



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

CONTROL LINEAL DE UN MOTOR DE  
RELUCTANCIA CONMUTADA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO ELÉCTRICO ELECTRÓNICO

PRESENTA:

ARMANDO DANIEL TORRES ACOSTA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F., 2014

## **Jurado asignado**

Presidente:      Ing. Gloria Mata Hernández

Vocal:            Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

Secretario:      Dr. Heriberto de Jesús Aguilar Juárez

1<sup>er</sup> Suplente:    Dr. Gerardo René Espinosa Pérez

2<sup>do</sup> Suplente:    Dr. Marco Antonio Arteaga Pérez

Asesor de tesis:

---

Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

# Agradecimientos

Quiero agradecer en primera instancia a mis padres, Marisela y Armando, por todas las oportunidades que me han brindado a lo largo de mi vida. Gracias por todo el apoyo que me han dado para llegar al término de este proceso y principalmente por enseñarme que con mucho esfuerzo y perseverancia uno puede lograr lo que se propone.

A mi hermana, Sofía, que me ha tenido que aguantar desde que éramos pequeños y sin embargo permanecemos unidos. Gracias por toda tu paciencia y amor.

A Celia, que siempre ha estado a mi lado apoyándome en la metas que me he propuesto, muchas gracias por todo el tiempo y amor que me has brindado.

A la UNAM, que me ha dado la posibilidad de desarrollarme en todos los ámbitos, pero sobre todo por darme la oportunidad de desarrollarme como persona.

A mi tutor, el Dr. Paul Maya, por su consejo siempre oportuno y su conocimiento brindado sin reservas. Gracias por darme la oportunidad de llevar a buen término este proceso.

A mis amigos Pablo y Luis que me han brindado su amistad a lo largo de todos estos años, muchas gracias por sus consejos y camaradería.

# Índice

<b>Lista de figuras</b>	<b>IV</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Motivación . . . . .	2
1.3. Formulación del problema . . . . .	3
1.4. Contribuciones . . . . .	3
1.5. Estructura de la tesis . . . . .	3
<b>2. Motor de Reluctancia Conmutada (SRM)</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción . . . . .	5
2.1.1. Configuraciones . . . . .	7
2.1.2. Construcción . . . . .	8
2.1.3. Ventajas y desventajas . . . . .	9
2.2. Principio de funcionamiento . . . . .	11
2.2.1. Operación elemental . . . . .	11
2.2.2. Relación de la inductancia con la posición del rotor . . . . .	12
2.3. Modelo matemático . . . . .	14
2.4. Aplicaciones . . . . .	15
<b>3. Controladores PI y LQR</b>	<b>17</b>
3.1. Generalidades de sintonización del controlador PI . . . . .	17
3.2. Generalidades de sintonización del controlador LQR . . . . .	24
3.3. Diseño de los esquemas de control para el SRM . . . . .	28
3.3.1. Control PI . . . . .	32
3.3.2. Control LQR . . . . .	35

<b>4. Resultados</b>	<b>39</b>
4.1. Sintonización del controlador PI . . . . .	40
4.2. Sintonización del controlador LQR . . . . .	57
<b>5. Conclusiones</b>	<b>64</b>
<b>A. Programas</b>	<b>66</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>71</b>

# Lista de figuras

2.1. Clasificación de los SRM . . . . .	7
2.2. Topologías típicas del motor de reluctancia conmutada . . . . .	8
2.3. Estator y rotor de un motor de reluctancia conmutada . . . . .	9
2.4. Operación del motor de reluctancia conmutado . . . . .	12
2.5. Perfil de inductancia . . . . .	13
2.6. Posiciones del rotor de acuerdo al perfil de inductancia . . . . .	14
3.1. Sistema en lazo cerrado . . . . .	18
3.2. Efecto del factor de amortiguamiento sobre la respuesta final del sistema	21
3.3. Diagrama de bloques del sistema linealizado del SRM . . . . .	33
3.4. Diagrama de bloques reducido . . . . .	34
3.5. Diagrama de bloques del control PI para el SRM . . . . .	35
3.6. Control LQR para el SRM . . . . .	37
4.1. Diagrama de bloques del lazo de corriente . . . . .	41
4.2. Respuesta al escalón y respuesta en frecuencia del control PI de corriente	45
4.3. Diagrama de bloques del lazo de velocidad . . . . .	46
4.4. Respuesta al escalón del control PI de velocidad . . . . .	49
4.5. Control de velocidad y corriente, hecho en Simulink . . . . .	50
4.6. Simulación del esquema completo del control PI, sobrepaso del 43% . .	51
4.7. Simulación del esquema completo del control PI, sobrepaso del 7% . . .	53
4.8. Errores de velocidad y corriente del esquema completo del control PI . .	54
4.9. Esfuerzo de control, controlador PI . . . . .	55
4.10. Control de velocidad y corriente para un SRM de cuatro fases, hecho en Simulink . . . . .	56

4.11. Controles PI para las cuatro señales de corriente del SRM . . . . .	57
4.12. Corrientes de fase del controlador PI . . . . .	58
4.13. Diagrama de bloques del control LQR, hecho en Simulink . . . . .	59
4.14. Regulación de velocidad y corriente con controlador LQR . . . . .	61
4.15. Esfuerzo de control, controlador LQR . . . . .	62
4.16. Corrientes de fase del controlador LQR . . . . .	63

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Antecedentes

El primer diseño del motor de reluctancia conmutada (SRM por sus siglas en inglés) fue realizado por Robert Davidson en 1838, para impulsar una locomotora entre las ciudades de Glasgow y Edimburgo. El término *motor de reluctancia conmutada* fue usado por primera vez por S.A. Nasar en un artículo del año 1969 [1]. En este artículo se propuso un SRM para aplicaciones en que varía la velocidad. Nasar se refiere al motor de reluctancia conmutada, como un motor de corriente continua (DC) muy parecido a un motor de corriente directa sin escobillas. El auge de los motores de corriente directa y las complicaciones para poder conmutar entre las fases del SRM, ya que los componentes utilizados en la conmutación eran muy caros y de baja potencia, dejaron al SRM olvidado. Sin embargo a principios de la década de los setenta se inició el desarrollo de cuatro dispositivos importantes que cambiaron este panorama. El primero de ellos fue el transistor de potencia, inicialmente el de unión bipolar (BJT) y posteriormente el MOSFET. El segundo dispositivo fue el microprocesador, con el cual fue más fácil la implementación de algoritmos de control. El tercer desarrollo fue el mejoramiento de las computadoras, que entonces incluyeron lenguajes de programación de alto nivel y, por último, la expansión del uso de los motores eléctricos, ya no sólo en la industria, sino también en automóviles, electrodomésticos y en sistemas aeroespaciales [2]. Así, en 1980, P.J. Lawrenson y un conjunto de colaboradores utilizaron de manera más exacta el término *reluctancia conmutada* [3]. El SRM propuesto en su trabajo conmuta entre las fases de manera electrónica y a su vez, desarrollaron un control de velocidad para



este motor, con lo que sentaron las bases de la manera en que está construido el motor de reluctancia conmutada.

Desde entonces el SRM ha ido incursionando en diferentes ámbitos. En el ámbito de los electrodomésticos se ha utilizado en la lavadora *MAH400* de *Maytag*. En el ámbito del aire acondicionado se ha utilizado en compresores de la compañía *CompAir Ltd.* y en el equipo de aire acondicionado del tren alemán de alta velocidad *ICE 3*. En el ámbito automotriz las firmas *Volvo* y *Fiat Auto* están trabajando en la utilización de SRM en sus vehículos eléctricos, ya que estos motores son adecuados para aplicaciones en ambientes hostiles y peligrosos la compañía *British Jeffrey Diamond 100 Ltd* ha desarrollado un SRM para aplicaciones mineras. Por lo tanto podemos decir que las aplicaciones que tienen más futuro en el uso de los motores de reluctancia conmutada son, el sector automotriz, aquellos sectores en donde se trabaje en ambientes hostiles, y sectores que requieran motores que trabajen a altas velocidades con un menor uso de energía [4].

## 1.2. Motivación

En la literatura se pueden encontrar diferentes maneras de controlar el motor de reluctancia conmutada de manera no lineal [5, 6, 7], es decir, tomando en consideración los fenómenos no lineales más importantes y diseñando esquemas que garanticen el objetivo de control y altos desempeños a pesar de la presencia de aquéllos. Otros autores han analizado el motor de reluctancia conmutada en una región lineal de su perfil de inductancia [8, 9]. Aún así, sólo algunos autores como Krishnan [10] han propuesto un control lineal que actúa sobre un modelo linealizado del motor de reluctancia conmutada. El motivo de esta tesis es comparar el desempeño obtenido de ese experimento frente a un controlador óptimo, en este caso un *regulador cuadrático lineal* (LQR por sus siglas en inglés), esto es, comparar las respuestas del sistema de ambos controladores y hacer un análisis de las diferencias de éstos.

### 1.3. Formulación del problema

Considerando una representación lineal del motor de reluctancia conmutada y teniendo en cuenta que todo el vector de estados es medible, se diseñaron y compararon dos esquemas de control que garantizarán la regulación de velocidad del motor de reluctancia conmutada. El problema que se aborda en este trabajo de tesis puede plantearse como: *lograr la regulación de la velocidad de un motor de reluctancia conmutada, representado por un modelo lineal. A través del diseño y evaluación de dos controladores, uno proporcional-integral (PI) y otro, regulador cuadrático lineal (LQR).*

### 1.4. Contribuciones

Las contribuciones de este trabajo de tesis son el diseño y la evaluación de dos controladores lineales, los cuales serán comparados para dar un panorama más amplio de las acciones a tomar si se requiere controlar el motor de reluctancia conmutada.

### 1.5. Estructura de la tesis

Esta tesis está compuesta por cinco capítulos. En el Capítulo 1 se explican algunos antecedentes, la motivación del trabajo, la formulación del problema y las contribuciones de este trabajo.

En el Capítulo 2 se presenta lo relacionado al motor de reluctancia conmutada, sus principales características, las configuraciones que presenta, sus ventajas y desventajas principales, su modelo matemático y aplicaciones que tiene éste en la industria.

El Capítulo 3 aborda las generalidades de sintonización de los controladores PI y LQR y la obtención del modelo lineal del motor de reluctancia conmutada, así como el diseño de ambos esquemas de control.

En el Capítulo 4 se trata la sintonización de las ganancias de cada controlador, así como la evaluación numérica de ambos esquemas de control por medio de simulaciones.

En el Capítulo 5 se presenta una discusión acerca del desempeño que los controladores tienen en relación con la respuesta del sistema.

En un anexo, se incluyen los programas realizados que se utilizaron para hacer las simulaciones.

## Capítulo 2

# Motor de Reluctancia Conmutada (SRM)

### 2.1. Introducción

Una máquina de reluctancia es una máquina eléctrica, en donde el par es producido por la tendencia del rotor a moverse a una posición donde la inductancia del devanado que está siendo excitado es máxima, por lo tanto, la reluctancia es mínima. La reluctancia es una *resistencia magnética* que impide el paso de flujo magnético en un circuito del mismo tipo. Es una analogía de una resistencia utilizada en un circuito eléctrico [11].

El movimiento que produce la máquina puede ser angular o lineal y el rotor puede ser interior o exterior. Generalmente el rotor está compuesto de *hierro magnético blando*, este material tiene la característica de que puede imantarse y desimantarse fácilmente, es decir, al acercarse un campo magnético a un material magnético blando se magnetiza, mientras que al retirarlo, éste pierde su magnetización.

Las definiciones dadas con anterioridad incluyen tres tipos de motores, el *motor de reluctancia conmutada*, el *motor de reluctancia síncrono* y el *motor a pasos de reluctancia variable*. El motor con el que se trabajó en la realización de esta tesis es un motor de reluctancia conmutada, por lo tanto es necesario destacar las principales características de éste frente a el motor de reluctancia síncrono y el motor a pasos de reluctancia variable.

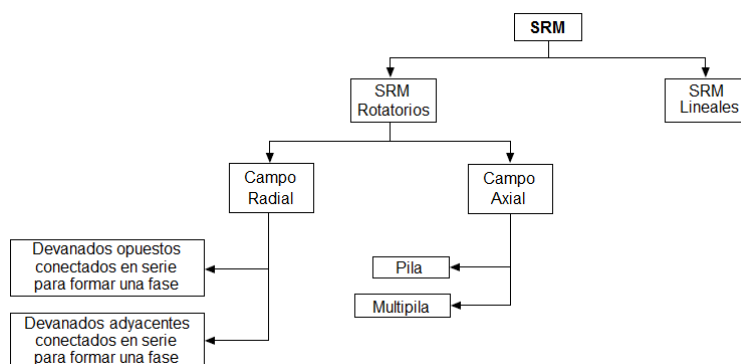
A continuación se presentan dos tablas donde podemos ver la comparación entre los motores, la información que se presenta en éstas la podemos encontrar en la referencia [2].

- Comparación del SRM con el motor de reluctancia síncrono.

<b>Motor de reluctancia conmutada</b>	<b>Motor de reluctancia síncrono</b>
Tanto el estator como el rotor tienen polos salientes.	El estator es liso, excepto por el ranurado que presenta.
El devanado del estator comprende un conjunto de bobinas, las cuales están unidas por uno de sus polos.	El estator presenta un devanado polifásico, donde las bobinas están distribuidas sinusoidalmente.
La excitación se lleva a cabo mediante la aplicación de pulsos de corriente a cada fase en turno.	La excitación es un conjunto de corrientes polifásicas, balanceadas y sinusoidales.
Cuando el rotor gira, el eslabonamiento del flujo de la fase debe tener una forma triangular o de diente de sierra, pero no debe variar con la corriente.	La inductancia propia de la fase debe variar de manera sinusoidal con respecto a la posición del rotor, pero no debe variar con la corriente.

- Comparación del SRM con el motor a pasos de reluctancia variable.

<b>Motor de reluctancia conmutada</b>	<b>Motor a pasos de reluctancia variable</b>
Es operado con realimentación de la posición del rotor para sincronizar la conmutación de las corrientes de fase.	Es operado en lazo abierto, por lo que no tiene realimentación de la posición del motor.
Son diseñados para la conversión eficiente de grandes cantidades de potencia.	Son diseñados para mantener la integridad en los pasos en controles de posición.



**Figura 2.1:** Clasificación de los SRM

### 2.1.1. Configuraciones

Los motores de reluctancia conmutada se pueden clasificar con base en el movimiento que genera la máquina, esto es, en movimiento angular o movimiento lineal. El SRM sobre el que se trabajó en esta tesis genera un movimiento angular, por lo que se dará mayor énfasis a este tipo de motores.

Los SRM rotatorios (que generan movimiento angular) se clasifican a su vez, con base en la dirección del campo magnético que existe en el entrehierro con respecto al eje axial de la máquina, por consiguiente se tienen SRM rotatorios de *campo radial*, si las líneas del campo magnético son perpendiculares al eje axial y SRM rotatorios de *campo axial*, si las líneas de campo magnético son paralelas al eje axial [10].

Para los SRM de campo radial existen dos formas de conectar las bobinas del estator para formar una fase, por ello se pueden conectar dos devanados opuestos o se pueden conectar dos devanados adyacentes para formar una fase. En los SRM de campo axial el rotor está enclavado en el estator, esta característica los hace ver planos y gracias a ésta se pueden clasificar en *pila* y *multipila*, según el número de discos del estator. Estas clasificaciones se puede ver en la Figura 2.1.

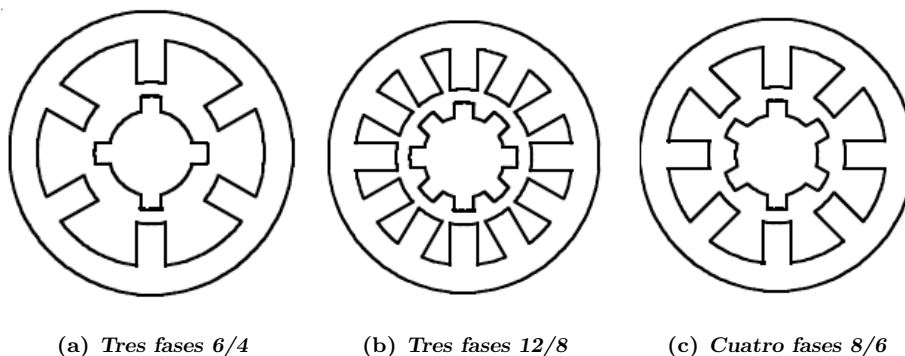
También existe una clasificación para los SRM por el tipo de polos que tienen en el estator; un SRM puede ser de *saliencia doble* si el estator tiene polos salientes y de *saliencia simple* si el estator no tiene polos salientes, es decir, sólo el rotor tiene polos

salientes. Otra forma de clasificarlos puede ser como *regulares* si los polos del estator y del rotor son simétricos respecto a sus ejes y tienen el mismo espaciamiento entre ellos, e *irregulares* cuando no cumplen las condiciones de los SRM regulares.

### 2.1.2. Construcción

El motor de reluctancia conmutada (rotatorio) es una máquina muy simple de construir, como vimos en la sección anterior, el rotor está compuesto por polos salientes sin devanados ni imanes permanentes, así como por un grupo de láminas de hierro de alta permeabilidad que forman una flecha. El estator también es una estructura de láminas, pero éste tiene la diferencia de que sí contiene devanados, los cuales están enrollados alrededor de los polos y están conectados entre sí, de tal manera que los flujos generados por éstos sean aditivos. Los polos salientes se diseñan en múltiplos de dos y en máquinas simétricas existen más polos en el estator que en el rotor, para evitar que ciertas posiciones generen un par nulo.

Existen ciertas topologías según el número de polos del estator ( $N_s$ ) y el número de polos del rotor ( $N_r$ ), y se identifica cada caso según la relación  $N_s/N_r$ , se especifica también el número de fases, denotado por  $m$ . En la Figura 2.2 podemos observar tres diferentes topologías de un SRM. Por ejemplo, la Figura 2.2(a) muestra un SRM de tres fases con seis polos en el estator y cuatro polos en el rotor. Las bobinas se han excluido para un mejor entendimiento de las topologías.

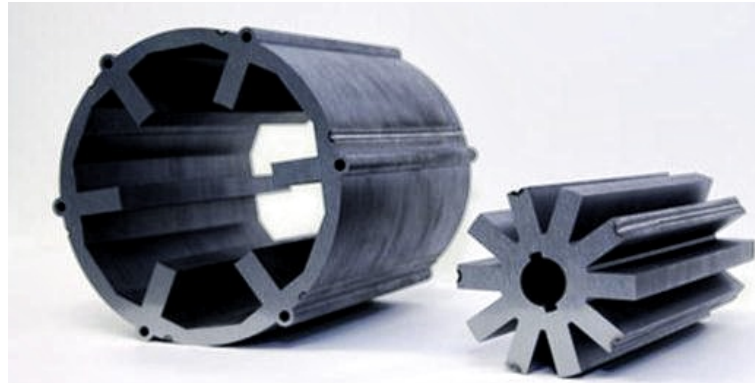


(a) Tres fases 6/4

(b) Tres fases 12/8

(c) Cuatro fases 8/6

**Figura 2.2:** Topologías típicas del motor de reluctancia conmutada



**Figura 2.3:** Estator y rotor de un motor de reluctancia conmutada

En la Figura 2.3 se puede observar un estator con seis polos, en los cuales se podrán embobinar seis devanados, formando tres fases. Al lado se encuentra un rotor que al ensamblarse no tendrá devanados.

### 2.1.3. Ventajas y desventajas

El motor de reluctancia conmutada por su construcción y su rendimiento ofrece varios beneficios en comparación con otro tipo de motores [12]:

- En cuanto a la *eficiencia* en los artículos [13, 14] se presenta un estudio en donde los motores de reluctancia conmutada pueden tener igual o mayor eficiencia que los motores de corriente alterna convencionales, como el motor de inducción.
- En lo que a *par máximo* se refiere, en el artículo [14] se hace una comparación entre un SRM y un motor de inducción, donde los resultados fueron que a bajas velocidades el SRM puede generar un par máximo mayor. Sin embargo, el motor que genera mayor par máximo a bajas velocidades es el motor de imanes permanentes.
- En cuanto a *robustez y fiabilidad*, debido a la independencia física, magnética y eléctrica de cada una de las fases de la máquina, si alguna de las fases llegara a fallar, no impedirá que la máquina siga funcionando, pero su rendimiento se verá disminuido.
- En lo que a *velocidad* se refiere, el SRM puede operar en un rango de velocidades muy amplio. La curva par-velocidad asociada a estos motores es similar a un



motor de corriente alterna controlado vectorialmente, en ésta se observa que el par máximo es constante a bajas velocidades y para velocidades altas es la potencia la que se mantiene constante. Pueden obtenerse velocidades de hasta 100 000rpm sin necesidad de ninguna modificación mecánica.

- En cuanto al *momento de inercia*, el SRM posee uno muy pequeño. Esto se debe a que no existen ni devanados ni imanes permanentes en el rotor.
- Si tomamos en cuenta la *relación potencia/peso*, para la misma potencia de salida, un SRM puede ser hasta un 40 % más pequeño que un motor de corriente alterna convencional [15].
- En cuanto al *costo*, para la misma potencia de salida y siendo producidos en grandes cantidades, los motores de reluctancia conmutada, con sus conmutadores y su control correspondiente, son más baratos que los motores de corriente alterna o los motores de imanes permanentes.
- En lo que a *refrigeración* se refiere, la mayor parte del calor que genera un SRM se concentra en los devanados del estator, debido a que, como ya se había mencionado, no existen devanados en el rotor, por consiguiente es más fácil de refrigerar. Esta característica permite al SRM trabajar en lugares con temperaturas elevadas.

Sin embargo el SRM presenta ciertas desventajas:

- El conocimiento de la *posición del rotor* es esencial para el SRM, ya que con ésta se sincroniza la conmutación de las fases. Para esto usualmente se usan sensores que pueden incrementar el costo y complejidad de la máquina, reduciendo su fiabilidad.
- En cuanto al *rizo* que existe en la forma de onda del par, en los SRM es mayor que para otros tipos de motores, esto se traduce en vibración y ruido acústico, que para ciertas aplicaciones no son admisibles, esto requiere de un control específico para reducirlo, sin embargo, como todo sistema analógico, el ruido es un componente que siempre está presente [16].

- La construcción simple de la máquina, es a su vez su principal desventaja, ya que la estructura de polos salientes que el SRM necesita para producir el par y el régimen de saturación en el que suele operar la máquina, producen características magnéticas altamente *no lineales*, lo cual complica el análisis de este tipo de motores, por lo que las estrategias de control son más complejas.

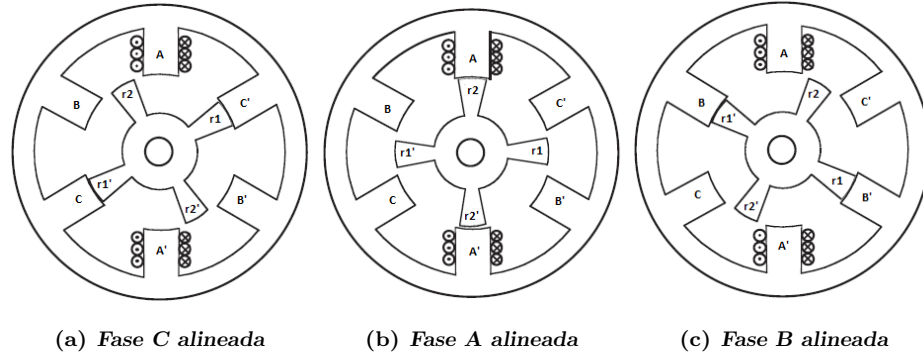
## 2.2. Principio de funcionamiento

### 2.2.1. Operación elemental

Considerando un motor de reluctancia conmutada de tres fases, con seis polos en el estator y cuatro polos en el rotor como se muestra en la Figura 2.4, se considera que los polos del rotor  $r1$  y  $r1'$  están alineados con los polos del estator  $C$  y  $C'$  respectivamente, además se hace circular una corriente sobre la fase  $A$  cuya corriente fluye como se muestra en la Figura 2.4(a); por lo tanto se establece un flujo entre los polos del estator  $A$  y  $A'$  y los polos de rotor  $r2$  y  $r2'$ , esto hace que los polos de este último tiendan a alinearse con los polos de la fase  $A$ . Cuando ya se han alineado, la corriente que fluye sobre la fase  $A$  es apagada y la posición actual de la máquina se muestra en la Figura 2.4(b).

Ahora se hace circular una corriente sobre la fase  $B$ , atrayendo los polos del rotor  $r1$  y  $r1'$  hacia los polos del estator  $B$  y  $B'$  respectivamente en sentido horario, cuando ya se han alineado, la corriente dejará de fluir sobre la fase  $B$ , la posición actual de la máquina se puede ver en la Figura 2.4(c).

Por último se hace circular corriente sobre el devanado de la fase  $C$ , lo cual resulta en la alineación de los polos del rotor  $r2$  y  $r2'$  con  $C$  y  $C'$  respectivamente. Como el ángulo entre los polos del rotor es de  $90^\circ$  (obtenidos de  $360^\circ/N_r$ ) y el ángulo de los polos del estator es de  $60^\circ$  (obtenidos de  $360^\circ/N_s$ ), cada vez que se energiza una fase el motor gira  $30^\circ$ , por consiguiente se requiere energizar en secuencia las fases ( $CAB$ ) para que el motor gire  $90^\circ$ . Se puede observar que un accionamiento en sentido antihorario de las fases, como el mostrado anteriormente, que logra una rotación del motor en sentido horario, y para que el motor complete una revolución hay que conmutar las fases tantas veces como número de polos en el rotor existan.



**Figura 2.4:** Operación del motor de reluctancia conmutado

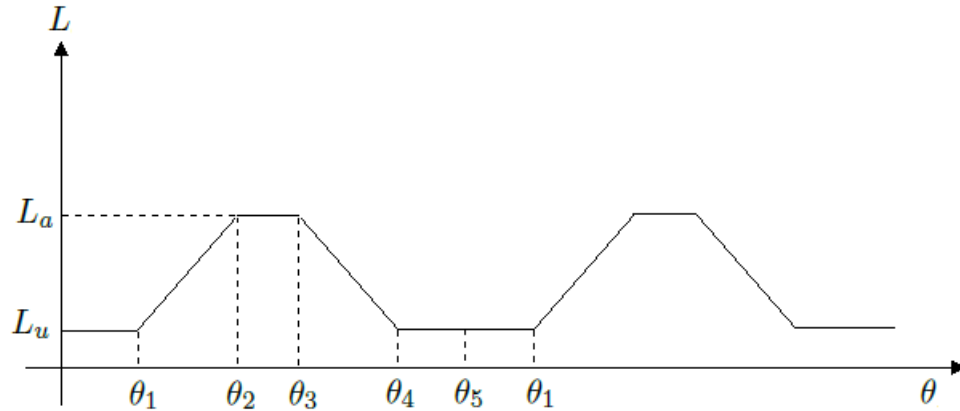
Como se puede observar, el conmutar las fases de manera adecuada y precisa, es primordial para el correcto funcionamiento de la máquina de reluctancia conmutada.

### 2.2.2. Relación de la inductancia con la posición del rotor

Las características que presenta el par en los motores de reluctancia conmutada, son dependientes de la relación que existe entre los acoplamientos de flujo y la posición del rotor como una función de la corriente. Por lo tanto, para un comportamiento deseado del par, se tiene que recurrir a un perfil de inductancia como el mostrado en la Figura 2.5, el cual es un perfil idealizado (por lo que no se considera la saturación ni los efectos marginales) de la posición del rotor contra la inductancia de fase.

De este perfil se obtienen cuatro regiones:

- Región 1.  $0 - \theta_1$  y  $\theta_4 - \theta_5$ : En estas regiones, los polos del estator y del rotor no se traslapan y el flujo se determina por la trayectoria del aire, esto hace que la inductancia sea mínima y por lo tanto casi constante. A esta inductancia se le llama *inductancia desalineada* ( $L_u$ ). En estas dos regiones no se produce par. En la Figura 2.6(a) se puede ver la posición del rotor para estas regiones.
- Región 2.  $\theta_1 - \theta_2$ : En esta región, los polos del estator y del rotor se empiezan a traslapar, por consiguiente la trayectoria del flujo es a través de estos dos. Esto incrementa

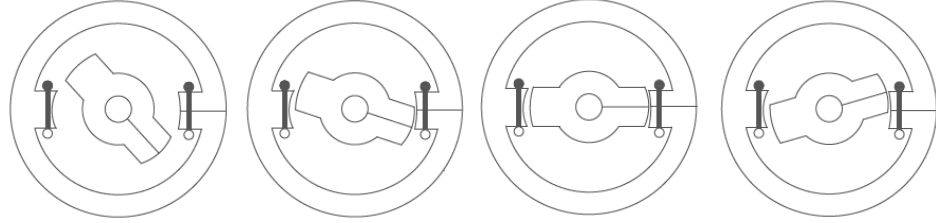


**Figura 2.5:** Perfil de inductancia

la inductancia a medida que la posición angular crece y lo hace con una pendiente positiva. El par generado en esta región es positivo y el fin de esta región lo marca el traslape completo de los polos. En la Figura 2.6(b) se puede ver la posición del rotor para esta región.

- Región 3.  $\theta_2 - \theta_3$ : Durante esta región, el movimiento del polo del rotor no altera el traslape completo con el polo del estator y tampoco cambia la trayectoria del flujo. Esto trae como consecuencia que la inductancia sea máxima y constante, y se le llama *inductancia alineada* ( $L_a$ ). Como la inductancia no cambia, no se produce par. En la Figura 2.6(c) se puede ver la posición del rotor para esta región.
- Región 4.  $\theta_3 - \theta_4$ : Aquí, el polo del rotor está moviéndose del traslape, haciendo muy similar esta región a la región  $\theta_1 - \theta_2$ , pero en este caso se tiene una pendiente negativa. Si se opera la máquina en este periodo obtendremos un par negativo. En la Figura 2.6(d) se puede ver la posición del rotor para esta región.

Este perfil de inductancia depende directamente del arco polar del rotor ( $\beta_r$ ) y el del estator ( $\beta_s$ ), así como del número de polos del rotor  $N_r$ . Definiendo estos parámetros se obtendrán los ángulos que limitan a las regiones anteriormente descritas. Estos ángulos se obtienen de la siguiente manera



(a) Posición desalineada (b) Posición de traslape parcial (c) Posición alineada (d) Posición de traslape parcial

**Figura 2.6:** Posiciones del rotor de acuerdo al perfil de inductancia

$$\theta_1 = \frac{1}{2} \left[ \frac{2\pi}{N_r} - (\beta_s + \beta_r) \right]$$

$$\theta_2 = \theta_1 + \beta_s$$

$$\theta_3 = \theta_2 + (\beta_r - \beta_s)$$

$$\theta_4 = \theta_3 + \beta_s$$

$$\theta_5 = \theta_4 + \theta_1 = \frac{2\pi}{N_r}$$

## 2.3. Modelo matemático

En la presente tesis se trabajó sobre un modelo lineal del motor de reluctancia conmutada, sin embargo, éste se derivó a partir de dos ecuaciones, una ecuación eléctrica y una mecánica, ambas no lineales. Estas ecuaciones representan la dinámica del SRM [10]. La obtención del modelo lineal del SRM se verá con mayor detenimiento en el Capítulo 3. Las ecuaciones no lineales que son la base de este trabajo de tesis son las siguientes

$$v = R_s i + \frac{dL(\theta, i)i}{dt} = R_s i + L(\theta, i) \frac{di}{dt} + \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \omega_m i$$
$$\frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} - T_l = J \frac{d\omega_m}{dt} + B \omega_m$$

En el Capítulo 3 se mencionará a detalle el modelo y se explicarán las variables que intervienen en éste.

Estas ecuaciones contienen información de las características del motor de reluctancia conmutada que son útiles para este trabajo de tesis y sólo representan una manera de operación de éste, por esta razón puede existir otro conjunto de ecuaciones que resalten diferentes características del SRM y sean apropiadas para analizar otros comportamientos.

## 2.4. Aplicaciones

Las aplicaciones que se le han dado al motor de reluctancia conmutada son variadas y muchas ramas de la industria han incluido este motor dentro de sus productos [17].

En el sector automotriz, han pasado a sustituir a los motores Diesel convencionales (Land Rover 110 Defender), se han creado motores de reluctancia conmutada especiales para autobuses híbridos (Green Propulsion), se han desarrollado SRM funcionando como motores y generadores para automóviles híbridos eléctricos (Volvo y Fiat Auto), se encuentra en proceso de desarrollo un sistema de recuperación de energía con turbogeneradores de gas llamados *TIGERS*, se han hecho arrancadores-generadores para camiones de uso rudo (Caterpillar) y también se ha trabajado sobre transmisiones infinitamente variables (TIVA) en donde la transmisión del automóvil está ligada directamente con un SRM (Reanult). Todas estas aplicaciones están centradas especialmente en reducir los índices de contaminación de las ciudades en las que se han implementado.

En el sector electrodoméstico, se han desarrollado SRM para aspiradoras y pulidoras *AMETEK Lamb Electric*, para lavadoras (Emerson Appliance Motor Division junto

con Nidec SR Drives Ltd) e incluso se han realizado SRM para centrifugadoras de alto desempeño (AVANTI).

En el sector de la minería, los SRM han tenido gran penetración, la empresa *Drax Power Ltd* que se encuentra en el Reino Unido, ha utilizado los motores de reluctancia conmutada para mover bandas que transportan carbón, también los han utilizado para mover las grúas que recojen las cenizas del carbón una vez que ya ha sido quemado. Se han desarrollado SRM especiales para trabajar en ambientes altamente explosivos, como los que se usan en las bandas transportadoras que se encuentran bajo tierra en la mina de carbón de la empresa *British Jeffrey Diamond 100 Ltd* en Maltby Colliery en el Reino Unido.

En cuanto a bombas y compresores, la empresa *CompAir Ltd* utiliza SRM en sus compresores y la empresa *Weir VSR* ha introducido estos motores en sus bombas. La empresa de trenes alemana *Deutsche Bahn AG* ha introducido los SRM en el sistema de circulación de aire de sus trenes.

En cuanto a tracción, se emplean en cargadores de llantas y sistemas de tracción de locomotoras (*LeTourneau Inc*), también en la tracción de autobuses de pasajeros en Blackpool, Reino Unido, y para vehículos que funcionan con baterías (*Nidec SR Drives Ltd*).

Por último, en cuanto al control de movimiento, se han empleado en sillas de ruedas y en puertas deslizantes automáticas (*Nidec SR Drives Ltd*), así como en máquinas tejedoras (*Picanol*).

## Capítulo 3

# Controladores PI y LQR

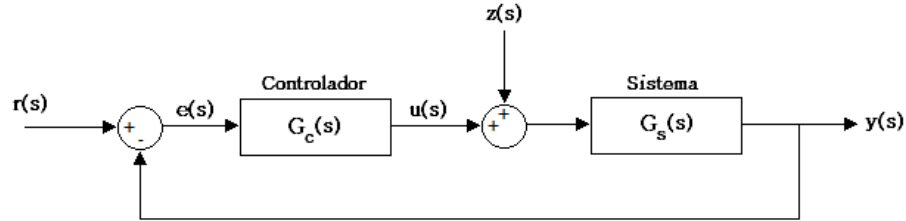
En este capítulo se abordará la sintonización de los controladores proporcional-integral (PI) y del regulador lineal cuadrático (LQR) de manera general, dando un amplio panorama de las diferentes acciones a tomar para obtener el desempeño deseado de la planta sobre la cual se está trabajando. También se abordará el diseño de los esquemas de control para cada uno de estos controladores, hechos especialmente para el SRM, por lo que se presenta en primer lugar cómo se derivó un sistema lineal del SRM a partir de un modelo matemático no lineal sobre el cual se hacen ciertas consideraciones, una vez hecho esto se presentan ambos esquemas de control. La sintonización de ambos esquemas de control hechos específicamente para el SRM será tarea del próximo capítulo.

### 3.1. Generalidades de sintonización del controlador PI

La sintonización de un controlador proporcional-integral consiste en encontrar la ganancia proporcional,  $K_c$  y el tiempo integral,  $T_i$  de manera que logren un comportamiento deseado del sistema, esto quiere decir, que tiene que cumplir con los requerimientos en estado permanente deseados. Los métodos de sintonización que se presentan en esta sección son los que se usaron posteriormente para obtener la ganancia proporcional y el tiempo integral en los lazos de corriente y de velocidad.

Empezaremos por definir los elementos que constituyen al sistema controlado como se hace en la referencia [18]. En la Figura 3.1 se muestra un sistema en lazo cerrado,





**Figura 3.1:** Sistema en lazo cerrado

el cual tiene un entrada denotada por  $r(s)$ , una perturbación  $z(s)$ , una señal de salida  $y(s)$ , así como un controlador, el cual nos ayudará a cumplir con la tarea de control, la cual puede ser de dos tipos, de regulación o de seguimiento.

La función de transferencia del sistema realimentado de la Figura 3.1 es

$$y(s) = \frac{G_c(s)G_s(s)}{1 + G_c(s)G_s(s)}r(s) + \frac{G_s(s)}{1 + G_c(s)G_s(s)}z(s) \quad (3.1)$$

Para el controlador trabajando como regulador, el valor final deseado debe permanecer constante, por lo que se desea que el sistema sea insensible ante las perturbaciones, por ello se hace  $r(s) = 0$  y la función de transferencia (3.1) queda como

$$y(s) = \frac{G_s(s)}{1 + G_c(s)G_s(s)}z(s) = G_{sr}(s)z(s) \quad (3.2)$$

Por otro lado si la tarea del controlador es la de seguir una trayectoria, el valor deseado final cambiará con el tiempo, para esto se hace  $z(s) = 0$  y la función de transferencia (3.1) es

$$y(s) = \frac{G_c(s)G_s(s)}{1 + G_c(s)G_s(s)}r(s) = G_{st}(s)r(s) \quad (3.3)$$

Observando las ecuaciones (3.2) y (3.3) detenidamente, notamos que la diferencia entre estas dos se encuentra en el numerador, el cual provocará una dinámica de ceros diferente para ambos casos, por lo que una sintonización del controlador para operar

como regulador no necesariamente tendrá el mismo desempeño para un controlador de seguimiento. Por esta razón se han desarrollado procedimientos de sintonización para ambos casos.

Los procedimientos de sintonización que se utilizaron en este trabajo de tesis fueron de regulación y en particular para sistemas de segundo y de tercer orden, por lo que a continuación se explicaran en detalle, dos métodos de sintonización que resuelven el problema de obtener la ganancia proporcional,  $K_c$  y el tiempo integral,  $T_i$ , éstos son:

▪ **Método de sintonización para sistemas de segundo orden**

Suponga un sistema con función de transferencia

$$G_s(s) = \frac{Ks}{s^2 + ps + K}$$

donde  $p$  y  $K$  son coeficientes conocidos. A este sistema se le aplica un control proporcional-integral con función de transferencia

$$G_c(s) = \frac{K_c(1 + sT_c)}{sT_c}$$

La función de transferencia de lazo cerrado del sistema completo es

$$G(s) = \frac{G_s(s)G_c(s)}{1 + G_s(s)G_c(s)} = \frac{K_cK(1 + sT_c)}{T_c(s^2 + ps + K) + K_cK(1 + sT_c)} \quad (3.4)$$

Si desarrollamos el polinomio característico de la función de transferencia (3.4) tenemos que

$$s^2 + (p + K_cK)s + \left( \frac{K_cK}{T_c} + K \right)$$

Podemos observar que se trata de un sistema de segundo orden por lo que podemos igualar los coeficientes de este polinomio característico con el polinomio característico general, el cual se obtiene de la función de transferencia para sistemas de segundo orden siguiente

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2}$$

Si igualamos los coeficientes de cada polinomio característico tenemos que

$$2\zeta w_n = p + K_c K$$

$$w_n^2 = \frac{K_c K}{T_c} + K$$

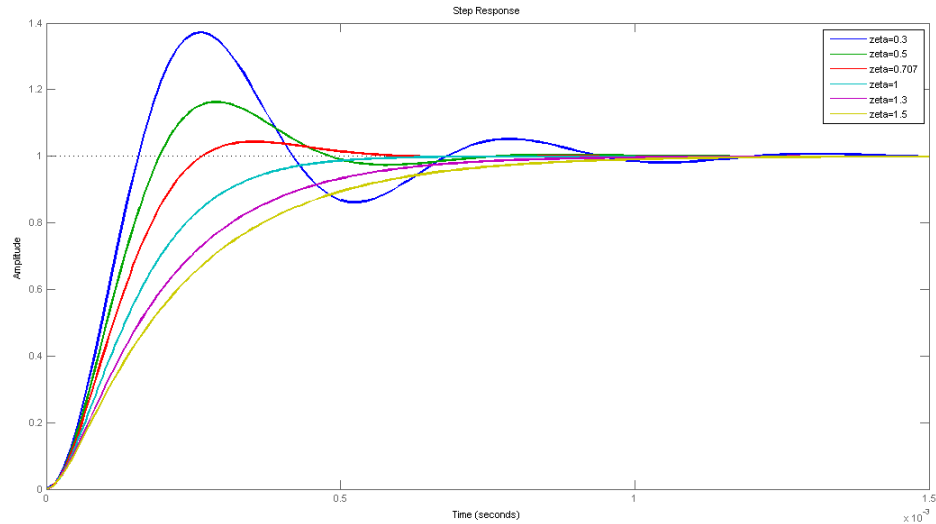
Por último despejamos  $K_c$  y  $T_c$  respectivamente, así se obtiene

$$K_c = \frac{2\zeta w_n - p}{K} \quad (3.5)$$

$$T_c = \frac{K_c K}{w_n^2 - K} \quad (3.6)$$

Si analizamos detenidamente las ecuaciones (3.5) y (3.6), nos podemos dar cuenta que los parámetros que nos faltan definir son  $\zeta$  y  $w_n$ , que son el factor de amortiguamiento y la frecuencia natural no amortiguada respectivamente. Para la elección de estos parámetros nos basaremos en el efecto que tiene el factor de amortiguamiento sobre la respuesta final del sistema.

Como podemos observar en la Figura 3.2, para valores de  $\zeta$  menores a uno se obtiene un comportamiento subamortiguado de la respuesta final, es decir, presenta más oscilaciones, si  $\zeta$  es mayor que uno, se obtiene un comportamiento sobreamortiguado de la respuesta final, pero existe un valor de  $\zeta = 0.707$  en donde la respuesta final presenta oscilaciones más suaves y una convergencia a la referencia más rápida. Por lo tanto, es conveniente elegir este valor del factor de amortiguamiento, además presenta una característica especial, que para los fines de esta tesis es conveniente. Esta característica radica en que al elegir  $\zeta = 0.707$ , la relación ancho de banda contra frecuencia natural no amortiguada es lineal, por lo que partiendo de la definición matemática del ancho de banda



**Figura 3.2:** Efecto del factor de amortiguamiento sobre la respuesta final del sistema

$$BW = w_n \sqrt{(1 - 2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

Si elegimos  $\zeta = 0.707$

$$BW \cong w_n$$

Por lo tanto el valor que eligamos de  $w_n$  será aproximadamente el ancho de banda que tendrá nuestro sistema.

- **Método de sintonización para sistemas de tercer orden. (Óptimo simétrico)**

El método del óptimo simétrico se basa en la idea de encontrar un controlador que haga que la respuesta en frecuencia del sistema, desde la referencia hasta la salida del mismo, sea lo más cercana a uno para bajas frecuencias. Si  $G(s)$  es la función de transferencia del sistema, desde la referencia hasta su salida, el controlador es determinado de tal manera que  $G(0) = 1$  y que  $d^n|G(j\omega)|/d\omega^n = 0$  en  $\omega = 0$ , derivando las veces

que se sean necesarias. Para entender mejor este concepto a continuación se muestra un ejemplo, el cual es un sistema de tercer orden y tiene la función de transferencia de lazo cerrado siguiente

$$G(s) = \frac{a_3}{s^3 + a_1s^2 + a_2s + a_3} \quad (3.7)$$

En primera instancia, si evaluamos  $G(s)$  en cero, el valor que obtenemos es uno, posteriormente para el criterio de las derivadas, es necesario sacar la magnitud de la función de transferencia, por ello evaluamos  $G(s)$  en  $j\omega$ , así

$$G(j\omega) = \frac{a_3}{(a_3 - a_1\omega^2) + j(a_2\omega - \omega^3)}$$

Multiplicando por el complejo conjugado del denominador y sacando la magnitud de  $G(j\omega)$  se obtiene

$$|G(j\omega)| = \frac{a_3}{\sqrt{a_3^2 + (a_2^2 - 2a_1a_3)\omega^2 + (a_1^2 - 2a_2)\omega^4 + \omega^6}}$$

Derivando cinco veces  $|G(j\omega)|$  se hará cero en  $\omega = 0$  y también si elegimos  $a_1$  y  $a_2$  de la siguiente manera

$$\begin{aligned} a_1^2 &= 2a_2 \\ a_2^2 &= 2a_1a_3 \end{aligned}$$

Por lo tanto los coeficientes de la función de transferencia (3.7) quedan de la siguiente forma

$$\begin{aligned} a_3 &= \omega_o^3 \\ a_1 &= 2\omega_o \\ a_2 &= 2\omega_o^2 \end{aligned}$$

Y la función de transferencia (3.7) se convierte en

$$G(s) = \frac{\omega_o^3}{s^3 + 2\omega_o s^2 + 2\omega_o^2 s + \omega_o^3} = \frac{\omega_o^3}{(s + \omega_o)(s^2 + \omega_o s + \omega_o^2)} \quad (3.8)$$

La función de transferencia (3.8) también puede ser obtenida a través de un controlador proporcional-integral, por ejemplo, si el proceso a estudiar tiene la función de transferencia

$$G_s(s) = \frac{\omega_o^2}{s(s + 2\omega_o)}$$

Y el controlador PI tiene como parámetros  $K = 2$  y  $T_i = 2/\omega_o$  y una función de transferencia

$$G_c(s) = \frac{2 \left( 1 + s \left( \frac{2}{\omega_o} \right) \right)}{s \left( \frac{2}{\omega_o} \right)}$$

Da como resultado la función de transferencia de lazo abierto

$$G_{SO}(s) = \frac{\omega_o^2(2s + \omega_o)}{s^2(s + 2\omega_o)} \quad (3.9)$$

El método del óptimo simétrico tiene como objetivo obtener la función de transferencia dada por la ecuación (3.9). El diagrama de Bode de esta función de transferencia es simétrica alrededor de la frecuencia  $\omega = \omega_o$ , de aquí el origen de su nombre.

La función de transferencia de lazo cerrado es

$$G'(s) = \frac{G_{SO}(s)}{1 + G_{SO}(s)} = \frac{(2s + \omega_o)\omega_o^2}{(s + \omega_o)(s^2 + \omega_o s + \omega_o^2)} \quad (3.10)$$

Esta función de transferencia no da una respuesta completamente plana, por el cero del numerador, y tendrá un sobrepaso del 43 %, sin embargo es la mejor aproximación para sistemas que tienen la forma de la ecuación (3.10).

A continuación veremos un ejemplo en el cual se muestra la obtención de la ganancia,  $K_c$  y el tiempo integral,  $T_c$ . Consideraremos la función de transferencia

$$G'_p(s) = \frac{K_p}{s(1 + sT)}$$

Y un control PI con función de transferencia

$$G'_c(s) = \frac{K_c(1 + sT_c)}{sT_c}$$

Lo que nos lleva a la función de transferencia de lazo abierto

$$G_{la}(s) = \frac{K_p K_c (1 + sT_c)}{s^2 T_c (1 + sT)}$$

Para que esta función de transferencia sea igual a  $G_{SO}(s)$ , la ganancia  $K_c$  y el tiempo integral  $T_c$  deben de tener la siguiente forma

$$K_c = \frac{1}{2K_p T} \tag{3.11}$$

$$T_c = 4T \tag{3.12}$$

Con las ecuaciones (3.11) y (3.12) podemos sintonizar los esquemas de control sobre los que se trabajaron en esta tesis. Este método de sintonización se puede encontrar en la referencia [19].

## 3.2. Generalidades de sintonización del controlador LQR

En la sintonización de este controlador se mostrarán dos métodos posibles para su realización, los cuales son:

- Método a prueba y error.
- Por posicionamiento de polos de lazo cerrado.

Primeramente se necesita representar al sistema a controlar en espacio de estados, de la siguiente manera

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.13)$$

$$y = Cx + Du \quad (3.14)$$

donde:

- $x$  es el vector de estado, de dimensión  $n$
- $u$  es el vector de entradas, de dimensión  $m$
- $y$  es el vector de salida, de dimensión  $p$
- $A$  es la matriz del sistema, de dimensiones  $n \times n$
- $B$  es la matriz de entradas, de dimensiones  $n \times m$
- $C$  es la matriz de salida, de dimensiones  $p \times n$
- $D$  es la matriz de alimentación directa, de dimensiones  $p \times m$

Posteriormente se necesita saber si el sistema representado por las ecuaciones (3.13) y (3.14) es controlable, esto se hace obteniendo el rango de la matriz de controlabilidad, si ésta es de rango completo, es decir, el rango de la matriz es igual al número de variables de estado, el sistema es controlable. El rango de una matriz es un escalar, el cual nos indica el número de filas y columnas linealmente independientes entre sí. La matriz de controlabilidad se obtiene de la siguiente forma

$$\mathcal{C} = [B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]$$

Una vez que se sabe que el sistema es controlable, el objetivo del controlador es determinar la matriz  $K$  que cumpla con la ley de control

$$u(t) = -Kx(t)$$

donde  $K$  es la matriz de ganancias del control. También es necesario minimizar la función de costo

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$



donde  $Q$  y  $R$  son llamadas *matrices de peso*, las cuales son los elementos a sintonizar. La matriz  $Q$  debe ser positiva definida o positiva semidefinida de orden  $n \times n$  y la matriz  $R$  debe ser positiva definida de orden  $m \times m$ .

### Método a prueba y error

Generalmente la sintonización de las matrices  $Q$  y  $R$  se ha hecho empíricamente y hasta cierto punto es arbitraria, por lo tanto los elementos de estas matrices se deben seleccionar de acuerdo a los requerimientos de estado permanente del sistema a controlar, el mejor control será el que logre estabilizar a los estados en el menor tiempo posible y con el menor uso de energía por parte del control [20].

La forma más difundida de elegir los elementos de las matrices  $Q$  y  $R$  es de la forma diagonal, como se muestra a continuación

$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & q_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & q_{nn} \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} r_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & r_{mm} \end{bmatrix}$$

donde en la diagonal principal de  $Q$  estamos considerando el peso que se va a tener sobre las desviaciones del punto de equilibrio del sistema y en la diagonal principal de la matriz  $R$  consideramos el peso de la energía utilizada para realizar el control.

### Por posicionamiento de polos de lazo cerrado

Otra manera de sintonizar este controlador es considerar  $Q = M^T M$ , donde  $M$  es una matriz de  $p \times n$ , con  $p \leq n$ . La matriz  $M$  tiene esta representación

$$x^T Q x = x^T M^T M x = z^T z$$

Donde  $z = Mx$  puede ser vista como una salida controlada. La matriz  $R$  se debe elegir como  $R = \rho I$ .

Si elegimos de esta manera las matrices  $Q$  y  $R$  tenemos que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. El par  $(A, B)$  debe de ser estabilizable. Esto significa que al dividir el sistema en su dinámica controlable y no controlable los valores propios de la dinámica no controlable deben tener parte real negativa.
2. El par  $(A, M)$  debe de ser detectable. Esto quiere decir que al dividir el sistema en su dinámica observable y no observable los valores propios de la dinámica no observable deben tener parte real negativa.
3. La matriz  $P$  debe ser simétrica y postiva semidefinida, es decir de la forma

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1n} \\ P_{12} & P_{22} & \dots & P_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{1n} & P_{2n} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \geq 0$$

Tomando en cuenta estas consideraciones el procedimiento de sintonización es el siguiente [21]:

1. Verificar que el par  $(A, B)$  sea estabilizable.
2. Elegir una matriz  $M$ , tal que el par  $(A, M)$  sea detectable.
3. Formar las matrices  $Q$  y  $R$  de la siguiente forma:  $Q = M^T M$  y  $R = \rho I$ .
4. Resolver la ecuación de Ricatti algebraica

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0$$

Para una matriz  $P$  simétrica de orden  $n \times n$ .

Es necesario hacer énfasis en que los elementos de esta matriz serán los elementos que queremos encontrar.

5. Resolver el sistema de ecuaciones para encontrar los elementos de la matriz  $P$  y comprobar si ésta es positiva semidefinida.

6. Encontrar la matriz  $K$  de la siguiente forma

$$K = R^{-1}B^T P$$

7. Determinar los valores propios de lazo cerrado, utilizando la matriz  $(A - BK)$ .
8. Los valores propios de lazo cerrado estarán en función de  $\rho$  por lo que podemos elegir el valor de éstos dándole un valor a este parámetro.

Como los valores propios de lazo cerrado corresponden a los polos del sistema en lazo cerrado, se deberán escoger de tal manera que cumplan con las condiciones deseadas de la respuesta final del sistema.

### 3.3. Diseño de los esquemas de control para el SRM

Para el diseño de los controladores del SRM necesitamos conocer el modelo dinámico lineal del motor de reluctancia conmutada, ya que los controladores que vimos con anterioridad sólo son usados para sistemas lineales.

En la literatura encontramos gran variedad de ecuaciones que representan matemáticamente al SRM, todas estas ecuaciones son no lineales, por lo tanto tendremos que derivar un modelo lineal del SRM a partir de alguna de estas ecuaciones. En la referencia [10] se presenta un modelo lineal denominado *modelo de señal pequeña*, éste se obtiene a partir de un par de ecuaciones no lineales del SRM. A continuación, se presentará el desarrollo completo de la obtención de este modelo de *señal pequeña*, empezaremos por manipular las siguientes ecuaciones

$$v = R_s i + \frac{d\lambda(\theta, i)}{dt} \quad (3.15)$$

$$T_e(\theta, i) - T_l = J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m \quad (3.16)$$

donde  $R_s$  es la resistencia de fase,  $J$  es el valor de la inercia del motor,  $B$  es el coeficiente de fricción del motor,  $T_e$  es el par generado,  $T_l$  es el par de carga,  $\lambda$  es el flujo y  $\omega_m$  es la velocidad angular.

En las ecuaciones (3.15) y (3.16) el flujo,  $\lambda$  y el par generado,  $T_e$ , dependen de la corriente de fase y de la posición del rotor. Usando la relación  $L(\theta, i)i = \lambda(\theta, i)$ , la ecuación de voltaje queda de la siguiente manera

$$v = R_s i + \frac{dL(\theta, i)i}{dt} = R_s i + L(\theta, i) \frac{di}{dt} + \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \omega_m i \quad (3.17)$$

En la ecuación (3.17) se observan tres términos del lado izquierdo de la igualdad, que representan la caída de voltaje en la resistencia, la caída de voltaje en el inductor y la fem inducida respectivamente. Se sabe que la inductancia varía como una función de la posición del rotor y la corriente, de esta manera el par generado puede escribirse como

$$T_e = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} \quad (3.18)$$

Sustituyendo (3.18) en (3.16) la ecuación mecánica final resulta en

$$\frac{1}{2} i^2 \frac{dL(\theta, i)}{d\theta} - T_l = J \frac{d\omega_m}{dt} + B \omega_m \quad (3.19)$$

La ecuación mecánica (3.19) y la ecuación eléctrica (3.17) (ésta última corresponde solamente a una fase del motor), son las que usaremos para obtener el modelo lineal del SRM. Los estados del sistema son la velocidad del rotor  $\omega_m$  y la corriente de fase  $i$ , además se tomarán las siguientes consideraciones:

1. La inductancia,  $L = L(\theta, i)$ , se asume constante y se calcula como el valor medio de la inductancia alineada y la inductancia desalineada a la corriente nominal.
2. La derivada de la inductancia con respecto a la posición del rotor también es considerada como constante y es calculada entre los ángulos de conducción a la corriente nominal. Esta derivada tiene sólo un pequeño cambio sobre el rango de operación del motor.

Antes de obtener el *modelo de señal pequeña* definiremos el punto de equilibrio alrededor del cual se linealizará el modelo no lineal del SRM. Para esto parametrizaremos

las ecuaciones mecánica y eléctrica con respecto de la velocidad angular.

Como ya se había mencionado, los estados del sistema son la velocidad  $\omega_m$  y la corriente de fase  $i$ , por ello

$$x_1 = \delta i \quad (3.20)$$

$$x_2 = \delta \omega_m \quad (3.21)$$

El símbolo  $\delta$ , nos indica las variables de *señal pequeña*. La entrada de nuestro sistema es el voltaje

$$u = \delta v \quad (3.22)$$

Las salidas de nuestro sistema serán la velocidad  $\delta \omega_m$  y la corriente de fase  $\delta i$

$$y_1 = \delta i \quad (3.23)$$

$$y_2 = \delta \omega_m \quad (3.24)$$

Si volvemos a escribir las ecuaciones (3.19) y (3.17) en términos de las ecuaciones (3.20) - (3.24) tenemos que

$$\dot{x}_1 = \frac{1}{L} \left[ u - R_s x_1 - \frac{dL}{d\theta} x_1 x_2 \right] \quad (3.25)$$

$$\dot{x}_2 = \frac{1}{J} \left[ \frac{dL}{d\theta} x_1^2 - T_l - B x_2 \right] \quad (3.26)$$

Las ecuaciones (3.25) y (3.26) se igualan a cero para poder encontrar el punto de equilibrio

$$\frac{1}{L} \left[ U - R_s X_1 - \frac{dL}{d\theta} X_1 X_2 \right] = 0 \quad (3.27)$$

$$\frac{1}{J} \left[ \frac{dL}{d\theta} X_1^2 - T_l - B X_2 \right] = 0 \quad (3.28)$$

Como se va a parametrizar con respecto de  $\delta\omega_n$ , las ecuaciones (3.27) y (3.28) deben de estar sólo en función de  $X_2$ , por lo tanto de la ecuación (3.28) tenemos que

$$X_1 = \sqrt{\frac{2}{\frac{dL}{d\theta}} [T_l + B X_2]} \quad (3.29)$$

Y de la ecuación (3.27) se tiene que

$$U = \left[ R_s + \frac{dL}{d\theta} X_2 \right] \sqrt{\frac{2}{\frac{dL}{d\theta}} [T_l + B X_2]} \quad (3.30)$$

Por lo tanto el punto de equilibrio es el siguiente

$$(X, U, Y) = \begin{cases} X = \left( \sqrt{\frac{2}{\frac{dL}{d\theta}} [T_l + B X_2]}, & X_2 \right) \\ U = \left[ R_s + \frac{dL}{d\theta} X_2 \right] \sqrt{\frac{2}{\frac{dL}{d\theta}} [T_l + B X_2]} \\ Y = \left( \sqrt{\frac{2}{\frac{dL}{d\theta}} [T_l + B X_2]}, & X_2 \right) \end{cases}$$

Una vez que se obtiene el punto de equilibrio podemos obtener el modelo lineal del motor de reluctancia conmutada, esto se hace derivando parcialmente las ecuaciones (3.25) y (3.26) y formando las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$  de la siguiente forma

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \Bigg|_{(X,U)} x + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{x}_1}{\partial u} \\ \frac{\partial \dot{x}_2}{\partial u} \end{bmatrix} \Bigg|_{(X,U)} u$$

$$y = \begin{bmatrix} \frac{\partial y_1}{\partial x_1} & \frac{\partial y_1}{\partial x_2} \\ \frac{\partial y_2}{\partial x_1} & \frac{\partial y_2}{\partial x_2} \end{bmatrix} \bigg|_{(X,U)} x$$

Así el sistema lineal del motor de reluctancia conmutada queda conformado de la siguiente manera

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L} - \frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} X_2 & -\frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} X_1 \\ \frac{1}{J} \frac{dL}{d\theta} X_1 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3.31)$$

Y con ecuación de salidas

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x \quad (3.32)$$

Las ecuaciones (3.31) y (3.32) serán utilizadas posteriormente para el diseño y sintonización del controlador LQR, mientras que para el controlador proporcional-integral, estas ecuaciones se representarán de manera explícita al lector de la siguiente manera

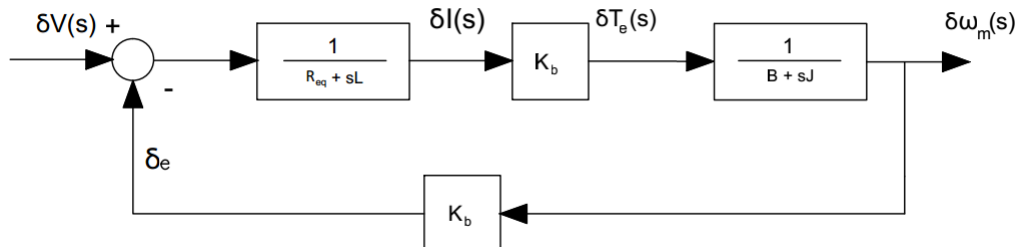
$$\frac{d\delta i}{dt} = \left[ -\frac{R_s}{L} - \frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} X_2 \right] \delta i - \left[ \frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} X_1 \right] \delta w_m + \frac{1}{L} \delta v \quad (3.33)$$

$$\frac{d\delta w_m}{dt} = \left[ \frac{1}{J} \frac{dL}{d\theta} X_1 \right] \delta i - \frac{B}{J} \delta w_m \quad (3.34)$$

Con las ecuaciones eléctrica y mecánica, (3.33) y (3.34) respectivamente, se realizará el diseño y sintonización del controlador proporcional-integral.

### 3.3.1. Control PI

El control proporcional-integral que se diseñará a continuación tendrá la tarea de regulación. Hay que tomar en cuenta que se realizará un PI para la regulación de la corriente de fase y un PI para la regulación de la velocidad angular.



**Figura 3.3:** Diagrama de bloques del sistema linealizado del SRM

Primeramente es necesario obtener la función de transferencia del SRM, ya que el control opera en el dominio de la frecuencia, por consiguiente de las ecuaciones (3.33) y (3.34) se hacen las siguientes sustituciones

$$R_{eq} = R_s + \frac{dL}{d\theta} X_2 \quad (3.35)$$

$$K_b = \frac{dL}{d\theta} X_1 \quad (3.36)$$

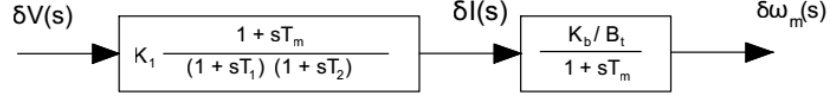
$$\delta e = \frac{dL}{d\theta} X_1 \delta \omega_m \quad (3.37)$$

donde  $R_{eq}$  es la resistencia equivalente,  $K_b$  es la constante de la fem y  $\delta e$  es la fem inducida. Tomando en cuenta estas ecuaciones en conjunto con el modelo lineal del SRM, se obtiene el diagrama de bloques de la Figura 3.3. Este modelo es similar a un motor de corriente directa excitado separadamente [22].

El par de carga es considerado como una componente friccional del sistema. Es necesario hacer énfasis en que sólo se presenta un lazo de corriente, sin embargo, para un motor de  $q$ -fases habrá  $q$  lazos de corriente.

Podemos ver que los lazos de corriente y de la fem inducida se cruzan, de manera que se dificulta el diseño de un controlador tanto de corriente como de velocidad, entonces hay que remover el lazo de la fem inducida y ordenarlo de tal manera que nos lleve




**Figura 3.4:** Diagrama de bloques reducido

a un diagrama de bloques que contenga sólo dos funciones de transferencia, como el mostrado en la Figura 3.4 donde

$$B_t = B + B_l \quad (3.38)$$

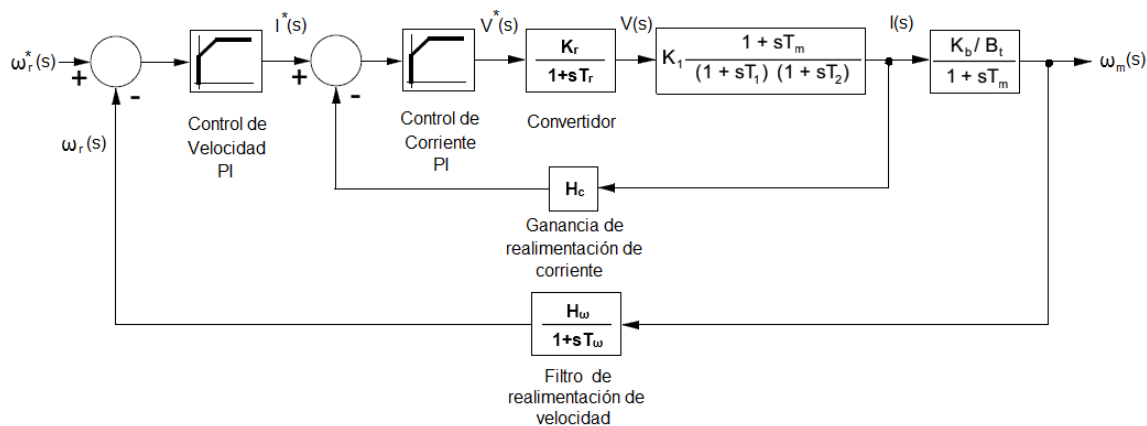
$$K_1 = \frac{B_t}{K_b^2 + R_{eq}B_t} \quad (3.39)$$

$$T_m = \frac{J}{B_t} \quad (3.40)$$

$$-\frac{1}{T_1} = -\frac{1}{T_2} = -\frac{1}{2} \left[ \frac{B_t}{J} + \frac{R_{eq}}{L} \right] \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{B_t}{J} + \frac{R_{eq}}{L} \right]^2 - \frac{K_b^2 + R_{eq}B_t}{JL}} \quad (3.41)$$

Una vez calculado el valor de estas constantes tenemos la información suficiente para realizar el control de corriente y velocidad del SRM. El diagrama de bloques del control se observa en la Figura 3.5. Como ya se sabe, sólo se está considerando una fase del motor de manera que habrá tantos lazos de corriente como fases tenga el motor.

La velocidad del rotor,  $w_m(s)$ , es convertida en una señal de voltaje por medio de un tacogenerador, después se filtra para obtener  $w_r(s)$ , este paso lo hace el bloque *filtro de realimentación de velocidad* y se compara con la referencia  $w_r^*(s)$ , esta señal pasa por un control de velocidad, el cual es un PI, a la salida se genera una señal de corriente deseada,  $I^*$ . Esta corriente se compara con una ganancia  $H_c$ , para generar un error, el cual se introduce a un control de corriente que también es un PI y se generará una señal de voltaje,  $V^*(s)$ , la cual se introducirá en un bloque llamado *Convertidor*, que producirá el voltaje adecuado para el SRM. Este convertidor se modela como una



**Figura 3.5:** Diagrama de bloques del control PI para el SRM

ganancia con un retraso de primer orden. La ganancia del convertidor se calcula de la siguiente manera

$$K_r = \frac{V_{dc}}{V_c} \quad (3.42)$$

donde  $V_{dc}$  es el voltaje nominal del motor y  $V_c$  es el voltaje máximo de la señal de control que acepta el motor. La constante de tiempo del convertidor,  $T_r$ , asumiendo un control por modulación de ancho de pulsos (*PWM*) el cual involucra una frecuencia de la señal portadora,  $f_c$ , está dada por

$$T_r = \frac{T_c}{2} = \frac{1}{2f_c} \quad (3.43)$$

Hasta este momento se tiene lo necesario para empezar a sintonizar el control proporcional-integral tanto de corriente como de velocidad, sólo hace falta escoger un punto de equilibrio adecuado. En el Capítulo 4 se realizará la sintonización de ambos controladores PI.

### 3.3.2. Control LQR

Para diseñar el control LQR necesitamos que el sistema esté expresado en variables de estado. Al obtener el modelo lineal del motor de reluctancia conmutada llevamos a

cabo esta acción, por lo que a continuación se resaltarán los principales puntos que llevaron a la obtención del modelo lineal para después diseñar el control LQR para el SRM.

Las variables de estado del sistema son la corriente de fase de *señal pequeña*,  $\delta i$  y la velocidad angular de *señal pequeña*,  $\delta w_m$ , por consiguiente el vector de estado tiene la siguiente forma

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta i \\ \delta w_m \end{bmatrix}$$

La entrada de nuestro sistema es el voltaje de fase de *señal pequeña*, por lo que el vector de entrada del sistema es

$$[u] = [\delta v]$$

Por último se eligió como salida todo el vector de estados, por lo que las salidas serán variables de *señal pequeña*, las cuales son la corriente de fase y la velocidad, por lo tanto el vector de salidas tiene la siguiente forma

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta i \\ \delta w_m \end{bmatrix}$$

Ya que hemos establecido las variables de estado, entradas y salidas de nuestro sistema, el modelo lineal del motor de reluctancia conmutada es el siguiente

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L} - \frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} X_2 & -\frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} X_1 \\ \frac{1}{J} \frac{dL}{d\theta} X_1 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u$$

Y con ecuación de salidas

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x$$

Este modelo lineal del SRM contiene las matrices  $A$  y  $B$  necesarias en el procedimiento

---

de determinación de la matriz  $K$ , sólo hace falta elegir un punto de equilibrio adecuado. La matriz  $K$  tiene que cumplir con la ley de control

$$u(t) = -Kx(t)$$

Para encontrar la matriz óptima  $K$ , se tiene que resolver la ecuación de Ricatti algebraica para la matriz  $P$ , la cual tiene la característica de que es un matriz simétrica y además es positiva semidefinida. Esta ecuación necesita el conocimiento de las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $R$  y  $Q$ . La ecuación de Ricatti algebraica es

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

donde la matriz  $Q$  debe ser positiva semidefinida y la matriz  $R$  debe ser positiva definida. Una vez obtenida la matriz  $P$ , podemos calcular la matriz óptima  $K$  de la siguiente manera

$$K = R^{-1}B^T P$$

En la Figura 3.6 se observa cómo implementar este control.

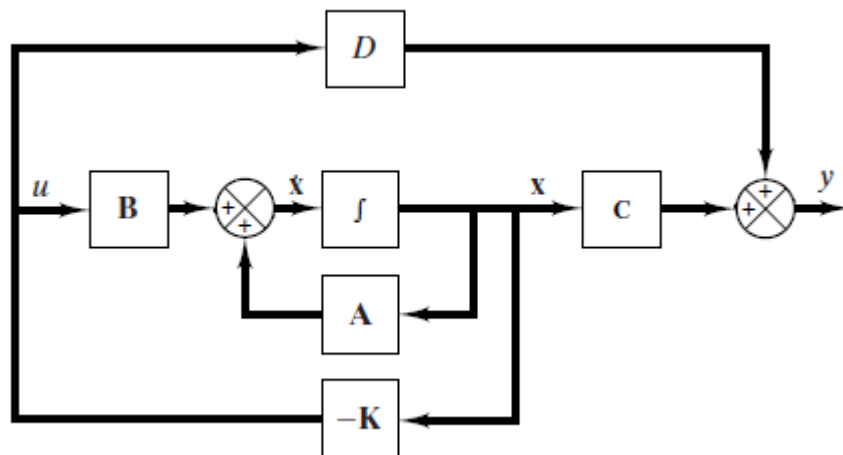


Figura 3.6: Control LQR para el SRM

Se hace la observación de que este esquema de control sólo representa una fase del SRM. La sintonización de este control, es decir, cómo encontrar los elementos de las matrices  $Q$  y  $R$ , se verá en el Capítulo 4.

## Capítulo 4

# Resultados

En este capítulo, en primera instancia, veremos la sintonización del controlador proporcional-integral, tanto de corriente como de velocidad, para el motor de reluctancia conmutada, y al final veremos ambos PI's en conjunto, como se diseñó en el Capítulo 3. En la segunda parte de este capítulo veremos la sintonización del controlador LQR. Los controladores se probarán con un SRM propuesto en la referencia [10], el cual tiene los siguientes parámetros dinámicos:

<b>Parámetros del SRM</b>	
Niveles de la señal de control	$\pm 10$ V
Voltaje de DC	400 V
Corriente máxima	15 A
Frecuencia de corte del PWM	8 kHz
Resistencia de fase	0.931 $\Omega$
Potencia	5 hp
Corriente nominal	10 A
Velocidad nominal	2500 rpm
Constante de fricción del rotor	0.001 N· m/rad/s
Inercia del rotor	0.006 kgm <sup>2</sup>
Ganancia de realimentación de velocidad	0.00383 V/rad/s
Constante de tiempo de realimentación de velocidad	0.1 s

**Tabla 4.1:** Parámetros del SRM

El sistema se linealizará alrededor de la corriente nominal,  $i_o$  y la velocidad nominal,  $w_{mo}$ , por lo que las ecuaciones (3.31) y (3.32) quedan de la siguiente manera

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L} - \frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} w_{mo} & -\frac{1}{L} \frac{dL}{d\theta} i_o \\ \frac{1}{J} \frac{dL}{d\theta} i_o & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (4.1)$$

Y con ecuación de salidas

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x \quad (4.2)$$

Para que se pueda linealizar alrededor de la corriente nominal, que es de 10A, se tendrá que considerar un par de carga,  $T_l$ , de 11.439Nm y además para ser congruentes con las unidades, la velocidad nominal se convertirá de revoluciones por minuto a radianes entre segundo, así  $2500rpm = 261.7994rad/s$ . Por lo tanto el punto de equilibrio queda de la siguiente manera

$$(X, U, Y) = \begin{cases} X = (10, 261.7994) \\ U = 620.5 \\ Y = (10, 261.7994) \end{cases}$$

## 4.1. Sintonización del controlador PI

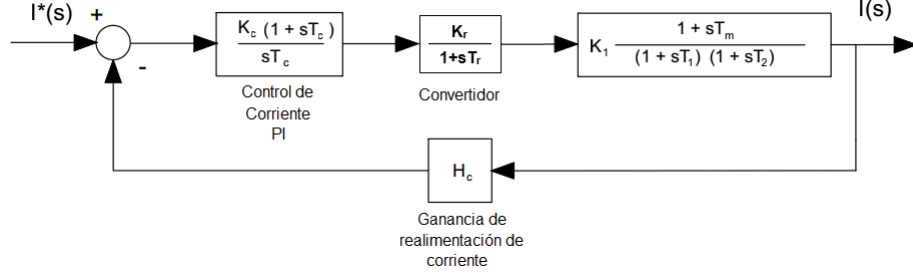
### • Sintonización del controlador PI de corriente

En la sintonización de este controlador utilizaremos el diagrama de bloques de la Figura 4.1, el cual se extrae de la Figura 3.5 del Capítulo 3, y representa sólo el lazo de corriente.

La función de transferencia del control proporcional-integral es

$$G_c(s) = \frac{K_c(1 + sT_c)}{sT_c} \quad (4.3)$$

Para la sintonización, primeramente haremos algunas suposiciones que afectan directamente el lazo de control de la Figura 4.1, las cuales son:



**Figura 4.1:** Diagrama de bloques del lazo de corriente

1. El tiempo de retardo del convertidor es despreciable, dado que la frecuencia de conmutación es al menos diez veces mayor que la constante eléctrica del lazo de corriente. Por lo tanto el bloque *Convertidor* será modelado sólo como una ganancia,  $K_r$ .
2. Dado que la constante de tiempo del sistema,  $T_m$ , es grande,  $(1 + sT_m)$  se puede aproximar como  $sT_m$ .

Tomando en cuenta estas suposiciones, la función de transferencia de lazo cerrado es la siguiente

$$\frac{I(s)}{I^*(s)} = \frac{K_c K_r K_1 T_m (1 + sT_c)}{T_c (1 + sT_1)(1 + sT_2) + H_c K_c K_r K_1 T_m (1 + sT_c)} \quad (4.4)$$

Para poder obtener la ganancia proporcional y el tiempo integral, es necesario especificar un ancho de banda para el lazo de corriente basado en la frecuencia de conmutación del convertidor, por lo que para poder aproximar el convertidor como una simple ganancia, el ancho de banda del convertidor debe ser diez veces más rápido que el ancho de banda del lazo de corriente (suposición 1).

Ya que se desea un ancho de banda para el sistema, se utilizará el procedimiento para sintonizar sistemas de segundo orden, explicado en el Capítulo 3, por lo tanto para la sintonización de este controlador, se requiere el polinomio característico de la función de transferencia (4.4), el cual es

$$s^2 + \left[ \frac{T_1 + T_2 + H_c K_c K_r K_1 T_m}{T_1 T_2} \right] s + \left[ \frac{H_c K_c K_r K_1 T_m + T_c}{T_c T_1 T_2} \right]$$



Como el polinomio característico es de segundo orden, la frecuencia natural no amortiguada  $\omega_n$ , y el factor de amortiguamiento  $\zeta$ , de un sistema de segundo orden, se pueden usar para obtener los parámetros de sintonización  $K_c$  y  $T_c$ , por lo que se hacen las siguientes igualdades

$$2\zeta\omega_n = \frac{T_1 + T_2 + H_c K_c K_r K_1 T_m}{T_1 T_2} \quad (4.5)$$

$$\omega_n^2 = \frac{H_c K_c K_r K_1 T_m + T_c}{T_c T_1 T_2} \quad (4.6)$$

Dadas una frecuencia natural no amortiguada y un factor de amortiguamiento, las ecuaciones (4.5) y (4.6) se resuelven para la ganancia proporcional  $K_c$  y el tiempo integral  $T_c$  llegando a que:

$$K_c = \frac{2\zeta T_1 T_2 \omega_n - T_1 - T_2}{H_c K_r K_1 T_m} \quad (4.7)$$

$$T_c = \frac{H_c K_c K_r K_1 T_m}{T_1 T_2 \omega_n^2 - 1} \quad (4.8)$$

Como se explicó anteriormente, la inductancia de fase,  $L$ , es constante, y se asume como el valor medio de la inductancia alineada y la inductancia desalineada a la corriente nominal. Para este motor el valor de  $L$  es de 22.1mH.

La derivada de la inductancia con respecto a la posición del rotor también es constante, y es la pendiente de la curva del perfil de inductancia de la Figura 2.5. Para este motor la pendiente es de 0.234H/rad.

Utilizando las ecuaciones (3.35) y (3.36) podemos calcular la resistencia equivalente  $R_{eq}$ , y la constante de la fem  $K_b$  por lo que

$$R_{eq} = R_s + \frac{dL}{d\theta} \omega_{mo} = 62.005\Omega$$

$$K_b = \frac{dL}{d\theta} i_o = 2.34$$

También calcularemos las constantes de tiempo y las ganancias que aparecen en el lazo de corriente, tomando en consideración los parámetros de la Tabla 4.1 a continuación se muestra la obtención de dichas constantes:

- Ganancia del convertidor

$$K_r = \frac{V_{dc}}{V_c} = 40$$

- Ganancia del transductor de corriente

$$H_c = \frac{V_c}{i_o} = 1 \frac{V}{A}$$

- Constante de fricción del motor

$$B_t = B + B_l = 0.001 N \cdot m / rad / s$$

- Constantes de tiempo y ganancias de la función de transferencia del motor

$$K_1 = \frac{B_t}{K_b^2 + R_{eq} B_t} = 0.1826 \times 10^{-3}$$

$$T_m = \frac{J}{B_t} = 6s$$

$$T_1 = - \frac{1}{-\frac{1}{2} \left[ \frac{B_t}{J} + \frac{R_{eq}}{L} \right] + \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{B_t}{J} + \frac{R_{eq}}{L} \right]^2 - \frac{K_b^2 + R_{eq} B_t}{JL}}} = 66.8 \times 10^{-3} s$$

$$T_2 = - \frac{1}{-\frac{1}{2} \left[ \frac{B_t}{J} + \frac{R_{eq}}{L} \right] - \sqrt{\frac{1}{4} \left[ \frac{B_t}{J} + \frac{R_{eq}}{L} \right]^2 - \frac{K_b^2 + R_{eq} B_t}{JL}}} = 358.31 \times 10^{-6} s$$

Lo último que nos falta establecer es un ancho de banda adecuado, el cual se elegirá de 1600Hz para cumplir con las especificaciones antes mencionadas, y un factor de amortiguamiento, el cual será de  $\zeta=0.707$  para tener todo lo necesario para calcular los parámetros de sintonización. Por lo tanto

$$K_c = \frac{2\zeta T_1 T_2 \omega_n - T_1 - T_2}{H_c K_r K_1 T_m} = 6.2341$$

$$T_c = \frac{H_c K_c K_r K_1 T_m}{T_1 T_2 \omega_n^2 - 1} = 112.94 \times 10^{-6} s$$

Para comprobar la sintonización de este controlador, se realizó una simulación con un paso de 0.1ms, y para una entrada escalón de valor final de 10A. La respuesta al escalón se muestra en la Figura 4.2(a), donde se puede ver que se regula la corriente a 10A en un tiempo menor a 1ms, en la Figura 4.2(b) se muestra la respuesta en frecuencia, donde el ancho de banda (que es la frecuencia a la cual la magnitud cae 3dB) es de  $17.1 \times 10^3 \text{rad/s}$ , que equivale a 2721.55Hz.

#### • Sintonización del controlador PI de velocidad

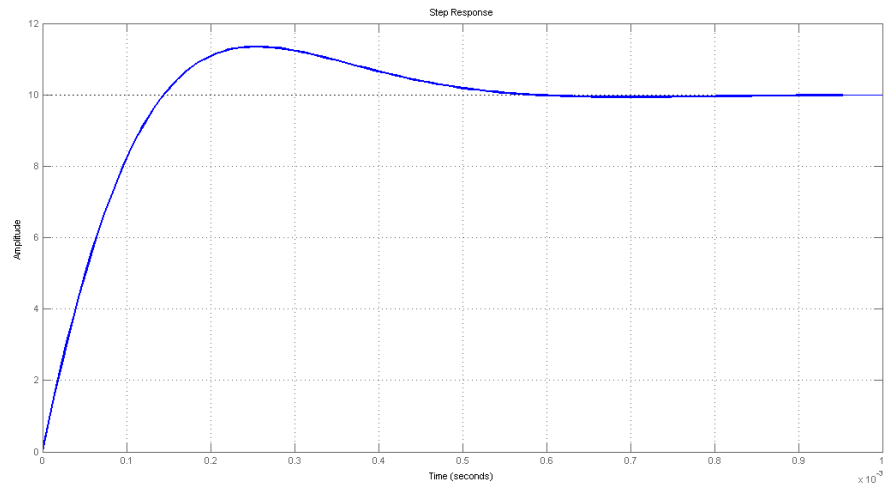
Para sintonizar este controlador se partirá del diagrama de bloques de la Figura 4.3.

La función de transferencia del control proporcional-integral es

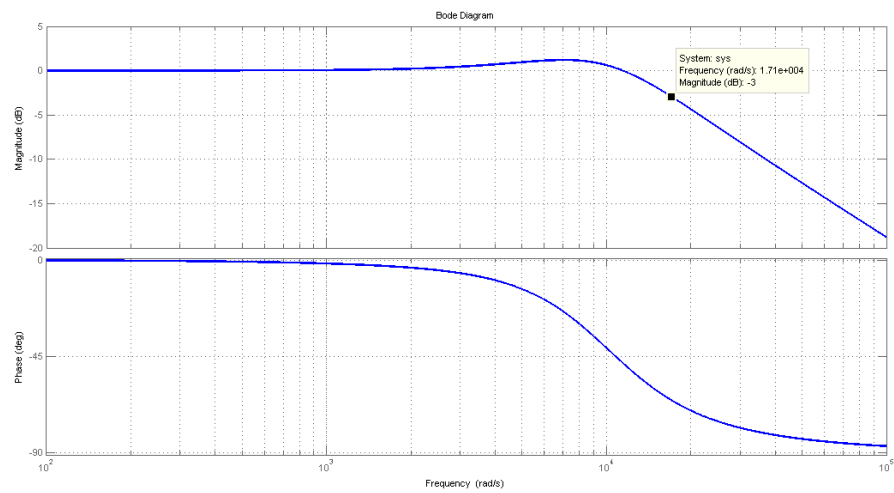
$$G_c(s) = \frac{K_s(1 + sT_s)}{sT_s} \quad (4.9)$$

Al igual que el controlador de corriente, para la sintonización de este control, se harán algunas suposiciones que afectan el lazo de control de la Figura 4.3, las cuales son:

1. El retardo que causa el lazo de corriente es despreciable, ya que usualmente la velocidad de respuesta de éste, es al menos diez veces más rápida que la del lazo de velocidad. Por lo tanto:
  - La ganancia del lazo de corriente,  $K_i$ , se aproxima a la unidad.
  - La constante de tiempo del lazo de corriente,  $T_i$ , se desprecia, ya que es muy pequeña comparada con las demás constantes de tiempo.
2. Dado que la constante de tiempo del sistema,  $T_m$ , es grande,  $(1 + sT_m)$  se puede aproximar como  $sT_m$ .

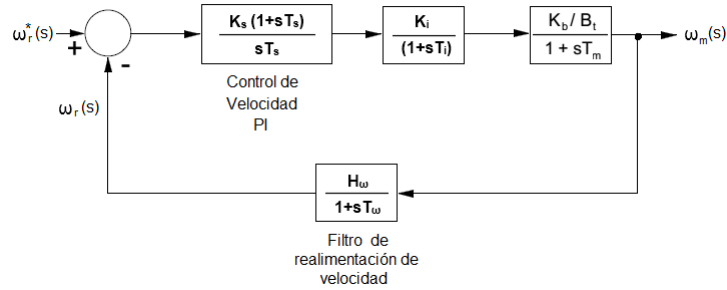


(a) Respuesta al escalón



(b) Respuesta en frecuencia

Figura 4.2: Respuesta al escalón y respuesta en frecuencia del control PI de corriente



**Figura 4.3:** Diagrama de bloques del lazo de velocidad

Considerando la función de transferencia del lazo de corriente como

$$GH_\omega(s) = \frac{K_s(1+sT_s)}{sT_s} \frac{K_b/B_t}{(1+sT_m)} \frac{H_\omega}{(1+sT_\omega)}$$

Y tomando en cuenta la suposición 2, resulta la función de transferencia

$$GH_\omega(s) = \frac{K_2 K_s}{T_s} \frac{(1+sT_s)}{s^2(1+sT_\omega)}$$

donde

$$K_2 = \frac{K_b H_\omega}{B_t T_m}$$

Finalmente realimentando el sistema, tenemos la función de transferencia de lazo cerrado

$$\frac{\omega_m(s)}{\omega_r^*(s)} = \frac{1}{H_\omega} \left[ \frac{GH_\omega(s)}{1+GH_\omega(s)} \right] = \frac{1}{H_\omega} \frac{a_0 + a_1 s}{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3} \quad (4.10)$$

donde los coeficientes de los polinomios son

$$a_0 = \frac{K_2 K_s}{T_s}$$

$$a_1 = K_2 K_s$$

$$a_2 = 1$$

$$a_3 = T_\omega$$

Utilizando el método del *óptimo simétrico*, el denominador de la magnitud de la función de transferencia (4.10) es minimizado para proporcionar una respuesta en frecuencia plana. Tal condición da una relación entre los coeficientes del polinomio característico, llevando a una evaluación de las constantes del controlador de velocidad como se muestra a continuación

$$\left| \frac{\omega_m(s)}{\omega_r^*(s)} \right| = \frac{1}{H_\omega} \sqrt{\frac{a_0^2 + a_1^2 \omega^2}{a_0^2 + a_1^2 - (2a_0 a_2) \omega^2 + (a_2^2 - 2a_1 a_3) \omega^4 + a_3 \omega^6}}$$

cuyos coeficientes están relacionados por

$$a_1^2 = 2a_0 a_2$$

$$a_2^2 = 2a_1 a_3$$

De las dos condiciones anteriores, los parámetros de sintonización del control de velocidad son

$$K_s = \frac{1}{2K_2 T_\omega} \quad (4.11)$$

$$T_s = 4T_\omega \quad (4.12)$$

En la Tabla 4.1 observamos que,  $H_\omega$ , es igual a 0.00383V/rad/s y que,  $T_\omega$ , es igual a 0.1s, por lo tanto se puede calcular la ganancia  $K_2$  como

$$K_2 = \frac{K_b H_\omega}{B_t T_m} = 14.93870$$

Y los parámetros de sintonización como

$$K_s = \frac{1}{2K_2 T_\omega} = 0.3347$$

$$T_s = 4T_\omega = 0.4s$$

Así como los coeficientes de la función de transferencia de lazo cerrado como

$$a_0 = \frac{K_2 K_s}{T_s} = 12.5$$

$$a_1 = K_2 K_s = 5$$

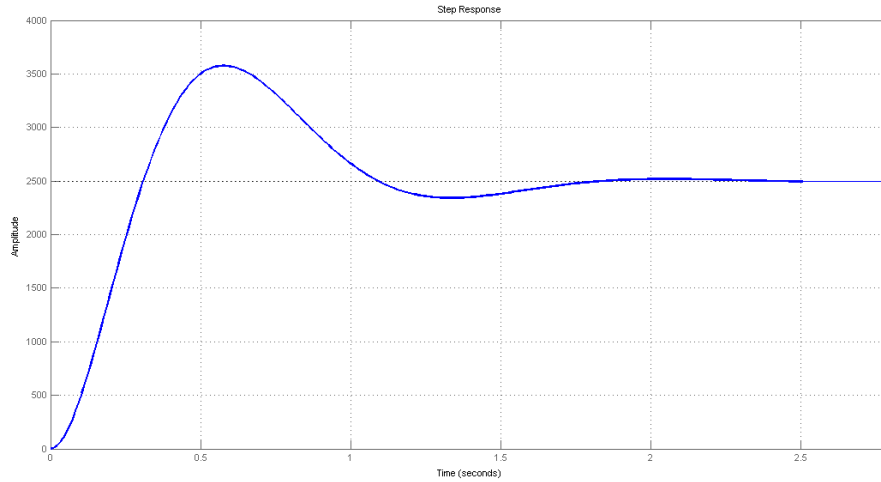
$$a_2 = 1$$

$$a_3 = T_\omega = 0.1$$

Con estos parámetros calculados se tiene lo necesario para simular el control de velocidad. La Figura 4.4, muestra la respuesta al escalón del sistema con paso de simulación de 0.1ms, donde se puede ver que converge a 2500rpm en un tiempo aproximado de 2.5 segundos.

- **Control PI de corriente y velocidad trabajando en conjunto**

En las dos secciones anteriores, se realizó la sintonización del controlador proporcional-integral para la corriente de fase y la velocidad del rotor del SRM, de manera separada,



**Figura 4.4:** Respuesta al escalón del control PI de velocidad

sin embargo, en el Capítulo 3, en la Figura 3.5, se puede observar que el lazo de corriente está inmerso en el lazo de velocidad, por lo que en esta sección se verá cómo trabajan en conjunto ambos controladores (esquema completo) para lograr que la velocidad se regule a 2500rpm, que es la velocidad nominal.

En primer lugar se armará un diagrama de bloques en Simulink, el cual será semejante a la Figura 3.5, con la diferencia de que ahora tendrá las funciones de transferencia de los controladores PI de corriente y velocidad, con sus respectivas ganancias anteriormente calculadas. Además contiene un bloque de conversión de radianes entre segundo a revoluciones por minuto. El diagrama de bloques hecho en *Simulink*, se muestra en la Figura 4.5.

Para una referencia escalón y con un paso de 0.1ms, se simuló el diagrama de bloques de la Figura 4.5, esperando que la velocidad llegara a un valor final de 2500rpm en un tiempo aceptable, así, la señal de corriente también tendrá que estabilizarse en un valor final. Los resultados de la simulación se muestran en la Figura 4.6.

Podemos ver en la Figura 4.7(a) que, efectivamente, la velocidad se regula a 2500rpm en un tiempo menor a 3s, y en la Figura 4.7(b), observamos que la corriente se regula



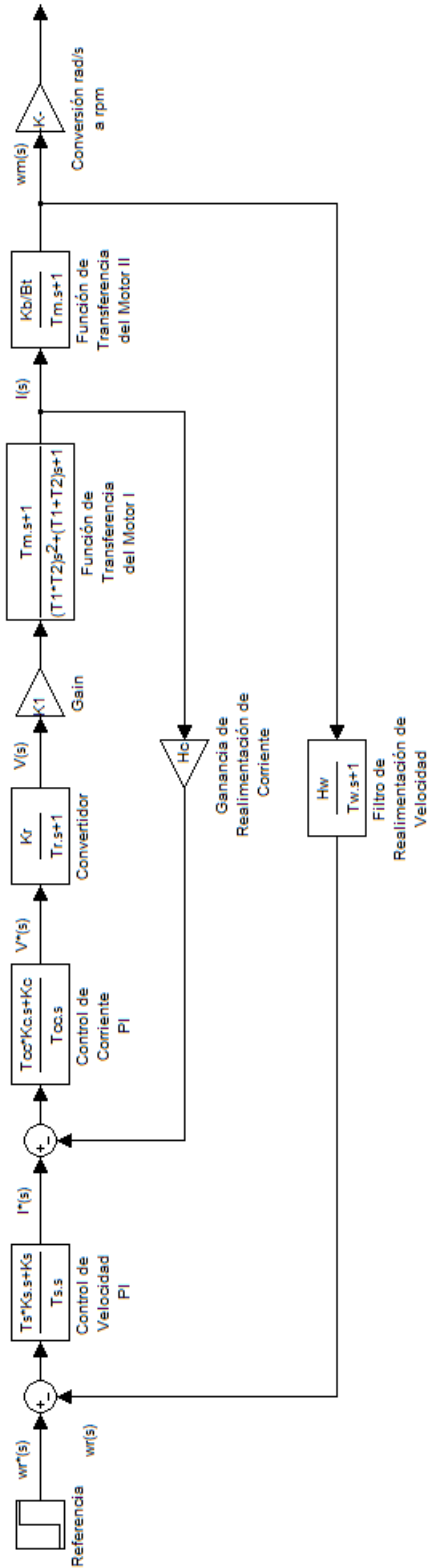
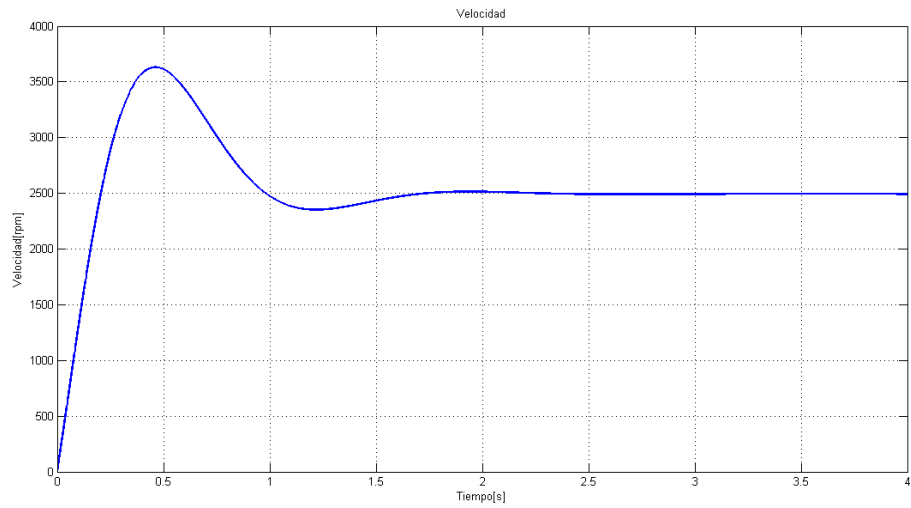
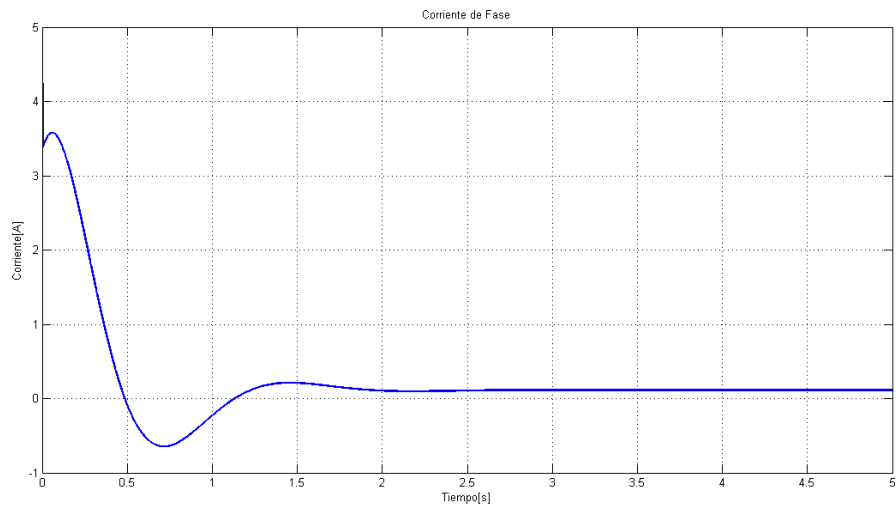


Figura 4.5: Control de velocidad y corriente, hecho en Simulink



(a) *Regulación de velocidad del esquema completo del control PI*



(b) *Regulación de corriente del esquema completo del control PI*

**Figura 4.6:** Simulación del esquema completo del control PI, sobrepaso del 43%

a un valor fijo de 111.6mA. Sin embargo el sobrepaso que presenta la regulación de velocidad es del 43%. Para corregir este punto escogeremos otro valor de la ganancia proporcional,  $K_s$ , que haga que el sobrepaso sea sólo del 7%, el valor que cumple con esta especificación es

$$K_s = 0.005$$

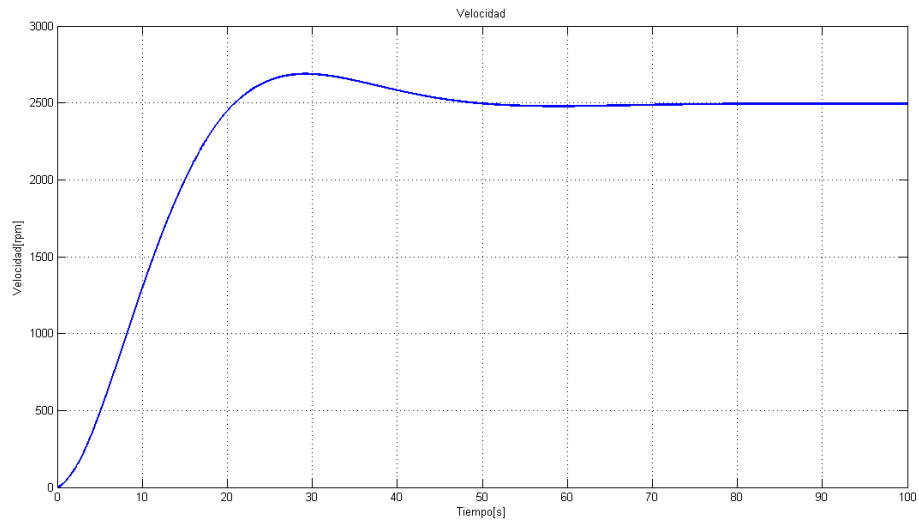
La simulación con esta nueva ganancia se muestra en la Figura 4.7, donde podemos observar que el sobrepaso sí se redujo al 7%, a costa de sacrificar el tiempo en el que se llega a la referencia, que ahora es de 50 segundos.

En la Figura 4.8 podemos observar la gráfica de los errores; el cual se define como la diferencia entre la señal de referencia y la señal realimentada. En la Figura 4.8(a) se observa que el error de velocidad es llevado a cero en un tiempo de 55 segundos, con lo que se garantiza la convergencia al valor deseado de la señal de salida. En la Figura 4.8(b) se muestra la gráfica del error de corriente, que es llevado a cero aún más rápido que el error de velocidad, con esto se cumple la condición de diseño del controlador de velocidad, en donde se dijo que el control de corriente debía de ser al menos diez veces más rápido que el de velocidad.

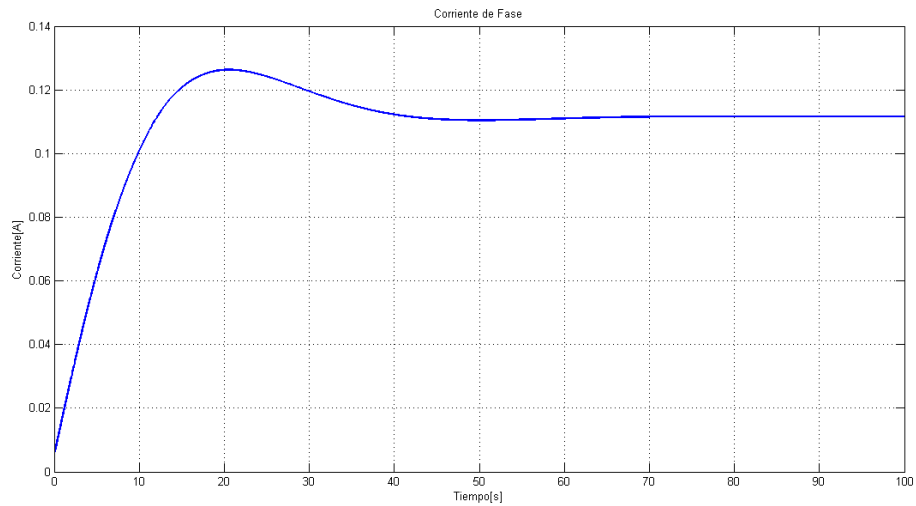
El esfuerzo de control se muestra en la Figura 4.9, en esta gráfica podemos observar que se llega a la referencia de 620.5V, que es el valor en el punto de equilibrio, este valor significa la energía necesaria que necesita el sistema para poder regularse en 2500rpm.

Esta simulación se hizo para un motor de una sola fase; sin embargo, a partir de ahora, consideraremos un SRM de cuatro fases, por lo que será necesario realizar cuatro lazos de corriente. Además tendremos que conmutar entre las fases del motor. Para lograr esto habrá que considerar ángulos de inicio y final de conmutación para cada una de las fases, los cuales están ligados directamente con la posición del rotor. La posición del rotor se obtendrá integrando la señal de salida ( $\omega_m(s)$ ) de la Figura 4.5. Los ángulos de conmutación de las fases para un SRM de cuatro fases son los siguientes

$$(\theta_i, \theta_f) \in \{(0^\circ, 15^\circ), (15^\circ, 30^\circ), (30^\circ, 45^\circ), (45^\circ, 60^\circ)\}$$

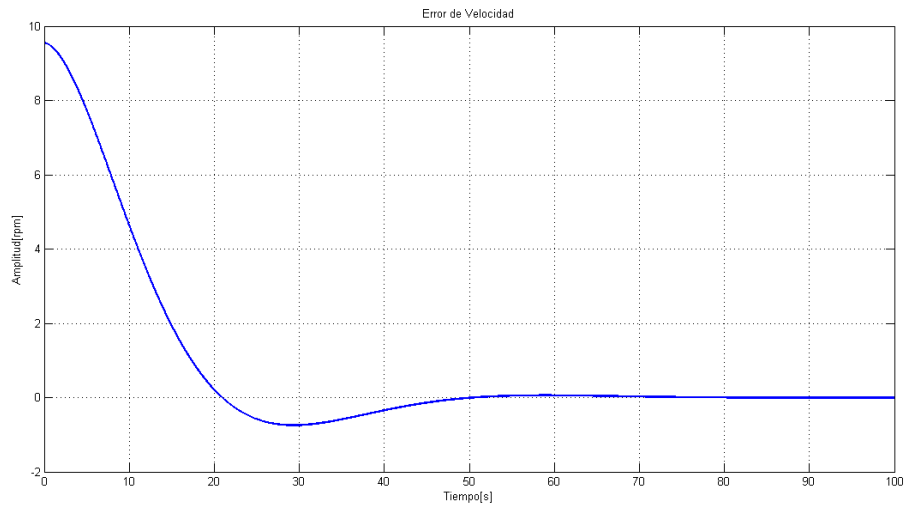


(a) Regulación de velocidad del esquema completo del control PI con sobrepaso del 7%

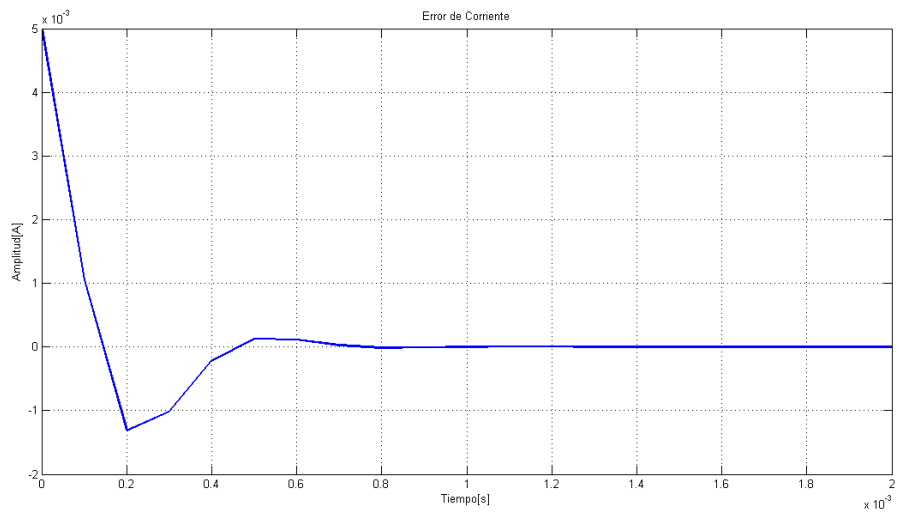


(b) Regulación de corriente del esquema completo del control PI con sobrepaso del 7%

**Figura 4.7:** Simulación del esquema completo del control PI, sobrepaso del 7%

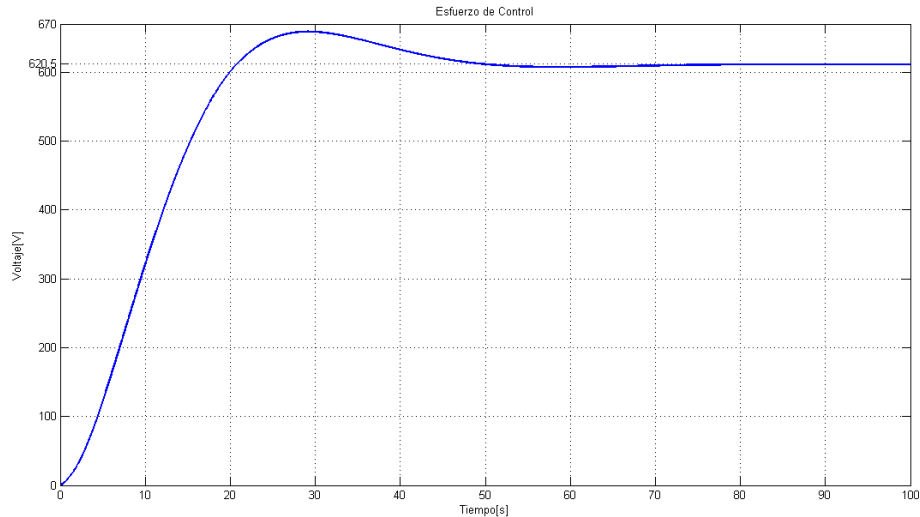


(a) *Error de velocidad.*



(b) *Error de corriente*

**Figura 4.8:** Errores de velocidad y corriente del esquema completo del control PI



**Figura 4.9:** Esfuerzo de control, controlador PI

Se deduce, que el valor de la posición del rotor tendrá que ser periódico, por lo que cada vez que el rotor gire  $59^\circ$ , tendrá que reiniciar en  $0^\circ$  para garantizar una correcta conmutación de las fases. Al diagrama de bloques de la Figura 4.5, se le añadieron estas consideraciones, por lo que ahora en la Figura 4.10 se muestra el diagrama de bloques de *Simulink* del motor de reluctancia conmutada de 4 fases.

En la Figura 4.10, se puede observar que se ha añadido un integrador, el cual obtiene la posición del rotor a partir de la velocidad. También se ha añadido un bloque llamado *Enrrollamiento a  $\pi/3$* , el cual tiene la función de hacer periódica la posición del rotor cada  $60^\circ$ ; el bloque *Conmutador*, es el encargado de seleccionar cierta parte de la señal de corriente,  $I(s)$ , dependiendo de los ángulos de inicio y fin de conmutación de cada fase y así formar las cuatro señales de corriente; por último, el subsistema *Corrientes de Fase*, contiene los controladores PI para cada una de las cuatro fases, a la salida de este subsistema las corrientes de fase son sumadas para poder cerrar el lazo de velocidad. El contenido de este subsistema se muestra en la Figura 4.11.

En la Figura 4.12 se muestran la señales de corriente para las cuatro de fases del SRM, podemos ver que al apagarse la primera fase, la segunda se enciende, y así sucesi-

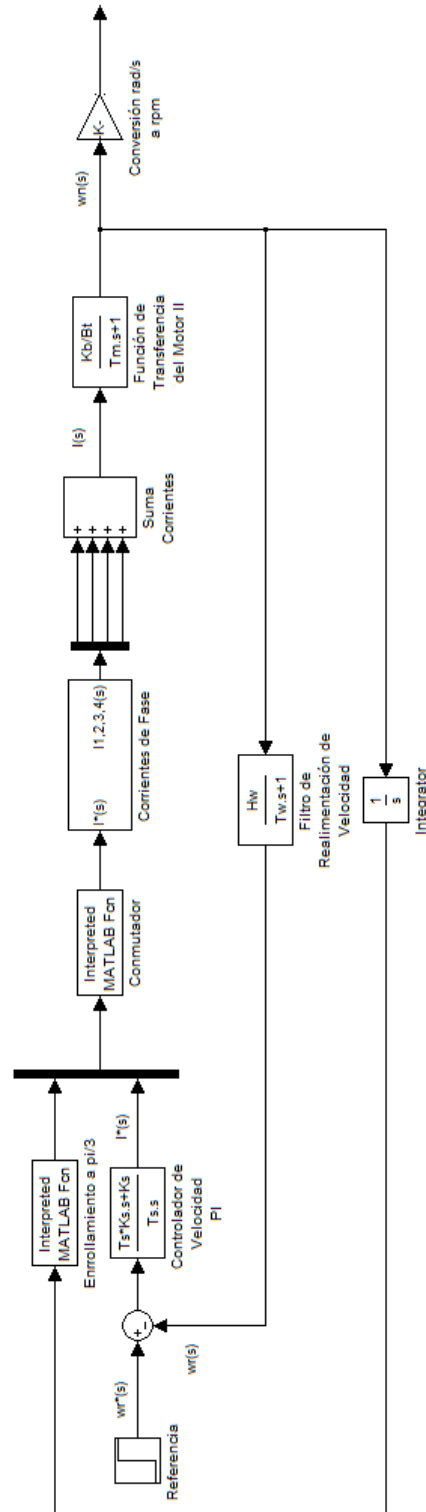


Figura 4.10: Control de velocidad y corriente para un SRM de cuatro fases, hecho en Simulink

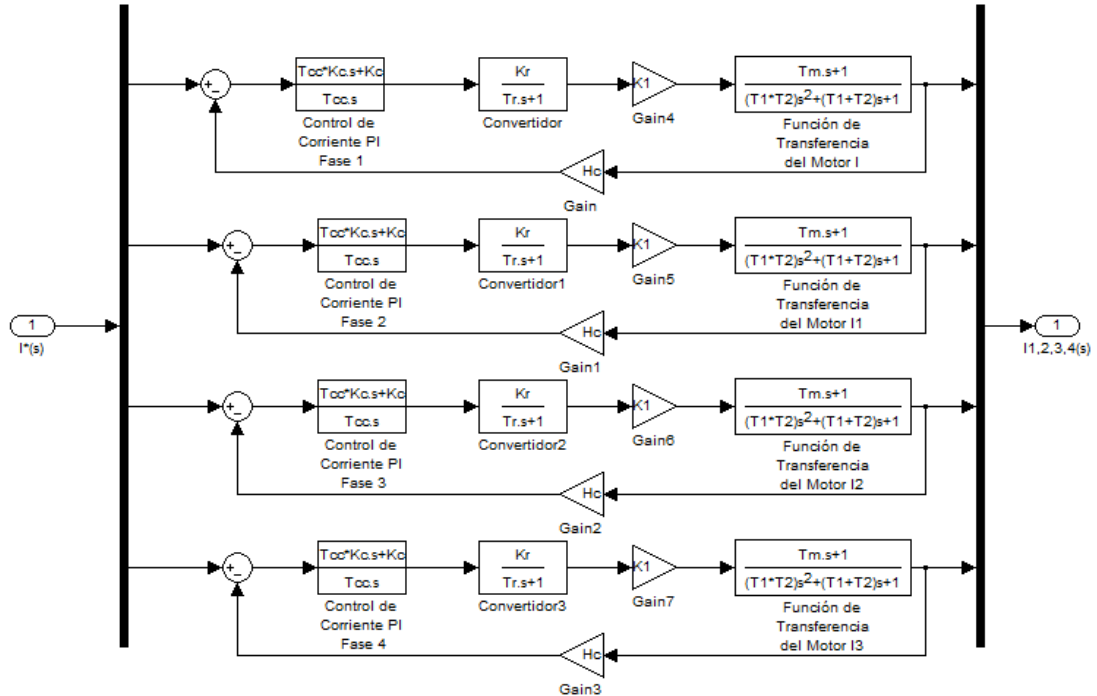


Figura 4.11: Controles PI para las cuatro señales de corriente del SRM

vamente con la tercera y cuarta fase, volviéndose a encender la primera fase al apagarse la cuarta, por lo que se deduce que estamos mandando de manera adecuada los pulsos de corriente para la conmutación de las fases.

## 4.2. Sintonización del controlador LQR

Para sintonizar el controlador LQR, en primer lugar se debe hacer un análisis de controlabilidad al sistema en variables de estado, representado por las ecuaciones (3.30) y (3.31), esto con el objetivo de determinar si el sistema es controlable. Por ello se debe obtener la matriz de controlabilidad del sistema, la cual es

$$\mathcal{C} = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} 50 & -126950 \\ 0 & 17650 \end{bmatrix}$$

Posteriormente, para saber si el sistema es controlable, se procede a determinar el rango de la matriz de controlabilidad, si ésta es de rango completo, es decir, el rango de la



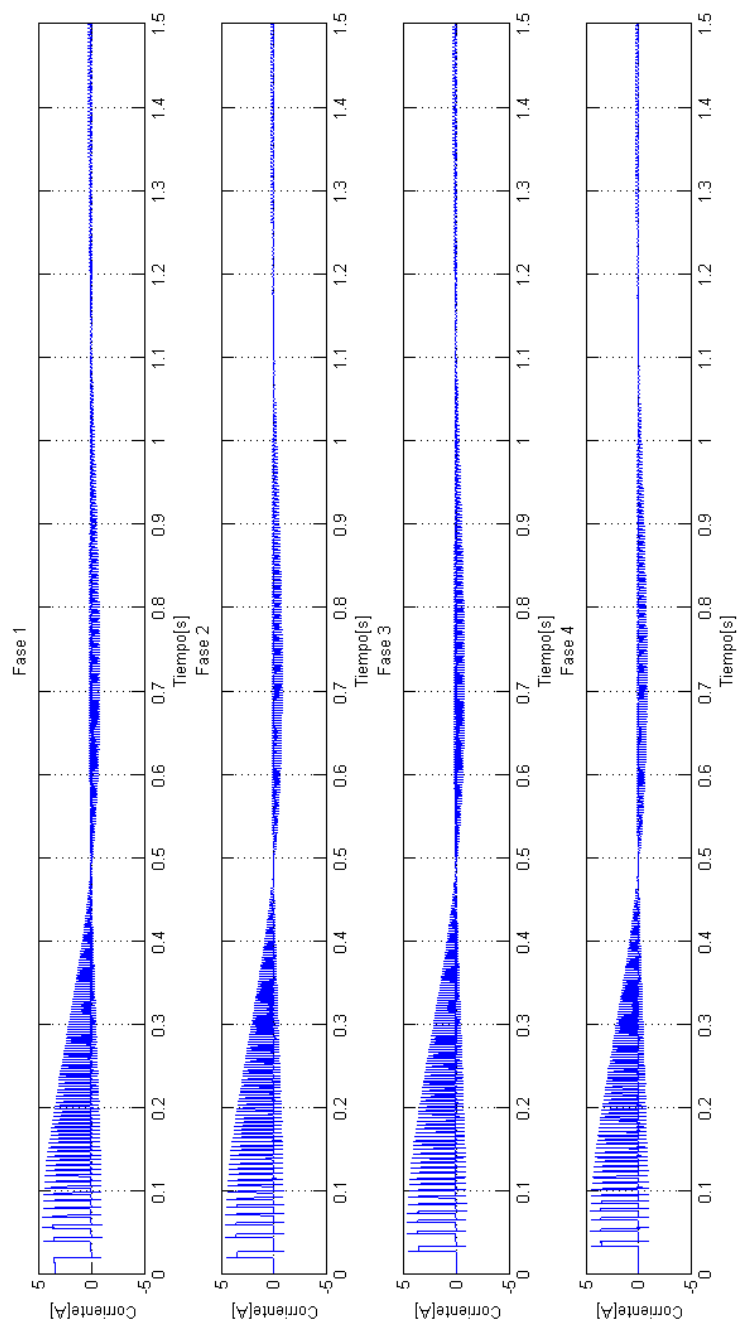


Figura 4.12: Corrientes de fase del controlador PI

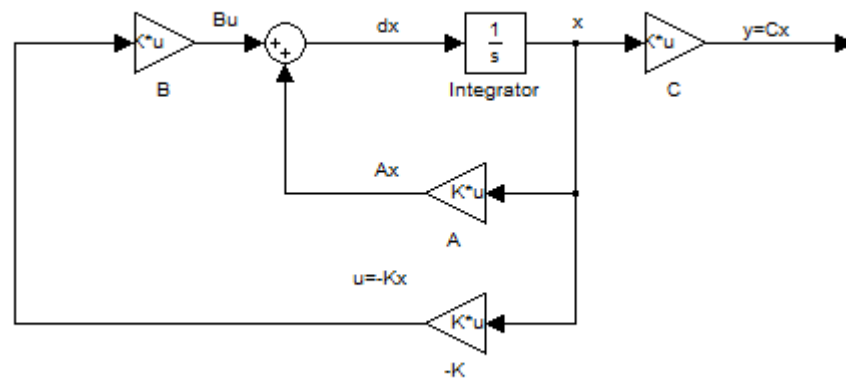
matriz es igual al número de estados del sistema, el sistema será controlable, por lo que

$$\rho(\mathcal{C}) = 2$$

El rango de la matriz de controlabilidad es igual al número de estados del sistema, por lo tanto el sistema es controlable, entonces se procederá a sintonizar el controlador LQR.

El sistema se linealizó alrededor del punto de equilibrio  $X = (10, 261.7994)$ , por lo tanto el origen del sistema es éste y la tarea de regulación consistirá en que frente a condiciones iniciales diferentes de cero, es decir, pequeñas variaciones de los estados del sistema alrededor del punto de equilibrio, el sistema sea capaz de llevar estas condiciones a cero, con lo que garantizaremos que se está llevando a cabo la tarea de regulación a la velocidad nominal.

Para simular este controlador se creó el diagrama de bloques de la Figura 4.12 en *Simulink*, donde podemos observar las matrices  $A$ ,  $B$  y  $C$ , así como la matriz  $K$  en la realimentación.



**Figura 4.13:** Diagrama de bloques del control LQR, hecho en Simulink

Para sintonizar el controlador se tomó en cuenta el tiempo que lleva a los estados a regularse en el equilibrio, así, las matrices  $Q$  y  $R$  que logran el mejor desempeño fueron las siguientes

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \quad R = [2]$$

La matriz  $P$  que se obtiene resolviendo la ecuación de Ricatti algebraica es

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

$$P = \begin{bmatrix} 0.0312 & 0.2250 \\ 0.2250 & 1.6503 \end{bmatrix}$$

Y por último la matriz  $K$  que se obtiene es la siguiente

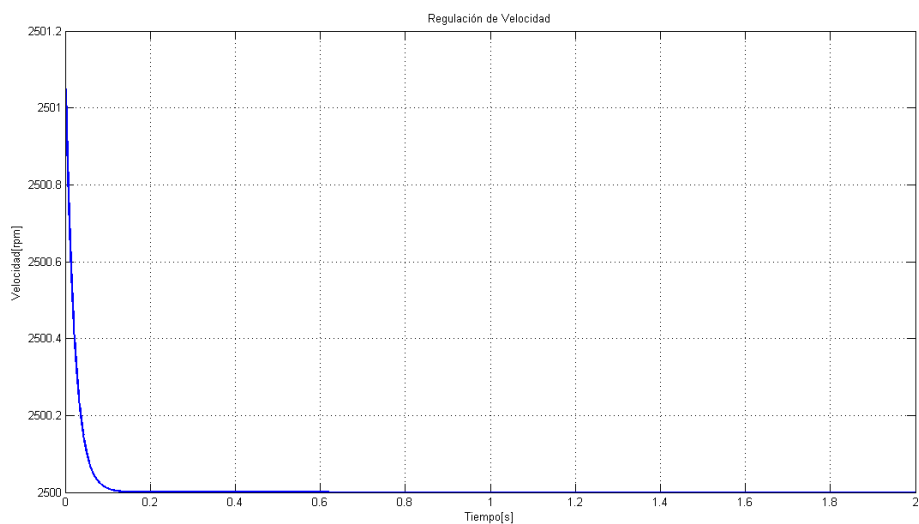
$$K = R^{-1}B^T P$$

$$K = [0.7054 \quad 50897]$$

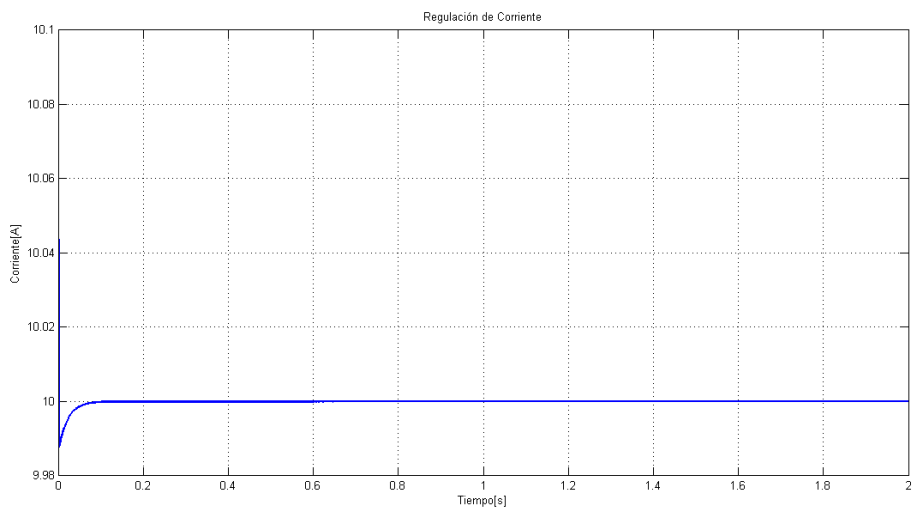
Para simular, se usó un paso de 0.1ms y las condiciones iniciales del integrador que obtiene el vector de estados son  $[0.1 \quad 0.1]$ . En la Figura 4.14 se puede ver el resultado de la simulación, en donde se muestran dos gráficas.

En la Figura 4.14(a) se ve la regulación de velocidad, se puede observar que se llega al punto de equilibrio establecido (2500rpm), de manera rápida (en menos de 1s), a pesar de las condiciones iniciales antes establecidas. En la Figura 4.14(b) se muestra la regulación de corriente, se observa que se regula al punto de equilibrio de una manera más rápida que la regulación de velocidad. Por lo tanto se puede concluir que se regular la velocidad de manera más efectiva que el controlador PI.

El esfuerzo de control lo podemos observar en la Figura 4.15, en esta gráfica se muestra que a pesar de las variaciones en las condiciones iniciales, se llega al origen, que es de 620.5V, en un periodo de tiempo muy pequeño.

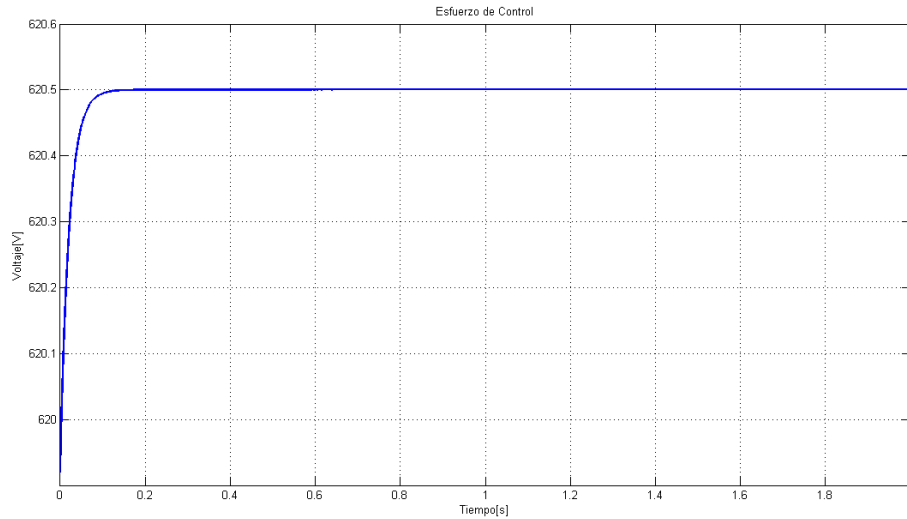


(a) *Regulación de velocidad.*



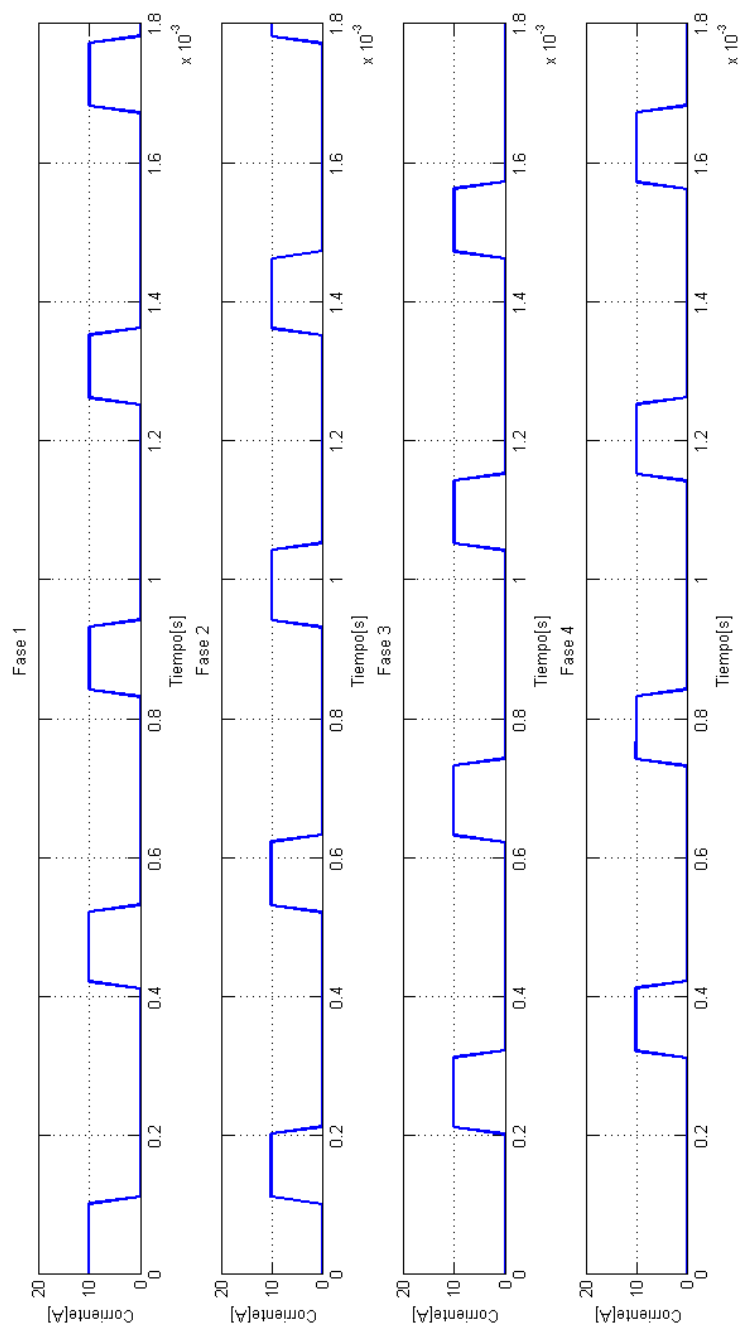
(b) *Regulación de corriente.*

**Figura 4.14:** Regulación de velocidad y corriente con controlador LQR



**Figura 4.15:** Esfuerzo de control, controlador LQR

Las gráficas que observamos en la Figura 4.14 corresponden a un SRM de una sola fase, sin embargo, como ya habíamos dicho anteriormente, en esta tesis se trabajó con un motor de reluctancia conmutada de cuatro fases, por lo que será necesario conmutar entre éstas. Para hacer esto, se tomó la señal de corriente ya regulada, es decir, la señal de corriente de salida, ésta es la que se hizo pasar por el bloque *Conmutador* el cual, teniendo como referencia los ángulos de encendido y apagado de las fases y sabiendo que la señal es periódica cada  $60^\circ$ , corta esta señal, mandando los pulsos de corriente correspondientes a cada fase. Estas señales se muestran en la Figura 4.16. Para tener una mejor visión de la conmutación entre fases, sólo se muestra un pequeño intervalo de tiempo, que comprende  $t = [0 \ 0.0018]$ s, esto se hace para observar más de cerca el trabajo de conmutación que hace el bloque antes mencionado.

**Figura 4.16:** Corrientes de fase del controlador LQR

## Capítulo 5

# Conclusiones

En el presente trabajo se abordó el tema de la regulación de la velocidad de un motor de reluctancia conmutada. En primer lugar se hizo una investigación acerca de diferentes modelos matemáticos no lineales del motor, eligiendo finalmente un modelo presentado en la referencia [10], por la facilidad de implementar sobre éste diferentes esquemas de control. A partir de este modelo no lineal se obtuvo una representación lineal del motor de reluctancia conmutada, el cual fue obtenido alrededor de un punto de equilibrio, elegido como la corriente nominal y la velocidad nominal. Con el fin de simplificar, se hicieron ciertas suposiciones aceptables sobre el modelo no lineal, específicamente sobre las no linealidades que presenta este motor, las cuales están ligadas a la posición del rotor y la corriente de fase.

Posteriormente se procedió a analizar el modelo obtenido para poder diseñar dos esquemas de control lineales, un controlador *proporcional-integral* (PI) y un controlador *regulador lineal cuadrático* (LQR). Para el primero de éstos se tuvieron que obtener las funciones de transferencia de dichas ecuaciones para poder armar el lazo de control. Una vez hecho esto se diseñaron dos esquemas de control PI, uno para regular la corriente y uno más para regular la velocidad del rotor a la nominal. Siguiendo este método se logró regular la velocidad, al principio con un sobrepaso muy grande debido a la forma de la función de transferencia del motor, el cual tiene un cero en el numerador. La solución a este inconveniente fue disminuir la ganancia proporcional del control PI de velocidad, así, el sobrepaso se redujo considerablemente, aunque el tiempo de convergencia a la referencia aumentó.

---

Para el segundo esquema de control, el sistema se expresó en variables de estado y a partir de dos *matrices de peso* ( $Q$  y  $R$ ) representativas del controlador LQR, se procedió a obtener la matriz óptima  $K$ , la cual llevará a los estados a converger a la referencia. Siguiendo este procedimiento se observó que los estados convergían al punto de equilibrio, por lo tanto convergían a la velocidad nominal y a la corriente nominal, tras perturbar el sistema alrededor del punto de equilibrio.

Algunas observaciones que se pueden hacer sobre el presente trabajo son:

Con base en los resultados obtenidos, se puede observar que los esquemas de control lineales que se utilizaron en el presente trabajo funcionan de manera adecuada, siempre y cuando se hagan ciertas suposiciones pertinentes sobre el modelo inicial del motor de reluctancia conmutada (modelo no lineal), lo que significa que estos esquemas sólo funcionarán de manera adecuada en un pequeño rango de operación de la máquina.

Con base en las simulaciones numéricas que se hicieron, se observa que el controlador PI regula la velocidad (a la velocidad nominal) en un tiempo de 60s, debido a que se disminuyó la ganancia proporcional del controlador PI para poder tener un sobrepaso del 7% sobre la respuesta final, sin embargo, el controlador LQR regula la velocidad al punto de equilibrio (a la velocidad nominal) en un tiempo menor a 1s. Podemos decir con seguridad que este último controlador tiene un desempeño notablemente mejor que el primero.

Con lo presentado es posible tener un criterio más amplio, si se quiere controlar al motor de reluctancia conmutada por medio de métodos lineales.



# Apéndice A

## Programas

Los cálculos realizados en este trabajo se obtuvieron con ayuda del software *Matlab* versión 7.12.

En primer lugar se muestra el código que se usó para simular los lazos de corriente y de voltaje del controlador PI, posteriormente el código utilizado para la simulación del controlador LQR y por último el utilizado en el bloques *Conmutador* y *Enrrollamiento a  $\pi/3$* .

- **Controlador PI**

```
%Control PI de corriente y velocidad.  
clear all; clc;  
wi=logspace(2,5,5000);  
ws=logspace(-1,2,5000);  
Rs=0.931;  
dLdth=0.234;  
Wmo=2500*(pi/30);  
io=10;  
imax=15;  
J=6e-3;  
B=1e-3;  
Bl=0;  
L=22.1e-3;  
Vdc=400;  
Vc=10;  
zeta=0.707;
```

---

```

Wn=1600*2*pi;
fc=16000;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Req=Rs+dLdth*Wmo;
Kb=dLdth*io;

%Ganancia del convertidor.
Kr=Vdc/Vc;
%Ganancia del transductor de corriente.
Hc=Vc/io;
%Funcion de transferencia del motor.
Bt=B+B1;
K1=Bt/(Kb*Kb+Rs*Bt);
Tm=J/Bt;
Tr=1/(2*fc);
T1=-1/(-(1/2)*((Bt/J)+(Req/L))
      +sqrt((1/4)*((Bt/J)+(Req/L))^2-(Kb*Kb+Req*Bt)/(J*L)));
T2=-1/(-(1/2)*((Bt/J)+(Req/L))
      -sqrt((1/4)*((Bt/J)+(Req/L))^2-(Kb*Kb+Req*Bt)/(J*L)));
%Diseno del control de corriente.
Kc=((2*zeta*T1*T2*Wn)-T1-T2)/(Hc*Kr*K1*Tm);
Tcc=(Hc*Kc*Kr*K1*Tm)/((T1*T2*Wn*Wn)-1);
%Funcion de transferencia
numi=[Tcc*Kc*Kr*K1*Tm Kc*Kr*K1*Tm];
deni=[Tcc*T1*T2 Tcc*T1+Tcc*T2+Tcc*Hc*Kc*Kr*K1*Tm Hc*Kc*Kr*K1*
      Tm+Tcc];

g=10*tf(numi,deni);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%Ganancia de velocidad de realimentacion.
Hw=0.00383;
%Constante de tiempo de velocidad de realimentacion.
Tw=0.1;

K2=(Kb*Hw)/(Bt*Tm);
%Ganancias del control PI de velocidad.
Ks=0.005;
% Ks=1/(2*K2*Tw);
Ts=4*Tw;

```

---

---

*%Coeficientes de la funcion de transferencia.*

a0=(K2\*Ks)/Ts;

a1=K2\*Ks;

a2=1;

a3=Tw;

nums=[a1 a0];

dens=[a3 a2 a1 a0];

### • Controlador LQR

**clear all; clc;**

Rs=0.931;

dLdth=0.234;

Wmo=2500\*(pi/30);

b=1e-3;

T1=11.43820061;

L=22.1e-3;

J=6e-3;

X2=Wmo;

X=**sqrt**((2/dLdth)\*T1)+((2\*b)/dLdth)\*X2 X2];

X1=X(1,1);

X2=X(1,2);

U=(Rs+dLdth\*X2)\*X1;

Y1=**sqrt**((2/dLdth)\*T1)+((2\*b)/dLdth)\*X2);

Y2=X2;

A=[-(Rs/L)-(dLdth/L)\*X2 -(dLdth/L)\*X1; (dLdth/J)\*X1 -(b/J)];

B=[(1/L); 0];

C=**eye**(2);

D=**zeros**(2,1);

controla=**ctrb**(A,B);

rangoc=**rank**(controla);

eigen=**eig**(A);

Q=[1 0; 0 100];

R=2;

---

```
P=are(A,B*(R\B'),Q);
K=inv(R)*B'*P;
eigencontr=eig(A-B*K);
```

• *Bloque Conmutador*

```
function F = conmutador(H)
h=H(1);
i=H(2);

%Primera fase
if (h>=0 && h<pi/12)
    f11=i;
else
    f11=0;
end;
F1=f11;

%Segunda fase
if (h>=pi/12 && h<pi/6)
    f21=i;
else
    f21=0;
end;
F2=f21;

%Tercera fase
if (h>=pi/6 && h<pi/4)
    f31=i;
else
    f31=0;
end;
F3=f31;

%Cuarta fase
if (h>=pi/4 && h<=pi/3)
    f41=i;
else
    f41=0;
end;
F4=f41;
```

---

$F=[F1 \ F2 \ F3 \ F4]'$ ;

- Bloque *Enrollamiento a  $\pi/3$*

```
function h = enrollapiter(y)
k11=y/(2*pi);
k22=k11-floor(k11);
k33=(2*pi)*k22;
k44=k33;
k55=k44/(pi/3);
k66=k55-floor(k55);

h=(pi/3)*k66;
```

# Bibliografía

- [1] S.A. Nasar. D.c-switched reluctance motor. *Proc. IEE*, 116:1048–1049, 1969. 1
- [2] T.J.E. Miller. *Electronic control of switched reluctance machines*. Newnes, 2001. 1, 6
- [3] PJ Lawrenson, JM Stephenson, PT Blenkinsop, J Corda, and NN Futon. Variable-speed switched reluctance motors. *Electric Power Applications, IEE Proceedings B*, 127(4):253–265, 1980. 1
- [4] PERE Andrada, BALDUÍ Blanque, FRANCESC Castellana, EUSEBI Martinez, JOSEP IGNASI Perat, JOSEP ANTONI SÁNCHEZ Y MARCEL TORRENT, and JA Sanchez. El motor de reluctancia autoconmutado. *Técnica Industrial Especial Electricidad y Electrónica*, 2004. 2
- [5] SK Panda and PK Dash. Application of nonlinear control to switched reluctance motors: a feedback linearisation approach. In *Electric Power Applications, IEE Proceedings-*, volume 143, pages 371–379. IET, 1996. 2
- [6] Gerardo Espinosa-Pérez, Paul Maya-Ortiz, Martin Velasco-Villa, and Hebertt Sira-Ramírez. Passivity-based control of switched reluctance motors with nonlinear magnetic circuits. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 12(3):439–448, 2004. 2
- [7] G Espinosa-Pérez, P Maya-Ortiz, M Velasco-Villa, and H Sira-Ramirez. On the control of switched reluctance motors. In *Industrial Electronics, 2000. ISIE 2000. Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on*, volume 2, pages 413–418. IEEE, 2000. 2
- [8] Giuseppe S Buja and Maria I Valla. Control characteristics of the srm drives. i. operation in the linear region. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 38(5):313–321, 1991. 2
- [9] F Soares and PJ Costa Branco. Simulation of a 6/4 switched reluctance motor based on matlab/simulink environment. *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, 37(3):989–1009, 2001. 2
- [10] Ramu Krishnan. *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC press, 2001. 2, 7, 14, 28, 39, 64

- [11] Gabriel A. Jaramillo Morales and Alfonso A. Alvarado Castellanos. *Electricidad y magnetismo*. Trillas, 1997. 5
- [12] Javier Villegas Núñez. Diseño de un sistema de control predictivo para el accionamiento de la máquina de reluctancia conmutada de un sistema de almacenamiento cinético para la mejora de la eficiencia en la edificación. Tesis de maestría, Escuela Técnica Superior de Ingenieros, Sevilla, España, 2009. 9
- [13] Martyn R Harris, John W Finch, John A Mallick, Timothy JE Miller, and JA Kline. A review of the integral-horsepower switched reluctance drive. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, (4):716–721, 1986. 9
- [14] Opportunities for switched reluctance motor-drives. In *Pulp and Paper, 1999. Industry Technical Conference Record of 1999 Annual*, pages 42–47. IEEE, 1999. 9
- [15] Nigel Schofield, Stephen A Long, David Howe, and Mike McClelland. Design of a switched reluctance machine for extended speed operation. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 45(1):116–122, 2009. 10
- [16] Roy S Colby, FranCois M Mottier, and Timothy JE Miller. Vibration modes and acoustic noise in a four-phase switched reluctance motor. *Industry Applications, IEEE Transactions on*, 32(6):1357–1364, 1996. 10
- [17] SR drives applications en:. <http://www.srdrives.com/>. 15
- [18] Víctor Alfaro Ruíz. Métodos de sintonización de controladores pid que operan como reguladores. *Revista Ingeniería*, 12(1-2), 2011. 17
- [19] Karl Johan Åström and Tore Hägglund. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society; Research Triangle Park, NC 27709, 1995. 24
- [20] George M. Siouris. *An engineering approach to optimal control and estimation theory*. Wiley-Interscience, 1996. 26
- [21] Brian DO Anderson and John B Moore. *Optimal control: linear quadratic methods*. Courier Dover Publications, 2007. 27
- [22] Emad Said Addasi. Modelling and simulation of dc-motor electric drive control system with variable moment of inertia. *International Journal on Electrical & Power Engineering*, 4(1), 2013. 33