



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



A los Asistentes a los cursos del Centro de Educación
Continua

La Facultad de Ingeniería, por conducto del Centro de Educación Continua, otorga constancia de asistencia a quienes cumplan con los requisitos establecidos para cada curso. Las personas que deseen que aparezca su título profesional precediendo a su nombre en el diploma, deberán entregar copia del mismo o de su cédula profesional a más tardar el Segundo Día de Clases en las oficinas del Centro, con la Señora Sánchez, de lo contrario no será posible.

El control de asistencia se efectuará a través de la persona encargada de entregar notas, en la mesa de entrega de material, mediante listas especiales. Las ausencias serán computadas por las autoridades del Centro.

Se recomienda a los asistentes participar activamente con sus ideas y experiencias, pues los cursos que ofrece el Centro están planeados para que los profesores expongan una tesis, pero sobre todo para que coordinen las opiniones de todos los interesados constituyendo verdaderos seminarios.

Al finalizar el curso se hará una evaluación del mismo a través de un cuestionario diseñado para emitir juicios anónimos por parte de los asistentes. Las personas comisionadas por alguna institución deberán pasar a inscribirse en las oficinas del Centro en la misma forma que los demás asistentes.

Con objeto de mejorar los servicios que el Centro de Educación Continua ofrece, es importante que todos los asistentes llenen y entreguen su hoja de inscripción con los datos que se les solicitan al iniciarse el curso.

ATENTAMENTE

ING. JOSE ELISEO OCAMPO SAMANO
COORDINADOR DE CURSOS

CENTRO DE EDUCACION CONTINUA

FACULTAD DE INGENIERIA

CURSO DE DISEÑO ANTISISMICO DE ESTRUCTURAS

P R O G R A M A

(Sesiones de 3 horas cada tercer día, lunes, miércoles y viernes de las 19:00 a las 22.00 horas, con intermedio de 15 minutos).

<u>FECHA</u>	<u>TEMA</u>	<u>PROFESOR</u>	<u>DURACION</u>
12 de feb.	Descripción de daños en estructuras por temblores recientes	M en C Enrique del Valle C	(3 horas)
14 de feb.	Conceptos introductorios de dinámica estructural. a).- Sistemas lineales de un grado de libertad, con y sin amortiguamiento. Vibración libre y vibración -- forzada. b).- Sistemas lineales de varios grados de libertad. Planteamiento del problema y forma de resolverlo	Dr. Porfirio Ballesteros	(3 horas)
17 de feb.	Características de los temblores a).- Origen, tipos de ondas, medición de los sismos, aparatos empleados. Escalas: intensidades, magnitudes, correlación entre ellas. Isosistas. Sismicidad.	M en C Jorge Prince Alfaro	(3 horas)

<u>FECHA</u>	<u>TEMA</u>	<u>PROFESOR</u>	<u>DURACION</u>
19 de feb.	Excitación Sísmica. Espectros de respuesta elástica. Efectos del amortiguamiento y del comportamiento no lineal, del tipo de suelo, magnitud y distancia focal. Espectro de diseño. Discusión de los espectros de diseño del Reglamento del D.F. Determinación de espectros en términos de aceleración, velocidad y desplazamiento máximo del terreno	Dr. Octavio Rascón Chávez	(3 horas)
21 de feb.	Estructuras para edificios a).- Sistemas estructurales. Estructuración	M en C Enrique del Valle C	(3 horas)
24 de feb.	b).- Idealización. Discusión sobre propiedades elásticas y geométricas. Dimensionamiento. Detalles constructivos. Comportamiento observado ante sismos. Reglamentación al respecto.		
24 de feb.	b.1) Estructuras de Concreto	Dr. Oscar M. González Cuevas	(3 horas)
26 de feb.	b.2) Estructuras de Mampostería	Dr. Roberto Meli Piralla	(3 horas)
28 de feb.	b.3) Estructuras de Acero	Ing. Oscar De Buen	(3 horas)
3 de marzo 5 de marzo 7 de marzo 10 de marzo	c).- Determinación de propiedades dinámicas. Análisis modal elástico. Análisis estático. Torsión. Análisis simplificado. Métodos manuales. Métodos con computadora. Ejercicios.	M en C Enrique del Valle C M en C Jorge Prince Alfaro	(12 horas)

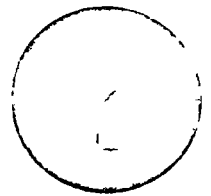
<u>FECHA</u>	<u>TEMA</u>	<u>PROFESOR</u>	<u>DURACION</u>
12 de marzo	d).- Comportamiento no lineal. Inestabilidad	Dr. Emilio Rosenbluech	(1 1/2 hrs)
	e).- Interacción suelo-estructuras	Dr. Jacobo Bielak	(1 1/2 hrs)
14 de marzo	Estructuras especiales: Chimeneas, tanques, etc.	Dr. Emilio Rosenbluech	(3 hrs)
17 de marzo	Regionalización sísmica	Dr. Luis Esteva Maraboto	(1 1/2 hrs)

T O T A L: 43 1/2 horas.

Coordinador:
Dr. Porfirio Ballesteros



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO ANTISISMICO DE ESTRUCTURAS.

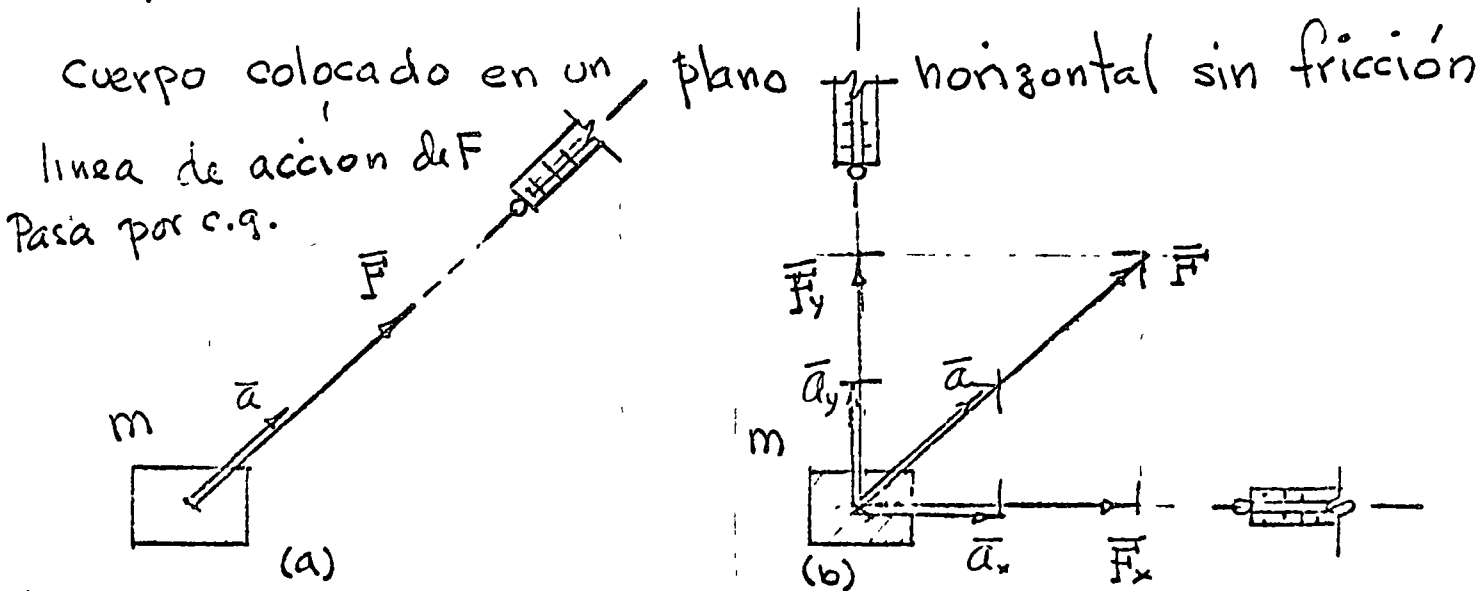
CONCEPTOS INTRODUCTORIOS DE
DINAMICA ESTRUCTURAL.

DR. PORFIRIO BALLESTEROS.

SEGUNDA LEY DE NEWTON, GRAVITACION

La segunda ley de Newton, la cual afirma que cuando la fuerza resultante no es nula, el cuerpo se mueve con movimiento acelerado, y que la aceleración, para una fuerza dada, depende de una propiedad del cuerpo llamada su masa.

Se denomina DINÁMICA la parte de la MECÁNICA que estudia conjuntamente el movimiento y las fuerzas que lo originan. LA ESTÁTICA trata los casos especiales en que la aceleración es nula, y la CINEMÁTICA se ocupa únicamente del movimiento



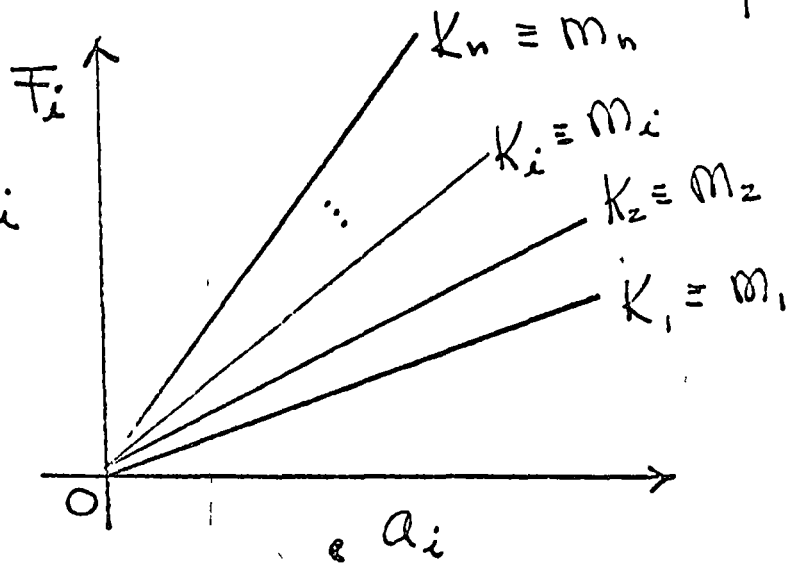
- a) La aceleración a y la fuerza resultante tienen la misma dirección y sentido.
- b) Puede considerarse que cada componente de una fuerza produce su propia componente de aceleración.

Supongamos que medimos la fuerza F con una balanza de resorte calibrada en kg . Con un cronógrafo y una escala determinemos la aceleración resultante \bar{a} . Haciendo un gran número de medidas análogas de los pares de valores de la fuerza y la aceleración, primero sobre el mismo cuerpo, utilizando fuerzas que difieran en magnitud y dirección, y después utilizando diferentes cuerpos. Los resultados de estos experimentos demuestran lo siguiente.

a) En todo caso, la dirección de la aceleración es la misma que la de la fuerza

b) Para un cuerpo dado m , la razón de la fuerza al de la aceleración es siempre el mismo

$$\frac{F_i}{a_i} = \text{constante} = k_i$$



-20-

Esta razón constante de la fuerza a la aceleración puede considerarse como una propiedad del cuerpo llamada masa m , de donde seleccionando un sistema adecuado de unidades

$$m = \frac{F}{a}, \quad \vec{F} = m\vec{a} \quad (1)$$

(1) Ecuación vectorial

La masa de un cuerpo es una magnitud escalar, numéricamente igual a la fuerza necesaria, para comunicarle la unidad de aceleración. Ejem. si se determina en un cuerpo m que la aceleración para producir una fuerza de 20 Kg es 5 m/seg^2 , la masa de ese cuerpo será:

$$m = \frac{F}{a} = \frac{20 \text{ Kg.}}{5 \text{ m/seg}^2} = 4 \frac{\text{Kg}}{\text{m/seg}^2}$$

Puede considerarse, que la masa de un cuerpo representa de modo cuantitativo la propiedad de la materia que se describe cualitativamente con la palabra inercia.

La ecuación vectorial (1) es equivalente a las dos ecuaciones escalares

$$\vec{F}_x = ma_x, \vec{F}_y = ma_y \quad (2)$$

Si n fuerzas actúan simultáneamente, se tiene

$$\sum_{i=1}^n F_{xi} = ma_x ; \sum_{i=1}^n F_{yi} = ma_y \quad (3)$$

el sistema de ecuaciones (3) es equivalente a la ecuación vectorial

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m\vec{a}_i \quad (4)$$

El propio Newton expresó la ley como sigue: La variación del movimiento es proporcional a la fuerza motriz aplicada, y tiene lugar en la dirección sobre la cual se aplica la fuerza.

El movimiento uniformemente acelerado es un movimiento que tiene lugar bajo la

acción de una fuerza constante. Si la fuerza varía, la aceleración varía proporcionalmente ya que la masa es constante.

De (4) si la fuerza resultante que actúa en un cuerpo es nula, la aceleración es también nula, y su velocidad, constante. Por lo tanto, si el cuerpo está en movimiento, sigue moviéndose sin que la velocidad cambie ni en magnitud ni en dirección; si se encuentra en reposo, permanece en reposo (su velocidad es entonces constante e igual a cero). Condiciones a las cuales se aplicaba la primera ley de Newton, por lo tanto la 1^{ra} ley es solo un caso especial de la segunda, cuando la fuerza resultante y la aceleración son nulas. Por lo tanto solo hay dos leyes de Newton independientes; la segunda y la tercera.

SISTEMAS DE UNIDADES

SISTEMA TECNICO.— Las fuerzas se expresan en kilogramos y las aceleraciones en m/sec^2 , y la masa en $Kg/(m/sec^2)$, la unidad $[Kg/(m/sec^2)]$ se denomina unidad Técnica de masa

$$\sum F (Kg) = m (\text{unidades técnicas de masa}) \left(\frac{Kg}{m/sec^2} \right) \times a \frac{m}{sec^2}$$

Ejemplo: Si la aceleración de un cuerpo de masa m , es $5 \frac{m}{sec^2}$ cuando la fuerza resultante es $20 Kg$, su masa será:

$$m = \frac{\sum F}{a} = \frac{20 Kg.}{5 m/sec^2} = 4 \frac{Kg}{m/sec^2} = 4 \text{ unidades T. \& M}$$

(El valor numérico de la masa de un cuerpo dado depende de las unidades en que se expresen la fuerza y la aceleración).

SISTEMA M.K.S. - (metro-kilogramo, segundo)

La unidad de masa es el Kg. patrón. La unidad de fuerza en este sistema, es la fuerza que aplicada al Kg. patrón le produce una aceleración de 1 m/seg^2 . Esta fuerza se denomina NEWTON

$$1 \text{ NEWTON} = \frac{1}{9.80665} \text{ Kg. FUERZA}$$

$$\Sigma F (\text{Newtons}) = m (\text{Kg}) \times a \left(\frac{\text{m}}{\text{seg}^2} \right)$$

SISTEMA C.G.S. (centímetro-gramo-segundo),

La unidad de masa es el gramo, igual a $\frac{1}{1000} \text{ Kg}$. La unidad de fuerza en este sistema, es la fuerza que aplicada a un cuerpo de masa 1 gr. le origina una aceleración de 1 cm/seg^2 , y se denomina DINA.

$$\Sigma F (\text{dinas}) = m (\text{g}) \times a (\text{cm/seg}^2)$$

Puesto que $1 \text{ Kg} = 10^3 \text{ gr.}$ y $1 \text{ m/seg}^2 = 10^2 \text{ cm/seg}^2$ se deduce que $1 \text{ NEWTON} = 10^5 \text{ DINAS}$

SISTEMA TECNICO INGLES (f. p. s.) La fuerza

se expresa en libras y la aceleración en pies/seg^2 , y la masa en $\text{libras}/(\text{pies}/\text{seg}^2)$, esta unidad recibe el nombre de SLUG.

$$\sum F(\text{libras}) = m(\text{slugs}) \times a(\text{pies}/\text{seg}^2)$$

Ejemplo: si la aceleración de un cuerpo es de $5 \text{ pies}/\text{seg}^2$ cuando actúa en él una fuerza resultante de 20 lbs, su masa es

$$m = \frac{\sum F}{a} = \frac{20 \text{ lbs}}{5 \text{ pies}/\text{seg}^2} = 4 \frac{\text{lbs}}{\text{pies}/\text{seg}^2} = 4 \text{ SLUGS}$$

SISTEMAS DE UNIDADES

SISTEMA	Fuerza	Masa	Aceleración
Técnico	Kilogramo (Kg.)	Unidad Técnica de masa	m/seg^2
mks	Newton	Kilogramo Patrón	m/seg^2
egs	dina	gramo	cm/seg^2
INGLES	LIBRA	SLUG	pie/seg^2

No es necesario la interpretación física de la unidad técnica de masa ni el slug, ni tampoco la unidad de longitud del sistema inglés, el pie. Todos quedan definidos a partir de los patrones kilogramo y metro.

KILOGRAMO FUERZA ES LA FUERZA QUE COMUNICA AL KILOGRAMO PATRÓN (MASA) UNA ACELERACION IGUAL A LA ACELERACION NORMAL DE LA GRAVEDAD, O SEA 9.80665 m/seg^2 .

(La unidad técnica de masa es la masa de un cuerpo cuya aceleración es 1 m/seg^2 cuando la fuerza que actúa sobre el es un kilogramo fuerza)

$$1 \text{ pie} = \frac{1200}{3937} \text{ m}$$

$$1 \text{ libra (patrón)} = 0.4535... \text{ kg (patrón)}$$

$$g = 32.174 \text{ pies/seg}^2$$

(El slug es la masa de un cuerpo cuya aceleración es 1 pie/seg^2 cuando está sometido a una fuerza de una libra).

- 27 -

Masa y Peso - El peso de un cuerpo es la fuerza de atracción gravitacional ejercida por la tierra sobre el. Se calcula de la segunda ley de Newton.

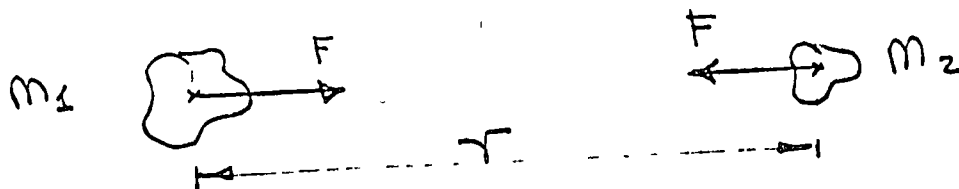
$$m = \frac{\sum F}{a} = \frac{w}{g} = \frac{\text{peso}}{\text{aceleración de la gravedad}}$$

LEY DE NEWTON DE LA GRAVITACION UNIVERSAL
(Sir Isaac Newton 1686).

Toda partícula de materia del Universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza que es directamente proporcional al producto de las masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa:

$$F \propto \frac{m_1 m_2}{r^2}; \quad \boxed{F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}}$$

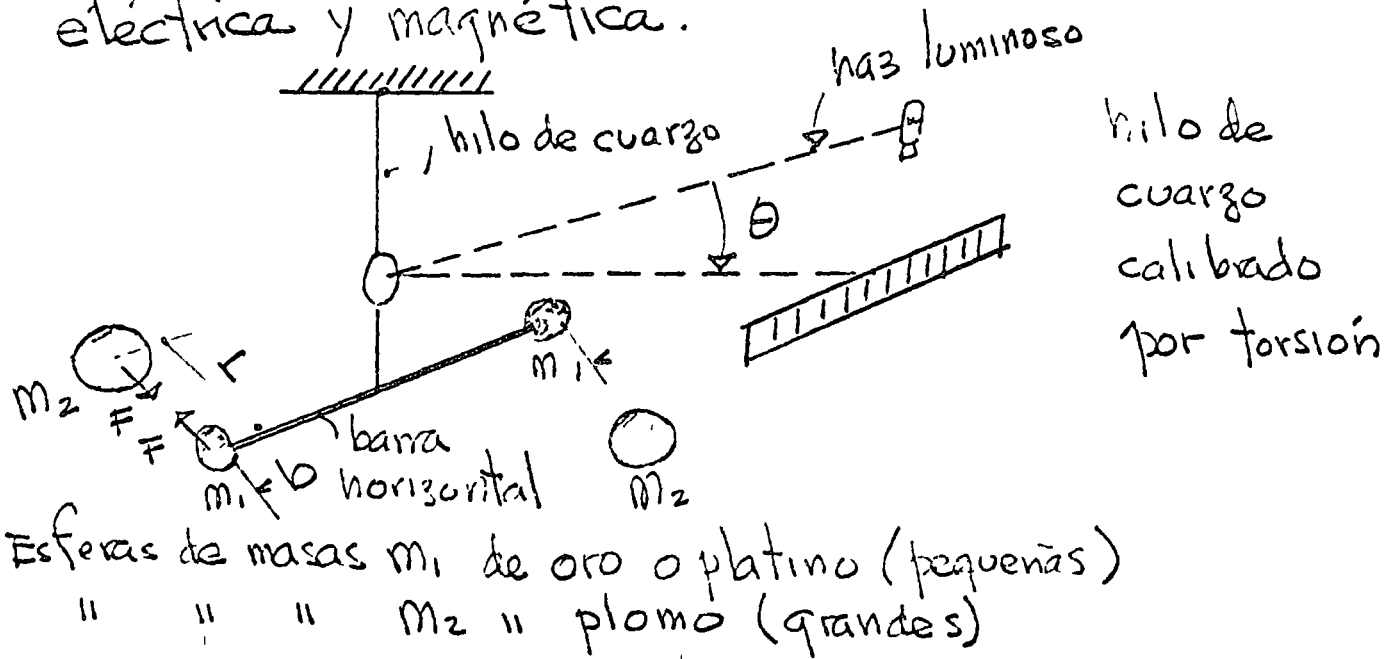
G : constante de gravitación

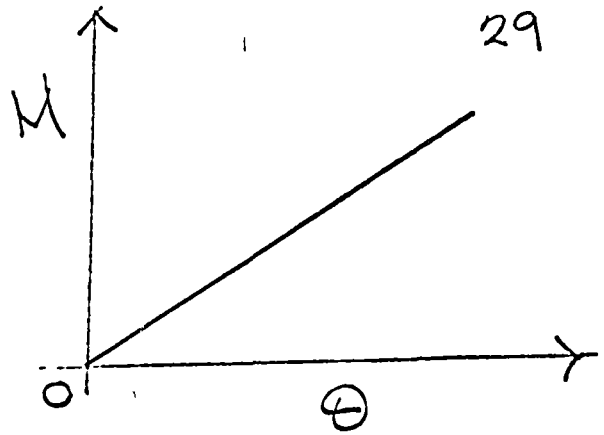


El valor numérico de la constante G 2

depende de las unidades que se utilicen para medir las fuerzas, masas y distancias. Su valor puede determinarse experimentalmente midiendo la fuerza de atracción entre dos cuerpos de masas conocidas.

Para cuerpos de tamaño moderado la fuerza es pequeña. Existe un dispositivo ideado por el reverendo John Mitchell, el cual lo usó por primera vez Sir Henry Cavendish en 1798. El mismo aparato fue usado por Coulomb para medir las fuerzas de atracción y repulsión eléctrica y magnética.





gráfica de
calibración del
hilo de carga

3

$$F = \frac{M}{b} \quad \text{y} \quad G = \frac{F r^2}{m_1 m_2} \quad \left[\frac{F L^2}{Kg^2} \right] = \left[\frac{L^4}{F T^4} \right]$$

y se obtiene:

o	$G = 6.67 \times 10^{-8} \frac{\text{dina} \cdot \text{cm}^2}{g^2}$
o'	$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Newton} \cdot \text{m}^2}{Kg^2}$

Ejemplo: En una balanza de Cavendish

si $m_1 = 1g$; $m_2 = 500g$. y $r = 5cm$

$$F = 6.67 \times 10^{-8} \left(\frac{\text{dina} \cdot \text{cm}^2}{g^2} \right) \cdot \frac{(1g) \times (500g)}{(5cm)^2} =$$

$$F = 1,33 \times 10^{-6} \text{ Dinas}$$

(una millonésima de Dina)

(1 Newton = $\frac{1}{9.8}$ Kg. fuerza 1 Newton = 10^5 Dinas)

MÁSA DE LA TIERRA

4

puesto que la constante G se determina de mediciones efectuadas en el laboratorio, es posible calcular la masa de la tierra sabiendo que la tierra atrae a un gramo masa en su superficie con una fuerza de 980 dinas. La distancia entre los centros de masa es el radio de la tierra $6380 \text{ km} = 6.38 \times 10^8 \text{ cm}$. Por consiguiente,

$$980 \text{ dinas} = (6.67 \times 10^{-8} \frac{\text{dina} \cdot \text{cm}^2}{\text{gr}^2}) \frac{(1 \text{ gr})(M)}{(6.38 \times 10^8 \text{ cm})} \quad (3)$$

donde M es la masa de la tierra. Despejando a M de (3) $\left\{ M = 5.98 \times 10^{27} \text{ gr.} \right\}$

su volumen es: $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi (6.38 \times 10^8 \text{ cm})^3$
 $V = 1.09 \times 10^{27} \text{ cm}^3$

Su masa específica (masa por unidad de volumen)

$$\rho_T = \frac{M}{V} = \frac{5.98 \times 10^{27} \text{ gr}}{1.09 \times 10^{27} \text{ cm}^3} = 5.5 \text{ g/cm}^3$$

densidad del agua $\doteq 1 \text{ gr/cm}^3$

VARIACION DE LA ACELERACION DE LA GRAVEDAD "g"

La aceleración de la gravedad, g, es la aceleración comunicada a un cuerpo por su propio peso. Se tiene lo siguiente De la ley de gravitación el peso w es

$$W = G \frac{m M}{R^2} \quad (4)$$

Donde: w peso del cuerpo, m masa del cuerpo, M masa de la tierra y R distancia al centro de la misma. Substituyendo w por mg en (4) se obtiene

$$mg = G \frac{m M}{R^2}; \quad \left(g = \frac{G M}{R^2} \right) \quad (5)$$

Puesto que G y M son constantes g es función de R². En la superficie terrestre g varía de un punto a otro, debido a: Rotación, concentraciones de minerales. (La medida de g se usa en algunos procedimientos Geofísicos)

P. Ballesteros

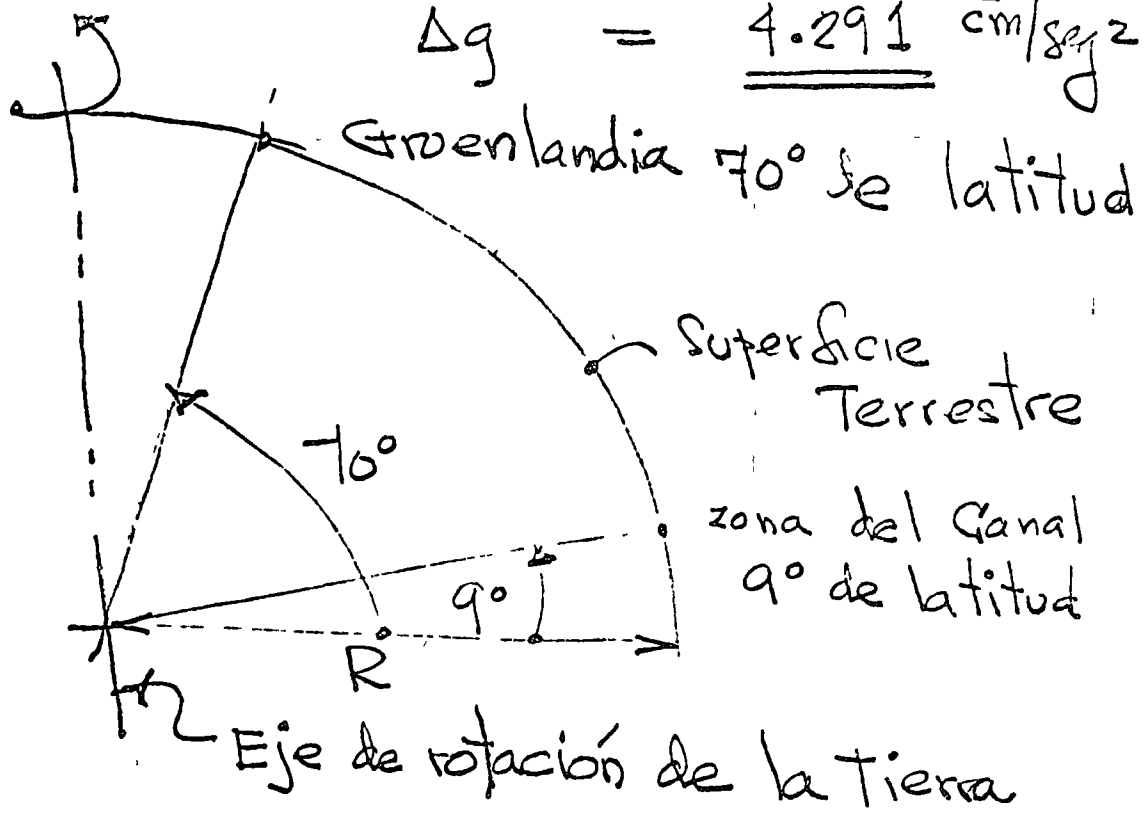
-32-

Groenlandia al nivel del mar: 982.534 $\frac{cm}{seg^2}$

Zona Canal " " " " 978.243 "

6

$$\Delta g = \underline{\underline{4.291 \text{ cm/seg}^2}}$$



De los polos al ecuador debido a la rotación de la tierra $\Delta g \approx 4.5 \text{ cm/seg}^2$

Velocidad tangencial en el ecuador $\approx 1000 \frac{\text{millas}}{\text{hora}}$

" " " " Los polos ≈ 0

P. Ballesteros

-33-

7

Aplicaciones de la segunda Ley de Newton suponiendo $g = 9.8 \text{ m/seg}^2 = 32. \text{ pies/seg}^2$

Ejemplo 1.- ¿Que fuerza resultante se ejerce sobre un bloque que pesa 24 Kg, si le produce una aceleración de 1.80 m/seg^2 .

Sea masa es: $m = \frac{w}{g} = \frac{24 \text{ Kg}}{9.8 \text{ m/seg}^2} = 2.45 \text{ U.T.M.}$

$\Sigma F = ma = (2.45 \frac{\text{Kg}}{\text{m/seg}^2})(1.8 \text{ m/seg}^2) = 4.41 \text{ Kg fuerza}$

Ejemplo 2.- ¿Cual es la fuerza resultante sobre un cuerpo de masa 48 Kg cuando su aceleración es 6 m/seg^2 ?

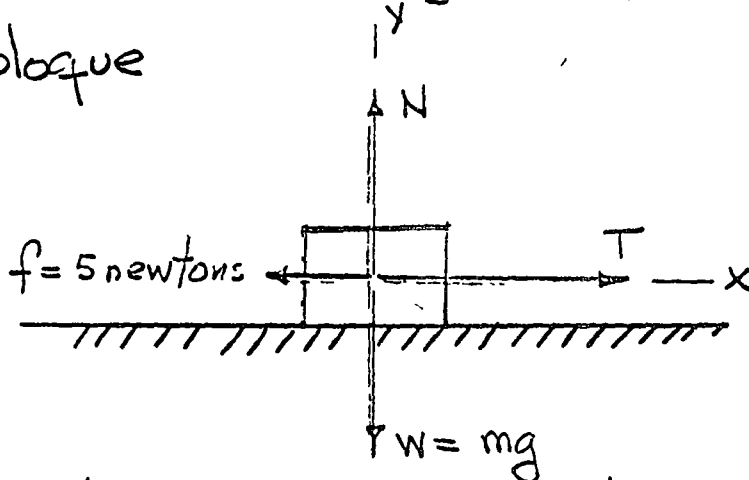
$\Sigma F = ma = 48 \text{ Kg} \times 6 \text{ m/seg}^2 = 288 \text{ newtons}$

Ejemplo 3.- Un bloque cuya masa es 10 Kg se encuentra en reposo sobre una superficie horizontal. ¿Qué fuerza constante T es necesaria para comunicarle una velocidad de 4 m/seg en 2 seg., partiendo del reposo, si la fuerza de rozamiento entre el bloque y la superficie es

P. Balles fern

-34-

constante e igual 5 newtons? Supónganse que todas las fuerzas actúan en el centro del bloque



Solución: La masa del bloque es conocida. Su aceleración según el eje y es nula. Su aceleración según el eje x puede calcularse del dato de la velocidad adquirida en un tiempo dado. Las fuerzas son constantes, la aceleración según el eje x es constante y, en virtud de las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado,

$$a_x = \frac{v - v_0}{t} = \frac{4 \frac{m}{seg} - 0}{2 \text{ seg}} = 2 \text{ m/seg}^2$$

Por consiguiente según la ley de Newton:

$$\sum F_y = m a_y ; N - W = 0$$

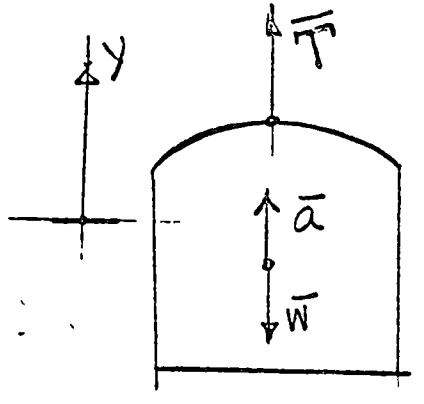
$$\sum F_x = m a_x ; T - 5 \text{ newtons} = 10 \text{ kg} \times 2 \text{ m/seg}^2$$

Despejando a T : $\boxed{T = 25 \text{ newtons}}$

P. Ballesteros

-35-

Ejemplo 4.- Un ascensor y su carga pesan 1600 lb. Calcular la tensión T en el cable soporte cuando el ascensor, que se mueve inicialmente a la velocidad de 20 pies/seg. es llevado al reposo con aceleración constante en un recorrido de 50 pies.



La masa del ascensor es:

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1600 \text{ lb}}{32 \text{ pies/seg}^2} = 50 \text{ slugs}$$

En virtud de las ecuaciones del movimiento uniformemente

$$\text{acelerado: } v^2 = v_0^2 + 2ay : a = \frac{v^2 - v_0^2}{2y}$$
$$v_0 = -20 \text{ pies/seg} \quad y = -50 \text{ pies} \quad v = 0$$

$$a = \frac{0 - (-20 \frac{\text{pies}}{\text{seg}})^2}{-2 \times 50 \text{ pies}} = 4 \text{ pies/seg}^2$$

La aceleración es positiva (dirigida hacia arriba)

$$\Sigma F = ma$$

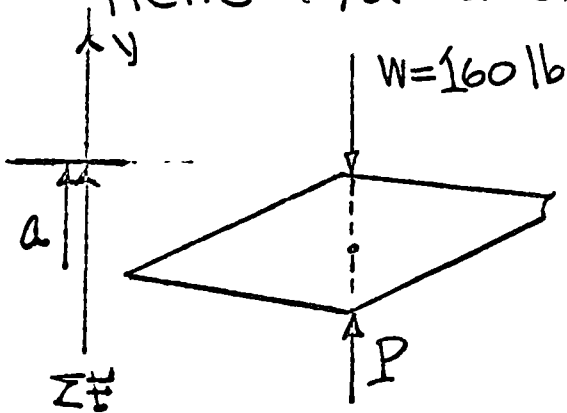
$$T - 1600 \text{ lb} = 50 \text{ slug} \times 4 \text{ pies/seg}^2 = 200 \text{ lbs}$$

$$\boxed{T = 1800 \text{ lbs}}$$

P. Ballastero

-36-

Ejemplo 5.- ¿ Con qué fuerza apretarán el suelo del ascensor los pies de un pasajero que pesa 160 lb, si el ascensor tiene la aceleración del problema anterior?



Fuerza con la cual el suelo del ascensor empuja hacia arriba al viajero; La fuerza deseada es la reacción de esta

$$\Sigma F = ma;$$

$$m = \frac{W}{g} = \frac{160 \text{ lbs}}{32 \text{ pies}/\text{seg}^2} = 5 \text{ slugs}$$

$$P - 160 \text{ lbs} = 5 \text{ slugs} \times 4 \text{ pies}/\text{seg}^2 = 20 \text{ lbs}$$

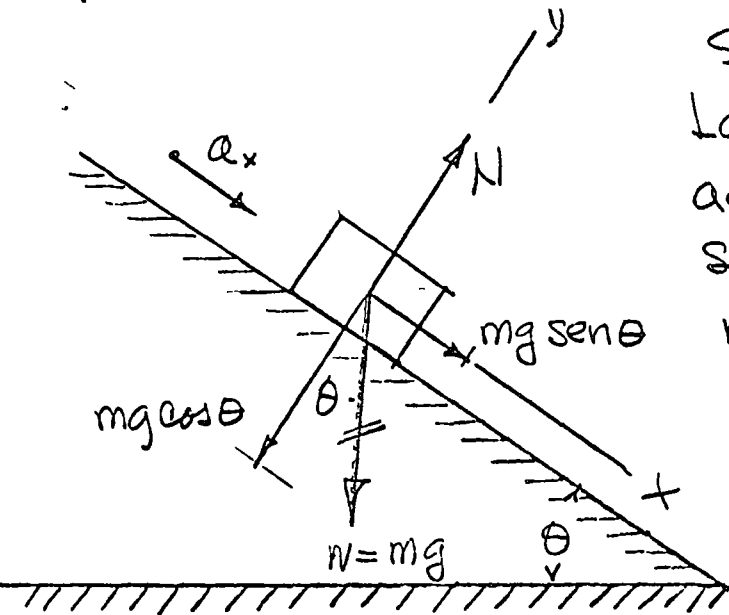
$$\boxed{P = 180 \text{ lbs}}$$

Por la Tercera Ley de Newton el pasajero ejerce una fuerza igual y opuesta dirigida hacia abajo en el ascensor

P. Beltreros

-37-

Ejemplo 6.- ¿Cuál es la aceleración de un bloque sobre un plano inclinado liso que forma un ángulo θ con la horizontal?



Solución:

Las únicas fuerzas que actúan sobre el bloque son su peso w y la fuerza normal N ejercida por el plano. Sea m la masa del cuerpo. Tomando los ejes como se

indica en la figura y descomponiendo el peso en sus componentes x e y . Se tiene

$$\sum F_y = N - mg \cos \theta; \quad \sum F_x = mg \sin \theta$$

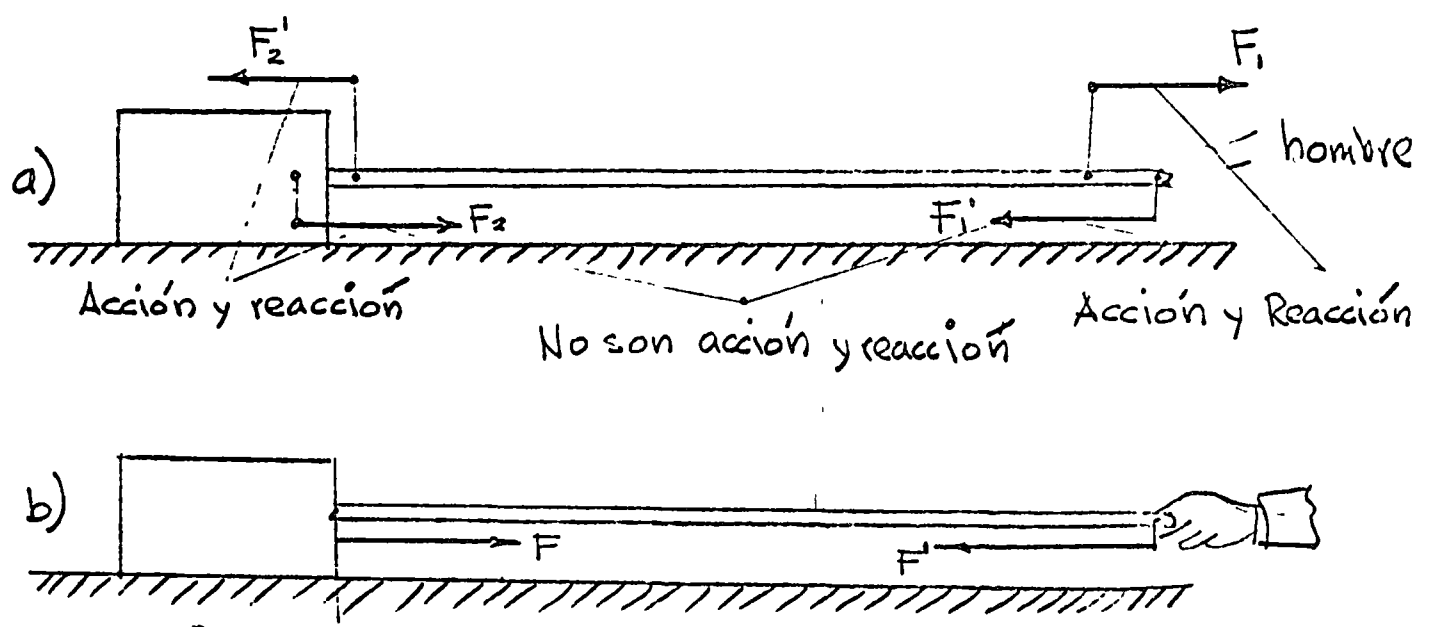
Puesto que $a_y = 0$ se deduce que: $N = mg \cos \theta$

En virtud de la ecuación $\sum F_x = ma_x$, se tiene

$$mg \sin \theta = m a_x; \quad \underline{a_x = g \sin \theta}$$

La masa no aparece en el resultado final, lo cual significa que cualquier bloque, independientemente de su masa, deslizará sobre un plano inclinado liso con una aceleración hacia abajo igual a $g \sin \theta$

Ejemplo 7.- Sean 4 kg. y 0.5 kg las masas respectivas del bloque y de la cuerda. Si la fuerza F_1 es 9 newtons, ¿Cuales son las fuerzas F_1' , F_2 y F_2' ? La superficie sobre la cual se mueve el bloque es lisa y horizontal.



a) Las fuerzas F_1 y F_1' forman una pareja de fuerzas de acción y reacción, asimismo F_2 y F_2' . F_1 es siempre igual a F_1' ; F_2 es siempre igual a F_2' . F_1 y F_2 sólo son iguales si la cuerda está en equilibrio y la fuerza F_2' no es la reacción a F_1 (En realidad, todas las fuerzas actúan a lo largo de la cuerda) (b) Si la cuerda está en equilibrio, puede considerarse que transmite una fuerza desde el hombre al bloque y vice versa.

-39-

SOLUCION: Según la Tercera Ley de Newton sabemos que $F_1 = F_1'$ y que $F_2 = F_2'$. Por consiguiente, $F_1' = 9$ newtons. La fuerza F_2 podría calcularse aplicando al bloque la segunda ley de Newton, si se conociese su aceleración, o bien podría calcularse la fuerza F_2' aplicando dicha ley a la cuerda si su aceleración fuera conocida. La aceleración puede calcularse considerando juntos bloque y cuerda formando un solo sistema. Las fuerzas verticales están en equilibrio y no es necesario considerarlos. Puesto que no hay rozamiento la fuerza exterior que actúa sobre el sistema es F_1 (F_2 y F_2' son fuerzas interiores) y F_1' actúa sobre la mano del hombre). Por lo tanto de la segunda Ley de Newton

$$\sum F = ma$$

$$9 \text{ newtons} = (4 \text{ Kg} + 0.5 \text{ Kg}) \times a$$

$$a = 2 \text{ m/seg}^2$$

P. Ballesteros

40

Ahora podemos aplicar solo al bloque la segunda ley de Newton:

$$\sum F = ma;$$

$$F_2 = 4 \text{ Kg} \times 2 \text{ m/seg}^2 = 8 \text{ newtons}$$

Considerando la cuerda sola, la fuerza resultante sobre ella es:

$$\sum F = F_1 - F_2' = 9 \text{ newtons} - F_2'$$

y por la segunda ley

$$9 \text{ newtons} - F_2' = 0.5 \text{ Kg} \times 2 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2} = 1 \text{ newton}$$

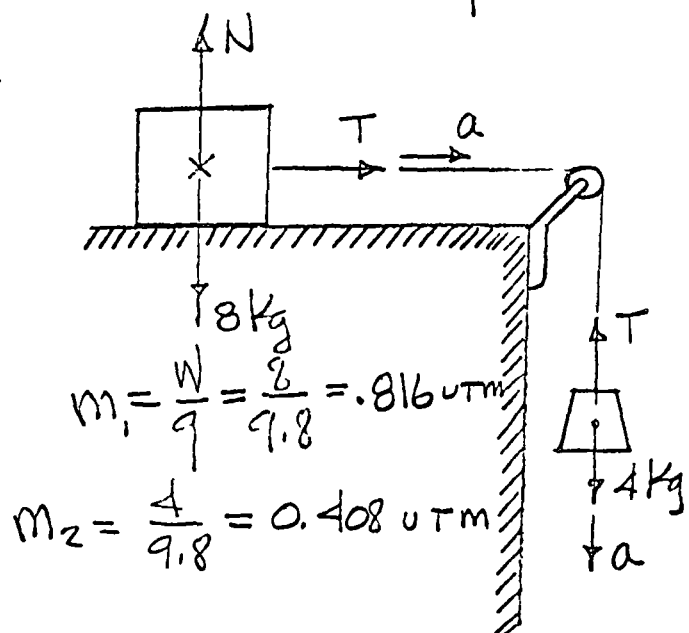
$$F_2' = 8 \text{ newtons}$$

De acuerdo con la tercera ley de Newton, que fue utilizada tácitamente cuando se suprimieron las fuerzas F_2 y F_2' considerando el sistema en conjunto, encontramos que F_2 y F_2' son iguales en magnitud. Obsérvese, sin embargo, que las fuerzas F_1 y F_2 no son iguales y opuestas (la cuerda no está en equilibrio) y que estas fuerzas no son una pareja de acción y reacción.

41

P. Ballasteros

Ejemplo 8.- Un bloque que pesa 8 Kg se mueve sobre una superficie horizontal lisa unido por una cuerda ligera flexible, que pasa por una pequeña polea sin rozamiento, a un segundo bloque suspendido que pesa 4 Kg . ¿Cuál es la aceleración del sistema, y cuál es la Tensión de la cuerda que une ambos bloques?



Solución: El diagrama indica las fuerzas que actúan sobre cada bloque. Las fuerzas ejercidas sobre los bloques por la cuerda pueden considerarse como una pareja de acción y reacción T . Para el bloque

apoyado en el plano.

$\sum F_x = T = 0.816 \text{ utm} \times a$ y para el vertical

$\sum F_y = 4 \text{ Kg} - T = 0.408 \text{ utm} \times a$. Despejando a

y T $a = 3.286 \text{ m/seg}^2$, $T = 2.96 \text{ Kg}$.

(La Tierra atrae el bloque suspendido con 4 Kg . y la fuerza ejercida sobre el bloque de 8 Kg es solo 2.96 Kg . La Tensión T debe ser menor de 4 Kg sino la aceleración no sería hacia abajo)

P. Balbestern

42

Ejemplo 9.- (Aplicaciones con fuerza variable)

Un automovil de masa 50 slugs se mueve a velocidad de 30 pies/seg. El conductor aplica los frenos de modo que la velocidad disminuye hasta anularse de acuerdo con la relación

$$v = v_0 - kt^2$$

siendo $v_0 = 30$ pies/seg ; $k = 0.30$ pies/seg³ y t el tiempo en segundos transcurrido después de aplicar los frenos. Calcular F en $t = 5$ seg.

SOLUCION: Se conoce la masa del automovil.

Para encontrar a a partir de la segunda ley de Newton, la fuerza resultante que actúa sobre él, se calcula primero la aceleración.

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}(v_0 - kt^2) = -2kt$$

$$\text{para } t = 5 \text{ seg. } a = -2 \times 0.30 \frac{\text{pies}}{\text{seg}^3} \times 5 \text{ seg} = -3 \frac{\text{pies}}{\text{seg}^2}$$

Por consiguiente en ese instante

$$\Sigma F = ma = 50 \text{ slugs} \times (-3 \frac{\text{pies}}{\text{seg}^2}) = -150 \text{ lbs}$$

(¿Que significa el signo negativo)

P Ballsters

-43-

Ejemplo 10.- Un automóvil de masa 50 slugs acelera partiendo del reposo. Durante los primeros 10 seg. la fuerza resultante que actúa sobre él esta dada

por
$$\Sigma F = F_0 - kt$$

donde $F_0 = 200 \text{ lb}$; $k = 10 \text{ lb/seg}$, y t es el tiempo transcurrido en segundos después del arranque. Calcular la velocidad a cabo de 10 seg. y la distancia recorrida en ese tiempo. Solución: De la 2ª ley

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{F_0}{m} - \frac{k}{m} t; \text{ por lo tanto}$$

$$dv = \frac{F_0}{m} dt - \frac{k}{m} t dt; \text{ integrando}$$

$$\int_0^v dv = \frac{F_0}{m} \int_0^t dt - \frac{k}{m} \int_0^t t dt;$$

$$v = \frac{F_0}{m} t - \frac{k}{2m} t^2 \quad \text{--- (1)}$$

substituyendo los datos en (1)

$$v = \frac{200 \text{ lbs}}{50 \text{ slugs}} \times 10 \text{ seg} - \frac{10 \text{ lbs/seg}}{2 \times 50 \text{ slugs}} \times (10 \text{ seg})^2$$

$$v = 30 \text{ pies/seg}$$

P. Ballestero

-44-

Para calcular la distancia recorrida se tiene que: (De ec. 1)

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{F_0}{m} t - \frac{k}{2m} t^2 \quad (2)$$

Integrando (2)

$$\int_0^x dx = \frac{F_0}{m} \int_0^t t dt - \frac{k}{2m} \int_0^t t^2 dt$$

$$x = \frac{F_0}{2m} t^2 - \frac{k}{6m} t^3 \quad (3)$$

Substituyendo los datos en (3) se tiene

$$x = \frac{200 \text{ lbs}}{2 \times 50 \text{ slugs}} \times (10 \text{ seg})^2 - \frac{10 \text{ lbs/seg}}{6 \times 50 \text{ slug}} \times (10 \text{ seg})^3$$

$$x = 167 \text{ pies}$$

VIBRACIONES

Movimiento periódico: Cualquier movimiento que se repite después de cierto intervalo de tiempo (oscilaciones y vibraciones de cuerpos, etc...)

Tipos de vibraciones

{ vibración libre
 { vibración forzada

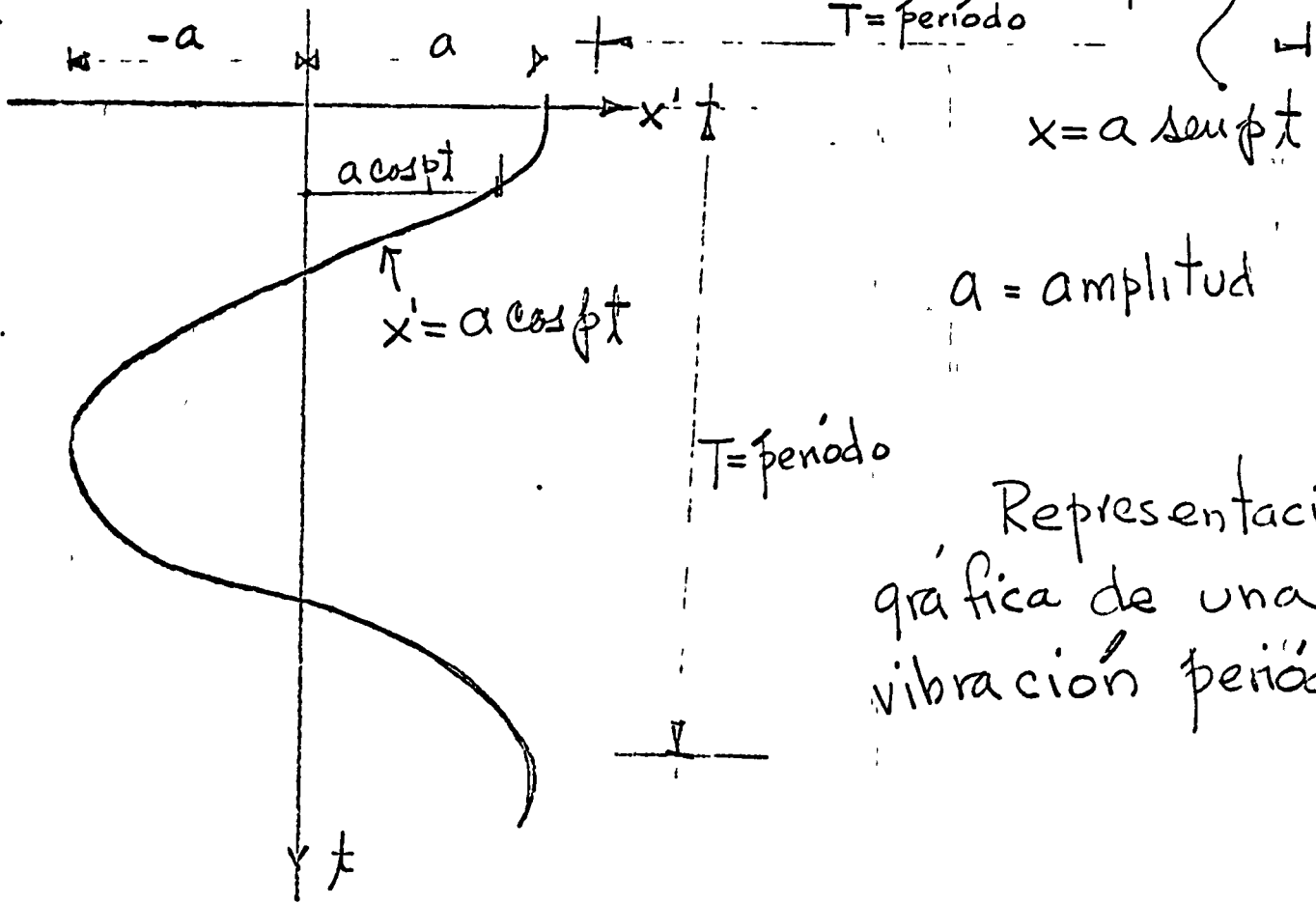
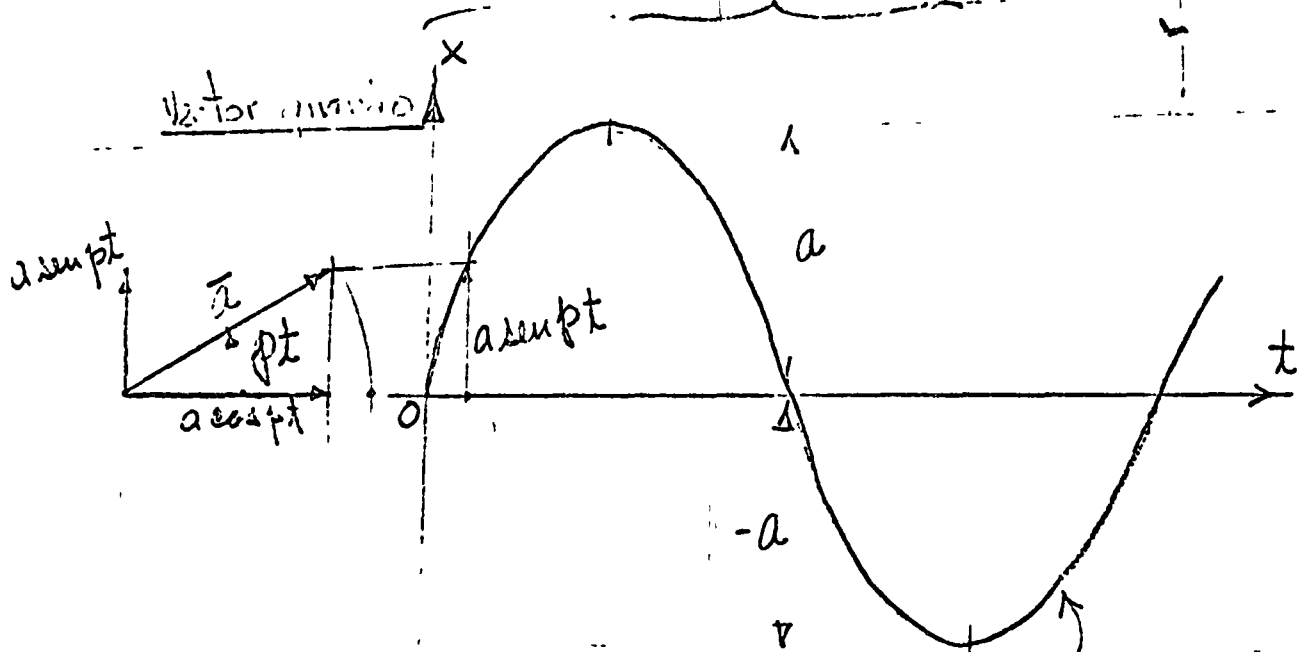
vibración libre: originada por fuerzas internas dentro del resorte elástico, y las fuerzas de atracción gravitacional

vibración forzada: vibración sujeta a una fuerza periódica externa

P. Ballesterro

5.7

1 ciclo



$a = \text{amplitud}$

Representación gráfica de una vibración periódica

58

ángulo descrito durante una revolución:

$$2\pi \text{ radianes} = \omega T$$

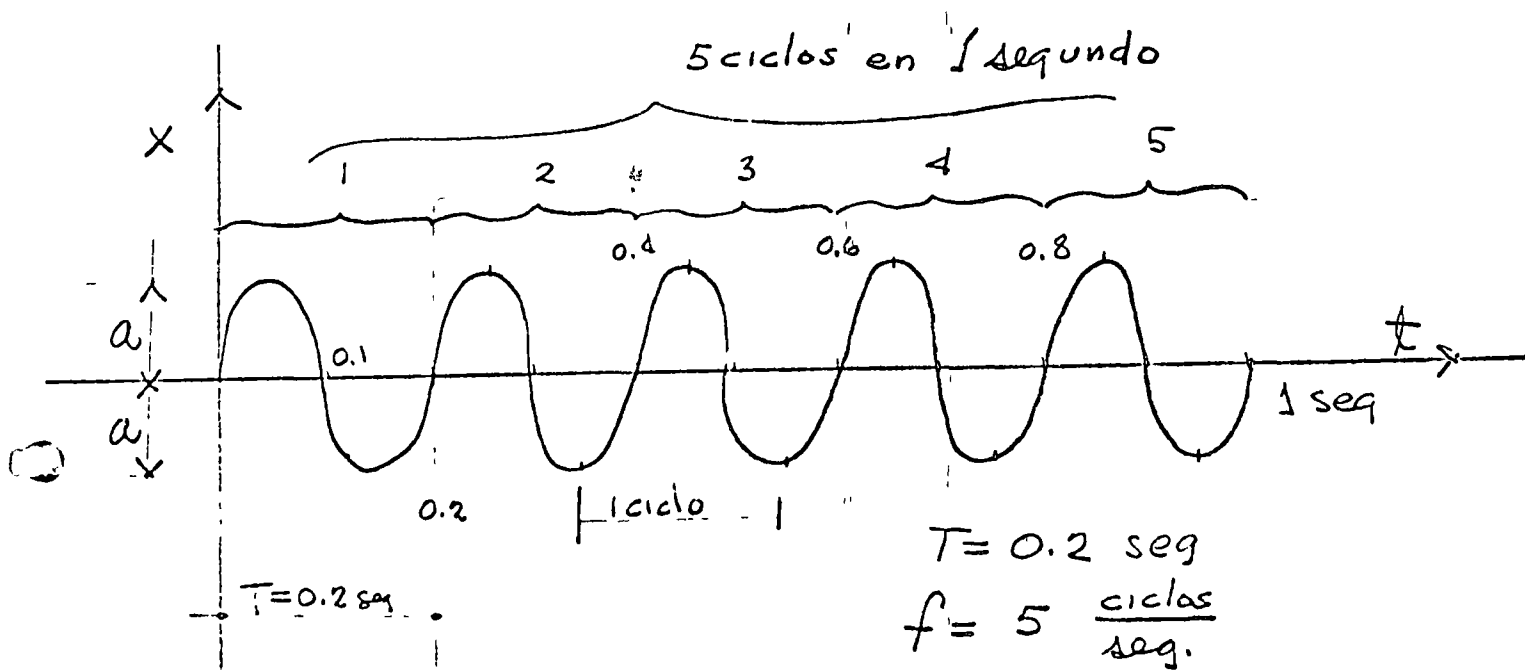
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{\text{radianes}}{\text{segundo}} \right] \quad \left(\begin{array}{l} \text{velocidad angular} \\ \text{frecuencia circular} \end{array} \right)$$

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} = f \text{ (frecuencia)} \quad \frac{\text{ciclos}}{\text{segundo}} \equiv \text{cps}$$

≡ ejemplos: Una vibración con un período

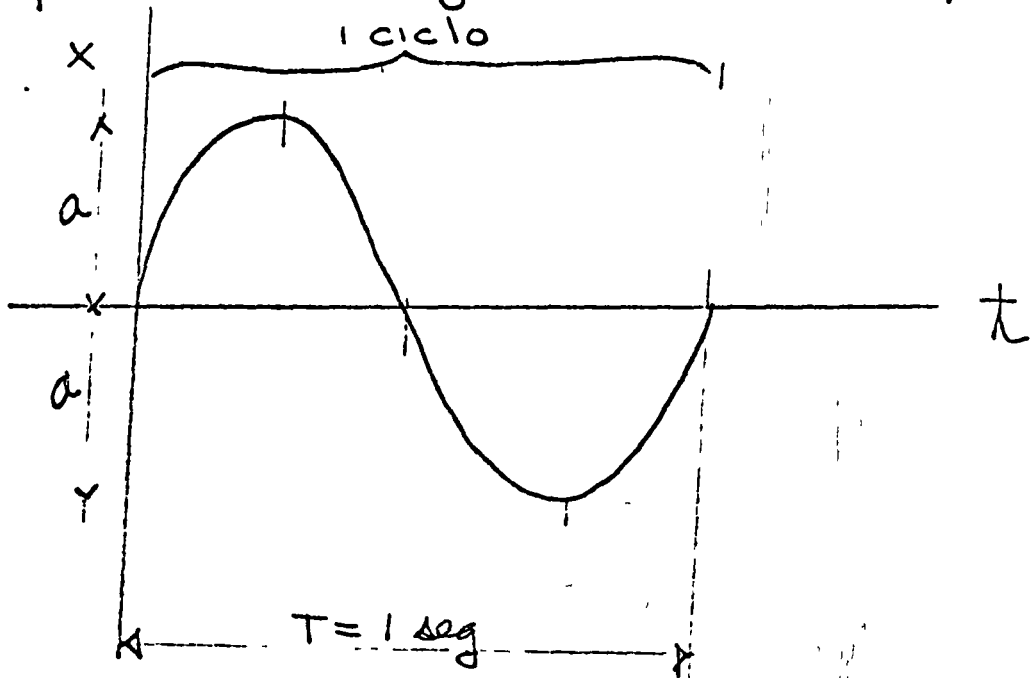
$T = 0.20 \text{ seg}$ tiene una frecuencia de

$$f = \frac{1}{0.20} = 5 \text{ ciclos/segundo}$$

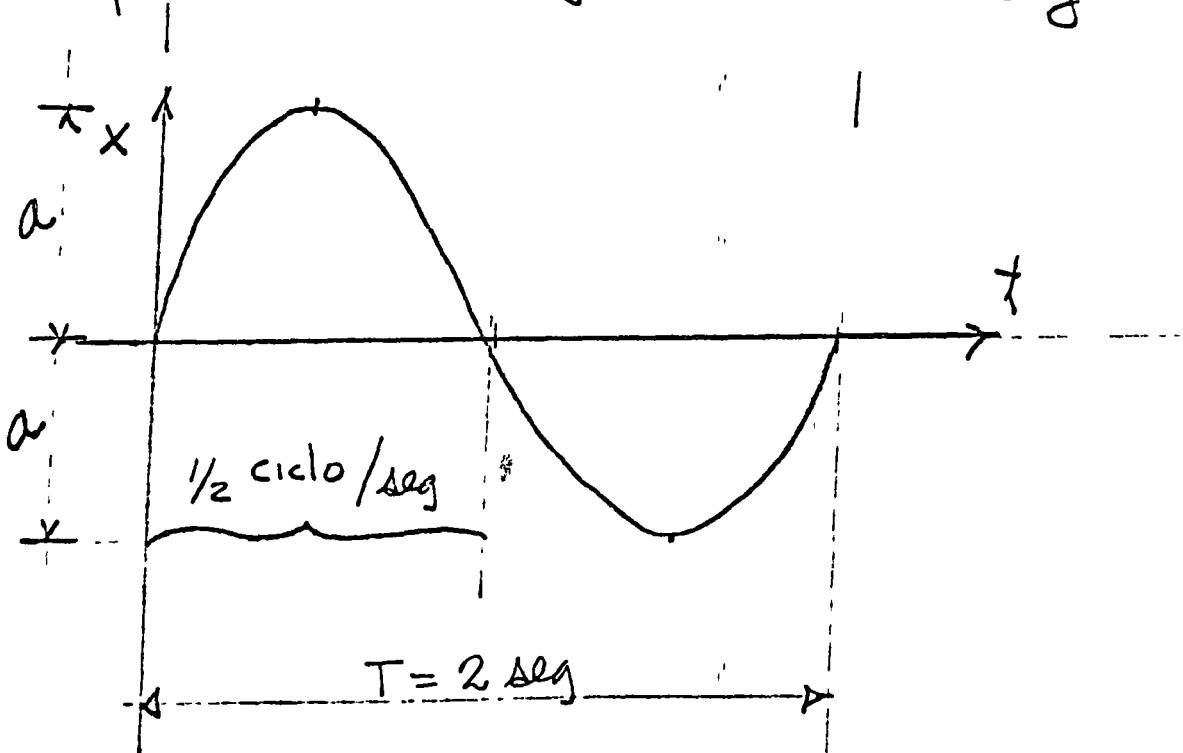


59

para $T = 1 \text{ seg.}$ $f = 1 \text{ ciclo/seg}$

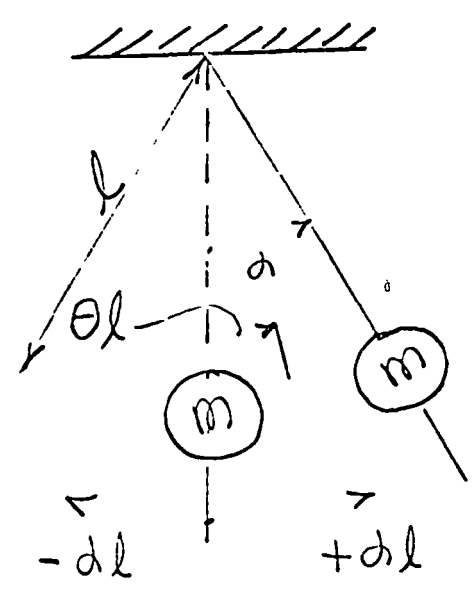


para $T = 2 \text{ seg}$ $f = \frac{1}{2} \frac{\text{ciclo}}{\text{seg}}$

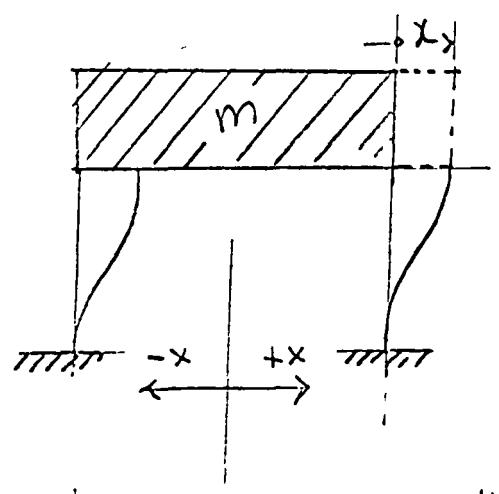
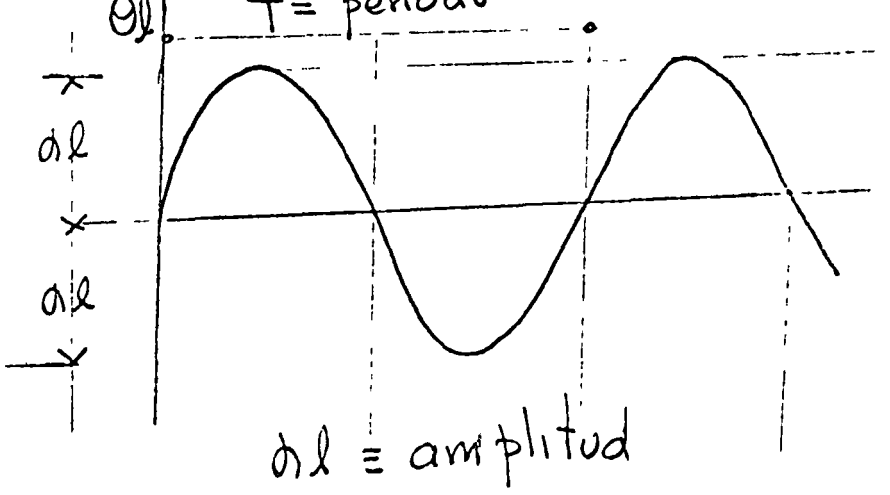


(Frecuencia: ciclos por unidad de tiempo)

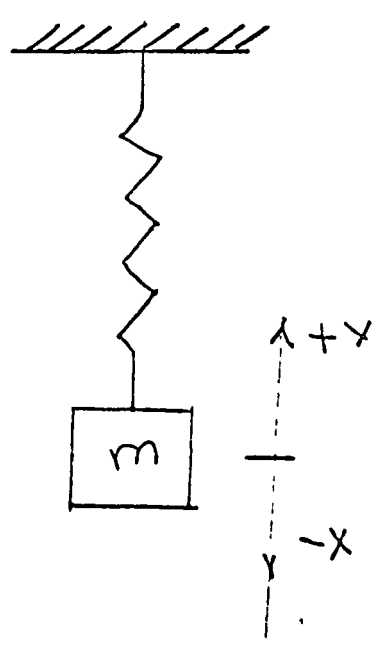
Ejemplos de cuerpos vibrando



Péndulo oscilando

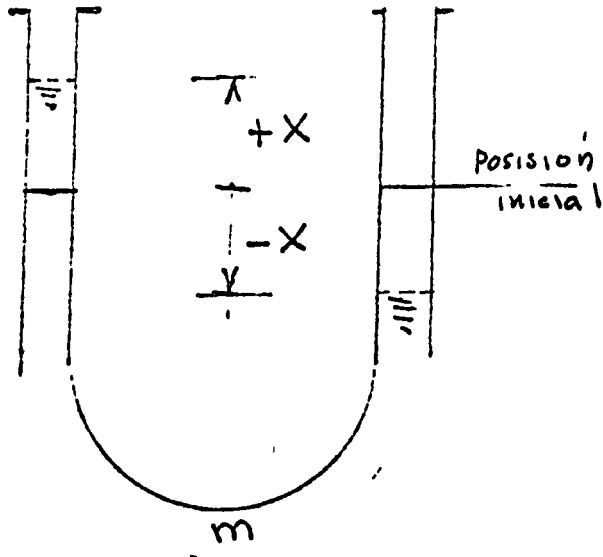


Marco con una viga infinitamente rígida sobre columnas flexibles

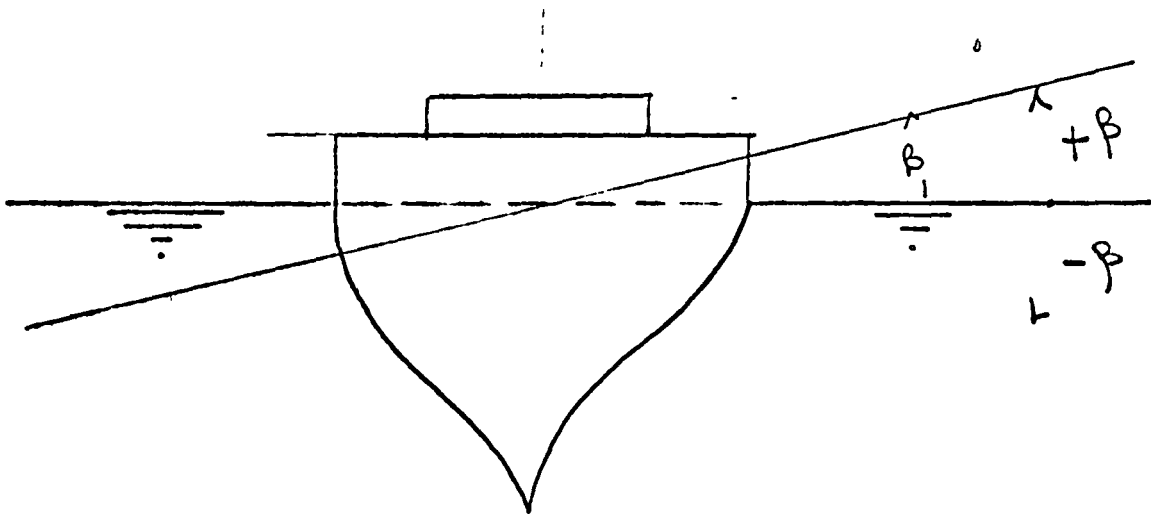


61

P. Ballesteros



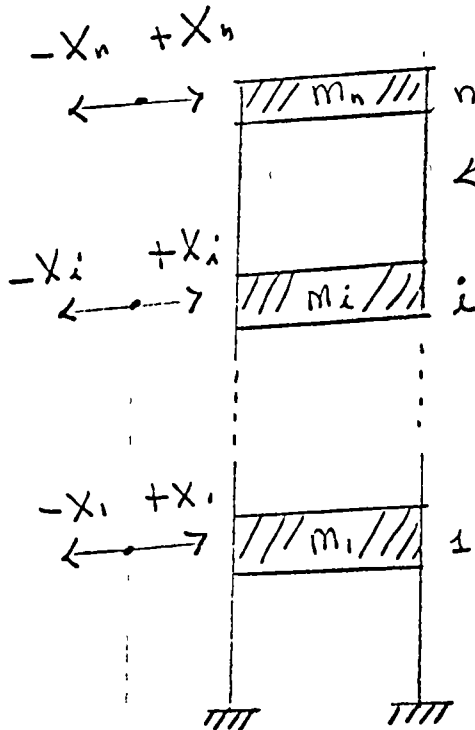
Líquido de masa m
en vasos comunicantes



Barco oscilando transversalmente

(62)
69

El número de coordenadas independientes necesitadas para especificar completamente un sistema en cualquier instante es conocido como el número de grados de libertad del sistema. Los ejemplos anteriores son de un grado de libertad.



Sistema de n grados de libertad. Puede tener diversos modos de vibración en un período T. Se necesitan n sistemas coordenadas x_1, x_2, \dots, x_n para especificarlo.

Expresiones Matemáticas y conceptos
Físicos básicos

x = desplazamiento

$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ velocidad de desplazamiento

$\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$ aceleración del desplazamiento

$$\frac{d}{dt}(a \operatorname{sen} \phi t) = a \phi \cos \phi t$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(a \operatorname{sen} \phi t) = -a \phi^2 \operatorname{sen} \phi t$$

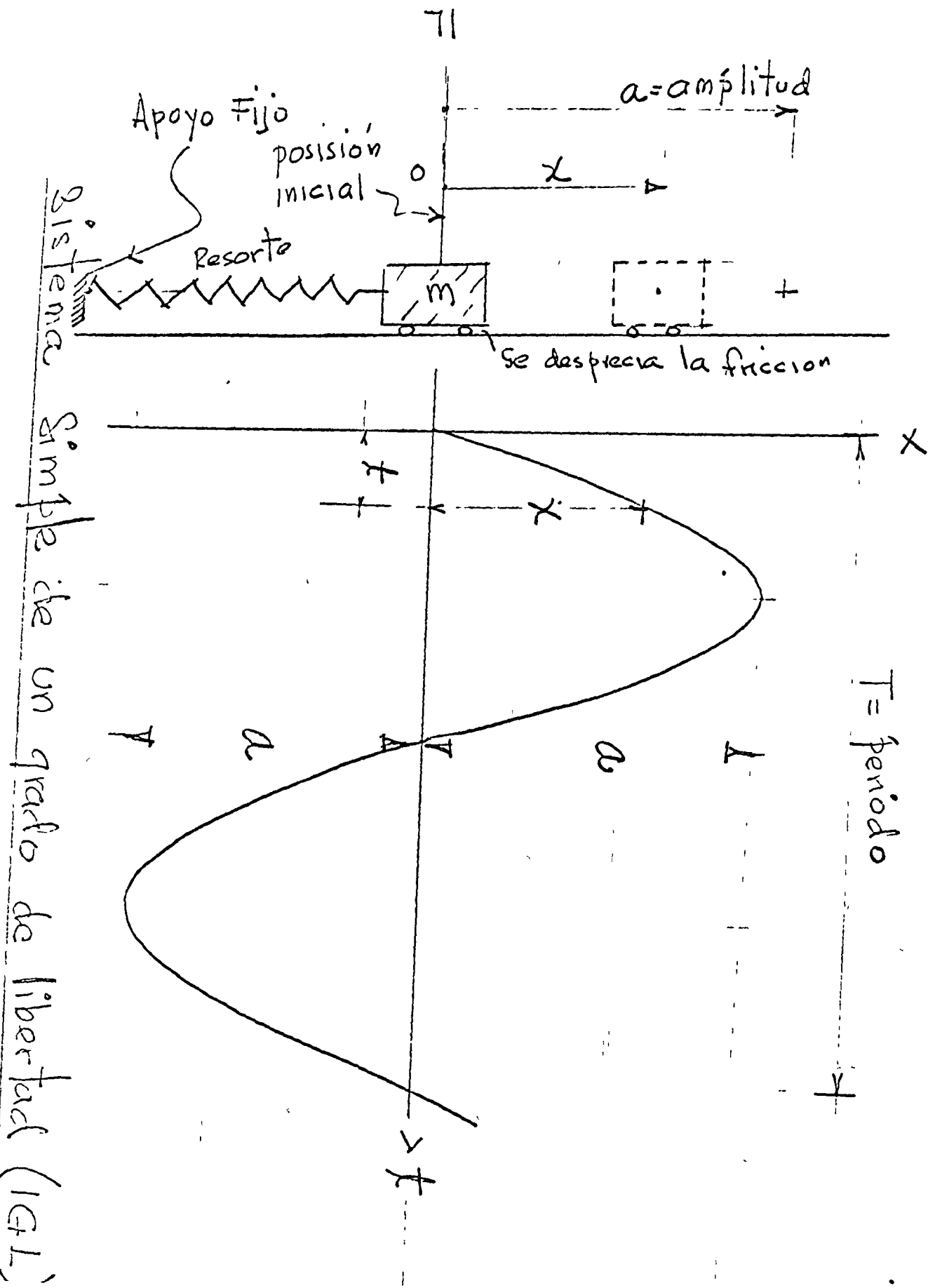
$$\frac{d}{dt}(e^{rt}) = r e^{rt}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(e^{rt}) = r^2 e^{rt}$$

Segunda Ley de Newton

$$F = ma = m \ddot{x}$$

$$F \Delta t = m \Delta \dot{x}$$



Sistema Simple de un grado de libertad (IGL)

Se supone que la amplitud máxima a estará siempre dentro del régimen elástico del resorte

Gráfica de calibración del resorte:

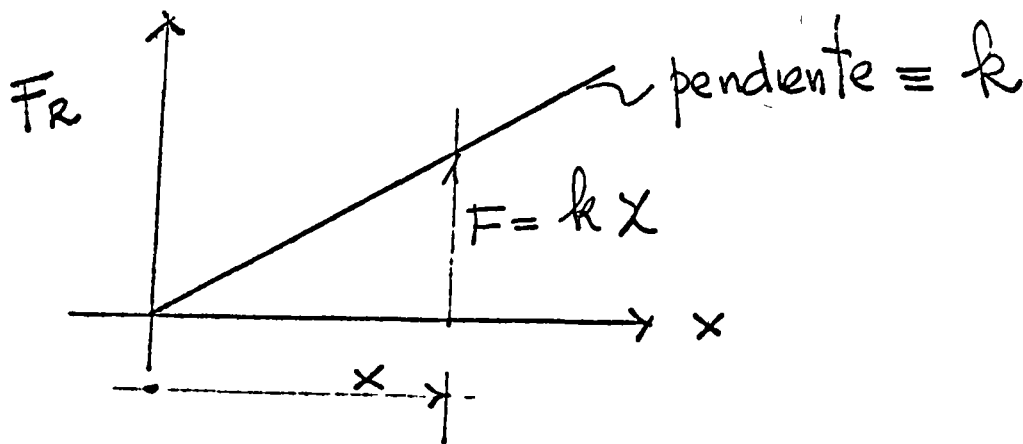
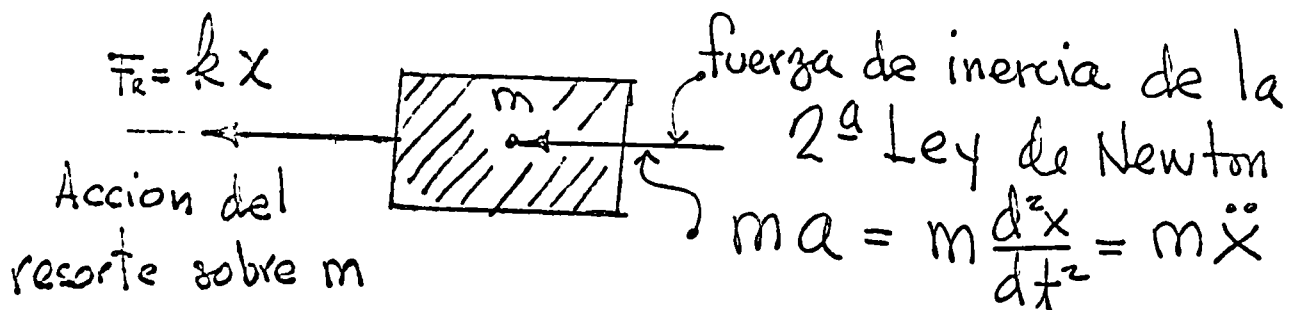
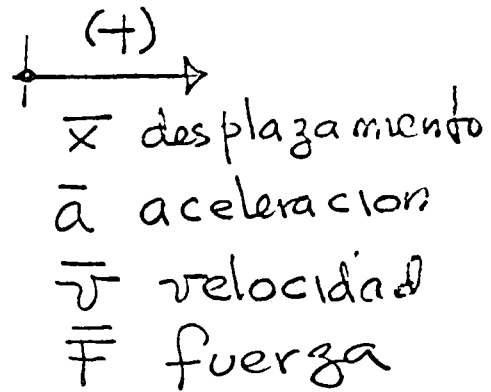


Diagrama de cuerpo libre: en el cuerpo de masa m .



Convención de signos



Del diagrama de cuerpo libre se tiene

$$m\ddot{x} + kx = 0; \quad \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (1)$$

(1) Ecuación diferencial lineal homogénea con coeficientes constantes

haciendo $\beta^2 = \frac{k}{m}$ en (1) se tiene

$$\ddot{x} + \beta^2 x = 0 \quad (2)$$

La solución general de (2) es

$$x = A \cos \beta t + B \sin \beta t \quad (3)$$

La evaluación de las constantes

A y B depende de la forma como se inicia el movimiento

Observar que:

$A \cos pt \equiv$ movimiento armónico simple

$B \sin pt \equiv$

Suma \equiv movimiento armónico simple

Suponiendo:

para $t=0$, $x = x_0 = a =$ amplitud

" $t=0$, $\dot{x} = \dot{x}_0$ velocidad inicial aplicada.

De (3) se tiene:

$$x_0 = A(1) + B(0) \therefore x_0 = A \quad (4)$$

$$\dot{x} = -A p \sin pt + B p \cos pt$$

$$\text{para } t=0 \quad \dot{x}_0 = 0 + B p \therefore B = \frac{\dot{x}_0}{p} \quad (5)$$

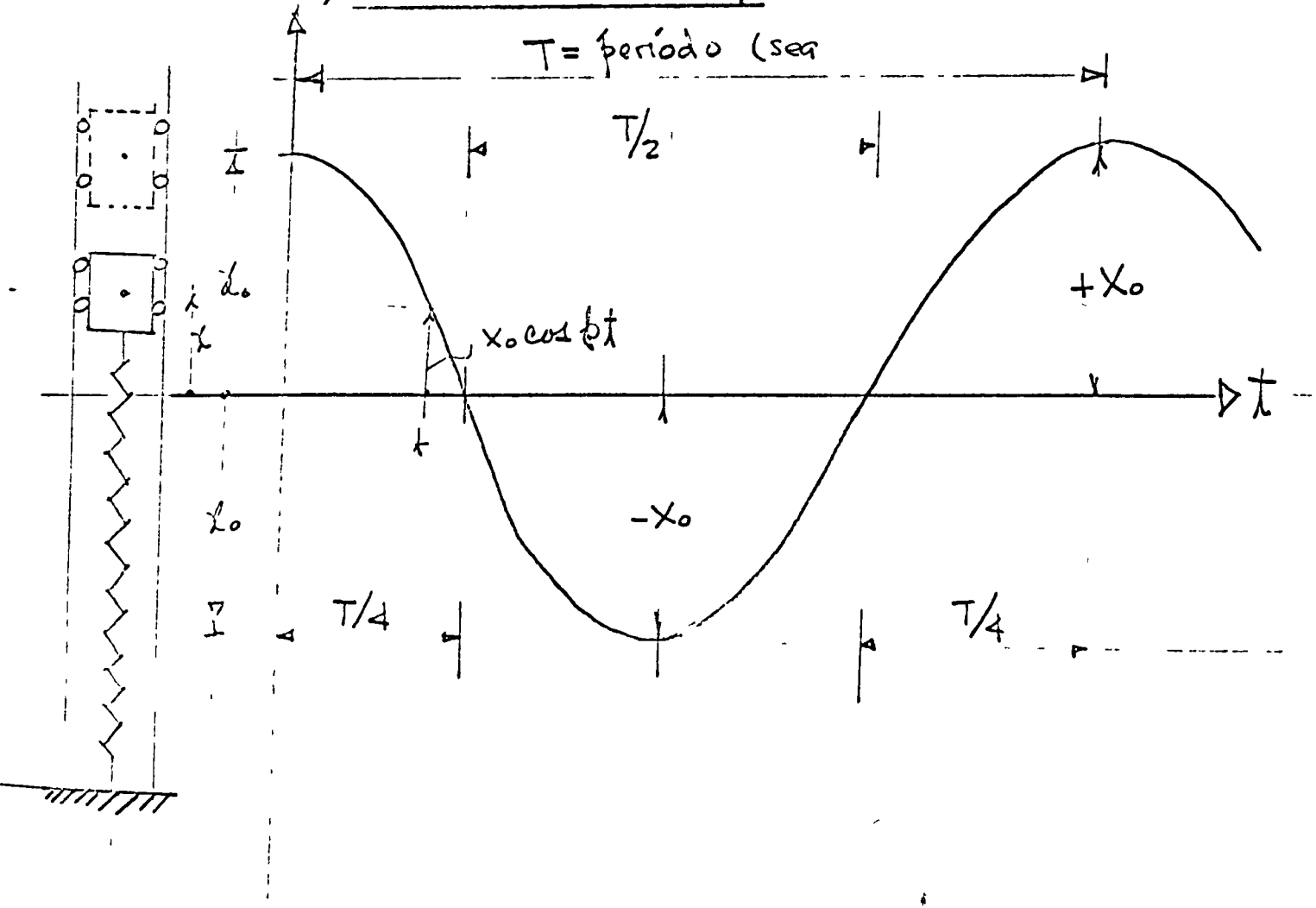
Substituyendo (4) y (5) en (3)

se tiene

$$x = x_0 \cos pt + \frac{x_0'}{p} \operatorname{sen} pt \quad (7)$$

Suponiendo que se suelta solo el resorte de la amplitud x_0 , la velocidad inicial $x_0' = 0$ y (7) queda

$$x = x_0 \cos pt \quad (8)$$



RELACIONES BASICAS

X₀ = amplitud [L]

T = periodo [T]

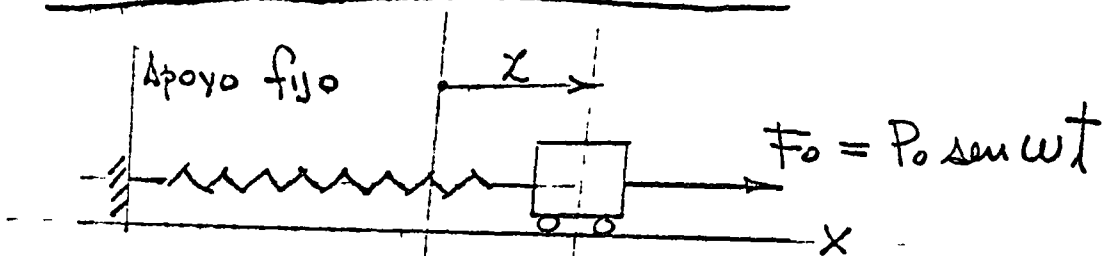
f = 1/T frecuencia [1/T] { ciclos / seg }

φ = 2πf = 2π/T = velocidad angular o frecuencia circular del sistema

φ = √(k/m) f = 1/(2π) √(k/m)

VIBRACION FORZADA MEDIANTE UNA

FUERZA F₀ = P₀ sen ωt



De Σ F_x = 0

m ẍ + kx = P₀ sen ωt

ẍ + (k/m)x = (P₀/m) sen ωt (8)

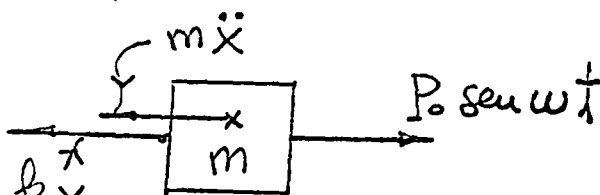


Diagrama de cuerpo libre

La solución de (8) es x = A sen ωt (9)

Substituyendo (9) en (8) se obtiene

$$-Am\omega^2 \underline{\text{sen } \omega t} + Ak \underline{\text{sen } \omega t} = P_0 \underline{\text{sen } \omega t}$$

$$A(k - m\omega^2) = P_0$$

$$A = \frac{P_0}{k - m\omega^2} = \frac{P_0}{k} \frac{1}{1 - \frac{m}{k}\omega^2}$$

pero $\frac{m}{k} = \frac{1}{p^2}$ por lo tanto

$$A = \frac{P_0}{k} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} \quad (10)$$

Substituyendo (10) en (9) se obtiene

$$\boxed{x = \frac{P_0}{k} \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} \text{sen } \omega t} \quad (11)$$

Efecto
estático

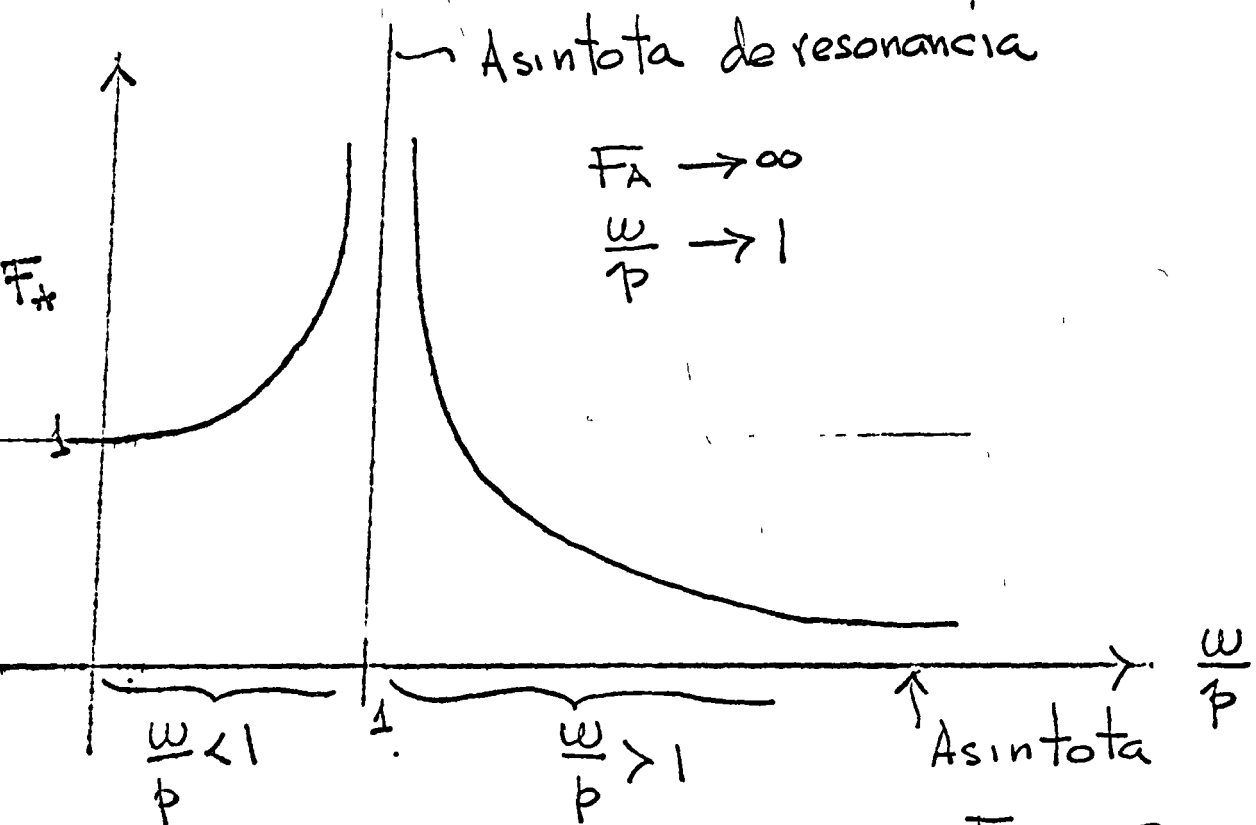
Efecto
dinámico

El valor absoluto de la amplitud máxima

sea $|x|_{\max} = \frac{P_0}{k} \left| \frac{1}{1 - \omega^2/p^2} \right|$

Se define como factor de amplificación

$$\overline{F}_A = \frac{|X|_{\max}}{P_0/r} = \left| \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{p^2}} \right| \quad (12)$$

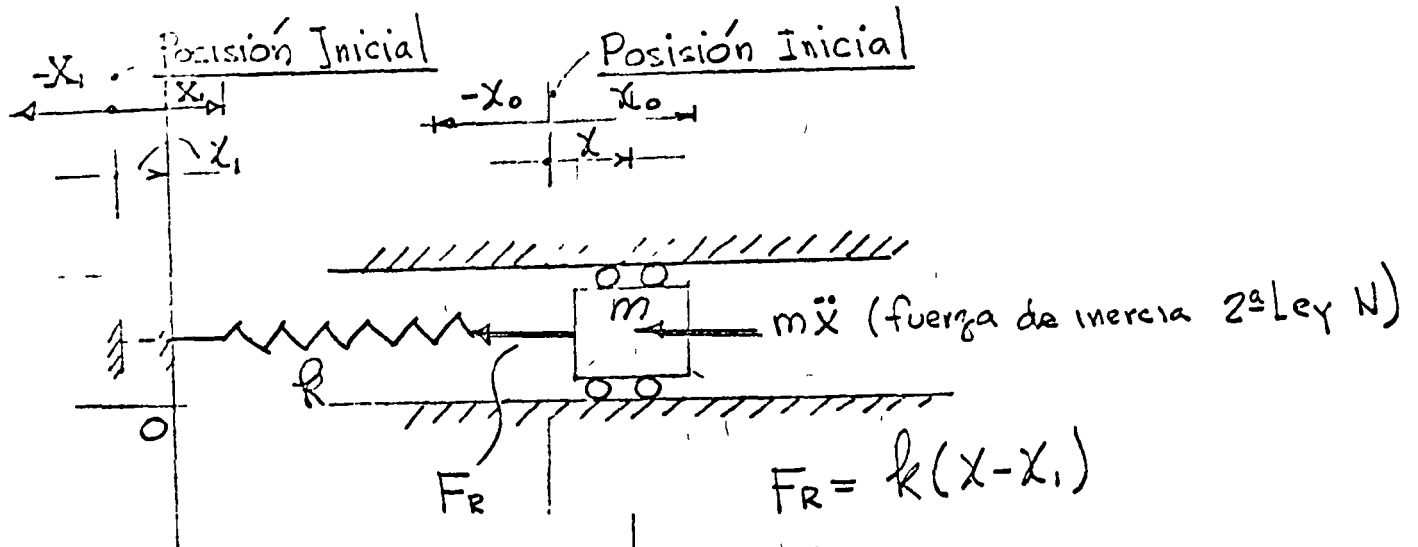


ω : frecuencia circular de excitación del sistema.

p : frecuencia circular del sistema.

Cuando $\omega = p$, $\overline{F}_A \rightarrow \infty$ el sistema entra en resonancia.

DESPLAZAMIENTO ARMONICO DEL APOYO



$$\text{De } \sum F_x = 0 \quad m\ddot{x} + k(x - x_1) = 0 \quad (13)$$

Si el movimiento del Apoyo es

$$x_1 = X_1 \text{ sen } \omega t \quad (14)$$

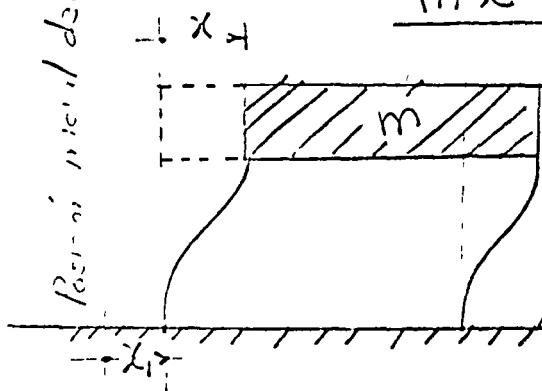
Substituyendo (14) en (13) se obtiene

$$\underline{m\ddot{x} + kx = kX_1 \text{ sen } \omega t} \quad (15)$$

(15) es similar a la ecuación (8)

$$\underline{m\ddot{x} + kx = P_0 \text{ sen } \omega t} \quad (8)$$

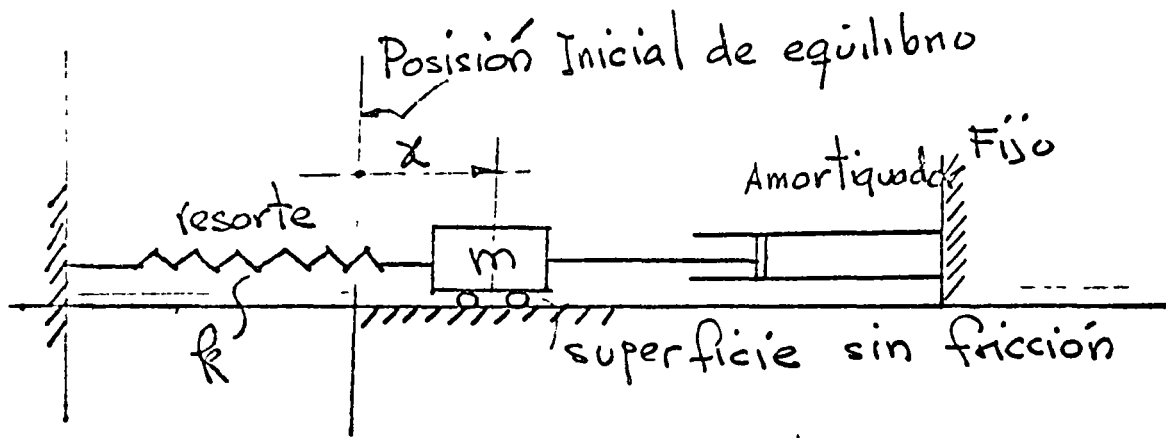
Posición inicial del Apoyo



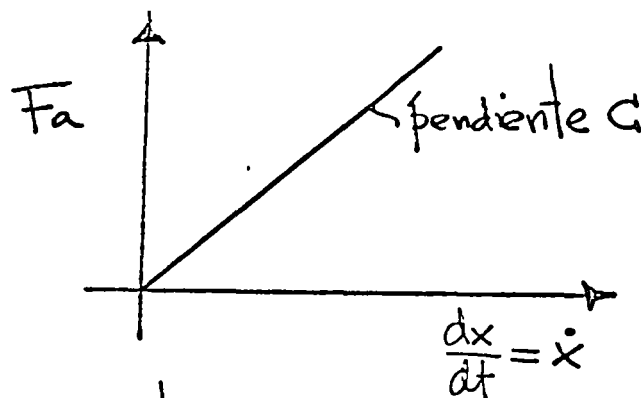
Sistema de un grado de libertad con movimiento armónico del apoyo.

Superficie del terreno

VIBRACION DE UN SISTEMA AMORTIGUADO



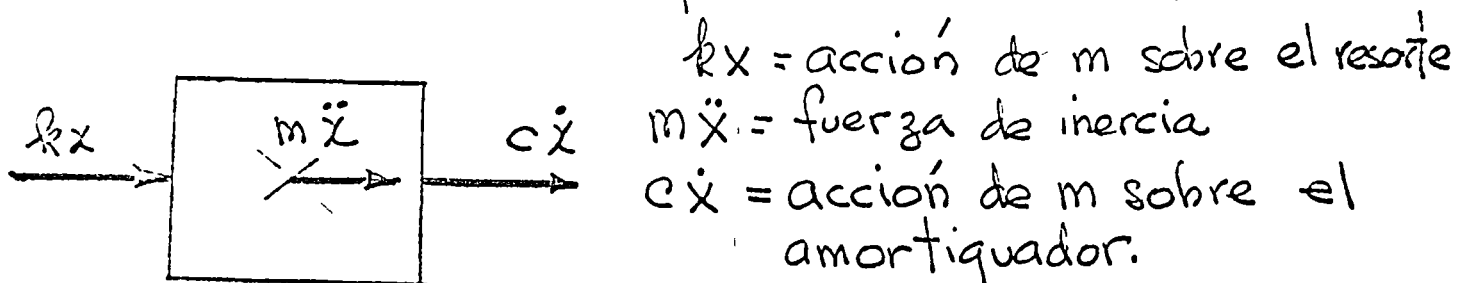
De mediciones en el laboratorio se demuestra que la fuerza de amortiguamiento F_a es proporcional a la velocidad del cuerpo de masa m



Amortiguamiento viscoso.

$$F_a = C \dot{x}$$

(F_a fuerza entre superficies lubricadas)



kx = acción de m sobre el resorte

$m\ddot{x}$ = fuerza de inercia

$c\dot{x}$ = acción de m sobre el amortiguador.

Diagrama de cuerpo libre

De $\sum F_x = 0$

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (16)$$

$p^2 = \frac{k}{m}$ y haciendo $\frac{c}{m} = 2n$ (16)

se transforma a

$$\ddot{x} + 2n\dot{x} + p^2x = 0 \quad (17)$$

(17) Ecuación diferencial lineal de 2º orden con coeficientes constantes homogénea, cuya solución general es

$$x = C_1 e^{r_1 t} + C_2 e^{r_2 t} \quad (18)$$

donde r son las raíces de

$$r^2 + 2nr + p^2 = 0 \quad (19)$$

[Lo anterior resulta de suponer una solución de la forma $x = C_n e^{r_n t}$ y sustituirla en (18)]

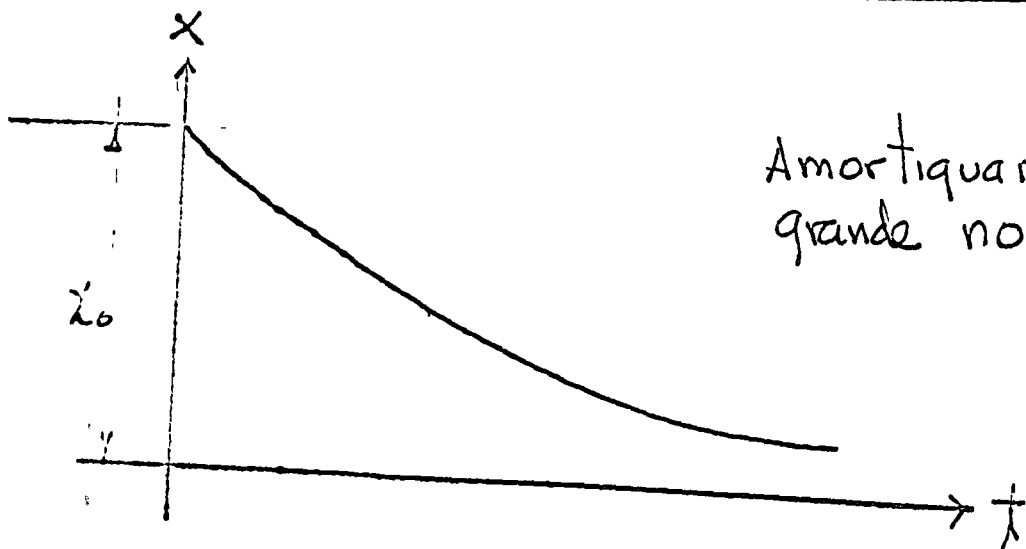
resolviendo (1a) se obtiene

$$\begin{aligned} r_1 &= -n + \sqrt{n^2 - p^2} \\ r_2 &= -n - \sqrt{n^2 - p^2} \end{aligned} \quad (20)$$

En las raíces (20) se pueden tener 3 casos:

a) $n > p$: el sistema no oscila el amortiguamiento $c < c_{cr}$ es menor que el amortiguamiento crítico, las raíces r_1 y r_2 serán reales y substituidas en (18) se obtiene

$$x = e^{-nt} \left(C_1 e^{\sqrt{n^2 - p^2}t} + C_2 e^{-\sqrt{n^2 - p^2}t} \right) \quad (21)$$



b) Si $n = \phi$ las raíces son respectivamente $r_1 = n$, $r_2 = -n$ las cuales substituyéndose en (18) se obtiene

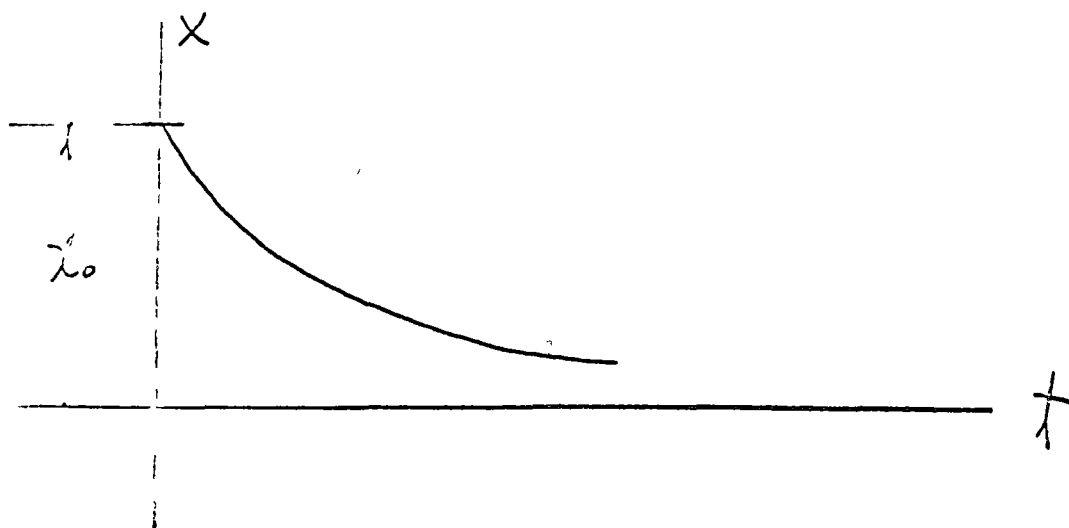
$$x = C_1 e^{nt} + C_2 e^{-nt} = e^{-nt} (C_2 + C_1 e^{2nt}) \quad (22)$$

para $t=0$ $x = x_0$ $C_2 = x_0$

en este caso c se define como C_{CR}

$$\boxed{C_{CR} = 2mn = 2m\phi} \quad (23)$$

El sistema no oscila



e) Si $n < p$ las raíces son imaginarias conjugadas y haciendo

$$p_a^2 = p^2 - n^2 = -(n^2 - p^2)$$

$$r_1 = -n + \sqrt{-p_a^2} = -n + i p_a \quad (24)$$

$$r_2 = -n - \sqrt{-p_a^2} = -n - i p_a$$

Substituyendo (24) en (18) se obtiene

$$\begin{aligned} x &= C_1 e^{(-n+i p_a)t} + C_2 e^{(-n-i p_a)t} \\ &= e^{-nt} (C_1 e^{i p_a t} + C_2 e^{-i p_a t}) \end{aligned}$$

efectuando operaciones y simplificando

$$y \quad \cos p_a t = \frac{e^{i p_a t} + e^{-i p_a t}}{2}, \quad \text{sen } p_a t = \frac{e^{i p_a t} - e^{-i p_a t}}{2}$$

se obtiene:

$$x = e^{-nt} (C_1 \cos p_a t + C_2 \text{sen } p_a t) \quad (25)$$

Donde. $n = \frac{c}{2m}$; $p_a^2 = p^2 - n^2$; $p = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$y \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{T}$$

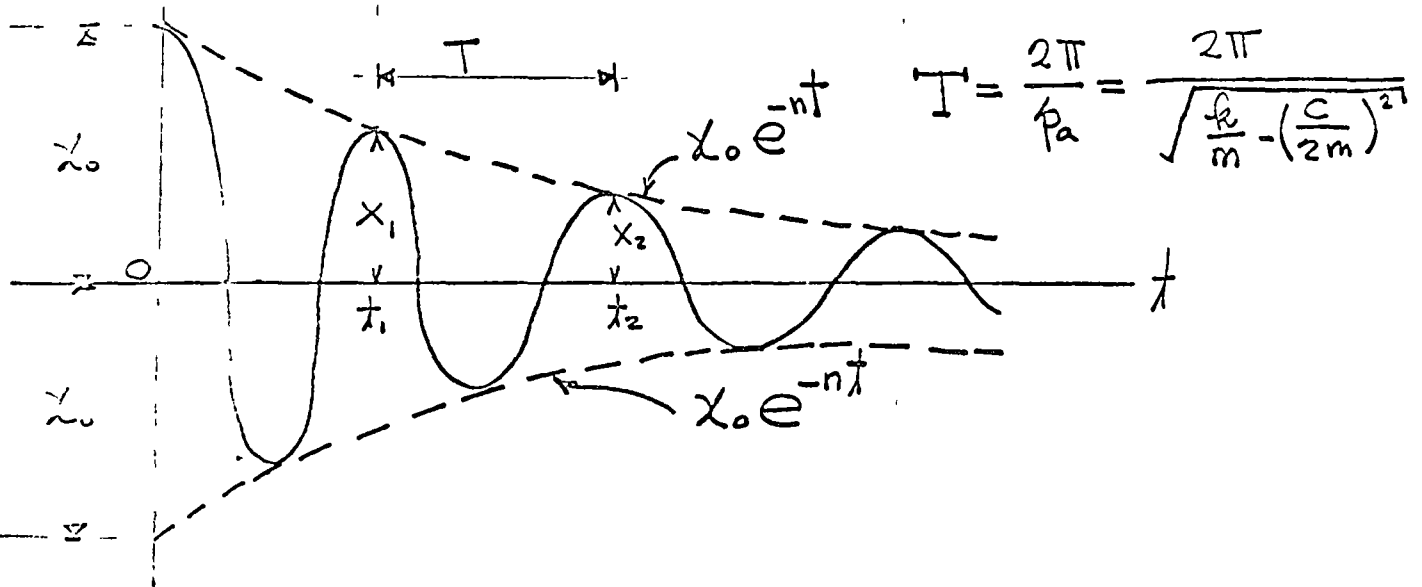
(25) se puede escribir como

$$x = A e^{-nt} \cos(\rho_a t - \phi) \quad (26)$$

Por substitución directa se puede verificar que (26) satisface (17), o desarrollando (26) se observa que (26) y (25) son soluciones equivalentes

Si la masa m , es soltada del reposo a una distancia x_0 de su posición inicial de equilibrio, el ángulo fase $\phi = 0$ y $A = x_0$. Y la solución es:

$$x = x_0 e^{-nt} \cos(\rho_a t) \quad (27)$$



La constante de amortiguamiento c puede ser determinada de un registro experimental de la vibración como el representado en la figura anterior, midiendo dos amplitudes sucesivas a los tiempos t_1 y $t_2 = t_1 + T$, su razón es

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_0 e^{-n t_1} \cos p_a t_1}{x_0 e^{-n(t_1+T)} \cos p_a(t_1+T)} = e^{nT} \quad (28)$$

Esta expresión puede escribirse

$$nT = \ln \frac{x_1}{x_2} = \frac{c}{2m} T$$

de donde $\boxed{c = \frac{2m}{T} \ln \frac{x_1}{x_2}}$ (29)

En el cuerpo de masa m conocida, medidos x_1 y x_2 y T nos permite calcular

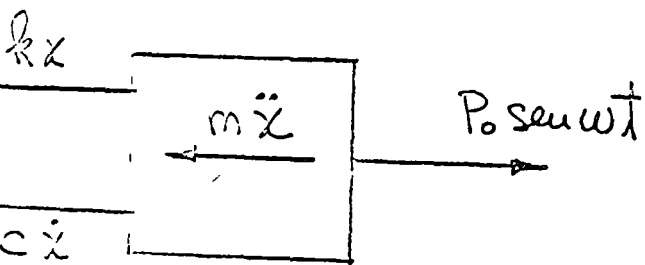
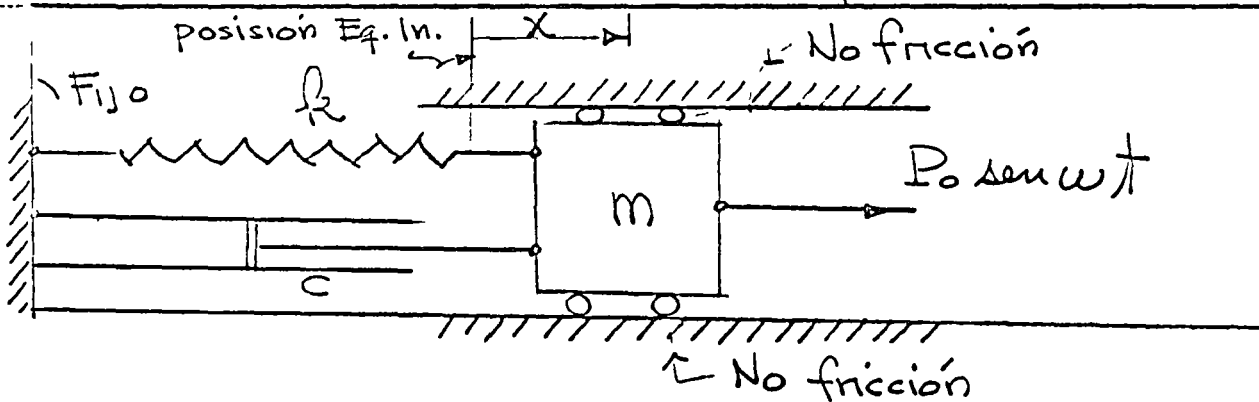
n y c

Si el amortiguamiento es igual al crítico $n = p$ nos encontramos en el límite oscilatorio. Definiendo $\beta = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{2mn}{2mp} = \frac{n}{p}$

$$\beta = \frac{n}{p} \quad (30)$$

$$= \frac{c}{2mp}$$

Movimiento armónico simple forzado amortiguado



De $\sum F_x = 0$ se tiene

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = P_0 \text{sen } \omega t \quad (22)$$

Diagrama de cuerpo libre, representando acciones sobre "m". El cuerpo se desplaza hacia la derecha.

La solución general de (22) es

componente estática
componente dinámica

$$x = e^{-\beta pt} (C_1 \cos p_1 t + C_2 \text{sen } p_1 t) + \frac{P_0}{k} \frac{1}{\sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{p^2})^2 + 4 \frac{\beta^2 \omega^2}{p^2}}} \text{sen } \omega t$$

vibración libre amortiguada
vibración forzada amortiguada

Donde:

ω = frecuencia angular de excitación del sistema,

p = " " " del sistema

$p_a = \sqrt{p^2 - n^2}$ = frecuencia angular del sistema amortiguada
por $n^2 = \frac{c^2}{4m^2}$

$\beta = \frac{c}{c_{CR}} = \frac{n}{p} = \frac{c}{2m p}$ porcentaje de amortiguación

P./k deflexión estática del resorte. respecto al crítico

En Edificios usualmente $1\% \leq \beta \leq 15\%$

El período amortiguado es mayor que el período armónico simple $T_a > T$

El segundo término de (23) el factor de amplificación amortiguado es

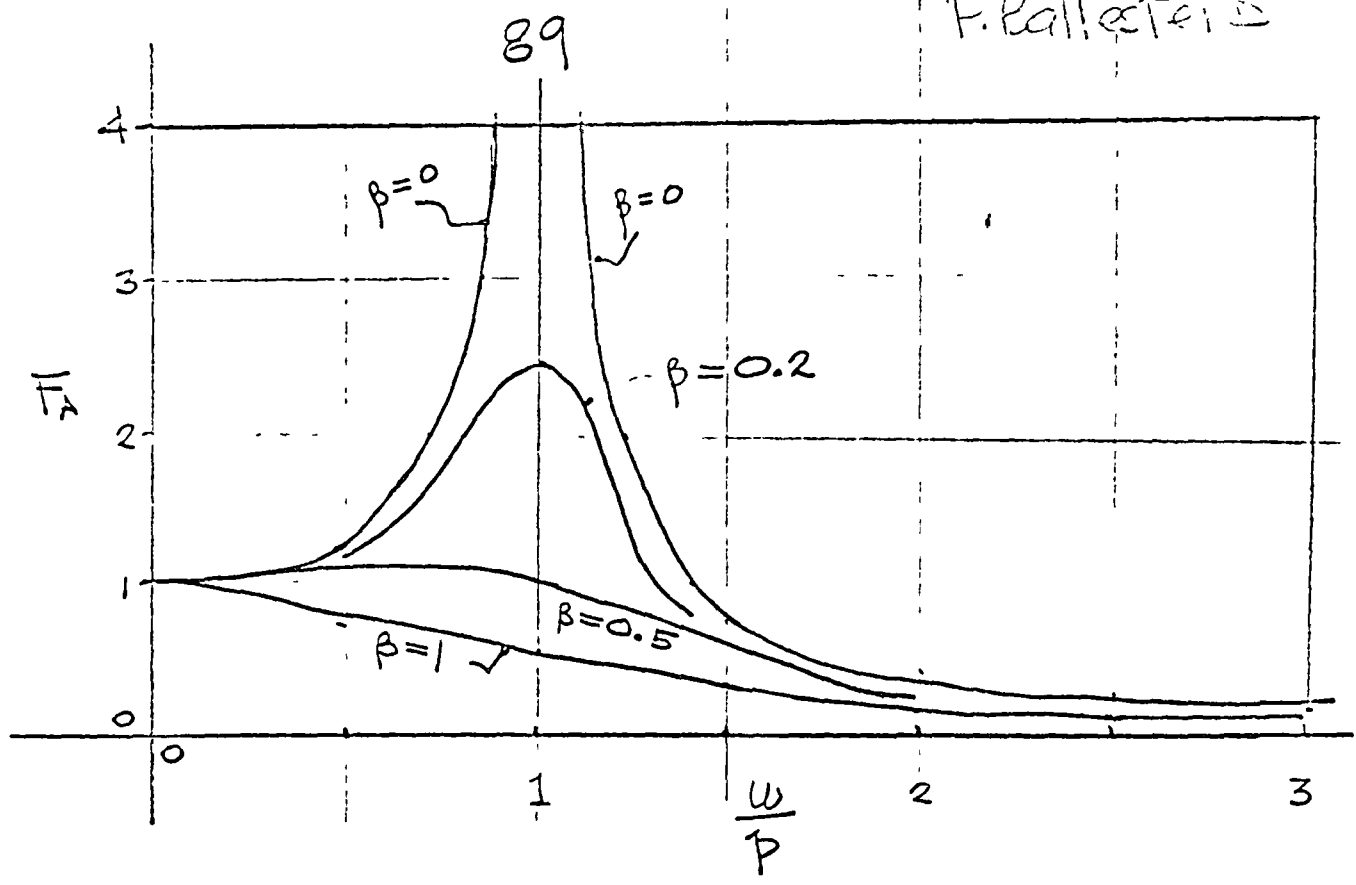
$$\bar{u}_a = \left| \frac{x_1}{P_0/k} \right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + \frac{4\beta^2\omega^2}{p^2}}} \quad (24)$$

en (24) cuando $\omega \rightarrow p$

$$F_A \rightarrow \frac{1}{2\beta}$$

ADO AL AMORTIGUAMIENTO EL SISTEMA NO ENTRA

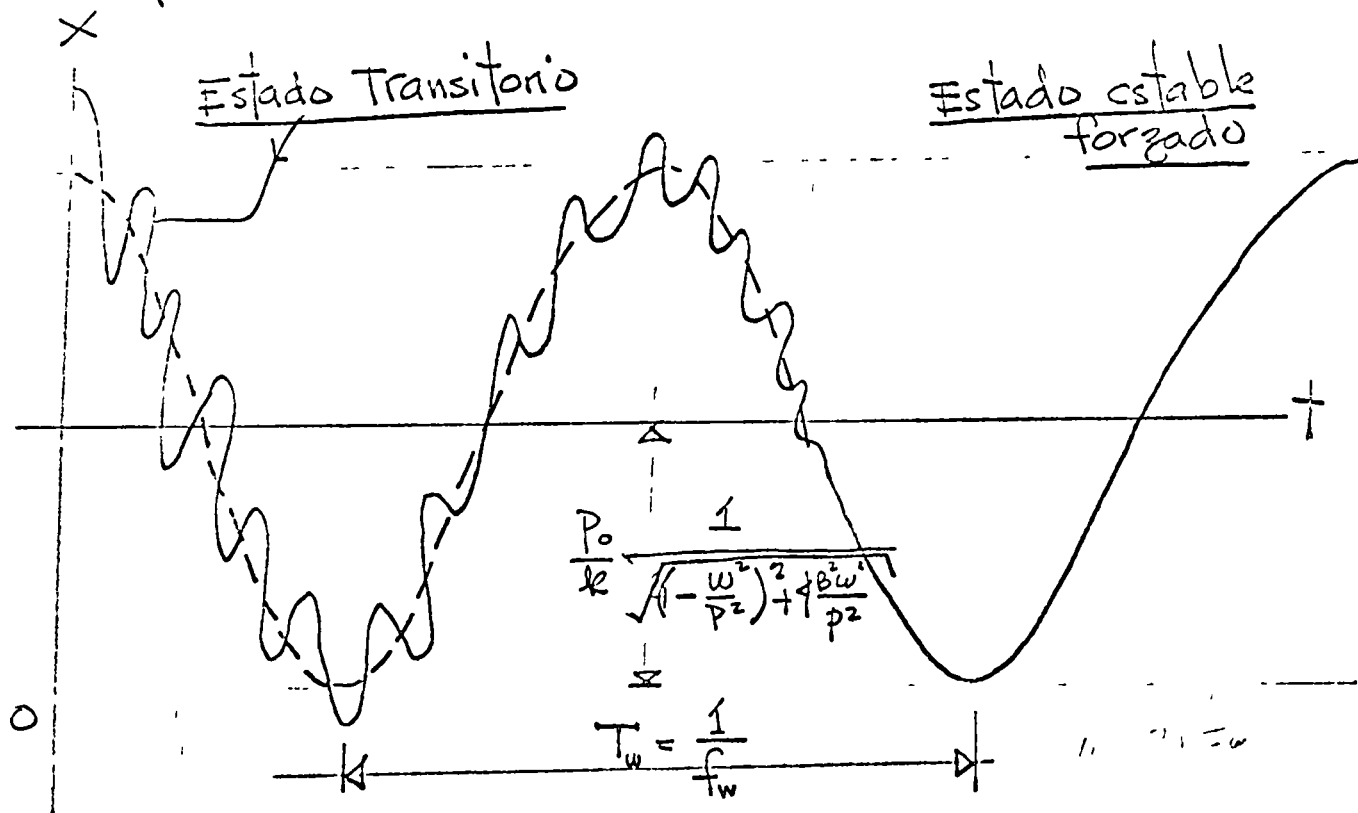
F. Pallesteri



Es conveniente reducir todo lo posible las vibraciones forzadas en máquinas y estructuras en las siguientes formas:

- (1) Balancear o eliminar la fuerza de excitación del sistema
- (2) Introducir suficiente amortiguamiento para limitar o reducir la amplitud.
- (3) Aislar el cuerpo de la fuente de vibración apoyándolo en apoyos elásticos de rigidez apropiada
- (4) Operar a una frecuencia de excitación ω suficientemente diferente de la frecuencia natural p , para evitar resonancia.

Representación gráfica de la ecuación (23)



Los primeros dos términos de la ecuación (23) representan la solución complementaria o transitoria que desaparece rápidamente por la presencia del amortiguamiento $e^{-\beta p t}$ que tiende a cero. Y la solución particular

$$x_p = \frac{P_0}{k} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{p^2}\right)^2 + 4 \frac{\beta^2 \omega^2}{p^2}}} \operatorname{sen} \omega t \quad (25)$$

permanece y representa el estado estable de vibración forzada.

2 VIBRATION AND TIME RESPONSE

Introduction. An important and special class of problems in dynamics consists of the linear or angular motions of masses which oscillate or respond to applied disturbances in the presence of restoring forces. The response of a structure to earthquake or blast loading, the steady vibration of a rotating shaft which is slightly out of balance, the oscillation of a pendulum, the roll of a ship, and the aeolian vibrations of power lines are but a few examples of this class of problems. In each case a mass or system of masses is initially continuously disturbed in the presence of forces which tend to return the mass or system to its undisturbed position.

A useful engineering description of the time response of mass systems is accomplished by the solution of a mathematical model of an equivalent system which can be readily analyzed. The torsional vibrations of a ship's propeller shaft, for instance, can be described to within a close approximation by neglecting the mass of the shaft and replacing the propeller and the turbine by two disks, one concentrated on each end of the shaft. The transmission of force to a foundation from an unbalanced spring-mounted machine may usually be described by considering the machine to be a concentrated mass mounted on a single equivalent spring. When the body or system to be described is approximated by replacing the actual masses by concentrated masses connected by massless springs and subjected to concentrated retarding and disturbing forces, the system is often referred to as a *lumped-parameter* system. When the mass of a body is treated in its distributed state with a continuous variation of motion occurring throughout the mass, then the problem is referred to as a *distributed-parameter* system. The motions in the present chapter will be restricted to those which can be formulated by a lumped-parameter analysis.

The detailed study of vibrations and time response is a large subject for specialized study, and only a bare introduction to the topic will be given in this chapter. For a more complete treatment the student is directed to references on mechanical vibrations, linear systems, electric circuits, nonlinear oscillations, and pulse techniques.

- 7 **Linear System Equation.** By far the most useful equivalent system of the lumped-parameter variety is that of the concentrated mass mounted on an elastic spring and subjected to a retarding force and a disturbing force. Such a system is shown in Fig. 84a with the mass m in a general position which is displaced a distance x from the neutral or equilibrium position of the elastic spring whose stiffness is k . The mass is acted upon by an applied

force $F = f(t)$ which is expressed as a function of the time t . Also, the mass is retarded by a force with a magnitude proportional to the velocity \dot{x} . This type of frictional retardation is termed *viscous damping* and is represented by the action of a dashpot or fluid damper under laminar flow conditions. Other types of damping forces may be encountered such as dry friction or Coulomb damping which is essentially independent of velocity, internal damping due to material hysteresis losses, turbulent-flow damping where the retarding force is more nearly proportional to the square of the velocity, and magnetic damping.

The free-body diagram discloses the applied force F , the restoring force $-kx$, and the retarding or damping force $-c\dot{x}$. The constant c is called the *viscous damping coefficient*. Application of Newton's second law for motion in the x -direction gives

$$F - kx - c\dot{x} = m\ddot{x}$$

which may be written as

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F \tag{175a}$$

A system similar to that of Fig. 84a is shown in Fig. 84b where the applied force is transmitted through the spring attached to a foundation which has a displacement $\delta = \delta(t)$ from the initial position. If x is the absolute displacement of the mass measured from the equilibrium position when $\delta = 0$, then the spring has a tension $k(x - \delta)$, and the free-body diagram requires that

$$-c\dot{x} - k(x - \delta) = m\ddot{x}$$

or

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = k\delta \tag{175b}$$

It is seen, therefore, that Eq. 175b is equivalent to Eq. 175a when F is replaced by $k\delta$. The solutions of either of Eqs. 175 for various values of c , k , and f or δ cover a wide variety of oscillations and responses which can be used to describe the behavior of many engineering systems. Each of Eqs. 175 is seen to be a linear, second-order differential equation, and its solution can be obtained by several standard procedures.

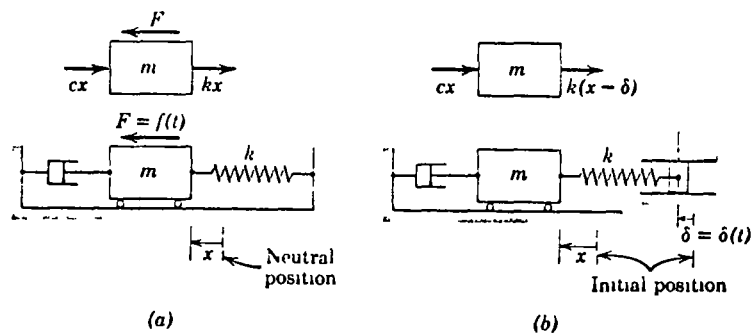


Figure 84

Before proceeding to the solution of the equation, it is important to observe the electric circuit analogy with its equivalent differential equation. Figure 85 shows a lumped series circuit consisting of a voltage E which is a function of the time, an inductance L , a capacitance C , and a resistance R . The voltage drop across each of the elements L , C , R in that order is $L \frac{di}{dt}$, $\frac{1}{C} \int i dt$, and Ri where i is the current. The sum of these drops must equal the applied voltage, so that

$$L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt + Ri = E$$

But $i = \dot{q}$ where q is the electric charge so that the equation for the circuit becomes

$$L\dot{q} + Rq + \frac{1}{C}q = E \tag{176}$$

This equation has the same form as the equation for the mechanical "circuit." Thus by a simple interchange of symbols, the behavior of the electrical system may be used to predict the behavior of the mechanical system, or vice versa. The following table of mechanical and electrical equivalents will be found useful.

Mechanical-Electrical Equivalents					
Mechanical			Electrical		
Quantity		Units	Quantity		Units
Mass	m	lb-sec ² /ft	Inductance	L	henry
Spring stiffness	k	lb/ft	1/Capacitance	$1/C$	1/farad
Force	F	lb	Voltage	E	volt
Velocity	v	ft/sec	Current	i	ampere
Displacement	x	ft	Charge	q	coulomb
Viscous damping constant	c	lb-sec/ft	Resistance	R	ohm

The equivalence between the electrical quantities and their corresponding mechanical counterparts forms the basis for the development of electrical analog computers where the electrical response in various circuit com-

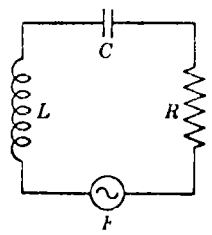


Figure 85

binations is used to predict the behavior of equivalent mechanical systems or other physical systems which obey analogous defining equations

Solutions of Eqs. 175a and b are treated briefly in the following two articles

- 4.8 **Free Response** When the disturbing force F or the foundation deflection δ is zero, the linear differential equation becomes a homogeneous second-order equation. Its solution describes the oscillations and response of the equivalent mass when it is released from a displaced position

Case (a) Undamped response When the damping force is negligible or absent, the mass vibrates freely without energy loss, and its motion is described by the equation

$$m\ddot{x} + kx = 0 \tag{177}$$

The solution is a *simple harmonic* oscillation expressed by

$$x = C_1 \sin pt + C_2 \cos pt$$

where C_1 and C_2 are integration constants which depend on the manner in which the motion was begun. The solution is quickly verified by direct substitution upon which it is seen that $p = \sqrt{k/m}$. An alternative form of the solution may be written as

$$x = C \sin (pt + \phi)$$

where ϕ is a *phase angle*

The displacement x may be described by the projection on the x -axis, Fig. 86, of a rotating vector whose length is the *amplitude* x_0 of the oscillation and whose angular velocity equals $p = \sqrt{k/m}$. From the figure it is seen that $x_0 = C = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ and that $C_2/C_1 = \tan \phi$. If the time is counted from the position where the vector crosses the horizontal axis, then $\phi = 0$, and the solution is merely

$$x = x_0 \sin pt$$

The motion described is an oscillation where the time for each complete cycle is the *period* $\tau = 2\pi/p = 2\pi/\sqrt{k/m}$ and the number of cycles per unit time or *frequency* is $f = 1/\tau = \sqrt{k/m}/(2\pi)$. The angular velocity p of the rotating reference vector is known as the *circular frequency*

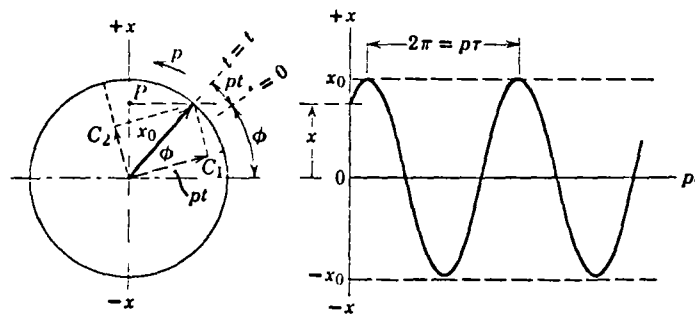


Figure 86

In the absence of a disturbing force F and a damping force $c\dot{x}$, the energy of the system is conserved so that

$$T + V = \text{constant} \quad \text{and} \quad \frac{d}{dt}(T + V) = 0$$

Substitution of the expressions for T and V gives

$$\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2) = m\dot{x}\ddot{x} + kx\dot{x} = 0$$

which is the same as Eq. 177 when \dot{x} is cancelled. Derivation of the equation of motion by differentiation of the energy equation is of great advantage for systems with interacting members and reactive forces which do no work.

Energy considerations may be used to determine the period or frequency of oscillation for a linear conservative system without having to derive the differential equation of motion. Since energy is conserved, the maximum kinetic energy occurs at the position $x = 0$ and must equal the maximum potential energy at $x = x_0$ or

$$T_{\text{max}} = V_{\text{max}}$$

where V is taken to be zero when $T = T_{\text{max}}$. From the solution for simple harmonic motion, the maximum velocity is $\dot{x}_{\text{max}} = x_0 p$, so that

$$\frac{1}{2}m(x_0 p)^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 \quad \text{from which} \quad p = \sqrt{k/m}$$

This direct determination of circular frequency may be used for any linear undamped oscillator.

Case (b) Damped response When the damping force is not negligible, the free response from Eq. 175a or b is described by

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \tag{178}$$

Solution of the linear equation may be obtained with the substitution $x = Ce^{at}$ which gives the auxiliary algebraic equation

$$ma^2 + ca + k = 0$$

The two roots are

$$\alpha_1 = -\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} \quad \alpha_2 = -\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}$$

If $c < 2\sqrt{km}$, the roots are complex. With the substitutions

$$b = \frac{c}{2m} \quad q = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$$

the roots are $\alpha_1 = -b + iq$, $\alpha_2 = -b - iq$ where $i = \sqrt{-1}$. With the aid of the identity $e^{\pm iz} = \cos z \pm i \sin z$, the solution may be written as

$$x = e^{-bt}(C_1 \sin qt + C_2 \cos qt) \tag{179}$$

$$x = x_0 e^{-bt} \sin (qt + \phi)$$

where $\lambda_0 = \sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ and $\tan \phi = C_2/C_1$. This motion is clearly oscillatory with a decreasing amplitude bounded by the limiting curves $x = \pm \lambda_0 e^{-bt}$ as shown in Fig. 87. The period $\tau = 2\pi/q$ is somewhat greater than that with no damping.

The damping coefficient c may be determined from an experimental record of the vibration by measuring two successive amplitudes such as x_1 and x_2 in the figure. With $t_2 = t_1 + \tau$, this ratio is

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{\lambda_0 e^{-bt_1}}{\lambda_0 e^{-b(t_1 + \tau)}} = e^{b\tau}$$

The quantity $b\tau$ is known as the *logarithmic decrement* and is a direct measure of the damping coefficient. With the expressions for b and τ , and with the substitution of $c_{cr} = 2\sqrt{km}$ for the critical value of c , the logarithmic decrement may be written as

$$\log \frac{x_1}{x_2} = b\tau = \frac{2\pi\eta}{\sqrt{1 - \eta^2}}$$

where

$$\eta = \frac{c}{c_{cr}}$$

If $c > 2\sqrt{km}$ both roots of the auxiliary equation are real and a non-oscillatory motion ensues. The motion is said to be *overdamped*, and the mass, upon being released from a displaced condition, will creep back toward the neutral position but will not oscillate. The solution for the overdamped case may be written

$$x = e^{-bt}(A_1 e^{q't} + A_2 e^{-q't}) \quad (180)$$

where

$$q' = \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}} = q\sqrt{-1}$$

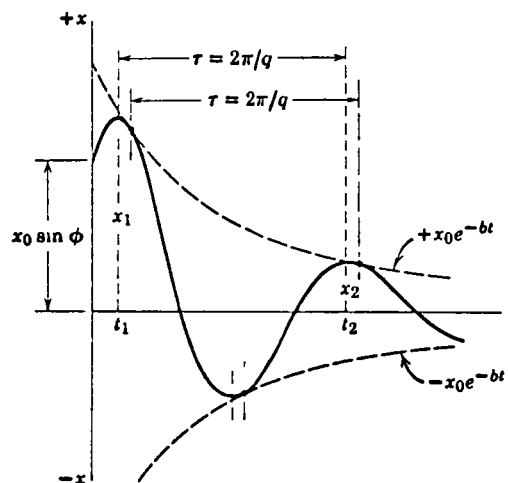


Figure 87

If $c = c_{cr} = 2\sqrt{km}$ the motion is said to be *critically damped* and this condition represents the transition between a damped vibration and an overdamped creep. The solution for the critically damped case where the auxiliary equation has equal roots is

$$x = e^{-bt}(A_1 + A_2t)$$

Figure 88 indicates the three cases of viscous damping for a mass which is released from rest with an initial displacement x_0 from the undeformed position

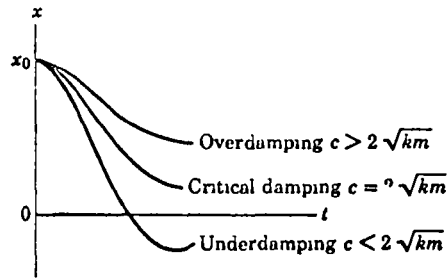
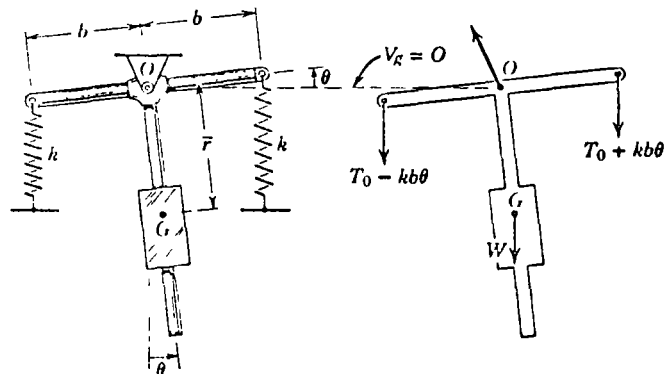


Figure 88

Sample Problem

- 9/1 The mechanism shown oscillates about the pivot O . If each spring is preset with an initial tension T_0 in the neutral position $\theta = 0$, determine the period for small oscillations by each of two methods. The assembly has a weight W with mass center at G and a moment of inertia I about O .

Solution The free-body diagram of the mechanism is shown in any general displaced position θ . For small angles $\sin \theta$ is replaced by θ , and $\cos \theta$ becomes unity. The moment equation about O gives



Problem 9/1

$$[\Sigma M_o = I_o \alpha] \quad (T_o - kb\theta)b - (I_o + kb\theta)b - W\bar{r}\theta = I\ddot{\theta}$$

or
$$\theta + \frac{2kb^2 + W\bar{r}}{I}\theta = 0$$

This equation is identical in form to Eq. 177 and the period is

$$\tau = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{2kb^2 + W\bar{r}}} \quad \text{Ans}$$

An alternative solution is obtained by using the conservation-of-energy principle. The maximum kinetic energy occurs at $\theta = 0$ and is

$$T_{\max} = \frac{1}{2}I\dot{\theta}_{\max}^2$$

But for a simple harmonic oscillation $\theta = \theta_0 \sin pt$ so that $\dot{\theta}_{\max} = p\theta_0$. Thus

$$T_{\max} = \frac{1}{2}I p^2 \theta_0^2$$

If the potential energy V is taken to be zero at $\theta = 0$, the potential energy at θ_0 becomes

$$\begin{aligned} V_{\max} &= V_o + V_e \\ &= W\bar{r}(1 - \cos \theta_0) + [\frac{1}{2}k(\delta + b\theta_0)^2 - \frac{1}{2}k\delta^2] + [\frac{1}{2}k(\delta - b\theta_0)^2 - \frac{1}{2}k\delta^2] \end{aligned}$$

For θ_0 small, the cosine is replaced by $1 - \frac{\theta_0^2}{2}$ so that

$$V_o + V_e = W\bar{r} \frac{\theta_0^2}{2} + kb^2\theta_0^2$$

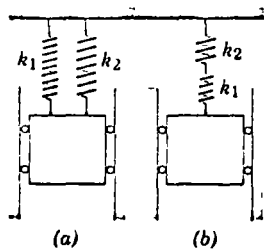
or
$$V_{\max} = \left(\frac{W\bar{r}}{2} + kb^2\right)\theta_0^2$$

Now with $T_{\max} = V_{\max}$, there results

$$p^2 = \frac{1}{I}(W\bar{r} + 2kb^2) \quad \text{and} \quad \tau = \frac{2\pi}{p} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{W\bar{r} + 2kb^2}} \quad \text{Ans}$$

the same as before

Problems



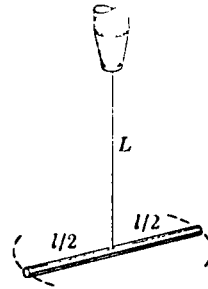
Problem 9/2

9/2 Replace the springs in each of the two cases shown by a single spring of stiffness k (equivalent spring constant) which will cause each weight to vibrate with its original frequency

Ans (a) $k = k_1 + k_2$

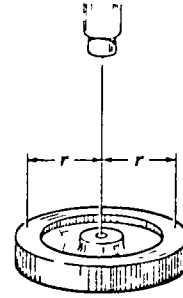
(b) $\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

- 9/3 The uniform rod of length l and mass m is suspended at its midpoint by a wire of length l . The resistance of the wire to torsion is proportional to its angle of twist θ and equals $(JG/l)\theta$ where J is the polar moment of inertia of the wire cross section and G is the shear modulus of elasticity. Derive the expression for the period τ of oscillation of the bar when it is set into rotation about the axis of the wire.



Problem 9/3

- 9/4 The flywheel is suspended from its center by a wire from a fixed support, and a period τ_1 is measured for torsional oscillation of the flywheel about the vertical axis. Two small weights each of mass m are next attached to the flywheel in opposite positions at a distance r from the center. This additional mass results in a slightly longer period τ_2 . Write an expression for the moment of inertia I of the flywheel in terms of the measured quantities.

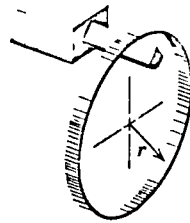


Problem 9/4

$$\text{Ans } I = \frac{2mr^2}{(\tau_2/\tau_1)^2 - 1}$$

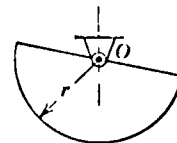
- 9/5 Determine the period τ for the uniform circular hoop of radius r as it oscillates with small amplitude about the horizontal knife edge.

$$\text{Ans } \tau = 2\pi \sqrt{\frac{2r}{g}}$$



Problem 9/5

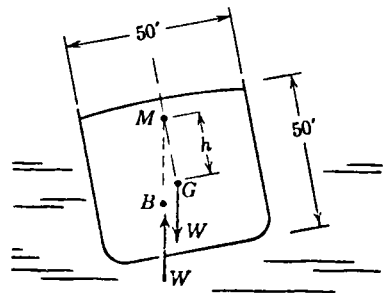
- 9/6 Determine the natural frequency f for small oscillations in the vertical plane about the bearing O for the semicircular disk of radius r .



Problem 9/6

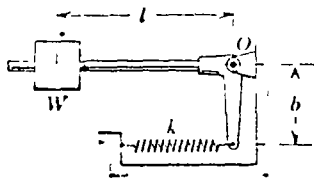
- 9/7 The center of mass G of the ship may be assumed to be at the center of the equivalent 50-ft square section. The metacentric height h , determined by the intersection M of the force W acting through the center of buoyancy B with the center line of the ship, is 3 ft. Determine the period τ of one complete roll of the ship if the amplitude is small and the resistance of the water is neglected. Neglect also the change in cross section of the ship at the bow and stern, and treat the ship as a uniform solid block of square cross section.

$$\text{Ans } \tau = 13.06 \text{ sec}$$



Problem 9/7

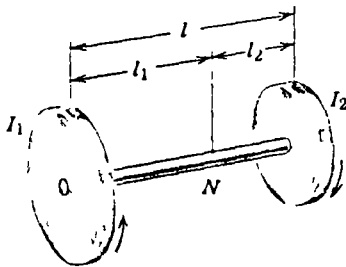
9/8 Turn the mechanism of Simple Problem 9/1 upside down and solve for the period τ for small oscillations. What can be said concerning stability?



Problem 9/9

9/9 Determine the expression for the natural frequency f of small oscillations of the weighted arm about O . The stiffness of the spring is k and its length is adjusted so that the arm is in equilibrium in the horizontal position shown. Neglect the mass of the spring and arm compared with that of the weight W .

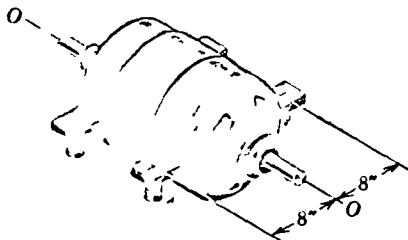
$$\text{Ans } f = \frac{1}{2\pi} \frac{b}{l} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$



Problem 9/10

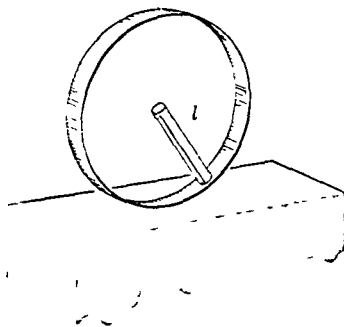
9/10 The torsional vibration of a shaft is frequently encountered when two rotors mounted on a shaft (such as a ship's propeller and its driving turbine) oscillate in opposite directions relative to one another. This oscillation represents a deviation from the steady rotation of the shaft and can be analyzed as an independent motion. For the simplified model shown, determine the location of section N where no oscillation of the shaft occurs (nodal section). Next find the period τ of the vibration. The rotors have moments of inertia I_1 and I_2 , and the torsional resistance of the shaft to angular displacement θ in radians is $(JG/l)\theta$ where l is the length of the shaft in rotation (l_1 for I_1 and l_2 for I_2). The polar moment of inertia of the shaft cross section is J and the shear modulus of the shaft is G . Neglect the mass of the shaft.

$$\text{Ans } \tau = 2\pi \sqrt{\frac{I_1 I_2 l}{I_1 + I_2 JG}}$$



Problem 9/11

9/11 When the motor is slowly brought up to speed a rather large vibratory oscillation of the entire motor about $O O$ occurs at a speed of 360 rev/min which shows that this speed corresponds to the natural frequency of free oscillation of the motor. If the motor weighs 86 lb and has a radius of gyration of 4 in. about $O O$, determine the stiffness k of each of the four identical spring mounts.

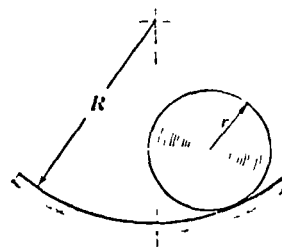


Problem 9/12

9/12 A uniform rod of mass m and length l is welded at one end to the rim of a light circular hoop of radius l . The other end lies at the center of the hoop. Determine the period τ for small oscillations about the vertical position of the bar if the hoop rolls on the horizontal surface without slipping.

$$\text{Ans } \tau = 2\pi \sqrt{\frac{2l}{3g}}$$

- 9/13 A homogeneous solid cylinder of weight W and radius r rolls without slipping during its oscillation on the circular surface of radius R . If the motion is confined to small amplitudes, determine the period τ of oscillation. Solve by applying the equation of motion directly to the free-body diagram of the cylinder.

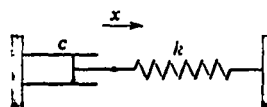


Problem 9/13

- 9/14 Derive the differential equation of motion for small oscillations of the rolling cylinder of Prob. 9/13 by direct differentiation of the energy equation. Write the expression for the frequency f of oscillation.

$$\text{Ans } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g}{3(R-r)}}$$

- 9/15 An elastic spring of stiffness k is connected directly to a viscous fluid damper and released from rest with a displacement x_0 from the zero-force position. Neglect any mass of the system and express the displacement x as a function of the time t after release.

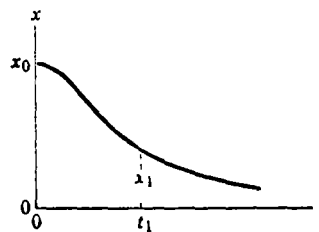


Problem 9/15

- 9/16 A linear harmonic oscillator weighing 2.20 lb is set into motion with viscous damping. If the frequency is 10 cycles/sec and if two successive amplitudes a full cycle apart are measured to be 0.186 in. and 0.172 in., compute the viscous damping coefficient c .

$$\text{Ans } c = 0.00891 \text{ lb-sec/in}$$

- 9/17 A mass m supported by an elastic spring of stiffness k is critically damped. Derive an expression for the displacement x_1 from the neutral position t_1 seconds after the mass is released from rest with a displacement x_0 .



Problem 9/17

- 9/18 A linear oscillator with mass m , spring stiffness k , and damping coefficient c is set into motion when released from a displaced position. Derive an expression for the energy loss E in one cycle in terms of the amplitude x_1 at the start of the cycle. (See Fig. 87.)

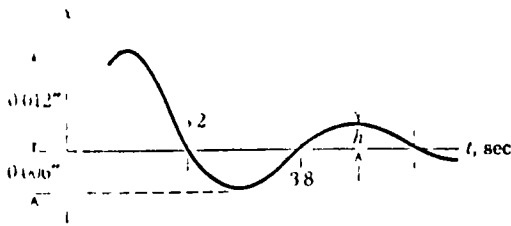
$$\text{Ans } E = \frac{1}{2} k x_1^2 (1 - e^{-2\pi c/(mq)})$$

$$\text{where } q = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{c}{2m}\right)^2}$$

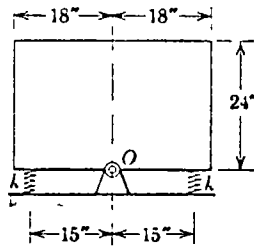
- 9/19 If the amplitude of the seventh cycle of a damped linear oscillation is thirty times the amplitude of the nineteenth cycle, compute the damping ratio c/c_{cr} .

$$\text{Ans } c/c_{cr} = 0.0451$$

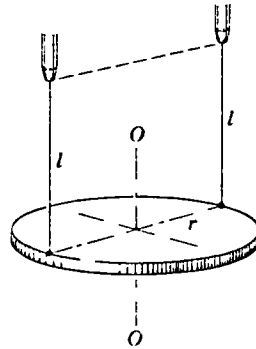
P. Palast...



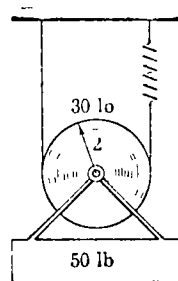
Problem 9/21



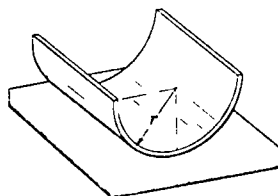
Problem 9/22



Problem 9/23



Problem 9/24



Problem 9/25

9/20 The period τ of damped linear oscillation for a certain 1-lb mass is 0.32 sec. If the stiffness of the supporting linear spring is 2.2 lb/in, calculate the damping coefficient c and the critical value c_{cr} for the motion.

Ans: $c = 0.112$ lb-sec/in, $c_{cr} = 0.151$ lb-sec/in

9/21 The signal from a vibration transducer records a decaying amplitude of a freely vibrating mass which weighs 8 lb. Calculate the indicated mass which weighs 8 lb, the damping coefficient c , and the stiffness k of the elastic support.

9/22 The homogeneous 500-lb rectangular block is pivoted about a horizontal axis through O and supported by two springs each of stiffness k . The base of the block is horizontal in the equilibrium position with each spring under a compressive force of 50 lb. Determine the minimum stiffness k of the springs which will ensure vibration about the equilibrium position.

Ans: $k_{min} = 13.33$ lb/in

9/23 The uniform circular disk of mass m and radius r is suspended by the two wires of length l from two fixed points on the same horizontal line and a distance $2r$ apart. Determine the expression for the period τ for small oscillations about the central axis $O-O$. Neglect torsional resistance in the wires.

9/24 Determine the natural frequency f of vertical vibration of the 50-lb weight after it is released from a displaced position. The pulley weighs 30 lb with a centroidal radius of gyration of 18 in, and the spring has a stiffness of 36 lb/in.

Ans: $f = 1.10$ cycles/sec

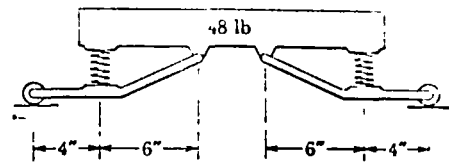
9/25 The semicircular cylindrical shell of radius r with small but uniform wall thickness is set into small rocking oscillation on the horizontal surface. If no slipping occurs, determine the expression for the period τ of each complete oscillation. Solve by the work-energy method.

Ans: $\tau = 2\pi \sqrt{\frac{r(\pi - 2)}{g}}$

P. 7-2

9/26 The spring loaded frame is given a slight vertical disturbance from its equilibrium position shown determine its natural frequency f of vibration. The upper member weighs 48 lb and the weight of the lower members is negligible. Each spring has a stiffness of 50 lb/in.

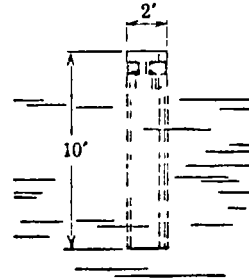
Ans $f = 2.71$ cycles/sec



Problem 9/26

9/27 The cylindrical buoy shown floats in salt water (64 lb/ft³) and has a total weight of 1600 lb with a low center of gravity so that it is stable in the upright position. When the buoy is raised 12 in. above its floating position and released, it is observed to come to within 4 in. of the release position upon rising the first time. If the frictional resistance is f pounds per square foot of submerged area of the vertical cylindrical surface for each foot per second of buoy velocity, calculate f assuming the submerged area subjected to damping forces is constant at its equilibrium value.

Ans $f = 0.257$ lb-sec/ft²

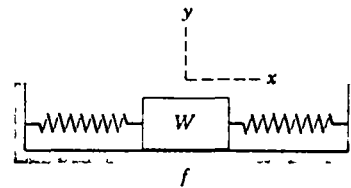


Problem 9/27

9/28 Investigate the case of Coulomb damping for the block shown where the coefficient of kinetic friction is f and each spring has a stiffness $k/2$. The block is displaced a distance x_0 from the neutral position and released. Determine the differential equation of motion and solve. Plot the resulting vibration and indicate the rate of decay of amplitude with time.

$$\text{Ans } x = \left(x_0 - \frac{fW}{k}\right) \cos \sqrt{\frac{kg}{W}} t + \frac{fW}{k}$$

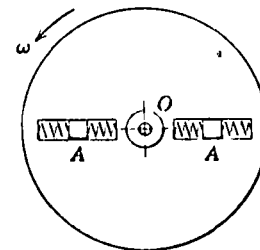
for the first half cycle



Problem 9/28

9/29 Each of the two slider blocks A has a weight w and is constrained to move in the smooth radial slots of the flywheel. Each of the four springs has a stiffness of $k/2$ and is in compression at all times. The blocks are both at a distance r_0 from O when the wheel is at rest. Determine the frequency f of vibration of the blocks for a constant speed ω of the flywheel. What is the significance of the condition when $\omega^2 \geq k/m$?

$$\text{Ans } f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{kg}{w} - \omega^2}$$



Problem 9/29

40 **Forced Response.** When either the applied force $F = f(t)$ or the foundation movement $\delta = \delta(t)$ of the linear spring-mass system of Fig. 84 is not zero, a forced response results which may be described by a solution to the complete Eq. 175a or 175b. From the theory of linear differential equations it is recalled that the complete solution to the nonhomogeneous linear

equation may be written as

$$x = x_c + x_p$$

where x_c is the general solution of the homogeneous equation, with $F = 0$ or $\delta = 0$ and where x_p is a particular solution to the entire equation. From the linearity of the differential equation it is noted that solutions to the complete equation can be added together to form new solutions. This property of the linear differential equation is known as the *principle of superposition*.

There are two classes of response which are of interest. The first class is that of a *steady-state vibration* which results from a regular and periodic forcing function $F(t)$ or $\delta(t)$ of constant amplitude. The second type of motion is a *transient response* where $F(t)$ or $\delta(t)$ does not have a steady-state periodic form.

(a) *Steady-state vibration* The steady-state condition arises where the forcing function has a steady oscillation. If the oscillation is harmonic, such as would accompany a rotating device, the forcing function may be described by $F = F_0 \sin \omega t$ for the system of Fig. 84a or $\delta = \delta_0 \sin \omega t$ for the system of Fig. 84b. Either a sine or cosine expression may be used depending on how the time is counted. The motion equations for the respective systems become

$$x + \frac{c}{m}x + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m} \sin \omega t \quad (181a)$$

$$x + \frac{c}{m}x + \frac{k}{m}x = \frac{k\delta_0}{m} \sin \omega t \quad (181b)$$

The first of these equations will now be solved. The complementary solution was obtained in Eq. 179 and is

$$x_c = e^{-bt}(C_1 \sin qt + C_2 \cos qt)$$

For the particular solution the expression

$$x_p = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$

is tried where ω is the circular frequency of the applied force and where the coefficients A and B are to be determined from the differential equation. Direct substitution into Eq. 181a and rearrangement of terms give

$$\left[-A\omega^2 - \frac{c}{m}B\omega + \frac{k}{m}A - \frac{F_0}{m}\right] \sin \omega t + \left[-B\omega^2 + \frac{c}{m}A\omega + \frac{k}{m}B\right] \cos \omega t = 0$$

This equation must hold for all values of the time t , so that the coefficients of the $\sin \omega t$ and $\cos \omega t$ terms are identically zero. Thus

$$A \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right) - B \left(\frac{c\omega}{m} \right) = \frac{F_0}{m}$$

$$A \left(\frac{c\omega}{m} \right) + B \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right) = 0$$

which give

$$A = \frac{\frac{F_0}{m} \left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right)}{\left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right)^2 + \left(\frac{c\omega}{m} \right)^2} \quad B = \frac{-\frac{F_0}{m} \frac{c\omega}{m}}{\left(\frac{k}{m} - \omega^2 \right)^2 + \left(\frac{c\omega}{m} \right)^2}$$

With the substitution $p^2 = k/m$ and with the solution written in the form $x_p = \lambda_0 \sin(\omega t - \phi)$, then

$$\lambda_0 = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{F_0/m}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + (c\omega/m)^2}}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{-B}{A} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{c\omega/m}{p^2 - \omega^2} \right)$$

The angle ϕ is a phase angle between F_0 and λ_0 considered as rotating vectors. The complete solution may now be written as

$$x = e^{-bt}(C_1 \sin qt + C_2 \cos qt) + \frac{F_0/m}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + (c\omega/m)^2}} \sin(\omega t - \phi) \quad (182)$$

The first term in Eq. 182 dies out with time since it contains the diminishing factor e^{-bt} and is known as the *transient solution*. The second term continues with the amplitude λ_0 and has a circular frequency ω . Figure 89 is a schematic plot of Eq. 182. The period of the steady-state motion is seen to be $\tau = 2\pi/\omega$.

If the amplitude λ_0 of the steady-state term is divided by the static displacement $\delta_0 = F_0/k$ which m would have under the action of a steady force F_0 only, the ratio λ_0/δ_0 , known as the *magnification factor*, becomes

$$\lambda_0/\delta_0 = \frac{1}{\sqrt{(1 - \mu^2)^2 + (2\eta\mu)^2}} \quad \text{with} \quad \phi = \tan^{-1} \frac{2\eta\mu}{1 - \mu^2} \quad (183)$$

In these expressions $\eta = c/c_{cr} = c/(2\sqrt{km})$ is known as the *damping ratio*, and $\mu = \omega/p$ is called the *frequency ratio*.

It is seen from Eq. 183 that the amplitude becomes extremely large as ω approaches p if the damping c is small. In the limit for $c = 0$, the amplitude

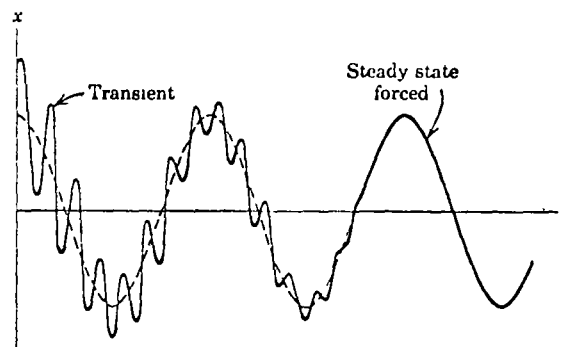


Figure 89

tends toward infinity as ω approaches the natural frequency p . This condition is called *resonance* and is a situation generally to be avoided. Thus if rotating machinery is operated at or near the natural frequency for free vibrations of the system abnormally large vibrations may result. Similarly, if the foundation to which the spring is attached in Fig. 84b vibrates at or near the natural frequency, large amplitudes of the vibrating mass will result. A plot of the magnitude of the magnification factor x_0/δ_0 as a function of the dimensionless frequency ratio μ for various damping ratios η is shown in Fig. 90a and gives what are called the *frequency response curves*. In Fig. 90b is shown a plot of the phase angle ϕ as a function of frequency ratio μ for various damping ratios η . The phase angle represents the time ϕ/ω by which the applied force F (or foundation motion δ) leads the resulting vibration x_p .

When the forcing function $F(t)$ or $\delta(t)$ of Eq. 175a or Eq. 175b is periodic and regular but nonharmonic, the response will be a steady-state motion, but it will no longer be represented by a single sine or cosine expression. In Fig. 91a are shown five examples of forcing functions or excitations which are periodic but nonharmonic. Three methods used to analyze the response of the mass to such forcing functions are the phase-plane method, harmonic analysis by expressing the input wave shape in a Fourier series, and the Laplace transform. These methods will not be developed here but are described in detail in a large number of references on vibrations, linear systems and circuit analysis.

It is usually desirable to reduce as much as possible the forced vibrations which are generated in engineering structures and machines. Vibration reduction is normally accomplished in any of four ways: (1) reduction or elimination of the exciting force by balancing or other removal, (2) introduction of sufficient damping to limit the amplitude, (3) isolation of the body from the vibration source by providing elastic mountings of the proper stiffness, and (4) operation at a forced frequency sufficiently different from the natural frequency so as to avoid resonance.

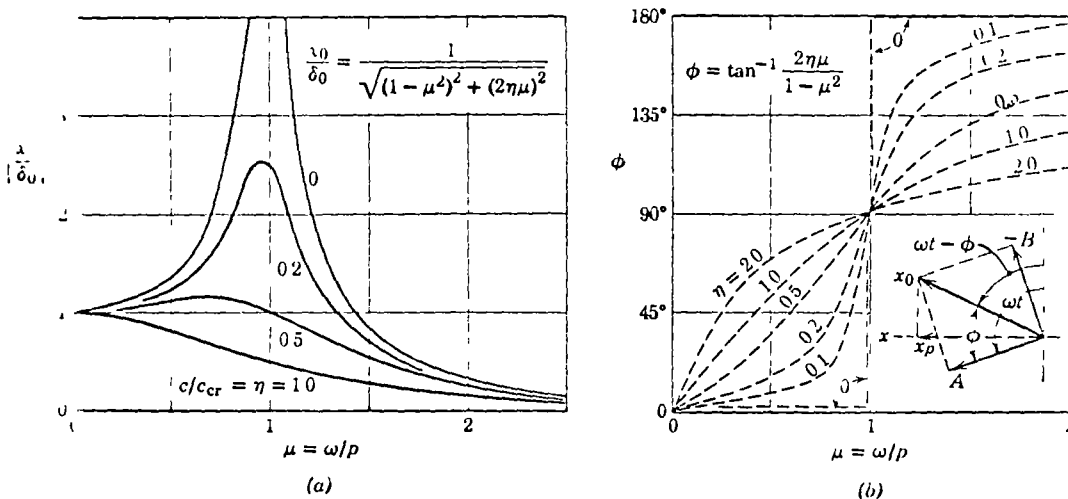


Figure 90

periodic nonsteady-state or transient response results. Examples of such excitation are shown in Fig. 91*b*. Included also is an example of a random input which has no repeated pattern. A few of the inputs which are expressible in relatively simple mathematical terms permit a direct integration of the differential equation. There are many others, however, for which one of the methods mentioned in the preceding paragraph may be used in determining the response. Again, the reader who wishes to learn more about the specialized subject of mechanical vibration is directed to references which cover the field of linear and nonlinear systems analysis.

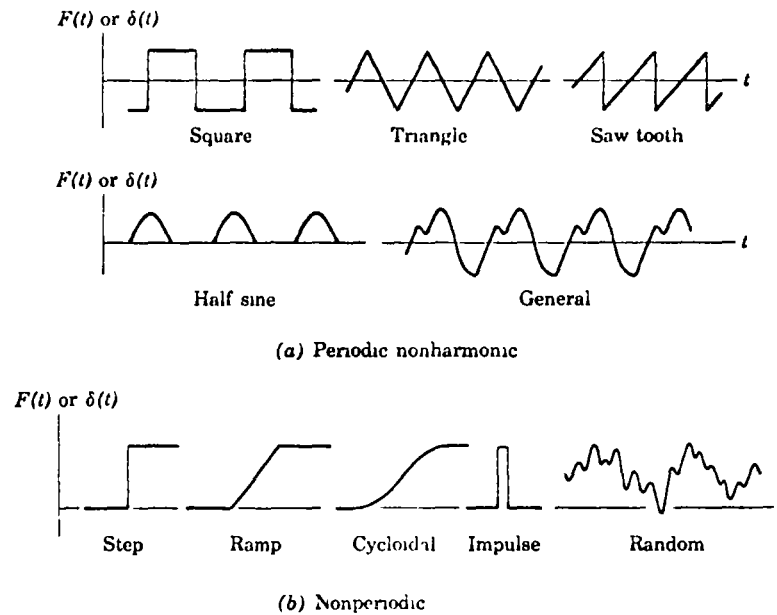


Figure 91

Sample Problem

- 9/30 The elements of a seismic instrument are shown in the *a*-part of the figure where the mass m is supported by a spring of stiffness k and suppressed by internal viscous damping c . The entire assembly is subject to a motion δ of the frame. Examine (a) the characteristics of this instrument for measuring both the acceleration δ and the displacement δ of a vibrating structure to which it is attached, and (b) the response of the instrument to a constant acceleration a_1 starting from a rest position.

Solution The response of the seismic mass is measured in terms of its displacement x from the equilibrium position relative to the case in which the mass moves. From the free-body diagram of m the equation of motion is

$$[\Sigma F = ma] \quad -cx - kx = m \frac{d^2}{dt^2}(x + \delta), \quad x + \frac{c}{m}x + \frac{k}{m}x = -\delta$$

where the damping force depends on the relative velocity \dot{x} and the spring force depends on the relative displacement x .

(a) When the structure to which the instrument is attached has a harmonic oscillation $\delta = \delta_0 \sin \omega t$ the motion equation is

$$\ddot{x} + \frac{c}{m} \dot{x} + \frac{k}{m} x = \delta_0 \omega^2 \sin \omega t$$

which is the same as Eq. 181b if ω is substituted for k/m

The steady-state solution is given by the second term of Eq. 182 where F_0/m is replaced by $\delta_0 \omega^2$. Thus

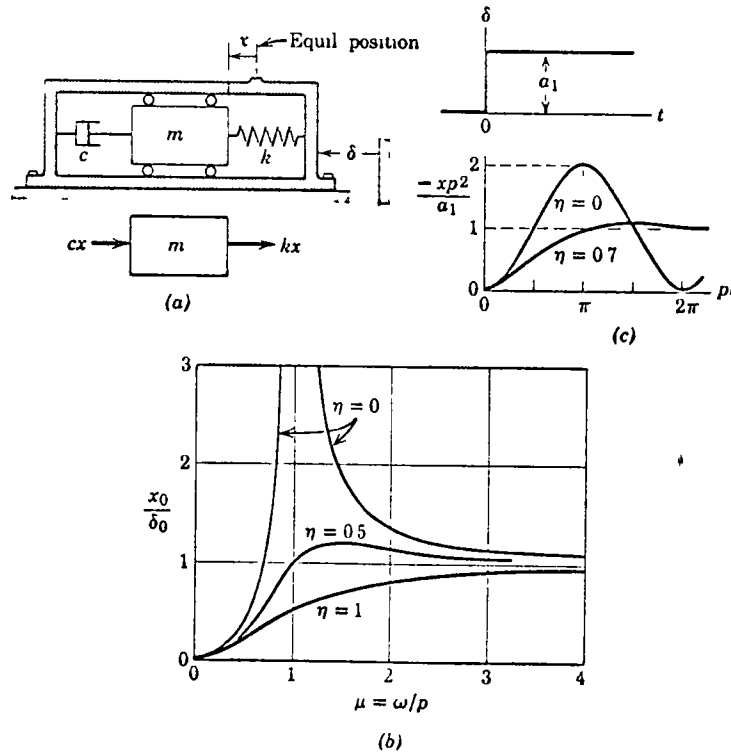
$$x = \frac{\delta_0 \omega^2}{\sqrt{(p^2 - \omega^2)^2 + (c\omega/m)^2}} \sin(\omega t - \phi)$$

If x_0 is the amplitude of the relative response x , the ratio x_0/δ_0 becomes

$$\frac{x_0}{\delta_0} = \frac{\mu^2}{\sqrt{(1 - \mu^2)^2 + (2\eta\mu)^2}} \quad \text{with} \quad \phi = \tan^{-1} \frac{2\eta\mu}{1 - \mu^2}$$

where as before, $\mu = \omega/p$ and $\eta = c/(2\sqrt{km})$. Also, δ_0 is the actual amplitude of structure vibration whereas the δ_0 in Eq. 183 was defined as the static deflection of m under a force F_0 . The plot of x_0/δ_0 as a function of $\mu = \omega/p$ is shown in the *b*-part of the figure. The similarity with the frequency response curves for absolute vibration, Fig. 90a, should be noted. The curves for no damping $\eta = 0$, critical damping $\eta = 1$, and an intermediate value with $\eta = 0.5$ are shown. The phase-angle relations are identical to those of Fig. 90b.

It is seen from the *b*-part of the present figure that when the natural frequency p of the seismic mass is high in comparison with ω , then μ is small and the denominator of



Problem 9/30

the expression for λ_0/δ_0 approaches unity. With this approximation the relative displacement is

$$\frac{\lambda_0}{\delta_0} = \mu^2 \quad \text{or} \quad \frac{\lambda_0}{\delta_0} = \frac{\omega^2}{p^2}$$

But since $\delta = \delta_0 \sin \omega t$ the maximum acceleration is $|\delta|_{\max} = \delta_0 \omega^2$ so that $|\delta|_{\max} = \lambda_0 p^2$. Thus the maximum magnitude of the acceleration is proportional to the magnitude λ_0 of the response and the instrument may be used as an *accelerometer*.

It is also seen from the *b*-part of the figure that when the natural frequency p of the seismic mass is low in comparison with ω , say $\mu > 3$ then $\lambda_0 \approx \delta_0$ regardless of the damping ratio η . Under these conditions the instrument acts as a *displacement meter* and indicates the movement of the structure. For large values of μ , the major influence of damping is to control the phase shift ϕ .

(*b*) When there is a sudden acceleration $\delta = a_1$ starting from rest, as indicated in the *c*-part of the figure, the differential equation is

$$x + \frac{c}{m}x + \frac{k}{m}x = -a_1$$

The particular solution is seen to be $\lambda_p = -ma_1/k$, and the complete solution is

$$\lambda = e^{-bt}(C_1 \sin qt + C_2 \cos qt) - ma_1/k$$

where the quantities q and b were defined with Eq. 179. Substitution of the initial conditions $x = 0$ and $\dot{x} = 0$ when $t = 0$ gives

$$x = \frac{ma_1}{k} \left[e^{-bt} \left(\frac{b}{q} \sin qt + \cos qt \right) - 1 \right]$$

With the further substitution of $k/m = p^2$, $\eta = c/(2\sqrt{km})$, $b = \eta p$, $q = p\sqrt{1-\eta^2}$, the dimensionless displacement is

$$\frac{\lambda p^2}{a_1} = e^{-\eta p t} \left(\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} \sin p\sqrt{1-\eta^2} t + \cos p\sqrt{1-\eta^2} t \right) - 1 \quad \text{Ans}$$

A plot of this response for the value $\eta = 0.7$ is shown in the *c*-part of the figure, and it is seen that only a very small overshoot is observed when pt goes from π to 2π . Also shown is the response for no damping, $\eta = 0$.

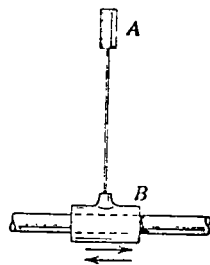
Problems

- 9/31 A spring-mounted oscillator with a natural undamped frequency of 4 cycles/sec and a damping ratio $\eta = 0.2$ is mounted on a frame which vibrates with a frequency f which can be varied. If the amplitude of the absolute vibration of the oscillator is not to exceed twice that of the frame, specify by reference to Fig. 90 the permissible range of frequencies of the frame.

$$\text{Ans } f < 3.12 \text{ cycles/sec or } f > 4.44 \text{ cycles/sec}$$

9/32 A seismic instrument has an 8-oz mass supported by a stiff spring with a stiffness of 20 lb/in. If the deflection x_0 of the mass relative to its case is measured to be 0.210 in. when the instrument is mounted on a machine which vibrates in the direction of x_0 with a frequency of 5 cycles/sec. approximate the maximum acceleration a_0 of the machine.
 Ans. $a_0 = 8.4g$

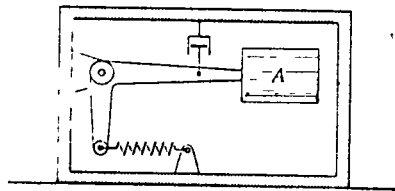
9/33 The time rate of change of acceleration is called 'jerk' J . Specify the maximum magnitude of the amplitude x_0 , measured from the neutral position, for the undamped linear harmonic oscillator of mass m which will limit the jerk to a value J_0 . The stiffness of the elastic supports is k .



Problem 9/34

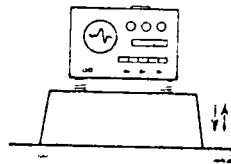
9/34 A static horizontal force of 2 lb gives the 3-lb weight A a deflection of 0.50 in. against the elasticity of the light cantilever spring to which it is attached. If the base B of the spring is given a horizontal harmonic oscillation with a frequency of 2 cycles/sec and an amplitude of $\frac{1}{4}$ in. calculate the amplitude x_0 of the resulting vibration of A . Assume negligible damping.

Ans. $x_0 = 0.360$ in.



Problem 9/35

9/35 The seismic instrument shown is secured to a ship's deck near the stern where propeller-induced vibration is most pronounced. The ship has a single 3-bladed propeller which turns at 180 rev/min and operates partly out of water, thus causing a shock as each blade breaks the surface. The damping ratio of the instrument is $\eta = 0.5$, and its undamped natural frequency is 3 cycles/sec. If the measured amplitude of A relative to its frame is 0.030 in. compute the amplitude δ_0 of the vertical vibration of the deck.



Problem 9/36

9/36 The instrument shown weighs 86 lb and is spring-mounted to the horizontal base. If the amplitude of vertical vibration of the base is 0.004 in., calculate the range of frequencies f of the base vibration which must be prohibited if the amplitude of vertical vibration of the instrument is not to exceed 0.006 in. Each of the four identical springs has a stiffness of 40 lb/in.

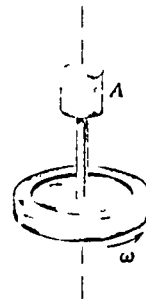
Ans. Prohibited range

$2.46 < f < 5.51$ cycles/sec

9/37 A spring-mounted machine weighing 48 lb is observed to vibrate harmonically in the vertical direction with an amplitude of 0.012 in. under the action of a vertical force which varies harmonically between F_0 and $-F_0$ with a frequency of 4 cycles/sec. Damping is negligible. If a static force of magnitude F_0 causes a deflection of 0.024 in., calculate the equivalent spring constant k for the springs which support the machine.

9/38 The circular disk of weight W is secured to an elastic shaft which is mounted in a rigid bearing at A . With the disk at rest a lateral force P applied to the disk produces a lateral deflection Δ , so that the equivalent spring constant is $k = P/\Delta$. If the center of mass of the disk is off center by a small amount e from the shaft center line, determine the expression for the lateral deflection δ of the shaft due to unbalance at a shaft speed ω in terms of the natural frequency $p = \sqrt{kg/W}$ of lateral vibration of the shaft. At what critical speed ω_c would the deflection tend to become large? Neglect damping.

$$\text{Ans } \omega_c = p = \sqrt{kg/W}$$

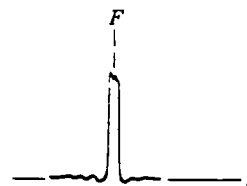


Problem 9/38

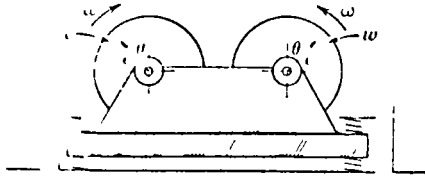
9/39 An electric motor has a rotor whose center of gravity is off center a small distance e . If the motor is mounted on spring pads and is constrained to vibrate in the vertical direction only, prove that Eq. 181a and its solution including Fig. 90 apply where the mass term m is the mass of the stator plus that of the rotor.

9/40 Show that the frequency response curves for the seismic instrument of Sample Prob. 9/30 can be used for the elastically mounted motor of Prob. 9/39 if the magnification factor is defined as the ratio $W\lambda_0/(W'e)$ where W is the total weight of stator plus rotor, λ_0 is the amplitude of the absolute vibration of the motor, W' is the weight of the rotor, and e is the eccentricity of the rotor.

9/41 A damped linear oscillator initially at rest in a neutral position is subjected to an impulse loading F as shown. If the duration of the pulse is small and if the total impulse is I , sketch the resulting response of the oscillator. Assume a square-wave form for the impulse.



Problem 9/41



Problem 9/42

9/42 A device to produce vibrations consists of two counter-rotating wheels each carrying an eccentric weight $w = 2$ lb with a center of mass at a distance $e = \frac{1}{2}$ in from its axis of rotation. The wheels are synchronized so that the vertical positions of the unbalanced weights are always identical. The total weight of the device is 20 lb. Determine the two possible values of the equivalent spring constant k for the mounting which will permit the magnitude of the periodic force transmitted to the fixed mounting to be 300 lb due to the unbalance of the rotors at a speed of 1800 rev/min. Neglect damping.

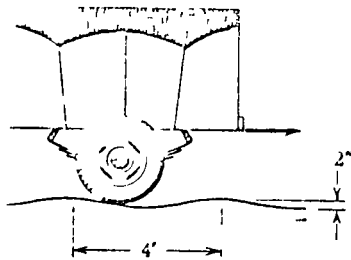
Ans $k = 4750$ lb/in or 1140 lb/in.

9/43 An undamped spring-mass system is initially at rest in its equilibrium position at time $t = 0$. The mass m is subjected to a force $F = F_0 e^{-bt}$ applied in the direction of the displacement x of m . Determine the relationship between x and t which describes the subsequent motion. The constant b is a measure of the rate of decay of F with t .

Ans $x = \frac{F_0}{mb^2 + k} \left[\frac{b}{p} \sin pt - \cos pt + e^{-bt} \right]$

where $p = \sqrt{k/m}$

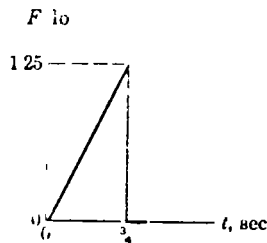
9/44 Determine and plot the relation between the damping ratio η and the frequency ratio μ which will ensure that the relative displacement of a seismic mass to its frame will be proportional to the impressed acceleration. Show why $\eta = 0.7$ is a desired value for $\mu < 0.5$.



Problem 9/45

9/45 Determine the amplitude of vertical vibration of the spring-mounted trailer as it travels at a velocity of 15 mi/hr over the corduroy road whose contour may be expressed by a sine or cosine term. The weight of the trailer is 1000 lb and that of the wheels alone may be neglected. During the loading each 150-lb increment of load caused the trailer to sag $\frac{1}{8}$ in on its springs. Assume that the wheels are in contact with the road at all times and neglect damping. At what critical speed v_c is the vibration of the trailer greatest?

Ans $x_0 = 0.633$ in, $v_c = 9.3$ mi/hr



Problem 9/46

9/46 Determine and plot the response $x = f(t)$ of a 161-lb undamped harmonic oscillator subjected to a force F when varies linearly with time for the first $\frac{3}{4}$ sec as shown. The oscillator is initially at rest at time $t = 0$ and the stiffness of its elastic support is $k = 0.50$ lb/in.

Ans $x = \frac{10}{3} \left(t - \frac{1}{10.95} \sin 10.95t \right)$ in

49/47 Determine the expression for the power loss P averaged over a complete cycle due to the dissipation of frictional energy in a viscous-damped linear oscillator. The forcing function is $F_0 \sin \omega t$. Use the notation of this article.

$$\text{Ans } P = \frac{F_0^2 c \omega^2 / (2k^2)}{(1 - \mu^2)^2 + (2\eta\mu)^2}$$

▽ ▽ / \ \

50 Two-Degree-of-Freedom Systems In the foregoing articles of this chapter the response of single-degree-of-freedom systems has been introduced. The response of systems having two or more degrees of freedom can be obtained by several available methods which involve somewhat increased complexity in the formulation of the defining equations and in their solution. Only a brief treatment of one two-degree-of-freedom system, shown in Fig 92, will be presented here. For a detailed study of this subject the reader is referred to references in mechanical vibrations and in linear systems analysis.

The system of Fig 92 consists of two masses m_1 and m_2 coupled by elastic springs of stiffness k_1 , k_2 , and k_3 . The time-dependent force $F_1 = f_1(t)$ is applied externally to m_1 . Damping will be neglected. The absolute displacements are x_1 and x_2 measured from the neutral positions. The equations of motion for m_1 and m_2 are

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + (k_1 + k_2)x_1 - k_2 x_2 &= F_1 \\ m_2 \ddot{x}_2 - k_2 x_1 + (k_2 + k_3)x_2 &= 0 \end{aligned}$$

If a harmonic forcing function $F_1 = F_0 \sin \omega t$ is applied, it would be expected that the resulting steady-state vibrations would also be harmonic with the same frequency. This assumption is easily verified by direct substitution of the trial solutions

$$x_1 = X_1 \sin \omega t \quad \text{and} \quad x_2 = X_2 \sin \omega t$$

into the motion equations. This substitution gives

$$\begin{aligned} X_1(k_1 + k_2 - m_1 \omega^2) - k_2 X_2 &= F_0 \\ X_2(k_2 + k_3 - m_2 \omega^2) - k_2 X_1 &= 0 \end{aligned}$$

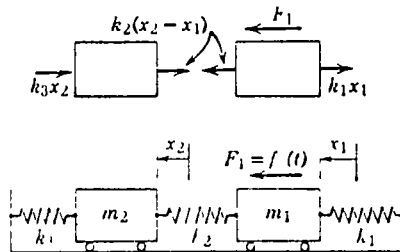


Figure 92

from which

$$X_1 = \frac{(k_2 + k_3 - m_2\omega^2)F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 + k_3 - m_2\omega^2) - k_2^2}$$

$$X_2 = \frac{k_2 F_0}{(k_1 + k_2 - m_1\omega^2)(k_2 + k_3 - m_2\omega^2) - k_2^2}$$

With these values of X_1 and X_2 the assumed expressions for x_1 and x_2 satisfy the differential equations for all values of the time and are, hence, valid solutions. These solutions represent the steady-state motion and are particular integrals of the equations. It is assumed that the transient terms in the general solution have died out.

The critical frequencies for which the expressions for X_1 and X_2 become infinite are obtained by setting the common denominator equal to zero. The resulting relation is

$$\omega^4 - \left(\frac{k_1 + k_2}{m_1} + \frac{k_2 + k_3}{m_2} \right) \omega^2 + \frac{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3}{m_1 m_2} = 0$$

which has the solutions

$$\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{2m_1} + \frac{k_2 + k_3}{2m_2} \pm \sqrt{\left(\frac{k_1 + k_2}{2m_1} + \frac{k_2 + k_3}{2m_2} \right)^2 - \frac{k_1 k_2 + k_1 k_3 + k_2 k_3}{m_1 m_2}} \quad (184)$$

The two values of ω^2 thus obtained give the critical frequencies at which resonance would occur, and these frequencies correspond to the two *natural modes* of free vibration of the system without F_1 acting.

The amplitude ratio for the two motions is

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{\frac{k_2}{m_2}}{\frac{k_2 + k_3}{m_2} - \omega^2} \quad (185)$$

When the lower value of ω^2 is substituted, it is found upon computation that X_2/X_1 is positive which indicates that the motions are in phase. For the higher value of ω^2 the ratio X_2/X_1 is found to be negative, and the two masses vibrate with a phase difference of 180 deg.

As an aid to the visualization of the resulting motions, the special case of $m = m_1 = m_2$, $k = k_1 = k_2$, and $k_3 = 0$ is treated. Direct substitution yields the two resonant frequencies

$$\omega_1^2 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \frac{k}{m} \quad \omega_2^2 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \frac{k}{m}$$

The amplitude ratio becomes

$$\frac{X_2}{X_1} = \frac{\frac{k}{m}}{\frac{k}{m} - \omega^2}$$



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO ANTISISMICO DE ESTRUCTURAS.

EXCITACION SISMICA.

1a. PARTE.

DR. OCTAVIO RASCON CHAVEZ.

EXCITACION SISMICA

Por Octavio A. Rascón Ch.

1. Introducción

Básicamente el comportamiento de una estructura durante un temblor es un problema de vibraciones. Los movimientos sísmicos del suelo ocasionan que la estructura vibre, siendo la amplitud y la distribución de las deformaciones dinámicas, así como su duración, de gran importancia para el ingeniero. El principal objetivo de las normas de un reglamento sísmico es que la estructura no sea destruida si ocurre un temblor intenso, es decir, en algunos casos puede tolerarse que haya algún daño pero no al grado de ser desastrozo. Así, durante sismos de moderada intensidad que tienen una probabilidad significativa de ocurrencia durante la vida útil de la estructura, las vibraciones podrían estar comprendidas en el rango elástico sin ocasionar daños, pero durante un temblor intenso los miembros estructurales deberían ser capaces de deformarse plásticamente produciéndose tal vez algún agrietamiento de los muros.

Las amplitudes de vibración de las estructuras inducidas por los temblores se pueden calcular analíticamente como se menciona más adelante, con lo cual se obtendrán las amplitudes máximas de las deformaciones que éste les ocasionaría. El criterio de diseño sísmico actual debe ser tal que balancee de manera óptima los costos y los riesgos, basándose en las siguientes consideraciones:

- La probabilidad de ocurrencia de un temblor intenso

- Las características del movimiento del terreno
- La naturaleza de las deformaciones estructurales
- El comportamiento de los materiales de construcción cuando se sujetan a deformaciones dinámicas transitorias
- La naturaleza de los daños que el edificio podría sufrir
- El costo de reparación del edificio en comparación con el costo de proporcionarle resistencia adicional

El objeto de esta parte del curso es el de calcular la respuesta máxima de una estructura ante un sismo, estudiando la variación de ésta con el amortiguamiento estructural, con las características del temblor y con el tipo de suelo de cimentación.

2. Espectros de respuesta

Sea un sistema vibratorio simple de un grado de libertad, como el mostrado en la fig. 1.a, con el que se idealiza una estructura simétrica de un piso.

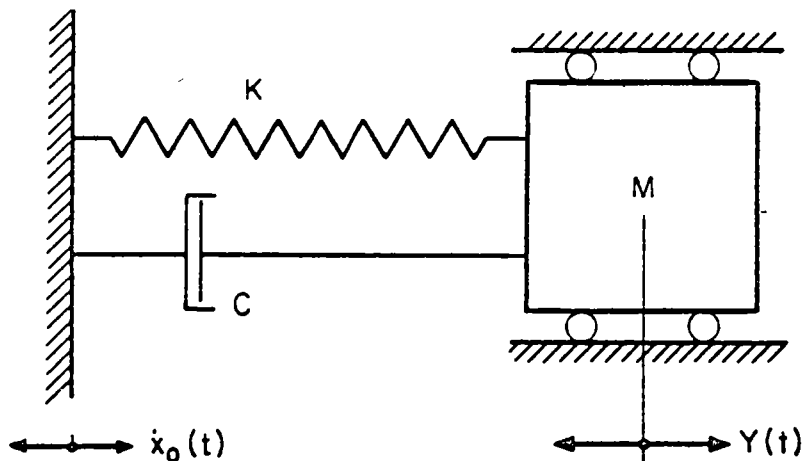


Fig 1.a Sistema vibratorio amortiguado de un grado de libertad

En la fig. 1.4, M denota la masa, K la rigidez, C el amortiguamiento, $\ddot{X}_0(t)$ la aceleración del terreno y $Y(t)$ el desplazamiento absoluto del sistema (tomando un sistema fijo de referencia).

Bajo las hipótesis de que el sistema es de comportamiento lineal e invariante con el tiempo (los valores de K , C y M no cambian), la ecuación diferencial que gobierna el movimiento de la masa es

$$M \ddot{Y}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = 0 \quad (1)$$

en donde $X(t) = Y(t) - X_0(t)$ y $\dot{X}(t) = \dot{Y}(t) - \dot{X}_0(t)$ son, respectivamente, el desplazamiento y la velocidad relativos de la masa respecto a la base. Sustituyendo en la ec 1 a $\ddot{Y}(t) = \ddot{X}(t) + \ddot{X}_0(t)$ se obtiene la ecuación

$$M \ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = -\ddot{X}_0(t)M \quad (2)$$

cuya solución es

$$X(t) = \frac{-1}{w_1'} \int_{-\infty}^t \ddot{X}_0(t-\tau) e^{-\zeta w_1(t-\tau)} \sin w_1'(t-\tau) d\tau \quad (3)$$

en donde $w_1 = \sqrt{K/M}$ es la frecuencia circular natural del sistema, $w_1' = w_1 \sqrt{1 - \zeta^2}$ es la frecuencia circular amortiguada y $\zeta = C/(2\sqrt{KM})$ es la fracción de amortiguamiento respecto al crítico.

Es evidente que la ec 3 depende de t , w_1 y ζ . Supóngase que fijamos un valor para ζ y otro para w_1 , y que resolvemos la in-

tegral de la ec 3 para una excitación (sismo) dada, $\ddot{X}_0(t)$, con lo cual obtenemos la historia de desplazamientos de la estructura, como la de la fig 1.b . Si seleccionamos el valor máximo absoluto, $D = \text{Máx} \{ |X(t)| \}$, de la respuesta $X(t)$, y lo representamos en una gráfica cuyas abscisas son los valores de w_1 y cuyas ordenadas son los valores máximos absolutos de $X(t)$, y después cambiamos sucesivamente el valor de w_1 y repetimos el proceso antes descrito, la gráfica resultante será el espectro de respuesta (de desplazamiento en este caso) del sistema. Es claro que se puede obtener un espectro para cada valor de f asignado, con lo cual se llega a un juego de espectros semejantes al mostrado en la fig 2.a, en la cual se han anotado en el eje de las abscisas el período natural $T_1 = 2\pi/w_1$ en vez de w_1 .

Es evidente que también es factible obtener espectros de respuesta para velocidad relativa, aceleración absoluta, fuerza en el resorte del sistema, etc. Para obtener el de velocidad hay que derivar respecto al tiempo el resultado de la ec 3 para cada pareja fija de valores de w_1 y f , y luego localizar los valores máximos en una gráfica de w_1 versus $V = \text{Máx} \{ |\dot{X}(t)| \}$. Para obtener el espectro de aceleraciones absolutas, $\ddot{Y}(t)$, habría que derivar dos veces el resultado de la ec 3 para cada valor de f y de w_1 , con lo cual se obtendría la aceleración relativa, $\ddot{X}(t)$, y luego sumarle la aceleración del terreno, $\ddot{X}_0(t)$, en cada instante t (ver fig 2.b); la gráfica de $A = \text{máx} \{ |\ddot{Y}(t)| \}$ versus w_1 será el espectro en cuestión.

Desplazamiento relativo,
 $X(t)$, pulg

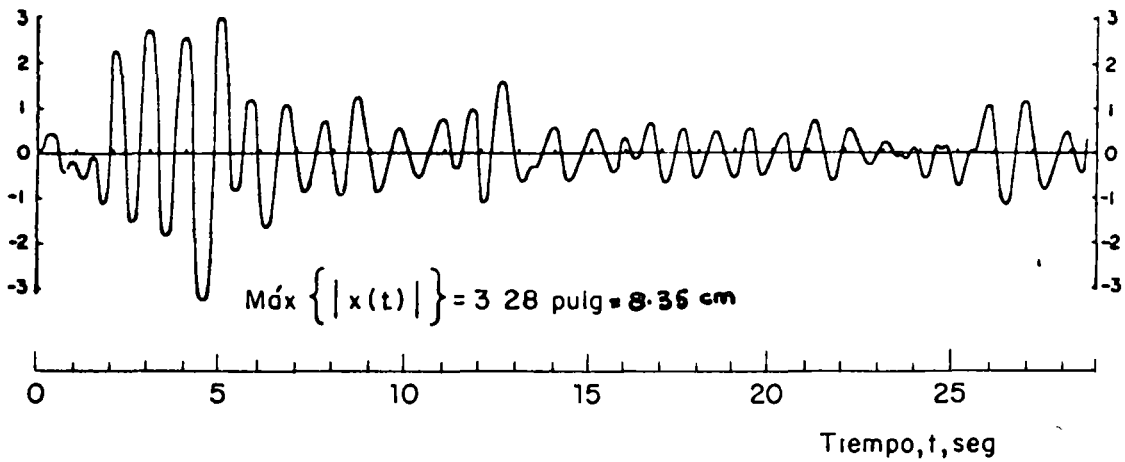


Fig 1.b Respuesta de un sistema amortiguado simple con $T_1 = 1.0$ seg y $\zeta = 0.10$, al sismo de El Centro, Cal., 1940, componente N-S

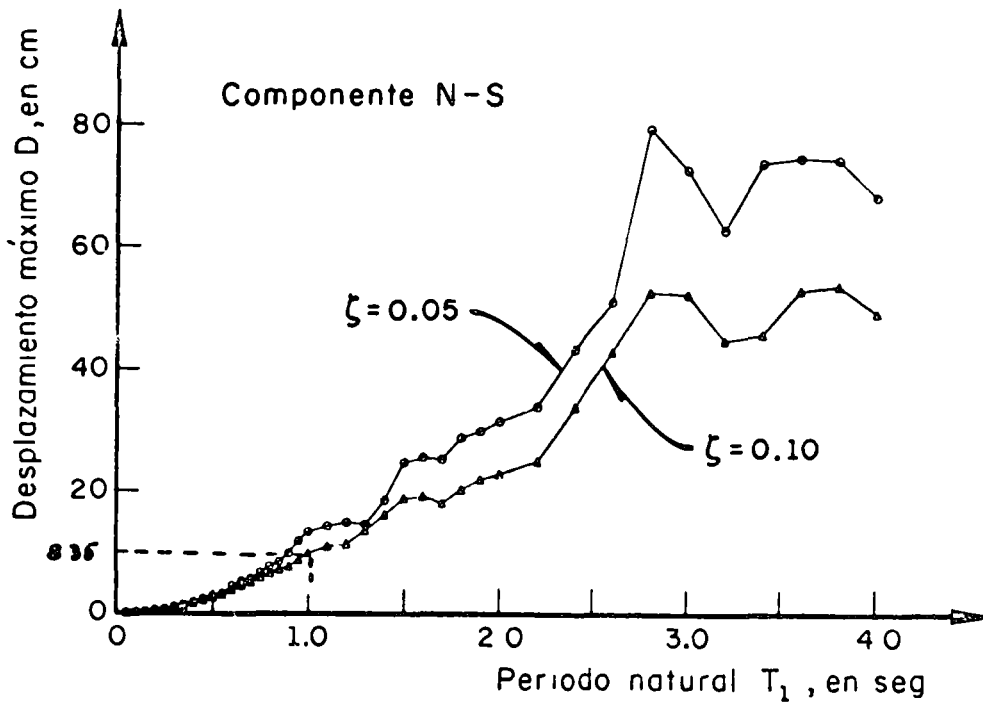


Fig 2a Espectro de desplazamientos. Sismo de Tokachi-Oki, Japón (1968). Según H. Tsuchida, E. Kurata y K. Sudo, ref 4

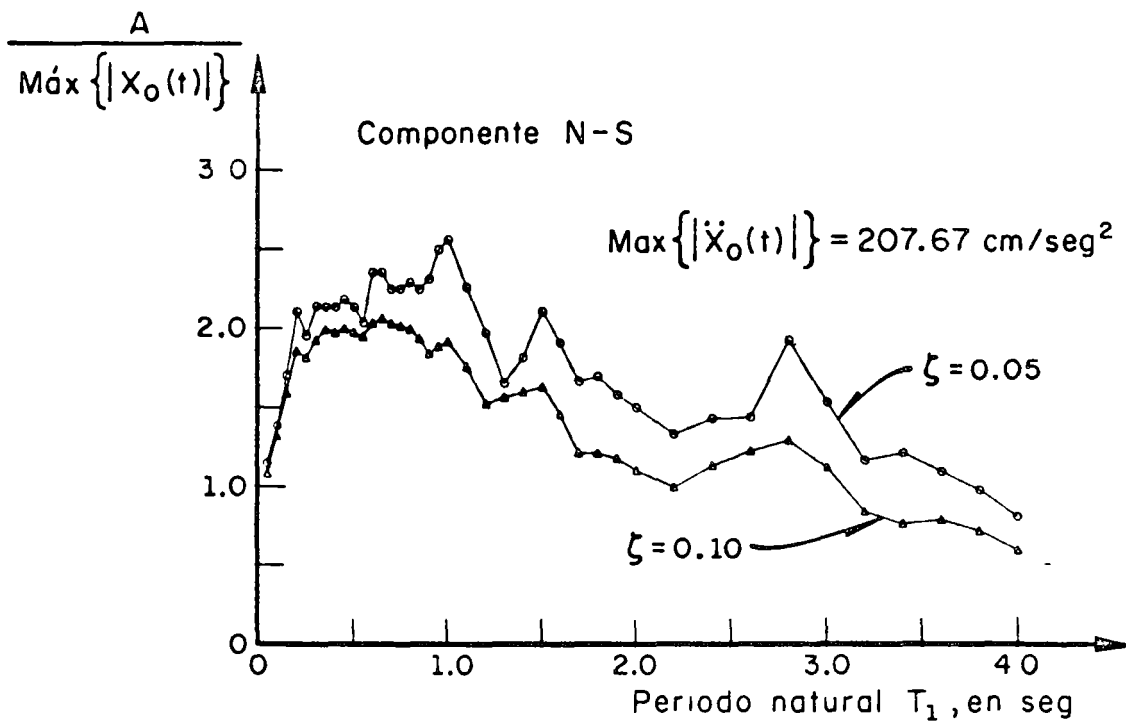
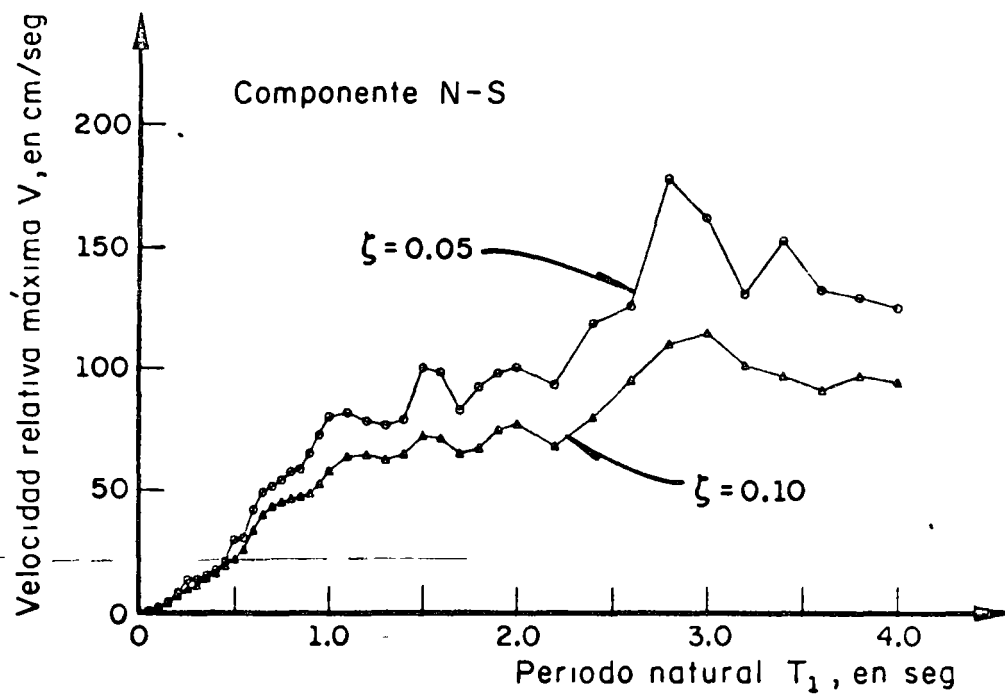


Fig 2b Espectros de velocidades y de aceleraciones. Sismo de Tokachi-Oki, Japón (1968). Según H. Tsuchida, E. Kurata y K. Sudo, ref 4

Con frecuencia en vez de calcular los espectros de velocidades y de aceleraciones, se obtienen los de pseudo-velocidades relativas y de pseudoaceleraciones absolutas, las cuales se definen respectivamente por $V = w_1 D$ y $A = w_1^2 D$, y son estadísticamente casi iguales a los espectros reales de velocidades y de aceleraciones absolutas, respectivamente (ref 1).

El usar los peudoespectros antes citados no sólo tiene la ventaja de evitarse cálculos bastante engorrosos, sino que además pueden graficarse todos simultáneamente en una hoja tetra-logarítmica, en la que los ejes de los desplazamientos y las aceleraciones se orientan a 45° respecto al de las abscisas, que es el de las frecuencias (o periodos); el eje de las velocidades es el vertical. En la fig. 3.a se presenta el acelerograma del sismo registrado en la Ciudad Universitaria el día 6 de julio de 1964 (ref 2), y en la fig 3.b se muestran los espectros correspondientes.

Debido a la naturaleza caótica de los acelerogramas de los sismos, la ec 3 no se puede resolver en forma analítica, sino que es necesario emplear algún método numérico, como los presentados en las refs 1 y 3. Cabe mencionar, además, que la línea base (eje de aceleraciones nulas) de los acelerogramas no queda bien definida en el registro debido a ondulaciones que sufre el papel en que se registra al ir saliendo del acelerógrafo (fig 4). Por este motivo es necesario determinar la posición de dicha línea base, de manera que se optimice la información que se obtenga (ref 2).

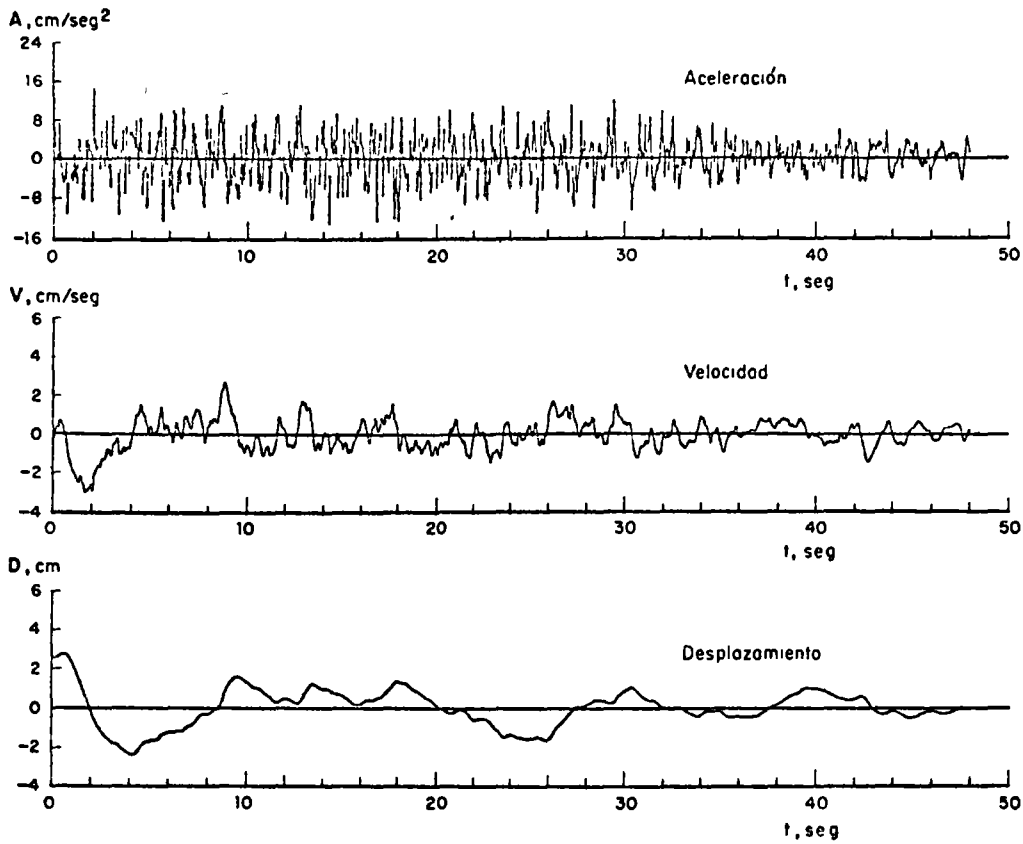


Fig 3a Espectros del sismo registrado en C U., componente E-W. Sismo del 6 de julio de 1964. Según M. Chávez, O. Rascón y L. Alonso, ref 2

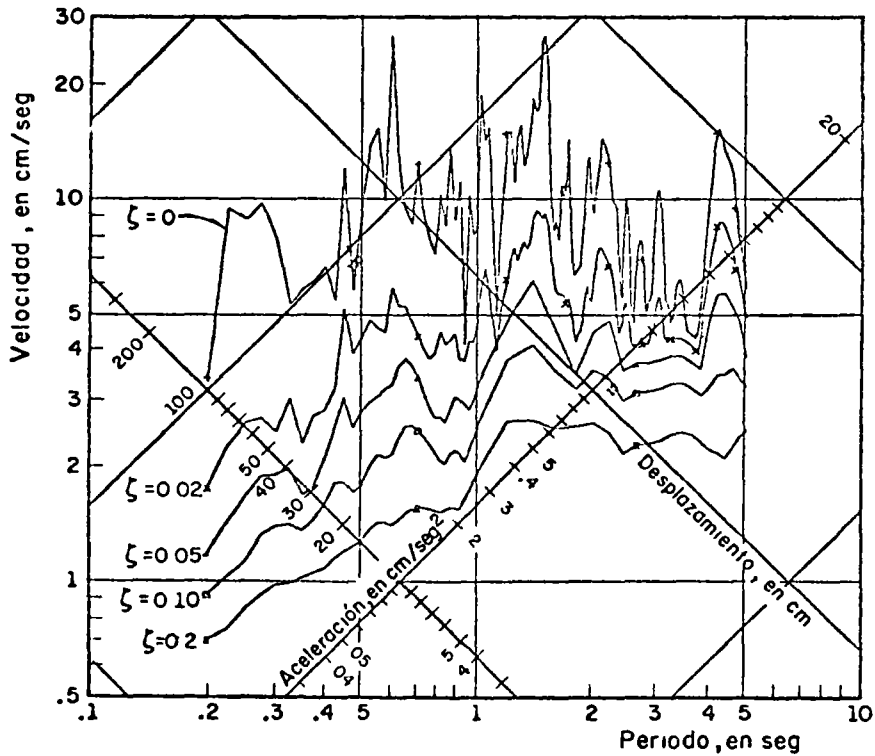


Fig 3b Espectros del sismo registrado en C.U., componente E-W. Sismo del 6 de julio de 1964

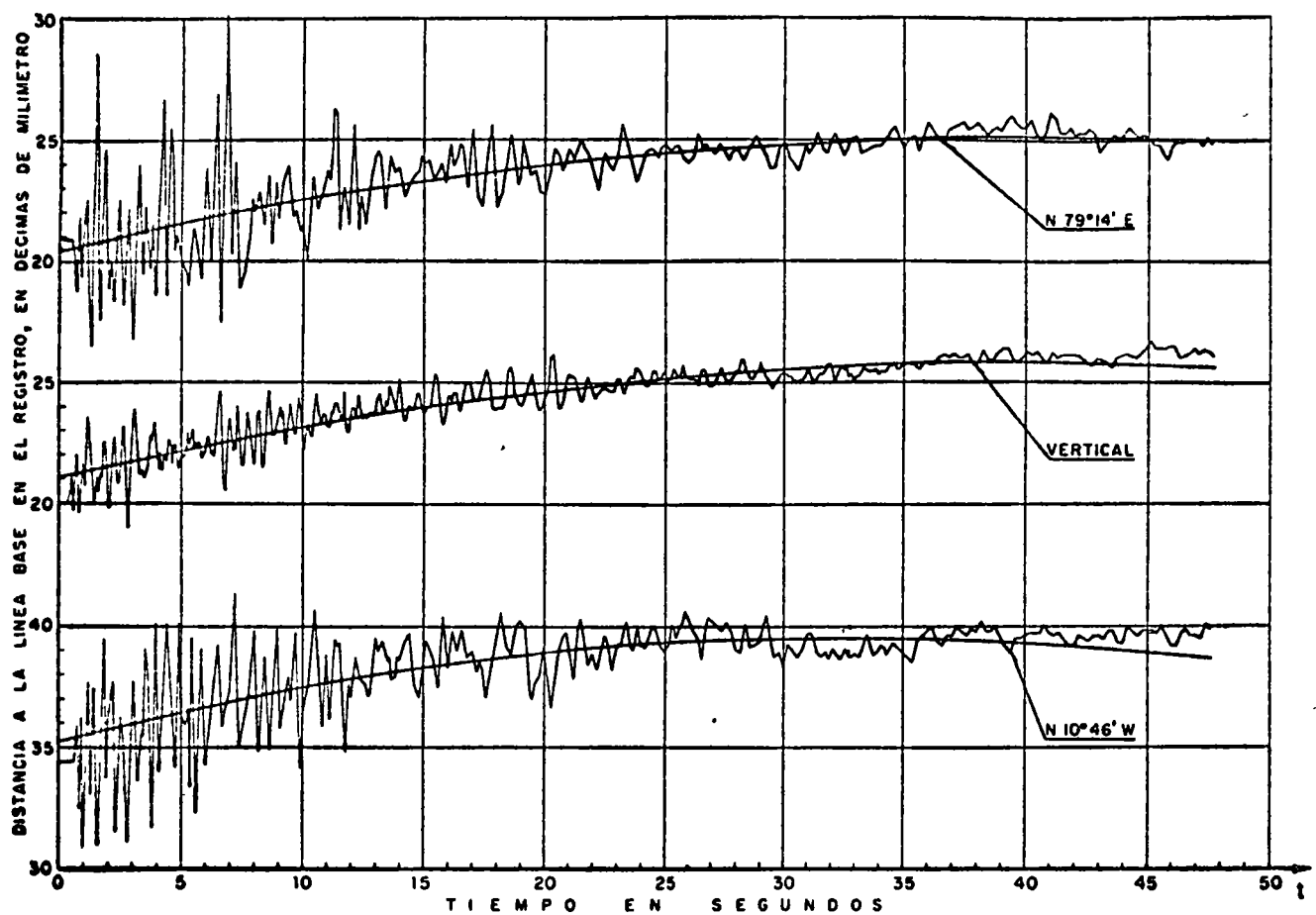


Fig 4 Componentes de aceleración sin corregir y parábolas base. Sismo del 10 de diciembre de 1961, Alameda, México D.F. (Según J. Bustamante y J. Prince, ref 5)

Ejemplo (tomado de la ref 1)

Calcular los espectros de respuesta para $f = 0$, que corresponden al acelerograma $\ddot{x}_0(t) = a$ para $0 \leq t \leq t_0$, y $\ddot{x}_0(t) = 0$ si $t < 0$ o $t > t_0$ (fig 5).

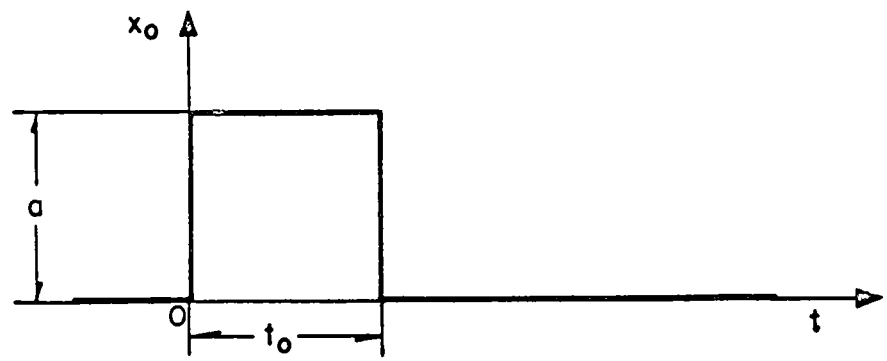


Fig 5 Pulso rectangular de aceleraciones

Aplicando la ec 3 obtenemos

$$X(t) = \frac{-1}{w_1} \int_{-\infty}^t a \operatorname{sen} w_1(t-\tau) d\tau = \frac{-a}{w_1} \int_0^t \operatorname{sen} w_1(t-\tau) d\tau, \text{ si } 0 \leq t \leq t_0$$

de donde

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{-a}{w_1} \int_0^t (\operatorname{sen} w_1 t \cos w_1 \tau - \cos w_1 t \operatorname{sen} w_1 \tau) d\tau \\ &= \frac{-a}{w_1} \left[\operatorname{sen} w_1 t \int_0^t \cos w_1 \tau d\tau - \cos w_1 t \int_0^t \operatorname{sen} w_1 \tau d\tau \right] \\ &= \frac{-a}{w_1^2} \left[\operatorname{sen} w_1 t \operatorname{sen} w_1 t + \cos w_1 t (\cos w_1 t - 1) \right] \\ &= \frac{-a}{w_1^2} (\operatorname{sen}^2 w_1 t + \cos^2 w_1 t - \cos w_1 t) = \frac{-a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t) \end{aligned}$$

ya que $\operatorname{sen}^2 w_1 t + \cos^2 w_1 t = 1$. El máximo absoluto de esta ecuación ocurre cuando $\cos w_1 t = -1$, o sea cuando $w_1 t = 180^\circ = \pi$, por lo cual $t = \pi/w_1 = \pi/(2\pi/T_1) = T_1/2$. El máximo absoluto es, entonces,

$$\text{Máx } \{ |X(t)| \} = D = 2a/w_1^2 = T_1^2 a / (2\pi^2), \text{ si } 0 \leq T_1/2 \leq t_0$$

Por lo que $V = w_1 D = 2a/w_1 = T_1 a/\pi$

$$\text{y } A = w_1^2 D = 2a$$

Para $t > t_0$ ($T_1/2 > t_0$) es necesario obtener la respuesta en vibración libre con las condiciones iniciales de desplazamiento y velocidad correspondientes a $t = t_0$, es decir,

$$X(t) = \frac{-a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) = \alpha \operatorname{sen} w_1 t_0 + \beta \cos w_1 t_0 \quad (4)$$

$$\dot{X}(t) = \frac{a}{w_1^2} \operatorname{sen}^2 w_1 t_0 = -\alpha \operatorname{sen} w_1 t_0 \cos w_1 t_0 + \beta \operatorname{sen}^2 w_1 t_0 \quad (5)$$

en donde α y β son dos constantes cuyos valores se obtienen al resolver el sistema de ecuaciones 4 y 5. Multiplicando ambos

miembros de la ec 4 por $\cos w_1 t_0$ y los de la ec 5 por $-\sin w_1 t_0$ obtenemos

$$-\frac{a}{w_1^2} \cos w_1 t_0 (1 - \cos w_1 t_0) = \alpha \sin w_1 t_0 \cos w_1 t_0 + \beta \cos^2 w_1 t_0$$

$$\frac{a}{w_1^2} \sin^2 w_1 t_0 = -\alpha \sin w_1 t_0 \cos w_1 t_0 + \beta \sin^2 w_1 t_0$$

Sumando miembro a miembro estas ecuaciones obtenemos

$$\frac{a}{w_1^2} (\sin^2 w_1 t_0 + \cos^2 w_1 t_0 - \cos w_1 t_0) = \beta (\cos^2 w_1 t_0 + \sin^2 w_1 t_0)$$

o

$$\frac{a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) = \beta$$

por lo que sustituyendo en la ec 5 y despejando a α se obtiene

$$\alpha = \sin w_1 t_0 \left(-\frac{a}{w_1^2} + \beta \right) / \cos w_1 t_0$$

$$= \sin w_1 t_0 \left[-\frac{a}{w_1^2} + \frac{a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) \right] / \cos w_1 t_0 = -\frac{a}{w_1^2} \sin w_1 t_0$$

Sustituyendo a α y β en la ec 4 obtenemos

$$X(t) = -\frac{a}{w_1^2} \sin^2 w_1 t_0 + \frac{a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) \cos w_1 t_0$$

$$= -\frac{a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) \quad \text{en } t = t_0 \quad (\text{coincide con la solución anterior})$$

En $t > t_0$

$$X(t) = -\frac{a}{w_1^2} \left[\sin w_1 t_0 \sin w_1 t - (1 - \cos w_1 t_0) \cos w_1 t \right]$$

Para encontrar el máximo de $X(t)$ derivamos respecto a t e igualamos a cero, obteniendo

$$\dot{X}(t) = 0 = \sin w_1 t_0 \cos w_1 t + (1 - \cos w_1 t_0) \sin w_1 t$$

por lo que

$$\tan w_1 t = \frac{-\sin w_1 t_0}{1 - \cos w_1 t_0} = \frac{-2 \sin \frac{w_1 t_0}{2} \cos \frac{w_1 t_0}{2}}{2 \sin^2 \frac{w_1 t_0}{2}}$$

$$= \frac{-\cos \frac{w_1 t_0}{2}}{\sin \frac{w_1 t_0}{2}} = -\cot \frac{w_1 t_0}{2}$$

de donde, como puede comprobarse, se obtiene

$$t = \frac{\pi + t_0 \omega_1}{2 \omega_1}$$

por lo que

$$D = \text{Máx} \{ |X(t)| \} = \left| \frac{-a}{\omega_1^2} \left[\text{sen } \omega_1 t_0 \text{sen } \frac{\omega_1 (\pi + t_0 \omega_1)}{2 \omega_1} - (1 - \cos \omega_1 t_0) \cos \frac{\omega_1 (\pi + t_0 \omega_1)}{2 \omega_1} \right] \right|$$

$$D = \left| \frac{-a}{\omega_1^2} \left[\text{sen } \omega_1 t_0 \text{sen } \frac{\omega_1 t_0}{2} + (1 - \cos \omega_1 t_0) \cos \frac{\omega_1 t_0}{2} \right] \right|$$

pero

$$\text{sen } \omega_1 t_0 \text{sen } \frac{\omega_1 t_0}{2} = 2 \text{sen}^2 \frac{\omega_1 t_0}{2} \cos \frac{\omega_1 t_0}{2}$$

y

$$(1 - \cos \omega_1 t_0) \cos \frac{\omega_1 t_0}{2} = (1 - 2 \cos^2 \frac{\omega_1 t_0}{2} + 1) \cos \frac{\omega_1 t_0}{2}$$

De donde

$$D = \left| \frac{-a}{\omega_1^2} \left[2 \cos \frac{\omega_1 t_0}{2} \left(\text{sen}^2 \frac{\omega_1 t_0}{2} + 1 + \cos^2 \frac{\omega_1 t_0}{2} \right) \right] \right|$$

$$D = \left| \frac{4a}{\omega_1^2} \cos \frac{\omega_1 t_0}{2} \right|$$

y

$$V = \left| \frac{-\omega_1}{2} \frac{4a}{\omega_1^2} \text{sen } \frac{\omega_1 t_0}{2} \right| = \frac{2a}{\omega_1} \left| \text{sen } \frac{\omega_1 t_0}{2} \right|$$

En la fig 6 se presenta el espectro de respuesta no amortiguado de este problema, en un papel tetralogarítmico.

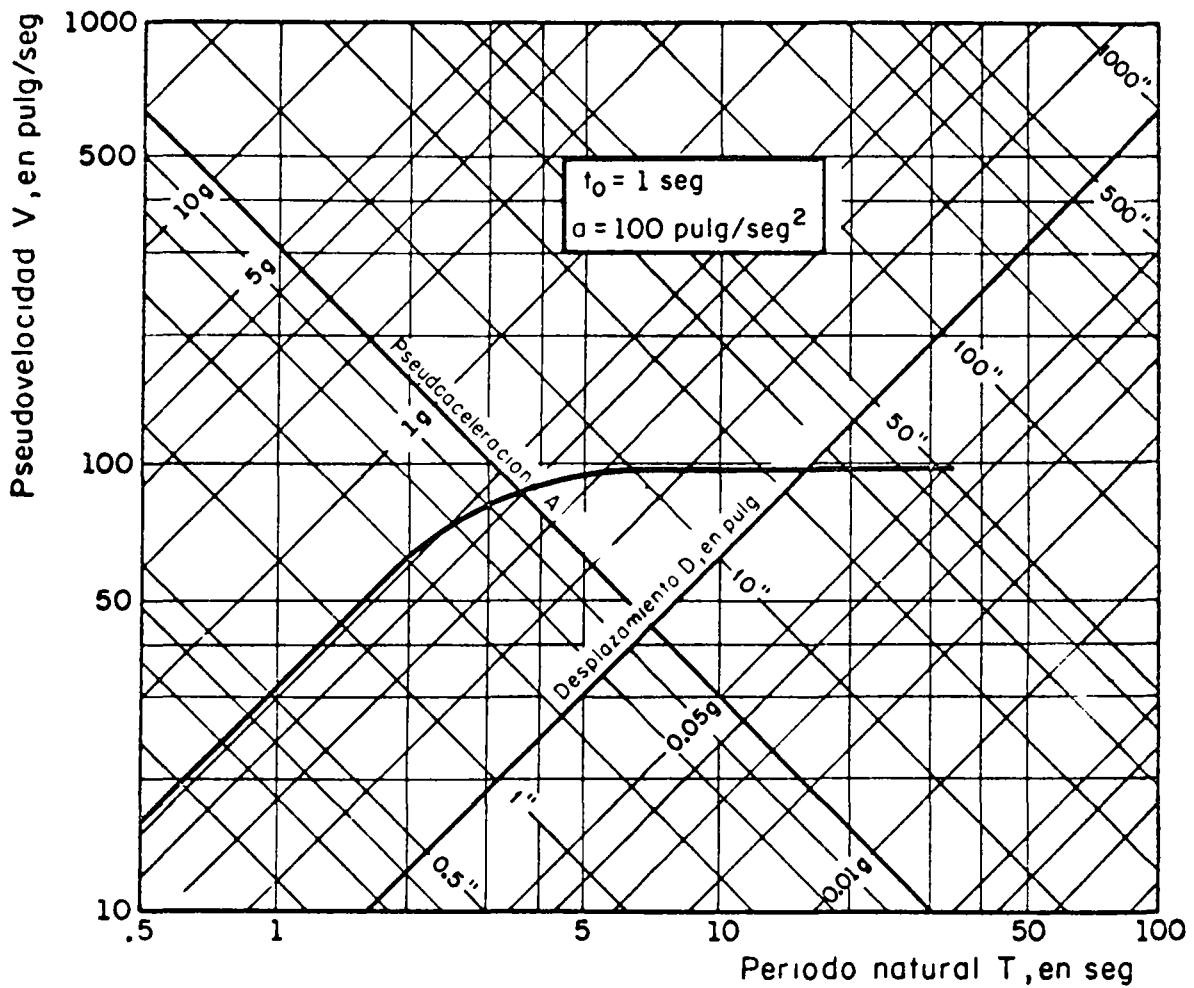


Fig 6 Espectro no amortiguado correspondiente a un pulso rectangular de aceleraciones. Según N. Newmark y E. Rosenblueth, ref 1

Referencias

1. Newmark, N. M. y Rosenblueth, E., "Fundamentals of earthquake engineering", Prentice Hall (1971).
2. Chávez, M., Rascón, O. A. y Alonso L., "Un nuevo método para corrección de línea base de acelerogramas", Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM.
3. Biggs, J.M., "Introduction to structural dynamics", Mc Graw-Hill.
4. Tsuchida, H., Kurate E. y Sudo K., "Annual report of strong-motion earthquake records in Japanese parts (1970)", Tech. Notes of Port and Harbour Res. Inst., Ministry of Transport, Japan.
5. Bustamante, J.I. y Prince, J., "Corrección de los acelerogramas de cuatro macrosismos registrados en la Ciudad de México", Bol. Soc. Mex. de Ing. Sísmica., Vol. 1, No. 2.



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO ANTISISMICO DE ESTRUCTURAS

EXCITACION SISMICA

2a. PARTE

DR. OCTAVIO RASCON CHAVEZ

PRIMER CAPITULO DEL LIBRO

Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions

CHAPTER I Blume Neumarck Corning, P.C.A.

Earthquake Ground Motion and Its Effects

1.1 Description of Earthquake Motions

In an earthquake the ground moves in a random fashion in all directions. Measurements have been made in recent decades^{1*} of the "strong motion" accelerations, as a function of time, corresponding to the motions in two horizontal components, there are also records available of vertical accelerations and displacements. From these accelerations, there have been obtained the ground velocities and ground displacements as a function of time. The measured ground accelerations obtained from a strong-motion earthquake record are shown in Fig 1-1. This figure shows the north-south component of the motions in the El Centro earthquake of May 18, 1940, and gives the intensity of ground acceleration, ground velocity, and ground displacement plotted as functions of time. It can be seen that the maximum recorded ground acceleration is about 0.33g, the maximum ground velocity about 13.7 in per second, and the maximum ground displacement (from the initial position) about 8.3 in. This is the most severe earthquake motion for which accurate records are now available; it may be considered as an earthquake to be expected in a specific location in California with an estimated frequency of once in 50 years, or more often if the region is close to more than one active fault. Somewhat larger motions would no doubt be experienced close to an epicenter.

*Numbers refer to correspondingly numbered items in the list of references (Appendix D).

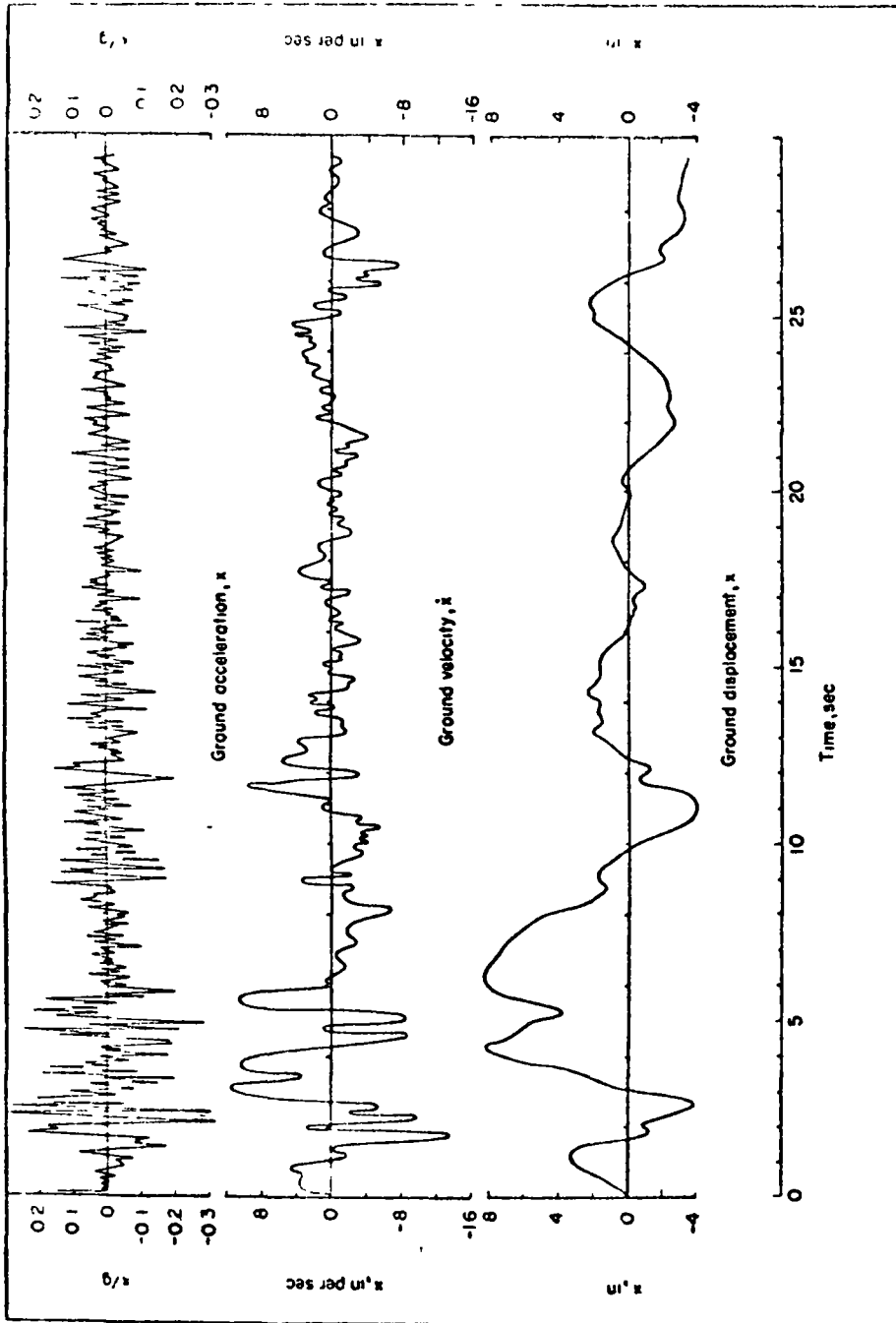


Fig. 1-1 Ground acceleration, velocity, and displacement, El Centro, Calif., earthquake of May 18, 1940, N-S component

Similar diagrams are obtained for the motion of almost all of the main structures in the earthquake zone. The 1940 El Centro earthquake is a typical example of intense motion. The amplitude of motion is so great that the displacement curves extend over only the first 12 seconds of motion.

A similar record is obtained for the east-west component of motion of the same earthquake, but the maximum values are not reached at precisely the same time. The horizontal resultant of the instantaneous motions varies in direction. Because of the random nature of the motions, any horizontal component for almost any earthquake has about the same general characteristics as for any other earthquake of about the same intensity. Similar records, with slightly smaller intensity, are obtained for the vertical motions.

1.2 Dynamic Response of Simple Systems

If a simple structure such as that shown in Fig. 1-2 is subjected to ground motion of the type given in Fig. 1-1, it will be excited into motion and will respond in a vibratory fashion. In the structure shown, let the displacement of the ground

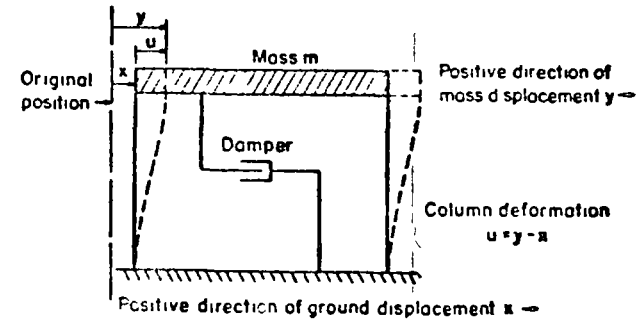


Fig. 1-2. Single-degree-of-freedom structure.

from the original position be designated by x , the displacement of the mass m by y , and define the displacement of the mass relative to the ground by the quantity u where

$$u = y - x \quad (1-1)$$

The columns in the structure exert a lateral force or shear on the mass and on the ground of magnitude V , where V is a function of u . The relation between V and u may often be simplified as shown in Fig. 1-3, which is an elasto-plastic relationship in which the elastic range is expressed by a linear relationship

$$V = \lambda u \quad (1-2)$$

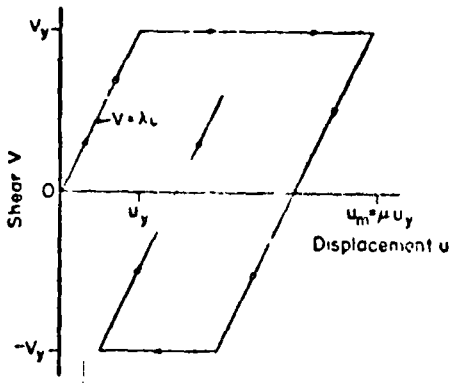


Fig 1-3 Elasto-plastic shear-displacement relationship

When yielding occurs, at a displacement u_y , the resistance remains constant at a magnitude V_y . If the displacement is not reversed, the displacement may reach a maximum value u_m . If, however, the displacement is reversed, the elastic recovery follows along a line parallel to the initial line, and the recovery proceeds elastically, until a negative yield value, $-V_y$, is reached in the opposite direction.

Velocity damping of the motion is considered, in which the damping force is equal to a damping coefficient times the velocity of the mass relative to the ground, \dot{u} . Consider a damping force of magnitude

$$\eta \dot{u}$$

The equation of motion for the system can be written

$$m\ddot{u} + \eta\dot{u} + \lambda u = 0 \tag{1-3}$$

This equation can be transformed into the following form by subtracting $m\ddot{x}$ from both sides and noting that $u = y - \ddot{x}$

$$m\ddot{u} + \eta\dot{u} + \lambda u = -m\ddot{x} \tag{1-4}$$

This equation can be solved in various ways^{2, 3, 4, 5, 6}. When the ground motion is zero, equation (1-4) corresponds to a damped free vibration. That value of the coefficient η which corresponds to the limiting case for periodic motion is called the critical damping coefficient, and has a magnitude which can be written as

$$\text{critical value of } \eta = 2\tau\omega \tag{1-5}$$

in which ω is the circular frequency of undamped vibration, given by the equation

$$\omega^2 = \frac{\lambda}{m} \text{ or } \omega = \sqrt{\frac{\lambda}{m}} \tag{1-6}$$

The natural frequency f and the period T are readily determined from the

$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$

It is convenient to define the proportion of critical damping, β , as the ratio between η and its critical value, as in equation (1-7)

$$\beta = \frac{\eta}{2m\omega} \tag{1-7}$$

Although the dynamic response as a function of time of a system having particular characteristics is a tedious matter to compute, the calculations can be performed. For a ground motion corresponding to the 1940 El Centro earthquake, the results obtained by numerical integration⁷ of the equations of motion are shown in Fig 1-4 for an elastic system in the upper part of the figure and for an elasto-plastic system in the lower part. The calculations plotted are for a system having a period of vibration T of 1.0 second, with a damping coefficient β equal to 10 per cent of the critical value. Merely for illustration in this example, for the elasto-plastic system, the yield displacement was taken as one-half the maximum displacement. This gives a ductility factor μ of 2 where the ductility factor is defined as the ratio between the maximum displacement and the yield displacement of the simple system.

It happens in this particular instance that the maximum displacement is the same for the elastic and for the elasto-plastic structures. It will be shown later that they are generally nearly the same unless the ductility factor is extremely large.

It is of interest to note that plastic action occurs only for several brief intervals during the history of the motion in the particular case shown in Fig 1-4. This is indicated by the bars showing the duration of yielding. Only five yield intervals are noted during the particular response that is shown. Calculations have been reported^{8, 9, 10} for a number of simple structures subjected to various earthquake motions corresponding both to simple ground disturbances and to recorded accelerograms from several different earthquakes. The results are substantially the same and are discussed in detail in Section 1-5.

It is apparent from the form of equation (1-4) that for a given transient ground motion x as a function of time, the response of an elastic system depends only on the magnitude of damping and on the circular frequency of vibration of the system or, what amounts to the same thing, on the percent of critical damping and on the natural period of the system. In other words, the magnitudes of the mass and of the spring stiffness of the structure do not independently affect the response to a ground motion. However, because the structure is subjected to a base motion and not to a force, the maximum stress that the structure experiences is a function of its stiffness as well as of its period of vibration. In general, the stiffer the spring in the structure, the greater will be the stress in the spring and the smaller its relative deflection or displacement for a given ground motion.

The most significant feature of plots such as shown in Fig 1-4 is the maximum relative displacement or strain of the system. If the maximum relative displacement is known, the maximum spring force in the columns or the maximum

can be determined directly by the use of the following relationship. These values are given by

1.3 Dynamic Response Spectra

For a specific excitation of a simple system having a natural period of critical damping, the maximum response is a function of the natural period of vibration of the system. A plot of the maximum response (for example, of relative displacement u , absolute displacement y , acceleration a , or spring force V) against the period of vibration T , or against the natural frequency of vibration f , or the circular frequency of vibration ω , is called a "response spectrum". The most useful response spectra are those for acceleration a , velocity u , and displacement y . It is not common to plot the absolute displacement y . Since the response spectra give the maximum values of these quantities for each frequency considered, it is desirable to use a different symbol to indicate the spectral value. Consequently, in the following, the spectral value of the displacement relative to ground will be designated by the symbol S , the spectral value of the velocity relative to ground will be denoted by the symbol S_v , and the spectral value of the absolute acceleration of the mass will be denoted by the symbol S_a . To be precise, the maximum values of velocity and acceleration are not actually plotted as the spectral values because it is more convenient and sufficiently accurate to use something that approximates the maximum velocities and accelerations and which is more simply related to the displacements. The quantities used are the following:

$$S_a = \omega S = 2\pi f S \quad (1-8)$$

$$S_v = \omega^2 S = 4\pi^2 f^2 S \quad (1-9)$$

The quantity designated by spectral acceleration is actually the maximum acceleration for a system without damping, and is very nearly equal to the maximum acceleration for a system with damping.

The quantity used instead of the actual relative velocity is also very nearly equal to the maximum relative velocity except for very low frequency systems. It is precisely equal to the maximum velocity if the latter occurs after the ground motion ceases. It is a measure of the elastic energy in the spring elements of the system. This can be shown by the following transformation that follows directly from the definition of stored energy U as the area under the shear-displacement diagram:

$$\frac{U}{m} = \frac{1}{2} V \frac{u}{m} = \frac{1}{2} \frac{\lambda}{m} u^2 = \frac{1}{2} \omega^2 u^2 \quad (1-10)$$

U becomes maximum, U_m , when u equals S .

$$\frac{U_m}{m} = \frac{1}{2} \omega^2 S^2 = \frac{1}{2} S_v^2 \quad (1-11)$$

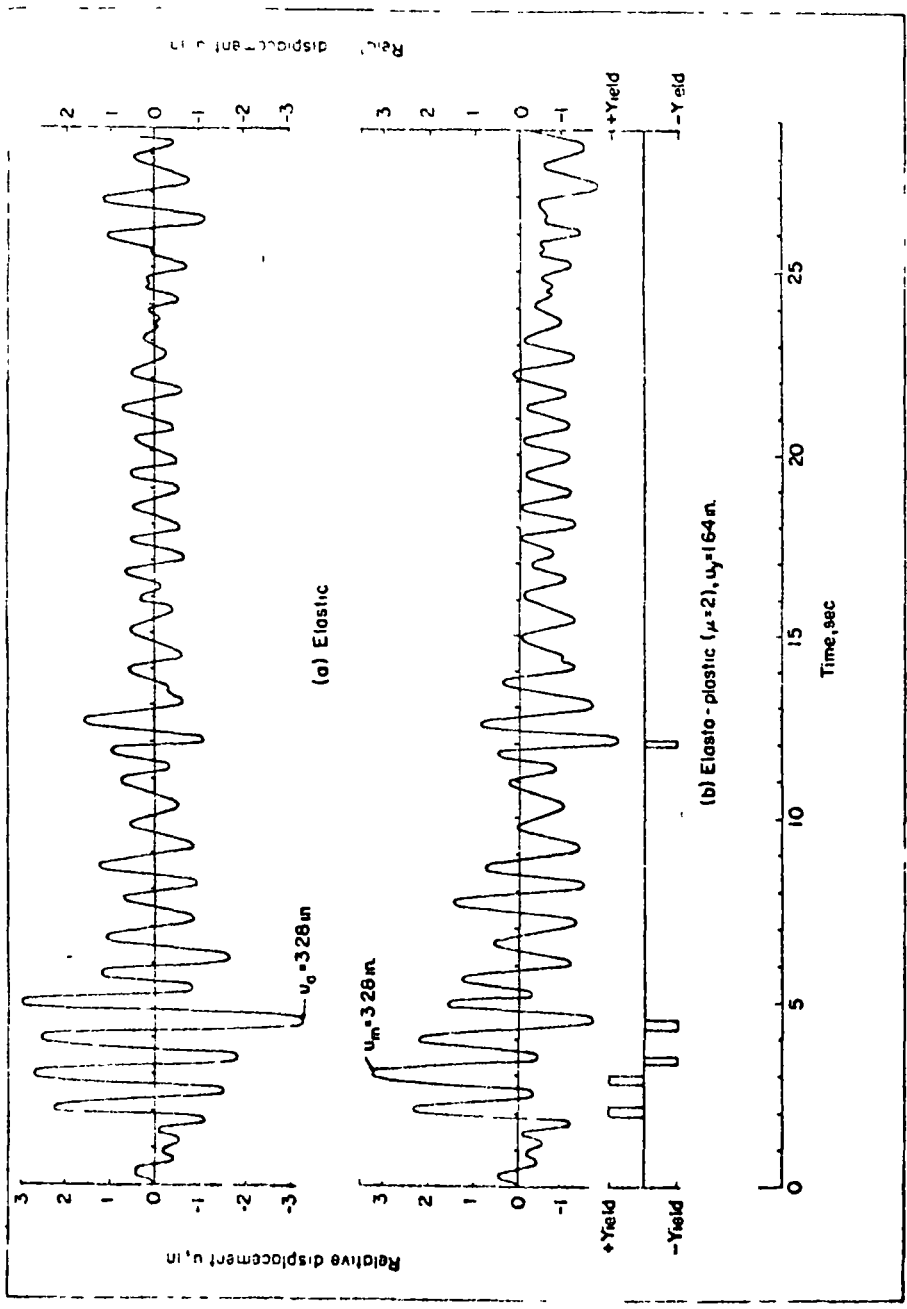


Fig. 1-4. Response of a system with $T=1.0$ second, $\beta=0.10$, 1940 El Centro, Calif., earthquake, N-S component.

It will be noted from equations (1-8) and (1-9) that if the spectral displacement is stated in inches, the spectral velocity will be in inches per second and the spectral acceleration in inches per second squared. In order for the spectral acceleration to be stated in gravity units, the right-hand side of equation (1-9) should be divided by the gravity acceleration.

Dynamic response spectra for single-degree-of-freedom elastic systems have been computed for a number of input motions 6, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 18. Typical of the results are the spectra shown in Figs 1-5 and 1-6. Fig 1-5 shows the response acceleration spectra for elastic systems with various degrees of damping from no damping to 20 per cent critical damping. In Fig 1-6, the same data are plotted in terms of the spectral velocity, with the difference that the ordinates are plotted on a logarithmic scale for period. In this sort of plot, because of the relations in equations (1-8) and (1-9), it is possible to draw diagonal scales—for acceleration sloping down to the right, and for displacement sloping down to the left—so that one can read values of spectral acceleration, spectral velocity, and spectral displacement all from the same plot. As a guide in evaluating the numerical values in Fig 1-6, there is shown in the same

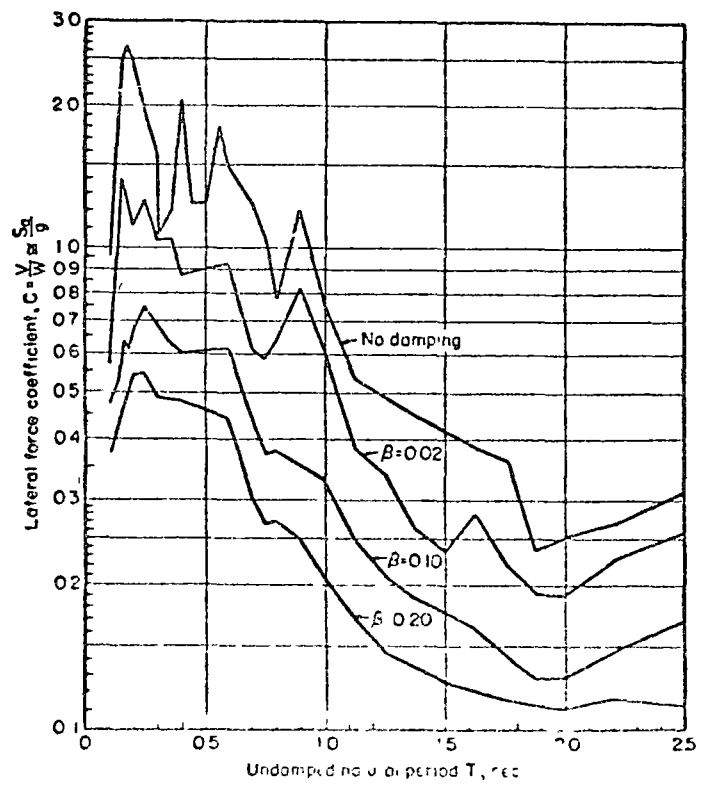


Fig 1-5 Acceleration spectra for elastic systems, 1940 El Centro earthquake

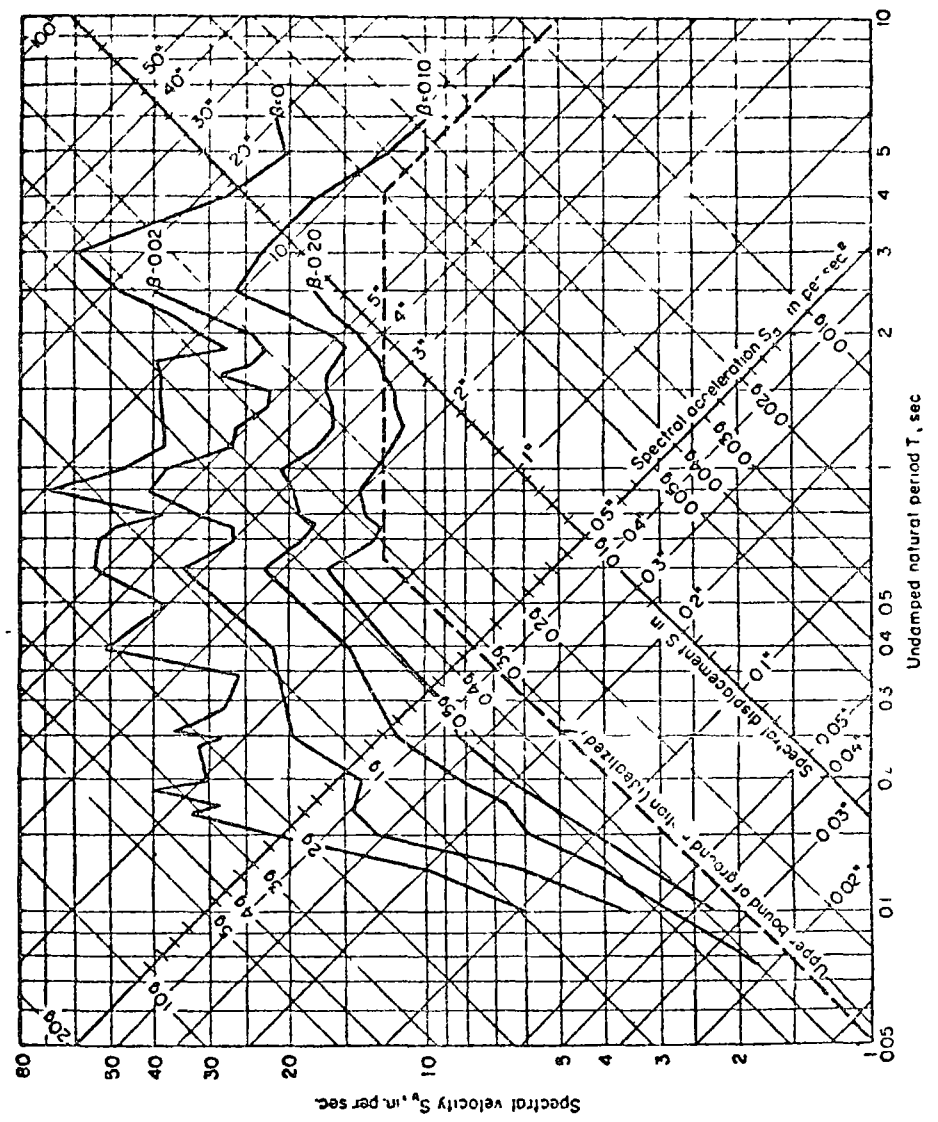


Fig 1-6 Dynamic response spectra for elastic systems, 1940 El Centro earthquake

figure a polygon made up of three bounds—the line on the left is the maximum ground acceleration of 0.33g, the line on the top is the maximum ground velocity of 13.7 in. per second, and the line on the right is the maximum ground displacement of 8.3 in.

Although there are minor differences among spectra plotted for different input data, they all show roughly the same general characteristics as follows:

1. The spectra for zero damping show rather marked oscillations with very irregular sharp peaks.

- 3 The oscillations generally decrease as the damping increases
- 4 For extremely long periods (or for very high frequency structures), the spectral acceleration values approach magnitudes equal to the maximum ground acceleration. For moderately short periods, of the order of 0.1 to 0.5 seconds with a damping factor β of about 0.05 to 0.10, the spectral accelerations are about twice as great as the maximum ground accelerations
- 5 For very long periods or for very low frequencies, the maximum spectral displacements approach the maximum ground displacement
- 6 For intermediate frequencies, the maximum spectral velocity has a magnitude of several times the input velocity for no damping, ranging down to values about equal to the input maximum ground velocity for about 20 per cent critical damping
- 7 For damping in the range of 5 to 10 per cent critical, the maximum spectral acceleration is of the order of twice the maximum ground acceleration, the maximum spectral velocity is of the order of 1.5 times the maximum ground velocity, and the maximum spectral displacement is of the same order as the maximum ground displacement.

1.4 Predictions of General Response Spectra for Simple Elastic Systems

The foregoing broad generalizations about the spectral values give an indication of a way in which spectra can be estimated for other earthquakes where records are not available or for predicted future earthquakes. For elastic systems with degrees of damping of 5 to 10 per cent critical, the spectrum on a log-log plot (see Fig 1-6) can be considered as being bounded by three lines:

- 1 an acceleration line having a magnitude equal to twice the maximum ground acceleration,
- 2 a velocity line having a magnitude equal to 1.5 times the maximum ground velocity,
- 3 a displacement line having a magnitude equal to the maximum ground displacement.

For very small amounts of damping, less than 2 per cent, the numerical coefficients of 2, 1.5, and 1.0, respectively, for ground acceleration, ground velocity, and ground displacement become more nearly 4, 3, and 2, or very nearly doubled in each case, if one considers the bounding value for the upper limit of the individual fluctuations. However, the means of the fluctuations are not too far from the bounding values summarized above and are probably more significant quantities.

Other methods of prediction are to use average spectral values from several earthquakes, or to adjust average "smoothed" spectra, as shown in Appendix B, Figs. B-5 and B-6, to allow for possible variations in epicentral distance and magnitude of future earthquakes.^{17, 18}

1.5 Dynamic Response of Elasto-Plastic Systems

The calculation of the response of elasto-plastic systems is more difficult than for elastic systems. However, certain basic relationships exist for all kinds of input based on the relatively simple elasto-plastic behavior of a material in which deformation is proportional to load up to a yield point and thereafter deformation increases without further increase in load as illustrated in Fig. 1-3, until strain hardening begins.^{19, 20, 21} Other types of inelastic systems are illustrated in Fig. B-4 in Appendix B. Such systems would show some, but

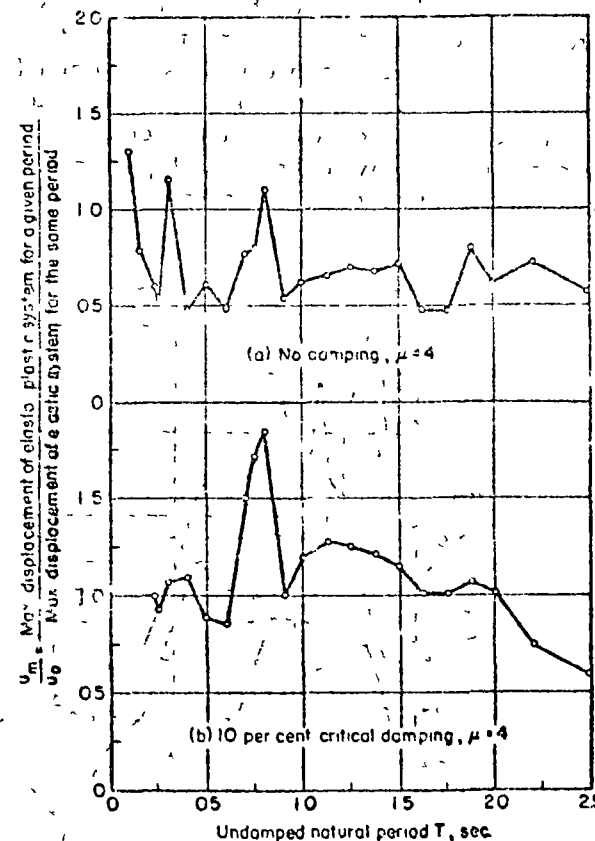


Fig 1-7 Comparison of maximum relative displacements of elasto-plastic and elastic systems as a function of their natural periods, 1940 El Centro earthquake.

greater energy absorption capacity for the same degree of ductility. Results of calculations of systems other than elasto-plastic are available.^{16, 17, 20} The results of the various calculations are reasonably consistent.

Fig 1-7 shows a comparison of the maximum relative displacements of elasto-plastic and elastic systems as a function of the natural period of vibration, for

systems with no damping and 10 per cent critical damping, in which the elasto-plastic systems all have the same ductility factor, namely, $\mu = 4$. It can be seen that there is some difference but not a systematic one in the displacements of the two systems for the same period. The displacements never differ by more than a factor of 2 and are generally less for the elasto-plastic system than for the elastic system when the amount of damping is small. Similar results have been reported elsewhere.⁹ Considerably larger displacements for elasto-plastic systems than for elastic systems having the same period are reported⁹ for conditions that

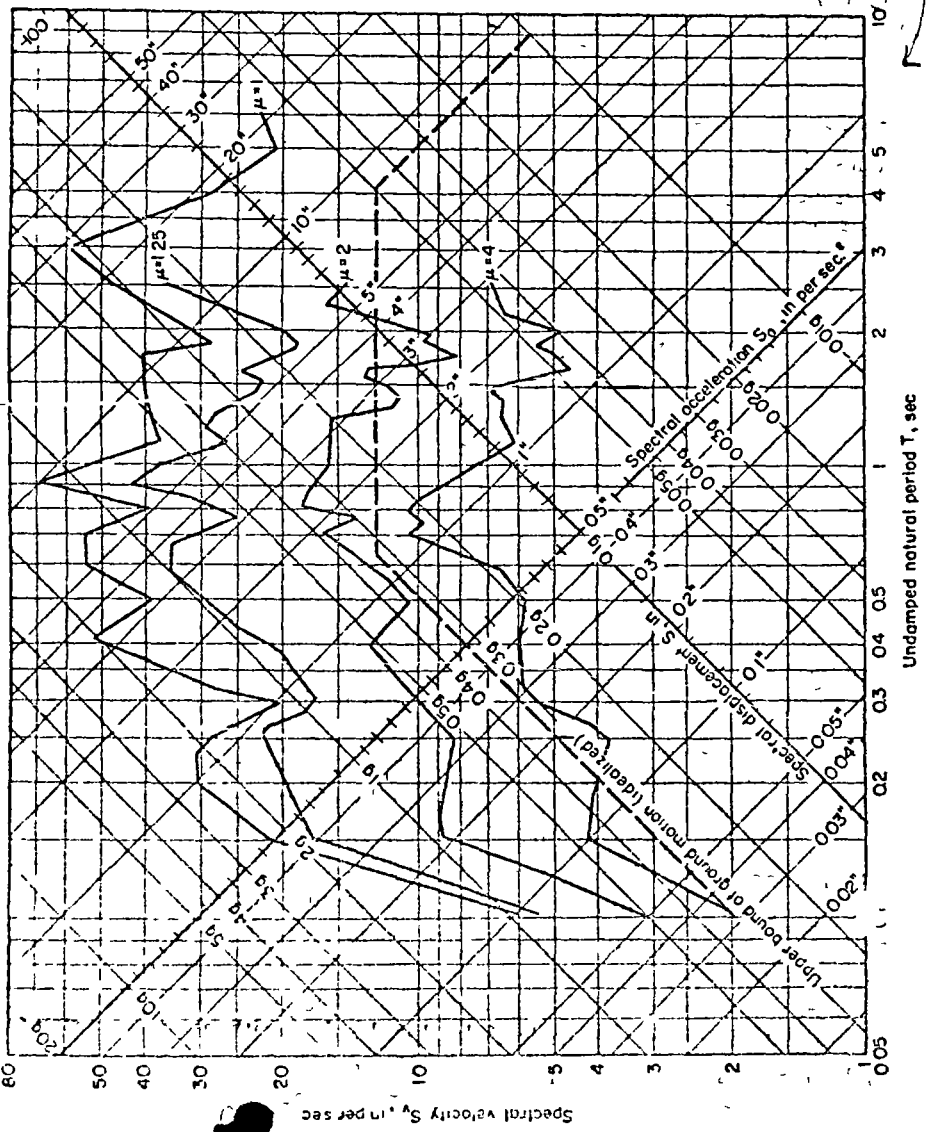


Fig 1-8 Response spectra for undamped elasto-plastic systems, 1940 El Centro earthquake

$\mu =$ factor de ductilidad amortiguamiento Nulo

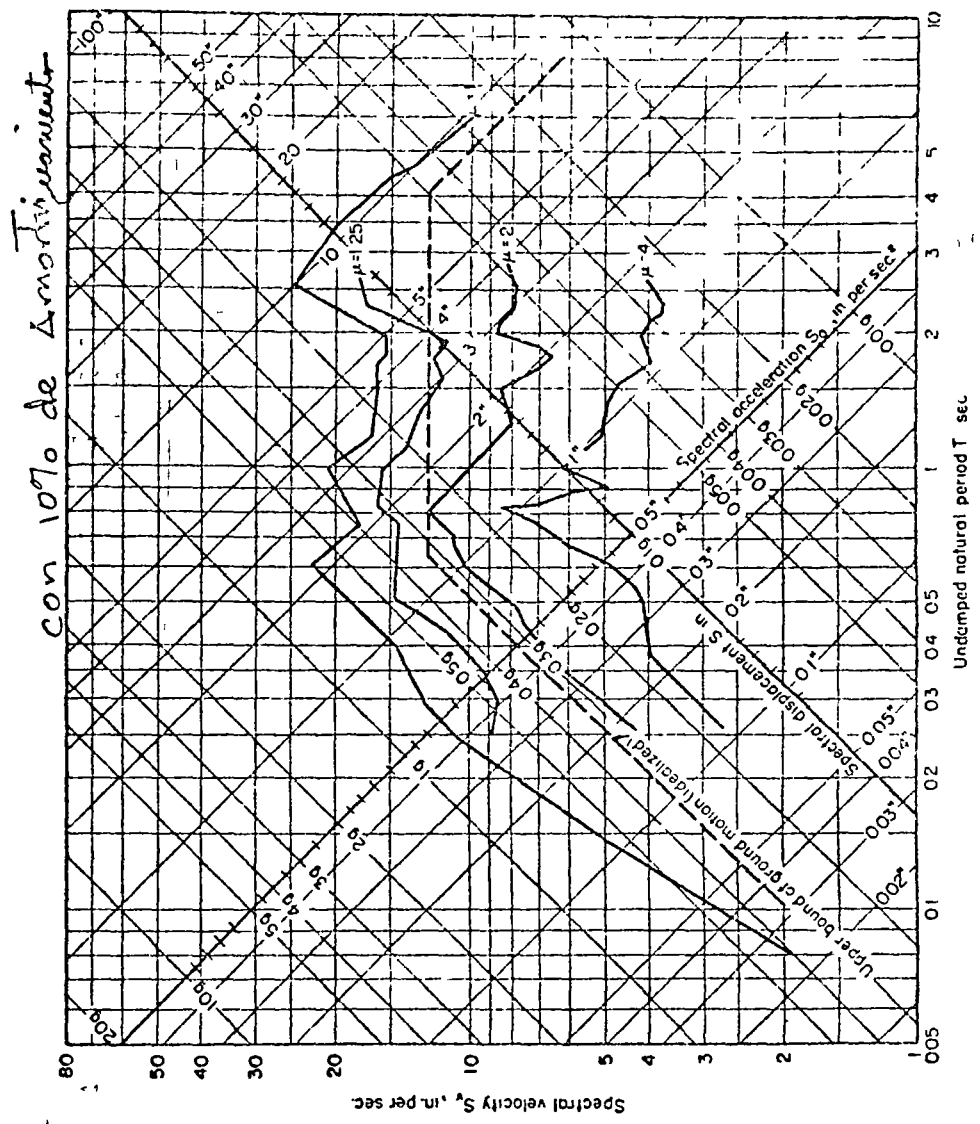


Fig 1-9 Response spectra for elasto-plastic systems with 10 per cent critical damping, 1940 El Centro earthquake

correspond to nearly rigid-plastic systems, far beyond any practical range (corresponding to values of ductility factor of 100 to 200 or more), but for values of the order of 20 or less the results are of the same general nature as those shown in Fig 1-7.

In reference 8, calculations were made using the procedures developed in reference 7, and making use of a high-speed digital computer, from which the response spectra shown in Figs 1-8 and 1-9 were prepared. The response spectra plotted here are for the elastic component of the response of the elasto-plastic

system. Plotted in this way one can use the same type of plot as in Fig 1-6. To obtain the true maximum displacement, however, one must multiply the values read from the plots by the ductility factor. The accelerations and velocity are correct as read directly from the plots.

These spectra for the elasto-plastic systems have the same general characteristics as spectra for elastic systems, but in general the spectrum plots appear to be displaced downward, at each frequency, by an amount that is dependent on the ductility factor. It also appears, by comparison between Figs 1-8 and 1-9, that the two sources of energy absorption—viscous damping and plastic behavior—both affect the response in about the same way and are roughly additive in their effects. However, the influence of viscous damping seems to diminish as the ductility ratio increases or as the energy absorption in plastic behavior increases. This is indicated by the fact that on Figs 1-8 and 1-9, the data for a ductility factor of 4 lie much closer together than the data for a ductility factor of 1. Similar plots have been obtained for earthquakes other than the 1940 El Centro.

As an example of the use of the elastic response spectrum shown in Fig 1-6, one can read from it, for the motions corresponding to the 1940 El Centro earthquake and for a structure with a period of 1 second and 10 per cent of critical damping, values of a spectral velocity of 20 in per second, a spectral acceleration of 0.33g, and a spectral displacement of 3.2 in. For the same period and damping factor, an elasto-plastic system having a ductility factor of 4 will have an acceleration of only 0.1g and an elastic displacement of about 1.0 in. or a total displacement of about 4 in., from Fig 1-9.

If the same elastic structure has a period of 2 seconds in the elastic range, it will have a spectral acceleration of 0.13g and a spectral displacement of about 5 in. For an elasto-plastic system with a ductility factor of 4, these quantities become about 0.04g and 1.5 in. for elastic displacement or 6 in. for total displacement.

1.6 Design Spectra for Simple Elasto-Plastic Systems

From the above data, and within the limits of predictability of the characteristics of future earthquakes, one can conclude that a reasonable design spectrum for an elasto-plastic system can be derived merely by taking account of the fact that the spectral displacement of the elasto-plastic system is practically the same as that for an elastic system having the same period of vibration. Consequently, one could obtain a design spectrum for the elasto-plastic system by dividing the ordinates of the spectrum response for the elastic system, at each period, by the ductility factor for which it is desired to design. For example, with a ductility factor of 4, which is a reasonable design value, one would divide the elastic spectrum values by 4 to obtain the elasto-plastic values. It is noted that a factor of roughly this magnitude appears to be consistent with the

relationship between the computed El Centro spectrum and most design codes.

Slightly different approaches to the design of nuclear systems are proposed by Housner¹⁴ and Blume^{17, 20, 21}. These procedures, one of which is described in reference 8, consider that instead of the spectral displacement being the same for a given frequency, the energy absorbed is the same for the elasto-plastic system and the elastic system. It was also suggested²¹ that period and damping could be ignored in reducing elastic coefficients for elasto-plastic values. This energy criterion leads to a slightly different formulation that corresponds also to a shifting down of the spectra by a ratio which instead of being obtainable by dividing the elastic spectrum by μ , is obtained by dividing the elastic spectrum by the quantity

$$\sqrt{2\mu - 1}$$

The difference in results between these two approaches for the useful values of μ less than about 5 is not great in view of the uncertainties of the calculations.

It is normally not desirable to design directly for ductility factors greater than 4 or 5 or for ratios of critical damping greater than 5 to 10 per cent irrespective of the materials or type of structure involved. It should be noted, however, that the energy absorption value of composite materials and complex structures such as buildings may be greater than indicated by the idealized elasto-plastic relationship assumed above.

1.7 Ductility Factors for Structures

The magnitude of the ductility factor that can be achieved in a structure depends on the material, the structural complexity and configuration, the speed of loading, the temperature, the tendency of some materials to fail with a brittle fracture, and other factors, including joints, connections, and any stress concentrations. Therefore, the ductility of the material used is not a direct indication of the ductility of the structure as a whole.

Although it is recognized that the effects of nuclear blasts on structures are not strictly comparable with the effects of earthquake motions, laboratory and field tests and data from operational use of nuclear weapons²² are of some significance in the consideration of the ductility of structures. Indications are that structures of practical configuration having frames of ductile materials, or a combination of ductile materials, generally have ductility factors under blast loading from a minimum of about 3 to a maximum of 8. Simple elements, as distinguished from an entire structure, occasionally exhibit substantially higher values.

In order to arrive at a basis for selection of a design ductility factor, consideration was given to the magnitude of the ductility implicitly assumed in standard and accepted seismic design procedures. If one takes into account the feedback of energy from a massive building to the ground and other attenuating factors,

a minimum ductility ratio in the order of 4 to 6 becomes a reasonable criterion in view of SEAOC code requirements, El Centro type and intensity earthquake records, and the results of theoretical analyses of elastic and elasto-plastic structures. Additional ductility or consideration of all available energy absorption capacity may be indicated for special structures, more severe earthquake risks, or the upper stories of slender buildings.

For those who wish to consider this problem on the basis of total resistance (including the contribution of walls or other elements), other earthquake exposure, and on the basis of energy reconciliation, the reserve energy technique described in Appendix B may be used. This procedure also provides for changes in stiffness and period under the severe lurches of earthquake motion.

As indicated in the first paragraph of this section, the determination of the ductility and energy capacity required for a specific structure depends upon many factors and is, therefore, beyond the scope of this manual. In view of this, a minimum criterion is adopted that reinforced concrete structures for earthquake resistance must be designed, detailed, and constructed in such a manner that the ductility factor will be at least 4 up to the point of beginning of visible damage, and even greater to the point of beginning of structural damage.

References

1. U S Coast and Geodetic Survey, *United States Earthquakes*, U S Government Printing Office, Washington, D C , various years
2. M A Biot, "Analytical and Experimental Methods in Engineering Seismology," *Transactions*, American Society of Civil Engineers, Vol 108, 1943, pages 365-408
3. D E Hudson, "Response Spectrum Techniques in Engineering Seismology," *Proceedings*, World Conference on Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, Calif , 1956, pages 4-1 to 4-12
4. E Rosenblueth, "Some Applications of Probability Theory in Aseismic Design," *Proceedings*, World Conference on Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, Calif , 1956, pages 8-1 to 8-18.
5. G W Housner, "Behavior of Structures During Earthquakes," *Journal*, Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 85, No EM4, October 1959, pages 109-129
6. R W Clough, "Dynamic Effects of Earthquakes," *Journal*, Structural Division, ASCE, Vol 86, No ST4, April 1960, pages 49-65
7. N. M Newmark, "A Method of Computation for Structural Dynamics," *Journal*, Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol 85, No EM3, July 1959, pages 67-94
8. A. S. Veletsos and N. M. Newmark, "Effect of Inelastic Behavior on the Response of Simple Systems to Earthquake Motions," *Proceedings*, Second

- World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, 1960, Vol II, pages 895-912
9. G V Berg and S S Thomaides, *Energy Consumption by Structures in Strong-Motion Earthquakes*, University of Michigan, College of Engineering, Progress Report on UMRI Project 2881, March 1960
 - 10 G N Bycroft, M J Murphy, and K J Brown, "Electrical Analog for Earthquake Yield Spectra," *Journal, Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol 85, No EM4, October 1959, pages 43-64
 - 11 G W. Housner, "Earthquake Resistant Design Based on Dynamic Properties of Earthquakes," *Proceedings, American Concrete Institute*, Vol 53, 1956-57, pages 85-98
 - 12 J A Cheney, "Structural Analysis by Dynamic Load Parameters," *Proceedings, ACI*, Vol 53, 1956-57, pages 99-111
 - 13 J E Rinne, "Earthquake Design Criteria for Stack-Like Structures," *Journal, Structural Division, ASCE*, Vol 84, No ST4, July 1958, pages 1696-1 to 1696-25
 - 14 G W Housner, "Limit Design of Structures to Resist Earthquakes," *Proceedings, World Conference on Earthquake Engineering, Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, Calif*, 1956, pages 5-1 to 5-13
 - 15 D E Hudson and G W Housner, "Structural Vibrations Produced by Ground Motion," *Transactions, ASCE*, Vol 122, 1957, pages 705-721
 - 16 J A Blume, R L Sharpe, and E Elsesser, *A Structural-Dynamic Investigation of Fifteen School Buildings Subjected to Simulated Earthquake Motion*, Printing Division, Documents Section, State of California, Sacramento
 - 17 J A Blume, "A Reserve Energy Technique for the Earthquake Design and Rating of Structures in the Inelastic Range," *Proceedings, Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, 1960, Vol II*, pages 1061-1084
 - 18 J A Blume, discussion of "Behavior of Structures During Earthquakes," *Journal, Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol 86, No EM3, June 1960, pages 197-201
 - 19 J Penzien, "Elasto-plastic Response of Idealized Multi-Story Structures Subjected to a Strong Motion Earthquake," *Proceedings, Second World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, 1960, Vol. II*, pages 735-760
 20. J A Blume, "Structural Dynamics in Earthquake-Resistant Design," *Transactions, ASCE*, Vol 125, 1960, pages 1088-1139
 21. J A Blume, discussion of "Electrical Analog for Earthquake Yield Spectra," *Journal, Engineering Mechanics Division, ASCE*, Vol 86, No EM3, June 1960, pages 177-184
 22. U S Atomic Energy Commission, *The Effects of Nuclear Weapons*, Superintendent of Documents, U S Government Printing Office, Washington, D C, June 1957, especially Chapters IV and XII

Este tipo de sismo de
"ingeniería del concreto reforzado,
ingeniería y diseño estructural"
por E. R. Rumboltz.

30

fuera del campo del diseño de edificios convencionales se encuentran problemas de impacto en una escala y con una frecuencia que merecen atención. Los más, hay estructuras cuya principal función es la de resistir impacto. Así sucede, frecuentemente, en obras portuarias. En su diseño no son aplicables los métodos tradicionales, que solo toman en cuenta la resistencia. El ingeniero estructuralista tradicional debe liberarse de esa forma de pensar y enfocar su atención hacia la habilidad de la estructura para absorber energía, especialmente ante cargas repetidas; en estas obras los detalles aparentemente insignificantes cobran gran importancia y el diseño debe descansar en criterios semejantes a los que producen estructuras satisfactorias para resistir temblores. El artículo siguiente trata estos problemas con relativa amplitud.

17. Sismos

Características de los sismos. Los temblores intensos pueden originarse por diversidad de causas: actividad volcánica, colapso de techos de cavernas o minas, explosiones o actividad tectónica. Los del último tipo son los más interesantes para el ingeniero estructural debido a la gran energía que liberan y a la extensión de las áreas a las que pueden sacudir severamente.

son contradictorias las teorías existentes acerca del mecanismo que produce los temblores tectónicos (refs 44 y 45). Sin embargo, ninguna de ellas ni los datos disponibles invalidan la siguiente clasificación de los temblores intensos, ni los modelos estocásticos correspondientes.

1. Temblores muy superficiales, de epicentro cercano y de pequeña magnitud, registrados en suelo duro. Estos movimientos consisten esencialmente en una sola sacudida brusca. La duración total del movimiento perceptible no excede de unos cuantos segundos. Estos sismos probablemente pueden idealizarse como procesos determinísticos. La magnitud de los movimientos destructivos de este tipo se ha encontrado entre 5.3 y

6.5⁴. Se encuentran ejemplos de este tipo en los temblores de Agadir, 1960⁴⁶, Skopje, 1963⁴⁷, Libia, 1964⁴⁸, y San Salvador, 1965⁴⁹. En la fig 9 se muestra un registro característico de un movimiento no destructivo de este tipo, y en la fig 10 sus espectros de respuestas[†].

2. Temblores superficiales que se originan a distancias moderadas, cuando se los registra en suelos duros. Estos sismos consisten de movimientos marcadamente irregulares con periodos intermedios prevalentes en el rango de 0.05 a 0.5 seg. El movimiento dura algunas decenas de segundos. Estos temblores pueden idealizarse razonablemente como procesos gaussianos

[‡] Magnitud es la medida de la energía liberada por el temblor. El temblor de San Francisco de 1906 tuvo una magnitud de 8.4; el de Alaska de 1964 la tuvo de 8.6. Un aumento de 1.0 en la magnitud significa un incremento de 32 veces en la energía liberada. Por otra parte, intensidad es la medida de la potencia destructiva local de un temblor. Un temblor individual tiene una sola magnitud pero sus intensidades varían de una estación a otra.

[†] Espectro de respuestas, de un movimiento del terreno es una gráfica que muestra el máximo valor numérico de una cierta respuesta de un sistema lineal, de un solo grado de libertad (por ejemplo, un péndulo matemático con amortiguamiento viscoso), como función del periodo natural de vibración del sistema. Las respuestas que se eligen para este propósito son generalmente la aceleración absoluta del sistema, el desplazamiento relativo al suelo o una función lineal de estas cantidades. Generalmente se dibuja una curva para cada porcentaje de amortiguamiento crítico que interesa. Entrando el espectro con el periodo natural y el porcentaje de amortiguamiento de una estructura que se idealiza como un sistema lineal de un solo grado de libertad, se obtiene toda la información necesaria para el diseño, ya que las fuerzas y los esfuerzos pueden calcularse a partir de las aceleraciones máximas.

nos no estacionarios y se aproximan al ruido blanco filtrado⁵⁰, excepto por la presencia sistemática de fases. Esta última característica no es significativa en el análisis de la mayoría de las estructuras, pero puede ser importante en algunos casos⁵¹ y puede incorporarse a los métodos de análisis de Monte Carlo haciendo que los parámetros de filtro sean funciones del tiempo. Muchos de los temblores intensos que han afectado la costa occidental de los Estados Unidos caen dentro de este grupo cuando se los ha registrado en terreno firme. El ejemplo más frecuentemente citado de movimientos de este tipo es el de la componente NS del temblor de El Centro, California en 1940 (véanse las figs 11 y 12).

3. Temblores intensos y distantes, percibidos en terreno blando mientras el comportamiento de ese permanezca lineal. Los temblores de este tipo tienen periodos dominantes pronunciados, relativamente largos y duran más que los del tipo anterior. Los movimientos tipo 3 pueden considerarse como temblores del tipo 2 después de atravesar un filtro lineal y pueden simularse de esta manera en una computadora analógica. A este grupo pertenece el temblor de Alaska de 1964⁵², en los sitios donde el suelo no registró grandes deformaciones permanentes, así como varios temblores en la ciudad de México⁵³. El registro y el espectro de uno de estos últimos movimientos se muestran en las figs 13 y 14.

4. Igual que el tipo 3 pero con deformaciones inelásticas apreciables del suelo. Es probable que un ruido blanco, filtrado no linealmente, pueda representar este tipo de movimientos en ciertas condiciones. Es difícil imaginar una simulación satisfactoria, en computadora, de los movimientos del suelo con grandes excruciantes inelásticas, incluyendo la licuación del suelo. Se identificaron ejemplos de este tipo de movimiento en Coahuila durante el temblor de Jáltipan, en 1959⁵⁴; en el sur

de Chile, durante los temblores de mayo 1960⁵⁵, y en los temblores de Alaska y Milgata de 1964^{56,57}.

Respuestas estructurales. Los temblores del tipo 1 han recibido poca atención. Esto se justifica, pues admiten análisis más simples que los de los otros tipos y son relativamente escasos.

La función de distribución de las respuestas máximas de una estructura lineal simple a movimientos del suelo de tipo 2 y 3 se ha estudiado analíticamente y se le han encontrado soluciones aproximadas^{58,59}. Las soluciones analíticas para distribuciones de las respuestas máximas de estructuras no lineales y de las estructuras lineales más complicadas originan serias dificultades, pero son susceptibles de análisis del tipo de Monte Carlo cuando se cuenta con computadoras analógicas, son de esperarse resultados importantes sobre el particular en un futuro cercano. Ya se dispone de algunas conclusiones derivadas del uso de estas técnicas para estructuras sujetas a temblores del tipo 2. Por ejemplo^{60,62},

- La esperanza del valor numérico máximo de la aceleración absoluta de un sistema lineal con un solo grado de libertad, cuyo periodo natural de vibración (T) no es ni muy corto (por ejemplo, $T \geq 0.1$ a $T \leq 0.5$ seg) ni muy largo (por ejemplo, $T \leq 2.5$ a 5.0 seg), es casi inversamente proporcional a T e inversamente proporcional a la potencia 0.4 del porcentaje de amortiguamiento crítico, si la estructura descansa en suelo firme. Una relación más precisa entre la esperanza del valor numérico máximo de la aceleración absoluta, A, y el amortiguamiento es

$$\frac{A}{A_0} = (1 + 3.77 \xi_s/T)^{-0.45}$$

en que el subíndice 0 identifica un sistema sin amortiguamiento; ξ es el grado de amortiguamiento; ξ_s la duración de un movimiento del terreno, idealizado como ruido blanco, "equivalente" al del temblor que se considera (ξ_s es aproximadamente igual a la duración de la fase de la sacudida más intensa en el signo real), y T es el periodo de sistema (fig 15). Esta relación rige si T no es excesivamente

corta). Si T tiende a cero, la aceleración máxima absoluta del sistema tiende a la del suelo, independientemente del porcentaje de amortiguamiento del sistema (fig 16).

En el rango de periodos naturales iniciales no muy cortos, la esperanza del valor numérico máximo de la deformación de un sistema con tres grados de libertad cuyos curvas fuerza-deformación se muestran en las figs 17a, b, y c, está definida por las relaciones aproximadas

$$Y_0 < Y_a < Y_U \sqrt{\mu}$$

$$Y_b = Y_U$$

$$Y_c = Y_U \frac{\mu}{\sqrt{2\mu - 1}}$$

respectivamente, donde Y_0 es la esperanza del valor numérico máximo de la deformación de un sistema lineal "equivalente" que tenga el mismo periodo natural y una relación de amortiguamiento igual a la que tiene el sistema no lineal para pequeñas oscilaciones; y μ es el factor de ductilidad, esto es, la relación entre la deformación máxima y la de fluencia. La expresión para Y_c se obtiene igualando las energías de deformación (áreas bajo las curvas fuerza-deformación) del sistema no lineal y del lineal equivalente. La estructura a es elástica no lineal, excepto por un pequeño lazo histérico puede representar un marco de concreto reforzado cuya principal desviación del comportamiento lineal proviene de la abertura de grietas de flexión que se cierran en la descarga. La estructura b es un sistema elastoplástico, típico de marcos de concreto reforzado que fluyen en tensión, y el comportamiento de la estructura c se encuentra en chimeneas ancladas con pernos ^{torres} contraventadas, cuyos elementos de tensión (pernos o contravientos diagonales) no toman esfuerzos apreciables después de deformarse en sentido opuesto.

La relación descrita para estructuras tipo b es aproximadamente válida para un amplio rango de sistemas histéricos que no se deterioran apreciablemen-

te por ciclos sucesivos y cuyas curvas fuerza-deformación son monotónicas en la primera aplicación de carga.

Iguando las energías de deformación de una estructura tipo a se obtiene un criterio que es conservador (salvo cuando se trata de periodos naturales demasiado cortos) para la mayoría de los sistemas histéricos, aun para aquellos cuya curva fuerza-deformación en el primer incremento de carga tiene rama descendente.

Para periodos naturales muy cortos la esperanza de la aceleración máxima de un sistema con un solo grado de libertad se aproxima a la del terreno, casi independientemente de la forma de la curva fuerza-deformación del sistema.

Para periodos naturales muy largos la esperanza de los desplazamientos máximos tiende a la del terreno.

Los siguientes constituyen límites superiores aproximados de la esperanza de la deformación máxima en sistemas de un solo grado de libertad que no degeneran durante la aplicación de ciclos sucesivos de deformación:

1. La máxima deformación espectral de la totalidad de sistemas lineales, con un grado de libertad y con el mismo grado de amortiguamiento que la estructura no lineal de que se trata.
2. La deformación necesaria para igualar la energía de deformación que desarrolla el sistema no lineal a la máxima que se desarrolla en dicha familia de sistemas lineales con un solo grado de libertad.
3. La deformación necesaria para igualar la aceleración del sistema no lineal a la máxima que desarrolla la familia de los sistemas con un solo grado de libertad.

Dijimos que este criterio suministra límites máximos aproximados ya que normalmente erra apreciablemente del lado de la seguridad, y ante condiciones muy excepcionales (por ejemplo, en algunos sistemas elásticos no lineales carentes de amortiguamiento y cuyo periodo aumenta con la amplitud) puede errar ligeramente del lado

de la inseguridad. Aun así el criterio citado es satisfactorio para la mayoría de las aplicaciones prácticas.

La esperanza del valor máximo de las respuestas de sistemas con varios grados de libertad, de comportamiento lineal, es aproximadamente igual a la raíz de la suma de los cuadrados de las esperanzas de las respuestas en los modos naturales de vibración del sistema. Esta afirmación se limita a casos en que no haya dos o más modos naturales -- entre aquellos que contribuyen significativamente a la respuesta de diseño -- cuyas frecuencias sean aproximadamente iguales entre sí. (La suma de las esperanzas de los valores numéricos máximos siempre constituye un límite superior pero en algunos casos es demasiado conservador.) La afirmación se limita también al rango de períodos naturales de vibración intermedios; cuando el período fundamental es extremadamente corto la aceleración máxima absoluta en cada punto de la estructura se aproxima a la aceleración máxima del terreno, y cuando ^{los períodos de} todos los modos naturales que contribuyen significativamente a la deformación del sistema son extremadamente largos, la respuesta máxima se acerca a la suma de los valores numéricos máximos que se asocian a esos modos.

El criterio de igualación de deformaciones de estructuras histeréticas con las de los sistemas lineales equivalentes, establecido para el caso de un solo grado de libertad, puede usarse en forma aproximada también para estructuras con varios grados de libertad. Sin embargo, aun en estructuras bien diseñadas las deformaciones locales exceden frecuentemente en un 100 por ciento a las que se obtienen de un análisis elástico. En un edificio de varios pisos, puede suceder que los desplazamientos relativos entre pisos consecutivos sean solo ligeramente mayores que los que se obtienen de un análisis elástico, mientras que las curvaturas máximas en los miembros estructurales sean hasta el doble de las que arroja la hipótesis de un comportamiento elástico⁶³; y en una estructura que esté parcialmente sobrediseñada o parcialmente subdiseñada para resistir fuerzas laterales,

la mayoría de la energía absorbida en las deformaciones elásticas se disipará en las zonas más débiles, por ende habrá deformaciones mucho mayores en estas zonas (y menores en el resto de la estructura) que las que indica un análisis elástico⁶⁴.

Implicaciones de diseño. La observación del párrafo que antecede se relaciona directamente con el cuidado que se necesita al detallar el concreto reforzado. Varios detalles de diseño y de construcción que apenas son objetables ante cargas estáticas se tornan críticos ante la acción sísmica. Tal es el caso de los cortes del refuerzo de tensión en zonas de tensión, de traslapes o anclajes insuficientes, de juntas de colado en las que no se han tomado suficientes cuidados de limpieza, etc.

Es una buena práctica en diseño sísmico sobrediseñar las zonas de los miembros estructurales que de por sí serían más débiles, de manera que una parte importante del miembro pueda participar en la disipación de la energía de deformación. Entre las zonas típicas que requieren de estas medidas se hallan: la parte superior de columnas coladas verticalmente, porción en la que suele ser recomendable reducir el espaciado de los estribos para compensar la reducción de la resistencia del concreto; las zonas que se hallan cerca de los puntos de corte del acero de tensión, donde disminuye la capacidad en tensión diagonal⁶⁵ y se imponen prácticas más conservadoras que en el caso de cargas estáticas⁶⁶; las regiones cercanas a los extremos de las varillas de tensión en los traslapes, debido a la misma razón; las zonas próximas a agujeros como los que requieren las instalaciones hidráulicas y eléctricas, donde es recomendable aumentar el refuerzo, etc.

Otras prácticas satisfactorias dependen de la naturaleza de los movimientos sísmicos. La conveniencia de adoptar ciertos otros detalles es esencialmente función de las características de los temblores que se anticipan. Por ejemplo, es ventajoso verificar que el acero vertical en las columnas pueda soportar, en

tensión axial, un porcentaje de la carga que soporta la columna ante condiciones estáticas (por ejemplo el 25 por ciento de esta) cuando son de esperarse sismos con aceleraciones verticales importantes. (La aceleración máxima vertical del suelo no necesita exceder a una fracción importante de la gravedad para que se presente una aceleración neta hacia arriba en un sistema de piso, debido al factor de magnificación dinámica.) Pero esta práctica aumentaría innecesariamente el costo de columnas de gran sección cuando no se anticipan aceleraciones verticales importantes.

La posibilidad de algunos tipos de falla es especialmente sensible al número de repeticiones de carga, mas esta aseveración no es válida para otros modos de falla. Por ejemplo, la carga alterna de vigas agrietadas diagonalmente tiende a acelerar su falla por el aumento progresivo de las grietas cuando las vigas tienen poco refuerzo transversal o carecen de él⁶⁶. Por consiguiente, en igualdad de condiciones se debe ser mas conservador al calcular la tracción del concreto en tensión diagonal cuando se avisan temblores de larga duración que cuando se diseña contra temblores de un tipo mas brusco. Un despacho de cálculo ha adoptado la práctica de aumentar la cortante permisible en el concreto en 13 por ciento cuando el inmueble descansa sobre terreno firme, pero no lo aumenta cuando se diseña sobre formaciones aluviales o lacustres en las que controla el diseño la posibilidad de temblores de foco lejano.

Los ejemplos descritos en los párrafos anteriores tan sólo ilustran algunas de las construcciones de diseño que son propias de la ingeniería sísmica.

La mayoría de los reglamentos de diseño contemporáneos que contienen disposiciones sobre diseño sísmico especifican criterios para el cálculo del coeficiente de cortante en la base (relación entre la cortante de diseño sísmico que obra en la base del edificio al peso del mismo) como una función del periodo fundamental del edificio. Se supone que este periodo corresponde a oscilaciones pequeñas. El periodo puede calcularse analíticamente o estimarse con base en criterios tan

burdos como la sola consideración de la geometría exterior del edificio o el número de pisos del inmueble. No se toman explícitamente en cuenta el amortiguamiento y la retroalimentación de energía al suelo. Se supone que estos factores están incorporados en los coeficientes de cortante. El comportamiento inelástico también está implícito en estos coeficientes. El uso de estos criterios reglamentarios supone, sin embargo, que el diseño debe ser suficientemente cuidadoso en los detalles y en los demás conceptos a los que es muy sensible la ductilidad, de manera que en verdad ^{se} desarrollen los factores de ductilidad que involucran los coeficientes de diseño.

Los reglamentos mas avanzados reconocen diferencias en los factores de ductilidad o en la capacidad de absorción de energía que caracterizan a las diversas soluciones estructurales. Este reconocimiento afecta al coeficiente de cortante que se adopta para diseño. Por ejemplo se asignan coeficientes de cortante menores para los marcos que para las estructuras de tipo cajón^{67,68}.

Los problemas de rigidez, y especialmente de rigideces relativas, son muy importantes en el diseño sísmico. Es difícil calcular las rigideces con precisión en estructuras de concreto reforzado, ya que tales rigideces son muy sensibles al nivel y a la historia de esfuerzos. Por ejemplo, después de varios años y la acción de numerosos temblores pequeños, muchos edificios en California aumentaron apreciablemente sus periodos fundamentales⁶⁹. Aun en relación con las oscilaciones pequeñas de estructuras no dañadas frecuentemente se cometen errores graves en el cálculo de sus periodos fundamentales, principalmente si se desprecia la contribución que suministran los elementos "no estructurales" a la rigidez^{70,71}. Se ha encontrado que los daños estructurales pequeños que han experimentado algunos edificios han aumentado sus periodos fundamentales en un 50 por ciento, mientras que la realización de reparaciones estructurales menores y la restitución de los acabados han vuelto a llevar sus periodos aproximadamente a los valores originales ante oscilaciones de pequeña amplitud⁷². ¿Qué rigidez se

debe suponer en el análisis?

Los errores en el cálculo de los periodos fundamentales no tienen en general consecuencias serias cuando la aceleración de diseño disminuye monotónicamente con el periodo. Si los errores tienden a sobrestimar la rigidez, el diseño pecará del lado de la seguridad; y si subestiman la rigidez despreciando la contribución de elementos secundarios, el agrietamiento de estos elementos llevará los periodos cerca de los valores calculados. Puede protegerse contra estos factores usando aceleraciones de diseño que los toren en cuenta. Por ejemplo, puede adoptarse una aceleración de diseño que sobrestime las aceleraciones espectrales y que, independiente del periodo natural en el rango de periodos cortos de vibración si en este rango las aceleraciones disminuyen con el periodo así como en los casos en que se manifiestan periodos dominantes del terreno.

Son de esperarse errores en el cálculo del centro de torsión en casi todas las estructuras reales. La protección contra esta situación se obtiene especificando una torsión "accidental", que debe sumarse al valor calculado en cada piso⁷³. Esta práctica permite incorporar otras causas de torsión que ordinariamente no se toman en cuenta, como lo son la distribución asimétrica de cargas vivas y muertas que sean nominalmente simétricas; los componentes rotacionales del movimiento del suelo; etc.⁷⁴. (Nótese que se hace referencia a torsiones accidentales adicionales, y no mínimas, a diferencia de lo que estipula el Reglamento Uniforme de las Construcciones.)

Un enfoque realista del diseño sísmico debe reconocer que hay mayor incertidumbre en cuanto a la ocurrencia y las características de los temblores futuros que en lo tocante a otras variables, pero debe reconocer asimismo que los propiedades y el comportamiento "típico" de las estructuras reales no se pueden predecir en forma determinística.

18. Fuerzas debidas al oleaje y a las embarcaciones en estructuras portuarias
Generalidades. En el cálculo del concreto para estructuras portuarias in-

tervienen cuatro tipos de acción de oleaje: erosión directa, frecuentemente combinada con corrosión e intemperismo; presiones hidrodinámicas; fuerzas de amarre, e impacto debido al atraque de barcos.

La corrosión y el intemperismo se han cubierto ampliamente en otra parte del libro así que no se tratan en el presente capítulo. Cuando no existe acción química o eléctrica ni intemperismo debido a ciclos de hielo y deshielo, y en ausencia de fuerzas de cavitación, la abrasión del concreto denso es un proceso tan lento que raras veces vale la pena considerarlo en el diseño. Por ejemplo, se sabe⁷⁵ que la velocidad de erosión del concreto vibrado, hecho con agregados finos, es del orden de un gramo por hora, mientras para el concreto cuyo único agregado es grava gruesa, la erosión alcanza alrededor de 32 gramos por hora. La velocidad de intemperismo depende considerablemente de las irregularidades superficiales. Hay gráficas que muestran las condiciones críticas de presión y velocidad para diversos tipos de irregularidades⁷⁶.

Las fuerzas hidrodinámicas que produce el oleaje contra paredes rígidas verticales pueden calcularse con buena aproximación cuando se trata de un proceso armónico estacionario⁷⁷. La fig 10 sintetiza de manera simplificada la información relevante sobre la distribución hidrodinámica en esas condiciones.

Características de la perturbación. Una inercialización mucho mejor del oleaje, por lo menos para dársenas casi cerradas, sustituye el movimiento armónico usual por un proceso gaussiano de larga duración casi estacionario y de banda estrecha⁷⁸. Es común describir el proceso en términos de su densidad espectral de potencia o de un espectro de Fourier, correlacionantes ambos al promedio del tercio máximo de las alturas de onda, o en algún otro cuantil como una función del periodo. A partir de la descripción del espectro se puede deducir la función de distribución de las presiones que obran en estructuras geoméricamente simples, tales como las pilas⁷⁹, según la hipótesis que las amplitudes del movimiento son suficientemente pequeñas como para que el proceso se mantenga en el rango lineal.

40. Specifications for steel railway bridges for fixed spans not over 100 feet in length. Railway Engrg. Assoc., Chicago, Ill. (1917).
41. "Final report". 1o Congreso Internac. de Ing. de Puentes y Estruct., Cambridge, Inglaterra (1952).
42. A.M. Freudenthal, "Methods of safety analysis of highway bridges". 6o Congreso Internac. de Ing. de Puentes y Estruct., Estocolmo, Suecia (1960), 655-664.
43. P. Grundy y A. Acosta, "Construction loads on slabs with curved formwork in multistory buildings". Proc. Am. Concrete Inst., 60 (dic. 1967), 1727-1734.
44. G.W. Housner, "Intensity of earthquake ground shaking near the causative fault". Memorias del 3er Congreso Mundial de Ing. Sism., Nueva Zelandia (1965).
45. F.F. Evison, "Earthquakes and Faults". Bull. Seism. Soc. of Am., 51 (oct. 1961), 873-891.
46. J. Despeyroux, "The Agadir earthquake of February 24th, 1960. Behavior of modern buildings during the earthquake". Memorias del 2o Congreso Mundial de Ing. Sism., Japón (1960), 521-542.
47. N. Marascuys, "The Skopje earthquake of July 26, 1963". Skopje Internatl. Seminar on Earth. Engrg. (1964).
48. J.K. Minami, "Relocation and reconstruction of the town of Arce, Cyrenica, Libya, Damages by the earthquake of 21 February 1963". Proc. Memorias del 3er Congreso Mundial de Ing. Sism., Nueva Zelandia (1965).
49. E. Rosenbluth y J. Prince, "El temblor de San Salvador, 3 de mayo de 1964". Ingeniería Sísmica. Revista Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, México, 1, 2 (dic. 1965), 33-60.
50. G.W. Housner y J.C. Jennings, "Generation of artificial earthquakes". Proc. Am. Soc. of Civ. Engrs., 90, 1211 (feb. 1964), 117-150.
51. E. Rosenbluth, discusión de la ref 50, Proc. Am. Soc. of Civ. Engrs., 90, 1211 (ago. 1964), 189-191.
52. Anchorage area soil studies, Alaska, Shannon and Wilson Inc., Report to U.S. Army Engineer District, Anchorage, Alaska (1964).
53. I. Herrera, L. Rosenbluth y O.A. Rascón, "Earthquake spectrum prediction for the Valley of Mexico". Memorias del 3er Congreso Mundial de Ing. Sism., Nueva Zelandia (1965).
54. R. Díaz de Cossío y E. Rosenbluth, "Reinforced concrete failures during earthquakes". Proc. Am. Concrete Inst., 50, 5 (nov. 1961), 571-590.
55. L. Rosenbluth, "Temblores chilenos de mayo 1960, sus efectos en estructuras civiles". Ingeniería, México, 31 1 (ene. 1961), 1-31.
56. K.V. Steinbrugge, "A progress structural engineering aspects of the Alaskan earthquake of March 27, 1964". Memorias del 3er Congreso Mundial de Ing. Sism., Nueva Zelandia (1965).
57. B.H. Falconer, "Niigata earthquake, Japan 1.02 p.m., 16 June, 1964". Internatl. Inst. of Seismology and Earthq. Engrg., Tokio, Japón (1964).
58. E. Rosenbluth y J.I. Pustamante, "Distribution of structural response to earthquakes". Proc. Am. Soc. of Civ. Engrs., 88, 1211 (jun. 1962), 75-106.
59. I. Herrera y E. Rosenbluth, "Response spectra on stratified soil". Memorias del 3er Congreso Mundial de Ing. Sism., Nueva Zelandia (1965).
60. A. Arias y R. Husid, "Influencia del amortiguamiento sobre la respuesta de estructuras sometidas a temblor". Revista del IICV, Santiago de Chile, 1, 3 (1962), 219-230.
61. L. Rosenbluth, "Probabilistic design to resist earthquakes". Proc. Am. Soc. of Civ. Engrs., 90, 1215 (oct. 1964), 189-219.
62. J. Bielak, "Dynamic response of single-degree-of-freedom bilinear systems". tesis de maestría, Univ. de Rice (mayo 1966).
63. H.W. Clough, L.L. Benusko y E.L. Wilson, "Inelastic earthquake response of tall buildings". Memorias del 3er Congreso Mundial de Ing. Sism., Nueva Zelandia (1965).

64. L. Rosenblueth, "Tratamiento analítico", Tratado de las conferencias de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, México (Feb.-Mar. 1964).
65. P.A. Terzysan y P.A. Atlob, "Effect of bar cutoff on bond and shear strength of reinforced concrete beams", Proc. Am. Soc. Civ. Engrs., 67, 7 (Jul. 1961), 1-25.
66. R. Bell y J. Díaz de Cossio, "Evaluación de daños en un edificio de concreto reforzado", Rev. Ing. Civil, 2 (Oct. 1964), 1-17.
67. Reglamento de construcción para el Distrito Federal, cap. 31, Decreto 100 del 11 de Mayo del 1960, México (1960).
68. Uniform Building Code, Earthquake resistant regulation of the world, Organizing Committee of the Second World Conf. on Earthq. Engng., Tokio, Japan (1960).
69. Earthquake Investigations in California, 1934-1935, U.S. Const and Geodetic Survey, Special publication No. 201.
70. J.A. Blume y R.W. Bieder, "Periods of a modern multistory office building during construction", Memorias del Congreso Mundial de Ing. Sísm., Japón (1960), 1195-1205.
71. J.A. Blume, "Period determination and other earthquake studies of a fifteen-story building", Actas del 1er Congreso Mundial de Ing. Sísm., Berkeley, Cal. (Jun. 1956), 11.1-27.
72. E. del Valle y J. Prince, "Analytical and experimental studies of vibration in two buildings", Actas del 3er Congreso Mundial de Ing. Sísm., Nueva Zelanda (1965).
73. E. Rosenblueth y L. Esteve, Folleto complementario: Diseño sísmico de edificios, Reglamento de las construcciones en el Distrito Federal, Ediciones Ingeniería, México (1962).
74. L. Rosenblueth, "Considerations on torsion, overturning, and drift limitations", Conf. of the Structural Engrs. Assoc. of Cal., Coronado, Cal. (Nov. 1967).

75. Y.P. Inozemtsev, N.N. Peshkov, P.A. Pshenitsyn, N.P. Rosanov, V.I. Socharov y K.K. Shalnev, "Cavitation-erosion resistance of hydrotechnical concretes on cement and polymer binders", 11o Congreso Internac. de la Asoc. Internac. de Invests. Hidráulicas, Leningrado (1965).
76. J.W. Ball, "Construction finishes and high-velocity flow", Proc. Am. Soc. of Civ. Engrs., 82, C02 (Sep. 1963), 91-110.
77. R.L. Wiegel, Oceanographical engineering, cap. II, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1964).
78. M.S. Longuet-Higgins, "On the statistical distribution of the heights of sea waves", Journ. Marine Research, 11 (1952), 245-266.
79. L.E. Borgman, "The statistical distribution of ocean wave forces on vertical piling", Hydraulic Engrg. Lab. Univ. de California (Mayo 1964).
80. R.L. Wiegel, Oceanographical engineering, cap. 19, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1964).
81. B. Gutenberg, "Tsunamis and earthquakes", Bull. Seism. Soc. of Am., 29, 4 (Oct. 1939), 517-526.
82. R.L. Wiegel, Oceanographical engineering, cap. 5, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J. (1964).
83. K. Horikawa, "Evaluation of tsunami protection measures", Proc. Tsunami Meetings associated with the North Pacific Science Congress, Monograph No. 24, ID66 (Jul. 1963), 250-262.
84. A.W. Anderson, et al, "Lateral forces of earthquake and wind", Trans. Am. Soc. Civ. Engrs., 117 (1952), 716-754.
85. L.S. Beedle, J.H. Blackmon, etc., Structural steel design, The Ronald Press Co., New York (1964).
86. Handbook of pressure coefficients for wind loads, Associate Committee of the Natl. Bldg. Code, Ottawa, Canada (1961).

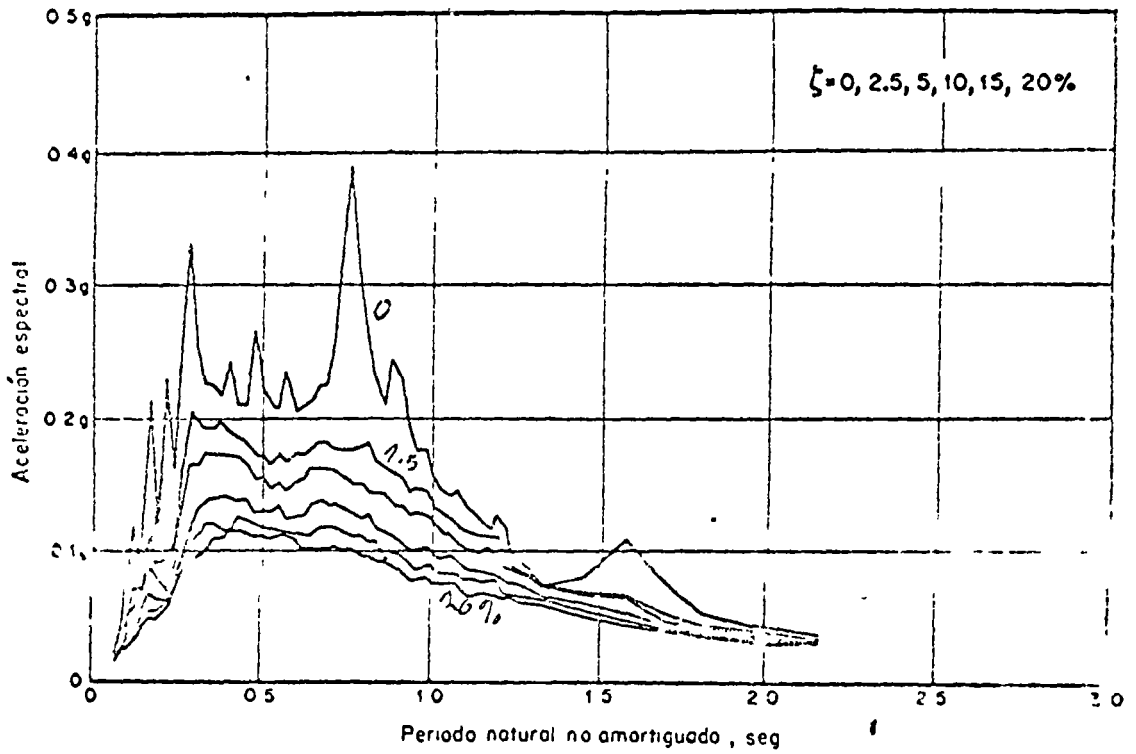


Fig. 10 Espectro de respuestas para el acelerograma de la fig 9
(Segun G W Housner y D E Hudson)

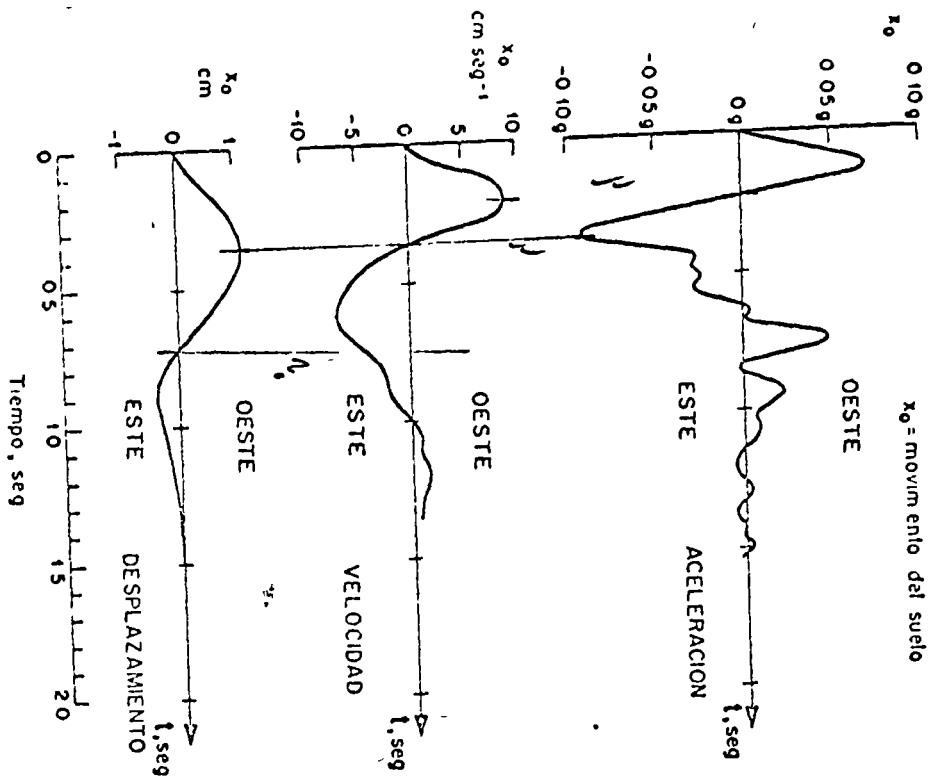


Fig 9 Registro de un temblor cercano, poco profundo, de pequeña magnitud en suelo duro
(Segun G.W Housner y D E Hudson)

Periodo dominante corresponde a un maximo en Espectro de Res.

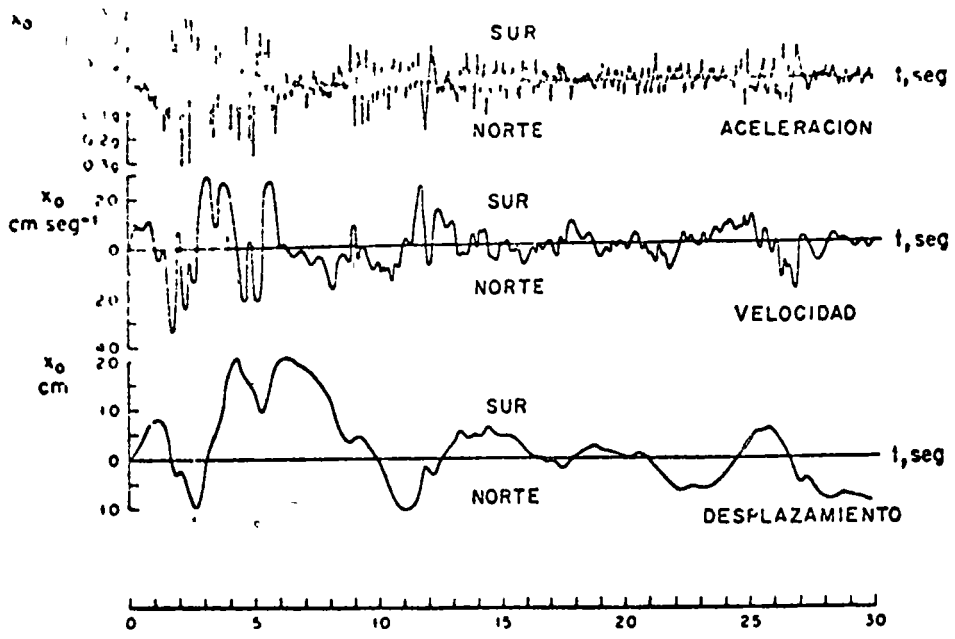


Fig. 11 Registro de un sismo poco profundo en terreno firme, originado a una distancia moderada (Según J A Blume, N M Newmark y L H Corning)

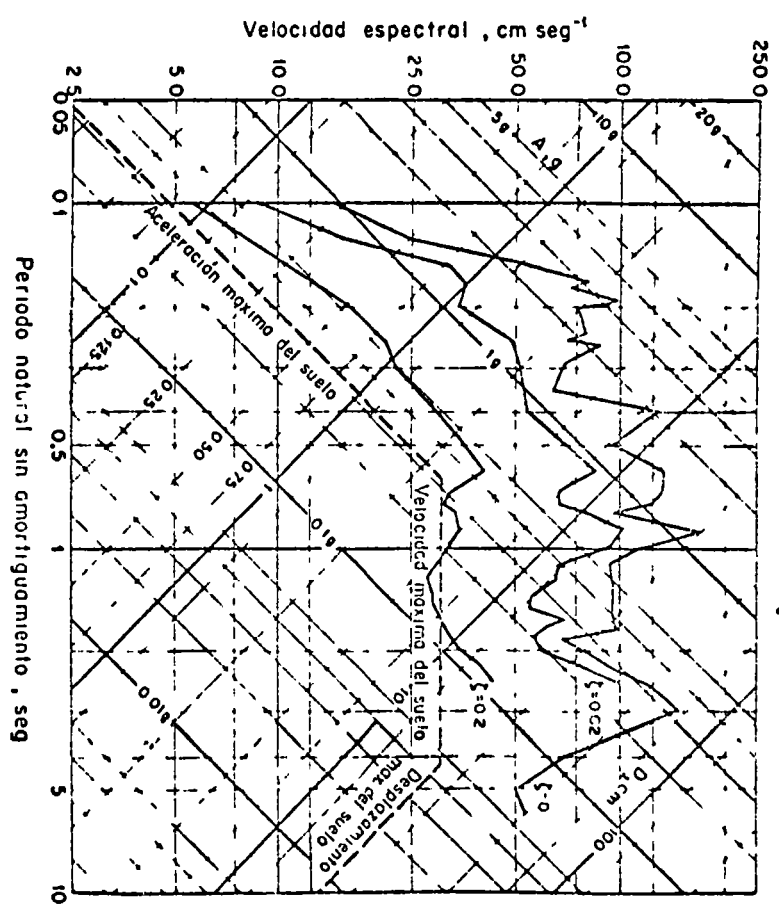


Fig. 12 Espectro de respuestas para el acelerograma de la Fig. 11 (Según J A Blume, N M Newmark y L H Corning)

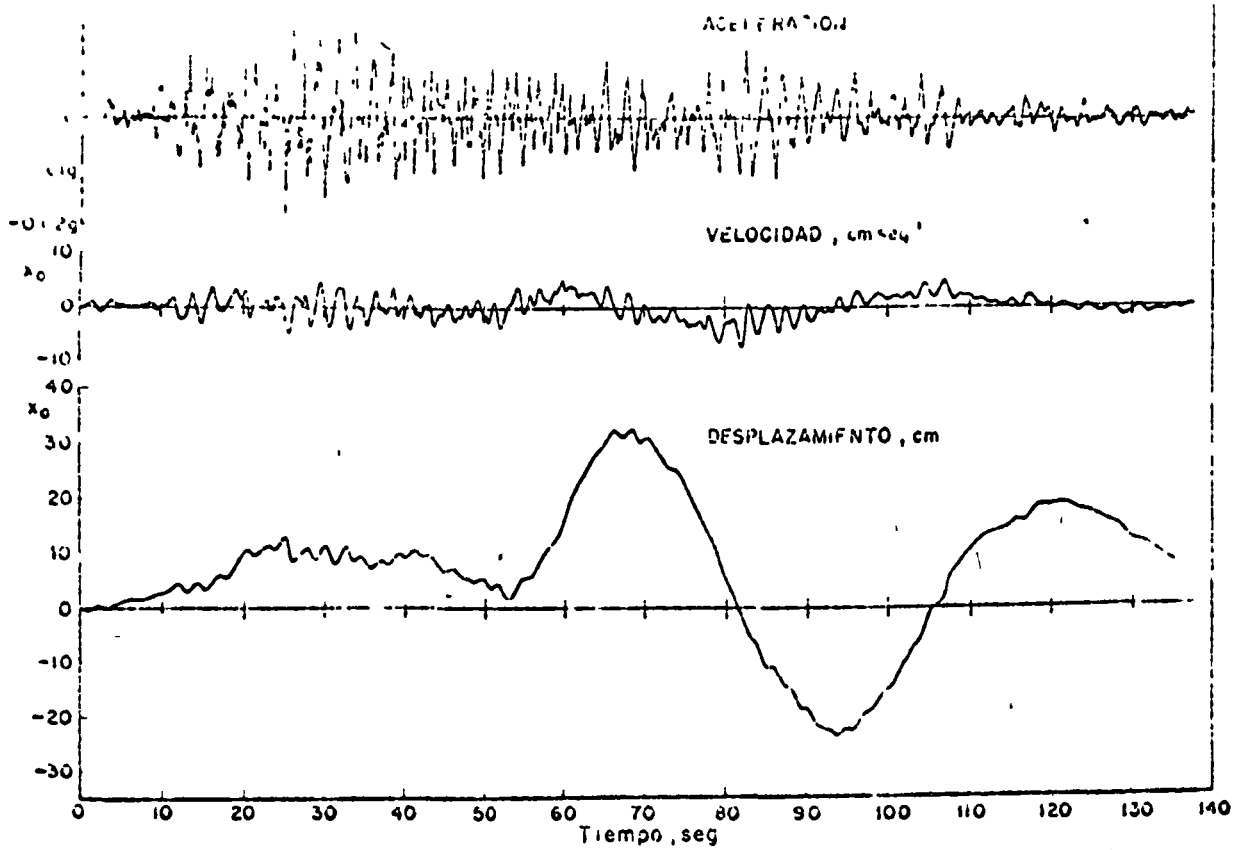


Fig. 13 Registro de un sismo fuerte, lejano, en suelo blando, dentro del rango de comportamiento lineal del suelo (Según J I Bustamante y J Prince A)

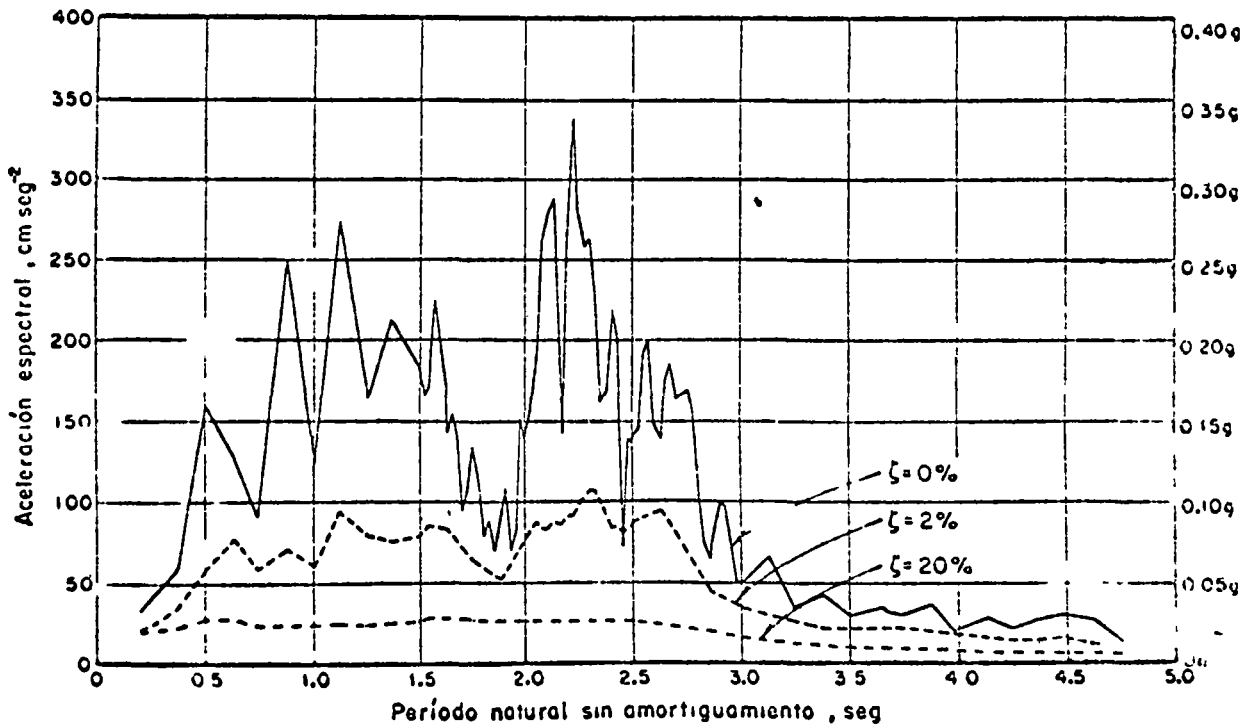


Fig. 14 Espectro de respuestas para el acelerograma de la fig. 13 (Según J I Bustamante)

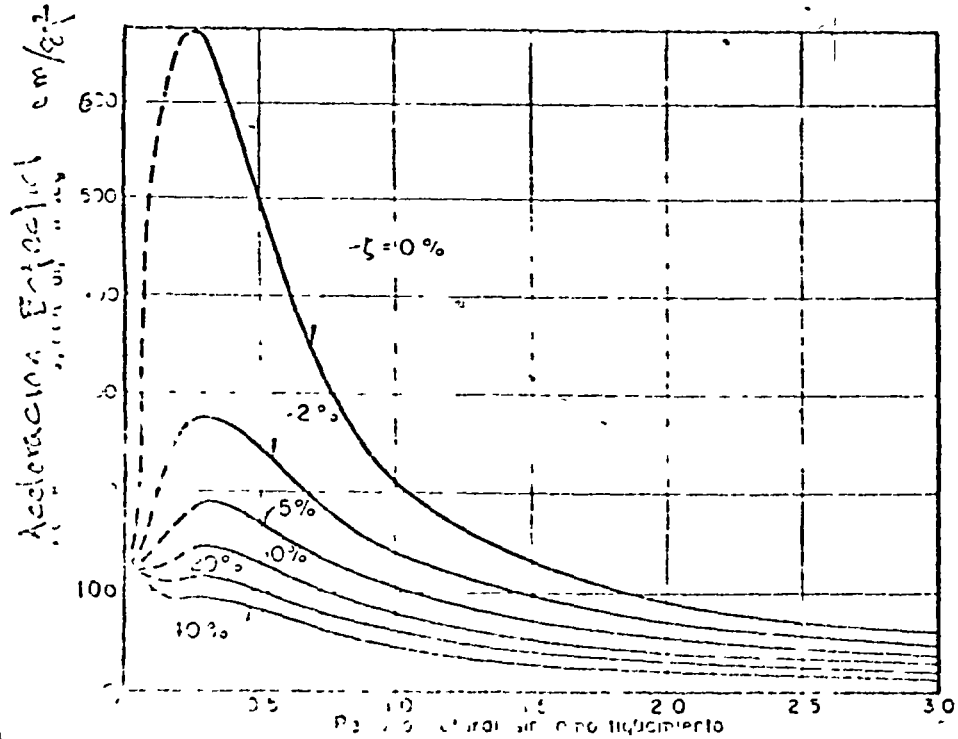


Fig. 16 Factores de la aceleración media normalizada para los terremotos de California (Sociedad de Ingenieros)

valores menores de los especificados

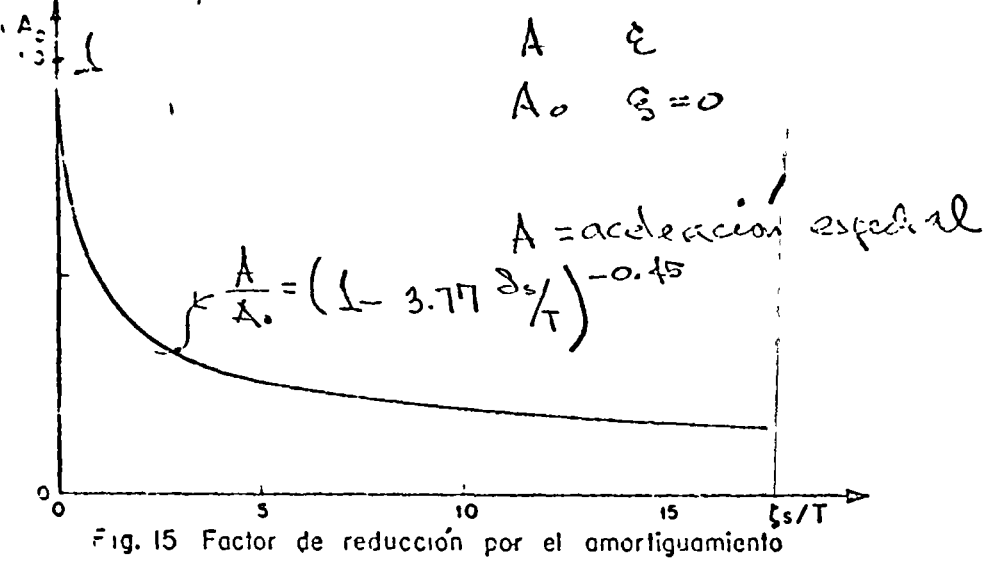
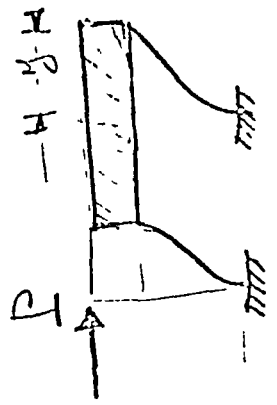
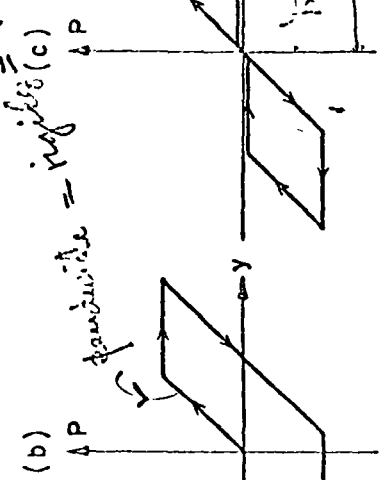
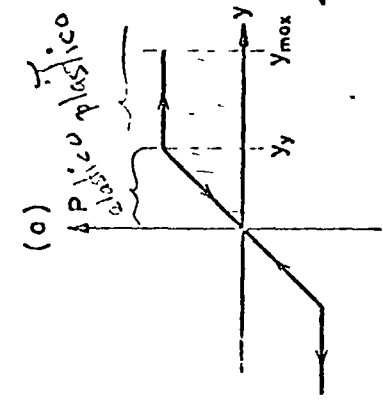


Fig. 15 Factor de reducción por el amortiguamiento

Trabajo = Área bajo curva =



Histeresis
disipación de energía
 $4 \leq \mu \leq 6$



$\mu = \frac{y_{max}}{y_y} = \text{ductilidad}$

Fig. 17 Tres sistemas no lineales

III CONGRESO NACIONAL
DE INGENIERIA SISMICA

35

Acapulco, Gro.
Noviembre 10 a 13 de 1971

Consideraciones sobre la rigidez de
estructuras ante cargas laterales

por

E. del Valle

Tema

Diseño sísmico de estructuras



SOCIEDAD MEXICANA DE INGENIERIA
SISMICA, A. C.

CONSIDERACIONES SOBRE LA RIGIDEZ DE ESTRUCTURAS ANTE FUERZAS LATERALES

Enrique del Valle C*

1. INTRODUCCION

La deformación horizontal de estructuras para edificios sometidas a fuerzas laterales es función de la rigidez de los distintos elementos que las constituyen.

El conocimiento de esa deformación permite estimar las holguras necesarias entre la estructura y elementos no estructurales tales como fachadas, muros divisorios, etc., o entre la estructura y edificios adyacentes para evitar choques entre ellos, así como eliminar molestias a los ocupantes de una construcción alta cuando se presentan movimientos sísmicos de poca intensidad o el pánico en aquellos que son severos.

Las fuerzas laterales más comunes son las debidas a viento o a sismos. Al respecto, en general, en los edificios situados en zonas sísmicas, las fuerzas ocasionadas por temblores exceder varias veces los efectos del viento.

Conociendo la rigidez de los diversos elementos resistentes de una estructura, se puede definir el modelo matemático para calcular los modos de vibrar de la misma y, valuar, mediante un análisis modal, las fuerzas horizontales totales a las que se verá sometida en cada nivel, las cuales se repartirán a los distintos elementos resistentes en proporción a su rigidez; los más empleados para resistir este tipo de fuerzas (fig 1), son:

Marcos rígidos, formados por trabes y columnas

Marcos contraventeados o con muros de relleno

Muros de concreto o de mampostería de tabique

*Profesor Investigador, Facultad de Ingeniería, UNAM.

Combinaciones de los sistemas anteriores.

El comportamiento de los elementos estructurales mencionados ante fuerzas laterales tiene diferencias significativas, por lo que será necesario analizar cada uno por separado.

2. ESTRUCTURAS A BASE DE MARCOS RIGIDOS

Constituyen un caso muy frecuente en las estructuras modernas para edificios altos. Como las fuerzas laterales son resistidas esencialmente por flexión de las columnas y trabes, para que el sistema sea estable es preciso que las uniones entre dichos elementos tengan continuidad y capacidad de rotación.

2.1 Rigidez de entrepiso

En un marco rígido se define como rigidez de entrepiso a la fuerza cortante que es necesario aplicar en un nivel para producir un desplazamiento unitario de ese nivel con respecto al inmediato inferior.

Este tipo de sistemas se conoce como estructuras de cortante o bien como sistemas estrechamente acoplados, debido a que la influencia de entrepisos alejados del que se estudia es en general de poca importancia en la rigidez de entrepiso. Esto es riguroso cuando la rigidez angular de las trabes es infinita en comparación con la de las columnas, lo que constituye la cota superior a la rigidez de entrepiso.

La deformación de un marco en dicho caso se presenta en la fig 2, donde se puede apreciar que las tangentes a la elástica de las columnas son verticales en todos los niveles, ya que los nudos no giran, y que existe un punto de inflexión en el centro de cada tramo de columna. Para columnas de sección constante, los elementos mecánicos producidos por un desplazamiento Δ son los que se indican en la

misma figura. Por equilibrio de fuerzas horizontales, la cortante total en un nivel cualquiera será igual a la suma de fuerzas cortantes en las columnas, o sea

$$V = \sum F_i = \frac{12 E \Delta}{h^3} \sum I_i \quad (1)$$

y, por la definición de rigidez de entrepiso dada anteriormente,

$$R = \frac{V}{\Delta} = \frac{12 E}{h^3} \sum I_i \quad (2)$$

En las ecs 1 y 2 E representa el módulo de elasticidad del material, $\sum I_i$ la suma de momentos de inercia de las columnas con respecto al eje alrededor del cual están flexionadas, h la longitud de las mismas y Δ el desplazamiento lateral relativo entre dos niveles consecutivos; se supone que la longitud de todas las columnas es igual para el entrepiso en estudio, lo que es el caso general, y también que el comportamiento de la estructura bajo la acción de las fuerzas horizontales es elástico para cualquier valor de la fuerza cortante, cosa que en un sismo intenso suele no ocurrir; más adelante se discute el comportamiento inelástico. Se supone también que las deformaciones producidas por fuerza normal y por esfuerzo cortante son despreciables en comparación con las debidas a la flexión.

2.2.1 Valuación de módulos de elasticidad y momentos de inercia

El único problema para valuar la rigidez en el caso anterior es conocer el módulo de elasticidad y los momentos de inercia de las distintas columnas.

Si el marco es de acero estructural, el problema es relativamente sencillo, ya que el módulo de elasticidad del acero es aproximadamente constante, con valor del orden de 2×10^6 kg/cm², y el momento de inercia se calcula fácilmente por tratarse de secciones homogéneas con comportamiento semejante en tensión y compresión, suponiendo que no hay inestabilidad en este último caso. En los marcos de

concreto reforzado el problema se complica, pues el módulo de elasticidad varía con la resistencia del concreto, velocidad de aplicación de las cargas, peso volumétrico, nivel de esfuerzos, etc. Además, el momento de inercia no es tan simple de calcular, ya que se trata de un material heterogéneo que se comporta de manera distinta en tensión o compresión, de ahí que sea preciso recurrir a hipótesis simplificadoras y a fórmulas empíricas para valuar tanto el módulo de elasticidad como el momento de inercia.

El Reglamento para Construcciones en el Distrito Federal, por ejemplo, indica al respecto que el módulo de elasticidad del concreto de peso volumétrico normal, para cargas de corta duración, puede valuararse empleando la fórmula $E = 10\,000\sqrt{f'_c}$, y que el momento de inercia de las secciones puede calcularse a base de la sección total de concreto, despreciando el refuerzo cuando los esfuerzos de tensión en el concreto son menores de $1.8\sqrt{f'_c}$, o a base de la sección transformada cuando se exceda de dicho valor. El Instituto Americano del Concreto (ACI) propone una fórmula más complicada para la valuación del módulo de elasticidad, en la que interviene el peso volumétrico y la resistencia del concreto, y que al menos para los concretos del D. F. da resultados mucho mayores que los obtenidos experimentalmente; con respecto al momento de inercia se hacen recomendaciones semejantes a las del Reglamento mencionado.

Basar el cálculo del momento de inercia en la sección total del concreto presupone que no hay agrietamiento de este, lo que a ciertos niveles de esfuerzos es inevitable. Para tomar en cuenta el agrietamiento, es necesario conocer el refuerzo, aunque por lo general, al hacer el cálculo de rigidez aún se desconoce la cantidad de refuerzo que tendrá la estructura, ya que se habrán fijado las dimensiones de la sección de concreto en un diseño preliminar que usualmente termina al verificar

que los porcentajes de refuerzo no serán excesivos, por lo que es práctica usual ignorar el agrietamiento en cálculos de rigidez, basando estos en la sección total de concreto.

2.1.2 Efecto de giros de los nudos

En el caso más general las trabes distan de ser infinitamente rígidas en comparación con las columnas; se acostumbra valuar la rigidez relativa con el parámetro I/L . Obviamente, al disminuir la rigidez angular de las trabes, los nudos del marco girarán, lo que implica una relajación del sistema y la rigidez de entrepiso disminuirá. La influencia de entrepisos adyacentes al que se esté estudiando ya no será despreciable, y en algunos casos, cuando la rigidez relativa de las trabes es pequeña en comparación con la de las columnas, la rigidez de entrepiso no es independiente de la distribución que tenga la fuerza cortante, como ocurre cuando las trabes son infinitamente rígidas, o sea que el sistema ya no es tan estrechamente acoplado.

Las tangentes a la elástica de las columnas en un extremo no son verticales (fig 3), y podrá aparecer punto de inflexión en las columnas en los entrepisos o no, dependiendo de la rigidez relativa de las trabes y columnas.

Existen numerosos procedimientos, aproximados o "exactos" para valuar los efectos de las fuerzas laterales en un marco rígido (ref 1). El sistema es en general altamente hiperestático y la respuesta se plantea en función de ecuaciones de compatibilidad de fuerzas y deformaciones, siendo necesario conocer el parámetro I/L para todas las barras del marco.

La valuación del parámetro I/L para las trabes trae aparejadas complicaciones adicionales que dependen del sistema de piso que se emplee. Si está constituido por elementos precolados que se apoyan sin mayor liga sobre unas trabes prefabricadas

o coladas en el lugar, la influencia del sistema de piso será mínima; sin embargo, es muy usual, y conveniente además, ligar en forma más estrecha el sistema de piso con las trabes para hacerlo participar en la rigidez general de la estructura. Si se trata de una losa colada en el lugar en estructuras de concreto reforzado, la liga se logra mediante colado monolítico con las trabes; en estructuras metálicas es frecuente el empleo de conectores de cortante para lograr un trabajo de conjunto entre trabes y sistema de piso. De manera semejante, cuando el piso es precolado, pueden emplearse diversos sistemas para lograr una liga eficiente con las trabes.

2.2 Contribución del sistema de piso a la rigidez angular de las trabes

Una vez que la losa se ha ligado a las trabes, el problema es determinar hasta dónde contribuye a aumentar la rigidez angular de estas y, en consecuencia, su rigidez relativa. Se han aplicado diversos criterios para valorar esta contribución, siendo uno de los más comunes considerar que la trabe es de sección \underline{T} , en la cual el patín tiene un cierto "ancho equivalente"; sin embargo, esto solo será válido si la losa está sometida a esfuerzos de compresión, lo que dependerá de la variación de momentos a lo largo del claro de la trabe, momentos que serán ocasionados por las cargas verticales y por las horizontales.

En general, en construcciones de poca altura, o en los niveles superiores de edificios altos, los momentos por carga vertical son mayores que los que se deben a carga lateral, teniendo el diagrama la forma de la fig 4a. La fig 4b muestra el diagrama correspondiente a los pisos inferiores de edificios altos, en los que el efecto de las cargas horizontales suele exceder varias veces el de las cargas verticales. La sección podrá entonces considerarse como \underline{T} en las zonas de momento positivo, pero no lo será en aquellas de momento negativo; en consecuencia, el momento

de inercia de la trabe será variable a lo largo del claro, lo que modifica la rigidez angular, cuyo cálculo puede hacerse a partir de cualquier método de cálculo de deformaciones: principio del trabajo virtual, viga conjugada, etc.

Otro concepto que hace que sea variable el momento de inercia, tanto de trabes como de columnas, es el llamado "efecto de nudo", el cual es más importante en marcos con miembros robustos. Al considerar dimensiones a ejes se supone que las propiedades geométricas de la sección no cambian en la zona del nudo; sin embargo, cuando las trabes o las columnas son de dimensiones considerables, el aumento del momento de inercia en esa área puede ser importante. Si se toma en cuenta que esa zona es de momento de inercia infinito, la rigidez angular del elemento en consideración aumentará, en algunos casos, un porcentaje bastante alto.

Para calcular la rigidez angular de barras de momento de inercia variable es muy cómodo el uso de la ecuación de barra y el concepto de área elástica (ref 2).

La fig 5 ilustra las áreas elásticas que se obtendrían en trabes o columnas de acuerdo con la discusión anterior. Es evidente que el cambio en momento de inercia no sería tan marcado como se indica; la transición debe de ser gradual.

La rigidez angular para barras de eje recto, continuas en sus dos extremos, está dada por

$$r_{a_1} = \frac{1}{A} + \frac{X_1^2}{\bar{I}_y}; \quad r_{a_2} = \frac{1}{A} + \frac{X_2^2}{\bar{I}_y} \quad (3)$$

donde r_{a_1} y r_{a_2} representan la rigidez angular en los extremos 1 y 2 de la barra; A, el área elástica, \bar{I}_y el momento de inercia del área elástica con respecto a ejes centroidales y principales (ejes de Levy), y X_1 y X_2 las distancias de cada uno de los extremos al centro de Levy.

El ancho de losa equivalente en la trabe \bar{I}_y se toma por lo común como

el menor de los valores $16t + b'$, $L/4$, o la separación centro a centro entre traveses, siendo t el espesor de la losa, b' el ancho de la trabe y L su claro.

Si se supone que el momento de inercia de la sección \bar{I} es aproximadamente igual al doble del correspondiente a la trabe sin patín, y que la zona en la que la trabe es \bar{I} tiene una longitud de $L/2$ (fig 4), las rigideces angulares para los casos a y b de la fig 5, sin considerar efecto de nudo, serán

$$\text{Caso a) } r_{a1} = r_{a2} = 4.66 \frac{EI_1}{L}$$

$$\text{Caso b) } r_{a1} = 5.03 \frac{EI_1}{L}, r_{a2} = 8.56 \frac{EI_1}{L}, r_{a\text{prom}} = 6.79 \frac{EI_1}{L}$$

Si la trabe fuera de sección rectangular constante, se tendría

$$r_{a1} = r_{a2} = \frac{4 EI_1}{L}$$

y si fuera de sección \bar{I} constante

$$r_{a1} = r_{a2} = \frac{8 EI_1}{L}$$

La rigidez relativa equivalente se calculará dividiendo la rigidez angular antes calculada entre $4E$.

Cabe aclarar que el cálculo del efecto de nudo (esbozado anteriormente) no queda completo porque se están ignorando las deformaciones por esfuerzo cortante en el nudo, que pueden ser significativas y que obviamente disminuirán la rigidez. Se han hecho algunas investigaciones (refs 3, 4) para incluir la deformación de las juntas de marcos en el cálculo de rigideces, pero no se tienen resultados comparativos. Podría pensarse que se compensa en parte el incremento en rigidez, por tener una zona

do momento de inercia infinito en trabes y columnas con la pérdida de rigidez por deformación debida a esfuerzo cortante.

Confinando entonces el problema a la rigidez relativa de trabes y columnas, sin incluir el efecto de nudo por lo pronto, se ha visto que cuanto más disminuya la rigidez relativa de las trabes, menos rígido será el marco. La dificultad consiste en saber hasta qué valores de rigidez relativa todavía se tiene comportamiento de marco, con puntos de inflexión en las columnas en todos los entrepisos. Obviamente, cuando ya no se tienen puntos de inflexión en las columnas en todos los entrepisos de un marco, los métodos aproximados para valuar la rigidez y los elementos mecánicos llevan a errores muy importantes.

2.3 Métodos aproximados para calcular la rigidez de entrepiso

Entre los métodos aproximados más populares en nuestro medio para valuar la rigidez de entrepiso está el de las fórmulas de Wilbur (ref 1), en el cual se hacen las siguientes hipótesis:

- a) Los giros en todos los nudos de un nivel y de los dos niveles adyacentes son iguales (excepto en el nivel de desplante, donde puede suponerse articulación o empotramiento).
- b) Las fuerzas cortantes en los entrepisos adyacentes al que interesa son iguales a la que se tiene en este.

Estas hipótesis son razonables en general para los pisos intermedios de un edificio alto que oscile en el modo fundamental de vibrar al ser excitado por un sismo. Para hacer el análisis modal y calcular las fuerzas dinámicas a que se verá sometida una estructura por viento o sismo, es necesario calcular los modos naturales de vibración. Al respecto, a partir del segundo modo se tendrán asociadas a la con-

figuración de deformaciones distribuciones de fuerza cortante que no cumplen la segunda de las hipótesis señaladas, ya que las fuerzas cortantes cambian incluso de signo.

El efecto que estos cambios producen en la rigidez de entrepiso es más grande conforme la relación de rigideces relativas de traves y columnas es menor, o sea para columnas rígidas en comparación con las traves; dicho efecto tiende a aumentar la rigidez de entrepiso en los modos superiores. De hecho, la primera hipótesis tampoco se cumple, ya que los giros en algunos niveles tendrán signo contrario al de otros. Para el modo fundamental de vibrar, la distribución de cortantes en los entrepisos intermedios es bastante cercana a la segunda hipótesis, pero en los últimos niveles no ocurre así, ya que se tiene con frecuencia incrementos de 100 por ciento en la cortante al pasar del último al penúltimo entrepiso. La fórmula para valuar la rigidez del tercer entrepiso en adelante es (ref 1):

$$R_n = \frac{48 E}{h_n \left[\frac{4h_n}{\sum K_{cn}} + \frac{h_m + h_n}{\sum K_{tm}} + \frac{h_n + h_o}{\sum K_{tn}} \right]} \quad (4)$$

donde

E = módulo de elasticidad del material con que está hecho el marco

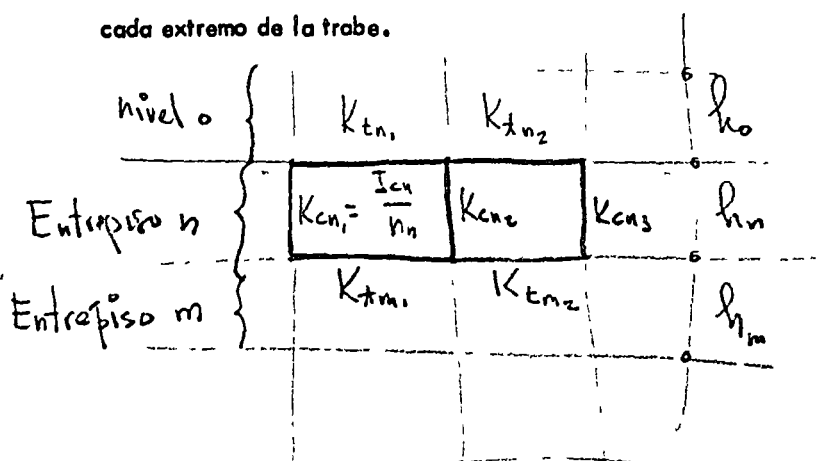
h_m, h_n, h_o = respectivas alturas de tres entrepisos consecutivos (el entrepiso en estudio en medio de los dos)

$\sum K_{cn}$ = suma de valores I/L para todas las columnas del entrepiso n

$\sum K_{tm}$ = suma de I/L para las traves del nivel m (suelo del entrepiso n)

$\sum K_{tn}$ = suma de I/L para las traves del nivel n (techo del entrepiso n).

Si se incluye el efecto del sistema de piso en la rigidez de las traves, es suficientemente aproximado tomar el valor promedio de las rigideces relativas de cada extremo de la trabe.



los marcos de 3, 6 y 12, mostrándose los resultados en la fig 6. Al respecto, se puede apreciar que para relación altura-ancho de 3, el desplazamiento total en el extremo superior del marco crece únicamente 5 por ciento al incluir el efecto de acortamiento, valor que sube a 11 por ciento para una relación de 6 y a 78 por ciento para el caso de altura-ancho igual a 12. También puede observarse que el efecto se incrementa en relación con el piso en que se realiza la comparación.

2.5 Efectos de esbeltez

En marcos esbeltos, las deformaciones horizontales pueden llegar a valores relativamente grandes. Usualmente se despreja el efecto de las cargas verticales al obrar sobre los desplazamientos horizontales (efecto $P - \Delta$), incrementando los momentos producidos por fuerzas laterales, sin embargo, cuando las deformaciones horizontales son grandes, este efecto no debe ignorarse, inclusive se han hecho varias proposiciones para tomarlo en cuenta (refs 10, 11). Aunque en general tiende a disminuir la rigidez de los marcos, afortunadamente en los casos de fuerzas por sismo, que son reversibles, el efecto se compensa al cambiar de dirección la fuerza sísmica (refs 12, 13). Además, en general, los reglamentos de diseño limitan el valor de los desplazamientos laterales permisibles a valores suficientemente pequeños (de 2 a 3 milésimos de la altura de entrepiso) para que este efecto adquiera mucha importancia. Cuando el comportamiento del marco deja de ser elástico, esos desplazamientos pueden verse incrementados considerablemente y entonces sí ser importante el efecto $P - \Delta$.

2.6 Efectos de comportamiento inelástico

Cuando los elementos mecánicos a los que se ve sometido un marco son mayores que los de diseño, puede haber varias secciones críticas en las que el compor-

tamiento deja de ser elástico para tomarse articulaciones plásticas. Si el marco está diseñado de manera que pueda aceptar deformaciones fuertes en esas secciones críticas, esto es, si tiene ductilidad adecuada, la hiperestaticidad de los marcos hace posible que se tenga una redistribución de los elementos mecánicos sin que se presente colapso.

El efecto de este comportamiento inelástico del marco se traduce en lo que algunos autores llaman "deterioración de la rigidez" (ref 8). Cuando mayor sea el número de articulaciones plásticas que se forme, más disminuirá la rigidez, hasta que eventualmente se llegue a una condición de mecanismo. En la fig 8 (tomada de la ref 9) puede verse la gráfica $C - \frac{\Delta}{h}$ de un entrepiso de un marco de acero en el cual se forman sucesivamente seis articulaciones plásticas antes de llegar a la condición de falla. Se muestra también el efecto de la losa en la rigidez, la que está definida por la pendiente de la curva $Q - \frac{\Delta}{h}$ en cada tramo; Q es la fuerza horizontal que resiste el marco. No se incluye sin embargo, el efecto $P\Delta$ antes mencionado, y como se puede observar, al formarse la sexta articulación el desplazamiento horizontal es de aproximadamente 24 milésimas de la altura de entrepiso, valor que es excesivo.

2.7 Muros divisorios o de colindancia

Hay ocasiones en que los muros divisorios o de colindancia que no se han tomado en cuenta en el análisis estructural quedan alojados en el mismo plano de un marco. El muro puede también ser varias veces más rígido que el marco, y si este no se puede deformar por impedirlo el muro, la rigidez que se tendrá en ese plano será mucho mayor que la calculada, atrayendo mayor fuerza hacia él al repartirse la fuerza total en función de las rigideces de los distintos marcos, lo que puede motivar

la falla del muro, ya que la resistencia no siempre es compatible con la rigidez. En consecuencia, debe tenerse la precaución de desligar el muro del marco con objeto de que no impida la deformación de éste al verse sometido a fuerzas laterales.

Si las holguras que se dejan entre marco y muro son pequeñas o no existen, el comportamiento del marco será totalmente diferente al supuesto en el análisis, con discrepancias que pueden ser del orden de 1000 por ciento. Un análisis que ignore esta discrepancia obviamente no tiene sentido.

Existen diversas soluciones para desligar los muros en el plano del marco, deteniéndolos en dirección perpendicular a él para evitar su volteamiento durante un sismo (ref 1). El problema puede ser grave en el caso de colindancias de edificios situados en esquina (fig 8) en los que se puede dar lugar a un problema de torsión importante si en el lado opuesto a la colindancia no existen muros que compensen la rigidez adicional que suministraría un muro de colindancia mal desligado.

3. ESTRUCTURAS A BASE DE MUROS O MARCOS CONTRAVENTEADOS

Cuando las fuerzas laterales se toman por muros o marcos contraventeados, cambia totalmente el comportamiento con respecto al de marcos rígidos sin contraventeo. Ya no se puede hablar de rigidez de entrepiso, pues no existe la posibilidad de obtenerla como en el caso de los marcos, debido a que el sistema depende en gran medida de la distribución de fuerzas cortantes; para un mismo entrepiso se pueden obtener deformaciones muy diferentes para la misma fuerza cortante, simplemente variando la distribución de esa fuerza cortante arriba o abajo del entrepiso en cuestión. Debido a lo anterior, el sistema recibe el nombre de "remotamente acoplado", es decir, que los efectos de entrepisos alejados del que se considere son importantes. De hecho, puede haber desplazamiento relativo sin fuerza aplicada en el en-

entrepiso, por efecto de giros del resto de la estructura.

Como consecuencia de lo anterior, no son aplicables a este tipo de edificios los métodos de cálculo de modos naturales de vibración que se emplean cuando se conoce la rigidez de entrepiso, aunque en ocasiones suelen aplicarse como una primera aproximación, calculando las rigideces de entrepiso correspondientes a la distribución de fuerzas cortantes obtenidas de un análisis sísmico estático. Esto puede ser aceptable para el primer modo de vibrar, pero de ninguna manera lo es para modos superiores, ya que se obtienen, de proceder así, periodos más largos que los reales.

En general, el sistema tiene mucho menos hiperestaticidad que el de marcos, inclusive puede considerarse como isostático cuando por razones de simetría e igualdad de muros se determina fácilmente la distribución de cortantes entre las distintas paredes de un edificio. En la mayoría de los casos, la hiperestaticidad del sistema radica precisamente en el desconocimiento de esta distribución de cortantes.

Los muros pueden ser de mampostería de tabique o de bloques de concreto, reforzados adecuadamente con dadas, castillos o diagonales de contraventeo, o bien de concreto si la resistencia de los materiales mencionados no es suficiente para las fuerzas a las que estarán sometidos durante un sismo. Por su parte, el sistema de piso ligará los muros entre sí obligándolos a deformarse la misma cantidad cuando el movimiento sea de traslación pura (los efectos de torsión harán que los desplazamientos de los distintos muros no sean iguales en un entrepiso dado). Se podrá hablar desde luego, de una rigidez general de la estructura, y normalmente, para alturas no muy grandes, los edificios estructurados en esta forma resultan más rígidos, en conjunto, que los de marcos. Si los muros son muy esbeltos, esto es, su relación altura-ancho es grande, lo anterior suele no ser cierto.

Al ser importantes las deformaciones por flexión se tendrá, durante el movimiento, no sólo traslaciones horizontales de los puntos de un entrepiso, sino también movimientos verticales provocados por giro de las secciones.

Se puede considerar que el sistema trabaja como una gran viga en voladizo, que tendrá deformaciones tanto por flexión como por cortante. Para calcularlas, será necesario conocer el momento de inercia y área de cortante de esa gran viga. La influencia de las deformaciones por cortante y por flexión dependerá de la relación altura-ancho de los muros. Con uno esbelto, la mayor parte de deformación horizontal se deberá a flexión, mientras que con uno mucho más largo que alto la deformación horizontal corresponderá casi exclusivamente a esfuerzos cortantes.

En ocasiones el cálculo se puede hacer también considerando el sistema como una armadura con voladizo, caso que no se cubrirá en este trabajo.

3.1 Momentos de inercia del sistema

Cuando se trata de marcos contraventeados o con muros de rigidez de mampostería, el momento de inercia puede calcularse por el teorema de eje: paralelos, valuando el momento de inercia de todas las columnas del marco con respecto al centro de gravedad del grupo de columnas. En el caso de muros de rigidez su función es hacer trabajar a las columnas en conjunto, transmitiendo esfuerzos cortantes de una a otra, y se puede suponer que no contribuyen al momento de inercia. En caso de desearlo, el momento de inercia del muro podría incluirse calculando su sección transformada, ya que el módulo de elasticidad del muro es en general diferente al de las columnas (puede ser del orden de la décima parte, por lo que un muro de 14 cm se reduciría a 1.4 cm al transformarlo a concreto equivalente, y su efecto no sería de tanta importancia).

Será necesario hacer las mismas consideraciones del caso de marcos con respecto a las áreas y momentos de inercia de secciones de concreto reforzado. Lo usual es despreciar el acero de refuerzo en estos cálculos y tomar únicamente la sección total de concreto, aun cuando el error que se puede cometer es mayor, ya que algunas columnas trabajarán a tensión y otras a compresión. El cálculo no es tan sencillo cuando el contraventeo no cubre todas las crujeas del marco (fig 9), en cuyo caso sería más conveniente hacer un análisis matricial del marco, incluyendo los miembros de contraventeo para calcular las deformaciones horizontales producidas por fuerzas laterales. Si en vez de diagonales se tuvieran muros en esos tableros, podría emplearse una diagonal equivalente, como se propone en la ref 14.

Cuando hay muros en dirección normal a la de análisis, que se intersecan con los que se están considerando, resulta indeterminado qué parte de ellos contribuye a aumentar el momento de inercia funcionando como patines de una viga de sección I. A pesar de que no se tienen experiencias al respecto, cabe pensar que serán efectivos solo aquellos que trabajen en compresión, quedando entonces una sección T en lugar de I. Además se podría considerar un ancho efectivo de los muros normales al de análisis del orden de unas cuatro veces su espesor a cada lado del muro (fig 10) y considerar sección transformada si se trata de muro de mampostería de tabique.

En el caso de muros de concreto se calcularía el momento de inercia en forma semejante, sobre la base de la sección total de concreto, despreciando el acero de refuerzo y suponiendo que ayudan las paredes perpendiculares en un cierto ancho efectivo. El momento de inercia de la gran viga en voladizo será entonces la suma de los momentos de inercia de cada uno de los muros, con respecto a su

centroide correspondiente.

Por lo que respecta a las deformaciones por cortante, deberán basarse en el área del muro contenido en un plano paralelo a la dirección de análisis y se tomará en cuenta el módulo de elasticidad al esfuerzo cortante, G , para valorarlo. Si el muro tiene altura h_i , longitud L_i y espesor t_i , su deformación horizontal estará dada por la expresión

$$\Delta_i = 1.2 \frac{V_i h_i}{L_i t_i G}$$

donde V_i es la fuerza cortante aplicada al muro.

Para calcular la deformación de toda la estructura se debe considerar la suma de áreas de todos los muros paralelos a la dirección de análisis, quedando entonces

$$\Delta = \frac{1.2 V_{fi} h_i}{G \sum L_i t_i}$$

donde ahora V_{fi} representa el cortante total en el entrepiso i .

Como se mencionó, en el caso de muros o de marcos contraventeados no es posible hablar de rigidez de entrepiso, ya que las deformaciones dependen tanto de la fuerza cortante como del momento de volteo en cada nivel, el cual variará en razón de la distribución de cortantes.

Si lo que se desea es valorar las fuerzas cortantes sísmicas en un edificio de este tipo mediante análisis modal, será necesario calcular los modos de vibración empleando métodos que tomen en cuenta la manera como se deforma la estructura. Al respecto, puede usarse por ejemplo el método de Stodolla-Vianello-Newmark (ref 15), considerando que la estructura es una viga en voladizo, y calcular sus deformaciones aplicando la teoría de la viga conjugada (refs 16 y 17).

3.2 Efecto de movimiento de la base

La eficiencia de este tipo de estructuración depende del comportamiento de la cimentación ante fuerzas horizontales en la estructura. En ocasiones se presentan problemas debido a que los efectos de las fuerzas laterales se concentran en unos cuantos elementos, lo que conduce a elementos mecánicos muy altos en algunas zonas de la cimentación que únicamente se presentan en caso de un sismo, mientras que para cargas verticales la distribución de estos elementos es totalmente distinta.

Una cosa que debe considerarse es la necesidad de restringir la posibilidad de giros de la cimentación, pues puede incluso llegar a presentarse falla por momento de volteo.

4. COMBINACIONES DE LOS SISTEMAS ANTERIORES

Actualmente se emplea con bastante frecuencia la combinación de los sistemas estructurales tratados anteriormente.

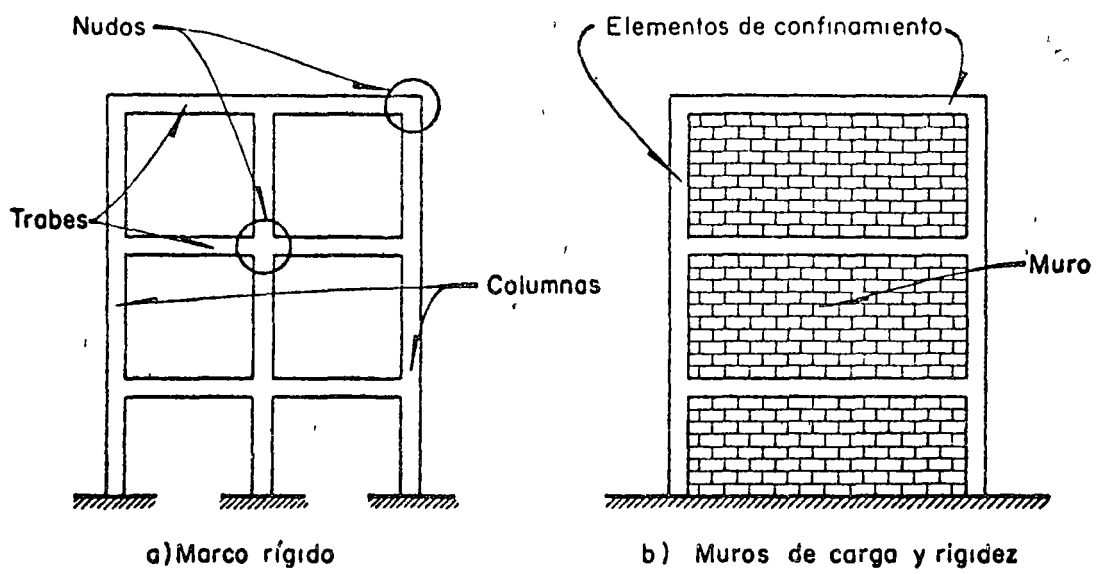
Determinar la rigidez resulta complicado debido a la interacción entre ambos tipos de sistema que tienen maneras de deformarse radicalmente distintas, como ya se ha visto (fig 1). Un edificio con esta estructuración será en general del tipo remotamente acoplado y no podrá hablarse de rigidez de entrepiso.

El cálculo de deformaciones, conocida la fuerza cortante a la que se vera sometida la estructura, puede hacerse como indica la ref 18. Los modos de vibración pueden calcularse como se describe en la ref 17, tomándose como punto de partida las deformaciones determinadas con el método de la ref 18 y con el empleo de las fuerzas obtenidas mediante un análisis sísmico estático de la estructura.

5. REFERENCIAS

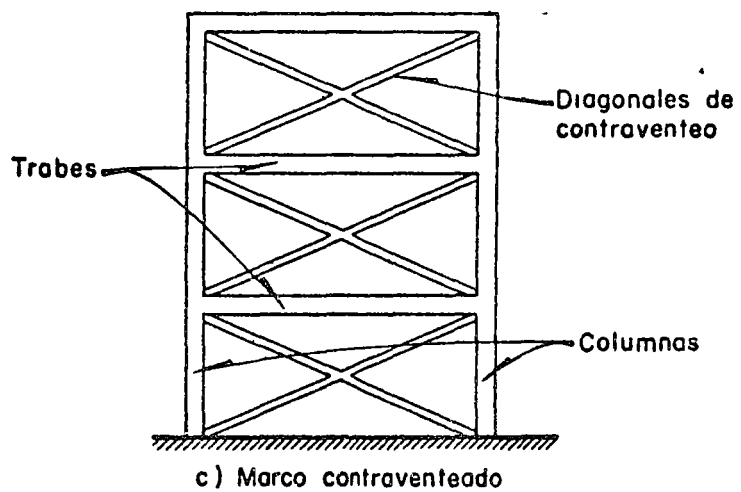
1. E. Rosenblueth y L. Esteva, Folleto complementario. Diseño sísmico de edificios. Ediciones Ingeniería, México (1962)
2. G. Salazar Polanco. Estabilidad. Representaciones y Servicios de Ingeniería, México D. F.
3. T. Naka, B. Watabe y M. Nakao, Research on the behavior of steel beam to column connections. Cuarto Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Santiago de Chile (1969)
4. V. V. Bertero. Seismic behavior of steel beam to column connections subassemblies. Cuarto Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Santiago de Chile (1969)
5. L. Esteva. Análisis estático de edificios. Diseño sísmico de estructuras, publicación No. 6 Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, México (1964)
6. D. Fernández Baillet, Estudio comparativo de la influencia de la losa en las rigideces de entrepiso de marcos regulares. Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM, (1969)
7. A. Fernández Vera, Estudio comparativo del efecto de fuerza normal en la rigidez de entrepiso para marcos de un edificio. Tesis profesional, Facultad de Ingeniería, UNAM (1971)
8. R. H. Wood, Curso sobre inestabilidad de marcos, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM (1965)
9. O. de Buen, Sección F Análisis estructural, Manual de diseño de obras civiles, Editorial CFE (1969)
10. E. Rosenblueth, Slenderness effects in buildings. Journal of the Str. Div. Proceedings of the ASCE (nov 1963)
11. A. Flores V., Inestabilidad elastoplástica de marcos de edificios, III Simposio Panamericano de Estructuras, Caracas (1967)
12. M. Wakabayashi, T. Nonaka y Ch. Matsui, An experimental study on the horizontal restoring forces in steel frames under large vertical loads, Cuarto Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Santiago de Chile (1969)
13. J. Heyman, Curso sobre análisis plástico de estructuras de acero, División de Estudios Superiores, Facultad de Ingeniería, UNAM, (sep 1970)
14. B. S. Smith, Lateral stiffness of infilled frames, Journal of the Str. Div. Proceedings ASCE (dic 1962)

15. Blume, Newmark y Corning, Design of multistory reinforced concrete buildings for earthquake motions, Portland Cement Association (1961)
16. E. del Valle, Análisis dinámico lineal de edificios, Diseño sísmico de estructuras, Publicación No. 6, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, México (1964)
17. E. del Valle, Cálculo de modos naturales de vibración de edificios con marcos y elementos rigidizantes, Revista Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, Vol. II No. 1, (jun 1964)
18. F. R. Khan y J. A. Sbarounis, Interaction of shear walls and frames, Journal of the Str. Div. Proceedings of the ASCE (jun 1964)
19. IBM 1130, Structural Engineering System Solver, Massachusetts Institute of Technology, IBM Cambridge, Mass. (1967).



a) Marco rígido

b) Muros de carga y rigidez



c) Marco contraventeado

Fig 1 Elementos comúnmente empleados para resistir fuerzas laterales en las estructuras

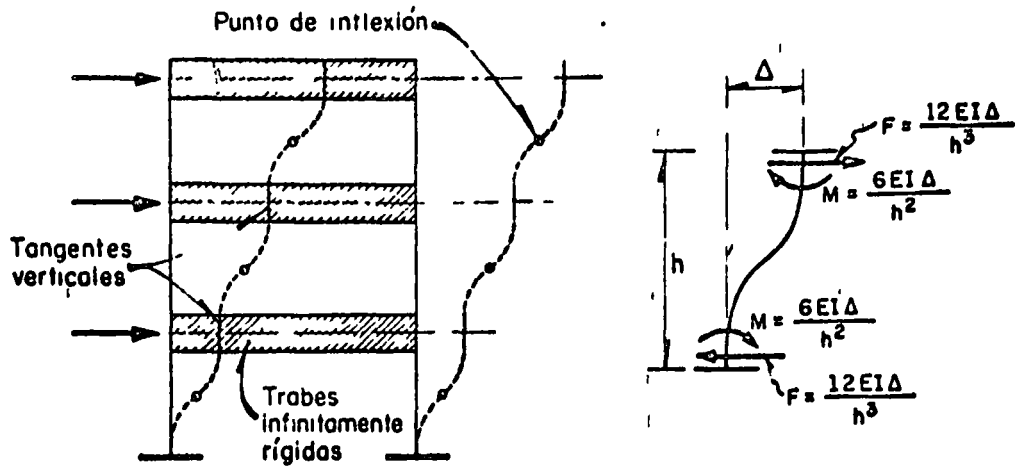


Fig 2 Cota superior a la rigidez lateral de marcos rígidos

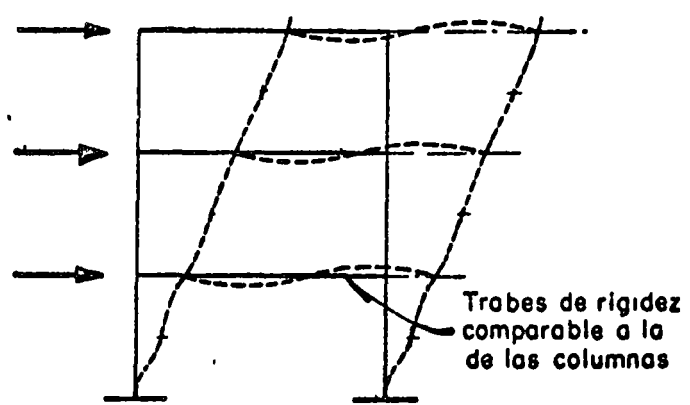
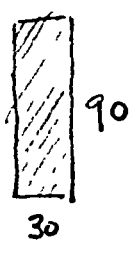
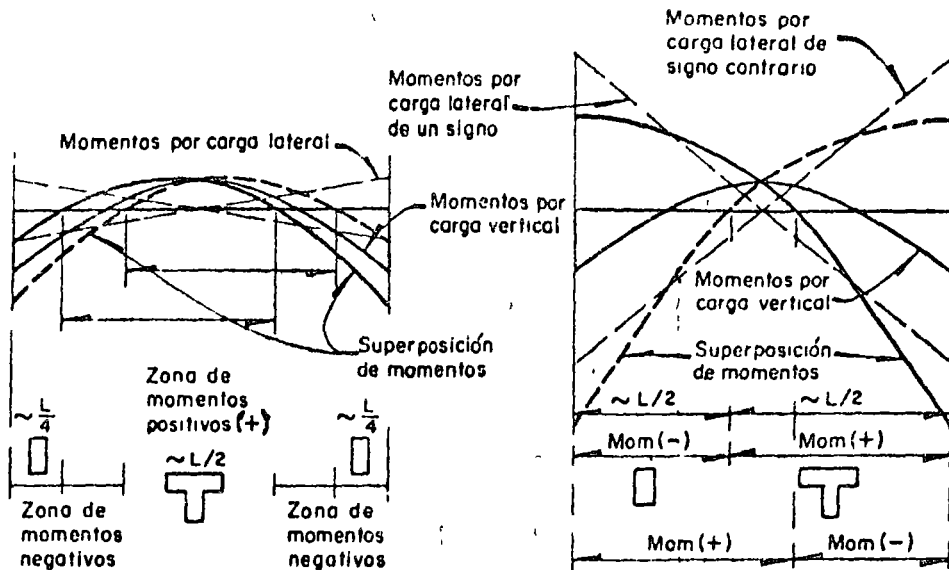


Fig 3 Desplazamiento de un marco bajo la acción de fuerzas laterales

$$\text{rigidez relativa} = \frac{I}{l}$$

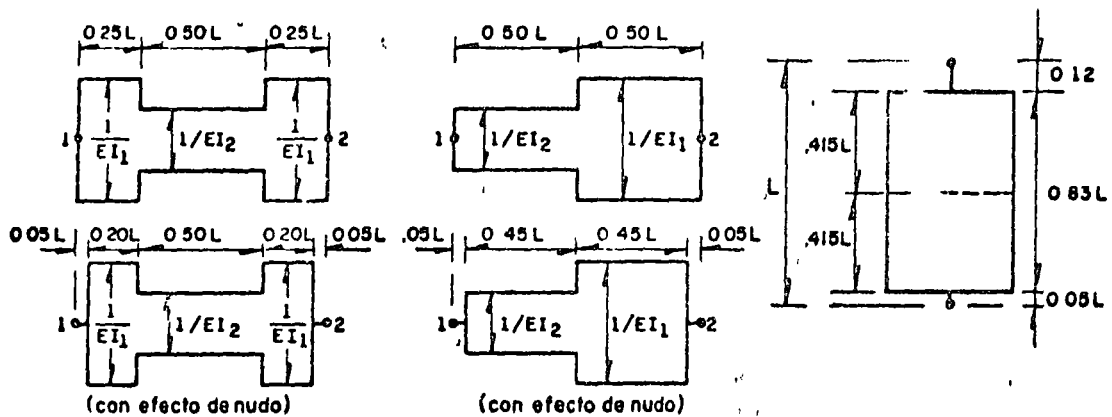




a) Momentos por fuerza lateral menores que los causados por carga vertical

b) Momentos por fuerza lateral mayores que los debidos a carga vertical

Fig 4 Diagramas de momentos flexionantes



a) Travesaños en edificios de poca altura o en pisos superiores de edificios altos

b) Travesaños en niveles inferiores de edificios altos

c) Columnas con efecto de nudo

Fig 5 Áreas elásticas para travesaños y columnas

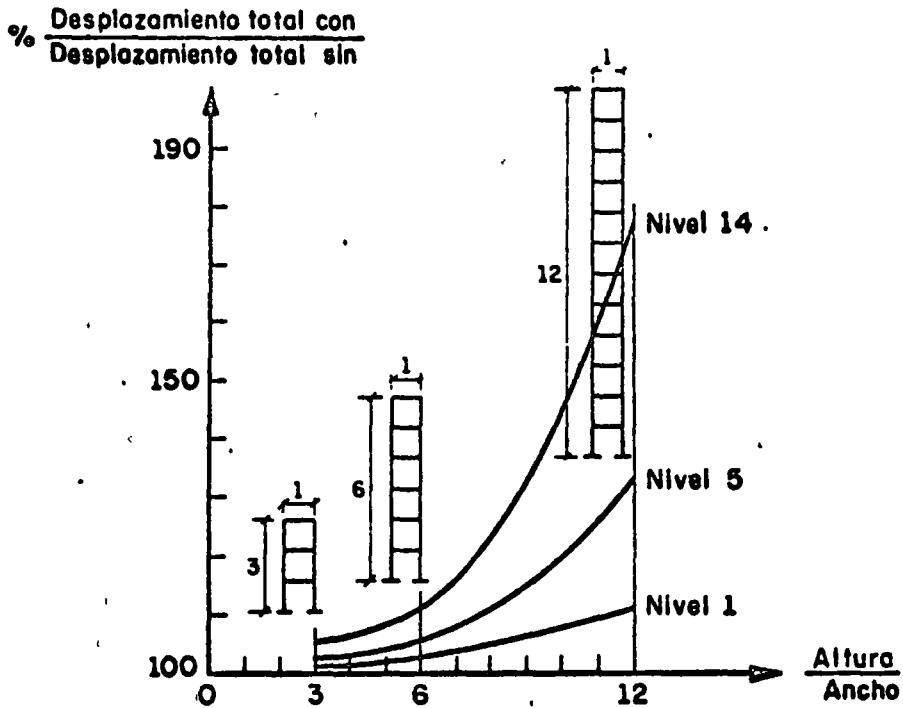
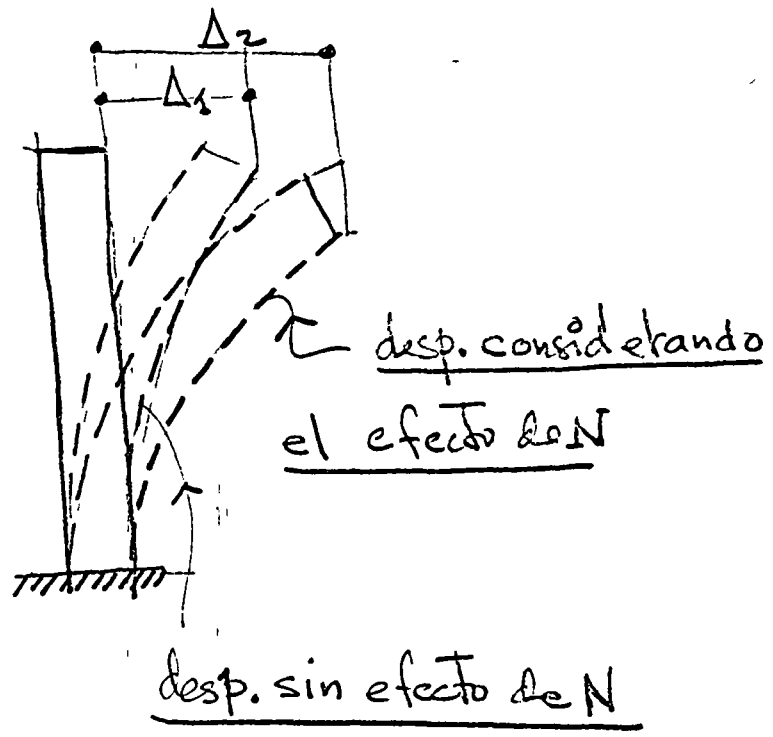


Fig 6 Efecto de alargamiento y acortamiento de columnas en los desplazamientos horizontales de un marco rígido



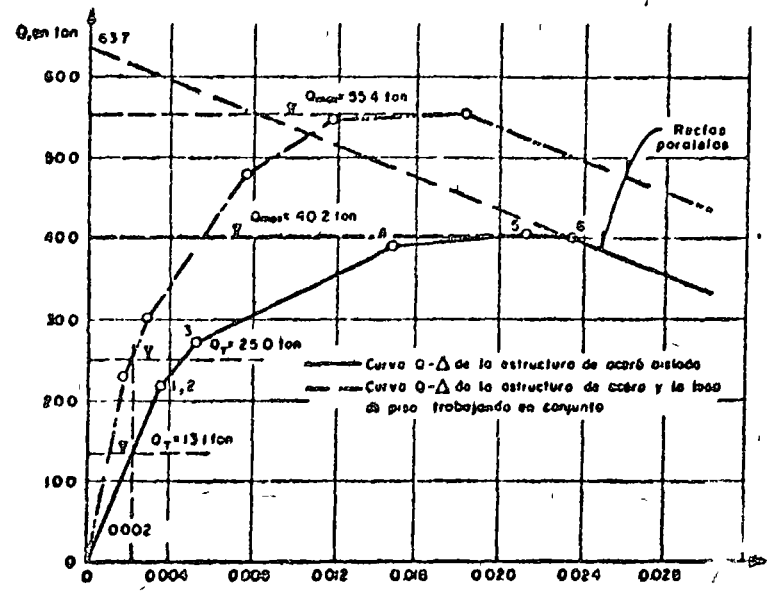
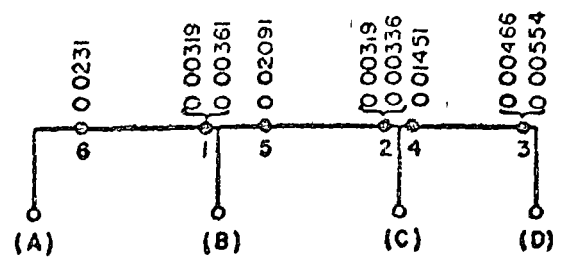
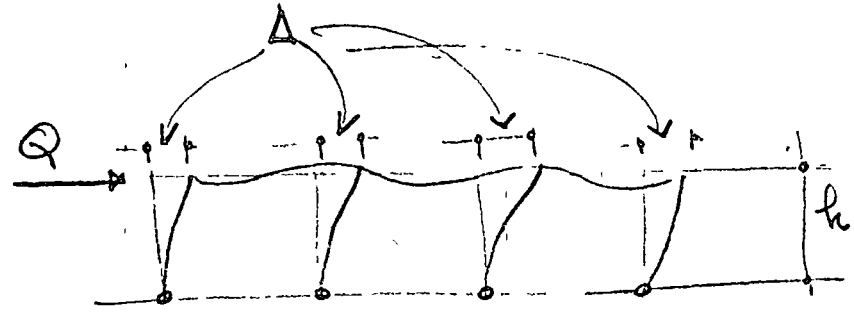


Fig 7 Efecto de formación sucesiva de articulaciones en la rigidez de un marco



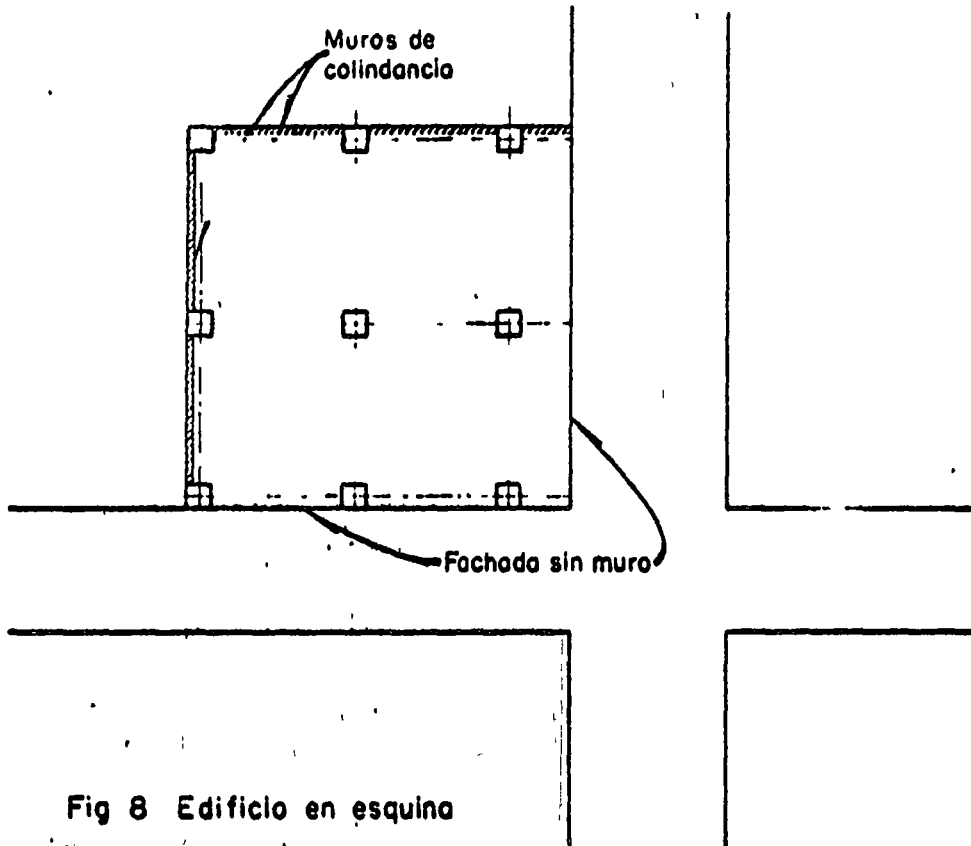


Fig 8 Edificio en esquina

(Posibilidades de
amplificación dinámica de
la torsión)

Las masas de colocación de
las sobrecargas?

gran incertidumbre
y variación del
momento de Inercia

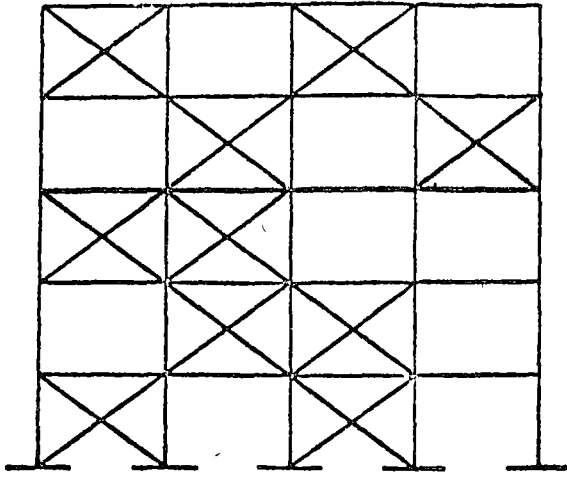
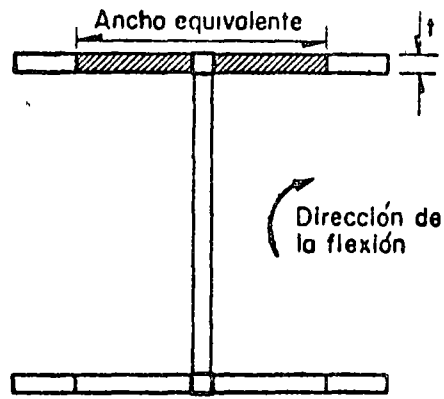


Fig 9 Marco con contraventeo en algunos tableros



incertidumbre en I

Fig 10 Muros que se intersecan

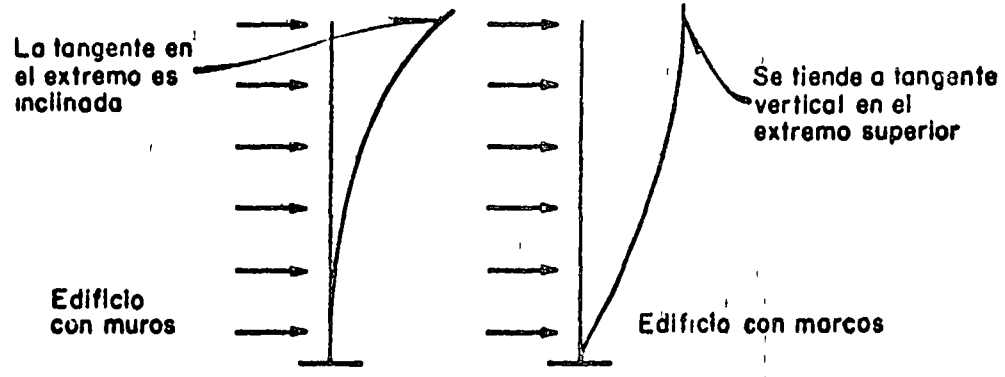


Fig 11 Deformaciones típicas en edificios con muros o marcos

PROGRAMA STRESS



centro de educación continua de la facultad de ingeniería, unam



S-5

ESTRUCTURAS PARA EDIFICIOS



ING. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

PROYECTO DE REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES
EN EL DISTRITO FEDERAL

Folleto Complementario

Diseño sísmico de edificios

EMILIO ROSENBLUETH
Director del Instituto de Ingeniería, UNAM

y

LUIS ESTEVA
Investigador del Instituto de Ingeniería, UNAM



Ediciones INGENIERIA
México
1962

INTRODUCCION

El presente folleto reúne los elementos indispensables para efectuar el análisis y diseño sísmico de edificios, de acuerdo con el Reglamento de las Construcciones en el Distrito Federal, según la revisión propuesta en 1961. El folleto se dio a conocer en el Primer Simposio Panamericano de Estructuras, Zacatenco, D. F. (1961) y en las Primeras Jornadas Argentinas de Ingeniería Antisísmica, San Juan y Mendoza (1962).

Su objeto principal es aclarar, principalmente mediante ejemplos, los puntos cuya interpretación directa a partir del reglamento sea difícil. Además se hace una presentación de los principales métodos de análisis estático de estructuras sujetas a cargas laterales, así como de los conceptos fundamentales de dinámica estructural. Se incluyen consideraciones de índole general sobre estructuración conveniente, especificaciones y detalles constructivos.

En el desarrollo de este trabajo no se cubren con detalle los conceptos tratados, sino en cuanto esto presente una aplicación práctica inmediata. En vista de ello, es recomendable ampliar el material aquí incluido acudiendo a las referencias citadas en el texto.

Los autores patentizan su agradecimiento a los Ings. Daniel Ruiz y Oscar de Buen, quienes revisaron el manuscrito y contribuyeron con sugerencias constructivas.

Parte del trabajo fue elaborado por Sergio Jimich en el desarrollo de su tesis profesional en la Facultad de Ingeniería, UNAM.

El trabajo se divide en tres partes. La primera describe métodos de análisis para calcular la rigidez de marcos, muros y contravientos, hallar las fuerzas cortantes, momentos flexionantes, momentos torsionantes y otros elementos mecánicos en estos sistemas estructurales y analizar edificios estáticamente. La segunda parte versa sobre métodos de análisis dinámico de edificios e incluye resúmenes referentes a principios fundamentales de dinámica y a características de los temblores intensos. En la tercera parte se dan los principales criterios a seguir en la elección de materiales estructurales y partido estructural y se incluyen orientaciones sobre diseño estructural. El apéndice describe las razones que llevaron a proponer cada uno de los artículos que contiene el capítulo referente a sismos para el Reglamento de las Construcciones en el Distrito Federal. El objeto del presente manual consiste en complementar dicho capítulo para facilitar su interpretación y aplicación.

A la memoria del Ingeniero

FRANCISCO GRAVIOTO GALLARDO

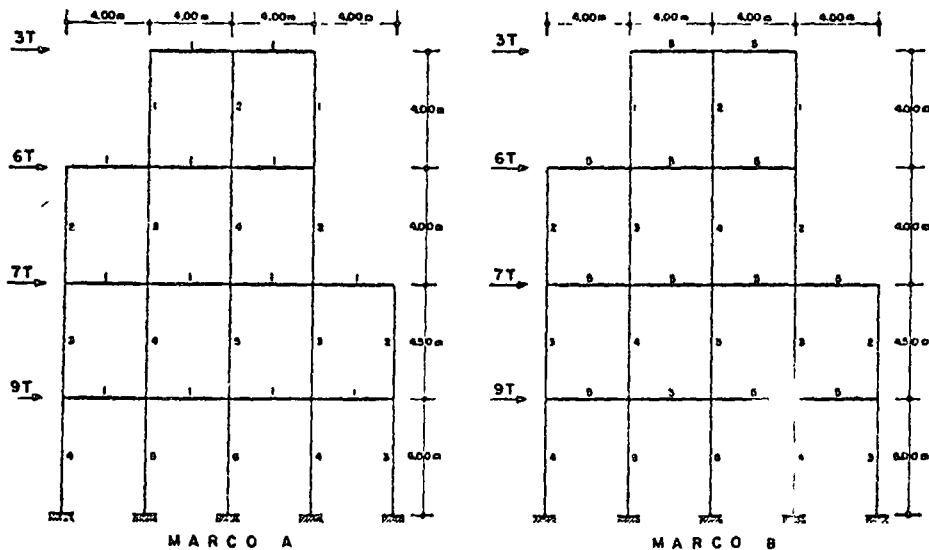
*cuyo esfuerzo fue determinante
en la elaboración del Reglamento
de 1942 y su reciente revisión*

Parte A - ANALISIS ESTATICO

1 MARCOS SUJETOS A FUERZAS LATERALES

En la práctica revisten importancia el análisis de marcos de edificios sujetos a fuerzas laterales y el cálculo de sus rigideces. Este capítulo describe e ilustra con ejemplos los principales métodos aproximados y exactos, cuya aplicación es práctica en problemas usuales. Se incluye en cada caso un resumen de las hipótesis de partida, a fin de permitir el juicio sobre la aplicabilidad a cada problema concreto.

En la mayor parte de los ejemplos se analizan por cada método propuesto los marcos A y B (fig 11*). Estos son idénticos en geometría,



NOTA Los números indicados al centro de cada pieza indican las rigideces relativas

MARCOS ANALIZADOS EN LOS EJEMPLOS

FIG 11

difieren en las rigideces de sus elementos estructurales

Al tratar los métodos de aproximaciones sucesivas se hace hincapié en la obtención de una primera aproximación de partida, que pueda refinarse hasta la precisión requerida

1.0 Métodos aproximados

1.00 Generalidades Los métodos que a continuación se describen son útiles para efectuar el análisis preliminar de algunos marcos. En general

* En la figura al igual que en la totalidad de este trabajo, por la práctica de la ref. 3, se entiende por nivel una línea horizontal en la que se admiten alojados los ejes de las traveses se entiende por entrespacio el espacio comprendido entre dos niveles consecutivos. Se denominará nivel 0 aquel en el cual se desprecian las deformaciones laterales de la estructura. Entrespacio 1 será el comprendido entre los niveles 0 y 1.

no dan resultados satisfactorios para análisis definitivos. En algunos de los métodos se toman en cuenta las rigideces relativas de las piezas, en otros los elementos mecánicos se determinan sin atender a consideraciones de deformabilidad.

1.01 Método del portal Se basa en las siguientes hipótesis^{1,2}

1. Los puntos de inflexión de traveses y de columnas se encuentran en sus puntos medios.
2. La fuerza cortante en cada una de las columnas exteriores de un piso es igual a la mitad de la que corresponde a cada columna interior. Así el problema se torna isostático.

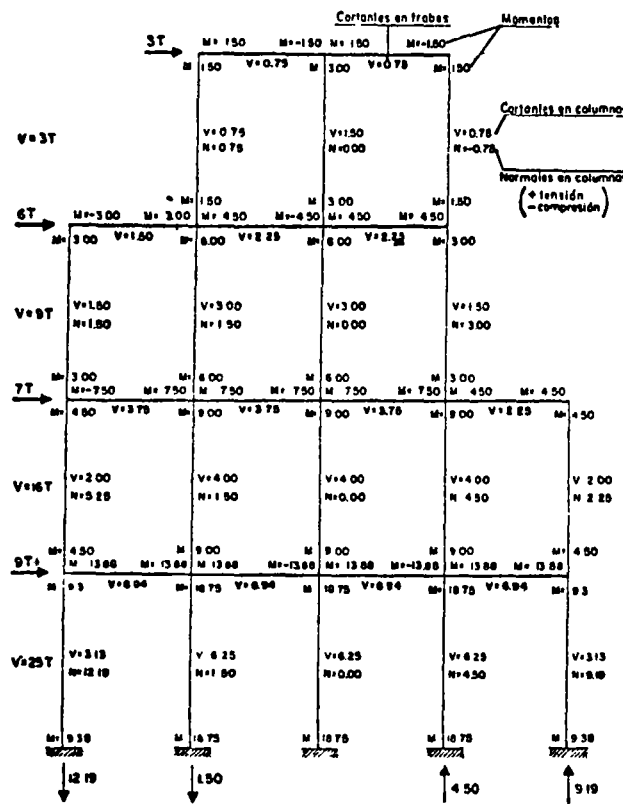
El proceso de cálculo puede resumirse en los siguientes pasos

1. Determinese la fuerza cortante de cada entrespacio.
2. Obtengase la fuerza cortante en cada columna usando la hipótesis 2.
3. Calculense los momentos flexionantes en los extremos de todas las columnas, teniendo en cuenta la hipótesis 1.
4. Obtenganse los momentos en los extremos de todas las traveses equilibrando los momentos de las columnas en cada nudo. Para ello es necesario comenzar en nudos que tengan una sola trabe y proseguir recordando que los momentos en los extremos de una misma trabe son iguales entre sí.

- Obtenganse cortantes en las traveses a partir de los momentos de sus extremos.
- Obtenganse las fuerzas axiales en las columnas a partir de las cortantes de las traveses

La fig 1.2 resume la aplicación del método a un marco de cuatro pisos.

1.02. *Método del voladizo.* Se utiliza este método para el análisis preliminar de marcos esbeltos; las hipótesis en que se basa son: ^{1,2}



METODO DEL PORTAL
EJEMPLO 1
Fig. 1.2

- Los puntos de inflexión de traveses y columnas se encuentran en sus puntos medios
- La fuerza axial en cada columna de un mismo entrepiso es proporcional a su sección transversal y a su distancia al centro de gravedad de las columnas del marco en el entrepiso considerado (En ocasiones se suponen todas las columnas de igual sección transversal y se calculan las cargas axiales como directamente proporcionales a sus distancias al centro de gravedad del marco) Esta suposición es la que da su nombre al método.

Los pasos a seguir se resumen a continuación

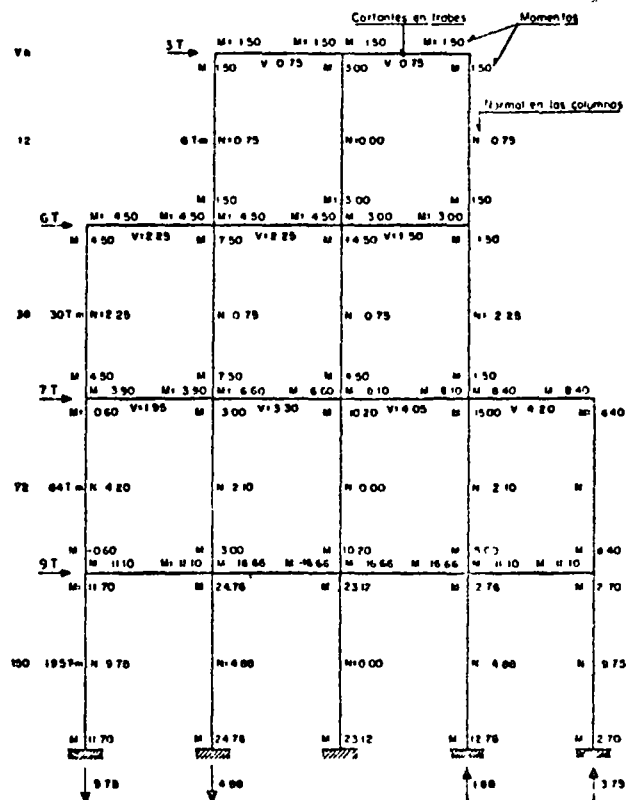
- Considerando el edificio como un voladizo, determinense los momentos de las fuerzas exteriores con respecto a secciones horizontales que pasen por los puntos de inflexión de las columnas en cada entrepiso.

- Los momentos así calculados se utilizan para obtener las fuerzas axiales en las columnas aplicando la hipótesis 2
- A partir de las fuerzas axiales de las columnas obtenganse las cortantes en las traveses
- Determinense los momentos en traveses y columnas aplicando la suposición 1.

Este método se aplica al análisis de un marco en la fig 13.

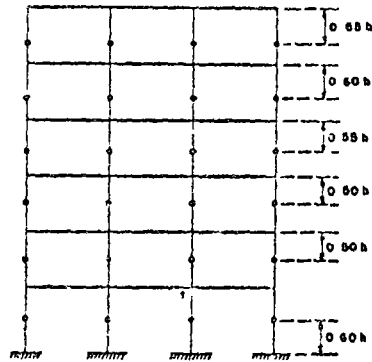
1.03 *Método de Bowman* Como resultado del estudio de un gran número de marcos resueltos por métodos "exactos", se ha propuesto un método aproximado de acuerdo con las siguientes hipótesis: ^{1,2}

- Los puntos de inflexión en las traveses exteriores se encuentran a 0.55 de su claro, a partir de su extremo exterior. En traveses interiores, el punto de inflexión se encuentra al centro del claro, excepto en la cruja central cuando el número de crujas es impar, o en las dos centrales si es par. En estas crujas la posición de puntos de inflexión en las traveses está forzada por condiciones de simetría y equilibrio
- Los puntos de inflexión en las columnas del primer entrepiso se encuentran a 0.60 de su altura, a partir de la base. En marcos de dos o más, tres o más, o cuatro o más entrepisos, respectivamente, los pun-



METODO DEL VOLADIZO
EJEMPLO 2
Fig. 1.3

tos de inflexión en las columnas de los entresijos último, penúltimo y antepenúltimo, respectivamente, se encuentran a 0.65, 0.60 y 0.55 de la altura correspondiente, a partir del extremo superior. En edificios de cinco o más entresijos, los puntos de inflexión en columnas para las cuales no se ha especificado posición, se encuentran al centro de su altura. Esto se resume gráficamente en la fig. 1.4.



Posición de los puntos de inflexión de las columnas según el método de Bowman

METODO DE BOWMAN
FIG. 1.4

3. La fuerza cortante de cada entresijo se distribuye en la forma siguiente. En el primer entresijo

Una fuerza cortante igual a

$$V_c = \frac{N - 0.5}{N + 1} V$$

se distribuye directamente entre las columnas proporcionalmente a sus rigideces. La fuerza cortante $V_i = V - V_c$ se distribuye entre las crujas proporcionalmente a la rigidez de la trabe que la limita en la parte superior. La cortante de cada crujía se distribuye en partes iguales entre las dos columnas que la limitan.

En pisos superiores:

Una fuerza cortante

$$V_c = \frac{N - 2}{N + 1} V$$

se distribuye directamente entre las columnas. La cortante $V_i = V - V_c$ se distribuye entre las crujas como se hizo para planta baja.

En estas expresiones,

- V_c = fuerza cortante total en un entresijo.
- N = número de crujas del marco en el entresijo considerado.

Una variante del método consiste en respetar los puntos 2 y 3, pero determinar los momentos

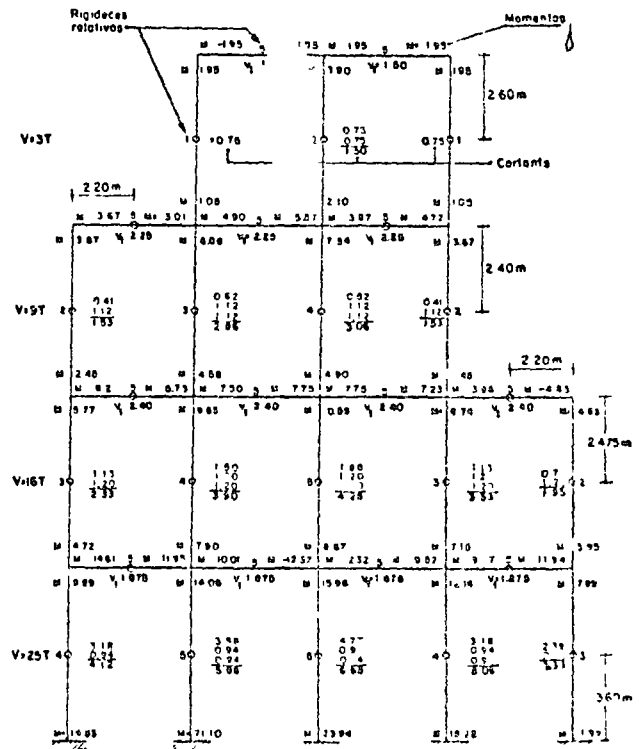
en las trabes equilibrando en cada nudo la suma de momentos en los extremos de las columnas con momentos proporcionales a la rigidez angular natural de cada trabe. La fig. 1.5 es la aplicación de este método al análisis del marco A.

1.04. Método del factor. Es este un método aproximado cuyo desarrollo se obtiene planteando las ecuaciones de pendiente-deformación (slope-deflection) y haciendo en algunos pasos intermedios las siguientes hipótesis:

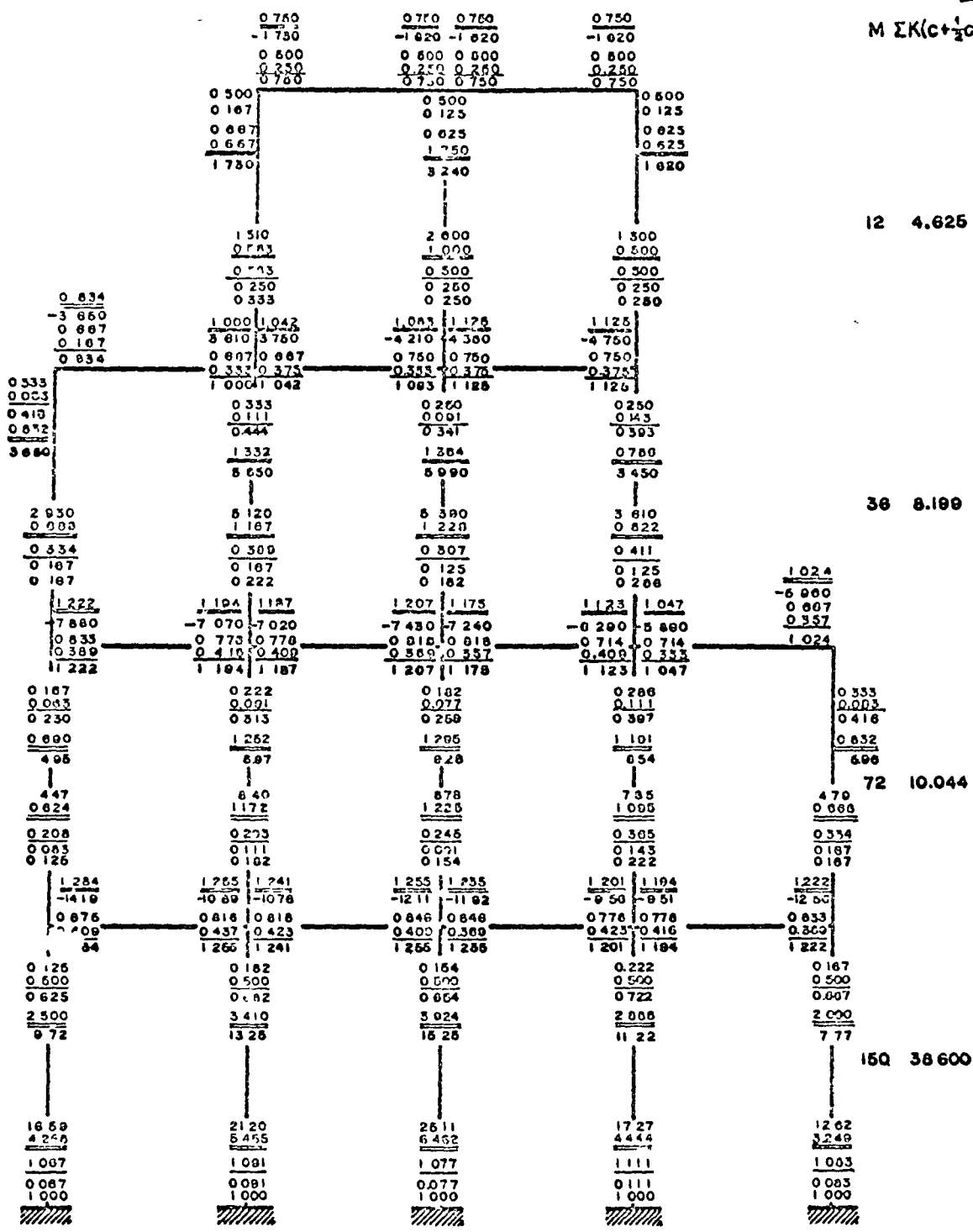
1. Para el cálculo de los desplazamientos lineales y angulares en un piso se considera que el valor de ψ en dos entresijos consecutivos es igual. Se entiende por ψ la diferencia de desplazamientos laterales de dos niveles consecutivos dividida entre la altura del entresijo.
2. El desplazamiento angular de un nudo y de los extremos opuestos de todas las barras que concurren al mismo son iguales.

Estas hipótesis conducen al siguiente procedimiento

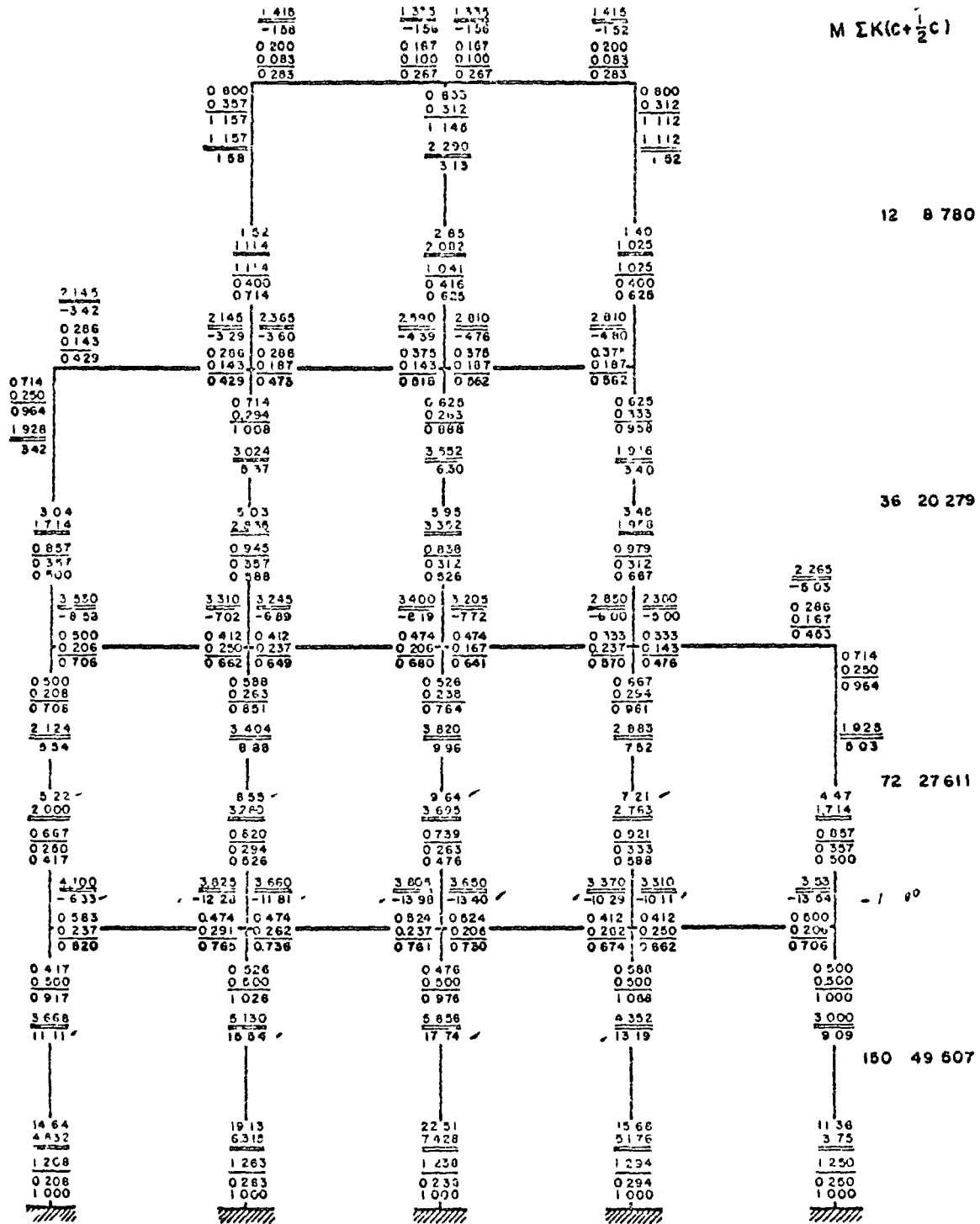
1. Calcúlese en cada nudo el valor G_n , que se denominará *factor de trabe*, igual a $\Sigma K_{cn} / \Sigma K_n$, siendo ΣK_{cn} la suma de rigideces de las columnas que concurren a ese nudo, y ΣK_n la suma de rigideces de todas las piezas que concurren al mismo.
2. Calcúlese en cada nudo $C_n = 1 - G_n$, que se llamará *factor de columna*.



METODO DE BOWMAN (Marco B)
EJEMPLO 3
FIG. 1.5



$M \Sigma K(C + \frac{1}{2}C)$



METODO DEL FACTOR (Marco B)
EJEMPLO 5

FIG.1.7

- 3 Obtengase para cada pieza, trabe o columna, en cada extremo, el valor de la suma de su factor más la mitad del factor correspondiente al extremo opuesto de la misma pieza. Los momentos en los extremos de columnas del mismo entrepiso son proporcionales a los valores de $K(C + C'/2)$ para cada extremo de cada columna. Los momentos en los extremos de traves que concurren a un mismo nudo son proporcionales a los valores de $K(G + G'/2)$ correspondientes

Se aplican estas relaciones al análisis de un marco en los ejemplos de las figs 16 y 17. El primer número en cada extremo es el valor del factor C o G para la pieza correspondiente. El segundo es la mitad del valor del factor para el extremo opuesto de la misma, C' , G' y el tercero es la suma de los dos anteriores. De aquí se obtuvieron $K(G + G'/2)$ y $K(C + C'/2)$. Estos aparecen subrayados con línea gruesa en la figura.

A continuación se calculó $\sum K(C + C'/2)$ en cada entrepiso y se distribuyó el momento de piso (Vh) entre todos los extremos de las columnas correspondientes. Tómese como ejemplo el extremo superior de la columna central del primer entrepiso, para el cual $K(C + C'/2) = 3924$.

$$Vh = 150, \quad \sum K(C + \frac{1}{2} C') = 38.600$$

$$M = \frac{150}{38.600} \times 3.924 = 15.25$$

Los momentos en las traves se calculan después distribuyendo la suma de momentos de los extremos de las columnas en cada nudo proporcionalmente al valor $K(G + G'/2)$ de cada trave.

1.1. Métodos exactos

1.1.1. *Metodo de Kani.* Las ecuaciones que siguen ligan los momentos aplicados en los extremos de una pieza de eje recto y momento de inercia constante, con los desplazamientos que se presentan^o (fig. 18a).

$$M_1 = 2EK_{12}(2\theta_1 + \theta_2 - 3\psi_{12}), \quad (1.1)$$

$$M_2 = 2EK_{12}(\theta_1 + 2\theta_2 - 3\psi_{12}). \quad (1.2)$$

Las ecs 1.1 y 1.2 son equivalentes a la siguiente,

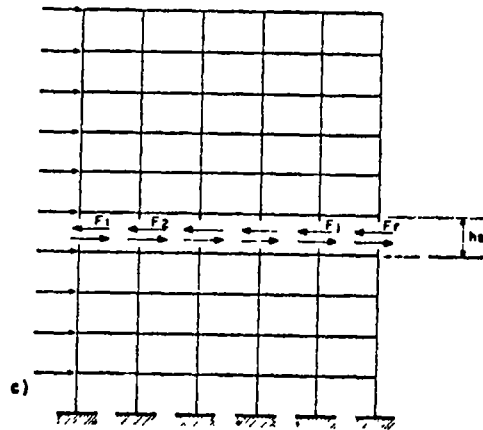
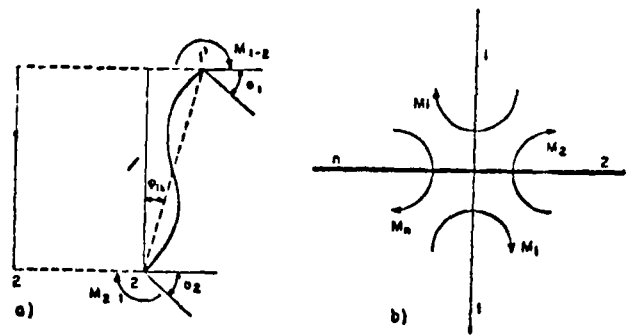
$$M = 2m + m' + m'' \quad (1.3)$$

donde

$m = 2EK_{12}\theta_1$ se denomina contribución por rotación del extremo de la barra 12 cercano al nudo en estudio,

$m' = 2EK_{12}\theta_2$ se denomina contribución por rotación del extremo lejano,

$m'' = -6EK_{12}\psi_{12}$ se denomina contribución por desplazamiento lineal transversal relativo de la barra 12.



ELEMENTOS MECANICOS Y DEFORMACIONES

FIG 18

Por brevedad, en el texto se usarán los términos *contribución angular* y *contribución lineal*.

Para satisfacer el equilibrio de un nudo (fig.

1.8b), $\sum_{i=1}^n M_i = 0$. De aquí,

$$\sum_{i=1}^n m_i = -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (m_j + m_j''),$$

$$m_i = -\frac{1}{2} \frac{K_i}{\sum_{i=1}^n K_i} \sum_{i=1}^n (m_i' + m_i''),$$

o sea,

$$m_i = f_i \sum_{i=1}^n (m_i' + m_i''), \quad (1.4)$$

donde

$$f_i = -\frac{1}{2} \frac{K_i}{\sum_{i=1}^n K_i}. \quad (1.5)$$

Por equilibrio de la fuerza cortante en un entrepiso (fig. 18c),

$$\sum M + Vh = 0.$$

Es decir,

$$\sum_{j=1}^r (3m_j + 2m_j'') + Vh = 0, \quad (1.6)$$

$$\sum_{j=1}^r m_j'' = -\frac{3}{2} \left[\frac{Vh}{3} + \sum_{j=1}^r m_j \right],$$

$$m_j'' = f_j'' \left[\frac{Vh}{3} + \sum_{j=1}^r m_j \right], \quad (1.7)$$

donde

$$f_j'' = -\frac{3}{2} \frac{K_j}{\sum_{j=1}^r K_j}. \quad (1.8)$$

En las ecs 1.6 y 1.7, $\sum m_j$ incluye las contribuciones angulares de los extremos superiores e inferiores de todas las columnas del entrepiso en estudio

Las ecs 1.4 y 1.7 constituyen la base del procedimiento iterativo que a continuación se describe

1. Por medio de las ecs 1.5 y 1.8 calculense los factores de distribución angular y lineal para todos los nudos y entrepisos respectivamente
2. Supongase un valor arbitrario para las contribuciones angulares y lineales de todas las barras. Si los valores supuestos son correctos, se satisfarán las ecs 1.4 y 1.7
3. Si los valores supuestos no son correctos, se aplicaran las ecs 1.4 y 1.7 para obtener valores aproximados de las contribuciones. Estas se refinarán en ciclos sucesivos, hasta lograr que en dos ciclos consecutivos las obtenidas sean sensiblemente las mismas.

La sistematización del proceso se explica a continuación con referencia a la fig 1.9. Los números en los extremos de las barras son los factores de distribución angular en cada nudo, y los números al centro de cada columna son los factores de distribución lineal en el entrepiso correspondiente. La figura muestra las operaciones efectuadas. Se supuso un primer sistema de contribuciones angulares (renglón 1) correspondientes a cada extremo de una barra. A partir de ellas se calculó la primera aproximación a los valores de las contribuciones lineales de las columnas en todos los entrepisos, por medio de la ec 1.7. Los valores así calculados se consignan en el renglón 1 de cada columna.

Tómese como ejemplo el cálculo de la primera aproximación a las contribuciones lineales de las columnas del segundo entrepiso

$$\begin{aligned} \sum m_j &= 6.85 + 8.77 + 11.60 + 5.83 + 3.75 + \\ &+ 9.20 + 10.95 + 14.40 + \\ &+ 7.75 + 5.80 = 84.90, \end{aligned}$$

$$Vh/3 = 24.0$$

El valor del parentesis en la ec 1.7 es 24.0 + 84.90 = 108.90, que multiplicado por el factor

de distribución lineal de cada columna da lugar a las cantidades que aparecen en el renglón 1 de la tabla de contribuciones lineales de las columnas. En efecto,

$$\begin{aligned} 108.9(-0.265) &= -28.9, \\ 108.9(-0.353) &= -38.5, \text{ etc} \end{aligned}$$

Ahora pueden obtenerse valores mejorados para las contribuciones angulares en cada nudo usando la ec. 1.4. Tómese como ejemplo el nudo H

$$\begin{aligned} \Sigma(m_j' + m_j'') &= 2.65 + 2.14 + 9.20 - \\ &- 14.05 - 28.90 = -28.96 \end{aligned}$$

Al multiplicar -28.96 por los factores de distribución angular se obtienen las cantidades que aparecen en el renglón 2 de la tabla de cálculo de contribuciones angulares de cada barra. Así,

$$\begin{aligned} -28.96 \times -0.25 &= +7.22, \\ -28.96 \times -0.085 &= +2.45, \text{ etc} \end{aligned}$$

El procedimiento descrito se repite cuantas veces sea necesario de acuerdo con el grado de precisión deseado.

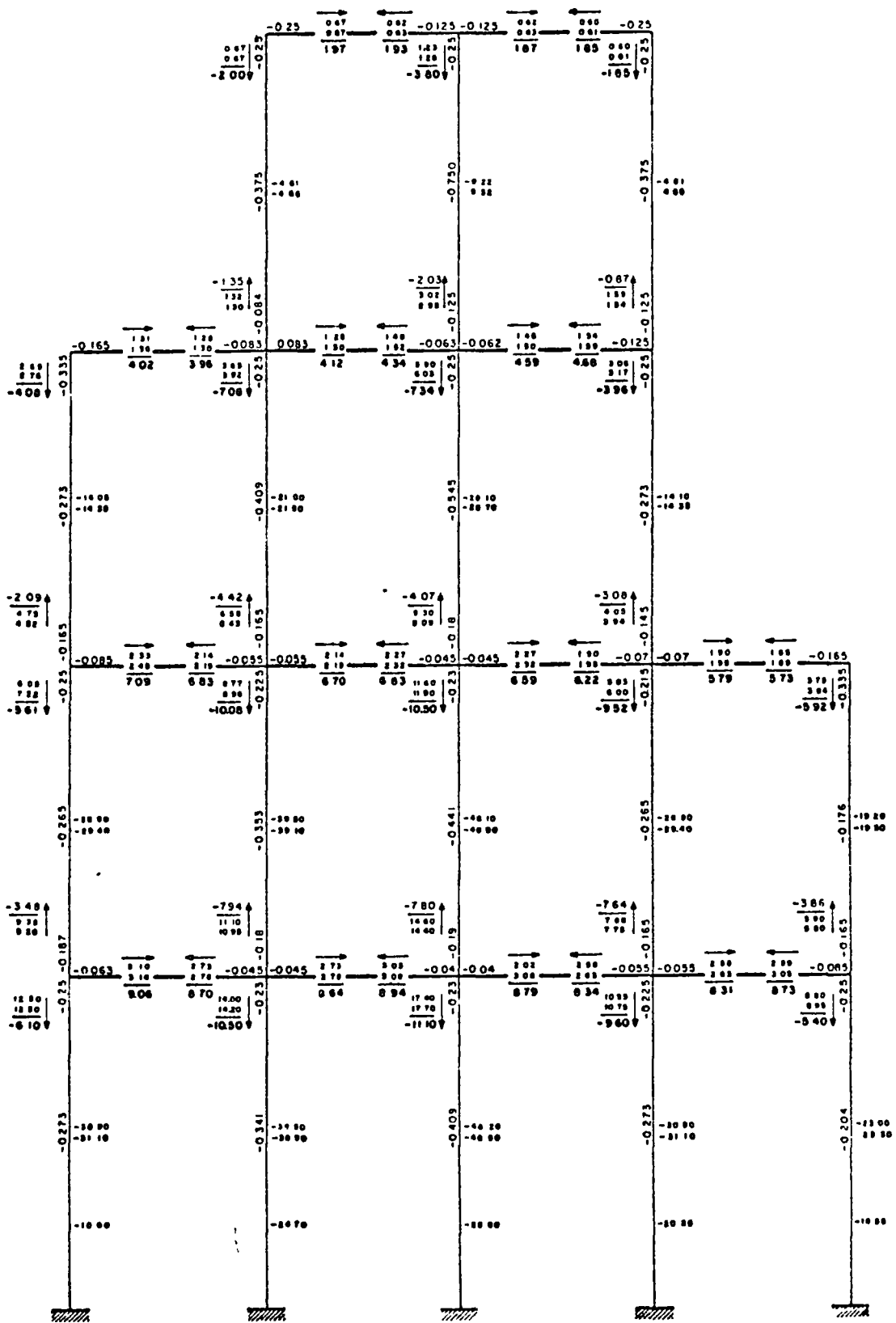
A partir de las contribuciones angulares y lineales calculadas pueden obtenerse los momentos aplicando la ec. 1.3. Por ejemplo, en la columna inferior del nudo H,

$$M = 2 \times 7.22 + 9.35 - 29.40 = -5.61$$

Las siguientes observaciones pueden contribuir a desarrollar criterios para lograr mayor eficiencia en la aplicación del método

1. El método es auto comprobante. No importa que haya error en algún ciclo intermedio, si dos ciclos consecutivos dan la misma respuesta esta es la correcta. Las equivocaciones solo retardan generalmente la convergencia.
2. El ejemplo 6 (fig 1.10) fue resuelto para el marco B. Este difiere del A en la mayor rigidez de sus trabes. Se tuvo una convergencia mucho más rápida en el primer caso para el cual se muestran todos los pasos efectuados a partir de contribuciones angulares nulas. En el marco A de trabes más flexibles, fue necesario partir de una primera aproximación a las contribuciones angulares para evitar la repetición de un número excesivo de ciclos.

Se logra una primera aproximación a las contribuciones angulares y lineales aplicando el método de Kani a una estructura simplificada que sustituye a la estructura en cuestión. Supongase que aquella está formada por una sola cruz, que la rigidez de cada columna equivalente es la mitad de la suma de rigideces de todas las columnas del entrepiso, y que la rigidez de cada trabe equivalente es igual a la suma de rigideces de todas las



METODO DE KANI
EJEMPLO 6
FIG. 1.9

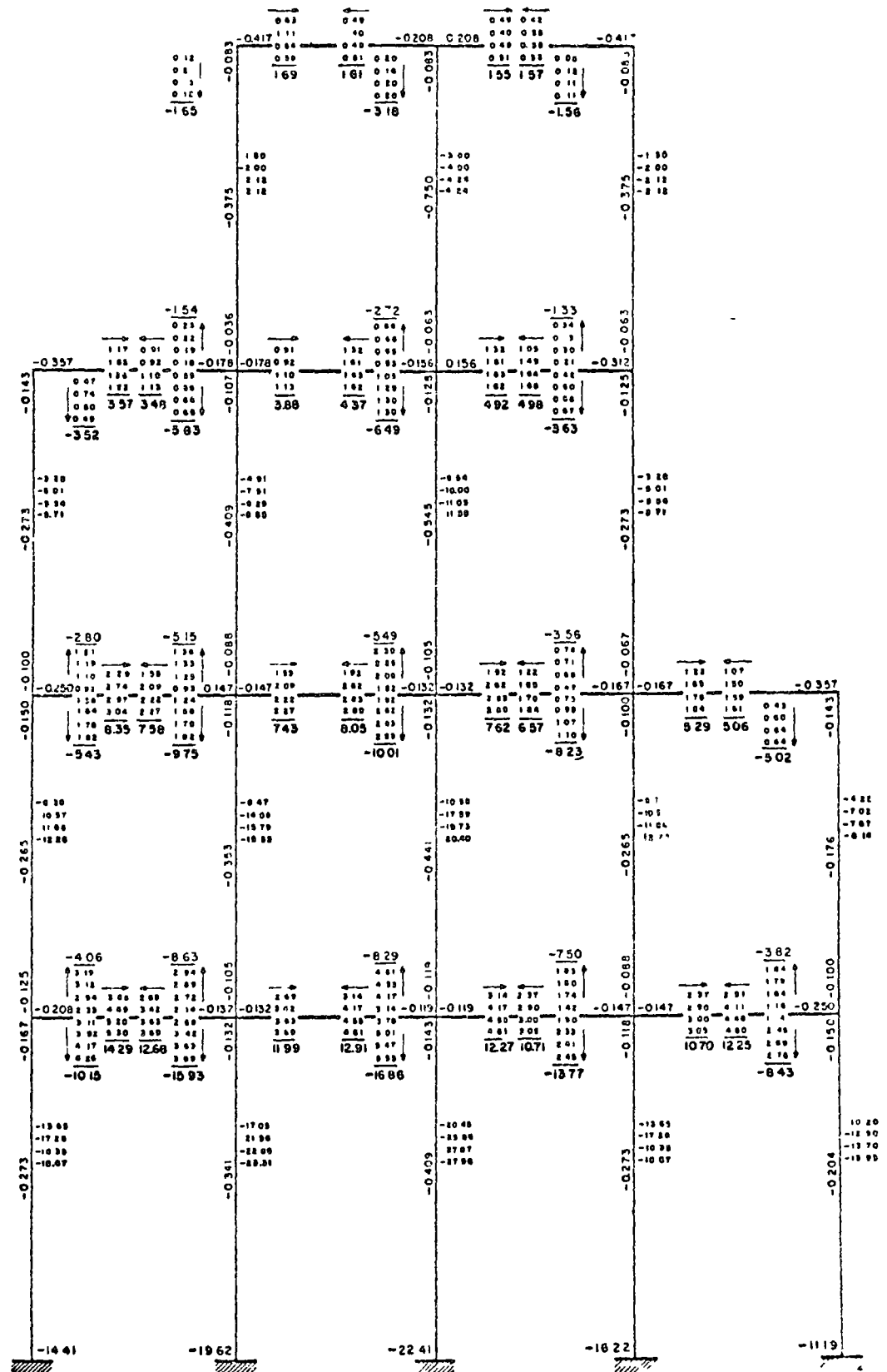
Vh
3

400

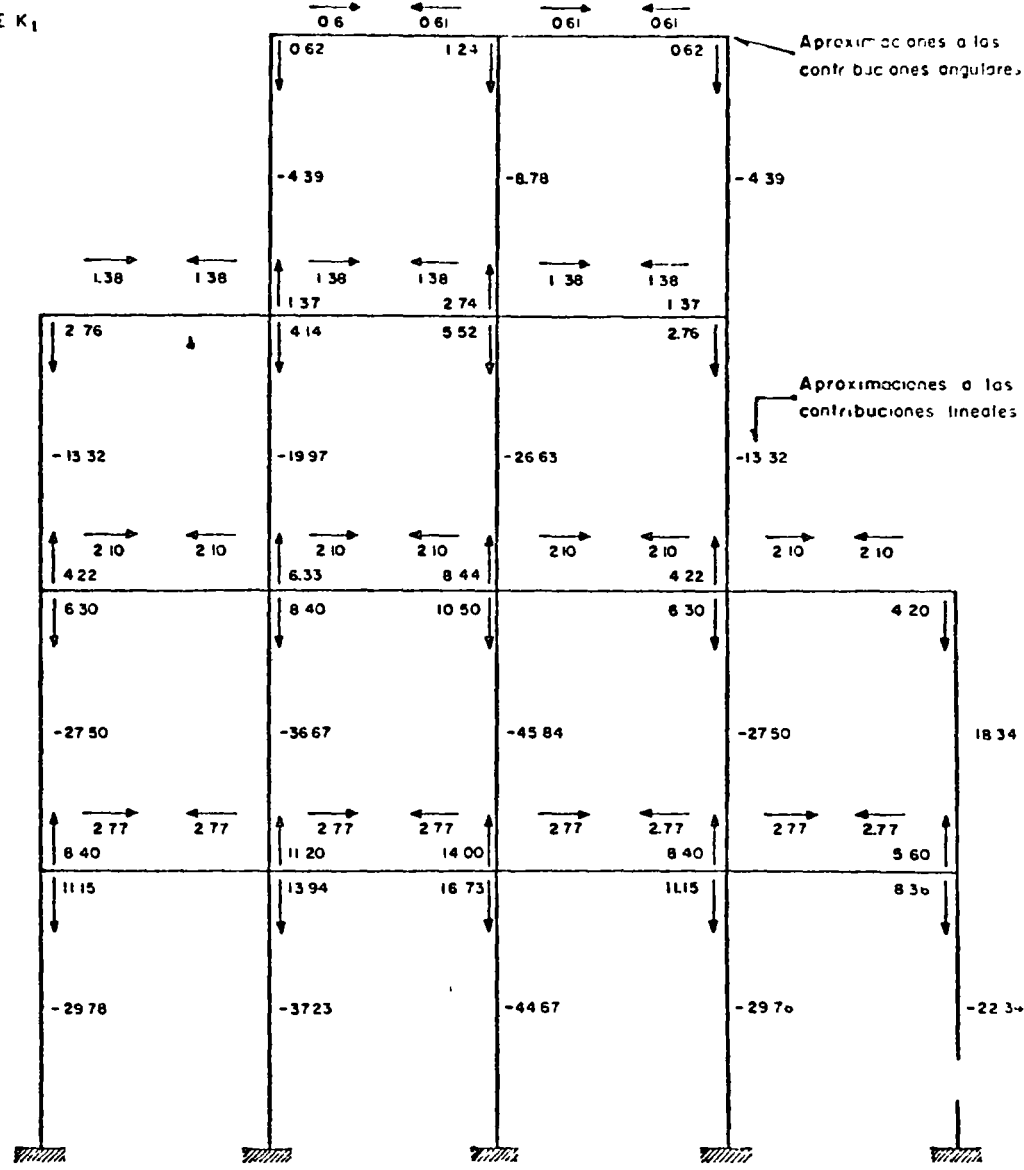
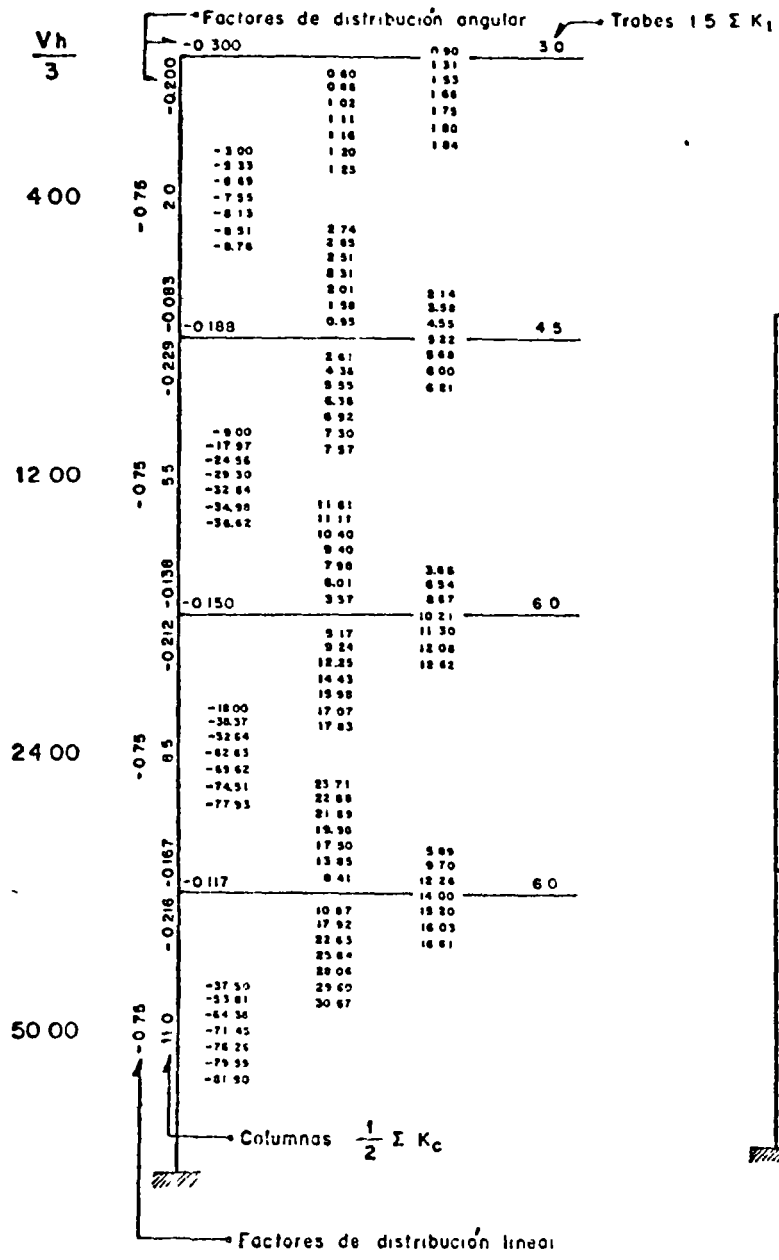
1200

2400

5000



METODO DE KANI
EJEMPLO-7
FIG. 1.10



PRIMERA APROXIMACION AL METODO DE KANI
EJEMPLO 8
FIG 1.11

trabes del nivel correspondiente. Teniendo en cuenta que la estructura simplificada es antisimétrica puede estudiarse la mitad de ella. Los giros en ambos extremos de una trabe son iguales por tanto se puede simplificar la ecuación de nudo igualando sus contribuciones angulares. En la aplicación práctica del método esto se logra multiplicando por 15 la rigidez de la trabe y suponiendo que no hay contribución de su extremo lejano. Solo debe recordarse que lo que se obtiene en el extremo cercano de la trabe es 15 veces la contribución angular.

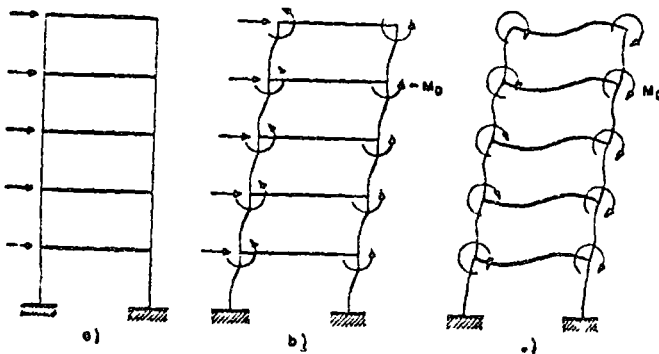
Completado el análisis del marco simplificado, deben distribuirse las contribuciones lineales y angulares de las columnas y de los extremos de cada trabe de la estructura simplificada entre los miembros de la estructura original proporcionalmente a sus rigideces. Estos valores pueden usarse como punto de partida para aplicar el método de Kani a la estructura completa.

La fig. 1.11 resume la aplicación de este método al marco A.

1.12 Método de distribución en voladizo (Grinter-Tsao). Este método es rigurosamente aplicable solo a marcos simétricos de una cruzja y a aquellos de varias cruzjas cuyas rigideces guarden relaciones tales que sea posible descomponerlos en varios marcos simétricos de una cruzja cada uno. Sin embargo, puede aplicarse en forma aproximada al análisis de cualquier marco que se idealice como simétrico y de una cruzja, igualando la suma de rigideces de trabes y columnas en cada entrepiso en el marco original y en el idealizado. Esto equivale a suponer que todos los nudos de un mismo nivel sufren la misma rotación.

El método consiste en lo siguiente (fig. 1.12).

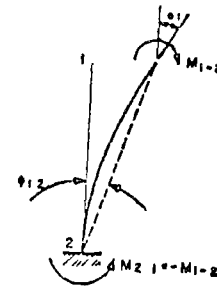
Permitase el desplazamiento lineal de todos los nudos, hasta que se logre el equilibrio de fuerza cortante en cada entrepiso. En esta etapa los momentos exteriores $-M_0$ impiden el giro de los nudos (fig. 1.12b). Elimínense ahora estos mo-



METODO DE GRINTER-TSAO

FIG. 1.12

mentos permitiendo simultáneamente giros y nuevos desplazamientos lineales sin que se altere la fuerza cortante de cada entrepiso (fig. 1.12c).



DESPLAZAMIENTO SIN CORTANTE
FIG. 1.13

Considere una columna (fig. 1.13) a uno de cuyos extremos se permite giro y desplazamiento transversal simultáneo. Partiendo de que es nula la cortante que proviene de esta deformación, las ecuaciones de pendiente-deformación suministran las relaciones

$$M_{12} = 2EK_{12}(2\theta_1 - 3\psi_{12}), \quad (1.9)$$

$$M_{21} = 2EK_{12}(\theta_1 - 3\psi_{12}). \quad (1.10)$$

Al no haber fuerza cortante,

$$M_{21} = -M_{12} \quad (1.11)$$

De las ecs. 1.9 y 1.11,

$$\theta_1 = 2\psi_{12},$$

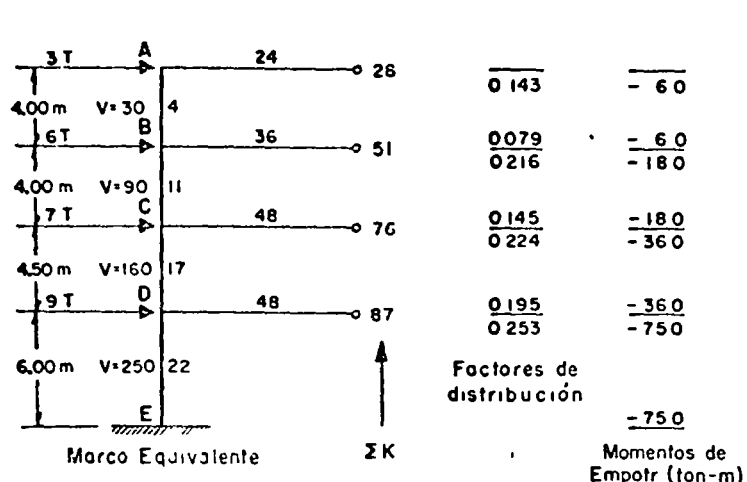
$$M = EK_{12} \theta_1 \quad (1.12)$$

Teniendo en cuenta las ecs. 1.11 y 1.12 y considerando que la deformación de la estructura sea antisimétrica se reduce el problema a la solución de la mitad del marco por distribución de momentos. En este proceso las rigideces de las trabes se calculan como $6EK$, las de las columnas como LK y el factor de transporte en las columnas es -1 .

El método se aplica en las figs. 1.14 y 1.15 a idealizaciones de los marcos A y B. La rigidez de cada columna se obtuvo como la suma de rigideces de todas las columnas del entrepiso y la rigidez de las trabes como $2 \times 6 = 12$ veces la suma de rigideces de las trabes en el nivel considerado (El coeficiente 6 toma en cuenta la rigidez modificada y el 2 toma en cuenta la rigidez de cada trabe en sus dos extremos).

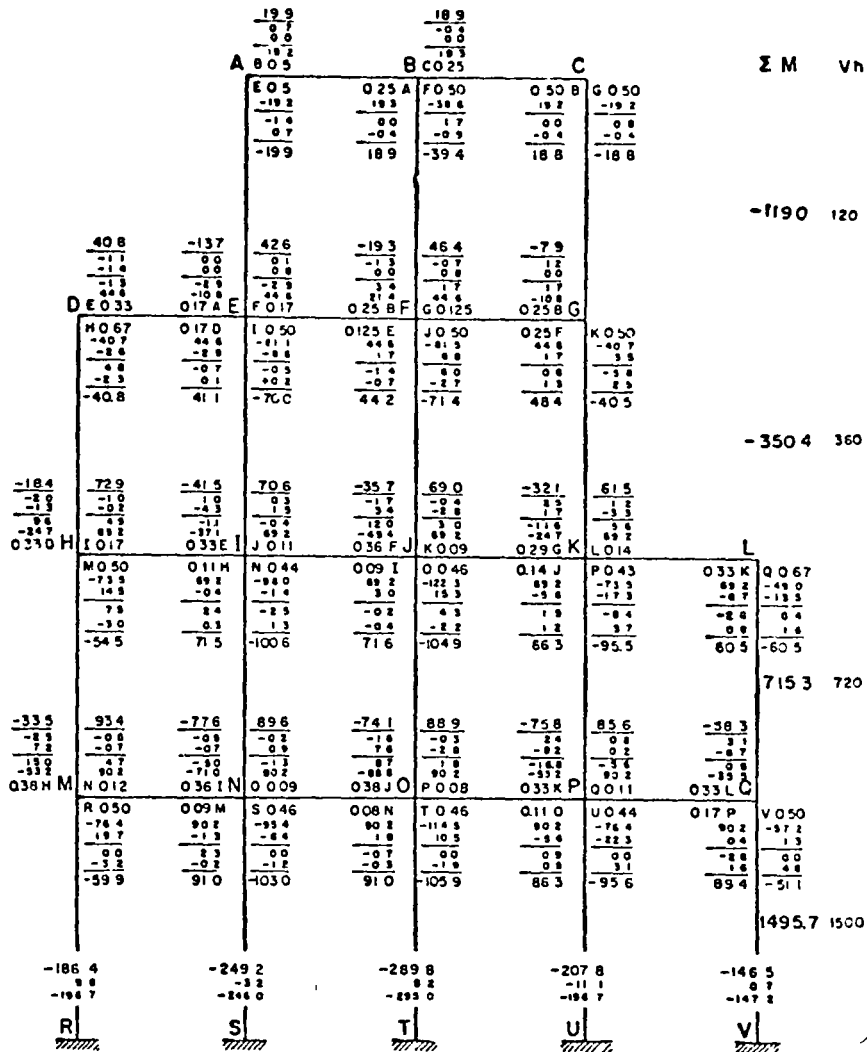
La tabla que aparece en las figs. 1.14 y 1.15 es idéntica a una distribución de momentos por el método de Cross, por lo que no amerita explicación. Obsérvese solamente que los momentos de empotramiento se obtuvieron como el producto de la fuerza cortante en cada entrepiso por la mitad de la altura correspondiente.

Calculados los momentos en la estructura simplificada, es necesario obtener elementos mecánicos en el marco original. Para ello se distribuyen los que se obtuvieron en ella proporcionalmente a las rigideces de las partes correspondientes.

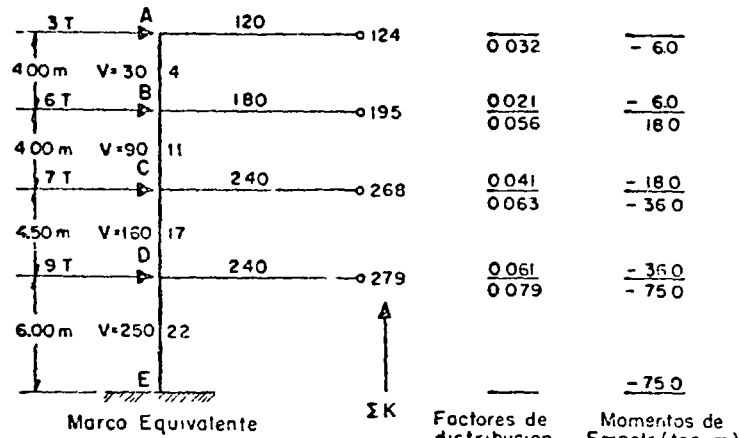


0 143	- 60
0 079	- 60
0 216	-180
0 145	-180
0 224	-360
0 195	-360
0 253	-750
Factores de distribución	
-750	
Momentos de Empotr (ton-m)	

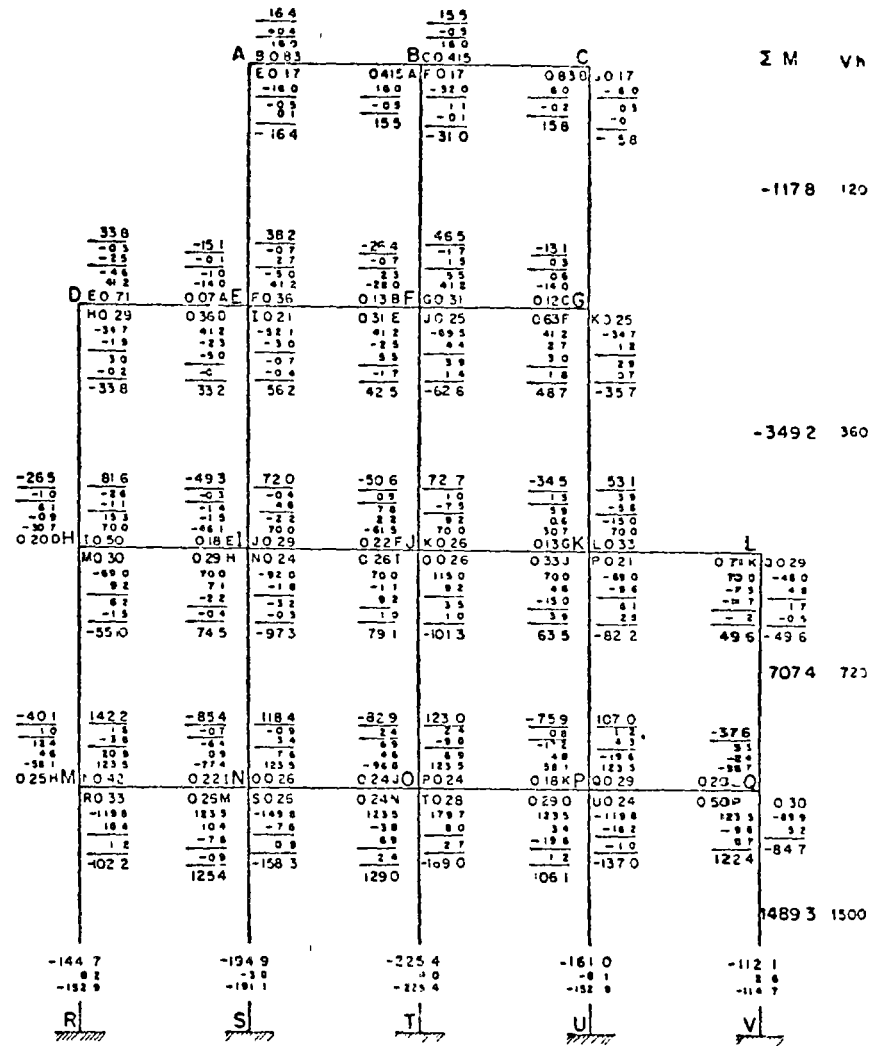
MIEMBRO	A B	B A	B C	C B	C D	D C	D E	E D
FACTORES DE DISTRIBUCION	0 143	0 079	0 216	0 145	0 224	0 195	0 253	—
MOMS NUDOS FIJOS	-60	-60	-180	-180	-360	-360	-750	-750
BALANCEO	9	19	52	78	121	216	281	—
TRANSPORTE	-19	-9	-78	-52	-216	-121	—	-281
BALANCEO	3	7	19	39	60	24	30	—
TRANSPORTE	-7	-3	-39	-19	-24	-60	—	-30
BALANCEO	1	3	9	6	10	12	15	—
TRANSPORTE	-3	-1	-6	-9	-12	-10	—	-15
BALANCEO	0	1	1	3	5	2	3	—
TRANSPORTE	-1	0	-3	-1	-2	-5	—	-3
BALANCEO	0	0	1	0	1	1	—	—
TRANSPORTE	0	0	0	-1	-1	-1	—	-1
BALANCEO	0	0	0	0	1	0	0	—
MOMENTOS EN LAS COLUMNAS	-77	-43	-224	-136	-417	-302	-420	-1080
MOMENTOS EN LAS TRABES	77	267		553		722		—



METODO DE GRINTER-TSAO-CROSS
EJEMPLO-9
FIG 114



MIEMBRO	AB	BA	BC	CB	CD	DC	DE	ED
FACTORES DE DISTRIBUCION	0.032	0.021	0.056	0.041	0.063	0.061	0.079	—
MOMENTOS EN LOS NUDOS	-60	-60	-180	-180	-360	-360	-750	-750
BALANCEO	+20	+50	+130	+220	+340	+680	+880	—
TRANSPORTE	-50	-20	-220	-130	-680	-340	—	—
BALANCEO	0	+10	+10	+30	+50	+200	+300	—
TRANSPORTE	-10	0	-30	-10	-20	-50	—	-30
MOMENTOS EN LAS COLUMNAS	-64	-56	-191	-169	-391	-329	-659	-841
MOMENTOS EN LAS TRABES	+64	+247	+560	+988	—	—	—	—



METODO DE GRINTER-TSAO-CROSS
EJEMPLO-10
FIG 115

resultado de la operacion se consigna en el renglon 2 correspondiente a cada pieza en las figs 1 14b y 1 15b

Puede verificarse que el equilibrio de cortante en cada entrepiso se satisface. No así el equilibrio de cada nudo ya que la hipotesis de giros iguales de todos los nudos de un nivel no necesariamente es correcta. En los renglones 3-5 se lleva a cabo una distribucion de momentos con los nudos fijos linealmente. En el renglón 6 se anota el resultado final de esta distribucion.

Al efectuar la distribucion descrita se desequilibran las cortantes de entrepiso. Ello se observa al comparar los valores de Σm para todas las columnas de un entrepiso con el producto Vh correspondiente. Los errores son tan pequeños en este caso que no justifican un refinamiento mayor, no obstante, los residuos que aquí se obtienen pueden considerarse como un nuevo sistema de cargas horizontales al cual puede aplicarse el mismo procedimiento.

1.13 Metodo de Morris En estructuras donde las trabes son bastante rígidas en comparación con las columnas suele resultar práctico el siguiente procedimiento ^{8,9}

1. Suponiendo que los nudos no giran, permítase su desplazamiento lateral y obténganse momentos en los extremos de todas las columnas en tal forma que se satisfaga el equilibrio de fuerzas horizontales en cada entrepiso. Es decir la suma de los momentos en los extremos de las columnas de un entrepiso debe ser igual al producto de la fuerza cortante por la altura del mismo.
2. Equilibrense los momentos de desequilibrio que resultan del paso 1 permitiendo rotación de todos los nudos, que en esta etapa se suponen fijos linealmente.
3. Al permitir la rotacion se equilibran los nudos y se desequilibran los momentos de entrepiso. Por ello sera necesario permitir desplazamientos laterales adicionales que den lugar a correcciones que equilibran los momentos de entrepiso. Se vuelven a permitir rotaciones y el procedimiento se repite hasta lograr la aproximacion deseada. Al efectuar las distribuciones de momentos correspondientes a esta etapa no es necesario eliminar completamente los momentos de desequilibrio en cada ciclo de desplazamientos angulares ya que los desplazamientos laterales que se permitan a continuacion daran lugar a desequilibrios de importancia. Por tanto en cada distribucion de momentos deberan tenerse en cuenta los residuos provenientes del ciclo anterior de giros adicionandolos a los que provienen de los nuevos desplazamientos laterales.

Con objeto de acelerar la convergencia, sobre todo en estructuras donde las trabes sean flexibles, conviene estimar los desplazamientos laterales de-

finitivos de cada nivel. De acuerdo con ellos pueden tomarse valores incrementados de los momentos de entrepiso para la etapa de nudos fijos angularmente, tales que al permitir rotaciones se obtengan valores aproximados a los definitivos. Designese con M_m, M_n, M_o , respectivamente a los momentos de los entrepisos m, n, o , resultantes de multiplicar la cortante por la altura de entrepiso, y con M'_n el momento incrementado del entrepiso n . Se proponen las siguientes formulas para la estimación de M'_n .

$$M'_n = M_n + (M_n + M_o) \frac{\Sigma K_{cn}}{4\Sigma K_{in}} + (M_n + M_m) \frac{\Sigma K_{cn}}{4\Sigma K_{im}} \quad (1.13)$$

para los entrepisos superiores,

$$M'_1 = M_1 + (M_1 + M_2) \frac{\Sigma K_{c1}}{4\Sigma K_{i1} + \frac{\Sigma K_{c1}}{3}} \quad (1.14)$$

para el primer entrepiso, y

$$M'_2 = M_2 + (M_1 + M_2) \frac{\Sigma K_{c2}}{4\Sigma K_{i1} + \frac{\Sigma K_{c1}}{3}} + (M_2 + M_3) \frac{\Sigma K_{c2}}{4\Sigma K_{i2}} \quad (1.15)$$

para el segundo entrepiso

Las ecs 1 13-1 15 se dedujeron como una primera aproximación a las ecuaciones de equilibrio de nudo, las de equilibrio de entrepiso y las de continuidad. Se supuso que los giros de todos los nudos de un nivel y de los adyacentes son iguales y que los valores de ψ en dos entrepisos consecutivos son tambien iguales.

En los ejemplos que siguen (figs 1 16 y 1 17) se aplicó el metodo de Morris partiendo de valores de M'_n calculados segun las ecs 1 13-1 15. El valor del momento de entrepiso M_n aparece en la columna (c), y el correspondiente de M'_n en la (d).

Estos momentos se distribuyeron entre los extremos de las columnas del entrepiso proporcionalmente a su momento de inercia. Los nudos se equilibraron aproximadamente. Se obtuvo el primer sistema de valores que se dan en tipo grueso en la tabulacion para la distribucion de momentos.

Con estos momentos se calcularon los valores que aparecen en la columna (e). Si todos los nudos estuvieran equilibrados y las columnas (c) y (e) fueran iguales el problema estaria resuelto. Como esto no sucede, se debe sumar una correccion, columna (f). Aplicando las ecs 1 13 y 1 15 a los valores de la columna (f) se obtuvieron los M'_n que aparecen en (g). Estos se repartieron entre las columnas en cada entrepiso, se sumaron

C1 TD			T1		C1 TD			T1		C1	
0.167	0.833		0.416		0.167	0.416	0.833		0.167		0.167
8.0					4.2				2.0		2.0
-0.3					-0.7				-0.4		-0.4
	-0.7		-1.5		-0.8	-1.8			-0.1		-0.1
	-0.8				-0.4	-0.4			0.1		0.1
	1.5		0.3		0.8	0.3			0.1		0.1
			-1.6		3.2	-1.6	-1.5		1.5		1.5

C1 TD			T1 CS		C1 TD			T1 CS		C1			
0.294	0.714		0.337	0.077	0.219	0.337	0.312	0.123	0.250	0.312	0.823	0.123	0.250
6.4			8.0		0.2		4.8		10.8		8.0		6.4
-1.1					1.8				-2.8				-0.8
	-1.2				-1.8	-2.5			-2.1	-0.8			1.7
	-2.2		-2.1	-0.4	-1.8	2.5	-0.2	-1.2	2.6	-2.1	-1.6	0.1	0.1
	3.4		-1.1	-0.1	0.2		-1.2		0.3	0.3	1.0	0.2	0.4
			0.4	0.1	0.2	0.1	-0.1		-0.1		-4.7	1.3	3.4
			-3.2	1.4	5.6	-3.8	-4.5	2.9	6.1	-4.7			

CS			C1 TD		T1 CS		C1 TD			T1 CS		C1				
0.200	0.300	0.300	0.294	0.174	0.215	0.294	0.263	0.211	0.243	0.243	0.333	0.134	0.200	0.333	0.714	0.243
6.4	11.9		8.0		18.0		10.8		18.0		9.4		11.9		6.0	0.243
	-3.2				-3.3		-5.3		-5.3		-3.3		-1.7		-8.2	
	-2.3		-2.1	-0.1	-2.5	-1.3	1.2	-2.0	-2.3	-1.8	2.5	4.1	-2.0		-1.1	
	-0.4		-2.8	-0.7	0.4	0.9	0.5	0.5	-0.2		-1.8		-2.7		0.3	
	2.7		0.7	0.4	0.4	0.7	1.1	1.1	0.1	0.1	0.7	0.3	0.4	0.7	-0.2	
			-7.2	4.8	9.6	-7.2	-7.7	5.1	9.9	-7.3	0.5	0.2	0.1	-0.2	0.3	
											-0.2	-0.1	0.1	-0.2	-0.2	
											-6.4	3.4	6.0	-5.0	-4.8	

CS			C1 TD		T1 CS		C1 TD			T1 CS		C1					
0.230	0.333	0.417	0.263	0.211	0.143	0.263	0.238	0.238	0.264	0.238	0.394	0.174	0.235	0.294	0.300	0.200	0.300
11.9	18.4		18.0		23.0		15.9		27.6		16.4		18.4		18.4		18.4
	-6.4				-5.4		-11.3		13.4	-11.3	9.4	16.9	16.4	-9.4	-10.9	-4.4	8.3
	-0.5		-0.8	7.0	8.0	9.6	-4.4	-3.3	3.0	2.8	-5.7	-3.4	-4.8	-6.7	-2.8	-0.8	1.0
	-1.7		-0.4	2.0	1.2	1.2	2.6	2.8	3.0	2.8	1.2	-1.2	1.6	0.7	1.6	0.7	1.0
	0.2		1.6	1.3	1.6	1.6	0.8	0.8	-0.2	0.3	-0.2	-0.2	0.2	-0.2	-12.1	3.8	8.3
	3.7		0.2	0.9	0.1	0.1	-0.2	0.3	-0.2	0.3	0.1	0.2	0.1	-0.1			
			-0.1	-0.1													
			-12.5	8.5	15.7	-11.7	-12.7	8.0	16.5	11.8	-10.4	7.3	13.7	10.6			

CS		CS		CS		CS		CS	
18.4		23.0		27.6		16.4		18.4	
-6.3		-4.4		-9.8		-3.2		-3.2	
0.1		0.8		1.5		0.3		0.3	
14.2		19.4		21.3		16.2		11.1	

(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)	(g)	(n)	(i)	(j)	(k)
ΣK_c	$4\Sigma K_f$	M_n	M'_n	M_f	M_n	M'_n	M_f	M_n	M'_n	M_f
40										
4	<u>12</u>	16.4		11.8						
60										
11	<u>36</u>	59.6		34.5						
80										
17	<u>72</u>	135.4		69.2						
22	<u>150</u>	202.4		146.5						

METODO DE MORRIS
EJEMPLO-12
FIG 117

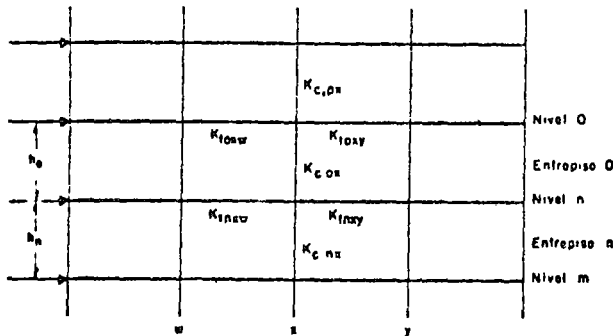
a los resultados de la primera distribución y se volvieron a equilibrar aproximadamente los nudos, comenzándose la columna (h)

Las columnas (i) (j) (k) representan un nuevo ciclo semejante al (f), (g), (h). Se juzgó adecuada la aproximación de los valores de la columna (k) para el caso del marco A

El análisis del marco B fue semejante

1.14 Metodo de Maney-Goldberg Este es un procedimiento iterativo que usa como incógnitas los desplazamientos angulares de los nudos y los desplazamientos laterales relativos de los entrepisos¹⁰ La fig 1.18 muestra esquemáticamente un marco de edificio y resume la nomenclatura que se usará. Esta coincide con la empleada en la ref 10

Del equilibrio de la cortante sísmica en el entrepiso n y las cortantes en las columnas del mismo, se obtiene, usando las ecuaciones de pendiente-



CONVENCIÓN UTILIZADA EN EL METODO DE MANEY-GOLDBERG
F. G. 10

deformación (slope-deflection) la siguiente ecuación, llamada *ecuación del entrepiso n*.

$$E\psi_n = \frac{M_n}{12\Sigma K_{c,n}} + \frac{\Sigma K_{c,n}(E\theta_{nx} + E\theta_{mx})}{2\Sigma K_{c,n}} \quad (1.16)$$

donde

$M_n = V_n h_n$ es el momento del entrepiso n .

$\Sigma K_{c,n}$ = suma de rigideces (I/L) de las columnas del entrepiso n .

θ_{mx}, θ_{nx} = desplazamientos angulares de los nudos determinados por la intersección de la columna x con los niveles m y n , respectivamente.

ψ_n = diferencia de desplazamientos laterales de dos niveles consecutivos, m y n , dividida entre la altura h_n del entrepiso que limitan.

Del equilibrio del nudo nx se llega a la siguiente *ecuación de nudo*

$$E\theta_{nx} = \frac{3\Sigma K_c E\psi - \Sigma K_i E\theta_i}{2\Sigma K} \quad (1.17)$$

donde

$\Sigma K_c E\psi$ incluye las columnas que concurren al nudo nx

$\Sigma K_i E\theta_i$ = suma de los productos $KE\theta$ para los extremos lejanos de todas las barras que concurren al nudo en estudio

ΣK = suma de rigideces de todas las barras que concurren al nudo

La solución del marco en estudio se habrá alcanzado cuando se tenga un conjunto de valores ψ_n y θ_{nx} que satisfagan todas las ecs del tipo 1.16 y 1.17 que se puedan plantear. El procedimiento de Maney-Goldberg consiste en resolver estas ecuaciones por iteración. Se propone suponer como valor inicial para los desplazamientos angulares el dado por las ecs 1.18 y 1.20, las cuales están basadas en considerar que todos los nudos en un nivel y en los adyacentes giran lo mismo. Las ecs. 1.19 y 1.20 para el nivel 1 consideran respectivamente empotramiento o articulación en el nivel 0

Para los niveles superiores,

$$E\theta_n^{(1)} = \frac{M_n + M_0}{24\Sigma K_{1n}} \quad (1.18)$$

Para el nivel 1 con columnas del primer entrepiso empotradas en la base,

$$E\theta_1^{(1)} = \frac{M_1 + M_2}{24\Sigma K_{11} + 2\Sigma K_{c,1}} \quad (1.19)$$

Para el nivel 1, con columnas del primer entrepiso articuladas en la base,

$$E\theta_1^{(1)} = \frac{2M_1 + M_2}{24\Sigma K_{11}} \quad (1.20)$$

Sustituyendo en la fórmula aproximada (1.21) los valores que se calculen a partir de 1.18 y 1.20, puede estimarse ψ_n :

$$E\psi_n^{(1)} = \frac{M_n}{12\Sigma K_{c,n}} + \frac{E\theta_m^{(1)} + E\theta_n^{(1)}}{2} \quad (1.21)$$

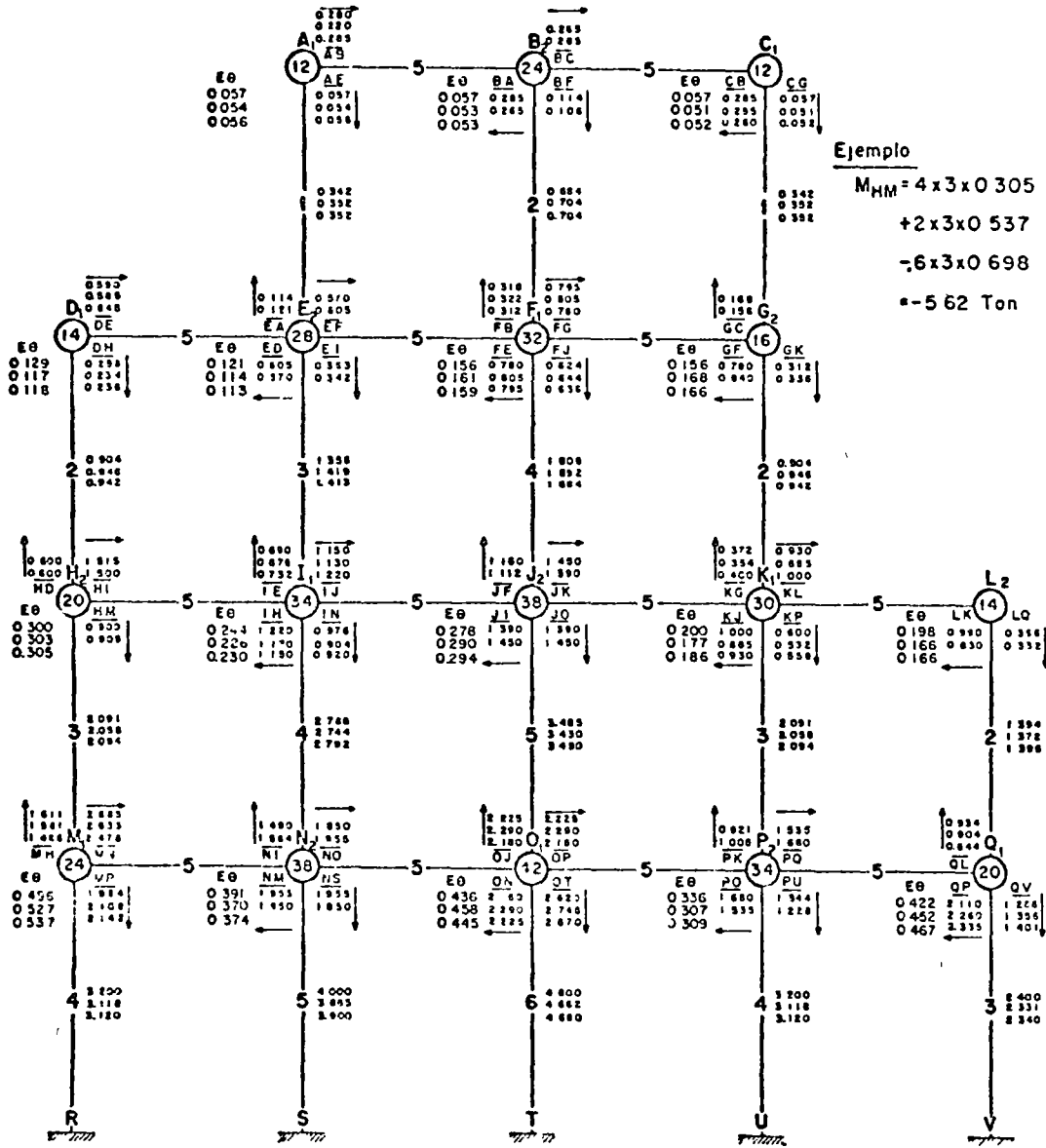
A partir de aquí puede iniciarse el proceso de iteración aplicando las ecuaciones exactas 1.16 y 1.17, o bien puede por facilidad, obtenerse la segunda aproximación a los giros usando las ecs 1.22 y 1.24, que vienen de la 1.17, haciendo en cada nudo $\theta_i = \theta_{nx}$

Para los niveles superiores,

$$E\theta_{rx}^{(1)} = \frac{\Sigma K_c E\psi}{\Sigma K} \quad (1.22)$$

Para el nivel 1, con columnas del primer entrepiso empotradas en la base

$$E\theta_{1x}^{(1)} = \frac{\Sigma K_c L_1}{\Sigma K - \frac{1}{3}\Sigma K_{c,1x}} \quad (1.23)$$



Ejemplo
 $M_{HM} = 4 \times 3 \times 0.305$
 $+ 2 \times 3 \times 0.537$
 $- 6 \times 3 \times 0.698$
 $= -5.62 \text{ Ton}$

ΣK_c	$24 \Sigma K_t$	M_n	$\frac{M_n}{12 \Sigma K_{cn}}$	$E\theta^{(1)}$	$\Sigma K_{cn}(E\theta_{nx} + E\theta_{mx})$	$\frac{M_n}{2 \Sigma K_{cn}}$	$E\psi$
240				0.05			
4	12	0.250			0.817 0.815	0.102 0.102	0.342 0.352
360				0.133			
11	36	0.273			4.409 4.354	0.200 0.198	0.452 0.471
480				0.225			
17	72	0.353			11.346 11.703	0.333 0.345	0.697 0.698
480				0.463			
22	150	0.569			9.169 9.290	0.209 0.211	0.800 0.777 0.780

METODO DE MANEY-GOLDBERG
 EJEMPLO 13
 FIG 119

Para el nivel 1, con columnas del primer entrepiso articuladas en la base,

$$E\theta_{1x}^{(1)} = \frac{K_{c,1x} E\psi_1 + 2K_{c,2x} E\psi_2}{2\Sigma K_{c,1x} - K_{c,1x}} \quad (124)$$

La fig 19 muestra un ejemplo de la aplicación de este método. Las columnas (1) a (4) en la tabla de la derecha no ameritan explicación. El primer paso consistió en calcular valores aproximados de los giros medios de los nudos en cada nivel por medio de las ecs 118 y 119 y consignarlos en la columna (5).

A continuación se calcularon los $\psi_n^{(1)}$ por medio de la ec 121. Aplicando 122 y 123 se obtuvieron valores aproximados de los giros. Estos se consignan en el primer renglón bajo el encabezado θ , junto a cada nudo, en el esquema del marco. En segunda se inició el proceso de iteración aplicando las ecuaciones exactas 116 y 117.

Para acelerar la convergencia se separaron los nudos en dos grupos identificados en la figura con los números 1 y 2 a continuación de la letra que designa al nudo. Se aplicó en primer lugar la ec 117 a todos los nudos del grupo 1, empleando para θ , los valores aproximados de las rotaciones de los nudos del grupo 2, calculados con las ecs 122 y 123. Después se calcularon nuevos valores para las rotaciones de los nudos del grupo 2, mediante la ec 117, y empleando los giros de los nudos del grupo 1 obtenidos en el paso anterior. A continuación se obtuvo una segunda aproximación a ψ en cada entrepiso, a partir de la ec 116.

El procedimiento se continúa hasta tener la precisión requerida. Los números que se consignan en el extremo de cada barra son los productos $K\theta$ obtenidos en cada ciclo. Los valores consignados junto a cada columna son los valores sucesivos de $K_c\psi$.

En la figura se presenta también la obtención del momento en el extremo H de la barra HM , aplicando las ecuaciones de pendiente-deformación.

115 Métodos de relajaciones. La solución de un marco sujeto a fuerzas laterales puede plantearse como el cálculo de los desplazamientos angulares y lineales asociados a la configuración deformada que satisface las condiciones de equilibrio de todos los nudos y entrepisos de la estructura. Si se considera una configuración deformada arbitraria dichas condiciones en general no se cumplan. Existirán momentos de desequilibrio en los nudos y cortantes desequilibradas en los entrepisos. A los valores de los desequilibrios citados se llamará genericamente, para fines de este artículo *residuos*.

Los métodos de relajaciones consisten en partir de una configuración deformada arbitraria. Esta se corrige mediante la aplicación de *movimientos* (desplazamientos angulares de los nudos, desplazamientos relativos entre pisos consecutivos), determinados en forma de angular o reducir a valores despreciables todos los residuos. La aplicación del método resulta ventajosa cuando es

posible establecer una buena aproximación inicial al estado de deformación.

Tratándose de marcos regulares sin discontinuidades en sus trabes, las ecs 125 y 126 permiten determinar los residuos en los entrepisos y en los nudos. En ellas se han considerado positivos los momentos de apoyo sobre barra que coinciden con el movimiento de las manecillas del reloj.

La ecuación del entrepiso n , es

$$\sum_{\text{cols}} M_{c,n} + V_n h_n = r_n$$

es decir,

$$2\Sigma K_{c,nx} [3\theta_{nx} + 3\theta_{nx} - 6\psi_n] + V_n h_n = r_n \quad (125)$$

La ecuación del nudo nx ,

$$\Sigma M_{nx} = r_{nx}$$

puede expresarse como

$$\sum_{\text{nudo}} (4EK\theta_{nx} + 2EK_c\theta_n) - \sum_{\text{cols}} 6EK_c\psi = r_{nx} \quad (126)$$

En la práctica se puede aplicar el método de relajaciones sin necesidad de trabajar explícitamente con los valores de θ y ψ .

En efecto las figs 120a y b representan los elementos mecánicos que tienen lugar cuando la estructura sufre respectivamente el desplazamiento relativo de uno de sus entrepisos y el giro de uno de sus nudos. En el primer caso, si el desplazamiento relativo $E\psi_n = -1/6$ se logra un incremento unitario en el residuo del entrepiso n , que, según la ec 125, vale

$$\Delta r_n = 2\Sigma K_{cn} \quad (127)$$

De acuerdo con la ec 126 esto da lugar a un incremento en el residuo de cada uno de los nudos de los niveles adyacentes al entrepiso en cuestión igual a

$$\Delta r_{nx}, \Delta r_{nz} = + K_{c,nx} \quad (127')$$

Por conveniencia, este movimiento se designará como $\psi_n = 1$.

En forma semejante, un giro $E\theta_{nx} = 1/2$ que produce un incremento $\Delta r_{nx} = 2EK_{c,nx}$, da lugar a los siguientes efectos en otros residuos.

En los nudos opuestos de las barras que concurren al nx ,

$$\Delta' r_i = K_i \quad (128)$$

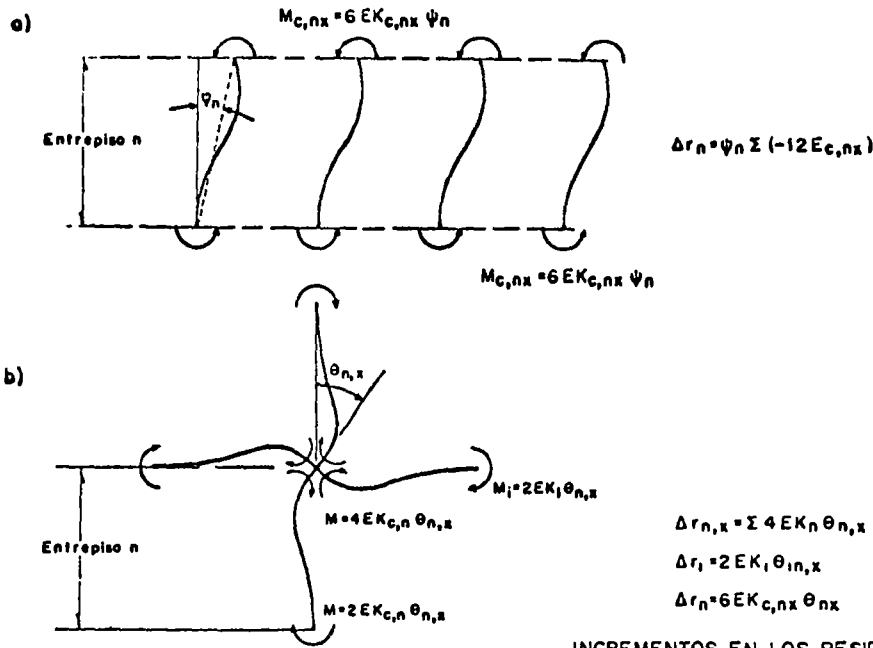
En los entrepisos adyacentes al nudo en cuestión,

$$\Delta' r_n = 3K_c \quad (128')$$

donde K_c es la rigidez de la columna del entrepiso que se estudia y que concurre al nudo cuyo giro se considera. El movimiento aquí especificado se designará como $\theta_{nx} = 1$.

En la fig 1 21 se hace una aplicación del método El efecto de los movimientos unitarios se consigna en la siguiente forma

Para $\psi_n = 1$, $2\sum K_{c,n}$ aparece a la derecha del marco y $K_{c,n,x}$ aparece a la izquierda de cada columna Para $\theta_{n,x} = 1$, $2\sum K_{n,x}$ aparece en cada nudo, K_i en cada barra y $3K_c$ a la derecha de cada columna En cada nudo y en cada entrepiso se lleva una lista conteniendo el efecto de todos los movimientos efectuados. La tabla bajo la figura describe cada uno de ellos.



INCREMENTOS EN LOS RESIDUOS
FIG 1 20

En el ejemplo la solución resulta lenta porque al anular los residuos en los nudos se desequilibran los de los entrepisos Para evitar un número grande de ciclos completos son recomendables varios artificios Puede sobrerrelajarse al tratar con los residuos de piso, tal como se hace en el ejemplo

En adición a lo anterior, suele ser ventajoso dar movimientos en grupo que incluyan el giro de todos o varios nudos de un mismo nivel en forma de liquidar la suma de los residuos de los mismos

En problemas de este tipo conviene organizar los cálculos en una tabla de relajaciones, como la que aparece en la fig 1 22 En ella se forman fácilmente los renglones que indican el efecto de operaciones en grupo a partir de los efectos de movimientos sencillos Los movimientos 7 y 8 corresponden a uno de estos casos

El método que se ha descrito es de aplicación práctica al análisis de marcos irregulares, con entrepisos discontinuos, como el ilustrado en la fig 1 23 En ella se analiza el marco usando la tabla de relajaciones presentada en la fig 1 22 La obtención de los coeficientes es más complicada en este caso, pero se basa en los mismos conceptos, puede efectuarse sin dificultad a partir

de los esquemas de los diversos movimientos que se muestran en la fig 1 23a Como se ve, también en este caso se efectuaron movimientos en grupo formados por giros simultáneos de varios nudos

El procedimiento descrito presenta el inconveniente de que no proporciona directamente los elementos mecánicos Para determinarlos es necesario calcularlos aplicando ecuaciones equivalentes a las de pendiente-deformación. Puede eliminarse esta desventaja, a costa de aumentar el trabajo

numérico inicial si en lugar de anotar los valores de giros y desplazamientos se consigna en cada paso el valor de los incrementos en los elementos mecánicos de cada barra

El procedimiento se vuelve así muy semejante al descrito en el Art 1 13 En efecto, el residuo de cada entrepiso puede liquidarse mediante desplazamientos laterales Aparece entonces en los extremos de cada columna un momento que es proporcional a su momento de inercia cuando todas las columnas del entrepiso tienen la misma altura En casos como el de la fig 1 23, estos momentos son proporcionales a I/L^2

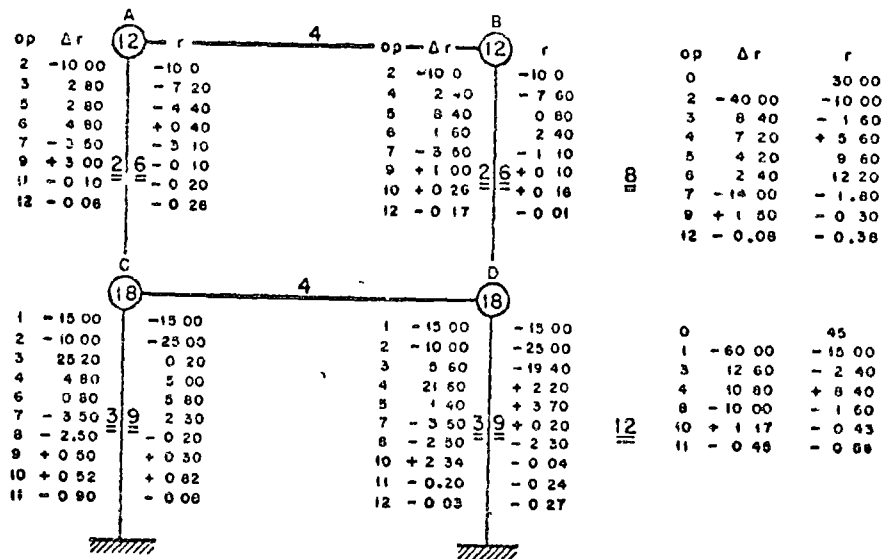
A continuación pueden permitirse giros que anulen los residuos de cada nudo Esto a su vez origina el desequilibrio de los nudos y entrepisos adyacentes

Para tomar en cuenta el efecto de movimientos en grupo, en que todos los nudos de un nivel giren lo mismo, bastará con anotar en cada barra un momento proporcional a su rigidez, estando la de las trabes multiplicada por 1 5 Los momentos en las columnas se transportarán a sus extremos opuestos con un factor de 1/2. No habrá transporte en las trabes.

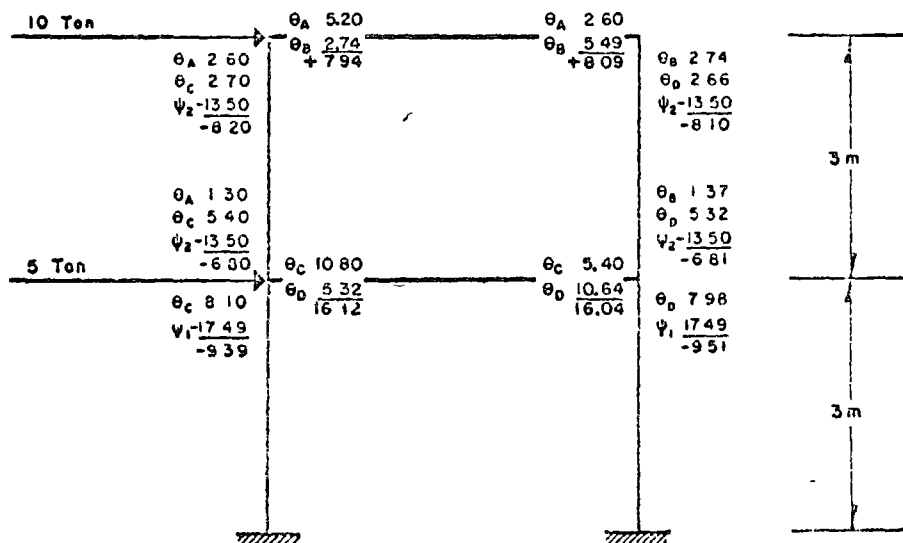
El metodo puede mejorarse si se permiten simultaneamente desplazamientos laterales en tal forma que no se altere la fuerza cortante en los dos entrepisos afectados. Teniendo en cuenta lo que se demostró en el Art. 1.12 bastara suponer que las columnas tienen rigidez I/L y factor

de transporte —1 mientras las trabes tienen rigidez $6I/L$ y en ellas no se transportan los momentos

Este ultimo procedimiento se siguió en el ejemplo que se presenta en la fig. 1.24. En ella se incluye en cada nudo una columna adicional donde



	θ_A		θ_B		θ_C		θ_D		ψ_1		ψ_2
6	0.4	5	0.70	3	+1.40	4	1.20	1	-5	2	-5
9	0.25	12	-0.014	11	-0.05	10	0.13	8	-0.83	7	-1.1
Sumas	0.65		0.686		1.35		1.33		-5.83		-5



ELEMENTOS MECANICOS
METODO DE RELAJACIONES
EJEMPLO 17

FIG. 1 21

se anotan los momentos de desequilibrio al final de cada ciclo. Se permitieron primeramente desplazamientos laterales sin giros, para anular los residuos de todos los entrepisos (renglon 1). A continuación se permitieron giros y desplazamientos simultaneos sin desequilibrar los momentos de entrepiso. (El renglón 2 corresponde a los efectos

El procedimiento puede aplicarse, con algunas modificaciones, a marcos de entrepisos discontinuos, como el que se resolvió en la fig 1 23

1.2. Rigidez de entrepiso de marcos de edificios

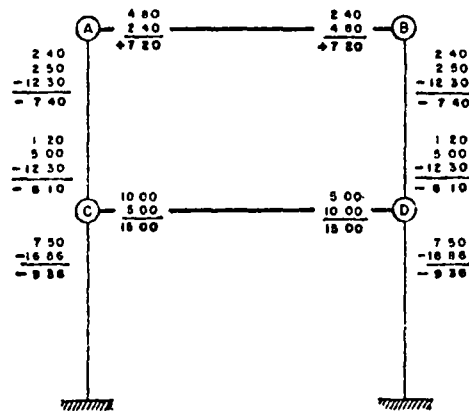
1 20 Generalidades El capítulo 3 se refiere a

TABLA DE OPERACIONES

Mov	θ_A	θ_B	θ_C	θ_D	ψ_1	ψ_2	Δr_A	Δr_B	Δr_C	Δr_D	Δr_1	Δr_2
1	1						12	4	2	-	-	6
2		1					4	12	-	2	-	6
3			1				2	-	18	4	9	6
4				1			-	2	4	18	9	6
5					1		-	-	3	3	12	-
6						1	2	2	2	2	-	8
7	1	1					16	16	2	2	-	12
8			1	1			2	2	22	22	18	12
9					1	1						
10												

TABLA DE RELAJACIONES

Mov	Valor	$\Delta\theta_A$	$\Delta\theta_B$	$\Delta\theta_C$	$\Delta\theta_D$	$\Delta\psi_1$	$\Delta\psi_2$	r_A	r_B	r_C	r_D	r_1	r_2
												45 00	30 00
5	-4					-4				-12 00	-12 00	-3 00	
6	-5						-5	-10 00	-10 00	-22 00	-22 00		-10 00
8	10			1	1			-8 00	-8 00			+15 00	+2 00
5	-13					-13				-3 90	-3 90	-0 60	
7	0 5	0 5	0 5							-2 90	-2 90		8 00
6	-1 0					-1		-2 00	-2 00	-4 90	-4 90		
8	0 25			0 25	0 25			-1 50	-1 50	0 60	0 60	3 90	3 00
7	0 10	0 10	0 10					0 10	0 10	0 80	0 80		1 20
6	-0 15					-0 15		-0 20	-0 20	0 50	0 50		
5	-0 32					-0 32		-0 20	-0 20	-0 46	-0 46	0 06	
SUMAS		0 60	0 60	1 25	1 25	-5 62	-6 15						



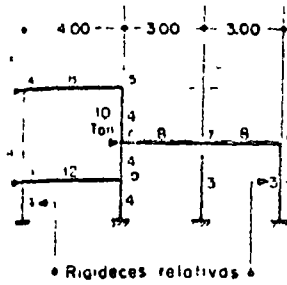
METODO DE RELAJACIONES

FIG 1 22

directos y el 3 a los transportados) Después se permitieron giros de cada nudo hasta casi equilibrar cada uno en particular, salvo por los momentos transportados (renglones 5 y 7). Aquí se calcularon nuevos residuos de entrepiso y se repitió el proceso en los renglones 10 a 14.

la distribución de las tuerzas cortantes sismicas entre los elementos que resisten fuerzas laterales. Para llevar a cabo tal distribución es necesario calcular la rigidez, en cualquier entrepiso, de todos los marcos o muros en que puede descomponerse el edificio.

c)



b)

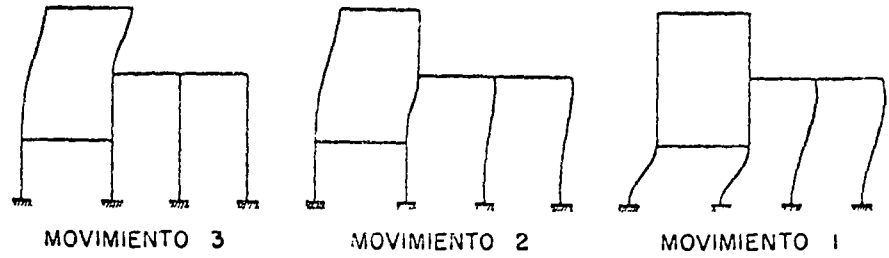


TABLA DE OPERACIONES

c)

Mov	ψ_1	ψ_2	ψ_3	ψ_4	ψ_5	ψ_6	ψ_7	ψ_8	ψ_9	ψ_{10}	Δr_1	Δr_2	Δr_3	Δr_4	Δr_5	Δr_6	Δr_7	Δr_8	Δr_9	Δr_{10}
1	1										8454	1333					+100	+100	+267	+267
2		1									-1333	5219	-326	572		267	100	100	572	267
3			1									-326	2326	572	200	200			572	
4				1								-858	-858	1000	400				100	
5					1								3000	400	1200	200				
6						1						-400	-300		200	1600	400			200
7							1				-150	-150				400	1900	400		
8								1			-150	-150				400	1100			
9									1		-400	-858		100					1800	600
10										1	-400	400				200			600	1000
11				2	1							-1716	-416	2400	1800	200			200	
12						1	2	2			-600	-1000	-300		200	2400	5000	3000		200
13									2	1	-1200	5716		200					420	3200
14				1	1							-858	-3658	1400	1600	200			100	
15						1	1	1			-300	-700	-300		-200	2000	2700	1500		200
16									1	1	-800	-4658		100		200			2400	2600
17					1	1						-400	-600	400	1400	1800	400			200

d)

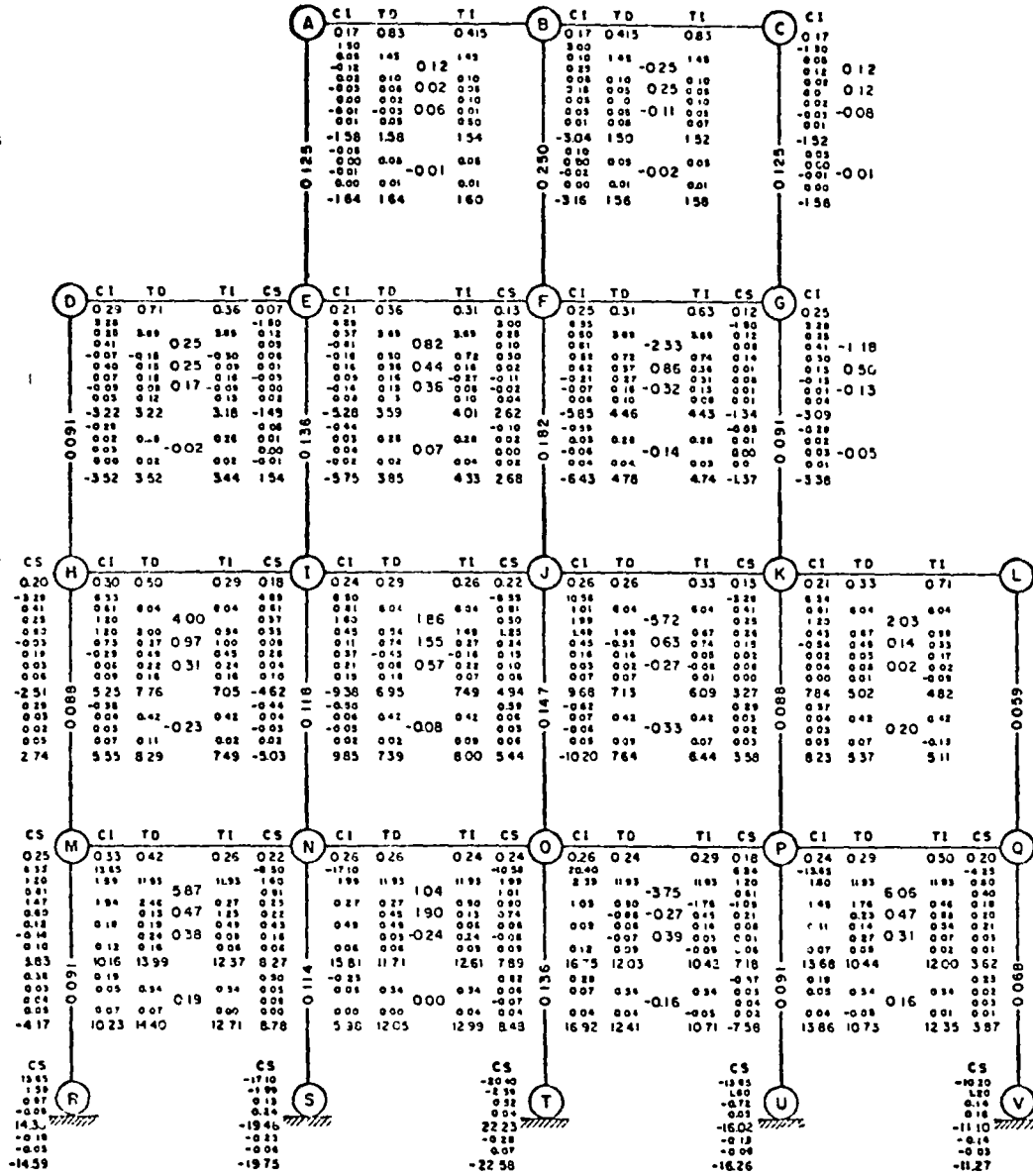
TABLA DE RELAJACIONES

Mov	Valor	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	Δ_6	Δ_7	Δ_8	Δ_9	Δ_{10}	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}	
												3300	2500	1500								
1	5	4227	-667					500	500	1335	1335	-927	1833	1500				500	500	1335	1335	
2	5	667	2609	-164	286		1335	500	500	206	1335	-1594	-776	1336	286		1335	1000	1000	1621	2670	
3	8		-261	-1860	458	1607	1600			458		-1594	-1037	-524	744	1600	2935	1600	1000	2075	670	
11	-0.55		+94	+260	-1320	-990	-110			-110		-1594	-943	-264	-576	-610	2825	1000	1000	1969	2670	
12	-0.47	282	470	141		-94	-1128	-2450	1409		-94	1312	-473	-123	576	704	1697	-1350	-479	1909	2776	
13	-0.60	720	343		-120					-2520	-1920	-592	-130	-123	-197	704	1697	1350	-409	-551	156	
6	1.00		-400	-300		200	1600	400			200	-592	-530	-423	197	504	-97	-350	-409	551	856	
7	0.50	-75	-75				200	950	200			-667	-605	-423	-696	-504	105	0	-209	-551	856	
11	0.29		-50	-137	696	522	58			58		-667	-655	-560	0	18	161		209	-49	856	
10	-0.43	172	172				86				-258	860	-495	-483	-540	0	18	75	0	209	751	4
9	0.42	-168	-36		42					750	252	-663	-519	-560	0	60	75	0	-209	5	248	
1	-0.60	677	107					-80	-80	-214	-214	14	412	560	0	60	75	-60	209	209	34	
2	-0.79	105	412	28	-45		-211	-79	-79	-45	-45	119	0	574	-45	60	-136	-109	-368	254	11	
3	-2.29		75	534	-131	-458	-458				-131	119	75	0	176	-338	-594	-159	-368	385	11	
14	0.19		16	73	266	304	38			19		119	59	-73	90	94	-556	-109	-308	-366	59	
6	0.35		140	-105		70	560	140			70	119	-81	181	90	-24	4	-19	-308	-375	59	
8	0.33	50	-50					132	367			69	-131	-178	90	-24	4	113	5	-5	59	
9	0.23	-92	-20		23						413	178	-23	157	-178	113	-24	4	113	5	17	197
10	-0.10	40	40				20				60	200	17	-111	-178	113	-24	-16	113	5	56	3
3	-0.75		24	175	-43	-150	-150				43		17	-67	-3	-70	-174	-165	113	-5	56	3
2	-0.17	23	89	6	-10		-45	-17	-17	-10	-45	40	2	3	60	-174	-211	96	-22	-60	-48	
17	0.12		-48	-72	48	168	216	48			24	40	-46	-69	108	-6	5	144	-22	-66	-24	
7	-0.08	1	1				-32	-152	-32			41	-45	-69	108	-6	27	8	-54	66	-24	

Fig. 1.23, EJEMPLO 18. METODO DE RELAJACIONES EN MARCOS IRREGULARES

RENGLONES

- 1- Desplazamiento lateral
- 2- Giros iguales en todos los nudos de un mismo nivel sin producir cortante en los entrepisos adyacentes
- 3- Transporte a las columnas y momentos de desequilibrio en cada nudo.
- 4- Distribución de desequilibrio de nudos
- 5- Momentos transportados y de desequilibrio
- 6- Distribución de desequilibrio de nudos
- 7- Momentos transportados y de desequilibrio
- 8- Distribución de desequilibrio de nudos
- 9- Momentos en los extremos de todas las piezas al final del primer ciclo
- 10- Desplazamiento lateral
- 11- Giros iguales en todos los nudos de un mismo nivel sin producir cortante en los entrepisos adyacentes
- 12- Transporte a las columnas y momentos de desequilibrio en cada nudo
- 13- Distribución de desequilibrio de nudos
- 14- Momentos en los extremos de todas las piezas al final del segundo ciclo



RENGLONES

1	CS	19.93
2	CS	-17.10
3	CS	-1.99
4	CS	0.13
5	CS	0.34
6	CS	-19.46
7	CS	-0.23
8	CS	-0.04
9	CS	0.07
10	CS	-19.75
11	CS	-17.10
12	CS	-1.99
13	CS	0.13
14	CS	0.34
15	CS	-19.46
16	CS	-0.23
17	CS	-0.04
18	CS	0.07
19	CS	-19.75

$12 \sum K_f + \sum K_c$	V_h	$\sum M_c$	R
124			
	12	-11.99	0.41
		-11.97	0.03
195			
	36	-32.76	3.22
		35.87	0.13
268			
	72	67.76	4.24
		71.82	0.18
279			
	150	147.94	2.06
		-149.92	0.08

METODO DE RELACIONES EJEMPLO 19

FIG. 124

La rigidez de entrepiso es la relación entre la fuerza cortante resistida por un marco, muro o contraviento en un entrepiso y el desplazamiento horizontal relativo entre los dos niveles consecutivos. La rigidez así definida no es independiente del sistema de fuerzas laterales. Por tanto, para calcularla con rigor debe conocerse tal sistema con anterioridad lo cual en general no es posible.

En marcos ordinarios de edificios el empleo de sistemas de cargas que no son estrictamente proporcionales al definitivo de análisis introduce errores de poca importancia, y usualmente las rigideces calculadas a partir de hipótesis simplificatorias sobre la forma del sistema de fuerzas laterales son satisfactorias. En muros, contravientos y ciertos marcos es indispensable tener en cuenta la variación de la carga lateral.

En este capítulo se presentan métodos exactos y aproximados para cálculo de rigideces de entrepiso en marcos. El problema de muros y contravientos se trata en el capítulo 2.

1.21 Formulas de Wilbur. Estas son aplicables a marcos regulares formados por piezas de momento de inercia constante. La versión que aquí se presenta puede derivarse de la primera aproximación en el método de Maney-Goldberg.¹⁰ Las hipótesis son las siguientes:

1. Los giros en todos los nudos de un nivel y de los dos niveles adyacentes son iguales (excepto en el nivel de desplante, en donde puede suponerse empotramiento o articulación según el caso).
2. La fuerza cortante en los dos entrepisos adyacentes al que interesa son iguales a la de este.

De aquí resultan las siguientes expresiones:

Para el primer entrepiso.

Suponiendo columnas empotradas en la cimentación

$$R_1 = \frac{48E}{h_1 \left[\frac{4h_1}{\sum K_{c,1}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t1} + \frac{\sum K_{c,1}}{12}} \right]} \quad (1.29)$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación

$$R_1 = \frac{24E}{h_1 \left[\frac{8h_1}{\sum K_{c,1}} + \frac{2h_1 + h_2}{\sum K_{t1}} \right]} \quad (1.30)$$

Para el segundo entrepiso

Suponiendo las columnas empotradas en la cimentación

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{\sum K_{c,2}} + \frac{h_1 + h_2}{\sum K_{t1} + \frac{\sum K_{c,1}}{12}} + \frac{h_2 + h_1}{\sum K_{t2}} \right]} \quad (1.31)$$

Suponiendo las columnas articuladas en la cimentación

$$R_2 = \frac{48E}{h_2 \left[\frac{4h_2}{\sum K_{c,2}} + \frac{h_2 + h_1}{\sum K_{t2}} + \frac{2h_1 + h_2}{\sum K_{t1}} \right]} \quad (1.32)$$

Para entrepisos intermedios

$$R_n = \frac{48E}{h_n \left[\frac{4h_n}{\sum K_{c,n}} + \frac{h_n + h_n}{\sum K_{tm}} + \frac{h_n + h_o}{\sum K_{tn}} \right]} \quad (1.33)$$

En estas ecuaciones

R_n = rigidez del entrepiso en cuestión

K_{tn} = rigidez (I/L) de traveses del nivel sobre el entrepiso n

K_{cn} = rigidez (I/L) de columnas del entrepiso n

m, n, o = índices que identifican tres niveles consecutivos de abajo hacia arriba

h_n = altura del entrepiso n .

1.22 Método del factor. La rigidez de piso está dada por la siguiente expresión:

$$R = \frac{6E}{h^2_{co}} K_1 (C_1 + C'_1) \quad (1.34)$$

donde K_1 , C_1 , C'_1 son respectivamente la rigidez relativa I/L y los factores de los extremos superior e inferior de la columna i del entrepiso considerado.

Para el ejemplo 4, la rigidez del último entrepiso, de acuerdo con este método, sería:

$$R = \frac{6E}{h^2_4} [1(0.800 + 0.714) + 2(0.833 + 0.625) + 1(0.800 + 0.625)] = 43.69 \frac{E}{h^2_4}$$

1.23 Método de Kani. Una vez que se ha analizado por el método de Kani un marco sujeto a cargas laterales, la determinación de la rigidez de cualquier entrepiso es directa. En efecto, si V_n es la fuerza cortante en el entrepiso n , δ''_n , K_{tn} son respectivamente la contribución por desplazamiento relativo de la columna i del entrepiso n y su rigidez I/L,

$$\delta''_n = \frac{m''_{in} h_n}{6EK_{tn}}$$

Por definicion de rigidez de entrepiso,

$$R_n = \frac{6EK_n V_n}{m''_{n,n} h_n} \quad (1.35)$$

Como ejemplo, a partir de los datos de la columna BE , la rigidez del ultimo entrepiso del marco B sera

$$R_4 = \frac{6E \times 2 \times 3 \times 4}{4_1 24 \times h_4^2} = 342 \frac{E}{h_4^2}$$

1.3 Comentarios sobre los metodos de analisis y calculo de rigideces

1.30. Alcance Cada uno de los metodos que se han presentado tiene características que lo hacen adecuado para resolver un tipo particular de marco. Conviene por tanto hacer notar las ventajas e inconvenientes que cada uno ofrece.

1.31 Métodos aproximados Los métodos del portal y del voladizo son útiles solo en el diseño preliminar de marcos muy regulares y con distribución uniforme de rigideces. Para el éxito del metodo del voladizo es además necesario que se trate de marcos esbeltos con trabes relativamente rígidas.

Los metodos de Bowman y del factor pueden aplicarse al analisis definitivo de marcos regulares y de dimensiones moderadas. El de Bowman presenta inconsistencias en cuanto a la distribución de la fuerza cortante que se asigna a cada crujía, ya que toma en cuenta sólo la rigidez de las trabes superiores del entrepiso analizado. Esto puede producir errores importantes en casos extremos de variación de rigidez de trabes de dos niveles consecutivos.

El método del factor puede considerarse como un intermedio entre los metodos aproximados y los exactos. Es sencillo de aplicar y toma en cuenta todas las variables importantes. Sin embargo, dadas sus hipótesis, en estructuras cuyas rigideces estén distribuidas muy irregularmente (por ejemplo cuando se tienen trabes sumamente flexibles o columnas de muy diversas rigideces en un mismo entrepiso) los resultados pueden diferir grandemente de los calculados por analisis más refinados. El método tiene la ventaja de que las operaciones necesarias para calcular las rigideces de entrepiso se emplean en el analisis.

En su aplicación al cálculo de rigideces el método del factor es en general menos preciso que el consistente en aplicar las fórmulas de Wilbur, a pesar de su mayor complicación. Ello se debe a que es bastante preciso el valor del giro medio de los nudos de un mismo nivel que proporcionan las formulas de primera aproximación de Maney-Goldberg. Por otra parte, en la derivación de las formulas de Wilbur no necesita suponerse la igualdad de ψ en entrepisos consecutivos, como en las del factor.

1.32 Metodos exactos Los metodos exactos llevan a una respuesta tan precisa como lo permita la labor numerica que se dedique. Todos ellos se caracterizan en mayor o menor grado porque la convergencia de la solución es mucho más rápida cuando las trabes son rígidas en comparación con las columnas. Todos ellos representan el inconveniente de que no consideran la contribución de las deformaciones por fuerza axial en las columnas. En edificios esbeltos ello puede tener importancia. En tales casos habrá que modificar el analisis procediendo por iteración a partir de los resultados convencionales.

El metodo de Kani es de gran utilidad practica dada la sencillez de las distribuciones que se efectúan y la simplicidad del registro de las operaciones. Presenta la ventaja, sobre los metodos de correcciones sucesivas, de que los errores cometidos en etapas intermedias de la distribución no afectan la respuesta final. También en este procedimiento es casi inmediato el calculo de la rigidez de entrepiso a partir de los datos que requiere el analisis. En marcos de muchas crujías o cuando se tienen problemas de convergencia lenta, el artificio de sustituir la estructura por una simplificada es eficaz, como lo demuestra la observación de los ejemplos 5 a 7.*

El metodo de Morris en version original puede ser de convergencia lenta. El refinamiento consistente en incrementar los momentos de entrepiso conduce a un aumento en la eficiencia del metodo. Como complemento pueden aplicarse las ideas citadas al final del Art 115. Si se lleva un registro que permita identificar que parte de los momentos en las columnas se debe a desplazamientos laterales de los entrepisos, los resultados pueden utilizarse para el calculo de rigideces.

El método combinado de Grinter-Tsao-Cross, Art 112, demostro ser el más practico en los marcos analizados en este manual. No se tiene otra experiencia sobre su eficacia, pero parece razonable esperar comportamiento satisfactorio en la mayoría de los casos usuales.

El metodo de Maney-Goldberg con la salvedad de las primeras aproximaciones, efectúa en esencia las mismas operaciones que el de Kani, aunque su sistematización es ligeramente más complicada. En ocasiones las ventajas que se obtengan con la aplicación de las fórmulas para calcular valores en

* Tanto en este metodo como en cualquier otro que suponga ciclos sucesivos de iteración como el de Maney-Goldberg la convergencia puede acelerarse notablemente si se obtienen valores extrapolados aplicando el método de Ryked descrito en el Art 202. Esta aplicación ha sido propuesta por el Prof. Mariano Hernandez B.

Tómese como ejemplo el calculo de la contribución angular del nudo del nivel 2 de la estructura equivalente analizada por el método de Kani (fig 111). Los valores de X_0, X_1, X_2 son respectivamente 517, 924, 1225, es decir,

$$\delta_1 = 4.07, \quad \delta_2 = 3.01, \quad r = 3.85, \\ X_{00} = 924 + 3.85 \times 3.01 = 20.84$$

El valor de X , obtenido al cabo de 7 ciclos, es 17.53

primera aproximación pueden superar a los inconvenientes de sistematización de operaciones. Las fórmulas de primera aproximación pueden también plantearse en forma conveniente para introducir las al método de Kani. El método de Maney-Goldberg tiene además de su importancia histórica, la ventaja de que conserva el sentido físico del problema.

Los métodos de relajaciones son útiles en cuanto a generalidad de su aplicación y a que permiten mayor libertad de acuerdo con las características de cada caso concreto. Cuando se cuenta con experiencia en su aplicación, el trabajo necesario puede ser muy inferior al requerido por otros métodos. En general pueden aplicarse eficazmente en combinación con otros procedimientos de análisis. Su utilización es prácticamente indispensable en marcos sumamente irregulares.

2 Rigidez de entrepiso de muros

2.01 Muros anchos En muros cuya altura no exceda la tercera parte de su longitud y cuya base se halle aproximadamente empotrada, las deformaciones por flexión pueden ascender a 10 ó 15 por ciento del total o aun menos, dependiendo de las condiciones en los otros tres bordes. Si esta contribución se juzga despreciable, puede calcularse la rigidez tomando en cuenta solamente las deformaciones debidas a cortante. Es entonces por tanto aplicable la fórmula

$$R = eGL/h \quad (2.1)$$

donde

R = rigidez

G = módulo de rigidez efectivo del muro.

e = espesor del muro

L = longitud del muro

h = altura del entrepiso donde se calcula la rigidez

2.02 Muros esbeltos En estos sistemas tienen importancia tanto las deformaciones por esfuerzo normal debido a flexión como las provenientes de fuerza cortante. Por ello, las rigideces dependen de la distribución de fuerzas horizontales. Además, la interacción con los marcos de la estructura altera la rigidez, principalmente en los entrepisos superiores.

Para analizar un edificio de acuerdo con el criterio señalado en el Capítulo 3, es necesario conocer la rigidez antes de obtener la distribución de las fuerzas horizontales, pero aquella es a su vez función de esta última. Por consiguiente en general será necesario proceder por iteración. Pueden ordenarse las operaciones en la siguiente forma:

Supóngase una distribución arbitraria de cargas horizontales y de las fuerzas y momentos de interacción con el resto de la estructura. Con esta base obtengáanse rigideces aproximadas. Estas se usarán para efectuar la distribución en cada piso de la cortante sísmica entre los elementos resistentes. A partir de los elementos mecánicos que re-

sultan de esta distribución, puede hallarse la configuración deformada del muro y calcularse las fuerzas y momentos de su interacción con la estructura en una primera aproximación. El proceso descrito deberá repetirse hasta que los valores al principio y al final de un ciclo coincidan.

A fin de acelerar la convergencia conviene partir de una configuración que se aproxime a la definitiva. Para ello, en edificios de estructuración regular se recomienda acudir a procedimientos semejantes al que se describe en los párrafos que siguen.

Considere un muro continuo de concreto que forma parte de una estructura constituida por marcos (fig. 2.1). Al desplazarse lateralmente se

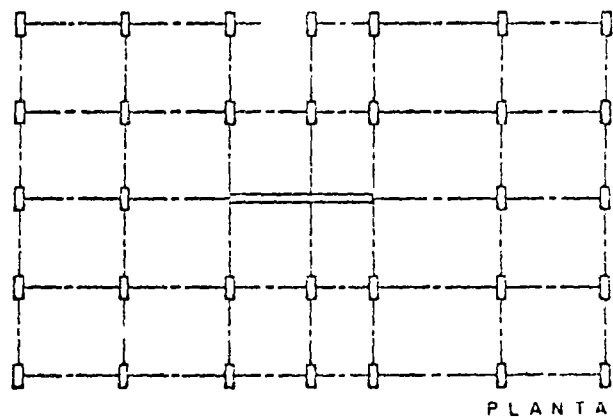
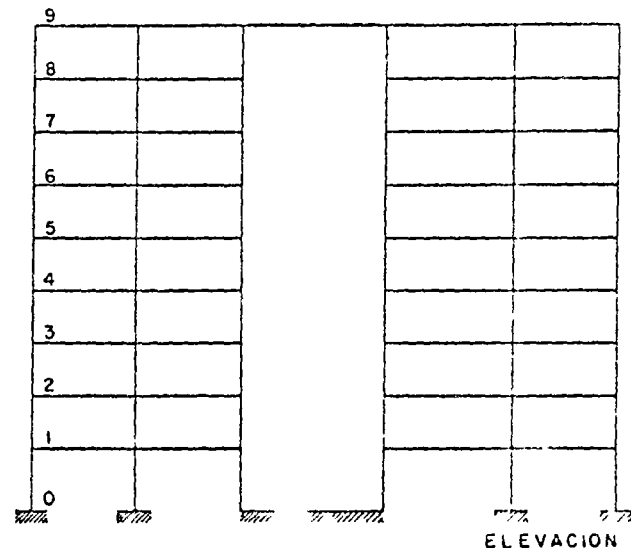


FIG. 2.1

producen deformaciones en las trabes, que las el, tanto las que es un en su plano como las perpendiculares. Estas deformaciones a su vez actúan al resto de la estructura. En la fig. 2.2 se puede ver el sistema de fuerzas que actúan sobre el muro.

La fuerza V_i indicada en cada nivel es la resultante de las fuerzas cortantes debidas a sismo en los extremos de las trabes que están ligadas al

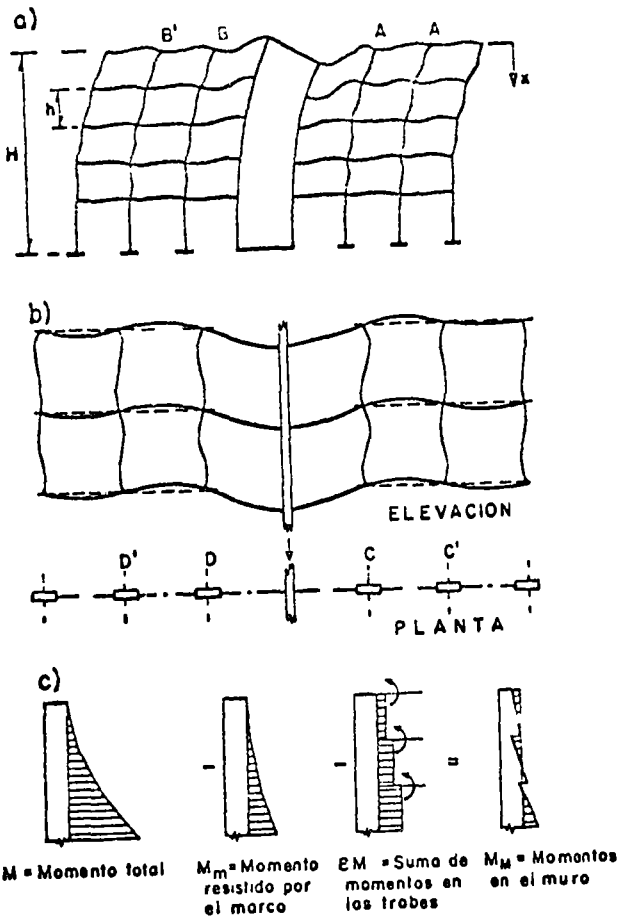


FIG. 2.2.

muro en cada uno de los puntos señalados M'_i es el momento en el extremo correspondiente de la trabe que está en el plano del muro. Se designara con M_i a la suma de momentos, con respecto al eje del muro de todos estos elementos mecánicos en un mismo nivel. Relacionando la pendiente por

deformaciones de flexion del muro (ϕ_f) en un nivel y el momento M_i , puede escribirse

$$K_t = M_i / h \phi_f$$

Aqui h es la altura del piso inmediatamente inferior al nivel en estudio. K_t se denominara rigidez de trabe.

Puede calcularse la fuerza cortante que resista el muro en un piso en terminos de ϕ_f (ref 13)

$$V_M = \frac{V - R_m \phi_f}{1 + \frac{R_m}{AG}} \quad (2.2)$$

ϕ_f se obtiene por iteracion R_m es la rigidez del marco.

Como valor de partida la ref. 13 propone usar el valor que se obtendria considerando un edificio uniforme. Bajo tal hipotesis, ϕ_f puede obtenerse de la fig. 2.3. En esta grafica,

$$q = \frac{CH^2 W}{EI \left(1 + \frac{R_m}{AG}\right)} \quad (2.3)$$

$$p^2 = \frac{H^2}{EI} \left(K_t + \frac{AG R_m}{AG + R_m} \right) \quad (2.4)$$

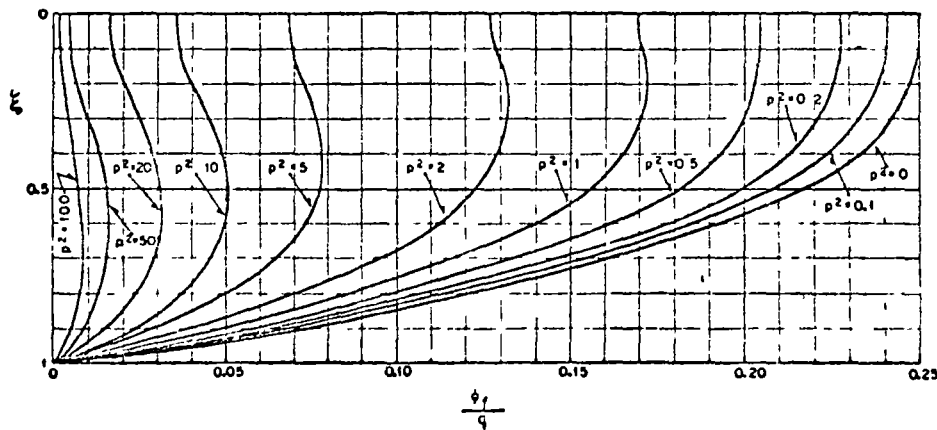
donde

C = coeficiente sismico, según se define en el Capitulo 3

H = altura total del edificio

En las ecs 23 y 24 se sustituiran valores medios de K_t , R_m y A . En la ec 22 el valor de R_m debe ser el que corresponde al entrepiso en cuestion

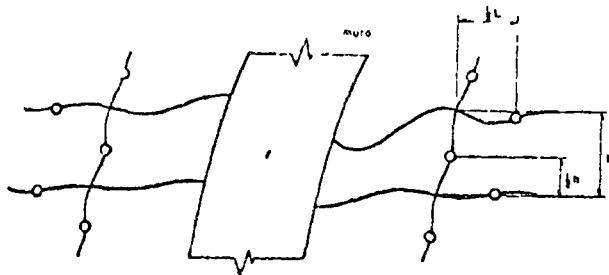
Los valores de R_m pueden calcularse por medio de las fórmulas de Wilbur u otro metodo adecuado.



VALORES DE ϕ_f / q

FIG 2.3

Para calcular la rigidez de trabe, K_t , puede verse que los puntos de inflexión del segundo orden de traves a partir del muro y de la primera columna se encuentran en sus puntos medios, como se muestra en la fig. 2.4, con la posible excepción de las columnas del primer entrepiso. Con esta simplificación bastará un ciclo de distribución para conocer los momentos extremos y las cortantes que intervienen en el cálculo de K_t .



PUNTOS DE INFLEXION PARA CALCULAR RIGIDEZES EN TRABES
FIG 2.4

El proceso iterativo diverge cuando la rigidez de los marcos es grande en comparación con la del muro. Debe entonces recurrirse a algún método de extrapolación, como el propuesto por Ryker.

El procedimiento citado se aplica como sigue. Sean respectivamente X_0, X_1, X_2 el valor supuesto al iniciar un ciclo, el calculado al finalizar ese ciclo y calculado al finalizar el siguiente ciclo, de la fuerza cortante que toma el muro, V_M , de la pendiente ϕ o de cualquier elemento mecánico o geométrico que varía de un ciclo a otro. Sean:

$$\delta_1 = X_1 - X_0,$$

$$\delta_2 = X_2 - X_1,$$

$$r = \frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_2}.$$

Entonces el valor extrapolado de X está dado por:

$$X_{ex} = X_1 + r\delta_2$$

El procedimiento es útil para acelerar la convergencia del proceso iterativo aun cuando este converge, si la convergencia es relativamente lenta.

En condiciones extremas ni siquiera la extrapolación simple descrita obliga a la convergencia. No obstante, la aplicación repetida del método de Ryker hace de todo proceso iterativo un proceso convergente para ello se toman como X_1 y X_2 valores de X extrapolados sucesivamente.

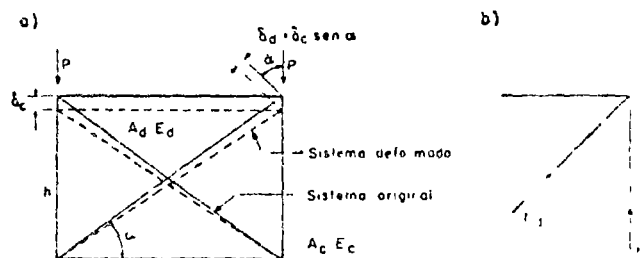
2.03 Marcos contraventeados y tableros de muros confinados por marcos. En estos sistemas el análisis se basa en los conceptos que se desarrollaron al tratar el problema de muros monolíticos de concreto sujetos a interacción con el resto de la estructura. Difiere en la manera de valuar las deformaciones del marco contraventeado. Si se desea estimar la configuración aplicando los conceptos de la fig. 2.3 es necesario definir un muro equivalente cuyo momento de inercia y sección transversal transformada den lugar a las mismas deformaciones por flexión y cortante que el sistema original. Como la sección transversal en general estará constituida por materiales distintos es necesario transformarlos todos a un mismo material de acuerdo con la relación entre los módulos de elasticidad. A diferencia de lo que se tiene en muros monolíticos de concreto las trabes contenidas en el plano del marco contraventeado presentan un grado de libertad adicional, por giro de su extremo que conecta con la cruja contraventeada.

El problema puede resolverse directamente si se plantean las condiciones de compatibilidad de deformaciones en cada nivel. Si se introducen hipótesis semejantes a las que se consideraron en los Arts. 2.01 y 2.02 para valuar la rigidez de las trabes es posible llegar a la respuesta mediante la solución de un sistema de ecuaciones lineales cuyo número es igual al número de pisos.¹⁴

2.04 Rigidez de marcos contraventeados. Al calcular la rigidez de marcos contraventeados es necesario considerar las deformaciones longitudinales de todos los miembros que los constituyen. El hecho de que algunos de ellos puedan quedar sujetos a tensiones superiores a las que provocan agrietamiento del concreto debe tomarse en cuenta usando valores adecuados del área efectiva de la sección transversal de cada uno. Tratándose de columnas, las tensiones desarrolladas por efecto de fuerzas horizontales deben sustraerse de las compresiones debidas a carga vertical para obtener la fuerza axial neta y así decidir sobre el área efectiva a tomar en el cálculo de rigideces.

En diagonales de tensión de concreto reforzado, debe tenerse presente la secuencia de construcción de la estructura. Si las diagonales se vuelan a la vez o poco después que las columnas del mismo entrepiso, la carga vertical será resistida en parte por las primeras lo que les producirá una compresión inicial.

En la fig. 2.5 se indica una forma aproximada



PRECOMPRESIONES EN DIAGONALES DE MARCO CONTRAVENTEADO
FIG 2.5

de calcular la fuerza normal en las diagonales. Con fines de exposición se supone que existe una sola cruzja contravientada y que esta es simétrica en cuanto a las descargas que recibe y a las secciones transversales de sus elementos estructurales. Además se supone que los elementos horizontales son indeformables y se desprecia la rigidez de los contravientos en flexión. Ello no quita que en ciertos casos podrá ser importante partir de hipótesis más refinadas.

De la figura, admitiendo la ley de Hooke, y por consideraciones de equilibrio y de compatibilidad de desplazamiento, se llega a la siguiente expresión para la fuerza normal de precompresión en las diagonales

$$N_d = \frac{P \operatorname{sen}^2 \alpha}{\operatorname{sen}^3 \alpha + \frac{A_c E_c}{A_d E_d}}$$

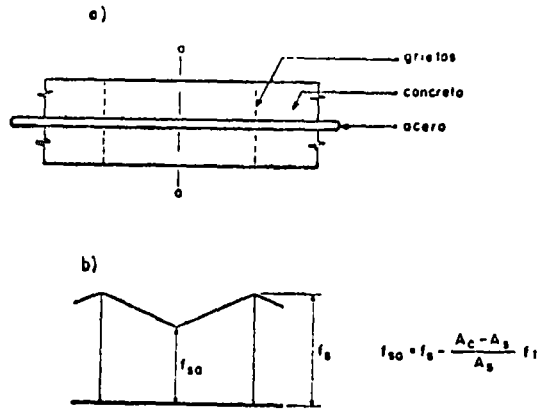
Al actuar las fuerzas horizontales puede suceder que no lleguen a presentarse tensiones apreciables, o que las compresiones iniciales sean despreciables en comparación con las tensiones que induzca la carga lateral o bien que las compresiones iniciales y estas tensiones sean del mismo orden de magnitud. En el primer caso se tomarían iguales entre sí las rigideces de ambos contravientos, considerando que los dos trabajan en compresión. En el segundo caso, la rigidez del contraviento de compresión se tomaría considerando la acción tanto del concreto como del acero longitudinal de refuerzo, mientras la rigidez del contraviento de tensión se calcularía como se describe a continuación

- Si las tensiones son incapaces de agrietar el concreto, se trata el contraviento de tensión igual que el de compresión por lo que respecta a su rigidez
- Si las tensiones producen esfuerzos en exceso del que da origen al agrietamiento del concreto, la rigidez del miembro correspondiente puede estimarse como sigue. La fig. 26 representa un miembro de concreto reforzado sujeto a tensión. Se supondrá que existe simetría en la aplicación de la carga y en la colocación del refuerzo. Al rebasarse la tensión resistente del concreto aparecerán grietas a una cierta distancia una de otra, estando dicho espaciamiento determinado por la tensión resistente del concreto y por la adherencia desarrollada a lo largo del refuerzo. Si se supone que en la sección $a-a'$ el concreto desarrolla su resistencia de tensión, f_c , y el acero está sujeto a un esfuerzo f_{sa} , la fuerza axial total, T , se obtendrá como

$$T = (A_c - A_s) f_c + A_s f_{sa}$$

En la sección agrietada, si f_s es el esfuerzo correspondiente del acero, se tendrá

$$T = A_s f_s$$



MIEMBROS DE CONCRETO REFORZADO SUJETOS A TENSION AXIAL
FIG. 26

es decir,

$$f_{sa} = f_s - \frac{A_c - A_s}{A_s} f_c$$

El esfuerzo en el acero, por tanto, variará entre un valor máximo f_s y uno mínimo, f_{sa} . Ello requerirá que exista adherencia a lo largo del refuerzo. Si la adherencia unitaria se aproxima tomándola constante, el diagrama de esfuerzos del acero puede representarse por segmentos rectos, como en la fig. 26b. El esfuerzo medio en el acero será, por ende,

$$f_{sm} = f_s - \frac{1}{2} \frac{A_c}{A_s} f_c = \frac{T}{A_s} - \frac{1}{2} \frac{A_c}{A_s} f_c$$

y la deformación unitaria media a partir de la cual puede calcularse la rigidez efectiva, será

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{T}{A_s E_s} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{A_c f_c}{T} \right)$$

Esta expresión suministra un límite superior de la rigidez, pues la distribución de tensiones en el concreto no es tan favorable como se ha postulado. El límite inferior se obtiene suponiendo que el acero trabaja a un esfuerzo constante f_s .

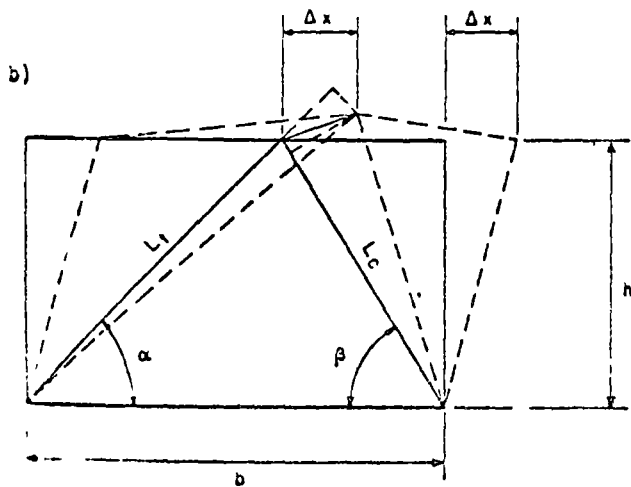
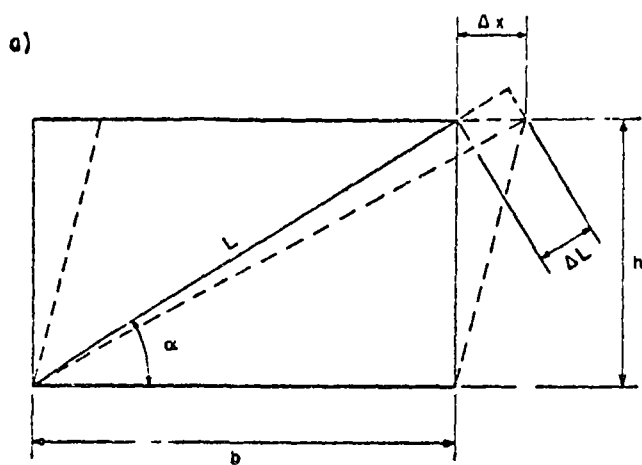
$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{T}{A_s E_s}$$

En estas condiciones la contribución del contraviento de tensión constituye una parte relativamente pequeña del total. Consecuentemente se incurrirá solo en errores pequeños si se admite el valor medio de los límites citados, es decir, $\Delta L/L = (T/A_s E_s) (1 - 0.25 A_c f_c / T)$

En el caso en que exista precompresión que no anule la tensión, el cálculo de rigideces debe tomar

en cuenta que una parte de la deformación, la debida a una fuerza normal igual a la precompresion mas la resistente por tension del concreto, corresponde a la seccion completa del concreto reforzado y el módulo de elasticidad correspondiente a la curva de descarga. La deformación producida por el exceso de tension se calculara de acuerdo con lo anteriormente expuesto.

Suponiendo que las trabes y columnas son inextensibles el desplazamiento horizontal relativo entre niveles consecutivos Δx , que sufre un tablero contraventeado como consecuencia de las deformaciones de sus contravientos, puede expresarse en terminos de la fuerza cortante que dichos elementos contribuyen a tomar, $V = (T + C) \cos \alpha$, de la rigidez del contraviento de compresion, $K_c = C/\Delta L$ y de la rigidez del de tension, $K_t = T/\Delta L$ (fig. 2.7a):



RIGIDEZ DE TABLEROS CONTRAVENTEADOS

FIG.2.7

$$\Delta x = \frac{V}{(K_c + K_t) \cos^2 \alpha}$$

Las fuerzas axiales en los contravientos resultan de las expresiones

$$C = \frac{V K_c}{(K_c + K_t) \cos \alpha}, \quad T = \frac{V K_t}{(K_c + K_t) \cos \alpha}$$

El cociente $V/\Delta x$ hace las veces de la rigidez al corte en un muro, mientras el momento de inercia del par de columnas que limitan el tablero en cuestión hace las veces del momento de inercia del mismo.

Si los contravientos tienen una disposición como la mostrada en la fig 2.7b, se obtiene, despreciando la rigidez flexionante tanto de los contravientos como de las trabes,

$$\Delta x = \frac{V}{\sin^2(\alpha + \beta)} \left(\frac{\sin^2 \alpha}{K_c} + \frac{\sin^2 \beta}{K_t} \right),$$

$$C = \frac{V \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta)}, \quad T = \frac{V \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$$

En el diseño de marcos contraventeados es fundamental tomar en cuenta no solo los momentos flexionantes en trabes y columnas sino tambien las fuerzas axiales que en ellas introducen las componentes horizontales y verticales de las fuerzas que obran en los contravientos.

2.05 *Discusion de las hipotesis para calculo de rigideces de muros.* El criterio para calculo de rigideces de muros que se ha descrito toma en cuenta las deformaciones debidas a esfuerzos normal y cortante. En los métodos que se proponen para la determinación de rigideces de marcos se desprecian las deformaciones debidas a fuerza axial en las columnas. Esta hipotesis da resultados satisfactorios en cuanto a la distribución de cortantes entre los marcos de edificios poco esbeltos donde no existen diagonales de contraventeo ni muros de concreto o mamposteria. Pero no es adecuada para el calculo de rigideces de marcos esbeltos. En estas estructuraciones la deformacion por fuerza axial en las columnas da lugar a rigideces bastante menores que las calculadas siguiendo metodos clasicos.⁸ Si ligado a los marcos existe un muro esbelto de concreto, un analisis que no tome en cuenta el fenomeno citado en los marcos puede conducir a una subestimacion importante de los elementos mecanicos para los que se diseña.

En el presente desarrollo se ha supuesto en el tablero la base del muro en la cimentacion. La hipotesis puede ser satisfactoria en ciertos casos pero en otros las condiciones reales de la frontera inferior del muro pueden modificar de manera importante sus rigideces. Por consiguiente, debe en cada ocasion estudiarse cuidadosamente la condicion que opera en la base, tomar en cuenta sus efectos en las rigideces.

Cuando es posible contraventear un muro con varias crujijs disponiendo los elementos de

traventeo o tableros de muro en cualquiera de ellas, pueden alternarse dichos elementos en cru-
 jias distintas para cada entrespaño. Las rigideces
 que en esta manera se obtienen son mayores de
 las que se tendrían si se contraventea a una misma
 cruzia en toda su altura²⁰ (véase el Cap 6).

2.06 *Diseño de marcos que enmarcan tableros
 de muros* Para las dimensiones usuales los table-
 ros de muros confinados por marcos de concreto
 suelen ser varias veces mas rígidos que estos.
 Como consecuencia, la fuerza cortante sismica resis-
 tida por los muros es bastante mayor que la que
 deben tomar los marcos. Esta propiedad permite
 el diseño de marcos con miembros más esbeltos
 cuando se aprovechan muros para resistir cargas
 laterales.

En este tipo de estructura, para que un tablero
 de muro sea capaz de proporcionar eficientemente
 resistencia a fuerzas laterales, necesita reaccionar
 sobre el marco que lo confina de acuerdo con lo
 que se indica en la fig 2.8a. Se producen fuerzas
 axiales en traveses y columnas así como momentos

y cortantes en las mismas. Los momentos son de
 poca importancia dado que las fuerzas de inter-
 accion se desarrollan en la proximidad de los nu-
 dos. Las fuerzas cortantes, por el contrario, pue-
 den ser de consideracion.

En general el confinamiento, que la pro-
 ximidad a los otros miembros del marco, así como el mismo
 muro, producen en el concreto de las secciones
 donde las fuerzas cortantes son maximas incre-
 menta su resistencia y la falla por tension diagonal
 en marcos de concreto reforzado se vuelve poco
 probable. Para fines practicos, puede bastar con
 que se tomen en cuenta las tensiones axiales que
 la interaccion con el muro induce en el marco.
 Estas afectan no solo el diseño por flexión sino,
 sobre todo en marcos de concreto reforzado, re-
 ducen la capacidad de los miembros para resistir
 fuerza cortante o tension diagonal, y dicha dis-
 minucion debe tomarse en cuenta.

En marcos de acero las fuerzas cortantes men-
 cionadas pueden ser determinantes para el diseño
 de las conexiones. Es, por consiguiente, debatible
 si hayan de desprejiciarse cuando se trata de mar-
 cos de acero y en cuales tipos de conexion tendran
 mayor importancia estos esfuerzos.

En casos como el de la fig 2.8b en que el
 muro no abarca la longitud total de un claro, la
 flexion en las traveses adquiere mayor importancia.
 A la vez la resistencia en tension diagonal en el
 tramo donde no hay muro se ve disminuida al des-
 aparecer el confinamiento de la region critica.

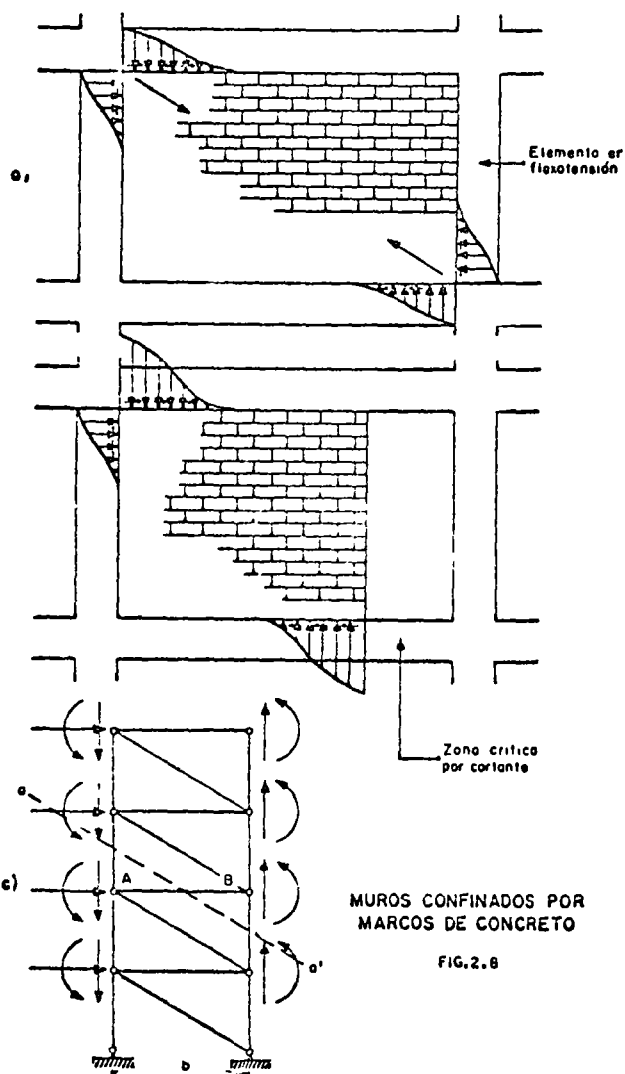
Para el cálculo de fuerzas axiales en traveses y
 columnas es posible idealizar el trabajo de los
 tableros de muro como el de diagonales de com-
 presion segun se esquematiza en la fig 2.8c. De
 acuerdo con ella la fuerza normal debida a las
 fuerzas resistidas por el muro, en las columnas
 cortadas por la sección a— a' puede obtenerse
 como $N_c = M/b$, donde M es el momento con
 respecto a un eje que pase por A o por B segun
 el caso de las fuerzas laterales resistidas por el
 muro y de la resultante de las fuerzas de inter-
 accion con el resto de la estructura que las de-
 formaciones debidas a las cortantes tomadas por
 el muro originan. La tension en la trabe AB se
 obtiene como la suma de fuerzas horizontales que
 actuan arriba del corte a— a'.

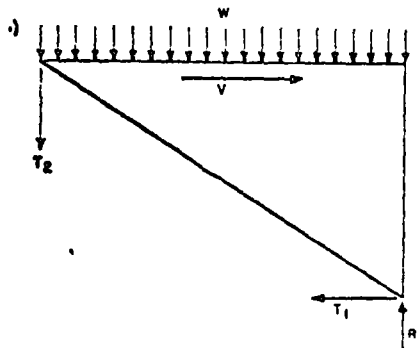
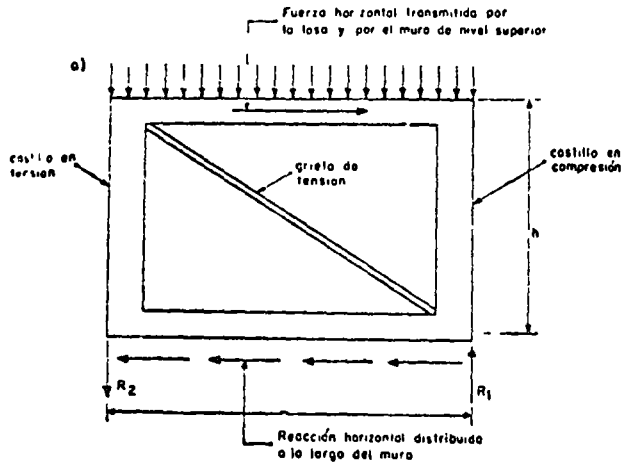
En los casos comunes de construcciones bajas
 con muros de carga enmarcados mediante dadas
 y castillos sin rigidez ni resistencia apreciables en
 flexión, el analisis puede efectuarse de acuerdo
 con la fig 2.9, la cual supone que al nivel de
 carga estudiado se ha sobrepasado la resistencia
 en tension del muro. Por equilibrio de la parte ais-
 lada en la fig 2.9b se obtiene

$$T_1 = V, \quad T_2 = \frac{Vh}{b} - \frac{W}{2},$$

$$R_1 = \frac{Vh}{b} + \frac{W}{2}.$$

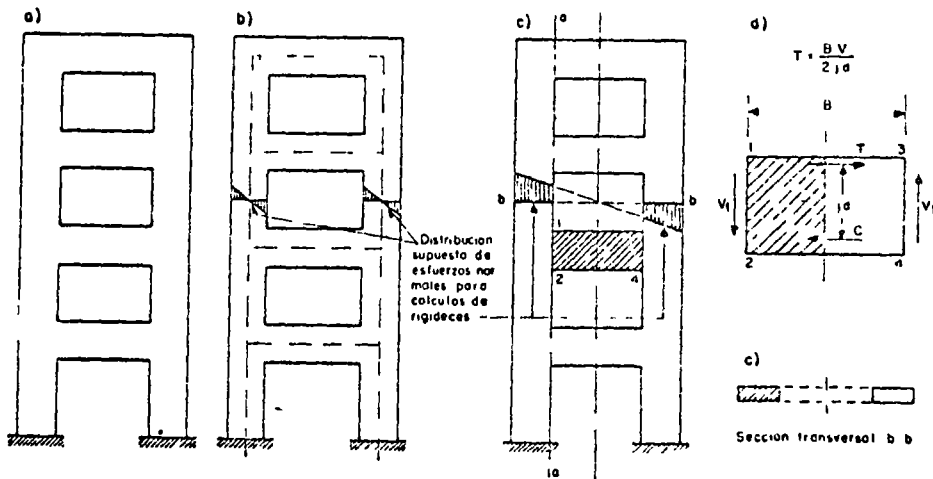
2.07. *Muros con aberturas* Por razones ar-
 quitectónicas se presentan muros con aberturas





MUROS DE CARGA ENMARCADOS POR DALAS Y CASTILLO

de dimensiones comparables a los anchos de las zonas resistentes de los mismos (fig 210). El elemento en cuestión representa una estructura de tipo intermedio entre un muro de sección variable y un marco formado por barras. Si se asimila el muro, para fines de análisis, a un marco definido por las líneas de ejes que indica la fig.



RIGIDEZ DE MUROS CON ABERTURAS

FIG 210

210b, se obtendrán rigideces menores que las reales

Si en cambio se supone que el muro trabaja como un voladizo empotrado en su base y se acepta la hipótesis de la sección plana la distribución de esfuerzos normales a lo largo de una sección horizontal es como se indica en la fig 210c. En este caso la rigidez calculada es mayor que la real.

Tanto en la hipótesis de trabajo de marco como en la del voladizo, el análisis puede incluir o despreciar las deformaciones por esfuerzo tangencial, mas en general sera importante tomarlas en cuenta.

Para que la estructura pueda trabajar en la forma de un voladizo empotrado en su base es necesario que los elementos horizontales transmitan fuerzas cortantes verticales considerables. Estas pueden valuarse de acuerdo con la teoría de vigas compuestas cuyas partes están ligadas por conectores con resistencia a esfuerzos rasantes. En efecto, si en la fig 210c se considera válida la hipótesis de la sección plana y la teoría de Jourawski sobre esfuerzos tangenciales, es necesario que se desarrolle a lo largo de la cara a — a' un esfuerzo tangencial por unidad de longitud que puede calcularse como $s = VQ/I$, donde

V = fuerza cortante horizontal resistida por el muro en la sección en estudio.

Q = momento estático de la parte sombreada de la sección transversal horizontal del muro con respecto a su eje centroidal (fig 210c).

I = momento de inercia de la sección transversal del muro con respecto a su eje centroidal.

Si se supone que el elemento 1234 debe transmitir la fuerza rasante V_1 que actúa en la longitud tributaria l ,

$$V_1 = \int \frac{VQ}{I} dl.$$

Conocido V_1 es fácil valuar los elementos mecánicos necesarios para el diseño del tramo 1234, de acuerdo con la fig 210c. Este valor es un límite superior a la fuerza cortante V_1 . Un límite inferior puede obtenerse suponiendo que en el elemento horizontal se está desarrollando un esfuerzo cortante medio igual al que existe en las jambas.

El cálculo de V_1 puede simplificarse si se tiene en cuenta que es igual a la diferencia entre las fuerzas normales resultantes en una de las jambas en dos entrepisos consecutivos. Estas a su vez pueden valuarse como el producto del área de la jamba correspondiente por el esfuerzo en su centroide calculado a partir de la fórmula de la escuadría.

Es aconsejable que los refuerzos que bordean al vano posean anclajes generosos. Deben en general llevarse hasta rematar en gancho en las trabes y columnas que definen al tablero de que se trata.

Igualmente aconsejable es que se suministren barras de refuerzo oblicuas, proximas a las esquinas del vano para evitar agrietamiento excesivo de estas zonas, e igualmente convendrá que los refuerzos oblicuos se anclen generosamente. (No existen, aparentemente, criterios fidedignos para el diseño de este refuerzo oblicuo.)

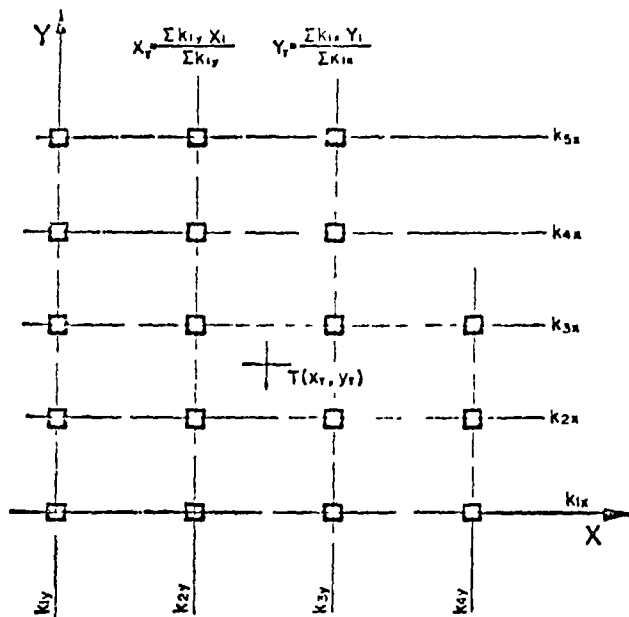
3. Analisis sísmico de edificios

3.0 Generalidades

3.00 Contenido Este capítulo se refiere a la valuación de las fuerzas sísmicas, de acuerdo con el reglamento propuesto, así como a la distribución de sus efectos entre los elementos resistentes en cada entrepiso.

3.01 Hipótesis Se admitiran las siguientes hipótesis:

1. Es posible considerar que la fuerza cortante sísmica en cualquier entrepiso actúa paralelamente a un sistema de elementos que resisten empujes laterales en una sola dirección, paralela a su plano. Debe suponerse además que en todos los entrepisos existen dos sistemas ortogonales de elementos resistentes y que trabajan independientemente. En tal caso siempre será posible descomponer la cortante sísmica en un entrepiso en dos componentes que satisfagan la condición impuesta al principio de este inciso. La fig 31 muestra en planta un entrepiso de un edificio en el cual se identifican con subíndices x, y , los elementos que resisten fuerzas paralelas a la dirección x, y , respectivamente. La rigidez de entrepiso de cada elemento se designa con R_{ix} o R_{iy} .
2. La rigidez de entrepiso de cada marco o muro es conocida. En general es posible usar valores aproximados para fines de una distribución preliminar y refinarlos teniendo en



Elementos resistentes y centro de torsión

FIG. 31

cuenta el sistema de fuerzas laterales obtenido en cada elemento mediante la primera estimación de rigideces.

3. Las losas de piso son indeformables.*
4. Se supondrá que el efecto del temblor equivale al de un sistema de fuerzas horizontales que actúa en dirección paralela a uno de los sistemas de elementos resistentes y obran en el centro de gravedad de cada nivel.

3.1. Procedimiento de analisis

3.11 Descripción El método de análisis se describe a continuación:

1. La fuerza horizontal aplicada en el centro de gravedad del nivel i se calcula usando la fórmula

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} C \sum W_i \quad (31)$$

en la cual

- F_i = fuerza sísmica aplicada en el nivel i
- W_i = peso del nivel i
- h_i = altura del nivel i sobre el desplante
- C = coeficiente para diseño sísmico, especificado en el reglamento

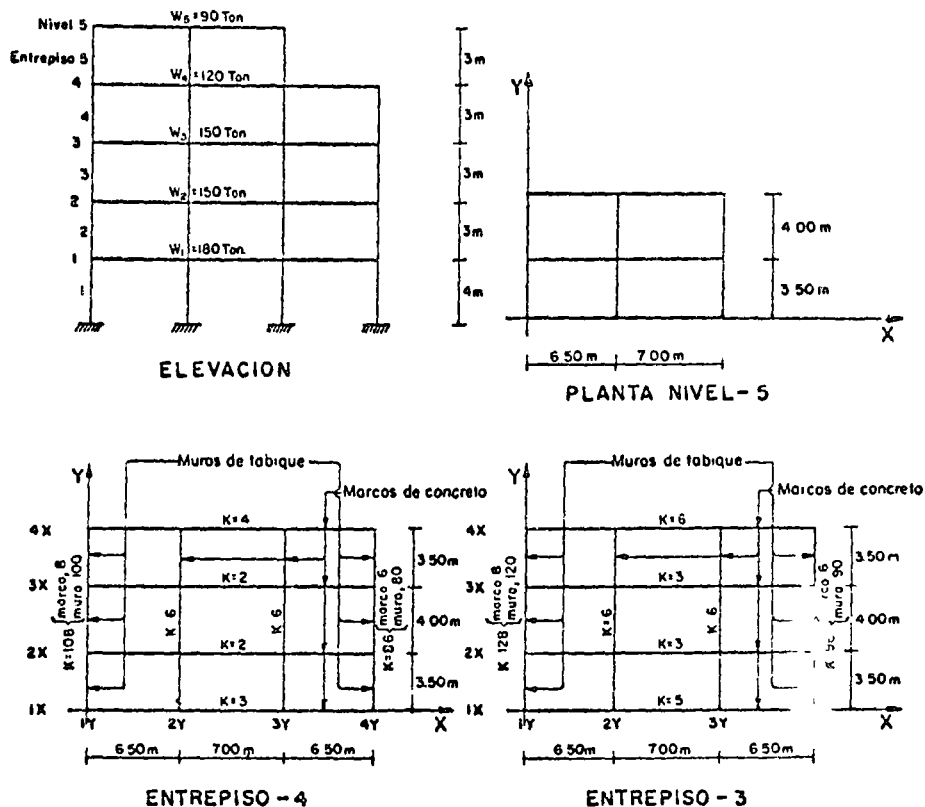
* En algunos edificios esta hipótesis es admisible. Tal es el caso de edificios cuya longitud en planta sea varias veces su ancho, y cuya rigidez ante cargas laterales no está distribuida de una manera sensiblemente uniforme en todo su largo. También lo es el de edificios de losas precoladas, y aquellos que poseen elementos verticales resistentes a cargas laterales cuya rigidez sea comparable a la de las losas.

2. Obtengase, por estática, la línea de acción del cortante sísmico en cada entrepiso para las dos direcciones principales (paralelas a los elementos resistentes) en que se efectuara el análisis. Para ello conviene ordenar las operaciones como en la tabla 3.1 del ejemplo 19 (fig 3.2).
3. Calcúlense las rigideces de piso de los elementos resistentes en ambas direcciones y en todos los entrepisos
4. Determinese la posición del centro de torsión

trario existe torsión o rotación relativa entre dos niveles consecutivos. Las expresiones para calcular las coordenadas del centro de torsión con respecto a un sistema cualquiera de referencia son

$$x_t = \frac{\sum R_{iy} x_i}{\sum R_{iy}} \quad (3.2)$$

$$y_t = \frac{\sum R_{ix} y_i}{\sum R_{ix}} \quad (3.3)$$



COEFICIENTE SISMICO	
Construcción Tipo "A"	
Zona de alta compresibilidad	
Estructuración Tipo-1 según "X"	
Estructuración Tipo-2 según "Y"	

CENTROS DE GRAVEDAD		
NIVEL	\bar{x}	\bar{y}
5	6.75	3.75
4	9.20	5.50
3	9.20	5.50
2	9.20	5.50
1	8.50	6.30

ANÁLISIS ESTÁTICO DE UN EDIFICIO
EJEMPLO-19
FIG 3.2

en cada entrepiso. El centro de torsión es el punto, P , el que debe pasar la línea de acción de la fuerza cortante sísmica para que el movimiento relativo de los dos niveles consecutivos que limitan el entrepiso sea exclusivamente de traslación. En caso con-

5. La fuerza cortante que debe ser resistida por un marco cualquiera en un piso es igual a la suma de dos efectos: el debido a la fuerza cortante del piso, V , V actuando en el centro de rigideces, y el debido al momento torsionante del piso. Si k direc-

FUERZAS SISMICAS, CORTANTE, POSICION DEL CORTANTE EN CADA PISO

NIVEL	ENTREPISO	W _i	h _i	W _i h _i	F _{ix}	F _{iy}	CORTANTES		C de G		F _{ix} \bar{y}	F _{iy} \bar{x}	$\Sigma F_{ix}\bar{y}$	$\Sigma F_{iy}\bar{x}$	POSICION DE CORTANTE	
							V _x	V _y	\bar{y}	\bar{x}					$y = \Sigma F_{ix}\bar{y}/V_x$	$x = \Sigma F_{iy}\bar{x}/V_y$
5		90	16	1440	12.36	16.42			3.75	6.75	46.35	110.84	46.35	110.84		
	5						12.36	16.42							3.75	6.75
4		120	13	1560	13.39	17.78			5.50	9.20	73.65	163.58	120.00	274.42		
	4						25.75	34.20							4.66	8.02
3		150	10	1500	12.87	17.10			5.50	9.20	70.79	157.32	190.79	431.74		
	3						38.62	51.30							4.94	8.42
2		150	7	1050	10.06	11.97			5.50	9.20	55.33	110.12	246.12	541.86		
	2						48.68	63.27							5.06	8.56
1		180	4	720	6.18	8.21			6.30	8.50	38.93	69.79	285.05	611.65		
	1						54.86	71.48							5.20	8.56

$\Sigma=690 \quad \Sigma=6270$

$C_x = 1.3 \times 0.06 = 0.078$
 $C_y = 1.3 \times 0.08 = 0.104$

$F_i = \frac{W_i h_i}{\Sigma W_i h_i} C \Sigma W_i$

ción analizada del sismo es la paralela al eje x, se obtienen las siguientes cortantes.

En los marcos x, por efecto de la fuerza cortante aplicada en el centro de rigideces.

$$V \frac{R_{ix}}{\Sigma R_{ix}} \quad (3.4)$$

En los marcos x, por efecto de la torsión.

$$\frac{M_t R_{ix} y_{it}}{(\Sigma R_{ix} y_{it}^2 + \Sigma R_{iy} x_{it}^2)} \quad (3.5)$$

En los marcos y, por efecto de la torsión.

$$\frac{M_t R_{iy} x_{it}}{(\Sigma R_{ix} y_{it}^2 + \Sigma R_{iy} x_{it}^2)} \quad (3.6)$$

En las expresiones anteriores,

- V = fuerza cortante sismica en el entrepiso considerado
- x_{it}, y_{it} = coordenadas de los elementos resistentes con respecto al centro de torsion del entrepiso en cuestion
- M_t = momento torsionante en el entrepiso considerado, que es igual al producto de la fuerza

cortante en el piso por la siguiente excentricidad

$1.5e \pm 0.05L$

donde e es la excentricidad calculada como la distancia entre la linea de accion del cortante y el centro de torsión y L es la mayor dimension de la planta considerada del edificio medida perpendicularmente a la direccion del sismo. El signo debera tomarse en cada marco en tal forma que de lugar a los maximos esfuerzos

- 6 Conocido el sistema de cargas que actua en cada marco se analiza de acuerdo con los metodos presentados en el Capitulo I

312 Ejemplo La tabla 32 del ejemplo 19 sistematiza convenientemente las operaciones para distribuir el cortante sismico y el momento torsionante. En ella puede observarse el criterio que se sigue para calcular el momento torsionante de diseño a partir del nominal. Por ejemplo para el caso en que la fuerza cortante sea paralela a la dirección x se calcularon dos valores del momento torsionante:

TABLA N° 3 2

DISTRIBUCION DE CORTANTES ENTRE LOS ELEMENTOS RESISTENTES EN CADA PISO

a) Entrepiso 4: $V_x = 2575, y_v = 466, M_{Tx} = 2575(15 \times 1.34 \pm 0.05 \times 1100), M_{Tx1} = 6592, M_{Tx2} = 3760$
 $V_y = 3420, x_v = 602, M_{Ty} = 3420(15 \times 0.91 \pm 0.05 \times 2000), M_{Ty1} = 8105, M_{Ty2} = 1265$
 $\Sigma k_{ix} y_{it}^2 + \Sigma k_{iy} x_{it}^2 = 19536.04$

EJE	k_{ix}	y_i	$k_{ix} y_i$	y_{it}	$k_{ix} y_{it}$	$k_{ix} y_{it}^2$	EFECTO DE V_x			EFECTO DE V_y
							DIRECTO	TORSION	TOTAL	TORSION
1 x	3	0 00	0 00	- 6 00	-16 00	108 00	7 02	0 06	7 06	0 07
2 x	2	3 50	7 00	- 2 50	- 5 00	12 50	4 68	0 02	4 70	0 02
3 x	2	7 50	15 00	1 50	3 00	4 50	4 68	-0 01	4 67	0 01
4 x	4	11 00	44 00	5 00	20 00	100 00	9 36	-0 04	9 32	0 08
SUMAS	11		66.00			225 00			$y_t = \frac{66 00}{11} = 6 00$	

EJE	k_{iy}	x_i	$k_{iy} x_i$	x_{it}	$k_{iy} x_{it}$	$k_{iy} x_{it}^2$	EFECTO DE V_y			EFECTO DE V_x
							DIRECTO	TORSION	TOTAL	TORSION
1 y	108	0 00	0 00	- 8 93	-964 44	8611 92	17 93	3 95	21 88	2 89
2 y	6	6 50	39 00	- 2 43	- 14 58	35 40	1 00	0 06	1 06	0 04
3 y	6	13 50	81 00	4 57	27 42	125 28	1 00	-0 02	0 98	0 08
4 y	86	20.00	1720 00	11 07	952 02	10538 44	14 28	-0 62	13 66	2 85
SUMAS	206		184000			1931104			$x_t = \frac{1840 00}{206} = 8 93$	

b) Entrepiso 3: $V_x = 3862, y = 494, M_{Tx} = 3862(15 \times 0.88 \pm 0.05 \times 1100), M_{Tx1} = 7222, M_{Tx2} = 2974$
 $V_y = 5130, x_v = 8.42, M_{Ty} = 5130(15 \times 0.22 \pm 0.05 \times 2000), M_{Ty1} = 6823, M_{Ty2} = -3437 *$
 $\Sigma k_{ix} y_{it}^2 + \Sigma k_{iy} x_{it}^2 = 22467.99$

EJE	k_{ix}	y_i	$k_{ix} y_i$	y_{it}	$k_{ix} y_{it}$	$k_{ix} y_{it}^2$	EFECTO DE V_x			EFECTO DE V_y
							DIRECTO	TORSION	TOTAL	TORSION
1 x	5	0 00	0 00	- 5.82	-29.10	169 36	11 36	0 09	11 45	0 09
2 x	3	3.50	10 50	- 2.32	- 6 96	16 15	6 82	0 02	6 84	0 02
3 x	3	7.50	22 50	1.68	5.04	8 47	6 82	-0 01	6 81	0 02
4 x	6	11.00	66 00	5 18	31 08	160 99	13 63	-0 04	13 59	0 09
SUMAS	17		99 00			354.88			$y_t = \frac{99 00}{17} = 5 82$	

EJE	k_{iy}	x_i	$k_{iy} x_i$	x_{it}	$k_{iy} x_{it}$	$k_{iy} x_{it}^2$	EFECTO DE V_y			EFECTO DE V_x
							DIRECTO	TORSION	TOTAL	TORSION
1 y	128	0 00	0 00	- 8 64	-1105 92	9555 15	27 78	3 36	31 14	3 31
2 y	6	6 50	39 00	- 2.14	- 2 84	27 48	1 30	0 04	1 34	0 04
3 y	6	13 50	81 00	4.86	29 16	141 72	1 30	0 04	1 34	0 04
4 y	96	20 00	1920 00	11 36	1090 56	12388 76	20 83	1 67	22 50	3 27
SUMAS	236		2040.00			22113.11				

$x_t = \frac{2040}{236} = 8.64$

* Nótese que M_{Ty2} resultó negativo. Es decir que la parte más importante de la excentricidad es la dada por 15×2000 . El efecto de torsión debida a V_y es aditivo en todos los ejes.

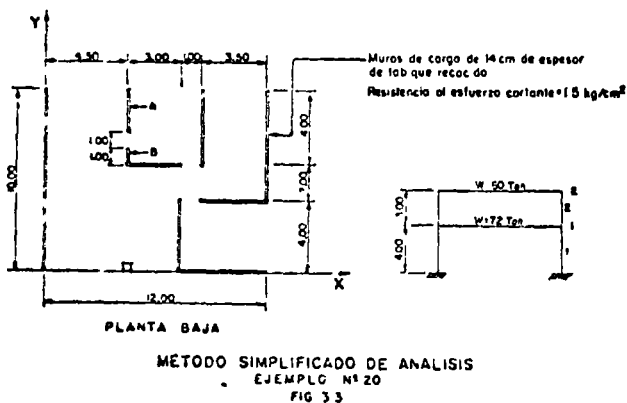
$$(M_{Tx})_1 = 2575(1.5 \times 1.34 + 0.05 \times 11.00) = 6592.$$

$$(M_{Tx})_2 = 2575(1.5 \times 1.34 - 0.05 \times 11.00) = 3760.$$

Para los marcos 1x y 2x, en los cuales el efecto de la torsion se suma al de traslacion, se usó $(M_{Tx})_1$, en cambio, al obtener los cortantes de diseño para los marcos 3x y 4x, en que ambos efectos son opuestos, se uso $(M_{Tx})_2$. Este mismo criterio se expresa graficamente en la fig A2

El ejemplo 19 sirve ademas para ilustrar los siguientes conceptos

1. El coeficiente sismico es diferente en cada una de las direcciones x , y , por tratarse de una estructura cuya resistencia a fuerzas laterales en la direccion x se debe esencialmente a flexion de los elementos estructurales (estructuración tipo 1) y en la direccion y a esfuerzos cortantes en los muros de mampostería (estructuración tipo 2)
2. Para que las hipotesis de analisis se cumplan, es necesario que la losa sea capaz de resistir como diafragma las fuerzas que sobre ella actúan como consecuencia de su participacion transmitiendo la fuerza sismica a los elementos resistentes. En el marco 1y, por ejemplo, las fuerzas cortantes en los entrepisos 3 y 4 son respectivamente 31.13 y 21.88 ton. La fuerza que la losa transmite al marco en el nivel 3 es, por tanto, $31.13 - 21.88 = 9.26$ ton, que da lugar al



siguiente esfuerzo cortante medio (suponiendo un espesor de 10 cm para la losa),

$$\frac{9260}{1100 \times 10} = 0.84 \text{ kg/cm}^2.$$

3.13 Metodo simplificado de analisis De acuerdo con el Art 7 del capitulo de diseño sismico es aceptable efectuar un analisis simplificado de estructuras que satisfagan ciertas limitaciones que alli se imponen. La fig 3.3 muestra esquematicamente una estructura que para fuerzas laterales actuando paralelamente al eje y , cumple con las limitaciones del articulo citado (Ver apendice). Para la direccion citada, el analisis simplificado de la planta baja, se efectuó en la forma que a continuacion se describe

1. Determinación del coeficiente para diseño sismico

Considerando que la estructura se localiza en la zona de alta compresibilidad, que su estructuración es del tipo 2 y que se trata de una construcción tipo B, el coeficiente para diseño sismico propuesto por el reglamento es 0.08.

2. Calculo de las fuerzas y cortantes sismicas

Nivel	Entrepiso	W_i ton	H_i m	$W_i H_i$ ton.m	F_i ton	V ton
2		60	7	420	6.30	
	2					6.30
1		72	4	288	10.62	
	1					16.92
Sumas		132		708		

3. La longitud total de muros paralelos a la direccion y es 27 m, de los cuales 24 m corresponden a muros con relaciones $h/L < 1.33$, por lo cual su capacidad puede estimarse considerando un esfuerzo de trabajo igual a 15 kg/cm² (ver fig 3.3). Los esfuerzos permisibles en los tramos A y B se obtienen como sigue,

En el tramo A, $h/L = 4.00/2.00 = 2.0 > 1.33$, de donde el esfuerzo permisible vale $1.5 \times (1.33 \times 1/2)^2 = 0.66 \text{ kg/cm}^2$

En el B $h/L = 4.00/1.00 = 4.00 > 1.33$, de donde el esfuerzo permisible es $1.5 \times (1.33 \times 1/4)^2 = 0.17 \text{ kg/cm}^2$

La capacidad de la planta baja es, por tanto,

$$24.00 \times 14 \times 1.5 + 200 \times 14 \times 0.66 + 100 \times 14 \times 0.17 = 530 \text{ ton}$$

Esta capacidad es mayor que la necesaria según el calculo arriba realizado

Parte B - ANALISIS DINAMICO

4. Elementos de la dinámica estructural

4.0 Definiciones

4.01 *Grados de libertad* Considerese una estructura constituida por masas concentradas ligadas entre sí por elementos elasticos (fig 4.1)

Se entiende por numero de grados de libertad del sistema el numero de datos que es necesario

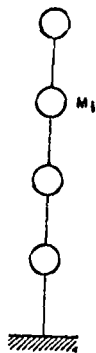


FIG 4.1

fixar para definir una configuración cualquiera del mismo

Cuando sólo se permiten desplazamientos en una dirección el numero de grados de libertad es igual al numero de masas de la estructura

4.02 *Matriz de rigideces.* Se entiende por matriz de rigideces el conjunto ordenado de los valores de las fuerzas que se ejercen estáticamente sobre cada masa, en la dirección del grado de libertad correspondiente, cuando se producen sucesivamente desplazamientos unitarios según cada grado de libertad, impidiendo el desplazamiento según los demas. Las rigideces se designarán con el símbolo K_{ij} , que representa la fuerza exterior que actúa sobre la masa i cuando se produce un desplazamiento unitario de la masa j

4.03 *Matriz de flexibilidades* Se entiende por matriz de flexibilidades el conjunto ordenado de los valores de los desplazamientos de todas las masas debidos a la acción de una fuerza unitaria aplicada sucesivamente a cada una de ellas. Las flexibilidades se designarán con el símbolo δ_{ij} , siendo δ_{ij} el desplazamiento de la masa i debido a una fuerza unitaria aplicada en j

4.04 *Vibraciones libres.* Se llaman vibraciones libres de una estructura las que ésta experimenta cuando actúe sobre ella ninguna fuerza exterior.

4.05 *Periodos y modos naturales* Toda estructura elastica no amortiguada con varios grados de libertad puede vibrar libremente en tal forma que el desplazamiento de cada una de sus masas con respecto a su posición de equilibrio estatico es igual al producto de una función de la masa considerada por una función del tiempo. Interesa el caso en que esta función es la misma para todas las masas, es decir ^{16,17,18},

$$x_i(t) = X_i \theta(t), \quad (4.1)$$

donde

- x_i = desplazamiento de la masa i con respecto a su posición de equilibrio, en el instante t ,
- X_i = función que depende unicamente del punto considerado,
- θ = función del tiempo, independiente de i .

A estas maneras de vibrar se les llama *modos naturales*. Al conjunto ordenado de valores X_i , se llama *forma del modo*, y el periodo de θ , en caso de que exista, se llama *periodo natural*.

Por el teorema de d'Alembert, designando con Q_i a la fuerza que la estructura ejerce sobre la masa i , puede escribirse

$$M_i x_i = Q_i, \quad (4.2)$$

Por la definición de matriz de rigideces,

$$Q_i = \sum_{j=1}^n K_{ij} x_j. \quad (4.3)$$

Sustituyendo las ecs. 4.1 y 4.3 en la 4.2,

$$M_i X_i \theta = \theta \sum_{j=1}^n K_{ij} X_j, \quad (4.4)$$

separando,

$$\frac{\theta}{\theta} = \frac{\sum K_{ij} X_j}{M_i X_i} \quad (4.5)$$

El primer miembro de (4.5) es independiente de i y el segundo de t , por tanto ambos deben ser constantes para que la igualdad subsista. Si este valor constante se llama $-p^2$, se obtiene

$$\theta + p^2 \theta = 0,$$

cuya solución es

$$\theta = a \sin p(t - \tau) \quad (4.6)$$

De acuerdo con lo anterior existen modos de vibración que satisfacen las condiciones de la c.

4.1 Estos son tales que el movimiento de cada masa es armónico simple de periodo $T = 2\pi/p$, p se llamara frecuencia natural circular

4.06 *Calculo de los modos naturales de vibracion* Sustituyendo las ecs 4.1 y 4.6 en la 4.4, y simplificando se llega a la siguiente expresion

$$M_i p^2 X_i = \sum_{j=1}^n K_{i,j} X_j \quad (4.7)$$

Si se plantea una ecuacion semejante a la 4.7 para cada una de las n masas, se establece un sistema de n ecuaciones homogeneas con n incognitas (Las incognitas son X_i , siempre que se conozca p^2) Para que existan soluciones de X_i diferentes de cero, p^2 tiene que ser tal que se anule el determinante de los coeficientes de las X_i . Esto da lugar a una ecuacion de grado n en p^2 , con n raices reales, que corresponden a otros tantos periodos naturales de vibracion. Por otra parte, el sistema no tiene solucion unica para los valores absolutos de las X_i , sino unicamente para sus valores relativos es decir, en un modo de vibracion no estan definidas las amplitudes de los desplazamientos de las masas, sino la relacion entre todas ellas.

Otra alternativa para obtener los periodos y formas de los modos naturales es establecer las ecuaciones de desplazamiento de cada masa en terminos de los elementos de la matriz de flexibilidad, lo que da lugar a lo siguiente,

$$\frac{1}{p^2} X_i = \sum_{j=1}^n M_j \delta_{i,j} X_j \quad (4.8)$$

4.07 *Principales propiedades de los modos naturales*

1. Ortogonalidad de los modos con respecto a las masas. Se demuestra facilmente que

$$\sum_{i=1}^n M_i X_{i,r} X_{i,s} = 0 \text{ si } r \neq s$$

donde $X_{i,r}$, $X_{i,s}$ representan las amplitudes de la masa i correspondientes a los modos naturales r y s

2. $\sum_{i=1}^n M_i X_i^2$, es igual a una constante arbitraria, cuyo valor depende de la escala a la que se tome cada modo. Si dicha constante es obligada a tomar el valor de la unidad modificando la escala del modo, se dice que este se ha normalizado con respecto a las masas.

En todo lo que antecede se han supuesto para la estructura condiciones de frontera que implican que el terreno sobre el que se apoya es fijo e indeformable. Tratandose de estructuras reales los modos naturales se ven afectados por la deformabilidad del terreno y por la masa de este que esta

sujeta a aceleraciones. En tales casos el problema se complica por la existencia de amortiguamiento de cierta importancia. El tomar en cuenta la contribucion del terreno en los modos de vibracion puede ser fundamental en algunas estructuras.¹¹

4.1 *Metodos iterativos para el calculo de los periodos naturales*

Los metodos directos que se han descrito en el Art 4.06 son en general laboriosos e impracticos. Por ello se han desarrollado metodos de aproximaciones sucesivas que se presentan a continuacion

4.11. *Metodo de Stodola-Vianello*¹⁰

Considerese el sistema de ecuaciones (4.7) del cual se tratan de determinar

- a) Los valores caracteristicos de p^2 que hacen que exista solucion no trivial para las X_i ,
- b) Los valores de las X_i correspondientes a cada p^2

Pueden obtenerse ambos resultados simultaneamente por aproximaciones sucesivas si se procede en la forma siguiente

1. Supongase arbitrariamente un conjunto de valores para las X_i , sustituyanse los valores en el sistema descrito y calculese en cada ecuacion el valor de p^2 . Si la forma supuesta es correcta, los valores de p^2 asi calculados seran iguales entre si.
2. Si lo anterior no puede es necesario mejorar la hipotesis inicial mediante ciclos sucesivos de iteracion. Para ello obtengase una nueva aproximacion a la forma de los modos. Esto se logra calculando los valores de los segundos miembros de las ecs 4.7 o 4.8 y dividiendo entre un mismo valor arbitrario de ϕ^2 en todas las ecuaciones.
3. Con la nueva aproximacion a la forma del modo obtengase el valor de p^2 en cada ecuacion. El proceso se repite hasta lograr la igualdad con el grado de aproximacion que se desee, entre los valores de p determinados en cada una de las ecuaciones.

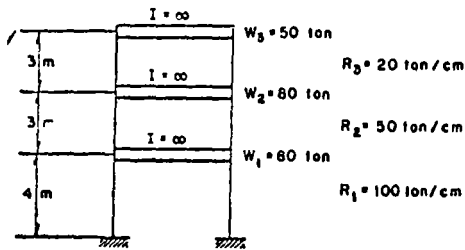
El mismo metodo puede aplicarse partiendo del sistema 4.8, en funcion de la matriz de flexibilidades. En el primer caso el metodo converge al modo de vibracion de maxima frecuencia mientras que en este ultimo la convergencia es hacia el modo de minima frecuencia es decir el modo fundamental. Dados los periodos dominantes de los temblores y los valores usuales de periodos naturales de estructuras generalmente son de este es los modos inferiores, o de frecuencias menores.

El procedimiento puede continuarse para el calculo de otros modos diferentes del primero o el ultimo reduciendo el numero de ecuaciones original. El numero de incognitas puede reducirse

se aplica la condición de ortogonalidad entre el modo calculado y otro cualquiera. Esto permite expresar una cualquiera de las amplitudes del siguiente modo en función de todas las demás del mismo. Queda por tanto, un sistema de $n - 1$ ecuaciones homogéneas con $n - 1$ incógnitas.

En el nuevo sistema se repite el procedimiento iterativo descrito. El proceso se continúa, reduciendo sucesivamente el número de ecuaciones hasta llegar al cálculo del último modo, en caso de que todos sean de interés.

Como ejemplo de aplicación obtengáanse los modos de vibración de la estructura descrita en la fig. 4.2.



EDIFICIO CON TRES GRADOS DE LIBERTAD

FIG. 4.2

La matriz de flexibilidades es la que se indica a continuación:

$$\begin{vmatrix} 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.03 & 0.03 \\ 0.01 & 0.03 & 0.08 \end{vmatrix}$$

Supóngase la estructura vibrando en uno de sus modos naturales. Sean p la frecuencia circular del modo y x_1, x_2, x_3 los desplazamientos de las masas 1, 2 y 3 respectivamente. Siendo el movimiento de las partículas de la forma $x_i = a_i \cos(pt + \alpha)$, las aceleraciones pueden expresarse como $-p^2 x_1, -p^2 x_2, -p^2 x_3$ y las fuerzas de inercia como $p^2 W_1 x_1/g, p^2 W_2 x_2/g, p^2 W_3 x_3/g$ respectivamente. Las ecuaciones de desplazamiento dinámico son entonces:

$$\frac{1}{p^2} x_1 = \frac{W_1}{g} \delta_{11} x_1 + \frac{W_2}{g} \delta_{12} x_2 + \frac{W_3}{g} \delta_{13} x_3,$$

$$\frac{1}{p^2} x_2 = \frac{W_1}{g} \delta_{21} x_1 + \frac{W_2}{g} \delta_{22} x_2 + \frac{W_3}{g} \delta_{23} x_3,$$

$$\frac{1}{p^2} x_3 = \frac{W_1}{g} \delta_{31} x_1 + \frac{W_2}{g} \delta_{32} x_2 + \frac{W_3}{g} \delta_{33} x_3.$$

Sustituyase y multiplíquese por g . Resulta

$$\frac{1}{p^2} x_1 = 80 \times 0.01 x_1 + 80 \times 0.01 x_2 + 50 \times 0.01 x_3,$$

$$\frac{g}{p^2} x_2 = 80 \times 0.01 x_1 + 80 \times 0.03 x_2 + 50 \times 0.03 x_3,$$

$$\frac{g}{p^2} x_3 = 80 \times 0.01 x_1 + 80 \times 0.03 x_2 + 50 \times 0.08 x_3.$$

Efectuando operaciones,

$$\frac{g}{p^2} x_1 = 0.8 x_1 + 0.8 x_2 + 0.5 x_3,$$

$$\frac{g}{p^2} x_2 = 0.8 x_1 + 2.4 x_2 + 1.5 x_3,$$

$$\frac{g}{p^2} x_3 = 0.8 x_1 + 2.4 x_2 + 4.0 x_3.$$

En forma matricial

$$\begin{bmatrix} 0.8 & 0.8 & 0.5 \\ 0.8 & 2.4 & 1.5 \\ 0.8 & 2.4 & 4.0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \frac{g}{p^2} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix}$$

El procedimiento iterativo para determinar la forma y el período del modo fundamental se presenta en las columnas (1) a (11) de la siguiente tabla de operaciones.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1	3.9	0.2216	1.1364	0.2046	1.1036
2	10.1	0.5739	3.0546	0.5499	2.9834
3	17.6	1.0000	5.5546	1.0000	5.4834

$$\frac{g}{p^2} = 5.5546, \quad \frac{g}{p^2} = 5.4834,$$

(7)	(8)	(9)	(10)	(11)
0.2013	1.0963	0.2005	1.0946	0.2404
0.5441	2.9669	0.5427	2.9627	2.9629
1.0000	5.4669	1.0000	5.4629	1.0000

$$\frac{g}{p^2} = 5.4669, \quad \frac{g}{p^2} = 5.4629$$

La columna (1) es una primera hipótesis sobre la forma del modo. La columna (2) es el cálculo de los primeros miembros a partir de esta primera estimación. La columna (3) es igual a la (2) dividida entre 17.6. La (4) es una nueva aproximación a los primeros miembros. Dividiendo cada término de la columna (4) entre el correspondiente de la (3) se obtiene el valor g/p^2 .

En este caso se consigna el valor de g/p^2 obtenido a partir de los valores del tercer renglón. El procedimiento termina cuando los valores de g/p^2 en dos ciclos consecutivos son iguales y cuando la forma del modo obtenida en dos ciclos consecutivos es la misma.

De la columna (11) se obtiene la forma del modo fundamental y el parámetro g/p^2 .

Aprovechando la ortogonalidad entre el primer modo y otro cualquiera,

$$0.2004 \times 8x_1 + 0.5424 \times 8x_2 + 1.000 \times 5x_3 = 0,$$

$$\text{de donde, } -x_1 = 2.7066x_2 + 3.1188x_3,$$

$$\frac{g}{p^2}x_1 = 0.8(-2.7066x_2 - 3.1188x_3) + 0.8x_2 + 0.5x_3,$$

$$\frac{g}{p^2}x_2 = 0.8(-2.7066x_2 - 3.1188x_3) + 2.4x_2 + 1.5x_3,$$

$$\frac{g}{p^2}x_3 = 0.8(-2.7066x_2 - 3.1188x_3) + 2.4x_2 + 4.0x_3,$$

de la segunda y tercera ecuaciones,

$$\frac{g}{p^2}x_2 = 0.2347x_2 - 0.9950x_3,$$

$$\frac{g}{p^2}x_3 = 0.2347x_2 + 1.5050x_3.$$

Repetiendo el proceso de iteración,

	(1)	(2)	(3)
0.2347	-0.9950	-1	-1.2297
0.2347	1.5050	+1	1.2703
			1.2703

(4)	(5)	(6)	(7)
-1.2223	-0.9566	-1.2195	-0.9524
1.2778	1.0000	1.2805	1.0000
	1.2778		1.2805

$$1.2805x_1 = 0.8(2.5778 - 3.118) - 0.7619 + 0.5,$$

$$x_1 = -0.5425,$$

por la primera condición de ortogonalidad,

$$-x_1 = 2.7066x_2 + 3.1188x_3, \quad (1)$$

la segunda condición de ortogonalidad será

$$-0.5425 \times 8x_1 - 0.9524 \times 8x_2 + 5x_3 = 0$$

$$-4.34x_1 - 7.6192x_2 + 5x_3 = 0$$

$$-x_1 = 1.7556x_2 - 1.1521x_3; \quad (2)$$

de (1) y (2)

$$2.7066x_2 + 3.1188x_3 = 1.7556x_2 - 1.1521x_3,$$

$$0.9510x_2 = -4.2709x_3;$$

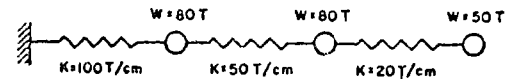
si $x_3 = 1$

$$x_2 = -4.491,$$

$$x_1 = 12.1553 - 3.1188 = 9.0365,$$

$$-0.2347 \times 4.491 - 0.995 = -4.491 \frac{g}{p^2}$$

4.12 Método de Newmark²¹ Tanto este método como el de Holzer se aplican en los ejemplos que siguen a casos en que puede expresarse la rigidez de un piso como independiente de la forma del modo. Sin embargo, en su forma más general, el método de Newmark puede aplicarse a cualquier estructura lineal con acoplamiento entre las diferentes masas. Al primer caso corresponde la estructura que se usó para el ejemplo anterior, la cual se puede idealizar como se indica en la fig. 4.3.



METODO DE NEWMARK

FIG 4.3

El método propuesto por N. M. Newmark para obtener el modo fundamental se ilustra en la tabla 4.1 y es el que se describe a continuación.

1. Supóngase una forma para el modo. Esta forma es la que aparece en el renglón y_0 de la tabla.

RENGLON		METODO DE NEWMARK			TABLA N° 4.1
		100T/cm	50T/cm	20T/cm	50T
1	y_0	0	0	0	0
2	$\frac{W}{g}y_0$	0.0114	0.0136	0.1529	
3	$\frac{0}{p^2}$	0.3983	0.3165	0.1529	
4	$\frac{\Delta}{p^4}$	0.003983	0.006330	0.007645	
5	$\frac{y_1}{p^4}$	0.003983	0.010313	0.017353	
6	p_1^2	250	198	167	
1'	y_1	3.98	10.31	17.96	
2	$\frac{W}{g}y_1$	0.325	0.810	0.913	
3	$\frac{0}{p^2}$	2.078	1.753	0.913	
4	$\frac{\Delta}{p^4}$	0.02078	0.03506	0.04565	
5'	$\frac{y_2}{p^4}$	0.02078	0.05504	0.10149	
6	p_2^2	191	195	177	
1''	y_2	2.078	5.34	10.149	
2'	$\frac{W}{g}y_2$	0.170	0.455	0.710	
3'	$\frac{0}{p^2}$	1.143	0.973	0.518	
4	$\frac{\Delta}{p^4}$	0.01143	0.01946	0.02590	
5''	$\frac{y_3}{p^4}$	0.01143	0.03089	0.069	
6'	p_3^2	182	180	179	
1'''	y_3	0.201	0.741	1.000	

- 2 Obtengase la fuerza de inercia, $F = p^2 y_0$, W/g para cada masa. Como p^2 se desconoce, se tabula $y_0 W/g$, que es igual a la fuerza de inercia dividida entre p^2 .
3. Con estas fuerzas de inercia, por equilibrio dinámico, calculense las fuerzas en los resortes divididas entre p^2 Q/p^2 .
- 4 A partir de las rigideces y de las fuerzas en los resortes obtenganse las deformaciones de los mismos y una primera aproximación a la forma del modo $y_1 p^2$.
5. Obtengase p^2 para cada masa, dividiendo $(y_0/y_1)/p^2$. Si la configuración arbitrariamente supuesta es la correcta, se obtendrá el mismo valor para todas las masas. En caso contrario es necesario efectuar nuevos ciclos partiendo de la configuración calculada en primera aproximación. Los renglones 6', 6'', 6''' muestran el cálculo de p^2 en varios ciclos sucesivos. Se consideró el último suficientemente aproximado, adoptándose $p^2 = 180$, y la forma del modo (2 078, 5.584, 10 149) o (0 201, 0.541, 1 000).

4.13 Metodo de Holzer Cuando interesa obtener varios modos superiores es conveniente aplicar el siguiente procedimiento debido a Holzer²⁰

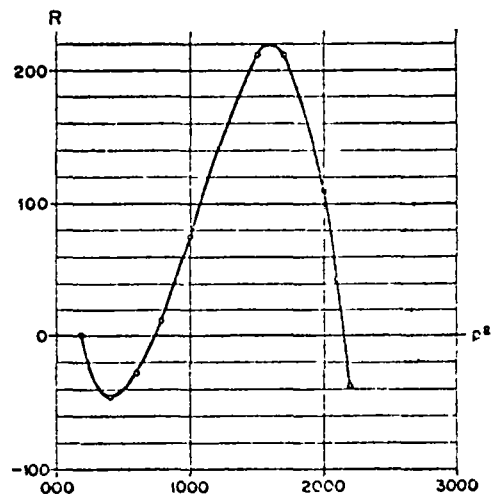
- 1 Supongase arbitrariamente un valor de p^2 , mayor que el del modo fundamental obtenido por cualquier metodo
- 2 Supongase arbitrariamente la amplitud del movimiento de la primera masa a partir del apoyo
3. Calcúlese la fuerza en el primer resorte y la fuerza de inercia de la primera masa (ambas son función de la amplitud supuesta)
4. Satisfaciendo el equilibrio calcúlese la fuerza en el siguiente resorte
- 5 Obtenganse la deformación de este último y la amplitud de la siguiente masa. Con esta calcúlese su fuerza de inercia.
6. Satisfaciendo el equilibrio obtengase la fuerza en el siguiente resorte,
7. Continúese el proceso hasta llegar a la última masa. Si se satisface el equilibrio entre la fuerza del último resorte y la fuerza de inercia de la última masa la frecuencia elegida y la forma calculada corresponden a un modo natural de vibración. Por lo general se obtendrá un residuo. Representense en una grafica estos residuos contra el valor de las p^2 supuestas. Se obtendrá una curva cuyos ceros corresponden a las frecuencias naturales

Los cálculos descritos se presentan en la tabla 4.2. La representación grafica de los resultados se hace en la fig 4.4

La utilidad del metodo de Holzer se ve grandemente incrementada si se le combina con un me-

p^2 supuesto	METODO DE HOLZER				Residuo
	100 T/cm	50 T/cm	20 T/cm	50 T	
400	1	+1.35	-0.48	1.87	+47.7
	100	67.4	7	9.5	
		32.6	76.9	38	
600	1	+1.02	-2.39		+36.6
	100	51.0	47.9		
		49.0	98.9	11.3	
800	1	0.69	-3.79		-9.8
	100	34.7	75.8		
		65.3	110.5	85.6	
1000	1	0.37	-4.66		-74.8
	100	18.3	93.2		
		81.7	111.5	11.8	
1500	1	-0.45	-4.48		-211.3
	100	22.5	89.7		
		122.5	67.2	3.1	
1700	1	-0.78	-3.47		-211.5
	100	39	69.5		
		139	30.5	2.8	
2000	1	-1.26	-1.03		-111.4
	100	63.0	20.6		
		16.3	42.4	132	
2100	1	-1.42	-0.06		-52.4
	100	71.0	11		
		171.0	72.1	51.3	
2200	1	-1.60	+1.40		+58.9
	100	80	28		
		100	108	86.9	

todo de aproximaciones sucesivas como el consistente en igualar las energías máximas cinética y potencial del sistema²⁰. Sea p una frecuencia circular natural supuesta para llevar a cabo un ciclo del metodo de Holzer. Se encuentra que si p se halla suficientemente cerca de una de las frecuencias circulares naturales, p_1 constituye una



METODO DE HOLZER

FIG. 4 4

aproximacion mas precisa a dicha frecuencia si se toma

$$p_1^2 = p^2 \frac{\sum Q \Delta y}{\sum F y} \quad (4.9)$$

donde F son las tuerzas de inercia y Q las fuerzas en los resortes, ambas calculadas en el ciclo de que se trata

En el ejemplo de la tabla 4.2 se consignan los valores empleados para calcular las sumas que intervienen en la ec. 4.9 La tabla 4.3 presenta el proceso de aproximaciones sucesivas para refinar el valor de la segunda frecuencia circular natural a partir del valor aproximado $p^2 = 800$ Se han aumentado dos renglones en cada ciclo para

TABLA No 4.3

p^2 supuesto				Residuo
T_0	1	1.69	-2.10	
Δ	1	0.69	-3.79	
800 Q	← 100 ←	← 34.9 ←	← 75.9 ←	
$F = \frac{W}{g} p^2 y$	63.3	110.5	85.6	-9.8
$F \Delta$	100	23.9	287.0	$\Sigma = 410.9$
$Q y$	63.3	186.8	179.9	$\Sigma = 432.0$
	1	1.76	-1.80	
	1	0.76	-3.56	
761 Q	← 100 ←	← 37.9 ←	← 71.3 ←	
	62.1	109.2	69.5	1.8
$F \Delta$	100	28.8	254	$\Sigma = 382.8$
$Q y$	62.1	192.1	125.0	$\Sigma = 379.2$
	1	1.75	-1.85	
	1	0.75	-3.60	
767 Q	← 100 ←	← 37.4 ←	← 72.0 ←	
	62.6	109.4	72.2	-0.2
$F \Delta$	100	28.1	259	$\Sigma = 387.1$
$Q y$	62.6	194.4	133.3	$\Sigma = 387.3$

efectuar las sumas En el extremo derecho se anota el valor mejorado, p_1^2 .

La convergencia del proceso requiere que el valor de que se parta no difiera en exceso de la frecuencia natural a la que se desea aproximarse

4.2 Amortiguamiento

4.20 Generalidades Los conceptos que se han presentado se basan en la hipótesis de que la energía mecánica de un sistema vibratorio no se altera mientras no actúen en el fuerzas exteriores

o sufra desplazamiento de sus apoyos En la realidad, fricciones interiores, fricciones en los apoyos, comportamiento inelástico y otros fenómenos dan lugar a pérdidas de energía Su efecto es oponer resistencia al movimiento y reducir la amplitud de las oscilaciones

Varios de los fenómenos enumerados no pueden incluirse dentro del concepto usual de amortiguamiento No obstante, todos ellos tienen efectos semejantes en cuanto a la limitación a la respuesta máxima de una estructura

4.21 Tipos de amortiguamiento Para fines de análisis, el efecto del amortiguamiento puede representarse por medio de una fuerza que se opone al movimiento Si dicha fuerza varía proporcionalmente a la velocidad de la masa en movimiento se tiene *amortiguamiento lineal o viscoso* Si es independiente de la velocidad como es el caso de una masa vibratoria sujeta a una fuerza de fricción paralela al movimiento se tiene *amortiguamiento constante*, también llamado del tipo de *fricción seca* o de *Coulomb* Y han recibido atención otros varios tipos de amortiguamiento

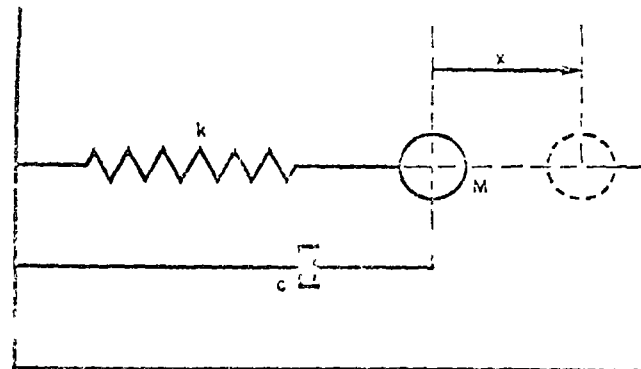
Matemáticamente es más fácil de analizar el efecto de amortiguamiento lineal Cuando el amortiguamiento de una estructura sigue otra ley pueden estudiarse sus efectos mediante la introducción de uno viscoso equivalente tal que la pérdida de energía por ciclo sea igual a la producida por el amortiguamiento real¹⁸

4.22 Vibración libre de estructuras de un grado de libertad amortiguadas linealmente Considerese una estructura de un grado de libertad como la descrita en la fig. 4.5 sea k la constante del resorte y $-cx$ la fuerza proveniente del amortiguamiento Si no actúan fuerzas exteriores y la base permanece fija, la ecuación de movimiento tiene la forma

$$M \ddot{x} + c \dot{x} + kx = 0 \quad (4.10)$$

Si se hace

$$p^2 = k/M \quad \text{y} \quad 2n = c/M$$



SISTEMA SIMPLE CON AMORTIGUAMIENTO

FIG. 4.5

se llega a

$$x + 2nx + p^2x = 0,$$

ecuación que tiene soluciones de la forma

$$x = Ae^{rt};$$

r satisface la ecuación característica

$$r^2 + 2nr + p^2 = 0$$

es decir,

$$r = -n \pm \sqrt{n^2 - p^2}. \quad (4.11)$$

$$\text{Si } n^2 - p^2 < 0, \quad r = -n \pm i\sqrt{p^2 - n^2},$$

haciendo $\sqrt{p^2 - n^2} = p_1$, las raíces de r quedan en la forma

$$r_1 = -n + p_1i,$$

$$r_2 = -n - p_1i,$$

y la expresión para x será

$$x = A_1e^{(-n+p_1i)t} + A_2e^{(-n-p_1i)t}$$

es decir,

$$\begin{aligned} x &= A_1e^{-nt}(\cos p_1t + i \operatorname{sen} p_1t) + \\ &+ A_2e^{-nt}(\cos p_1t - i \operatorname{sen} p_1t) = \\ &= e^{-nt}(A_1' + A_2) \cos p_1t + (A_1 - A_2)i \operatorname{sen} p_1t, \end{aligned}$$

haciendo $A_1 + A_2 = A$ y $(A_1 - A_2)i = B$, se obtiene

$$x = e^{-nt}(A \cos p_1t + B \operatorname{sen} p_1t)$$

o bien

$$x = e^{-nt} C \cos p_1(t - \tau) \quad (4.12)$$

La ec. 4.12 implica que el movimiento de la masa es periódico, de frecuencia circular p_1 y de amplitud decreciente, según el factor e^{-nt} .

4.23 **Amortiguamiento crítico.** Si en la ec. 4.11, $n^2 - p^2 = 0$ resulta $r = -n$. La solución es entonces de la forma

$$x = Ae^{-nt}$$

la cual no corresponde a un movimiento periódico. En este caso la masa vuelve sin oscilar a su posición de equilibrio después de un tiempo infinito. Al valor del amortiguamiento que da lugar a estas condiciones se denomina **amortiguamiento crítico**.

Para estructuras usuales de edificio formados por marcos con muros estructurales y relleno, el valor del amortiguamiento puede suponerse de aproximadamente 10 por ciento del crítico

($n/p = 0.10$) Los espectros de diseño propuestos para el reglamento incluyen de por sí el efecto de este valor del amortiguamiento. Por este motivo no debe considerarse explícitamente el amortiguamiento al efectuar el análisis dinámico de un edificio.

5 Análisis sísmico dinámico

5.0 Características de los temblores

5.00 **Generalidades.** Siendo los fenómenos sísmicos complicados e irregulares para el ingeniero resulta de interés la presentación de sus características en forma de permitir la aplicación inmediata al análisis.

Durante un temblor el movimiento del terreno tiene componentes de rotación y traslación en tres direcciones perpendiculares, y la trayectoria de un punto es una curva en el espacio. Conviniendo en que se puede idealizar un sismo como un movimiento horizontal del terreno en una sola dirección, y que este movimiento está descrito por el acelerograma registrado para la dirección en estudio, es posible, si se conocen las características de una estructura, calcular la respuesta de la misma al movimiento de la base.^{22, 23} Es decir, es posible tener la historia de cualquier elemento mecánico desde la iniciación del movimiento.

Este cálculo es laborioso e impráctico. Al diseñar una estructura interesa conocer la forma en que se comportará ante temblores futuros, cuyos acelerogramas indudablemente diferirán de los registrados. Debido a ello los métodos que usan el concepto de *espectro* han tenido aceptación universal. Poseen ese enfoque los métodos que trata el presente capítulo.

5.01. **Espectros de un temblor.** Considerese una estructura elástica con amortiguamiento lineal, de un grado de libertad, cuya base describe el movimiento definido por el acelerograma de un temblor en una dirección dada. Sea $a(\tau)$ la aceleración de la base en función del tiempo τ , la ecuación diferencial del movimiento es

$$u + 2nu + p^2u = -a(\tau) \quad (5.1)$$

en la cual

u = desplazamiento de la masa relativa a la base,

p = frecuencia natural circular de la estructura no amortiguada,

n = fracción del amortiguamiento crítico

La solución de la ec. 5.1 está dada por la siguiente expresión, que proporciona el valor de u en el instante t ²⁴

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{\sqrt{p^2 - n^2}} \int_0^t a(\tau) e^{-n(t-\tau)} \times \\ &\times \operatorname{sen} \sqrt{p^2 - n^2}(t - \tau) d\tau. \quad (5.2) \end{aligned}$$

Llamado S_v al máximo valor absoluto que adquiere la integral del segundo miembro de la ec 5.2 durante el temblor, pueden escribirse las siguientes expresiones

$$u_{\max} = \frac{i}{\sqrt{p^2 - n^2}} S_v, \quad (5.3)$$

$$u_{\dot{\max}} = S_v, \quad (5.4)$$

$$u_{\ddot{\max}} = \sqrt{p^2 - n^2} S_v.$$

u_{\max} , $u_{\dot{\max}}$, $u_{\ddot{\max}}$, son, respectivamente, los máximos valores absolutos del desplazamiento relativo, de la velocidad relativa y de la aceleración absoluta de la masa.

El valor S_v es función de las características del temblor, y de la frecuencia natural y amortiguamiento de la estructura. Si para un valor constante del amortiguamiento se trazan gráficas que tengan como abscisas el periodo natural de la estructura y como ordenadas u_{\max} , $u_{\dot{\max}}$, $u_{\ddot{\max}}$, se obtienen los llamados *espectros de desplazamientos*, de *velocidades* y de *aceleraciones*, respectivamente, para el temblor considerado.

Para un temblor registrado (el de Helena, Oct 31, 1935), en estructuras sin amortiguamiento, estos espectros tienen la forma indicada en la fig 51.²⁵

De acuerdo con las ecs 5.3-5.5 es posible trazar los tres espectros en una gráfica única con rayado logarítmico en cuatro direcciones, según se hace en la fig 52. Este tipo de gráfica se debe a F. Neumann²⁶ y ha sido usada en varias publicaciones recientes.^{27,31}

Cualquiera de los espectros de un temblor proporciona los datos necesarios para el diseño de estructuras con un grado de libertad, con sólo conocer el periodo natural y el amortiguamiento de la misma.

5.02 Espectros de diseño Dada la irregularidad en la forma de los espectros, que presenta variaciones bruscas en la magnitud de la respuesta máxima en función del periodo natural, es posible que dos estructuras que tengan prácticamente las mismas características respondan de manera totalmente distinta a un sismo.

En el aspecto práctico este hecho tiene menor importancia de la que se le podría dar a primera vista, gracias a la influencia del amortiguamiento y a fenómenos tales como la variación del periodo natural por trabajo en el intervalo inelástico.

Para fines de diseño, por tanto, no se emplean espectros de forma tan irregular como los de las figs 51 y 52. Si se desea proyectar una estructura para un temblor particular, puede adoptarse un espectro obtenido como la curva media o envolvente del teórico. Si en una región son frecuentes temblores cuyas curvas medias tienen diferentes características, es razonable trazar la curva media

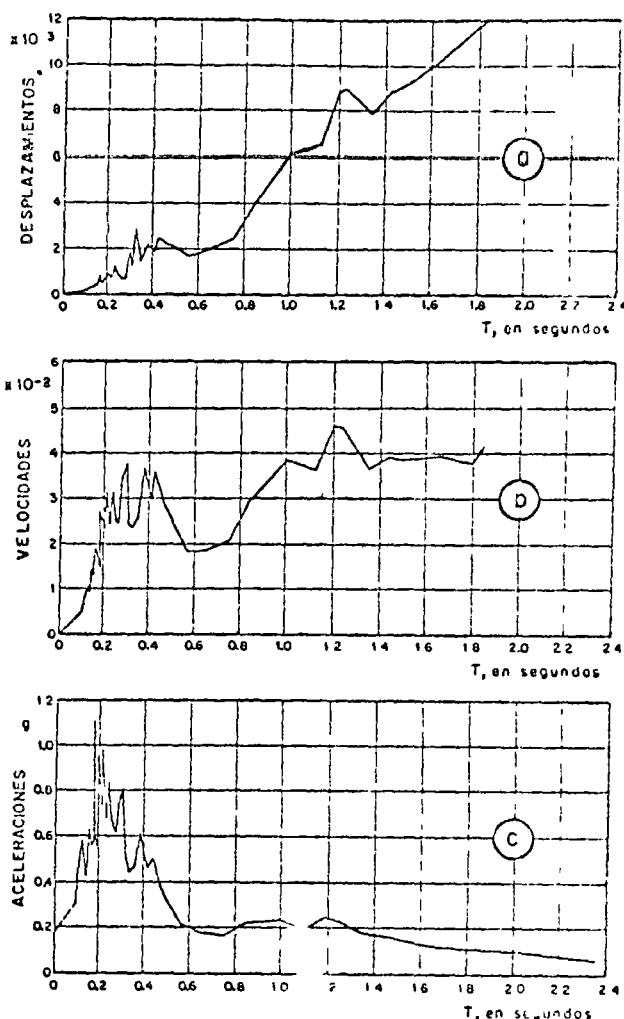


FIG 51. ESPECTROS DE LA COMPONENTE ESTE-OESTE DEL TEMBLOR DE HELENA, MONT., OCT 31 DE 1935

de cada uno de ellos, reducir todas a una intensidad común (por ejemplo haciendo que el área bajo la curva del espectro medio de velocidades sea la misma) y adoptar para diseño la envolvente de todos los espectros medios reducidos, multiplicada por un factor que tome en cuenta la intensidad esperada, las consecuencias de la falla de la estructura, su importancia, etc.

El criterio anterior es el que se siguió en la adopción del espectro de diseño propuesto para estructuras sobre terreno firme en el capítulo sobre análisis dinámico del reglamento. Dicho espectro se modificó con base en observaciones de campo para establecer el correspondiente a terreno blando.

5.1 Análisis sísmico de estructuras con varios grados de libertad

5.11 Estructuras no amortiguadas de varios grados de libertad, sin torsión Si una estructura de varios grados de libertad con torsión que se analiza en las figs 4.1 y 4.2 está sujeta al movimiento

de la base, sus masas sufriran desplazamientos. Estos seran funcion del tiempo y de la aceleracion de la base

En un instante dado el desplazamiento de una cualquiera de las masas puede expresarse como la suma de los desplazamientos de la misma debidos a la participacion de cada uno de los modos naturales en el movimiento

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n \phi_j(t) c_j x_{i,j} \quad (56)$$

En esta expresi3n,

$u_i(t)$ = desplazamiento relativo a la base de la masa i en el instante t ;

$x_{i,j}$ = amplitud del desplazamiento de la masa i en el modo j

Para determinar el valor del coeficiente de participacion de un modo cualquiera, m , considere que la base sufre una variacion en su velocidad igual a x_b . Todas las masas tendran entonces una velocidad relativa a la base

$$u_i = -x_b$$

que puede expresarse como

$$\sum_{j=1}^n \phi_j(0) c_j x_{i,j} = -x_b$$

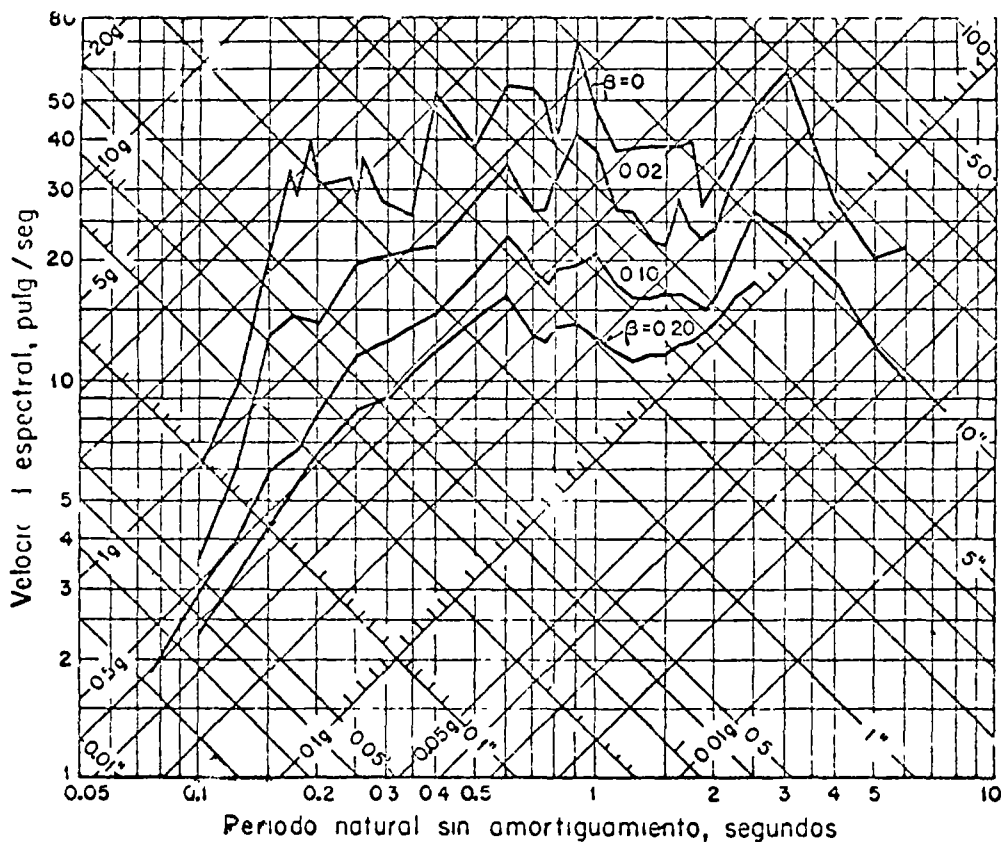


FIG.5.2. ESPECTROS PARA SISTEMAS ELASTICOS. EL CENTRO, CALIFORNIA 1940

$\phi_j(t)$ = funci3n que expresa la variaci3n con respecto al tiempo de la participaci3n del modo j . El valor maximo de $\phi_j(t)$ para cada modo puede obtenerse del espectro de desplazamientos como la ordenada que corresponde a una estructura de un grado de libertad y de igual periodo que el modo j . $\phi_j(t)$ tiene unidades de longitud,

c_j = coeficiente de participaci3n que define la escala a la que interviene el modo j en el movimiento,

Teniendo en cuenta que $\phi_j(0) = -x_b$,

$$\sum_{j=1}^n c_j x_{i,j} = 1,$$

multiplicando por $M_{i,x,m}$ resulta

$$\sum_{j=1}^n c_j M_{i,x,j} x_{j,m} = M_{i,x,m}.$$

Formando terminos an3logos al anterior para los diversos valores de i y sumando, se obtiene

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_j M_i x_{i,j} x_{i,n} = \sum_{i=1}^n M_i x_{i,m}$$

Invirtiéndolo el orden de las sumas y aprovechando la propiedad de ortogonalidad

$$\sum_{i=1}^n M_i x_{i,j} x_{i,m} = 0 \text{ para } j \neq m,$$

queda finalmente

$$c_m \sum_{i=1}^n M_i x_{i,m}^2 = \sum_{i=1}^n M_i x_{i,m}$$

de donde,

$$c_m = \frac{\sum_{i=1}^n M_i x_{i,m}}{\sum_{i=1}^n M_i x_{i,m}^2} \quad (5.7)$$

Sustituyendo en la ec. 5.6 y escribiendo j en vez de m :

$$u_i(t) = \sum_{j=1}^n \phi_j(t) \frac{\sum_{i=1}^n M_i x_{i,j}}{\sum_{i=1}^n M_i x_{i,j}^2} x_{i,j} \quad (5.8)$$

La ec. 5.8 indica que el desplazamiento relativo en un instante t de la masa i debido a la contribución del modo j se obtiene como el producto de la amplitud de dicha masa en el modo j , a una escala arbitraria por un coeficiente de participación, c_j , y por una función del tiempo, $\phi_j(t)$ que es la misma que proporciona el desplazamiento relativo de la masa de una estructura de un grado de libertad y de igual periodo que el modo en cuestión.

5.12 Estructuras no amortiguadas de varios grados de libertad, sujetas a torsión dinámica En ciertas estructuras no es admisible la hipótesis de que el movimiento de todas las masas está contenido en un plano vertical. En tales casos se tienen tres grados de libertad por planta (dos de traslación y uno de rotación) y $3n$ modos de vibración acoplados.

Los modos están definidos por los valores $x_{i,j}$, $y_{i,j}$, $\theta_{i,j}$ que son respectivamente los desplazamientos del centro de gravedad paralelos a las disposiciones x , y , y la rotación horizontal de cada nivel. El coeficiente de participación del modo m debido a la acción de un movimiento paralelo a la dirección x es entonces

$$c_m = \frac{\sum_{i=1}^n M_i x_{i,m}}{\sum_{i=1}^n (M_i x_{i,m}^2 + M_i y_{i,m}^2 + I_i \theta_{i,m}^2)} \quad (5.9)$$

En esta ecuación I_i es el momento polar de inercia de la masa total del nivel i con respecto al centro de masa.

5.13 Estructuras amortiguadas Tratándose de estructuras con un grado de libertad el concepto de espectro es aplicable según expresa la ec. 5.2 y los párrafos subsecuentes. De acuerdo con ello están trazados los espectros amortiguados de la fig. 5.2.

En general, en estructuras amortiguadas con varios grados de libertad no existen modos naturales. Por tanto no pueden utilizarse con rigor los conceptos expresados en los párrafos 5.11 y 5.12.

En algunos casos, y para ciertas relaciones entre los valores del amortiguamiento en los diferentes niveles es posible encontrar modos de vibración en que las masas se muevan satisfaciendo la ec. 4.1. Estos movimientos constituyen modos naturales y puede aplicarse lo hasta aquí dicho. Como ejemplo de estructuras que tienen estas características están aquellas en que el coeficiente de amortiguamiento en función de la velocidad relativa entre dos niveles consecutivos es proporcional a la rigidez del entrepiso correspondiente.²² En el caso más general las relaciones planteadas son suficientemente aproximadas siempre que se trate de amortiguamientos pequeños.

5.14 Consideraciones para el diseño Teóricamente las ecs. 5.8 y 5.9 resuelven el problema del análisis sísmico dinámico de estructuras con varios grados de libertad. Ellas permiten obtener su configuración deformada en cualquier instante y por lo tanto los máximos elementos mecánicos en las secciones críticas. Por razones semejantes a las expresadas en el párrafo 5.02 el valor máximo de $\phi_j(t)$ se obtendrá a partir de un espectro de desplazamientos adoptado para el diseño. Esto permite conocer la respuesta máxima de la estructura por efecto del modo j .

Una cota superior a la respuesta de la estructura por la participación de todos los modos puede obtenerse como la suma de las respuestas máximas de todos los modos.

$$R = \sum_{i=1}^n R_i$$

Este valor es siempre conservador, ya que las respuestas máximas de todos los modos no son simultáneas. Con base en estudios probabilísticos se demuestra que en estructuras elásticas de varios grados de libertad es más realista estimar la respuesta total de acuerdo con la siguiente expresión:

$$R = \sqrt{\sum_{i=1}^n R_i^2}$$

En la práctica se parte en general de espectros de aceleraciones, por lo que, utilizando la ec. 5.8,

$$u_{i,j,max} = A_j \frac{c_j}{\rho_j^2} x_{i,j} \quad (5.10)$$

donde

A_j = ordenada del espectro de aceleraciones para el modo j ,

$u_{i,j,\text{máx}}$ = desplazamiento máximo de la masa i en el modo j

5.15 Ejemplo de análisis dinámico Considérese la estructura de la fig 4.2 cuyos modos y periodos naturales se determinaron en el capítulo 4 y supongase que representa una construcción del grupo B con estructuración tipo 1 y que se localizara en la zona compresible. Se trata de obtener los elementos mecánicos de diseño sísmico de acuerdo con el criterio dinámico

1. A continuación se resumen las características de los modos.

modo fundamental

0 2004

0 5424 , $\frac{g}{p^2} = 5.4629 \text{ cm}; p^2 = 195.575 \text{ seg}^{-2}, T = 0.4689 \text{ seg};$

1 0000

segundo modo

-0 5425

-0 9524 ; $\frac{g}{p^2} = 1.2805 \text{ cm}; p^2 = 766.107 \text{ seg}^{-2}, T = 0.2270 \text{ seg},$

1 000

tercer modo

9 0365

-4 4910 , $\frac{g}{p^2} = 0.4563 \text{ cm}, p^2 = 2149.901 \text{ seg}^{-2}, T = 0.1355 \text{ seg},$

1 0000

2. Haciendo $c = 0.06$, de acuerdo con la tabla del Art. 5 del capítulo de diseño sísmico del reglamento propuesto, las ordenadas del espectro para cada modo son

$$A_1 = 981 \times 0.5 \times 0.06(1 + 0.4689) = 43.233 \text{ cm/seg}^2$$

$$A_2 = 981 \times 0.5 \times 0.06(1 + 0.2270) = 36.111 \text{ cm/seg}^2$$

$$A_3 = 981 \times 0.5 \times 0.06(1 + 0.136) = 33.432 \text{ cm/seg}^2$$

3. Los coeficientes de participación, divididos entre p_j^2 , de los modos son

$$c_1 = \frac{80 \times 0.2004 + 80 \times 0.5424 + 50 \times 1.0000}{179.575(80 \times 0.2004^2 + 80 \times 0.5424^2 + 50 \times 1.0000^2)} = 0.007939$$

$$c_2 = \frac{80(-0.5425) + 80(-0.9524) + 50 \times 1.0000}{766.107(80 \times 0.5425^2 + 80 \times 0.9524^2 + 50 \times 1.0000^2)} = -0.0006217$$

$$c_3 = \frac{80 \times 9.0365 + 80(-4.4910) + 50 \times 1.0000}{2149.901(80 \times 9.0365^2 + 80 \times 4.4910^2 + 50 \times 1.0000^2)} = 0.00002347$$

4. Los desplazamientos de cada masa en cada modo ser por tanto,

$$u_{11} = 0.2004 \times 43.233 \times 0.007939 = 0.0688$$

$$u_{21} = 0.5424 \times 43.233 \times 0.007939 = 0.1862$$

$$u_{31} = 1.0000 \times 43.233 \times 0.007939 = 0.3432$$

$$u_{12} = (-0.5425) \times 36.111 \times (-0.0006217) = 0.0122$$

$$u_{22} = (-0.9524) \times 36.111 \times (-0.0006217) = 0.0214$$

$$u_{32} = 1.0000 \times 36.111 \times (-0.0006217) = -0.0225$$

$$u_{13} = 9.0365 \times 33.432 \times 0.00002347 = 0.0071$$

$$u_{23} = (-4.491) \times 33.432 \times 0.00002347 = -0.0035$$

$$u_{33} = 1.0000 \times 33.432 \times 0.00002347 = 0.00078$$

Parte C - RECOMENDACIONES SOBRE ESTRUCTURACION

5. Las fuerzas cortantes sísmicas en cada entrepiso pueden obtenerse como el producto de su rigidez por el desplazamiento relativo de los dos niveles que lo limitan.

Modo	Entrepiso	Cortante
1	3	$(0.3422 - 0.1862)20 = 3.14$
	2	$(0.1862 - 0.0688)50 = 5.87$
	1	$0.0688 \times 100 = 6.88$
2	3	$(0.0225 + 0.0214)20 = 0.87$
	2	$(0.0214 - 0.0122)50 = 0.46$
	1	$0.0122 \times 100 = 1.22$
3	3	$(0.00078 + 0.0035)20 = 0.086$
	2	$(0.0035 + 0.0071)50 = 0.53$
	1	$0.0071 \times 100 = 0.71$

6. Las fuerzas cortantes de diseño debidas a la superposición de los modos se obtienen en la tabla siguiente de acuerdo con el criterio de la suma de los máximos absolutos y con el de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de los máximos.

Entrepiso	$R = \sum R_i$
3	$3.14 + 0.87 + 0.086 = 4.10$
2	$5.87 + 0.46 + 0.53 = 6.86$
1	$6.88 + 1.22 + 0.71 = 8.81$
$R = \sqrt{\sum R_i^2}$	
3	$\sqrt{3.14^2 + 0.87^2 + 0.086^2} = 3.26$
2	$\sqrt{5.87^2 + 0.46^2 + 0.53^2} = 5.91$
1	$\sqrt{6.88^2 + 1.22^2 + 0.71^2} = 7.07$

7. En la tabla que sigue se calculan las cortantes estáticas y el 60 por ciento de las mismas

Nivel	W_i	h_i	$W_i h_i$	F_i	V_i	$0.6V_i$
3	50	10	500	4.57	4.57	2.74
2	80	7	560	5.12	9.69	5.81
1	80	4	320	2.92	12.61	7.57
0						
Sumas	210		1380			

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\sum W_i h_i} c_2 W_i$$

$$F_i = 0.00913 W_i h_i$$

8. Las fuerzas cortantes de diseño serán, por tanto,

Entrepiso	Cortante
3	3.26
2	5.91
1	7.57

6 Recomendaciones sobre estructuración

6.0 Consideraciones generales

6.00 Objetivos de la estructuración y del diseño sísmico La elección de un partido estructural adecuado y el diseño sísmico pretenden lograr de manera eficiente a la vez que efectiva las metas que siguen

- 1 Seguridad contra el colapso ante la acción de terremotos de intensidad excepcional.
- 2 Protección contra daños materiales ante sismos de moderada intensidad
3. Facilidad de restauración, reposición o refuerzo en caso de que dichos daños se presenten
- 4 Protección contra la acumulación de daños estructurales ante series de sismos
5. Protección contra daños a otras construcciones
- 6 Protección contra daños a transeúntes
7. Tranquilidad de los ocupantes de la construcción durante sismos moderados e intensos, principalmente en edificios de frecuente aglomeración de personas
8. Comodidad de los ocupantes de la construcción durante sismos de leve y moderada intensidad

Todos los objetivos han de lograrse respetando consideraciones sobre funcionamiento, aspecto, costo y rapidez y facilidad de ejecución. La obediencia ciega de las normas mínimas que marca un ordenamiento de construcción difícilmente pueden llevar al éxito en esta tarea. Lo que es más, un trabajo como el presente solo puede señalar principios fundamentales y ejemplificar situaciones complicadas, mas no suplir la experiencia y el criterio que se requieren.

El primero de los objetivos exige se discutan tres características estructurales que no son fáciles de cuantificar: ductilidad, amortiguamiento y resistencia, así como las incógnitas que envuelven al tema de la amplificación dinámica.

La consideración conjunta de las primeras tres metas involucra una discusión sobre las holguras y anclajes que deben dejarse entre los elementos no estructurales y la estructura y sobre el criterio del diseño "con defensas escalonadas"³⁰

La acumulación de daños en estructuras es un tema sobre el que poco se conoce. Se liga estrechamente con el de refuerzo de estructuras dañadas. Para evitar daños a otras estructuras es necesario el diseño de holguras adecuadas. Pero no es la única solución disponible para evitar daños por choques entre los cuerpos que delimitan una zona de dilatación.

La protección a transeúntes lleva a considerar anclaje de revestimientos y otros elementos en fachadas, las holguras que deben dejarse entre vidrios y marcos de ventanas, los tipos adecuados de liga de estos marcos con la estructura y el empleo acertado de marquesinas.

Los últimos dos objetivos arriba citados traen a colación el continuo dilema de flexibilidad vs rigidez.

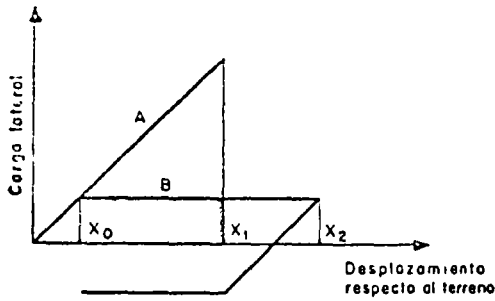
6.1 Principios fundamentales

6.10 Consideraciones generales El hecho mismo de que los ordenamientos de construcción no presenten como reglas cuantitativas los temas que aquí se tratan obedece a la imposibilidad práctica de sentar dichas reglas. Se expondrán, por tanto, solo relaciones cualitativas. Los ejemplos que mas adelante se dan en este capítulo servirán para definir órdenes de magnitud.

6.11 Ductilidad vs resistencia Las pruebas de impacto, que como rutina se llevan a cabo en laboratorios de resistencia de materiales, miden fundamentalmente la energía que se necesita comunicar a un elemento estructural para hacerlo fallar. En pruebas estáticas de carga, en cambio, se miden resistencias y capacidades de carga. La acción de un temblor en una estructura tiene mas puntos en común con una prueba de impacto que con una estática, pues se trata de un fenómeno dinámico. A diferencia de los métodos tradicionales de diseño (sean estos de esfuerzo permisibles o de diseño al límite), que giran alrededor del concepto de capacidad de carga, el diseño sísmico debe prestar atención primordial a la capacidad de absorción de energía y, por otros motivos, a la capacidad de deformación, y dejar en segundo término la resistencia.

Existen dos razones mas por las que la ductilidad ocupa el lugar primero entre los factores a considerar en diseño sísmico. Una es que como consecuencia de la naturaleza errática de los temblores (en contraposición con lo que ocurre en pruebas de impacto), dentro de un amplio rango las deformaciones de una estructura inelástica son del mismo orden que las de una estructura elástica analoga a ella, siempre que ambas tengan igual masa, amortiguamiento, rigidez inicial y rigidez en la descarga.³¹ Las estructuras con un grado de libertad, elástica (A) y elastoplástica (B) cuyas relaciones carga-deformación se representan en la fig. 6.1, tendrán prácticamente los mismos desplazamientos laterales, en promedio, ante la acción de sismos. Según esta consideración, la resistencia juega, ante la ductilidad, un papel aun menor.

La segunda razón que subraya la importancia de la ductilidad en diseño sísmico descansa en la natu-



RELACIONES CARGA - DEFORMACION
FIG 6.1

raleza impredecible de las intensidades y características detalladas de los sismos futuros. Al no poderse establecer un límite superior para la máxima intensidad sísmica posible, una estructura estará en posición ventajosa si es capaz de resistir movimientos mucho más intensos que aquellos para los que fue diseñada, aunque para ello necesite sufrir daños. Con referencia a la fig 6.1, supóngase que la estructura elástica, A, resiste precisamente movimientos que le producen un desplazamiento lateral x_1 y después falla frágilmente. Ante estos sismos el comportamiento de la estructura A será mejor que el de B, que por exceder su límite elástico quizás muestre pequeños daños. Pero ante sismos que en la estructura B produzcan un desplazamiento x_2 mayor que x_1 , la estructura A habrá fallado totalmente mientras B solo habrá sido dañada en grado más o menos serio.

El razonamiento anterior es válido para magnitudes de x_2 hasta unas cuatro veces mayores que la correspondiente al límite elástico, x_0 , o aun mayores. Se concluye que una estructura dúctil con resistencia de la cuarta parte que una frágil puede sobrevivir sismos más intensos que ésta, siempre que posea la suficiente ductilidad.

La cuantificación de la ductilidad es materia aun poco estudiada. Se han propuesto, es cierto, métodos sistemáticos de diseño que se basan en el tratamiento cuantitativo de la energía requerida para provocar una falla.³⁰ Pero el estado del desarrollo de esos métodos dista de colocarlos en posición de aplicabilidad general.

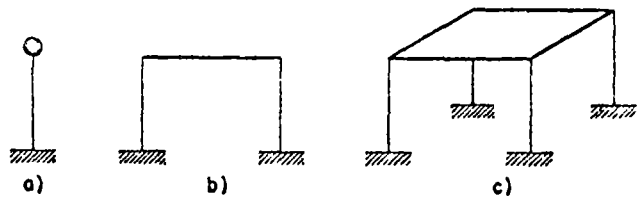
Conviene disponer de una medida simplista del grado de ductilidad, pues existe una gama extensa entre las estructuras propiamente frágiles y las perfectamente dúctiles, lo que muchas veces hace inadecuado el empleo de estos términos en el sentido cualitativo. Un criterio que se ha propuesto y llena provisionalmente el requisito es el llamado del *coeficiente de ductilidad*. Se define en estructuras idealizadas como elastoplásticas, como la deformación que se requiere para causar la falla, dividida entre la correspondiente al límite de fluencia. Por ejemplo, si la estructura B de la fig 6.1 fallara con un desplazamiento lateral $x_2 = 4x_0$ se diría que su coeficiente de ductilidad es 4.

Housner³² ha estudiado los coeficientes sísmicos para los que habría que diseñar estructuras para

que todas se hallaran al borde del colapso ante sismos de igual intensidad. Supone que esto ocurriría si se igualan las energías correspondientes. En el análisis desprecia la energía que se absorbe en el rango elástico por considerarla pequeña, en general, al lado de la que corresponde al plástico. Las estructuras que estudia se representan en la fig 6.2. La (a) es un péndulo invertido, o masa soportada por una sola columna o hilera de columnas. La (b) es un marco aperturado simétrico. La (c) consta de cuatro columnas y otras tantas trabes y sólo difiere de la (b) en que puede fallar en torsión. Concluye Housner que el coeficiente sísmico equivalente para la estructura (a) es el doble que el de la (b), y que el de la (c) es intermedio entre estos valores.

Las hipótesis de partida son debatibles sobre todo el criterio de igualación de energías. Ello no quita la veracidad del orden de magnitud de las respuestas. En efecto, aunque todas las estructuras son dúctiles, la (a) sufre colapso ante deformaciones menores que (b) si posee la misma resistencia que ella.

El reglamento propuesto tiende a tomar en cuenta la importancia de la ductilidad sin abandonar



TIPOS DE ESTRUCTURAS
FIG 6.2

las formas tradicionales de diseño, basadas en el concepto de resistencia. Lo logra, en parte, diferenciando entre los coeficientes para diseño sísmico que marca para los diversos tipos de estructura, según su capacidad para absorber energía. Y, en parte, permitiendo, para diseño sísmico, incrementos mayores en los esfuerzos del acero que en los de concreto, piedra y tabique. Con la segunda diferenciación se propicia la formación de articulaciones plásticas y otras formas de cedencia que tienden a impedir fallas de tipo excesivamente frágil.

Considerando la posibilidad de sismos de intensidad superior a la prevista, las estructuras más dúctiles tendrán mayor reserva para resistir que las de tipo más frágil, aun cuando hayan sido diseñadas con los mismos factores de seguridad. Se concluye que, de diseños en todo comparable, que cumplan estrictamente con lo que señala el reglamento propuesto, será preferible la estructura del tipo 1 que la del tipo 2, esta que la del 3 y las estructuras articuladas con materiales dúctiles que las de materiales frágiles.

Han recibido poca atención las consecuencias del sobrediseño de partes de una estructura. Con-

siderese por ejemplo el caso de un edificio en que todos los entrepisos menos uno, son capaces de resistir fuerzas cortantes varias veces superiores a las que marca un reglamento. Al ocurrir sismos de intensidad excepcional sucedera que las fuerzas cortantes de los entrepisos que estan sobrediseñados se veran limitadas por el que hace fluir el entrepiso que no lo esta. La totalidad de absorcion de energia por deformacion inelastica debera tomar lugar en esa planta, a la cual se le exigira un coeficiente de ductilidad muy superior que el requerido en caso de que los demas entrepisos colaboraran en la absorcion.

Los resultados de analisis dinamicos que suponen comportamiento elastico pueden ser engañosos en estos casos. Por ejemplo, la adopcion de un partido estructural en el que el primer entrepiso posee una flexibilidad muy superior a la de los demas (el llamado partido de planta baja flexible) trae consigo una disminucion (en general no muy cuantiosa) de las fuerzas cortantes que han de resistirse.²⁶ Los resultados de un analisis dinamico convencional seran entonces realistas dentro del rango elastico, pero solamente lo seran fuera de el si las resistencias en las diversas plantas guardan una relacion sensiblemente constante con los requerimientos del analisis. Si, en cambio, el exceso en rigidez de las plantas superiores va en ellas acompañado de un exceso en las fuerzas necesarias para causar la fluencia de la estructura, el diseño sólo sera satisfactorio si la planta baja posee una capacidad excepcionalmente amplia para ceder plasticamente.

La importancia de la ductilidad no debe exagerarse en sistemas extremadamente flexibles. Al crecer indefinidamente el periodo natural de un sistema moderadamente amortiguado, con un grado de libertad el desplazamiento máximo relativo al terreno tiende a un valor limite, comprendido entre 100 y 200 por ciento del desplazamiento máximo del terreno.²⁷ Esta conclusion contradice la que pudiera derivarse de los espectros de diseño que se proponen para el reglamento del Distrito Federal así como de los que se han adoptado en la ref. 33, en los reglamentos de San Francisco y SEAOC²⁸ y normas rusas. En ellos el desplazamiento de diseño, relativo al terreno, tiende a infinito al crecer indefinidamente el periodo natural. La discrepancia no es importante desde el punto de vista de aceleraciones de diseño, las que de todas maneras son sumamente pequeñas para los sistemas muy flexibles, pero exagera los desplazamientos de calculo en un grado que puede resultar objectionable.

También se corre el riesgo de exagerar la importancia de la ductilidad cuando se ignora la posibilidad de que se acumule el daño que causa una serie de temblores. Si estos ocurren en rápida sucesion, no habra tiempo de reparacion. En igualdad de condiciones, la estructura que no ha salido del rango elastico habrá sufrido menores daños durante los primeros que la que haya efectuado varias excursiones fuera de dicho rango.

Se logra la compatibilidad de los criterios expuestos empleando, por ejemplo soluciones como la que describe el siguiente parrafo.

6.12 Defensas escalonadas Blume²⁹ ha señalado las ventajas de la solucion que consiste en permitir conscientemente la falla de elementos relativamente fragiles ante sismos de moderada intensidad, dejando intacto un esqueleto sumamente flexible y ductil para resistir sismos de mayor violencia y movimientos subsecuentes. Tal tipo de diseño esta implicito en las limitaciones de 50 y 25 por ciento, respectivamente, que se piden en el reglamento propuesto como capacidades minimas del marco en las estructuraciones de los tipos 1 y 2.

Los elementos fragiles pueden ser, por ejemplo, muros divisorios de mamposteria poco resistente. Ante sismos moderados los muros tomara casi la totalidad de las cargas laterales. Se satisfaran así los requisitos de tranquilidad y comodidad de los ocupantes. Ante movimientos mayores estos muros fallarán, y la mayor flexibilidad del sistema de marcos remanentes los hará capaces de tomar sismos de gran intensidad. Incluso cabe pensar en mas de dos sistemas resistentes.

Conviene en este tipo de diseño aprovechar, como elementos condenados a la falla, muros revestidos de materiales poco costosos y diseñados de tal manera que, al fallar, no involucren peligro para los ocupantes.

Es importante que la falla de los elementos de la primera defensa (los muros divisorios en el ejemplo mencionado) no modifique radicalmente la posicion del centro de torsion. De lo contrario los marcos no cumplirian su funcion satisfactoriamente.

Es también importante que los detalles de unión entre los diversos sistemas resistentes permitan la facil reposicion de los que primero fallan.

6.13 Hiperestaticidad y facilidad de analisis A principios de siglo estaba en boga la critica de las estructuras hiperestaticas. Ello obedecia a las dificultades de analisis que presentaban, y a que los esfuerzos secundarios que en ellas se calculaban bajo la hipotesis de comportamiento elastico resultaban exagerados. Las dificultades de analisis practicamente desaparecieron con el advenimiento de los metodos de correcciones sucesivas (principalmente el de Cross), de aproximaciones sucesivas (como los de Maney-Goldberg y Kani) y los de relajaciones. Y la aceptacion franca del comportamiento inelastico de los materiales hizo que perdieran importancia los esfuerzos secundarios.

Indudablemente tienen su lugar las estructuras que expreso se hacen isostaticas principalmente cuando se esperan hundimientos diferenciales pronunciados. Pero en la gran mayoría de los casos las estructuras hiperestaticas presentan aspectos que las hacen preferibles. Sus ventajas radican en que gracias al comportamiento inelastico y a la redundancia misma que las caracteriza, tienen por así decir varias lineas de defensa. En efecto, en tiempos recientes se han visto fallas, en propor-

ción más numerosas de vigas o cascarones en mensala o libremente apoyados que de elementos continuos y marcos. La hiperestaticidad involucra, en cierto modo, las ventajas de las defensas escaionadas.

También por este concepto resultan preferibles las estructuras tipos 1 y 2 a las de tipo 3. Y, dentro de las primeras, los sistemas de marcos sin contravientos ni muros o con gran número de ellos, que los que poseen solo una o dos crujeas rigidizadas de esta manera pues para su estabilidad no se hace necesario confiar en un número reducido de elementos resistentes.

Tampoco debe sobrestimarse la facilidad de análisis, no porque los métodos numéricos sean complicados en exceso, sino porque las hipótesis de partida pueden ser demasiado debatibles. Por ejemplo, en una construcción de dos pisos sobre muros de carga se tendrán graves incertidumbres en cuanto a las rigideces de los diversos elementos, pero en general las rigideces relativas estarán correctamente estimadas. Mas en un edificio de varios pisos con muros de diversos materiales, marcos y contravientos, las incertidumbres afectarán directamente al cálculo de rigideces relativas y podrán tenerse graves errores en la determinación de los elementos mecánicos. De aquí se derivan ventajas en la uniformidad o al menos simetría de estructuración.

6.14 Amplificación dinámica Existen dos grupos de condiciones en las que un análisis dinámico lleva a esfuerzos muy superiores a los calculados estáticamente. Uno se identifica con el problema de chicoteo, es decir, se relaciona con la aparición de cortantes sísmicas sumamente elevadas en la última o últimas plantas de un edificio. La disminución acentuada de masa y rigidez hacia el extremo superior de muchos edificios hace pensar en un fenómeno análogo al que ocurre con la amplificación de movimientos en la punta de un látigo, y de allí el nombre del fenómeno. Cuando esta es la causa, el fenómeno en edificios generalmente tiene importancia pequeña. Pero puede obedecer a resonancia proveniente de la coincidencia del período natural del último tramo de un edificio con uno de los períodos naturales del conjunto. El factor de amplificación alcanza magnitudes sumamente altas en esas condiciones^{25, 31, 36}.

Este primer grupo de casos ocasiona problemas de análisis, mas no necesariamente gobierna la elección del partido estructural. En aspecto relativo al análisis queda satisfactoriamente cubierto por el empleo de métodos dinámicos o, de manera mas burda, por la adopción de aceleraciones de diseño incrementadas en el método estático, para prever esta posibilidad tratándose de cambios bruscos en estructuración, como los que suelen caracterizar a los penthouses, tanques de agua en azoteas, casetas de elevadores, etc. Sólo cabe una advertencia: si se analiza dinámicamente y se encuentra proximidad a una condición de resonancia como las descritas, debe preverse la posibilidad de diferencias moderadas entre las rigideces y

masas del cálculo y las del prototipo, diferencias que pueden llevar precisamente a dichas resonancias.

El segundo grupo de casos comprende los de torsión dinámica. Se ha encontrado¹⁷ que la torsión dinámica puede exceder en mucho a la que se obtiene de análisis estático cuando las distribuciones de masas y rigideces guardan entre sí relaciones próximas a una cierta relación crítica. El fenómeno es especialmente pronunciado en edificios que poseen excentricidad estática solo en dirección perpendicular a la del movimiento que se analiza.

La condición crítica se alcanza cuando se cumple la relación

$$\frac{\text{rigidez torsional}}{\text{momento polar de inercia}} = \frac{\text{rigidez en traslación}}{\text{masa}}$$

Ahora bien, la distribución de masas en un nivel típico de edificio difiere poco de ser uniforme. Por consiguiente si, como es frecuente, la rigidez de los marcos perimetrales es del orden de la mitad que los correspondientes interiores, se tendrá una situación próxima a la crítica. Para alejarse de ella puede disminuirse o aumentarse la rigidez de los marcos perimetrales en relación con la de los interiores. Pero la primera alternativa es objetable porque, aunque aleja a la estructura de la condición mencionada, tiende a incapacitarla para resistir torsiones accidentales. Resulta por tanto aconsejable tender a un aumento de la rigidez de los marcos perimetrales. En ciertos proyectos ello es fácil si se dejan, por ejemplo, pretiles perimetrales que formen parte de la estructura o se ensanchan arbitrariamente las trabes del perímetro.

A diferencia de los problemas de chicoteo, los de amplificación dinámica de la torsión no se resuelven mediante el simple recurso de emplear métodos refinados de análisis dinámico. Sucede que la relación crítica a que se ha hecho mención lo es porque en ella los modos naturales de vibración están apareados. En la proximidad de esta relación, a cada par de períodos naturales casi idénticos corresponden dos modos, cuyos desplazamientos en traslación son aditivos pero cuyas rotaciones poseen signos contrarios. En los primeros ciclos de oscilación simultánea en cada par de modos, las oscilaciones en torsión se cancelan mutuamente. Pero en estructuras elásticas con amortiguamiento bajo, después de un número suficiente de ciclos, los pares de modos estarán desfasados, aun cuando sea pequeña la diferencia entre sus períodos, y se sumaran las torsiones correspondientes.

La absorción de energía dentro o fuera del elemento elástico, hace que cuando el desfaseamiento se aproxime a medio ciclo, las amplitudes de oscilación hayan disminuido radicalmente. La torsión que se llega a presentar en estructuras reales es muy inferior a la suma de las que corresponden a los modos apareados. Pero los métodos convencionales de análisis dinámico no pueden tomar en cuenta esta disminución. El criterio consistente

en tomar para diseño, la suma de valores absolutos de las respuestas correspondientes a los modos naturales da como torsión dinámica debida a un par de modos el doble de la que corresponde a uno de ellos, el criterio que se propone para el reglamento en que se toma la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de las respuestas correspondientes a los modos naturales, predice $\sqrt{2}$ veces la respuesta de uno de ellos. En edificios rectos aun la segunda predicción seguramente sobrestima en mucho la torsión dinámica.

En edificios de planta cuadrada con masas repartidas uniformemente y una torsión estática insignificante el segundo criterio predice excentricidades dinámicas superiores a 30 por ciento de la dimensión en planta del edificio. Excentricidades de esta magnitud son a veces económicamente imposibles de resistir. Por otra parte un análisis estático desconoce en lo absoluto el problema. Se concluye que la excentricidad para la que debía diseñarse es intermedia entre casi cero y una magnitud increíblemente elevada. Cuando la relación de rigideces y masas está próxima a la crítica, el problema no es, pues, uno de análisis. La única escapatoria accesible yace en el cambio de proyecto en la rigidización y refuerzo de los marcos perimetrales. El problema es de estructuración.

Dentro de los fenómenos de amplificación dinámica de la torsión se halla también el de la influencia que tiene la excentricidad torsional de unos entresijos en las oscilaciones torsionales de los demás. El análisis dinámico de varios edificios de igual masa en todos los niveles³⁷ indica que la excentricidad dinámica en todos los entresijos es aproximadamente igual a 70 por ciento de la excentricidad máxima. El análisis estático puede indicar que solo en un entresijo de un edificio existe torsión y en los demás es nula, el análisis dinámico indicará que en ese la excentricidad es mayor que la calculada estáticamente y que en los demás es del orden de 0.7 veces dicha excentricidad.

Si la relación entre distribuciones de masa y rigidez dista de la crítica, este segundo tipo de amplificación dinámica de la torsión se reduce en general a un problema de análisis dinámico. Normalmente el análisis puede hacerse con refinamiento, mas un análisis estático, aunado a correcciones que tomen en cuenta la influencia de excentricidades en plantas diferentes de la que se considera, también puede ser satisfactorio. Solo por razones económicas podrá resultar entonces conveniente una reestructuración tendiente a disminuir las torsiones. Tal situación se presenta sobre todo en edificios altos que constan de un cuerpo bajo asimétrico y una torre simétrica. En ellos una modificación local en rigideces, tendiente a anular las excentricidades de las primeras plantas trae consigo una economía en la totalidad de las plantas.

6.15 Rigidez y resistencia. Esta generalizada la actitud que deriva de la costumbre de basar el diseño sísmico de estructuras fundamentalmente

en los conceptos de resistencia de capacidad de carga ante las fuerzas laterales calculadas bajo la hipótesis de comportamiento lineal. Dicha actitud lleva a suponer que el secreto del diseño sísmico satisfactorio se encierra en el lema "La resistencia de todo elemento estructural debe ser congruente con su rigidez". En general el principio es digno de respetarse e incluso grabarse en la mente de quien diseña. Por ejemplo en una serie de marcos paralelos ligados entre sí mediante losas los marcos más rígidos deben también ser los más resistentes. Por ejemplo, también las aceleraciones de diseño en una estructura son generalmente tanto más elevadas cuanto mayor es su rigidez, la liga de elementos rígidos, pero relativamente débiles y frágiles, a la estructura de un edificio prácticamente asegura la falla de esos elementos, y así sucede en el caso de vidrios de ventanas, cancelles de bloque de yeso, etc., cuando sus ligas los obligan a seguir las deformaciones de la estructura. Parecería que la rigidez "atrae" a los esfuerzos elevados.

En general, el respeto a este principio da por resultado diseños mejor balanceados y eficientes. Pero en rigor el lema no es veraz. Ignora varios de los conceptos que aquí se mencionan especialmente el de ductilidad. Así en la serie de marcos paralelos a que se ha aludido un diseño cuidadoso de los detalles puede permitir la formación de articulaciones plásticas en los miembros de los marcos más rígidos sin que estos posean mayor resistencia que los demás, dando por resultado una mayor absorción de energía ante los mismos desplazamientos laterales y por ende una estructura mejor comportada que el producto de un diseño convencional. Una práctica análoga suele ser aconsejable en las trabes que empotran en un muro sísmico esbelto provocando la formación de articulaciones plásticas en las trabes de las plantas superiores.

Nuevamente, aunque la liga de cancelles rígidos y frágiles a los marcos de una estructura trae como consecuencia segura el agrietamiento de esos cancelles, la práctica puede ser adecuada en ciertos casos. En efecto, es así como se logra un diseño de defensas escalonadas. Este puede hacerse más satisfactorio que el diseño convencional, caracterizado por una sola línea de defensas.

Finalmente, la amplificación dinámica de la torsión tiene por consecuencia en ocasiones el requerimiento de que los elementos más flexibles tengan resistencias (o al menos coeficientes de ductilidad) muy superiores a las que indicaría un análisis estático.

Se concluye que, aunque ventajoso el lema no debe desligarse de los demás conceptos aquí expuestos.

6.16 Anclajes y holguras. La necesidad de dejar holguras puede presentarse en los siguientes lugares.

1. Entre edificios de distintos predios.

- 2 En juntas de dilatacion entre dos cuerpos de un mismo edificio
- 3 Entre dos elementos estructurales de un mismo cuerpo, por ejemplo, entre un descanso de escalera y una columna
- 4 Entre la estructura y elementos no estructurales

En todos estos casos, salvo el primero, puede optarse por suministrar ligas y anclajes adecuados en vez de holguras. Si se opta por la holgura, surge el problema de elegir su dimension. Cabe admitir que un marco diseñado correctamente puede sufrir repetidamente desplazamientos cuatro o mas veces superiores a los que corresponden al limite de fluencia de los materiales. Se concluye que, para que dos estructuras del tipo 1 (o cuerpos de una misma) no se toquen durante un sismo de una intensidad inferior al que se requiere para causarles daños de importancia sin choques, necesitan estar separadas por lo menos el cuádruple de la suma de sus desplazamientos elásticos máximos. A esta separacion deberia sumarse la que corresponde a rotaciones y desalojamientos de las bases tanto por hundimientos diferenciales previos como por oscilaciones causadas por el sismo. En estructuras de tipo 3 regiria un criterio analogo, salvo que en ellas las rotaciones de la base pueden ser mas importantes y, en cambio, los desplazamientos asociados a comportamiento inelastico pueden estar limitados por la posibilidad de colapso. En las estructuras tipo 2 el factor de 4 debe reducirse a uno del orden de 2, ya que no poseen coeficientes de ductilidad tan elevados como las primeras.

En estructuras de muy largo periodo fundamental de vibración el criterio anterior sobrestima en exceso la amplitud de las holguras que se requieren. En efecto generalizando lo anotado arriba en cuanto a sistemas con un grado de libertad, en sistemas muy flexibles si el amortiguamiento de tipo lineal de la estructura no es excesivamente pequeño el desplazamiento máximo de su centro de gravedad sera generalmente del orden del desplazamiento máximo del terreno y casi nunca rebasara el doble de este valor. Es difícil suponer que en un reglamento razonable de construcciones, aun en las zonas mas intensamente sísmicas, suministre protección contra terremotos en los que el desplazamiento del terreno exceda unos 30 cm (salvo en la proximidad inmediata de fallas superficiales o en cimentaciones que se apoyen sobre terrenos que se licuen). Por consiguiente, aun cuando se trate de estructuras sumamente flexibles, existe un limite superior que no es necesario rebasar en las holguras que se suministran y que, segun el caso sera de 0.6 a 1.2 m al nivel del centro de gravedad (tomando en cuenta la suma de desplazamientos de dos estructuras).

Para que se sostenga este limite bastara que las cargas requeridas para producir una deformacion inferior al limite sean funcion monotonicamente creciente de la deformacion dentro de cada ciclo de carga o descarga. Tal condición se satis-

face en un intervalo muy amplio para casi todos los tipos usuales de estructura, exceptuandose solo algunas del tipo 3.

No siempre sera necesario respetar la holgura proveniente del calculo. Dependiendo del costo de suministrarla y las consecuencias de choques entre los cuerpos o elementos en cuestión, podrá justificarse reducirla. Los choques entre cuerpos de un mismo edificio, cuyas losas se hallen a iguales niveles a ambos lados de una junta de dilatacion, pueden provocar simples daños locales faciles de reparar. Esto es sobre todo cierto si se provee un empaque adecuado que amortigue los impactos, como madera blanda o ciertos tipos de hule resistentes al intemperismo, al igual que las guinaldas que se usan como defensas de muelles y malecones, o bien empaques como el carton si se trata de la holgura que debe dejarse entre la estructura y un elemento no estructural.

En otras ocasiones, como el ejemplo citado de la holgura a dejar entre una columna y descanso de escalera, las consecuencias del impacto pueden ser sumamente serias. Allí procedera un criterio especialmente conservador al definir el juego necesario.

En ciertas condiciones podran obtenerse ventajas de ligas, entre cuerpos de una estructura, que acoten la tension maxima que pueda transmitirse. Para tal fin pueden emplearse barras de acero de grado estructural que, a la manera de los tirantes diagonales en tanques elevados metalicos impidan deformaciones importantes ante sismos moderados y absorban energia plasticamente ante los mas intensos requiriendo ser sustituidos o apretados ocasionalmente.

Sin embargo, en la mayor parte de los casos en que se decida suministrar una liga en vez de una holgura, la liga debe proveer un anclaje franco y adecuado. De lo contrario se condena a la construccion a sufrir daños en los puntos de liga insuficiente. Así sucede por ejemplo cuando un muro divisorio, que se supone colaborara con la estructura, queda no mas que presentado sin un empaque y un anclaje efectivos. Es seguro que en su perimetro se señalará la junta con la estructura y se dañarán los acabados y revestimientos aun con sismos de corta intensidad.

Quizas generalizando poco mas de lo debido puede asegurarse que un anclaje adecuado para sismos leves lo es tambien para los mas violentos. El costo de los anclajes diseñados para resistir una aceleracion de 0.5 g es generalmente casi el mismo que el de los que se diseñan para resistir 0.05 g.

Este mismo principio se aplica al anclaje de revestimientos en fachadas. Se trata de detalles en los que el sobrediseño exagerado raras veces sera objetable.

6.17 Rigidez vs flexibilidad Las controversias que se suscitan al tener que elegir entre una estructura rigida y una flexible han llevado hasta la formación de escuelas distintas de ingeniería sísmica. La escuela llamada de Tokio, por ejem-

no to. Como modelo los diseños de Tachii Naito, que notoriamente resistieron el temblor de 1923 de manera totalmente satisfactoria. Las estructuras eran extraordinariamente rígidas y los discípulos de Naito sostienen que el diseño sísmico de estructuras sólo es concebible buscando rigidez extrema.

La escuela californiana ha tenido éxito diseñando estructuras sumamente flexibles con coeficientes sísmicos bajos. Sostiene entonces que las estructuras rígidas deben castigarse con diseños más conservadores.

Mucho de cierto hay en ambos puntos de vista. Las consideraciones que en ellos son válidas en cuanto a estabilidad se han reflejado en los espectros de diseño que se proponen para el reglamento y se complementan con los comentarios arriba expuestos sobre ductilidad, resistencia y rigidez. Si se analiza y diseña de conformidad con el reglamento propuesto y se cuidan los aspectos descritos por lo que a estabilidad respecta, e incluso a daños en elementos no estructurales, la decisión entre rigidez y flexibilidad será fundamentalmente de índole económica. La mayor rigidez frecuentemente significara mayor costo de la estructura (por la rigidez misma, por los mayores esfuerzos a que casi siempre se vera sujeta y por el mayor grado de ductilidad que debiera caracterizarla), pero menor costo en cuanto a que sean menores o nulas las holguras que deban dejarse alrededor de los elementos estructurales. En igualdad de costos por estos conceptos, la estructura más rígida sera preferible porque causara menor incomodidad en los ocupantes, habra menor posibilidad de alarma o panico y los daños a objetos sueltos seran menores. El ultimo punto es importante en edificios que alojan instrumentos costosos y en museos de arte.

Parceria colegirse que las estructuras rígidas son en general preferibles. Pero la diferencia en costos sobre todo en edificios altos, suele ser tan importante que la estructura rígida se desecha. Haciendo a un lado las consideraciones puramente económicas y de comodidad de los ocupantes, lo importante generalmente no es si la estructura es rígida o flexible, sino el respeto a los principios fundamentales, es decir, que la rigidez o flexibilidad de la estructura sean lo que se ha llamado rigidez controlada o flexibilidad controlada.

6.2. Recomendaciones específicas

6.2.1 Alcance. Con base en los principios arriba expuestos se haran aqui recomendaciones específicas y se ejemplificaran.

6.2.2 Partido estructural. De dos estructuras igualmente costosas y resistentes se elegira la más dúctil. Este criterio no necesariamente determinara los materiales estructurales. En estructuras de acero, de concreto o de mampostería puede lograrse practicamente la ductilidad que se desea, o puede, por descuido, proyectarse una estructura tragada e inadecuada.

En estructuras metálicas la ductilidad se logra evitando fallas por pandeo inelástico (que puede ir acompañado de una disminucion importante en capacidad despues de alcanzar la carga máxima) y cuidando especialmente las conexiones. Estas pueden ser tales que cedan plásticamente permitiendo grandes rotaciones, entonces tendra poca importancia si sus momentos resistentes son mayores o menores que los de los miembros a los que ligan. O pueden satisfactoriamente emplearse conexiones poco dúctiles, pero entonces es necesario que su capacidad sea suficientemente elevada en relacion con la de los miembros a los que conectan como para asegurar que en ellos se formaran articulaciones plásticas sin alcanzarse la resistencia de las conexiones.

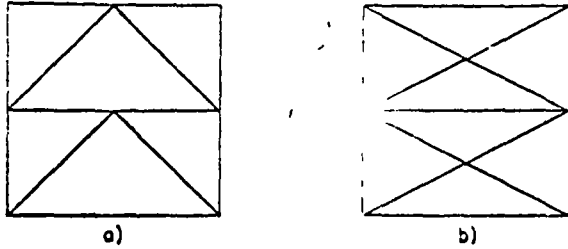
En estructuras de concreto reforzado tiene importancia que el porcentaje de refuerzo de tension que se emplee en secciones criticas sea suficientemente grande como para asegurar el agrietamiento del concreto en tension ante cargas menores que las que provocan la fluencia del acero. Es tambien importante que el porcentaje neto (el de tension menos el de compresion) sea suficientemente bajo como para asegurar una amplia excursion del acero en el intervalo plástico antes de que pueda fallar el concreto en compresion. Y es de importancia capital que los factores de seguridad correspondientes a fallas de tipo fragil (adherencia, compresion del concreto sin confinar y cortante en secciones poco reforzadas por tension diagonal) sea suficientemente mayor que el correspondiente a fallas de tipo dúctil (flexion por falla del acero en tension) como para que estas ocurran sin permitir que se presenten aquellas. Mucho se logra con traslapes generosos y empleo de zunchos y estribos proximos.

En las de mampostería el enmarcamiento de tableros de muro dentro de elementos de concreto o acero y el refuerzo de los tableros mismos permite se alcance la carga lateral máxima y, aun con agrietamiento extenso de los muros, se conserve sin disminucion apreciable dentro de margenes amplios.

Una vez elegido el material debe decidirse si fundamentalmente se resistiran las cargas laterales mediante marcos, muros o contravientos. Los primeros permiten mayor ductilidad que los segundos y estos que los contravientos inclinados. Entre los últimos, el tipo que se presenta en la fig. 6.3a es capaz de un coeficiente de ductilidad superior al de la fig. 6.3b. Presenta además en estructuras de concreto ventajas en cuanto a su ejecucion mas rápida y la menor posibilidad de error en la obra. Sin embargo aqui como en casi todas las alternativas que se abren al proyectante se paga un precio por la ductilidad en cantidad de materiales y ese precio no siempre se justifica.

Son muchos los factores que intervienen en la decision sobre partido estructural. Si el proyecto arquitectónico lo permite, y generalizando quizás en exceso, se dira que en edificios usuales de

En departamentos u oficinas se preferira la solución a base de contravientos inclinados del tipo de la fig 63b en edificios bajos, como hasta de seis pisos los de la fig 63a hasta unos 10 pisos, el empleo de muros de concreto reforzado hasta 15 o 20 pisos, y el de marcos de concreto o metalicos, desligando los muros, para alturas mayores. Estas tendencias obedecen a las siguientes causas



CONTRAVIENTOS INCLINADOS
FIG 6 3

1. En edificios altos las fuerzas que se pide a los contravientos que sean capaces de resistir llevan a piezas tan anchas que se dificulta su anclaje. Por otra parte la diferencia en cantidad de materiales con un muro de concreto reforzado llega a ser tan pequeña que no se justifica ya el exceso en mano de obra propio de los contravientos.
2. La eficiencia de contravientos y muros se reduce al aumentar la altura del edificio por efecto de variación en longitud de las columnas que delimitan las crujeas donde estos elementos se colocan. La reducción en eficiencia obedece al momento de volteo.
3. El momento de volteo acarrea problemas inconvenientes en cimentación al concentrarse en un número limitado de crujeas cuando se utilizan contravientos o muros.
4. Los giros de los muros y tableros contraventeados al deformarse ante cargas laterales inducen momentos y cortantes en las trabes que inciden en ellos. Dichos elementos mecánicos llegan a ser excesivos en el caso de muros y tableros contraventeados esbeltos de varios pisos de alto. Es cierto que se pueden aliviar los esfuerzos permitiendo la formación de articulaciones plásticas en esas trabes y diseñando para tales condiciones. Pero las complicaciones de diseño pueden alcanzar magnitudes indeseables en edificios muy altos.

6.22 *Distribución de muros y contravientos*
Cuidando que las torsiones que se introduzcan sean pequeñas, la distribución de muros y contravientos tiene generalmente poca importancia en edificios bajos. En los de altura moderada debe prestarse atención especial a los momentos de volteo si el número de tableros rígidos por entrepiso es pequeño. Resultara inconveniente por este motivo que de un mismo marco se aproveche solamente un

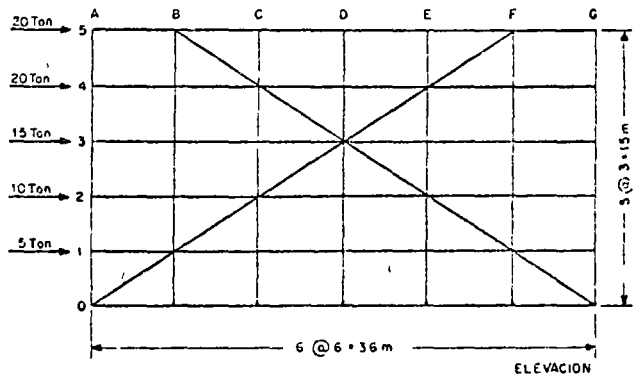
entreteje en todos los entrepisos para colocar contravientos o muros cuando el proyecto arquitectónico permita una distribución más variada.

Considere el ejemplo que se consigna en la fig 64. Si no se suministraran contravientos y las rigideces de los elementos que constituyen el marco fueran precisamente las necesarias para validar la solución del método del portal, la totalidad del momento de volteo sería resistida por las columnas A y G. Sin considerar reducción del momento de volteo, la columna A vería su carga axial disminuida en 21 ton y la G aumentada en otro tanto, al nivel 0, ante las cargas laterales que muestra la figura.

Si se suministraran cruces de San Andrés como contravientos solamente en el entreteje AB y estos elementos fueran incomparablemente más rígidos que el marco, con el mismo criterio la columna A disminuiría su carga y la B la aumentaría en 125 ton.

En cambio con la distribución de diagonales que se representa en la fig 64, si las de compresión son, digase, 4 veces más rígidas que las de tensión, los cambios en carga axial serían solamente de + 20 ton en G, - 20 ton en B, + 5 ton en F y - 5 ton en A.

Con frecuencia el proyecto arquitectónico se presta para distribuir los tableros rígidos en planos



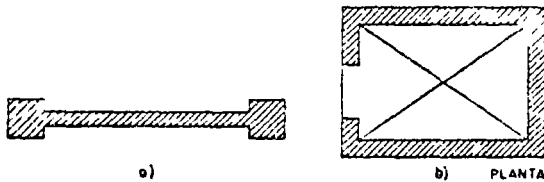
MARCO CONTRAVENTEADO
FIG 6 4

verticales diferentes, a la vez que en distintas crujeas. La solución puede ser conveniente pero exige revisar la capacidad de las losas para transmitir cortantes de importancia en sus propios planos. Puede además estar limitada en su aplicación porque las deformaciones de las losas ante esos esfuerzos sean del mismo orden que las de los contravientos o muros, o aun mayores, y demeriten la eficiencia de los elementos rigidizantes.

6.23 *Formas especiales de muros*
Ciertos edificios altos crean serios problemas por el siguiente motivo. Las limitaciones arquitectónicas en dimensiones y peralte de los miembros estructurales pueden impedir una solución a base de marcos sin el uso de contravientos que satisficieran limitaciones razonables de desplazamientos permisibles, pero las pocas ubicaciones posibles para los muros que

no puedan contribuir sensiblemente a la rigidez los límites solamente de proporciones sumamente exactas. En estas condiciones la rigidez de los muros es determinante. Dado que sus deformaciones se deberan fundamentalmente a flexión, un aumento en momento de inercia puede resolver el problema. Sea que se suministre la sección de la fig. 65a o la de la fig. 65b, se logra un sustancioso aumento en momento de inercia.

6.24 Simetría del proyecto Con frecuencia se mira la torsión cual un tabú en ingeniería sísmica. No debe ser así. Es posible aunque laborioso diseñar satisfactoriamente en presencia de torsiones



FORMAS ESPECIALES DE MURO
FIG. 6.5

importantes tomándolas en cuenta. Ello no quita que en casi todos los casos se justifique un estudio y adaptación de las rigideces para disminuir la torsión.

Pero aun si la torsión calculada es nula o despreciable existen proyectos que dejan graves dudas en cuanto a las rigideces relativas al cálculo. No ocurre cuando las rigideces elevadas, provenientes de ciertos elementos estructurales en un extremo del edificio, se contrarrestan mediante elementos muy disímiles en el otro extremo. Son poco dignos de confianza los valores de rigidez relativa (calculados con el rigor que sea) en un edificio en el que, por ejemplo, la rigidez elevada de un muro ciego de tabique en una colindancia se contrarresta mediante marcos de acero muy rígidos en la fachada opuesta. La misma no linealidad del comportamiento prácticamente asegura la presencia de torsiones de magnitud variable, función de la amplitud de oscilación aunque el cálculo convencional indique que se ha logrado eliminar totalmente la torsión. Por dichas incertidumbres y discrepancias puede ser preferible aislar el muro ciego y adoptar una estructura más flexible en esa dirección.

En muchos casos vale la pena intentar medidas análogas que tiendan a distribuciones simétricas no sólo de rigideces sino de estructuraciones. Conviene que un muro de tabique sumamente rígido se contrarreste mediante muros también de tabique que los contravientos encuentren si contrarrestada en contravientos de forma semejante, y sucesivamente.

Las ventajas de eliminar la torsión y lograr estructuraciones sensiblemente simétricas es tanto

mayor cuanto más alto sea el edificio. Ello obedece a tres causas principales:

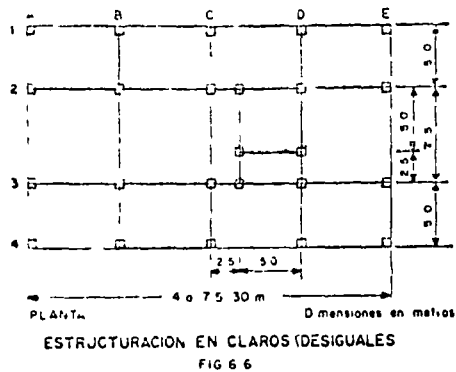
1. En estructuras bajas las dimensiones de los miembros son en general más uniformes (por gobernar en no contados casos las dimensiones mínimas), y las rigideces pueden variarse más fácilmente a voluntad (esto debido a las menores dimensiones).
2. Para acotar las amplificaciones dinámicas exageradas de la torsión estática se necesita que tomen lugar deformaciones apreciables fuera del intervalo elástico. Si de por sí las deformaciones son ya importantes como en un edificio alto el exigir que se multipliquen por un factor muy superior a la unidad las suele llevar a valores excesivos.
3. En igualdad de circunstancias los edificios altos son más flexibles que los bajos. De aquí que absorban menor energía en el intervalo plástico antes de alcanzar oscilaciones importantes. Dicha absorción de energía es el factor más importante que tiende a limitar las fuertes amplificaciones dinámicas de la torsión. Por consiguiente cálculos dinámicos basados en la hipótesis de comportamiento lineal estarán más cerca de ser aplicables a edificios de muchos pisos que a los de pocos. Dichos cálculos predicen factores elevados de amplificación dinámica en torsión.

La atención que se preste a la simetría estructural debe ser, por tanto, función creciente de la altura del edificio.

6.52 Uniformidad de estructuración El empleo de claros muy desiguales en un mismo marco ocasiona fuerzas cortantes y momentos flexionantes elevados en las traveses de los claros más cortos. Estos elementos mecánicos pueden alcanzar valores excesivos en edificios altos e incluso provocar variaciones inconvenientes en la carga axial de las columnas adyacentes, variaciones que a su vez repercuten hasta en el diseño de la cimentación.

En edificios bajos estos efectos pueden ser insignificantes. Por ello el grado de uniformidad que es deseable en los edificios altos puede ser objetable en los bajos si obliga a desaprovechar las ubicaciones de columnas que el proyecto arquitectónico deja en forma accidental e irregular. Por ejemplo, en la planta de la fig. 66, correspondiente a una estructura formada por marcos de concreto, las columnas 2, 2' y 3 del eje C' y 2' del D, que la disposición de muros de servicios permite que se coloquen, serían deseables para reducir claros en un edificio de 2 pisos y cruces en uno de 5. Las mismas serían objetables en un edificio de 20 pisos y probablemente también en uno de 8.

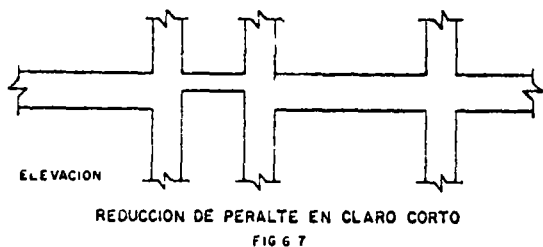
A pesar de lo expuesto, por diversas razones pueden justificarse columnas en puntos que ocasionen marcadas desigualdades en los claros de uno o más marcos de un edificio alto. Conviene entonces disminuir la rigidez de las traveses que



ligan, principalmente reduciendo su peralte, como en la fig 67 Si la situación prevalece en las ultimas plantas de un edificio muy alto, la reduccion en rigidez que impondria un buen diseño por cargas laterales puede verse eliminada por limitaciones de flecha ante cargas verticales. Procede entonces diseñar con articulaciones plasticas en los apoyos de los elementos en cuestión

6.26 Plantas alargadas Los edificios de planta sumamente alargada presentan problemas *sui generis* de estructuración, sobre todo cuando en ellos tratan de aprovecharse muros transversales. Por ejemplo, podría pensarse que la solución de la fig 68 es satisfactoria, pues el muro E(1-3) introduce torsiones que aparentemente serán resistidas por los 1(AE) y 3(AE). Pero con las dimensiones que a escala muestra la figura la eficacia de los muros longitudinales es en verdad pequeña para movimientos transversales. En rigor la planta giraría como muestra la flecha arqueada con bien poca participación de los muros, tanto longitudinales como transversal.

Esta desventaja se vera incrementada por las deformaciones que sufrira la losa en su propio plano. La amplificación dinamica de la torsion acentuara aun mas el fenomeno. El saldo sera que el marco del eje A se hallara en condiciones más

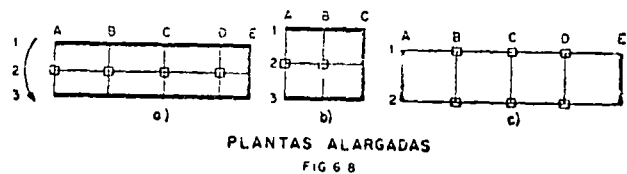


desfavorables que si se hubiera omitido el muro E (1-3).

En cambio una solución análoga en edificios de planta sensiblemente cuadrada (fig 68b) puede ser perfectamente satisfactoria si el numero de pisos del edificio no es excesivo y si los fenomenos derivados de la torsion se toman en cuenta en el analisis

En el ejemplo de la fig 68a conviene diseñar el muro E(1-3) del resto de la estructura y diseñar esta como marcos paralelos en la direccion transversal. Por el contrario, en el ejemplo de la fig 68b el muro C(1-3) puede ser util si se liga al resto de la estructura y ancla en ella.

Otro tipo de problema que es usual en plantas alargadas se ilustra en la fig 68c. Aqui se han aprovechado los muros de cabecera para resistir fuerzas transversales. En edificios bajos esta solución puede ser poco eficiente. Las deformaciones de la losa en su propio plano con las dimensiones a escala que muestra la figura generalmente serian tales que el marco C(1-2) se veria sujeto a una fuerza cortante apenas inferior a la que tendria de haberse omitido los muros. En una planta aun mas alargada, el beneficio derivado de los muros, en cuanto a reducir las fuerzas cortantes en la mayoría de los marcos transversales, sera despreciable, en esas condiciones, el afan de aprovechar los muros de cabecera esencialmente sólo habra producido una estructura mas fragil y expuesta



sin que por ello se haya logrado una resistencia muy superior.

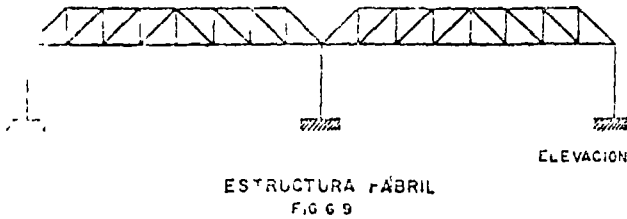
En edificios de varios pisos la solución de la fig 68c sera aun mas objetable pues, si alguna efectividad poseen los muros de cabecera, indudablemente concentrarán en cimentación los efectos del momento de volteo y causaran problemas difíciles de resolver.

Todas las objeciones esgrimidas desaparecerian en el caso de la fig 68c si se aprovecharan varios muros interiores transversales además de los dos extremos.

6.27. Cambio de partido en dos estructuraciones de tipo intermedio La clasificación de estructuras que hace el reglamento propuesto no deja generalmente, lugar a duda en cuanto al tipo a que pertenece una construcción. Sin embargo existe una solución estructural frecuente en edificios industriales que es ambigua.

Considerese una nave industrial de grandes claros cubierta por armaduras libremente apoyadas sobre columnas (fig 69). Si se carece de un sistema triangulado al nivel de la cuerda inferior de las armaduras se deja de cumplir el requisito de que las columnas estén adecuadamente ligadas entre sí en ese nivel.

Cuando este presente un sistema triangulado horizontal que ligue entre sí las columnas en su extremo superior puede suceder que existan muros perimetrales ligados a la estructura o que, en una dirección cuando menos, no haya tales

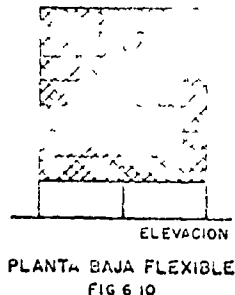


muros. En el primer caso, la estructura pasaria al tipo 2. La falta de una columna cualquiera por carga lateral exigiria la de los muros (salvo que esa carga se aplicara a una altura intermedia provocando un colapso local, como sucede con el impacto de vehiculos en el interior de algunas plantas)

Pero si en una direccion no existen los muros mencionados la situacion en esa direccion es indefinida. Es concebible un proyecto en el que los rigideces y resistencias de las columnas fueran precisamente tales que su fallo ante fuerzas horizontales de inercia pudieran ocurrir sin liberación alguna entre ellas es decir como si cada columna trabajara aislada. En esa situacion hipotetica no habria diferencia en comportamiento con el de una estructura del tipo 3. En la practica, sin embargo, seria casi segura una interaccion importante entre las columnas de manera que las mas debiles o flexibles se vieran en parte protegidas por las mas resistentes o rigidas. Se trataria por consiguiente de una estructura de tipo intermedio entre el 1 y el 3. Por seguridad seria aconsejable diseñarla con los criterios aplicables a este último.

Generalmente las estructuras como la descrita son sumamente flexibles y ligeras. En consecuencia un analisis dinámico puede indicar que la situacion no es especialmente desventajosa, que puede diseñarse con los coeficientes del tipo 3 sin gravar en exceso el costo del inmueble. Pero ese no es siempre el caso. Además, aun si no se logran economías, sera preferible cambiar a una estructura del tipo 1. Ello se alcanza suministrando suficiente continuidad y rigidez entre las columnas y las armaduras como para que los momentos en estas sean del mismo orden en ambos extremos.

En segundo caso ambiguo se muestra esquemáticamente en la fig 6 10. Se trata de un edificio de varios pisos con planta baja libre. En las plantas superiores se supondra que el proyecto exige la presencia de muros adecuadamente distribuidos

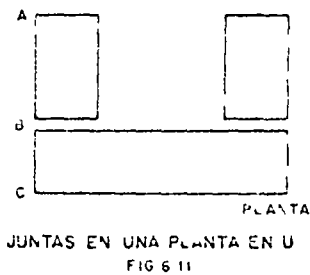


y que estos se ha decidido queden ligados al resto de la estructura.

Si los muros de plantas superiores son mucho mas rigidos que el sistema aporacado del primer entrepiso, es posible que la estructura pueda clasificarse como del tipo 1 e incluso este en condiciones mas ventajosas que la mayoria de las de este grupo gracias a la presencia de la planta baja flexible. Para ello se necesita que la resistencia en todos los entrepisos sea sensiblemente proporcional a la que pide el calculo. Si la de plantas superiores es muy superior a dichos valores, en relacion con la planta baja, la estructura debera diseñarse como intermedia entre los tipos 1 y 3. En efecto, en relacion con la masa y otras características del edificio, el numero de elementos que pueden participar en absorcion de energia plasticamente es desproporcionadamente pequeño.

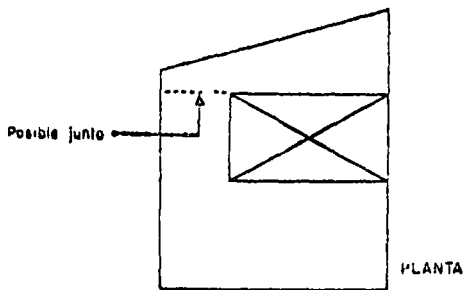
En condiciones como estas puede resultar preferible desaprovechar las posibilidades del proyecto en plantas superiores y desligar los muros del resto de la estructura para asi caer francamente en el tipo 1.

6.28 Juntas de dilatacion. Generalmente la ubicacion de juntas entre los cuerpos de un edificio esta dictada por consideraciones que no son de ingenieria sismica. Cuando lo son, en la mayoria de los casos es muy evidente la necesidad de suministrarlas. Pero en ciertas condiciones la situacion no esta bien definida. Por ejemplo mucho se ha insistido en las virtudes de desmembrar las plantas L, T, U y analogas, en bloques rectangulares (fig 6 11). Indiscutiblemente esta medida puede simplificar el analisis, en muchas ocasiones puede eliminar problemas serios de torsion que se presentarian de insistir en la construccion monolitica. Pero no vale una generalizacion absoluta en este sentido. Por ejemplo si el proyecto obliga a co-



lunas esbeltas o trabes rebajadas y exige la colocacion de muros ciegos en algunos puntos de los ejes A y C de la fig 6 11, mas no los permitidos en el eje B. La presencia de juntas en este eje crea problemas de torsion dificiles de resolver. Aun en la ausencia de tales juntas redundaria en una solucion ventajosa aun para edificios de moderada o gran altura.

Analogamente, cuando la irregularidad del proyecto o la necesidad de extensos patios de luz estrangula una losa que liga entre si a dos cuerpos importantes (como en la fig 6 12), se ocurre des-



JUNTA EN UNA LOSA ESTRANGULADA
FIG 6 12

ligar introduciendo una junta donde se indica en la figura. Mas no siempre sera esta la solucion optima. Conviene, excepto en los casos mas obvios, estudiar la posibilidad de omitir la junta, analizar los desplazamientos de ambos cuerpos, cuantificar las fuerzas que se requieren por compatibilidad de las deformaciones y diseñar y reforzar la losa para que transmita dichas fuerzas actuando como diafragma horizontal.

Frecuentemente una junta de dilatacion se provee entre dos cuerpos de rigideces comparables cuyas losas se hallan a los mismos niveles. Las consecuencias de impacto se ven menguadas entonces a daños locales y cabe un criterio poco conservador en la cuantificacion de la abertura que se necesita y de las precauciones a tomar en la junta. Generalmente en otros casos no puede escaparse de la solucion consistente en suministrar una abertura muy amplia. Con todo, ciertos proyectos arquitectonicos favorecen soluciones heterodoxas, como la que esquematiza la fig 6 13, en la que se diseña para impacto controlado.

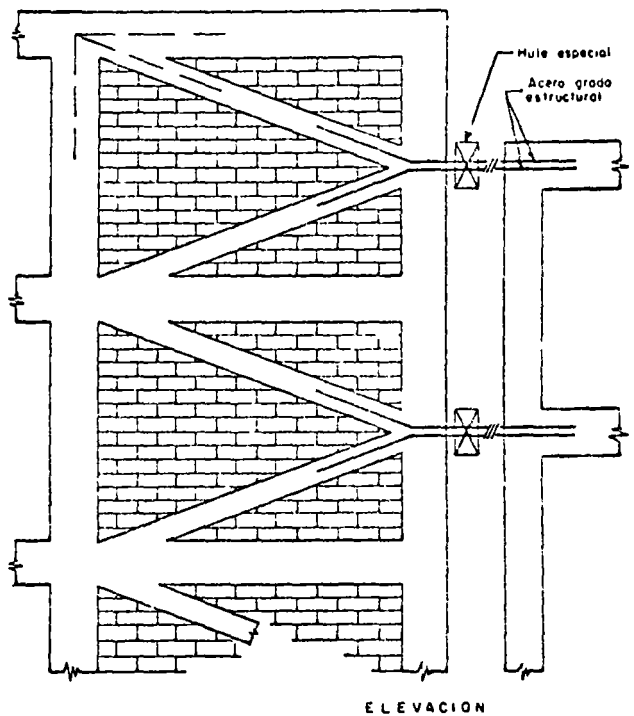
6 29 Proteccion de elementos no estructurales

La necesidad de proteger elementos no estructurales aislandolos parcialmente, esta supeeditada a la magnitud de las deformaciones estructurales para las que se desea diseñar y a la deformabilidad de los elementos en si. La primera variable es funcion de las deformaciones que se prevén en la estructura ante cada posible intensidad sismica y de las consecuencias, principalmente de orden economico, que involucran los daños que se intenta evitar. El yeso que cubre los muros de una vivienda popular ameritara criterios bastante menos conservadores que el marmol del cubo de elevadores en el edificio de una compañía de seguros.

El segundo factor —la deformabilidad— se trata a través de símbolos segun los materiales que se utilizan. Para fines practicos el vidrio de ventanas puede suponerse indeformable y procederse como si se destruyera al verse obligado a seguir las deformaciones de la mangueteria, por pequeños que estas sean. Las deformaciones que causan daños visibles en cancelos experimentados como valores de ψ se miden en porcientos para las divisiones de papel de las casas japonesas tradicionales y los cancelos de madera de las oficinas de Occidente, dificilmente pasan de 0 004 en muros de tabique

recocido y de la mitad de este valor para el yeso y ciertos bloques ligeros.

A la luz de consideraciones como estas se decide sobre la conveniencia de proveer holguras entre la estructura y los elementos que no forman parte de ella, así como sobre el espesor de esas holguras. Si la decisión es en favor de que el elemento quede holgado se derivan ventajas de colocarlo desplazado respecto a las columnas, pues así sólo ha menester holgura en un borde.



JUNTA A DESNIVEL CON EMPACUES Y TIRANTES
FIG 6 13

Son variadas las soluciones que permiten el deslizamiento relativo entre un borde y la losa mas proxima. En la fig 6 14 se ilustran algunos:

- Muro empotrado en su base y libre arriba, con refuerzo en castillos, o refuerzo interior si consta de bloques huecos.
- Muro empotrado en su base y libre arriba con aplanados reforzados.
- Muro empotrado en su base y guiado arriba mediante soferas o laminas que se anclan en la losa, ofreciendo resistencia apreciable al desplazamiento lateral y despreciable al longitudinal.
- Muro apoyado en su base y guiado arriba mediante una canal, canaleta o par de angulos ligados a la losa.
- Muro de precolado ligero reforzado colgante de una articucion superior y guiado, sin apoyarse, en su extremo inferior mediante una canal.³⁶

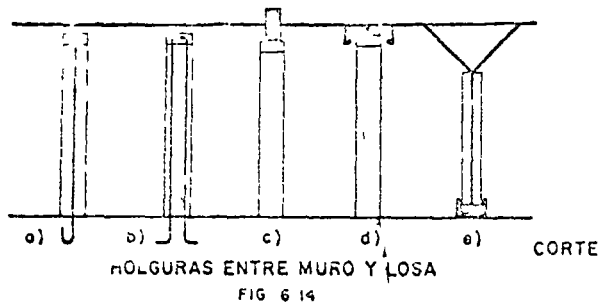


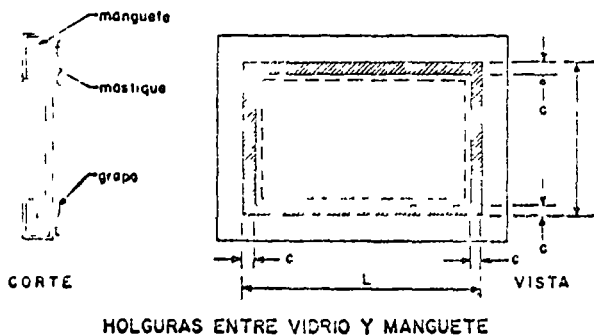
FIG 6 14

Si el detalle superior no puede ocultarse sobre un platon, puede recurrir un tapajuntas. En ese caso, así como en los que ilustran las figs 6 14 d y e conviene suministrar un empaque lubricado para impedir que la losa, canal o tapajuntas luda contra el muro. Puede cumplir los requisitos un carton asfaltico engrasado o material similar mas debe excluirse el empleo de mortero pobre con este fin ya que al verse confinado ofrece resistencia excesiva y desvirtua la solucion.

Cuando no es posible que el muro o cancel se halle desplazado respecto al paño de columnas, si sus aristas verticales tambien requieren holgura. Esta debera generalmente ocultarse de manera adecuada.

Aun cuando un tablero de muro se empaque contra los marcos estructurales, puede lograrse proteccion satisfactoria de su revestimiento por razones economicas tal practica suele justificarse. Por ejemplo, si el revestimiento es vitreo o petreo y se coloca en grandes placas, estas se anclarán con dispositivos metalicos a un muro de mamposteria. El muro en si puede quedar en condiciones tales que su agrietamiento no implique colapso, para ello bastara anclarlo y retorzarlo, en su interior o en uno de sus aplanados, de manera adecuada. Y el revestimiento no necesitara reflejar las grietas del muro si entre placa y placa se deja una junta de generoso espesor rellena de material deformable, impermeable y resistente al intemperismo.

Los vidrios de ventanas pueden protegerse en su luga con los manguetes, en la mangueteria misma o en la union de esta con la estructura. En el primer caso es útil el criterio expresado en la ref 39 para cuantificar la holgura necesaria. Con referencia a la fig 6 15, si el mastique se conserva



HOLGURAS ENTRE VIDRIO Y MANGUETE

FIG 6 15

suficientemente plastico como para no ofrecer resistencia apreciable al desplazamiento lateral, el tablero de vidrio se agrietara cuando

$$\Delta - \phi h = 2c(1 + h/b) \quad (61)$$

donde

Δ = desplazamiento total relativo entre los extremos superior e inferior del marco,

ϕ = rotacion de cuerpo rigido del marco con el vidrio,

c = holgura,

b = ancho nominal del vidrio,

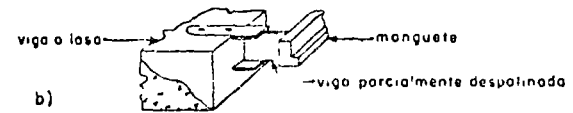
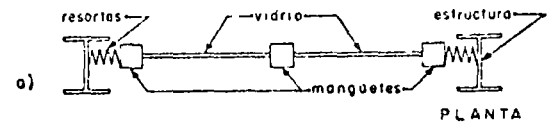
h = altura nominal del vidrio

Si por el contrario, el mastique se endurece, el valor limite ψ esta dado aproximadamente por

$$\Delta - \phi h = F 2c(1 + h/b), \quad (62)$$

donde F es un factor de reduccion que depende de la relacion b/h y esta dado en la referencia 39.

La ec 61 resulta de simples consideraciones geometricas, suponiendo agrietamiento en el instante en que el tablero de vidrio impide distorsion



HOLGURAS ENTRE MANGUETE Y ESTRUCTURA

FIG 6 16

adicional del manguete por haber entrado en contacto con el en dos esquinas opuestas. Esta expresion ha sido verificada experimentalmente en ensayos tanto estaticos como de impacto contra el marco de la ventana.

La ec 62 es puramente empirica y se deriva con base en una ampliacion de la serie de ensayos descrita.

Si se emplea marco de madera en vez de marco metalico, generalmente esta asegurada la proteccion del vidrio contra desplazamiento lateral pues el marco es capaz de absorber deformaciones muy superiores a las indispensables.

Puede optarse por eliminar las holguras mencionadas y utilizar marcos rigidos. La proteccion debe entonces suministrarse permitiendo deslizamiento entre el marco de ventana y la estructura. En ciertos estructuras metalicas se ha acudido incluso al empleo de resortes entre estructura y marco (fig 6 16a). La solucion es esta por permitir desplazamientos laterales excepcionalmente amplios sin causar daño alguno.

En la fig 6 16b se ilustra otro tipo de solucion. En el marco de ventaneria se liga rigidamente a una losa mientras en la o las siguientes se ancla

mediante dispositivos que le impiden movimiento perpendicular a la fachada pero se lo permiten paralelamente a ella

El ingenio del proyectista desconoce limites en la solución de detalles de esta índole. Importa solo la conciencia de que ciertos elementos han de protegerse aislandolos como mas convenga y todos han de anclarse debidamente

6.30 Protección de transeuntes Si se exceptúan solo las soluciones mas efectivas y caras de anclaje y suministro de holguras en elementos de fachada, existira siempre el peligro de que un sismo intenso desprenda trozos de vidrio y revestimiento. En otras ciudades ese fenomeno ha sido el causante de daños a personas y multiples perdidas de vidas

Indudablemente se justifica, por tanto, suministrar cierto grado de protección al transeunte, aunque una protección absoluta este fuera de consideración. Se concluye que en edificios que posean vidrios o revestimientos que puedan desprenderse

de la fachada desde alturas importantes ha de proveerse una marquesina de dimensiones generosas a menos que se hayan tomado precauciones muy fuera de lo comun en la fachada o que existan limitaciones serias, por invasión de via publica o requerimientos arquitectonicos que impidan tal providencia

Si el riesgo de generalizar indebidamente, puede recomendarse el suministro de marquesinas de 1.50 m de volado, o mas, en fachadas ordinarias con altura superior a 10 m

El diseño de la marquesina debe enfocarse hacia su posibilidad de absorber energia ante impacto pues la posibilidad de su colapso debe ser practicamente nula, aunque se admita que sufra daños locales en condiciones extremas. El tipo de diseño se alcanza, por ejemplo, apoyando sobre perfiles metalicos o de concreto fuertemente reforzado, una losa delgada con alto porcentaje de acero, tanto en tensión como en compresión. Y conviene que la losa este inclinada hacia el edificio

APENDICE

EL CAPITULO SOBRE DISEÑO SISMICO DEL REGLAMENTO *

Introduccion

Con anterioridad al sismo del 28 de julio de 1957 los ingenieros civiles mexicanos sabian bien que el capitulo sobre sismos del Reglamento de las Construcciones en el Distrito Federal estaba ya anticuado, que con suma frecuencia se le dejaba de cumplir y que habia necesidad de investigar incesantemente el comportamiento sismico de las estructuras.⁴⁰ Pero diriasi que nadie se percataba de las consecuencias tragicas que las deficiencias del reglamento en este capitulo y las violaciones al mismo iban a traer consigo.

No obstante el saldo del temblor, una perspectiva realista debe admitir que en verdad la lección no resulto cara. La reaccion fue inmediata, las autoridades tomaron medidas efectivas, surgió una oportunidad excelente para adquirir experiencia y hasta cierta comprension del comportamiento estructural, y el evento atrajo a algunos de los mejores ingenieros de otras partes del mundo, quienes despertaron la conciencia respecto a las variables que importan en diseño sismico.

Normas de emergencia

Transcurrida apenas una semana desde el 28 de julio, el Departamento del Distrito Federal designo a un comite para que tomara a su cargo la redacción de un reglamento de emergencia. Las disposiciones respectivas se elaboraron en tres semanas y comenzaron a aplicarse inmediatamente. Poco despues se revisaron. Sin modificacion esencial fueron legalizados en un decreto presidencial el 12 de septiembre 1957. Se derogo el capitulo sobre diseño sismico que entonces operaba.

El reglamento de 1942⁴⁰ requeria un coeficiente sismico comprendido entre cero y 0.10, funcion de la importancia del edificio, a ser aplicado con 33 por ciento de incremento en escaletas perennales. Los edificios para oficinas y apartamentos debian diseñarse para 0.025 *g*. La aceleracion horizontal debia suponerse uniforme en la totalidad de un edificio. No era necesario revisar por sismo las estructuras cuya altura no excediera 16 m. El reglamento no contenia disposiciones referentes a torsion ni a la manera de tomar en cuenta muros de mamposteria ni dejaba oportunidad de analizar dinamicamente. Con frecuencia se aplicaba en combinacion con el metodo del portal, sin tomar en cuenta rigideces relativas.

* El presente apendice se basa principalmente en la Ref. 41.

El temblor coloco en primer termino la importancia de varios factores.^{42, 43, 44}

1. Los movimientos con periodo de regresion de 50 años causan aceleraciones muy superiores a las que requeria el reglamento, especialmente en los pisos superiores.
2. El valle de México exhibe periodos dominantes del terreno. Las estructuras flexibles cimentadas en terreno blando y las estructuras rigidas en terreno duro son mas vulnerables que otras. Esto se aplica especialmente a las primeras debido a la prevalencia de temblores que se originan en epicentros lejanos y por consiguiente se caracterizan por sus largos periodos.
3. Debe darse atencion adecuada a las rigideces relativas, su relacion con la torsion y la contribucion de los muros de mamposteria.
4. No puede esperarse una gran precision en el calculo de rigideces y torsiones, especialmente cuando actuan los muros de mamposteria de conjunto con la estructura.

Las normas de emergencia reflejaban estos conceptos. Se requeria en ellas el diseño sismico de todas las estructuras, independientemente de su altura, exceptuandose solo las carentes de importancia. Se aumentaron los coeficientes de cortante en la base hasta 0.05 - 0.10 para edificios ordinarios, en funcion de tipo de estructura y su ubicacion en el valle de México (según se encontrara en la zona del sismo, la de transición o la zona dura), duplicandolos los coeficientes para los edificios de importancia excepcional.

Se adopto una variacion lineal de las aceleraciones horizontales, desde cero en la base de la estructura hasta un maximo en la azotea. A los pretilos y ornamentos se asigno una aceleracion de 0.5 *g*. Sin embargo los rematamientos de las estructuras no recibieron tratamiento especial.

Se especifico que la excentricidad torsional calculada se incrementara en un valor "accidental", igual a ± 0.05 de la dimension del piso medida perpendicularmente a la aceleracion. Este valor era aplicable a todos los edificios excepto bodegas, para las cuales el coeficiente 0.05 se incrementa a 0.07 para cubrir distribuciones desfavorables de carga. Ademas, se requirio que la excentricidad de diseño no fuera menor que la mitad de la máxima calculada en los pisos inferiores al que se considera ni el momento resonante menor que la mitad del maximo calculado en los pisos superiores.

Se penso que la prevalencia de periodos largos en la zona del lago excluía la reduccion del momento de volteo. Por ende no se incluyó ninguna disposicion que permitiera tal reduccion.

Al poco tiempo se hizo palpable que los diseños que satisfacian a las normas redundaban en estructuras sumamente costosas por este concepto. Como consecuencia el Departamento convocó a junta de mesa redonda con varios ingenieros en estructuras. Allí se decidió permitir reducciones en el momento de volteo de 25 a 40 por ciento.

Se meditó sobre la conveniencia de exigir que toda la mampostería fuera reforzada. Por razones economicas se desechó tal posibilidad en vista de que los muros de mampostería ordinaria en nuestro país son sumamente baratos.

Así, iba a seguirse admitiendo la mampostería simple. El temblor de 1957 había hecho evidente que los muros de estos materiales se agrietaban con facilidad, dejando al resto de la estructura en condiciones precarias para resistir movimientos ocasionales, fuera que se debieran a viento, al mismo temblor o a repeticiones de él. Se hizo obvia la necesidad de revisar las condiciones de los marcos estructurales admitiendo que hubieran fallado los muros no reforzados. De conformidad con esta situación, las normas requirieron dos análisis sísmicos, uno tomando en cuenta los muros y el otro suponiendo que estos elementos hubieran fallado, empleando para el segundo análisis coeficientes sísmicos reducidos.

En conjunción con los criterios convencionales de diseño (que esencialmente eran los que se empleaban en EE UU en 1940), las normas permitieron duplicar la mayor parte de los esfuerzos de trabajo ante la acción combinada de cargas gravitacionales y sísmicas. Para la tensión diagonal del concreto, sin embargo, sólo se permitió 33 por ciento de aumento. El acero grado estructural podía diseñarse al 90 por ciento de su límite de fluencia, y el de otros grados al 80 por ciento de sus límites elásticos nominales. Las mismas normas permitían también análisis y diseño plásticos con factores de carga de 1.2 en flexión y 1.5 en carga axial.

La elección de aceleraciones horizontales elevadas y esfuerzos de trabajo también elevados tendía a lograr diseños más equilibrados. Por ejemplo, los puntos de inflexión se desplazan en zonas más amplias de esta manera que con los criterios convencionales de cargas laterales pequeñas y esfuerzos de diseño incrementados sólo 33 por ciento. Asimismo, el contraventeo diagonal no resulta excesivamente raquitico en comparación con las columnas.⁴²

Se retuvo el 33 por ciento de aumento en tensión diagonal con base en que la revisión del reglamento en aquella ocasión cubrió tan sólo el capítulo sobre sísmos y se reconocía que los miembros estructurales de concreto reforzado se habían estado diseñando del lado de la inseguridad.

Se limitó el desplazamiento relativo máximo entre pisos consecutivos a 0.002 veces la diferencia

de elevaciones, excepto para techos metálicos ligeros en edificios fabriles, para los cuales no se fijó limitación.

Los edificios cuya altura excediera 45 m requerían métodos de análisis dinámico no descritos en las normas.

La revisión

A principios de 1959 la Dirección General de Obras Públicas del Departamento del Distrito Federal reorganizó la Comisión de Adiciones y Reformas al Reglamento de las Construcciones. Era el sentir general que el reglamento ameritaba una revisión total más que simples refinamientos. Se designaron varios subcomités para estudiar tópicos especializados, incluso uno encargado de diseño sísmico.

La mayor parte de quienes habían aplicado las normas de emergencia consideraban que los edificios ordinarios requerían un diseño en exceso conservador por el solo hecho de que algunas estructuras atípicas se habían visto sujetas a muy elevadas aceleraciones en 1957. Varios profesionistas de entre los que habían culpado al destino la resonancia y la violencia del temblor por los años que éste originó, tuvieron oportunidad de mirar de cerca las estructuras afectadas al repararlas. En la mayoría de los edificios ordinarios reconocieron, como causas del daño, prácticas constructivas defectuosas y simplificaciones inadmisibles en el análisis y diseño.

Se justificaba por consiguiente la adopción de coeficientes sísmicos elevados en estructuras atípicas, tales como las soportadas por una sola hilera de columnas, más el diseño de los edificios usuales podía liberalizarse con tal que se diera atención a las rigideces relativas al problema de choques con los edificios colindantes y a detalles estructurales que aparentemente carecían de importancia. Es probable que la situación que imperaba en el diseño sísmico haya sido determinante en la decisión de revisar la totalidad del reglamento.

A continuación se reproduce, con anotaciones, el capítulo de diseño sísmico que se propone para el nuevo reglamento según la versión que tenía dicho capítulo en mayo de 1961. No es probable que esta versión sufra modificaciones de importancia antes de su aprobación definitiva, pues ya se han incorporado las correcciones propuestas por la Comisión de Adiciones y Reformas, por representantes del Colegio de Ingenieros Civiles y de los Arquitectos y por la Asociación de Ingenieros en Estructuras.

1 Norma de escritura. Cada símbolo empleado en el presente capítulo se define donde se le emplea por primera vez. Los más importantes son

a (sin dimensiones) = coeficiente empleado en análisis dinámico,

C (sin dimensiones) = V/W = coeficiente para diseño sísmico

- F_i (ton) = fuerza horizontal que obra en el piso i ,
 f'_m (kg/cm²) = esfuerzo de trabajo de un muro en compresion directa bajo cargas estaticas;
 H (cm) = elevación libre medida desde el nivel del terreno,
 h (cm) = altura de un tablero de muro entre pisos consecutivos,
 L (cm) = longitud de un tablero de muro,
 n (sin dimensiones) = numero de pisos del edificio que se analiza,
 T (seg) = periodo natural,
 V (ton) = fuerza cortante horizontal en la base del edificio,
 W (ton) = peso del edificio,
 W_i (ton) = peso que se supone concentrado en el piso i ,
 x (cm) = maximo desplazamiento horizontal por sismo, calculado para la elevación H

2 Zonificación del Distrito Federal Atendiendo a las características del subsuelo, el Distrito Federal se zonifica de conformidad con lo que marca el capítulo relativo a cimentaciones

La zona de transición de las normas de emergencia se incorpora aquí a la del grupo A pesar de la evidencia de orden estadístico que favorece una distinción entre las zonas del lago y transición, la intensidad sísmica en otras ciudades ha sido en ocasiones especialmente violenta cerca del pie de lomeríos y montañas. Es concebible que un sismo de características diferentes al de 1957 hiciera de la zona de transición su presa favorita. Además, partes de esta zona estaban despobladas y edificios importantes que actuaran como testigos de la intensidad local. De aquí proviene que se haya simplificado con tendencias conservadoras la zonificación.

Aunque no lo pide explícitamente el texto del artículo, se justifica adoptar, en rellenos recientes no consolidados de la zona de lomeríos, criterios tan conservadores como en la zona blanda del valle. Por una parte son de esperarse allí fenómenos de amplificación selectiva de las ondas sísmicas de importancia comparable a los de esta zona, por otra no se dispone de amplia experiencia local que justifique mayor liberalidad.

3 Clasificación de los edificios Tomando en cuenta su destino, las construcciones se clasifican en tres grupos

Grupo A Edificios gubernamentales, municipales y de servicios públicos como plantas de bombeo, centrales eléctricas y

telefónicas estaciones de bomberos, etc.) aquellos cuyo funcionamiento es especialmente importante a raíz de un temblor (como hospitales), aquellos cuyo contenido es de gran valor (como museos), y aquellos, con área total construida superior a 400 m², donde existe frecuente aglomeración de personas (como escuelas, estadios, salas de espectáculos, templos, estaciones terminales de comunicación y similares)

Grupo B. Construcciones destinadas a la habitación privada o al uso público donde no existe frecuente aglomeración de personas hoteles, viviendas, edificios de departamentos o despachos, plantas industriales gasolineras, restaurantes, etc., edificios, con área total construida no mayor que 400 m², en los que existe frecuente aglomeración de personas. También cercas cuya altura exceda de 2.50 m, construcciones para guardar materiales o equipos costosos y aquellas cuya falla pueda poner en peligro otras construcciones de este grupo o del grupo (A)

Grupo C. Construcciones aisladas cuya ejecución no exija la intervención de Director de Obra responsable y cuya falla por temblor pueda normalmente causar daños a estructuras de los dos primeros grupos, a seres humanos o materiales, equipos costosos

Considerando las características estructurales se hace la siguiente clasificación

Estructuración tipo 1 Estructuras que posean alineados en la dirección que se analiza, dos o más elementos resistentes a fuerza cortante horizontal y cuyas deformaciones, ante la acción de cargas laterales en dicha dirección sean debidas esencialmente a flexión de los miembros estructurales. Se incluyen en esta clase las estructuras para edificios que posean marcos constituidos por trabes (o armaduras o losas planas) y columnas metálicas o de concreto reforzado, siendo cada marco capaz de resistir en todos los pisos al menos el 50 por ciento de la fuerza cortante de diseño que le toca si trabajara aislado, sin requerir para ello la colaboración de muros ni contravientos diagonales. Los pisos y cubiertas de estas estructuras serán suficientemente rígidos y resistentes para distribuir las fuerzas laterales entre los elementos de diversa flexibilidad.

Estructuración tipo 2 Estructuras cuyas deformaciones, ante la acción de cargas laterales en la dirección que se analiza sean debidas esencialmente a esfuerzo cortante o a fuerza axial en los miembros estructurales. Se consideran en esta clase los edificios soportados únicamente por muros de carga y aquellos cuyos marcos son incapaces de resistir por sí mismos en cada piso el 50 por ciento de la fuerza cortante de diseño.

Estructuración tipo 3 Tanques elevados, chimeneas y todas aquellas construcciones que se hallen soportadas por una sola columna o una hilera de columnas orientada perpendicularmente a la dirección que se analiza, o cuyas columnas no estén ligadas en la cubierta y en los pisos por elementos de suficiente rigidez y resistencia para distribuir las fuerzas horizontales entre las columnas de diversa flexibilidad.

La necesidad de distinguir entre los grupos A y B se hizo palpable en 1957. El Hospital Infantil y el de la Raza (el mayor de la República) sufrieron daños de importancia. De haber ocurrido el sismo a otra hora del día hubiera sido imposible alojar un número suficiente de heridos.

Por otra parte, aun el reglamento más conservador no suministraría una protección absoluta contra el temblor más intenso que pueda ocurrir, ni parece haber tal límite superior a la intensidad sísmica posible (Las bases más plausibles para establecer un límite superior de magnitud⁴⁶ se ven contradichas por sus propios autores en su análisis del temblor de Lisboa de 1755). El hecho de que existan pronunciadas discrepancias de opinión entre las diversas autoridades sobre la materia en lo concerniente a regionalización en términos de sísmicidad regional —no solo en función de la geología local— implica que tales autoridades admiten que ha de diseñarse para resistir sismos de magnitud inferior a la máxima posible, suponiendo que tal máxima sea finita. Por consiguiente, el problema de diseño sísmico debe partir de la admisión de la posibilidad de colapso de toda la estructura, por remoto que se considere el fenómeno. Es claro entonces que unos edificios han de protegerse contra el colapso en mayor grado que otros.

Finalmente, un análisis probabilístico del problema lleva a elegir cargas de diseño que sean función de la importancia de la estructura y especialmente ante las cargas de carácter menos predecible. En la clasificación en grupos se han tomado en cuenta estas consideraciones, valorando la importancia de las estructuras en términos de lo

que ordinariamente significan para la nación de las funciones que desempeñarían a raíz de un sismo catastrófico y de los daños que a personas y viveres pudiera ocasionar su falla. También se ha tomado en cuenta, al colocar ciertos centros de unión en el grupo A, que en lugares de aglomeración de personas los movimientos excesivos de la estructura suelen traer consigo pánico de consecuencias fatales. Dado que posteriormente en este capítulo se limitan los desplazamientos horizontales en pisos habitables la clasificación de estos centros en un grupo que exige criterios más conservadores de diseño lleva indirectamente a reducir la violencia de las oscilaciones en locales donde el fenómeno tiene mayor importancia.

La división en tipos clasifica a las estructuras en orden decreciente de su capacidad para absorber energía. Esta clasificación está influenciada por el reglamento que aprobó la Sociedad de Ingenieros Estructuristas de California (SEAOC) en octubre de 1958⁴⁶ y que en fechas más recientes ha sido adoptado por varias ciudades del Estado de California. La presente clasificación reconoce diferencias en comportamiento deducidas de observaciones que se hicieron en 1957 en el Distrito Federal. Las pequeñas discrepancias con el reglamento (SEAOC) reflejan opiniones subjetivas, ya que ninguno de los dos sistemas de clasificación se basa en información de índole cuantitativa.

Se ha observado (y confirmado analíticamente) que las estructuras porticadas cuyos miembros estructurales trabajan primordialmente a flexión son capaces de absorber energías muy superiores antes de fallar que aquellas cuya resistencia ante cargas laterales aprovecha la acción de muros sujetos a esfuerzo cortante o contravientos diagonales sujetos a carga casi axial. A su vez estas superan a las estructuras soportadas por una sola hilera de columnas o elementos análogos.

En ocasiones las estructuras del primer tipo se caracterizan por un alto grado de hiperestaticidad y están diseñadas de tal manera que su fluencia en flexión ocurra a cargas tales que impida la posibilidad de falla en adherencia cortante torsión o carga axial es decir, fallas de tipo frágil. Tiene entonces, dentro de amplios límites, relativamente poca importancia el coeficiente sísmico para el que se diseñen. También dentro de esos límites las deformaciones de estas estructuras una vez que sobrepasan su límite de fluencia son del mismo orden que si su comportamiento hubiera sido totalmente elástico amortiguado linealmente⁴⁷. Incluso en ciertas condiciones las estructuras de este tipo exhiben un mejor comportamiento sísmico si se las diseñan explícitamente para que salgan del intervalo elástico es decir, empleando coeficientes sísmicos que las dejen en condiciones obligadas de fluencia plástica ante la acción de sismos intensos⁴⁷. Para ello es indispensable que todos los detalles de diseño aseguren que en efecto se alcanza el límite de fluencia en flexión sin una falla prematura por otros conceptos.

En cambio tratándose del tipo 2 si las deformaciones sobrepasan las correspondientes a la capacidad de la estructura, esta queda prácticamente indefensa, de manera que esta expuesta a sufrir colapso si su resistencia es insuficiente

En las del tipo 3 el amortiguamiento suele ser relativamente pequeño y las condiciones en que quedan de sobrepasarse su resistencia, son todavía más desfavorables que las del tipo 2. Además, las deformaciones estructurales son tales en el tipo 3 que generalmente llevan a una disminución en la capacidad para absorber energía aun en el rango plástico⁴⁵

La manera más adecuada en la actualidad para distinguir entre los diversos tipos de estructuras consiste en el empleo de coeficientes sísmicos equivalentes de diversa magnitud. Housner ha establecido una diferenciación con base en comparación de las energías requeridas para ocasionar la falla en estructuras de un piso⁴⁶. El concepto puede extenderse a edificios de varios pisos con estructura sencilla⁴⁷. También ofrece posibilidades la aplicación de la técnica de la energía de reserva, debida a Blume⁴⁸. Pero se requiere bastante más investigación antes de poder establecer los coeficientes equivalentes dignos de confianza.

La experiencia habida en la aplicación de las normas de emergencia indicó que el doble análisis de estabilidad —con y sin muros de mampostería— si bien deseable era demasiado exigente. El requerimiento de que los marcos solos de las estructuras del tipo 1 sean capaces de por sí de resistir al menos el 50 por ciento de su propia carga lateral se adoptó en la presente revisión como una exigencia bastante efectiva como la anterior pero al alcance de la r.a. por parte de los ingenieros dedicados al análisis estructural. En parte, también este requisito cubre pequeños errores provenientes del cálculo de rigideces.

Esta impuso en la redacción de este artículo que una estructura puede pertenecer a uno de los tipos en una dirección y a otro distinto en dirección perpendicular a la primera.

4 Esfuerzos admisibles. Cuando se emplea el método elástico de análisis y diseño de estructuras sujetas a la acción combinada de la gravedad y del sismo se permitirán los siguientes incrementos en los esfuerzos admisibles, con respecto a lo que se especifica para la sola acción de la gravedad en los capítulos correspondientes del presente reglamento:

- En madera y acero estructural o de refuerzo, 50 por ciento
- En otros metales, concreto y mampostería, 33 por ciento
- En suelos, de conformidad con el capítulo de cimentaciones

En otros capítulos del reglamento se marcan los esfuerzos admisibles en carga estática, así

como los factores de carga que pueden admitirse ante diversas combinaciones de cargas cuando se emplea diseño plástico. Los incrementos en esfuerzos de trabajo que especifica el presente artículo obedecen en parte a una disminución en factor de seguridad que se acepta durante la acción de un sismo intenso y en parte a la capacidad de los diversos materiales en cuestión para fluir plásticamente.

Para la mayor parte de los materiales estructurales comunes, el incremento en resistencia que muestran al someterlos a cargas de corta duración, como las de los sismos, se ven contrarrestados por la disminución en resistencia que obedece a repetición de carga unas cuantas docenas de veces, como cabe idealizar el efecto de los sismos que ocurren durante la vida útil de proyecto de una estructura⁴⁹. De aquí que no se justifiquen mayores incrementos en los esfuerzos de trabajo.

En el resto del reglamento se especifican los módulos de elasticidad y rigidez que deben suponerse en el cálculo para ciertos materiales. Las mayores incertidumbres al respecto corresponden a muros de mampostería. Cabe para ellos suponer que los valores determinados experimentalmente llevarán a resultados fidedignos⁴⁹.

5 Coeficiente para diseño sísmico. Se entiende por coeficiente para diseño sísmico C , el cociente de la fuerza cortante horizontal V en la base del edificio y el peso W del mismo sobre dicho nivel. Para el cálculo de W se tomarán las cargas vivas que se tabulan en el capítulo 3.2 del reglamento.

Para el análisis elástico de los edificios clasificados según su diseño en el grupo (B) se emplearán como mínimos los siguientes valores del coeficiente C :

Tipo de estructuración	Zona de alta compresibilidad	Zona de baja compresibilidad
1	0.06	0.04
2	0.08	0.08
3	0.15	0.10

Tratándose de las construcciones clasificadas en el grupo (A), estos valores se multiplicarán por 1.5. Las clasificaciones en el grupo (C) no requieren diseño sísmico.

El coeficiente 0.06 se dedujo a partir de la fuerza cortante que en 1957 se registró en la base de la Torre Latino Americana de 43 pisos (entre 0.03 y 0.04 de su peso)⁵⁰, incrementándolo para tomar en cuenta la gran longitud de los periodos naturales de esta estructura, así como para dejar un margen para sismos más intensos que el de 1957.

El coeficiente 0.15 obedece al hecho de que los dos casos de resonancia registrada en 1957 indicaron haber sufrido aceleraciones superiores a 0.10 y correspondieron a estructuras del tipo 3⁴⁴.

coeficiente de cortante en la base igual a 0.1 para estructuras de tipo 3 cimentadas en terreno de baja compresibilidad se funda en la experiencia de California y otros lugares intensamente sísmicos, en los cuales ha dado resultados satisfactorios. Para la ciudad de México se justificó reducirlo por la menor sismicidad de esta zona. Esto se ve compensado por el empleo de esfuerzos admisibles mayores.

Los demás valores que consigna la tabla se interpolaron entre los ya mencionados.

El 30 por ciento de incremento que se especifica para el grupo A es mucho menor que el 100 por ciento que contenían las normas de emergencia y todavía menor que las variaciones que requería el reglamento de 1942. Que ahora se juzgue adecuado un incremento pequeño proviene de la opinión generalizada en el sentido de que los coeficientes para el grupo B son adecuadamente elevados, aunada a la experiencia que se derivó al aplicar las normas de emergencia. Esta hizo concluir que una mayor variación ocasionaría incrementos excesivos en el costo de las estructuras. Se tuvieron presente los resultados de análisis que señalan que la probabilidad de que se excede una cierta respuesta sísmica en una estructura amortiguada es sumamente sensible a la magnitud de la respuesta que se elija. También se tomaron en cuenta los datos disponibles sobre la distribución estadística de intensidades sísmicas.

6 Elección del tipo de análisis. Es aceptable al método estático que describe el Art. 8 o bien al dinámico que describe el Art. 7 cuando se cumplen simultáneamente los siguientes requisitos (fig. 3.3):

- a) En cada planta, al menos el 75 por ciento de las cargas verticales es soportado por muros ligados entre sí mediante losas corridas.
- b) Existen al menos dos muros perimetrales de carga, paralelos o que forman entre sí un ángulo no mayor de 20 grados, estando cada muro ligado por las losas antes citadas en una longitud de por lo menos 50 por ciento de la dimensión del edificio, medida en las direcciones de dichos muros.
- c) La relación de altura a dimensión mínima de la base del edificio no excede 1.5.
- d) La relación de largo a ancho de la planta del edificio no es mayor que 2.0, a menos que, para fines de análisis sísmico se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación de largo a ancho satisfaga esta restricción y cada tramo resista según el criterio del Art. 7.

En todos los demás casos deberá recurrirse al método estático que describe el Art. 8 o bien al dinámico del Art. 7.

La necesidad de especificar un método simple de análisis que fuera aplicable a construcción barata surgió principalmente de la cláusula que en

el reglamento de 1942 permite omitir el análisis sísmico de los edificios hasta de cuatro pisos. De los seis colapsos totales acaecidos en 1957, tres se hallaban abajo de este límite, y lo mismo es cierto de numerosos casos de daños importantes, por tal motivo las normas de emergencia pedían diseño sísmico de prácticamente todas las estructuras. Dado que muchas casas y edificios hasta de cuatro pisos no ameritan ni pueden recibir un análisis preciso, se necesitaba simplificar los requisitos dentro de estos límites. Una medida análoga a la aceptación del método simplificado había sido adoptada extraoficialmente por el Departamento poco después de la emisión del reglamento de emergencia.

Las cuatro condiciones que se piden para que sea aplicable el criterio simplificado obedecen a las siguientes razones. La condición a) prácticamente asegura que no será necesario contar con marcos u otros elementos estructurales que no sean muros de carga, para resistir las fuerzas laterales y que estos reciban las cargas laterales que deban resistir por estar ligados a las losas. Aun así cabría la posibilidad de torsiones importantes que los muros de carga no pudieran resistir por carecer de una distribución adecuada. La condición b) previene esto al pedir que existan muros paralelos o casi paralelos entre sí de dimensión adecuada y con ubicación tal que los capacite para resistir tales torsiones del edificio.

En la condición c) prácticamente se elimina la posibilidad de momentos de volteo importantes con los consiguientes esfuerzos normales verticales y deformaciones objetables.

La condición d) se hace necesaria para eliminar casos en que las deformaciones de las losas en su propio plano sean excesivas, disminuyan la efectividad de los muros transversales y la rigidez torsional e introduzcan esfuerzos elevados en las propias losas.

Con el fin de comparar los esfuerzos de diseño a que llevan respectivamente los métodos estático y dinámico de este capítulo (Arts. 8 y 9), se analizaron cerca de 150 edificios, unos de ellos con distribuciones de masas y rigideces iguales a las de edificios reales y los demás con distribuciones elegidas expresamente para destacar los efectos de ciertas peculiaridades de dichas distribuciones.^{46, 47} Se encontró que, en general, el criterio estático lleva a diseños más conservadores que este. La diferencia se acentúa en los edificios de gran altura porque en ellos el método dinámico reconoce una disminución del coeficiente de cortante en la base proveniente de la gran longitud de sus periodos naturales, mientras el método estático toma dicho coeficiente como independiente de los periodos naturales de vibración.

Se encontró que solo en dos circunstancias puede el método dinámico arrojar esfuerzos de diseño apreciablemente superiores a los del método estático. Una cubre los sistemas sujetos a torsión en los que la excentricidad torsional varía de un piso a otro y aquellos en los que las rigideces de

tal y en traslación el momento polar de inercia y la masa de cada piso guardan entre sí una relación próxima a cierta relación crítica. La obra cumple los casos en que el periodo fundamental de una parte de la estructura yace próximo a uno de los periodos naturales del resto. Esta condición puede presentarse principalmente al coincidir el periodo natural de un tanque que se halla sobre la azotea o el de una caseta de elevadores o el del último piso de un edificio con el periodo fundamental del resto de la estructura.¹⁶

Que el fenómeno de chicoteo podía en esta condición alcanzar magnitudes de importancia había sido señalado con anterioridad por Biot.²⁰ En fecha reciente se ha encontrado que también puede cobrar importancia el fenómeno cuando el periodo fundamental de los últimos pisos de un edificio coincide con uno de los periodos naturales superiores del resto.²¹

Tanto la amplificación dinámica de la torsión reduciendo el efecto de la que se presente a niveles superiores del que se considere como el fenómeno de chicoteo por resonancia del último piso como el resto de la estructura quedan parcialmente cubiertos por ciertos requisitos del artículo relativo al método estático de análisis, como se verá más abajo.

Si se compara con los resultados de análisis dinámicos se encuentra que en ocasiones la aplicación del método estático puede llevar a resultados que se hallen del lado de la inseguridad. Pero la situación es más favorable de lo que indica tal comparación. En efecto el criterio que en este capítulo se especifica para combinar los esfuerzos asociados a los diversos modos naturales de vibración es muy conservador precisamente en el intervalo de relaciones entre rigideces masa y momento polar de inercia que se encuentran próximas a la relación crítica. Además, hay razón para suponer que en este mismo intervalo y en los casos de resonancia entre diversas partes de la estructura, el comportamiento elástico usual será especialmente efectivo para validar las respuestas calculadas bajo la hipótesis de comportamiento lineal.

Así que la mayor parte de las contadas ocasiones en que el método dinámico de análisis lleve a respuestas sísmicas considerablemente superiores a las que se obtienen del método estático, las disposiciones correspondientes de este, aminoradas a los errores del lado de la seguridad que están implícitos en el método dinámico, hacen que las estructuras queden adecuadamente diseñadas siguiendo el método estático. En casos excepcionales el criterio de quien diseña deberá llevarlo a reconocer condiciones que se hallan fuera de lo usual, a adoptar el método dinámico o a tomar otras medidas conservadoras.

7 Método simplificado de análisis. Se hará caso omiso de los desplazamientos horizontales, de las torsiones y momentos de volteo y se verificará únicamente que las fuerzas cortantes totales que obran en cada piso, calculadas según

el Art. 8 no excedan a la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectadas en la dirección en que se considera la aceleración debiéndose verificar en dos direcciones ortogonales.

En este cálculo tratándose de muros cuya relación de altura entre pisos consecutivos, h , a longitud L , exceda $1/33$ el esfuerzo admisible se reducirá afectándolo del coeficiente $(1/33 L/h)^2$.

Para los fines de este artículo, la resistencia al esfuerzo cortante de los muros de carga ya incrementada por tratarse de carga accidental, se tomará igual a 0.5 kg/cm^2 para muros de tabique ligero y 1.5 kg/cm^2 para los de tabique recocido, a menos que mediante los ensayos que especifica el capítulo correspondiente a construcciones de mampostería se determine el valor de f_m en cuyo caso dicha resistencia al corte se tomará igual a $0.45 \sqrt{f_m}$ en kg/cm^2 , pero no mayor que $0.1 f_m$ y no se supondrá que la misma se incrementa por efecto de cargas verticales.

En estructuras cuyas características les permiten ser analizadas por el presente método, la torsión y momento de volteo serán generalmente de escasa importancia. Dado que se permiten esfuerzos de trabajo relativamente conservadores cuando se aplica el método simplificado, los efectos de estas solicitaciones podrán ignorarse y suponerse cubiertos por el margen de seguridad.

Tampoco se hace necesario verificar desplazamientos ya que con seguridad serán admisibles, desde el punto de vista de daños a elementos no estructurales si los esfuerzos máximos en los muros no exceden los que aquí se especifican. Por la misma razón y por la limitación del cociente de altura a ancho que marca el inciso (c) del Art. 6 no es necesario el cálculo de desplazamientos para cuantificar la separación respecto a construcciones vecinas que especifica el Art. 15.

El coeficiente de reducción de $(1/33 L/h)^2$ que se especifica tiende a tomar en cuenta, de manera aproximada, la menor rigidez de los muros esbeltos.

Los esfuerzos de trabajo al corte que se especifican para muros están basados en los que señala el capítulo sobre mampostería pero sin dar crédito al aumento proveniente de esfuerzos normales. Dicho incremento sería importante para las estructuras motivo del presente artículo ya que sus elementos resistentes son fundamentalmente muros de carga.

8 Análisis estático. Para calcular las fuerzas cortantes de diseño a diferentes niveles de un edificio, se supondrá una distribución lineal de aceleraciones horizontales con valor nulo en la estructura (es decir, en el nivel a partir del cual las deformaciones de esta pueden ser apreciables) y máximo en el extremo superior de la misma de modo que la relación V/v en la base sea igual al valor C tabulado en el Art. 5 (17 A3). De acuerdo con este párrafo, la fuerza

horizontal que obra en el piso i se obtiene de la fórmula

$$F_i = CW = \frac{W_i H_i}{W_1 H_1 + W_2 H_2 + \dots + W_n H_n}$$

en la cual

H_i = elevación del piso i medida desde la base de la estructura (es decir, desde el nivel a partir del cual las deformaciones de esta pueden ser apreciables),

W_i = peso del piso i ,

n = número de pisos

La estabilidad de tanques que se hallen sobre los edificios, así como la de todo otro elemento cuya estructuración difiera radicalmente de la del resto de la construcción, se verificará suponiendo que pueden estar sometidos a una aceleración no menor que el doble de la que resulte de aplicar la especificación anterior ni menor que 0.15 veces la gravedad (fig. A3). Se incluyen en este requisito los parapetos, pretilas, anuncios, ornamentos, ventanales, muros, revestimientos y su anclaje, etc. Se incluyen asimismo los elementos sujetos a esfuerzos que dependan principalmente de su propia aceleración (no de la fuerza cortante ni del momento de volteo), como las losas que transmiten fuerzas de inercia de las masas que soportan.

Para fines de diseño se permitira reducir el momento de volteo calculado para cada marco y grupo de elementos resistentes, pero en ningún nivel se tomara menor que el producto de la fuerza cortante que allí obra por su distancia al centro de gravedad de las masas correspondientes ubicadas arriba del nivel que se analiza.

La excentricidad torsional calculada en cada nivel se tomara como la distancia entre el centro de torsión del nivel correspondiente y la fuerza cortante en dicho nivel. La excentricidad de diseño se tomara igual a 1.5 veces el valor calculado mas o menos 0.05 veces la máxima dimensión del piso que se analiza (excentricidad accidental), medida en dirección normal a la fuerza cortante (fig. A1), para cada miembro estructural se elegira el signo de la excentricidad que suministre la condición mas desfavorable.

La distribución lineal de aceleraciones tiene como antecedentes la Ref. 33, el reglamento de la ciudad de San Francisco, el de Nueva Zelanda,³¹ las normas de emergencia del Distrito Federal y el reglamento SEAOC.³⁴

Intuitivamente es claro que la aceleración de diseño en un mismo edificio debe ser función creciente de la altura sobre el terreno. Si existen aceleraciones horizontales la estructura se deformará lateralmente y sus aceleraciones serán superiores a las del terreno en el que descansa. Tam-

bien intuitivamente parece inaceptable la adopción de una aceleración nula en la base la que implicaría que el terreno no se desplaza. De hecho la distribución lineal de aceleraciones se especifica solamente para el cálculo de las fuerzas cortantes de diseño, es decir, se admite que las fuerzas cortantes calculadas a partir de esta distribución de aceleraciones suministran una envolvente aceptable de las fuerzas máximas que obrarán durante el sismo.

La distribución lineal difiere de lo especificado en el reglamento SEAOC fundamentalmente en dos aspectos. El SEAOC especifica una aceleración invariable con la altura para el diseño de estructuras bajas y sumamente rígidas. Ello obedece a que las aceleraciones de dichas estructuras son en todos sus puntos parecidas a las del terreno. La diferenciación, respecto a otras estructuras, no se hace en el presente capítulo debido a que traería consigo un pequeño error del lado de la inseguridad y en este tipo de estructuras es especialmente económico resistir fuerzas horizontales elevadas. Por ello no se justificaria la complicación proveniente de variar el criterio de diseño en las estructuras bajas.

La segunda diferencia importante con el reglamento SEAOC radica en que este pide para estructuras esbeltas, se suponga una fuerza horizontal en el extremo superior de la estructura, de magnitud igual a la décima parte de la cortante de la base. Con este requisito el SEAOC logra cubrir prácticamente las diferencias a que lleva el análisis estático respecto al dinámico en estructuras esbeltas, pues el primero arroja, comparativamente, fuerzas cortantes insuficientes en los pisos superiores de dichas estructuras. En el presente artículo, a diferencia del SEAOC, no se permite reducir el coeficiente de cortante en la base para periodos naturales de gran duración. Por tal motivo las fuerzas cortantes calculadas estáticamente resultan ser generalmente superiores a las dinámicas en todos los niveles, si bien el margen de seguridad es mayor en los primeros que en los últimos pisos. La situación permite que en el presente artículo se especifique un criterio uniforme para el cálculo de las fuerzas cortantes de diseño e incluso la segunda variante del SEAOC resulte innecesaria.

Las comparaciones mencionadas anteriormente en el análisis de gran número de edificios confirmaron que era adecuada la distribución lineal de aceleraciones con las salvedades citadas. La acaba de justificar la consideración de que son deseables márgenes de seguridad mayores en los primeros que en los últimos pisos.

El procedimiento estático es intrínsecamente aproximado. Por ello resulta difícil especificar con toda precisión algunos detalles de su aplicación. Solo cabe en caso de duda optar por la alternativa mas conservadora. Así el nivel a partir del cual se supone que obran las aceleraciones horizontales estará generalmente bien definido pero se dan casos (como edificios sobre terrenos con fuerte

desnivel o bien ciertos cuerpos que integran un edificio y cuyos sótanos no están totalmente rodeados por muros de contención y por consiguiente admiten deformaciones de orden cercano a las de su estructura en los que el nivel de aceleración no está definido inequívocamente, en ellos sería aconsejable tomar dicho nivel lo más bajo que sea concebible.

La fórmula que se especifica para el cálculo de fuerzas horizontales simplemente expresa en forma algebraica la variación lineal de aceleraciones, de magnitud ajustada para que la fuerza cortante en la base sea igual a CW . El requisito implica que la aceleración del centro de gravedad de la construcción vale C por la aceleración de la gravedad * hecho que se puede aprovechar para verificar el cálculo.

Los requisitos correspondientes a tanques que se hallen sobre los edificios, a pretilos, ornamentos etc., son más liberales que los contenidos en los reglamentos de otras ciudades. Difieren de ellos también en que piden que se tomen en consideración las aceleraciones locales calculadas según el método estático. El incremento en aceleración para el cálculo de la estabilidad de estos elementos, con respecto a la que se especifica para cálculo de fuerzas cortantes, obedece a cuatro factores principales.

a) Pueden estar sujetos a vibraciones fuertemente amplificadas, como las que se describieron en relación con los últimos pisos de ciertos edificios sea porque su período dominante casi coincide con los períodos naturales del resto de la estructura, sea porque coincide con un período dominante del terreno.

b) Las aceleraciones que se emplean para el cálculo de fuerzas cortantes son bajas en los primeros niveles porque así se necesitan para que suministren una envolvente correcta de fuerzas cortantes. Ello no significa que constituyan efectivamente las máximas aceleraciones que se presentarán en dichos niveles. Evidentemente, si para una estructura tipo 3 se requiere en la tabla del Art. 5 una aceleración horizontal media de 0.15 de la gravedad no debe admitirse un valor inferior a este para el diseño de los elementos en cuestión, cualquiera que sea la altura a la que se hallen. Aun un muro en pretil que descansa sobre la cimentación de un edificio alto constituye en rigor una estructura de tipo 3, y a elevaciones mayores no deberá suponerse una aceleración menor. Estos elementos son además especialmente vulnerables pues generalmente se caracterizan por poseer bajos coeficientes de amortiguamiento y poca posibilidad de absorción de energía fuera del intervalo elástico.

c) En otras ciudades, cuando un sismo intenso ocurre a hora desfavorable, la falla de ornamen-

* Esta equivalencia fue señalada por el Ing. Alberto J. Flores, Presidente de la Asociación de Ingenieros en Estructuras.

tos pretilos, etc., ha traído consigo daños a gran número de personas y pérdida de vidas.

d) Las medidas que se toman para anclar adecuadamente los elementos en cuestión son de tal naturaleza que su costo no se incrementa sensiblemente al hacerlas capaces de resistir fuertes aceleraciones horizontales.

En vista de que las aceleraciones horizontales que se especifican para cálculo de fuerzas cortantes solo tienden a suministrar la envolvente de estas, no hay razón para suponer que también suministrarán la envolvente de momentos de volteo. El hecho de que no actúen simultáneamente las fuerzas cortantes máximas de un mismo signo lleva a que el momento de volteo calculado a partir de la envolvente de cortantes sea siempre conservador y se justifique una reducción.

La distribución de aceleraciones que se especifica representa una simplificación respecto a la que en cada caso particular se debía especificar para obtener la envolvente de fuerzas cortantes. Si, como se pretende, la envolvente será en cada nivel igual o menor que la calculada, se concluye que los momentos de volteo estarán sobrestimados también por este concepto.

Por los razonamientos que anteceden y teniendo en cuenta que el costo de diseñar una cimentación para resistir los momentos de volteo que en ella obran suele ser sumamente elevado, es importante permitir una reducción en el valor calculado de dicho momento. Refuerza el argumento el hecho de que una falla de cimentación o una falla de columna en tensión por momento de volteo relaja los esfuerzos correspondientes y, en general, reviste caracteres menos serios que las fallas de otros tipos.

Se ha arguido que deberían permitirse reducciones aun mayores ya que nunca se ha observado una falla por momento de volteo. El argumento no tiene gran validez, pues al producirse una falla estructural por esta causa estará disrazada por su combinación con otros factores. Las columnas que así fallen se verán sujetas simultáneamente a carga axial flexión y fuerza cortante. A la luz de esta consideración, de que en el resto del reglamento se liberalizan los criterios de diseño de columnas y de que en el Distrito Federal predominan los períodos largos, se optó por permitir solo una reducción moderada muy inferior a la que se aplicaba en algunos reglamentos estadounidenses.

Este artículo permite el cálculo del momento de volteo como el producto de fuerza cortante calculada por la distancia al centro de gravedad de la parte de la construcción que se halla arriba del nivel considerado. El criterio está tomado del reglamento que ha poco operaba en la ciudad de Los Angeles. Trae consigo reducciones máximas del orden de 20 a 30 por ciento ordinariamente. El límite de 70 por ciento del valor calculado se incluyó para cubrir condiciones extremas.

En el último piso de toda estructura, si se admite como satisfactoria la calculada la fuerza cortante, no debe permitirse reducción en el momento de volteo so pena de violar una condición de equilibrio. El criterio propuesto satisface este requisito. No lo satisfarían criterios más simplistas de reducción como el que consistiera en multiplicar el momento calculado por un factor constante de reducción.

La torsión accidental se especifica de manera análoga a como se hacía en las normas de emergencia. Se trata de una excentricidad *adicional*, no un valor mínimo como en el SEAOC (cuyo requisito está tomado de las normas de emergencia³¹). Sin embargo, ya no se distingue entre bodegas y otros edificios ya que la distribución de carga viva contribuye bastante menos a la torsión accidental que las variaciones casuales en rigidez y la estimación errónea de la misma, además operan otros factores que contribuyen a la torsión accidental³².

Se pensó incluir una salvedad, al efecto de que, si podía asegurarse uniformidad de cargas vivas y rigideces, se permitiría reducir la excentricidad adicional. Esta cláusula hubiera tenido por objeto liberar levemente edificios del tipo de los de oficinas con gran número de marcos metálicos nominalmente idénticos. Se decidió desecharla por la dificultad que tendría evitar prácticas poco conservadoras y porque de cualquier manera no hubiera redundado en economías importantes.

El coeficiente 1.5 que se aplica a la torsión calculada estáticamente constituye una aproximación a las amplificaciones dinámicas calculadas por Housner para edificios de un piso³³. Posteriormente se ha encontrado que la amplificación dinámica puede alcanzar valores bastante mayores que este en condiciones elásticas³⁷ pero por las razones mencionadas no se considera justificado adoptar medidas más conservadoras.

Los análisis elásticos de la Ref. 37 señalan que los requisitos contenidos en las normas de emergencia para tomar en consideración las torsiones estáticas que obran en niveles diferentes del que se analiza son cualitativamente correctas. Se decidió omitirlas en el presente capítulo por razón de simplicidad y porque sólo afectan de manera importante el diseño cuando alcanzan valores del orden de 0.2 de la dimensión del edificio en planta, es de suponerse que en estructuras tan poco usuales como estas, quien diseña empleará métodos más refinados o conservadores que el especificado en este artículo.

En el método estático no se pide consideración explícita de los periodos naturales de vibración. Ello obedece a que las fórmulas empíricas para estimación de periodos naturales suelen introducir errores hasta de 100 por ciento. Y si los periodos han de calcularse con precisión, no se requiere gran labor adicional para aplicar un método dinámico.

Está implícito en este artículo y en el que sigue que la estructura ha de analizarse en dos direcciones ortogonales cualesquiera, por ejemplo, según

ejes paralelos a los ejes de sus vigas principales. También que ha de diseñarse para que resista las aceleraciones estipuladas como si actuaran según estas dos direcciones indistinta e independientemente. De hecho, los sismos tienen componentes importantes de aceleración en todas direcciones. En rigor no debiera aislarse el diseño en una dirección de los esfuerzos que introducen las aceleraciones obrando en dirección perpendicular a la primera. Si así se hace es por simplicidad.

Aun admitiendo esta simplificación, no debían elegirse las dos direcciones arbitrariamente. Existen numerosas estructuras que son más vulnerables en dirección diagonal que paralelamente a los ejes de sus vigas. Así, una columna de concreto reforzado de sección cuadrada puede resistir momentos flexionantes más de 25 por ciento inferiores a 45 grados que paralelamente a una de sus caras. Estas y situaciones análogas se suponen cubiertas por los márgenes de seguridad y la magnitud de los coeficientes para diseño sísmico. No obstante, quien diseña debe reconocer la posibilidad de situaciones especialmente desfavorables ante fuerzas oblicuas, y analizar tal condición de carga, al menos en ciertas estructuras del tipo 3.

Además de las dos componentes horizontales de translación, un sismo tiene una componente de desplazamiento vertical y tres de rotación, y se asocia a deformaciones locales del terreno. La componente vertical equivale a aumentos y disminuciones del efecto de las cargas estáticas si la estructura es relativamente rígida ante estas perturbaciones. En tales condiciones puede ignorarse el efecto. En caso contrario el método estático es poco adecuado para tomar en cuenta la componente vertical del movimiento y debe acudir a una variante del método dinámico, que escapa al contenido del reglamento.

Generalmente las rotaciones de la base respecto a ejes horizontales no modifican de manera importante la distribución de esfuerzos en la estructura, aunque tienden a disminuir los errores propios del método estático. Si bien traen consigo alargamiento de los periodos naturales de vibración, especialmente del fundamental, también incrementan el amortiguamiento de la estructura, por lo que ordinariamente el despreciarlos traera consigo errores admisibles.

La componente rotacional respecto a un eje vertical introduce torsiones que es difícil tomar en cuenta explícitamente. La torsión accidental que se especifica tiende en parte a tomar en consideración este fenómeno.

Los alargamientos y acortamientos locales de la superficie del terreno tienden a promediar los movimientos del suelo a lo largo de la cimentación. El ignorarlo introduce pequeños errores del lado de la seguridad, sobre todo en los edificios de gran longitud.

9 Análisis dinámico. Es admisible el empleo de cualquier procedimiento de análisis dinámico compatible con la naturaleza de los tem-

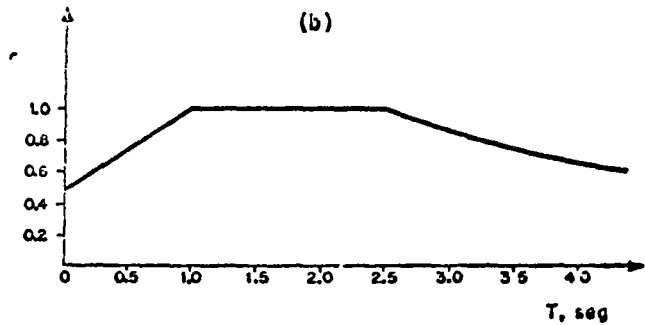
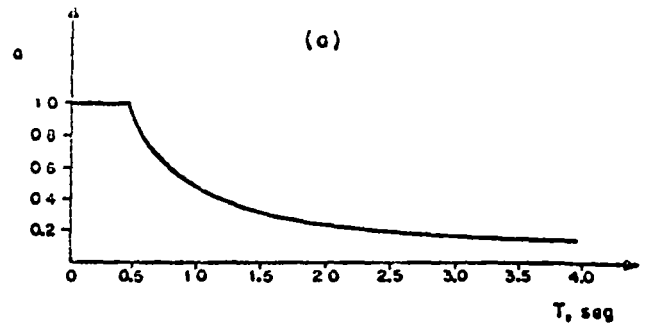
...res y el comportamiento del subsuelo y de las estructuras siempre que se satisfagan las condiciones del presente artículo.

Si se usa el análisis modal podrán despreciarse aquellos modos naturales de vibración cuyo efecto combinado no modifique los esfuerzos de diseño sísmico en más de 10 por ciento. En esta fase del análisis puede también despreciarse el efecto dinámico torsional que resulte de excentricidades, calculadas estáticamente, no mayor que 5 por ciento de la dimensión del piso medida en la misma dirección que la excentricidad. El efecto de dichas excentricidades y de la excentricidad accidental se tomara en cuenta como lo especifica el artículo correspondiente al análisis estático.

Con objeto de calcular la participación de cada modo natural en la forma de vibrar de la estructura se supondrá que el terreno sufre subterráneamente una aceleración constante igual a aC veces la gravedad, siendo C los coeficientes de Art. 5 y a los valores que suministran las siguientes expresiones, en las que T representa el período natural en segundos

- a) En la zona de baja compresibilidad, para T menor que 0.5, $a = 1.0$ y para T mayor que 0.5, $a = 0.5/T$ (fig. A2a)
- b) En la zona de alta compresibilidad, si T es menor que 1.0, $a = 0.5(1 + T)$, si T se halla entre 1.0 y 2.5, $a = 1.0$ y si T excede 2.5, $a = 2.5/T$ (fig. A2b).

En los valores especificados de a se encuentra implícito el amortiguamiento estructural, no per-



ESPECTROS DE ACELERACIONES DE DISEÑO

FIG. A 2

mitiéndose reducciones adicionales por ese concepto.

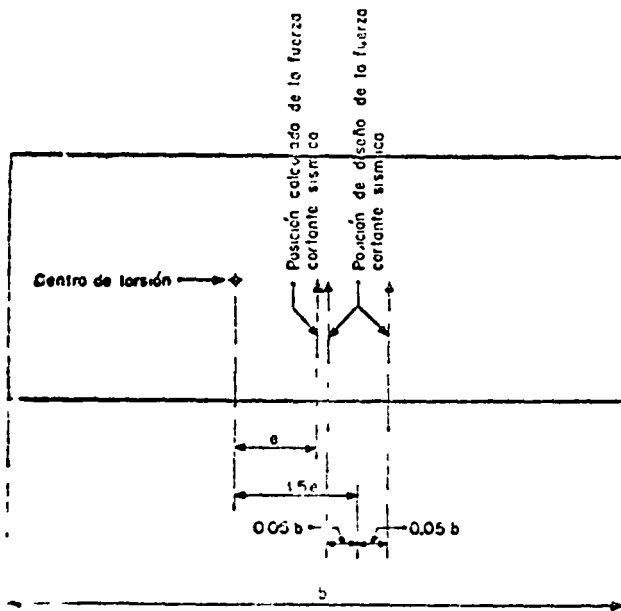
Con base en información experimental cuantitativa podrá emplearse otra relación entre a y T previa aprobación de la Dirección General de Obras Públicas.

Cuando se emplee este método se diseñará para la raíz cuadrada de la suma de cuadrados de los elementos mecánicos (fuerzas cortantes, momentos de volteo, momentos flexionantes, etc.), correspondientes a los diversos modos en la dirección analizada. En la zona de alta compresibilidad debe además tomarse en cuenta la presencia de períodos dominantes del terreno.

En ningún nivel se tomara una fuerza cortante de diseño menor que el 60 por ciento de la que resulte del análisis estático.

Los requisitos del método estático de análisis en cuanto a muros, ornamentos anuncios, etc. se deben satisfacer en el diseño, aunque no es necesario duplicar las aceleraciones calculadas dinámicamente como en la aplicación del procedimiento estático.

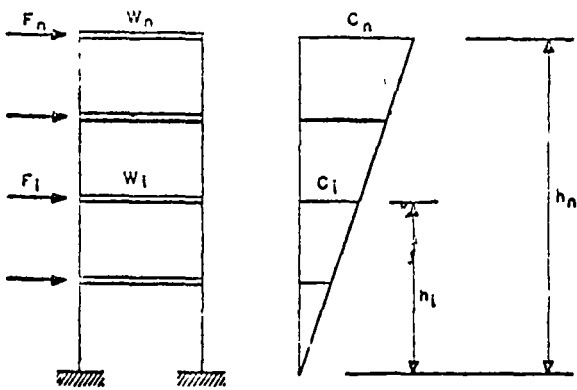
Se reconoce que el método propuesto tiene limitaciones. Se propone un método específico por...



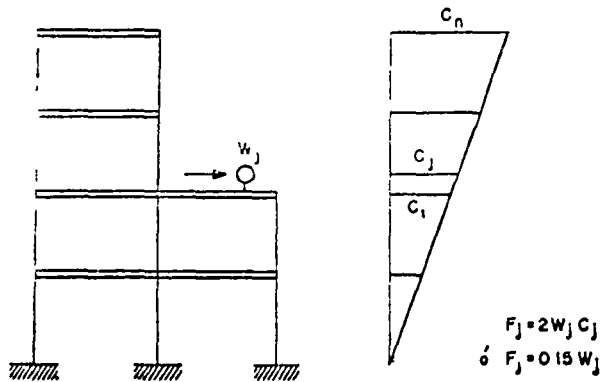
TORSION USANDO EL ANALISIS ESTATICO

FIG. A 1

a) Distribucion lineal de aceleraciones



b) Aceleración para efectos locales



ACELERACIONES PARA ANALISIS ESTATICO

FIG A3

la experiencia que legó la aplicación de las normas de emergencia hizo necesaria la especificación de reglas precisas de análisis dinámico en vez de dejar en libertad de aplicar métodos que pueden ser inadecuados. La redacción del artículo es tal que no excluye el empleo de otros métodos dinámicos, más racionales que el propuesto.

La curva que suministra el coeficiente a en función del periodo natural, T , en terreno firme se basa en análisis de espectros de aceleración con 10 por ciento del amortiguamiento crítico, de temblores registrados en el occidente de Estados Unidos. Los resultados del análisis se han modificado para tomar en cuenta el predominio de temblores con epicentro lejano, que para el Distrito Federal se originan principalmente en Guerrero y Oaxaca. Salvo por el valor de T en el que la recta horizontal intersecta a la hipérbola, la curva coincide con las que marcan la fig. 33, el reglamento ruso TsNIPS y el de San Francisco.

La curva de la fig. A2b toma en cuenta la prevalencia de periodos largos; amortiguamiento de las ondas de periodo corto en mantos blandos

de suelo. Una vez establecida esta curva, se calcularon a partir de ella las fuerzas cortantes a que debia haber estado sujeta la Torre Latino Americana a diversos niveles. Se obtuvo una concordancia satisfactoria con los valores deducidos de lecturas que registraron en 1957 los de placímetros instalados en este edificio.

La combinación de modos naturales según el criterio de la raíz cuadrada de suma de cuadrados se basa en análisis de probabilidad⁶⁵ y se ha confirmado en otros estudios^{11, 20, 22}.

La limitación a 60 por ciento como mínimo de las fuerzas cortantes obtenidas mediante aplicación del método estático tiene por finalidad cubrir casos de estructuraciones poco usuales. En ellas el método dinámico pudiera llevar a esfuerzos excesivamente bajos, dejando a la estructura desprotegida contra sismos de características muy diferentes de las supuestas. Cubre también errores de análisis que pasaran desapercibidos no obstante revisiones cuidadosas. Esta limitación es análoga pero más segura y digna de confianza que el límite inferior en el espectro que marcan otros reglamentos.

La cláusula que permite tratar estáticamente con excentricidades pequeñas tiene aspecto de ser artificial. Se hace necesaria debido a que el análisis dinámico de edificios con tres grados de libertad por planta dista de ser simple. No se justificaria exigir consideración explícita de torsiones pequeñas cuando no es de esperarse gran precisión en el cálculo de las coordenadas del centro de torsión.

10 Limitación de desplazamientos horizontales. El desplazamiento relativo máximo entre pisos consecutivos no excedera 0.002 veces la diferencia de elevaciones correspondientes, salvo donde los elementos que no forman parte integrante de la estructura están ligados a ella en tal forma que no sufran daños por las deformaciones de esta, en cuyo caso el valor 0.002 se modificara como sigue: 0.003 en la zona de alta compresibilidad y 0.004 en la de baja, en el caso de pisos o cubiertas que normalmente no soportan carga viva no se impone limitación.

En el cálculo de los desplazamientos horizontales se tomara en cuenta todo elemento que forme parte integrante de la estructura.

El valor 0.002 es superior a la deformación unitaria que agrieta los materiales más frágiles pero salvaguarda la integridad de los muros divisorios y de la mayor parte de los acabados usuales.

El requisito que señala el último párrafo de este artículo hace más fácil el cumplimiento de las limitaciones impuestas y a la vez más realista el resultado del cálculo. Entre los elementos que han de tomarse en cuenta en el cálculo de desplazamientos se hallan casi todos los muros y sus revestimientos, los revestimientos de estructuras metálicas, etc.

Las limitaciones que impone este artículo pueden parecer demasiado conservadoras a la luz de lo que marcan los reglamentos de otras ciudades, a

posibilidad de que ya son más liberales que el reglamento de emergencia. De hecho en terreno blando pueden disminuir el pánico⁶² y en todos los casos el daño a la propiedad. En cuanto a este último aspecto el enfoque general del reglamento incluye la tendencia a proteger los intereses de quien adquiere un inmueble, su bienestar y el de los inquilinos, no solo las vidas de estos. En ello no cabe comparación con los reglamentos de otras varias ciudades.

Desde el punto de vista de la comodidad y tranquilidad de los ocupantes aparentemente se justificaria limitar el desplazamiento absoluto en preferencia al desplazamiento entre pisos consecutivos. Pero la sensibilidad a las oscilaciones, para una amplitud dada de las mismas, es función decreciente de su periodo⁶⁷. Por otra parte el costo de cumplir con una limitación de desplazamientos laterales es proporcional a éste, función creciente de la altura del inmueble. Ambas consideraciones hacen que se justifique, con más a la simplicidad, limitar los desplazamientos relativos entre pisos consecutivos.

Tratándose de pisos o cubiertas que normalmente no soportan carga viva no se impone límite alguno a pesar de que ello limitaría automáticamente el periodo fundamental de las estructuras en cuestión. La liberalidad en este caso obedece a que debe suponerse que cualquiera de los tres criterios de análisis que se especifican arriba asegura la estabilidad de la estructura en la medida en que es debido independientemente de su periodo fundamental.

11 Precauciones en fachadas. En fachadas tanto interiores como exteriores los vidrios de ventanas se colocaran en los marcos de estas de manera que permitan un juego por lo menos igual al doble del desplazamiento horizontal relativo entre sus extremos. Solo podrá omitirse esta precaución cuando los marcos de las ventanas estén ligados a la estructura de tal manera que las deformaciones de esta no las afecten.

Se señalo que el empleo de coeficientes para diseño sísmico reducidos en estructuras dúctiles proviene de la habilidad que estas poseen de absorber energía fuera del intervalo elástico. Evidentemente, cuando se vean sujetas a sismos de intensidad congruente con los coeficientes que se especifican, sus deformaciones serán mayores que las calculadas. Aun las estructuras de tal relativamente frágil exhiben un cierto grado de "elastocidad". Por consiguiente, las deformaciones que pueden alcanzar son también mayores que las que se calculen bajo la hipótesis de comportamiento elástico. En condiciones normales de trabajo no se esperarse desplazamientos laterales de dos o cuatro veces los calculados.

En conclusión, como juego en relación con las ventanas el gobierno y no el cuadruple de las deformaciones es el producto del calculo, porque el tipo de falla en cuestión tiene menor importancia que aquellos

que pretende evitarse con los coeficientes especificados.

Con rigor el cociente del juego a dejar en ventanas, entre las deformaciones calculadas, debía ser mayor para las estructuras de tipo 1 que para las demás en vista del razonamiento expuesto en el párrafo que antecede. Se eligió límite inferior de 2 por simplicidad.

Se pensó en exigir en este artículo la colocación de marquesinas para proteger parcialmente contra la caída de vidrios y otros materiales relativamente sueltos en todos los edificios cuya altura excediera de cierto valor. Es evidente la conveniencia de tal medida, ya que en otras ciudades se han perdido numerosas vidas por esta causa. Se decidió omitirla para dejar libertad en el partido arquitectónico.

12 Elementos que no forman parte integrante de la estructura. Se consideran como elementos que no forman parte integrante de la estructura y no contribuyen a su resistencia y rigidez los constituidos por materiales frágiles como el vidrio y yeso y los cancelos con espesor menor de 10 cm.

Los cancelos metálicos, los de madera y los formados por materiales sumamente deformables, como plásticos reforzados con fibra de vidrio, siempre que no posean tableros de materiales frágiles, no requieren precauciones especiales en su liga con la estructura por lo que respecta a desplazamientos horizontales. Los demás elementos que no forman parte integrante de la estructura deben ligarse tomando precauciones para que no se dañen al deformarse esta. Dichas precauciones consisten por ejemplo, en empotrar el elemento en un nivel, dejándolo libre en el otro opuesto o ligarlo en un piso guiándolo en el otro mediante una canal o ranura, etc., pero en todo caso existiran holguras congruentes con los desplazamientos de la estructura y se revisara la estabilidad del elemento de acuerdo con las aceleraciones horizontales que marca el Art 8.

Es de fundamental importancia tener presente que los elementos que suelen considerarse no estructurales pueden modificar desfavorablemente las rigideces de la estructura si se unen a ella. Tales modificaciones desfavorables pueden consistir en torsiones, momentos de volteo, incrementos locales en fuerza cortante (por ejemplo en varos de muros de mampostería cuando se producen cortantes elevadas en las trapes de la estructura), etc. Pueden también los elementos no estructurales "absorber esfuerzos tan elevados que forzosamente se agrieten por sísmo con la consiguiente pérdida económica.

Los mismos elementos pueden tener una acción sumamente beneficiosa si están convenientemente distribuidos.

La única manera inequívoca para disminuir entre los efectos deseables y peligrosos de los ele-

Los elementos no estructurales consiste en tomarlos en cuenta en el análisis de la estructura si están ligados a ella en forma que participen en el trabajo de esta y desligarlos de ella si no se les toma en cuenta.

Estos conceptos dieron origen al artículo presente y al que le sigue. La importancia de los muros huecos es muy superior a la que generalmente se le concede. Se arguye que las complicaciones del cálculo al tomar en cuenta la presencia de muros de mampostería y las complicaciones de ejecución al tratar de colocar desligados aquellos cuya rigidez no se toma en cuenta, hacen inaplicables estos requisitos del reglamento propuesto. Debe desvanecerse toda objeción al notar que la rigidez de un tablero de muro puede exceder diez veces la del marco en el que se encuentra. Un diseño que desconozca factores de mil por ciento carece de utilidad.

Al pedir holguras congruentes con los desplazamientos de la estructura debe reconocerse que estos pueden superar en mucho a los calculados. La holgura que debe dejarse dependerá de la dificultad que haya para suministrar un espacio amplio de la importancia que tenga evitar que los elementos no estructurales de que se trata modifiquen las rigideces de la estructura y de la importancia que tenga el agrietamiento de los propios elementos. Así, en estructuras del tipo 1 las holguras deberán ser generalmente de dos a cuatro veces las deformaciones calculadas elásticamente, mientras en las demás estructuras podrán generalmente ser de 1.5 a 3 veces los valores producto del cálculo.

13 Elementos que forman parte integrante de la estructura. Se consideran como elementos que forman parte integrante de la estructura y contribuyen a su resistencia y rigidez, aquellos, sean metálicos de madera, concreto o mampostería cuyas partes se hallan ligadas entre sí y al resto de la estructura.

Los muros de mampostería que forman parte integrante de la estructura deben satisfacer los siguientes requisitos:

- a) Su espesor no será menor que 10 cm.
- b) Al menos en una dirección poseerán o estarán ligados a elementos metálicos o de concreto reforzado (trabes, dadas, losas, columnas, castillos, etc.), cuya separación exceda 25 veces el espesor del muro. Si f_m es mayor que 20 kg/cm^2 . Si f_m es menor que 20 kg/cm^2 dicha separación, en centímetros, no excederá el espesor del muro multiplicado por 1.25 f_m , estando f_m en kg/cm^2 .
- c) Los tabiques tendrán una resistencia mínima a la compresión de 15 kg/cm^2 .
- d) El mortero que ligue los tabiques tendrá por lo menos una resistencia a la compresión de 10 kg/cm^2 .

Podrá omitirse el inciso b) en muros armados que satisfagan los requisitos especificados en el capítulo correspondiente a construcciones de mampostería.

Este artículo y el siguiente son complementarios del capítulo correspondiente a mampostería.

Es difícil justificar plenamente el párrafo a) sobre una base racional. Era menester fijar un límite inferior al espesor de los muros de mampostería a los que se pidiera su colaboración para resistir efectos sísmicos. De lo contrario se corría el riesgo de que fallaran por impacto u otras causas y hubiera sido difícil contar en ellos con una ejecución satisfactoria. El límite elegido de 10 cm es fácil de cumplir y es congruente con la práctica establecida.

El párrafo b) expresa en términos de reglamento lo que también es práctica establecida. Incluye una variación con f_m de cuya corrección cualitativa no cabe duda.

Los incisos c) y d) obedecen a razones análogas al a).

El último párrafo de este artículo se refiere a muros huecos que contienen refuerzo interior o aquellos que están revestidos de un aplanado reforzado con malla. En todo caso se supone que el refuerzo está soldado o anclado en el resto de la estructura.

14 Dadas y castillos. Las barras de dadas y castillos resistirán en tensión las componentes de los esfuerzos del muro suponiendo que este se puede agrietar a 45 grados con la horizontal. En este cálculo se podrán tomar en cuenta los esfuerzos debidos a peso propio. Se verificará que sea adecuada la capacidad de adherencia del refuerzo. Se logrará continuidad en la transmisión de la fuerza que resisten las barras y en sus dobleces se tomarán precauciones para resistir la resultante diagonal de la tensión. El refuerzo se anclará con ganchos usual en los extremos libres de los muros cuando allí termine.

El objeto primordial aquí es asegurar que, en caso de agrietamiento de un muro con cuya acción se contaba para resistir fuerzas horizontales, las dadas y castillos que lo enmarcan suplan la resistencia perdida. Con este criterio se logra asegurar un comportamiento relativamente dúctil del conjunto.

El requisito referente a refuerzo adicional en dobleces de las barras obedece a la frecuencia con que se acostumbra armar estos elementos sin prestar atención al detalle en cuestión. Ello resta toda efectividad al refuerzo.

15 Separación de colindancias y en juntas de dilatación. Toda nueva construcción debe separarse de sus linderos con los predios veci-

de un mínimo de 3 cm pero no menos que $0.002 H$ en la zona de alta compresibilidad y, menos que $0.004 H$ en la de baja. En estas expresiones x representa el máximo desplazamiento lateral por sismo calculado para la altura H sobre el nivel de banquetta. Cuando se use el método simplificado de análisis (Art 7) se tomara $x = 0.002 H$. El paño exterior de cada muro de carga en linderos estará en un mismo plano vertical.

En juntas de dilatación rige el mismo criterio que con respecto a linderos de colindancia, a menos que se tomen precauciones especiales para evitar daños por choques.

El reglamento de emergencia exigía simplemente un estudio para evitar daños por impacto con estructuras colindantes. El requisito fue desoido sistemáticamente. De aquí se vio la necesidad de que este artículo fuera más explícito.

Se desechó la posibilidad de especificar la separación en función de la ubicación de los edificios colindantes que existieran en el momento de iniciar una construcción. Esto podía traer consigo situaciones legales inconvenientes.

El término x en la expresión que se adoptó debía afectarse de un coeficiente mayor que la unidad para tomar en cuenta comportamiento inelástico si se pretendiera evitar los choques en lo absoluto. Se juzgó que con las medidas que impone este artículo la posibilidad de choques violentos se hace suficientemente remota y se omitió dicho factor.

El término adicional, que depende de H , tiende a tomar en cuenta rotaciones de la base y, hasta cierto punto, hundimientos diferenciales de las estructuras.

Cuando se aplica el método simplificado de análisis se resisten prácticamente todas las fuerzas horizontales por medio de muros de carga. Dichos elementos se revisan a esfuerzos de trabajo relativamente pequeños. Por consiguiente, sus reformaciones laterales no excederán 0.002 de la altura. De aquí que al emplear este método se permita sustituir x por $0.002 H$.

Las precauciones en juntas de expansión a que se refiere el último párrafo del artículo pueden consistir en la colocación de material que absorba la energía del impacto, refuerzos locales y quizás en tirantes de acero de grado estructural que aseguren la oscilación sincrónica de los cuerpos que se hallan a ambos lados de la junta cuando los períodos naturales correspondientes sean casi idénticos. (Se menciona aquí acero de grado estructural porque con este material se puede limitar fácilmente la fuerza máxima que ha de transmitirse, evitando daños a la estructura como consecuencia de fuerzas excesivas en los tirantes.)

16 Refuerzo de estructuras dañadas. Cuando una construcción sufra daños menores a raíz de un sismo sea en su estructura o acabados, deberá reforzarse restituyendo al menos su resistencia original. Si existen daños en fachadas

se satisfarán los requisitos correspondientes a fachadas de los Arts 8 y 11.

Si los daños ponen en peligro la estabilidad de la estructura esta deberá reforzarse para cumplir con los artículos del presente reglamento relativos a la estabilidad de estructuras.

Toda reparación de daños originados por sismo exigirá licencia previa de la Dirección General de Obras Públicas. En caso de que los daños se hubieran resanado o reparado sin licencia previa la Dirección General de Obras Públicas podrá obligar a demoler la parte en cuestión para repararla a satisfacción de ella.

Hubiera sido deseable en este artículo detallar diversos procedimientos para reforzar estructuras dañadas y especificar las condiciones que cada uno de ellos debe satisfacer. Es demasiado amplia la gama de estructuras a considerar de daños que pueden haber sufrido y de procedimientos para repararlas en cada ocasión y es demasiado breve la experiencia que se tiene con la efectividad de cada procedimiento. Por ello el artículo se concreta a marcar los requisitos que deben satisfacerse en todos los casos.

El último párrafo del artículo hace hincapié en la necesidad de que las reparaciones se ejecuten con el conocimiento o consentimiento de la autoridad competente. Las condiciones que siguen a un sismo intenso se presta especialmente para que se tienda a encubrir los daños y se deje a las estructuras en condiciones desfavorables para resistir movimientos subsecuentes.

17 Precaución durante la construcción. Toda obra debe ejecutarse de tal manera que, durante su construcción, sea capaz de resistir las fuerzas laterales que corresponden al coeficiente sísmico que aplica el Art 5. En elementos secundarios basta tomar precauciones para evitar daños por falla local.

Se admite en la redacción de este artículo que en ocasiones conviene tomar riesgos durante la construcción dada la reducida probabilidad de que ocurra un sismo intenso en el período constructivo. Esos riesgos no deben poner en peligro la estabilidad del conjunto y en caso de ocurrir fallas locales, no deben causar daños a personas, a propiedad ajena ni a otra parte de la estructura.

18 Criterio general de análisis de esfuerzos. No es necesario considerar la acción simultánea de viento y sismo.

Se exigirá que el análisis estructural de las construcciones sometidas a la acción combinada de gravedad y del sismo atienda cuando menos los requisitos que se enumeran a continuación con las excepciones que corresponden al procedimiento simplificado del Art 7.

a) La influencia de fuerzas laterales se analizará tomando en cuenta los desplaza-

llos horizontales y giros de todos los miembros integrantes de la estructura, así como la continuidad y rigidez de los mismos

- b) Se tomarán en cuenta las deformaciones por flexión en muros y por carga axial de columnas cuando dichas deformaciones afecten apreciablemente los desplazamientos y esfuerzos de diseño
- c) En estructuras metálicas revestidas con concreto reforzado se permitirá tomar en cuenta la sección combinada en el cálculo de esfuerzos y rigideces siempre que se satisfagan los requisitos del capítulo correspondiendo a estructuras compuestas.
- d) Si el cálculo indica la aparición de tensiones entre la cimentación y el terreno, se admitirá que en una zona de la cimentación y el terreno, se admitirá que en una zona de la cimentación no existen esfuerzos de contacto, debiéndose satisfacer con el resto del área el equilibrio de las fuerzas y momentos totales calculados, siempre que no se sobrepasen los esfuerzos permisibles en el terreno (capítulo relativo a cimentaciones) Se revisará la estabilidad de la cimentación y superestructura trabajando en estas condiciones Si existen elementos, tales como pilotes, pilas, etc., capaces de tomar tensiones, se tomarán en cuenta en análisis
- e) En el análisis de todo edificio se verificará que los desplazamientos de las losas y de los demás elementos resistentes sean compatibles en sí debiéndose revisar que las losas sean capaces de resistir los esfuerzos inducidos
- f) En el diseño de marcos que contengan tableros de muros será admisible suponer que las fuerzas cortantes que obran en estos son equilibradas por fuerzas axiales en los miembros que constituyen el marco, despreciando la tensión diagonal que pudiera resistir el muro

Los puntos que aquí se especifican se refieren principalmente a conceptos que suelen omitirse en la práctica usual de análisis y diseño

El párrafo a) tiene por objeto evitar que se ejecuten diseños definitivos empleando métodos tan burdos como el del portal, que no toman en cuenta las rigideces de los miembros estructurales, así como aquellos métodos que ignoran la participación del sistema de piso en los desplazamientos de la estructura También se desea eliminar el empleo de los métodos aproximados usuales (como el de Wilbur o del factor) en los casos en que no llevan a resultados satisfactorios reservando su aplicación a marcos de suficiente regularidad

El párrafo b) es en apariencia vago No es posible resumir en un espacio breve las condiciones en las cuales pueden despreciarse las deformaciones por flexión de muros y carga axial en

columnas Es suficientemente sencillo en cada caso hacer un cálculo aproximado para conocer el orden de magnitud de estas deformaciones y decidir así si son dignas de tomarse en cuenta el lado de las deformaciones por corte

El párrafo c) contradice la práctica y observaciones de varios ingenieros, quienes están dispuestos a considerar una total acción conjunta del acero estructural y al concreto que lo rodea aun cuando no se suministren conectores e independientemente de la magnitud de los esfuerzos cortantes que deben transmitirse de un material a otro Las limitaciones que impone el capítulo sobre estructuras compuestas son conservadoras, pero se justifican ante la escasez de información cuantitativa

Una posible objeción al párrafo d) consiste en que deja poco margen de seguridad contra el volteo Debe recordarse que la reacción que se permite en el momento de volteo es relativamente pequeña y que toda la experiencia acumulada en cuanto al comportamiento sísmico de las estructuras indica que, antes que un volcamiento de la estructura, sería de temerse una falla estructural ocasionada por momento de volteo Así, para fines prácticos debe desecharse la posibilidad de un volcamiento de conjunto atribuible a sismo y las medidas de este párrafo son suficientemente conservadoras

Generalmente las losas de concreto reforzado suministran resistencia y rigidez amplias para satisfacer el inciso e) En condiciones extremas de variación en las rigideces de los marcos estructurales, muros u otros elementos, tal no necesariamente es el caso, y el inciso en cuestión exige que se verifiquen estos conceptos También pueden resultar insuficientes la rigidez e incluso la resistencia de una losa en pisos de planta muy alargada cuando los elementos verticales más rígidos están concentrados, por ejemplo, en las cabeceras del edificio La condición es más crítica cuando el sistema de piso no dispone de una losa reforzada continua, como sucede generalmente con los precolados Si se duda de la eficacia del sistema de piso para actuar como diafragma horizontal, deberá revisarse que cada marco muro u otro elemento vertical sea capaz de resistir por sí solo las cargas laterales que en él obran directamente además de revisar el comportamiento conjunto tomando en cuenta las rigideces de los diversos elementos, o bien deberá reforzarse adecuadamente el sistema de piso

El párrafo f) especifica un requisito que no lleva a soluciones exactas Ni la literatura técnica ni la descripción del comportamiento sísmico de diversas estructuras pudo suministrar un criterio más aceptable El problema de la interacción de marcos y los tableros de muros a los que rodean es complejo Cabe suponer, no obstante que el comportamiento inelástico de los materiales usuales de construcción y el confinamiento que impone la misma interacción hagan de la hipótesis que aquí se especifica una herramienta útil para llegar a diseños satisfactorios

19 Instrumentos Para dar el permiso de ocupacion en estructuras cuya area cubierta exceda 10 000 m² o cuya altura exceda 45 m, debe a constatarse ante la Direccion General de Obras Publicas que se encuentran instalados detormimetros y oscilografos capaces de registrar con precision movimientos intensos

Es tan limitada la experiencia y son tantas las incognitas que se tienen en materia de ingenieria sismica que solo mediante acciones como la que marca este articulo puede esperarse una mejoria de importancia. Los limites inferiores que se especifican de 10 000 m² y 45 m son tales, que solo se exige instrumentar los edificios en verdad importantes

En la actualidad pueden obtenerse en el comercio diversos instrumentos adecuados, cuyas caracteristicas y costos aproximados obran en poder de la Direccion General de Obras Publicas

REFERENCIAS

- 1 Subcomité No 31 de la Division de Estructuras, de la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles, informe final 'Wind bracing in steel buildings', Trans ASCE, Vol 105 (19 0)
- 2 Sutherland H y Bowman H L. Structural theory, J Wiley & sons New York (1958)
- 3 Rodriguez Capanero M. Tesis profesional, Escuela Nacional de Ingenieria UNAM (1952)
- 4 Wilbur J B y Norris C H, Elementary structural analysis McGraw-Hill Book Company, Inc, New York (1948)
- 5 Kani G. Analysis of multistory frames, Frederick Ungar Publishing Co New York (1957)
- 6 Lightfoot E. The analysis for wind loading of rigid, jointed multistory building frames. Civil Engineering and Public Works Review, Vol 51, Nos 601 y 602 (1956)
- 7 Grinter, L E y Tsao, C H, Joint translation by cantilever moment distribution. Proc ASCE, Vol 71, Sep No 298 (1953)
- 8 Cross, H. Analysis of continuous frames by distributing fixed-end moments. Trans ASCE Vol 96 (1932) discusiones de L E Grinter y C T Morris
- 9 Ross A W y Morris C T, 'The design of tall building frames to resist wind', Proc ASCE (mayo 1928)
- 10 Parcel, J I y Moorman R B B. Analysis of statically indeterminate structures, J Wiley & sons, New York (1955)
- 11 Bolton A. A new approach to the elastic analysis of two dimensional rigid frames, The Structural Engineer, Vol 36 No 1 (1932)
- 12 Southwell R V. Relaxation method in engineering science. Oxford University Press (1940)
- 13 Rosenblueth E y Holtz I, Elastic analysis of shear walls in tall buildings. Journal ACI, Vol 31 No 12 (1933)
- 14 Isieva L. Analisis de marcos de edificios provistos de elementos rigidizantes, trabajo inédito, Instituto de Ingenieria UNAM (1961)
- 15 Wilbur J B. Distribution of wind loads to the berths of a building, Journal Boston Society of Civil Engineers (oct 1935)
- 16 Norris C H et al. 'Structural design for dynamic loads' McGraw-Hill Book Company, New York (1959)
- 17 Rogge G I, 'Introduction to the dynamics of hand structures' J Wiley & sons, New York (1953)
- 18 Timoshenko, S. 'Vibration problems in engineering', D Van Nostrand Co, Inc, Princeton (1956)
- 19 Kocerski, I L. Cargas sismicas en edificios y estructuras, Sociedad Tecnico-Cientifica de la Industria de la Construcción de la URSS, Moscú (1959)
- 20 Crandall, S H y Strong W G. An improvement on the Holzer table based on a suggestion of Rayleigh's, Journal of Applied Mechanics, Vol 24, No 2 (jun 1957)
- 21 Newmark N M, 'Numerical procedure for computing deflections moments and buckling loads', Trans ASCE Vol 108 (1943)
- 22 Jennings R L y Newmark N M. Elastic response of inelastic shear beam type structures subjected to strong ground motion, Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica Tokio (1960)
- 23 Newmark N M, Computation of dynamic structural response in the range approaching failure, Proc Symposium on earthquake and blast effects on structures, Los Angeles (1952)
- 24 Karnaik, T y Biot, M A. Mathematical methods in engineering, McGraw Hill Book Company, Inc, New York (1940)
- 25 Biot M A, 'Analytical and experimental method, in engineering seismology', Trans ASCE, Vol 108, No 2105 (1945)
- 26 Neumann F, A broad formula for estimating earthquake forces on oscillators, Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica, Tokio (1960)
- 27 Newmark N M. The earthquake resistance of Portage Mountain Dam, informe presentado ante International Power and Engineering Consultants, Ltd, Vancouver Canada (1960)
- 28 Bandel, H, Discusion de la ref 13, Proc ACI, Vol 56 (1960)
- 29 Tani S. 'Study on arrangements of aseismic elements' Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica Tokio (1960)
- 30 Blume J A. A reserve energy technique for the earthquake design and rating of complex structures in the inelastic range', Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica, Tokio (1960)
- 31 Blume J A Newmark N M y Corning N H. Design of multistoried reinforced concrete buildings for earthquake motions, Portland Cement Association Chicago (1961)
- 32 Housner, G W, The plastic failure of frames during earthquakes, Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica Tokio (1960)
- 33 Joint Committee on Lateral Force, Lateral forces of earthquake and wind, Proc ASCE, Vol 77, Sep No 66 (1951)
- 34 Zinder, R W y Wheeler W T. Building code provisions for aseismic design. Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica Tokio (1960)
- 35 Blume J A, Structural dynamics in earthquake-resistant design, Trans ASCE, Vol 125 (1960)
- 36 Busimante J I, Reglamento del Distrito Federal. Estudio comparativo entre los metodos elastico y dinamico de analisis sismico. Revista Ingenieria Vol 31, No 2, Mexico (abr 1961)
- 37 Bustamante, J I, Rosenblueth E. Building code provisions on torsional oscillations. Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica, Tokio (1960)
- 38 Zeevaert A. Construccion practicas of multi story buildings subjected to earthquakes. Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica Tokio (1960)
- 39 Baryshnikov J G. Behavior of window panels under in-plane forces, informe a la Division de Arquitectura Departamento de Obras Publicas Estado de California Universidad de California Berkeley (1960)
- 40 Rosenblueth E, Aseismic design in Mexico. Primer Congreso Mundial de Ingenieria Sismica, Berkeley (1956)
- 41 Rosenblueth E. 'Aseismic provisions for the Federal District Mexico', Segundo Congreso Mundial de Ingenieria Sismica Tokio (1960)
- 42 Marsal R J, Rosenblueth, E e Hirriart, F. 'Los efectos

- del terremoto del 28 de junio y la correspondiente revisión de los criterios para el diseño sísmico de estructuras, *Revista Ingeniería*, Vol 28 No 1, Mexico (1957)
- 43 Duke C M y Leeds D J, Soil conditions and damage in the Mexico earthquake of July 28, 1957, *Boletín de la Seismological Society of America* Vol 49, No 2 (1959).
 44. Rosenblueth E, "The earthquake of 28 July 1957 in Mexico City", Segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica Tokio (1960)
 45. Gutenberg, B y Richter, C F, 'Seismicity of the earth and associated phenomena', Princeton University Press (1954)
 - 46 Structural Engineers Association of California Seismology Committee, Recommended lateral force requirements (1958)
 47. Penzien J, Dynamic response of structures in the plastic range under earthquake loading, Segundo Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica, Tokio (1960)
 - 48 Housner G W, 'Limit design of structures to resist earthquakes', Primer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica Berkeley (1956)
 49. Benjamin J R, The behavior of one-story brick shear walls, *Proc ASCE*, Vol 84, No 1 (Jul 1958)
 - 50 Merritt, F S, "No damage occurred to tallest buildings", *Engineering News-Record*, Vol 157, No. 7 ago 1957).
 51. Murray V, 'Earthquake engineering development in New Zealand 1945-1955', Primer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica Berkeley (1956)
 - 52 Rosenblueth E, Considerations on torsion, overturning and drift limitations, *Proc Congreso SEAOC*, Coronado Cal (1958)
 53. Housner, G W y Outinen H, The effect of torsional oscillations on earthquake stresses, *Boletín de la Seismological Society of America*, Vol 48, No 3 (Jul 1958)
 - 54 Housner G W, A dislocation theory of earthquakes, informe a la Office of Naval Research, Pasadena (1953)
 55. Goodman L E, Rosenblueth E y Newmark N M, 'A seismic design of firmly founded elastic structures', *Trans ASCE* Vol 120 (1955)
 - 56 Ting, T P y Newmark N M, Shears in a tall building subjected to strong motion earthquakes, Primer Congreso Mundial de Ingeniería Sísmica Berkeley (1956)
 - 57 Seifens, R J, 'The assessment of vibration intensity and its application to the study of building vibrations', National Building Studies, Special Report No 19, DSTR, HMSO (1952)
 - 58 Martínez M, A, 'Diseño sísmico de ciertas estructuras elasto-plásticas estudios preliminares', tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM (1961).

miembros de la ec 4 por $\cos w_1 t_0$ los de la ec 5 por $-\sin w_1 t_0$ obtenemos

$$-\frac{a}{w_1^2} \cos w_1 t_0 (1 - \cos w_1 t_0) = \alpha \sin w_1 t_0 \cos w_1 t_0 + B \cos^2 w_1 t_0$$

$$\frac{a}{w_1^2} \sin^2 w_1 t_0 = -\alpha \sin w_1 t_0 \cos w_1 t_0 + \beta \sin^2 w_1 t_0$$

Sumando miembro a miembro estas ecuaciones obtenemos

$$\frac{a}{w_1^2} (\sin^2 w_1 t_0 + \cos^2 w_1 t_0 - \cos w_1 t_0) = \beta (\cos^2 w_1 t_0 + \sin^2 w_1 t_0)$$

o

$$\frac{a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) = \beta$$

por lo que sustituyendo en la ec 5 y despejando a α se obtiene

$$\begin{aligned} \alpha &= \sin w_1 t_0 \left(-\frac{a}{w_1^2} + \beta \right) / \cos w_1 t_0 \\ &= \sin w_1 t_0 \left[-\frac{a}{w_1^2} + \frac{a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) \right] / \cos w_1 t_0 = \frac{-a}{w_1^2} \sin w_1 t_0 \end{aligned}$$

Sustituyendo a α y β en la ec 4 obtenemos

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{-a}{w_1^2} \sin^2 w_1 t_0 + \frac{a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) \cos w_1 t_0 \\ &= \frac{-a}{w_1^2} (1 - \cos w_1 t_0) \text{ en } t=t_0 \text{ (coincide con la solución anterior)} \end{aligned}$$

En $t > t_0$

$$X(t) = \frac{-a}{w_1^2} \left[\sin w_1 t_0 \sin w_1 t - (1 - \cos w_1 t_0) \cos w_1 t \right] \quad (6)$$

La ecuación (6) se puede escribir

$$\begin{aligned} X(t) &= \frac{-a}{w_1^2} \sqrt{\sin^2 w_1 t_0 + (\cos w_1 t_0 - 1)^2} \sin(w_1 t + \theta) \\ &= \frac{-a}{w_1^2} \sqrt{\sin^2 w_1 t_0 + \cos^2 w_1 t_0 + 1 - 2 \cos w_1 t_0} \sin(w_1 t + \theta) \end{aligned}$$

$$= \frac{-a}{w_1} \sqrt{2(1 - \cos w_1 t_0)} \sin (w_1 t + \theta)$$

$$X(t) = \frac{-a}{w_1} \left(2 \sin \frac{w_1 t_0}{2} \right) \sin (w_1 t + \theta)$$

donde θ es el ángulo de fase. De esta última ecuación se desprende que

$$D = \text{máx} |X(t)| = \frac{2a}{w_1} \left| \sin \frac{w_1 t_0}{2} \right|$$

por lo que

$$V = w_1 D = \frac{2a}{w_1} \left| \sin \frac{w_1 t_0}{2} \right|$$

Al calcular las deflexiones de larga duración se desprecia el acero de compresión que existe en una parte reducida de la viga. Los valores de las deflexiones totales serían aceptables en los casos en que las deformaciones no afecten a otros elementos de la estructura. Una manera de reducirlos, cuando sea necesario, consiste en prolongar el acero de compresión, tanto en el voladizo como en el tramo *BC*, con lo cual se reducen los efectos dependientes del tiempo.

El agrietamiento se revisó en la sección sobre el apoyo *B*, donde se presenta el momento máximo.

Se utilizó el método propuesto por la CACA (Sec 1042) para calcular el ancho de grieta en la cara de tensión de una viga, que es de fácil aplicación. Un método aún más sencillo es el propuesto por la CACA para determinar el agrietamiento al nivel del acero. Aunque este método no da el valor máximo, en muchos casos es un índice lo suficientemente preciso de la importancia del agrietamiento. El método usado en el ejemplo es propio para situaciones de agrietamiento crítico.

El ancho máximo calculado es del orden de los valores que suelen considerarse como aceptables según la Tabla 101.

1662 *Dimensionamiento de una viga de un marco*

Ejemplo 16.6

Se ilustra en este ejemplo el dimensionamiento de una viga que forma parte de un marco de concreto sujeto a la acción de cargas verticales y sismo. El análisis estructural del marco no se incluye en el ejemplo y sólo se muestran los diagramas de momentos flexionantes y fuerzas cortantes que se obtienen de dicho análisis. Las líneas punteadas indican los diagramas correspondientes a la acción de carga vertical únicamente, las líneas de punto y raya, los diagramas correspondientes a la acción del sismo, que puede actuar de izquierda a derecha o de derecha a izquierda, y las líneas llenas, las envolventes de momentos y fuerzas cortantes, o sea, los diagramas que se obtienen cuando actúan simultáneamente la carga vertical y el sismo. Estos últimos se determinan sumando los dos primeros,

en las condiciones que producen valores máximos de las acciones internas. Por ejemplo, el momento negativo de 50 ton-m, que actúa en el extremo izquierdo de la viga, es la suma del momento de 15 ton-m, debido a carga vertical, y el de 35 ton-m, debido a sismo de izquierda a derecha.

Los diagramas de acciones internas corresponden a cargas que han sido multiplicadas por los factores de carga. En los reglamentos de construcción suelen especificarse factores de carga diferentes para carga vertical únicamente y para acción simultánea de carga vertical y sismo. En estos casos, debe investigarse con cuál de las dos condiciones se obtienen las máximas acciones internas y hacerse el dimensionamiento de los elementos estructurales para dicha condición. En el Ej. 166 se supuso que las acciones internas máximas se obtienen para la combinación de carga vertical y sismo. Se han especificado tanto la resistencia a compresión como el módulo de elasticidad del concreto. El refuerzo transversal es de menor límite de fluencia que el refuerzo longitudinal, por las razones expuestas en el Ej. 165.

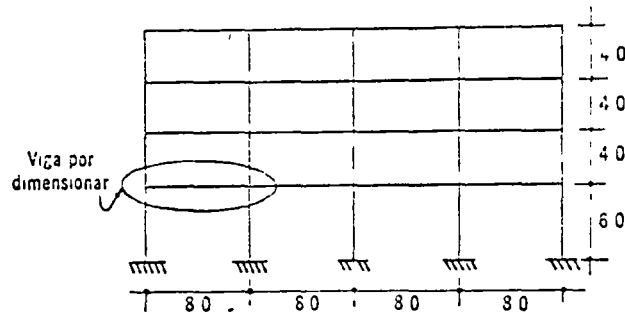
Para el dimensionamiento por flexión, se hicieron tanteos previos, no incluidos en el ejemplo, que indicaron que una sección de 30×75 cm era adecuada para resistir el momento flexionante máximo. Se eligió un recubrimiento de 5 cm, y con las dimensiones fijadas, se determinaron las relaciones de refuerzo. Se mencionó en la Sec 1635, que las estructuras construidas en zonas sísmicas deben tener un amplio factor de ductilidad, lo cual se logra con relaciones de refuerzo bajas. Teniendo esto en cuenta, se fijó una relación máxima de refuerzo del 50 por ciento de la relación balanceada, ρ_b . La relación mínima se fijó en $14/f_c$.

En las zonas de momento negativo, la sección transversal es de forma rectangular, y la relación de refuerzo se determinó con ayuda de la gráfica del Apéndice A. Puesto que el momento flexionante en el extremo izquierdo de la viga es semejante al momento en el extremo derecho, el dimensionamiento se hizo sólo para este último y se usó la misma cantidad de acero en el primero. En las zonas de momento positivo, la losa del sistema de piso actúa como patín de compresión del elemento y la sección es *T*. El

EJEMPLO 16.6 Dimensionamiento de una viga de un marco

DATOS

Geometria



acotaciones en m

Materiales

Concreto $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$
 $E_c = 180\,000 \text{ kg/cm}^2$
 Acero longitudinal $f_y = 4\,000 \text{ kg/cm}^2$
 Acero transversal $f_y = 2\,800 \text{ kg/cm}^2$

CONSTANTES

$$\rho_{\min} = \frac{14}{f_y} = \frac{14}{4\,000} = 0.0035$$

$$\rho_b = \frac{0.85 \times \beta_1 f'_c}{f_y} \frac{6\,000}{6\,000 + f_y} = \frac{0.85 \times 0.85 \times 200}{4\,000} \frac{6\,000}{6\,000 + 4\,000}$$

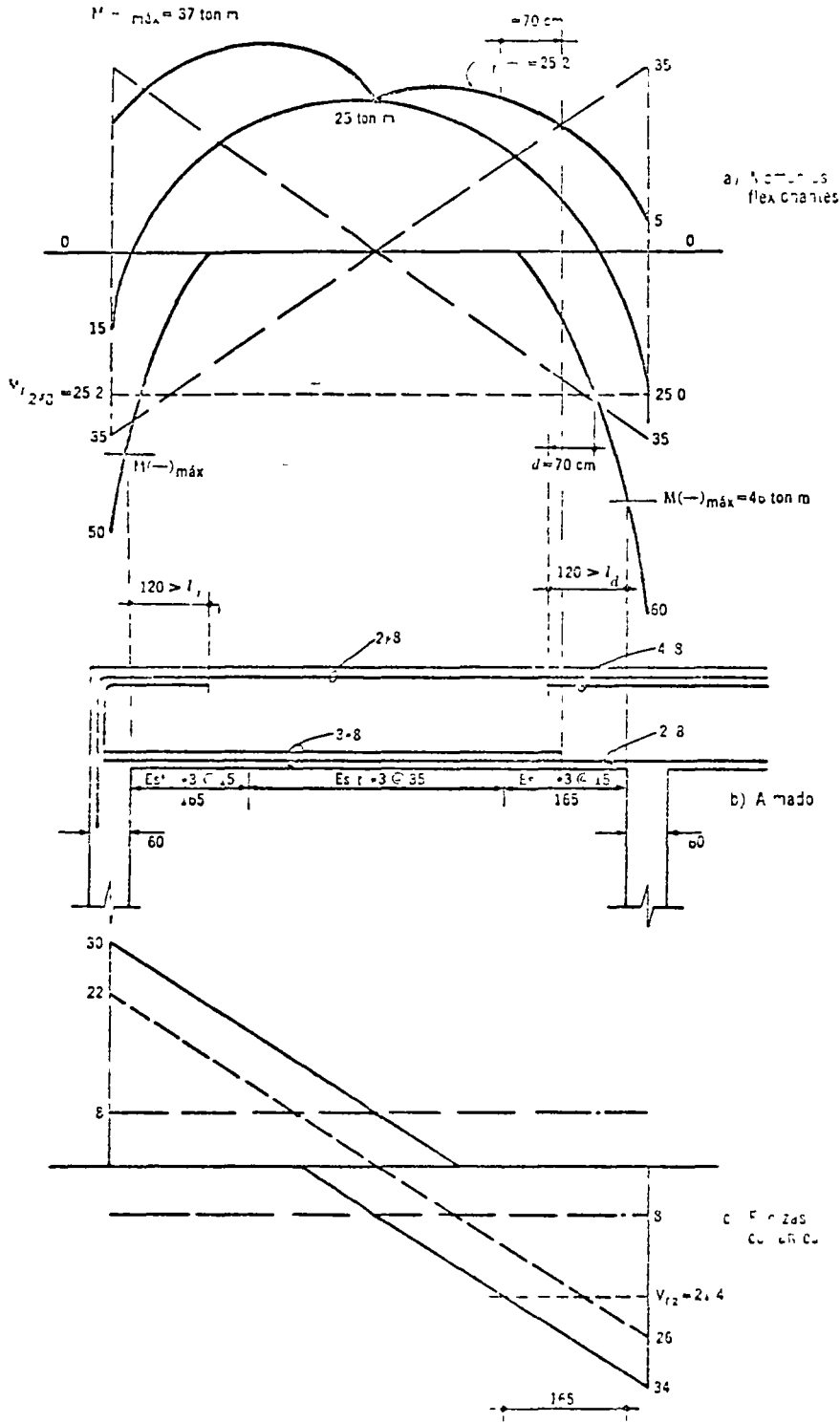
$$\rho_b = 0.022, 0.5 \rho_s = 0.011$$

$$v_c = 0.5 \sqrt{f'_c} = 0.5 \sqrt{200} = 7.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{0.15 \times 10^6} = 11$$

EMPIEJO 166 Continuation

DIAGRAMAS DE ACCIONES INTERNAS Y ARMADO



CALCULO DEL REFUERZO LONGITUDINAL

Momento flexionante negativo

Se supone una sección transversal de las siguientes dimensiones y se determinan las cantidades de refuerzo

$$\begin{aligned} b &= 30 \text{ cm} \\ d &= 70 \text{ cm} \\ h &= 75 \text{ cm} \end{aligned}$$

Momento maximo en las secciones criticas al paño de columnas

$$M_{L_{\max}} = 16 \text{ ton m}$$

$$Q = \frac{M}{bd \cdot f'_c} = \frac{16 \times 10^7}{30 \times 1900 \times 70} = 0.150$$

$$\omega = 0.17$$

(grafica de ω vs Q)

$$\rho = \omega \frac{f'_c}{f_y} = 0.17 \frac{200}{1000}$$

$$\rho = 0.0034$$

$$\rho_{\min} < 0.0034 < 0.5 \rho_b$$

$$A_s = \rho b d = 0.0034 \times 30 \times 70,$$

$$A_s = 17.8 \text{ cm}^2$$

Usar cuatro varillas $\# 8$

$$(A_s)_{\text{real}} = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{real}} = \frac{20}{30 \times 70} = 0.0095 < 0.5 \rho_b$$

Momento flexionante positivo

Momento maximo

$$M_{\max} = 17 \text{ ton m}$$

EJEMPLO 100 *continuación*

$$z = 0.9 d = 0.9 \times 70 = 63 \text{ cm}$$

$$A_s = \frac{M_{\max}}{f_y z} = \frac{37 \times 10^6}{4000 \times 63}$$

$$I_s = 14.6 \text{ cm}^2$$

Usar tres varillas N° 8

$$(A_s)_{\text{real}} = 3 \times 5 = 15 \text{ cm}^2$$

$$\rho_{\text{real}} = \frac{15}{30 \times 70} = 0.0071$$

$$\rho_{\text{mín}} < 0.0071 < 0.5 \rho_b$$

Corte de varillas

Suponiendo que se cortan dos barras y que $z = 0.9 d$

$$M_{r_2 \text{ varillas}} = A_s f_y z = 10 \times 4000 \times 0.9 \times 70 = 2520000 \text{ kg-cm}$$

$$M_{r_2 \text{ N}^\circ 8} = 25.2 \text{ ton m (mom negativo y mom positivo)}$$

Distancia a la que se deben prolongar las varillas más allá del punto en que son necesarios (Fig 924)

$$\left. \begin{array}{l} d = 70 \text{ cm} \\ 12 d_b = 12 \times 2.51 = 30 \text{ cm} \end{array} \right\} \text{se prolongan } 70 \text{ cm}$$

Longitud de desarrollo

Refuerzo negativo (varillas N° 8 de lecho superior)

$$l_d = 1.4 \times 0.06 \times A_b f_y / \sqrt{f_c}$$

$$l_d = 1.4 \times 0.06 \times 5 \times 4000 / \sqrt{210}$$

$$l_d = 113 \text{ cm}$$

Longitud de los bastones = 120 cm \geq 113 cm

Refuerzo positivo

Fig. 20.106 Continuation

$$s = \frac{A_v}{i} = 11.27$$

$$V_c = 57 \text{ ton}$$

$V_c = 20 \text{ ton}$ (determinado graficamente del diagrama de cortante)

$$\frac{M_r}{V_r} = \frac{57}{20} = 1.85 \text{ m} = 185 \text{ cm}$$

$$l_d = 0.06 l_b f_c \sqrt{f_c} = 0.06 \times 5 \times 1000 \sqrt{200} = 85 \text{ cm}$$

$$l_d < \frac{M_r}{V_r}$$

CALCULO DEL REFUERZO TRANSVERSAL

$$v_c = 0.5 \sqrt{f_c} = 7.1 \text{ kg/cm}^2$$

$$V_c = v_c b d = 7.1 \times 30 \times 70 = 14900 \text{ kg} = 14.9 \text{ ton}$$

Cortante en la seccion critica $V_{r1} = 27.5 \text{ ton}$ (determinado graficamente del diagrama de cortante)

$$V_{r1} - V_c = 27.5 - 14.9 = 12.9 \text{ ton}$$

Separacion estribos N° 3 ($A_v = 1.12 \text{ cm}^2$)

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_{r1} - V_c} = \frac{1.12 \times 2300 \times 70}{12900}, \quad s = 18 \text{ cm}$$

En una distancia $2d$ de la cara de la columna, la separacion maxima es

$$(s_{\text{max}})_1 = \frac{d}{i} = \frac{70}{4} = 17.5 \text{ cm}$$

$$(s_{\text{max}})_2 = \frac{A_v d}{0.15 V_s} = \frac{1.12 \times 70}{0.15 \times 10} = 66 \text{ cm}$$

$$(s_{\text{max}})_3 = \frac{A_v d}{0.15 l_v} = \frac{1.12 \times 70}{0.15 \times 20} = 73 \text{ cm}$$

EJEMPLO 16.6 *Continuación*

Separación máxima en el resto de la viga

$$(s_{\max}) = \frac{d}{2} = \frac{70}{2} = 35 \text{ cm}$$

$$V_{r2} - V_c = \frac{4_s f_v d}{s_{\max}} = \frac{1.42 \times 2.300 \times 70}{35} = 6.500 \text{ kg} = 6.5 \text{ ton}$$

$$V_{r2} = 6.5 + 14.9 = 21.4 \text{ ton}$$

Distancia de la sección al apoyo = 1.65 m (determinada gráficamente)

Revisión en la sección de corte de las varillas longitudinales

$$V_{\text{slc core}} = 25 \text{ ton} > \frac{2}{3} (27.5)$$

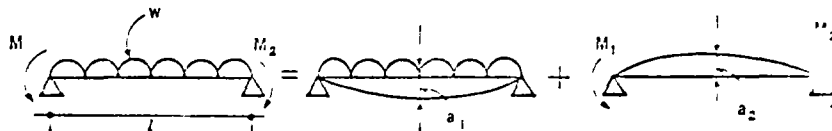
Por lo tanto, conviene disminuir la separación de estribos o prolongar las varillas longitudinales

CÁLCULO DE DEFORMACIONES

(Método Reglamento ACI-71)

a) *Deflexión bajo cargas de corta duración*

Deflexión en el centro del claro



$$a_{cd} = a_1 + a_2$$

$$a_1 = \frac{5}{384} \frac{w l^4}{E_c I_{ef}}$$

$$a_2 = \frac{M_1 a_2^2 (3l - a_2)}{48 E_c I_{ef}}$$

b) *Secciones críticas por momento negativo*

... ..

Momento de inercia (I)

$$= \left(\frac{M}{I_1} \right) I = \left[1 - \left(\frac{M}{I_1} \right) \right] I_1 \approx I \quad (11)$$

Momento de inercia de la sección completa (sin agrietar) (I₀)

$$I_0 = \frac{b h^3}{12} = \frac{30 \times 75^3}{12} = 1050000 \text{ cm}^4$$

Momento de agrietamiento (M_{ag})

$$M_{ag} = \frac{f_r I_0}{y_t}$$

$$y_t = 37.5 \text{ cm}$$

$$f_r = 2 \sqrt{f'_c} = 28 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{ag} = \frac{28 \times 1050000}{37.5} = 785000 \text{ kg-cm} = 7.85 \text{ ton-m}$$

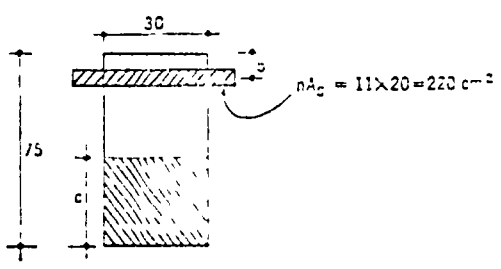
Momento máximo de servicio apoyo izquierdo

$$M_1 = \frac{M_r}{1.5} = \frac{15}{1.5} = 10.0 \text{ ton-m}$$

Momento máximo de servicio apoyo derecho

$$M_2 = \frac{M_r}{1.5} = \frac{25}{1.5} = 16.7 \text{ ton-m}$$

Momento de inercia sección agrietada transformada
Profundidad eje neutro



Ejemplo 16.0 Continuation

$$\frac{30}{2}(c)^2 = 220(70 - c)$$

$$(c)^2 + 147(c) - 1050 = 0 \quad c = 25.5 \text{ cm}$$

Momento de inercia

$$I_{ag} = \frac{30(25.5)^3}{3} + 220(70 - 25.5)^2$$

$$I_{ag} = 165000 + 434000 = 599000 \text{ cm}^4$$

Para el apoyo izquierdo

$$I_{cl1} = \left(\frac{7.85}{10.0}\right)^3 1050000 + \left[1 - \left(\frac{7.85}{10.0}\right)^3\right] 599000$$

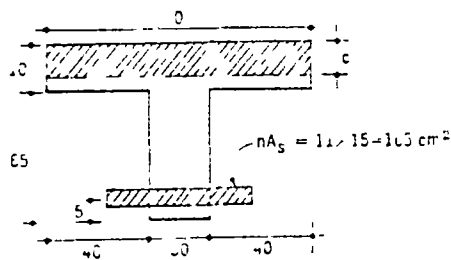
$$I_{cl1} = 501000 + 311000 = 815000 \text{ cm}^4$$

Para el apoyo derecho

$$I_{cl2} = \left(\frac{7.85}{16.7}\right)^3 1050000 + \left[1 - \left(\frac{7.85}{16.7}\right)^3\right] 599000$$

$$I_{cl2} = 109000 + 536000 = 645000 \text{ cm}^4$$

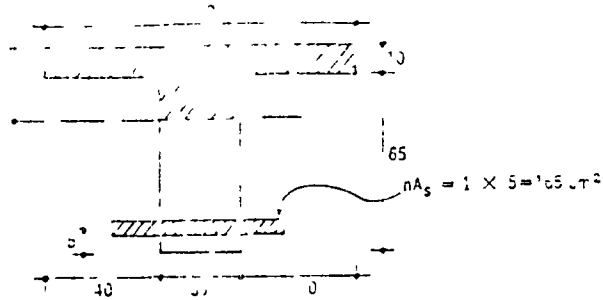
Seccion critica por momento positivo



$$110 \left(\frac{c}{2}\right) = 160(70 - c)$$

$$c = 21.9 \text{ cm}$$

$$c = 10.1 \text{ cm} > 10 \text{ cm}$$



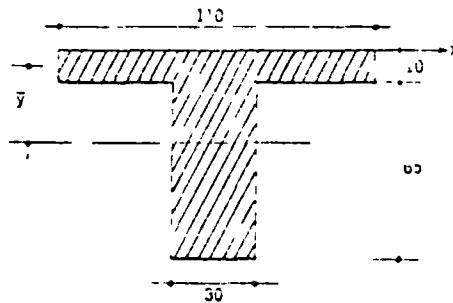
$$110 \frac{c^2}{2} - \frac{80(c-10)}{2} - 165(70-c)$$

$$(c) + 0.15(c) - 1.010 = 0$$

$c = 29 \text{ cm}$

$$I_{ax} = \frac{110 \times 10}{12} + 110 \times 10 (13.5 - 5)^2 + \frac{30 \times 3^2}{3} + 165 (70 - 13.5)^2$$

$$I_{ax} = 9200 + 76000 - 360 + 550000 = 615560 \text{ cm}^4$$



$$\bar{y} = \frac{110 \times 10 \times 5 + 65 \times 30 \times 12.5}{110 \times 10 + 65 \times 30}$$

$$\bar{y} = \frac{88500}{3050}$$

$$\bar{y} = 29 \text{ cm}$$

$$I_y = \frac{110 \times 10}{12} + 110 \times 10 (20 - 5)^2 + \frac{30 \times 19}{3} + \frac{30 \times 10}{3}$$

$$I_y = 1687670 \text{ cm}^4$$

$$M_{ax} = \frac{f_r I_y}{\gamma_t} = \frac{250 \times 1687670}{10} = 1628000 \text{ kg cm}$$

$$M_{ax} = 10310.11 \text{ m}$$

$$M_{max} = \frac{25}{15} = 16.7 \text{ ton m}$$

$$I_{cx} = \left(\frac{10}{16.7} \right) 1687670 \left[1 - \left(\frac{10}{16.7} \right)^2 \right] 615560$$

$$I_{cx} = 470000 + 396000 = 866000 \text{ cm}^4$$

EJEMPLO 16.6 *Continuación*

$$I_{\text{prom}} = \frac{1}{2} \left(\frac{I_{cd} + I_{cl}}{2} + I_{cd} \right)$$

$$I_{\text{prom}} = 798\ 000 \text{ cm}^4$$

Calculo de la deflexion

$$w_{\text{trabajo}} = 10 \text{ ton/m} = 10 \text{ kg/cm}$$

$$(M)_{\text{trabajo}} = 100 \text{ ton m} = 100 \times 10 \text{ kg cm}$$

$$(M_2)_{\text{trabajo}} = 167 \text{ ton-m} = 167 \times 10^3 \text{ kg cm}$$

Sustituyendo

$$a_1 = \frac{5}{584} \frac{40 \times 800^3}{180 \times 10^3 \times 798 \times 10^3} = 15 \text{ cm}$$

$$a_2 = \frac{(3 \times 100 + 5 \times 167) 10^3 \times 800^3}{48 \times 180 \times 10^3 \times 687 \times 10^3} = -0.9 \text{ cm}$$

$$a_{cd} = 15 - 0.9$$

$$a_{cd} = 0.6 \text{ cm}$$

b) *Deflexion adicional a largo plazo*

$$\text{Factor de correccion} = \left(2 - 1.2 \frac{A'_s}{A_s} \right) \cong 0.6$$

$$\frac{A'_s}{A_s} = \frac{1}{2} \left(\frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{2} + \frac{2}{3} \right) = 0.65$$

Sustituyendo

$$a_i = (2 - 1.2 \times 0.65) 0.6 = 1.22 \times 0.6,$$

$$a_i = 0.7$$

c) *Deflexion total*

$$a_{it} = a_{cd} + a_i$$

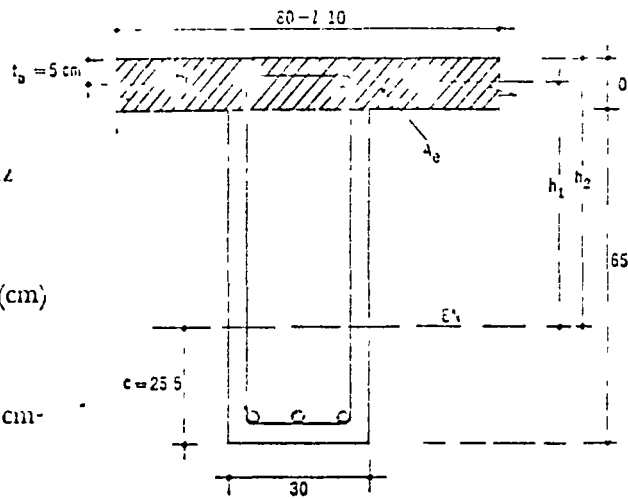
Sustituyendo

$$a_{it} = 0.6 + 0.7$$

$$a_{it} = 1.3$$

EJEMPLO 16.6 Continuación

REVISIÓN DEL AGRILAMIENTO



Formula de Gergely y Lutz
(Lc = 10 l')

$$w_{n,max} = \sqrt{t_b} \psi f_s \times 10^{-4} \text{ (cm)}$$

$$t_b = 5 \text{ cm}$$

$$d = \frac{A_c}{n} = \frac{10 \times 50}{4} = 200 \text{ cm}$$

$$\psi = \frac{h_1}{h_2}$$

$$h_1 = 11.5 \text{ cm}$$

$$h_2 = 49.5 \text{ cm}$$

$$\psi = \frac{11.5}{49.5} = 0.9$$

$$f_s = \frac{M_2}{A_s z} = \frac{1670000}{20 \times 0.9 \times 70} = 1320 \text{ kg/cm}^2$$

$$w_{n,max} = \sqrt{5 \times 200} \times 0.9 \times 1320 \times 10^{-4}$$

$$w_{n,max} = 11900 \times 10^{-6} \text{ cm}$$

$$w_{n,max} = 0.12 \text{ mm}$$

Para el efecto del patin se tomo como el valor medio de los siguientes cuatro veces el peralte total de la losa o la distancia del lecho interior de la losa al lecho interior de la trabe. El acero de tracción de la sección T se calculó usando un brazo de palanca interno, z, igual a 0.9d. En el Tj se señaló que este valor es suficientemente aproximado para fines prácticos. Si se desea obtener un valor más preciso puede seguirse el procedimiento descrito en dicho ejemplo.

Para cortar el acero se siguieron procedimientos semejantes a los utilizados en el ejemplo 16.5. Para el acero negativo se cortaron 5 varillas y para el positivo, una. Por lo tanto, en los nudos quedaron ambas con dos varillas cada una. Los momentos resistentes se calcularon de manera aproximada, suponiendo z = 0.9d. Si las varillas se prolongan más allá del punto crítico de corte, la mayor de las distancias es 12d_b, de acuerdo con lo señalado en el ejemplo 16.5.

El momento positivo en el apoyo derecho es pequeño por lo que podría cortarse convenientemente una parte sustancial del refuerzo positivo en dicho apoyo. Sin embargo, se aconseja que en estructuras construidas en zonas sísmicas la resistencia a momento positivo en los apoyos sea por lo menos el 50 por ciento, aproximadamente, de la resistencia a momento negativo en dicho apoyo. Además, debe cumplirse el requisito de pasar por lo menos dos varillas en toda la longitud de la viga. Por consiguiente, solo se cortó, en el ejemplo, una de las tres varillas de refuerzo positivo.

La longitud de desarrollo de las varillas N° 8 se calculó con las tablas 91 y 92. Para el refuerzo negativo, la distancia del paño del apoyo a la sección de corte resultó ligeramente menor que la longitud de desarrollo. Por lo tanto, fue necesario prolongar los bastones de manera que su longitud desde el paño del apoyo fuese mayor que la longitud de desarrollo. Para el refuerzo positivo, se usó el procedimiento descrito en la Sec. 96. La longitud de desarrollo más desfavorable para este refuerzo es la comprendida entre el punto de inflexión de la derecha y la sección de momento positivo máximo. En este caso, alcanza a desarrollarse el esfuerzo de tracción de las varillas.

A continuación se determinó el refuerzo transversal necesario por cortante. La contribución del concreto V_c se calculó despreciando la influencia del refuerzo longitudinal y de la relación M_r/V_r . La sección crítica se localizó a una distancia de un peralte del paño de la columna. La separación resultante en la sección de fuerza cortante máxima es de 18 cm. Sin embargo, se recomienda que en estructuras construidas en zonas sísmicas dicha separación no exceda al menor de los tres siguientes valores:

$$(s_{máx})_1 = \frac{d}{4}$$

$$(s_{máx})_2 = \frac{A_v d}{0.15 A_s}$$

$$(s_{máx})_3 = \frac{A_v d}{0.15 A_s}$$

En este caso, rigió la primera limitación, por

lo que la separación máxima es 7.5 cm, valor que se redujo a 15 cm. Este valor de corte tiene por objeto continuar el concreto de la zona crítica a la columna, en previsión de que se forme una articulación plástica. Bajo la acción del sismo. Por lo tanto, la separación máxima debe conservarse en una distancia de no lo menos $2d$, a partir de la cara del apoyo. El Reglamento ACI 9.7.5.2 prescribe, con un criterio más conservador, en 1d para estructuras en zonas sísmicas. La separación máxima de estribos en el resto de la viga debe ser $d/2$, o la que se requiere por resistencia a fuerza cortante. En el ejemplo se revisó a partir de que distancia del apoyo podía usarse una separación de $d/2$ por requisitos de resistencia, y se encontró que dicha distancia era de 1.65 m. Como esta distancia es semejante a la de 1.10 m ($2d$), en la que los estribos deben estar a 15 cm, un llamado conveniente consiste en conservar la separación de 15 cm hasta 1.65 m del apoyo, y cambiar en esta sección a una separación de 55 cm ($d/2$) para el resto de la viga.

Debido a que las varillas longitudinales se cortaron en zonas de tensión, se revisó la resistencia a cortante en la sección de corte, para determinar si se cumplían los requisitos establecidos para este caso. Como no se cumplen, sería necesario modificar en el ejemplo el refuerzo longitudinal o el transversal de acuerdo con lo indicado en el Ej. 16.5. Una manera común es prolongar las varillas del refuerzo negativo hasta la sección en que la fuerza cortante externa sea igual a dos tercios del cortante interno e incluir los estribos, o hasta una sección localizada en la zona de compresión (Sec. 7.7.5).

El dimensionamiento por flexión controlada se hizo para las condiciones de carga de servicio de la viga, que son un poco más desfavorables, y los resultados obtenidos se aplicaron también al caso sísmico.

Como en el ejemplo anterior, la deflexión se calculó al censo del caso de la viga usando el procedimiento del Reglamento ACI 9.7.1 presentado en la Sec. 11.2. Las deflexiones de servicio y las visuales son mayores que las deflexiones bajo carga vertical únicamente. Sin embargo, como el sismo es una carga accidental, dentro de las deflexiones que interesan a los efectos de las cargas verticales de servicio. La deflexión

de servicio, en el ejemplo, es de 10 tonjas y los momentos en los extremos de la viga son 100 tonm y 107 tonm. Estos momentos se obtuvieron considerando los momentos del diagrama de acciones internas en el factor de carga de 1.5.

El valor de la deflexión se obtuvo superponiendo la deflexión de una viga libremente apoyada con carga vertical y la de una viga con momentos en sus extremos. La primera tiene un valor de

$$a_1 = \frac{5}{84} \frac{wl^4}{EI}$$

y la segunda de

$$a_2 = \frac{3M_1 - 3M_2}{48EI} l^2$$

donde M_1 y M_2 son los momentos en los extremos. Estos valores pueden obtenerse por medio de los teoremas área momento o por el principio de la viga conjugada.

El agrietamiento se calculó con la ecuación propuesta por Gergely y Lutz (Sec 10.4.3), para la zona de momento negativo máximo de servicio en carpente. Por tratarse de una sección *T* con esfuerzos de tensión en el patín es necesario hacer alguna consideración para determinar el área efectiva. A este respecto, el Reglamento ACI-71 especifica distribuir el refuerzo en un ancho igual al ancho efectivo del patín, por requisitos de flexión, pero sin exceder de la décima parte del claro. Este ancho puede usarse para calcular el área efectiva, A_e . En el ejemplo resulta menor el valor correspondiente a la décima parte del claro.

15.7 Dimensionamiento de columnas

15.7.1 Dimensionamiento de una columna sujeta a flexocompresión

Ejemplo 16.7

Se trata de dimensionar, en este ejemplo, una columna sujeta a las acciones internas indicadas en la figura que solo existe flexión en uno de los

ejes de la columna y que los momentos y los esfuerzos ya han sido incrementados por efecto de excentricidad.

El dimensionamiento de esta columna se ha efectuado utilizando los diagramas de interacción que se incluyen en el Apéndice B. Las diversas maneras de usar estos diagramas se han dado en la Sec 16.4. En este ejemplo, se siguió un procedimiento usual de ensayos que consiste en proponer las dimensiones de la sección transversal y calcular la relación de refuerzo necesaria. Se verifica después de cada intento que la relación obtenida esté comprendida entre los límites mínimo y máximo recomendados en los reglamentos de construcción, que suelen ser del orden de 1 y 8 por ciento, respectivamente. En el Apéndice B existen gráficos para acero en dos caras y para acero en las cuatro caras. En este ejemplo se usaron los primeros. La sección definitiva se obtuvo en dos intentos.

La resistencia a fuerza cortante se revisó considerando en cuenta el efecto de la fuerza cortante por medio de las Ecs 7.10 y 7.12. El valor de $V/d_f M$ en la Ec 7.10 se calculó en el extremo inferior de la columna donde se presenta la combinación más desfavorable. El valor de p en esta misma ecuación se refiere al acero de tensión y el producto bd . Aunque el momento podría haberse calculado a una distancia e del peralte del paño del apoyo, por sencillez se tomó el momento en el extremo de la columna. Los estribos se colocaron a una separación de la mitad del peralte. En caso de que no se hubiese necesitado refuerzo transversal por cortante, los estribos se hubiesen colocado según las recomendaciones de la Sec 16.3.2.

16.7.2 Dimensionamiento de una columna sujeta a flexiónbivial

Ejemplo 16.8

La columna de este ejemplo tiene una carga excentrica en dos direcciones, lo cual equivale a una fuerza de compresión axial y dos momentos flexionantes, uno alrededor de cada eje de la sección transversal.

El procedimiento de cálculo que se siguió consiste en proponer la sección transversal, inclu-

RECOMENDACIONES DEL REGLAMENTO ACI PARA ESTRUCTURAS DE CONCRETO EN ZONAS SISMICAS

Oscar M. González Cuevas
Francisco Robles Ferrer

1. INTRODUCCION

En el año de 1971 se publicará una nueva versión del Reglamento de Construcciones del American Concrete Institute (ACI).

En la ref 1 se presenta una publicación preliminar de este nuevo reglamento, el cual contiene un apéndice con recomendaciones específicas para el detallado del refuerzo de estructuras de concreto en zonas sísmicas. Es la primera vez que el Reglamento ACI incluye disposiciones de este tipo. En este trabajo se exponen en forma condensada tales disposiciones.

2. CAMPO DE APLICACION DE LAS RECOMENDACIONES

Las recomendaciones se aplican a estructuras constituidas por marcos o por marcos y muros de cortante, y construidas en zonas en que existe una alta probabilidad de que ocurran temblores que causen daños mayores a la estructura durante su vida útil. Tales estructuras son, por ejemplo, las clasificadas dentro del tipo 2 en el Reglamento del Distrito Federal. Se pretende que la aplicación de las recomendaciones conduzca a estructuras de comportamiento dúctil con una alta capacidad de absorción de energía y que puedan resistir inversiones de signo de los ± 2

* Profesores Investigadores, Facultad de Ingeniería, UNAM

mentos flexionantes y de las fuerzas cortantes durante la acción de un sismo. Para lograr esto, las recomendaciones presentan detalles del refuerzo que aseguran que la resistencia de la estructura se alcance por flexión después de la formación de articulaciones plásticas, y que eviten tipos frágiles de falla, como las fallas de tensión diagonal o de adherencia.

C. RECOMENDACIONES PARA VIGAS

Para asegurar que las vigas tengan un comportamiento dúctil, se especifica que el porcentaje de refuerzo de flexión no exceda del 50 por ciento del porcentaje balanceado. Este límite garantiza que se desarrolle una zona amplia de comportamiento inelástico antes de la falla y que se evite la falla frágil típica de secciones sobrerreforzadas o con porcentajes de refuerzo cercanos al porcentaje balanceado. Respecto al acero mínimo, se recomienda que el porcentaje de refuerzo no sea menor de $14/f_y$ (cm^2) y que existan por lo menos dos varillas longitudinales en el lecho inferior y dos en el lecho superior en toda la longitud de la viga. La primera de estas especificaciones tiene por objeto evitar las fallas frágiles que ocurren cuando la resistencia del elemento reforzado es menor que la resistencia de un elemento de las mismas dimensiones sin refuerzo. La segunda tiene por objeto lograr que todas las secciones tengan cierta cantidad de refuerzo, tanto negativo como positivo, previendo que se puedan desarrollarse momentos de uno u otro signo. El mínimo de dos varillas facilita el anclaje adecuado de los extremos.

Debido a que la posición de los puntos de inflexión puede sufrir grandes variaciones al actuar un sismo, se recomienda que la tercera parte del acero negativo se prolongue más allá del punto de inflexión

una distancia igual por lo menos a la longitud de anclaje, L_d , y que la longitud total de este acero, desde la cara de la columna hasta el extremo de las varillas, sea igual por lo menos a $0.25 l_c$, donde l_c es el claro libre. También se recomienda que por lo menos la cuarta parte del acero negativo máximo se prolongue a todo lo largo de la viga.

Para tomar en cuenta que en los apoyos pueden desarrollarse momentos positivos elevados bajo la acción de sismos, se recomienda que la resistencia por momento positivo en un apoyo dado sea igual por lo menos al 50 por ciento de la resistencia por momento negativo en el mismo apoyo.

En la fig 1 se resumen las disposiciones sobre refuerzo mínimo por flexión.

Tanto el refuerzo negativo como el positivo deben ser continuos a través de la junta entre viga y columna. Cuando esto no es posible, como en columnas de borde, las varillas deben prolongarse hasta la cara extrema de la columna y anclarse, como se muestra en la fig 1. La longitud de desarrollo debe medirse desde la cara interna de la columna.

El refuerzo por cortante debe estar constituido únicamente por estribos cerrados perpendiculares al refuerzo longitudinal. La razón de recomendar estribos verticales radica en que el refuerzo inclinado por cortante, ya sea en forma de barras o de estribos, no es eficiente si ocurre inversión en el signo de la fuerza cortante, cosa posible durante un sismo.

El primer estribo debe colocarse a una distancia máxima de 7.5 cm a partir del paño de la columna. A partir de este estribo, la separación no debe exceder de $d/4$ en una distancia no inferior a $4d$, donde d es el peralte efectivo de la viga. En el resto de la viga, la separación

de estribos no debe exceder de $\frac{d}{2}$ (fig 2).

El área de estribos dentro de la distancia $4s$ a partir del primer estribo debe ser por lo menos igual a la obtenida de la siguiente ecuación

$$A_v \frac{d}{s} = 0.15 A'_s, \text{ ó, } 0.15 A_s$$

Estos estribos deben ser cerrados y con el anclaje mínimo especificado en el Reglamento. Los estribos cerrados no sólo contribuyen a la resistencia a fuerza cortante sino que también confinan el concreto y aumentan su ductilidad en las zonas de articulaciones plásticas.

Conviene evitar los traslapes en zonas de esfuerzos máximos o de inversión de esfuerzo. Cuando no sea posible, deben colocarse por lo menos dos estribos cerrados para confinar el traslape, los cuales no deben distar entre sí más de 16 veces el diámetro de la varilla longitudinal ni 30 cm. No deben hacerse traslapes soldados dentro de una distancia d de las articulaciones plásticas. Las longitudes de traslape serán por lo menos de 24 veces el diámetro de las varillas o 30 cm, la que sea mayor.

4. RECOMENDACIONES PARA COLUMNAS

El refuerzo longitudinal mínimo es de uno por ciento y el máximo de seis por ciento. El objeto de esta recomendación es tener porcentajes que conduzcan a soluciones dúctiles y que al mismo tiempo eviten el congestionamiento del refuerzo.

Las columnas que concurren a un nudo deben tener mayor resistencia por flexión que las vigas que llegan al mismo nudo y están congestionadas en un plano. Esta disposición se establece porque es preferible

que las articulaciones plásticas se formen en las vigas que en las columnas, ya que en este último caso pueden presentarse problemas de inestabilidad.

Cuando la carga axial es de magnitud significativa (mayor que el 40 por ciento de la carga axial correspondiente a la condición balanceada, aproximadamente), debe colocarse refuerzo transversal de confinamiento en forma de hélices o estribos cerrados, para asegurar el comportamiento dúctil de las columnas. Este refuerzo transversal se coloca arriba y abajo del nudo, en una longitud que no sea menor que la dimensión máxima de la columna, ni menor que 18" (45 cm), ni que un sexto de la altura libre de la columna (fig 3). Cuando el refuerzo de confinamiento consiste en hélices circulares, el porcentaje debe ser el mayor del calculado con alguna de las siguientes ecuaciones:

$$p_s = \frac{0.45 (A_g/A_c - 1) f'_c}{f_y}$$

$$p_s = 0.12 f'_c/f_y$$

donde A_g es el área total de la sección transversal y A_c es el área del núcleo confinado considerado hasta el paño exterior del refuerzo confinante. Cuando se usan estribos rectangulares, el área de una rama de dichos estribos, A_{sh} , se calcula con la ecuación

$$A_{sh} = \frac{h' p_s a}{2}$$

donde h' es la longitud libre de los estribos (fig 4) y a es la separación centro a centro. El espaciamiento centro a centro, ya sea de hélices o de estribos, no debe exceder de 4" (10 cm). Para reducir la longitud libre h' pueden usarse grapas o estribos suplementarios de una rama, como se mues

tra en la fig 4. Este refuerzo se utiliza exclusivamente para confinar el concreto. Además debe procurarse que el refuerzo sea suficiente para resistir la fuerza cortante que actúa sobre la columna. Las recomendaciones anteriores para refuerzo confinante se obtuvieron de ensayos descritos con detalle en la ref 2. En la longitud de columna no confinada, se colocan los estribos especificados para columnas con la recomendación adicional de que la separación no exceda de $d/2$. Debe comprobarse que la columna reforzada con dichos estribos pueda resistir la fuerza cortante aplicada.

Los traslapes deben tener una longitud mínima de 30 veces el diámetro de las varillas longitudinales o de 16" (40 cm), la que sea mayor. Cuando las varillas se empalman por medio de soldadura o traslapes mecánicos, no debe empalmarse más de la cuarta parte de las varillas en la misma sección, y la distancia entre secciones en las que existan empalmes debe ser por lo menos de 12" (30 cm).

5. RECOMENDACIONES PARA LAS INTERSECCIONES DE VIGAS Y COLUMNAS

En las intersecciones de vigas y columnas debe colocarse refuerzo de confinamiento, calculado en la misma forma que para las columnas, y refuerzo por cortante, calculado como se describe a continuación. Se calcula la fuerza cortante como se indica en la fig 5. A partir de esta fuerza cortante, se determina el refuerzo transversal necesario siguiendo el procedimiento usual para vigas. El refuerzo en las intersecciones debe ser cuantioso para lograr que sean detalles, para compensar la disminución en resistencia por desprendimiento del concreto, para mejorar la ductilidad y para resistir las fuerzas cortantes que se desarrollan en la intersección. Cuando existen vigas en la sección perpendicular a la consi-

derada, de manera que la intersección está confinada por los cuatro lados, la cantidad de refuerzo transversal en la intersección puede reducirse a la mitad. La forma en que se coloca el refuerzo en las intersecciones se muestra en la fig 4.

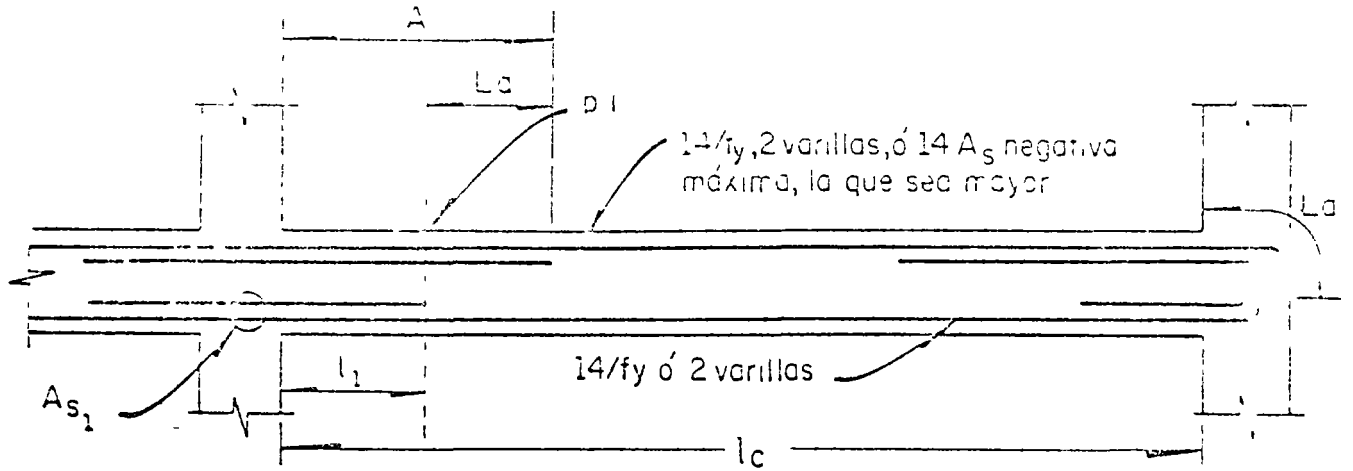
5. COMENTARIO FINAL

Las recomendaciones anteriores reflejan la creciente preocupación por lograr estructuras de comportamiento adecuado ante la acción de sismos, e incorporan experiencias obtenidas del estudio de fallas ocurridas en sismos recientes. Estas experiencias han sido complementadas con importantes trabajos experimentales (refs 2, 3 y 4). La aplicación de las recomendaciones permite mejorar notablemente la seguridad de las estructuras con un ligero incremento de costos.

REFERENCIAS

1. ACI Committee 318, "Proposed Revision of ACI 318-63: Building Code Requirements for Reinforced Concrete", ACI Journal, febrero, 1970
2. N.W. Hanson y H. V. Conner, "Seismic Resistance of Reinforced Concrete Beam-Column Joints", Proceedings, ASCE, Vol 93, N° ST5, octubre, 1967
3. ACI Committee 315, "Seismic Details for Special Ductile Frames", ACI Journal, mayo, 1970
4. Discusiones a la ref 1, ACI Journal, septiembre, 1970

... (valor) por lo menos de la tercera parte del acero... (valor) en toda longitud que debe ser por lo menos de $0.25 l_c$)



- A_{s1} Esta cantidad de acero debe ser tal que la resistencia por momento positivo sea por lo menos el 50% de la resistencia por momento negativo
- l_1 Distancia requerida por momento más la longitud de anclaje
- p_i Punto de inflexión (posición más desfavorable)

Fig 1 Requisitos de acero mínimo por flexión

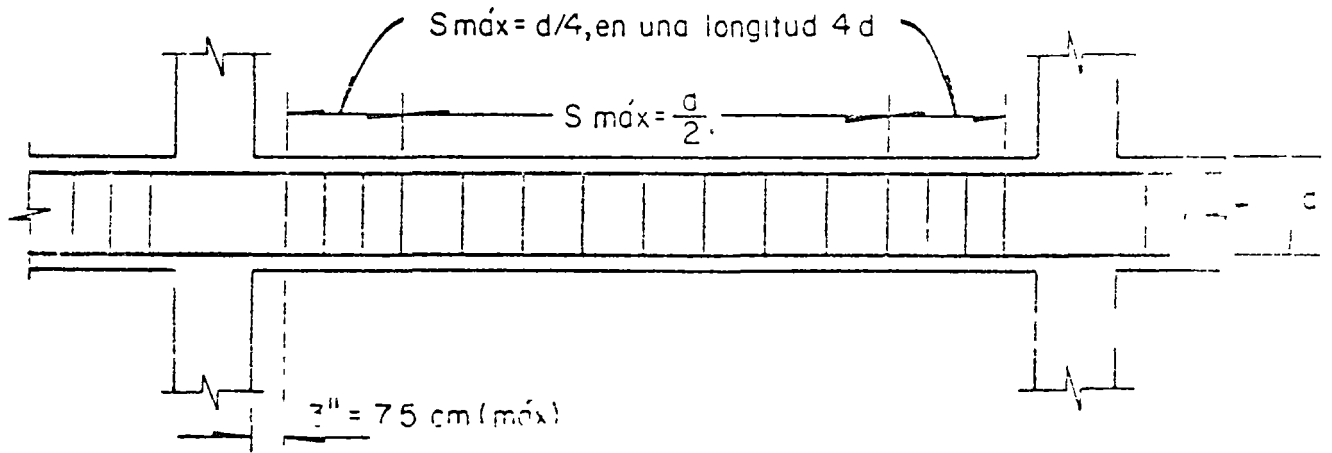


Fig 2 Requisitos mínimos de estribos

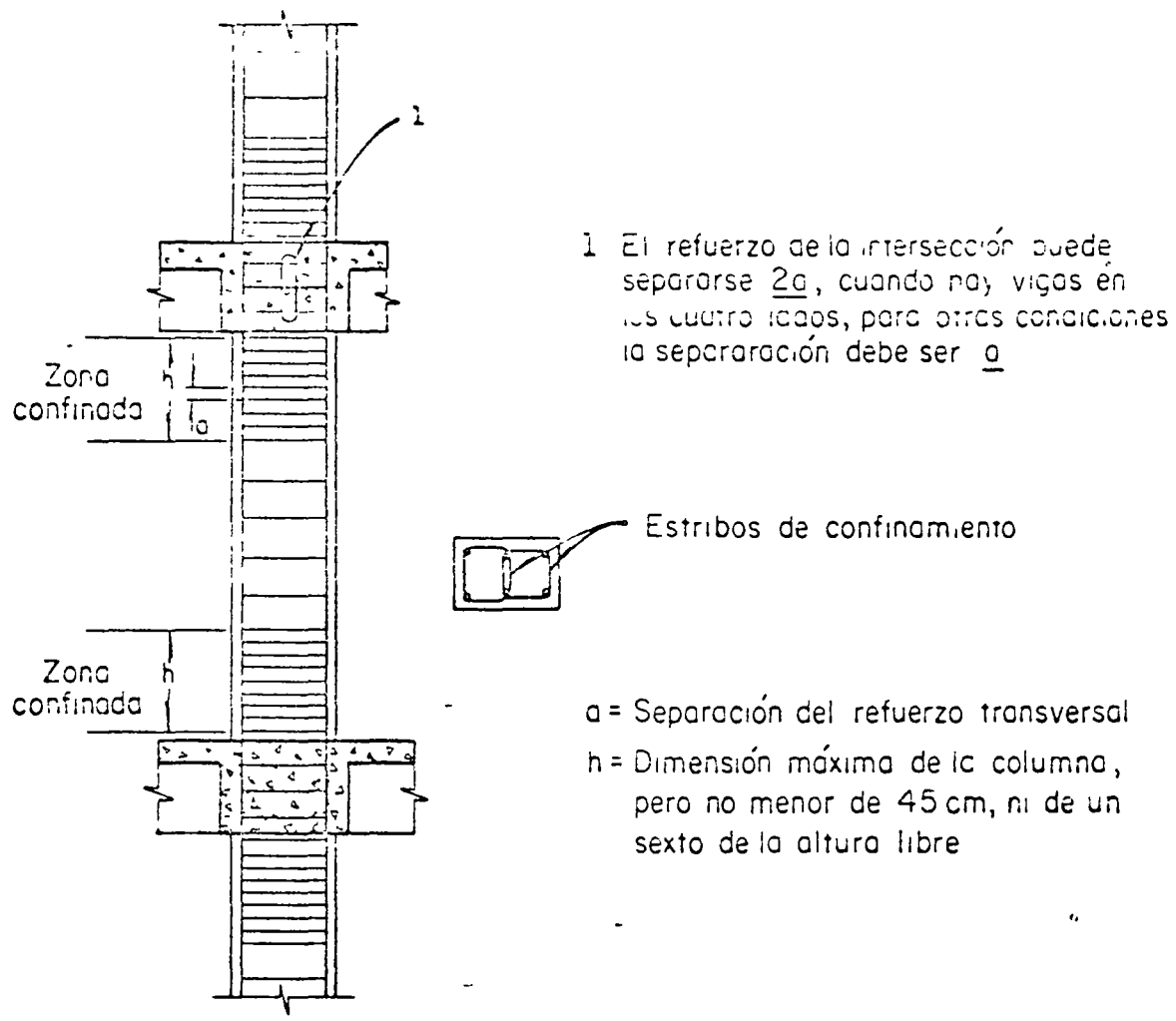


Fig 3 Refuerzo transversal en columnas y en intersecciones

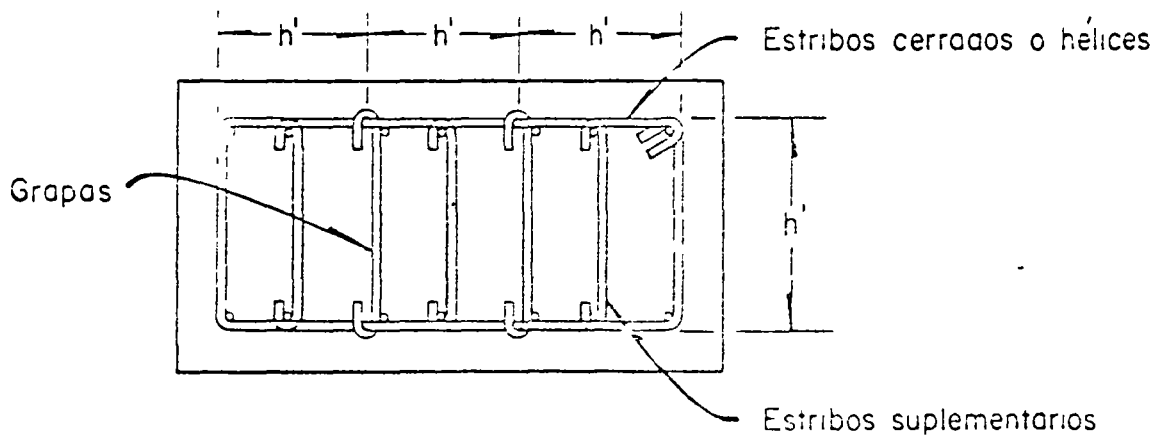
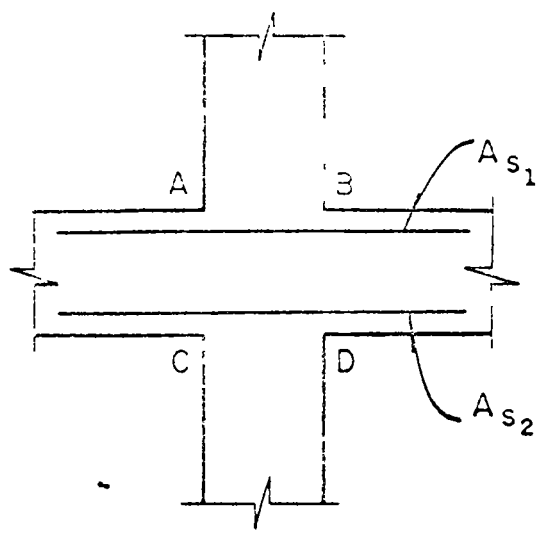


Fig 4 Sección transversal de una columna con estribos cerrados y grapas



$$V_u = A_{s1} f_y + 0.85 f_c b a + A_{s1} f'_s - H$$

$$V_u = A_{s1} f_y + A_{s2} f_y - H$$

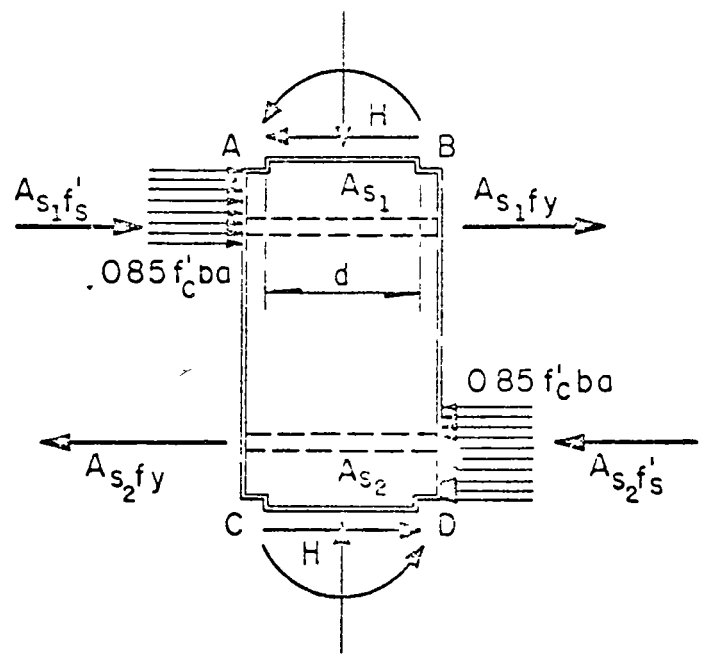


Fig 5 Cálculo de la fuerza cortante en una intersección



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO ANTISISMICO DE ESTRUCTURAS.

" ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA "

DR. ROBERTO MELI PIRALLA.

TEMA: ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA.

Los daños causados por sismos intensos en construcciones de mampostería han sido con frecuencia muy severos y es común que el desempeño de estas construcciones se compare desfavorablemente con el de estructuras de acero y de concreto.

Hay que tomar en cuenta, sin embargo, que la mayoría de las fallas catastróficas han sido de construcciones de mampostería sin refuerzo que, además, casi siempre adolecían de defectos obvios de estructuración, lo cual refleja el hecho de que usualmente estas construcciones escapan de un diseño cuidadoso como el que es común para estructuras de concreto y acero. Además, si bien es cierto que las estructuras de mampostería, por ser muy rígidas y generalmente frágiles, son particularmente sensibles a los sismos, especialmente cuando estos tienen epifocos cercanos y superficiales, también se ha comparado que, con un refuerzo y confinamiento adecuados, puede hacerse que tales estructuras sean capaces de soportar deformaciones apreciables, aunque ello implique cierto agrietamiento de los muros.

Por otra parte los sistemas constructivos a base de muros de carga de mampostería representan, en la mayoría de los casos, la solución más conveniente para construcciones de vivienda económica unifamiliar o multifamiliar, y en general para construcciones de baja o mediana altura en las que se requiera una subdivisión del área total en espacios pequeños.

Sistemas estructurales a base de muros

Los muros de mampostería se emplean en distintas formas estructurales en las

* El texto de estas notas está adaptado de "Comportamiento sísmico de muros de mampostería" por Roberto Meli. Publicación del Instituto de Ingeniería.

que difieren las solicitaciones que los afectan y el tipo de refuerzo; la identificación de los distintos tipos es importante para la elección de las modalidades de en
saye.

En construcciones cuya estructura principal está constituida por marcos de concreto o acero, es frecuente que existan muros de mampostería, generalmente con
finados en todo su perimetro por los elementos de un marco. Ante cargas laterales, marco y muro actúan como una sola unidad estructural en la cual el muro proporcio
na la rigidez al actuar como diafragma, mientras que el marco tiene la función de resistir las cargas verticales y la flexión general, así como la de confinar el muro.

En algunos casos el muro puede no tener columnas en sus extremos y estar confinado únicamente por los elementos horizontales del sistema de piso superior e inferior (por ejemplo en cubos de escaleras).

En otros tipos de estructuras los muros constituyen el único elemento vertical resistente y por lo tanto deben soportar el efecto de cargas verticales y latera
les. El efecto de las cargas laterales puede visualizarse como la superposición de la flexión general de cada muro, considerado como un solo elemento a lo alto de to
dos los pisos, más el efecto de las restricciones al desplazamiento y las rotaciones que en él induce el sistema de piso en cada nivel; el resultado son fuerzas cortan
tes, momentos flexionantes y fuerzas normales de tensión o compresión variables en cada nivel.

En zonas sísmicas es usual, especialmente en México, que los muros de cur
ga estén confinados por elementos de concreto verticales (castillos) y horizontales (dadas) de espesor igual al del muro, con el fin de proporcionar a este un confina

miento que mejore su ductilidad y le permita soportar repeticiones de cargas sin de
teriorarse excesivamente.

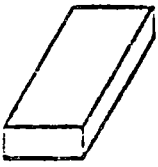
Para muros de piezas huecas se provee generalmente cierto refuerzo vertical y horizontal en el interior de los huecos con el fin de incrementar la resistencia a esfuerzos de tensión, verticales o diagonales, y en parte mejorar también la ducti-
lidad del comportamiento. Este refuerzo interior puede ser adicional al refuerzo ex
terior a base de castillos y dalas.

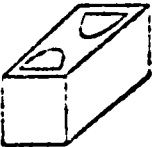
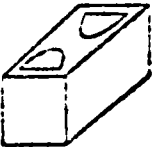
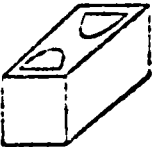
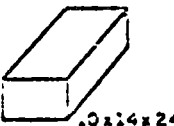
PROPIEDADES DE LAS PIEZAS.

Se realizó un muestreo de la producción de piezas para mampostería destina-
das a la construcción en el Distrito Federal, con el fin de estudiar las propiedades
mas importantes y, en particular, la distribución estadística de la resistencia de las
piezas. Esta última se determinó en todos los casos sobre una mitad de las piezas
por la mayor facilidad que se tenía en esta modalidad de ensaye y por no diferir
en forma significativa los resultados con respecto a los obtenidos en piezas enteras.
Se muestrearon lotes de materiales del mismo tipo producidos por distintas fábricas
y se realizaron distintas etapas de muestreos para una misma fábrica, con el fin de
tener medidas de la dispersión de la resistencia, distinguiéndose la que se presenta
entre unidades de un mismo lote, entre lotes de una misma procedencia y entre lo-
tes de distintas fábricas que producen un mismo material.

Los resultados se resumen en la tabla 2.1 y se comentan brevemente a conti-
nuación.

2 ! RESULTADOS DE ENSAYES EN PIEZAS

Material	Geometría (dimensiones nominales)	Prove- nencia	Clasifi- cación	f ₁ kg	f _p en kg/cm ²				C _v en porcentaje				Abs. en pag. de 100	(2) Y _{0,15} mm/100	
					Etapas I	Etapas II	Etapas III	Etapas IV	Etapas I	Etapas II	Etapas III	Etapas IV			
Tabique rojo resaca	 72x14x28	T 1	B	1.00	32	64	55	53	20	23	24	19	20	1.45	
		T 2	C	1.00	52				23					24	1.37
		T 3	C	1.00	51				21					25	1.37
		T 4	C	1.00	114	112	109		34	25	23			21	1.55
		T 5	C	1.00	30	34			21	17				25	1.30
		T 6	C	1.00	65	109			23	52				21	1.50
		T 7	C	1.00	93	75	65	66	53	19		24	11	25	1.45
		T 8	C	1.00	33				32					25	1.34
		T 9	C	1.00	53				15					25	1.10
		T 10	C	1.00	42	40	47	55	28	22	10		21	25	1.10
		T 11	C	1.00	30	40	51	45	37	25		20	20	27	1.31

Bloque ligero		B 1	A	0.55	37	35			10	12			29	1.21	
		B 2	A	0.55	42	49			16	12			35	1.00	
		B 3	A	0.63	43	41			24	22			24	1.23	
		B 4	B	0.54	17				23				33	1.01	
		B 5	A	1.00	44	42			17	25			40	0.95	
Bloque interme- dio		B 1	A	0.55	52	77			24	7			15	1.31	
		B 2	A	0.59	41	74			14	14			21	1.50	
		B 3	A	0.61	52	60			23	21			15	1.10	
		B 4	B	0.54	21				20				27	1.30	
		B 5	C	0.55	10				17				15	1.10	
Bloque pesado		B 1	A	0.55	135	101			31	15			9	2.12	
		B 2	A	0.55	145	140			23	10	28	7	11	2.15	
		B 3	A	0.63	100	126	104	105	20	21	20	15	10	2.00	
		B 4	B	0.54	71				17						1.21
Tablón		TC 1	B	1.00	31	55	63	42	24	14	11	15	25	1.5	
		TC 2	A	1.00	75	120	66	101	35	34	19	17	27	1.42	
		TC 3	B	1.00	59	63			23	27				10	1.42
		TC 4	B	1.00	35				23					23	1.30
		TC 5	C	1.00	48	56			33	22				15	1.10

Para el tabique de barro recocido se notó que se distinguían grupos de fábricas con resistencia del mismo orden y que estos grupos correspondían a las zonas geográficas en las que estaban localizadas las "tabiqueras", esto indica que la resistencia del tabique depende principalmente de los bancos de materia prima de los que se abastecen los productores y que menor importancia tiene la diferencia en los procedimientos de fabricación empleados. Salvo algunas excepciones, los coeficientes de variación de la resistencia de piezas de un mismo lote fueron del mismo orden (35% en promedio) para las diferentes fábricas. La resistencia fue notablemente uniforme de uno a otro lote de una misma procedencia.

Para el tabique extruido, existe una diferencia importante en la resistencia media de piezas semejantes producidas por fábricas distintas, mientras que piezas de forma diferente producidas por una misma fábrica tienen resistencias semejantes, si estas se calculan sobre el área neta de la pieza. Lo anterior indica que las diferencias en las materias primas y especialmente en los procedimientos de fabricación modifican netamente la resistencia de una a otra fábrica de modo que será necesario considerar cada procedencia por separado.

En cuanto al bloque de concreto, tres de las fábricas consideradas empleaban procedimientos de construcción muy mecanizados y ejercían buen control de calidad, en estas fábricas se obtuvieron resistencias medias altas y uniformes y baja dispersión en los resultados individuales; para los materiales de las otras dos fábricas, menos industrializadas, las resistencias medias fueron menores y hubo mayor

Para el tabique macizo de concreto (tabicón), también hay una fuerte diferencia entre la resistencia de piezas de distintas fábricas, debido a que no se observa un proporcionamiento uniforme, sino que varía el tipo de agregado y la cantidad de cemento empleados; la resistencia media varía de uno a otro lote y la dis-

Morteros

Las propiedades del mortero que más influyen en el comportamiento estructural de un elemento de mampostería son probablemente su deformabilidad y adherencia con las piezas; de la primera propiedad dependen en gran medida las deformaciones totales del elemento de mampostería y en parte su resistencia a carga vertical; la adherencia entre el mortero y las piezas define frecuentemente la resistencia por cortante del elemento. Muy importante es también que el mortero tenga una manejabilidad adecuada para que pueda ser colocado en capas uniformes sobre las que asientan bien las piezas, evitándose concentraciones de esfuerzos y excéntricidades accidentales.

En cuanto a los resultados experimentales de muestreos para la determinación de los valores medios y de la dispersión de la resistencia a compresión para distintos proporcionamientos, la tabla 2.3 resume un gran número de ensayos de morteros elaborados para la construcción de muros de mampostería en laboratorio. Todos los morteros considerados fueron elaborados por un mismo albañil sin observar especiales cuidados en el proporcionamiento, que se hacía por volumen, y sin medir la cantidad de agua.

En condiciones de obra es de esperarse una mayor dispersión en los resultados debido a la intervención de diferentes operaciones y a la posible variación en los proporcionamientos realmente empleados.

TABLA 2.3 RESULTADOS DE ENSAYES DE MORTEROS ELABORADOS POR UN MISMO ALBAÑIL

PROPORCIONAMIENTO cemento:cal:arena	Número de muestras	Resistencia media, en kg/cm ²	Coefficiente de variación, en %	Percentil 2%, en kg/cm ²
1:0:3	211	205	24	95
1:1/2:5	70	108	19	57
1:0:6	55	106	31	45
1:1:6	26	75	38	23

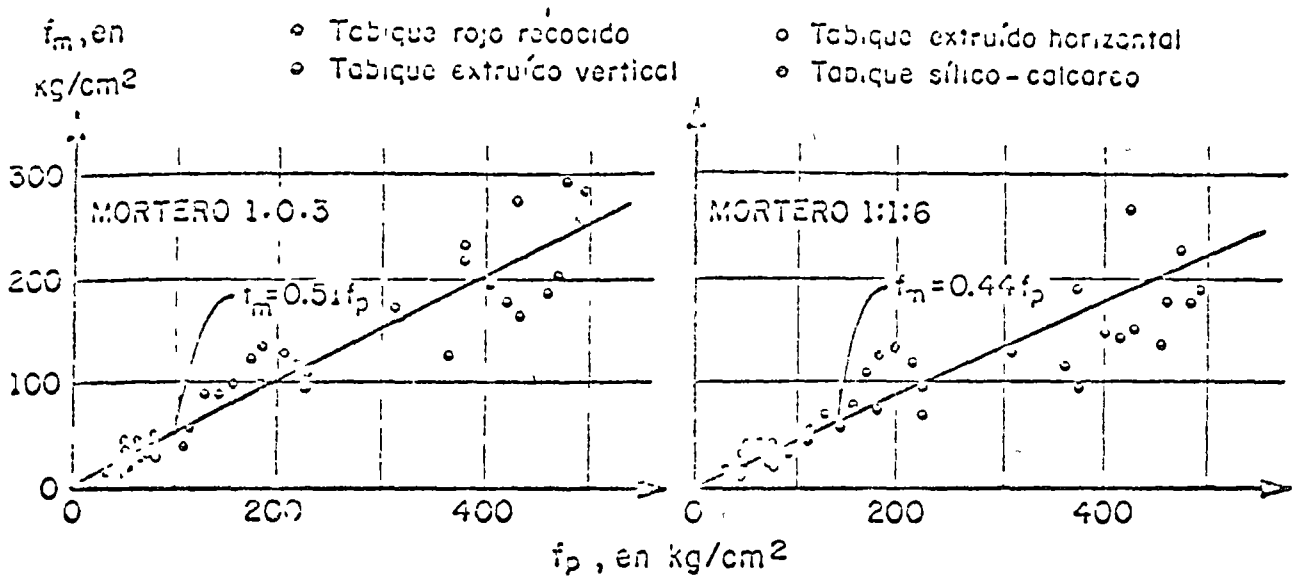
Los valores individuales son promedio de tres ensayos

Compresión en la mampostería

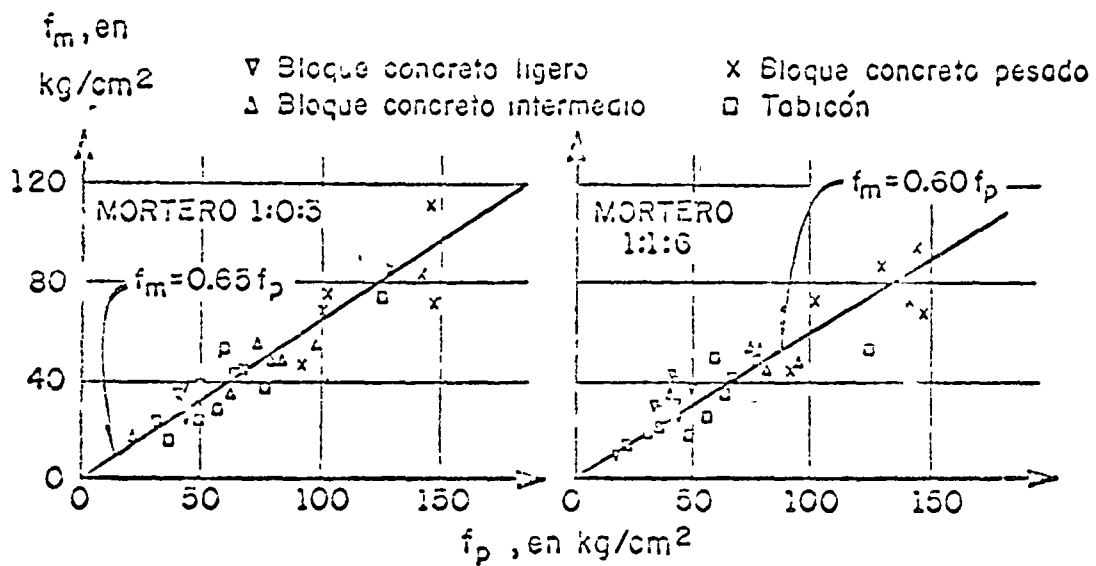
El comportamiento y los modos de falla de la mampostería ante cargas axiales dependen en forma importante de la interacción de piezas y mortero, esta puede interpretarse en la forma siguiente. Las piezas y el mortero tienen características esfuerzo-deformación diferentes, por lo tanto al ser sometidos a un mismo esfuerzo se produce una interacción entre ambos que consiste en que el material menos deformable, las piezas en general, restringe las deformaciones transversales del material más deformable, introduciendo en él esfuerzos de compresión de dirección transversal. Por el contrario, en el material menos deformable se introducen esfuerzos transversales de tensión que disminuyen su resistencia con respecto a la que se obtiene en el ensayo de compresión simple del material aislado.

La relación esfuerzo-deformación registrada en ensayos de pilas a compresión es prácticamente lineal hasta la falla, que se presenta en general en forma brusca. Solo para piezas de baja resistencia la curva tiende a ser parabólica y la falla se produce en forma paulatina.

El ensayo mencionado se realizó en pilas construidas con las piezas obtenidas del muestreo general mencionado en la sección 2.1 y para tres proporcionamientos de mortero. Los resultados, por lo que respecta a la resistencia, se presentan gráficamente en la fig 2.6, en que se aprecia que el mortero tiene una influencia poco significativa, dentro del rango de proporcionamientos estudiados, y que la resistencia de las pilas es aproximadamente proporcional a la de las piezas, pero distinguiéndose claramente las piezas a base de cemento de las de barro. Hay que considerar que la mayoría de las piezas de barro ensayadas tenían una relación altura a espesor de aproximadamente $1/2$, mientras que en las de cemento esta relación varió entre 0.7 y 1.3, sin que se encontrara una tendencia definida de la resistencia en pilas con esta variable.



a) Piezas de barro y sílico-calcareas



b) Piezas de concreto

Fig 2.6 Relación entre resistencia de pilas y de piezas

Los módulos de elasticidad secantes obtenidos de los ensayos resultaron poco más sensibles que la resistencia a la calidad del mortero, especialmente para piezas de tabique por el mayor número de juntas por unidad de longitud.

: Los resultados, presentados en

detalle en la ref 3, permiten proponer las siguientes relaciones aproximadas:

$$E = 450 f_m \text{ para piezas de barro}$$

$$E = 600 f_m \text{ para piezas de concreto}$$

en que

f_m es la resistencia en compresión obtenida en pilas.

Tensión diagonal en la mampostería

La falla de un muro por efecto de fuerzas cortantes ocurre generalmente a través de grietas inclinadas debidas a tensiones diagonales. Estas grietas se forman generalmente a lo largo de las juntas, propiciadas por la debilidad de la unión pieza-mortero; sin embargo, para piezas con baja resistencia y buena adherencia con el mortero, las grietas atraviesan indistintamente piezas y mortero.

Es importante estudiar el comportamiento de la mampostería ante combinaciones de carga que introducen esfuerzos principales de tensión con distintas inclinaciones con respecto a las juntas. Además, es de interés el estudio de los mecanismos de falla por las juntas y el efecto de la calidad del mortero y de su adherencia con las piezas en la resistencia.

El ensaye que se consideró adecuado para estudiar el fenómeno es el de un murete sujeto a compresión diagonal. Variando la relación de lados se introducen esfuerzos principales de tensión que guardan distintos ángulos con las juntas

En la tabla 2.4 se consignan los esfuerzos resistentes obtenidos. Se aprecia como las resistencias son aproximadamente uniformes para las distintas piezas, excepto para piezas huecas en las cuales la resistencia es frecuentemente menor, y que la resistencia se reduce cuando se emplean morteros muy pobres de cemento. Las curvas esfuerzo deformación obtenidas distan mucho de ser lineales y los especímenes pierden mucha rigidez bastante antes de llegar a su esfuerzo máximo. La deformación angular a la cual ocurrió la falla fue aproximadamente 0.0006 independientemente del tipo de pieza y de mortero.

En la misma tabla 2.4 se consignan los módulos de cortante obtenidos como la relación entre el esfuerzo cortante medio y la deformación angular del espécimen. Los módulos de cortante se comparan con los del módulo de elasticidad obtenido en pilas. Se aprecia como la relación G/E varía de 0.1 a 0.3,

TABLA 2.4 PROPIEDADES MECANICAS DE ELEMENTOS DE MAMPOSTERIA ORILLADAS EN ENSAYES EN PILAS Y MURETES

Pieza	Mortero	Resistencia de la pieza f_p en kg/cm^2	Compresión axial		Compresión diagonal	
			Resistencia f_m en kg/cm^2	Mod. Elast. E en kg/cm^2	Res. al corte ν en kg/cm^2	Mod. rigidez G en kg/cm^2
Tabique Recocido	1:0:3	46	23	8 000	4.9	3 400
Tabique recocido	1:0:3	69	46	43 000	6.7	5 700
	1:2:9		26	12 000	4.1	4 100
Bloque de concreto	1:0:3	100	77	30 000	5.8	
	1:1.6		69	28 000		
Tabique Rejilla	1:0:3	175	142	56 000	4.7	4 600
	1:2:9		86	31 000	3.2	2 700
Tabique Perforado	1:0:3	144	74	51 000	3.7	4 900
	1:2:9		63	49 000	2.7	4 500
Sílico Celcareo	1:0:3	128	110	70 000	6.5	15 000
	1:2:9		98	53 000	3.9	15 000

COMPORTAMIENTO ANTE UNA APLICACION DE CARGA LATERAL

El comportamiento se tratará en esta sección en función de la curva carga lateral contra deformación angular, representada esta última como la relación entre la deflexión del extremo superior del muro y su altura, también se considerará el comportamiento en función del agrietamiento de la estructura. Se distinguirán las diversas estructuraciones de los muros o sea: muros diafragma, muros con castillos y dadas, muros con refuerzo interior y muros no reforzados.

Para el caso de muros diafragma ensayados en compresión diagonal, la curva carga deformación se caracterizó por tener una zona inicial de rigidez alta, seguida por una reducción en rigidez correspondiente a la aparición de una separación entre el muro y el marco en dos de las esquinas. El siguiente punto característico es una disminución brusca de la carga, correspondiente a la formación de una grieta diagonal que se abre a veces en las juntas y a veces travesando las piezas; casi inmediatamente la carga vuelve a incrementarse hasta llegar a un valor máximo que puede ser bastante mayor que el de agrietamiento; después la carga se mantiene en niveles muy cercanos a la carga máxima para deformaciones relativamente grandes.

Hasta la carga de agrietamiento diagonal, el comportamiento no depende en forma importante de las características del marco confinante, sin embargo, después del agrietamiento diagonal, la posible reserva de carga, y en parte también la ductilidad, sí dependen del marco y especialmente de la resistencia en cortante de las esquinas, ya que, si esta es baja, la grieta diagonal se prolonga rápidamente en el

marco y la carga no aumenta apreciablemente, mientras que, si la esquina del marco es resistente, se tiene un incremento muy apreciable de carga hasta que ocurre la falla de aplastamiento local en la mampostería

Si el muro diafragma se somete a niveles bajos de carga vertical el comportamiento no varía cualitativamente, pero la resistencia aumenta.

La deformación angular a la cual ocurre el agrietamiento diagonal varía entre 0.0015 y 0.0025 cuando el ensaye es en voladizo, mientras que para ensayes en compresión diagonal el agrietamiento ocurre para deformaciones menores (0.0005 a 0.0015).

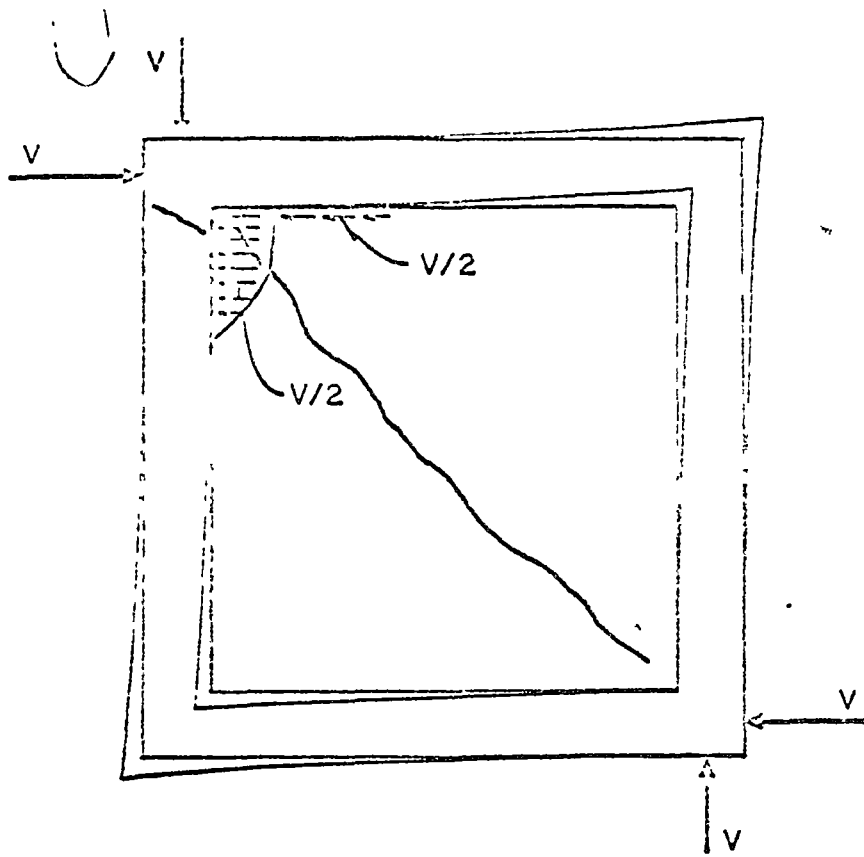
La grieta diagonal se forma inicialmente en el centro del muro y se prolonga rápidamente hacia los extremos. Su inclinación es usualmente la de la diagonal, aunque tiende a ser más horizontal si el ensaye es en voladizo y cuando al muro se aplican cargas verticales.

La falla por flexión del conjunto ocurre si el refuerzo longitudinal de la columna de tensión es escaso y la carga vertical no muy alta, el comportamiento es en este caso similar al de un elemento subreforzado de concreto. Las grietas de flexión se prolongan a lo largo de casi toda la sección, la rigidez disminuye progresivamente y finalmente ocurre la fluencia del refuerzo de tensión, lo cual limita prácticamente la resistencia del muro. Después hay una zona de fluencia bastante prolongada, hasta la falla en compresión del extremo correspondiente o la ruptura del acero de tensión.

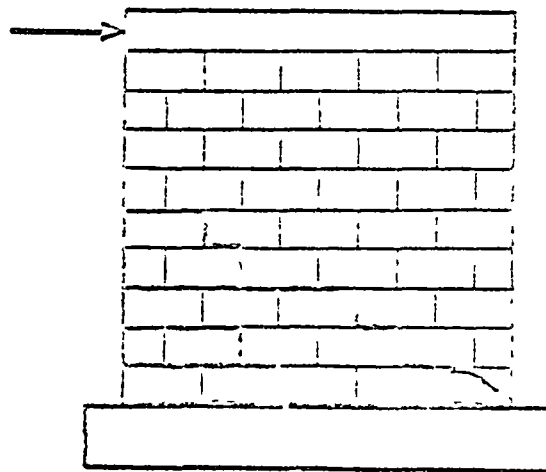
El comportamiento de muros confinados por castillos y dadas exteriores cualitativamente es el mismo de un muro con marco débil, es decir, si el refuerzo del castillo es suficiente para evitar problemas de flexión, el muro se agrieta diagonalmente y se tiene una falla final por cortante en la columna, pero el conjunto soporta deformaciones considerables antes de la falla.

La carga de agrietamiento y la rigidez no dependen en forma importante de las características de los elementos de refuerzo. La presencia de carga vertical aumenta la rigidez y la resistencia.

Finalmente para el caso de muros de piezas huecas con refuerzo colocado en el interior de los huecos, cuando el ensayo es en voladizo se obtiene una falla por flexión, si no existe suficiente refuerzo vertical de tensión. En este caso el comportamiento es similar al de un muro con marco. Si existe suficiente refuerzo para evitar falla por flexión se obtiene una falla por cortante a través de una grieta diagonal; esta grieta progresa lentamente y la carga aumenta sobre la que produce el primer agrietamiento, llegándose a la capacidad máxima cuando la grieta atraviesa el refuerzo de los extremos, El tipo de falla es relativamente dúctil. Cuando existen cargas verticales altas sobre el muro, la rigidez y resistencia aumentan notablemente, pero el tipo de falla se vuelve francamente frágil.



a) En compresión diagonal



b) Volariado

Modos de energía y de falla

COMPORTAMIENTO ANTE CARGAS REPETIDAS.

A continuación se describirán las características de las curvas carga deformación en los ciclos de carga.

Mientras no ocurran agrietamientos importantes por flexión o grietas diagonales, el comportamiento de muros con cualquier tipo de refuerzo es aproximadamente elástico y la diferencia entre las curvas en el primer ciclo y en ciclos posteriores es pequeña. Después del agrietamiento el comportamiento se caracteriza por una disminución de rigidez y resistencia tanto mayor cuanto más grande es la deformación máxima alcanzada en el ciclo; a tal disminución se le denomina deterioro (o degradación) y su magnitud depende esencialmente del modo de falla, de la estructuración, del tipo de pieza y de la carga vertical.

Cualitativamente, el comportamiento histerético cuando hay deterioro importante está caracterizado por una zona inicial de rigidez baja, correspondiente al periodo en que se cierran las grietas provocadas por las cargas en la dirección opuesta, posteriormente el muro recupera una rigidez aproximadamente igual a la del ciclo inicial en la zona agrietada, esto hace que, para una deformación dada, la carga en los ciclos posteriores sea menor que la que se tenía en el primer ciclo, aunque en general puede alcanzarse nuevamente la resistencia inicial para deformaciones mayores.

La variación en la curva ocurre esencialmente del primero al segundo ciclo, después del cual el deterioro progresa lentamente y la curva se estabiliza prácticamente en todos los casos después del sexto ciclo.

Cuando la falla es por flexión el deterioro es reducido. Si las deformaciones no son muy grandes (menores de 0.003 rad), aunque se exceda la carga de fluencia, las curvas en ciclos posteriores difieren poco de la inicial. Aún

cuando se entra ampliamente en la zona de fluencia, el deterioro no es excesivo,

la curva se estabiliza totalmente desde el segundo ciclo y prácticamente no hay reducción de resistencia. Solamente para deformaciones angulares grandes (del orden de 0.01 rad) y en muros con refuerzo interior se registró un deterioro de importancia (fig 4.2a). Esto se debe a una destrucción progresiva de la esquina de compresión por falta de confinamiento del material. En muros con castillos o marco exterior este deterioro no debe ocurrir si existen estribos suficientemente cerrados; no se han realizado ensayos para comprobar este último hecho.

La presencia de carga vertical que, como se ha visto, aumenta la resistencia y disminuye la ductilidad, da lugar a una disminución muy importante en el deterioro. La fig 4.2 ilustra como, para una deformación angular máxima de aproximadamente 0.01, el deterioro es importante en un muro sin carga vertical debido al fenómeno descrito, mientras que es muy limitado cuando el muro se encuentra sujeto a una carga vertical.

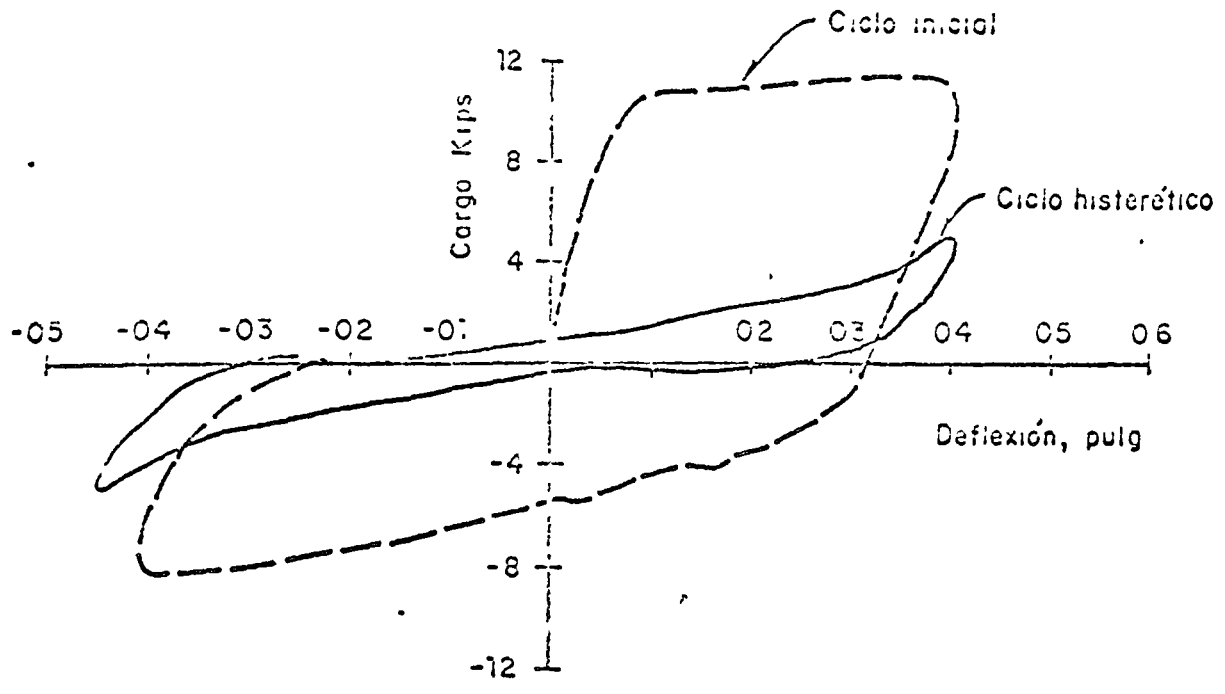
Para muros con falla por cortante el comportamiento histerético varía en forma importante según el tipo de estructuración.

Cuando los muros son de piezas huecas con refuerzo interior, el deterioro es muy fuerte después del agrietamiento diagonal y la curva se estabiliza lentamente y solo para resistencias y rigideces muy bajas. El deterioro ya es de consideración en el tramo entre la carga de agrietamiento y la máxima (deformaciones en

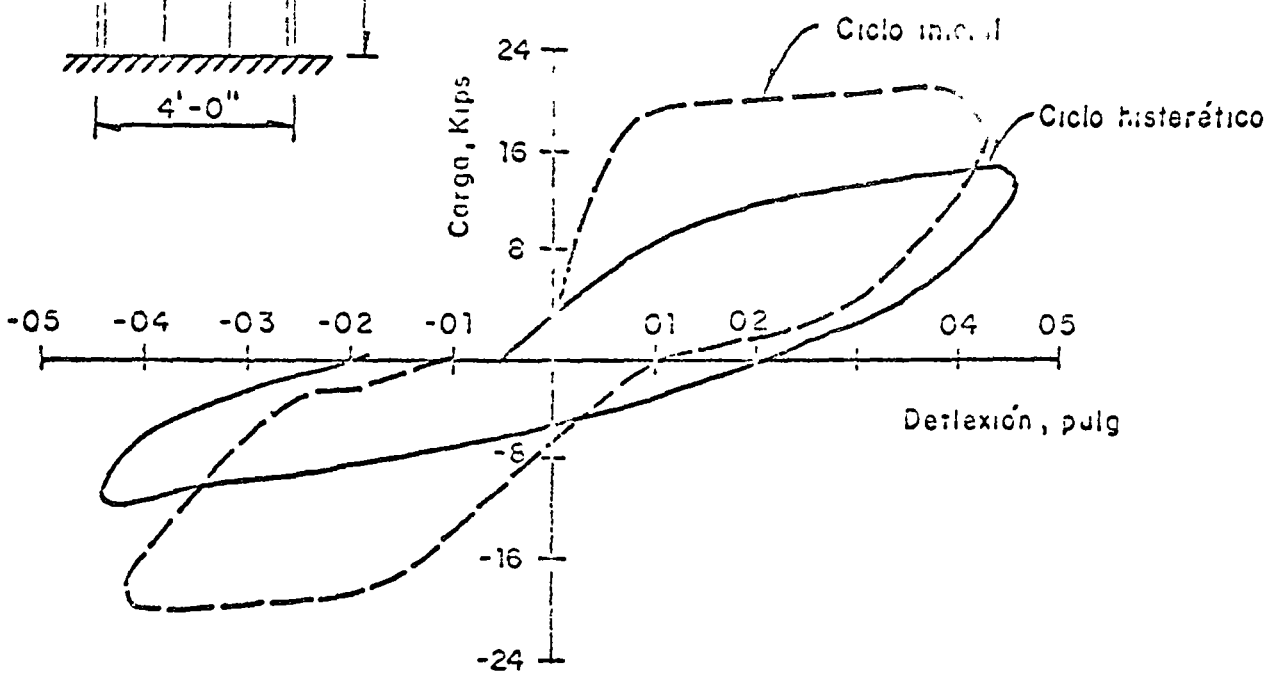
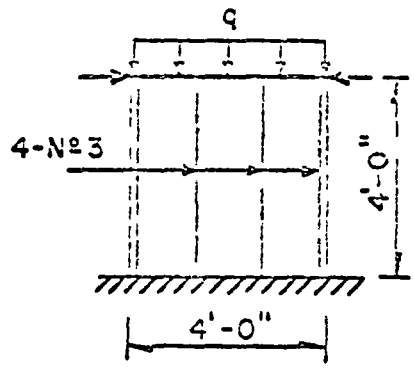
tre 0.001 y 0.003), pero cuando se excede la carga máxima (deformaciones del orden de 0.005) el deterioro es casi total. Para las cantidades de refuerzo usuales, el incremento en la cantidad de refuerzo no parece mejorar apreciablemente la situación, mientras que la existencia de carga vertical sobre el muro produce un confinamiento que reduce en forma notable el deterioro, fig 4.4. Las razones principales del deterioro son la progresiva destrucción de las esquinas del muro y el desprendimiento de las paredes de las piezas huecas.

Para muros con castillos o con marcos débiles, el comportamiento es menos desfavorable que en el caso anterior, debido a que el muro se encuentra confinado; el deterioro es bastante reducido en la zona entre la carga de agrietamiento y la máxima; sin embargo, para deformaciones entre 0.003 y 0.005, la grieta diagonal penetra en las esquinas del castillo y esta zona se destruye progresivamente por la repetición de las cargas alternadas.

Cuando el marco exterior es robusto y tiene la suficiente resistencia en cortante en sus esquinas para impedir que la grieta diagonal se prolongue en el marco y para hacer que esta cambie a una dirección menos inclinada, de manera que se forme el mecanismo descrito en la sección 3.3, el deterioro es mucho más reducido que en los casos anteriores. Pueden alcanzarse deformaciones hasta de 3% sin un deterioro excesivo y sin que se afecte la capacidad del muro, de manera que, si se aumenta la deformación, puede alcanzarse nuevamente la resistencia inicial, (fig 4.6). Lo anterior es cierto solo para muros de piezas macizas, ya que si las piezas son huecas ocurren, para deformaciones grandes, desprendimientos y fallas locales que hacen que el muro se deteriore rápidamente

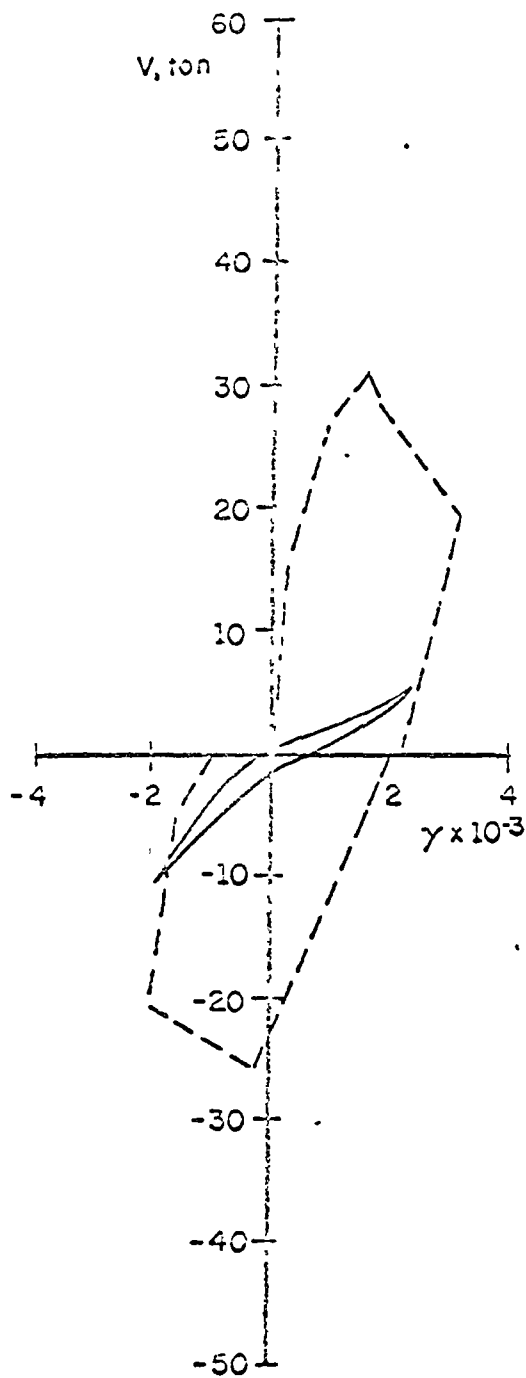


c) Muro sin carga vertical

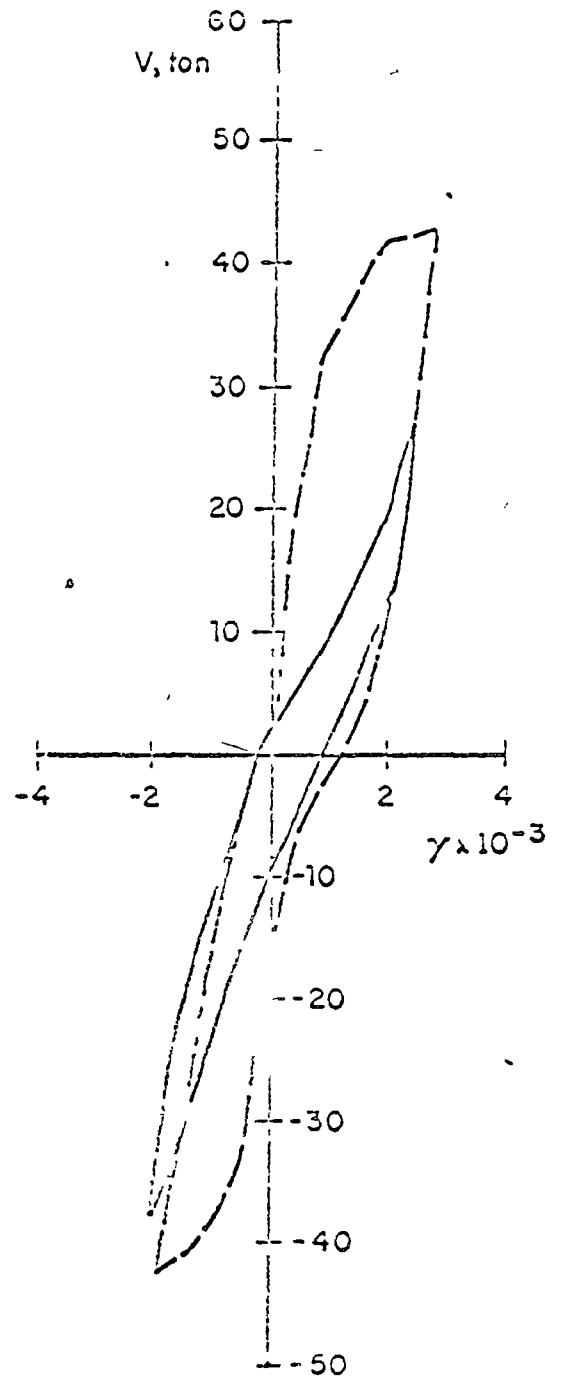


b) Muro con carga vertical, q = 125 psi

Fig 4.2 Efecto de la carga vertical en el deterioro. Falia por flexión; de la ref 19



a) Sin carga vertical



b) Carga vertical (Esfuerzo de compresión 45 kg/cm^2)

Fig 4.4 Efecto de la carga vertical en el deterioro Ensayes en voladizo. Muros con refuerzo interior. Falla de cortante¹

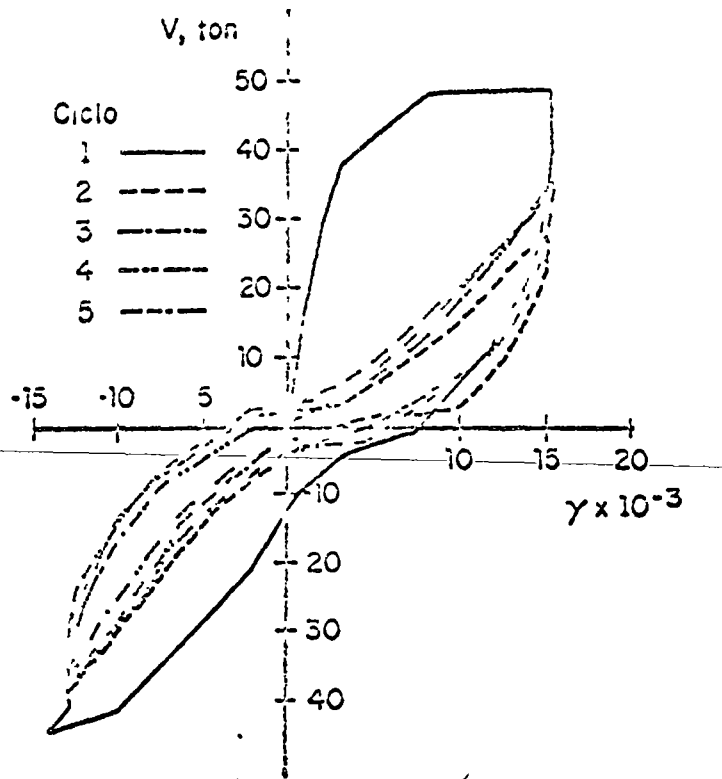


Fig 4.6 Comportamiento histeretico de muro con marco⁶

Análisis por cargas laterales

En la mayoría de los casos las estructuras de mampostería son de poca altura y admiten simplificaciones radicales de su comportamiento que dan lugar a métodos de análisis muy simples. Para estructuras importantes sin embargo, se justifica buscar una mejor aproximación y para esto hay que recurrir a métodos que son más elaborados que los usuales para estructuras aperticadas. Se pretende proporcionar aquí simplemente un bosquejo de los métodos de análisis mas adecuados y principalmente indicar la forma en que deben valuarse las propiedades elásticas que intervienen en el análisis.

En estructuras con muros largos en relación con su altura, la rigidez depende esencialmente de las deformaciones de cortante y, para su cálculo, puede emplearse el área bruta del muro y el módulo de rigidez determinado en ensayos de compresión diagonal, valores del módulo de rigidez y de elasticidad para casos típicos se consignan en la tabla 5.1.

El efecto de refuerzo exterior en la rigidez puede despreciarse. En cuanto al refuerzo interior, puede considerarse una área transformada del muro incluyendo el efecto del colado en el interior de los huecos.

Cuando todos los muros tienen iguales características y no hay torsiones importantes, la fuerza cortante que toma cada muro es proporcional a su longitud y por lo tanto el esfuerzo cortante promedio es constante; se llega así al método simplificado de diseño sísmico, en el que solo se pide revisar que la fuerza cortante sísmica de diseño no exceda la resistencia de diseño igual a la suma de longitudes de muros en la dirección considerada multiplicada por el esfuerzo cortante promedio resistente.

En estructuras con muros más esbellos, es necesario tomar en cuenta las deformaciones de flexión, para lo cual deberá considerarse el momento de inercia de

la sección transformada y el módulo de elasticidad de la mampostería. Para el momento de inercia convendrá considerar la sección total cuando existen cargas verticales altas sobre el muro que impiden la aparición de tensiones y la sección agrietada cuando esto no ocurra.

En los métodos de análisis el problema principal es el de considerar en forma adecuada la continuidad entre los diferentes elementos, en particular las restricciones que los sistemas de piso imponen a las deformaciones de los muros. El considerar a los muros como voladizos independientes, como es práctica usual, lleva a sobrestimaciones de los momentos flexionantes en los muros y a errores en las distribuciones de fuerzas cortantes entre los distintos muros. Existen métodos aproximados, como el del marco equivalente, que consiste en idealizar el muro como una columna de momento de inercia y área equivalente, los cuales dan resultados aceptables en la mayoría de los casos. La forma más confiable es la de recurrir a análisis por elementos finitos en que cada muro es representado por un elemento con condiciones de frontera adecuadas. Existen distintos programas estándar para este fin.

Para los muros diafragma el método más apropiado es el de la diagonal equivalente en que el muro se sustituya por una diagonal de rigidez equivalente y el conjunto se analiza como una armadura.

Resistencia

Se presentarán en esta sección procedimientos para la evaluación de la resistencia de muros de mampostería ante diferentes acciones; las expresiones están planteadas de manera que puedan emplearse directamente en el diseño.

Flexocompresión en el plano del muro

Se ha comprobado que las hipótesis usuales para la determinación de la resistencia en flexocompresión son aplicables a los muros de mampostería con refuerzo interior o exterior. Las incertidumbres que existen en el proceso del diseño de estos elementos justifican el empleo de consideraciones aproximadas como las descritas en 3.3, las cuales dan lugar a que el momento resistente pueda determinarse como

$$M_R = M_o + 0.28 Pd' \quad \text{si } P \leq P_o/3$$

$$M_R = (1.5 M_o + 0.14 P_o d) (1 - P/P_o) \quad \text{si } P \geq P_o/3$$

Cortante

La fuerza cortante que resiste el muro se valúa en función del esfuerzo cortante promedio resistente determinado a través de un ensaye de compresión diagonal en un murete.

La tabla 5.1 consigna valores de esta variable, determinados a partir de los ensayes realizados, con el criterio de que la probabilidad de que no sean alcanzados sea pequeña.

La resistencia de muros que actúan como diafragma y para los cuales por tanto son representativos los resultados de compresión diagonal puede determinarse como

$$V = 0.8 v^* A$$

en que

A es el área transversal del muro y v* el esfuerzo cortante de diseño.

Cuando la relación de longitud, L, a altura, H, del muro es mayor que uno, la relación anterior debe corregirse multiplicándola por el factor

TABLA 5.1 VALORES DE DISEÑO DE LAS PROPIEDADES DE LA MAMPOSTERÍA

Tipo de pieza	Mortero tipo *	f_m^* en kg/cm^2	v^* en kg/cm^2	E^* en kg/cm^2	G^* en kg/cm^2
Tabique recocido $f_p^* \geq 40 kg/cm^2$	I	15	4.5	6,000	3,000
	II	15	4.0	6,000	3,000
	III	15	3.5	6,000	2,000
Bloque de concreto tipo pesado $f_p^* \geq 50 kg/cm^2$	I	30	5.0	20,000	5,000
	II	25	4.0	15,000	4,000
	III	25	4.0	15,000	4,000
Tablón de concreto $f_p^* \geq 35 kg/cm^2$	I	20		10,000	4,000
	II	15		8,000	3,000
	III	15	2.0	8,000	3,000
Tabique extruido huecos verticales $f_p^* \geq 120 kg/cm^2$	I	40	3.0	20,000	6,000
	II	35	2.5	15,000	5,000
	III	30	2.0	15,000	4,000
Tabique extruido panel o rejilla $f_p^* \geq 120 kg/cm^2$	I	40	4.5	20,000	6,000
	II	35	4.0	15,000	5,000
	III	30	3.5	15,000	4,000
Tabique Silico Calcareo $f_p^* \geq 150 kg/cm^2$	I	50	5.0	30,000	9,000
	II	40	4.5	25,000	8,000
	III	35	4.0	20,000	7,000

f_p^* resistencia en compresión de la pieza

f_m^* resistencia en compresión de la mampostería

v esfuerzo cortante medio resistente de la mampostería

Todos los esfuerzos sobre área bruta

Morteros Tipo I 1:0:3 Cemento-cal-arena $f_b \geq 150 kg/cm^2$
 Tipo II 1:1/2:4 1/2 Cemento-cal-arena $f_b \geq 70 kg/cm^2$
 Tipo III 1:1:6 Cemento-cal-arena $f_b \geq 40 kg/cm^2$

$$\frac{0.5}{1 - 0.5 H/L}$$

Para muros de carga o de cortante se propone la expresión

$$V = 0.5 v^* A + 0.3 P \leq 1.5 v^* A$$

basada en los ensayos de muros en voladizo; el factor de proporcionalidad con la carga vertical, P , es conservador con respecto al promedio de los encontrados experimentalmente. De acuerdo con los ensayos realizados no puede asegurarse el incremento de la resistencia con la carga axial si esta es muy alta, por lo tanto se limita el esfuerzo cortante resistente a tres veces el que se tiene sin carga vertical.

En cuanto al efecto del refuerzo, hay evidencia de que la contribución de castillos o columnas exteriores a la resistencia es despreciable, para los tamaños comunes.

Para asegurar un comportamiento dúctil del muro y evitar un deterioro considerable, hay que revisar que la resistencia en cortante de las columnas en sus extremos evite la propagación de la grieta diagonal del muro. Una forma conservadora de asegurar lo anterior consiste en hacer que la suma de la resistencia de las dos columnas en sus extremos sea igual a la fuerza cortante actuante de diseño. La contribución del concreto a la fuerza cortante resistente puede calcularse como

$$V_c = \sqrt{f'_c} b d \quad \text{en kg/cm}^2$$

y la contribución del acero con las expresiones usuales para vigas.

El efecto del refuerzo en el interior de las piezas huecas es importante, pero no se ha encontrado un procedimiento aceptable para la valuación de la contribución de esta variable.

Deformaciones admisibles

El agrietamiento de muros de mampostería con mucha frecuencia rige el diseño de estructuras a base de marcos de concreto o acero, ya que limita las deformaciones angulares que pueden sufrir los entrepisos.

Los resultados de esta investigación indican que las deformaciones angulares admisibles en la mampostería son mucho menores de los que usualmente se consideran. Muros de piezas frágiles y de relativamente alta resistencia se han agrietado a deformaciones tan bajas como 0.0003 y el promedio de la deformación de agrietamiento ha sido del orden de 0.001.

Por otra parte cabe pensar que en las construcciones existen holguras que hacen que las deformaciones que realmente sufre un muro sean menores que las que se obtienen del análisis, por lo tanto podrán tomarse como admisibles valores ligeramente mayores que los obtenidos experimentalmente.

Se propone que se limiten las deformaciones angulares en muros a 0.0015 si el muro es de piezas huecas y a 0.002 si es de piezas macizas.

Hay que recordar que las deformaciones deben revisarse para las cargas sin reducción por ductilidad, debido a que las deformaciones en el sistema elástico y en el inelástico equivalente son en general del mismo orden.

Recomendaciones generales

Las recomendaciones siguientes se refieren a la estructuración de las construcciones, a los materiales y el refuerzo, a los detalles y procedimientos constructivos, y se derivan de la observación de daños causados por algunos temblores recientes y de los estudios experimentales.

Debe proporcionarse un sistema resistente en dos direcciones ortogonales; es

te requisito obvio no siempre se cumple, especialmente en casas habitación, es frecuente que los elementos resistentes estén alineados en una dirección y que en la normal a ella exista un número muy reducido de muros con grandes aberturas para puertas y ventanas. En cada dirección deberá proveerse una densidad adecuada de elementos para resistir las fuerzas sísmicas.

La distribución de elementos resistentes debe ser aproximadamente simétrica para evitar problemas de torsiones en planta que aumenten las fuerzas laterales en los muros; esto debe cuidarse especialmente en las construcciones de varios niveles.

Los sistemas de techo y entrepiso deben ser capaces de transmitir las fuerzas laterales a los elementos que tengan resistencia en la dirección de la acción sísmica. Esta condición no se cumple en techos de vigas o armaduras no contraventeadas en su plano, las cuales empujan directamente sobre los muros transversales y provocan fuerzas importantes perpendiculares a los planos de dichos muros, causando frecuentemente su falla por volteamiento. El contravento del techo, la colocación de una dala de remate perimetral, la liga entre muros transversales y el anclaje de los muros en su cimentación son factores que eliminan este problema.

La falla por efecto del sismo actuando sobre la masa misma del muro en dirección normal a su plano ocurre con frecuencia en bardas y muros no restringidos en su extremo superior. Es importante por lo tanto proporcionar un anclaje apropiado a la cimentación y elementos verticales resistentes. En muros apoyados en sus cuatro extremos, la falla por empuje normal al plano es poco frecuente, pero puede presentarse si se emplean morteros muy pobres (por ejemplo los morteros a base de lodo para pegar adobes) o si se llenan solo parcialmente las juntas (como es usual en algunos lugares para bloques de concreto).

La presencia de aberturas en los muros provoca concentraciones de esfuerzos que favorecen la formación de las grietas diagonales. Es conveniente que exista un refuerzo continuo en la periferia de los huecos.

Es muy importante que los muros estén confinados con castillos y dadas perimetrales; se favorece así la continuidad entre muros transversales y entre muros y sistemas de piso, pero sobre todo, estos elementos proporcionan un confinamiento que da cierta ductilidad al comportamiento de la mampostería, reduciendo drásticamente el riesgo de colapsos totales.

El refuerzo en el interior de piezas huecas aumenta la resistencia y da cierta ductilidad, aunque no se considera igualmente efectivo que el confinamiento exterior.

Debe evitarse el empleo de piezas muy frágiles, como son las de altos porcentajes de huecos y paredes delgadas, porque esto propicia fallas bruscas y deterioros graves y muy rápidos.

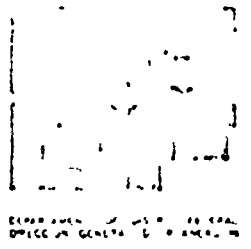
En cuanto a los muros contenidos en marcos, puede aprovecharse su rigidez siempre que se construyan de piezas que no sean frágiles y se revise que las deformaciones de la estructura no excedan las que acepta el muro. De lo contrario es preferible separar los muros de los marcos, aunque esto constructivamente no es simple, ya que hay que evitar en el muro fallas por volteamiento.

Los marcos que contienen muros que trabajan como diafragma deben estar adecuadamente reforzados para evitar fallas por concentraciones de esfuerzos después de que se agrieta el muro. Deberán reforzarse por cortante las esquinas y proporcionar confinamiento al concreto mediante acero longitudinal y estribos.

En muros rodeados por marcos es particularmente grave que el muro no sea

de toda la altura del entrepiso y deje pequeños tramos de columnas libres. Esto provoca grandes concentraciones de fuerzas en esos tramos que, por su relación de esbeltez, fallan por cortante en forma muy grave. Este caso se ha presentado por ejemplo en decenas de escuelas en temblores recientes.

PROPUESTA DE REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL D.F.



Artículo 198 Elección del tipo de análisis

En estructuras con altura superior a 60 m deberá emplearse el análisis dinámico que describe el artículo 201. En todos los demás casos, incluso el que se describe a continuación, serán aplicables el método estático que describe el artículo 200 o los dinámicos del artículo 201.

Es aplicable al análisis de edificios el método simplificado que se describe en el artículo 199 cuando se cumplen simultáneamente los siguientes requisitos:

i) En cada planta, al menos 75 por ciento de las cargas verticales es soportado por muros ligados entre sí mediante losas corridas. Dichos muros deberán ser de concreto, de mampostería de piezas macizas o de mampostería de piezas huecas que satisfagan las limitaciones que establezca el Departamento del Distrito Federal en las normas complementarias.

ii) En cada nivel existen al menos dos muros perimetrales de carga paralelos o que forman entre sí un ángulo no mayor de 20 gra-

dos, estando cada muro ligado por las losas antes citadas en una longitud de por lo menos 50 por ciento de la dimensión del edificio, medida en las direcciones de dichos muros.

III) La relación de largo a ancho de la planta del edificio no excede de 2.0, a menos que, para fines de análisis sísmico, se pueda suponer dividida dicha planta en tramos independientes cuya relación de largo a ancho satisfaga esta restricción y cada tramo resista según el criterio que marca el artículo 199.

IV) La relación de altura a dimensión mínima de la base del edificio no excede de 1.5, y la altura del edificio no es mayor de 11 m.



DEPARTAMENTO DE PLANEACIÓN Y DESARROLLO URBANO
DIRECCIÓN GENERAL DE PLANEACIÓN

Artículo 199 Método simplificado de análisis

Se hará caso omiso de los desplazamientos horizontales, torsiones y momentos de volteo y se verificará únicamente que en cada piso la suma de las resistencias al corte de los muros de carga, proyectadas en la dirección en que se considera la aceleración, sea cuando menos igual a la fuerza cortante total que obra en dicho piso, calculada según se especifica en el inciso I del artículo 200, pero empleando los coeficientes sísmicos reducidos que se indican en la tabla siguiente, debiéndose verificar en dos direcciones ortogonales.

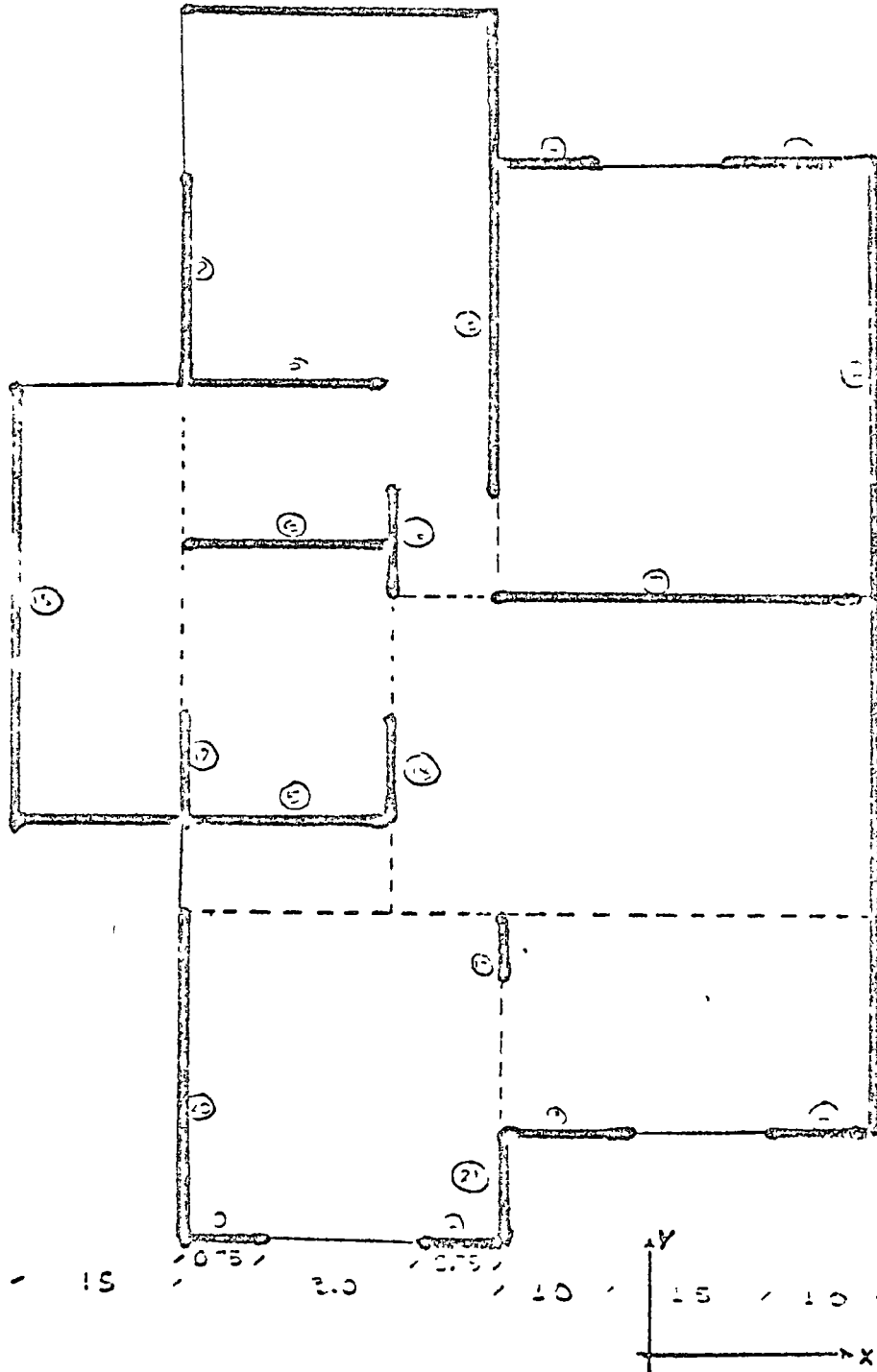
COEFICIENTES SISMICOS REDUCIDOS PARA EL METODO SIMPLIFICADO

Zona	Altura de la construcción		
	menor de 4m	entre 4 y 7m	entre 7 y 11 m
I	0.05	0.05	0.05
II	0.07	0.08	0.09
III	0.07	0.09	0.12

En este cálculo, tratándose de muros cuya relación de altura entre pisos consecutivos, h , a longitud, L , exceda de 1.33, la resistencia se reducirá afectándola del coeficiente $(1.33 L/h)^2$.

APLICACION DEL METODO SIMPLIFICADO DE DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE MAMPOSTERIA

DATOS



altura de piso a techo 2.35 m

Planta tipo de una construcción de dos niveles la cual se quiere revisar para ver si es capaz de resistir las cargas verticales y los movimientos sísmicos.

ESPECIFICACIONES

Material: Tabique rojo recocido unido con mortero con proporcionamiento 1:1:6
cemento, cal, arena.

Cargas

Tipo de ANALISIS	Por cargas Verticales	Por Sismo	Tipo de carga
AZOTEA +	350	350	Muerta
	100	40	Viva
	450	390	TOTAL
PLANTA +	325	325	Muerta
	300	110	Viva
	625	425	TOTAL
MUROS *	450	450	TOTAL

+ Por metro cuadrado

por
nivel

Area Construida = 73.5 m²

* Por metro de longitud

Long. de muros = 46.7 m

Peso total de la estructura

a) Para análisis por cargas verticales

$$P_v = [73.5 (450 + 625) + 450 (93.5)] \doteq 121000 \text{ kgs.}$$

$$P_v = 121 \text{ ton}$$

b) Para análisis por cargas laterales

$$P_a = 73.5 (390 + 425) + 450 (93.5) \doteq 102000 \text{ Kg}$$

$$P_a = 102 \text{ ton}$$

Factor de carga

Sismo 1.1

Carga vertical 1.4

Edificación situada en zona de alta compresibilidad

CONSTANTES

- 4 $f_m^* = 10 \text{ kg/cm}^2$
- 5 $v^* = 3 \text{ kg/cm}^2$
- 6 p_{min} ; para considerar a los muros como confinados

ANALISIS SISMICO

- 7 $c = 0.09$
- 8 $V = V_x = V_y = c P_d = 0.09 \times 102 \doteq 9.2 \text{ ton}$
- 9 $V_u = 1.1 V \doteq 10 \text{ ton}$

10 REVISION

Resistencia al corte

11 $V_R = F_R (0.5 v^* A + 0.3 P_d) \leq (1.5 v^* A) F_R$

12 Revisión preliminar por cargas laterales

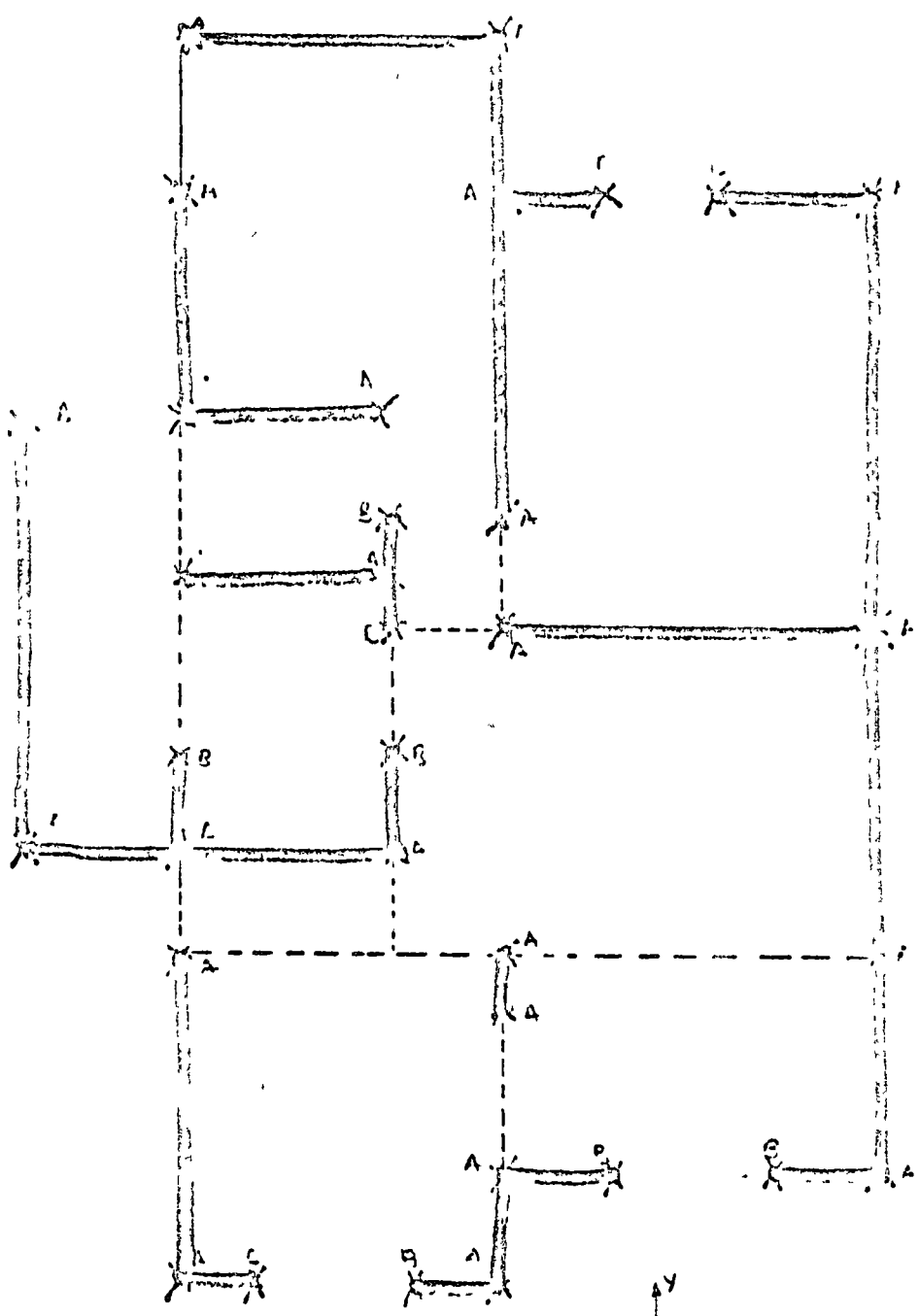
Se tomarán para la dirección X los muros 5, 6, 7, 8 y 11; la longitud total de muro es de 1 400 cm y el área de $14 \times 1\ 400 = 19\ 600 \text{ cm}^2$

$$V_{RX} = 0.6 (0.5 \times 3 \times 19\ 600) = 17\ 600 > V_X$$

En la dirección Y los muros 12, 13, 14, 15 y 20 se tomarán para el cálculo de resistencia; tiene una longitud total de 2 100 cm y un área de $21\ 000 \times 14 = 291\ 400 \text{ cm}^2$

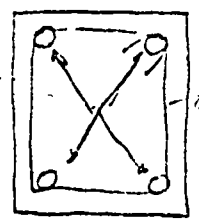
$$V_{RY} = 0.6 (0.5 \times 3 \times 291\ 400) = 262\ 200 > V_Y$$

colocación de castillos



4#2.5

34



E#2@20

Castillo Tipo

34

Localización de Castillos (x)

EJEMPLO 1 - COMENTARIOS

1 Aplicable a estructuraciones que cumplen los requisitos del capítulo 3

2 Carga vertical que multiplicado por el factor de carga debe ser resistida
por los muros

3 Carga que se distribuye entre los diferentes muros según su área tributaria
y que servirá para calcular el incremento de la resistencia al corte de cada muro

4 Valor tomado de la tabla del capítulo 2.4.1c; considerando que no se tie
nen datos de ensayos.

5 Valor tomado de la tabla del capítulo 3.3; considerando que no tienen
datos de ensayos

6 Porcentaje de refuerzo mínimo en los muros, según 4.5.1

7 Por las características de la construcción, puede aplicarse el artículo 199
del Capítulo XXXV, Diseño por Sismo, del Reglamento de Construcciones para el
D. F. El valor del coeficiente sísmico se obtiene de la tabla 2 de dicho artículo;
en este caso para una construcción de altura mayor a 4 m y menor que 7 m en zo
na de alta compresibilidad (III) ,

8 Como es el mismo tipo de estructuración en las direcciones X y Y, el coe
ficiente sísmico, y por tanto el cortante, serán iguales en ambas direcciones

9 Con esta carga se calculará la fuerza cortante sísmica actuante que se com
parará con la resistente

10 El artículo 199 del Cap. XXXV dice que el cortante resistente será igual a
la suma de las resistencias al corte de los muros en la dirección de análisis; si el
muro tiene una relación de altura de entrepiso a longitud mayor a 1.33, la resis-

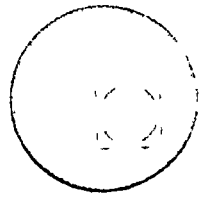
tencia se reducirá afectándola por el coeficiente $K = (1.33 L/h)^2$

11 Cortante resistente de la mampostería, según inciso 3.3

12 Se efectuará una revisión del lado de la seguridad para cada dirección, tomando solo los muros con relación $h/L < 1.33$ (que no reducen su capacidad al corte) y además tampoco se tomará en cuenta la contribución de la carga vertical a la resistencia al corte; por lo que la expresión del cortante resistente queda expresada como $V_R = F_R (0.5 v^* A)$. Si con estas condiciones se cumple que $V_R > V$ no hay necesidad de efectuar un cálculo más preciso



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO ANTISISMICO DE ESTRUCTURAS

**Diseño Antisísmico de Estructuras
de Acero**

Ing. Oscar de Buen

Synopsis

A method is presented for the determination of the behavior, in the plastic range, of multi-story steel frames under the combined action of vertical and horizontal loads. The method is applied to a study of the behavior of a frame, including the effect of composite action between girders and concrete slab. It is shown that the method can also be used to improve elastic designs of frames, and a discussion is included of the various factors which influence the behavior of steel multi-story frames under seismic forces.

Nomenclature

A	=	area of member
E	=	elastic modulus
I	=	column strong axis moment of inertia
I_c	=	girder strong axis moment of inertia
L_g	=	girder span length
M_g	=	bending moment
M	=	plastic moment
M^p	=	reduced plastic moment
M^{pc}	=	restraining moment
P^r	=	applied axial force
P	=	axial yield force = $A_x \sigma_y$
Q_y	=	shear resistance of sway subassemblage or story
h	=	story height
h/r	=	slenderness ratio
Δ	=	subassemblage of story sway deflection
P- Δ	=	secondary story moment
θ	=	joint rotation
λ	=	shear distribution coefficient
σ_y	=	yield stress of material

* Research Professor of Civil Engineering, National University of Mexico, Mexico City, Mexico

Introduction

A method for the plastic analysis and design of unbraced multi-story steel frames is presented in the first part of this paper. These frames depend only on their own strength and stiffness for supporting lateral loads and to avoid overall instability.

The purpose of the method is to check the girder and column sizes established in a preliminary design, in order to know if they are able to resist the action of the exterior loads or if they have to be strengthened (methods available to make the preliminary design will not be discussed here, because they have been described in the literature; see, for instance, refs 1 and 2); it is suited only for those stories of tall buildings whose design is controlled by the combination of vertical and horizontal loads.

The method is also useful to check elastic designs with the aim of exploring the behavior of the structures in the elastoplastic range and to determine their correct strength, stiffness and capacity to absorb energy.

Checking of the preliminary design is done by drawing the horizontal load-lateral deflection curve of the structure. To obtain this curve it is assumed that the horizontal loads are gradually applied to the structure, after the application of the complete vertical load (it is assumed that the complete vertical loads, multiplied by the load factor corresponding to the combination of vertical and horizontal loads, are first applied, and afterwards the horizontal loads are gradually applied until they reach their final values, multiplied also by the same load factor). The curve is plotted taking into account the $P-\Delta$ effect, due to the action of the vertical loads on the deflected columns.

The knowledge of the complete horizontal load-sway deflection relationship provides the designer with all the information he needs on the behavior of the structure, because the curve permits him to determine the maximum story strength or the strength corresponding to a given value of the sway deflection. It provides, also, a measure of the structure's ductility and energy absorption capacity.

The members selected from the preliminary design will be adequate if the load-deformation behavior of the structure is satisfactory; if a revision of member sizes is necessary, the first analysis will assist in the selection of the new members, and the second stage is carried through.

The method that will be employed for the construction of the horizontal load-sway deflection curve has been developed mainly at Lehigh University. Nevertheless, it has only been presented, until now, in a form which requires using a set of charts to plot the curves^{3,4}, and it is not useful when the parameters of the structure lie outside the range covered by the charts.

This paper follows basically the Lehigh method, but the procedure used to plot the lateral load-sway deflection curves is modified in such a way that the charts are no longer necessary. The numerical work required to solve a given problem is, at the same time, considerably reduced, with little loss of accuracy in all cases of practical interest⁵.

The second part of the paper is devoted to the application of the method to the design of a story of a multi-story frame and to the discussion of the behavior of the structure under several conditions.

Description of the design method

In this paper will be presented only the main features of the procedure to be followed to obtain the lateral load-sway deflection curves; a more detailed description has been presented elsewhere⁵.

In order to simplify the method and to make it applicable to every-day design problems no attempt will be made to derive the complete frame lateral load-sway deflection curve (or $Q-\Delta$ curve), but to obtain the $Q-\Delta$ curve for each story independently; following this procedure it is possible to design any story without taking into consideration the rest of the frame, and in practical problems it is generally not necessary to check every story against sway, but only some of them, suitably chosen. Además, de esta manera se obtiene el factor de ductilidad de cada entrepiso.

The first step consists of the isolation of the story which is going to be designed, including the girders of the n^{th} floor and the columns below them, by cutting through the inflection points of these columns and substituting the columns above with the bending moments, axial forces and shears that they transmit to the joints in the n^{th} floor. Fig 1 shows diagrammatically the simplified structure, the loads acting upon it and the corresponding deflections: the columns between floors $n-1$ and n and the girders at the n^{th} floor are then to be designed to resist all the forces shown in the figure.

The following assumptions will be made

1. Story heights above and below the n^{th} floor are equal to each other
2. Inflection points in columns above and below the floor in question lie at mid-height of the stories
3. The shear distribution constants λ_A , λ_B , etc, are the same for both stories
4. Column axial loads remain constant during the application of the horizontal load.

The soundness of these assumptions is discussed in ref 3.

Further simplifications in the design procedure are obtained by dividing the structure shown in fig 1 in several individual subassemblages, each one composed by a column and the girder or girders adjacent to it. The four sway subassemblages at the n^{th} floor of the frame shown in fig 1 are shown in fig 2, in which it is assumed, as in the rest of the paper, that the lateral load is applied from left to right.

The structure shown in fig 1 has been reduced to four sway subassemblages; each of these has only one column which must resist the lateral load, aided by the girders rigidly connected to its upper end; these girders act as res training members and allow the column to adopt a lateral load resisting con

figuration.

To establish the behavior of each subassemblage under increasing lateral load it is first necessary to obtain a solution for the restrained column shown in fig 3. The restraining characteristics of the girders, shown in fig 3 as a spring, are assumed to be known and independent of the magnitude of the horizontal load (the restraining characteristics of real girders do change under increasing horizontal load, because they are affected by the successive formation of plastic hinges in the structure; the restraining characteristics of girders and procedures to evaluate them will be discussed afterwards); the column can then be analyzed to obtain the relationship between the horizontal load acting on it and the lateral displacement of its upper end, including the effect of the $P-\Delta$ moment.

Equations 1 and 2 are derived from equilibrium conditions at the top of the column of fig 3, assuming conservatively that M_{n+1} is equal to M_n and using the slope-deflection equations to relate the column rotations and deflections with their geometry and moments acting upon it⁵:

$$\frac{\Delta}{h} = \frac{M_r h}{12EI_c} + \theta \quad (1)$$

$$Q = \frac{M_r}{h} - P \frac{\Delta}{h} \quad (2)$$

M_r is the restraining moment at the column top and I_c is the moment of inertia of the column.

To arrive at eq (1) has been assumed that the column behaves elastically; also, that its bending stiffness does not change under increasing axial load. Neither assumption is strictly true, but studying the $M-\theta$ curves of part III, ref 6, it can be seen that in the range $P/P_y \leq 0.6$ and $h/r \leq 60$ the column behavior can be idealized as linearly elastic until $M = M_{pc}$ without important loss of accuracy (M_{pc} is the reduced column plastic moment, computed with due consideration of its axial load); also the column has an adequate rotation capacity. If $h/r < 40$ it can be assumed that the foregoing conditions are met until $P/P_y = 0.8$ and, according to ref 3, for $h/r \leq 40$ the axial load effects in the columns are small, and can be neglected for practical calculations. Most of the columns of practical importance are then in the range in which eq (1) applies.

When M_r and θ are known, Δ/h is computed from eq (1), and Q from eq (2) and one point of the $Q-\Delta$ curve can be plotted. The complete curve will be known if it is possible to compute every value of M_r and Q in the complete process of loading.

The initial value of M_r is a function of the geometric and elastic properties of the adjacent girders whose far ends are, in turn, restrained by the remaining members in the story. A practical design method can not incorporate the influence of all columns and girders in a story on the restraining characteristics of a joint, especially when the frame contains many bays. Accordingly, in this first stage it will be assumed that every joint in each story rotates the same amount (this assumption simplifies considerably the calculations and it is sufficiently accurate for design purposes; a similar

assumption permits the development of approximate methods for elastic analysis of multi-story frames and is frequently used?).

When the horizontal load is first applied, the bending moments in both ends of each girder are equal to $(6EI_g/L_g) \theta$.

Horizontal-load bending moments superimpose on those due to vertical load and, as horizontal load increases while vertical load remains constant, the girder plastic moment is eventually reached at a critical section and a plastic hinge develops there. As further horizontal load is added, this plastic moment value is maintained while the section rotates and moments increase elsewhere; eventually a second plastic hinge is formed, and the process continues until the structure becomes a mechanism.

The above process can be divided into several stages; the first one begins with the initial horizontal load application and ends with the formation of the first plastic hinge. Then begins the second stage, which ends with the formation of the second plastic hinge. The last stage ends with the formation of the plastic hinge which transforms the subassemblage into a mechanism, because the subassemblage ultimate load is then reached. Assuming that the structure behaves elastically between pairs of successive plastic hinges, to plot the subassemblage complete horizontal load-sway deflection curve is only necessary to find the points which correspond to the formation of every plastic hinge and to connect them by straight lines, taking the shears Q as ordinates and the displacements Δ (or the ratios Δ/h) as abscissas.

Restraining moments M_r and the angle θ corresponding to the formation of every plastic hinge must be computed, and the column strength must be checked in order to see if it is sufficiently large to resist the moments that the girders apply to it; if the column moment M_{pc} is smaller than the sum of the girders end moments the plastic hinge will form at the column top and the girders will not develop their ultimate load capacity.

After the last plastic hinge has formed, the $Q-\Delta$ curve becomes the curve corresponding to the rigid-plastic mechanism: a descending straight line which starts in the point corresponding to the last plastic hinge, whose equation is $Q = M_r/h - (P/h) \Delta$.

The equation of the rigid-plastic mechanism curve being known, the complete subassemblage horizontal load-sway deflection curve can be plotted (see ref 5 for a thorough description of the procedure).

Fig 4 shows the mechanism corresponding to a windward subassemblage and to an interior one, a possible sequence of plastic hinges formation and sketches of both $Q-\Delta$ curves.

The total shear resistance of the story is the sum of the shear resistances of the individual sway subassemblages in the story, and the load-deflection curve of the story is determined by graphically combining the subassemblages curves.

The sequence of plastic hinge formation in the story can also be determined, because the sway deflection and the θ angle corresponding to every

plastic hinge are known.

Employing the horizontal load-sway deflection curve of the story it is possible to determine the maximum value of the shear force which can be resisted by the story, the shear force corresponding to the formation of the collapse mechanism or the shear force corresponding to a given value of the sway deflection Δ ; the latter value is important in earthquake resistant design because the lateral deformations of building frames must be maintained below such limits as permitted by partitions and other nonstructural elements in order to avoid damages under working seismic disturbances.

Members sizes selected from the preliminary design, which were the basis for the computations leading to the subassemblages and to the story $Q-\Delta$ curves, are adequate if the maximum shear strength of the story is equal or larger than the factorized earthquake horizontal load and if, simultaneously, the lateral deflections under working horizontal loads are admissible.

Examples

The method described can be applied in the plastic design of building frames. It can also be used for reviewing elastic designs, in order to determine the structure behavior in the plastic range and to obtain its true safety factor against failure. The method also gives a measure of the structure's energy absorption capacity, providing the designer with all the information he needs to make an overall plastic design or to improve the original elastic design, obtaining an adequate and constant safety factor in every story of the building.

The results of the application of the method to the story located between stories 11 and 12 of a 20-story building frame will now be presented. The building is under seismic forces computed by static methods, corresponding to a base shear coefficient of 4 percent, with accelerations which grow linearly from zero at the base of the building to a maximum at the top. The load factors considered were equal to 1.7 for vertical loading only and to 1.3 for vertical and horizontal loads acting simultaneously.

Fig 5 shows the dimensions of columns and girders in the story and the loads acting on them, multiplied by 1.3.

The frame to be studied is an interior one; other frames are located 6 m from it and the floor is a 10 cm concrete slab; the strength of the concrete is $f_c = 140 \text{ kg/cm}^2$.

The preliminary design was done twice, plastically and elastically. The plastic design used the method described in ref 2 including, approximately, the $P-\Delta$ effect. The elastic design followed conventional approximate methods. In both cases the AISC 1963⁸ specification was followed. The results arrived at are shown in table 1, columns 2 and 4, and are identified as structure I (plastic design) and II (elastic design). I shapes were employed in girders and H shapes in columns, made by welding together three ASTM A36 steel plates (yield point 2530 kg/cm^2). Plate dimensions were always chosen in order to get shapes able to develop plastic hinges and to sustain, under constant M_p moment, the rotations which are necessary to form the collapse

mechanism.

In order to maintain the story horizontal displacement below a prescribed value (0.003 times the story height) it was necessary to increase the elastically designed members (structure II) beyond the sizes which were computed from strength considerations only.

Both structures were revised according to the method described in the first part of this paper. Results are shown in fig 6, curves IA and IIA. Both curves were obtained by considering only the strength and stiffness of the steel members, beams and columns, without taking into account the concrete slab influence on the structure's behavior.

By comparing these curves it is apparent that structure I (plastically designed) has neither strength nor stiffness adequate to resist the horizontal earthquake load. This is probably due to having assumed too small a displacement Δ in the preliminary design and to the neglect of compatibility conditions at that stage. Structure II has an ultimate strength considerably greater than needed (its load factor is 1.96, against 1.3), but its stiffness under working load is smaller than required (the allowable displacement of 0.003 times the story height takes place under a horizontal shear equal to 38.4 ton, and the seismic design shear is 49.1 ton). Structure II weighs 28.6 percent more than structure I (table 1).

The amount of energy absorbed in the inelastic range is, in both cases, the influence of the concrete slab is considered. To arrive at these curves, girder stiffnesses were increased up to the stiffness of a section composed by the steel shape and the concrete slab (following a common practice in reinforced concrete structures, the moment of inertia of the section was computed considering the uncracked slab section), and the M_p moment was raised to the ultimate moment of the composite section at every place where the bending moment was such that compression took place at the top of the section; the composite section properties were computed as recommended in refs 8 and 9.

The concrete slab influences the frame behavior in two ways, both favorable; first, the increase in girder stiffness produces a diminution in the value of the θ angles through which the column tops rotate and a corresponding reduction in the values of displacements Δ (see eq 1), thus increasing the overall strength of the structure to resist horizontal loads; second, the strength of the structure is also increased because of ultimate moments in some sections of the beams are increased.

By recognizing that girders and slab work as a composite section more economic designs are obtained and, besides, a more realistic description of the behavior of the structure is arrived at. For instance, it is usual to increase, more or less arbitrarily, the moment of inertia of the girders when computing the sway displacements of a frame, invoking the additional stiffness due to the girder-slab interaction, but it is clear that the increase in stiffness is accompanied by an increasing in the bending moment resistance in some sections of the girders, which can originate changes in the positions of the plastic hinges. Neglect of this effect can introduce important differences between the assumed and the actual behavior of the

several times greater than the energy absorbed in the elastic range (for curve II it is about 65 times greater)

Curves IB and IIB, Fig 6, depict the behavior of structures I and II when

frame. Moreover, results arrived at by connecting slab and girders are uncertain, except when the connecting elements are designed to resist the complete shear force which develops between them.

Fig 7a shows the sequence of plastic hinge formation for structure I, considering only the steel members, and fig 7b shows the sequence for the same structure when the composite action between slab and girders is taken into account. In the first case, every plastic hinge that is necessary for the formation of the collapse mechanism appears in the girders. In the second case plastic hinges appear at the top of both interior columns because their strengths, large enough to resist the maximum moments applied to them by the bare girders, are insufficient to take the maximum moments corresponding to the composite action. The story shear resistance can be increased by reinforcing both intermediate columns, in order to cause the plastic hinges again to develop in the girders; results are shown in table 1, column 3, and in fig 5, curve IC.

Even when taking into account the slab-girder composite action the strength and stiffness of structure I is found to be inadequate. By reinforcing the interior columns enough strength is attained, but the working load deflections are still excessive (curves IB and IC, fig 6).

The load factor of structure II grows to 2.24 when considering composite action, and its strength corresponding to the maximum allowable displacement ($0.003 h$) increases to 64.2 ton, greater than the working earthquake shear force (curve IIB, fig 6). The maximum capacity to absorb energy is in every case much greater than the elastic capacity.

(Design seismic shears have not been modified when the frame stiffness changes because it has been computed statically.)

By comparing curves IC and IIB, fig 6, it is seen that it is impossible to obtain, for this particular example, a structure which satisfies both strength and stiffness requirements simultaneously; structure I, with interior columns reinforced, can resist a maximum shear force of 64.2 ton, practically equal to the design shear force (63.9 ton), but the relative displacement between floors above and below the story in question, due to working seismic load, is equal to $0.0078 h$, much greater than the allowable displacement, while structure II has a correct stiffness but has a much greater strength than the factorized seismic shear force. It is thus impossible to adjust it to obtain the necessary strength without reducing its stiffness below the correct value.

The optimum solution lies between the two cases studied, but to keep the working load displacements below the maximum allowable value it is necessary to adopt an structure with ultimate strength appreciably greater than that needed.

The above discussion confirms an already known and interesting point relative to the behavior of steel building frames under seismic loads: their strength is generally very satisfactory but they are in most cases too flexible. Their design is ordinarily controlled by deformation considerations and not by their strength. Hence, in order to achieve economic structures it is

generally convenient to provide them with x-bracing or shear walls in order to obtain adequate rigidity so that wind and moderate earthquakes do not cause expensive nonstructural damage, and to assign to the tough steel structure the task of resisting exceptionally intense earthquakes.

Summary

A method has been presented for determining the behavior of multi-story steel frames under the action of constant vertical loading and increasing horizontal loading, from the beginning of the application of the horizontal loads to the failure of the frames, because of the formation of a collapse mechanism with plastic hinges. The method is simple enough and sufficiently accurate to be used in routine design problems.

In cities where code does not permit use of plastic design, the method provides the necessary tools for reviewing the member sizes obtained elastically and can be used to improve the original elastic design, making a better use of the material employed.

It also allows easy modification of girder depths (for instance, one bay of a frame can be designed for resisting only vertical loading, if the rest of the story can resist the complete horizontal load), and this can be very useful when there are special architectural or functional requirements.

The method permits also to include the composite slab-girder action, and this leads to more economic and rational structures. When beams and columns are encased in concrete, the additional rigidity and strength can also be incorporated.

The method makes clear the inconvenient behavior of frames whose members do not have adequate rotation capacity. It also brings out the advantages of employing structural shapes with low width-thickness ratios in structures to be constructed in seismic areas, instead of using beams with very thin webs or trusses, even if such members appear to be very efficient from an elastic point of view.

Acknowledgments

The writer wish to express his thanks to Emilio Rosenblueth for having critically read the manuscript and made valuable suggestions.

References

1. Driscoll, G. C., Jr., et al., "Plastic Design of Multi-Story Frames-Lecture Notes", Lehigh University, 1965
2. de Buen, O., "Un método para el análisis y diseño plástico de marcos de acero para edificios de varios pisos", Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, México, D. F., 1966
3. Daniels, J. H., & Lu, L. W., "The Subassemblage Method of Designing Unbraced Multi/Story Frames", Fritz Engineering Laboratory Report 273.37, Lehigh University, 1966

4. Daniels, J. H., & Lu, L. W., "Design Charts for the Subassemblage Method of Designing Unbraced Multi-Story Frames", Fritz Engineering Laboratory Report 273.54, Lehigh University, 1966
5. de Buen, O., "A Modification to the Subassemblage Method of Designing Unbraced Multi-Story Frames", submitted for publication in the AISC Engineering Journal, American Institute of Steel Construction
6. Parikh, B. P., Daniels, J. H., & Lu, L. W., "Plastic Design of Multi-Story Frames-Design Aids Booklet", Lehigh University, 1965
7. Rosenblueth, E., "Slenderness Effects in Buildings", Proc. ASCE, Vol 91, ST1, Feb 1965
8. "Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings", Manual of Steel Construction, 6th, Ed., AISC, New York, 1963
9. "Structural Steel Design", L. Tall, Editor, The Ronald Press, 1964

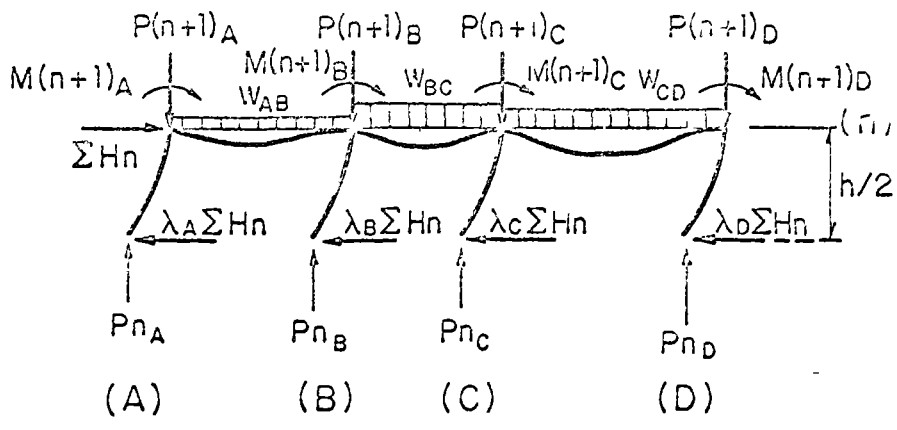


Fig 1 Reduced portion of level n

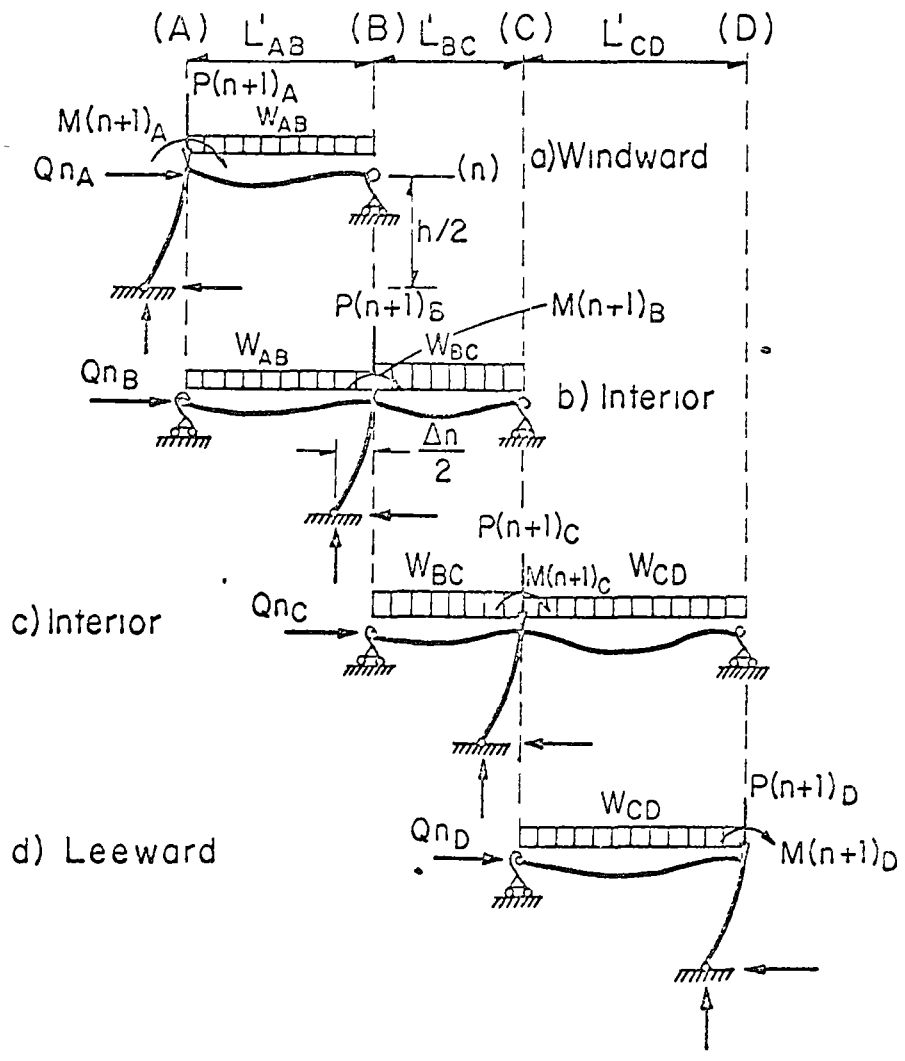


Fig 2 Sway subassemblages at level n

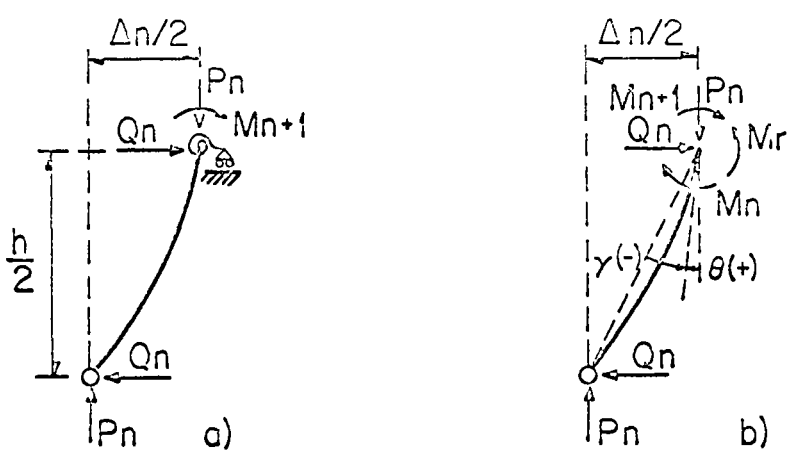


Fig 3 Restrained column

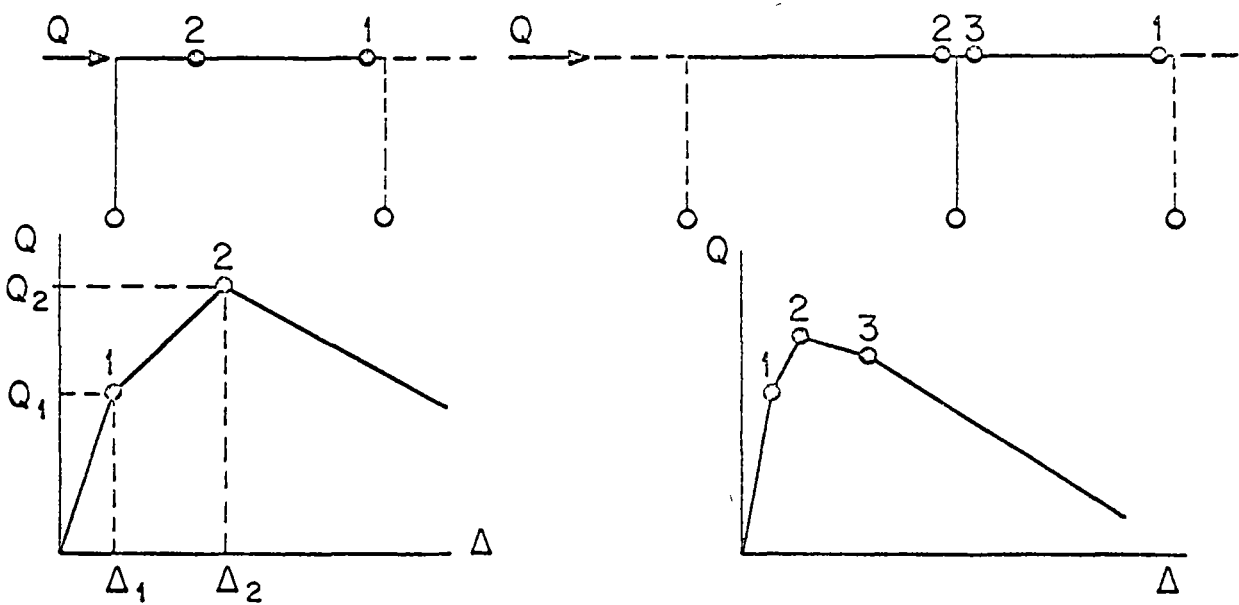


Fig 4 Mechanisms and Q-Δ curves

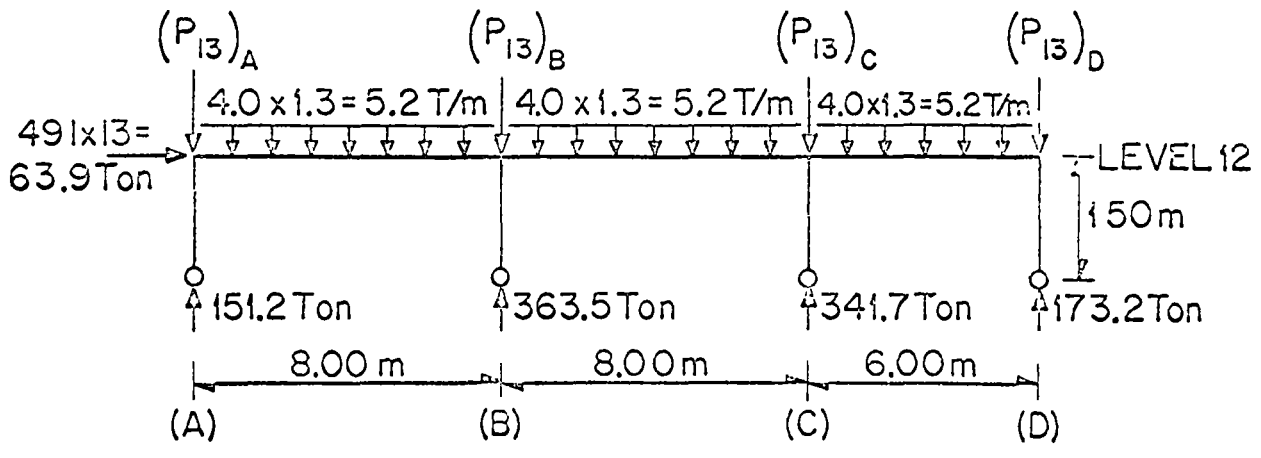
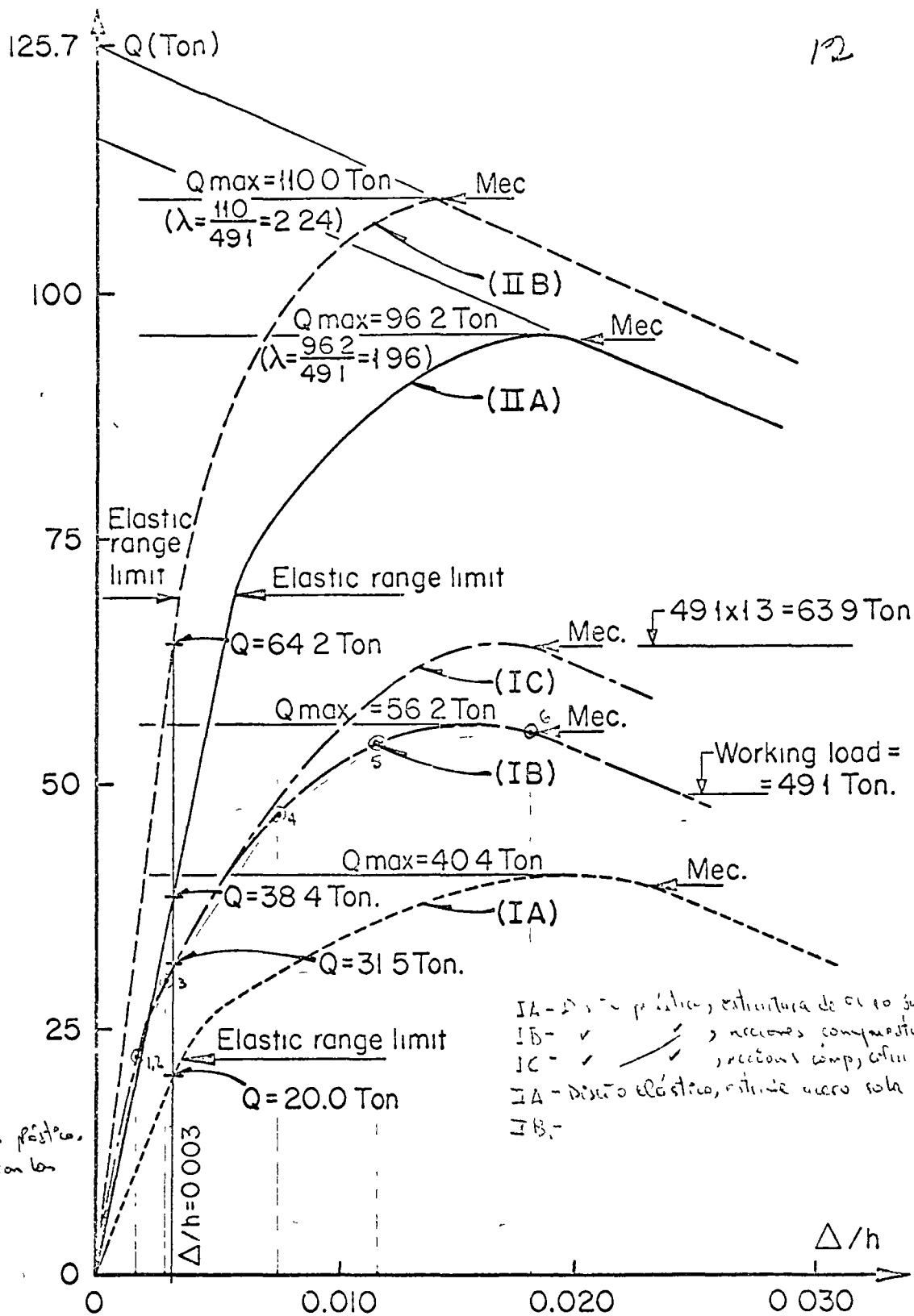
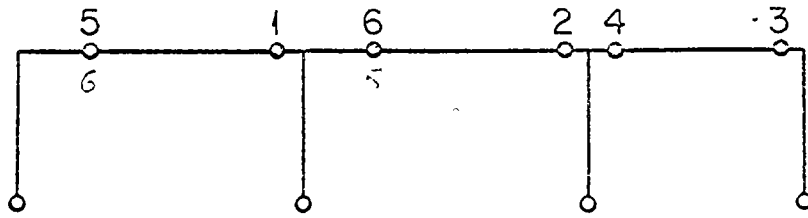


Fig 5 Frame analyzed in examples

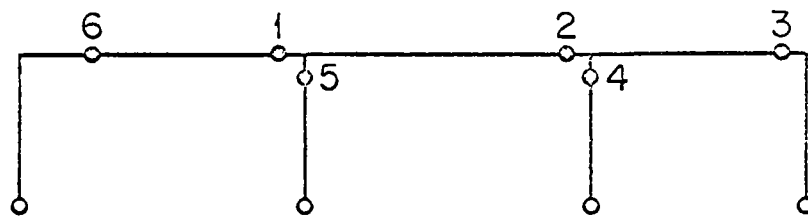


© Articulaciones plásticas,
 los w^0 coinciden con los
 de la Fig. 7b)

Fig 6 Load deflection curves for the examples



a) Steel structure alone (curve IA)



b) Composite structure (curve IB)

Fig 7 Sequence of plastic hinge formation in structure 1

(1)	(2)	(3)	(4)
	STRUCTURE I (curves IA and IB)	STR. I REINFORCED (curve IC)	STRUCTURE II (curves IA and IB)
GIRDERS	16" x 8" x 70 kg/m	16" x 8" x 70 kg/m	18" x 12" x 98 kg/m
COLUM. A, D	10" x 10" x 109 kg/m	10" x 10" x 109 kg/m	12" x 12" x 132 kg/m
COLUM. B, C	14" x 14" x 180 kg/m	14" x 14" x 198 kg/m	16" x 16" x 215 kg/m
WEIGHT	3200 kg	3310 kg	4120 kg

Table 1

DISEÑO ANTISISMICO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

INTRODUCCION

OSCAR DE BUEN

Quando se diseña y construye adecuadamente una estructura en una región sísmica se pretende que sea capaz de resistir temblores moderados frecuentes, de los que pueden presentarse varias veces durante su vida útil, sin sufrir daños y permaneciendo dentro del intervalo elástico (excepto, quizá, en zonas muy localizadas); bajo la acción de temblores de mayor intensidad puede presentarse flujo plástico localizado y daños de pequeña importancia, fácilmente reparables, pero aún bajo el temblor más intenso probable ~~la estructura no debe fallar~~ la estructura no debe fallar, evitando así pérdida de vidas, ni sufrir daños estructurales excesivos. Más todavía, se espera que la estructura sobreviva ~~los~~ temblores algo más intensos que los más severos que es probable que ocurran durante su vida útil, aunque sufra ^{daños y} deformaciones ^{así como} muy grandes ^{desplazamientos} permanentes importantes que requieran reparaciones costosas (las probabilidades que se mencionan se basan en el conocimiento de los temblores que haya habido con anterioridad en la zona ~~de la estructura~~ y en la vida útil que se le asigna a la estructura).

Los análisis dinámicos muestran que no es económicamente posible construir edificios ni se puede explicar el comportamiento de estructuras reales suponiendo una respuesta exclusivamente elástica que permanezcan completamente elásticos durante temblores severos (se ha determinado la respuesta elástica teórica de edificios reales sometidos a la acción de temblores que han sido resistidos por ellos y se ha encontrado que esas estructuras estuvieron teóricamente sujetas a aceleraciones mucho mayores que las que realmente pueden resistir) ~~sin embargo~~ sin embargo, si los edificios se diseñan de manera que su estructura pueda entrar en el intervalo inelástico sin fallar, pueden sobrevivir fácilmente temblores importantes, pues cantidades relativamente pequeñas de flujo plástico hacen que las estructuras de acero sean capaces de absorber grandes cantidades de energía, mucho mayores que las que pueden atribuirse a un comportamiento lineal.

El fenómeno que acaba de mencionarse es de tal importancia que el diseño sísmico de los edificios usuales carece de sentido si se ignoran las consecuencias del comportamiento inelástico, ^{aunque} y en la práctica actual suele efectuarse el análisis con métodos puramente elásticos ^{se reducen} ~~pero reduciendo~~ los coeficientes sísmicos y las ordenadas de los espectros para tomar en cuenta los efectos del comportamiento inelástico.

DUCTILIDAD DE LAS ESTRUCTURAS Y SU IMPORTANCIA EN EL DISEÑO ANTISISMICO.

Una medida de la ductilidad de una estructura, es decir, de su capacidad de admitir deformaciones mayores que las correspondientes al límite de proporcionalidad sin fallar, es su "factor de ductilidad", definido como el cociente de la deformación máxima que puede admitir sin fallar entre la deformación correspondiente a su límite de proporcionalidad o de fluencia.

El factor de ductilidad de cualquier sistema estructural que tenga mas de un grado de libertad depende del tipo de sollicitación a que esté sometido y de la deformación que se elija para definirlo. Por ejemplo, en un marco rígido don cargas verticales y horizontales se obtienen dos factores de ductilidad completamente diferentes si se utilizan el desplazamiento vertical del centro del cabozal o el horizontal de los extremos superiores de las columnas.

Cuando se habla de factores de ductilidad de edificios se entiende, salvo en ~~casos~~, indicación en contra, ^{los} ~~en~~ que corresponden a la fuerza cortante entre dos pisos consecutivos y ^{a los} ~~el~~ desplazamiento relativos entre ellos. En general, cada entrepiso de un marco de varios niveles tiene un factor de ductilidad diferente del de los demás.

Dentro de los límites en que pueden predecirse las características de temblores futuros puede obtenerse un espectro de diseño razonable para sistemas elasto-plásticos teniendo en cuenta ~~(2)~~ que el desplazamiento espectral máximo del sistema elasto-plástico es prácticamente igual que el de un sistema elástico lineal que tenga el mismo periodo natural de vibración. En consecuencia, se puede obtener un espectro de diseño para una estructura elastoplástica dividiendo las ordenadas del espectro de respuesta del sistema elástico ~~y~~ entre el factor de ductilidad para el que se desee hacer el diseño. Por ejemplo, con un factor de ductilidad de 4_x ~~que corresponden a~~ se dividirían los valores espectrales elásticos entre 4 para obtener los elastoplásticos.

Otro criterio para diseñar sistemas inelásticos consiste en suponer que la energía de deformación correspondiente al desplazamiento máximo es la misma en el sistema elastoplástico que en el elástico (la energía de deformación es el área bajo la curva fuerza-desplazamiento desde el origen hasta el punto de desplazamiento máximo). Este

criterio lleva a obtener las ordenadas de los espectros elasto-plásticos dividiendo las de los elásticos entre $\sqrt{2\mu-1}$, donde μ es el factor de ductilidad, en vez de hacerlo entre μ .

Dadas las incertidumbres que hay en el análisis sísmico puede considerarse que los dos métodos arrojan resultados razonablemente cercanos para los valores de interés del factor μ (por ejemplo, para $\mu=5, \sqrt{2\mu-1}=3$). Cualquiera que sea el criterio que se utilice, la respuesta sísmica de un sistema elasto-plástico es inversamente proporcional al factor de ductilidad o a una función de él. La magnitud del factor de ductilidad que puede obtenerse en una estructura depende del material, de la complejidad y forma de la estructura, de la velocidad de aplicación de la carga, de la temperatura y de otros factores como son los tipos de conexiones entre los diversos elementos estructurales y la posibilidad de que se presente una falla prematura por inestabilidad. Por consiguiente, la ductilidad del material utilizado ^{no} constituye una indicación directa de la ductilidad de la estructura en conjunto.

El valor de μ adecuado para un diseño depende de la función de la estructura o elemento estructural, de los daños que puedan tolerarse y del número de veces que se espera que se presenten las solicitaciones de diseño. Si el propósito del diseño fuese simplemente evitar el colapso bajo una sola aplicación de carga podrían admitirse valores muy elevados de μ , del orden de 20, por ejemplo. Si, en cambio, se esperan muchas aplicaciones de la carga o si no se puede tolerar ningún daño, el elemento debe permanecer elástico, es decir, $\mu=1$. Los valores utilizados normalmente no exceden de 5 ó 6, lo que implica un flujo plástico considerable pero sin disminución apreciable de la resistencia para cargas futuras (8).

Una estructura reticular que tenga un comportamiento dúctil bajo cualquier condición de carga posee una gran capacidad de absorción de energía y proporciona un factor de ductilidad adecuado. Además, tiene la ventaja de ser hiperestática y capaz de admitir deformaciones locales considerables, de manera que cuando alguno de sus elementos se sobrecarga transfiere el exceso de carga a otros miembros, a través de la formación de articulaciones plásticas, ~~con lo~~ ^{con lo} que la estructura en conjunto ofrece resistencia en emergencias severas y su capacidad de carga no está limitada por la del elemento más débil en el intervalo elástico. El comportamiento de estructuras reales sometidas a

sismos ha mostrado, y la investigación y el análisis lo han confirmado, el valor de las estructuras reticulares dúctiles, de alto grado de hiperestaticidad, en la construcción de edificios altos en regiones sísmicas.

El acero estructural es un material eminentemente dúctil capaz de constituir, — principalmente utilizando uniones soldadas, estructuras hiperestáticas que llenan todas las condiciones mencionadas en los párrafos anteriores; es, por consiguiente, un material muy adecuado para la construcción de estructuras en zonas sísmicas siempre que su diseño y ejecución se efectúen en forma correcta, pues la ductilidad intrínseca del acero no garantiza que esa propiedad se conserve en la estructura en conjunto.

RECOMENDACIONES DEL REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES EN EL D.F. Se reproduce — aquí la parte del Proyecto de Reglamento de las Construcciones en el D. F. que se refiere a la influencia de la ductilidad en la respuesta sísmica de estructuras, considerando únicamente los casos de interés en estructuras de acero.

Reducción por ductilidad. Para fines de cálculo de fuerzas internas en la estructura el producto cW se dividirá entre el factor Q que se especifica a continuación. — Para el cálculo de deformaciones se usará el valor de cW sin reducción.

El factor Q podrá diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sea su clasificación y ductilidad en esas direcciones.

Valores del factor de ductilidad Q

Caso 1. El factor de ductilidad es 6 en construcciones con tipo de estructura — ción 1 si la resistencia es suministrada en todos los niveles exclusivamente por marcos no contraventeados de concreto reforzado o de acero con zona de fluencia definida, y se cumplen las siguientes condiciones:

a) Las vigas y columnas de acero satisfacen los requisitos correspondientes a — secciones compactas y sus juntas pueden admitir rotaciones importantes antes de fallar.

c) Los miembros sujetos a condiciones de carga que puedan provocar fallas frágiles, fallas por fuerza cortante, por torsión o por pandeo por compresión axial, entre otras, se diseñan con un factor de carga de 1.4 en lugar del 1.1 ^{especificado} ~~especificado~~ para — cargas accidentales.

e) A fin de lograr una distribución uniforme de la energía disipada por comportamiento inelástico, el promedio de los factores de seguridad para fuerza cortante en todos los entrepisos no podrá ser mayor que 1.25 veces el mínimo de dichos factores de seguridad.

f) En ningún entrepiso la contribución de un solo miembro o sección crítica a resistir fuerzas cortantes, torsiones de entrepiso o momentos de volteo se toma mayor que 0.35 de la fuerza o momento totales requeridos en el diseño para el entrepiso correspondiente. Tal limitación debe aplicarse localmente a cada zona de la estructura que no esté ligada al resto de ella por medio de diafragmas o elementos rígidos capaces de redistribuir las fuerzas o momentos citados entre los elementos que proporcionan la resistencia lateral.

(No se han reproducido los incisos que se refieren específicamente a estructuras que no son de acero)

Caso 2. El factor de ductilidad es 4.0 en construcciones con estructuración tipo 1 ó 2 si la resistencia en todos los niveles es suministrada exclusivamente por marcos no contraventeados de concreto, madera o acero con o sin zona de fluencia definida, contraventeados o con ~~muros~~ ^{muros} de concreto, en los que la capacidad del marco sin contar muros o contravientos es cuando menos 25 por ciento del total, y el promedio de los factores de seguridad para fuerza cortante en todos los entrepisos no es mayor que 1.5 veces el mínimo de dichos factores de seguridad. Además, debe satisfacerse el requisito f) del caso 1.

Caso 3. El factor de ductilidad es 2.0 para estructuraciones de los tipos 1, 2 ó 3 si la resistencia a fuerzas laterales es suministrada por marcos o ^{contraventeados, o no,} columnas, de concreto reforzado, madera o acero, o muros de concreto, que no cumplen lo especificado para los casos 1 y 2, o por muros de mampostería de piezas macizas confinados por castillos, dadas, columnas o trabes de concreto reforzado o de acero.

En la estructuración tipo 1 se incluyen los edificios en que las fuerzas laterales son resistidas por marcos no contraventeados cuya relación altura-base no excede de 5, en los que R_N es mayor que 0.1, siendo R_N el promedio, para todos los entrepisos

y en la dirección del análisis, de la suma de rigideces relativas (I/L , momento de inercia entre claro) de las trabes de cada nivel entre la suma de rigideces relativas de las columnas del entrepiso inmediato inferior, y la rigidez está distribuida de manera sensiblemente uniforme, tanto entre las distintas crujeas como entre los distintos marcos y pisos del edificio. Se considerarán también dentro de este tipo aquellos edificios cuya resistencia a fuerzas laterales se deba a marcos contraventeados entre cuyas trabes y columnas existe continuidad, si la relación altura total-base se no pasa de 2.0 (si el marco no está contraventado en todas las crujeas, al determinar este valor se tomará como base únicamente al ancho de la crujía o crujeas contraventeadas). Se incluyen también los edificios cuya resistencia lateral es proporcionada por muros de concreto o mampostería cuya relación altura-base no excede de 2.0.

Pertenece a la estructuración tipo 2 las construcciones cuya deformación ante fuerzas laterales sea esencialmente como la de una viga de flexión en voladizo (barridas y chimeneas, por ejemplo), así como los edificios en que las fuerzas laterales se resisten por muros de concreto o mampostería cuya relación altura-base sea mayor que 2, por marcos no contraventeados con relación altura-base mayor de 5 o en los que R_p , según se define al describir las estructuras tipo 1, sea menor que 0.1; por marcos contraventeados con relación altura-base mayor de 2, no siendo necesario que las trabes y columnas estén unidas en forma de asegurar la continuidad de momentos; o por la acción combinada de marcos y muros.

En el tipo 3 se incluyen las estructuras que tienen el 50 por ciento o mas de su masa en el extremo superior y que posean un solo elemento resistente en la dirección del análisis.

El factor de ductilidad mas alto, 6, se aplica fundamentalmente a construcciones previstas de marcos rígidos con alto grado de hiperestaticidad; toma en cuenta su gran capacidad de absorción de energía en el intervalo inelástico y la segunda línea de defensa proporcionada por la hiperestaticidad de la estructura.

Para que un marco rígido tenga el comportamiento dúctil correspondiente a ese el

vado factor de ductilidad deben poderse formar articulaciones plásticas en los extremos de las vigas que lo constituyen las que, además, deben ser capaces de admitir las importantes rotaciones plásticas asociadas con la redistribución de momentos en la estructura, sin que se produzcan fallas prematuras de tipo frágil, por cortante o inestabilidad. Además, la ductilidad y la seguridad de los entrepisos deben ser aproximadamente iguales en toda la altura del edificio, pues el exceso de resistencia en algunas plantas puede ocasionar serios problemas en las restantes, al obligarles a aceptar deformaciones y a absorber cantidades de energía que pueden estar por encima de su capacidad (muchos edificios altos tienen gran cantidad de muros divisorios no estructurales en toda su altura, excepto en la planta baja; si los muros están ligados a los marcos las plantas tipo tienen un considerable exceso de rigidez y resistencia, que hace que el primer entropiso tenga que absorber una cantidad de energía mucho mayor que el resto, ya que es el único que bajo la acción de un sismo se sale del intervalo elástico; la importancia de este fenómeno se demostró tanto en el temblor del 28 de julio de 1957, en la ciudad de México, como en el de Caracas de 1967, en los que los primeros tramos de columnas de muchos edificios como los descritos sufrieron daños muy severos, y aún el colapso).

El factor de ductilidad baja a 4 si la estructura está provista de marcos rígidos capaces de resistir como mínimo el 25 por ciento de las fuerzas sísmicas totales, aunque no se tomen precauciones especiales para aumentar la ductilidad de la estructura.

El tercer caso, en el que $Q=2$, es poco importante en estructuras de acero.

Todo lo que se acaba de mencionar indica la necesidad de diseñar las estructuras en Ductilidad del acero.- El acero es el más dúctil de ~~los~~ los materiales que se

emplean actualmente en la construcción; gracias a esa propiedad, es capaz de admitir grandes deformaciones, más allá del límite elástico, sin peligro de fractura.

Esta ductilidad es evidente de la observación de la Fig. 1 que muestra una gráfica

de esfuerzo-deformación obtenida en una prueba de tensión simple (para compresión) que permitan calcular, aunque sea en forma aproximada, los valores de los factores de ductilidad.

zonas sísmicas de manera que sea capaces de desarrollar un factor de ductilidad elevado y, además, métodos que permitan calcular, aunque sea en forma aproximada, los valores de los factores de ductilidad.

simple se obtiene una gráfica prácticamente igual), para un acero estructural A7.

La relación entre la deformación en el instante de la falla y la correspondiente al límite de fluencia, a la que se designa con el nombre de coeficiente de ductilidad, es del orden de 230, y la relación entre las deformaciones en la iniciación del endurecimiento por deformación y el límite de fluencia, del orden de 12.

En la Fig. D.2 aparece la parte de la gráfica que nos interesa fundamentalmente en el diseño de estructuras, correspondiente al mismo acero A7.

En el caso de vigas I sometidas a la acción de cargas concentradas en el centro del claro se han obtenido coeficientes de ductilidad promedio de 26, los cuales se reducen a 8 cuando a la viga se le sobrepone una carga axial igual a las tres cuartas partes de la carga lateral última.

Para marcos soldados, ensayados hasta la falla por carga vertical, estando impedidos los desplazamientos horizontales del cabezal, se han obtenido valores comprendidos entre 6 y 16. En la Fig. D.3, tomada de investigaciones realizadas en la Universidad de Lehigh, se muestran curvas carga-deformación obtenidas llevando hasta el colapso un marco soldado, de las dimensiones y sometido al sistema de cargas mostrado, puede observarse que el marco fué capaz de seguir soportando cargas muy cercanas a la última para deformaciones del doble de las existentes cuando se alcanzó esa carga última por primera vez, así como de absorber una gran cantidad de energía (la energía final que absorbió el marco fué 9 veces mayor que la que tenía cuando se alcanzó el límite elástico y alrededor de 3 veces mas grande que la correspondiente al instante en que se llegó a la carga última). El coeficiente de ductilidad del marco es del orden de 5 si lo determinamos tomando como base la flecha en el centro del cabezal y de 13 si lo calculamos basándonos en el movimiento lateral.

Debe hacerse notar que las gráficas de las Figs. D.1 a D.3 se han obtenido ^{por} ~~de~~ ~~medio~~ ~~de~~ experiencias llevadas a cabo a temperaturas ordinarias y cargando los especímenes en forma lenta.

Ahora bien, tanto la velocidad de carga como la temperatura tienen una influen

cia decisiva sobre el comportamiento del acero estructural. Un descenso de la temperatura ocasiona un aumento en el esfuerzo de fluencia del acero y una disminución de su ductilidad, efectos análogos a los producidos por un incremento en la velocidad de carga.

Por consiguiente, ambos fenómenos tienden a hacer que el comportamiento del acero deje de ser dúctil para convertirse en frágil. De hecho, muchas fracturas frágiles han sido iniciadas por cargas de impacto, y ese tipo de fallas se presentan, en la mayor parte de los casos, en estructuras sujetas a temperaturas muy bajas.

Los estados de esfuerzo triaxiales también afectan profundamente el comportamiento del acero; ~~en efecto,~~ cuando los tres esfuerzos principales tienden a igualarse, el esfuerzo cortante máximo tiende a cero, y puesto que el flujo plástico, característico del comportamiento dúctil, sólo puede ocurrir en presencia de esfuerzos cortantes, ~~no será posible cuando existan~~ ^{no ya} esfuerzos triaxiales iguales, de tensión o compresión; en ese caso, el acero se comportará en forma frágil, aún a temperaturas ordinarias.

En el diseño de estructuras de acero en general, y más aún cuando vayan a construirse en zonas sísmicas, deben tenerse en cuenta esos factores, ya que si se olvidan, pueden llegar a ocasionar, en circunstancias desfavorables, la pérdida de la ductilidad del acero, y producir, ~~por consiguiente,~~ estructuras poco adecuadas para el trabajo a que van a estar destinadas.

~~En la referencia 1 se indica que las estructuras de concreto reforzado deben tener un coeficiente de ductilidad mínimo de 4, para poder resistir los temblores de mayor intensidad probables en la costa oeste de los Estados Unidos; puede verse que, de acuerdo con los datos de que se dispone, los marcos continuos de acero, soldados, sobrepasan ampliamente ese valor.~~

5.- Redistribución plástica de momentos. - Un factor que capacita a los marcos rígidos de acero ~~para~~ ^{para resistir} cargas mucho mayores que las calculadas de acuerdo con la teoría elástica es la redistribución de momentos que se presenta cuando se alcanzan en dis

tintas secciones los valores de las solicitaciones que ocasionan la formación de articulaciones plásticas en ellas; para incrementos adicionales de carga se presentan rotaciones bajo momento constante en las articulaciones plásticas, sobrecargándose los elementos de la estructura sometidos inicialmente a solicitaciones menores, -- hasta que se produce el colapso de la estructura bajo cargas que, en marcos bien -- diseñados y de elevado grado de hiperestaticidad, pueden ser considerablemente mayores que las ~~elásticas~~ elásticas de trabajo. La formación y rotación sucesiva de las -- articulaciones plásticas va acompañada, además, por una absorción considerable de -- energía.

La capacidad de los perfiles laminados de acero estructural de soportar rotaciones considerables bajo momento constante, así como la redistribución de momentos -- que, debido a ese fenómeno, se presenta en las estructuras hiperestáticas, capacitan ^{resistir} ~~las~~ para tomar cargas mucho mayores que las que ^{resistirían} ~~tomarían~~ si su comportamiento fuese elástico hasta el colapso, han sido demostradas ampliamente ^{por medio} ~~através~~ de un -- gran número de experiencias, de laboratorio, las que han arrojado resultados que -- ^{conducen} ~~conducen~~ perfectamente con los obtenidos analíticamente, basados en la suposición de un comportamiento elasto-plástico perfecto del acero, de acuerdo con la gráfica esfuerzo-deformación idealizada de la Fig. Q.4.

A continuación discutiremos algunos resultados experimentales, basándonos en datos presentados en la ~~literatura~~ ^{literatura}.

Las Figs. Q.5 y Q.6 ~~muestran~~ muestran las características propias de la formación de una articulación plástica. La primera de ellas es una curva $M - \phi$ (momento - - curvatura) típica, obtenida de una viga cuya porción central esté sometida a flexión pura, y ~~muestra~~ muestra que el momento plástico se alcanza al plastificarse la sección transversal correspondiente. La línea punteada es la curva idealizada y la línea -- llena corresponde a los resultados obtenidos experimentalmente. Las distribuciones de esfuerzos teóricas (de acuerdo con la teoría plástica simple) correspondientes a diferentes etapas de la flexión se muestran en la Fig. Q.5 (b), y en la Q.5 (c) -- aparecen las distribuciones de esfuerzos determinadas experimentalmente. (Los núme-

ros indicados en distintos puntos de la curva experimental corresponden a las etapas en que se presentan las diversas distribuciones de esfuerzos). Como puede verse de la curva, la sección transversal efectivamente se plastifica, y el momento flexionante correspondiente a esa condición es el momento plástico, obtenido de la ecuación $M_p = \sigma_y Z$.

La Fig. 2.6 representa los resultados obtenidos para una condición de carga -- mas común, que produce un momento flexionante variable a lo largo de la viga. En este caso, y en todos en los que se presenta esa variación del momento, la deformación tiende a concentrarse en el punto de aplicación de la carga, que es ^{donde} ~~el punto~~ -- ~~en el que~~ el momento flexionante es máximo. Debido a que la deformación plástica es mas localizada, se alcanza la región de endurecimiento por deformación con deflexiones pequeñas, lo que ^{hace} ~~da lugar~~ que la viga tienda a desarrollar un momento mayor que el plástico. En la figura se muestran dos curvas carga-deformación teóricas, con y sin incluir los efectos del endurecimiento por deformación, así como los resultados obtenidos experimentalmente (estos últimos, con líneas continuas). Como consecuencia un resultado del endurecimiento por deformación, hay un aumento en la capacidad de carga de la viga, para deformaciones considerablemente mayores que las de fluencia. La disminución en la ^{resistencia} ~~capacidad de carga~~ que se presenta después de grandes rotaciones en la articulación plástica central se debe, en el ensayo que estamos describiendo, a pandeo local de los patines, seguido de un pandeo lateral de conjunto.

Por consiguiente, y aunque su efecto se desprecia en la teoría plástica simple, el endurecimiento por deformación mejora la capacidad de las vigas para ^{resistir} ~~soportar~~ momentos.

Las Figs. 2.7 y 2.8 muestran el efecto de la redistribución de momentos en la capacidad de carga de estructuras hiperestáticas.

En la 2.7 se ^{indican} ~~muestran~~ a) las condiciones de carga, b) la ^{configuración deformada del} ~~elástica~~ ^{eje}, c) el diagrama de momentos, d) la curva carga-deformación y e) y f), las ^{relaciones} ~~curvas~~ momento-curva para una sección cerca de los extremos y para la sección central, respectivamente.

Las cuatro etapas consideradas son: ~~las siguientes~~

Etapas 1.- Se alcanza el límite elástico.

- 2.- Acaban de formarse las articulaciones plásticas en los extremos de la viga.
- 3.- Se alcanza la carga última teórica.
- 4.- La deformación ha continuado a través de un desplazamiento adicional arbitrario.

En el ^{intervalo} ~~tramo~~ elástico (etapa 1) la viga se comporta tal como se supone en la ~~teoría~~ ^{elástica,} y el momento en el centro es igual a la mitad de los momentos en los extremos (Figs. 11.7 c, e y f). Al acercarse los momentos de los empotramientos al momento plástico, la curvatura ϕ crece más rápidamente en esas secciones, iniciándose la formación de una articulación plástica (Fig. 11.7 e), lo que da lugar a que los momentos adicionales debidos a incrementos en las cargas se distribuyan entre los extremos y el centro de la viga en proporciones diferentes a las existentes durante el comportamiento elástico. Efectivamente, mientras que la viga es elástica el incremento de momento en el centro, debido a un aumento de la carga, es igual a la mitad del incremento de los momentos en los extremos; en cambio, después de que se forman articulaciones plásticas en éstos, la casi totalidad del aumento de momento se presenta en el centro, mientras que el incremento en los extremos es muy pequeño (Figs. 11.7 e y f). Este es el proceso conocido como redistribución de momentos.

Al plastificarse sus extremos, la viga se vuelve más flexible de lo que era originalmente (Fig. 11.7 d), y cuando se alcanza la etapa 3 (carga última) su ~~capacidad~~ ^{resistencia} ~~momento~~ está prácticamente agotada. De aquí en adelante, la viga simplemente se deforma como un mecanismo, con rotaciones en las articulaciones plásticas de los extremos y del centro, mientras que el diagrama de momentos flexionantes permanece inalterado.

~~Es importante que~~ la redistribución de momentos se presenta por la formación de articulaciones plásticas y permite a la estructura alcanzar y, en general, exceder, la carga última predicha por la teoría plástica simple.

Esta propiedad de los perfiles de acero de mantener un momento resistente constante en secciones en las que se presentan rotaciones importantes es la base de los métodos de análisis y diseño plástico, los que han alcanzado un desarrollo notable en los últimos años, y pueden aplicarse en la actualidad no solo a estructuras de pocos pisos, sino también a marcos rígidos, contraventeados o no, de cualquier número de niveles. Estos métodos proporcionan una idea mucho más realista del comportamiento de las estructuras que la que se obtiene utilizando ~~los métodos de resistencia~~ métodos elásticos convencionales, que son incapaces de investigar lo que sucede por encima del límite de elasticidad.

Originalmente el diseño plástico se aplicó a vigas continuas y a marcos rígidos de uno o dos pisos; en las primeras la fuerza normal es despreciable o nula, y las cortantes no hacen que disminuya significativamente ni el momento plástico ni la capacidad de rotación de los perfiles de acero; en las columnas de los segundos hay fuerzas normales de poca intensidad, de manera que aunque su momento plástico resistente disminuye con respecto al correspondiente a flexión ^{pura} ~~pura~~ la capacidad de rotación se mantiene prácticamente sin cambio.

No sucede lo mismo en las columnas inferiores de marcos de muchos pisos pues la elevada fuerza axial que hay en ellas reduce drásticamente su capacidad de rotación, y una de las premisas fundamentales de la teoría plástica simple deja de ser cierta: el momento resistente total de un nudo no es necesariamente igual a la suma de las resistencias de las barras que concurren en él, pues es posible que alguna de éstas empiece a perder capacidad de carga cuando las demás no han alcanzado todavía su resistencia máxima. (Fig. 9).

El reconocimiento de este fenómeno constituyó el primer paso hacia la obtención de métodos para el diseño plástico de edificios altos, e hizo que el estudio de las relaciones entre momento y rotación en el extremo de vigas y columnas adquiriese una gran importancia.

Diseño.— Para que una estructura de acero conserve la ductilidad propia del material de que está compuesta y sea capaz de admitir la formación y rotación de las articulaciones plásticas necesarias para que se presenten redistribuciones favorables de momentos, es necesario que al diseñarla se tomen en cuenta una serie de factores que, si no están bien resueltos, pueden ocasionar fallas de tipo no dúctil, con la pérdida de las ventajas que se han mencionado.

Para ello, deben tenerse en cuenta los factores siguientes, principalmente:

- 1) Evitar la posibilidad de fallas por pandeo, ya sea local o de conjunto.
 - 2) Evitar fallas frágiles, ya sea en algún miembro o en la unión entre dos o mas de ellos.
 - 3) Diseñar las juntas de menor que tengan la resistencia necesaria y, al mismo tiempo, una capacidad de rotación adecuada. (O que su resistencia sea suficiente para que las articulaciones plásticas se formen en los extremos de las barras).
- La fase del análisis en que se determinan las relaciones entre los diversos elementos estructurales y no estructurales y se distribuyen entre ellos las fuerzas sísmicas, y el empleo de técnicas de diseño adecuadas, son de importancia fundamental en el diseño antisísmico. Pocas veces ha sido un análisis incorrecto el factor principal en la falla de estructuras bajo cargas horizontales. En cambio, la mayoría de las fallas se han debido a errores graves en la distribución de las fuerzas sísmicas entre los varios elementos estructurales resistentes, a detalles y conexiones inadecuados, a la omisión de elementos vitales para el comportamiento correcto de la estructura y a la falta de comprensión del papel que desempeña cada elemento estructural para resistir las solicitaciones laterales y, por consiguiente, a un diseño incorrecto de los mismos.

Aunque el análisis y el diseño están tan íntimamente relacionados que ninguno de ellos puede efectuarse sin tener en cuenta al otro, el diseño debe considerarse fundamental. Un diseño que proporcione los elementos estructurales necesarios, con detalles y conexiones adecuados, basados en una comprensión correcta del comportamiento estructural y de las relaciones entre vigas y columnas, será casi siempre capaz de resistir con éxito los efectos de temblores, aunque esté basado en un análisis relativamente burdo. En cambio, el análisis mas completo y cuidadoso es de poca utilidad si el diseño no proporciona resistencia y rigidez adecuados y buenos detalles y conexiones.

Como ya se ha mencionado, la reserva de resistencia que se obtiene con un diseño antisísmico correcto proviene de la alta capacidad de absorción de energía en el intervalo inelástico, de manera que una estructura bien diseñada para resistir fuerzas horizontales debe estar compuesta por miembros y conexiones que tengan la ductilidad necesaria para admitir deformaciones plásticas sin pérdida apreciable de resistencia.

Elementos estructurales que forman un marco rígido.- Un marco rígido está compuesto siempre por vigas, columnas y conexiones entre ellas; además, pueden existir en él elementos de contraventeo, aunque éstos no son indispensables.

Las vigas son los miembros, generalmente horizontales, que soportan directamente las cargas verticales permanentes, vivas y muertas, que obran sobre la estructura, al mismo tiempo que mantienen a las columnas con la configuración necesaria para que sean capaces de resistir fuerzas horizontales (en marcos no contraventeados) y contribuyen a la rigidez de conjunto de la estructura. Están sometidas, por consiguiente, a la acción de fuerzas transversales y de momentos en sus extremos, que ocasionan en ellas momentos flexionantes importantes, acompañados de fuerzas cortantes; las fuerzas normales suelen ser despreciables, excepto en algunos casos de marcos contraventeados. Se tratan básicamente como miembros en flexión, y son los elementos estructurales ideales para ser diseñados plásticamente, como lo demuestra un gran número de experiencias de laboratorio y su empleo con éxito, durante los últimos años, en muchas estructuras reales proporcionadas de acuerdo con ese procedimiento.

Las columnas de los marcos rígidos deben ser capaces de soportar las cargas axiales que les transmiten las vigas adyacentes y los tramos de columnas que se encuentran sobre ellas, llevándolas eventualmente a la cimentación, así como los momentos que reciben de las vigas, debidos a cargas verticales. Además, deben ayudar a resistir las fuerzas horizontales en marcos contraventeados y resistirlas en su totalidad en los que carecen de contraventeo, y contribuir a darle al marco la rigidez necesaria para evitar problemas de pandeo de conjunto. Trabajan fundamentalmente como elementos sometidos a compresión axial o a flexocompresión, ya que los efectos ocasionados por la -

fuerza cortante existente en ellas suelen ser despreciables.

Se designa aquí con el nombre genérico de "contraventeo" a todos los elementos verticales que no forman parte del marco rígido propiamente dicho pero que contribuyen a resistir las fuerzas horizontales que obran sobre él, a contrarrestar los momentos adicionales creados por el desplazamiento lineal relativo de los extremos de las columnas (efecto $P\Delta$), a evitar el pandeo de conjunto del marco y a mejorar su rigidez lateral. En los marcos de varios pisos se utilizan básicamente dos tipos de elementos de contraventeo: muros de rigidez, de tabique o de concreto armado, empleados fundamentalmente en edificios urbanos, y contraventeos propiamente dichos, compuestos generalmente por ángulos de acero colocados en diagonal, en K, etc; los contraventeos del segundo tipo se utilizan también en edificios urbanos y, con mucha frecuencia, en construcciones industriales, en las que no suelen existir requisitos estéticos o funcionales que impidan su colocación.

El comportamiento de los marcos contraventeados difiere de una manera ^{tan} notable del de los que no están provistos de contraventeo que es necesario estudiar los dos tipos $\frac{E}{I}$ por separado.

La condición ideal que se busca al diseñar un marco contraventeado es la de que el marco en sí sea capaz de soportar todas las cargas verticales, sin tener en cuenta los momentos ocasionados por esas cargas al desplazarse horizontalmente los diversos niveles ni la posibilidad de inestabilidad de conjunto, mientras que el contraventeo se diseña para soportar la totalidad de las fuerzas horizontales. Este ideal no puede alcanzarse nunca, puesto que la compatibilidad de las deformaciones del contraventeo y del marco propiamente dicho obliga a que ambos contribuyan a resistir las fuerzas exteriores; sin embargo, haciendo suposiciones conservadoras e introduciendo algunas simplificaciones es posible acercarse a él.

El objeto de las conexiones es transmitir los elementos mecánicos, momentos flectores y fuerzas cortantes y normales, de las trabes a las columnas y viceversa, así como las fuerzas existentes en las diagonales de contraventeo al marco propiamente di-

cho, obligando de esta manera a que todos los elementos estructurales trabajen en conjunto. En lo que sigue se considerará únicamente el caso en que los marcos estén provistos de juntas rígidas entre vigas y columnas, capaces de transmitir de unas a otras los elementos mecánicos íntegros existentes en ellas, sin que haya desplazamientos lineales o angulares relativos entre los extremos de las piezas que concurren en cada nudo. Las juntas de ese tipo se obtienen generalmente mediante el empleo de soldadura, aunque pueden utilizarse también pernos de alta resistencia (éstos son muy poco comunes en la actualidad en nuestro país, pero es de suponer que su empleo se generalizará en un futuro próximo).

Aunque en la mayor parte de la literatura los marcos rígidos se presentan como estructuras planas esto no es, en la mayoría de los casos, más que una simplificación de un problema mucho más complejo, ya que las estructuras de edificios son en realidad de tres dimensiones, formadas generalmente por dos grupos de marcos mutuamente perpendiculares entre sí. La separación de la estructura en marcos planos y el tratamiento aislado de éstos no suele introducir errores importantes, debido sobre todo a la poca rigidez torsional de los perfiles estructurales, pero debe recordarse que cada una de las columnas forma parte casi siempre de dos marcos ortogonales, por lo que queda sometida a flexión alrededor de los dos ejes principales de sus secciones transversales, lo que debe tenerse en cuenta en su diseño, ~~lo que se debe tener en cuenta en su diseño, lo que queda~~ en el que introduce dificultades considerables.

A veces pueden lograrse estructuraciones que ocasionan momentos muy reducidos alrededor de uno de los dos ejes principales de las columnas, lo que permite considerar que éstas se flexionan únicamente en el plano de uno de los dos marcos de los que forman parte; este tipo de sollicitación suele requerir columnas más económicas que las que se necesitan cuando trabajan a flexión compuesta, por lo que en ocasiones puede ser conveniente buscarlo.

Marcos con y sin contraventeo.— El comportamiento de un marco rígido varía notablemente según que esté provisto de elementos auxiliares (contraventeos, muros de rigidez) que le ayuden a resistir las fuerzas horizontales y le den rigidez de conjunto o que —

carezca de esos elementos, de tal manera que dependa exclusivamente de su propia resistencia y rigidez para su integridad estructural.

Hasta hace pocos años, las especificaciones de diseño indicaban que las columnas de los marcos rígidos se proporcionasen tomando como longitud efectiva su longitud real, es decir, la distancia libre entre vigas de cada dos niveles consecutivos, aún en los casos en que los marcos se diseñasen para resistir las fuerzas horizontales que actuasen sobre el edificio; tampoco se hacía en ellas ninguna referencia al incremento de los momentos en las columnas ocasionado por los desplazamientos horizontales relativos de sus extremos, conocido como efecto $P\Delta$. Por consiguiente, se estaba aceptando implícitamente que los muros y demás elementos no estructurales existentes en el edificio tenían la rigidez lateral necesaria para impedir fenómenos de pandeo de conjunto y para limitar los desplazamientos horizontales Δ a valores tales que los momentos adicionales ocasionados por ellos careciesen de importancia.

Sin embargo, en los últimos tiempos se ha construido un gran número de edificios altos y esbeltos, carentes casi por completo de muros rígidos (que han sido sustituidos por grandes ventanales y por cancelos móviles) cuyo comportamiento depende exclusivamente ~~de la resistencia y rigidez de la estructura~~ de la resistencia y rigidez de la estructura; esto ha hecho que se modifique el enfoque utilizado tradicionalmente en el diseño de marcos rígidos, basado en el dimensionamiento de miembros aislados, y que se le de una importancia cada vez mayor al comportamiento de conjunto, con objeto de determinar la condición crítica de diseño y obtener así el coeficiente de seguridad real de la estructura.

Desde luego, aún en la construcción moderna son frecuentes los casos en que es posible colocar muros de rigidez o contraventeos en diagonal en los marcos rígidos (muros de lindero y de escaleras y elevadores en edificios urbanos, ángulos cruzados de contraventeo en marcos industriales), los que ^{frecuentemente} ~~deben utilizarse siempre~~ dan lugar a diseños más económicos, pero son también comunes las situaciones en que requisitos de funcionamiento o arquitectó-

nicos obligan a prescindir totalmente de ellos.

COMPORTAMIENTO DE MARCOS RIGIDOS.

El comportamiento de los marcos rígidos, lo mismo que el de los miembros estructurales aislados, queda representado por sus curvas carga-desplazamiento, es decir, por la relación entre la intensidad creciente de las sollicitaciones exteriores y algún desplazamiento resultante significativo.

Las características de la curva dependen de la geometría del marco y de las cargas, incluyendo la manera en que éstas se aplican.

Para que la relación carga-desplazamiento sea única y a cada problema le corresponda un solo resultado final se requiere que las fuerzas exteriores se apliquen lentamente, de manera que su efecto pueda considerarse estático, y que sus intensidades guarden una relación constante durante todo el proceso; es decir, la estructura debe estar sujeta a un sistema de cargas que crece monótonicamente y en forma continua hasta que se alcanza la resistencia máxima. Debe suponerse, además, que inicialmente es elástica y está libre de esfuerzos, y que no hay inversión en el signo de éstas, en ningún caso, en el intervalo plástico.

Estas condiciones no se cumplen en las estructuras reales, pero permiten simplificaciones notables en los métodos de análisis y llevan a la obtención de cargas de colapso que son, aparentemente, conservadoras.*

Los marcos simétricos en geometría y carga en los que ésta no produce flexión primaria fallan por pandeo, caracterizado por una bifurcación del equilibrio que se presenta cuando las sollicitaciones alcanzan el valor crítico; cuando no hay elementos exteriores que lo impidan el cabezal se desplaza lateralmente, pero si se evita este movimiento cambia la forma de pandeo y la carga crítica aumenta considerablemente; éste es uno de los papeles principales del contraventeo (Fig. 10). Si, en cambio, las cargas ocasionan flexión desde un principio el colapso es por inestabilidad, la que se presen-

*En estructuras reales hay ocasiones en las que no se considera que todas las cargas crecen proporcionalmente; en el análisis sísmico de edificios, por ejemplo, de acuerdo con la realidad se supone que las fuerzas horizontales se empiezan a aplicar cuando ya actúan las cargas verticales totales.

ta eventualmente al ir aumentando la magnitud de las solicitaciones.

(Estas dos formas de falla corresponden respectivamente a las de columnas comprimidas axialmente, que se mantienen rectas mientras la carga es menor que la crítica y fallan por pandeo al alcanzar ese valor, y de barras flexocomprimidas, en las que los desplazamientos empiezan cuando se inicia el proceso y crecen hasta que se alcanza la condición de inestabilidad).

Las gráficas de la Fig. 10 representan las dos formas de falla mencionadas.

La (b) es ligeramente curva desde el principio, a causa de la interacción momento-fuerza axial debida a cambios de geometría del marco; su pendiente se reduce más rápidamente cuando se inicia la plastificación del material y se anula cuando la carga alcanza el valor máximo; la rama descendente corresponde a estados de equilibrio inestables.

Una curva como la (b) de la Fig. 10 contiene toda la información necesaria sobre el comportamiento de un marco, pues además de proporcionar su resistencia máxima permite determinar el desplazamiento correspondiente a cualquier intensidad de las solicitaciones y da una medida de su capacidad de absorción de energía. Conocida la curva carga-desplazamiento se puede determinar el factor de seguridad de un marco con respecto al colapso y la magnitud de los desplazamientos que experimenta bajo cargas de trabajo; si el primero o los segundos no son aceptables deben cambiarse los perfiles, ajustándolos hasta que la curva indique que el comportamiento es el deseado.

Aunque teóricamente conviene conocer la curva $P-\delta$ de toda estructura su obtención es en general complicada, o aún imposible, por lo que en la mayor parte de los problemas reales de diseño hay que recurrir a métodos aproximados para determinar la carga de colapso y las deformaciones producidas por las solicitaciones de trabajo.

COMPORTAMIENTO DE UNA BARRA FLEXIONADA.

Los aspectos fundamentales del comportamiento de las barras flexionadas por momentos de intensidad creciente pueden determinarse estudiando experimentalmente vigas con cargas transversales alojadas en su plano de simetría, cuya magnitud crece lentamente desde cero hasta la máxima que la barra puede soportar.

Las herramientas fundamentales para el estudio del comportamiento de las vigas -

son las curvas que relacionan las deflexiones en el plano de carga, y en planos normales a él, con la magnitud de las fuerzas exteriores.

En la Fig. 11a se ha dibujado en forma esquemática el conjunto de curvas obtenidas experimentalmente al cargar hasta el colapso la viga mostrada, cuyo tercio central está sometido a flexión pura; los puntos de aplicación de las cargas y los apoyos están provistos de soportes (Fig. 11b) que impiden los desplazamientos laterales de ambos patines en la dirección del eje x, así como las rotaciones alrededor del eje longitudinal z.

En la Fig. 11a, en la que se ha trazado la curva momento máximo-deflexión vertical en el punto medio del claro central, se muestra el comportamiento de la viga en el plano de la flexión, mientras que en la Fig. 11b se ilustra su comportamiento fuera de ese plano, por medio de las curvas momento-deflexión lateral en el centro del claro de los dos patines.

La respuesta inicial, bajo cargas de poca intensidad, es elástica lineal, como lo indica el primer tramo, recto, de la curva $M-U_0$. Esta etapa termina al iniciarse el flujo plástico cuando la suma de los esfuerzos normales máximos producidos por las cargas y los residuales existentes en la viga ~~llega~~ ^{llega,} por primera vez, ^{al esfuerzo de fluencia} ~~al~~ σ_y (si no hubiese esfuerzos residuales el comportamiento elástico se conservaría hasta que los momentos máximos alcanzasen el valor $M_y = S\sigma_y$, que originaría la aparición del esfuerzo de fluencia en los bordes de la sección).

Al fluir plásticamente una porción cada vez mayor del material de la parte de la viga que está sometida a flexión uniforme su capacidad para soportar incrementos adicionales de carga va disminuyendo hasta desaparecer, finalmente, cuando el momento flexionante ^{igual al} ~~llega al~~ momento plástico resistente de la sección, M_p ; a partir de ese instante la curva $M-U_0$ se hace aproximadamente horizontal, ya que la deformación crece, sin un cambio apreciable en la carga, hasta llegar a ser varias veces mayor que la existente cuando se inicia el flujo plástico.

Tan pronto como el momento flexionante máximo alcanza el valor M_p el patín comprimido del tramo central se empieza a desplazar lateralmente, aumentando sus deflexiones en forma gradual, al mismo tiempo que crecen las desplazamientos verticales U_0 ; en --

cambio, la deflexión lateral del patín de tensión se conserva con valores muy reducidos (Fig. 11b). Durante esta etapa del proceso de carga, en la que la viga completa se mueve en la dirección Y y el patín comprimido se desplaza, al mismo tiempo, en la X , las secciones transversales pierden su forma inicial y se distorsionan como se muestra esquemáticamente en la Fig. 11b .

Finalmente, la capacidad de carga de la viga se agota al pandearse localmente el lado crítico del patín comprimido, en la región central.

Las curvas de la Fig. 11b son representativas de un fenómeno de pandeo, en el que las deflexiones son nulas hasta que las cargas alcanzan el valor crítico. De manera análoga a lo que sucede en las columnas, las imperfecciones inevitables existentes en las vigas reales, que no son matemáticamente rectas, y en la aplicación de las cargas, hacen que los desplazamientos laterales se inicien desde que empieza el proceso; sin embargo, y también en forma semejante al fenómeno de pandeo de columnas, la carga crítica teórica puede considerarse como la terminación del estado de equilibrio estable, y el cálculo de la resistencia de las barras flexionadas puede basarse en ella.

Se acaba de describir el comportamiento típico de vigas provistas de un contraventeo lateral, y con relaciones ancho-grueso de los elementos planos que las componen, adecuadas para posponer la falla por pandeo lateral o local hasta después de que se presenten deformaciones plásticas importantes, bajo la acción de un momento igual al que ocasiona la plastificación de sus secciones transversales. Hay, sin embargo, una gran variedad de comportamientos posibles, algunos de los cuales se ilustran en la Fig. 12 - por medio de sus curvas momento-deflexión en el plano de carga.

La curva llena OAB corresponde al caso ideal, que rara vez se presenta en vigas de estructuras reales, en que no hay pandeo local ni lateral, de manera que después de una deformación considerable el material de la viga entra en el intervalo de endurecimiento por deformación.

La situación, mas común, descrita con base en la Fig. 11, corresponde a la curva O' C.

O'DE corresponde a una viga con momento flexionante variable a lo largo de su eje (libremente apoyada y con una carga concentrada en el centro del claro, por ejemplo), - en la que el endurecimiento por deformación en la zona de momento máximo hace que éste suba por arriba de M_p ; posteriormente la curva desciende, al perder la viga resistencia cuando se inician fenómenos de pandeo local y lateral.

Las curvas OAFG, OAHJ y OJK describen fallas por pandeo lateral o local o por una combinación de ambos, las dos primeras en el intervalo inelástico y la tercera en el - elástico.

La curva O'B representa el mejor comportamiento posible y OAC corresponde también a un comportamiento muy satisfactorio, siempre que la zona DN, durante la que se producen deformaciones crecientes bajo momento M_p constante, sea suficientemente amplia para que la barra tenga la ductilidad necesaria para que la estructura trabaje correctamente. Las curvas carga-deformación de estos tipos suelen representarse, en forma idealizada, - por dos líneas rectas, una inclinada, OL, que corresponde al intervalo elástico, y otra horizontal, LM, de amplitud indeterminada, que indica el comportamiento plástico, durante el cual las deformaciones crecen bajo momento constante.

COMPORTAMIENTO DE BARRAS FLEXOCOMPRESIDAS AISLADAS. ~~El comportamiento de una barra recta aislada sometida a la acción simultánea de fuerzas de - compresión axial y pares aplicados en los extremos puede representarse por medio de una curva momento-rotación en el extremo, obtenida aplicando primero a la pieza la fuerza - de compresión y después momentos de intensidad creciente, en uno solo de los extremos o en ambos, mientras la compresión se mantiene constante (la magnitud de la fuerza axial se hace variar de un caso a otro, cuando se desea determinar su influencia en la res- - puesta de la pieza, pero se conserva fija, en cada caso particular, mientras se aplican los momentos).~~ El com-

Los parámetros principales que determinan el comportamiento de la pieza son su esbeltez, la magnitud de la fuerza de compresión y la manera en que están aplicados los momentos, los que pueden hacer que la columna se flexione en curvatura simple o doble;

además, el problema se complica cuando existe la posibilidad de que la pieza falle por pandeo lateral o cuando uno de sus extremos puede desplazarse linealmente respecto al otro.

En las figuras 13a a 13c se han trazado, en forma cualitativa, varias curvas $M-\theta$, todas correspondientes a columnas en las que no hay pandeo local ni lateral y cuyos extremos están fijos linealmente. Cada una de esas figuras ilustra la importancia de uno de los parámetros mencionados arriba.

La Fig. 13a corresponde a una columna muy corta, en la que no hay problemas de inestabilidad de ninguna clase; cuando la fuerza normal es nula se obtiene la curva $M-\theta$ característica de una pieza en flexión, capaz de soportar un momento de intensidad máxima igual a M_p y de mantenerlo durante rotaciones importantes, y al crecer P gradualmente se van obteniendo curvas semejantes a la primera pero cuyo ordenada máxima no es M_p sino M_{pc} , momento plástico resistente reducido por efecto de la fuerza normal.

Las otras tres figuras ~~describen el comportamiento de~~ describen el comportamiento de piezas largas. En la 13b se han trazado varias curvas, obtenidas para valores constantes de q y de L/r y para intensidades crecientes de la fuerza axial (q es el cociente del menor de los momentos extremos dividido entre el mayor de ellos); al aumentar la compresión disminuyen tanto el momento máximo que la pieza puede soportar como su capacidad de rotación.

Cuando L/r varía, manteniéndose q y P constantes, o cuando la variable es q , mientras las otras dos cantidades se conserven fijas, el efecto sobre el comportamiento de la pieza es análogo: al aumentar la relación de esbeltez, o tender los momentos en los extremos hacia valores iguales que produzcan curvatura simple en flexión pura, disminuyen tanto la resistencia como la capacidad de rotación. (Figs. 13c,d).

Las curvas anteriores corresponden, como ya se ha mencionado, a columnas en las que no hay pandeo lateral ni local; cualquiera de ellas puede verse interrumpida prematuramente si se presenta alguno de esos fenómenos, cuya importancia varía también con los parámetros que caracterizan el problema (ver Fig. 14).

Aun una vez admitida la imposibilidad de que haya pandeo, la capacidad de carga de las piezas flexocomprimidas largas queda limitada por un fenómeno de inestabilidad,

como lo demuestra la forma de las curvas de las Figs. 13b, c, d, que tienen una rama ascendente (correspondiente a configuraciones estables, puesto que en esa zona es necesario incrementar la carga para que aumenten las deflexiones) seguida de un punto en el que la pendiente es nula y el equilibrio indiferente (resistencia máxima) y de una rama descendente, característica de estados de equilibrio inestable. La inestabilidad, que se presenta sin que la barra se salga del plano de la flexión en el que se conserva durante todo el proceso de carga, y que no es en este caso un fenómeno de pandeo (no hay bifurcación del equilibrio, pues las rotaciones se inician en el instante en que se empiezan a aplicar los momentos extremos), se debe a la interacción entre momentos y fuerza normal; así, cuando los pares aplicados en los extremos son constantes y P crece paulatinamente los momentos totales ^{y los desplazamientos laterales de} las diferentes secciones transversales ~~crecen~~ crecen también, y cuando P se mantiene constante los momentos totales crecen más rápidamente que los aplicados exteriormente, lo que hace que la relación $M - \theta$ entre el momento que obra en un extremo y la rotación correspondiente (o entre el momento exterior y el desplazamiento lateral de una sección transversal cualquiera) no sea lineal y que, eventualmente, se produzca la falla de la columna cuando los elementos mecánicos aplicados exteriormente sobre ella son todavía menores que los que la ocasionarían si no hubiese amplificación de sus efectos por la interacción entre ambos.

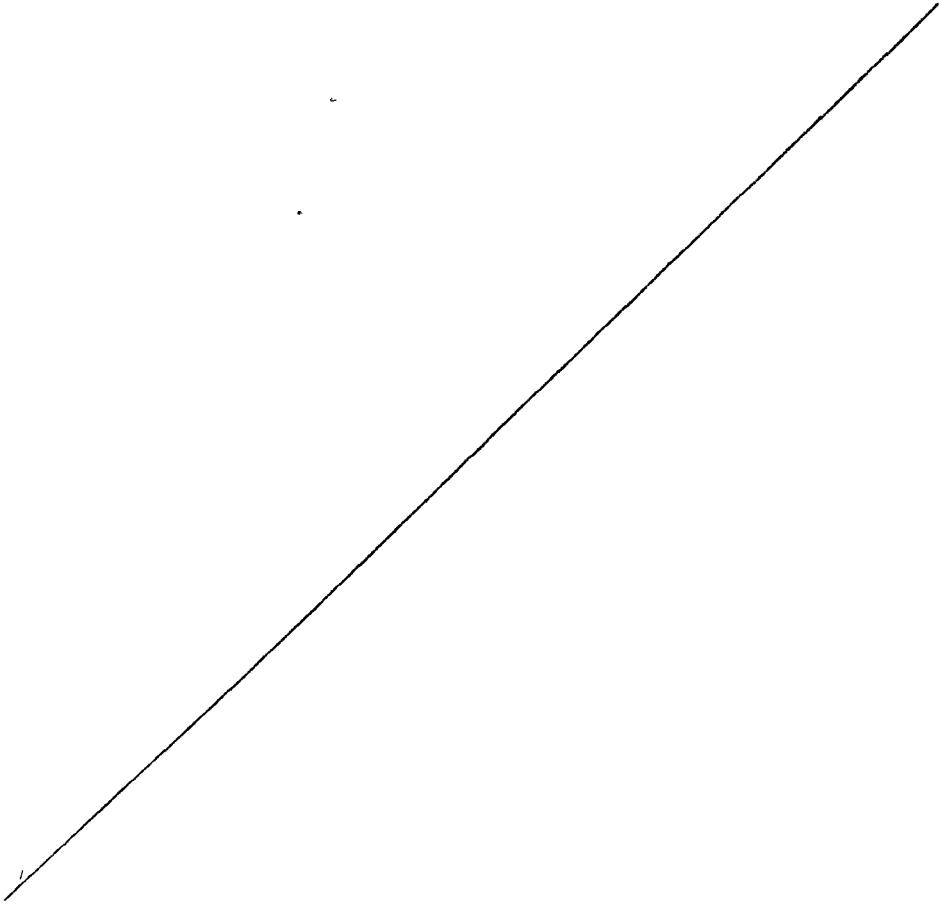
Una barra flexocomprimida no puede soportar ni el momento máximo ni la fuerza axial que resistiría si estuviera sometida a flexión exclusivamente o a compresión axial pura, ya que tiene que utilizar una parte de su capacidad de carga para soportar la otra sollicitación.

Si se desea que un marco rígido de acero tenga la resistencia máxima posible debe buscarse ^{que} su falla se presente por exceso de flexión en el plano de carga, sin que haya fenómenos prematuros de pandeo que disminuyan su ~~capacidad de carga~~ resistencia.

Las especificaciones de diseño fijan las separaciones máximas que debe haber entre secciones de vigas soportadas exteriormente para evitar su pandeo lateral y dan fórmulas que, en caso necesario, permiten determinar su resistencia disminuida por inestabi-

lidad; además, proporcionan los valores de las relaciones ancho/grueso que deben tener los elementos planos que componen los perfiles para que el pandeo local no sea el causante del colapso de la estructura. En el caso de columnas flexocomprimidas indica cómo debe calcularse la longitud efectiva y cómo aplicar los momentos obtenidos en un análisis de primer orden para tener en cuenta, en forma aproximada, la posibilidad de un fenómeno de pandeo de conjunto, y diseñar la estructura de manera que no se presente.

Juntas. Los miembros principales de una estructura se diseñan utilizando fórmulas basadas



das en teorías que han sido desarrolladas y refinadas a través del tiempo, de manera que generalmente se puede confiar en ellas para obtener resultados seguros y económicos. No sucede lo mismo con el comportamiento de las conexiones, el cual es a menudo tan complejo que resulta imposible describirlo por medio de fórmulas.

En muchas ocasiones, el ingeniero que proyecta una estructura, absorbe en el análisis y en el diseño de los miembros principales, no le presta la atención debida a las conexiones con lo que éstas, pobremente diseñadas, resultan puntos débiles y afectan desfavorablemente el comportamiento de conjunto de la estructura. Si ésta es de poca altura y obtiene su resistencia lateral de muros de relleno o contraventados, el problema que acabamos de señalar puede perder algo de importancia, pero será fundamental en ~~estructuras~~ estructuras de varios pisos cuya resistencia lateral dependa de sus propias características, ya que entonces será necesario unir las vigas y columnas que la componen por medio de conexiones capaces de transmitir momentos flexionantes importantes, producidos por las cargas verticales permanentes y por las horizontales eventuales, debidas fundamentalmente, en nuestro caso, a sismos.

El diseño de juntas rígidas en estructuras de acero se hizo, durante muchos años, utilizando métodos empíricos, reglas obtenidas de la experiencia, ya que el análisis elástico de esas juntas es muy complejo y, aunque posible, no lleva a resultados de fácil aplicación en el trabajo rutinario.

Sin embargo, ^{debido} fundamentalmente al gran desarrollo de la soldadura estructural y a la evolución paralela de los métodos plásticos de análisis y diseño, en los últimos años se han dedicado grandes esfuerzos al desarrollo de métodos de diseño de juntas, basados en el comportamiento plástico del acero.

Nos vamos a referir a continuación a juntas soldadas, ya que por medio de la soldadura es como se obtienen en mayor grado características favorables en conexiones de estructuras de acero, pero esto no quiere decir que desechemos por completo el empleo de remaches o pernos de alta resistencia, los que pueden resultar adecuados en algunos casos.

Los requisitos principales que debe llenar una junta en una estructura continua

son.

- 1) Resistencia suficiente.
- 2) Capacidad de rotación adecuada.
- 3) Fabricación económica.

Es decir, las conexiones deben diseñarse de manera que puedan desarrollar el momento plástico de los miembros que concurren en ellas (o, al menos, el del miembro menos resistente), al mismo tiempo que conserven una reserva de ductilidad adecuada, después de alcanzar el momento plástico, que asegure su capacidad de girar la cantidad necesaria para la formación de las articulaciones plásticas a través de la estructura.

Ilustraremos los puntos anteriores tomando como ejemplo una junta en ángulo recto entre una viga y una columna (Fig. ^{15a} ~~15a~~).

Al analizar la junta, suponemos que las fuerzas normales ocasionadas por momentos y fuerzas axiales son ^{resistidas} ~~tomadas~~ por los patines de viga y columna, mientras que las almas ^{resisten} ~~soportan~~ únicamente las fuerzas cortantes.

Las fuerzas de tensión existentes en los patines exteriores de viga y columna son transmitidas al alma por cortante, y suponemos que, en ambos casos, los esfuerzos cortantes varían desde un valor máximo τ_y en el borde B o D a cero en la esquina exterior A (Fig. ^{15b} ~~15b~~),

Si la viga pasa continua a través de la junta, como se indica en la figura, ^{no hay} ~~es necesario~~ ^{revisar} ~~revisar~~ las dimensiones de las placas AB y DC, puesto que siendo los patines de la viga, evidentemente serán suficientemente resistentes para soportar las fuerzas existentes en la junta; en cambio, las placas verticales, AD y BC, deben ser atiesadores, la primera de dimensiones iguales al patín de la columna y soldada a tope a él, para BC, cuyo objeto es transmitir la fuerza de compresión del patín de la columna al alma de la viga, basta en general con emplear atiesadores de altura igual a la mitad del peralte de la viga.

La fuerza total T que obra sobre el patín superior vale

$$T = \frac{M_p}{\sigma_b}$$

siendo M_p el momento plástico resistente de la viga.

Iguando ese valor a la fuerza cortante máxima que puede ^{resistir} el alma, $\frac{S_y}{\sqrt{3}} w d_c$, obtenemos una expresión de donde despejamos W , grueso del alma necesario para tomar la fuerza cortante;

$$w = \frac{\sqrt{3} M_p}{d_c d_b G_y} \quad (1)$$

Si este grueso es mayor que el existente, será necesario reforzar el alma de la junta por medio de placas adosadas a ella o habrá que colocar un atisador inclinado, de A a C, el cual, actuando como la diagonal de una armadura, tomará el exceso de fuerza cortante.

Los resultados obtenidos al ensayar conexiones proporcionadas por este método se muestran en la Fig. ¹⁶ ~~16~~, en la que se ve que las juntas poseen resistencia y capacidad de rotación adecuadas.

Las conexiones que nos interesan mas en el caso de marcos rígidos de edificios son entre vigas y columnas, de los tipos mostrados en la Fig. ¹⁷ ~~17~~. En algunas ocasiones los patines de las vigas se sueldan directamente a la columna, generalmente con soldaduras de penetración completa, y en otras se utilizan placas horizontales, unidas a los patines con soldaduras de cordón y soldadas a tope a las columnas, pero el funcionamiento de la junta es semejante en los dos casos.

~~El método más racional para el diseño de estas juntas es el desarrollado por --
través de experiencias y estudios teóricos, en la ref. 28.~~

~~De acuerdo con esa referencia,~~ Para estudiar la junta hay que considerar el comportamiento de las zonas de la columna en contacto con los dos patines de la viga: la correspondiente al patín de compresión, que puede fallar por pandeo del alma, y la inmediata al patín de tensión, en la que puede haber fractura de la soldadura que conecta la viga con la columna (Fig. ¹⁸ ~~18~~).

Las fuerzas transmitidas por los patines de la viga se reparten en una zona mas ancha, al penetrar en la columna, como se muestra en la Fig. ¹⁹ ~~19~~. Si la disminución de los esfuerzos correspondiente no es suficiente para que éstos bajen al valor

σ_y en la zona donde se inicia el alma (a la distancia k , Fig. ¹⁹~~18~~), ésta no será capaz de proporcionar la resistencia necesaria, efecto que es mas serio en la región del patín de compresión, debido a la posibilidad de que se pandee.

Suponemos que la distribución de los esfuerzos sigue una ley lineal, lo que concuerda con resultados experimentales.

La capacidad del alma a la distancia k del borde exterior del patín, $\sigma_y (t_b + 5k)w$, debe ser igual o mayor que la fuerza en el patín, $A_p \sigma_y$.

$$\sigma_y (t_b + 5k) w \geq \sigma_y A_p$$

Luego, el grueso del alma de la columna debe satisfacer el requisito siguiente:

$$w \geq \frac{A_p}{t_b + 5k} \quad (2)$$

donde w es el grueso del alma de la columna, A_p y t_b el área del patín de la viga y el grueso del mismo y k la distancia de la cara exterior del patín a la sección donde comienza el alma propiamente dicha.

Si no se cumple la condición dada por la ec. ²~~(2)~~ se tendrán que colocar atiesadores horizontales entre los patines de compresión de las vigas para ^{resistir} ~~transferir~~ el exceso de fuerza normal.

La fuerza transmitida por el patín de tensión de la viga, $A_p \sigma_y$, jala el patín de la columna, tendiendo a deformarlo como se indica en la Fig. ^{18b}~~18a~~, y es resistida, en parte, en forma directa por la porción central gruesa de dicho patín, y el resto por la resistencia a la flexión de los patines. Por consiguiente,

$$A_p \sigma_y = \sigma_y t_b m + \sigma_y C_1 t_c^2$$

Introduciendo algunas hipótesis simplificatorias, puede valuarse el coeficiente ³~~C₁~~, y despejando t_c de la expresión anterior, se obtiene,

$$t_c \geq 0.4 \sqrt{A_p} \quad (3)$$

Tambien en este caso será necesario proporcionar atiesadores si el grueso del patín de la columna es menor que el valor dado por ³~~(3)~~.

Ensayos efectuados han mostrado que las juntas diseñadas siguiendo este criterio se comportan satisfactoriamente.

En los casos en que en una columna concurren cuatro vigas, las conexiones de las que lleguen a los patines de la columna se diseñarán como hemos visto; experimentalmente se ha comprobado que las vigas que llegan por alma ejercen un efecto de atiesamiento benéfico.

De lo que acabamos de ver se desprende que hay ocasiones en que no se requieren atiesadores en las juntas viga-columna de estructuras de acero, sin embargo, cuando estos atiesadores sean necesarios, su colocación es de primera importancia, ya que de no hacerlo la capacidad de la junta puede disminuir notablemente, impidiendo que la estructura sea capaz de desarrollar su capacidad de carga teórica.

En nuestro medio el problema se agrava considerablemente, por que como no contamos en general con perfiles laminados adecuados para trabajar como columnas, nos vemos obligados a hacer éstas con tres placas soldadas, formando una H, o con cuatro, constituyendo una sección hueca, cuadrada o rectangular, en cualquiera de los dos casos será necesario ^{revisar} ~~chequear~~ si la soldadura entre almas y patines de la columna es o no capaz de transmitir las fuerzas que se desarrollarán entre ellos.

La sección en cajón, muy común entre nosotros, es muy eficiente y económica, pero tiene el inconveniente de dificultar la colocación de atiesadores, lo que da lugar a que en muchas de las estructuras de acero construídas en la ciudad, con columnas de ese tipo, no existan atiesadores intermedios, aún siendo teóricamente necesarios, lo que ocasiona una pérdida de muchas de las ventajas de las estructuras continuas de acero.

~~8. Efectos de sismo sobre estructuras de acero. En el temblor del 23 de julio de 1957, resultó dañado un cierto número de edificios con estructuras de acero, alguno de ellos recintió daños tan importantes que fúe necesario demolerlo.~~

~~Sin embargo, debe hacerse notar que en la mayoría de esos casos los daños en la estructura fueron mínimos; los desperfectos se presentaron fundamentalmente en los muros de relleno, debido a que las deformaciones de las estructuras fueron mayores -~~

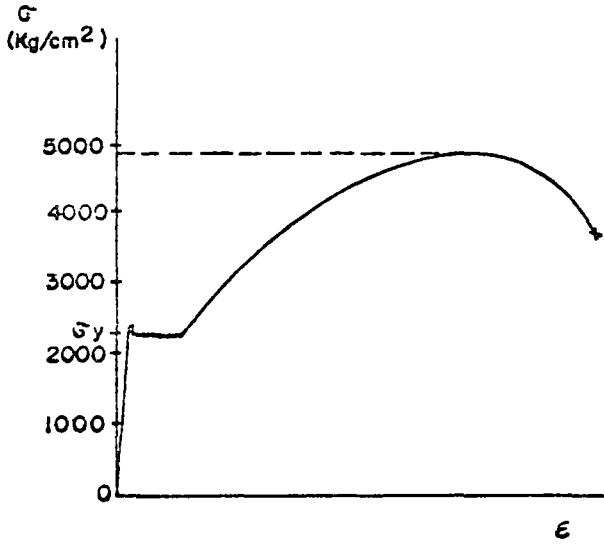


Fig. Q1

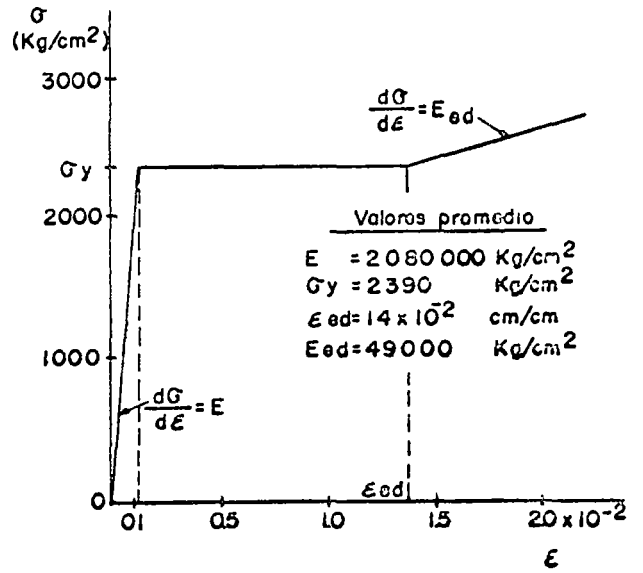


Fig. Q2

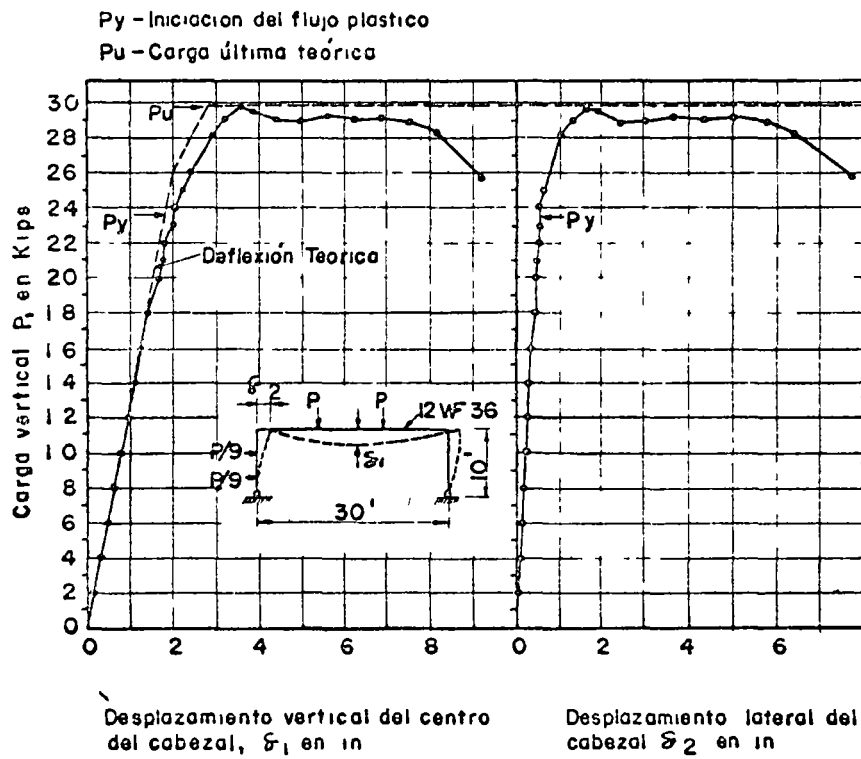


Fig. Q3

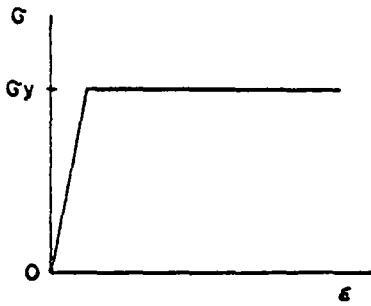


Fig 24

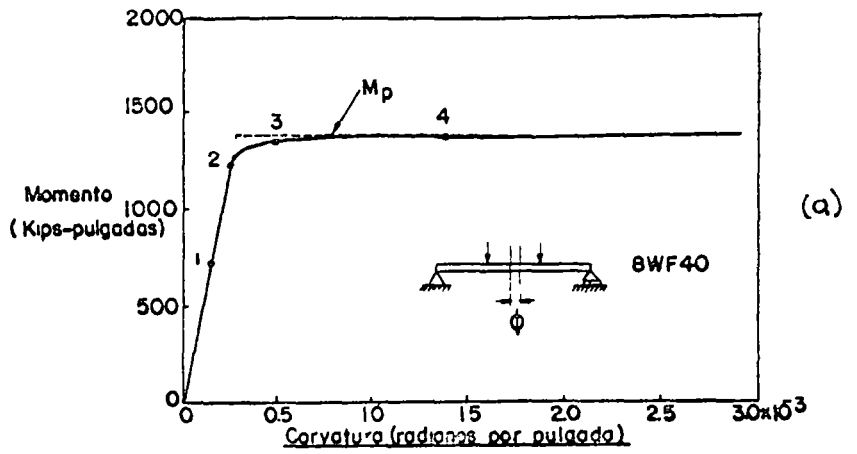


Fig 25

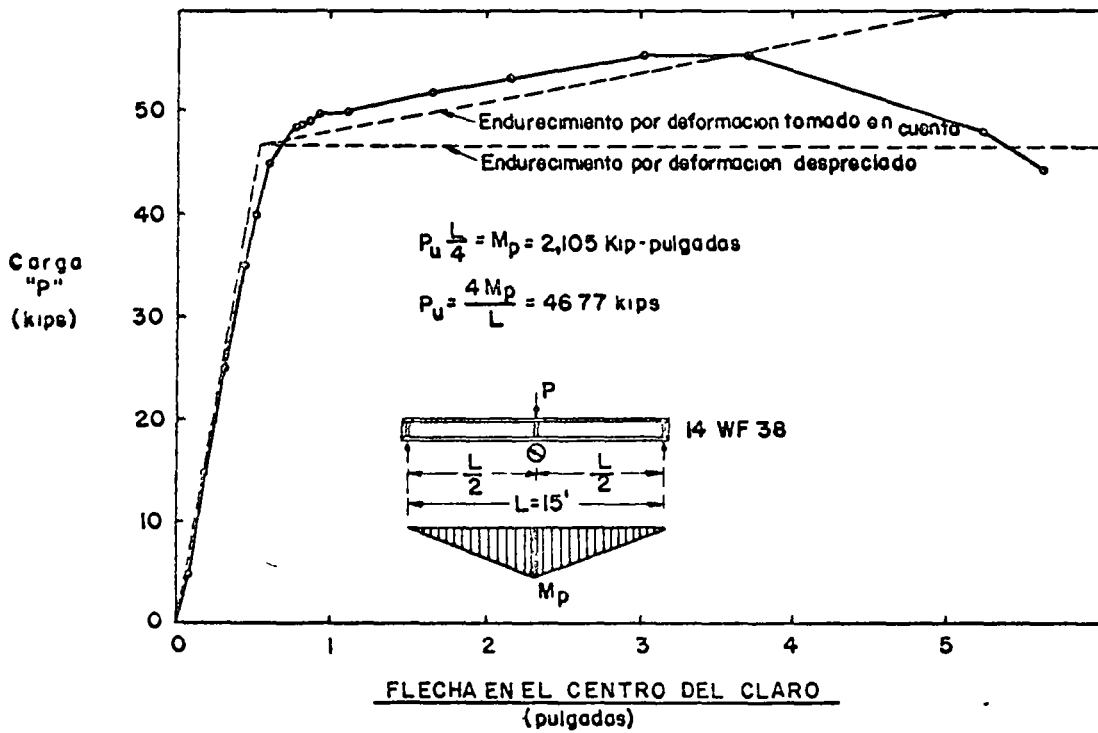


Fig 26

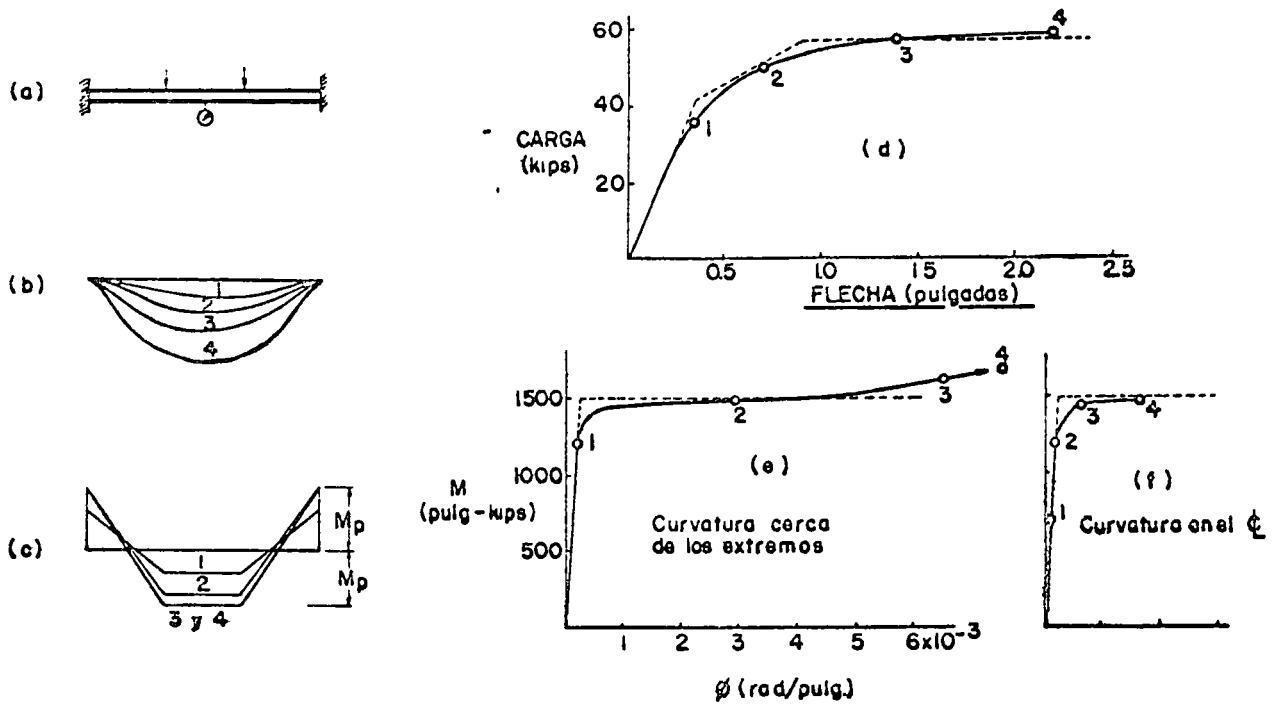


Fig Q7

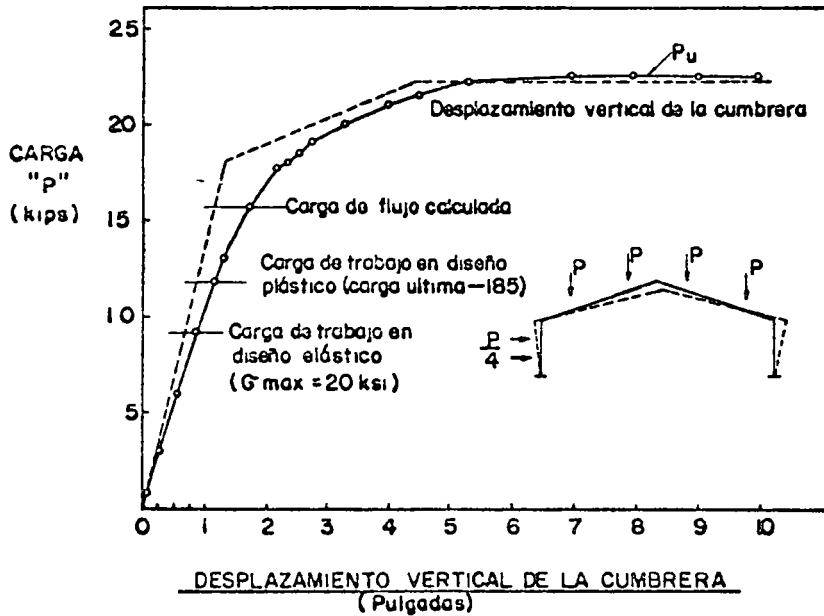


Fig Q8

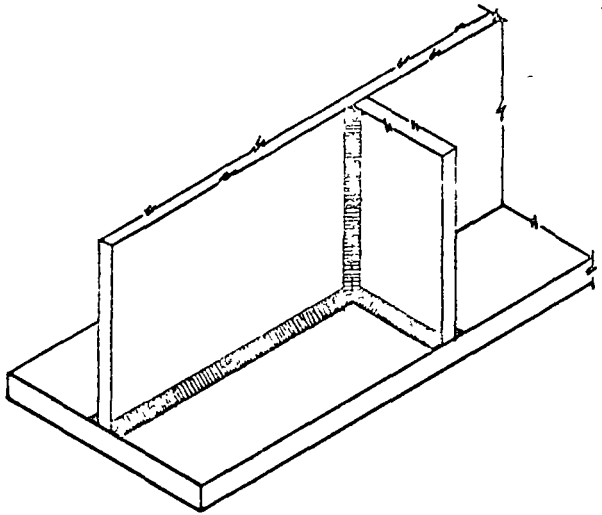
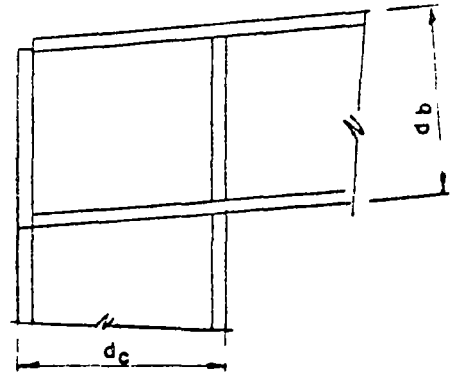


Fig 9 17



(a)

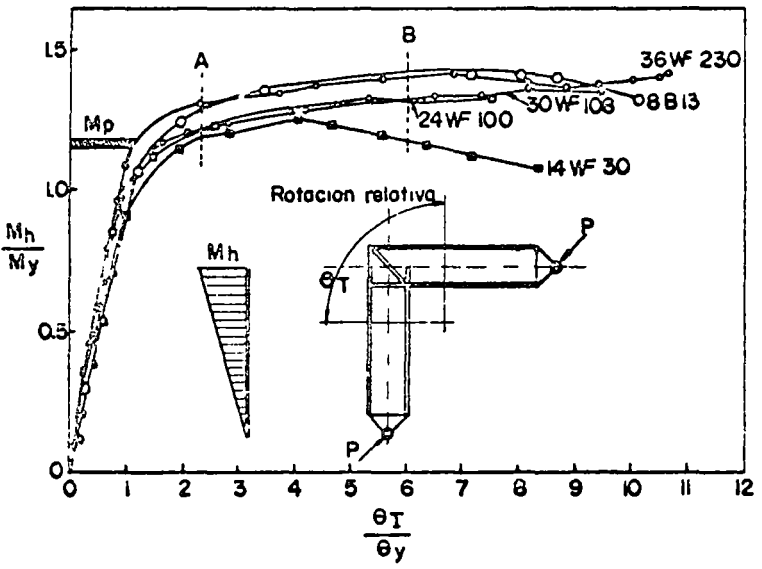
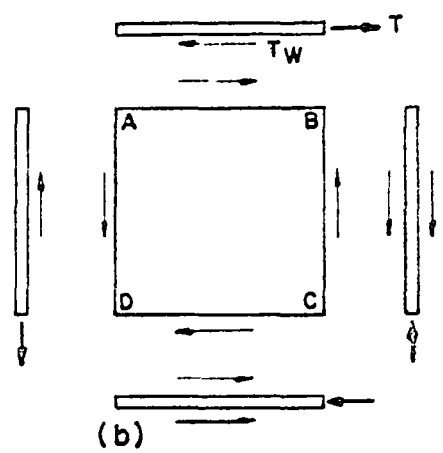


Fig 16



(b)

Fig 15

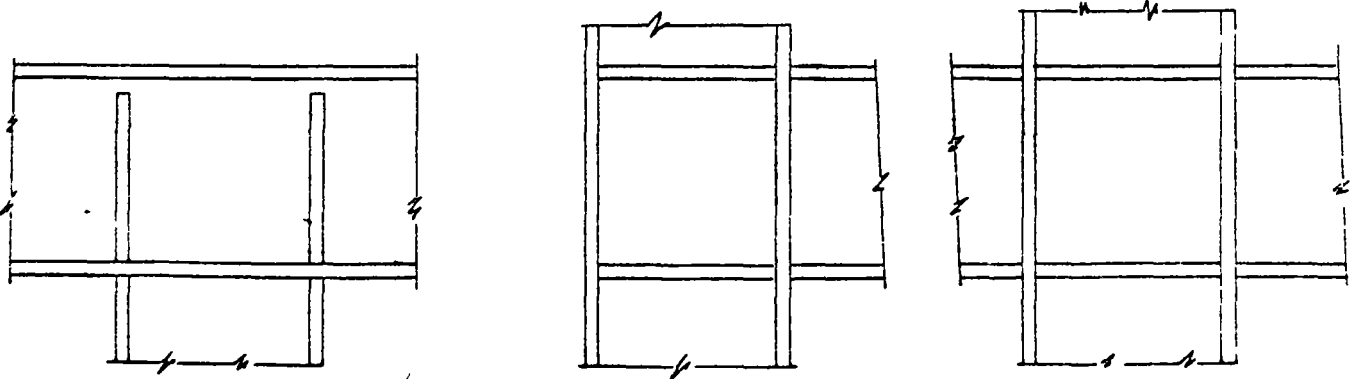


Fig 17

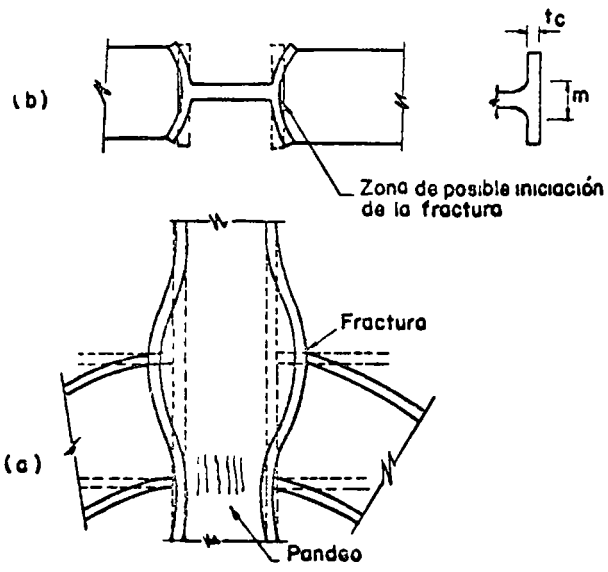


Fig 18

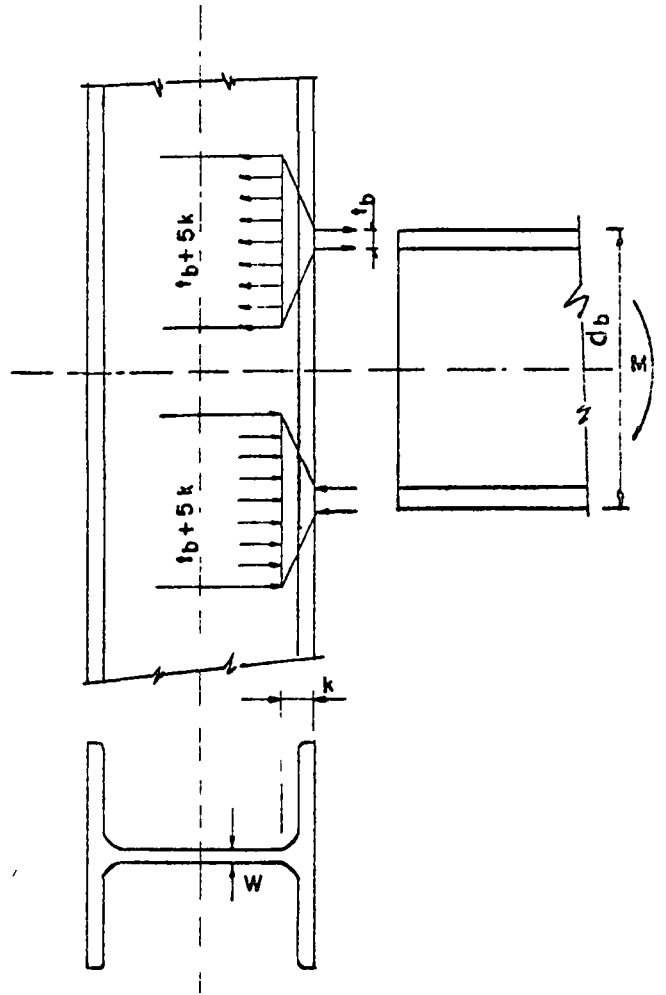


Fig 19

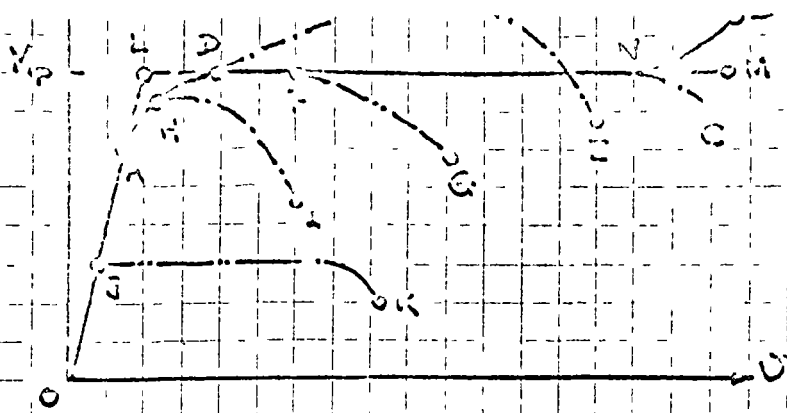


FIG. 12

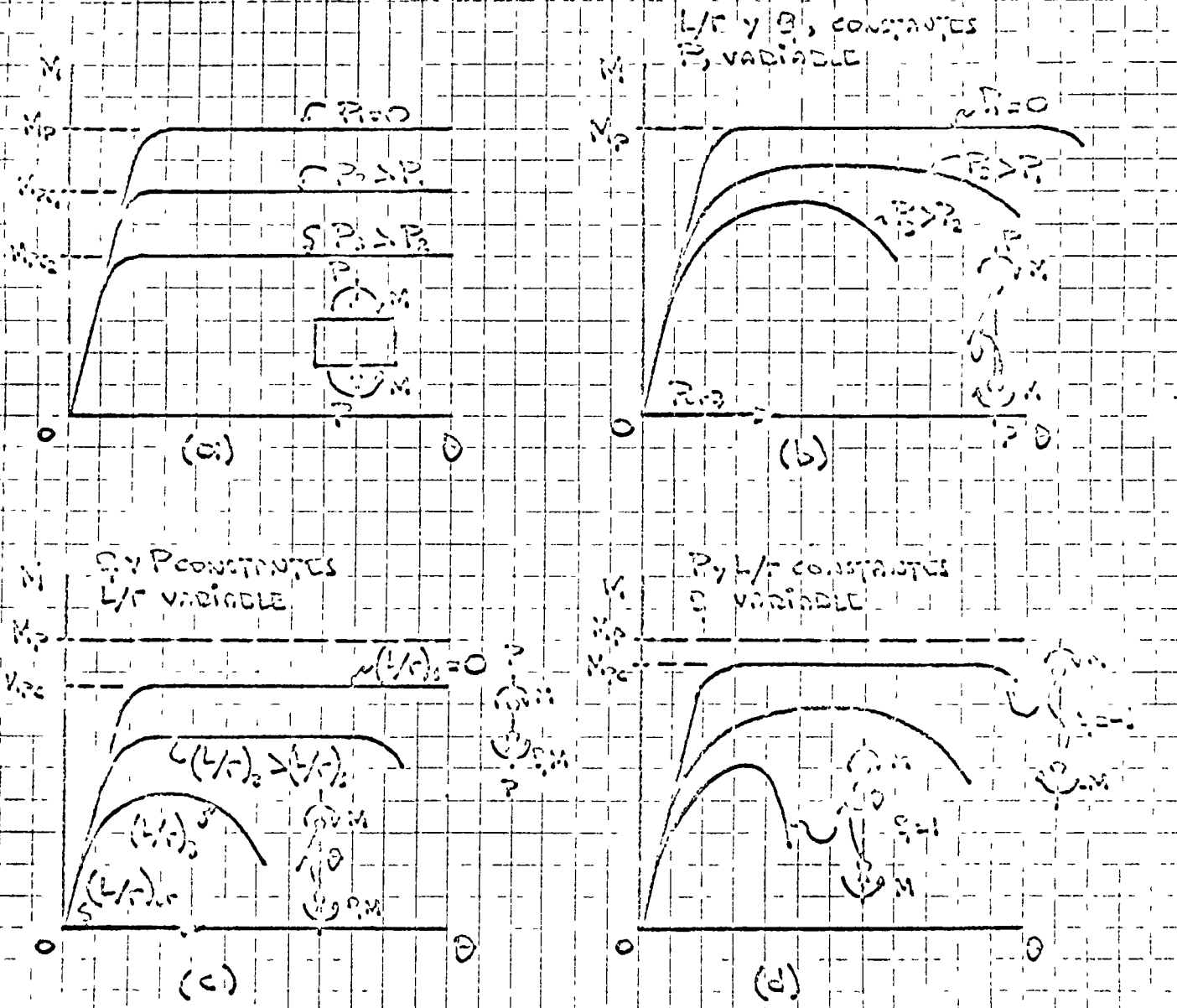


FIG. 13

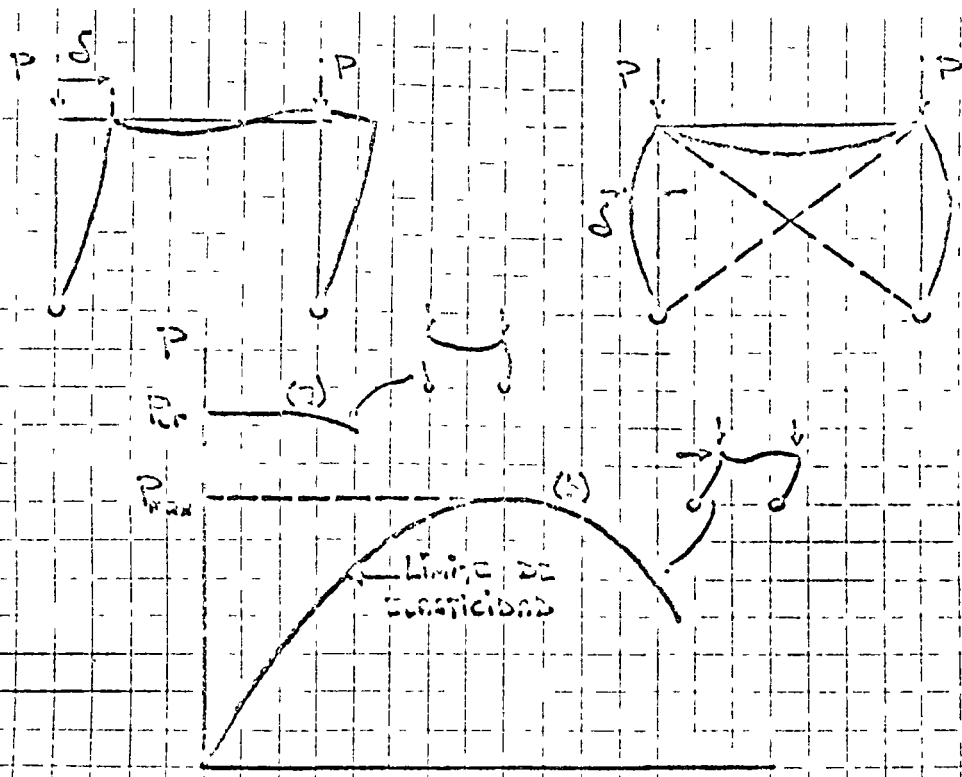


Fig. 10

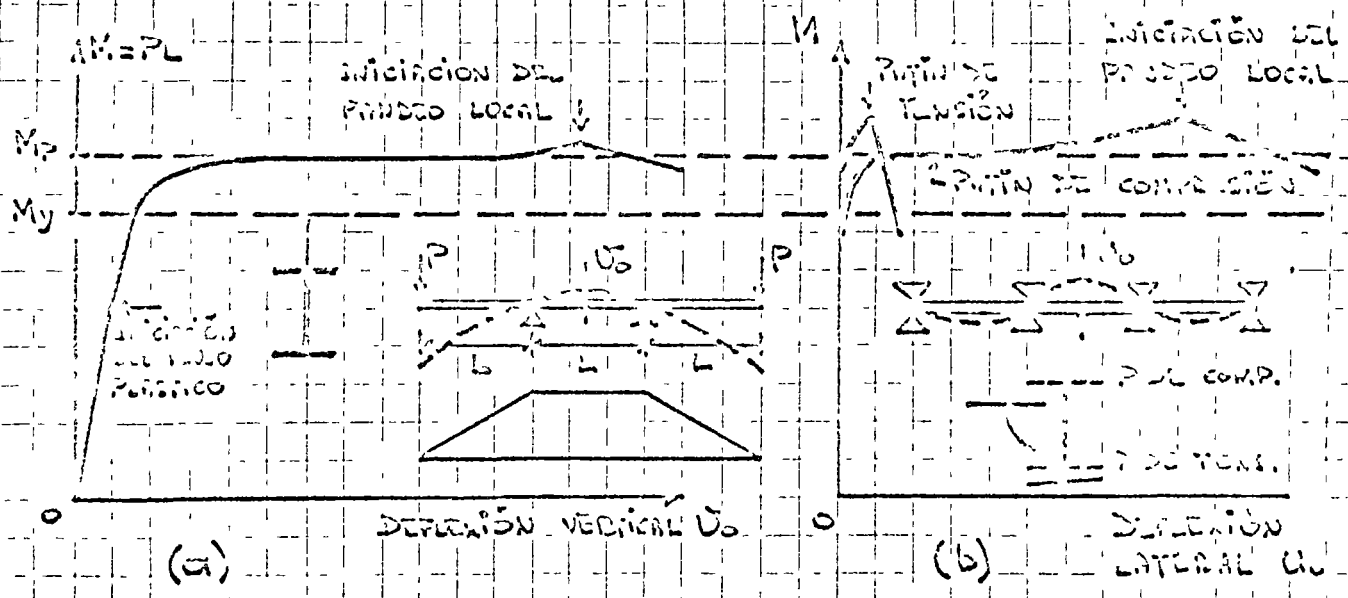
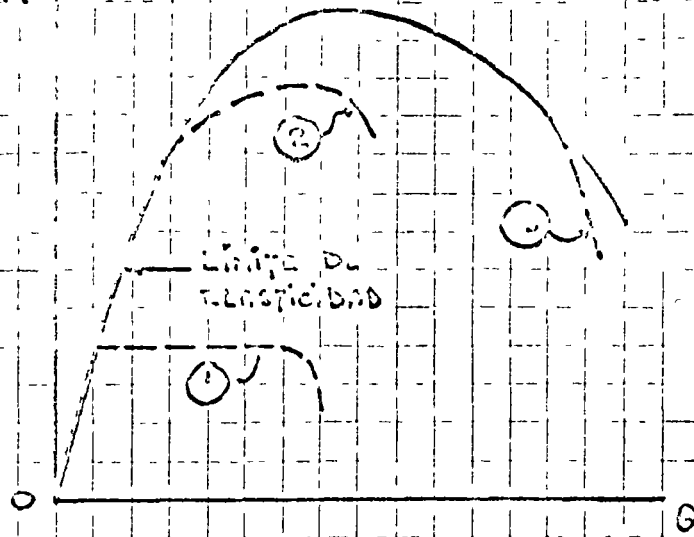


Fig. 11

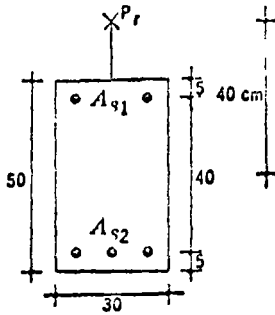


- ① PANDEO LATERAL POR FLEXOTORSIÓN EN EL INTERVALO ELÁSTICO
- ② PANDEO LATERAL POR FLEXOTORSIÓN EN EL INTERVALO INELÁSTICO
- ③ PANDEO LOCAL

FIG. 16.

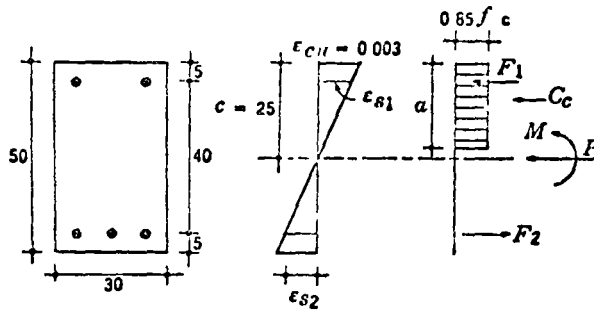
EJEMPLO 6.2 Obtención de la resistencia de una sección por tanteos

DATOS



- $f'_o = 350 \text{ kg/cm}^2$
- $f_y = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$
- $e = 40 \text{ cm}$
- $A_{s1} = 2 \text{ Vars. del N}^\circ 6 = 5.8 \text{ cm}^2$
- $A_{s2} = 3 \text{ Vars. del N}^\circ 8 = 15 \text{ cm}^2$

1er. tanteo ($c = 25 \text{ cm}$)



$$a = \left(1.05 - \frac{f'_o}{1\,400} \right) c = \left(1.05 - \frac{350}{1\,400} \right) 25 = 20 \text{ cm} \quad (\text{Fig. 5.6})$$

Por triángulos semejantes:

$$\epsilon_{s1} = \frac{0.003 \times 20}{25} = 0.0024 > \epsilon_y$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{0.003 \times 20}{25} = 0.0024 > \epsilon_y$$

Esfuerzos en el acero.

$$f_{s1} = f_{s2} = f_y = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$$

Fuerzas en el acero.

$$F_1 = A_{s1} f_{s1} = 5.8 \times 4\,200 = 24\,400 \text{ kg} = 24.4 \text{ ton}$$

$$F_2 = A_{s2} f_{s2} = 15 \times 4\,200 = 63\,000 \text{ kg} = 63.0 \text{ ton}$$

EjemPlo 6.2 ContinúaCión

Fuerza en el concreto

$$C_c = 0.85 \times 350 \times 20 \times 30 = 178\,000 \text{ kg} = 178 \text{ ton}$$

$$P = C_c + F_1 - F_2 = 178\,0 + 244 - 630 = 1394 \text{ ton}$$

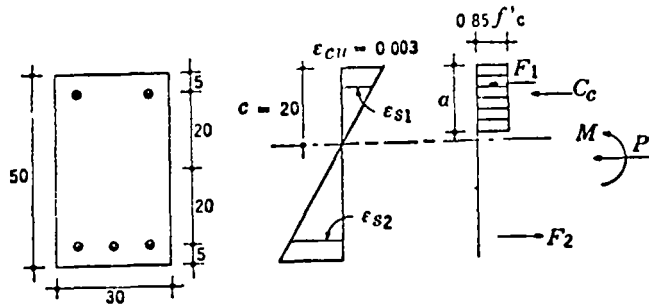
Cálculo del momento

Fuerza (ton)	Brazo (cm)	Momento (ton-cm)
$C_c = 178\,0$	15	2\,670
$F_1 = 244$	20	488
$F_2 = 630$	20	1\,260

$$M = 4\,418 \text{ ton-cm}$$

$$e = \frac{M}{P} = \frac{4\,418}{1394} = 31.6 \text{ cm} \neq 40 \text{ cm}$$

2º tanteo ($c = 20 \text{ cm}$)



$$a = \left(1.05 - \frac{f'_c}{1400}\right) c = \left(1.05 - \frac{350}{1400}\right) 20 = 16 \text{ cm} \quad (\text{Fig. 5.6})$$

Por triángulos semejantes.

$$\epsilon_{s1} = \frac{0.003 \times 15}{20} = 0.00225 > \epsilon_y$$

$$\epsilon_{s2} = \frac{0.003 \times 25}{20} = 0.00375 > \epsilon_y$$

Esfuerzos en el acero.

$$f_{s1} = f_{s2} = f_y = 4\,200 \text{ kg/cm}^2$$

EJEMPLO 6.2 Continuación

Fuerzas en el acero

$$F_1 = A_{s1} f_{s1} = 5.8 \times 4\,200 = 24\,400 \text{ kg} = 24.4 \text{ ton}$$

$$F_2 = A_{s2} f_{s2} = 15 \times 4\,200 = 63\,000 \text{ kg} = 63.0 \text{ ton}$$

Fuerza en el concreto

$$C_o = 0.85 \times 350 \times 16 \times 30 = 143\,000 \text{ kg} = 143 \text{ ton}$$

$$P = C_o + F_1 - F_2 = 143.0 + 24.4 - 63.0 = 104.4 \text{ ton}$$

Cálculo del momento

Fuerza (ton)	Brazo (cm)	Momento (ton-cm)
$C_o = 143.0$	17	2 430
$F_1 = 24.4$	20	488
$F_2 = 63.0$	20	1 260

$$M = 4\,178 \text{ ton-cm}$$

$$e = \frac{M}{P} = \frac{4\,178}{104.4} = 40 \text{ cm}$$

Este valor coincide con la excentricidad de la carga. Por lo tanto

$$P_r = 104.4 \text{ ton}$$

nes unitarias indicado en la Fig 6.4-b. Las curvas esfuerzo-deformación del concreto y del acero son las de la Fig 5.14 (Cap 5). Aplicando el procedimiento para distintas configuraciones de deformaciones unitarias, se obtuvo el diagrama de interacción de la Fig 6.5.

6.4 Elementos con dos planos de simetría sujetos a carga axial y flexión en un plano cualquiera

6.4.1 Solución por tanteos

El problema consiste en encontrar el valor máximo de la carga axial P que actúa fuera de los planos de simetría, a distancias e_x y e_y de ellos. Esta condición es estáticamente equivalente a

considerar el elemento sujeto a una carga axial P y a dos momentos flexionantes, $M_x = P e_x$ y $M_y = P e_y$.

Para un elemento de geometría y excentricidades dadas, aplicando las hipótesis simplificadas o el procedimiento básico a partir de características esfuerzo-deformación, por tanteos sucesivos se puede obtener el valor máximo de la carga P que actúa a las excentricidades dadas. En la Fig 6.6 se presenta un cálculo típico para una posición supuesta del eje neutro que, junto con el valor de $\epsilon_{cu} = 0.003$, fija la distribución de deformaciones unitarias, las que deben medirse siempre paralelas al eje neutro supuesto. Se calculan las fuerzas, los brazos y los momentos referidos a los ejes x y y . Se obtienen entonces valores de P , M_x y M_y para la posición supuesta del eje neutro. Si los valo-