



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN  
INGENIERIA  
DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE MANIPULADORES  
OPTIMIZANDO ENERGÍA**

**DISEÑO MECÁNICO  
MECÁNICA-DISEÑO MECÁNICO  
TESIS  
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE MAESTRO EN INGENERÍA**

**PRESENTA:**

**Erik Peña Medina**

**PRESENTA:**

**Dr. Ángel A. Rojas Salgado**

**México D.F. a 19 de Noviembre del 2011**

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. González Villela Víctor Javier

Secretario: Dr. Ramírez Reivich Alejandro Cuauhtémoc

Vocal: Dr. Rojas Salgado Ángel Alfonso

1er. Suplente: Dr. Espinosa Bautista Adrián

2do. Suplente: Dr. Cuenca Jiménez Francisco

Lugar o lugares donde se realizó la

tesis: México D.F. Ciudad Universitaria (CU)

TUTOR DE TESIS:

Dr. Rojas Salgado Ángel Alfonso

---

FIRMA

## *Índice*

<i>Resumen</i>		i
<i>Objetivos</i>		ii
<i>Capítulo 1</i>	<i>Introducción</i>	
1.1	Antecedentes	1
1.2	Descripción del Presente trabajo	8
1.2.1	<i>Descripción de los Capítulos</i>	9
<i>Capítulo 2</i>	<i>Estructura Mecánica</i>	
2.1	Antecedentes del robot	11
2.1.1	Necesidades	12
2.1.2	Especificaciones del desempeño (Requerimientos)	12
2.1.3	Objetivos	12
2.1.4	Investigación Preliminar	13
2.1.5	Ideación e invención	13
2.1.6	Evaluación (Análisis y Selección)	15
2.1.7	Diseño a detalle	16
2.2	Rediseño de la estructura mecánica	17
2.2.1	Requerimientos actuales del robot	18
2.2.2	Muñeca del robot	19
2.2.3	Actuadores del robot	21
2.2.4	Base del robot	22
2.2.5	Modificaciones del Hombro	22

2.2.6	Antebrazo	25
2.2.7	Brazo	26
2.3	Análisis de los elementos del robot	26
2.3.1	Estudio de las piezas de la Base	28
2.3.2	Estudio de las piezas del Hombro	32
2.3.3	Estudio de los eslabones del Antebrazo y del Brazo	36
2.3.4	Estudio del órgano terminal (OT)	40

### *Capítulo 3 Estudio de la cinemática inversa y la dinámica del robot*

3.1.1	Modelos de la posición del robot	41
3.1.2	Modelado de la velocidad	42
3.1.3	Modelo de la aceleración	43
3.2	Análisis de la dinámica inversa del robot	43
3.2.1	Solución de la dinámica inversa <u>d</u> el robot	45
3.2.1.1	Principio de D'Alambert	45
3.2.2	Elementos del robot	47
3.2.3	Cadena Cerrada	47
3.2.4	Trayectorias	48
3.2.4.1	Perfil de trayectoria de una línea recta	49
3.2.4.2	Perfil de trayectoria senoidal	52
3.2.5.1	Análisis de la propagación de la velocidad para el actuador	54
3.2.5.2	<i>Análisis de la propagación de la velocidad para   el actuador del Antebrazo</i>	57

3.2.5.3	<i>Análisis de la propagación de la velocidad para el actuador del Brazo</i>	59
3.2.5.4	Comparación de las energía consumida en ambas trayectorias	61
3.3	Cálculo de los pares para la trayectoria	61
3.3.1	Potencia y par para el actuador de la Base	61
3.3.2	Potencia y par para el actuador del Antebrazo	64
3.3.3	Potencia y par para el actuador del Brazo	66
<i>Capítulo 4</i>	<i>Estudio de la energía del robot</i>	
4.1	Antecedentes sobre el estudio de la energía	69
4.2	Estudio de Optimización de Energía	69
4.2.1	Estudio de Optimización de Energía con Emplazamiento	70
4.3	Aplicación al Robot <u>d</u> el Emplazamiento	73
<i>Capítulo 5</i>	<i>Conclusiones</i>	
5.1	Conclusiones	75
5.1.2	Ventajas y limitaciones	75
5.1.3	Cambios en la estructura mecánica	76
5.2	Trabajo a futuro	78
	Bibliografía	80

## Resumen

En el presente trabajo se describe la forma de solucionar la dinámica inversa de un manipulador serial RRR, que dentro de su configuración mecánica hay una cadena cerrada de eslabones, este robot tiene fines didácticos para mostrar conceptos relacionados con asignaturas de Ingeniería Mecánica e Ingeniería Mecatrónica.

Cuando un manipulador serial dentro de su configuración tiene una cadena cerrada tiene ventajas en la capacidad de carga del robot, pero dificulta mucho resolver el modelo dinámico por los cambios en la posición del centro de masa del conjunto de elementos de la cadena. Existen muchos métodos para solucionar la dinámica de este tipo de robots pero enfocados a estructuras comerciales y dirigidos al sistema de control. Si se desea diseñar un robot con las características antes mencionadas es necesario encontrar parámetros para los tres sistemas fundamentales de un robot (mecánico, eléctrico-electrónico y control), para este caso el cálculo de los pares de cada actuador y las cargas sobre las piezas del robot fueron obtenidas relacionando la potencia necesaria para mover los elementos del robot con la potencia de los actuadores.

## **Objetivo**

El objetivo del presente trabajo es hacer un rediseño del robot en base a la solución de la dinámica inversa del manipulador para mejorar su desempeño.

## **Objetivos particulares**

Se plantearon los siguientes objetivos particulares:

- Reducir el peso de las piezas para aumentar la capacidad de carga
- Mejorar las interfaces de transmisión entre los actuadores y la estructura
- Modificar el robot para adaptar actuadores que mejoren el funcionamiento del dispositivo
- Obtener parámetros para desarrollar una fase de control y de potencia para los actuadores
- Reducir el consumo de energía para una función dada (mover el órgano terminal del robot sobre una trayectoria específica)

## Capítulo 1.Introducción

### 1.1 Antecedentes

En algunas industrias es común encontrar robots manipuladores que realizan tareas específicas donde se requiere una precisión y repetitividad. Las tareas encomendadas a este tipo de dispositivos son: mover piezas para ensamble, soldar, pintar y medir. Una de las industrias donde es común encontrar robots es en la industria automotriz, los robots se encargan de mover las piezas para ensamblar y soldar todo el vehículo ( figura 1.1).



figura 1.1 Robot industrial en una línea de ensamble [1]

Existen diferentes tipos de manipuladores de acuerdo a su configuración mecánica, un robot se compone de eslabones, actuadores, articulaciones y el órgano terminal (OT) (figura 1.2)

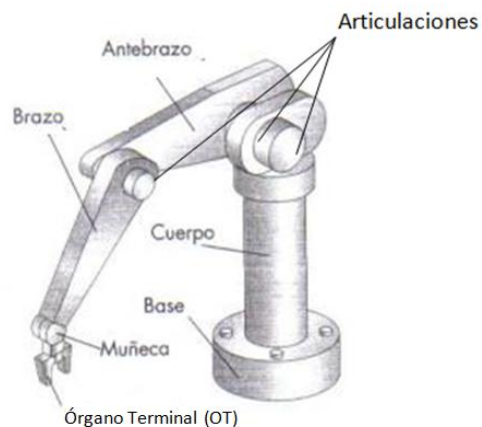


figura 1.2 Componentes de un robot



En la figura anterior se pueden ver los elementos comunes que componen a un robot. Los manipuladores pueden mover un objeto o herramienta conforme su estructura mecánica lo permite, al conjunto de puntos por donde puede pasar el OT se le llama espacio de trabajo. El espacio de trabajo depende de cómo estén configurados los eslabones (existen eslabones flexibles, pero para este caso solo se estudiarán configuraciones donde los eslabones son cuerpos rígidos) que forman al robot y como están conectados por medio de articulaciones.

Las articulaciones en algunos casos tienen una relación directa con algún actuador que por lo general están asociados a un grado de libertad (figuras 1.3 y 1.4). Existen muchas formas para conectar los eslabones con el robot como se muestra en el siguiente diagrama:

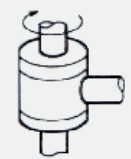
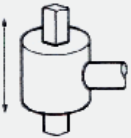
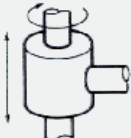
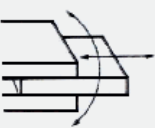

ESQUEMA	ARTICULACIÓN	GRADOS LIBERTAD
	ROTACIÓN	1
	PRISMÁTICA	1
	CILINDRICA	2
	PLANAR	2
	ESFÉRICA (RÓTULA)	3

figura 1.3 Tipos de articulaciones mecánicas


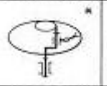
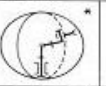
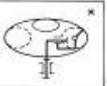


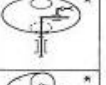


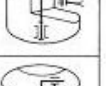
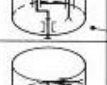
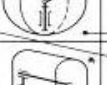

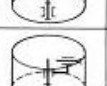


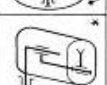






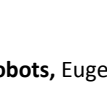
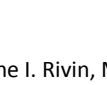

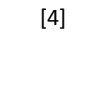

		KINEMATIC STRUCTURE			
Three revolute	RRR				
Two revolute + one prismatic	RPR				
	PRR				
	RRP				
	PRP				
One revolute + two prismatic	RPP				
	PRP				
	PPR				
Three prismatic	PPP				

figura 1.4, **Mechanical Desig of Robots**, Eugene I. Rivin, Mac-Graw Hill, pág 15

[4]

La tabla anterior corresponde a configuraciones con tres grados de libertad, además solo muestra configuraciones donde los eslabones forman una cadena “abierta”, pero también existen manipuladores que dentro de su configuración contienen una cadena cerrada o su configuración es una cadena cerrada en si, como en los manipuladores paralelos (figura 1.5)



figura 1.5 Manipulador paralelo

En este trabajo se presenta un estudio sobre manipuladores de tipo serial RRR (sus principales grados de libertad son rotacionales).

Los robots seriales RRR conformados por una cadena abierta como los de la Figura 1 y 2 son bastante comunes, pero también dentro de este tipo de robots existen configuraciones mecánicas con una cadena cerrada, son comunes en ciertas industrias como los Cincinnati Milacron T3 (figura 1.7) ,Bendix MA 510 y el Motoman MPL160 Palletizing Robot (figura 1.6) que puede soportar una carga de 160 [Kg] [2], donde se dedican a procesos de soldadura y manipulación de objetos para ensamble. El estudio de los manipuladores con esta configuración en particular no es sencillo debido al cambio en la inercia en la cadena cerrada para cada posición.



figura 1.6 Motoman MPL160



figura 1.7 Cincinnati Milacron T3

Los manipuladores seriales que incluyen cadenas de eslabones cerradas, presentan ventajas sobre los manipuladores de una sola cadena abierta [3], consumen menor energía debido a que algunos actuadores se ubican a un mismo nivel evitando que un actuador cargue al otro, esto hace que los actuadores no tengan que ser muy robustos para mover la estructura, además les proporciona más estabilidad porque se reduce el peso de la estructura y la mayor parte del peso de la estructura la ubica en un nivel que por lo general está muy cerca de la base del dispositivo.

Los robots que dentro de su configuración tiene una cadena cerrada tienen ventajas, pero su modelo dinámico resulta ser complicado, esto se debe al cambio de posición del centro de masa dentro de la cadena, no se pueden aplicar los métodos de análisis usados para manipuladores conformados por una cadena abierta. El comportamiento de las cadenas cinemáticas compuestas por elementos que únicamente rotan ha sido estudiado y se han desarrollado métodos para su análisis [5] [6]. La forma más común para modelar este tipo de manipuladores es la establecida por J. Y. S. Luh [7]. Luh estableció un método para estudiar este tipo de configuraciones, primero se estudia la cadena se divide la cadena en dos partes abiertas colocando una restricción holonómica, la restricción consiste en que la suma de cada una de las cadenas abiertas deben de llegar al punto de unión en la configuración mecánica.

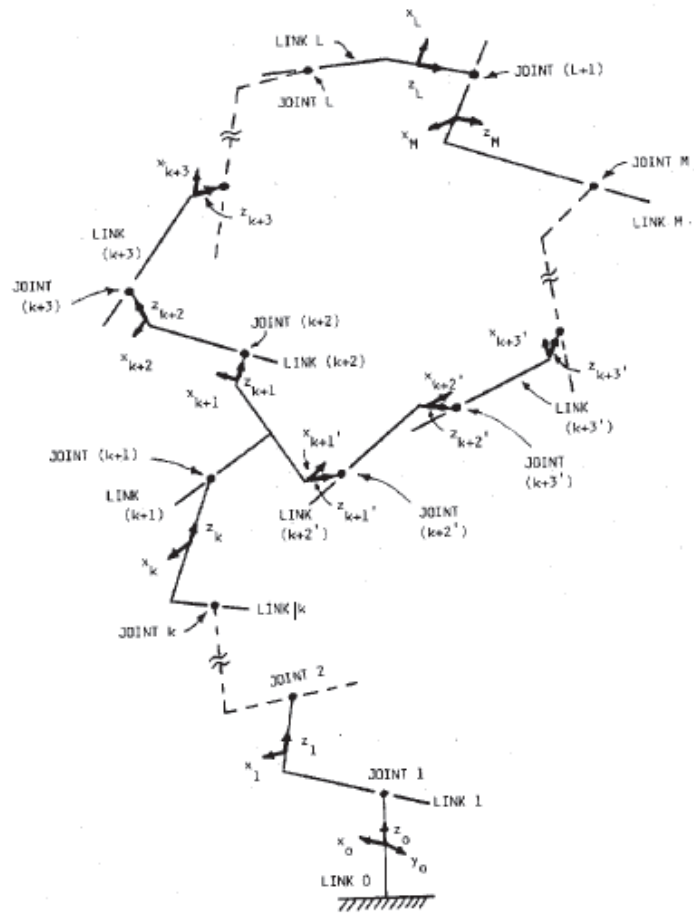


figura 1.8 Caso general propuesto por Luh

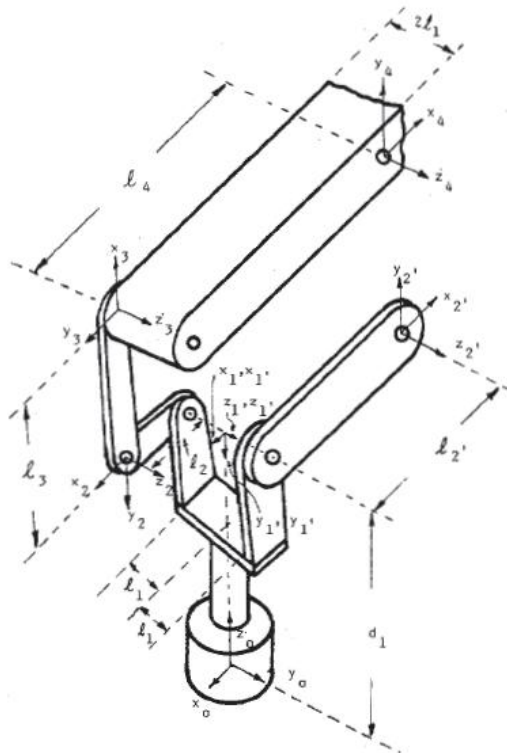


figura 1.9 Caso particular usado por Luh

En la figura 1.8 se puede ver el caso general donde las dos cadenas abiertas forman la cadena cerrada uniéndose en el eslabón M y en la figura 1.9 se ve el caso particular usado por Luh para ilustrar su propuesta de solución. Se puede ver que la cadena se divide en tres vectores que van de un sistema de referencia 1 a un sistema 4, la otra cadena va de un sistema 1' (que es el mismo que 1) y a un sistema 2' (que es el mismo 4) por medio de un vector. Lo siguiente del método es realizar la igualdad entre las cadenas abiertas que forman la cadena cerrada e incluir dicha igualdad en el sistema de ecuaciones que resuelve la posición, velocidad y en la ecuación dinámica. Posteriormente Shir-Kuan Lin [3] basando se en el método de Luh[7] estableció un método de solución similar para resolver la dinámica del sistema, se toma un eslabón de la cadena cerrada que no esté relacionado directamente con algún actuador y se "corta". En el "corte" se realiza una suma de fuerzas y de momentos, estableciendo una ecuación de equilibrio para ese punto, en esta posición de equilibrio se obtienen los parámetros holonómicos correspondientes a cada eslabón, y empleando el principio de D'Alembert se pueden calcular los torques correspondientes para cada actuador. Lin [3] toma el primer ejemplo representativo de Luh y lo termina de desarrollar agregando características a los elementos del manipulador demostrando que el método es consistente, además de reducir el tiempo de cálculo en la solución.

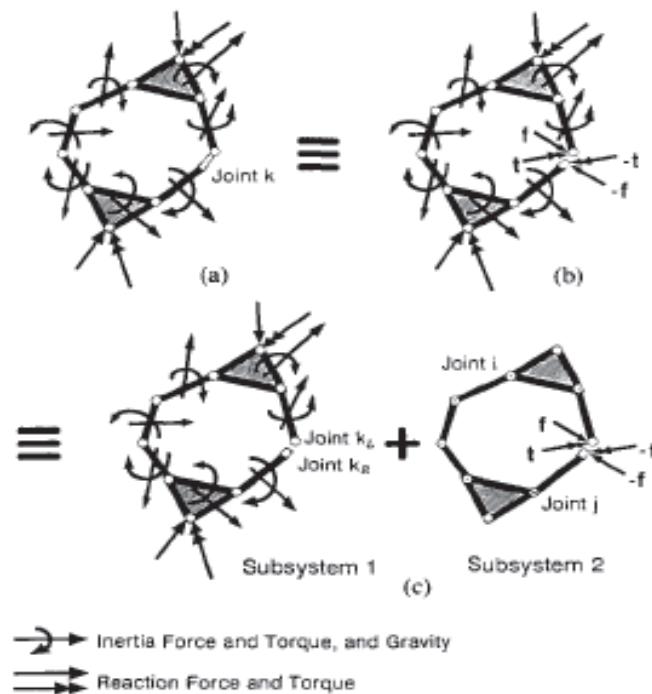


figura 1.10 Descomposición propuesta por Lin

En la figura 1.10 se puede ver cada uno de los torques y las fuerzas en cada uno de los eslabones que componen la cadena cerrada, estas fuerzas y momentos se pueden dividir como se muestra en la figura, el punto donde se estableció el equilibrio de fuerzas y momentos en el eslabón  $i$ , el método de solución resulta ser similar al de Luh en complejidad pero reduce pasos al establecer la solución de la dinámica, pero cada una de las cadenas se analiza contenida dentro de un plano y al trasladar esas ecuaciones de la cadena a un modelo tridimensional resulta complicado porque es necesario usar una matriz que aumente de dos dimensiones a tres. La ecuación dinámica como ya se mencionó se resuelve al aplicar un método como D'Alambert a la ecuación de Lagrange donde los multiplicadores de dicha ecuación son los pares y fuerzas complementarias de una de las cadenas abiertas. En su mayoría los métodos como los establecidos por Lin y Yoshihho Nakamura [8] son variaciones de lo establecido por Luh, que resuelve la dinámica de este tipo de configuraciones aplicando los criterios descritos anteriormente. En este trabajo se retomaron los principios usados para resolver este tipo de configuraciones en específico y se propone un método energético para solucionar la dinámica de manera inversa, otro objetivo del método propuesto es la capacidad de obtener parámetros para el diseño de la estructura mecánica y también para el desarrollo de una fase de potencia. Con las ecuaciones se puede hacer un estudio del gasto de energía de los actuadores al recorrer trayectorias específicas.

La importancia de la solución dinámica radica en obtener los pares necesarios para mover al OT en una trayectoria específica y establecer un sistema de control adecuado para la tarea realizada por el dispositivo.

Los robots son máquinas compuestas por tres sistemas principales:

- Sistema Mecánico, conformado por la estructura mecánica
- Sistema Electrónico, formado por el conjunto de circuitos que brindan a los actuadores la energía necesaria para mover a los eslabones, además los sensores que registran como el robot interactúa con su entorno
- Sistema de Control, es el encargado analizar la información de los sensores y manda las señales para que el robot cumpla con la tarea encomendada

Como ya se ha mencionado el objetivo de un manipulador es mover un objeto u herramienta de un punto a otro y para ello sus tres sistemas deben interactuar. Se puede establecer que un robot depende de los tres sistemas, si un sistema no funciona adecuadamente puede forzar a los otros a

compensar el mal funcionamiento y no se cumplirá la tarea como se esperaba. Uno de los factores importantes es la serie de puntos en el espacio por donde el OT tiene que pasar y en qué tiempo. Al conjunto de puntos y al tiempo requerido por donde pasa el OT de un robot se le llama trayectoria.

Existen estudios relacionados con las trayectorias de un robot, con el objetivo de determinar la energía mínima necesaria para que el robot se mueva en forma adecuada. Estos estudios relacionan la energía cinética en un instante determinado de la trayectoria como los realizados por H. Diken [9-10]. Otro método usado para reducir el consumo de energía de un robot es el de “emplazamiento” que consiste en cambiar la ubicación del robot para realizar una operación requerida dentro del espacio de trabajo.

### ***1.2 Descripción del presente trabajo***

En la facultad de ingeniería se desarrolló un robot manipulador serial con una cadena cerrada en su configuración, el objetivo de dicho dispositivo es servir como herramienta en la enseñanza de algunas asignaturas relacionadas con las carreras de mecánica y mecatrónica, en esta primera iteración se construyó una estructura mecánica, este dispositivo no cuenta con una interface de control [11]. El robot cuenta con cinco grados de libertad, tres grados para el desplazamiento y los dos restantes para la orientación del OT. En este trabajo únicamente se estudiará el desplazamiento del robot y no se incluirá la orientación para el análisis ( figura 1.11).



Figura 1.11 Estructura inicial del robot

El objetivo del presente trabajo es realizar una nueva iteración de diseño para que el robot cumpla con la tarea de mover un objeto de un lugar a otro mediante el mínimo consumo de energía, se espera que la interacción de los alumnos con el robot ayude a comprender aspectos teóricos relacionados con el diseño de máquinas, análisis de movimiento y dinámica del robot, electrónica y de control. También se espera que las mejoras del robot sirvan para que pueda ser utilizado para comparar el modelo dinámico teórico con el experimental propuesto en el estudio, además realizar un análisis del emplazamiento del robot, con los puntos anteriores se pueden verificar y proponer arreglos a los modelos matemáticos.

Para obtener los mejores resultados posibles se desarrollaron los siguientes puntos, que son descritos en cada capítulo:

- Capítulo 2: Estudio de la estructura mecánica y rediseño
- Capítulo 3: Estudio de la cinemática inversa y la dinámica del robot por medio del cálculo de los pares instantáneos durante la trayectoria, obtenidos por medio de la potencia consumida de cada actuador en momentos específicos de la trayectoria
- Capítulo 4: Con base al planteamiento del estudio de los torques en base a la potencia instantánea se calculó la energía mínima para cada caso de trayectoria, además también la reducción de la energía consumida en cada caso por medio del cambio de ubicación del sistema de referencia inercial del robot en el espacio de trabajo (emplazamiento)
- Capítulo 5: Se presentan los resultados de este trabajo y sugerencias para mejorar el dispositivo

El presente trabajo abarca los puntos anteriores, es de hacer notar que no se plantea un orden estricto a seguir en cada punto, todos tienen cierta relación ya que cada sistema que comprende al robot interactúa con los demás de manera directa.

### *1.2.1 Descripción de los Capítulos*

#### *Capítulo 2. Estudio de la estructura mecánica y rediseño*

En este punto se muestran las mejoras mecánicas al robot, además se analiza cada una de las piezas que se modificaron para verificar que el robot cumpla con la trayectoria, también se redujo el peso de las piezas con lo que se aumenta la capacidad del robot.



Para que el dispositivo pueda seguir una trayectoria fue necesario cambiar los actuadores, esto ocasionó la mayor cantidad de cambios en la parte del “Hombro” del robot.

### *Capítulo 3. Estudio de la cinemática inversa y la dinámica del robot*

En este capítulo se resuelve la cinemática inversa del robot, para resolver la dinámica del robot se utilizó un método energético para obtener los pares asociados a los actuadores, este punto tiene una relación directa con el estudio de la energía y el desarrollo de la fase de control. Con la información de la dinámica se seleccionaron los actuadores para el robot. En este capítulo se usaron trayectorias de mínima energía. Para la solución de la dinámica se calcularon los torques de cada actuador en base a la potencia consumida por los actuadores en instantes específicos de la trayectoria para cada caso de trayectoria.

### *Capítulo 4. Estudio de la energía consumida por los actuadores*

Con base al plantaemiento anterior se calculó la energía para cada caso, además se realizó un estudio de emplazamiento del robot, para comparar la energía usada por los actuadores en cada caso se usó como referencia cuando el robot pasa de un punto a otro por una trayectoria de línea recta con un perfil armonico. Para obtener la energía se deben cumplir ciertas condiciones, las más importantes son la establecidas por la propia estructura mecánica del robot siempre evitando las singularidades tanto de la parte “abierta” y de la “cadena cerrada del robot.

### *Capítulo 5. Resultados de los experimentos*

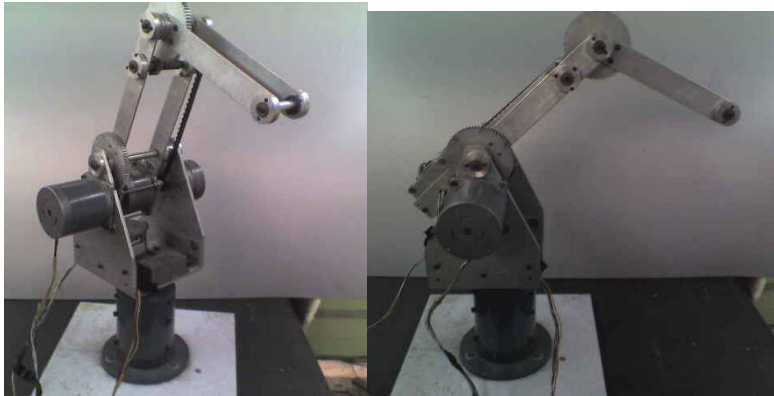
Aquí se muestran los resultados del desarrollo de este trabajo, además de identificar las mejoras y posibles cambios para hacer que el robot funcione mejor.

Para que el robot pueda cumplir con la tarea como se espera es necesario desarrollar un sistema de control que indique a los actuadores el par y la velocidad en cada instante de la trayectoria, además brindar la capacidad de poder controlar al robot de manera simple sin complicaciones. La descripción de cómo se desarrollo este sistema se encuentra en un apéndice del trabajo.

## **Capítulo 2 Estructura Mecánica**

### **2.1 Antecedentes del robot**

En el presente trabajo se presenta el rediseño de un robot manipulador tipo RRR. Este manipulador tiene una aplicación didáctica, su objetivo es mostrar aspectos relacionados con los temas de algunas asignaturas impartidas en las carreras de Ingeniería Mecánica e Ingeniería Mecatrónica. Dicho robot es el resultado de una tesis de licenciatura cuyo objetivo fue el de mejorar el funcionamiento de un robot ya existente [figura 2.1].



*figura 2.1 Primer manipulador*

Este manipulador contaba con una estructura de aluminio, sus actuadores eran motores a pasos, el sistema de movimiento para el actuador de la Base y del Antebrazo estaba conformado por un piñón y una corona, el Brazo se movía por medio de una banda. El dispositivo presentaba problemas de funcionamiento, los motores a pasos tenían que trabarse para conservar una posición específica, además que la resolución era muy grande provocando errores de posición. Además, de no contar con un órgano terminal para realizar una acción.

Evaluando la estructura que se muestra en la *Figura 2.1*, se determinó que no era posible hacer modificaciones para cumplir las funciones necesarias para ser usado con fines didácticos.

Para desarrollar la nueva configuración del robot se estableció una metodología de diseño:

- Identificar la necesidad
- Especificaciones del desempeño (Requerimientos)
- Planteamiento del objetivo

- Realizar una investigación preliminar
- Ideación e invención
- Evaluación (Análisis y Selección)
- Diseño de Detalle

### 2.1.1 Necesidades

Para hacer el rediseño del robot se establecieron las siguientes necesidades de diseño:

- El robot debe conservar su posición cuando llegue a un punto señalado
- Su estructura debe ser lo más ligera posible
- La estructura debe ser estable
- El robot debe tener un órgano terminal para mover objetos

### 2.1.2 Especificaciones del desempeño (Requerimientos)

De las necesidades anteriores se establecieron los siguientes requerimientos para el robot

- Los actuadores deben proporcionar un par cuando llegan a un punto determinado (para este punto no se sabía el par necesario para esta condición)
- El peso de las piezas del robot sin contar la base debe ser aproximadamente de 4[kgr ]
- Las piezas del robot deben mover una pieza de 100[gr] como peso máximo

### 2.1.3 Objetivos

También se estableció un objetivo general del trabajo y objetivos particulares

2.1.3.1 El objetivo del trabajo anterior fue: rediseñar y construir la estructura mecánica de un robot manipulador antropomórfico con el fin de mejorar su funcionamiento para que sirviera como herramienta de enseñanza en algunas asignaturas enfocadas al estudio y desarrollo de máquinas y mecanismos.

2.1.3.2 Los objetivos particulares fueron los siguientes:

- Aumentar a 5 los grados de libertad del robot y colocar los actuadores en la base.
- Redimensionar los eslabones que componen al robot y otros elementos constituyentes del mismo

- Comprobar el funcionamiento de la estructura mecánica del robot a través del seguimiento virtual de una trayectoria de línea recta con un perfil de quinto grado.

#### 2.1.4 Investigación Preliminar

En este punto se investigó el estado del arte de los robots manipuladores, como se clasifican, de que partes constan y sus aplicaciones más comunes, además de los actuadores que utilizan.

#### 2.1.5 Ideación e invención

En esta etapa se dividió el robot en partes y se hicieron propuestas para hacer una nueva configuración del robot:

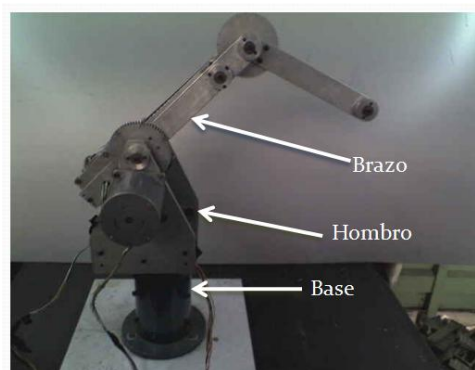


figura 2.2 Primer manipulador

Para la Base y el Hombro las propuestas fueron las siguientes:

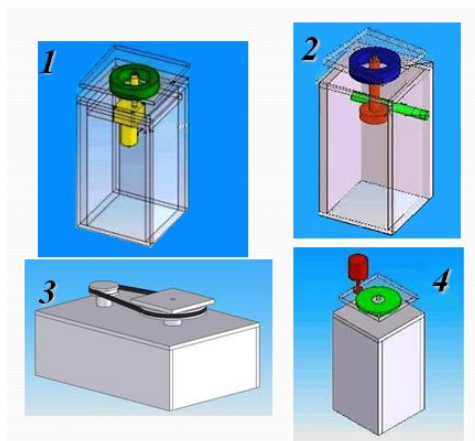


figura 2.3 Propuestas para la Base y el Hombro

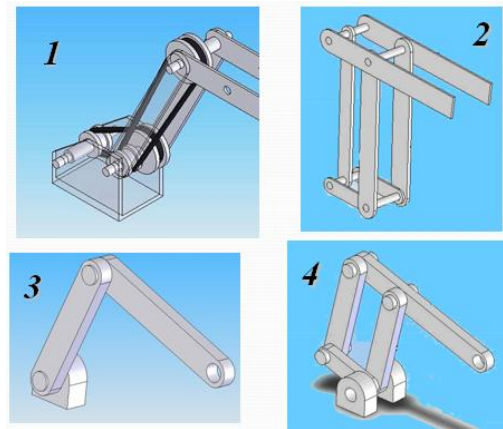
En la *propuesta 1* un actuador se encuentra fijo en la base y transmite un par al hombro de manera directa, el peso del resto del robot es soportado por un rodamiento axial.

En la *propuesta 2* el movimiento de la base al hombro se transmite por un sistema de tornillo sin fin.

En la *propuesta 3* el movimiento se transmite por un sistema de poleas, el actuador se encuentra en la base.

En la *propuesta 4* el actuador se encuentra en el hombro y transmite movimiento a una corona que hace girar el hombro por medio de un engrane.

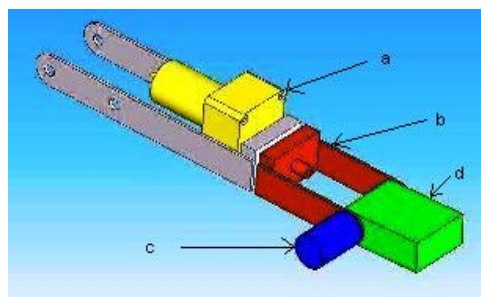
Las propuestas para el Brazo (en este trabajo el Brazo incluye al antebrazo) son las siguientes:



*figura 2.4 Propuestas para el Brazo*

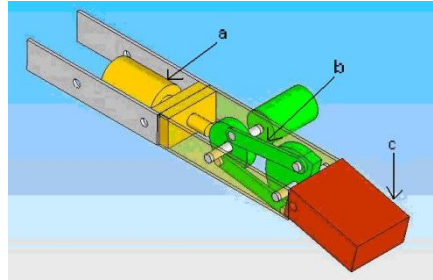
En la *propuesta 1* el movimiento es transmitido a cada eslabón por medio de poleas, para la *propuesta 2* es una estructura de eslabones que forman una cadena cerrada similar a un mecanismo de 4 barras para mover el mecanismo solo es necesario mover 2 eslabones. Para la *propuesta 3* es una cadena abierta donde los actuadores van montados en cada articulación. Para la *propuesta 4* se combina la 2 y 3 para reforzar la estructura y hacerla más estable.

Las propuestas del órgano terminal fueron las siguientes:



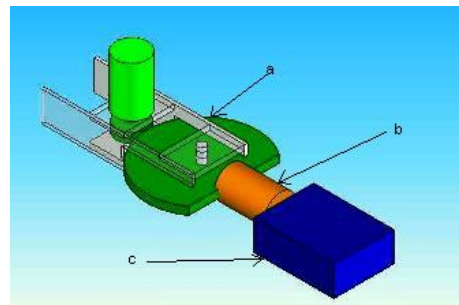
*figura 2.5 Propuesta 1 para la muñeca*

El mecanismo se compone de dos partes, la primera parte se conforma de un moto-reductor **a** que hace girar el resto del eslabón **b**, la otra parte está compuesta por otro moto-reductor **d** que hace girar al órgano terminal **c**.



*figura 2.6 Propuesta 2 para la muñeca*

El sistema se compone de tres partes, la primera se compone de un actuador que hace girar a la última parte del eslabón **a**, la segunda parte se compone de un mecanismo de cuatro barras **b** que mueve al OT **c**.

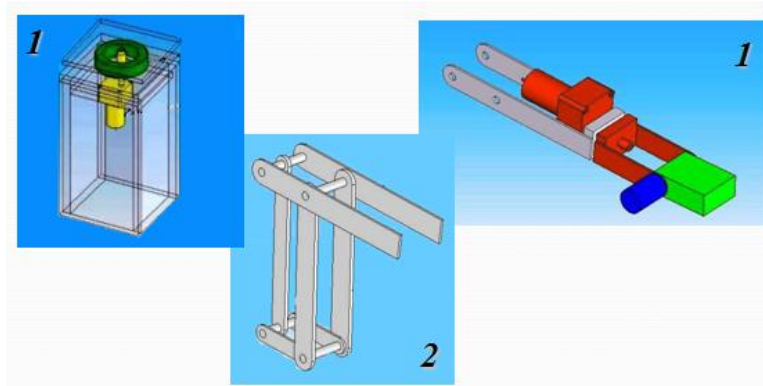


*figura 2.7 Propuesta 3 para la muñeca*

El sistema se compone de un sistema de engranes **a** al cual se le acopla un actuador **b** que hace girar al OT **c**.

### 2.1.6 Evaluación (Análisis y Selección)

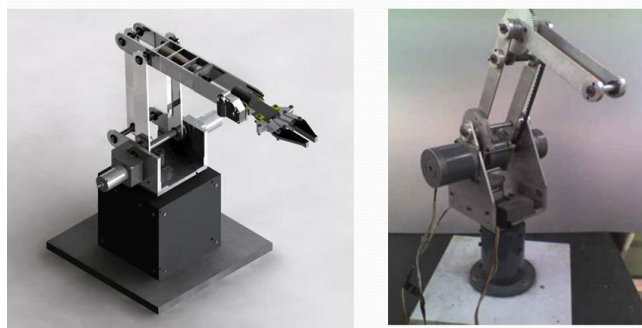
Para determinar cuáles propuestas eran las más adecuadas para cada caso, se utilizaron matrices de decisión. Los evaluadores son personas con conocimientos de mecatrónica y robótica, se estableció una escala de 1 a 5, donde 1 es la peor opción y 5 la mejor. Las propuestas seleccionadas para cada caso fueron la 1 para la Base y el Hombro, la 2 para el brazo y la 1 para el órgano terminal.



*figura 2.8 Propuestas seleccionadas*

### *2.1.7 Diseño a detalle*

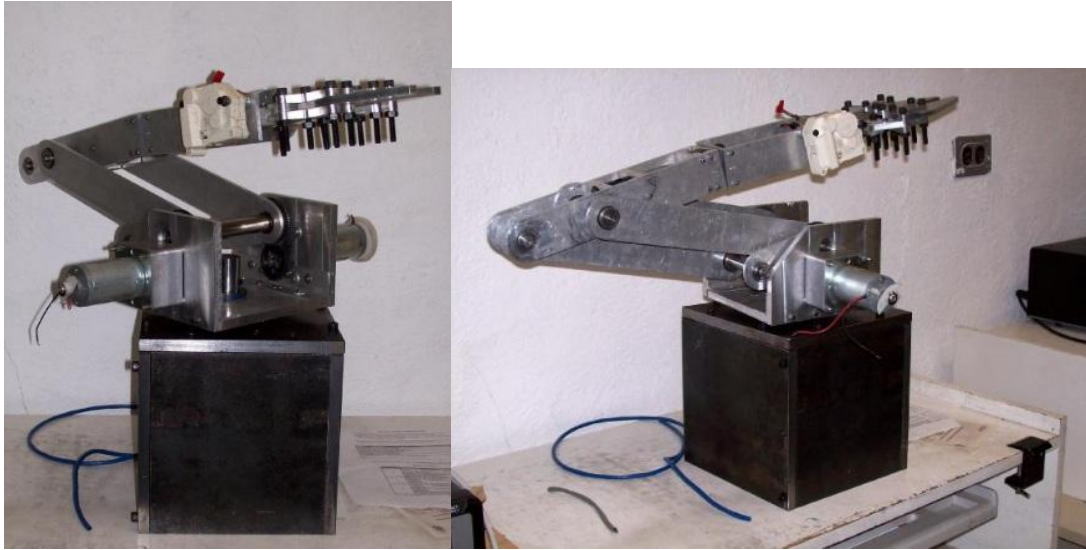
En esta parte se integraron las propuestas y se diseñaron piezas junto con los actuadores nuevos, se hizo un diseño en CAD y después se construyó un prototipo físico.



*(a)*

*(b)*

*figura 2.9 Modelo del robot en CAD (a), dispositivo inicial (b)*



*figura 2.9 Prototipo físico del robot*

## **2.2 Rediseño de la estructura mecánica**

La estructura resultante de la primera iteración se ve en la figura 2.9, como se puede apreciar el dispositivo no cuenta con una fase de control de la posición y presenta algunos problemas en la unión de la articulación de la muñeca por lo que el robot no tenía una buena precisión.

Con base al estudio de la dinámica inversa del manipulador, se pueden obtener parámetros para rediseñar las partes del robot, reduciendo peso y con ello aumentando la capacidad del manipulador. Al cambiar una pieza del manipulador en sus dimensiones, se modifica su masa y repercute en su dinámica, por esta razón el diseño se vuelve iterativo, cuando se modifica una parte o una pieza, se modifica la potencia calculada en cada instante, con ello también los pares instantáneos de los actuadores y las cargas sobre las piezas.



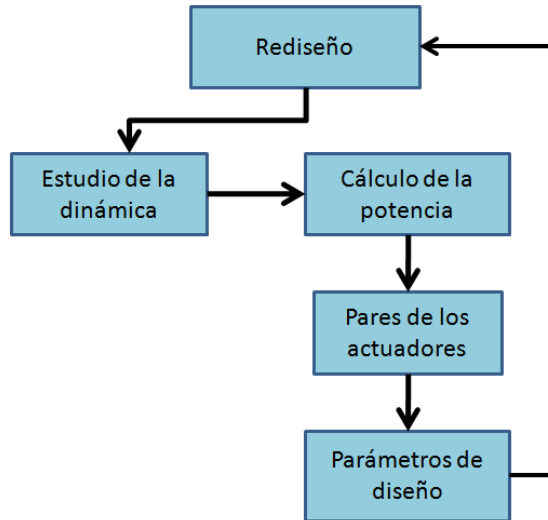


figura 2.10 Diagrama del proceso de rediseño

El rediseño del robot se enfocó en resolver los problemas estructurales del robot y reducir el peso, a continuación se muestran los cambios hechos en la estructura del robot y su descripción. Una de las necesidades de un robot es una buena repetitividad en sus movimientos. Los cambios realizados a la estructura mecánica son para garantizar una mejor interacción entre los elementos que componen al robot con los actuadores.

### 2.2.1 Requerimientos actuales del robot

Se mencionaron los requerimientos del robot para el trabajo pasado, algunos de ellos no tenían un parámetro claro. Los requerimientos de un robot por lo general son:

- Capacidad de Carga; medida en  $Kg$
- Alcance (espacio de trabajo); medida en  $mm$ .
- Repetitividad; medida en distancia  $\pm mm$ .

Para los robots industriales su capacidad de carga va desde 5 a 900  $[Kg]$ , un alcance 700 a 3500  $[mm]$  y una repetitividad de  $\pm 0.1 [mm]$  (dependiendo de la configuración mecánica) [1], para los robots didácticos en su mayoría se encuentran dirigidos a adolescentes y estudiantes que requieren reafirmar la interacción de los conceptos adquiridos. Las capacidades de estos dispositivos dependen esencialmente de sus actuadores, que en su mayoría son servomotores con reducciones

de plástico o de metal, con capacidades que pueden llegar a 30 [kg·cm] donde el rango de los motores es de 0 a 180 grados y su alcance depende de las piezas que conforman la estructura.

Otro aspecto fundamental para los robots, es la velocidad con la que se mueven en su espacio de trabajo, esta característica depende de la aplicación y para el caso de los servomotores didácticos la velocidad es continua.

Para este caso los requerimientos del robot en este estudio quedan de la siguiente manera:

- Capacidad de carga de 0.150 [Kg]
- Alcance de 700 [mm]
- Repetitividad de  $\pm 1.5$ [mm]

La velocidad del robot y la repetitividad dependen de los actuadores, usar actuadores para robots industriales tienen un precio muy elevado, y la mayoría de los actuadores usados en aplicaciones didácticas son limitados, por esa razón se seleccionaron servomotores de un nivel medio con la capacidad de variar su torque y velocidad angular, además cuentan con un sistema de control integrado capaz de regular el error en la posición, pueden retroalimentar su posición, velocidad y par instantáneos. El actuador seleccionado fue un servomotor RX-28 Dynamixel [2].

### 2.2.2 Muñeca del robot

El último eslabón del robot está dividido en dos partes, del lado del Antebrazo se encuentra el actuador que proporciona el movimiento de supinación-pronación al OT, el otro extremo soporta al actuador que proporciona los movimientos de flexión-extensión al OT. En la figura 2.11 se pueden observar los elementos que componen la muñeca del robot, además de las cargas que recibe el “eje de la muñeca”, este eje está sometido a torsión y flexión. El error en este diseño es que el eje sólo está soportado en un punto del lado del Antebrazo, produciendo una flexión grande, aunque la flexión del lado del Antebrazo era soportada por un rodamiento axial, el lado del OT terminaba flexionándose.

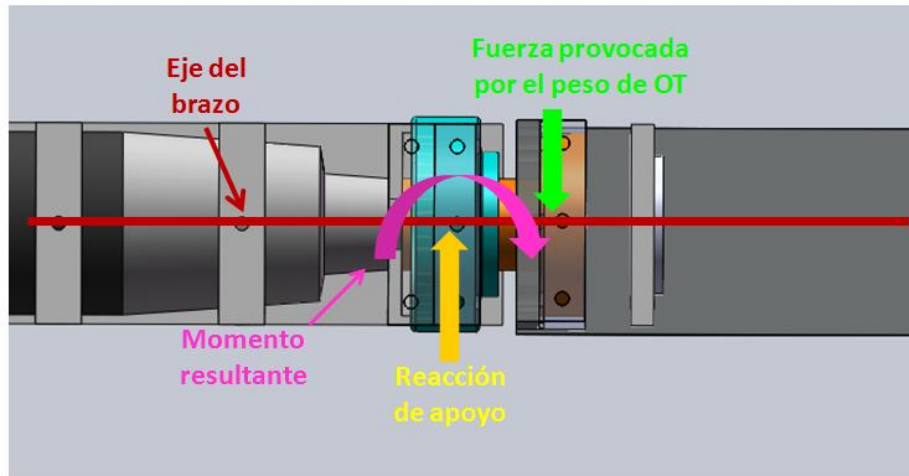


figura 2.11 Fuerzas presentes en la configuración inicial

Para resolver el problema se plantearon dos propuestas, una de ellas fue cambiar el rodamiento por uno más largo y otra fue colocar dos rodamientos como apoyo, al realizar los diagramas de cuerpo libre se observó que un rodamiento “largo”, no solucionaba el problema ya que la carga producida por el eje de la muñeca al rodamiento sería distribuida y se comportaría de la misma forma que la estructura anterior del robot.

La segunda propuesta fue colocar otro rodamiento para contrarrestar el momento producido por la carga sobre el eje y mantener más firme a la estructura.

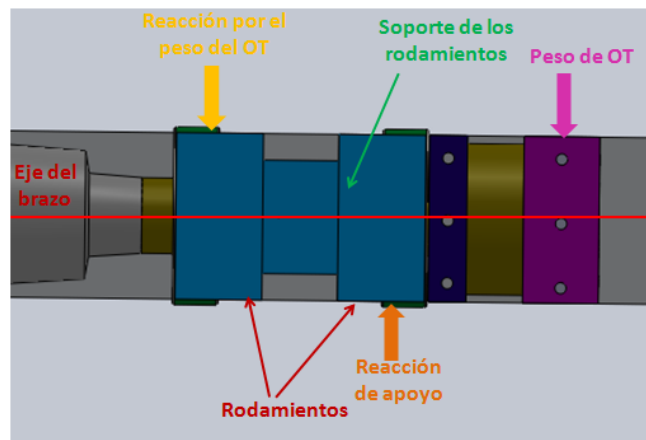


figura 2.12. Diagrama de fuerzas de la propuesta 2

La configuración con dos rodamientos se presenta en la figura 2.12

### 2.2.3 Actuadores del robot

El factor más importante en el diseño de las nuevas piezas es el peso, para facilitar el manejo del robot se optó por que los actuadores sean iguales, facilitando la fase de potencia y de control, con esto se reduce el tiempo de desarrollo.

Los actuadores son fundamentales para el óptimo desempeño del robot, por esta razón al analizar los actuadores anteriores del robot, que consistían de un motoreductor de corriente directa de 24 [V] a 1 [A], este arreglo controlaba la velocidad del actuador por medio de un PWM, y la posición por medio de un potenciómetro conectado al eje de la salida de la reducción. La desventaja del arreglo de los motoreductores es la poca precisión en su operación, esto se debe a la falta de una caracterización precisa de todos los componentes del motoreductor y también al desgaste entre las pistas del potenciómetro.

Con los resultados del análisis de la dinámica de la configuración inicial, se determinó usar actuadores con más capacidad para facilitar el control, por esa razón se decidió cambiar el arreglo de los motoreductores por servomotores de par y velocidad variable, los servos seleccionados fueron los RX-28 Dynamixel por su capacidad de par de 38 [kg-cm] y por su facilidad de conexión y de control ya que son incluidos dentro del propio dispositivo.

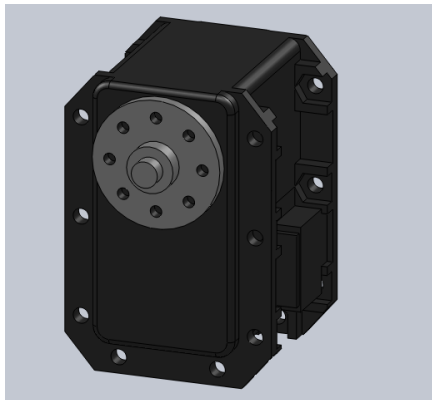


figura 2.3. Representación en CAD del Servomotor RX-28

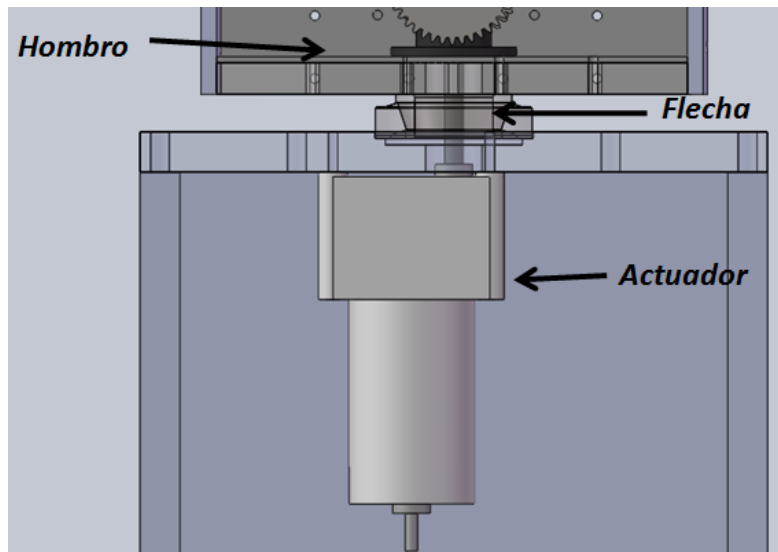


figura 2.4. Motoreductor del arreglo inicial

En las figuras 2.3 y 2.4 se pueden observar la forma de cada actuador, la diferencia es notable entre ambos por lo que es necesario hacer cambios a la configuración para poder hacer uso de los servomotores, con estos cambios se buscó reducir el número de piezas para reducir peso.

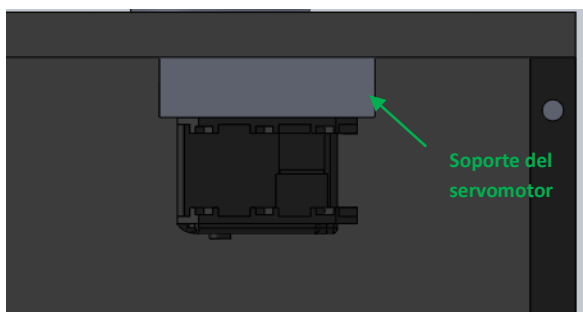
### 2.2.4 Base del robot

Los cambios en la base se enfocaron en adaptar el servomotor, por lo que fue necesario emplear una pieza para fijarlo. En la configuración anterior el motoreductor va montado a la base y transfiere el par por medio de una flecha al Hombro.



2.5.figura Arreglo de la primera configuración

Para este caso fue necesario desarrollar una pieza para sostener el servomotor y apoyarlo en la base del robot



figura

2.6. Adaptación en la base para el servomotor

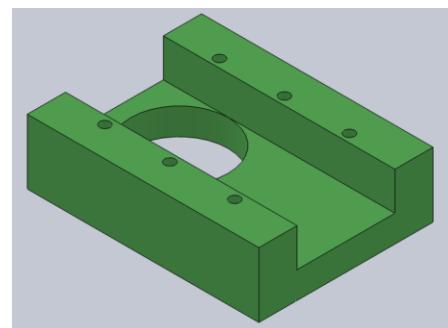


figura 2.7. Soporte del servomotor

### 2.2.5 Modificaciones del Hombro

Los cambios en el hombro del manipulador también corresponden al cambio en los actuadores, además de reducir piezas, peso y mejorar los acoplamientos entre el antebrazo y el brazo. El

cambio inicial es un eje que está conectado a la base, la modificación permite conectar de manera sencilla la base y el hombro con menos piezas.

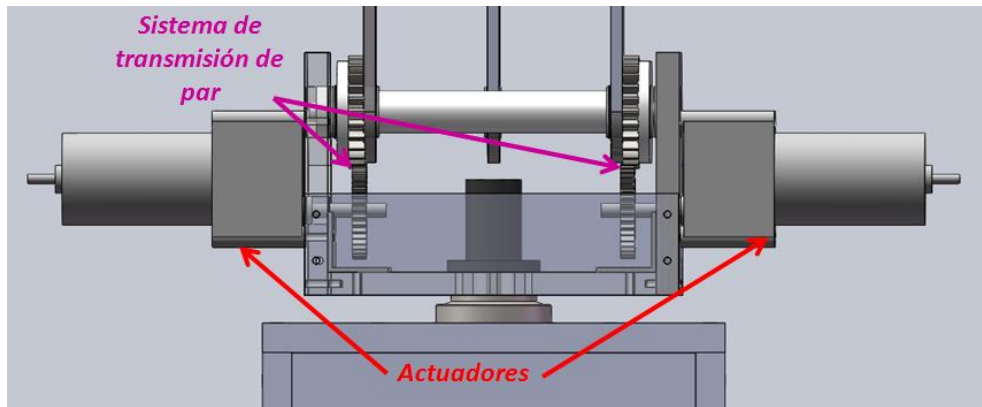


figura 2.8 Configuración inicial del Hombro del robot

Un cambio importante fue hacer en una sola pieza el eje que transmite el par al Hombro del robot.

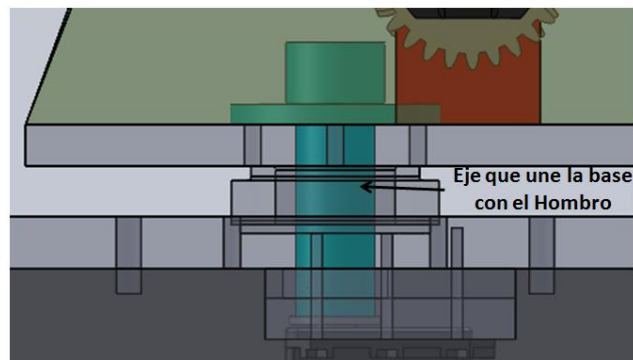


figura 2.9 Acoplamiento actual base-hombro

Las modificaciones en el brazo y el brazo del robot cumplen dos objetivos importantes, el de fijar de manera adecuada los servomotores a los costados del hombro, evitar que los ejes que transmiten el par se flexionen.

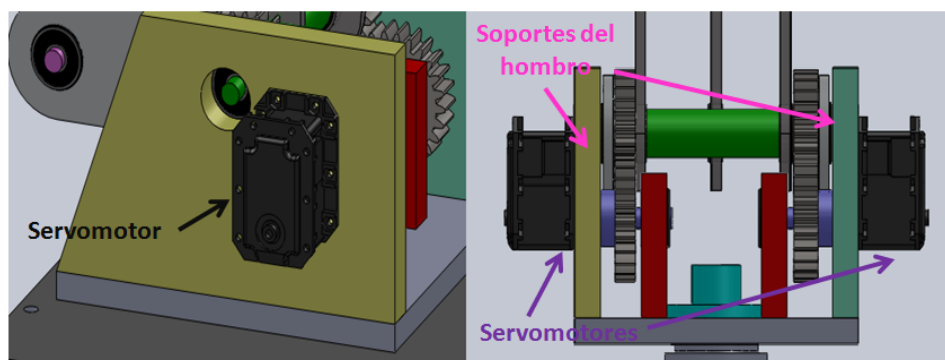


figura 2.10. Arreglo actual de los servomotores en el hombro

Cada servomotor proporciona movimiento al antebrazo y al brazo, para lograr cada grado de libertad se usa un arreglo de engranes para cada actuador, cada elemento de la cadena cerrada se mueve de manera independiente, en la figura 2.11 se pueden ver los elementos que proporcionan movimiento al antebrazo.

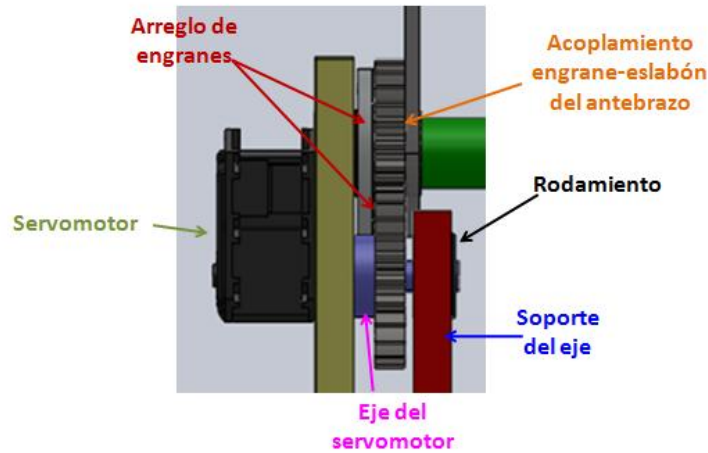


figura 2.11. Acoplamiento de los elementos que mueven al antebrazo

Para evitar fricción entre cada eje con los demás elementos se usan rodamientos, es muy importante evitar la flexión de los ejes a los que se les transmite una carga, por esa razón cada eje se apoya en los costados

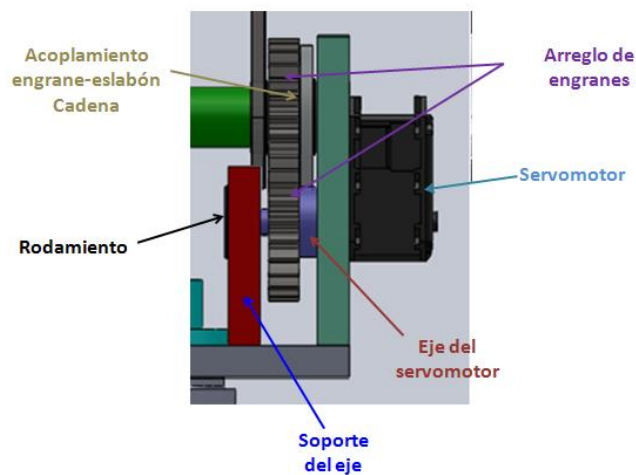


figura 2.12. Acoplamiento de los elementos que mueven al brazo

### 2.2.6 Antebrazo

En la siguiente imagen se pueden observar los elementos que son afectados por el servomotor encargado de mover los eslabones del antebrazo.

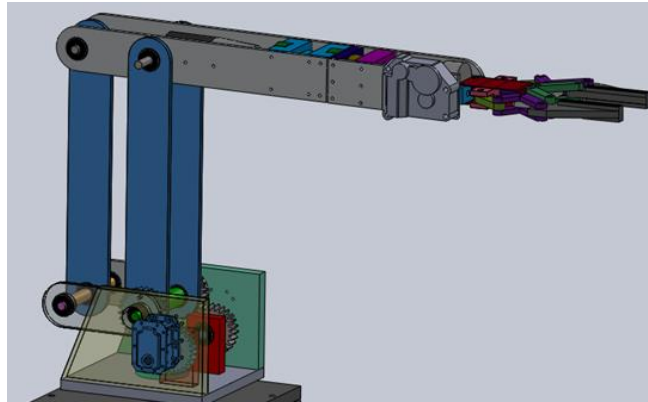


figura 2.13. Elementos del antebrazo.

Y del mismo modo se puede ver la relación del actuador que mueve al brazo.

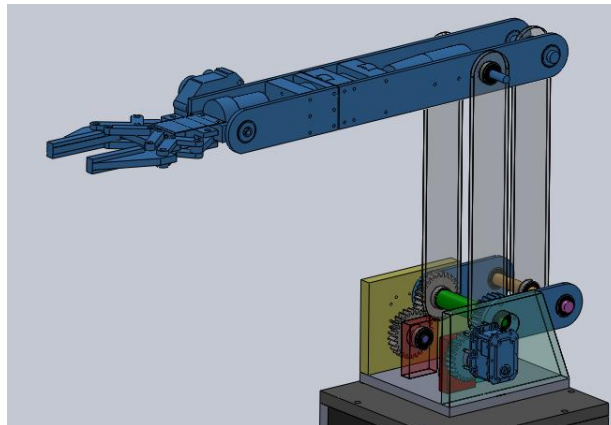


figura 2.14. Elementos del brazo.

La relación mostrada corresponde a cada movimiento, cada uno de los actuadores es responsable del cambio en la energía cinemática y tiene una relación directa, pero cabe hacer notar que los movimientos de cada una de las piezas puede afectar a otra en su energía potencial, en especial a los elementos de la cadena cerrada.



### 2.2.7 Brazo

Los cambios en el brazo consistieron en reducir piezas, se quitaron separadores y reducción de masa en los ejes, las modificaciones de la muñeca se ven reflejadas de manera directa en el brazo, ambos sistemas dependen uno del otro.

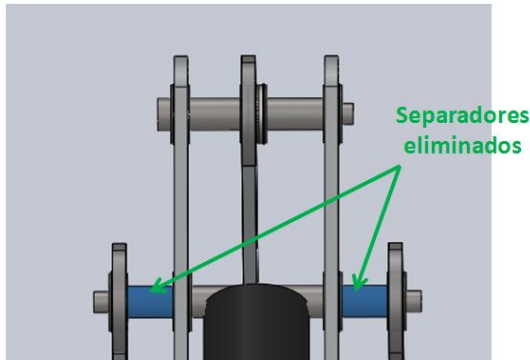


figura 2.15. Configuración inicial del brazo

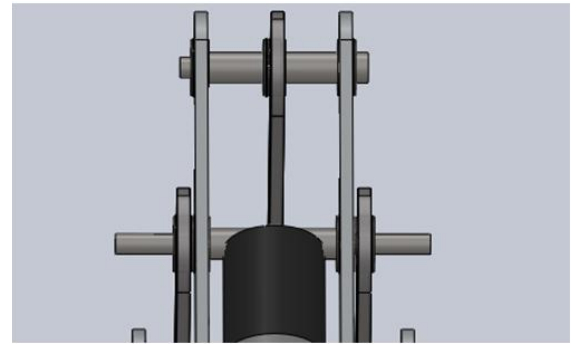


figura 2.16. Configuración actual del brazo

### 2.3 Análisis de los elementos del robot

Para que el manipulador pueda realizar una trayectoria, es necesario que sus piezas no se deformen de manera considerable, haciendo análisis de cuerpo rígido y de elemento finito (FEA) se pueden obtener los valores máximos de las cargas que pueden soportar sin que los efectos de la deformación se consideren críticos. Es importante evitar que los desplazamientos resultantes de las deformaciones no afecten la repetitividad del robot, por esa razón se busca que los desplazamientos máximos de cada una de las piezas sea menor a  $0.1 [mm]$ , es muy complicado en un robot establecer una precisión para todo el conjunto, como ya se mencionó es mejor buscar la repetitividad de los movimientos, para este caso se estudia una trayectoria en particular, pero si el robot es sometido a otra trayectoria u otra función, es preferible que las piezas puedan soportar las cargas presentes sin deformarse, por esa razón se busca una rigidez que pueda soportar la capacidad que pueden ofrecer los actuadores, tomando como referencia las cargas para este trabajo, aunque es recomendable para cada nueva tarea del robots se estudie el comportamiento de las piezas. Los otros factores que pueden provocar cargas dentro de las piezas (temperatura, campos magnéticos, etc.) no se considerarán, el robot será operado dentro de un ambiente controlado como el de un laboratorio. Es importante la siguiente aclaración, los robots industriales deben de cumplir tareas específicas desplazando una herramienta u objetos de un lugar a otro

bajo condiciones muy demandantes y en ambientes altamente agresivos tanto para personas y máquinas, en este caso particular el manipulador no trabajará en un ambiente tan demandante.

El robot en su estructura mecánica contiene los siguientes sistemas fundamentales:

- Base
- Hombro
- Antebrazo
- Brazo
- Órgano Terminal OT

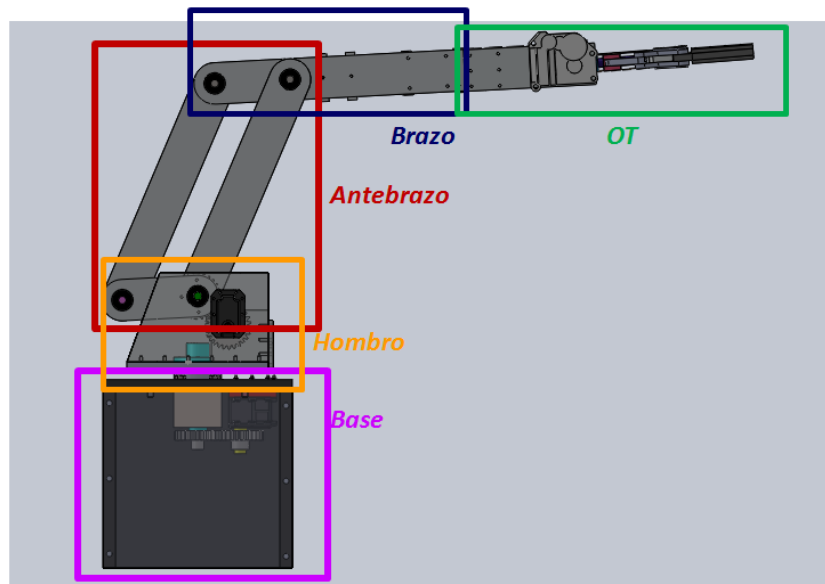


figura 2.17 Sistemas que componen al robot

Como se puede apreciar en los diagramas de ensamble del robot, los sistemas interactúan unos con otros, las cargas propuestas son las reacciones provocadas por la interacción de las piezas cuando el manipulador se mueve y que son transferidas entre ellas, es por esta razón que los análisis preliminares se realizarán con modelos estáticos de cargas.

Para iniciar con el análisis de las cargas para este sistema es necesario identificar cada una de sus partes y cuáles piezas tienen una relación directa con otro sistema para determinar cómo interactúan transfiriéndose cargas.

### 2.3.1 Estudio de las piezas de la Base

Los elementos que componen a la base del robot son los siguientes:

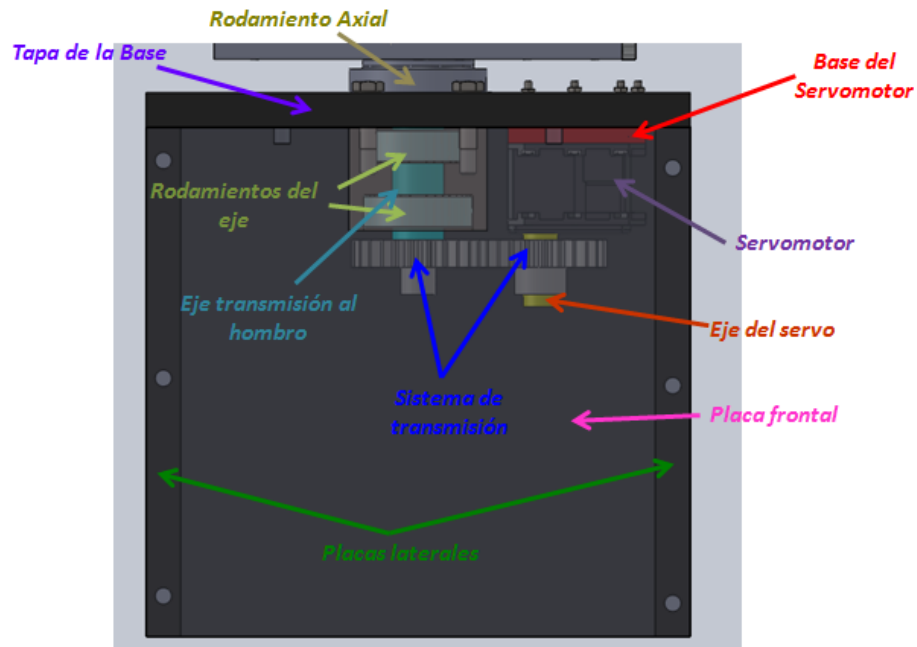


figura 2.18 Piezas que componen al sistema de la base del robot

Las piezas de la base del robot son las encargadas de soportar todo el peso del robot además de las cargas producidas por sus movimientos.

El primer análisis realizado corresponde al ensamble formado por las placas laterales, frontales y la tapa. Por su naturaleza donde se encuentran las cargas se optó por realizar un análisis de FEA, se estableció la condición que la parte inferior del ensamble permanece fija y no vuelca. Con los demás elementos se escogió una relación donde le transfieren carga al robot como se ve en la siguiente imagen:

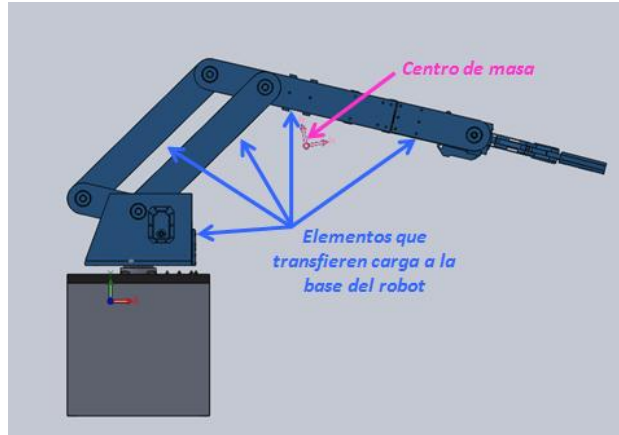


figura 2.19 Elementos que transfieren carga y centro de masa del ensamble

Los elementos que transfieren cargas a la base son todos móviles, no solo es el peso de las piezas, también se deben considerar las cargas producidas por los movimientos del manipulador. Todas las fuerzas y momentos para el ensamble pueden ser aplicados en su centro de masa.

Para el análisis se establecieron las siguientes condiciones:

- Se aplicará una carga y momento en el centro de masa del ensamble
- El estudio de FEA se realizó de manera estática, se puede hacer esta consideración porque el estudio de la dinámica esta discretizado en función del tiempo
- Se usaron elementos "viga" para transferir la fuerza y el momento resultante para el instante más crítico en la trayectoria
- En las uniones entre las piezas se consideran uniones fijas y sin penetración
- La malla para el estudio será lo más fina posible que pueda hacer el programa de estudio
- El material de la base es acero al bajo carbono, AISI 1045 estirado en frio

El modelo de cargas para el estudio con las consideraciones anteriores se presenta de esta manera:

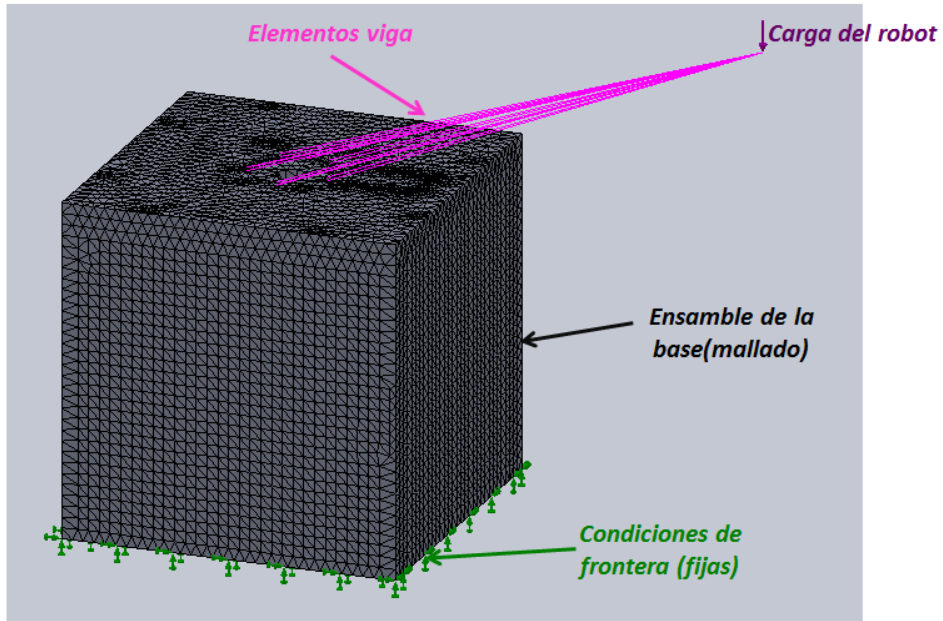


figura 2.20 Modelo para el análisis de esfuerzos de la base

Los elementos viga transfieren la carga a las superficies donde se coloca el rodamiento axial encargado de soportar el peso, fuerzas y momentos producidos durante la operación del robot. Los resultados de cargas y deformación son los siguientes:

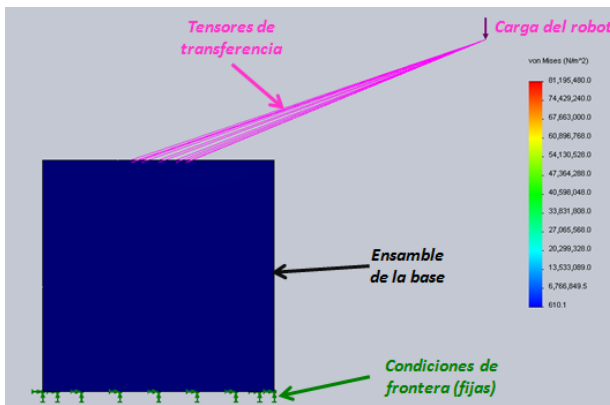


figura 2.21 Vista lateral de estudio de FEA (Esfuerzo de vonMises)

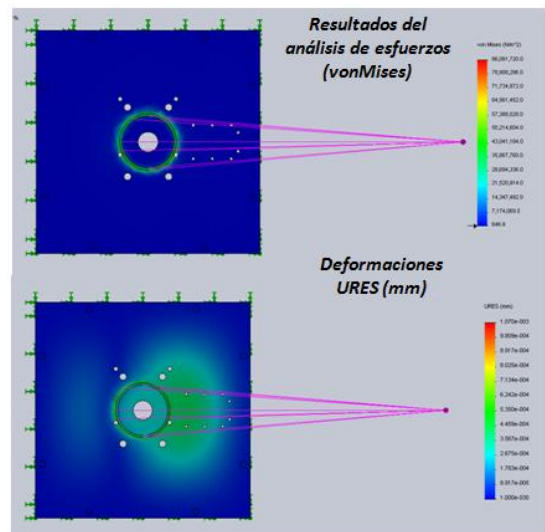


figura 2.22 Vista superior de estudio de FEA (Esfuerzo de vonMises)

La carga que se aplicó fue de 4 [kg], simulando una carga similar a la que transferirá si el antebrazo y el brazo del robot se moviera a la velocidad máxima de los actuadores.

El mayor desplazamiento resultante para este caso es de  $1.134 \times 10^{-3}$  [mm], por lo que esta carga no afectará el funcionamiento del conjunto.

El siguiente elemento a estudiar y que tiene una relación directa con el *Hombro* es el eje que transmite el par del servomotor de la base al resto de la estructura, en la solución de la dinámica, el par necesario para mover los elementos del robot es muy bajo, por esa razón se aplicará como condición “crítica” cuando transmite el mayor torque del servomotor. La siguiente imagen muestra el diagrama de cuerpo libre del eje transmisor:

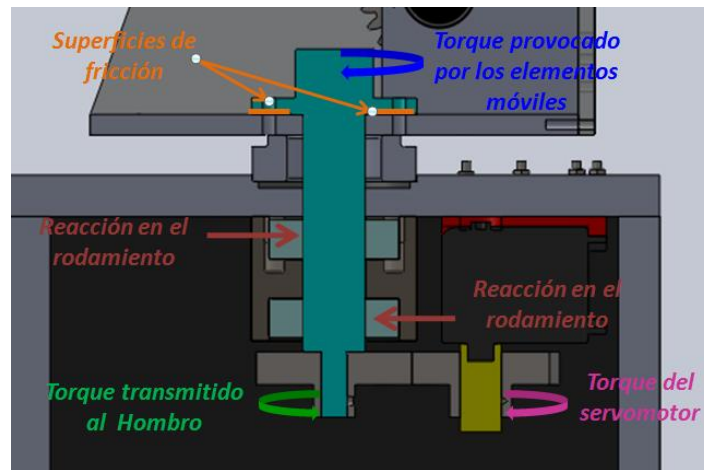


figura 2.23 Diagrama de cuerpo libre el eje de transmisión al hombro

El eje que transmite el par del servomotor de la base, está soportado lateralmente por dos rodamientos para que se produzca un momento, el torque transmitido tiene la oposición provocada por la inercia de las piezas móviles, el movimiento es transmitido por la unión de las piezas indicadas, dicha unión se produce por la fuerza de fricción provocada por los tornillos al presionar las caras unas contra otras. Como la geometría de la flecha no es de sección constante su estudio se realizó usando FEA. Considerando que la flecha es de aluminio (6063).

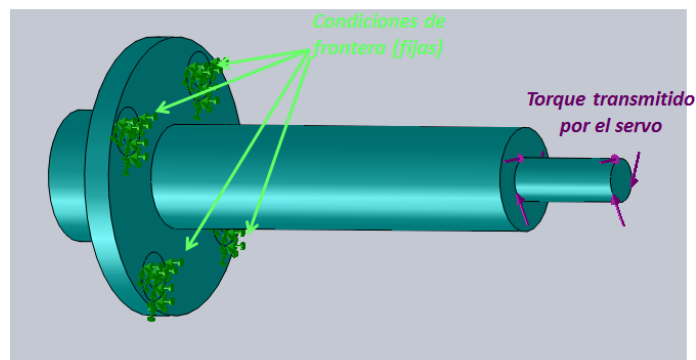


figura 2.24 Modelo para el análisis del eje

Las condiciones de frontera se definieron fijas y en aéreas donde aproximadamente se distribuye la fuerza de fricción (el tamaño de una arandela para tornillos M3) entre el eje y la base del Hombro. Para el torque se uso el valor máximo del servomotor multiplicado por 3 (simulando aceleraciones muy grandes). Mantener fijo el lado que se conecta al Hombro simula un par de reacción producido por los elementos móviles al desplazarse o ser frenados.

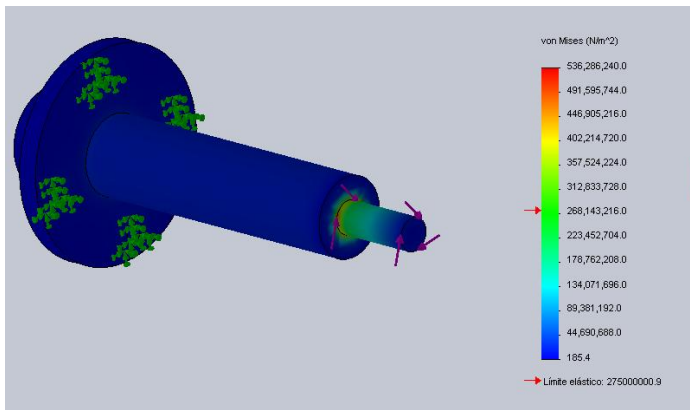


figura 2.25 Resultado de la tensión de vonMises del eje

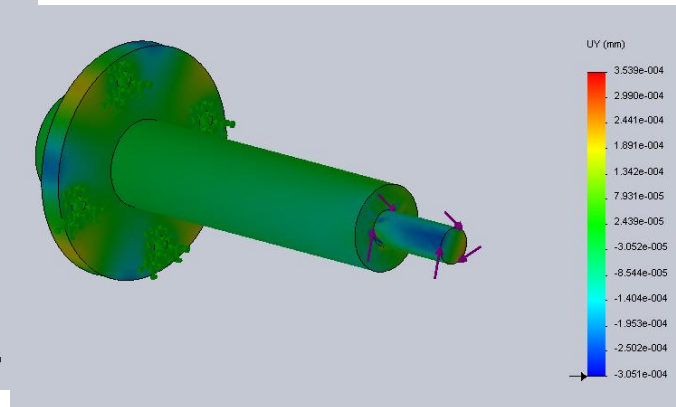


figura 2.26 Resultado de las deformaciones perpendiculares al eje de la flecha

La carga que se aplicó a esta flecha es la 1.5 veces la torsión máxima que puede dar el servomotor que es de 1.15 [N·m], el desplazamiento total máximo obtenido es  $3.34 \times 10^{-4}$  [mm], como puede apreciarse la deformación no representa ningún problema para el desempeño del robot. Los esfuerzos más grandes sobre las piezas como era de esperarse están presentes en los cambios de secciones del eje.

### 2.3.2. Estudio de las piezas del Hombro

El Hombro se compone de muchas piezas encargadas de transmitir el par de los servomotores a los eslabones del robot, además de soportar el peso y las cargas producidas por el cambio de posición de los elementos.

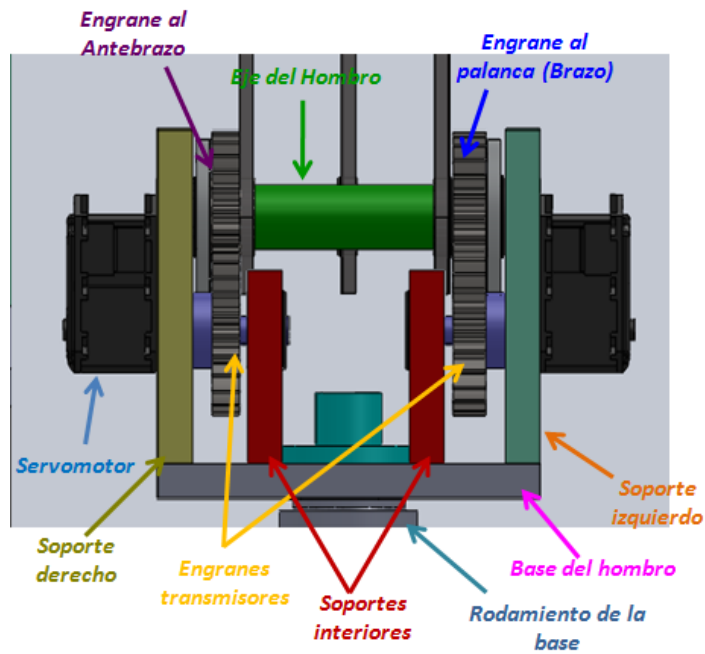


figura 2.27 Elementos que componen al Hombro

La base del Hombro se encarga de soportar el peso del robot y las cargas producidas por el movimiento de los eslabones, por esta razón se plantea el siguiente elemento en FEA para su análisis:

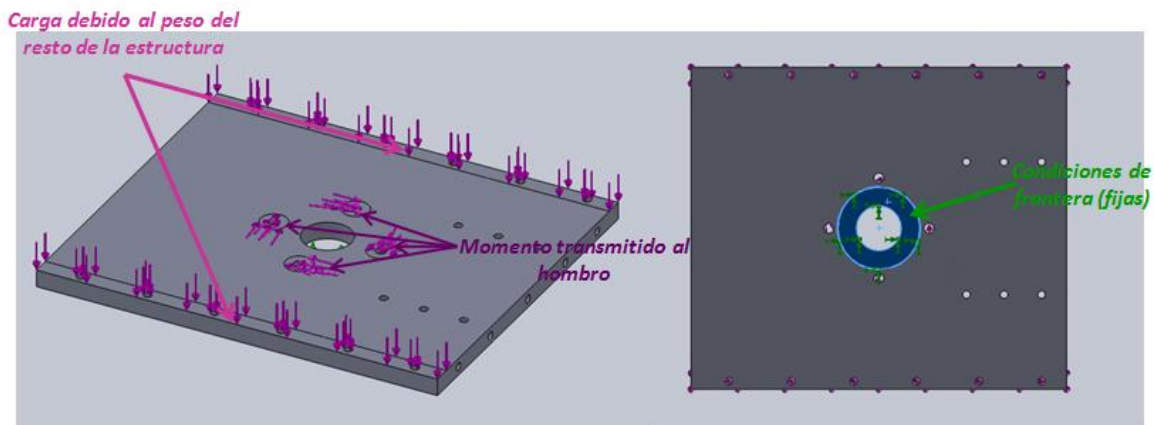


figura 2.28 Modelo para el análisis de la base del Hombro

En el modelo se puede apreciar una carga distribuida a los lados de la base, estas cargas son provocadas por el peso de los otros elementos del robot, el peso del resto de los elementos es de 3.9 [kg], aplicando un factor 3 y multiplicando por un valor de gravedad de 9.81 [ $m/s^2$ ], la carga



que se aplicó para este estudio es de 114.77 [N]. En la parte central está el par transmitido al Hombro, para este caso se utilizó el torque máximo del servomotor multiplicado también por un factor de 3, el torque aplicado fue de 1.11 [N·m]. En la parte inferior de la base se colocaron las restricciones de movimiento, el área donde se aplicaron las restricciones tiene contacto con el rodamiento de la base y las restricciones aplicadas son fijas para simular la inercia producida por los demás elementos del robot. Dando como resultado las siguientes gráficas:

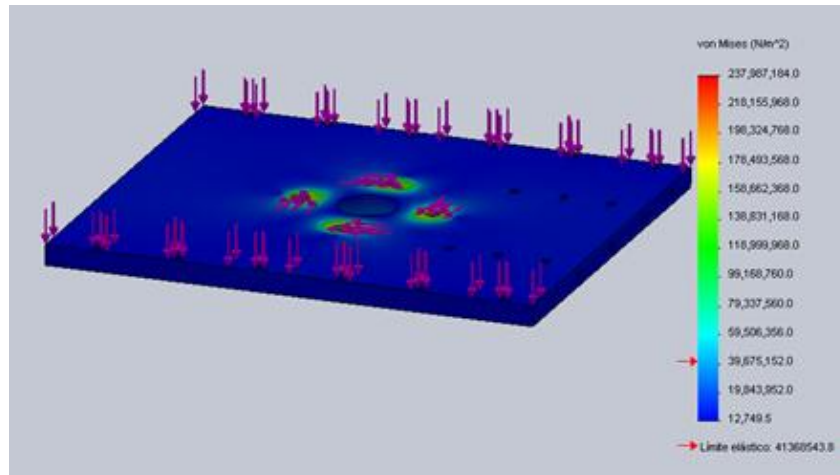


figura 2.29 Resultado de la tensión de vonMises de la base del hombro

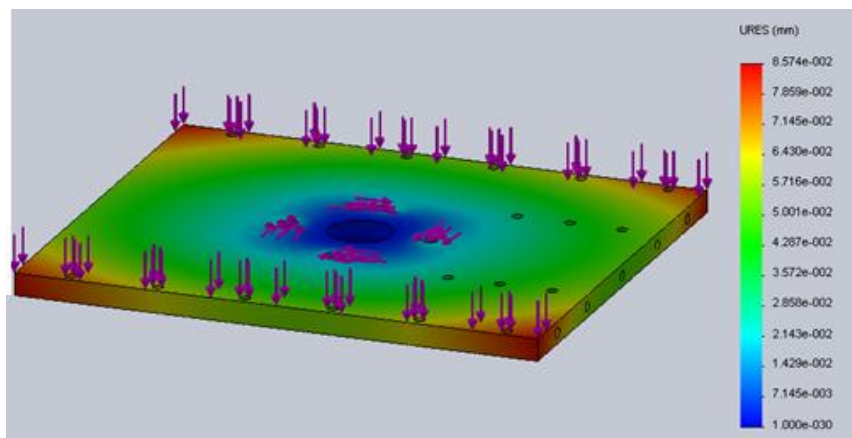


figura 2.30 Resultado de las deformaciones de la base del hombro

Como se aprecia en estos resultados la pieza se encuentra sometida a poca tensión por las cargas y los desplazamientos más grandes son de  $8.57 \times 10^{-2}$  [mm], la acción de estas cargas no afecta el desempeño del robot.

La base del hombro se encuentra conectada a los soportes del robot, los soportes cargan al Antebrazo y al Brazo, además de cargar los servomotores que transmiten movimiento al Antebrazo y al Brazo, por su geometría se aplicó un estudio de esfuerzos y deformación usando FEA:

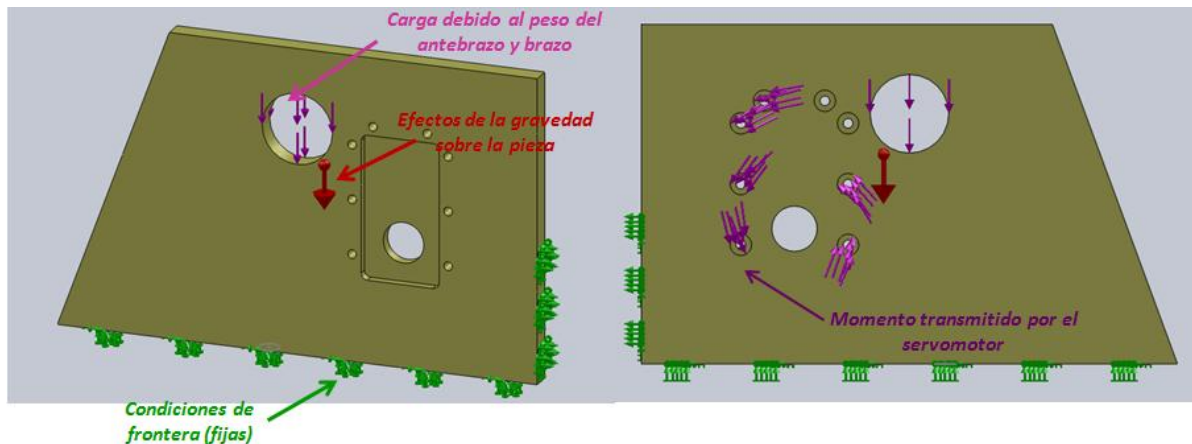


figura 2.31 Modelo para el soporte del Hombro

Las restricciones para este estudio se encuentran colocadas en las áreas donde hay fuerza de fricción entre la base y la placa frontal debido a las uniones producidas por los tornillos, las cargas que se consideraron para este análisis son los efectos del peso de los elementos del robot sobre la caja del rodamiento y de los eslabones colocados en el antebrazo, por la cara interior se distribuyó el torque que produce el servomotor, también se distribuyó este par en áreas donde el servo se une al soporte lateral por medio de tornillos, y por último el efecto de la gravedad sobre la pieza. La carga sobre la caja del rodamiento es fue de  $15[N]$ , el par considerado que transmite el servo fue de  $1.11 [N\cdot m]$  y una gravedad del  $9.81 [m/s^2]$ .

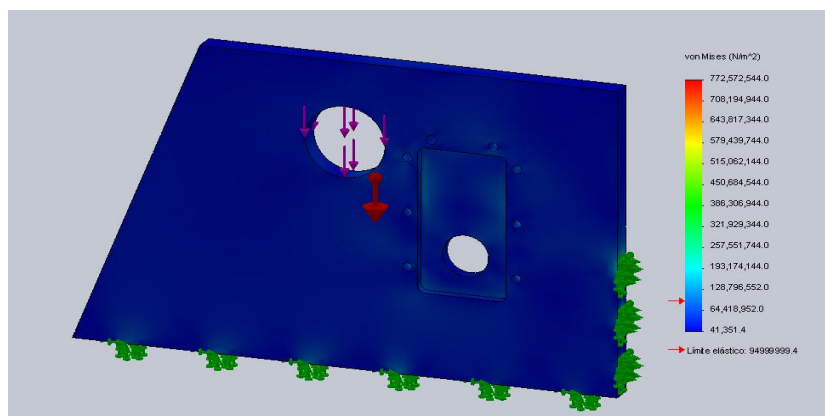


figura 2.32 Esfuerzo que se presentan el soporte exterior del hombro

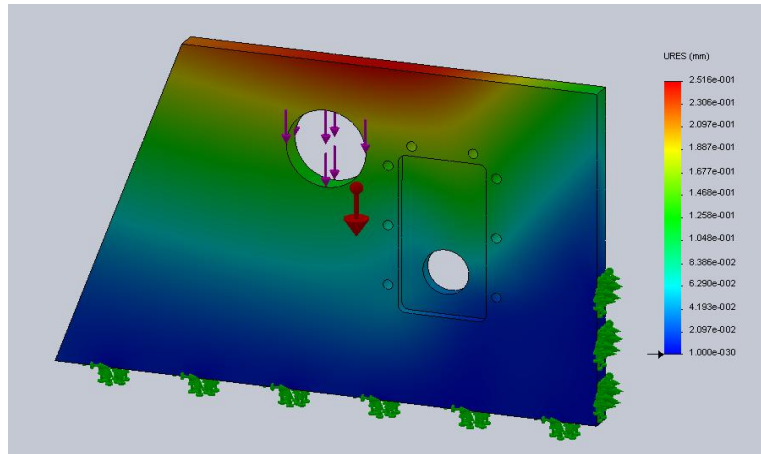


figura 2.33 Deformación que se presentan el soporte exterior del hombro

En los resultados de este estudio se puede apreciar que las cargas sobre la pieza no provocan esfuerzos considerables, el mayor desplazamiento sobre la piezas por estos esfuerzos es del  $2.5 \times 10^{-2} [mm]$  en la parte superior de la pieza, se espera que el ajuste de los rodamientos con la caja y a su vez con el eje reduzca este desplazamiento, por lo tanto no se espera ningún problema cuando el robot este operando cerca de los valores máximos propuestos en este estudio.

### 2.3.3. Estudio de los eslabones del Antebrazo y del Brazo

La geometría de los eslabones que conforman al brazo y al antebrazo son muy similares, además la manera en que las cargas se aplican a estos elementos son muy parecidas se planteo un modelopara cada una de estas piezas.

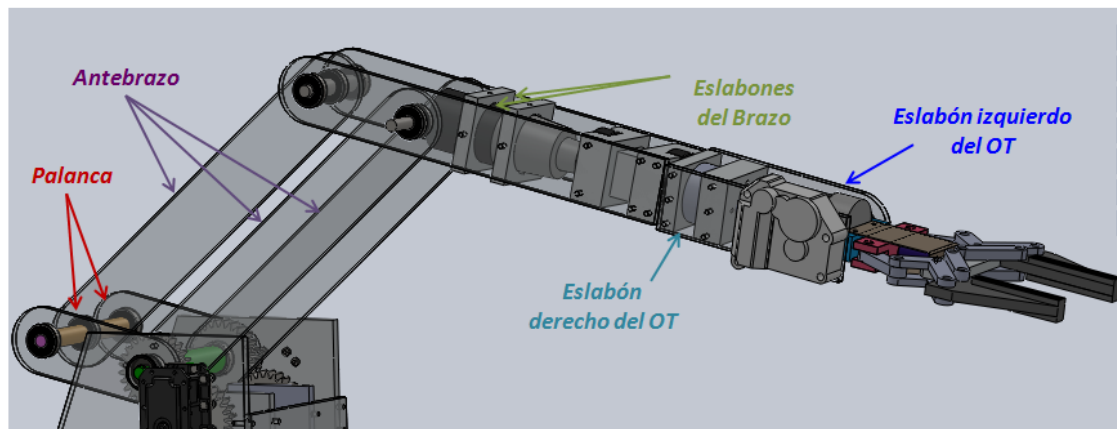


figura 2.34 Eslabones del robot

Las piezas llamadas “palanca” se encargan del transmitir el movimiento al brazo formando la cadena cerrada, para el estudio de cada piezas se aplicó una carga simulando el par necesario para

hacer girar el brazo con la fuerza máxima del servomotor, la fuerza que necesitan soportar las dos palancas por el peso del brazo con un factor de 3 es de 15[N], el torque se transmite por medio de la unión de una palanca con un engrane que le transmite el par al servomotor, la unión entre el engrane y la palanca es por medio de una unión pernada.

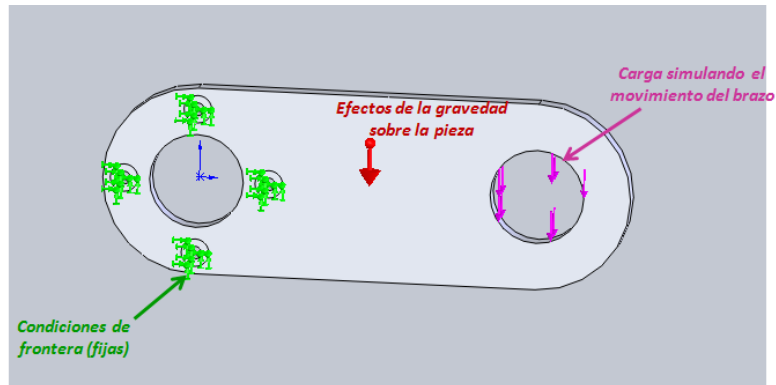


figura 2.35 Modelo de estudio de la palanca

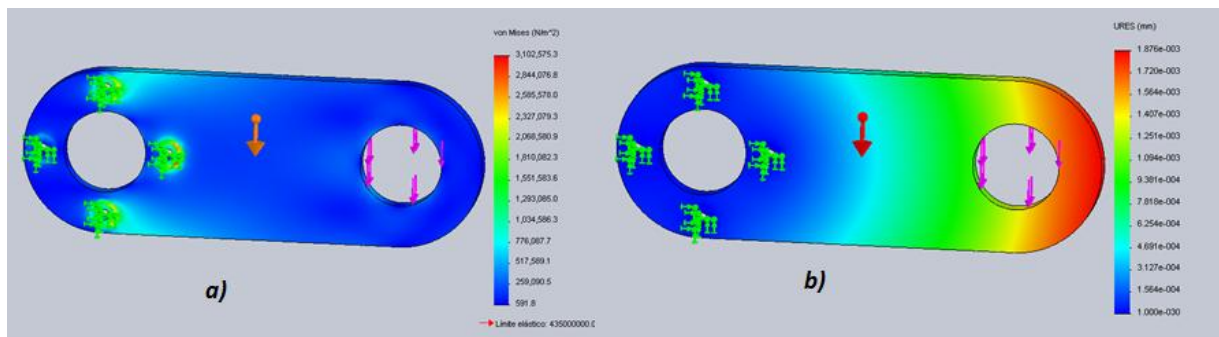


figura 2.36 Resultados de esfuerzo (a) y deformación (b) de la palanca

En los resultados se puede apreciar que la pieza no presenta ningún esfuerzo grande y la máxima deformación con la carga aplicada es de  $1.87 \times 10^{-3} [mm]$ , lo que se puede considerar que el robot no tendrá ningún problema con cargas cercanas a las propuestas.

Para los eslabones se propuso un modelo similar sólo que la carga que tenía que soportar es el peso del brazo, se utilizó un factor de 3 dando como resultado una carga de 7[N].

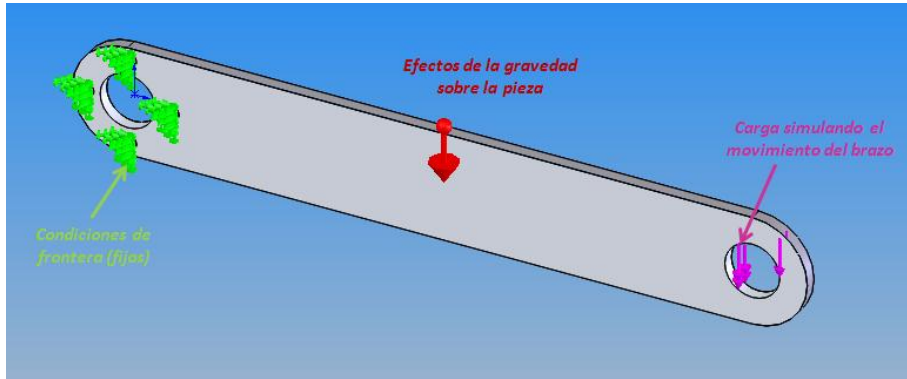


figura 2.32 Modelo de estudio del antebrazo

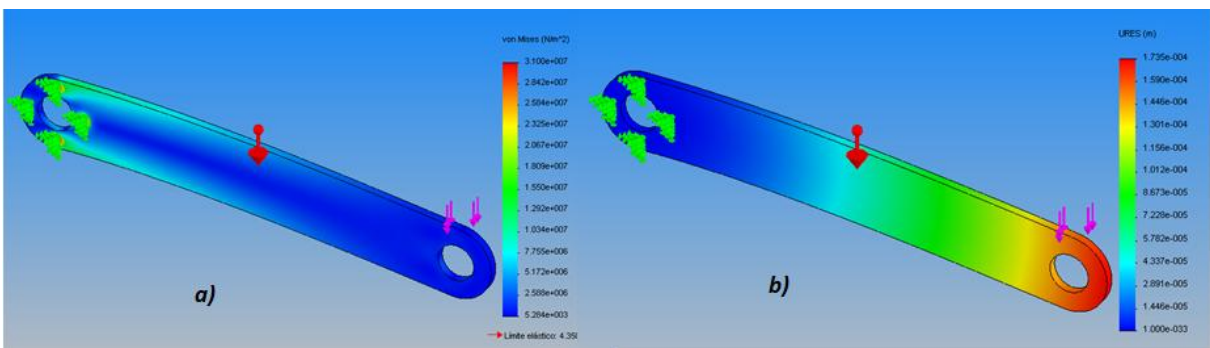


figura 2.37 Resultados de esfuerzo (a) y deformación (b) del antebrazo

Se puede observar que la pieza para las cargas propuestas no presenta grandes esfuerzos y tiene un desplazamiento máximo de  $1.735 \times 10^{-4} [mm]$ , estas piezas bajo las condiciones propuestas pueden cumplir sin problema la tarea encomendada.

Los eslabones del brazo sostienen al OT además de recibir el par de los servos para mover el brazo, para ello se propone el siguiente modelo:

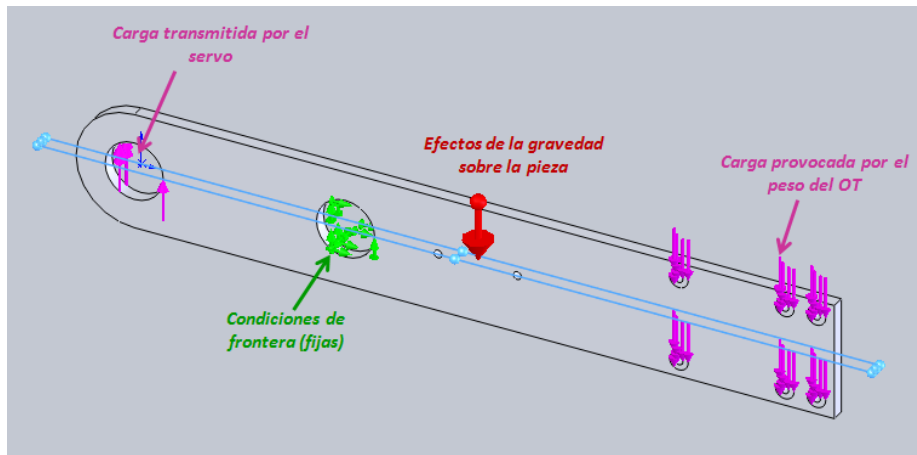


figura 2.38 Modelo de estudio los eslabones del brazo

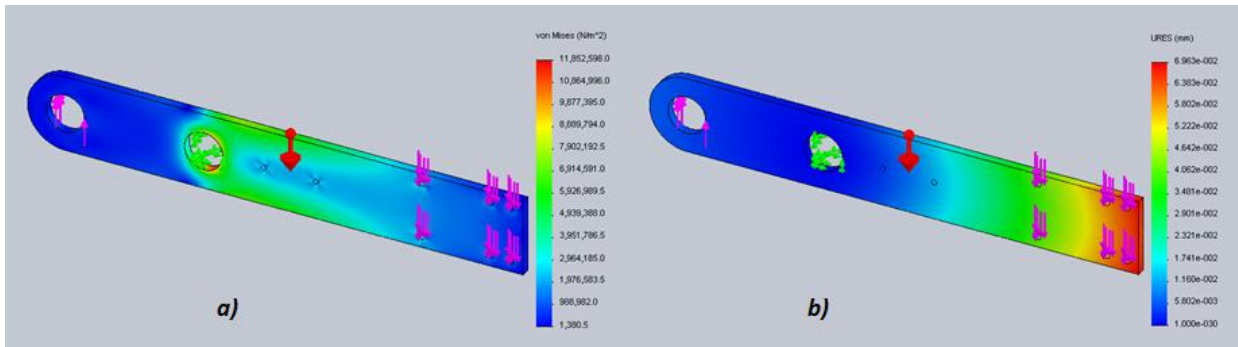


figura 2.39 Resultados de esfuerzo (a) y deformación (b) del eslabón del brazo

Como condiciones se estableció que la caja del rodamiento del antebrazo que soporta el peso del Brazo y del OT esta fijo, y la pieza recibe una fuerza provocada por el movimiento del servomotor y otra producida por el peso del OT sobre la pieza. Para la carga transmitida por el servomotor se utilizó el valor de  $1.1 [N \cdot m]$  y para el peso del OT  $12 [N]$ . El peso del OT es transmitido al eslabón por medio de uniones atornilladas y se consideró que se transmite por la superficie de contacto entre el tornillo y la pieza.

Para las cargas de este modelo la pieza no sufre esfuerzos considerables y el máximo desplazamiento presente es de  $6.936 \times 10^{-2} [mm]$ , por lo que la pieza no presenta ningún problema para las condiciones propuestas.

Para los eslabones del brazo se planteó un mismo modelo de esfuerzos pero sus geometrías son diferentes, para comprobar que no se afecta al funcionamiento del robot, las condiciones fijas corresponden a la uniones atornilladas que soportan el peso del OT y la carga corresponde a los elementos del Órgano terminal del robot con un factor 3 considerando que está transportando un objeto de  $100 [gr]$ .

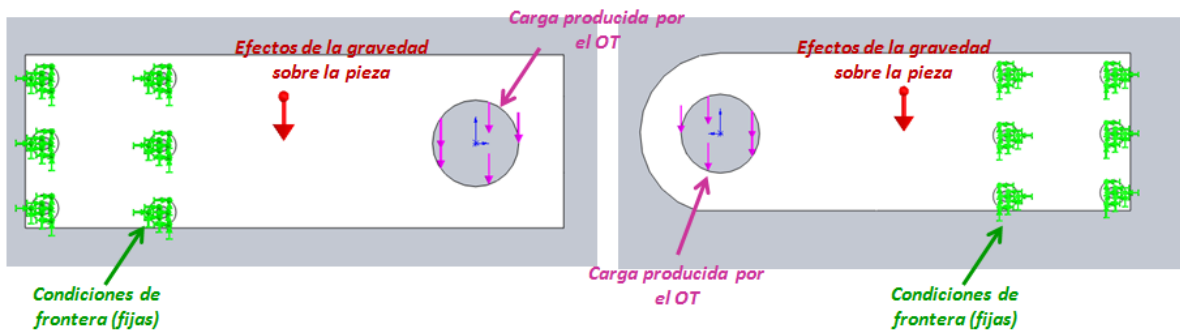


figura 2.40 Modelo de estudio de los eslabones del OT

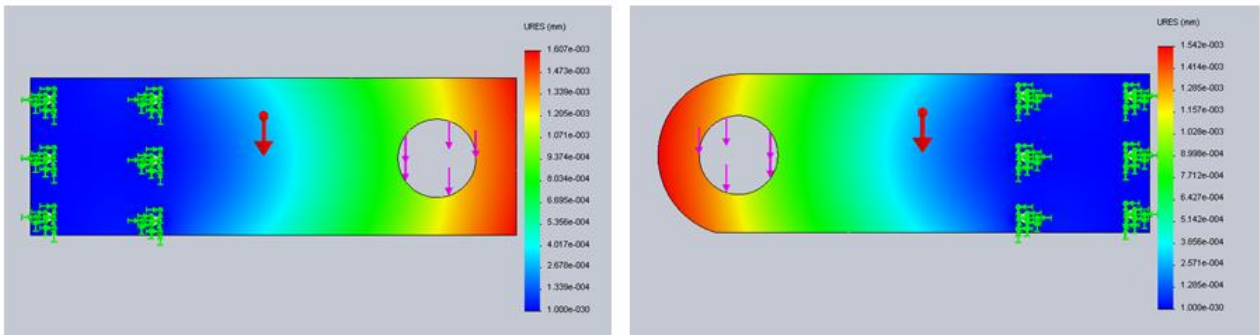


figura 2.41 Resultados de deformación del eslabón del OT

Los esfuerzos para las condiciones propuestas son mínimos, para el eslabón rectangular el desplazamiento máximo es de  $1.6 \times 10^{-3} [mm]$  y para el redondeado es de  $1.54 \times 10^{-3} [mm]$ , para las condiciones planteadas para este análisis no se presenta ningún problema para que el OT cumpla su función.

#### 2.3.4 Estudio del órgano terminal (OT)

El brazo es un conjunto de piezas que transporta al OT, es muy importante ver cómo reaccionan todos los elementos, para ello se simuló una carga de 100 [gr], para simplificar el modelo sólo se sometieron a carga las piezas del brazo que tienen relación directa con el OT y soportan carga.

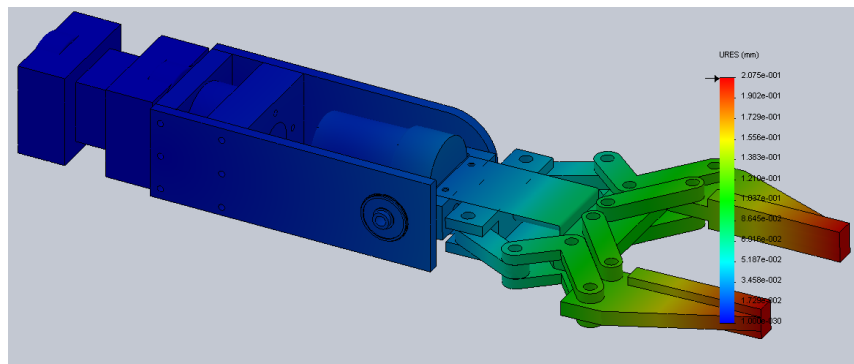


figura 2.42 Resultados de deformación del eslabón del OT

La carga fue puesta entre los dedos del OT, por medio de elementos viga, el desplazamiento máximo fue de  $2.075 \times 10^{-1} [mm]$  en la parte de los dedos del robot, se puede considerar aceptable debido a que en los dedos del robot se tiene un área para tomar los objetos.

### Capítulo 3. Estudio de la cinemática inversa y la dinámica del robot

#### 3.1.1 Modelos de la posición del robot

En el trabajo anterior donde se desarrolló la estructura mecánica del robot, únicamente se realizó el análisis de la posición del OT [11], y se simuló una trayectoria de línea recta utilizando un polinomio de quinto grado para sus ecuaciones de posición con respecto al tiempo. El manipulador cuenta con cinco grados de libertad, pero dentro del modelo solo se incluyeron tres, debido a que los dos últimos corresponden a la orientación del cuerpo en la trayectoria y se consideraron no relevantes. El vector de posición del OT con respecto a una base inercial se obtuvo por medio del método de Denavit- Hanterberg. Los sistemas de referencia se muestran en la siguiente figura:

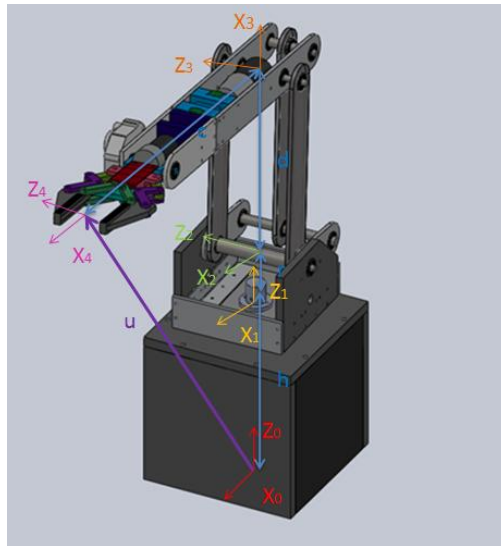


figura 3.1 Sistemas de referencia del robot

Con esta configuración se obtuvieron los siguientes parámetros para la obtención del vector  $u$ :

$i$	$a_i$	$\alpha_i$	$b_i$	$\theta_i$
0	0	0	$h$	$0^\circ$
1	0	90	$r$	$0^\circ$
2	D	0	0	$-90^\circ$
3	C	0	0	$-90^\circ$

Tabla 3.1 Parámetros de Denavit-Hanterberg



Con estos datos se planteó la siguiente suma vectorial de una base a otra, la suma comienza desde el sistema inercial cero, hasta el sistema cuatro (sistema de referencia del OT)

$$\vec{u} = \vec{b}_0 + \vec{b}_1 + Q_1 \cdot \vec{b}_2 + Q_1 \cdot Q_2 \cdot \vec{b}_3 \dots (3.1)$$

Donde:

$\vec{u}$  Es el vector que va desde la base inercial al sistema de referencia del OT

$\vec{b}_i$  Son los vectores de traslación en cada uno de los sistemas de referencia del robot

$Q_i$  Son las matrices de rotación en cada uno de los sistemas de referencia del robot

Introduciendo los parámetros en la ecuación 3.1 el vector de posición resultante es:

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 + d \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) + C \cdot \cos(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) - C \cdot \cos(\theta_1) \cdot \text{sen}(\theta_2) \cdot \text{sen}(\theta_3) \\ a_0 + d \cdot \cos(\theta_2) \cdot \text{sen}(\theta_1) + C \cdot \text{sen}(\theta_1) \cdot \cos(\theta_2) \cdot \cos(\theta_3) - C \cdot \text{sen}(\theta_1) \cdot \text{sen}(\theta_2) \cdot \text{sen}(\theta_3) \\ a_0 + r + C \cdot \cos(\theta_3) \cdot \text{sen}(\theta_2) - C \cdot \cos(\theta_2) \cdot \text{sen}(\theta_3) \end{bmatrix} \dots (3.2)$$

En el trabajo anterior su alcance fueron las ecuaciones 3.2 parametrizadas en términos de los ángulos  $\theta$  de cada uno de sus respectivos sistemas de referencia.

### 3.1.2 Modelado de la velocidad

Para el análisis de la posición se utilizó la suma vectorial (ecuación 3.1) y se obtuvieron las ecuaciones de posición (ecuaciones 3.2). Para resolver la cinemática inversa se usó la relación existente entre la derivada del vector  $\mathbf{u}$  con la con la velocidad angular de cada uno de los eslabones:

$$\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{J} \dot{\boldsymbol{\theta}} \dots (3.3)$$

De la ecuación 3.3 obtenemos la siguiente relación:

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{u}} \Rightarrow (3.4) \quad \bar{\boldsymbol{\omega}} = \dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\theta}_3 \end{bmatrix} \dots (3.5)$$

En la ecuación 3.4, de velocidad lineal del OT en una trayectoria se puede asociar a la velocidad angular de los eslabones en su correspondiente sistema de referencia, al pre multiplicar el vector de velocidad lineal por la matriz Jacobiana del vector  $\mathbf{u}$ , dando como resultado el vector de velocidades angulares  $\boldsymbol{\omega}$  (ecuación 3.5).

### 3.1.3 Modelo de la aceleración

Además de posición y velocidad se obtuvo la aceleración de cada uno de los eslabones para después usar esa información en la obtención de la potencia de cada uno de los actuadores del robot.

La ecuación de la aceleración se obtuvo derivando la ecuación 3.4 dando como resultado el vector de aceleraciones angulares de cada uno de los eslabones

$$\ddot{\theta} = \ddot{\alpha} = J^{-1}(\ddot{u} - \dot{\theta}^T H \dot{\theta}) \dots (3.6)$$

### 3.2. Análisis de la dinámica inversa del robot

Con el estudio de la posición y la cinemática inversa del robot, solo falta establecer los torques que debe proporcionar cada uno de los actuadores en cada instante de la trayectoria. Como se puede observar en la figura 3.1 la estructura mecánica del robot contiene en su configuración una cadena cerrada para transmitir el movimiento al brazo del robot, se usó una configuración de este tipo porque aumenta la capacidad de carga del robot y su precisión en sus movimientos [3]. Para determinar los pares de cada actuador es necesario incluir la cadena cerrada dentro del estudio, para ello existen varios métodos como el de Luh [7].

El método de Luh establece una forma general de calcular la energía de los actuadores de un manipulador con una cadena cerrada dividiendo el problema y estableciendo restricciones en el movimiento de los eslabones.

La forma que propone Luh se basa en identificar los eslabones que forman una cadena cerrada, ubicando la cadena se selecciona un eslabón sin relación directa con algún actuador y se realiza un corte hipotético en un punto del eslabón, en el punto donde se corta se propone una suma de fuerzas y de momentos en equilibrio. La cadena se divide en dos segmentos, si se restan ambos segmentos el vector resultante es nulo porque cada segmento se dirige al mismo punto donde se cierra la cadena siendo una restricción holonómica. Con este planteamiento es necesario hacer un

arreglo, si los grados de libertad de la cadena están restringidos a movimientos rotacionales en un plano es necesario utilizar una matriz que convierta ambos segmentos a un plano y posteriormente se multiplica por otra matriz que regresa las componentes resultantes a un espacio de tres dimensiones.

Básicamente la mayoría de propuestas de solución de este tipo de configuraciones son variaciones de [3], por ejemplo Shir-Kuan Lin [3] propone basándose en el método de Luh, crear una supuesta unión ficticia en un eslabón de la cadena cerrada, ese eslabón no debe tener una relación directa con algún actuador. En la unión ficticia se realiza una “ruptura” para dividir la cadena, después se propone un estado de equilibrio en cada extremo y se hace una suma de fuerzas y de momentos. Ya que se han definido las fuerzas se plantean restricciones holonómicas, es decir que la suma de los vectores que forman a cada uno de los extremos en los que se dividió la cadena debe coincidir en un punto, este arreglo es trasladado a la suma de momentos y masas que forman todo el robot. El sistema de ecuaciones resultante se resuelve por medio del teorema de D’Alamber usando la ecuación de Lagrange.

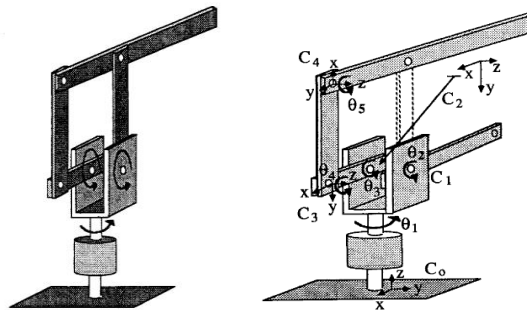


figura 3.2 Diagrama usado por [8] y por [3] para ejemplificar la configuración de este tipo

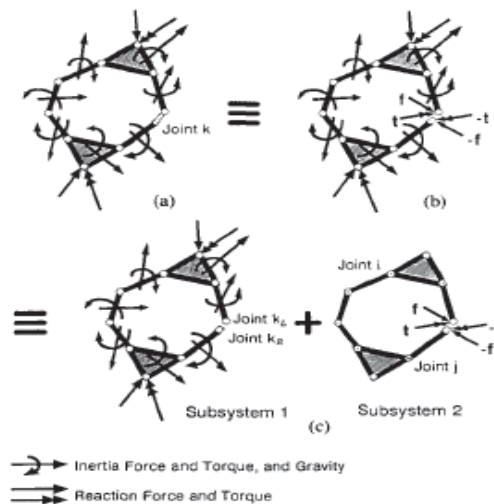


figura 3.3 Suma de fuerzas en la propuesta de solución de [3]

Con base a los métodos que se utilizan para resolver este tipo de configuraciones, se planteó un método para obtener los pares asociados a cada instante utilizando la energía y la potencia en dicho momento.

### 3.2.1. Solución de la dinámica inversa del robot

Para resolver este tipo de configuraciones por medio del método de Newton-Euler se tiene la complicación de localizar el centro de masa para el conjunto de eslabones que forman una sección del robot, para este caso el Antebrazo del robot esta formado por una cadena cerrada de eslabones y como ya se mencionó anteriormente los métodos de solución de la dinámica para estos casos se enfocan en desarrollar modelos de control, pero para este caso es necesario obtener la solución para encontrar parametros para diseñar piezas y seleccionar los actuadores adecuados para la función a desarrollar. En base a la cantidad de movimiento de los eslabones de un robot por medio del principio de D'Alambert se puede establecer la cantidad de energía en un instante determinado de la trayectoria, y en base a la variación de la energía instantanea se puede obtener una relación con la potencia requerida por los actuadores del robot

$$\dot{W} = |\tau \cdot \omega| \Rightarrow \tau = \frac{\dot{W}}{\omega} \dots (3.7)$$

En la ecuación (3.7)  $\dot{W}$ , es la variación de la energía en un instante determinado de la trayectoria y para este caso se considera que es igual a la potencia instantanea de un actuador en dicho instante, por lo que se puede asociar dicha potencia con el producto del par ( $\tau$ ) con la velocidad angular ( $\omega$ ) en dicho momento, despejando se puede obtener el valor de  $\tau$ .

#### 3.2.1.1. Principio de D'Alambert

El principio de D'Alambert establece que los efectos de fuerzas y momentos externos a un cuerpo, serán iguales a un vector de fuerza y momento resultante en un sistema de dicho cuerpo.

$$\sum_{i=1}^n F_i + F_{in} = 0 \dots (3.8)$$

$$\sum_{i=1}^n M_i + M_{in} = 0 \dots (3.9)$$

De la ecuación (3.8)  $F_i$  corresponde a las fuerzas externas aplicadas a las diferentes partículas del cuerpo, y  $F_{in}$  corresponde a la resultante que se puede expresar de la siguiente manera:

$$F_{in} = -m \frac{d}{dt} V_c = -m a_c \dots (3.10)$$

donde la fuerza resultante es igual a la masa del cuerpo por el cambio de momentum lineal ( $a_c$ ) con referencia al centro de masa del cuerpo, esto también se aplica para los momentos (ec. 3.9) y el momento interno ( $M_{in}$ ) es:

$$M_{in} = -I_c \dot{\omega} = -I_c \alpha \dots (3.11)$$

donde  $I_c$  es la matriz de inercia del cuerpo con respecto al centro de masa y  $\alpha$  es la variación del momentum angular del cuerpo.

En base a lo establecido por las ecuaciones (3.10) y (3.11), se puede establecer la cantidad de energía de un cuerpo en un instante determinado es:

$$L_i = \frac{1}{2} v_{ci}^T m_i v_{ci} + \frac{1}{2} \omega_i^T I_{Gi} \cdot \omega_i + m_i g \Delta h_i \dots (3.12)$$

El último termino de esta ecuación corresponde a la energía potencial en base a una referencia. Para obtener los torques usando la ecuación (3.7) es necesario calcular la potencia en base a la cantidad de movimiento derivando la ecuación (3.12).

$$P_i = a_i \cdot v_i \cdot m_i + \alpha^T I_G \omega_i + m_i \cdot g \cdot V_{iy} \dots (3.13)$$

Para cada uno de los actuadores se puede calcular un par asociado en un instante determinado de la trayectoria, por lo que es necesario asociar los efectos de la propagación de la velocidad asociada a cada uno de los elementos del robot con su respectivo actuador, dentro de la cadena cerrada de eslabones hay elementos que reciben cambios en su energía potencial y cinética de manera independiente por los actuadores del hombro.

### 3.2.2 Elementos del robot

El robot se divide en los siguientes elementos para simplificar los cálculos de la energía del manipulador.

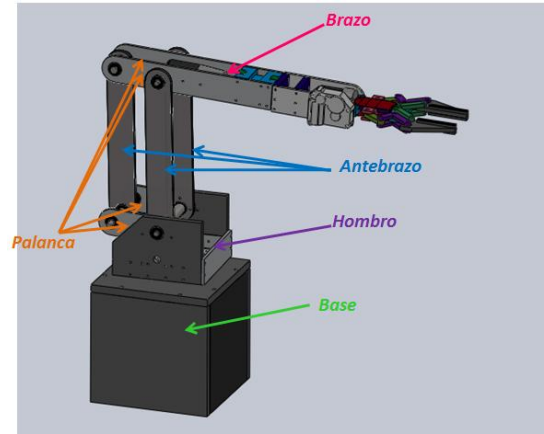


figura 3.4 Partes en las que se divide el robot para su estudio

### 3.2.3 Cadena Cerrada

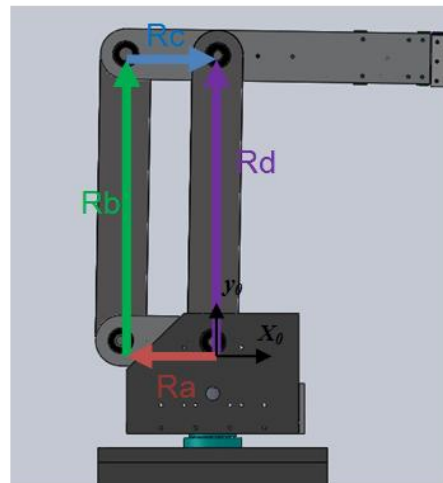


figura 3.5 Suma vectorial de la cadena cerrada

Los eslabones que conforman la cadena cerrada se encargan de transmitir movimiento al robot, por la configuración de este arreglo se puede modelar la cadena cerrada como si estuviera

contenida en un plano. En la figura 3.5 se observan los vectores que representan a cada uno de los eslabones y con ellos se sacan las siguientes relaciones:

$$Ra + Rb + Rc - Rd = 0...(3.14)$$

$$Va + Vb + Vc - Vd = 0...(3.15)$$

$$Aa + Ab + Ac - Ad = 0...(3.16)$$

La ecuación (3.14) representa la posición, la ecuación (3.15) la velocidad y la ecuación (3.16) la aceleración de cada uno de los elementos de la cadena cerrada.

Como se observa, hay elementos que comparten movimientos en común por la relación de sus actuadores, en las ecuaciones de la cadena cerrada tienen como entrada los datos de la solución de la parte abierta del manipulador.

### 3.2.4 Trayectorias

El OT sigue una trayectoria específica cuando se mueve, obligando a todos los elementos de la estructura mecánica del robot a moverse, la energía que suministran cada uno de los actuadores depende de los elementos que estén relacionados con él. Los elementos relacionados con cada actuador reciben dos tipos de variaciones en su energía (reciben energía potencial y cinética). Siempre es deseable que los dispositivos trabajen de la forma más eficiente posible para ahorrar energía lo que se puede traducir por ejemplo en una industria como ahorro económico en la operación de un dispositivo en una línea de producción.

Existen muchos trabajos de investigación que relacionan la energía, con el trabajo que realiza una cadena cinemática, para este caso se decidió comparar la energía necesaria para mover el OT de un punto a otro pero con diferentes perfiles de trayectoria.

El primer perfil de trayectoria estudiado es el de una línea recta parametrizada de forma armónica y se compara con un perfil senoidal parametrizado también de forma armónica. La ventaja de un perfil armónico es que gastan poca energía, su velocidad inicial y final son cero, además la curva de velocidades es una curva suave.

Para ambas trayectorias se propusieron dos puntos en su espacio de trabajo:

$$P_1 = (0.4, 0.1, 0.10)^T$$

$$P_2 = (0.5, 0.4, 0.4)^T$$

Se realizó una simulación usando los parámetros  $T=10$  [seg] (tiempo total) y  $t=0.1$  [seg] (duración de cada instante de la trayectoria).

### 3.2.4.1 Perfil de trayectoria de una línea recta

Del trabajo de [9] propone el siguiente perfil de trayectoria para una línea recta:

$$x_t = x_2 + \frac{1}{2}(1 - \cos(\frac{\pi \cdot t}{T}))(x_1 - x_2)$$

$$y_t = y_2 + \frac{1}{2}(1 - \cos(\frac{\pi \cdot t}{T}))(y_1 - y_2) \dots (3.17)$$

$$z_t = z_2 + \frac{1}{2}(1 - \cos(\frac{\pi \cdot t}{T}))(z_1 - z_2)$$

Donde

$x_1$  y  $x_2$  son las coordenadas inicial y final respectivamente en el eje  $x$

$y_1$  y  $y_2$  son las coordenadas inicial y final respectivamente en el eje  $y$

$z_1$  y  $z_2$  son las coordenadas inicial y final respectivamente en el eje  $z$

$x_t, y_t$  y  $z_t$  son las coordenadas del vector de posición de OT en parámetros de  $t$

$T$  es el tiempo total en el que el OT recorre la trayectoria

y  $t$  es un instante de tiempo durante la trayectoria

Las ecuaciones (3.17) presentan un perfil de velocidades y aceleraciones suave porque sus parámetros están dentro de una función senoidal armónica, con la ventaja de ser infinitamente derivable.

Se realizó una simulación del robot usando las ecuaciones (3.3), (3.4) y (3.6) para resolver la cinemática inversa del perfil (3.17).



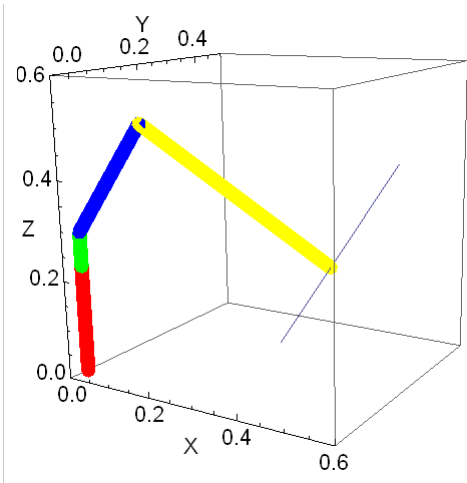


figura 3.4. Simulación trayectoria en línea recta

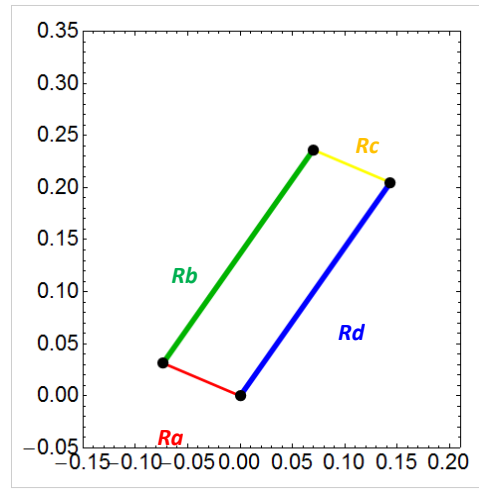


figura 3.5 Simulación de la Cadena Cerrada

Como se puede ver en las figuras anteriores primero se resolvió la cadena abierta y los resultados obtenidos se relacionaron directamente con el análisis de la cadena cerrada del manipulador.

Los perfiles de trayectoria y de aceleración son los siguientes:

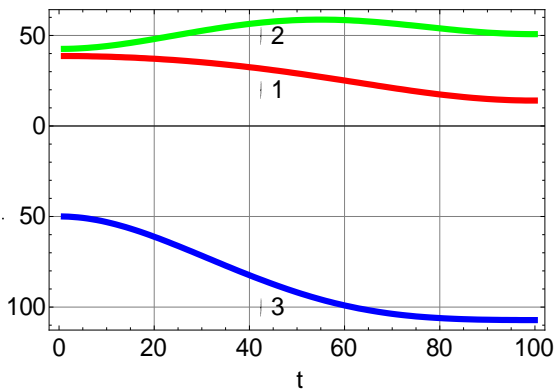


figura 3.6 Cambio en los ángulos en una trayectoria de línea recta

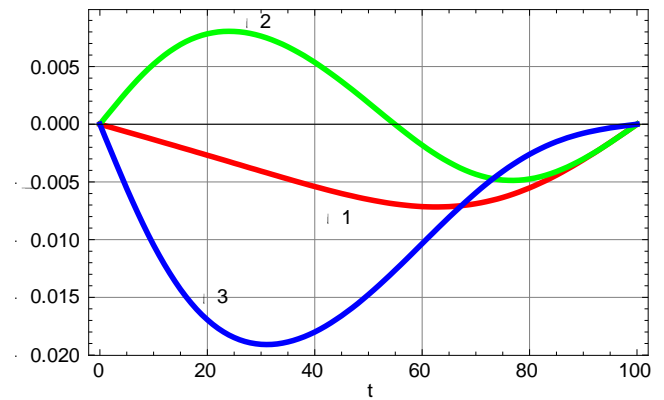


figura 3.7 Velocidades angulares en la trayectoria de la recta

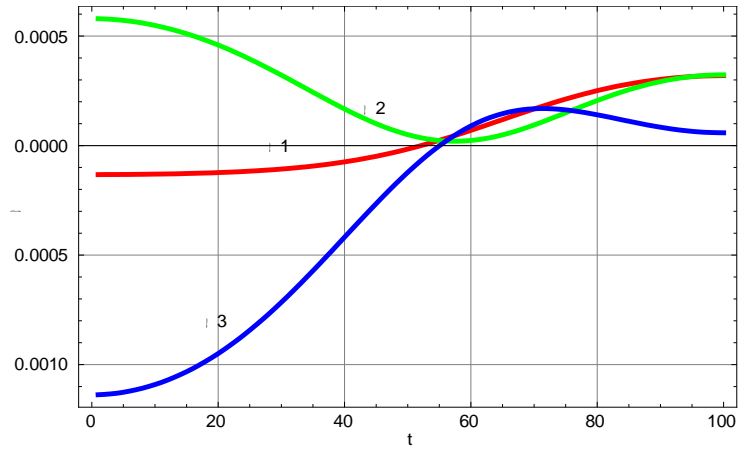


figura 3.8 Aceleraciones angulares en la trayectoria

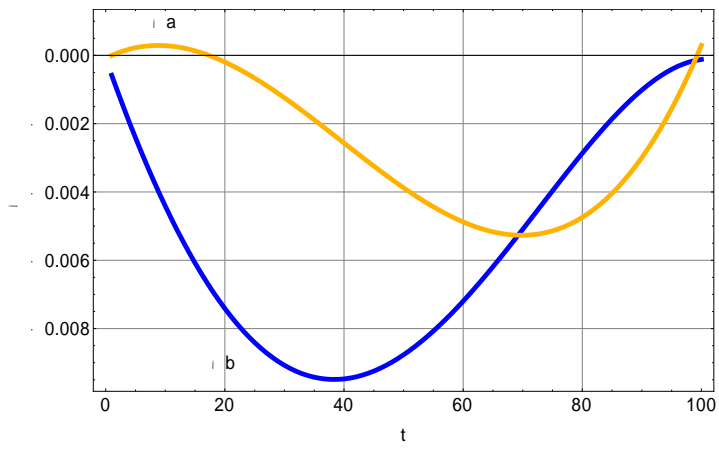


figura 3.9 Velocidades resultantes del estudio de la cadena cerrada

(Ra y Rb ), trayectoria línea recta

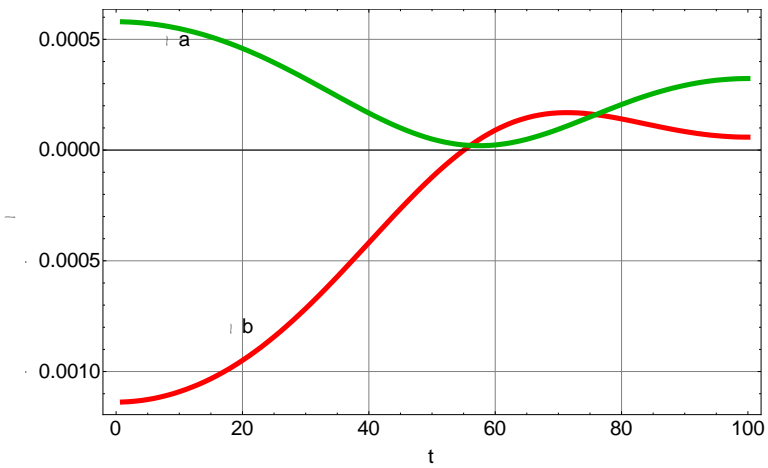


figura 3.10 Aceleraciones resultantes del estudio de la cadena cerrada, trayectoria de línea recta

### 3.2.4.2 Perfil de trayectoria senoidal

De la misma manera [9] propone el siguiente perfil de trayectoria senoidal:

$$x_t = x_2 + \frac{1}{2}(1 - \cos(\frac{\pi \cdot t}{T}))(x_1 - x_2)$$

$$y_t = y_2 + \frac{1}{2}(1 - \cos(\frac{\pi \cdot t}{T}))(y_1 - y_2) + A_y \cdot \text{sen}(\pi \frac{x_t - x_2}{x_1 - x_2}) \dots (3.18)$$

$$z_t = z_2 + \frac{1}{2}(1 - \cos(\frac{\pi \cdot t}{T}))(z_1 - z_2) + A_z \cdot \text{sen}(\pi \frac{x_t - x_2}{x_1 - x_2})$$

Las ecuaciones 3.18 tienen la misma estructura básica de las ecuaciones 3.17, pero en las coordenadas de los ejes y y z se les agrega un término para crear curvas suaves, en donde:

$A_y$  y  $A_z$  son los parámetros de amplitud de la curva sobre esos ejes

Al hacer la simulación con los mismos parámetros de tiempo se obtienen los siguientes resultados:

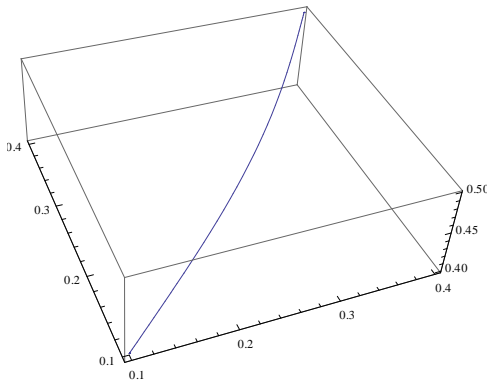


figura 3.11 Trayectoria Senoidal

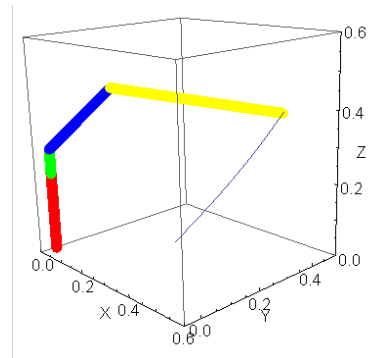


figura 3.12 Simulación de la trayectoria Senoidal

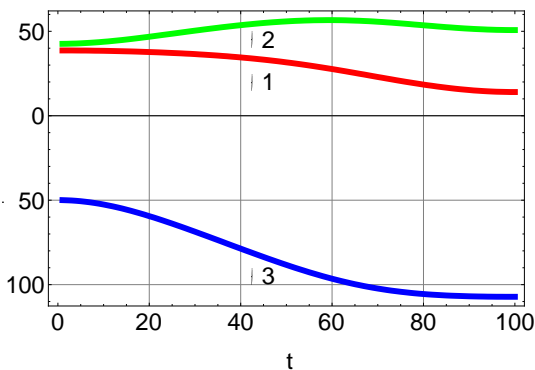


figura 3.13 Cambio en los ángulos en una trayectoria de una curva Senoidal

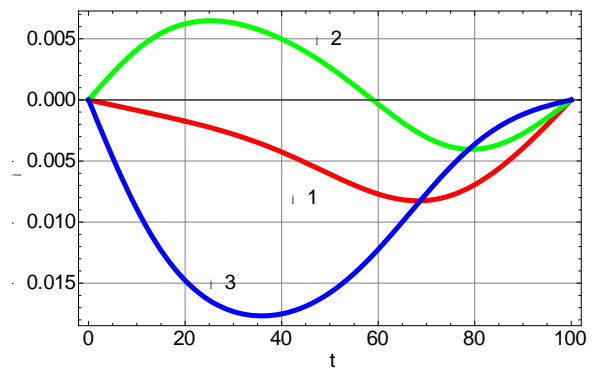


figura 3.14 Velocidades angulares en la trayectoria Senoidal

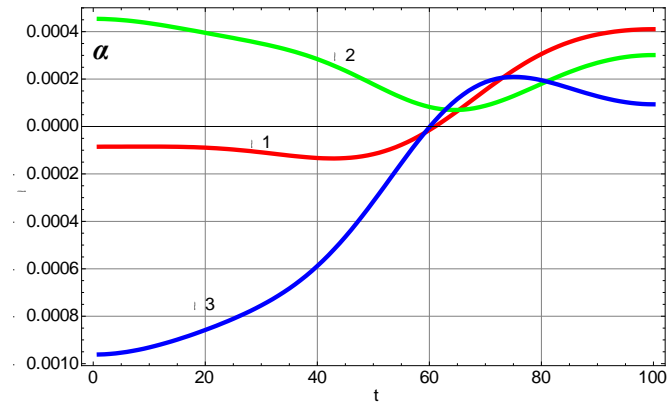


figura 3.15 Aceleraciones angulares en la trayectoria

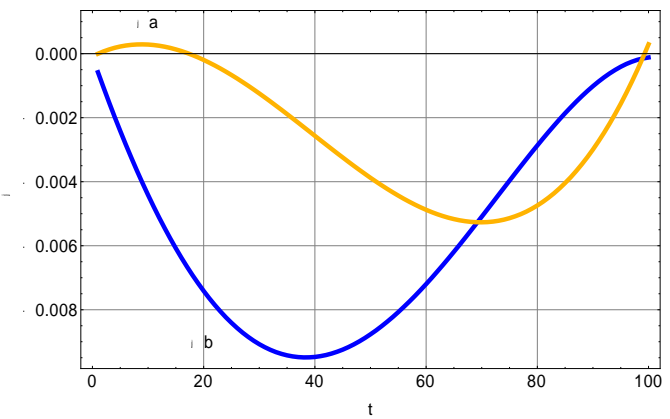


figura 3.16 Velocidades resultantes del estudio de la cadena cerrada (Ra y Rb ), trayectoria senoidal

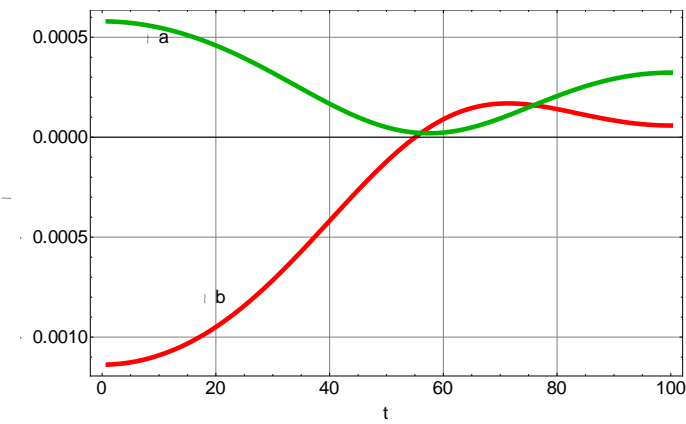


figura 3.17 Aceleraciones resultantes del estudio de la cadena cerrada (Ra y Rb ), trayectoria senoidal

### 3.2.5.1 Análisis de la propagación de la velocidad para el actuador de la Base

El actuador de la base se encarga de hacer girar a todos los elementos del robot alrededor de un eje de giro, el peso de casi todas las partes del brazo es soportado por un rodamiento en la parte superior de la base del robot. Este actuador solo proporciona energía cinética a los elementos del hombro, antebrazo y brazo.

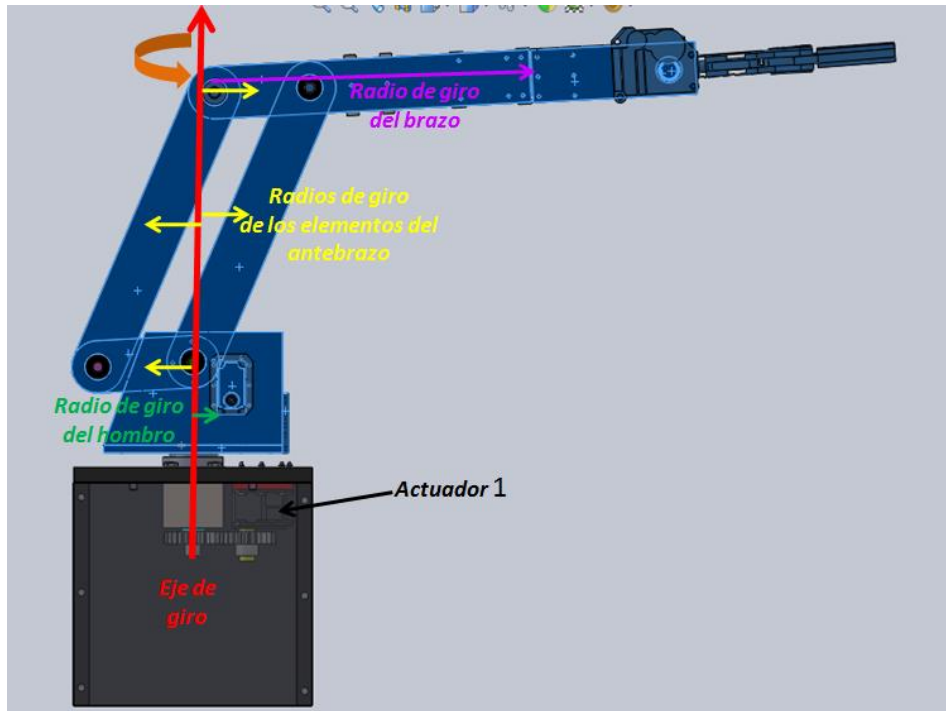


figura 3.21 Elementos relacionados con el actuador 1 (se puede ver los radios de giro de cada elemento)

En la imagen anterior se pueden ver los radios de giro de cada uno de los elementos con respecto a cada uno de sus centros de masa.

Para obtener el radio de giro con respecto al eje del actuador se dividió la cadena cerrada en una suma de vectores, y para este caso del actuador de la base el radio de giro es igual a la proyección sobre el eje  $x$  de cada uno de los vectores que representan a los eslabones, los centros de masa de cada elemento se encuentran a la mitad de cada uno de los vectores que los representan, como se observa en el siguiente diagrama.

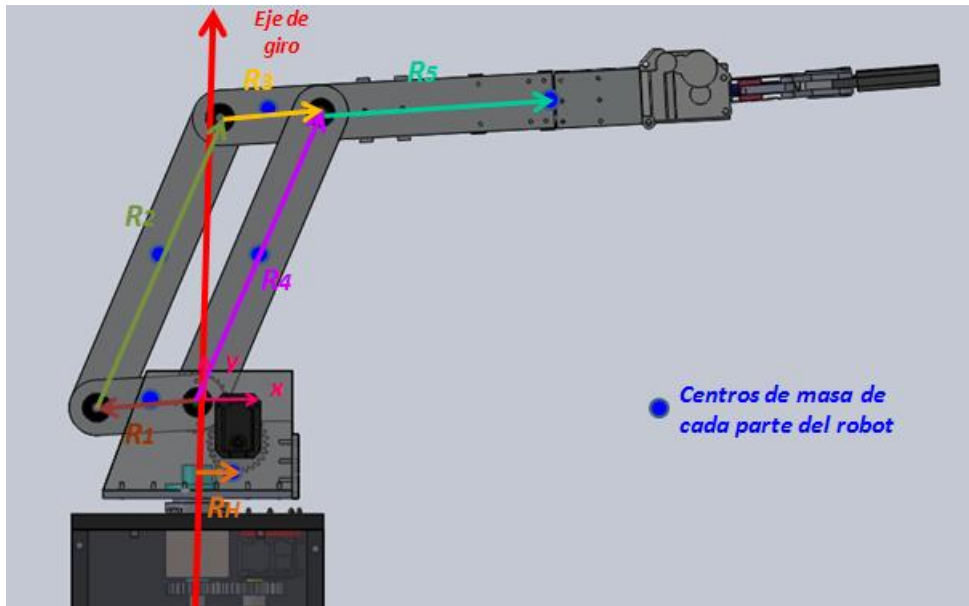


figura 3.22 Descomposición de vectores para el estudio de la energía del robot

El diagrama anterior se encuentra ubicado sobre un plano de simetría del manipulador, se puede hacer esta consideración porque el manipulador es simétrico y sus masas se consideran balanceadas con respecto a este plano.

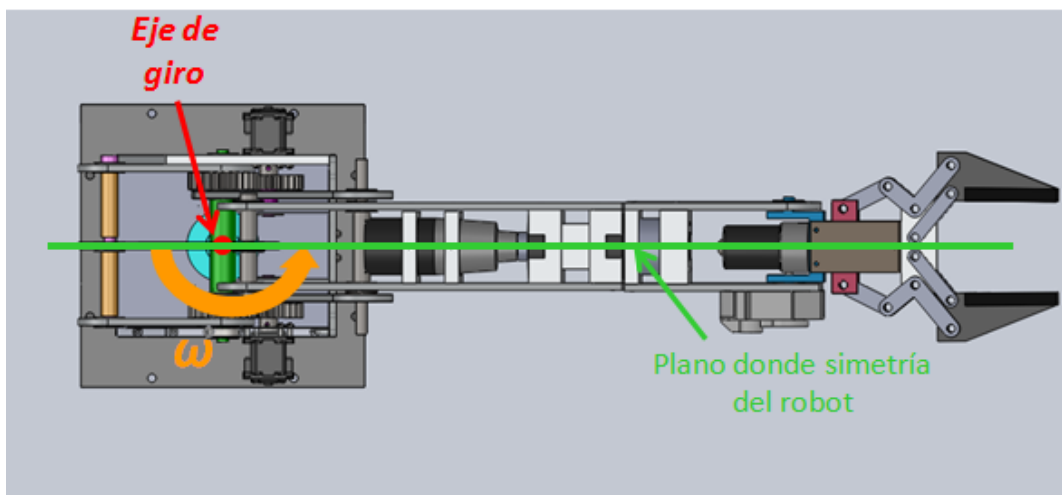


figura 3.24 Eje de simetría del robot

Este plano de simetría también gira con respecto al eje de giro del actuador de la base, con esta consideración se simplifican los cálculos de la energía para todos los actuadores.

La ecuación de la energía usada por el actuador de la base es:

$$\begin{aligned}
 E_{Base} = & m_{palmaca} \cdot V_{e1a}^T \cdot V_{e1a} + \frac{1}{2} m_{antebrazo} \cdot V_{e2a}^T \cdot V_{e2a} + m_{palmaca} \cdot V_{e3a}^T \cdot V_{e3a} \\
 & + m_{antebrazo} \cdot V_{e4a}^T \cdot V_{e4a} + \frac{1}{2} m_{brazo} \cdot V_{e5a}^T \cdot V_{e5a} \\
 & + \frac{1}{2} m_{hombro} \cdot V_{eHa}^T \cdot V_{eHa} \dots (3.19)
 \end{aligned}$$

Donde las velocidades lineales son el radio de cada elemento por la velocidad angular  $\omega_i$  que se calculó en la cinemática inversa. En las siguientes graficas se pueden apreciar las energías que necesita el actuador de la base para mover a cada elemento en las trayectorias de estudio.

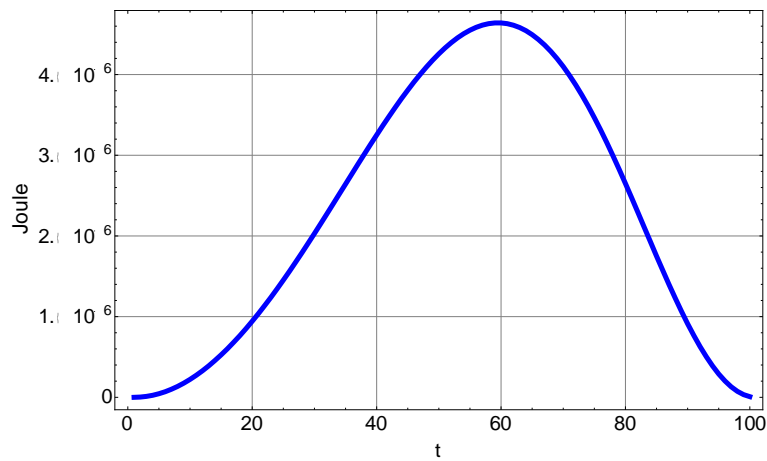


figura 3.25 Energía que usa el actuador de la base en la trayectoria de una línea recta

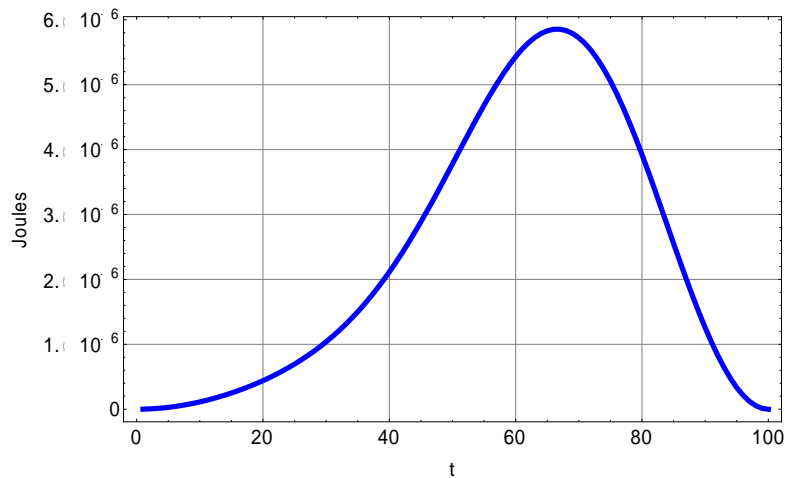


figura 3.26 Energía que usa el actuador de la base en la trayectoria senoidal

### 3.2.5.2 Análisis de la propagación de la velocidad para el actuador del Antebrazo

Para calcular la energía usada por el actuador de la parte del *Antebrazo*, es necesario determinar los elementos que tienen una relación directa de movimiento y además los elementos que reciben un cambio en su energía potencial.

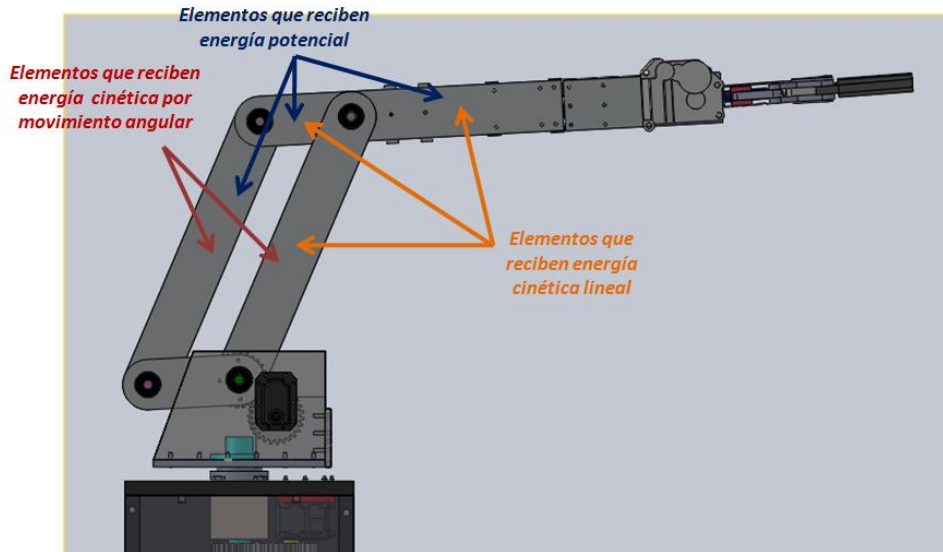


figura 3.27 Elementos del robot que tienen algún tipo de relación en su cambio de energía con respecto al actuador del Antebrazo

$$\begin{aligned}
 E_{\text{Antebrazo}} = & \frac{1}{2} m_{\text{antebrazo}} \cdot V_{e2b}^T \cdot V_{e2b} + m_{\text{palanca}} \cdot V_{e3b}^T \cdot V_{e3b} + m_{\text{antebrazo}} \cdot V_{e4b}^T \cdot V_{e4b} \\
 & + \frac{1}{2} m_{\text{brazo}} \cdot V_{e5b}^T \cdot V_{e5b} + \omega_b^T \cdot I_{g\text{antebrazo}} \omega_b + \frac{1}{2} \omega_b^T \cdot I_{g\text{antebrazo}} \omega_b \\
 & + 3 \cdot m_{\text{antebrazo}} \cdot g \cdot H_{p2d} + m_{\text{brazo}} \cdot g \cdot H_{p3d} + 2 \cdot m_{\text{palanca}} \cdot g \cdot H_{p4d} \dots \quad (3.20)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo los vectores de velocidad junto con los vectores de posición, usando la velocidad  $\omega_2$  de la solución de la dinámica inversa en la ecuación 2.4 se obtienen los siguientes resultados para cada una de las trayectorias.



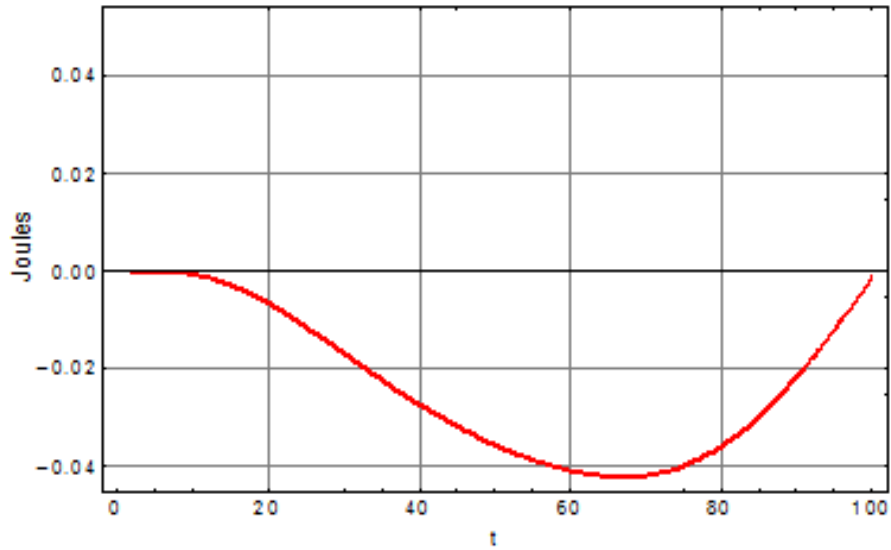


figura 3.28 Energía que usa el actuador del Antebrazo para

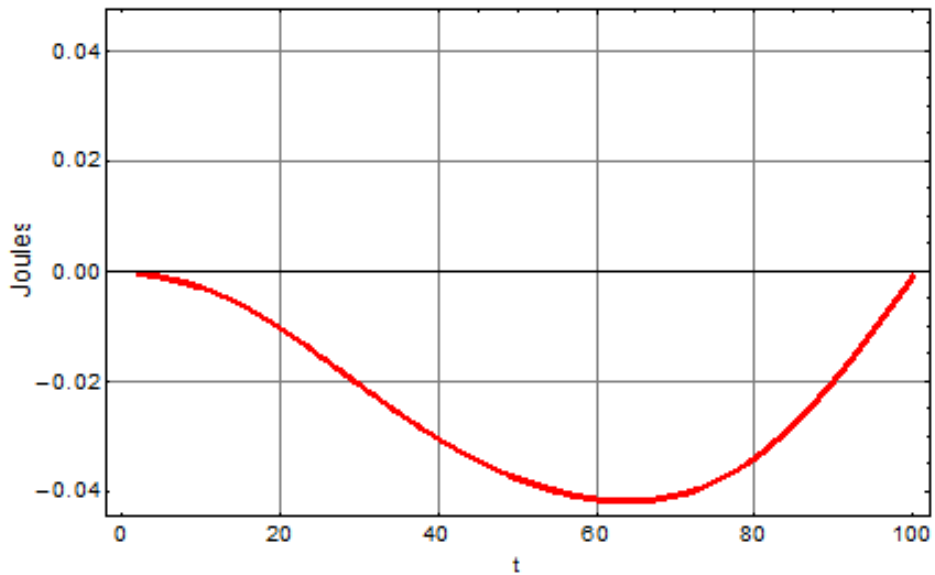


figura 3.29 Energía que usa el actuador del Antebrazo para

En esta grafica se puede ver una diferencia minúscula en la energía para cada una de las trayectorias, en el instante cero se puede ver que la energía se dispara y baja de repente, esto se debe a que en ese instante solo hay energía potencial en ese momento, es un efecto producido por vencer la inercia al comienzo de la trayectoria.

### 3.2.5.3. Análisis de la propagación de la velocidad para el actuador del Brazo

Como en el caso del Antebrazo se obtuvieron las relaciones de de cambio de energía cinética y potencial para este actuador:

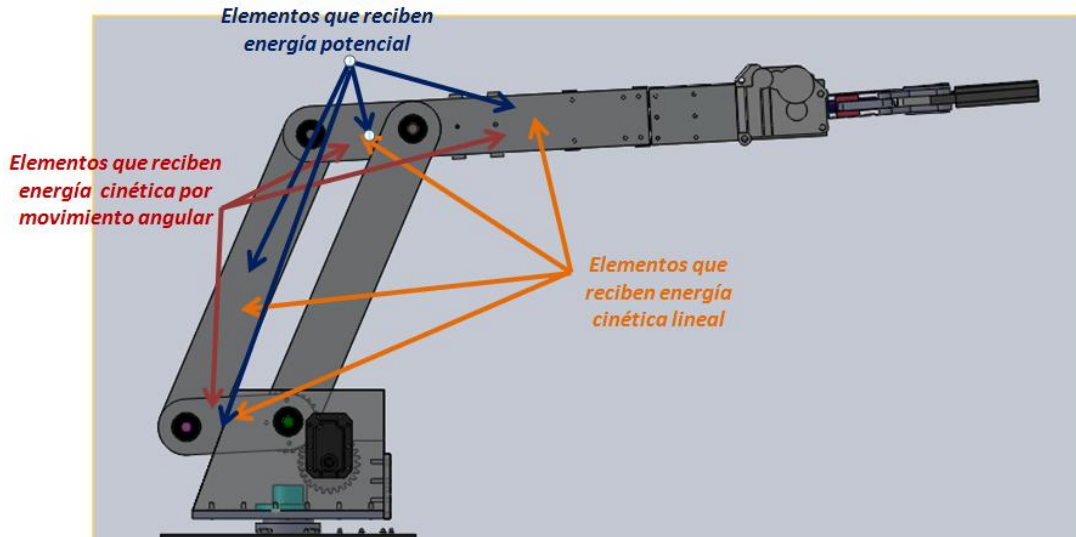


figura 3.30 Elementos del robot que tienen algún tipo de relación en su cambio de energía con respecto al actuador del Brazo

La ecuación de energía para este actuador es:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{Brazo}} = & m_{\text{palanca}} \cdot V_{\epsilon 1c}^T \cdot V_{\epsilon 1c} + \frac{1}{2} m_{\text{antebrazo}} \cdot V_{\epsilon 2c}^T \cdot V_{\epsilon 2c} + m_{\text{palanca}} \cdot V_{\epsilon 3c}^T \cdot V_{\epsilon 3c} \\
 & + m_{\text{antebrazo}} \cdot V_{\epsilon 4a}^T \cdot V_{\epsilon 4a} + \frac{1}{2} m_{\text{brazo}} \cdot V_{\epsilon 5c}^T \cdot V_{\epsilon 5c} + 2 \cdot \omega_c^T \cdot I_{\text{gpalanca}} \omega_c \\
 & + \frac{1}{2} \omega_c^T \cdot I_{\text{gbrazo}} \omega_c + 4 \cdot m_{\text{palanca}} \cdot g \cdot H_{1c} + m_{\text{antebrazo}} \cdot g \cdot H_{1pppc} \\
 & + m_{\text{Brazo}} \cdot g \cdot H_{1ppc} \dots (3.21)
 \end{aligned}$$

Al sustituir los datos en 3.16 se obtienen los siguientes resultados:

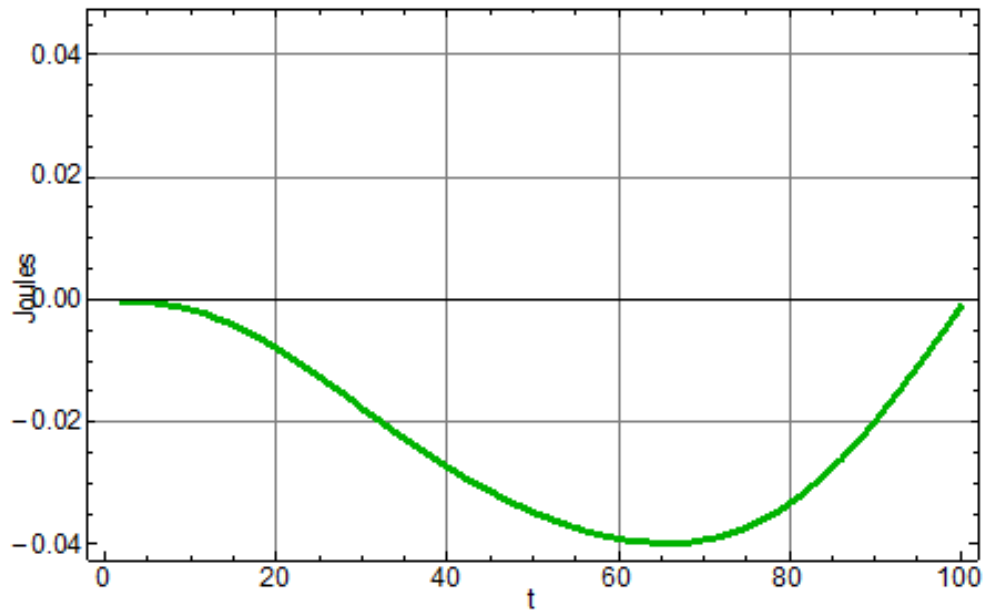


figura 3.31 Energía que usa el actuador del Brazo para

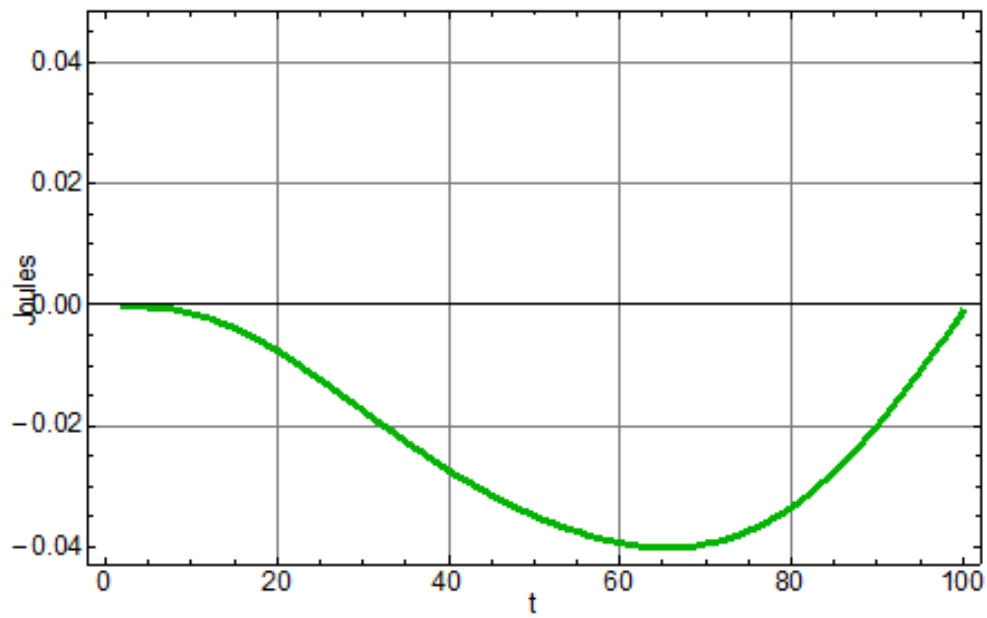


figura 3.32 Energía que usa el actuador del Brazo para  
la trayectoria senoidal

### 3.2.5.4 Comparación de las energía consumida en ambas trayectorias

Como se puede apreciar en todas las graficas hay muy poca diferencia en la energía usada por cada actuador en las trayectorias propuestas. Al comparar el total de la energía para cada una de las trayectorias se puede apreciar una mínima diferencia:

Trayectoria	Energía Total
Línea recta (armónica)	<b>11.743</b> [Joule]
Senoidal (armónica)	<b>11.623</b> [Joule]
Diferencia	0.12[Joule]

Tabla 3.2

Se puede concluir en esta parte, que aunque se haga una línea recta el perfil armónico ayuda a minimizar el consumo de energía, y es necesario probar varios valores en la amplitud de la trayectoria senoidal para verificar que efectivamente el valor de 0.25 (en Ay y Az) es el más óptimo como lo reporta [9].

### 3.3. Cálculo de los pares para la trayectoria

En base a las ecuaciones (3.7) y (3.13) se puede calcular el par que deben entregar los actuadores, para cada actuador se obtuvo una ecuación de energía y al derivarla con respecto al tiempo se obtiene la potencia instantánea:

#### 3.3.1 Potencia y par para el actuador de la Base

Al derivar la ecuación (3.19) con respecto al tiempo se obtiene la siguiente expresión

$$\begin{aligned}
 P_{Base} = & 2 \cdot m_{palanca} \cdot A_{e1a}^T \cdot V_{e1a} + m_{antesbrazo} \cdot A_{e2a}^T \cdot V_{e2a} + 2 \cdot m_{palanca} \cdot A_{e3a}^T \cdot V_{e3a} \\
 & + 2 \cdot m_{antesbrazo} \cdot A_{e4a}^T \cdot V_{e4a} + m_{brazo} \cdot A_{e5a}^T \cdot V_{e5a} \\
 & + m_{hombro} \cdot A_{eHa}^T \cdot V_{eHa} \dots (3.22)
 \end{aligned}$$

Sustituyendo los valores de velocidad y aceleración sobre esta ecuación se obtienen los siguientes resultados para la potencia

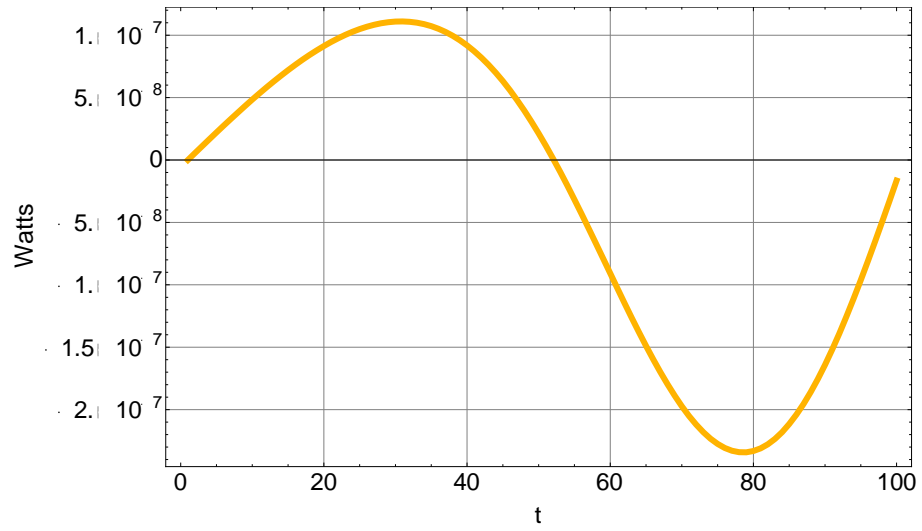


figura 3.33 Potencia que usa el actuador de la base en la trayectoria de línea recta

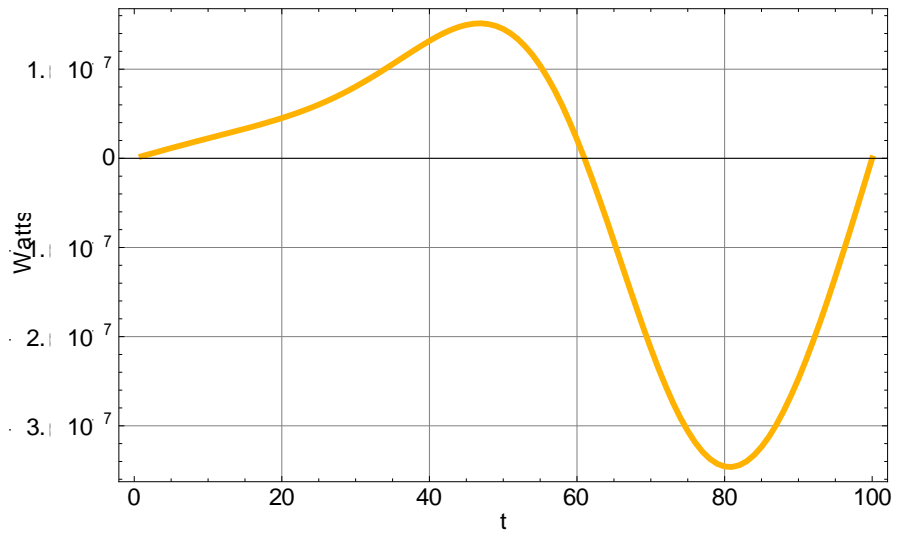


figura 3.34 Potencia que usa el actuador de la base en la trayectoria senoidal

Ahora al dividir el resultado de la potencia con respecto a la velocidad angular en dicho instante se obtiene el torque instantáneo.

El perfil de los torques son los siguientes:

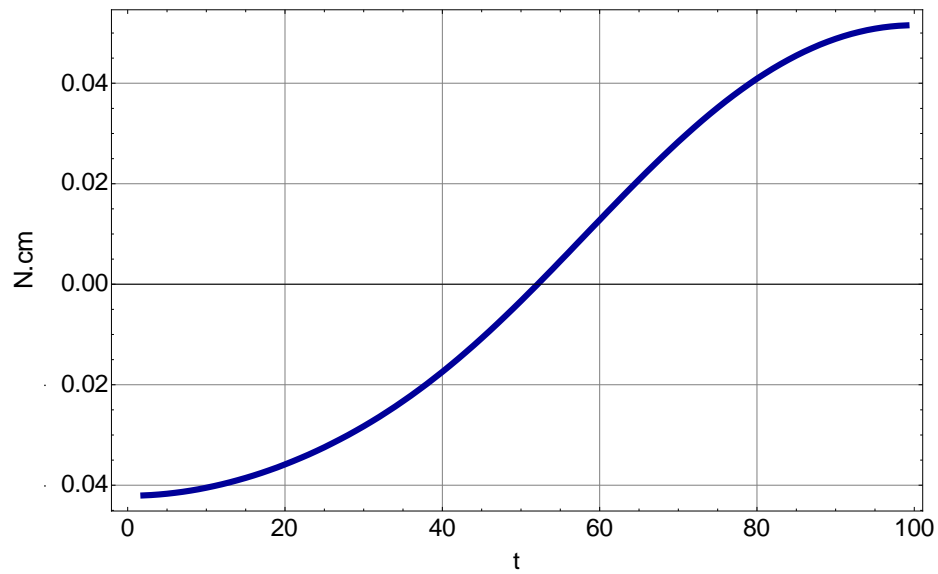


figura 3.35 Perfil de torques del actuador de la base en la trayectoria de línea recta

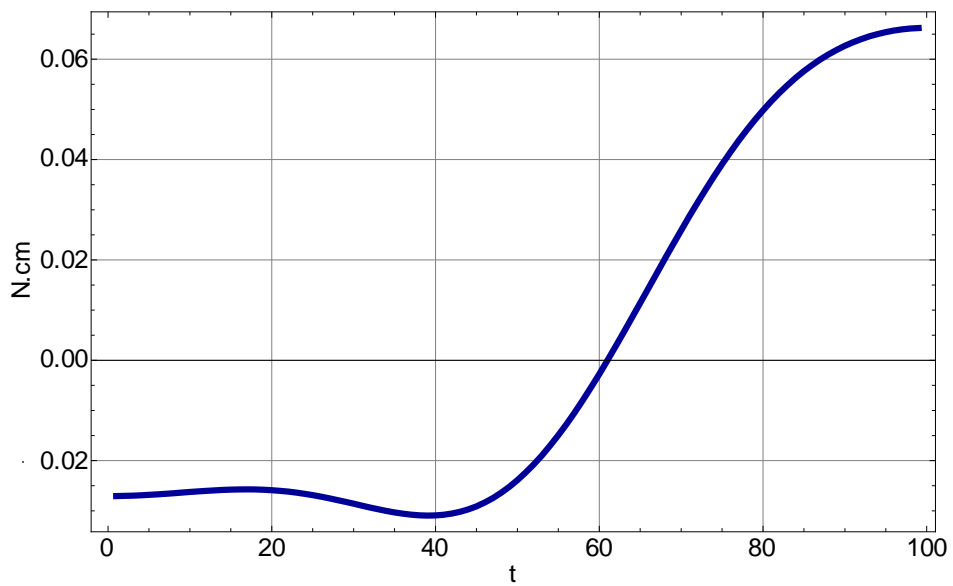


figura 3.36 Potencia que usa el actuador de la base en la trayectoria senoidal

### 3.3.2. Potencia y par para el actuador del Antebrazo

Al derivar la ecuación (3.20) se obtiene

$$\begin{aligned}
 P_{\text{Antebrazo}} = & m_{\text{antebrazo}} \cdot A_{e2b}^T \cdot V_{e2b} + 2 \cdot m_{\text{palanca}} \cdot A_{e3b}^T \cdot V_{e3b} + 2 \cdot m_{\text{antebrazo}} \cdot V_{e4b}^T \cdot V_{e4b} \\
 & + m_{\text{brazo}} \cdot A_{e5b}^T \cdot V_{e5b} + 2 \cdot \alpha_b^T \cdot I_{g\text{antebrazo}} \omega_b + \alpha_b^T \cdot I_{g\text{antebrazo}} \dot{\omega}_b \\
 & + 3 \cdot m_{\text{antebrazo}} \cdot g \cdot V_{e4by} + m_{\text{brazo}} \cdot g \cdot V_{e5by} + 2 \cdot m_{\text{palanca}} \cdot g \cdot V_{e3by} \dots \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

Al sustituir valores en esta ecuación se obtienen las siguientes graficas:

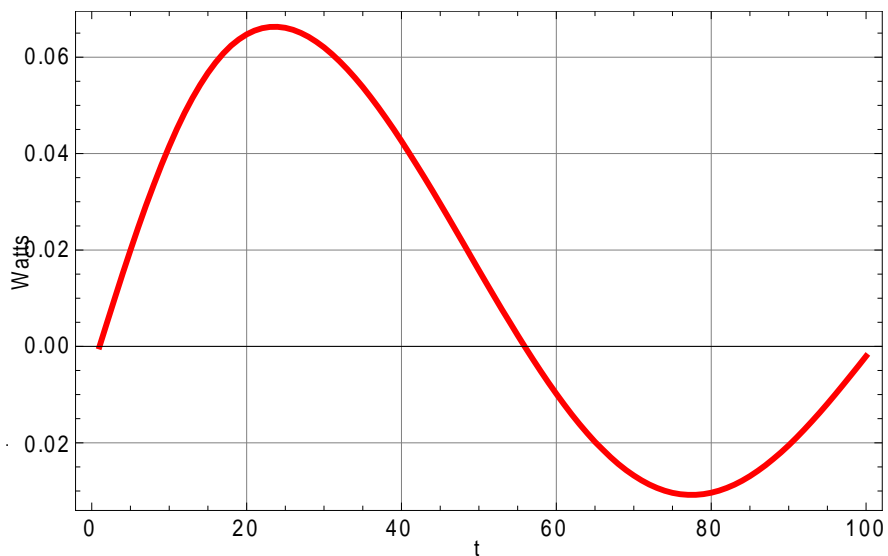


figura 3.37 Potencia que usa el actuador del Antebrazo en la trayectoria de línea recta

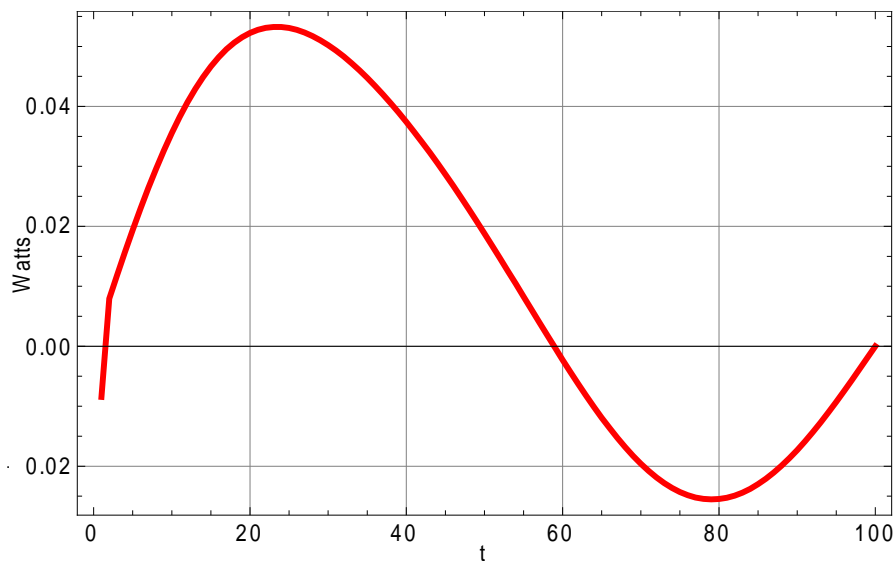


figura 3.38 Potencia que usa el actuador del Antebrazo en la trayectoria senoidal

Del mismo modo al dividir la potencia instantanea con respecto a la velocidad angular de su correspondiente instante se obtien el siguiente perfil de pares:

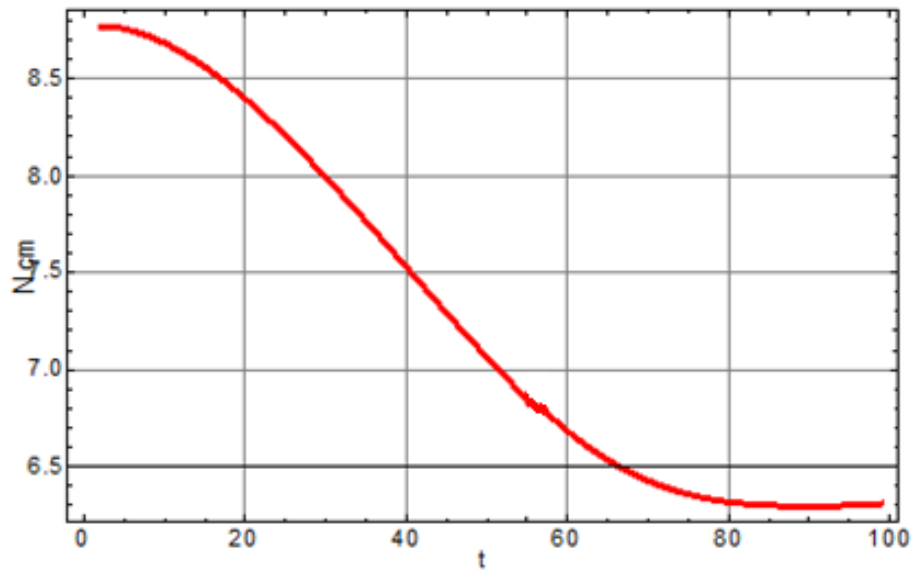


figura 3.39 Potencia que usa el actuador del Antebrazo en la trayectoria de línea recta

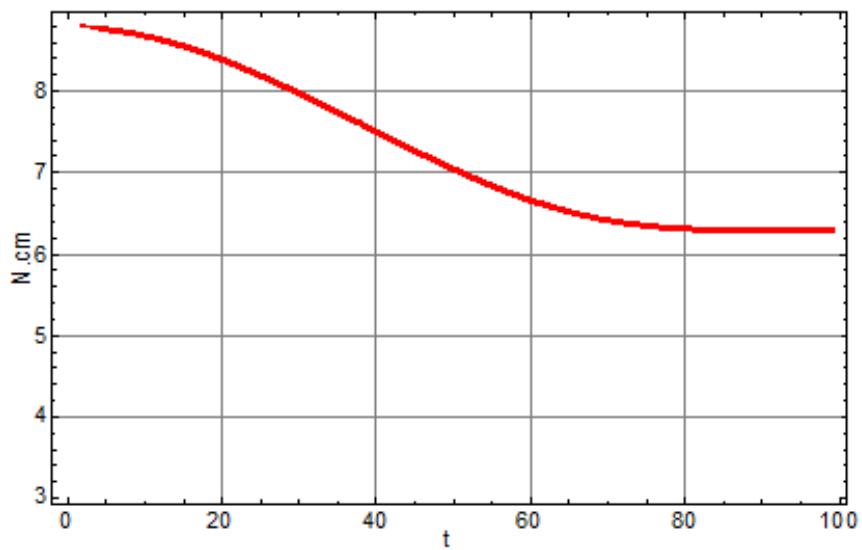


figura 3.40 Potencia que usa el actuador del Antebrazo en la trayectoria senoidal



### 3.3.3 Potencia y par para el actuador del Brazo

Derivando la ecuación (3.21) con respecto al tiempo se obtiene:

$$\begin{aligned}
 P_{Brazo} = & 2 \cdot m_{palanca} \cdot A_{e1c}^T \cdot V_{e1c} + m_{antebrazo} \cdot A_{e2c}^T \cdot V_{e2c} + 2 \cdot m_{palanca} \cdot A_{e3c}^T \cdot V_{e3c} \\
 & + m_{brazo} \cdot A_{e5c}^T \cdot V_{e5c} + 4 \cdot \alpha_2^T \cdot I_{gpalanca} \omega_c + \alpha_2^T \cdot I_{gbrazo} \omega_c + 4 \cdot m_{palanca} \cdot g \cdot V_{e1cy} \\
 & + m_{antebrazo} \cdot g \cdot V_{e2c} + m_{Brazo} \cdot g \cdot V_{e5c} \dots (3.24)
 \end{aligned}$$

Al sustituir los valores de velocidad y aceleración se obtiene los perfiles de potencia para este actuador:

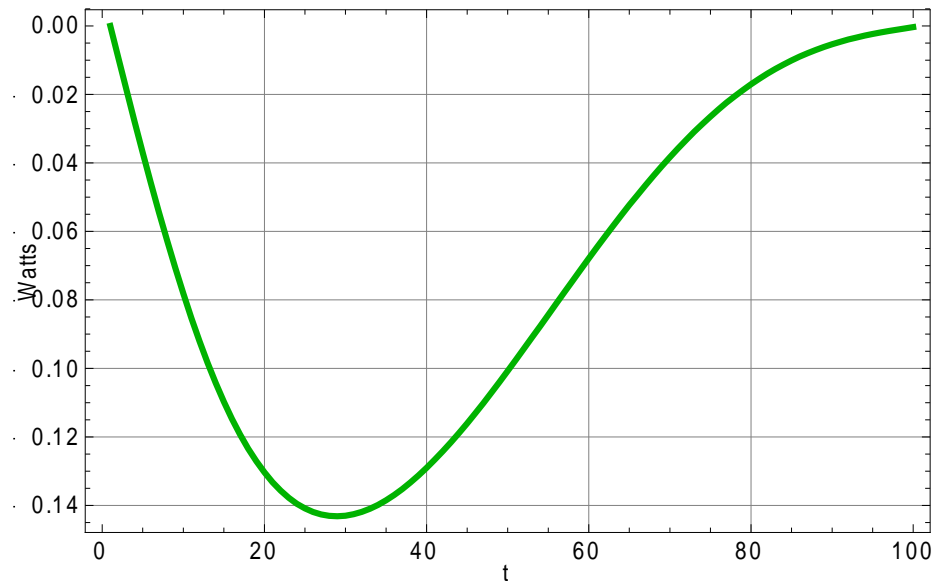


figura 3.41 Potencia que usa el actuador del Brazo en la trayectoria de línea recta

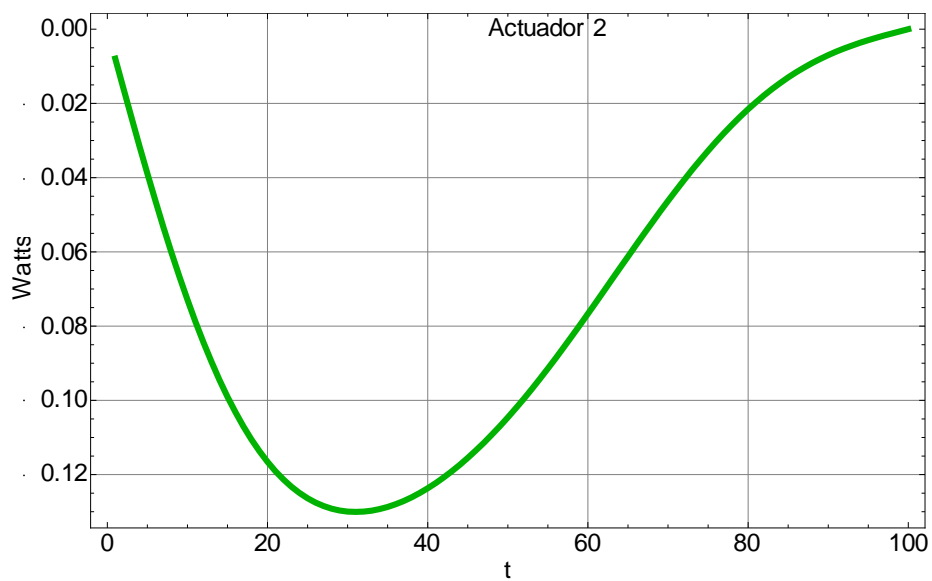


figura 3.42 Potencia que usa el actuador del Brazo en la trayectoria senoidal

Al dividir la potencia en cada instante con su respectiva velocidad angular se obtienen los siguientes perfiles de par para este actuador en cada trayectoria:

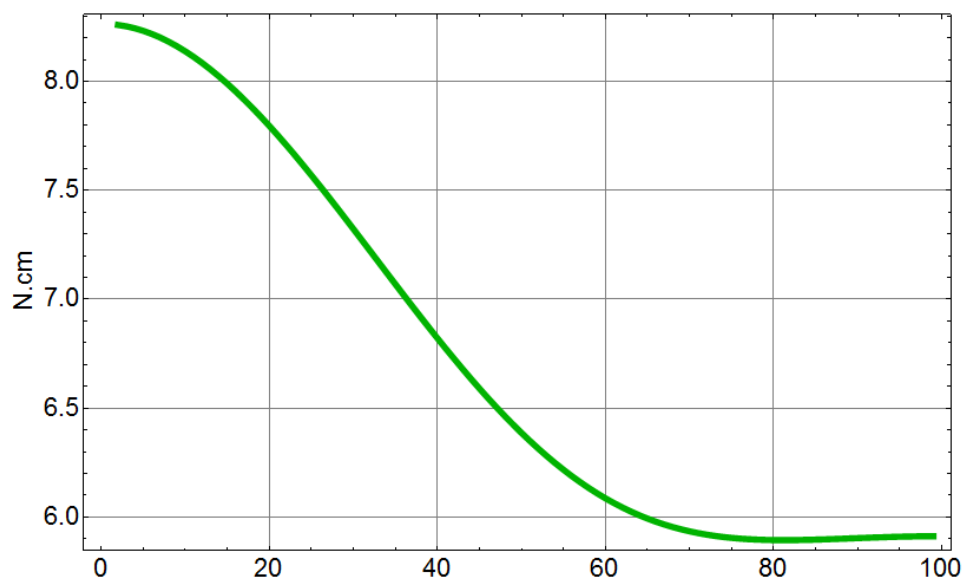


figura 3.42 Perfil de pares para la trayectoria de una línea recta con perfil armónico

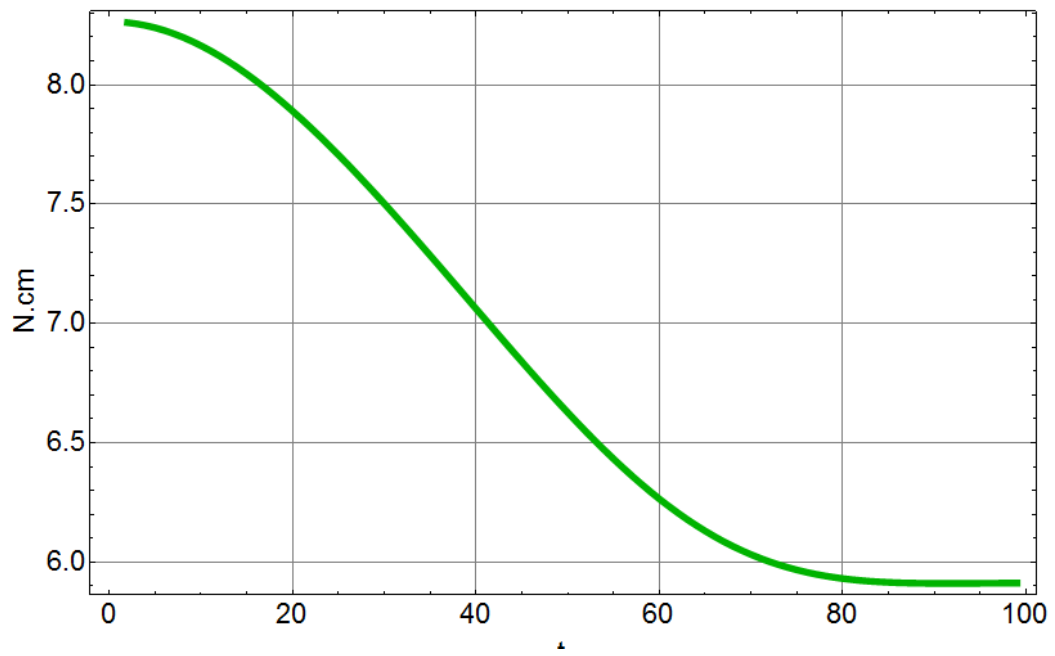


figura 3.42 Perfil de pares para la trayectoria de una senoidal con perfil armónico

## Capítulo 4. Estudio de la energía del robot

En los capítulos anteriores se presentaron modificaciones a la estructura mecánica del robot, dichos cambios se enfocan en mejorar el desempeño del robot en base a una tarea dada, pero también hay otras modificaciones que hacen que el funcionamiento del robot sea mejorado. Como se observó en el estudio de las trayectorias del capítulo anterior, se puede reducir el consumo de energía del robot al disminuir el peso de sus piezas, pero también haciendo que las partes del robot se muevan de manera más natural según sea la configuración.

En esta parte del trabajo se desarrolla una forma de cómo disminuir la energía, no solo con las modificaciones mecánicas y de control; sino también con una buena planeación sobre la ubicación del robot en el espacio de trabajo, para desarrollar una tarea específica, además de la modificación sobre el método de optimización de trayectoria presentado por Philippe Wenger [16].

### *4.1. Antecedentes sobre el estudio de la energía*

Recientemente ha cobrado mucha importancia el uso eficiente de la energía, las tareas realizadas por manipuladores u otros sistemas de manera repetitiva tienden a usar una determinada energía por ciclo, si se reduce la energía que necesita un dispositivo por cada ciclo se puede producir un ahorro considerable de energía durante una jornada completa, este ahorro puede ser mayor si el dispositivo funciona de manera continua sin detenerse. Los estudios de energía para manipuladores se fundamentan en dos conceptos 1) reducir el consumo de energía por medio de la aplicación de trayectorias [9] (emplazamiento) y 2) en adaptar el tamaño de los eslabones (reconfiguración).

### *4.2. Estudio de Optimización de Energía*

El análisis de energía comprende aspectos muy importantes, en el capítulo 3 se calculó idealmente la energía necesaria para que el robot se moviera a través de una trayectoria, donde las coordenadas de inicio y fin fueron dadas de manera arbitraria sin tomar en cuenta ningún criterio o función. Como se puede ver en la tabla 3.2 el usar un perfil de trayectoria senoidal reduce el consumo de energía, se puede reducir aún más esta energía “emplazando al robot”.

#### 4.2.1 Estudio de Optimización de Energía con Emplazamiento

Cuando un manipulador mueve un objeto de un lugar a otro, lo hace por medio de actuadores, por lo general los actuadores en robots transforman energía eléctrica en energía mecánica. Recientemente se ha convertido en una preocupación el consumo de energía en las industrias, el principal objetivo de los estudios energéticos es la reducción en el consumo de energía para desarrollar un producto o una tarea.

Se consideró reducir la energía que consume un robot mientras mueve una herramienta u objeto mediante su trayectoria, adaptando perfiles para cumplir determinadas tareas, el resultado de dichos estudios son perfiles de trayectoria con un consumo mínimo de energía. Ur-Rehman et al. [1] han estudiado el “emplazamiento”, el emplazamiento consta en mover el sistema de referencia del manipulador dentro del espacio de trabajo, para buscar una ubicación donde el robot pueda cumplir con las trayectorias, velocidades y aceleraciones suaves, si se cumplen estas tres condiciones se puede garantizar que los torques de los actuadores serán sin cambios bruscos y no consumirán mucha energía.

$$\min_x E_t = \sum_{i=1}^n E_i(x) \quad \text{subject to : } \begin{cases} q_{il} \leq q_i \leq q_{iu} \\ |\dot{q}_i| \leq \dot{q}_{iu} \\ |\tau_i| \leq \tau_{iu} \end{cases} \quad (i=1 \dots n) \quad \dots (4.1)$$

La ecuación (4.1) establece que la energía mínima es la suma de la energía de todos los elementos del dispositivo, esta energía es mínima bajo la siguiente condición; existe un perfil donde sus velocidades y pares son menores a cualquier valor límite dentro del espacio de trabajo. Pero para el caso del emplazamiento el cambio de posición del sistema inercial provoca un cambio en las coordenadas generalizadas durante la trayectoria y en consecuencia cambia las velocidades relacionadas en cada instante.

En el ejemplo de Wanger [16], describe un manipulador paralelo Orthoglide de tres grados de libertad utilizado en un proceso de fresado de piezas, el objetivo de dicho estudio es buscar el lugar donde el sistema inercial del robot debe colocarse para utilizar la menor energía eléctrica de sus actuadores. Esto presenta una ventaja sobre las máquinas CNC convencionales, porque únicamente se mueve la herramienta en lugar de toda la bancada de la máquina. Para localizar el

punto óptimo de emplazamiento con respecto a la energía mínima se propone el siguiente algoritmo:

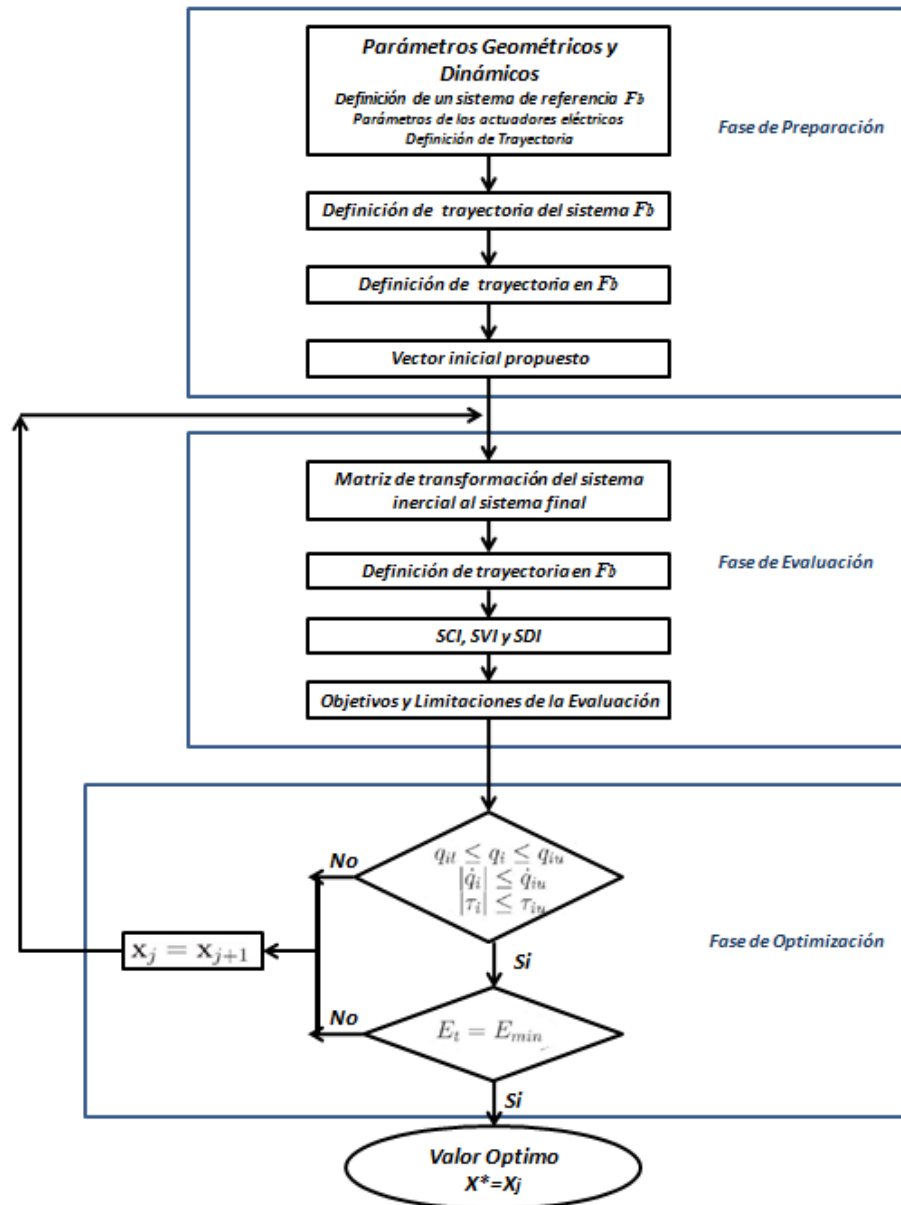


figura 4.1 Algoritmo de emplazamiento

El algoritmo consta de 3 partes:

#### *Fase de preparación*

En este paso se definen las trayectorias del *OT* al moverse a través del espacio de trabajo, se define una posición y una trayectoria en un sistema *Fb*, este nuevo sistema corresponde a la nueva ubicación del sistema inercial en el espacio de trabajo. Para ubicar el nuevo punto de origen se propone un vector  $*X$ , este vector indica la magnitud de desplazamiento del sistema inercial.

#### *Fase de Evaluación*

En este paso se resuelve la posición, primero se obtiene la matriz que transforma los puntos por donde pasa el *OT* al sistema de referencia inercial del robot, para este caso al nuevo sistema de referencia del robot. Después se resuelve la trayectoria del robot en el nuevo sistema de referencia y se obtiene la solución de la cinemática inversa (*SCI*), la solución de la velocidad inversa (*SVI*) y la solución de la dinámica inversa (*SDI*).

En esta parte es primordial verificar los objetivos y las limitaciones del robot, el objetivo es obtener perfiles de velocidad suaves evitando cambios repentinos, pero se deben tomar en cuenta las limitaciones de la estructura del robot. Se podría obtener un perfil con velocidades suaves pero se puede caer en singularidades o en posiciones imposibles para los componentes del robot.

#### *Fase de Optimización*

La última fase corresponde en comparar la energía entre puntos, para detectar el punto óptimo se busca un punto donde la velocidad es mínima junto con los torques de los actuadores, en caso de no encontrar un punto de optimización se introduce un nuevo vector de  $*X$  a la fase de evaluación y se compara, para después evaluar su energía con las obtenidas con anterioridad.

La obtención del punto óptimo de energía es un proceso iterativo, para el caso de Wenger [16] se estableció el punto de optimización y además las ubicaciones donde el manipulador gastaba menos energía, este aporte contribuye a evitar el consumo excesivo de energía en un proceso, que para este caso fue de fresado de una pieza rectangular.

### 4.3 Aplicación al Robot del Emplazamiento

Usando el algoritmo de emplazamiento, se pudo determinar para este robot un punto donde la energía será mínima para cumplir con la trayectoria senoidal armónica. Para este caso el vector que mueve el sistema inercial del robot está contenido sobre el plano  $XY$ , se realizó un barrido en varios puntos, cuando se encontró un punto donde la energía fuera menor a la consumida con el sistema de referencia coincidente con el origen y además que no mostrará ninguna singularidad.

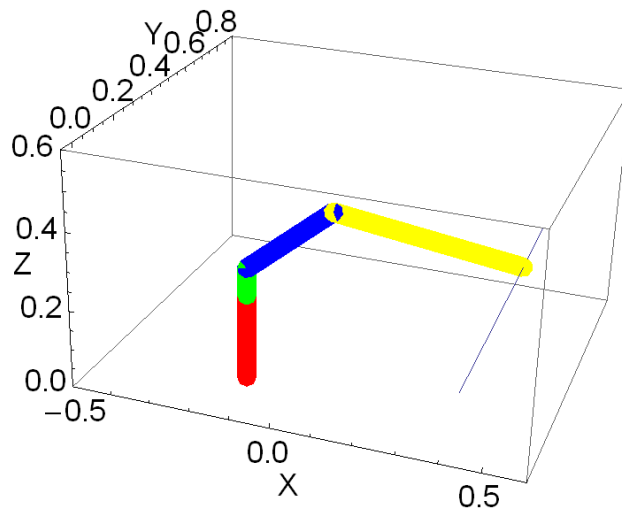


figura 4.2 Simulación del emplazamiento

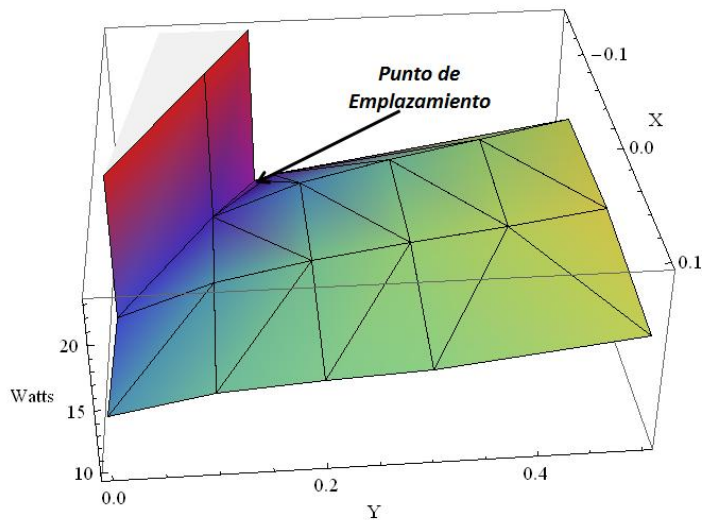


figura 4.3 Punto de emplazamiento



El punto de emplazamiento se detectó usando el vector  $(-0.15, 0.15, 0)$ , donde la energía obtenida en ese punto es de 9.6367 [Watts]. Comparando con la energía del sistema inercial coincidente con el sistema de origen usando un perfil senoidal armónico se obtiene un ahorro de energía de 1.9863 [Watts]. La energía del brazo no es muy considerable en el punto de emplazamiento, su actuador únicamente se encarga de sostener el brazo y girar lentamente.

Para el caso particular del presente trabajo se resolvió la dinámica del robot por medio del cálculo de la energía de cada uno de los elementos del robot al moverse. Para los actuadores en el caso de Wegner[16] fue necesario calcular y conocer todas sus características para determinar cuanta energía fue consumida por los actuadores durante la realización de la tarea, en el caso de los actuadores, por esta razón se seleccionaron actuadores que pueden retroalimentarse indicando la cantidad de corriente instantánea que consumen a un voltaje constante, con ello se pueden obtener las potencias instantáneas reales y se podría comparar la potencia teórica calculada.

En algunos casos la energía potencial tendrá signo negativo, lo que puede significar que los actuadores deben consumir energía para sostener la estructura mecánica, cuando se pasa de un estado “alto de energía potencial” a otro de “nivel bajo de energía potencial”.

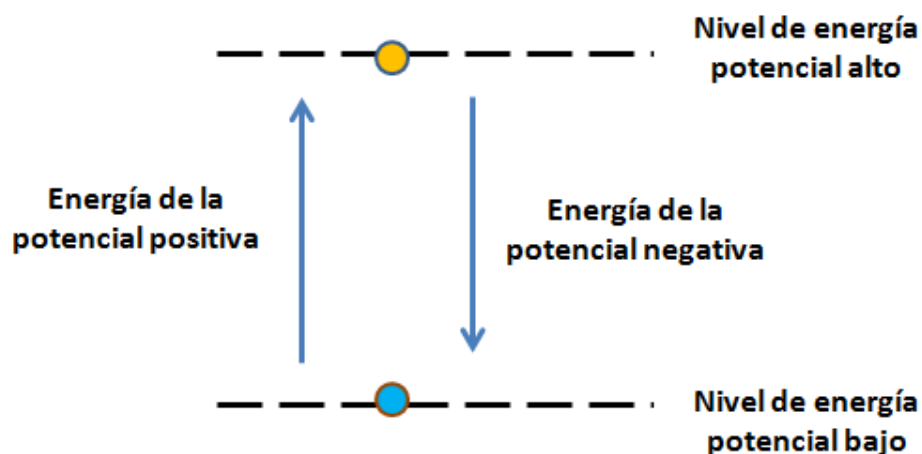


figura 4.4 Sentido de la Energía potencial

En la figura se puede ver que la cantidad de energía es la misma al pasar de un nivel alto de energía a un nivel bajo y viceversa, solo cambia el signo, la energía potencial se conserva.

## Capítulo 5. Conclusiones

### 5.1. Conclusiones

En este trabajo se mostró el análisis de un manipulador serial RRR que dentro de su configuración, hay una cadena cerrada para mover al brazo. La dificultad de estudiar este tipo de configuraciones, es que tienen cadenas cerradas y el cambio del centro de masa mientras se mueven complican la solución de la dinámica del dispositivo. La forma en que se resolvió la dinámica para este trabajo fue mediante la asociación de la variación de la energía con respecto al tiempo (potencia) según los efectos de propagación de las velocidades en cada elemento del robot y su respectivo actuador.

#### 5.1.2 Ventajas y limitaciones

La forma de solución de la dinámica inversa de este trabajo presenta ventajas y limitaciones, las ventajas que presenta esta forma de solución son:

- Permite calcular de manera sencilla la solución de la dinámica inversa, que los métodos establecidos para configuraciones con cadenas cerradas en su configuración
- Se pueden obtener parámetros para los actuadores cuando el robot solo haga una tarea específica, se pueden conocer los rangos de pares y velocidades que debe cumplir el actuador
- Con el cálculo de la potencia necesaria para mover los cuerpos asociados a un actuador según su relación de movimiento, se puede desarrollar una fase de potencia adecuada para un caso en particular donde el robot sigue una trayectoria determinada.
- Se puede realizar el emplazamiento de un robot mediante la comparación de la energía que consumen los actuadores en diferentes ubicaciones del sistema inercial dentro de un espacio determinado, esto ayuda a reducir el consumo de energía de manera considerable cuando el dispositivo realiza una tarea específica

Las limitaciones son:

- No se pueden conocer las reacciones en los extremos de los eslabones, si se quisiera diseñar más a detalle los eslabones es necesario conocerlas.
- Para cadenas cerradas de más de 4 elementos puede complicarse el planteamiento mostrado por como se propaga la velocidad en cada cuerpo
- Por lo general los puntos del emplazamiento donde el robot consume poca energía se encuentran muy cerca de zonas de singularidad, se debe ser cuidadoso cuando se coloca el robot cerca de dichas zonas.

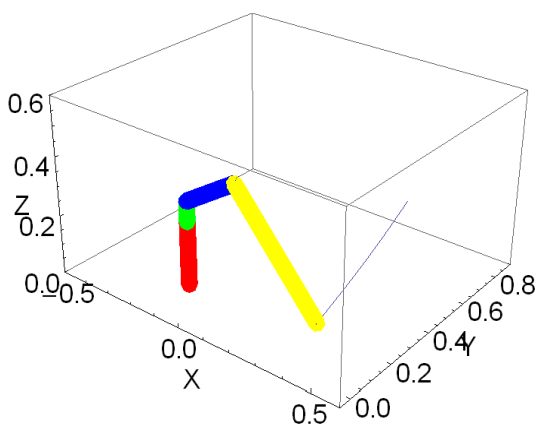


figura 5.1. Simulación trayectoria en senoidal  
con emplazamiento

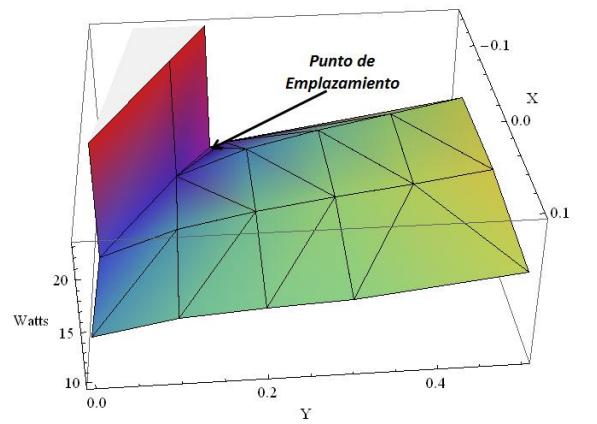


figura 5.2. Perfil de energía con base al emplazamiento

### 5.1.3 Cambios en la estructura mecánica

Como ya se menciona los cambios en la estructura del robot fueron para reducir peso y con ello aumentar la capacidad de carga del robot.



figura 5.3 Configuración anterior del robot

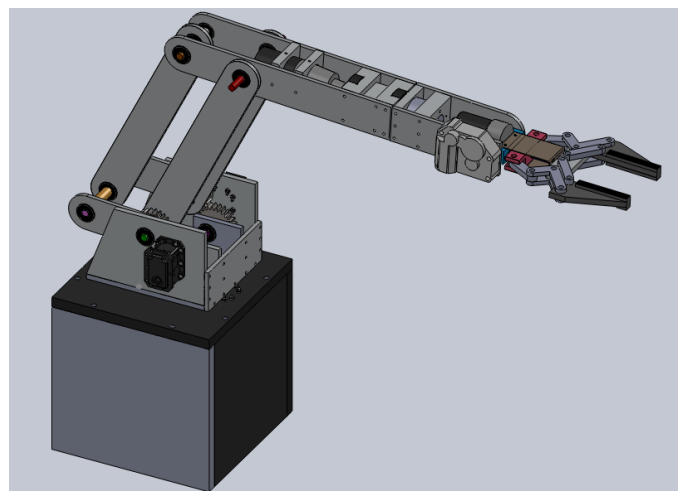


figura 5.4 Configuración actual del robot

Se pueden observar las diferencias en la estructura en las figuras 5.3 y 5.4, los cambios se enfocaron en redimensionar los eslabones del robot y modificar el Hombro para adaptar los nuevos actuadores al robot.

Con la nueva configuración de la muñeca se logró evitar el problema de vencimiento del OT, pero aumentó el peso en esa parte reduciendo un poco la capacidad total del robot.

Las modificaciones mecánicas tienen un gran impacto sobre el rendimiento del robot, los cambios que afecten el peso y la forma de los elementos interfieren directamente en las fuerzas y momentos que reciben, y por lo tanto en la capacidad de los actuadores.

Se puede establecer una tarea específica y diseñar el dispositivo en base a ella, ahora se puede buscar el consumo mínimo de energía, por lo que el proceso de diseño se volvería iterativo, primero se propondría una estructura mecánica de base y una trayectoria con un perfil determinado, primero se realizaría el análisis de la cinemática y la dinámica inversa, en este trabajo se resolvió la dinámica asociando la potencia mecánica con la potencia de los actuadores y se calculó la energía consumida. Se tomaría en primera instancia la energía consumida del robot en la base inercial propuesta inicialmente como referencia, después se realizaría un emplazamiento para encontrar la posición del sistema inercial más adecuada, después se realizarían modificaciones mecánicas y se obtendría la energía usada con esta nueva configuración y se compararía nuevamente hasta encontrar tanto una posición y dimensiones donde el consumo de energía tendería a ser menor. La propuesta anterior se describe en el siguiente diagrama:

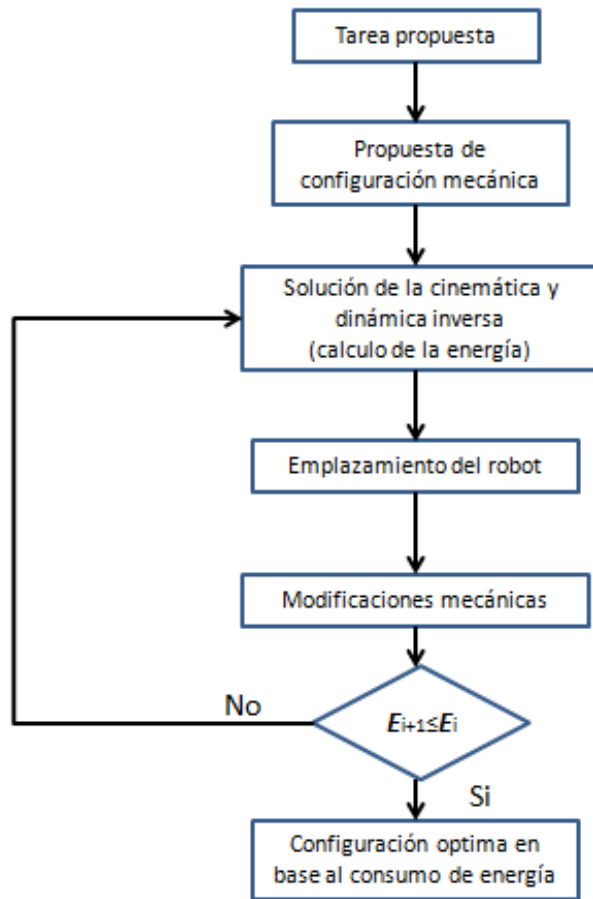


figura 5.5 Diagrama propuesto para el diseño de un manipulador en función del consumo de energía de sus actuadores

No necesariamente se obtendría una configuración con el menor consumo de energía, sería la más cercana, cuando se emplaza o se localiza una ubicación de menor consumo de energía, generalmente está muy cerca de una singularidad, por lo que se puede colocar el sistema inercial del robot cerca de dicho punto o modificar las dimensiones de los eslabones para evitar esto.

### 5.2 Trabajo a futuro

Otros aspectos importantes para que el robot funcione de manera adecuada son los siguientes

- El desarrollo de una interfaz que pueda extraer información de los actuadores, para obtener la potencia real consumida por los actuadores y compararla con la teórica.

- Determinar un modelo de control adecuado para el sistema, para este caso se propone realizar un control regulado con el perfil de las velocidades
- Mejorar el diagrama de la figura 5.5, ya en función de pruebas realizadas.
- Modificar la articulación de la muñeca con el fin de reducir peso y aumentar la capacidad del manipulador.
- Proponer otras trayectorias del robot para que sirvan como material didáctico en clase

## Bibliografía

- [1] <http://vianeyh.wordpress.com/robotica-industrial%C2%A1%C2%A1/>
- [2] <http://www.motoman.com/products/robots/models/MPL160.php>
- [3] SHIR-KUAN LIN, " **DYNAMICS OF THE MANIPULATOR WITH CLOSED CHAINS**", IEEE TRANSACTIONS ON ROBOTICS AND AUTOMATION. VOL. 6, NO. 4. AUGUST 1990.
- [4] Eugene I. Rivin, " **MECHANICAL DESIGN OF ROBOTS**", Mac-Graw Hill, pág 15.
- [5] BekeyHowardB. Olsen and George A, " **IDENTIFICATION OF PARAMETERS IN MODELS OF ROBOTS WITH ROTARY JOINTS**", Los Angeles, CA, IEEE, 1985, Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation, págs.1045-1050. (90089-078) .
- [6] A. A. ColdenbergXiaogengHe, S. P. Ananthanarayanan, " **IDENTIFICATION OF INERTIAL PARAMETERS OF A MANIPULATOR**, NO.3, s.l., IEEE, JULY/AUGUST 1992, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS, Vol. VOL. 22., págs.799-805
- [7] J. Y. s. LUH, F. I.-F. (, JUNE 1985), " **COMPUTATION OF INPUT GENERALIZED FORCES FOR ROBOTS**, IEEE JOURNAL OF ROBOTICS AND AUTOMATION , VOL. RA-1 ( NO. 2), 95-103.
- [8] Yoshihiko Nakamura and Modjtab Ghodoussi, " **A COMPUTACIONAL SCHEME OF CLOSED LINK ROBOT DYNAMICS DERIVED BY D'ÁLAMBERT PINCIPLE**, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 16, No. 2, April 200.
- [9] Hamza Diken, " **ENERGY EFFICIENT SINUSOIDAL PATH PALNNING OF ROBOT MANIPULATORS**, Mech. Mach Theory, No. 6, pp 785- 792, 1994.
- [10] Hamza Diken, " **OPTIMUM TRAJECTORY FUNCTION FOR MINIMUM ENERGY REQUIREMENTS OF A SPHERICAL ROBOT**, The 6th Saudi Engineering Conference, KFUPM, Dhahran, December 2002 Vol. 4. **613**
- [11] Erik Peña Medina, " **DISEÑO DE UN ROBOT MANIPULADOR ANTROPOMÓRFICO**, UNAM, 2007
- [12] [http://www.fanucrobotics.com.mx/Productos/Robots/robots\\_AtoZ.aspx](http://www.fanucrobotics.com.mx/Productos/Robots/robots_AtoZ.aspx)
- [13] Manual de usuario DX-28 Dinamixel
- [14] Dan Marghitu, " **KINEMATIC CHAINS AND MACHINE COMPONENTS DESIGN**, Department of Mechanical Engineering, Auburn University, Auburn, AL, 2005.
- [15] Ferdinand P. Beer, " **MECÁNICA VECTORIAL PARA INGENIEROS**, McGraw Hill, 8va edición, 2007.

[16] Philippe Wenger, ***PATH PLACEMENT OPTIMIZATION OF MANIPULATORS BASED ON ENERGY CONSUMPTION: APPLICATION TO THE ORTHOGLIDE 3-AXIS***, Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering, Vol. 33, No. 3, 2009