

Cálculo de filtros óptimos  
para sistemas de reproducción de sonido biaural

Juan Ignacio Cervantes Cruz

23 de noviembre de 2005

# Agradecimientos.

Este logro de concluir esta etapa en mi vida, es el resultado del apoyo de personas que confiaron en mi.

Mama gracias por seguir siendo mi amiga incondicional y apoyarme en las situaciones adversas, cotidiana, y sobre todo en mis logros. Te agradezco todo, por que si estas palabras estan plasmadas en este trabajo, ha sido gran parte por este amor que siempre me has dado para alcanzar mis metas. Muchas gracias Sr. Blanca Cruz.

Julio gracias por acompañarme desde niño en todo. Gracias por tus consejos que han sido, son y seran; de gran importancia para mi, para las decisiones importantes en mi vida.

Esaú e Isaí ustedes siempre han sido el espíritu que me mueve ha ser mejor, a crecer en mi vida académica, laboral etc. Deseo ser un ejemplo para ustedes, para motivarlos a ser mejor cada día.

Nina gracias por ayudarme en la traducción y comprensión de textos. Gracias por tu apoyo, fuiste parte importante en la redacción de este trabajo.

Gracias por tu inagotable paciencia y tu interes por este trabajo. Gracias por enseñarme sin escatimar ningun conocimiento, me voy muy satisfecho de haber aprendido y realizado este trabajo. Gracias Felipe.

# Índice general

<b>Resumen.</b>	<b>2</b>
<b>Introducción.</b>	<b>5</b>
<b>1. Diseño de filtros inversos.</b>	<b>9</b>
1.1. Filtros inversos. . . . .	9
1.1.1. Criterio de mínimo error cuadrático medio. . . . .	9
1.2. Diseño de un filtro inverso para ecualizar un altavoz. . . . .	16
1.2.1. Programa en <code>Matlab</code> para diseñar un filtro inverso con el método ECM. . . . .	17
1.2.2. Resultados. . . . .	17
1.3. Inversión regularizada. . . . .	20
1.3.1. Derivación en forma vectorial . . . . .	22
1.3.2. Propiedades y aplicaciones de la regularización. . . . .	23
1.3.3. Criterios de normalización del factor de regularización. . . . .	24
<b>2. Métodos de deconvolución.</b>	<b>26</b>
2.1. Algoritmo de Levinson-Durbin . . . . .	26
2.1.1. Descripción del algoritmo. . . . .	27
2.2. Método de gradiente conjugado. . . . .	30
2.2.1. Respuesta impulso inversa . . . . .	30
2.2.2. Convolución lineal. . . . .	31
2.2.3. Descripción del algoritmo. . . . .	32
2.2.4. Versión en el dominio de la frecuencia. . . . .	33
2.3. Algoritmo de deconvolución súper-rápida. . . . .	34
2.3.1. Descripción del algoritmo. . . . .	34
<b>3. Experimentos y simulaciones.</b>	<b>40</b>
3.1. Respuesta a impulso de un sistema electroacústico monofónico. . . . .	41
3.1.1. Equipo, método y condiciones de medición. . . . .	41

3.2.	Inversión regularizada normalizando respecto a la suma de cuadrados. . . . .	43
3.2.1.	Diferentes factores de regularización para una misma distancia. . . . .	43
3.2.2.	Factor de regularización constante para diferentes distancias. . . . .	45
3.3.	Inversión regularizada con distintos criterios de normalización. . . . .	50
3.3.1.	Error cuadrático y rango dinámico para distintas normalizaciones. . . . .	52
3.4.	Diseño de filtros para un sistema de reproducción biaural. . . . .	59
3.4.1.	Equipo y método de medición. . . . .	59
3.4.2.	Funciones de respuesta biaural (sin filtrar). . . . .	64
3.4.3.	Cálculo de filtros inversos. . . . .	64
3.4.4.	Funciones de respuesta biaural incluyendo filtros. . . . .	67
	<b>Conclusiones.</b>	<b>71</b>
	<b>Apéndice.</b>	<b>73</b>
	<b>Bibliografía.</b>	<b>80</b>

# Resumen.

Esta tesis trata sobre métodos de procesamiento digital de señales para mejorar el desempeño de los sistemas de reproducción de sonido. El esquema de procesamiento contempla: una señal de entrada, un filtro digital, la señal que alimenta al altavoz, la respuesta del sistema electroacústico (incluyendo el recinto acústico), y la señal del micrófono. El objetivo es reducir el error cuadrático medio, dado por la diferencia entre la señal deseada y la señal del micrófono. En aplicaciones de audio, la señal deseada es normalmente una versión retrasada de la señal de entrada.

Se describen varios métodos de cálculo (o de diseño) del filtro digital: el método de Levinson-Durbin, el método de gradiente conjugado, y el método de deconvolución rápida con regularización (basado en la FFT). Se presentan mediciones experimentales y ejemplos de cálculo de filtros inversos de la función de respuesta electroacústica de un altavoz a un micrófono a varias distancias, y de un sistema de reproducción binaural (dos altavoces y un maniquí acústico con dos oídos) en un recinto poco reverberante.

Utilizando el método de Levinson-Durbin con regularización, se estudia el efecto del factor de regularización en el error mínimo obtenido (que indica el desempeño del sistema) y en el intervalo dinámico del filtro (que indica la posibilidad de distorsión debida a limitaciones físicas en un sistema de reproducción dado). También se estudia el escalamiento del factor de regularización respecto a valores característicos de la función de respuesta a impulso del sistema:  $g(t_n)$ , o de la función de respuesta en frecuencia:  $G(f_k)$ ; por ejemplo: la suma de cuadrados de  $g(t_n)$ , la máxima magnitud al cuadrado de  $G(f_k)$ , el cuadrado de la suma de las magnitudes de  $G(f_k)$ , y la media geométrica de la magnitud al cuadrado de  $G(f_k)$ .

Como resultado, se observa que al aumentar el factor de regularización, aumenta el nivel de error y disminuye el intervalo dinámico del filtro. También se observa que, para distintas respuestas electroacústicas, se obtiene una variación similar del error mínimo al escalar el factor de regularización con respecto a la media geométrica de  $|G(f_k)|^2$ , y una variación similar del intervalo dinámico del filtro al escalar el factor de regularización con respecto al cuadrado de la suma de las magnitudes  $|G(f_k)|$ . Esta información es importante, porque permite establecer criterios para seleccionar el factor de regularización en la aplicación práctica de esta técnica.

# Introducción.

## Descripción del tema de la tesis.

Los sistemas electroacústicos de uno o más altavoces para la reproducción de sonido en una sala tienen características de respuesta que dependen de su diseño, calidad de construcción, influencia de la sala, entre otros. Un aspecto importante es el diseño acústico y construcción del baffle o caja acústica. La respuesta deseada, comúnmente indicada para estos sistemas, es una respuesta plana (balanceada o ecualizada) a diferentes frecuencias. Los sistemas que se aproximan a la respuesta deseada suelen ser costosos, debido a que involucran mayores costos de diseño, construcción, componentes de buena calidad, etc.

El sonido que escuchamos en un recinto es determinado, además de la calidad del sistema de reproducción, por muchos factores. Por ejemplo: la ubicación en el interior del cuarto del altavoz y de la persona que escucha, la acústica del cuarto determinada por los materiales en la superficie de las paredes, dimensiones, volumen interior, la geometría, etc. Algunas veces, este tipo de características son ignoradas, y el énfasis se pone en la calidad de los altavoces. Sin embargo, el balance tonal de un altavoz, puede variar significativamente, dependiendo de la posición del altavoz y la posición donde se escucha.

Una forma de mejorar el desempeño de este tipo de sistemas es utilizando técnicas de procesamiento digital de señales, que puedan complementar el funcionamiento del sistema electroacústico en su conjunto. Uno de los objetivos de este trabajo es revisar diferentes algoritmos de deconvolución, con la finalidad de diseñar filtros que optimicen el desempeño de un sistema electroacústico compuesto por un altavoz, una sala y un micrófono.

La tesis presenta una descripción general del problema de diseño de filtros óptimos, y presenta en detalle métodos basados en el criterio de mínimo error cuadrático entre la señal reproducida y la señal deseada. Se presentan programas en lenguaje `C` y `Matlab`, que permiten obtener la respuesta a impulso del filtro óptimo, utilizando diferentes algoritmos de deconvolución.

Se introduce el procedimiento de regularización para controlar el crecimiento excesivo de la respuesta del filtro, que podría causar problemas de distorsión debidas a las limitaciones físicas naturales del sistema de reproducción de sonido (por ejemplo, en los altavoces, amplificadores, etc.) Se plantea el problema de cómo seleccionar el factor de regularización, en función de diferentes características de las funciones de respuesta del sistema electroacústico. El estudio de este problema se propone como la parte principal de la tesis, debido a que existe muy poca información publicada al respecto.

Se proponen cinco métodos para determinar el valor de referencia del factor de regularización. Estos métodos se aplican al cálculo de filtros óptimos a partir de respuestas impulso monofónicas (una fuente y un micrófono) medidas experimentalmente en cuatro condiciones diferentes, variando la distancia fuente-micrófono. El análisis de los filtros óptimos para los diferentes casos permite establecer algunos criterios para guiar la selección del factor de regularización. Estos criterios toman en cuenta la forma en la que varían el nivel de reducción de error (desempeño) y el rango dinámico del filtro inverso (posibilidad de distorsión), para distintas funciones de respuesta del sistema electroacústico.

Finalmente, se ilustra la aplicación de los métodos propuestos para diseñar un sistema de cancelación de cruce de canales (izquierdo y derecho), en un sistema de dos altavoces y dos micrófonos. Es importante destacar que los métodos implementados en este trabajo sólo optimizan el campo sonoro en la zona cercana donde se coloca el micrófono, considerando la misma posición del altavoz y micrófono en el cuarto usada para medir la respuesta a impulso del sistema.

## Contenido de la tesis.

La tesis está dividida en las siguientes partes: Introducción, , tres capítulos, Conclusiones, Apéndice y Bibliografía.

En el Capítulo 1 se presenta el planteamiento general del problema del control prealimentado de un sistema electroacústico altavoz-micrófono. Esto nos conduce a utilizar el criterio de mínimo error cuadrático medio (ECM) para reducir la diferencia entre la señal reproducida y la señal deseada; que a su vez implica la solución de un sistema de ecuaciones lineales simultáneas para calcular los coeficientes del filtro inverso.

Como ejemplo, se calcula el filtro inverso que ecualiza un altavoz de alta fidelidad (marca B&W, modelo M803-S2B); con el que se ilustran algunas de las virtudes y desventajas del

método de ECM. En particular, se ilustra el siguiente aspecto de importante interés práctico. Por una parte, el llevar la respuesta del sistema óptimamente cerca de la señal deseada, determina cuales son las exigencias que el filtro inverso impone sobre el sistema; pero por otra parte, las características físicas del altavoz no siempre pueden cumplir esas exigencias, abriendo la posibilidad a distorsiones indeseables. Una forma de limitar dichas exigencias es utilizar un factor de regularización, de tal manera que las exigencias del filtro puedan ser cubiertas por el altavoz, y así lograr un mejor desempeño del sistema electroacústico, en la práctica.

En la segunda parte del Capítulo 1 se exponen el concepto y propiedades del factor de regularización (que castiga el crecimiento excesivo de los coeficientes del filtro). Un aspecto importante es que, en la literatura consultada, se da información extremadamente escasa sobre criterios o lineamientos específicos para seleccionar el factor de regularización. Ante esta situación, en este trabajo se proponen algunos lineamientos concretos para seleccionar el factor de regularización ( $\beta$ ), en función de la respuesta impulso del altavoz. Estos criterios permiten establecer cierto compromiso entre el mejoramiento del desempeño (reducción del error de ecualización) y el esfuerzo de control (que impacta el rango dinámico y la posibilidad de distorsión).

En el Capítulo 2 se presentan algunos de los diferentes métodos para calcular filtros inversos. Se incluyen, en particular, métodos de deconvolución que son adecuados para lograr la ecualización de un altavoz. En general, es posible distinguir dos tipos de métodos: los de solución exacta y los de solución aproximada. Un método de solución exacta de uso muy común, es el de Levinson-Durbin. Por otra parte, entre los métodos de solución aproximada se presentan el método de gradiente conjugado y el de deconvolución super-rápida. Este último tiene la ventaja adicional (aparte de su rapidez) de que se puede extender muy fácilmente para calcular matrices de filtros inversos para sistemas multicanal.

También se incluye el código de programación (en lenguaje C para el algoritmo de Levinson-Durbin y en `Matlab` para el resto, de los métodos mencionados). Estos códigos se utilizaron para estudiar el alcance y desempeño de los diferentes métodos para calcular el filtro inverso de un altavoz.

En el Capítulo 3 se presenta el trabajo experimental, realizado principalmente en dos casos: ecualización de un sistema electroacústico monofónico, y cancelación de cruce de canales en un sistema electroacústico binaural. El trabajo experimental se realizó en la Cámara de Transmisión del Laboratorio de Acústica y Vibraciones del CCADET-UNAM. Esta cámara está acondicionada acústicamente, con excelentes condiciones de aislamiento al ruido, y un tiempo de reverberación moderado (menor a 0.2 s), que es adecuado para realizar mediciones

de desempeño en sistemas electroacústicos monofónicos y binaurales.

En el caso monofónico, se realizaron mediciones en el eje de la unidad de alta frecuencia (“tweeter”) de un altavoz de alta fidelidad marca B&W. Se realizaron diferentes mediciones de la respuesta a impulso con un micrófono, a distancias de 0.20 m, 0.50 m, 1.0 m y 2.0 m del altavoz. Con las respuestas a impulso medidas para cada distancia se calcularon filtros inversos utilizando el algoritmo de Levinson-Durbin con regularización. Se utilizaron 5 diferentes criterios de normalización para seleccionar el factor de regularización, y para cada criterio se utilizaron 7 valores diferentes del factor de regularización normalizado. De esta manera se generó un total de 140 casos distintos, con los que se realizó un estudio de las características de los diferentes criterios de normalización.

En el caso del sistema binaural se midieron las respuestas a impulso de un sistema de dos altavoces, con dos micrófonos colocados en los oídos izquierdo y derecho de un simulador acústico de cabeza y torso humanos (maniquí acústico) marca B&K. Con estos datos, se diseñó una matriz de filtros digitales para lograr la cancelación de cruce de canales. El desempeño de estos filtros se verificó tanto numéricamente como experimentalmente, midiendo nuevamente la respuesta a impulso, incluyendo los filtros inversos.

Finalmente, se presentan las conclusiones; en donde se indican los resultados más importantes de la tesis, y se sugieren algunas líneas de investigación para trabajos futuros.

# Capítulo 1

## Diseño de filtros inversos.

### 1.1. Filtros inversos.

La función de respuesta de un sistema electroacústico (por ejemplo, entre un altavoz y un micrófono dentro de un recinto) puede presentar características no deseables, tales como variaciones notables en la magnitud de la respuesta en frecuencia, oscilaciones poco amortiguadas en la respuesta a impulso del altavoz, y reflexiones de sonido en las paredes del recinto, entre otras. Una forma de reducir el posible efecto nocivo de estas características, consiste en pasar la señal de entrada por un filtro, antes de alimentarla a la fuente de sonido. Idealmente, la respuesta de este filtro debería compensar en forma inversa la función de respuesta del sistema electroacústico, de manera que la respuesta total corresponda, lo mejor posible, con la de un sistema libre de distorsiones (con respuesta en frecuencia plana, y respuesta a impulso concentrada).

#### 1.1.1. Criterio de mínimo error cuadrático medio.

En esta sección se describe el principio de cálculo de filtros inversos (ecualizadores) basado en el criterio de mínimo error cuadrático. El planteamiento de este problema para el caso especial de filtros digitales no recursivos, lleva a un sistema de ecuaciones lineales con una matriz de coeficientes de correlación. La solución a este problema equivale a encontrar los parámetros del filtro que corresponden al valor mínimo de una función cuadrática (función de error cuadrático medio).

La Figura 1.1 muestra el diagrama de bloques que se considera para ecualizar la respuesta de un sistema físico, en el que la señal de entrada pasa primero por el filtro y luego pasa al sistema. Por otra parte, el diseño del filtro se basa en el diagrama de bloques de la Figura 1.2 (modelo de diseño). Los resultados basados en el modelo de diseño son equivalentes a los del

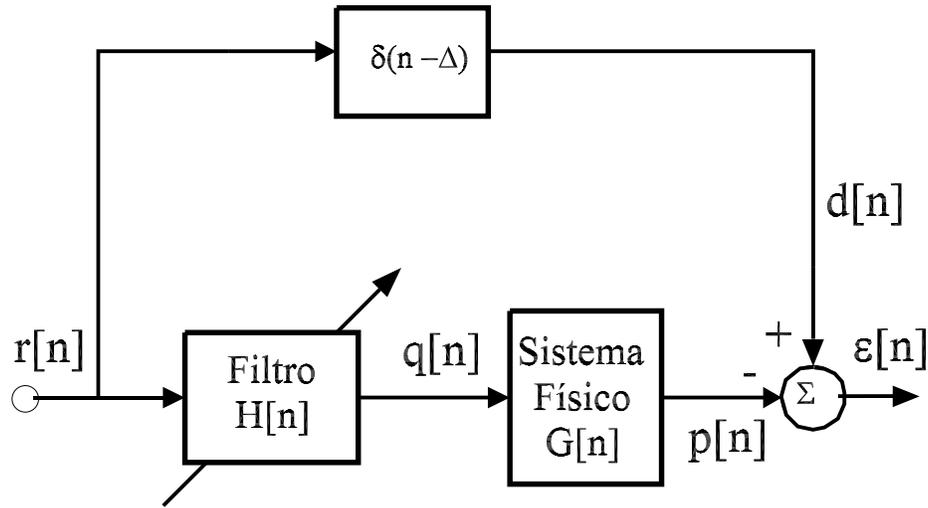


Figura 1.1: Diagrama de bloques del método de ecualización óptima que se utiliza físicamente.

modelo físico, ya que la suposición de linealidad e invariancia en el tiempo, permite invertir el orden del sistema físico  $G[n]$  y el filtro  $H[n]$ , sin afectar el resultado.

Una aplicación común del diseño de sistemas (filtros) de mínimo error cuadrático es el *modelado inverso o ecualización*, ilustrado en la Figura 1.2. Aquí, la salida deseada de  $H[n]$  es  $d[n]$  y  $r[n - \Delta]$  es la versión retardada de la señal de entrada. Cuando el sistema físico  $G[n]$  y el filtro  $H[n]$  son causales, el retardo,  $\delta(n - \Delta)$ , sirve para compensar el retardo de propagación a través de los dos sistemas en cascada. Por lo tanto, el filtro  $H[n]$  es utilizado aquí para invertir, o ecualizar, el efecto del sistema físico  $G[n]$  en la señal de entrada  $r[n]$ .

### Planteamiento del problema.

Se consideran los siguientes elementos:

- $G$ : Sistema físico con respuesta impulso  $g[n]$ , de longitud  $L$  muestras.
- $H$ : Filtro no recursivo con respuesta impulso  $h[n]$ , de longitud  $N$  muestras.
- $r[n]$ : Señal de entrada (por ejemplo, una señal grabada).
- $q[n]$ : Señal de alimentación al sistema físico (fuente sonora).

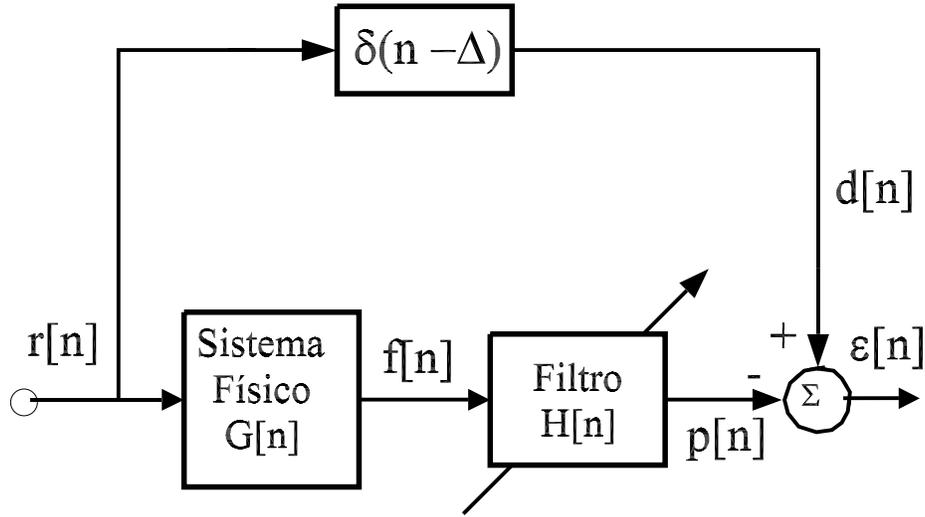


Figura 1.2: Diagrama del problema de modelado inverso (ecualización) basado en la minimización de la señal de error  $\varepsilon_n$ .

- $p[n]$ : Señal de salida (reproducida), captada por un micrófono.
- $\varepsilon[n]$ : Señal de error.
- $d[n]$ : Señal deseada.

El objetivo del problema es que, dadas  $r[n]$ ,  $d[n]$  y  $g[n]$ , se debe determinar  $h[n]$  de manera que el valor cuadrático medio  $\varepsilon[n]$  sea mínimo. Para esto se define la función de costo

$$J = E\{\varepsilon^2[n]\}; \quad (1.1)$$

donde  $E$  es el operador del valor esperado o valor medio. El error cuadrático medio  $J$  depende de los coeficientes del filtro  $h[n]$  y alcanza su valor mínimo cuando  $h[n]$  satisface la condición:

$$\frac{\partial J}{\partial h[m]} = 0, \text{ con } 0 \leq m < N. \quad (1.2)$$

La condición es de mínimo, ya que  $J$  (error cuadrático medio) es siempre positivo o cero, y como veremos, depende en forma cuadrática de los coeficientes del filtro  $h[n]$ . Para aplicar este criterio de minimización, es necesario expresar  $J$  en función de los coeficientes  $h[n]$ .

## Desarrollo.

Considerando las relaciones entrada-salida para las señales que pasan por el sistema físico  $G$  y el filtro  $H$ , tenemos que la señal reproducida está dada por:

$$p[n] = g * q[n] = \sum_{m=0}^{L-1} g[m] \cdot q[n - m], \quad (1.3)$$

y la señal de alimentación está dada por:

$$q[n] = h * r[n] = \sum_{m=0}^{N-1} h[m] \cdot r[n - m]. \quad (1.4)$$

Por otra parte, a partir de la Figura (1.2), la señal de error se puede expresar de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \varepsilon[n] &= d[n] - p[n], \\ &= d[n] - g * q[n], \\ &= d[n] - g * h * r[n], \\ &= d[n] - h * g * r[n], \\ &= d[n] - h * f[n]; \end{aligned}$$

en donde se define  $f[n] = g * r[n]$ , que corresponde con la señal de salida del sistema físico no ecualizado. Finalmente, se obtiene:

$$\varepsilon[n] = d[n] - \sum_{m=0}^{N-1} h[m] \cdot f[n - m]. \quad (1.5)$$

Esta ecuación conduce al diagrama de la Figura (1.3).

Sustituyendo la Ecuación (1.5) en la función de costo, Ecuación (1.1), obtenemos:

$$\begin{aligned} J &= E\{\varepsilon^2[n]\}, \\ &= E\{\varepsilon[n] \cdot \varepsilon[n]\}, \\ &= E\left\{\left(d[n] - \sum_{m=0}^{N-1} h[m]f[n - m]\right)\left(d[n] - \sum_{m=0}^{N-1} h[m]f[n - m]\right)\right\}, \\ &= E\left\{d^2[n] - 2 \sum_{m=0}^{N-1} h[m]f[n - m]d[n] + \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h[m]h[l]f[n - m]f[n - l]\right\}, \\ &= E\left\{d^2[n]\right\} - 2 \sum_{m=0}^{N-1} h[m]E\{f[n - m]d[n]\} + \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h[m]h[l]E\{f[n - m]f[n - l]\}. \end{aligned}$$

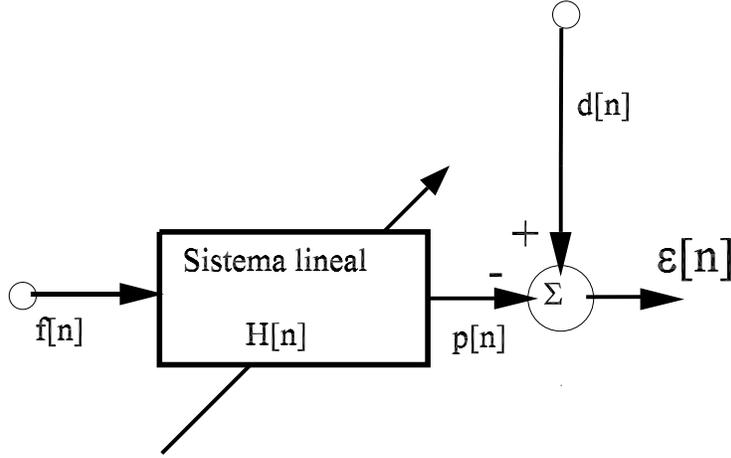


Figura 1.3: Elementos básicos del diseño de mínimos cuadrados.

Para señales ergódicas y estacionarias, la función de correlación estadística entre  $x[n]$  y  $y[n]$ , se define como:

$$\phi_{xy}[m] = E \{x[n]y[n+m]\}, \quad (1.6)$$

$$= E \{x[n-m]y[n]\}. \quad (1.7)$$

Tomando en cuenta que

$$E\{f[n-m]f[n-l]\} = E\{f[n]f[n+m-l]\} = \phi_{ff}[m-l], \quad (1.8)$$

tenemos entonces que

$$J = \phi_{dd}[0] - 2 \sum_{m=0}^{N-1} h[m]\phi_{fd}[m] + \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{l=0}^{N-1} h[m]h[l]\phi_{ff}[m-l], \quad (1.9)$$

depende en forma cuadrática de los coeficientes  $h[n]$  (que aparecen sólo en términos de grado 1 y 2). Calculando la derivada parcial de  $J$  con respecto a  $h[m]$  obtenemos

$$\frac{\partial J}{\partial h[m]} = -2 \left\{ \phi_{fd}[m] - \sum_{l=0}^{N-1} h[l]\phi_{ff}[m-l] \right\}. \quad (1.10)$$

La derivada se anula (condición de mínimo) cuando

$$\sum_{l=0}^{N-1} h[l]\phi_{ff}[m-l] = \phi_{fd}[m], \quad \text{con } 0 \leq m < N. \quad (1.11)$$

Sustituyendo en la Ecuación (1.9), se obtiene la siguiente expresión para el valor mínimo de la función de costo, o *mínimo error cuadrático medio*:

$$J_{min} = \phi_{dd}[0] - \sum_{l=0}^{N-1} h[l]\phi_{fd}[l]. \quad (1.12)$$

La Ecuación (1.10) también se puede escribir como

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial h[m]} &= -2\phi_{fe}[m], \\ &= -2E\{f[n]e[n+m]\}. \end{aligned}$$

Es decir, la derivada (gradiente) de  $J$  es igual a la correlación de  $f[n]$  y  $e[n]$ . La condición

$$\phi_{fe}[m] = 0, \text{ con } 0 \leq m < N, \quad (1.13)$$

se conoce como condición de ortogonalidad (Norbert Wiener).

### Forma matricial.

Disponiendo los elementos de  $\phi_{ff}[m-n]$  en una matriz, y los elementos de  $h[n]$  y  $\phi_{fd}[n]$  en forma vectorial, el sistema de ecuaciones (1.11) se puede escribir en la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} \phi_{ff}[0] & \phi_{ff}[1] & \phi_{ff}[2] & \cdots & \phi_{ff}[N-1] \\ \phi_{ff}[1] & \phi_{ff}[0] & \phi_{ff}[1] & \cdots & \phi_{ff}[N-2] \\ \phi_{ff}[2] & \phi_{ff}[1] & \phi_{ff}[0] & \cdots & \phi_{ff}[N-3] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{ff}[N-1] & \phi_{ff}[N-2] & \phi_{ff}[N-3] & \cdots & \phi_{ff}[0] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h[0] \\ h[1] \\ h[2] \\ \vdots \\ h[N-1] \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \phi_{fd}[0] \\ \phi_{fd}[1] \\ \phi_{fd}[2] \\ \vdots \\ \phi_{fd}[N-1] \end{pmatrix} \quad (1.14)$$

Los coeficientes del filtro óptimo se obtienen resolviendo este sistema de ecuaciones. La matriz de este sistema tiene en cada diagonal los valores  $\phi_{ff}[0]$ ,  $\phi_{ff}[1]$ ,  $\phi_{ff}[2]$ , etc., a partir de la diagonal principal. Esta estructura se conoce como matriz *Toeplitz*. La notación matricial ha sido introducida aquí porque es usada comúnmente en la literatura sobre mínimos cuadrados y sistemas adaptivos. Para señales estocásticas, podemos resumir la importancia en el diseño de las formulas de mínimos cuadrados obtenidas, con y sin notación matricial.

Hemos observado que el diseño de mínimos cuadrados de un filtro no recursivo se puede llevar a cabo resolviendo la Ecuación (1.14) para obtener los parámetros óptimos. Debido a la forma especial que toma en este caso la matriz del sistema, es posible utilizar un

algoritmo especial para resolver la Ecuación (1.14). Como vimos, la matriz del sistema es una matriz *Toeplitz*. De la Ecuación (1.14), vemos que esta matriz es simétrica, y además cada renglón o columna representa un reacomodo (o corrimiento) de los elementos de algún otro renglón o columna. La solución del sistema de ecuaciones (1.14), se puede efectuar mediante el *Algoritmo de Levinson*, que resulta computacionalmente más eficiente que el algoritmo de eliminación gaussiana de uso más general. La descripción del *Algoritmo de Levinson*, incluyendo códigos de computación, se puede encontrar en la literatura [ver Blahut (1985), o Sterns y David (1987)].

### Relación con la respuesta a impulso del sistema.

En esta sección se escribe el sistema de ecuaciones (1.11) en el caso en el que la señal de entrada  $r[n]$  es ruido blanco (proceso aleatorio gaussiano) con  $\phi_{rr} = \delta[n]$  (función delta), y en el que la señal deseada se obtiene a partir de la señal de entrada:

$$d[n] = a * r[n] = \sum_{m=0}^{M-1} a[m]r[n-m]; \quad (1.15)$$

en donde  $a[n]$  es una respuesta a impulso deseada, de longitud  $M$ .

Transformamos la función de correlación  $\phi_{fd}[m]$  que aparece en la ecuación (1.11):

$$\phi_{fd}[m] = E\{f[n]d[n+m]\}, \quad (1.16)$$

sustituyendo  $f[n]$  y  $d[n+m]$  en términos de las respuestas a impulso  $g[n]$  y  $a[n]$ :

$$\begin{aligned} \phi_{fd}[m] &= E \left\{ \sum_{i=0}^{L-1} g[i]r[n-i] \sum_{j=0}^{M-1} a[j]r[n+m-j] \right\}, \\ &= \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{M-1} g[i]a[j]E \{r[n-i]r[n+m-j]\}; \end{aligned}$$

realizando el cambio de índice  $n \rightarrow n+i$ , obtenemos

$$\phi_{fd}[m] = \sum_{i=0}^{L-1} \sum_{j=0}^{M-1} g[i]a[j]\phi_{rr}[m+i-j] \quad (1.17)$$

En el caso en el que  $\phi_{rr}[m] = \delta[m]$  (función delta, ruido blanco), entonces  $\phi_{rr}[m+i-j] = 1$  cuando  $m+i-j = 0$ , y es 0 en otros casos, por lo que el único término no nulo de la suma sobre  $j$  tiene  $j = i+m$ . Sustituyendo en la Ecuación (1.17) se obtiene

$$\phi_{fd}[m] = \sum_{i=0}^{M-1} g[i]a[i+m] = \phi_{ga}[m]; \quad (1.18)$$

en donde la correlación  $\phi_{ga}[m]$  se define, en este caso, como una *suma de correlación* (determinística). Utilizando un procedimiento similar para  $\phi_{ff}[m]$ , se obtiene que

$$\phi_{ff}[m] = \sum_{i=0}^{L-1} g[i]g[i+m] = \phi_{gg}[m]. \quad (1.19)$$

Finalmente, en el caso  $\phi_{rr}[m] = \delta[m]$ , las ecuaciones para el filtro óptimo son:

$$\sum_{l=0}^{N-1} h[l]\phi_{gg}[m-l] = \phi_{ga}[m], \text{ con } 0 \leq m < N. \quad (1.20)$$

La forma matricial tiene una forma similar a la dada anteriormente (sustituyendo  $f$  por  $g$  y  $d$  por  $a$ ).

## 1.2. Diseño de un filtro inverso para ecualizar un altavoz.

En esta sección se ilustra el proceso de diseño de un filtro inverso en el caso de la ecualización de la respuesta electroacústica de un altavoz. El diseño se evalúa en términos de la respuesta combinada del altavoz con el filtro óptimo. Finalmente, se comenta sobre la posibilidad de distorsión en la respuesta del altavoz cuando el rango dinámico del filtro es demasiado amplio. Esto conduce a buscar una solución de compromiso que pondere entre la reducción de error y el rango dinámico del filtro.

Las Figuras 1.4 y 1.5 muestran la respuesta a impulso en el dominio del tiempo y la respuesta en frecuencia correspondientes al sonido directo de un altavoz (B&W, modelo Matrix 803-S2B) medida en la Cámara de Transmisión del Laboratorio de Acústica y Vibraciones del CCADET-UNAM. La medición se realizó colocando un micrófono (Brüel&Kjaer, tipo 4134) a 1 m de distancia del altavoz, alineado con la fuente de alta frecuencia (“tweeter”). El método para medir la respuesta electroacústica del altavoz, consiste en generar una señal de prueba (secuencias pseudo-aleatorias de máxima longitud [1]) con la computadora y reproducirla en el altavoz, para posteriormente sensar la señal con un micrófono. Luego se procesa esta para obtener la respuesta a impulso del sistema. Es importante hacer notar que la respuesta a impulso discretizada tiene unidades de medida relativas (sin dimensiones), pues sus elementos aparecen como factores en la relación entre las señales de entrada y salida de audio (*Line-In*, salida del sistema físico, y *Line-Out*, entrada al sistema físico)  $[V_{in}/V_{out}]$ . De la misma manera, las unidades de medida de la respuesta en frecuencia corresponden al cociente del espectro de la señal de entrada de audio (*Line-In*, salida al sistema físico)

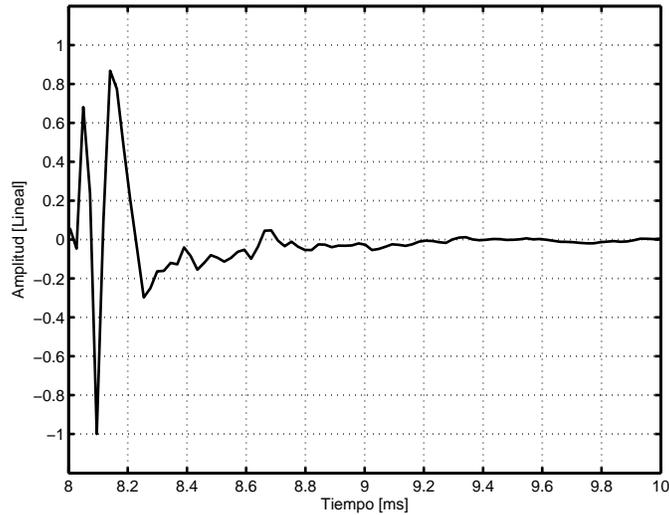


Figura 1.4: Respuesta a impulso  $g(n)$  del altavoz B&W correspondiente al sonido directo.

entre el espectro de la señal de salida (*Line-Out*, entrada al sistema físico), por lo tanto tiene unidades relativas de ganancia.

### 1.2.1. Programa en Matlab para diseñar un filtro inverso con el método ECM.

El procedimiento de diseño de un ecualizador ECM descrito anteriormente, se programó como una función en Matlab que calcula los coeficientes  $\bar{\mathbf{h}}$  a partir de la respuesta impulso  $g(n)$ , el número de coeficientes  $M$ , y el retardo  $D$  que corresponde a  $z^{-D}$ . Por simplicidad, este programa resuelve el sistema de ecuaciones lineales utilizando el algoritmo de Gauss, que no es lo más eficiente en este caso. En el Capítulo 2 se presenta el algoritmo de Levinson-Durbin que resulta más adecuado. El programa se presenta en el Apéndice A.

### 1.2.2. Resultados.

En esta sección se ilustra el cálculo y el desempeño de un filtro inverso  $h(n)$  diseñado por el método de ECM en el caso de la respuesta electroacústica medida experimentalmente. La respuesta a impulso  $g(n)$  es la de un altavoz a un micrófono a 1 m de distancia en un recinto acústicamente amortiguado, pero incluyendo únicamente el sonido directo, como se

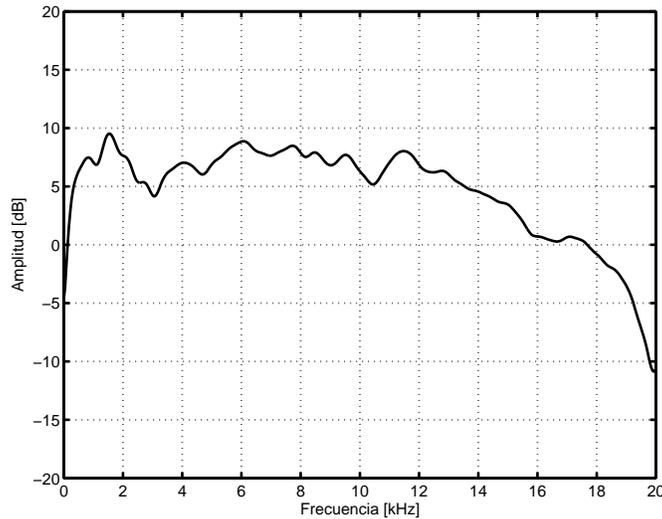


Figura 1.5: Respuesta en frecuencia  $G(f)$  del altavoz B&W correspondiente al sonido directo.

muestra en la Figura (1.4). Esto se hizo sólo por simplicidad y claridad en la presentación; los cálculos que se presentan en el Capítulo 3 toman en cuenta la respuesta electroacústica completa (incluyendo la respuesta acústica del recinto). El retardo  $D$  se consideró como la mitad de la longitud del filtro  $g(n)$ , el número de coeficientes del filtro se tomó como  $M = \text{length}(g) + D$ . Las Figuras 1.6 y 1.7 muestran la respuesta del filtro  $h(n)$  calculado en `Matlab`, en el dominio del tiempo y de la frecuencia, respectivamente.

La Figura 1.8 muestra la respuesta a impulso del sistema filtro-altavoz  $g(n) * h(n)$ , es decir el altavoz ecualizado con el filtro. En la Figura 1.9 se muestra la respuesta en frecuencia correspondiente. Se observa que el filtro cumple su objetivo satisfactoriamente; la respuesta en frecuencia es plana en general, con pequeñas oscilaciones de amplitud a bajas frecuencias. Sin embargo, estas oscilaciones no son considerables, pues no sobrepasan los 3 dB en el rango audible.

Las Figuras 1.5, 1.7 y 1.9 muestran la respuesta en frecuencia del altavoz, del filtro y del sistema completo filtro-altavoz. Observamos que las respuestas en frecuencia del altavoz y el filtro varían inversamente una con la otra. Su combinación da como resultado una respuesta razonablemente plana del sistema filtro-altavoz.

Es importante considerar, que la respuesta combinada filtro-altavoz supone un altavoz capaz de responder con amplitudes que pueden ser arbitrariamente grandes. En el caso de un

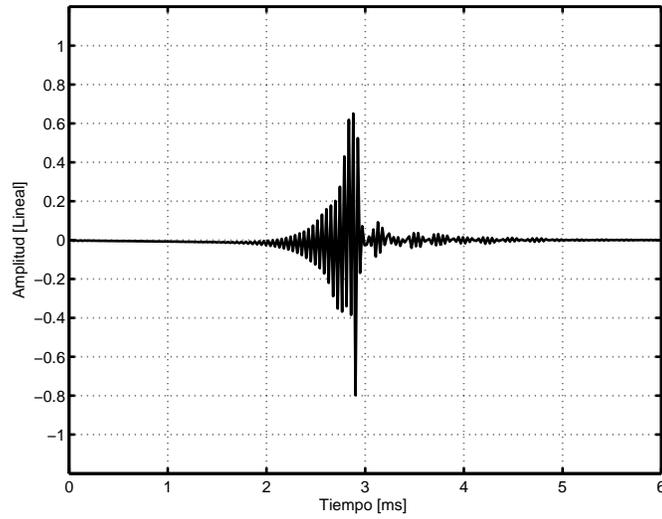


Figura 1.6: Filtro  $h(n)$  calculado por el método de mínimo error cuadrático (ECM) en el dominio del tiempo.

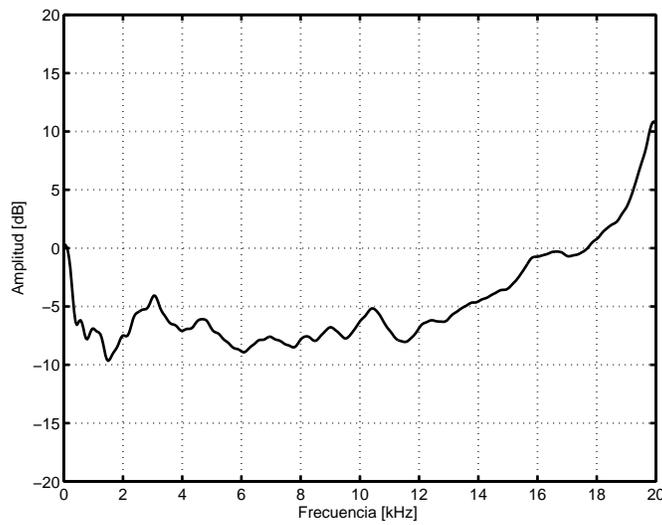


Figura 1.7: Filtro  $H(\omega)$  en el dominio de la frecuencia.

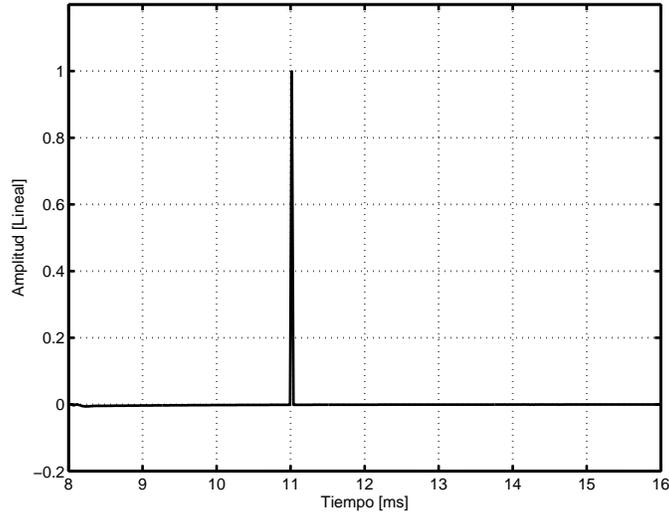


Figura 1.8: Respuesta a impulso del sistema filtro-altavoz  $h(n) * g(n)$ .

altavoz real, no siempre es posible sustentar esta suposición, ya que si el filtro tiene ganancias demasiado grandes a ciertas frecuencias, el altavoz producirá una respuesta distorsionada al rebasarse ciertos niveles máximos. Es decir, hay ciertas limitaciones físicas propias de cualquier altavoz, que le impiden responder con amplitudes arbitrariamente grandes.

Una forma de solucionar este problema es reducir la respuesta del filtro, selectivamente a ciertas frecuencias, a niveles en los que el altavoz no distorsione. Para ello se puede hacer uso de la técnica de *regularización*, que equivale a imponer un costo al valor cuadrático de los coeficientes del filtro, “castigando” el crecimiento excesivo de los coeficientes. Esto reduce el rango dinámico del filtro, a costa de una reducción en el desempeño del filtro.

### 1.3. Inversión regularizada.

En esta sección se plantea nuevamente el problema de cálculo de filtros inversos no recursivos, pero ahora introduciendo la técnica de regularización, la cual permite establecer un costo asociado al esfuerzo de control.

La dinámica lineal de un sistema electroacústico altavoz-cuarto-micrófono se puede expresar de la siguiente manera:

$$p(n) = \text{conv}(g, q) = \sum_{m=0}^{N_g-1} g(n)q(n - m); \quad (1.21)$$

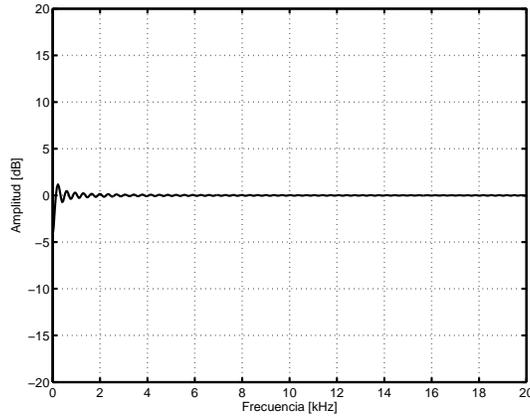


Figura 1.9: Respuesta en frecuencia del sistema filtro-altavoz  $H(w) \cdot G(w)$

donde  $p(n)$  es la señal de presión sonora (salida),  $q(n)$  es la señal de control de la fuente (entrada) y  $g(n)$  es la función de respuesta a impulso electroacústica, con su correspondiente función de respuesta en frecuencia  $G(k)$ .

Suponemos una señal de control pre-alimentada [2, 3] de la forma:

$$q(n) = \text{conv}(h, r) = \sum_{m=0}^{N_h-1} h(n)r(n - m); \quad (1.22)$$

donde  $r(n)$  es una señal de referencia (señal de entrada), y  $h(n)$  es la función de respuesta a impulso del filtro, con su correspondiente función de respuesta en frecuencia  $H(k)$ .

La señal de error que se minimiza, es la diferencia entre la señal de salida y una señal deseada [4]. La señal de error se calcula de la siguiente forma:

$$e(n) = p(n) - \text{conv}(d, r) = p(n) - \sum_{m=0}^{N_d-1} d(n)r(n - m); \quad (1.23)$$

donde  $d(n)$  es la función de respuesta a impulso deseada, con su correspondiente función de respuesta en frecuencia  $D(k)$ .

Planteadas en términos de señales de tiempo discreto y funciones de respuesta impulso finitas, la minimización del valor cuadrático de la señal de error conduce a un sistema de ecuaciones algebraicas, denominadas ecuaciones normales; ver Nobert Wiener (1.24) y (1.25).

$$(R_{gg} + \beta \mathbf{I})h = R_{gd}; \quad (1.24)$$

con una matriz de autocorrelación ( $N_h \times N_h$ ):  $R_{gg} = \text{toeplitz}(\text{corr}(g, g))$ , vector de correlación ( $N_h \times 1$ ):  $R_{gd} = \text{corr}(g, d)$ , y un factor de regularización:  $\beta$ ; donde  $N_h$  es la longitud de filtro de control (con una respuesta impulso finita).

La regularización es equivalente a minimizar una combinación de la señal de error y el esfuerzo de control, de la siguiente manera [5, 6]:

$$J = E(|e(n)|^2) + \beta E(|q(n)|^2). \quad (1.25)$$

Así, la regularización implica un balance entre el desempeño (reducción de error) y el esfuerzo de control (rango dinámico del filtro de control). A partir de las ecuaciones normales, Ecuación (1.24), se puede observar que la regularización es equivalente a “contaminar” la función de respuesta electroacústica  $g(n)$  con cierto nivel de ruido blanco. Es decir, la varianza  $R_{gg}(0)$  que aparece en la diagonal principal de la matriz  $R_{gg}$ , queda finalmente como  $R_{gg}(0) + \beta$  en la matriz de la Ecuación (1.24).

### 1.3.1. Derivación en forma vectorial

Escribiendo la variable de tiempo discreto  $n$  como un subíndice,  $e(n) = e_n$ ,  $h(n) = h_n$ , etc., y usando una representación vectorial, tenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= [e_0 \ e_1 \ e_2 \ \cdots \ e_{N-1}]^T \\ \mathbf{h} &= [h_0 \ h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_{N-1}]^T \\ \mathbf{d} &= [d_0 \ d_1 \ d_2 \ \cdots \ d_{N-1}]^T \end{aligned} \quad (1.26)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} g_{[0]} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ g_{[1]} & g_{[0]} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & g_{[1]} & \ddots & 0 & 0 \\ g_{[M-2]} & \vdots & \ddots & g_{[0]} & 0 \\ g_{[M-1]} & g_{[M-2]} & \ddots & g_{[1]} & g_{[0]} \\ 0 & g_{[M-1]} & \ddots & \vdots & g_{[1]} \\ 0 & 0 & \ddots & g_{[M-2]} & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & g_{[M-1]} & g_{[M-2]} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & g_{[M-1]} \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

Ahora, en el caso de respuestas impulso finitas, la función de desempeño para una señal de entrada determinista (específicamente, para un impulso unitario) se puede escribir en

forma vectorial:

$$\begin{aligned}
J &= \sum_{n=0}^{N-1} e_n^2 + \beta \sum_{n=0}^{N-1} h_n^2 \\
&= |\mathbf{e}|^2 + \beta |\mathbf{h}|^2 \\
&= \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \beta \mathbf{h}^T \mathbf{h}
\end{aligned} \tag{1.28}$$

considerando el error como

$$|\mathbf{e}| = |\mathbf{d}| - |\mathbf{G}\mathbf{h}|; \tag{1.29}$$

sustituyendo esta ecuación en la Ecuación (1.28) tenemos:

$$\begin{aligned}
J &= \mathbf{e}^T \mathbf{e} + \beta \mathbf{h}^T \mathbf{h}, \\
J &= (\mathbf{d}^T - \mathbf{h}^T \mathbf{G}^T)(\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{h}) + \beta \mathbf{h}^T \mathbf{h}
\end{aligned} \tag{1.30}$$

$$J = \mathbf{d}^T \mathbf{d} - \mathbf{d}^T \mathbf{G}\mathbf{h} - \mathbf{h}^T \mathbf{G}^T \mathbf{d} + \mathbf{h}^T \mathbf{G}^T \mathbf{G}\mathbf{h} + \mathbf{h}^T (\beta \mathbf{I}) \mathbf{h} \tag{1.31}$$

$$J = |\mathbf{d}|^2 - \mathbf{d}^T \mathbf{G}\mathbf{h} - \mathbf{h}^T \mathbf{G}^T \mathbf{d} + \mathbf{h}^T [\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \beta \mathbf{I}] \mathbf{h} \tag{1.32}$$

Calculando la derivada parcial de  $J$  con respecto a los elementos de  $\mathbf{h}$  obtenemos:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{h}} = -2\mathbf{G}^T \mathbf{d} + 2[\mathbf{G}\mathbf{G}^T + \beta \mathbf{I}] \mathbf{h}. \tag{1.33}$$

Para obtener el valor óptimo de  $h$  ponemos

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{h}} = 0 \tag{1.34}$$

$$[\mathbf{G}\mathbf{G}^T + \beta \mathbf{I}] \mathbf{h} = \mathbf{G}^T \mathbf{d} \tag{1.35}$$

$$\mathbf{h} = [\mathbf{G}\mathbf{G}^T + \beta \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{d} \tag{1.36}$$

El efecto de la regularización en el filtro-inverso se analiza en la siguiente sección.

### 1.3.2. Propiedades y aplicaciones de la regularización.

Si se utiliza un valor grande del factor de regularización  $\beta$ , la solución óptima tiende a reducir la potencia de salida de los filtros inversos, pero a costa de un aumento en el error de desempeño. Entonces  $\beta$  se puede usar para controlar la potencia de salida de los filtros óptimos. Es importante destacar que  $\beta$  tiene además, el efecto de reducir la duración efectiva de los filtros inversos [4]; esto ayuda a reducir el efecto indeseable de la convolución circular, usualmente asociado con los métodos de diseño de filtros basados en muestreo en el dominio

de la frecuencia, como el método de gradiente conjugado en el dominio de la frecuencia (ver Capítulo 2). Como resultado, la regularización controla la constante de tiempo más larga de los filtros óptimos [4].

El factor de regularización  $\beta$  debe ser ajustado apropiadamente. Si  $\beta$  es muy pequeña, habrá picos agudos (con ganancias muy grandes) en la respuesta en frecuencia de los filtros óptimos; si  $\beta$  es muy grande, la deconvolución no será tan precisa (la ganancia reducida del filtro producirá un señal de error más grande). El artículo de Kirkeby [4] indica que el valor exacto de  $\beta$  usualmente no es crítico, ya que no hay precedente de cómo seleccionar  $\beta$ ; propone un juicio cualitativo de *prueba y error* para determinar si el valor de  $\beta$  es aceptable. La literatura consultada no contiene otras indicaciones a este respecto, por lo cual, en esta tesis se proponen y se estudian varios criterios para seleccionar del valor de  $\beta$ , y se evalúa su conveniencia en el cálculo de filtros inversos.

### 1.3.3. Criterios de normalización del factor de regularización.

Con base en la señal electroacústica (respuesta impulso del altavoz)  $g(t)$  y la respuesta en frecuencia  $G(f)$  se proponen diferentes criterios para normalizar el factor de regularización  $\beta$  relativo a diferentes niveles de referencia [7].

#### Regularización sin referencia (NO).

En este caso, el factor de regularización  $\beta$  simplemente se iguala al factor de regularización normalizado  $k$ :

$$\beta = k; \tag{1.37}$$

en donde  $k$  es un valor numérico arbitrario propuesto.

Este escalamiento no es conveniente porque el factor de regularización normalizado  $k$  no esta referido de ninguna manera a la función de respuesta electroacústica. Para este análisis utilizamos valores de  $k$  de 1, 0.1, 0.01, ...,  $10^{-6}$ .

#### Regularización *re*: suma de los valores cuadrados (SC).

El factor de regularización se calcula de manera relativa a la suma de los valores cuadrados de la respuesta impulso electroacústica:

$$\beta = k \sum_{n=1}^N (|g(t_n)|^2); \tag{1.38}$$

donde  $k$  es el factor de regularización normalizado.

### **Regularización *re*: cuadrado de la suma de los valores absolutos (SA).**

El factor de regularización se calcula de manera relativa al cuadrado de la suma de los valores absolutos de la respuesta impulso electroacústica:

$$\beta = k \left[ \sum_{n=1}^N (|g(t_n)|) \right]^2 ; \quad (1.39)$$

donde  $k$  es el factor de regularización normalizado.

### **Regularización *re*: máximo de la magnitud al cuadrado (MA).**

El factor de regularización se calcula de manera relativa a la máxima magnitud al cuadrado de la función de respuesta en frecuencia electroacústica:

$$\beta = k \text{ máx}(|G(f_n)|^2); \quad (1.40)$$

donde  $k$  es el factor de regularización normalizado.

### **Regularización *re*: media geométrica de las magnitudes al cuadrado (MG).**

El factor de regularización se calcula de manera relativa a la media geométrica de la magnitud al cuadrado de la función de respuesta en frecuencia electroacústica:

$$\beta = k \exp\left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\log(|G(f_n)|^2))\right); \quad (1.41)$$

donde  $k$  es el factor de regularización normalizado.

En el Capítulo 3 se presenta una serie de mediciones y cálculos que exploran la utilidad de cada uno de los métodos de normalización presentados en las subsecciones anteriores. Previamente, el Capítulo 2 describe varios métodos numéricos relacionados con el cálculo de filtros inversos.

# Capítulo 2

## Métodos de deconvolución.

En el Capítulo 1 se desarrolla un ejemplo de cálculo de un filtro inverso con el método de mínimo ECM y utilizando el algoritmo de Gauss para resolver el sistema lineal de ecuaciones que determinan los coeficientes del filtro. En este Capítulo se presentan algunos de los diferentes métodos que resuelven el sistema lineal de ecuaciones; en particular, métodos de deconvolución que son adecuados para lograr la ecualización de un altavoz. Estos algoritmos permiten obtener la respuesta a impulso del filtro óptimo. En general, es posible distinguir dos tipos de métodos: los de solución exacta y los de solución aproximada. Un método de solución exacta de uso común, es el de Levinson-Durbin . Por otra parte, entre los métodos de solución aproximada se presentan el método de gradiente conjugado y el de deconvolución super-rápida. Este último tiene la ventaja adicional (aparte de su rapidez), que se puede extender muy fácilmente para calcular matrices de filtros inversos para sistemas multicanal.

En el Apéndice A se incluye el código de programación (en lenguaje C para el algoritmo de Levinson-Durbin y en Matlab para el resto de los métodos mencionados). Estos códigos se utilizaron para estudiar los alcances, y desempeño de los diferentes métodos para calcular el filtro inverso de un altavoz.

### 2.1. Algoritmo de Levinson-Durbin

El algoritmo Levinson-Durbin se emplea para resolver un sistema de ecuaciones del tipo  $R\vec{H} = P$  donde  $R$  es una matriz Toeplitz,  $H$  son los coeficientes del filtro y  $P$  es un vector independiente. Al resolver el sistema, obtenemos un filtro inverso diseñado por el criterio de mínimo error cuadrático.

### 2.1.1. Descripción del algoritmo.

Una matriz Toeplitz de  $N \times N$  queda especificada por  $2N - 1$  números  $R_k$ , con  $k = -N + 1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N - 1$ . Dichos números aparecen como elementos constantes a lo largo de cada diagonal (superior-izquierdo a inferior-derecho) de la matriz:

$$\begin{pmatrix} R_0 & R_{-1} & R_{-2} & \cdots & R_{-(N-2)} & R_{-(N-1)} \\ R_1 & R_0 & R_{-1} & \cdots & R_{-(N-3)} & R_{-(N-2)} \\ R_2 & R_1 & R_0 & \cdots & R_{-(N-4)} & R_{-(N-3)} \\ \vdots & & & \ddots & & \\ R_{N-2} & R_{N-3} & R_{N-4} & \cdots & R_0 & R_{-1} \\ R_{N-1} & R_{N-2} & R_{N-3} & \cdots & R_1 & R_0 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

El sistema de ecuaciones lineales con matriz Toeplitz puede escribirse como:

$$\sum_{j=1}^N R_{i-j} x_j = y_i \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2.2)$$

donde las  $x_j$ ,  $j = 1, \dots, N$ , son las incógnitas a resolver.

La matriz de Toeplitz es simétrica si  $R_k = R_{-k}$  para todo  $k$ . Levinson (Ref. [8]) desarrolló un algoritmo de solución rápida de la ecuación simétrica de Toeplitz, que consiste en un procedimiento iterativo que parte de una solución conocida de orden  $M$  del sistema de ecuaciones Toeplitz:

$$\sum_{j=1}^M R_{i-j} x_j^{(M)} = y_i \quad (i = 1, \dots, M) \quad (2.3)$$

iterando sucesivamente con  $M = 1, 2, \dots$ , hasta  $M = N$ , el resultado deseado es finalmente alcanzado. El vector  $x_j^{(M)}$  es la solución parcial en la etapa  $M$ , obteniendo la solución deseada cuando  $M = N$ . El método de Levinson está bien documentado en varios textos (Ref. [9]). Este método es de gran utilidad cuando se generaliza para el caso asimétricos, un poco menos conocido que se describe aquí.

En el procedimiento iterativo para ir del paso  $M$  al  $M + 1$  encontramos que la solución  $x^{(M)}$  cambia a esta forma:

$$\sum_{j=1}^M R_{i-j} x_j^{(M+1)} + R_{i-(M+1)} x_{M+1}^{(M+1)} = y_i \quad i = 1, \dots, M + 1 \quad (2.4)$$

por eliminación de  $y_i$  encontramos:

$$\sum_{j=1}^M R_{i-j} \left( \frac{x_j^{(M)} - x_j^{(M+1)}}{x_{M+1}^{(M+1)}} \right) = R_{i-(M+1)} \quad i = 1, \dots, M \quad (2.5)$$

o considerando los cambios de índices  $i \rightarrow M + 1 - i$  y  $j \rightarrow M + 1 - j$ ,

$$\sum_{j=1}^M R_{j-i} G_j^{(M)} = R_i \quad (2.6)$$

donde

$$G_j^{(M)} \equiv \frac{x_{M+1-j}^{(M)} - x_{M+1-j}^{(M+1)}}{x_{M+1}^{(M+1)}} \quad (2.7)$$

que puede ponerse en la forma

$$x_{M+1-j}^{(M+1)} = x_{M+1-j}^{(M)} - x_{M+1}^{(M+1)} G_j^{(M)} \quad j = 1, \dots, M \quad (2.8)$$

De esta manera, se puede establecer un proceso iterativo partiendo de los valores de orden  $M$  para  $x^{(M)}$  y  $G^{(M)}$  y el valor de orden  $M + 1$  para  $x_{M+1}^{(M+1)}$ , para encontrar todos los otros  $x_j^{(M+1)}$ . El valor de  $x_{M+1}^{(M+1)}$  se obtiene a partir de la Ecuación (2.4) con  $i = M + 1$ ,

$$\sum_{j=1}^M R_{M+1-j} x_j^{(M+1)} + R_0 x_{M+1}^{(M+1)} = y_{M+1} \quad (2.9)$$

Se sustituyen las incógnitas a partir de la ecuación

$$G_{M+1-j}^{(M)} = \frac{x_j^{(M)} - x_j^{(M+1)}}{x_{M+1}^{(M+1)}} \quad (2.10)$$

El resultado de esta operación es

$$x_{M+1}^{(M+1)} = \frac{\sum_{j=1}^M R_{M+1-j} x_j^{(M)} - y_{M+1}}{\sum_{j=1}^M R_{M+1-j} G_{M+1-j}^{(M)} + R_0} \quad (2.11)$$

El problema restante es establecer una relación recursiva para  $G$ . Cabe señalar, que hay dos formas distintas para solucionar el problema lineal original de una matriz asimétrica, las soluciones son conocidas como *right-hand* (con matriz  $R_{i-j}$ ) y las soluciones *left-hand* (con matriz transpuesta  $R_{j-i}$ ) para  $z_i$ . La solución *left-hand* difiere sólo en el hecho de cómo expresamos las ecuaciones

$$\sum_{j=1}^M R_{j-i} z_j^{(M)} = y_i \quad i = 1, \dots, M \quad (2.12)$$

Entonces, la misma secuencia de operaciones realizadas anteriormente nos conducen a

$$\sum_{j=1}^M R_{i-j} H_j^{(M)} = R_i \quad (2.13)$$

donde

$$H_j^{(M)} \equiv \frac{z_{M+1-j}^{(M)} - z_{M+1-j}^{(M+1)}}{z_{M+1}^{(M+1)}} \quad (2.14)$$

(comparar con las ecuaciones 2.6-2.7). La razón para mencionar las soluciones *left-hand* en esta parte, se debe a la Ecuación(2.13); la  $H_j$  satisface exactamente la misma ecuación que  $x_j$ , excepto en la sustitución  $y_i \rightarrow R_i$ . Por lo tanto, a partir de la Ecuación (2.11) podemos deducir que

$$H_{M+1}^{(M+1)} = \frac{\sum_{j=1}^M R_{M+1-j} H_j^{(M)} - R_{M+1}}{\sum_{j=1}^M R_{M+1-j} G_{M+1-j}^{(M)} + R_0} \quad (2.15)$$

Por otra parte,  $G$  satisface la misma ecuación que  $z$ , excepto por la sustitución  $y_i \rightarrow R_{-i}$ . Por lo que

$$G_{M+1}^{(M+1)} = \frac{\sum_{j=1}^M R_{j-M-1} G_j^{(M)} - R_{-M-1}}{\sum_{j=1}^M R_{j-M-1} H_{M+1-j}^{(M)} + R_0} \quad (2.16)$$

El mismo proceso de transformación además convierte la Ecuación (2.8) y su asociado para  $z$ , en de las ecuaciones finales

$$G_j^{(M+1)} = G_j^{(M)} - G_{M+1}^{(M+1)} H_{M+1-j}^{(M)} \quad (2.17)$$

$$H_j^{(M+1)} = H_j^{(M)} - H_{M+1}^{(M+1)} G_{M+1-j}^{(M)} \quad (2.18)$$

Ahora, empezamos con los valores iniciales

$$x_1^{(1)} = \frac{y_1}{R_0}, \quad G_1^{(1)} = \frac{R_{-1}}{R_0}, \quad H_1^{(1)} = \frac{R_1}{R_0} \quad (2.19)$$

podemos proceder en forma recursiva. Usamos las Ecuaciones 2.15 y 2.16 para cada etapa de  $M$  para encontrar  $H_{M+1}^{(M+1)}$ ,  $G_{M+1}^{(M+1)}$ , y la Ecuación(2.17) para encontrar los otros componentes de  $H^{(M+1)}$ ,  $G^{(M+1)}$ . Con base en esto, se calculan los vectores  $x^{M+1}$  y/o  $z^{M+1}$ .

El programa en lenguaje C del algoritmo de Levinson-Durvin que se presenta en el apéndice, incorpora la Ecuación (2.18) en la forma

$$H_{M+1-j}^{(M+1)} = H_{M+1-j}^{(M)} - H_{M+1}^{(M+1)} G_j^{(M)} \quad (2.20)$$

por lo que el cálculo se puede realizar en el mismo espacio de memoria (*in-place*).

Es importante destacar que el algoritmo anterior falla si  $R_0 = 0$ , si se anula alguna de las diagonales menores principales de la matriz original Toeplitz. Sin embargo, si el algoritmo falla de esta manera, esto no significa necesariamente que la matriz es singular.

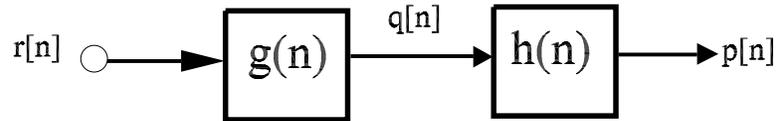


Figura 2.1: Diagrama de bloques del Sistema de entrada-salida para el diseño del método del gradiente conjugado.

## 2.2. Método de gradiente conjugado.

### 2.2.1. Respuesta impulso inversa

Con base en la Figura 2.1, se muestra la relación de convolución de la Ecuación (2.21). Considerando que la entrada  $r[n]$  es el impulso unitario  $\delta[n]$

$$\sum_{i=-\infty}^{+\infty} g[n-i]h[i] = p[n] \quad (2.21)$$

Si la salida  $p[n]$  es el impulso unitario  $\delta[n]$ , se sabe que  $h[n]$  es la respuesta a impulso inversa ideal de  $g[n]$ . Por lo tanto, se establece la siguiente ecuación (condición deseada) en el dominio de la frecuencia:

$$G(z)H(z) = 1 \quad (2.22)$$

En el caso en el que la respuesta a impulso  $g[n]$  es finita de longitud  $M$  tenemos:

$$\sum_{i=0}^{M-1} g[n-i]h[i] = p[n]. \quad (2.23)$$

### 2.2.2. Convolución lineal.

Resulta ilustrativo presentar esta formulación en notación matricial. A partir de la Ecuación (2.23) podemos desarrollar:

$$\begin{pmatrix} g_{[0]} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ g_{[1]} & g_{[0]} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & g_{[1]} & \ddots & 0 & 0 \\ g_{[M-2]} & \vdots & \ddots & g_{[0]} & 0 \\ g_{[M-1]} & g_{[M-2]} & \ddots & g_{[1]} & g_{[0]} \\ 0 & g_{[M-1]} & \ddots & \vdots & g_{[1]} \\ 0 & 0 & \ddots & g_{[M-2]} & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & g_{[M-1]} & g_{[M-2]} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & g_{[M-1]} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{[0]} \\ h_{[1]} \\ \vdots \\ h_{[M-2]} \\ h_{[M-1]} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_{[0]} \\ p_{[1]} \\ \vdots \\ p_{[2M-3]} \\ p_{[2M-2]} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

Es conveniente reescribir de forma distinta los vectores como se muestra a continuación:

$$\mathbf{h} = (h_0 \ h_1 \ \cdots \ h_{M-2} \ h_{M-1})^T \quad (2.25)$$

$$\mathbf{p} = (p_0 \ p_1 \ \cdots \ p_{2M-3} \ p_{2M-2})^T \quad (2.26)$$

En esta notación  $T$  indica transposición de los vectores. El subíndice  $n$  se usa como un índice de tiempo. Con estas definiciones, se puede expresar la Ecuación (2.27) en notación vectorial:

$$\mathbf{G}\mathbf{h} = \mathbf{p} \quad (2.27)$$

donde

$$G = \begin{pmatrix} g_{[0]} & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ g_{[1]} & g_{[0]} & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & g_{[1]} & \ddots & 0 & 0 \\ g_{[M-2]} & \vdots & \ddots & g_{[0]} & 0 \\ g_{[M-1]} & g_{[M-2]} & \ddots & g_{[1]} & g_{[0]} \\ 0 & g_{[M-1]} & \ddots & \vdots & g_{[1]} \\ 0 & 0 & \ddots & g_{[M-2]} & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & g_{[M-1]} & g_{[M-2]} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & g_{[M-1]} \end{pmatrix} \quad (2.28)$$

La Ecuación (2.27) muestra la convolución lineal de  $g[n]$  y  $h[n]$ . Dado que el número  $2M - 1$  de ecuaciones lineales es más grande que el número de incógnitas  $M$  de la Ecuación (2.24), no necesariamente existe una solución para la Ecuación (2.27).

Los métodos para obtener la solución pueden ser agrupados en dos tipos. El primero obtiene la solución aproximada para  $\mathbf{h}$  por el método de aproximaciones sucesivas; como en el método de gradiente conjugado. Mientras que en el segundo, se obtiene una solución para  $\mathbf{h}$  a través de la pseudo-inversa de la matriz  $\mathbf{G}$ :  $[\mathbf{G}^T \mathbf{G}]^{-1} \mathbf{G}^T$  (solución de mínimo error cuadrático a través de las *ecuaciones normales*). Ver Capítulo 1. De manera general, se conoce que el método de gradiente conjugado es apropiado para la solución de ecuaciones de orden alto. Por otro lado, la solución de las ecuaciones normales se obtiene comúnmente a través del algoritmo de Levinson-Durbin, o el método de eliminación Gaussiana. Las ecuaciones normales tienen la siguiente forma:

$$\mathbf{G}^T \mathbf{G} \mathbf{h} = \mathbf{G}^T \mathbf{p} \quad (2.29)$$

### 2.2.3. Descripción del algoritmo.

El método parte de una solución inicial  $x_0$  (por ejemplo,  $x_0 = 0$ ).

1.

$$h = 0$$

2.

$$\mathbf{r}_0 = \mathbf{G}^T (\mathbf{p} - \mathbf{G} \mathbf{h}_0)$$

3.

$$\mathbf{q}_0 = \mathbf{r}_0$$

4.

$$\alpha_k = \frac{(\mathbf{r}_k, \mathbf{r}_k)}{(\mathbf{G} \mathbf{q}_k, \mathbf{G} \mathbf{q}_k)} \quad (2.30)$$

5.

$$\mathbf{h}_{k+1} = \mathbf{h}_k + \alpha_k \mathbf{q}_k$$

6.

$$\mathbf{r}_{k+1} = \mathbf{r}_k - \alpha_k \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{q}_k) \quad (2.31)$$

7.

$$\beta_{\mathbf{k}} = \frac{(\mathbf{r}_{\mathbf{k}+1}, \mathbf{r}_{\mathbf{k}+1})}{(\mathbf{r}_{\mathbf{k}}, \mathbf{r}_{\mathbf{k}})}$$

8.

$$\mathbf{q}_{\mathbf{k}+1} = \mathbf{r}_{\mathbf{k}+1} + \beta_{\mathbf{k}} \mathbf{q}_{\mathbf{k}}$$

9.

$$\mathbf{k} = \mathbf{k} + \mathbf{1}$$

10. Regresa al paso 4.

La solución aproximada de  $h$  se encuentra repitiendo los pasos del 4 al 10.

### 2.2.4. Versión en el dominio de la frecuencia.

Es conocida la propiedad (teorema de la convolución) de que la convolución en el dominio del tiempo es equivalente, y se puede calcular así más rápidamente, al producto en el dominio de la frecuencia utilizando la transformada rápida de Fourier FFT.

Asimismo, la convolución circular de dos respuestas impulso finitas es igual al producto de sus transformadas discretas de Fourier DFT. Además, la convolución lineal de dos respuestas impulso finitas se realiza agregando  $M$  zeros al final de sus respuestas impulso; suponiendo que la longitud de las dos respuestas impulso es  $M$ . De este modo, al agregar ceros, evitamos el efecto de convolución circular. A continuación consideramos el producto por medio de esta operación:

$$\begin{pmatrix} g_{[0]} & 0 & \cdots & 0 & 0 & g_{[M-1]} & \cdots & g_{[1]} \\ g_{[1]} & g_{[0]} & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & g_{[1]} & \ddots & 0 & 0 & 0 & \ddots & g_{[M-2]} \\ g_{[M-2]} & \vdots & \ddots & g_{[0]} & 0 & 0 & \ddots & g_{[M-1]} \\ g_{[M-1]} & g_{[M-2]} & \ddots & g_{[1]} & g_{[0]} & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & g_{[M-1]} & \ddots & \vdots & g_{[1]} & g_{[0]} & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & g_{[M-2]} & \vdots & g_{[1]} & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & g_{[M-1]} & g_{[M-2]} & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & g_{[M-1]} & g_{[M-2]} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_{[0]} \\ h_{[1]} \\ \vdots \\ h_{[M-2]} \\ h_{[M-1]} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{[0]} \\ y_{[1]} \\ \vdots \\ y_{[2M-2]} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

La Ecuación (2.33) representa la ecuación vectorial de la Ecuación (2.32):

$$\mathbf{G}\mathbf{h}' = \mathbf{y}' \quad (2.33)$$

En la Ecuación (2.32), obtenemos la DFT de la primera columna de la matriz  $G$  y realizamos el producto con la DFT de  $h'$ ; el resultado es la DFT en  $y'$ . La DFT inversa de  $y'$  será la convolución lineal de  $h[n]$  y  $g[n]$ . La DFT puede ser calculada eficientemente por el método de FFT.

Al utilizar la operación que se muestra en la Ecuación (2.32), considerando la operación  $\mathbf{G}\mathbf{q}_k$ , que es una convolución lineal en las Ecuaciones (2.30) y (2.31). Utilizando el método de DFT el tiempo de cálculo se reduce considerablemente. Esto es debido a que el tiempo de cálculo para determinar una convolución lineal usando la FFT es menor que utilizando el método de la convolución lineal (calculada directamente en el dominio del tiempo).

## 2.3. Algoritmo de deconvolución súper-rápida.

Este método es aproximado, aunque muy poderoso; ya que permite calcular los filtros para un sistema multicanal, por ejemplo un sistema binaural.

### 2.3.1. Descripción del algoritmo.

#### Caso Multicanal.

El problema de inversión se muestra en el diagrama de bloques de la Figura 2.2. Se considera que el sistema opera en el dominio de tiempo discreto, y se utiliza la notación convencional de la transformada- $z$ . Las variables se definen como sigue:  $r(z)$  es un vector de  $k$  señales grabadas,  $q(z)$  es un vector de  $L$  señales de entrada a las fuentes,  $p(z)$  es un vector de  $M$  señales reproducidas en los micrófonos,  $d(z)$  es un vector de  $M$  señales deseadas, y  $e(z)$  es un vector de  $M$  señales de error. Todos los vectores son vectores columna, como sigue:

$$r(z) = [R_1(z) \cdots R_K(z)]^T \quad (2.34)$$

$$q(z) = [Q_1(z) \cdots Q_L(z)]^T \quad (2.35)$$

$$p(z) = [P_1(z) \cdots P_M(z)]^T \quad (2.36)$$

$$d(z) = [D_1(z) \cdots D_M(z)]^T \quad (2.37)$$

y

$$e(z) = [E_1(z) \cdots E_M(z)]^T \quad (2.38)$$

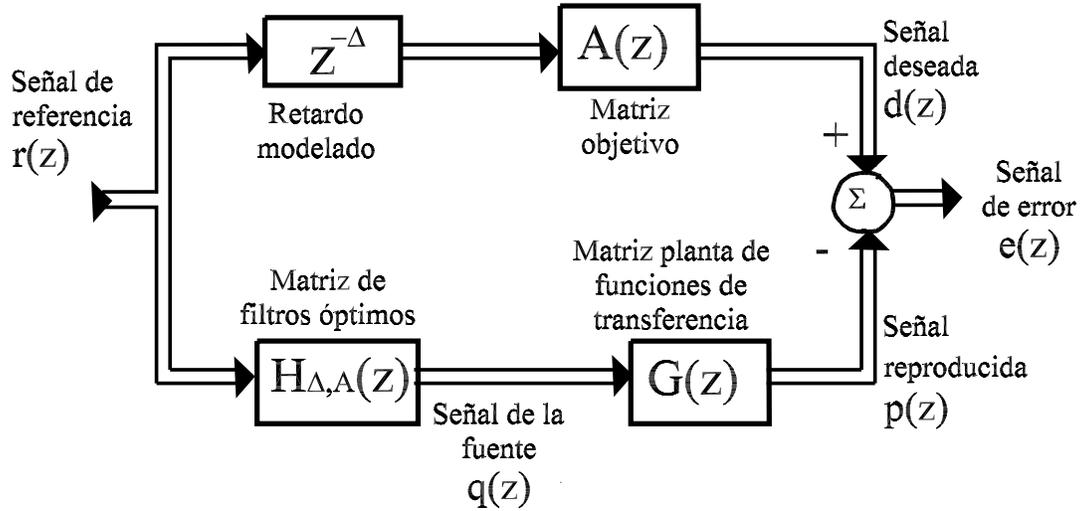


Figura 2.2: Diagrama de bloques del método de deconvolución super-rápida multicanal.

Las matrices  $A(z)$ ,  $G(z)$ , y  $H_{\Delta,A}(z)$  representan matrices multicanal.  $A(z)$  es una matriz de dimensiones  $M \times K$ , llamada matriz objetivo, porque está formada por las funciones de respuesta deseadas.  $G(z)$  es de dimensiones  $M \times L$  y es llamada matriz planta, y contiene las funciones de respuesta del sistema electroacústico. Por ejemplo, en un arreglo biaural se tienen dos micrófonos y dos altavoces; de esta forma la matriz contiene la respuesta impulso del altavoz izquierdo sensada por el micrófono derecho e izquierdo, y de la misma forma para el altavoz derecho tenemos la respuesta impulso en el micrófono derecho e izquierdo.  $H_{\Delta,A}(z)$  es de dimensiones  $L \times K$  y es la matriz de filtros óptimos. Los componentes  $z^{-\Delta}$  son elementos de retardo que se aplican a las señales de entrada  $r$ , con un número entero de muestras  $\Delta$ . Este retardo se conoce usualmente como retardo de modelado. Resulta crucial incluir este retardo, para asegurar la posibilidad de lograr un buen rendimiento de los filtros óptimos bajo la condición de causalidad.

Describiremos un método para determinar una matriz de filtros óptimos causales  $H_{\Delta,A}(z)$ ,

dados  $G(z)$ ,  $A(z)$ , y  $\Delta$ . Las matrices tienen la siguiente estructura:

$$A(z) = \begin{bmatrix} A_{11}(z) & \cdots & A_{1K}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{M1}(z) & \cdots & A_{MK}(z) \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

$$G(z) = \begin{bmatrix} G_{11}(z) & \cdots & G_{1L}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{M1}(z) & \cdots & G_{ML}(z) \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

$$H_{m..A}(z) = \begin{bmatrix} H_{11}(z) & \cdots & H_{1K}(z) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{L1}(z) & \cdots & H_{LK}(z) \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

donde el subíndice  $(\Delta, A)$  se ha omitido de  $H_{\Delta,A}(z)$  por conveniencia. Los elementos  $G_{m,l}(z)$  de  $G(z)$  son la transformada- $z$  de la respuesta impulso  $g_{ml}(n)$  de la planta multicanal. Cada elemento  $G(z)$  es considerado como una secuencia causal de longitud finita. Por lo tanto, la transformada- $z$  de  $g_{ml}(n)$  es de la forma:

$$G_{ml}(z) = \sum_{l=0}^{N_g-1} g_{ml}(r)z^{-r} = g_{ml}(0) + g_{ml}(1)z^{-1} + \cdots + g_{ml}(N_g - 1)z^{-(N_g-1)} \quad (2.42)$$

Los elementos  $A_{m,k}(z)$  de  $A(z)$ , también se consideran como secuencias causales de longitud finita. El número máximo de coeficientes en los elementos de  $A(z)$  y  $G(z)$  son  $N_a$  y  $N_g$ , respectivamente. Los elementos de  $H_{\Delta,A}(z)$  serán condicionados a ser secuencias causales de longitud finita, cuyo número máximo de coeficientes es  $N_h$ ; pero en el siguiente análisis sólo se impone la condición de estabilidad. A partir del diagrama de bloques mostrado en la Figura 2.2, se derivan fácilmente las siguientes relaciones:

$$q(z) = H_{\Delta,A}(z)r(z) \quad (2.43)$$

$$p(z) = G(z)q(z) \quad (2.44)$$

$$d(z) = z^{-\Delta}A(z)r(z) \quad (2.45)$$

y

$$e(z) = d(z) - p(z) \quad (2.46)$$

Con base en la Ecuación (2.45) se observa que la función de la matriz objetivo  $A(z)$  define las señales deseadas  $d(z)$  en términos de las señales observadas  $r(z)$ .

## Deconvolución exacta de mínimo error cuadrático.

Esta sección resume la teoría sobre la que está basado el algoritmo de deconvolución rápida. Aquí se muestra como calcular una matriz de filtros óptimos que son ideales en el sentido de que estos se fuerzan a ser estables, pero, *no son forzados a ser causales o de duración finita*.

De esta manera, los filtros ideales generalmente no son realizables en la práctica. Sin embargo, cuando el retardo de modelado y el factor de regularización se ajustan de manera apropiada, el algoritmo de deconvolución super-rápida proporciona filtros que se aproximan de manera cercana a los filtros ideales.

Primero consideramos el caso cuando  $\Delta = 0$  (sin retardo). Con el propósito de definir  $H_{0,A}(z)$  de manera única, la variable compleja  $z$  se evalúa sobre el círculo unitario,  $|z| = 1$ , sustituyendo  $z = \exp(j\omega Ts)$ , donde  $Ts$  es el intervalo de muestreo y  $\omega$  es la frecuencia angular (Ref. [10]). Esto garantiza que la respuesta impulso sea estable, pero no garantiza que sea causal (Ref. [11]). Se define una función de costo  $J$  como la suma de dos términos: un término de “error de desempeño”  $e^H e$ , el cual es una medida de qué tan buena es la reproducción de las señales deseadas en los transductores, y un término de “castigo de esfuerzo”,  $\beta q^H q$ , que es una medida proporcional a la potencia total de entrada a todas las fuentes. El superíndice  $H$  denota el operador Hermitiano, mismo que transpone y conjuga su argumento (Ref. [12]).

Para un sistema que trabaja en tiempo discreto, el costo total  $J$  en función de la frecuencia, está dada por:

$$J(e^{j\omega Ts}) = e^H(e^{j\omega Ts})e(e^{j\omega Ts}) + \beta q^H(e^{j\omega Ts})q(e^{j\omega Ts}). \quad (2.47)$$

El número positivo real  $\beta$  es un parámetro de regularización que determina el peso asignado al término de esfuerzo de control [13, 14]. Al variar  $\beta$  de cero a infinito, la solución cambia gradualmente de minimizar únicamente la señal de error, a minimizar únicamente el esfuerzo de control [15]. Cuando  $\beta > 0$ ,  $J$  es minimizada en el sentido de los mínimos cuadrados, por un vector  $q_{opt}$  de señales de entrada a las fuentes, dado por:

$$q_{opt}(e^{j\omega Ts}) = [G^H(e^{j\omega Ts})G(e^{j\omega Ts}) + \beta \mathbf{I}]^{-1} \times G^H(e^{j\omega Ts})A(e^{j\omega Ts})r(e^{j\omega Ts}). \quad (2.48)$$

Esta solución es única para cualquier matriz planta  $G$ . Consecuentemente, si  $q$  toma su valor óptimo  $q_{opt}$ , entonces de acuerdo con la Ecuación (2.43),  $H_{0,A}$  debe estar dado por:

$$H_{0,A}(e^{j\omega Ts}) = [G^H(e^{j\omega Ts})G(e^{j\omega Ts}) + \beta \mathbf{I}]^{-1} G^H(e^{j\omega Ts})A(e^{j\omega Ts}) \quad (2.49)$$

asumiendo que el retardo es ( $\Delta = 0$ ). Dado que  $\exp(j\omega Ts)$  conjugado es igual a  $\exp(-j\omega Ts)$ , la transformada- $z$  de  $H_{0,A}(z)$  se convierte en:

$$H_{0,A}(z) = [G^T(z^{-1})G(z) + \beta \mathbf{I}]^{-1} G^T(z^{-1})A(z) \quad (2.50)$$

En el caso especial en el que las señales deseadas  $d(z)$  son idénticas a las señales grabadas  $r(z)$ , la matriz  $A(z)$  es una matriz de identidad de orden  $M = K$ , entonces los filtros óptimos están dados por:

$$H_{0,\mathbf{I}}(z) = [G^T(z^{-1})G(z) + \beta\mathbf{I}]^{-1}G^T(z^{-1}) \quad (2.51)$$

La matriz  $H_{0,I}(z)$  es la matriz generalizada de cancelación de cruce de canales. Esta matriz de filtros logra la mejor reproducción de cada una de las señales deseadas  $d_m(z)$  en el sensor  $l$  (en el dominio de la frecuencia, y en el sentido de los mínimos cuadrados). Así,  $d_1(z)$  se reproduce perfectamente en el sensor 1, y no se observa en alguno de los otros sensores,  $d_2(z)$  es reproducido idealmente en el sensor número 2, y no se observa en alguno de los otros sensores, etc. Nótese que  $G(z)$  no tiene que ser una matriz cuadrada; el número de fuentes de control y sensores de error no necesitan ser los mismos. Una razón de porqué el problema de cancelación de cruce de canales (cross-talk) merece una atención especial se debe a que, una vez que se conoce  $H_{0,I}(z)$ , se puede calcular directamente  $H_{0,A}(z)$ , dado que:

$$H_{0,A}(z) = H_{0,\mathbf{I}}(z)A(z) \quad (2.52)$$

Como se observa de las Ecuaciones (2.50) y (2.51), esto significa que el problema de cancelación de cruce de canales es, en cierto sentido, el problema del “caso más complicado”. Si es posible resolver el problema de cancelación de cruce de canales, entonces es posible resolver el problema de deconvolución para cualquier otra matriz objetivo. Otra de las razones para considerar  $H_{0,I}(z)$  específicamente en el contexto de la reproducción del sonido, es que esta matriz es necesaria para la reproducción de grabaciones binaurales a través de altavoces.

### Deconvolución rápida usando regularización.

Como se mostró en la sección anterior, no es difícil derivar una expresión para la transformada inversa- $z$  de los filtros óptimos bajo la condición de que son estables. En la práctica, los filtros además tienen que ser causales y en nuestro método también requieren tener una duración finita. En esta sección mostramos como calcular una matriz de filtros óptimos de respuesta impulso causal finita (FIR), cada uno de los cuales contiene  $N_h$  coeficientes. Dado que el método emplea la transformada rápida de Fourier (FFTs),  $N_h$  debe ajustarse a una potencia de dos (para mayor eficiencia).

Es conocido el hecho de que la deconvolución basada en un número finito de muestras de la respuesta en frecuencia, resulta en un efecto indeseable de convolución circular, algunas veces llamado efecto alias (o *wrap-around*) en el dominio del tiempo. Cuando se convolucionan dos secuencias multiplicando sus FFTs, los efectos de la convolución circular pueden evitarse agregando ceros. Sin embargo, cuando se intenta deconvolucionar una secuencia de otra dividiendo sus FFTs, agregar ceros no siempre previene los efectos de la convolución circular, ya que no se conoce de antemano la longitud de la secuencia desconocida (que puede

incluso ser infinita).

La idea básica de este método es usar la regularización para reducir la duración efectiva del filtro óptimo a  $N_h/2$  aproximadamente. La respuesta en frecuencia de los filtros inversos se calcula en forma exacta para un conjunto de  $N_h$  frecuencias.  $N_h$  se hace suficientemente larga, para asegurar que no se omitan detalles importantes de la respuesta en frecuencia, debido al muestreo en el dominio de la frecuencia. Como una estimación inicial, uno puede probar un valor de  $N_h = 4LN_g$ .

### Algoritmo de deconvolución rápida.

La implementación del método de inversión es sencillo en la práctica. Las FFTs se emplean para entrar y salir del dominio de la frecuencia, y el sistema se invierte para cada frecuencia. La Ecuación (2.50) da una expresión para la respuesta de  $H_{0,A}$  como una función continua en frecuencia. Si se emplea una FFT para obtener los valores discretos de la respuesta en frecuencia de  $H_{0,A}$  en  $N_h$  puntos, entonces el valor de  $H_{0,A}(k)$  en esas frecuencias está dada por:

$$H_{0,A}(k) = [G^H(k)G(k) + \beta\mathbf{I}]^{-1}G^H(k)A(k) \quad (2.53)$$

donde  $k$  denota  $k$ -ésimo índice de frecuencia, que es la frecuencia que corresponde al número  $\exp(j2\pi k/N_h)$ .

Para calcular la respuesta impulso de una matriz de filtros causales  $h_{\Delta,A}(n)$  para un valor dado de  $\beta$ , son necesarios los siguientes pasos:

1. Calcular  $G(k)$  tomando  $M \times L$  transformadas discretas de Fourier (FFTs) de  $N_h$  puntos de las respuestas a impulso de la planta  $g_{ml}(n)$ .
2. Para cada uno de los  $N_h$  valores de  $k$ , calcular la matriz  $L \times K$  de  $H_{0,A}(k)$  a partir de la Ecuación (2.53).
3. Calcular  $h_{0,A}(n)$  tomando  $L \times K$  transformadas inversas de Fourier (IFFTs) de  $N_h$  puntos de los elementos de  $H_{0,A}(k)$ .
4. Implementar el retardo de modelado mediante un cambio cíclico de  $\Delta$  de cada elemento de  $h_{0,A}(n)$ . Por ejemplo, si la FFT inversa de  $H_{11}(k)$  es 3,2,1,0,0,0,1, entonces después de un cambio cíclico de tres muestras hacia la derecha,  $h_{11}(n)$  es 0,0,1,3,2,1,0,0.

El valor exacto del retardo  $m$  no es crítico (según Kirkeby); el valor  $N_h/2$  es adecuado en muchos casos. Sin embargo, en algunas ocasiones, se pueden obtener mejores resultados usando otros valores.

# Capítulo 3

## Experimentos y simulaciones.

En este capítulo se presenta el trabajo experimental que se realizó principalmente en dos casos: ecualización de un sistema electroacústico monofónico y cancelación de cruce de canales en un sistema electroacústico binaural. El trabajo experimental se realizó en la Cámara de Transmisión del Laboratorio de Acústica y Vibraciones del CCADET-UNAM. Esta cámara está acondicionada acústicamente, con excelentes condiciones de aislamiento al ruido, y un tiempo de reverberación moderado (menor a 0.2 s), que es adecuado para realizar mediciones de desempeño en sistemas electroacústicos monofónicos y binaurales.

En el caso monofónico, se realizaron mediciones en el eje de la unidad de alta frecuencia (“tweeter”) de un altavoz de alta fidelidad marca B&W. Se realizaron diferentes mediciones de la respuesta a impulso con un micrófono, a distancias de 0.20 m, 0.50 m, 1.0 m y 2.0 m del altavoz. Con las respuestas a impulso medidas para cada distancia se calcularon filtros inversos utilizando el algoritmo de Levinson-Durbin con regularización, debido a que este es un algoritmo de deconvolución muy común y bien establecido. Se utilizaron 5 diferentes criterios de normalización para seleccionar el factor de regularización, y para cada criterio se utilizaron 7 valores diferentes del factor de regularización normalizado. De esta manera se generaron un total de 140 casos distintos, con los que se realizó un estudio de las características de los diferentes criterios de normalización.

En el caso del sistema binaural se midieron las respuestas a impulso de un sistema de dos altavoces, con dos micrófonos colocados en los oídos izquierdo y derecho de un simulador acústico de cabeza y torso humanos (maniquí acústico) marca B&K. Con estos datos, se diseñó una matriz de filtros digitales para lograr la cancelación de cruce de canales, utilizando el algoritmo de deconvolución super-rápida. El desempeño de estos filtros se verificó tanto numéricamente como experimentalmente, midiendo nuevamente la respuesta a impulso, incluyendo los filtros inversos.

## **3.1. Respuesta a impulso de un sistema electroacústico monofónico.**

Para diseñar el filtro que optimiza el desempeño del altavoz se necesita obtener la respuesta impulso del altavoz. Cuando se realizan estas mediciones no sólo está involucrada la respuesta del altavoz, sino que también está implícita la respuesta del cuarto. Por lo tanto, es conveniente tener un cuarto con una reverberación moderada para no comprometer demasiado el desempeño del filtro inverso.

### **3.1.1. Equipo, método y condiciones de medición.**

El equipo que se utilizó en estas mediciones es el siguiente:

1. Micrófono de condensador para medición marca B&K, tipo 4134.
2. Preamplificador para micrófono B&K, tipo 2804.
3. Computadora personal portátil Compaq 2200 LA.
4. Tarjeta de sonido externa Sound Blaster Extigy.
5. Amplificador de alta fidelidad marca Yamaha modelo AX-380.
6. Altavoz de alta fidelidad marca B&W, modelo Matrix 803-S2B.

El método para medir la respuesta electroacústica del altavoz, consiste en generar una señal de prueba (secuencias pseudo-aleatorias de máxima longitud [1]) con la computadora y reproducirla en el altavoz, para posteriormente sensar la señal con un micrófono. Esta información se procesa en la computadora para obtener la respuesta impulso.

La señal de prueba se genera a través de la tarjeta de sonido externa controlada por la computadora, la salida de la tarjeta se conecta a un amplificador para darle potencia a la señal y reproducirla en el altavoz.

El micrófono se colocó frente al altavoz, alineado con la unidad de alta frecuencia del altavoz (“tweeter”), a diferentes distancias. La señal del micrófono se alimenta al preamplificador, y la salida del preamplificador se conectó a la entrada de línea (“Line-In”) de la

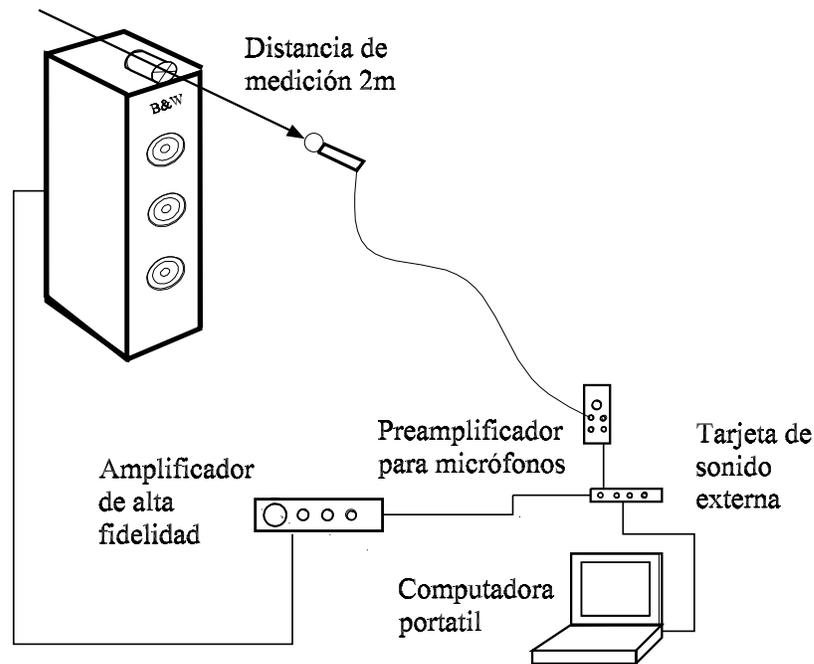


Figura 3.1: Diagrama de conexión para mediciones de respuesta a impulso de un altavoz *B&W* medido a 0.2 m, 0.5 m, 1 m y 2 m de distancia de eje del tweeter.

tarjeta de sonido. Ver Figura 3.1.

Las mediciones se realizaron en la Cámara de Transmisión del Laboratorio de Acústica y Vibraciones del CCADET. Esta cámara está acondicionada acústicamente con alfombra en el piso, cortinas o hule espuma texturizado en los muros y absorbentes colgantes de fibra de vidrio. Todo esto permite tener condiciones amortiguadas, con reverberación moderada (el tiempo de reverberación es de aproximadamente  $T_{60} = 0,2$  s). Cabe mencionar que no hay paralelismo entre las superficies de la cámara (techo, piso y muros). Esto favorece el establecimiento de un campo de sonido difuso. La Cámara de Transmisión se encuentra dentro de otra cámara más grande, lo que permite reducir el nivel de ruido de fondo.

Se realizaron mediciones de respuesta impulso del altavoz colocando el micrófono a distancias de 0.20, 0.50, 1.00 y 2.00 m. Al alejar el micrófono del altavoz a distancia de 1.00 y 2.00 m, se pueden distinguir más claramente la señal acústica del altavoz y las reflexiones provenientes de las superficies de la cámara de transmisiones. Es importante resaltar que la respuesta electroacústica cambia dependiendo del punto donde se mide; por lo tanto, el filtro

sólo es funcional en el punto donde se mide. Variar la posición del micrófono, proporciona una forma de cambiar la función de respuesta electroacústica con la que se calcula el filtro inverso.

## 3.2. Inversión regularizada normalizando respecto a la suma de cuadrados.

La normalización del factor de regularización con base en el nivel de suma de cuadrados es considerada la más natural, debido a que, en el factor de regularización  $\beta$  de la Ecuación (1.24) observamos que afecta los elementos de la diagonal principal de la matriz de autocorrelación construida con la respuesta impulso del altavoz  $g$ . Los elementos en la diagonal principal de la matriz  $R_{gg}$  corresponden a la suma de cuadrados de los elementos de la respuesta a impulso (elemento 0 de la auto-correlación).

### 3.2.1. Diferentes factores de regularización para una misma distancia.

Como se menciona en la Sección 1.2, la respuesta electroacústica del sistema filtro-altavoz debe ser tal que el rango dinámico del filtro mantenga la operación del altavoz dentro de los límites de sus capacidades físicas, sin provocar distorsión en la reproducción. Una forma de lograr lo anterior, es empleando un factor de regularización para calcular el filtro inverso; dependiendo del valor del factor de regularización  $\beta$ , se “castiga”, en mayor o menor medida, la magnitud de la respuesta del filtro.

Partiendo de la respuesta electroacústica del altavoz medida a 0.20 m del “tweeter”, se tiene la respuesta a impulso  $g(t)$  y la respuesta en frecuencia  $G(f)$ . Ver Figuras (3.2) y (3.3), respectivamente. A partir de estas, se calculó el filtro inverso, con valores de  $\beta$  relativos a un nivel de referencia igual a la suma de cuadrados de la respuesta impulso. Ver Ecuación (1.38). Esta normalización se utilizó con 7 valores distintos del factor de regularización normalizado  $k$ : 0.0, 0.0001, 0.001, 0.01, 0.1, 1.0, 10.0, 100.0.

La respuesta de los filtros se puede observar en las Figuras 3.4 y 3.5. En la respuesta en frecuencia del altavoz mostrada en la Figura (3.3) se observa que hay una caída muy notable en la respuesta del sistema de unos  $-65$  dB alrededor de los 3 kHz, y que el filtro intenta compensar este efecto, incrementando su respuesta en ese mismo rango. Cuando  $\beta = 0$  (cálculo sin regularización), se tiene el máximo rango dinámico del filtro, y a medida que  $\beta$

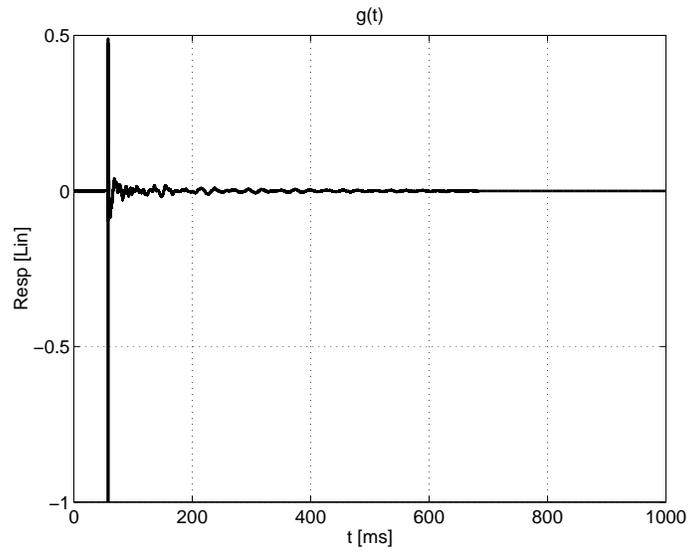


Figura 3.2: Respuesta impulso  $g(t)$  del altavoz B&W medido a 0.20 m del “tweeter”.

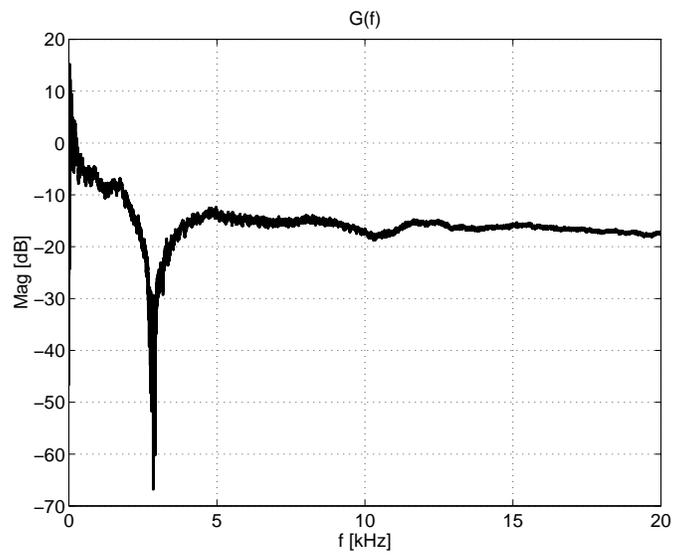


Figura 3.3: Función de respuesta electroacústica en frecuencia  $G(f)$  del altavoz B&W medido a 0.20 m del “tweeter”.

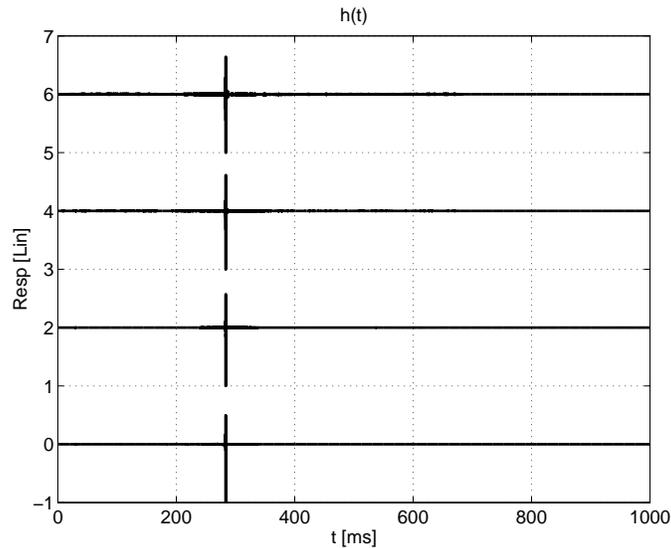


Figura 3.4: Respuesta de los filtros  $h(t)$  con diferentes valores del factor de regularización normalizado  $10 \log_{10} k$  en dB (normalización SC).

es mayor, se va reduciendo el rango dinámico.

Las respuestas del sistema filtro-altavoz  $g(t) * h(t)$  y  $G(f) \cdot H(f)$  se muestran en las Figuras 3.6 y 3.7 respectivamente. Se observa que en el desempeño de los filtros con valores de  $\beta$  pequeños, la respuesta es muy próxima a la deseada; mientras que para valores más grandes, la respuesta se aleja de la respuesta deseada. De esta manera, se establece un compromiso entre la reducción del rango dinámico y la reducción del desempeño del filtro al aumentar el factor de regularización  $\beta$ .

### 3.2.2. Factor de regularización constante para diferentes distancias.

Para este análisis se consideró un factor de regularización constante  $\beta = 10$ , y se calcularon los filtros con las respuestas a impulso medidas a 0.20, 0.50, 1.00 y 2.00 m. Las respuestas a impulso medidas  $g(t)$  se presentan en la Figura (3.8). Cabe mencionar que a mayor distancia se puede apreciar cada vez más la respuesta acústica del cuarto; de ahí que se pueden observar claramente las reflexiones provenientes de las superficies del cuarto, particularmente en la medición a 2.00 m. En la Figura 3.9 se muestra la respuesta en frecuencia

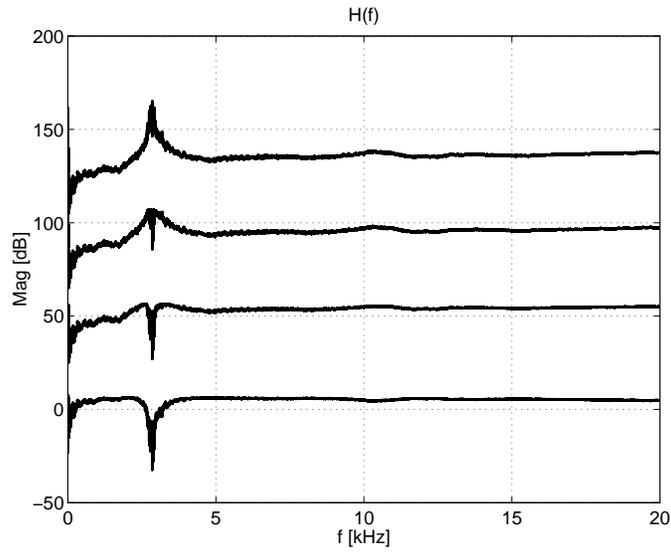


Figura 3.5: Respuesta del filtro inverso  $H(f)$  con diferentes valores de regularización, incrementándose de arriba hacia abajo. Las curvas están desplazadas verticalmente cada 40 dB por claridad.

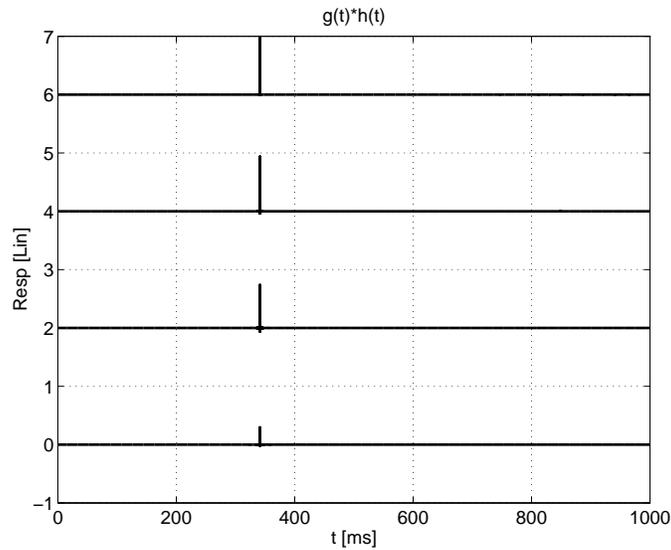


Figura 3.6: Respuesta a impulso del sistema filtro-altavoz  $g(t) * h(t)$  con diferentes factores de regularización, incrementándose de arriba hacia abajo.

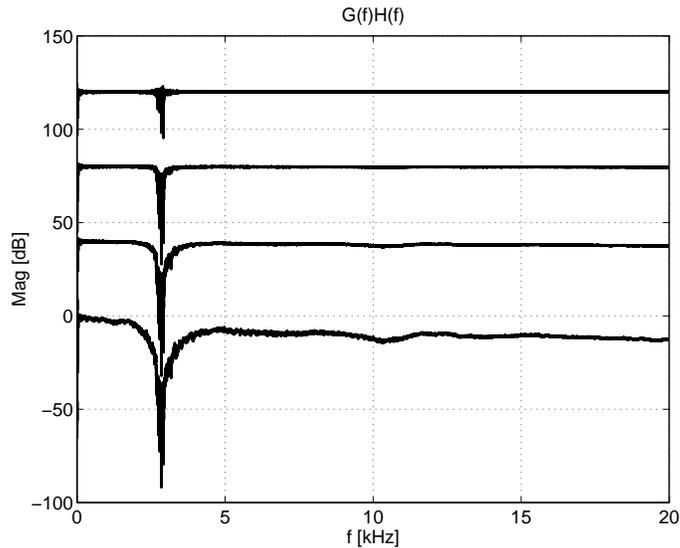


Figura 3.7: Respuesta en frecuencia del sistema filtro-altavoz  $G(f) \cdot H(f)$  con diferentes factores de regularización, incrementándose de arriba hacia abajo. Las curvas están desplazadas verticalmente cada 40 dB por claridad.

medida para cada distancia.

La caída abrupta de la respuesta en frecuencia observada para la distancia de 0.20 m ya no se manifiesta a partir de 0.50 m. Suponemos que este efecto se debe a que en la medición a 0.20 m, el micrófono queda a una mayor distancia de los ejes acústicos de las unidades de frecuencias medias y bajas (que radían en forma muy direccional a estas frecuencias), y a que, por otra parte, el “tweeter” tiene una frecuencia de corte más alta. A distancias de 0.50 m o mayores, el micrófono queda mejor alineado con los ejes acústicos de las unidades de medios y graves.

La respuesta a impulso del filtro y su respuesta en frecuencia se muestran en las Figuras 3.10 y 3.11.

El desempeño del sistema filtro-altavoz se evaluó con base en la respuesta a impulso combinada  $g(t) * h(t)$  (convolución), y en la respuesta en frecuencia  $G(f) \cdot H(f)$ , que se muestran en las Figuras (3.12) y (3.13); ambas para un valor constante del factor de regularización  $k = 10$ . En los casos de las distancias de 0.50 y 1.00 m, la respuesta en frecuencia en general muestra resultados satisfactorios; pero en los casos de 0.20 y 0.2 m la respuesta no es satisfactoria. Por ejemplo la respuestas electroacústicas a 0.20 m presenta una reducción de la

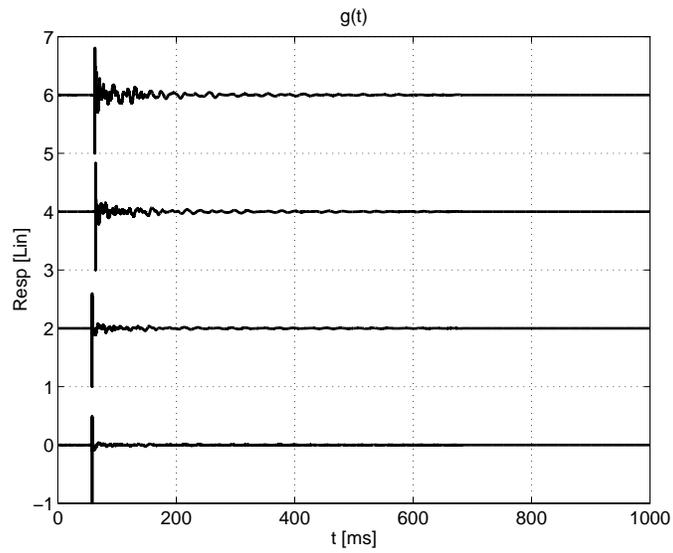


Figura 3.8: Respuesta a impulso  $g(t)$  para las distancias de 0.20, 0.50, 1.0 y 2.0 m del altavoz (de abajo hacia arriba).

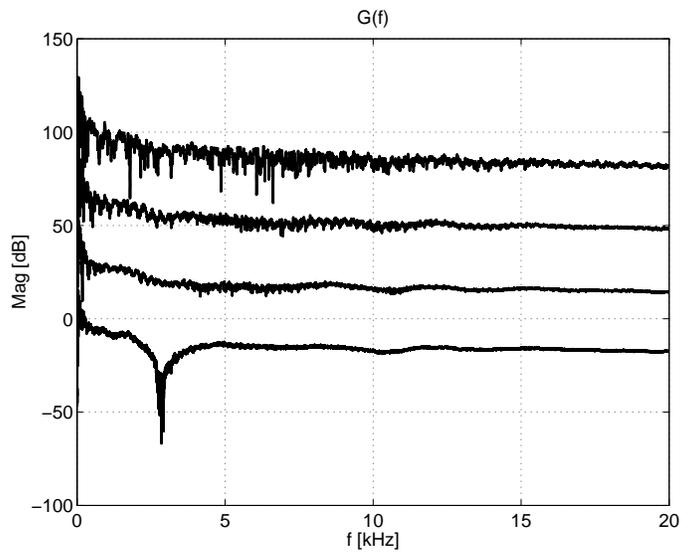


Figura 3.9: Funciones de respuesta en frecuencia  $G(f)$  para distancias de 0.20, 0.50, 1.0 y 2.0 m del altavoz (de abajo hacia arriba).

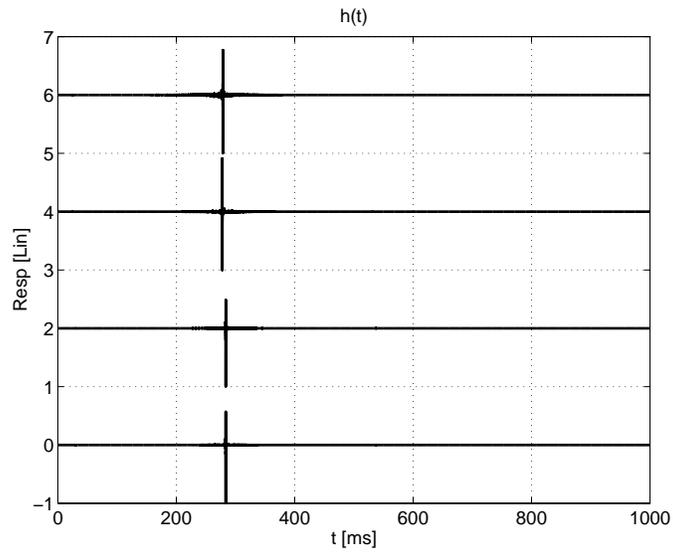


Figura 3.10: Respuesta a impulso del filtro inverso  $h(t)$  para distancias de 0.20, 0.50, 1.0 y 2.0 m del altavoz (de abajo hacia arriba).

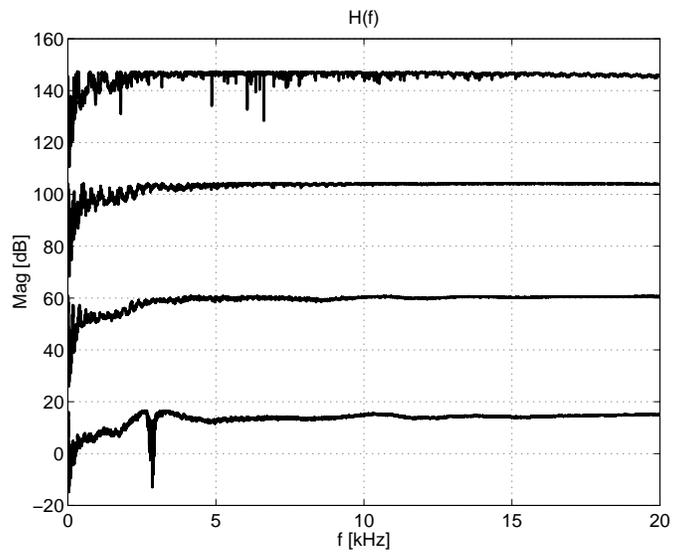


Figura 3.11: Respuesta en frecuencia del filtro inverso  $H(f)$  para distancias de 0.20, 0.50, 1.0 y 2.0 m del altavoz (de abajo hacia arriba).

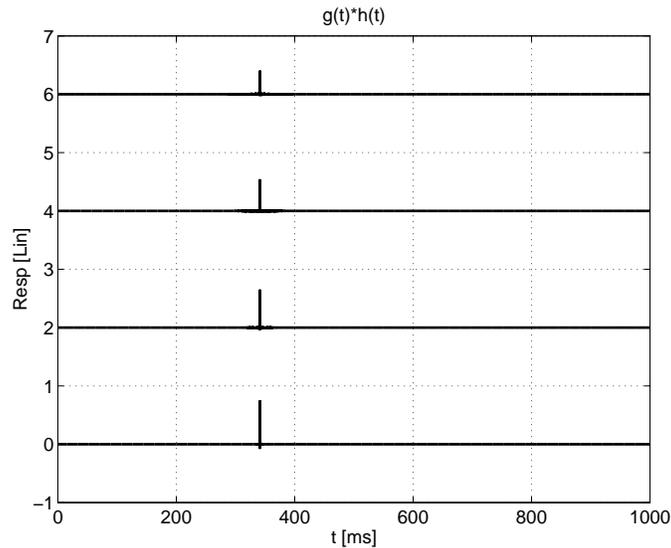


Figura 3.12: Respuesta a impulso del sistema filtro-altavoz  $g(t) * h(t)$  a distancias de 0.20, 0.50, 1.0 y 2.0 m del altavoz (de abajo hacia arriba).

magnitud concentrada a 3 kHz. En la medición realizada a 2.00 m la respuesta en frecuencia no es muy valanceada, suponemos que esto, se debe a que el nivel de respuesta del altavoz es menor, con una mayor influencia de la respuesta acústica del recinto.

### 3.3. Inversión regularizada con distintos criterios de normalización.

En esta sección se presenta un análisis de las propiedades de una serie de filtros inversos regularizados, calculados para respuestas a impulso medidas a diferentes distancias. Se comparan diferentes criterios de normalización del factor de regularización. El objetivo es estudiar la “consistencia de variación” del rango dinámico y el nivel de error (criterio de desempeño) del filtro inverso, para diferentes respuestas a impulso, con respecto al factor de regularización normalizado. Un criterio de normalización con una “variación consistente” permitiría determinar, ya sea el rango dinámico, o el nivel de error, o ambas características del filtro inverso a la vez, para distintas respuestas a impulso, utilizando *un mismo valor* del factor de regularización normalizado. Es decir, se podría establecer un método general para determinar el factor de regularización, en función de ciertas características de la respuesta

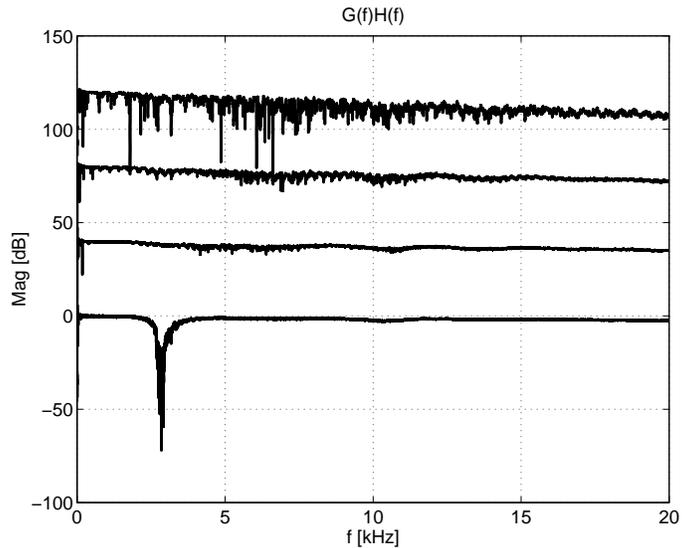


Figura 3.13: Respuesta en frecuencia del sistema filtro-altavoz  $G(f) \cdot H(f)$  a distancias de 0.20, 0.50, 1.0 y 2.0 m del altavoz (de abajo hacia arriba).

a impulso, y de las características deseadas del filtro inverso (rango dinámico y nivel de error).

El análisis que se presenta en esta sección incluye las siguientes combinaciones:

1. 5 diferentes métodos de normalización (NO, SC, SA, MA, MG).
2. 7 valores del factor de regularización normalizado.
3. 4 respuestas a impulso a diferentes distancias.

Estas combinaciones dan un total de 140 casos. Los métodos de normalización son usados para calcular el filtro inverso para la respuesta electroacústica medida a diferentes distancias desde el altavoz. Los filtros inversos son calculados para un rango del factor de regularización, y son evaluados en términos de la reducción de error obtenido y el rango dinámico alcanzado por el filtro inverso.

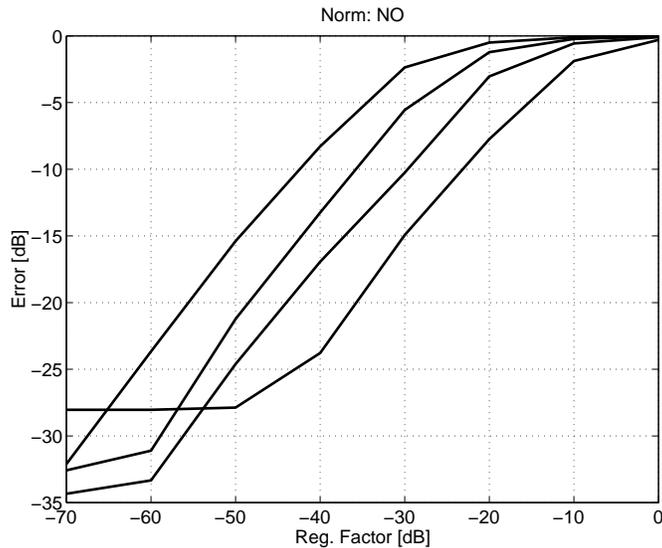


Figura 3.14: Magnitud de error del sistema con respecto al factor de regularización de las cuatro distancias 0.20, 0.5, 1.0 y 2.0 m.

### 3.3.1. Error cuadrático y rango dinámico para distintas normalizaciones.

Para cada tipo de escalamiento tenemos una familia de curvas de reducción de error. En la Figura 3.14 se muestra la reducción de error para el caso no normalizado (NO), cada curva corresponde a la respuesta electroacústica medida para cierta distancia del altavoz y en cada distancia se cuenta con un rango de factores de regularización. En el eje horizontal se presenta el factor de regularización expresado en decibeles:  $20 \log_{10} k$ ; mientras que en el eje vertical se presenta el error cuadrático medio en decibeles relativo al valor cuadrático de la señal deseada:  $E = 20 \log_{10} e_{rms}/d_{rms}$ . En las gráficas subsecuentes el nivel de error se presenta de esta misma manera.

La Figura (3.15) muestra las curvas de rango dinámico para el caso no normalizado (NO); cada curva corresponde al rango dinámico alcanzado por el filtro inverso calculado. El rango dinámico del filtro se define como la diferencia en decibeles entre la ganancia máxima y mínima del filtro:  $RD = H_{max} - H_{min}$ . Asimismo, las diferentes curvas corresponden a las respuestas electroacústicas medidas a diferentes distancias del altavoz y en cada distancia contamos con un rango de escalamientos.

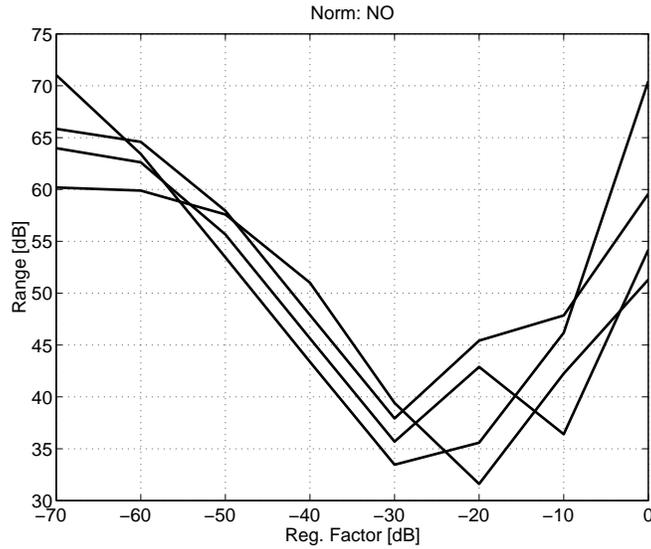


Figura 3.15: Rango dinámico RD del filtro-inverso con respecto al factor de regularización para las cuatro distancias 0.20, 0.5, 1.0 y 2.0 m.

Los diferentes tipos de escalamiento son evaluados en términos de la “consistencia de variación” en cada una de las dos familias de curvas: reducción de error (RE) y rango dinámico (RD), para diferentes respuestas electroacústicas. Como se muestra en la Figura 3.16 para el caso no normalizado (NO), existe un margen comparativo de las curvas de reducción de error con las curvas de rango dinámico del filtro inverso. En el rango de escala para  $\beta$  de  $-70$  a  $-30$  dB, se puede observar que las curvas de reducción de error tienen un comportamiento ascendente, mientras que las curvas de rango dinámico tienen un comportamiento descendente. En esta figura, el rango dinámico aparece reducido (arbitrariamente) en 66 dB; esto se hace con el fin de poder presentar en forma combinada las curvas de reducción de error y de rango dinámico en una misma gráfica. En las graficas subsecuentes, el nivel de error y el rango dinámico se presentan de esta misma manera.

### Regularización relativa a la suma de cuadrados de la respuesta a impulso (SC).

Al normalizar  $\beta$  relativa a la suma de cuadrados de la respuesta a impulso (SC), en la Figura (3.17) las curvas de reducción de error (RE) aumentan. La  $\beta$  y las curvas de rango dinámico (RD) disminuyen, esto para valores de  $\beta$  de  $-50$  a  $-10$  dB. Sin embargo, a partir de los  $-10$  dB las curvas RD empiezan a crecer, a pesar de que en teoría esperaríamos que estas curvas continuaran disminuyendo. En relación con esto, también se observa que para

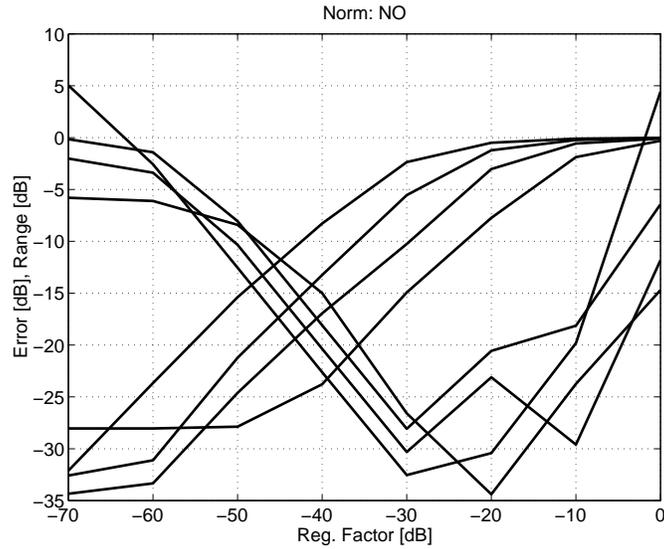


Figura 3.16: Regularización sin un nivel de referencia (NO). El nivel de error normalizado (curvas ascendentes) y el rango dinámico normalizado (curvas descendentes) como una función de el factor de regularización  $10 \log_{10} k$  en dB (en este caso  $\beta = k$ ).

valores grandes de  $\beta$ , el rango dinámico aumenta debido a la aparición de niveles de respuesta demasiado bajos, que coinciden con frecuencias a las que el sistema también tiene un nivel de respuesta muy bajo. Es probable que esto se deba a errores numéricos. De cualquier manera, el crecimiento (aparente o real) del rango dinámico en estos casos no es perjudicial, ya que la aparición de niveles de respuesta demasiado bajos no se traducen en la posibilidad de distorsión en la respuesta del altavoz. Finalmente, este fenómeno se observa para valores grandes de  $\beta$ , que tampoco son de gran interés, ya que corresponden a niveles de error grandes.

Como se mostrará en las siguientes graficas, para los distintos tipos de normalización de  $\beta$  este fenómeno es común entre  $-25$  a  $-35$  dB de magnitud del rango dinámico de los filtros, dando la apariencia de un cambio en el comportamiento de reducción del rango dinámico. Por tal motivo, únicamente consideraremos como confiables las curvas RD antes de dicha inflexión.

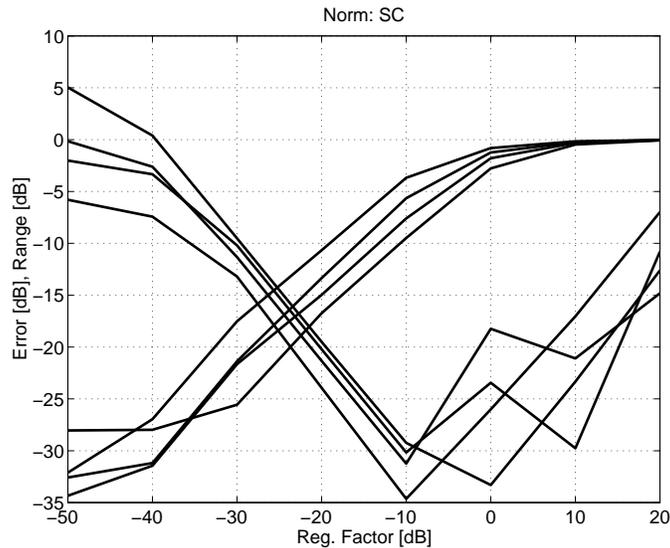


Figura 3.17: Regularización relativa a la suma de cuadrados de la respuesta a impulso (SC). El nivel de error normalizado (curvas ascendentes) y el rango dinámico normalizado (curvas descendentes) como una función de el factor de regularización normalizado  $10 \log_{10} k$  en dB.

**Regularización relativa al cuadrado de la suma de valores absolutos de la respuesta a impulso (SA).**

Para la normalización de  $\beta$  con el nivel de referencia del cuadrado de la suma de valores absolutos de la respuesta a impulso (SA), en la Figura 3.18 se observa que en el intervalo de  $10 \log_{10} k$  desde  $-80$  a  $-20$  dB las curvas RE aumentan; y en el intervalo de  $-80$  a  $-45$  dB las curvas RD disminuyen. Es importante señalar que las curvas RD para cada distancia de medición se traslapan o se juntan, y en contraste, las curvas RE se separan entre sí.

**Regularización relativa al cuadrado de la máxima magnitud de la respuesta en frecuencia (MA).**

En la Figura 3.19 se presenta la normalización de  $\beta$  con el nivel de referencia del cuadrado de la máxima magnitud de la respuesta en frecuencia (MA), donde se aprecia, que las curvas RE se encuentran separadas entre ellas, y las curvas RD se traslapan entre sí, no de manera tan cercana, en comparación con el caso de la normalización de  $\beta$  con SA.

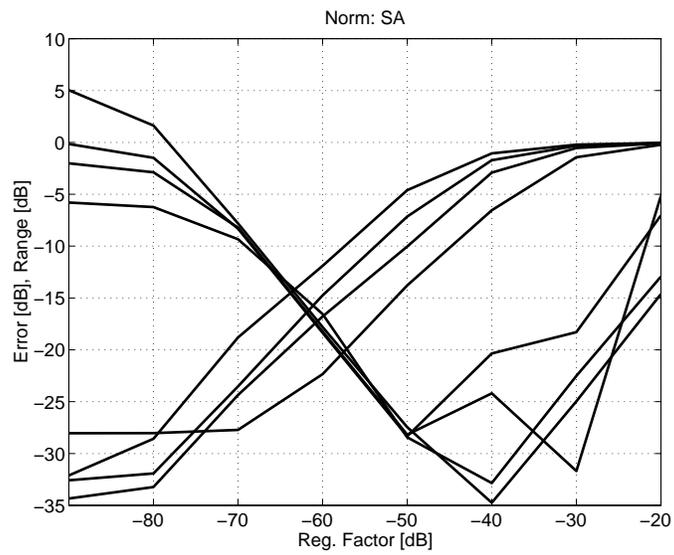


Figura 3.18: Regularización relativa al cuadrado de la suma de valores absolutos de la respuesta a impulso (SA). El nivel de error normalizado (curvas ascendentes) y el rango dinámico normalizado (curvas descendentes) como una función de el factor de regularización normalizado  $10 \log_{10} k$  en dB.

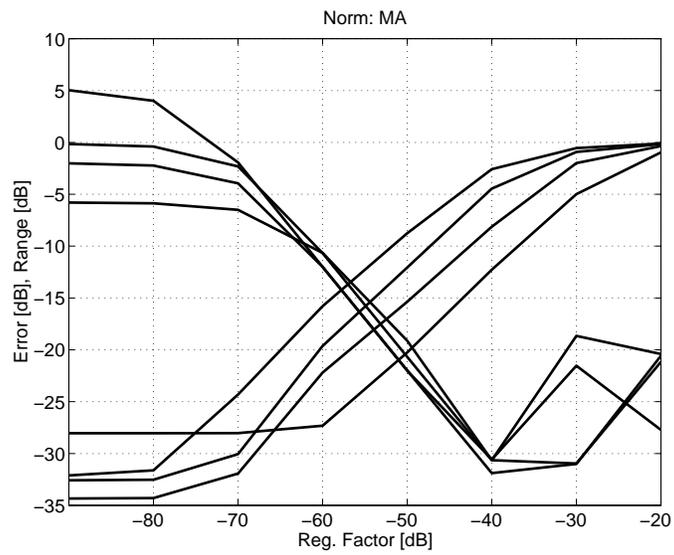


Figura 3.19: Regularización relativa al cuadrado de la máxima magnitud de la respuesta en frecuencia (MA). El nivel de error normalizado (curvas ascendentes) y el rango dinámico normalizado (curvas descendentes) como una función del factor de regularización escalado  $10 \log_{10} k$  en dB.

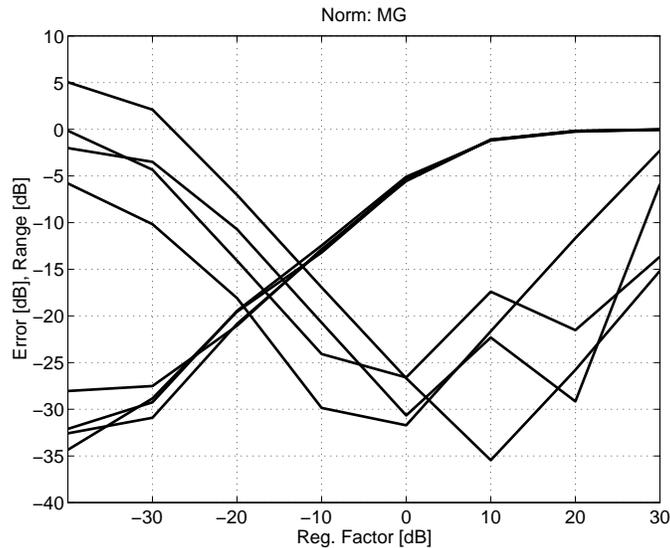


Figura 3.20: Regularización relativa a la media geométrica de las magnitudes al cuadrado de la respuesta en frecuencia (MG). El nivel de error normalizado (curvas ascendentes) y el rango dinámico normalizado (curvas descendentes) como una función del factor de regularización escalado  $10 \log_{10} k$  en dB.

### Regularización relativa a la media geométrica del cuadrado de la respuesta en frecuencia (MG).

Cuando normalizamos la  $\beta$  con el nivel de referencia de la media geométrica de la magnitud al cuadrado de la respuesta en frecuencia (MG), en la Figura 3.20 podemos apreciar que las curvas RE se traslapan entre sí de manera notable, a la vez que las curvas RD se separan entre sí de manera notable también. Es el único tipo de normalización que traslapa las curvas de RE.

### Análisis de los criterios de normalización.

Los puntos donde se intersectan las curvas de reducción de error RE y las curvas de rango dinámico RD son puntos donde se encuentra el balance entre el error y el rango dinámico, pero esto no significa que este sea necesariamente el valor deseado de  $\beta$  donde los filtros tienen su mejor desempeño. Ya que es posible tener filtros diseñados con valores de  $\beta$  aún más pequeños en los que el sistema electroacústico no distorsione. Sin embargo, los puntos de intersección indican una referencia adecuada de valores de  $\beta$  con un desempeño adecuado

(reducción de error) y rango dinámico moderado.

El rango dinámico y el nivel de error del filtro varían de manera inconsistente (para diferentes funciones de respuesta) con regularización relativa a la suma de cuadrados de la respuesta a impulso SC y regularización no normalizada NO, las estrategias más comunes. El rango dinámico del filtro varía consistentemente con regularización relativa a la magnitud máxima al cuadrado de la respuesta en frecuencia MA, o la relativa a la suma de los valores al cuadrado de la respuesta a impulso SA. El nivel de error varía de manera consistente con la regularización relativa a la media geométrica de las magnitudes al cuadrado MG. Ninguna estrategia de regularización permite una variación consistente de ambos aspectos.

### **3.4. Diseño de filtros para un sistema de reproducción biaural.**

En esta sección se describe la aplicación del algoritmo de deconvolución super-rápida, descrito en el capítulo anterior, al caso de un sistema de reproducción de sonido biaural [16]. El sistema admite dos señales de entrada que son procesadas para obtener las señales que alimentan a dos altavoces. Las señales reproducidas se miden en los oídos de un simulador de cabeza y torso humanos con dimensiones antropométricas promedio (maniquí acústico) ver Figura 3.21. El procesamiento de las señales se diseña para lograr la condición de cancelación de cruce de canales entre las entradas del sistema y los oídos del maniquí.

El cálculo de los filtros inversos para un sistema de reproducción biaural requiere la identificación de las respuestas a impulso del sistema electroacústico, que está compuesto por los dos altavoces del sistema de sonido y dos micrófonos biaurales instalados en un maniquí acústico con dimensiones antropométricas promedio. De manera similar al caso monofónico, las mediciones para determinar la respuesta electroacústica de nuestro sistema utilizamos el método MLS (secuencias pseudo-aleatorias de máxima longitud) referencia [1]). En la Figura (3.22) se muestra el diagrama de conexión para medir la respuesta impulso de un sistema biaural.

#### **3.4.1. Equipo y método de medición.**

Los sistemas de reproducción de sonido de dos canales suponen una distribución simétrica de fuentes, como se muestra en la Figuras 3.23 y 3.24. La técnica estereofónica convencional alimenta señales diferentes a las fuentes izquierda y derecha, previamente preparadas (mezcladas) para dar al oyente una sensación de espacio sonoro [17]. Este objetivo se cumple



Figura 3.21: Maniquí acústico marca B&K.

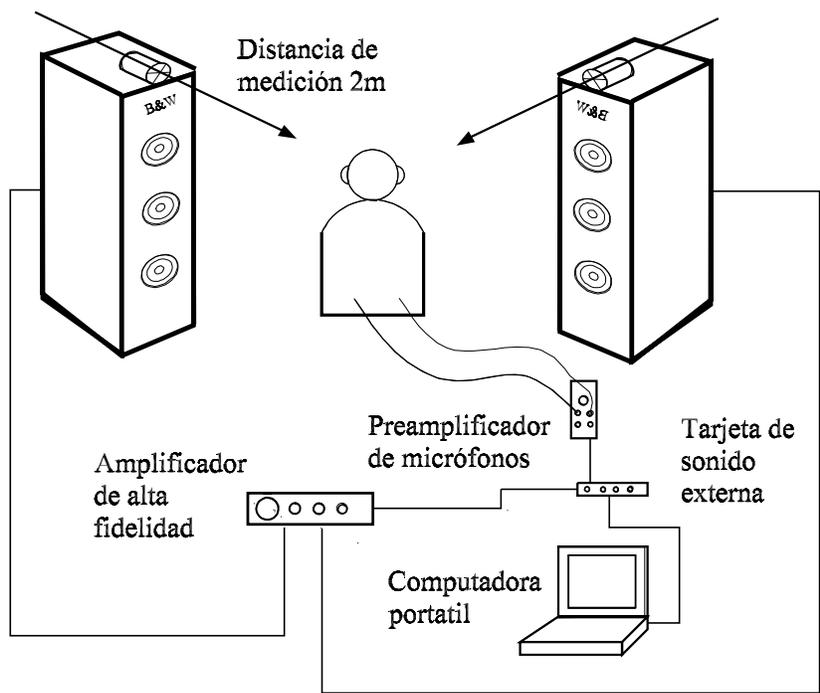


Figura 3.22: Diagrama de conexión para mediciones de respuesta a impulso de un sistema-biaural utilizando un maniqui acústico.

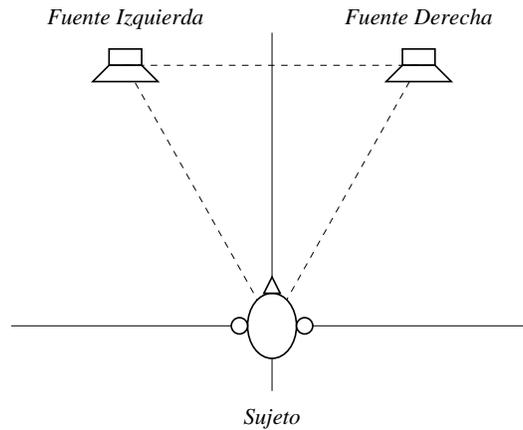


Figura 3.23: Diagrama del sistema biaural.

en forma limitada, debido principalmente al cruce de canales que ocurre naturalmente de la fuente derecha al oído izquierdo y viceversa [18]. Las dimensiones consideradas entre los altavoces es de 2 m, y las dimensiones de cada altavoz al maniquí también son de 2 m, formando un triángulo equilátero.

De manera similar al caso monofónico, las mediciones se realizaron en la Cámara de Transmisión, pero con equipo adecuado para el arreglo biaural. Como se señaló anteriormente, en este caso se tienen dos altavoces y dos micrófonos.

El equipo que se empleó en estas mediciones se compone de:

1. Dos micrófonos de condensador para medición marca B&K.
2. Maniquí acústico con dimensiones antropométricas promedio marca B&K.
3. Preamplificador para micrófonos B&K.
4. Computadora personal.
5. Tarjeta de sonido externa marca Sound Blaster, modelo Extigy.
6. Amplificador de alta fidelidad marca Yamaha.
7. Dos Altavoces de alta fidelidad marca B&W.

En la Figura 3.25 se muestra el equipo que se utilizó en las mediciones.



Figura 3.24: Fotografía del sistema biaural.



Figura 3.25: Parte del equipo que se utilizó en las mediciones de un sistema biaural.

### 3.4.2. Funciones de respuesta biaural (sin filtrar).

Se designa con los símbolos  $Q_1(z)$  y  $Q_2(z)$  a las transformadas  $z$  de las señales que alimentan a los altavoces (izquierdo y derecho, respectivamente), y  $P_1(z)$ ,  $P_2(z)$  a las correspondientes señales reproducidas en los oídos del oyente. La relación entre estas se dá a través de las siguientes combinaciones lineales:

$$P_1(z) = G_{11}(z)Q_1(z) + G_{12}(z)Q_2(z), \quad (3.1)$$

$$P_2(z) = G_{21}(z)Q_1(z) + G_{22}(z)Q_2(z); \quad (3.2)$$

de donde  $G_{11}(z)$  representa la función de respuesta del altavoz izquierdo al oído izquierdo,  $G_{12}(z)$  la del altavoz derecho al oído izquierdo, etc. A cada una de estas funciones de respuesta le corresponde una respuesta a impulso en el dominio del tiempo.

El caso de la reproducción estereofónica convencional corresponde a poner  $Q_1(z) = L(z)$  y  $Q_2(z) = R(z)$ , en donde  $L(z)$  y  $R(z)$  son las señales de los canales izquierdo y derecho, respectivamente. La forma de las Ecuaciones (3.1) y (3.2) manifiesta claramente el cruce de canales que se produce en este caso.

La Figura 3.26 muestra las respuestas a impulso correspondientes a un sistema de reproducción biaural. La Figura 3.27 muestra el nivel de cruce de canales que ocurre naturalmente. Se observa que el nivel de cruce de canales es de alrededor de  $-10$  dB para frecuencias entre 500 y 8000 Hz.

### 3.4.3. Cálculo de filtros inversos.

La técnica de reproducción de sonido biaural, basada en la cancelación de cruce de canales (*acoustic crosstalk cancellation*), procesa las señales destinadas a los oídos izquierdo y derecho, en la etapa previa a la alimentación de los altavoces [19], como se muestra en la Figura 3.28. El procesamiento de las señales puede diseñarse de manera que las señales reproducidas en los oídos izquierdo y derecho del oyente correspondan a las señales deseadas [20, 21].

Esta correspondencia puede ser sólo aproximada, especialmente a bajas frecuencias, en las que la separación entre los oídos es mucho menor que la longitud de onda acústica. Por otra parte, en altas frecuencias, el efecto de cancelación de cruce únicamente se logra en zonas muy pequeñas, localizadas en la posición original de los oídos del sujeto, limitando la libertad de movimiento. Sin embargo, a frecuencias medias y en situaciones fijas, la técnica biaural

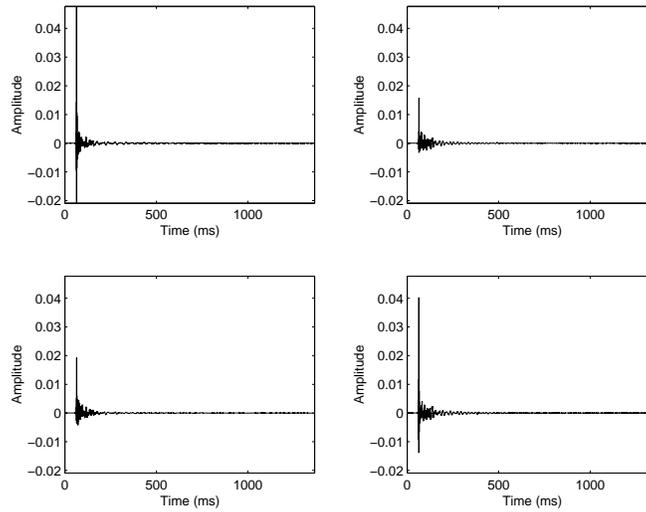


Figura 3.26: Respuestas a impulso del sistema de reproducción de sonido. Las dos gráficas del primer renglón corresponden a las señales reproducidas en el oído izquierdo provenientes del altavoz izquierdo y derecho, respectivamente. Las dos gráficas del segundo renglón corresponden a las señales reproducidas en el oído derecho.

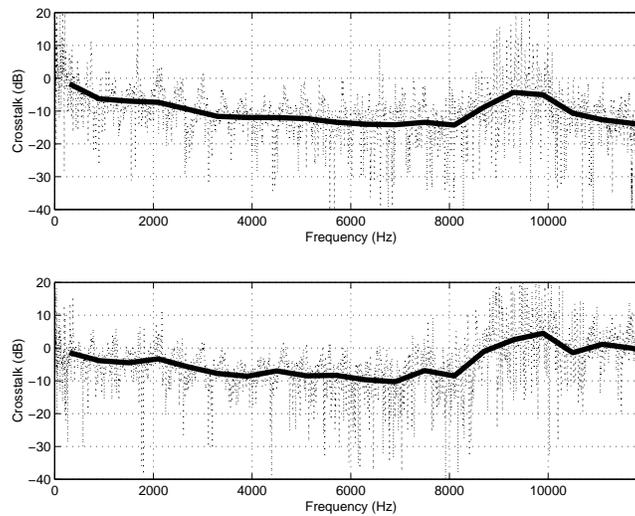


Figura 3.27: Nivel de cruce de canales del sistema de reproducción de sonido. La gráfica superior indica el nivel de cruce del canal derecho en la señal reproducida en el oído izquierdo. La gráfica inferior indica el nivel de cruce del canal izquierdo en el oído derecho.

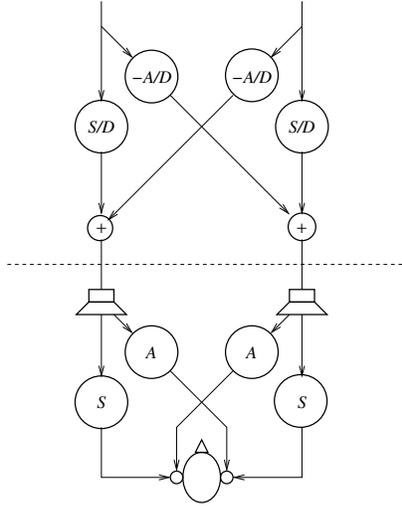


Figura 3.28: Diagrama de señales en un sistema de reproducción de sonido baural.

resulta muy efectiva. Las aplicaciones de interés incluyen: reproducción de audio para computadoras de escritorio, automóviles, y realización de pruebas audiométricas sin audífonos.

La Figura 3.28 muestra un sistema de cancelación de cruce para un sistema simétrico de dos canales. En el caso más general, las señales que alimentan a los altavoces se expresan de la siguiente manera:

$$Q_1(z) = H_{11}(z)L(z) + H_{12}(z)R(z), \quad (3.3)$$

$$Q_2(z) = H_{21}(z)L(z) + H_{22}(z)R(z); \quad (3.4)$$

en donde  $H_{11}(z)$  representa la función de respuesta del filtro baural que alimenta el canal izquierdo al altavoz izquierdo,  $H_{12}(z)$  la del canal derecho al altavoz izquierdo, etc. Estos filtros se diseñan para minimizar el valor cuadrático medio de las señales de error definidas de la siguiente manera:

$$E_1(z) = L(z) - P_1(z), \quad (3.5)$$

$$E_2(z) = R(z) - P_2(z); \quad (3.6)$$

este criterio conduce, de manera aproximada, a la condición deseada en la que se reproduce la señal izquierda en el oído izquierdo y la señal derecha en el oído derecho, minimizando el cruce de canales.

Una etapa de identificación del sistema de reproducción de sonido, en la que se alimentan señales de prueba (secuencias pseudo-aleatorias de máxima longitud [1]), consecutivamente

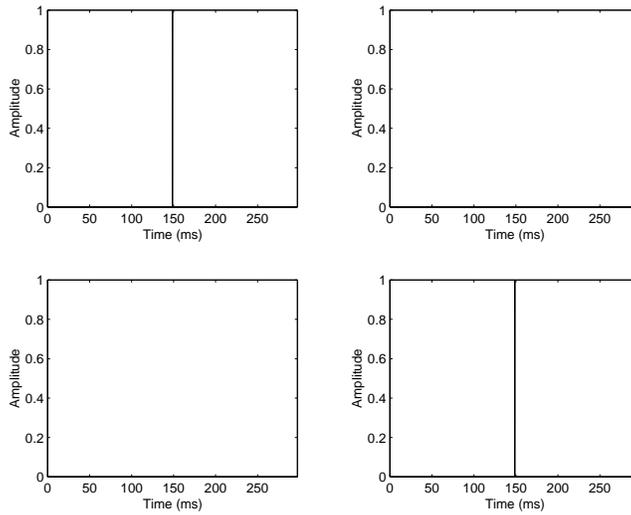


Figura 3.29: Respuesta deseada de un sistema de reproducción binaural. El objetivo es eliminar el cruce de canales (del canal derecho al oído izquierdo y viceversa), y, al mismo tiempo, mejorar la fidelidad de la reproducción de las señales (posiblemente independientes) destinadas a cada oído.

a los altavoces izquierdo y derecho, para obtener las respuestas a impulso correspondientes a las funciones de respuesta  $G_{11}(z)$ ,  $G_{12}(z)$ , etc.

Una etapa de cálculo de los filtros binaurales  $H_{11}(z)$  y  $H_{12}(z)$ , etc, esta basado en el algoritmo de deconvolución super-rápida, descrito en el capítulo anterior.

La Figura 3.29 muestra las respuestas a impulso deseadas, entre los canales de entrada izquierdo y derecho y los oídos, en un sistema de reproducción binaural con cancelación de cruce de canales. La Figura 3.30 muestra las respuestas a impulso de los filtros digitales de prealimentación que aproximan la respuesta del sistema de reproducción a la respuesta deseada.

### 3.4.4. Funciones de respuesta binaural incluyendo filtros.

La Figura 3.31 muestra una estimación de las respuestas del sistema de reproducción binaural incluyendo los filtros digitales de prealimentación. La Figura 3.32 muestra el nivel de cruce de canales correspondiente.

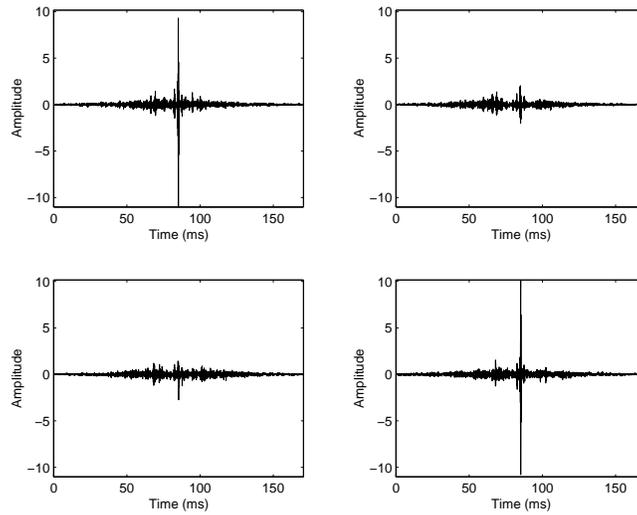


Figura 3.30: Respuesta a impulso de los filtros de reproducción binaural. Las dos gráficas superiores corresponden a los filtros que alimentan al altavoz izquierdo, a partir de las señales de entrada izquierda y derecha; las dos gráficas inferiores corresponden a los filtros del altavoz derecho (señales izquierda y derecha).

La Figura 3.33 muestra las respuestas a impulso medidas en el sistema de reproducción binaural. La Figura 3.34 muestra el nivel de cruce de canales correspondiente.

En esta sección, se mostraron ejemplos de las etapas funcionales del sistema de reproducción binaural. Las respuestas a impulso medidas se aproximan de manera aceptable a las respuestas deseadas. El nivel de cruce de canales obtenido está por debajo de  $-20$  dB en un rango de frecuencias de entre 500 y 7000 Hz aproximadamente.

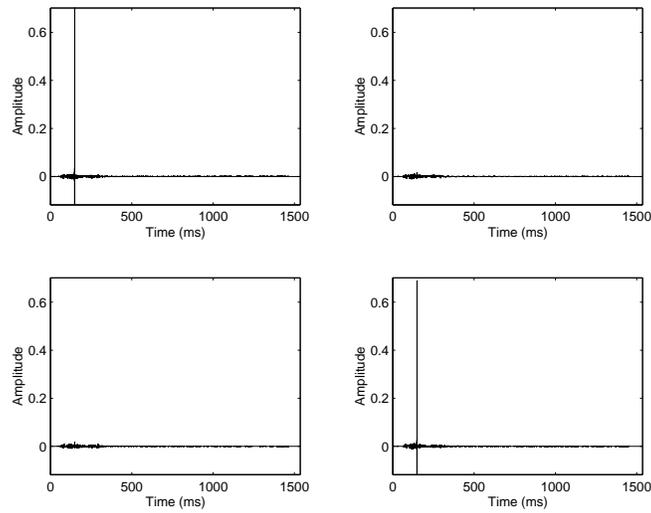


Figura 3.31: Respuestas a impulso del sistema de reproducción biaural, estimadas a partir de la respuesta del sistema de reproducción y de la respuesta de los filtros biaurales.

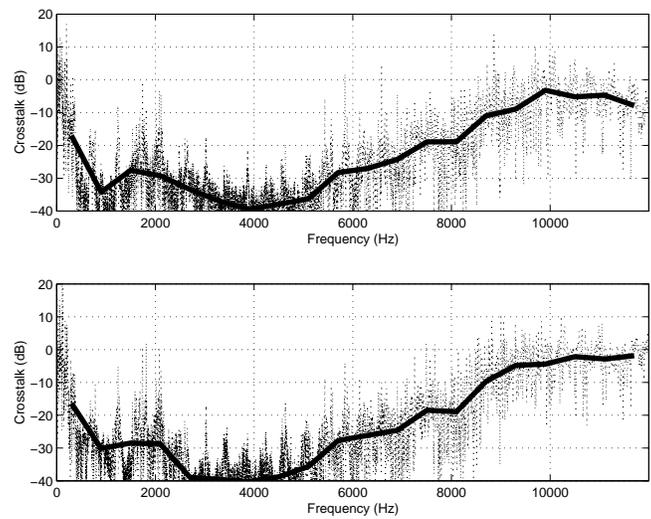


Figura 3.32: Nivel de cruce de canales correspondiente a la respuesta estimada del sistema de reproducción biaural.

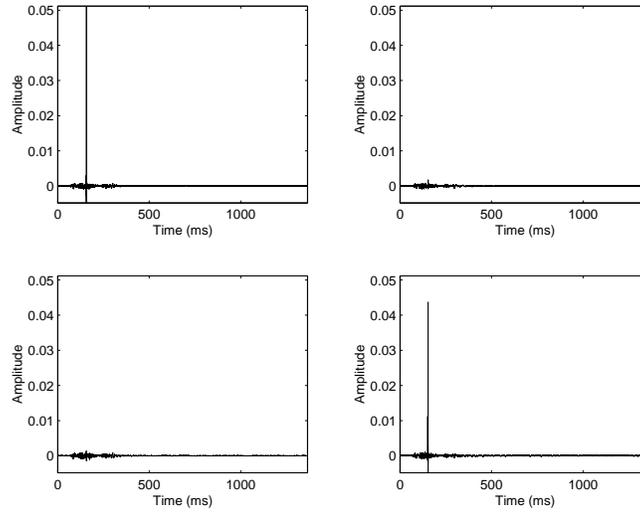


Figura 3.33: Respuestas a impulso *medidas* en el sistema de reproducción binaural.

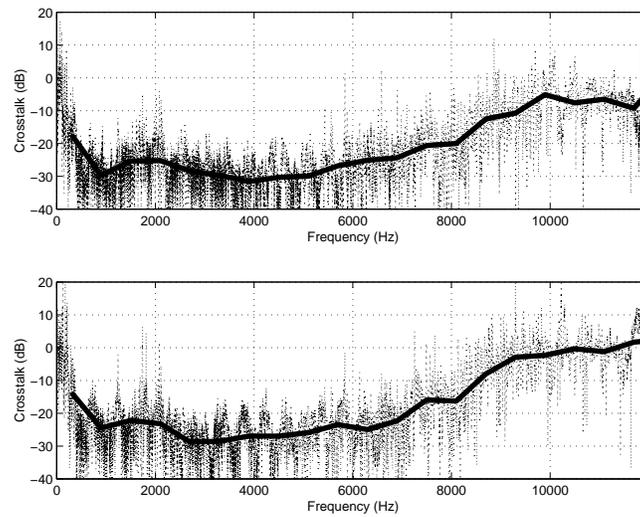


Figura 3.34: Nivel de cruce de canales *medido* en el sistema de reproducción binaural.

# Conclusiones.

## Resultados.

En esta tesis se presentó una revisión de técnicas para el diseño de filtros óptimos basados en el criterio de mínimo error cuadrático, y su aplicación a la ecualización de sistemas de reproducción de sonido de uno y dos canales. Se presentaron realizaciones computacionales en `Matlab` y en lenguaje `C` de todos los métodos. También se presentaron ejemplos de aplicación práctica basados en mediciones realizadas en sistemas de reproducción de sonido típicos. Un caso importante, es el de la realización experimental de un sistema de reproducción de sonido binaural que logra la cancelación de cruce de canales entre las dos señales de entrada del sistema y los oídos de un maniquí acústico.

Se hizo énfasis en el uso de la técnica de regularización para resolver el problema del rango dinámico limitado de los sistemas de reproducción de sonido. Se presentó un estudio de diferentes criterios de normalización del factor de regularización, y su efecto en el rango dinámico y en el desempeño del filtro (reducción de error) para diferentes respuestas a impulso de un sistema electroacústico monofónico a diferentes distancias del altavoz. Este problema ha sido escasamente tratado en la literatura y representa una aportación importante de esta tesis. Las conclusiones de este estudio, mostradas en el Capítulo 4, se presentan nuevamente a continuación.

El rango dinámico y el nivel de error del filtro varían de manera inconsistente (para diferentes funciones de respuesta) con factores de regularización relativos a la suma de cuadrados de la respuesta a impulso (SC) y factores de regularización no normalizada (NO), las estrategias más comunes. El rango dinámico del filtro varía consistentemente con factores de regularización relativos a la magnitud máxima al cuadrado de la respuesta en frecuencia (MA), o la relativa a la suma de los valores al cuadrado de la respuesta a impulso (SA). El nivel de error varía de manera consistente con factores de regularización relativos a la media geométrica de las magnitudes al cuadrado de la respuesta en frecuencia (MG). Ninguna estrategia de regularización permite una variación consistente de ambos aspectos.

## **Sugerencias para trabajos futuros.**

Realizar el mismo análisis de las mediciones monofónicas y binaural en un recinto con diferentes condiciones o características acústicas; por ejemplo en una Cámara Reverberante y en una Cámara Anecoica, para determinar el desempeño de los filtros en otras condiciones, y corroborar las observaciones de este trabajo.

Estudiar el efecto de ruido de fondo en el desempeño de los sistemas de reproducción de sonido binaural; especialmente en el caso de la cancelación de cruce de canales.

# Apéndice

## Programa en Matlab para diseñar un filtro inverso con el método ECM utilizando el algoritmo de Gauss.

```
function [h, y] = mseq(g, M, D)
% function [h, y] = mseq(g, M, D)
%
% Calcula filtro inverso (ecualizador) por el método ECM.
%
% g: Respuesta a impulso del sistema.
% M: Número de coeficientes del filtro.
% D: Retardo de la respuesta deseada.
%
% h: Coeficientes del filtro inverso.
% y: Respuesta combinada de g con h.

N = length(g); % Longitud de g (respuesta a ecualizar).

if M < N + D
    error('Error M tiene que ser mayor o igual que N + D.');
```

```
end

g0 = [ g ; zeros(M - N, 1) ]; % Extensión de g a longitud M.
gg = xcorr(g0); % Autocorrelación (simétrica) de g.
gg = gg(M : 2*M-1); % Parte derecha (retardos >= 0).
R = toeplitz(gg); % Matriz de correlación R.
p = zeros(M, 1);
p(D+1:D+N) = flipud(g); % Correlación de g con señal deseada (retardo D).
h = R \ p; % Solución mediante algoritmo de Gauss.
y = conv(g, h); % Respuesta combinada de g con h.
```

## Algoritmo Levinson-Durbin implementación en lenguaje C.

```
#include <stdio.h> #include <stdlib.h>

int levinson (double * R, double * x, double * y, int N) {
    int M;
    int j;
    int M1;
    double * G;
    double * H;
    double temp, sd, sgd, sgn, shn, sxn;
    int status = 0;

    G = malloc (N * sizeof(double));
    H = malloc (N * sizeof(double));

    R--; x--; y--; G--; H--; /* <-- Versión con índices desde 1. */

    if (R[N] == 0.0)
    {
        fprintf(stderr, "TOEPLIZ-1: FALLA CON DIAGONAL 0\n");
        goto exit;
    }
    x[1] = y[1] / R[N]; /* <--- Version con índices desde 1 */
    if (N == 1)
    {
        goto exit;
    }
    G[1] = R[N-1] / R[N];
    H[1] = R[N+1] / R[N];

    for (M=1; M<=N; M++)
    {
        M1=M+1;
        sxn = -y[M1];
        sd = -R[N];
```

```

for (j=1;j<=M;j++)
{
    sxn += R[N+M1-j]*x[j];
    sd += R[N+M1-j]*G[M-j+1];
}
if (sd == 0.0)
{
    fprintf(stderr, "TOEPLIZ-2: FALLA CON DIAGONAL 0\n");
    goto exit;
}
x[M1] = sxn / sd; /* Para procesar X */
for (j=1;j<=M;j++)
{
    x[j]-= x[M1]*G[M-j+1];
}
if (M1 == N )
{
    status = 1; /* Salida normal (sin error). */
    goto exit;
}

sgn = -R[N-M1]; /* Para procesar G y H */
shn = -R[N+M1];
sgd = -R[N];
for (j=1;j<=M;j++)
{
    sgn += R[N+j-M1]*G[j];
    shn += R[N+M1-j]*H[j];
    sgd += R[N+j-M1]*H[M-j+1];
}
if (sd == 0.0 || sgd == 0.0)
{
    fprintf(stderr, "TOEPLIZ-3: FALLA CON DIAGONAL 0\n");
    goto exit;
}
G[M1] = sgn/sgd;
H[M1] = shn/sd;
for (j=1;j<=M;j++)
{

```

```

        temp=G[j];
        G[j]+= -G[M1]*H[M+1-j];
        H[M1-j]+= -H[M1]*temp;
    }
}

exit:
    free(G+1); /* Bloque de memoria en G+1. */
    free(H+1); /* idem */
    return status;
}

```

## Algoritmo de gradiente conjugado, implementación en Matlab.

En esta sección se presentan dos programas en Matlab del método de gradiente conjugado. En el primer programa, se utilizó la convolución lineal en el dominio del tiempo y en el segundo el algoritmo rápido, basado en la FFT y la IFFT, para calcular la convolución lineal. La señal  $r_i$  es la respuesta impulso de un altavoz marca B&W empleada en secciones anteriores.

### Método de gradiente conjugado usando convolución lineal en el dominio del tiempo.

Este programa tiene dos etapas: 1) Condiciones iniciales y 2) Proceso de cálculo iterativo. La primera etapa consiste en inicializar las variables, en la que, con base en  $r_i$  desarrollamos la matriz  $A$  toeplitz y formamos  $p$  (la señal deseada), entonces tenemos los elementos para inicializar  $r_0$ . En el proceso de cálculo se realiza un ciclo iterativo en el que se ejecutan las operaciones de aproximación sucesiva. En la medida en que  $k$  aumenta, se obtiene una mejor aproximación al resultado.

```

% Respuesta a impulso del altavoz.
ri = load('BW.dat'); M = length(ri);

% Matriz de convolución lineal; dimensiones: 2M-1 x M.
A = toeplitz([ ri ; zeros(M-1,1) ], [ ri(1) ; zeros(M-1,1) ]);

% Respuesta impulso deseada (retardo de 200 muestras).

```

```

ret = 200; p = zeros(2*M-1, 1); p(ret) = 1;

% Inicialización.
x0 = zeros(M, 1); r0 = A' * (p - A * x0); q0 = r0; xk = x0; rk = r0;
qk = q0;

% Ciclo iterativo.
for k=1:100,
    alpha = (rk' * rk) / ((A * qk)' * (A * qk));
    xk1 = xk + alpha * qk;
    rk1 = rk - alpha * A' * (A * qk);
    Bk = (rk1' * rk1) / (rk' * rk);
    qk1 = rk1 + Bk * qk;
    rk = rk1;
    xk = xk1;
    qk = qk1;
    E = p - conv(ri, xk);
    SRES(k) = E' * E;
end

```

## Método de gradiente conjugado usando convolución lineal rápida basada en la FFT.

De manera similar al programa desarrollado en el dominio del tiempo, se inicializan las variables, ajustando la longitud de  $r_i$  a la siguiente potencia de 2 agregando ceros (esto favorece la rapidez de la FFT). En el ciclo iterativo se realiza la convolución usando FFT, y posteriormente transformando inversamente para tener las variables en el dominio del tiempo y realizar los cálculos de aproximación sucesiva.

```

clear; close all; format long;

% Respuesta a impulso del altavoz.
ri = load('BW.dat'); M1 = length(ri);

% Extensión de la longitud a una potencia de 2.
M2 = pow2(nextpow2(M1)); ri = [ ri ; zeros(M2 - M1, 1) ]; M =
length(ri);

% Respuesta a impulso deseada (retardo de 200 muestras).

```

```

ret = 200; p = zeros(M, 1); p(ret)=1;

% Aplicación de la FFT.
Af = fft(ri); yf=fft(p);

%%Producto punto en frecuencia
%xf=rif.*yf

%%Condiciones iniciales
x0 = zeros(M,1); r0f = conj(Af).*yf; r0 = real(ifft(r0f));
r0(M-M1+2:M) = zeros(M1-1,1); % Cancelar retardos negativos.
q0 = r0; xk = x0; xkf = r0f; rk = r0; qk = q0; qkf = r0f;

% Ciclo iterativo
for k=1:100,
    % Convolución Aqk.
    Aqkf = Af .* qkf;
    Aqk = ifft(Aqkf);
    % Método de gradiente conjugado.
    alpha = (rk' * rk) / ((Aqk)' * (Aqk));
    xk1 = xk + alpha * qk;
    ATAqkf = conj(Af) .* Aqkf;
    ATAqk = real(ifft(ATAqkf));
    ATAqk(M-M1+2:M) = zeros(M1-1,1); % Cancelar retardos negativos.
    rk1 = rk-alpha*ATAqk;
    Bk = (rk1'*rk1)/(rk'*rk);
    qk1 = rk1+Bk*qk;
    rk = rk1;
    xk = xk1;
    qk = qk1;
    qkf = fft(qk);
    E = [ p ; zeros(M-1,1) ] - conv(ri, xk);
    SRES(k) = E' * E;
end

```

## Algoritmo de deconvolución super-rápida implementación en Matlab.

Presentamos el algoritmo desarrollado en Matlab, que calcula los 4 filtros  $H(f)$  para un sistema electroacústico biaural de dos canales. Las variables de entrada son:  $cc$  la matriz respuestas impulso medidas del sistema biaural.

```
function [hh, cchh] = fastdconv(cc, Fs, beta, m, N)
%function[h11,h12,h21,h22] = fastdconv(c11,c21,c21,c22,Fs,beta,m,N)
%cc=[C11 C12 ;
%   C21 C22]
%C11 Respuesta impulso medida Altavoz Izq, micrófono o'ido izq.
%C12 Respuesta impulso medida Altavoz der, micrófono o'ido izq.
%C21 Respuesta impulso medida Altavoz Izq, micrófono o'ido der.
%C22 Respuesta impulso medida Altavoz der, micrófono o'ido der.

%Fs, frecuencia de muestreo
%beta es la regularización
%m es el retardo en número de muestras del impulso deseado
%N tamaño del filtro

N = pow2(nextpow2(N));

cc = [ cc ; zeros(N-size(cc,2),4)]; CC = fft(cc); HH =
zeros(size(CC)); CCHH = zeros(size(CC));

z = exp(j*2*pi/N);

for n=1:N

    C=[ CC(n,1) CC(n,2);
        CC(n,3) CC(n,4) ];

    H=z^(-m)*inv(C'*C+beta*eye(2))*C';

    CH = C * H;

    HH(n,:) = [H(1,1) H(1,2) H(2,1) H(2,2)];
```

```
CCHH(n,:)= [CH(1,1) CH(1,2) CH(2,1) CH(2,2)];  
end  
  
hh = real(ifft(HH)); cchh = real(ifft(CCHH));
```

# Bibliografía

- [1] Douglas D. Rife, John Vanderkooy. Transfer-function measurement with maximum-length sequences. *Journal of the Audio Engineering Society*, 37(6), June 1989.
- [2] M. Bouchard, S. Quednau. Multichannel recursive-least squares algorithms and fast-transversal-filter algorithms for active noise control and sound reproduction systems. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 8(5):606–618, 2000.
- [3] A. González, J. J. López. Fast transversal filters for deconvolution in multichannel sound production. *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, 9(4):429–440, 2001.
- [4] O. Kirkeby, P. A. Nelson. Digital filter design for inversion problems in sound reproduction. *J. Audio Eng. Soc.*, 47(7/8):583–595, 1999.
- [5] D. D. Jackson. Interpretation of inaccurate, insufficient and inconsistent data. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 28:97–109, 1972.
- [6] Ole Kirkeby, Philip A. Nelson, Hareo Hamada, Felipe Orduña-Bustamante. Fast deconvolution of multichannel systems using regularization. *IEEE Transactions on speech and audio processing.*, 6(2):189–194, 1998.
- [7] Felipe Orduña Bustamante, Juan Ignacio Cervantes Cruz. Regularized inversion of electroacoustic response functions. In *International Symposium on Acoustics and Fluids*, 14 de junio 2005.
- [8] N. Levinson, Appendix B: N. Wiener. *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series*. Wiley, New York, 1949.
- [9] E. A. M. Robinson, S. Treitel. *Geophysical Signal Anaysis*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1980.
- [10] P. Kraniuskas. *Transforms Signals and Systems*. Reading, MA: Addison-Wesley, 1992.

- [11] A. V. Oppenheim, R. W. Schaffer. *Digital Signal Processing*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1975.
- [12] E. Kreyszig. *Advanced Engineering Mathematics*. Wiley, New York, USA., 1983.
- [13] S. J. Elliott, C. C. Boucher, P. A. Nelson. The behavior of a multiple channel active control system. *IEEE Trans. Signal Processing*, 40:1041–1052, 1992.
- [14] Philip A. Nelson. Active control of acoustic fields and the reproduction of sound. *Journal of Sound and Vibration*, 177:447–477, 1994.
- [15] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery. *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing, 2nd ed.* Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1992.
- [16] F. Orduña, J. I. Cervantes, E. Villegas. Realización de un sistema de reproducción de sonido binaural en una computadora personal. In *Memorias del XVIII Congreso de Instrumentación Acústica y Vibraciones SOMI*, D.F., México, 2003.
- [17] K. de Boer. Stereophonic sound reproduction. *Philips Technical Review*, 5(4):107–114, April 1940.
- [18] J. Blauert. *Spatial Hearing: The Psychophysics of Human Sound Localization*. MIT Press, 1983.
- [19] B. S. Atal, M. R. Schroeder. Apparent sound source translator. US Patent 3,236,949, 1962.
- [20] Philip A. Nelson, Felipe Orduña-Bustamante, Hareo Hamada. Inverse filter design and equalisation zones in multichannel sound reproduction. *IEEE Transactions on Speech and Audio*, 3(3):185–192, May 1995.
- [21] Felipe Orduña Bustamante. *Digital Signal Processing for Multichannel Sound Reproduction*. PhD Thesis, University of Southampton, 1995.