the effect of spacing on the vortex-induced vibrations of two tandem cylinders. *Journal of Fluids and Structures*, 24: 833–854, 2008.
- J.R. Meneghini B.S. Carmo. Numerical investigation of the flow around two circular cylinders in tandem. *Journal of Fluids and Structures*, 22:979–988, 2006.
- et. al. N. Fujisawa. Computational and experimental study on flow around a rotationally oscillating circular cylinder in a uniform flow. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 93:137–153, 2005.
- A. N. Kolmogorov. *Dissipation of energy in locally isotropic turbulence*. 1941.
- M. Lesieur P. Compte. Large-eddy simulation of compressible turbulent flows. *Turbulence in Compressible Flows, AGARD/VKI Course*, page 819, 1997.

- E. David. Modilisation des écoulements compressibles et hypersoniques: Une approche instationnaire. *PhD Thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France*, 1993.
- T. J. Poinot and S. K. Lele. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *Journal of Fluid Mechanics*, pages 104–129, 1992.
- K. W. Thompson. Time dependent boundary conditions for hyperbolic systems. *J. Comp. Phys*, 89:439–461, 1990.
- E. Chol-Orea-V. Leyva-García M. Salinas-Vázquez, W. Vicente-Rodríguez. Simulación de la turbulencia de un flujo que pasa alrededor de un cilindro de sección cuadrada a partir de la utilización de la simulación de grandes escalas y de fronteras inmersas. *Revista Mexicana de Física*, 53: 461–469, 2007.
- F. Dubief, Y. & Delcayre. On coherent-vortex identification in turbulence. *Journal of Turbulence*, 1:001, 1990.
- T. O’Doherty N. Syred and D. Froud. The interaction of the precessing vortex core and reverse flow zone in the exhaust of a swirl burner. *Proc. Inst. Mech. Eng.*, 27:208, 1994.
- T. O’Doherty D. Froud and N. Syred. Phase averaging of the precessing vortex core in a swirl burner under piloted and premixed combustion conditions. *Combustion and Flame*, 100:407, 1995.
- Tan K. Takeuchi-N. Haniu H. Sakamoto, H. Supression of fluid forces acting on a square prism by passive control. *ASME. Journal of Fluids and Engineering*, 119:506–511, 1997.

# Índice de figuras

2.1. Campos instantáneos de vorticidad $V_R = 8.333$ a)P/D= 2.5, b)P/D= 3.5, c)P/D= 5.0; extraída de G.V. Papaioannou [2008] . . . . .	17
2.2. Isosuperficies de vorticidad en x ( $\omega_x$ ) y z ( $\omega_z$ ), $Re = 270$ ; extraída de B.S. Carmo [2006] . . . . .	18
4.1. Configuración experimental . . . . .	38
4.2. Entrada y salida de ondas acústicas en el dominio computacional para un flujo subsónico . . . . .	40
4.3. Malla del dominio computacional a través del plano de entrada ( $x_1 = 0$ ) . . . . .	44
4.4. Malla del dominio computacional a través del plano de salida ( $x_1 = L$ ) . . . . .	46
4.5. Pared deslizante del dominio computacional . . . . .	48
4.6. Condición periódica en la dirección z . . . . .	49
4.7. Visualización de la malla utilizada . . . . .	52
5.1. Configuración experimental . . . . .	54
5.2. Isocontornos de presión promedio, variando la posición de la barra. . . . .	56
5.3. Isocontornos de presión promedio, variando la altura de la barra. . . . .	58
5.4. Isosuperficies de velocidad, variando la posición de la barra. . . . .	61
5.5. Vectores de velocidad instantáneos, variando la posición de la barra. . . . .	62
5.6. Isosuperficies de velocidad, variando la altura de la barra. . . . .	64
5.7. Vectores de velocidad instantáneos, variando la altura de la barra. . . . .	65
5.8. Topología de la turbulencia del flujo detrás de los cuerpos en tándem, $Q=200$ . . . . .	71

5.9. Isocontornos de velocidad promedio, variando la posición de la barra. . . . . 75

5.10. Isocontornos de velocidad promedio, variando la altura de la barra. . . . . 77

5.11. Campo promedio de la fluctuación en la velocidad longitudinal  $U$ , variando la posición de la barra. . . . . 78

5.12. Campo promedio de la fluctuación de la velocidad longitudinal  $U$ , variando la altura de la barra . . . . . 80

5.13. Campo promedio de la fluctuación en la velocidad transversal  $V$ , variando la posición de la barra. . . . . 81

5.14. Campo promedio de la fluctuación de la velocidad transversal  $V$ , variando la altura de la barra . . . . . 83

5.15. Campo promedio de la fluctuación en la velocidad normal  $W$ , variando la posición de la barra. . . . . 84

5.16. Campo promedio de la fluctuación de la velocidad normal  $W$ , variando la altura de la barra. . . . . 85

5.17. Campo promedio del esfuerzo cortante principal  $UV$ , variando la posición de la barra. . . . . 87

5.18. Campo promedio del esfuerzo cortante principal  $UV$ , variando la altura de la barra. 89

5.19. Coeficiente de presión sobre la superficie del cilindro para diferentes posiciones  $s/D$  y  $h/D = 0,2$  . . . . . 90

5.20. Coeficiente de arrastre en el cilindro contra la distancia de separación  $s/D$  para diferentes alturas  $h/D$  de la barra . . . . . 91

5.21. Coeficiente de arrastre total contra la distancia de separación  $s/D$  para diferentes alturas  $h/D$  de la barra . . . . . 93

5.22. Comparación en los perfiles obtenidos para los casos más representativos . . . . . 94

5.23. Coeficiente de sustentación instantáneo y espectros de energía, variando la posición de la barra. . . . . 99

5.24. Coeficiente de sustentación instantáneo y espectros de energía, variando la altura de la barra . . . . . 101