



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESTUDIO DEL EFECTO DE LA GEOMETRÍA EN LA  
EFICIENCIA DE NADO DE UN MICROROBOT EN  
FLUJO DE STOKES

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**Ingeniero Mecánico**

PRESENTA:

**Rodrigo Méndez Rojano**

DIRECTOR DE TESIS:

Dr. Roberto Zenit Camacho



México, D.F., 2014

# Resumen

En este trabajo se estudió experimentalmente la locomoción de robots magnéticos a bajo número de Reynolds. Una de las metas fundamentales fue determinar cómo ciertos parámetros geométricos del robot, así como el medio fluido por donde se desplaza, afectan su desempeño de nado.

Para las pruebas se fabricaron nadadores que emulan la geometría y el nado de la bacteria *E. coli*. Los robots tenían una cabeza tubular de polietileno. En uno de los extremos de la cabeza se pegó un imán permanente; en el otro extremo se pegó una cola helicoidal rígida. Se probaron dos tipos de unión entre la cabeza y la cola; una rígida y una flexible, utilizando para ésta última un filamento elástico. Se usó un par de bobinas de Helmholtz, giratorias, energizadas con una fuente de corriente directa. Para actuar a dos robots. En el centro de los solenoides, se instaló un contenedor donde se vierte el fluido de prueba a través del cual los robots magnéticos nadan. Se realizaron pruebas de locomoción en dos fluidos: un Newtoniano de referencia (una mezcla de agua y glucosa) y un fluido de Boger (una mezcla de glucosa, agua y poliacrilamida).

Se realizó una campaña experimental con el nadador de unión rígida entre la cabeza y la cola. En este caso se varió el ángulo de paso,  $\theta$ , de la hélice para estudiar su efecto en la locomoción del robot en ambos fluidos. Se observó un incremento en la velocidad de nado del robot en los dos fluidos conforme se incrementó  $\theta$ . También la diferencia de la velocidad de nado en el Boger con respecto a la del fluido Newtoniano fue mucho más grande conforme se aumentó el ángulo de paso, dicho incremento en ciertos casos fue de hasta el 200 %. Esto significa que cuando  $\theta$  es grande los efectos elásticos se incrementan haciendo posible así un nado más rápido en el fluido viscoelástico.

En una segunda campaña experimental, se utilizó el nadador con unión flexible entre la cabeza y la cola para emular una maniobra de cambio de dirección empleado por la *E. coli*. La flexión del filamento debida a su compresión se propuso como un mecanismo artificial de maniobra. Cuando el robot nada a compresión, la cola empuja a la cabeza pandeando al filamento; por el contrario, cuando el robot nada a tensión, la cola jala a la cabeza y el filamento se mantiene estirado. En todos los casos la velocidad de nado es menor cuando el robot nada a compresión que cuando nada a tensión. Este comportamiento se debe a que parte de la energía disponible

para producir locomoción se consume por el pandeo del filamento provocando adicionalmente un movimiento oscilatorio de la cabeza retrasando así el avance.

Consideramos que este tipo de estudios pueden ayudar a avanzar el entendimiento de la locomoción de microorganismos, en particular para el caso en que éstos se mueven en fluidos no newtonianos. Además los dispositivos utilizados con este estudio podrían ser de utilidad en futuras aplicaciones prácticas.

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>1</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Revisión de la literatura	2
1.1.1. Microrobots propulsados mediante campos magnéticos externos	2
1.1.2. Mediciones en microorganismos y simulaciones	5
<b>2. Teorema de Purcell y similitud dinámica</b>	<b>9</b>
2.1. Teorema de Purcell	9
2.2. Similitud dinámica	10
2.2.1. Análisis adimensional	11
2.2.2. Principio de homogeneidad dimensional	11
2.2.3. Teorema Pi	11
<b>3. Arreglo Experimental</b>	<b>15</b>
3.1. Sistema mecánico-eléctrico	15
3.2. Configuración y Manufactura de Microrobots	17
3.2.1. Microrobot con hélice en espiral rígida	17
3.2.2. Microrobot con hélice en espiral rígida y unión flexible	20
3.3. Fluidos utilizados	21
3.3.1. Preparación de los fluidos	24
3.3.2. Caracterización reológica de los fluidos	25
3.4. Procesamiento de Imágenes	29
<b>4. Resultados</b>	<b>31</b>
4.1. Variación del ángulo de paso	31
4.2. Nadador con unión flexible entre hélice y cabeza	35
<b>5. Conclusiones</b>	<b>41</b>



# Capítulo 1

## Introducción

En los últimos años, en la mecánica de fluidos se ha despertado el interés por el estudio de los Biofluidos, dentro de los cuales podemos encontrar: sangre, líquido sinovial, saliva, así como los fluidos en donde se mueven los espermatozoides o microorganismos por mencionar algunos. Son estos últimos los que ocupan a este trabajo y que sin duda conforman una gran oportunidad de comprender mejor las propiedades fisicoquímicas de fluidos complejos involucrados así como el fenómeno de locomoción (movimiento a través del fluido) a bajo número de Reynolds que junto con los puntos de vista de otras ciencias como lo son la Biología y la Química se puede obtener una visión integral del fenómeno.

El estudio de la locomoción a bajo número de Reynolds es importante debido a que la gran mayoría de seres vivos en este planeta son microorganismos que se desplazan en el rango de bajo número de Reynolds  $Re \lll 1$  [1]. Entender la dinámica de nado de estos seres vivos, que por cierto, es completamente distinta a la percepción humana del nado, nos otorga información, por mencionar un ejemplo, sobre los mecanismos de estos seres para obtener alimento, así como la forma en que se trasladan habitualmente [1].

Las aplicaciones que se pueden encontrar son vastas. Comenzando por el hecho de que los fluidos en que estos seres vivos se desenvuelven son no-newtonianos. Además este tipo de fluidos son los que en su gran mayoría están presentes en procesos industriales, por ejemplo procesos de mezcla o sistemas de lubricación.

En otras áreas como la medicina se han desarrollado microrobots para el diagnóstico de enfermedades y el traslado y liberación de medicamentos de forma localizada [2]. Esto significa un gran paso para curar enfermedades como el cáncer que inclusive a la fecha requieren tratamientos sumamente agresivos con el cuerpo humano, de ser posible la aplicación localizada del tratamiento se podría incrementar la esperanza de vida de los pacientes diagnosticados con esta enfermedad.

El campo de sistemas microelectromecánicos representa una gran oportunidad

para desarrollar materiales que se pueden evaluar con nuestro experimento, es decir comparar por ejemplo maniobrabilidad de los robots con el uso de diferentes tipos de materiales en la cola o cabeza. Así como también evaluar estrategias de control para los sistemas microelectromecánicos en los cuales podemos utilizar varias bobinas para poder alcanzar movimientos con más de 2 grados de libertad y comparar su velocidad de nado contra estrategias de nado como lo es el uso de micromotores.

Este trabajo experimental se realizó para conocer el efecto de las geometrías de nadadores del tipo helicoidal en la locomoción de robots en fluidos viscoelásticos de viscosidad constante así como también fluidos newtonianos de la misma viscosidad, en contraste con trabajos experimentales [3] en donde mediante un esquema numérico y el uso del modelo de Oldroyd B se compara el efecto del ángulo de paso en fluidos viscoelásticos de viscosidad constante y fluidos Newtonianos de la misma viscosidad. También se tuvo como objetivo revisar las estrategias de cambio de trayectoria de los microrobots, que en ocasiones se han observado en microorganismos [4], pero que no se han estudiado simplificando el problema en variables medibles para poder comprender mejor los complicados métodos que en la naturaleza son utilizados por los microorganismos.

## 1.1. Revisión de la literatura

### 1.1.1. Microrobots propulsados mediante campos magnéticos externos

Como se mencionó anteriormente, el estudio del nado a bajo número de Reynolds ha sido una línea de investigación recurrente en los últimos años para la mecánica de fluidos. A continuación se abordarán algunos artículos que forman parte esencial de la literatura referente al fenómeno de nado a bajo número de Reynolds.

La primer contribución experimental fue realizada por *Honda et al.* [5], estos autores proponen un arreglo experimental que consiste en un imán permanente pegado a un alambre en espiral, un campo magnético alternado provoca que el imán rote debido al torque magnético  $T_m$ , el nadador de la figura 1.1 se encuentra sumergido en un fluido Newtoniano altamente viscoso para asegurar que  $Re \ll 1$ , el fluido utilizado fue un aceite de silicón de viscosidad cinemática  $10[St]$ . El rango de trabajo en frecuencia fue:  $10 - 33[Hz]$ , el torque magnético se calcula como:

$$T_m = mH \sin\theta \quad (1.1)$$

dónde:  $m$  es el momento magnético del imán,  $H$  es la amplitud del campo magnético externo y  $\theta$  es el ángulo entre las dos variables anteriores.

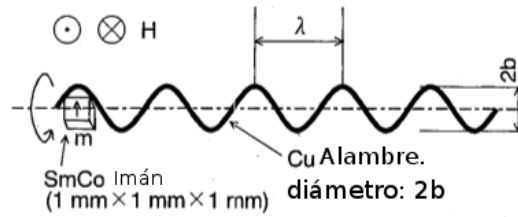


Figura 1.1 Esquema del nadador del tipo espiral de [5],  $2b$  es el diámetro de la espiral,  $\lambda$  es la longitud de paso.

El estudio propone que la propulsión del robot en un fluido Newtoniano se debe a las características geométricas del nadador que se observan en la figura 1.1. Queda claro que la geometría juega un rol primordial en el fenómeno; sin embargo, a la fecha solo se tiene mucha información sobre fluidos Newtonianos. Los mecanismos de locomoción en fluidos viscoelásticos continua siendo incierto y muy poco estudiado.

En [5] los autores utilizan la teoría de Lighthill [6], de acuerdo con dicha teoría, si el arrastre se desprecia la velocidad de nado  $U_0$  puede ser calculada con

$$U_0 = c\omega = 2\pi cf \quad (1.2)$$

dónde:  $\omega$  es la velocidad angular y  $c$  es la constante que depende de las características geométricas del nadador de la figura 1.1.

En sus experimentos encontraron que al incrementar  $2b$  el diámetro de la espiral, la velocidad aumenta muy rápidamente sin embargo es difícil hacer que rote ya que se requiere de mucho par para lograrlo. Otro punto importante que encontraron nos indica que al incrementar la longitud  $L$ , la velocidad de nado se incrementa hasta encontrar un máximo. Además, se menciona que para un mismo nadador la velocidad  $U_0$  incrementa linealmente con el incremento de  $\omega$ , esto último es muy importante para nuestros experimentos ya que en nuestro análisis de datos podemos trabajar con velocidades promedio es decir la función de la velocidad es lineal.

Siguiendo sobre la línea de estudio de arreglos que utilizan campo magnético generado por bobinas para controlar a los nadadores, encontramos un trabajo en el cual los autores utilizan tres diferentes tipos de configuraciones para los nadadores, todas las configuraciones cuentan con imanes permanentes y el movimiento se logra mediante la aplicación de un campo magnético [7]. En este artículo se utilizan nadadores de escala nanométrica y también se evalúa la aplicación técnica de las estrategias de control para los robots, concluyendo que la estrategia más viable es ocupar un campo magnético externo que combinado con el campo generado por un imán generan el movimiento. Esto último se vuelve muy importante para el diseño de nuestro experimento.



La primer estrategia utilizada en [7] es la de utilizar bobinas como generadores de gradiente de campo magnético y así jalar al nadador. Es importante reconocer que en este caso no se puede hablar de un nado como tal ya que no existe propulsión debido a la interacción de la cola con el fluido. La segunda estrategia es la de un nadador con flagelo helicoidal que gira y genera propulsión debido a la tendencia de alineación de las líneas de campo del imán permanente junto con las del campo inducido por las bobinas, una vez que se alinean los campos se genera un torque magnético descrito anteriormente y que también fue utilizado en [5]. Es importante mencionar que la peculiaridad del arreglo, el utilizado en [7] es que puede realizar movimientos libres en las tres direcciones  $(x, y, z)$ . La última estrategia es mediante una cola elástica o deformable la cual mediante un movimiento no simétrico logra otorgar propulsión al nadador, en la figura 1.2 se aprecian las tres configuraciones.

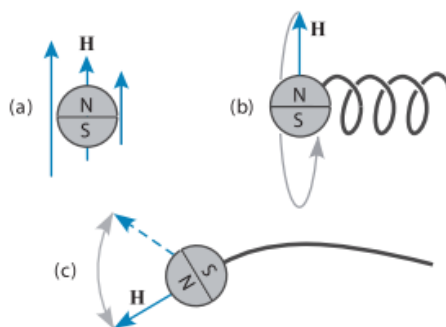


Figura 1.2 De [7] a) Robot con locomoción debida a gradiente de campo magnético, b) Robot con cola rígida helicoidal y locomoción mediante campo magnético aplicado externamente. c) Robot con cola elástica deformable y locomoción mediante campo magnético alternante, como el de [8]

El estudio de estos tres esquemas se enfoca mucho en buscar que método es el más apropiado para aplicaciones in vivo, por lo que se hace un estudio no solo de que nadador es más rápido o eficiente sino que también se hace una valoración de las complicaciones operativas y de "hardware" de cada método. Primero se hace un análisis sobre las estrategias de control de los microrobots, que pueden ser: mecatrónicas (directamente energizadas mediante cables) y la que ellos consideran la más viable, mediante campo magnético inducido. Esto último se debe a que los cables perturban el flujo y son poco adaptables para aplicaciones en medicina, las formas de propulsión mecatrónicas representan un esfuerzo de manufactura técnicamente complejo por lo que la inducción de un campo magnético representa una opción sin perturbar el flujo y relativamente fácil de manufacturar.

Para poder hacer una valoración de que método es más sencillo de aplicar, en lo que se refiere a las estrategias de nado, haciendo la consideración de un arreglo con dos bobinas, el autor hace una comparación entre velocidad máxima y encuentra

que para los esquemas de nadador con hélice helicoidal y de cola elástica, la velocidad máxima es la misma. La primer conclusión importante a la que se llega es que la velocidad máxima (ecuación 1.3) es la misma para ambas configuraciones.

$$v_{max} = (7,7e10^4) \frac{\tau_{max}}{\eta} \quad (1.3)$$

donde:  $\tau_{max}$  es el torque magnético máximo y  $\eta$  es la viscosidad dinámica.

Sin embargo cuando se hace un análisis sobre la frecuencia de trabajo  $\omega$  para el nadador de cola elástica o flexible se llega a la conclusión de que esta frecuencia dependerá en gran medida de la longitud  $l$ . La frecuencia óptima varía en orden de  $l^{-4}$  esto significa que las frecuencia óptimas de trabajo para el nadador de cola elástica son mucho mas difíciles de alcanzar (en el orden de GHz mientras que en el nadador de cola en forma de hélice son del orden de KHz), esto cuando se requieren aplicaciones en seres vivos se traduce en un grado mas elevado de complejidad para poder controlar a los robots, así como también se incrementaría el precio de la infraestructura.

### 1.1.2. Mediciones en microorganismos y simulaciones

De forma interesante, en [3] se aborda el estudio de la geometría, el efecto de fluidos viscoelásticos y la tasa de rotación de un microrobot con hélice en espiral, los autores utilizan un enfoque numérico a través de las ecuaciones de Oldroyd-B.

Es importante comentar que los autores reconocen que el efecto de la elasticidad no es nada trivial. Por ejemplo en algunos casos como el de la *Leptospira* (tipo de bacterias con forma helicoidal) y la *burdorferi* (Bacteria del mismo género que la *Leptospira espiroquetales*) nadan mas rápido en soluciones de methylcelulosa, que en soluciones no viscoelásticas con la misma viscosidad [9], la methylcelulosa es un fluido que presenta elasticidad extensional. Por otra parte se ha medido que los espermatozoides nadan más lento cuando se presentan efectos elásticos [10].

Como se señaló anteriormente, es evidente que los efectos elásticos no están completamente identificados en el nado a bajo número de Reynolds, es por lo anterior que los autores proponen un estudio de las geometrías para saber que ocurre en cada caso, primero realizan un estudio incrementando el diámetro  $2A$  del filamento del nadador como se ve en la figura 1.3 para este caso la viscoelasticidad reduce la velocidad de nado con ángulo de paso pequeño, esto contradice experimentos anteriores en flujos con obstáculos estacionarios que indican que para filamentos con cambios pequeños de forma de la hélice (como lo es un ángulo de paso pequeño) la velocidad aumenta cuando se presentan efectos viscoelásticos [11].

Otro resultado encontrado por Spagnolie fue conservando el diámetro  $2A$  y trabajando tres ángulos de paso  $\phi = (4.5^\circ, 18^\circ, 36^\circ)$ ; así se observa un rango en el que la velocidad en el fluido viscoelástico es mayor que la velocidad en el fluido

Newtoniano.

Una conclusión importante por parte de los autores es que no necesariamente un nadador más rápido será el más eficiente, el término de eficiencia está dado por  $\varepsilon = \frac{U^2}{P}$ ; donde  $P$  es la energía disipada por unidad de longitud,  $U$  la velocidad del nadador, en nuestro experimento mas allá de buscar eficiencia de nado simplemente queremos observar el efecto de las geometrías; sin embargo, no hay que dejar a un lado esta información ya que nos permiten entender mejor la dinámica de nado y poder diseñar nuestros robots de una forma óptima.

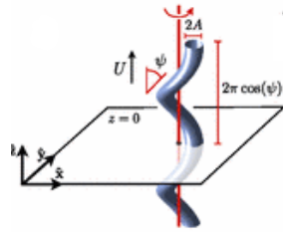


Figura 1.3.  $U$  es la velocidad de nado  $2A$  es el diámetro del filamento y  $\psi$  es el ángulo de paso.

En la figura 1.4 podemos observar los resultados anteriormente discutidos que fueron tomados de [3].

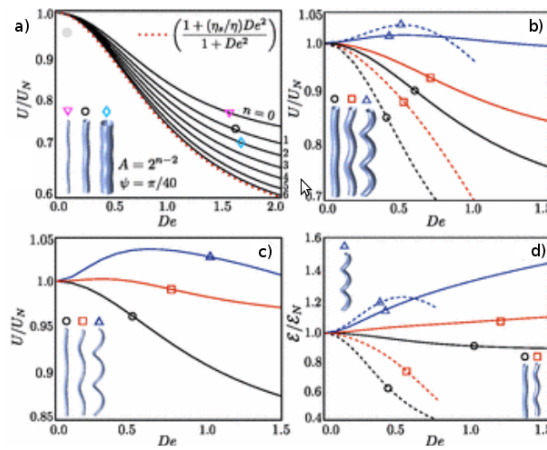


Figura 1.4. a) Velocidad de nado en un fluido viscoelástico normalizada con respecto a la velocidad de nado en un fluido Newtoniano contra el número de Deborah, b) Variación del ángulo de paso  $\psi$  c) Mismo ángulo de paso que en b sin embargo mayor longitud total de la hélice, d) Eficiencia de nado con respecto al número de Deborah.

Por otro lado podemos encontrar trabajos experimentales que se hacen directamente con microorganismos [4]. En este artículo los autores reportan un mecanismo de giro de las bacterias con flagelo en forma helicoidal. Este mecanismo hace uso de una inestabilidad estructural de una parte del flagelo de las bacterias, la técnica para observar el fenómeno fue vídeo de alta velocidad y microscopia.

El microorganismo observado fue una bacteria marina *V. alginolyticus*. Los autores descubrieron que en su nado dicha bacteria nada hacia adelante y hacia atrás, durante estas etapas de nado gira generalmente  $\Delta\theta \simeq 180^\circ$ , y también  $\Delta\theta \simeq 90^\circ$ , el último caso se presenta cuando el nadador se encuentra nadando hacia atrás.

El mecanismo básicamente es el siguiente, en la unión de la cabeza con el flagelo se encuentra un segmento al que llamaremos gancho (este segmento es de un material sumamente flexible). En un ciclo de nado (definiremos ciclo de nado cuando las bacterias empiezan a nadar hacia atrás y cambian el sentido de nado hacia adelante para dar un giro de  $90^\circ$  durante el ciclo Figura 1.5 c). Al inicio del ciclo la bacteria nada hacia atrás y podemos argumentar que la fuerza de arrastre  $F_D$  y la fuerza de propulsión  $F_P$  son de sentido contrario como se observa en la figura 1.5 a). Sin embargo el gancho trabaja a tensión, una vez que la bacteria se quiera mover hacia adelante para encontrar concentraciones más altas de alimento, las dos fuerzas antes mencionadas se encuentran en el gancho. Esto provoca que el gancho trabaje a compresión, a lo largo de esta etapa a compresión figura 1.5 b) la bacteria es capaz de mantener su trayectoria debido a que el gancho está enrollado y esto proporciona rigidez estructural al gancho es decir no se deforma. Conforme

el gancho se desenrolla hay una disminución en la rigidez y el estado de esfuerzos a compresión promueve la inestabilidad estructural "buckling".

El gancho antes mencionado cuenta con las siguientes características: longitud = 100[*nm*], es hueco en forma de cilindro y es un segmento recto. Los autores hacen una valoración de la rigidez en las diferentes etapas de nado conforme a la teoría de Vigas y confirman mediante los tiempos de respuesta que es la inestabilidad estructural la causa del cambio de dirección. El caso crítico cuando se presenta la inestabilidad para una condición simultanea de carga es decir fuerza axial y torque es:

$$\frac{F}{F_{CR}} + \frac{T}{T_{CR}} > 1 \quad (1.4)$$

dónde:  $T$  es el torque del flagelo,  $T_{CR}$  es el torque crítico  $F$  es la fuerza axial y  $F_{CR}$  es la fuerza crítica axial.

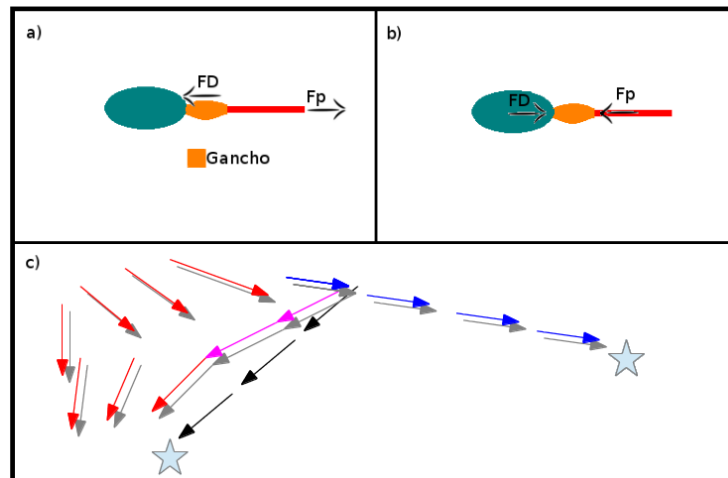


Figura 1.5. a)Diagrama de cuerpo libre cuando el microorganismo nada hacia atrás,el segmento naranja es el gancho, b)diagrama de cuerpo libre cuando el microorganismo nada hacia adelante, c)el ciclo de nado, el sentido de la felcha indica el sentido de la cabeza, se observa en todo el ciclo la re-orientación de la cabeza en 90°.

El artículo de *Stocker et al.* [4] nos muestra otro ejemplo de mecanismos que la naturaleza utiliza para lograr su objetivo, este tipo de estudios nos podrian ayudar a encontrar soluciones para las aplicaciones in-vivo con efoque médico o en micro-robots con otro tipo de aplicaciones.

## Capítulo 2

# Teorema de Purcell y similitud dinámica

### 2.1. Teorema de Purcell

En 1976 E. M. Purcell [12] explicó mediante el teorema de la almeja o "*Scallop theorem*", la locomoción a bajo número de Reynolds, a continuación se da una breve explicación del mismo.

Este Teorema surge para explicar cómo es que los microorganismos nadan. Podría resultar algo intuitivo explicar dicho fenómeno; sin embargo, la intuición del nado convencional (el del ser humano) no aplica. El reflejo de simplemente empujar el agua y que esta nos proporcione el empuje necesario para nadar no sirve a bajo Número de Reynolds, si observamos el número de Reynolds detenidamente para un ser humano sería del orden  $R \sim 10^4$ , para un pescado pequeño  $R \sim 10^2$ , sin embargo para un microorganismo el número de Reynolds es  $R \sim 10^{-4}$ .

Lo anterior es de suma importancia, como se explicó anteriormente el Reynolds describe la influencia de los efectos inerciales contra los efectos viscosos, es decir:

$R = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}}$ . El número de Reynolds se calcula cómo:

$$R_e = \frac{\rho d v_s}{\eta} \quad (2.1)$$

dónde:  $\rho$  es la densidad,  $\eta$  es la viscosidad dinámica,  $d$  es la longitud característica,  $v_s$  es la velocidad.

Si observamos detenidamente las variables en juego para calcular el número adimensional observamos que la viscosidad del fluido tiene un rol muy grande. Si sustituimos en la ecuación (2.1)  $\nu = \frac{\eta}{\rho}$  que es la viscosidad cinemática el Reynolds

se calcula  $R = \frac{dv_s}{\nu}$  es decir si la viscosidad es muy grande el Reynolds es muy pequeño sin tomar en cuenta la dimensión característica y la velocidad, que para los microorganismos también es muy pequeña, es por lo anterior que se obtiene para microorganismos  $R \sim 10^{-4}$ .

Si pensamos que el microorganismo se encuentra nadando y queremos estudiar el efecto de un Reynolds bajo se puede medir cuanto tiempo tarda en detenerse. Cuando ya no se está moviendo cuantificamos el tiempo que se tarda en detenerse es:  $0.4\mu s$  y la distancia que recorre es de  $1\text{Å}$  por lo cual se puede considerar que la inercia no tiene efecto alguno y que el nadador se deja de mover instantaneamente. También es importante mencionar que por dicho efecto no pinta la inercia y por lo tanto la derivada temporal es prácticamente nula en el fenómeno; por lo tanto las ecuaciones de Navier-Stokes se pueden reducir a:

$$\nabla P = \eta \nabla^2 \vec{v} \quad (2.2)$$

Para todo  $R \ll 1$  el patrón de movimiento es el mismo, no importa si sea rápido o lento, aunque sea hacia adelante o hacia atrás en el tiempo; a este enunciado se le conoce como el teorema de la almeja "*The Scallop Theorem*".



Figura 2.1 Representación esquemática de un espermatozoide de [13], ejemplo de mecánica de nado en la cual el movimiento no es simétrico y depende de la deformación del flagelo y el cambio de simetría en el movimiento.

De lo anterior se puede concluir que para que exista desplazamiento del cuerpo, este debe de tener más de un grado de libertad, de lo contrario todo lo que haga es reversible en el tiempo.

## 2.2. Similitud dinámica

Para poder introducir el concepto de similitud dinámica o semejanza, primero se debe de hablar de análisis adimensional, en esta sección hablaremos del análisis adimensional, del principio de homogeneidad dimensional, del teorema Pi y algunos

números adimensionales que son esenciales para el análisis y presentación de los resultados de los experimentos, toda la información es un resumen del capítulo 5 en [14].

### 2.2.1. Análisis adimensional

El análisis adimensional es un método de análisis que permite una mejor presentación de los datos experimentales, ya que reduce el número de variables que intervienen en un fenómeno físico. En otras palabras la ventaja del método es que en lugar de analizar  $n$  variables de las cuales depende nuestro fenómeno físico, podemos obtener una función  $g$  (adimensional) en la cual esté contenida toda la información de las variables que intervengan en el fenómeno físico.

El análisis adimensional nos proporciona leyes de escala que definen al modelo físico. Por ejemplo, si podemos contruir un automóvil a escala para validar el efecto del suelo sobre el prototipo real, podríamos conducir un análisis adimensional obteniendo las leyes de escala que nos asegurarían que nuestro modelo es semejante, de esta forma no utilizaríamos nuestros recursos en experimentos complejos a escala real o que simplemente signifiquen muchas iteraciones en construcción de prototipos a escala real.

Para profundizar y poder explicar en que consiste el análisis adimensional debemos mencionar el Teorema Pi de Buckingham [15] así como el principio de homogeneidad dimensional.

### 2.2.2. Principio de homogeneidad dimensional

Este principio es un axioma en física que nos menciona lo siguiente:

*Si una ecuación se expresa correctamente como una relación entre variables de un proceso físico debe ser dimensionalmente homogénea; esto es, todos sus sumandos deben de tener las mismas dimensiones físicas.*

Por ejemplo en la ecuación de Bernoulli para un fluido incompresible, todas sus sumandos tienen una dimensión de  $[\frac{m^2}{s^2}]$ :

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}V^2 + gz = cte \quad (2.3)$$

### 2.2.3. Teorema Pi

Este teorema es una formalización del método de Rayleigh para el análisis adimensional [14]. El teorema Pi establece que si un proceso físico satisface el principio



de homogeneidad dimensional y relaciona  $n$  variables dimensionales, se puede describir con una relación de sólo  $k$  variables adimensionales. Esta nueva relación será  $j = n - k$  que es igual al máximo número de variables que no pueden formar un grupo adimensional entre ellas.

Mediante una serie de pasos se pueden encontrar relaciones adimensionales que relacionan a las variables de interés en nuestro problema físico. Los pasos son: analizar las  $n$  variables que aparecen en el problema, escribir las dimensiones de cada variable del sistema, determinar  $j$ , seleccionar un grupo  $j$  de variables que no puedan formar un grupo adimensional y que no sean nuestras variables de interés, finalmente añadir al grupo de variables  $j$  las variables de interés por separado para encontrar el exponente de cada variable en la relación adimensional.

Es importante mencionar que estos sencillos pasos nos pueden ayudar a obtener una mejor idea de lo que pasa en nuestro sistema físico así como hacer comparaciones.

Por ejemplo para nuestro arreglo experimental, para alcanzar el rango de bajo número de Reynolds tenemos dos alternativas: la primera es trabajar con fluidos muy viscosos para que el Reynolds sea menor que uno, o reducir la escala de nuestro experimento. Está claro que las dos alternativas por separado son algo difíciles de implementar, ya que los experimentos se tornarían complejos o tediosos como lo es trabajar con fluidos sumamente viscosos por ejemplo por encima de  $10[\text{Pa} \cdot \text{s}]$  o sumamente costosos como lo es observar el nado de microorganismos o nanobots, cabe destacar que ya han abido experimentos con condiciones semejantes.

Es por lo anterior que la herramienta de análisis adimensional nos proporciona una gran ventaja, podemos asegurar mediante el número adimensional de Reynolds que si nuestro sistema tiene un número de Reynolds similar o igual, nuestro experimento es válido. Lo que significa que podemos jugar con las dos alternativas antes mencionadas y encontrar una escala adecuada de trabajo así como fluidos que faciliten los experimentos.

Otro número adimensional que sin duda es importante para nuestro experimento es el número de Deborah el cual fue definido por el Profesor Marcus Reiner [16], haciendo referencia a un pasaje de la biblia en el cual se menciona: *las montañas fluyeron ante el señor*, con esta idea el Profesor Reiner propone que todo fluye si esperas el tiempo suficiente, inclusive las montañas.

El número de Deborah está dado por:

$$D_e = \frac{\lambda}{T} \quad (2.4)$$

dónde:  $\lambda$  es el tiempo de relajación del material y  $T$  está definido como un tiempo de observación del fenómeno.

El tiempo de relajación  $\lambda$  es un tiempo característico de un material, el cual nos indica el tiempo que tarda en llegar al equilibrio el material después de sufrir una perturbación. Cabe destacar que hay muchos modelos para obtener el tiempo de relajación esto va a depender del material o sistema que se tenga y que es lo que se quiere conocer del mismo.

Números grandes de Deborah corresponden al comportamiento de un sólido, si  $D_e = \infty$  es un comportamiento de un sólido perfecto. Bajos números de Deborah corresponden al comportamiento de un líquido, si  $D_e = 0$  es el comportamiento perfecto de un líquido. Para evitar caer en ambigüedades se considera comportamiento sólido cuando el efecto no cambia su forma cuando se somete a un esfuerzo constante al contrario que el líquido. En nuestro caso el Deborah nos indicará que efecto tiene mas peso en nuestro experimento si la parte líquida viscosa ( $D_e = 0$ ) o la parte sólida elástica ( $D_e = \infty$ ), considerando que el número de Deborah es grande cuando  $D_e > 1$ .



## Capítulo 3

# Arreglo Experimental

En esta sección se explicará la configuración de los dos microrobots así como el proceso de manufactura de los mismos. También se abordarán propiedades de los materiales utilizados para los nadadores. Además, se explicará el arreglo experimental, el cual consiste en un sistema híbrido mecánico-eléctrico, el cual, cuenta con un par de bobinas de Helmholtz que están acopladas a un par de flechas y rodamientos y que giran mediante una banda que está conectada a un motor eléctrico de corriente directa. También se discutirá el proceso de adquisición y análisis de datos.

### 3.1. Sistema mecánico-eléctrico

Este sistema tiene como finalidad generar un campo magnético giratorio que servirá para impulsar al microrobot. Esto es sumamente importante debido a que el robot se puede considerar externamente impulsado, es decir no se necesita de algún tipo de motor acoplado al robot. El funcionamiento y diseño detallados del sistema mecánico-eléctrico se encuentran en [17].

En la figura 3.1 podemos observar el arreglo que tiene entre sus componentes un par de bobinas de Helmholtz, a través de estas se aplicará una corriente eléctrica de  $3 \pm 0.3[A]$  a  $127 \pm 0.01[V]$ . Esta corriente proviene de una fuente de corriente directa. El paso de corriente eléctrica sobre el arreglo de bobinas induce un campo magnético constante al rededor de  $5.8 [mT]$  que puede calcularse mediante:

$$B_z(z) = \frac{8\mu_0 NI}{R\sqrt{125}} \quad (3.1)$$

dónde:  $\mu_0$  es la permeabilidad magnética del espacio libre,  $N$  es el número de vueltas de cable de la bobina,  $I$  es la corriente eléctrica,  $R$  es la resistencia y  $z$  es la coordenada espacial a lo largo del eje de rotación de las bobinas.

Mediante un teslámetro se comprobó que el campo fuera constante en el eje z, como se puede ver en la figura (3.1), extraída de [17].

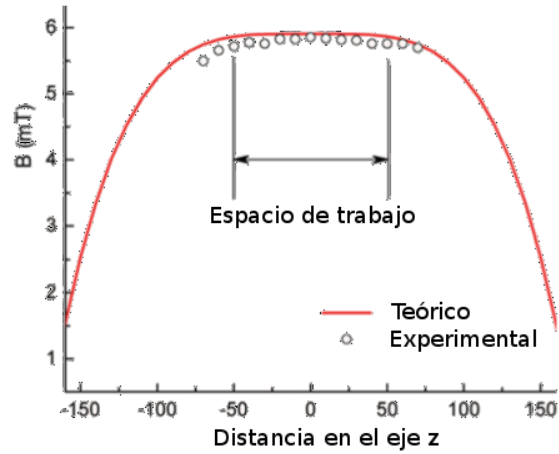


Figura 3.1. Medición del campo magnético B sobre el eje de rotación z

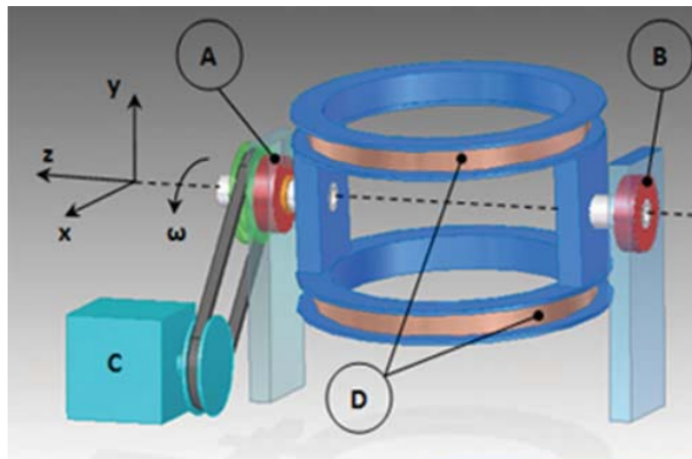


Figura 3.2. Sistema Mecánico-eléctrico. (A),(B) -Rodamientos. (C) -motor eléctrico. (D) - Bobinas de Helmholtz, [17].

Como se muestra en la figura 3.2, el par de bobinas está acoplado a un motor eléctrico de corriente directa mediante una banda la cual a su vez transmite el par a

dos flechas que se encuentran apoyadas sobre rodamientos que permiten el giro de las bobinas. En el eje de rotación de las bobinas se encuentran dos barras las cuales están fijas (no giran), estas barras sostienen el recipiente que contiene al fluido y al microrobot.

El motor eléctrico de corriente directa se encuentra equipado con un controlador digital con el cual variamos la velocidad angular  $\omega$ . Esta velocidad se irá variando conforme lo marquen los experimentos.

## 3.2. Configuración y Manufactura de Microrobots

### 3.2.1. Microrobot con hélice en espiral rígida

Cuando hablamos del concepto del robot es muy importante remarcar que es un robot externamente impulsado. Esto es de suma importancia ya que existen varios conceptos como puede ser por ejemplo un micromotor actuado con corriente externa. Sin embargo los cables para transmitir la corriente eléctrica perturban el flujo. Esto en flujos donde los efectos viscosos sean los que dicten la dinámica del fluido es muy desfavorable debido a que la perturbación al flujo debido a los cables, o de cualquier otro tipo de elementos externos que perturben el flujo afectarán nuestras observaciones.

Para lograr el impulso se cuenta con un imán permanente (de momento magnético  $M$ ) inmerso en el nadador y el par de bobinas rotatorias. Al existir una diferencia en la dirección del momento magnético  $M$  y el campo generado por las bobinas  $B$ , el microrobot se intentará alinear con el campo rotatorio de las bobinas como se aprecia en la figura 3.3. Esto generará un par y como consecuencia un movimiento de rotación del microrobot que al contar con una hélice en espiral generará el impulso para que el nadador se desplace.

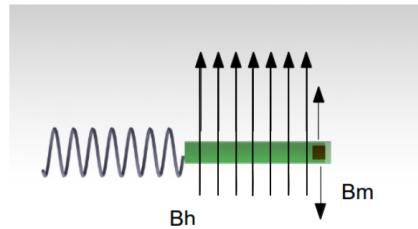


Figura 3.3. Robot de cola rígida y líneas campo magnético.  $Bh$  es el campo magnético generado por el par de bobinas y  $BmC$  es el campo magnético generado por el imán.

En los microrobots se pueden distinguir tres partes: la cabeza, el imán (que se encuentra adentro de la cabeza) y la hélice, como se puede ver en la figura 3.4. La cabeza cilíndrica está hecha de polipropileno y es de sección transversal constante de diámetro  $d = 3[mm]$ . En un extremo dentro de dicha cabeza, se encuentra un imán permanente situado sobre el eje de giro del nadador con una orientación tal que el imán intente seguir el campo magnético y, como se explicó anteriormente, impulse al nadador. También dentro de la cabeza se encuentra aire atrapado para poder lograr la condición de flotación neutra. La hélice está hecha de alambre de acero de diámetro  $df = 0.2[mm]$ . La unión entre la hélice y la cabeza de polipropileno se logra mediante silicón el cual también es utilizado para sellar el otro extremo de la cabeza del nadador, contrario a la parte donde se encuentra el imán confinado, en la figura 3.5 se pueden ver los parámetros geométricos que definen al robot.

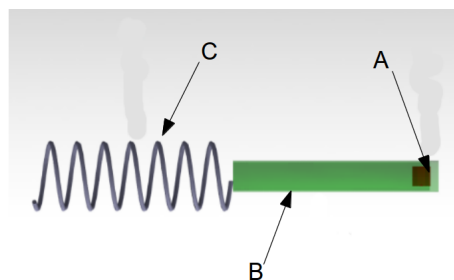


Figura 3.4. Esquema de las partes del robot de cola rígida.  $A$  es el imán permanente,  $B$  es la cabeza de poliestireno,  $C$  es la hélice.

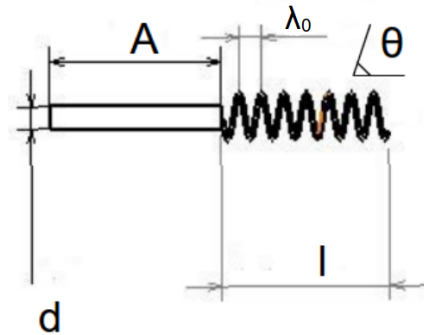


Figura 3.5. Esquema del robot de cola rígida.  $d$  Es el diámetro de la cabeza,  $\theta$  es el ángulo de paso del espiral o hélice,  $\lambda_0$  es la longitud de paso,  $l$  es la longitud de la cola y  $A$  es la longitud de la cabeza.

La manufactura de los prototipos se pensó lo más simple posible para facilitar el manejo de los microrobots y agilizar la producción de prototipos. Para la construcción de los microrobots solo se necesitaron unas pinzas de punta fina, una pistola de silicón, el poliestireno (popote), tijeras, alambre de acero, papel (como lastre, es decir para alcanzar la flotación cero algunas ocasiones se necesitaba añadir peso) y calibrador.

El proceso de ensamble es muy sencillo, una vez que se tiene cortado todo a la medida que se requiere, es decir el poliestireno, y el alambre de acero con el ángulo de paso y longitud de paso que se requieren; solo es necesario aplicar el silicón en un extremo del poliestireno cortado y colocar el alambre en el eje de rotación y esperar a que se seque. El siguiente paso es colocar el imán e intentar lograr la flotación neutra, una vez que se logre la flotación neutra dentro del contenedor, se procede a sellar la cabeza del nadador.

Para este tipo de microrobots variamos el ángulo de paso  $\theta$  (ver figura 3.5) conservando constantes todos los demás parámetros. Es importante conservar constante la longitud total del alambre  $l_a$  a lo largo de la hélice, ya que conforme se incrementa el ángulo de paso  $\theta$  debe de ir variando, pues de lo contrario el alambre será mas largo, esto incrementaría la fuerza de impulso del microrobot.



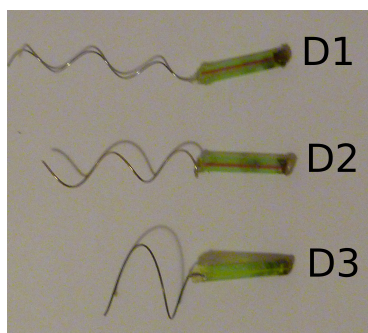


Figura 3.6. Foto de los prototipos utilizados en los experimentos, nadadores D1, D2, D3.

En la figura 3.6 observamos una imagen con los tres prototipos utilizados en nuestros experimentos.

### 3.2.2. Microrobot con hélice en espiral rígida y unión flexible

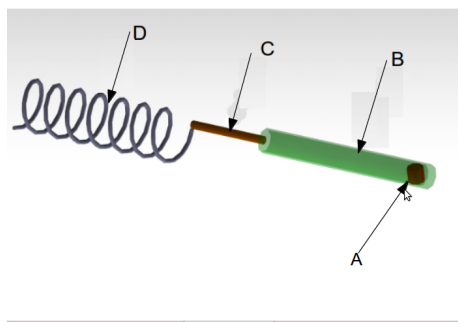


Figura 3.7. Esquema robot unión flexible cola rígida, (A) es el imán permanente, (B) es la cabeza de poliestireno, (C) es la unión flexible fibra de vidrio y D es la hélice

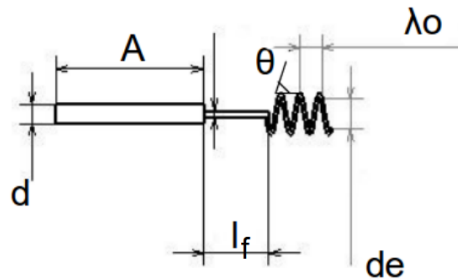


Figura 3.8. Parámetros geométricos,  $d$  es el diámetro de la cabeza,  $d_f$  es el diámetro del alambre de la hélice,  $\theta$  es el ángulo de paso del espiral o hélice,  $\lambda_0$  es la longitud de paso,  $l_f$  es la longitud de la unión flexible y  $A$  es la longitud de la cabeza.

Para este tipo de microrobots la configuración utilizada fue la siguiente: cabeza rígida con sección transversal constante de diámetro  $d = 3[mm]$  y longitud  $A = 27[mm]$ , a la cabeza rígida se unió un pedazo de fibra óptica de diámetro  $d_o = 0.5[mm]$ , como se observa en la figura 3.7. El módulo de elasticidad de la fibra similar al del vidrio  $E = 80[GPa]$ . Por último a la unión flexible de fibra óptica se le añadió una hélice rígida en espiral la cual proporciona la fuerza de empuje.

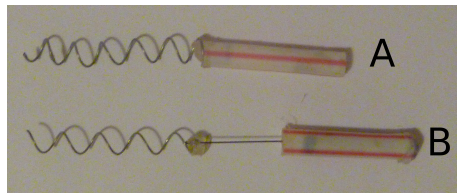


Figura 3.9. Robot con cola rígida y cola flexible, (A) es el robot de cola rígida y (B) es el robot de cola flexible.

En la figura 3.9 podemos observar los prototipos que se utilizaron para nuestros experimentos, cabe mencionar que para el robot (B) de cola flexible fueron 4 prototipos utilizados variando la longitud de la unión flexible de fibra óptica.

### 3.3. Fluidos utilizados

Para los experimentos se utilizaron dos fluidos, uno a base de miel Karo que presenta un comportamiento newtoniano, viscosidad constante de  $\eta \approx 0.46 Pa \cdot s$  este dato fue obtenido mediante un Reómetro BROOKFIELD LVDV-III CP. El otro fluido utilizado fue un fluido de Boger de viscosidad constante  $\mu \approx 0.36 Pa \cdot s$  pero que presenta comportamiento elástico. En la figura 3.10 podemos observar la gráfica que se obtuvo mediante una prueba oscilatoria en platos paralelos de 40 mm con un gap de 1 mm, con el reómetro ARES-G2 de deformación controlada de la

marca TAInstruments. Los datos que se presentan son después de un ajuste por deslizamiento y ocupando la aproximación de que el modulo elástico es  $G' = \frac{1}{2N_1}$ .

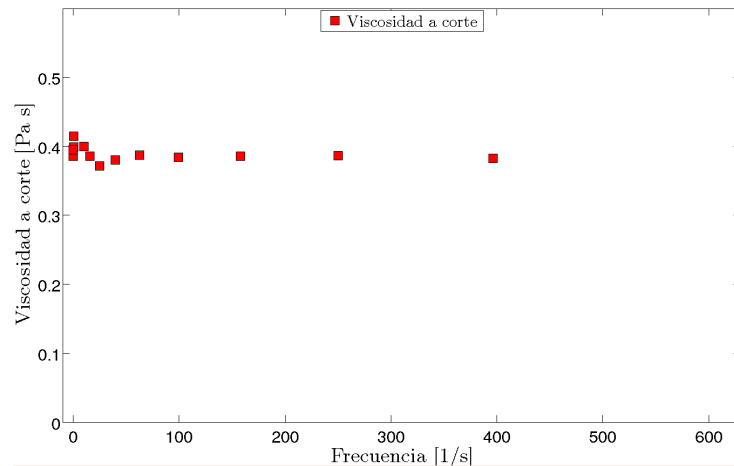


Figura 3.10. Viscosidad al corte del fluido Boger con ajuste de deslizamiento.

Para poder explicar porqué utilizamos estos fluidos es necesario mencionar algunos conceptos básicos de fluidos no-newtonianos así como también estrategias para estudiar y caracterizar a dichos fluidos.

Como se mencionó antes, los fluidos newtonianos son fluidos idealizados en los cuales su viscosidad permanece constante. También son invariantes en el tiempo e isotrópicos.

dónde:  $u$  es el perfil de velocidades en las tres direcciones  $x, y, z$ .  $\rho$  es la densidad,  $p$  es la presión y  $\mu$  es el coeficiente de viscosidad.

La aproximación newtoniana indica que el tensor de esfuerzos se define como:

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (3.2)$$

dónde:  $\tau$  es el tensor de esfuerzos,  $\mu$  es el coeficiente de viscosidad y  $\frac{du}{dy}$  es la variación de la velocidad con respecto a la dirección  $y$ .

Los fluidos no newtonianos son definidos como fluidos en los que su tensor de esfuerzos  $\tau$  no puede ser expresado en forma lineal. Es decir es necesario expresar a los componentes como funciones de los gradientes de velocidad. Es importante recalcar que no existe una sola representación de dicho tensor de esfuerzos, esto dependerá del tipo de fluido y modelo en cuestión. Es por esta razón que mencionaremos

algunas consideraciones importantes para sustentar nuestro análisis posterior.

Dentro de los fluidos no newtonianos podemos encontrar varios comportamientos típicos siendo algunos de los más importantes; los fluidos viscoelásticos, los dilatantes, pseudoplásticos, etc. Tal como se muestra en la figura 3.11.

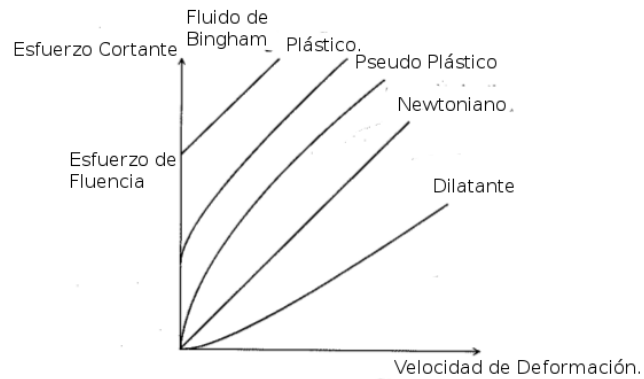


Figura 3.11. Comportamientos típicos No-newtonianos y Newtoniano.

El fluido de Boger, es un fluido de viscosidad constante que, sin embargo, presenta comportamiento elástico es decir la diferencia de esfuerzos normales  $N_1$  es diferente de cero, donde  $N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy}$ . Esto se explicará en detalle más adelante. Este tipo de fluidos fueron introducidos por David V. Boger en 1977 en [1], la característica peculiar del fluido es que presenta este comportamiento manteniendo su viscosidad constante. Este tipo de fluidos permiten aislar el efecto elástico en algunos fenómenos, por ejemplo se puede preparar un fluido Newtoniano con la misma viscosidad que un fluido de Boger y así asegurar que la contribución de la viscosidad en el fenómeno será la misma en ambos fluidos. En nuestro caso los fluidos tienen menos de  $0.1 [Pas]$  de diferencia, lo cual es una muy buena aproximación.

Recordando que los efectos elásticos están definidos por la ley de Hooke (3.5) que se aplica para el rango elástico de los materiales sólidos.

$$\tau = G\Theta \quad (3.3)$$

dónde:  $\tau$  es el esfuerzo cortante,  $G$  es el módulo de rigidez a corte,  $\Theta$  es el desplazamiento.

Como se menciona en la sección anterior es muy poco el conocimiento que se tiene sobre el nado a bajo número de Reynolds en fluidos viscoelásticos. Por esto que se optó por el fluido de Boger, un fluido que nos permite conocer el papel de los efectos elásticos en el fenómeno.

### 3.3.1. Preparación de los fluidos

Para preparar el fluido newtoniano seguimos la receta siguiente: en porcentaje en peso 91% de miel karo y 9% de agua se mezclan por espacio de 30 minutos y se deja reposar para que no tenga burbujas.

La preparación de los fluidos no-newtonianos es mucho mas compleja ya que debido a efectos viscoelásticos, como el efecto Weissenberg (ver figura 3.12), no es posible prepararlos utilizando algun medio automatizado ya que como se aprecia en la figura 3.12 el fluido empieza a escalar elementos mecánicos (turbinas de agitación).



Figura 3.12. Efecto Weissenberg.

Los elementos que se necesitan para prepara el fluido de Boger son los siguientes:

poliacrilamida, glucosa, agua y benzoato de sodio. Los porcentajes se obtuvieron de [8] en peso las cantidades utilizadas fueron: 85 % Glucosa, 15 % Agua, 0.98 % Poliacrilamida (Separan AP-30) y 0.02 % Benzoato de sodio.

Generalmente para los fluidos no-Newtonianos de viscosidad constante que presentan efectos elásticos se utiliza un polímero, en este caso la poliacrilamida que se disuelve en un componente altamente viscoso como lo es la glucosa. El benzoato de sodio se utilizó para conservar el fluido más tiempo ya que la glucosa es muy susceptible a la degradación bacteriana.

El método de preparación comienza diluyendo poco a poco la poliacrilamida en el agua (guardando una pequeña cantidad de agua, para al final poder regular la viscosidad y tener el valor requerido). Esto se hace por espacio de una hora. Después se añade la glucosa y se debe de mezclar por espacio de 5 días el mayor tiempo posible, el mezclado es un proceso artesanal en el cual se bate con la mano y con la ayuda de un agitador lentamente debido a que si el ritmo es rápido se pueden romper las cadenas poliméricas lo cual impedirá que el fluido presente las características deseadas.

Una vez que se tienen preparados ambos fluidos se tiene que constatar que las características que presentan son adecuadas o entran dentro del rango de trabajo. Es por esto que se debe, en el caso del fluido newtoniano obtener su viscosidad, y en el caso del fluido Boger hacer una caracterización reológica.

### 3.3.2. Caracterización reológica de los fluidos

Para caracterizar reológicamente al fluido se deben hacer distintas valoraciones una de ellas es la dependencia de la viscosidad con la rapidez de deformación, existen otros parámetros que nos darán información importante como lo son el módulo de pérdida  $G''$  y el módulo de almacenamiento  $G'$ , el tiempo de relajación  $\lambda$  y las diferencias de esfuerzos normales  $N_1, N_2$ , entre otros.

Para utilizar las diferencias de esfuerzos normales se puede hacer una prueba de flujo cortante simple. En esta prueba se utilizó la geometría cono plato en un reómetro, la prueba consiste en colocar en el plato de aproximadamente  $d_p = 3[cm]$ , una pequeña muestra del fluido. Después empieza a haber una ligera oscilación entre el cono y el plato y así el reómetro registra las variables de interés, con esta prueba se obtiene el tiempo de relajación de la siguiente forma:

$$\lambda = \frac{N_1}{2\eta_0\dot{\gamma}^2} \quad (3.4)$$

dónde:  $\lambda$  es el tiempo de relajación,  $\dot{\gamma}$  es la rapidez de deformación y  $\eta_0$  es la viscosidad.

$$N_1 = \sigma_{xx} - \sigma_{yy} \quad (3.5)$$

$$N_2 = \sigma_{yy} - \sigma_{zz} \quad (3.6)$$

dónde:  $\sigma_{xx}$  es el esfuerzo normal en dirección x,  $\sigma_{yy}$  es el esfuerzo normal en dirección y y  $\sigma_{zz}$  es el esfuerzo normal en dirección z.

El modelo anterior solo se utilizó para tener una evaluación de que tan viscoelástico era el fluido es decir solo se graficó N1 en función de la velocidad de deformación así como también para constatar que el fluido Boger tenía la viscosidad  $\mu$  constante.

La siguiente prueba que realizamos fue para obtener información sobre el tiempo de relajación del fluido. La prueba fue de oscilación de baja amplitud para la que se utilizó la geometría cono plato y se establece un intervalo de oscilación en el reómetro el cual en nuestro caso debe coincidir con la frecuencia a las cuales giran las bobinas, finalmente el tiempo de relajación se puede obtener de la siguiente forma:

$$\lambda = \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\eta'}{\omega} \frac{1}{\eta'} \quad (3.7)$$

dónde:  $\omega$  es la frecuencia de oscilación,  $\eta'$  es la viscosidad de almacenamiento y  $\eta''$  es la viscosidad de pérdida.

Otra forma para calcular el tiempo de relajación a partir del modelo generalizado de Maxwell:

$$G'(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{g_i \tau_i^2 \omega^2}{1 + \tau_i^2 \omega^2} + \eta_s \omega \quad (3.8)$$

$$G''(\omega) = \sum_{i=1}^n \frac{g_i \tau_i \omega}{1 + \tau_i^2 \omega^2} \quad (3.9)$$

dónde:  $g$  = es la fuerza normal y  $\eta_s$  = es la viscosidad del solvente.

El tiempo de relajación  $\lambda$  se obtiene de resolver simultáneamente las ecuaciones 3.10 y 3.11, haciendo un ajuste de cuarto orden que es donde se encuentra un punto *crossover* o de cruce ( $G'$  con  $G''$ ). Cabe mencionar que el modelo matemático se utiliza realizando una prueba de oscilación de baja amplitud. En la imagen 3.15 podemos apreciar un punto de cruce sin embargo no es representativo por el deslizamiento observado en la prueba.

La lambda que se utilizó para análisis posterior se calculó con los modelos anteriormente explicados. Se utilizó de [8] donde el autor utilizó la ecuación 3.10.

$$\tau = \frac{\sum_{i=1}^n g_i \tau_i^2}{\sum_{i=1}^n g_i \tau_i} \quad (3.10)$$

El rango de los esfuerzos normales del reómetro era menor a  $N_1 < 1$ . Debido a este rango no se pudieron cuantificar los esfuerzos normales. Probablemente debio a la degradación bacteriana del fluido el rango de esfuerzos normales fue menor a uno.

En la figura 3.13 podemos observar la prueba de cortante simple. En primera instancia parecería que el fluido es adelgazante pero si observamos los valores de viscosidad compleja a partir de la frecuencia  $8[\frac{1}{s}]$  los valores de viscosidad constante y compleja coinciden, como se ve en la figura 3.14 por lo que probablemente el adelgazamiento se deba al deslizamiento presente en la prueba.

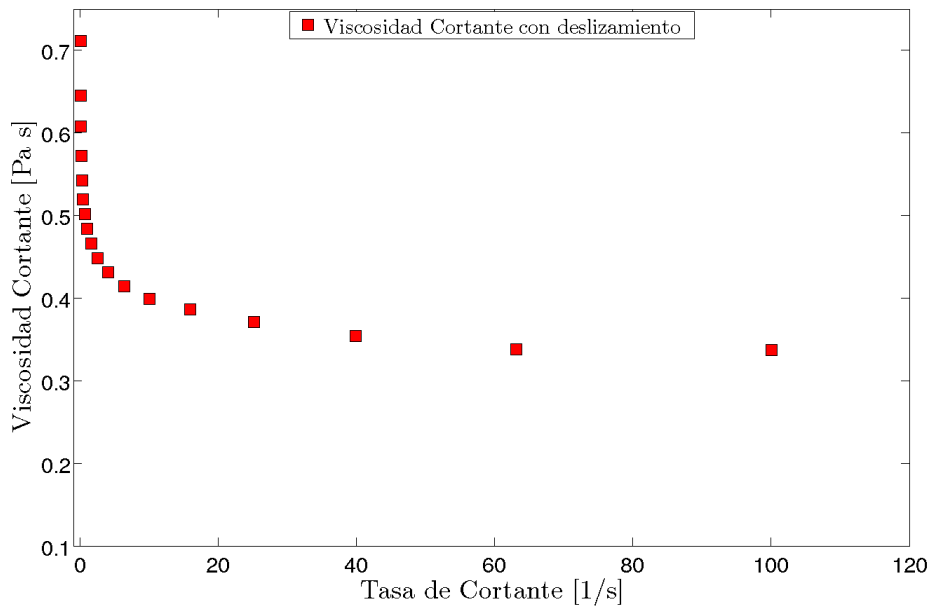


Figura 3.13. Viscosidad cortante con deslizamiento contra la rapidez de deformación.



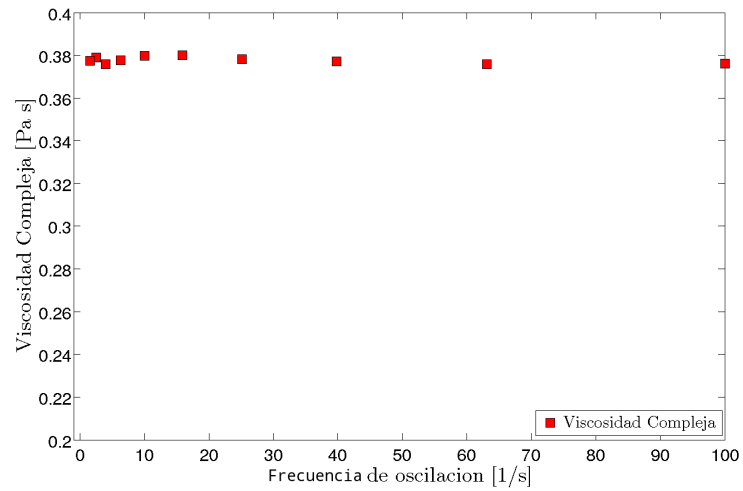


Figura 3.14. Viscosidad compleja obtenida de una prueba oscilatoria de baja amplitud.

Finalmente haciendo un ajuste del módulo elástico y eliminando la parte que se refiere al deslizamiento la gráfica de la viscosidad se puede observar en la figura 3.10.

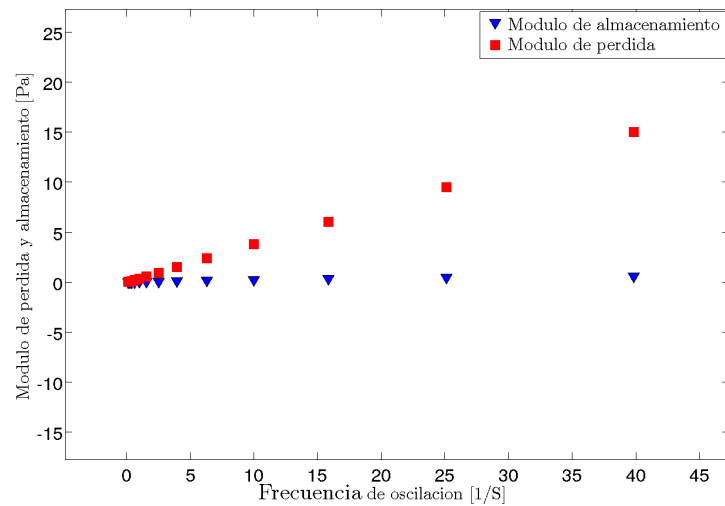


Figura 3.15. Módulo de almacenamiento y módulo de pérdida contra la rapidez de deformación, se observa que no existe punto de cruce por lo cual no se puede establecer un tiempo de relajación directamente de la gráfica se tendrá que usar uno de los modelos antes explicados.

### 3.4. Procesamiento de Imágenes

Una vez que tenemos el arreglo listo para empezar a experimentar con los fluidos y los microrobots, es necesario tener alguna forma de adquisición de datos. La forma utilizada para este experimento fue una cámara de alta definición de 33 cuadros por segundo, esto debido a que nuestro análisis de datos solo requiere un análisis de la velocidad promedio.

Una vez que los vídeos de alta definición fueron videograbados. Se utilizó una herramienta de postprocesamiento de imágenes. En este trabajo se utilizó un software libre llamado "Tracker" [?]. Este software se escogió debido a su fácil manejo y amplia gama de opciones para realizar los análisis. Como se mencionó antes, en el vídeo se establece una escala y se analiza la posición inicial y final del nadador a través del tiempo lo cual nos dará el valor de velocidad promedio, ver figura 3.17.

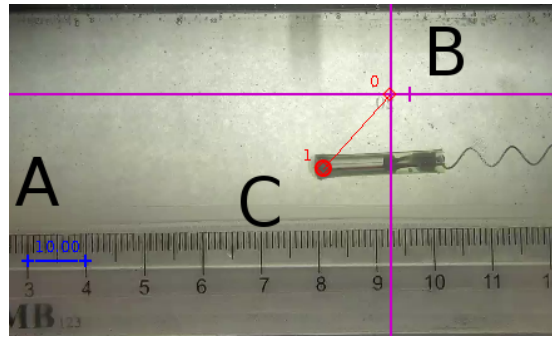


Figura 3.16 Software para analizar imágenes "Tracker", A- barra de calibración [mm], B- Sistema de referencia, C- Punto final de la trayectoria



# Capítulo 4

## Resultados

### 4.1. Variación del ángulo de paso

En este experimento, como se mencionó en el capítulo 3, el objetivo es observar el efecto que tiene el ángulo de paso en la velocidad de nado de los robots. Así mismo se pretende cuantificar dicho efecto de la reología del fluido.

Los experimentos se realizaron a temperatura ambiente  $T \approx 22 \pm 1^\circ\text{C}$ . Es importante mencionar que la temperatura tiene una gran influencia sobre los resultados, sobre todo en el viscoelástico ya que la variación en la temperatura puede hacer que los efectos elásticos se presenten antes o después. Por ejemplo si el fluido se enfriara es posible que los esfuerzos normales se presenten a una frecuencia mas baja. No se pudo controlar la temperatura y se trabajó en el rango antes mencionado. Es por esta razón que en la caracterización reológica presentada en el capítulo 3 se trabajo en  $T \approx 22^\circ\text{C}$ .

La fuente del circuito que alimenta las bobinas, operó con un voltaje  $V \approx 127 + / - 0.01[V]$  y una corriente  $I \approx 3.4[A]$ . Cabe mencionar que el voltaje se comportó de una forma constante, el registro se guardó en la bitácora de experimentos, mientras tanto la corriente presentó un rango operativo de  $+ / - 0.1[A]$ . Conviene subrayar que aunque la corriente eléctrica tiene un efecto importante sobre la intensidad del campo esto no representa un efecto apreciable en la velocidad de los nadadores.

En las figuras 4.1 a 4.3 podemos observar el comportamiento de los nadadores D1, D2 y D3 en los dos fluidos mencionados previamente. Los revoluciones a las cuales hicimos el análisis de los vídeos fueron estan en el rango  $0.41 < \Omega < 6.25 [Hz]$ . Cabe destacar que para el nadador D3 se trabajó en un rango menor debido a que el flujo se modificaba por el fenómeno denominado "step out" [17]. Este comportamiento se presenta a frecuencias altas donde la intensidad de el campo magnético no es suficiente para atrapar el imán del nadador y generar el par nece-

sario (el imán gira muy rápido para que los campos magnéticos se acoplen). El par se genera irregularmente y el movimiento del nadador es intermitente.

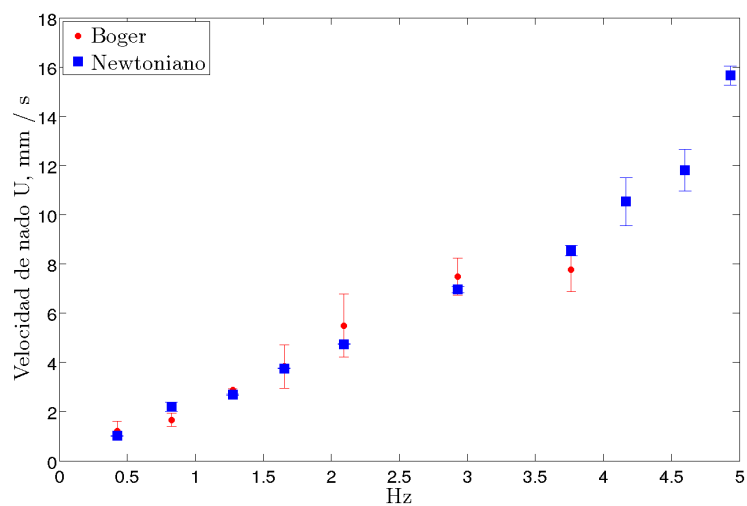


Figura 4.1. Nadador D1 velocidad en Newtoniano y Boger

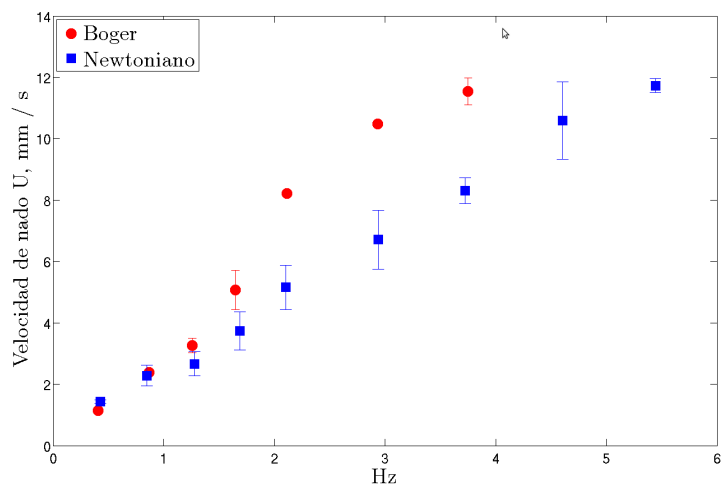


Figura 4.2. Nadador D2 velocidad en Newtoniano y Boger

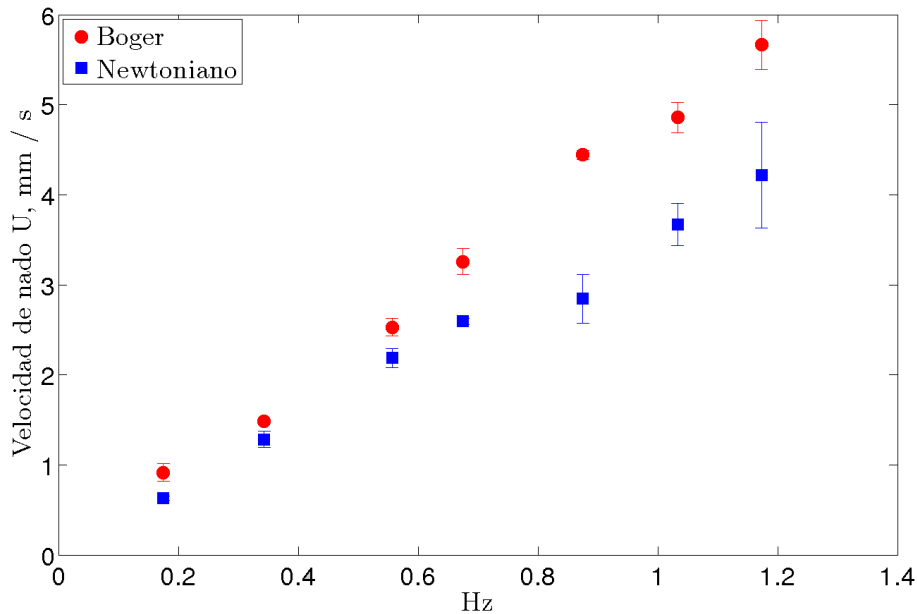


Figura 4.3. Nadador D3 velocidad en Newtoniano y Boger

Podemos observar en la tres figuras anteriores que para los robots con ángulos de paso  $\lambda$  pequeños la velocidad de nado en los dos fluidos (el Newtoniano y el de Boger) es muy similar como lo es en el nadador  $D_1$  que es prácticamente del mismo valor como se observa en la figura 4.1. En el nadador  $D_2$  se observa un incremento muy notable en la velocidad de nado en el fluido Boger a partir de  $1.5[Hz]$ , finalmente para el nadador  $D_3$  de la figura 4.3 podemos apreciar que la velocidad de nado en el fluido de Boger es muy superior que en fluido Newtoniano. Cabe destacar que a bajas frecuencias de giro (menores a  $0.4[Hz]$ ), es difícil observar una diferencia entre los robots que nadan en fluidos Newtonianos y los que nadan en fluidos de Boger. Esto puede presentarse debido a algún efecto de deslizamiento parecido al observado en la caracterización reológica pero en otra escala.

Para poder comparar el desempeño de los nadadores, es necesario normalizar la velocidad de nado del fluido Boger con respecto al Newtoniano, es decir dividir la velocidad del nadador en el fluido de Boger ( $U_B$ ) entre la velocidad del nadador en el Newtoniano  $U_N$ . Después el cociente se grafica en función del número de Deborah  $De$ . Esto nos otorgará un panorama más completo y nos permitirá un análisis de resultados más profundo. Recordemos del capítulo 2 que si el Deborah es cercano a cero el comportamiento se considera fluido viscoso, de ser grande se considera un sólido elástico.

Para este caso el tiempo de relajación obtenido de la caracterización reológica fue:  $\lambda = 1.23[s]$ , con una prueba oscilatoria de baja amplitud y utilizando el modelo

de Maxwell generalizado.

El número de Deborah se calculó de la siguiente manera:  $De = \frac{\lambda\Omega}{60}$

Dónde:  $\lambda$  es el tiempo de Relajación y  $\Omega$  es la frecuencia de giro.

Para el robot  $D_1$  se observa que la velocidad de nado normalizada se encuentra muy cercana a uno sin embargo no llega a romper esa barrera esto nos indica que no existe una diferencia significativa entre el nado en los dos fluidos, esto puede ser debido a que para ángulos de paso pequeños como lo es el caso del nadador  $D_1$  no se alcanza una perturbación suficiente para disparar los efectos elásticos del fluido de Boger como se puee observar en la figura 4.4.

En la figura 4.4 la velocidad de nado normalizada de los nadaodres D2 y D3 es superior a 1 lo que nos indica que los efectos elásticos incrementan la velocidad de nado. También la velocidad de nado normalizada del robot  $D_3$  llega a presentar valores superiores a dos lo cual nos indica que conforme el ángulo de paso incrementa los efectos elásticos son mas notorios y hacen posible que la velocidad de nado en el fluido de Boger sea superior.

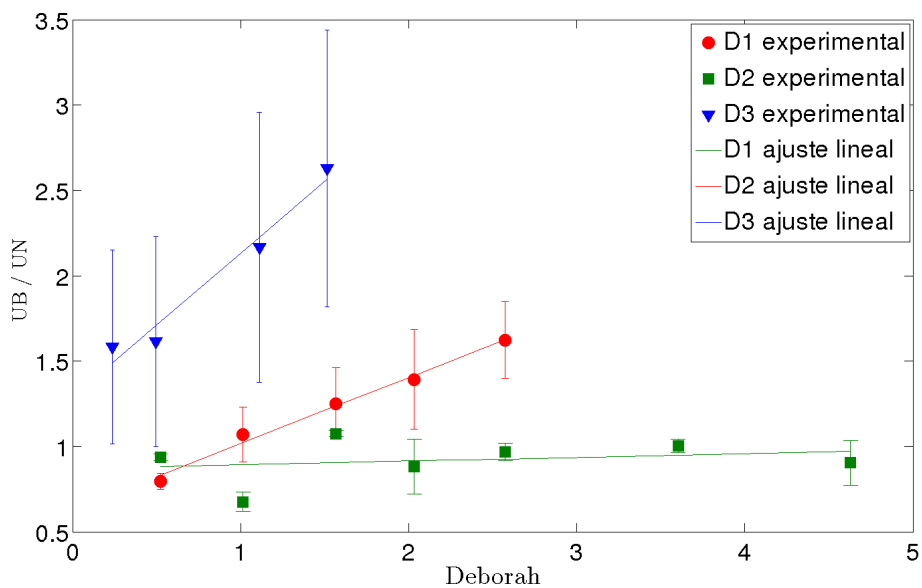


Figura 4.4. Nadadores D1, D2 y D3 vs Debora

Por último, los cocientes de velocidades en función del debora con un ajuste lineal, en la figura 4.4 podemos observar como la pendiente incrementa conforme se incrementa el ángulo de paso  $\theta$  de la hélice los robots. Esto nos indica que conforme

se incrementa el ángulo de paso los efectos elásticos son mas notables.

En [3] los resultados obtenidos son similares, el incremento de la velocidad se debe en gran medida al aumento en el ángulo de paso. También el ángulo de paso mayor posibilita que la diferencia entre el fluido newtoniano y el fluido con comportamiento elástico sea mayor: la velocidad es mayor en el fluido más elástico. Es importante recalcar que debido a nuestro arreglo experimental el trabajar a bajos números de Deborah, como en los que se trabajan en [3] es complicado por lo que esta comparación de resultados debe de hacerse precavidamente.

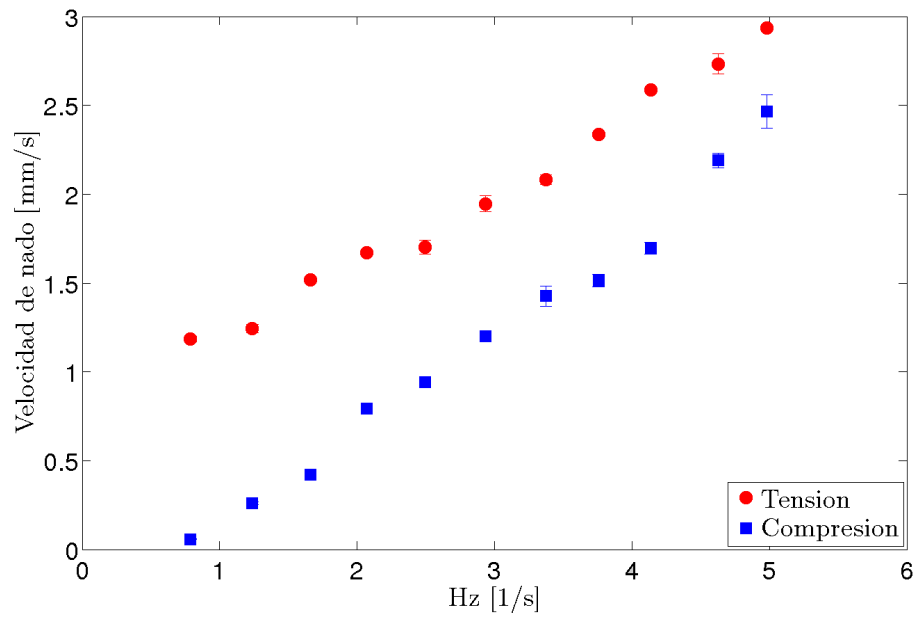
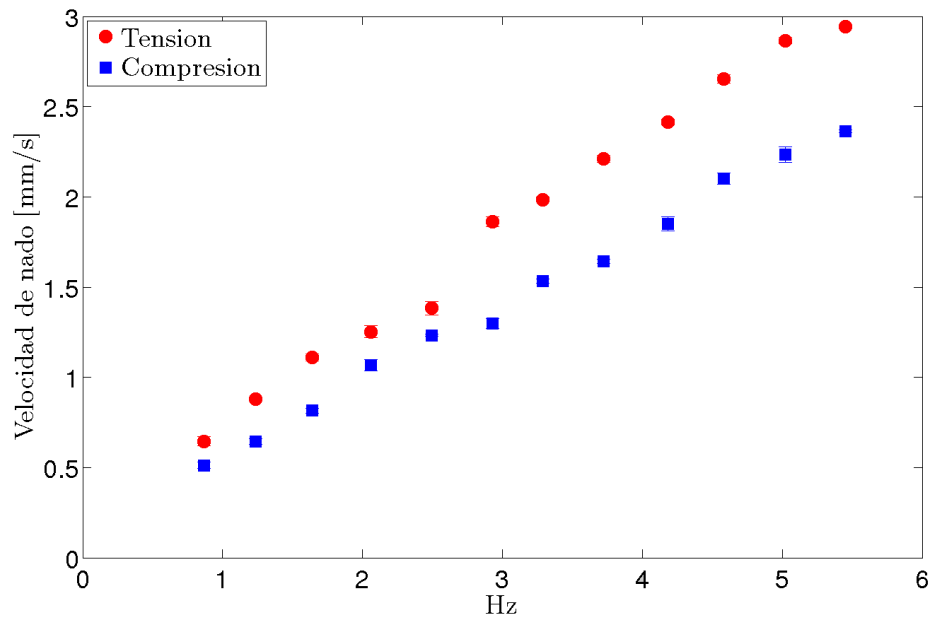
## 4.2. Nadador con unión flexible entre hélice y cabeza

Para este experimento, como se mencionó anteriormente, la configuración de los robots consistía en una cabeza, unión flexible, y hélice rígida con los parámetros. El parámetro que variamos fueron tres longitudes diferentes para la unión flexible de fibra óptica  $d_0 = 0.5[mm]$  las longitudes que utilizamos fueron:  $l_1 = 6[mm]$ ,  $l_2 = 8[mm]$ ,  $l_3 = 12[mm]$ . En este experimento solo se utilizó unicamente un fluido Newtoniano a base de miel Karo de  $\mu = 0.46[Pa \cdot s]$ .

El experimento consistió en poner a nadar al microrobot hacia el sentido en el cual su configuración de nado fuera (push) o de empuje, como se explicó en el capítulo 3, para después pasar a una configuración (pull) o jalar y comparar los efectos de ambas configuraciones. Cuando el nadador empuja se puede considerar que la unión flexible está trabajando a compresión, cuando el nadador jala la unión trabaja a tensión.

En las siguientes figuras podemos observar el comportamiento de los nadadores  $l_1, l_2, l_3$ . Las frecuencias de giro a las cuales hicimos el análisis de los vídeos fueron las siguientes:  $0.83 < \Omega < 5.42 [Hz]$ .



Figura 4.5. Nadador  $l_1 = 6$ [mm]Figura 4.6. Nadador  $l_2 = 8$ [mm]

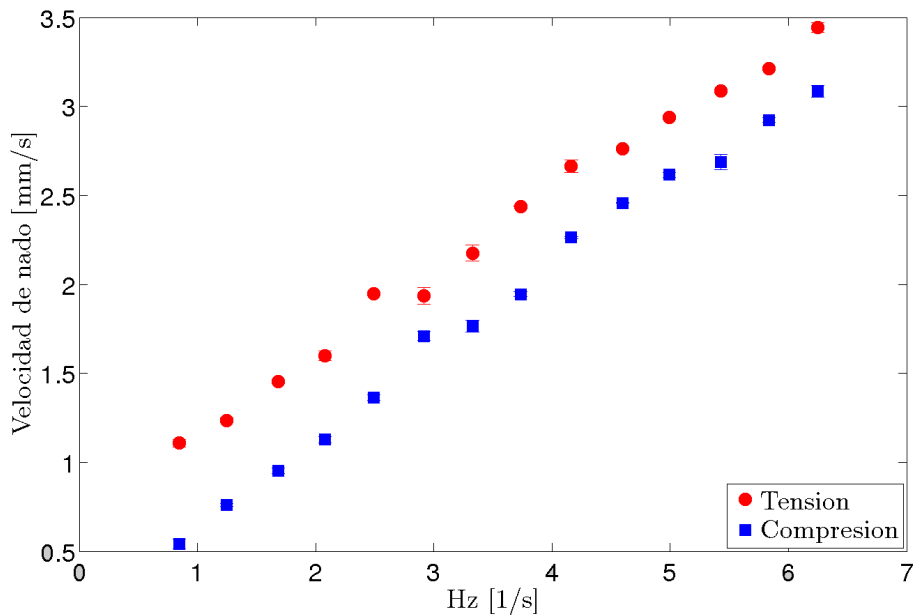


Figura 4.7. Nadador  $l_3 = 12[mm]$

En las figuras 4.5, 4.6, 4.7 podemos observar un aumento en la velocidad de nado cuando la unión flexible del robot trabaja a tensión. Esto puede ser causado por dos razones: la primera es que se pierde la energía que se utiliza para nadar en deformar a la unión flexible cuando está trabaja a compresión, la segunda razón es que al existir un cambio de trayectoria promovido por la deformación de la unión flexible cuando esta trabaja a compresión hace que el robot recorra mas distancia y cuando se hace el análisis de los vídeos en un plano, este análisis no sea suficiente. Sería necesario hacer un análisis obteniendo la trayectoria del nadaro y del filamento flexible en tres dimensiones.

Para poder demostrar que la causa de la reducción en la velocidad de nado en la configuración de empuje (push), que es cuando la unión flexible trabaja a compresión, se construyó un robot con las mismas dimensiones que el nadador  $l_3$  omitiendo la unión flexible. A continuación se presentan los resultados manteniendo a dicho robot nadando hacia ambos sentidos, el fluido es newtoniano. Las velocidades angulares a las cuales se trabajo fueron las siguientes:  $0.83 < \Omega < 5.42$ .

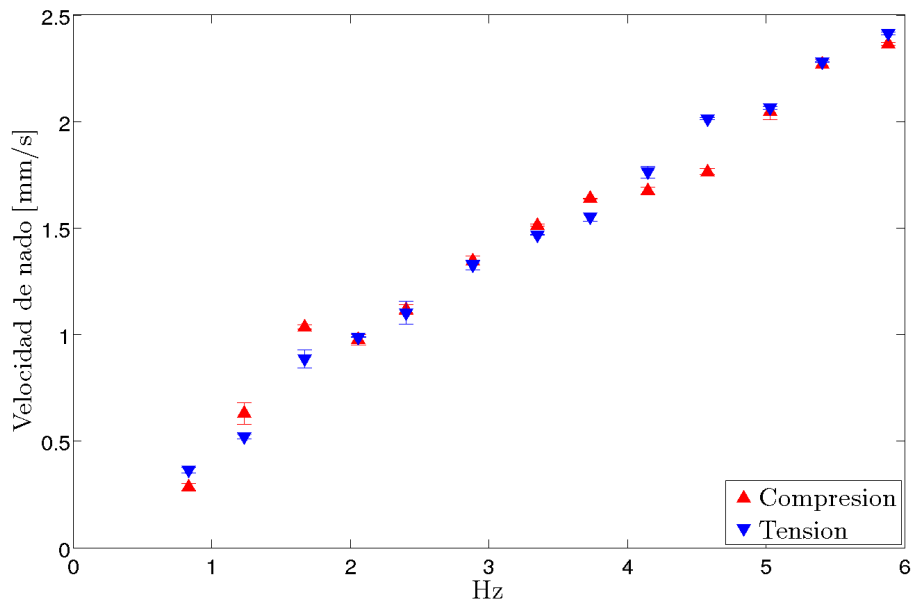


Figura 4.8. Nadador de cola rígida.

En la figura 4.8 podemos observar que la velocidad de nado cuando se omite la unión flexible, es la misma para cuando nada empujando o jalando. Esto confirma que algún efecto presente en la unión flexible provoca que el nado en la configuración de empuje, (cuando la cola flexible trabaja a compresión) nade más despacio.

Al observar que la velocidad promedio de los nadadores es menor cuando la unión trabaja a compresión, cuantificamos a través del análisis de las imágenes el desplazamiento máximo en un ciclo a  $250[RPM]$  que es igual a una frecuencia de giro  $\Omega = 4.17[Hz]$

En la figura 4.9 obtuvimos los puntos de desplazamiento para cada nadador, comparamos la posición de cada punto en la imagen, los resultados que obtuvimos son los siguientes:

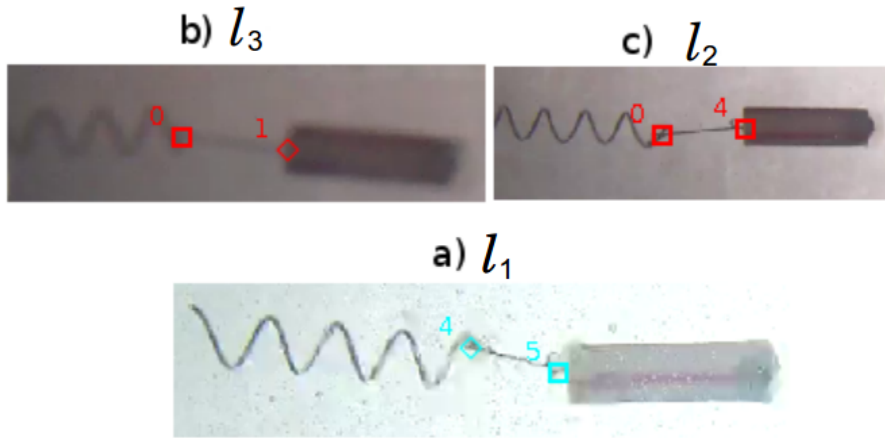


Figura 4.9. Nadadores  $l_1, l_2, l_3$  @ 4.17 [Hz] ( $L_1 = 1.42[mm]$ ,  $L_2 = 0.93[mm]$ ,  $L_3 = 0.67[mm]$ ).

Con base en lo anterior podemos observar que para el nadador  $l_1$  es desplazamiento de la unión flexible es mayor, si observamos la diferencia de nado entre las configuraciones de nado para ese mismo nadador, a esa frecuencia podemos observar que también es mayor la diferencia de nado que para los nadadores  $l_2$  y  $l_3$ .



## Capítulo 5

# Conclusiones

Como se observó en los experimentos de variación de ángulo de paso, la elasticidad del fluido de Boger, hace posible que conforme se aumenta el ángulo de paso, la velocidad de nado sea mayor con respecto al fluido Newtoniano. A bajas frecuencias es difícil observar el efecto de la elasticidad del fluido de Boger, a frecuencias altas también se presentaron complicaciones por el efecto de "Step out" [17].

Se encontró que el ángulo de paso es un parámetro geométrico muy importante para los nadadores del tipo helicoidal. Esto confirma la influencia de las constantes geométricas de la matriz de propulsión propuesta por Purcell en [12]. Como se presenta en [3] y de acuerdo a nuestros experimentos, conforme se incrementa el ángulo de paso  $\theta$ , se incrementa la velocidad de nado. También conforme se incrementa el ángulo de paso es más notable que la diferencia de la velocidad de nado en el Boger con respecto a el fluido Newtoniano es mucho mas grande. En el caso del nadador  $D_3$  la diferencia fue de casi el 200%, en el nadador  $D_2$  solo alcanzó un incremento del 50% mientras que en el nadador  $D_1$  el incremento fue practicamente nulo. Esto significa que cuando  $\theta$  es grande los efectos elásticos se incrementan haciendo posible así que nade más rápido en el fluido Boger.

Los resultados encontrados pueden contribuir a entender mejor la dinámica de nado de algunos microorganismos como se mencionó en la introducción, o también para diseñar robots del tipo helicoidal y optimizar su geometría para encontrar mejores soluciones de diseño y facilitar su aplicación.

Como recomendaciones para trabajo futuro el autor recomienda que antes de construirse algún otro tipo de robot primero se evalúen las velocidades óptimas de nado de dicho nadador. Otra recomendación importante puede ser el desarrollar algún dispositivo o cámara para controlar la temperatura ya que no se tiene una certeza del efecto de dicho efecto en nuestros experimentos. Por último otra alternativa para evitar el efecto de "Step out" se puede aumentar la potencia de la fuente de alimentación. Finalmente se recomienda encontrar un método de manufactura mas adecuado para controlar realmente la magnitud del ángulo de paso. Algunos

de los métodos que se pueden utilizar es prototipado rápido 3D, o mediante el uso de instrumentos adecuados para enrollado de alambre como puede ser un torno.

En cuanto al experimento para investigar maniobras de giro, no se pudo encontrar la dinámica que gobierna el cambio de trayectoria del robot. Si bien es cierto es interesante el observar que en efecto la cola sufre deformaciones que modifican la trayectoria del nadador, no se pudo medir realmente el cambio debido a la naturaleza del experimento. Es decir, el campo magnético obligaba a los robots a permanecer en una trayectoria definida.

Se recomienda que se utilicen otro tipo de estrategias para impulsar al nadador, ya que si no se logra una independencia del campo magnético el nadador nunca será capaz de cambiar su trayectoria. Entre las estrategias que se podrían utilizar se encuentran el uso de micromotores o utilizar resortes torsionales muy pequeños. También es importante mejorar la estrategia de manufactura una opción buena puede ser el prototipado rápido 3D.

# Bibliografía

- [1] D.V. Boger. *A Highly Elastic Constant-Viscosity Fluid*. J. Non-Newt. FLuid Mech, 3: 87-91 edition, 1977/1978.
- [2] Prem V. Kailat Thomas W. R. Fountain and Jake J. Abbott. *Wireless Control of Magnetic Helical Microrobots using a Rotating-Permanent-Magnet Manipulator*. J. Non-Newt. FLuid Mech, 3: 87-91 edition, 1977/1978.
- [3] Thomas R. Powers Saverop E. Spagnolie, Bin Liu. Bacteria can exploit a flagellar buckling instability to change direction. *Phys. Rev. Lett.*, 111, 2013.
- [4] Jeffrey S. Stocker Roman Son, Kwangmin. Guasto. Locomotion of helical bodies in viscoelastic fluids: Enhanced swimming at large helical amplitudes. *Nat Phys*, 9:498, 2013.
- [5] K. Ishiyama T. Honda, K. I. Arai. Micro swimming mechanisms propelled by external magnetic fields. *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, 32, 1996.
- [6] J. Lighthill. Flagellar hydrodynamics. *SIAM Review*, 18:161–230, 1976.
- [7] Bradley J. Nelson Jake J. Abbott, Ph.D. Marco Cosentino Lagomarsino. Li Zhang. Lixin Dong. How should microrobots swim? *The International Journal of Robotics Research*, 28:1434–1447, 2009.
- [8] Julian Espinosa Garcia. *Locomoción Stokeana en Líquidos Viscoelásticos*. UN-AM, 1 edition, 2012.
- [9] LINDA TURNER HOWARD C. BERG. Movement of microorganisms in viscous environments. *Nature*, 278:349 – 351, 1979.
- [10] X. N. Shen and P. E. Arratia. Undulatory swimming in viscoelastic fluids. *Phys. Rev. Lett.*, 106:208101, May 2011.
- [11] A. M. Leshansky. Enhanced low-reynolds-number propulsion in heterogeneous viscous environments. *Phys. Rev. E*, 80:051911, Nov 2009.
- [12] Purcell title = Life at low Reynolds number journal = Physics and Our World: A symposium in HONor of Victor F. Weisskopf year = 1976 volume = 1 pages = E, M.



- [13] Thomas Drab. Spermatozoa. *Junio*, 2008.
- [14] Frank M. White. Mecánica de fluidos. *Sexta Edición*, 1:287–339, 2008.
- [15] E. Buckingham. The principle of similitude. *Nature*, 1915.
- [16] M. Reiner. The Deborah number. *Physics Today*, 17:62, 1964.
- [17] R Zenit FA Godínez, O Chávez. Note: Design of a novel rotating magnetic field device. *Review of Scientific Instruments*, 83:066109, 2012/6/27.