



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

**COMPORTAMIENTO DE MUROS DE
MAMPOSTERÍA CONFINADA CON DISTINTAS
CONFIGURACIONES**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

JOSÉ FRANCISCO LIZÁRRAGA PEREDA

TUTOR:

DR. JUAN JOSÉ PÉREZ GAVILÁN ESCALANTE

RESUMEN

Se hace uso del método de los elementos finitos para modelar el comportamiento de muros de mampostería confinada ante carga lateral y carga axial. Se propone un modelo de material homogéneo ortotrópico para el comportamiento elástico de la mampostería y un modelo de material homogéneo con superficie de fluencia isotrópica para el comportamiento inelástico de la mampostería. Se realiza la homogenización inelástica de la mampostería considerando el criterio de fluencia Drucker-Prager de la teoría de plasticidad. También se utiliza el criterio Drucker-Prager para modelar el comportamiento inelástico del concreto.

Se comparan los resultados del método propuesto con los resultados experimentales de 10 muros de tabique extruido, estos muros se componen de diferentes relaciones de aspecto, muros con ventana y un muro en T.

ABSTRACT

This study describes the use of the finite element method to model the behavior of confined masonry walls subject to lateral loads and axial loads. A homogeneous orthotropic material model is proposed to model the elastic behavior of masonry and a homogeneous material model with isotropic failure surface to model the inelastic behavior of masonry walls. Homogenization is performed considering an inelastic masonry failure criterion called Drucker-Prager of the plasticity theory. It also uses the Drucker-Prager criterion to model the inelastic behavior of concrete.

In order to validate the methodology, the proposed method is compared with experimental results of 10 extruded brick walls, these walls are composed of different aspect ratios, with window walls and a wall in T.

CONTENIDO

RESUMEN.....	III
ABSTRACT	III
CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 ANTECEDENTES.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	4
1.3 METODOLOGÍA.....	5
1.4 CONTENIDO CAPITULAR.....	5
CAPÍTULO 2 MODELACIÓN.....	6
2.1 TEORÍA DE LA PLASTICIDAD.....	6
2.1.1 <i>Función y Criterio de fluencia</i>	7
2.1.2 <i>Regla de flujo plástico</i>	8
2.1.3 <i>Ley de endurecimiento</i>	9
2.2 SUPERFICIE DE FLUENCIA DE LA MAMPOSTERÍA.....	9
2.3 MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (MEF)	12
2.3.1 <i>Homogenización</i>	13
2.3.1.1 Homogenización elástica de la mampostería.....	13
2.3.1.2 Homogenización inelástica de la mampostería.....	17
2.4 CRITERIOS DE FLUENCIA.....	18
2.4.1 <i>Criterio de Mohr-Coulomb</i>	18
2.4.2 <i>Criterio Drucker-Prager</i>	20
2.4.2.1 Esfuerzos planos	22
2.4.2.2 Cono de Compresión	22
2.4.2.3 Cono de extensión	23
2.4.2.4 Esfuerzos biaxiales.....	23
2.4.3 <i>Criterio Tsai-Wu</i>	24
CAPÍTULO 3 PROPIEDADES DE LOS MUROS DE MAMPOSTERÍA.....	25
3.1 MAMPOSTERÍA.....	25
3.1.1 PROPIEDADES DE PIEZAS DE TABIQUE EXTRUIDO	26
3.1.2 <i>Resultado experimental de las piezas a compresión uniaxial</i>	28
3.1.3 <i>Resultado analítico y experimental de muretes a compresión diagonal</i>	31
3.1.3.1 Análisis no lineal	33
3.1.4 <i>Resultado experimental de Pilas a compresión</i>	34
3.1.5 <i>Propiedades del mortero de albañilería</i>	34
3.2 HOMOGENIZACIÓN ELÁSTICA DE LA MAMPOSTERÍA.....	35
3.3 HOMOGENIZACIÓN INELÁSTICA DE LA MAMPOSTERÍA	39
3.3.1 <i>Tipos de análisis</i>	40
3.3.1.1 Muros esbeltos	41
3.3.1.2 Muros de transición.....	41
3.3.1.3 Muros largos.....	42

3.3.2 PROPIEDADES INELÁSTICAS DE LA MAMPOSTERÍA	43
3.4 CONCRETO REFORZADO	45
3.4.1 Concreto.....	45
3.4.2 Acero.....	45
3.4.3 Modelo de una viga de concreto reforzado.....	46
3.4.3.1 Cálculo a mano	46
3.4.3.2 Modelo de Elementos Finitos usando Drucker-Prager	47
3.4.3.3 Otros estudios para obtener la cohesión y el ángulo de fricción.....	48
3.5 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS DE MUROS.....	49
3.5.1 Elementos y propiedades de los materiales	49
3.5.2 Aplicación de carga.....	50
CAPÍTULO 4 RESULTADOS ANALÍTICOS.....	51
4.1 COMPARACIÓN CON LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES	51
4.1.1 Muros esbeltos	54
4.1.2 Muros de transición.....	58
4.1.3 Muros largos.....	61
4.2 SUPERFICIE DE FLUENCIA DE LAS APROXIMACIONES PARA EL MODELO DRUCKER-PRAGER	69
CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES	70
REFERENCIAS.....	72
APÉNDICE A.....	76
A.1 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DRUCKER-PRAGER CON LA APROXIMACIÓN ESFUERZOS PLANOS.....	76
A.2 DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS DRUCKER-PRAGER CON LA APROXIMACIÓN DEL CONO DE COMPRESIÓN.	77
A.3 APROXIMACIÓN DEL CONO DE COMPRESIÓN PARA ESFUERZOS BIAXIALES	79
A.4 APROXIMACIÓN DEL CONO DE COMPRESIÓN PARA ESFUERZOS PLANOS	80
APÉNDICE B.....	81
B.1 DIMENSIONES DE LOS MUROS MODELADOS	81
B.2 RESULTADO EXPERIMENTAL DE CICLOS HISTERÉTICOS DE LOS MUROS DE MAMPOSTERÍA.	84

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

En años recientes se han propuesto modelos numéricos para representar el comportamiento de estructuras de mampostería. El comportamiento mecánico de la mampostería se caracteriza por una serie de parámetros, entre ellos podemos mencionar: la rigidez lateral, la carga al primer agrietamiento, carga máxima y la deformación a la que ocurren los parámetros antes mencionados. Otros parámetros de estudio son: la degradación de rigidez y degradación de resistencia para el caso de cargas cíclicas reversibles.

Se propone una metodología para analizar el comportamiento de muros de mampostería confinada. Se hace uso del método de los elementos finitos para definir el comportamiento de muros una vez conocidas las propiedades de los materiales. Las propiedades mecánicas de la mampostería se obtienen de ensayos de pilas, muretes y piezas de tabique.

1.1 Antecedentes

Existen diversas investigaciones acerca de los modelos de mampostería. Los modelos se pueden dividir en lineales y no lineales. Tanto para los modelos lineales y no lineales se pueden encontrar en la literatura diferentes tipos de modelos, se pueden mencionar tres de los modelos más comunes: columna ancha, diagonal equivalente y elemento finito.

Los modelos no lineales de columna ancha (Zúñiga y Terán, 2008) se componen de un elemento barra que representa al muro con un resorte que exhibe el comportamiento no lineal. Este tipo de modelo junto con el método de diagonal equivalente necesitan apoyarse en estudios experimentales de muros o modelos de muros de mampostería para poder asignar el comportamiento que tomaría un determinado muro. Zúñiga y Terán (2008) calibran sus modelos de columna ancha con los modelos trilineales propuestos por Flores y Alcocer, (1995), dicha propuesta se basa en los trabajos de Meli (1979).

Los modelos de diagonal equivalente consideran una diagonal equivalentes para que el sistema marco-muro tenga un comportamiento global parecido al que se tendría con un muro. Para el análisis lineal de estas estructuras se cuenta con diversos métodos para obtener la diagonal equivalente. Stafford Smith (1962) propone un parámetro adimensional (λh) como medida de la rigidez relativa del muro-marco, este parámetro determina el grado de interacción entre el muro y el marco.

Bazán (1980) es uno de los investigadores que utiliza el modelo de diagonal equivalente para el análisis elástico de los muros, donde propone sus fórmulas al realizar análisis con elemento finito. Para modelos no lineales nos podemos referir al trabajo realizado por Madan et al. (1997). También se pueden utilizar múltiples diagonales para representar de una mejor manera el comportamiento de muros (Chrysostomou, 1991).

Se puede encontrar en la literatura distintas maneras para hacer un análisis con elementos finitos. Bazán (1980) explica cómo se puede modelar la mampostería utilizando un material con propiedades elásticas isotrópicas y propiedades de resistencia a tensión en diferentes direcciones de análisis. Construye su propio programa en código Fortran. Propone un valor de G_m igual a $1.3 G_m^*$, donde G_m^* es la rigidez a cortante obtenida con la prueba de resistencia a compresión diagonal de muretes de mampostería. En su modelo no se consideran los esfuerzos que pueden resistir por fricción en zonas con grietas, por tanto considera que cuando aparece una grieta, el módulo de cortante es igual a cero.

Más recientemente se han realizado diversos trabajos donde los muros de mampostería se modelan utilizando el método del elemento finito. Por ejemplo Orduña (1999) utiliza elementos cuadriláteros de material isotrópico para concreto y mampostería. En dicho trabajo modela la interfaz entre muro y marco para representar su separación, donde los elementos interfaz entre muro y marco utilizan la ley de Mohr-Coulomb. Aunque observó que si no se modela el deslizamiento se tienen resultados muy parecidos a los obtenidos modelando la interfaz entre muro y marco. Para el comportamiento del concreto utiliza un criterio de fluencia combinado de Von Mises para compresión y de Rankine para tensión. El criterio de fluencia utilizado en la mampostería fue igual que para el concreto, solo que para tensión se cambió a un modelo de la teoría de mecánica del daño llamado modelo de ablandamiento de Hordijk.

Utilizando el método de elementos finitos se puede representar a la mampostería con un modelo detallado, simplificado o macroscópico (ver figura 1.1). La ventaja de estos modelos sobre los más simplificados como la columna ancha y la diagonal equivalente es que se puede tener cualquier tipo de configuración en muros y conocer el comportamiento global introduciendo el comportamiento que presentan los componentes que conforman a un determinado muro. Este método es de gran aplicación para la estimación del comportamiento de muros, ya que no es una opción práctica realizar los ensayos experimentales de todos los posibles casos de carga, configuración geométrica y material que pueden ser variables en los muros de mampostería.

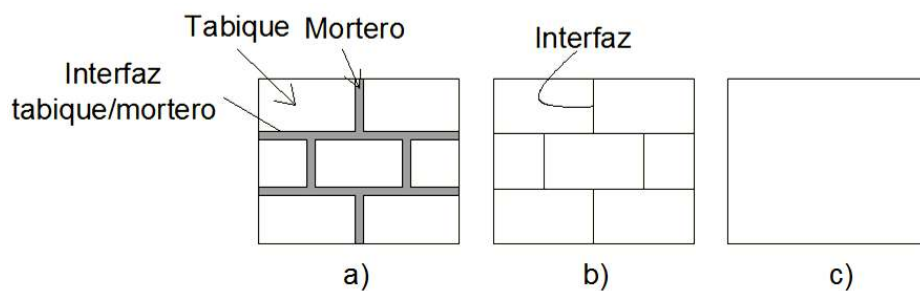


Fig.1.1 Tipos de modelos por elemento finito, a) Detallado; b) Simplificado; c) Macroscópico.

Los modelos detallados de la mampostería son probablemente los que dan un comportamiento más realista de lo que sucede en la realidad, ya que pueden representar los diferentes mecanismos de falla. En este tipo de modelo se utilizan tres tipos de elementos, uno para el tabique, otro para el mortero y uno más para modelar la unión entre mortero y tabique; esta última, se modela con elementos interfaz que simulan la unión entre los dos materiales. Un elemento interfaz nos representa las propiedades y el comportamiento que se presenta en la

unión de dos materiales. Estos modelos son utilizados para el análisis de estructuras de pequeña escala, ya que involucran un gran número de elementos haciendo que la solución al problema requiera de mucho tiempo de ejecución y recursos computacionales. Algunos autores como Lourenço (1996) y Gambarotta y Lagomarsino (1997) realizan estos tipos de modelos.

Los modelos simplificados, los cuales han sido estudiados por Gabor et al. (2006) y Kalali y Kabir (2010), utilizan elementos interfaz en la unión entre los tabiques y el mortero (fig. 1.1b), no se modelan las juntas de mortero, sino que se considera como parte de la mampostería. Se supone que el comportamiento inelástico se presenta en los elementos interfaz. Ambos autores mencionados utilizan el criterio de fluencia de Drucker-Prager.

Los modelos macroscópicos que utilizan un material homogéneo equivalente, son útiles para representar de una manera simplificada el comportamiento global de los muros de mampostería. Estos modelos reproducen las propiedades de la mampostería con un solo material. Este modelo puede ser utilizado a gran escala para estudiar el comportamiento de los muros, además reduce el número de elementos a modelar obteniendo resultados satisfactorios en un tiempo mínimo comparado con los modelos detallados. Es preferible representar a la mampostería como un material ortotrópico, ya que las propiedades mecánicas dependen del ángulo de aplicación de carga.

Anthoine (1995) propuso un método de homogenización utilizando el método de los elementos finitos, este método permite obtener las propiedades elásticas homogéneas de modelos detallados. El modelo de homogenización ha sido extendido con buenos resultados a problemas no lineales para representar el comportamiento de la mampostería (Zucchini y Lourenço, 2004 y 2006).

Para la modelación no lineal con material homogéneo equivalente es necesario definir qué tipo de modelo de material se utilizará para representar a la mampostería, existen dos tipos de modelos, uno de la teoría de la mecánica del daño y otro de la teoría de plasticidad.

En el ámbito de la mecánica del daño existen dos tipos de métodos. Uno que utiliza la fractura distribuida (Lofti y Shing, 1991) y otro de fractura discreta (Nilson, 1968). El modelo de fractura distribuida considera dos efectos (modo I y modo II) una vez agrietado el material (Rots y Blaauwendraad, 1989). En el modo I se presenta un ablandamiento en tensión en el material con un ángulo normal a la grieta, esto se representa con la energía de fractura. El modo II considera el efecto de retención de cortante paralela a la grieta, dicho efecto se considera con el factor de retención de corte β . Este factor tiene un valor entre cero (sin transmisión de corte) y uno (transmisión total de corte). Algunos ejemplos de investigaciones que utilizan el método de la fractura distribuida, son los utilizados por Orduña (1999) y Álvarez (2000). En el trabajo de Chávez (2010) también utilizan el criterio de grieta distribuida, sólo que no considera la energía de fractura.

El modelo de fractura discreta supone que existe una discontinuidad geométrica en el material. Se pueden mencionar los trabajos que conciernen a este método a las investigaciones realizadas por Juárez (2006) y Retama (2010).

Para modelar la mampostería con la teoría de plasticidad se tienen distintos modelos, los cuales se pueden distinguir como isotrópico, ortotrópicos y anisotrópicos.

En diversas investigaciones se han utilizado los modelos de plasticidad isotrópicos, por ejemplo Kalali (2010) utilizó el modelo isotrópico Drucker-Prager considerando que al material homogéneo se le asignan las propiedades no lineales (cohesión, ángulo de fricción y de dilatación) de la unión entre tabique y mortero.

Una de las ventajas de considerar un criterio con superficie de fluencia isotrópica es que se requiere de un mínimo de parámetros para definir el modelo, su desventaja es que solo representa una superficie de fluencia y no toma en cuenta que la superficie de fluencia varía con la inclinación de los esfuerzos principales.

El modelo de plasticidad ortotrópico representa de una mejor manera la falla de la mampostería al considerar que la resistencia a tensión y a compresión varía en direcciones ortogonales (Lourenço, 1998), este modelo necesita el conocimiento de un mayor número de parámetros en comparación con el modelo de plasticidad isotrópica. Otros modelos de la teoría de plasticidad como el anisotrópico es posible representar la falla del material en cualquier dirección. En el trabajo de Syrmakizis y Asteris (2001) presenta la ecuación para un material anisotrópico considerando el criterio Tsai-Wu (1971). Syrmakizis y Asteris (2001) utilizan el criterio Tsai-Wu para modelar la mampostería como un material ortotrópico. Las desventajas de utilizar modelos más detallados de plasticidad es que con las pruebas que se realizan comúnmente en la mampostería no se obtienen los datos experimentales necesarios para construir este tipo de modelos.

1.2 Objetivos

- Se propone una adaptación del método de homogenización para el caso de piezas huecas. Con la homogenización se obtendrá un material equivalente ortotrópico lineal que sea capaz de representar la rigidez lateral del muro y los esfuerzos en el interior de la mampostería de una manera más aproximada que si se utilizara un material isotrópico.
- Desarrollar una metodología para determinar los parámetros de un modelo no lineal de elemento finito utilizando un material caracterizado por el modelo de plasticidad de Drucker-Prager. Para obtener los parámetros necesarios se utilizarán los resultados de pruebas de laboratorio de los materiales utilizados en cada muro, las pruebas necesarias en la mampostería son: pilas a compresión, muretes a tensión diagonal y piezas a compresión.
- Utilizando la teoría de plasticidad, con el modelo Drucker-Prager, representar el comportamiento inelástico de la mampostería tomando en cuenta que la resistencia a tensión y a compresión varía con la inclinación de los esfuerzos principales.
- Validar el uso de la metodología propuesta comparando los resultados obtenidos con los resultados de muros a escala real ensayados en el laboratorio del Instituto de Ingeniería y el CENAPRED. Estos ensayos son resultado del programa experimental de los trabajos de Pérez Gavilán et al. (2010 y 2011).

1.3 Metodología

Se utilizará el método de los elementos finitos considerando un material homogéneo equivalente. Para el caso del comportamiento lineal de la mampostería se consideró un material ortotrópico, el cual se obtendrá al realizar una homogenización de un modelo detallado elástico. También se realizó una homogenización inelástica para utilizar el modelo Drucker-Prager para la mampostería y el concreto. Para el comportamiento elástico del concreto reforzado se utilizó un material isotrópico para el concreto y las varillas.

Se propone una metodología para considerar que la superficie de fluencia cambie con la configuración geométrica de los muros. Por tanto dependiendo de la relación de aspecto de los muros, se tendrán 3 tipos de análisis, uno para muros esbeltos, muros largos y muros de transición.

El tipo de análisis que se hace con estos modelos es estático incremental, se incrementa el desplazamiento en un nudo maestro y se obtiene el cortante basal en el muro que se estudia. Con esto se obtiene una gráfica de fuerza cortante lateral contra distorsión que se le llamará envolvente del muro, entendiéndose por distorsión a la cantidad que nos resulta de dividir el desplazamiento lateral entre la altura del muro. Una vez obtenida la envolvente del muro se puede comparar con resultados experimentales para verificar la validación de la metodología propuesta.

1.4 Contenido capitular

En el segundo capítulo se dará una introducción de los conceptos básicos necesarios para entender modelos basados en la teoría de plasticidad. Además se explicará la modelación por elementos finitos desde la óptica de la teoría de plasticidad. Se explicará el método de homogenización del material y las fórmulas utilizadas para este fin. Se presentarán los criterios de fluencia de Mohr-Coulomb y Drucker-Prager, se mostrarán las fórmulas de las distintas aproximaciones que existen cuando se utiliza el criterio Drucker-Prager y el tipo de uso que se le dan a estas fórmulas para obtener mejores resultados dependiendo del problema que se estudia.

En el capítulo 3 se presentan las propiedades de la mampostería y el concreto utilizado en los modelos de muros, se calculan las propiedades necesarias para obtener los parámetros que se utilizaran en la modelación. Se establece la metodología que se utilizará para analizar los distintos tipos de muros. Además se presentan ejemplos numéricos para entender mejor el procedimiento utilizado en la metodología propuesta. Los resultados de los análisis se mostrarán en el capítulo 4. Para todos los modelos se aplicó un desplazamiento horizontal incremental, mientras que la carga lateral se obtuvo al calcular el cortante basal en el muro. Con estos valores se construye una aproximación a la envolvente de resistencia de cada muro y se compara con la envolvente de la curva de histéresis obtenida experimentalmente.

La deducción de las fórmulas propuestas, las dimensiones de los muros y los ciclos histeréticos experimentales comparados con los resultados analíticos se muestran en los apéndices A y B al final de la tesis.

CAPÍTULO 2

MODELACIÓN

Se explicará la modelación con elementos finitos utilizando la homogenización del material. Se utilizará un material ortotrópico equivalente para representar las propiedades elásticas de la mampostería y un material isótropo para el concreto. El modelo Drucker-Prager se utilizará para representar las propiedades inelásticas tanto para la mampostería como para el concreto.

2.1 Teoría de la plasticidad

Esta teoría es aplicable en sólidos que después de ser sometidos a una historia de cargas pueden quedar permanentemente deformados aún después de descargar el material. Esta teoría se restringe a la descripción de materiales y condiciones para las cuales las deformaciones permanentes no dependen de la velocidad de aplicación de carga y son llamados como materiales independientes de la velocidad de deformación o como *rate-independent plasticity* en el idioma inglés. Un gran número de materiales en ingeniería, como metales, concreto, rocas, arcillas y suelos pueden ser modelados con esta teoría. Algunas propiedades fenomenológicas importantes son:

1. Existencia del dominio elástico. El dominio elástico es delimitado por el esfuerzo de fluencia. En la figura 2.1a los segmentos O_0Y_0 y O_1Y_1 definen el dominio elástico (en una dimensión) para una barra de acero dúctil sometida a tensión.
2. Si el material es cargado más allá del límite de fluencia, el flujo plástico toma lugar.
3. Es posible observar una evolución del esfuerzo de fluencia (los puntos Y_0 y Y_1 mostrados en la fig. 2.1a son diferentes), este fenómeno es llamado endurecimiento.

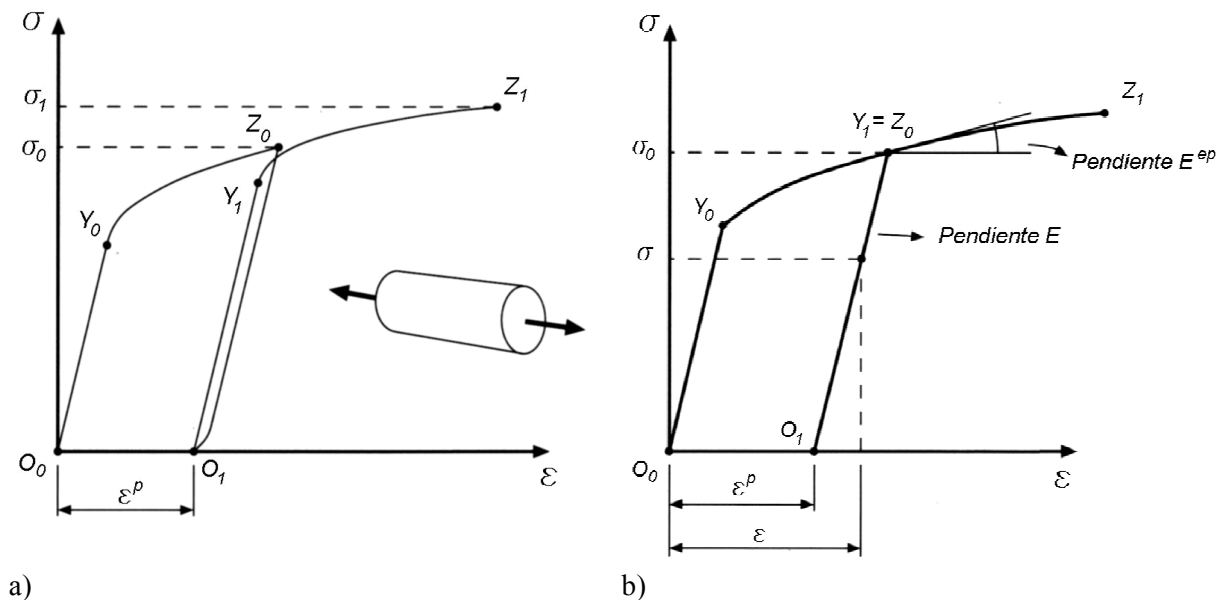


Fig. 2.1 Gráfica esfuerzo-deformación de materiales dúctiles (Neto et al., 2008); a) Gráfica experimental, b) Gráfica del modelo matemático.

Las propiedades anteriores pueden ser observadas no solo en metales, sino también en una gran variedad de materiales como concreto, rocas, suelos y muchos otros. La curva mostrada en la figura 2.1b es una idealización de la curva experimental 2.1a, las hipótesis asumidas para un modelo de plasticidad en una dimensión son: la diferencia entre la carga y descarga (segmentos Z_0O_1 y O_1Y_1) es ignorada, por lo que Z_0 y Y_1 ahora coinciden (figura 2.1b). La transición entre la región elástica y la elastoplástica es ahora más marcada. Durante la deformación plástica la curva esfuerzo deformación siempre sigue el mismo recorrido $O_0Y_0Y_1Z_1$, este recorrido puede ser obtenido por una carga continua monotónica. Una de las principales hipótesis en la teoría de pequeñas deformaciones de la plasticidad es la descomposición de la deformación total ε , en la suma de la deformación elástica (o reversible) ε^e , y una plástica (o permanente), ε^p .

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (2.1)$$

La deformación elástica queda definida como $\varepsilon^e = \varepsilon - \varepsilon^p$. De la definición anterior, la ley constitutiva para esfuerzo axial queda expresada como sigue, E es el módulo de elasticidad:

$$\sigma = E\varepsilon_e \quad (2.2)$$

El modelo matemático unidimensional que se ilustra en la fig. 2.1 contiene todos los componentes básicos de un modelo constitutivo general elastoplástico (Neto et al., 2008):

1. La descomposición de la deformación en elástica y plástica.
2. Una ley elástica.
3. Un criterio de fluencia, expresado por el uso de una función de fluencia.
4. Una regla de fluencia plástica, definida por la evolución de la deformación plástica.
5. Una ley de endurecimiento, caracterizando la evolución del límite de fluencia.

2.1.1 Función y Criterio de fluencia

La función de fluencia (Φ) representa el límite del estado elástico. Cuando la función de fluencia es menor que cero, el material se encuentra en su etapa elástica. Si la función de fluencia es igual a cero, el material incursiona en el rango no lineal. Para un sistema en una dimensión, la función de fluencia se define por la ecuación (2.3), donde el esfuerzo en el material en un instante determinado es (σ) y el esfuerzo de fluencia es (σ_y), suponiendo que se tiene el mismo comportamiento a tensión y a compresión, el valor del esfuerzo se representa con el valor absoluto $|\sigma|$:

$$\Phi = |\sigma| - \sigma_y \leq 0 \quad (2.3)$$

Para un estado de esfuerzos donde la función $\Phi=0$, tanto la descarga elástica o la fluencia plástica puede ocurrir. El criterio de fluencia se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \Phi(\sigma, \sigma_y) < 0 &\implies \frac{d}{dt} \varepsilon_p = 0 \\ \Phi(\sigma, \sigma_y) = 0 &\implies \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \varepsilon_p = 0 \\ \frac{d}{dt} \varepsilon_p \neq 0 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (2.4)$$

2.1.2 Regla de flujo plástico

La expresión (2.4) nos define el criterio de flujo plástico, nos establece las condiciones en las cuales la deformación plástica ocurre. Ya que la deformación plástica se puede presentar a tensión o a compresión, se puede definir la regla de flujo plástico de un modelo uniaxial como:

$$\frac{d}{dt} \varepsilon_p = \gamma \cdot \text{sign}(\sigma) \quad (2.5)$$

De la fórmula (2.5) tenemos una variable γ , la cual es llamada multiplicador plástico, el multiplicador plástico nos define la velocidad a la que ocurre la deformación plástica del modelo. La expresión $\text{sign}(\sigma)$ nos da sólo el signo de γ , por tanto γ es mayor o igual cero.

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{if } \sigma \geq 0 \\ -1 & \text{if } \sigma < 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

De lo definido anteriormente, se pueden especificar las condiciones de carga y descarga (ec. 2.7), las cuales son llamadas condiciones de Kuhn-Tucker (Simo, 1998). La tercera condición ($\gamma\Phi=0$) es llamada condición de consistencia y se deriva de que en el caso de la condición elástica $\gamma=0$ y en la condición de fluencia $\Phi=0$:

$$\Phi \leq 0 \quad \gamma \geq 0 \quad \gamma \cdot \Phi = 0 \quad (2.7)$$

La función (Ψ), llamada potencial de flujo plástico nos define el flujo plástico del material. Dependiendo de cuál sea la función de potencial de flujo plástico, puede llamarse a esta función como asociativa o no asociativa. Una regla de fluencia asociativa se presenta cuando la función de fluencia es tomada como la función de potencial de flujo plástico:

$$\Psi = \Phi \quad (2.8)$$

Con la definición anterior, se puede establecer que la regla de flujo plástico se puede expresar en términos de Ψ como se muestra en la ec. 2.9.

$$\frac{d}{dt} \varepsilon_p = \gamma \cdot N$$

$$N = \frac{\partial \Psi}{\partial \sigma}$$
(2.9)

La regla de fluencia es llamada no asociativa cuando se toma una función de potencial de flujo plástico diferente a la función de fluencia, esto se utiliza en distintos materiales para representar mejor el comportamiento no lineal del material. Como se explicará más adelante, el modelo Drucker-Prager puede utilizar la regla de fluencia asociativa o no asociativa. El tipo de regla utilizada se tomará en cuenta con el ángulo de dilatación del material, el cuál es uno de los parámetros requeridos en este modelo.

2.1.3 Ley de endurecimiento

Como se comentó anteriormente, una evolución de la deformación plástica puede estar acompañada por una evolución en el esfuerzo de fluencia (σ_y). Este fenómeno llamado endurecimiento o también puede considerarse para el ablandamiento, puede ser incorporado en el modelo uniaxial asumiendo que en la definición (2.3) de la superficie de fluencia, el esfuerzo a la fluencia esta dado por una función que depende de la deformación plástica:

$$\sigma_y = \sigma_y(\varepsilon_p)$$
(2.10)

2.2 Superficie de fluencia de la mampostería

Como se explicó en la sección 2.1.1, para conocer el límite elástico del material es necesario establecer una función de fluencia. Experimentalmente se ha comprobado que la superficie de fluencia (o también llamada superficie de fluencia) de la mampostería varía con la orientación de los esfuerzos principales. La variación de la superficie de fluencia se debe a que la mampostería se conforma por tabiques pegados por mortero, donde la unión entre tabique y mortero es un plano de debilidad.

Los trabajos experimentales presentados por Page (1980, 1981, 1983) nos muestran la superficie de fluencia del material para orientaciones de 0°, 22.5°, 45°, 67.5° y 90° con respecto a las juntas horizontales del mortero. En la figura 2.2 se muestra la gráfica obtenida por Page (1980) para la falla en tensión-tensión. La superficie de fluencia para el estado de esfuerzos principales en tensión-compresión se muestra en la figura 2.3 y para el estado de compresión-compresión se muestra en la figura 2.4.

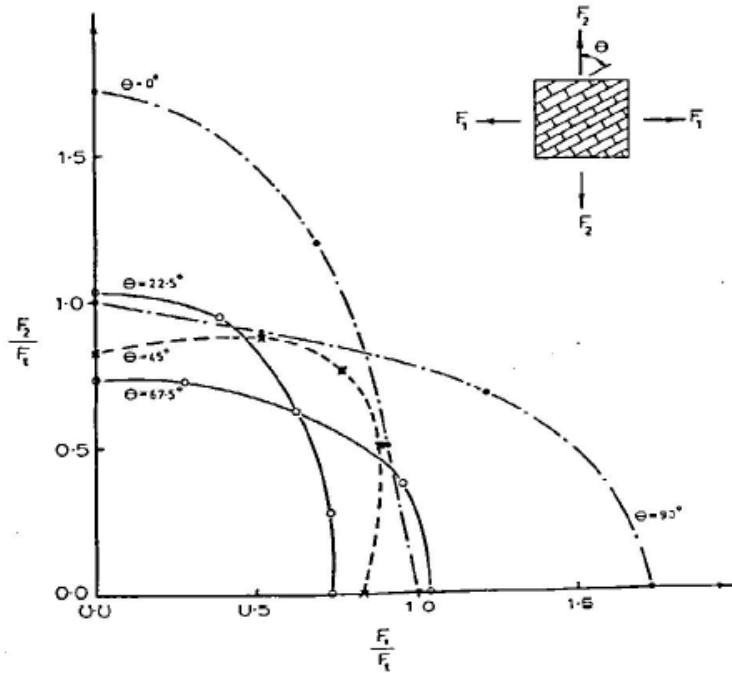


Fig. 2.2 Superficie de fluencia en tensión-tensión de la mampostería para distintos ángulos de orientación de los esfuerzos principales, resultado de los trabajos de Page (1980).

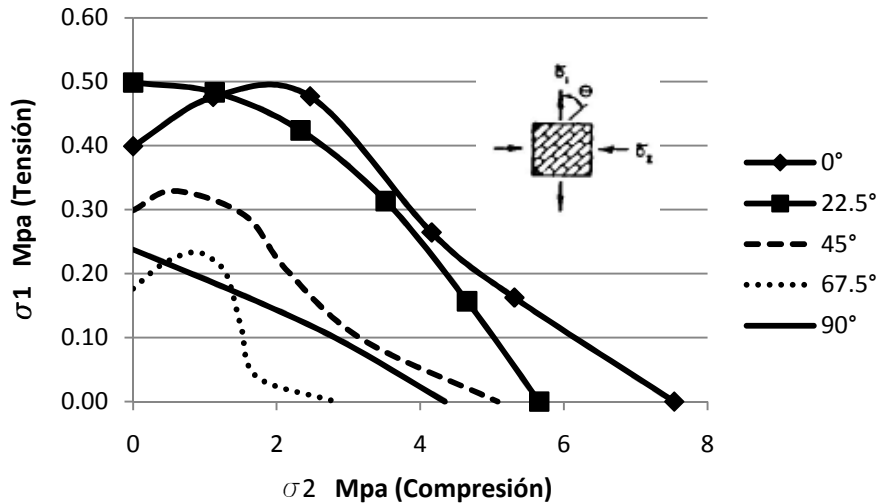
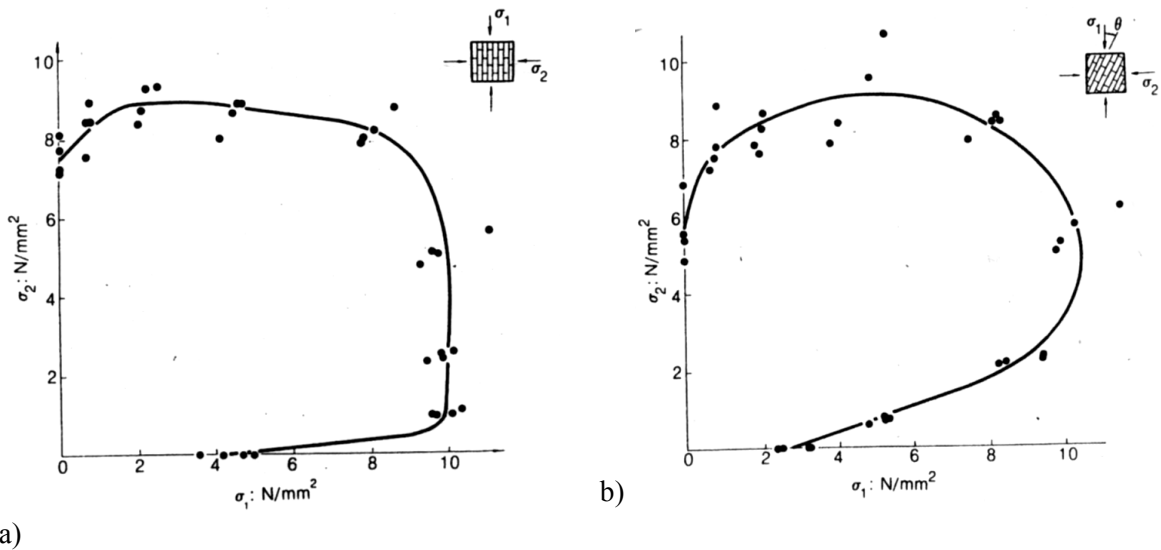


Fig. 2.3 Superficie de fluencia en tensión-compresión de la mampostería para distintos ángulos de orientación de los esfuerzos principales, resultado de los trabajos de Page (1983).



a)
 Fig. 2.4 Superficie de fluencia de la mampostería bajo compresión biaxial para distintos ángulos de orientación de los esfuerzos principales (Page, 1981); a) Con $\theta=0^\circ$. b) Con $\theta=22.5^\circ$.

Como se muestra en las figuras 2.2, 2.3 y 2.4, es necesario considerar una superficie de fluencia que varíe con la orientación de los esfuerzos principales, esto nos dará un mejor comportamiento en el modelo matemático. Lourenço et al. (1998) proponen la construcción de la superficie de fluencia utilizando dos criterios de la teoría de plasticidad. Utiliza el criterio de Hill (1948) para la compresión y el de Rankine para la tensión. La superficie de fluencia que resulta es una superficie ortotrópica y requiere de 7 parámetros de resistencia y 5 parámetros inelásticos para la construcción del modelo. En la figura 2.5 se muestra el modelo propuesto por Lourenço et al. (1998), compara sus resultados con los que obtuvo experimentalmente Page (1980, 1981, 1983). Existen otros criterios para representar la superficie de fluencia de la mampostería como el criterio Tsai-Wu (1971) que también se utiliza para materiales anisotrópicos y ortotrópicos.

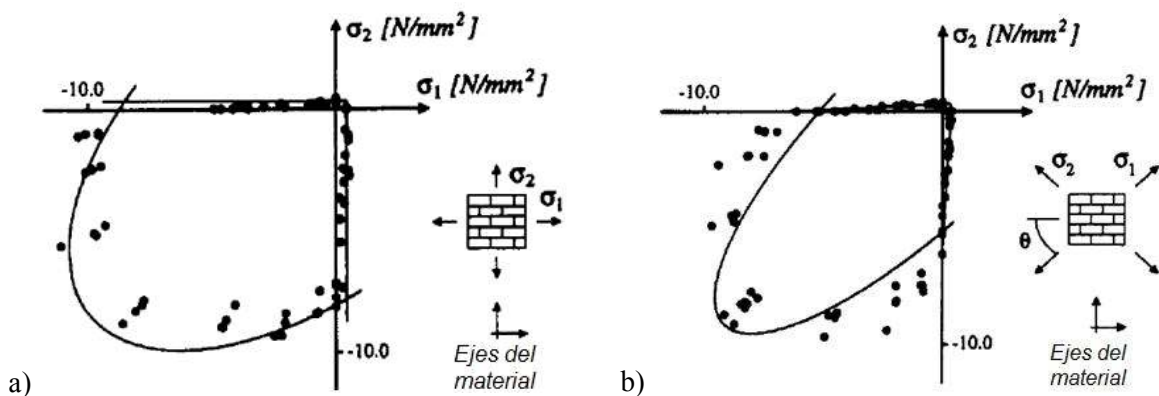


Fig. 2.5 Superficie de fluencia de la mampostería (Lourenço, 1998) a diferentes ángulos de orientación (θ) de los esfuerzos principales; a) $\theta=0^\circ$, b) $\theta=45^\circ$.

2.3 Método de los elementos finitos (MEF)

El MEF es un método numérico, el cual consiste en dar una solución aproximada de un problema que se pueda representar por una ecuación diferencial o de su formulación variacional equivalente. Para obtener una mejor solución con el MEF se necesita dividir al dominio en partes más pequeñas llamadas elementos (que pueden ser líneas, triángulos, cuadrados, tetraedros, hexaedros, etc.). Cada elemento se conforma de dos o más nodos y dependiendo de los grados de libertad que se consideren en cada nodo será el tipo de aproximación que tenga cada elemento. Para resolver el problema de un cuerpo con diferentes condiciones de frontera, existen diferentes formulaciones para dar solución al problema; La formulación más habitual es la formulación por desplazamientos, con esta formulación se tienen aproximaciones (generalmente polinómicas) para dar solución a los desplazamientos en cada nodo y a partir de estos desplazamientos determinar los esfuerzos en el interior del elemento.

Los problemas de estructuras se pueden representar mediante su formulación variacional, la cual se deriva de la energía potencial que existe en cada elemento. El teorema de la energía potencial mínima nos permite resolver el problema de la formulación variacional. Este teorema nos dice que de todas las configuraciones posibles, compatibles y que satisfacen las condiciones de frontera, la que minimiza la energía potencial (Π_p) es la que satisface el equilibrio y además es única. La energía potencial es la suma de las energías en cada elemento. Para un problema estático, representando los desplazamientos globales de cada nudo como un vector (\mathbf{Q}), la matriz de rigidez global como (\mathbf{K}) y las fuerzas externas aplicadas como (\mathbf{F}), aplicando el teorema de energía potencial mínima nos da la solución del sistema (Zienkiewicz y Taylor, 2000):

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{Q}^T \cdot \mathbf{K} \cdot \mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T \cdot \mathbf{F} \quad (2.11)$$

La energía potencial mínima del sistema nos da el equilibrio del mismo:

$$\frac{d}{dQ_i} \Pi_p = 0 \quad (2.12)$$

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{Q} = \mathbf{F} \quad (2.13)$$

Para resolver el problema de los muros sujetos a distintas condiciones de frontera, se utilizará el programa de elementos finitos ANSYS (2007). Este programa cuenta con un gran número de tipos de elementos y nos permite armar la matriz de rigidez \mathbf{K} y el vector de fuerzas \mathbf{F} , además da la solución del sistema.

Dependiendo del tipo de modelación que se realice para representar a la mampostería será llamado como modelo detallado, simplificado y homogéneo. Para la solución del dominio que en este caso es la mampostería, se utilizará el método de homogenización, éste método se explicará en la sección que sigue.

2.3.1 Homogenización

Cuando se habla de homogenización podemos hablar de una homogenización elástica en la cual las propiedades elásticas de la mampostería son representadas por un material equivalente el cuál es recomendable utilizar un material ortotrópico para la mampostería.

También nos podemos referir a una homogenización inelástica cuando se convierte la mampostería a un material equivalente que nos represente el comportamiento no lineal que ocurre por diferentes modos de falla. El proceso es equivalente a pasar de un modelo detallado, en el cual se representen las juntas entre los tabiques, a un modelo homogéneo que sea equivalente en su comportamiento al modelo detallado. Habitualmente se puede considerar un modelo de homogenización inelástica ortotrópica, donde un material anisotrópico se puede considerar como ortotrópico. La ortotropía se manifiesta por ejemplo al tener planos débiles de cortante en la unión tabique-mortero y un esfuerzo de compresión mayor en la dirección vertical que horizontal. La dirección vertical coincide con la dirección típica de carga vertical en la mampostería (López, 1998). Otro método consiste en utilizar una homogenización inelástica isotrópica como una simplificación del material anisotrópico. En esta nos permite conocer las propiedades inelásticas del material utilizando un menor número de parámetros para caracterizar al material.

2.3.1.1 Homogenización elástica de la mampostería

Para poder obtener un material equivalente, se necesita obtener una muestra de la mampostería. Esta muestra es una pequeña porción que llamaremos Elemento Representativo del Volumen (ERV) y debe de satisfacer las siguientes características (Peña, 2001):

- a) Todos los materiales que constituyen a la mampostería están incluidos.
- b) Representa a la mampostería periódicamente y con distribución continua.

Una vez obtenido el ERV (ver fig. 2.6) se realiza un modelo micromecánico apropiado (que represente el tabique y las juntas del mortero con sus propiedades elásticas respectivas).

Anthoine (1995) propuso un método de homogenización que permite obtener las propiedades elásticas homogéneas de un ERV. Para obtener las propiedades en la mampostería que cuenta con orificios se necesita realizar un modelo 3D que permita considerar estos cambios de volumen el material.

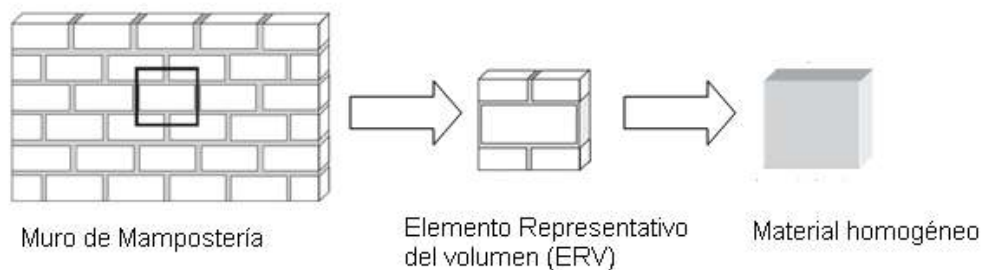


Fig. 2.6 Método de Homogenización.

Kuczma y Wybranowska (2005) han utilizado el método de homogenización elástica utilizando las ecuaciones (2.14) para modelos considerando un estado de esfuerzos plano. En su trabajo obtienen un material equivalente ortotrópico caracterizado por cinco constantes del material (E_x , E_y , G , ν_x , ν_y), éstas constantes homogenizadas pueden ser usadas en estructuras de mampostería a gran escala. Los autores mencionados utilizan el método de elementos finitos para definir las constantes homogenizadas de la mampostería modelada con elementos bidimensionales.

En esta tesis, las constantes elásticas del material ortotrópico equivalente se obtienen utilizando un modelo tridimensional de elementos finitos. Para conocer las propiedades elásticas del material homogéneo es necesario aplicar ciertas condiciones de frontera en el ERV, las cuáles se explicarán más adelante. Para conocer los módulos de elasticidad (E_x , E_y , E_z) y las relaciones de Poisson (ν_{xy} , ν_{yz} , ν_{xz}) se prescribe una deformación axial en el ERV de tal manera que se pueda deformar en las direcciones transversales al sentido en que se aplicó la deformación. Para conocer los módulos de cortante (G_{xy} , G_{yz} , G_{xz}) se prescribe una condición de frontera para cada módulo de cortante, tal condición de frontera es aplicar únicamente deformaciones por cortante en el ERV, más adelante se explicará a detalle la aplicación de las condiciones de frontera.

Una vez resuelto el problema de las condiciones de frontera sobre el ERV, se puede determinar el correspondiente esfuerzo promedio (σ_{ij}^p) y deformación promedio (ε_{ij}^p) en cada elemento y obtener el esfuerzo y deformación promedio del ERV (Rivieccio, 2006):

$$\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{V} \cdot \int_V \varepsilon_{ij} dV$$

$$\sigma_{ij}^p = \frac{1}{V} \cdot \int_V \sigma_{ij} dV \quad (2.14)$$

ε_{ij}^p	Deformación promedio en el ERV.
σ_{ij}^p	Esfuerzo promedio en el ERV.
V	Volumen del ERV.
ε_{ij}	Deformación en el elemento finito.
σ_{ij}	Esfuerzo en el elemento finito.
dV	Diferencial de volumen.

La ley constitutiva para material ortotrópico está dada por las siguientes fórmulas (Solecki y Conant, 2003):

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix}$$

$S_{11} = \frac{1}{E_x}$	$S_{12} = \frac{-\nu_{yx}}{E_y}$	$S_{13} = \frac{-\nu_{zx}}{E_z}$
$S_{21} = \frac{-\nu_{xy}}{E_x}$	$S_{22} = \frac{1}{E_y}$	$S_{23} = \frac{-\nu_{zy}}{E_z}$
$S_{31} = \frac{-\nu_{xz}}{E_x}$	$S_{32} = \frac{-\nu_{yz}}{E_y}$	$S_{33} = \frac{1}{E_z}$
$S_{44} = \frac{1}{G_{yz}}$	$S_{55} = \frac{1}{G_{zx}}$	$S_{66} = \frac{1}{G_{xy}}$

Las condiciones de frontera hacen que los esfuerzos en las otras direcciones sean igual a cero por tanto quedan en términos del esfuerzo en que se aplica el desplazamiento, esto nos permite definir las constantes elásticas necesarias como se muestra en las expresiones (2.15):

$$\begin{aligned}
E_x &= \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x} & E_y &= \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} & E_z &= \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} & G_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}} & G_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{\gamma_{yz}} \\
G_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{\gamma_{xz}} & \nu_{xy} &= \left| \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \right| & \nu_{yz} &= \left| \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_y} \right| & \nu_{xz} &= \left| \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \right|
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Las expresiones definidas por integrales (2.14) se pueden sustituir por una sumatoria (2.16a y 2.16b) considerando que las dimensiones de los elementos finitos son lo suficientemente pequeñas para considerar que el esfuerzo y la deformación dentro del elemento no varía mucho de su promedio, además la relación de Poisson (ν_{ij}) se obtiene con la ec. 2.16c.

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ij}^p &= \frac{1}{V} \cdot \sum_{e=1}^{NE} (\varepsilon_{ije} dv_e) & \text{(a)} & & NE & \text{Número de elementos.} \\
\sigma_{ij}^p &= \frac{1}{V} \cdot \sum_{e=1}^{NE} (\sigma_{ije} dv_e) & \text{(b)} & & \sigma_{ije} & \text{Esfuerzo en el elemento "e".} \\
\nu_{ij} &= \left| \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_i} \right| & \text{(c)} & & \varepsilon_{ije} & \text{Deformación en el elemento "e".} \\
& & & & dv_e & \text{Volumen del elemento "e".}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

En esta tesis se propone un criterio para determinar las constantes elásticas del material homogéneo equivalente. Para determinar la relación de Poisson se utilizan directamente las deformaciones unitarias promedio (ε_{ij}^p) obtenidas del ERV utilizando las expresiones (2.15) y (2.16). Para determinar los módulos de elasticidad y de cortante se utilizarán las expresiones (2.17) y (2.19) respectivamente.

Para calcular los módulos de elasticidad, el criterio que se utiliza es que se imponga un desplazamiento en la dirección en que se quiere conocer el módulo de elasticidad, la deformación se aplica en una cara perpendicular al sentido de la deformación. Para permitir el libre desplazamiento en las direcciones transversales a la dirección de carga, solo se fijan 3 nodos en las esquinas del ERV como se muestra la figura 2.7a a manera de ejemplo, donde la parte sombreada nos indica que se seleccionan todos los nodos de esa región y la esquina encerrada en un círculo nos indica que solo se selecciona el nodo en la esquina que se indica.

Para obtener los valores de las relaciones de Poisson ν_{xy} y ν_{xz} se obtiene de la misma condición de frontera para la cual se obtuvo E_x , mientras que para obtener ν_{yz} se obtiene de la condición que se utilizó para obtener E_y , las relaciones de Poisson se obtienen directamente de dividir las deformaciones unitarias promedio correspondientes en el ERV.

Los módulos de cortante se obtienen al imponer un desplazamiento por corte en las caras perpendiculares al plano de corte de interés en el ERV, además se impone un desplazamiento igual a cero en una cara del ERV paralela al plano de estudio, en la figura 2.7b se muestra un ejemplo para obtener G_{xy} , donde la cara que se impone igual a cero es la perpendicular al eje z.

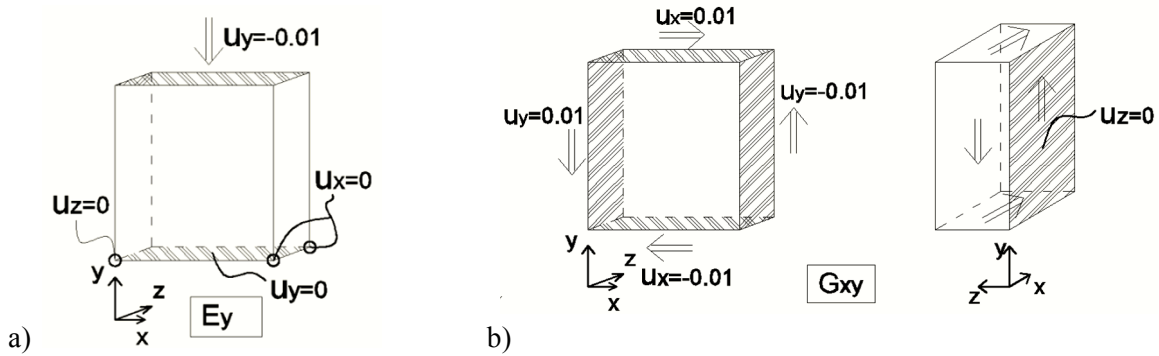


Fig. 2.7 Condiciones de frontera sobre el ERV; a) Obtención de E_y , b) Obtención de G_{xy} .

Para obtener los módulos de elasticidad homogenizados (E_i), se parte de la hipótesis de que la carga axial y la deformación son las mismas en el ERV y el material homogenizado. La deformación unitaria es constante en el elemento homogenizado, por tanto las expresiones propuestas son las que se muestran en la ec. 2.18 (ver figura 2.8).

$$E_i = \frac{P}{A_h \cdot \varepsilon_i} \quad (2.17) \quad \varepsilon_i = \frac{d}{h} \quad (2.18)$$

- d Desplazamiento impuesto en el ERV.
- h Altura del ERV.
- P Reacción en el ERV debido al desplazamiento "d".
- A_h Área transversal en el elemento homogenizado.

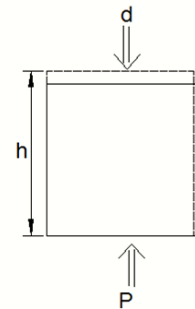


Fig. 2.8 Deformación en el ERV para obtener el módulo de elasticidad en dirección de la carga P aplicada.

Para obtener los módulos de cortante se tiene la siguiente fórmula, donde G_{ij} es el módulo de cortante del material homogenizado:

$$G_{ij} = \frac{V}{\gamma_{ij} A_h} \quad (2.19)$$

- V Reacción en la cara del área A_h considerada en el ERV.
- γ_{ij} Deformación angular en el elemento homogenizado.
- A_h Área en el plano transversal al plano ij del elemento homogenizado (área de cortante).

La ec. 2.19 se obtuvo de considerar que la fuerza cortante y la deformación angular son las mismas en el ERV y el material homogenizado, donde se obtiene el módulo de cortante equivalente. La deformación angular que ocurre en el elemento homogenizado al imponer la misma condición de frontera que para el ERV puede ser calculada, la fig. 2.9 nos muestra la deformación en el elemento homogenizado. La deformación angular (γ_{ij}) se define como el

ángulo de distorsión (medido en radianes) que experimenta un cuerpo al ser sometido a una deformación por corte, por tanto en la fig. 2.9 la deformación angular es $\gamma_{ij}=\alpha+\beta$ (ec. 2.20).

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{2d}{\sqrt{L_b^2 - 4d^2}}\right)$$

$$\beta = \text{atan}\left(\frac{2d}{\sqrt{h^2 - 4d^2}}\right)$$

$$\gamma_{ij}=\alpha+\beta \quad (2.20)$$

- h Altura del ERV.
- L_b Longitud de la base del ERV.
- d Desplazamiento por cortante en las caras del ERV.

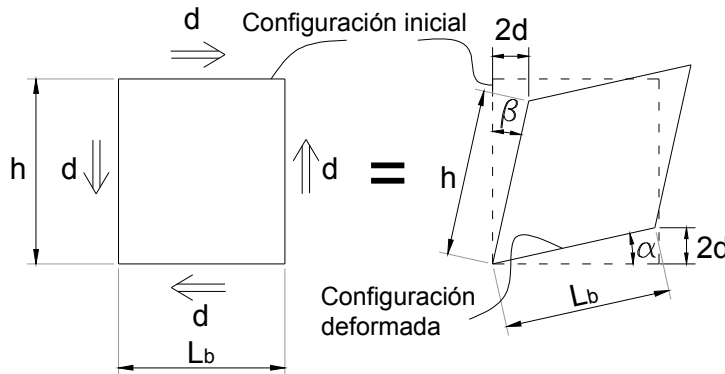


Fig. 2.9 Deformación por cortante del elemento homogenizado.

2.3.1.2 Homogenización inelástica de la mampostería

Diversas investigaciones se han llevado a cabo para conocer las propiedades inelásticas de la mampostería, donde se observa que la mampostería tiene diferentes propiedades dependiendo del ángulo de orientación de los esfuerzos principales con respecto a la juntas de mortero. Un ejemplo de homogenización inelástica ortotrópica es la propuesta por Lourenço et al. (1998) donde consideran dos tipos de criterios de fluencia: el criterio de Rankine para la tensión y el criterio de Hill para la compresión. Esto permite describir distintos modos de falla (ver figura 2.10), una de las desventajas de este tipo de modelación es que se necesitan realizar ensayos de tensión y compresión en distintas direcciones para conocer los parámetros necesarios para el tipo de mampostería en estudio. Otra opción para obtener los parámetros necesarios en este tipo de modelos es con una modelación numérica, pero algunas veces no se cuentan con los datos necesarios a nivel micromecánico para realizar este tipo de modelos.

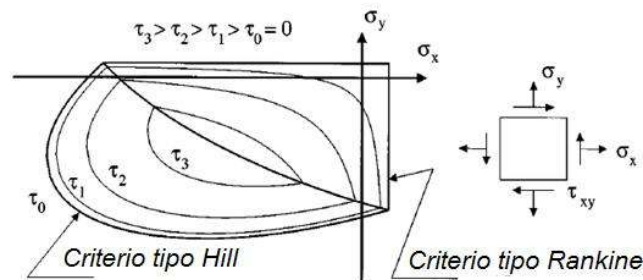


Fig. 2.10 Superficie de fluencia ortotrópica (Lourenço, 1998).

Una superficie de fluencia isotrópica de esfuerzo plano puede ser obtenida de la simplificación de la ecuación Tsai-Wu (1971), donde la superficie de fluencia queda reducida a una elipse. Como la superficie de fluencia puede ser representada por una elipse o una cónica, un criterio de fluencia comúnmente utilizado es el criterio Drucker-Prager.

Este criterio Drucker-Prager toma en cuenta la presión a la que se encuentra el elemento. Esta característica del criterio Drucker-Prager es útil en el estudio del comportamiento de la mampostería, ya que aumenta la resistencia a carga lateral en muros al someterlos a una mayor carga axial. En la figura 2.11 se muestra el efecto de la carga axial para el muro ME7 modelado con la superficie de fluencia Drucker-Prager (Las propiedades del modelo se explicará en capítulos posteriores). Al aumentar la carga axial a 5 kg/cm² en el muro ME7, hay un aumento de la resistencia en aproximadamente un 20%, ya que la resistencia máxima para una distorsión de 0.003 para carga axial de 0, 5 y 10 kg/cm² es respectivamente 69.4, 83.9 y 102.7 toneladas.

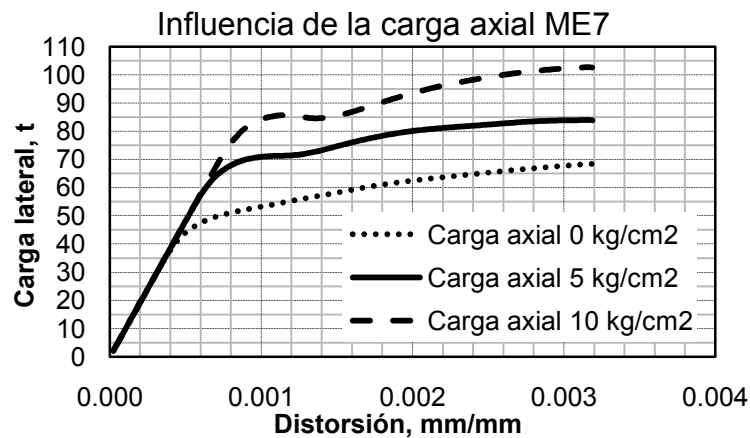


Fig 2.11 Efecto de la carga axial utilizando el criterio Drucker-Prager.

2.4 Criterios de fluencia

El criterio Drucker-Prager es una aproximación al criterio de Mohr-Coulomb, por lo que enseguida se explicarán a detalle estos dos criterios de fluencia. Para los muros modelados en esta tesis se utiliza el criterio de fluencia Drucker-Prager (DP). Se explicará en la sección 3.3.1 las aproximaciones DP utilizadas para modelar la mampostería y en la sección 3.4.1 la aproximación utilizada para modelar el comportamiento del concreto. Como información complementaria a los modelos de plasticidad se explicará de manera general el criterio de fluencia Tsai-Wu.

2.4.1 Criterio de Mohr-Coulomb

Para materiales como el suelo, rocas y concreto cuyo comportamiento es generalmente caracterizado por una dependencia del límite de fluencia de la presión hidrostática, una apropiada descripción de la fluencia plástica requiere que sea sensible a la presión como es el caso del criterio de Mohr-Coulomb.

El criterio de Mohr-Coulomb asume que el fenómeno de la fluencia plástica es esencialmente resultado de un deslizamiento por fricción entre las partículas del material. Generalizando la ley de fricción de Coulomb, este criterio nos dice que la fluencia inicia cuando en un plano del cuerpo, el esfuerzo cortante τ y el esfuerzo normal σ_n alcanzan una combinación crítica:

$$\tau = c - \sigma_n \tan \phi$$

c Cohesión.
 ϕ Ángulo de fricción.
 σ_n Esfuerzo a compresión, se supone negativo a compresión.

Si se conoce la resistencia a compresión del material f_c y la resistencia a tensión f_t , la relación entre la cohesión y el ángulo de fricción se representa como se muestra en la figura 2.12. Si se tiene un estado de esfuerzos donde un círculo de Mohr intercepta a la línea tangente a los círculos $\tau = c - \sigma_n \tan \phi$, entonces se dice que el material ha alcanzado el límite de fluencia.

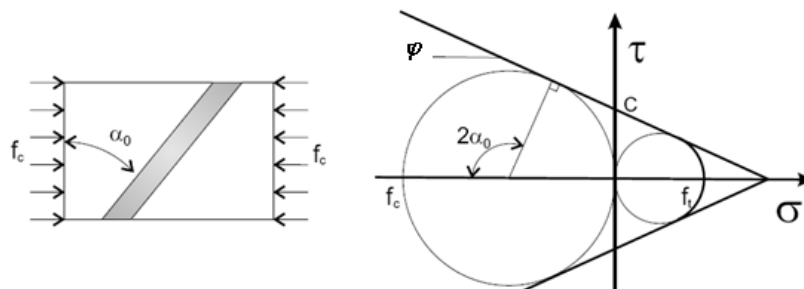
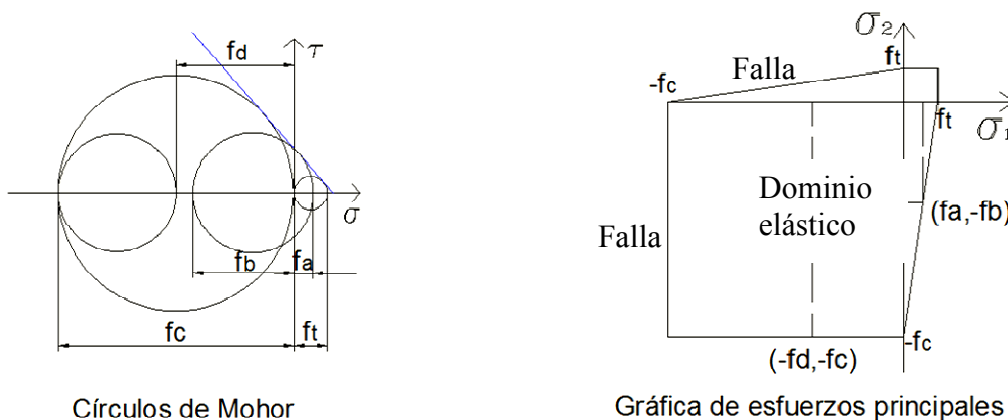


Fig. 2.12 Criterio Mohr-Coulomb (Maimí, 2006).

En la figura 2.12 se muestran los círculos de Mohr y su correspondiente gráfica en el espacio de esfuerzos principales. Como se observa en la figura 2.13, los círculos que quedan entre $-f_c$ y f_t y además interceptan a la línea tangente (Línea crítica) nos representan la superficie de fluencia, al dibujar varios círculos de Mohr tangentes a la línea crítica que se observa en la fig. 2.12a se puede demostrar los valores de σ_1 y σ_2 obtenidos son puntos que pasan por la recta que une los puntos $-f_c$ y f_t en la gráfica de la fig. 2.12b (Beer et al., 2007), se ve a manera de ejemplo (fig. 2.12a) el círculo con esfuerzos principales $(f_a, -f_b)$ el cual queda definido sobre la línea (fig. 2.12b) que une a f_t y $-f_c$.



a)

b)

Fig. 2.13 Construcción de la superficie de fluencia en términos de los esfuerzos principales para el criterio de Mohr-Coulomb.

La superficie de fluencia de Mohr Coulomb puede ser visualizada en la representación plana de los círculos de Mohr como se muestra en la figura 2.14, es un conjunto de esfuerzos cuyos esfuerzos máximos (σ_{max} y σ_{min} respectivamente) son tangentes a la línea crítica. El dominio elástico de la ley de Mohr-Coulomb es un conjunto de esfuerzos cuyos círculos de Mohr quedan por debajo de la línea crítica. En la figura 2.14 se muestra la equivalencia en términos de los esfuerzos principales, cuya función de fluencia (Φ) se muestra en la fig. 2.14.

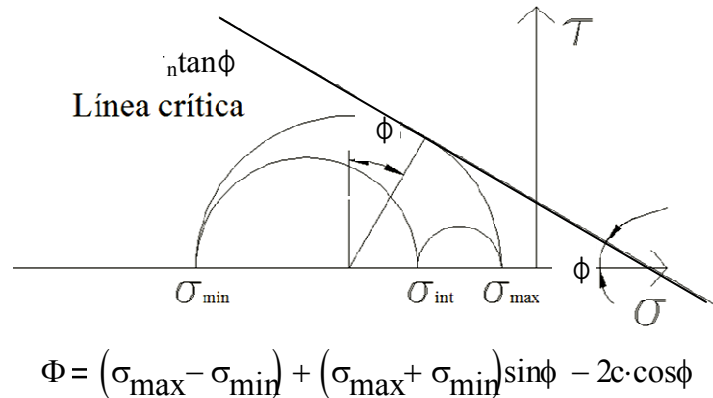


Fig. 2.14 Representación de la superficie de fluencia del criterio Mohr-Coulomb.

2.4.2 Criterio Drucker-Prager

Drucker y Prager en 1952 propusieron la superficie de fluencia como una aproximación a la ley de Mohr-Coulomb. El criterio Drucker-Prager nos dice que la fluencia plástica comienza cuando el invariante J_2 del estado de esfuerzos desviatorio y el esfuerzo hidrostático “p” alcanzan una combinación crítica. Para aproximar la superficie de fluencia Mohr-Coulomb es conveniente definir la función de fluencia Drucker-Prager como sigue (Neto et al., 2008):

$$\Phi = \sqrt{J_2} + \eta \cdot p - \xi \cdot c \quad (2.21)$$

$$p = \frac{1}{3} I_1$$

p=Componente de presión hidrostática

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

I_1 =Componente hidrostática del tensor de esfuerzos

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2]$$

En las expresiones anteriores I_1 es el primer invariante del tensor de esfuerzos σ_{ij} ; J_2 es el segundo invariante desviatorio del tensor de esfuerzos; J_2 es el segundo invariante del tensor de esfuerzos σ_{ij} . En el programa ANSYS el modelo Drucker-Prager consiste en introducir tres constantes:

c= Valor de la cohesión en unidades de Fuerza/Area.

ϕ = Ángulo de fricción interna en grados.

ψ =Ángulo de dilatación en grados.

El ángulo de dilatación mide la cantidad del desplazamiento normal a una superficie que se somete a desplazamiento tangencial (Lourenço, 1996), ver fig. 2.15. El ángulo de dilatación en la junta entre el tabique y el mortero se encuentra en un rango de 10° a 35° (Mosalam, 2009). Éste valor depende de la rugosidad y del esfuerzo confinante. Se ha demostrado que tiende a 0° a esfuerzos elevados y para un deslizamiento incremental entre las piezas (Mosalam et al., 2009).

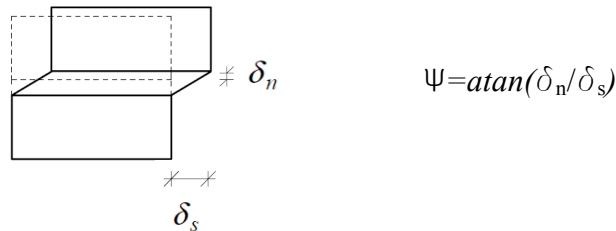


Fig. 2.15 Interpretación geométrica del ángulo de dilatación “ ψ ” (Lourenço, 1996).

A mayor ángulo de dilatación, el material incrementa su volumen. Si el ángulo de dilatación es igual al ángulo de fricción, la regla de fluencia es asociativa; si el ángulo de dilatación es menor al ángulo de fricción no hay incremento de volumen en el material cuando esta fluyendo y la regla de fluencia es no asociativa. Si el ángulo de dilatación es menor al ángulo de fricción habrá una menor expansión volumétrica y si es igual a cero no habrá expansión volumétrica (ANSYS, 2007). A mayor ángulo de expansión tenemos que la resistencia se puede elevar.

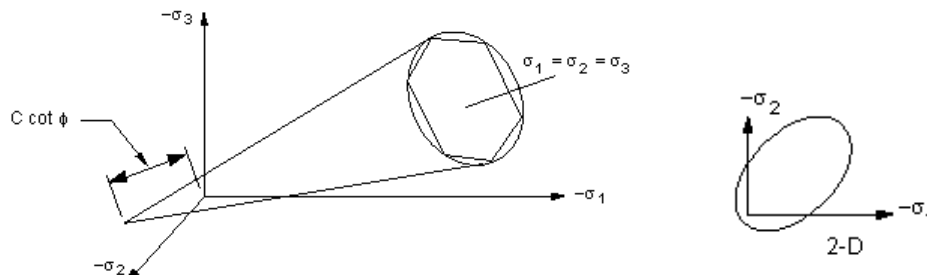


Fig. 2.16 Superficie de fluencia Drucker-Prager (ANSYS, 2007).

En la figura 2.16 se muestra la superficie de fluencia Drucker-Prager. La superficie de fluencia no cambia conforme fluye el material, por tanto no hay una regla de endurecimiento y el material es elastoplástico perfecto.

Los parámetros η y ξ de la ec. 2.21 son escogidos de acuerdo con la aproximación requerida del criterio de Mohr-Coulomb. La aproximación se realiza haciendo coincidir la superficie de fluencia Drucker-Prager con dos puntos de la superficie de Mohr-Coulomb en el estado de esfuerzos principales. De acuerdo al estado de esfuerzos dominante de un problema en particular, unas aproximaciones son más apropiadas que otras.

A continuación se mencionarán cuatro de las aproximaciones más usuales que se explicarán para un estado de esfuerzos planos considerando $\sigma_3=0$:

- Esfuerzos Planos
- Cono de Extensión
- Cono de Compresión
- Esfuerzos Biaxiales

2.4.2.1 Esfuerzos planos

Para el estado de esfuerzos planos, el cual puede ser asumido en el análisis de estructuras como muros de concreto, puede ser conveniente utilizar una aproximación del criterio Drucker-Prager al criterio de Mohr-Coulomb donde ambas superficies de fluencia coincidan en los puntos de tensión uniaxial (f_t) y compresión uniaxial (f_c), ver fig. 2.17a. Las fórmulas son deducidas en el apéndice A.1, se determinan los parámetros α y k , los cuales nos permitirán determinar el tipo de aproximación buscada. Los valores de α y k están dados en Chen (2007), los cuáles se comprueban en el apéndice A.1 y se muestran los valores de η y ξ de esta aproximación (Neto et al., 2008). Como se comprobó en el apéndice A.1, la cohesión y el ángulo de fricción (2.22) pueden ser obtenidos una vez conocida la resistencia a compresión uniaxial f_c y la resistencia a tensión uniaxial f_t (Lee et al., 1998).

$$\begin{aligned}
 \Phi &= \sqrt{J_2} + \eta \cdot \frac{1}{3} \cdot I_1 - \xi \cdot c & p &= \frac{1}{3} \cdot I_1 \\
 \Phi &= \sqrt{J_2} + \alpha \cdot I_1 - k & k &= \xi \cdot c & \alpha &= \frac{\eta}{3} \\
 \alpha &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t} & \eta &= \frac{3 \sin \phi}{\sqrt{3}} & c &= \frac{\sqrt{f_c \cdot f_t}}{2} \\
 k &= \frac{2 \cdot f_c \cdot f_t}{\sqrt{3}(f_c + f_t)} & \xi &= \frac{2 \cos \phi}{\sqrt{3}} & \phi &= \text{asin} \left(\frac{f_c - f_t}{f_c + f_t} \right)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

2.4.2.2 Cono de Compresión

En esta aproximación se utilizan las aristas exteriores de la superficie Mohr-Coulomb, la aproximación se obtiene cuando la superficie de fluencia Drucker-Prager coincide con la de Mohr-Coulomb en los puntos de compresión uniaxial (f_c) y tensión biaxial (f_{tb}), ver fig. 2.17b. La resistencia a tensión biaxial es la resistencia cuando los esfuerzos principales en el material son únicamente por tensión y de la misma magnitud. Esta aproximación es la que utiliza el programa ANSYS en el material no-lineal llamado Drucker-Prager (DP). Se tiene los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c - f_{tb}}{f_c + 2f_{tb}} & \eta &= \frac{6 \sin \phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \phi)} & c &= \frac{\sqrt{f_c \cdot f_{tb}}}{2} \\
 k &= \frac{\sqrt{3} \cdot f_c \cdot f_{tb}}{f_c + 2f_{tb}} & \xi &= \frac{6 \cos \phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin \phi)} & \phi &= \text{asin} \left(\frac{f_c - f_{tb}}{f_c + f_{tb}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

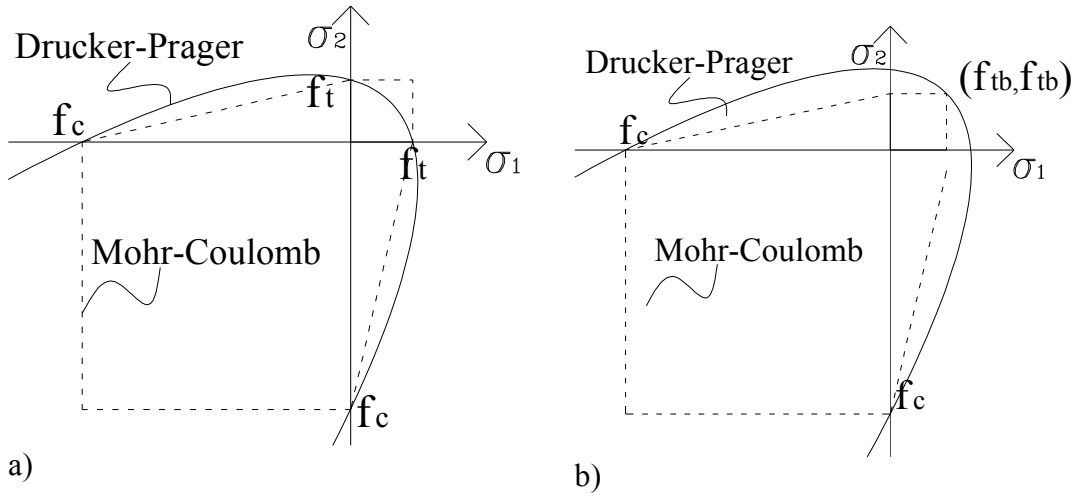


Fig. 2.17 Aproximación de la superficie de fluencia Drucker-Prager con la de Mohr-Coulomb (esfuerzos principales); a) Aproximación Esfuerzos Planos, b) Aproximación Cono de Compresión.

2.4.2.3 Cono de extensión

La superficie de fluencia Drucker-Prager coincide con las aristas interiores de la superficie de Mohr-Coulomb, esto quiere decir que para un estado de esfuerzos planos coincide con los puntos de tensión uniaxial (f_t) y compresión biaxial (f_{cb}), ver fig. 2.18a. La resistencia a compresión biaxial es cuando los esfuerzos principales en el material son únicamente por compresión y de la misma magnitud. Esta aproximación ha sido utilizada para modelar vigas de concreto reforzado (Doran, 1998).

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_{cb} - f_t}{2f_{cb} + f_t} & \eta &= \frac{6\sin\phi}{\sqrt{3} \cdot (3 + \sin\phi)} & c &= \frac{\sqrt{f_{cb} \cdot f_t}}{2} \\
 k &= \frac{\sqrt{3} \cdot f_{cb} \cdot f_t}{2f_{cb} + f_t} & \xi &= \frac{6\cos\phi}{\sqrt{3} \cdot (3 + \sin\phi)} & \phi &= \operatorname{asin}\left(\frac{f_{cb} - f_t}{f_{cb} + f_t}\right)
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

2.4.2.4 Esfuerzos biaxiales

Una aproximación útil es cuando la superficie de fluencia Drucker-Prager coincide con la superficie de Mohr-Coulomb en los puntos de tensión biaxial (f_{tb}) y compresión biaxial (f_{cb}), ver fig. 2.18b. Esta aproximación es útil para no sobreestimar la resistencia a compresión biaxial lo cual ocurre en la aproximación de esfuerzos planos para valores altos de f_c/f_t .

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{f_{cb} - f_{tb}}{(f_{cb} + f_{tb})} & \eta &= \frac{3\sin(\phi)}{2\sqrt{3}} & c &= \frac{\sqrt{f_{cb} \cdot f_{tb}}}{2} \\
 k &= \frac{2 \cdot f_{cb} \cdot f_{tb}}{\sqrt{3}(f_{cb} + f_{tb})} & \xi &= \frac{2 \cdot \cos(\phi)}{\sqrt{3}} & \phi &= \operatorname{asin}\left(\frac{f_{cb} - f_{tb}}{f_{cb} + f_{tb}}\right)
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

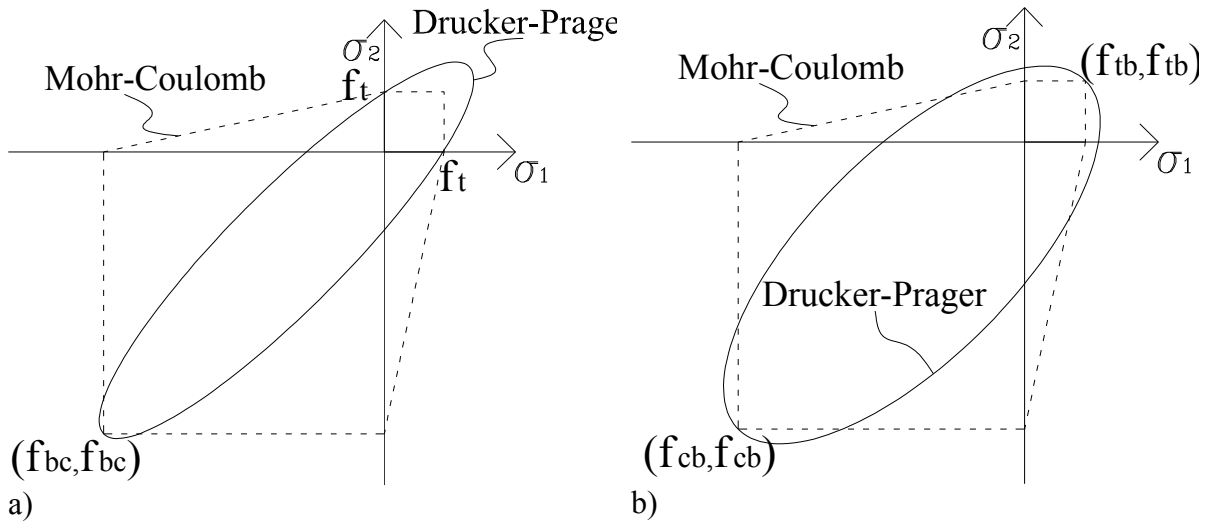


Fig. 2.18 Aproximación de la superficie de fluencia Drucker-Prager con la de Mohr-Coulomb (esfuerzos principales); a) Aproximación Cono de extensión, b) Aproximación Esfuerzos Biaxiales.

2.4.3 Criterio Tsai-Wu

Este criterio representa una superficie de fluencia que da una aproximación para material anisotrópico, por lo cual es de gran interés ya que puede representar distintos tipos de fallas en diferentes direcciones. La superficie de fluencia se representa por un polinomio en el espacio de esfuerzos. La superficie de fluencia se puede representar para materiales ortotrópicos asumiendo que los esfuerzos normales y de cortante no están acoplados, la superficie de fluencia ortotrópica para esfuerzos se representa de la siguiente forma (Symmakesis y Asteris, 2001):

$$\Phi(\sigma_x, \sigma_y, \tau) = F_1 \cdot \sigma_x + F_2 \cdot \sigma_y + F_{11} \cdot \sigma_x^2 + F_{22} \cdot \sigma_y^2 + F_{66} \cdot \tau^2 + 2F_{12} \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y - 1 = 0$$

Los parámetros F_i y F_{ii} se pueden obtener utilizando la resistencia obtenida experimentalmente de tensión y compresión uniaxial de esfuerzos a la falla en los ejes x-y representados respectivamente como f_{tx} , f_{cx} , f_{ty} y f_{cy} , igualmente se obtiene el esfuerzo cortante de falla en el plano “xy” representado como f_{xy} . También es necesario conocer la resistencia a esfuerzos biaxiales para determinar el parámetro de interacción de esfuerzos F_{12} , el cual se puede determinar conociendo la resistencia a compresión biaxial f_{cb} (Wikipedia), la cual se puede tomar de $1.1f_{cy}$ a $1.16f_{cy}$ valores que son válidos para el concreto (Koh et al., 2008). En esta tesis se tomó un valor de la resistencia a compresión biaxial en la mampostería y el concreto de $1.1f_{cy}$. Los coeficientes para la superficie de fluencia ortotrópica del criterio Tsai-Wu (Symmakesis y Asteris, 2001) son los siguientes, donde los esfuerzos se ponen positivos:

$$F_1 = \frac{1}{f_{tx}} - \frac{1}{f_{cx}} \quad F_{11} = \frac{1}{f_{cx} \cdot f_{tx}} \quad F_2 = \frac{1}{f_{ty}} - \frac{1}{f_{cy}} \quad F_{22} = \frac{1}{f_{cy} \cdot f_{ty}}$$

$$F_{66} = \frac{1}{f_{xy}^2} \quad F_{12} = \frac{1}{2f_{cb}^2} \left[1 + f_{cb} \cdot (F_1 + F_2) - f_{cb}^2 (F_{11} + F_{22}) \right]$$

CAPÍTULO 3

PROPIEDADES DE LOS MUROS DE MAMPOSTERÍA

Los muros de mampostería confinada están compuestos de diferentes materiales y cada uno de ellos se comporta de una manera diferente. Para conocer el comportamiento global de los muros de mampostería se realizan distintos ensayos experimentales que nos dan parámetros que se pueden utilizar para la modelación. Desde hace años se han venido realizando experimentos en materiales de uso en México para conocer las propiedades de la mampostería como compresión axial, compresión diagonal y pruebas de cortante entre tabique y mortero, las cuales son de gran importancia para la modelación de muros de mampostería Meli y Reyes (1971).

Es muy importante conocer el comportamiento de la mampostería confinada ante cargas laterales ya que estas cargas pueden ser producidas por acciones externas como son los sismos que llevan a los muros de mampostería a intervalos de comportamiento no lineal. Conociendo el comportamiento de cada muro de mampostería podemos conocer el comportamiento global de sistemas de edificios basados en dichos muros, lo cual haciendo un análisis no lineal podemos conocer la resistencia máxima y las fallas inducidas por este comportamiento.

3.1 Mampostería

La mampostería es un material que presenta diferentes propiedades dependiendo de la dirección de análisis, suponiendo que la mampostería permanece en su etapa lineal la naturaleza de su elaboración nos muestra que no podemos hablar de un material isotrópico al estar constituida de tabiques y mortero dispuestos habitualmente en hiladas cuatrapeadas.

Por lo anteriormente descrito es necesario establecer un método, el cual se ha llamado de homogenización para convertir el material anisotrópico a material ortotrópico equivalente. Convertir la mampostería a material homogéneo ortotrópico equivalente nos da ventajas al hacer más sencillo el modelado de grandes paneles de mampostería y nos da un mejor comportamiento.

Para conocer las propiedades mecánicas de la mampostería es necesario conocer las propiedades mecánicas de las partes que conforman a la propia mampostería. En nuestro estudio la mampostería estará conformada por tabiques de barro extruidos unidos con mortero de albañilería.

3.1.1 Propiedades de piezas de tabique extruido

La resistencia última a compresión de las piezas se tomó de los resultados de los ensayos de 20 piezas (Pérez Gavilán et al., 2010 y 2011). El promedio de resistencia a carga axial reportada en el estudio fue de 50,770 kg, aplicando una velocidad de carga de 17 t/min, con un coeficiente de variación de 0.1.

En la figura 3.1 se muestra el tabique utilizado en los muros estudiados, mientras que en la figura 3.2 se muestra el modelo detallado con elementos finitos que se utilizó para el ERV.

Para efectos de la modelación nos interesa conocer las propiedades mecánicas del material con el cual está constituido cada tabique. Por esta razón se ensayaron en el laboratorio del instituto de ingeniería, 6 piezas para conocer la gráfica esfuerzo deformación de las piezas y con ella obtener el módulo de elasticidad y relación de Poisson.

El modelo de elementos finitos que representó a las piezas de tabique se muestra en la fig. 3.2. Las medidas del modelo utilizado se observan en la tabla 3.1. En la figura 3.2 también se muestra el mallado utilizado en el modelo de elementos finitos, la distancia “c”, la cual es la altura del tabique, se dividió en longitudes iguales de 0.472 cm.

Se le llamará área neta al área de la sección transversal del tabique descontando los huecos y área bruta al del tabique sin descontar los huecos. El área neta de nuestro modelo de tabique es de $A_n=136.6 \text{ cm}^2$, mientras que el área bruta es de $A_b=249.73 \text{ cm}^3$, por tanto la relación $A_n/A_b=0.547$.

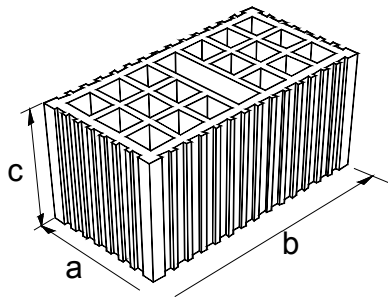


Fig. 3.1 Tabique extruido.

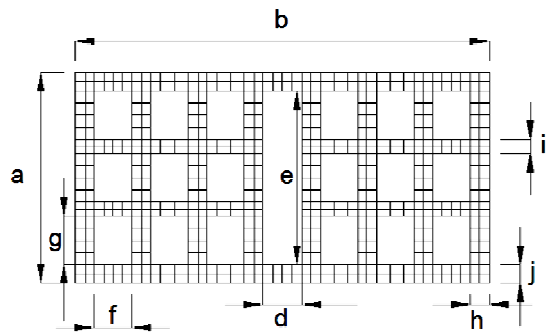


Fig. 3.2 Dimensiones del modelo de tabique extruido.

Tabla 3.1. Geometría del modelo de tabique.

Lado:	a	b	c	d	e
(cm)	22.1	11.3	11.8	2.1	9.3
Lado:	f	g	h	i	j
(cm)	2	2.6	1	0.75	1

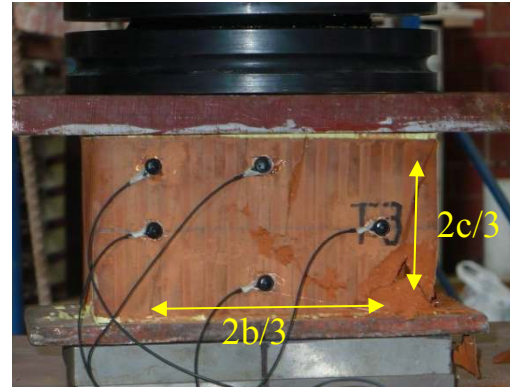
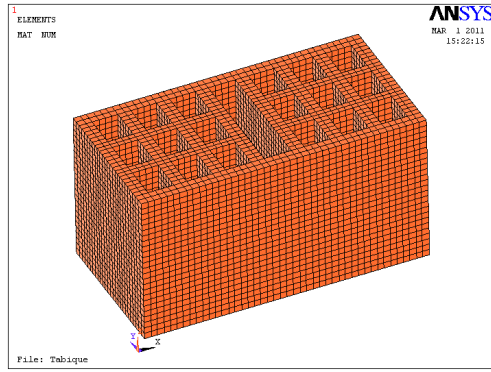


Fig. 3.3 a) Modelo detallado por elementos finitos del tabique, b) Prueba a compresión del tabique.

El modelo tridimensional de 15,600 elementos sólidos se muestra en la figura 3.3a. Se utilizaron elementos llamados solid45 (elementos sólidos de 8 nodos con tres grados de libertad en cada nodo: desplazamiento en las direcciones x, y, z) del programa ANSYS, este modelo se realizó con la finalidad de conocer los puntos de medición más favorables para conocer las propiedades elásticas de material con que se constituye el tabique. A partir del análisis elástico por el MEF, se encontró que los puntos de medición para obtener el módulo de elasticidad y la relación de Poisson es ubicando dos puntos de medición en dirección vertical y dos horizontales que estén a una distancia de $2/3$ de de la altura “c” y longitud “b” del tabique respectivamente (ver figuras 3.1 y 3.3b). En la figura 3.3b se muestran los puntos de medición experimental, la medición de los desplazamientos se realizó con equipo óptico modelo Krypton K600 del Instituto de Ingeniería, éste equipo registra la posición de los LEDs durante la prueba.

Al espécimen se le prescribió un desplazamiento vertical para simular lo que ocurre experimentalmente. También se restringieron los desplazamientos horizontales en los bordes de tabique pues al aplicar la carga, la fuerza de fricción entre la placa y la prueba no permite que se deslice libremente. La anterior condición de frontera provoca que el esfuerzo en el interior del tabique no sea constante (ver fig. 3.4), por esta razón se determinaron los factores correctivos necesarios al medir las deformaciones en ciertos puntos del tabique. Los factores correctivos (3.2) fueron deducidos del análisis lineal por el MEF realizando un análisis previo con valores conocidos del módulo de elasticidad y relación de Poisson del tabique.

Las propiedades elásticas que se determinan son el módulo de elasticidad y la relación de Poisson del material con que se constituye el tabique, éstas se calculan con los puntos de medición definidos anteriormente. Para calcular el módulo de elasticidad medido experimentalmente (E_{exp}) y la relación de Poisson (ν_{exp}) se utilizaron las fórmulas (3.1). Del análisis por elementos finitos se determinó que el módulo de elasticidad y la relación de Poisson corregidos se determinan con las fórmulas (3.2).

$$E_{exp} = \frac{f_{mb}}{\varepsilon_y} \quad \nu_{exp} = \left| \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y} \right| \quad (3.1)$$

f_{mb} Esfuerzo promedio (Fuerza/Área neta).
 ε_y Deformación unitaria vertical.
 ε_x Deformación unitaria transversal.

$$E = 0.93 E_{\text{exp}} \quad \nu = 1.9 \cdot \nu_{\text{exp}} \quad (3.2)$$

E Módulo de elasticidad corregido.
 E_{exp} Módulo de elasticidad medido.
 ν Relación de Poisson corregido.
 ν_{exp} Relación de Poisson medido.

Si se tuviera un deslizamiento totalmente libre en la dirección transversal, no importa donde se mide para obtener las propiedades del material, sin embargo como no hay un desplazamiento libre la prueba es más parecida a tener empotrados los nodos en donde hacen contacto con la platina de aplicación de carga por esta razón se estableció el criterio para saber donde medir y multiplicar por un factor para conocer las propiedades elásticas del material.

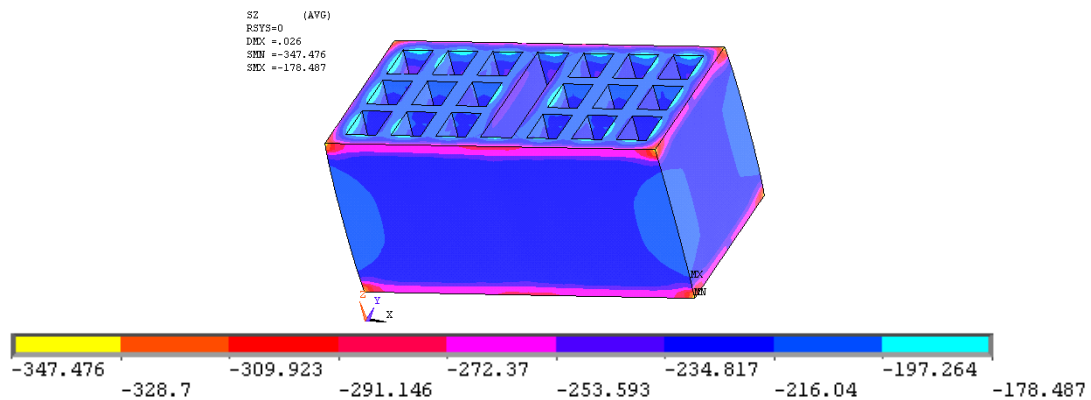


Fig. 3.4 Esfuerzos a compresión del modelo de tabique.

3.1.2 Resultado experimental de las piezas a compresión uniaxial

Los módulo de elasticidad del material de la arcilla que constituyen los tabiques en estudio fueron obtenidos experimentalmente, como se mencionó anteriormente, utilizando el dispositivo de carga de compresión y midiendo las deformaciones por medio de la cámara de LEDs Krypton K600. Los tabiques fueron llevados hasta la falla y aplicando una velocidad de carga de 5 t/min, en total se ensayaron 6 especímenes los cuales fueron medidos y cabeceados con azufre para colocarlos en el dispositivo de carga (ver figura 3.5a). En general el modo de falla de los tabiques fue que presentó un alto agrietamiento en dirección vertical poco antes de la falla del elemento, en la figura 3.5b se observa la falla de uno de los tabiques ensayados.



Fig. 3.5 a) Tabiques que serán ensayados, b) Tabique fallado por compresión.

Se realizó un filtrado de las señales provenientes de la cámara de leds (ver figura 3.6) ya que se observaba que la señal contenía ruido, para esto se utilizó el programa *alinreg* de computadora el cual utiliza el filtro de Butterworth para quitar las frecuencias que no nos sirven y hacer un registro más limpio. En la figura 3.7 se muestran las gráficas esfuerzo-deformación para los 6 tabiques ensayados a compresión, los tabiques ensayados son llamados del T-1 hasta T-6.

Se aplicó una regresión lineal a cada curva esfuerzo-deformación de los tabiques para obtener su módulo de elasticidad, el cual es la pendiente de la línea ajustada. Una vez obtenidos los resultados experimentales, los módulos de elasticidad y relación de Poisson se obtuvieron con las ecuaciones (3.2).

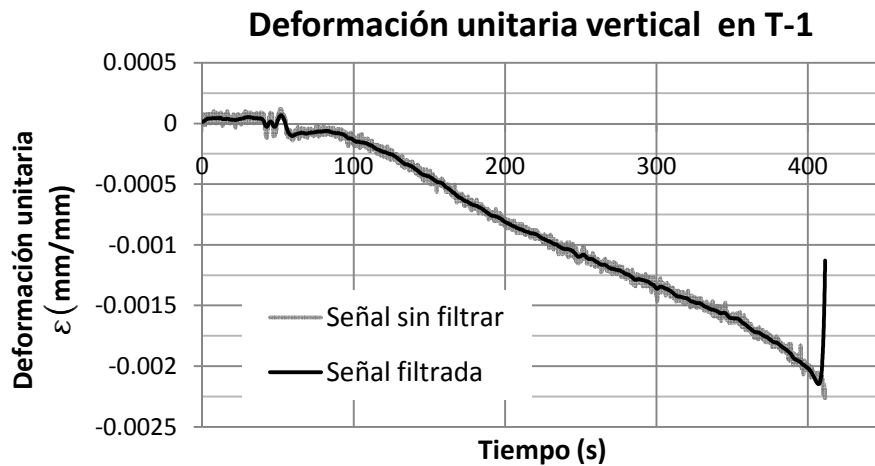


Fig. 3.6 Gráfica que nos muestra la deformación unitaria vertical contra el tiempo del tabique T-1.

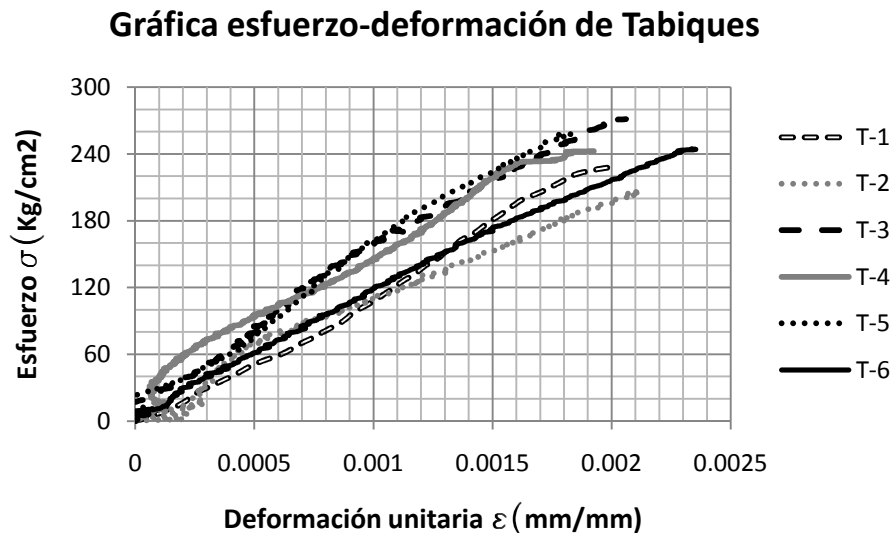


Fig. 3.7 Gráfica esfuerzo-deformación unitaria de los 6 tabiques ensayados a compresión.

Se observó que el módulo de elasticidad se podía conocer aproximadamente un vez determinada la resistencia a compresión del tabique f_{mb} (Fuerza/Área neta), en promedio se encontró la siguiente relación, ec. (3.3).

$$E_{aprox}=420f_{mb} \quad (3.3)$$

En la tabla 3.2 se muestra el módulo de elasticidad promedio del material (E) con que se constituyen los tabiques, éste se obtuvo de calcular el módulo de elasticidad experimental con una regresión lineal y luego corregirlo con la ec. 3.2, el módulo de elasticidad promedio resultó de $E=108,177 \text{ kg/cm}^2$.

La relación de Poisson medida experimentalmente nos daba una distribución tal que a medida que la carga aumentaba su relación de Poisson disminuía (ver figura 3.8), por lo cual se tomaron los últimos valores para determinar esta propiedad, esto puede ser que se deba a que las deformaciones unitarias horizontales eran demasiado pequeñas, y al tener una mayor carga, la deformación se podía medir de manera más clara. Se utilizó la ec. 3.2 para corregir la relación de Poisson medida experimentalmente.

Como la relación de Poisson no puede ser mayor a 0.5 para un material isotrópico, se muestra en la figura 3.8 la gráfica para la muestra T-1, donde se observa que la relación de Poisson va disminuyendo desde un valor de 0.5 hasta llegar a 0.273, estos valores se obtuvieron con la ec. (3.2), se decidió por tomar el promedio de los últimos valores para definir este parámetro, los cuáles son los correspondientes al intervalo de 24 a 30 t, dando una relación de Poisson $v_{T1}=0.325$ para T-1. El promedio considerando todos los tabiques fué de $v=0.28$.

Tabla 3.2 Módulos de elasticidad de los 6 tabiques ensayados a compresión.

Muestra	A_{eb} cm²	P_{max} kg	ε_{max} mm/mm	f_{mb} kg/cm²	E (kg/cm²) Ec. (3.2)	E_{aprox} (kg/cm²) Ec. (3.3)
1	138.7	31,580	0.00195	228	94,608	95662
T2	139.7	30,490	0.00213	218	88,904	91643
T3	131.1	36,450	0.00206	278	122,711	116738
T4	130.9	34,470	0.00192	263	114,298	110603
T5	127.7	37,180	0.00183	291	130,944	122274
T6	139.1	34,200	0.00230	246	97,600	103301
Promedio:	134.5	34,062	0.00203	254	108,177	95662

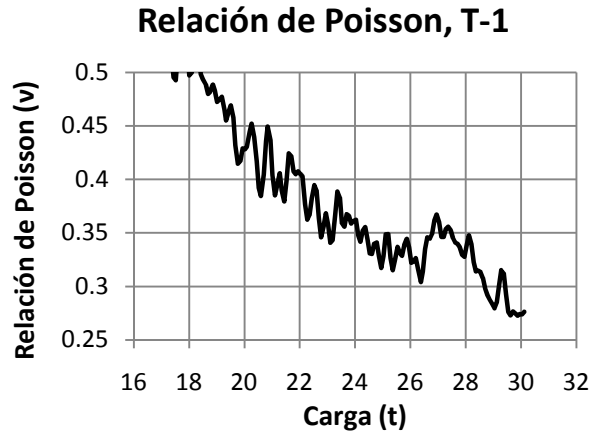


Fig. 3.8 Relación de Poisson medida experimentalmente para el tabique T-1.

3.1.3 Resultado analítico y experimental de muretes a compresión diagonal

Una de las principales pruebas experimentales para conocer las propiedades de la mampostería es la prueba de muretes a compresión diagonal, ya que con ella se puede conocer su módulo de rigidez a cortante, la cuál es una propiedad elástica que nos determina la rigidez lateral de muros de mampostería. Además, la resistencia a tensión diagonal es una de las principales causas de falla en los muros. Para determinar el módulo de rigidez a cortante experimental (G_m), se divide el esfuerzo cortante promedio ($v=P/A_d$), entre la distorsión que le provoca dicha carga (γ). El esfuerzo cortante promedio se obtiene al dividir la carga (P) entre el área de la diagonal cargada (A_d). En la figura 3.9a, se muestran los puntos de medición utilizados en el modelo de murete.

Para obtener la resistencia a tensión, se obtiene el esfuerzo de tensión al aplicar la fórmula para cilindros como la que se aplica en la prueba Brasileña. Esta fórmula es también aplicable para muretes a compresión diagonal (Bazán, 1980). El esfuerzo de tensión (f_t) es entonces:

$$f_t = \frac{2P}{\pi \cdot t \cdot d} \quad (3.4)$$

P	Carga aplicada en el murete
t	Espesor del murete
d	Longitud del murete

La anterior fórmula será de gran utilidad pues con esto se obtiene aproximadamente la resistencia del esfuerzo a tensión a 45° con respecto a las juntas de mortero (f_{tm45°). A continuación se muestra la tabla 3.3 donde se tienen los resultados promedios de los muretes ensayados para cada uno de los 10 muros.

En la tabla 3.3 se muestran el resultado experimental de las pruebas de muretes que se realizaron para cada muro (Pérez Gavilán et al., 2010 y 2011), v_{me} es el esfuerzo cortante elástico promedio en la diagonal del murete cuando comienza a comportarse de manera no lineal, v_m es el esfuerzo cortante máximo promedio y v^* es el esfuerzo cortante máximo de diseño. Para obtener la carga en la que comienza a comportarse de manera no lineal, se obtiene con $P=v_{me}A_d$, donde A_d es el área de la diagonal, de esta forma se puede utilizar la ec. 3.4 para obtener la resistencia a tensión diagonal a 45° (f_{tm45°).

Tabla 3.3 Resultado experimental de los muretes a compresión diagonal.

Muro	v_{me} kg/cm ²	v_m kg/cm ²	v_{me}/v_m	v^* kg/cm ²	A_d cm ²	P kg	G_m kg/cm ²	t cm	d cm	f_{t45} kg/cm ²
ME1 (3) ¹	4.3	4.66	0.92	3.11	640	2,752	4772	11.9	37.8	3.89
ME2 (3)	4.6	5.01	0.92	3.34	624	2,870	7226	11.9	37.4	4.11
ME3 (3)	4.8	5.28	0.91	3.52	624	2,995	6484	11.9	37.7	4.25
ME4 (3)	4.86	4.95	0.98	3.3	625	3,038	8049	11.9	37.7	4.31
ME5 (3)	5.67	5.96	0.95	3.97	598	3,391	6060	11.7	37	4.99
ME6 (6)	6.4	7.84	0.82	5.23	589	3,770	8396	11.6	35.2	5.88
ME7 (6)	4.93	6.74	0.73	3.97	604	2,978	8276	11.8	35.2	4.56
ME8 (3)	5.5	6.45	0.85	3.31	594	3,267	8371	11.7	36.5	4.87
ME9 (3)	5.5	6.82	0.81	4.55	579	3,185	5945	11.6	35.5	4.92
ME10 (5)	6.94	8.21	0.85	5.47	602	4,178	11,253	11.8	36.4	6.19
Promedio:	5.35	6.19	0.87	3.977	608	3,242	7483	11.8	36.6	4.80

¹El número entre paréntesis representa la cantidad de ensayos realizados para cada muro.

El esfuerzo a tensión calculado con el MEF considerando material ortotrópico (utilizando la tabla 3.7) es muy similar al calculado con la ec. 3.4. El esfuerzo a tensión se calcula como el esfuerzo principal a tensión al centro del murete. En el programa ANSYS el esfuerzo principal de tensión es llamado (S1). En la 3.9b se muestra el resultado de un análisis no lineal de un modelo de murete considerando la superficie de fluencia Drucker-Prager. En dicha figura se muestran las deformaciones plásticas principales por tensión. Las mayores deformaciones plásticas se presentaron por tensión a lo largo de la diagonal del murete cargado. Para el modelo del murete se utilizaron elementos sólidos Solid45 (elementos sólidos de 8 nodos con tres grados de libertad en cada nodo: desplazamiento en las direcciones x, y, z) de 3 cm por lado y la carga se aplicó considerando un desplazamiento horizontal y vertical aplicado en la placa de carga (con módulo de elasticidad elevado) como se muestra en la fig. 3.9b.

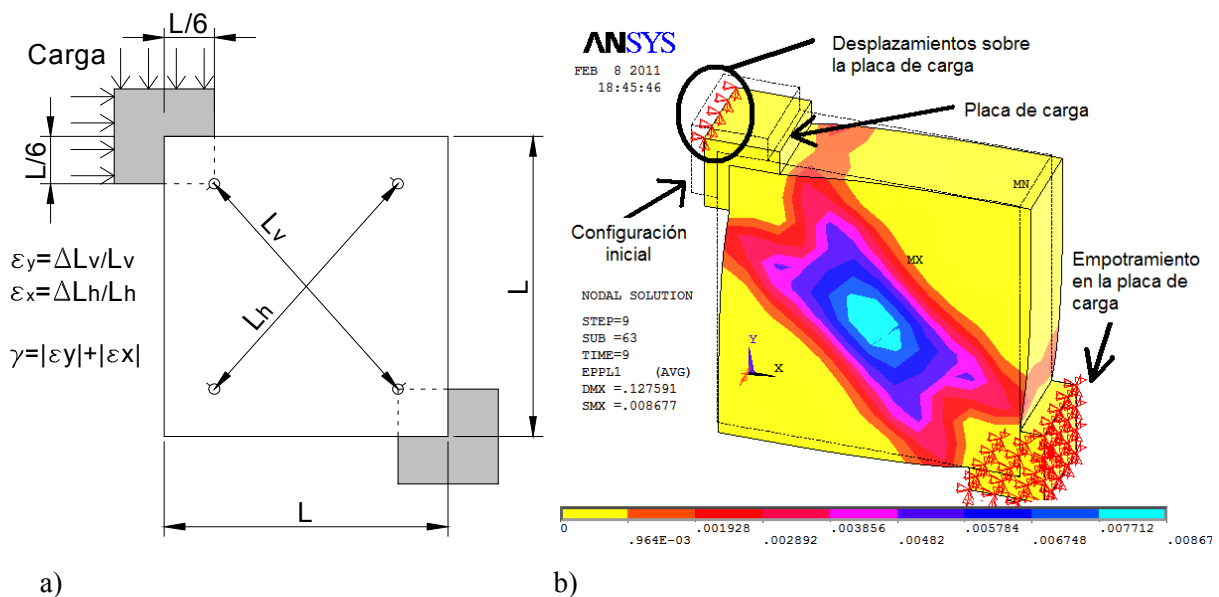


Fig 3.9 Murete a compresión diagonal; a) Puntos de medición de los muretes, b) Deformaciones plásticas principales por tensión.

3.1.3.1 Análisis no lineal

El análisis no lineal de muretes a compresión diagonal se realizó con el modelo Drucker-Prager. En dichos análisis se observó que el ángulo de dilatación tomaba un papel importante en el comportamiento del murete. Al aumentar el ángulo de dilatación se observó que la resistencia a cortante también aumentaba.

Para poder obtener una relación entre el ángulo de dilatación y el aumento de resistencia cortante se realizaron 4 análisis con diferentes ángulos de dilatación ($\psi=0^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ y 30°), se mantuvo constante el valor de la cohesión y el ángulo de fricción, los cuáles se tomaron como un valor promedio del esperado para los modelos de los muros que se explicarán más adelante. A partir de estos análisis se construyó la fig. 3.10a. De esta figura se tomaron los valores del esfuerzo cortante medio ($v=P/A_d$). Del análisis se obtuvieron los esfuerzos cortantes promedios elásticos (v_{me}) y los esfuerzos cortantes promedios máximos para cada uno de los análisis considerando los diferentes ángulos de dilatación. En la fig. 3.10b se graficaron los valores obtenidos de v_{me}/v_m contra los valores de los ángulos de dilatación, con esta gráfica se obtuvo la ecuación (3.5), con esta ecuación se puede calcular el ángulo de dilatación una vez conocida la relación v_{me}/v_m .

$$\psi = -91(v_{me}/v_m) + 84.5 \quad (3.5)$$

El análisis no lineal de los muretes se realizó con el programa ANSYS, en el cual se optó por resolver el problema iterativo con el método de Newton-Raphson modificado, el cual depende de un número de subpasos o incremento de carga para llegar a una solución lo bastante aproximada. Es necesario establecer un incremento de carga adecuado ya que de lo contrario la resistencia en el modelo puede ser sobreestimada.

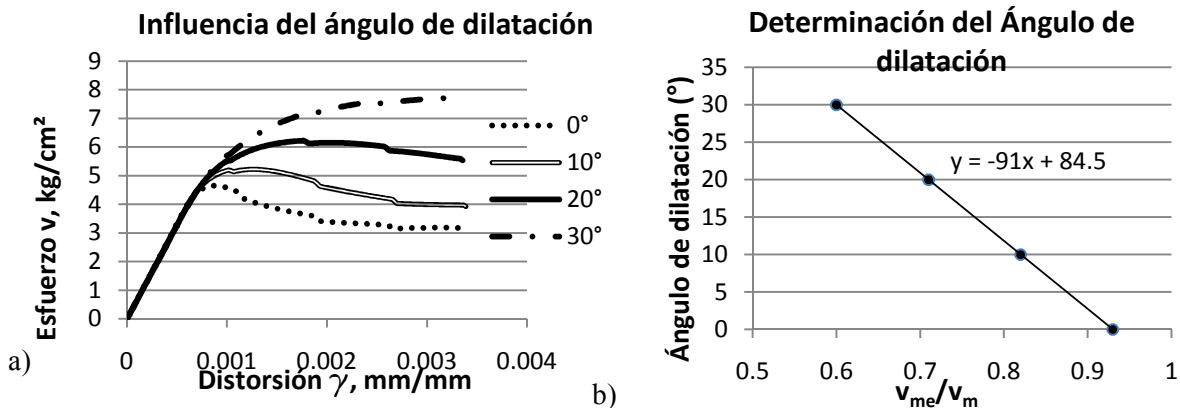


Fig. 3.10 a) Influencia del ángulo de dilatación en la resistencia a cortante de muretes a compresión diagonal, b) Determinación del ángulo de dilatación con la relación v_{me}/v_m .

3.1.4 Resultado experimental de Pilas a compresión

El módulo de elasticidad E_m de la mampostería y la resistencia a compresión f_m se obtiene de ensayos a compresión de pilas. En la tabla 3.4 se muestran las propiedades obtenidas experimentalmente de los 10 muros ensayados (Pérez Gavilan, 2010 y 2011).

Tabla 3.4 Resultado experimental de pilas a compresión.

Muro	A cm ²	P kg	f_m kg/cm ²	E_m kg/cm ²
ME1 (3)	262.4	21,054	80	43,622
ME2 (3)	262.2	19,662	75	44,759
ME3 (3)	262.2	20,704	79	43,724
ME4 (3)	262.9	21,346	81	43,415
ME5 (3)	264.4	29,700	112	46,443
ME6 (6)	263.1	32,632	124	45,305
ME7 (6)	268	23,892	89	41,927
ME8 (3)	268.3	30,983	115	49,693
ME9 (3)	267.9	34,133	127	43,266
ME10 (5)	266.2	27,040	102	49,259
Promedio:	265	26,115	99	45,141

3.1.5 Propiedades del mortero de albañilería

Debido a que solo se realizaron pruebas de resistencia a compresión en cubos de mortero, no se cuenta con datos experimentales del módulo de elasticidad y relación de Poisson de este material, por lo que se optó por determinar su módulo de elasticidad indirectamente de las pruebas de pilas de mampostería a compresión uniaxial (tabla 3.4) y de la prueba a compresión en las piezas de tabique. Como se contaba con el módulo de elasticidad de las pilas y la piezas solo basta con encontrar una ecuación para determinar el módulo de elasticidad del mortero.

Se realizó una simplificación de la pila a compresión modelándola con resortes, donde cada tabique y el mortero se representan por un resorte, como la pila se constituye por 4 tabiques y 3 juntas de mortero, la rigidez equivalente k_e es la que se muestra a continuación, donde k_t y k_m es la rigidez axial del tabique y el mortero respectivamente.

El módulo de elasticidad del mortero se obtuvo con la ec. (3.6) y la relación de Poisson del mortero se tomó igual 0.33 (Wu y Hao, 2006).

$$k_e = \frac{1}{\frac{4}{k_t} + \frac{3}{k_m}} \quad \text{Despejando } k_m: \quad k_m = \frac{3 \cdot k_e \cdot k_t}{k_t - 4 \cdot k_e}$$

$$k_m = \frac{A_m \cdot E_m}{L_m} \quad k_t = \frac{A_t \cdot E_t}{L_t} \quad k_e = \frac{A_p \cdot E_p}{L_p}$$

$$E_m = \frac{L_m \cdot (3 \cdot k_e \cdot k_t)}{A_m \cdot (k_t - 4 \cdot k_e)} \quad (3.6)$$

A_p Área bruta de la pila.
 E_p Módulo de elasticidad de la pila.
 L_p Altura de la pila.

A_m Área del mortero.
 E_m Módulo de elasticidad del mortero
 L_m Espesor del mortero

A_t Área efectiva del tabique
 E_t Módulo de elasticidad del tabique
 L_t Altura del tabique

3.2 Homogenización elástica de la mampostería

Una vez conocidas las constantes elásticas del tabique y del mortero (ver tabla 3.5), lo que resta es hacer la homogenización para obtener un material ortotrópico equivalente. Para efectos de mostrar el procedimiento de homogenización se mostrará a detalle para el muro ME8.

Primero se obtendrá el módulo de elasticidad del mortero, de resultados experimentales en 3 pilas a compresión uniaxial se tiene que el módulo de elasticidad de la mampostería fue de $E_p=49,693 \text{ kg/cm}^2$ (tabla 3.4).

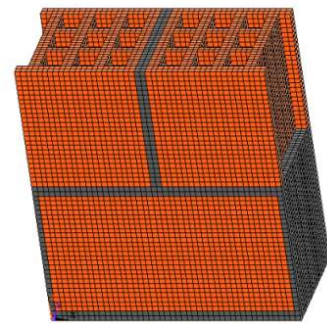


Fig. 3.11 Modelo detallado por elementos finitos del ERV.

$$A_p = 268.3 \text{ cm}^2$$

$$E_p = 49,693 \text{ kg/cm}^2$$

$$L_p = 49.9 \text{ cm}$$

$$A_t = A_e = 136.6 \text{ cm}^2$$

$$E_t = 108,177 \text{ kg/cm}^2$$

$$L_t = 11.8 \text{ cm}$$

$$k_e := \frac{A_p \cdot E_p}{L_p} \quad k_t := \frac{A_t \cdot E_t}{L_t}$$

$$E_m := \frac{L_m \cdot (3 \cdot k_e \cdot k_t)}{A_m \cdot (k_t - 4 \cdot k_e)} = 21900 \text{ kg/cm}^2$$

Tabla 3.5 Propiedades elásticas para el muro ME10 para realizar la homogenización del ERV.

	E (kg/cm²)	v
Tabique	108,177	0.28
Mort ro	21,900	0.33

Una vez obtenidas las constantes elásticas para el tabique y el mortero se construye el modelo detallado del ERV (ver figura 3.11), en nuestro caso se realizó un modelo elástico en 3D con elementos sólidos (solid45) y se aplicaron las condiciones de frontera necesarias para obtener las propiedades ortotrópicas del material homogéneo.

Se aplican las seis condiciones de frontera diferente, las cuales son 3 para los módulos de elasticidad en las direcciones x,y,z (fig. 3.12b) y 3 para los módulos de cortante (fig. 3.12c) en los planos “xy”, “yz”, “xz” que nos permiten conocer las propiedades ortotrópicas de nuestro ERV. En la figura 3.12a se muestran las dimensiones de nuestro ERV que nos servirán para obtener las deformaciones unitarias y deformaciones angulares en nuestro material homogenizado utilizando las ecuaciones (2.18) y (2.20), el volumen de nuestro ERV es de 4012.5 cm², mientras que el desplazamiento impuesto será $d=0.01$ cm.

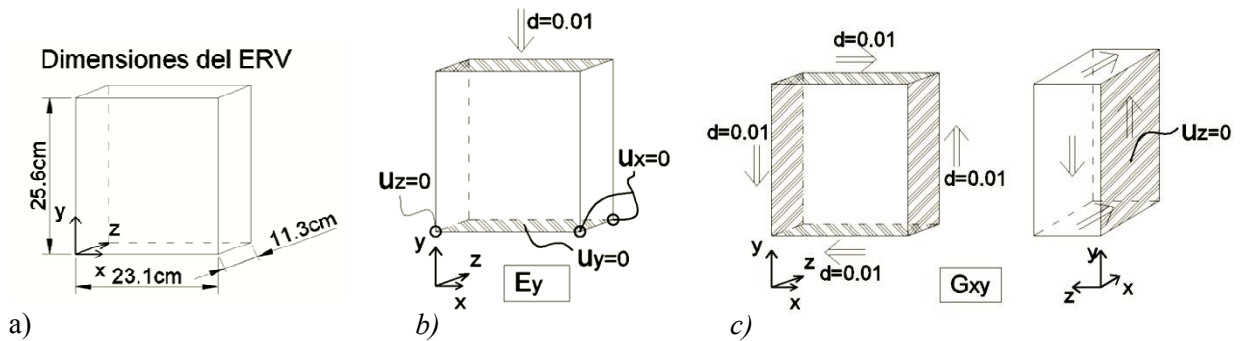


Fig. 3.12 a) Dimensiones del ERV, b) Condiciones de frontera en el ERV para determinar E_y , c) Condiciones de frontera en el ERV para determinar G_{xy} .

Determinación de la deformación angular para el elemento homogéneo en el plano “xy”.

$$L_b = 23.1 \text{ cm}$$

$$h = 25.6 \text{ cm}$$

$$\gamma_{xy} = \alpha + \beta$$

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{2d}{\sqrt{L_b^2 - 4d^2}}\right) \quad \beta = \text{atan}\left(\frac{2d}{\sqrt{h^2 - 4d^2}}\right)$$

$$\gamma_{xy} := \frac{x}{y} = 0.001647$$

Determinación de la deformación angular para el elemento homogéneo en el plano “yz”.

$$L_b = 11.3 \text{ cm}$$

$$h = 25.6 \text{ cm}$$

$$\gamma_{yz} = \alpha + \beta$$

$$\gamma_{yz} := \frac{x}{y} = 0.002551$$

Determinación de la deformación angular para el elemento homogéneo en el plano “xz”.

$$L_b = 23.1 \text{ cm}$$

$$h = 11.3 \text{ cm}$$

$$\gamma_{xz} = \alpha + \beta$$

$$\gamma_{xz} := \frac{x}{y} = 0.002636$$

Tabla 3.6 Determinación del material homogéneo para el muro ME8.

σ_y^p (kg/cm ²)	ϵ_y^p	E_y (kg/cm ²) Ec. (2.16a)	F_y (kg)	ϵ_{yh} Ec. (2.18)	A_{xz} (cm ²)	E_{yh} (kg/cm ²) Ec. (2.17)
-30 885	-0.00038	81889	4840.8	0.00039	261.03	47475
ϵ_z^p	ν_{yz} Ec. (2.16)					
1.03E-04	0.27					
σ_x^p (kg/cm ²)	ϵ_x^p	E_x (kg/cm ²) Ec. (2.16a)	F_x (kg)	ϵ_{xh} Ec. (1.18)	A_{yz} (cm ²)	E_{xh} (kg/cm ²) Ec. (2.17)
-18.201	-0.00023	77825	3161.6	0.00043	289.28	25246
ϵy^p	ϵ_z^p	ν_{xy} Ec. (2.16c)	ν_{xz} Ec. (2.16c)			
7.00E-05	5.59E-05	0.3	0.24			
σ_z^p (kg/cm ²)	ϵ_z^p	E_z (kg/cm ²) Ec. (2.16a)	F_z (kg)	ϵ_{zh} Ec. (1.18)	A_{xy} (cm ²)	E_{zh} (kg/cm ²) Ec. (2.17)
-65.523	-0.00069	94692	21266	0.00088	591.36	40636
τ_{xy}^p (kg/cm ²)	ν_{xy}^p	G_{xy} (kg/cm ²) Ec. (2.16b)	V (kg)	ν_{xyh} Ec. (2.20)	A_{xz} (cm ²)	G_{xyh} (kg/cm ²) Ec. (2.19)
35.643	0.00105	33843	5587	0.001647	261.03	12995
τ_{yz}^p (kg/cm ²)	ν_{yz}^p	G_{yz} (kg/cm ²) Ec. (2.16b)	V (kg)	ν_{yzh} Ec. (2.20)	A_{xy} (cm ²)	G_{yzh} (kg/cm ²) Ec. (2.19)
-70.973	-0.0020	35544	25202	0.002551	591.36	16706
τ_{xz}^p (kg/cm ²)	ν_{xz}^p	G_{xz} (kg/cm ²) Ec. (2.16b)	V (kg)	ν_{xzh} Ec. (2.20)	A_{xy} (cm ²)	G_{xzh} (kg/cm ²) Ec. (2.19)
-17.969	-0.00070	25847	6381	0.002636	591.36	4093

Se observa en la tabla 3.6 que si se utilizan directamente las fórmulas (2.16) para la homogenización del material se obtienen módulos de elasticidad y de cortante mayores a los obtenidos con las ecuaciones (2.17 y 2.19). Por esta razón se calculan las propiedades del material ortotrópico con las fórmulas propuestas en esta tesis (2.17 y 2.19), las cuales toman en cuenta los huecos que se presentan en el volumen del ERV, donde las constantes homogenizadas se denotan por la letra “h” al final. La relación de Poisson se obtuvo directamente con la ec. (2.16c).

Para el análisis de los muros, se observó que de las pruebas de pilas a compresión uniaxial, los módulos de elasticidad para los muros del 1 al 7 y el 9 eran muy parecidos, por tanto se consideró el promedio de los módulos de elasticidad de las pilas, $E_p=44,058 \text{ kg/cm}^2$, mientras que para los muros 8 y 10 se tomaron las propiedades homogéneas del muro 8 ya que para los dos muros eran muy parecidos sus módulos de elasticidad. Las propiedades ortotrópicas para los muros se muestran en la tabla 3.7.

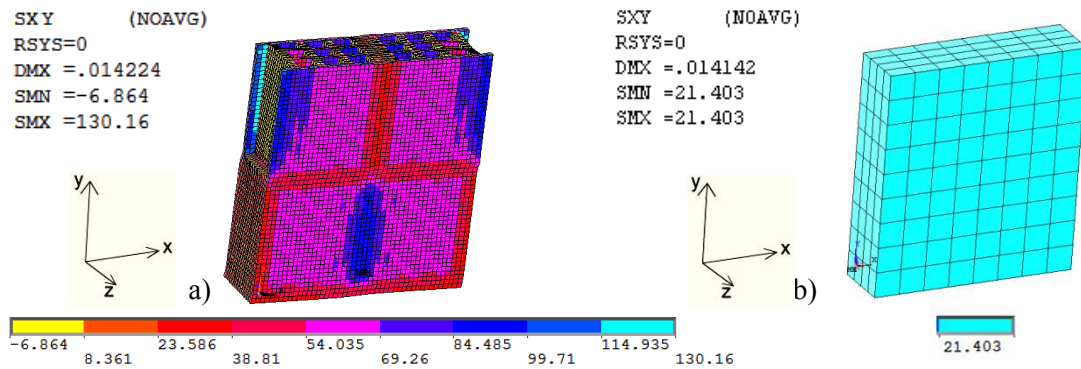


Fig. 3.13 Esfuerzos cortantes en el ERV; a) Modelo detallado, b) Modelo homogéneo.

Tabla 3.7 Propiedades homogéneas elásticas que se utilizan en los muros estudiados.

Homogenización Muros 1,2,3,4,5,6,7 y 9 (kg/cm ²)								
E _x	E _y	E _z	v _{xy}	v _{yz}	v _{xz}	G _{xy}	G _{yz}	G _{xz}
22495	39209	39239	0.21	0.25	0.28	9152	12298	2884
Homogenización Muros 8 y 10 (kg/cm ²)								
E _x	E _y	E _z	v _{xy}	v _{yz}	v _{xz}	G _{xy}	G _{yz}	G _{xz}
25246	47475	40636	0.30	0.27	0.24	12,995	16,706	4,093

Una de las principales ventajas de utilizar la homogenización elástica del material es que una vez conocidas las propiedades del tabique y el mortero se pueden determinar las propiedades de la mampostería para convertirlo en material ortotrópico. Utilizando de la homogenización se podría conocer el módulo de cortante de la mampostería de manera aproximada sin necesidad de hacer el ensaye del murete a compresión diagonal.

Se comprobó que la homogenización se realizó de manera correcta aplicando los desplazamientos que se aplicaron en el ERV y verificando que las reacciones debido a cada condición de frontera eran iguales en el ERV detallado y el de la homogenización. Para obtener los esfuerzos promedio en el material homogenizado, se multiplican los esfuerzos promedio del ERV por la relación V_e/V_n , donde V_e es el volumen en el ERV y V_n es el volumen en el material homogenizado. Se observa que en el ERV el esfuerzo cortante en el plano “xy” no es constante (fig. 3.13a), mientras que en el elemento homogenizado se tienen esfuerzos constantes en todo el volumen como se muestran en la figura 3.13b, donde el ERV está constituido por 38,584 elementos y el material homogenizado por 288 elementos con propiedades homogéneas ortotrópicas.

3.3 Homogenización inelástica de la mampostería

Para representar el comportamiento inelástico de la mampostería se utilizará el modelo Drucker-Prager. Como este modelo es un modelo de plasticidad isotrópico donde se presentan las propiedades inelásticas iguales en cualquier dirección, se decidió utilizar la resistencia a tensión y a compresión en una dirección que nos representara el comportamiento global de cada muro. Dependiendo del tipo de muro, la dirección de los esfuerzos principales se determinará de manera aproximada con la geometría del muro, por ejemplo para muros cuadrados los esfuerzos de tensión se presentarán aproximadamente a 45° , mientras que para otra configuración se supondrá una diagonal de puntal de compresión para determinar el ángulo de inclinación con respecto las juntas de mortero. Otra manera de determinar el puntal de compresión es realizando un análisis elástico y ver la dirección de los esfuerzos principales.

Debido a que no se contaba con resultados experimentales a diferentes direcciones de la mampostería con que se construyeron los muros, se tomaron algunas referencias en las cuales se tienen datos de resultados experimentales. Uno de los trabajos más completos de este tipo es el realizado por Page (1980, 1981, 1983). Para obtener la resistencia de la mampostería a tensión en diferentes direcciones se tomará la fórmula propuesta por Page (1980), donde se toma en cuenta la resistencia a cortante entre la pieza y el mortero.

La resistencia a tensión a 45° (f_{tm45°) puede obtenerse de la prueba de compresión diagonal de muretes, mientras que la resistencia a cortante puede tomarse de los resultados experimentales realizados por Meli y Reyes (1971). Con estos datos es posible determinar la resistencia a tensión de la mampostería con las ecuaciones (3.6) y (3.7), donde el ángulo de inclinación θ representa la orientación del esfuerzo de tensión y toma valores de 0 a $\pi/2$ rad.

$$F_t = \frac{F_s \cdot f_{t45^\circ}}{2F_s - f_{t45^\circ}} \quad (3.6)$$

F_s Resistencia a cortante.

f_{t45° Resistencia a tensión a 45° con respecto a las juntas de mortero.

$$f_{t\theta} = \frac{F_s}{\left(\frac{F_s}{F_t} + \cot(\theta)\right) \cdot (\sin(\theta))^2} \quad (3.7)$$

F_t Resistencia a tensión a 90° con respecto a las juntas de mortero.

$f_{t\theta}$ Resistencia a tensión a un ángulo θ (en radianes) con respecto a las juntas de mortero.

Para determinar la resistencia a compresión a distintos ángulos de inclinación con respecto a las hiladas de las juntas de mortero horizontales, se determinó una ecuación que resultó del análisis de los de los datos obtenidos en Page (1981), donde se observa que la resistencia a compresión en distintas direcciones puede determinarse conociendo la resistencia a compresión a un ángulo de 90° con respecto a las juntas de mortero. La resistencia a 90° se puede asumir igual a la obtenida experimentalmente de la prueba de pilas a compresión. Por tanto conociendo la resistencia a compresión de la mampostería (f_m) es posible obtener de manera aproximada la resistencia a compresión a distintos ángulos como se muestra en la figura 3.14.

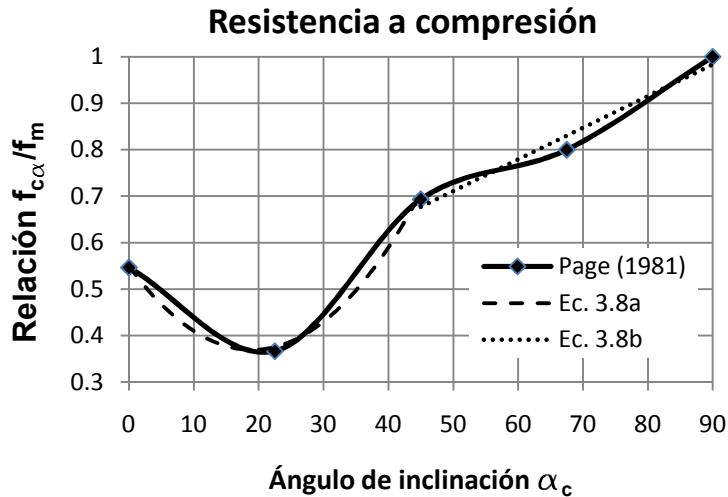


Fig. 3.14 Gráfica para determinar la resistencia a compresión con una inclinación α de los esfuerzos principales de compresión con respecto a las juntas de mortero.

La gráfica de la figura 3.14 se construyó con los datos de las gráficas obtenidas de los trabajos de Page (1981). De esta forma se puede obtener una fórmula que nos relacione la resistencia a compresión a 90° con respecto a las juntas de mortero (f_m), y la resistencia a compresión a un determinado ángulo α_c ($f_{c\alpha}$) como se muestran en las ecuaciones (3.8). El valor de $f_{c\alpha}$ se utilizará para determinar la cohesión y el ángulo de dilatación de cada uno de los muros modelados como se explicará más adelante.

Como se observa en la figura 3.14, la resistencia a compresión a 45° se encuentra aproximadamente en un promedio de la resistencia máxima y la mínima, donde la resistencia mínima se encuentra a un ángulo de 22.5° y luego sube hasta el otro valor mínimo que le sigue a 0° . Se ajustaron dos fórmulas para calcular el valor de la resistencia a compresión, una aproximación parabólica para valores menores a 45° y una lineal para valores mayores a 45° .

$$\frac{f_{c\alpha}}{f_m} = 0.0068 \cdot \alpha_c + 0.3711 \quad \text{si } 90^\circ \geq \alpha_c > 45^\circ \quad (a)$$

$$\frac{f_{c\alpha}}{f_m} = 0.0005 \cdot \alpha_c^2 - 0.019 \cdot \alpha_c + 0.55 \quad \text{si } 45^\circ \geq \alpha_c > 0^\circ \quad (b)$$

(3.8)

3.3.1 Tipos de análisis

Como se comentó en capítulos anteriores, existen aproximaciones del modelo Drucker-Prager que resultan más viables para un tipo de problema que para otro, por esta razón se utilizarán distintas aproximaciones de la superficie de fluencia para determinados muros. En esta tesis se proponen principalmente tres tipos diferentes muros, los cuales dependen de su relación de aspecto, uno para muros esbeltos, muros largos y los que se encuentran en la transición entre los muros esbeltos y los largos. Por tanto se tendrán tres tipos diferentes de análisis.

3.3.1.1 Muros esbeltos

Se llamarán muros esbeltos a los muros con relación altura/ancho mayor que 1.33 ($h/L > 1.33$), se utilizarán las fórmulas (3.9) las cuales son la aproximación del cono de compresión para esfuerzos biaxiales, las fórmulas se deducen en el apéndice A.3. A continuación se muestra el valor de la cohesión (c_{bo}) y el ángulo de fricción (ϕ_{bo}) que se utilizarán para muros esbeltos:

$$c_{bo} = \frac{3f_{t\theta} \cdot f_{bc\alpha}}{2 \cdot \sqrt{(2 \cdot f_{t\theta} + f_{bc\alpha}) \cdot (4f_{bc\alpha} - f_{t\theta})}} \quad \phi_{bo} = \text{asin} \left[\frac{3 \cdot (f_{bc\alpha} - f_{t\theta})}{f_{t\theta} + 5 \cdot f_{bc\alpha}} \right] \quad (3.9)$$

En las fórmulas anteriores $f_{t\theta}$ es la resistencia a tensión a un ángulo θ con respecto a las juntas de mortero. El valor del esfuerzo a tensión f_t se tomarán igual que el esfuerzo a 45° , ya que debido a la geometría del muro la tensión puede ocurrir en una dirección perpendicular a las hiladas reduciendo la resistencia del muro, si se toma un valor de la resistencia a tensión menor de 45° la resistencia del muro a carga lateral se sobreestima, esto se observó al realizar varios modelos. Por tanto se tomará $f_{t\theta} = f_{t45^\circ}$ de los resultados experimentales de las pruebas de muretes a compresión diagonal para cada muro (Tabla 3.3).

El parámetro $f_{cb\alpha}$ es la resistencia a compresión biaxial con una inclinación α respecto a las juntas de mortero, se tomó $f_{cb\alpha} = 1.1f_{c\alpha}$, donde $f_{c\alpha}$ se obtiene para un ángulo de inclinación a 45° por lo expuesto anteriormente. Entonces de acuerdo con la ec. (3.8b) $f_{c\alpha} = 0.7f_m$. Los valores de f_m para cada muro son los que se muestran en la tabla 3.4.

El ángulo de dilatación ϕ_{bo} se obtiene en radianes, por tanto, para convertirlo a grados se debe multiplicar por $180/\pi$. Tanto el esfuerzo de tensión como de compresión se debe introducir a las fórmulas (3.9) con signo positivo. Para los muros esbeltos es preferible introducir un ángulo de dilatación igual a cero, ya que al tener poca área transversal en el muro el fenómeno de la dilatación no participa de forma significativa

3.3.1.2 Muros de transición

Los muros de transición son los que se encuentran en una relación de aspecto $1.1 \leq h/L < 1.33$, se analizarán con las mismas fórmulas de cohesión y ángulo de dilatación descrita para muros esbeltos (ecuaciones 3.9). En este caso la resistencia de tensión si se podrá tomar menor que 45° ya que la superficie de fluencia está reducida por la aproximación utilizada y el utilizar un ángulo menor a 45° no se corre el peligro de sobreestimar la resistencia.

La resistencia $f_{t\theta}$ se obtienen con las ecuaciones (3.6) y (3.7). Para evaluar la ec. (3.6) se tomó f_{t45° de los resultados experimentales de las pruebas de muretes a compresión diagonal para cada muro (Tabla 3.3) y la resistencia a corte F_s se consideró igual para todos los muros debido a que no se contaban con resultados experimentales de esta propiedad, $F_s = 4.6 \text{ kg/cm}^2$ se tomó de los resultados experimentales realizados por Meli y Reyes (1971) de los ensayos de cortante para tabique perforado vertical para un esfuerzo confinante igual a cero.

También se tomó $f_{cb\alpha} = 1.1f_{c\alpha}$, donde $f_{c\alpha}$ se determinó con las fórmulas (3.8), para obtener el ángulo α_c que representa la dirección de los esfuerzos principales de compresión se utilizó la ec. (3.11) que se muestra en la fig. 3.15, donde h es la altura de la mampostería y L la longitud

de la mampostería sin considerar los castillos. Como los esfuerzos principales son perpendiculares entre sí, tenemos que $\alpha_c = 90^\circ - \theta$.

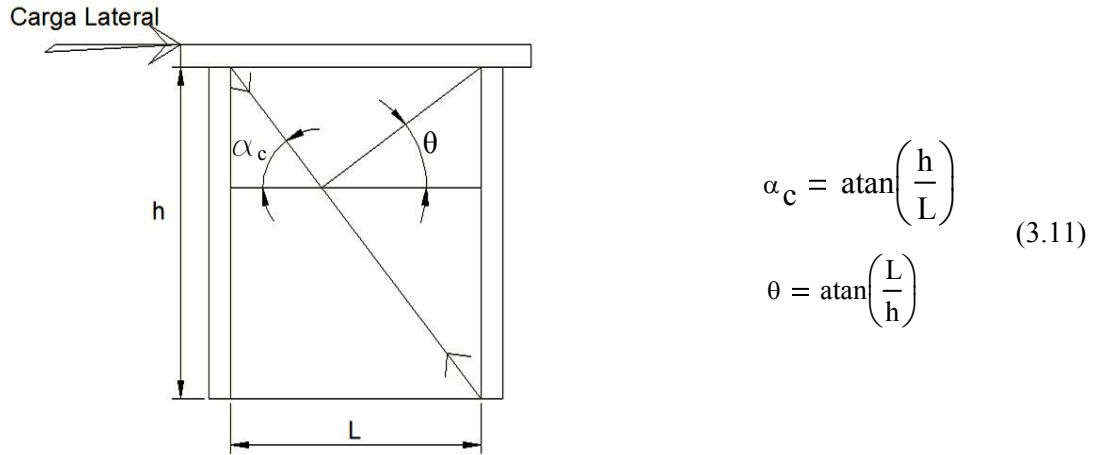


Fig. 3.15 Determinación del ángulo de inclinación de los esfuerzos principales.

Se tomará en cuenta el ángulo de dilatación, ya que se tiene una relación de aspecto cercana a la unidad. El ángulo de dilatación se determinó con la ec. (3.5), de ésta ecuación, la relación v_{me}/v_m se determinó con los resultados de las pruebas de muretes a compresión diagonal de los resultados experimentales que se muestran en la tabla 3.3.

3.3.1.3 Muros largos

Se llamarán muros largos a los que tienen una relación de aspecto $h/L < 1.1$, para estos tipos de muros se utilizará la aproximación del cono de compresión para esfuerzos planos deducida en el apéndice A.4, la cual se presenta en las ecuaciones de la cohesión y ángulo de fricción:

$$c_{po} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot f_{c\alpha}^2 \cdot f_{t\theta}}{3(f_{c\alpha} - f_{t\theta})}} \quad \phi_{po} = \text{asin}\left[\frac{3 \cdot (f_{c\alpha} - f_{t\theta})}{3 \cdot f_{c\alpha} + f_{t\theta}}\right] \quad (3.10)$$

En las fórmulas anteriores $f_{c\alpha}$ es la resistencia a compresión uniaxial a un determinado ángulo α_c respecto a las juntas de mortero, éste ángulo se determinó con la ec. 3.11 para determinar $f_{c\alpha}$ con la ec. (3.8b) ya que para este tipo de muros se tiene un $\alpha_c \leq 45^\circ$.

La resistencia $f_{t\theta}$ se obtienen con las ecuaciones (3.6) y (3.7) como se explicó en la sección anterior. De igual manera $f_{c\alpha}$ y $f_{t\theta}$ deben ser de signo positivo y el ángulo de fricción (ϕ_{po}) está en radianes.

Para los muros largos se tomará en cuenta la resistencia a tensión y a compresión dependiendo la orientación de los esfuerzos principales, además se tomará en cuenta el ángulo de dilatación, el cual se obtiene con la ec. (3.5).

3.3.2 Propiedades inelásticas de la mampostería

Una vez determinada la resistencia a tensión y a compresión de la mampostería como se explicó en la sección del capítulo 3.3, se determina el valor de la cohesión, ángulo de fricción y ángulo de dilatación (capítulo 3.1.3) necesarios para caracterizar nuestro material como material homogéneo inelástico. Las fórmulas que se utilizarán dependerán del tipo de muro que se analice. En el apéndice B.1 se muestran los muros ensayados con sus dimensiones. Los muros son nombrados como ME (Muro Extruido) seguido del número del muro estudiado, por ejemplo el muro 1 se nombra como ME1.

De la serie de muros sin aberturas, se consideran como esbeltos a los muros ME1 y ME2, ya que al considerar la relación de aspecto de la mampostería nos da mayor que $h/L=1.33$ (Apéndice B.1). Además de estos dos muros, se considera como esbelto al muro ME8 con ventana al centro, ya que al tener la ventana, la relación de aspecto aumenta en la mampostería que se encuentra a un lado de la ventana, ver figura 3.15.

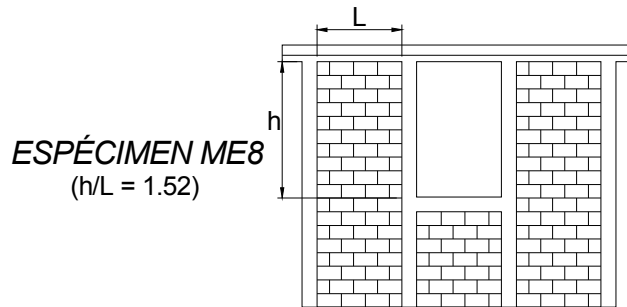


Fig. 3.16 Determinación de la relación de aspecto del muro ME8.

Se consideran a los muros ME3, ME10 y al ME9 como muros de transición. El ángulo de inclinación de los esfuerzos principales de tensión se tomó suponiendo que la diagonal de compresión se encuentra en la diagonal del tablero del muro de mampostería, por tanto el ángulo de los esfuerzos principales de tensión θ y de compresión α_c se determina como se muestra en la figura 3.16.

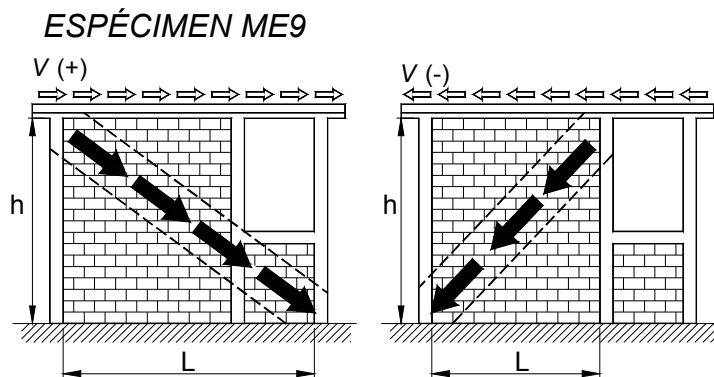


Fig. 3.17 Mecanismo resistente que se presenta en el muro ME9.

Para el caso del muro ME9 el cual tiene una ventana a un lado, es necesario utilizar dos aproximaciones diferentes dependiendo la dirección de la carga lateral que se aplica. Se le llamará carga positiva cuando se aplica de izquierda a derecha como aparece en la figura 3.17 y negativa de derecha a izquierda.

Como se observa en la figura 3.17, se puede utilizar una aproximación para esfuerzos planos en la dirección positiva del cortante y una aproximación para muros de transición cuando la carga es negativa, ya que la relación de aspecto considerando solamente el panel de mampostería sin la abertura es de $h/L=1.225$.

De acuerdo con la metodología desarrollada en esta tesis (sección 3.3.1), se consideran como muros largos los muros ME4, ME5, ME6, ME7 y como se explicó en el punto anterior al ME9 cuando se le aplica carga lateral de tal manera que el puntal de compresión da una relación de aspecto $h/L < 1.1$. Para el caso en que se tienen varios paneles de mampostería separados por castillos, se toma una relación de aspecto para cada panel, por tanto los muros ME6 y ME7 tienen la misma relación de aspecto, y el ángulo de los esfuerzos principales se tomarán igual.

Se resume en la tabla 3.7 las propiedades inelásticas de la mampostería que se introducen al modelo Drucker-Prager utilizando la aproximación del cono de compresión. Se muestra a continuación los valores calculados para cada muro, así como la aproximación utilizada para el análisis, la cual depende del tipo de muro que se considere.

Tabla 3.7 Propiedades inelásticas de la mampostería utilizadas en los modelos de muros.

Muro	Cohesión kg/cm ²	Ángulo de Fricción (ϕ)	Ángulo de Dilatación (ψ)	Tipo de muro
ME1	2.772	33.75°	0°	Esbelto
ME2	2.912	33.367°	0°	Esbelto
ME3	3.585	32.9°	2°	Transición
ME	5.998	62.27°	0°	Largo
ME5	5.77	61.11°	11°	Largo
ME6	8.184	63.901°	10°	Largo
ME7	6.017	63.288°	18°	Largo
ME8	3.492	39.142°	0°	Esbelto
ME9	8.44	67.943°	11°	Largo
Positivo				
ME9	4.044	34.076°	11°	Transición
Negativo				
ME10	4.444	32.823°	8°	Transición

3.4 Concreto reforzado

Los muros de mampostería confinada se componen también de elementos de concreto reforzado (castillos y dalas). Estos elementos también exhiben un cierto comportamiento no lineal, el cual debe ser considerado en los modelos de muros. Los castillos son los elementos de concreto que se ven más dañados para cargas laterales. Por este motivo se realizará un modelo con elementos finitos para representar el comportamiento de una viga de concreto reforzado para corroborar que se podrá representar de manera aproximada el comportamiento no lineal en los castillos.

3.4.1 Concreto

Se hará uso también del modelo Drucker-Prager para las propiedades del concreto. Dependiendo del problema que se estudie se utilizará una aproximación al criterio de Mohr-Coulomb, para el caso de vigas reforzadas, la falla que ocurre en el concreto es principalmente por esfuerzos biaxiales de compresión y de tensión, por tanto se utilizará la aproximación para esfuerzos biaxiales. Debido a que en el programa ANSYS v11 solo se puede hacer uso de la aproximación del cono de compresión utilizando la interfaz de usuario, se utilizará la aproximación del cono de compresión para esfuerzos biaxiales deducidos en el apéndice A.3.

En el apéndice A.3 se calcularon las fórmulas para una superficie de fluencia equivalente a la aproximación de esfuerzos biaxiales utilizando la aproximación del cono de compresión. La cohesión (c_{boc}) y el ángulo de fricción (ϕ_{boc}) son parámetros que se pueden obtener fácilmente con la ec. (3.12). El ángulo de fricción se encuentra en radianes. Los valores de f_{cb} y f_t que se introducen a las fórmulas deben ser positivos.

$$c_{boc} = \frac{3f_t \cdot f_{cb}}{2 \cdot \sqrt{(2 \cdot f_t + f_{cb}) \cdot (4f_{cb} - f_t)}} \quad (a) \quad \phi_{boc} = \text{asin} \left[\frac{3 \cdot (f_{cb} - f_t)}{f_t + 5 \cdot f_{cb}} \right] \quad (b) \quad (3.12)$$

El concreto utilizado en los castillos para modelar los muros de mampostería que aparecen en el apéndice B.1, fue de una resistencia promedio a compresión de $f_c=257 \text{ kg/cm}^2$. En la tabla 3.8 se muestran las propiedades elásticas que se obtuvieron de los resultados experimentales de Pérez Gavilán et al. (2010 y 2011) y las propiedades no lineales utilizadas para los castillos.

3.4.2 Acero

Para modelar el acero de refuerzo longitudinal se utilizará el elemento llamado Link8 (elemento barra de dos nodos, con 3 grados de libertad por nodo: translación en las direcciones x, y, z) del programa ANSYS, el acero tendrá un comportamiento elastoplástico, se utilizará el modelo de material llamado BISO, donde los parámetros que nos pide son el esfuerzo de fluencia y el módulo de elasticidad después de la fluencia, el cual se va a considerar igual a cero ya que se modelará como un material elastoplástico. Para la modelación de los muros se utilizó acero con esfuerzo a la fluencia de $f_y=4,100 \text{ kg/cm}^2$, módulo de elasticidad de $E_s=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ y $\nu=0.3$. En cada castillo se utilizaron 4 varillas No. 4.

Tabla 3.8 Propiedades del concreto para castillos de los muros modelados.

Muro ¹	E _c kg/cm ²	Relación de Poisson	f' _c kg/cm ²	f _t kg/cm ²	c _{boc} (kg/cm ²) Ec. (3.12a)	ϕ _{boc} Ec. (3.12b)
ME1	140,573	0.13	336	27.50	19.42	33.18°
ME2	108,435	0.09	218	22.15	15.44	32.32°
ME3	102,433	0.13	184	20.35	14.10	31.94°
ME4	110,057	0.11	234	22.95	16.03	32.48°
ME5	113,392	0.14	226	22.55	15.74	32.40°
ME6	123,615	0.15	252	23.81	16.68	32.63°
ME7	124,632	0.14	308	26.32	18.55	33.02°
ME8	118,930	0.15	262	24.28	17.03	32.71°
ME9	129,603	0.15	298	25.89	18.23	32.96°
ME10	117,099	0.14	247	23.57	16.50	32.59°
Promedio:	118,877	0.12	257	23.94	16.77	32.62°

¹El ángulo de dilatación del concreto se consideró igual a cero para todos los muros.

3.4.3 Modelo de una viga de concreto reforzado

Para comprobar el funcionamiento del modelo de concreto y el modelo de acero de refuerzo longitudinal, se realizará la modelación de la viga ensayada por Buckhouse (1997), la cual fue modelada utilizando el material llamado “concrete” en el programa ANSYS por Wolanski (2004).

3.4.3.1 Cálculo a mano

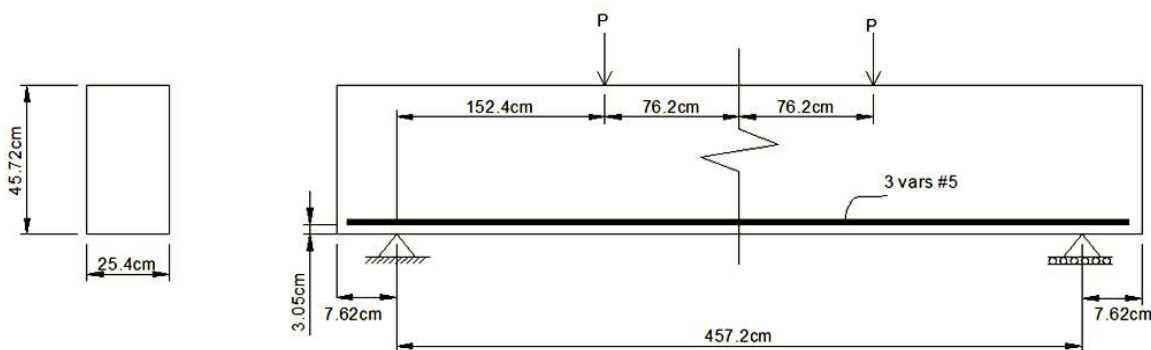


Fig. 3.18 Viga ensayada por Buckhouse (1997).

Primero se realizará un cálculo a mano para ver la carga de agrietamiento y el momento resistente, así como los desplazamientos correspondientes. Datos de los materiales:

CONCRETO:
 Resistencia a compresión, $f'_c=327 \text{ kg/cm}^2$
 Módulo de elasticidad:
 $E_c=14,000 (f'_c)^{1/2}$

ACERO:
 Esfuerzo de fluencia, $f_y=4,200 \text{ kg/cm}^2$
 Módulo de elasticidad:
 $E_s=2.413 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

Geometría de la viga:

Peralte, $d=45.72\text{cm}$

Ancho, $b=25.4\text{cm}$

Largo, $L=457.2\text{cm}$

Se calcula la carga P_{cr} que resistirá al agrietamiento y la deformación de la viga al centro del claro (Timoshenko, 1990).

$$f_t = 1.9\sqrt{f_c} \quad c = \frac{d}{2} \quad M_{cr} = \frac{I}{c} \cdot f_t \quad P_{cr} = \frac{3M_{cr}}{L} = 2025 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Como la carga P está aplicada al tercio de la longitud L tenemos que $a=L/3$ de la siguiente fórmula:

$$\delta_{cr} := \frac{P_{cr} \cdot a}{24 E_c \cdot I} \cdot (3L^2 - 4a^2) \quad \delta_{cr} = 0.13214 \text{ cm}$$

Se calcula la carga P_f que resistirá a la fluencia del acero y su flecha a la fluencia δ_f .

$$\eta := \frac{E_s}{E_c} = 9.389 \quad \alpha := \sqrt{(\eta \cdot \rho)^2 + 2\eta \cdot \rho} - \eta \cdot \rho = 0.266$$

$$M_f := A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{1}{3} \alpha \cdot d \right) \quad P_f := \frac{3 \cdot M_f}{L} = 6819.576 \text{ kg}$$

$$c_{cr} := \alpha \cdot d = 12.141 \text{ cm} \quad I_{ag} := \frac{b \cdot c_{cr}^3}{3} + \eta \cdot A_s \cdot (d - c_{cr})^2 = 78014 \text{ cm}^4$$

$$\delta_f := \frac{P_f \cdot a}{24 E_c \cdot I_{ag}} \cdot (3L^2 - 4a^2) = 1.154 \text{ cm}$$

La profundidad del eje neutro (c_{cr}) se mide desde la parte superior de la viga, I_{ag} es el momento de inercia respecto al eje neutro. Por último se calculará el momento nominal para calcular su correspondiente carga P_n .

$$\rho := \frac{A_s}{b \cdot d} \quad w := \rho \cdot \frac{f_y}{f_c} \quad M_n := f_c \cdot b \cdot d^2 \cdot w \cdot (1 - 0.588w) \quad P_n := 3 \cdot \frac{M_n}{L} = 7202 \text{ kg}$$

Como se observa la carga a la fluencia P_f y la carga a última P_n son muy cercanas, por tanto la gráfica carga contra desplazamiento es casi elastoplástica.

3.4.3.2 Modelo de Elementos Finitos usando Drucker-Prager

Para el concreto se necesita conocer el valor de la cohesión (c_{bo}) y el ángulo de fricción (ϕ_{bo}); el ángulo de dilatación se considera igual a cero. Se tomaron los valores de resistencia a compresión biaxial $f_{cb}=1.1f_c$ (Koh, 2008) y a tensión f_t que se muestran a continuación.

$$f_{cb} = 1.1f_c = 370.7 \text{ kg/cm}^2 \qquad f_t := 1.5\sqrt{f_c} = 27.536 \text{ kg/cm}^2$$

$$c_{bo} := \frac{3f_t \cdot f_{cb}}{2 \cdot \sqrt{(2 \cdot f_t + f_{cb}) \cdot (4f_{cb} - f_t)}} = 19.452 \text{ kg/cm}^2 \qquad \phi_{bo} := \text{asin} \left[\frac{3 \cdot (f_{cb} - f_t)}{f_t + 5 \cdot f_{cb}} \right] \cdot \frac{180}{\pi} = 33.182$$

Se muestra a en la fig. 3.19 la gráfica carga-desplazamiento, donde la carga es la fuerza P aplicada al tercio de la viga, el desplazamiento de la curva calculada a mano se tomó aproximadamente a 9 cm, ya que se observó que este desplazamiento era cercano al desplazamiento último registrado experimentalmente.

Se observa que el modelo Drucker-Prager mantiene un comportamiento plástico hasta la carga última. En la gráfica se observa que el modelo Drucker-Prager considerando $f_t = 1.9f_c^{0.5}$ (Park y Paulay, 1980) da una resistencia mayor que la experimental y la calculada a mano, por tanto se decidió en tomar un $f_t = 1.5f_c^{0.5}$, ya que daba resultados más aceptables. El comportamiento que describe el modelo Drucker-Prager es aceptable ya que nos muestra el agrietamiento, la fluencia del acero y la carga máxima con bastante aproximación.

Carga-desplazamiento

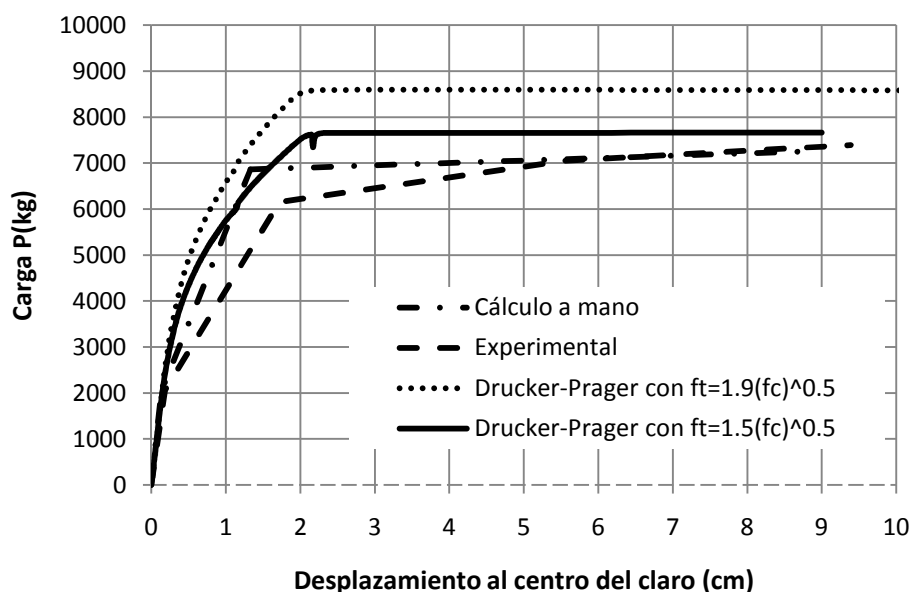


Fig. 3.19 Gráfica carga-desplazamiento de la viga ensayada por Buckhouse (1997).

3.4.3.3 Otros estudios para obtener la cohesión y el ángulo de fricción

Los valores del ángulo de fricción para el concreto se encuentran entre 30° y 37° (Guray, 2006), el cual puede calcularse experimentalmente. Existe información sobre cómo se obtienen estos parámetros experimentalmente en Xiaobin y Cheng-Tsu (2006). Doran et al. (1998) estudió vigas de concreto reforzado utilizando el criterio de aproximación del cono de extensión Drucker-Prager, el cuál es muy parecido a la aproximación de esfuerzos biaxiales utilizado en este estudio.

Se ha demostrado que la cohesión se correlaciona muy bien con la resistencia a compresión del concreto, Guray (2006) realizó experimentos en distintos concretos e hizo análisis numéricos de vigas de concreto reforzado utilizando el MEF, encontrando un valor de cohesión (3.11) con unidades de kg/cm^2 .

$$c=3.724f_c^{0.3} \quad (3.13)$$

Al utilizar las fórmulas propuestas en esta tesis con $f_t=1.9f_c^{1/2}$ nos da un ángulo de fricción de 33.183° , valor que se encuentra entre los obtenidos por Guray (2006) y una cohesión de $19.452 \text{ kg}/\text{cm}^2$, mientras que al evaluarla con la ecuación (3.13) da un valor de $c=21.1 \text{ kg}/\text{cm}^2$. Los valores calculados nos dan una mayor resistencia que la experimental dando una carga última de 8,100 kg con un error de +9.5% respecto al experimental, este error es aceptable, aunque la aproximación utilizando un $f_t=1.5f_c^{1/2}$ da mejores resultados quedando +3.7% por arriba de la resistencia última experimental. Por tanto se utilizará $f_t=1.5f_c^{1/2}$ para la modelación del concreto en los castillos de los muros que se estudiarán más adelante.

Utilizando las ecuaciones (3.12) se toma en cuenta la resistencia a tensión del concreto y se pudo obtener una expresión para evaluar el ángulo de fricción una vez conocidos los datos de compresión y tensión uniaxial del concreto.

3.5 Descripción de los modelos de muros

Los muros que se modelarán por FEM en esta tesis son los que se ensayaron experimentalmente en el laboratorio del Instituto de Ingeniería y el CENAPRED (Pérez Gavilán et al., 2010 y 2011). En total se modelaron 10 muros, las dimensiones de los muros se muestran en el apéndice B.1.

3.5.1 Elementos y propiedades de los materiales

Los 10 muros fueron modelados en el programa de elemento finito ANSYS v11. Para representar a la mampostería y al concreto se utilizó el elemento Shell43 el cuál es definido por cuatro nodos y cuatro espesores en cada nodo. Este elemento tiene seis grados de libertad en cada nodo: desplazamientos en las direcciones x, y, z y rotaciones sobre los ejes x, y, z. La longitud de los elementos fue en promedio de 15cm, después de varios análisis se observó que utilizando este tamaño de elementos es suficiente para obtener buenos resultados.

Para representar la mampostería se utilizó un material elástico ortotrópico que se obtuvo de la homogenización (Tabla 3.7). Además se le asignaron las propiedades inelásticas considerando la superficie de fluencia Drucker-Prager (Tabla 3.7). La unión es perfecta entre la mampostería y el marco de concreto confinando, por tanto no toma en cuenta la separación que pudiera existir en esta interfaz. Esta hipótesis se confirmó con lo observado experimentalmente.

Para modelar al concreto se le asignan propiedades elásticas isotrópicas y también se utilizó el criterio Drucker-Prager (Tabla 3.8). Para representar a las varillas en los castillos y dalas de concreto, se utilizó el elemento Link8 con las características que se describen en la sección 3.4.2. Se supone que existe una unión perfecta entre el acero y el concreto.

El acero se ubica en el perímetro del elemento de concreto como se observa en la fig. 3.20. No se modelaron los estribos en los castillos ya que la falla por cortante en los castillos no es posible de representar en este tipo de modelos.

3.5.2 Aplicación de carga

Todos los muros se modelaron considerando empotramiento en la base. Para aplicar la carga axial y la carga lateral se modeló una viga de carga sobre cada muro (ver fig. 3.20), ésta viga se representó con material elástico y con un módulo de elasticidad que diera una inercia equivalente a la viga de carga que se utilizó experimentalmente.

Debido a que la viga de carga es mucho más rígida en comparación con el concreto al que se conecta, solo se aplicó un desplazamiento horizontal incremental en un extremo de la viga de carga para representar la carga lateral en el muro. La reacción horizontal se obtuvo en el mismo nodo donde se aplicó el desplazamiento horizontal como se observa en la fig. 3.20. Debido a que el análisis fue de tipo no lineal es necesario definir un número de incrementos de carga adecuados para obtener la solución del sistema, se observó que al tener incrementos de desplazamiento horizontal de 5×10^{-4} cm se obtenían buenos resultados.

La carga axial para todos los muros fue de 5 kg/cm^2 . La carga axial se aplicó como una carga distribuida sobre el muro y se mantuvo constante en todo el análisis.

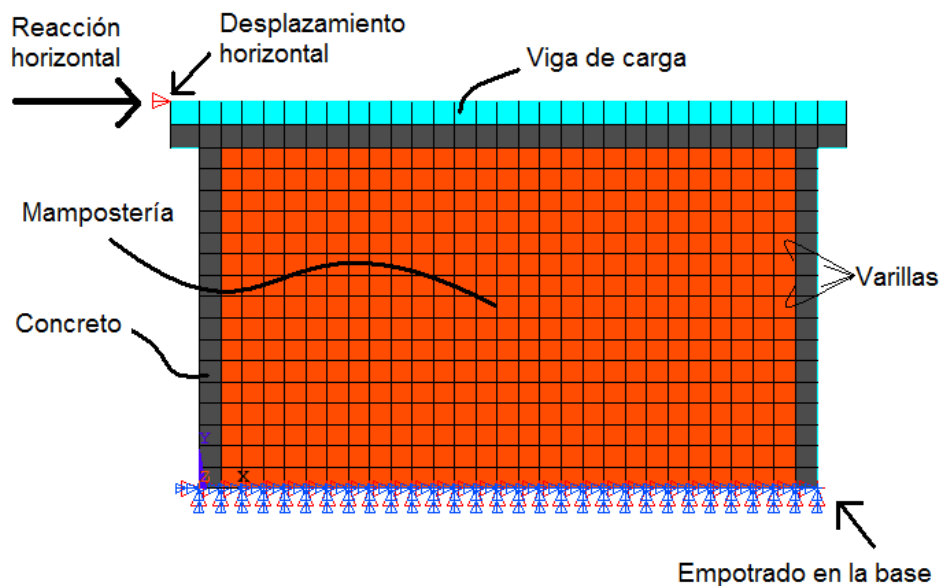


Fig. 3.20 Descripción general de los modelos de muros de mampostería confinada.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS ANALÍTICOS

Se presentarán los resultados del análisis de los 10 muros estudiados que fueron ensayados experimentalmente (Pérez Gavilán et al., 2010 y 2011), se verificará que la metodología desarrollada en las secciones anteriores para la mampostería (3.3.1 y 3.3.2) y para el concreto reforzado (3.4.1 y 3.4.2), represente de manera global el comportamiento de los muros estudiados. También se comparan las superficies de fluencia de las distintas aproximaciones que existen para el modelo Drucker-Prager y se observa cómo este modelo puede reproducir el aumento de la resistencia a carga lateral debido a la carga axial aplicada en el muro.

4.1 Comparación con los resultados experimentales

A continuación se mostrará un resumen de las propiedades que representan el comportamiento de los muros de mampostería tanto ensayados experimentalmente y analizados con la metodología propuesta en esta tesis. Se considera que mientras la rigidez no cambie notablemente, el muro permanece en el rango elástico. Para definir la rigidez inicial del muro se realiza una regresión lineal, se observó experimentalmente que existía una buena correlación para una distorsión de 0.005 (tabla 4.1).

Los resultados experimentales de los muros se muestran en la tabla 4.1, se muestra: rigidez lateral inicial del muro (K^e_0), carga al cambio de rigidez (V^e_c) y distorsión al cambio de rigidez (γ^e_c). Los resultados de los análisis por MEF considerando la homogenización de la mampostería son rigidez inicial (K^h_0), carga al cambio de rigidez (V^h_c) y distorsión al cambio de rigidez (γ^h_c). También se muestra en forma de porcentaje el error entre el dato calculado de la homogenización y el dato experimental.

Tabla 4.1 Comparación de resultados experimentales con los de la homogenización.

Muro	K^e_0 t/cm	K^h_0 t/cm	$\frac{K^h_0 - K^e_0}{K^e_0}$	V^e_c t	V^h_c t	$\frac{V^h_c - V^e_c}{V^e_c}$	γ^e_c	γ^h_c	$\frac{\gamma^h_c - \gamma^e_c}{\gamma^e_c}$
ME1	16.7	21.1	26%	2.5	2.6	4%	0.0006	0.0005	-17%
ME2	33	39.6	20%	4.1	5	22%	0.0005	0.0005	0%
ME3	31.3	52.8	69%	4.7	7.9	68%	0.0006	0.0006	0%
ME4	66.3	77.1	16%	9.9	11.6	17%	0.0006	0.0006	0%
ME5	175	149.2	-15%	21.9	22.4	2%	0.0005	0.0006	20%
ME6	310	244	-21%	38.8	41.5	7%	0.0005	0.0007	40%
ME7	408.3	385.8	-6%	54.2	57.9	7%	0.0005	0.0006	20%
ME8	75.8	102.7	35%	10.5	9	-14%	0.0006	0.0004	-33%
ME9 (+)	69.3	82.7	19%	11.3	14.5	28%	0.0007	0.0007	0%
ME9 (-)	69.3	83.3	20%	7.1	11	55%	0.0004	0.0005	25%
ME10	93.2	118.1	27%	10.8	14.8	37%	0.0005	0.0005	0%
Promedio:			25%			24%	0.0005	0.0006	14%

Tabla 4.2 Comparación de resultados experimentales con los de la homogenización cambiando el módulo de cortante al obtenido experimentalmente.

Muro	K_0^e t/cm	K_0^{hGm} t/cm	$\frac{K_0^{hGm}-K_0^e}{K_0^e}$	V_c^e t	V_c^{hGm} t	$\frac{V_c^h-V_c^e}{V_c^e}$	γ_c^e	γ_c^{hGm}	$\frac{V_c^h-V_c^e}{V_c^e}$
ME1	16.7	16.1	-4%	2.5	3.2	28%	0.0006	0.0008	33%
ME2	33	35	6%	4.1	5.6	37%	0.0005	0.0006	20%
ME3	31.3	43.2	38%	4.7	8.6	83%	0.0006	0.0008	33%
ME4	66.3	68.1	3%	9.9	10.9	10%	0.0006	0.0006	0%
ME5	175	120	-31%	21.9	28.8	32%	0.0005	0.001	100%
ME6	310	226.8	-27%	38.8	45.4	17%	0.0005	0.0008	60%
ME7	408.3	368.4	-10%	54.2	64.5	19%	0.0005	0.0007	40%
ME8	75.8	81.3	7%	10.5	10	-5%	0.0006	0.0005	-17%
ME9 (+)	69.3	61.7	-11%	11.3	15.4	36%	0.0007	0.001	43%
ME9 (-)	69.3	62.1	-10%	7.1	12.4	75%	0.0004	0.0008	100%
ME10	93.2	107.31	15%	10.8	13.4	24%	0.0005	0.0005	0%
Promedio:			15%			33%			41%

En la tabla 4.2 se comparan los resultados experimentalmente de los muros con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería pero cambiando el módulo de cortante por el módulo de cortante obtenido experimentalmente ($G_{xy}=G_m$). El módulo de cortante experimental para cada muro aparece en la tabla 3.3. Los resultados del análisis de los muros considerando la homogenización pero cambiando el módulo de cortante por el experimental son: rigidez lateral inicial (K_0^{hGm}), carga al cambio de rigidez (V_c^{hGm}) y distorsión al cambio de rigidez (γ_c^{hGm}). Los errores relativos aparecen en forma de porcentaje, el error promedio en la rigidez fue de 15%, sin embargo la distorsión al cambio de rigidez no se predijo adecuadamente con un error medio del 41%.

Se observa en la tabla 4.1 que con el modelo de homogenización de la mampostería se puede determinar la distorsión al cambio de rigidez lateral dando un error total de 5% comparando los 10 muros. También la carga en el instante que cambia la rigidez es aproximadamente igual a la obtenida experimentalmente, dando mejores resultados con los parámetros obtenidos de la homogenización del material que cambiando el módulo de cortante al experimental.

Para la estimación de la rigidez lateral inicial se observa que utilizando la homogenización de la mampostería pero cambiando $G_{xy}=G_m$ se obtiene un error menor que utilizando las propiedades de la homogenización. La distorsión al cambio de rigidez lateral se estimó mejor considerando solamente la homogenización de la mampostería, por tanto para el caso de un análisis no lineal es preferible utilizar las propiedades homogéneas del material y para un análisis elástico considerar la homogenización con $G_{xy}=G_m$.

En la tabla 4.3 se muestra la carga lateral máxima obtenida del ensaye experimental de los muros estudiados (V_{max}^e) y la carga máxima de los resultados del análisis considerando las propiedades de la homogenización de la mampostería (V_{max}^h), también se muestra la distorsión

a la que ocurre la carga máxima experimental (γ_{\max}^e) y los resultados numéricos considerando las propiedades de la homogenización del material (γ_{\max}^h). Como se ve en la tabla 4.3, en la mayoría de los casos se pudo estimar la carga lateral máxima, sin embargo para los modelos largos ME4 al ME6 la distorsión a la carga máxima se presentó antes de lo reportado experimentalmente. Se observa que la carga máxima se estimó con un error medio de 9%, pero la distorsión a la carga máxima no se logró predecir adecuadamente para la mayoría de los casos al tener un error promedio del 38%.

Tabla 4.3 Comparación de la resistencia máxima (V_{\max}) y su correspondiente distorsión (γ_{\max}) de los resultados de los modelos numéricos con los resultados experimentales.

Muro	Carga (V_{\max})			Distorsión (γ_{\max})		
	V_{\max}^e t	V_{\max}^h t	$\frac{V_{\max}^h - V_{\max}^e}{V_{\max}^e}$	γ_{\max}^e	γ_{\max}^h	$\frac{\gamma_{\max}^h - \gamma_{\max}^e}{\gamma_{\max}^e}$
ME1	4.9	4.65	-5%	0.004	0.004 ¹	3%
ME2	7.7	7.33	-5%	0.004	0.004 ¹	3%
ME3	10.5	10.46	0%	0.003	0.003 ²	7%
ME4 (+)	16	16.17	1%	0.004	0.001 ³	-75%
ME4 (-)	14.4	16.17	12%	0.0034	0.001 ³	-71%
ME5 (+)	32.7	30	-8%	0.003	0.001 ³	-67%
ME5 (-)	29.1	30.07	40%	0.002	0.001 ³	40%
ME6 (+)	70.3	54.72	-17%	0.0032	0.001 ³	-17%
ME6 (-)	61.2	54.72	-11%	0.002	0.001 ³	-50%
ME7	85.4	83.91	-2%	0.003	0.003 ²	7%
ME8	15.5	14.33	-8%	0.003	0.004 ¹	37%
ME9 (+)	21.5	22.56	5%	0.0033	0.003 ²	-3%
ME9 (-)	16.1	15.4	-4%	0.002	0.003 ²	60%
ME10 (+)	19.8	17.2	-13%	0.0039	0.003 ²	-18%
ME10 (-)	19.5	18.2	-7%	0.002	0.003 ²	60%
Promedio:			9%			38%

¹Muros esbeltos, se utiliza una distorsión $\gamma_{\max}^h=0.004$.

²Muros de transición y muros largos, se utiliza una distorsión $\gamma_{\max}^h=0.003$.

³El modelo presenta degradación de resistencia, se utiliza la distorsión a la resistencia máxima que se obtuvo del análisis.

A continuación se mostrará a manera de comparación las envolventes de los ciclos histeréticos experimentales y se compara con los resultados del análisis no lineal realizado con la metodología propuesta en esta tesis. Se dará una breve explicación de los resultados obtenidos con los tres tipos de análisis propuestos para cada tipo de muro.

4.1.1 Muros esbeltos

Como se mencionó en el capítulo 3.3.1, las fórmulas que se utilizarán para muros esbeltos son las expresadas en las fórmulas (3.9). Los valores de $f_{t\theta}$ y $f_{cb\alpha}$ se tomarán a los calculados para un ángulo de 45° con respecto a las hiladas de mortero.

Se toma una distorsión máxima de 0.004 para los muros esbeltos, pues se ha observado experimentalmente que este nivel de distorsión es donde se presenta la resistencia máxima del muro y después comienza a degradarse la resistencia (ver apéndice B.2). Álvarez (2000) observó que la resistencia máxima en muros esbeltos se presentaba para distorsiones entre 0.0042 y 0.0057. Por tanto el valor de $\gamma_{max}=0.004$ que se propone en esta tesis se puede tomar como un valor conservador.

Se observa experimentalmente que los muros esbeltos pueden desarrollar distorsiones mayores que los muros largos, ya que la falla que domina es por flexión. Las gráficas donde se comparan los resultados experimentales con el modelo propuesto de homogenización se presentan en el apéndice B.2. Se observa que existe bastante similitud entre los resultados experimentales y los resultados analíticos considerando la homogenización del material. En la gráfica de la figura 4.1 se representan las envolventes experimentales con línea punteada y con línea continua las envolventes de los resultados utilizando la homogenización.

Se observa que los resultados de la homogenización coinciden aceptablemente con los experimentales para la rigidez lateral inicial, agrietamiento y resistencia máxima, aunque la posición de las deformaciones plásticas nos muestra que el agrietamiento comienza en la parte inferior del muro (ver figura 4.2a). Se muestran las deformaciones plásticas en forma de vector, mientras que experimentalmente se observó que comienza sobre la diagonal de compresión (ver figura 4.3a).

En las figuras 4.2 se muestran las deformaciones plásticas en el muro ME1 se observa que el mayor daño se presenta cerca de los castillos y al centro del muro. Experimentalmente también se observa este fenómeno, solo que debido al tipo de modelo utilizado (homogéneo) no es posible reproducir la separación por corte que se presentó experimentalmente. Esta falla vertical que se observó, divide la mampostería por un lado cerca de los castillos (ver figura 4.3b), lo que si presenta el modelo son altas deformaciones plásticas cerca de los castillos como se ve en la figura 4.2c.

Es interesante ver que la separación entre la mampostería y el marco confinante de concreto no se presentó sino que la mampostería se partió y se separó por un lado de los castillos, esto alienta la hipótesis que se incorporó en el modelo de que el daño se debía principalmente por agrietamiento de la mampostería y el concreto.

Para un distorsión de 0.004 no se presentó la fluencia del acero en los castillos, esto es congruente con los resultados experimentales, se observa experimentalmente que a un nivel de distorsión de 0.014 el acero comienza a fluir, aunque su deformación unitaria es baja (del orden de 0.0023), este dato se obtuvo de los *strain gauges* colocados en las varillas de los castillos en la parte inferior. También se observa el agrietamiento por flexión en los castillos desde que la mampostería comienza a agrietarse.

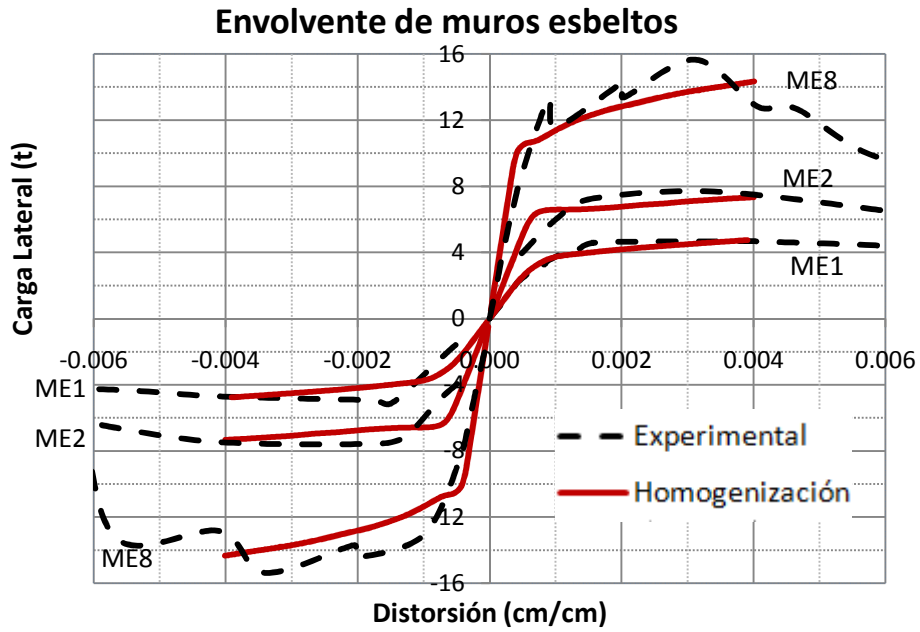
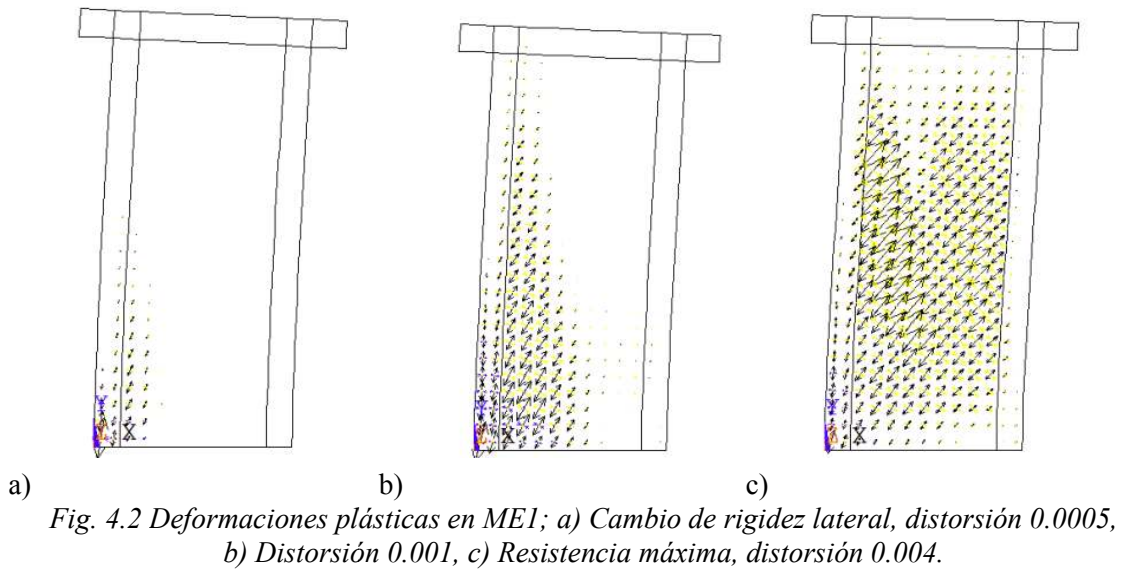


Fig. 4.1 Envolvente de los muros considerados como esbeltos.



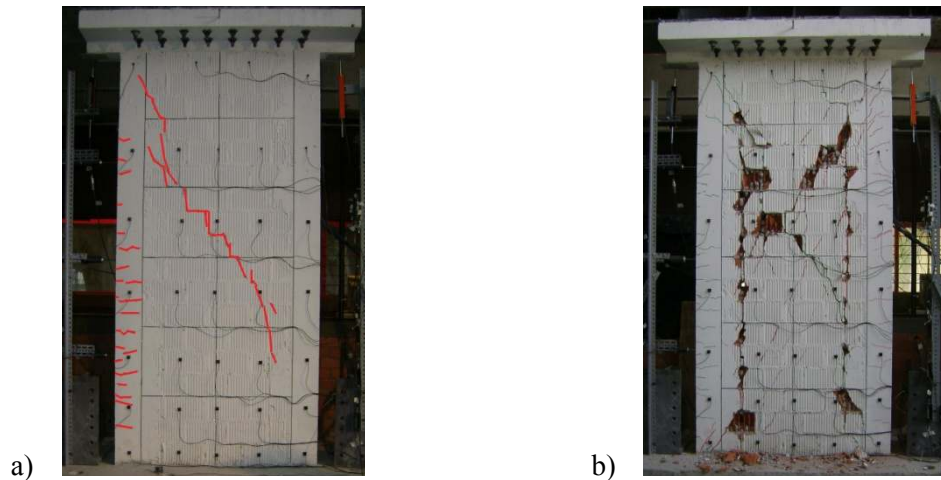


Fig. 4.3 Ensaye ME1; a) Primer agrietamiento, distorsión 0.0006, b) Falla, distorsión de 0.02.

Al comparar la envolvente experimental y la obtenida con la homogenización del muro ME2 (figura 4.1), se observa que la rigidez inicial se puede representar bastante bien, pero se observó que la rigidez se degrada más rápidamente en el modelo experimental, aunque la resistencia máxima se pudo determinar con bastante precisión en el modelo numérico.

En el modelo numérico del muro ME2 se presentó un agrietamiento en la parte inferior (fig. 4.4a) y experimentalmente un agrietamiento que comenzó aproximadamente sobre la diagonal del muro (fig. 4.5a). En la figura 4.4b y 4.5b se observa un agrietamiento muy parecido entre el modelo y el experimento, pues se observa un mayor daño al centro del muro con grietas en las proximidades de los castillos. Se observan altas deformaciones plásticas en las cercanías de los castillos (fig. 4.4b y 4.4c) tal y como se aprecia en la figura 4.5b.

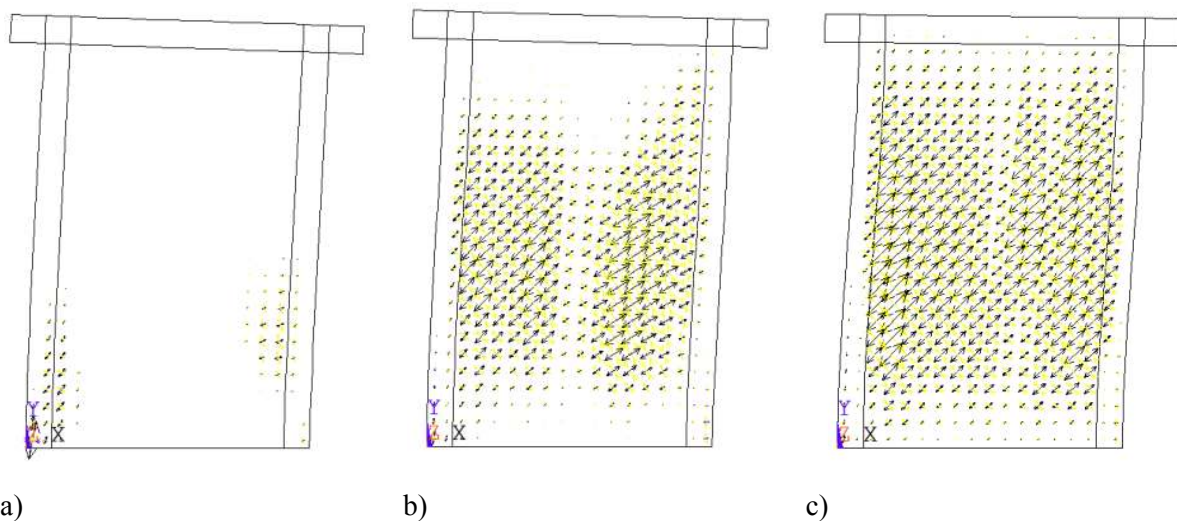


Fig. 4.4 Deformaciones plásticas en ME2; a) Primer agrietamiento, distorsión 0.0006, b) Distorsión 0.001, c) Resistencia máxima, distorsión 0.004.

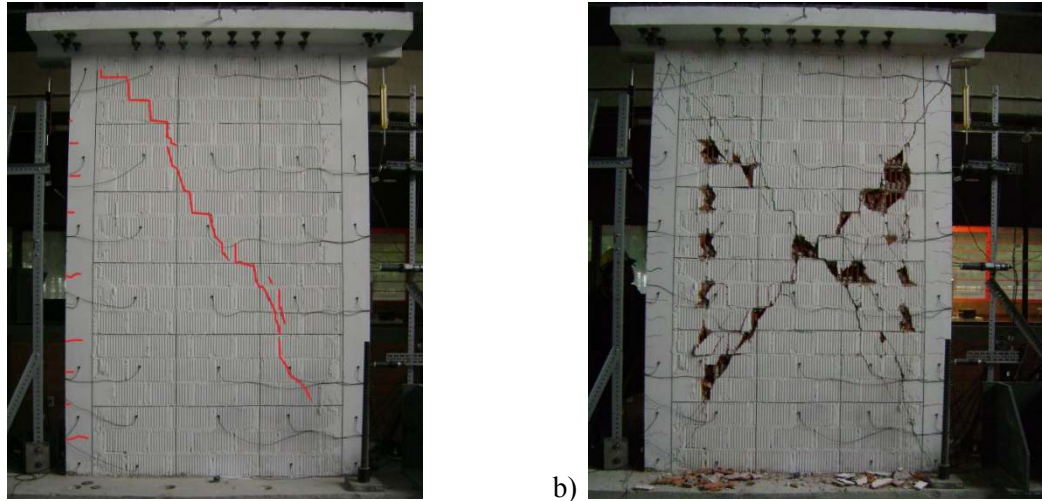


Fig. 4.5 Ensaye ME2; a) Primer agrietamiento, distorsión 0.0005, b) Falla, distorsión de 0.02.

El modelo del muro ME8 mostró un comportamiento muy parecido al experimental y como se había supuesto y observado experimentalmente, el mayor daño ocurrió al lado de la ventana como se observa en las figuras 4.6a y 4.6b. Del ensaye experimental se observa el patrón de agrietamiento inicial (fig. 4.7a) y la resistencia máxima (fig. 4.7b) con una carga máxima de 15.65 t en el ciclo +13 a una distorsión de 0.0031, al seguir incrementando la distorsión hasta 0.004 no subió más la carga. Al comparar las figuras 4.6 y 4.7 se observa que el modelo numérico predice el agrietamiento aproximadamente en las zonas donde aparecieron experimentalmente.

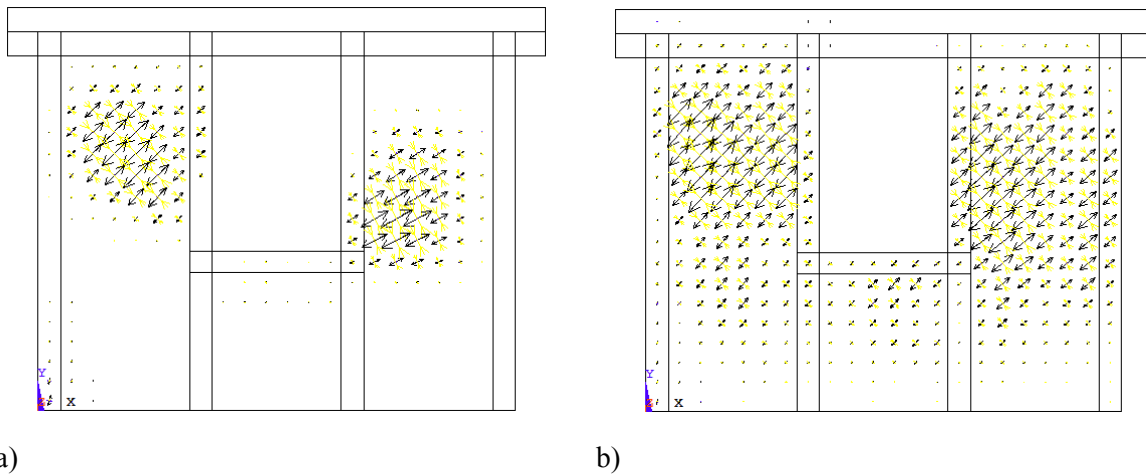


Fig. 4.6 Deformaciones plásticas en ME8; a) Pérdida de rigidez, $\gamma=0.0006$, b) Resistencia máxima, $\gamma= 0.004$.



a)

b)

Fig. 4.7 Ensaye del muro ME8; a) Comienza a perder rigidez, se presentan las primeras grietas $\gamma=0.0006$, b) Alcanza la resistencia máxima, $\gamma=0.003$.

4.1.2 Muros de transición

Se utilizan las mismas fórmulas de cohesión y ángulo de dilatación que se usaron para muros esbeltos, fórmulas (3.9), solo que para estos muros sí se toma en cuenta el ángulo de dilatación y la inclinación de los esfuerzos principales. Se compara en la figura 4.8 la envolvente obtenida experimentalmente de los ciclos histeréticos y la obtenida con el modelo de homogenización, en los modelos numéricos se considera que la resistencia máxima se alcanza a una distorsión de 0.003, éste valor también lo consideró Alvarez (2000) en sus modelos para muros cuadrados y largos.

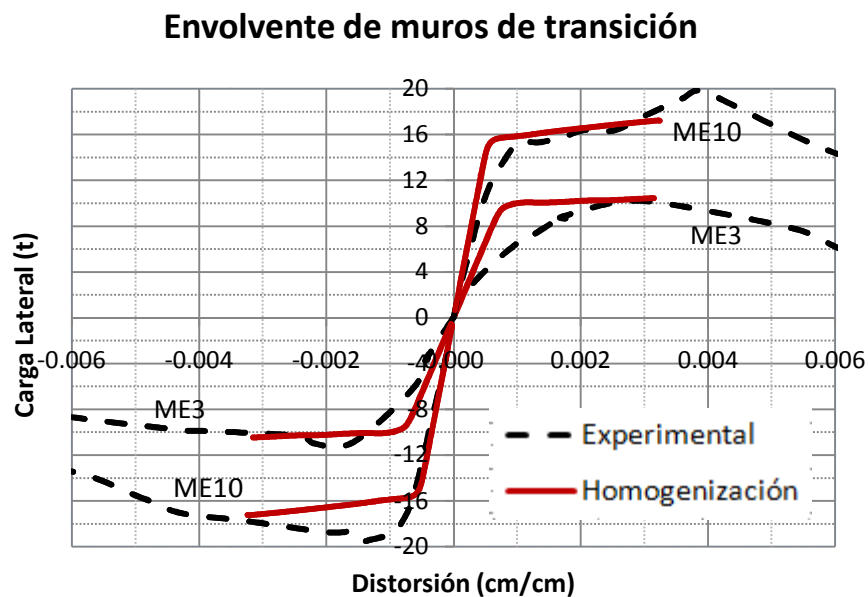


Fig. 4.8 Envolvente de los muros considerados como de transición.

La envolvente experimental del muro ME3 muestra que la rigidez lateral cambia de una manera más rápida que lo que predice el modelo, esto se debió debido a que experimentalmente el muro comenzó a mostrar un deslizamiento entre las piezas y el mortero, mostrando una grieta escalonada como se muestra en la figura 4.10a, por el contrario el modelo numérico nos dice que el agrietamiento comienza en la parte inferior (fig. 4.9a).

El modelo no predice bien el agrietamiento a la falla como se muestra en la figura 4.9b, el cual muestra un mayor daño que lo observado experimentalmente (fig. 4.10b). Las diferencias se deben principalmente a que la superficie de fluencia supuesta en la aproximación Drucker-Prager utilizada para esfuerzos biaxiales está reducida cuando se presenta un estado de esfuerzos tensión-compresión. A pesar de que la posición predicha al agrietamiento no fue buena y la pérdida de rigidez fue más notable experimentalmente, la resistencia máxima se determinó con bastante precisión.

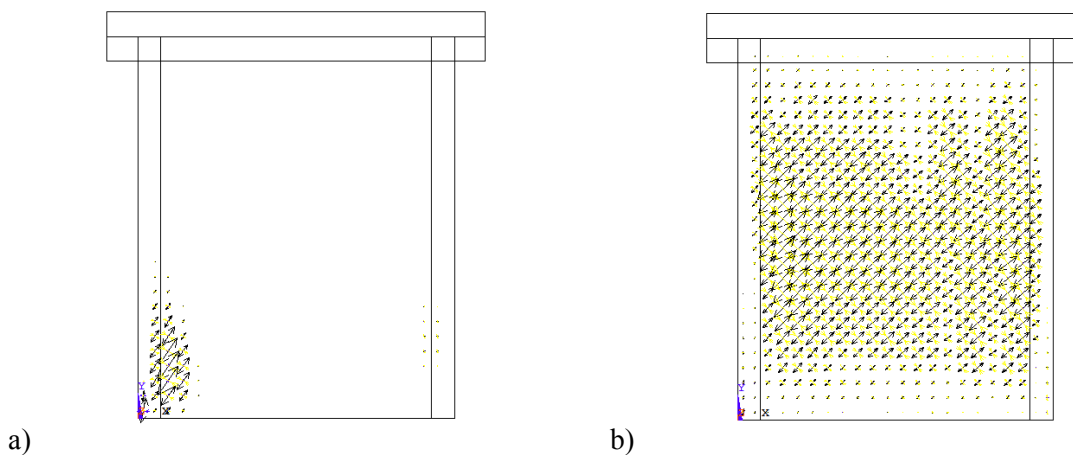


Fig. 4.9 Deformaciones plásticas en ME3; a) Pérdida de rigidez, $\gamma=0.0006$,
b) Resistencia máxima, $\gamma= 0.003$.

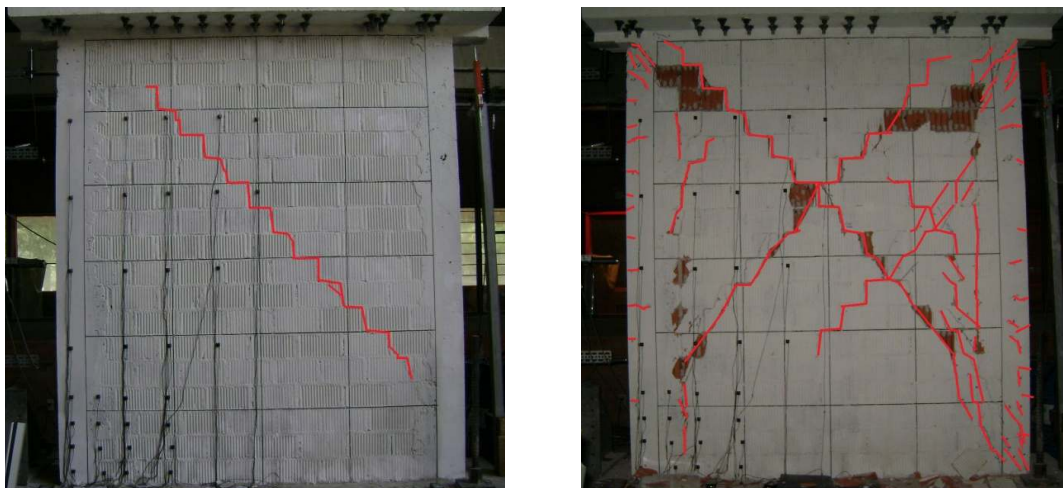


Fig. 4.10 Ensaye del muro ME3; a) Comienza a perder rigidez, se presentan las primeras grietas $\gamma=0.0006$, b) $\gamma=0.008$.

El modelo ME10 nos presenta al muro en T, tanto en el modelo y experimentalmente no se observó daño en la parte del patín (fig. 4.12 y fig. 4.13). El daño se concentró en el alma ya que fue la dirección en que se aplicó la carga. La figura 4.11 muestra el agrietamiento reportado experimentalmente, también se observó un mayor daño en los modelos (fig. 4.13) que en los resultados numéricos (fig. 4.11).

La unión en entre el panel del alma (fig. 4.11a) y el panel del patín (4.11b) se consideró como una unión perfecta sin separación. En la figura 4.11a se observa al lado derecho del muro que el panel patín presenta cierta flexión fuera del plano.

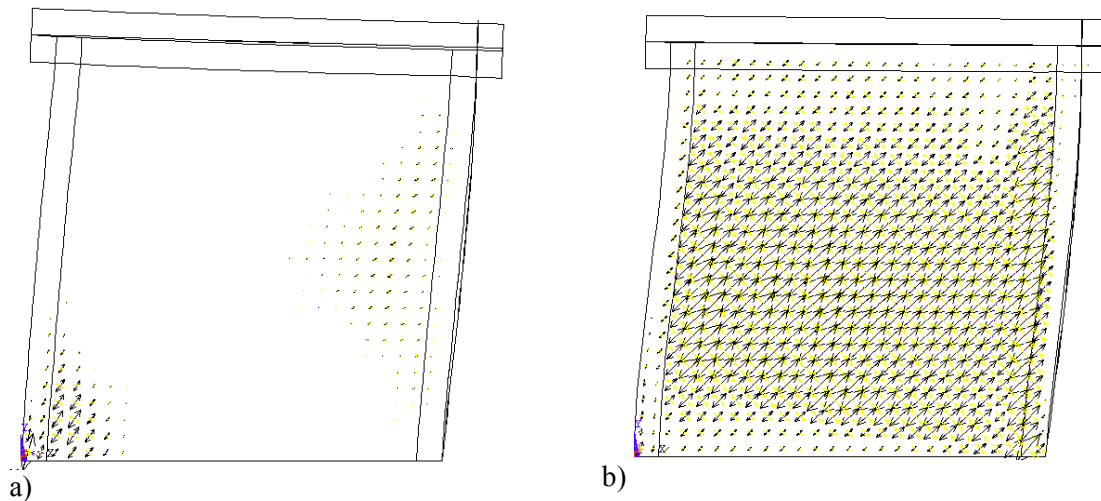


Fig. 4.11 Deformaciones plásticas en ME10; a) Pérdida de rigidez, $\gamma=0.0005$,
b) Resistencia máxima, $\gamma= 0.003$.

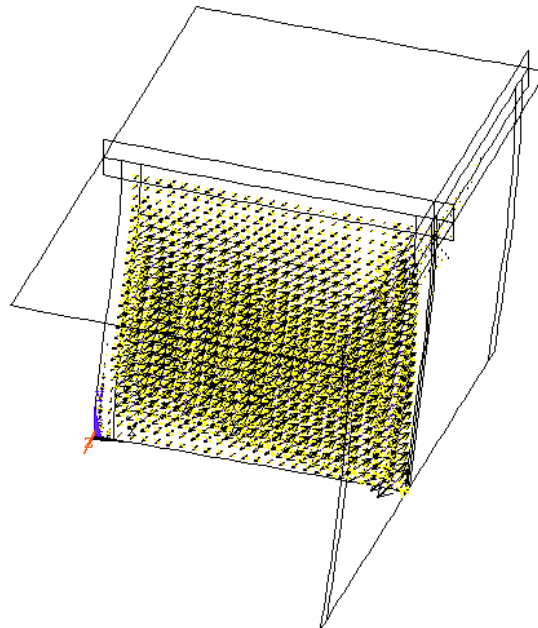


Fig. 4.12 Deformaciones plásticas en ME10 vista tridimensional, resistencia máxima $\gamma= 0.003$.

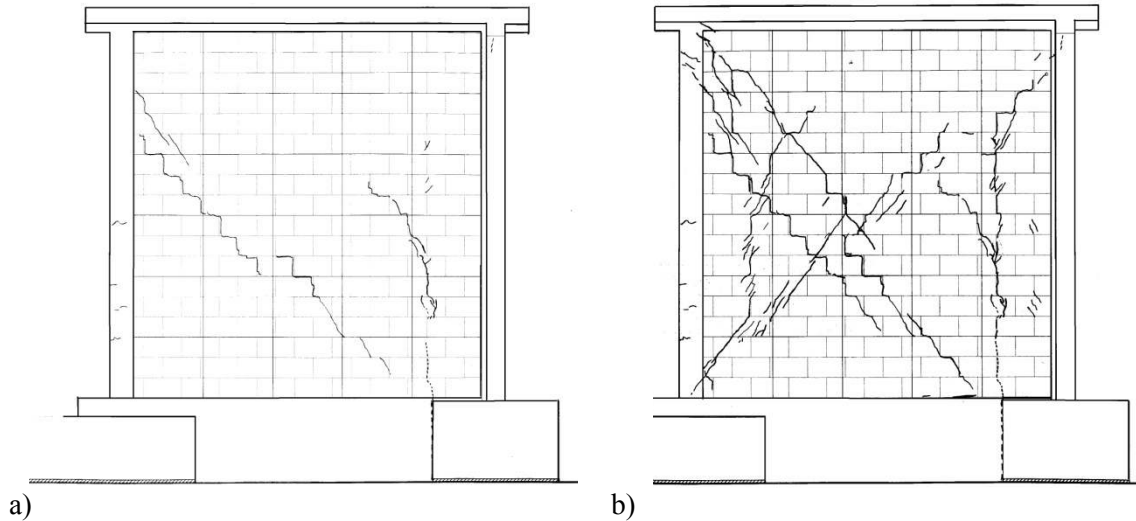


Fig. 4.13 Deformaciones plásticas en ME10; a) Se observa el primer agrietamiento, $\gamma=0.002$,
b) Resistencia máxima, $\gamma= 0.0039$.

4.1.3 Muros largos

De acuerdo con la metodología desarrollada en esta tesis, se consideran como muros largos a los muros ME4, ME5, ME6, ME7 y al ME9 cuando se le aplica carga lateral de tal manera que la relación de aspecto da $h/L < 1.1$. Se observó experimentalmente que la distorsión a la carga máxima se puede considerar en 0.003. Se muestra en la fig. 4.14 las envolventes de los muros largos.

Se observa en los modelos numéricos de los muros ME4, ME5 y ME6 que la resistencia máxima se alcanza a una distorsión menor que la obtenida experimentalmente (ver fig. 4.14). Luego de que el modelo numérico alcanza su resistencia máxima, baja la resistencia y se mantiene constante aún cuando la distorsión aumenta. Esto se debe a que el modelo utilizado es elastoplástico. La disminución de la resistencia se debe a que justo antes de alcanzar la resistencia máxima las deformaciones plásticas se ubican en la esquina inferior del muro y después aparecen las deformaciones plásticas en la diagonal de compresión hasta que estas últimas deformaciones superan en magnitud a las que aparecieron inicialmente en la parte inferior del muro.

Las figuras 4.16 a la 4.21 nos muestran el daño que se predijo en el modelo numérico y el obtenido experimentalmente de los muros ME4 al ME6. El modelo para el muro ME4 muestra que al principio el daño se concentra en la parte inferior del muro debido a la tensión (figuras 4.16a y 4.16b). Luego a una distorsión de 0.001 (fig. 4.16c) se observa que las deformaciones plásticas cambian hacia la parte alta central del muro. Si se sigue incrementando la distorsión, se forman 3 líneas de falla (fig. 4.16d). En el ensaye se observa que falla con grietas inclinadas que no llegan de una esquina a otra y también se parte la mampostería por un lado de los castillos.

El modelo ME5 presentó una falla que seguía aproximadamente la diagonal (fig. 4.18b), pero se alcanza a notar que al centro del muro las deformaciones plásticas se inclinan más hacia la horizontal como si se presentara un deslizamiento; lo anterior es parecido a lo que se observó experimentalmente, pues para $\gamma=0.003$ (fig. 4.19b) se observan dos grietas inclinadas unidas por una horizontal al centro.

En el muro ME6 se reportó experimentalmente un agrietamiento para una distorsión de 0.002 (fig. 4.21a), pero se observa un cambio de rigidez hasta una distorsión de 0.005. En el modelo numérico ME6 (fig. 4.20d) se observa que el muro se daña atravesando al castillo tal como pasó experimentalmente (fig. 4.21b). Este muro falló súbitamente por cortante en los castillos por lo que la envolvente de los ciclos experimentales no fue simétrica.

Se logró representar el comportamiento del muro ME7, además de que el agrietamiento en algunas zonas del muro se presentó similar que en su ensaye experimental (ver figuras 4.22 y 4.23). Se observan en los modelos dos diferentes tipos de grietas: las que atraviesan por panel al muro y una que atraviesa a todo el muro. Se observó experimentalmente que cerca de la parte inferior del muro las piezas comenzaron a deslizarse hasta que al final se cortaron los castillos exteriores en la parte inferior.

La modelación del muro ME9 fue un caso especial ya que se utilizaron dos modelos. A uno de los modelos se le asignó propiedades del material considerando una aproximación para muros largos (carga positiva, ver figuras 4.24a y 4.24b) y para el segundo una aproximación para muros de transición (ver figuras 4.24c y 4.24d). Se observa que se logró predecir un mayor daño de la mampostería a un lado de la ventana tal y como se muestra experimentalmente (ver figuras 4.24 y 4.25).

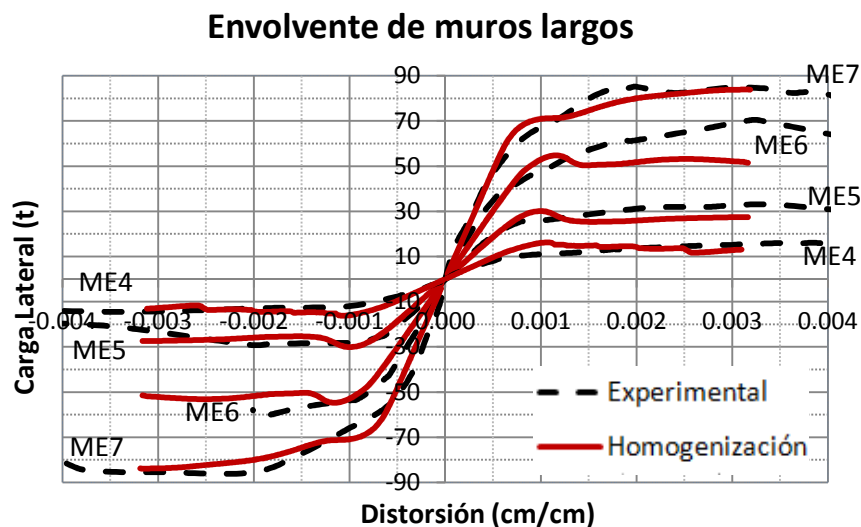


Fig. 4.14 Envolvente de los muros considerados como largos.

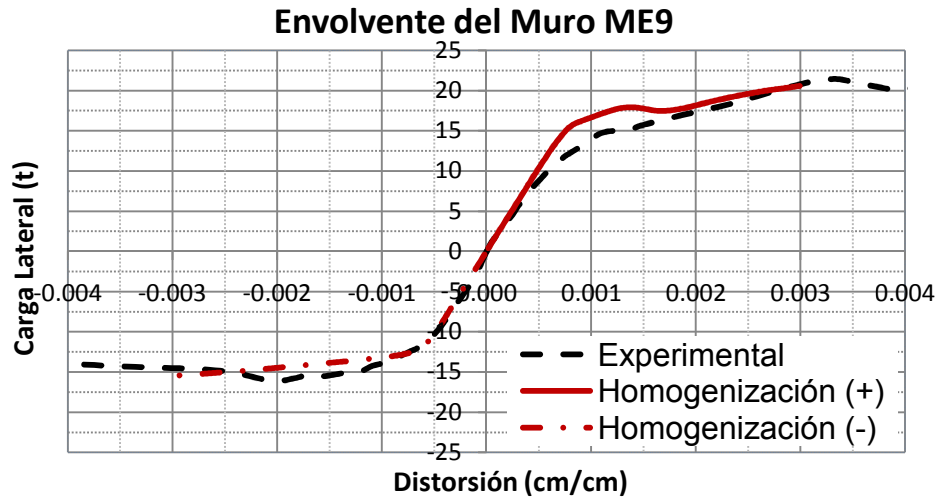


Fig. 4.15 Envolverte del muro ME9 considerado como muro largo para carga positiva y muro de transición para carga negativa.

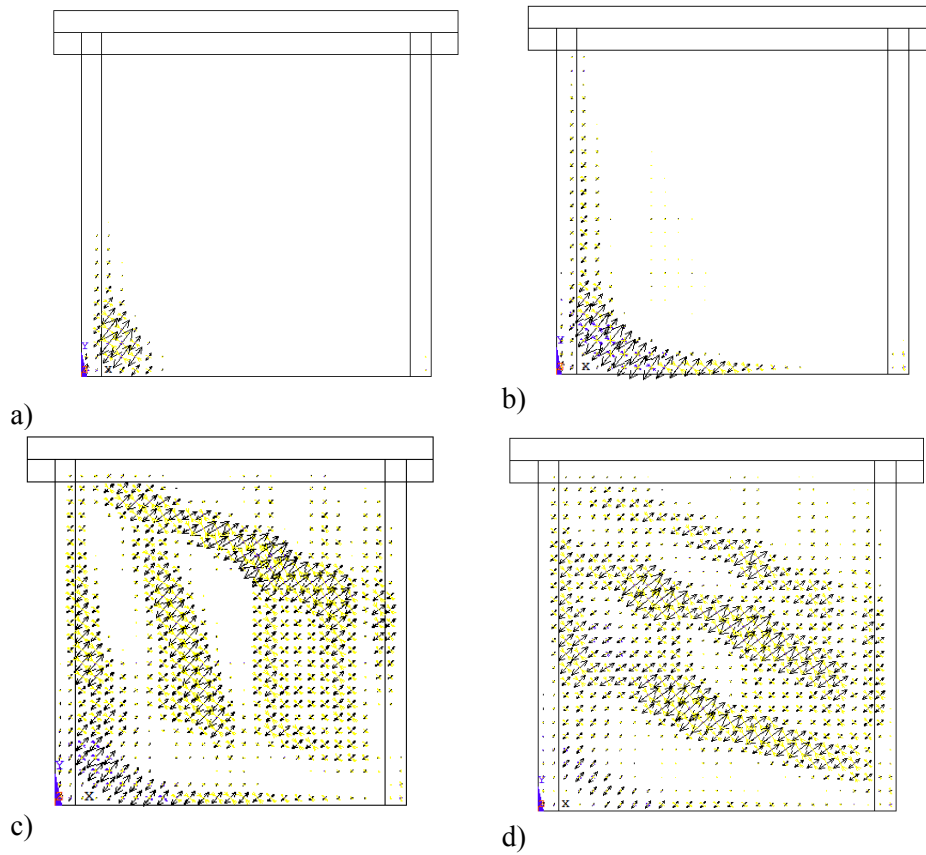
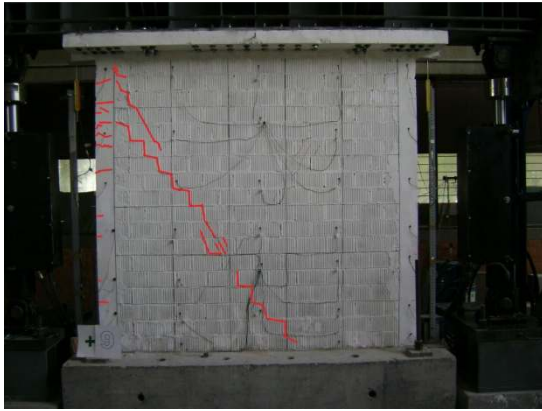


Fig. 4.16 Deformaciones plásticas en ME4; a) Pérdida de rigidez, $\gamma=0.0006$, b) Resistencia máxima, $\gamma=0.001$, c) $\gamma=0.0015$, d) $\gamma=0.003$.

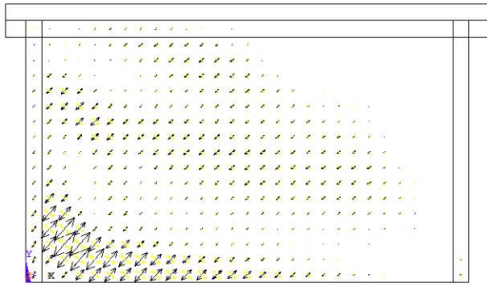


a)

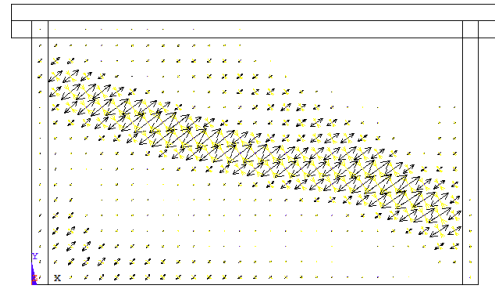


b)

Fig. 4.17 Ensaye del muro ME4; a) Comienza a perder rigidez, se presentan las primeras grietas $\gamma=0.0004$, b) $\gamma=0.008$.

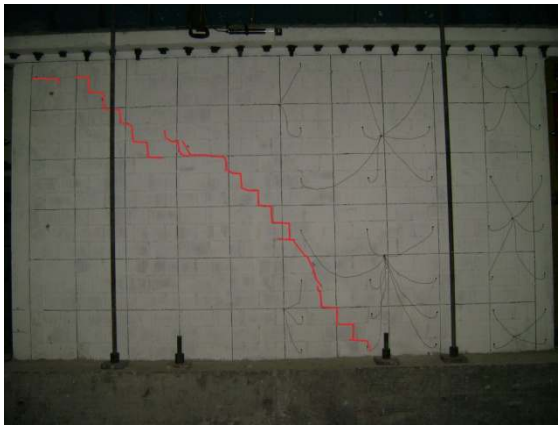


a)

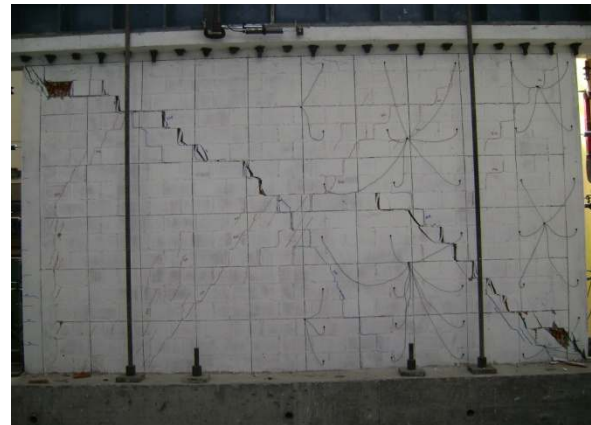


b)

Fig. 4.18 Deformaciones plásticas en ME5; a) Resistencia máxima, $\gamma= 0.001$, b) $\gamma= 0.0015$.



a)



b)

Fig. 4.19 Ensaye del muro ME5; a) Comienza a perder rigidez, se presentan las primeras grietas, b) Resistencia máxima, se corta el castillos inferior derecho $\gamma=0.003$.

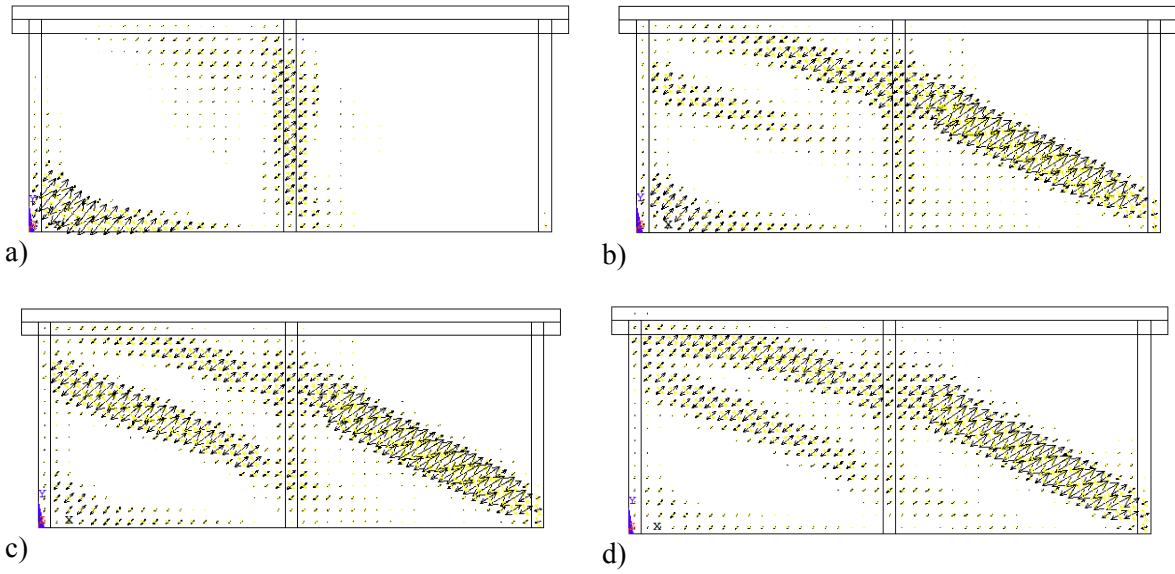


Fig. 4.20 Deformaciones plásticas en ME6; a) Resistencia máxima $\gamma=0.001$, b) $\gamma=0.0015$, c) $\gamma=0.002$, d) $\gamma=0.003$.

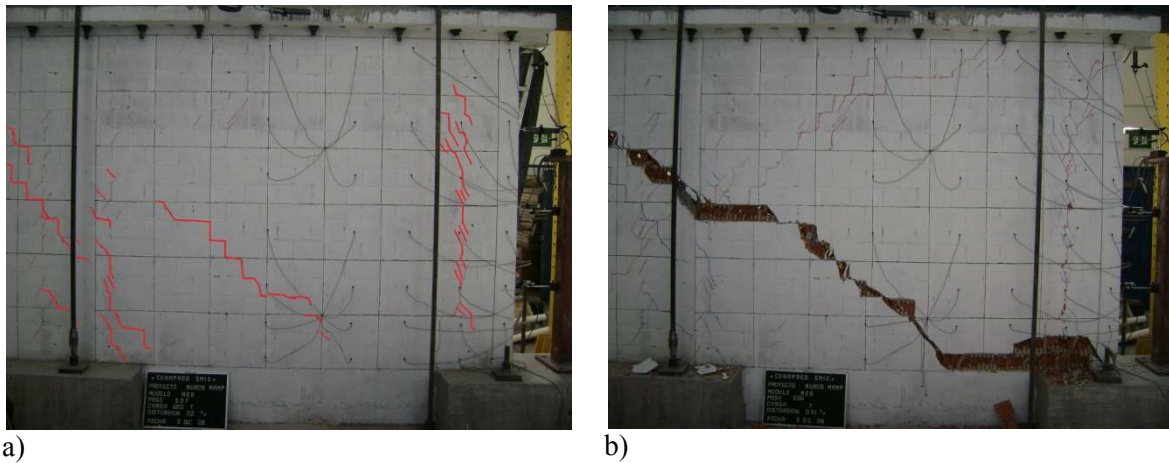


Fig. 4.21 Ensaye del muro ME6, se observa la mitad derecha del muro; a) $\gamma=0.002$, b) Falla por cortante en los castillos $\gamma=0.003$.

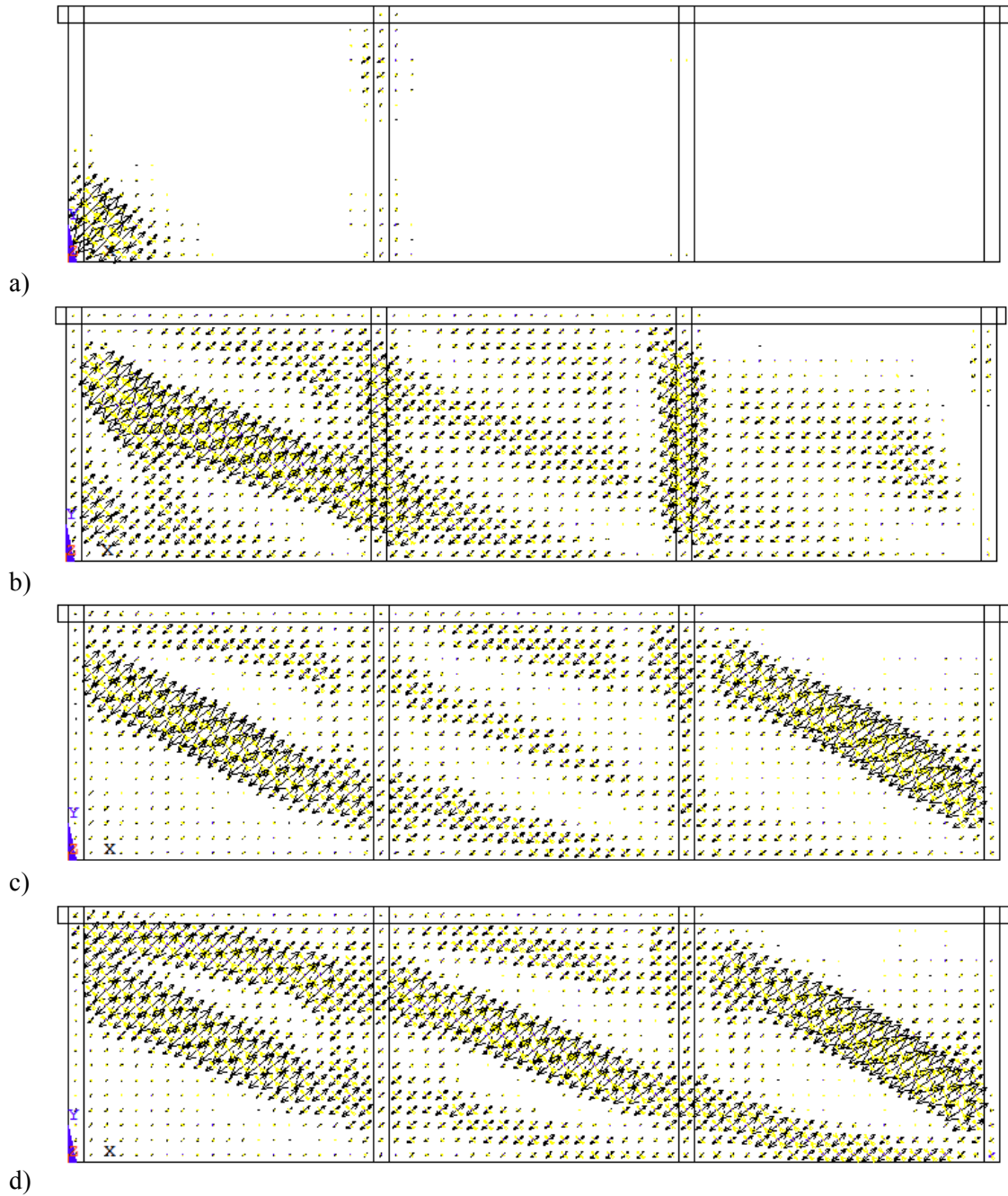


Fig. 4.22 Deformaciones plásticas en ME7; a) Cambio de rigidez lateral $\gamma=0.0006$, b), $\gamma= 0.001$, c) $\gamma=0.002$, d) Resistencia máxima $\gamma= 0.003$.

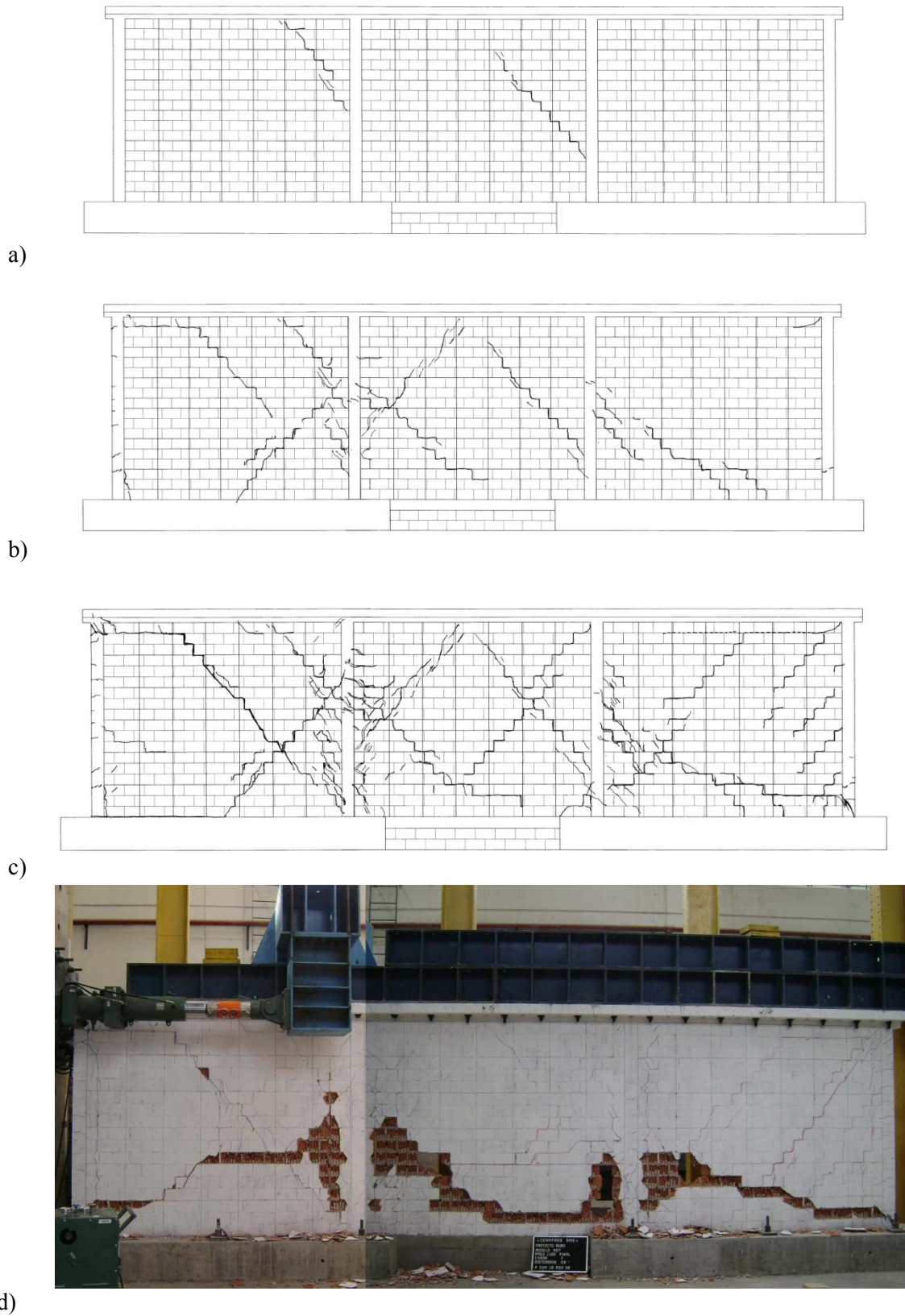


Fig. 4.23 Ensaye del muro ME7; a) $\gamma=0.001$, b) $\gamma=0.002$, c) $\gamma=0.004$, d) $\gamma=0.006$.

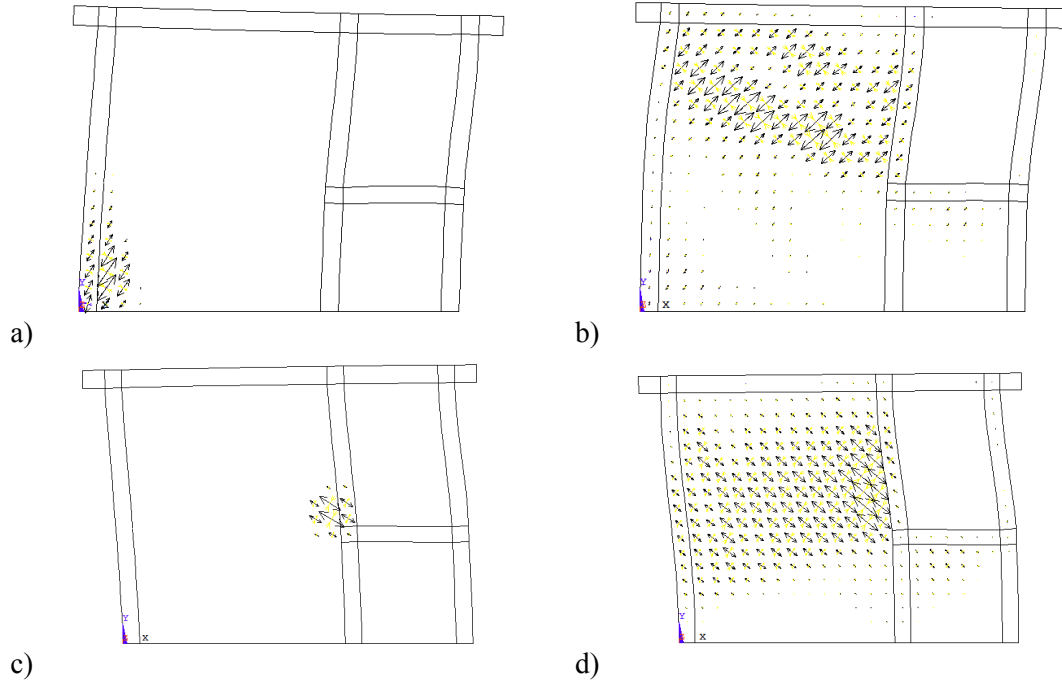


Fig. 4.24 Ensaye del muro ME9; a) Cambio de rigidez carga positiva, $\gamma=0.0007$, b) Resistencia máxima, carga positiva $\gamma=0.0035$, c) Cambio de rigidez, carga negativa $\gamma=0.0005$, d) Resistencia máxima $\gamma=0.004$

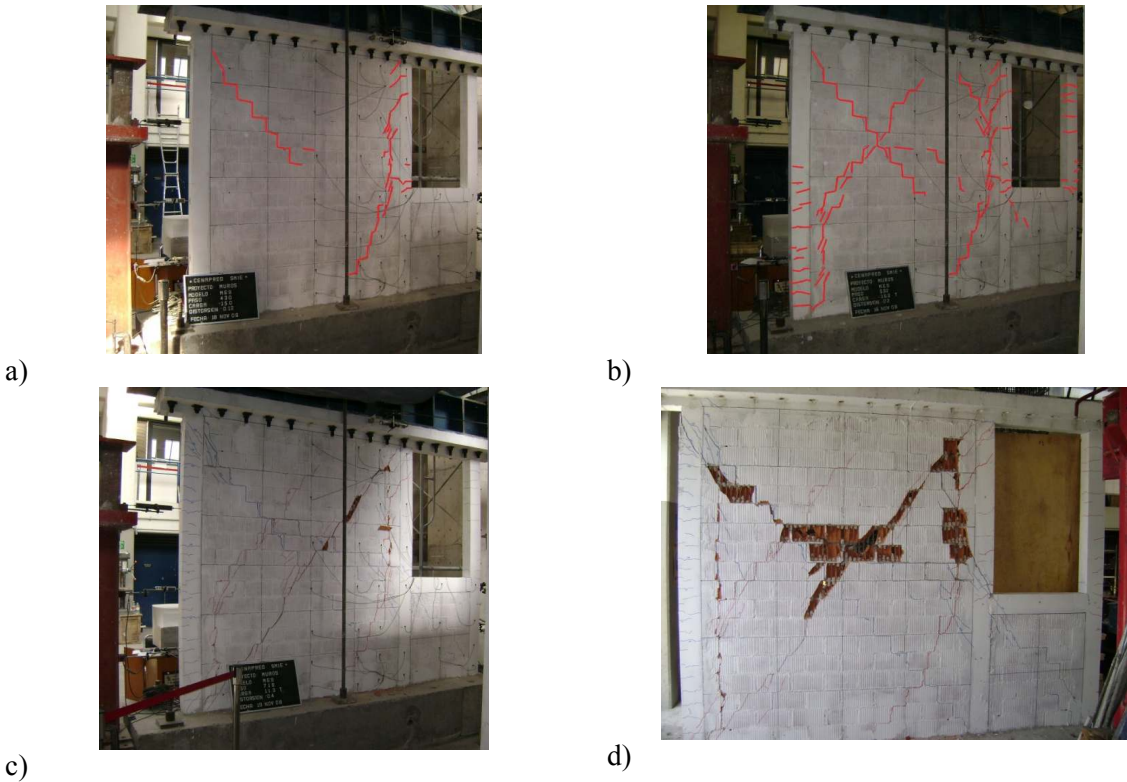


Fig. 4.25 Ensaye del muro ME9; a) $\gamma=0.0012$, b) $\gamma=0.002$, c) $\gamma=0.004$, d) $\gamma=0.008$.

4.2 Superficie de fluencia de las aproximaciones para el modelo Drucker-Prager

Se comentó en capítulos anteriores que el programa ANSYS v11 utiliza la aproximación del cono de compresión (2.4.2.2), por esta razón fue necesario definir los valores de la cohesión y el ángulo de fricción que nos dieran dos superficies de fluencia distintas (ecs. 3.9 y 3.10). Se utiliza la aproximación para esfuerzos biaxiales (ec. 3.9) en muros esbeltos y de transición y la aproximación para esfuerzos planos para muros largos (ec. 3.10).

A manera de ejemplo se muestran las dos superficies de fluencia para el muro ME4. Se observa que al tener una aproximación para esfuerzos planos la superficie de fluencia que se forma es una parábola y para los esfuerzos biaxiales una elipse (superficie de fluencia más reducida en el estado de esfuerzos tensión-compresión). Se muestran los valores de la resistencia a compresión uniaxial (f_c) y la resistencia a compresión biaxial (f_{cb}), además la resistencia a tensión uniaxial (f_t), se tienen los siguientes valores para el muro ME4: $f_c = -55.464 \text{ kg/cm}^2$, $f_{cb} = -61.01 \text{ kg/cm}^2$ y $f_t = 4.403 \text{ kg/cm}^2$.

En la fig. 2.26 el eje de las abscisas es el esfuerzo principal σ_1 y el de las ordenadas σ_2 . Las superficies de fluencia se obtienen al sustituir los correspondientes valores de la cohesión y el ángulo de dilatación obtenido de las fórmulas de la aproximación de los esfuerzos biaxiales (3.9) y esfuerzos planos (3.10) en la ecuación de la superficie de fluencia de la aproximación del cono de compresión (2.21) sustituyendo los valores de η y ξ de la aproximación del cono de compresión dados en (2.23), se toma $\sigma_3 = 0$ para representar la superficie de fluencia en 2D.

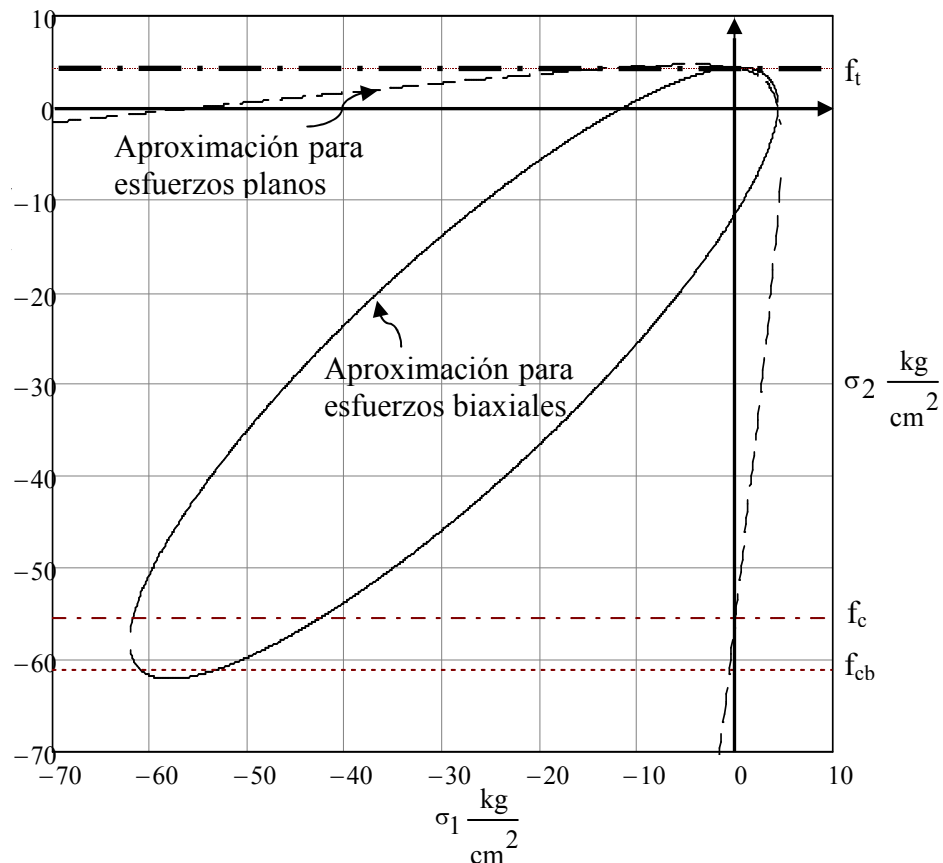


Fig 4.26 Superficies de fluencia utilizando las aproximaciones para esfuerzos planos y esfuerzos biaxiales.

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES

Una de las características más importantes que se presentó fue que la mampostería se modeló como un material ortotrópico durante la fase elástica, lo cual se logró con la homogenización elástica del material equivalente a partir de un modelo de elementos finitos detallado. Solo se necesitaron dos pruebas de laboratorio para poder realizar la homogenización del material, una de estas pruebas fue la de compresión sobre pilas de mampostería y la otra de compresión sobre piezas de tabique. Con estas pruebas se determinaron las propiedades isotrópicas de la arcilla con que se construyen los tabiques y las propiedades isotrópicas del mortero para construir el ERV que nos dará las propiedades ortotrópicas del material homogéneo.

La homogenización que se propuso en esta tesis permite modelar cualquier tipo de mampostería, por tanto es de gran ayuda para conocer la rigidez lateral de muros que no hayan sido ensayados experimentalmente a escala real. Además se pueden utilizar modelos trimensionales para conocer la rigidez lateral de muros que son parte de un edificio con una forma irregular en planta.

De manera general se obtuvieron buenos resultados en la predicción de la rigidez lateral inicial, por tanto esto habla bien de la importancia de utilizar un material ortotrópico. También se logró predecir el cambio de rigidez en el muro, sin embargo para la mayoría de los muros se presentó una pérdida de rigidez más rápidamente que lo que reportó el modelo por el MEF. Esto se puede deber a que no se modeló la interfaz entre tabique y mortero que simulara deslizamiento, pues en cierta forma esto haría menos rígido a nuestro modelo. Otra característica que no se consideró fue la separación entre muro y marco confinante, por lo que sería bueno considerar este fenómeno para saber si le afecta de forma importante en el comportamiento global de la estructura. La desventaja de hacer cada vez más complejo el modelo es que se tiene un mayor número de variables y parámetros a considerar que muchas veces no son posibles de determinar fielmente.

Se propuso una metodología de análisis no lineal la cual dio buenos resultados. Se puede decir que los resultados de los modelos que presentaron un comportamiento más parecido a los resultados experimentales fueron para los casos de muros esbeltos y muros largos, esto se debe posiblemente a que se utilizó una superficie de fluencia considerando una sola función. Además en los muros esbeltos y de transición el modelo predijo un mayor daño que lo reportado experimentalmente ya que se utilizó la aproximación para esfuerzos biaxiales que nos da una superficie de fluencia reducida para el estado de esfuerzos tensión-compresión.

La ventaja de utilizar el criterio Drucker-Prager fue que solo se necesitan introducir tres parámetros (cohesión, ángulo de fricción y ángulo de dilatación) para definir el comportamiento inelástico de la mampostería. Además utilizando este criterio en el programa ANSYS es posible modelar muros de mampostería confinada con elementos bidimensionales.

Otra de las ventajas de utilizar el criterio antes mencionado es que es posible representar el incremento de resistencia a carga lateral debida a la carga axial en el muro. Como en el programa experimental no se llevaron a cabo pruebas destructivas en muros con diferente nivel de carga axial, esta propiedad debe ser estudiada más a fondo para poder comprobar que nuestro modelo representa lo que sucedería en la realidad.

Aunque el criterio Drucker-Prager representa una superficie de fluencia isotrópica, fue posible determinar una metodología en la cual se tomara en cuenta la falla del material dependiendo de la dirección de los esfuerzos principales. Se observó que con la relación de aspecto del muro se podía representar aproximadamente la dirección de los esfuerzos principales que se presentan en el interior del muro, por tanto se optó por tener tres tipos de análisis (muros esbeltos, muros de transición y muros largos) dependiendo de la relación de aspecto.

El daño en los muros no fue posible de representar fielmente, especialmente para los muros esbeltos y de transición donde se utilizó la aproximación para esfuerzos biaxiales. En algunos muros como los que contaban con aberturas (ME8 y ME9) si se pudo predecir aproximadamente las zonas más dañadas y la localización del agrietamiento. También en los muros largos ME5, ME6 y ME7 se predijo aproximadamente las zonas más dañadas.

A partir del modelo propuesto se logró determinar con bastante precisión la resistencia última que presenta un muro de mampostería confinada ante carga lateral monótona. La distorsión a la carga máxima fue una de las propiedades que no se pudieron predecir en el modelo, salvo a los muros ME7 y ME9 que tuvieron un comportamiento global muy apegado a los resultados experimentales.

Los modelos no lineales propuestos se basaron en la teoría de plasticidad por lo que no reproducen adecuadamente la degradación de la rigidez cuando se le aplican cargas cíclicas en forma estática, este modelo no es adecuado para un análisis dinámico, pero si para un análisis no lineal tipo Push-over, pues puede representar aproximadamente la envolvente de los ciclos histeréticos hasta la resistencia máxima.

Para futuras investigaciones se recomienda realizar ensayos de laboratorio tales como la resistencia a corte entre las piezas y el mortero y la resistencia a compresión y tensión en diferentes direcciones ya que estos datos fueron obtenidos de estudios previos en los que no se utilizaron los mismos tipos de tabiques y mortero. También sería de gran ayuda contar con un modelo de material donde se tomara en cuenta los diferentes tipos de falla en diferentes direcciones pues con esto ya no sería necesario contar con los tres tipos de análisis propuestos.

La mampostería es uno de los materiales más difíciles de representar debido al gran número de variables que se presentan desde su propia elaboración, pero sin embargo es posible tener modelos lo suficientemente precisos para predecir su comportamiento en diferentes condiciones de carga y configuraciones geométricas.

REFERENCIAS

- Álvarez, J. J. (2000)**, “Estudio Analítico sobre el comportamiento no lineal de muros de mampostería confinada con y sin aberturas”. *Tesis de Maestría*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Anthoine, A. (1995)**, “Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory”. *Int. J. Solids Structures*, Vol. 32, No. 2, pp. 137-163.
- ANSYS Release 11.0 Documentation (2007)**, Ansys Inc. Theory Reference.
- Bazán, E. (1980)**, “Muros de mampostería ante cargas laterales, estudios analíticos”. *Tesis Doctoral*, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Beer, F. P., Johnston, E. R. y DeWolf, J. T. (2007)**, “Mecánica de Materiales”. McGraw Hill, cuarta edición.
- Buckhouse, E.R. (1997)**, “External Flexural Reinforcement of Existing Reinforced Concrete Beams Using Bolted Steel Channels”. *Tesis de Maestría*, Marquette University, Milwaukee, Wisconsin.
- Chávez, M. (2010)**, “Validación experimental de modelos analíticos para el estudio del comportamiento sísmico de estructuras históricas”. *Tesis Doctoral*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Chen, W. F. (2007)**, “Plasticity in reinforced concrete”. J. Ross publishing, pp. 465.
- Chrysostomou, C. Z. (1991)**, “Effects of degrading infill walls on the nonlinear seismic response of two-dimensional steel frames”. *Tesis Doctoral*, Cornell University.
- Doran, B., Köksal, H. O., Polat, Z. y Karakoço, C., (1998)**, “The use of Drucker-Prager criterion in the analysis of reinforced concrete members by finite elements”. *Digest* 98, 489-493.
- Flores, L. y Alcocer, S. M. (1995)**, “Estudio analítico de estructuras de mampostería confinada”. Informe técnico, Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED).
- Gabor, A., Ferrier, E., Jacquelin, E. y Hamelin, P. (2006)**, “Analysis and modeling of the in-plane shear behaviour of hollow brick masonry panels”. *Construction and Building Materials*, 20: 308-321.
- Gambarotta L. and Lagomarsino S. (1997)**, “Damage models for the seismic response of brick masonry shear walls. Part I: the mortar joint model and its applications”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*; 26: 423-439.
- Guray, A. (2006)**, “Sensitivity of the Drucker-Prager modeling parameters in the prediction of the nonlinear response of reinforced concrete structures”. *Materials & Design*, Volume 28, Issue 10, pages 2596-2603.

Hill, R. (1948), “A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals”. Proc. Royal Soc. Londres, Serie A, 193, 281-288.

Ishibashi, K., y Katsumata, H. (1994), “A study on nonlinear finite element analysis of confined masonry walls”. Cuaderno de investigación No. 15, CENAPRED, México.

Juárez, G. (2006), “Modelado numérico de problemas de fractura en sólidos mediante discontinuidades interiores”. *Tesis Doctoral*, UNAM.

Kalali, A. y Kabir, M. Z. (2010), “Modeling of unreinforced brick walls under in-plane shear & compression loading”. Structural Engineering and Mechanics, Vol. 36, No. 3: 247-278.

Koh, C.G., Teng, M. Q. y Wee, T. H. (2008), “A Plastic-Damage Model for Lightweight Concrete and Normal Weight Concrete”. International Journal of Concrete Structures Materials, Vol. 2, pp 123-136.

Kuczma, M. y Wybranowska, K. (2005), “Numerical homogenization of elastic brick masonry”. University of Zielona Góra, Polonia.

Lee, J. S., Pande, G. N. y Kralj, B. (1998), “A comparative study on the approximate analysis of masonry structures”. Materials and Structures, Vol. 31, pp 473-479.

Lofti, H. R. y Shing, P. B. (1991), “An appraisal of smeared crack models for masonry shear wall analysis”. Computer & Structures Vol. 41, No. 3, pp. 413-425. Elsevier.

López, J., Oller, S. y Oñate, E. (1998), “Cálculo del Comportamiento de la Mampostería Mediante Elementos Finitos”. Monografía Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería No. 46, Barcelona España.

Lourenço, P. B. (1996), “Computational Strategy for Masonry Structures”. Delft University Press, The Netherlands.

Lourenço, P. B., Rots, G. J. y Blaauwendraad, J. (1998), “Continuum Model for Masonry: Parameter Estimation and Validation”. Journal of Structural Engineering.

Madan, A., Reinhorn, A. M., Mander, J. B. y Valles, R. E. (1997), “Modeling of masonry infill panels for structural analysis”. Journal of Structural Engineering. ASCE, vol. 123, No. 10, October, pp. 1295-1302.

Maimí, P. (2006), “Modelización constitutiva y computacional del daño y la fractura de materiales compuestos”. *Tesis doctoral*, Universidad de Gerona, España.

Meli, R. y Reyes, A. (1971), “Propiedades mecánicas de la mampostería”. Instituto de Ingeniería, 41, 3, UNAM.

Meli, R. (1979), “Comportamiento sísmico de muros de mampostería”. Reporte No. 352, Serie del Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, 14-49.

Mosalam, K., Glascoe, L. y Bernier, J. (2009), “Mechanical Properties of Unreinforced Brick Masonry, Section I”. Lawrence Livermore National Laboratory, Octubre, 2009, 26 pp.

Neto, Eduardo de Souza., Peric, D. y Owen D. R. J. (2008), “Computational Methods for plasticity”. John Wiley & Sons Ltd, primera edición.

Nilson, A. H. (1968), “Nonlinear analysis of reinforced concrete by the finite element method”. J. Am. Concrete Inst. 65 (9), 757-766.

Orduña, A. (1999), “Modelo de muros de mampostería para el análisis no lineal de marcos de concreto reforzado con muros diagrama”. *Tesis de Maestría*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

Park, R. y Paulay, T. (1980), “Estructuras de concreto reforzado”. Editorial Limusa, 1980, 796 pp.

Page, A. W. (1980), “A biaxial failure criterion for brick masonry in the tension-tension range”. Int. J. Masonry Constr., 1(1).

Page, A. W. (1981), “The biaxial compressive strength of brick masonry”. Proc., Instn. Civ. Engrs., Part 2, 71, September, 893-906.

Page, A. W. (1983), “The strength of brick masonry under biaxial compression-tension”. Int. J. Masonry Constr. 3(1), 26-31.

Peña, F. (2001), “Rigid element model for dynamic analysis of in plane masonry structures”. Ph. D. Thesis, Politécnico Di Milano Dipartimento Di Ingegneria Strutturale, pp. 89.

Pérez-Gavilán, J. J., Flores, L., Cruz, O., y Olalde, P. (2010), “Ensayes de muros de mampostería confinada de piezas de barro extruido multiperforadas: siete muros con distinta relación de aspecto, un muro en 'T' y dos muros con aberturas”. Mexico D. F.: Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural (SMIE).

Pérez Gavilán, J. J., Flores, L. E., y Alcocer, S. M. (2011), “An experimental study of confined masonry walls with varying aspect ratio”. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. (Enviado).

Retama, J. (2010), “Formulation and approximation to problems in solids by embedded discontinuity models”. *Tesis Doctoral*, División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM.

Rivieccio, P. G. (2006), “Homogenization strategies and computational analyses for masonry structures via micro-mechanical approach”. PhD thesis, University of Napoli Federico II.

Rots, J. G. y Blaauwendraad, J. (1989), “Crack models for concrete, discrete or smeared? Fixed, multi-directional or rotating?”. Delft University of Technology

Simo, J. C. y Hughes, T. J. R. (1998), “Computational inelasticity”. Springer Verlag, pp. 389.

Stafford Smith, B. (1962), “Lateral stiffness of infilled frames”, Journal of Structural Division (ASCE), 88(6): 183-199.

Solecki, R. y Conant, R. J. (2003), “Advanced Mechanics of Materials”. Oxford University Press, pp. 763.

Syrmakezis, C. A. y Asteris, P. G. (2001). “Masonry Failure Criterion Under Biaxial Stress State”. *Journal of Material in Civil Engineering*. January/February.

Timoshenko, S. P. y Gere, J. M. (1990), “Mechanics of Materials”. PWS-KENT Publishing Company, Third Edition, pp. 807.

Tsai, S. W. y Wu, E. M. (1971), “A general failure criterion for anisotropic materials”. *J. Composite Mat.*, 5, 58-80.

Wikipedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Tsai-Wu_failure_criterion. Marzo del 2011.

Wolanski, A. J. (2004), “Flexural Behaviour of Reinforced and Prestressed Concrete Beams Using Finite Element Analisis”. Master’s Thesis, Marquette University, Milwaukee, Wisconsin.

Wu, C. y Hao, H. (2006), “Derivation of 3D masonry properties using numerical homogenization technique”. *International Journal for numerical methods in engineering*. 66:1717-1737. Published online 13 January 2006 in Wiley InterScience.

Xiaobin, L y Cheng-Tzu, T. H. (2006), “Behavior of high strength concrete with and without steel fiber reinforcement in triaxial compression”. *Cement and Concrete Research*, Volume 36, Issue 9, pages 1679-1695.

Zienkiewicz, O. C. y Taylor, R. L. (2000), “The Finite Element Method, Volume 1: The Basis”. Butterworth Heinemann, fifth edition.

Zucchini, A. y Lourenço, P. B. (2004), “A coupled homogenisation-damage model for masonry cracking”. *Elsevier, Computers and Structures* 82, 917-929.

Zucchini, A. and Lourenço, P. B. (2006), “Homogenization of Masonry Using Micromechanical Model: Compressive Behaviour”. *III European Conference on Computational Mechanics Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering*, Lisbon, Portugal.

Zúñiga, C. O. y Terán, A. (2008), “Evaluación basada en desplazamientos de edificios de mampostería confinada”. *Revista de Ingeniería Sísmica* No. 79 25-48.

APÉNDICE A

A.1 Determinación de los parámetros Drucker-Prager con la aproximación Esfuerzos Planos.

En este apartados son deducidas las fórmulas para obtener los parámetros necesarios para este modelo de aproximación. La superficie de fluencia se puede definir como aparece en el ec. (A.1). Otra forma de definir la superficie de fluencia es utilizando unos parámetros llamados α y k (A.1.2), donde se relaciona con η y ξ de la siguiente forma (A.1.4 y A.1.5):

$$\Phi = \sqrt{J_2} + \eta \cdot p - \xi \cdot c \quad (\text{A.1})$$

$$\Phi = \sqrt{J_2} + \eta \cdot \frac{1}{3} \cdot I_1 - \xi \cdot c \quad (\text{A.1.1}) \quad \text{Con} \quad p = \frac{1}{3} \cdot I_1 \quad (\text{A.1.3})$$

$$\Phi = \sqrt{J_2} + \alpha \cdot I_1 - k \quad (\text{A.1.2}) \quad \text{Con} \quad \alpha = \frac{\eta}{3} \quad (\text{A.1.4}) \quad k = \xi \cdot c \quad (\text{A.1.5})$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (\text{A.2})$$

$$J_2 = \frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right] \quad (\text{A.3})$$

Los valores de α y k están propuestos por Chen (2007), los cuáles se comprobarán. Se obtienen los valores de I_1 y J_2 para los esfuerzos que coinciden para la aproximación de esfuerzos planos, los esfuerzos que se consideran para esta aproximación son: la resistencia a compresión uniaxial f_c y la resistencia a tensión biaxial f_t .

$$I_{1c} = -f_c \quad (\text{A.2.1}) \quad J_{2c} = \frac{1}{6} \left[(-f_c)^2 + (-f_c)^2 \right] = \frac{1}{3} f_c^2 \quad (\text{A.3.1})$$

$$I_{1t} = f_t \quad (\text{A.2.2}) \quad J_{2t} = \left[\frac{1}{6} \left[(f_t)^2 + (f_t)^2 \right] \right] = \frac{1}{3} f_t^2 \quad (\text{A.3.2})$$

Se obtienen dos ecuaciones de la función de fluencia (A.4 y A.5). Para obtener (A.4) se sustituyen (A.2.1) y (A.3.1) en (A.1.2). Para obtener (A.5) se sustituyen (A.2.2) y (A.3.2) en (A.1.2).

$$\sqrt{J_{2c}} + \alpha \cdot I_{1c} - k = \frac{1}{\sqrt{3}} f_c - \alpha \cdot f_c - k = 0 \quad (\text{A.4})$$

$$\sqrt{J_{2t}} + \alpha \cdot I_{1t} - k = \frac{1}{\sqrt{3}} f_t + \alpha \cdot f_t - k = 0 \quad (\text{A.5})$$

Se resuelve el anterior sistema de ecuaciones (A.4 y A.5) para determinar los valores de α y k en términos de f_c y f_t .

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t} \quad (\text{A.6})$$

$$k = \frac{2 \cdot f_c \cdot f_t}{\sqrt{3} (f_c + f_t)} \quad (\text{A.7})$$

Los valores de η y ξ para la aproximación donde coinciden las superficies de fluencia Mohr-Coulomb y Drucker-Prager en los puntos f_c y f_t están propuestos por Neto et al. (2008):

$$\eta = \frac{3 \sin \phi}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.8})$$

$$\xi = \frac{2 \cos \phi}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.9})$$

Sustituyendo (A.6) y (A.7) en (A.1.4) y (A.1.5) e igualando con (A.8) y (A.9) se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t} = \frac{\sin \phi}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{2 \cdot f_c \cdot f_t}{\sqrt{3}(f_c + f_t)} = \frac{2c \cdot \cos \phi}{\sqrt{3}} \quad (\text{A.11})$$

Se resuelve el anterior sistema de ecuaciones (A.10 y A.11) para obtener los resultados en términos de c y ϕ :

$$\phi = \text{asin} \left(\frac{f_c - f_t}{f_c + f_t} \right) \quad (\text{A.12})$$

$$c = \frac{\sqrt{f_c \cdot f_t}}{2} \quad (\text{A.13})$$

De esta manera se comprueba que la cohesión y el ángulo de fricción pueden ser obtenidos con las ecuaciones (A.12) y (A.13) una vez conocida la resistencia a compresión uniaxial f_c y la resistencia a tensión uniaxial f_t . Las anteriores ecuaciones también son propuestas por Lee et al. (1998).

A.2 Determinación de los parámetros Drucker-Prager con la aproximación del cono de compresión.

De manera semejante a la aproximación anterior, se calcularán los parámetros necesarios y se comprobará que las fórmulas de cohesión y ángulo de fricción tienen la misma forma que en la deducción para la aproximación de esfuerzos planos.

Se obtienen los valores de I_1 y J_2 para los esfuerzos que coinciden para la aproximación del cono de compresión, los esfuerzos que se consideran para esta aproximación son: la resistencia a compresión uniaxial f_c y la resistencia a tensión biaxial f_{tb} .

$$I_{1c} = -f_c \quad (\text{A.14})$$

$$J_{2c} = \frac{1}{6} \left[(-f_c)^2 + (-f_c)^2 \right] = \frac{1}{3} f_c^2 \quad (\text{A.15})$$

$$I_{1tb} = 2f_{tb} \quad (\text{A.16})$$

$$J_{2tb} = \frac{1}{6} \left[(f_{tb})^2 + (f_{tb})^2 \right] \quad (\text{A.17})$$

Se obtienen dos ecuaciones de la función de fluencia (A.18 y A.19). Para obtener (A.18) se sustituyen (A.14) y (A.15) en (A.1.2). Para obtener (A.19) se sustituyen (A.16) y (A.17) en (A.1.2).

$$\sqrt{J_{2c}} + \alpha \cdot I_{1c} - k = \frac{1}{\sqrt{3}}f_c - \alpha \cdot f_c - k = 0 \quad (\text{A.18})$$

$$\sqrt{J_{2t}} + \alpha \cdot I_{1tb} - k = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot f_{tb} + 2\alpha \cdot f_{tb} - k = 0 \quad (\text{A.19})$$

Se resuelve el anterior sistema de ecuaciones (A.18 y A.19) para determinar los valores de α y k en términos de f_c y f_{tb} .

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c - f_{tb}}{f_c + 2f_{tb}} \quad (\text{A.20})$$

$$k = \frac{\sqrt{3} \cdot f_c \cdot f_{tb}}{f_c + 2f_{tb}} \quad (\text{A.21})$$

Los valores de η y ξ para la aproximación donde coinciden las superficies de fluencia Mohr-Coulomb y Drucker-Prager en los puntos f_c y f_{tb} están propuestos por Neto et al. (2008):

$$\eta = \frac{6\sin\phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\phi)} \quad (\text{A.22})$$

$$\xi = \frac{6\cos\phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\phi)} \quad (\text{A.23})$$

Sustituyendo (A.20) y (A.21) en (A.1.4) y (A.1.5) e igualando con (A.22) y (A.23) se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c - f_{tb}}{f_c + 2f_{tb}} = \frac{2\sin\phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\phi)} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\sqrt{3} \cdot f_c \cdot f_{tb}}{f_c + 2f_{tb}} = \frac{6c \cdot \cos\phi}{\sqrt{3} \cdot (3 - \sin\phi)} \quad (\text{A.25})$$

Se resuelve el anterior sistema de ecuaciones (A.24 y A.25) para obtener los resultados en términos de c y ϕ :

$$\phi = \text{asin}\left(\frac{f_c - f_{tb}}{f_c + f_{tb}}\right) \quad (\text{A.26})$$

$$c = \frac{\sqrt{f_c \cdot f_{tb}}}{2} \quad (\text{A.27})$$

De esta manera se comprueba el ángulo de fricción y la cohesión pueden ser obtenidos con las ecuaciones (A.26) y (A.27) una vez conocida la resistencia a compresión uniaxial f_c y la resistencia a tensión biaxial f_{tb} . Se demuestra que las anteriores ecuaciones (2.26 y 2.27) tienen la misma forma que las obtenidas para la aproximación de los esfuerzos planos (A.12 y A.13).

Si se realiza el mismo procedimiento en las ecuaciones de las aproximaciones para el cono de extensión y la de esfuerzos biaxiales se llega a que las ecuaciones del ángulo de fricción y la cohesión tienen la misma forma que las ecuaciones (A.12) y (A.13), solo que para cada aproximación se cambian los puntos f_c y f_t por su correspondiente valor para cada aproximación.

A.3 Aproximación del cono de compresión para esfuerzos biaxiales

Debido a que en la interfaz de usuario del programa ANSYS solo se pueden introducir los datos para la aproximación del cono de compresión, es necesario deducir las fórmulas para tener una aproximación de esfuerzos biaxiales y poderlas utilizar en el programa ANSYS. Por esta razón se deducirán las siguientes fórmulas de la cohesión y el ángulo de fricción del material para utilizarlas de manera práctica en el anterior programa.

De la superficie de fluencia Drucker-Prager hacemos $\sigma_3=0$ y $\sigma_2=0$ para obtener la intercepción con el eje σ_1 , resolviendo la ecuación (A.28) con $\sigma_2=0$, se obtienen los valores de la compresión (σ_{1c}) y tensión (σ_{1t}) uniaxial (ver fig. A.1). Estos valores de (σ_{1c}) y (σ_{1t}) también son propuestos por Gabor et al. (2006).

$$0 = \alpha \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) - k + \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{6} + \frac{\sigma_2^2}{6} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{6}} \quad (\text{A.28})$$

$$\sigma_{1c} = \frac{\sqrt{3} \cdot k}{\sqrt{3} \cdot \alpha - 1} \quad (\text{A.29})$$

$$\sigma_{1t} = \frac{\sqrt{3} \cdot k}{\sqrt{3} \cdot \alpha + 1} \quad (\text{A.30})$$

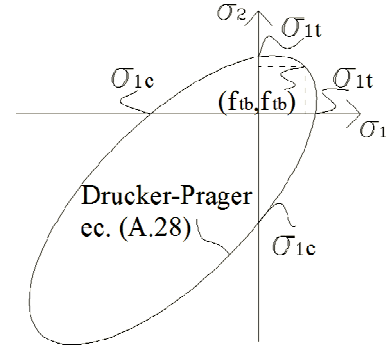


Fig. A.1 Representación gráfica de las ecuaciones (A.29) y (A.30).

Realizando una factorización del denominador, se simplifican las anteriores ecuaciones y se sustituyen los valores de α y k para la aproximación de esfuerzos biaxiales (A.31 y A.32) en σ_{1c} y σ_{1t} (A.29 y A.30), con esto se obtienen los valores del esfuerzo de compresión y tensión uniaxial con la aproximación de esfuerzos biaxiales (A.35 y A.36; f_{cb} y f_{tb} se introducen con signo positivo).

$$\alpha = \frac{\sqrt{3}}{6} \cdot \frac{f_{cb} - f_{tb}}{f_{cb} + f_{tb}} \quad (\text{A.31})$$

$$k = \frac{2f_{cb} \cdot f_{tb}}{\sqrt{3} \cdot (f_{cb} + f_{tb})} \quad (\text{A.32})$$

$$\sigma_{1c} = -\frac{4 \cdot f_{cb} \cdot f_{tb}}{f_{cb} + 3 \cdot f_{tb}} \quad (\text{A.33})$$

$$\sigma_{1t} = \frac{4 \cdot f_{cb} \cdot f_{tb}}{3 \cdot f_{cb} + f_{tb}} \quad (\text{A.34})$$

En la aproximación del cono de compresión los valores que se introducen a las fórmulas (A.39 y A.40) son f_c y f_{tb} . El esfuerzo f_{tb} (A.35) se despeja de la ec. (A.34), donde $\sigma_{1t}=f_t$. Para obtener f_c (A.36), se sustituye (A.35) en (A.33), donde $f_c=-\sigma_{1c}$ (ya que el esfuerzo se introduce positivo en (A.39)). Una vez definidos f_{tb} y f_c (A.35) y (A.36), se sustituyen en las ecuaciones (A.37 y A.38) para obtener las fórmulas que nos dan el valor de la cohesión y el ángulo de fricción (A.39 y A.40) con una aproximación de esfuerzos biaxiales considerando la superficie de fluencia para el cono de compresión.

$$f_{tb} = \frac{3 \cdot f_t \cdot f_{cb}}{4 \cdot f_{cb} - f_t} \quad (\text{A.35})$$

$$f_c = \frac{3 \cdot f_t \cdot f_{cb}}{2 \cdot f_t + f_{cb}} \quad (\text{A.36})$$

$$c = \frac{\sqrt{f_c \cdot f_{tb}}}{2} \quad (A.37)$$

$$\phi = \text{asin} \left(\frac{f_c - f_{tb}}{f_c + f_{tb}} \right) \quad (A.38)$$

$$c_{bo} = \frac{3f_t \cdot f_{cb}}{2 \cdot \sqrt{(2 \cdot f_t + f_{cb}) \cdot (4f_{cb} - f_t)}} \quad (A.39)$$

$$\phi_{bo} = \text{asin} \left[\frac{3 \cdot (f_{cb} - f_t)}{f_t + 5 \cdot f_{cb}} \right] \quad (A.40)$$

A.4 Aproximación del cono de compresión para esfuerzos planos

Se sustituyen los valores de α y k para la aproximación de esfuerzos planos (A.41 y A.42) en (A.29 y A.30), con esto se obtienen los valores del esfuerzo de compresión y tensión uniaxial con la aproximación de esfuerzos planos (A.43 y A.44). Como era de esperarse los valores de σ_{1c} y σ_{1t} para la aproximación de esfuerzos planos son $-f_c$ y f_t respectivamente (A.43 y A.44).

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t} \quad (A.41)$$

$$k = \frac{2f_c \cdot f_t}{\sqrt{3} \cdot (f_c + f_t)} \quad (A.42)$$

$$\sigma_{1c} = -f_c \quad (A.43)$$

$$\sigma_{1t} = f_t \quad (A.44)$$

Para utilizar las fórmulas (A.50) y (A.51), fue necesario definir el valor de la resistencia a tensión biaxial f_{tb} . Para encontrar la resistencia a tensión biaxial $f_{tb} = \sigma_{1tb}$, se utiliza la superficie de fluencia Drucker-Prager con $\sigma_3 = 0$ y $\sigma_2 = \sigma_1$ (ver fig. A.2). Lo anterior es válido debido a que la superficie de fluencia Drucker-Prager tiene su eje de simetría a 45° en el espacio de esfuerzos principales considerando $\sigma_3 = 0$. La simetría se debe a que la superficie de fluencia es isotrópica. Resolviendo (A.45) se obtiene el valor de la resistencia a compresión biaxial (A.46) y la resistencia a tensión biaxial (A.47).

$$0 = \alpha \cdot (\sigma_1 + \sigma_2) - k + \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{6} + \frac{\sigma_2^2}{6} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2}{6}} \quad \text{Con } \sigma_2 = \sigma_1 \quad (A.45)$$

$$\sigma_{1cb} = \frac{3 \cdot k}{6 \cdot \alpha - \sqrt{3}} \quad (A.46)$$

$$\sigma_{1tb} = \frac{3 \cdot k}{6 \cdot \alpha + \sqrt{3}} \quad (A.47)$$

Sustituyendo los valores de α y k (A.41 y A.42) en (A.46 y A.47) se obtienen los valores de la resistencia a compresión biaxial f_{cb} y la resistencia a tensión biaxial f_{tb} respectivamente (A.48 y A.49). Las fórmulas para obtener la aproximación de esfuerzos planos utilizando la superficie de fluencia para el cono de compresión se muestran en (A.52) y (A.53).

$$f_{cb} = \frac{2 \cdot f_c \cdot f_t}{f_c - 3 \cdot f_t} \quad (A.48)$$

$$f_{tb} = -\frac{2 \cdot f_c \cdot f_t}{f_t - 3 \cdot f_c} \quad (A.49)$$

$$c = \frac{\sqrt{f_c \cdot f_{tb}}}{2} \quad (A.50)$$

$$\phi = \text{asin} \left(\frac{f_c - f_{tb}}{f_c + f_{tb}} \right) \quad (A.51)$$

$$c_{po} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot f_c^2 \cdot f_t}{3f_c - f_t}} \quad (A.52)$$

$$\phi_{po} = \text{asin} \left[\frac{3 \cdot (f_c - f_t)}{3 \cdot f_c + f_t} \right] \quad (A.53)$$

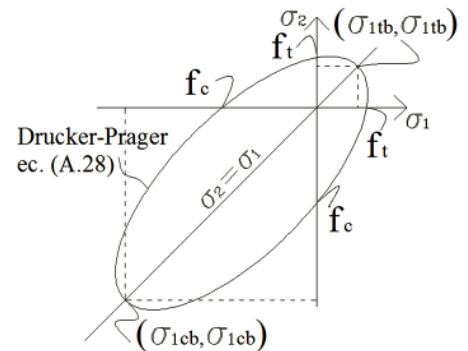


Fig. A.2 Representación gráfica de las ecuaciones (A.46) y (A.47).

APÉNDICE B

B.1 Dimensiones de los muros modelados

Se muestran a continuación la configuración de los distintos muros modelados en esta tesis. En cada espécimen se muestra el número y la relación de aspecto de la mampostería (h/L), donde h es la altura de la mampostería sin considerar la dala de concreto y L es la longitud de la mampostería sin los castillos, si se tienen varios paneles, se toma una relación de h/L considerado para cada panel. El espesor de la losa que se conecta a la viga de aplicación de carga es de 10 cm.

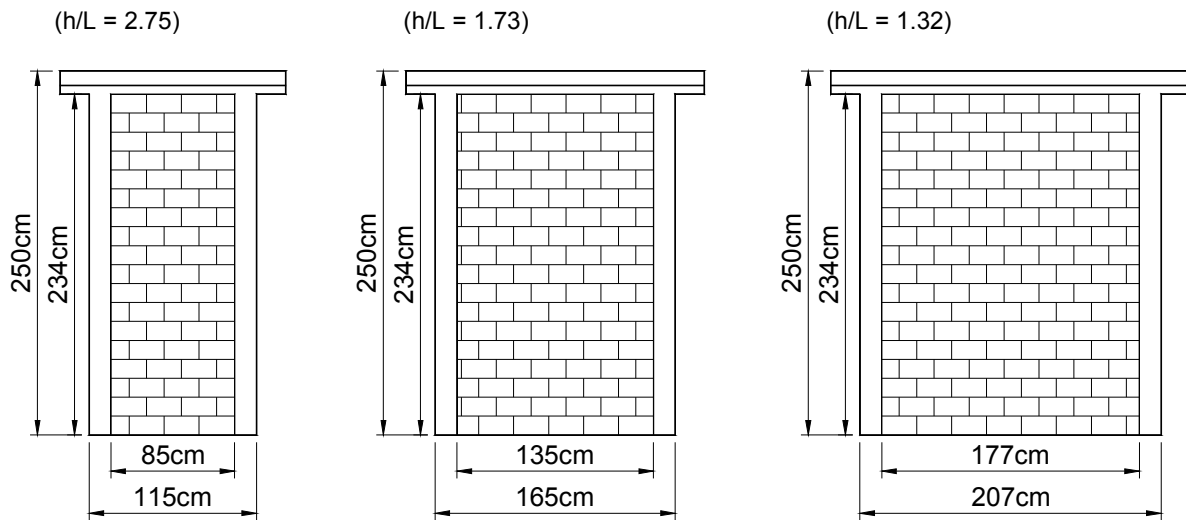


Fig. B.1 Espécimen ME1.

Fig. B.2 Espécimen ME2.

Fig. B.3 Espécimen ME3.

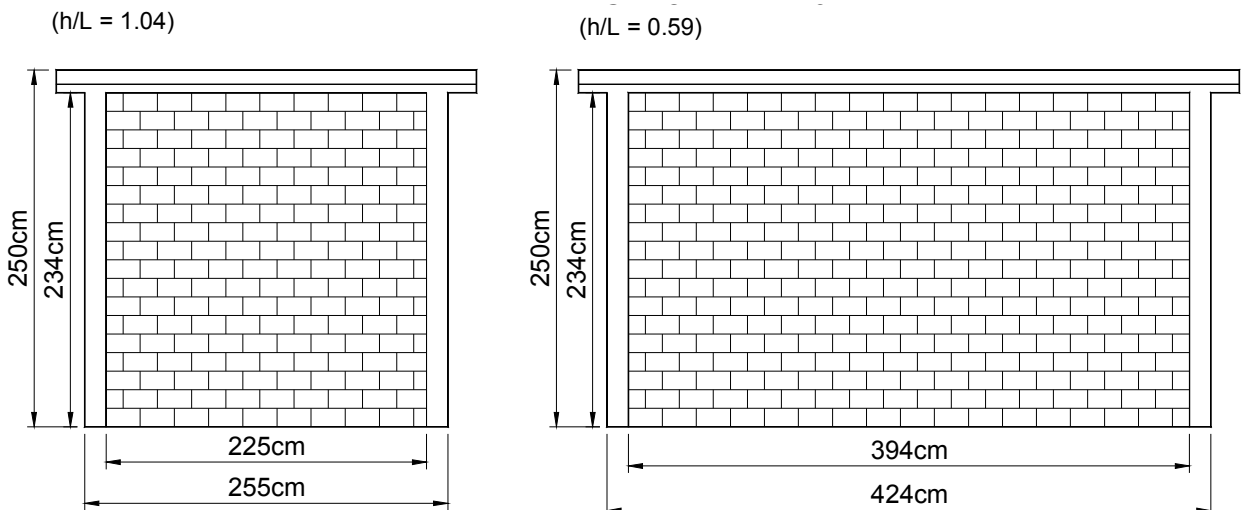


Fig. B.4 Espécimen ME4.

Fig. B.5 Espécimen ME5.

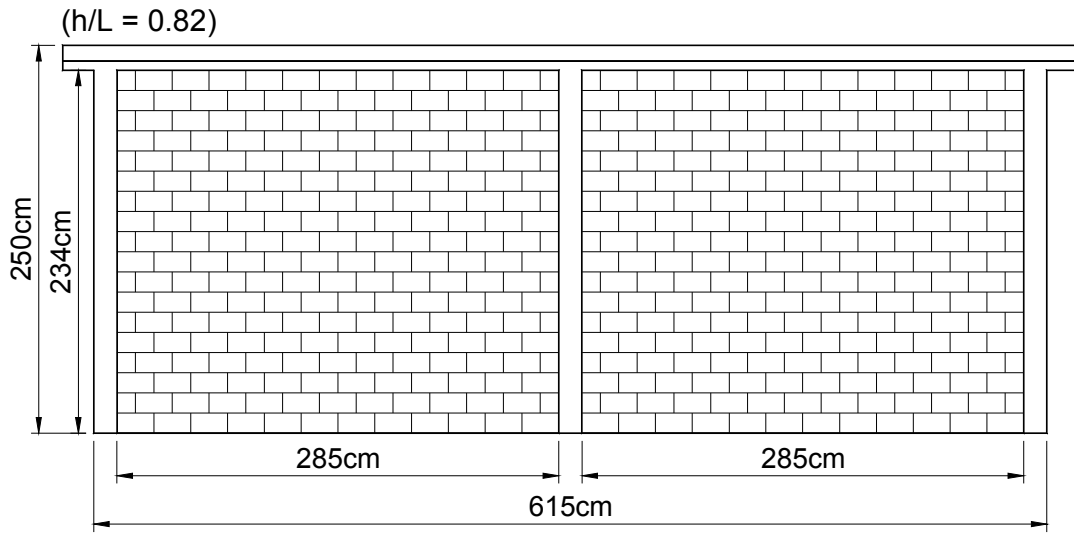


Fig. B.6 Espécimen ME6.

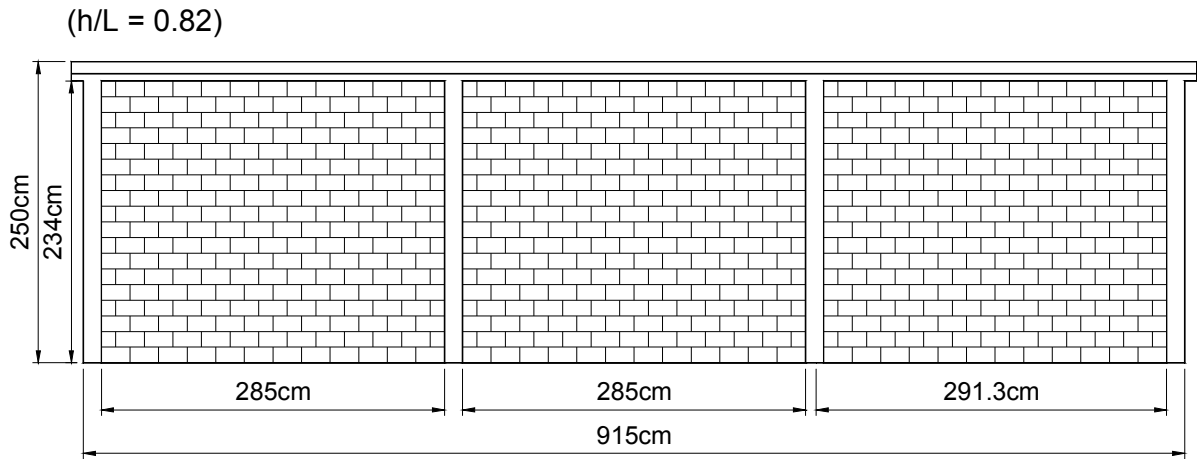


Fig. B.7 Espécimen ME7.

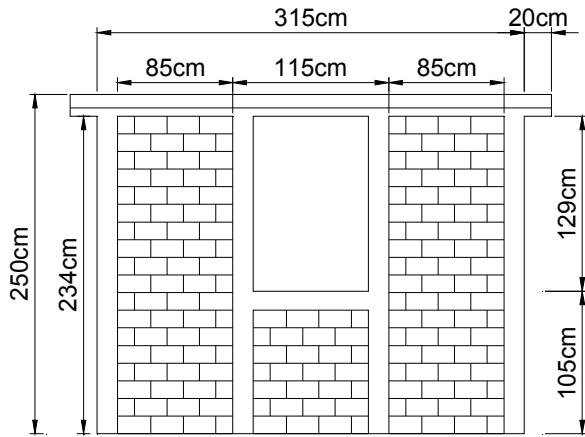


Fig. B.8 Espécimen ME8.

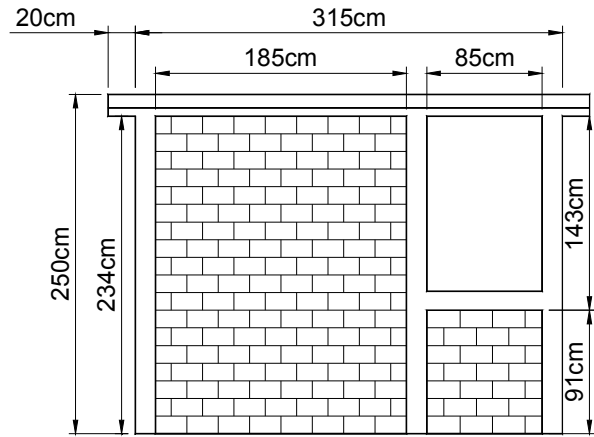


Fig. B.9 Espécimen ME9.

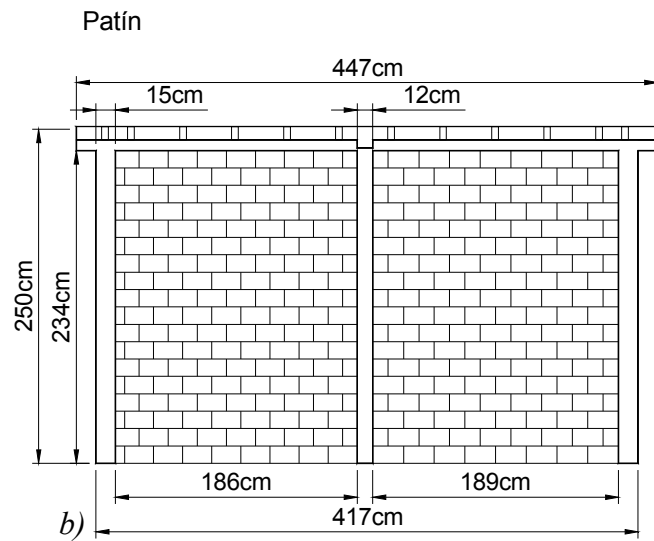
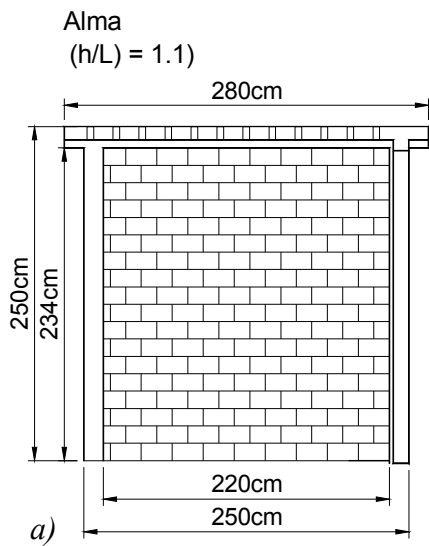


Fig. B.10 Espécimen ME10; a) Alma del muro, b) Patín del muro.

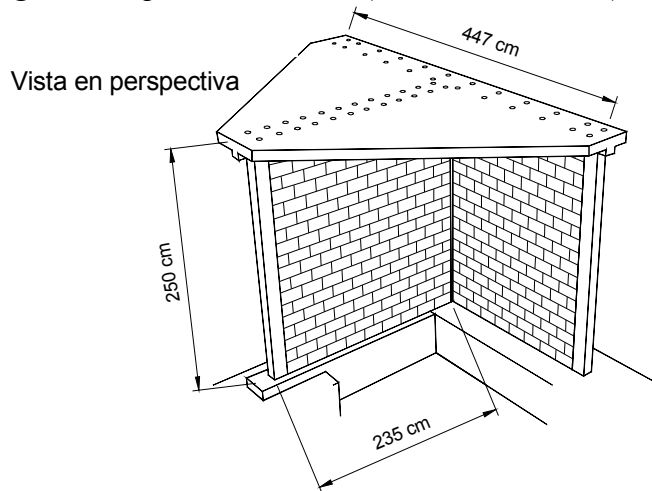


Fig. B.11 Vista en perspectiva del espécimen ME10.

B.2 Resultado experimental de ciclos histeréticos de los muros de mampostería.

Se muestran los resultados experimentales de los ciclos histeréticos. En los histeréticos se muestra la carga lateral contra la distorsión de cada muro, donde la distorsión es el desplazamiento en la parte superior del muro entre su altura, también se muestra la envolvente obtenida de los resultados numéricos considerando la homogenización de la mampostería. Todos los muros se ensayaron con carga cíclica reversible y carga axial de 5 kg/cm^2 hasta la falla. La carga axial calculada para muros con aberturas fue tomando en cuenta el área transversal sin las aberturas.

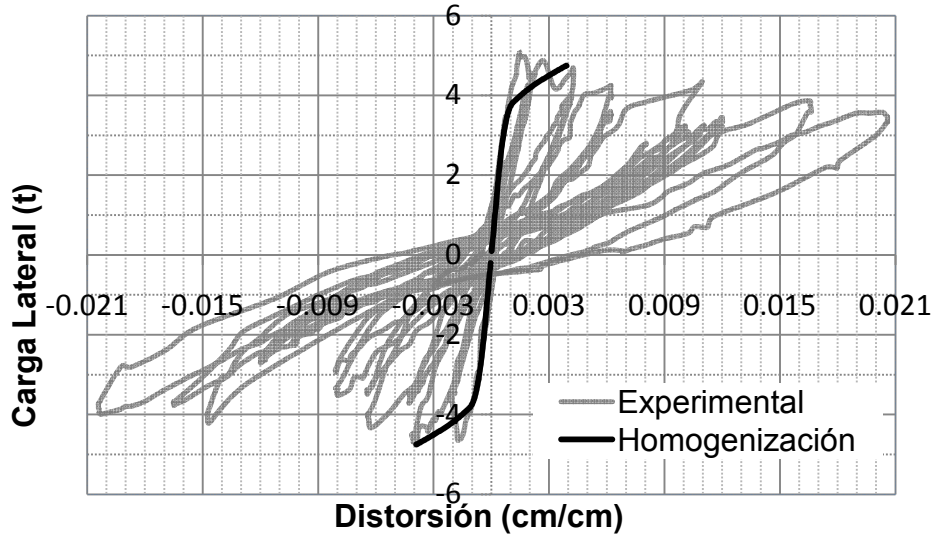


Fig. B.12 Histerético del muro ME1, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

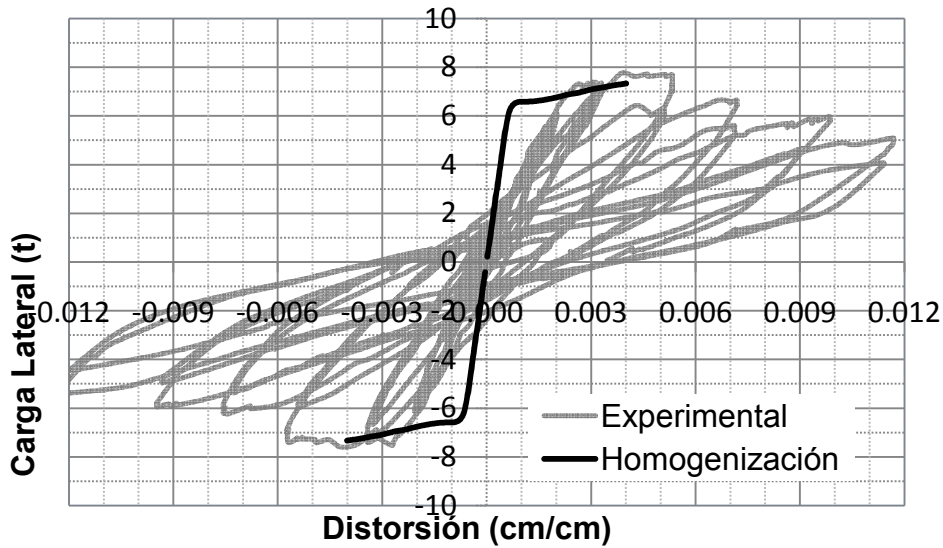


Fig. B.13 Histerético del muro ME2, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

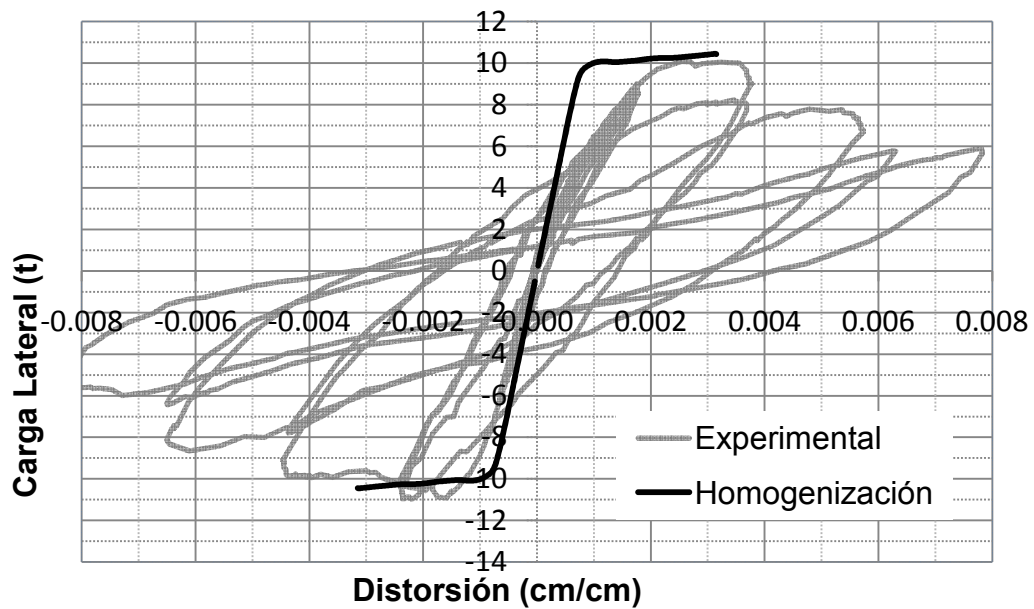


Fig. B.14 Histerético del muro ME3, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

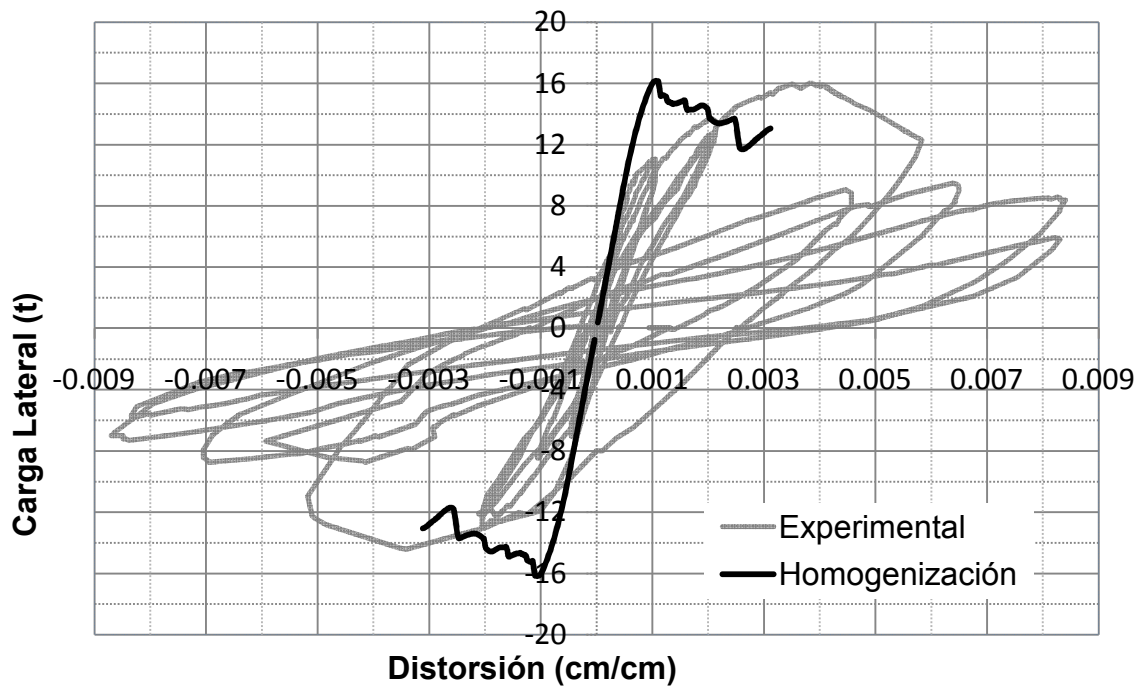


Fig. B.15 Histerético del muro ME4, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

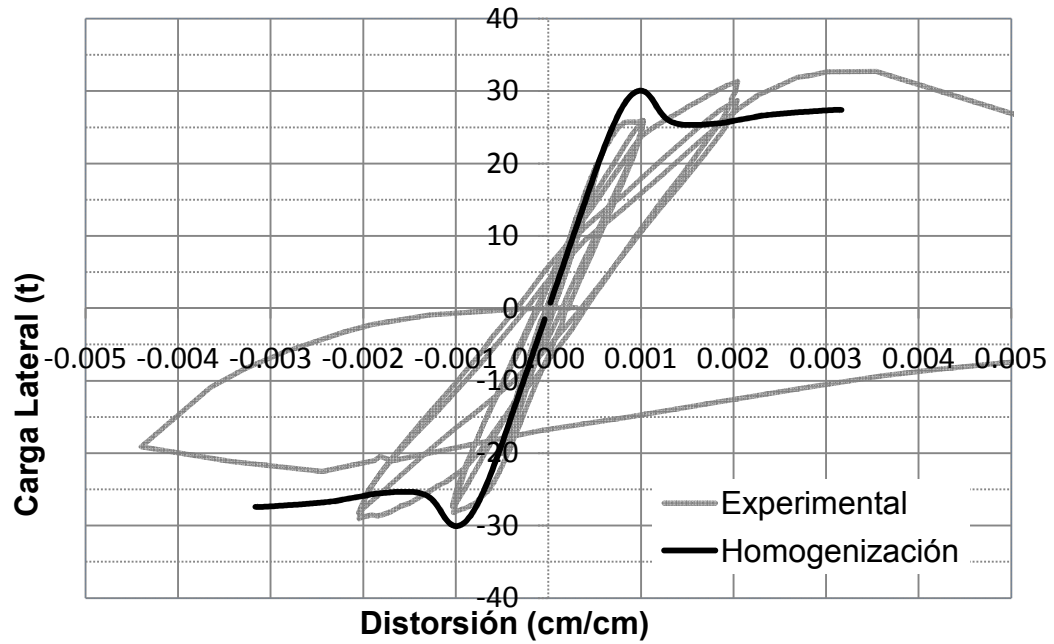


Fig. B.16 Histerético del muro ME5, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

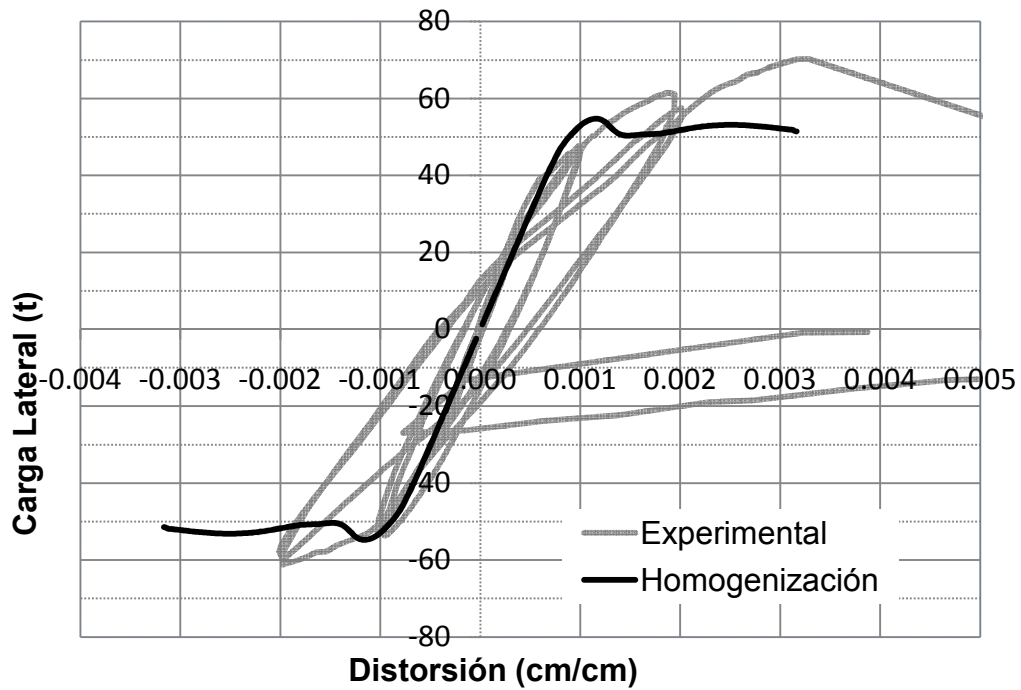


Fig. B.17 Histerético del muro ME6, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

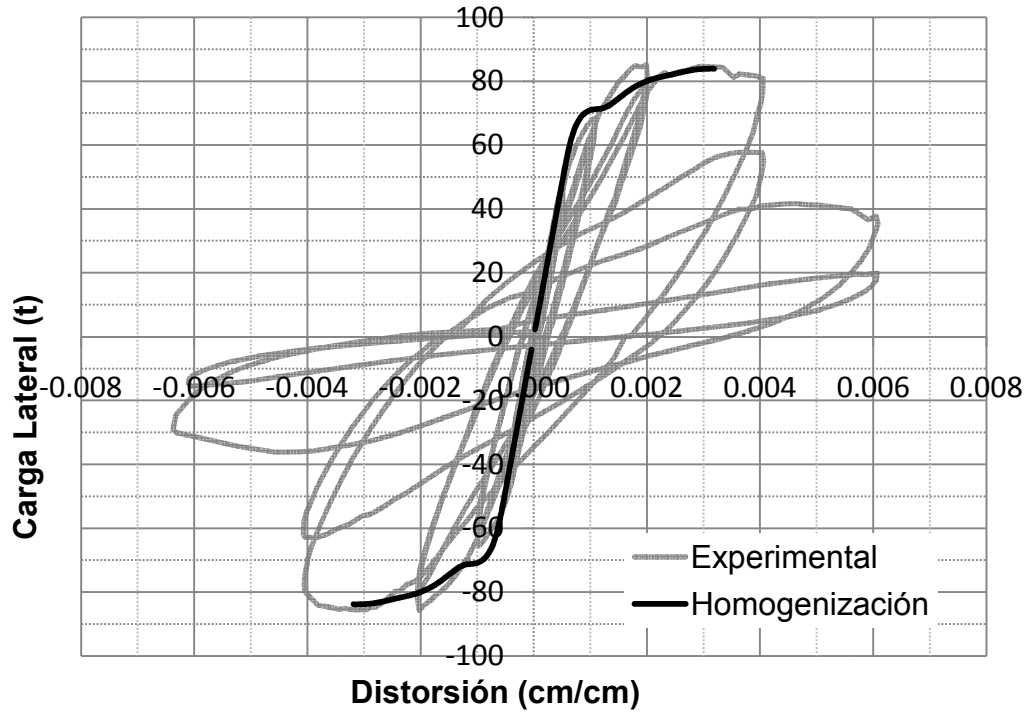


Fig. B.18 Histerético del muro ME7, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

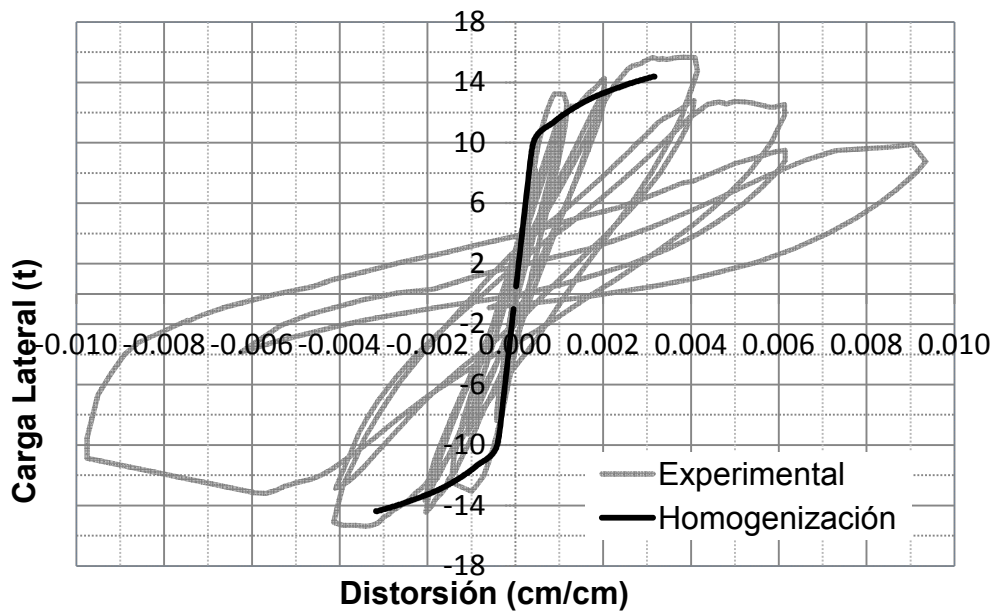


Fig. B.19 Histerético del muro ME8, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

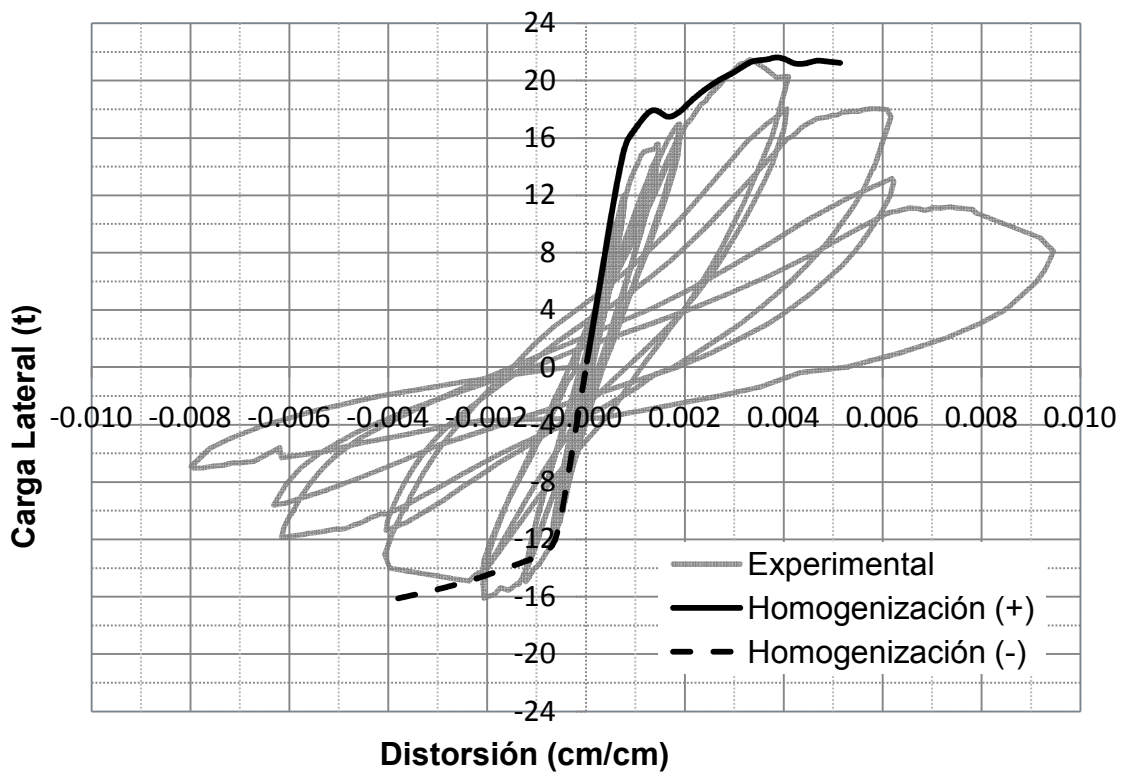


Fig. B.20 Histerético del muro ME9, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.

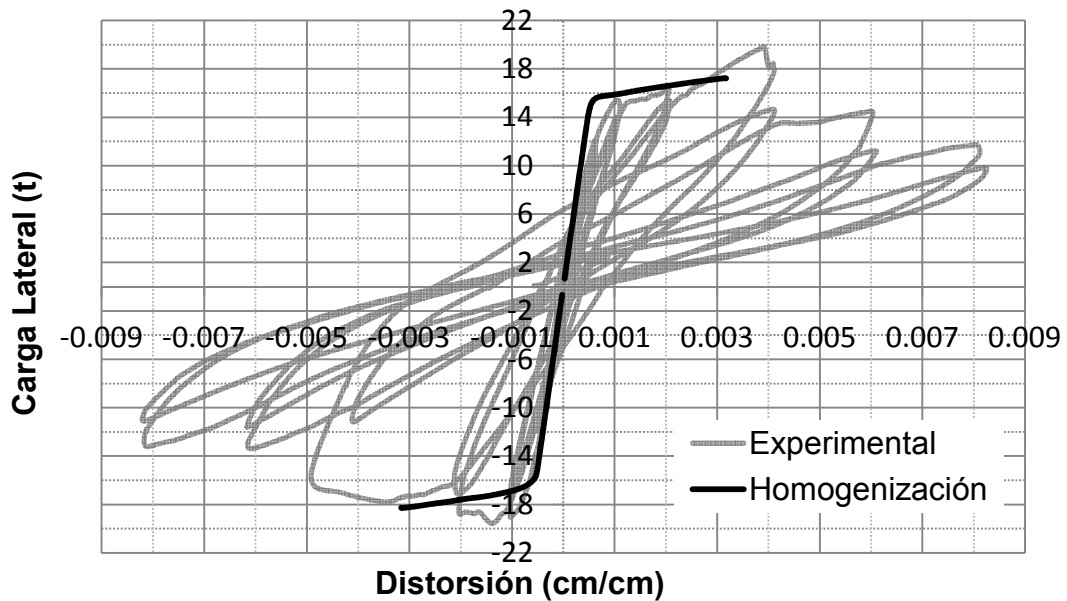


Fig. B.21 Histerético del muro ME10, comparación con los resultados del análisis considerando la homogenización de la mampostería.