



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

“EFECTOS DE VIBRACIÓN DE EQUIPO EN PLATAFORMA MARINA”

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL - ESTRUCTURAS

P R E S E N T A:

JOSÉ JAIME TORRES GUTIÉRREZ

TUTOR: M. I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ

CO-TUTOR: DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN

MÉXICO D. F. OCTUBRE 2011



JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Amado Gustavo Ayala Milián

Secretario: Dr. Juan José Pérez Gavilán

Vocal: M. I. Octavio García Domínguez

1^{er}. Suplente: Dr. Oscar López Bátiz

2^{do}. Suplente: Dr. Darío Rivera Vargas



Lugar donde realizó la tesis:

Facultad de Ingeniería, UNAM, Circuito escolar exterior, Cd. Universitaria, Coyoacán, México, D.F.

TUTOR DE TESIS:

M. I. Octavio García Domínguez

Firma

CO-TUTOR:

Dr. Amado Gustavo Ayala Milián

Firma

Esta tesis está dedicada a:

Anadelia

Por estar siempre conmigo

Cesar Iván, Diana Laura, Alexandra y Jaimito

Por permitirme mostrarles la vida

A mi madre: María de Jesús

Por enseñarme el camino

AGRADECIMIENTOS

La realización de este trabajo de tesis fue gracias al apoyo de personas e instituciones, a las cuales les agradezco de manera infinita.

Al M. I. Octavio García Domínguez por su valioso apoyo en la dirección de la presente tesis, así como por su enorme calidad humana que le caracteriza.

Al Dr. Gustavo Ayala Milián por su gran apoyo durante la realización de este proyecto.

A los integrantes del jurado por sus valiosas sugerencias, recomendaciones, aportaciones y comentarios que sin lugar a dudas enriquecieron este trabajo.

A la Universidad Tecnológica de la Costa Grande de Guerrero y al Programa del Mejoramiento del Profesorado, por la beca Promep otorgada para la realización de mis estudios de Maestría.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo económico recibido durante la realización de mis estudios de Maestría.

A mis amigos Marco y Herlindo por su apoyo.

Agradezco de manera especial todo su apoyo y comprensión, a mi esposa Anadelia, a mis hijos: César Iván, Diana Laura, Alexandra y Jaimito.

A Dios por permitirme llegar hasta aquí.

Contenido

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 ANTECEDENTES	1
1.2 OBJETIVOS	3
1.3 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA Y ESTUDIOS REALIZADOS	4
1.4 MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL	5
1.5 ALCANCES Y LIMITACIONES	7
1.6 ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO	7
2. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO YARREGLOS PARA LA MEDICIÓN DE LAS SEÑALES.....	9
2.1 DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO	9
2.2 ARREGLOS PARA LA MEDICIÓN DE LAS SEÑALES	12
2.2.1 Arreglos 1 y 2 sobre los tableros internos de la cubierta del 2º nivel	12
2.2.2 Arreglo 3 sobre el voladizo de la cubierta que soporta a los turbogeneradores	16
2.3 ORGANIZACIÓN DE LOS ARCHIVOS DEL REGISTRO DE SEÑALES	16
2.4 DESCRIPCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS DE LOS EQUIPOS DE MEDICIÓN	18
3. ANÁLISIS DE SEÑALES Y DESCRIPCIÓN DE LA HERRAMIENTA A UTILIZAR.....	22
3.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS DATOS	22
3.2 ANÁLISIS DE FOURIER	23
3.2.1 Desarrollo en series de Fourier.....	24
3.2.1.1 Funciones ortogonales.....	25
3.2.2 Forma compleja de la serie de Fourier	30
3.2.3 Análisis discreto de Fourier	31
3.2.4 Espectros de frecuencia discreta.....	33
3.2.5 De la serie a la transformada de Fourier.....	34
3.2.6 La transformada rápida de Fourier (FFT).....	38
3.2.7 Análisis de señales	38
3.2.8 Ventanas de atenuación	43
3.3 HERRAMIENTA A UTILIZAR PARA LA OBTENCIÓN DE PROPIEDADES DINÁMICAS	45
4. PROCESO Y ANÁLISIS DE LAS SEÑALES REGISTRADAS	49
4.1 PROCESAMIENTO DE LAS SEÑALES.....	49
4.2 INTERPRETACIÓN DE SEÑALES PARA DETERMINAR LAS PROPIEDADES DINÁMICAS.....	50
4.3 PRESENTACIÓN DE RESULTADOS EN EL PROGRAMA DE ANÁLISIS DE SEÑALES	52
5. OBTENCIÓN DE LAS PROPIEDADES DINÁMICAS DE LA PLATAFORMA	57
5.1 FRECUENCIAS GLOBALES Y LOCALES PARA EL ARREGLO 1.....	58

5.1.1 Frecuencias propias de vibrar global en dirección longitudinal	58
5.1.2 Frecuencias propias de vibrar global en dirección transversal	59
5.1.3 Frecuencias de vibrar local en dirección vertical del tablero A-B-2-3	60
5.2 FRECUENCIAS GLOBALES Y LOCALES PARA EL ARREGLO 2	61
5.2.1 Frecuencias propias de vibrar global en dirección longitudinal	61
5.2.2 Frecuencias propias de vibrar global en dirección transversal	62
5.2.3 Frecuencias de vibrar local en dirección vertical del tablero A-B-1-2	62
5.3 FRECUENCIAS GLOBALES Y LOCALES PARA EL ARREGLO 3	63
5.3.1 Frecuencias propias de vibrar global en dirección longitudinal	63
5.3.2 Frecuencias propias de vibrar global en dirección transversal	64
5.3.3 Frecuencias de vibrar local en dirección vertical en zonas de voladizos	64
5.4 RESUMEN DE FRECUENCIAS	65
5.5 FRACCIÓN DE AMORTIGUAMIENTO CRÍTICO	66
5.6 FORMAS MODALES	67
6. EFECTOS DE LA VIBRACIÓN PRODUCIDAS POR EL FUNCIONAMIENTO DE EQUIPO	68
6.1 CAUSAS DE LA VIBRACIÓN DE EQUIPO	69
6.2 EQUIPOS EN PLATAFORMAS MARINAS	72
6.3 UTILIDAD DEL ANÁLISIS DE VIBRACIONES EN PLATAFORMAS MARINAS	72
6.4 CONFORT ANTE LAS VIBRACIONES DE EQUIPO	73
6.4.1 Criterios de aceptación de vibraciones	73
6.4.2 Niveles máximos de vibración registrados en una plataforma marina	78
6.4.3 Revisión de estados límite de vibraciones en la cubierta del segundo nivel de una plataforma marina	83
7. CONCLUSIONES	85
APÉNDICE A: REFERENCIAS	87
APÉNDICE B: FORMA COMPLEJA DE LA SERIE DE FOURIER	91
APÉNDICE C: ANÁLISIS DE SEÑALES	96



Resumen

En este trabajo de tesis se hace un estudio de las vibraciones que se producen en una plataforma marina y los efectos que generan al confort de los usuarios, integridad estructural y serviceabilidad de los equipos. Las vibraciones producto de equipo mecánico y electromecánico en condiciones de operación, fueron medidas in situ utilizando acelerómetros biaxiales y triaxiales, obteniendo así registros electrónicos de vibración ambiental que fueron procesados para obtener las propiedades dinámicas de la plataforma, asociadas a modos locales y globales en la cubierta de la estructura.

Para determinar las propiedades dinámicas, los registros son obtenidos en el dominio del tiempo (tiempo-aceleración) y mediante técnicas de análisis de Fourier son cambiados al dominio de la frecuencia, utilizando para ello un instrumento virtual desarrollado precisamente para tales propósitos. El instrumento virtual permite entre otras cosas calcular los espectros de potencia, espectro cruzado, espectro de coherencia, espectros de fase y cocientes espectrales, indispensables para poder realizar la correlación entre señales y determinar con mayor certidumbre las frecuencias propias de vibrar del sistema estructural.

Las frecuencias así obtenidas y los niveles máximos de aceleración son utilizadas para compararlas con criterios de aceptación establecidos, determinando así si son aceptables o no para cierto nivel de vibración.

En particular en esta tesis, las vibraciones registradas en la plataforma en estudio exceden por mucho los estándares con los cuales fueron comparadas.

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1 Antecedentes

El concepto de control de vibraciones en estructuras fuera de la costa se utilizó desde principios de 1961 para supervisar el rendimiento y la integridad de un grupo de plataformas marinas. Sin embargo, no fue hasta después de la década de 1960 cuando se realizó un amplio estudio sobre el uso de estas metodologías (*Sunder S. y Ting K.*, 1984).

Vandiver usó en los Estados Unidos de Norte América el método del monitoreo de la frecuencia de vibración para confirmar la ausencia de fallas en los miembros para una torre Guarda Costa de 150 pies después de una colisión (*Vandiver, J. K.*, 1975). En un estudio de simulación por computadora de la misma torre condujo a que los daños en los principales elementos estructurales pueden causar cambios de frecuencia en el rango de 3-8 %. Para la falla de la base, los cambios en la frecuencia son aún más altos alrededor del 17%.

En 1978 la eliminación de cuatro patas de una plataforma produciendo gas en el Mar del Norte fue una excelente oportunidad para evaluar la eficacia del control de vibraciones (*Kenley R. and Dodds C.*, 1978). La plataforma fue deliberada y progresivamente dañada antes de la remoción de los miembros. La influencia en la medida de la frecuencia fundamental cambió por cerca de 1 a 4%. La frecuencia de torsión fundamental se redujo en 15% y la segunda frecuencia cayó en un 25%. El daño tuvo que provocar un cambio de rigidez global alrededor del 5% antes de que pudiera ser detectado. En términos estructurales, esto significa nada menos que el cese completo de un miembro importante.

En 1980, un programa de investigación conjunta con la industria llegó a la conclusión de que en el actual estado del arte, las técnicas de monitoreo de vibración ambiental no detectaron la remoción de los miembros de la cubierta en un refuerzo de una plataforma en el Golfo de México.

Shahrivar y Bouwkamp reportaron el uso de cambios en las frecuencias naturales y formas modales en la detección de la falla de un solo miembro de una plataforma en alta mar. Su trabajo se basa en las medidas tomadas a escala 1:50 de un modelo en policarbonato de una plataforma real. Encontraron cambios alrededor del 1 al 3% en las frecuencias fundamentales de uno de los miembros en situaciones de daños y cambios de más del 30 % en la normalización modal (*Shahrivar, F. y Bouwkamp, J.*, 1982).

Rubin S. presentó el método del monitoreo de la flexibilidad que utiliza solo los cambios en la forma modal fundamental para detectar daños, incluyendo la localización de la crujía en la que ocurre el daño hasta cierto nivel específico (*Rubin S.*, 1982). La técnica fue utilizada con éxito en 1981 en un programa de prueba de integridad estructural.

Idichandy y Ganapathy llevaron a cabo un estudio detallado en una plataforma real, con el fin de evaluar la eficacia utilizando vectores modales para vigilar la integridad estructural de una plataforma marina. Modelos físicos y de elementos finitos fueron usados en la investigación. Un modelo geométrico de la plataforma se puso a prueba bajo excitación electrodinámica y de las olas, simulando daños en la estructura y el cambio de la masa en la cubierta. En todas las pruebas, las frecuencias y vectores modales con diferentes grados de libertad se determinaron mediante un análisis auto-espectral de la respuesta de aceleración. Basándose en los resultados, para un régimen de monitoreo de la integridad de una plataforma marina fija se sugiere que, si se aplican con cuidado, pueden al menos minimizar, si no, prescindir de la inspección del buceador poco rentable. Desde el análisis y la prueba del modelo, se demuestra que el monitoreo para la integridad basado en la respuesta dinámica es una técnica viable, siempre y cuando las medidas no sean restringidas a la cubierta solo para el cambio de frecuencia (*Idichandy V. y Ganapathy C.*, 1990).

La instrumentación sísmica en México y en el mundo ha sido escasa, con excepción de los Estados Unidos y Japón. En nuestro país sus inicios se remontan a 1950 con la instalación en la Torre Latino Americana de transductores de desplazamiento y posteriormente la instalación de algunos acelerógrafos (*Zeevaert L.*, 1960 y 1963).

Castelán determinó experimentalmente las propiedades dinámicas de un edificio de concreto reforzado de 23 niveles, mediante pruebas de vibración ambiental; ubicado en la zona de transición de acuerdo con las zonas geotécnicas de la ciudad de México, especificadas en el Reglamento de Construcciones (*Castelán I.*,2001).

Silva determinó y comparó las propiedades dinámicas de cuatro edificios de características geométricas y estructuración similares, pero localizados en diferentes zonas geotécnicas de la ciudad de México, construidos en concreto y acero. Silva demostró que para los sistemas con muros incorporados, el amortiguamiento es mayor que para las estructuras construidas en acero; también demostró que los periodos naturales de vibrar; son sensibles a los sistemas estructurales y a las características de los suelos (*Silva E.*, 2009).

Murià D. *et al*, entre 1990 y 1997 instrumentaron siete edificios de la ciudad de México, en los cuales se utilizaron acelerógrafos digitales triaxiales con dos componentes horizontales y una vertical. Los equipos de un mismo edificio están conectados en red, para fines de disparo, mediante una configuración maestro-esclavo. Todos los edificios instrumentados son de concreto reforzado y solo uno de concreto presforzado, los cuales varían de 3 a 17 niveles y desplantados en las tres zonas geotécnicas de la ciudad de México, especificadas en el Reglamento de Construcciones (*Murià D. et al*, 1997).

En estos estudios se analizaron los datos en el dominio del tiempo y la frecuencia, para determinar las diversas características estructurales como son las frecuencias de los modos naturales de vibración, amortiguamientos modales, distorsiones de entrepiso, así como efectos de torsión y de interacción suelo-estructura. Algunas de estas características dependen de la cantidad y de la disposición de los instrumentos de medición.

Ellos encontraron que el proceso de calibración evidenció que las consideraciones normalmente asumidas en un análisis convencional no son suficientes; fue necesario plantear y evaluar otras consideraciones entre las que destacan dos de carácter general: la degradación de rigidez de los elementos estructurales por daño acumulados por sismos que han afectado a las estructuras y los efectos de interacción suelo-estructura.

1.2 Objetivos

El objetivo general de este trabajo de investigación fue determinar las propiedades dinámicas de la estructura de la cubierta del segundo nivel de una plataforma marina de rebombeo, para la calibración de los modelos estructurales representativos de la misma. Asimismo se estudió el efecto que ejerce la operación del equipo mecánico y electromecánico sobre la cubierta y el confort de los trabajadores de la plataforma.

1.3 Planteamiento del problema y estudios realizados

Se presenta el problema de una plataforma marina de rebombeo localizada en la sonda de Campeche, el cual consiste en un deficiente funcionamiento y, ocasionalmente, la suspensión operacional de alguno de los equipos de bombeo por causas desconocidas pero posiblemente asociadas a vibraciones patógenas no contempladas. Las hipótesis que se tienen sobre el mal funcionamiento son varias, una de ellas es la aparente vibración excesiva que se genera en la cubierta del segundo nivel donde se ubican las bombas.

Con base en lo anterior, se consideró importante medir la magnitud de las vibraciones en sitio, y mediante el análisis de las señales registradas y los resultados obtenidos, proporcionar elementos técnicos para determinar el comportamiento dinámico de la cubierta.

Debido al desconocimiento del origen y las características de las vibraciones generadas por las bombas y su transmisión a la estructura, fue necesario dividir el estudio en dos etapas. La primera de ellas consideró una visita de reconocimiento y sensibilización a la plataforma de rebombeo que incluyó una identificación del sistema estructural y una medición preliminar del nivel de vibraciones generadas por las bombas en la cubierta del nivel 2, con el objeto de definir las características de calibración de los sensores de vibraciones, requeridas para la campaña formal de mediciones a realizarse en el proyecto. Adicionalmente se revisaron las condiciones de apoyo de los equipos (turbo bombas y turbogeneradores) y su fijación a la estructura de la cubierta para detectar su influencia sobre las vibraciones registradas y si éstas eran la causa de posibles vibraciones patógenas que podrían afectar su funcionamiento. Para este fin, se efectuaron mediciones de aceleraciones directamente sobre los elementos estructurales que forman la base de los equipos, con las que fue posible verificar que no se excedieran los rangos de medición de los sensores adheridos a las bombas que se encontraron en funcionamiento durante el tiempo que duró el levantamiento en campo.

La segunda etapa del estudio consistió en la planeación, preparación y ejecución de una campaña de medición de vibraciones sobre la estructura de la cubierta del segundo nivel con las bombas en condiciones vigentes de operación, consideradas en ese momento como las fuentes más importantes de excitación.

El objetivo de la campaña de mediciones sobre la plataforma fue obtener el registro detallado de las señales sobre el sistema estructural de la cubierta del segundo nivel para caracterizar el comportamiento dinámico de los distintos tableros que lo forman, para que, con base en los resultados obtenidos de los análisis de las señales hacer posible la construcción de un modelo estructural

realista de la cubierta, de utilidad en la evaluación de la estructura en estado actual, en su posible restructuración y/o sustitución de equipo. En esta campaña no se realizaron mediciones directas sobre las bombas, ya que a juicio de los especialistas en bombas que participaron en el proyecto, los resultados de mediciones recientes sobre estos equipos, realizadas algunas de ellas a principios de 2010, no arrojaban evidencia de funcionamientos anómalos.

1.4 Marco Teórico Conceptual

La ocurrencia de fallas durante el funcionamiento de las estructuras a menudo es inevitable. Los eventos naturales o el uso incorrecto pueden ser una causa de falla en la estructura. El Monitoreo de la Salud Estructural (SHM) es un término cada vez más utilizado en las últimas décadas para describir una serie de sistemas aplicados en gran escala en la infraestructura civil y cuyos objetivos son ayudar a informar de los cambios graduales o repentinos de las estructuras. Por ello el SHM, es importante para aumentar la seguridad, la fiabilidad y la disminución del costo de mantenimiento y reparación.

La instrumentación y el monitoreo estructural puede ser requerido para modificaciones a una estructura existente, monitoreo de una estructura afectada por obras externas, estructuras sometidas a un movimiento a largo plazo o a la degradación de los materiales, evaluación de la fatiga, evaluación post-terremoto de la integridad estructural y el avance hacia la filosofía de diseño basada en desempeño.

La mayoría de las plataformas marinas de producción de petróleo son estructuras fijas tipo cubierta. A pesar de todas las precauciones tomadas durante el diseño, fabricación y etapas de instalación, su largo servicio en un ambiente hostil, obliga a inspeccionar estas estructuras para identificar y localizar posibles defectos estructurales de mantenimiento y las reparaciones oportunas. Estas inspecciones son llevadas a cabo por buzos. Pero la pobre visibilidad, ocultamiento de los daños por el crecimiento marino, alto costo, no disponibilidad de los buceadores debidamente capacitados y la dependencia de la inspección del buceador de las condiciones climáticas limita la viabilidad de esta operación técnica y económicamente. La búsqueda de técnicas alternativas de inspección ha sido justificada, ya que el estado del arte actual no permite detección fiable y rentable de los daños por los buceadores; en consecuencia, se sintió la necesidad de desarrollar mejores y confiables técnicas, preferiblemente operadas desde la cubierta de la plataforma, para supervisar la integridad estructural de la instalación periódicamente. Un método basado en la respuesta dinámica de la estructura se

encontró que era más prometedor, ya que ha tenido éxito al usarse en las estructuras después de riesgos de incendio y actividad sísmica local.

El método se basa en el hecho de que cualquier estructura tiene modos naturales de vibración que son propiedades fundamentales de la estructura y no cambian a menos que haya cambios en la distribución y magnitud de la rigidez o de la masa. En el caso de una estructura en alta mar, estos modos son continuamente excitados por el viento y las fuerzas periódicas de las olas y la determinación de las características modales con la ayuda de instrumentación adecuada y técnicas de medición pueden ser útiles para revelar los defectos estructurales de la reducción de rigidez.

La instrumentación y monitoreo con fines de evaluación estructural es reciente, no solo en México, sino en todo el mundo, sin embargo con los desarrollos tecnológicos actuales el uso de éstas técnicas es económicamente posible. Las técnicas recientes de evaluación estructural representan una opción justificable y confiable en estructuras en las que se tengan dudas en su comportamiento bajo condiciones de servicio o extremas, en estructuras nuevas en las que se requiera conocer su comportamiento real, estructuras que por su condición estructural requieran ser reforzadas y estructuras ya reforzadas en las que se requiere conocer el impacto de este reforzamiento en su comportamiento estructural real.

Con base a lo antes mencionado y conscientes de que para una estructura existen incertidumbres en sus propiedades dinámicas reales que no permiten desarrollar modelos matemáticos con comportamientos congruentes con lo medido, es altamente recomendable determinar las propiedades dinámicas reales de las estructuras, para que mediante una calibración se puedan generar modelos estructurales confiables con fines de evaluación estructural y/o reforzamientos mediante procedimientos de análisis.

En términos generales, las propiedades dinámicas de una estructura derivadas de un programa de mediciones, son tres a saber: 1) los periodos o frecuencias propias de vibrar del sistema, asociados a los diferentes modos de vibrar que se identifiquen de acuerdo a sus características de su estructuración; 2) las formas modales asociadas y 3) el porcentaje de amortiguamiento crítico asociado a cada modo de vibrar.

1.5 Alcances y limitaciones

El alcance de esta tesis es estudiar el análisis de las señales registradas en la cubierta del segundo nivel obteniendo espectros de Fourier, así como frecuencias y modos locales dominantes en dirección vertical; de igual forma frecuencias globales en torsión y traslación. El propósito de lo anterior es estudiar los efectos que generan las vibraciones al confort de los usuarios, integridad estructural y serviceabilidad de los equipos.

El presente trabajo se limita al estudio de la cubierta del segundo nivel por ser la que presenta las vibraciones excesivas al entrar en operación los equipos mecánicos y electromecánicos y el no contar con información adicional en otros niveles de la estructura, consecuentemente, no se pueden obtener los modos de vibrar globales de la plataforma.

7

1.6 Organización del trabajo

El presente trabajo de tesis queda organizado de la siguiente manera:

- Capítulo 1: se exponen los antecedentes, objetivos, el planteamiento del problema abordado y los estudios realizados, un marco teórico conceptual, los alcances y limitaciones y finalmente la organización del trabajo de tesis.
- Capítulo 2: en este capítulo se describen las características estructurales de la plataforma, se estima en orden de magnitud los periodos esperados, se describen los arreglos utilizados para la medición de señales, se organizan los archivos electrónicos obtenidos para una mejor identificación y se describen las características de los equipos de medición.
- Capítulo 3: para este capítulo se hace un bosquejo del análisis de Fourier, partiendo del desarrollo en series, forma compleja, análisis discreto, espectros de frecuencia discreta, de la serie a la transformada y la transformada rápida de Fourier. Por otra parte se describe el instrumento virtual utilizado para el análisis de señales
- Capítulo 4: se describe la metodología empleada para llevar a cabo el proceso numérico y el análisis de señales registradas, para obtener las propiedades dinámicas de la plataforma en estudio; asimismo se presenta de manera detallada mediante un ejemplo el proceso de análisis y correlación de dos señales.

- Capítulo 5: aplicando la metodología descrita en la unidad número cuatro, se determinan las frecuencias globales y locales para cada arreglo, así como la fracción de amortiguamiento crítico para las componentes vertical, longitudinal y transversal.
- Capítulo 6: se describen las causas que generan la vibración de equipos, dada la importancia de los equipos éstos son clasificados, se hace notar la importancia del análisis de vibraciones en plataformas marinas; y los efectos que causan las vibraciones a la estructura, a los equipos y a los usuarios, así como los criterios de aceptación, finalmente los niveles máximos de vibración registrados en la plataforma marina son comparados con los criterios de aceptación en cuanto a la percepción y respuesta del cuerpo humano.
- Capítulo 7: se presentan las conclusiones a las que se llegaron en esta tesis.

CAPÍTULO 2

Descripción del caso de estudio y arreglos para la medición de las señales

9

2.1 Descripción del caso de estudio

Se trata de una plataforma marina de rebombeo cuya estructura es de acero, fig. 2.1, y se localiza en la sonda de Campeche, su planta es irregular y sus dimensiones en son 72.45 y 35.58 m en dirección longitudinal y transversal, respectivamente, consta de ocho patas o columnas principales, dos marcos estructurales, A y B en sentido longitudinal y cuatro en sentido transversal, fig. 2.2. El sistema de cubierta del segundo nivel es a base de vigas IR de acero simplemente apoyadas; sobre la cual se localizan diez turbo-bombas a saber, TB-01 hasta la TB-10 sobre los tableros A-B-1-2 y A-B-2-3.

Es fácil observar que en la esquina superior e inferior izquierda de la fig. 2.3, se localizan los turbogeneradores TG-100 y TG-200 y la TB-01 sobre voladizos, siendo éstas zonas de alta flexibilidad lo que sin duda se refleja en el comportamiento dinámico de la estructura. El resto de las bombas se localizan en los tableros internos limitados por los ejes A-B-2-3 y A-B-1-2.



Figura 2.1 Vista del lado noreste del sistema de techumbre del área de las bombas

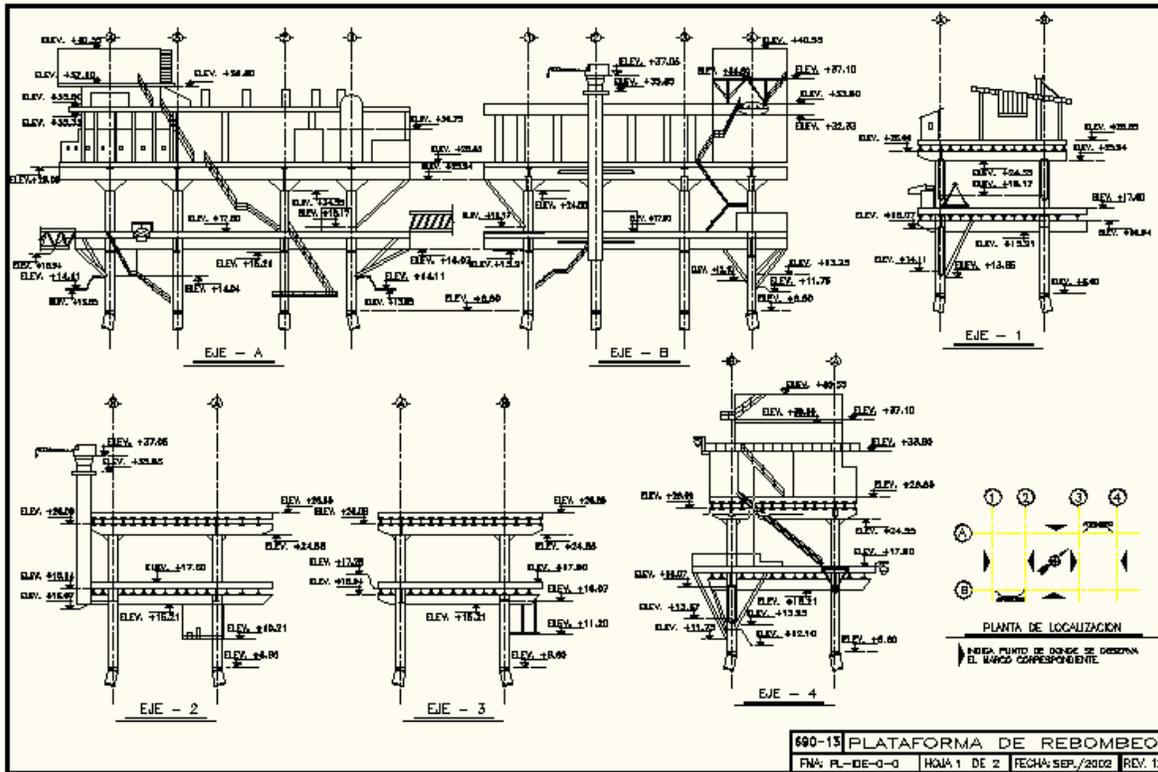


Figura 2.2 Marcos estructurales de la plataforma marina de rebombeo

En lo que respecta a las elevaciones, estas se localizan a 17.60, 26.85, 33.60, 37.10 m, para el primero, segundo, tercero y cuarto nivel, respectivamente; y el último a una elevación de 40.55 m (ver eje 4).

Dado que la plataforma está estructurada a base de marcos rígidos con una gran rigidez de traveses y columnas, se hace la consideración de que la plataforma fuese un edificio de entre 2.5 y 3 m de altura de entrepiso, se tendrían entre 14 y 16 niveles; por lo que si se estima el orden de magnitud del periodo en función del número de pisos o de la altura, se esperan entonces resultados de acuerdo a las siguientes formas aproximadas (Bazan E., Meli R., 2009):

- a) Estimando el periodo, en segundos, como una décima parte del número de pisos del edificio.

$$T = 0.1(14) = 1.4 \text{ s}$$

$$T = 0.1(16) = 1.6 \text{ s}$$

- b) Usando fórmulas un poco más refinadas que toman en cuenta el tipo de sistema estructural y hacen depender el periodo de la altura de la estructura, H en metros. Entre las más usadas está la siguiente:

$$T = \alpha H^{3/4}$$

El coeficiente α toma los siguientes valores:

0.085 para estructuras a base de marcos de acero

0.075 para estructuras a base de marcos de concreto

0.05 para estructuras con muros de rigidez o contravientos.

Para nuestro caso α toma el valor de 0.085, por lo tanto el periodo es:

$$T = 0.085(40.55)^{3/4} = 1.37 \text{ s}$$

Dado lo anterior es de esperarse periodos traslacionales de la estructura que estén el intervalo $1.37 \text{ s} \leq T \leq 1.6 \text{ s}$.

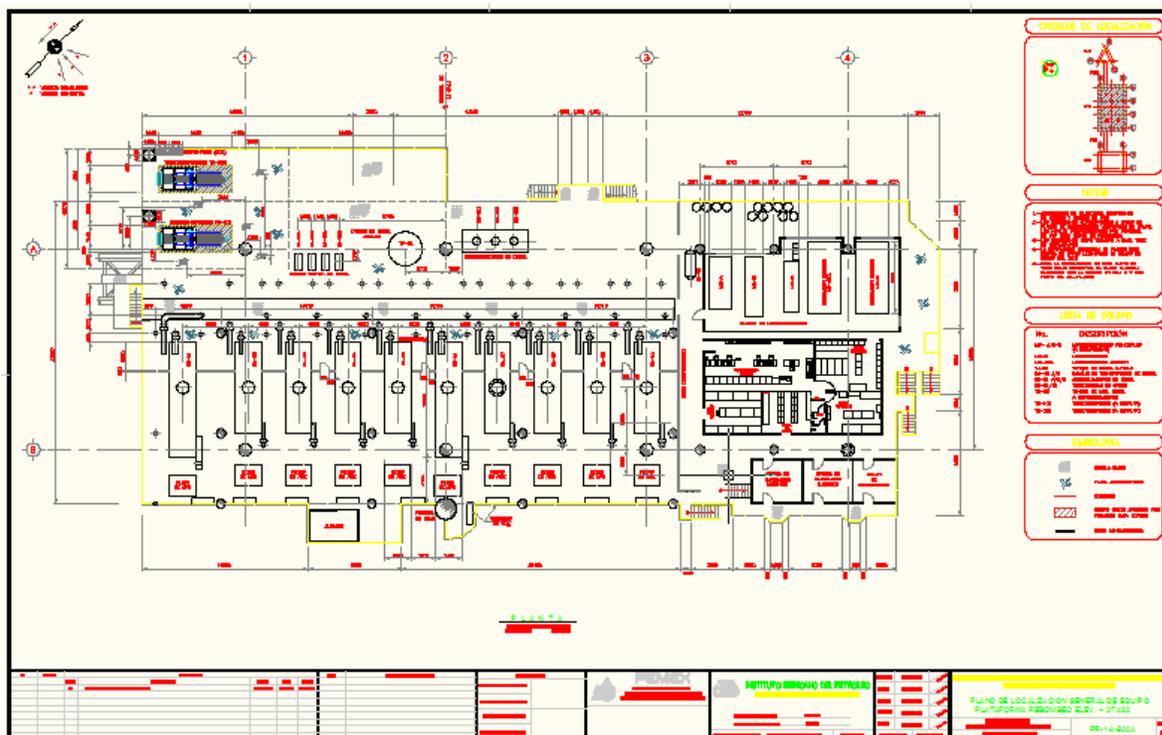


Figura 2.3 Vista de planta de la cubierta del 2º nivel donde se localizan bombas y turbogeneradores.

2.2 Arreglos para la medición de las señales

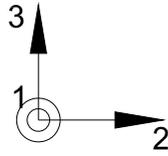
El registro de las señales se realizó en tres direcciones ortogonales (2 horizontales y una vertical), las cuales se almacenaron inicialmente en la memoria de estado sólido de los equipos. Posteriormente las señales fueron extraídas mediante una computadora portátil para su análisis y procesamiento.

La medición de las señales estuvo enfocada principalmente en determinar el comportamiento dinámico local y global de la cubierta del segundo nivel (en la zona de bombas), tanto en los tableros de la zona central donde se ubican las bombas TB-02 a la TB-10, como en el voladizo que soporta a la bomba TB-01 y a los turbogeneradores TG-100 y TG-200. Resultados preliminares obtenidos del análisis de la información registrada, proporcionaron evidencias de la existencia de zonas de distinta rigidez vertical en la cubierta de la plataforma donde se localizan las bombas, por lo que, para caracterizarlas adecuadamente, fue necesario diseñar tres arreglos de sensores, los cuales se presentan y describen a continuación.

12

2.2.1 Arreglos 1 y 2 sobre los tableros internos de la cubierta del 2º nivel

La instrumentación de la cubierta se realizó sobre los tableros internos limitados por los ejes A-B-2-3 y A-B-1-2, de acuerdo con las figs. 2.4 y 2.5, respectivamente. Fue de particular interés, colocar dos equipos de medición en la franja de largueros que soportan las bombas (zona de relativa flexibilidad vertical) y uno en cada columna de esquina de los tableros (zonas de gran rigidez vertical), como se indican en las figs. 2.4 y 2.5. El colocar los sensores en las cuatro columnas de los dos tableros internos de la cubierta permitió contar con una referencia para correlacionar las señales de los puntos localizados sobre los largueros en el interior del diafragma y proporcionarán información sobre el comportamiento dinámico de la cubierta en su plano y fuera de él una vez que se correlacionen las señales.



Orientación de los ejes de medición de los sensores

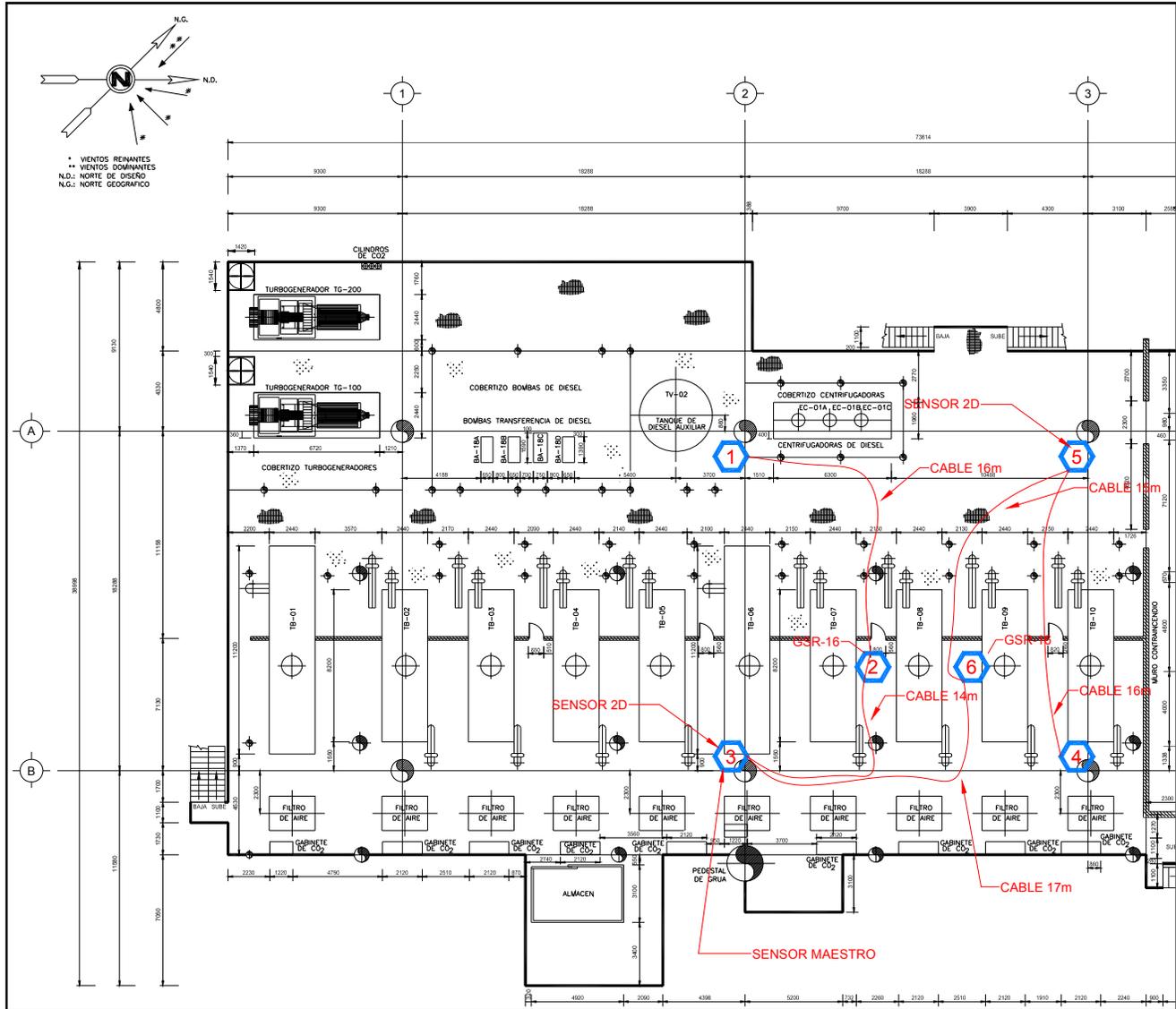
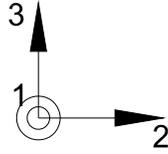


Figura 2.4. Colocación, cableado de interconexión de sensores para el arreglo No. 1 (Registro de señales para caracterización del modo local en el tablero A-B-2-3)



Orientación de los ejes de medición de los sensores

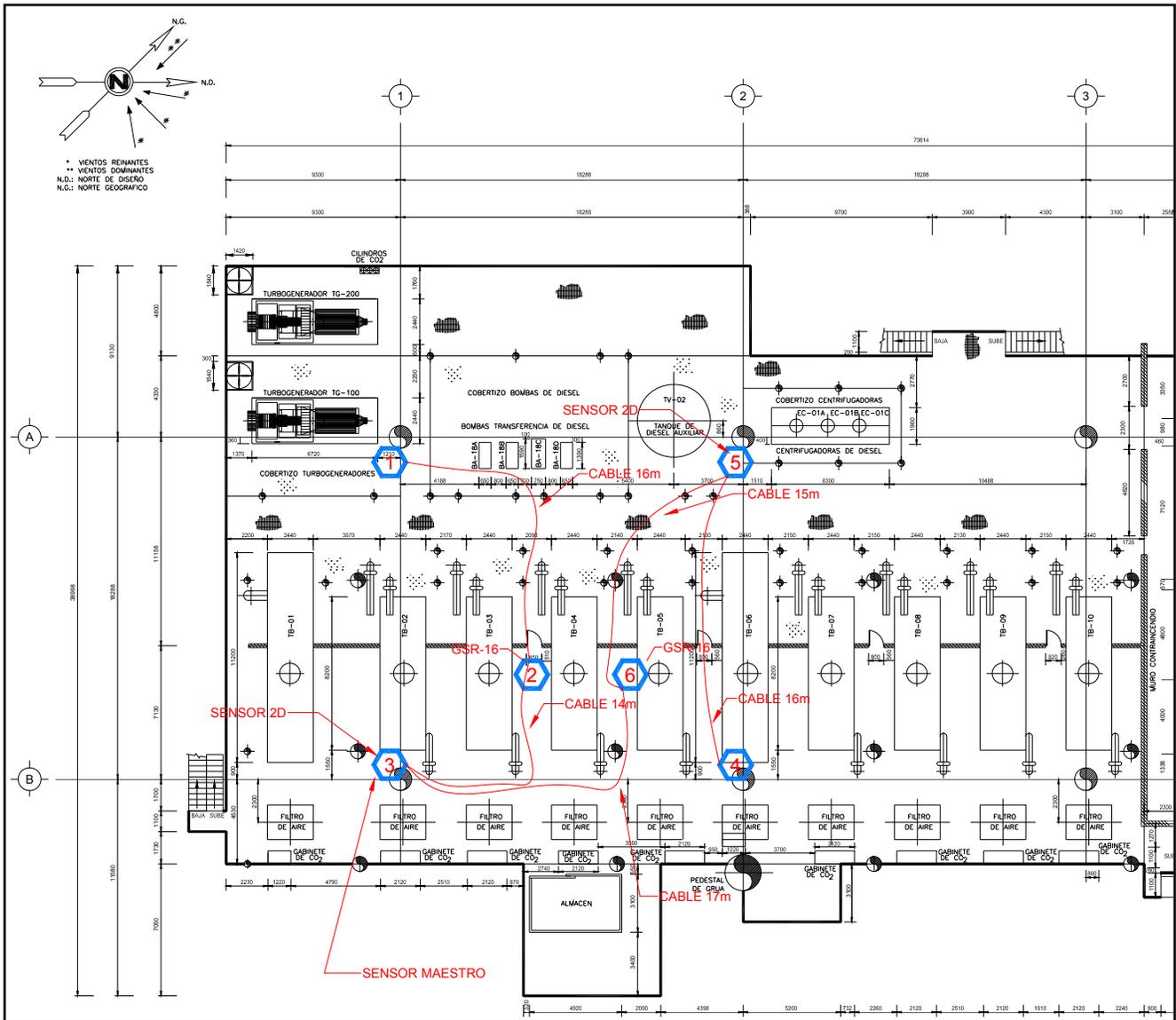
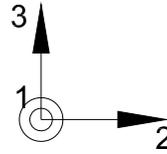


Figura 2.5. Colocación, cableado de interconexión de sensores para el arreglo No. 2 (Registro de señales para caracterización del modo local en el tablero A-B-1-2)



Orientación de los ejes de medición de los sensores

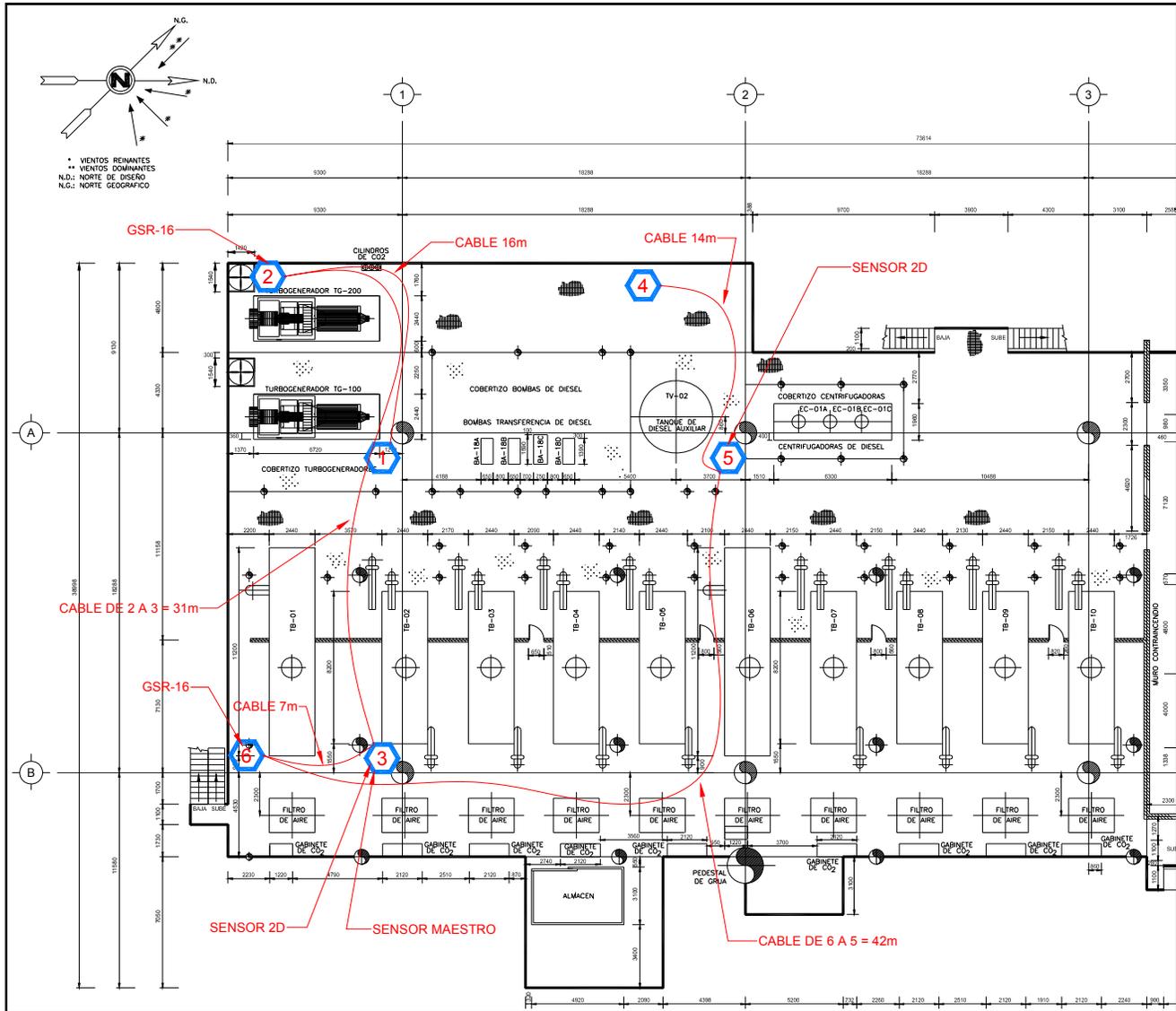


Figura 2.6. Colocación, cableado de interconexión de sensores para el arreglo No. 3 (Registro de señales para caracterización del modo local en voladizo que soporta a los turbo generadores)

2.2.2 Arreglo 3 sobre el voladizo de la cubierta que soporta a los turbogeneradores

Para identificar las propiedades dinámicas del voladizo en el segundo nivel de la cubierta, se utilizó un sistema de monitoreo formado por seis sensores; tres de ellos colocados en columnas (zona de alta rigidez vertical) y los otros tres, distribuidos en puntos del perímetro del voladizo, tal como se aprecia en la fig. 2.6.

2.3 Organización de los archivos del registro de señales

Una vez terminado el registro de las señales en campo se procedió a organizar los archivos electrónicos, de tal manera que se pudiera tener una mejor identificación de los registros.

Tabla 2.1 Archivos electrónicos del registro de señales para el arreglo 1

Arreglo 1							
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)	Aceleración pico 1-Vert (g)	Aceleración pico 2-Long (g)	Aceleración pico 3-Trans (g)
1	E1-02-1	Aes29702-1	10:23:02	604	0.02051	0.04199	0.04102
	E1-03-1	Aes29703-1	10:34:20	578	0.01953	0.03613	0.03809
	E1-04-1	Aes29704-1	10:44:28	584	0.01953	0.03809	0.04395
2	E2-02-1	AEX29702-1	10:23:03	604	0.12500	0.10340	0.1585
	E2-03-1	AEX29703-1	10:34:21	578	0.02753	0.02826	0.01727
	E2-04-1	AEX29704-1	10:44:29	584	0.02728	0.03186	0.01764
3	E3-02-1	P1329702-1	10:22:57	604	0.00049	0.10940	0.05615
	E3-03-1	P1329703-1	10:34:16	577	0.00049	0.05520	0.03467
	E3-04-1	P1329704-1	10:44:24	584	0.00049	0.06640	0.04004
4	E4-02-1	Sot29702-1	10:22:58	604	0.01990	0.02380	0.03198
	E4-03-1	Sot29703-1	10:34:17	578	0.02161	0.01965	0.02673
	E4-04-1	Sot29704-1	10:44:25	584	0.01038	0.00977	0.00867
5	E5-02-1	P629702-1	10:22:59	604	0.00049	0.04102	0.03857
	E5-03-1	P629703-1	10:34:18	577	0.00049	0.09770	0.05710
	E5-04-1	P629704-1	10:44:25	584	0.00049	0.04297	0.03760
6	E6-02-1	GAM29702-1	10:23:01	604	0.01090	0.00790	0.01500
	E6-03-1	GAM29703-1	10:34:20	577	0.00990	0.00690	0.01290
	E6-04-1	GAM29704-1	10:44:27	584	0.01000	0.00730	0.01350

De este modo, para una mejor identificación de las señales respecto al equipo y número de arreglo, se cambió el nombre de los registros respecto a los nombres originales obtenidos de los sensores; de esta manera el nombre actualizado, separados por guiones, aparece respectivamente, el número de equipo, el número de registro en ese punto de medición y el número de arreglo en el que se ubica el equipo. Por ejemplo el registro E2-02-1 (equivalente a AEX29702-1) de la tabla 2.1, corresponde a la señal número 2 tomada en el equipo 2 dentro del arreglo 1.

Dado lo anterior se presenta la organización de los datos (indispensables para el procesamiento y análisis de señales) mediante las tablas 2.1, 2.2 y 2.3 correspondientes a los arreglos 1, 2 y 3, respectivamente.

Tabla 2.2 Archivos electrónicos del registro de señales para el arreglo 2

Arreglo 2							
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)	Aceleración pico 1-Vert (g)	Aceleración pico 2-Long (g)	Aceleración pico 3-Trans (g)
1	E1-01-2	Aes29701-2	14:18:44	507	0.0273	0.0264	0.0322
	E1-02-2	Aes29702-2	14:27:50	656	0.0215	0.0234	0.0342
	E1-03-2	Aes29703-2	14:39:32	582	0.0225	0.0283	0.0361
2	E2-01-2	AEX29701-2	14:18:45	507	0.0500	0.0418	0.0415
	E2-02-2	AEX29702-2	14:27:51	656	0.0447	0.0353	0.0402
	E2-03-2	AEX29703-2	14:39:33	582	0.0602	0.0421	0.0460
3	E3-01-2	P1329701-2	14:18:46	508	0.0005	0.0225	0.0283
	E3-02-2	P1329702-2	14:27:52	656	0.0005	0.0234	0.0259
	E3-03-2	P1329703-2	14:39:35	581	0.0005	0.0215	0.0239
4	E4-01-2	Sot29701-2	14:18:47	509	0.0442	0.0151	0.0535
	E4-02-2	Sot29702-2	14:27:53	656	0.0391	0.0131	0.0392
	E4-03-2	Sot29703-2	14:39:36	581	0.0376	0.0125	0.0396
5	E5-01-2	P629701-2	14:18:48	508	0.0000	0.0557	0.0259
	E5-02-2	P629702-2	14:27:54	656	0.0005	0.0571	0.0283
	E5-03-2	P629703-2	14:39:37	581	0.0005	0.0659	0.0298
6	E6-01-2	GAM29701-2	14:18:42	508	0.0093	0.0059	0.0080
	E6-02-2	GAM29702-2	14:27:48	656	0.0111	0.0058	0.0085
	E6-03-2	GAM29703-2	14:39:31	582	0.0089	0.0070	0.0089

Tabla 2.3 Archivos electrónicos del registro de señales para el arreglo 3

Arreglo 3							
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)	Aceleración pico 1-Vert (g)	Aceleración pico 2-Long (g)	Aceleración pico 3-Trans (g)
1	E1-06-3	Aes29706-3	15:50:32	582	0.0264	0.0254	0.0322
	E1-07-3	Aes29707-3	16:01:06	586	0.0273	0.0273	0.0332
	E1-08-3	Aes29708-3	16:11:27	581	0.0254	0.0264	0.0352
2	E2-06-3	AEX29706-3	15:50:33	583	0.0402	0.0257	0.0277
	E2-07-3	AEX29707-3	16:01:07	586	0.0435	0.0248	0.0266
	E2-08-3	AEX29708-3	16:11:28	581	0.0374	0.0279	0.0261
3	E3-06-3	P1329706-3	15:50:34	583	0.0005	0.0181	0.0186
	E3-07-3	P1329707-3	16:01:09	585	0.0005	0.0166	0.0161
	E3-08-3	P1329708-3	16:11:30	581	0.0005	0.0181	0.0166
4	E4-06-3	Sot29706-3	15:50:37	581	0.0493	0.0263	0.0350
	E4-07-3	Sot29707-3	16:01:10	586	0.0558	0.0282	0.0387
	E4-08-3	Sot29708-3	16:11:31	582	0.0491	0.0280	0.0372
5	E5-06-3	P629706-3	15:50:39	581	0.0005	0.0601	0.0327
	E5-07-3	P629707-3	16:01:12	586	0.0005	0.0615	0.0376
	E5-08-3	P629708-3	16:11:33	582	0.0005	0.0659	0.0327
6	E6-06-3	GAM29706-3	15:50:32	582	0.0104	0.0105	0.0150
	E6-07-3	GAM29707-3	16:01:06	586	0.0105	0.0108	0.0147
	E6-08-3	GAM29708-3	16:11:26	582	0.0104	0.0106	0.0145

2.4 Descripción de las características de los equipos de medición

Se describen las características de los equipos de medición de aceleraciones utilizados en el registro de las señales en la estructura de la cubierta de la plataforma.

Los acelerómetros usados en este proyecto, fig. 2.7, son dispositivos que permiten el registro de movimientos fuertes como el caso de sismos y también el registro de vibraciones de pequeñas amplitudes producto de excitaciones ambientales tales como: tránsito de vehículos, empuje del viento y, para este caso en particular, el oleaje y equipos internos como las bombas localizadas en la plataforma de rebombeo.

Estos equipos poseen diferentes umbrales (valores máximos de aceleración que pueden registrar) para el registro de señales. De los seis equipos utilizados, dos equipos pueden registrar teóricamente valores de aceleración desde cero hasta 0.25 “g”, otros dos hasta 1.0 “g” y los últimos dos pueden registrar aceleraciones de hasta 2 “g”. Otras características se muestran a continuación.

Equipo No 1 (Aes)

- Registrador digital GRS-12 marca Terra-Technology
- 12 bits
- 3 canales de registro (sensor triaxial interno)
- Montaje vertical
- Memoria RAM 4.0 MB
- Nivel máximo de aceleración que puede registrarse: 0.5g
- Umbral de disparo: prueba de vibración ambiental programada
- Tiempo de pre-evento: 5 s.
- Tiempo de post-evento: 5s.
- Muestras por segundo: 100

19

Equipo No 2 (AEX)

- Registrador digital GRS-12 marca Terra-Technology
- 12 bits
- 3 canales de registro (sensor triaxial interno)
- Montaje vertical
- Memoria RAM 4.0 MB
- Nivel máximo de aceleración que puede registrarse: 1g
- Umbral de disparo: prueba de vibración ambiental programada
- Tiempo de pre-evento: 5 s.
- Tiempo de post-evento: 5 s.
- Muestras por segundo: 100



Figura 2.7 Sensores de medición de aceleraciones

Equipo No 3 (P13)

- Registrador digital GRS-12 marca Terra-Technology
- 12 bits
- 2 canales de registro (sensor biaxial interno)
- Montaje vertical
- Memoria RAM 4.0 MB
- Nivel máximo de aceleración que puede registrarse: 1g
- Umbral de disparo: prueba de vibración ambiental programada
- Tiempo de pre-evento: 5 s.
- Tiempo de post-evento: 5 s.
- Muestras por segundo: 100

Equipo No 4 (Sot)

- Registrador digital GRS-12 marca Terra-Technology
- 12 bits
- 3 canales de registro (sensor triaxial interno)
- Montaje vertical
- Memoria RAM 4.0 MB
- Nivel máximo de aceleración que puede registrarse: 2g
- Umbral de disparo: prueba de vibración ambiental programada
- Tiempo de pre-evento: 5 s.
- Tiempo de post-evento: 5 s.
- Muestras por segundo: 100

Equipo No 5 (P6)

- Registrador digital GRS-16 marca Terra-Technology
- 16 bits
- 2 canales de registro (sensor biaxial interno)
- Montaje vertical
- Memoria RAM 4.0 MB
- Nivel máximo de aceleración que puede registrarse: 2g
- Umbral de disparo: prueba de vibración ambiental programada
- Tiempo de pre-evento: 5 s.
- Tiempo de post-evento: 5 s.
- Muestras por segundo: 100

Equipo No 6 (GAM)

- Registrador digital GRS-16 marca Terra Technology
- 16 bits
- 3 canales de registro (sensor triaxial interno)
- Montaje horizontal
- Memoria RAM 4.0 MB
- Nivel máximo de aceleración que puede registrarse: 1g
- Umbral de disparo: prueba de vibración ambiental programada
- Tiempo de pre-evento: 5 s.
- Tiempo de post-evento: 5 s.
- Muestras por segundo: 100

CAPÍTULO 3

Análisis de señales y descripción de la herramienta a utilizar

3.1 Características de los datos

Para utilizar las técnicas de procesamiento y análisis de señales es indispensable conocer el tipo de datos con que se cuenta e identificar sus características principales.

Cualquier fenómeno físico puede ser descrito mediante una serie de datos (señal), los cuales se miden generalmente en términos de una amplitud en función del tiempo, es decir, que una función del tiempo representa un modelo de la señal. Los valores de la amplitud que se registran, representan alguna cantidad física de interés ingenieril, como puede ser la velocidad, aceleración, temperatura, etc. Al conjunto de esta serie de datos se le conoce como registro de datos, (Castelán I., 2001).

En términos generales, las señales pueden ser de naturaleza **determinista** o **probabilista** (Escobar S. L., 2009). Las señales deterministas (continuas) son señales que pueden ser descritas por una expresión matemática explícita, una tabla de datos o una regla. Para estas señales los valores pasados, presentes y futuros de la señal pueden ser conocidos sin ninguna incertidumbre, es decir, que están completamente determinados. Las señales probabilísticas (discretas) se caracterizan porque sus valores en cada instante de tiempo no son predecibles. Las señales discretas son producidas por los fenómenos naturales tales como las ondas oceánicas, las ondas sísmicas, etc. Estas señales se pueden caracterizar por funciones de densidad de probabilidad, valores esperados, varianzas y funciones de correlación. Para su análisis y descripción se utilizan técnicas estadísticas, teoría de probabilidad y procesos estocásticos en vez de fórmulas explícitas.

Las señales continuas están definidas para cualquier valor del dominio de los reales y toman valores en un intervalo continuo. Pueden describir un fenómeno

físico de manera razonable mediante una función matemática de variable continua. A este tipo de señal también se le llama *analógica* y son las que representan el mundo real.

Las señales discretas están definidas sólo para ciertos puntos del dominio de los reales, donde estos puntos no necesitan ser equidistantes. Este tipo de señales se presenta por secuencias de números, secuencias discretas o tablas de datos. Representan al fenómeno físico observado y pueden ser descritos empleando postulados probabilísticos y promedios estadísticos debido a que cada una de las observaciones del fenómeno es única. Ejemplos de datos discretos podemos mencionar, las aceleraciones sísmicas y de vibración ambiental, los cambios de temperatura durante el día, la fuerza del viento y de las olas del mar, entre otros. Ejemplo de un registro de vibración ambiental es el mostrado en la fig. 3.1, en la que en el eje de las ordenadas muestra la aceleración (gals) y en el eje de las abcisas el tiempo en segundos.

A la historia de datos aleatorios registrados durante el tiempo en el que ocurre el fenómeno físico, se le llama función de muestra o *registro de historia en el tiempo*.

3.2 Análisis de Fourier

Para obtener las propiedades dinámicas de una estructura, es común llevar a cabo el muestreo de la señal tomando como parámetro base la aceleración registrada mediante la utilización de acelerómetros. Con esta información se obtiene la representación de la señal (ver fig. 3.1) en el dominio del tiempo, sin embargo, para el análisis de las señales es necesario conocer el contenido de frecuencias de una señal más que las amplitudes de cada muestra individual. Por consecuencia es de mayor utilidad obtener la representación de una señal en el dominio de la frecuencia. El algoritmo que se utiliza para transformar las muestras a partir de datos en el dominio del tiempo al dominio de las frecuencias se conoce como *transformada de Fourier*.

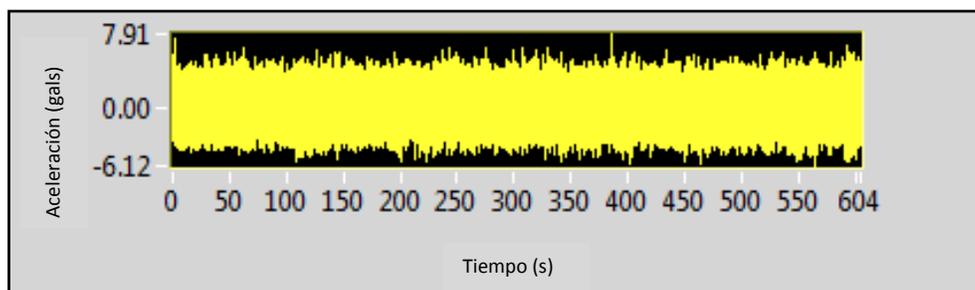


Figura 3.1 Registro de vibración ambiental (acelerograma)

3.2.1 Desarrollo en series de Fourier

Jean-Baptiste Joseph Fourier demostró que una función periódica puede expresarse como la suma de un número infinito de términos de seno y coseno. Esta suma se conoce con el nombre de la **serie de Fourier**.

Sea la función $f(t)$ una función periódica de periodo T , la cual se puede representar por la serie trigonométrica

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + a_1 \cos \omega_0 t + a_2 \cos 2\omega_0 t + \dots + b_1 \sin \omega_0 t + b_2 \sin 2\omega_0 t + \dots$$

es decir, $f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$ (3.1)

donde $\omega_0 = 2\pi/T$ es la frecuencia y T es el periodo de la función.

Una serie como la representada por la ecuación (3.1) se llama *serie trigonométrica de Fourier* (HSU H., 1973), la cual mediante transformaciones trigonométricas adecuadas se puede también representar de la siguiente manera

$$f(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega_0 t - \theta_n)$$
 (3.2)

Según la ecuación (3.2), es obvio que la representación en series de Fourier de una función periódica, representa la función periódica como la suma de componentes sinusoidales que tienen diferentes frecuencias. La componente sinusoidal de frecuencia $\omega_n = n\omega_0$ se denomina la *enésima armónica* de la función periódica. A la primera armónica ($n=1$) comúnmente se le conoce como la *componente fundamental* porque tiene el mismo periodo de la función y $\omega_0 = 2\pi f_0 = 2\pi/T$ se conoce como la *frecuencia angular fundamental*. Los coeficientes C_n y los ángulos θ_n se conocen como *amplitudes armónicas* y *ángulos de fase*, respectivamente.

3.2.1.1 Funciones ortogonales

Un conjunto de funciones de valores reales

$$\phi_0(t), \phi_1(t), \phi_2(t), \dots,$$

se dice ortogonal en un intervalo $a \leq t \leq b$ si se cumple la siguiente condición * (Zill D., 1988)

$$\int_a^b \phi_m(t) \phi_n(t) dt = 0, \quad \text{para } m \neq n$$

$$\int_a^b \phi_m(t) \phi_n(t) dt = r_n, \quad \text{para } m = n \quad (3.3)$$

25

Utilizando las relaciones de ortogonalidad citadas se pueden evaluar los coeficientes a_0 , a_n , y b_n de la serie de Fourier cuyo resultado es el siguiente

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt \quad (3.4)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt \quad (3.5)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \operatorname{sen}(n\omega_0 t) dt \quad (3.6)$$

La constante a_0 representa el valor promedio de $f(t)$ durante un periodo.

Como ejemplo se encontrará la serie de Fourier para la función $f(t)$ definida por

$$f(t) = -1 \quad \text{para } -\frac{T}{2} < t < 0$$

$$f(t) = 1 \quad \text{para } 0 < t < \frac{T}{2}$$

La gráfica de la función anterior se muestra en la fig. 3.2

*El intervalo también puede ser $(-\infty, \infty)$, $[0, \infty)$

Para una función periódica $f(t + T) = f(t)$

Puesto que el valor promedio de $f(t)$ es cero, de la ecuación (3.4) se tiene

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) dt = 0$$

de (3.5) y considerando que $\omega_0 = 2\pi/T$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^0 -\cos(n\omega_0 t) dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \cos(n\omega_0 t) dt \right]$$

$$a_n = \frac{2}{T} \left\{ \left[-\frac{\sen n\omega_0 t}{n\omega_0} \right]_{-\frac{T}{2}}^0 + \left[\frac{\sen n\omega_0 t}{n\omega_0} \right]_0^{\frac{T}{2}} \right\}$$

$$a_n = \frac{2}{T} \left\{ -\frac{1}{n\omega_0} [\sen 0 - \sen(-n\pi)] + \frac{1}{n\omega_0} [\sen(n\pi) - \sen 0] \right\} \text{ para } n \neq 0$$

$$a_n = 0$$

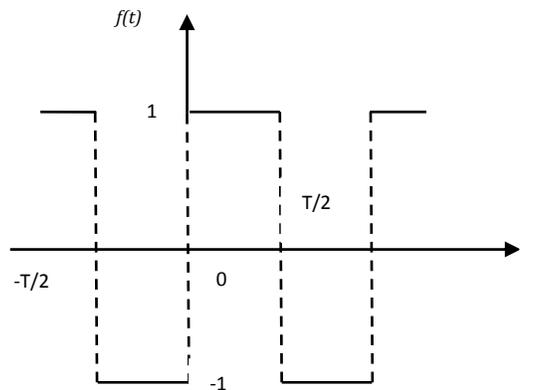


Figura 3.2 Forma de onda de la función $f(t)$

de (3.6) y considerando que $\omega_0 = 2\pi/T$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) \sen(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left[\int_{-\frac{T}{2}}^0 \text{sen}(n\omega_o t) dt + \int_0^{\frac{T}{2}} \text{sen}(n\omega_o t) dt \right]$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left\{ \left[\frac{\cos n\omega_o t}{n\omega_o} \right]_{-\frac{T}{2}}^0 + \left[-\frac{\cos n\omega_o t}{n\omega_o} \right]_0^{\frac{T}{2}} \right\}$$

$$b_n = \frac{2}{n\omega_o T} \{ [1 - \cos(-n\pi)] - [\cos(n\pi) - 1] \}$$

$$b_n = \frac{2}{2n\pi} [2 - 2\cos(n\pi)] = \frac{2}{n\pi} [1 - \cos(n\pi)]$$

$$\boxed{b_n = \frac{2}{n\pi} [1 - \cos(n\pi)]} \quad \text{puesto que} \quad \cos(n\pi) = (-1)^n,$$

$$b_n = \begin{cases} 0, & n \text{ par} \\ \frac{4}{n\pi}, & n \text{ impar} \end{cases}$$

sustituyendo $a_o = 0$, $a_n = 0$ y $b_n = 4/n\pi$ en la ecuación (3.1)

$$f(t) = \frac{1}{2}a_o + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_o t + b_n \text{sen} n\omega_o t)$$

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{n=\text{impar}}^{\infty} \left(\frac{1}{n} \text{sen} n\omega_o t \right)$$

Finalmente la serie de Fourier queda como

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left[\text{sen} \omega_o t + \frac{1}{3} \text{sen} 3\omega_o t + \frac{1}{5} \text{sen} 5\omega_o t + \dots \right] \quad (3.7)$$

En la fig. 3.3 se muestran la componente fundamental y los armónicos 3, 5 y 7, así como la suma parcial de estos primeros cuatro términos de la serie para $\omega_o = \pi$, es decir $T = 2$.

Si la serie de Fourier para una función $f(t)$ se trunca para lograr una aproximación en suma finita de senos y cosenos, es natural pensar que a medida que agreguemos más armónicos la sumatoria se aproximará más a $f(t)$.

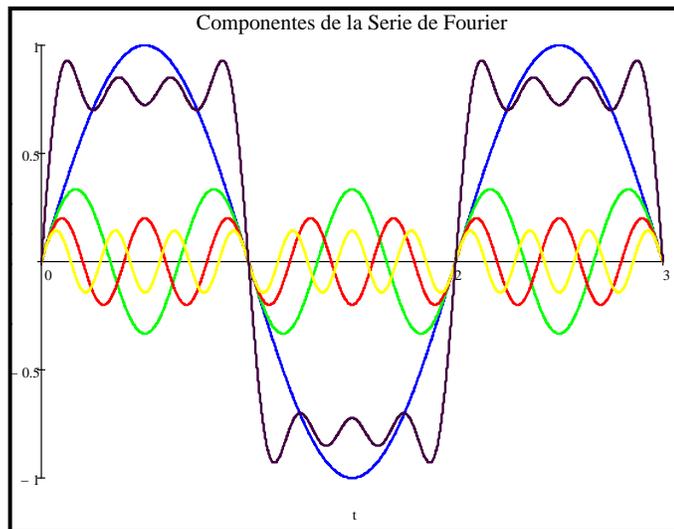


Figura 3.3 Las tres primeras sumas finitas de la serie de Fourier, en la onda cuadrada de la figura 3.2

Esto se cumple excepto en las discontinuidades de $f(t)$, en donde el error de la suma finita no tiende a cero a medida que agreguemos armónicos. Este efecto se conoce como *fenómeno de Gibbs* (ver fig. 3.4).

A medida que el número de términos aumenta, la curva resultante oscila con frecuencia creciente y amplitud decreciente; a ambos lados de las discontinuidades hay sobrepaso de curvas.

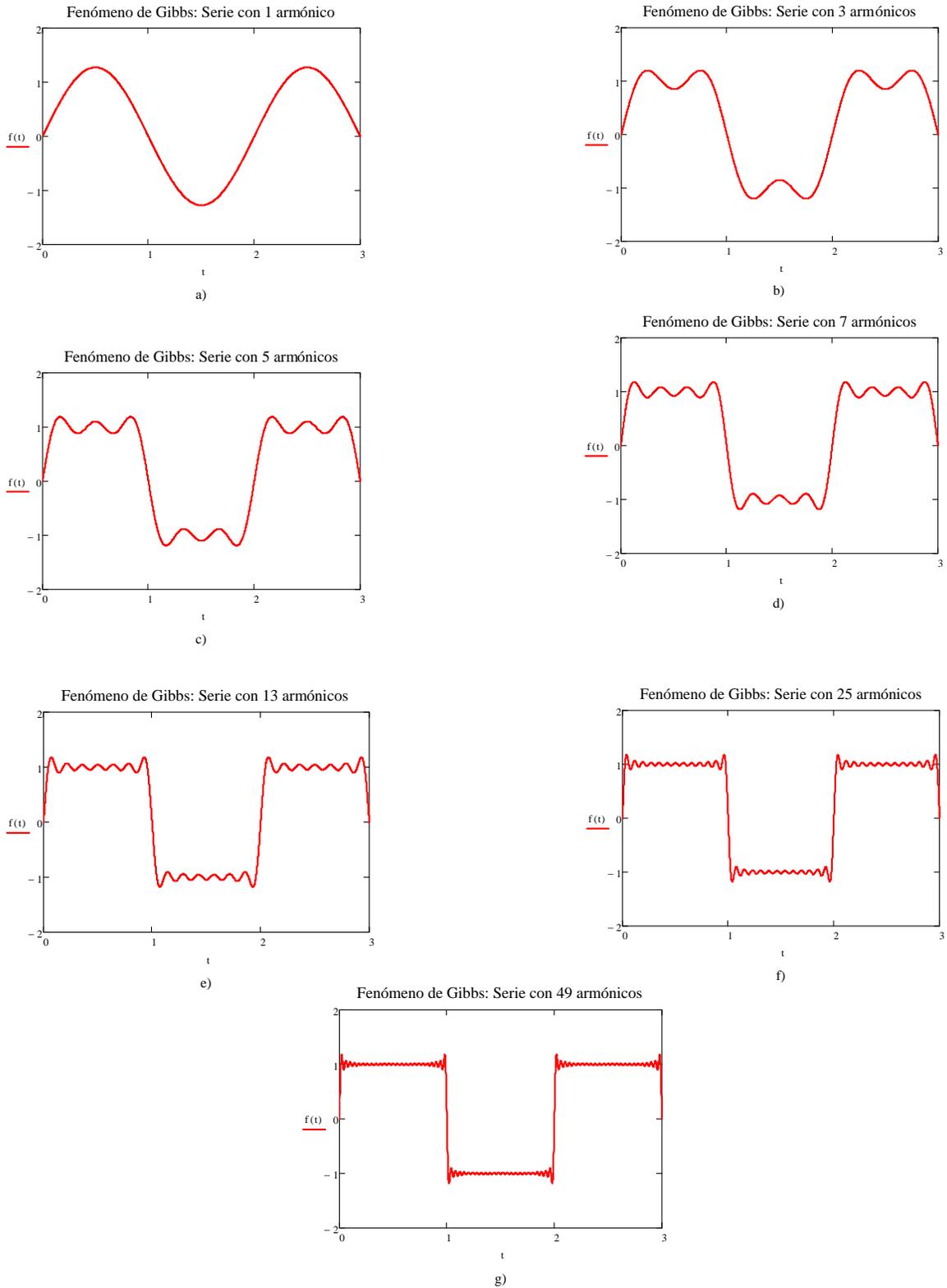


Figura 3.4 fenómeno de Gibbs para diferentes series de la onda cuadrada de la fig. 3.2

3.2.2 Forma compleja de la serie de Fourier

Si se considera la serie de Fourier para una función periódica $f(t)$, con un periodo $T = 2\pi/\omega_0$, como

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sen n\omega_0 t) \quad (3.8)$$

Es posible obtener una forma alternativa usando las relaciones de Euler

$$\cos n\omega_0 t = \frac{1}{2}(e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}) \quad (3.9)$$

$$\sen n\omega_0 t = \frac{1}{2j}(e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}) \quad (3.10)$$

Donde $j = \sqrt{-1}$.

Sustituyendo las relaciones de Euler en la ec. (3.8) y teniendo en cuenta que $1/j = -j$, se obtiene

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} \quad (3.11)$$

A la ecuación (3.11) se le llama **forma compleja de la serie de Fourier** (HSU H. 1973) de $f(t)$, y sus coeficientes c_n pueden obtenerse a partir de los coeficientes a_n, b_n , los cuales ya conocemos o bien se pueden obtener a partir de:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) \quad (3.12)$$

Para $n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

Los coeficientes c_n son números complejos y también se pueden escribir en forma polar como:

$$c_n = |c_n| e^{j\phi_n} \quad c_{-n} = c_n^* = |c_n| e^{-j\phi_n} \quad (3.13)$$

$$\text{Donde } |c_n| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}; \phi_n = \text{arc tan} \left(-\frac{b_n}{a_n} \right) \quad (3.14)$$

Para todos los valores de n , excepto para $n = 0$. En este caso c_0 es real y vale $c_0 = \frac{1}{2}a_0$.

* indica el conjugado del complejo

El intervalo de integración para la función periódica de la ecuación (3.12), ha sido seleccionado convenientemente entre cero y T . La forma exponencial de la serie de Fourier, ecuación (3.11), puede usarse, asimismo, para determinar la respuesta dinámica de sistemas estructurales. Sin embargo, existe un método más eficiente para la determinación de los coeficientes c_n , así como también para el cálculo de la respuesta para un sistema excitado por una fuerza que ha sido expresada en serie por la ecuación (3.11). Este método, que está basado en el análisis de Fourier para casos discretos se presenta a continuación.

3.2.3 Análisis discreto de Fourier

En el caso de mediciones de sistemas estructurales en donde la señal $f(t)$ se obtiene a través de un instrumento analógico digital, la representación de la transformada de Fourier se realiza en forma discreta, en un lapso de tiempo T .

Cuando una función periódica $f(t)$ es especificada solamente por N puntos a intervalos iguales de tiempo ($\Delta t = T/N$), $t_0, t_1, t_2, \dots, t_{N-1}$, donde $t_i = i\Delta t$, las integrales de las ecuaciones, (3.5) y (3.6) pueden ser reemplazadas por las sumas

$$a_n = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} f(t_i) \cos(n\omega_o t_i) \Delta t \quad (3.15)$$

$$b_n = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} f(t_i) \sen(n\omega_o t_i) \Delta t, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.16)$$

en donde, $\omega_o = 2\pi/T$ (Paz M., 1992). En las ecuaciones (3.15) y (3.16) los coeficientes de Fourier han sido ligeramente alterados por la omisión del factor 2 en las expresiones para a_n y b_n . En este caso la ecuación (3.1) se escribe como

$$f(t) = 2 \sum_{n=0}^{\infty} (a_n \cos n\omega_o t + b_n \sen n\omega_o t) \quad (3.17)$$

Si se usa la notación compleja de Fourier, se pueden combinar las ecuaciones (3.15) y (3.16) en una sola ecuación mediante la definición (ver apéndice B)

$$c_n = (a_n - j b_n) \quad (3.18)$$

y aplicando la identidad de Euler expresada por la ecuación (3.19), se obtiene la ecuación (3.20)

$$e^{\pm jn\omega_0 t_i} = \cos n\omega_0 t_i \pm j \operatorname{sen} n\omega_0 t_i \quad (3.19)$$

$$c_n = \frac{1}{T} \sum_{i=0}^{N-1} f(t_i) e^{-jn\omega_0 t_i \Delta t} \quad (3.20)$$

si se compara con (3.12) se puede apreciar que es similar; ahora sustituyendo $t_i = i\Delta t$, $T = N\Delta t$, y $\omega_0 = 2\pi/T$ en la ecuación (3.20), obtenemos

$$c_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(t_i) e^{-2\pi j(ni/N)}, \text{ para } n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.21)$$

La ecuación (3.21) puede considerarse como una fórmula aproximada para calcular los coeficientes complejos de Fourier en la ecuación (3.12). Los coeficientes discretos, dados por la ecuación (3.21), no proporcionan información suficiente para obtener una **función continua** $f(t)$; sin embargo, es de gran importancia, ya que nos permite obtener con exactitud todos los valores discretos de la serie $f(t_i)$. Este hecho nos conduce a la definición formal de la **transformada discreta de Fourier (DFT)** para la serie $f(t_i)$, para $i = 0, 1, 2, \dots, N - 1$, dado por

$$c_n = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} f(t_i) e^{-2\pi j(ni/N)}, \text{ para } n = 0, 1, 2, \dots, (N - 1) \quad (3.22)$$

y de su **transformada discreta inversa**

$$f(t_i) = \sum_{n=0}^{N-1} c_n e^{2\pi j(ni/N)}, \text{ para } i = 0, 1, 2, \dots, (N - 1) \quad (3.23)$$

El intervalo de los coeficientes c_n ha sido limitado de 0 a $(N - 1)$ con el fin de mantener la simetría del par de transformadas en las ecuaciones (3.22) y (3.23). Es importante comprender que en el cálculo de la suma indicada en la ecuación (3.23), las frecuencias crecen con el aumento del índice n hasta $n = N/2$. Las frecuencias de orden $n > N/2$ son iguales a las frecuencias negativas de orden $N - n$. Este hecho limita la componente armónica máxima que puede representarse en la serie a la frecuencia de orden $N/2$. La frecuencia correspondiente a este máximo valor $\omega_{N/2}$, se conoce como **frecuencia de Nyquist** y algunas veces como frecuencia de doblez. Más aún, si la función original contiene componentes de frecuencia más alta que la frecuencia de Nyquist, éstas componentes de frecuencia altas producen distorsiones en las componentes de baja frecuencia de la serie. Este fenómeno, en el que altas

frecuencias distorsionan bajas frecuencias, se conoce con el nombre de alias. Para evitar el “*alias*” es absolutamente necesario que el número de intervalos o puntos N seleccionado sea por lo menos dos veces el orden de la componente armónica más alta presente en la función.

La frecuencia de Nyquist ω_y está dada por

$$\omega_y = \frac{2\pi N/2}{T} = \frac{2\pi N/2}{N\Delta t} = \frac{\pi}{\Delta t} \left(\frac{rad}{seg} \right) \quad (3.24)$$

o en ciclos por segundo por

$$f_y = \frac{\omega_y}{2\pi} = \frac{1}{2\Delta t} (cps) \quad (3.25)$$

3.2.4 Espectros de frecuencia discreta

A la gráfica de la magnitud de los coeficientes c_n de la serie compleja de Fourier (3.11) contra la frecuencia angular ω , se denomina **espectro de amplitud** de $f(t)$ o **de Fourier**. A la gráfica del ángulo de fase ϕ_n (3.13) de los coeficientes de c_n contra ω , se denomina **espectro de fase** de $f(t)$ (HSU H., 1973).

Como n sólo toma valores enteros la frecuencia angular $\omega = n\omega_o$ es una variable discreta y los espectros mencionados son gráficas discretas o espectros de línea.

Dada una función periódica $f(t)$, le corresponde una y solo una serie de Fourier, es decir, le corresponde un conjunto único de coeficientes c_n . Por ello, los coeficientes c_n especifican a $f(t)$ **en el dominio de la frecuencia**, de la misma manera que $f(t)$ especifica la función **en el dominio del tiempo**.

Para el ejemplo analizado en el apéndice B se encontró que el valor de los coeficientes c_n , están dados por $c_n = -j \frac{1}{n\pi} [1 - (-1)^n]$, es decir

$|c_n| = \frac{1}{|n|\pi} [1 - (-1)^n]$, que al graficarse se obtiene el espectro de amplitudes de la fig. 3.5.

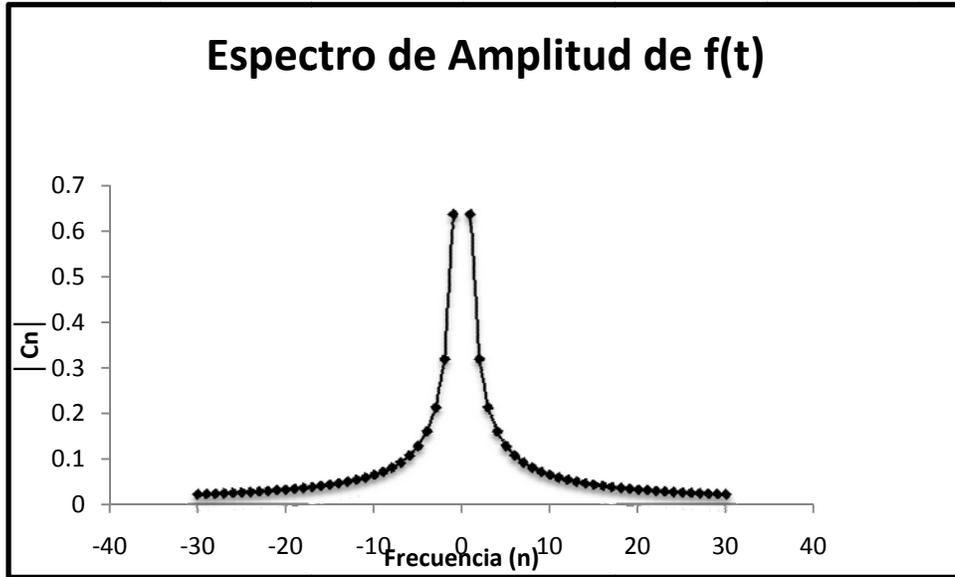


Figura 3.5 Espectro de amplitud para la función definida en la fig. 3.2

3.2.5 De la serie a la transformada de Fourier

La serie de Fourier nos permite obtener una representación en el dominio de la frecuencia para funciones periódicas .

Consideremos la siguiente función periódica de periodo (HSU H., 1973)

Un tren de pulsos de amplitud 1, ancho p y periodo

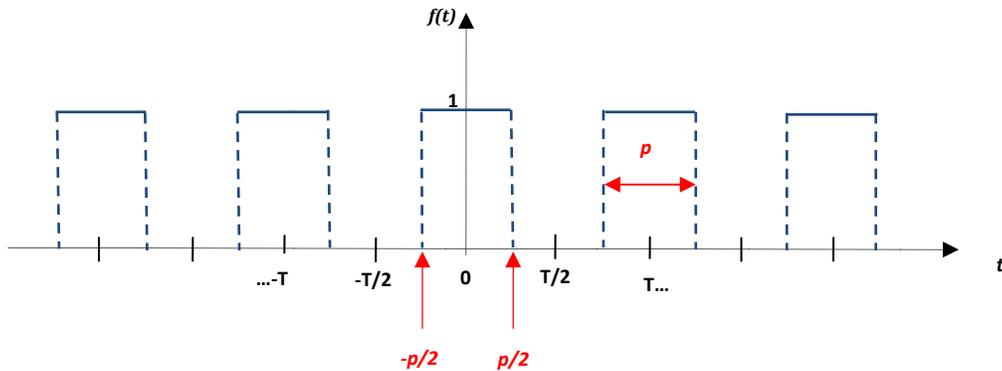


Figura 3.6 Tren de pulsos de amplitud 1, ancho p y periodo

$$\begin{cases} 0 & - & - \\ 1 & - & - \\ 0 & - & - \end{cases}$$

Los coeficientes de la serie compleja de Fourier en este caso resultan puramente reales dados por

$$\frac{-}{-}$$

El espectro de frecuencia correspondiente lo obtenemos en este caso graficando contra ω , mostrado en la fig. 3.7.

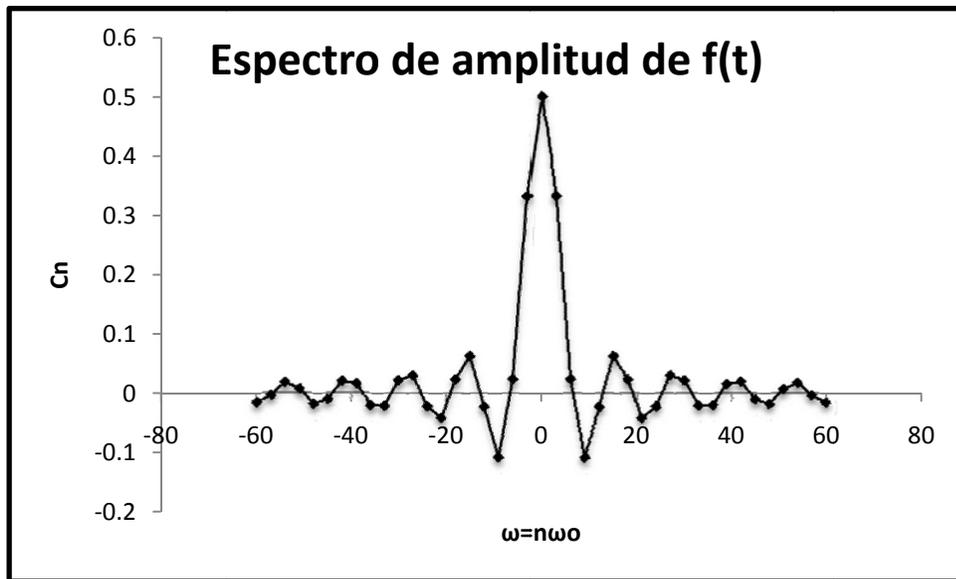


Figura 3.7 Espectro de amplitud para la función definida en la fig. 3.5

Si el periodo del tren de pulsos se aumenta (fig. 3.8) en el límite cuando $T \rightarrow \infty$, la función deja de ser periódica y el espectro se vuelve **¡continuo!**

El razonamiento anterior nos lleva a reconsiderar la expresión de una función **no periódica** en el dominio de la frecuencia, **no** como una suma de armónicos de frecuencia $\omega = n\omega_0$, sino como una función continua de la frecuencia ω .

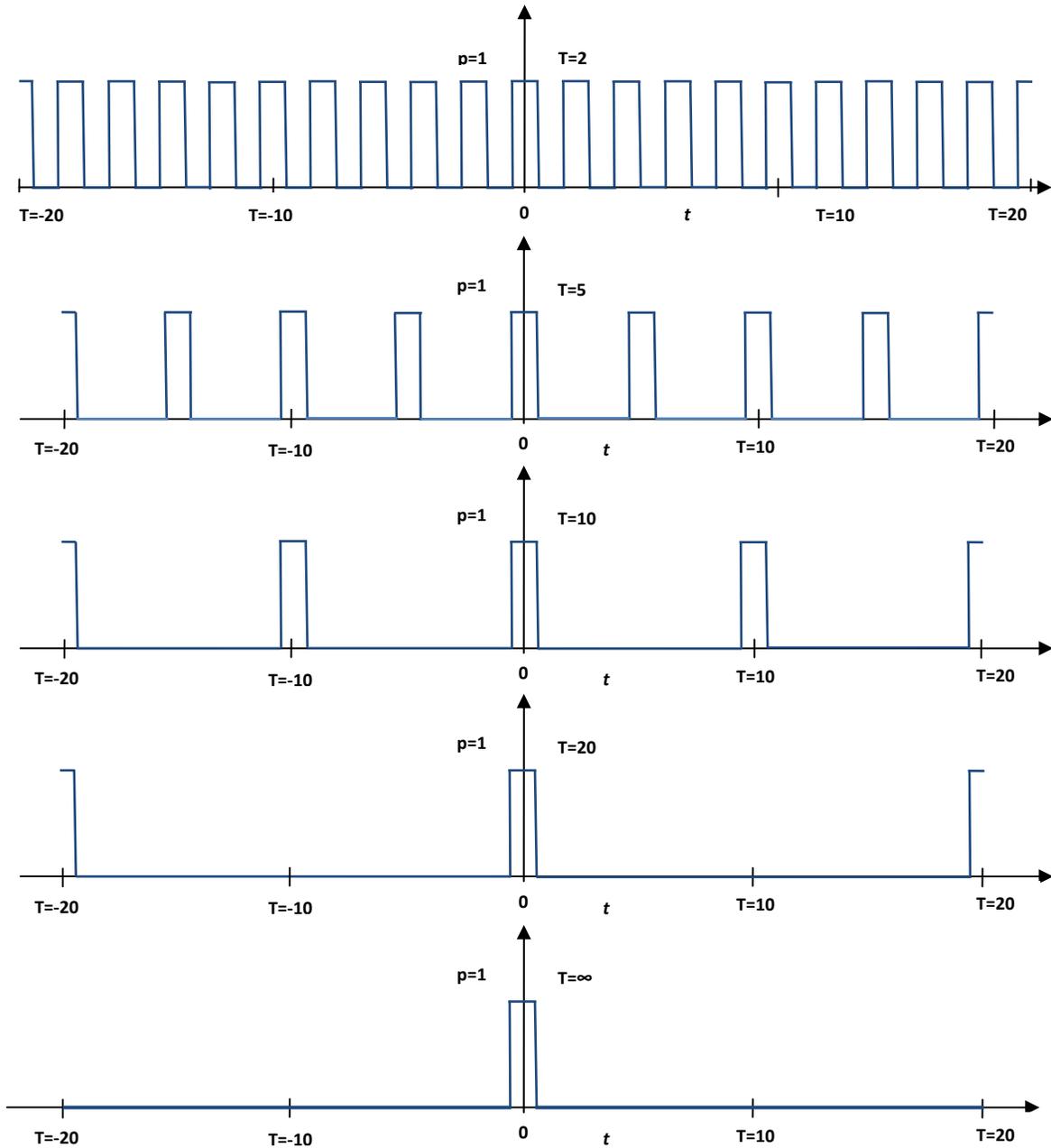


Figura 3.8 Tren de pulsos con periodo en aumento hasta el infinito

Así la serie $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$ de la ecuación (3.11) al cambiar la variable discreta $n\omega_0$ (cuando $T \rightarrow \infty$) por la variable continua ω se transforma en una integral de la siguiente manera, de la ecuación (3.12) se tiene que:

$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$ que al sustituir en la serie resulta

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] e^{jn\omega_0 t}$$

o bien

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] \omega_0 e^{jn\omega_0 t}$$

37

y cuando $T \rightarrow \infty$, $n\omega_0 \rightarrow \omega$, y $\omega_0 \rightarrow d\omega$ la sumatoria se convierte en

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \right] e^{j\omega t} d\omega$$

es decir

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

donde

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Estas expresiones nos permiten calcular la integral $F(\omega)$ (dominio de la frecuencia) a partir de $f(t)$ (dominio del tiempo) y viceversa.

A la función $F(\omega)$ se le llama **transformada de Fourier** de $f(t)$ y se denota por \mathcal{F} , es decir

$$\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.26)$$

En forma similar, a la expresión que nos permite obtener $f(t)$ a partir de $F(\omega)$ se le llama **transformada inversa de Fourier** y se denota por \mathcal{F}^{-1} , es decir

$$\mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] = f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (3.27)$$

3.2.6 La transformada rápida de Fourier (FFT)

Cuando la función $f(t)$ está dada por una lista de N valores $f(t_1), f(t_2), f(t_N)$ se dice que está discretizada o muestreada, entonces la integral que define la Transformada de Fourier

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt$$

Se convierte en la sumatoria

$$F(n) = \sum_{k=1}^N f(t_k) e^{-j\frac{2\pi n}{N}(k-1)}, \quad \text{para } 1 \leq n \leq N \text{ y } k \text{ es la frecuencia discreta}$$

38

Llamada Transformada Discreta de Fourier (*DFT*)

La Transformada Discreta de Fourier requiere el cálculo de N funciones exponenciales para obtener $F(n)$, lo cual resulta un esfuerzo de cálculo enorme para N grande.

Se han desarrollado métodos que permiten ahorrar cálculos y evaluar de manera rápida la transformada discreta, a estos métodos se les conoce como **Transformada Rápida de Fourier (FFT)**.

3.2.7 Análisis de señales

Para obtener las propiedades dinámicas de una estructura, es común llevar a cabo el muestreo de la señal tomando como parámetro base la aceleración registrada mediante el uso de acelerómetros. Con esta información se obtiene la representación de la señal en el *dominio del tiempo*, sin embargo, para el análisis de señales es necesario conocer el contenido de frecuencias de una señal, más que las amplitudes de cada muestra individual. Por lo tanto es de mayor utilidad obtener la representación de una señal en el *dominio de la frecuencia*. El algoritmo que se usa para transformar las muestras a partir de datos en el dominio del tiempo al dominio de las frecuencias, se conoce como transformada de Fourier, ec. (3.28).

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.28)$$

en donde $j = \sqrt{-1}$, ω es la frecuencia angular, t es el tiempo y $f(t)$ es una señal dada y $F(\omega)$ es su transformada de Fourier.

Para el caso de señales con un número finito de datos, se emplea la formulación matemática de la *DFT*, la cual está dada por la ecuación (3.29).

$$f(t) = \sum_{i=1}^{N-1} F(\omega) e^{2\pi j n i / N} \quad F(\omega) = \sum_{i=1}^{N-1} f(t) e^{-2\pi j n i / N} \quad (3.29)$$

para $n = 0, 1, 2, 3, \dots, (N - 1)$

En mediciones de sistemas estructurales, la señal $f(t)$ se obtiene a través de un instrumento analógico-digital, por lo que la representación de la transformada de Fourier se realiza en forma discreta, en un lapso de tiempo T .

El proceso numérico involucrado en la obtención de la *DFT*, es laborioso, ya que requiere aproximadamente del cálculo de N^2 operaciones complejas. Sin embargo, existe una simplificación importante cuando el número de datos N contenidos en la señal es una potencia de 2, es decir, $N = 2^k$, para $k = 1, 2, 3, \dots$, etc. Para este caso especial, el cálculo de la *DFT* se puede obtener aproximadamente en $N \log_2(N)$ operaciones (Paz M., 1992). En el caso de que el número de datos contenidos en un registro sea diferente de una potencia de 2, es recomendable agregar al final de la señal, datos adicionales con un valor nulo; esta adición de ceros en el registro no tiene ningún impacto en el cálculo del espectro. En procesamiento digital de señales se conoce a este caso particular como *FFT*.

Para obtener resultados confiables en el cálculo de los espectros de Fourier, es importante tener presente algunas recomendaciones relacionadas con el muestreo de la señal, en la obtención de la transformada discreta de Fourier. Si se consideran intervalos iguales de tiempo entre muestras, Δt , la razón de muestreo f_s , la relación entre el número total de muestras N (en el dominio del tiempo o la frecuencia) y el intervalo de frecuencias entre muestras, Δf , se definen por las siguientes expresiones.

$$\Delta t = \frac{T}{N} = \frac{1}{f_s} \quad f_s = \frac{1}{\Delta t} \quad \Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{N \Delta t} = \frac{1}{T}$$

donde T es el tamaño del registro en segundos.

La señal se muestrea de tal manera que produce una cantidad específica de números binarios que representan el segmento de la función de entrada. Estos números se transforman a través de la **FFT** en valores complejos en el dominio de las frecuencias. Cada punto de amplitud $A(\omega)$ se calcula con el promedio de las amplitudes A_i de acuerdo con la ecuación (3.30).

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A_i^2(\omega)} \quad (3.30)$$

Tras el proceso matemático se obtienen básicamente dos elementos de importancia, el espectro o contenido de frecuencia de la señal y el ancho de banda como medida cuantitativa del rango de frecuencias donde se concentra la potencia o energía de la señal.

Tal proceso es repetido para cada segmento en que se divide la señal, obteniendo sus respectivos espectros de Fourier, no obstante, se presentan diversas frecuencias pico entre cada segmento, que agrupándolas permitirán conocer las diferentes bandas de frecuencias características y que solo tras un promediado se puede llegar a establecer alguna como frecuencia importante.

Espectro de potencia

No obstante la existencia de ruido en la señal puede provocar la aparición de múltiples picos dentro del espectro, de modo que para mejorar la definición de las frecuencias relevantes se determina el espectro de potencia, que en términos simples es un indicador de la cantidad de energía que se libera en una determinada frecuencia, se calcula utilizando la ecuación (3.31).

$$S_{XX}(\omega) = F^*(\omega)F(\omega) = |F(\omega)|^2 \quad (3.31)$$

donde, $F(\omega)$ es la transformada de Fourier de la señal de entrada, $f(t)$, y $F^*(\omega)$ es el conjugado complejo de $F(\omega)$.

El espectro de potencia es útil para confirmar la existencia de frecuencias en el espectro de amplitudes de Fourier, así como para determinar la fracción de amortiguamiento crítico, ya que los picos máximos están mejor definidos.

Hasta este punto la señal es procesada en forma independiente; para determinar las relaciones dinámicas entre señales de entrada y salida se utilizan cuatro herramientas adicionales; espectro cruzado, función de transferencia, función de coherencia, y determinación de fases.

Espectro cruzado

El espectro cruzado de las señales de entrada y salida, al igual que el espectro de potencia, permite confirmar la existencia de frecuencias en el espectro de amplitudes de Fourier, que a su vez se encuentran presentes en ambas señales, ello en función de la cantidad de energía presente entre ellas, su cálculo es el producto del conjugado complejo de $F(\omega)$ de la señal de entrada y la transformada de Fourier de la señal de salida, $G(\omega)$.

$$S_{XY}(\omega) = F^*(\omega)G(\omega) \quad (3.32)$$

Función de transferencia

Las relaciones dinámicas entre las señales de entrada y salida de la excitación, se pueden establecer a través de la función de transferencia $H(\omega)$, de acuerdo a la siguiente relación:

$$G(\omega) = H(\omega)F(\omega) \quad (3.33)$$

donde $F(\omega)$ y $G(\omega)$ son las transformadas de Fourier de las señales de entrada y salida respectivamente. El conjugado del complejo de esta ecuación es:

$$G^*(\omega) = H^*(\omega)F^*(\omega) \quad (3.34)$$

y multiplicando miembro a miembro (3.33) por (3.34) resulta:

$$G^*(\omega)G(\omega) = H^*(\omega)H(\omega)F^*(\omega)F(\omega) = |G(\omega)|^2 = |H(\omega)|^2 |F(\omega)|^2 \quad (3.35)$$

considerando la ecuación (3.31), finalmente queda

$$S_{YY}(\omega) = |H(\omega)|^2 S_{XX}(\omega) \rightarrow |H(\omega)|^2 = \frac{S_{YY}(\omega)}{S_{XX}(\omega)} \quad (3.36)$$

por otro lado si la ecuación (3.33) se multiplica por $F^*(\omega)$, se tiene que:

$$F^*(\omega)G(\omega) = H(\omega)F^*(\omega)F(\omega) = H(\omega) |F(\omega)|^2 \quad (3.37)$$

considerando la ecuación (3.31) y sabiendo que $S_{XY}(\omega) = F^*(\omega)G(\omega)$ es el espectro cruzado de las señales de entrada y salida, entonces

$$S_{XY}(\omega) = H(\omega)S_{XX}(\omega) \rightarrow H(\omega) = \frac{S_{XY}(\omega)}{S_{XX}(\omega)} \quad (3.38)$$

Mediante la función de transferencia definida en función del espectro cruzado, entre las señales de entrada y salida, y del espectro de potencia de la señal de entrada, se puede obtener información relacionada con el factor de ganancia y con el factor de fase. Con el factor de fase $|H(\omega)|$ definido como la parte real de la función de transferencia, es posible relacionar la amplitud de la señal de entrada con la de salida. El factor de fase de la función de transferencia representa la fase de la señal de entrada para cualquier frecuencia.

Es importante mencionar que la ecuación (3.36) es teórica y normalmente en mediciones experimentales pueden existir complicaciones en el cálculo de $H(\omega)$, debido a señales adicionales que puedan existir en la salida del sistema en forma de ruido. Al considerar $S_{XY}(\omega)$ como el espectro cruzado entre las señales de entrada y salida, los cuales se asumen que no son correlacionados, al realizar promedios de eventos, este término tiende a cero, por lo tanto, es posible recuperar $H(\omega)$, aún en la presencia del ruido, mediante el uso del espectro cruzado y el espectro de potencia $S_{XX}(\omega)$ de la señal de entrada. De esta forma, la función de transferencia se calcula con la ecuación (3.38).

Función de coherencia

Otro de los parámetros importantes dentro de las mediciones de un sistema, es la función de coherencia, $\gamma^2(f)$, que tiene la característica de ser adimensional en el dominio de la frecuencia y representa valores entre cero y uno. Los valores de la coherencia representan la fracción de la salida del sistema que se relaciona directamente con la de entrada y proporciona un indicador de la validez de la función de transferencia estimada. Matemáticamente, la coherencia es una función de correlación cruzada en el dominio de las frecuencias y se obtiene con la siguiente expresión.

$$\gamma^2(\omega) = \frac{|S_{XY}(\omega)|^2}{S_{XX}(\omega)S_{YY}(\omega)} \quad (3.39)$$

El espectro de fase sirve para determinar la dirección del movimiento de un punto de medición respecto a la de otro. Por ejemplo, si se tienen instrumentos orientados paralelamente a la dirección de medición, estarán en fase (ángulo de fase = 0°), en caso contrario estarán fuera de fase (ángulo de fase = 180°).

3.2.8 Ventanas de atenuación

El teorema del muestreo establece que se puede obtener una señal continua en el tiempo a partir de muestras discretas e igualmente espaciadas, si la frecuencia de muestreo es al menos dos veces la frecuencia más alta de la señal en el tiempo. Así mismo, se asume que la señal puede ser muestreada a intervalos Δt igualmente espaciados, sin pérdida de información. De este modo, la frecuencia de muestreo f_s se obtiene con el inverso del intervalo de muestreo, dado por la ecuación (3.40).

$$f_s = \frac{1}{\Delta t} \quad (3.40)$$

De acuerdo al teorema del muestreo, la más alta frecuencia que el sistema digital puede procesar es conocida como la frecuencia de Nyquist, ecuación (3.41).

$$f_{Nyq} = \frac{f_s}{2} \quad (3.41)$$

La obtención del espectro de Fourier mediante la transformada discreta y rápida de Fourier, asume que existe una señal continua en el tiempo, la cual está formada por una serie de ondas de periodo T constante. En casos prácticos, donde las señales son discretas (señales de vibración ambiental o forzada) la onda de periodo T corresponde a la señal registrada. Sin embargo, aunque se tomen en cuenta rigurosamente las condiciones de muestreo, la señal registrada puede tener diferentes características espectrales respecto a la señal continua supuesta. Lo anterior se produciría si la señal registrada tiene una forma de onda trucada, equivalente a una discontinuidad en la señal periódica. Estas discontinuidades producen distorsiones en los espectros calculados respecto a los que se obtendrían de la función continua. La pérdida de información producida por este efecto, es conocida como *fuga espectral*. Se puede disminuir la fuga espectral en señales de tiempo finito mediante el uso de ventanas de atenuación, que reducen la magnitud de la discontinuidad en los límites de cada periodo. Además de esto, las ventanas de atenuación permiten estudiar uno o varios segmentos de la señal registrada.

La aplicación de una ventana de atenuación a una señal en el dominio del tiempo, es la multiplicación de la señal por la función matemática que define a la ventana. Debido a que una multiplicación en el dominio del tiempo es equivalente a una convolución en el dominio de la frecuencia, el espectro de la señal obtenido con una ventana de atenuación, es una convolución del espectro de la señal original con el espectro de la ventana. En resumen, al aplicar una ventana de atenuación cambia la forma de la señal en el dominio del tiempo y afecta al espectro correspondiente.

En el análisis de señales, existen varios tipos de ventanas de atenuación, entre las que se pueden mencionar la ventana rectangular, ventana Hanning, ventana Hamming, entre otras.

La herramienta utilizada en este trabajo para el análisis de señales utiliza la ventana Hanning, la cual tiene una forma similar al medio ciclo de la función coseno y está definida por la ecuación (3.42).

$$w[n] = 0.5 - 0.5\cos(2\pi n/N) \quad (3.42)$$

para $n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$

Este tipo de ventana es útil para analizar señales más grandes que el tiempo de duración de la ventana, aplicándose para propósitos generales.

3.3 Herramienta a utilizar para la obtención de propiedades dinámicas

Con base en la formulación matemática descrita para el análisis de señales, se utilizó un **instrumento virtual** para el análisis de las mismas, desarrollado en lenguaje de programación de objetos LabVIEW (Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench). Este lenguaje es representativo del estado del arte en el tema de análisis de señales y ha sido repetidamente usado y validado por los autores (*I. Castelán, O. García, R. Reyes, y A.G. Ayala*) en proyectos de identificación de propiedades dinámicas de edificios y puentes.

En la fig. 3.9 se muestra una pantalla característica del instrumento virtual utilizado. Como puede observarse, el panel frontal del instrumento virtual es semejante al de un instrumento tradicional y sirve de interfaz entre el usuario y el dispositivo virtual. Además de la pantalla del instrumento virtual, se despliegan los espectros calculados para realizar la interpretación de las señales. Se presenta a continuación una descripción de los controles y la sección de despliegue de resultados.

Intervalo de muestreo

Tiempo transcurrido entre la obtención de una y otra muestra en fracciones de segundo, este valor depende del valor especificado en el sensor con el que se obtuvieron los datos.

Factor de escala

Establece la escala de unidades en las que se desea trabajar o bien aumentar la amplitud del registro original. Esto dependerá a su vez de las características del sensor con que se registran las señales, la cual generalmente son en fracciones de la gravedad o en gals.

Segmentos

Número de segmentos en los que se divide la señal (enventanado) para calcular los espectros. Este valor se puede establecer visualmente en función de la calidad del suavizado del espectro.

Número de muestras eliminadas

Es posible que la señal registrada contenga aceleraciones que pueden despreciarse al inicio o al final del registro, en caso de que los registros comparados sean de diferente longitud. El instrumento virtual puede eliminar estos datos del análisis.

Acelerograma

Muestra el registro de las señales en el dominio del tiempo para asegurarse de la calidad de las mismas, y para su análisis (señal de entrada X, señal de salida Y)

46

Espectros de Fourier

Muestra el espectro de Fourier para ambas señales de manera simultánea, de modo que se pueden comparar las frecuencias representativas al mismo tiempo.

Espectros de potencia

Muestra el espectro de potencia de ambas señales con una mayor definición de las frecuencias relevantes.

Espectro cruzado

Permite evaluar las frecuencias con una mayor participación en el fenómeno.

Graficación de fase.

Sirve para determinar la dirección del movimiento de un punto de medición respecto a la de otro. Por ejemplo, si se tienen instrumentos orientados paralelamente a la dirección de medición, estarán en fase (ángulo de fase = 0°), en caso contrario estarán fuera de fase (ángulo de fase = 180°).

Graficación de función de coherencia

Permite tener un índice de correlación entre las señales analizadas, cercano a la unidad cuando existe una fuerte relación entre éstas o cercana a cero cuando no la hay.

Función de transferencia

Establece el índice de energía que está siendo transmitida por la señal de entrada y se ve reflejada en la señal de salida.

El instrumento virtual tiene la capacidad de realizar análisis de una señal o dos señales independientes o bien, de manera correlacionada. Para el caso de señales independientes realiza los siguientes cálculos (*Castelán I., 2001*):

- Se aplica el factor de escala correspondiente al registro de aceleraciones.
- Se divide la señal en n segmentos para su estudio.
- Cada segmento se atenúa mediante una ventana tipo Hanning.
- Se calcula el espectro de Fourier para cada segmento, empleando la transformada discreta.
- Se calcula el espectro de potencia.
- Se obtienen los espectros promedio con base en los segmentos estudiados.

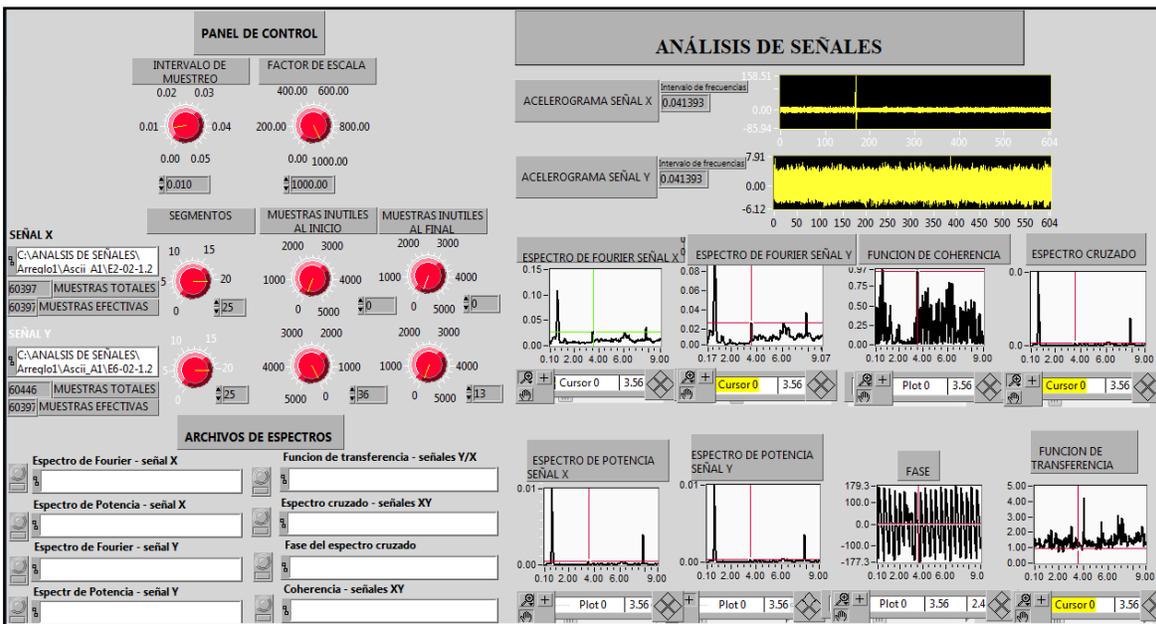


Figura 3.9 Panel de control del instrumento virtual

Si se desea estudiar la correlación entre dos señales, se calcula adicionalmente

- El espectro cruzado de cada uno de los segmentos de las dos señales.
- Los espectros de coherencia.
- Las funciones de transferencia.
- Las funciones de fase, y
- Los espectros promedio de las funciones anteriores.

Con la ayuda de este programa se pudo realizar el análisis de las señales correspondientes a una gran cantidad de señales de vibración ambiental

registradas por el sistema de medición y monitoreo instalado en la plataforma marina en octubre de 2010; con la finalidad de determinar sus propiedades dinámicas particularmente frecuencias, periodos y amortiguamiento.

CAPÍTULO 4

Proceso y análisis de las señales registradas

49

En este capítulo se describe la metodología empleada para llevar a cabo el proceso numérico y el análisis de las señales registradas para obtener las propiedades dinámicas de la plataforma en estudio (frecuencias globales y locales y amortiguamientos), utilizando para ello el instrumento virtual descrito en la unidad anterior.

4.1 Procesamiento de las señales

El proceso de la información registrada en los equipos de medición (fig. 4.1) inicia con el respaldo de los registros de aceleración vs tiempo (señales) mediante una computadora portátil, para después ser extraídos en formato binario mediante un programa que controla el funcionamiento de estos equipos (*ALLVIEW*.,1995). Dependiendo del número de sensores internos que posean, cada una de estas señales contendrá información en 2 o 3 direcciones ortogonales, que tienen que ser cortadas para cada una de las tres direcciones y convertidas a formato ascii para la lectura que realizará el programa utilizado para el análisis final de señales. Al ser cortada la señal en las tres direcciones ortogonales, el programa utilizado para ello, genera tres archivos con el mismo nombre que el de la señal completa, agregando las extensiones .1, .2 y .3 para las direcciones vertical, longitudinal y transversal, respectivamente.

El acceso al sistema (*ALLVIEW*.,1995) se puede realizar de dos maneras, la primera es a través de un equipo maestro que permite la comunicación con el resto cuando varios acelerómetros están conectados en red y la segunda de manera individual. Para el almacenamiento de las señales, cada equipo cuenta con una memoria de estado sólido de 4 Mb.

Con el sistema operativo que controla el funcionamiento de los equipos, es posible visualizar las señales registradas y hacer un análisis preliminar de las mismas. Los archivos de las señales registradas en los equipos se guardan con una nomenclatura como la siguiente, AEX29702-1, en la cual los primeros tres caracteres corresponden al nombre del aparato o la estación donde se encuentre ubicado el equipo, las siguientes tres cifras indican la fecha del evento con base en el calendario *juliano*, los dos últimos corresponden al número de evento registrado en ese día y el último dígito indica el número de arreglo. Sin embargo para una mejor identificación de las señales respecto al equipo y número de arreglo con el que se obtuvieron las tablas 2.1 a 2.3 de la unidad 2 de este trabajo, se cambió el nombre de los registros respecto a los nombres originales obtenidos de los sensores; de esta manera el nombre actualizado, separados por guiones, aparece respectivamente, el número de equipo, el número de registro en ese punto de medición y el número de arreglo en el que se ubica el equipo. Por ejemplo el registro E2-02-1 (equivalente a AEX29702-1) de la tabla 2.1 corresponde a la señal o registro número 2 tomada en el equipo 2 dentro del arreglo 1. El intervalo de muestreo seleccionado para el registro de señales fue de 100 muestras por segundo.



Fig. 4.1 Registrador digital GSR- 12 marca Terra- Technology

4.2 Interpretación de señales para determinar las propiedades dinámicas

La principal utilidad de los conceptos descrito con anterioridad en el capítulo 3 dentro de un contexto de análisis estructural, radica en la estimación de las frecuencias naturales de vibración y modos de vibración correspondientes del sistema analizado, para traducirlos en resultados ingenieriles. Para ello se aplicó la siguiente metodología:

- De los espectros de Fourier o de potencia obtenidos de las señales, se determinan las frecuencias en las cuales se generan los picos más grandes. Normalmente la estimación de las frecuencias se realiza calculando espectros promedio, a partir de segmentos de señales de igual longitud y filtrando cada uno de estos mediante el uso de ventanas tipo Hanning. Estos espectros muestran la señal en el dominio de la frecuencia, así como, estimaciones preliminares de las frecuencias naturales de vibración. Es de interés mencionar que las amplitudes más importantes del espectro no necesariamente corresponden a las frecuencias propias de un sistema estructural, ya que algunos máximos corresponden a frecuencias de las fuentes de excitación o al ruido. En la mayoría de los casos, el contar con una estimación basada en los resultados de estudios previos, analíticos o experimentales, permite identificar el rango de frecuencias que deben estudiarse en los espectros.
- En ocasiones, no basta con analizar las amplitudes del espectro de potencia para el cálculo de las frecuencias de resonancia del sistema, por lo que es conveniente calcular las transformadas de Fourier de las funciones de correlación entre dos señales registradas en una misma medición. También a estas transformadas se les obtiene su módulo y se eleva al cuadrado y los resultados se dibujan en función de la frecuencia. En estas gráficas se detectan los valores de frecuencia en que ocurren los picos o valores máximos. Aquellos picos que coincidan con los detectados en el punto anterior se podrán considerar como los asociados a las frecuencias naturales de vibración.
- Se obtiene el ángulo de fase entre las señales utilizadas en el punto anterior y se dibujan en función de la frecuencia. Para aquellos valores detectados como frecuencias naturales de vibración se obtiene la magnitud del ángulo de fase y de acuerdo con ello se define el modo dominante de vibración (lateral, vertical, torsional, etc.) asociado a la frecuencia pico.
- Se dibujan las funciones de coherencia entre las señales analizadas con el objeto de estimar la magnitud de los posibles ruidos registrados durante el proceso de medición de las señales. La función de coherencia es útil para determinar la validez de la fase asociada a una frecuencia y por lo tanto, es posible corroborar que estas frecuencias corresponden a las del sistema. La coherencia mostrará valores pequeños para aquellas frecuencias que contienen una presencia importante de ruido.

- Conocidas las frecuencias de interés, se procede a calcular la forma relativa de los modos.
- Para el cálculo del amortiguamiento (ξ), existen varios métodos, sin embargo, en este trabajo de tesis se utiliza el método de Kawasumi y Shima (1965), el cual se basa en las amplitudes de un espectro de potencia definido en forma clara, con buena resolución y suponiendo condiciones de ruido blanco. En la ecuación (4.1) se presentan las expresiones propuestas por el método. En estas ecuaciones, los valores de w_1 y w_2 se obtienen al trazar una línea horizontal a una altura de $Y_{m\acute{a}x}/\lambda$, siendo común utilizar un valor de 2 para la constante λ (fig. 4.2)

$$\xi \cong \frac{A}{2} \left(1 - \frac{3}{8} A^2 \right); \quad A = \left(\frac{w_2^2 - w_1^2}{w_2^2 + w_1^2} \right) / \sqrt{\lambda - 1} \quad (4.1)$$

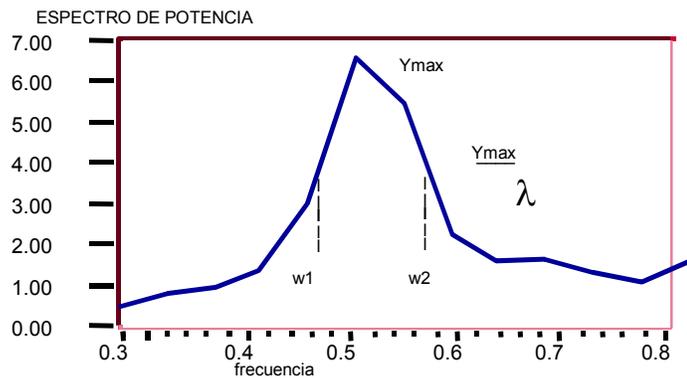


Figura 4.2 Obtención del amortiguamiento, método de Kawasumi y Shima

4.3 Presentación de resultados en el programa de análisis de señales

La correlación entre señales se tiene que hacer por pares de registros en una dirección dada, correspondientes a distintos puntos de medición que interese estudiar. El panel del instrumento virtual presenta los espectros promedios de Fourier y de potencia para cada una de ellas y las funciones de correlación: espectro cruzado, coherencia, fase y función de transferencia, necesarias para lograr la identificación de las frecuencias propias de vibrar del sistema.

A continuación se presenta de manera detallada el proceso de correlación de señales utilizando para ello el instrumento virtual (fig. 4.3a).

Como ejemplo detallado se correlacionará la señal del registro 02 del arreglo 1 en los equipos 2 (E2) y 6 (E6) en la dirección longitudinal (.2)

- Se ejecuta el instrumento virtual (fig. 4.3b).
- Se ingresa la ruta de las dos señales por correlacionar, agregando .1, .2, ó .3 dependiendo la dirección que se esté analizando, y de inmediato se calculan los espectros, funciones de coherencia, transferencia y fase. Se selecciona un ancho de banda para la ubicación de las frecuencia de interés, generalmente entre, 0.1 y 10 Hz. (fig. 4.3c).
- Se aplica el factor de escala correspondiente al registro de aceleraciones y se divide la señal en n segmentos (entre 20 o 25) para suavizado y estudio de los espectros (fig. 4.3d). Se calcula el espectro de Fourier de cada segmento, empleando la transformada discreta, así como el espectro de potencia y los espectros promedio con base a los segmentos estudiados.
- Se iguala el número de muestras efectivas eliminando muestras inútiles al inicio o al final de la señal que lo requiera, para poder realizar el estudio de la frecuencia de interés.
- Se localiza la frecuencia de interés y se determina su coherencia y fase (fig. 4.3e).

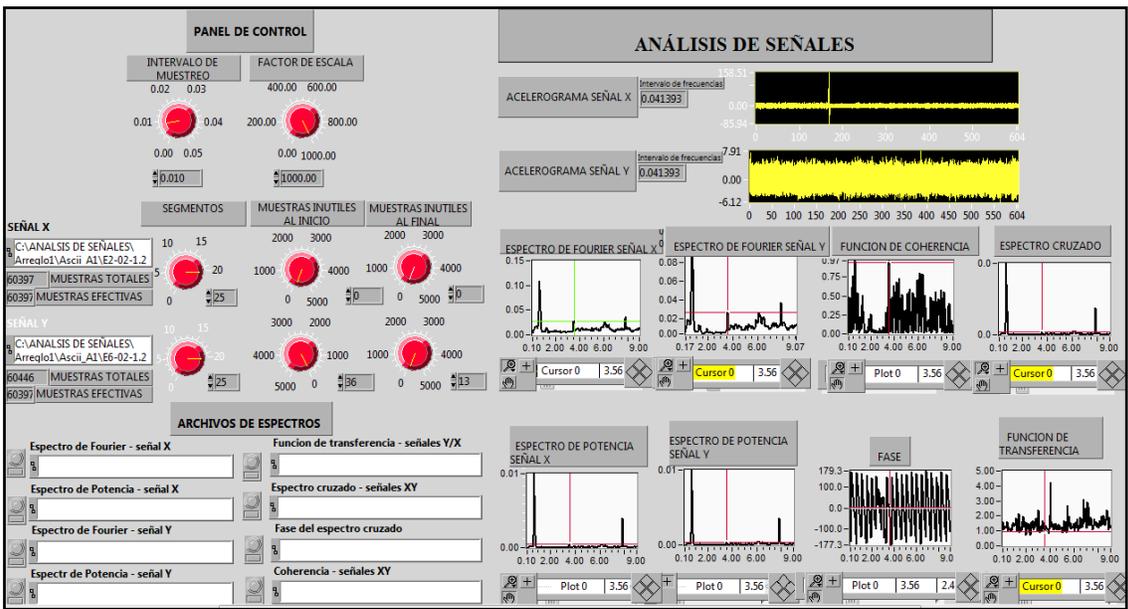


Figura 4.3a Instrumento virtual

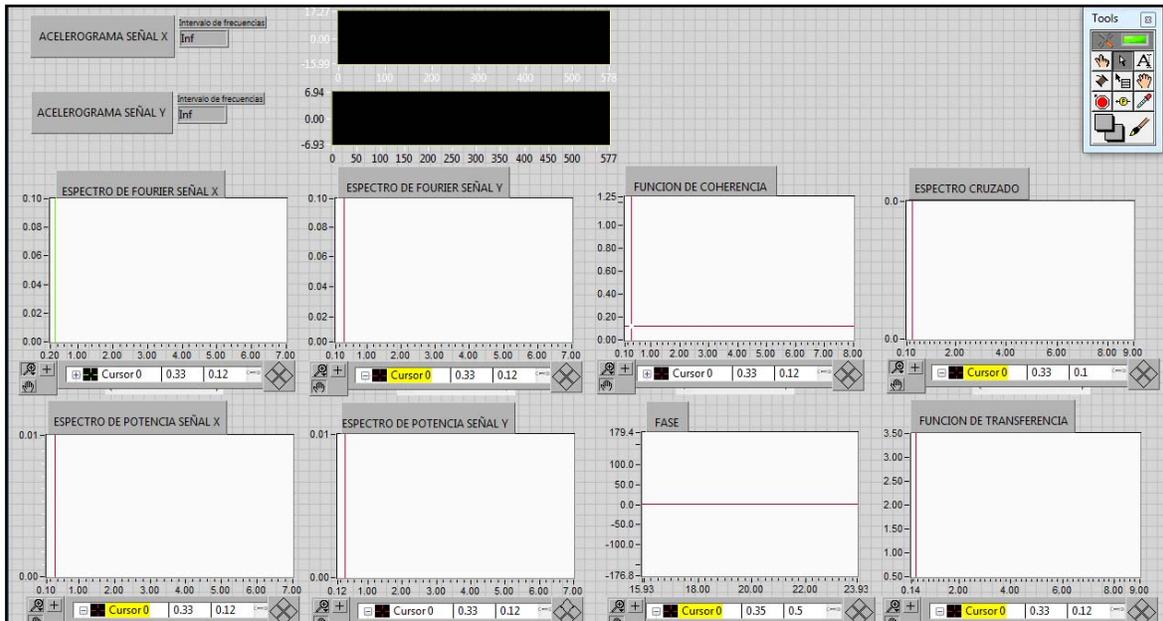


Figura 4.3b Ejecución del instrumento virtual sin aplicación de la señal.

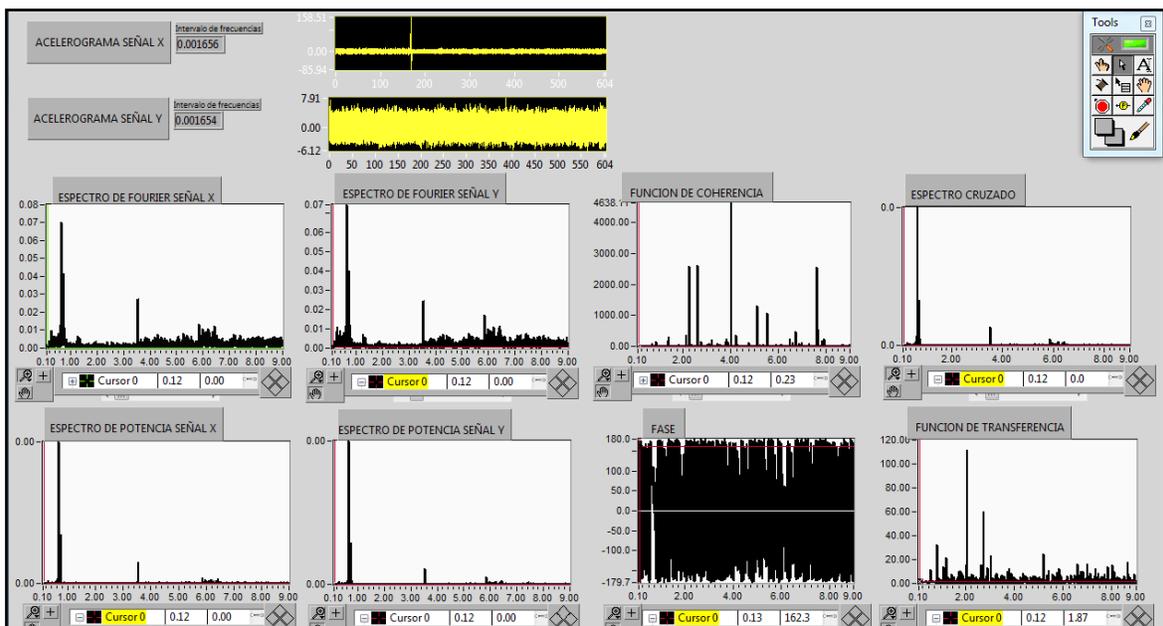


Figura 4.3c Ingreso de la señal al instrumento virtual.

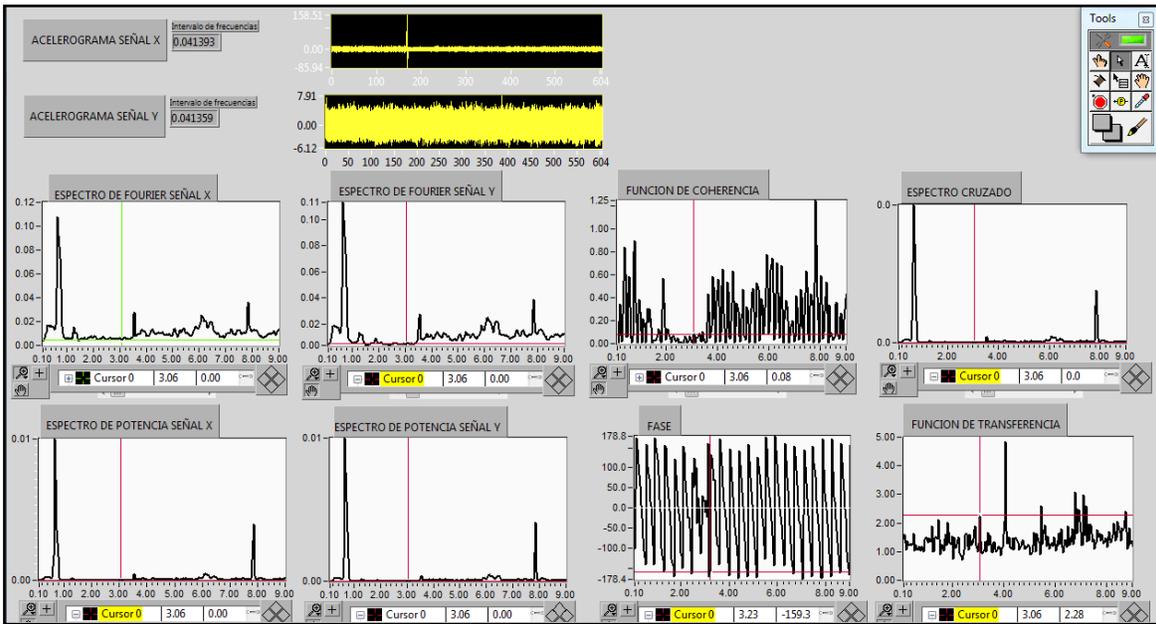


Figura 4.3d Suavizado de espectros.

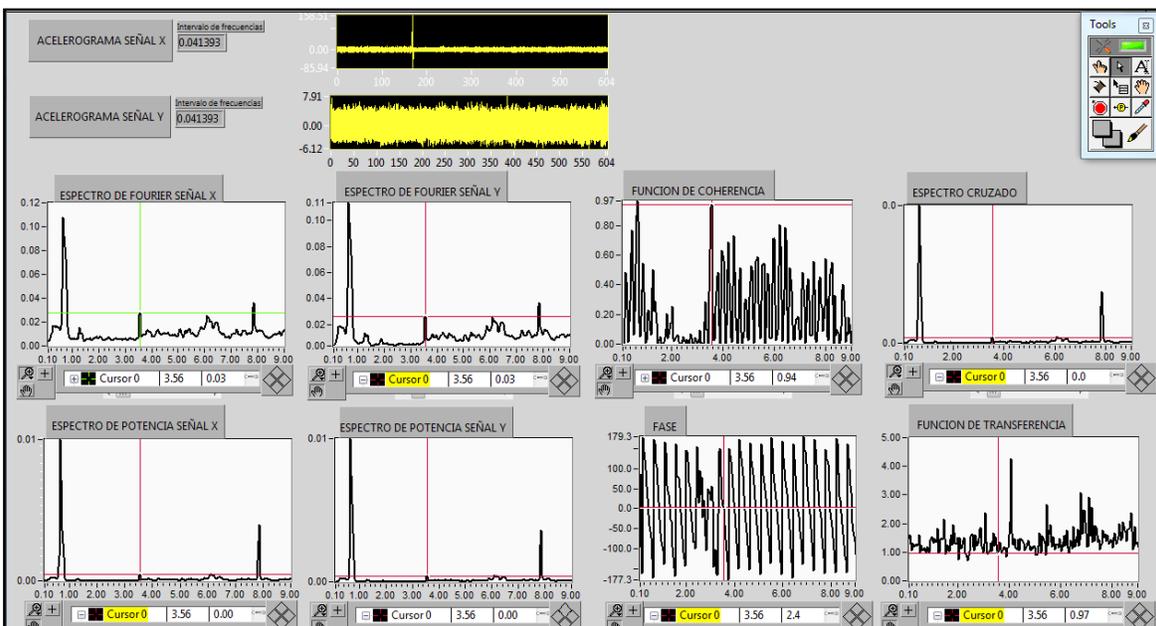


Figura 4.3e Determinación de frecuencia, coherencia y fase.

- Adicionalmente se calculan el espectro cruzado de cada uno de los segmentos de las dos señales, las funciones de coherencia, transferencia y fase.

CAPÍTULO 5

Obtención de las propiedades dinámicas de la plataforma

57

En términos generales, las propiedades dinámicas de un sistema estructural obtenidas de un programa de medición de vibraciones, son tres, a saber 1) las frecuencias propias de vibrar del sistema asociadas a los diferentes modos de vibrar que se identifiquen de acuerdo a las características de estructuración del sistema; 2) las formas modales correspondientes y 3) porcentajes de amortiguamiento crítico asociados a cada frecuencia.

A partir de las señales registradas mediante los arreglos de equipos descritos en el capítulo 2, se llevaron a cabo correlaciones entre dos señales obtenidas en diferentes puntos de medición con los equipos funcionando de manera síncrona (en red). De los espectros de Fourier, se identificaron para cada par de señales las frecuencias del sistema con mayor amplitud, las cuales tienen mayor participación en la composición de las señales, sin embargo, para determinar si éstas correspondían a las frecuencias propias del sistema fue necesario contar con información previa sobre el rango de frecuencias en el que se pudiera desarrollar el comportamiento dinámico del sistema y posteriormente se hizo un análisis detallado con base en diferentes funciones de correlación, tales como la coherencia, fase y función de transferencia.

Para determinar si una frecuencia está asociada al comportamiento dinámico del sistema, un primer paso es verificar que se tenga una alta coherencia entre las señales estudiadas, lo cual indicaría que la señal de entrada está correlacionada con la señal de salida en dos puntos distintos dentro del sistema. Para determinar el movimiento relativo entre los puntos de medición se hace uso de la fase, la cual varía de 0 a 180 grados, lo que significa que el movimiento de los equipos es en el mismo sentido para una fase de 0 grados y 180 en caso contrario, con lo cual se pueden determinar modos superiores y torsionales.

El número de correlaciones hechas en este estudio fueron 262 en total considerando tres direcciones ortogonales para los tres arreglos.

5.1 Frecuencias globales y locales para el arreglo 1

Se presentan los resultados del análisis de las señales registradas en los puntos de medición definidos en el arreglo 1, fig. 2.4 sobre el tablero A-B-2-3.

58

5.1.1 Frecuencias propias de vibrar global en dirección longitudinal

En las figs. C1 a C4, presentadas en el anexo C se muestra el estudio de la correlación entre señales longitudinales registradas en los equipos 2 y 6, ubicados al centro del tablero A-B-2-3. En la fig. C1 se identifica un pico dominante en ambos equipos en una frecuencia asociada al comportamiento global de la estructura (0.66 Hz – 1.52 s), para la cual tiene asociada una fase de 1.3 grados y una coherencia de 0.99, lo que indica que el movimiento registrado por ambos equipos para esa frecuencia es en el mismo sentido y existe una alta correlación entre las dos señales. Por la dirección de análisis y el alto valor de coherencia registrado entre estas dos señales, dicha frecuencia corresponde a un modo de vibrar con desplazamientos dominantes en dirección longitudinal. Sin embargo, en estas figuras también se pueden apreciar picos con menores amplitudes en frecuencias de 1.28 y 1.90 Hz, las cuales son evidencia de modos superiores de vibrar de la estructura. Se puede observar que ambas frecuencias tienen una fase cercana a 0 grados y ambas con alta coherencia. La fig. 5.1 muestra una ampliación de las frecuencias asociadas a estos modos superiores.

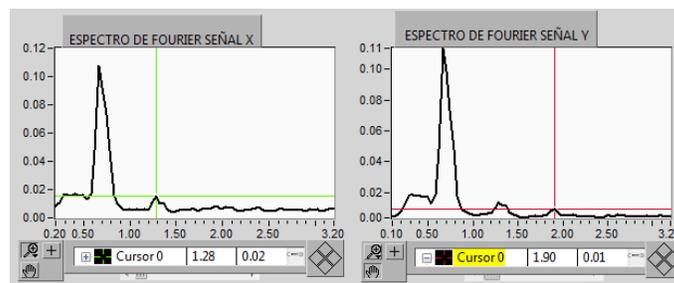


Figura 5.1 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 2. Frecuencia 1.28 y 1.90 Hz

Resultados similares se encontraron al correlacionar los equipos localizados en las columnas con los ubicados al centro de los largueros, como se muestra en la fig. C4.

5.1.2 Frecuencias propias de vibrar global en dirección transversal

Para la identificación de las frecuencias globales en dirección transversal, en las figs. C5 a C7 del anexo C, se presenta el estudio de la correlación entre señales transversales registradas en los equipos 2 y 6 al igual que en la dirección longitudinal, ubicados al centro del tablero A-B-2-3. En la fig. C5 se identifica un pico dominante en ambos equipos en una frecuencia asociada al comportamiento global de la estructura (0.65 Hz – 1.54 s) en dirección transversal, para la cual tiene asociada una fase de 0.8 grados y una coherencia de 0.97, lo que indica que el movimiento registrado por ambos equipos para esa frecuencia es en el mismo sentido y existe una alta correlación entre las dos señales. Por la dirección de análisis y el alto valor de coherencia registrado entre estas dos señales, dicha frecuencia corresponde a un modo de vibrar con desplazamientos dominantes en dirección transversal. Sin embargo en estas figuras se pueden apreciar un pico muy cerca con menor amplitud en la frecuencia de 1.30 Hz, la cual muestra evidencia de otro modo de la estructura cercano al fundamental en la dirección de análisis, pudiendo ser esta última la frecuencia en torsión. Se puede apreciar que ésta frecuencia tienen una fase cercana a 180 grados y con baja coherencia. La fig. 5.2 muestra una ampliación de la posible frecuencia en torsión.

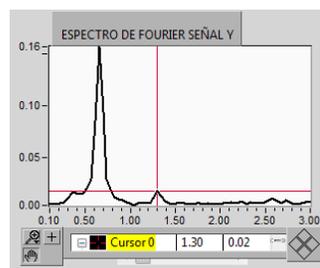


Figura 5.2 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 1.30 Hz

Resultados semejantes se encontraron al correlacionar los equipos localizados en las columnas con los ubicados al centro de los largueros, como se muestra en la fig. C7.

5.1.3 Frecuencias de vibrar local en dirección vertical del tablero A-B-2-3

Las figs. C8 a C10 del anexo C, ilustran el estudio de la correlación entre las señales verticales registradas en los equipos 2 y 6, localizados al centro del tablero. En la fig. C8 se puede identificar un pico dominante para ambos equipos en una frecuencia local del tablero de 3.55 Hz (0.28 s), con una fase asociada de 4.3 grados y una coherencia de 0.96, lo cual quiere decir que el movimiento registrado por los equipos para esa frecuencia ocurre en el mismo sentido y existe una alta correlación entre ambas señales. Dada la física del problema, la localización de los puntos de medición y el alto valor de la coherencia registrada en estas señales, dicha frecuencia corresponde a un modo local de vibrar con desplazamientos dominantes en dirección vertical. Sin embargo, se pueden apreciar otros picos con menores amplitudes en frecuencias de 3.21 y 3.34 Hz, lo que es una evidencia de que el tablero tiene otros modos de vibrar con frecuencias muy cercanas entre sí, fig. 5.3.

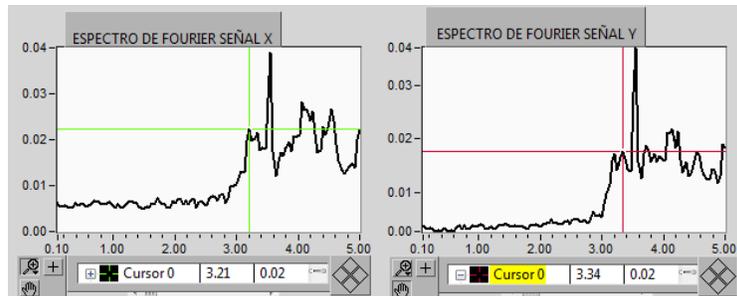


Figura 5.3 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección transversal. Registro 4. Frecuencias 3.21 y 3.34 Hz

En las figs. C9 y C10 se pueden identificar claramente, otras dos frecuencias con valores de 5.86 y 7.83 Hz, asociadas a modos superiores de vibrar del tablero en estudio. Se puede ver claramente que ambas frecuencias poseen una fase cercana a 0 grados y con altas coherencias.

En correlaciones de equipos ubicados en zonas de alta rigidez y flexibilidad vertical se encontraron resultados similares, como se puede apreciar en las figs. C11 a C13.

5.2 Frecuencias globales y locales para el arreglo 2

Se presentan los resultados del análisis de las señales registradas en los puntos de medición definidos en el arreglo 2, fig. 2.5 sobre el tablero A-B-1-2.

5.2.1 Frecuencias propias de vibrar global en dirección longitudinal

El estudio de las correlaciones se ilustra en el anexo C, las figs. C14 a C19, muestran los resultados entre señales longitudinales registradas en los equipos 2 y 6, ubicados al centro del tablero A-B-1-2. En la fig. C14 se puede ver un pico dominante en ambos equipos en una frecuencia asociada al comportamiento global de la estructura (0.69 Hz – 1.45 s), para la cual tiene asociada una fase de 0.4 grados y una coherencia de 0.97, lo cual significa que el movimiento registrado por ambos equipos para esa frecuencia es en el mismo sentido existiendo una alta correlación entre las dos señales. Por la dirección de análisis y el alto valor de coherencia registrado entre estas dos señales, dicha frecuencia corresponde a un modo de vibrar con desplazamientos dominantes en dirección longitudinal. Sin embargo, en ésta figura se puede apreciar otro pico de menor amplitud en la frecuencia de 1.25 Hz (fig. C15), lo cual muestra evidencia de otro modo superior de vibrar de la estructura similar al identificado en el arreglo 1 (1.30 Hz) en dirección transversal. Se puede apreciar que esta frecuencia tiene una fase cercana a 0 grados y una alta coherencia. La fig. 5.4 muestra una ampliación de la posible frecuencia global en torsión de la plataforma.

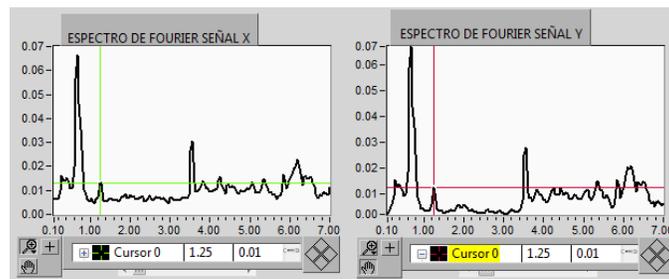


Figura 5.4 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 3. Frecuencia 1.25 Hz

En las figs. C16 y C17 se identifican las frecuencias 3.53 y 7.83 Hz, muy similares a las del modo local del tablero A-B-2-3 del arreglo 1.

Por otro lado, resultados similares se encontraron al correlacionar los equipos localizados en las columnas con los ubicados al centro de los largueros, como se muestra en las figs. C18 y C19.

5.2.2 Frecuencias propias de vibrar global en dirección transversal

En las figs. C20 y C21 del anexo C, se presenta el estudio de la correlación entre señales en la dirección transversal registradas en los equipos 2 y 6, localizados al centro del tablero A-B-1-2. En la fig. C20 se identifica un pico dominante en ambos equipos en una frecuencia asociada al comportamiento global de la estructura (0.65 Hz – 1.54 s) en dirección transversal, para la cual tiene asociada una fase de 0.1 grados y una coherencia de 0.97, lo que indica que el movimiento registrado por ambos equipos para esa frecuencia es en el mismo sentido y existe una alta correlación entre las dos señales. Por la dirección de análisis y el alto valor de coherencia registrado entre estas dos señales, dicha frecuencia corresponde a un modo de vibrar con desplazamientos dominantes en dirección transversal. A diferencia del análisis de señales en la dirección transversal del arreglo 1, aquí no se registra ninguna posible frecuencia en torsión; pero si se identifica la frecuencia local (3.55 Hz) del tablero A-B-2-3 como se aprecia en la fig. C21.

Resultados similares se encontraron al correlacionar los equipos localizados en las columnas con los ubicados al centro de los largueros, como se muestra en las figs. C22 a C27.

5.2.3 Frecuencias de vibrar local en dirección vertical del tablero A-B-1-2

En la fig. C28 del anexo C, se muestran los resultados del estudio de las señales en los equipos 2 y 6, ubicados al centro del tablero; en ambos equipos se identifica una frecuencia dominante en dirección vertical del tablero de 3.18 Hz (0.31 s), la cual tiene asociada una fase de -3.4 grados y una coherencia de 0.79, lo que demuestra que el movimiento de los equipos se da en el mismo sentido y existe una alta correlación entre las dos señales estudiadas. Esta misma frecuencia se vuelve a identificar cuando se correlacionan los equipos 2 con 4 y 4 con 6 tal como se aprecia en las figs. C30 y C31. Haciendo un acercamiento de esa zona del espectro de Fourier, se identifican adicionalmente otras frecuencias en 3.35 y 3.52 Hz, fig. 5.5, lo cual refleja la existencia de otros modos locales de vibrar en dirección vertical, tal como sucede con el tablero A-B-2-3.

Los valores similares de frecuencias identificadas en ambos tableros, son congruentes debido a la continuidad que existe en los largueros que forman el sistema de piso, es decir, el movimiento de los tableros no es independiente y refleja la participación de sus frecuencias hacia zonas adyacentes en la cubierta.

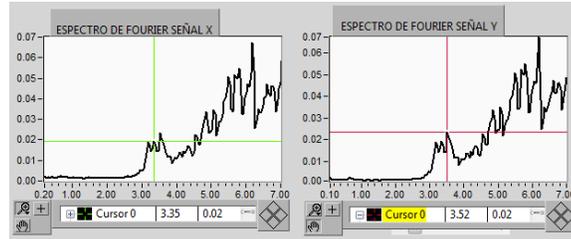


Figura 5.5 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 3. Frecuencias 3.35 y 3.52 Hz

Otra frecuencia de vibrar se localiza en 7.86 Hz, asociada a un modo superior como en el tablero anterior. Las pequeñas diferencias en las frecuencias asociadas a un modo con dominancia vertical entre los tableros se deben a las condiciones de apoyo de los tableros y a las condiciones de frontera del tablero adyacente al voladizo.

5.3 Frecuencias globales y locales para el arreglo 3

Se presentan los resultados del análisis de las señales registradas en los puntos de medición definidos en el arreglo 3, fig. 2.6 en zonas de los voladizos que soportan a la bomba TB-01 y a los turbogeneradores TG100 TG200.

5.3.1 Frecuencias propias de vibrar global en dirección longitudinal

En las figs. C33 a C36 del anexo C, se presenta el estudio de la correlación entre señales longitudinales registradas en los equipos 1 y 2, ubicados en zona de columna y voladizo respectivamente. En la fig. C33 se identifica un pico dominante en ambos equipos en una frecuencia asociada al comportamiento global de la estructura (0.73 Hz – 1.37 s), para la cual tiene asociada una fase de 1.4 grados y una coherencia de 0.94, lo que indica que el movimiento registrado por ambos equipos para esa frecuencia es en el mismo sentido y existe una alta correlación entre las dos señales. Dada la dirección de análisis y el alto valor de coherencia registrado entre estas dos señales, dicha frecuencia corresponde a un modo de vibrar con desplazamientos dominantes en dirección longitudinal. Sin embargo en esta figura se puede apreciar un pico con menor amplitud en la frecuencia 1.25 Hz, la cual la estructura muestra evidencia de otro modo superior de vibrar de la

estructura. Se puede apreciar que esta frecuencia tiene una fase cercana a 0 grados y con alta coherencia. La fig. 5.6 muestra una ampliación de las frecuencias de modos superiores.

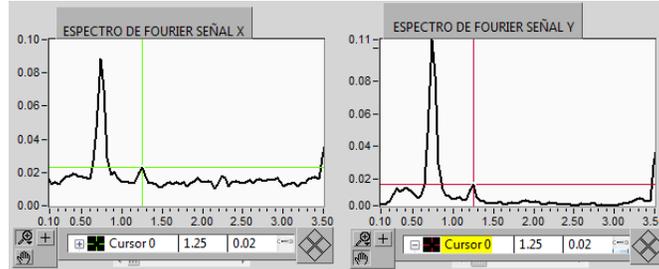


Figura 5.6 Arreglo 1. Equipos 1 y 2 dirección longitudinal. Registro 08. Frecuencia 1.25 Hz

Resultados enteramente semejantes se encontraron al correlacionar ambos equipos localizados en zonas de voladizos, como se muestra en la fig. C37.

5.3.2 Frecuencias propias de vibrar global en dirección transversal

En las figs. C38 a C43 del anexo C, se presenta el estudio de la correlación entre señales transversales registradas en los equipos 1 y 4, 1 y 2, 1 y 6, 2 y 6, 2 y 4. En la fig. C41 se identifica un pico dominante en ambos equipos con una frecuencia asociada al comportamiento global de la estructura (0.65 Hz – 1.54 s), para la cual tiene asociada una fase de -0.6 grados y una coherencia de 0.98, lo que indica que el movimiento registrado por ambos equipos para esa frecuencia es en el mismo sentido y existe una alta correlación entre las dos señales. Por la dirección de análisis y el alto valor de coherencia registrado entre estas dos señales, dicha frecuencia corresponde a un modo de vibrar con desplazamientos dominantes en dirección transversal.

Resultados similares se encontraron al correlacionar equipos localizados en zonas de columnas y de voladizos, como se muestra en las figs. C37 a C40 y C43.

5.3.3 Frecuencias de vibrar local en dirección vertical en zonas de voladizos

En las figs. C44 a C47 del anexo C, se presentan los resultados del análisis de las señales registradas en dirección vertical. En la fig. C46 se presenta el estudio de

la correlación entre señales verticales registradas en los equipos 2 y 4 en el perímetro del voladizo. En esta se identifica para ambos equipos una primera frecuencia de 0.65 Hz (1.54 s), este valor corresponde a la frecuencia del modo traslacional en dirección transversal de la plataforma, misma que ya ha sido identificada en arreglos anteriores. La aparición de esta frecuencia en la dirección vertical del voladizo, indica el acoplamiento de los desplazamientos verticales y laterales de la plataforma en forma de cabeceo, fig. 5.7.

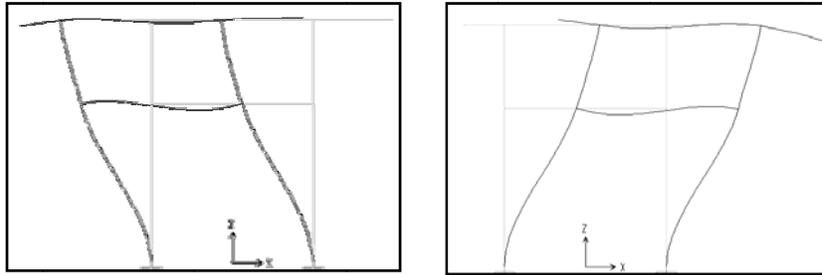


Figura 5.7 Visualización esquemática del acoplamiento de los movimientos verticales y laterales

Después de la frecuencia de 0.65 Hz, aparecen nuevamente la frecuencia de 3.55 Hz, que refleja el efecto del modo local de los tableros interiores, ya que al haber continuidad en los largueros, la deformación de la parte central del tablero adyacente, afecta al voladizo.

5.4 Resumen de frecuencias

Para visualizar mejor las frecuencias locales y globales de la plataforma, se organizan mediante la tabla 5.1, junto con los periodos de vibrar.

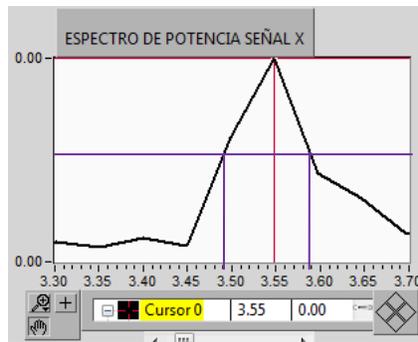
Tabla 5.1 Frecuencias y periodos de vibrar

Arreglo	Frecuencias de vibrar (Hz)				Periodos de vibrar (seg)			
	Dirección de medición				Dirección de medición			
	Long.	Trans.	Vertical	Torsional	Long.	Trans.	Vertical	Torsional
1	0.66	0.65	3.55	1.30	1.52	1.54	0.28	0.77
2	0.69	0.65	3.18	1.25	1.45	1.54	0.31	0.80
3	0.73	0.65	3.55	1.25	1.37	1.54	0.28	0.80

5.5 Fracción de amortiguamiento crítico

Tal como se definió en 4.2, se usarán espectros de potencia representativos para calcular el porcentaje de amortiguamiento crítico global de la estructura y local de los tableros. Se ilustrará mediante un ejemplo el cálculo del amortiguamiento utilizando el método de Kwasumi y Shima.

- Espectro de potencia, registro 01, equipo 2, colocado en los largueros del arreglo 2. Frecuencia 3.55 Hz para la componente vertical.



$$w_1 := 3.49 \quad w_2 := 3.59 \quad \lambda := 2$$

$$A := \frac{(w_2^2 - w_1^2)}{(w_2^2 + w_1^2)} \cdot \frac{1}{\sqrt{\lambda - 1}} = 0.028 \quad \xi := \frac{A}{2} \cdot \left(1 - \frac{3}{8} \cdot A^2\right) = 0.014$$

Amortiguamiento: 1.4%

La tabla 5.2 muestra un resumen de las fracciones de amortiguamiento que se obtuvieron para las tres componentes vertical, longitudinal y transversal, considerando el promedio de seis espectros de potencia para cada dirección de medición.

Tabla 5.2 Fracciones de amortiguamiento para cada dirección de medición

	Dirección de medición		
	Long.	Trans	Vert.
$\xi_{prom} (\%)$	4.62	4.23	1.52

5.6 Formas modales

Durante la realización de este trabajo, solo se contó con información experimental sobre la cubierta del segundo nivel, sin embargo fue posible identificar frecuencias globales de la plataforma y locales de los tableros estudiados; por lo que para determinar la configuración geométrica de las formas modales de la plataforma es necesario contar con más información experimental en otros niveles de la estructura.

CAPÍTULO 6

Efectos de la vibración producidas por el funcionamiento de equipo

68

Aunque los principios de la teoría de vibraciones fueron descubiertos hace décadas, éstos no fueron aplicados en la industria, sino hasta principios de los años 60's.

Las técnicas utilizadas para la inspección de equipo desarrolladas recientemente son para condiciones de monitoreo, particularmente el control de vibraciones y análisis de operación de los equipos electromecánicos. Estas técnicas fueron desarrolladas principalmente por la industria petrolera, petroquímica y de las plantas nucleares de generación de energía, que vieron las ventajas de la detección de fallas inminetes de maquinaria en operación. La correcta aplicación de las técnicas de *análisis de vibración* ha dado lugar a una reducción en el número de fallas de la maquinaria, ya que ayudan a encontrar problemas *antes* de que ocurran dichas fallas; entre las ventajas que se tienen son, 1) reducción en los costos de mantenimiento no planeado (mantenimiento correctivo), 2) el costo de reparación se reduce al haber menos fallas. La disminución de fallas, particularmente en áreas peligrosas, significa menos riesgo de incendio o explosión, lo que incrementa la seguridad de los usuarios (*Monk R. G.*, 1978).

Este cuidado en el control de vibraciones se considera raramente, pero es de vital importancia en materia de seguridad para algunos tipos de estructuras que alojan maquinaria, ya que disminuyen las vibraciones y en consecuencia las aceleraciones que se traducen a la estructura como fuerzas dinámicas. Es de interés mencionar que los efectos de las vibraciones se pueden acentuar más en estructuras de acero por la esbeltez de sus elementos. Un ejemplo típico de estructuras vulnerables a estas afectaciones por vibraciones, son las plataformas marinas, donde los administradores deben estar conscientes de las ventajas financieras traducidas en la vida útil de sus equipos y estructuras, que se obtengan al utilizar el control de vibraciones.

Otro aspecto a considerar son las afectaciones que puede sufrir el confort de los usuarios.

Estructuralmente hablando, las vibraciones excesivas son fuente potencial de daño y/o mal comportamiento de este tipo de instalaciones, por lo cual la concepción estructural que se proponga es fundamental.

6.1 Causas de la vibración de equipo

La vibración no es otra cosa que la respuesta de un sistema a una fuerza de excitación, que depende de la masa, rigidez y amortiguamiento del sistema. La forma más común de registro es en el dominio del tiempo, sin embargo mediante técnicas de análisis de Fourier es posible cambiarlo al dominio de la frecuencia, fig. 7.1.

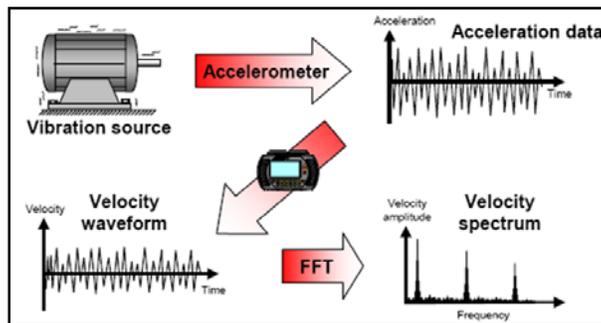


Figura 7.1 Proceso de medición con un analizador de frecuencias.

El análisis de vibraciones es una herramienta utilizada en el mantenimiento predictivo de equipo en operación que permite monitorear sus características de funcionamiento con el fin de descubrir y diagnosticar problemas futuros de equipo rotatorio, tales como:

- Desbalance
- Desalineamiento
- Daños en rodamientos y engranes
- Soltura mecánica
- Resonancia, y
- Problemas en equipo eléctrico

Desbalance. El desbalance o desequilibrio de una máquina produce una distribución no uniforme de fuerzas en sus mecanismos rotatorios que causa daño

y genera vibraciones que pueden ser importantes. El desequilibrio es causado por errores de maquinado, por densidad del material no uniforme, variación en los tamaños de los pernos, cavidades de aire en las piezas de fundición, falta de balanceos correctos, bobinas desiguales de motores eléctricos, motores rotos, deformados, corroídos o aspas de ventilador sucias, fig. 7.2.

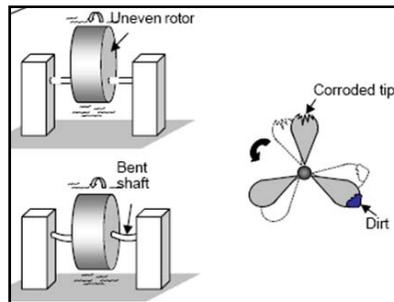


Figura 7.2 Vista esquemática del desbalanceo o desequilibrio.

Desalineamiento. Los componentes desalineados de la máquina producen “momentos flexionantes”, en sus ejes rotatorios y cuando gira el eje de la máquina, se ejerce una fuerza de repetición. La desalineación es causada por el montaje incorrecto, pisos desnivelados, expansión térmica, distorsiones debidas al par de apriete y un montaje inadecuado de los acoplamientos, fig. 7.3

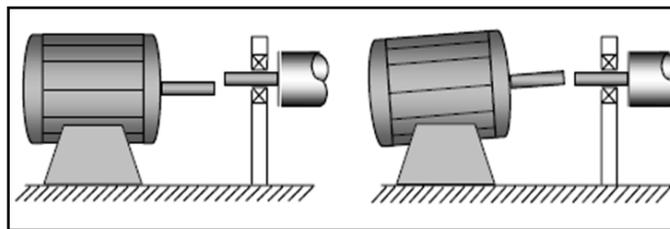


Figura 7.3 Desalineamiento angular y en paralelo.

Daños en rodamientos y engranes. Los componentes desgastados ejercen una fuerza de repetición en la máquina, debido a la fricción de la superficie desgastada de manera desigual. El desgaste en rodillos, rodamientos, engranes y bandas suele deberse a un montaje inadecuado, pobre lubricación, defectos de fabricación y la sobrecarga, fig. 7.4

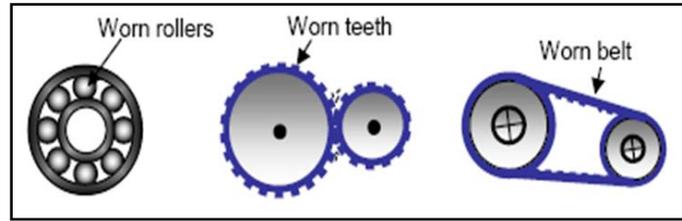


Figura 7.4 Desgaste en rodillos, dientes y bandas.

Soltura mecánica. La holgura puede provocar vibraciones en maquinaria, tanto rotatorias como no-rotatorias. La holgura es debida al exceso de las separaciones de los rodamientos, tornillos sueltos, partes desiguales, corrosión, y estructuras agrietadas, fig. 7.5.

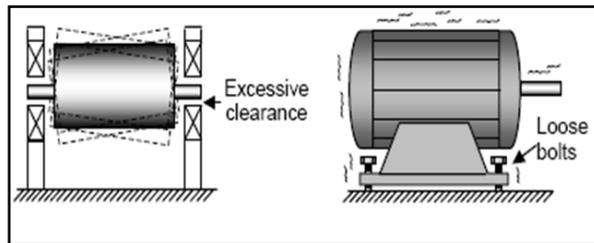


Figura 7.5 Soltura mecánica debida a juego excesivo y tornillos sueltos.

Resonancia. Todo cuerpo que tenga masa, rigidez y amortiguamiento, tendrá una frecuencia natural de vibrar, que al tender a igualarse con la frecuencia de las fuerzas de excitación, generan el problema de resonancia, fig. 7.6.

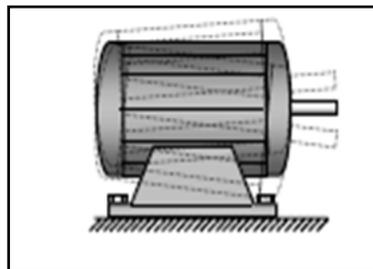


Figura 7.6 Ilustración esquemática del problema de resonancia.

6.2 Equipos en plataformas marinas

En estas instalaciones se puede tener una diversidad importante de equipo, sin embargo entre los más importantes se encuentran los turbo-compresores y generadores los cuales tienen una operación casi permanente. Cualquier falla en este tipo de equipo podría causar una pérdida total del rendimiento de la planta. Por este motivo estos equipos son considerados como *críticos* y deben protegerse contra la falla, por lo que están habilitados con instrumentación de monitoreo permanente o de tipo sísmico, o ambos. Si bien estos sistemas tienen la capacidad de alarma y paro, ayudan a proteger a los equipos contra la falla, su capacidad predictiva limitada no puede dar mucho aviso previo a una falla inminente. La fijación de estos equipos en su base debe ser adecuada y que considere un sistema de aislamiento que evite la transmisión de vibraciones patógenas a la estructura de soporte o a equipos vecinos (*Monk R. G.*, 1978).

Muchas bombas centrífugas y ventiladores entran en la categoría de *equipo esencial*. Tanto si se utiliza con frecuencia o no, la ruptura de este equipo esencial conduce a una grave pérdida del rendimiento de la planta. El equipo restante en una planta por lo general es menos importante y, a menudo opera hasta la ruptura antes de que sea reparado o reemplazado (*Monk R. G.*, 1978).

6.3 Utilidad del análisis de vibraciones en plataformas marinas

El análisis de vibraciones, utilizado como un medio para la detección de fallas inminentes pueden jugar un papel importante en la reducción de costos en todas las fases desde: (1) la puesta en marcha para detectar la presencia de fallas en el diseño, montaje e instalación; (2) la operación normal para la detección de fallas aleatorias; (3) la fase de desgaste para controlar el deterioro y prolongar la vida útil en la medida de lo posible antes de producirse fallas en los componentes.

La esencia del control predictivo es el análisis de la “firma” de la máquina, donde toda la señal de vibración es analizada, ya sea en el dominio del tiempo o más comúnmente en el dominio de la frecuencia. Al monitorear la frecuencia de distintos componentes de la señal de vibración, los cambios del espectro son indicativos de problemas mecánicos que se pueden detectar mucho antes de que lleguen a ser evidentes y, más importante, mucho antes de que lo que podrían afectar a mayores desordenes.

6.4 Confort ante las vibraciones de equipo

Las vibraciones mecánicas en exceso, puede causar diferentes efectos, algunos de ellos dañinos a los seres humanos sometidos a vibraciones excesivas, como son (Nelson S. P., 1997):

- Daño en la salud
- Sensación de inseguridad
- Disminución de la eficiencia en el trabajo
- Disminución del confort en la persona

Las quejas médicas incluyen dolor vertebregénico, deformaciones de la columna vertebral, fatiga, enfermedades de los músculos del esqueleto, desordenes hemorroidales, etc.

Para evaluar la severidad de las vibraciones, los códigos utilizan la aceleración RMS (Raíz Media Cuadrática) entre 1 y 80 Hz medida en tres direcciones mutuamente ortogonales. Limita el nivel vibratorio de acuerdo a la frecuencia de la vibración. Los valores más bajos corresponden a los rangos de frecuencia donde se encuentran las frecuencias naturales de vibrar de los diferentes órganos del ser humano. Por ejemplo, la frecuencia natural longitudinal (de cabeza a pies) de un ser humano se considera que está entre 4 y 8 Hz. Las transversales (espalda a pecho y de derecha a izquierda) están entre 1 y 2 Hz (Nelson S. P., 1997).

6.4.1 Criterios de aceptación de vibraciones

Los efectos de cargas vibrantes en estructuras pueden a menudo ser significativamente mayores que los efectos de cargas estáticas. Estos efectos pueden incluir entre otros, daños por fatiga tales como agrietamiento y ruptura, daño a equipo en operación debido a vibración ambiental excesiva y malestar al ser humano.

Generalmente, la respuesta global de la estructura a fuerzas vibrantes aplicadas debe determinarse y compararse con un criterio de aceptación definido.

En este apartado se describen algunos aspectos normativos y/o estándares que definen los criterios de aceptación para vibración, particularmente para vibración de estructuras industriales como es el caso de plataformas marinas.

Integridad estructural

El estándar alemán DIN 4150-1999 (*Instituto de Normalización Alemán*) proporciona una directriz sobre la velocidad de la vibración para su uso al evaluar el efecto de las vibraciones en la integridad estructural, tabla 7.1.

Los límites de esta directriz presentada en el estándar se basan en la experiencia, y son definidas como “límites seguros”. Se define como *daño* en la DIN 4150 al incluir el menor daño no estructural. Para vibraciones continuas de larga duración, velocidades pico de 10 mm/s se aceptan como límite seguro para la integridad estructural de edificios industriales. Daño estructural ha sido reportado en miembros en los que la velocidad de vibración excede aproximadamente 20-40 mm/s.

Tabla 7.1 Límites seguros para integridad estructural para vibraciones continuas de larga duración.

Tipo de estructura		Valores guía para velocidad en mm/s, de vibración en el plano horizontal del piso más alto en todas las frecuencias
1	Edificios con propósitos comerciales, industriales y edificios con diseños similares	10
2	Viviendas y edificios de diseño y/o ocupación similares	5
3	Estructuras que, por su sensibilidad particular a las vibraciones no puede ser clasificada bajo las líneas 1 y 2 y que son de gran valor intrínseco (p.e. edificios listados en orden de preservación)	2.5

Estos lineamientos son muy útiles como un primer paso para determinar la idoneidad de los niveles de vibración.

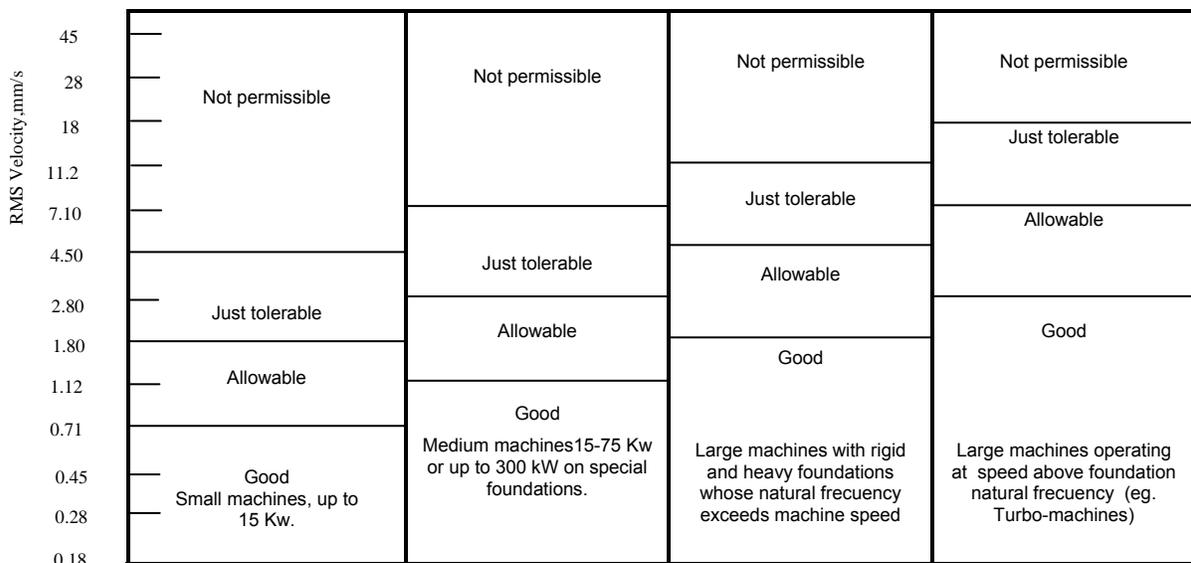
Serviceabilidad de los equipos

Los altos niveles de vibración pueden afectar adversamente la vida de un equipo en operación y pueden agilizar las incidencias de las fallas que los lleven a mantenimientos periódicos.

Los fabricantes de equipos proporcionan información sobre los niveles aceptables de vibración; sin embargo cuando esta información no está disponible, normas como la AS2625-1 (*Australian Standards AS2625-1*) y la AS2625-2 (*Australian Standards AS2625-2*), entre otras, proporcionan guías para evaluar el efecto de vibraciones en la vida de los equipos.

Dependiendo de la clase de equipo (pequeño, mediano, grande), la AS2625 y la ISO 10816-3 (*Norma ISO 10816-3*) definen los límites de la RMS de velocidad de vibración correspondientes a zonas de evaluación cualitativas diferentes, figs. 7.7 y 7.8. Las cuatro zonas se definen en los estándares como:

- Buena (Zona A): Las vibraciones de equipo recientemente instalado deberían normalmente caer en esta zona, si el montaje y el diseño del equipo es adecuado.
- Permisible (Zona B): Máquinas con vibración dentro de esta zona se consideran normalmente aceptables para operación a largo plazo no restringida.
- Apenas tolerable (Zona C): Máquinas con vibración en esta zona se consideran no satisfactorias para operación continua de larga duración. Generalmente, una máquina en esta zona puede ser operada por periodo limitado en esta condición hasta que surja una oportunidad apropiada de mantenimiento.
- No permisible (Zona D): Los valores de vibración dentro de esta zona se consideran generalmente severos para causar daño a una máquina.



21 3268

Figura 7.7 Carta de criterio de vibración de maquinaria según AS2625.

Estos lineamientos son especialmente útiles cuando se requiere operar equipo sensible en la vecindad de equipo de alta vibración.

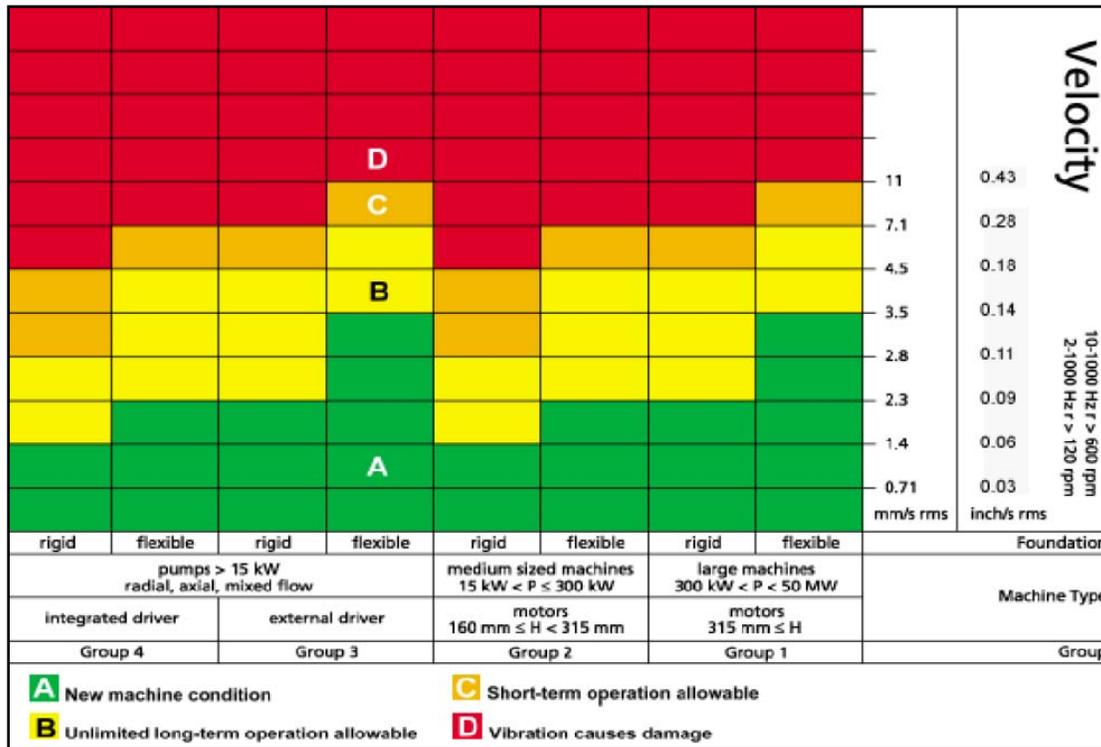


Figura 7.8 Carta de vibración de maquinaria según ISO 10816-3

Percepción y respuesta del cuerpo humano

El cuerpo humano puede detectar magnitudes de vibración menores que aquellas que normalmente causan problemas mecánicos y/o estructurales. La falta de confort o el malestar producido por la vibración de un cuerpo en su totalidad es un factor de mucha influencia y puede ser uno de los parámetros límite en el diseño.

Datos de la exposición humana a vibraciones han sido incorporados en la AS2670 (*Australian Standards AS2670-2001*).

Los límites de exposición están dados como una función de:

- Dirección del movimiento, horizontal o vertical
- Frecuencia de la vibración
- Aceleración de las oscilaciones

- Tiempos de exposición

El método prescrito en la AS2670.2 (*Australian Standards AS2670-2*) para vibración entre 1 y 80 Hz es para comparar la magnitud de la vibración RMS (aceleración) para establecer niveles de curva base que sean, aproximadamente, igual a un nivel de molestia humana significativo y/o quejas sobre interferencia, ver fig. 7.9. Un análisis más complicado se requiere para vibraciones por debajo de 1 Hz.

Dependiendo del tipo de edificio, estas curvas base se multiplican por un factor para determinar un nivel aceptable de vibración, ver tabla 7.2.

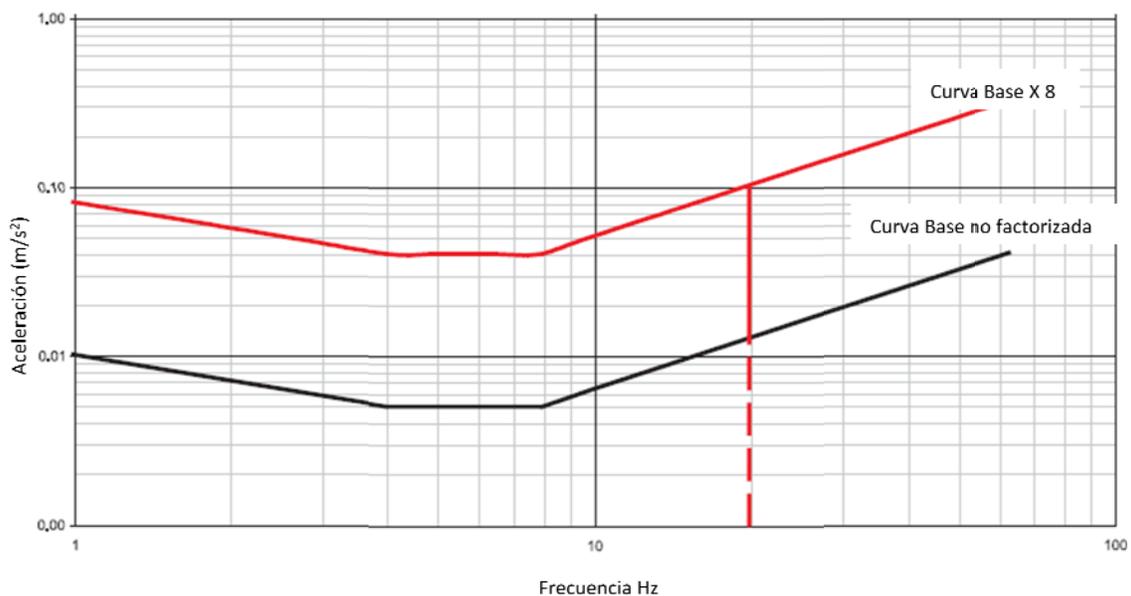


Figura 7.9 Curva base de aceleración en el eje vertical para confort en humanos (AS2670)

Por ejemplo el nivel de vibración aceptable en edificios industriales (talleres) es generalmente del orden de 0.1 m/s^2 (a aproximadamente 20 Hz o 1200 RPM), lo cual es mucho mayor que el nivel para edificios residenciales (0.018 m/s^2 durante la noche) etc. Esto está tomado del valor de la curva base en 20 Hz en la fig. 7.9 multiplicado por el factor de ambiente de trabajo apropiado (8), mostrado en la tabla 7.2.

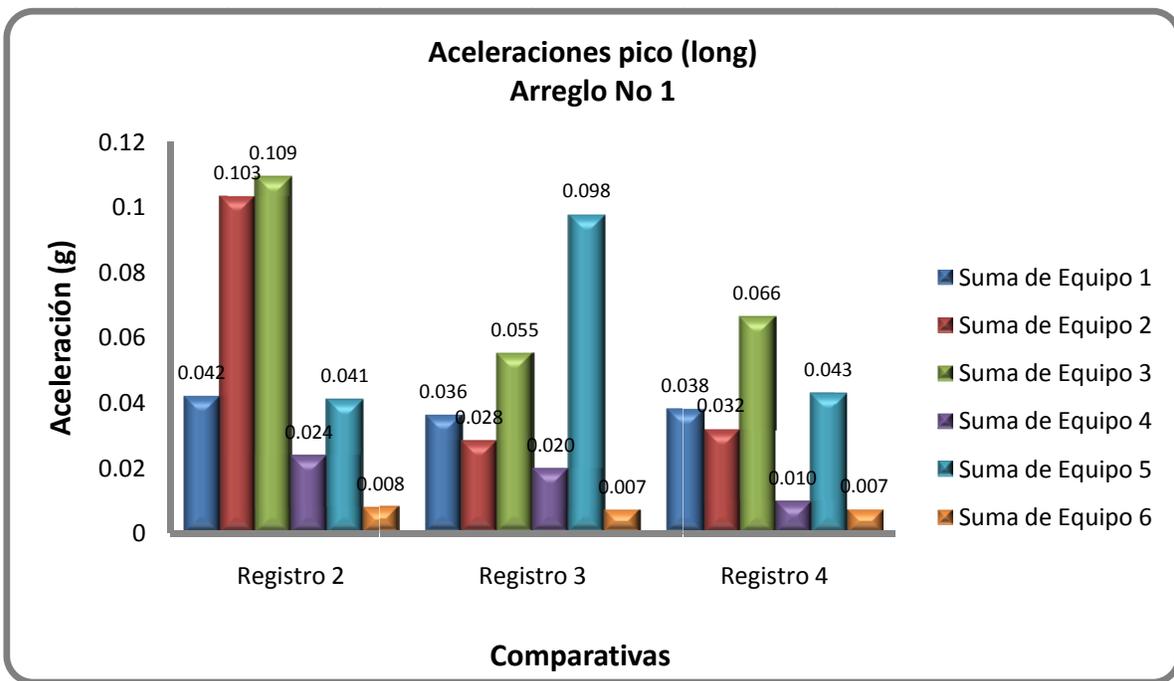
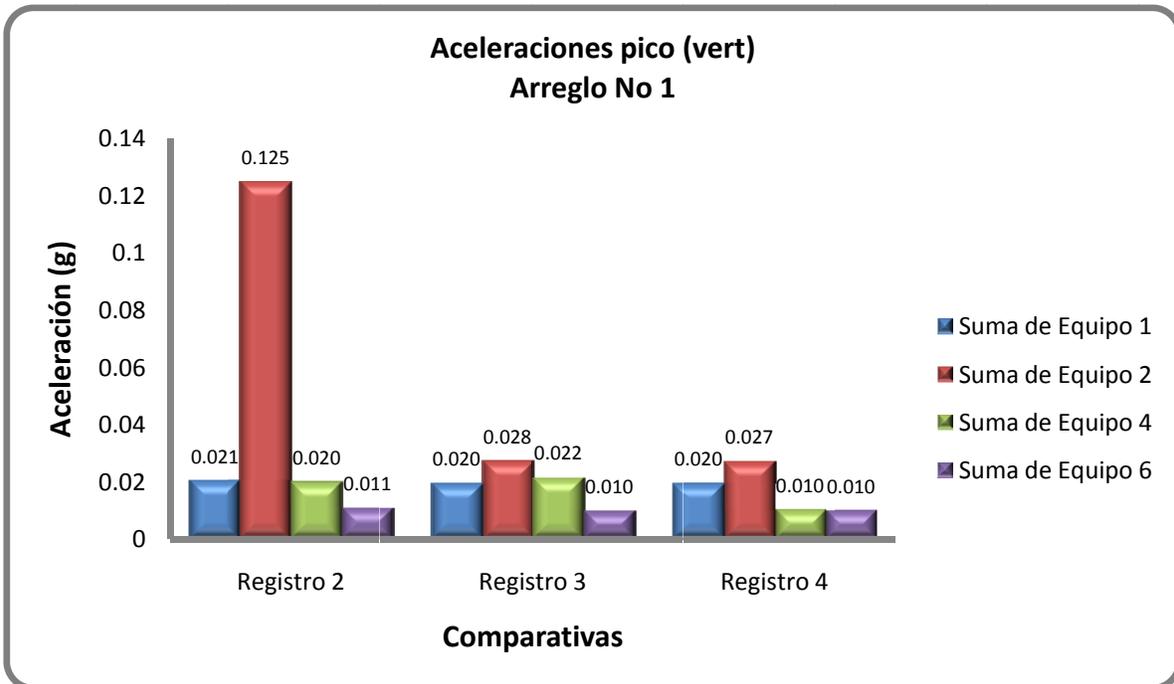
Tabla 7.2 Factores de curva base para distintos ambientes de trabajo (AS2670).

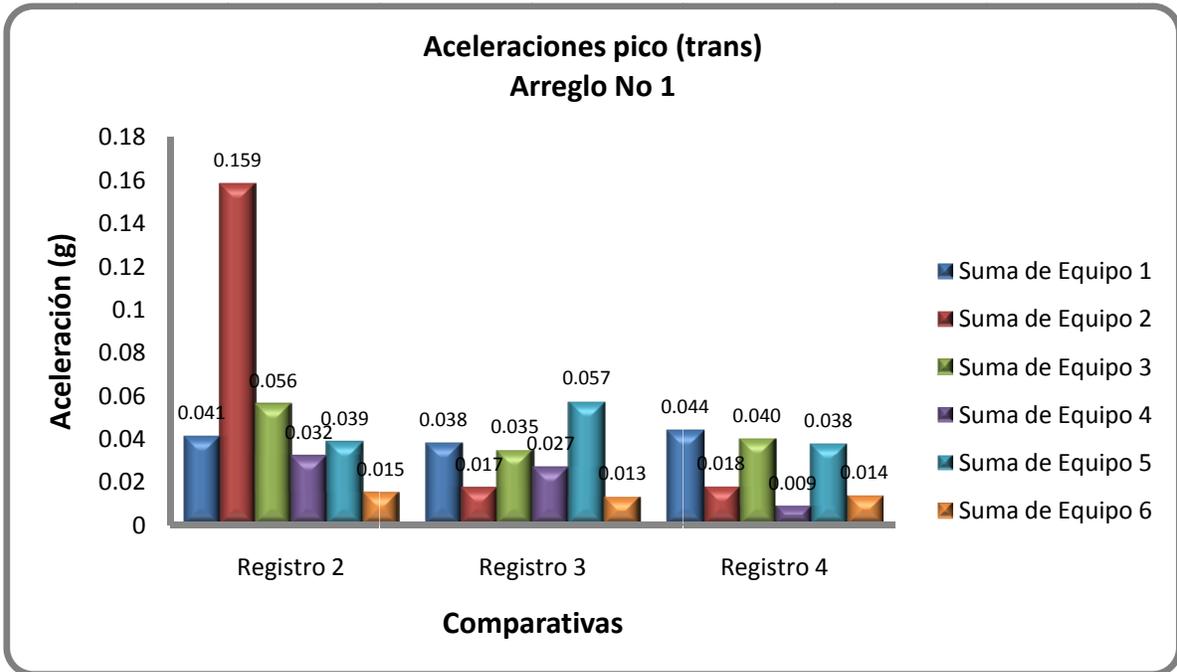
Lugar	Tiempo	Vibración continua o intermitente	Vibración de excitación Transitoria con varias ocurrencias por día
Áreas de trabajo critico (por ejemplo algunos quirófanos de hospitales, algunos laboratorios de precisión, etc)	Día	1	1
	Noche		
Residencial	Día	2 a 4	30 a 90
	Noche	1.4	1.4 a 20
Oficinas	Día	4	60 a 128
	Noche		
Talleres (edificios industriales)	Día	8	90 a 128
	Noche		

6.4.2 Niveles máximos de vibración registrados en una plataforma marina

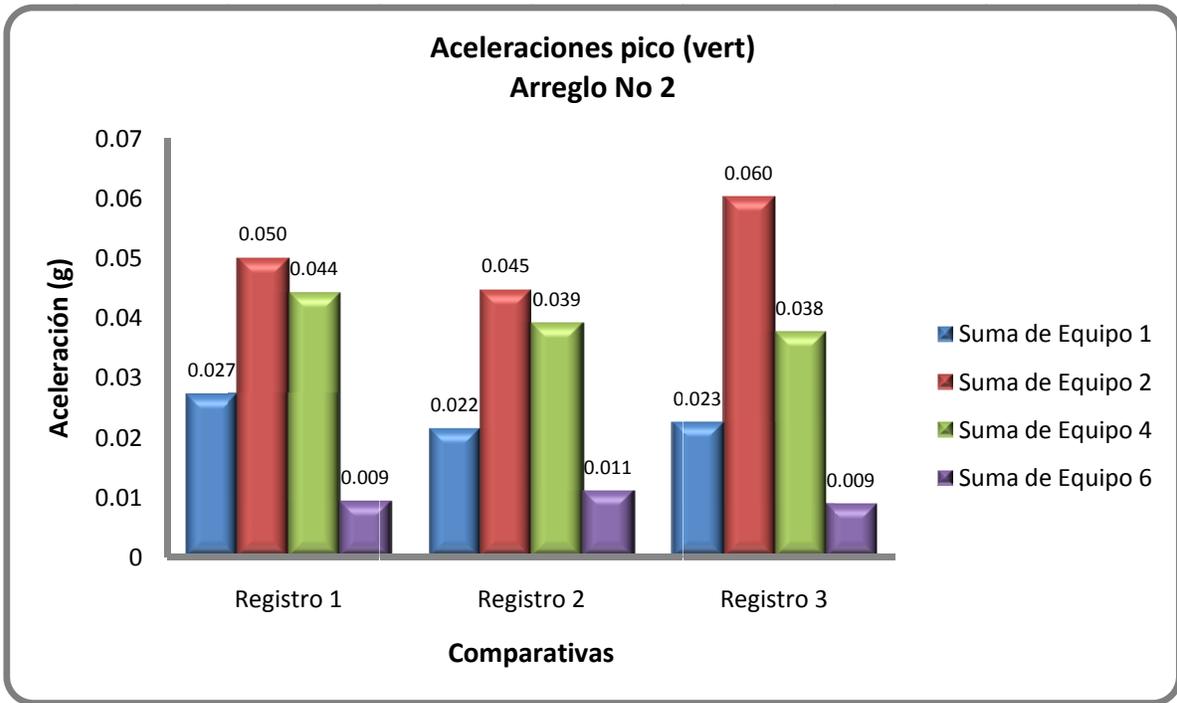
De acuerdo con lo descrito en el capítulo 2 específicamente las aceleraciones en tres direcciones ortogonales señaladas en las tablas 2.1 a 2.3 y los arreglos de sensores para la medición de las señales, se presentan los resultados de éstas aceleraciones pico registradas en la cubierta del segundo nivel de la plataforma marina estudiada. Las comparativas que se mencionan en las gráficas corresponden al número de registro en red que se obtuvieron para cada arreglo.

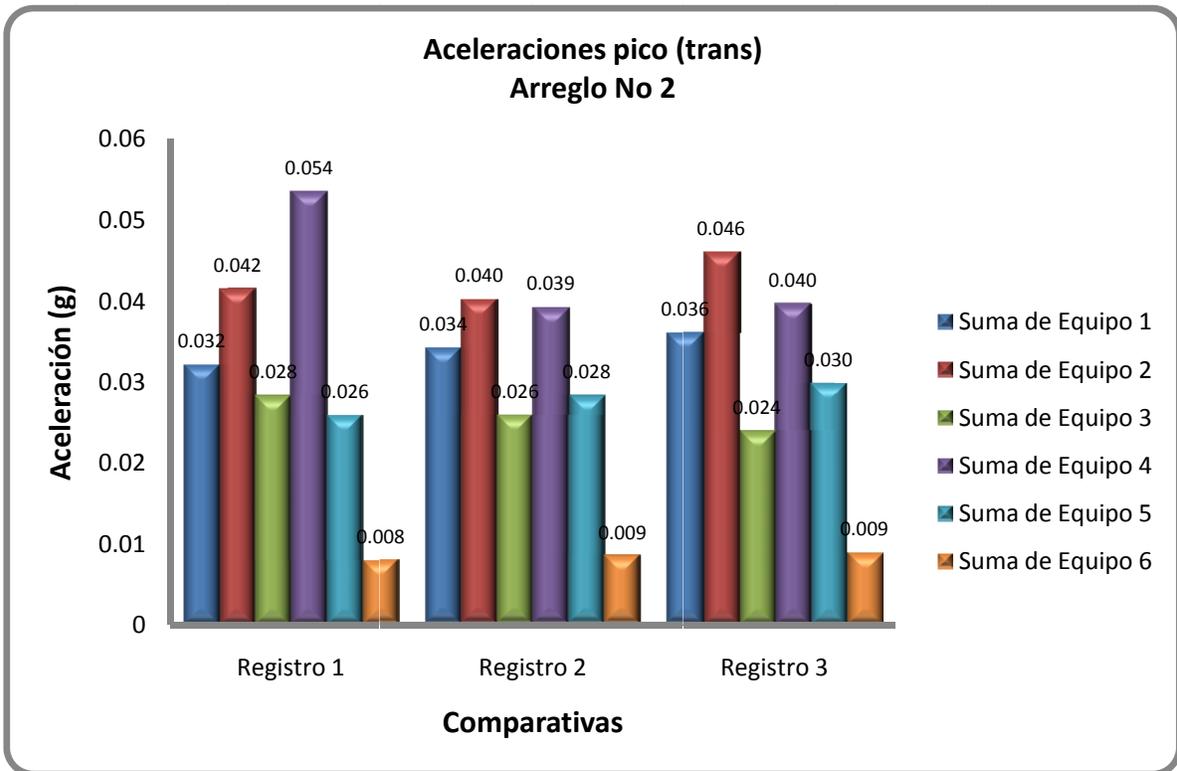
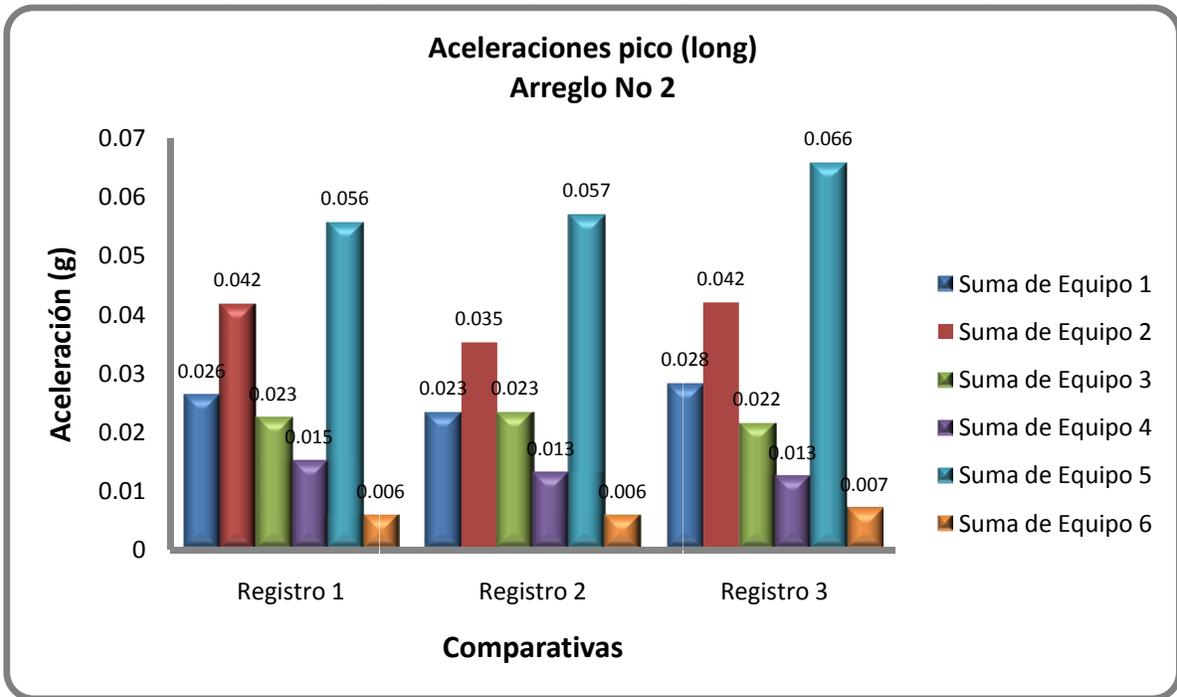
Aceleraciones pico: "Arreglo No 1"



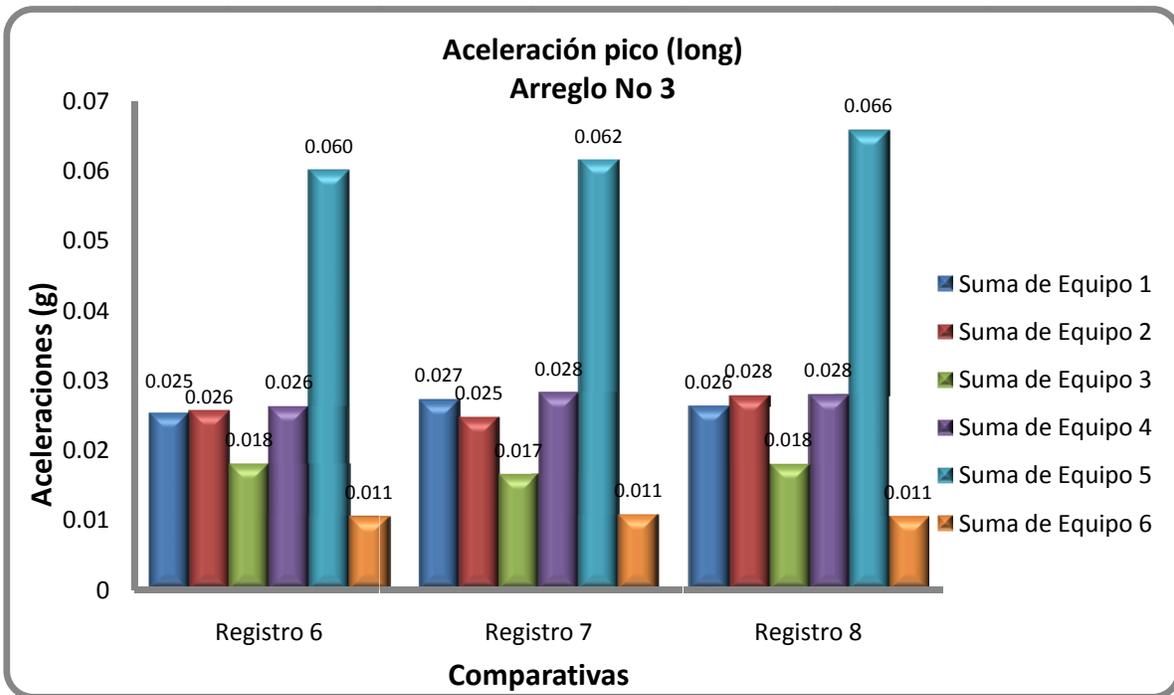
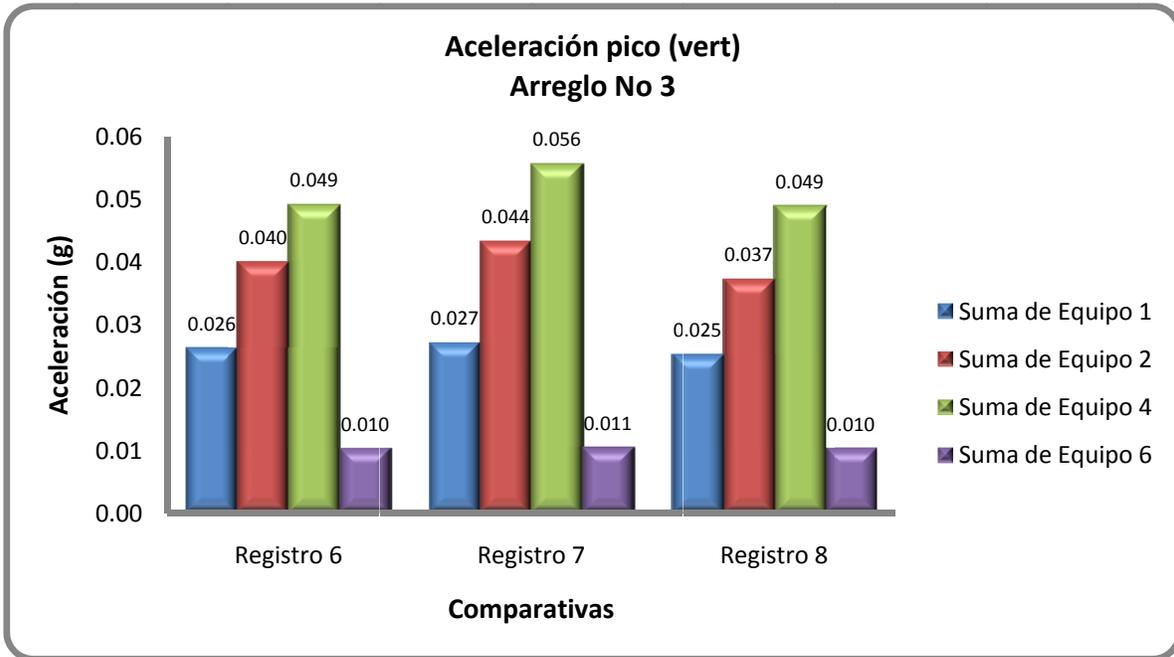


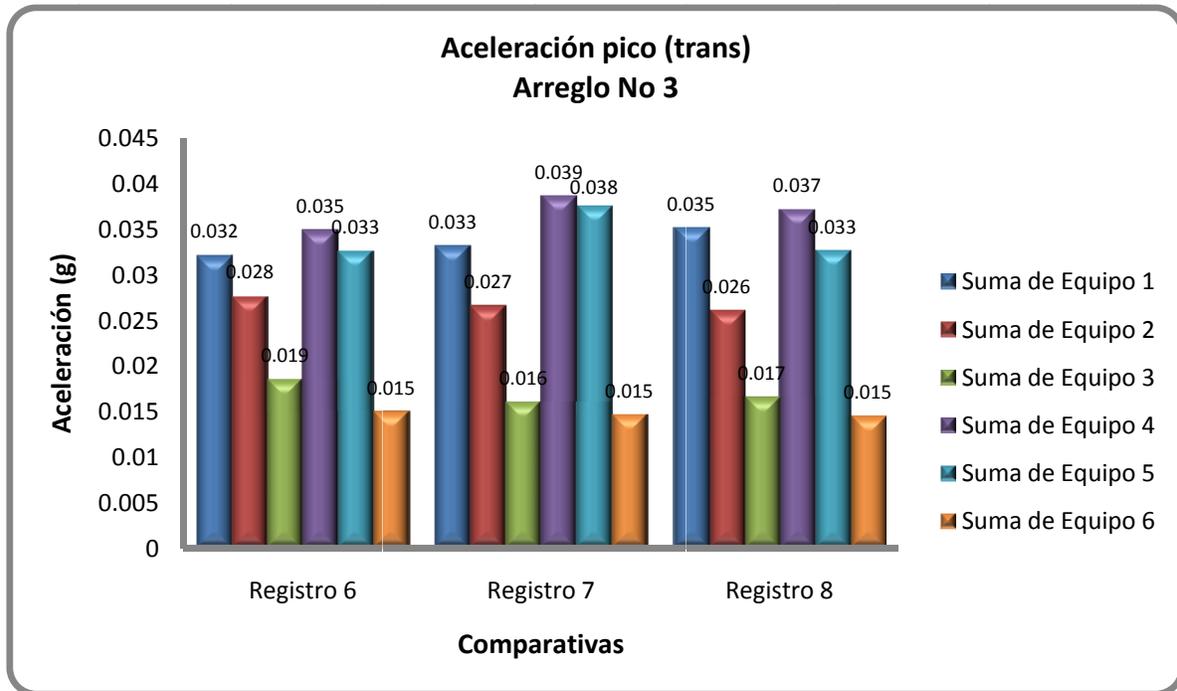
Aceleraciones pico: “Arreglo No 2”





Aceleraciones pico: "Arreglo No 3"





6.4.3 Revisión de estados límite de vibraciones en la cubierta del segundo nivel de una plataforma marina

La vibración excesiva en estructuras puede dar lugar a efectos perjudiciales para su contenido y ocupante, y debe ser evaluada contra criterios de aceptación, es decir, estados límite. Particularmente en esta tesis, la revisión de estados límite se basó en el criterio establecido en el código AS2670.2, el cual considera la evaluación de los efectos de las vibraciones bajo la percepción y respuesta del cuerpo humano en un rango de 1 a 80 Hz. Para ello se tomaron los resultados de las frecuencias naturales de vibrar asociadas a la estructura de la cubierta presentadas en la tabla 5.1 y sobre la curva base presentada en la fig. 7.10, se graficaron las frecuencias vs las aceleraciones máximas para determinar si los niveles de vibración son aceptables.

En la tabla 7.3 se presentan las comparativas de los niveles de aceleración medidos y obtenidos de las señales en el tiempo como fracción de la gravedad, contra las permisibles.

Tabla 7.3 Comparativa de los niveles de aceleraciones medidos contra los permisibles (AS2670)

Dirección de la medición	Frecuencias de vibrar Hz	Aceleraciones pico (g)	Aceleraciones pico (m/s ²)	Aceleraciones permisibles AS2670 (m/s ²)
Longitudinal	0.69	0.033	0.324	-
Transversal	0.65	0.032	0.314	-
vertical	3.43	0.030	0.294	0.045

Cabe mencionar que las frecuencias de la tabla 7.3 se obtuvieron del promedio de los tres arreglos instrumentados, para cada dirección de acuerdo con la tabla 5.1; se procedió con el mismo criterio para la obtención de las aceleraciones pico, utilizando para ello los valores de las tablas 2.1 a 2.3 o en su caso los valores de los histogramas presentados en el capítulo 6.

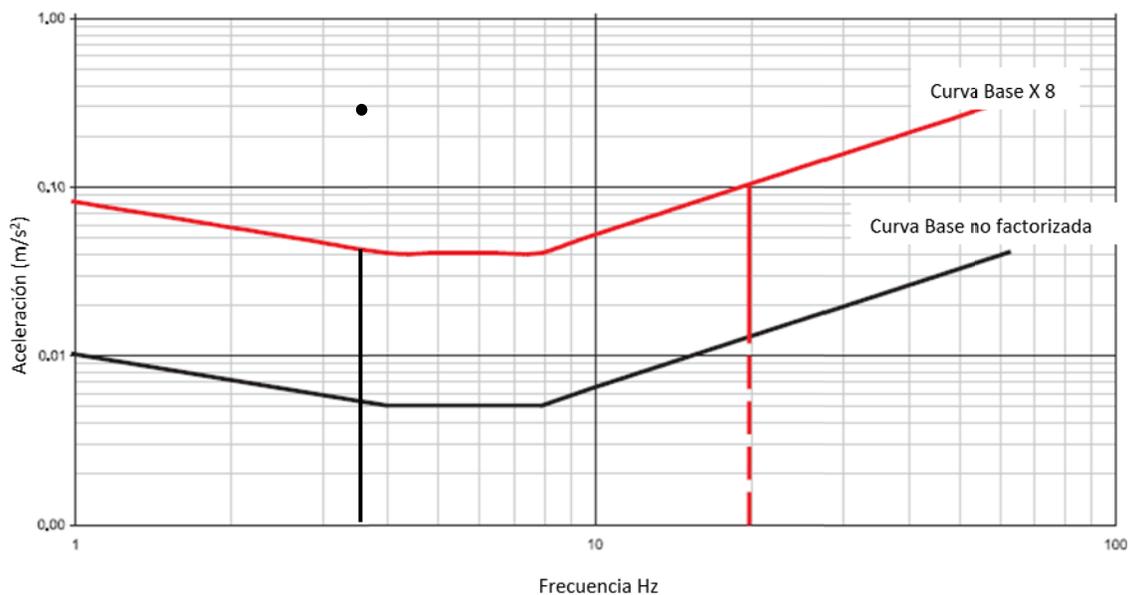


Figura 7.10 Gráfica ilustrativa de los niveles de aceleraciones medidos contra los permisibles (AS2670)

En la fig. 7.10 se observa que el valor representado por el punto para la frecuencia de 3.43 Hz, rebasa el nivel de confort para instalaciones industriales (talleres o similares).

En conclusión, el caso de estudio de la plataforma marina, excede en aproximadamente 6 veces los límites permitidos de acuerdo con el código AS2670;

CAPÍTULO 7

Conclusiones

Se mencionan a continuación las principales conclusiones de este estudio:

- Con fundamento en los estudios realizados, se pudieron identificar las frecuencias de la estructura en traslación y torsión, así como las frecuencias verticales para los tableros A-B-2-3 y A-B-1-2 y el voladizo donde se localizan los turbogeneradores. (concuerta con la frecuencia vertical)
- Del análisis de los resultados obtenidos en los arreglos 1, 2 y 3 se observan, para todos ellos, la aparición de frecuencias similares asociadas a movimientos en dirección longitudinal, 0.66, 0.69 y 0.73 Hz (1.52, 1.45 y 1.37 s), lo cual refleja la continuidad en el sistema de piso. Es decir, el movimiento de la plataforma para un cierto arreglo no es independiente y refleja la participación de todo el resto de la cubierta. Estas diferencias en las frecuencias se pueden atribuir a las variaciones en los escenarios de funcionamiento de los equipos (fuentes de excitación) durante la campaña de mediciones. Por lo que se considera como satisfactorio el promedio, es decir, la frecuencia es 0.69 Hz (1.45 s).
- Para movimientos en la dirección transversal de la estructura se obtuvo la misma frecuencia en los tres arreglos, con un valor ligeramente menor de 0.65 Hz (1.54 s), lo que era de esperarse porque ésta dirección corresponde a la más flexible de la estructura.
- La cercanía en los valores de las frecuencias traslacionales identificadas indican que están acopladas, por lo que el movimiento traslacional no es único en una dirección dada, sino que se combina para ambas direcciones longitudinal y transversal; además de reflejarse la frecuencia fundamental (0.65 Hz) al hacer la correlación de señales en dirección vertical en zonas de voladizos.
- La aparición de la frecuencia fundamental de 0.65 Hz en dirección vertical del voladizo, indica el acoplamiento de los desplazamientos verticales y laterales de la plataforma en forma de cabeceo.

- En la dirección longitudinal de los tres arreglos, así como en la dirección transversal del arreglo 1, se detectó una frecuencia promedio de 1.27 Hz; que atendiendo a la naturaleza física del problema y con el análisis de las fases y coherencias, se puede concluir que ésta es la frecuencia en torsión.
- La frecuencia vertical dominante para el tablero A-B-2-3 es de 3.55 Hz (0.28 s), mientras que para el tablero A-B-1-2 es de 3.18 Hz (0.31 s); ambos tableros tienen otras frecuencias muy cercanas entre sí 3.21, 3.34, 3.35, y 3.52 Hz, lo que indica la presencia de modos de vibrar también muy cercanos entre sí.
- En lo que respecta al amortiguamiento se encontró que para las frecuencias verticales de los tableros estudiados es de 1.52 %, lo cual refleja en buena parte las características de estructuración del sistema de piso de la cubierta formado por elementos simplemente apoyados, y su poca eficiencia para atenuar las vibraciones producidas por el funcionamiento de equipos. Para las frecuencias asociadas a la estructura de la plataforma se encontraron amortiguamientos promedios de 4.62% y 4.23% para la dirección longitudinal y transversal respectivamente, muy cercanos a los aceptados en la literatura (5%). El incremento en estos valores puede atribuirse además de la estructura en general, a la interacción de la masa de la estructura con el oleaje marino.
- Dado que no se tiene información experimental en otros niveles de la plataforma, no fue posible la obtención de las forma modales, ya que ésta información es indispensable para la determinación de las configuraciones modales.
- En el capítulo 2, se hizo una estimación preliminar del intervalo donde podría estar el periodo fundamental de la estructura estudiada ($1.37 s \leq T \leq 1.6 s$), utilizando métodos aproximados para estructuras de acero. Posteriormente de las mediciones se pudo identificar que el periodo fundamental de la estructura fue de 1.52 s y el de torsión fue de 0.77 s.
- Con base en los resultados de los niveles de aceleración medidos contra los permisibles (Norma AS2670), se pudo observar que el funcionamiento de los equipos transmiten vibraciones que afectan el nivel de confort de los ocupantes de la plataforma, lo cual pone en evidencia las deficiencias que presenta el sistema de fijación de los equipos y/o el sistema estructural de la cubierta.

APÉNDICE A

Referencias

- ALLVIEW. (1995) “GeosysAG”. Terra Technology, Switzerland.
- Australian Standards AS2625-1 Rotating and Reciprocating Machinery – Mechanical Vibration. Part 1- Basis for Specifying Evaluation Standards.
- Australian Standards AS2625-2 Rotating and Reciprocating Machinery – Mechanical Vibration. Part 2 - Test and Measurement Conditions for Rotating Electrical Machines.
- Australian Standards AS2670-2001. *Evaluation of human exposure to whole-body vibration.*
- Australian Standards AS2670-2. *Evaluation of human exposure to whole-body vibration.* Part 2. Continuous and shock-induced vibration in building (1 to 80 Hz) (FOREIGN STANDARD)
- Bazan E., Meli R. (2009), *Diseño Sísmico de Edificios*, 2ª Edición, Limusa. Balderas 95, México D.F. C.P. 06040.
- Castelán I., García D. O., Reyes. R., Ayala M. G., (2002), *Instrumento Virtual para la Determinación de Propiedades Dinámicas de Estructuras*, © CIMNE, Barcelona, España.

- Castelán I. (2001), *Determinación experimental de las propiedades dinámicas de un edificio reforzado con disipadores de energía*. Tesis de Maestría en Ingeniería (Estructuras). Posgrado en Ingeniería. UNAM. México.
- Escobar S. L. (2009), *Conceptos Básicos de Procesamiento Digital de Señales*. Facultad de Ingeniería. UNAM. México.
- http://www.assme.com.mx/material_entrenamiento.htm
- HSU H. (1973) *Análisis de Fourier*. 1ª Edición, Prentice Hall. Department of Electrical Engineering Wayne State University, Michigan.
- Idichandy V. y Ganapathy C. (1990) *Modal parameters for structural Integrity Monitoring of Fixed Offshore Platforms*. Ocean Engineering Centre, Indian Institute of Technology, Madras 600 036 India.
- Instituto de Normalización Alemán (Deutches Institut für Normung) Normativa Alemana DIN 4150-1999.
- Kawasumi H. y Shima E. (1965) *Some Aplications of a Correlector Engineering Problems*, III WCEE, Nueva Zelanda, Vol 2, II-298 a II- 320.
- Kenley R. and Dodds C. (1978) West Sole WE Platforms: Detection of damage by structural response measurements, Offshore Technology Conference, OTC 3866, Houston, Texas, May 1980. Pp 111-118.
- Monk R. G. Acoustic and Vibration Technology, Ltd (1978), *Machinery Vibration on offshore Platforms*. Offshore Technology Conference, 3-6 may, Houston Texas.
- Murià D., Alcántara L., Durán R., Macías M., Maldonado S., Pérez L.E., Tena A., Vázquez R. (1997), *Edificios Instrumentados*. Instituto de Ingeniería. UNAM. México D.F.
- Nelson S. P. (1997), *La medición y análisis de las vibraciones como técnica de inspección de equipos y componentes, aplicaciones, normativas y*

certificación. Facultad de Ingeniería-Universidad de Concepción, Casilla 160-Concepción-Chile.

- Norma ISO 10816-3 *Evaluation of Machine Vibration by Measurements on non-rotating parts*- Industrial machines with nominal power above 15 Kw and nominal speeds between 120 rpm and 15 rpm when measured in situ.
- Paz M. (1992), *Dinámica Estructural, Teoría y Cálculo*, 3ª edición, Reverté S.A. Universidad de Louisville; Louisville Kentucky, USA.
- Rubin S. (1982), *Flexibility monitoring of offshore jacket platforms*, presented at a special meeting of Third International Conference on Behavior of Offshore structures (BOSS '82), Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, Massachusetts, August 1982.
- Sunder S. y Ting K., (1984) *Flexibility monitoring of offshore platforms*. Civil Engineering. Dept., Massachusetts Institute of Technology, Room 1- 274, Cambridge, MA 02139, USA.
- Shahrivar, F. y Bouwkamp, J (1982). *Model study of effects of damage on the vibration properties of steel offshore platforms. Report No UCB/EERC-82/05*, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, California, June 1982.
- Silva E. (2009), *Comparación de las propiedades dinámicas de edificios de características similares ubicados en zonas geotécnicas diferentes*. Tesis de Maestría en Ingeniería (Estructuras). Posgrado en Ingeniería. UNAM. México.
- Vandiver, J. K. (1975), *Detection of structural failure on fixed platforms by measurement of dynamics response*. Offshore Technology Conference, OTC 2909, Houston Texas, May 1975.
- Zeevaert, L. (1960), *Base shear in tall buildings during earthquake July 28 1957 in Mexico City*, Proc. II World Conference in Earthquake Engineering, Tokio, Japon Julio.

- Zeevaert, L. (1963), *Mediciones y cálculos sísmicos durante los temblores registrados en la ciudad de México en mayo de 1962*, Boletín de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica.
- Zill D. (1988), *A First course in Differential Equations with Applications*, Third Edition. PWS Publishers. Loyola Marymount University. USA.

APÉNDICE B

Forma compleja de la serie de Fourier

Si se considera la serie de Fourier para una función periódica $f(t)$, con un periodo $T = 2\pi/\omega_0$, como

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sen n\omega_0 t) \quad (B.1)$$

Es posible obtener una forma alternativa usando las relaciones de Euler:

$$e^{\pm jn\theta} = \cos n\theta \pm jsenn\theta \quad (B.2)$$

$$\cos n\omega_0 t = \frac{1}{2}(e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}) \quad (B.3)$$

$$\sen n\omega_0 t = \frac{1}{2j}(e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}) \quad (B.4)$$

donde $j = \sqrt{-1}$.

Sustituyendo las relaciones de Euler en la ec. (B.1), se obtiene

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \frac{1}{2}(e^{jn\omega_0 t} + e^{-jn\omega_0 t}) + b_n \frac{1}{2j}(e^{jn\omega_0 t} - e^{-jn\omega_0 t}) \right]$$

y teniendo en cuenta que $1/j = -j$, es decir, $\frac{1}{j} = \frac{1}{\sqrt{-1}} = \frac{1\sqrt{-1}}{\sqrt{-1}\sqrt{-1}} = \frac{\sqrt{-1}}{-1} = \frac{j}{-1} = -j$

$$f(t) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2}(a_n - jb_n)e^{jn\omega_0 t} + \frac{1}{2}(a_n + jb_n)e^{-jn\omega_0 t} \right] \quad (B.5)$$

Si se hace que: $c_0 = \frac{1}{2}a_0$ $c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n)$ $c_{-n} = \frac{1}{2}(a_n + jb_n)$ y sustituyendo en la ecuación (B.5)

$$f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} [c_n e^{jn\omega_0 t} + c_{-n} e^{-jn\omega_0 t}]$$

o bien $f(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=-1}^{-\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$

es decir $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$ (B.6)

A la ecuación (B.6) se le llama **forma compleja de la serie de Fourier** de $f(t)$, y sus coeficientes c_n pueden obtenerse a partir de los coeficientes a_n, b_n , los cuales ya conocemos; en efecto de las ecuaciones (3.4, 3.5 y 3.6) de esta tesis y sustituyendo en c_0, c_n , y c_{-n} , se tiene que:

$$c_0 = \frac{1}{2} a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) dt \quad (B.7)$$

$$c_n = \frac{1}{2} (a_n - j b_n)$$

$$c_n = \frac{1}{T} \left[\int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt - j \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt \right]$$

$$c_n = \frac{1}{T} \left\{ \int_{-T/2}^{T/2} f(t) [\cos(n\omega_0 t) - j \sin(n\omega_0 t)] dt \right\}$$

y al usar la ecuación (B.2)

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (B.8)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2} (a_n + j b_n) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad (B.9)$$

Las ecuaciones (B.7), (B.8) y (B.9) se pueden combinar en una sola fórmula; es decir,

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \quad \text{para } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (B.10)$$

Puesto que $f(t)e^{-jn\omega_0 t}$ es periódica con periodo T , y considerando que el intervalo de integración para la función periódica de la ecuación (B.10), ha sido

seleccionado convenientemente entre cero y T , se tiene que c_n también se puede hallar a partir de la fórmula

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \tag{B.11}$$

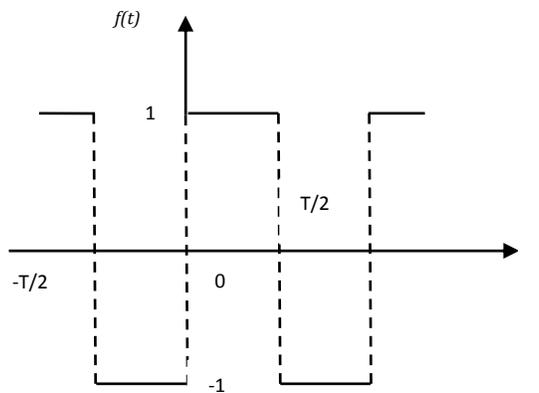
Los coeficientes c_n son números complejos y también se pueden escribir en forma polar como:

$$c_n = |c_n| e^{j\phi_n} \qquad c_{-n} = c_n^* = |c_n| e^{-j\phi_n}$$

Donde $|c_n| = \frac{1}{2} \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$; $\phi_n = \arctan \left(-\frac{b_n}{a_n} \right)$

Para todos los valores de n , excepto para $n = 0$. En este caso c_0 es real y vale $c_0 = \frac{1}{2} a_0$.

Ejemplo: Encontrar la forma compleja de la serie de Fourier para la función definida por la figura 3.2 de esta tesis.



* indica el conjugado del complejo

Primera solución: como ya hemos calculado los coeficientes de la forma trigonométrica (a_n y b_n):

$$a_n = 0 \text{ para todo } n \text{ y}$$

$$b_n = \frac{2}{n\pi} [1 - \cos(n\pi)] \text{ para todo } n$$

$$b_n = \frac{2}{n\pi} [1 - (-1)^n]$$

Podemos calcular los coeficientes c_n con la expresión:

$$c_n = \frac{1}{2}(a_n - jb_n) = -j \frac{1}{2} \frac{2}{n\pi} [1 - (-1)^n]$$

$$c_n = -j \frac{1}{n\pi} [1 - (-1)^n]$$

Al evaluar los coeficientes c_n , para valores pares de n se hacen cero, por lo que solamente tienen valor los coeficientes para valores impares de n positivos y negativos; entonces al sustituir los coeficientes c_n evaluados en la ecuación (B.6), la serie compleja de Fourier queda como

$$f(t) = \frac{2}{\pi} j \left(\dots + \frac{1}{5} e^{-j5\omega_0 t} + \frac{1}{3} e^{-j3\omega_0 t} + e^{-j\omega_0 t} - e^{j\omega_0 t} - \frac{1}{3} e^{j3\omega_0 t} - \frac{1}{5} e^{j5\omega_0 t} - \dots \right)$$

Segunda solución: también podemos calcular los coeficientes c_n mediante la ecuación (B.11)

$$c_n = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$c_n = \frac{1}{T} \left[\int_0^{T/2} e^{-jn\omega_0 t} dt + \int_{T/2}^T -e^{-jn\omega_0 t} dt \right]$$

$$c_n = \frac{1}{T} \left[\frac{1}{-jn\omega_0} e^{-jn\omega_0 t} \Big|_0^{T/2} - \frac{1}{-jn\omega_0} e^{-jn\omega_0 t} \Big|_{T/2}^T \right]$$

$$c_n = \frac{1}{-jn\omega_0 T} \left[(e^{-jn\omega_0 T/2} - 1) - (e^{-jn\omega_0 T} - e^{-jn\omega_0 T/2}) \right]$$

Como $2\pi = \omega_0 T$; $e^{\pm jn\theta} = \cos n\theta \pm j \operatorname{sen} n\theta$ y $\cos n\pi = (-1)^n$

$$c_n = \frac{1}{-jn\omega_o T} \left[\left(e^{-jn\frac{2\pi}{2}} - 1 \right) - \left(e^{-jn 2\pi} - e^{-jn\frac{2\pi}{2}} \right) \right]$$

$$c_n = \frac{1}{-jn\omega_o T} \left[\left(e^{-jn\pi} - 1 \right) - \left(e^{-j 2n\pi} - e^{-jn\pi} \right) \right]$$

$$c_n = \frac{1}{-jn\omega_o T} \{ (\cos n\pi - j\sin n\pi - 1) - [(\cos 2n\pi - j\sin 2n\pi) - (\cos n\pi - j\sin n\pi)] \}$$

$$c_n = \frac{1}{-jn\omega_o T} \{ (\cos n\pi - j\sin n\pi - 1) - [(\cos 2n\pi - j\sin 2n\pi) - (\cos n\pi - j\sin n\pi)] \}$$

$$c_n = \frac{1}{-jn\omega_o T} [((-1)^n - 1) - (1 - (-1)^n)]$$

$$c_n = \frac{-2}{-jn\omega_o T} [(1 - (-1)^n)]$$

$$c_n = -j \frac{1}{n\pi} [(1 - (-1)^n)] \text{ lo que coincide con el resultado de la primera solución.}$$

APÉNDICE C

Análisis de señales

ARREGLO 1

DIRECCIÓN LONGITUDINAL

Arreglo 1				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-02-1	Aes29702-1	10:23:02	604
	E1-03-1	Aes29703-1	10:34:20	578
	E1-04-1	Aes29704-1	10:44:28	584
2	E2-02-1	AEX29702-1	10:23:03	604
	E2-03-1	AEX29703-1	10:34:21	578
	E2-04-1	AEX29704-1	10:44:29	584
3	E3-02-1	P1329702-1	10:22:57	604
	E3-03-1	P1329703-1	10:34:16	577
	E3-04-1	P1329704-1	10:44:24	584
4	E4-02-1	Sot29702-1	10:22:58	604
	E4-03-1	Sot29703-1	10:34:17	578
	E4-04-1	Sot29704-1	10:44:25	584
5	E5-02-1	P629702-1	10:22:59	604
	E5-03-1	P629703-1	10:34:18	577
	E5-04-1	P629704-1	10:44:25	584
6	E6-02-1	GAM29702-1	10:23:01	604
	E6-03-1	GAM29703-1	10:34:20	577
	E6-04-1	GAM29704-1	10:44:27	584

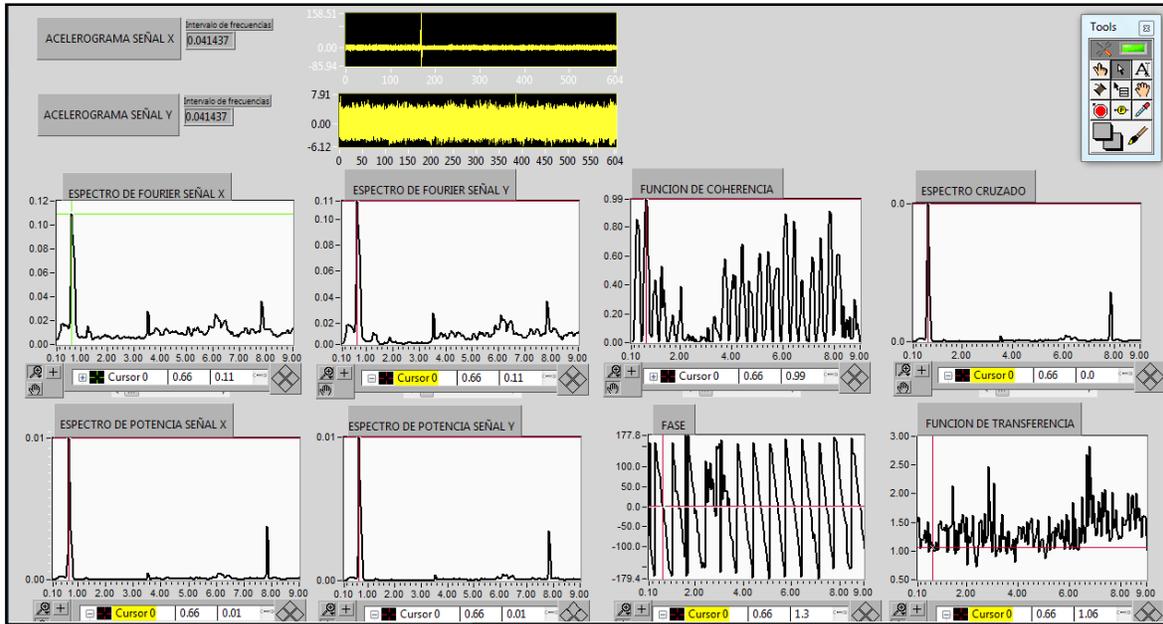


Figura C1 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 2. Frecuencia 0.66 Hz

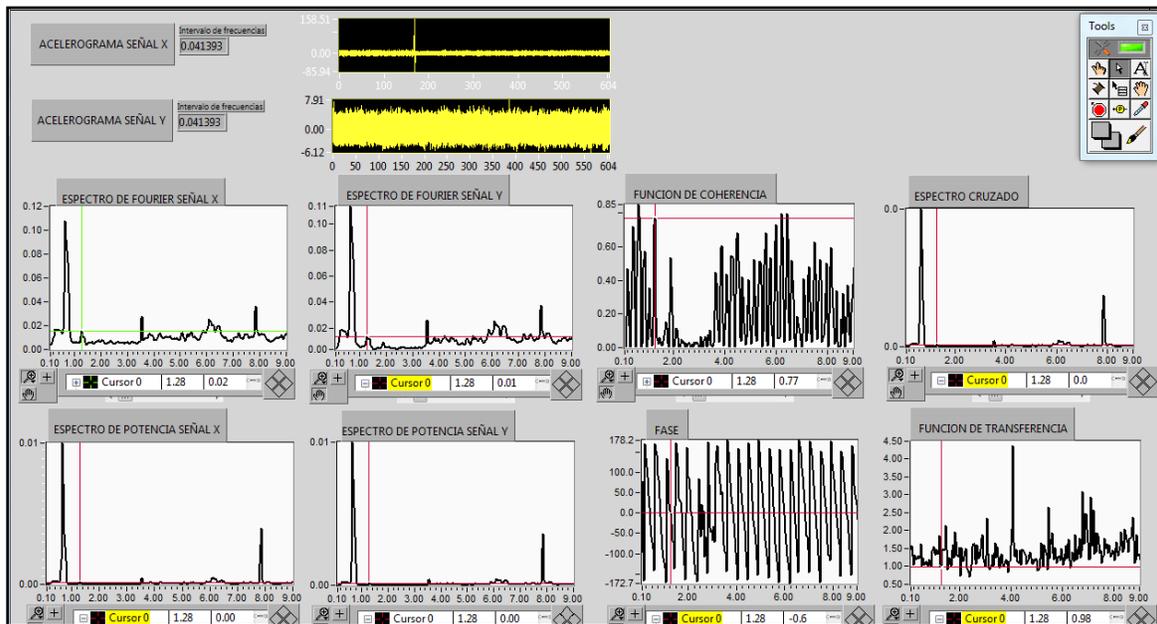


Figura C2 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 2. Frecuencia 1.28 Hz

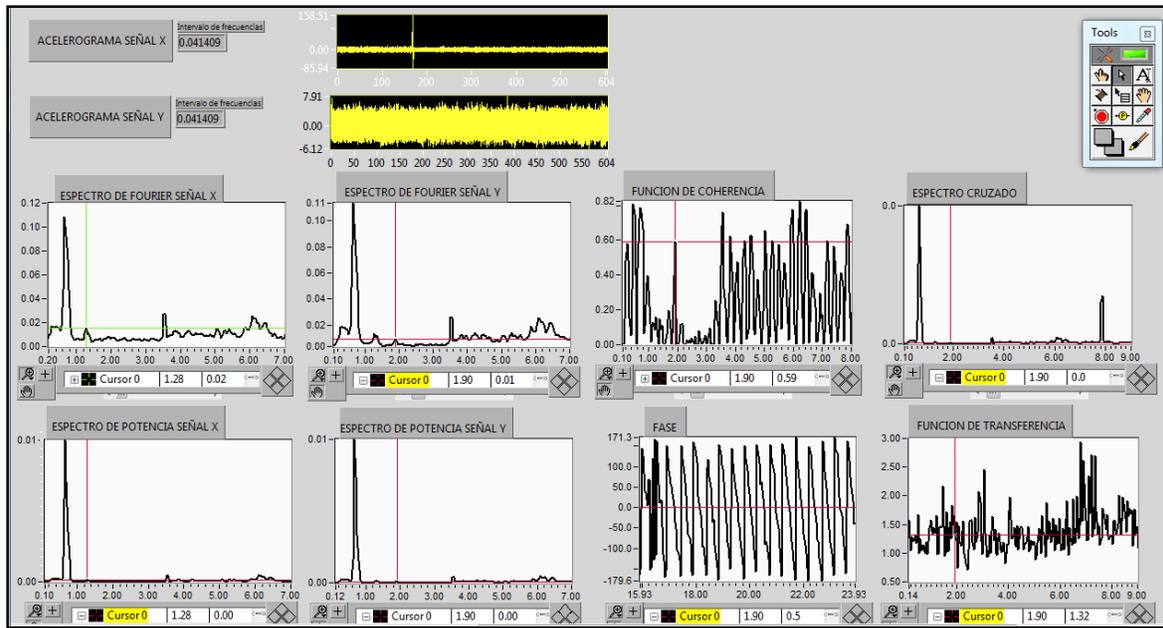


Figura C3 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 2. Frecuencia 1.90 Hz

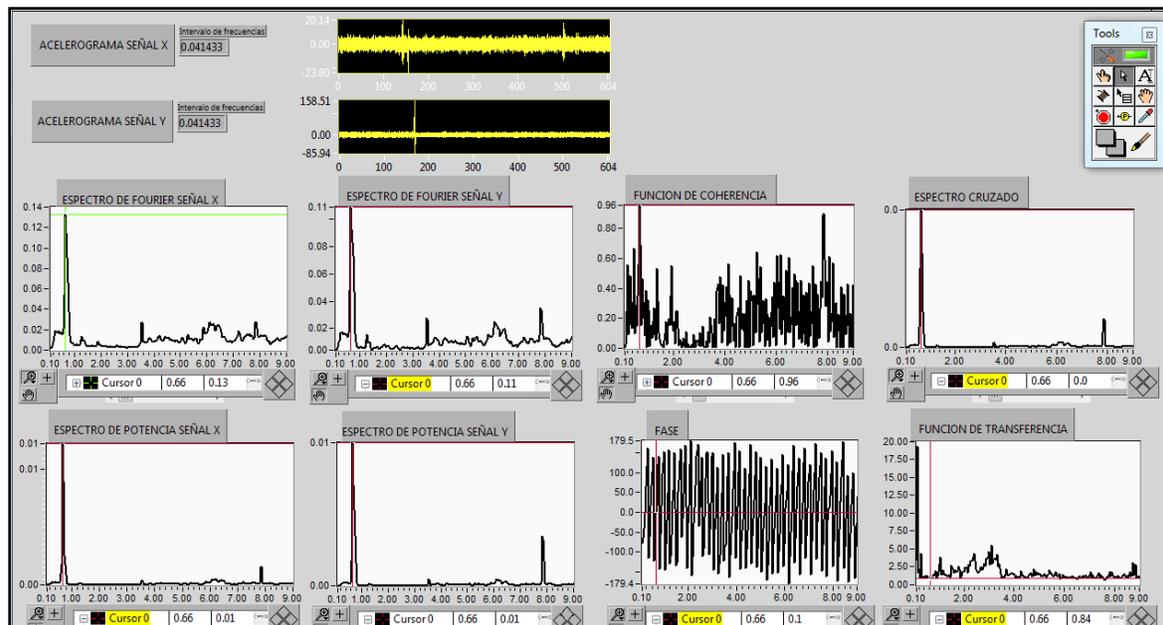


Figura C4 Arreglo 1. Equipos 4(columna) y 2(larguero) dirección longitudinal. Registro 2. Frecuencia 0.66 Hz.

ARREGLO 1
DIRECCIÓN TRANSVERSAL

Arreglo 1				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-02-1	Aes29702-1	10:23:02	604
	E1-03-1	Aes29703-1	10:34:20	578
	E1-04-1	Aes29704-1	10:44:28	584
2	E2-02-1	AEX29702-1	10:23:03	604
	E2-03-1	AEX29703-1	10:34:21	578
	E2-04-1	AEX29704-1	10:44:29	584
3	E3-02-1	P1329702-1	10:22:57	604
	E3-03-1	P1329703-1	10:34:16	577
	E3-04-1	P1329704-1	10:44:24	584
4	E4-02-1	Sot29702-1	10:22:58	604
	E4-03-1	Sot29703-1	10:34:17	578
	E4-04-1	Sot29704-1	10:44:25	584
5	E5-02-1	P629702-1	10:22:59	604
	E5-03-1	P629703-1	10:34:18	577
	E5-04-1	P629704-1	10:44:25	584
6	E6-02-1	GAM29702-1	10:23:01	604
	E6-03-1	GAM29703-1	10:34:20	577
	E6-04-1	GAM29704-1	10:44:27	584

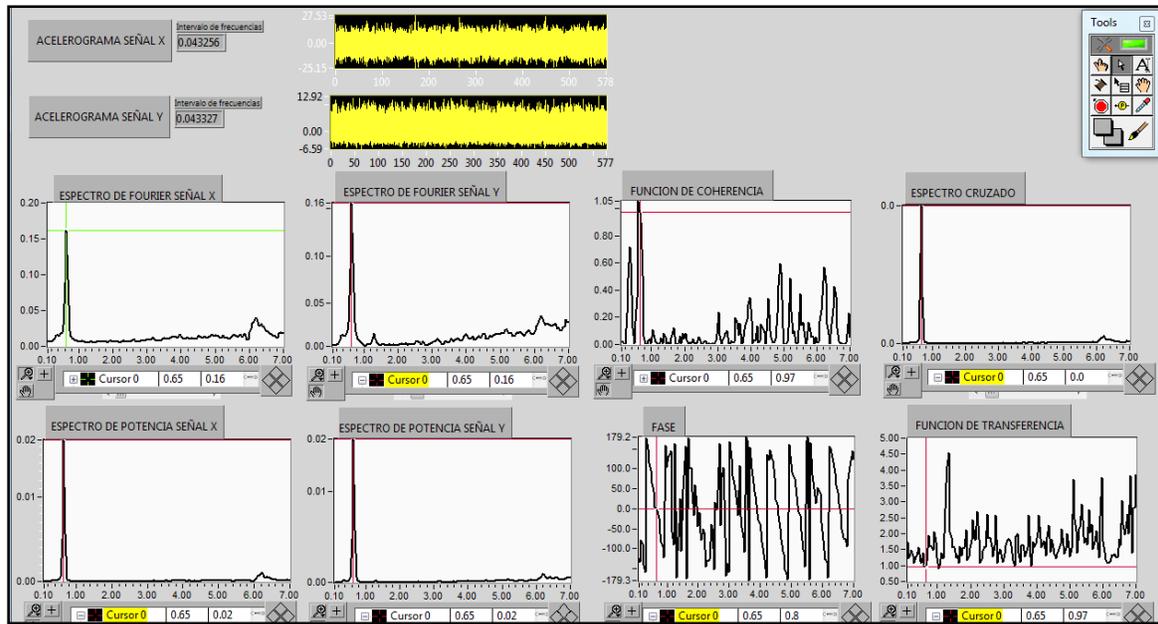


Figura C5 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 0.65 Hz

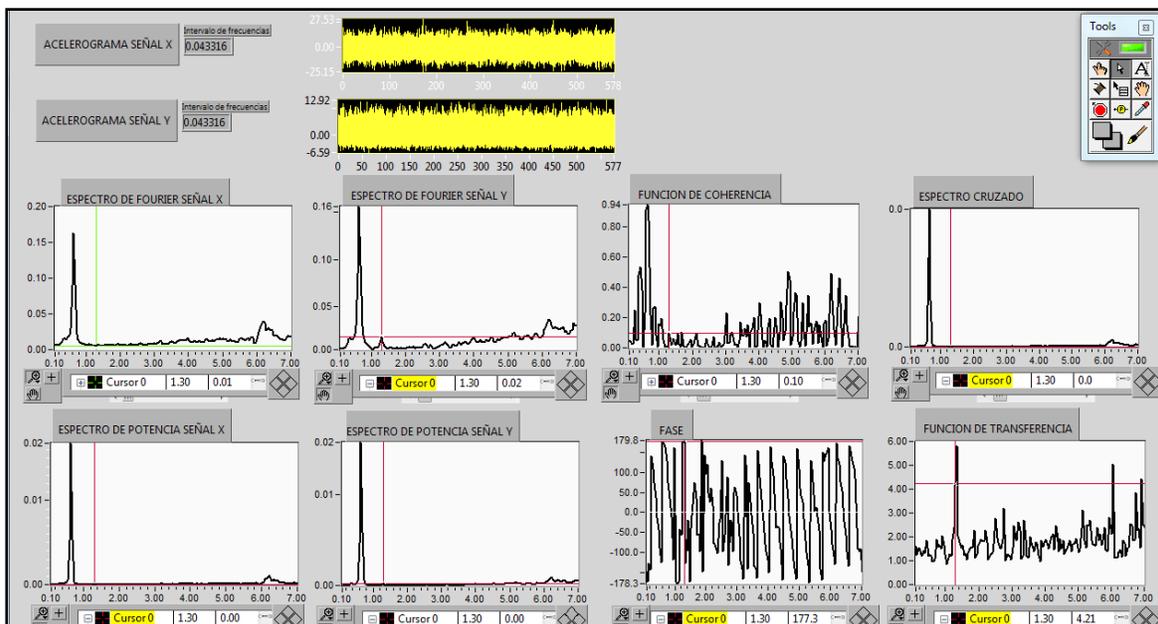


Figura C6 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 1.30 Hz

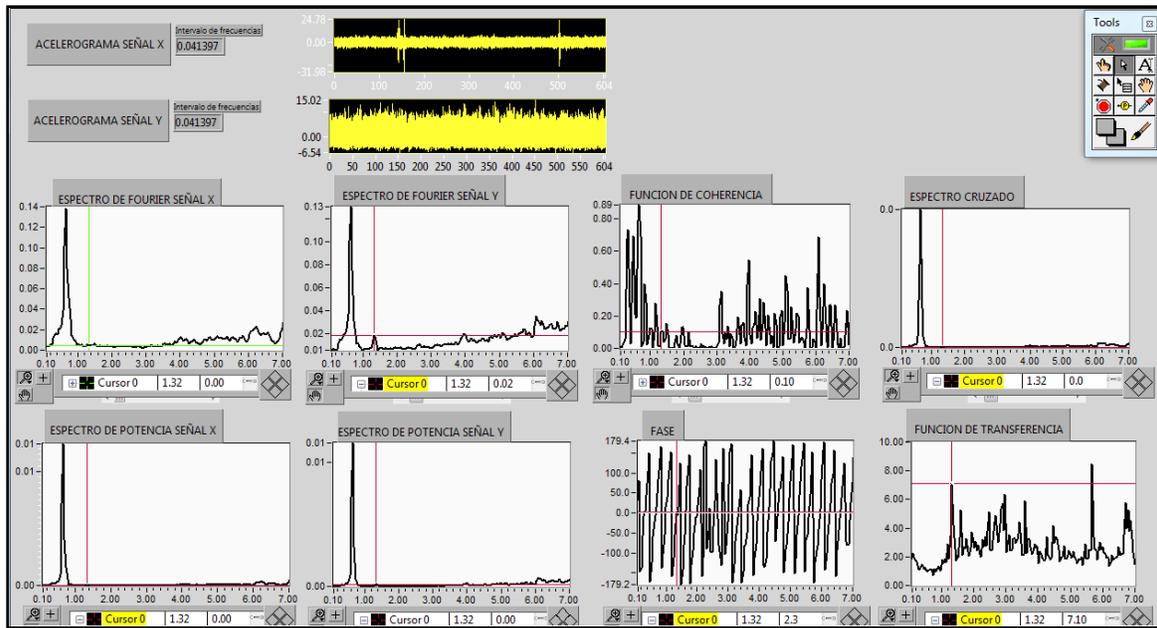


Figura C7 Arreglo 1. Equipos 4(columna) y 6(larguero) dirección transversal. Registro 2. Frecuencia 1.32 Hz

ARREGLO 1

DIRECCIÓN VERTICAL

Arreglo 1				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-02-1	Aes29702-1	10:23:02	604
	E1-03-1	Aes29703-1	10:34:20	578
	E1-04-1	Aes29704-1	10:44:28	584
2	E2-02-1	AEX29702-1	10:23:03	604
	E2-03-1	AEX29703-1	10:34:21	578
	E2-04-1	AEX29704-1	10:44:29	584
3	E3-02-1	P1329702-1	10:22:57	604
	E3-03-1	P1329703-1	10:34:16	577
	E3-04-1	P1329704-1	10:44:24	584
4	E4-02-1	Sot29702-1	10:22:58	604
	E4-03-1	Sot29703-1	10:34:17	578
	E4-04-1	Sot29704-1	10:44:25	584
5	E5-02-1	P629702-1	10:22:59	604
	E5-03-1	P629703-1	10:34:18	577
	E5-04-1	P629704-1	10:44:25	584
6	E6-02-1	GAM29702-1	10:23:01	604
	E6-03-1	GAM29703-1	10:34:20	577
	E6-04-1	GAM29704-1	10:44:27	584

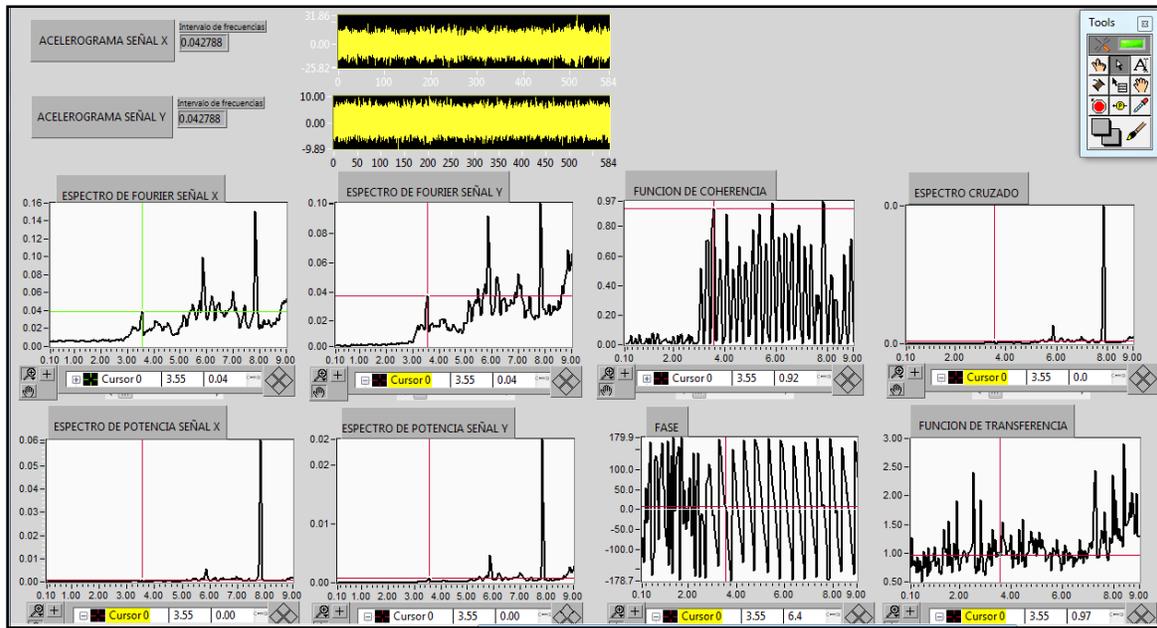


Figura C8 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección vertical. Registro 4. Frecuencia 3.55 Hz

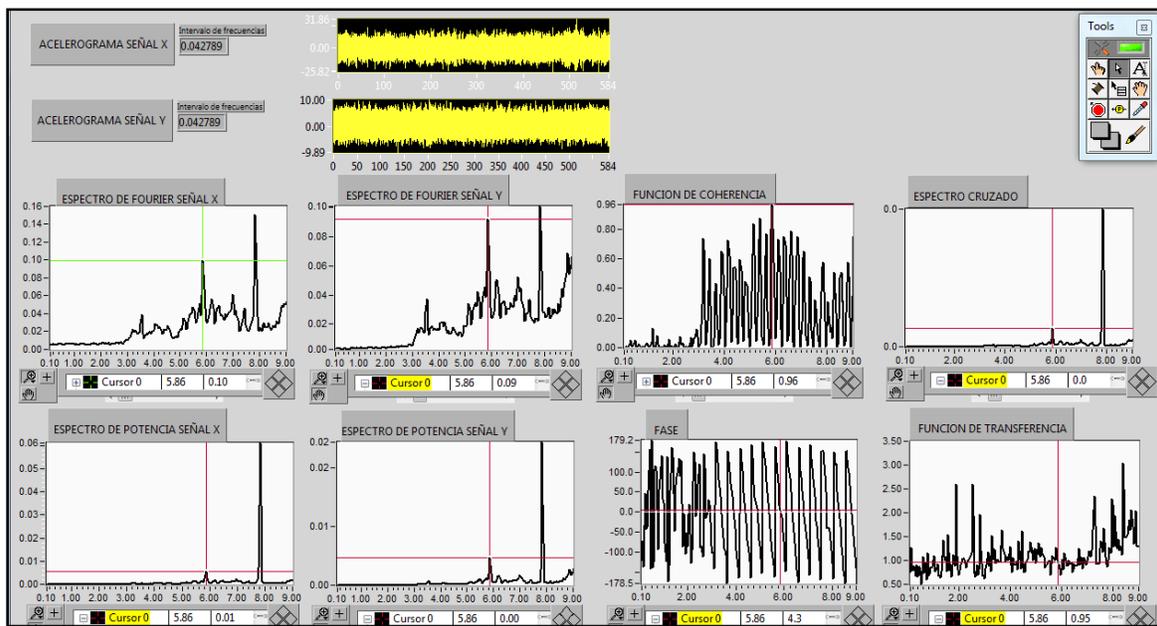


Figura C9 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección vertical. Registro 4. Frecuencia 5.86 Hz

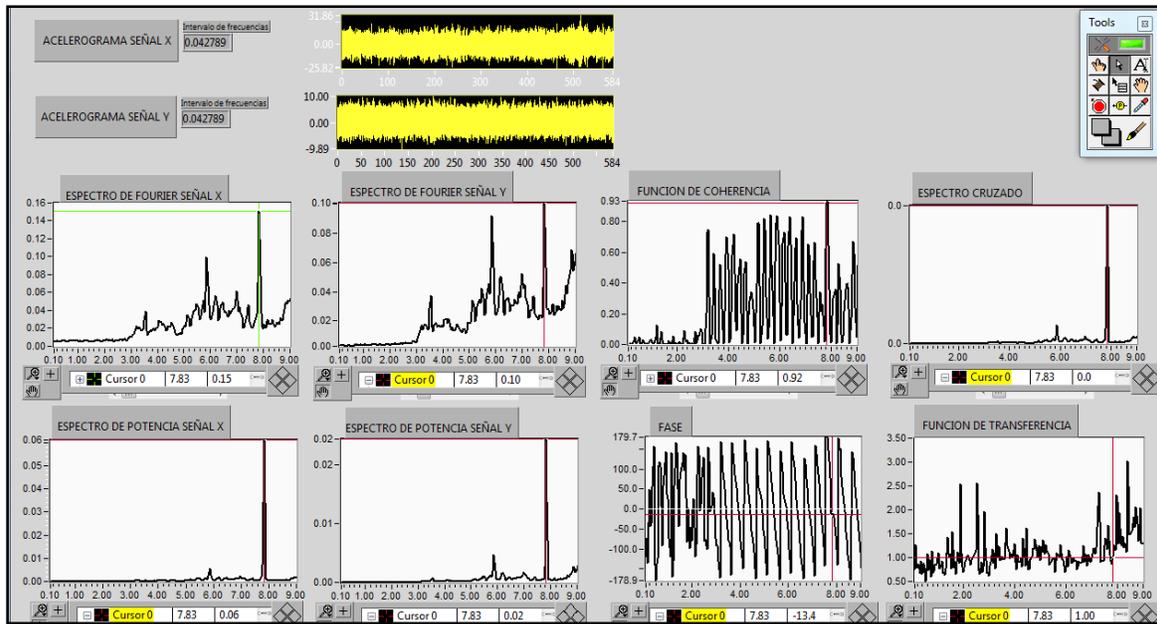


Figura C10 Arreglo 1. Equipos 2 y 6 dirección vertical. Registro 4. Frecuencia 7.83 Hz

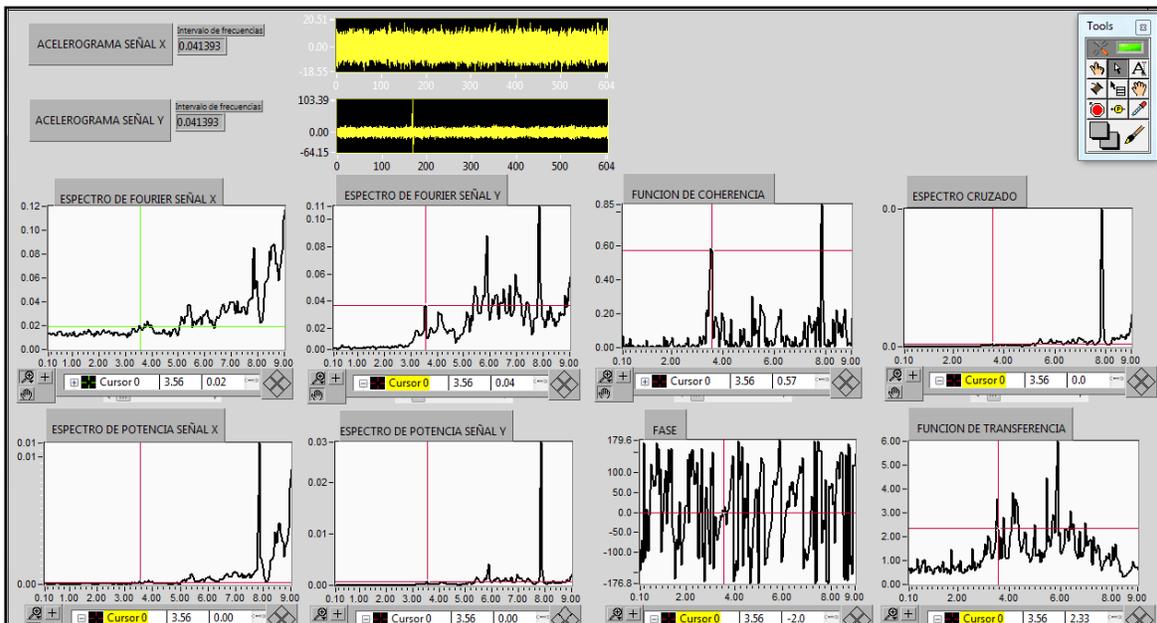


Figura C11 Arreglo 1. Equipos 1(columna) y 2(larguero) dirección vertical. Registro 2. Frecuencia 3.56 Hz.

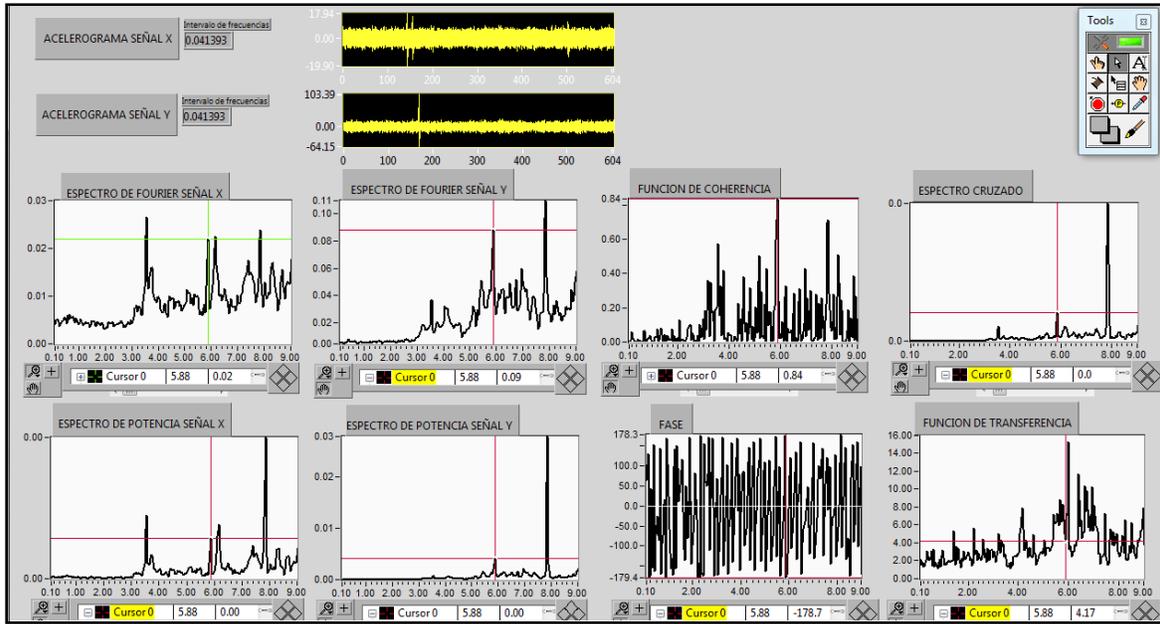


Figura C12 Arreglo 1. Equipos 4(columna) y 2(larguero) dirección vertical. Registro 2. Frecuencia 5.88 Hz.

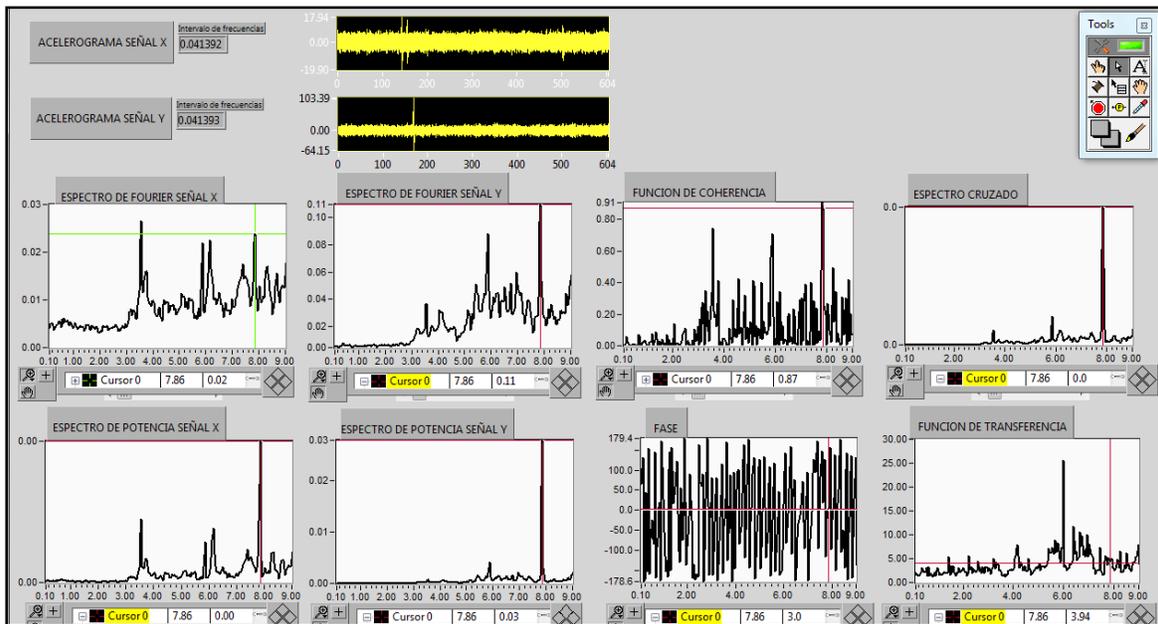


Figura C13 Arreglo 1. Equipos 4(columna) y 2(larguero) dirección vertical. Registro 2. Frecuencia 7.86 Hz.

ARREGLO 2

DIRECCIÓN LONGITUDINAL

Arreglo 2				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-01-2	Aes29701-2	14:18:44	507
	E1-02-2	Aes29702-2	14:27:50	656
	E1-03-2	Aes29703-2	14:39:32	582
2	E2-01-2	AEX29701-2	14:18:45	507
	E2-02-2	AEX29702-2	14:27:51	656
	E2-03-2	AEX29703-2	14:39:33	582
3	E3-01-2	P1329701-2	14:18:46	508
	E3-02-2	P1329702-2	14:27:52	656
	E3-03-2	P1329703-2	14:39:35	581
4	E4-01-2	Sot29701-2	14:18:47	509
	E4-02-2	Sot29702-2	14:27:53	656
	E4-03-2	Sot29703-2	14:39:36	581
5	E5-01-2	P629701-2	14:18:48	508
	E5-02-2	P629702-2	14:27:54	656
	E5-03-2	P629703-2	14:39:37	581
6	E6-01-2	GAM29701-2	14:18:42	508
	E6-02-2	GAM29702-2	14:27:48	656
	E6-03-2	GAM29703-2	14:39:31	582

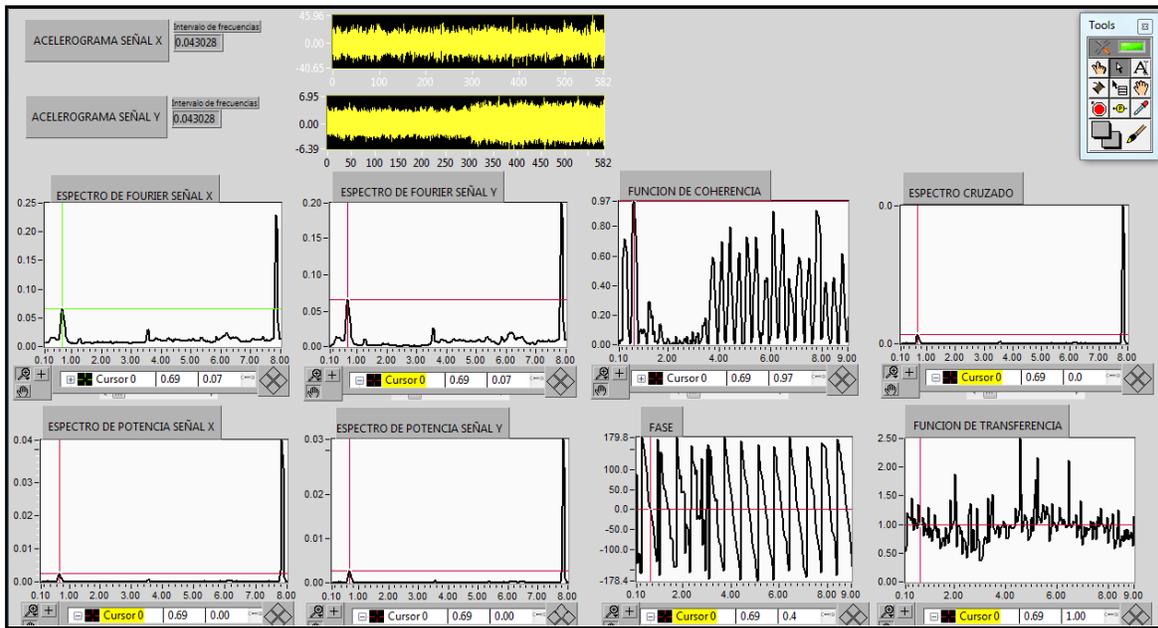


Figura C14 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 3. Frecuencia 0.69 Hz

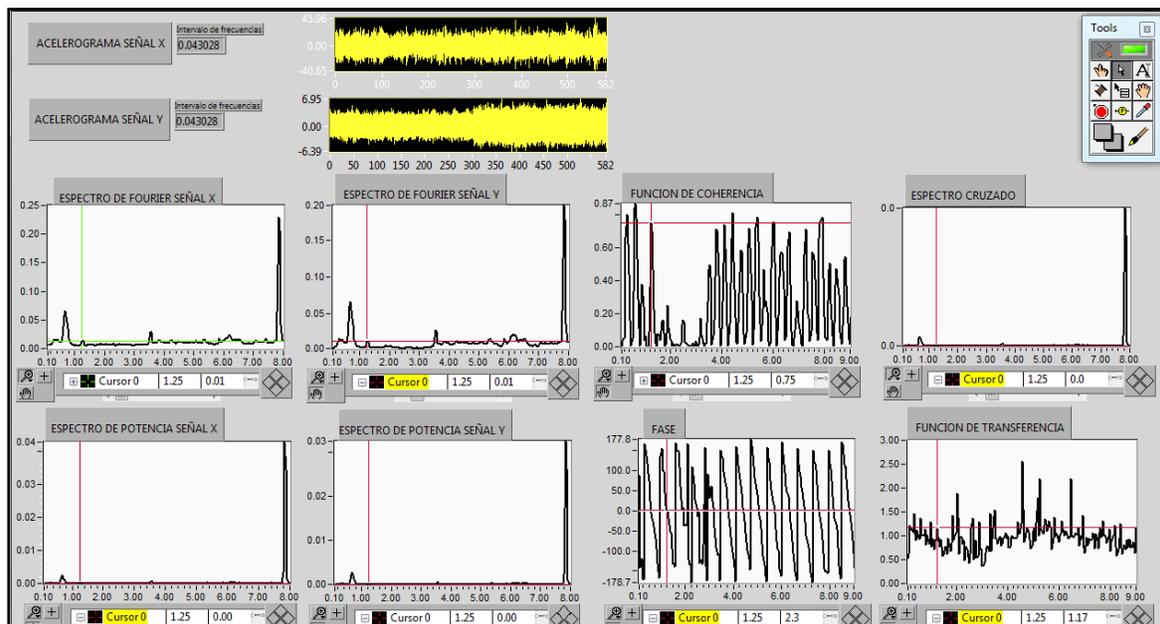


Figura C15 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 3. Frecuencia 1.25 Hz

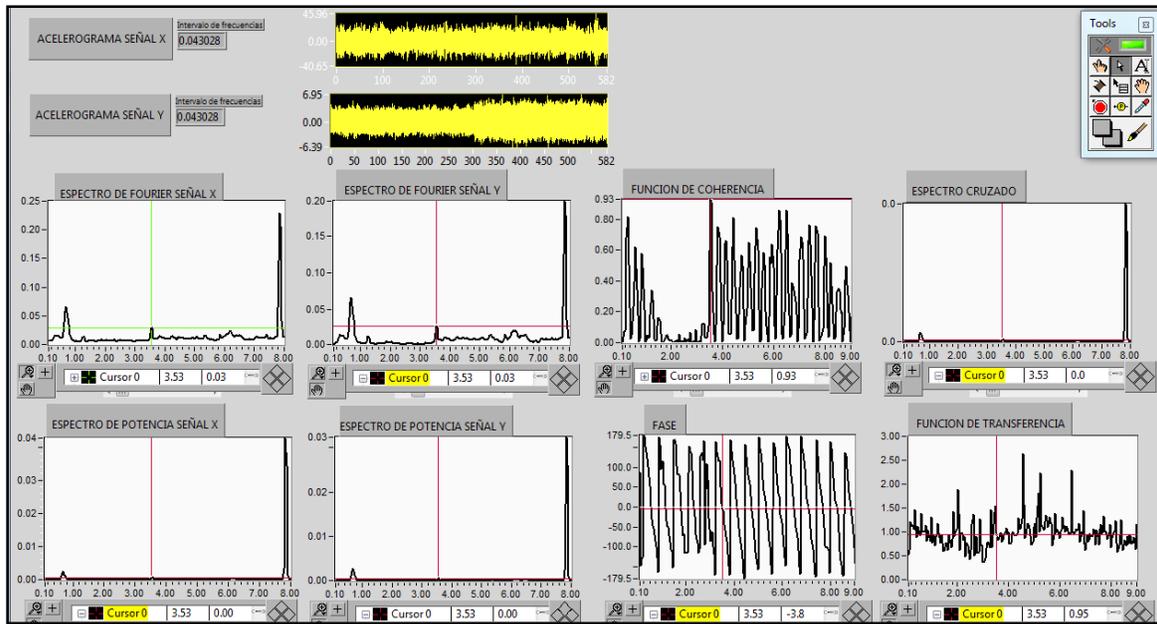


Figura C16 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 3. Frecuencia 3.53 Hz

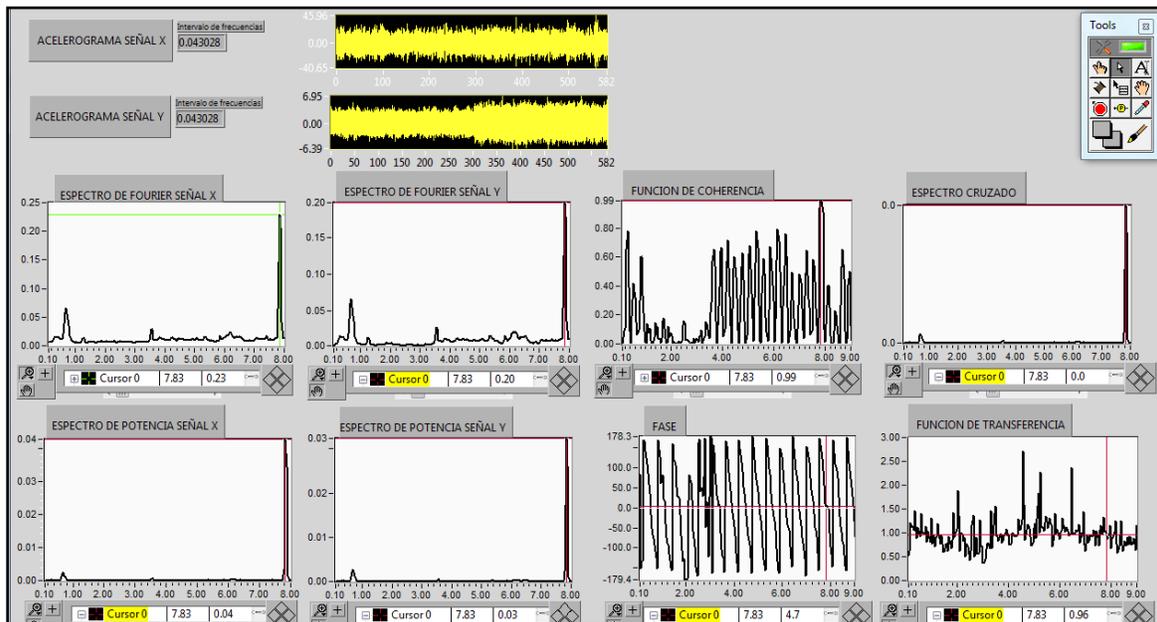


Figura C17 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección longitudinal. Registro 3. Frecuencia 7.83 Hz

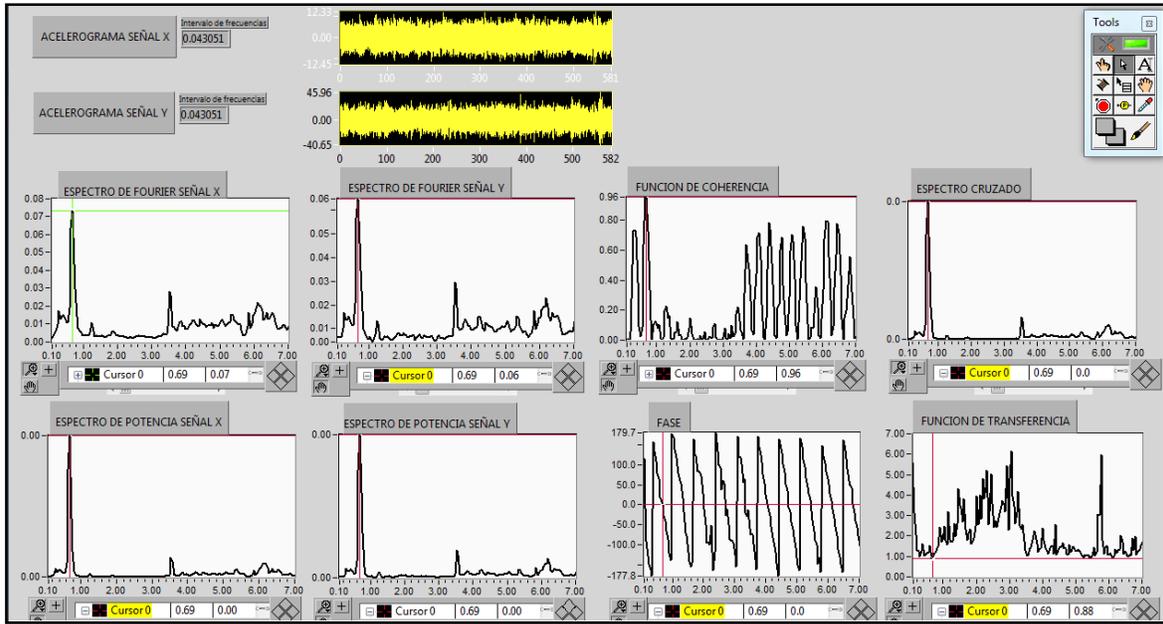


Figura C18 Arreglo 2. Equipos 4 y 2 dirección longitudinal. Registro 3. Frecuencia 0.69 Hz

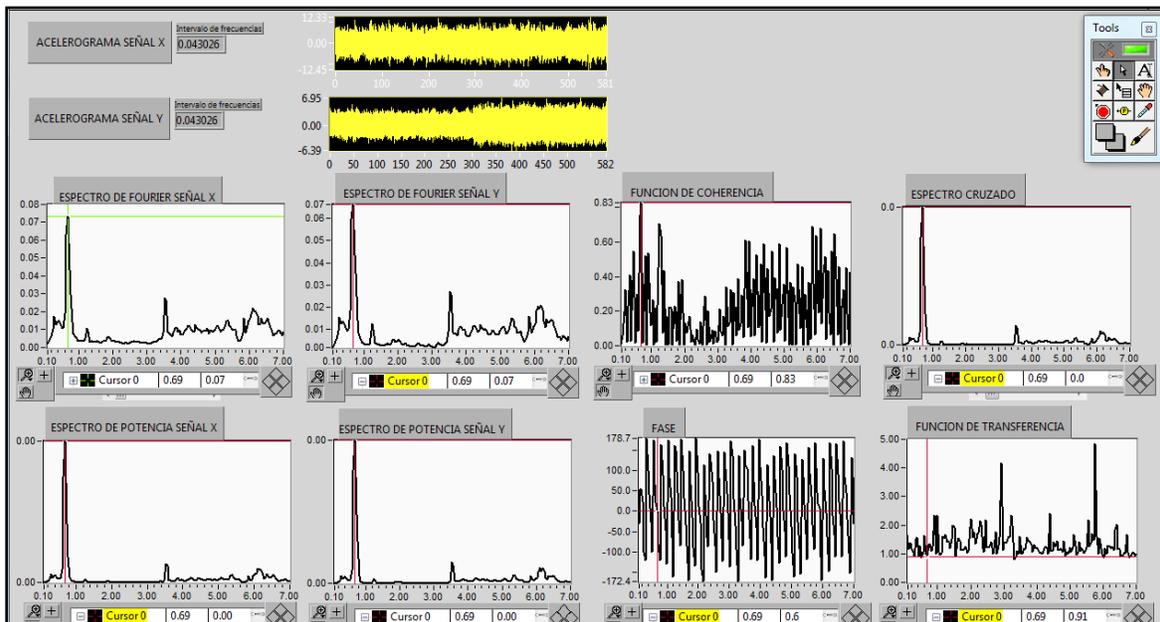


Figura C19 Arreglo 2. Equipos 4 y 6 dirección longitudinal. Registro 3. Frecuencia 0.69 Hz

ARREGLO 2
DIRECCIÓN TRANSVERSAL

Arreglo 2				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-01-2	Aes29701-2	14:18:44	507
	E1-02-2	Aes29702-2	14:27:50	656
	E1-03-2	Aes29703-2	14:39:32	582
2	E2-01-2	AEX29701-2	14:18:45	507
	E2-02-2	AEX29702-2	14:27:51	656
	E2-03-2	AEX29703-2	14:39:33	582
3	E3-01-2	P1329701-2	14:18:46	508
	E3-02-2	P1329702-2	14:27:52	656
	E3-03-2	P1329703-2	14:39:35	581
4	E4-01-2	Sot29701-2	14:18:47	509
	E4-02-2	Sot29702-2	14:27:53	656
	E4-03-2	Sot29703-2	14:39:36	581
5	E5-01-2	P629701-2	14:18:48	508
	E5-02-2	P629702-2	14:27:54	656
	E5-03-2	P629703-2	14:39:37	581
6	E6-01-2	GAM29701-2	14:18:42	508
	E6-02-2	GAM29702-2	14:27:48	656
	E6-03-2	GAM29703-2	14:39:31	582

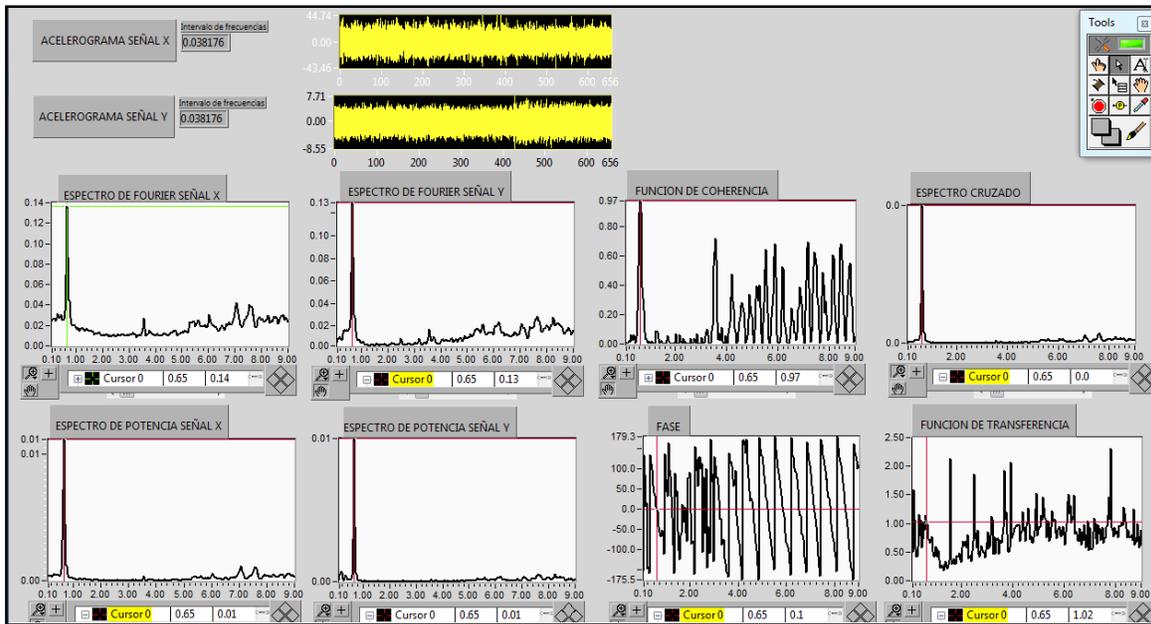


Figura C20 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección transversal. Registro 2. Frecuencia 0.65 Hz

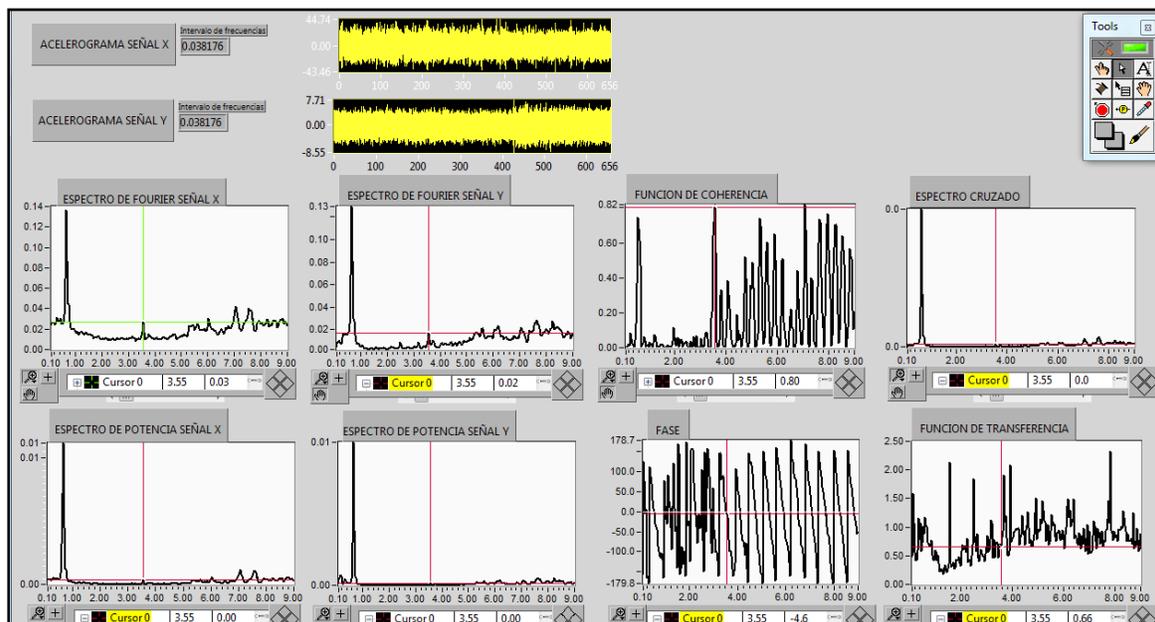


Figura C21 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección transversal. Registro 2. Frecuencia 3.55 Hz

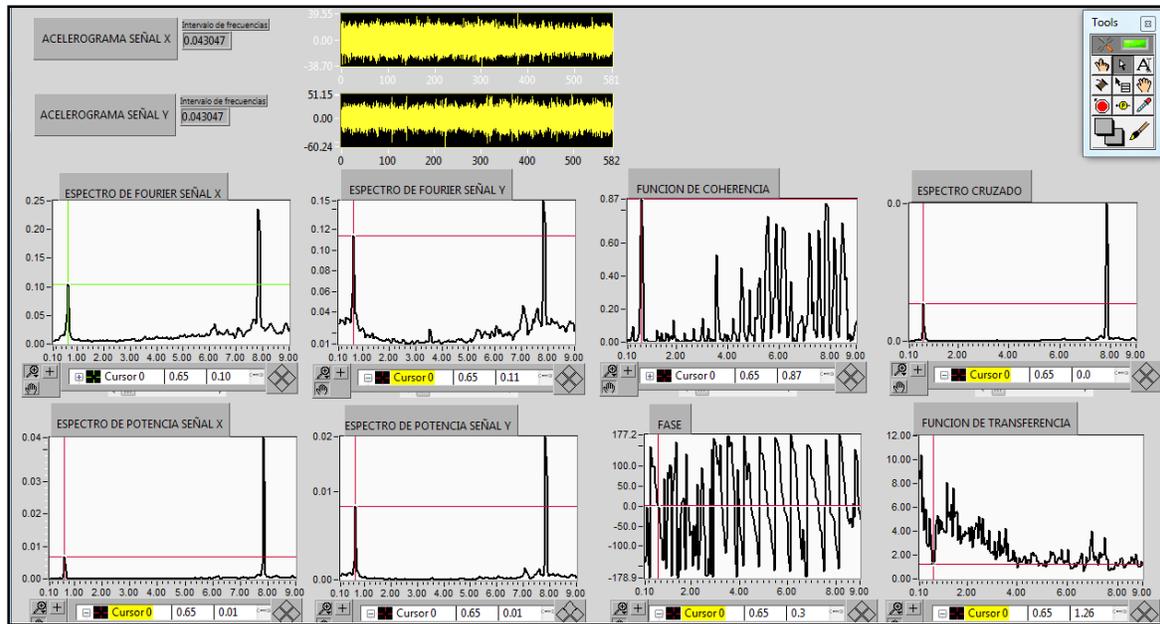


Figura C22 Arreglo 2. Equipos 4 y 2 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 0.65 Hz

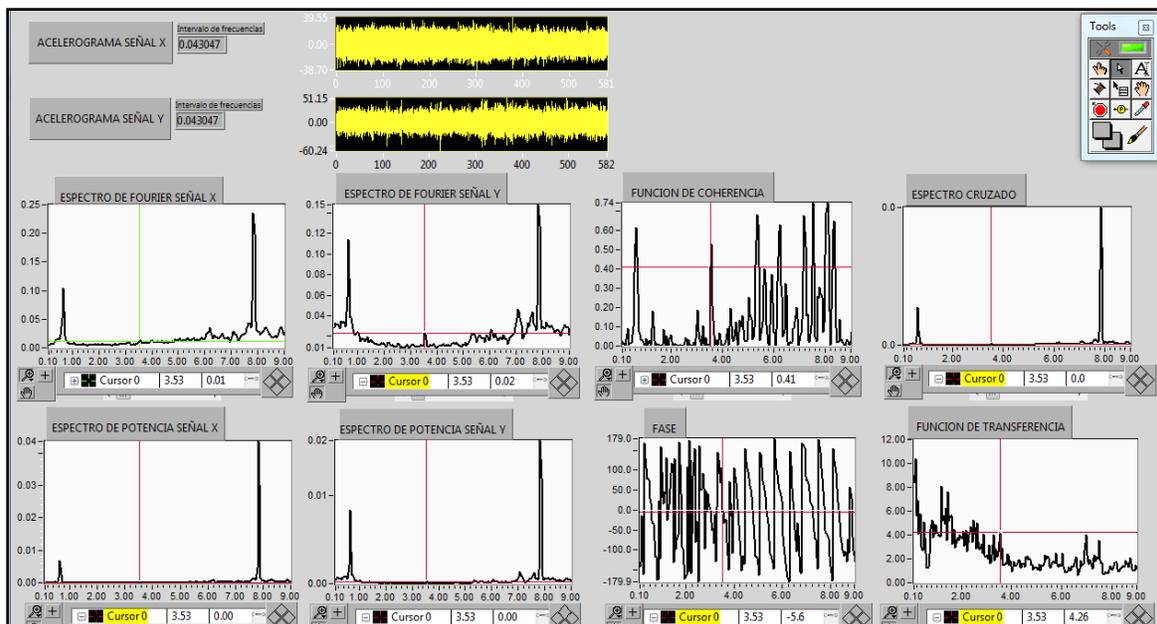


Figura C23 Arreglo 2. Equipos 4 y 2 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 3.53 Hz

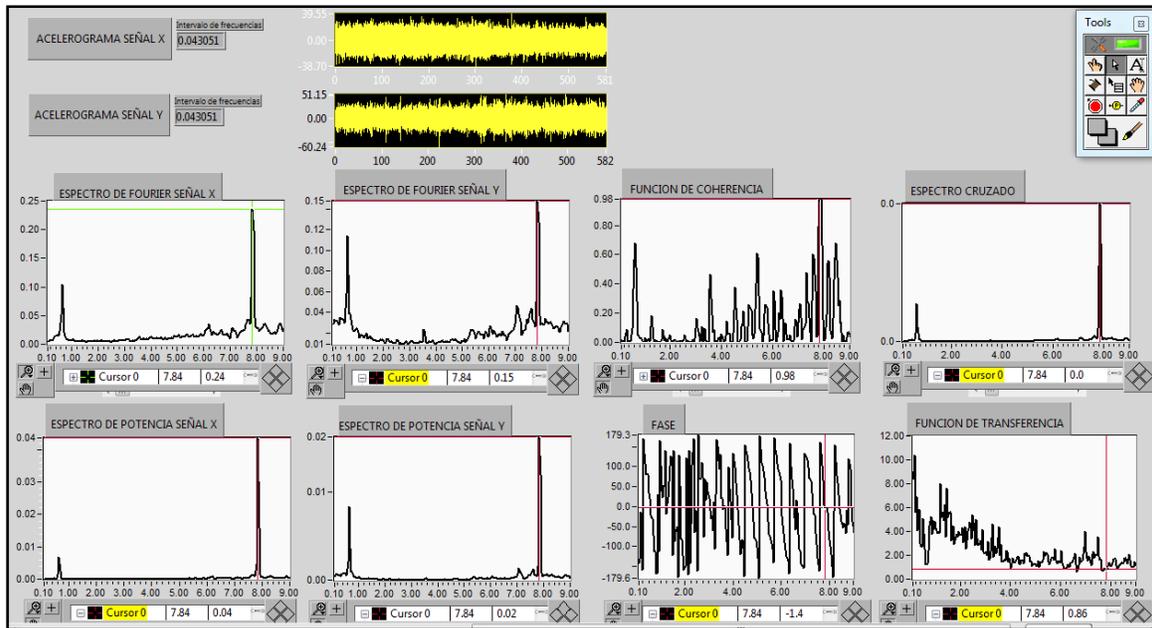


Figura C24 Arreglo 2. Equipos 4 y 2 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 7.84 Hz

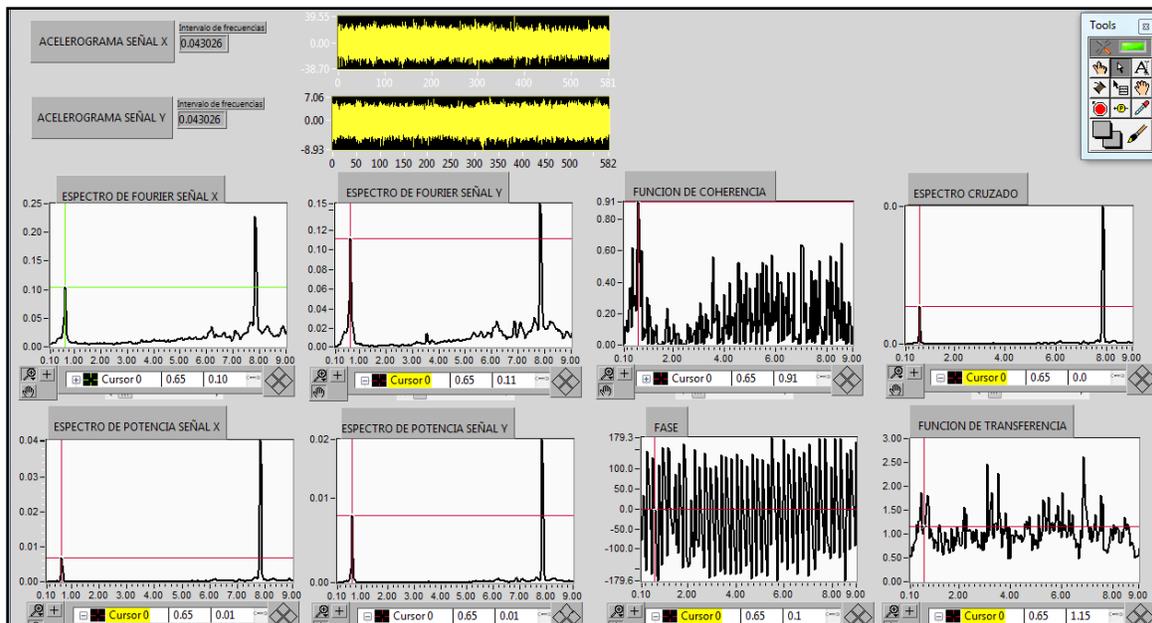


Figura C25 Arreglo 2. Equipos 4 y 6 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 0.65 Hz

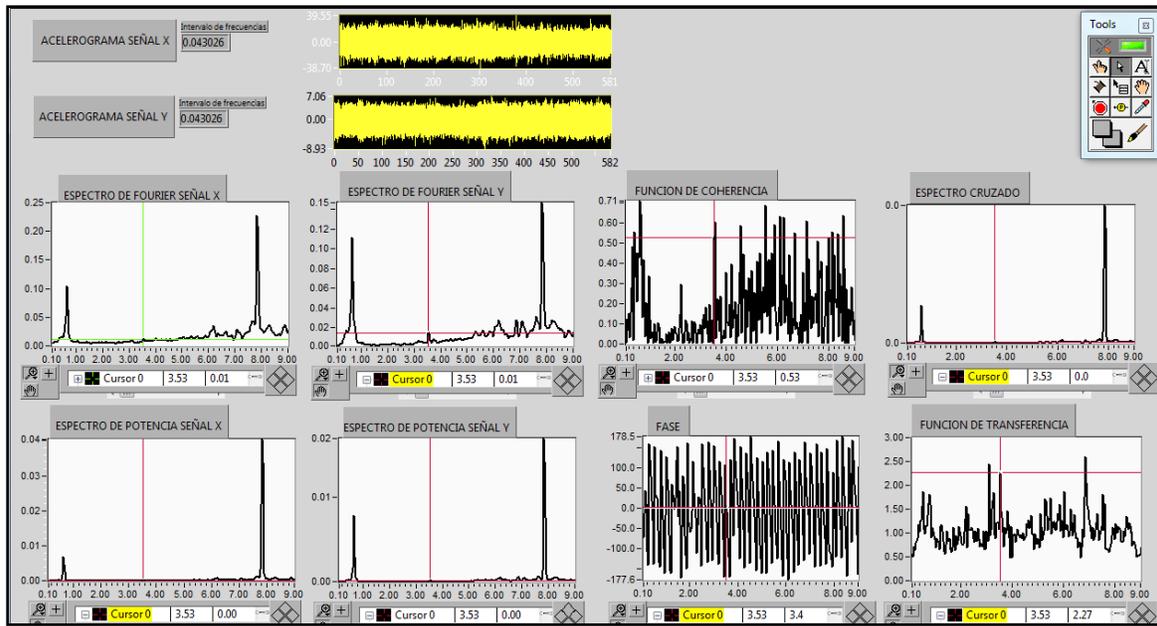


Figura C26 Arreglo 2. Equipos 4 y 6 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 3.53 Hz

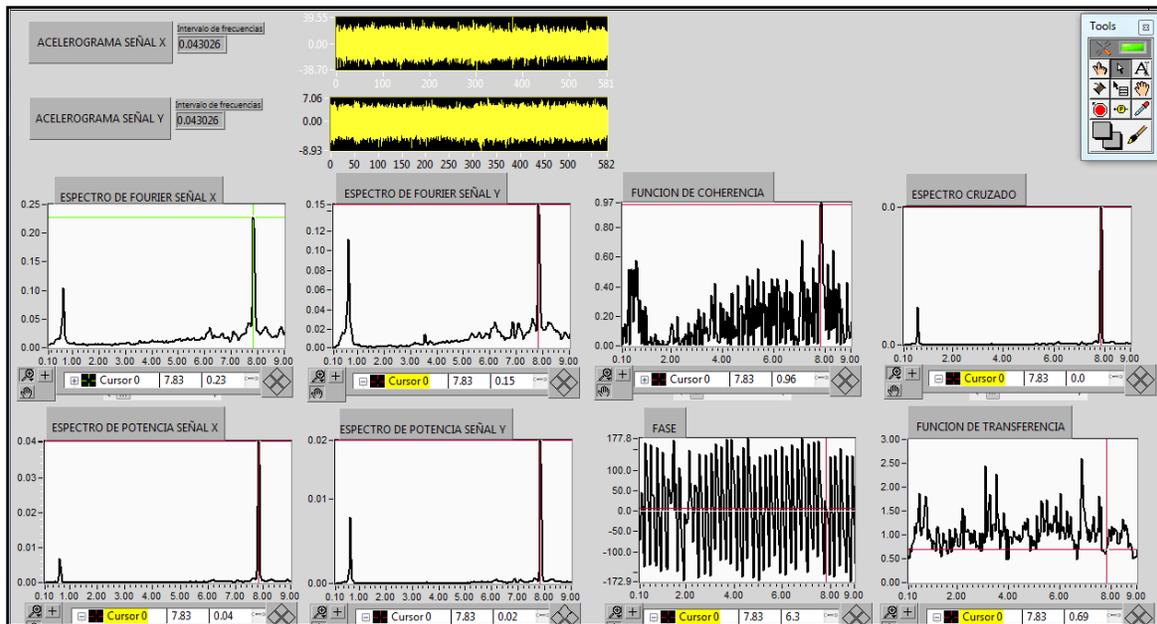


Figura C27 Arreglo 2. Equipos 4 y 6 dirección transversal. Registro 3. Frecuencia 7.83 Hz

ARREGLO 2
DIRECCIÓN VERTICAL

Arreglo 2				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-01-2	Aes29701-2	14:18:44	507
	E1-02-2	Aes29702-2	14:27:50	656
	E1-03-2	Aes29703-2	14:39:32	582
2	E2-01-2	AEX29701-2	14:18:45	507
	E2-02-2	AEX29702-2	14:27:51	656
	E2-03-2	AEX29703-2	14:39:33	582
3	E3-01-2	P1329701-2	14:18:46	508
	E3-02-2	P1329702-2	14:27:52	656
	E3-03-2	P1329703-2	14:39:35	581
4	E4-01-2	Sot29701-2	14:18:47	509
	E4-02-2	Sot29702-2	14:27:53	656
	E4-03-2	Sot29703-2	14:39:36	581
5	E5-01-2	P629701-2	14:18:48	508
	E5-02-2	P629702-2	14:27:54	656
	E5-03-2	P629703-2	14:39:37	581
6	E6-01-2	GAM29701-2	14:18:42	508
	E6-02-2	GAM29702-2	14:27:48	656
	E6-03-2	GAM29703-2	14:39:31	582

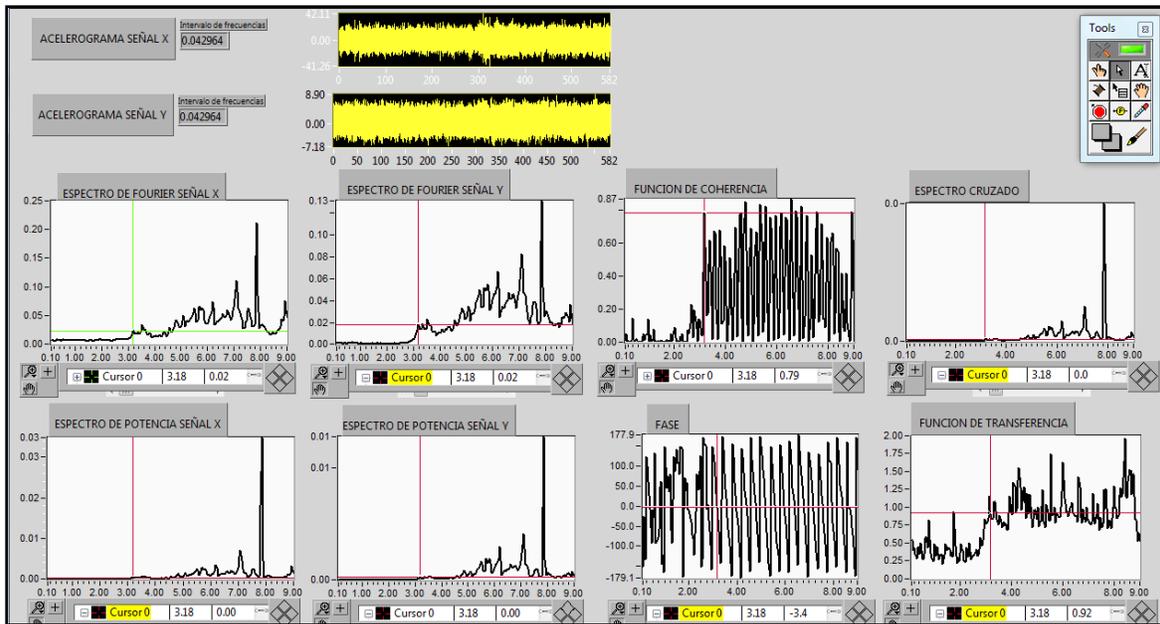


Figura C28 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección vertical. Registro 3. Frecuencia 3.18 Hz

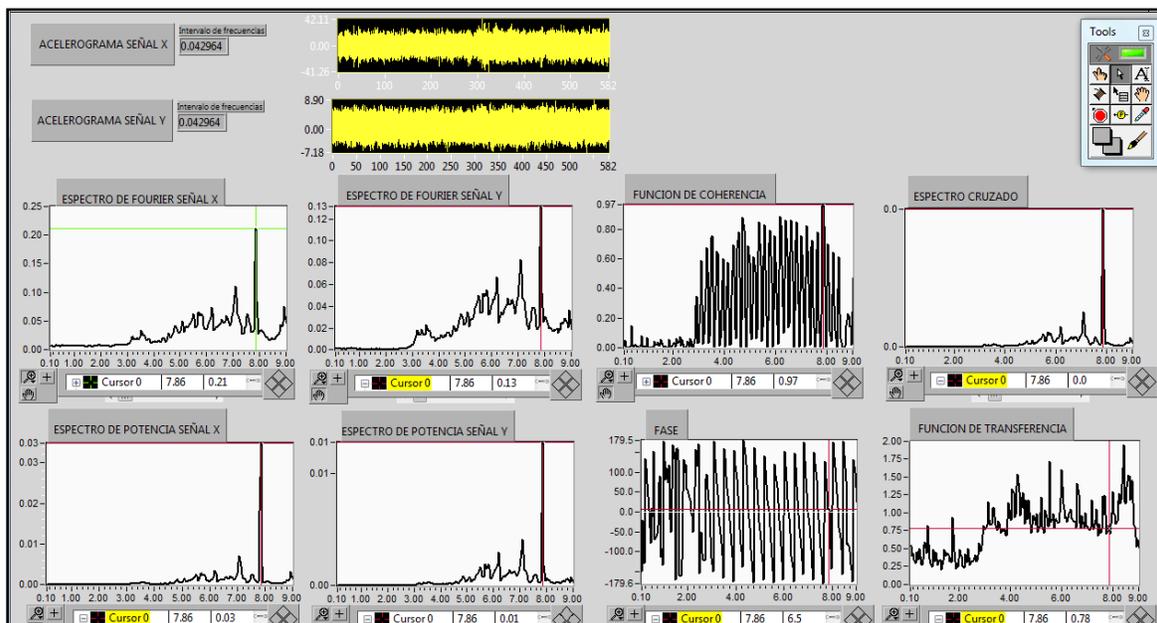


Figura C29 Arreglo 2. Equipos 2 y 6 dirección vertical. Registro 3. Frecuencia 7.86 Hz

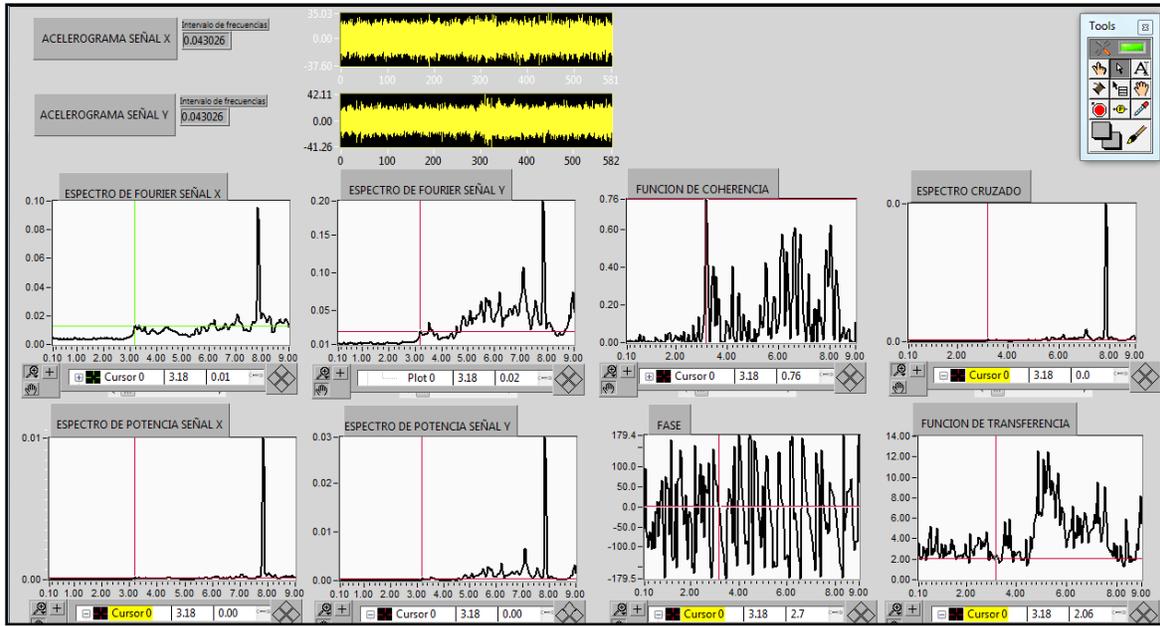


Figura C30 Arreglo 2. Equipos 4 (columna) y 2 (larguero) dirección vertical. Registro 3. Frecuencia 3.18 Hz

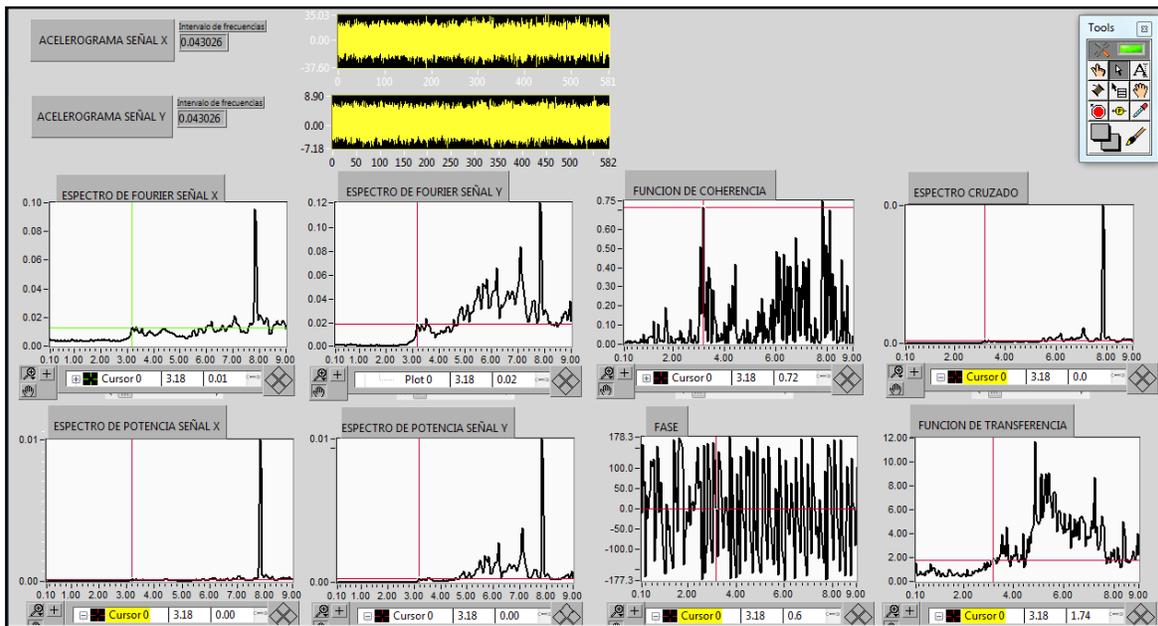


Figura C31 Arreglo 2. Equipos 4 (columna) y 6 (larguero) dirección vertical. Registro 3. Frecuencia 3.18 Hz

ARREGLO 3
DIRECCIÓN LONGITUDINAL

Arreglo 3				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-06-3	Aes29706-3	15:50:32	582
	E1-07-3	Aes29707-3	16:01:06	586
	E1-08-3	Aes29708-3	16:11:27	581
2	E2-06-3	AEX29706-3	15:50:33	583
	E2-07-3	AEX29707-3	16:01:07	586
	E2-08-3	AEX29708-3	16:11:28	581
3	E3-06-3	P1329706-3	15:50:34	583
	E3-07-3	P1329707-3	16:01:09	585
	E3-08-3	P1329708-3	16:11:30	581
4	E4-06-3	Sot29706-3	15:50:37	581
	E4-07-3	Sot29707-3	16:01:10	586
	E4-08-3	Sot29708-3	16:11:31	582
5	E5-06-3	P629706-3	15:50:39	581
	E5-07-3	P629707-3	16:01:12	586
	E5-08-3	P629708-3	16:11:33	582
6	E6-06-3	GAM29706-3	15:50:32	582
	E6-07-3	GAM29707-3	16:01:06	586
	E6-08-3	GAM29708-3	16:11:26	582

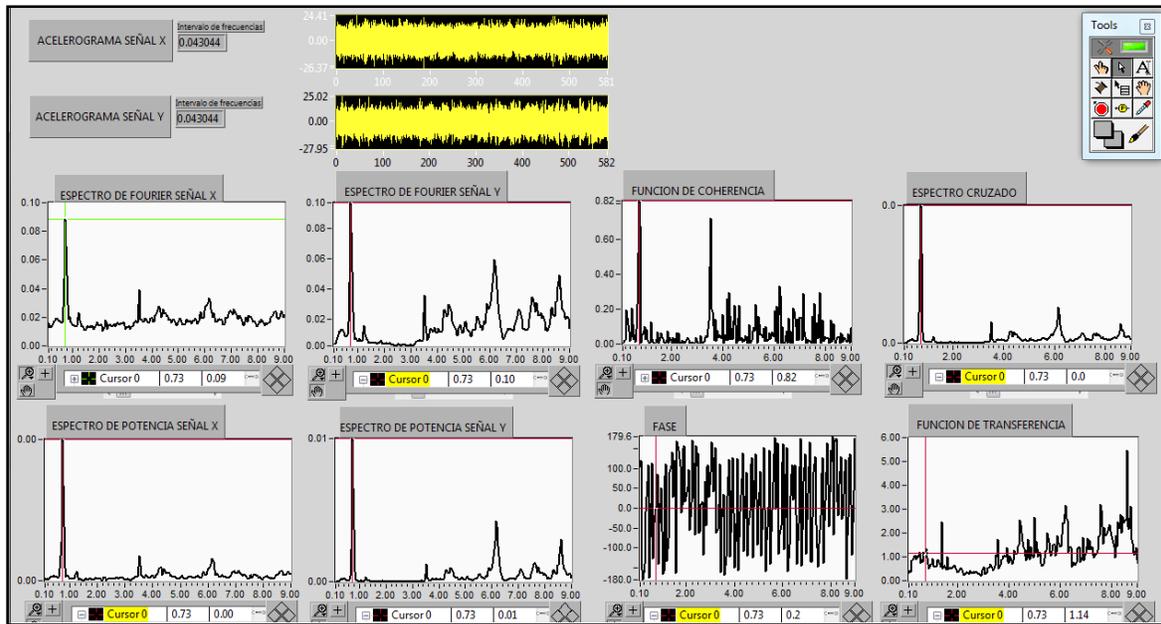


Figura C32 Arreglo 3. Estación 1(columna) y Estación 4 (voladizo). Registro 8. Dirección longitudinal Frecuencia 0.73 Hz

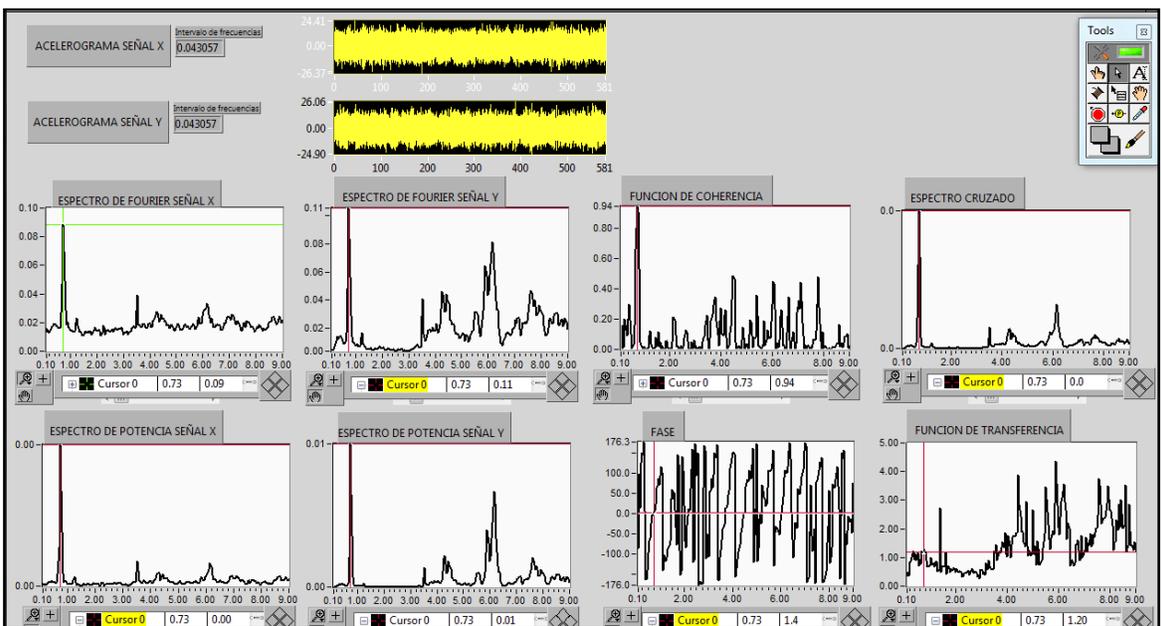


Figura C33 Arreglo 3. Estación 1(columna) y Estación 2 (voladizo). Registro 8. Dirección longitudinal Frecuencia 0.73 Hz

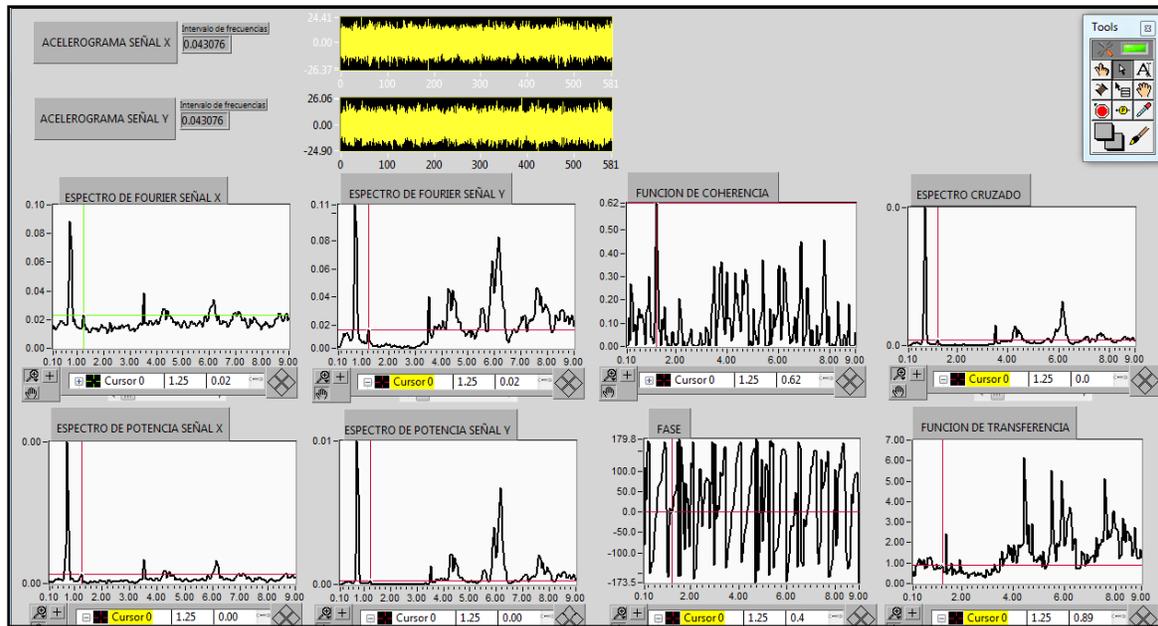


Figura C34 Arreglo 3. Estación 1(columna) y Estación 2 (voladizo). Registro 8. Dirección longitudinal Frecuencia 1.25 Hz

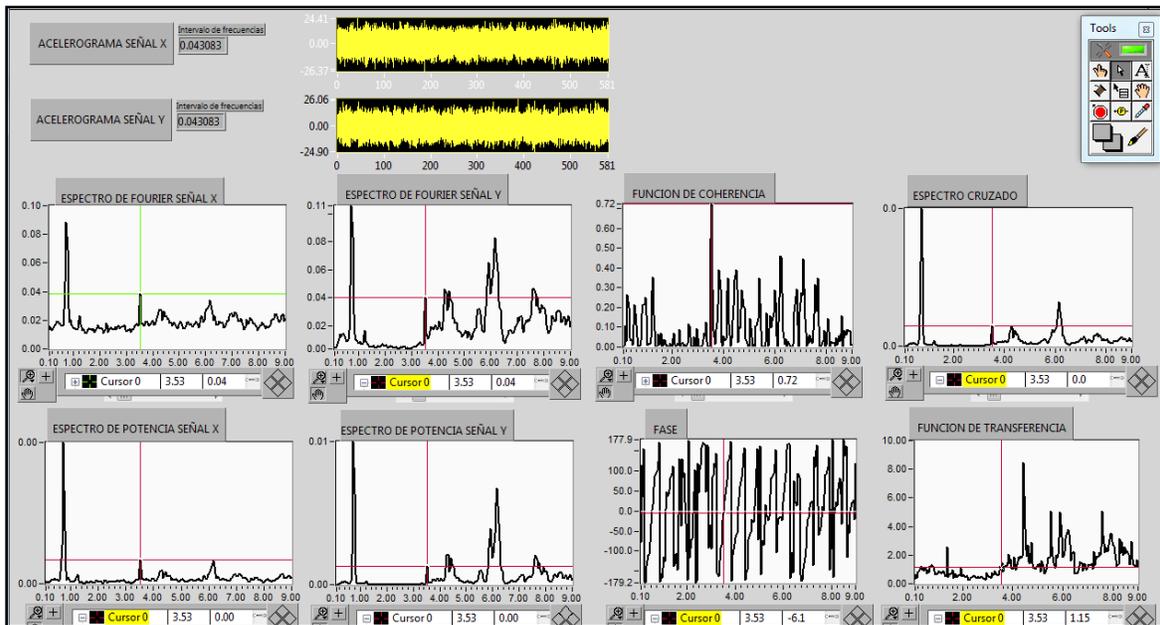


Figura C35 Arreglo 3. Estación 1(columna) y Estación 2 (voladizo). Registro 8. Dirección longitudinal Frecuencia 3.53 Hz

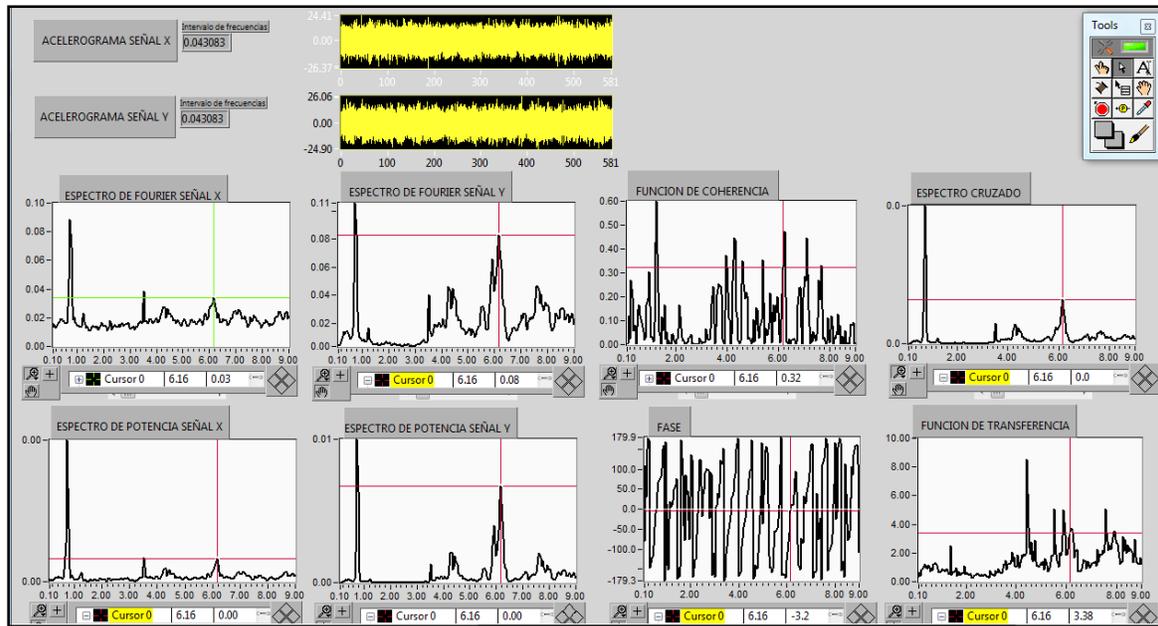


Figura C36 Arreglo 3. Estación 1(columna) y Estación 2 (voladizo). Registro 8. Dirección longitudinal Frecuencia 6.16 Hz

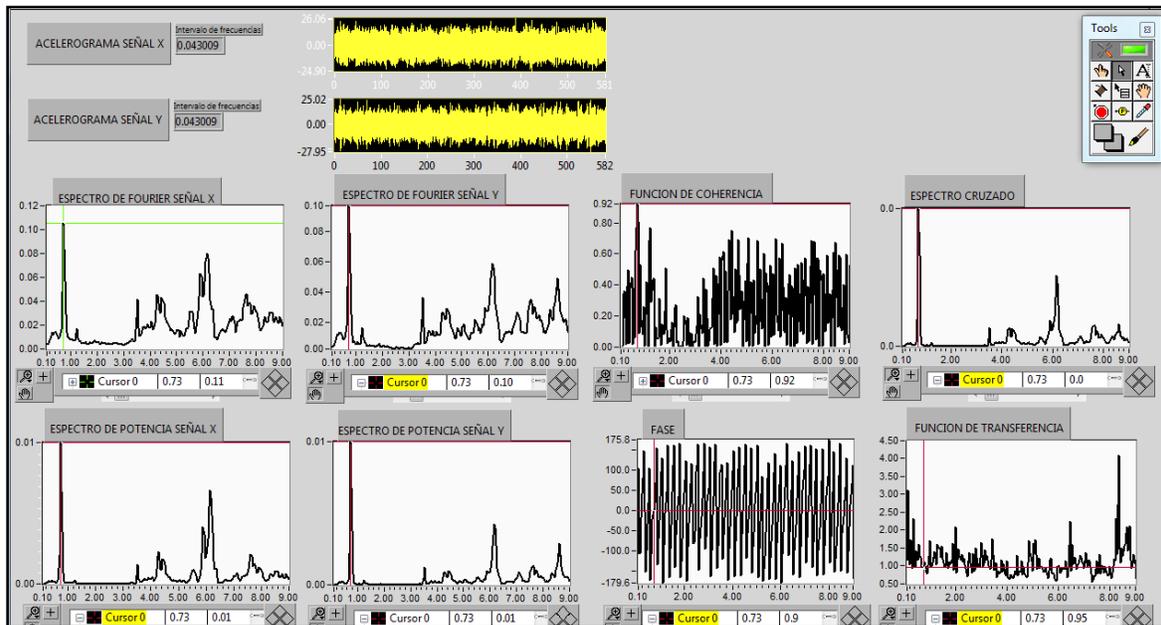


Figura C37 Arreglo 3. Estación 2(voladizo) y Estación 4 (voladizo). Registro 8. Dirección longitudinal Frecuencia 0.73 Hz

ARREGLO 3

DIRECCIÓN TRANSVERSAL

Arreglo 3				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-06-3	Aes29706-3	15:50:32	582
	E1-07-3	Aes29707-3	16:01:06	586
	E1-08-3	Aes29708-3	16:11:27	581
2	E2-06-3	AEX29706-3	15:50:33	583
	E2-07-3	AEX29707-3	16:01:07	586
	E2-08-3	AEX29708-3	16:11:28	581
3	E3-06-3	P1329706-3	15:50:34	583
	E3-07-3	P1329707-3	16:01:09	585
	E3-08-3	P1329708-3	16:11:30	581
4	E4-06-3	Sot29706-3	15:50:37	581
	E4-07-3	Sot29707-3	16:01:10	586
	E4-08-3	Sot29708-3	16:11:31	582
5	E5-06-3	P629706-3	15:50:39	581
	E5-07-3	P629707-3	16:01:12	586
	E5-08-3	P629708-3	16:11:33	582
6	E6-06-3	GAM29706-3	15:50:32	582
	E6-07-3	GAM29707-3	16:01:06	586
	E6-08-3	GAM29708-3	16:11:26	582

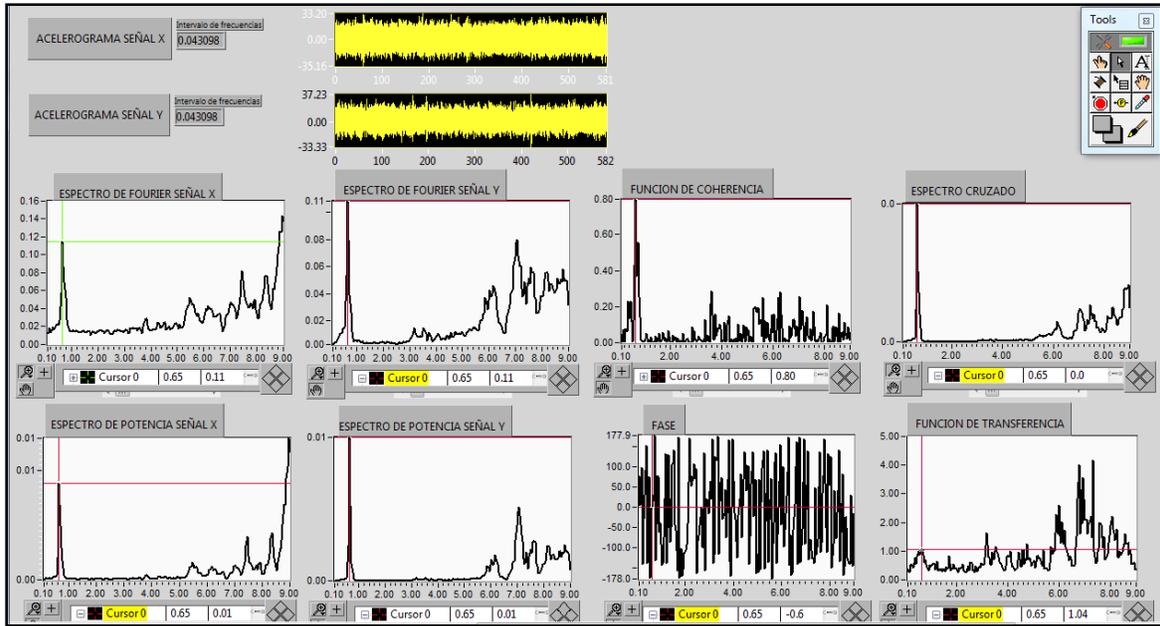


Figura C38 Arreglo 3. Estación 1(columna) y Estación 4 (voladizo). Registro 8. Dirección transversal Frecuencia 0.65 Hz

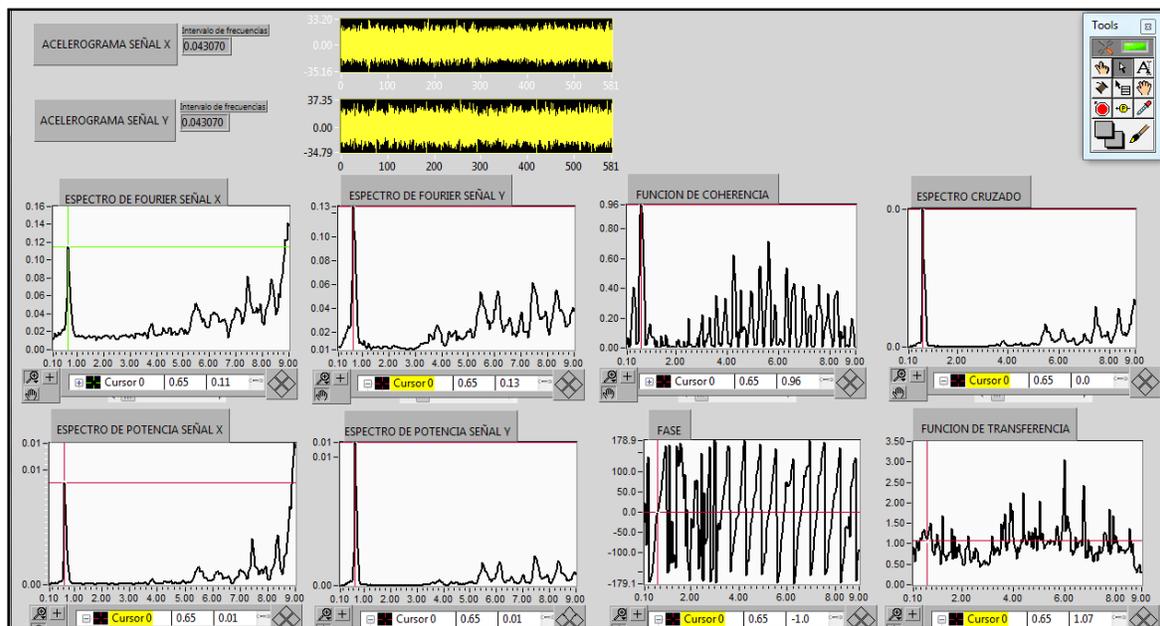


Figura C39 Arreglo 3. Estación 1(columna) y Estación 2 (voladizo). Registro 8. Dirección transversal Frecuencia 0.65 Hz

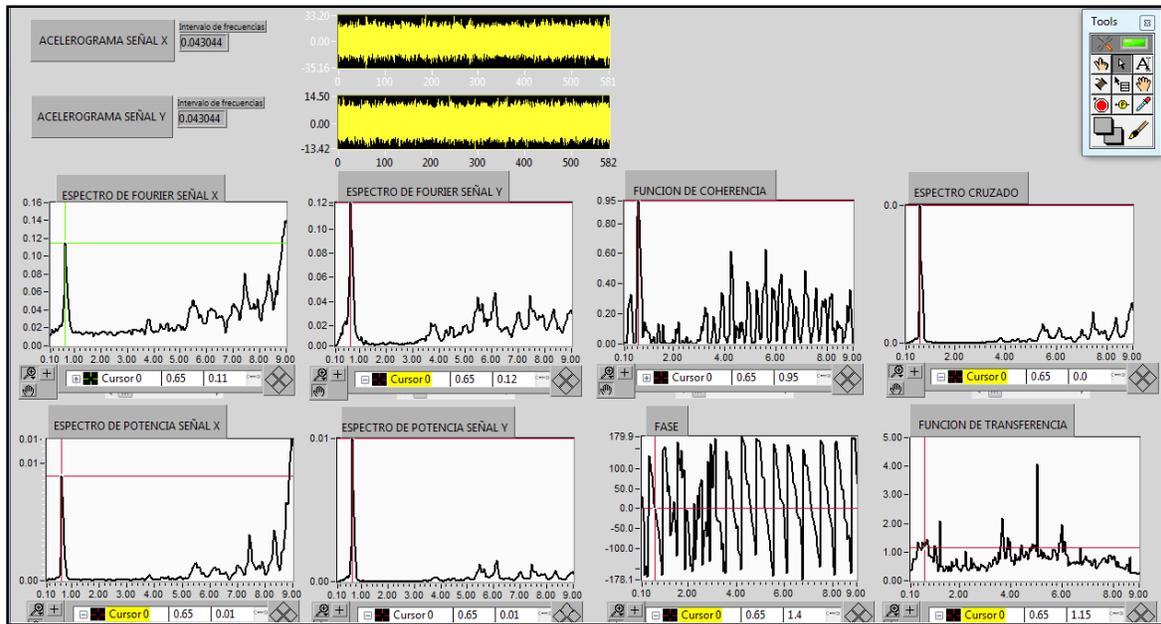


Figura C40 Arreglo 3. Estación 1(columna) y Estación 6 (voladizo). Registro 8. Dirección transversal Frecuencia 0.65 Hz

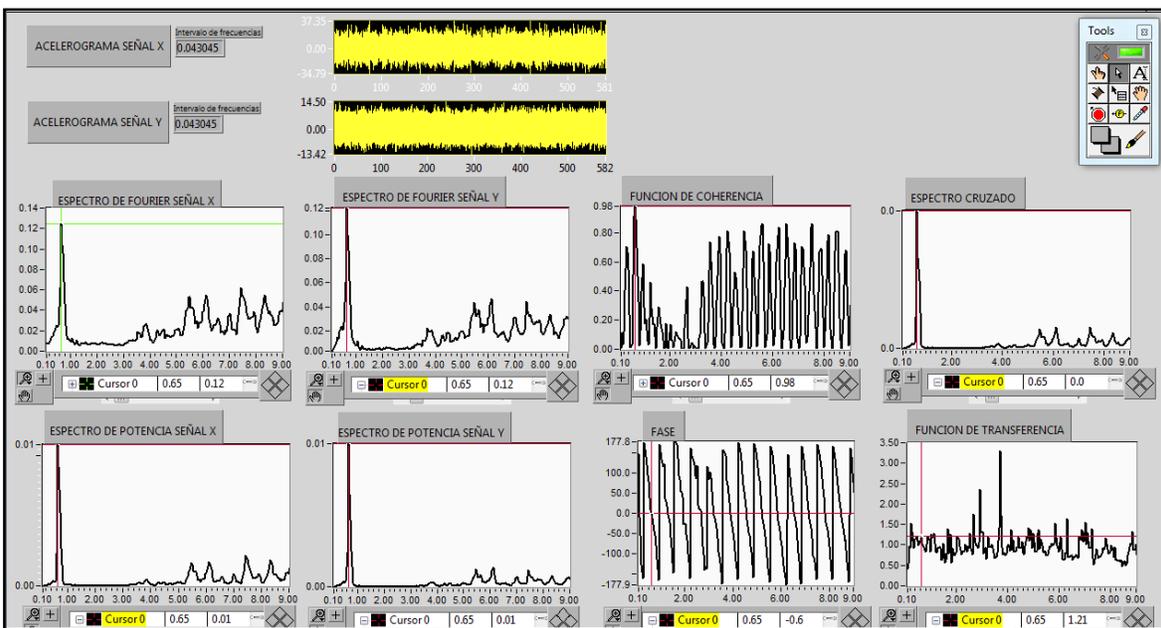


Figura C41 Arreglo 3. Estación 2(voladizo) y Estación 6 (voladizo). Registro 8. Dirección transversal Frecuencia 0.65 Hz

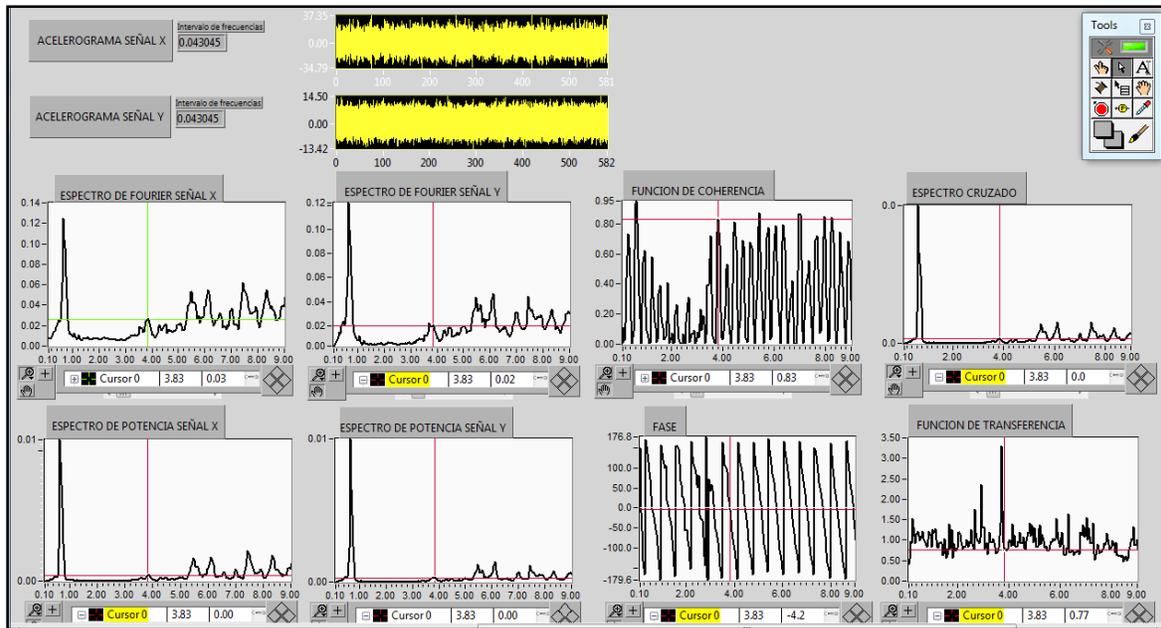


Figura C42 Arreglo 3. Estación 2(voladizo) y Estación 6 (voladizo). Registro 8. Dirección transversal Frecuencia 3.83 Hz

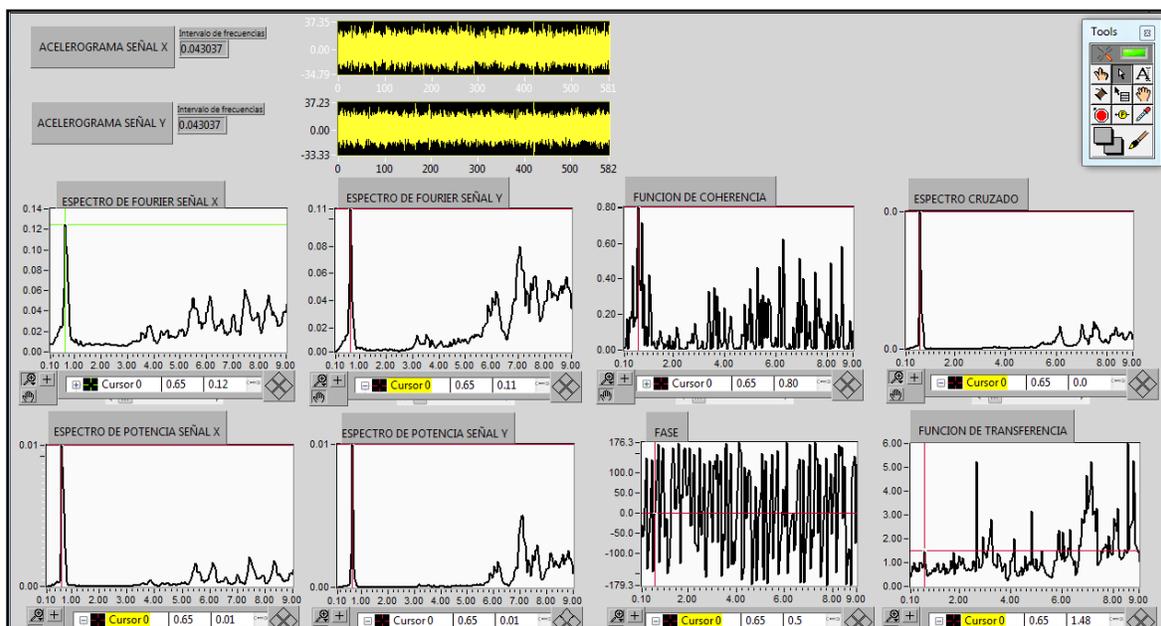


Figura C43 Arreglo 3. Estación 2(voladizo) y Estación 4 (voladizo). Registro 8. Dirección transversal Frecuencia 0.65 Hz

ARREGLO 3

DIRECCIÓN VERTICAL

Arreglo 3				
No de equipo	Nombre actualizado del registro	Nombre original del registro	Hora de inicio	Duración (seg)
1	E1-06-3	Aes29706-3	15:50:32	582
	E1-07-3	Aes29707-3	16:01:06	586
	E1-08-3	Aes29708-3	16:11:27	581
2	E2-06-3	AEX29706-3	15:50:33	583
	E2-07-3	AEX29707-3	16:01:07	586
	E2-08-3	AEX29708-3	16:11:28	581
3	E3-06-3	P1329706-3	15:50:34	583
	E3-07-3	P1329707-3	16:01:09	585
	E3-08-3	P1329708-3	16:11:30	581
4	E4-06-3	Sot29706-3	15:50:37	581
	E4-07-3	Sot29707-3	16:01:10	586
	E4-08-3	Sot29708-3	16:11:31	582
5	E5-06-3	P629706-3	15:50:39	581
	E5-07-3	P629707-3	16:01:12	586
	E5-08-3	P629708-3	16:11:33	582
6	E6-06-3	GAM29706-3	15:50:32	582
	E6-07-3	GAM29707-3	16:01:06	586
	E6-08-3	GAM29708-3	16:11:26	582

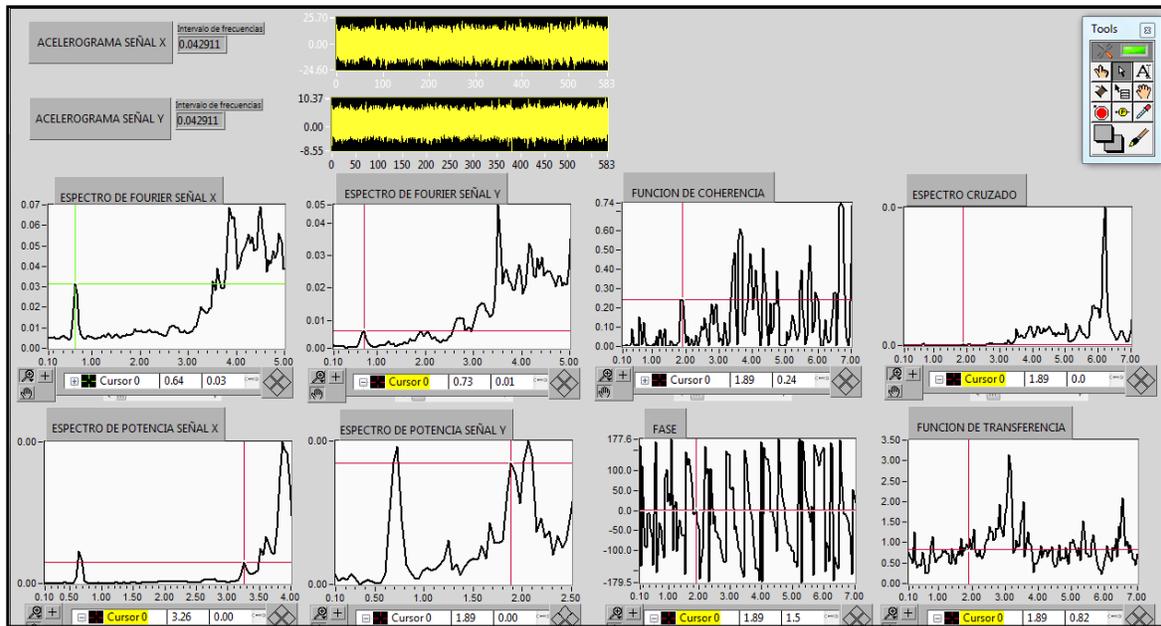


Figura C44 Arreglo 3. Estación 2(voladizo) y Estación 6 (voladizo). Registro 6. Dirección Vertical Frecuencia 1.89 Hz

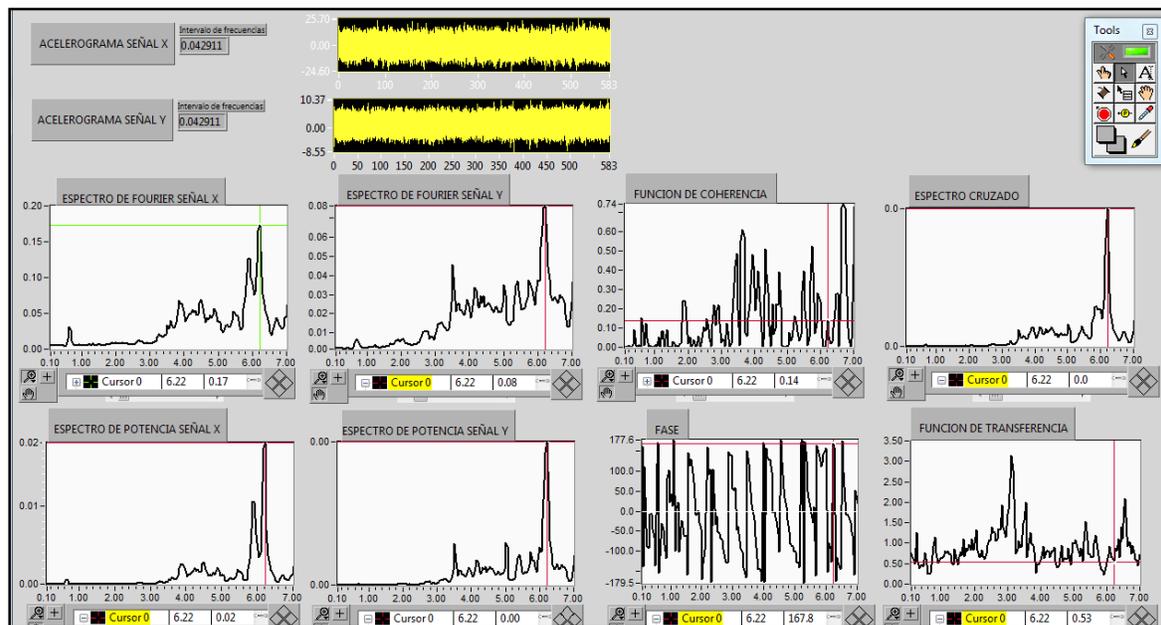


Figura C45 Arreglo 3. Estación 2(voladizo) y Estación 6 (voladizo). Registro 6. Dirección Vertical Frecuencia 6.22 Hz

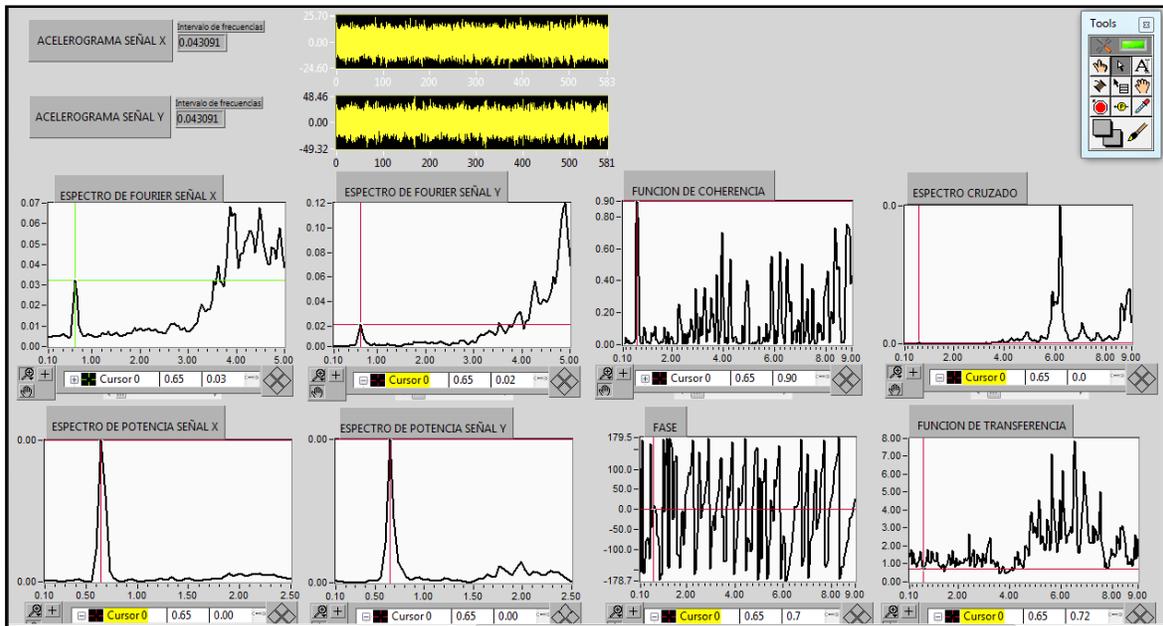


Figura C46 Arreglo 3. Estación 2(voladizo) y Estación 4 (voladizo). Registro 6. Dirección Vertical Frecuencia 0.65 Hz

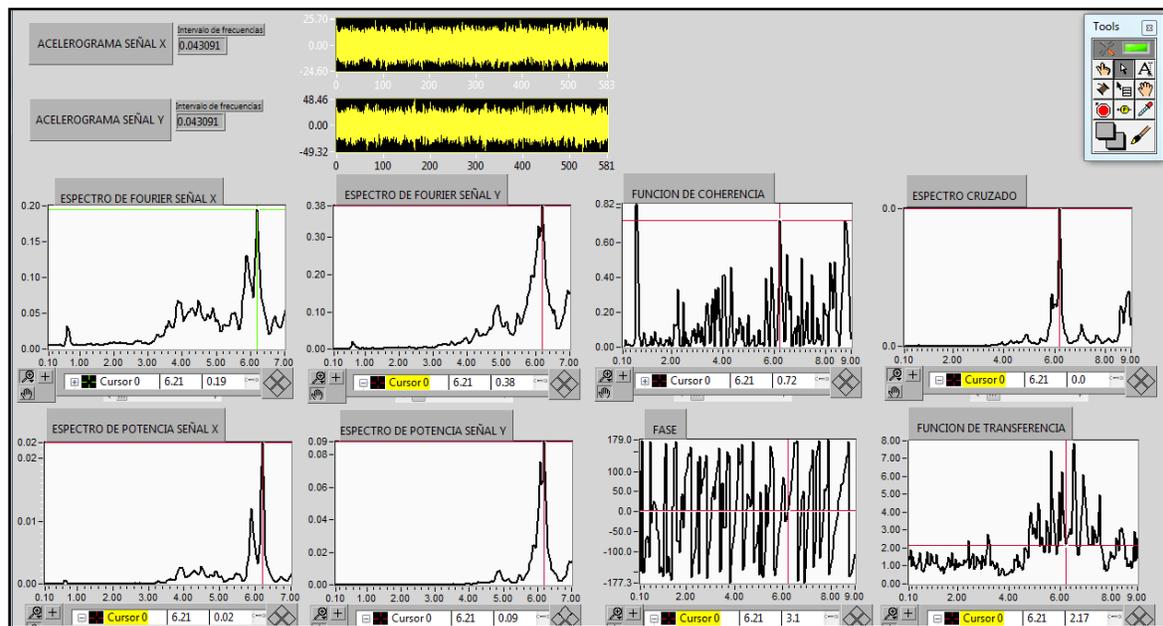


Figura C47 Arreglo 3. Estación 2(voladizo) y Estación 4 (voladizo). Registro 6. Dirección Vertical Frecuencia 6.21 Hz