



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

**USO DE MASAS SÓLIDAS RESONANTES PARA
CONTROLAR VIBRACIONES INDUCIDAS POR
VIENTO TURBULENTO EN EDIFICIOS ESBELTOS**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS
P R E S E N T A :

JOSÉ LUIS ESPINOSA MÉNDEZ

TUTORES:

**DR. ADRIÁN POZOS ESTRADA
DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ**



Agosto del 2011

JURADO ASIGNADO:

Presidente:

Dr. Gómez Martínez Roberto

Secretario:

Dr. Escobar Sánchez José Alberto

Vocal:

Dr. Pozos Estrada Adrián

1^{er.} Suplente:

Dr. Díaz López Orlando Javier

2^{do.} Suplente:

M. I. Mendoza Escobedo Carlos Javier

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTORES DE TESIS:

DR. ADRIÁN POZOS ESTRADA

DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ

RESÚMEN

Esta Tesis tiene como principal objetivo llevar a cabo un análisis paramétrico de estructuras con masas sólidas resonantes e identificar los parámetros óptimos de diseño. Para los análisis, se elaboró un modelo simplificado de un edificio, con tres grados de libertad (i.e., dos translaciones y torsión), sometido a cargas de viento caracterizadas con funciones de densidad de potencia espectral de viento turbulento. Además se presenta el diseño conceptual de un dispositivo compuesto por múltiples péndulos para reducir la respuesta de una estructura esbelta sometida a las fuerzas del viento. Para los análisis, se elaboró un modelo de elemento finito tridimensional. Los resultados del análisis muestran que la efectividad de las masas resonantes para reducir los efectos eólicos es adecuada.

ABSTRACT

The main objective of this thesis is to conduct a parametrical analysis of structures with tuned mass dampers and identify the optimal design parameters. For the analysis a three dimensional simplified building model(i.e., two translations and torsion) was developed subjected to wind loads characterized with features of spectral power density of turbulent wind. It also presents the conceptual design of a device composed of multiple pendulums to reduce the response of a slender structure under wind forces. For the analysis, a three-dimensional finite element model was performed. The results of the analysis show that the effectiveness of the tuned mass dampers to reduce wind effects is adequate.

ÍNDICE

1 INTRODUCCIÓN	1
2 ANTECEDENTES	2
2.1 Edificios sensibles al viento	2
2.2 Descripción del viento (campo fluido)	4
2.2.1 Conceptos básicos para caracterizar el viento	5
2.2.2 El viento en las estructuras	5
2.2.3 Modelos numéricos	6
2.3 Control de vibraciones	8
2.3.1 Soluciones para reducir las vibraciones por el viento	9
2.3.1.1 Sistemas pasivos	10
2.3.1.2 Diseño aerodinámico	11
2.3.1.3 Diseño estructural	13
2.3.1.4 Cargas paralelas a la acción del viento debidas a la turbulencia	16
2.3.1.5 Cargas perpendiculares a la acción del viento en edificios esbeltos	17
2.4 Mecanismo de amortiguamiento auxiliar	17
2.4.1 Amortiguadores pasivos	18
2.4.2.1 Amortiguadores viscoelásticos	18
2.4.1.2 Amortiguadores de fluidos viscosos	19
2.4.1.3 Masas sólidas resonantes	20
2.4.1.4 Masas líquidas resonantes	24
2.4.2. Sistemas activos y semiactivos	30
2.4.2.1 Amortiguadores de masas activas	30
2.4.2.2 Giro estabilizador activo	32
2.4.3. Amortiguador de masas híbrido	34
2.4.4. Amortiguador magneto-reológicos felectro-reológicos	36
3 VIBRACIÓN ALEATORIA	37
3.1 Conceptos básicos de vibración aleatoria	37

3.1.1	Función de densidad de probabilidad	37
3.1.2	Promedios de ensamble	38
3.1.3	Función de auto correlación	41
3.1.4	Función de correlación cruzada	42
3.1.5	Función de densidad espectral	43
3.1.6	Procesos aleatorios de banda ancha y banda angosta	45
3.1.7	Función de densidad espectral de un proceso derivado	45
3.2	Caracterización del viento turbulento	48
3.2.1	Viento turbulento	49
3.2.2	Modelación matemática del viento turbulento	49
3.2.3	Velocidad media del viento-perfil del viento	50
3.2.4	Perfil logarítmico	51
3.2.5	Perfil ley de potencia	52
3.2.6	Longitud de rugosidad	52
3.2.7	Cambio de rugosidad y elevación	53
3.2.8	Intensidad de turbulencia	54
3.2.9	Escala de tiempo y longitud	55
3.2.10	Función de densidad de potencia espectral del viento turbulento	57
3.2.11	Funciones de densidad de potencia espectral más comunes	58
3.2.12	Función de densidad de potencia espectral para los componentes ortogonales de la velocidad turbulenta del viento	60
3.2.13	Correlación entre dos puntos en turbulencia	60
3.2.14	Valor pico de la respuesta	63
4	MASAS SOLIDAS RESONANTES PARA CONTROL DE VIBRACIONES INDUCIDAS POR VIENTO TURBULENTO	64
4.1	Reducción de vibraciones inducidas por viento en un edificio esbelto	64
4.1.1	Descripción general del sistema estructural	65
4.1.2	Simulación de las fuerzas del viento	69
4.1.3	Análisis paramétrico y presentación de resultados	72

4.1.4 Determinación de los parámetros óptimos	73
4.1.5 Comentarios	91
4.2 Reducción de vibraciones inducidas por viento turbulento en una estructura esbelta, utilizando masas sólidas resonantes tipo péndulo	92
4.1.1 Descripción general del sistema estructural	93
4.2.2 Descripción del modelo matemático	96
4.2.2.1 Modelación tridimensional del sistema estructural	96
4.2.2.2 Caracterización de fuerzas aleatorias inducidas por viento	99
4.2.2.3 Modelación tridimensional del sistema estructura-Masa Sólida Resonante tipo Péndulo	102
4.2.3 Análisis paramétrico e identificación de valores óptimos de la MSRP	107
4.2.4 Comentarios	123
 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	 125
 REFERENCIAS	 127
 APÉNDICE A	 134
A.1 Métodos de simulación de fuerzas de viento, para un sistema dinámico equivalente de tres grados de libertad (X,Y, θ)	134
A.2 Simulación de fuerzas de viento con un Modelo auto-regresivo de Media Móvil en el Tiempo.	138
A.2.1 Respuesta inducida por carga aleatoria en un sistema de un grado de libertad en el dominio de la frecuencia	140
A.3 Derivación de las ecuaciones para los Coeficientes de Amortiguamiento Visco Elástico No Lineal o de Potencia	144
A.4 Forma explícita de la ecuación de movimiento 4.1	148
 APÉNDICE B	 149
B.1 Diseño conceptual de la masa solidad resonante tipo péndulo	149

1 INTRODUCCIÓN

El uso de disipadores pasivos de energía para mitigar los efectos del viento se ha popularizado. En la actualidad, existe una gran variedad de estos dispositivos exitosamente implementados en edificios sensibles al viento. Un tipo de disipador pasivo es la llamada masa sólida resonante (MSR), la cual presenta varias ventajas entre las cuales se pueden mencionar: diseño simple, confiabilidad y bajo costo de mantenimiento. Con la finalidad de coadyuvar en el desarrollo analítico y matemático del uso de MSR en estructuras sensibles al viento, el objetivo principal de este trabajo es explorar el potencial y las limitaciones prácticas del uso de MSR en edificios esbeltos para controlar vibraciones inducidas por viento turbulento. En el capítulo 2 se presenta una revisión de la literatura de los efectos del viento turbulento en estructuras sensibles al viento y algunas medidas de mitigación para controlar dichas vibraciones. Algunos conceptos básicos de la teoría de vibración aleatoria, útiles para el estudio del viento sobre las estructuras, son presentados en el capítulo 3, en el cual también se elabora una descripción matemática del fenómeno de turbulencia atmosférica. Los conceptos que se introducen en este capítulo se emplean en capítulos posteriores.

El capítulo 4 muestra los análisis llevados a cabo para explorar el potencial y limitaciones de las MSR. Se presentan dos ejemplos prácticos del uso de MSR para mitigar la respuesta debida al viento turbulento. En el primer ejemplo se muestra la efectividad de una sola MSR, configurada con amortiguadores viscosos lineales y no lineales, para reducir la respuesta de un edificio en tres dimensiones. Esto se realiza utilizando un modelo dinámico equivalente de seis grados de libertad sometido a fuerzas del viento simuladas. Los resultados muestran los valores óptimos para sintonizar la MSR, para diferentes correlaciones entre las historias de fuerzas inducidas por el viento.

En el segundo ejemplo de aplicación se muestra la efectividad de las MSR para reducir las vibraciones en una estructura esbelta. Se consideran MSR tipo péndulo con rigidez de cable y amortiguamiento viscoso lineal. Las derivaciones matemáticas desarrolladas a lo largo de la tesis se presentan en los apéndices.

2 ANTECEDENTES

Mientras las estructuras modernas se diseñan cada vez más altas y flexibles, los problemas ocasionados por los efectos del viento son más relevantes. La acción del viento ha logrado escapar a la ingeniería en errores clásicos a través de la historia, desde los más comunes detrimentos en comodidad de los usuarios, hasta casos singulares de falla.

Para abordar plenamente el problema, se debe considerar una colección diversa de contribuciones. La complejidad y la incertidumbre del campo de viento y su interacción con las estructuras, demandan un enfoque interdisciplinario entre la meteorología, la dinámica de fluidos, la teoría estadística de la turbulencia, dinámica estructural, y los métodos probabilísticos. Además del análisis del fenómeno, las soluciones propuestas al problema del efecto del viento sobre las estructuras son diversas, y dependerán del tipo de estructura, de los costos y del resto de las acciones que puedan ocurrir durante la vida útil de éstas.

En las siguientes secciones se hace una revisión de la literatura con la finalidad de poner en contexto la problemática del efecto del viento sobre estructuras y sus posibles soluciones.

2.1 Edificios sensibles al viento

En México se han construido varios edificios con altura superior a los 200m, en su mayoría en el D.F., Guadalajara y Monterrey, como se ilustra en la Tabla 2.1. En ciudades costeras como Acapulco y Puerto Vallarta, también existen edificios con alturas superiores a los 100m y decenas de edificios con altura superior a los 60m. En general, los sistemas estructurales de los edificios en México, son del tipo marco sismo-resistentes, sin embargo, debido a los nuevos métodos constructivos, estructuras con porcentajes de amortiguamiento bajo y diseños con masa reducida, al aumentar la altura de los edificios se puede esperar un incremento de las fuerzas laterales del viento en relación con las fuerzas del sismo. La respuesta debida al viento puede ser dominante. En estos casos, la carga del viento pudiera considerarse como la principal fuerza horizontal de diseño. Por ejemplo, la torre Landmark de 296m de altura,

Tabla 2.1 Edificios altos en México

Edificio	Altura m	Ubicación	Inicio de construcción
Torre Nacional	350	Zapopan, Jalisco	2005
Torre Reforma	244	México, DF	2008
Torre City Santa Fe II	235	México, DF	2008
Torre Mayor	230	México, DF	2003
Torre Bancomer	225	México, DF	2009
Torre Pemex	214	México, DF	1980
Hotel Riu Guadalajara	214	Guadalajara, Jalisco	2009
Torres M	208	Monterrey, Nuevo León	2008
WTC Ciudad de México	207	México, DF	1972
Torre Punta Reforma	204	México, DF	2008
Torre Altus A.C.	200	México, DF	1998
Torre City Santa Fe II	200	México, DF	2008

en Yokohama, Japón y el World Trade Center de 256m de altura en Osaka, Japón, fueron diseñados principalmente para soportar cargas de viento.

Por otra parte, con mediciones experimentales se ha demostrado que, bajo una carga sísmica asociada a una velocidad del suelo de 25m/s y una carga de viento correspondiente a un período de retorno de 500 años, la carga del viento es mayor que la debida al sismo, cuando la altura del edificio es superior a los 200m en edificios ligeros (con masa moderada), con bases cuadradas de 50m por lado. Una ilustración del experimento realizado se muestra en la Figura 2.1

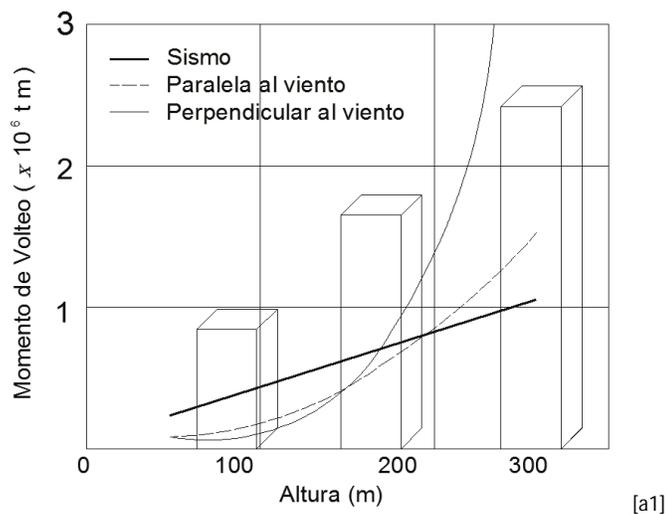


Figura 2.1 Comparación de los efectos del viento y sismo con respecto a la altura de la estructura (después de Kihara et al., 2000)

Además de cuidar que la respuesta del edificio se mantenga en ciertos niveles de seguridad, la comodidad de los ocupantes es una cuestión importante en el diseño de edificios altos. En general, los dos estados límite que se consideran son: el estado límite último y el estado límite de servicio, siendo este último el que domina el diseño de estructuras sensibles al viento en muchas ocasiones. En edificios altos generalmente se utiliza un período de retorno hasta de 500 años, para el estado límite último de diseño. Para el estado límite de servicio, en Japón, se diseña con un periodo de retorno de 1 año. El límite elástico, la deformación límite y el límite de movimiento perceptible tienen que ser considerados en el estado límite de servicio.

2.2 Descripción del viento (Campo fluido)

La descripción más común de la velocidad del viento, dentro de su capa límite (capa dentro de la cual los efectos viscosos son importantes), superpone una componente media del viento, descrita por un perfil de velocidad media, más una componente de velocidad fluctuante. La variación con la altura de la velocidad media del viento, U , puede ser representada por una relación matemática logarítmica o potencial como:

$$U(z) = (u^*/\kappa)\log(z/z_0) \quad [a2] \quad (2.1a)$$

$$\bar{U}(z) = \bar{U}_{ref} \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha \quad (2.1b)$$

donde z representa la altura a la que se calcula la velocidad media del viento, u^* es la velocidad de fricción, κ es la constante de Von Karman (≈ 0.4), z_0 es una constante asociada con la rugosidad del terreno, z_{ref} es la altura de referencia, \bar{U}_{ref} es la velocidad principal de referencia, y α es una constante calibrada en función de la forma o rugosidad del terreno.

Por su parte, el campo fluctuante del viento se puede caracterizar con promedios temporales, espectros de energía, escalas de longitud y correlaciones en el dominio del tiempo.

2.2.1 Conceptos básicos para caracterizar el viento

Una medición importante para caracterizar al viento turbulento es la energía total contenida en las fluctuaciones de éste, expresada como la desviación estándar de las fluctuaciones de la velocidad del viento y normalizada con respecto a la velocidad media, conocida como *intensidad de turbulencia*. Adicional a la intensidad de turbulencia, la *función de densidad de potencia espectral* (FDPE) describe la distribución de la energía en cada frecuencia, mientras que la *función de correlación espacio-temporal* describe qué tanto puede fluctuar la velocidad del viento en un lugar determinado en función del tiempo. Finalmente, la *escala de longitud* es una medida promedio del tamaño de los remolinos turbulentos en el viento y puede ser estimada integrando las funciones de correlación cruzada de la velocidad.

2.2.2 El viento en las estructuras

El viento sobre a una estructura se puede modelar con una componente media ($\bar{U}(z)$) más una componente que fluctúa aleatoriamente con respecto a la altura y en el tiempo $u(z,t)$. El viento modelado sobre la estructura se traduce en una presión positiva en barlovento y negativa en sotavento. Dependiendo de su velocidad inicial, el viento que impacta frontalmente sobre la estructura se separa a sus lados, lo que genera una zona de alta presión negativa sobre las caras perpendiculares al sotavento, como se ilustra en la Figura 2.2. Las zonas de alta presión se alternarán en el tiempo, entre las caras transversales del edificio. En ocasiones la mayor parte del viento fluye por un lado en un instante y luego cambia al otro, en función de la componente $u(z,t)$, debido a la interacción que hay en la corriente cuando esta se rompe para intentar rodear el edificio. Este fenómeno es llamado *vórtices alternantes* y la zona de alta presión, anteriormente descrita es conocida como *estela*.

La carga tridimensional a la que se ve sometida la estructura, por efectos del viento, genera tres componentes en la respuesta estructural como se ilustra en la Figura 2.2. El primero, es el componente en la *dirección del viento* y está determinado por las fluctuaciones de la

velocidad del viento incidente. El segundo componente, es en la dirección *perpendicular al viento*, generada por vórtices alternantes, flujos de vela y *capas de cortante separadas*, que se generan por diferencias de presión en los lados perpendiculares a la dirección del viento. El tercer componente es la torsión, debida a desbalances en la distribución de presión en las caras del edificio. La torsión se amplifica en edificios asimétricos como consecuencia del acoplamiento inercial en el sistema estructural del edificio. Conforme la presión varía espacialmente, sobre las caras de la estructura, existe la posibilidad de altas presiones localizadas que deben considerarse en el diseño de sistemas de fachadas con recubrimiento exterior.

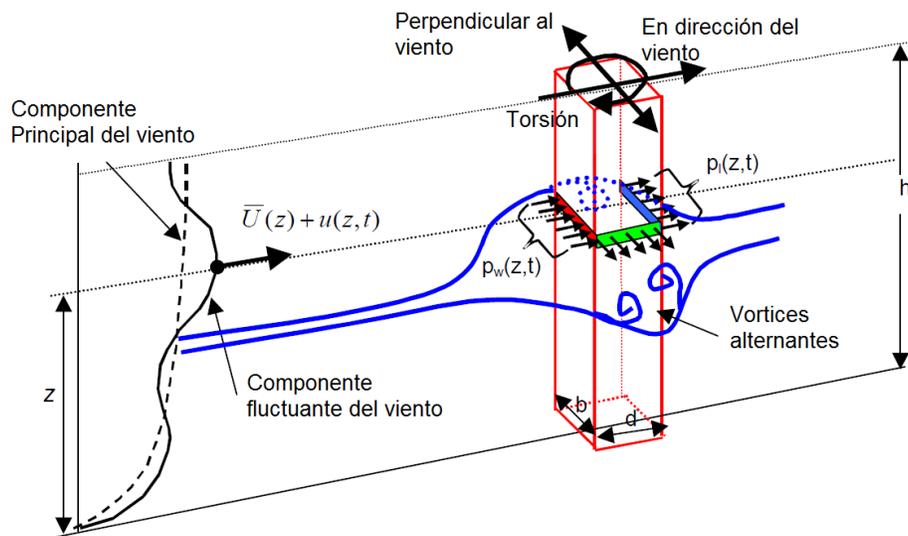


Figura 2.2 Interacción del viento con una estructura

2.2.3 Modelos numéricos

La simulación numérica de las cargas de viento y sus efectos son críticos en el diseño para poder garantizar la seguridad de las estructuras. Las simulaciones van desde la generación de historias en el tiempo de la fluctuación de la velocidad del viento, de la presión y de la fuerza ejercida sobre las estructuras, hasta la simulación de la respuesta estructural para evaluar la funcionalidad y seguridad para cada límite de diseño, respectivamente. Normalmente estos sistemas numéricos de simulación se alimentan con aproximaciones

basadas en el Método de Montecarlo para compaginar los modelos simulados con los datos observados. Ver figura 2.3

El enfoque moderno de la simulación abarca procesos multi-variables, desde campos unidimensionales a tridimensionales; gaussiano o no gaussiano; estacionarios y no estacionarios; para casos condicionales e incondicionales. Para ello se utilizan métodos basados en el dominio de la frecuencia, tiempo o tiempo-frecuencia.

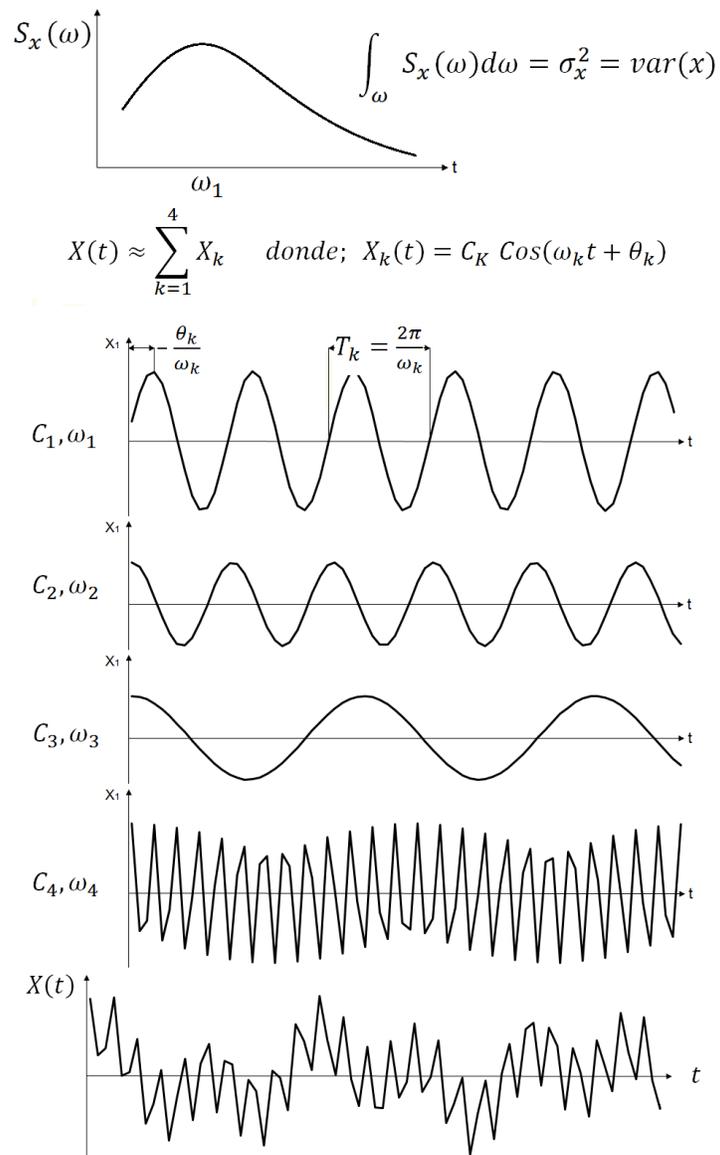


Figura 2.3 Simulación del viento turbulento, basada en series de Fourier y la relación Parseval, utilizando un ángulo de desfase pseudo-aleatorio θ_k

La noción del control estructural, tal y como hoy se entiende, data de más de 100 años atrás. Un primer intento por reducir las vibraciones fue hecho por John Milne, un profesor británico del Colegio Imperial de Ingeniería de Tokio en 1890, quien construyó una casa de madera sobre rodamientos metálicos para demostrar que una estructura podía ser aislada de las vibraciones del terreno. Para el año de 1886, los trabajos de los teóricos alemanes de la elasticidad, F. Neumann, Kirchhoff y Clebsch, marcaron un gran avance en la solución matemática de los problemas elásticos. La aplicación práctica a problemas de vibración, en particular a la dinámica estructural, aún requirió de toda la primera mitad del siglo XX. Fue hasta la segunda guerra mundial cuando conceptos de aislamiento de vibraciones, absorción de vibraciones y amortiguamiento de vibraciones se aplicaron exitosamente a las estructuras de las aeronaves y automotores, gracias a los métodos desarrollados por W. Ritz y Rayleigh III.

La ingeniería estructural adoptaría estos conceptos hasta la década de los sesenta (Newmark y Rosenblueth 1971, Clough y Penzien 1975, Veletsos 1975), y desde entonces se han diversificado en varias vertientes: desde los distintos tipos de excitaciones a los que se ven sometidas las estructuras hasta las diferentes formas, materiales y configuraciones de éstas.

El control estructural de las vibraciones inducidas por el viento turbulento puede lograrse de diferentes maneras; p.e., modificando la rigidez, la masa, el amortiguamiento o la geometría de la estructura (Vickery et al. 1983). Una forma alternativa de conseguirlo es mediante la aplicación de fuerzas activas o reactivas que puedan actuar para disminuir las vibraciones. En la actualidad, esto se puede lograr gracias a varios dispositivos disipadores de energía (pasivos, semiactivos y activos). Si bien muchos de estos han sido empleados con éxito, aún resulta necesario seguir investigando alternativas para obtener mayores beneficios de esta tecnología y métodos de análisis disponibles.

2.3.1 Soluciones para reducir las vibraciones inducidas por el viento

En esta sección se elabora una breve descripción de las medidas más recurridas para controlar vibraciones debidas al viento. Ver Tabla 2.2 (Kareem, 1999).

Tabla 2.2 Soluciones para reducir la vibración

Método	Tipo	Principio	Descripción
Diseño aerodinámico	Pasivo	Mejorar las propiedades aerodinámicas, reduciendo el coeficiente de fuerza del viento	Esquinas redondeadas y aberturas en la estructura
		Incrementar la masa reduciendo la razón, aire/masa del edificio	Incremento la cantidad materiales
Diseño estructural	Pasivo	Incrementar la rigidez o frecuencia natural reduciendo la velocidad adimensional del viento	Muros, contravientos, miembros robustos
		Adición de materiales con propiedades disipadoras incrementando el amortiguamiento	AA, AAP, AP, AF, AVE.
Mecanismos de amortiguamiento auxiliares	Pasivo	Adición de sistemas de masas auxiliares, incrementando el nivel de amortiguamiento	MSR, MLR
		Usando los efectos de las fuerzas de inercia para minimizar la respuesta	AMA, AMH, GEA
	Activo	Generando fuerzas aerodinámicas de control para reducir el coeficiente de la fuerza del viento o minimizar la respuesta	Rotor, Jet, Aletas aerodinámicas
		Cambiar la rigidez para evitar la resonancia	Rigidez Variable Activa

Nota: AA: Amortiguador de Acero; AAP: Amortiguador articulación plástica; AP: Amortiguador de plomo; AF: Amortiguador de fricción; AVE: Amortiguador visco elástico; MSR: Masas sólidas resonantes; MLR: Masas líquidas resonantes; AMA: Amortiguador de masas activas; AMH: Amortiguador de masas híbrido; GEA: Giro estabilizador activo.

2.3.1.1 Sistemas pasivos

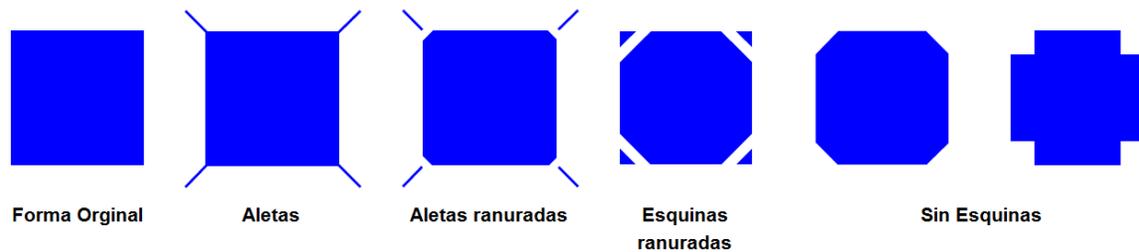
El amortiguamiento pasivo y el diseño aerodinámico fueron las primeras soluciones para el control de vibraciones. Construcciones antiguas como el Partenón, 400 a.c., se diseñaron reconociendo la importancia de las cargas laterales durante sismos; entre las secciones de las columnas se encontraron pernos metálicos que al deformarse debieron darle capacidad para disipar energía a la estructura. El diseño estructural contra vientos intensos no era común en la antigüedad, pues las masivas estructuras que sobreviven hasta hoy son poco sencibles a los efectos del viento. Sin embargo, algunas estructuras antiguas de madera son un buen ejemplo de las primeras nociones de diseño estructural contra vientos intensos. El templo budista Horyu-ji (Figura 2.4), en Nara, Japón, de 32m de altura, resalta por haber resistido tifones y sismos intensos por cerca de 1200 años, siendo una de las estructuras de madera más viejas del mundo.



Figura 2.4 Templo budista Horyu-ji, ha resistido tifones y sismos intensos por cerca de 1200 años

2.3.1.2 Diseño aerodinámico

En numerosas investigaciones se ha demostrado que las características aerodinámicas de la estructura determinan, en gran medida, la excitación que el viento puede inducir en ella. Modificaciones aerodinámicas, tales como permitir que el viento cruce el edificio, la forma de éste, la variación de la sección transversal con respecto a la altura, o incluso el tamaño del edificio, pueden reducir las vibraciones (Kwok y Isyumov 1998). Tales modificaciones aerodinámicas pueden ser (Figura 2.5): esquinas con ranuras o en chaflán, aletas, aberturas horizontales y verticales a través de los edificios (Kareem y Tamura 1996), como se discute a continuación.



[a3]Figura 2.5 Modificaciones a la geometría de esquinas y forma del edificio

En general, la sección transversal más próxima a la circular es de mayor eficiencia, sin embargo, no hay un consenso definitivo sobre los beneficios de las modificaciones de la geometría de las esquinas, ya que los estudios también han demostrado que las modificaciones de las esquinas del edificio, en algunos casos, eran ineficaces e incluso tuvieron efectos adversos (Miyashita et al. 1993, Kwok y Isyumov 1998). Esto se debe a que la sección transversal óptima, también depende de la variación con respecto a la altura.

La adición de las aberturas (Irwin et al. 1998) a un edificio proporciona otro medio para mejorar la respuesta aerodinámica de la estructura, aunque este enfoque, como en el caso de cualquier modificación aerodinámica, debe utilizarse con cuidado para evitar efectos adversos. Se ha mostrado que las aberturas a través de todo el edificio, particularmente cerca de la parte superior, pueden reducir de forma significativa la magnitud de las fuerzas alterantes debidas al desprendimiento de vórtices (ver Figura 2.6), y por lo tanto la

respuesta dinámica en el sentido perpendicular al viento, desplazando la velocidad crítica para diseño por viento, de un valor reducido a otro ligeramente superior (Dutton y Isyumov 1990, Kareem 1988). Sin embargo, la efectividad de esta modificación disminuye si las aberturas se colocan en niveles inferiores. En general se debe cuidar que las aberturas a través del edificio y demás modificaciones en la geometría no reduzcan la frecuencia de resonancia de vórtice de la estructura (Tamura 1997). Es recomendable que las modificaciones siempre sean rectificadas por pruebas de túnel de viento (ver Figura 2.7), para garantizar que se logren los efectos previstos y poder depurar las propuestas originales para lograr reducciones significativas en las respuestas (Kwok 1995).

Para edificios altos con sección rectangular, se han logrado identificar las modificaciones aerodinámicas más eficientes (Gu y Quan 2004), comparando las funciones de densidad espectral FDE, de diferentes geometrías probadas en túnel de viento (que se grafican en proporción a la frecuencia del pico y la amplitud de este).

Efectos de la relación de aspecto (Altura del edificio/Longitud paralela al viento): en general, cuando la relación de aspecto se incrementa, el pico de la FDE se desplaza a frecuencias mayores. La amplitud de la FDE va decreciendo para relaciones de aspecto mayores que 6.

Efectos de relación tamaño de la sección transversal: (Longitud perpendicular al viento/ Longitud paralela al viento): las relaciones de $1/3$ a $2/3$, generan los picos más angostos observados para secciones rectangulares. Las frecuencias pico casi no cambian en este intervalo, independientemente que la amplitud vaya incrementándose junto con la relación de tamaño hasta $2/3$. Para relaciones mayores de 1, los picos se vuelven más anchos y las frecuencias de estos son menores. Además, los segundos picos con frecuencias altas pueden aparecer debido a la reconexión de flujo.

Efectos de las esquinas modificadas: en porcentaje de la longitud total de los lados, las esquinas recortadas disminuyen sustancialmente la amplitud de la FDE. En pruebas con secciones rectangulares, recortes del 10% generan las reducciones más dramáticas.

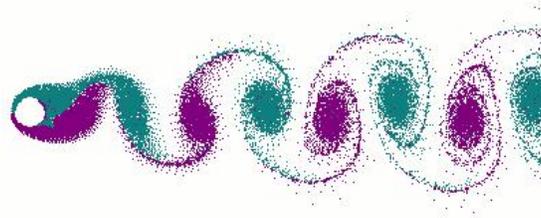


Figura 2.6 Vórtices alternantes, inducen las fuerzas laterales, en la dirección perpendicular al viento (en este caso se muestra una sección transversal circular)



Figura 2.7 Prueba del modelo del Burj Dubai en el túnel de viento de RWDI

2.3.1.3 Diseño estructural

Las vibraciones inducidas por el viento pueden ser controladas por la elección de una geometría viable, pero desafortunadamente esta alternativa a menudo está más allá del control del ingeniero. En el caso del diseño de edificios se tiene una geometría externa fija y las variables bajo control del ingeniero son la rigidez, amortiguamiento y en un grado menor, la masa. En este sentido, resulta importante discutir qué influencia tiene cada una de

estas variables en el comportamiento dinámico de la estructura, cuando está sujeta a vibraciones inducidas por el viento.

La selección adecuada de un sistema estructural eficiente puede proporcionar los medios más eficaces de control de la respuesta estructural ante viento en los sentidos lateral y de torsión. Esto se puede lograr a través de diversos sistemas estructurales y materiales que ayuden a mejorar el desempeño. En la mayoría de edificios esbeltos se busca aumentar la rigidez. Una forma eficiente de lograrlo, es aprovechar las columnas perimetrales para aumentar la rigidez del centro del edificio, mediante sistemas que trabajan de forma similar a los estabilizadores que se diseñan contra el momento de volteo para grúas. Ver Figura 2.8

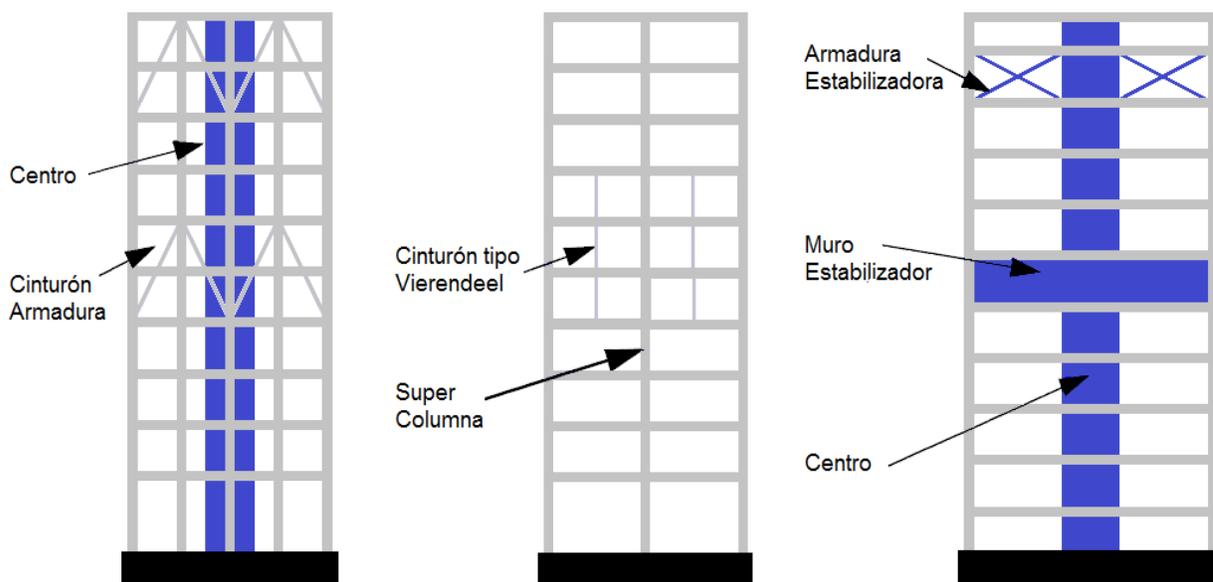


Figura 2.8 Sistemas Estabilizadores

Otra manera popular de estructurar edificios altos, es mediante sistemas de tubo, los que se diseñan para que las columnas perimetrales resistan directamente parte de las fuerzas laterales. Edificios como el Shanghai World Financial Center, se han diseñado con un doble sistema tipo tubo, capaz de resistir un 20% de las fuerzas laterales.(Hori & Nakashima 1998).

Tabla 2.3 Influencia de la masa, rigidez y amortiguamiento en la reducción de la respuesta inducida por el viento

Tipo de carga dinámica	Criterio de diseño	Influencia de la masa, rigidez y amortiguamiento
Cargas paralelas a la acción del viento debidas a la turbulencia	Carga	Débil $\left(\frac{M}{K\xi_e}\right)^{\frac{1}{2}}$
	Aceleraciones	Significativo $(MK\xi_e)^{\frac{1}{2}}$
Cargas perpendiculares a la acción del viento en edificios con $\frac{H}{B} < 6$	Carga	Significativamente $\left(\frac{M}{K\xi_e}\right)^a \frac{1}{\sqrt{\xi_e}} \quad a \approx 1$
	Aceleraciones	Débilmente de K y M Significativa $\frac{1}{\sqrt{\xi_e}}$
Inestabilidad debida al amortiguamiento dinámico negativo	V_c debe ser mayor que el rango de diseño	$V_c \propto \xi_e \sqrt{MK}$
Fuerzas de vórtices alternantes	V_c mayor que el rango de diseño; larga amplitud de movimiento	$V_c \propto \sqrt{\frac{K}{M}}$
	Evitar grandes amplitudes	$\xi_e M > CK_a$ donde CK_a es una constante geométrica
	Cargas por movimientos de pequeña amplitud	Principalmente $\frac{K}{M(\xi_e - \frac{CK_a}{M})^{\frac{1}{2}}}$

Nota: M = Masa de la estructura; K = Rigidez de la estructura; ξ_e = Amortiguamiento estructural; H = Altura; B = longitud de la base; V_c = Velocidad crítica.

Como puede observarse en la Tabla 2.3, un incremento en el amortiguamiento siempre es ventajoso. De igual importancia, en algunos casos se pueden implementar cambios en M , K ó ξ_e . En la mayoría de los casos, el amortiguamiento es la mejor alternativa, ya que en las estructuras convencionales, el amortiguamiento es pequeño por lo que mínimos incrementos absolutos pueden constituir grandes incrementos proporcionales, de dos o más veces el amortiguamiento original, mientras que incrementos similares de M y K , no tienen utilidad práctica.

Otras opciones para mejorar el comportamiento de las estructuras bajo los efectos del viento pueden incluir el cambio de la dirección de los ejes de rigidez de la estructura con respecto a la incidencia del viento (orientando la mayor rigidez en el sentido transversal al viento), y en consecuencia, alterando las formas modales con la intención de aumentar la masa modal en los pisos superiores de la estructura (Isyumov et al. 1990), ya que las aceleraciones son inversamente proporcionales a la masa efectiva del sistema.

2.3.1.4 Cargas paralelas a la acción del viento debidas a la turbulencia

El movimiento inducido por la turbulencia en el sentido paralelo al viento puede ser modelado como una vibración forzada aleatoria, de espectro amplio. Si la frecuencia natural está bien definida dentro la cola final del espectro (frecuencias altas), la respuesta es esencialmente cuasi estática, p.ej., el desplazamiento para cualquier tiempo es casi igual a la carga aplicada dividida por la rigidez estática. En estos casos la influencia del amortiguamiento y la masa son mínimos en la respuesta. Un aumento en la rigidez se podría emplear para disminuir los desplazamientos, pero no tendría ninguna influencia sobre las cargas efectivas. Conforme la frecuencia natural se aproxima a la región que contiene más energía, la respuesta dinámica se incrementa y eventualmente en la proximidad de la resonancia se vuelve un efecto dominante.

La amplificación dinámica de las cargas, debido a la turbulencia, puede reducirse al incrementar la rigidez, el amortiguamiento o disminuyendo la masa. Sin embargo, las reducciones que pueden lograrse son limitadas, ya que la respuesta resonante sólo es un

componente de la carga total. La carga media y las cargas inducidas por ráfagas de baja frecuencia no son sensibles a variaciones en M, K ó ξ_e . Para los edificios esbeltos más comunes, la respuesta resonante es dominante únicamente cuando la frecuencia natural del sistema está por debajo de 0.1Hz ^[a4]. En cambio, si las aceleraciones inducidas por el viento tienen más relevancia que las cargas inducidas, la influencia de los parámetros M, K ó ξ_e es determinante. Las aceleraciones están asociadas casi por completo al pico resonante, por lo que los niveles de aceleración pueden reducirse incrementando la capacidad del amortiguamiento, masa o rigidez (Vickery et al. 1983).

2.3.1.5 Cargas perpendiculares a la acción del viento en edificios esbeltos

Las fuerzas laterales o perpendiculares a la dirección del viento que se presentan en estructuras prismáticas esbeltas, son altamente dependientes de la frecuencia y la fuerza con que los vórtices alternan de un lado al otro. El espectro de estas fuerzas es angosto y centrado en la frecuencia de desprendimiento de vórtices, la cual está en función de la velocidad del viento y del ancho de la sección transversal de la estructura.

En la mayoría de edificios esbeltos (altura seis veces mayor que la base o más), aunque las fuerzas de vórtices alternantes están presentes, también la turbulencia del viento en la dirección principal genera fuerzas laterales. Entonces el espectro de las fuerzas en el sentido perpendicular, se tiene que ensanchar, pues en realidad la velocidad crítica no existe y la respuesta aumenta monótonamente sobre un rango de velocidades limitado que incluye la velocidad de diseño.

[a5]

2.4 Mecanismos de amortiguamiento auxiliar

Un incremento en el amortiguamiento efectivo de la estructura siempre llevará a una reducción del movimiento estructural. El amortiguamiento estructural está limitado al amortiguamiento inherente de los materiales: acero, concreto o sus compuestos. En ocasiones el amortiguamiento aerodinámico puede también contribuir en la dirección paralela del viento dominante, dependiendo de la velocidad de este, de la forma de la

estructura y sus características dinámicas, sin embargo, su contribución en la dirección transversal al viento es insignificante e incluso puede ser adversa cuando ocurren altas velocidades de viento; también, la presencia de estructuras adyacentes puede introducir diferentes efectos imprevistos. El amortiguamiento debido a la interacción suelo estructura puede ayudar a reducir la respuesta de la estructura. Desafortunadamente, las formas de amortiguamiento mencionadas tienen contribuciones limitadas para el comportamiento estructural. Aún más, el amortiguamiento en la estructura no puede diseñarse, ni estimarse con la misma precisión como es el caso de otras propiedades estructurales (masa y rigidez), hasta que la estructura se haya terminado lo que nos lleva siempre a considerar un cierto nivel de incertidumbre (Kareem y Gurley 1996). Cuando el amortiguamiento inherente a las propiedades estructurales no es suficiente, el uso de mecanismos de amortiguamiento auxiliar resulta ser una buena alternativa para incrementar el amortiguamiento de la estructura.

2.4.1 Amortiguadores pasivos

Comúnmente el amortiguamiento auxiliar puede ser provisto al incorporar un mecanismo secundario capaz de realizar una disipación pasiva de energía, p. ej., la adición de una masa secundaria unida a la estructura con propiedades óptimas (masa, frecuencia y coeficiente de amortiguamiento) que pueda contrarrestar el movimiento del edificio. Estos dispositivos fueron implementados principalmente en los años noventa (Soong y Dargush 1997), por su simplicidad y su capacidad de reducir la respuesta estructural. Entre los más populares están los sistemas de amortiguamiento secundario, los que proveen amortiguamiento adicional de manera indirecta al modificar la frecuencia de respuesta de la estructura (Kareem 1983).

2.4.1.1 Amortiguadores viscoelásticos

Los materiales viscoelásticos, Figura 2.9, utilizados en aplicaciones estructurales, usualmente utilizan copolímeros o materiales vidriosos que liberan energía al deformarse por cortante. El típico disipador viscoelástico está constituido por placas de material viscoelástico unidas a placas metálicas, generalmente ligadas con pernos. La disipación de

energía toma lugar cuando las pequeñas vibraciones generan movimiento relativo entre las placas metálicas y las de material viscoelástico.

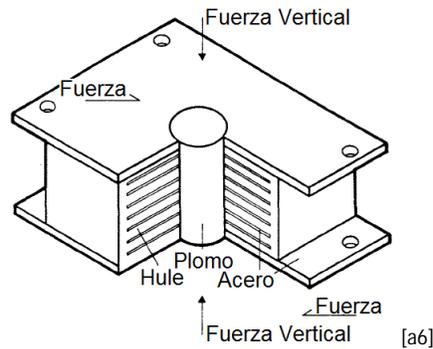


Figura 2.9 Amortiguador viscoelástico

2.4.1.2 Amortiguadores de fluidos viscosos

En esta clasificación se incluye al amortiguador con fluido viscoso (Figura 2.10) y muros viscosos. El muro visco desarrollado por la Sumitomo Construction Company, consiste en una caja hecha con láminas muy delgadas que pueden moverse horizontalmente y está llena con un fluido altamente viscoso, permitiendo la disipación de energía. El amortiguador viscoso ha sido ampliamente utilizado en la industria aeroespacial y militar desde hace muchos años. El principio básico de un amortiguador viscoso consiste en un pistón con uno o varios émbolos perforados, que se encuentran dentro de un contenedor y están embebidos en un fluido viscoso. La fuerza axial reversible, que actúa sobre el pistón, experimenta un gran amortiguamiento, pues el fluido viscoso hace que el movimiento disipe una gran cantidad de energía al tratar de pasar por los orificios que tienen los émbolos. El sistema puede tener un amortiguador adicional al fluido, como un resorte que al igual que el pistón estará embebido en el fluido altamente viscoso. Los amortiguadores de fluidos viscosos se han aplicado exitosamente, en combinación con varios sistemas de aislamiento de base.

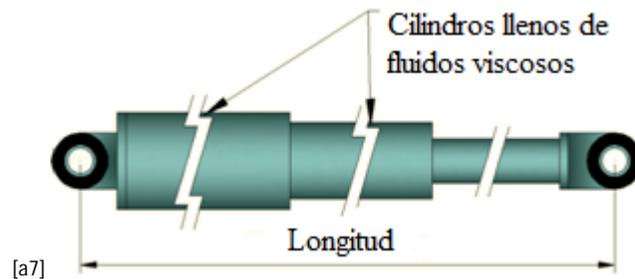
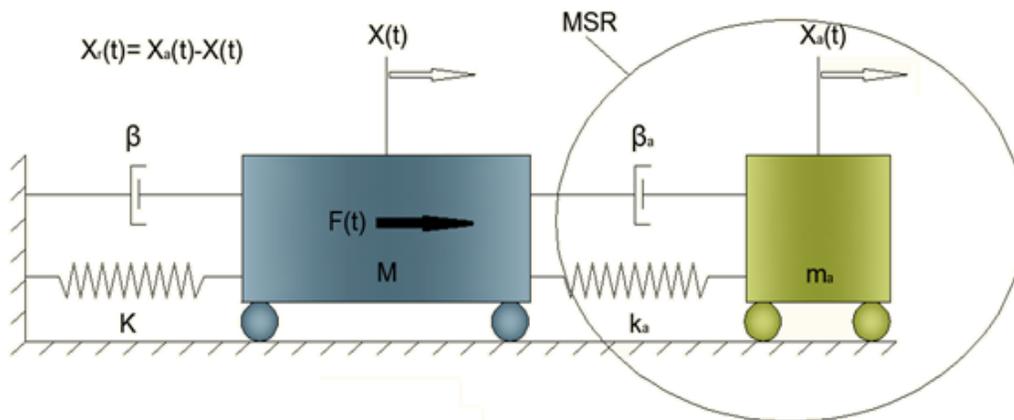


Figura 2.10 Amortiguador viscoso

2.4.1.3 Masas sólidas resonantes

Las estructuras flexibles, como edificios altos o cubiertas de puentes, son sensibles a los efectos del viento. Para reducir dichos efectos se han empleado dispositivos pasivos disipadores de energía como es el caso de las masas sólidas resonantes (MSR), los que pueden catalogarse como un disipador dinámico de vibraciones clásico, que utiliza una masa auxiliar del orden del 1% de la masa generalizada o modal de la estructura (Warburton y Ayorinde 1980), y cuenta con un resorte y amortiguador en paralelo para brindar rigidez y disipación de energía como se muestra en la Figura 2.11.



[a8]

Figura 2.11 Idealización de estructura principal y masa sólida resonante

Las primeras aplicaciones de las MSR estuvieron enfocadas directamente a mitigar las excitaciones inducidas por el viento. En la actualidad se han desarrollado estudios numéricos y experimentales para validar la efectividad de las MSR en la reducción de la respuesta sísmica de estructuras. Es claro que las MSR más simples sólo pueden sintonizarse (la frecuencia de la MSR debe ser similar a la frecuencia de la estructura) con una sola frecuencia de la estructura, reduciendo substancialmente la respuesta del modo considerado. Sin embargo, la respuesta de los modos superiores en una estructura de múltiples grados de libertad puede incluso aumentar (debido a la MSR sintonizada a la frecuencia del primer modo) a medida que el número de crujías o niveles sea más grande.

Para las excitaciones de tipo sísmico, la reducción de la respuesta que se obtiene con las MSR es mayor cuando los movimientos son resonantes con el terreno y disminuye mientras

la frecuencia del movimiento del suelo se va alejando de la frecuencia natural de la estructura a la cual la MSR está sintonizada. En los años noventa, hubo entusiasmo, principalmente en Japón, en utilizar las MSR para controlar la respuesta sísmica de edificios. Estas primeras aplicaciones buscaban que la MSR pudiera funcionar para varias frecuencias, permitiendo que los nuevos dispositivos sirvieran para diferentes tipos de excitaciones^[a9]. A estas masas resonantes con capacidad activa se les ha llamado amortiguadores de masas activas o sistemas amortiguadores de masa híbridos. En la actualidad muchos de estos sistemas están en uso en Japón.

Las masas sólidas resonantes y sus variantes comprenden el mayor porcentaje de sistemas de amortiguamiento secundario que se usan actualmente (Kareem 1999). En la actualidad las MSR pueden diseñarse para reducir los efectos del viento y sismo, y no sólo se han aplicado a edificios, también se han usado en puentes, chimeneas, tuberías y otras instalaciones industriales en Arabia Saudita, Pakistán, Japón, Australia, Reino Unido, Alemania, Bélgica, Estados Unidos y Canadá. Algunas aplicaciones famosas incluyen el uso de las MSR en la Washington National Airport Control Tower de 67.5m de altura, a la cual se le adicionó un 3% más al 0.5% de amortiguamiento inherente a la estructura (Banavalkar y Isyumov 1998). Las patas cilíndricas ultraligeras del Skybridge, Petronas Towers, eran susceptibles a las excitaciones por vórtices alternantes, por lo que dentro de las patas cilíndricas se instalaron MSR de tipo péndulo, dando un 0.5% de amortiguamiento total suficiente para prevenir los vórtices y la fatiga (Breukelman et al. 1998).

Una de las primeras aplicaciones se realizó en junio de 1977 en la Hancock Tower de 244m de altura. Dos MSR fueron instaladas en los lados opuestos del piso 58 con la intención de contrarrestar los movimientos de torsión. Cada unidad era un cajón de acero 5.2x5.2x1m relleno de plomo, con un peso aproximado de 300 toneladas, que estaban unidas al marco del edificio mediante disipadores de impacto. El sistema se activaba a 0.003g, y las masas estaban libres para deslizarse horizontalmente (Campbell 1995), reduciendo la respuesta del edificio en un 50% (Wiesner 1979).

Otra aplicación pionera fue en el Citicorp Building de 278m en Nueva York, en 1978. El sistema consiste en un bloque de concreto 410 toneladas con dos mecanismos de amortiguamiento, uno para cada dirección (longitudinal y transversal). El mecanismo fue incluido en el diseño global del edificio debido a la esbeltez y propiedades dinámicas del mismo. El sistema se activa a una aceleración crítica de 0.003g. Para asegurar que el sistema se comporte como una MSR biaxial ideal, la masa se levanta hidráulicamente permitiendo que el movimiento completo del bloque sea controlado por dos actuadores hidráulicos horizontales, en ambas direcciones simultáneamente. El bloque, descansa en una serie de 12 rodamientos balanceados por presión hidráulica y sus movimientos quedan restringidos por mecanismos neumáticos ajustados al periodo natural del edificio. El sistema reduce la respuesta del edificio en 40% en ambas direcciones al mismo tiempo. (Wiesner 1979). Un esquema de la MSR biaxial instalada en el Citicorp Building se muestra en la siguiente figura.

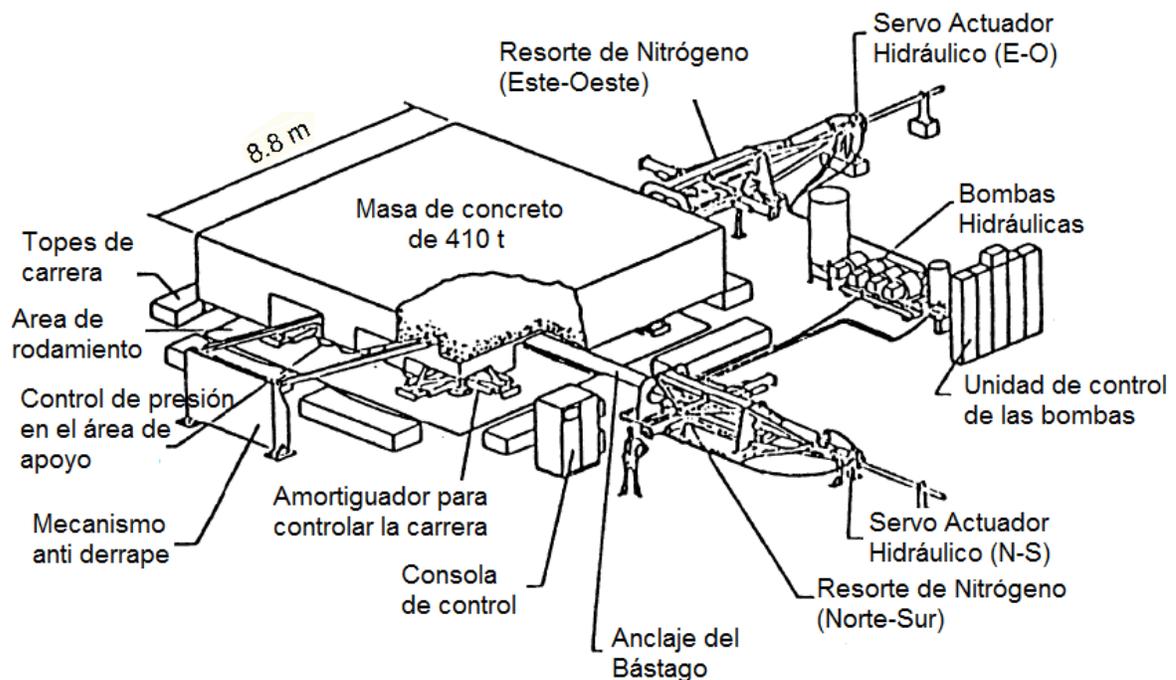


Figura 2.12 Masa sólida resonante biaxial, Citicorp Centre, N.Y. City (después de Wiesner 1979)

A menudo, la MSR puede ser diseñada sin introducir masa adicional a la estructura. Estructuras en Japón utilizan este principio desde los años noventa: Rokko-Island P&G

Tabla 2.4 Edificios equipados con MSR

[a10]Nombre y tipo de Estructura	Ubicación	Tipo y Número de Amortiguadores	Fecha	Descripción
CN Tower, TV antena (553)	Toronto, Canadá	MSR(Péndulo)	1975	20t
John Hancock Building (244)	Boston, EUA	2 MSR	1977	0.14Hz, 2x300t
City Corp Center(278)	New York, EUA	MSR	1978	0.16Hz, 370t
Sydney Tower(305)	Sydney, Australia	MSR(Péndulo)	1980	0.1-0.5Hz, 220t
Al Khobar, chimenea(120m)	Arabia Saudita	MSR	1882	0.44Hz, 7t
Ruwais Utilities, chimenea	Abu Dhabi	MSR	1982	0.49, 10t
Werdohl-Elverlingsen Power Station, chimenea (282m)	Westphalia, Alemania	MSR	1982	0.67Hz, 1.5t
Yanbu Cement Plant, chimenea (81m)	Arabia Saudita	MSR	1984	0.49Hz, 10t
Hydro Quebec, generador eólico	Canadá	MSR	1985	0.7-1.2 Hz , 18 t
Chiba Port Tower(125m)	Chiba, Japón	2xMSR (pd)	1986	0.43-0.44 Hz, 10&15 t
Aratsu Bidge, pilar en puente atirantado	Fukuoka, Japón	MSR	1987	
Bin Quasim Thermal Power Station(70m)	Pakistan	MSR	1988	0.99 Hz, 4.5 t
Tiwest Rutile Plant, chimenea(43m)	Australia	MSR	1989	0.92 Hz, 0.5 t
Fukuoka Tower(151 m)	Fukuoka, Japón	2xMSR (pd)	1989	0.31-0.33 Hz; 25, 30 t
Higashiyama Sky Tower(134m)	Nagoya, Japón	2xMSR	1989	0.92 Hz, 20 t
Crystal Tower(157m)	Osaka, Japón	2xMSR	1990	0.24-0.28 Hz ;180, 360 t
Hibikiryokuchi Sky Tower (135)	Kitakyushu, Japón	MSR	1990	
Huis Ten Bosch Domtoren	Nagasaki, Japan	MSR	1991	0.65 -0.67 Hz, 7.8 t
Heizkraftwerk, chimenea(120m)	Frankfurt, Germany	MSR	1992	0.86 Hz, 10 t
BASF, chimenea (100m)	Antwerp, Belgium	MSR	1992	0.34 Hz, 8.5 t
Siemens Power Station(70m)	Killingholme, UK	MSR	1992	0.88 Hz, 7 t
Rokko Island P&G(117m)	Kobe, Japan	MSR(Péndulo)	1993	0.33-0.62 Hz , 270 t
Al Taweelah chimney(70m)	Abu Dhabi	MSR	1993	1.4 Hz, 1.35 t
Akita Tower(112m)	Akita, Japan	MSR	1994	0.41 Hz
Chifley Tower (209m)	Sydney, Australia	MSR(Péndulo)	1994	400t
Washinton National Airport Tower	Washington, D.C., EUA	MSR	1997	
Petronas Twin Towers(452m)	Kuala Lumpur , Malaysia	12xMSR	1998	
Wichita Pedestrian Bridges (98m, 74m)	Kansas, EUA	MSR	2000	1.14t
Trump World Tower(269m)	New York, EUA	MSR	2001	600t
Taipei 101(508m)	Taipei, Taiwan	3x MSR	2002	660t, 2x4.5 t
Dublin Spire(120m)	Dublin, Ireland	2x MSR	2003	1.25 t, 0.8 t
Bloomberg Tower(246)	New York, EUA	MSR	2005	
Sakhalin 1 Drilling Rig Project	Sakhalin, Russia	MSR	2005	
Grand Canyon Skywalk(20m)	Arizona, EUA	3x MSR	2006	1.6 t
Shenzhen Brige, puente atirantaado (3500m)	Hong Kong , China	7x MSR	2007	
Ironton-Russell Bridge(781m)	Kentucky, EUA	MSR	2008	

Building en Kobe, la Crystal Tower (Nagase y Hisatoku, 1992) en Osaka y el Sea Hawk Hotel & Resort en Fukuoka. (Nagase 1998). Las tres estructuras han utilizado exitosamente las masas de sus tanques de agua o el hielo de sus sistemas térmicos (de ahorro de energía) para controlar las vibraciones inducidas por el viento. (Kareem et al., 1999). La Tabla 2.4 muestra algunas estructuras con MSR en uso. En Japón se han diseñado e instalado MSR para reducir las vibraciones por el tráfico de vehículos en edificios bajos (de 3 o 4 niveles) (Inoue et al. 1994) con reducciones de hasta 70% de la vibración original y una relación de masas (cociente de la masa de la MSR a la masa modal de la estructura) de 1%.

2.4.1.4 Masas líquidas resonantes

Los principios básicos involucrados en la aplicación de las masas líquidas resonantes (MLR) para reducir la respuesta dinámica de las estructuras, son muy similares a lo descrito para las MSR. En ambos casos una masa secundaria, ya sea en estado sólido o líquido, se introduce al sistema estructural y se calibra para que actúe para absorber las vibraciones dinámicas. En el caso de las MLR, la respuesta o el amortiguamiento añadido, es altamente no lineal debido al oleaje a los orificios y formas de los contenedores del fluido, Figura 2.13. Las MLR también se han utilizado para reducir las vibraciones inducidas por el viento en estructuras esbeltas. En comparación con las MSR, sus ventajas son que tienen un costo inicial menor, están casi libres de mantenimiento y se pueden sintonizar fácilmente con la frecuencia del edificio y reajustar en caso que sea necesario.

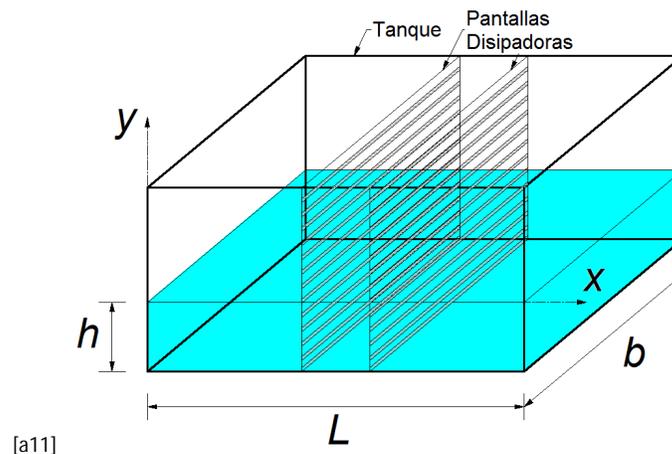


Figura 2.13 Masa líquida resonante con pantallas

La aplicación de las MLR, se ha desarrollado en Japón principalmente para controlar las vibraciones inducidas por el viento. Podemos encontrar ejemplos de estructuras controladas con MLR en torres de aeropuertos y edificios altos.

Las MLR, se pueden clasificar en masas líquidas resonantes de oleaje MLRO y masas líquidas resonantes de columna MLRC (ver Figura 2.14). Ambas empezaron a popularizarse como mecanismos de amortiguamiento inercial (Fujino et al. 1992, Kareem 1990, Kareem 1993, Kareem y Tognarelli 1994, Sakai et al. 1989). Desde sus primeras aplicaciones en los años ochenta, (Modi y Welt 1987, Tamura et al., 1988). En particular las MLRO son extremadamente prácticas al utilizar los tanques de agua existentes en el edificio, configurando diferentes particiones internas en múltiples amortiguadores, sin afectar la funcionalidad de los tanques para abastecer las demandas de agua en la estructura. Considerando una pequeña adición de masa al edificio o tal vez ninguna, estos sistemas y sus contrapartes MSR pueden reducir la respuesta de aceleración a la mitad o hasta una tercera parte de la respuesta original, dependiendo de la cantidad de la masa líquida empleada (Tamura et al. 1995). Aunado a esto, los bajos requerimientos de mantenimiento justifican la preferencia que existe por estos dispositivos.



(a)



(b)

Figura 2.14 MLRO y MLRC

En la actualidad, las MLRO, se pueden configurar de dos maneras: de aguas profundas y poco profundas. Ambas aprovechan la amplitud de movimiento de los fluidos y los patrones del romper de las olas para proporcionar amortiguamiento adicional a las estructuras. Las MLRO, en configuraciones de poca profundidad disipan la energía mediante la acción viscosa y el rompimiento de las olas. Yalla y Kareem (1999) han identificado y modelado los impactos de gran amplitud de los líquidos contra las paredes del contenedor, conocido como fenómeno de golpeteo. Yalla y Kareem concluyen que la adición de esferas flotantes de PVC puede añadir disipación de energía durante el chapoteo del líquido.

Las configuraciones de aguas profundas, por el contrario, requieren pantallas o cuerpos deflectores del flujo para aumentar la disipación de la energía del fluido, durante la oscilación del mismo. Sin embargo, es común que no toda la masa de agua participe como masa adicional secundaria en este tipo de configuraciones (Kareem y Dom 1987).

Aunque la frecuencia natural de una MLR se puede ajustar simplemente al modificar la profundidad del agua y la dimensión del contenedor, hay limitaciones prácticas en la profundidad del agua y, por lo tanto, de la frecuencia que se puede obtener para el diseño de contenedor determinado. Una posible solución es el uso de un dispositivo que ajusta la frecuencia de oscilación, controlando una válvula mediante un mecanismo de resorte, de modo que el mismo dispositivo puede ser eficaz, aún en el caso en que por factores de construcción se originaran cambios en las características dinámicas del edificio (Shimizu y Teramura 1994).

La extensión del concepto de MLRC a las estrategias de control activo, se investigó en un edificio de nueve pisos de acero (Honda et al. 1992). En la planta superior de la estructura, se instaló un oscilador presurizado en forma de u, con una frecuencia natural que puede ser ajustada a través de la variación de la presión en la cámara de aire. Además, otras configuraciones como; dispositivos para absorber la vibración del tipo de columna líquida (Hitchcock & Kwok, 1993), MLRC adaptativos^[a12] (Kareem 1994) , amortiguadores con bomba de inercia, obturaciones dependientes de la amplitud y sistemas de múltiples

orificios se han explorado como fuente eficaz de amortiguamiento auxiliar para las estructuras.

Aunque el uso de MLR no ha sido tan popular en los Estados Unidos, muchos de estos dispositivos han sido incorporados en estructuras en otros lugares. En Australia, la torre de 105m en Hobart Tasmania fue equipada con 80 unidades MLRO, debido a que cuando se le colocó una cubierta protectora contra las duras condiciones atmosféricas, dicho blindaje amplificó la respuesta dinámica de la estructura de forma significativa y por ello la necesidad de las MLRO (Kareem et al. 1999). Asimismo, en Japón, hasta 1997 la instalación de este tipo de dispositivos era de 6 MLRO poco profundas, 1 MLRO de profundidad, y 5 MLRC. Para la construcción de MLRO se utilizan principalmente contenedores circulares para configuraciones superficiales y contenedores de forma rectangular para las configuraciones profundas, mientras que las MLRC se confinan tradicionalmente en recipientes en forma de “u”, conocidas como vasos comunicantes. Estas aplicaciones funcionan mejor para edificios con vibraciones pequeñas, y se ha observado que pueden reducir la respuesta estructural entre el 50% y 35% de la respuesta original durante vientos fuertes (Maebayashi et al. 1993).

El Edificio Japonés Gold Tower de 158m de altura, cuenta con un interesante sistema de 16 tanques de agua con peso total de 10 toneladas. Cada tanque es de forma cúbica, está lleno de agua y equipado con redes de alambre de acero para disipar el movimiento del líquido. Con el ajuste de estas redes amortiguadoras, las dimensiones de los tanques, y la profundidad del agua, el dispositivo puede ser adecuadamente sintonizado. Las ventajas del uso de MLR son las siguientes: (1) no hay fricción mecánica en el sistema por lo que es eficaz incluso para las mínimas vibraciones, (2) el sistema tiene una confiabilidad alta, (3) es eficaz contra el movimiento fuerte de los terremotos y los vientos, (4) el período es de fácil ajuste, y (5) el sistema es barato y de fácil mantenimiento (Noji et al. 1991). Sin embargo, hay inconvenientes, ya que no toda la masa de agua participa para mitigar el movimiento estructural. Esto se traduce en pago de prima extra en términos de peso a la estructura sin el beneficio de controlar la respuesta. Aunado a lo anterior, el análisis de este tipo de sistemas es en muchas ocasiones extremadamente no lineal.

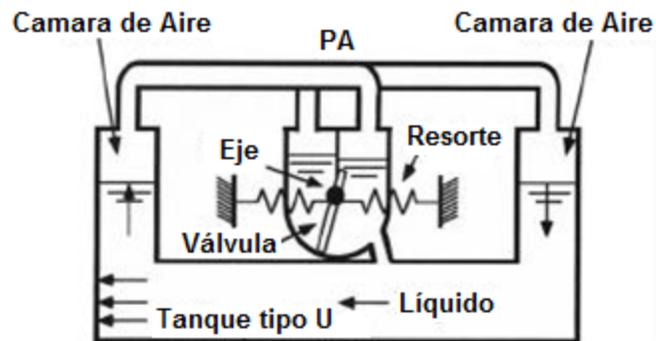
Una configuración alternativa para las MLRO es un cilindro con varias capas intermedias (2 m de diámetro) con un total de 9 envases de plástico reforzado con fibra, cada uno de 22 cm de altura apilados unos sobre otros. Este sistema fue instalado en 1991 en el Shin Yokohama Prince Hotel (SYP) de 149m de altura, en Yokohama, Japón. Cada capa es una MLRO individual, que adicionalmente se equipó con 12 protuberancias instaladas en un patrón radial simétrico, para impedir el movimiento giratorio del líquido y para obtener suficiente amortiguación. De las observaciones del comportamiento de este sistema, se ha demostrado con éxito, que el hotel cumple con los requisitos mínimos para los niveles de percepción de vibraciones establecidos en la norma ISO 6897 (máxima rms, i.e., la raíz cuadrada del valor cuadrático medio, de aceleración de 0.6 cm/s^2), con una rms de aceleración máxima de 0.5 cm/s^2 , con reducciones de respuesta eficaz del 30 -50% para vientos de 20 m/s (Wakahara et al. 1994).

Del mismo modo, otra configuración multi-capa fue instalada en la Torre del Aeropuerto de Nagasaki de 42m de altura, en 1987. De un total de 25 unidades, 12 cilindros, de varias capas, hechos de cloruro de vinilo de 50cm de alto y 38cm de diámetro, se instalaron en el cuarto de control de tráfico aéreo y los 13 restantes se distribuyeron en los descansos de las escaleras. Cada contenedor de los cilindros era de 7.7cm de alto, cada uno con niveles de 4.8cm de agua y un peso de 38 kg. Así, en la torre se instaló un total de 950kg de agua dentro de las unidades de MLRO. Al realizar las pruebas para calcular la frecuencia y el amortiguamiento de la torre se identificó que hubo desplazamientos mayores, debido al componente perpendicular al viento que en la componente paralela a la dirección del mismo, y se descubrió la presencia del fenómeno de pulsación que fue eliminado mediante el uso de partículas flotantes para aumentar el amortiguamiento en el movimiento del líquido dentro de los recipientes. Un análisis de la respuesta de la torre mostró, una vez más, que el rendimiento de las MLRO parece mejorar, incluso ante velocidades más altas de viento la respuesta se redujo en 35% para vientos de 20 m/s (Tamura et al. 1995).

En el Hotel Sofitel en Tokio, se diseñó un sistema interesante de MLRC, con capacidad de autoajustar su periodo, Figura 2.15. La masa líquida resonante de columnas con



(a)



(b)

Figura 2.15 (a) Hotel Sofitel, en Tokio; (b) MLR-PA

periodo ajustable MLRC-PA se compone de un tanque rectangular, en forma de U, un par de cámaras de aire, y un dispositivo para ajustar el periodo del mecanismo. Cuando el tanque se mueve en la dirección horizontal, circula el líquido tanto en sentido vertical y horizontal. Así, en un lado, el aire es comprimido, mientras que en la otra cámara, se reduce la presión del aire. Las fluctuaciones de la presión sinusoidales inducen un movimiento en el líquido que fluye por el tanque en forma de U. Este dispositivo está basado en una MLRC bidireccional con cuatro ajustadores de periodo y 56t de agua, de las cuales sólo 36t son masa efectiva y está en las columnas. En la base de forma rectangular el líquido puede moverse libremente en cualquier dirección horizontal, pero cuenta con cuatro columnas de agua, cada una en una esquina. Las cuatro columnas están comunicadas a las cámaras de aire que son individuales entre sí. El mecanismo para controlar el periodo está colocado entre las cámaras superiores de aire. Se ha observado que el sistema puede reducir la aceleración máxima hasta un 50-70% de sus valores originales y la rms de aceleración a 50% (Shimizu y Teramura 1994).

El Shanghai World Financial Center, en el piso 91 (Wakahara et al. 1998), también está equipado con ocho unidades de MLRO. Cada tanque tiene 7.5 m de diámetro separados en 6 capas. La instalación del sistema de MLRO con un peso de 800t (1% de la masa total) es

capaz de reducir la aceleración de entrepiso (en términos de aceleraciones pico y rms) a límites aceptables, con respecto a las normas ISO (Hori & Nakashima 1998).

2.4.2 Sistemas activos y semi Activos

El amortiguamiento pasivo, tiene la ventaja de que no requiere energía adicional para funcionar, sin embargo, una vez que el dispositivo se ha ajustado a una determinada frecuencia, el sistema sólo funciona para un solo tipo de excitación (Johnson et al 1998). Además, si se pretende diseñar para sismo y viento (Yoshioka et al. 2002), se requiere un profundo conocimiento de las características estructurales del edificio, del suelo y del comportamiento no lineal del sistema y aún así el sistema podría no ser óptimo para un amplio rango de intensidades. Las limitaciones de los sistemas pasivos pueden superarse con los sistemas activos o semi-activos, con los cuales es posible determinar las fuerzas reactivas necesarias y aplicarlas a la estructura bajo diversas condiciones de carga.

2.4.2.1 Amortiguador de masas activas

En el caso particular de los sistemas inerciales activos, el más común es el Amortiguador de Masas Activas (AMA), en los cuales una computadora de control analiza las señales medidas de respuesta de la estructura e introduce una fuerza de control, basándose en la retroalimentación de las velocidades o aceleraciones que sufre la estructura. Además, un actuador opera en la masa secundaria, ya sea en forma de deslizamiento o de péndulo, para contrarrestar el movimiento. A pesar de que estos sistemas requieren de masas amortiguadoras más pequeñas y que tienen niveles de eficiencia superiores a los de sus homólogos pasivos, tienen las desventajas de tener mayores costos de operación y mantenimiento, además de las incertidumbres con respecto a su confiabilidad que se han encontrado para reducir las respuestas estructurales debidas al viento o sismo. Actualmente, en Japón, hay varios AMA de péndulo simple o con sistema de péndulos, además de otros que utilizan sistemas comunes con rodamientos huecos y con aisladores de caucho (Tamura 1997, Sakamoto 1993, Sakamoto & Kobori 1996).

En México, se han desarrollado experimentos para conocer la reducción de la respuesta debido a las vibraciones sísmicas locales, con sistemas activos para edificios con excentricidades importantes; los modelos fueron representados por un marco y un sistema de actuadores donde la respuesta fue casi suprimida por completo (Escobar et al. 2005).

Kajima Corporation, diseñó el primer AMA del mundo, en Tokio, en agosto de 1989, para el edificio Kyobashi Siewa, Figura 2.16, el cual tiene una estructura esbelta de acero (Koshika et al. 1992). El sistema instalado es capaz de proteger el edificio contra el viento y los terremotos, respondiendo a vibraciones de 0.01s, gracias a una red de sensores que detectan movimientos o temblores en el suelo dentro del edificio, específicamente en el sótano, y en el sexto y último piso. Se instalaron dos AMA, posicionando el más grande (4t) al centro, para controlar los movimientos horizontales del edificio y el más pequeño (1t) para controlar la torsión, se colocó excéntrico. Las dos masas amortiguadoras están suspendidas por cables y controladas por servo actuadores hidráulicos. Dos bombas y un acumulador son la fuente de presión del actuador, proporcionando presurización rápida y un bajo costo energético. El sistema puede reducir las aceleraciones, hasta la mitad en la planta superior del edificio, con sólo el 1.5% de la masa total del mismo, limitando las aceleraciones por debajo del umbral de percepción, como se muestra en la Figura 2.16.

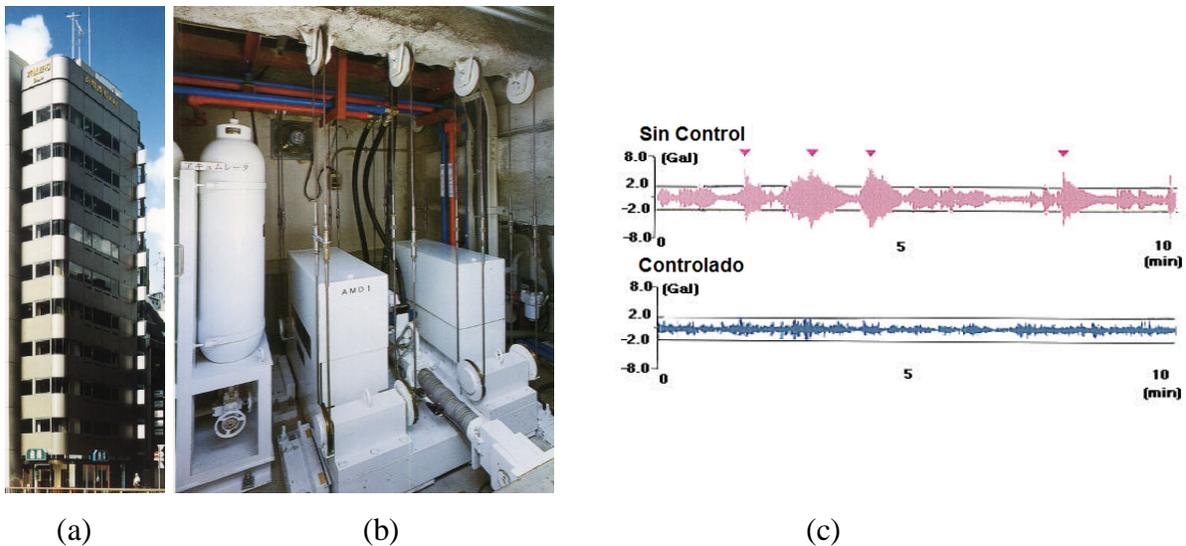


Figura 2.16 (a) Edificio Kyobashi Siewa, en Tokio; (b) AMA; (c) Reducción de la respuesta estructural

Existen otras estructuras flexibles en Japón en las que se han empleado AMAs, entre las que destaca el edificio de 58m de altura Sendagaya INTES Building, en Tokio. En este se instalaron dos AMAs, uno para controlar la torsión y otro para las traslaciones, como en el ejemplo anterior, sólo que estaban diseñados para moverse en una sola dirección, dado que los vientos de norte a sur eran los únicos de interés para los diseñadores. Se eligió de ese modo para evitar adicionar peso extra a la estructura y a los actuadores. En este caso se aprovechó la masa del tanque de hielo que se utiliza para el intercambio térmico del aire acondicionado del edificio. Los dos tanques de 36t cada uno, están provistos de un actuador con $\pm 15\text{cm}$ de carrera. Las masas, en este caso, los tanques de hielo, están suspendidos sobre múltiples capas de aisladores de caucho, con la intención de reducir el consumo de energía en el control y poder lograr movimientos pequeños con precisión. Después de su instalación, se grabaron las respuestas de la estructura durante fuertes vientos, y los resultados mostraron que el incremento de amortiguamiento fue de 2 a 4% del crítico (Yamamoto et al. 1998). Durante vientos de 30.6 m/s, la respuesta, en la frecuencia del primer modo, se redujo en 18% durante un intervalo de 30s en traslación y hasta un 28% en torsión. También se analizaron las respuestas durante varios sismos y se pudo confirmar que la respuesta se reducía casi a la mitad (Higashino & Aizawa 1993).

2.4.2.2 Giro estabilizador activo

Los giro estabilizadores activos, diseñados para aplicaciones prácticas, han mostrado una mayor eficiencia en las estructuras de tipo torre (Kazao et al. 1992). Este sistema está compuesto por una masa rotatoria o giroscopio, el cual es un disco que se hace girar en alta velocidad con un servo motor, mientras se encuentra sobre una suspensión de cardán.

El sistema está compuesto por dos servomotores, uno para controlar las rpm del giroscopio y el otro controla la inclinación del cardán. El principio básico es el de generar un momento actuante, con la inercia del giroscopio y la inclinación del cardán que sea capaz de contrarrestar la vibración inducida en la estructura. El control depende de un sistema de sensores que mide la velocidad en el nivel superior de la estructura, con base en la cual se ejecuta un programa que permite conocer la velocidad necesaria a la que debe rotar el giroscopio para contrarrestar el movimiento. Después de introducir la velocidad de

rotación, se mide la inclinación absoluta del giroscopio y se vuelve a controlar la velocidad de éste y la inclinación parcial del cardán.

En 1991 se realizó una prueba usando un modelo a escala, de 3.2m de altura y una masa de 550kg (Sakamoto, et al., 1992) Figura 2.17. La primera prueba para verificar el sistema en escala real, se realizó sobre una estructura tipo torre con una altura de 60m y 300t de masa en 1992 (Kazao, et al., 1992; Yamada, et al., 1992). Otra demostración, a escala completa, se llevó a cabo para analizar la efectividad del sistema, para reducir las vibraciones inducida por el viento. El prototipo fue una estructura tipo torre de 108m de altura y una masa de 730t, sin incluir la masa de la cimentación. La efectividad de los giroestabilizadores se confirmó en los resultados obtenidos; durante vibración forzada, en la respuesta registrada debido a la excitación natural del viento y bajo distintos sistemas de control. La reducción de la vibración fue consistente en todos los casos experimentados, durante la mayor exigencia al sistema de control, la vibración medida fue de 35% menor que la respuesta sin control (Yamada et al 1997).

En la prueba el sistema utiliza el 0.24% de la masa de la estructura y puede adaptarse a diferentes excitaciones.

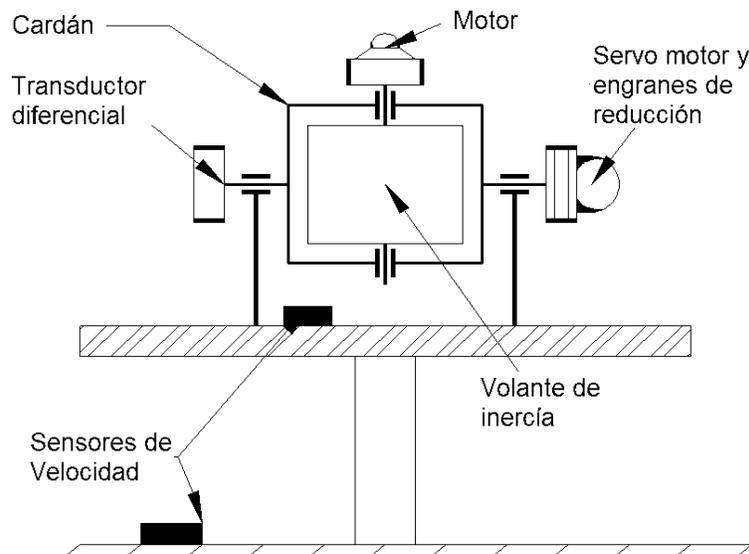


Figura 2.17 Giro-estabilizado activo

El consumo de energía necesario fue de 7.5 kW para inclinar el cardán y un servomotor de 11kW para mantener a 1,500rpm una masa de 860kg.

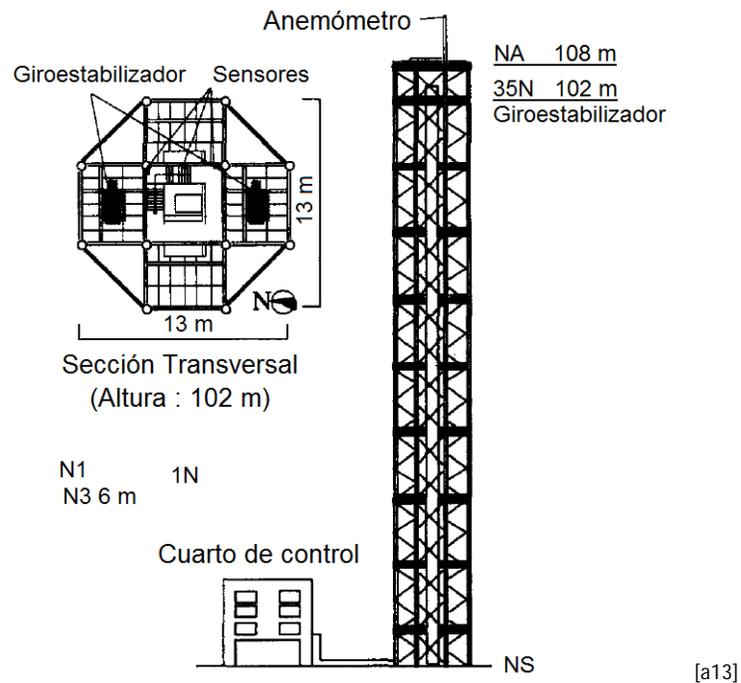


Figura 2.17 Uso de giroestabilizadores en una torre de acero (después de Yamada.1997)

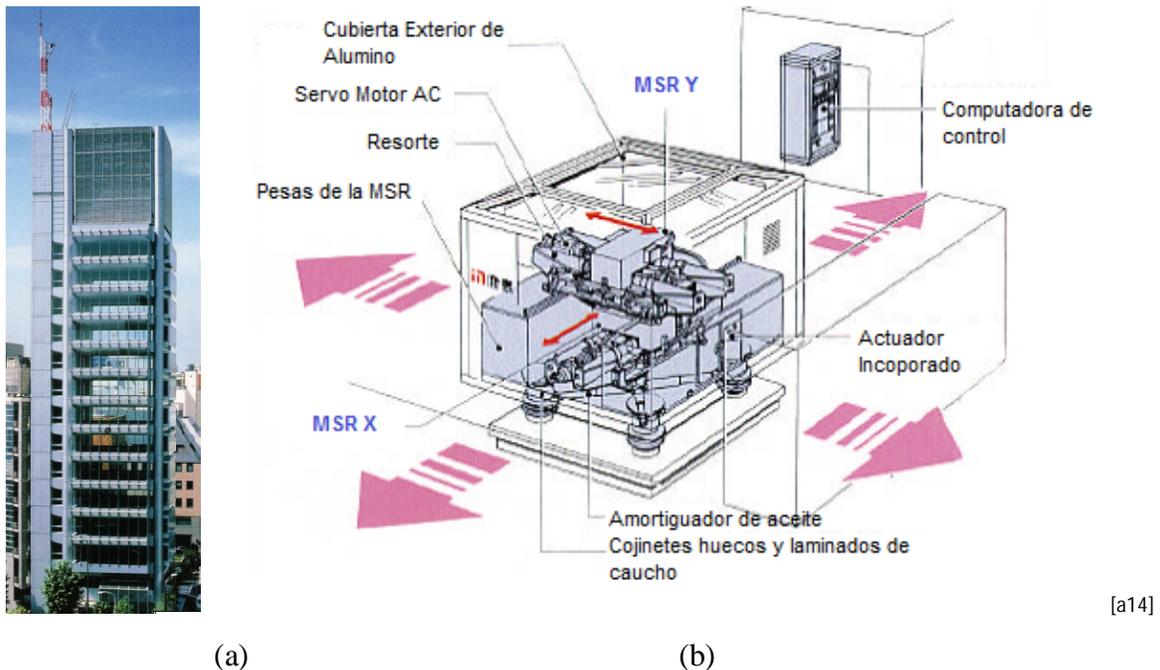
2.4.3 Amortiguador de masas híbrido

El amortiguador de masas híbrido es un sistema diseñado para superar las limitaciones características de los sistemas pasivos, p.e., la incapacidad para reaccionar ante acciones que ocurren rápidamente, como los terremotos o frentes meteorológicos. La parte híbrida del sistema se refiere a una tercera masa que actúa sobre la masa secundaria de un sistema de control pasivo original.

En el caso de un MSR híbrida, el edificio puede ser equipado con una masa auxiliar secundaria y una tercera masa, aún más pequeña, conectada a la masa secundaria mediante un resorte, un amortiguador y un actuador. El sistema secundario es puesto en movimiento por la tercera masa y es controlado en relación a la MSR, con el propósito de magnificar su movimiento y con ello su efectividad (Sakamoto 1993, Sakamoto y Kobori 1996).

Las masas activas se comportan como una MSR, utilizando el concepto de masas con el mismo periodo natural que el edificio o también se pueden idealizar como una AMA de acuerdo con las condiciones de viento, del edificio y de las características de vibración de la masa amortiguadora (Tamura 1997).

El amortiguador de masas híbrido, también llamado Amortiguador Resonante Activo (ARA), se diseña para que la parte activa opere durante las excitaciones más demandantes, dejando la vibración ambiental controlada en el modo pasivo. También se pueden diseñar para que se mantengan activos para condiciones de servicio y si ocurre una falla de energía o excitación extrema que exceda las capacidades del actuador estos cambian a modo pasivo hasta que el sistema pueda restablecer su función normal. Con las combinaciones de sistemas activos y pasivos se han registrado reducciones mayores al 50%. Aunque su costo de instalación es alto, conservan la ventaja de mantenimiento y costos de operación en comparación con los sistemas propiamente activos. La siguiente figura muestra el edificio Ando Nishikicho y un esquema del amortiguador de masas híbrido instalado para reducir la respuesta estructural.



[a14]

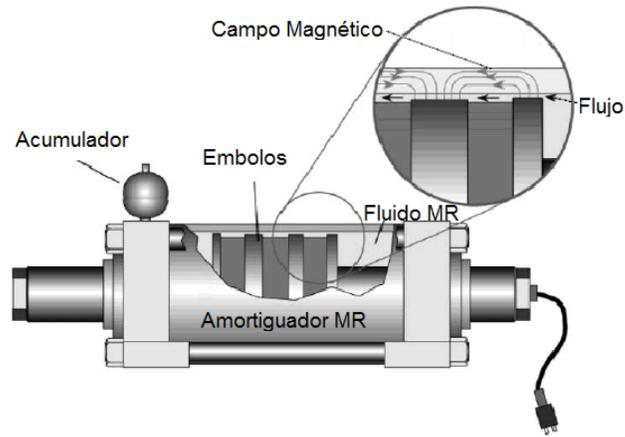
Figura 2.18 (a) Edificio Ando Nishikicho, Japón; (b) Esquema de MSR híbrida

(de Kajima Corporation)

2.4.4 Amortiguadores magneto-reológicos/electro-reológicos

Los amortiguadores de fluidos controlables no contienen partes móviles más que algún actuador de pistón por lo que su diseño mecánico es atractivo. Los fluidos controlables pueden ser magneto-reológicos y electro-reológicos (AMR/AER), y ambos se descubrieron alrededor de 1940. Los primeros AMR han ganado mayor aceptación por que necesitan campos de menor intensidad para funcionar a niveles similares, mayor esfuerzo de fluencia, menor costo de producción, respuesta más rápida y mayor densidad que se traduce en menor tamaño del dispositivo. Los fluidos magneto-reológicos (MR) son suspensiones de micro o nano partículas magnéticas, y su principal característica es su habilidad reversible para cambiar sus características reológicas en presencia de un campo magnético. La transición del estado líquido de un fluido MR a un estado cuasi-sólido ocurre en milisegundos y se puede idealizar como un cuerpo visco-elástico de Bingham (Charles 2002, Yang et al. 2002, Atray y Roshke 2003, Oh et al. 2004, Christenson y Emmons 2005, Dyke et al. 2005, Goncalves et al 2006).

Las aplicaciones prácticas más notables son: el primer edificio con AMR fue el Nihon-Kagaku-Miraikan, en Tokio y el puente sobre el lago Dongting, en la ciudad de Yueyang, China. En México, se ha estudiado el control de edificios con AMR, los resultados de dichos estudios, de un modelo estructural de cinco niveles, mostraron que para un sismo intenso se reducen los desplazamientos y las fuerzas respecto a la respuesta sin control hasta en un 96% (Baena et al. 2005).



[a15]

Figura 2.19 AMR

3 VIBRACIÓN ALEATORIA

El presente capítulo describe algunos de los aspectos de la teoría de vibración aleatoria básica y su aplicación a la ingeniería de viento, en particular, a la caracterización de la turbulencia atmosférica. Los conceptos aquí descritos se emplean en el capítulo 4 de esta tesis.

3.1 Conceptos básicos de vibración aleatoria

El objeto de la teoría de *vibración aleatoria* es encontrar la relación entre la respuesta aleatoria de una estructura, con respecto a, las características estadísticas de la excitación que la genera. En este caso, caracterizar la excitación del viento sobre el sistema estructural (geometría, masa, rigidez y amortiguamiento), para poder predecir su respuesta en términos probabilísticos. La probabilidad es entonces, la base de la teoría de vibración aleatoria por lo que, es necesario comenzar con algunas ideas fundamentales de la teoría de la probabilidad.

3.1.1 Función de densidad de probabilidad

Iniciamos con una historia (Figura3.1) de un proceso determinista, para deducir la función de densidad de probabilidad.

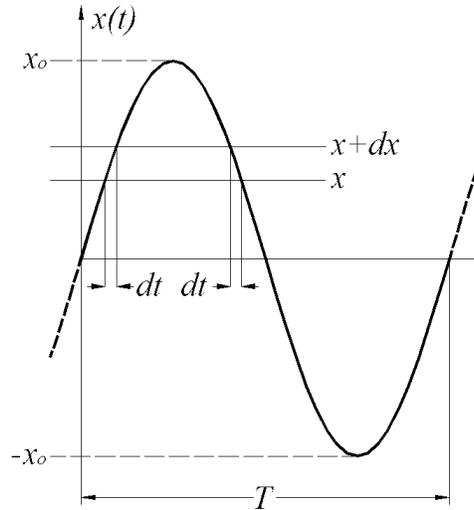


Figura 3.1 Instante en que la función está en rango $x \leq x(t) \leq x + dt$
 Si la función es:

$$x = x_0 \text{ sen} \omega t \quad (3.1)$$

donde x_0 es la amplitud, ω representa la frecuencia y t representa el tiempo, se puede calcular la proporción de tiempo por ciclo en la que, $x(t)$ se encuentra en un intervalo de amplitud x a $x + dx$. mediante manipulación algebraica, dividiendo entre el periodo $T = \frac{2\pi}{\omega}$ y multiplicando por las dos veces que el ciclo está en la banda de amplitud, obtenemos la función de densidad de probabilidad de primer orden, $p(x)$, dada por:

$$\frac{2(dt)}{T} = \frac{dx}{\pi\sqrt{x_0^2 - x^2}} \quad \therefore \quad p(x) = \frac{1}{\pi\sqrt{x_0^2 - x^2}} \quad (3.2)$$

Considerando que $x(t)$ es completamente aleatorio y que es una muestra representativa del fenómeno, podemos calcular su función $p(x)$ con la misma lógica del proceso determinístico. Durante un intervalo de tiempo T , que sea suficientemente largo, $x(t)$, se encontrará en la banda de amplitud, $x \leq x(t) \leq x + dx$, un tiempo total igual a la suma de dt veces que pase por la banda, es decir:

$$p(x)dx = \frac{(dt_1 + dt_2 + dt_3 + dt_4 \dots dt_n)}{T} \quad (3.3)$$

Otra manera de encontrar la función de distribución de probabilidad, es obtenerla directamente de los datos muestreados y construir una distribución Gaussiana o cualquier otra que se considere o se comporte mejor con pruebas de máxima verosimilitud o pruebas similares. Por ello, se deben aplicar métodos para aprovechar al máximo los datos obtenidos, como los que se describen a continuación.

3.1.2 Promedios de ensamble

Matemáticamente los promedios también pueden calcularse mediante ensambles, a partir de una colección de muestras independientes del mismo fenómeno. Teóricamente, el proceso aleatorio puede ser caracterizado perfectamente, con un número infinito de funciones muestra, donde cada función es el resultado de un experimento separado, i.e., la colección de muestras que se obtienen para las velocidades del viento, constituyen una aproximación ingenieril para el ensamble de un proceso aleatorio, como se presenta en la Figura 3.2.

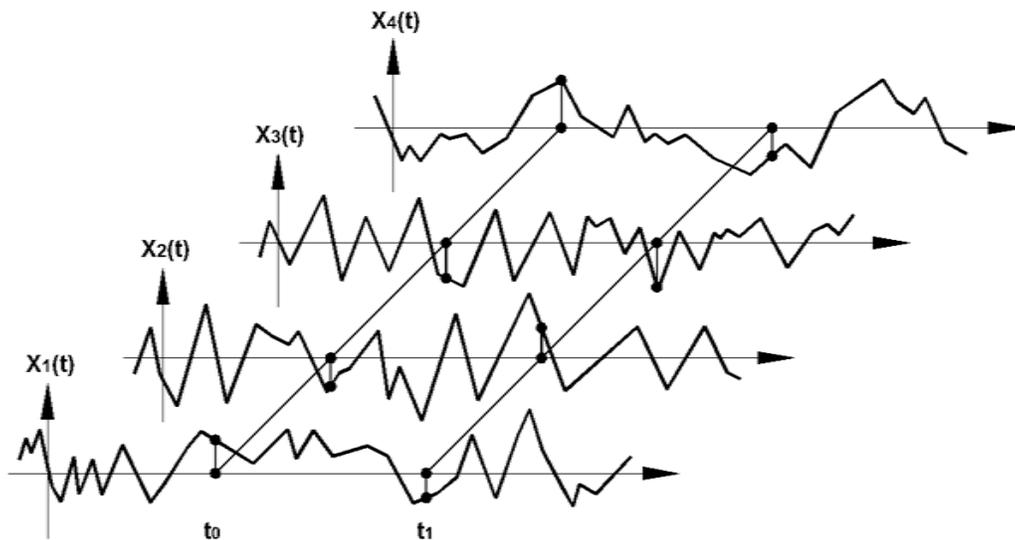


Figura 3.2 Muestras que pueden promediarse de t_0 a t_1 para caracterizar un fenómeno aleatorio estacionario, de forma aproximada.

Si $X(t)$ describe al proceso aleatorio y $X_n(t)$ es una medición experimental del fenómeno, entonces el promedio del ensamble se puede obtener mediante la siguiente expresión:

$$E[X(t)] \approx \frac{X_1(t_1) + X_2(t_1) + \dots + X_n(t_1)}{n} \quad (3.4)$$

La aproximación finita de la Figura 3.2 es fiable únicamente si se trata de un fenómeno estacionario, aquel que tiene una distribución de probabilidad cuyo promedio, media cuadrada, varianza y desviación estándar son independientes del tiempo. Se considera estacionarios a los procesos aleatorios que se comportan así, durante la mayor parte del tiempo o que pueden dividirse en varios periodos que sean aproximadamente estacionarios.

Un proceso estrictamente estacionario debería tener todas sus funciones de probabilidad del ensamble estacionarias. El término pobremente estacionario se utiliza cuando el proceso sólo tiene distribuciones invariantes en el tiempo hasta de segundo orden.

Un proceso estacionario se considera proceso ergódico cuando además de que todos sus promedios de ensamble sean invariantes al cambio de escalas del tiempo, estos también son iguales con respecto a los promedios obtenidos entre muestras de la colección en cualquier instante t . Esto implica que una sola muestra es completamente representativa del ensamble que constituye al proceso aleatorio. La correlación, como medida de dispersión, indica la distribución de los datos con respecto a una relación conocida, es decir, considerando pares de datos aleatorios se puede establecer qué tan bien distribuidos están, sobre una recta definida por las dos variables. En general, dos funciones armónicas en el tiempo se definen completamente correlacionadas si se están en fase y sin relación alguna si están en cuadratura. En las ecuaciones 3.5 a 3.7 se demuestra que, el coeficiente de correlación o covarianza normalizada ρ_{xy} , de dos ondas senoidales; $x = \text{sen}(\omega t)$ y $y = \text{sen}(\omega t + \varphi)$, de amplitud y frecuencia constante, es una función del ángulo de fase φ :

$$\rho_{xy} = \frac{E[(x-m_x)(y-m_y)]}{\sigma_x\sigma_y} \quad (3.5)$$

donde $E[(x - m_x)(y - m_y)]$ puede estimarse como, el valor promedio de una función compuesta por el producto de las funciones a correlacionar, en un tiempo arbitrario t_0

$$E \left[\begin{array}{c} \text{Función} \\ \text{aleatoria} \\ \text{de} \\ \text{variables} \\ x, y \end{array} \right] = \sum_{\text{para } x, y} \left(\begin{array}{c} \text{Amplitud de la} \\ \text{función} \\ \text{cuando esta en el rango} \\ x \rightarrow x + dx \cup y \rightarrow y + dy \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} \text{Probabilidad de que la} \\ \text{función} \\ \text{esté en el rango por periodo} \\ x \rightarrow x + dx \cup y \rightarrow y + dy \end{array} \right)$$

$$E[x(t_0)y(t_0)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) p(x, y) dx dy \quad (3.6a)$$

$$E[x(t_0)y(t_0)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_0 y_0 \text{sen } \omega t_0 \text{sen } (\omega t_0 + \varphi) \cdot \frac{\omega}{2\pi} dt_0 = \frac{x_0 y_0 \cos \varphi}{2} \quad (3.6b)$$

donde $f(x, y) = x_0 y_0 \text{sen } \omega t_0 \text{sen } (\omega t_0 + \varphi)$ es el valor de la función en t_0 ; $p(x, y) = \frac{\omega}{2\pi}$ es la función de densidad de probabilidad de la función compuesta. Considerando que t_0 sólo puede tomar valores entre 0 y $\frac{2\pi}{\omega}$, dentro un ciclo completo del movimiento periódico. En la ecuación 3.6b la doble integral de la probabilidad conjunta, se ha reducido debido a que t_0 es la única variable en las funciones a correlacionar. Para las senoidales; las desviaciones estándar están dadas respectivamente por $\sigma_x = \frac{x_0}{\sqrt{2}}$; $\sigma_y = \frac{y_0}{\sqrt{2}}$, por lo que quedan perfectamente correlacionadas en 0° o 180° y sin relación cuando $\varphi = 90^\circ$ ó 180° , como se muestra en la siguiente expresión:

$$\rho_{xy} = \frac{x_0 y_0 \cos \varphi}{2\sigma_x \sigma_y} = \cos \varphi \quad (3.7)$$

3.1.3 Función de auto-correlación

La función de auto-correlación de un proceso aleatorio $x(t)$, está definida como el valor promedio del producto $x(t)x(t + \tau)$. El proceso aleatorio es muestreado en el tiempo t , después en $t + \tau$, entre las muestras de la colección, para calcular el valor promedio del producto $E[x(t)x(t + \tau)]$ del ensamble. Comprobando que el proceso sea estacionario, el valor $E[x(t)x(t + \tau)]$ será independiente del tiempo absoluto t y sólo dependerá de la separación τ , y por consiguiente podemos decir:

$$E[x(t)x(t + \tau)] = f(\tau) = R_x(\tau)$$

donde $R_x(\tau)$ es la función de correlación para $x(t)$. Por lo mismo, la desviación estándar y la media, también son independientes del tiempo:

$$E[x(t)] = E[x(t + \tau)] = m \text{ y } \sigma_{x(t)} = \sigma_{x(t+\tau)} = \sigma.$$

El coeficiente de correlación para $x(t)$ y $x(t + \tau)$ está dado por:

$$\rho = \frac{E[\{x(t) - m\}\{x(t + \tau) - m\}]}{\sigma^2} = \frac{E[x(t)x(t + \tau)] - mE[x(t)] - mE[x(t + \tau)] + m^2}{\sigma^2}$$

$$R_x(\tau) = \sigma^2 + m^2 \quad (3.8)$$

La siguiente figura muestra una grafica típica de una función de auto-correlación.

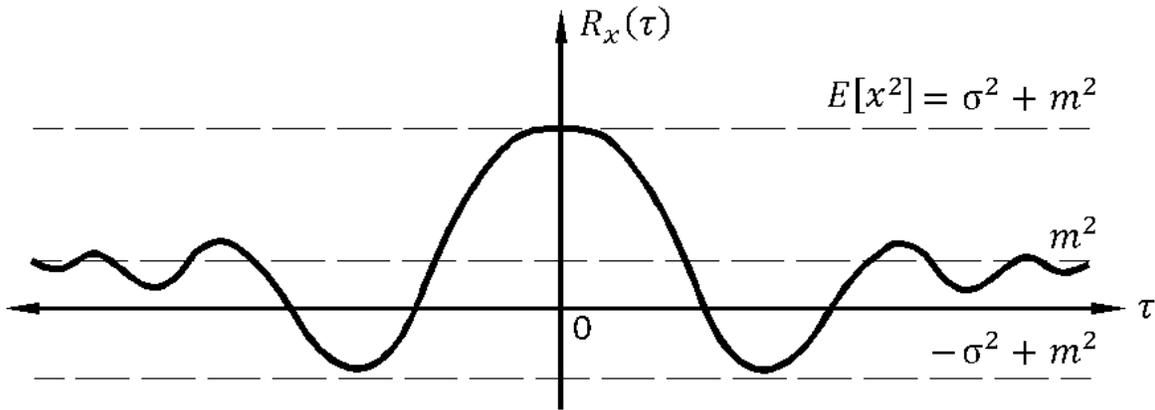


Figura 3.3 Gráfica típica de la función de auto-correlación, $R_x(\tau) = \sigma^2 + m^2$ y sus principales características.

3.1.4 Función de correlación cruzada

Las funciones de *correlación cruzada* entre dos diferentes funciones del tiempo, que sean aleatorias y estacionarias, $x(t)$ y $y(t)$, están definidas como:

$$R_{xy}(\tau) = E[x(t)y(t + \tau)] \quad (3.9a)$$

$$R_{yx}(\tau) = E[y(t)x(t + \tau)] \quad (3.9b)$$

Aunque el proceso sea estacionario, en general $R_{xy}(\tau)$ y $R_{yx}(\tau)$ no suelen ser iguales de forma análoga a diferencia de la auto-correlación, incluso son diferentes en τ . Cada correlación puede ser expresada en términos de su covarianza normalizada ρ :

$$R_{xy}(\tau) = \sigma_x \sigma_y \rho_{xy}(\tau) + m_x m_y \quad (3.10a)$$

$$R_{yx}(\tau) = \sigma_y \sigma_x \rho_{yx}(\tau) + m_y m_x \quad (3.10b)$$

Debido a que los valores límite de ρ pueden ser ± 1 , con perfecta correlación en fase o desfase, los máximos y mínimos de la función de correlación cruzada deben ser:

$$\pm \sigma_x \sigma_y - m_x m_y \quad (3.11)$$

Por ello, la función de correlación cruzada está acotada por:

$$-\sigma_x \sigma_y + m_x m_y \leq R_{xy}(\tau) \leq \sigma_x \sigma_y + m_x m_y \quad (3.12)$$

Cuando el intervalo τ es muy grande, para la mayoría de los procesos aleatorios se podría esperar que no haya correlación entre x y y , esto es cuando:

$$R_{xy}(\tau \rightarrow \infty) \rightarrow m_x m_y \quad (3.13a)$$

$$R_{yx}(\tau \rightarrow \infty) \rightarrow m_y m_x \quad (3.13b)$$

La Figura 3.4 ilustra las principales características de la correlación cruzada.

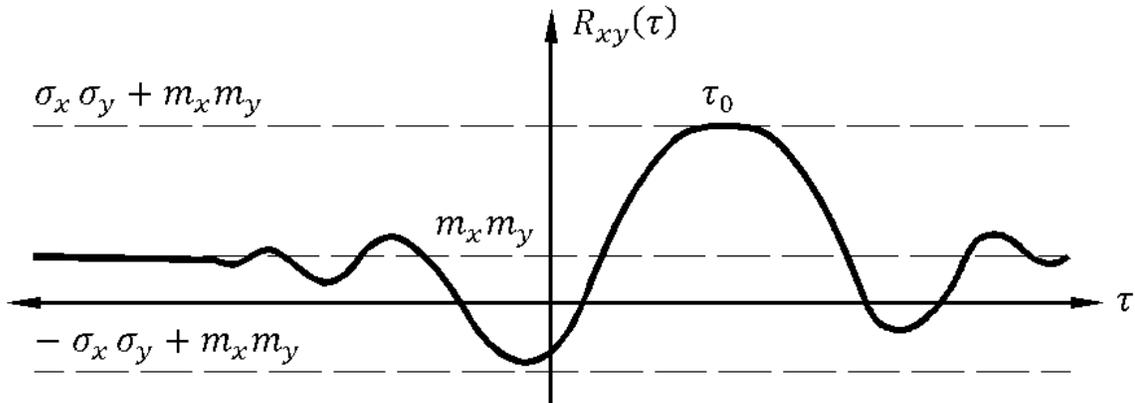


Figura 3.4 Características de la función de correlación cruzada $R_{xy}(\tau)$ de dos procesos estacionarios $x(t)$ y $y(t)$

3.1.5 Función de densidad espectral

Si consideramos los componentes frecuenciales de un proceso aleatorio, la historia en el tiempo $x(t)$ de una función muestra no es periódica, y ésta no se puede representar por una serie discreta de Fourier. Incluso, si en un proceso estacionario, $x(t)$ continúa al infinito, la ecuación 3.14 no se cumple, por tal razón, la teoría clásica del análisis de Fourier no puede aplicarse directamente.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \quad (3.14)$$

Para aplicar la teoría clásica, se puede analizar la función de auto-correlación de las funciones muestra. La función de auto-correlación brinda información de las frecuencias presentes, en un proceso aleatorio, de manera indirecta. Si se normaliza o ajusta el valor promedio a cero $m = E[x] = 0$, se garantiza que $x(t)$, no tenga componentes periódicos y que, la condición de la ecuación 3.14 se satisfaga. Además, $R_x(\tau)$ muestra un máximo para valores τ en los cuales $x(t)$ y $x(t + \tau)$ están en fase y un mínimo para los valores τ cuando están desfasados. De esta manera, las frecuencias presentes en $R_x(\tau)$, reflejan el contenido de frecuencias de las funciones muestras del proceso aleatorio $x(t)$.

La transformada de Fourier de $R_x(\tau)$ y su inversa son:

$$S_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (3.15a)$$

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega \quad (3.15b)$$

donde $S_x(\omega)$ es la densidad espectral del proceso $x(t)$, y es función de la frecuencia angular ω . La propiedad más importante de $S_x(\omega)$, es la que se obtiene al evaluar $\tau = 0$ en la ecuación 3.15b, como se muestra en la ecuación siguiente:

$$R_x(\tau = 0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega = E[x^2] \quad (3.16)$$

Lo anterior implica que podemos conocer el valor de la media cuadrática del proceso aleatorio y estacionario $x(t)$ con ayuda de la densidad espectral del proceso, por lo que, las unidades físicas representadas por el área bajo la curva $S_x(\omega)$ contra ω son la media cuadrática/unidad de frecuencia.

La densidad espectral de un proceso aleatorio es una magnitud real e incluso no negativa en función de ω (si expresamos la transformada de Fourier en términos de sus componentes real e imaginaria, puede demostrarse que la función $\text{seno}(\omega\tau)$ es una función singular y por ello su integral vale cero).

3.1.6 Procesos aleatorios de banda ancha y banda angosta

Al proceso cuya densidad espectral está prácticamente concentrada en una delgada banda de frecuencias, se le conoce como proceso de banda angosta. De igual forma, a los procesos cuya densidad espectral muestra un amplio contenido de frecuencias se les conoce como procesos de banda ancha. En el límite, cuando la banda de frecuencias se extiende desde cero hasta infinito, el espectro se conoce como ruido blanco. En la práctica, un espectro se considera blanco, si el ancho de banda se extiende más allá de todas las frecuencias de interés. La forma de la función de auto-correlación correspondiente al ruido blanco puede definirse considerando $\omega_0 = 0$, como el límite inferior de frecuencia, esto es:

$$R_x(\tau) = \frac{4S_0}{\tau} \cos\omega^2\tau \cdot \text{sen}\omega^2\tau = 2S_0 \frac{\text{sen}\omega^2\tau}{\tau} \quad (3.17)$$

Conforme $\omega^2 \rightarrow \infty$, los ciclos adyacentes a cero, se agrupan tanto que se vuelven indistinguibles de la vertical que crece hasta infinito, por lo que se representan matemáticamente por una Delta de Dirac ($\delta(\tau)$). La función de auto-correlación para un proceso aleatorio, estacionario, tipo ruido blanco, con densidad espectral S_0 puede escribirse como:

$$R_x(\tau) = 2\pi S_0 \delta(\tau) \quad (3.18)$$

3.1.7 Densidad espectral de un proceso derivado

Si conocemos la densidad espectral $S_x(\omega)$ de un proceso aleatorio estacionario $x(t)$, podemos calcular el valor cuadrático medio $E[x(t)^2]$ de acuerdo con la ecuación 3.16. También podemos usar esto para calcular la densidad espectral de un proceso obtenido diferenciando $x(t)$, i.e., la velocidad $\frac{dx}{dy} = \dot{x}$ y aceleración $\frac{d^2x}{d^2y} = \ddot{x}$. Partiendo de la función de auto-correlación, para el promedio de ensamble:

$$R_x(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N x_r(t) x_r(t + \tau) \quad (3.19)$$

Para poder diferenciar $R_x(\tau)$, con respecto a τ , tenemos que diferenciar cada término de la forma $x_r(t)x_r(t + \tau)$ dentro de la sumatoria, manteniendo t constante, esto es:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} \{x_r(t)x_r(t + \tau)\} &= x_r(t) \frac{d}{d\tau} x_r(t + \tau) = x_r(t) \frac{d}{d(t + \tau)} x_r(t + \tau) \cdot \frac{d(t + \tau)}{d\tau} \\ &= x_r(t) \dot{x}_r(t + \tau) \end{aligned}$$

Para procesos estacionarios, el promedio de ensamble, es independiente del tiempo, por lo que:

$$\frac{d}{d\tau} R_x(\tau) = E[x(t)\dot{x}(t + \tau)] = E[\dot{x}(t)x(t - \tau)] \quad (3.20)$$

Derivando de nuevo con respecto a τ , obtenemos $R_{\dot{x}}(\tau)$, que es la función de autocorrelación para el proceso derivado $\dot{x}(t)$, expresada por:

$$\frac{d^2}{d\tau^2} R_x(\tau) = -E[\dot{x}(t)\dot{x}(t-\tau)] = -R_{\dot{x}}(\tau) \quad (3.21)$$

Partiendo de la integral de Fourier (ecuación 3.16):

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega$$

Como la integral es únicamente en función de ω y los límites de integración son independientes de τ , es posible diferenciar dentro de la integral con respecto a τ . Por lo que:

$$\frac{d}{d\tau} R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} i\omega S_x(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2} R_x(\tau) = - \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_x(\omega) e^{-i\omega\tau} d\omega = R_{\dot{x}}(\tau) \quad (3.22)$$

Escribiendo $R_{\dot{x}}(\tau)$ en términos de la transformada inversa de la densidad espectral $S_{\dot{x}}(\omega)$, se aprecia que la densidad espectral del proceso derivado, es ω^2 veces la densidad espectral del proceso original, esto es:

$$\begin{aligned} R_{\dot{x}}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{x}}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ S_{\dot{x}}(\omega) &= \omega^2 S_x(\omega) \end{aligned} \quad (3.23)$$

La velocidad media cuadrática $E[\dot{x}^2]$ puede calcularse a partir de $S_x(\omega)$:

$$E[\dot{x}^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{x}}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_x(\omega) d\omega \quad (3.24)$$

De modo similar, la aceleración cuadrática media $E[\ddot{x}^2]$ puede calcularse:

$$E[\dot{x}^2] = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{x}}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \omega^4 S_x(\omega) d\omega \quad (3.25)$$

Ejemplos de procesos aleatorios y su descripción en términos de densidad de probabilidad, función de densidad de potencia espectral y función de auto-correlación :

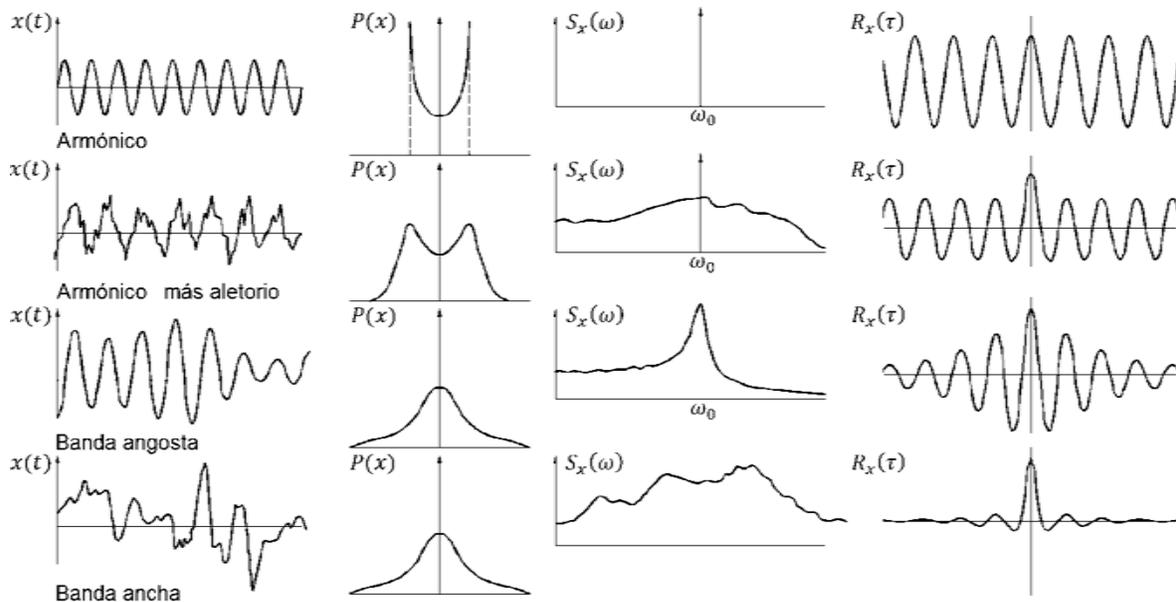


Figura 3.5 Procesos típicos aleatorios y su descripción en términos de densidad de probabilidad, función de densidad de potencia espectral y función de auto-correlación. Los conceptos resumidos en las secciones anteriores son empleados para la caracterización del viento turbulento en las siguientes secciones.

3.2 Caracterización del viento turbulento

Como en cualquier fluido en movimiento, sobre la superficie terrestre se forma una capa de aire llamada *capa límite atmosférica*, en la cual la velocidad del viento decrece desde un valor máximo, en lo más alto de la capa, hasta cero a nivel del terreno. La reducción en velocidad se debe al efecto combinado de la fricción entre superficies y a los cuerpos que bloquean el paso del viento. Estas fuerzas se transmiten por cortante (esfuerzos de Reynolds) a través de la capa límite, y por el intercambio de momentum debido al

movimiento vertical del aire, propiciando la generación y decaimiento de remolinos, conocidos como *turbulencia*.

En la Figura 3.6, se distingue el viento turbulento de los demás patrones de viento en el planeta.

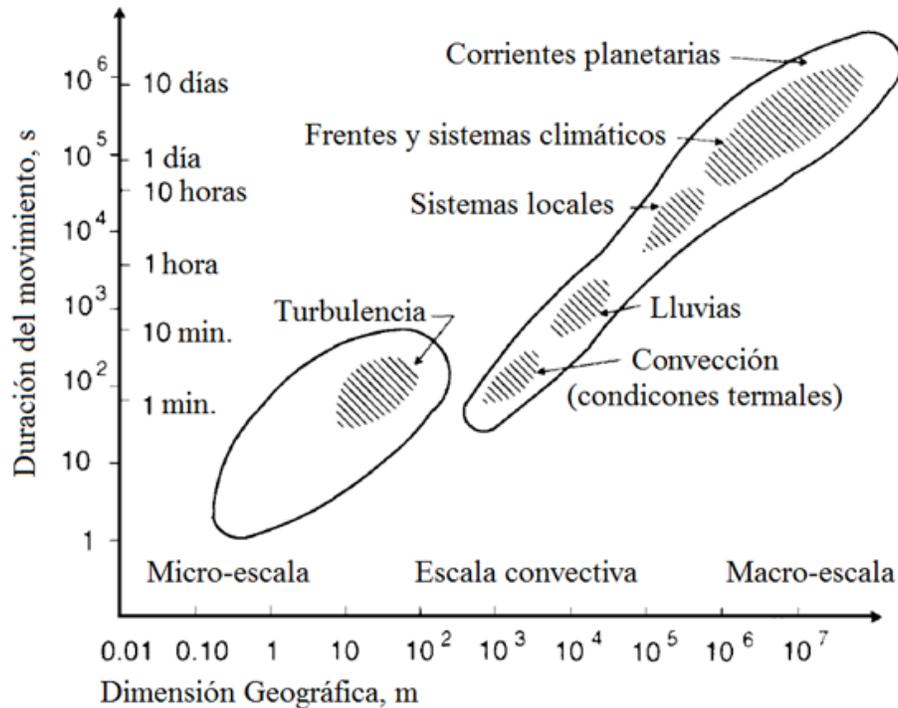


Figura 3.6 Órdenes de magnitud y duración de diferentes patrones de movimiento atmosférico (después de Fortak 1982)

3.2.1 Viento turbulento

El viento como una acción sobre las estructuras, puede describirse con las siguientes consideraciones:

- En la altitud del viento geostrófico, donde las condiciones son independientes de la fricción con la superficie, el flujo se asume horizontalmente homogéneo. Esto implica que el viento geostrófico tiene la misma velocidad y dirección universal.

- El viento turbulento es estacionario, y de acuerdo con la práctica meteorológica internacional, se considera un periodo de muestreo de 10min para obtener la respuesta estructural.
- La dirección del viento turbulento, no cambia de acuerdo con la altura sobre el suelo. Sin considerar estructuras muy altas o que sean inusualmente sensibles a la dirección del viento, se obtiene una aproximación excelente al no considerar el cambio de dirección. Mediciones experimentales indican que hasta una altura de 180m, la dirección del viento cambia, apenas unos cuantos grados (Harris, 1970).

Para el caso de los efectos dinámicos debidos a la turbulencia, las fuerzas fluctuantes van cobrando mayor importancia si el cuerpo es capaz de responder dinámicamente a la excitación. En el caso de grandes estructuras en la atmósfera, no es suficiente con saber cómo fluctúan las velocidades en el tiempo, sino que también la forma en que varían en el espacio es importante.

3.2.2 Representación matemática del viento turbulento

Dentro del campo fluido, la velocidad del flujo tiene una magnitud, para cualquier punto, dada por:

$$[\{\bar{v}(z) + u(t, x, y, z)\}^2 + v^2(t, x, y, z) + w^2(t, x, y, z)] \quad (3.26a)$$

donde \bar{v} es la velocidad promedio del viento sobre el intervalo de muestreo T , definida como:

$$\bar{v} = \frac{1}{T} \int_0^T V(t, z) dt \quad (3.26b)$$

y $u(t, x, y, z), v(t, x, y, z), w(t, x, y, z)$ representan la velocidad aleatoria o *ráfagas* de viento en las direcciones u, v y w , las cuales están asociadas con las direcciones longitudinal, lateral y vertical, respectivamente.

La velocidad de las ráfagas de viento puede variar en el espacio, y en la mayoría de los casos, existen interrelaciones entre sus componentes. Así, resulta necesario tener en cuenta la correlación de los componentes de la velocidad del viento, en diferentes puntos de la estructura, para permitir la acción no uniforme de las ráfagas, tanto en el tiempo como en espacio.

En las edificaciones, las propiedades de la componente longitudinal suelen ser las más importantes. La componente lateral puede cobrar relevancia en edificios altos. En puentes, la componente vertical del viento se considera importante, ya que puede provocar el levantamiento de los tableros. Existen dos tipos de correlaciones: en la primera, las mediciones de los componentes de la velocidad se realizan en un sólo punto, relacionándose así con ellos mismos o unos a otros, ya sea simultáneamente o en diferentes tiempos. En la segunda clase de correlación, las mediciones se realizan en dos lugares diferentes (mediciones de dos puntos) y éstos a su vez pueden estar relacionados con o sin retrasos.

3.2.3 Velocidad media del viento – perfil del viento

En la capa límite atmosférica, entre 0 y 100m de altura, la velocidad media del viento está casi totalmente determinada por la rugosidad del terreno. En la parte más alta, aproximándose al flujo libre, la velocidad del viento depende principalmente de la altura z . Para conocer la velocidad media del viento, se han desarrollado varios modelos, los cuales consideran la rugosidad del terreno y los efectos de la altura.

3.2.4 Perfil logarítmico

La ecuación diferencial para describir la velocidad media del viento, basada en el perfil logarítmico, se puede formular con la siguiente expresión, si el viento corre en un terreno plano (campo abierto):

$$U(z) = u^* \left(\frac{\ln \frac{z}{z_0}}{k} \right) \quad (3.27)$$

donde $k \approx 0.4$, es la constante de von Kármán, z_0 es la *longitud de rugosidad*, y

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}$$

es la *velocidad de fricción*, donde τ_0 es el esfuerzo cortante sobre la superficie y ρ es la densidad del aire. Para vientos extremos los valores de la velocidad de fricción varían entre 1 a 2m/s. Cerca del suelo, el gradiente de velocidad $\frac{dU(z)}{dz}$ depende de τ_0 , ρ , y la altura z . Para alturas superiores a los 300m, una expresión matemática más precisa que la mostrada en la ecuación 3.27 fue desarrollada considerando la altura efectiva, el gradiente de altura y el coeficiente de Coriolis :

$$U(z) = \frac{u_*}{k} \left[\ln \frac{z-d}{z_0} + 5.75a - 1.88a^2 - 1.33a^3 + 0.25a^4 \right] \quad (3.28)$$

donde el gradiente de altura está dado por el argumento adimensional a , dado por:

$$a = \frac{z-d}{z_g} \quad (3.29)$$

donde $z_g = \frac{u_*}{6f_c}$, f_c es el parámetro de Coriolis. Los últimos 3 términos de la ecuación 3.28 no son relevantes para alturas menores a los 300m.

3.2.5 Perfil ley de potencia

Este perfil empírico es utilizado principalmente por su simplicidad, se expresa como:

$$U(z) = U(z_{ref}) \left(\frac{z}{z_{ref}} \right)^\alpha \quad (3.30)$$

donde z_{ref} es la altura de referencia, usualmente 10m, α es un coeficiente que depende del terreno.

Para estructuras de menos de 200m, cualquier perfil puede utilizarse con buena aproximación. Además de la consideración de la altura, existen otros parámetros que necesitan definirse con la finalidad de caracterizar la variación de la velocidad media del viento con la altura, como es el caso de la longitud de rugosidad y los cambios en el tipo del terreno. Estos factores se discuten en las siguientes secciones.

3.2.6 Longitud de turbulencia

La longitud de turbulencia puede interpretarse como el tamaño del vórtice promedio, que se forma como resultado de la fricción del aire contra la superficie de un terreno particular (ver Figura 3.7).

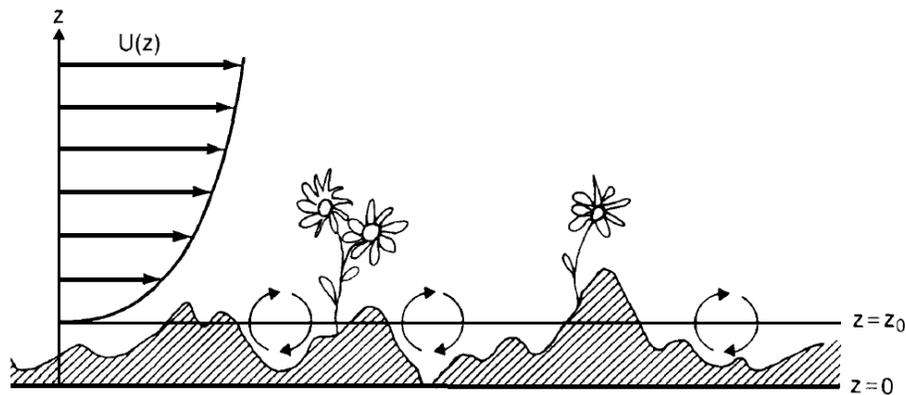


Figura 3.7 Ilustración simplificada de la longitud de turbulencia z_0 (después de Petersen et al., 1998)

Los valores de z_0 , varían desde $10^{-5}m$, para una superficie totalmente plana como el hielo, hasta valores de 1 a 10m, para entornos urbanos dependiendo de la densidad y altura de los edificios. Los elementos que están uniformemente distribuidos sobre el terreno como árboles de un bosque, series de edificios o zonas residenciales, se denominan *elementos rugosos* y contribuyen al aumento de la turbulencia del viento. Una expresión empírica para

estimar la longitud de turbulencia por cuerpos rugosos es la propuesta por Businger (1974), y se define de la siguiente manera:

$$z_0 = 0.5h \frac{A_R}{A_T} \quad (3.31)$$

donde h es la altura del elemento, A_R es el área del elemento perpendicular a la dirección del viento y A_T es una medida de la densidad de elementos rugosos por área de terreno libre. Si A_R y A_T son del mismo orden de magnitud, como en un bosque, el flujo se eleva por encima de los elementos y la altura de estos (d), debe restarse a la altura total donde se desea conocer la velocidad media del viento, dejando el perfil logarítmico (ecuación 3.27) en función de la *altura efectiva* ($z - d$), en lugar de z .

3.2.7 Cambio de rugosidad y elevación

Cuando el flujo de viento experimenta un cambio de rugosidad en el terreno, el perfil de velocidad queda en transición gradual en una altura h_1 , la cual es determinada por la longitud de rugosidad z_{01} , hasta una altura h_2 , como se muestra en la Figura 3.8.

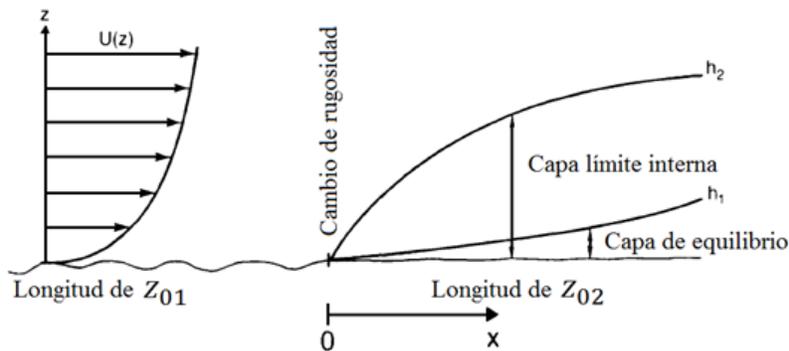


Figura 3.8 Altura de la capa límite interna y de la capa de equilibrio, después de un cambio de rugosidad

El perfil en transición está determinado por ambas rugosidades, las cuales son empleadas para determinar la altura h_2 . La variación de h_2 con respecto a la longitud x (longitud a lo largo del terreno) puede ser estimada con la expresión propuesta por William (1958):

$$h_2(x) = Z_{02} \left[0.75 + 0.03 \left(\frac{Z_{01}}{Z_{02}} \right) \right] \left(\frac{x}{Z_{02}} \right)^{0.8} \quad (3.32)$$

Es importante notar que h_2 ocurre en una menor distancia x , cuando la transición es a un terreno de mayor rugosidad. Cuando la transición es a un terreno menos rugoso, la variación de h_2 es más lenta (Plate, 1971). Cuando el viento encuentra un cambio en la topografía como una colina o una pendiente escarpada, el flujo de aire es forzado dentro de un área menor, sin que la capa límite y el gradiente de altura cambien. Sin embargo, la velocidad del viento y la presión se incrementan (Lemelin et al. 1988), por tanto, la rugosidad no tiene nada que ver con el aumento de velocidad.

3.2.8 Intensidad de turbulencia

Es una medida de las fluctuaciones de la turbulencia y se define como la proporción de las desviaciones estándar de las componentes de velocidad fluctuantes instantánea con la media de la velocidad del viento. La intensidad de turbulencia para las direcciones u , v y w se definen como:

$$I_u(z) = \frac{\sigma_u}{\bar{v}(z)}; \quad I_v(z) = \frac{\sigma_v}{\bar{v}(z)}; \quad I_w(z) = \frac{\sigma_w}{\bar{v}(z)} \quad (3.33)$$

donde σ_u, σ_v y σ_w son las desviaciones estándar de las componentes de velocidad fluctuantes, y $\bar{v}(z)$ representa la velocidad media observada en la altura z . Las desviaciones estándar se aproximan a cero en alturas próximas al viento geostrófico, aunque resultados experimentales demuestran que las desviaciones estándar decrecen muy lentamente conforme aumenta la altura de las estructuras comunes (Davenport 1967, Harris 1970).

Las desviaciones estándar son prácticamente constantes para casi la mitad de la altura de la capa límite interna, de 100-200m de altura. Rodeados de terreno homogéneo, las tres desviaciones de la turbulencia son aproximadamente iguales a (Armitt y Counihan 1968):

$$\sigma_u = Au_* \quad \sigma_v \approx 0.75 \cdot \sigma_u \quad \sigma_w \approx 0.5 \cdot \sigma_u \quad (3.34)$$

donde $A \approx 2.5$, si $z_0 = 0.05m$ y $A \approx 1.8$, si $z_0 = 0.3m$. Para terreno plano, la intensidad de turbulencia se obtiene como:

$$I_u(z) = \frac{1}{\ln\left(\frac{z}{z_0}\right)} \quad (3.35)$$

donde $z_0 = 0.05m$

3.2.9 Escala de tiempo y escala de longitud

Las características temporales y espaciales de la turbulencia pueden ser cuantificadas por medio de sus correlaciones. La escala de tiempo $T(z)$ está definida de la siguiente manera:

$$T(z) = \int_0^{\infty} R_{uu}(z, \tau) d\tau \quad (3.36)$$

donde $R_{uu}(\tau)$ es la auto-correlación temporal, expresada como:

$$R_{uu}(z, \tau) = \frac{E[u'(z,t) \cdot u'(z,t+\tau)]}{\bar{u}(z)^2} \quad (3.37)$$

$R_{uu}(\tau)$ depende únicamente de la altura sobre el suelo y del intervalo de tiempo τ , debido a la suposición de un flujo horizontal y homogéneo. La escala de tiempo es una medición de qué tanta información de $u(t + \tau)$ puede obtenerse de a partir $u(t)$. Mucha información si $\tau \ll T(z)$, y muy poca si $\tau \gg T(z)$. Una buena aproximación de la función de auto-correlación temporal está dada por:

$$R_{uu}(z, \tau) = e^{\frac{-\tau}{T(z)}} \quad (3.38)$$

Otro factor importante en el estudio del viento atmosférico son las escalas de longitud, las cuales son estimadas con ayuda de las funciones de correlación cruzadas. Si la función de correlación de la componente en dirección u es de interés, se puede emplear la siguiente expresión:

$$R_{uu}(z, \Delta x) = \frac{E[u'(x,z) \cdot u'(x+\Delta x,z)]}{\bar{u}(x,z) \cdot \bar{u}(x+\Delta x,z)} \quad (3.39)$$

donde $u'(x, z)$ y $u'(x + \Delta x, z)$ son componentes de la función de velocidad del viento en dos posiciones diferentes en el espacio, separadas por Δx y medidos simultáneamente. La función varía con la magnitud y dirección de la separación Δx . Existen casos particulares en los que el valor de R_{uu} es conocido, i.e., cuando Δx tiende a 0, el valor de R_{uu} tiende a 1, y cuando Δx tiende a infinito, R_{uu} tiende a 0. R_{uu} , digamos que la separación es en la dirección vertical Δz :

$$\left. \begin{array}{l} \text{cuando } \Delta x \rightarrow 0 \Rightarrow R_{uu}(z, \Delta x) \rightarrow 1 \\ \text{cuando } \Delta x \rightarrow \infty \Rightarrow R_{uu}(z, \Delta x) \rightarrow 0 \end{array} \right\} R_{uu}(z, \Delta x) \approx e^{-\frac{\Delta x}{L_u^x}} \quad (3.40)$$

Empleando la definición 3.36, las escalas de turbulencia están dadas por:

$$L_u^x = \int_0^\infty R_{uu}(z, \Delta x) \cdot d \Delta x \quad (3.41)$$

Las escalas de longitud L_u^x son una medida del tamaño promedio longitudinal de los remolinos o vórtices (ver figura 3.7) asociados con el componente de velocidad del que se trate (x, y, z por cada dirección; u, v, w) La hipótesis de Taylor de convección o “turbulencia congelada” establece que es posible obtener una representación realista, de las variaciones temporales de la turbulencia, si se superponen traslaciones del campo de velocidades espacial, en base a la velocidad media del viento o viceversa. Por lo tanto; $R_{uu}(z, \Delta x) = R_{uu}(z, \tau)$ para $\Delta x = u(z)\tau$. Así, la ecuación 3.41 puede reescribirse como:

$$L_u^x = u(z)T(z) \quad (3.42)$$

En mediciones experimentales a escala completa, se ha demostrado que la escala de longitud depende de la altura Z sobre el suelo, de la rugosidad del terreno expresada por Z_0 y de la velocidad del viento. Así se sugiere una expresión puramente empírica para la escala de longitud, longitudinal a una altura Z , de 10-140m dada por:

$$L_u^x = C_Z^m \quad (3.43)$$

donde C y m dependen de la longitud de rugosidad z_0 . La relación entre las longitudes de escala es $L_u^y \approx 0.3L_u^x$, y $L_u^z \approx 0.2L_u^x$.

3.2.10 Función de densidad de potencia espectral del viento turbulento

La distribución de la energía a lo largo de las frecuencias en el componente paralela a la dirección del viento u , se describe por la función de densidad de potencia espectral (FDPE) adimensional, expresada como:

$$R_\omega(z, \omega) = \frac{\omega \cdot S_u(z, \omega)}{\sigma_u^2(z)} \quad (3.44)$$

donde ω es la frecuencia en Hertz, $\sigma_u^2(z)$ varianza de la velocidad u a la altura z y $S_u(z, \omega)$ es el espectro de la muestra. La energía turbulenta se genera en vórtices amplios (bajas frecuencias) y se disipa en vórtices pequeños (altas frecuencias). La región intermedia se llama sub-rango inercial y es un punto de equilibrio entre la generación y disipación de energía. Asumiendo la hipótesis de Taylor y considerando sólo las frecuencias en el sub-rango inercial, la FDPE $R_\omega(z, \omega)$, está dada por:

$$R_\omega(z, \omega) = A f_L^{-2/3} \quad (3.45)$$

donde A es una constante que depende levemente de la altura; la frecuencia adimensional $f_L = \omega L(z)/u(z)$, y $L(z)$ son escalas de longitud de turbulencia dependientes de la altura.

Cerca del suelo, la altura z puede ser usada como la escala de longitud turbulenta, indicando que $R_\omega \propto f_z^{-2/3}$, donde $f_z = \omega z/u(z)$ se conoce como la coordenada de similitud de Monin.

La constante A puede estar basada en la FDPE a escala real, medida a diferentes alturas, preferiblemente usando la escala de longitud. En el comportamiento de alta frecuencia $L(z) = L_u^x(z)$, A es una función que decrece lentamente con la altura.

Para estructuras con alturas de hasta 200-300m, las FDPE se obtienen con una incertidumbre de 5% usando $A = 0.14$ para todas las alturas, y asumiendo $L(z) = L_u^x(z)$.

3.2.11 Funciones de densidad de potencia espectral más comunes

Las Funciones de Densidad de Potencia Espectral FDPE que se presentan a continuación son similares a los de la ecuación. 3.44.

La FDPE adimensional de Kolmogorov(1941):

$$R_\omega(z, \omega) = 0.26f^{-\frac{2}{3}} \quad (3.46)$$

dónde $f = \frac{\omega z}{U(z)}$ es la frecuencia reducida (adimensional) y $U(z)$ es la velocidad media del viento en la altura z

La FDPE adimensional de Von Kármán (1948):

$$R_\omega(z, \omega) = \frac{4fL}{(1+70.8fL^2)^{5/6}} \quad (3.47)$$

donde , $L = 151\left(\frac{z}{10}\right)^{\alpha L}$ es la integral de la escala de longitud y αL es un coeficiente de ajuste con respecto a la altitud z .

Davenport en 1967 propuso una de las FDPE más populares, la cual está dada por:

$$R_\omega(z, \omega) = \frac{4x^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{4}}} \quad (3.48)$$

donde $x = \frac{1200\omega}{U(10)}$, y $U(10)$ es la velocidad promedio del viento a una altura z de 10m

La FDPE adimensional propuesta por Harris (1970):

$$R_{\omega}(z, \omega) = \frac{4x^2}{(2+x^2)^{\frac{5}{6}}} \quad (3.49)$$

donde $x = \frac{1800\omega}{U(10)}$

La FDPE adimensional propuesta por Kaimal & Simiu (1972):

$$R_{\omega}(z, \omega) = \frac{200f}{(1+50f)^{\frac{3}{5}}} \quad (3.50)$$

donde $f = \frac{\omega z}{U(z)}$

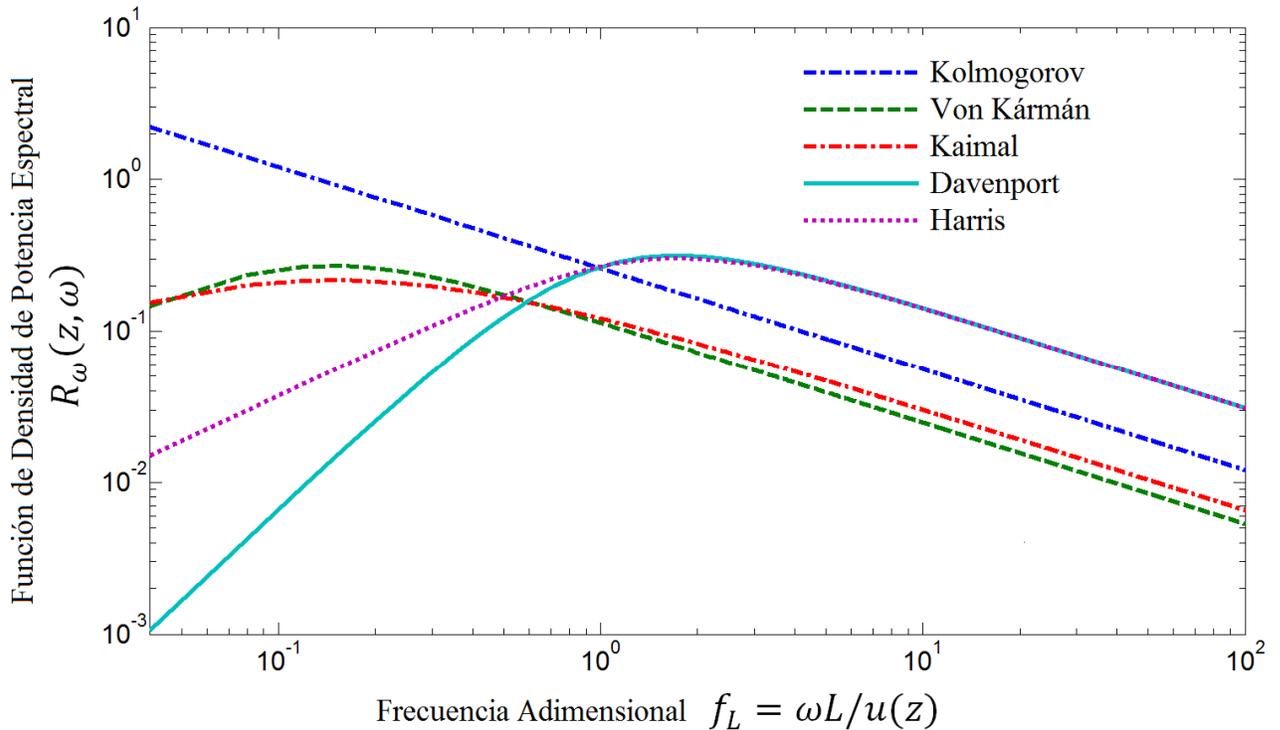


Figura 3.9 Funciones de Densidad de Potencia Espectral para la componente longitudinal. La FDPE, propuesta por Davenport presenta la mayor amplitud, mientras que la propuesta por Kaimal es la de menor amplitud máxima.

Para estructuras con frecuencias naturales muy bajas, es posible emplear modelos de FDPE con el rango de frecuencias bajas. En la figura 3.9 se presenta una comparación entre las Funciones de Densidad de Potencia Espectral más comunes

3.2.12 Función de densidad de potencia espectral para los componentes ortogonales de la velocidad turbulenta del viento

La FDEP para los componentes de turbulencia lateral y vertical está dada en forma aproximada, respectivamente, por (Simiu y Scanlan 1986):

$$\frac{\omega \cdot S_v(z, \omega)}{u_*^2} = \frac{15 f_z}{(1+9.5 f_z)^{5/3}} \quad (3.51)$$

donde $f_z = \frac{\omega z}{v(z)}$

$$\frac{\omega \cdot S_w(z, \omega)}{u_*^2} = \frac{3.36 f_z}{(1+10 f_z)^{5/3}} \quad (3.52)$$

donde $f_z = \frac{\omega z}{w(z)}$

3.2.13 Correlación entre dos puntos en turbulencia

El espectro cruzado normalizado describe la dependencia estadística entre la turbulencia entre dos puntos a una frecuencia dada ω . Esta dependencia es debida a la dimensión espacial de los vórtices en el campo del viento.

La distribución espacial en la dirección paralela al viento se describe por el espectro cruzado adimensional normalizado, expresado como:

$$S_N = \frac{S_{uu}(P_1, P_2, \omega)}{\sqrt{S_u(P_1, \omega) S_u(P_2, \omega)}} \quad (3.53)$$

donde S_{uu} es el espectro cruzado de los dos componentes longitudinales de la turbulencia en los puntos P_1 Y P_2 , respectivamente. S_u es el espectro de potencia del componente longitudinal de la turbulencia en el punto especificado por el argumento P . La parte real del espectro cruzado normalizado se llama *co-espectro normalizado*, ψ_u , y la parte imaginaria suele denominarse “cuadratura”. La raíz cuadrada de la función de *coherencia*, está definida por el valor absoluto del espectro cruzado normalizado $\sqrt{Coh} = |S_N|$, y es de utilidad en la simulación de la turbulencia atmosférica.

El co-espectro normalizado y la raíz cuadrada de la función coherencia son idénticos cuando la fase del espectro es cero y la parte imaginaria se descarta. El co-espectro normalizado, ψ_u , es comúnmente empleado en el cálculo de la respuesta estructural.

En base a pruebas experimentales, Davenport (1962) propuso una ecuación empírica para el co-espectro normalizado y un espectro de fase cero, dado por:

$$\psi_u(r, \omega) = \exp(-Cr\omega/U) \quad (3.54)$$

donde C es una constante adimensional que determina la extensión espacial de la correlación en la turbulencia.

Para co-espectros horizontales y verticales, $\psi_u(r, \omega)$ se puede expandir para dos puntos con una separación transversal (r_y, r_z) , mediante (Davenport, 1977):

$$\psi_u(r_x r_y, \omega) = \exp\left(-\frac{\omega}{U} \sqrt{(C_y r_y)^2 + (C_z r_z)^2}\right) \quad (3.55)$$

donde la velocidad media del viento usada es la velocidad promedio de los puntos considerados $U = \frac{1}{2}(U(z_1) + U(z_2))$. Valores típicos son de $C_y = 10$ y $C_z = 10$.

Las ecuaciones empíricas 3.54 y 3.55 tienen la ventaja de ser simples, pero incorporan dos inconsistencias:

- La función es positiva para cualquier separación, llevando únicamente a valores positivos del integral del co-espectro sobre el plano perpendicular a la velocidad media del viento. Lo que entra en conflicto con la definición de un componente longitudinal con media cero
- El co-espectro normalizado se aproxima a 1 para pequeñas frecuencias ω . Esto no es verdadero para separaciones del mismo orden de magnitud ni siquiera para mayores

separaciones que el tamaño promedio de los vórtices, dando como resultado una estructura del viento caracterizada, carente de correlación incluso para bajas frecuencias. El co-espectro normalizado con grandes separaciones y en bajas frecuencias puede ser muy importante para estimar la respuesta de varios tipos de estructuras, como los puentes que están en cantiléver durante su construcción

Para evitar las inconsistencias de las primeras formulaciones empíricas considerando turbulencia local isotrópica, se formuló una fórmula exponencial en base en la forma generalizada del espectro de von Kármán :

$$S_u(\omega) = \frac{S_0}{(1+(2\pi\omega L/u)^2)^\gamma} \quad (3.56)$$

donde S_0 , es una constante, L es la escala de longitud y el parámetro γ determina el comportamiento de alta frecuencia. Para $\gamma = 5/6$, la escala de longitud es $L = 1.34L_u^x$. Para deducir el co-espectro normalizado, se tiene:

$$\psi_u(K_1, r) = \frac{2}{\Gamma(\gamma)} \left[\left(\frac{K_1 r}{2} \right)^\gamma K_\gamma(K_1, r) - \left(\frac{K_1 r}{2} \right)^{\gamma+1} K_{1-\gamma}(K_1, r) \right] \quad (3.57)$$

donde Γ es la función gamma, K_γ y $K_{1-\gamma}$ son las funciones modificadas de Bessel de segunda especie y el número de ondas modificado K_1 está dado por:

$$K_1 = \sqrt{\left(\frac{2\pi\omega}{U} \right)^2 + \left(\frac{1}{L} \right)^2} \quad (3.58)$$

Se utiliza $\gamma = 5/6$ para considerar la anisotropía del viento natural originado por el cortante en la capa límite y el bloqueo causado por la superficie. Para una condición totalmente isotrópica $\gamma = 1/2$, el espectro se simplifica a:

$$\psi_u(K_1, r) = \left(1 - \frac{K_1 r}{2} \right) \exp(K_1, r) \quad (3.60)$$

donde, para K_1 se utiliza

$$\omega = \sqrt{\omega^2 + \left(\frac{u}{2\pi L}\right)^2} \quad (3.61)$$

3.2.14 Valor pico de la respuesta

Durante cada periodo de observación T , se puede establecer un valor máximo de la respuesta. Este máximo depende del tiempo de observación y de la frecuencia aparente ν :

$$\nu = \sqrt{\frac{\int_0^\infty f^2 \cdot S(f) \cdot df}{\int_0^\infty S(f) \cdot df}} \quad (3.62)$$

La frecuencia aparente depende del espectro del proceso aleatorio y para procesos de banda angosta, como el de un sistema ligeramente amortiguado, la frecuencia aparente ν se acerca a la frecuencia natural y por eso $\nu \approx f_0$. Los valores pico observados individualmente pueden ser ensamblados para obtener un función de distribución de densidad de probabilidad. El valor medio de los picos puede ser calculado como:

$$\bar{y} = g \sigma_y \quad (3.63)$$

dónde g es un factor pico que puede calcularse usando (Davenport 1964, Rice 1954):

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(\nu)T} + \frac{0.5772}{\sqrt{2 \cdot \ln(\nu)T}} \quad (3.64)$$

4 MASAS SÓLIDAS RESONANTES PARA CONTROL DE VIBRACIONES INDUCIDAS POR VIENTO TURBULENTO

4.1 Reducción de vibraciones inducidas por viento en un edificio esbelto

Tal como se ha mencionado, en la actualidad se pueden controlar las vibraciones inducidas por viento mediante varios dispositivos disipadores de energía del tipo pasivo, semiactivo, activo o híbridos (Kareem et al., 1999). Si bien muchos de éstos han sido empleados con éxito, es importante continuar investigando acerca del tipo de amortiguador que se desee utilizar para reducir las vibraciones. Generalmente, un incremento en el amortiguamiento efectivo de una estructura, con ayuda de un sistema auxiliar de amortiguamiento, llevará siempre a una reducción en la respuesta dinámica si los parámetros óptimos del amortiguador son empleados.

La llamada masa sólida resonante (MSR), utiliza una masa sólida auxiliar del orden del 1% de la masa modal de la estructura para reducir la vibración mediante la disipación de energía cinética a través de un amortiguador que se conecta a la estructura y a la MSR. Con la finalidad de proporcionar rigidez a la MSR, un resorte se coloca en la conexión estructura-MSR. Las MSR son una opción atractiva por su bajo costo de mantenimiento, además de una gran confiabilidad y se pueden recalibrar fácilmente para tomar en cuenta los cambios en las propiedades dinámicas de la estructura.

El principal objetivo de este capítulo es llevar a cabo un análisis paramétrico de un sistema MSR-estructura. Para los análisis, tanto la estructura como la MSR son modeladas como sistemas de tres grados de libertad (dos translaciones y torsión). Los parámetros óptimos (frecuencia y porcentaje de amortiguamiento) de la MSR son identificados con base en un análisis paramétrico del sistema MSR-estructura.

En las siguientes secciones se presentan detalles en la modelación matemática de la simulación de las fuerzas del viento y los resultados de los análisis, junto con las conclusiones del presente estudio.

4.1.1 Descripción general del sistema estructural

La estructura considerada se muestra en la Figura 4.1. Se trata de una torre localizada en Hong Kong, cuyas propiedades dinámicas se resumen en la Tabla 4.1, y su significado se puede comprender observando la Figura 4.2.

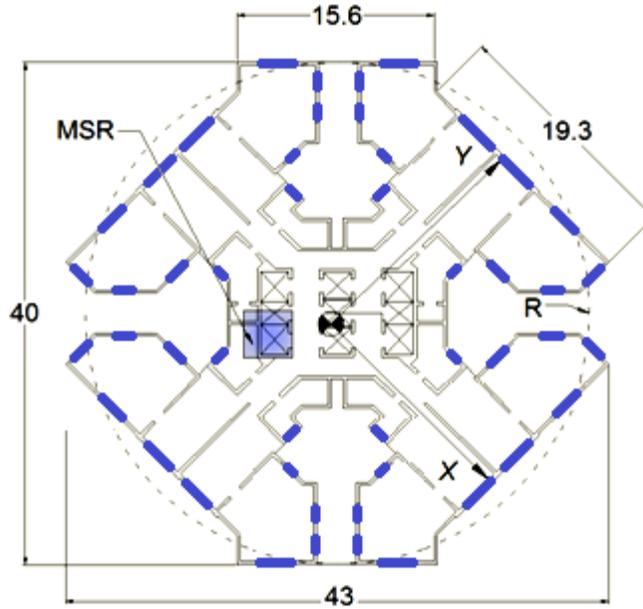


Figura 4.1 Vista en planta, ubicación de la MSR, la distribución de las ventanas se muestra con líneas gruesas, dimensiones en metros.

En la Figura 4.1 también se muestra la localización de la masa sólida resonante, en azul y un círculo punteado de radio R , cuyo significado se describe después. El diseño de la planta arquitectónica es una solución en edificios altos para uso habitacional o de oficinas para aprovechar la iluminación y ventilación natural. Como se puede observar en la Figura 4.1, todos los espacios tienen ventanas, excepto los pasillos que salen de los elevadores.

En la Tabla 4.1 se observan las características dinámicas de la estructura. Se puede apreciar de la tabla que la estructura es susceptible a los efectos del viento turbulento, debido al bajo valor de sus frecuencias naturales de vibrar y a su bajo porcentaje de amortiguamiento crítico. Es importante mencionar que la participación modal de este tipo de estructuras se concentra comúnmente en los primeros modos de vibrar, por lo que junto con sus características, ésta fue modelada como un sistema dinámico equivalente de tres grados de libertad, con dos translaciones y torsión. También puede apreciarse la proximidad entre la frecuencia de translación f_Y y la de torsión f_θ .

Tabla 4.1 Propiedades dinámicas de la estructura principal

$M_s=$	2.690E+07 (kg)	$C_x=$	5.970E+05 (N/(m/s))
--------	----------------	--------	---------------------

$I_s=$	6.310E+09 (kg-m ²)	$C_Y=$	1.640E+08 (N/(rad/s))
$K_X=$	3.310E+07 (N/m)	$f_X=$	0.170 (Hz)
$K_Y=$	4.610E+07 (N/m)	$f_Y=$	0.214 (Hz)
$K_\theta=$	1.070E+10 (N/rad)	$f_\theta=$	0.207 (Hz)
$C_Y=$	7.120E+05 (N/(m/s))	$\xi_s=$	1%

Nota: M_s es la masa del sistema; I_s es la inercia del sistema; K es la rigidez del sistema en la dirección correspondiente; C es el coeficiente de amortiguamiento en la dirección correspondiente; f es la frecuencia del modo fundamental en cada dirección; ξ_s es el porcentaje de amortiguamiento crítico en los modos considerados.

Para implementar dispositivos tipo MSR como soluciones emergentes en edificios, se deben considerar dos aspectos primordiales: la capacidad estructural necesaria para alojar el dispositivo en la ubicación disponible, y la cantidad de espacio disponible en el edificio para la colocación de la MSR.

En este capítulo, para la estructura analizada, se propone un mecanismo eficiente, que pretende ocupar una sola masa concentrada para controlar la respuesta en las tres direcciones principales. La excentricidad de la MSR difiere de lo que podría esperarse para un edificio con sección transversal rectangular, por lo que se decidió evitar la colocación de la MSR sobre el eje de los muros exteriores, puesto que la torsión adicional debido a la ubicación excéntrica de la MSR podría perjudicar de manera significativa a la estructura, dada la configuración en forma de cruz. Una ubicación viable para la MSR es directamente sobre un cubo de escaleras o ascensores, como se ilustra en la Figura 4.1, Esta ubicación, cercana al centroide de la estructura, evita solicitaciones excesivas para la estructura original y evita sacrificar espacios útiles en el edificio. El modelo mecánico del dispositivo se muestra en la Figura 4.2 en la que X y Y son los ejes de translación, y θ es la torsión para la estructura principal. Los ejes x_r , y_r y θ_r son los ejes locales de la MSR, los dos primeros de translación y el último de torsión. F_X , F_Y , F_{TX} , y F_{TY} representan la excitación debida al viento turbulento. La distancia del centro de rigidez de la estructura al centro del dispositivo aparece como \bar{x} y \bar{y} , respectivamente.

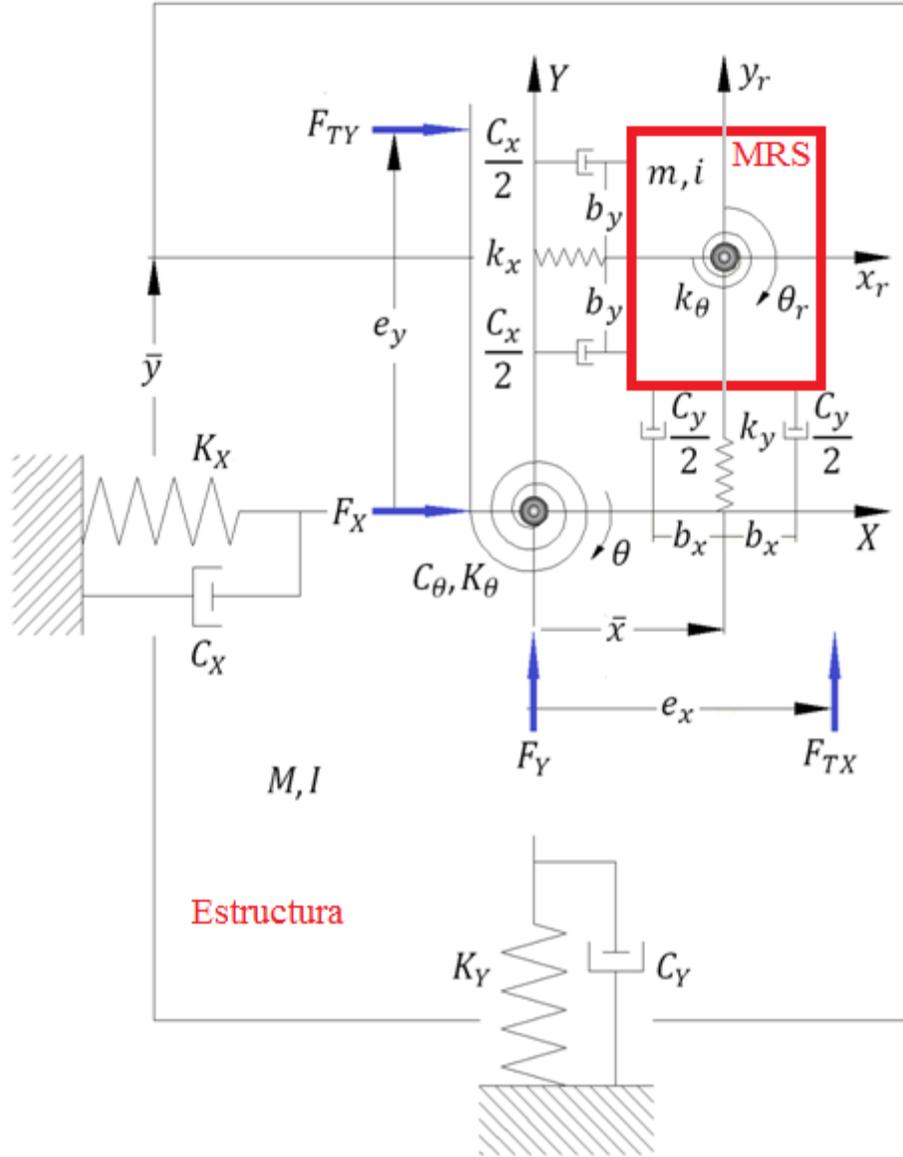


Figura 4.2 Modelo mecánico de la masa sólida resonante y la estructura.

La ecuación de movimiento del sistema MSR-Estructura mostrado en la Figura 4.2 queda definida en forma matricial por:

$$\bar{R} = \{X, Y, \theta, x_r, y_r, \theta_r\}^T \tag{4.1b}$$

$$F = \{F_x, F_y, M_\theta, 0, 0, 0\}^T \tag{4.1c}$$

En la ecuación (4.1a), M, C y K representan las matrices de masa, amortiguamiento viscoso lineal y rigidez del sistema. La forma explícita de este sistema se presenta en el Anexo A1. En la Figura 4.2 se observa que M e I representan las masas translacional y rotacional de la estructura principal, mientras que m y i representan las masas translacional y rotacional de la MSR. Los valores de las fuerzas de viento en dirección X, Y y θ (i.e., F_x, F_y, M_θ) son obtenidas con la metodología que se describe en la siguiente sección.

La posibilidad de mejorar la eficiencia del dispositivo, utilizando amortiguadores viscosos no lineales también fue explorada. La respuesta de la Estructura-MSR con amortiguamiento no lineal, se modeló resolviendo la ecuación de movimiento (4.1) paso a paso, actualizando la fuerza ejercida por los amortiguadores del dispositivo conforme a la siguiente ecuación:

$$F_D(V_{rel}) = C_{PL} \cdot |V_{rel}(\cdot)| \cdot V_{rel} \quad (4.2)$$

donde la fuerza de amortiguamiento F_D es función de la velocidad relativa V_{rel} entre la estructura y la MSR. Esta fuerza se puede expresar, para el caso no lineal, como se muestra en las ecuaciones siguientes, para cada amortiguador, en términos de velocidades relativas de los seis grados de libertad. La formulación de estas ecuaciones se muestra en el Anexo A1:

$$F_D(V_{rel}x_1) = C_{PL}x_1 \cdot |\dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} - b_y) - \dot{x} + \dot{\theta} \cdot b_y| \quad (4.3a)$$

$$F_D(V_{rel}x_2) = C_{PL}x_2 \cdot |\dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} + b_y) - \dot{x} - \dot{\theta} \cdot b_y| \quad (4.3b)$$

$$F_D(V_{rel}y_1) = C_{PL}y_2 \cdot |\dot{Y} - \dot{\Theta} \cdot (x - b_x) - \dot{y} - \dot{\theta} \cdot b_x| \quad (4.3c)$$

$$F_D(V_{rel}y_2) = C_{PL}y_2 \cdot |\dot{Y} - \dot{\Theta} \cdot (\bar{x} + b_x) - \dot{y} + \dot{\theta} \cdot b_x| \quad (4.3d)$$

donde V_{rel} es la velocidad relativa (para la dirección especificada, i.e., x_1, x_2, y_1 y y_2), $|\cdot|$ es el valor absoluto del argumento y C_{PL} es un coeficiente de amortiguamiento viscoso de potencia para cada dirección, que depende de la velocidad relativa.

La variación de la fuerza de amortiguamiento viscoso no lineal con respecto a la velocidad relativa elegida fue del tipo cuadrática, debido a que la magnitud de las fuerzas inducidas

por el viento turbulento que se simulan permiten aprovechar fuerzas de amortiguamiento más altas que las comúnmente empleadas para mitigar los efectos producidos por sismos intensos, sin esperar que la fuerza de amortiguamiento generada sea peligrosa para la estructura.

En este capítulo se compararán los resultados obtenidos con ambos tipos de amortiguamiento, esperando identificar los porcentajes mínimos de amortiguamiento no lineal, que reduzcan la respuesta de manera similar, a lo que se podría esperar con porcentajes óptimos de amortiguamiento viscoso lineal.

4.1.2 Simulación de las fuerzas del viento

Para la simulación de las fuerzas del viento, se considera el modelo propuesto por Pozos-Estrada (2009), el cual se basa en considerar la función de densidad de potencia espectral (FDPE) de las fuerzas del viento en el rango inercial (rango donde las estructuras son sensibles al viento). La FDPE en el rango inercial se define como:

$$S_F(f) = \begin{cases} Af^{-(1+\alpha)} & f_i \leq f \leq f_s \\ 0 & f_i > f > f_s \end{cases} \quad (4.4)$$

donde f es la frecuencia en Hz, f_i y f_s son las fronteras inferior y superior de la frecuencia, α es un exponente que depende de la dirección del viento y se obtiene de pruebas experimentales en túnel de viento, A es una constante de normalización que depende de la velocidad media del viento, de tal forma que, la integral de la FDPE es igual a uno. Con base en la FDPE mostrada en la ecuación 4.4 y con ayuda de la Figura 4.3, las fuerzas del viento en dirección X, Y y θ .

$$F_x(t) = \sqrt{\sigma_{F_x}^2 - \rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}} \cdot F_3(t) + \sqrt{\rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}} \cdot F_4(t) \quad (4.5a)$$

$$F_y(t) = \sqrt{\sigma_{F_y}^2 + \rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}} \cdot F_1(t) + \sqrt{\rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}} \cdot F_2(t) \quad (4.5b)$$

$$M(t) = \sqrt{\rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}} \cdot F_4(t) \cdot E_y - \sqrt{\rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}} \cdot F_2(t) \cdot E_x \quad (4.5c)$$

donde $F_1(t)$, $F_2(t)$, $F_3(t)$, $F_4(t)$ son historias en el tiempo de las fuerzas del viento, estadísticamente independientes, con varianza igual a uno y media cero, que se simulan de la FDPE definida con la ecuación 4.4, σ_{F_x} , σ_{F_y} y σ_M son la desviación estándar de las fuerzas del viento en dirección X, Y y θ respectivamente, y el resto de los parámetros están definidos en la Figura siguiente.

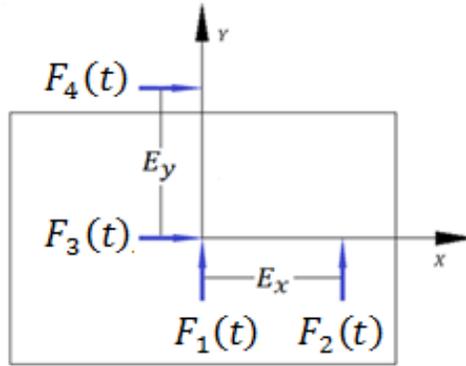


Figura 4.3 Esquema de aplicación de las fuerzas $F_1(t)$, $F_2(t)$, $F_3(t)$, $F_4(t)$, para formular la ecuación 4.5.

Se puede demostrar que $\rho_{F_x M}$ y $\rho_{F_y M}$ representan el coeficiente de correlación entre $F_x(t)$ y $M(t)$ y entre $F_y(t)$ y $M(t)$, respectivamente.

El uso del modelo propuesto para simular las fuerzas del viento es muy útil, ya que puede ser empleado para considerar diversos valores de correlación entre las fuerzas del viento.

También permite simular las fuerzas de viento que provoquen una respuesta específica en el edificio, para poder reproducir datos experimentales en función de la varianza $F_x(t)$ y $F_y(t)$ directamente, considerando comportamiento elástico lineal de la estructura. La derivación matemática detallada de las ecuaciones 4.5 se presentan en el Anexo A1.

La respuesta que se impone al edificio con las fuerzas del viento simuladas, debe hacerse dentro de un rango realista para comprobar la efectividad de los dispositivos MRS. Se consideran umbrales de precepción mínimos de la aceleración máxima promedio hasta niveles que impedirían la ocupación del edificio (para uso habitacional u oficinas).

El intervalo de aceleración seleccionado, $\{0.05\text{m/s}^2, 0.2\text{m/s}^2\}$ abarca completamente el criterio de servicio propuesto en la normas AIJ (2004) de magnitudes satisfactorias del movimiento en edificios de cualquier tipo, en el rango de frecuencias de 0.125Hz a 0.2Hz, para un periodo de retorno de 1 año. Según estudios en laboratorio de los efectos que provocan las vibraciones horizontales de baja frecuencia, en amplio rango de aceleraciones (Boggs 1995), los límites de aceleración elegidos tienen los siguientes efectos en los ocupantes del edificio:

El límite inferior de la de aceleración máxima promedio que analizó es de 0.05m/s^2 . Para estos niveles de aceleración, los objetos suspendidos comienzan a moverse y comienza el límite de movimiento en el que, las personas expuestas por horas, pueden experimentar mareos. Para el límite superior estudiado de 0.2m/s^2 , en el mismo rango de frecuencias, los ocupantes del edificio empiezan a tener problemas para caminar y es muy difícil realizar cualquier trabajo de oficina.

4.1.3 Análisis paramétrico y presentación de resultados

Para verificar la efectividad del uso de la MSR, se resolvió la ecuación de movimiento de la estructura principal, ecuación (4.1), sin MSR sometida a las fuerzas del viento simuladas con las ecuaciones (4.4) y (4.5) con la finalidad de obtener valores de referencia. La respuesta de la estructura sin dispositivo se obtuvo, para las aceleraciones de interés

0.05m/s² y 0.2m/s², con distintos coeficientes de correlación entre la excitación longitudinal y el momento de torsión, mismos que se derivan detalladamente en el Anexo A2.

Los coeficientes de correlación cubren tres situaciones hipotéticas: que la excitación transversal está fuertemente correlacionada, medianamente correlacionada o pobremente correlacionada con el momento de torsión que provoca en la estructura. En la Tabla 4.2 se presentan la respuesta de la estructura sin MRS, debido a las fuerzas de viento simuladas.

Tabla 4.2 Respuesta del edificio sin MRS.

$\sigma[A16]^2$	$\rho[A17]$	Aceleración Centroidal (m/s²)	Aceleración media de la Esquina (m/s²)
281490.38	0.1	0.1745	0.2287
281490.38	0.5	0.1677	0.2611
281490.38	0.9	0.2241	0.4940
48031.23	0.1	0.0293	0.0357
48031.23	0.5	0.0340	0.0574
48031.23	0.9	0.0358	0.0731

dónde $\sigma[A18]^2$ se consideró igual en dirección x y y .

En la Tabla 4.2 se observa que la respuesta máxima promedio, sin dispositivo, se incrementa mientras la correlación de las fuerzas aumenta y que las fuerzas medianamente correlacionadas reproducen las aceleraciones de interés. Como se presentó en la tabla anterior, las respuestas de interés son la aceleración medida de esquina y la aceleración centroidal. Ambas se definen, respectivamente, como:

$$A_{esq0} = \max_{t \in [0, 3600s]} \left\{ \sqrt{(\ddot{X}(t) \pm \ddot{\theta}R)^2 + (\ddot{Y}(t) \pm \ddot{\theta}R)^2} \right\} \quad (4.6a)$$

$$A_{cen0} = \max_{t \in [0, 3600s]} \left\{ \sqrt{\ddot{X}(t)^2 + \ddot{Y}(t)^2} \right\} \quad (4.6b)$$

En la ecuación anterior, R representa la distancia del eje de rotación de la estructura al punto más alejado donde una persona puede estar en el edificio (ver Figura 4.1). Con la finalidad de obtener el valor esperado se obtuvieron 30 muestras de las respuestas definidas con la ecuación 4.6; posteriormente se repitieron los análisis pero esta vez se consideró el uso de la MSR. Las siguientes ecuaciones definen el cociente del valor esperado de la respuesta obtenida con el uso de la MSR a aquella sin MSR.

$$R_{esq} = \frac{E(A_{esq})}{E(A_{esq0})} \quad (4.7a)$$

$$R_{cen} = \frac{E(A_{cent})}{E(A_{cent0})} \quad (4.7b)$$

En la ecuación anterior $E(\cdot)$ representa el valor esperado del argumento, el subíndice 0 indica que la respuesta se calculó sin el uso de MSR. Los cocientes R_{esq} y R_{cen} son utilizados para verificar la efectividad en el uso de la MSR. Si el valor del cociente es menor que uno (la respuesta con MSR es menor que aquella sin MSR), se puede medir la efectividad de la MSR para reducir la respuesta inducida por el viento.

4.1.4 Determinación de los parámetros óptimos

Los parámetros óptimos de la MSR son el porcentaje de amortiguamiento y rigidez que le permiten a la MSR reducir la respuesta de interés al máximo. Para la determinación de los parámetros óptimos se resolvió el sistema mecánico equivalente, estructura-MSR, con las diferentes historias de fuerza de viento simuladas. Las respuestas obtenidas se analizaron con un algoritmo de búsqueda de tipo malla (Vanderplaats, 1984), en el cual se consideraron más de 400 combinaciones del vector $(r_f, \xi r)$, en donde r_f y ξr representan el cociente de la frecuencia de la MSR a la frecuencia de la estructura principal y el porcentaje de amortiguamiento de la MSR, respectivamente. Las combinaciones de $(r_f, \xi r)$ que reduzcan al máximo los cocientes de la ecuación (4.7) representan los valores óptimos, denotados por $(r_{f_{opt}}, \xi r_{opt})$. Las siguientes figuras muestran los valores de R_{esq} y R_{cen} para

diferentes combinaciones de (r_f, ξ, r) . Se observa en las figuras que la MSR es efectiva para reducir la respuesta de la estructura inducida por el viento (los cocientes R_{esq} y R_{cen} son menores a uno). También se observa una reducción máxima de alrededor del 54% en la aceleración de esquina y de 44% en la aceleración centrodial, utilizando amortiguamiento lineal.

Es interesante observar que mientras menor es la correlación entre las fuerzas del viento, los parámetros óptimos son menos definidos, en especial para R_{esq} . Las reducciones máximas ocurren cuando el coeficiente de correlación es menor, tanto para la aceleración centrodial como para la aceleración de esquina, como se aprecia en la Figuras 4.4 a 4.9. Los parámetros óptimos para las respuestas consideradas se muestran en la Tabla 4.3, con los cuales la respuesta de la estructura se controla de manera óptima.

Tabla 4.3 Parámetros óptimos de la MSR con amortiguadores elásticos lineales.

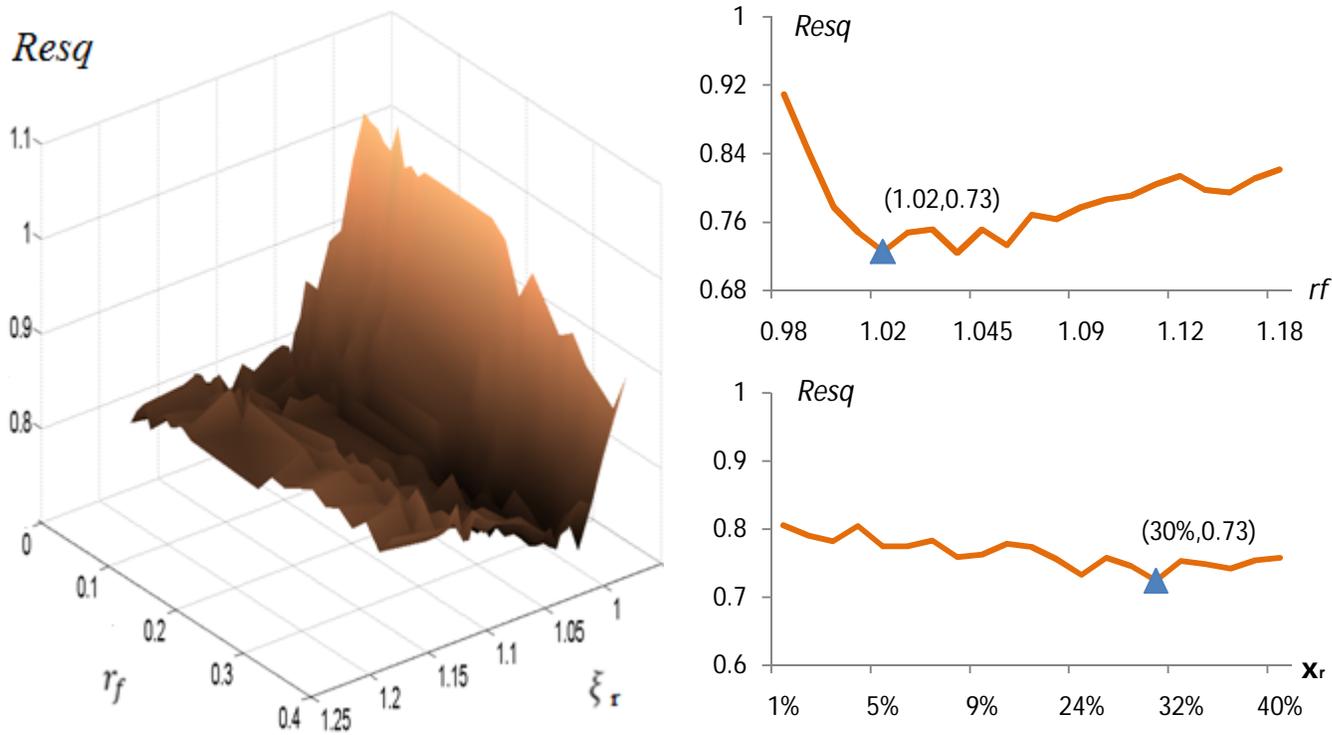
Respuesta controlada	Parámetros óptimos					
	r_{fopt}			ξ_{opt}		
	Coeficiente de correlación			Coeficiente de correlación		
0.05m/s ²	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
Aceleración de esquina- Reducción	1.04-22%	1.04-50%	1.04-45%	24%	4%	1%
Aceleración centrodial- Reducción	1.03 -40%	1.02-50%	1.02-40%	6%	3%	4%

Respuesta controlada	Parámetros óptimos					
	r_{fopt}			ξ_{opt}		
	Coeficiente de correlación			Coeficiente de correlación		
0.2m/s ²	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
Aceleración de esquina- Reducción	1.02-27%	1.04-36%	1.05-54%	30%	4%	1%
Aceleración centrodial- Reducción	1.02-41%	1.03-39%	1.03-44%	5%	1%	4%

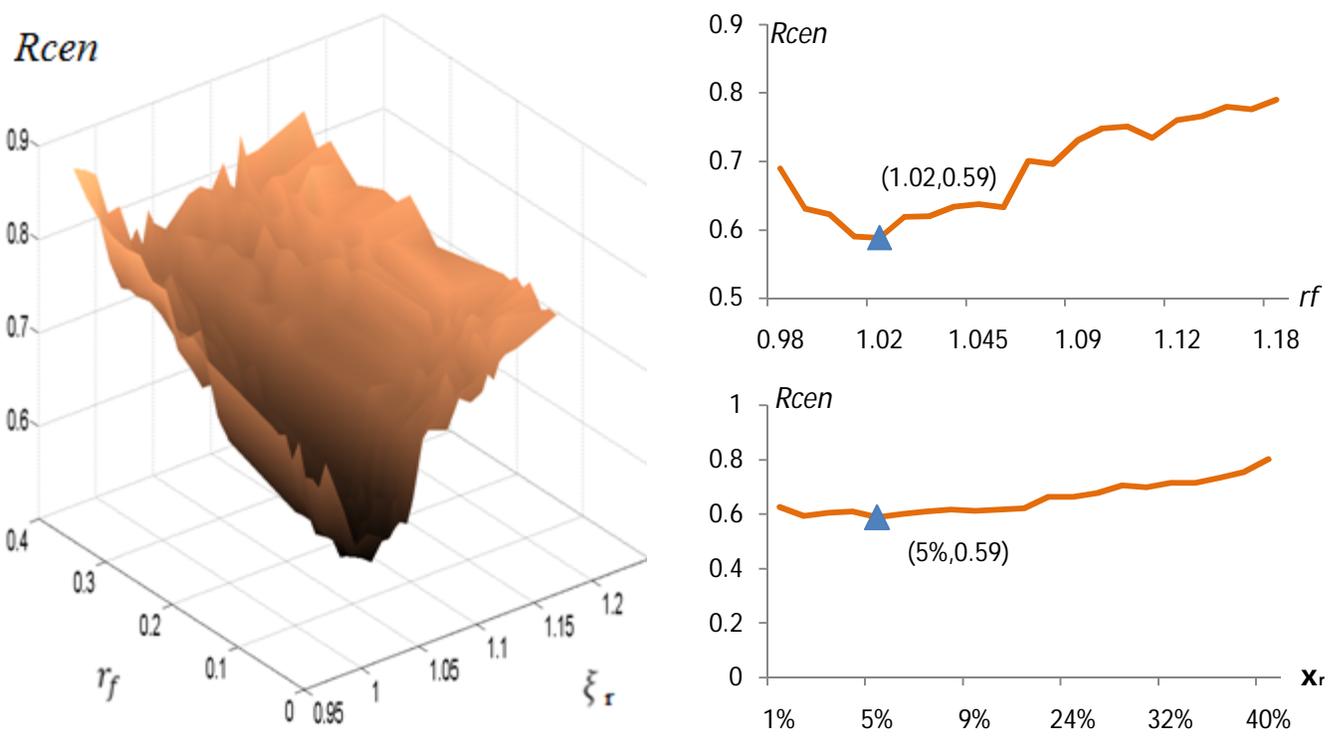
En la primera columna de la tabla 4.3 se muestran los valores promedio de aceleraciones que experimenta la estructura sin MSR, debido a la acción de las fuerzas simuladas. Es posible que la estructura experimente los mismos promedios de aceleración con diferentes historias de fuerza, por lo que se presentan todos los casos estudiados. Las relaciones de frecuencia óptima r_{fopt} , están ordenadas de la forma siguiente:

- Por reglones, según los puntos de la estructura en donde se desea reducir al máximo la respuesta (en el centro o en las esquinas).
- Por columnas, según el coeficiente de correlación que se utilizó para simular las cuatro historias de fuerza: 0.1, 0.5 o 0.9.
- En las celdas el primer valor representa la relación de frecuencias óptima y el segundo valor es el porcentaje de reducción máxima de la respuesta promedio que puede esperarse al utilizar los valores óptimos de relación de frecuencia y amortiguamiento.

Los porcentajes óptimos de amortiguamiento crítico de la MSR se presentan de manera similar a las relaciones de frecuencia; los porcentajes de reducción de la respuesta del sistema estructura-MRS aparecen en las celdas de las relaciones de frecuencia correspondientes.

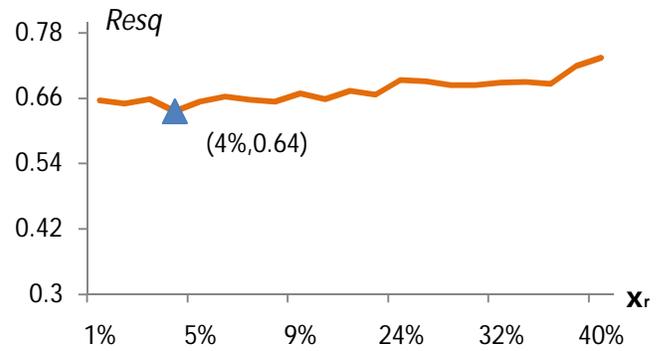
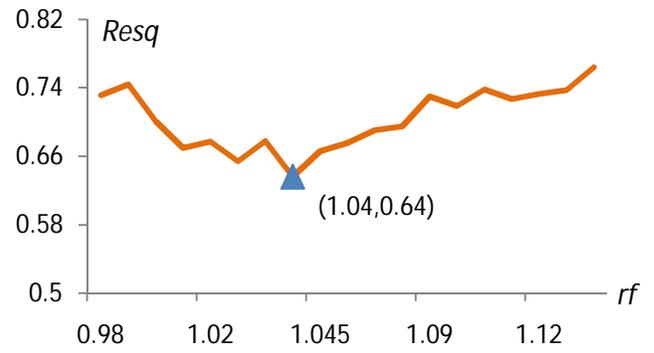
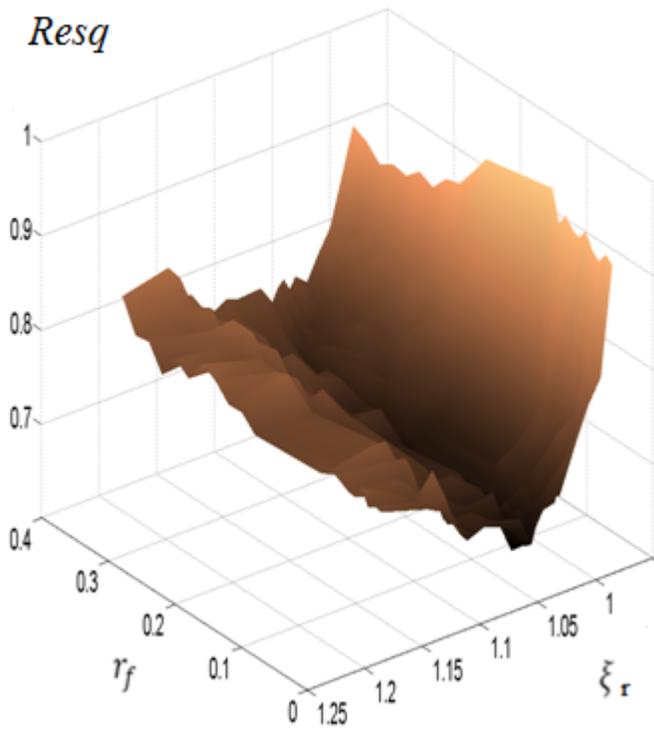


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.2287 m/s^2)

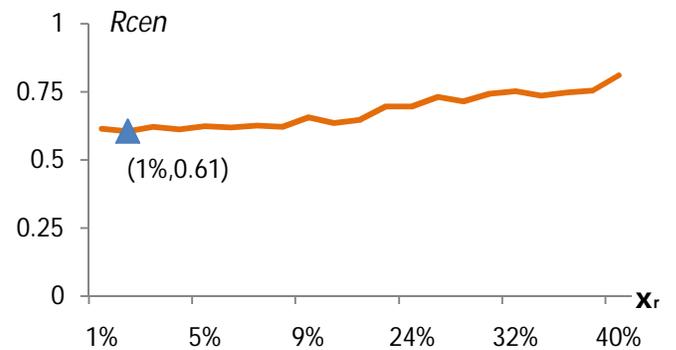
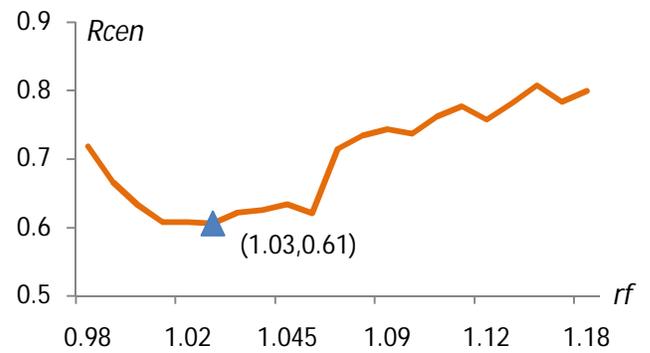
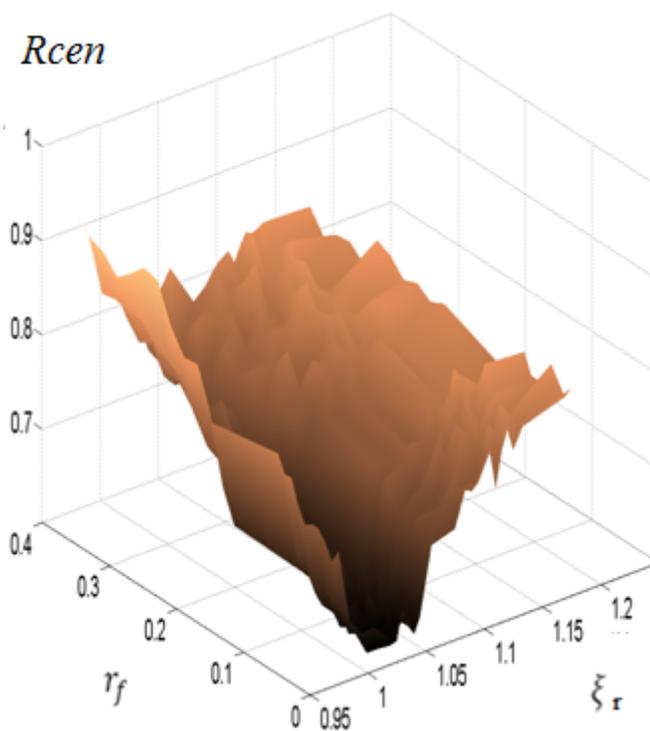


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.1745 m/s^2)

Figura 4.4 Respuesta del sistema MSR-Estructura para fuerzas escasamente correlacionadas

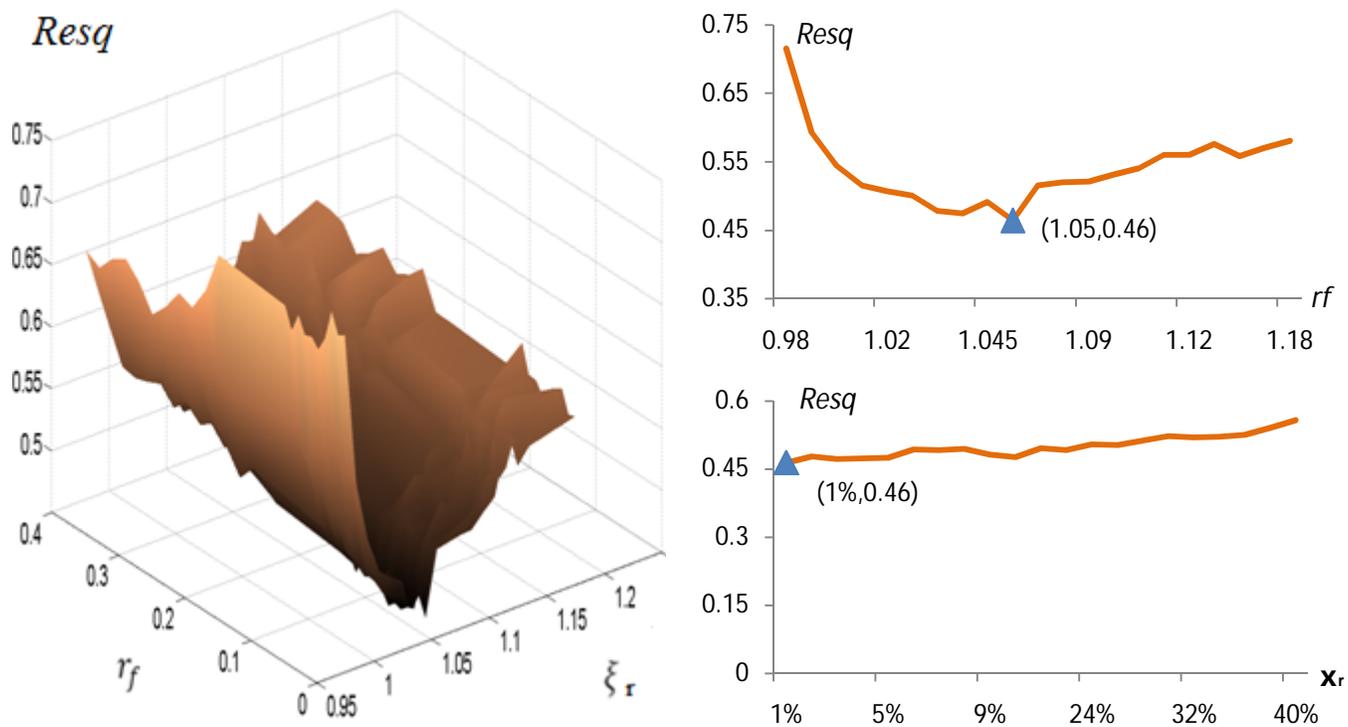


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.2611 m/s^2)

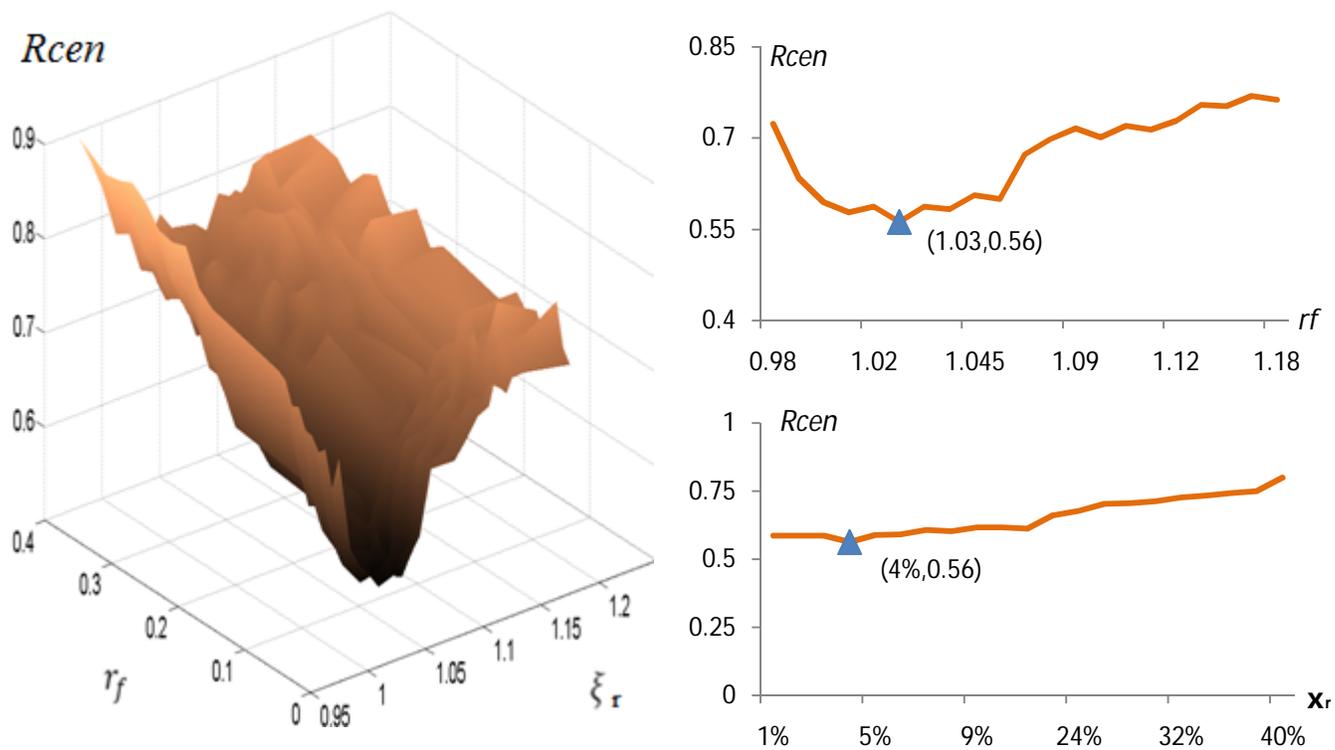


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.1677 m/s^2)

Figura 4.5 Respuesta del sistema MSR-Estructura para fuerzas moderadamente correlacionadas

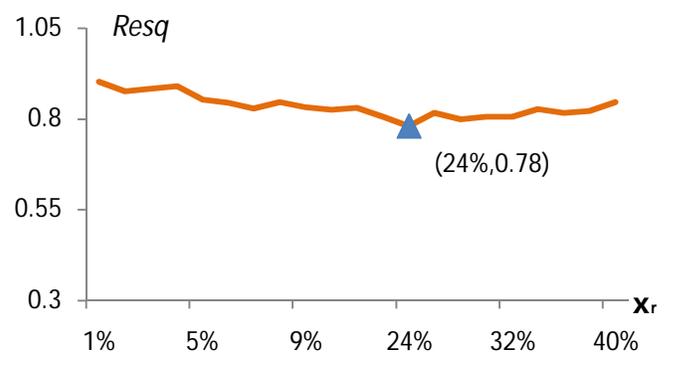
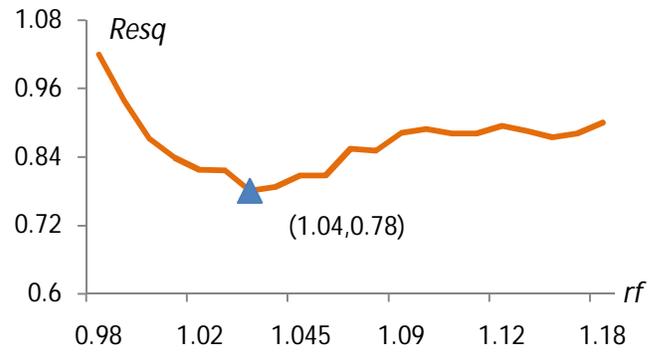
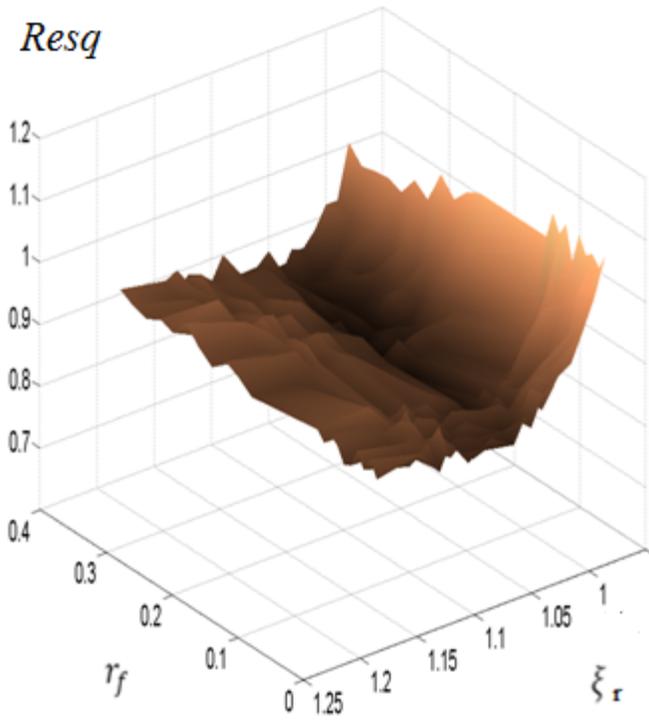


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.4940 m/s^2)

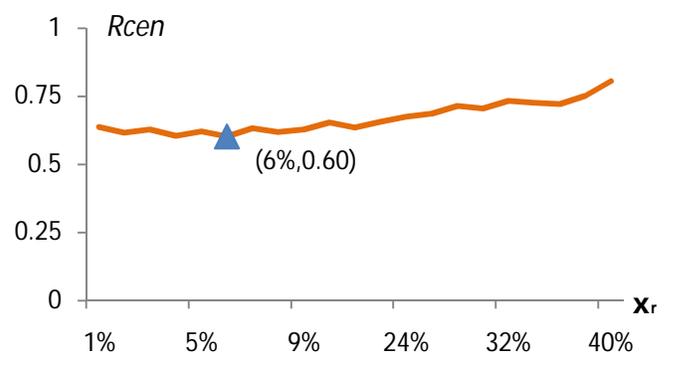
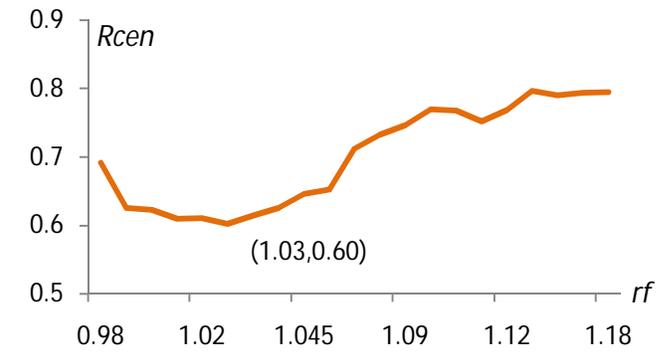
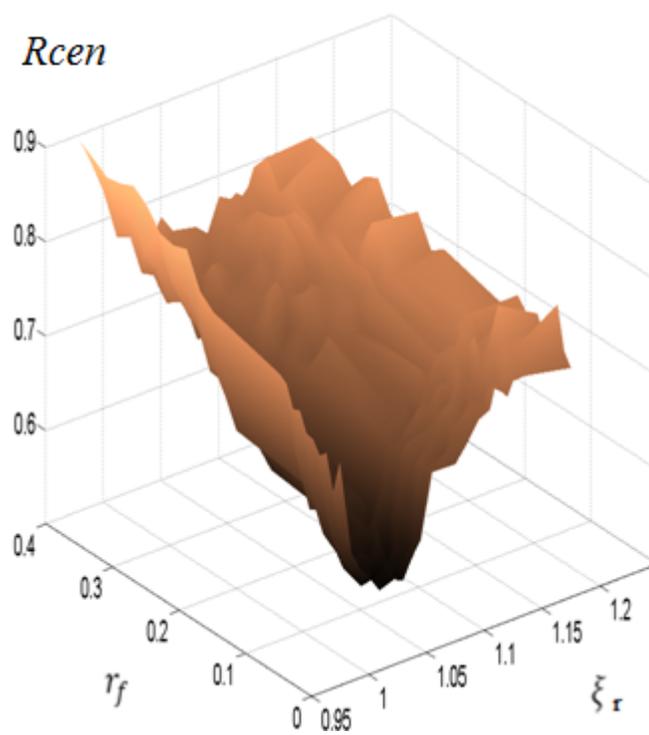


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.2241 m/s^2)

Figura 4.6 Respuesta del sistema MSR-Estructura para fuerzas fuertemente correlacionada

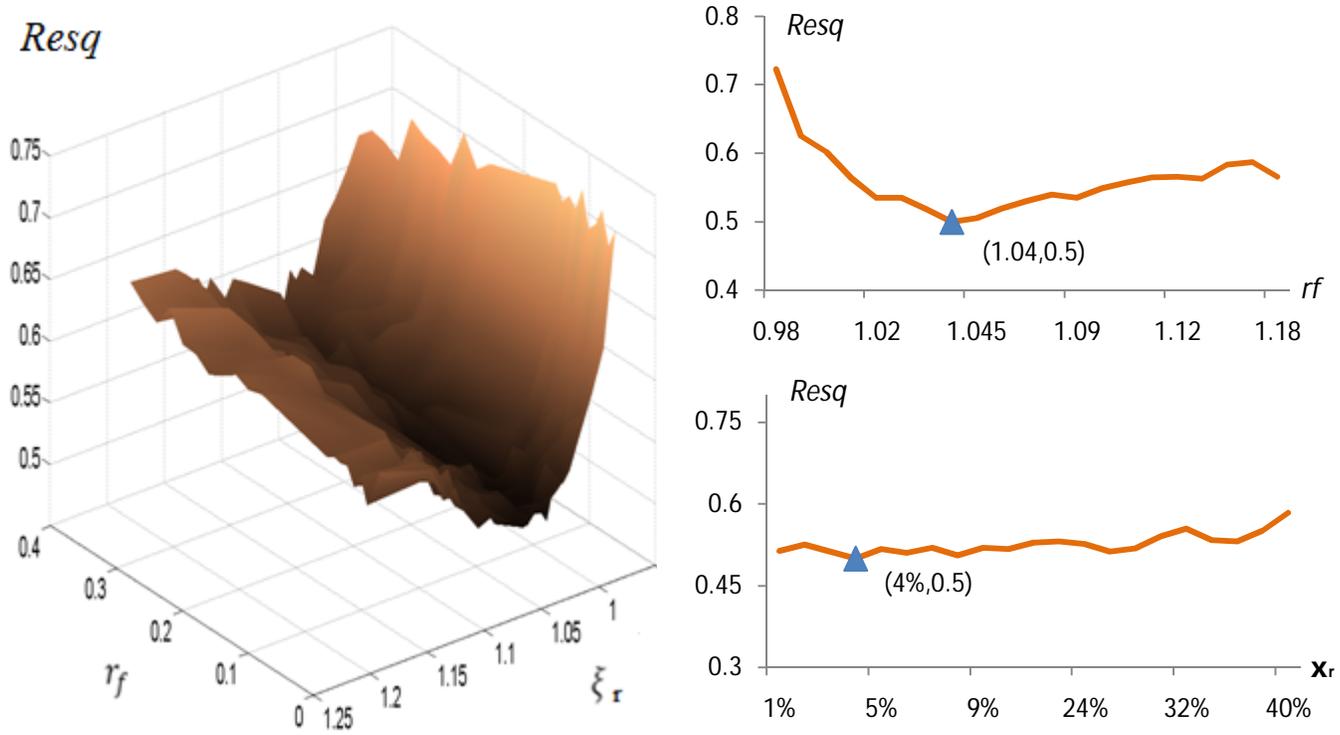


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.0357 m/s^2)

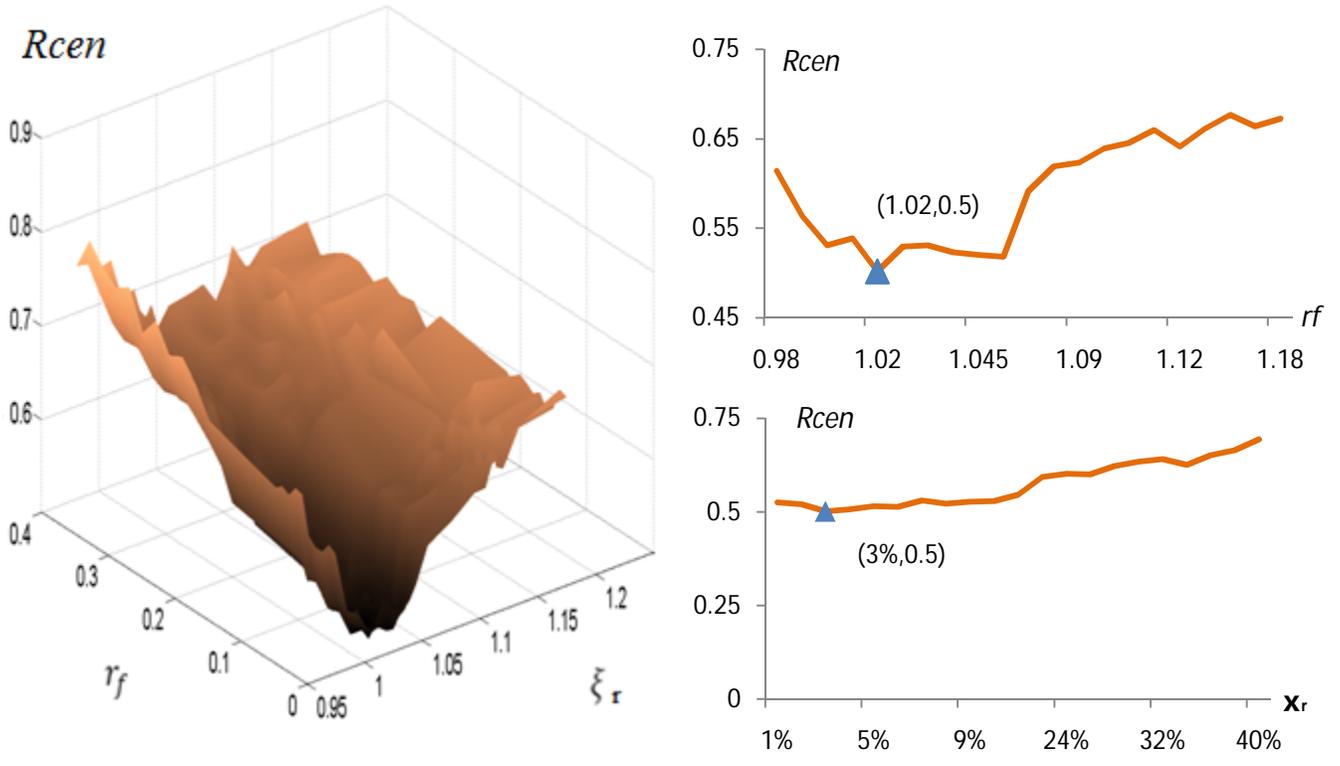


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.0293 m/s^2)

Figura 4.7 Respuesta del sistema MSR-Estructura para fuerzas escasamente correlacionadas

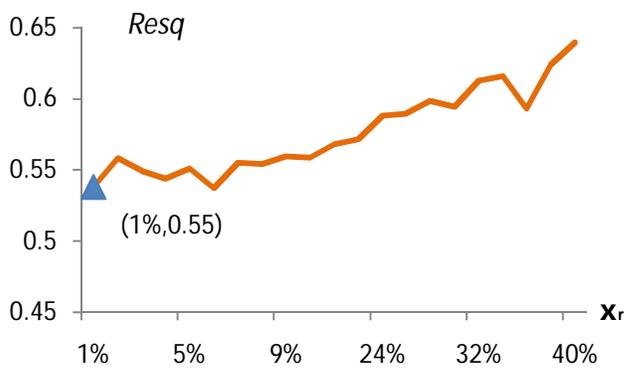
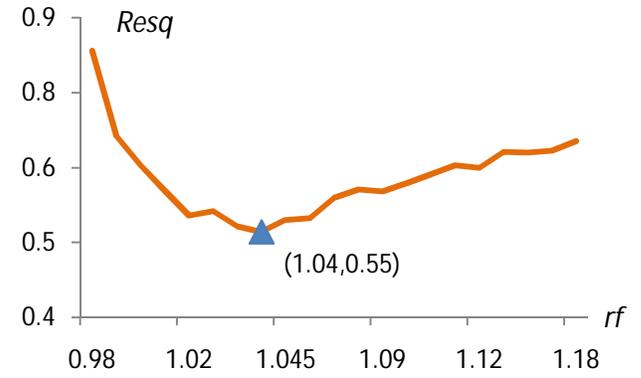
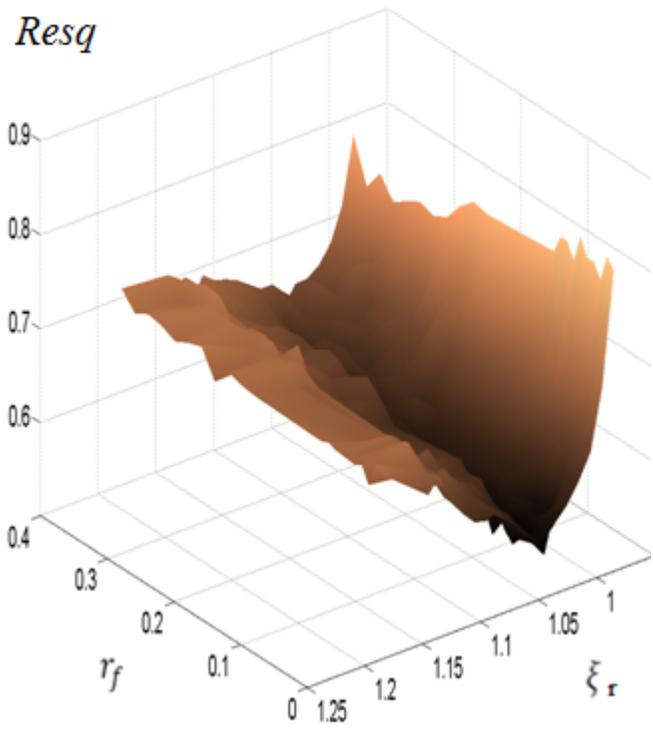


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.0574 m/s^2)

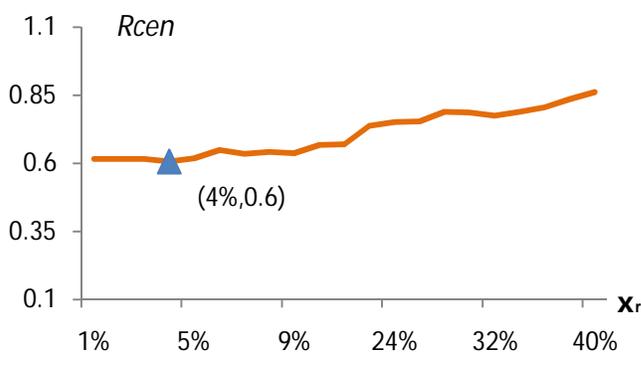
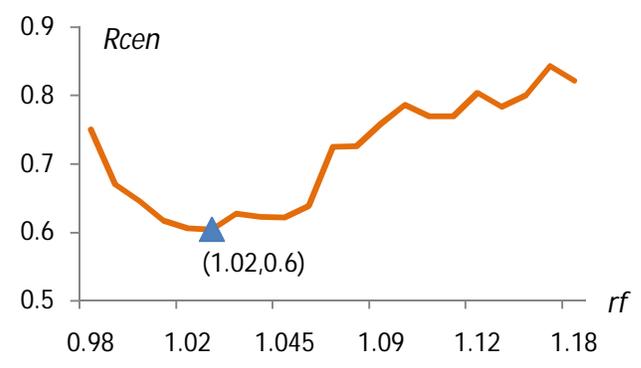
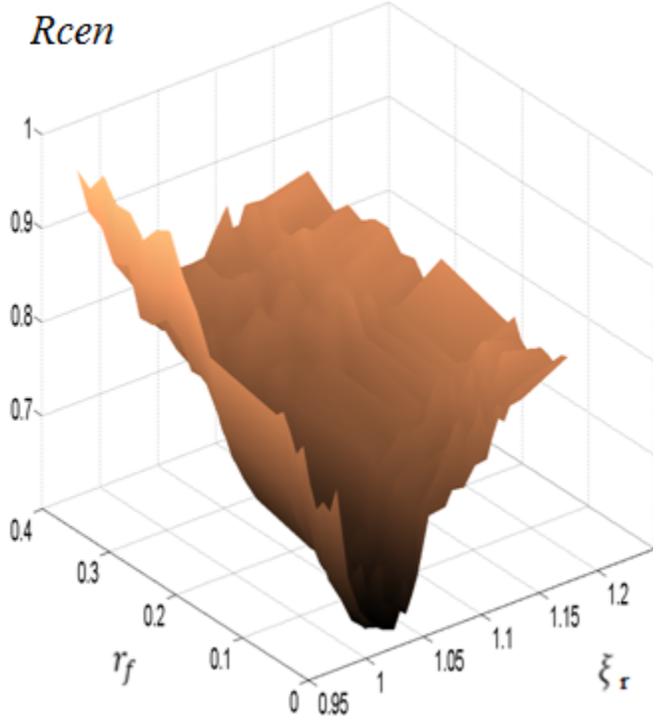


b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.0340 m/s^2)

Figura 4.8 Respuesta del sistema MSR-Estructura para fuerzas moderadamente correlacionadas



(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.0731 m/s^2)



(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.0358 m/s^2)

Figura 4.9 Respuesta del sistema MSR-Estructura para fuerzas fuertemente correlacionadas

Se llevaron a cabo análisis similares a los realizados para el caso de amortiguamiento viscoso lineal, pero esta vez se consideró un amortiguamiento viscoso no lineal. A diferencia del caso con amortiguadores viscoso lineales, se observa en las Figuras 4.10 a 4.15 una tendencia continua en la reducción de la respuesta al incrementar el amortiguamiento no lineal en todos los casos.

En la Tabla 4.4 se muestran los parámetros óptimos para el caso no lineal. Por cuestiones prácticas el porcentaje máximo de amortiguamiento no lineal se fijó en 10%.

Tabla 4.4 Parámetros óptimos de la MSR con amortiguadores viscosos no lineales.

Respuesta controlada	Parámetros óptimos					
0.05m/s ²	$r_{f_{opt}}$			ξr_{opt}		
	Coeficiente de correlación			Coeficiente de correlación		
	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
Aceleración de esquina- Reducción	Se incrementa	1.2-26%	1.1-22%	N/A	10%	10%
Aceleración centroidal- Reducción	1-27%	1-37%	1-20%	8%	10%	10%

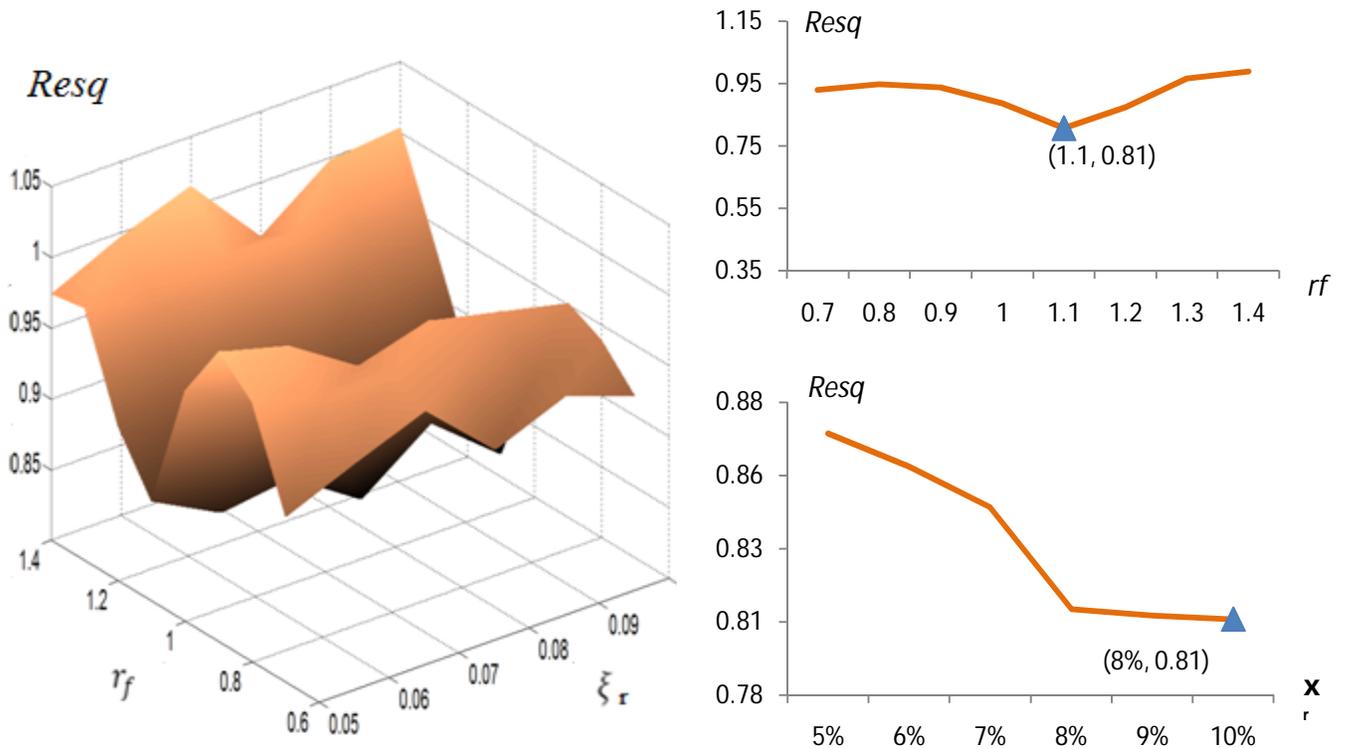
Respuesta controlada	Parámetros óptimos					
0.2m/s ²	$r_{f_{opt}}$			ξr_{opt}		
	Coeficiente de correlación			Coeficiente de correlación		
	0.1	0.5	0.9	0.1	0.5	0.9
Aceleración de esquina- Reducción	1.1-19%	1-26%	1-48%	8%	9%	9%
Aceleración centroidal- Reducción	1-38%	1-36%	1-40%	7%	10%	7%

Se observa en las figuras que la MSR con amortiguadores no lineales, necesita menos porcentaje de amortiguamiento crítico que la MSR lineal para reducir la respuesta de esquina, excepto para aceleraciones del orden de 0.2m/s², sin importar la correlación de la

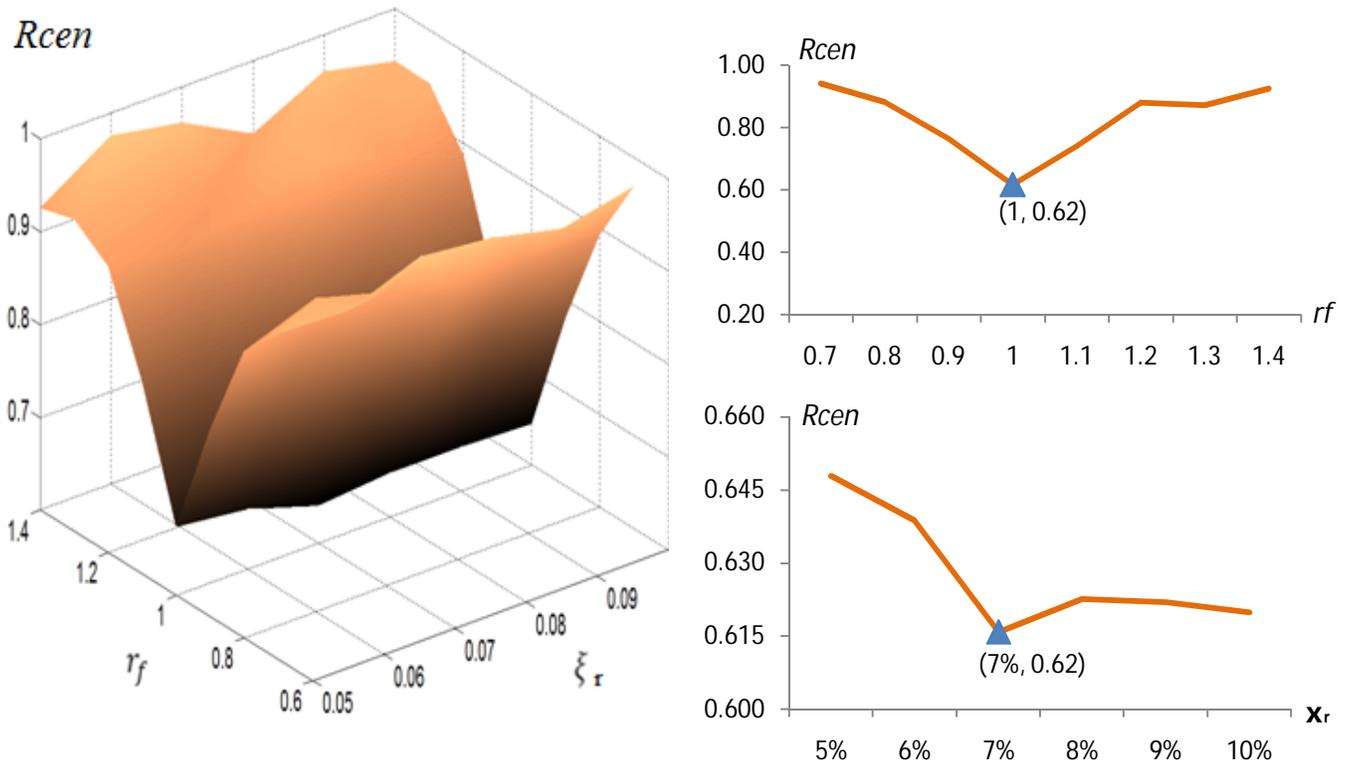
fuerzas. Para el resto de los casos estudiados el amortiguamiento lineal parece más eficiente.

En el caso de la Figura 4.14 para la aceleración de esquina, el dispositivo no lineal tuvo efectos contrarios en la respuesta para aceleraciones del orden de 0.05m/s^2 provocadas por fuerzas escasamente correlacionadas. La respuesta fue un 20% mayor que la promediada sin ningún dispositivo. Con la finalidad de verificar los resultados obtenidos para este caso, se hicieron tres nuevas simulaciones con distintos valores de relación de frecuencia en el mismo rango para generar mallas superpuestas, los resultados fueron idénticos.

También se consideró restringir algunos grados de libertad de la estructura y la MSR para evaluar su impacto en la reducción de la respuesta de esquina. Primero se restringió la traslación en X , permitiendo el movimiento en Y y θ . Un caso adicional consideró la traslación en Y como restringida. En ambos casos se encontró que la respuesta era reducida de forma efectiva, alcanzándose reducciones del orden de 39% y 30% para los casos considerados, respectivamente (ver Figura 4.16), lo que sugiere que la combinación de las dos respuestas en traslación y la de torsión es muy sensible al cambio de r_f .

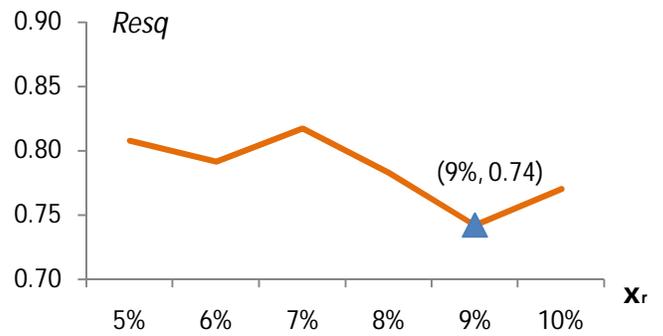
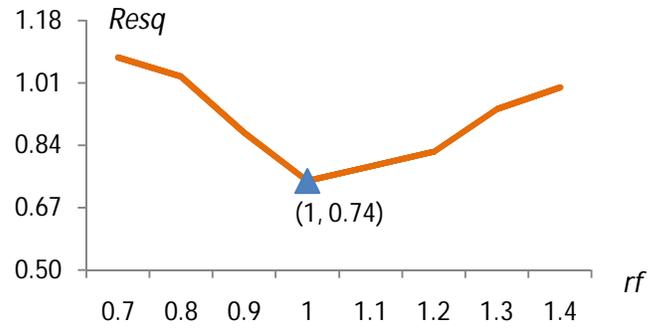
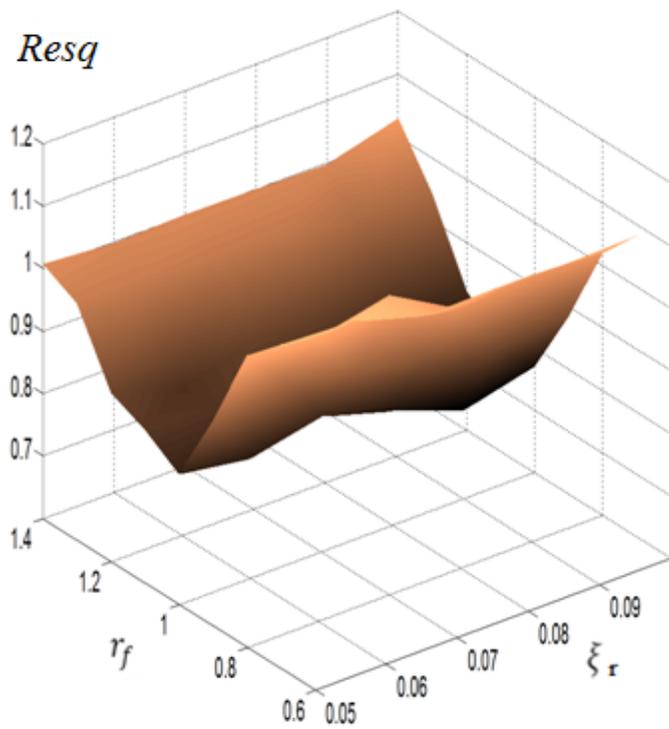


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.2287 m/s^2)

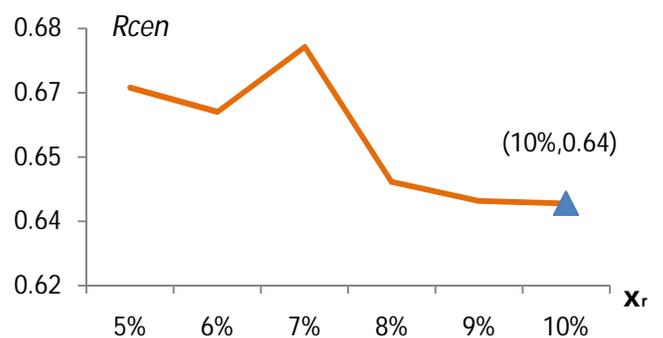
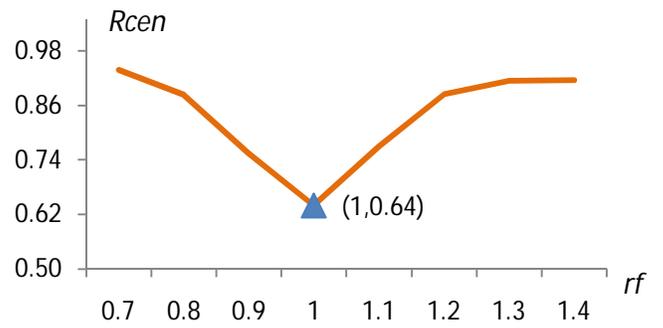
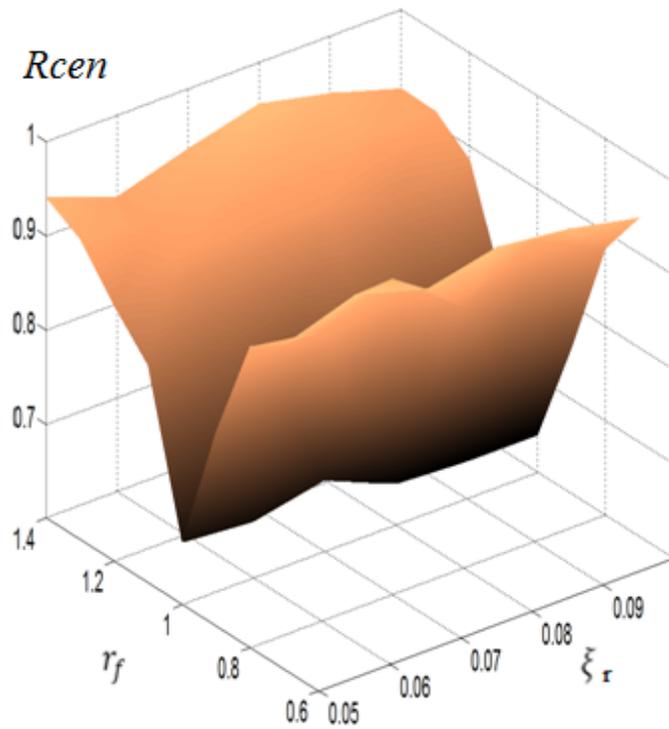


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.1745 m/s^2)

Figura 4.10 Respuesta del sistema Estructura-MSR con Amortiguadores Elásticos No Lineales para fuerzas escasamente correlacionadas

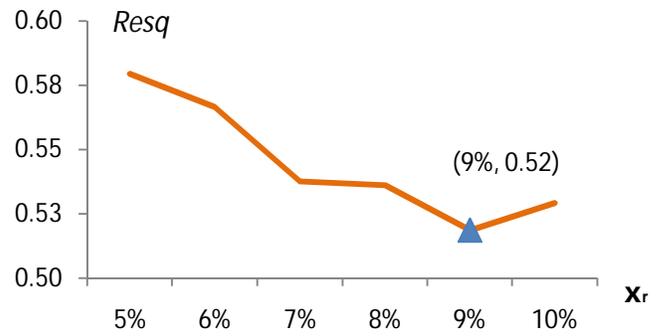
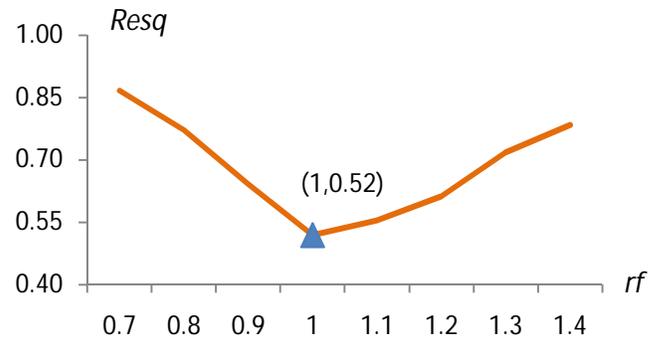
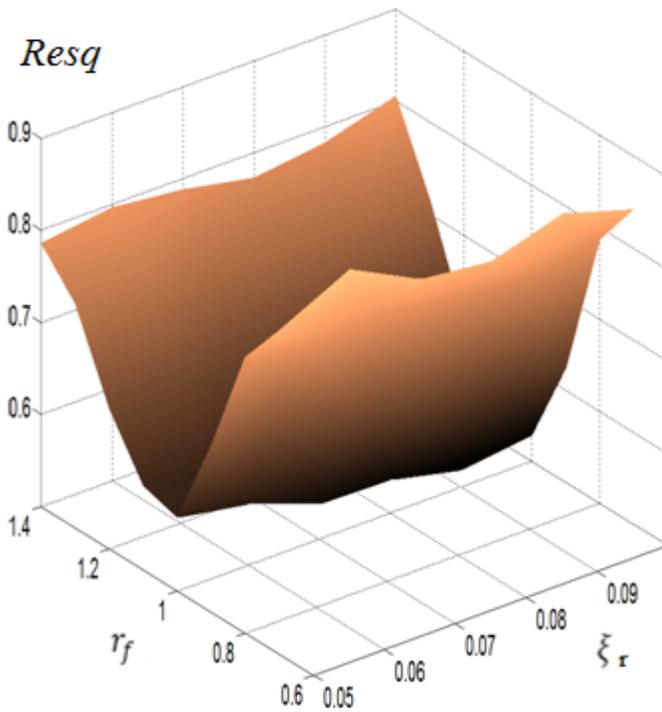


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.2611 m/s^2)

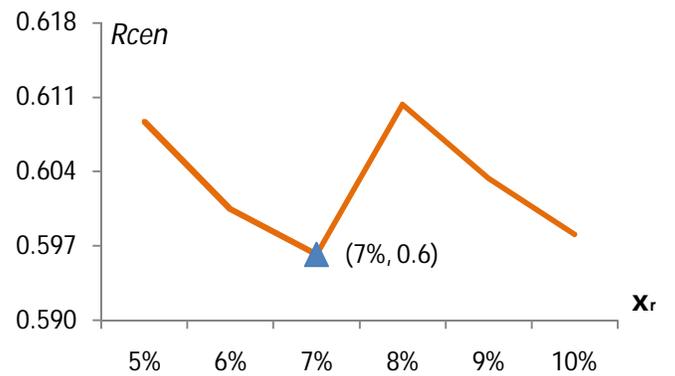
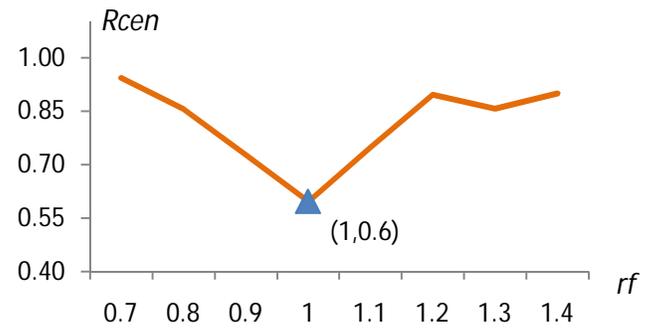
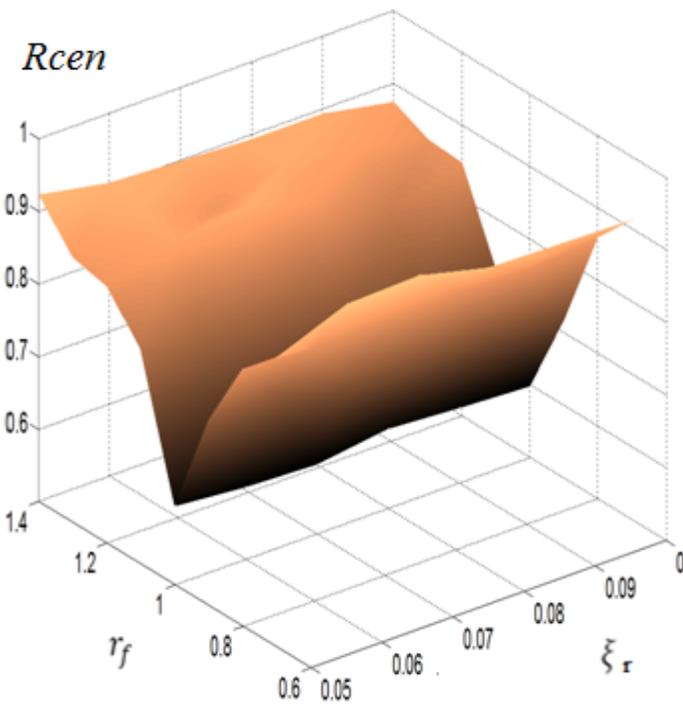


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.1677 m/s^2)

Figura 4.11 Respuesta del sistema Estructura-MSR con Amortiguadores Elásticos No Lineales para fuerzas moderadamente correlacionadas

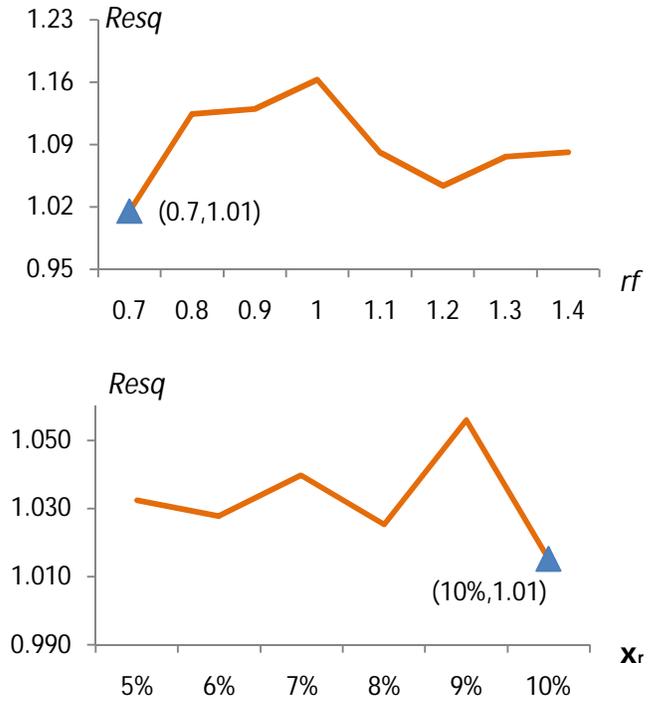
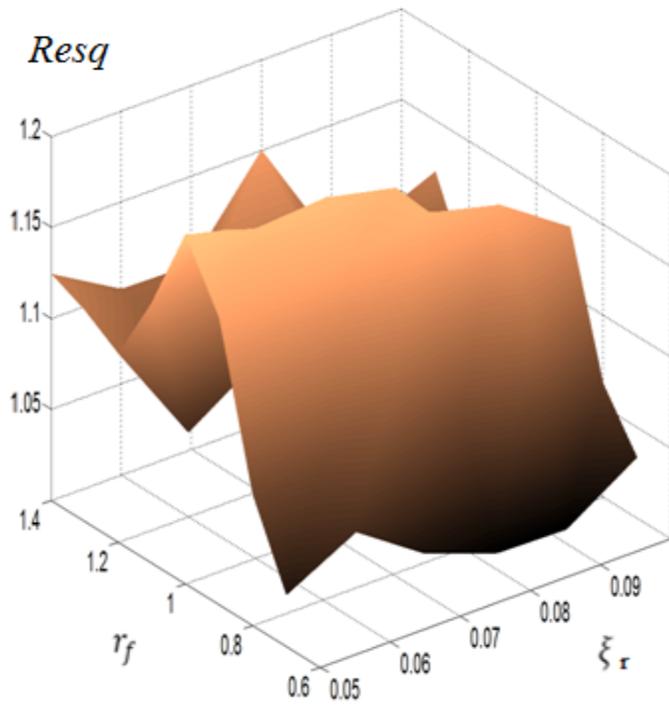


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.4940 m/s^2)

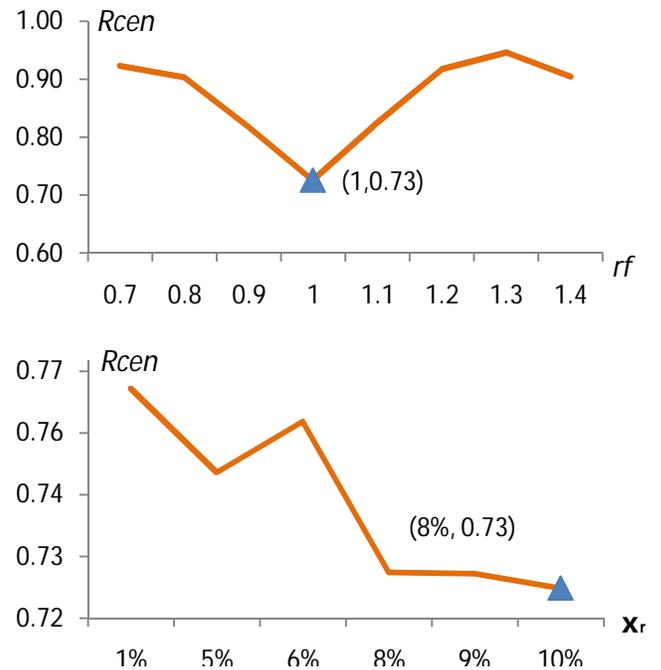
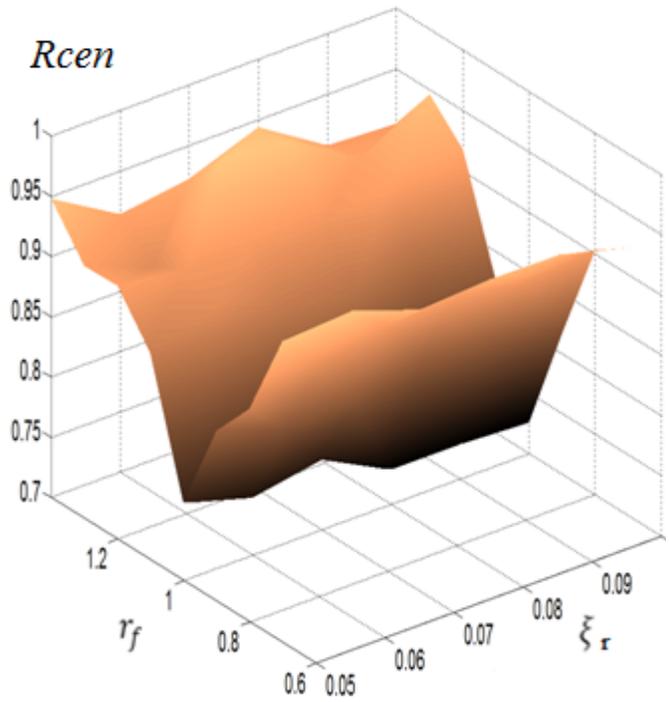


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.2241 m/s^2)

Figura 4.12 Respuesta del sistema Estructura-MSR con Amortiguadores Elásticos No Lineales para fuerzas fuertemente correlacionadas

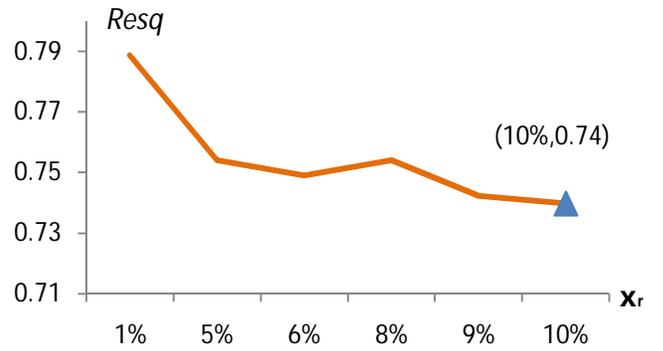
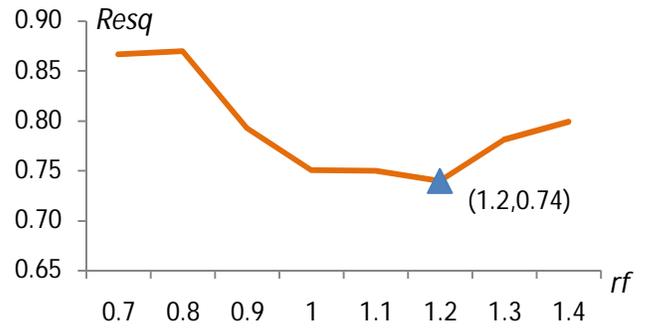
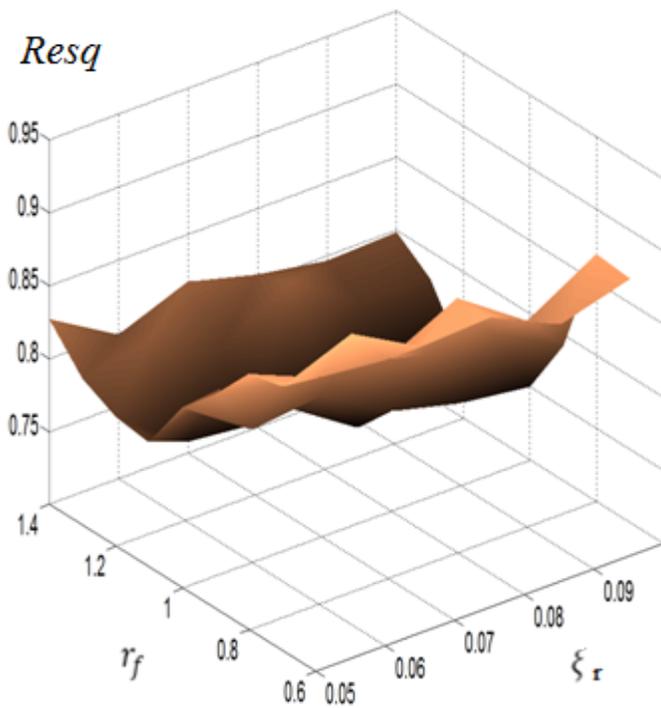


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.0357 m/s^2).

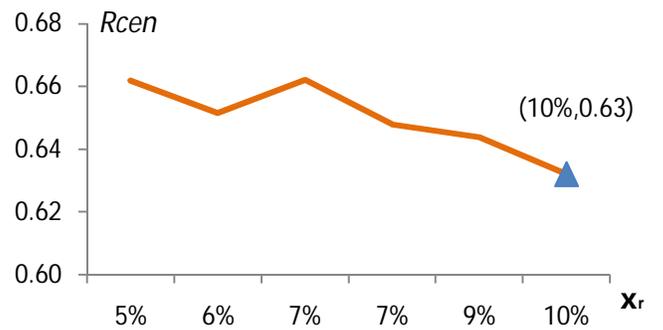
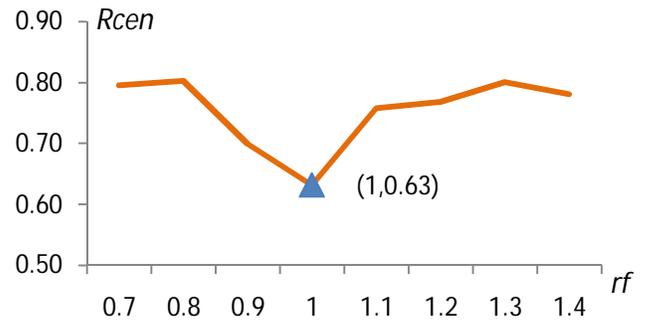
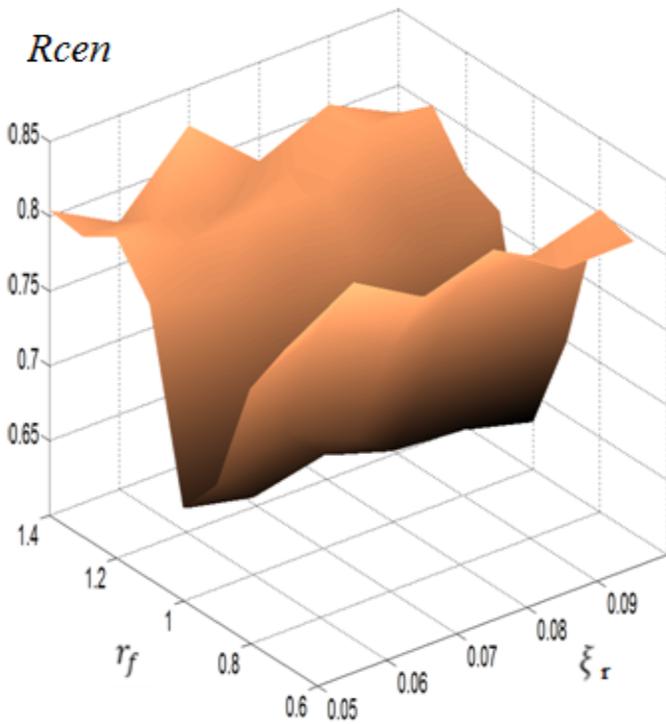


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.0293 m/s^2)

Figura 4.13 Respuesta del sistema Estructura-MSR con Amortiguadores Elásticos No Lineales para fuerzas escasamente correlacionadas

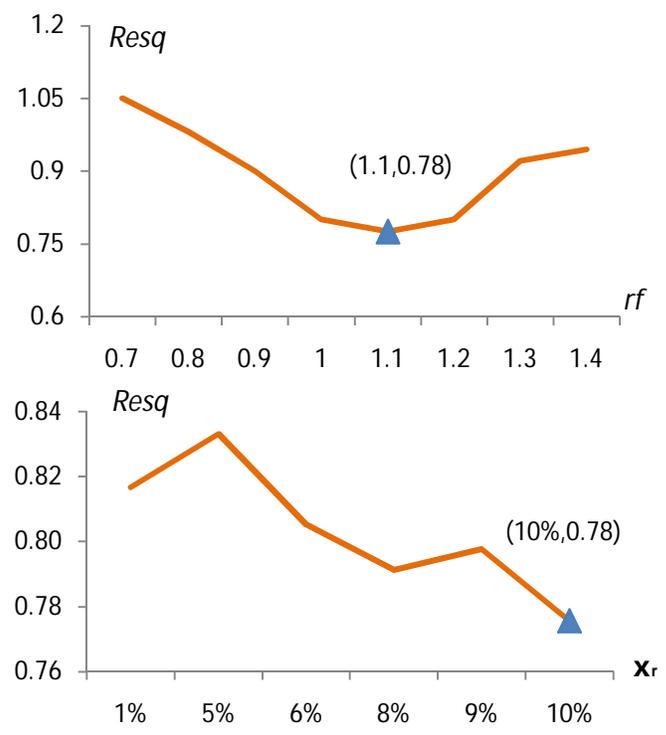
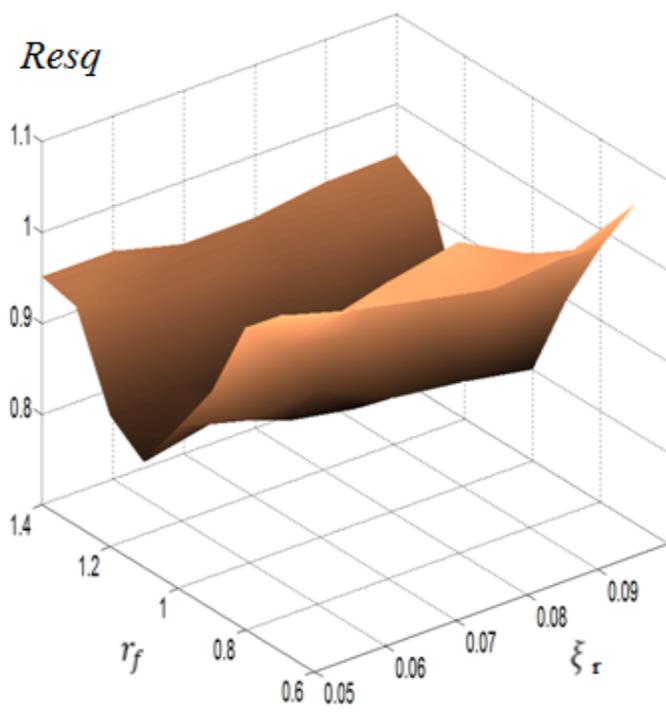


(a) Aceleración medida en la esquina / Aceleración sin MSR (0.0574 m/s^2)

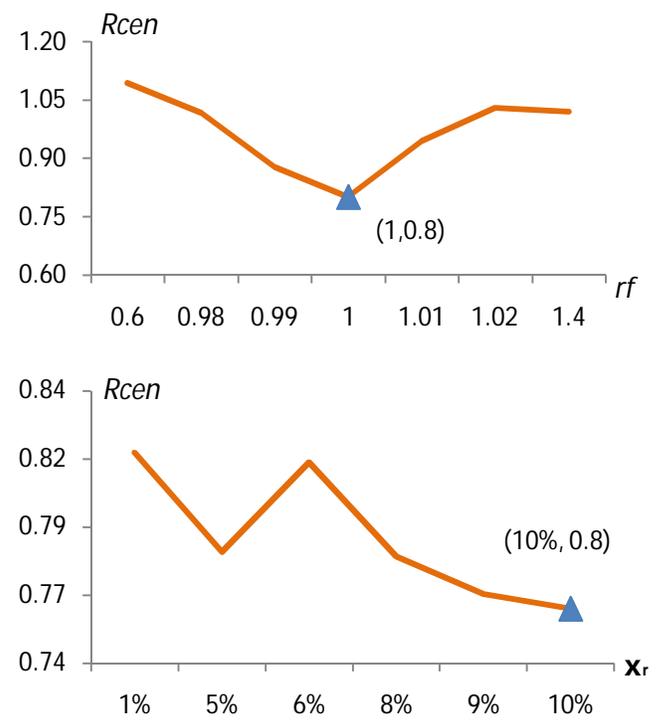
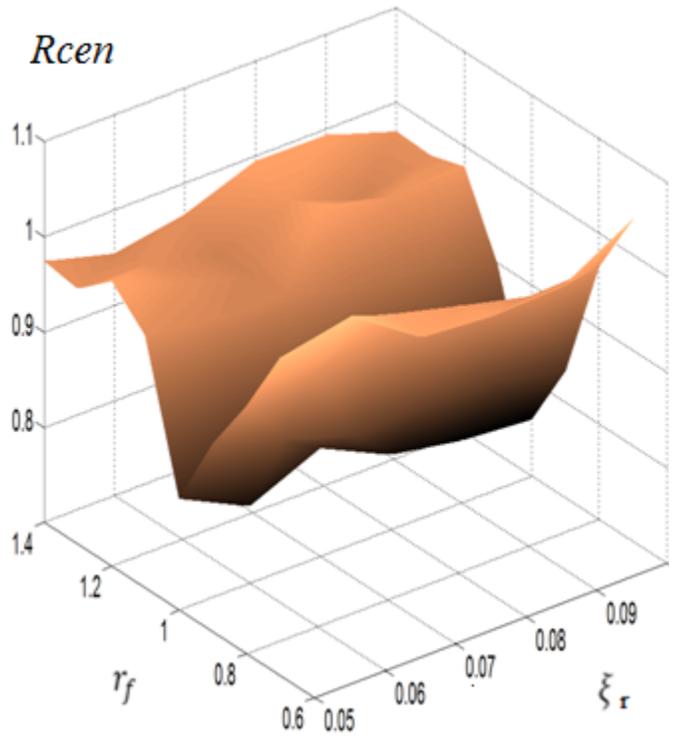


(b) Aceleración medida en el centro de giro / Aceleración sin MSR (0.0340 m/s^2)

Figura 4.14 Respuesta del sistema Estructura-MSR con Amortiguadores Elásticos No Lineales para fuerzas moderadamente correlacionadas

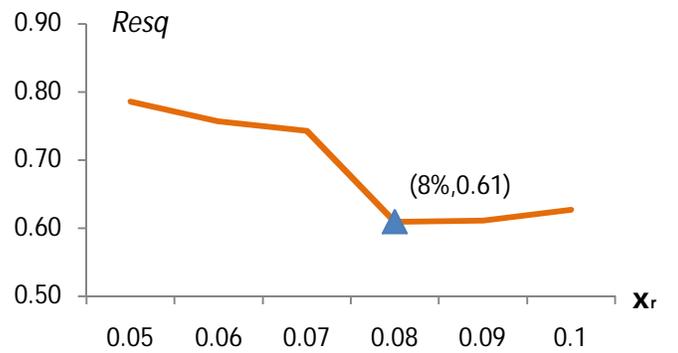
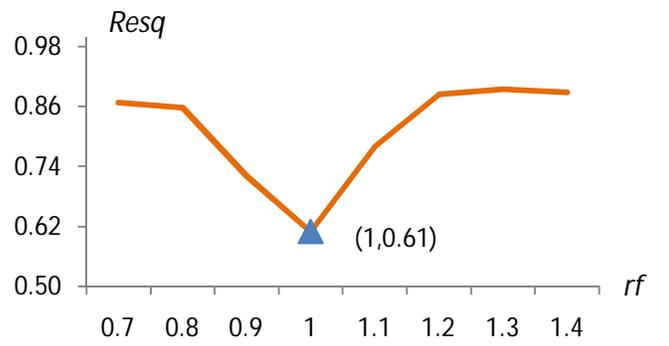
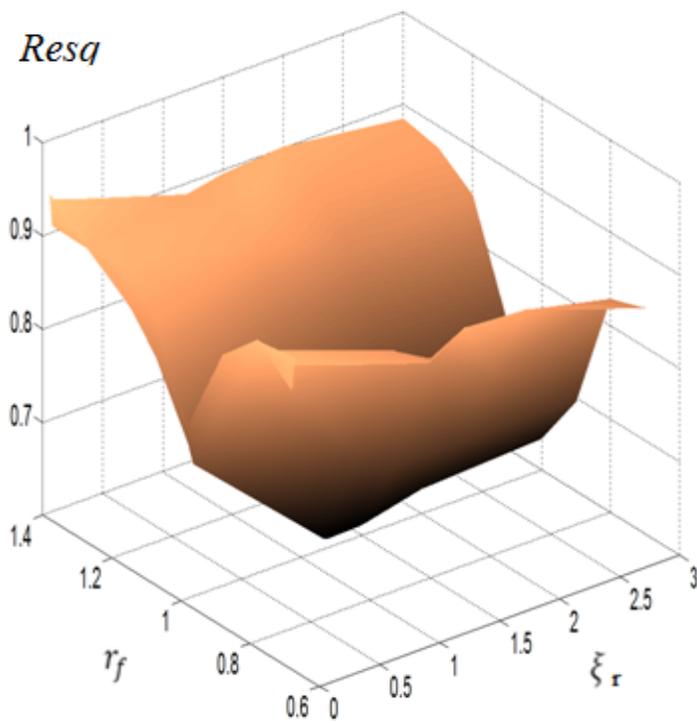


(a) Aceleración medida en el centro de giro/ Aceleración sin MSR (0.0731 m/s^2)

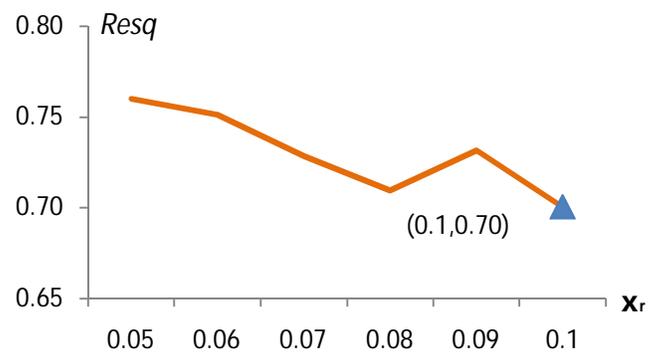
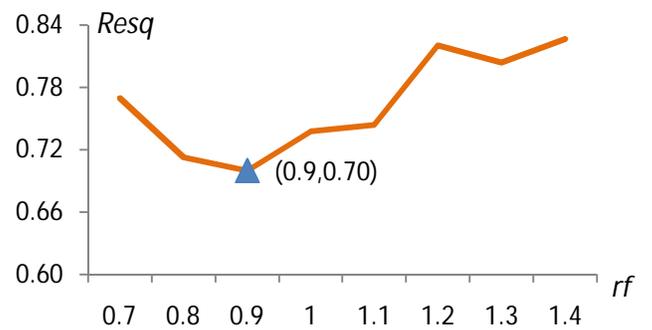
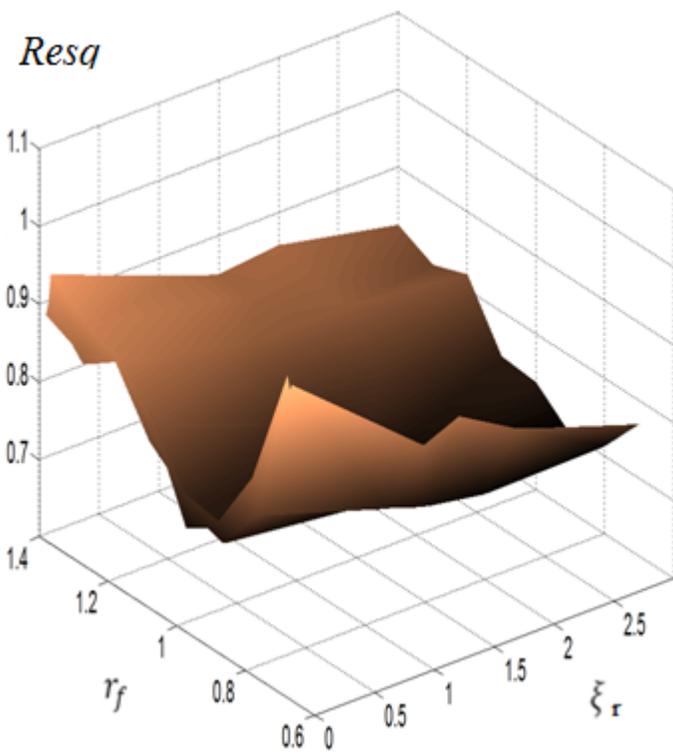


(b) Aceleración medida en la esquina/ Aceleración sin MSR (0.0358 m/s^2)

Figura 4.15 Respuesta del sistema Estructura-MSR con Amortiguadores Elásticos No Lineales para fuerzas fuertemente correlacionadas



a) Sistema restringido en la dirección X, considerando torsión por el par en Y



B) Sistema restringido en la dirección Y, considerando torsión por el par en X

Figura 4.16 Respuesta del sistema restringido Estructura-MSR con Amortiguadores Elásticos No Lineales para fuerzas escasamente correlacionadas

4.1.5 Comentarios

Se presentó un ejemplo de aplicación para reducir la respuesta inducida por el viento de una estructura esbelta con una MSR. Las respuestas de interés consideradas fueron las aceleraciones de esquina y la centroidal, las que resultan de sumo interés para el diseño de edificios altos

Los resultados de los análisis mostraron la efectividad de la MSR al reducir la respuesta hasta un 54% para la aceleración de esquina y 44% para la aceleración centroidal. Lo anterior implica que la MSR es efectiva al reducir la respuesta total, obtenida a partir del movimiento tridimensional de la estructura principal.

La ventaja que presentó la MSR con amortiguamiento no lineal, es que ésta puede lograr reducciones mayores al 50% con porcentajes de amortiguamiento menores al 30%. Por los resultados obtenidos parece más eficiente utilizar amortiguamiento lineal para vibraciones de baja amplitud. Para excitaciones con amplitudes grandes, el amortiguamiento no lineal pudiera dar mejores resultados.

El uso de estos dispositivos no es tan común en nuestro país, por lo cual es importante explorar su potencial y conocer sus limitaciones prácticas.

4.2 Reducción de vibraciones inducidas por viento turbulento en una estructura esbelta, utilizando masas sólidas resonantes tipo péndulo

Los dispositivos de amortiguamiento auxiliar pueden ser una solución práctica para controlar vibraciones, especialmente cuando las modificaciones al sistema estructural original son limitadas. Así, en esta parte del texto se presenta un caso de análisis basado en una estructura real, factible en esas circunstancias.

La diferencia entre el uso de un sistema Masa Sólida Resonante tipo Péndulo (MSRP), o un sistema Masa Solidad Resonante (MSR), es la ausencia de los cojinetes de apoyo de la masa (Conner, 2003). La estructura de soporte de los cojinetes utilizados en el montaje de la MSR traslacional puede tener un costo elevado y ser susceptible al desgaste durante la vida útil del sistema. Como alternativa a este sistema, los diseños de MSRP puede ser menos costosos de fabricar y tener una mayor vida útil. Casi el 50% de las estructuras en Japón que utilizan sistemas de disipación pasivos, emplean sistemas de MSRP (Kareem et al., 2007). Algunos ejemplos incluyen: la Torre de Cristal en Osaka, Higashimyama Sky Tower en Nagoya, y el Taipei 101 en Taipei (Conner, 2003).

Los estudios sobre el uso de los sistemas de MSRP generalmente se enfocan en la optimización de los parámetros de diseño para reducir el desplazamiento lateral excesivo en las estructuras. Gerges y Vickery (2003) usaron un sistema MSRP en un estudio de casos experimentales, y concluyeron que su rendimiento era muy similar a lo observado con MSR lineales, pero con menor desplazamiento relativo y relaciones de masa inferiores.

La estructura que se presenta es un monumento conmemorativo. Resulta de interés para los objetivos de este capítulo, ya que se trata de una estructura esbelta, expuesta a fuertes vientos y con geometría no convencional, sin posibilidad de proponer algún cambio estructural aparente.

Debido a la ubicación de la estructura y a la topografía de su entorno, existe la posibilidad de viento turbulento con intensidad considerable.

Para la construcción de la estructura, se consideró el empleo de tubos de acero, inoxidable Duplex LDX-2101® y Duplex LDX-2205®, que tienen resistencia a la corrosión y abrasión y propiedades mecánicas que se muestran en la Tabla 4.5. Los materiales no estructurales se consideraron como peso muerto, y corresponden al sistema de soporte, y paneles transparentes con una densidad supuesta y similar a la del cuarzo (2600kg/m³).

Tabla 4.5 Propiedades mecánicas de los materiales estructurales.

Propiedad del Acero Estructural Empleado	Duplex LDX-2101®	Duplex LDX-2205®
Modulo de elasticidad	200Gpa	200Gpa
Esfuerzo de Fluencia	450MPa	460MPa
Densidad	7800Kg/m ³	7800Kg/m ³
Relación de Poisson	0.3	0.3

Adicionalmente a la masa de los materiales estructurales y acabados, se considera un sistema de iluminación en la parte superior de la estructura.

El principal objetivo de este capítulo es llevar a cabo un análisis paramétrico de un sistema MSRP-estructura. Para los análisis, la estructura se modeló tridimensionalmente basada en el método de elementos finitos (MEF). La MSRP se modela dentro de la estructura con una conversión equivalente mecánica para acelerar los tiempos de análisis computacional. Los parámetros óptimos (frecuencia y porcentaje de amortiguamiento) de la MSRP son identificados con base en un análisis paramétrico del sistema MSRP-estructura.

4.2.1 Descripción general del sistema estructural

La estructura considerada se muestra en la Figura 4.18. La geometría y materiales que se utilizaron para modelar la estructura, son estimados del diseño arquitectónico, con ayuda de los planos del proyecto.

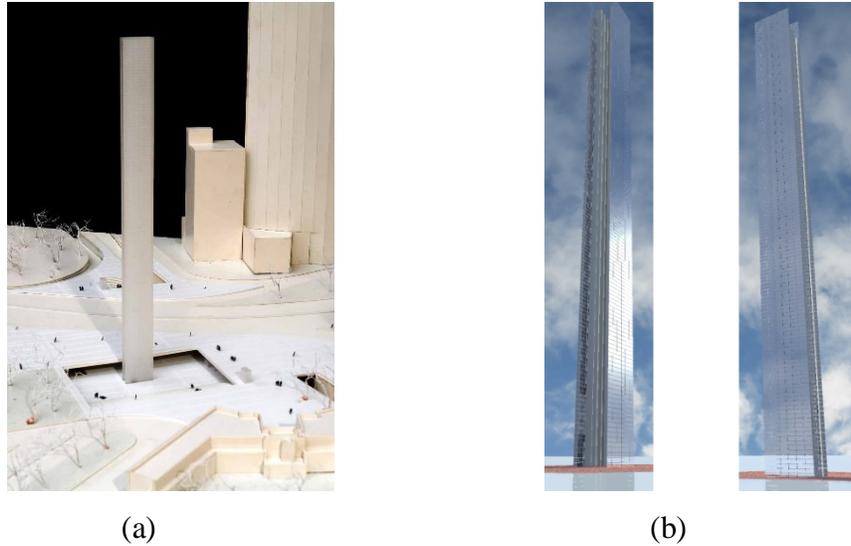


Figura 4.18 Monumento conmemorativo: (a) Diseño arquitectónico original; (b) Diseño recreado

La estructura tiene un sótano de varios pisos. Estos niveles se consideran adicionales a la altura total de la estructura. Por las características estéticas de la estructura, los lugares para colocar un dispositivo de amortiguamiento son limitados, por lo que entre las diferentes configuraciones pasivas de mecanismos de masas resonantes el más adecuado para esta estructura en particular es el basado en el movimiento pendular. También influye el hecho de que, dentro de las columnas, cualquier dispositivo de dimensiones moderadas quedaría oculto, además de que prácticamente no hay restricciones verticales para extender una cuerda lo suficientemente larga para sintonizar la frecuencia del péndulo a la estructura.

El dispositivo MSRP se concibió con base en los requerimientos especiales del monumento. Se propuso colocar ocho péndulos independientes sujetos a la estructura, lo suficientemente pequeños para ocultarse en el interior de las columnas. Adicionalmente se realizó un análisis para demostrar los efectos dinámicos que implicaría colocar péndulos masivos, de un 10% de la masa modal con el propósito de reducir las vibraciones inducidas por viento turbulento.

El sistema estructural recreado se formuló con elementos de acero: ocho columnas tubulares de 80cm de diámetro y 2.5cm de espesor. La Figura 4.19a muestra una vista en

planta. La sección transversal de la estructura es rectangular, 5.17m x 9.1m a paño de la estructura terminada. En los ejes pares e impares, las columnas están unidas con tubos horizontales de 32cm de diámetro y 0.6cm de espesor, a cada 4.5m de altura. En los ejes 1, 2, 3 y 4, las columnas están unidas con tubos de 20cm de diámetro de 0.6cm de espesor a cada 9m de altura. También se utilizan cables contravientos de 2.5cm de diámetro, conectados en el eje 1 y 4, como se muestra en la Figura 4.19b.

El diseño original contempla elementos para rigidizar la parte media de la estructura. En el análisis estructural realizado se consideran anclados en los ejes de las columnas y no tangentes a estas.

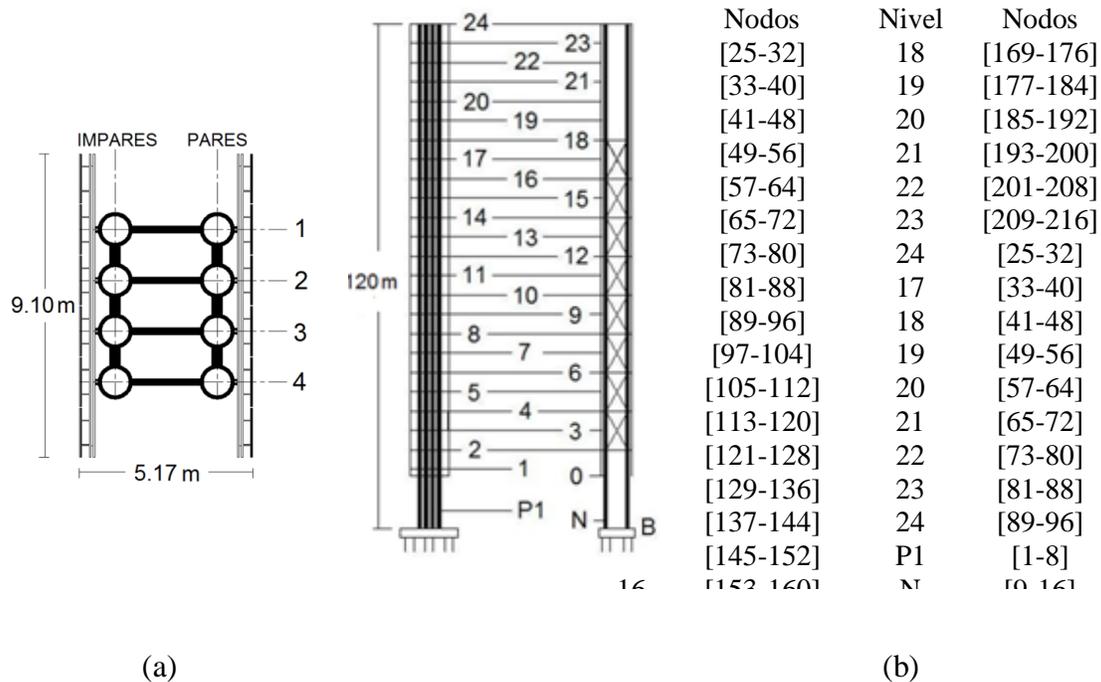


Figura 4.19 Sistema estructural: (a) Planta y distribución de nodos en el modelo matemático. Los ejes y' contienen los nodos pares e impares de la estructura. El sentido ascendente de la numeración de los nodos está referenciado con cuatro ejes x' horizontales y la altura; (b) Distribución de los nodos en dirección Z, donde B, es el nivel de desplante, N el nivel de terreno circundante y P1 es un entrepiso no conectado a la estructura

4.2.2 Descripción del modelo matemático

El objetivo de la modelación matemática es conocer valores óptimos frecuencias y amortiguamiento, para diseñar un dispositivo de amortiguamiento auxiliar tipo péndulo. Para lograr tal objetivo se utilizó la siguiente metodología:

- 1.- Modelación tridimensional del sistema estructural original para un análisis dinámico paso a paso.
- 2.- Caracterización en tiempo y espacio de fuerzas aleatorias inducidas por viento, simulando para ello la acción del viento turbulento sobre una cara de la estructura.
- 3.- Modelación tridimensional del sistema estructural-masa resonante. Para observar su comportamiento con respecto a la estructura original.
- 4.- Obtención de los parámetros óptimos para el diseño de MSRP.

Esta metodología se usó para estudiar dos casos: a) diseñar un dispositivo eficiente con una relación de masas del 1% de la masa modal, y b) observar los efectos dinámicos que se presentarían al emplear una relación de masas (i.e., masa de la MSRP/masa modal de la estructura) del 10%. El segundo caso se consideró como un límite práctico, sin considerar las implicaciones de diseño.

4.2.2.1 Modelación tridimensional del sistema estructural

La estructura del monumento se modeló tridimensionalmente utilizando un programa computacional comercial (ANSYS 13.0). Se eligió modelar el sistema con elementos tipo barra PIPE16, el cual es uniaxial con capacidad a la tensión-compresión, torsión y flexión. El elemento tiene seis grados de libertad: desplazamientos x , y y z y rotaciones sobre los ejes x , y y z . Además, las matrices de masa y rigidez del elemento están formuladas con base en una sección transversal circular hueca, ideal para representar las características mecánicas reales de los tubos que forman la estructura.

Los contravientos, son los únicos elementos no tubulares en la estructura y se decidió modelarlos con el elemento LINK180. Este elemento funciona a tensión uniaxial con tres grados de libertad en cada nodo: desplazamientos en las direcciones x , y y z . En este caso se fijaron las condiciones para un comportamiento lineal, sin tensión inicial. La inercia de los elementos contraviento se consideró despreciable.

La masa de los acabados y sus sistemas de sujeción a la estructura se consideraron como masa adicional distribuida en la estructura, ya que el sistema de soporte es demasiado esbelto para proporcionar rigidez adicional y posiblemente se hayan diseñado desligados entre sí. Así, la masa de los paneles de cuarzo y sus soportes se consideraron sumándose a la masa de las columnas de acero.

Las condiciones de frontera en la base se modelaron fijas en todos los grados de libertad. El amortiguamiento inherente de la estructura se modeló empleando el amortiguamiento de Rayleigh, suponiendo $\xi = 0.5\%$ y las frecuencias de los modos :

ω_i	ω_j
Modo 1	Modo 5
0.218Hz	3Hz

La siguiente figura muestra la curva que define el amortiguamiento empleado, y también se identifican las frecuencias empleadas para determinar el amortiguamiento de Rayleigh.

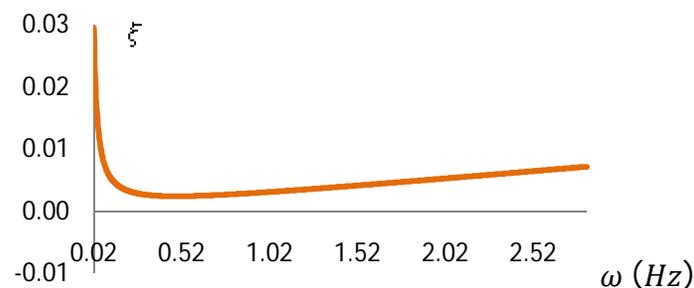


Figura 4.20 Amortiguamiento de Rayleigh

Se realizó un análisis modal para conocer las características dinámicas de la estructura. Las principales formas modales de la estructura sin el empleo de la MRSP, se muestran en la siguiente figura, y en la Tabla 4.6 se presentan algunas propiedades dinámicas de la estructura.

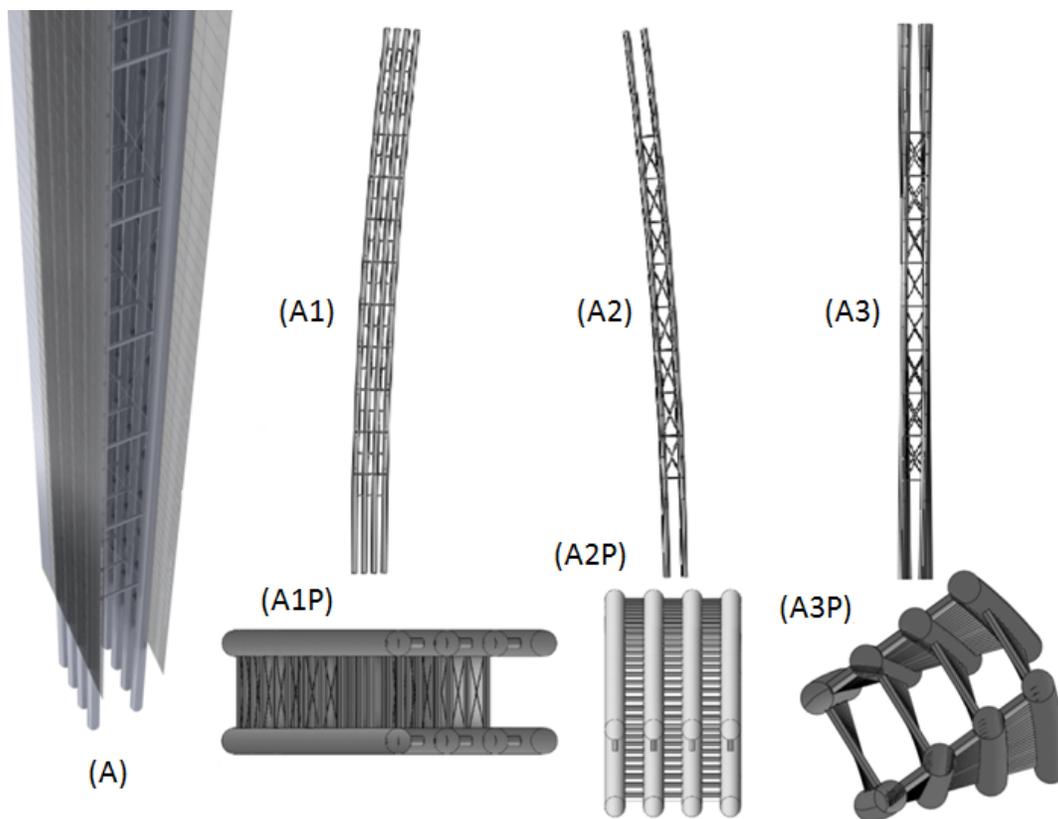


Figura 4.21 Formas modales: (A) Estructura en reposo; (A1) Modo1; (A1P) Vista e planta del Modo1; (A2) Modo2; (A2P) Vista e planta del Modo2; (A3) Modo3, y (A3P); Vista e planta del Modo3.

Tabla 4.6 Propiedades generales de la estructura.

Propiedad	
Masa Total	0.68361E+06kg
Centro de masa	58.690m
f_y	0.218Hz
f_x	0.223 Hz
f_θ	0.949Hz
ξ	0.5%

4.2.2.2 Caracterización de fuerzas aleatorias inducidas por viento.

La acción de viento que se desea caracterizar, es la inducida por el viento directamente sobre una cara de la estructura, como se observa en la Figura 4.22.

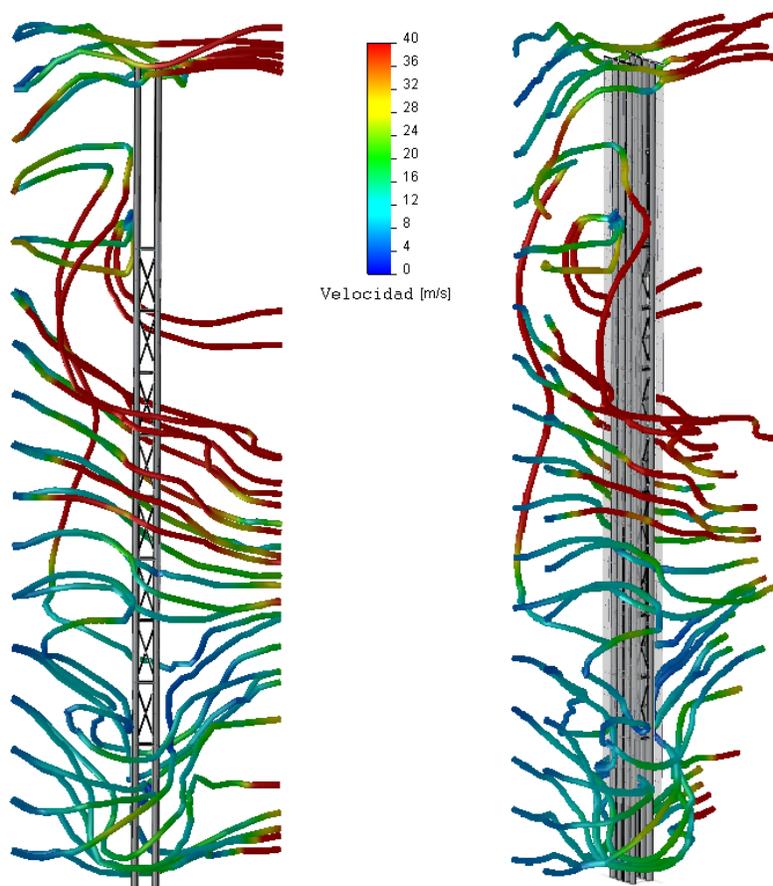


Figura 4.22 Visualización de la trayectoria y velocidad del viento en dirección perpendicular a la superficie de la estructura

Para calcular la velocidad esperada V_e , a una altura h en la estructura, se utilizó la formulación de las Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Viento (2004), la cual está dada por:

$$V_e = V_{max} \left(\frac{h}{10} \right)^\alpha \quad (4.8)$$

donde V_{max} , es la máxima velocidad de ráfaga medida en un sitio, a diez metros de altura y en un tiempo de observación de 3s, α es un coeficiente que depende de la rugosidad del terreno. En este caso, el entorno es urbano. La siguiente tabla resume el valor de los parámetros empleados.

Tabla 4.7 Valores utilizados para obtener la velocidad media.

Parámetro	Valor
V_{max}	31m/s
h	[16.7m,117.3m]
α	0.4

Para simular más realísticamente las historias de velocidad del viento, se necesitan mediciones de campo, justo en el sitio y en diferentes posiciones a lo largo de la estructura. Con estas mediciones sería posible determinar, la intensidad de turbulencia y la correlación espacial de las historias de velocidad. Sin embargo, el enfoque adoptado para la simulación en este estudio supone que las fuerzas corresponden a una función densidad de potencia espectral con varianza unitaria (FDPEU). Con estas historias de fuerza obtenidas la FDPEU, se realiza un promedio de análisis dinámicos a la estructura, para conocer el factor de escala necesario para obtener una respuesta de control objetivo.

Los resultados de los análisis dinámicos permiten conocer el valor máximo esperado de respuesta en la estructura. Se seleccionaron valores de aceleración, igual que en la primera parte del capítulo, para poder escalar las historias de velocidad a valores adecuados para el diseño de estructuras.

Se utilizó el valor de aceleración de esquina como respuesta de referencia $a_e = 20.4$ mili-g. Dicho valor es 10 veces mayor al necesario para que los objetos suspendidos en un edificio, como lámparas y ventiladores comiencen a oscilar (Boggs, 1995). Para obtener la respuesta de control, las historias de velocidad se amplificaron por una constante de 125, con lo que se garantizó que las señales tuvieran la energía suficiente para inducir la respuesta objetivo. La forma en que las historias de velocidad se transformaron en historias de fuerza se presenta en la siguiente ecuación:

$$F(t) = \rho \cdot V \cdot v(t) \cdot A \cdot C_D \quad (4.9)$$

donde la densidad del aire $\rho = 1.2 \text{ Kg/m}^3$, V está definida en la ecuación (4.8), $v(t)$ es la velocidad turbulenta del viento simulada, A denota el área expuesta (ver Figura 4.23), y el coeficiente de arrastre C_D se consideró con valor de 2 debido a la geometría de la superficie expuesta al viento. (Simiu y Scanlan, 1996). La superficie de la estructura expuesta al viento se discretizó en secciones de 4.57m de altura y 9.1m de ancho, que corresponden a las dimensiones de los soportes para los paneles de cuarzo. Las fuerzas simuladas se aplicaron en los nodos de la sección correspondiente, como se aprecia en la siguiente figura.

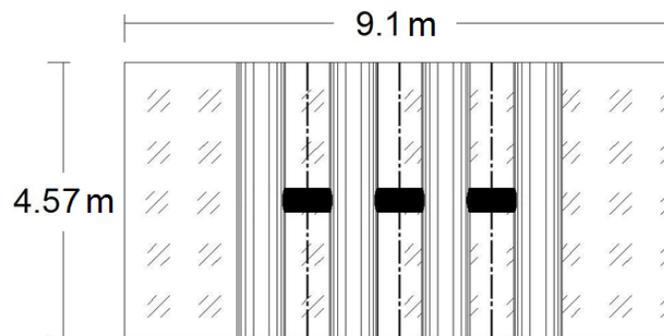


Figura 4.23 Sección tipo expuesta al viento. Para simular la historia de fuerzas, cada sección se dividió en cuatro áreas tributarias.

Se obtuvieron las historias de $v(t)$ preliminares, antes de conocer el factor de escala, con un método auto regresivo de media móvil (ARMA, por sus siglas en inglés). En la siguiente tabla se presentan los valores supuestos que se utilizaron para poder simular las historias.

Tabla 4.8 Valores supuestos del sitio, para caracterizar las historias de fuerza simuladas con el método ARMA, que se muestra en el Apéndice A.2

Coeficiente de Correlación Cz	31m/s
Coeficiente de Correlación Cy	[16.7m,117.3m]
Δt	0.1s
Puntos de integración	6000
Frecuencia inicial	0.001Hz

Las fuerzas simuladas se distribuyeron en los nodos del modelo matemático, en 92 posiciones sobre las columnas en los nodos de unión con los elementos secundarios. Para los análisis paramétricos se considera la acción directa del viento turbulento sobre la superficie de cuarzo (950m²) de la estructura únicamente.

4.2.2.3 Modelación tridimensional del sistema estructura-masa sólida resonante tipo péndulo

Para modelar el sistema estructura-MSRP se hicieron simplificaciones para mejorar la eficiencia de procesamiento computacional, lo que implicó modelar el péndulo sujeto a la estructura como un sistema mecánico equivalente. A continuación se muestran las ecuaciones de movimiento del mecanismo pendular con las que se hizo el diseño conceptual del dispositivo. Después se deducen las expresiones para un sistema lineal equivalente que se utilizó en el modelo matemático.

La Masa Sólida Resonante tipo Péndulo (MSRP) se ilustra en la Figura 4.24. Normalmente, este dispositivo se modela como un péndulo simple. Para las pequeñas oscilaciones angulares se comporta de manera similar a un Masa Sólida Resonante (MRS) y se puede modelar de forma idéntica, con una rigidez equivalente y coeficiente de amortiguamiento equivalente. Por lo tanto, la metodología de diseño para el sistema MSR y el sistema MSRP son idénticos (Conner, 2003).

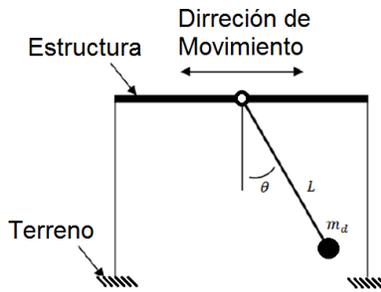


Figura 4.24 Masa Sólida Resonante tipo Péndulo (MSRP)

Un factor importante para el uso de un sistema MSRP, en lugar de un mecanismo MSR, es la ausencia de los cojinetes de apoyo de la masa (Conner et al., 2003). El modelo de análisis que aquí se presenta es una versión idealizada de la aplicación real de un sistema MSRP. La motivación es para ilustrar el efecto de una MSRP en el movimiento de una estructura. El sistema MSRP se puede modelar como un péndulo simple, de masa puntual m , una barra sin masa, de longitud de L , como se muestra en la .Figura 4.25. Se considera que la fuerza de fricción de la articulación del péndulo es lineal y está determinada por un coeficiente de fricción dinámico c . Cambios importantes en la longitud efectiva del péndulo pueden esperarse, si la magnitud de c no es despreciable en comparación con la amplitud relativa del movimiento.

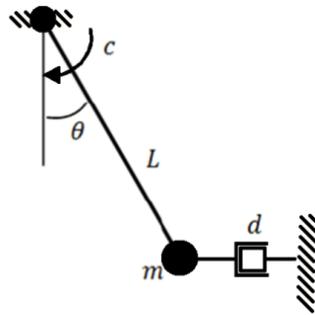


Figura 4.25 Masa Sólida Resonante tipo Péndulo (MSRP)

Un diagrama de cuerpo libre de la masa del péndulo se muestra en la Figura 4.26, en donde se considera a la tensión (T) en la barra sin masa como una fuerza de reacción. Además existe un momento resistente, provocado por la fuerza fricción del péndulo, que puede expresarse como el producto vectorial, longitud de la cuerda, con el vector de fuerza de la fricción. Por lo que, la dirección de la fuerza de rozamiento de la masa del péndulo es

perpendicular al brazo de palanca en la dirección contraria al movimiento de la masa del péndulo. La ecuación de movimiento para el modelo MSRP está dada por la ecuación siguiente:

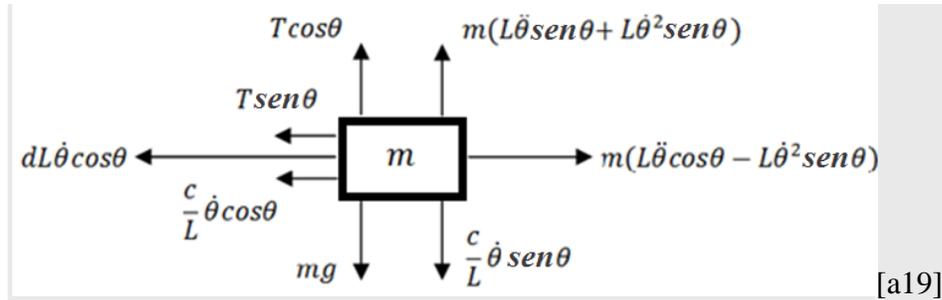


Figura 4.26 Diagrama de cuerpo libre equivalente.

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{1}{mL} \left(\frac{c}{L} + dL \cos^2 \theta(t) \right) \dot{\theta}(t) - \frac{g}{L} \sin \theta(t) \quad (4.10a)$$

La ecuación lineal simplificada para pequeñas amplitudes, $\cos \theta(t) = 1$ y $\sin \theta(t) = \theta(t)$:

$$\ddot{\theta}(t) = -\frac{1}{mL} \left(\frac{c}{L} + dL \right) \dot{\theta}(t) - \frac{g}{L} \theta(t) \quad (4.10b)$$

Para evaluar la respuesta en vibración libre, se aplica la transformada de Laplace a la ecuación (4.8b):

$$\theta(s) = \frac{\left(s + \frac{1}{mL} \left(\frac{c}{L} + dL \right) \right) \theta(0)}{s^2 + \frac{1}{mL} \left(\frac{c}{L} + dL \right) s + \frac{g}{L}} = \frac{(s + 2\xi_d \omega_d) \theta(0) + \dot{\theta}(0)}{(s^2 + 2\xi_d \omega_d s + \omega_d^2)} \quad (4.11)$$

donde: $\theta(0)$; desplazamiento inicial, $\dot{\theta}(0)$; velocidad inicial, y :

$$\xi_d = \frac{\left(\frac{c}{L} + dL \right)}{2m\sqrt{gL}} \quad (4.12)$$

$$\omega_d = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (4.13)$$

La posición con respecto al tiempo queda definida por la ecuación siguiente:

$$\theta(t) = \theta(0)e^{-\xi_d\omega_d t} \left(\cos\omega_{dn} t + \frac{\xi_d}{\sqrt{1-\xi_d^2}} \sin\omega_{dn} t \right) + \frac{\dot{\theta}(0)}{\omega_d} e^{-\xi_d\omega_d t} \sin\omega_{dn} t \quad (4.14)$$

donde

$$\omega_{dn} = \omega_d \sqrt{1 - \xi_d^2} = \frac{1}{mL} \sqrt{4m^2 gL - \left(\frac{c}{L} + dL\right)^2} \quad (4.15)$$

y ξ_d es el porcentaje de amortiguamiento crítico, ω_d es la frecuencia natural del péndulo, y ω_{dn} es la frecuencia natural amortiguada.

Se despreció[a20] la reacción elástica del cable, ya que este tiene rigidez casi nula a la flexión y a la torsión, considerando que la torsión que puede experimentar el dispositivo se debe únicamente al par generado por la excentricidad entre los amortiguadores y la masa pendular. Se verificó la magnitud de la torsión que pueden experimentar los péndulos en la amplitud máxima de movimiento. Puesto que las frecuencias en x y y son muy parecidas, una solución para el diseño del dispositivo sería colocar dos cables al péndulo, para restringir la torsión y dejar sintonizada únicamente la dirección principal.

En este estudio se decidió experimentar con un dispositivo pendular que pudiera funcionar en ambas direcciones, en una configuración de un solo cable. Los valores de estas excentricidades pueden conocerse partiendo de la amplitud máxima relativa observada entre el dispositivo y la estructura. La siguiente figura muestra los ángulos de inclinación que puede experimentar el dispositivo adoptado:

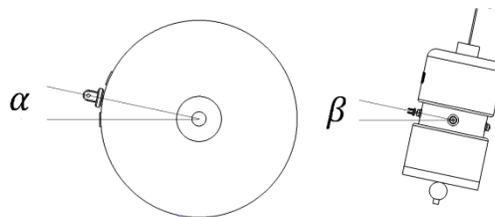


Figura 4.27 Ángulos de inclinación máxima que puede experimentar el dispositivo (horizontal, α ; y vertical β)

Para las dos direcciones perpendiculares la fuerza de torsión máxima se puede calcular de la siguiente manera:

$$C_x \cdot V_x \cdot \text{Sen}\alpha + C_y \cdot V_y \cdot \text{Sen}\beta = T \quad (4.16)$$

donde C es el coeficiente de amortiguamiento elástico y V , la velocidad máxima observada. El modelo del sistema estructura-MSRP cuenta con ocho dispositivos mecánicos equivalentes, que se asumieron colocados dentro de las columnas del monumento, a 85m de altura. A partir del sistema de la Figura 4.28, se plantea el equilibrio de energía con las ecuaciones de Lagrange, de donde pueden derivarse las expresiones lineales equivalentes de la Figura 4.29.

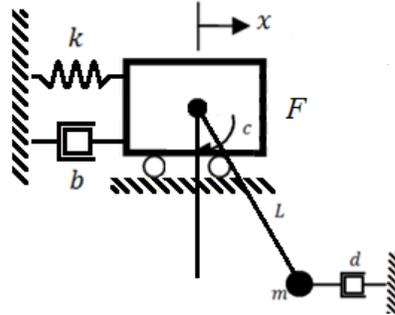


Figura 4.28 Sistema estructura-MSRP

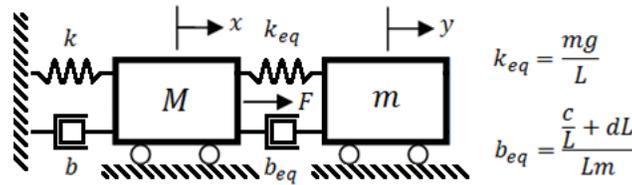


Figura 4.29 Sistema mecánico equivalente estructura-MSRP

$$\ddot{x} + 2\xi\omega\dot{x} + \omega^2x = 2\bar{m}\xi_d\omega_d\dot{y} + \bar{m}\omega_d^2y - \frac{1}{M} \quad (4.17)$$

donde ξ es el amortiguamiento del sistema $\left(\frac{b}{2\omega M}\right)$; ω es la frecuencia natural de la estructura; ξ_d es la relación de amortiguamiento del péndulo $\left(\frac{c}{2\omega_d \cdot m \cdot L}\right)$; ω_d es la frecuencia natural del péndulo; \bar{m} es la relación de masas del péndulo a la masa modal del sistema $\left(\frac{m}{M}\right)$, $y = L\theta$; $\dot{y} = L\dot{\theta}$; $y \ddot{y} = L\ddot{\theta}$.

4.2.3 Análisis paramétrico e identificación de valores óptimos de la MSRP

Mediante la solución de las ecuaciones de movimiento planteadas y con las historias de fuerza simuladas escaladas, se obtuvieron 30 muestras de la respuesta máxima (i.e., el valor máximo absoluto de cada historia en el tiempo) del sistema sin masa auxiliar con la finalidad de obtener el valor de la respuesta de control; posteriormente se repitieron los análisis pero esta vez se consideró el uso de la MSRP. Una vez obtenidas las respuestas del sistema estructura-MSRP, se comparó la reducción de la respuesta contra la respuesta de control utilizando la siguiente expresión:

$$Rn_{esq} = \frac{E(A_{n_{esq}})}{E(A_{n_{esq0}})} \quad (4.18)$$

donde Rn_{esq} es la razón de reducción de la respuesta medida a una altura de interés n sobre la estructura. $E(A_{n_{esq}})$ es el valor máximo esperado de aceleración de la estructura con la MSRP en el punto n , y $E(A_{n_{esq0}})$ es el valor máximo esperado de aceleración de la estructura sin MSRP en el mismo punto. Los puntos de interés considerados son: a 117m en la altura máxima, a 94m donde la rigidez se modifica por los contravientos y a 85m donde se propone que se instalen los amortiguadores del dispositivo.

Los valores máximos se obtuvieron en simulaciones de 10 minutos y promediando las máximas amplitudes observadas en 30 análisis por cada una de las combinaciones de la malla (36 combinaciones de amortiguamiento y relación de frecuencia). Los parámetros óptimos de la MSRP son el porcentaje de amortiguamiento y relación de frecuencias (ξ, rf) del sistema lineal equivalente que minimizan al máximo la relación Rn_{esq} . Para la determinación de los parámetros óptimos se utilizó un algoritmo de búsqueda de tipo malla (Vanderplaats, 1984).

Con los valores calculados de Rn_{esq} , se generaron matrices para su representación gráfica como superficies, como las mostradas en la siguiente figuras. Si los valores de Rn_{esq} son menores a uno, el dispositivo ayudó a reducir la respuesta de la estructura.

En una forma grafica, es sencillo observar un mínimo absoluto y verificar las coordenadas correspondientes a los valores de amortiguamiento y relación de frecuencia óptimos mostrados en la Tabla 4.9. Las Figuras 4.30 a 4.37, muestran los valores obtenidos del análisis paramétrico y representan un resumen de las relaciones óptimas.

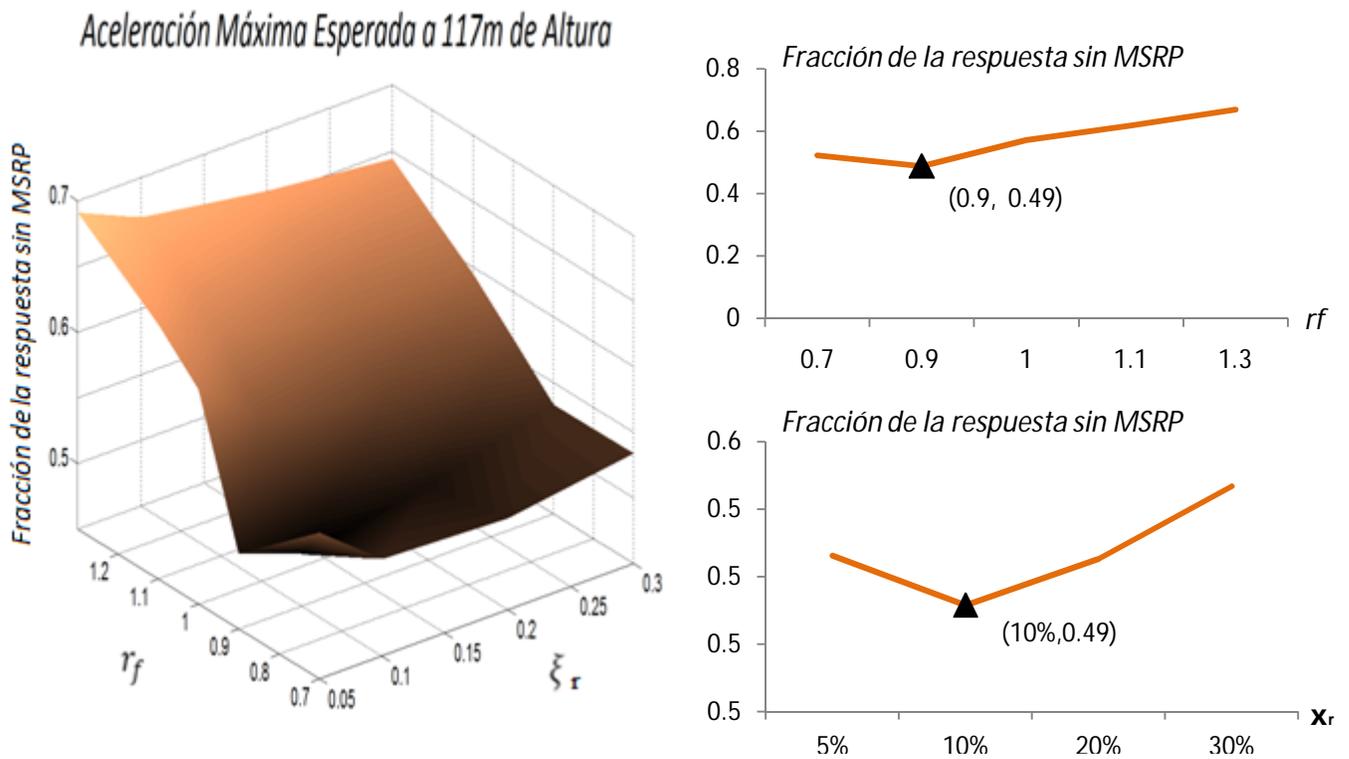


Figura 4.30 Aceleración medida en la estructura a 117m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.2040 m/s^2

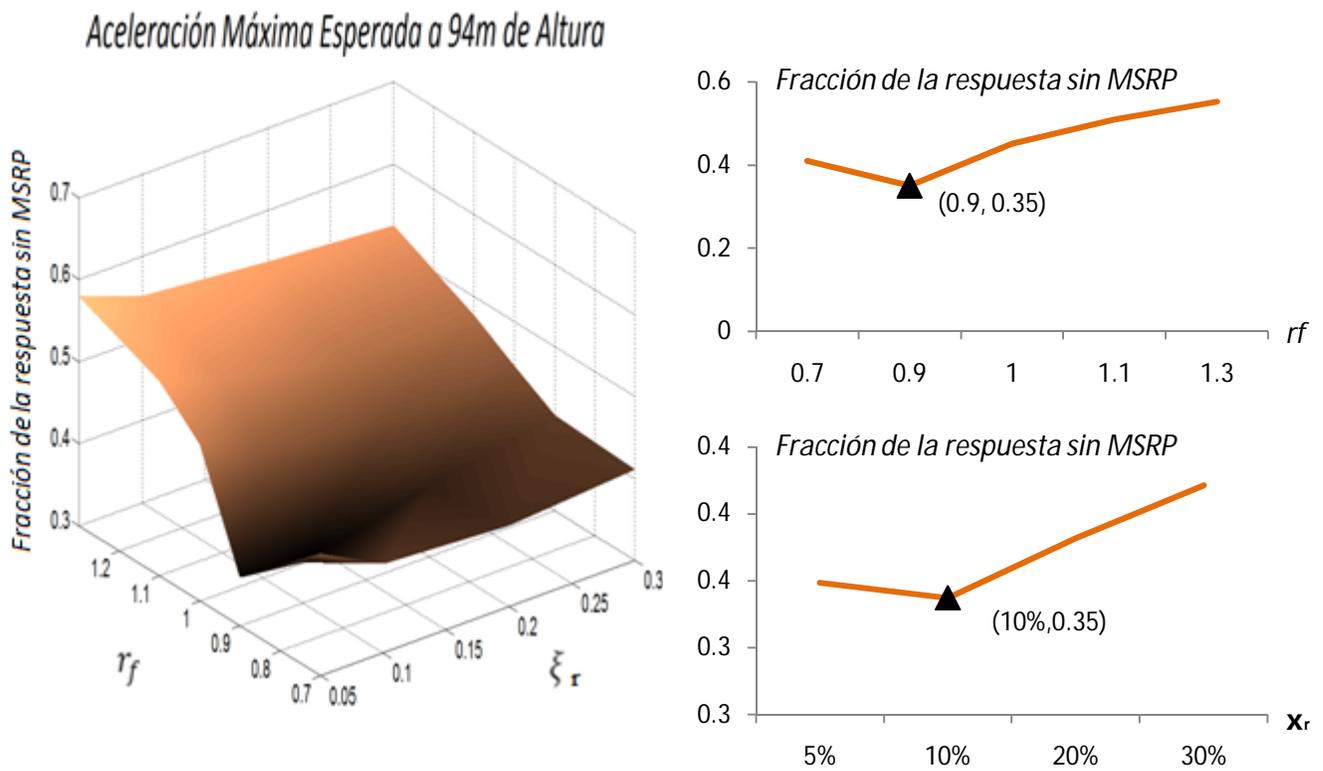


Figura 4.31 Aceleración medida en la estructura a 94m igual a altura/ Respuesta sin MSRP de 0.1420 m/s^2

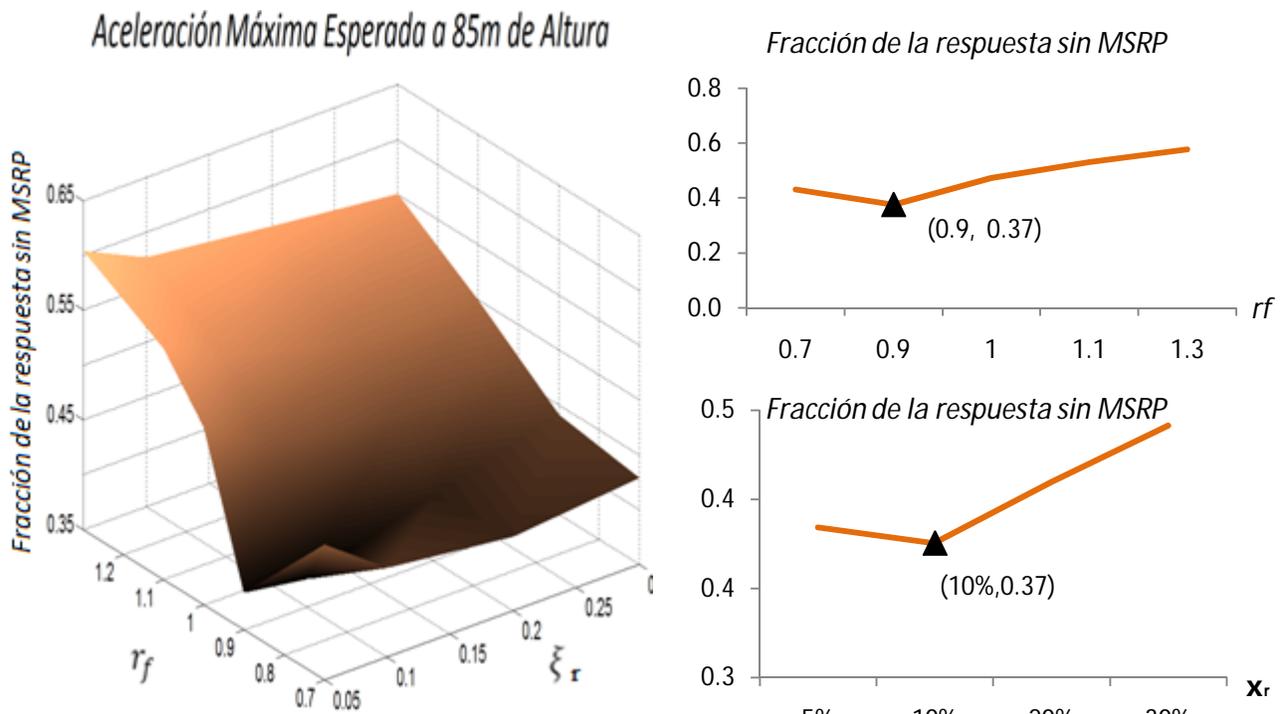


Figura 4.32 Aceleración medida en la estructura a 85m igual a altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1230 m/s²

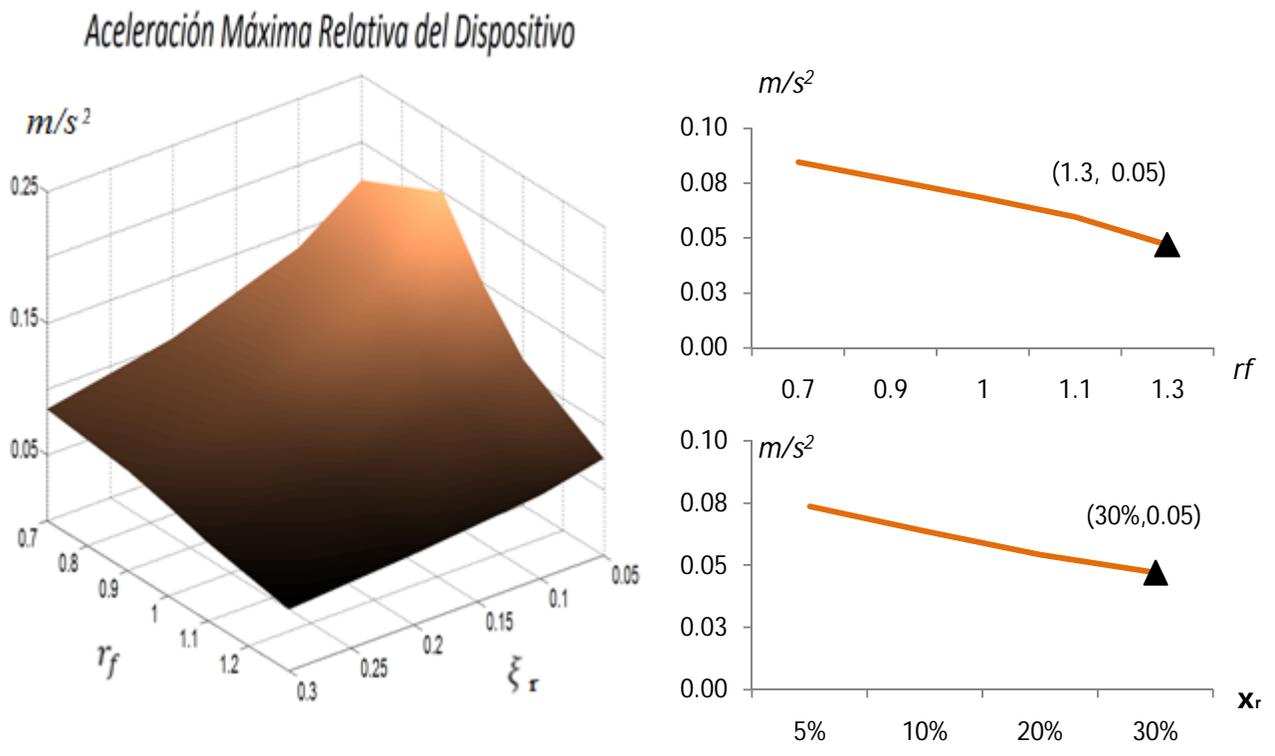


Figura 4.33 Aceleración relativa, estructura-MSRP, medida en la estructura a 85m igual a altura

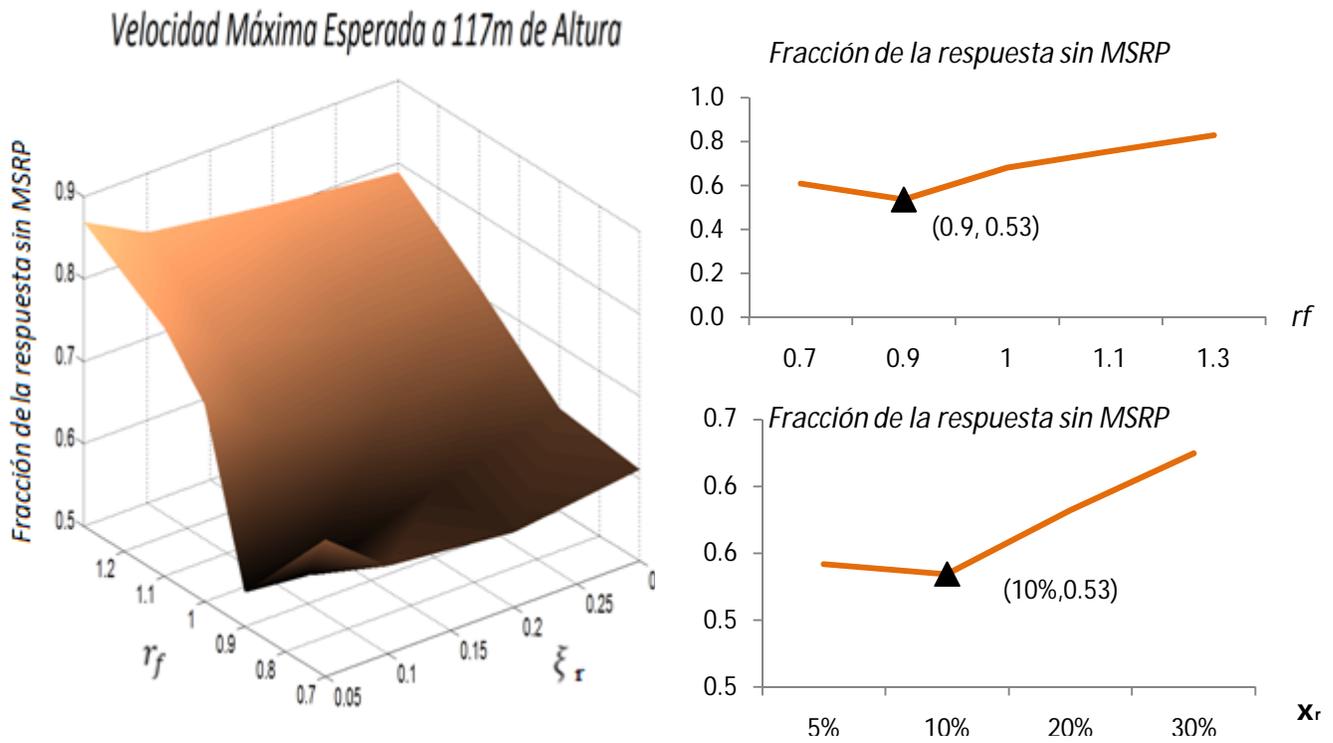


Figura 4.34 Velocidad medida en la estructura a 117m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1191

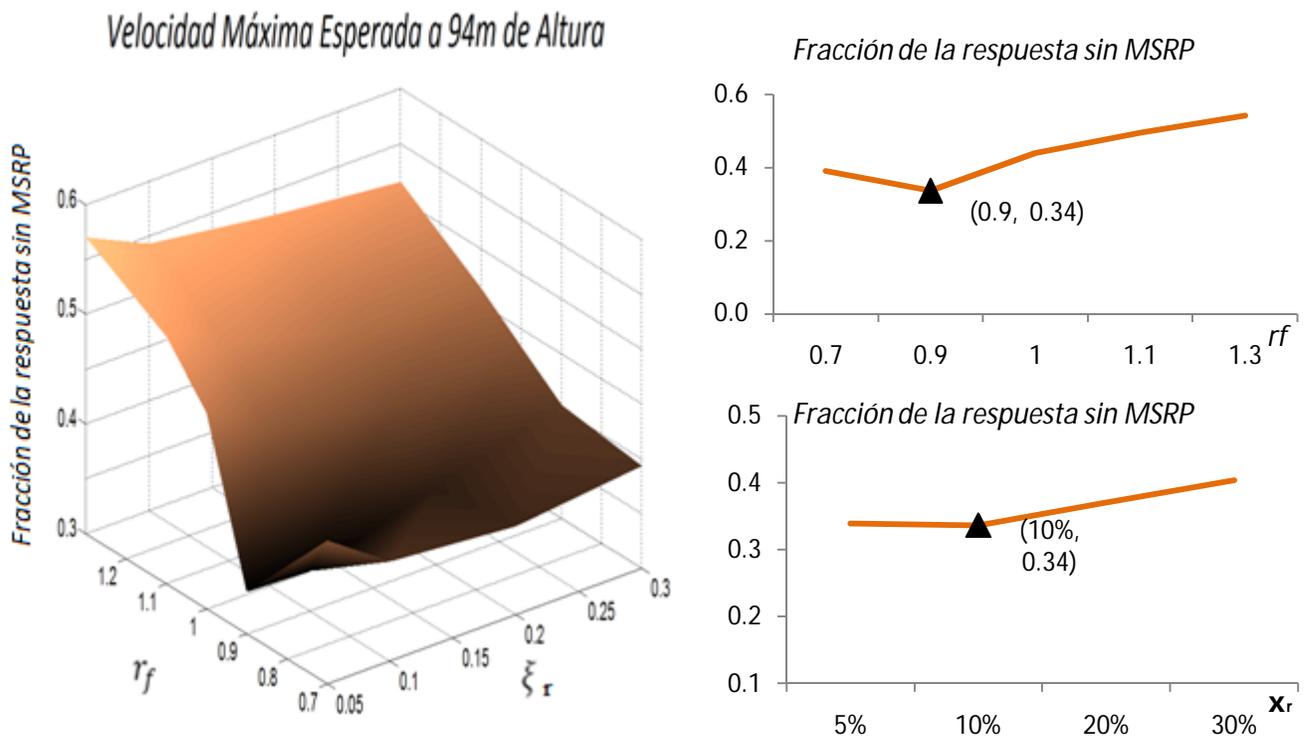


Figura 4.35 Velocidad medida en la estructura a 94m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1325

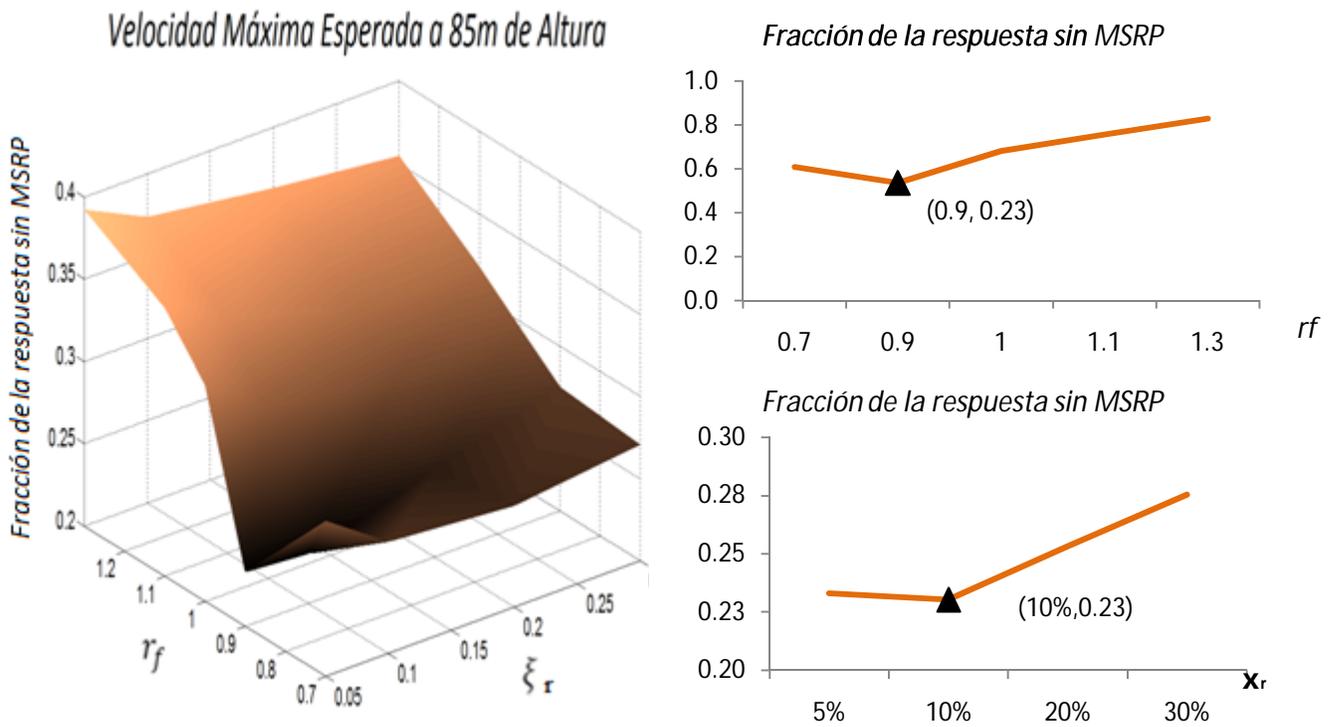


Figura 4.36 Velocidad medida en la estructura a 94m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1725

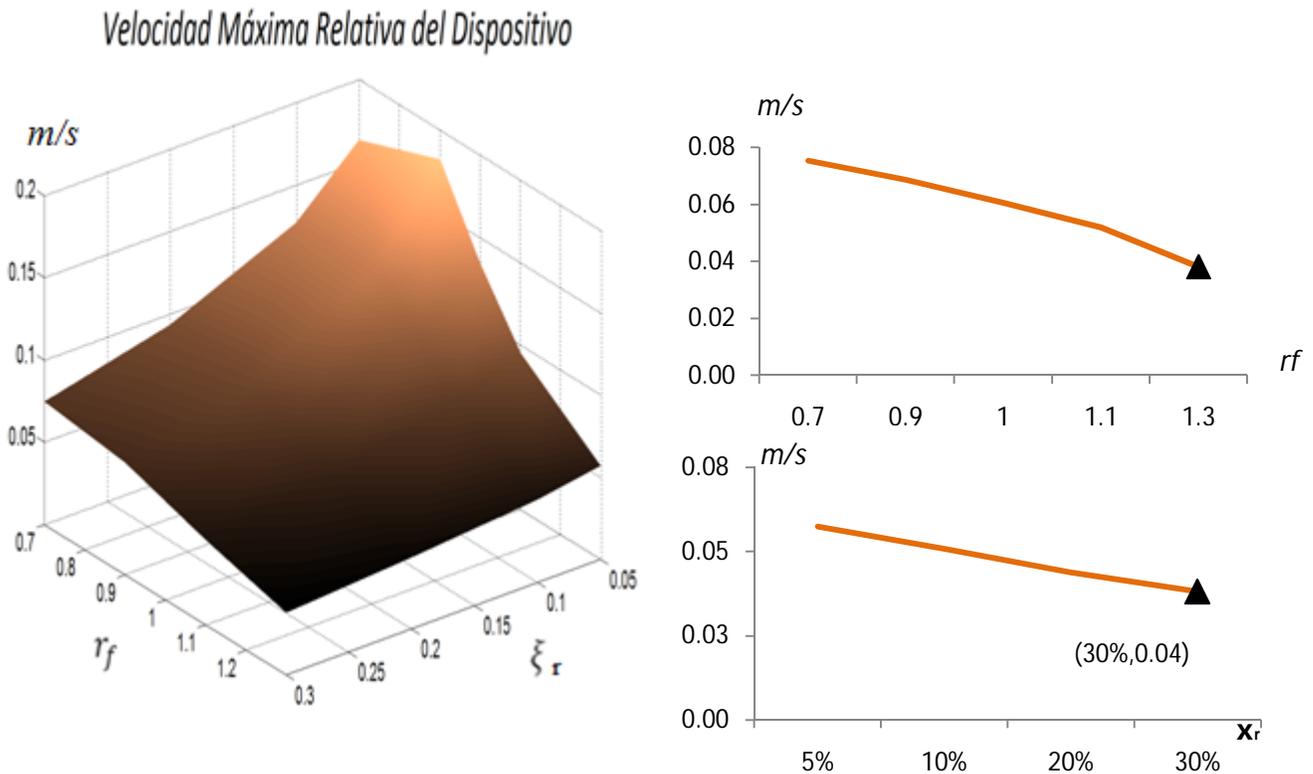


Figura 4.37 Velocidad relativa, estructura-MSRP, medida en la estructura a 85m igual a altura

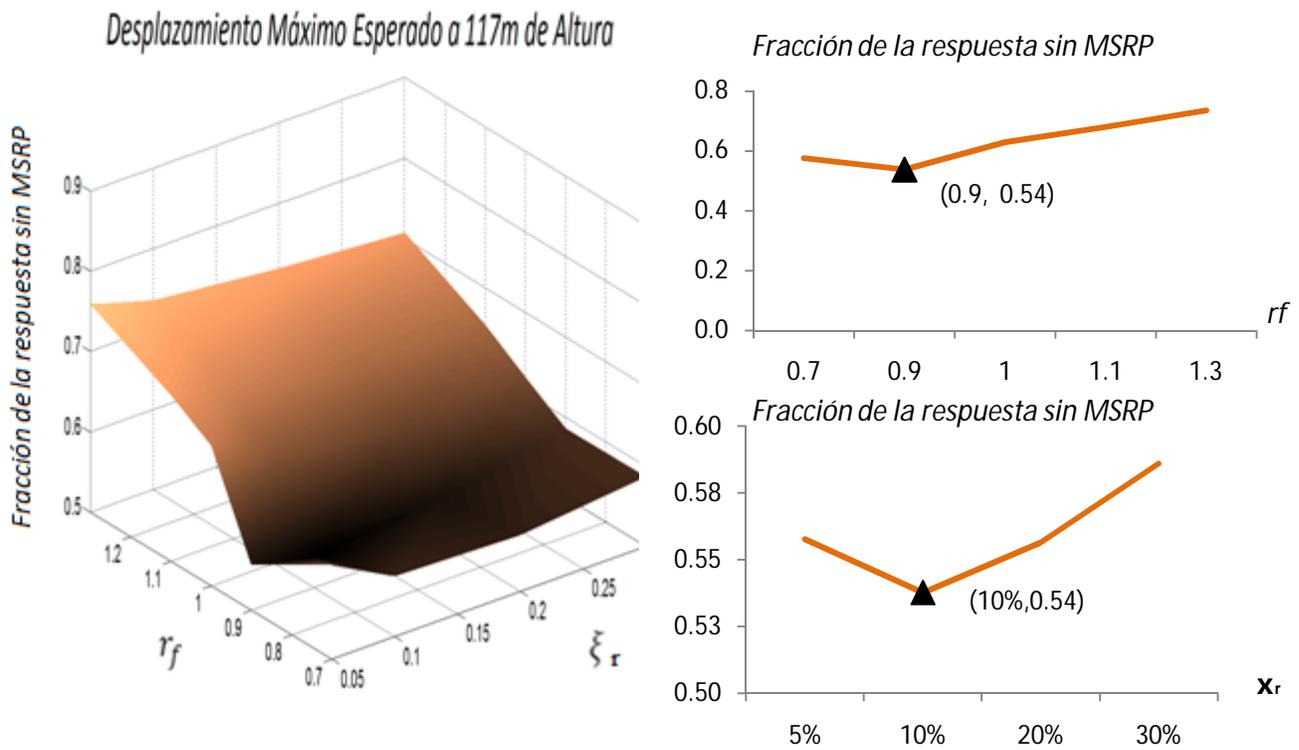


Figura 4.38 Desplazamiento medid en la estructura a 117m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1875

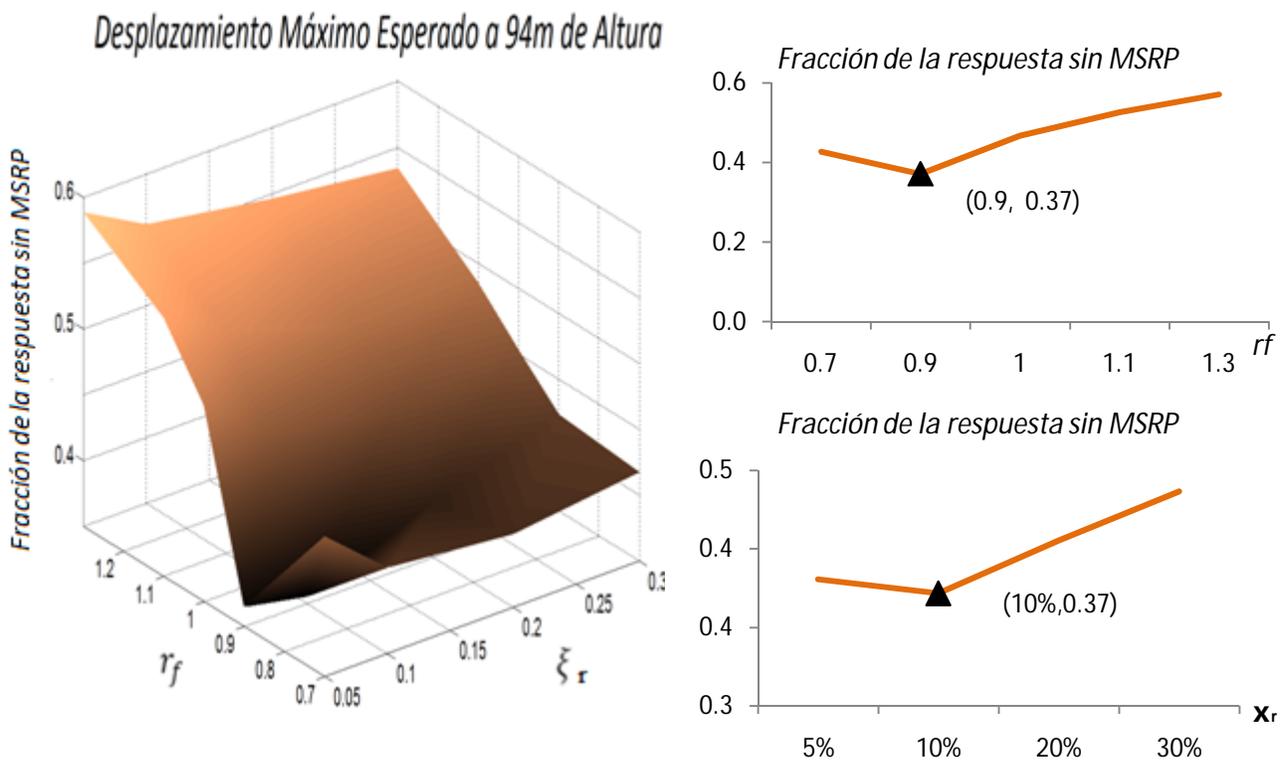


Figura 4.39 Desplazamiento medid en la estructura a 94m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1397

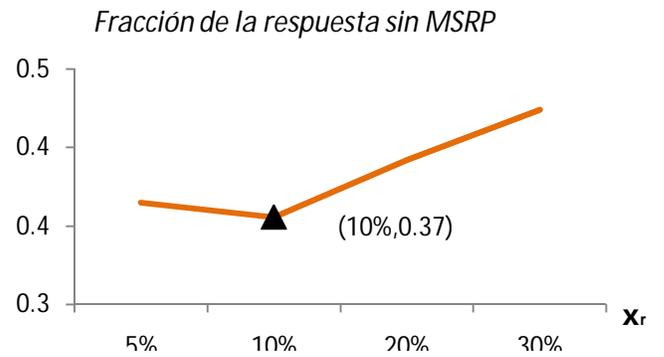
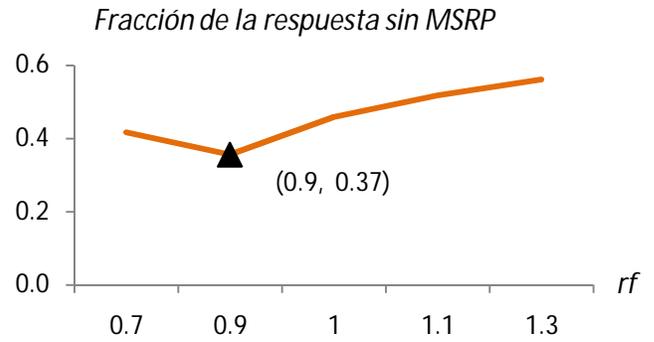
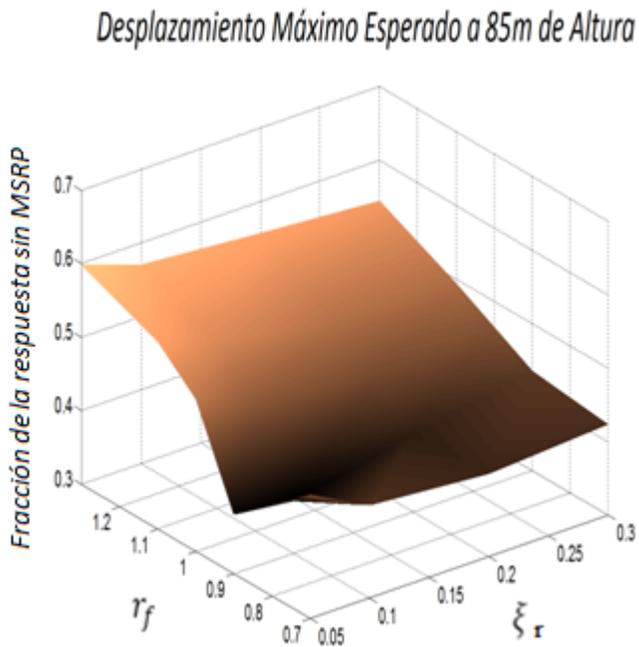


Figura 4.40 Desplazamiento medido en la estructura a 85m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1243

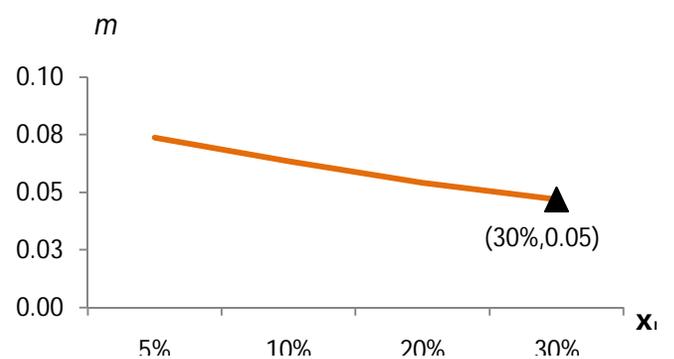
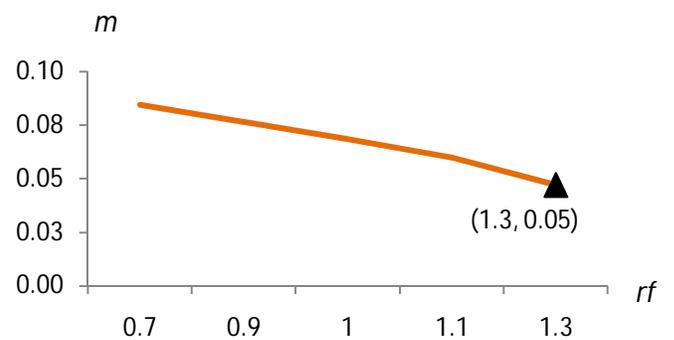
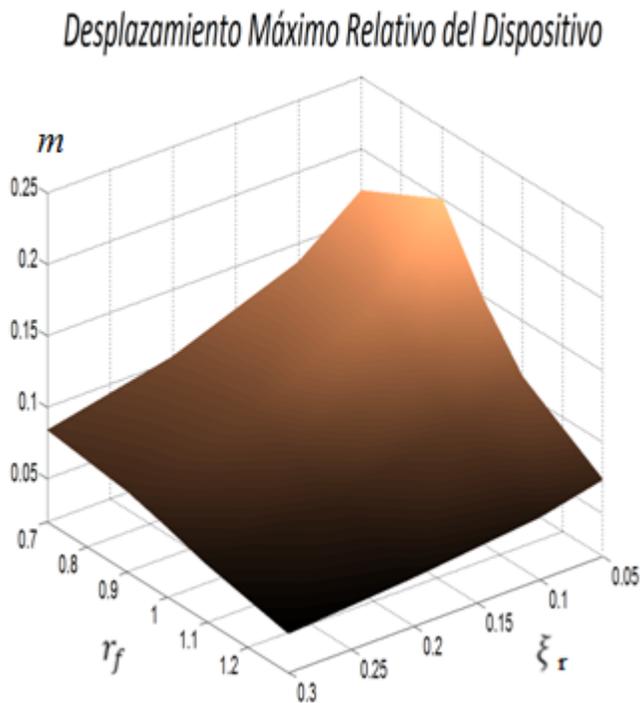


Figura 4.41 Desplazamiento relativo, estructura-MSRP, medida en la estructura a 85m

Tabla 4.9 Parámetros óptimos de la MSR con amortiguadores elásticos lineales.

Respuesta controlada	Parámetros óptimos		
Aceleración = 0.2m/s^2	r_{fopt}	reducción	ξ_{opt}
Aceleración de esquina a 117m de altura	0.9	51%	10%
Aceleración de esquina a 94m de altura	0.9	65%	10%
Aceleración de esquina a 85m de altura	0.9	63%	10%
Aceleración Relativa max 0.2m/s^2	1.3	32%*	30%
Velocidad de esquina a 117m de altura	0.9	47%	10%
Velocidad de esquina a 94m de altura	0.9	66%	10%
Velocidad de esquina a 85m de altura	0.9	77%	10%
Velocidad Relativa max 0.17m/s	1.3	47%*	30%
Desplazamiento de esquina a 117m de altura	0.9	46%	10%
Desplazamiento de esquina a 94m de altura	0.9	63%	10%
Desplazamiento de esquina a 85m de altura	0.9	63%	10%
Desplazamiento Relativo max 0.05m	1.3	46%*	30%

*Porcentaje de reducción máxima que podría obtenerse, si el amortiguamiento y la relación de frecuencias tomarán valores óptimos para reducir el movimiento relativo; entre el dispositivo de amortiguamiento auxiliar y la estructura. Comparados con la amplitud de movimiento relativo, observada con los valores óptimos para reducir la respuesta general de la estructura.

En este sistema, se observa que el dispositivo formado por varios péndulos puede reducir todas las respuestas de la estructura utilizando parámetros similares de amortiguamiento y rigidez. Los valores óptimos de amortiguamiento y relación de frecuencia son parecidos para reducir al máximo los desplazamientos, velocidad y aceleración en el sistema. [a22]

En los 10 minutos de simulación, no se observaron desfases entre los ocho dispositivos. La máxima diferencia en la posición relativa entre dispositivos se observó comparando entre si los dispositivos que están en las columnas opuestas de la cara expuesta al viento, y fue de 0.06m, utilizando un porcentaje de 0.5% de amortiguamiento critico en las MSRP y una

relación de frecuencias de 0.7. Los ocho péndulos se mueven en forma sincronizada en la dirección del viento.

Comparadas con la dirección paralela al viento, en la dirección perpendicular los dispositivos muestran amplitudes menores al 5%, y éstas se mueven desfasadas.

El amortiguamiento óptimo de 10% se prefiere, para esta estructura, sobre amortiguamientos mayores, pues aún los desplazamientos máximos observados son adecuados para el funcionamiento de un dispositivo dentro de las columnas. En la práctica, si los desplazamientos relativos fueran excesivos para que los dispositivos pudieran actuar dentro de las columnas, aún se podrían tomar consideraciones. Aumentar el valor del amortiguamiento crítico a 30%, implicaría que, los desplazamientos relativos, podrían reducirse de 32%-47%, sacrificando un 25% de la eficiencia del dispositivo para reducir la respuesta general de la estructura.[a23]

En las Figuras 4.42 a 4.53 se muestra el análisis paramétrico realizado, considerando una relación de masas elevada. Las masas de los ocho péndulos son iguales al 10% de la masa modal, en la dirección paralela al viento (ver Tabla 4.10).

Se decidió observar las implicaciones, en el comportamiento dinámico de la estructura, al realizar análisis con dispositivos masivos en la estructura. La eficiencia para reducir la respuesta se compara contra el porcentaje de reducción obtenido con masas del 1%.

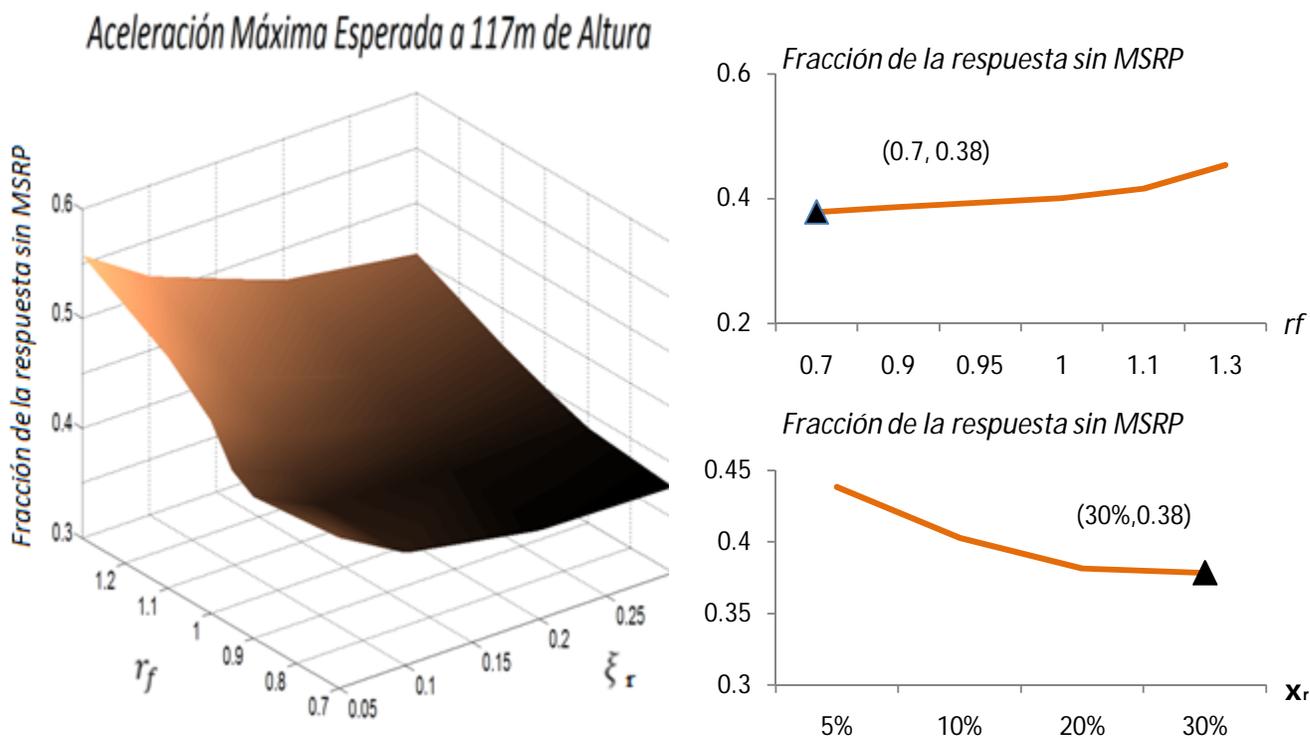


Figura 4.42 Aceleración medida en la estructura a 117m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.2040 m/s^2

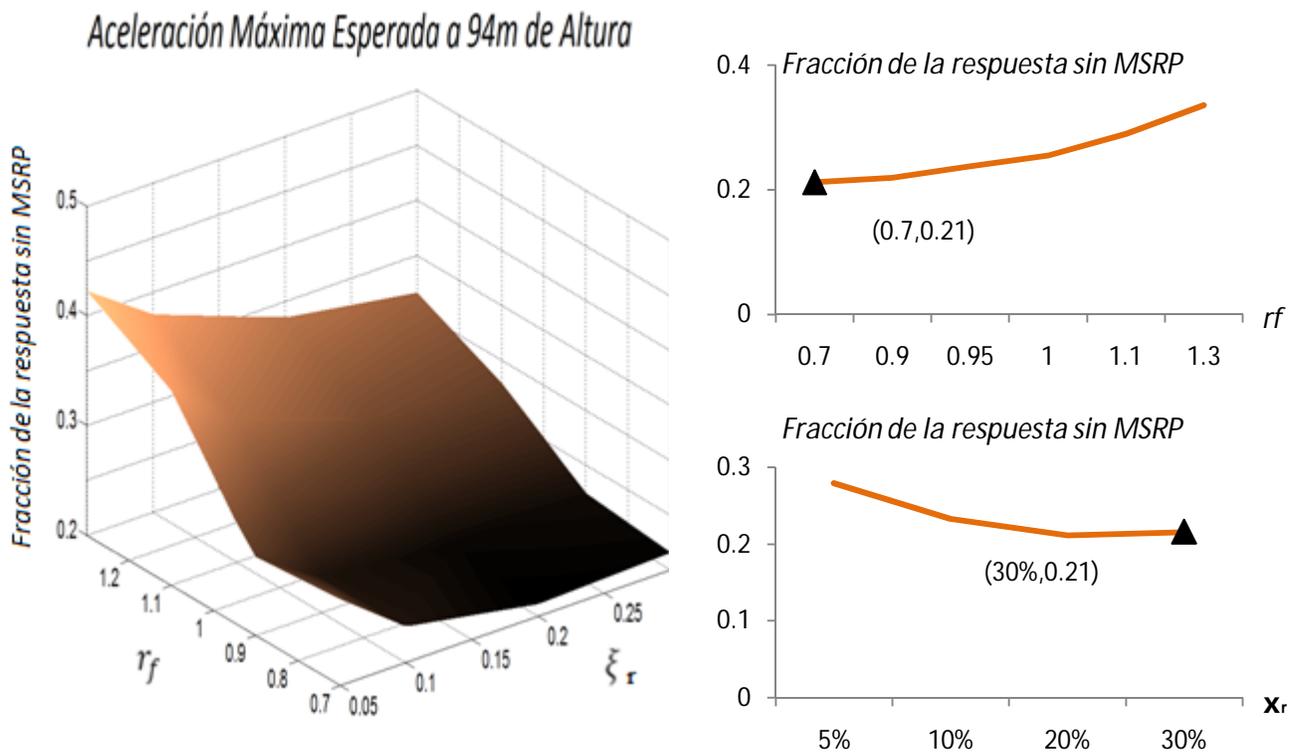


Figura 4.43 Aceleración medida en la estructura a 94m igual a altura/ Respuesta sin MSRP de 0.1420 m/s^2

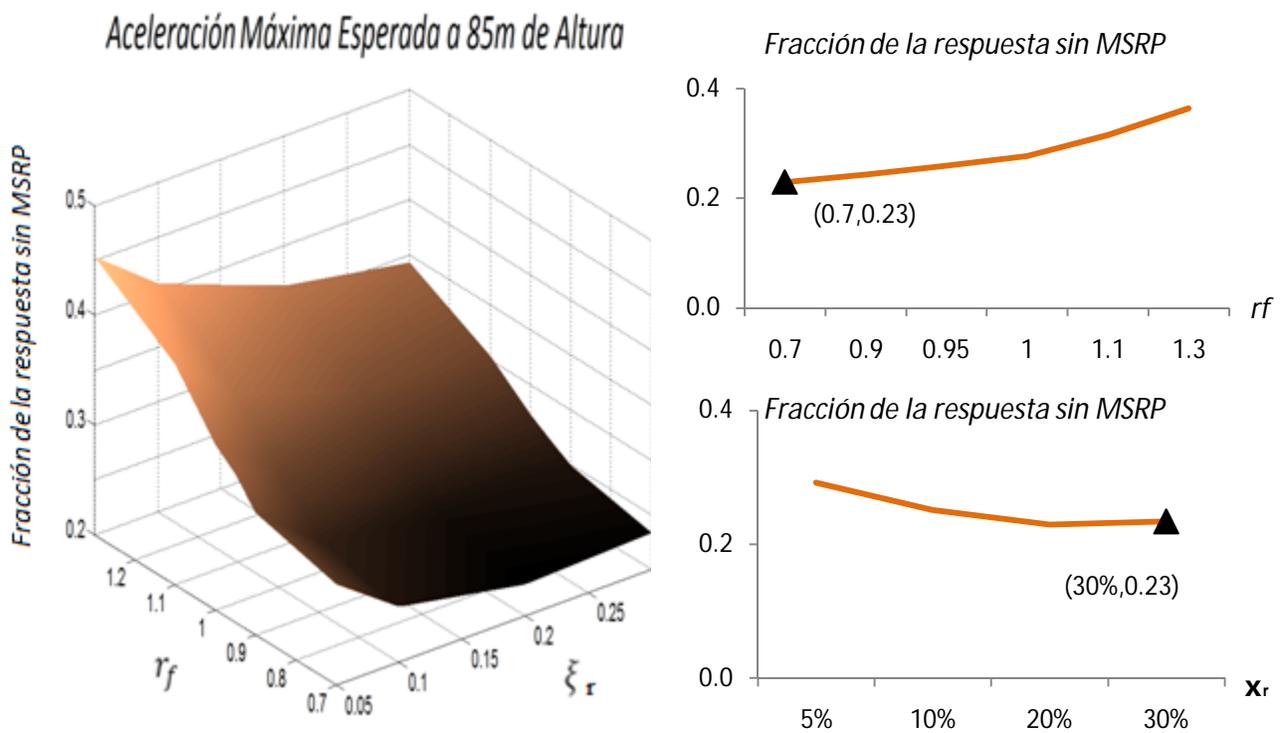


Figura 4.44 Aceleración medida en la estructura a 85m igual a altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1230 m/s^2

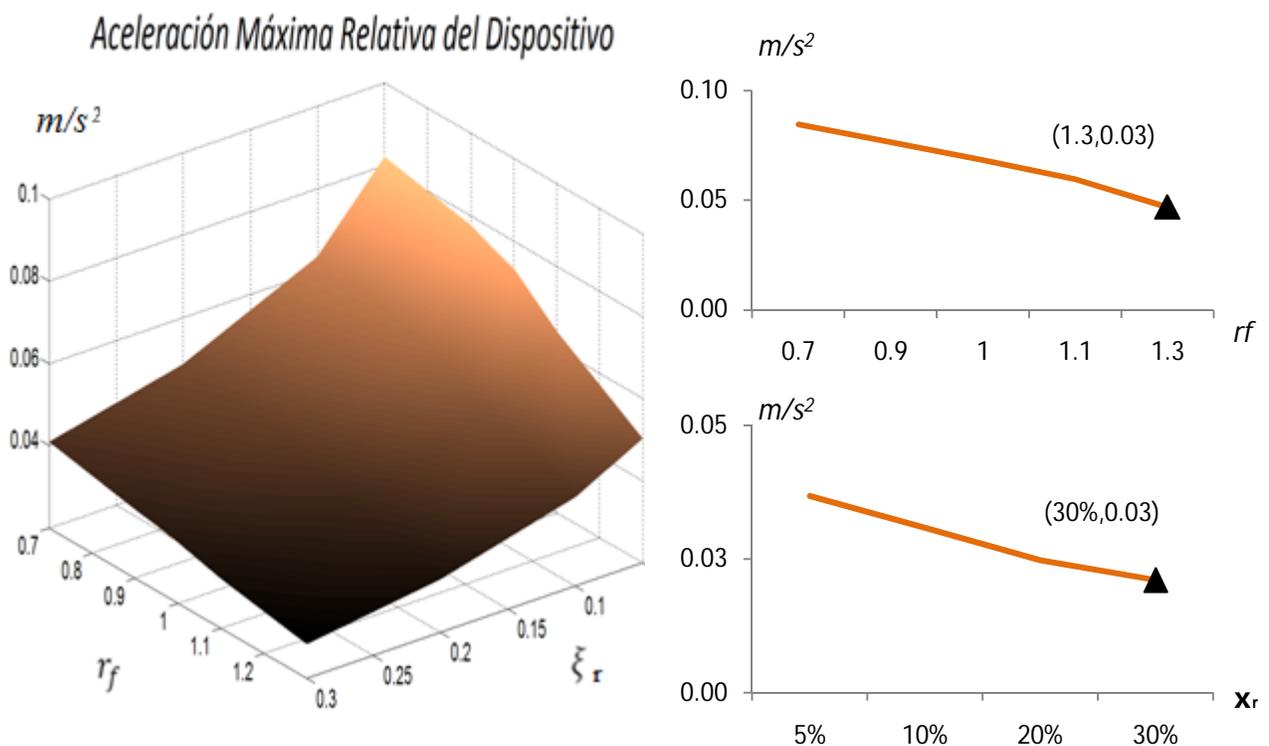


Figura 4.45 Aceleración relativa, estructura-MSRP, medida en la estructura a 85m

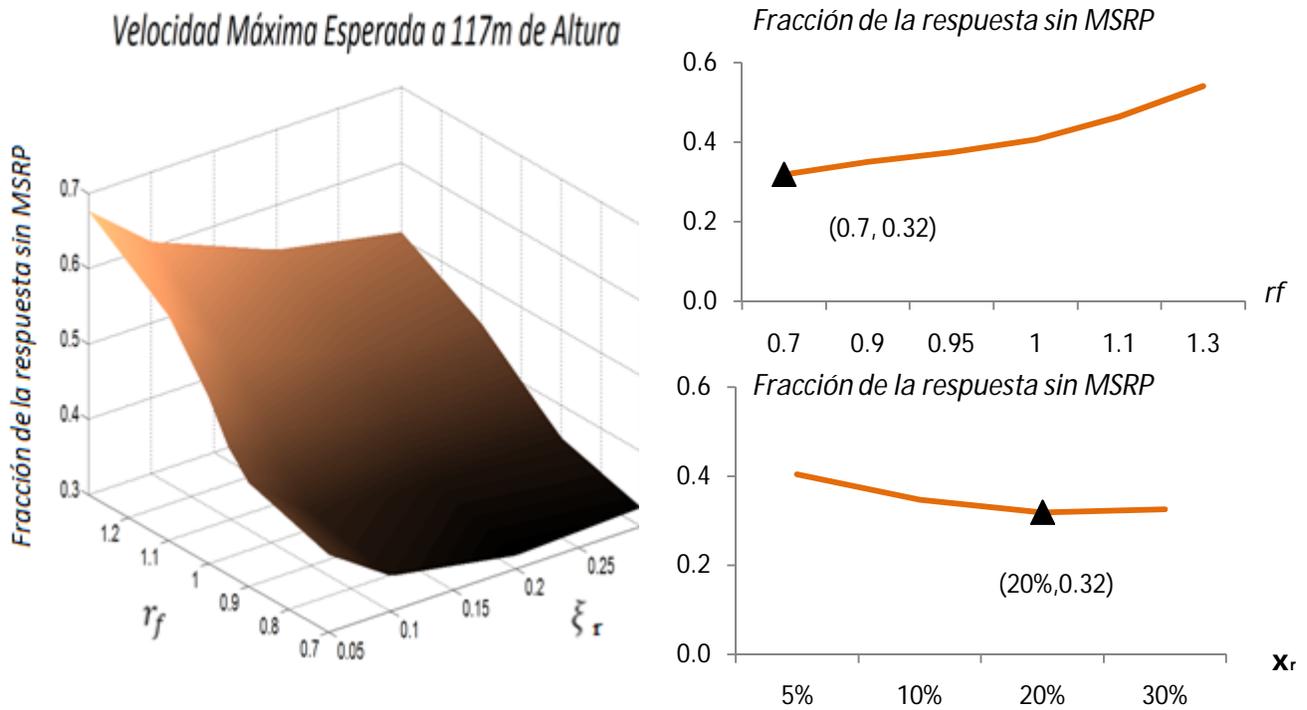


Figura 4.46 Velocidad medida en la estructura a 117m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1191

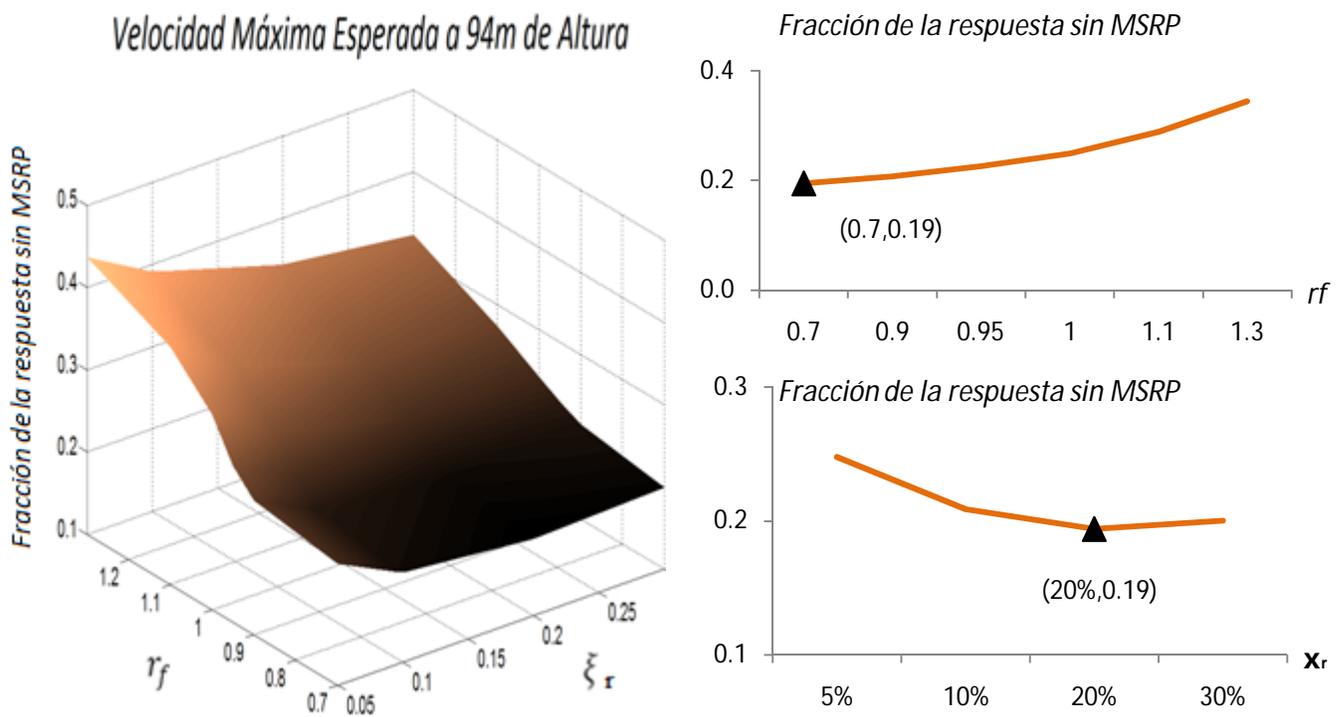


Figura 4.47 Velocidad medida en la estructura a 94m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1325

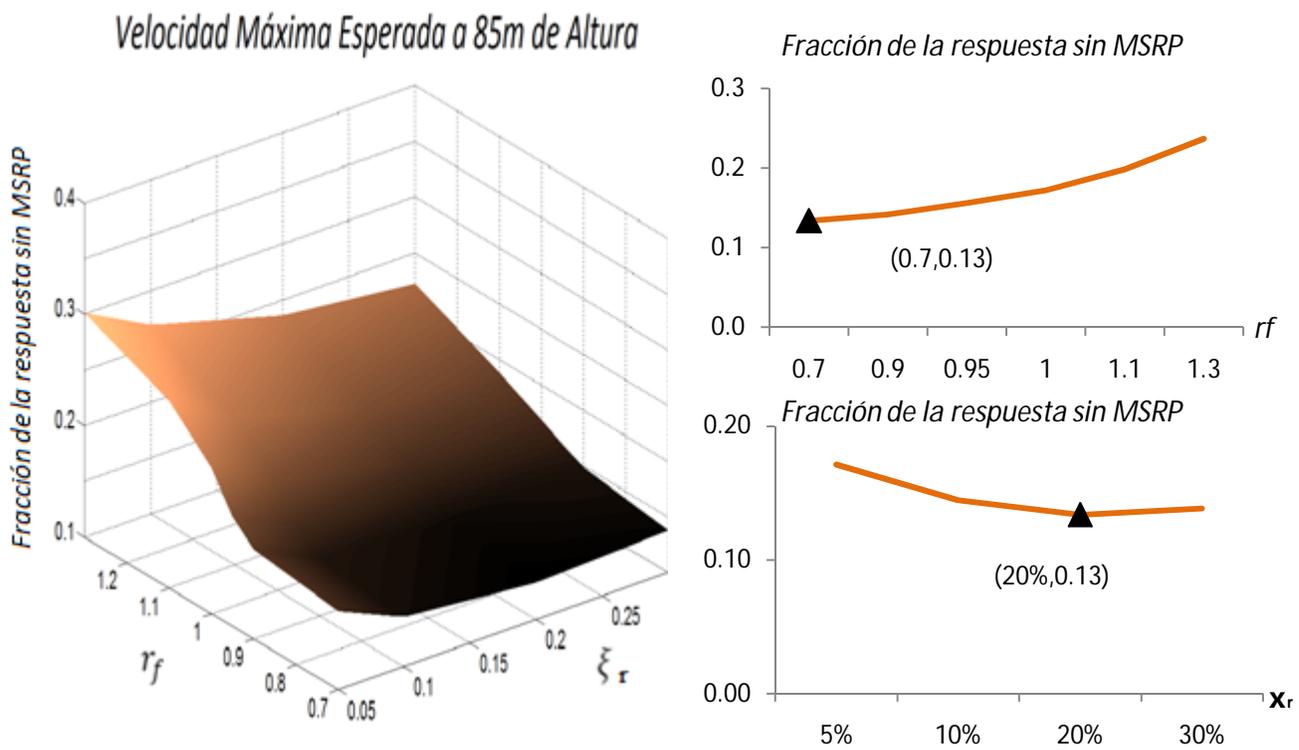


Figura 4.48 Velocidad medida en la estructura a 85m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1725

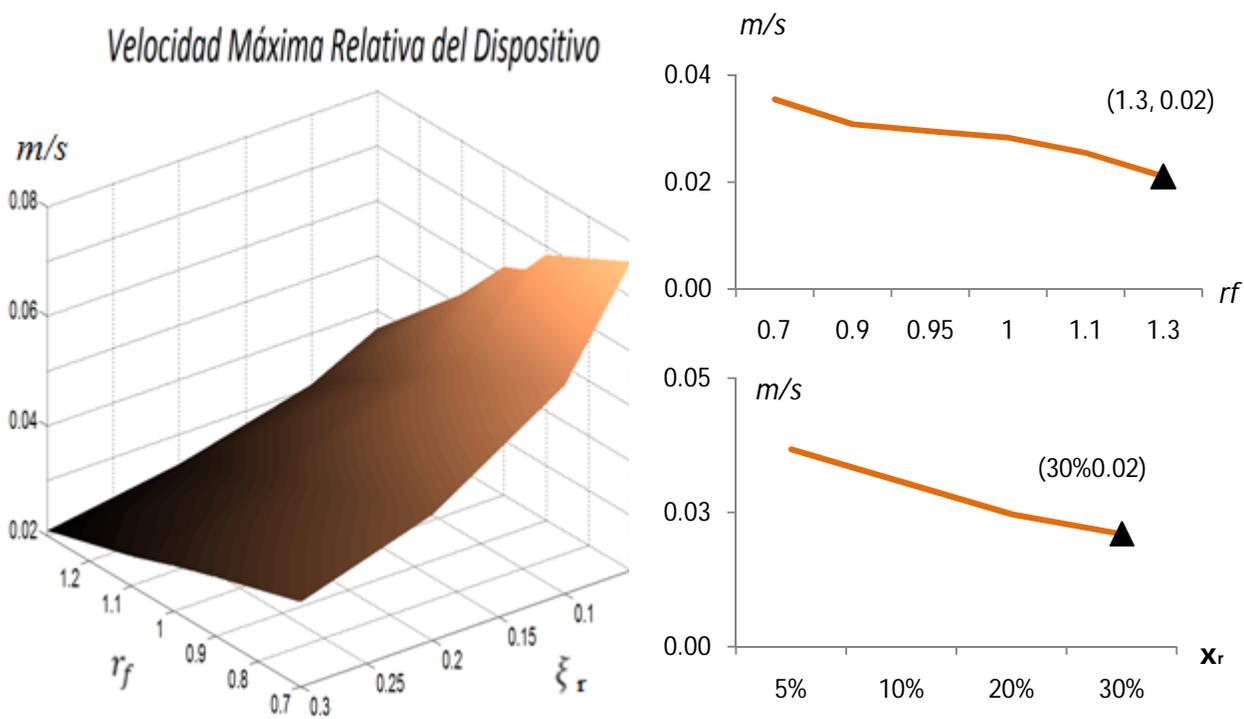
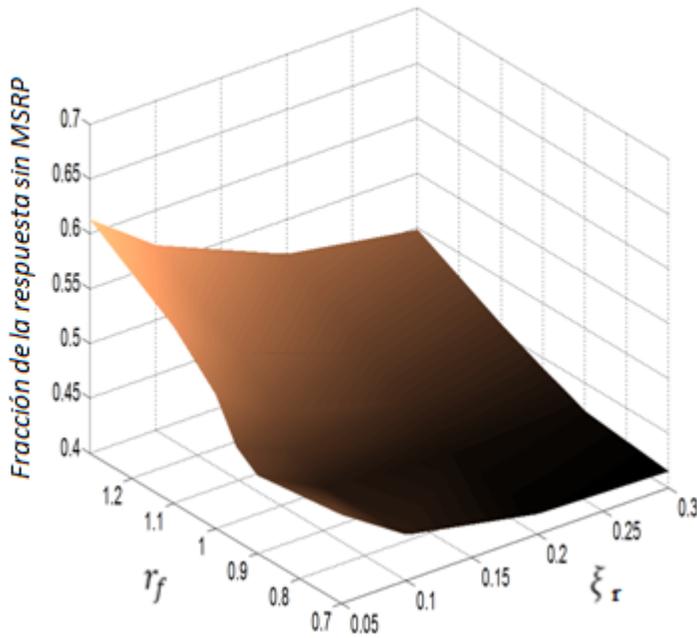
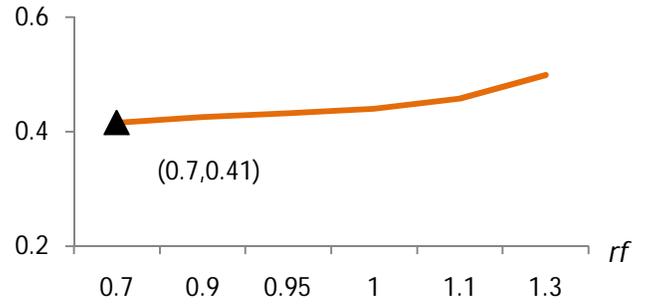


Figura 4.49 Velocidad relativa, estructura-MSRP, medida en la estructura a 85m igual a altura

Desplazamiento Máximo Esperado a 117m de Altura



Fracción de la respuesta sin MSRP



Fracción de la respuesta sin MSRP

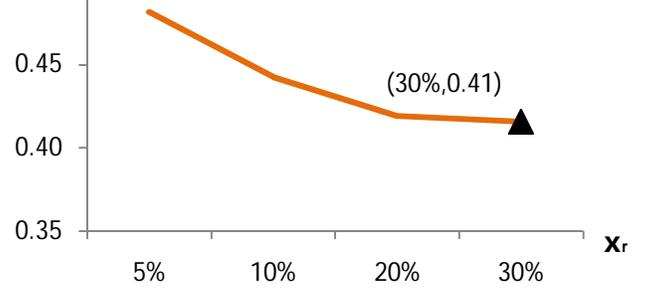
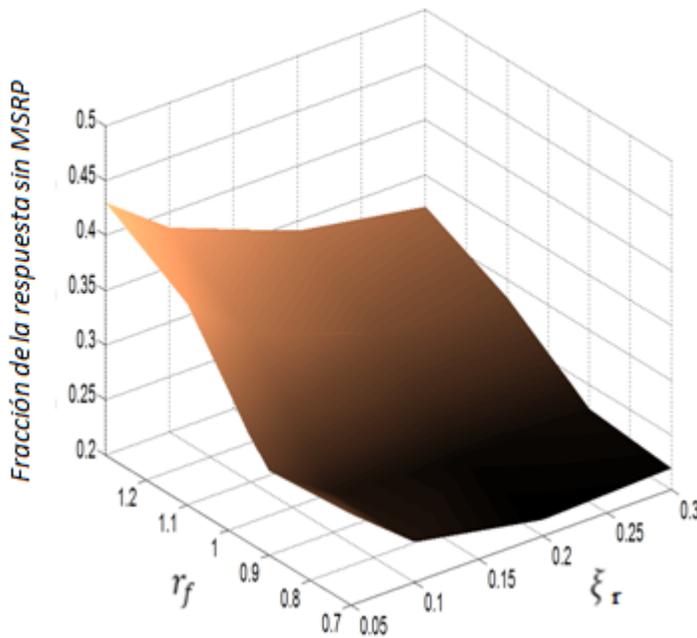
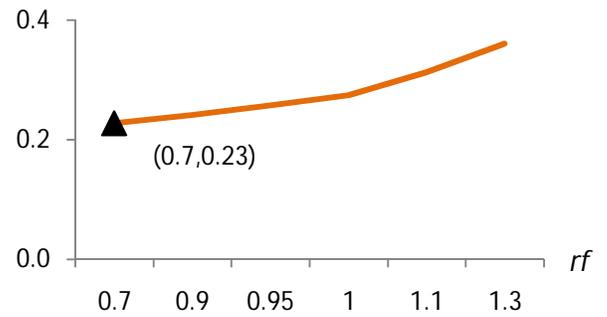


Figura 4.50 Desplazamiento medido en la estructura a 117m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1875

Desplazamiento Máximo Esperado a 94m de Altura



Fracción de la respuesta sin MSRP



Fracción de la respuesta sin MSRP

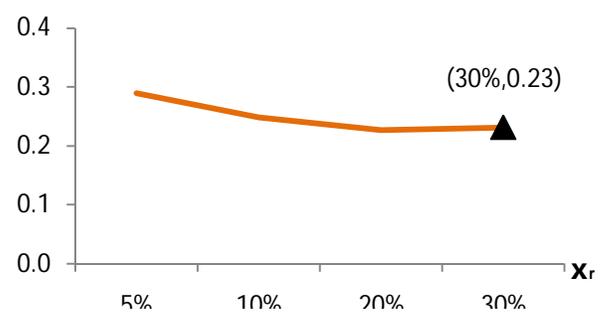


Figura 4.51 Desplazamiento medido en la estructura a 94m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1397

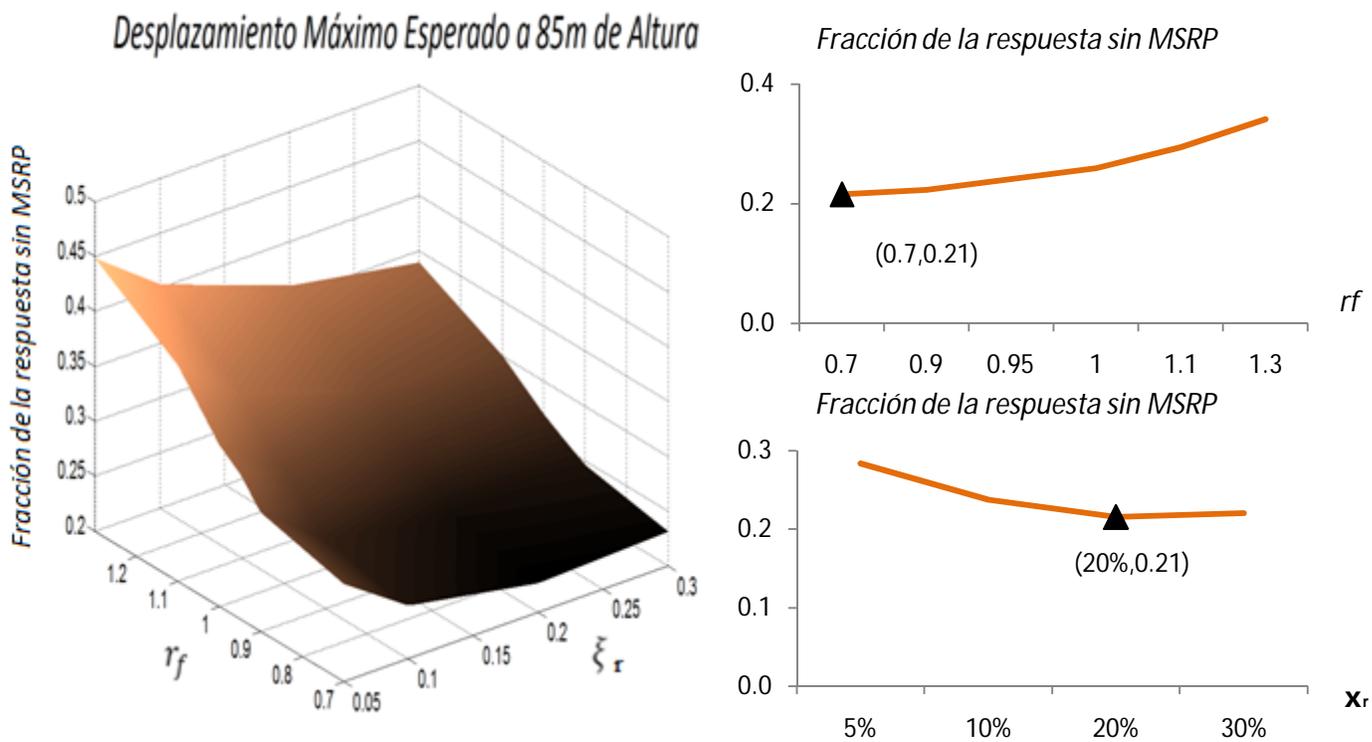


Figura 4.52 Desplazamiento medido en la estructura a 117m de altura/ Respuesta sin MSRP igual a 0.1243

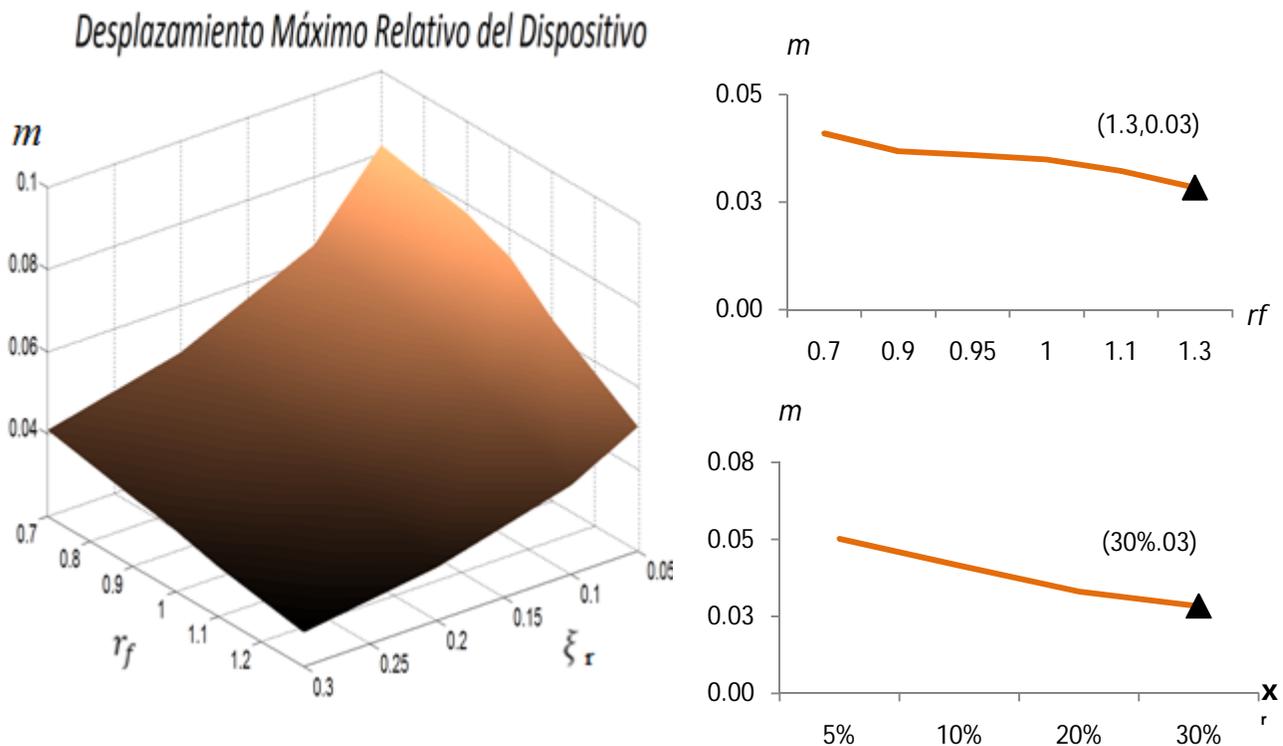


Figura 4.53 Desplazamiento relativo, estructura-MSRP, medida en la estructura a 85m

Tabla 4.10 Parámetros óptimos de la MSR con amortiguadores elásticos lineales.

Respuesta controlada	Parámetros óptimos		
Aceleración = 0.2m/s^2	r_{fopt}	reducción	ξ_{opt}
Aceleración de esquina a 117m de altura	0.7	62%	30%
Aceleración de esquina a 94m de altura	0.7	79%	30%
Aceleración de esquina a 85m de altura	0.7	77%	30%
Aceleración Relativa max 0.2m/s^2	1.3	40%*	30%
Velocidad de esquina a 117m de altura	0.7	68%	20%
Velocidad de esquina a 94m de altura	0.7	81%	20%
Velocidad de esquina a 85m de altura	0.7	87%	20%
Velocidad Relativa max 0.17m/s^2	1.3	25%*	30%
Desplazamiento de esquina a 117m de altura	0.7	59%	30%
Desplazamiento de esquina a 94m de altura	0.7	77%	30%
Desplazamiento de esquina a 85m de altura	0.7	79%	20%
Desplazamiento Relativo max 0.05m	1.3	20%	30%

*Porcentaje de reducción máxima que podría obtenerse, si el amortiguamiento y la relación de frecuencias tomarán valores óptimos para reducir el movimiento relativo; entre el dispositivo de amortiguamiento auxiliar y la estructura, comparados con la amplitud de movimiento relativo, observada con los valores óptimos para reducir la respuesta general de la estructura.

4.2.4 Comentarios

Se observa que los parámetros óptimos para reducir la velocidad y el desplazamiento son diferentes a los parámetros para reducir la aceleración. Incluso el porcentaje de amortiguamiento varía dependiendo a qué altura se desea reducir la repuesta. La aceleración, velocidad y desplazamiento de la estructura, con masas del 10% de la masa modal, fueron 20% - 10%, más pequeñas que la respuesta observada con masas del 1%, medida en la altura a la que el dispositivo está instalado. La diferencia en la reducción de la respuesta se mantiene conforme la altura aumenta. En 117m, la reducción fue similar.

En los resultados analizados no se observa un valor mínimo absoluto. Es posible que dispositivos con una mayor relación de masas sean efectivos solo en un rango de frecuencias y no dependan de una sintonización tan precisa, en comparación con dispositivos con masas del orden del 1% de la masa modal en donde los valores óptimos parecen bien definidos.

Con la intención de ilustrar el uso del sistema propuesto, en el Apéndice B se presenta una propuesta del diseño conceptual de la masa sólida resonante tipo péndulo.

5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El uso de masas sólidas resonantes para reducir la respuesta de una estructura sensible al viento ha mostrado ser una herramienta útil. Muchos ejemplos exitosos de la utilización de estos dispositivos existen alrededor del mundo. Dentro de las ventajas de estos dispositivos se encuentra su bajo costo de mantenimiento y gran confiabilidad.

En los análisis presentados se advierte que es necesario un análisis basado en información experimental, y que todos los parámetros óptimos, para el diseño de estos dispositivos pueden variar.

Es interesante observar que mientras menor es la correlación entre las fuerzas del viento, los parámetros óptimos son menos definidos, en especial para R_{esq} . Las reducciones máximas ocurren cuando el coeficiente de correlación es menor.

La ventaja que presentó la de masa resonante sólidas con amortiguamiento no lineales, es que ésta puede lograr reducciones, de la respuesta mayores al 50%, necesita menos porcentaje de amortiguamiento. En comparación con los dispositivos lineales, para reducciones similares en la respuesta. La elección del tipo de amortiguador dependió más de la amplitud del movimiento, que de la correlación de las fuerzas que lo provocan. Para pequeñas amplitudes, un amortiguamiento lineal de 10%, resultó más eficiente que el amortiguador no lineal con el mismo porcentaje.

Los resultados de los análisis mostraron la efectividad de la MSR al reducir la respuesta hasta un 54% para la aceleración de esquina y 44% para la aceleración centroidal. Esto implica que la MSR es efectiva al reducir la respuesta total, obtenida a partir del movimiento tridimensional de la estructura principal con porcentajes de amortiguamiento menores al 30%.

La MSRP, formada por varios péndulos puede reducir óptimamente todas las respuestas de la estructura utilizando parámetros similares. Las posibilidades para equipar la estructura con masas sólidas resonantes, se deben considerar para elegir los parámetros finales de diseño.

Los análisis con MSR de péndulos de 10% de masa modal, en la estructura mostraron reducciones de 10% en aceleraciones, 21% en velocidad y 13% en desplazamientos, mejores que las reducciones obtenidas utilizando MSR con masas pendulares de 1%. Utilizar relaciones de masa de 10%, implicaría amortiguadores más robustos, longitudes de péndulo mayores, movimientos relativos menores y fuerzas en las conexiones con la estructura mayores.

Se observó que los dispositivos con péndulos masivos, reducen la respuesta de forma similar en un intervalo de frecuencias optimo, a diferencia de los dispositivos más livianos que, pierden eficiencia abruptamente, si la relación de frecuencias varía.

La metodología presentada en esta tesis, puede aplicarse en estructuras sensibles al viento que se encuentren en zonas dónde el viento es la principal fuerza de diseño.

REFERENCIAS

Architectural Institute of Japan Recommendations (2004). “**Guidelines for the evaluation of habitability to building vibration**”, AIJ-GEH-2004, Tokyo, Japón.

Armitt J y Counihan J (1968) “**The simulation of the atmospheric boundary layer in a wind tunnel. Atmospheric Environment**” 2, 49-71.

Atray V. y Roschke P. (2003) “**Desing, Fabrication, Testing and Fuzzy Modeling of Large Magnetorheological Dampar for Vibration Control in Railcar**”. *Proceedings of the IEEE/ASME Joint Rail Conference*, Chicago, Illinois, EUA.

Baena M., Escobar J.A., y Álvarez-Icaza L.A.(2005) “**Respuesta Sismica de Edificios con Amortiguadores**”. *Proyectos del Instituto de Ingeniería de la UNAM*, México, Proyecto 1.1.13.

Banavalkar, P. V. y N. Isyumov. (July 1998) “**Tuned Mass Damping System to Control Wind-Induced Accelerations of Washington National Airport Air Traffic Tower Control Tower**”, *Proceedings of Structural Engineers World Congress*. San Francisco, CD-ROM: T179-2.

Boggs, D., (1995). “**Acceleration indexes for human comfort in tall buildings-peak or RMS?**” *CTBUH Monograph Chapter 13, Council on Tall Buildings and Urban Habitat*.

Businger J.A., y Arya S.P.S.(1974) “**The Height of the Mixed Layer in a Stably Stratified Planetary Boundary Layer. Advances in Geophysics**” 18A, Academic Press, pp. 73-92

Breukelman, B., Irwin, P., Gamble, S., y G. Stone. (July 1998) “**The Practical Application of Vibration Absorbers in Controlling Wind Serviceability & Fatigue Problems**”, *Proceedings of Structural Engineers World Congress*, San Francisco, CD-ROM: T179-7.

Campbell, R. (1995) “**A True Tall Tale About the Hancock Tower**”, *Boston Globe*: 29 &34.

Clough, R. W. y Penzien J. (1975) “**Dynamics of Structures**”. *Mc Graw-Hill, Inc.*

Charles S.W. (2002) “**Ferrofluids Magnetically Controllable Fluids and their Applications**”, *Department of Chemistry, University of Wales*, Springer, Cap.1, pp. 3–18.

Christenson R. y Emmons, A.(2005) “**Semiactive structural control of a nonlinear building model: considering reliability**”, *Proceedings of ASCE Structures Congress*, New York, EUA.

Conner, J.J. (2003). “**Introduction to Structural Motion Control**”. Pearson Education Inc.

- Davenport A.G. (1962) “**The Spectrum of the Horizontal Gustiness near the Ground in High Winds**” *Journal of the Meteorological Society*, Vol. 87, pp. 194-211.
- Davenport A.G. (1964) “**Note on the distribution of the largest value of a random function with application to gust loading**”, *Proceedings on the Institute of Canadian Institute* 28, pp. 187-196
- Davenport A.G. (1967) “**Gust Loading Factors**” *Journal of Structural Engineering, ASCE*, 93(ST3)
- Davenport A.G.(1968) “**The Dependence of Wind Load Upon Meteorological Parameters**”, *Proceedings of the International Research Seminar on Wind Effects on Buildings and Structures*. University of Toronto Press, Toronto, Canadá pp. 19-82.
- Davenport A.G. Surry D. y Stathopoulos T. (1977) “**Wind Loading on Load Rise Buildings**”, *University of Western Ontario, Engineering Science Research Report* BLWT SS8-1977.
- Dutton, R. y N. Isyumov. (1990) “**Reduction of Tall Building Motion by Aerodynamic Treatments**” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, pp. 739-747.
- Dyke S. Wang Y. y Taylor E. (2005) “**Seismic response modification using innovative damping devices**”, *Proceedings of Third Colombian Conference on Earthquake Engineering*, Cali, Colombia.
- Escobar J.A., Jaimes J.C. y Álvarez-Icaza L.A.(2005) “**Control Activo de Modelos de Edificios Asimétricos**”. *Proyectos del Instituto de Ingeniería de la UNAM*, México, Proyecto 1.1.14.
- Fujino, Y., Sun, L., Pacheco, B.M. y Chaiseri, P. (1992), “**Tuned Liquid Damper (TLD) for Suppressing Horizontal Motion of Structures**”, *Journal of Engineering Mechanics*, pp.2017-2030.
- Goncalves F. y Ahmadian M. (2006) “**a Review of the State of the Art in Magnetorheological Fluid technologies**” , *Smart Materials And Structures*, pp. 203-219.
- Gergers R. R. y Vickery B. J. (2003) “**Parametric experimental study of rope spring tuned mass dampers**”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 91 pp. 1363-1385
- Harris R.I. (1970) “**The Nature of the Wind**”. *The Modern Design of Wind-Sensitive Structures*, C.R.I.A. Londres G.B.
- Heinz Fortak (1982) “**Meteorologie**”, *Berlin D. Reimer*.

- Higashino, M., y S. Aizawa. (1993) “**The Application of Active Mass Damper System in Actual Buildings**”, *International Workshop on Structural Control*, Honolulu, Hawaii, EUA pp.82-93.
- Hitchcock, P.A. y K.C.S. Kwok. (1993) “**Vibration control of structures using liquid column vibration absorber**”, *Asia-Pacific Vibration Conference '93*, Kitakyushu p.799.
- Honda, S., Kagawa, K., Fujita, K., y T. Hibi. (1992) “**Damping of Wind-Induced Vibration on Medium High Buildings**”, *Summaries of Technical Papers in Annual Meeting, AIJ*, pp.1093-1094.
- Hori, T. y H. Nakashima. (1998) “**Structural Design of Shanghai World Financial Center**”, *Proceedings of Structural Engineers World Congress*, San Francisco, CD-ROM: T105-3.
- Isymov N. (1993), “**Criteria for acceptable wind-induced motions of tall buildings**”, *International Conference on Tall Buildings and Urban Habitat*, Rio de Janeiro, Brasil.
- Inoue. R., Kanyama T., y Kanaji, H.(1994) “**Vibration control of existing building under motion excited by moving vehicle**”. *First World Conference on Structural Control*. Vol. 2 pp. 91-97.
- Johnson, E., Ramallo, J.C., Spencer Jr., B.F. y Sain, M.K. (1998) “**Intelligent Base Isolation Systems**” *Proceedings 2nd World Conference on Structural Control*, pp. 367-376.
- Kaimal J.K.(1972) “**Spectral Characteristics of Surface Layer Turbulence**” *Journal of the Royal Meteorological Society*, Vol. 98, pp. 563-589.
- Kaimal J.K., y Finnigan, J.J. (1994) “**Atmospheric boundary layer flows**”, New York: Oxford University Press.
- Kareem, A., (1983) “**Mitigation of Wind Induced Motion of Tall Buildings**”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, pp. 273-284.
- Kareem, A., y Sun, W.I. (1987) “**Stochastic Response of Structures With Fluid Containing Appendages**”, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 119, No.3, pp. 389-408.
- Kareem, A. (1990) “**Reduction of Wind Induced Motion Utilizing a Tuned Sloshing Damper**”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, pp.725-37.
- Kareem, A. (1993) “**Tuned Liquid Dampers: Past, Present, and Future**”, *Proceedings of the 7th U.S. National Conference on Wind Engineering*.
- Kareem, A. (1994) “**The Next Generation of Tuned Liquid Dampers**”, *Proceedings of the First World Conference on Structural Control*, Los Angeles, EUA.

Kareem, A., y M. Tognarelli. (1994) “**Passive & Hybrid Tuned Liquid Dampers**”, *Structural Engineering Forum* pp. 26-30.

Kareem, A. y K. Gurley. (1996) “**Damping in Structures: its Evaluation and Treatment of Uncertainty**”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 59 pp. 131-157.

Kareem, A., e Y. Tamura (1996) “**Mitigation of Wind-Induced Motions of Tall Buildings, Tall Building Structures: A World View**”, *Council on Tall Buildings and Urban Habitat*, Lehigh University.

Kareem, A., (1999) “**Analysis and modeling of wind effects: numerical techniques**”. Larson, Lindsey, Livesey, *Wind Engineering into the 21st Century*. Balkema, Rotterdam.

Kareem A, Kijewski T, y Tamura, Y. (2007) “**Mitigation of Motions of Tall Buildings with Specific Examples of Recent Applications**”, *Wind and Structures*, Vol. 2, No.3, pp. 201-251.

Kazao, Y., Tanaka, M., Yamada, M. y S. Sakamoto. (1992) “**Active Vibration Control of a Structure Using Gyrostabilizers**”, *Proceedings of First International Conference on Motion and Vibration Control*. pp. 158-163.

Kihara H, Asano M, Kunitsu H y Yosie K. (2000) “**Wind and structural form of tall buildings and towers**”. *Kenchiku Gijutsu* July No. 605, pp. 164–171.

Kolmogorov A.N. (1941) “**Local structure of turbulence in an incompressible fluid for very large Reynolds numbers**” Reprinted in S.K. Friedlander & L. Topper (editors). 1961. *Turbulence: Classic Papers on Statistical Theory*, NewYork: Interscience Publishers.

Koshika, N., Sakamoto, M., Ikeda, Y., y T. Kobori. (1992) “**Control Effect of Active Mass Driver System During Earthquakes and Winds**”, MOVIC.

Kwok, K. C. S. (1982). “**Cross-wind response of tall buildings**”. *Engineering Structures*, Vol. 4, pp.256 – 262.

Kwok, K.C.S. (Jan. 1995) “**Aerodynamics of Tall Buildings, A State of the Art in Wind Engineering**” *International Association for Wind Engineering, Ninth International Conference on Wind Engineering*, New Delhi, India.

Kwok, K.C.S. y N. Isyumov. (1998) “**Aerodynamic Measures to Reduce the Wind-Induced Response of Buildings and Structures**” *Proceedings of Structural Engineers World Congress, San Francisco*, CD-ROM: T179-6.

Lemelin, D. R., Surry, D., y Davenport, A. G. (1988). “**Simple approximations for wind speed-up over hills**” *Journal of Wind Engineering Aerodyn* 28 pp. 117–127.

- Maebayashi, K., Tamura, K., Shiba, K., Ogawa, Y., e Y. Inada. (1993) “**Performance of a Hybrid Mass Damper System Implemented in a Tall Building**”, *Proceedings of International Workshop on Structural Control* pp. 318-328.
- M. Gu, e Y. Quan (2004) “**Across-wind Loads of Typical Tall Buildings**” *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* 92 pp. 1147–1165.
- Miyashita, K., Itoh, M., Fujii, K., Yamashita, J., y J. Takahashi. (1998) “**Full-scale Measurements of Wind-Induced Responses on the Hamamatsu ACT Tower**”, *J. of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, pp.74-76 y pp.943-953.
- Modi, V.J. y F. Welt. (1987) “**Vibration Control Using Nutation Dampers**” , *International Conference on Flow Induced Vibrations*, London, England pp. 369-376.
- Nagase, T. y T. Hisatoku. (1992) “**Tuned Pendulum Mass Damper Installed in Crystal Tower**”, *Journal of the Structural Design of Tall Buildings* pp. 35-56.
- Nagase, T. (1998) “**Tuned Pendulum Mass Damper Using Water Tank Installed in a 36-story Hotel Building**”, *Proceedings of Second World Conference on Structural Control*, Kyoto, Japón pp.139-146.
- Newmark, N. M. y E. Rosenblueth (1971) “**Fundamentals of Earthquake Engineering**”, *Prentice-Hall, Inc.*, New Jersey.
- Noji, T., Yoshida, H., Tatsumi, E., Kosaka, H. y H. Hagiuda. (1991) “**Verification of Vibration Control Effect in Actual Structure (Part 2)**”, *Journal of Structural and Construction Engineering, Transactions of the AIJ* pp. 145-152
- Oh J., Roschke P., Lin P., Carlson, J. y Sunakoda K.(2004). “**Experimental Behavior And Neuro-Fuzzy Modeling Of 30-Ton Magenitorheological Damper**”. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 8 pp. 213-219.
- Petersen, E. L., N. G. Mortensen, L. Landberg, J. Hojstrup y H. P. Frank (1998) “**Wind power meteorology**”, *Part I: Climate and turbulence, Wind Energy, 1*, pp. 2-22.
- Plate E.J., (1971) “**Aerodynamic Characteristics of Atmospheric Boundary Layer**”. *Electronic Supplement, Transactions, American Geophysical Union* pp.38-41.
- Pozos-Estrada A. (2009) “**Reliability of Wind-Sensitive Structures: A Serviceability Design Consideration**”, *Ph.D. Thesis*, The University of Western Ontario, London, Ontario, Canadá.
- Rice S.O. (1954) “**Selected Papers on Noise and Stochastic Processes**”, *edited by N. Wax Dover*, New York E.U.A.
- Sakai, F. y Takaeda, S. (1989), “**Tuned Liquid Column Damper - New Type Device for Suppression of Building Vibrations**” *Proceedings of International Conference on High Rise Buildings*, Najing, China.

S. Sakamoto, M. Yamada, Y. Kazao y E. Tanaka (1992) “**Test on active vibration control system using gyrostabilizer**”. *Proceedings of the Japan National Symposium on Active Structural Control*, pp. 145–150.

Sakamoto, M. (1993) “**Practical Applications of Active Structural Response Control and Earthquake & Strong Wind Observation Systems**”, *Planning Workshop for the Hong Kong International, Full-Scale Control Test Facility*, Hong Kong University of Science & Technology.

Sakamoto, M. y Kabori, T. (1996) “**Applications of Structural Response Control (Reviews from the Past and Issues Toward the Future)**”, *Proceedings of the Second International Workshop on Structural Control*, Hong Kong.

Samaras, E., Shonozuka, M. y Tsurui, A. (1985) “**ARMA representation of random processes**”, *Journal of Engineering Mechanics. ASCE*, Vol. 111, No.3, pp.449-461.

Shimizu, K. y A. Teramura. (1994) “**Development of Vibration Control System Using U-shaped tank**”, *Proceedings of the 1st International Workshop and Seminar on Behavior of Steel Structures in Seismic Areas*, Timisoara, Romania pp. 7.25-7.34.

Simiu E.(1974) “**Wind Spectra and Dynamic Along-Wind Response**”, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 100, No. 9 pp. 1897-1910.

Simiu E. y Scanlan R.H.(1986) “**Wind Effects on Structures**”, 2nd Edition, John Wiley and Sons, Inc., New York.

Soong, T.T. y G.F. Dargush. (1997) “**Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering**”, Wiley & Sons, New York, EUA.

Tamura, Y., Fuji, K., Sato, T., Wakahara, T. y M. Kosugi. (1988) “**Wind Induced Vibration of Tall Towers and Practical Applications of Tuned Sloshing Dampers**”, *Proceedings of Symposium/Workshop on Serviceability of Buildings*, Ottawa, Canadá, pp. 228-241

Tamura, Y., Fujii, K., Ohtsuki, T. Wakahara, T. y R. Kohsaka. (1995) “**Effectiveness of Tuned Liquid Dampers Under Wind Excitation**”, *Engineering Structures*, pp. 609-621.

Tamura, Y. (1997) “**Application of Damping Devices to Suppress Wind-Induced Responses of Buildings**”, *Proceedings of the 2nd European and African Conference on Wind Engineering*, Palazzo Ducale, Genova, Italia, 45-60.

Vanderplaats G. N. (1984) “**Numerical optimization techniques for engineering design: With applications**” McGraw-Hill, New York, EUA.

Veletsos AS y Nair VVD (1975) “**Seismic Interaction of Structures on Hysteretic Foundations**”. *J Struc Divn* 101(st1), pp. 109-129.

Vickery B.J. y Basu R.I.(1983) “**Across-Wind Vibrations of Structures of Circular Cross-Section, Part I: Development of a Two-Dimensional Model for Two-Dimensional Conditions**”, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics* pp. 49-73.

Von Kármán T.(1948) “**Progress in the statistical theory of turbulence**”, *Proceedings of the National Academy of Sciences Washington D.C.*, 34, pp.530-39

Wakahara, T., Shimada, K., y Y. Tamura. (1994) “**Practical Application of Tuned Liquid Damper for Tall Buildings**”, *ASCE Structures Congress & IASS International Symposium*, Atlanta, EUA.

Watakabe, M., Chiba, O., Tohdo, M., Ebisawa, H., Hora, H., Fujita, T. y T. Kamada. (1998) “**Response Control Performance of Active-Passive Mass Damper Applied to Slender Tall Building**”, *Proceedings of the Second World Conference on Structural Control*, Kyoto, Japón pp. 1776-1786

Warburton G.B. y Ayorinde E.O.(1980) “**Optimum Absorber Parameters for Simple Systems**”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* pp. 197–217.

Wiesner, K. (1979) “**Tuned Mass Dampers to Reduced Building Wind Motion**”, *ASCE Convention and Exposition*, Boston, EUA.

William P.E., (1958) “**The growth of internal atmospheric boundary layer**”. *Transactions American Geophysical Union*, 39 pp. 1048–1054.

Yalla, S.K. y A. Kareem. (1999) “**Modeling Tuned Liquid Dampers as “Sloshing-Slamming” Dampers**”, *Proceedings of 10 ICWE*, Copenhagen, Dinamarca.

Yang G., Spencer B.F., Carlson J.D. y Sain M.K (2002). **Large-scale MR fluid dampers: modeling and dynamic performance considerations**. *Engineering Structures* 24, pp. 309–323.

Yamada M., Sakamoto S., Oohashi T., Namiki M. y Kazao Y. (1992) “**Active vibration control system using gyro stabilizer for wind induced vibration**”. *Proceedings of 12th Symposium on Wind Engineering*, pp. 315–320.

Yamada M., Higashiyama H, Namiki M. y Kazao Y. (1997) “**Active Vibration Control Using a Gyro-Stabilizer**”. *Control Engineering Practice*, Vol. 5, No.9, pp. 1217-1222.

Yamamoto M, Higashino M, Toyama K. y Aizawa S. (1998) “**Five years of wind and earthquake observation results from a building with active mass dampers**”. *Proceedings of the Structural World Congress*, T198-2.

Yoshioka, H., Ramallo, J. y Spencer, B. (2002) “**“Smart” based isolation strategies employing magnetorheological dampers**”, *Journal of engineering mechanics* 128 pp. 540–551.

APÉNDICE A

A.1 Métodos de simulación de fuerzas de viento, para un sistema dinámico equivalente de tres grados de libertad (X,Y, θ)

La velocidad del viento se representa a menudo en términos de su componente media y fluctuante (Simiu and Scanlan 1996). La componente fluctuante varía en tiempo y espacio por lo que se puede describir en términos de su función de densidad espectral (FDE). Considerando el sub-rango inercial podemos despreciar el término cuadrático de la velocidad fluctuante del viento para definir una FDE de la fuerza del viento, acotada como:

$$S(f) = \begin{cases} Af^{-(1+\alpha)} & f_i \leq f \leq f_s \\ 0 & f_i < f < f_s \end{cases} \quad (\text{A1.1})$$

donde f_i y f_s son las fronteras, inferior y superior. El exponente α depende de la dirección de la velocidad del viento. f es la frecuencia en Hz y A es una constante de normalización que depende de la velocidad media del viento, de tal forma que, la integral de la FDE es igual a uno.

Una solución para simular la torsión, generada por presiones desiguales sobre la estructura, se logra con la simulación de cargas laterales paralelas, ver Figura 3.9. El modelo utiliza dos cargas en la dirección del viento, no correlacionadas, actuando sobre distintos puntos. Se obtienen expresiones para $F_X(t)$, $F_Y(t)$ y $M(t)$. Dónde F_1 , F_2 , F_3 y F_4 , son historias, estadísticamente independientes con varianza igual a uno y media cero con función de densidad espectral $Af^{-(1+\alpha)}$

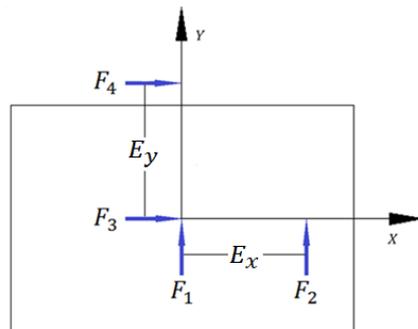


Figura 3.9 Diagrama de la simulación de las fuerzas del viento.

donde el equilibrio de fuerzas puede expresarse como:

$$F_X(t) = F_3(t) + F_4(t) \quad (\text{A1.2})$$

$$F_Y(t) = F_1(t) + F_2(t) \quad (\text{A1.3})$$

$$M(t) = F_4(t) \cdot E_y - F_2(t) \cdot E_x \quad (\text{A1.4})$$

Con las fuerzas simuladas $F_1(t)$, $F_2(t)$, $F_3(t)$, $F_4(t)$ podemos obtener una respuesta estructural promedio, asociada a la varianza de dichas fuerzas y con ello reproducir los efectos reales que induce el viento a la estructura, como se demuestra a continuación. La varianza de las fuerzas en función del tiempo $F(t)$, se puede expresar como:

$$\begin{aligned} \sigma_{F_x}^2 &= E[F_X \cdot F_X] = E[F_3(t)^2 + 2 \cdot F_3(t) \cdot F_4(t) + F_4(t)^2] \\ \sigma_{F_x}^2 &= \sigma_{F_3}^2 + \sigma_{F_4}^2 \end{aligned} \quad (\text{A1.5})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{F_y}^2 &= E[F_Y \cdot F_Y] = E[F_1(t)^2 + 2 \cdot F_1(t) \cdot F_2(t) + F_2(t)^2] \\ \sigma_{F_y}^2 &= \sigma_{F_1}^2 + \sigma_{F_2}^2 \end{aligned} \quad (\text{A1.6})$$

De igual forma, el momento con respecto al tiempo $M(t)$, tiene una varianza de:

$$\begin{aligned} \sigma_M^2 &= E[M \cdot M] = E[F_4(t)^2 \cdot E_y^2 - F_2(t)^2 E_x^2] \\ \sigma_M^2 &= \sigma_{F_4}^2 E_y^2 + \sigma_{F_2}^2 E_x^2 \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

La correlación entre las fuerzas $F_2(t)$, $F_4(t)$ con los brazos de palanca E_x y E_y y el momento $M(t)$ resultante se define:

$$\begin{aligned} \rho_{yM} &= \frac{E[F_y(t) \cdot M(t)]}{\sigma_{F_y} \cdot \sigma_M} \\ E[F_y(t) \cdot M(t)] &= E[(F_1(t) + F_2(t))(F_4(t) \cdot E_y - F_2(t) \cdot E_x)] \\ E[F_y(t) \cdot M(t)] &= E[F_2(t)^2 \cdot E_x] \\ \rho_{yM} &= \frac{\sigma_{F_2}^2 \cdot E_x}{\sigma_{F_y} \cdot \sigma_M} \end{aligned} \quad (\text{A1.8})$$

$$\begin{aligned} \rho_{xM} &= \frac{E[F_x(t) \cdot M(t)]}{\sigma_{F_x} \cdot \sigma_M} \\ E[F_x(t) \cdot M(t)] &= E[(F_3(t) + F_4(t))(F_4(t) \cdot E_y - F_2(t) \cdot E_x)] \end{aligned}$$

$$E[F_x(t) \cdot M(t)] = [F_4(t)^2 \cdot E_x]$$

$$\rho_{xM} = \frac{\sigma_{F_4}^2 \cdot E_y}{\sigma_{F_x} \cdot \sigma_M} \quad (\text{A1.9})$$

A partir de las expresiones anteriores puede despejarse la desviación estándar de las fuerzas simuladas en función de la varianza y correlación que deben existir entre las fuerzas $F_x(t)$, $F_y(t)$ y $M(t)$. Despejando de A1.8 y A1.9

$$\sigma_{F_2}^2 = \rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}$$

$$\sigma_{F_2} = \sqrt{\rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}} \quad (\text{A1.10})$$

$$\sigma_{F_4}^2 = \rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}$$

$$\sigma_{F_4} = \sqrt{\rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}} \quad (\text{A1.11})$$

Sustituyendo A1.10 y A.11 en A1.5 y A1.6, respectivamente:

$$\sigma_{F_3}^2 = \sigma_{F_x}^2 - \rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}$$

$$\sigma_{F_3} = \sqrt{\sigma_{F_x}^2 - \rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}} \quad (\text{A1.12})$$

$$\sigma_{F_1}^2 = \sigma_{F_y}^2 + \rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}$$

$$\sigma_{F_1} = \sqrt{\sigma_{F_y}^2 + \rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}} \quad (\text{A1.13})$$

Finalmente se obtienen las expresiones para $F_x(t)$, $F_y(t)$ y $M(t)$ con las fuerzas simuladas, escaladas en función de la varianza y correlación con el momento:

$$F_x(t) = \sqrt{\sigma_{F_x}^2 - \rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}} \cdot F_3(t) + \sqrt{\rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}} \cdot F_4(t) \quad (\text{A1.14})$$

$$F_y(t) = \sqrt{\sigma_{F_y}^2 + \rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}} \cdot F_1(t) + \sqrt{\rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}} \cdot F_2(t) \quad (\text{A1.15})$$

$$M(t) = \sqrt{\rho_{xM} \frac{\sigma_{F_x} \sigma_M}{E_y}} \cdot F_4(t) \cdot E_y - \sqrt{\rho_{yM} \frac{\sigma_{F_y} \sigma_M}{E_x}} \cdot F_2(t) \cdot E_x \quad (\text{A1.16})$$

El análisis paramétrico permitió determinar la influencia de la correlación entre las fuerzas para distintas respuestas (medidas en el centro y la esquina de la planta del edificio), las que se pueden controlar cambiando la desviación estándar de las fuerzas simuladas con las ecuaciones A.14, A.15 y A.16. En la figura A.1 se muestra el rango posible de correlaciones para emplear en el análisis paramétrico.

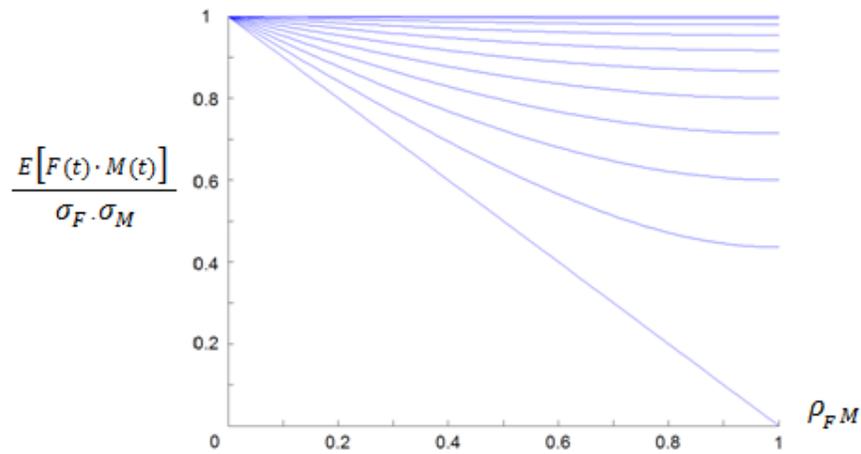


Figura A.1 Correlación Fuerza-Momento para diferentes relaciones de excentricidad

A.2 Simulación de fuerzas de viento con un Modelo auto-regresivo de Media Móvil en el Tiempo.

Las fluctuaciones de turbulencia pueden recrearse utilizando un método de simulación, acorde con el estudio que se pretenda. En este caso se ha optado por el método propuesto por Samaras et al., en 1985, mismo que se describe a continuación.

La turbulencia aleatoria puede modelarse usando un proceso estocástico gaussiano, $k(x, y, z, t)$ sobre el espacio (x, y, z) y el tiempo (t) . Dónde $k(x, y, z, t)$ tiene media cero, varianza unitaria y es estacionario en el tiempo.

Un enfoque para representar $k(x, y, z, t)$, se logra discretizando espacio y tiempo para modelar $k(x, y, z, t)$ como un vector, dentro de un Modelo Auto-regresivo de Media Móvil sobre el tiempo, donde los componentes del vector son los diferentes procesos para las posiciones en el espacio. Denotando al proceso vectorial como $K(t) = \{k(x, y, z, t)\}_{x,y,z}$ y asumiendo que el orden de movimiento promedio es el mismo (q), el vector del Modelos Auto-regresivo de Media Móvil queda como:

$$K(t) = \sum_{i=1}^q A_i K(t - i\Delta t) + \sum_{i=0}^q B_i \psi(t - i\Delta t) \quad (\text{A2.1})$$

donde $\psi(t)$ es el vector de ruido blanco en el tiempo t y se asume que t toma valores de $i\Delta t$, e i es un número entero.

Dado que $\psi(t)$ es un vector de un proceso gaussiano, estacionario en el tiempo, solo la media se asume cero y la estructura de la covarianza aún necesita ser especificada. Así que es necesario escoger un modelo para la matriz de correlación cruzada $C_{K(t)}$, entre $K(s)$ y $K(s + t)$. La matriz de correlación cruzada es dependiente en el tiempo, pero no en el espacio, debido a que el proceso es estacionario en el tiempo, por lo que las correlaciones cruzadas serán modeladas asumiendo que el tiempo t , es continuo.

La matriz de correlación resultante para $\{K(i\Delta t)\}_i$ p.e. para el proceso discretizado en el tiempo, será utilizada para determinar los coeficientes matriciales A_i y B_i del vector $K(t)$, Modelo Auto-regresivo de Media Móvil.

Si $K(t)$ tiene componentes l , p.e si hay l pociones en el espacio, la matriz de correlación cruzada está dada por:

$$C_{K(t)} = \begin{bmatrix} P_{11}(t) & P_{12}(t) & \cdots & P_{1l}(t) \\ P_{21}(t) & P_{22}(t) & \cdots & P_{2l}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{l1}(t) & P_{l2}(t) & \cdots & P_{ll}(t) \end{bmatrix} \quad (A2.2)$$

dónde $P_{ij}(t)$ es la correlación cruzada entre la i -ésima y j -ésima posición en el espacio en el tiempo s y $s + t$, respectivamente, para $i, j = 1, 2, 3 \dots l$. Si (x_i, y_i, z_i) denota la i -ésima posición en el espacio, luego se asume que $P_{ij}(t)$ sea:

$$P_{ij}(t) = \int_0^\infty \sqrt{S_i(n)S_j(n)} \cdot \text{coh}(y_i, x_i, y_j, z_j, n) \cdot \cos(2\pi n t) dn \quad (A2.3)$$

dónde $S_i(n)$ es la FDEP, en la posición i y $\text{coh}(y_i, x_i, y_j, z_j, n)$ es la coherencia en la frecuencia n . Las correlaciones $P_{ij}(t)$ se obtienen con integración numérica, usando la regla se Simpson.

El espectro base para generar las fluctuaciones de turbulencia es (Kaimal 1972):

$$\frac{nS_i(n)}{u_*^2} = \frac{105f}{(1+33f)^{5/3}} \quad (A2.4)$$

dónde u_* es la velocidad de fricción y

$$f(n, z_i) = \frac{nz_i}{U_{trans}(z_i)} \quad (A2.5)$$

es la frecuencia reducida.

La coherencia espacial se puede modelar con la aproximación empírica de Davenport:

$$\text{coh}(y_i, x_i, y_j, z_j, n) = \exp[-\hat{f}(y_i, x_i, y_j, z_j, n)] \quad (A2.6)$$

dónde:

$$\hat{f}(y_i, x_i, y_j, z_j, n) = \frac{n[C_z^2(z_i - z_j)^2 + C_y^2(y_i - y_j)^2]^{1/2}}{\frac{1}{2}[U_{trans}(z_i) + U_{trans}(z_j)]} \quad (A2.7)$$

y las constantes C_y y C_z describen el efecto relativo de la separación en las direcciones y (lateral) y z (altitud), respectivamente.

Las matrices de correlación cruzada para cada tiempo se combinan para completar la matriz de completa de correlación C para el proceso $K(t)$:

$$C = \begin{bmatrix} C_K^T(0) & C_K^T(\Delta t) & C_K^T(2\Delta t) & \cdots & C_K^T((P-1)\Delta t) \\ C_K(\Delta t) & C_K(0) & C_K(\Delta t) & \cdots & C_K((P-2)\Delta t) \\ C_K(2\Delta t) & C_K(2\Delta t) & C_K(0) & \cdots & C_K((P-3)\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_K((P-1)\Delta t) & C_K((P-2)\Delta t) & C_K((P-3)\Delta t) & \cdots & C_K(0) \end{bmatrix} \quad (\text{A2.8})$$

dónde t , toma valores $\{\Delta t, 2\Delta t \cdots p\Delta t\}$ p denota el número de puntos de tiempo.

Para calcular las matrices de coeficientes en $K(t)$, se utiliza C . Se calculan primero un grupo de matrices \hat{A}_i , para $i = 1, \dots, p$, utilizando:

$$[\hat{A}_1 \hat{A}_2 \cdots \hat{A}_p] = -[C_{YY}^T(\Delta t) \ C_{YY}^T(2\Delta t) \ \cdots \ C_{YY}^T(P\Delta t)] \cdot C^{-1} \quad (\text{A2.9})$$

Después, aplicando la descomposición de Cholesky a la solución de:

$$B_0 B_0^T = \sum_{i=0}^{\infty} \hat{A}_1 C_K(i\Delta t) \quad (\text{A2.10})$$

se obtiene la matriz B_0 , que es triangular inferior y se construye una matriz D de la forma siguiente:

$$D = \begin{bmatrix} I & \cdots & 0 & -C_{\psi K}^T(0) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & I & C_{\psi K}^T((1-q)\Delta t) & \cdots & -C_{\psi K}^T(0) \\ -C_{\psi K}(0) & C_{\psi K}((1-q)\Delta t) & C_K(0) & \cdots & C_K((q-1)\Delta t) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots -C_{\psi K}(0) & C_K((q-1)\Delta t) & \cdots & C_K(0) \end{bmatrix} \quad (\text{A2.11})$$

A2.1 Respuesta inducida por carga aleatoria en un sistema de un grado de libertad en el dominio de la frecuencia

Una fuerza periódica $P(t) = 1/f_1$, puede ser representada por la siguiente serie compleja de Fourier:

$$P(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_r e^{-ir2\pi f_1 t} \quad , \quad C_r = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P(t) e^{-ir2\pi f_1 t} dt \quad (A2.12)$$

$$r = 1, 2, 3 \dots$$

La respuesta de un sistema de un grado de libertad puede ser obtenida por medio de la superposición de las respuestas individuales, derivadas de los componentes r . Esta función respuesta o *admitancia* estará expresada en términos de frecuencia, definida a partir de la carga armónica:

$$P(t) = P_0 e^{-i\omega t} = P_0 \cos \omega t + i \text{Sen} \omega t \quad (A2.13)$$

que produce una respuesta:

$$y(t) = \frac{P_0}{K} H(\omega) P_0 e^{i\omega t} \quad (A2.14)$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 + i2\xi\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)} \quad (A2.15)$$

Superponiendo las respuestas producida por la serie de cargas armónicas, obtenemos la respuesta:

$$y(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{k} C_r H(f_r) e^{-ir2\pi f_1 t} \quad f_r = r f_1 \quad (A2.16)$$

La medía cuadrática puede expresarse como (Varianza para un proceso con promedio cero):

$$\overline{p^2} = \sum_{-\infty}^{\infty} |C_r|^2 \quad (A2.17)$$

debido a que $y(t)$ es de nuevo una serie de Fourier con amplitudes $\frac{1}{k} C_r H(f_r)$:

$$\overline{y^2} = \frac{1}{K^2} \sum_{-\infty}^{\infty} |C_r|^2 |H(f_r)|^2 \quad (A2.18)$$

$$|H(f_r)|^2 = \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{f_r}{f_0}\right)^2\right)^2 + 4\xi^2 \left(\frac{f_r}{f_0}\right)^2} \quad (A2.19)$$

una fuerza aleatoria sólo puede expresarse en la forma A2.20 si el periodo $T \rightarrow \infty$:

$$\overline{y^2} = \frac{1}{K^2} \lim_{T \rightarrow \infty} 2 \sum_0^\infty |C_r|^2 |H(f_r)|^2 \quad (\text{A2.20})$$

sustituyendo C_r :

$$\overline{y^2} = \frac{1}{K^2} \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_0^\infty \frac{2}{T^2} \left| \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P(t) e^{-ir2\pi f_1 t} dt \right|^2 |H(f_r)|^2 \quad (\text{A2.21})$$

con periodo $T \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{T} \rightarrow df, \quad \sum_0^\infty \rightarrow \int_0^\infty \quad (\text{A2.22})$$

$$\int_0^\infty \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} P(t) e^{-ir2\pi f_1 t} dt \rightarrow A(df) \quad (\text{A2.23})$$

$$f_r = r f_1 \rightarrow f, \quad H(f_r) \rightarrow H(f) \quad (\text{A2.24})$$

expresando la media cuadrática, en términos del espectro de potencia de la respuesta:

$$\overline{y^2} = \int_0^\infty S_y(f) df = \frac{1}{K^2} \int_0^\infty \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\int_{-T}^T |A(if)|^2 \right] |H(f)|^2 \cdot df \quad (\text{A2.25})$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left[\int_{-T}^T |A(if)|^2 \right] = S_p(f) \quad (\text{A2.26})$$

Si el espectro $S_p(f)$ de la excitación $P(t)$ es la *entrada* y el espectro de respuesta $S_y(f)$ es la *salida*, se puede formular $\frac{1}{K^2} H(if)$, como una *función de transferencia* que permita relacionar ambos espectros:

$$S_y(f) = \frac{1}{K^2} S_p(f) |H(f)|^2 \quad (\text{A2.27})$$

dónde $|H(f)|^2$ es el módulo al cuadrado de la función de admitancia, igual que, el cuadrado del factor de amplificación dinámico:

$$|H(f_r)|^2 = \frac{1}{\left(1 - \left(\frac{f_r}{f_0}\right)^2\right)^2 + 4\xi^2 \left(\frac{f_r}{f_0}\right)^2} \quad (\text{A2.28})$$

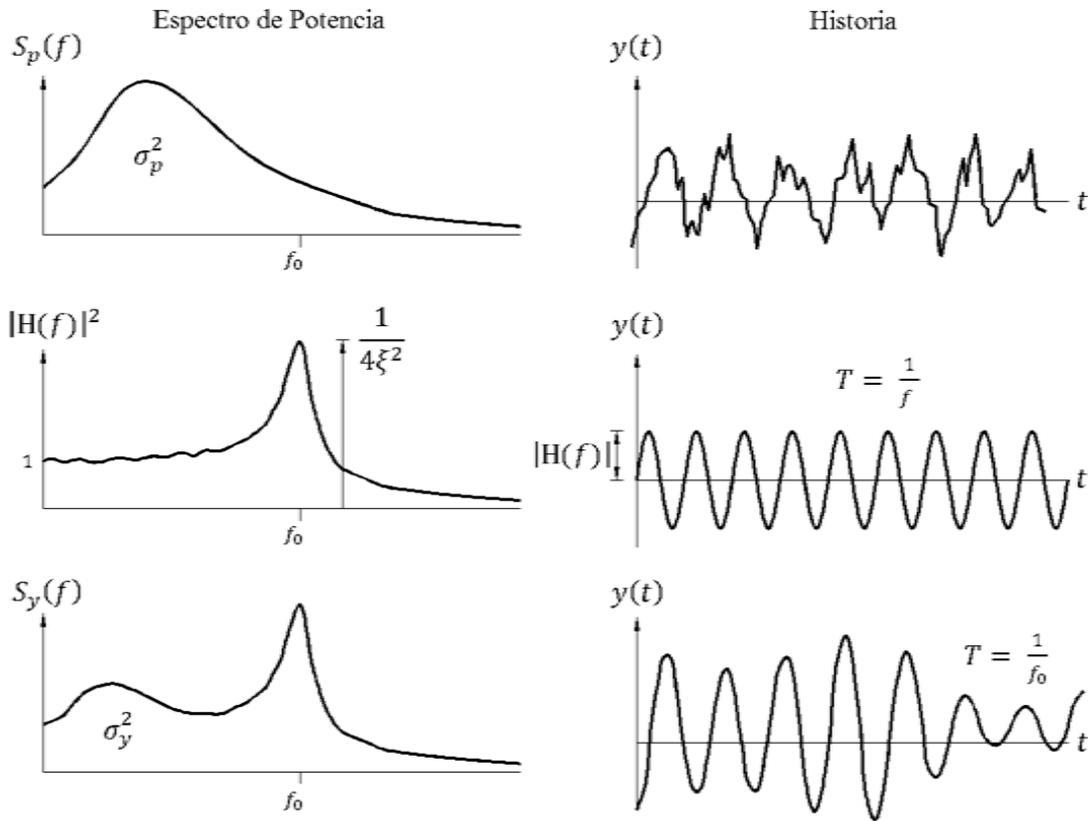


Figura A.2.1 Relación entre el Espectro de potencia, la función de admitancia y el espectro de salida.

La media cuadrática $\overline{y^2}$, puede definirse con el espectro de respuesta definido anteriormente, en términos de la frecuencia circular, como:

$$\overline{y^2} = \int_0^{\infty} S_y(f) df = \frac{1}{K^2} \int_0^{\infty} S_p(\omega) |H(f)|^2 \cdot d\omega \quad (\text{A2.29})$$

La integral $\frac{1}{K^2} \int_0^{\infty} S_p(\omega) |H(f)|^2 \cdot d\omega$ no puede evaluarse de forma exacta, pero puede aproximarse de manera adecuada, si reemplazamos el $S_p(f)$ de la excitación por un espectro constante o blanco de $f = 0$ hasta $f = f_0$. En la frecuencia de resonancia, la magnitud $S_p(f_0)$ se considera igual a la magnitud del espectro de las cargas, justo en la frecuencia de resonancia con el sistema f_0 . En la Figura A.2.2, se ilustra una manera de aproximar la integral para:

$$\overline{y^2} \approx \frac{1}{K^2} \int_0^{f_0} S_p(f) df + \frac{1}{K^2} S_p(f_0) \cdot \int_0^{\infty} |H(f)|^2 \cdot df \quad (\text{A2.30})$$

dónde el primer término de la ecuación cuantifica la energía contenida en las frecuencias de *fondo* y el segundo el contenido en la región *resonante* del espectro de fuerzas.

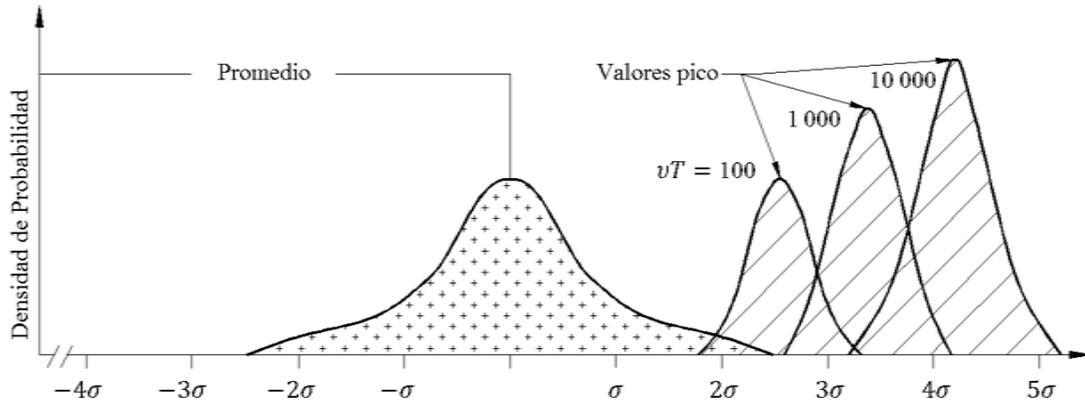


Figura A.2.2

Cuando el amortiguamiento es pequeño, y el espectro es aplanado, la segunda parte de la ecuación es dominante y alcanza suficiente precisión para desprestigiar las frecuencias de fondo. Así, la varianza de la respuesta puede estimarse de manera aproximada:

$$\overline{y^2} \approx \frac{1}{K^2} S_p(f_0) \frac{\pi f_0}{4\xi} \quad (\text{A2.31})$$

$$\overline{\dot{y}^2} \approx \frac{1}{m^2} S_p(f_0) \frac{\pi f_0}{4\xi} \quad (\text{A2.32})$$

A partir de la varianza $\overline{y^2}$, la desviación estándar puede determinarse como:

$$\sigma_y = \sqrt{\overline{y^2}} \quad (\text{A2.33})$$

La desviación estándar de la respuesta depende de la raíz cuadrada de la proporción de amortiguamiento:

$$S_p(f_0) = \frac{4\overline{F_D^2}}{v^2} \quad (\text{A2.34})$$

$$\overline{y^2} \approx \frac{4\overline{F_D^2}}{m^2 v^2} \cdot S_u(f_0) \cdot \frac{\pi f_0}{4\xi} \quad (\text{A2.35})$$

$$\sigma_y \approx \frac{\overline{F_D}}{m\overline{v}} \cdot \sqrt{\frac{S_u(f_0)\pi f_0}{\xi}} \quad (\text{A2.36})$$

La desviación estándar determina la distribución de todos los valores de la respuesta, pero el pico máximo o valor mayor de la respuesta que se muestra en la Figura A.2.2, es muy importante para el diseño.

A.3 Derivación de las ecuaciones para los Coeficientes de Amortiguamiento Visco Elástico No Lineal o de Potencia.

Partiendo de la matriz $[C]$ de amortiguamiento, que se presenta de forma explícita en el Anexo A.3, se despejan las velocidades relativas entre la estructura y la MSR en cada grado de libertad. Para el primer grado de libertad X :

$$\begin{aligned} & (C_x + c_{x1} + c_{x2}) \cdot \dot{X} + (c_{x1}(\bar{y} - b_y) + c_{x2}(\bar{y} + b_y)) \cdot \dot{\Theta} - (c_{x1} + c_{x2}) \cdot \dot{x} + \\ & (c_{x1} \cdot b_y + c_{x2} \cdot b_y) \cdot \dot{\theta} \quad (A4.1) \\ & C_x \cdot \dot{X} + c_{x1} \cdot (\dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} - b_y) - \dot{x} + \dot{\theta} b_y) + c_{x2} \cdot (\dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} - b_y) - \dot{x} + \dot{\theta} b_y) \end{aligned} \quad (A3.1)$$

Para el segundo grado de libertad Y :

$$\begin{aligned} & (C_y + c_{y1} + c_{y2}) \cdot \dot{Y} - (c_{y1}(\bar{x} - b_x) + c_{y2}(\bar{x} + b_x)) \cdot \dot{\Theta} - (c_{y1} + c_{y2}) \cdot \dot{y} + \\ & (c_{y2} \cdot b_x - c_{y1} \cdot b_x) \cdot \dot{\theta} \quad (A3.2) \\ & C_y \cdot \dot{Y} + c_{y1} \cdot (\dot{Y} - \dot{\Theta} \cdot (\bar{x} - b_x) - \dot{y} - \dot{\theta} b_x) + c_{y2} \cdot (\dot{Y} - \dot{\Theta} \cdot (\bar{x} - b_x) - \dot{y} + \dot{\theta} b_x) \end{aligned} \quad (A3.3)$$

Para el tercer grado de libertad Θ :

$$\begin{aligned} & (c_{x1}(\bar{y} - b_y) + c_{x2}(\bar{y} + b_y)) \cdot \dot{X} - (c_{y1}(\bar{x} - b_x) + c_{y2}(\bar{x} + b_x)) \cdot \dot{Y} + (C_\theta + \\ & c_{x1}(\bar{y} - b_y)^2 + c_{x2}(\bar{y} + b_y)^2 + c_{y1}(\bar{x} - b_x)^2 + c_{y2}(\bar{x} + b_x)^2) \cdot \dot{\Theta} - (c_{x1}(\bar{y} - b_y) + \\ & c_{x2}(\bar{y} + b_y)) \cdot \dot{x} + (c_{y1}(\bar{x} - b_x) + c_{y2}(\bar{x} + b_x)) \cdot \dot{y} + (c_{x1}(\bar{y} - b_y) \cdot b_y - \\ & c_{x2}(\bar{y} + b_y) \cdot b_y + c_{y1}(\bar{x} - b_x) \cdot b_x - c_{y2}(\bar{x} + b_x) \cdot b_x) \cdot \dot{\theta} \end{aligned} \quad (A3.4)$$

$$\begin{aligned} & c_{x1} \left(\dot{X} \cdot (\bar{y} - b_y) + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} - b_y)^2 - \dot{x} \cdot (\bar{y} - b_y) + \dot{\theta} \cdot (\bar{y} - b_y) \cdot b_y \right) \\ & c_{x2} \left(\dot{X} \cdot (\bar{y} + b_y) + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} + b_y)^2 - \dot{x} \cdot (\bar{y} + b_y) - \dot{\theta} \cdot (\bar{y} + b_y) \cdot b_y \right) \\ & - c_{y1} \left(\dot{Y} \cdot (\bar{x} - b_x) - \dot{\Theta} \cdot (\bar{x} - b_x)^2 - \dot{y} \cdot (\bar{x} - b_x) - \dot{\theta} \cdot (\bar{x} - b_x) \cdot b_y \right) \\ & - c_{y2} \left(\dot{Y} \cdot (\bar{x} + b_x) - \dot{\Theta} \cdot (\bar{x} + b_x)^2 - \dot{y} \cdot (\bar{x} + b_x) + \dot{\theta} \cdot (\bar{x} + b_x) \cdot b_y \right) \end{aligned}$$

$$(c_{x1} \cdot (\dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} - b_y) - \dot{x} + \dot{\theta} b_y)) \cdot (\bar{y} - b_y) \quad (A3.a)$$

$$\left(c_{x1} \cdot (\dot{X} + \dot{\theta} \cdot (\bar{y} - b_y) - \dot{x} - \dot{\theta} b_y) \right) \cdot (\bar{y} + b_y) \quad (\text{A3.b})$$

$$- \left(c_{y1} \cdot (\dot{Y} - \dot{\theta} \cdot (\bar{x} - b_x) - \dot{y} - \dot{\theta} b_x) \right) \cdot (\bar{x} - b_x) \quad (\text{A3.c})$$

$$- \left(c_{y2} \cdot (\dot{Y} - \dot{\theta} \cdot (\bar{x} - b_x) - \dot{y} + \dot{\theta} b_x) \right) \cdot (\bar{x} + b_x) \quad (\text{A3.c})$$

Para el cuarto grado de libertad x :

$$- (c_{x1} + c_{x2}) \dot{X} - \left(c_{x1} (\bar{y} - b_y) + c_{x2} (\bar{y} + b_y) \right) \cdot \dot{\theta} + (c_{x1} + c_{x2}) \cdot \dot{y} + (c_{x2} \cdot b_y - c_{x1} \cdot b_y) \cdot \dot{\theta} \quad (\text{A4.4})$$

$$- c_{x1} \cdot (\dot{X} + \dot{\theta} \cdot (\bar{y} - b_y) - \dot{y} + \dot{\theta} b_y) - c_{x2} \cdot (\dot{X} + \dot{\theta} \cdot (\bar{y} + b_y) - \dot{y} + \dot{\theta} b_y) \quad (\text{A3.4a})$$

Para el quinto grado de libertad y :

$$- (c_{y1} + c_{y2}) \cdot \dot{Y} + \left(c_{y1} (\bar{x} - b_x) + c_{y2} (\bar{x} + b_x) \right) \cdot \dot{\theta} + (c_{y1} + c_{y2}) \cdot \dot{y} + (c_{x1} \cdot b_x - c_{x2} \cdot b_x) \cdot \dot{\theta} \quad (\text{A4.5})$$

$$- c_{y1} \cdot (\dot{Y} - \dot{\theta} \cdot (\bar{x} - b_x) - \dot{y} - \dot{\theta} b_x) - c_{y2} \cdot (\dot{Y} - \dot{\theta} \cdot (\bar{x} + b_x) - \dot{y} + \dot{\theta} b_x) \quad (\text{A3.5})$$

Para el quinto grado de libertad θ :

$$\begin{aligned} & (c_{x1} \cdot b_y - c_{x2} \cdot b_y) \dot{X} + (c_{y2} \cdot b_x - c_{y1} \cdot b_x) \cdot \dot{Y} \\ & + \left(\left(c_{x1} (\bar{y} - b_y) - c_{x2} (\bar{y} + b_y) \right) \cdot b_y + \left(c_{y1} (\bar{x} - b_x) - c_{y2} (\bar{x} + b_x) \right) \cdot b_x \right) \cdot \dot{\theta} \\ & + (c_{x2} \cdot b_y - c_{x1} \cdot b_y) \cdot \dot{x} + (c_{y1} \cdot b_x - c_{y2} \cdot b_x) \cdot \dot{y} \\ & + (c_{y2} \cdot b_x^2 + c_{y1} \cdot b_x^2 + c_{x1} \cdot b_y^2 + c_{x2} \cdot b_y^2) \cdot \dot{\theta} \end{aligned} \quad (\text{A3.6})$$

$$\begin{aligned} & c_{x1} (\dot{X} \cdot b_y + \dot{\theta} \cdot (\bar{y} - b_y) \cdot b_y - \dot{x} \cdot b_y + \dot{\theta} \cdot b_y^2) \\ & - c_{x2} (\dot{X} \cdot b_y + \dot{\theta} \cdot (\bar{y} + b_y) \cdot b_y - \dot{x} \cdot b_y - \dot{\theta} \cdot b_y^2) \\ & - c_{y1} (\dot{Y} \cdot b_x - \dot{\theta} \cdot (\bar{x} - b_x) \cdot b_x - \dot{y} \cdot b_x - \dot{\theta} \cdot b_x^2) \\ & c_{y2} (\dot{Y} \cdot b_x - \dot{\theta} \cdot (\bar{x} + b_x) \cdot b_x - \dot{y} \cdot b_x + \dot{\theta} \cdot b_x^2) \end{aligned}$$

$$c_{x1}(\dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} - b_y) - \dot{x} + \dot{\theta} \cdot b_y) \cdot b_y \quad (\text{A3.6a})$$

$$-c_{x2}(\dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} + b_y) - \dot{x} - \dot{\theta} \cdot b_y) \cdot b_y \quad (\text{A3.6b})$$

$$-c_{y1}(\dot{Y} - \dot{\Theta} \cdot (\bar{Y} - b_x) - \dot{y} - \dot{\theta} \cdot b_x) \cdot b_x \quad (\text{A3.6c})$$

$$c_{y2}(\dot{Y} - \dot{\Theta} \cdot (\bar{Y} + b_x) - \dot{y} + \dot{\theta} \cdot b_x) \cdot b_x \quad (\text{A3.6d})$$

Cada variable está representada en la Figura 4.2 Modelo Mecánico de la masa sólida resonante y la estructura.

De las ecuaciones A.4.1 a A.4.6 se pueden obtener las velocidades relativas entre el edificio y la MRS.

$$V_{rel} \text{ en } x_1 = \dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} - b_y) - \dot{x} + \dot{\theta} \cdot b_y \quad (\text{A3.7a})$$

$$V_{rel} \text{ en } x_2 = \dot{X} + \dot{\Theta} \cdot (\bar{y} + b_y) - \dot{x} - \dot{\theta} \cdot b_y \quad (\text{A3.7b})$$

$$V_{rel} \text{ en } y_1 = \dot{Y} - \dot{\Theta} \cdot (\bar{x} - b_x) - \dot{y} - \dot{\theta} \cdot b_x \quad (\text{A3.7c})$$

$$V_{rel} \text{ en } y_2 = \dot{Y} - \dot{\Theta} \cdot (\bar{x} + b_x) - \dot{y} + \dot{\theta} \cdot b_x \quad (\text{A3.7d})$$

donde $V_{rel} x_1, x_2, y_1, y_2$ representa las velocidades relativas en la dirección de los respectivos amortiguadores que se muestran en la figura siguiente:

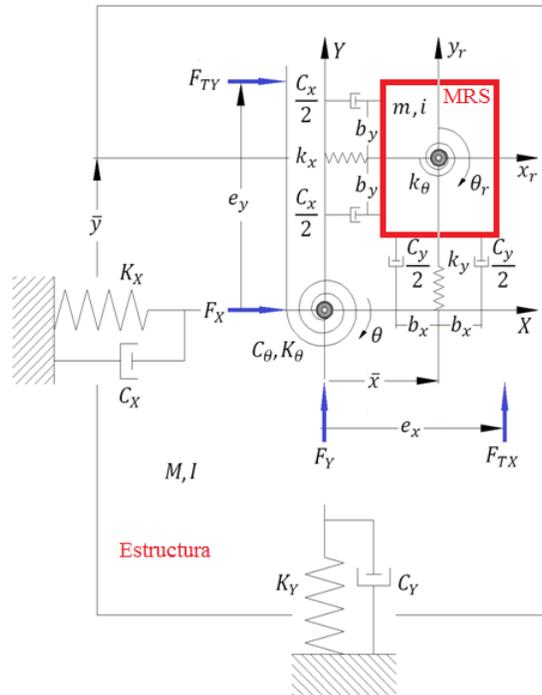


Figura 4.2 Modelo Mecánico de la masa sólida resonante y la estructura

A.4 Forma explícita de la ecuación de movimiento

$$[M]\ddot{\bar{R}} + [C]\dot{\bar{R}} + [K]\bar{R} = F$$

$$F = \{F_x, F_y, M_\theta, 0, 0, 0\}^T$$

$$\bar{R} = \{X, Y, \theta, x_r, y_r, \theta_r\}^T$$

$$[M] = \begin{bmatrix} M & & & & & \\ & M & & & & \\ & & I & & & \\ & & & m & & \\ & & & & m & \\ & & & & & i \end{bmatrix}$$

$$[K] = \begin{bmatrix} K_x + k_x & 0 & k_x \cdot \bar{y} & -k_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y + k_y & -k_y \cdot \bar{x} & 0 & -k_y & 0 \\ k_x \cdot \bar{y} & -k_y \cdot \bar{x} & K_\theta + k_x \cdot \bar{y}^2 + k_x \cdot \bar{x}^2 + k_\theta & -k_x \cdot \bar{y} & k_y \cdot \bar{x} & -k_\theta \\ -k_x & 0 & -k_x \cdot \bar{y} & k_x & 0 & 0 \\ 0 & -k_y & k_y \cdot \bar{x} & 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & -k_\theta & 0 & 0 & k_\theta \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_x + c_x & 0 & c_x \left(\bar{y} + \frac{by_2 - by_1}{2} \right) & -c_x & 0 & -c_x \left(\frac{by_2 - by_1}{2} \right) \\ 0 & K_y + k_y & -c_y \left(\bar{x} - \frac{by_2 - by_1}{2} \right) & 0 & -c_y & c_y \left(\frac{bx_2 + bx_1}{2} \right) \\ c_x \left(\bar{y} + \frac{by_2 - by_1}{2} \right) & -c_x \left(\bar{x} - \frac{by_2 - by_1}{2} \right) & C_\theta + \left[\frac{c_x}{2} (\bar{y} \pm by_{1,2})^2 + \frac{c_y}{2} (\bar{x} \pm bx_{1,2})^2 \right] & -c_x \left(\bar{y} + \frac{by_2 - by_1}{2} \right) & c_y \left(\bar{x} + \frac{by_2 - by_1}{2} \right) & \pm \frac{c_x}{2} by_{1,2} (\bar{y} \pm by_{1,2}) \pm \frac{c_y}{2} bx_{1,2} (\bar{x} \mp bx_{1,2}) \\ -c_x & 0 & -c_x \left(\bar{y} + \frac{by_2 - by_1}{2} \right) & c_x & 0 & c_x \left(\frac{by_2 - by_1}{2} \right) \\ 0 & -c_y & c_y \left(\bar{x} + \frac{by_2 - by_1}{2} \right) & 0 & c_y & c_y \left(\frac{bx_1 - bx_2}{2} \right) \\ -c_x \left(\frac{by_2 - by_1}{2} \right) & c_y \left(\frac{bx_2 + bx_1}{2} \right) & \pm \frac{c_x}{2} by_{1,2} (\bar{y} \pm by_{1,2}) \pm \frac{c_y}{2} bx_{1,2} (\bar{x} \mp bx_{1,2}) & c_x \left(\frac{by_2 - by_1}{2} \right) & c_y \left(\frac{bx_1 - bx_2}{2} \right) & \frac{c_x (by_1^2 + by_2^2) + c_y (bx_1^2 + bx_2^2)}{2} \end{bmatrix}$$

APÉNDICE B

B.1 Diseño conceptual de la masa solidad resonante tipo péndulo

Se realizó un diseño conceptual del dispositivo de amortiguamiento auxiliar que podría utilizarse bajo condiciones similares a las expuestas en este trabajo. El diseño se desarrolló a partir de los parámetros óptimos identificados, los que al ser analizados permitieron obtener los requerimientos de diseño para el dispositivo. Los valores de amortiguamiento, la masa del péndulo y longitud de los cables, se obtuvieron de la transformación del sistema mecánico equivalente al sistema pendular que se muestra en la siguiente tabla.

Tabla B.1 Requerimientos de la MSRP con base en los parámetros óptimos

Longitud del cable	7.73m
Amortiguamiento	81112.5Ns/m
Fuerza máxima en amortiguador	6489N
Torsión máxima en el péndulo	17N
Masa del péndulo	600kg
Desplazamiento máximo relativo observado	0.18m

Debido al espacio reducido al interior de las columnas se advirtieron requerimientos de diseño importantes. Se optó por la configuración cilíndrica. Las masas de los péndulos, tendrían que ser de materiales densos y relativamente económicos, se eligieron de entre las opciones mostradas en la Tabla B.2. Se propone utilizar plomo ya que serían menores los momentos sobre los mecanismos amortiguadores.

Tabla B.2

Material	Altura de un cilindro de 0.35m de diámetro para una masa total de 600kg	Costo del material (Pesos, 2011)
Concreto	2.55m	900
Hierro Fundido	0.79m	14 000 *
Plomo	0.55m	190 000 *

*10 000 Costo de fundición aproximado.

La masa y el cable del péndulo son los elementos que más costaría reparar o sustituir. Se eligieron cables diseñados para resistir fatiga y los mecanismos para sujetar los amortiguadores y el cable a la masa se muestran en la Figura B.1 Se sugiere una estructura de acero para conectar la masa. Las conexiones se proponen en el soporte de acero para evitar el uso de rodamientos de gran diámetro y la fatiga o distorsión de las conexiones si se hicieran directo a una masa de plomo maciza.

Se sugieren cuatro puntos de anclaje; dos para conectar los amortiguadores y los restantes se diseñaron para estabilizar el péndulo de manera provisional, en su etapa de mantenimiento.

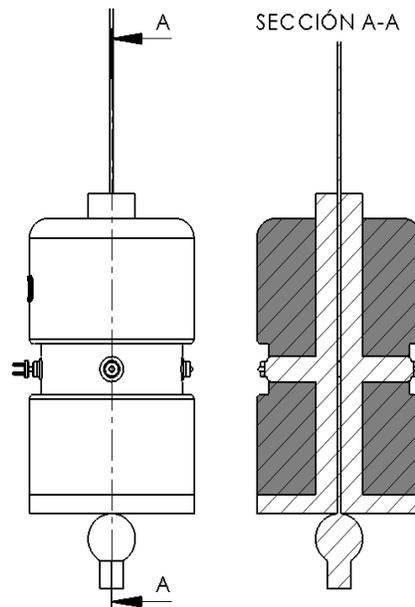


Figura B.1 Plomo fundido alrededor de soporte de cuatro brazos de acero, para conectar el cable y los amortiguadores.

Los componentes del dispositivo se proponen del menor peso posible para que la inercia y fricción tengan efectos despreciables. Los elementos propuestos son rígidos, huecos y de aluminio, sumando 3.8 kilogramos adicionales al sistema. En las siguientes figuras se muestra una vista artística con detalles de instalación de la MSRP.



Figura B.2 Diseño conceptual del dispositivo



Figura B.3 Distribución de columnas en la altura dónde se colocaría el dispositivo

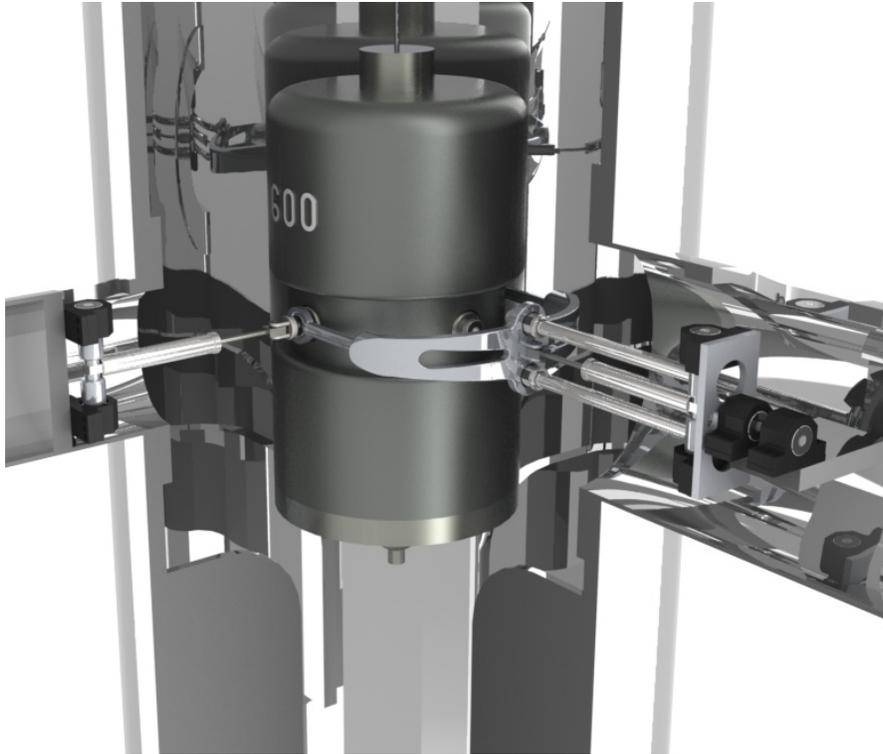


Figura B.4 Corte de la columna mostrando los mecanismos de sujeción y emergencia del dispositivo



Figura B.5 Corte del apoyo del cable y ventanas de mantenimiento



Figura B.6 Dispositivos móviles del mecanismo de amortiguadores

Las partes móviles del dispositivo son susceptibles al desgaste, por lo que deben considerarse medidas de emergencia en caso de una eventual falla. En la figura B.5 se muestran los mecanismos de sujeción del cable del péndulo, de 7.73m de longitud^[a24]. En caso de una falla del cable, la masa caería sobre las aletas de acero que se muestran en la Figura B.4. Las cuatro aletas se ubican a 0.20m por debajo del péndulo.

Para monitoreo y mantenimiento también se consideró dejar ventanas en los elementos estructurales. La mayor se ubicaría sobre la columna y está diseñada para permitir el acceso de trabajadores, con una escalera marinera al interior, para reemplazar rodamientos y el cable. Las aletas de emergencia se utilizarían como apoyo durante el proceso.

El comportamiento de las aberturas de mantenimiento se verificó con un análisis tridimensional de una sección de columna en el programa ANSYS. Los elementos mecánicos se obtuvieron del modelo de barras tipo PIPE16 de la estructura completa equipada con los dispositivos.

Para analizar el comportamiento de las aberturas reforzadas en las columnas se utilizó una aproximación a la sollicitación máxima observada. De los análisis dinámicos realizados, se obtuvo el mayor desplazamiento registrado por las fuerzas inducidas por viento y se verificaron los elementos mecánicos en las columnas, y se eligió el más crítico, justo en la altura donde se ubica el dispositivo, como se presenta en la siguiente tabla.

Tabla B.3 Elementos mecánicos máximos observados, en las columnas dónde se dispone la MSRP.

Columna	FX	FY	FZ	Mx	My	Mz
Nodo 153	-11854 N	-1906.7 N	0.160E+06 N	4390.9 N-M	-14419 N-M	-4618.3 N-M
Nodo 161	11854 N	1906.7 N	0.131E+06 N	4332.2 N-M	-39814 N-M	4618.3 N-M

La columna se modeló como un sólido elástico, isotrópico. Las barras en el modelo son de 4,575m de altura, al igual que la sección que se modeló con 63 871 elementos tipo SOLID187. La placa de refuerzo que se propone es de 1.25 pulgadas de espesor y de la forma que se muestra en la Figura B.7 Los análisis muestran la efectividad del refuerzo.

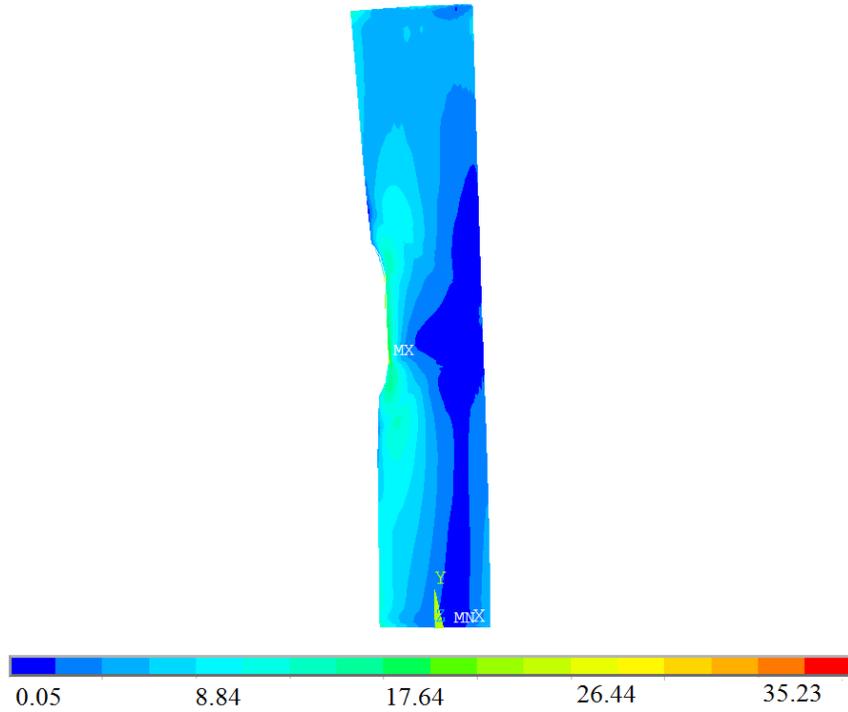


Figura B.7 Esfuerzos de Von Misses en Pa, sección columna para verificar la efectividad de la placa de refuerzo

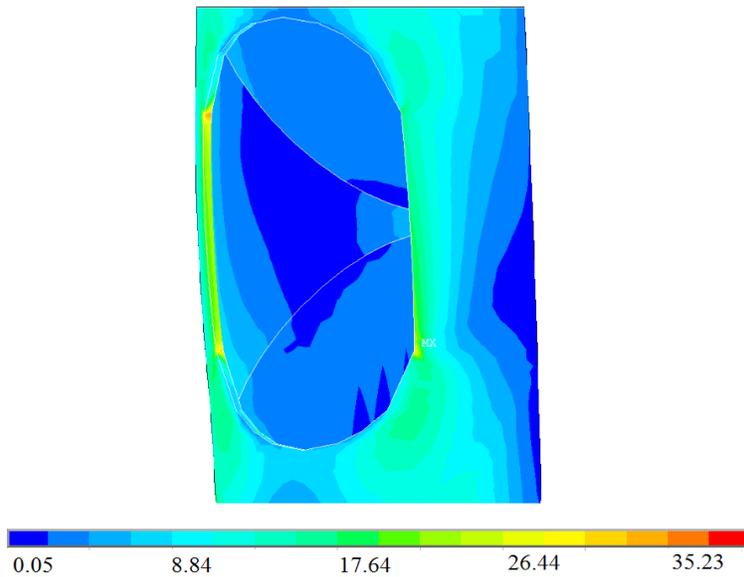


Figura B.8 Esfuerzos máximos en la columna debidos a la acción del viento, el peso propio y las fuerzas reactivas del dispositivo en la estructura

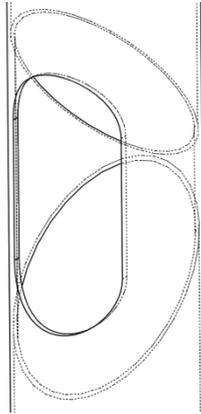


Figura B.9 Detalle de la placa de refuerzo propuesta para las ventas de mantenimiento del dispositivo

Con base en el modelo conceptual propuesto y a la información de dispositivos mecánicos recolectada, la siguiente tabla resume el catálogo de conceptos del dispositivo.

Tabla B.4 Catálogo generado*

Cable	7x19 Preformed Stainless Steel Aircraft Cable Flexible Type 302/304
Rodamientos lineales de Bolas	RLB Estándar 0610 Rexroth
Soportes con rodamiento rígido	DIN 625 STAR
Soportes con rodamiento de contacto	ZKLN... 2RS PE
Amortiguadores lineales	1.5 x 2 D Linear Damper TAYLOR
Masa del péndulo	Plomo fundido 600kg

*Sin considerar, los elementos estructurales de refuerzo, mantenimiento, sujeción y emergencia, que podrían diseñarse con el tipo de acero que las columnas. No se consideran los rieles y placas necesarias para los mecanismos de sujeción de los amortiguadores, que podrían construirse con aleaciones livianas endurecidas.