

SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION

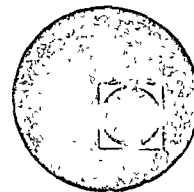
| Fecha | Duración | Temario | Profesor |
|------------------------|----------------------|--|----------------------------|
| Enero 20 | 2 Hs. | INTRODUCCION Nuevos conceptos y enfoques de la dirección de producción y de operaciones Clasificación de los sistemas productivos La función aprovisionamiento en la organización | Ing. Miguel León Garza |
| Ene. 22, 24 y 27 | 6 Hs. 2 Hs. c/día | PRONOSTICOS (ESTUDIO DE LA DEMANDA DE PRODUCTOS) Importancia Estudio del comportamiento de la demanda Selección del modelo de pronóstico | M. en C. Jorge Rivera B. |
| Ene. 29 y 31 Feb. 3 | 6 Hs. 2 Hs. c/día | SISTEMAS DE INVENTARIOS Función del control de inventarios Análisis de inventarios por el método ABC Modelos básicos de inventarios Decisiones de inventarios | Ing. Arturo Durán Peña |
| Feb. 7, 10 y 12 | 6 Hs. 2 Hs. c/día | PLANEACION Y CONTROL DE PRODUCCION Programas maestros de producción Diferentes soluciones para estructuras diferentes de costos Costos involucrados en el cambio de volúmenes de producción Asignación de recursos a la producción La función del control Estudio de las restricciones y optimización (Prog. lineal) | M. en I. Juan Bueno Zirión |
| Feb. 14, 17 y 19 | 6 Hs. 2 Hs. c/día | SISTEMAS DE PRODUCCION CONTINUA Diseño del sistema productivo Balanceo de líneas Programación integral de un sistema continuo (secuencias, asign., etc.) Calendario o cédula de producción tanto de las instalaciones como de la mano de obra Control de la producción continua | Ing. Omar Taylor Cruz |

SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION

| Fecha | Duración | Tema | Profesor |
|-----------------------|----------------------|--|----------------------------|
| Feb.21 y 24 | 4 Hs. 2 Hs. c/día | SISTEMAS DE PRODUCCION INTERMITENTE Diseño de las instalaciones Programación y control de la producción Metodología | M. en A. Angel Fernández G |
| Feb.26 y 28 Mzo. 3 | 6 Hs. 2 Hs. c/día | SISTEMAS DE PRODUCCION INTERMITENTE PARA PROYEC- TOS DE GRAN ESCALA Ruta crítica PERT Aplicaciones a la planeación, programación y control de este tipo de sistemas | Ing. Adolfo Velasco Reyes |
| Mzo. 5 y 7 | 4 Hs. 2 Hs.c/día | ABASTECIMIENTO Estudio de la oferta de materias primas Programación y control del abastecimiento Metodología y técnicas del abastecimiento | Ing. Ricardo Forcada Warre |



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



-- PRONOSTICOS --

ESTUDIO DE LA DEMANDA DE PRODUCTOS

M. en C. Jorge Rivera B.

TEMARIO

1. TECNICAS SUBJETIVAS
2. TECNICAS ECONOMETRICAS
3. TECNICAS DE REGRESION
 - 3.1 Modelo lineal simple
 - 3.2 Modelo general lineal
4. TECNICAS DE PROMEDIOS MOVILES
 - 4.1 Procesos constantes
 - 4.2 Procesos con tendencia lineal
5. TECNICAS DE ALISAMIENTO EXPONENCIAL
 - 5.1 Alisamiento exponencial simple para procesos constantes
 - 5.2 Alisamiento exponencial doble para procesos con tendencia lineal
 - 5.3 Método de Winter para variaciones estacionales
 - 5.4 Selección de la constante de alisamiento
6. PRONOSTICO DE LA DISTRIBUCION DE PROBABILIDAD DE LA DEMANDA
7. METODOS DE BAYES EN PRONOSTICOS
8. MODELOS DE BOX AND JENKINS
9. METODOLOGIA PARA LA SELECCION DE LA MEJOR TECNICA DE PRONOSTICO
10. REFERENCIAS

1. PREDICCIÓN SUBJETIVA

La metodología de predicción subjetiva en un procedimiento intuitivo o subjetivo, el cual es seguido por las siguientes razones:

- i) necesidad de una solución en un período de tiempo corto
- ii) cuando la relación de beneficios futuros a el costo de técnicas sofisticadas es desfavorable para el tomador de decisiones
- iii) cuando el tomador de decisiones piensa que su intuición en una situación particular es más confiable que cualquier función matemática de predicción

Las características del criterio subjetivo son:

- i) no es reproducible
- ii) es único para un determinado tomador de decisiones individual
- iii) está basado en un registro de predicciones acumulado en un período de tiempo pasado

2. MODELOS ESTRUCTURALES Y ECONOMETRICOS

Un modelo estructural es un conjunto de funciones matemáticas las cuales intentan representar relaciones casuales que describen los factores que controlan la variable que se desea predecir así como los medios disponibles para el que realiza la predicción. Ilustraremos esta metodología con el siguiente ejemplo:

Ejemplo (Evaluación de Proyectos de Inversión en Perspectiva)

Para esta evaluación se necesita primero la evaluación del beneficio futuro y por lo tanto del precio del bien que esta siendo producido. Seguiremos la nomenclatura que se presenta a continuación para el análisis de nuestro problema:

Q_t^s : cantidad suministrada al mercado en el tiempo t

Q_t^d : cantidad demandada en el mercado en el tiempo t

P_t : precio en el tiempo t

W_t : salario pagado, por hora, en la industria en el tiempo t

Y_t : ingreso del consumidor en el tiempo t

En nuestro ejemplo consideraremos que se sigue el modelo más simple en la interrelación de la economía de la firma por lo que supondremos que el precio está determinado, en un mercado competitivo, por las funciones de oferta-demanda.

En el modelo de oferta-demanda que se postula se considera:

i) Q_t^s depende del precio P_t y de W_t

ii) Q_t^d depende del precio P_t y del ingreso Y_t del consumidor

Por lo tanto, matemáticamente nuestro modelo es:

$$Q_t^s = f_s(P_t, W_t)$$

$$Q_t^d = f_d(P_t, Y_t)$$

Para la completa especificación del modelo * deberán realizarse -- las siguientes etapas:

1a. etapa: (Especificación de las funciones f_s y f_d)

En la práctica consideramos que f_s y f_d son lineales:

$$Q_t^s = a_0 + a_1 P_t + a_2 W_t \quad (1)$$

$$Q_t^d = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 Y_t \quad (2)$$

donde a_i ($i=0,1,2$) y β_j ($j=0,1,2$) son coeficientes constantes pero desconocidos.

2nd. etapa: (Inferencia de los parámetros del modelo)

Esta etapa consiste en la estimación de los valores para los coeficientes desconocidos a_i , β_j a partir de datos históricos de las variables

$$Q_t^s, P_t, W_t, Q_t^d, Y_t$$

En esta inferencia introduciremos las variables aleatorias $\xi_{s,t}$,

$\xi_{d,t}$ en (1) y (2) respectivamente, las cuales representan los errores (disturbancias) asociados en las ecuaciones teóricas propuestas.

Se considera que $\xi_{s,t}$ y $\xi_{d,t}$ son variables aleatorias con media cero.

$$Q_t^s = a_0 + a_1 P_t + a_2 W_t + \xi_{s,t} \quad (3)$$

$$Q_t^d = \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 Y_t + \xi_{d,t} \quad (4)$$

La determinación de a_i y β_j se hace a través de técnicas de regresión.

NOTAS:

- i) Ya que el modelo formado por las ecuaciones (3) y (4) se origina en un contexto económico, también es llamado un modelo econométrico.
- ii) La estimación de los coeficientes es un problema en la aplicación de la teoría de la econometría.

3ra. etapa: (Predicción de los precios futuros)

Suponga que nos son dados los valores futuros de

$$W_t, Y_t, \xi_{s,t}, \xi_{d,t}$$

y deseamos conocer valores futuros de precio y cantidades suministradas y demandadas en el mercado. Ya que en el sistema (3) y (4) tenemos tres incógnitas

$$Q_t^s, Q_t^d, P_t$$

y dos ecuaciones, podemos resolver esta sistema usando la condición de equilibrio en un mercado competitivo - perfecto:

$$Q_t^s = Q_t^d$$

con lo cual obtenemos

$$P_t = \frac{(\beta_0 + \beta_2 Y_t + \xi_{d,t}) - (a_0 + a_2 W_t + \xi_{s,t})}{(a_1 - \beta_1)}$$

NOTAS:

- i) En la práctica no se tiene información sobre las perturbancias, sin embargo se puede considerar que son iguales a $E(\xi_{s,t})=0$ y $E(\xi_{d,t})=0$
- ii) W_t y Y_t fueron consideradas conocidas o que se habían determinado fuera del modelo (variables exógenas). Su determinación podría ser otro problema de predicción o se usaría predicciones subjetivas (intuitivas) para considerar al salario y al ingreso como entradas al modelo. Sin embargo en esta última situación, también podría preferirse confiar directamente en una predicción intuitiva del precio ya que probablemente se tenga más confianza en nuestro "sentimiento" que tenemos sobre nuestro mercado que en magnitudes tan relativas e intangibles como ingreso del consumidor.

Fuentes de error en la predicción cuando se emplea el modelo estructural:

- i) salarios e ingresos futuros diferirán de los valores supuestos cuando el modelo fue resuelto para obtener predicciones
- ii) valores reales de perturbancias futuras diferirán de cero
- iii) error de muestreo que se presenta en la estimación de los coeficientes en la etapa segunda
- iv) error de especificación del modelo, es decir, la estructura misma puede ser deficiente en algún aspecto, por ejemplo, - la relación de oferta-demanda podría ser no-lineal, en lugar de lineal como supusimos

3. TECNICAS DE REGRESION

En esta sección se estudiarán las técnicas de regresión para estimar los parámetros de algunos modelos de series en el tiempo. Primeramente se analiza un caso particular del modelo general lineal, el caso particular es de la forma:

$$x_t = a + bt + \xi_t \quad (3.1)$$

y después el modelo general lineal en los parámetros a_i , que puede representarse por:

$$x_t = \sum_{i=1}^n a_i f_i(t) + \xi_t \quad (3.2)$$

Este modelo general comprende varios casos que se pueden presentar en la práctica, como pueden ser los siguientes:

$$x_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \xi_t$$

$$x_t = a_0 + a_1 t + a_2 \text{Sen } 2\pi t + a_3 e^{-t} + \xi_t$$

Notese, que ambos modelos son lineales en los parámetros a_i

3.1 MODELO LINEAL SIMPLE

DEFINICION. Sea $\Lambda = \{1, 2, \dots, T\}$ el conjunto indicador histórico de la serie $\{x_t : t \in \Lambda\}$. El modelo lineal simple para la serie en el tiempo $\{x_t : t \in \Lambda\}$, se definirá por la relación:

$$x_t = a + bt + \xi_t, \quad t \in \Lambda \quad (3.3)$$

y deberá satisfacer las siguientes suposiciones sobre la variable aleatoria ξ_t (que representa el error del pronóstico cuando se usa la relación (3.3)):

- i) $E(\xi_t) = 0$ (ie, el promedio del error es cero)
- ii) $V(\xi_t) = \sigma_\xi^2$ (ie, la variancia del error es constante e igual a σ_ξ^2)
- iii) $\text{cov}(\xi_i, \xi_j) = 0$ para $i \neq j$ (ie, los errores son variables aleatorias no correlacionadas)

El siguiente teorema, nos presenta la forma de estimar los parámetros a y b del modelo (3.3), usando el criterio de mínimos cuadrados y también proporciona la forma de obtener el pronóstico para un tiempo futuro $T + \tau$

TEOREMA. Sea $\{x_t: t \in \Lambda\}$ una serie en el tiempo con $\Lambda = \{1, 2, \dots, T\}$ como conjunto indicador histórico. Si el modelo elegido para esta serie es de la forma (3.3) entonces:

- i) los estimadores \hat{a} y \hat{b} de los parámetros a y b respectivamente, por el criterio de mínimos cuadrados son:

$$\hat{a} = \frac{2(2T + 1)}{T(T - 1)} \sum_{t=1}^T x_t - \frac{6}{T(T - 1)} \sum_{t=1}^T tx_t \equiv \hat{a}(T) \quad (3.4)$$

$$\hat{b} = \frac{12}{T(T^2 - 1)} \sum_{t=1}^T tx_t - \frac{6}{T(T - 1)} \sum_{t=1}^T x_t \equiv \hat{b}(T) \quad (3.5)$$

- ii) el pronóstico para un tiempo futuro $T + \tau$, es:

$$\hat{x}_{T+\tau} = \hat{a}(T) + \hat{b}(T) [T + \tau] \quad (3.6)$$

Demostración.

- i) El criterio de mínimos cuadrados, consiste en elegir aquellos valores \hat{a} y \hat{b} , que minimicen la suma de los cuadrados de los residuos, la cual se indicara por SS_E , ie,

$$SS_E = \sum_{t=1}^T [x_t - \hat{a} - \hat{b}t]^2$$

Para minimizar SS_E , \hat{a} y \hat{b} deberán satisfacer que

$$\frac{\partial SS_E}{\partial \hat{a}} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial SS_E}{\partial \hat{b}} = 0. \quad \text{Estas dos condiciones, nos}$$

dan origen a dos ecuaciones en las incógnitas \hat{a} y \hat{b} que al resolverlas, se obtiene los resultados mostrados en la parte i) del teorema. Para la demostración de la parte ii) basta sustituir los valores de los estimadores \hat{a} y \hat{b} en el modelo lineal simple, y evaluar x_t en el tiempo $t = T + \tau$.

Los detalles de la demostración aparecen en la referencia 9

NOTA. Los valores de los estimadores \hat{a} y \hat{b} , fueron calculados en base a un número T de datos históricos, por lo que su valor depende de este número T de datos disponibles. Por esta razón los valores de \hat{a} y \hat{b} se han indicado por $\hat{a}(T)$ y $\hat{b}(T)$ para hacer incipie que están calculados en base a un número T de datos.

EJEMPLO. El registro de la demanda semanal de un producto nuevo es mostrado en la tabla de abajo. Use estos datos para estimar los parámetros en el modelo de tendencia lineal.

| Semana (t) | Demanda (x_t) |
|------------|-------------------|
| 1 | 10 |
| 2 | 12 |
| 3 | 15 |
| 4 | 18 |
| 5 | 20 |

Aplicando la primera parte del teorema anterior se tiene

$$\sum_{t=1}^5 x_t = 75 \qquad \sum_{t=1}^5 tx_t = 251$$

$$\hat{a}(5) = \frac{2(1)}{5(4)}(75) - \frac{6}{5(4)}(251) = 7.2$$

$$\hat{b}(5) = \frac{12}{5(24)}(251) - \frac{6}{5(4)}(75) = 2.6$$

Aplicando la segunda parte del teorema, la ecuación de pronóstico es

$$\hat{x}_{5+r} = 7.2 + 2.6(5+r)$$

El pronóstico de la demanda para la siguiente semana, es decir, $r=1$, es

$$\hat{x}_6 = 7.2 + 2.6(6) = 22.8 \approx 23$$

3.2 MODELO GENERAL LINEAL

DEFINICION. El modelo general lineal se define por la relación

$$x_t = \sum_{i=1}^n a_i f_i(t) + \xi_t, \quad t \in \Lambda \qquad (3.7)$$

donde $\Lambda = \{1, \dots, T\}$ es el conjunto indicador histórico, las a_i son los parámetros de regresión, $f_i(t)$ son funciones independientes del tiempo y se cumplen las siguientes condiciones: $E(\xi_t) = 0$, $V(\xi_t) = \sigma_\xi^2$, y $\text{cov}(\xi_i, \xi_j) = 0$ para $i \neq j$.

NOTAS. Representaciones matriciales.

i) Representación matricial del modelo general lineal (3.7):

Sea $a = (a_i)$ un vector columna $n \times 1$, $f(t) = (f_i(t))$ un vector columna $n \times 1$, $x(t) = (x_t)$ un vector renglón $1 \times T$, $\xi = (\xi_t)$ un vector renglón $1 \times T$, y F una matriz definida por

$$F = \begin{bmatrix} f_1(1) & f_1(2) & \dots & f_1(T) \\ f_2(1) & f_2(2) & \dots & f_2(T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_n(1) & f_n(2) & \dots & f_n(T) \end{bmatrix}$$

La notación a' indica la transpuesta de a . La relación (3.7) puede expresarse matricialmente por cualquiera de las siguientes formas:

$$x_t = a' f(t) + \xi_t \quad t \in \Lambda \quad (3.8)$$

$$x = a' F + \xi \quad (3.9)$$

ii) Representación matricial del residuo:

Sea $\hat{a} = (\hat{a}_i)$ un vector $n \times 1$, un estimador de $a = (a_i)$. Sea

$$e_t = x_t - \hat{x}_t = x_t - a' f(t), \quad t \in \Lambda \quad (3.10)$$

el t -ésimo residuo.

Si $e = (e_t)$ es un vector $1 \times T$, la representación matricial del residuo, i.e. de la ecuación (3.10), es

$$e = x - \hat{a}' F \quad (3.11)$$

iii) Representación matricial de la suma con prioridades de los cuadrados de los residuos:

$$\text{Sea } SS_E = \sum_{t=1}^T w_{tt}^2 e_t^2 \quad (3.12)$$

la suma con prioridades de los cuadrados de los residuos, donde w_{tt}^2 es el factor de prioridad asociado al t -ésimo residuo.

Si W es una matriz definida por

$$W = \begin{bmatrix} w_{11} & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & w_{22} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & 0 & & 0 & w_{TT} \end{bmatrix}$$

entonces la representación matricial de SS_E es

$$\begin{aligned} SS_E &= (eW)(eW)' = eWW'e = eW^2e = \\ &= xW^2x' - \hat{a}'FW^2x' - xW^2F'\hat{a}' + \hat{a}'FW^2F'\hat{a}' \end{aligned} \quad (3.19)$$

El siguiente teorema presenta resultados para la estimación de los parámetros de regresión y para el pronóstico, en el caso del modelo general lineal. Además proporciona algunas características del estimador de los parámetros de regresión, estableciendo que el estimador obtenido por el criterio de mínimos cuadrados es insesgado. También proporciona un estimador para la variancia de los errores aleatorios, σ_ξ^2 . Todos los resultados del siguiente teorema también son válidos para el modelo lineal simple de la sección 3.1.

TEOREMA. Para el modelo general lineal (3.7) se tiene

i) el estimador $\hat{a} = (\hat{a}_i)$ de $a = (a_i)$, usando el criterio de mínimos cuadrados es:

$$\hat{a} = G^{-1}g \equiv \hat{a}(T) \quad (3.16)$$

donde $G = (FW)(FW)'$, y $g = FW^2x'$

ii) el pronóstico para un tiempo futuro $T+\tau$, es

$$x_{T+\tau} = a'(T) f(T+\tau) \quad (3.17)$$

iii) el estimador \hat{a} es insesgado, ie.,

$$E(\hat{a}) = a$$

iv) la matriz de variancia-covariancia del estimador \hat{a} es

$$V = E(\hat{a}-a)(\hat{a}-a)' = G^{-1}FW^2(FW^2)'G^{-1} \quad (3.18)$$

si W es la matriz unitaria (ie. todos los datos reciben los mismos pesos), entonces

$$V = \sigma_\xi^2 G^{-1} = \sigma_\xi^2 (FF')^{-1} \quad (3.19)$$

v) si σ_ξ^2 es desconocido, un estimador de σ_ξ^2 es

$$\sigma_\xi^2 = \frac{ee'}{T-n} \quad (3.20)$$

DEMOSTRACION. Considerando el criterio de mínimos cuadrados, habra que encontrar un vector a tal que minimize SS_E , la cual esta dada por (3.15). Los detalles aparecen en la referencia 9.

4. TECNICAS DE PROMEDIOS MOVILES

Se presentan en esta sección, dos técnicas de pronósticos basados en promedios móviles.

La técnica de promedios móviles consisten en aplicar el criterio de mínimos cuadrados a un conjunto de datos históricos de tamaño fijo, --- donde a cada dato del conjunto histórico se le asigna el mismo factor-- de prioridad (o peso). Se analizarán las técnicas de promedios móviles para procesos constantes y de tendencia lineal.

4.1 PROCESOS CONSTANTES

DEFINICION. Un proceso constante para la serie en el tiempo $\{x_t: t \in \Lambda\}$, es un modelo de la forma

$$x_t = a + \xi_t \quad (4.1)$$

donde a es un parametro desconocido, ξ_t constante en cualquier segmento local de tiempo, pero es posible que en diferentes intervalos largos de tiempo varíe, ξ_t es una variable aleatoria tal que

$$E(\xi_t) = 0 \quad \text{y} \quad V(\xi_t) = \sigma_\xi^2$$

TEOREMA (TECNICA DE PROMEDIOS MOVILES). Para el proceso constante (4.1) se tiene que

- i) el estimador \hat{a} de a , tomando en cuenta unicamente N de los T datos del conjunto indicador histórico $\Lambda = \{t: t = 1, 2, \dots, T\}$, y usando el criterio de mínimos cuadrados, esta dado por

$$\hat{a} = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T x_t \equiv M_T \quad (4.2)$$

o alternativamente por

$$M_t = M_{T-1} + \frac{x_T - x_{T-N}}{N} \quad (4.3)$$

- ii) el pronóstico para un tiempo futuro $T + r$, es:

$$\hat{x}_{T+r} = \hat{a} = M_T \quad (4.4)$$

DEMOSTRACION. Usando el criterio de mínimos cuadrados y considerando --- que solo usaremos los N más recientes datos del conjunto histórico se tiene que suma de los cuadrados de los residuos, SS_E , esta dada por:

$$SS_E = \sum_{t=T-N+1}^T (x_t - \hat{a})^2$$

El valor de \hat{a} que minimiza SS_E , satisface que

$$\frac{\partial SS_E}{\partial \hat{a}} = 0, \text{ lo cual implica que}$$

$$\hat{a} = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T x_t$$

NOTA

El estimador M_T para a , es el promedio de las N más recientes observaciones del conjunto histórico $\{x_t : t \in \Lambda\}$. Por esta razón M_T es llamado un promedio móvil de período N . En cada período la observación más vieja es descartada y la más nueva es añadida al conjunto.

EJEMPLO. La demanda de un gato hidráulico en los últimos 6 días es --- $x_1 = 19$, $x_2 = 24$, $x_3 = 22$, $x_4 = 19$, $x_5 = 20$, $x_6 = 16$. El estimador M_6 para a es:

$$M_6 = \frac{1}{6} [19+24+22+19+20+16] = 20$$

Por lo tanto $\hat{a} = M_6 = 20$. El pronóstico para el siguiente día es ----- $\hat{x}_7 = \hat{a} = 20$. Suponiendo que al otro día se observa una demanda $x_7 = 22$, entonces eliminamos x_1 y añadimos x_7 para obtener un nuevo estimador M_7 ,

$$M_7 = \frac{1}{6} [24+22+19+20+16+22] = 20.5$$

o usando la ecuación (3.22)

$$M_7 = 20 + \frac{22 - 19}{6} = 20.5$$

NOTA. El comportamiento del método de promedio móviles es una función de N , el número de observaciones que se desean promediar. Se analizará cuando es conveniente elegir un valor grande de N y cuando un valor pequeño.

- i) Si el parámetro " a " del proceso cambia subitamente de un valor $a = a_1$ a un valor $a = a_2$, se necesitará que N sea pequeña para que al calcular M_T no se tomen datos más viejos ya que estos ya no proporcionarán una buena evaluación del nuevo parámetro $a = a_2$. Notese que, si se elige un valor grande de N entonces si se estarían tomando los primeros datos los cuales ya no representan el comportamiento del proceso. Por esta razón se dice -- que cuando N es grande, el método de promedios móviles reacciona lentamente a cambios súbitos del parámetro a del proceso.
- ii) Si el parámetro " a " del proceso no cambia, entonces se desea -- que N sea grande, ya que para N grande se obtendrá un estimador \hat{a} con menor variancia porque

$$V(\hat{a}) = \frac{\sigma_a^2}{N} \rightarrow 0 \text{ cuando } N \rightarrow \infty$$

lo cual es una característica deseable para un estimador.

REFERENCIAS

1. Bolch, B. W., and Huang, C. J., MULTIVARIATE STATISTICAL METHODS FOR BUSINESS AND ECONOMICS. Prentice Hall, 1974
- * 2. Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. , TIME SERIES ANALYSIS; FORECASTING AND CONTROL. Holden Day, 1970
3. Brown, R.G., SMOOTHING; FORECASTING AND PREDICTION OF DISCRETE TIME SERIES, Prentice Itall. 1963
4. Brown, R.G., STATISTICAL FORECASTING FOR INVENTORY CONTROL, Mc Graw-Hill. 1959
5. Buffa, E.S., and Taubert, W.H., PRODUCTION-INVENTORY SYSTEMS: -- PLANNING AND CONTROL, Revised edition, Irwin; Inc, 1972
6. Draper, N.R., and Smith, H., APPLIED REGRESSION ANALYSIS; Wiley, 1968
7. Graybill, F.A., INTRODUCTION TO LINEAR STATISTICAL MODELS, Vol. I, McGraw-Hill, 1961
8. Huang, D.C., REGRESSION AND ECONOMETRIC METHODS; Wiley, 1970
- * 9. Johnson, L.A., and Montgomery, D.C., OPERATIONS RESEARCA IN PRODUCTION PLANNING, SCHEDULING, AND INVENTORY CONTROL, Wiley, 1974
- * 10. Makridakis, S., Hodgson, A., and Wheelwright, C. AN INTERACTIVE FORECASTING SYSTEM, The American Statistician, Vol. 28, No. 4, 153-158, 1974
- * 11. Nelson, C.R., APPLIED TIME SERIES ANALYSIS FOR MANEGERIAL FORECASTING. Holden-Day, 1973
12. Wheelwright, S., and Makridakis, S., FORECASTING METHODS FOR MANAGEMENT, Wiley, 1973

*Estas son las referencias principales en que se basa este curso



C

O

O



Statistical Computing

This Department will carry articles of high quality on all aspects of computation in statistics. Papers describing new algorithms, programs, or statistical packages will not contain listings of the program, although the completely documented program must be available from the author. Review of the paper will always include a running test of the program by the referee. The Editorial Committee will be pleased to confer with authors about the appropriateness of topics or drafts of possible articles.

An Interactive Forecasting System

SPYROS MAKRIDAKIS,* ANNE HODGSDON* AND STEVEN C. WHEELWRIGHT**

ABSTRACT

Time sharing computer configurations have introduced a new dimension in applying statistical and mathematical models to sequential decision problems. When the outcome of one step in the process influences subsequent decisions, then an interactive time-sharing system is of great help. Since the forecasting function involves such a sequential process, it can be handled particularly well with an appropriate time-shared computer system. This paper describes such a system which allows the user to do preliminary analysis of his data to identify the forecasting technique or class of techniques most appropriate for his situation and to apply those in developing a forecast. This interactive forecasting system has met with excellent success both in teaching the fundamentals of forecasting for business decision making and in actually applying those techniques in management situations.

The past decade has seen a number of developments in the area of forecasting methods that can be used in business. These advances in both theory and practice have been largely in response to requirements placed on individual firms by the increasing complexity and competitiveness of the business environment. Companies of all sizes now find it essential to make forecasts for a number of uncertain quantities which affect their decisions and their performance.

As with the development of most management science techniques, the application of these methods has lagged behind their theoretical formulation and verification. Thus, while most managers are aware of the need for forecasting methods, few managers are familiar with the range of techniques that have been developed and the characteristics of those which must be known in order to select the most appropriate technique for a given situation.

Unfortunately, because of the lack of experience which managers have in formalized forecasting procedures there is very little reported work that deals directly with the management side of forecasting problems and the issues with which the manager must deal. Rather, the existing forecasting literature consists of a number of excellent books and articles that deal with a particular forecasting technique or with a narrow class of techniques and its technical characteristics (see, for example, the Box and Jenkins [1] approach to time series fore-

casting, Johnston's [5] treatment of regression techniques, and Brown's [2] smoothing methods for time series analysis). However, as operations researchers have found in the past, in order to gain wide-spread management acceptance of these methods it is necessary not only to describe their technical aspects, but to translate those characteristics into practical management concern. The factors of primary concern to managers include the practical experience that others have had in using the method, the cost of applying the method, the limitation of the forecast developed by that method, and the accuracy of the resulting forecast.

Those who have tried to apply forecasting methods in recent years have become aware of a number of requirements that are difficult to meet with existing techniques and systems. Three of the most important of these are the following:

1. *The Difficulty of Maintaining Flexibility In Approaching New Situations*

Managers have found that it is extremely easy to develop a preference for one forecasting method over all others and then to use that almost exclusively in any new situation. However, they generally recognize the need to consider a range of alternative techniques in such cases. One source of this difficulty is reliance largely on a single technical person in the firm as the source of knowledge concerning forecasting methods. It is difficult to expect that person to feel unbiased toward each of several alternative forecasting methods simply because of the magnitude of the intellectual task involved. Thus, a system that explicitly supports the consideration of many different techniques for each new forecasting problem would be clearly attractive to managers.

2. *Considering All Relevant Factors In Selecting A Forecasting Technique*

Managers are well aware of the need to consider not only accuracy but a number of other factors in selecting a forecasting technique for a new situation. Since trade-offs and judgments must be made concerning these various factors, the manager needs to be involved actively in applying any forecasting system to make those considerations.

* European Inst. of Business Admin., INSEAD, Blvd. de Constance, 77305 Fontainebleau, France.

** Harvard Business School, Boston, Mass. 02163.

3. *A Mechanism For Rapidly Screening Alternative Techniques*

A third point that has created problems for many managers in forecasting is that they have felt compelled to turn any new situation directly over to a technical person on their staff, since they did not feel competent to do the preliminary analysis themselves. However, in many situations, if the manager could do such a preliminary screening of alternative techniques for a given situation, it might save considerable time and effort in the long run. It would also encourage the adoption of formal forecasting procedures in situations where it may not be worthwhile to make the commitment required to obtain the involvement of a specialist.

In addition to the problems that have been recognized by managers trying to apply forecasting, those teaching in business management programs have also identified some major problems. One of these is a tendency to get bogged down in the classroom in technical details at the exclusion of more practical considerations. This is a natural tendency, given that most of the literature on forecasting is technical in its orientation and that there is little written about actual experiences in forecasting.

Another problem faced by those teaching forecasting is that it takes a considerable amount of time to have students apply a single forecasting technique in a thorough manner to a single situation. Since most courses are relatively short, they do not allow the time necessary to apply a number of those techniques to each of several problem situations.

Finally, teachers have found it particularly difficult to teach about the assumptions inherent in each alternative forecasting method and the implications of those in practice. An obvious solution to this last problem would be to give the students some practical experience in applying the methods. But again, the time generally required to do this for a wide range of situations makes it impractical in all but the most specialized courses.

Based largely on a recognition of the above problems, the authors have over the past few years developed an interactive system for both teaching forecasting methods and applying them in practice. This system has been installed on a time-shared computer and used by a number of students. The remainder of this paper describes this interactive system, how it works and the practical experiences of the authors in using it both in teaching situations and in identifying and applying forecasting techniques for particular management problems. To date, the results have been extremely encouraging and it seems to be meeting its objective of overcoming the specific problems previously outlined.

DESCRIPTION OF THE COMPUTERIZED SYSTEM

The interactive forecasting system developed by

the authors is divided into two sequential segments. The first segment, referred to as SIBYL, is aimed at allowing the user to perform a preliminary analysis of his data in order to identify two or three forecasting techniques that may be most appropriate for that situation. As shown in the flow chart in Figure 1, the user begins by inputting the data that he wishes to examine and use as a basis for forecasting. This segment of the system makes a number of inquiries of the manager concerning his judgments about the data and about the characteristics of the situation that are most important in selecting a forecasting method. Those factors that need to be considered include the following:

1. The time horizon for decision making: immediate term, short term, medium term, and long term.
2. The pattern of data: seasonal, horizontal, trend, cyclical, or random.
3. The type of model desired: time series, causal, statistical, or non-statistical.
4. The value of the forecast, and thus the amount that can be spent in obtaining it.
5. The accuracy that is required and justified.
6. The complexity that can be tolerated.
7. The availability of historical data.

Some of these factors can best be analyzed through statistical tests while others involve value judgments which only the user can supply. Furthermore, a number require information about the forecasting techniques themselves, which can well be supplied by previous users. However, all of these factors are important and specific consideration of them must be made by the manager before he can select the most appropriate forecasting method available.

For the user to be able to decide upon the best method available, he must have, on the one hand, knowledge of all forecasting techniques and on the other, he must be able to evaluate all of the factors in his specific situation that will influence such a selection. Such a task is not easily handled, even for the expert in the field. For the novice there are many more difficulties, one of the most important being his lack of experience in evaluating the relevant factors influencing the choice of a forecasting method.

A primary characteristic of the SIBYL segment of this forecasting system is that it considers all of the seven factors mentioned above and gives support to the manager in applying them. The logical basis for this consideration is that shown in Figure 2. (This figure has been developed by the authors as a basis for comparing available techniques on different factors.) The influence of this structure on the design of the system is reflected in the sequence of questions and prompts used in SIBYL. The initial questions in this segment deal with the series of data that is to be used as the basis of the forecast. An opportunity is also provided for the user to graph that data and obtain several statistics on it.

The next section of questions deals with autocorrelations and their use in identifying the basic pattern in the data. In this portion of SIBYL, the autocorrelations can be computed for various time-lags and then graphed or presented in summary statistical form. Once the autocorrelations are computed, SIBYL aids the user in identifying the patterns that seem to be present in his data. Through a series of questions the program then obtains information on the important factors needed for selecting a forecasting method and supplies the user with a list of three or four techniques that appear to be most suitable for this situation. At this point, the user is also given a number of comparative statistics on those suggested techniques and asked to select one to be used in actually developing a forecast.

Once a specific forecasting method has been selected, control is then passed to a second major segment of the system, RUNNER.

Before describing RUNNER, there are a couple of other characteristics of this forecasting system that facilitate its use by either a student or manager that deserve special mention. One of these is the option the user has of responding to any inquiry from the system with the word HELP. When a user responds in this manner he receives additional information explaining not only what is wanted in the way of a response, but also giving a more general explanation of that factor and how it relates to forecasting in general.

The second form of support given to the user is a supplementary manual that has been prepared to explain further and illustrate with examples the major principles involved in forecasting in general and in the use of specific techniques. The page references in this supplementary manual are given by the system.

The second major segment of this interactive forecasting system is called RUNNER. It is shown in the bottom half of Figure 1. This segment is composed of a number of subroutines, each one being the computerized version of a specific forecasting technique. The program RUNNER allows the user to select from the set of subroutines that forecasting method he wants to have applied to his data (Remember that when the user reaches this point; SIBYL will have already identified the two or three techniques that are particularly well suited for this situation.) Most of the questions and prompts involved in this segment of the program deal with setting the parameters for a specific forecasting method. For example, if the forecasting method is simple adaptive filtering, it is required that the user define three parameters: the weights, the adaptation constant, and the number of training iterations.

Once the forecasting method has been trained, it can then be used to prepare a forecast and to compare that with actual values in order to determine the technique's accuracy. This is done in terms of the error and the percent error. Finally, RUNNER

can be used to compare several different techniques for the same set of historical data.

After running the SIBYL-RUNNER combination, the user will have completed:

1. A general analysis of his data.
2. A screening of available forecasting techniques.
3. A detailed examination of a few of the most appropriate techniques.
4. Final selection of a technique for his situation.

EXPERIENCE IN USING THE INTERACTIVE FORECASTING SYSTEM

The use of this time-sharing-based forecasting system has been particularly well received in teaching situations. Student reactions have been that they felt much more motivated when using this approach as compared to more traditional textbook approaches, and that they have felt they gained a much better understanding of the practical application of the alternative techniques (in addition to their theoretical basis). The authors have used this program in conjunction with a text on forecasting in a regular classroom course.

One of the attractive features of this system has been that it can be used very efficiently by someone familiar with it and with forecasting in general, since it allows suppression of much of the descriptive printout. Thus, the students have found it to be useful not only in their initial learning, but also once they have understood a number of techniques, it has facilitated their application of them to specific situations.

In general, the experience of teaching through the use of this system has indicated that it overcomes some of the problems that were identified at the outset of this paper. These include avoiding the expenditure of a disproportionate amount of class time on technical details, allowing the students rapidly to gain experience in a number of situations in order to infer the important characteristics of each technique, and keeping the amount of time required to reach a given level of competence at a reasonable level.

Although the SIBYL-RUNNER system has not been as thoroughly tested in actual business situations as it has in teaching situations, it has proved to be very successful in the forecasting situations in which it has been applied. Some of the advantages of this system for management forecasting are that it does allow the manager to obtain rapidly, and at a low cost, at least a rough forecast for his situation. In addition, it overcomes many of the existing problems managers face by guiding their examination of a full range of alternatives for any new situation, helping them to consider those factors that are important in selecting the most appropriate technique for a given situation, and providing them with a wide range of techniques which can actually be applied.

Having such an interactive forecasting system available within a company can greatly encourage



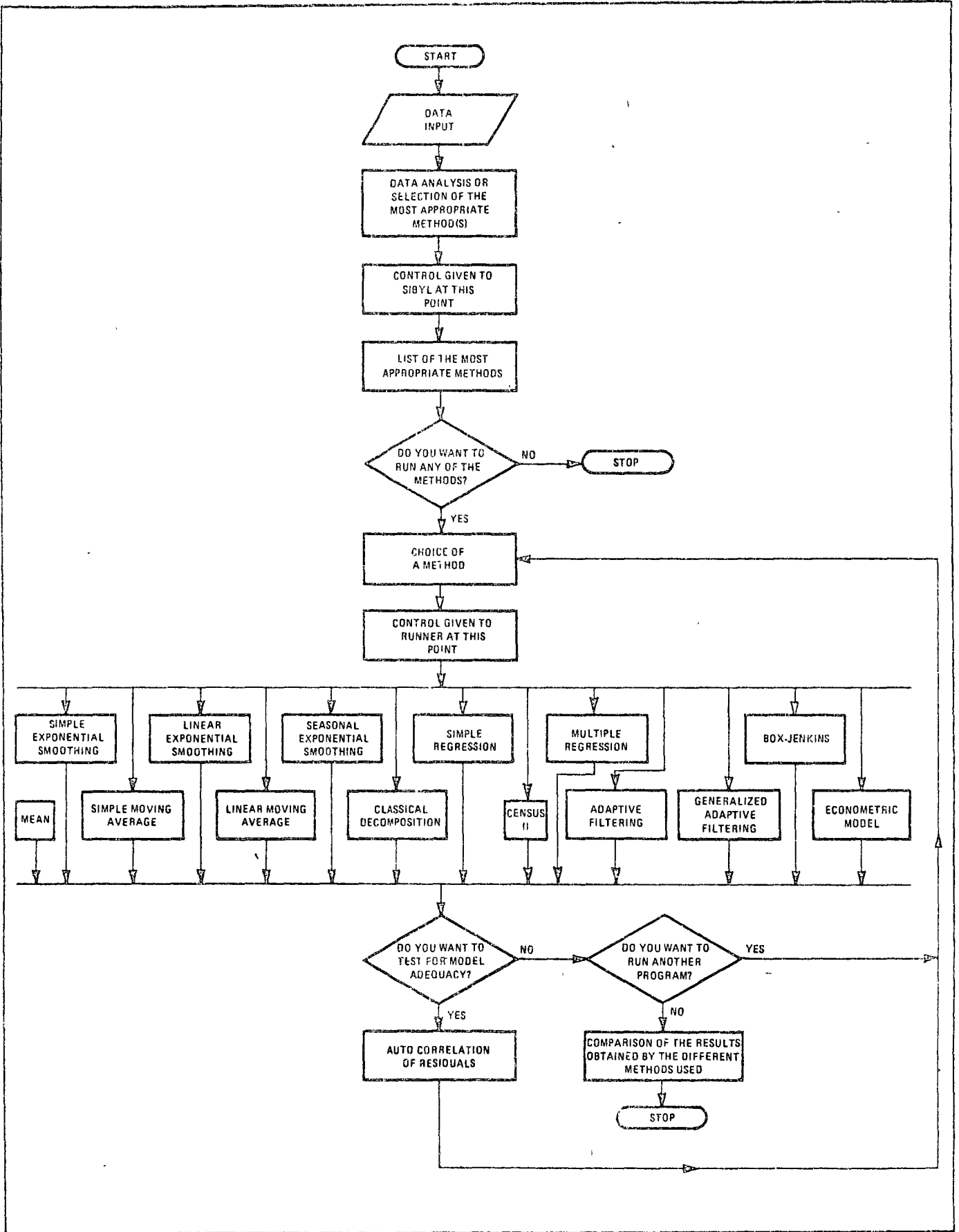


Figure 1. Flow-Chart of the Interactive Forecasting System

FORECASTING TECHNIQUES

| FACTORS | | QUANTITATIVE | | | | | | | | | | | | | | | | | TECHNOLOGICAL | | | | | | | | | | |
|---|--|--------------|------|-----------------------|------------------------------|-----------------------|------------------------------|-------------------------|-----------|--------------|--------------------|-------------|--------------------------------|-------------------|---------------------|--------------------|---------------------|---------|------------------------------------|-----------------------|-------------------|--------------------------|--------|----------|----------------------|------------------------|-----------------|-----------------|--|
| | | SMOOTHING | | | | | | DECOMPOSITION | | | CONTROL | | | REGRESSION | | | OTHERS | | | | | EXPLORATORY | | | NORMATIVE | | | | |
| | | NAIVE | MEAN | SIMPLE MOVING AVERAGE | SIMPLE EXPONENTIAL SMOOTHING | LINEAR MOVING AVERAGE | LINEAR EXPONENTIAL SMOOTHING | CLASSICAL DECOMPOSITION | CENSUS II | FORAN SYSTEM | ADAPTIVE FILTERING | BOX-JENKINS | GENERALIZED ADAPTIVE FILTERING | SIMPLE REGRESSION | MULTIPLE REGRESSION | ECONOMETRIC MODELS | LIFE CYCLE ANALYSIS | SURVEYS | LEADING INDIC OR DIFFUSION INDEXES | INPUT OUTPUT ANALYSIS | INVENTORY CONTROL | MATHEMATICAL PROGRAMMING | DELPHI | S CURVES | HISTORICAL ANALOGIES | MORPHOLOGICAL RESEARCH | RELEVANCE TREES | SYSTEM ANALYSIS | |
| TIME HORIZON OF FORECASTING | IMMEDIATE LESS THAN ONE MONTH | X | X | X | X | Y | X | X | X | X | X | X | | | | | | | | | X | X | | | | | | | |
| | SHORT ONE TO THREE MONTHS | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | X | X | | | X | | | | | | | | | | | |
| | MEDIUM LESS THAN TWO YEARS | X | | | | | | | | X | X | X | X | X | X | | X | | | | | | | | | | | X | |
| | LONG TWO YEARS AND MORE | X | | | | | | | | | | | X | X | X | X | | | X | | | | X | X | X | X | X | X | |
| PATTERN (TYPE) OF DATA | CORRELATED | HORIZONTAL | X | X | X | X | | X | X | X | X | X | | | | | | X | X | | | | | | | | | | |
| | | TREND | X | | | | X | X | X | X | X | X | | X | X | X | | | X | X | | | | | | | | | |
| | | SEASONAL | X | | | | | X | X | X | X | X | | X | X | | | | | | X | X | | | | | | | |
| | | CYCLICAL | X | | | | | X | X | X | X | X | | X | X | | X | | | | X | X | | | | | | | |
| | MINIMUM DATA REQ'S | * | 5 | 30 | 5 | 10 | 2 | 10 | 20 | 3 | 60* | 72* | 24 | 60* | 72* | 72* | 30 | 30* | FEW 100's | 15 | 30 | | | | | | | FEW 1000's | |
| TYPE OF MODEL | TIME-SERIES | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | X | | X | | | | X | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | CAUSAL | X | | | | | | | | X | | X | X | X | X | | | | X | | X | X | | X | X | X | X | X | |
| | STATISTICAL | | X | | | | | | | | X | | X | X | X | | X | | | X | | | | | | | | | |
| | NON STATISTICAL | X | | X | X | X | X | | | X | | X | | | | X | | X | X | | X | X | X | X | X | X | X | X | |
| | MIXED | | | | | | | | X | X | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| COSTS (SCALE FROM ZERO TO ONE, 0 SMALLEST 1 HIGHEST) | DEVELOPMENT | 0 | 1 | 1 | 05 | 15 | 1 | 4 | 6 | 5 | 4 | 8 | 5 | 3 | 6 | 8 | 5 | | 0 | 10 | 5 | 6 | 5 | 5 | 5 | 9 | 8 | 8 | |
| | STORAGE REQ'S | PROGRAM | NA | 09 | 09 | 08 | 13 | 12 | 19 | 6 | 5 | 28 | 9 | 35 | 17 | 34 | 48 | 34 | | NA | 5 | 7 | | | | | | | |
| | | DATA | 01 | 1 | 025 | 006 | 05 | 009 | 33 | 33 | 06 | 33 | 33 | 33 | 2 | 33 | 10 | 08 | | NA | 01 | 10 | | | | | | | |
| RUNNING | NA | 03 | 006 | 005 | 007 | 005 | 2 | 65 | 2 | 3 | 88 | 70 | 1 | 21 | 7 | 2 | | NA | 01 | NA | | | | | | | | | |
| ACCURACY (SCALE FROM ZERO TO ONE, 0 SMALLEST 1 HIGHEST) | PREDICTING PATTERN | 1 | 15 | 2 | 35 | 2 | 25 | 5 | 7 | 7 | 7 | 9 | 85 | 5 | 8 | 10 | 5 | | 6 | | | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | | |
| | PREDICTING TURNING POINTS | 3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 8 | 7 | 6 | 8 | 75 | 0 | 4 | 6 | 0 | 8 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | | |
| APPLICABILITY OR COMPLEXITY (0 SMALLEST 1 HIGHEST) | TIME REQUIRED TO OBTAIN FORECAST | 5 | 2 | 05 | 05 | 01 | 01 | 3 | 5 | 5 | 4 | 7 | 5 | 2 | 6 | 9 | 5 | | 0 | 10 | 1 | 5 | 7 | 6 | 7 | 10 | 10 | 10 | |
| | EASINESS TO UNDERSTAND AND INTERPRET THE RESULTS | 10 | 10 | 10 | 9 | 9 | 9 | 7 | 7 | 7 | 7 | 4 | 6 | 3 | 6 | 3 | 8 | 10 | 10 | 3 | 8 | 6 | 8 | 6 | 9 | 7 | 8 | 8 | |

*A SEASONAL PATTERN (WHEN APPLICABLE) OF 12 MONTHS DURATION IS ASSUMED IN DERIVING THE MINIMUM DATA REQUIREMENTS

Figure 2 Factors to be Considered in Selection of a Forecasting Method

the use of formalized forecasting procedures. This is supported not only because of the range of techniques covered, but also because they can be applied directly by the manager with support from the use of the HELP command and the accompanying manual. It is practical for him to use the system at any time without the need of extensive re-education when it has been a few weeks since its last usage. It is the authors' conclusion that this system meets many of the existing needs in the area of forecasting and through further development and application it should find wide acceptance both in management education and in business practice.

Of course there are limitations to this system. First is that both managers and students must be introduced to forecasting and the range of available techniques before they can begin to use the SIBYL-RUNNER system effectively. Secondly, the questions and prompts can become routine over time and thus fail to elicit the user's judgment as is desired. Third, the simplicity of the system and its ease of usage may lead to its application where a more sophisticated analysis under the direction of a forecasting specialist is warranted. This package is designed for expanding the application of systematic forecasting methods, not replacing existing systems that already meet the requirements of very specific situations.

Keeping these limitations in mind, the authors have found SIBYL-RUNNER to be a very useful tool in facilitating the appropriate use of existing forecasting techniques in management situations. Additional experience and improvements based on that experience can only help to enhance the system's effectiveness.

At present a single computer program written in the BASIC programming language incorporates the features of the SIBYL-RUNNER system illustrated in Figure 1. In addition, there exists a BASIC program representing each of the forecasting techniques included in this system. For example, there is one program for exponential smoothing, another for simple regression, and so on. These programs that represent each forecasting method are called and controlled directly by the SIBYL-RUNNER program; however, they can be run individually too.

The SIBYL-RUNNER system was designed for use on a standard Hewlett-Packard 2000F computer with a core capacity of 20,000 8-bit bytes. Because of the general nature of the BASIC language used on this machine, no significant modifications would be needed to use this system on another time-shared computer equipped with the capabilities to run BASIC programs.

Efforts are currently underway to program the SIBYL-RUNNER system in FORTRAN so that it can be used on an even wider range of equipment. This work should be completed by the middle of 1975.

For those interested, a copy of the program can be

obtained in either the form of a printed listing or a punched paper tape (for the nominal cost of duplicating and mailing the material) by writing to the senior author.

REFERENCES

1. Box, G. E. P., and Jenkins, G. M.: *Time Series Analysis*, San Francisco: Holden-Day, 1970
2. Brown, Robert G.: *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, Inc., 1963
3. Cantor, J.: *Pragmatic Forecasting*, American Management Association, New York, 1971
4. Ewing, D. W.: *The Practice of Planning*, New York: Harper and Row, 1968.
5. Johnston, J.: *Econometric Methods*, Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1966.
6. Makridakis, S., and Wheelwright, S.: "Integrating Forecasting and Planning," *Insead Research Paper N° 73*, June 1972.
7. McLaughlin, R. L., and Boyle, J. J.: *Short Term Forecasting*, American Marketing Association Booklet, New York, 1968
8. Shiskin, J.: "Electronic Computers and Business Indicators," *National Bureau of Economic Research*, Washington D.C., Occasional Paper 57, 1968
9. Steiner, G. A.: *Top Management Planning*, Macmillan, New York, 1969.
10. Stockfisch, J. A. (ed.). *Planning and Forecasting in the Defense Industry*, Belmont, California. Wadworth Publishing, 1962.
11. Wheelwright, S. and Makridakis, S.: *Forecasting Methods for Management*, New York: J. Wiley and Sons, 1973.

A FIRST COURSE IN METHODS OF MULTIVARIATE ANALYSIS

By CLYDE Y. KRAMER

Virginia Polytechnic Institute and State University

The forerunner of this book was used for courses sponsored by the Chemical Division, ASQC also for courses at UCLA, Canada, Italy, and the Netherlands.

The book is self-contained and can be used both for individual study and for a formal course. All that is needed to follow the unique development is a basic course in univariate methods. The univariate procedures are reviewed before giving the multivariate approach. Examples from all disciplines are presented and worked in complete detail.

This book is a must for all engineers, scientists, and anyone who gathers and interprets data. Complete tables are provided to implement all the procedures discussed. This is the first multivariate book that can be understood without knowledge of complicated mathematics and distribution functions.

Write for an examination copy, charges will be cancelled upon receipt of notification of adoption and receipt of an order for the class.

TRY IT, YOU WILL LIKE IT.

368 pp., 8½ × 11 \$15.00

Distributed by

Edwards Brothers Inc.,

2500 South State St., Ann Arbor, Michigan 48104



5. TECNICAS DE ALISAMIENTO EXPONENCIAL.

En esta sección se presenta las técnicas de alisamiento exponencial, las cuales son las más ampliamente usadas debido a su exactitud y a su eficiencia computacional. El desarrollo de estas técnicas se dará usando el criterio de mínimos cuadrados con prioridades.

5.1 ALISAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE PARA UN PROCESO CONSTANTE.

TEOREMA. (TECNICA DE ALISAMIENTO EXPONENCIAL SIMPLE). Para un proceso constante

$$x_t = a + \xi_t \quad t \in \Lambda = \{1, 2, \dots, T\} \quad (5.1)$$

como el definido por (4.1), se tiene

1. El estimador $\hat{a} \equiv \hat{a}(T) \equiv S_T$ del parametro a , puede calcularse por cualquiera de las siguientes 3 ecuaciones:

$$i) \quad \hat{a} = \frac{(1 - \beta)}{(1 - \beta^{T-1})} \sum_{t=1}^T \beta^{T-t} x_t \equiv \hat{a}(T) \equiv S_T \quad (5.2)$$

donde β es una constante dada entre 0 y 1.

ii) Si $a = 1 - \beta$, entonces $\hat{a} \equiv S_T$, esta dada por

$$S_T = \alpha x_T + (1 - \alpha) S_{T-1}$$

La operación definida por (5.3) es llamada alisamiento exponencial simple, al valor S_T se le llama el valor alisado o el estimador alisado, y a la constante α se le llama la constante de alisamiento.

iii) Otra expresión para encontrar $\hat{a} \equiv S_T$, es

$$S_T = a \sum_{k=0}^{T-1} \beta^k x_{T-k} + \beta^T S_0$$

donde $\alpha = 1 - \beta$

2. El pronóstico para un tiempo futuro $T + r$, en base a un conjunto indicado histórico $\Lambda = \{t : t = 1, 2, \dots, T\}$, es

$$\hat{x}_{T+r} = S_T \quad (5.5)$$

DEMOSTRACION. El criterio de mínimos cuadrados con prioridades para encontrar el estimador \hat{a} , consiste en elegir aquel valor \hat{a} que numinize la suma con prioridades de los cuadrados de los residuos:

$$SS_E = \sum_{t=1}^T \beta^{T-t} e_t^2 = \sum_{t=1}^T \beta^{T-t} (x_t - \hat{a})^2$$

$$SS_E = \sum_{t=1}^T \beta^{T-t} (x_t - \hat{a})^2$$

donde β^{T-t} es la prioridad (o peso) dado al residuo e_t . Derivando SS_E con respecto a al valor \hat{a} , e igualando a cero se obtiene el resultado (5.2). Los detalles aparecen en la referencia 9. El resultado (5.3) se obtiene realizando operaciones algebraicas en la ecuación (5.2). Existe un procedimiento heurístico para obtener el resultado (5.3), que es frecuentemente usado, ver página 425 de la referencia 9.

NOTAS.

1. Otro nombre para la técnica de alisamiento exponencial simple, es alisamiento exponencial de primer orden.
2. La ecuación que en la práctica se utiliza para estimar $\hat{a} \equiv S_T$, es la ecuación (5.3). Para aplicar esta ecuación se requiere conocer el valor de la constante α . El valor que se elige de α generalmente es entre 0.1 y 0.30. El criterio para seleccionar este valor se presentará más adelante.
3. La técnica de alisamiento exponencial requiere del conocimiento de un valor inicial S_0 , para emplear la fórmula (5.3), en forma iterativa (para ver porque depende de S_0 vea la ecuación 5.4). Si se tienen datos históricos disponibles, S_0 se puede tomar como el promedio de los más recientes datos. Si no existen datos históricos confiables entonces deberá de hacerse un pronóstico subjetivo de S_0 .

EJEMPLO. Un contratista desea pronosticar el número de instalaciones de calentadores de agua por semana. El tiene los siguientes datos -- disponibles:

| Semana | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|-------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Número de instalaciones | 15 | 18 | 10 | 12 | 20 | 17 | 22 | 16 | 14 | 20 |

Examinando graficamente los datos él decide suponer un modelo constante, y usar alisamiento exponencial simple. Suponiendo arbitrariamente un $\alpha = 0.1$, entonces

$$S_{11} = (0.1)x_{11} + (0.9)S_{10}$$

Sin embargo no hay un valor inicial S_{10} (notese que S_{10} representaría S_0 si redefinimos el origen del conjunto indicador histórico como $t = 10$). Para estimar el valor inicial S_{10} , se tomará el promedio de las demandas de las diez primeras semanas, que es igual a 16.6. - Por lo tanto, es razonable considerar

$$S_{10} = 16.6 \approx 17$$

Entonces el promedio para cualquier tiempo futuro $10 + \tau$, sera

$$\hat{x}_{10+\tau} = S_{10} = 17$$

Suponga que el número real de instalaciones en la semana 11 fue igual a 15. Entonces

$$S_{11} = \alpha x_{11} + (1 - \alpha) S_{10}$$

$$S_{11} = (0.1) (15) + 0.9 (16.60) = 16.44 \approx 16$$

y el pronóstico para un tiempo futuro $11 + \tau$ basándose en un conjunto indicador histórico $\Lambda = \{ t : t = 1, 2, \dots, 11 \}$, es

$$\hat{x}_{11+\tau} = S_{11} = 16.44 \approx 16$$

En la siguiente tabla aparecen los pronósticos para períodos de tamaño $\tau = 1$, contra los valores reales de las instalaciones de calentadores.

Demanda y Pronóstico de Instalaciones de Calentadores de Agua

| Semana | (t) | x_t | S_t | x_2 |
|--------|-----|-------|-------|-------|
| 1 | | | | |
| 22 | | | | |
| 25 | | | | |

5.2 ALISAMIENTO EXPONENCIAL DOBLE PARA PROCESOS CON TENDENCIA LINEAL

TEOREMA (TECNICA DE ALISAMIENTO EXPONENCIAL DOBLE). Para un proceso con tendencia lineal.

$$x_t = a + bt + \epsilon_t \quad t \in \Lambda = \{1, 2, \dots, T\}$$

como el definido por (4.5) se tiene:

1. Los estimadores \hat{a} y \hat{b} de a y b respectivamente son:

$$\hat{b} = \frac{a}{\beta} (S_T - S_T^{[2]}) \equiv \hat{b}(T) \quad (5.6)$$

$$\hat{a} = 2 S_T - S_T^{[2]} - T \frac{a}{\beta} [S_T - S_T^{[2]}] \equiv \hat{a}(T) \quad (5.7)$$

donde

$$S_T = a x_T + (1 - a) S_{T-1} \quad (5.8)$$

y

$$S_T^{[2]} = a S_T + (1 - a) S_{T-1}^{[2]} \quad (5.9)$$

A $S_T^{[2]}$ se le llama el estimador doblemente alisado exponencialmente. La notación $S_T^{[2]}$ no significa que S_T se le eleva al cuadrado, sino es un símbolo para indicar el resultado de la ecuación (5.9).

2. El pronóstico para un tiempo futuro $T + \tau$, usando alisamiento exponencial doble es:

$$x_{T+\tau} = \hat{x}_T + \tau \hat{b}(T) \quad (5.10)$$

$$x_{T+\tau} = (2 + \gamma) S_T - (1 + \gamma) S_T^{[2]} \quad (5.11)$$

donde $\gamma = \tau (a / \beta)$ (5.12)

3. Los valores iniciales S_0 y $S_0^{[2]}$, para iniciar el alisamiento exponencial doble se calculan por:

$$S_0 = \hat{a}(0) - \frac{\beta}{a} \hat{b}(0) \quad (5.13)$$

$$S_0^{[2]} = \hat{a}(0) - 2 \frac{\beta}{a} \hat{b}(0) \quad (5.14)$$

donde $\hat{a}(0)$ y $\hat{b}(0)$ son estimados de datos históricos usando regresión lineal. Si no se dispone de datos históricos entonces se dan estimaciones subjetivas de $\hat{a}(0)$ y $\hat{b}(0)$.

EJEMPLO. Un analista de investigación de operaciones de un centro de cómputo de tiempo compartido, desea pronosticar los ingresos para su compañía. La compañía ha estado en operación dos años, sin embargo, él considera que los ingresos de estos dos años no indican las operaciones comerciales actuales, ya que la compañía no ha llegado a estar bien establecida. Él piensa que los ingresos se incrementarán linealmente con el tiempo, y además sus mejores estimadores subjetivos para los parámetros de esta relación lineal son (en miles de dólares) $\hat{a}(0) = 95$ y $\hat{b}(0) = 1.0$. El analista decide usar alisamiento exponencial doble con $\alpha = .1$. Usando estos estimadores, los valores iniciales requeridos para el alisamiento exponencial son:

$$S_0 = 95 - \frac{(0.9)}{(0.1)} (1) = 86$$

$$y \quad S_0^{[2]} = 95 - 2 \frac{(0.9)}{(0.1)} (1) = 77$$

Por lo tanto, el pronóstico (en miles de dólares) para el mes 1 es

$$\begin{aligned} \hat{x}_1 &= \left[2 + (1) \frac{(0.1)}{(0.9)} \right] S_0 - \left[1 + (1) \frac{(0.1)}{(0.9)} \right] S_0^{[2]} \\ &= (2.111)(86) - (1.111)77 = 95.999 \quad 96 \end{aligned}$$

Suponga que el ingreso real en el mes 1 fue 98, entonces los estimadores alisados serían

$$S_1 = \alpha x_1 + (1 - \alpha) S_0 = (0.1)(98) + (0.9)(86) = 87.20$$

$$S_1^{[2]} = \alpha S_1 + (1 - \alpha) S_0^{[2]} = (0.1)(87.20) + (0.9)(77) = 78.02$$

y el pronóstico para el año 2 sería

$$\begin{aligned} \hat{x}_2 &= (2.111)S_1 - (1.111)S_1^{[2]} = (2.111)(87.20) - (1.111)(78.02) \\ &= 96.399 \approx 96 \end{aligned}$$

los ingresos mensuales para el siguiente año y sus pronósticos se presentan en la siguiente tabla.

Pronósticos de ingresos mensuales usando
 alisamiento exponencial doble

| Mes (t) | x_t | S_t | S_t^2 | \hat{x}_t |
|---------|-------|--------|---------|-------------|
| 0 | 96 | 86.00 | 77.00 | |
| 1 | 98 | 87.20 | 78.02 | 96 |
| 2 | 94 | 87.88 | 79.01 | 96 |
| 3 | 99 | 88.99 | 80.00 | 98 |
| 4 | 104 | 90.49 | 81.05 | 99 |
| 5 | 108 | 92.24 | 82.17 | 101 |
| 6 | 100 | 93.02 | 83.26 | 103 |
| 7 | 106 | 94.32 | 84.36 | 104 |
| 8 | 104 | 95.29 | 85.45 | 105 |
| 9 | 118 | 97.56 | 86.66 | 106 |
| 10 | 109 | 98.70 | 87.87 | 110 |
| 11 | 102 | 99.03 | 88.98 | 111 |
| 12 | 116 | 100.73 | 90.16 | 110 |

5.3 METODO DE WINTER PARA VARIACIONES ESTACIONALES

TEOREMA. Considere un modelo estacional cuya estación (o ciclo) esta formado por L períodos, y que sigue la relación

$$x_t = (a + bt)c_t + \xi_t \quad (5.15)$$

donde

a es la señal base llamada la componente permanente

b es la componente de la tendencia lineal

c_t es la componente estacional (o factor estacional) para el período t, y satisface

$$\sum_{t=1}^L c_t = L \quad (5.16)$$

1. El procedimiento para revisar periodicamente los estimadores de los parámetros del modelo y hacer el pronóstico, se presenta a continuación. Al final de cualquier período T, después de observar x_T , realice lo siguiente:

i) Revise (o estime) el estimador de la componente permanente:

$$\hat{a}(T) = \alpha \left[\frac{x_T}{\hat{c}_T(T-L)} \right] + (1-\alpha) \hat{a}(T-1) + \hat{b}(T-1) \quad (5.17)$$

donde $0 < \alpha < 1$, es una constante de alisamiento.

ii) Revise el estimador de la componente tendencia:

$$\hat{b}(T) = \beta [\hat{a}(T) - \hat{a}(T-1)] + (1-\beta)\hat{b}(T-1) \quad (5.18)$$

donde $0 < \beta < 1$, es una segunda constante de alisamiento.

iii) Revise el estimador del factor estacional para el período T:

$$\hat{c}_T(T) = \gamma \frac{x_T}{\hat{a}(T)} + (1-\gamma)\hat{c}_T(T-1) \quad (5.19)$$

donde $0 < \gamma < 1$, es una tercera constante de alisamiento.

iv) El pronóstico para cualquier período futuro $T+\tau$, es:

$$x_{T+\tau} = [\hat{a}(T) + \tau \hat{b}(T)] \hat{c}_{T+\tau}(T+\tau-L) \quad (5.20)$$

2. Los valores iniciales $\hat{a}(0)$, $\hat{b}(0)$ y $\hat{c}_t(0)$ para $t=1,2,\dots,L$, necesarios para inicial esta técnica, se estiman de la siguiente manera:

i) Si se disponen de datos de dos estaciones pasadas, entonces

$$\hat{b}(0) = \frac{\bar{x}_2 - \bar{x}_1}{L} \quad (5.21)$$

donde \bar{x}_1 es la demanda promedio de la primera estación y \bar{x}_2 es la demanda promedio durante la más reciente estación.

ii) Los factores estacionales iniciales pueden primeramente calcularse por

$$\hat{c}_t(0) = \frac{x_{t+L} - x_t}{L\hat{b}(0)}, \quad t=1,2,\dots,L \quad (5.22)$$

Sin embargo, este procedimiento generalmente da resultados pobres debido a la aleatoriedad del patrón de la demanda. Por esto, se sugiere que se estimen tentativamente por (5.22), que después se usen para estimar la componente permanente "a" (ver ecuación (5.23)), y después se vuelvan estimar en términos de $\hat{a}(0)$ y $\hat{b}(0)$, ver (5.24).

iii) Para estimar $\hat{a}(0)$, use

$$\hat{a}_t(0) = \frac{\sum_{t=1}^{2L} x_t + 3L^2\hat{b}(0) - 2\hat{b}(0) \sum_{t=1}^L t\hat{c}_t(0)}{2L} \quad (5.23)$$

para $t=1,2,\dots,L$.

iv) Para reevaluar los factores estacionales iniciales, basándose en los valores de $\hat{a}(0)$ y $\hat{b}(0)$, use:

$$\hat{c}_t(0) = \frac{1}{2} \frac{x_t}{\hat{a}(0) - (2L-t)\hat{b}(0)} + \frac{x_{t+L}}{\hat{a}(0) - (L-t)\hat{b}(0)} \quad (5.24)$$

para $t=1,2,\dots,L$.

EJEMPLO. La demanda para sistemas de aire acondicionado con características de 5000 BTU y 110 V, es estacional, con una mayor demanda en los meses de primavera y verano. Datos históricos para 1970 se encuentran disponibles y aparecen en la tabla I. Suponemos que la componente de la tendencia lineal es cero, por lo que los factores estacionales se calculan dividiendo la demanda mensual entre la demanda mensual promedio durante el año. Estos factores estacionales aparecen en la última columna de la tabla I.

TABLA I. Datos históricos (1970)

| Mes | Demanda | Factores estacionales estimados |
|------------|---------|---------------------------------|
| Enero | 4 | 0.48 |
| Febrero | 2 | 0.24 |
| Marzo | 5 | 0.60 |
| Abril | 8 | 0.96 |
| Mayo | 11 | 1.32 |
| Junio | 13 | 1.56 |
| Julio | 18 | 2.16 |
| Agosto | 15 | 1.80 |
| Septiembre | 9 | 1.08 |
| Octubre | 6 | 0.72 |
| Noviembre | 5 | 0.60 |
| Diciembre | 4 | 0.48 |
| Total | 100 | 12.00 |

Los parámetros iniciales son:

$\hat{b}(0) = 0$ por suposición de que no existe esta componente

$$\hat{a}(0) = \frac{100}{12} = 8.3$$

las constantes de alisamiento que se eligen son $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.1$, y $\gamma = 0.5$. Los valores para $\hat{a}(t)$, $\hat{b}(t)$, y $\hat{c}(t)$ son calculados con las ecuaciones (5.17), (5.18) y (5.19) respectivamente. El pronóstico con la ecuación (5.20). Los resultados aparecen en la tabla II. Por ejemplo, en enero

$$\hat{x}_{En} = [\hat{a}(0) + b(0)] \hat{c}_{En}(\text{En } 1970) = (8.3 + 0)(0.48) = 3.98 \approx 4$$

Ya que la demanda real en enero de 1971, fue de 5, se tiene de la ecuación (5.18) que

$$\begin{aligned} \hat{b}(En) &= \beta (En) - \hat{a}(0) + (1 - \beta)\hat{b}(0) \\ &= 0.1(8.72 - 8.3) + 0.9(0) = 0.043 \end{aligned}$$

y de la ecuación (6.20)

$$\begin{aligned} \hat{c}_{En}(\text{En } 1971) &= \gamma \left[\frac{x_{En}}{a(En)} \right] + (1 - \gamma)c_{En}(\text{En. } 1970) \\ &= 0.5 \left[\frac{5}{8.72} \right] + 0.5(0.48) = 0.53 \end{aligned}$$

El pronóstico para Febrero sería

$$\hat{x}_{Fe} = [\hat{a}(En) + \hat{b}(En) \hat{c}_{Fe}(Fe. 1970)]$$

$$= (8.72 + 0.043)(0.24) = 2.1$$

Los elementos restantes de la tabla II, se calculan de manera similar.

TABLA II. Resultados Calculados para el año actual de 1971.

| Mes | Demanda real | a(t) | b(t) | c _t (t) | Pronostico realizado un periodo anterior |
|--------------|--------------|-------|-------|--------------------|--|
| Enero | 5 | 8.72 | 0.043 | 0.53 | 4.0 |
| Febrero | 4 | 10.34 | 0.200 | 0.31 | 2.1 |
| Marzo | 7 | 10.77 | 0.223 | 0.63 | 6.3 |
| Abril | 7 | 10.25 | 0.149 | 0.82 | 10.6 |
| Mayo | 15 | 10.59 | 0.158 | 1.37 | 13.7 |
| Junio | 17 | 10.78 | 0.161 | 1.56 | 16.8 |
| Julio | 24 | 10.97 | 0.164 | 2.17 | 23.6 |
| Agosto | 18 | 10.91 | 0.142 | 1.73 | 20.0 |
| Septiem. | 12 | 11.06 | 0.143 | 1.08 | 11.9 |
| Octubre | 7 | 10.91 | 0.114 | 0.68 | 8.1 |
| nov. | 8 | 11.49 | 0.161 | 0.65 | 6.6 |
| Diciembre | 6 | 11.82 | 0.178 | 0.49 | 5.6 |
| Total | 130 | | | | 129.3 |



4.2 PROCESOS CON TENDENCIA LINEAL

DEFINICION. Un proceso con tendencia lineal para la serie en el tiempo $\{x_t: t \in \Lambda\}$, es un modelo de la forma

$$x_t = a + bt + \varepsilon_t$$

donde a y b son parámetros desconocidos constantes en cualquier intervalo de tiempo, y ε_t es una variable aleatoria con $E(\varepsilon_t) = 0$ y $V(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2$.

TEOREMA (TECNICA DE PROMEDIOS MOVILES DOBLES). Para el proceso con tendencia lineal (4.5), se tiene

1. Si \hat{a} y \hat{b} son estimadores de a y b , y $\hat{a}' = \hat{a} + \hat{b}\bar{t}$, donde $\bar{t} = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N-1}^T t$ entonces

$$\hat{a}'(T) \equiv \hat{a}' = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N-1}^T x_t = M_T \quad (4.6)$$

$$\hat{b}(T) \equiv \hat{b} = \frac{12}{N(N^2-1)} \left[\frac{N-1}{2} x_T + \frac{N-3}{2} + \dots + \dots - \frac{N-3}{2} x_{T-N+2} - \frac{N-1}{2} x_{T-N+1} \right] W_T \quad (4.7)$$

2. Fórmulas recursivas para los estimadores $a'(T)$ y $b(T)$ son:

$$\hat{a}'(T) = M_T = M_{T-1} + \frac{1}{N} (x_T - x_{T-N}) \quad (4.8)$$

$$\hat{b}(T) = W_T = W_{T-1} + \frac{12}{N(N^2-1)} \left[\frac{N-1}{2} x_T + \frac{N-1}{2} x_{T-N} - N M_{T-1} \right] \quad (4.9)$$

3. Si se desea encontrar \hat{a} en lugar de a' , entonces

$$\hat{a}(T) = M_T - W_T \left(T - \frac{N-1}{2} \right) \quad (4.10)$$

4. El pronóstico para un tiempo futuro $T+r$, puede calcularse por cualquiera de las siguientes fórmulas:

$$\begin{aligned} \text{i) } \hat{x}_{T+r} &= \hat{a}(T) + \hat{b}(T) (T+r) = \hat{a}'(T) + \hat{b}(T) \left[\frac{N-1}{2} + r \right] \\ &= M_T + W_T \left[\frac{N-1}{2} + r \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \hat{x}_{T+r} &= \hat{x}_T + \hat{b}(T) r \\ &= 2M_t - M_t^{[2]} + r \left(\frac{2}{N-1} \right) (M_T - M_t^{[2]}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

donde

$$M_T = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T x_t \quad (4.13)$$

$$M_t^{[2]} = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T M_t \quad (4.14)$$

$$= M_{t-1} + \frac{1}{N} [M_t - M_{t-N}] \quad (4.14)$$

a la cantidad $M_t^{[2]}$ se le llama un promedio móvil doble. A las cantidades M_t se le llama un promedio móvil simple.

EJEMPLO. Las ventas semanales de un acondicionador de aire de 5000 BTU se encuentran en la segunda columna de la tabla de abajo.

Demanda semanal y pronósticos para un acondicionador de aire.

| Semana | Demanda | M_t | $M_t^{[2]}$ | \hat{x}_t |
|--------|---------|-------|-------------|-------------|
| 1 | 10 | 5 | | |
| 2 | 12 | | | |
| 3 | 15 | | | |
| 4 | 14 | | | |
| 5 | 16 | 13.4 | | |
| 6 | 19 | 15.2 | | |
| 7 | 18 | 16.4 | | |
| 8 | 21 | 17.6 | | |
| 9 | 23 | 19.4 | 16.40 | |
| 10 | 20 | 20.2 | 17.76 | 23.90 |
| 11 | 22 | 20.8 | 18.85 | 23.86 |
| 12 | 24 | 22.0 | 20.00 | 23.00 |
| 13 | 23 | 22.4 | 20.96 | 24.56 |
| 14 | 21 | 22.0 | 21.48 | 22.78 |
| 15 | 25 | 23.0 | 22.04 | 24.44 |

El proceso que genera estos datos puede ser bien aproximado por un modelo de tendencia lineal, y un promedio móvil doble de cinco semanas - se va a usar para pronosticar las ventas en la siguiente semana. Los promedios móviles simples M_t se calculan para cada semana desde $t=5, 6, \dots, 15$ y se muestran en la tercera columna. Los promedios móviles $M_t^{[2]}$ se calculan usando (4.14) o (4.15) para $t=9, 10, \dots, 15$. Los pronósticos hechos al final de la semana t , para la siguiente semana se calculan con la ecuación (4.12) para $r=1$, y se muestran en la última columna para el período $t+1$. Por ejemplo

$$\begin{aligned}\hat{x}_{10} &= 2M_9 - M_9^{[2]} + (1) \left(\frac{2}{9}\right) (M_9 - M_9^{[2]}) \\ &= 2(19.4) - (16.40) + \frac{1}{2} (19.4 - 16.40) = 23.90\end{aligned}$$

7. METODOS DE BAYES EN PRONOSTICOS

Los métodos de Bayes que se presentan en esta sección son útiles cuando no se tiene información histórica disponible en el momento que se va a iniciar el pronóstico. Esta situación se presenta con mucha frecuencia en la práctica, por lo que al hacer un pronóstico inicial, este se realiza en bases subjetivas exclusivamente. Sin embargo, a medida que se va obteniendo información histórica de la serie en el tiempo, se deberán modificar nuestros estimadores subjetivos.

El método de Bayes, proporciona un criterio para ir modificando nuestros estimadores subjetivos en términos de la información que se va obteniendo. La técnica de Bayes en pronósticos consiste en aplicar el criterio de la teoría de decisiones de Bayes, la cual a su vez, está basada en el teorema de Bayes. Se presentará primero el teorema de Bayes, y después su aplicación a pronósticos para el caso de una serie en el tiempo que siga un modelo constante y cuando sea modelo con tendencia lineal.

CRITERIO DE BAYES EN ESTADISTICA.

Cuando se tiene una variable aleatoria x , que tiene una función de densidad f , la cual esta caracterizada por un parámetro θ , entonces se usa la notación $f(x; \theta)$ o $f(x|\theta)$, para hacer incapie en que la función de densidad f , depende del parámetro θ . Por ejemplo, cuando f es una densidad de probabilidad binomial, entonces la notación $f(x; \theta)$ significa que

$$f(x; \theta) = \binom{n}{x} \theta^x (1 - \theta)^{n-x} \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

Si f es una distribución normal, entonces la notación $f(x; \theta_1, \theta_2)$ significa

$$f(x; \theta_1, \theta_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\theta_2}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \theta_1}{\theta_2}\right)^2}$$

En este ejemplo el parámetro θ_1 representa la media y θ_2 la variancia. Si una variable aleatoria x tiene una función de densidad normal con θ_1 y variancia θ_2 , se dice que x es $N(\theta_1, \theta_2)$ o también se escribe

$$x \sim N(\theta_1, \theta_2).$$

NOTA. A una función de densidad de probabilidad también se le llama una función de densidad.

Criterio de Bayes. Sea x una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad $f(x; \theta)$, donde el parámetro θ es desconocido. El criterio de Bayes en teoría de decisiones consiste en considerar al parámetro desconocido θ como una variable aleatoria. Esta consideración es la diferencia importante entre el criterio de Bayes y el criterio clásico en teoría de decisiones, ya que el criterio clásico considera que el parámetro θ desconocido, es una constante y no una variable aleatoria.

TEOREMA (TEOREMA DE BAYES)

Sea x una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad $f(x; \theta)$ donde el parámetro desconocido θ es considerado como una variable aleatoria. Sea $f(\theta)$ la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria θ . A $f(\theta)$ se le llama la función de densidad de probabilidad a priori de la variable aleatoria θ . Sean x_1, x_2, \dots, x_n observaciones de x , y sea $f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta)$ la función de densidad de probabilidad condicional de x_1, x_2, \dots, x_n , dado θ . La función de densidad de θ dadas las observaciones x_1, x_2, \dots, x_n , esta dada por

$$f(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) f(\theta)}{\int_{\theta} f(x_1, x_2, \dots, x_n | \theta) f(\theta) d\theta} \quad (7.1)$$

A $f(\theta | x_1, x_2, \dots, x_n)$ se le llama la función de densidad a posteriori de θ . A la fórmula (7.1) se le llama fórmula de Bayes o teorema de Bayes.

Demostración. La fórmula (7.1) aparece en la mayoría de los libros sobre probabilidad. Ver por ejemplo:

Mood, A.M., Graybill, F.A., and Boes, D.C., INTRODUCTION TO THE THEORY OF STATISTICS. Third edition. Mc Graw-Hill, 1974

NOTAS

1. La utilidad de la fórmula (7.1) consiste generalmente, en realizar los siguientes pasos

- i) Subjetivamente se establecen los posibles valores que puede tomar el parámetro θ , junto con la probabilidad de que tome los valores supuestos de θ . La función de probabilidad de estos valores también se da subjetivamente, en base a la experiencia, o de situaciones similares encontradas en otros problemas ya resueltos.
- ii) se observan los valores históricos (o experimentales), x_1, \dots, x_n .
- iii) se calcula la condicional $f(x_1, \dots, x_n | \theta)$, para cada uno de los valores de θ supuestos.
- iv) se asignan nuevas probabilidades a los valores de θ , usando ecuación (7.1), en base de la información proporcionada por las observaciones históricas x_1, \dots, x_n .
- v) con las nuevas probabilidades $f(\theta | x_1, \dots, x_n)$ para los posibles valores de θ , es posible hacer estimaciones o tomar decisiones sobre θ , como se verá en el teorema que aparece después.

2. En muchas ocasiones, en lugar de considerar directamente las observaciones x_1, \dots, x_n , se calcula una función $y = u(x_1, \dots, x_n)$ de las observaciones x_1, \dots, x_n , para concentrar toda la información que proporcionan x_1, \dots, x_n en un solo valor $y = u(x_1, \dots, x_n)$, y en base a esta información concentrada estimar las nuevas probabilidades de θ , ie se calcula

$$f(\theta | y) = \frac{f(y | \theta) f(\theta)}{\int_{\theta} f(y | \theta) f(\theta) d\theta} \quad (7.2)$$

Para obtener esta probabilidad a posteriori, primero es necesario encontrar la condicional de $f(y | \theta)$ la cual depende de la función

$f(x_1, \dots, x_n | \theta)$, la cual a su vez depende de $f(x)$. En general -

es fácil encontrar la función $f(y | \theta)$ en términos de $f(x)$, aunque depende del tipo de función $y = u(x_1, \dots, x_n)$ que se haya elegido. Por ejemplo, si

$$y = u(x_1, \dots, x_n) = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

se sabe en estadística que $y = \bar{x}$ tiene una distribución igual a la distribución x , con la misma media, pero con variancia igual a la variancia de x sobre n . En el caso de que x sea $N(\mu, \sigma^2)$, entonces $y = \bar{x}$ es

$$N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right).$$

TEOREMA (CRITERIO DE BAYES EN TEORIA DE DECISIONES). Sea $f(x; \theta)$ una función de densidad de probabilidad, donde θ es un parámetro desconocido considerado como una variable aleatoria. Sean x_1, x_2, \dots, x_n observaciones de x , y si $y = u(x_1, \dots, x_n)$ una función de x_1, x_2, \dots, x_n . El estimador Bayesiano de θ , indicado por θ^* , usando el criterio del menor error cuadrado medio, está dado por

$$\theta^* = \int_{\theta} \theta f(\theta | y) d\theta \quad (7.3)$$

DEMOSTRACION. El método de Bayes asociado al criterio del menor error cuadrado medio, consiste en elegir un estimador θ^* , que minimize el valor esperado condicional de $(\theta - \theta^*)^2$, dadas las observaciones x_1, x_2, \dots, x_n . Para las personas interesadas en profundizar y justificar sobre esta demostración ver la referencia de Mood, Graybill and Boes, mencionada anteriormente. No es necesario que se conozcan estos detalles para entender la técnica de Bayes en pronósticos que se presentará después.

NOTA. En probabilidad se sabe que $\int \theta f(\theta | y) dy$ es por definición la media condicional de θ dado y . Por lo tanto, observando la ecuación (7.3), se dice que el estimar Bayesiano θ^* de θ , basado en el criterio del menor error cuadrado medio, es la media condicional de θ dado y , o también se dice que θ^* es la media a posteriori de θ , o la media de la distribución a posteriori $f(\theta | y)$.

TEOREMA (METODO DE COHEN). Sea $\{x_t; t \in \Lambda\}$, $\Lambda = \{1, 2, \dots, n\}$, una serie en el tiempo, y considere que puede ser representada por el modelo constante

$$x_t = a + \xi_t \quad (7.4)$$

donde a es un parámetro desconocido que representa la media del proceso, y ξ_t es el error aleatorio con distribución $N(0, \sigma_\xi^2)$, donde σ_ξ^2 es conocido. Suponga que el parámetro desconocido a , es una variable aleatoria, cuya distribución a priori es $N(a_0, \sigma_a^2)$, ie nuestra consideración subjetiva es que a es una variable aleatoria $N(a_0, \sigma_a^2)$. Sea $y = \bar{x}$, la función que concentra toda la información histórica x_1, x_2, \dots, x_n .

i) El estimador Bayesiano a^* de a , está dada por cualquiera de las siguientes ecuaciones

$$a^* = \frac{\bar{x} \sigma_a^2 + a_0 (\sigma_\xi^2 / n)}{\sigma_a^2 + (\sigma_\xi^2 / n)} = a^*(n) \quad (7.5)$$

$$a^* = \frac{n}{u+n} \bar{x} + \frac{u}{u+n} a_0 \equiv a^*(n) \quad (7.6)$$

$$\text{donde } u = \frac{\sigma_c^2}{\sigma_0^2}$$

$$a^* = a x_n + (1-a) a^*(n-1) \quad (7.7)$$

$$\text{donde } a = 1/(u+n)$$

ii) El pronóstico para un tiempo futuro $n+\tau$, es

$$\hat{x}_{n+\tau} = a^*(n) \quad (7.8)$$

DEMOSTRACION. Para $y = u(x_1, \dots, x_n) = \bar{x}$ encuentre $f(\bar{x} | \theta)$ donde $\theta = a$, -- después encuentre $f(\theta | \bar{x})$ usando fórmula de Bayes (ecuación (7.2)), y por último use (7.3).

NOTA. La técnica de Bayes deberá dejarse de usar cuando en algún tiempo ya se disponga de datos suficientes, y en ese tiempo debería adoptarse otra técnica de pronóstico, quizá alisamiento exponencial u otra.

EJEMPLO. Suponga que deseamos pronosticar la demanda para un producto nuevo. Sospechamos que la demanda esta normalmente distribuida y que un modelo constante es apropiado, pero no se dispone de información histórica. Se supone que una razonable densidad apriori para a es $N(50.4)$, y que $\tau_c^2 = 9$. Para el período 1, el pronóstico es

$$\hat{x}_1 = 50$$

Suponga que la demanda real en el período 1 es $x_1 = 56$. Ahora el estimador de Bayes de a es

$$a^*(1) = \frac{1}{(9/4)+1} (56) + \frac{(9/4)}{(9/4)+1} (50) \approx 52$$

Por tanto, el pronóstico para el período 2 es

$$\hat{x}_2 = 52$$

Suponga que la demanda real en el período 2 es 58, entonces

$$a^*(2) = \frac{1}{(9/4)+2} (58) + \frac{(13/4)}{(9/4)+2} (52) \approx 53 \quad \text{y } \hat{x}_3 = 53$$

Este procedimiento se continua hasta que haya suficientes datos acumulados disponibles, para que en ese momento se desarrolle un sistema de pronóstico permanente.

TEOREMA. Considere un modelo lineal de la forma

$$x_t = a + bt + \xi_t \quad (7.9)$$

el cual puede ser reescrito como

$$x_t = a' + b(t-\bar{t}) + \xi_t$$

donde $a' = a + b\bar{t}$, y $\bar{t} = \sum_{i=1}^n t_i/n = n(n+1)/2$

Suponga que las densidades a priori de b y a' son normales, ie., $b \sim N(b_0, \sigma_b^2)$ y $a' \sim N(a'_0, \sigma_{a'}^2)$, y además suponga que $\xi_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$.

Suponemos que σ_ϵ^2 es conocida.

$$\text{Sean } \hat{a}' = \sum_{t=1}^n x_t/n \quad \text{y} \quad \hat{b} = \sum_{t=1}^n x_t (t-\bar{t})/SS_{tt}$$

estimadores de a' y b , donde $SS_{tt} = \sum_{t=1}^n (t-\bar{t})^2$. Estos estimadores \hat{a}' y

\hat{b} concentran la información de x_1, \dots, x_n . Los estimadores de Bayes son

$$b^* = \frac{w}{w + \sigma_\epsilon^2} \hat{b} + \frac{\sigma_\epsilon^2}{w + \sigma_\epsilon^2} b_0 \quad (7.10)$$

donde $w = SS_{tt} \sigma_b^2$

$$(a')^* = \frac{z}{z + \sigma_\epsilon^2} \hat{a}' + \frac{\sigma_\epsilon^2}{z + \sigma_\epsilon^2} a'_0 \quad (7.11)$$

donde $z = t \sigma_{a'}^2$

NOTA

1. Los estimadores \hat{a}' y \hat{b} que concentran la información de x_1, \dots, x_n , corresponden a los estimadores obtenidos por mínimos cuadrados.
2. Observando (7.10) y (7.11) se nota que los estimadores de Bayes -- (a') y b^* son promedios ponderados (o con prioridades) de los estimadores de mínimos cuadrados y de las medias dadas a priori.
3. Las fórmulas (7.10) y (7.11) se deberán usar para que sucesivamente se vayan combinando los estimadores subjetivos con datos observados hasta que se tenga suficiente experiencia para desarrollar un sistema de pronóstico permanente.

4. 64



Faint, illegible text scattered across the page, possibly bleed-through from the reverse side.

$v = 1, 2,$ and

$$C(u, v) = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \sin u\omega j \sin v\omega j & -\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \sin u\omega j \cos v\omega j \\ -\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \cos u\omega j \sin v\omega j & \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j \cos u\omega j \cos v\omega j \end{bmatrix}$$

for $u = 1, 2$ and $v = u + 1$ where $\omega = 2\pi/12$. Closed form expressions for the elements of the submatrices A and $B(v)$ may be found by using z -transforms as

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ \frac{1}{1-\beta} & \frac{-\beta}{(1-\beta)^2} \\ -\beta & \frac{\beta(1+\beta)}{(1-\beta)^2} \\ \frac{-\beta}{(1-\beta)^2} & \frac{\beta(1+\beta)}{(1-\beta)^3} \end{bmatrix}$$

$$B(v) = \begin{bmatrix} \frac{-\beta \sin v\omega}{1 - 2\beta \cos v\omega + \beta^2} & \frac{1 - \beta \cos v\omega}{1 - 2\beta \cos v\omega + \beta^2} \\ \frac{\beta(1 - \beta^2) \sin v\omega}{[1 - 2\beta \cos v\omega + \beta^2]^2} & \frac{-2\beta^2 + \beta(1 + \beta^2) \cos v\omega}{[1 - 2\beta \cos v\omega + \beta^2]^2} \end{bmatrix}$$

The trigonometric identities

$$\sin a \sin b = -\frac{1}{2}[\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

$$\cos a \sin b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) - \sin(a-b)]$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$$

allow the elements of $C(u, v)$ to be expressed as

$$C(u, v) = \begin{bmatrix} -\left(\frac{c_1}{d_1} - \frac{c_2}{d_2}\right) & -\left(\frac{c_3}{d_1} + \frac{c_4}{d_2}\right) \\ -\left(\frac{c_3}{d_1} - \frac{c_4}{d_2}\right) & \left(\frac{c_1}{d_1} + \frac{c_2}{d_2}\right) \end{bmatrix}$$

where

$$c_1 = 1 - \beta \cos(u+v)\omega$$

$$c_2 = 1 - \beta \cos(u-v)\omega$$

$$c_3 = \beta \sin(u+v)\omega$$

$$c_4 = \beta \sin(u-v)\omega$$

$$d_1 = 1 - 2\beta \cos(u+v)\omega + \beta^2$$

$$d_2 = 1 - 2\beta \cos(u-v)\omega + \beta^2$$

We see that the elements of G are completely determined by choosing β . Note that

$$f(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

For $\beta = 0.90$, say, and $\omega = 2\pi/12$, it is relatively easy to show that

$$h = \begin{bmatrix} 0.17030 \\ 0.00853 \\ 0.05453 \\ 0.15542 \\ 0.07055 \\ 0.14285 \end{bmatrix}$$

The smoothing vectors for several other models are given by Brown (2, pp. 178-195). □

6-4.6 Choice of Smoothing Constant

In any application of exponential smoothing, it is necessary to specify a value for the smoothing constant (or constants) in the model. This section will discuss some approaches to a rational basis for selecting the smoothing constant.

The smoothing constant controls the number of past realizations of the time series that influence the forecast. Small values of the smoothing constant include many past observations, and the forecasting system will respond slowly to changes in the parameters of the time series model. Larger values of the smoothing constant include less historical data and the forecasting system responds more rapidly. However, a large smoothing constant may cause the system to respond to random variations in the signal and be oversensitive. Brown (2) discusses the response characteristics of exponential smoothing to various standard signals, such as the impulse, ramp, and step functions.

As a general rule, the smoothing constant α for a constant model should be somewhere between 0.01 and 0.3. A widely used technique is to carry out a

sequence of trials on a set of actual historical data using several different values for the smoothing constant, and select that value of α that optimizes some measure of effectiveness such as minimum sum of squares error. Of course, this approach also may be used for more complicated models. Various modifications of this concept are often employed. For example, if three years of historical data are available, one might use the first two years to optimize the smoothing constant and then simulate a forecast for each month of the remaining year to see how the "optimum" smoothing constant will react to fresh data.

If the results of a set of trials indicate an optimum value of α for a constant model that is greater than 0.3, then the validity of the model should be questioned. The data may be significantly autocorrelated, in which case the methods of Section 6-10 should be considered. Plotting the data may reveal trends or cyclic patterns that will lead to a large smoothing constant, but that should be dealt with by employing a more appropriate model.

For polynomial and transcendental models, it is possible to define an *equivalent value of the smoothing constant* such that estimates of the constant term in the model are the same. That is, suppose α_1 is used in single smoothing. Then the equivalent value of the smoothing constant for a model with n terms would be

$$(1 - \alpha_n)^n = 1 - \alpha_1$$

Many practitioners prefer to have available several values of the smoothing constant, and use an appropriate value at different times. For example, a normal value for α when the process seems stable may be 0.1; however, in addition, the value 0.25 may be used when the coefficients in the underlying process seem to be changing more rapidly. A number of procedures have been developed for maintaining control of the smoothing constant and automatically shifting from one value to another. These *adaptive control procedures*, as they are often called, are discussed in Section 6-8.

If we can make certain assumptions about the basic characteristics of the time series, it is often possible to develop rigorously an optimum value of the smoothing constant. For example, it is possible to determine the optimum smoothing constant for simple smoothing where the time series has exponential autocorrelation.

Forecasting Over Lead Times

In most of the examples presented thus far, we have assumed that management is interested in producing a forecast for the next time period, or for a single arbitrary point τ periods into the future. Many times we are interested in forecasting for each of several future periods. That is, we must forecast over some lead time or planning horizon. Typically, for production and inventory

planning problems, we are interested in forecasting demand up to 12 future time periods.

To illustrate how this may be done, suppose the current period is T and we are interested in forecasting demand over the next w periods, say $T + 1, T + 2, \dots, T + w$. We may obtain this forecast by indexing time in our forecasting model to $T + 1, T + 2, \dots, T + w$ and computing $\hat{x}_{T+1}, \hat{x}_{T+2}, \dots, \hat{x}_{T+w}$. Then the forecast of cumulative demand for the lead time of w periods is

$$\hat{X}_w(T) = \sum_{t=T+1}^{T+w} \hat{x}_t$$

In this manner, it is quite simple to produce a forecast of demand for any w -period lead time.

We may also compute the variance of the forecasts at any future point in time as

$$V(\hat{x}_t) = \mathbf{f}'(t)\mathbf{V}\mathbf{f}(t)$$

where the variance-covariance matrix \mathbf{V} is defined by Equation 6-20. If the independent variables include an unbounded polynomial term, then $V(\hat{x}_t)$ depends on the future point in time for which the forecast is being made. Brown (2) shows that, in general, the variance of the forecast with a linear model increases as a linear function of time, and with a quadratic model, it increases as a quadratic function of time. A model that does not contain any unbounded polynomial function has nearly the same variance of the forecast for any future point in time. This is quite important, as a manager usually does not think of a forecast merely as a point estimate, but often wants a range of values. Thus, it may be necessary to present a probability statement about the values that future observations may take on. The variance of the forecast will be required to do this.

The forecast error is

$$e_t = x_t - \hat{x}_t$$

and the variance of the forecast error is

$$V(e_t) = \sigma_\varepsilon^2 + \mathbf{f}'(t)\mathbf{V}\mathbf{f}(t)$$

if the random variables ε_t are serially independent. Thus, the variance of forecast error also increases as a function of time. Intuitively, this seems quite reasonable, as we should be less confident about our model the further into the future we attempt to forecast.

Now consider the variance of the cumulative forecast, say $V\{\hat{X}_w(T)\}$. Since

$$\begin{aligned} \hat{X}_w(T) &= \sum_{t=T+1}^{T+w} \hat{x}_t \\ &= \sum_{t=T+1}^{T+w} \hat{\mathbf{a}}'(T)\mathbf{f}(t) \end{aligned}$$

we see that

$$V\{\hat{X}_w(T)\} = \sum_{t=T+1}^{T+w} f'(t)Vf(t)$$

That is, the variance of the cumulative forecast for a w -period lead time is the sum of the variances of the forecasts for each of the w time periods. It is easily shown that the variance of the cumulative forecast error for the w -period lead time is

$$\sum_{t=T+1}^{T+w} [\sigma_e^2 + f'(t)Vf(t)]$$

or the sum of the variances of the forecast errors for each of the w individual forecasts. It is not surprising to see that the variance of the forecast error increases as the number of periods in the lead time increases.

The reader is reminded that when using the adaptive smoothing formulations of Section 6-4.5 the origin of time is assumed to be at the end of the current period T . Then, $T = 0$ would be used in the preceding equations.

particulas, pista *several methods*

The Tracking Signal and Analysis of Forecast Errors

No forecasting system will produce perfect forecasts of future observations. There will always be some discrepancy between the forecast for period t , say \hat{x}_t , and the actual observation for that period, x_t . Mathematically, we define the forecast error as

$$e_t = x_t - \hat{x}_t \quad (6-84)$$

Analysis of the forecast errors can frequently reveal many useful characteristics of both the forecasting system and the time series. We shall discuss several methods for this analysis.

An examination of the errors may indicate that they arise from a stable system, that is, a true time series model for which the assumed time series model is an adequate approximation. If this is the case, we would expect the average value of the forecast errors to be nearly zero. In itself, however, this information may not be very useful without knowledge of the *variability* of forecast errors, as large positive and negative errors would tend to cancel each other. We see that the variance of the forecast errors is

$$V(e_t) = V(x_t) + V(\hat{x}_t)$$

$$\sigma_e^2 = \sigma_x^2 + \sigma_{\hat{x}}^2 \quad (6-85)$$

assuming that x_t and \hat{x}_t are independent. For a constant model, we may show that

$$\sigma_{\hat{x}_t}^2 = \frac{\alpha}{2 - \alpha} \sigma_e^2$$

and thus

$$\sigma_e^2 = \frac{2}{2 - \alpha} \sigma_e^2$$

In addition to the mean and variance of forecast-error, it may be useful to have some knowledge of the form of the probability distribution. There is a great deal of theoretical and empirical justification for assuming that the forecast errors are normally distributed (approximately). In any practical problem, this assumption could be easily checked by simulating the forecast of historical data and examining the resulting errors.

The *tracking signal* is a useful device for monitoring and controlling forecast errors. We shall discuss two forms of the tracking signal, one based on the sum of the forecast errors and the other based on a smoothed error.

Consider the sum of the forecast errors in the current period, say period T ,

$$Y(T) = \sum_{t=1}^T e_t$$

or equivalently

$$Y(T) = Y(T - 1) + e_T \quad (6-86)$$

If there is a consistent bias in the forecasts, the errors will have the same sign for several periods, and the sum $Y(T)$ will tend to become nonzero. Brown (2) has shown that for a constant model

$$\sigma_Y^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} \sigma_e^2$$

and, in general, for a model with n parameters

$$\sigma_Y^2 \approx \frac{1}{1 - \beta^{2n}} \sigma_e^2$$

If $|Y(T)|$ is greater than some relatively large multiple of σ_Y , we could not expect this to occur by chance, and would conclude that the forecasting system is no longer adequately tracking the process. That is, if

$$\left| \frac{Y(T)}{\sigma_Y} \right| < K \quad (6-87)$$

the forecasting system is performing adequately. We almost always do not know σ_Y exactly, and must estimate it. Actually, since $\sigma_Y^2 = [1/(1 - \beta^{2n})] \sigma_e^2$, it suffices to estimate σ_e^2 .

Suppose that forecast error is normally distributed with mean zero and variance σ_e^2 . Then the mean absolute deviation, Δ , is

$$\Delta = E\{|e - E(e)|\} = 2 \int_0^\infty (e - 0)n(e; 0, \sigma_e^2) de = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma_e \approx 0.8\sigma_e \quad (6-88)$$

This approximation holds quite well, even for nonnormal data. At the end of period T , we may estimate the mean absolute deviation by either

$$\hat{\Delta}(T) = \alpha |e(T)| + (1 - \alpha) \hat{\Delta}(T - 1) \quad (6-89a)$$

$$\hat{\Delta}(T) = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T |e_t| \quad (6-89b)$$

Equation 6-89a is more efficient. Thus, we see that $\hat{\sigma}_e^2 = \left[\frac{\hat{\Delta}(T)}{0.8} \right]^2$. For single

smoothing, $\sigma_e^2 = \frac{2 - \alpha}{2} \sigma_e^2$, so $\hat{\sigma}_e^2 = \left(\frac{2 - \alpha}{2} \right) \left[\frac{\hat{\Delta}(T)}{0.8} \right]^2$ and thus,

$$\hat{\sigma}_Y^2 = \left(\frac{1}{1 - \beta^2} \right) \left(\frac{2 - \alpha}{2} \right) \left[\frac{\hat{\Delta}(T)}{0.8} \right]^2 = \frac{1}{2\alpha} \left[\frac{\hat{\Delta}(T)}{0.8} \right]^2$$

For the relationship between σ_e^2 and σ_e^2 for other models, refer to Brown 2, Chapter 12).

For simple exponential smoothing, the tracking signal based on the sum of the forecast errors is

$$\left| \frac{Y(T)}{\hat{\Delta}(T)} \right| < \frac{K}{0.8} \sqrt{\frac{1}{2\alpha}} = C_1 \quad (6-90)$$

where K may be chosen from tables of the standard normal cumulative distribution function to provide an approximate level of significance. Quite often, especially when dealing with other than a constant model, instead of choosing K , one may directly choose C_1 . Typical values of C_1 for most models are between 4 and 6.

It is also possible to base the tracking signal on the smoothed error in period T , say

$$Z(T) = \alpha e_T + (1 - \alpha)Z(T - 1)$$

The appropriate tracking signal would be

$$\left| \frac{Z(T)}{\hat{\Delta}(T)} \right| < C_2 \quad (6-91)$$

It is clear that the ratio $\left| \frac{Z(T)}{\hat{\Delta}(T)} \right|$ can never exceed 1.0. The proper value for C_2 is usually between 0.2 and 0.4.

If Equation 6-89a is used to compute the mean absolute deviation, a starting value, $\hat{\Delta}(0)$, must be supplied. Simulation using historical data is one approach, or frequently a relationship can be found between average demand and the standard deviation of forecast errors, and this estimated standard deviation used to provide a starting value $\hat{\Delta}(0)$.

If the tracking signal exceeds the control limit on two or three successive observations, this is a clear indication that something is wrong with the forecasting system. When the tracking signal goes out of control, the quantity $Y(T)$ [or $Z(T)$] should be reset to zero to prevent a false out of control signal in future periods. Finding the reason for the out of control signal involves many of the same procedures that one would use when initially identifying an appropriate time series model. We must usually either add another term (or terms) to the current time series model or increase the smoothing constant because certain model parameters are changing rapidly.

□EXAMPLE 6-10 To illustrate the calculations required for the cumulative error tracking signal, consider the demand data shown in column (1) of Table 6-7. Suppose that at some point prior to January, it has been determined that a constant time series model is appropriate and a smoothing constant $\alpha = 0.1$ selected. We also know that $S_{Dec} = 100.00$, $Y(Dec.) = 0.00$, and $\hat{\Delta}(Dec.) = 2.00$. The forecast for January is $\hat{x}_{Jan} = S_{Dec} = 100.00$. Forecasts for the remaining months are computed in the usual fashion (Equations 6-43 and 6-46) and are shown in column 2 of Table 6-7. The forecast error and cumulative error for each month are shown in columns 3 and 4. The mean absolute deviation for each month, shown in column 5, is computed from Equation 6-89a

For example

$$\begin{aligned} \hat{\Delta}(Jan.) &= \alpha |e_{Jan}| + (1 - \alpha)\hat{\Delta}(Dec.) \\ &= 0.1 |1.00| + (0.9)(2.00) = 1.90 \end{aligned}$$

TABLE 6-7 Sample Calculations for the Cumulative Error Tracking Signal

| t | (1) x_t | (2) \hat{x}_t | (3) e_t | (4) $Y(t)$ | (5) $\hat{\Delta}(t)$ | (6) $Y(t)/\hat{\Delta}(t)$ |
|----------|--------------|--------------------|--------------|---------------|--------------------------|-------------------------------|
| January | 101 | 100.00 | 1.00 | 1.00 | 1.90 | 0.53 |
| February | 104 | 100.10 | 3.90 | 4.90 | 2.10 | 1.69 |
| March | 98 | 100.49 | -2.49 | 2.41 | 2.14 | 1.03 |
| April | 110 | 100.24 | 9.76 | 12.17 | 2.90 | 4.20* |
| May | 120 | 101.22 | 18.78 | 30.95 | 4.49 | 8.80* |
| June | 118 | 103.10 | 14.90 | 45.85 | 5.53 | 8.29* |

nally, the tracking signal for each month is computed by dividing the current cumulative error by the current mean absolute deviation. If we choose ± 4 as the detection threshold for the tracking signal, then the first out-of-control response is generated in April, followed by out-of-control values for May and June. □

While we have concentrated primarily on the cumulative error form of the tracking signal, this method does appear to have some disadvantages relative to the smoothed error version. Suppose there was a very large, but random, error in the forecast for a particular time period. This would increase the smoothed error and the cumulative error, but assume that the increase is not quite enough to generate an out-of-control signal. Now, suppose many periods pass by with small errors averaging zero. The cumulative error remains at its large value, but the smoothed error decreases toward zero. At some point in time, a second large, random error with the same sign as the previous one occurs. The cumulative sum tracking signal will *incorrectly* generate an out-of-control signal, but the smoothed error version would not. As another example, suppose the cumulative sum tracking signal was just less than the detection threshold, and a perfect forecast occurs. Since the error is zero, the cumulative sum will not change and the mean absolute deviation will become smaller. The net effect will be to *increase* the value of the tracking signal, perhaps above the detection threshold. If a smoothed error tracking signal is employed, a perfect forecast will cause the smoothed error to decrease along with the mean absolute deviation, resulting in little change in the tracking signal.

Forecasting the Probability Distribution of Demand

In certain situations, the probability distribution of the signal may be more important than the individual observations. For example, an inventory manager might be much more interested in the probability of a demand between 140 and 150 units next period than he would be in a single-number forecast. Therefore, we would be interested in forecasting probabilities instead of individual future observations.

Suppose that x_t is a random variable having probability distribution function G , that is, $Pr\{x_t \leq \theta\} = G(\theta)$. Usually, the exact form of G is unknown and must be estimated. We require that G be stationary, or changing very slowly with time. The forecasting problem is, for a given p , $0 < p < 1$, to find $\hat{\theta}_p$, an estimate of θ_p , such that $G(\theta_p) = p$. That is, we wish to find an estimator of θ_p such that the probability is p of observing a future realization smaller than θ_p .

Assume that the observations are measured on a scale with $n + 1$ class limits, say

$$X_0 < X_1 < X_2 < \dots < X_n$$

The class limits must be defined so that each observation x_t is assigned to one and only one class. That is, there is only one k such that

$$X_{k-1} < x_t \leq X_k$$

The class limits X_0 and X_n should be finite, and there should be between 10 and 20 classes. The classes do not have to be of the same width, but may be defined to obtain information in relation to interest.

Let p_k be the probability that the random variable x_t falls in the interval from X_{k-1} to X_k , that is,

$$p_k = Pr\{X_{k-1} < x_t \leq X_k\}; \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (6-92)$$

We see that $\sum_{k=1}^n p_k = 1$. Furthermore, since

$$\sum_{j=1}^k p_j = Pr\{x_t \leq X_k\} = G(X_k)$$

we may estimate the unknown distribution function G by estimating the n probabilities p_k . We shall write these probabilities as an $(n \times 1)$ column vector \mathbf{p} , where

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix}$$

Denote the estimates of these probabilities at time t as

$$\hat{\mathbf{p}}(t) = \begin{bmatrix} \hat{p}_1(t) \\ \hat{p}_2(t) \\ \vdots \\ \hat{p}_n(t) \end{bmatrix}$$

Thus, the estimate of $G(X_k)$ is $\hat{G}(X_k) = \sum_{j=1}^k \hat{p}_j(t)$.

Suppose the t th observation, x_t is associated with the k th class interval, that is, $X_{k-1} < x_t \leq X_k$. Define an $(n \times 1)$ column vector \mathbf{u}_k that has $n - 1$ zeros and a one as the k th component. We may revise the previous period's estimates

$\hat{p}(t - 1)$ in light of the current information according to

$$\hat{p}(t) = \alpha u_k + (1 - \alpha)\hat{p}(t - 1) \quad (6-93)$$

It is not difficult to show that $\hat{p}(t)$ is unbiased [$E\{\hat{p}(t)\} = p$] and the variance of the k th estimated probability is $\sigma_{\hat{p}_k}^2 = \frac{\alpha}{2 - \alpha} p_k(1 - p_k)$. See Exercise 6-30.

An initial estimate of the probabilities $\hat{p}(0)$ is required. This may be a subjective estimate, or may be obtained through an analysis of historical data.

Consider the forecasting problem. Suppose we have available the n probabilities $\hat{p}(t)$ and are given a probability of interest, say p . We wish to estimate a value θ_p such that the probability of a future observation being smaller than θ_p is p , that is, $G(\theta_p) = p$. If p is such that one of the class limits exactly satisfies $p = \hat{G}(X_k)$, the problem is easily solved by estimating θ_p with $\hat{\theta}_p = X_k$. However, if

$$\hat{G}(X_{k-1}) < p < \hat{G}(X_k)$$

then we may estimate θ_p by linear interpolation as

$$\hat{\theta}_p = \frac{[\hat{G}(X_k) - p]X_{k-1} + [p - \hat{G}(X_{k-1})]X_k}{\hat{G}(X_k) - \hat{G}(X_{k-1})} \quad (6-94)$$

It may be desirable to use other interpolation schemes near the tails of the distribution or if the class limits in the region of interest are widely spaced.

□EXAMPLE 6-11 Suppose that at time $t - 1$ the data in Table 6-8 concerning the daily demand of an electronic component are available. The observation in period t is $x_t = 34$. Thus, the vector $u_4 = [0, 0, 0, 1, 0]$, and using $\alpha = 0.1$,

TABLE 6-8 Demand Data

| k | CLASS LIMIT, X_k | PROBABILITY, $\hat{p}_k(t - 1)$ | $\hat{G}(X_k)$ |
|-----|-----------------------|------------------------------------|----------------|
| 0 | 0 | | 0.00 |
| 1 | 10 | 0.60 | 0.60 |
| 2 | 20 | 0.15 | 0.75 |
| 3 | 30 | 0.15 | 0.90 |
| 4 | 40 | 0.05 | 0.95 |
| 5 | >50 | 0.05 | 1.00 |

6-10. The Box-Jenkins Models

Most of the forecasting techniques discussed in previous sections of this chapter are based on exponential smoothing, which is derived from the discounted least-squares criterion (see Sections 6-4.1 and 6-4.3). This approach assumes that the mean of the time series is a deterministic function of time, and actual observations are generated by adding a random error component to the mean. For example, Equation 6-47 says that the mean is a linear deterministic function of time, to which a realization of the random variable $\{\varepsilon_t\}$ is added to produce the t th observation, x_t . If the $\{\varepsilon_t\}$ are assumed to be independent random variables, then the $\{x_t\}$ are also independent. This assumption is frequently made, even when it is unwarranted.

Successive observations in many time series are highly dependent. If this is the case, then the models presented previously are inappropriate, because they do not take advantage of this dependency in the most effective way. This is not to say that exponential smoothing methods do not work for time series in which observations are dependent; they may work reasonably well. However, forecasting methods are available that exploit this dependency and generally produce superior results. We now turn our attention to some of these alternative models.

Many of these alternative models assume that a time series in which successive observations are dependent can be modeled as a linear combination of independent random variables, say $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$, that are drawn from a stable distribution, usually assumed normal with mean zero and variance σ_ε^2 . The sequence of random variables $\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots$, is often called a white noise process. The linear combination of the $\{\varepsilon_t\}$ could be written as

$$x_t = \mu + \psi_0 \varepsilon_t + \psi_1 \varepsilon_{t-1} + \psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots \quad (6-106)$$

where the $\psi_i (i = 0, 1, \dots)$ are weights and μ determines the level of the process. Equation 6-106 is usually called a linear filter. Clearly successive observations of x_t are dependent, because they are generated from the same previous realizations of $\{\varepsilon_t\}$, and are normally distributed if the $\{\varepsilon_t\}$ are normally distributed. In light of (6-106), it is reasonable to define a time series model as a function that transforms the time series into a white noise process.⁷

Time series models derived from Equation 6-106 have been reported extensively in the statistics literature. Box and Jenkins (1) have unified this methodology and evolved a philosophy for its use. For this reason, time series models derived from (6-106) are often called Box-Jenkins models. We shall now briefly present their approach to forecasting.

⁷ This definition, and much of the terminology and notation of this section, is derived from Box and Jenkins (1).

A Class of Time Series Models

The linear filter (6-106) would not be a very useful model in practice, as it contains an infinite number of unknown parameters (the ψ weights). Our approach will be to develop *parsimonious* models, that is, models that contain few parameters, yet are useful in modeling time series.

An alternate way of writing (6-106) is in terms of the backward shift operator, B , defined such that

$$B\varepsilon_t = \varepsilon_{t-1}$$

and

$$B^p\varepsilon_t = \varepsilon_{t-p}$$

Using this notation, the linear filter (6-106) becomes

$$x_t - \mu = (\psi_0 B^0 + \psi_1 B^1 + \psi_2 B^2 + \dots)\varepsilon_t$$

or

$$x_t - \mu = \Psi(B)\varepsilon_t$$

where $\Psi(B) = \psi_0 B^0 + \psi_1 B^1 + \psi_2 B^2 + \dots$

Models derived from (6-106) are capable of representing both *stationary* and *nonstationary* time series. By *stationary*, we imply that the time series fluctuates randomly about a constant mean level, and by *nonstationary* we imply that the time series has no natural mean. Generally, if the sequence of weights ψ_0, ψ_1, \dots in (6-106) is finite or infinite and convergent the time series is stationary with mean μ . If ψ_0, ψ_1, \dots is infinite and diverges the time series is nonstationary and μ is only a reference point for the level of the series.

Autoregressive Models. It is convenient to work with the time series defined in terms of deviations from μ . Therefore, let $\tilde{x}_t = x_t - \mu$, for all t . An important special case of (6-106) is the model

$$\tilde{x}_t = \phi_1 \tilde{x}_{t-1} + \phi_2 \tilde{x}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{x}_{t-p} + \varepsilon_t \quad (6-107)$$

Equation 6-107 is called an *autoregressive* process, because the current observation, \tilde{x}_t , is "regressed" on previous values $\tilde{x}_{t-1}, \tilde{x}_{t-2}, \dots, \tilde{x}_{t-p}$. The process contains p unknown parameters $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$; therefore we would specifically refer to (6-107) as an autoregressive process of order p , abbreviated AR(p). Clearly the AR(p) process is a special case of the linear filter model (6-106), since we can substitute successively for \tilde{x}_{t-j} on the right-hand side of (6-107) to obtain an infinite series in the ε 's.

Two important autoregressive processes are the AR(1) process

$$\tilde{x}_t = \phi_1 \tilde{x}_{t-1} + \varepsilon_t$$

and the AR(2) process

$$\tilde{x}_t = \phi_1 \tilde{x}_{t-1} + \phi_2 \tilde{x}_{t-2} + \varepsilon_t$$

Both of these processes are frequently useful in modeling time series.

Equation 6-107 can be written in terms of the backward shift operator as

$$\tilde{x}_t = (\phi_1 B + \phi_2 B^2 + \dots + \phi_p B^p)\tilde{x}_t + \varepsilon_t$$

or

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)\tilde{x}_t = \varepsilon_t \quad (6-108)$$

Letting

$$\Phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

Equation 6-108 becomes

$$\Phi_p(B)\tilde{x}_t = \varepsilon_t \quad (6-109)$$

The autoregressive model may be used to represent both stationary and nonstationary time series. Box and Jenkins show that if the roots of the polynomial $\Phi_p(B) = 0$ lie *outside* the unit circle, the process is stationary. This is equivalent to saying that, for example, in the AR(1) process we must have

$$|\phi_1| < 1$$

and in the AR(2) process

$$\phi_1 + \phi_2 < 1$$

$$\phi_2 - \phi_1 < 1$$

$$|\phi_2| < 1$$

for stationarity. While it is theoretically possible to model a nonstationary time series by an appropriately chosen autoregressive process, this is not usually done, because more effective methods are available.

Moving Average Models. Consider the special case of the linear filter (6-106) with only the first q weights nonzero. This yields

$$\begin{aligned} \tilde{x}_t &= \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \\ &= (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)\varepsilon_t \\ &= \Theta_q(B)\varepsilon_t \end{aligned} \quad (6-110)$$

say, where $-\theta_1, -\theta_2, \dots, -\theta_q$ are the *finite* set of weights from (6-106). The model (6-110) is called a *moving average process* of order q , abbreviated MA(q). Two important and very useful special cases are the MA(1) process

$$\tilde{x}_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

and the MA(2) process

$$\tilde{x}_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2}$$

The name "moving average" may be somewhat misleading, as the weights $\theta_i (i = 1, 2, \dots, q)$ need not sum to unity or be positive.

There is an interesting duality between the moving average and autoregressive

processes. For example, consider the MA(1) process

$$\begin{aligned}\tilde{x}_t &= \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} \\ &= (1 - \theta_1 B) \varepsilon_t\end{aligned}$$

which solved for ε_t yields

$$\varepsilon_t = (1 - \theta_1 B)^{-1} \tilde{x}_t$$

Now if $|\theta_1| < 1$, this last equation becomes

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \left(\sum_{j=0}^{\infty} \theta_1^j B^j \right) \tilde{x}_t \\ &= (1 + \theta_1 B + \theta_1^2 B^2 + \dots) \tilde{x}_t\end{aligned}$$

which is an infinite-order autoregressive process with weights $\phi_j = \theta_1^j$. That is, we have inverted the MA(1) process to obtain an AR(∞) process. The condition

$$|\theta_1| < 1$$

is called the *invertibility condition* for an MA(1) process. In general, for the MA(q) model to be invertible to an AR(∞) process we must require that the roots of $\Theta_q(B) = 0$ must lie outside the unit circle. However, moving average processes are *stationary* for any choice of the weights. This duality holds true for autoregressive processes as well; that is, the finite AR(p) process can be inverted to give an infinite-order moving average process:

Mixed Autoregressive-Moving Average Models. In building an empirical model of an actual time series, it may lead to a more parsimonious model to include *both* autoregressive and moving average parameters. This leads to the mixed autoregressive-moving average model of order (p, q)

$$\begin{aligned}\tilde{x}_t &= \phi_1 \tilde{x}_{t-1} + \phi_2 \tilde{x}_{t-2} + \dots + \phi_p \tilde{x}_{t-p} \\ &\quad - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} + \varepsilon_t \\ \Phi_p(B) \tilde{x}_t &= \Theta_q(B) \varepsilon_t\end{aligned} \tag{6-111}$$

which would be abbreviated ARMA(p, q). For example, a particularly useful model is the ARMA(1, 1) process

$$\tilde{x}_t - \phi_1 \tilde{x}_{t-1} = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

which can be written as

$$\tilde{x}_t = \phi_1 \tilde{x}_{t-1} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

The stationarity and invertibility conditions for the AR(p) and MA(q) processes establish these properties for the ARMA (p, q) process. For example, the ARMA(1, 1) process is *stationary* if $|\phi_1| < 1$ and *invertible* if $|\theta_1| < 1$.

Nonstationary Processes. As previously discussed, many time series behave as if they have no constant mean; that is, in any local segment of time the observations look like those in any other segment, apart from their average. We call such a time series *nonstationary in the mean*. Similarly, it is possible for a time series to exhibit nonstationary behavior in *both mean and slope*, that is, apart from the mean and slope, observations in different segments of time look very much alike.

To understand how nonstationary behavior can be incorporated into a time series model, consider the discrete, deterministic signals shown in Figure 6-11.

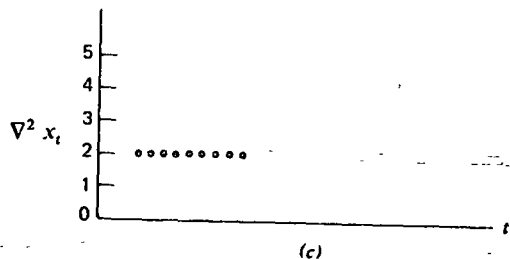
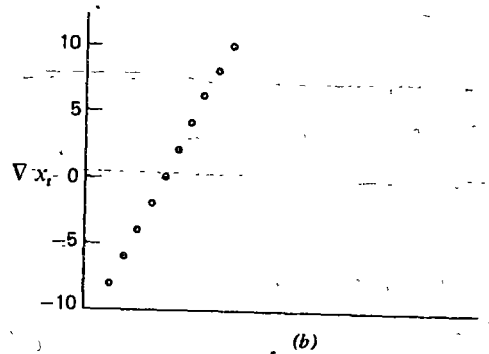
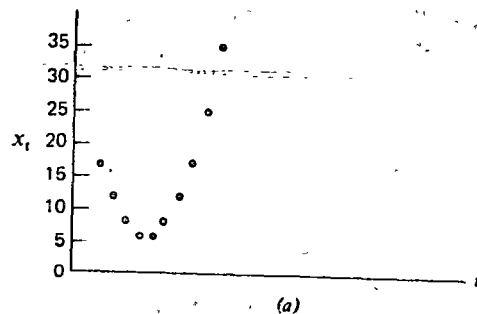


FIGURE 6-11. Reducing a discrete, nonstationary signal to a stationary signal.

The function in Figure 6-11a exhibits nonstationary behavior in both mean and slope. Its first difference, however, shown in Figure 6-11b, is nonstationary in the mean only. Finally the second difference, shown in Figure 6-11c, is stationary. Therefore, it seems reasonable to use differencing to reduce a nonstationary stochastic time series to a stationary one.

Define the (backward) difference operator, ∇ , such that

$$\nabla x_t = x_t - x_{t-1} \quad (6-112)$$

Clearly, ∇ can be expressed in terms of the backward shift operator B as $\nabla = (1 - B)$, allowing higher degrees of differencing to be expressed as $\nabla^2 = (1 - B)^2$, $\nabla^3 = (1 - B)^3$, ..., $\nabla^d = (1 - B)^d$, ... For example, $\nabla^2 x_t = (1 - B)^2 x_t = x_t - 2x_{t-1} + x_{t-2}$. The difference operator always operates on the original observations. Differencing produces a new series $w_t = \nabla^d x_t = \nabla^d \tilde{x}_t$. In general, the new series $\{w_t\}$ may not have a zero mean.

The mathematical model for the *autoregressive integrated moving average* process of order (p, d, q) , denoted $\text{ARIMA}(p, d, q)$, is

$$\Phi_p(B) \nabla^d x_t = \Theta_q(B) \varepsilon_t \quad (6-113)$$

An alternate way of writing (6-113) is

$$\Phi_p(B) w_t = \Theta_q(B) \varepsilon_t, \quad \text{since } w_t = \nabla^d \tilde{x}_t$$

If the differenced series w_t has a nonzero mean, say μ_w , then the ARIMA process would be

$$\Phi_p(B)(w_t - \mu_w) = \Theta_q(B) \varepsilon_t$$

The effect of allowing μ_w to be nonzero is to introduce a deterministic polynomial term into the eventual forecast function, and for this reason we usually assume that $\mu_w = 0$, unless the data indicates otherwise. For a more complete discussion of including deterministic functions of time in the model, see Box and Jenkins (1, pp. 91-94, 193-195).

In practice, most time series can be adequately modeled by an ARIMA process in which p , d , and q do not exceed 2. For example, an important process is the $\text{ARIMA}(1, 1, 1)$ process

$$(1 - \phi_1 B) \nabla x_t = (1 - \theta_1 B) \varepsilon_t$$

or

$$x_t = (1 + \phi_1)x_{t-1} - \phi_1 x_{t-2} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

Notice that for appropriate choices of p and q with $d = 0$, the ARIMA process includes the autoregressive, moving average, and mixed models discussed previously as special cases. Thus, the $\text{ARIMA}(p, d, q)$ process in Equation 6-113 represents a useful and flexible class of time series models.

Calculation of the ψ Weights. It is useful in forecasting to be able to express any $\text{ARIMA}(p, d, q)$ model in terms of the ψ weights of the linear filter (6-106)

To see how this may be done, recall that the linear filter can be written as

$$\tilde{x}_t = \Psi(B) \varepsilon_t$$

or

$$\varepsilon_t = \frac{\tilde{x}_t}{\Psi(B)}$$

Substituting into (6-113) with the x_t corrected for μ yields

$$\Phi_p(B) \nabla^d \tilde{x}_t = \Theta_q(B) \frac{\tilde{x}_t}{\Psi(B)}$$

or

$$\Psi(B) \Phi_p(B) (1 - B)^d \tilde{x}_t = \Theta_q(B) \tilde{x}_t$$

Therefore, the ψ weights may be obtained by equating coefficients of like powers of B in the expansion

$$(\psi_0 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \dots)(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)(1 - B)^d = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$$

For example, consider the $\text{ARMA}(1, 1)$ model

$$(1 - \phi_1 B) \tilde{x}_t = (1 - \theta_1 B) \varepsilon_t$$

To find the ψ weights we would equate coefficients of like powers of B in

$$(\psi_0 + \psi_1 B + \dots)(1 - \phi_1 B) = (1 - \theta_1 B)$$

For B^0 , this yields $\psi_0 = 1$. For B^1 , we find $\psi_1 = \phi_1 - \theta_1$. For B^2 the coefficients are

$$\psi_2 - \phi_1 \psi_1 = 0$$

which yields $\psi_2 = \phi_1(\phi_1 - \theta_1)$. It is not difficult to show that the j th ψ weight is $\psi_j = \phi_1^{j-1}(\phi_1 - \theta_1)$.

Seasonal Models. Differencing will not produce stationarity in seasonal time series. In general, the models presented in this section are not appropriate for seasonal data. The interested reader is referred to Chapter 9 of Box and Jenkins (1), where a useful class of models for seasonal time series is discussed.

8-10.2 Forecasting with the Box-Jenkins Models

In Reference 1, Box and Jenkins present a general philosophy for the development of an appropriate time series model and its use in forecasting. Their approach consists of a three-step iterative procedure. First, a tentative model

identified from actual data. Then the unknown parameters in the model are estimated. Finally, diagnostic checks are performed to determine the adequacy of the model, or to indicate possible improvements.

Identification. Tentative identification of a time series model is done by analysis of historical data. Usually, at least 50 observations are required to achieve satisfactory results. The primary tool used in this analysis is the autocorrelation function.

Consider the stationary time series x_1, x_2, \dots, x_N . The theoretical autocorrelation function is

$$\rho_k = \frac{E[(x_t - \mu)(x_{t+k} - \mu)]}{\sigma_x^2}, \quad k = 0, 1, \dots \quad (6-114)$$

where σ_x^2 is the variance of the series. The quantity ρ_k is called the autocorrelation at lag k . Obviously, $\rho_0 = 1$. The theoretical autocorrelation function is never known with certainty, and must be estimated. A satisfactory estimate of ρ_k is the sample autocorrelation function

$$\hat{\rho}_k = \frac{\frac{1}{N-k} \sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(x_{t+k} - \bar{x})}{\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2}, \quad k = 0, 1, \dots, K \quad (6-115)$$

For useful results, we would usually compute the first $K \leq N/4$ autocorrelations.

As a supplemental aid the partial autocorrelation or conditional correlation function often proves useful. We shall define the partial autocorrelation coefficient ϕ_{kk} as the k th coefficient in an autoregressive process of order k . It can be shown (see Reference 1, Chapter 3), that the partial autocorrelation coefficients satisfy the following *Yule-Walker equations*

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (6-116)$$

We may estimate the partial autocorrelation coefficients by substituting $\hat{\rho}_j$ for ρ_j in (6-116), yielding

$$\hat{\rho}_j = \phi_{k1}\hat{\rho}_{j-1} + \phi_{k2}\hat{\rho}_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\hat{\rho}_{j-k}, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (6-117)$$

and solving the resulting equations for $k = 1, 2, \dots, K$ to obtain $\hat{\phi}_{11}, \hat{\phi}_{22}, \dots, \hat{\phi}_{KK}$, the sample partial autocorrelation function.⁸

From the sample (estimated) autocorrelation and partial autocorrelation function, which can be conveniently exhibited by a graph, a tentative model is selected by comparison with the *theoretical* autocorrelation and partial

⁸ Sample partial autocorrelations computed from (6-117) are sensitive to round-off errors. For a fuller discussion, see Box and Jenkins (1, Chapter 3).

autocorrelation function patterns. These theoretical patterns are shown in Table 6-9.

By "tailing off" in Table 6-9, we mean that the function has an approximately exponential, sinusoidal, or geometric decay, with a relatively large number of nonzero values. By "cutting off" we mean that the function truncates abruptly, with only a very few nonzero values. Notice that the duality referred to earlier between the autoregressive and moving average processes is also evident in Table 6-9. The autoregressive process has an autocorrelation function that tails off and a partial autocorrelation function that cuts off, while the moving average process has an autocorrelation function that cuts off and a partial autocorrelation function that tails off.

The standard errors of the autocorrelation and partial autocorrelation function are useful in identifying nonzero values. Box and Jenkins show that the estimated standard error of the k th autocorrelation coefficient is

$$S(\hat{\rho}_k) \approx N^{-1/2} \left[1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} r_j \right] \quad (6-118)$$

where

$$r_j = \begin{cases} \hat{\rho}_j & \text{if } \rho_j \neq 0 \\ 0 & \text{if } \rho_j = 0 \end{cases}$$

The estimated standard error of the k th partial autocorrelation coefficient is

$$S(\hat{\phi}_{kk}) \approx N^{-1/2} \quad (6-119)$$

Generally, we will assume an autocorrelation or partial autocorrelation to be zero if the absolute value of its estimate is less than twice its standard error. It is useful to plot the limits $\pm 2S(\hat{\rho}_k)$ and $\pm 2S(\hat{\phi}_{kk})$ directly on the graphs of the functions.

The sample autocorrelation and partial autocorrelation functions of nonstationary time series die down extremely slowly from a value of one. If this type of behavior is exhibited, the usual approach is to compute the autocorrelation and partial autocorrelation functions for the first difference of the

TABLE 6-9 Behavior of Theoretical Autocorrelation and Partial Autocorrelation Functions for Stationary Models

| MODEL | AUTOCORRELATION FUNCTION | PARTIAL AUTOCORRELATION FUNCTION |
|-------------------|--|--|
| AR(ρ) | Tails off | Cuts off after lag ρ |
| MA(q) | Cuts off after lag q | Tails off |
| ARMA(ρ, q) | Tails off, exhibits damped sine wave after $(q - \rho)$ lags | Tails off, exhibits damped sine wave after $(\rho - q)$ lags |

series. If these functions behave according to Table 6-9, then one degree of differencing is necessary to achieve stationarity. If not, then we must try successively higher-order differencing until stationary behavior is produced.

The actual identification of time series requires skill obtained by practice. Several excellent examples of identification are given in Box and Jenkins (1, Chapter 6).

Estimation. Once the time series has been tentatively identified, the usual procedure is to obtain the least-squares estimates of the model parameters. In Section 6-2 we defined a linear model as a relationship linear in the unknown parameters. It is easy to see that this implies that if a model is linear, then the partial derivative of the ε_t with respect to any parameter is not a function of the parameters. For example, consider the AR(p) process

$$\tilde{x}_t = \phi_1 \tilde{x}_{t-1} + \phi_2 \tilde{x}_{t-2} + \cdots + \phi_p \tilde{x}_{t-p} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \tilde{x}_t - \phi_1 \tilde{x}_{t-1} - \phi_2 \tilde{x}_{t-2} - \cdots - \phi_p \tilde{x}_{t-p}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_t}{\partial \phi_i} = \tilde{x}_{t-i}, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

is not a function of the ϕ_i , we may estimate the parameters in an AR(p) process by *linear least squares*.

EXAMPLE 6-13 We shall illustrate the above ideas by obtaining the linear least squares estimators for the AR(2) process

$$\tilde{x}_t = \phi_1 \tilde{x}_{t-1} + \phi_2 \tilde{x}_{t-2} + \varepsilon_t$$

Suppose N observations are available. Then we may write the data for the AR(2) model in matrix form as

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_3 \\ \tilde{x}_4 \\ \vdots \\ \tilde{x}_{N-1} \\ \tilde{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_2 & \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_3 & \tilde{x}_2 \\ \vdots & \vdots \\ \tilde{x}_{N-2} & \tilde{x}_{N-3} \\ \tilde{x}_{N-1} & \tilde{x}_{N-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \vdots \\ \varepsilon_{N-1} \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\phi} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Therefore, from the results of Section 6-2, the estimated autoregressive parameters are

$$\hat{\boldsymbol{\phi}} = (\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1}\mathbf{Z}'\mathbf{x}$$

Notice that we have used only the last $N - 2$ observations because the quantities x_0 and x_{-1} , required by the AR(2) process at time $t = 1$, do not exist. An alternate solution to this starting value problem is to set $x_0 = x_{-1} = 0$ and use the full set of N observations. If N is large, the least-squares estimators are insensitive to the latter approach \square

Estimation of the moving average model parameters is not so simple. For example, consider the MA(1) process

$$\tilde{x}_t = a_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$$

or

$$\varepsilon_t = (1 - B\theta_1)^{-1} \tilde{x}_t$$

The first derivative is

$$\frac{d\varepsilon_t}{d\theta_1} = B(1 - B\theta_1)^{-2}$$

a function of the unknown parameter θ_1 . Therefore, the parameters in models with moving average terms cannot be estimated by linear least squares. A treatment of *nonlinear* least squares is beyond the scope of this book, but rough estimates of the parameters may be obtained by applying direct search techniques to the sum of squares function

$$SS_E = \sum_{t=1}^N (x_t - \hat{x}_t)^2$$

Several efficient algorithms for nonlinear least squares are discussed at an elementary level by Draper and Smith (7), and a more advanced treatment is in Chapter 7 of Box and Jenkins (1).

Diagnostic Checking. If the fitted model is appropriate, it should transform the observations to a white noise process. Thus, a logical method of diagnostic checking is to compute the residuals, say $e_t = x_t - \hat{x}_t$, then construct and examine their autocorrelation function. If the model is appropriate, the residual autocorrelation function should have no structure to identify, that is, the autocorrelations should not differ significantly from zero for all lags greater than one. Box and Jenkins (1, Chapter 8) present additional methods of diagnostic checking, including a test for lack of fit. Careful residual analysis can often indicate potential improvements in the model.

Forecasting. Once the correct time series model has been identified, its parameters estimated, and diagnostic checks performed, the model may be used to generate forecasts that are optimal in a minimum mean square error sense. Denote the current period by T , and assume that we wish to forecast the signal in period $T + \tau$. Let $\hat{x}_{T+\tau}$ (or $\hat{\tilde{x}}_{T+\tau}$ if the series is corrected for the mean) represent the forecast for period $T + \tau$.

The forecasts may be obtained by taking expectation at origin T of the model written at time $T + \tau$. As a general rule, the forecast for period $T + \tau$ must be built up from the forecasts for periods $T + 1, T + 2, \dots, T + \tau - 1$. In this procedure, the x_{T+j} that have not occurred at time T are replaced by their forecasts \hat{x}_{T+j} , the ε_{T-j} that have occurred are estimated from $e_{T-j} = x_{T-j} - \hat{x}_{T-j}$, and the ε_{T+j} that have not occurred are replaced by zeros. For example, consider the ARIMA(1, 1, 1) model, written at the end of time $T + \tau$

$$x_{T+\tau} = (1 + \phi_1)x_{T+\tau-1} - \phi_1x_{T+\tau-2} + \varepsilon_{T+\tau} - \theta_1\varepsilon_{T+\tau-1}$$

On taking expectation at time T we find for $\tau = 1$

$$E[x_{T+1}] \equiv \hat{x}_{T+1} = (1 + \phi_1)x_T - \phi_1x_{T-1} - \theta_1e_T$$

Since $E[\varepsilon_{T+1}] = 0$, and at the end of time T , ε_T may be estimated by the residual at time T , $e_T = x_T - \hat{x}_T$. For $\tau \geq 2$ we would obtain by similar reasoning

$$E[x_{T+\tau}] \equiv \hat{x}_{T+\tau} = (1 + \phi_1)\hat{x}_{T+\tau-1} - \phi_1\hat{x}_{T+\tau-2}$$

It is also possible to generate the forecasts using the model expressed in terms of the ψ weights. In general, at origin T , we may write

$$x_{T+\tau} = \psi_1\varepsilon_{T+\tau-1} + \dots + \psi_{\tau-1}\varepsilon_{T+1} + \psi_\tau\varepsilon_T + \psi_{\tau+1}\varepsilon_{T-1} + \dots + \varepsilon_{T+\tau} \quad (6-120)$$

However, at times $t > T$ we would replace the corresponding ε_t by zero and at times $t \leq T$ we would replace ε_t by e_t , so the forecast may be written as

$$\hat{x}_{T+\tau} = \hat{\psi}_\tau e_T + \hat{\psi}_{\tau+1} e_{T-1} + \dots \quad (6-121)$$

The estimated weights $\hat{\psi}_\tau, \hat{\psi}_{\tau+1}, \dots$ can be obtained from the $\{\hat{\phi}_i\}$ and $\{\hat{\theta}_j\}$ as previously described

Probability limits on the forecast at any lead time may also be computed. The variance of the τ -step ahead forecast error is

$$V(\tau) = \left\{ 1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \psi_j^2 \right\} \sigma_\varepsilon^2$$

Thus, approximate $100(1 - \alpha)$ percent probability limits on the forecast for period $T + \tau$ would be computed from

$$\hat{x}_{T+\tau} \pm z_{\alpha/2} \left\{ 1 + \sum_{j=1}^{\tau-1} \hat{\psi}_j^2 \right\}^{1/2} s_\varepsilon \quad (6-122)$$

where s_ε is an estimate of σ_ε and $z_{\alpha/2}$ is a percentage point of the standard normal density such that $Pr\{Z \geq z_{\alpha/2}\} = \alpha/2$

EXAMPLE 6-14 The weekly sales of a plastic container since its introduction nearly six years ago are shown in Table 6-10. The container is manufactured by an injection molding process, and has become widely used by

TABLE 6-10 Weekly Sales of A Plastic Container, x_t (300 Observations, Read Across)

| | | | | | | | | | |
|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 592 | 1208 | 1864 | 2508 | 3160 | 3792 | 4419 | 5023 | 5626 | 6250 |
| 6902 | 7564 | 8223 | 8900 | 9569 | 10226 | 10823 | 11304 | 11785 | 12252 |
| 12724 | 13339 | 13940 | 14514 | 15102 | 15648 | 16212 | 16725 | 17217 | 17839 |
| 18463 | 19094 | 19718 | 20342 | 20966 | 21563 | 22167 | 22802 | 23431 | 24044 |
| 24562 | 25131 | 25676 | 26205 | 26718 | 27215 | 27767 | 28389 | 28974 | 29502 |
| 30022 | 30542 | 31044 | 31556 | 32092 | 32636 | 33196 | 33772 | 34347 | 34915 |
| 35502 | 36078 | 36643 | 37219 | 37804 | 38381 | 38974 | 39513 | 40044 | 40634 |
| 41237 | 41853 | 42430 | 42977 | 43529 | 44081 | 44657 | 45277 | 45917 | 46517 |
| 47100 | 47692 | 48241 | 48802 | 49399 | 49992 | 50501 | 51214 | 51855 | 52499 |
| 53127 | 53763 | 54387 | 54979 | 55591 | 56219 | 56843 | 57491 | 58127 | 58767 |
| 59264 | 59777 | 60298 | 60779 | 61348 | 61942 | 62521 | 63041 | 63576 | 64082 |
| 64550 | 65074 | 65594 | 66168 | 66664 | 67204 | 67711 | 68272 | 68837 | 69414 |
| 70012 | 70617 | 71211 | 71701 | 72214 | 72740 | 73283 | 73889 | 74509 | 75115 |
| 75743 | 76351 | 76971 | 77585 | 78169 | 78745 | 79309 | 79918 | 80563 | 81184 |
| 81761 | 82318 | 82855 | 83384 | 83921 | 84476 | 85028 | 85647 | 86275 | 86889 |
| 87493 | 88097 | 88737 | 89361 | 90017 | 90668 | 91313 | 91938 | 92575 | 93156 |
| 93669 | 94182 | 94695 | 95201 | 95679 | 96183 | 96783 | 97397 | 97989 | 98603 |
| 99223 | 99839 | 100478 | 101095 | 101724 | 102333 | 102902 | 103516 | 104157 | 104784 |
| 105411 | 106026 | 106626 | 107214 | 107806 | 108418 | 109048 | 109688 | 110321 | 110961 |
| 111586 | 112211 | 112828 | 113437 | 114038 | 114663 | 115288 | 115904 | 116519 | 117121 |
| 117688 | 118280 | 118916 | 119548 | 120130 | 120647 | 121210 | 121773 | 122350 | 122947 |
| 123540 | 124102 | 124705 | 125255 | 125769 | 126325 | 126893 | 127501 | 128133 | 128769 |
| 129402 | 129994 | 130491 | 130996 | 131565 | 132142 | 132719 | 133280 | 133863 | 134435 |
| 134997 | 135587 | 136187 | 136812 | 137424 | 138024 | 138648 | 139272 | 139909 | 140534 |
| 141171 | 141768 | 142329 | 142878 | 143423 | 144000 | 144585 | 145168 | 145738 | 146294 |
| 146832 | 147364 | 147920 | 148520 | 149128 | 149744 | 150342 | 150902 | 151407 | 151895 |
| 152396 | 152885 | 153390 | 153939 | 154520 | 155129 | 155742 | 156374 | 157006 | 157648 |
| 158295 | 158951 | 159655 | 160339 | 161039 | 161723 | 162410 | 163050 | 163698 | 164366 |
| 165031 | 165680 | 166321 | 166934 | 167559 | 168193 | 168882 | 169580 | 170277 | 170954 |
| 171602 | 172220 | 172852 | 173500 | 174136 | 174764 | 175364 | 175956 | 176560 | 177197 |

several pharmaceutical houses as a package for a prescription drug. From examining Table 6-10, we see that demand has increased steadily, causing an explosive behavior in the time series. The sample autocorrelation function for this series computed from Equation 6-115 is shown in Figure 6-12 (page 474). We see that the autocorrelation function does not die down rapidly, and conclude from this that the time series is nonstationary. Therefore, some degree of differencing will be necessary to produce stationarity.

The first difference of the time series, say $w_t = \nabla x_t$, ($t = 1, 2, \dots, 300$), shown in Table 6-11, is plotted in Figure 6-13 (page 475). From looking at these displays, it appears that the nonstationary behavior of the original series has been eliminated by differencing. This is confirmed by the sample autocorrelation function of w_t , shown in Figure 6-14a (page 475), which exhibits the sinusoidal decay of a stationary series.

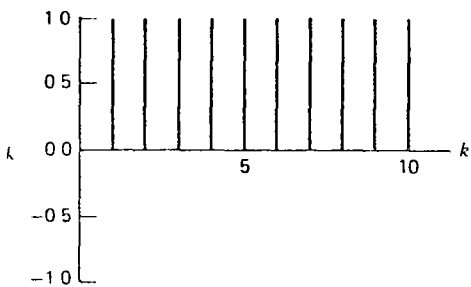


FIGURE 6-12 Sample autocorrelation function for the data in Table 6-10

TABLE 6-11 The First Difference of Weekly Plastic Container Sales, $w_t = \nabla x_t$

| | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 592 | 616 | 656 | 644 | 652 | 632 | 627 | 604 | 603 | 624 |
| 653 | 661 | 659 | 677 | 669 | 657 | 597 | 481 | 481 | 467 |
| 472 | 615 | 601 | 574 | 588 | 546 | 564 | 513 | 492 | 622 |
| 624 | 631 | 624 | 624 | 624 | 597 | 604 | 635 | 629 | 613 |
| 518 | 569 | 545 | 529 | 513 | 497 | 552 | 622 | 585 | 528 |
| 520 | 520 | 502 | 512 | 536 | 544 | 560 | 576 | 575 | 568 |
| 587 | 576 | 565 | 576 | 585 | 577 | 593 | 539 | 531 | 590 |
| 603 | 616 | 577 | 547 | 552 | 552 | 576 | 620 | 640 | 600 |
| 583 | 592 | 549 | 561 | 597 | 593 | 609 | 613 | 641 | 644 |
| 628 | 636 | 624 | 592 | 612 | 628 | 624 | 648 | 636 | 640 |
| 497 | 513 | 521 | 481 | 569 | 594 | 579 | 520 | 535 | 506 |
| 468 | 524 | 520 | 574 | 496 | 540 | 507 | 561 | 565 | 577 |
| 598 | 605 | 594 | 490 | 513 | 526 | 543 | 606 | 620 | 606 |
| 628 | 608 | 620 | 614 | 584 | 576 | 564 | 609 | 645 | 621 |
| 577 | 557 | 537 | 529 | 537 | 555 | 552 | 619 | 628 | 614 |
| 604 | 604 | 640 | 624 | 656 | 651 | 645 | 525 | 637 | 581 |
| 513 | 513 | 513 | 506 | 478 | 504 | 600 | 614 | 592 | 614 |
| 620 | 616 | 639 | 617 | 629 | 609 | 569 | 614 | 641 | 627 |
| 627 | 615 | 600 | 588 | 592 | 612 | 630 | 640 | 633 | 640 |
| 625 | 625 | 617 | 609 | 601 | 625 | 625 | 616 | 615 | 602 |
| 567 | 592 | 636 | 632 | 582 | 517 | 563 | 563 | 577 | 597 |
| 593 | 562 | 603 | 550 | 514 | 556 | 568 | 608 | 632 | 636 |
| 633 | 592 | 497 | 505 | 569 | 577 | 577 | 561 | 583 | 572 |
| 562 | 590 | 600 | 625 | 612 | 600 | 624 | 624 | 637 | 625 |
| 637 | 597 | 561 | 549 | 545 | 577 | 585 | 583 | 570 | 556 |
| 538 | 532 | 556 | 600 | 608 | 616 | 598 | 560 | 505 | 488 |
| 501 | 489 | 505 | 549 | 581 | 609 | 613 | 632 | 632 | 642 |
| 647 | 656 | 704 | 684 | 700 | 684 | 687 | 640 | 648 | 668 |
| 665 | 649 | 641 | 613 | 625 | 634 | 689 | 698 | 697 | 677 |
| 648 | 618 | 632 | 648 | 636 | 628 | 600 | 592 | 604 | 637 |

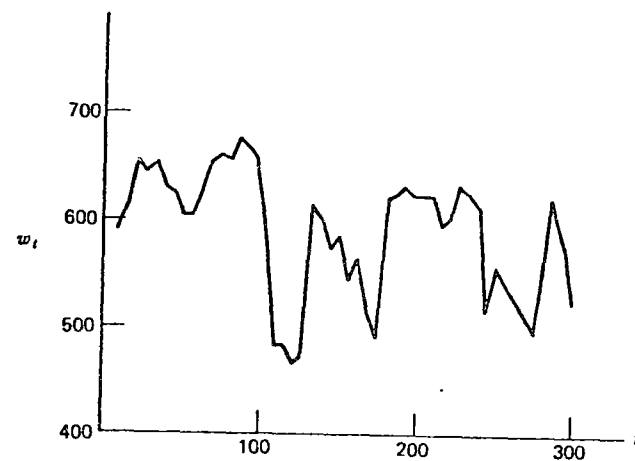


FIGURE 6-13 The first difference, $w_t = \nabla x_t$

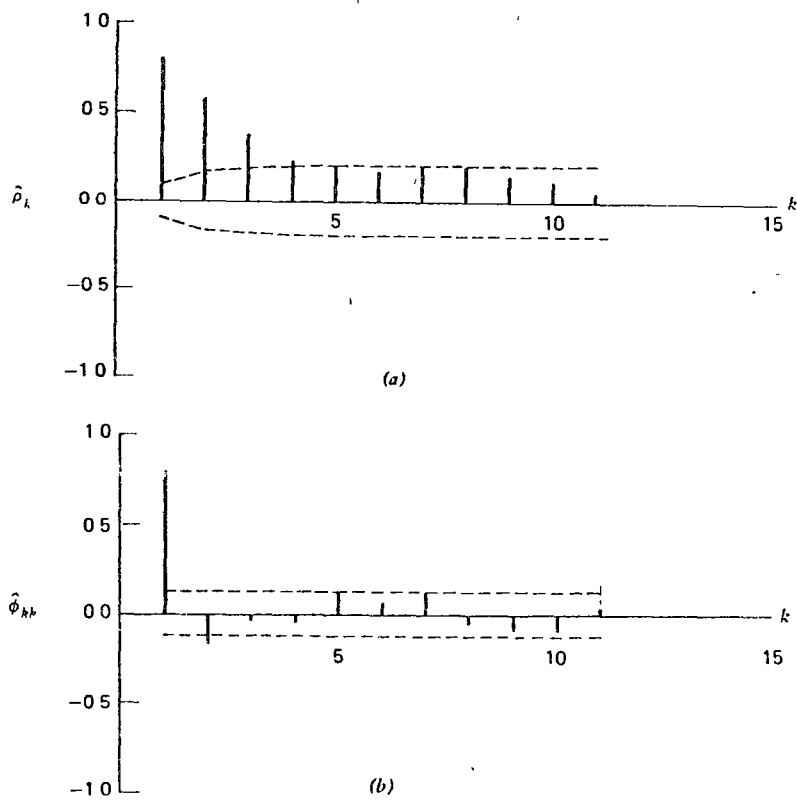


FIGURE 6-14 Sample autocorrelation and partial autocorrelation function for the series $w_t = \nabla x_t$ (a) Sample autocorrelation function (b) Sample partial autocorrelation function

Having determined that one degree of differencing is necessary, we must now select the proper model from the ARIMA($p, 1, q$) class. The sample autocorrelation and partial autocorrelation functions for w_t are shown in Figure 6-14, along with two standard error limits (shown as dashed lines). The autocorrelation function tails off sinusoidally, while the partial autocorrelation function cuts off abruptly after two lags. This is indicative of the AR(2) process

$$\tilde{w}_t = \varepsilon_t + \phi_1 \tilde{w}_{t-1} + \phi_2 \tilde{w}_{t-2}$$

where the \tilde{w}_t are the values of w_t corrected for the mean. Obtaining the least-squares estimators of ϕ_1 and ϕ_2 as indicated in Example 6-13, we find that $\hat{\phi}_1 = 0.93$ and $\hat{\phi}_2 = -0.17$. Therefore, the tentative ARIMA(2, 1, 0) process is

$$(1 - 0.93B + 0.17B^2) \nabla x_t = \varepsilon_t$$

$$x_t = x_{t-1} + 0.93(x_{t-1} - x_{t-2}) - 0.17(x_{t-2} - x_{t-3}) + \varepsilon_t$$

The autocorrelation function of the residuals generated from this model is shown in Figure 6-15. Since there are no significantly nonzero autocorrelations beyond lag zero, we would conclude that the residuals are a white noise process. Therefore, we conclude that the ARIMA(2, 1, 0) model is appropriate.

Forecasts of future observations may be obtained by taking expectation at origin T of the model written at time $T + \tau$, as described previously. This yields the forecasting equations

$$\hat{x}_{T+1} = x_T + 0.93(x_T - x_{T-1}) - 0.17(x_{T-1} - x_{T-2})$$

$$\hat{x}_{T+2} = \hat{x}_{T+1} + 0.93(\hat{x}_{T+1} - x_T) - 0.17(x_T - x_{T-1})$$

$$\hat{x}_{T+3} = \hat{x}_{T+2} + 0.93(\hat{x}_{T+2} - \hat{x}_{T+1}) - 0.17(\hat{x}_{T+1} - x_T)$$

$$\hat{x}_{T+\tau} = \hat{x}_{T+\tau-1} + 0.93(\hat{x}_{T+\tau-1} - \hat{x}_{T+\tau-2}) - 0.17(\hat{x}_{T+\tau-2} - \hat{x}_{T+\tau-3}), \quad \tau \geq 4$$

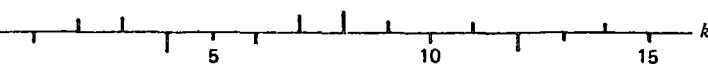


Figure 6-15: Sample autocorrelation function of the residuals

To illustrate, we may forecast the observation at time 301 as

$$\begin{aligned} \hat{x}_{301} &= x_{300} + 0.93(x_{300} - x_{299}) - 0.17(x_{299} - x_{298}) \\ &= 177,197 + 0.93(177,197 - 176,560) - 0.17(176,560 - 175,956) \\ &= 177,695 \end{aligned}$$

6-11 References

1. Box, G. E. P., and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*, Holden-Day, San Francisco, 1970.
2. Brown, R. G., *Smoothing, Forecasting and Prediction of Discrete Time Series*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1963.
3. Brown, R. G., *Statistical Forecasting for Inventory Control*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1959.
4. Brown, R. G., *Decision Rules for Inventory Management*, Holt, Rinehart and Winston, New York, 1967.
5. Chow, W. M., "Adaptive Control of the Exponential Smoothing Constant," *Journal of Industrial Engineering*, XVI (5), 314-317, 1965.
6. Cohen, G. D., "Bayesian Adjustment of Sales Forecasts in Multi-Item Inventory Control Systems," *Journal of Industrial Engineering*, XVII (9), 474-479, 1966.
7. Draper, N. R., and H. Smith, *Applied Regression Analysis*, John Wiley and Sons, New York, 1968.
8. Giffin, W. C., *Introduction to Operations Engineering*, Richard D Irwin, Inc., Homewood, Ill., 1971.
9. Graybill, F. A., *Introduction to Linear Statistical Models, Vol. I*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1961.
10. Montgomery, D. C., "An Introduction to Short-Term Forecasting," *Journal of Industrial Engineering*, XIX (10), 500-503, 1968.
11. Montgomery, D. C., "Adaptive Control of Exponential Smoothing Parameters by Evolutionary Operation," *AIIE Transactions*, 2 (3), 268-269, 1970.
12. Morrison, N., *Introduction to Sequential Smoothing and Prediction*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1969.
13. Roberts, S. D., and R. Reed, "The Development of a Self-Adaptive Forecasting Technique," *AIIE Transactions*, 1 (4), 314-322, 1969.
14. Trigg, D. W., and A. G. Leach, "Exponential Smoothing with an Adaptive Response Rate," *Operational Research Quarterly*, 18 (1), 53-59, 1967.
15. Winters, P. R., "Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages," *Management Science*, 6 (3), 324-342, 1960.

2 Exercises

- 6-1 The number of lots of a particular fastener sold per week by a local company is shown below. Fit a straight line of the form $x_t = a + bt + \varepsilon_t$ to this data. Does it appear that this equation adequately represents the process? Estimate the error variance.

| | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| k | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| s | 78 | 74 | 80 | 79 | 80 | 83 | 82 | 85 | 78 | 89 |

- 6-2 The monthly maintenance expense in the manufacturing department of an electronics plant has been recorded for the past 18 months and is shown below. Fit a straight line of the form $x_t = a + bt + \varepsilon_t$ to this data. Estimate the error variance.

| | | | | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| th | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| nse | 880 | 812 | 830 | 1000 | 1160 | 1310 | 1360 | 1300 | 1250 |
| th | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| nse | 1315 | 1475 | 1590 | 1650 | 1920 | 2250 | 2180 | 2360 | 2400 |

- 6-3 The monthly sales of furniture in a city is thought to be linearly related to the number of new home starts. Data for the past year is available below. Fit a straight line to this data (can you use Equations 6-10 and 6-11 to estimate a and b ? Why or why not?).

| | | | | | | |
|-----------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| Monthly number of new home starts | 100 | 110 | 96 | 114 | 120 | 160 |
| Monthly furniture sales/\$1000 | 46.1 | 47.3 | 45.0 | 47.2 | 48.1 | 53.8 |
| Monthly number of new home starts | 150 | 124 | 93 | 88 | 104 | 116 |
| Monthly furniture sales/\$1000 | 54.0 | 51.7 | 44.9 | 45.2 | 45.4 | 49.5 |

- 6-4 Suppose we wish to fit a regression model of the form

$$x_t = a + bt + ct^2 + \varepsilon_t$$

where ε is a random error such that $E(\varepsilon) = 0$ and $V(\varepsilon) = \sigma^2$. Find least-squares estimators of the coefficients a , b , and c .

- 6-5 Using the results of Exercise 6-4, fit the model $x_t = a + bt + ct^2 + \varepsilon_t$ to the data below. Estimate the error variance. How many degrees of freedom are associated with experimental error?

| | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|
| t | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| x | 9 | 13 | 15 | 22 | 35 | 50 |

- 6-6 *Weighted Simple Linear Regression* Suppose the data for the simple linear regression model $x_t = a + bt + \varepsilon_t$ are such that we can no longer assume $V(\varepsilon_t)$ to be constant. Instead, $V(\varepsilon_t) = \sigma_t^2 = \sigma^2/w_t$, where weights w_t are known constants. Show that the least-squares normal equations are

$$\hat{a} \sum_{t=1}^T w_t + \hat{b} \sum_{t=1}^T tw_t = \sum_{t=1}^T w_t x_t$$

$$\hat{a} \sum_{t=1}^T tw_t + \hat{b} \sum_{t=1}^T t^2 w_t = \sum_{t=1}^T tw_t x_t$$

- 6-7 Consider the data shown below, which represent the monthly deliveries of a certain model automobile to a dealer.

| | | | | | | | | | | | | | |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Month | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Deliveries | 52 | 64 | 85 | 90 | 82 | 75 | 73 | 41 | 59 | 95 | 85 | 60 | 50 |

Fit the regression model

$$x_t = a_0 + a_1 \cos \frac{\pi t}{3} + a_2 \sin \frac{\pi t}{3} + \varepsilon_t$$

to these data using least squares.

- 6-8 Consider the data shown on page 480, which represents the past four years of demand for a double-knit polyester textile fabric.

| MONTH | 1968 | 1969 | 1970 | 1971 |
|-----------|------|------|------|------|
| January | 317 | 460 | 538 | 626 |
| February | 194 | 400 | 570 | 690 |
| March | 312 | 392 | 601 | 680 |
| April | 316 | 447 | 565 | 673 |
| May | 325 | 452 | 585 | 615 |
| June | 338 | 517 | 604 | 718 |
| July | 317 | 572 | 527 | 745 |
| August | 350 | 395 | 603 | 767 |
| September | 428 | 410 | 604 | 728 |
| October | 411 | 579 | 790 | 788 |
| November | 495 | 582 | 714 | 793 |
| December | 410 | 558 | 655 | 777 |

(a) Use a six-month moving average to forecast demand for a one-period lead time. Assume that a constant model is appropriate.

(b) Assume that a linear trend process is generating this data. Use a double moving average with $n = 6$ months to forecast demand for a one month lead time. Compare the results with those obtained in part (a).

✓ 6-9 For the data in Exercise 6-8, forecast demand for a one period lead time using simple exponential smoothing with $\alpha = 0.1$. Then repeat the forecasting procedure using double exponential smoothing ($\alpha = 0.1$). Which technique appears to give better results?

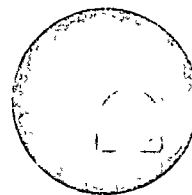
6-10 The monthly demand for a plastic container is shown below. Using

| MONTH | 1968 | 1969 | 1970 | 1971 |
|-----------|------|------|------|------|
| January | 143 | 189 | 359 | 332 |
| February | 138 | 326 | 264 | 244 |
| March | 195 | 289 | 315 | 320 |
| April | 225 | 293 | 361 | 437 |
| May | 175 | 279 | 414 | 534 |
| June | 389 | 552 | 647 | 830 |
| July | 454 | 674 | 836 | 1011 |
| August | 618 | 827 | 901 | 1081 |
| September | 770 | 1000 | 1104 | 1400 |
| October | 564 | 502 | 874 | 1123 |
| November | 327 | 512 | 683 | 713 |
| December | 235 | 300 | 352 | 487 |





centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION

SISTEMAS DE INVENTARIOS

ING. ARTURO DURAN PEÑA

SISTEMAS DE INGENIERIA
DE PRODUCCION

TEMA 3. SISTEMAS DE INVENTARIOS

* FUNCION DEL CONTROL DE INVENTARIOS

* ANALISIS DE INVENTARIOS POR EL ME-
TODO ABC.

* MODELOS BASICOS DE INVENTARIOS

* DECISIONES DE INVENTARIOS

ING. ARTURO DURAN PEÑA
50124

ESQUEMA PARA LA EVALUACION DE INTERES DEL GRUPO

TEMA 6 . SISTEMAS DE INVENTARIOS

| | |
|-------------------------|--------|
| NOMBRE DEL PARTICIPANTE | |
| 1 | 16 |
| Apellido paterno | Nombre |

| | | | | | |
|-------------|----|-------|----|-------|----|
| ESCOLARIDAD | | | | | |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| Voc. | | Tecn. | | Prof. | |
| Esp. | | Otro | | | |
| Prep. | | | | | |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|--|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|
| ACTIVIDAD ESPECIFICA QUE DESARROLLA. | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Puesto | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Puesto del jefe inmediato | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Giro | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| <table border="1"> <tr> <td>G</td><td>I</td><td>S</td><td>C</td><td>E</td><td>T</td><td>C</td><td>P</td><td>C</td><td>C</td><td>V</td><td>P</td><td>I</td><td>D</td> </tr> <tr> <td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td>32</td><td>33</td><td>34</td><td>35</td><td>36</td> </tr> </table> | G | I | S | C | E | T | C | P | C | C | V | P | I | D | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | <table border="1"> <tr> <td>C</td><td>B</td><td>E</td><td>A</td><td>O</td> </tr> <tr> <td>37</td><td>38</td><td>39</td><td>40</td><td>41</td> </tr> </table> | C | B | E | A | O | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 |
| G | I | S | C | E | T | C | P | C | C | V | P | I | D | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| C | B | E | A | O | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

NIVEL DE INTERES. EN ESTE TEMA

| | | | | | | | |
|--------------------|----|-------------|----|-------------------|----|-----------------------------|----|
| Aspectos generales | 42 | Teoria pura | 43 | Casos especificos | 44 | Intercambio de experiencias | 45 |
|--------------------|----|-------------|----|-------------------|----|-----------------------------|----|

Otros

Especifique cual

| | | | |
|----|----|----|----|
| 46 | 47 | 48 | 49 |
|----|----|----|----|

INTERES ENFOCADO HACIA:

| | | | | | | | | |
|--------------|----|----|------------|----|----|---------|----|----|
| ORGANIZACION | | | PLANEACION | | | CONTROL | | |
| 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 |

TEMA 3

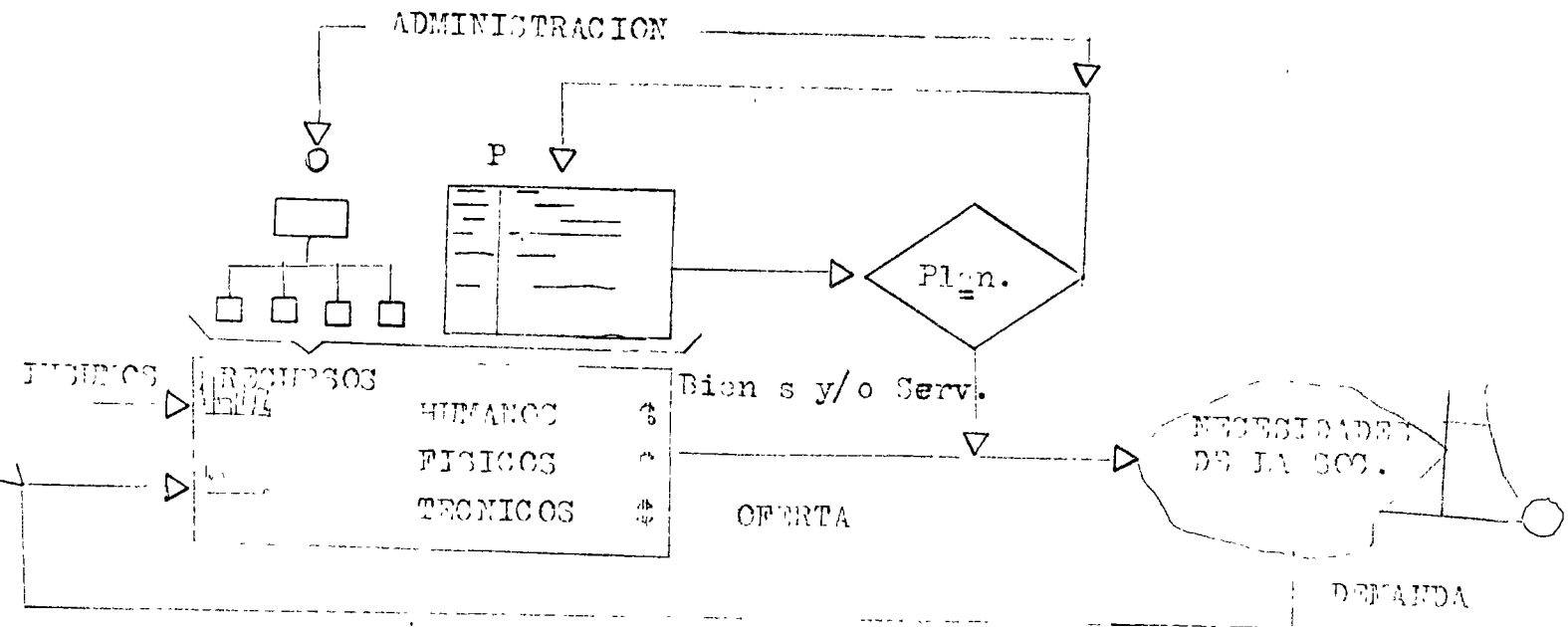
SISTEMAS DE INVENTARIOS

3.1 OBJETIVO DEL TEMA

Confirmar los conocimientos en torno a los sistemas más usuales de inventarios bajo un enfoque técnico administrativo que permita al participante ampliar su campo de aplicación particular mediante el intercambio de experiencias teórico-prácticas aplicables en sus actividades ordinarios.

3.2 INTRODUCCION.

Una organización se crea con el propósito de satisfacer una necesidad de la sociedad. Dicha organización debe producir los bienes y/o servicios que se le demandan. Para tal efecto requiere de utilizar eficientemente los recursos " Humanos , materiales y técnicos " de que dispone, por lo cual se vale de una adecuada administración, que conduzca esos recursos empleados para producir los bienes y/o servicios bajo niveles satisfactorios de operación



Lo anterior plantea una serie de conflictos en su -- función administrativa y en su operación, por ejemplo:

VENTAS en la organización desearía idealmente en todo momento el producto disponible para cubrir su función lo cual generaría la necesidad de tener un gran inventario de producto terminado para satisfacer la demanda y sacar del juego a la competencia.

FINANZAS desearía idealmente tener una recuperación rápida del capital invertido lo cual se reflejaría en una rotación de activos lo más frecuente posible y en consecuencia niveles mínimos de inventario.

MANUFACTURA desearía idealmente tener niveles de operación estable que se reflejen en un alto índice de -- eficiencia, lo cual requeriría de inventarios de materia prima que le permitan los cambios de mezcla de productos rápidamente en producción.

Sin las contradicciones aparentes anteriores no se -- justificaría la función de control de inventarios, que como se detalla en el siguiente punto concilia los intereses en juego y establece un equilibrio de operación (normado en la política de la empresa) entre los -- recursos financieros, los recursos técnicos y los -- recursos físicos a fin de aprovecharlos eficientemente.

3.3 FUNCIÓN DEL CONTROL DE INVENTARIOS.

Tomando una analogía del hombre en que se basa la dinámica industrial donde el sistema nervioso lo --
 constituyen los sistemas de información y donde el -- sistema circulatorio estructura el sistema de energía

vital que conduce los materiales que requiere el organismo para su subsistencia y que hace llegar los materiales en los lugares adecuados en las cantidades necesarias y en el tiempo preciso y con la mayor eficiencia operativa que se conoce, teniendo un sistema de apoyo perfecto que acusa la menor desviación a su función objetivo.

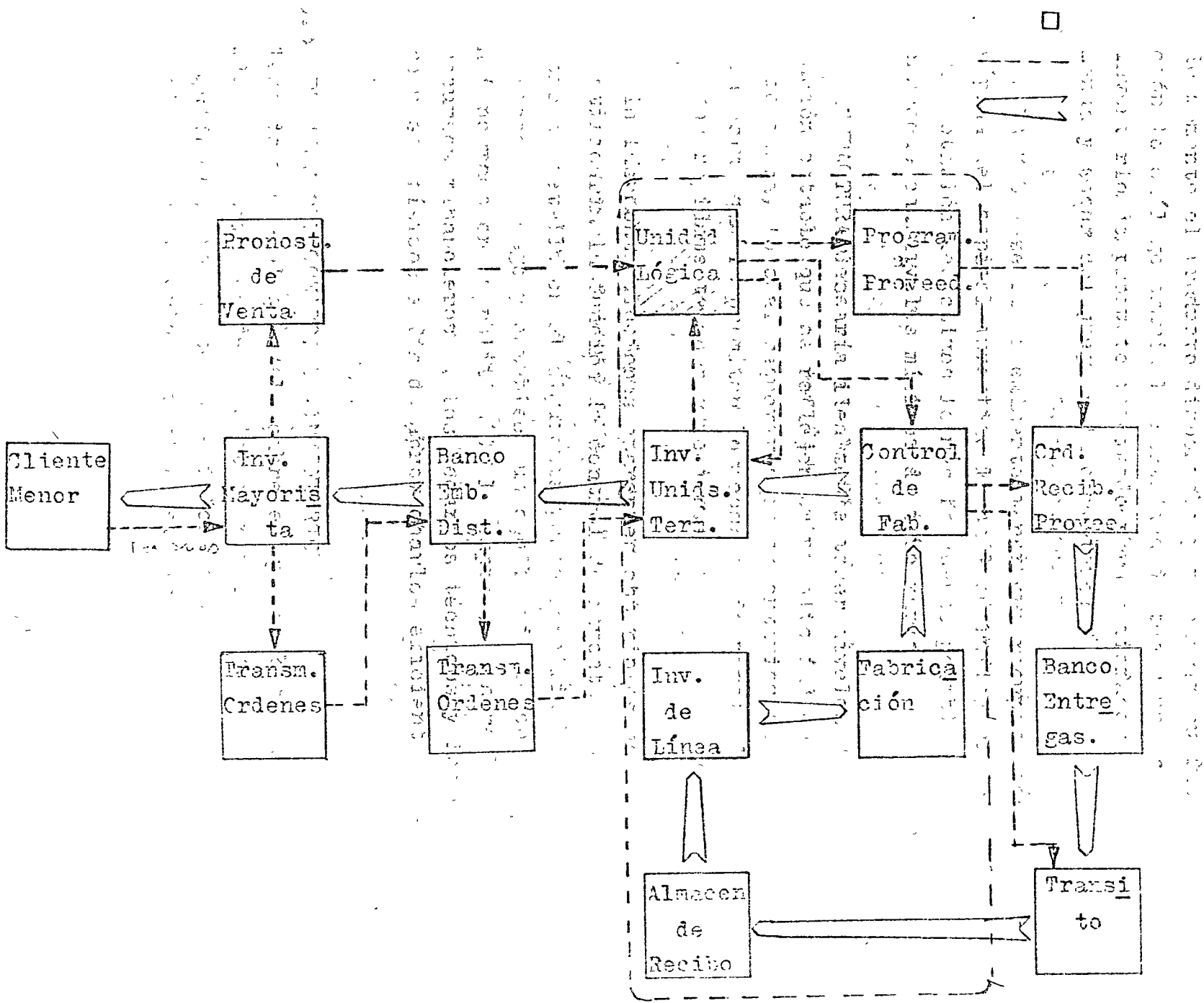
Nosotros simplificaremos notablemente la analogía considerando las existencias no sólo como un elemento de entrada en el sistema de control de la producción sino también como un sistema en si, ya que la información del sistema de inventarios es energía de entrada para el sistema de compras, de costos producción, etc. y se alimenta del sistema de ventas una vez procesada la información en el sistema logístico. (comentario - esquema 2 hoja 5).

Conociendo la amplitud de la función del control de inventarios comencemos por mencionar algunos aspectos generales de importancia en la administración:

- 1.- La existencia como tal, se refleja contablemente en el balance ó sea es parte del activo, (existencias valuadas) y en el estado de pérdidas y ganancias para el cálculo de las pérdidas y utilidades conjuntamente con algunas relaciones de eficiencia en la organización como por ejemplo: El movimiento de entradas y salidas; es comúnmente conocido como rotación de inventario que se expresa en distintas formas tales como:

| | |
|---|--|
| ① | a) $R I = \frac{\text{Cant. usada en el período}}{\text{promedio de las existencias}}$ |
| | b) $R I = \frac{\sqrt{P \text{ del costo de ventas}}}{\text{Inventario anual promedio}}$ |

2.- PROGRAMAS DE LA FUNCION DEL CONTROL INVENTARIO.



FUNCION ADMINISTRATIVA Y DE CONTROL INVENTARIO

que nos indica el NUMERO, de veces que nuestra inversión se ha repetido esto es; la frecuencia del flujo de activos que debe estar entre valores de 3 a 5 para empresas de servicio y de 6 a 9 en empresas de bienes según veremos más adelante.

2.- En su organización, las existencias se controlan por el area de manufactura y cubre 3 funciones principales: el recibo, la salida y su consignación.

3.- En su control, puede efectuarse en forma manual de kardex ó en forma mecanizada de reportes y se conoce como de inventarios perpetuos que -- mediante inventarios cíclicos a lo largo del -- ejercicio valida su exactitud y mediante el inventario anual ajusta en cada ejercicio sus -- existencias.

4.- Política de inventario (en el tiempo por su movimiento y su precio).

Dependiendo de la evaluación de los inventarios los beneficios pueden verse grandemente afectados (por exceso ó por defecto) y por ende la utilidad de la cuál también participan los empleados y Hacienda.

Existen 2 métodos aceptados para la evaluación de existencias el de costo y el de costo mercado el más bajo.

1.- COSTO.

1.1 Primero en entrar, primero en salir --
PEPS (FIFO)

1.2 Ultimo en entrar, primero en salir ---
UEPS (LIFO).

1.3 Promedio.

2.- COSTO O MERCADO, EL MAS BAJO.

Para aclarar la importancia de este punto veamos el siguiente ejemplo:

Suponga que en un sólo artículo se fijan los precios para cada método.

Método PEPS.

| Entrada | Salida | Balance | precio | Transacción |
|----------|---------|----------|-----------|-------------|
| | | 00 | | |
| 50 gal. | | 50 gal. | 50 ¢ | + \$ 25.00 |
| 100 gal. | | 150 gal. | 75 ¢ | + 75.00 |
| | 60 gal. | 90 gal. | 50 a 50 ¢ | - 32.50 |
| | | | 10 a 75 ¢ | |

Método UEPS:

| Entrada | Salida | Balance | Precio | Transacción |
|----------|---------|----------|-----------|-------------|
| | | 00 | | |
| 50 gal. | | 50 gal. | 50 ¢ | + \$ 25.00 |
| 100 gal. | | 150 gal. | 75 ¢ | + 75.00 |
| | 60 gal. | 90 gal. | 60 a 75 ¢ | - 45.00 |

Método del promedio:

| Entrada | Salida | Balance | Precio | Transacción |
|----------|---------|----------|------------|-------------|
| | | 00 | | |
| 50 gal. | | 50 gal. | 50 ¢ | + \$ 25.00 |
| 100 gal. | | 150 gal. | 75 ¢ | + 75.00 |
| | 60 gal. | | 50 a 50 ¢ | - 40.00 |
| | | | 100 a 75 ¢ | |

Resumen de resultados:

| | PEPS | UEPS | Promedio |
|-------------------------------------|----------|----------|----------|
| Costo de material vendido | \$ 32.50 | \$ 45.00 | \$ 40.00 |
| Costo de material de Inv. | 67.50 | 55.00 | 60.00 |

Valdría la pena hacer un análisis de este sencillo ejemplo, por lo tanto, veamos primero el método PPTS. Como los precios están subiendo, es de esperar que paguemos por lo menos el más reciente, de 75 ¢ el galón, para la compra siguiente, o \$ 45.00 para reemplazar los 60 galones vendidos

Esta misma cantidad de material fué evaluada a \$ 32.50 por eso hemos recogido \$ 45 menos 32.50, o sea \$ 12.50 de un beneficio que podríamos haber previsto tan sólo por el hecho de cambiar el material en existencia. No es una transacción muy provechosa, por eso en el mercado en incremento sería prudente evaluar el material en existencia según el método UTPS y no según el PEPS.

El estado de pérdidas y ganancias es exacto y la hoja de balance queda atrasada, o sucede exactamente - lo contrario.

5.- EN EL ALMACENAMIENTO.- Buscamos tener una -- entrada y salida de los materiales económica y fluida con una limitación de espacio que obstaculiza su optimización y dependiendo del giro podemos tener diferente organización en el almacén tal como:

| No. | NOMBRE DEL METODO | APLICACIONES |
|-----|--|---|
| 1 | Por número de parte | Pzas. poco usadas uniformes con niveles constantes de inventario. |
| 2 | Por ubicación (coordenada cruzada por N/P. | Pzas. de diferentes tamaños en bloques de estantes tipo. |
| 3 | Por índices de serie. | Materiales afines que se catalogan en serie. |
| 4 | Por frecuencia de uso. | Ahorro en recorridos a partes de uso frecuente. |
| 5 | Mixtos. | Combina los anteriores en gran cantidad de -- existencias. |

6.- EN CUANTO A SU COMPORTAMIENTO.- La función de -- un inventario depende de la demanda la cual fué cubierta en el tema anterior y a la política de inventario; por -- esta razón existe una gran variedad de modelos y se --

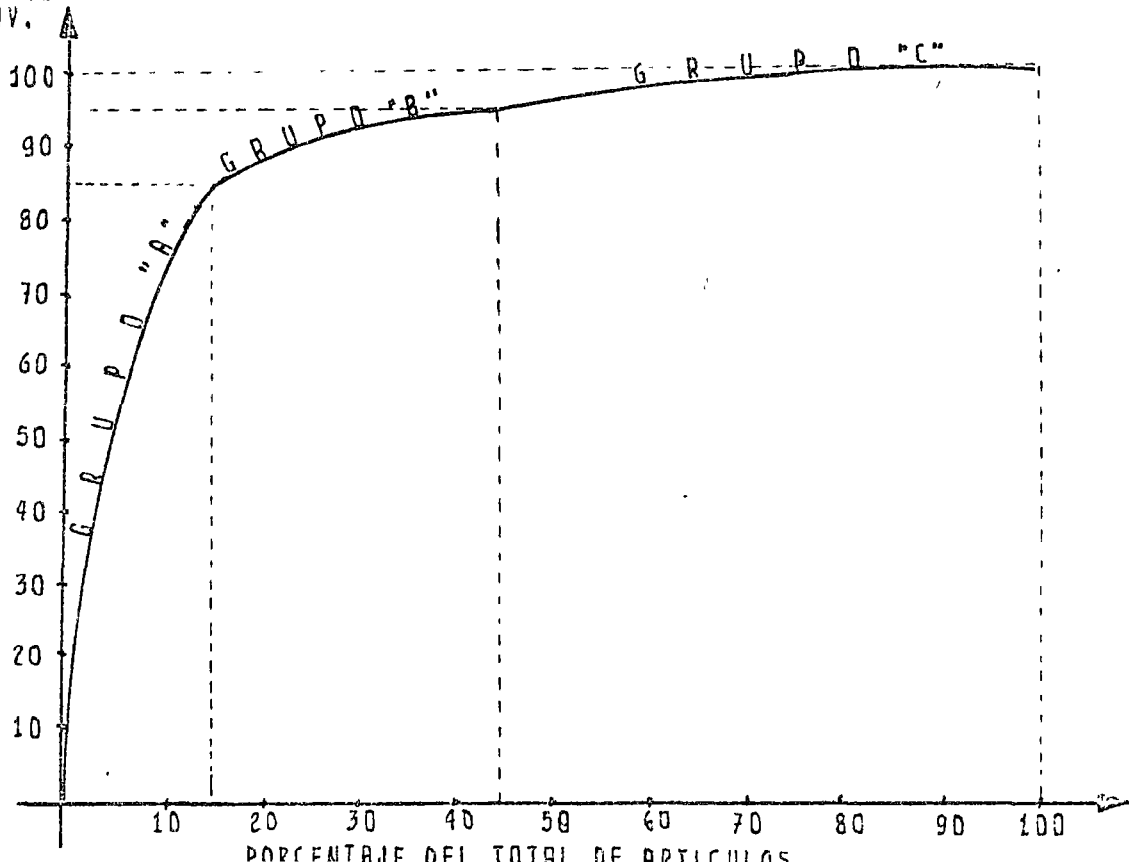
pueden formar tantos algoritmos como se desilates y variaciones tiene la industria en este curso veremos los modelos más usuales y dentro de estos destaca por su utilidad el modelo ideado por N. Ford Dickie de la General Electric que llamamos ABC y que marca el punto de entrada para organizar adecuadamente los inventarios antes del establecimiento del modelo de la empresa y el cual nos ocupa en el siguiente punto.

3.4 ANALISIS DE INVENTARIOS POR EL METODO ABC.

Se basa en la distribución del inventario en función de su valor ya que Ford Dickie observó que pocos productos (grupo A) representan un gran porcentaje del valor de los inventarios y el grueso de los artículos representan un valor mínimo - que cuantificado resulta aprox.

| Grupo | Valor | Piezas |
|-------|-------|--------|
| A | 85 % | 15 % |
| B | 10 % | 35 % |
| C | 5 % | 50 % |

PORCENTAJE DEL
VALOR DE INV.
TOTAL



La representación anterior es variable dependiendo de el tipo de materiales que maneje la empresa y aunque son enormes las ventajas que este modelo ofrece para -- producción, puede tener el peligro de descuidar partes de poco valor pero esenciales para el ensamble y de -- los que ponen en peligro el paro de línea: Sin embargo como mencionamos al principio, este modelo se puede combinar con otros para asegurar el control.

3.5 METODOLOGIA.- Para iniciar este modelo en una em -- presa se describe a continuación la secuencia a se -- guir:

3.5.1 Se establecen las protecciones contra contir -- gencias (colchón)ó existencias para ventas -- considerando:

3.5.1.1 Tiempo en tránsito (T) que es el tiem -- po que transcurre desde que el provee -- dor recibe la órden hasta que entrega el material en planta.

3.5.1.2 Tiempo de preparar (P) la orden es -- aquél que transcurre desde que el sis -- tema entrega al analísta los datos de la demanda hasta que este calcula los requerimientos.

3.5.1.3 Dias cíclicos es la (DC) holgura para que el material sea recibido con oport -- unidad dependiendo de su código de -- entrega.

- 3.5.1.4 Reserva para operación es el tiempo - (RO) que la empresa debe tener materiales que aseguren su continuidad en el proceso desde su inicio hasta su término.
- 3.5.1.5 Daño (M) parte del día correspondiente a los daños en los materiales.
- 3.5.2 Ordene todos los parámetros del punto anterior en forma de tabla.
- 3.5.3 Ordene los artículos en valor descendente del precio de cada artículo.
- 3.5.4 Determine el uso promedio diario de cada artículo.
- 3.5.5 Haga la extensión de los puntos 3.5.3 y 3.5.4.
- 3.5.6 Ordene en valor descendente la extensión anterior (consumo ó promedio en valor).
- 3.5.7 Con los valores anteriores aplique el total de días calculados en la tabla.
- 3.5.8 Sumarice el último punto (costo del colchón -- de producción) y establezca la división A B C (por planteos) que cubra los niveles de control apetecidos, se sugiere iniciar 70,20,10 - resp. hasta conseguir el nivel de control que que convenga a la empresa en función de la mano de obra disponible para asegurar los resultados apetecidos.

3.5.9 Asigne la clase a los artículos en función de la división anterior.

3.5.10 Elabore controles cíclicos en la siguiente base

A = Control estricto semanal.

B = Control regular mensual.

C = Control mínimo semestral.

Considerando:

a) Fechas de embarque.

b) Tránsito.

c) Daños de material.

d) Manejo de material.

e) Surtido en la Línea.

3.5.11 Si se tratara de productos terminados para venta la secuencia es similar excepto que se deben fijar los niveles de inventario sobre la base de programación a punto de reorden debiendo tener presente que solo el máximo va determinado en función de las clases y de la rotación que se haya fijado como objetivo.

El punto de reorden se fija sobre la base de el tiempo mínimo más los tiempos de proceso trámite tránsito, almacén, manejo recibo etc.; y el mínimo finalmente se fija al menor tiempo de reacción para cubrir contingencias y pérdida de ventas prolongadas.

CASO DEL METODO A B C .

3.6 MODELOS BASICOS DE INVENTARIOS.

Iniciamos el punto anterior con un modelo heurístico (Regla empírica que tiende a acortar el tiempo que se requiere para encontrar una situación razonablemente buena) en este capítulo trataremos los modelos determinísticos - más usuales.*

Un inventario puede ser definido como una acumulación de materiales mantenidos con miras a una producción ó venta futura; los inventarios pueden ser de materia -- prima, de material en proceso ó de producto terminado.

Es claro que los inventarios constituyen una alternativa a producir ó comprar en el futuro, por lo que la selección depende de la relativa rentabilidad entre diferentes políticas.

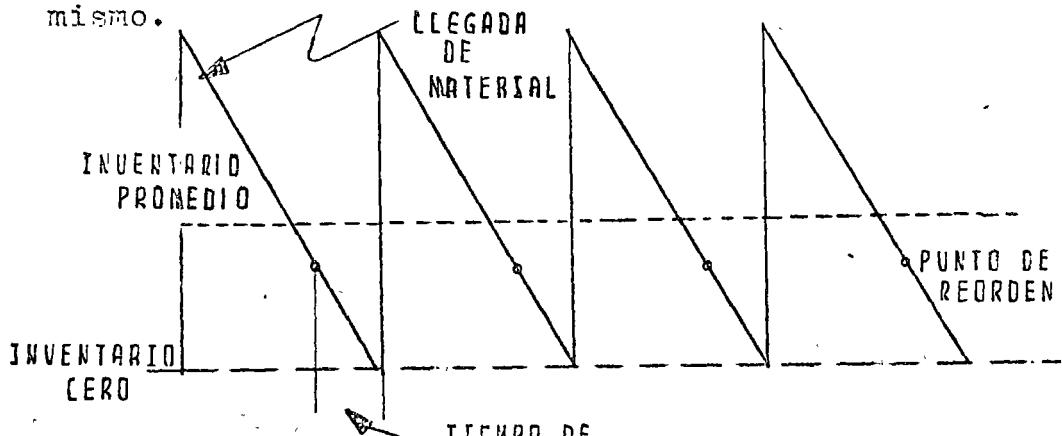
La clase general de problemas que consideramos, envuelven restricciones concernientes a los niveles de inventarios. Estas decisiones pueden ser clasificadas como sigue:

1.- El tiempo en el cual las órdenes para materiales deben ser colocadas es fijo y la cantidad a ser ordenada debe ser determinada.

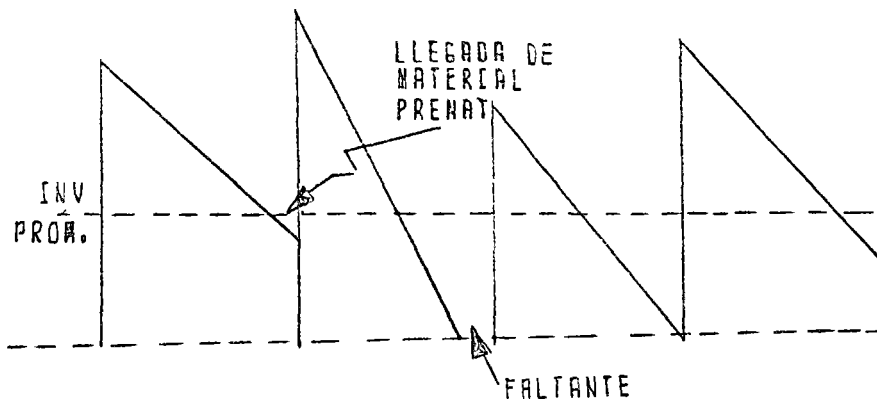
Dentro de esta clasificación podemos distinguir dos casos:

a) Demanda constante para cada período.

* Modelo determinístico es aquel en que las funciones de entrada al sistema responden linealmente a la salida del mismo.



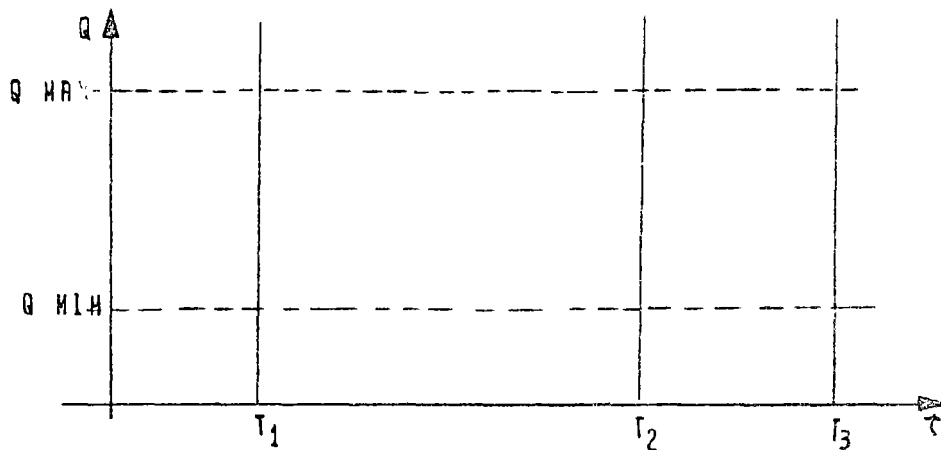
b) Demanda variable para cada período.



2.- Ambas, la cantidad a ordenar y el tiempo de la - orden deben ser determinados.

Dentro de esta clasificación también podemos distin- guir dos casos:

a) La cantidad a ordenar por determinar es cons tante en cada período.

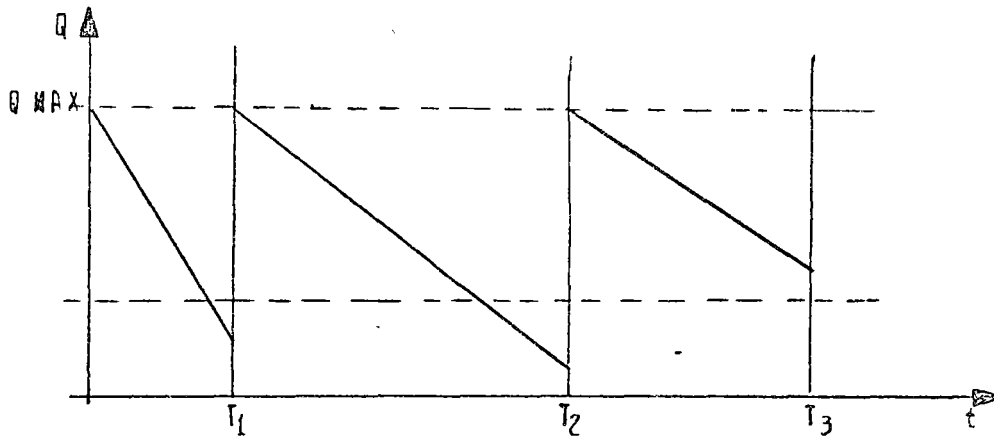


$$T_1 \neq T_2 - T_1 \neq T_3 - T_2$$

$$(Q_{max} - Q_{min})_1 = (Q_{max} - Q_{min})_2$$

$$= (Q_{max} - Q_{min})_3$$

b) La cantidad a ordenar (por determinar) es variable en cada período (por determinar).



$$T_1 \neq T_2 - T_1 \neq T_3 - T_2$$

$$Q_{\max_1} = Q_{\max_2} = Q_{\max_3}$$

$$Q_{\min_1} \neq Q_{\min_2} \neq Q_{\min_3}$$

El problema es encontrar la forma de optimizar las decisiones. Una decisión óptima es aquella que minimiza la suma de los costos asociados con el inventario. Dichos costos son:

- a) Costo de obtener los materiales (por fabricación ó compra).
- b) Costo de mantener una unidad en inventario.
- c) Costo por demanda insatisfecha.
- d) Ingresos.
- e) Valor de salvamento.
- f) Tasa de descuento.

Los costos anteriores pueden permanecer constantes ó variar como una función del tiempo y/o pueden variar -- como una función del número de unidades involucrado.

En la siguiente tabla podemos apreciar la clasificación de las características de un problema de inventarios.

- | | | |
|---|--|--|
| 1.- Costo unitario de manufactura (compra). | { a) Constante b) Variable. | |
| 2.- Costo unitario de mantener <u>in</u> inventario por una unidad de tiempo. | { a) Constante. b) Variable. | |
| 3.- Costo por demanda insatisfecha. | { a) Constante. b) Variable. | |
| 4.- Demanda. | { A) Conocida. B) Estimada. | { a) Constante. b) Variable. |
| 5.- Cantidades involucradas. | { a) Unidades discretas. b) Cantidades continuas. | |
| 6.- Distribución de retiros del inventario en el tiempo. | { A) Continua B) Discontinua | { a) Tasa Cte. b) Tasa Var. { a) Tasa Cte. b) Tasa Var. |
| 7.- Tiempo de fabricación (de surtido). | { a) Virtualmente cero b) Positivo. { A) Conocido. | { a) Constante b) Variable |
| 8.- Tiempo entre dos períodos de fabricación. | { B) Estimado. | { a) Constante b) Variable. |

| | | |
|---|--|---------------|
| 9.- Cantidades - fabricadas. | $\left\{ \begin{array}{l} \text{A) Discretas.} \\ \text{B) Contínua.} \end{array} \right.$ | a) Constante |
| | | b) Variable |
| | | a) Constante. |
| | | b) Variable. |
| 10.- Distribución de la fabrica ción en el - tiempo. | $\left\{ \begin{array}{l} \text{A) Contínua.} \\ \text{B) Discontínua.} \end{array} \right.$ | a) Tasa Cte. |
| | | b) Tasa disc. |
| | | a) Tasa Cte. |
| | | b) Tasa Disc. |

Del árbol de alternativas mostrado vemos la enorme variedad de modelos que pueden existir sobre inventarios en nuestras sesiones sólo veremos los más usuales.

Una política de inventarios comprenderá en nuestro estudio solamente el programa de producción y los tamaños de los lotes de producción como factores que afectan el control de un inventario.

Las posibles ventajas asociadas con un inventario alto son las economías de producción con tamaños de lotes grandes, el surtido rápido de los pedidos de los clientes, la estabilización de las cargas de trabajo -- las ganancias derivadas de la especulación en un mercado en donde se espera que suban los precios, etc. La desventaja principal asociada con el inventario alto es sencillamente que mantener un inventario cuesta dinero.

ANÁLISIS DE COSTOS.

1.- Costo de obtener los materiales.- Sea una cantidad de material Z la involucrada, el costo de obtener la cantidad Z puede ser representado por una función $f(Z)$. - La suposición más común es que $f(Z)$ está dada por:

$$f(Z) = K + CZ$$

Constante para $Z > 0$

$$K = 0 \text{ para } Z = 0$$

CZ = costo directamente proporcional a la cantidad producida.

K es conocida como " el costo de puesta de marcha " y generalmente incluye los costos administrativos de ordenar, el trabajo preliminar y otros gastos requeridos -- para comenzar la producción.

2.- Costo de almacenaje Representa el costo del espacio destinado para almacen, el costo de los seguros, el -- costo de obsolescencia, costos de inventario fijo, el costo de vigilancia, el costo de conservación, riesgos diversos, etc. Este costo lo consideramos nosotros como una función del exceso acumulado de la oferta sobre la demanda. (existan muchas otras funciones que pueden considerarse).

3.- Costo por demanda insatisfecha.- Este costo se -- presenta:

a) Cuando la demanda es mayor que la oferta con lo cual se presentan dos situaciones.

- * La demanda insatisfecha se cubre con un embarque de emergencia (con los consiguientes gastos extras).
- * La demanda no se llega a satisfacer, aquí el costo puede ser la pérdida de los -- ingresos.

b) Cuando la demanda se satisface en el momento en que el artículo esta nuevamente disponible. El costo aquí puede considerarse como la pérdida de la " buena voluntad " del cliente.

El costo de la demanda insatisfecha es generalmente una función del exceso de la demanda sobre la oferta.

4.- Costos por ingreso.- No se incluyen en aquellos modelos en donde la demanda y el precio del producto son independientes de la política de inventarios seguida.

5.- Costo del valor de salvamento.- El valor de salvamento es el valor de un artículo que aún se conserva al final del período de inventario. Este valor varía ampliamente (p. ej. una fruta que no se vende y se pudre), aquí el valor de salvamento es igual a cero.

Si la política de inventarios se continúa durante un número indefinido de períodos y no existe obsolescencia no existen artículos quedados. Si sólo se efectúa durante un período, el costo por valor de salvamento es el negativo del valor de salvamento (puede también representar el costo en que incurre al deshacerse de los artículos quedados). Este costo se suele combinar en general con los costos de almacenaje.

6.- Costo por tasa de descuento.- El mantener un inventario implica el atar una cantidad dada de dinero el cual podría haber sido invertido en algún otro proyecto productivo de la empresa, de aquí que esta cantidad que se deja de ganar representa un costo para la empresa.

$$\text{Tasa de descuento} = \frac{1}{1+i} = \alpha$$

De aquí que los costos de producción dentro de un año deberán ser multiplicados por α

Ahora bien, los modelos de inventario pueden ser clasificados como:

- a) Demanda determinística.
- b) Demanda estocástica.

I.- DEMANDA DETERMINISTICA.

1.1 Lotes Económicos.- Cantidad económica de fabricación es aquel tamaño de la orden que minimiza el costo de fabricar y mantener un artículo en inventario.

Modelo 1.1.1.-

Se debe suministrar R unidades durante el tiempo T a una tasa uniforme constante de demanda " a " por unidad de tiempo; de aquí que la demanda sea fija y conocida.

Sabemos que los artículos son producidos (ordenados) en igual cantidad, Q cada vez.

Suposiciones:

- a) Un solo producto.
- b) Demanda constante conocida $a = \frac{R}{T}$
- c) No se permiten incumplimientos de demanda.
- d) Producción instantánea.

Costos a considerar:

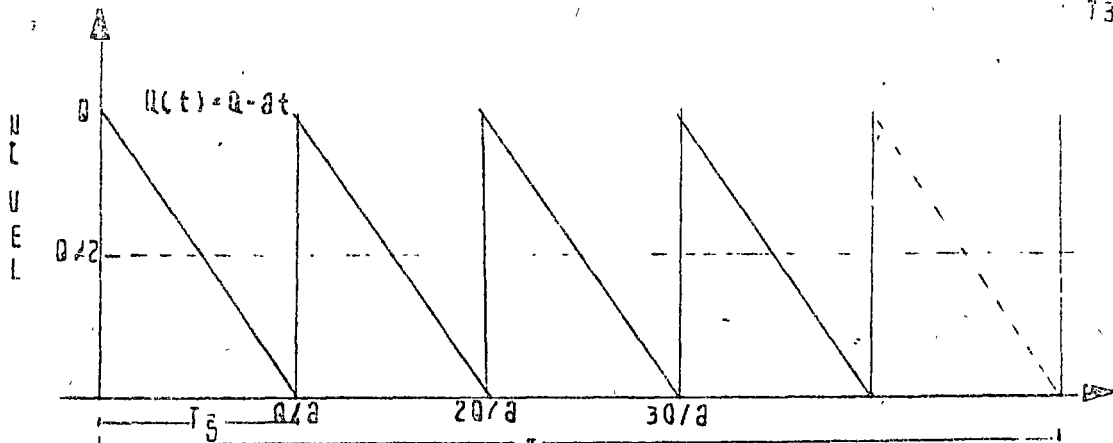
- a) Costo de puesta en marcha = K (carga al principio del período).
- b) Costo de producción = C \$/unidad.
- c) Costo de mantener inventario = h \$/unid. x unid. tiempo.

El problema consiste en determinar:

- * El tiempo t_s entre corrida y corrida de producción ($t_s =$ constante debido a que la demanda es constante.).
- * Cuantas unidades Q deberán ser fabricadas en cada corrida.

En nuestro problema los datos son K, c, h, R, T . Debemos encontrar Q, t_s , cuyo objetivo es -- minimizar el costo total de C .

Lo anterior podemos representarlo de la siguiente forma



El número de corridas que debemos usar durante T será: $R/2$.
 también: $t_s = \frac{T}{R/Q} = \frac{QT}{R} = \frac{Q}{a}$; y $Q/2 = \text{inv. promedio}$ durante t_s .

El costo de fabricación será: $\begin{cases} 0 & \text{si } Q = 0 \\ K + cQ & \text{si } Q > 0 \end{cases}$

Los costes de almacenamiento serán $h \times \frac{Q}{2} \times \frac{Q}{a} = \frac{hQ^2}{2a}$

De lo anterior obtenemos un costo por período $K + cQ + \frac{hQ^2}{2a} \dots (1)$

y un costo por unidad de tiempo $C = \frac{K + cQ + hQ^2/2a}{Q/a} = \frac{aK}{Q} + ac + \frac{hQ}{2} \dots (2)$

y el valor que minimiza C se obtiene de: $dC/dQ = 0$

$$dC/dQ = -aK/Q^2 + h/2 = 0$$

por lo tanto:

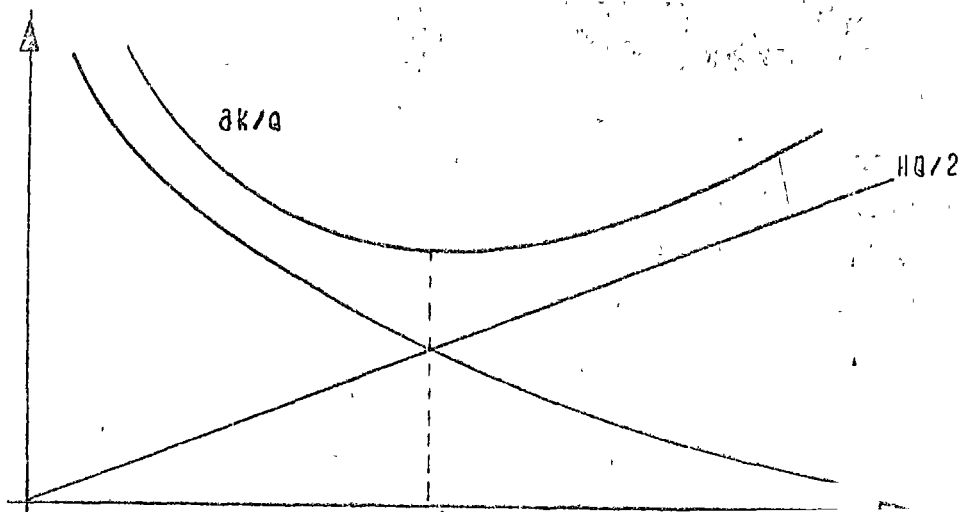
$$(3) \quad Q^* = \sqrt{2aK/h}$$

así mismo:

$$(4) \quad t_s = Q^*/a = \sqrt{2K/ah}$$

sustituyendo en la ecuación (2). $C^* = aK/Q^* + hQ^*/2 + ac$

$$= aK/\sqrt{2aK/h} + h\sqrt{2aK/h}/2 + ac = \sqrt{aKh/2} + \sqrt{aKh/2} + ac = \sqrt{2aKh} + ac \quad [\$/UNID \text{ tPD}]$$



Vemos que el tiempo(ac) = constante podría haberse eliminado de nuestro modelo y de hecho muchos autores lo hacen y lo llaman el CRM (costo relevante mínimo).

$$(5) \text{ CRM}^* = C^* - a c = \sqrt{2aKh} \quad \$/\text{unidad de tiempo}$$

Ejemplo:- Un fabricante debe suministrar a un cliente 24000 unidades por año, esta demanda es fija y conocida debido a que el cliente no tiene espacio de almacenamiento, el fabricante debe mandarle el suministro de un día cada día, si falla en las entregas pierde el cliente y quizá hasta el negocio (costo de demanda no satisfecha es igual a ∞). El costo de mantener el inventario es de \$ 0.10 por unidad por mes y el costo de puesta en marcha es de \$ 350

Encontrar el tamaño óptimo Q^* de cada corrida, el período correspondiente t_s , y el costo relevante mínimo total por año.

$$R = 24000 \text{ unidades}$$

$$T = 12 \text{ meses}$$

$$h = \$ 0.10 \text{ por unidad por mes.}$$

$$K = \$ 350 \text{ por corrida de producción.}$$

$$a = \frac{R}{T} = 24000/12 = 2000 \text{ unidades por mes.}$$

Substituyendo en la ecuación (3).

$$Q^* = \sqrt{\frac{2aK}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 350}{0.10}} = \sqrt{14 \times 10^6} = 3740 \text{ Unid./c.}$$

de la ecuación (4).

$$t_s^* = \frac{\sqrt{2K}}{a\sqrt{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 350}{2000 \times 0.10}} = \sqrt{\frac{700}{100}} = 1.87 \text{ meses.}$$

$$\text{también } t_s^* = \frac{Q^*}{a} = \frac{3740}{2000} = 1.87 \text{ meses.}$$

$$\begin{aligned} \text{CRM} &= \sqrt{2aKh} = \sqrt{2 \times 2000 \times 350 \times 0.1} = \sqrt{14000} = \$ 374.1/\text{mes} \\ &= \$ 4490/\text{año.} \end{aligned}$$

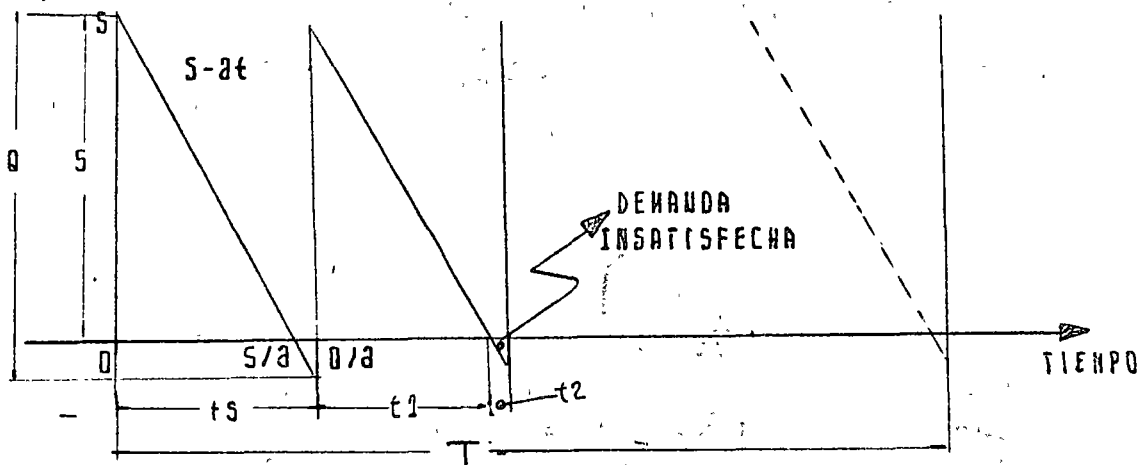
Modelo 1.1.2.

Este tipo de problemas es similar al discutido en el -- modelo 1.1.1, excepto que ahora sí se permiten incumplimientos de demanda.

Suposiciones:

- a) Un solo producto.
- b) Demanda constante conocida $a = \frac{R}{T}$
- c) Producción instantánea.
- d) Se permite el incumplimiento de la demanda a un costo de "u" pesos por unidad de demanda insatisfecha.

Este caso puede ser representado graficamente como sigue:



S = Inventario al principio del período.

Q = Cantidad a producir en cada corrida.

Costos a considerar:

- a) Costo de puesta en marcha = K (\$) (cargado al principio del período.
- b) Costo de producción = C (\$/ unidad.)
- c) Costo de mantener inventario = h (\$/ unid. x unid. tipo)
- d) Penalidad por demanda insatisfecha = u (\$/unid. D.I x unid. tiempo)

Planteamientos:

Dados K, c, h, R, T, u

Encontrar Q, S

Objetivo minimizar el costo total C.

Usando una simple relación geométrica (triángulos semejantes) observemos que:

$$\frac{t_L}{s} = \frac{t_s}{Q} \quad \text{por lo tanto} \quad t_1 = \frac{s}{Q} t_s$$

$$\frac{t_2}{Q-s} = \frac{t_s}{Q} \quad \text{por lo tanto} \quad t_2 = \frac{(Q-s)}{Q} t_s$$

además:

$$\frac{s}{2} = \text{inventario promedio durante } t_1$$

$$\frac{Q-s}{2} = \text{demanda insatisfecha promedio durante } t_2$$

El costo de fabricación será:

$$0 \quad \text{si } Q = 0$$

$$K + cQ \quad \text{si } Q > 0$$

Costo de almacenamiento:

$$h \times \frac{s}{2} \times \frac{s}{a} = \frac{hs^2}{2a}$$

Costo por demanda insatisfecha:

$$u \left(\frac{Q-s}{2} \right) \left(\frac{Q-s}{a} \right) = \frac{u(Q-s)^2}{2a}$$

de lo anterior vemos que el costo por período será:

$$K + aQ + \frac{hs^2}{2a} = u \frac{(Q-s)^2}{2a}$$

y el costo por unidad de tiempo será:

$$C = \frac{K + cQ + \frac{hs^2}{2a}}{Q} = \frac{K}{Q} + c + \frac{hs^2}{2Q} + \frac{u(Q-s)^2}{2Q^2}$$

Los valores s^* y Q^* que minimizan C se obtienen :

$$\frac{dC}{dQ} = \frac{dC}{ds} = 0$$

$$\frac{\partial C}{\partial Q} = \frac{-aK}{Q^2} - \frac{hS^2}{2Q^2} + \frac{u(Q-S)^2}{2Q^2} + \frac{u(Q-S)}{Q} = 0$$

$$\frac{\partial C}{\partial S} = \frac{hS}{Q} - \frac{u(Q-S)}{Q} = 0$$

resolviendo estas ecuaciones simultáneamente obtenemos

$$S^* = \sqrt{\frac{2aK}{h}} \sqrt{\frac{u}{u+h}} \dots\dots\dots (6)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2aK}{h}} \sqrt{\frac{u+h}{u}} \dots\dots\dots (7)$$

de donde

$$t_s^* = \frac{Q^*}{a} = \sqrt{\frac{2K}{ah}} \sqrt{\frac{u+h}{u}} \dots\dots\dots (8)$$

y la fracción de tiempo durante la cual no existe demanda insatisfecha está dada por

$$\rho = \frac{t_1}{t_s} = \frac{S/a}{Q/e} = \frac{u}{u+h}$$

la cual es independiente de K, Nuevamente c no entra en la solución óptima siempre y cuando permanezca constante durante todo el tiempo considerado.

Notamos que ρ está siempre comprendida entre 0 y 1. Vemos que ρ es muy pequeña si $u < h$ y que tiende a uno cuando $u > h$. Admitir u infinitamente grande equivale a descartar a priori la posibilidad de un incumplimiento de demanda.

Vemos que:

$$Q^* = \frac{Q^* \text{ para que } \rho = 1}{\sqrt{\rho}}$$

$$S^* = (S^* \text{ para } \rho = 1) \sqrt{\rho}$$

$$t_s^* = \frac{t_s^* \text{ para } \rho = 1}{\sqrt{\rho}}$$

lo cual demuestra que el hecho de admitir $\rho < 1$ aumenta Q^* y t_s^* y disminuye S^*

además:

$$\begin{aligned} CRM &= \frac{aK}{Q^*} + \frac{hS^{*2}}{2Q^*} + \frac{u(Q^* - S^*)^2}{2Q^*} \\ &= \sqrt{2aKh} \sqrt{\frac{u}{u+h}} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

Comparando los resultados del modelo con los obtenidos en el modelo podemos notar que:

1) las ecuaciones (3), (4) y (5) pueden ser obtenidas dejando que $u \rightarrow \infty$ en las ecuaciones (7), (8) y (9) lo cual no es sorprendente ya que el modelo es un caso especial del modelo.

2) Si:

$$u \neq \infty$$

entonces:

$$\sqrt{2 a K h} \times \sqrt{\frac{u}{u+h}} < \sqrt{2 a K h}$$

Ejemplo=

Consideremos la misma situación dada en el ejemplo 1, excepto que ahora introducimos un costo por demanda insatisfecha $u = \$ 0.20$ por unidad por mes.

Substituyendo en las ecuaciones (6) a la (9) obtenemos:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 \times 24000 \times 350}{12 \times 0.10}} \times \sqrt{\frac{0.10 + 0.20}{0.20}} = 4578 \text{ unidades por corrida}$$

$$S^* = \sqrt{\frac{2 \times 2000 \times 350}{0.10}} \times \sqrt{\frac{0.20}{0.10 + 0.20}} = 3056 \text{ unidades}$$

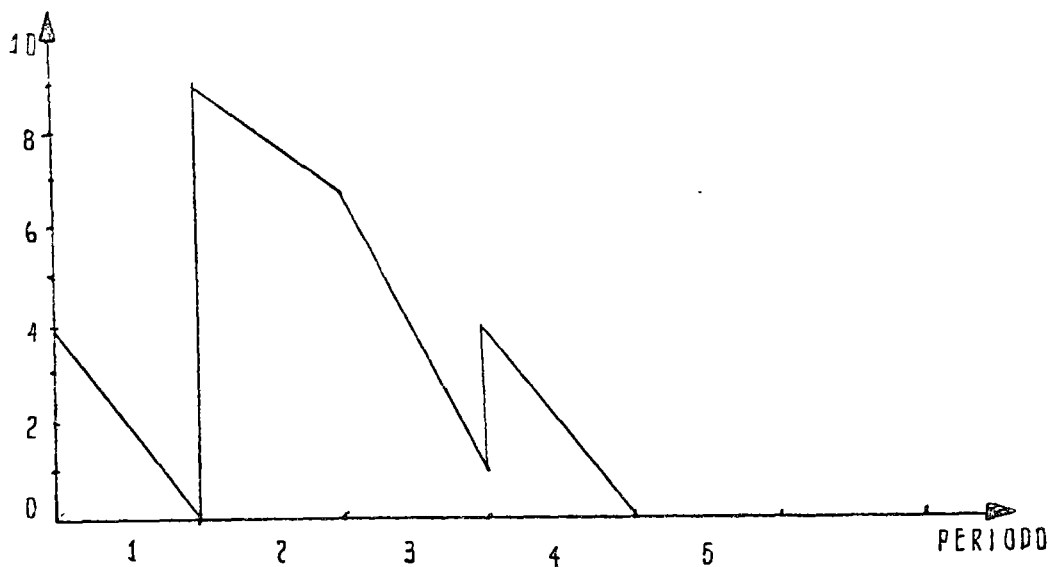
$$t_s^* = \sqrt{\frac{2 \times 350}{2000 \times 0.10}} \times \sqrt{\frac{0.10 + 0.20}{0.10}} = 2.29 \text{ meses}$$

$$CRM = \sqrt{2 \times 2000 \times 350 \times 0.10} \sqrt{\frac{0.20}{0.20 \times 0.10}} = \$ 305.58/\text{mes} = \$ 3667 / \text{año}$$

Teorema.-

Para una demanda arbitraria, un costo de puesta en marcha fijo y costos lineales de producción y de mantener inventario, existe una política óptima que produce (ordeha) solo cuando el inventario es cero.

Sea cualquier política de inventario (p. ej. la mostrada en la siguiente figura)



Considérese el período de tiempo desde una producción - es realizada cuando el inventario es cero hasta que una producción es hecha cuando el inventario es \neq cero (en nuestro caso desde el principio del período 3 hasta el final del 4).

Considérese ahora la política de fabricar sólo 6 artículos al principio del tercer período y la producción de 3 artículos al comienzo del quinto período (línea punteada); - es claro que con ambas políticas no existe demanda insatisfecha y que sin embargo en la segunda política, el inventario promedio en el lapso considerado es menor, (K y c son iguales en ambos casos), de donde el costo total para esta segunda política será menor que el correspondiente a la primera.

Si la segunda política es menos costosa que la primera, entonces esta no puede ser una política óptima de inventarios.

1.3 PLANIFICACION DE PRODUCCION (MODELO)

Este modelo supone que las demandas de cada uno de los períodos puede ser diferente; cuando este es el caso, las fórmulas anteriores pierden su validéz.

Suposiciones:

- 1.- Un sólo producto.
- 2.- No se permiten incumplimientos de la demanda.

- 3.- Se planea para n períodos iguales.
- 4.- No existe inventario al iniciarse la demanda.
- 5.- Producción instantánea.

Notación:

a_t = Cantidad requerida en el período t (conocida).

x_t = Cantidad producida (ordenada) en el período t (variable de decisión).

I_t = Inventario que entra al período t proveniente del período $t-1$).

$C_t (x_t)$ = Costo total de producir (ordenar) x_t unidades para el período t .

i_t = Costo de mantener unidades en el inventario que pasará al período ($t+1$).

Planeamiento:

Dado: $a_t, C_t (.) , i_t$ para $(t= 1, 2, \dots, n)$

Encontrar : x_1, x_2, \dots, x_n

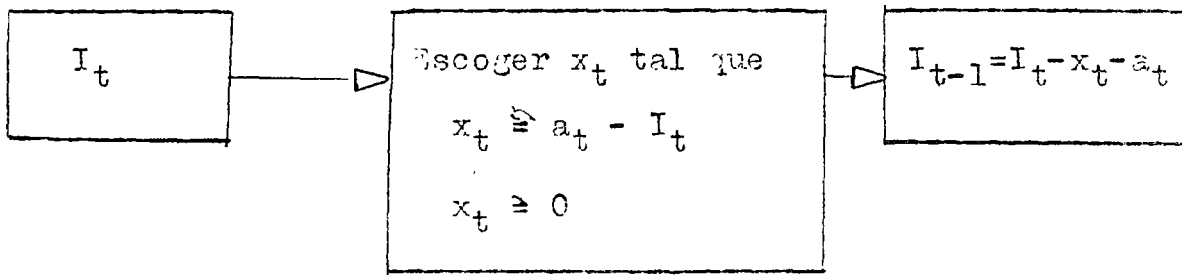
Objetivo: Minimizar el costo total =

$$\sum_{t=1}^n C_t (x_t) + i_t I (t+1)$$

Edo. actual

Decisión restringida

Nvo. Estado



Sea: $f_t^* (I_t)$ = Costo total mínimo sobre los períodos $t, t+1, \dots, n$ dado que estamos en el estado I_t .

$$f_t^*(I_t) = \min_{\substack{x_t \geq a_t - I_t \\ x_t \geq 0}} \left\{ C_t(x_t) + i_t (I_t + x_t - a_t) + f_{t+1}(I_t + x_t - a_t) \right\} \dots (\alpha)$$

donde I_t puede tomar cualquier valor entre cero y $\sum_{i=t}^n a_i$, es decir $0 \leq I_t \leq \sum_{i=t}^n a_i$

Suponiendo que $C_t(x_t)$ es una función creciente de x_t entonces

$I_{n+1} = 0$ es permisible y por lo tanto óptima. (por el teorema anterior).

Así mismo :

$$f_{n+1}^*(I_{n+1}) = 0$$

Básicamente en lo que consiste el procedimiento es en hacer $t = n$, asignar a I_t todos los valores posibles desde cero hasta $\sum_{i=t}^n a_i$. En forma de tabla tendremos :

| I_t | $f_t^*(I_t)$ | x_t^* |
|--------------------|--------------|---------|
| 0 | | |
| 1 | | |
| 2 | | |
| $\sum_{i=1}^n a_i$ | | |

Tabla 1

donde $f_t^*(I_t)$ es el valor definido en (α) y $x_n^* = a_n - I_n$

Para encontrar $f_t^*(I_t)$ nos valemos de la siguiente tabla (tabla 2)

| $I_t \backslash x_t$ | 0 | 1 | | $\sum_{i=1}^n a_i$ | x_t^* |
|----------------------|---|---|-------|--------------------|---------------------------|
| 0 | | | | | $f_t^*(0)$ |
| 1 | | | | | $f_t^*(1)$ |
| 2 | | | | | |
| $\sum_{i=1}^n a_i$ | | | | | $f_t^*(\sum_{i=1}^n a_i)$ |

Tabla 2

Una vez encontrados los anteriores valores continuamos en la misma forma dejando que :

ma dejando que :

$$t = n \rightarrow n-1 \rightarrow n-2 \dots \dots \dots \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 1$$

Ejemplo

Datos:

| Período | a_t | K_t | c_t | i_t |
|---------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | 3 | 2.0 | 1.0 | 0.20 |
| 2 | 2 | 2.0 | 1.0 | 0.20 |
| 3 | 3 | 2.0 | 1.0 | 0.20 |
| 4 | 2 | 2.0 | 1.0 | 0.20 |

$n = 4$

Inv. inicial = 0

Inv. final = 0

Solución :-

Ya vimos que :

$$f_t^*(I_t) = \min_{\substack{x_t \geq a_t - I_t \\ x_t \geq 0}} \left\{ \underbrace{C_t(x_t)}_C + \underbrace{i_t(I_t + x_t - a_t)}_D + f_{t+1}(I_t + x_t - a_t) \right\}$$

donde:

$$C_t(x_t) = \underbrace{K_t}_A + \underbrace{c_t x_t}_B$$

haciendo $t = n = 4$ tendremos :

Período 4.-

| I_4 | $f_4^*(I_4)$ | x_4^* |
|-------|--------------|---------|
| 0 | 4 | 2 |
| 1 | 3 | 1 |
| 2 | 0 | 0 |

| $I_4 \backslash x_4$ | 0 | 1 | 2 | x_4^* |
|----------------------|---|---|---|---------|
| 0 | - | - | 4 | 2 |
| 1 | - | 3 | - | 1 |
| 2 | 0 | - | - | 0 |

$$\begin{aligned}
 & \text{(A)} \quad \text{(B)} \quad \text{(C)} \quad \text{(D)} \\
 \text{(I)} & 2 + 1(2) + 0 + 0 = 4 \\
 \text{(2)} & 2 + 1(1) + 0 + 0 = 3 \\
 \text{(3)} & 0 + 0 + 0 + 0 = 0
 \end{aligned}$$

Haciendo $t = 3$

Periodo 3.-

| I_3 | $f_3(I_3)$ | x_3 |
|-------|------------|-------|
| 0 | 7.4 | 5 |
| 1 | 6.4 | 4 |
| 2 | 5.4 | 3 |
| 3 | 4.0 | 0 |
| 4 | 3.2 | 0 |
| 5 | 0.4 | 0 |

| I_3 | x_3 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | x_3 |
|-------|-------|-----|-----|-----|-----|-----|---|-------|
| 0 | - | - | - | 9 | 0.2 | 7.4 | 5 | |
| 1 | - | - | 8 | 8.2 | 6.4 | - | 4 | |
| 2 | - | 7 | 7.2 | 5.4 | - | - | 3 | |
| 3 | 4 | 6.2 | 4.4 | - | - | - | 0 | |
| 4 | 3.2 | 3.4 | - | - | - | - | 0 | |
| 5 | 0.4 | - | - | - | - | - | 0 | |

| | A | B | C | D | |
|-----|--------|---------|-----|-------|--|
| (1) | 2+1(3) | + 0 | + 4 | = 9 | |
| (2) | 2+1(4) | +0.2(1) | + 3 | = 9.2 | |
| (3) | 2+1(5) | +0.2(2) | + 0 | = 7.4 | |
| (4) | 2+1(2) | + 0 | + 4 | = 8 | |
| (5) | 2+1(3) | +0.2(1) | + 3 | = 8.2 | |
| (6) | 2+1(4) | +0.2(2) | + 0 | = 6.4 | |
| (7) | 2+1(2) | + 0 | + 4 | = 7 | |
| (8) | 2+1(2) | +0.2(1) | + 3 | = 7.2 | |

| | A | B | C | D | |
|------|--------|-----------|-----|-------|--|
| (9) | 2+1(3) | +0.2(2) | + 0 | = 5.4 | |
| (10) | 0+ | 0 + 0 | + 4 | = 4 | |
| (11) | 2+1(1) | +0.2(2) | + 3 | = 6.2 | |
| (12) | 2+1(2) | +0.2(2) | + 0 | = 4.4 | |
| (13) | 0+ | 0 +0.2(1) | + 3 | = 3.2 | |
| (14) | 2+1(1) | +0.2(2) | + 0 | = 3.4 | |
| (15) | 0+ | 0 +0.2(2) | + 0 | = 0.4 | |

haciendo $t = 2$

Período 2.-

| I_2 | $f_2(I_2)$ | x_2 |
|-------|------------|-------|
| 0 | 10.4 | 7 |
| 1 | 9.4 | 6 |
| 2 | 7.4 | 0 |
| 3 | 6.6 | 0 |
| 4 | 5.8 | 0 |
| 5 | 4.6 | 0 |
| 6 | 4.0 | 0 |
| 7 | 1.4 | 0 |

| $I_2 \backslash x_2$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | x_2^* |
|----------------------|-----|------|------|------|------|------|------|------|---------|
| 0 | - | - | 11.4 | 11.6 | 11.8 | 11.6 | 12.0 | 10.4 | 7 |
| 1 | - | 10.4 | 10.6 | 10.8 | 10.6 | 11.0 | 9.4 | - | 6 |
| 2 | 7.4 | 9.6 | 9.8 | 9.6 | 10 | 8.4 | - | - | 0 |
| 3 | 6.6 | 8.8 | 8.6 | 9.0 | 7.4 | - | - | - | 0 |
| 4 | 5.8 | 7.6 | 8.0 | 6.4 | - | - | - | - | 0 |
| 5 | 4.6 | 7.0 | 5.4 | - | - | - | - | - | 0 |
| 6 | 4.0 | 4.4 | - | - | - | - | - | - | 0 |
| 7 | 1.4 | - | - | - | - | - | - | - | 0 |

Para este período solo calcularemos 3 valores, los demás deberán comprobarlos el alumno.

- (1) $2 + 1(2) + .2(3) + (4) = 8.6$
- (2) $0 + 1(0) + .2(3) + 4 = 4.6$
- (3) $0 + 1(0) + .3(5) + .4 = 1.4$

haciendo $t = 1$

Período 1.- ($I_1 = 0$ solamente).

| I_1 | $f_1(I_1)$ | x_1 | $I_1 \backslash x_1$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | x_1 |
|-------|------------|-------|----------------------|---|---|---|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 0 | 14.80 | 5610 | 0 | - | - | - | 15.4 | 15.6 | 14.8 | 15.3 | 15.6 | 15.6 | 16.2 | 14.8 | 5610 |

Vemos que existen dos políticas que conducen a un costo mínimo

Política (A)

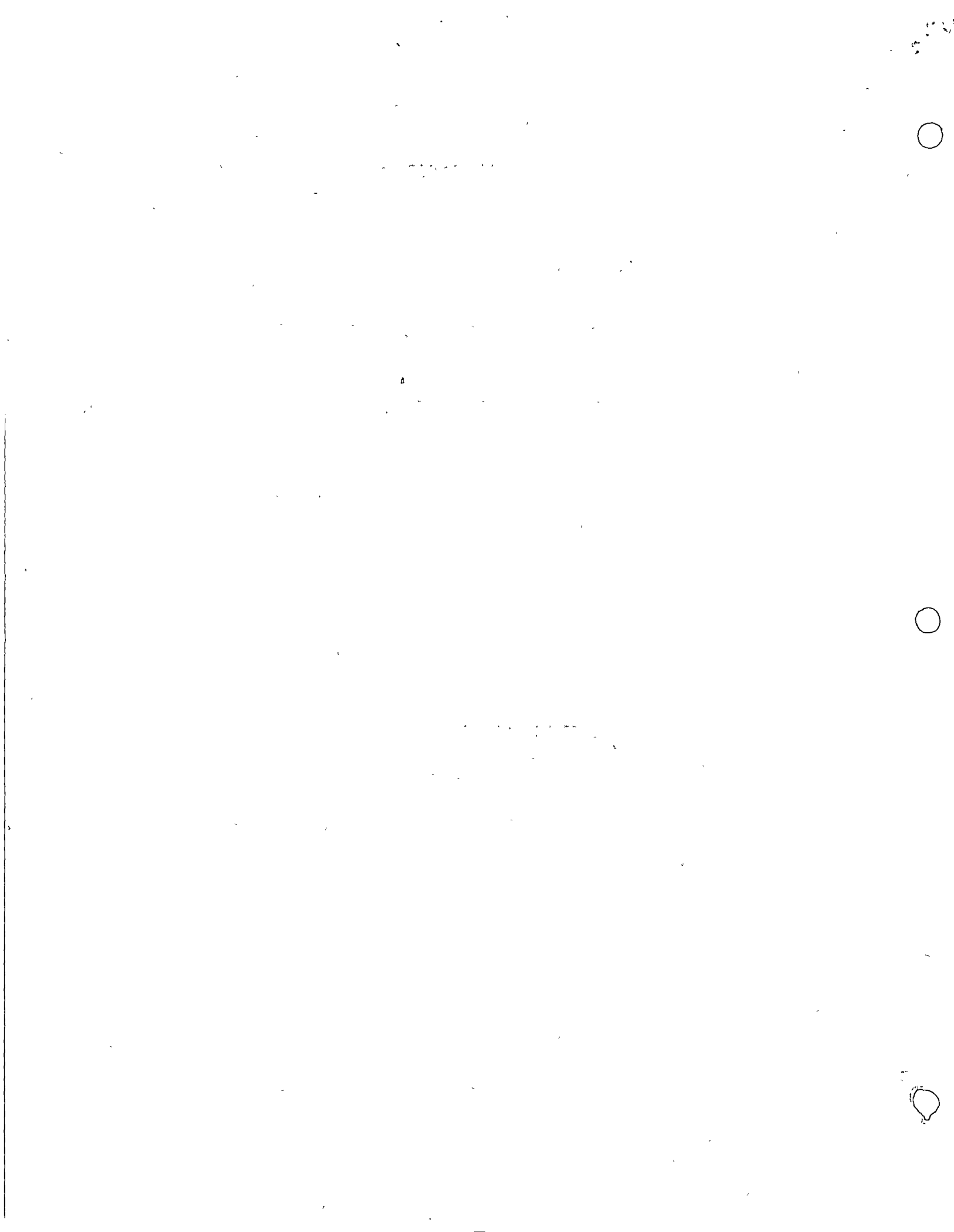
$$\begin{aligned}
 x_1^* &= 5 \\
 x_2^* &= 0 \\
 x_3^* &= 5 \\
 x_4^* &= 0
 \end{aligned}$$

Política (B)

$$\begin{aligned}
 x_1^* &= 10 \\
 x_2^* &= 0 \\
 x_3^* &= 0 \\
 x_4^* &= 0
 \end{aligned}$$

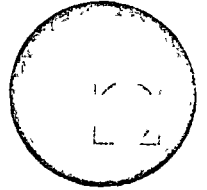
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

- 4.- HIGHER ALGEBRA
HALL AND KNIGHT
- 7.- INVESTIGACION DE OPERACIONES (APUNTES)
PINILLOS MARIN BENITO.
- 2.- KEY CONSIDERATION TO INVENTORY MANAGEMENT.
A M A 1593.
H. FORD DUKIE.
- 8.- OPERATION RESEARCH METHODS AND PROBLEMS.
SASIMNI YASPAN AND FRIEDMAN.
- 6.- PRODUCTION INVENTORY SYSTEMS.
EEWOOD S. BUFFA.
- 1.- PRODUCTION CONTROL AND DECISIONS 1968.
JAMES H. GREWE.
- 3.- SCIENTIFIC INVENTORY CONTROL
W. EVERT WELCH.
MANAGEMENT PUBLISHING CORP.
- 5.- TECNICAS CUANTITATIVAS APLICADAS A LA ADMI-
NISTRACION.
A M D A P P A C





centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION.

INTRODUCCION.

ING. MIGUEL LEON GARZA.

Costo de Operación de un Departamento de Compras
como un % de volumen de Ventas

DE 0.10 % A 1.9 %

- ¿Qué tanto de nuestros ingresos por ventas salen por concepto de compras?
- ¿Qué efecto tiene una reducción de costos en -- nuestras utilidades?
- ¿Cuánto nos cuesta tener un control efectivo de nuestros egresos por compras?

Costo de los materiales como un % de las ventas

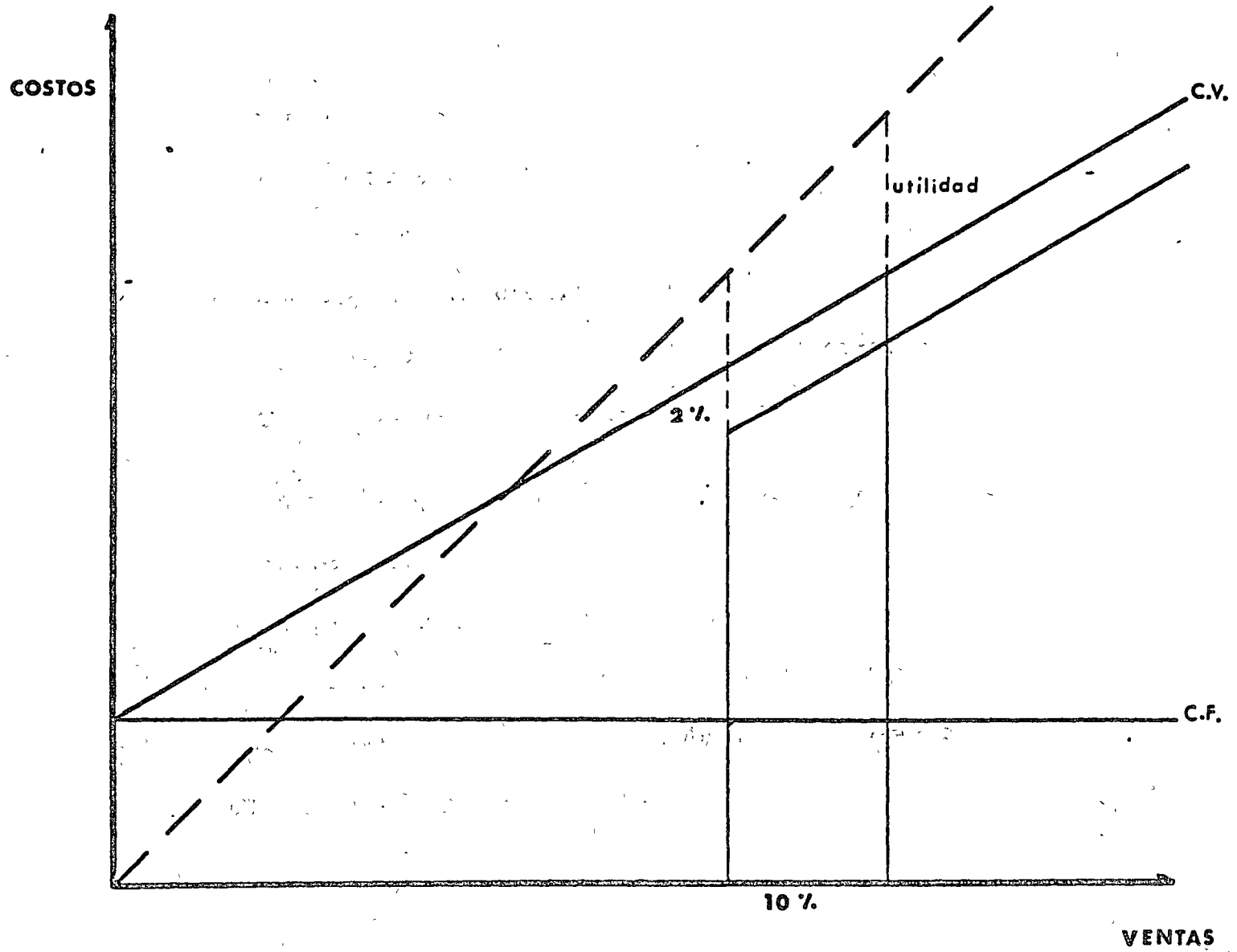
| <u>TIPO DE INDUSTRIA</u> | <u>%</u> |
|------------------------------------|----------|
| Farmacéutica | 25.0 |
| Equipo de Radio y T. V. | 36.0 |
| Motores y Gen. Eléctricos | 43.0 |
| Productos de Hule | 48.0 |
| Química Inorgánica | 50.0 |
| Productos Plásticos | 52.0 |
| Química Orgánica | 53.0 |
| Maquinaria Agrícola | 57.0 |
| Llantas y Cámaras para automóviles | 60.0 |
| Textiles terminados de algodón | 67.0 |
| Bolsas de papel | 69.0 |
| Cobre Primario | 79.0 |
| Refinación del Petróleo | 83.0 |

DEFINICION DE APROVISIONAMIENTO:

"Como aquella función en la empresa responsable de los materiales, en toda su extensión, incluyendo las siguientes fases:

- Conocimiento de la necesidad
- Conocimiento, desarrollo y selección de las fuentes
- Obtención del plan de Compra
- Planeación y Programación del abastecimiento
- Control de Inventarios
- Seguimiento
- Manejo de Materiales
- Tráfico

GRAFICA. UTILIDAD - COSTOS



C O N T I N U O

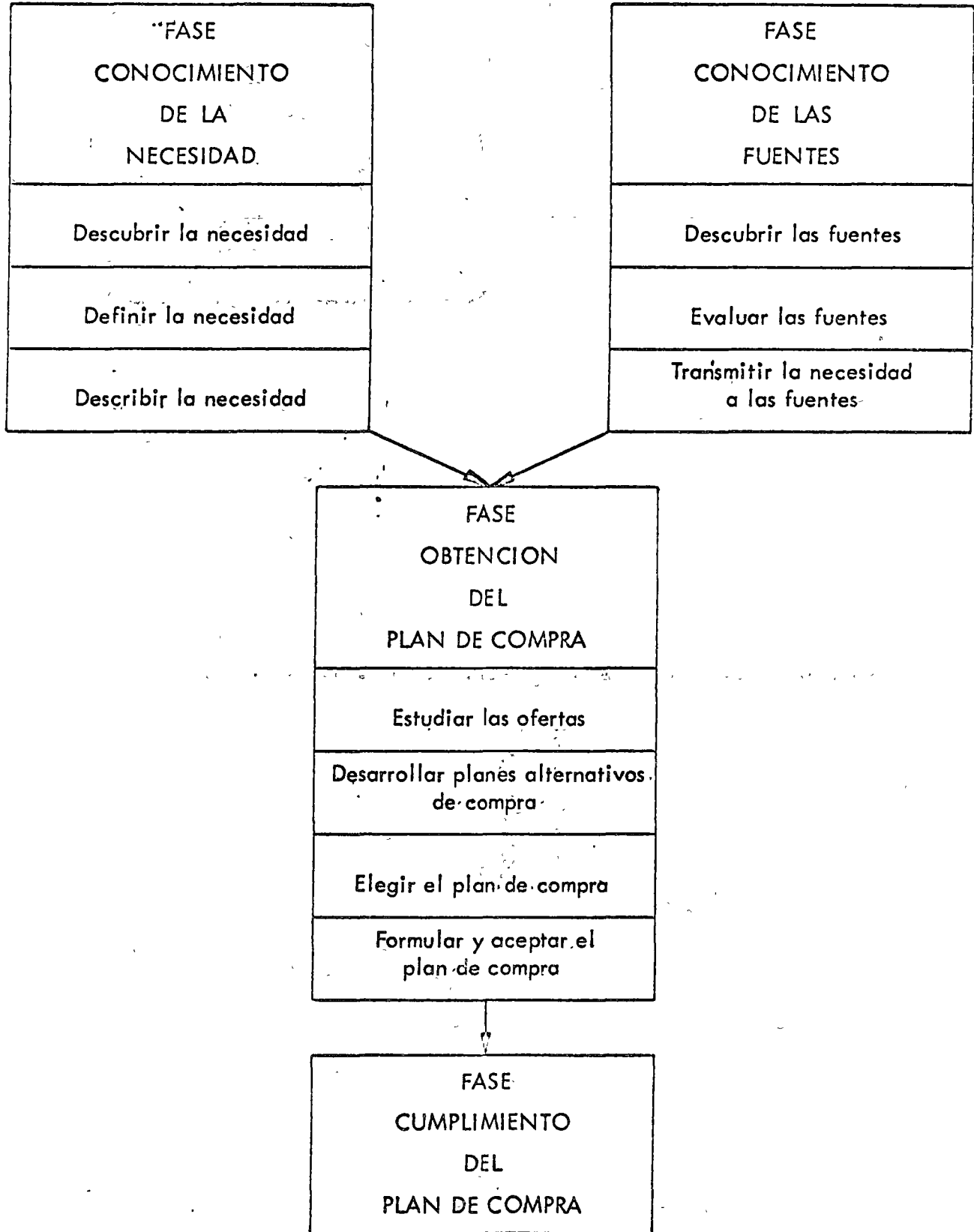
SISTEMAS DE
PRODUCCION

INTERMITENTE

POR LOTES

PROYECTOS EN
GRAN ESCALA

GRAFICO Nº 1



Sales dollar go?

How do we know?

taking to reduce the purchase costs. Questionnaires were sent to a broad spectrum of firms—whose sales range from \$1.5 million to \$3 billion, and purchasing staffs from 1 to 700 people. The survey shows that 72% of the purchasing executives contacted have established yearly targets for purchasing cost reductions.

The targets range from 1% a year to 10%, and average out to a figure of 3.2%. But the median figure of 2% is also the mode, with far and away the most frequent number of mentions.

In line with this, Table II (at right) shows the percentages of sales increases needed in each industry to have the same profit effect as the 2% reduction in purchase costs that most purchasing executives are shooting for.

The calculations in Table II are based on a before-tax profit margin of 8%, and the cost-of-material percentages from Table I. The results clearly show that aggressive purchasing action—whether through negotiation, value analysis, standardization or any other tested procurement technique—can have the same net effect as substantial increases in sales volume.

Of course, the impact of reduced purchase costs is highest, in industries where material costs are proportionately greater. But even in the complex world of electronics and instruments, a 2% reduction in purchase costs is equivalent to an 11.25% sales increase.

To determine the exact figures

TABLE II
Profit effect of 2% saving in purchase costs
*Based on before-tax profits of 8%,
and material cost percentages from Table I.*

| | Equivalent Sales Increase |
|--------------------------------|---------------------------|
| Food, Textiles and Tobacco | 16.25% |
| Chemicals, Petroleum and Paper | 15.0% |
| Machinery and Equipment | 14.0% |
| Non-Metallic Products | 13.0% |
| Metal Products | 12.75% |
| Electronics and Instruments | 11.25% |

Every purchasing saving of 2%—the cost reduction target figure used by most purchasing managers—is equivalent to a sales increase of at least 11.25%. In most industries, the ratio is even higher.

for your own company (perhaps to compare them against industry trends), you can develop your own statistics. To do this, first divide your annual purchases by your annual sales. Then divide the result by your firm's before-tax profit margin. The final result will be the percent of sales increase that would be necessary to have the same profit impact as each 1% of your purchasing savings.

By working out these figures purchasing can often give management a whole new perspective. The statistics give you a chance to demonstrate what purchasing can do to—and for—profits. As a result you are more likely to gain the support and backing that you need to continue your cost reduction programs and meet your goals.

Don't be surprised, however, if the boss asks how much it's costing the company for the kind of savvy purchasing you're giving him. He probably already knows to the penny the cost of every sales call—and he'll be looking for a figure he can relate to.

Because of this, one of the more pertinent indicators you can give him is the cost of running the purchasing department as a percent of sales volume. You should probably be able to give him a number that's well below 1%.

Table III, (see p. 66) based on PURCHASING Magazine's survey, shows the high, low, average and median figures for purchasing operating costs.

Purchasing's operating costs are lowest in the process indus-

tries. The reason for this is that a few relatively large purchases of bulk commodities take care of most raw material needs. Purchasing can get by with fewer orders, fewer clerks and even fewer buyers.

Much the same is true of non-metallic products—where heavy quantities of plastics, rubber, glass and other compounds can often be contracted for on a long-term basis.

And, in machinery and equipment manufacturing, wholesale subcontracting of major assemblies and parts may similarly reduce purchasing's operating costs.

In both electronics/instruments and metal products, however, the typical purchasing department is one where buyers have to handle a great many orders—often of extreme complexity. As a result, costs are relatively higher in these industries.

END

TABLE III
Cost of operating purchasing department
as % of sales volume

| | High | Low | Average | Median |
|-----------------------------------|------|------|---------|--------|
| Metal Products | 1.9% | .08% | .49% | .44% |
| Electronics and Instruments | 1.6% | .08% | .47% | .35% |
| Machinery and Equipment | | | | |
| Manufacturing | 1.0% | .10% | .41% | .30% |
| Non-Metallic Products | 1.4% | .10% | .36% | .25% |
| Chemicals, Petroleum and Paper | .43% | .05% | .22% | .19% |
| Food, Textiles and Tobacco | .30% | .05% | .14% | .10% |

Purchasing's operating expenses—salaries, supplies, travel, etc.—average less than one-half of one percent in all industries. In many companies, because of the nature of the product line, the percentages are even lower.

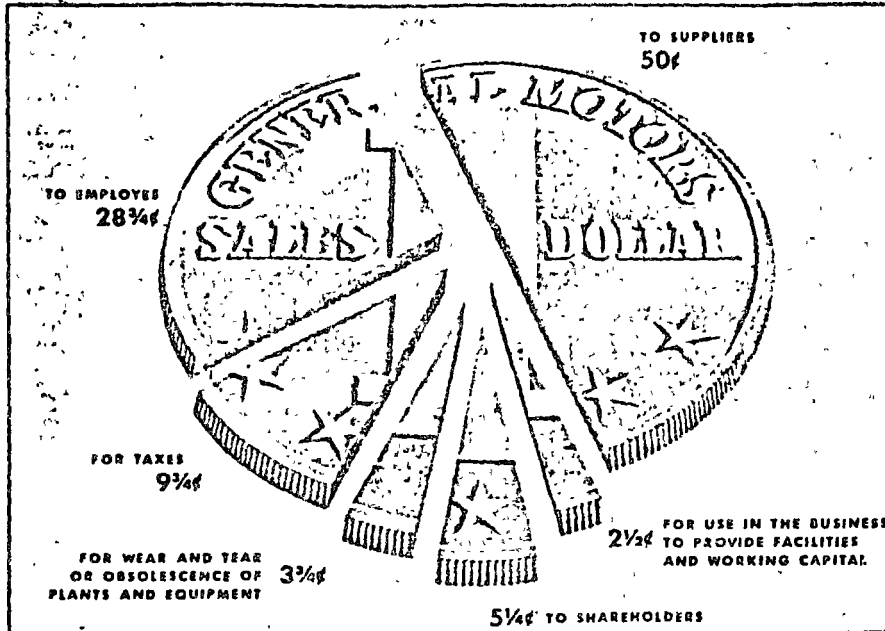


FIG. 1-2. How General Motors Corporation spends its sales dollar. (Source: General Motors Corp., Annual Report to Stockholders.)

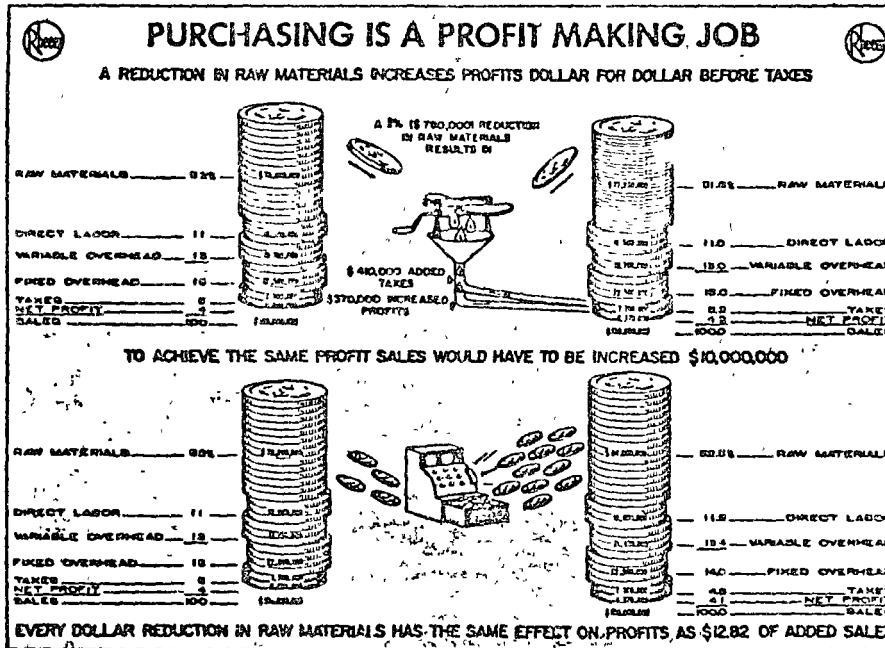


FIG. 1-3.

CALCULO DE DIAS DE RESERVA PARA TRANSITO (T)

3.5.1.1 TOTAL DE ARTICULOS MANEJADOS 12
 PROTECCION 90%

| | | | | | TOTAL | PROM. | PROTEC. |
|-----------------|---|-----|---|---|-------|-------|----------------|
| DIAS | 4 | 3 | 2 | 1 | 10 | 2.5 | |
| (ANT. ARTICULO | 1 | 2 | 5 | 4 | 12 | | 10.8 = 11 |
| SELEC. | 4 | 3 | 1 | 1 | | | |
| PROTECCION | | 2.7 | | | | 2.5 | 3X.9 = 2.7 |
| DECISION | | | | | | | T. = 2.6 Dias. |

Manual > 4

T₂ = Manual > 4

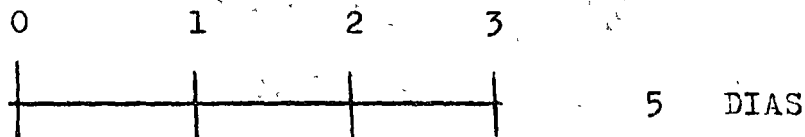
3.5.1.2 RESERVA DE PREPARACION DE ORDENES. (P)

1 DIA P = 1

3.5.1.3 CICLO DE ENTREGA

Entregas Semanales L m m j v = C E = 1

3.5.1.4 RESERVA DE OPERACION



PASOS 1 2 3 4

RO = P₁ = 5

RO = P₂ = 6

RO = P₃ = 7

RO = P₄ = 8

3.5.1.5 DAÑO POR MANEJO E INSTALACION

LA ASIGNACION DE MANO DE OBRA EN BASE ESTADISTICA EN --
 NUESTRO EJEMPLO 0.02RO

3.5.2 TABLA DE RESERVAS DIAS.

| No. ART. | TRANSITO | P | C.E | R.O | DAÑO | TOTAL |
|----------|----------|---|-----|-----|------|-------|
| I | 2.6 | 1 | 1 | 6 | 0 | 10.6 |
| II | 2.6 | 1 | 1 | 7 | 0 | 11.6 |
| III | 2.6 | 1 | 0.5 | 8 | 0 | 12.1 |
| IV | 2.6 | 1 | 1 | 5 | 0 | 9.6 |
| V | 2.6 | 1 | 1 | 6 | 0 | 10.6 |
| VI | 4 | 1 | 1 | 8 | .16 | 14.16 |
| VII | 2.6 | 1 | 0.5 | 6 | 0 | 10.1 |
| VIII | 2.6 | 1 | 1 | 7 | 0 | 11.6 |
| IX | 2.6 | 3 | 1 | 5 | .10 | 10.7 |
| X | 2.6 | 1 | 1 | 8 | 0 | 12.6 |
| XI | 2.6 | 1 | 1 | 7 | 0 | 11.6 |
| XII | 2.6 | 1 | 1 | 7 | .14 | 11.74 |

3.5.4 DETERMINACION USO PROMEDIO DIARIO. PROM. 11.41

VOL. ANUAL = 300 DIAS HABIL 240

USO 3 PROMEDIO * $\frac{300}{240} = 1.25$

USO PROMEDIO 1.25 X 3 = 3.75

| N/P | USO PROM. DIARIO | PRECIO UNIT. | C. PROM. DIARIO | V. DE RES. |
|------|------------------|--------------|-----------------|------------|
| I | 10 | 10 | 100 | 1,060.00 |
| II | 4. | 3 | 12 | 139.20 |
| III | 3.75 | 4 | 15 | 181.50 |
| IV | 9.2 | 9 | 82.80 | 194.88 |
| V | 12.6 | 0.50 | 6.30 | 66.78 |
| VI | 3 | 1 | 3 | 42.48 |
| VII | 4 | 50 | 200 | 2,020.00 |
| VIII | 5 | 4 | 20 | 232.00 |
| IX | 7 | 3 | 21 | 224.70 |
| X | 12 | 2.00 | 24 | 302.40 |
| XI | 10 | 6 | 60 | 696.00 |
| XII | 3 | 0.20 | .60 | 7.04 |

12

= 5,166.98

PROM. 430.58

PROM. 430.58

1,240,000.00

3.5.8 DE LA TABLA ANTERIOR ENTRANDO CON LOS NUMEROS DE PARTE QUE NOS COMBIENE CONTROLAR SUPONGAMOS QUE REQUERIMOS -- DE 4 GRUPOS Y QUE LA DIVISION POR CLASE QUEDARIA EN -- PORCENTAJE DE LA CANTIDAD DE PARTES COMO 8,16,33,43 PARA LAS CLASES A, B, C, D, RESPECTIVAMENTE COMO SE INDICA EN LA TABLA SIGUIENTE:

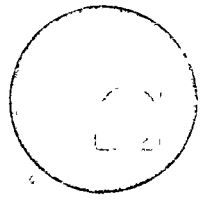
| CLASE | % D/P | N/P | VALOR DE RES. | % EN VALOR |
|-------|-------|------|---------------|------------|
| | 8% | VII | 2,020.00 | 39% |
| | 16% | I | 1.060.00 | 34% |
| | | XI | 696.00 | |
| | 33% | X | 302.40 | 18% |
| | | VIII | 232.00 | |
| | | IX | 224.70 | |
| | | IV | 194.88 | |
| | 43% | III | 181.50 | 9% |
| | | II | 139.20 | |
| | | V | 66.78 | |
| | | VI | 42.48 | |
| | | XII | 7.04 | |

5,166.98

VALOR DEL INVENTARIO ANUAL PROMEDIO 1.240,075.20



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION

TEMA

PLANEACION Y CONTROL DE PRODUCCION

M en I. JUAN BUENO CIRION

PLANEACION Y CONTROL DE PRODUCCION

I.- INTRODUCCION.

En especial, para las industrias con un alto grado de estandarización y talleres cerrados, los conceptos de planeación y control de la producción son de sumo interés.

Son importantes al menos, si deseamos obtener el mayor uso del equipo y mano de obra, dentro de las restricciones físicas y de políticas de operación imperantes en la empresa.

Por planeación en la producción entenderemos la realización de un programa de producción a mediano plazo, usualmente un año, en el que se indique el nivel de operación deseado, basado en pronósticos de demanda y materia prima, y se tomen en cuenta todas las restricciones que operan sobre los elementos productivos de una empresa. A ello se le conoce como un plan maestro de producción.

Al realizar un plan maestro de producción nos enfrentamos con grandes interrogativas como por ejemplo:

-Cómo absorber la fluctuación de demanda prevista en los próximos meses. Dejando variar los inventarios o variando la mano de obra. Tal vez la respuesta debiera ser cambiar los turnos de trabajo, o subcontratar algo de la producción. Nos convendría más perder algunos pedidos.

En la vida real es poco probable que alguna de estas acciones por si sola sea la más conveniente. Existen costos asociados con cada estrategia y una combinación de dos o más de ellas, nos resultaría en mejores soluciones.

Ello se debe a que cada acción implica un costo y es la combinación de ellas lo que nos permite en ocasiones minimizar el costo total.

Así por ejemplo, el uso de los inventarios para absorber fluctuaciones estacionales en la demanda, los costos de almacenamiento, seguros, manejo de material, obsolescencia y capital seguros que aumentarán.

Cambios en la fuerza de trabajo afectan los costos de mano de obra. Al contratarse empleados, los costos de selección, entrenamiento, compensaciones, etc., suben; al despedirse empleados existen además de los costos normales de indemnización, costos notangibles como es la indisposición o inseguridad en la fuerza de trabajo.

2.- PROGRAMAS MAESTROS DE PRODUCCION.

Como una introducción al problema de la programación de la producción tomamos los datos del ejemplo siguiente.

| Mes (1) | Producción en el mes. (2) | Requerida Acumulada. (3) | Días de en el mes. (4) | Producción acumulada. (5) | Requerimientos diarios- (2) y (4). (6) |
|------------|------------------------------|-----------------------------|---------------------------|------------------------------|--|
| Ene. | 400 | 400 | 22 | 22 | 18.18 |
| Feb. | 510 | 910 | 18 | 40 | 28.33 |
| Mar. | 400 | 1310 | 22 | 62 | 18.18 |
| Abr. | 405 | 1715 | 21 | 83 | 19.29 |
| May. | 460 | 2175 | 22 | 105 | 20.91 |
| Jun. | 675 | 2850 | 21 | 126 | 32.14 |
| Jul. | 580 | 3430 | 21 | 147 | 27.62 |
| Ago. | 600 | 4030 | 13 | 160 | 46.15 |
| Sept. | 300 | 4330 | 20 | 180 | 15.00 |
| Oct. | 280 | 4610 | 23 | 203 | 12.17 |
| Nov. | 440 | 5050 | 21 | 224 | 20.95 |
| Dic. | 500 | 5550 | 20 | 244 | 25.00 |

En el aparecen los requerimientos de producción de un cierto producto, tomando ya en cuenta los tiempos de producción y distribución, por lo que los requerimientos son aquellos que la fábrica debe cumplir.

En primer término, nótese que los requerimientos por mes aparecen diferentes cuando se toma en cuenta el No. de días por mes. En el primer caso los cambios en la demanda son menos abruptos --- que en el caso en que se consideran los días por mes. Así la relación máximo/mínimo en los requerimientos mensuales es de $675/280 = 2.41$, y de la producción diaria es de $46.15/12.17 = 3.79$.

En segundo término, los requerimientos que la fábrica debe -- cumplir incluyen así mismo los inventarios de seguridad (buffer) -- para el caso de demandas extremas. Se desea realizar diferentes planes de producción que cumplan con esos requerimientos. En la siguiente figura se muestra una técnica por medio de la cual diferentes -- alternativas pueden ser desarrolladas.

El procedimiento a seguir es el siguiente:

- 1.- Grafique la curva de requerimientos de producción -- acumulados.
- 2.- Un plan de producción factible, en el sentido de -- cumplir con los requerimientos de producción será -- cualquier línea que siempre esté arriba de la línea de requerimientos de producción. Las diferencias verticales entre estas dos líneas representan los inventarios creados por el plan de producción propuesto.

Se han graficado dos diferentes planes de producción. El --- plan No. 1 propone una producción constante, el plan No. 2 sigue - más de cerca los cambios en requerimientos pero cambia la produc--- ción 3 veces en el año (incluyendo el cambio al principio o al fi- nal del año). El plan 2 obviamente requiere menores inventarios -- que el plan 1 pero supone otros costos dada la necesidad de contra- tar o correr gente, horas extras o alguna subcontratación. Así --- mismo el plan 2 supone un inventario inicial de 6 unidades.

En la siguiente figura se muestran los dos planes de produc- ción, junto con sus cambios, comparándolos con los reque--- rimientos diarios. Así mismo se muestra la capacidad normal de --- planta y su capacidad máxima con turnos extra. Requerimientos más - allá de la capacidad máxima implican acumulación anterior de inven- tarios o algo de subcontratación.

En la siguiente tabla se suman los costos incrementales para los dos planes.

| | Plan 1. | Plan 2. |
|-------------------------------|---------|-------------|
| (1) Inventarios | 76785 | 22288 |
| (2) Cambios en Fuerza Trabajo | 0 | 28500 |
| (3) Tiempo Extra | 0 | 3400 |
| (4) Subcontratación | 0 | <u>1875</u> |
| TOTAL: | 76785 | 56363 |

- (1) Costo de llevar inventarios - 240.00/año x unidad
- (2) Costo de contratación o liquidación - 200.00/hombre
Un empleado incrementado o sustraído de la producción la afecta por .1 unidad/día.
- (3) Las unidades producidas en tiempo extra cuestan 20.00 más por unidad.
- (4) Las unidades subcontratadas cuestan 33.06 más por unidad.

En este caso al Plan No. 2 resulta menos costoso, aunque -- con seguridad no es el mejor plan al que se pudiera llegar. Esta es una de las objeciones a este método gráfico, ya que no optimiza el plan en ningún sentido, es más, es un método estático que no nos permite variar el plan según las condiciones cambian.

Estas dos limitaciones es posible en algunos casos superarlas por medio de métodos matemáticos o heurísticos que discutiremos más adelante. Sin embargo este método gráfico nos ha servido para centrarnos en el problema que representa un plan maestro de producción o planeación agregada como ha dado en llamársele actualmente. En lo que sigue usaremos los dos términos indistintamente.

3.- DIFERENTES SOLUCIONES PARA DIFERENTES ESTRUCTURAS DE COSTOS.

Según sea la estructura de costos en una empresa alguna de las variables de decisión (como son cambios de inventarios, fuerza de trabajo, etc.,) dominará en la solución dada al problema planteado por la necesidad de hacer frente a una demanda variable. Es to puede ser mejor ilustrado por medio de algunos ejemplos:

Ejemplo 1. Uso de inventarios.

En una pequeña empresa fabricante de zapatos para hombre, - se encontró que el inventario era la variable clave para absorber las fluctuaciones de la demanda durante el año.

Como estas fluctuaciones son relativamente pronunciadas, -- significa que la inversión en inventarios varía por casi cincuenta por ciento en el curso de un año. En la condición extrema de -- ventas máximas, inventarios negativos son usados en el sentido de permitir la acumulación de órdenes sin surtir e incrementar los -- tiempos de entrega. Las razones de esta política son:

- 1.- Mano de obra muy calificada siendo un recurso escaso.
- 2.- Fama bien establecida que hace que el consumidor desee es-- perar el producto.
- 3.- El espacio de almacenamiento es reducido.

Ejemplo 2. Uso de inventarios.

Un gran productor de leche y sus derivados se encuentra frente a cambios en la demanda de sus diferentes productos, complicado esto con contratos a largo plazo con sus proveedores, en el sentido que cantidades fijas tienen que ser absorbidas en el año. Como esta oferta varía también durante el año, al problema se le da la solución de no solo variar el inventario de leche sino también los inventarios de sus derivados. Esto se debe a que algunos productos tienen una vida más larga tales como queso, mantequilla y helado -- que puedan ser almacenados para la época de mayor venta. Las razones de esta política ya han sido mencionadas, a saber:

- 1.- Cantidades fijas de compra de materia prima.
- 2.- Existencia de productos derivados..

Ejemplo 3. Tasa de producción e Inventarios.

En una gran fábrica de latas para la industria cervecera, la demanda de latas se deriva de la demanda por bebidas. Como la producción de latas se puede tipificar en tres etapas; laminado- im-- precisión- formado; es posible usar una combinación de inventarios -- en proceso y variaciones en la tasa de producción para satisfacer la demanda. Como la industria de latas es sumamente competitiva; -- se considera esencial ofrecer un servicio rápido a los clientes.- Para lograr esto y evitar requerimientos de espacio para almacenar grandes cantidades de latas vacías, la solución está en completar las dos primeras etapas del proceso y guardar las láminas impresas en inventario. Cuando se recibe una orden es posible formar y entre-- gar las latas usando tiempo extra en la etapa de formado. El grado de mecanización usado impide a la administración variar la mano de obra. Las razones para usar tiempo extra e inventarios en proceso-- en este caso fueron:

- 1.- La mecanización fija al tamaño de la mano de obra.
- 2.- Se requiere un rápido servicio dada la competitividad del -- mercado.
- 3.- El proceso es divisible en etapas, requiriéndose menos volu-- men de almacenamiento en etapas intermedias.

Ejemplo 4. Uso de Mano de Obra.

En una industria mediana productora de dulces y chocolates, - que experimenta grandes fluctuaciones en la demanda durante el año- variaciones en la mano de obra son usadas para absorber los mínimos y máximos. Como el proceso requiere una gran cantidad de mano de -- obra de baja calificación, es posible obtener los trabajadores sin- grandes dificultades; la política estaba dictada por restricciones- en la vida del producto cuyo proceso de deterioración es muy rápido

Esto significa que el inventario tiene una aplicabilidad muy- limitada para absorber la demanda. Resumiendo, las razones de esta- política fueron las siguientes:

- 1.- Corta vida del producto.
- 2.- Disponibilidades de mano de obra.
- 3.- Mano de obra no calificada necesaria en el proceso.

En los ejemplos anteriores intentamos ilustrar que dadas las- estructuras de costos de una industria la solución al problema de - hacer frente a las variaciones en la demanda será de un tipo defi-- nido; estas condiciones es necesario determinarlas antes de inten-- tar ningún modelo o plan, si se desea evitar errores en ocaciones - costosos. Esto no quiere decir, sin embargo, que una forma única de absorber las fluctuaciones en la demanda sea lo óptimo, existiendo- costos asociados con cada una de las alternativas, tal y como se -- mostró en los ejemplos anteriores.

~~fuerte~~ Las alternativas abiertas a un ejecutivo que intenta hacer -- fuerte a fluctuaciones son las siguientes:

- 1.- Ajustar su mano de obra contratando y despidiendo de acuerdo- a las fluctuaciones.
- 2.- Ajustar su producción con más o menos tiempo de trabajo sin - variar la mano de obra.
- 3.- Absorber las fluctuaciones por medio de acumulación de inven- tarios, pedidos o pérdidas de venta.
- 4.- Subcontratar.
- 5.- Políticas de Mercadotecnia.
- 6.- Combinación de las anteriores.

Cuáles son los costos que conciernen al usar cualquiera de estas estrategias es el tema del inciso siguiente.

3.- COSTOS INVOLUCRADOS EN EL CAMBIO DE VOLÚMENES DE PRODUCCION.

Aunque en la planeación agregada se dividen el nivel de mano - de obra y la tasa de producción, es útil hablar de sus interrelacio- nes y ver la estructura de costos involucrada en el cambio de nive-- les de producción (que incluye a la mano de obra y/o tasa de produc- ción). Nuestro objetivo sea mostrar más claramente que sucede cuando

el nivel de producción varía. Estaremos interesados en los costos incrementales de dichas decisiones. Podremos dividir estos costos en aquellos que ocurran por única vez al momento de tomar la decisión y los costos incrementales que ocurren durante el periodo en que el nuevo nivel está en efecto. Son tres los factores determinantes de estos costos.

- 1.- El nivel actual de producción, antes de la decisión de cambiarlo.
- 2.- La magnitud del cambio.
- 3.- La duración del cambio.

La influencia del nivel actual debe ser obvia. Si la planta se encuentra trabajando al 80% de su capacidad, un incremento del 10% resulta relativamente fácil comparado con los costos necesarios del mismo incremento si la planta ya se encontrara al 100% de su capacidad.

El efecto de la magnitud del cambio es claro también. Contratar o despedir 50 empleados resulta más caro que hacer lo mismo con 5. Similarmente un gran incremento en los inventarios puede requerir bodegas adicionales y una gran reducción puede implicar abandonar algunas de ellas. Grandes cambios en la mano de obra pueden ser impedidos por la escasez de la misma o cláusulas de contrato con sindicatos.

La duración del cambio también afecta el costo de un cambio de nivel. Un incremento en la producción por medio del uso de tiempo extra implicará costos según dure el cambio. La elección del tiempo de programación dependerá del costo de programas, los errores que se cometan, el tiempo que tarda el estudio y el costo de cambiar planes que ya se encuentran en manos de la gente de producción.

Es muy poco probable que los costos de incrementar o disminuir la producción sean los mismos. En la siguiente tabla se muestran algunos de los costos típicos involucrados en aumentar y disminuir la producción y se nota que las listas son muy diferentes y los costos agregados resultantes es de esperarse que sean diferentes.

TABLA 4 - 1

Costos involucrados en el cambio de niveles de producción (tasa y fuerza de trabajo).

Costos de Aumentar

- 1.- Contratación y Entrenamiento.
 - a) Entrevistas y Selección.
 - b) Registros, exámenes,...
 - c) Entrenamiento.

Costos de Disminuir

- 1.- Compensaciones de despido
- 2.- Contribuciones al Sindicato.

- 2.- Funciones de Servicio
 - a) Control de inventarios y Producción.
 - b) Compras, recepción e - inspección de materiales y de manejo.
- 3.- Nuevos Turnos.
 - a) Supervisión
 - b) Costo extra por hora--rio.
- 4.- Tiempo extra.
- 3.- Costo de transferir al emplea--do y reentrenarlo.
- 4.- Efectos intangibles en la imá--gen de la compañía.
- 5.- Costos en el control de inven--tarios y producción por cam--bio de programas, puntos de -ordenamiento, ...
- 6.- Tiempos muertos por el retra--zo entre la decisión y la ac--ción.

Así mismo podemos hablar de los costos que ocurran por cambios en los niveles de subcontratación, los cuales en caso de un aumento--incluyen puntos tales como: firma de nuevos contratos, anticipos, --aumento en los pagos, costos de supervisión, etc.; y en casos de dis--minución pueden incluir conceptos como: indemnizaciones, pérdida de--confianza, etc.

En todo caso, y basados en nuestro conocimiento de que los cos--tos de un cambio son función del estado actual y de la magnitud del--cambio podemos afirmar que los costos seguirán en forma tal como la--propuesta en la figura 4. 1

En la cual debemos notar las siguientes características:

- 1.- El cambio en costos por aumentar la producción aumenta según es más alta la capacidad usada actual.
- 2.- El cambio en costos por disminución la producción aumenta -- según es más baja la capacidad usada actual.
- 3.- El cambio en costos es mayor según el cambio sea en mayor, - en un incremento creciente. Es decir las ^{curvas} nuevas son cóncavas hacia arriba.

En la vida real estos supuestos se ven complicados por el -- hecho de que los cambios en ocasiones no se pueden hacer sino en - grandes incrementos a la vez lo que obliga a discontinuidades en - las curvas tal y como se muestra en la figura 4 - 2.

Así mismo debemos entender que en la vida real es muy difícil, si no imposible, determinar con exactitud la forma de dichas curvas, por lo cual es la práctica usual hacer ciertas simplificaciones como suponer las curvas como una recta o varias rectas, lo cual permite el uso de técnicas como la Programación Lineal para resolver el problema de la planeación agregada. Estas soluciones como tal son una simplificación de lo que ocurre en la realidad, sin embargo esta realidad es lo suficientemente compleja como para que pierda sentido tratar de modelarla exactamente, y aunque ello pudiera ser hecho, el costo en la mayoría de los casos resultaría prohibitivo por lo cual tendremos siempre que determinar hasta que punto deseamos modelar la realidad y que simplificaciones nos permiten llegar a resultados aprovechables.

Nos faltaría discutir cuales son los costos en que se incurre por un cambio en el nivel de inventarios, en este caso nuevamente se aplican nuestros principios básicos y son que: el cambio en costos dependerá del nivel actual, la magnitud y la adlaración del cambio de nivel de inventarios. En general se supone que los costos de llevar inventarios son lineales sobre un gran rango ocurriendo algunas discontinuidades en muy altos o bajos niveles en que las facilidades actuales se vuelven extremadamente ineficientes para manejar los volúmenes. En el caso de inventarios existen dos costos básicos: en primer lugar el costo de llevar inventarios que aumenta proporcionalmente al nivel de inventarios en segundo lugar el costo de faltantes que disminuye según aumentan los inventarios; la suma de estos dos costos nos dá el resultante del costo de inventarios, existiendo un nivel mínimo de acuerdo al nivel de operaciones o la forma de la demanda. Esto se ilustra en la figura 4 - 3.

5.- LA FUNCION DEL CONTROL.

Cuando se ha elaborado un programa básico de producción, el resultado es una secuencia de niveles planeados de producción y de balances de inventarios basados en los pronósticos de ventas. A medida que surjan las ventas debemos tener algún sistema para compensar las diferencias entre las necesidades planeadas y las reales de modo que se mantengan los inventarios, la mano de obra y la subcontratación a un nivel adecuado. Si las necesidades reales sobrepasan a los planes, corremos el riesgo de quedarnos sin existencia con resultados de un servicio deficiente para el cliente. Si las necesidades reales son menores a lo esperado, las existencias se acumularán o tendremos mano de obra ociosa, con el resultado de mayores costos para mantenerlos. Un plan de control es necesario, a fin de ajustar los niveles de producción e inventarios con la experiencia de las ventas. Tal plan de control puede lograrse al elaborar periódicamente un nuevo programa de producción que tome en cuenta los ~~los~~ inventarios existentes y los ajuste a los niveles de producción a corto plazo. La elaboración de un nuevo programa requiere la reaplicación de ideas que hemos discutido. Los ajustes inmediatos son los que deseamos discutir ahora. Es común que estos ajustes se apliquen únicamente a el nivel de inventarios, el nivel de subcontratación y ajustes en el ritmo de producción, dejando los cambios en mano de obra y política de ventas para los planes a mediano y largo plazo. En lo que sigue ejemplificaremos con el control de inventarios y cambios en el nivel de producción sin mencionar a la subcontratación, aunque ella en algunos casos es factor importante a considerar.

En esencia, ^{su} ~~el~~ maestro objetivo es incrementar o disminuir los niveles de producción en ^{su} período posterior, en forma proporcional a las diferencias entre ventas reales y las de pronósticos, en una cantidad que minimice los costos marginales de inventarios y la fluctuación de niveles de producción. Si el período que se planea es relativamente corto, este ajuste de niveles corregirá continuamente los niveles de inventario a fin de mantenerlos de acuerdo con la demanda actual y de este modo, prevenir el quedarse sin existencias o que éstas se incrementen en demasía.

Esto trabaja como un sistema de retroalimentación. La información relacionada con la demanda del consumidor se compara con los inventarios reales para determinar el error lo cual se retroinforma y se comprara con la información que se tiene sobre los niveles de producción planeados para el período venidero. Mediante el uso de una regla predeterminada, el nivel de producción se ajusta para compensar la fluctuación en la demanda y mantener los inventarios en el nivel deseado. Este flujo de información está representado en la figura 5 - 1.

Para diseñar un sistema de control para niveles de producción son dos las variables sujetas a nuestra elección: La frecuencia de los ajustes y la tasa de reacción del ajuste. Ambos son importantes como veremos. La tasa de reacción del ajuste sobre los niveles de producción determina el grado de ajuste que se debe de hacer para una fluctuación dada en la demanda. Si ajustamos los niveles de producción planeados a la diferencia entre el volumen total de ventas y los pronósticos, tendríamos un 100% de tasa de reacción, y las fluctuaciones en las ventas se transmitirían directamente a la producción. Una tasa de reacción del 100% origina los más serios problemas y costos de inestabilidad. Si ajustamos los niveles de producción solamente en un 50% del cambio indicado por la fluctuación en la demanda, tendríamos una tasa de reacción del 50%. Obviamente estas tasas de reacción pueden tomar cualquier valor entre 0 y 100%. Tasas de reacción bajas originan una producción estable a costa de niveles no adecuados en inventarios, una tasa de reacción alta origina condiciones opuestas. La frecuencia de la reacción también tiene su efecto. Los períodos cortos de revisión tienden a reducir las fluctuaciones en la producción y ocasionan inventarios más bajos, para una tasa de reacción dada. La selección de la tasa de reacción y del período de revisión para un caso dado dependerían del balance de los costos de tener un artículo en inventario, junto con la evaluación de la magnitud en la fluctuación del nivel de producción tolerable a corto plazo.

Debido a que la mayoría de las fluctuaciones en la demanda de los productos se debe a causas fortuitas, no existe una necesidad a reaccionar rápidamente. Tasas de reacción bajas y períodos de revisión cortos, tienden a crear una actitud "expectante" al efectuar a menudo pequeños ajustes. Escencialmente crean una acción de retención, para ver si la fluctuación de las ventas es realmente un incremento o decremento, mas que una fluctuación fortuita. Esta política se justifica además por el hecho de que solo en contadas ocasiones un fabricante recibe información de primera mano acerca de la demanda de su producto, proveniente en general de sus distribuidores, cuyos cambios son una amplificación de los cambios en el mercado al menudeo, existiendo un retraso en la respuesta lo cual hace difícil interpretar las tendencias del momento y del futuro.

En la práctica se ha encontrado conveniente tasas de reacción bajas, típicamente del 5% al 10%. Los tiempos de revisión dados por la velocidad con que se puede obtener información del mercado y procesarla, intentándose acortar estos lo más posible.

6.- ESTUDIO DE LAS RESTRICCIONES Y OPTIMIZACION. (PROG. LINEAL).

En este inciso veremos una técnica muy usada para la formulación de planes de producción, conocida como programación lineal.

La programación lineal es una técnica desarrollada en la época

de la Segunda Guerra Mundial. Su valor respecto a la producción dirigida estriba en que con dicha técnica pueden resolverse problemas de distribución de gran complejidad que involucran un gran número de variables. ¿ De qué tipo de problemas hablamos ? Empecemos con un ejemplo ilustrativo, que por ser sencillo no requiere el caso de la programación lineal para resolverlo.

Supongamos el problema como sigue: somos productores mayoristas de un laminado plástico que vendemos por hojas de 1.22 mts. x 2.44 mts. en tres espesores, contamos con dos máquinas ubicadas en la misma planta y nos referiremos a ellas como máquinas A y B. La máquina B es de un diseño reciente y produce muy económicamente los espesores 1 y 2, en el caso del espesor 3 resulta más económica la máquina A. Los datos se sintetizan en la siguiente tabla:

| Grueso | Horas x 100 hojas | | Ingreso x Ventas de 100 Hojas | Demanda Máxima en cientos de hojas/semana. |
|---------------------------------|-------------------|-----|-------------------------------|--|
| | A | B | | |
| 1 | .25 | .20 | 100 | 310 |
| 2 | .40 | .25 | 120 | 300 |
| 3 | .35 | .45 | 150 | 125 |
| Costo x Hora | 250 | 300 | | |
| Max. disponible de horas/semana | 100 | 100 | | |

Observamos que los costos de operación por hora en la máquina A son de 250.00 comparados con 300.00 en el caso de la máquina B y que ambas máquinas pueden ser operadas un máximo de 100 a la semana, lo que constituye una restricción. Los costos por hora incluyen mano de obra, materiales diversos, energía, depreciación, etc., pero no incluyen los costos de materia prima. Estos son idénticos para un plan de producción dado, en ambas máquinas, y por ende no son considerados en el problema.

En la misma tabla se indican los ingresos por ventas y demandas máximas, para cada uno de los espesores. Al planear la producción podemos suponer que pueden obtenerse las cifras indicadas o menores, siempre y cuando sea económico.

La interrogante es: ¿Cómo distribuir la producción entre las dos máquinas para los tres tamaños que tenemos del producto, al fin de aumentar al máximo algún índice de utilidad que es nuestro objetivo final ?.

Primero definimos nuestra medida de efectividad como E, ingreso marginal: la diferencia entre el ingreso y los costos variables. En segundo lugar la tabla anterior nos da los costos marginales o variables y las restricciones respecto al tiempo y producción disponible. Igualmente dicha tabla indica los datos del ingreso y también las limitaciones respecto a la cantidad que podemos vender. Tratemos de expresar estas ideas en forma más exacta.

6. 1.- La formulación simbólica del problema.

Puesto que tenemos limitaciones respecto al número de horas - que las dos máquinas pueden operar y dado que conocemos el tiempo - requerido para producir cada espesor en cada máquina, en el caso de la máquina A podemos escribir lo siguiente:

(Horas unitarias para el espesor 1) (cantidad del espesor 1) + (Horas unitarias para el espesor 2) (cantidad del espesor 2) + (Horas unitarias para el espesor 3) (cantidad del espesor 3) no pueden exceder 100 horas.

Toda la información contenida en la descripción que antecede tiene como origen la tabla de datos. Con el objeto de traducirla en forma simbólica, definimos las cantidades de cada producto como x. Usando subíndices, x 1A representa la cantidad del espesor 1 producido en la máquina A, x 2A la cantidad del espesor 2 producido en la máquina A, etc. La expresión simbólica equivalente es:

$$0.25 x 1A + 0.40 x 2A + 0.35 x 3A \leq 100 \quad (1)$$

Esta forma simbólica equivale a su expresión verbal. El símbolo \leq se lee "menor o igual a ". Se refiere solo al número de horas que se trabajarán en la máquina A en cada uno de los tres espesores. En forma semejante podemos expresar el caso de la máquina B:

$$0.20 x 1B + 0.25 x 2B + 0.40 x 3B \leq 100 \quad (2)$$

Tenemos ahora seis incógnitas, x 1A, x 2A, x 3A, x 1B, x 2B, y x 3B, o sea las cantidades, en unidades de 100 hojas, que de cada tamaño deben producirse en las dos máquinas.

Las expresiones simbólicas como (1) y (2) se denominan desigualdades. En esencia indican que el tiempo total asignado a cada uno de los tres espesores puede no ser igual a 100 horas; es decir podría -- haber algún tiempo ocioso.

En tal caso y para la máquina A, designemos W_A como el tiempo ocioso y así absorbemos el tiempo faltante:

$$0.25 \times 1A + 0.40 \times 2A + 0.35 \times 3A + W_A = 100 \quad (3)$$

Puede ser que el tiempo ocioso, W_A , sea cero, empero dejemos que la solución nos indique su valor; a fin de que nuestra medida de utilidad (efectividad) sea máxima. Análogamente, W_B es el tiempo ocioso para la máquina B y tenemos:

$$0.20 \times 1B + 0.25 \times 2B + 0.40 \times 3B + W_B = 100 \quad (4)$$

Ahora nos fijamos en que las cantidades tales a producir, que sabemos no pueden excederse de 310, 300 y 125 para los tres espesores, respectivamente, por limitaciones en la demanda. Puesto que las x representan las cantidades producidas, sabemos que la cantidad del espesor 1 producida en la máquina A más la producida en la máquina B, no pueden ser superiores a 310, V. G:

$$x_{1A} + x_{1B} \leq 310 \quad (5)$$

Igualmente, para los tamaños 2 y 3:

$$x_{2A} + x_{2B} \leq 300 \quad (6)$$

$$x_{3A} + x_{3B} \leq 125 \quad (7)$$

Como en el caso anterior sabemos que es posible que no produzcamos la cantidad máxima de cada uno de los tres espesores y por tanto, cubrimos cualquier margen con tres nuevas variables, W_1 , W_2 y W_3 y así obtenemos tres ecuaciones en vez de tres desigualdades.

$$x_{1A} + x_{1B} + W_1 = 310 \quad (8)$$

$$x_{2A} + x_{2B} + W_2 = 300 \quad (9)$$

$$x_{3A} + x_{3B} + W_3 = 125 \quad (10)$$

Finalmente, tenemos un renglón que al expresarse simbólicamente integrará el modelo de nuestro problema. Se trata de la función de utilidad (ganancia), que ya hemos definido como ingreso, menos los costos variables o marginales, es decir:

$$E = \text{ingresos} - \text{costos variables}$$

$$E = 100 (x_{1A} + x_{1B}) + 120 (x_{2A} + x_{2B}) + 150 (x_{3A} + x_{3B})$$

$$- 250 (0.25x_{1A} + 0.40 x_{2A} + 0.35x_{3A})$$

$$- 300 (0.20x_{1B} + 0.25 x_{2B} + 0.40x_{3B})$$

La función de utilidad puede simplificarse al efectuar las multiplicaciones indicadas y agrupando términos semejantes, obteniendo:

$$E = 37.5x_{1A} + 40x_{1B} + 20x_{2A} + 45x_{2B} + 62.5x_{3A} + 30x_{3B}$$

$$= \max \quad (11)$$

En realidad, E representa la suma de las diferencias que, para cada tamaño y en cada máquina, existen entre el ingreso y el costo variable multiplicada por la cantidad producida. Lo que queremos hacer es lo más grande posible E y tal objetivo se indica al igualar E a "max".

Ahora tenemos 5 ecuaciones y 11 incógnitas, más la función objetivo que deseamos aumentar al máximo. Ordenémoslas por columnas de las mismas variable como en la siguiente tabla:

| Estado derecho | x _{1A} | x _{2A} | x _{3A} | x _{1B} | x _{2B} | x _{3B} | w _a | w _b | w ₁ | w ₂ | w ₃ |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 100 | 0.25 | | 0.40 | | 0.35 | | 1.00 | | | | |
| 100 | | 0.20 | | 0.25 | | 0.40 | | 1.00 | | | |
| 310 | 1.00 | 1.00 | | | | | | | 1.00 | | |
| 300 | | | 1.00 | 1.00 | | | | | | 1.00 | |
| 125 | | | | | 1.00 | 1.00 | | | | | 1.00 |
| max | 37.50 | 40.00 | 20.00 | 45.00 | 62.50 | 30.00 | | | | | |

La tabla empieza a tomar forma de una matriz "simplex" o sea, la forma tabular normalmente usada en la solución de problemas de programación lineal tipo simplex. Con este formato y con un método iterativo puede llegarse a una solución para determinar el valor de cada una de las once variables. Un proceso iterativo es un procedimiento aritmético que se repite una y otra vez, basado en un conjunto estandar de reglas o pasos. Del planteamiento del problema, en que por necesidad todas las variables o son positivas o cero, se puede demostrar que en la solución óptima del problema, de las once variables, al menos seis serán cero y cinco tendrán valores positivos. El método simplex nos indica cuales de las variables son cero y el valor de las demás, para la condición en que E es un máximo. La solución para este problema es: E toma un valor máximo de 33,250 pesos cuando las once variables tienen los siguientes valores (el método de solución se desarrolla en el apéndice de este capítulo)

$$x_{1A} = 185 \quad x_{2A} = 0 \quad x_{3A} = 125 \quad w_a = 10 \quad w_b = 0 \quad w_1 = 0$$

$$x_{1B} = 125 \quad x_{2B} = 300 \quad x_{3B} = 0 \quad w_2 = 0 \quad w_3 = 0$$

Por consiguiente la solución nos indica que la medida de efectividad será aumentada al máximo si 1) cumplimos con las cifras de la demanda, 2) mantenemos a la máquina A ociosa por 10 horas y no

producimós en ella el espesor 2 y 3) si trabajamos 100 horas la máquina B produciendo espesores 1 y 2.

Aunque se trata de un problema sencillo, comparado a las complejidades que en la realidad ofrecen los problemas industriales, la respuesta no es obvia. Asimismo sirve para mostrar las potencialidades del método y algunas de sus limitaciones.

Debemos tomar nota que el modelo de programación lineal, con que venimos trabajando, puede proporcionar programas con otros objetivos básicos. Por ejemplo, un programa para aumentar al máximo la utilización del equipo, requeriría una función objetivo donde la suma de las variables w_a y w_b sea mínima. Por otro lado, el objetivo de producir un metraje máximo podría programarse usando una función objetivo donde la suma de todas las x aumentaría al máximo. En ambos casos podrían emplearse las mismas cinco ecuaciones de restricciones fundamentales.

El problema que hemos usado como ejemplo, es representativo de una amplia clase de problemas donde nos vemos obligados a distribuir recursos limitados entre actividades o usos competitivos. Los modelos para problemas específicos pueden involucrar restricciones tal y como lo ilustra nuestro problema ejemplo v.g. nos fue permitido usar un máximo de 100 horas por máquina, o la demanda limitaba hasta ciertos valores la producción. No se pretende indicar por medio de este ejemplo, que todos los problemas impliquen formulaciones de este tipo. Podemos tratar en forma semejante requerimientos de equivalencia o desigualdades en el sentido inverso (\geq mayor o igual que).

Algunos usos de la programación lineal en la industria han sido:

- 1.- Asignación de instalaciones de producción cuando se dispone de varias rutas disponibles.
- 2.- La distribución de fondos limitados a varios artículos del inventario.
- 3.- Problemas de mezclas y problemas de abastecimientos
- 4.- Programación de la producción para cumplir con un pronóstico de ventas.
- 5.- Maximización del uso de los materiales.

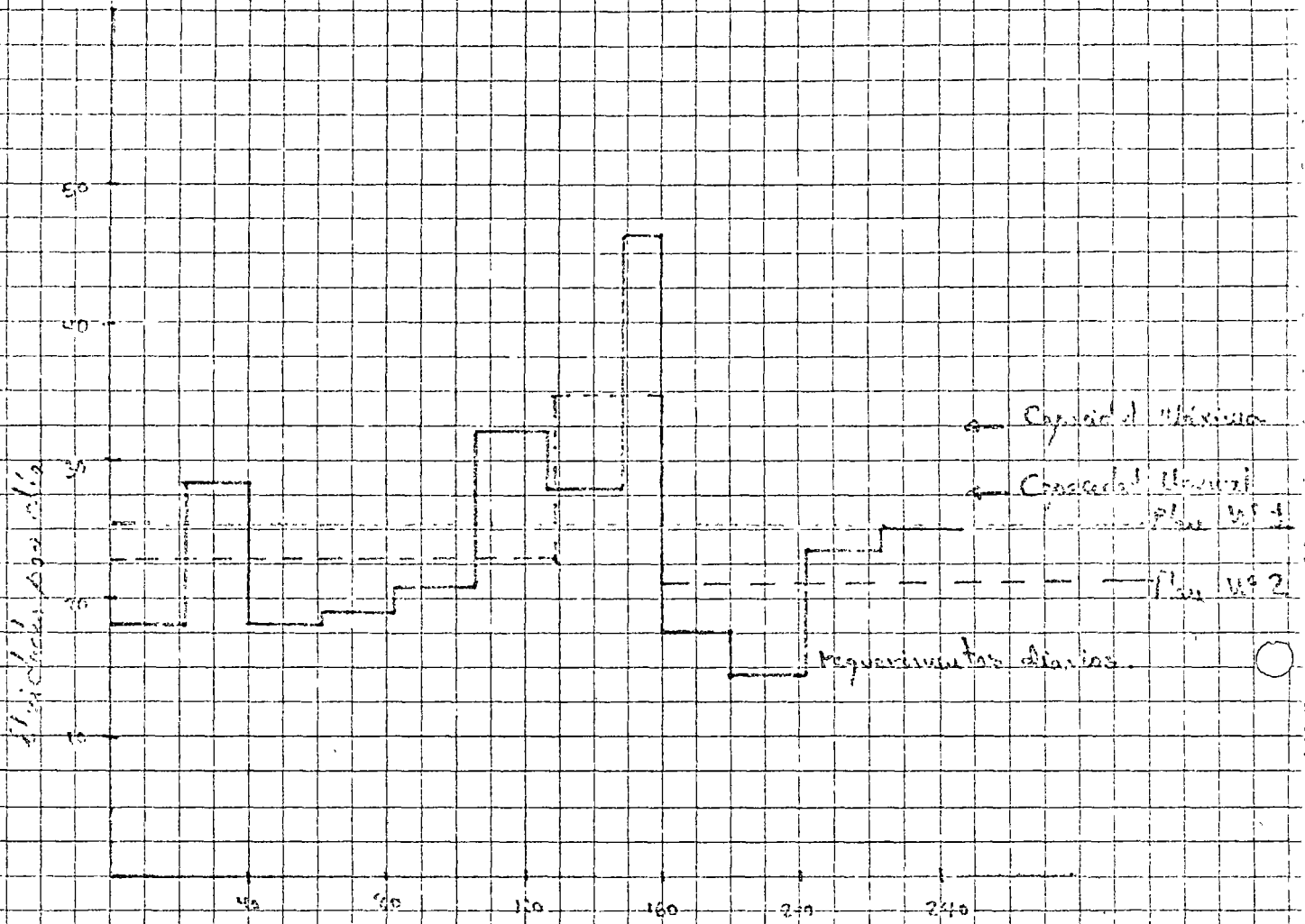
Terminemos esta sección con un ejemplo que se resolverá en clase:

Supóngase una empresa en la que se ha determinado el siguiente pronóstico de producción:

| | |
|-----|-----|
| ENE | 400 |
| FEB | 510 |
| MAR | 400 |
| ABR | 405 |
| MAY | 460 |
| JUN | 675 |
| JUL | 580 |
| AGO | 600 |
| SEP | 300 |
| OCT | 280 |
| NOV | 440 |
| DIC | 500 |

En el presente, la fuerza de trabajo puede producir 470 unidades por mes. Un empleado substraído o incrementado varía la producción en 20 unidades por mes. El salario es de 660 pesos al mes y el tiempo extra se paga en un cincuenta por ciento más. En tiempo extra y por política de la empresa un empleado no puede producir más de 2 unidades por mes. El contratar una persona se ha estimado en un costo de 100 pesos y el despedirla en 200 pesos. El costo de llevar inventarios se supone de 10 pesos por mes por unidad y el costo de faltantes de 50 pesos por unidad. Nuestro objetivo es realizar un programa de producción con el menor costo posible, y planter al problema en términos de la programación lineal.

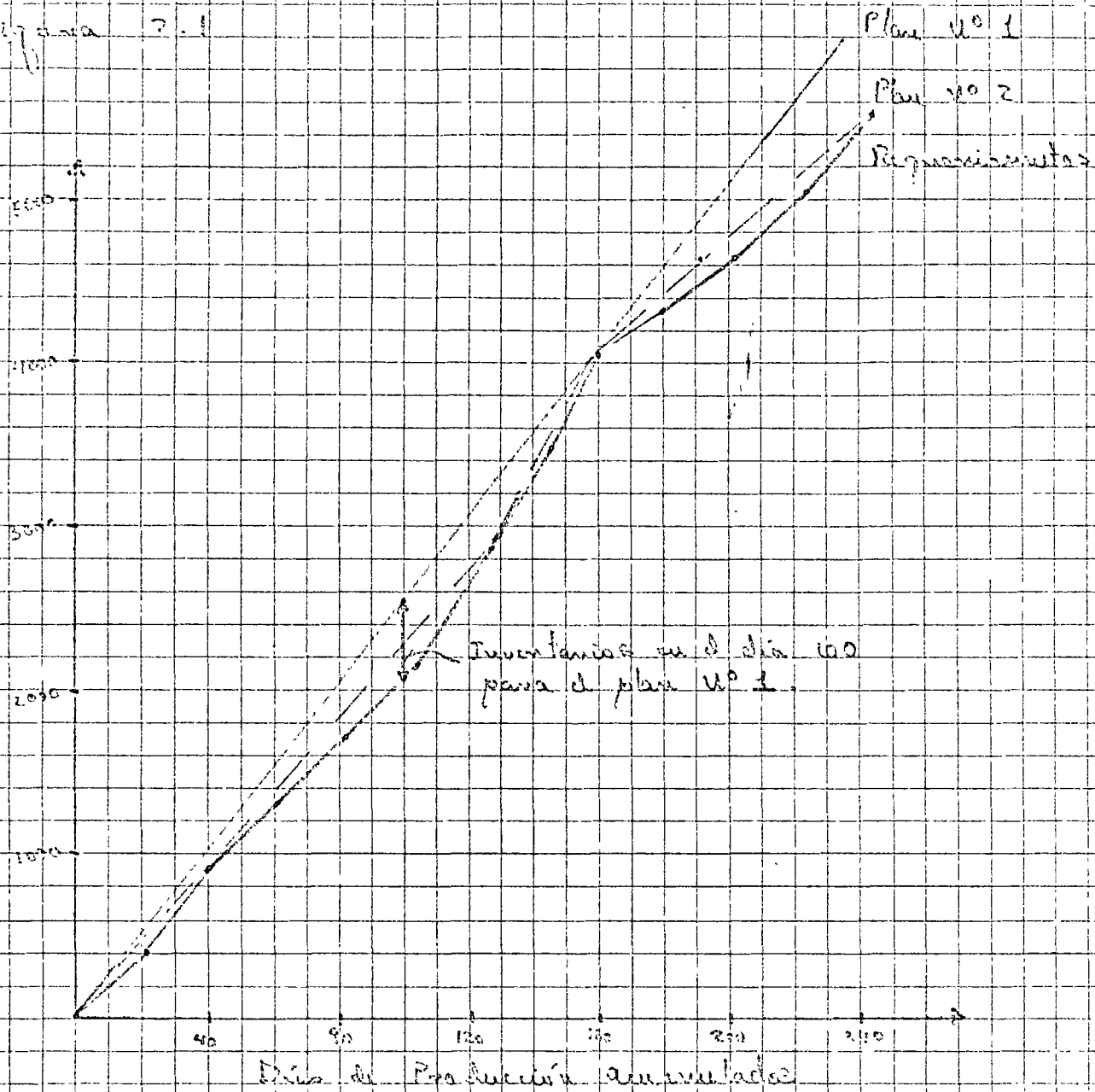
Figura 2.2



Plan de Producción Acumulados

Figura 2.1

Producción y Mantenimiento



| | | | | Trabajadores |
|-------------|------------|---|--|--------------|
| Plan N° 1 - | Producción | 25,1875 unidades diarias hasta el día | | 252 |
| Plan N° 2 - | Producción | 27,75 unidades diarias hasta el día 120 | | 225 |
| | Producción | 39,22 unidades diarias hasta el día 160 | | 275 |
| | | substitución de 1,77 por día | | |
| | Producción | 18,10 unidades diarias hasta el día 240 | | 181 |
| | | | | 5 por día |

Figura 4-1

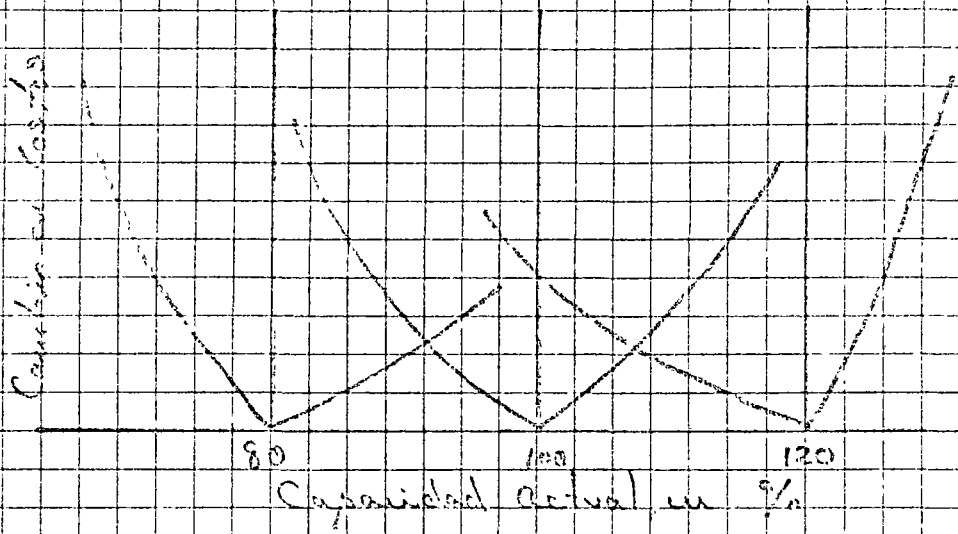


Figura 11-2

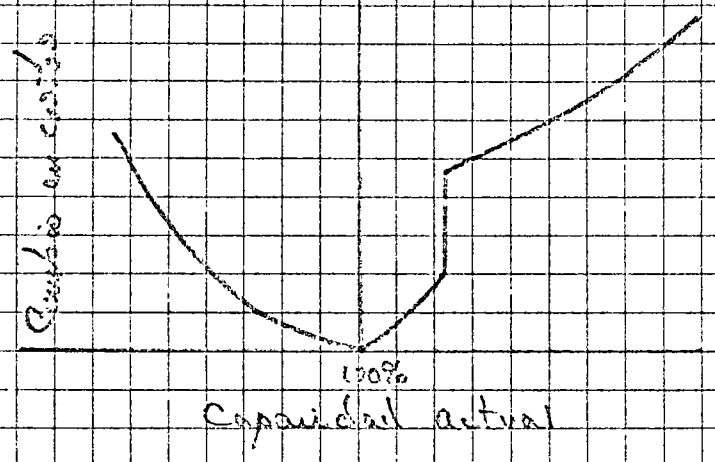


Figura 4-3

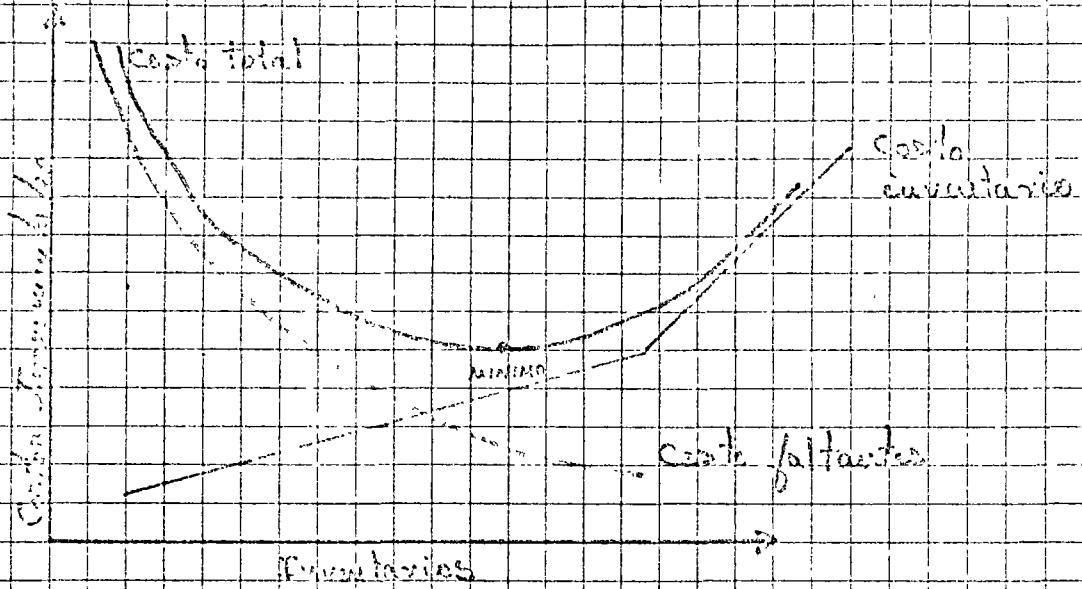
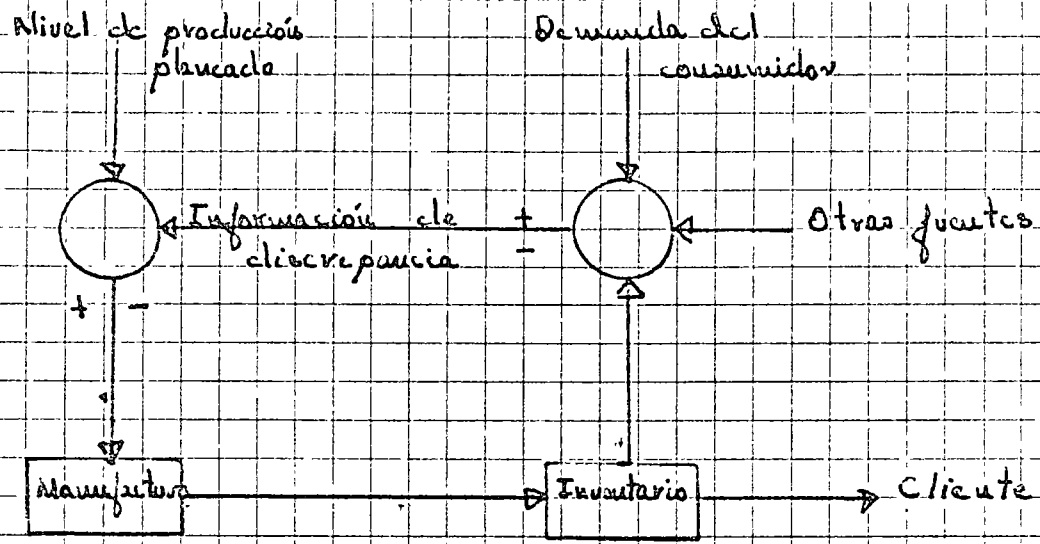


Figura 5-1





$$\text{dc } \textcircled{A} \quad \frac{-2ak - hs^2 + 2Q\mu(Q-s) - \mu(Q-s)^2}{s^2 Q^2} = 0$$

$$-2ak - hs^2 + 2Q^2\mu - 2Q\mu s - \mu Q^2 + 2Q\mu s - s^2\mu = 0$$

$$-2ak - hs^2 + Q^2\mu - s^2\mu = 0 \quad \text{-----} \quad \textcircled{A_1}$$

$$\text{dc } \textcircled{B} \quad hs - \mu Q + \mu s = 0$$

$$\frac{hs + \mu s}{\mu} = Q$$

Subst in A₁

$$-2ak - hs^2 + \frac{\mu}{\mu^2} (h^2 s^2 + 2\mu s^2 h + \mu^2 s^2) - s^2\mu = 0$$

$$-2ak - hs^2 + \frac{h^2 s^2}{\mu} + 2s^2 h + \mu/s^2 - s^2\mu = 0$$

$$\textcircled{C} \quad -2ak + hs^2 + \frac{h^2 s^2}{\mu} = 0$$

$$2aku = hs^2\mu + h^2 s^2$$

$$2aku = s^2 h (u+h)$$

$$s^2 = \frac{2aku}{h(u+h)} = \frac{2ak}{h} \cdot \frac{\mu}{u+h}$$

$$s^* = \sqrt{\frac{2ak}{h}} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{u+h}}$$

$$Q^* = \frac{s^*(h+u)}{\mu} = \sqrt{\frac{2ak}{h}} \cdot \sqrt{\frac{\mu}{u+h}} \cdot \frac{h+u}{\mu}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2ak}{h}} \cdot \sqrt{\frac{\mu(h+u)^2}{u+h(\mu)^2}}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2ak}{h}} \cdot \sqrt{\frac{h+u}{\mu}}$$





centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION

SISTEMAS DE PRODUCCION INTERMITENTE

M. en A. Angel Fernández G.

PROGRAMACION DEL TALLER DE MAQUINARIA

Un problema de dos etapas.

En particular deseamos hacer una descripción de la producción tipo taller de maquinaria. En este tipo de producción se fabrican diversos lotes de partes; pero estos lotes no se hacen en forma continua. Para poder obtener una comprensión clara del tipo de problemas que deseamos discutir, comenzaremos con un problema excesivamente sencillo.

Un taller de maquinaria en particular se enfrenta al problema de tener que producir cinco lotes de partes diferentes; y cada uno de estos lotes va a ser maquinado en dos tipos diferentes de máquinas. Más aún; cada uno de estos lotes de partes tiene que pasar por el primer tipo de máquina primero para después ser terminado en el segundo tipo de máquina. Para poder preparar un programa de producción necesitamos conocer la longitud del tiempo necesario para la fabricación de estos lotes. Supongamos que A_1 , que es la primera operación sobre el primer lote, toma 8 días, y que B_1 , que es la segunda operación sobre el mismo primer lote, toma 7 días. Podemos colocar los requerimientos de trabajo en la forma tabular

Por ejemplo, A_4 , que es la primera operación sobre el cuarto lote, toma 6 días; la segunda operación sobre el mismo lote toma 10 días. El tiempo total de trabajo que requiere la máquina 1 para completar la primera operación sobre todos los cinco lotes es de 29 días; la segunda operación en la máquina

2 requiero de 26 días. Esto quiere decir, entonces, que hay un total de 55 días de trabajo por realizar. Sin embargo, no sabemos cuántos días pasarán antes de que podamos completar la fabricación de estos lotes y tampoco sabemos en qué orden deberán ser manufacturados.

La parte superior de la Figura 1 muestra una posible solución al problema de programación. Esta parte superior especifica que se haga el primer lote primero, el segundo lote en segundo lugar, el tercer lote en tercer lugar, y así sucesivamente. Puede verse que para el octavo día se ha completado la primera operación sobre el primer lote, y que en el noveno día comenzamos la segunda operación sobre el primer lote. La primera operación sobre el segundo lote queda terminada en el décimosegundo día y podemos comenzar con la segunda operación sobre el segundo lote en el décimotercer día. Sin embargo, la máquina 2 no está disponible en el décimotercer día ya que (en los días décimotercero, décimocuarto y décimoquinto) sigue ocupada realizando la segunda operación sobre el primer lote. El décimosexto día podemos iniciar la segunda operación sobre el segundo lote, y así por el estilo.

La primera solución a nuestro problema de programación requiere de un lapso total de fabricación de 40 días. Contamos con dos máquinas y, por lo tanto, existe un total de 80 días de tiempo/máquina implicado en esto. De esos 80 días, 55 son productivos; esto resulta en una utilización de maqui-

largo del 60%. ¿Es esta la solución que requiere del lapso más corto de producción? ¿Es esta solución la que proporciona la mayor utilización de la maquinaria? Podríamos responder a esta pregunta ensayando todas las combinaciones posibles de programas y seleccionando la mejor. Una computación sencilla muestra que hay 600 combinaciones diferentes; y preparar todos estos 600 programas y compararlos sería muchísimo trabajo. Es más, si tuviéramos más de cinco lotes (tal vez 20), entonces el número de combinaciones sería astronómico y sería enteramente impráctico seleccionar el lapso más corto de fabricación mediante una investigación de todos los programas posibles. Lo que necesitamos es un método rápido que nos lleve directamente a una solución.

Supongamos que la última operación en este programa es la B_5 ; es decir, la segunda operación sobre el quinto lote. Esta operación toma tres días. Ahora, si contáramos con un programa que terminara con otro lote de tal modo que la última operación tomara menos de 3 días, entonces podríamos reducir nuestro lapso total de fabricación. Reconocemos que B_2 , la segunda operación sobre el segundo lote, necesita solamente 1 día; por lo tanto, si hiciéramos del segundo lote nuestro último lote, podríamos reducir nuestro lapso de fabricación. Entonces, saquemos al segundo lote del programa y corramos los demás de lugar; es decir, manejemos los lotes según la siguiente secuencia: primer lote, tercer lote, cuarto lote, y quinto lote.

Esto nos ahorraría 4 días en el lapso de fabricación, ya que el nuevo programa puede obtenerse del programa original corriendo los programas para el tercer, cuarto y quinto lotes hacia la izquierda. Ahora todavía tenemos que añadir el segundo lote al final; esto agrega 1 día a nuestro programa, ya que toma un día completar la segunda operación del segundo lote. (La primera operación toma 4 días; pero esto no se agrega al lapso total de fabricación). De esta manera podemos ahorrar un total de 3 días en el lapso de fabricación y obtener la segunda solución según se muestra en la Figura 1. El lapso de fabricación es de 37 días, lo que resulta en una utilización de la maquinaria del 75%. ¿Es éste el lapso de fabricación más corto?

Al hacer una inspección de la segunda solución en su forma gráfica reconocemos que A_1 , la primera operación sobre el primer lote, toma 8 días, y que durante esos 8 días la segunda máquina está inactiva. ¿Puede hacerse algo acerca de esto? Si comenzáramos con un lote para el que la primera operación tomara menos tiempo, estaríamos mejor. Es el quinto lote el que cuenta con el período más corto para la primera operación, ya que este lote sólo toma 2 días en la primera máquina. Entonces, eliminemos al quinto lote de nuestro programa, recorriendo a los demás, y pongamos la fabricación del quinto lote al principio. Ahora tenemos una tercera solución a nuestro problema, con un lapso de fabricación de 36 días y una utilización de maquinaria del 76%. ¿Es ésta la mejor solu-

ción?

Fijémonos ahora en la fabricación del tercer lote. Si manejamos este lote no al final, sino en penúltimo lugar, como se ve en la cuarta solución, podemos reducir el lapso de fabricación a 32 días y mejorar la utilización de maquinaria a un 86%. Sin embargo, ésta todavía no es la mejor solución posible. Si manejamos al cuarto lote antes del primer lote, pero después del quinto lote, obtenemos una solución que aparece en la Figura 1 y que tiene un lapso de fabricación de solamente 30 días y una utilización de maquinaria del 92%. Un poco de concentración por parte del lector lo convencerá de que no hay forma de mejorar esta solución y de que, por lo tanto, cuenta con el lapso de fabricación más corto posible y con la utilización más alta de la maquinaria.

En este problema en particular discutimos un problema de programación donde sólo hay cinco lotes y dos máquinas. S. M. Johnson, en uno de sus informes, encontró una solución al problema con cualquier número de lotes. No obstante, todavía tiene que suponer que se cuenta sólo con dos máquinas y que cada lote pasa por la primera máquina primero y por la segunda máquina después. Johnson estableció los seis pasos siguientes para obtener una solución:

Paso 1

Hágase una lista de los requisitos de trabajo en dos columnas:

Paso 2

Selecciónese el requerimiento más corto de trabajo.

Paso 3

Si el requerimiento más corto de trabajo es el de la primera máquina (es decir, uno de tipo A_1), colóquese al lote correspondiente en primer lugar.

Paso 4

Si es el de la segunda máquina (es decir, B_1), colóquese al lote correspondiente en último lugar.

Paso 5

Éliminase a este lote de la tabla.

Paso 6

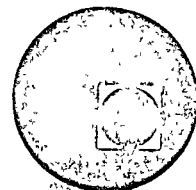
Repítanse los pasos anteriores con el resto de los lotes, continúese el proceso y trabájese partiendo de ambos extremos hacia el centro.

El lector que esté interesado en la demostración matemática de la validez de esta regla puede referirse al informe original de S. M. Johnson (pie de página, página 410).

Hasta ahora sólo hemos considerado un caso especial del problema de programación de taller de maquinaria. Ahora estableceremos un modelo matemático para un caso más general.

A. 0.





centro de educación continua
 facultad de ingeniería, unam

SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION.

SISTEMAS DE PRODUCCION CONTINUA.

ING. OMAR TAYLOR CRUZ.

PRODUCCION CONTINUA

La manufactura continua, es el tipo de producción asociada a la producción en masa, esto es, una vez establecida la distribución de la línea de ensamble y los planes de producción, pueden ser puestos en marcha al comienzo del año de manufactura y el producto puede ser fabricado en base a estos planes a través del remanente del año. De lo anterior podemos decir que, la manufactura continua significa que las especificaciones son estandarizadas y no cambian durante el período de manufactura.

Características por lo cual se recomienda la manufactura continua:

- 1.-Un gran volumen de negocios sobre un producto estandarizado.
- 2.-La planta es usualmente departamentalizada por producto.
- 3.-El uso económico de máquinas especializadas.
- 4.-La producción puede ser ejecutada para stock.
- 5.-Las órdenes que llegan a la compañía están usualmente basadas en contratos a largo plazo.

Las compañías con manufactura continua, como dijimos anteriormente, pueden lograr las economías establecidas de producción en masa tales como rapidez, bajos inventarios en proceso, -- bajos costos unitarios, supervisión más simple, métodos de control de producción más simples y registros de contabilidad para el uso máximo de control serializado, entendiéndose por este -- último, la coordinación del flujo de trabajo a una tasa establecida, basada en un plan de producción a largo plazo.

La primera fase del ciclo de manufactura es el pronóstico de ventas, el que a su vez con la consideración de otros factores, es traducido en el programa de producción o master de producción, que no es otra cosa que la cantidad de producción necesaria por mes o por semana para satisfacer las ventas. Toda estas actividades es lo que conocemos como planeación original.

Debido a que la secuencia de operaciones, tiempo, balanceo de líneas y tasas de producción, son parte del diseño de esta gigantesca máquina integrada, una fábrica no puede trabajar sobre programas integrales y necesitamos saber lo que estos programas significan en términos de tasas de producción, necesida-

des detalladas del flujo de material y cuantos hombres se requieren para las líneas de producción.

Por lo tanto, después de la planeación original, debemos seguir las siguientes etapas:

- Planeación suplementaria
- Calendarización
- Despacho
- Instrucción
- Control

La planeación suplementaria, es la determinación de la rutina de Donde se hará el trabajo, Con qué y la Seguridad de la presencia de los factores de la producción tales como hombres, herramientas y materiales.

La calendarización es el tiempo de coordinación de la producción con la ejecución. Es en esta fase donde se desarrolla el calendario de producción, teniendo como meta el programa master.

El despacho es la emisión de las órdenes para iniciar las actividades de producción. Esta actividad varía directamente -- con la complejidad de las operaciones y la importancia de la -- aproximación al tiempo.

La instrucción incluye tanto la transmisión de información del supervisor al empleado como su seguimiento. Esta función involucra el contacto personal con empleados subordinados, conocimiento personal de la habilidad de empleados y máquinas y juicios concernientes con la ejecución de un departamento.

Una vez que la planeación ha sido delineada, el producto diseñado, las ventas pronósticadas y programadas, los planes de trabajo para partes hechas, las cédulas o calendarios para cada parte creadas y la fabricación y/o líneas de ensamble balanceadas, la información es enviada a control de la producción, quienes tomarán estos planes y los convertirán con la asistencia de fabricantes y/o ensambladores en partes completas y productos terminados, en los tiempos, cantidades y calidades establecidas en los planes.

DISEÑO DEL SISTEMA DE PRODUCCION.-

Las restricciones físicas básicas sobre la calendarización impuesta por el Layout, capacidad de máquinas, secuencia de operaciones y balanceo, son el problema principal en el diseño del sistema de producción. La figura 1, muestra las etapas para el diseño del sistema de producción.

El diseño de producción del producto representa la primera mayor etapa en el desarrollo del diseño del sistema de producción. La fase del proceso de planeación es analizada a través de la preparación de gráficas de flujo y ensamble para desarrollar una perspectiva total del problema de manufactura. Las decisiones basadas en economías y especialización y otros factores determinan que partes y componentes se comprarán a vendedores externos y cuales se manufacturarán internamente. Los artículos para manufactura interna representan entonces el ámbito alrededor del cual debe ser diseñado el sistema de producción. Para estos artículos entonces deben ser desarrollados el modo y secuencia de operaciones y procesos.

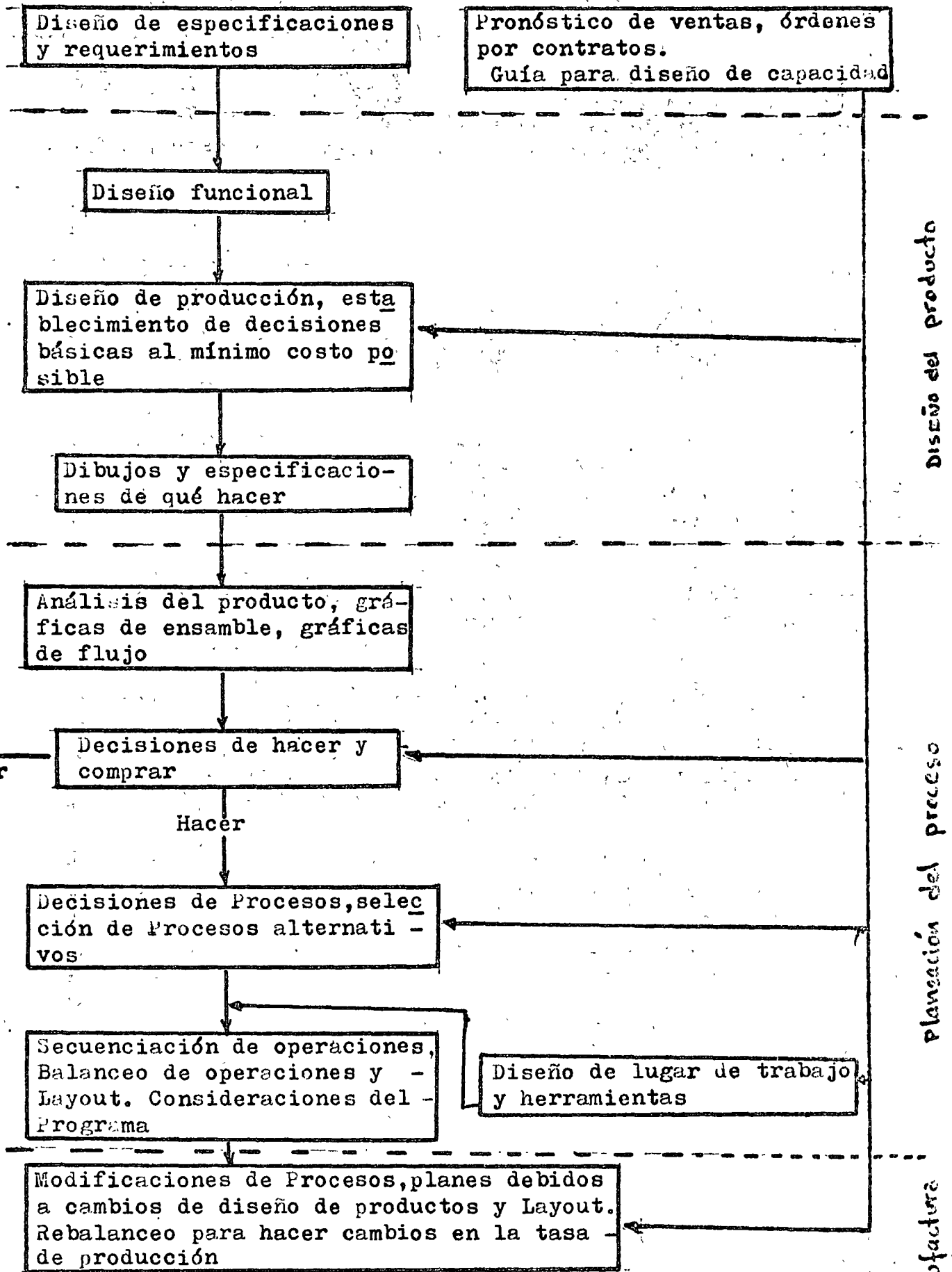
BALANCEO DE LINEAS.-

La esencia del problema de balanceo de líneas, es de agrupar y/o subdividir actividades o tareas de tal manera que todas las estaciones de trabajo tengan una cantidad igual de trabajo, haciéndolo en términos del tiempo requerido para ejecutar las tareas. A fin de iniciar con la mayor flexibilidad en las alternativas para intentar balancear para una tasa específica de producción, necesitamos saber los tiempos de ejecución para la unidad más pequeña posible del total de las actividades. También necesitaremos saber las restricciones tecnológicas, las cuales puedan requerir cierta secuencia de estas actividades.

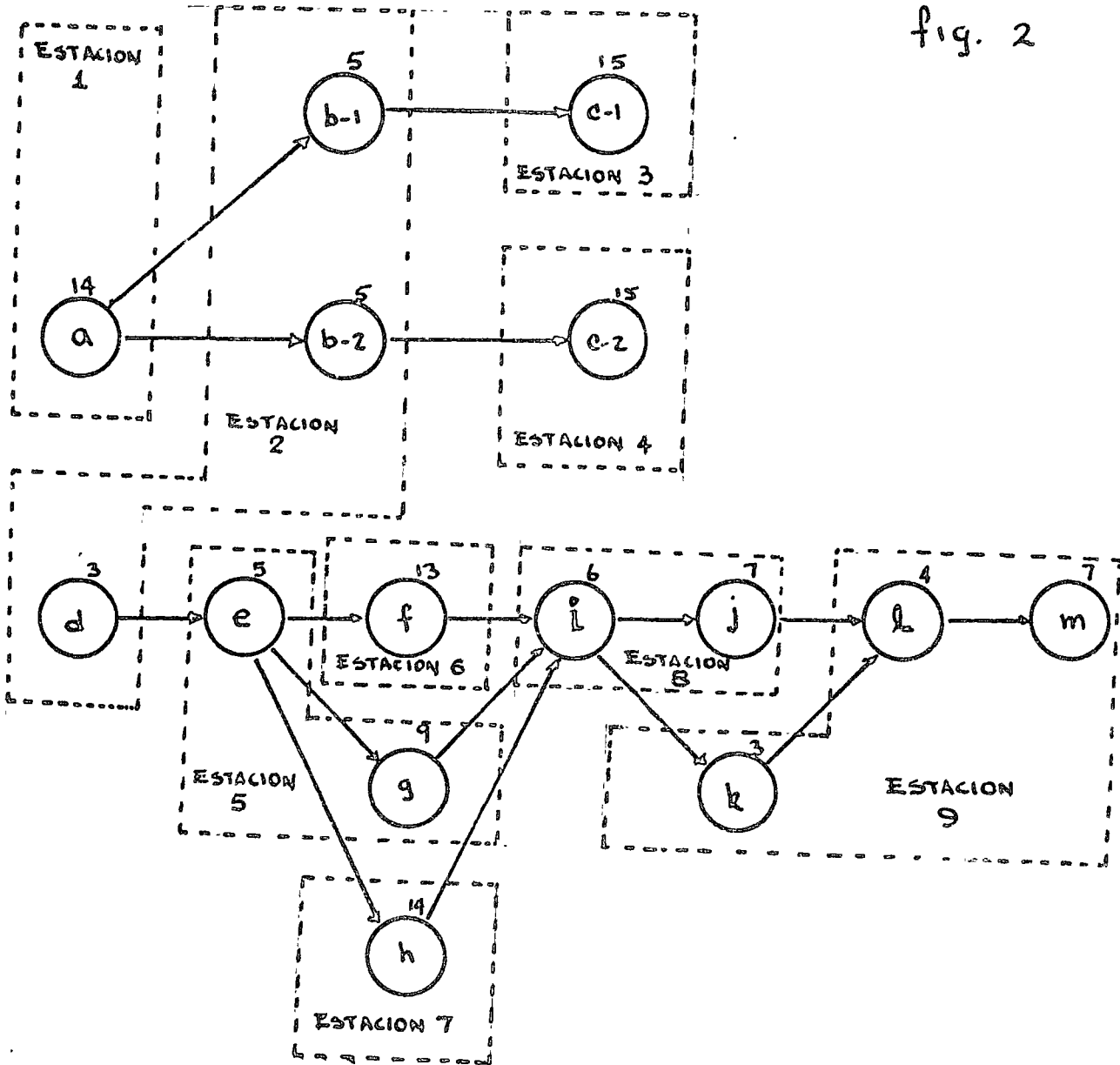
Supongamos el siguiente ejemplo sencillo:

| Tarea | Tiempo(seg) | Debe seguir | | Tarea | Tiempo | Debe seguir a la tarea |
|-------|-------------|-------------|--|-------|--------|------------------------|
| | | a la tarea | | | | |
| a -- | 14 | ----- | | g -- | 9 | e |
| b-1 | 5 | a | | h | 14 | e |
| b-2 | 5 | a | | i | 6 | fgh |
| c | 30 | b | | j | 7 | i |
| d | 3 | --- | | k | 3 | i |
| e | 5 | d | | l | 4 | jk |
| f | 13 | e | | m | 7 | l |

Fig.1



Con los datos de la tabla anterior, queremos balancear esta secuencia de tareas en una línea de ensamble, diseñada para producir 240 unidades por hora o ciclos de 15 seg. por unidad. Debido a que el tiempo total de ensamble es de 125 seg., el mínimo número de estaciones posibles es de $125/15 = 8.3$ o sea 9 estaciones. Esta solución nos daría un tiempo ocioso de 10 seg. La figura 2 nos muestra la solución gráfica de este problema.



PROGRAMACION.-

Programación es el nombre dado a la preparación de una tabla de tiempo para las actividades con nos encontramos en cualquier empresa industrial.

Para efectos de programación, por lo general resulta más satisfactorio tratar primero los requerimientos internos, esto es, recursos de mano de obra y ajustar a ellos un programa de recursos del exterior, ya que estos recursos con frecuencia se obtienen de varias fuentes.

Razones de la programación.-

- Costo mínimo de producción
- Costos mínimos de almacenamiento
- Inventarios de costo mínimo
- Gasto mínimo en efectivo
- Máxima utilización de la planta
- máxima satisfacción del cliente
- ✓ Máxima moral de los trabajadores

Toda programación debe iniciarse con un pronóstico de los requerimientos.

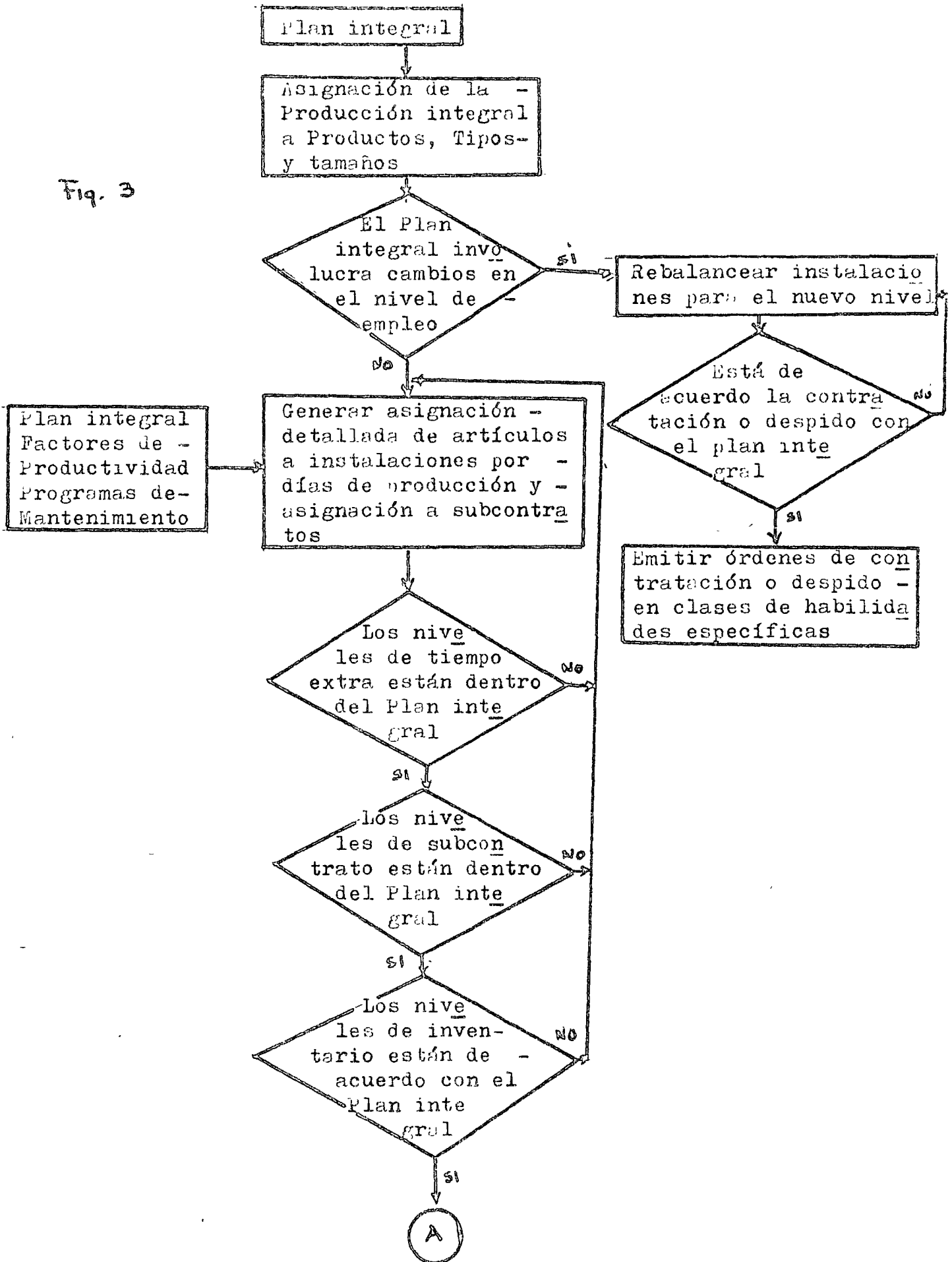
Una vez que el pronóstico está hecho y se decide preparar un programa, es necesario saber:

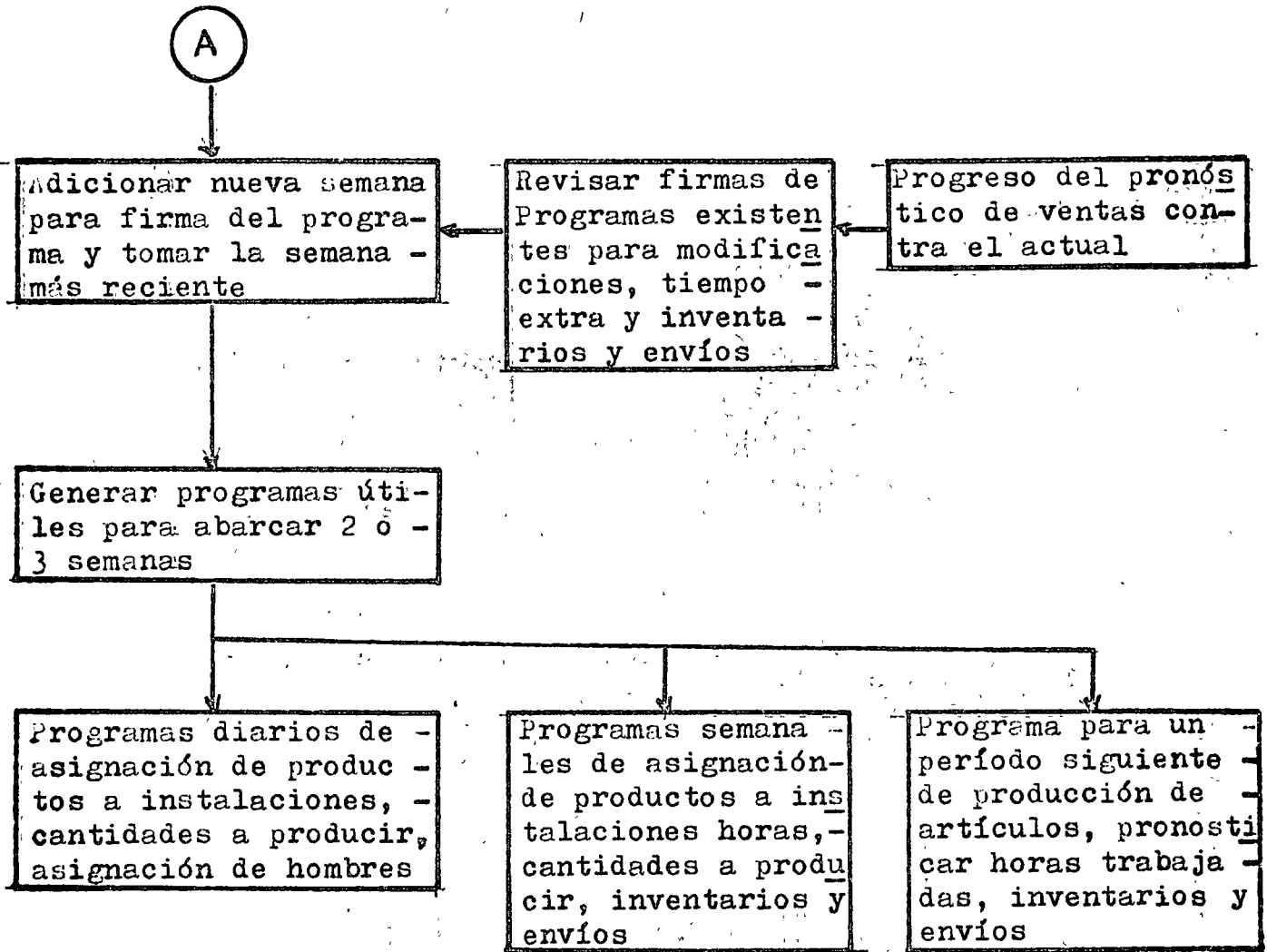
- 1.- Los Compromisos que existen
- 2.- Los recursos disponibles
- 3.- La eficiencia de la mano de obra en los diferentes centros de trabajo.
- 4.- Los niveles esperados en enfermedades y ausentismo
- 5.- Los compromisos de mantenimiento
- 6.- Otros factores locales que afectan el trabajo
- 7.- El contenido de trabajo de los distintos productos
- 8.- Los métodos de fabricación propuestos
- 9.- Los tiempos de preparación implícitos en los métodos propuestos.

CALENDARIZACION DETALLADA DE INSTALACIONES Y MANO DE OBRA.-

Dado el plan el cual ha establecido la producción integral a ser calendarizado, inventarios iniciales, terminación de inventarios y pronóstico de ventas totales, se procede a la calendarización detallada de instalaciones y mano de obra. En la figura 3 se muestra el proceso de generar programas detallados.

Fig. 3



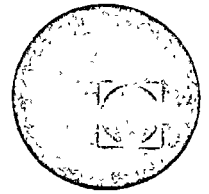


BIBLIOGRAFIA

- 1.- Production Control
William Voris
Ed. Ricard D. Irwin.
- 2.- Production Inventory Systems: Planning and Control
Buffa y Taubert
Ed. Richard D. Irwin.
- 3.- Control de la Producción: sistemas y decisiones
Greene
Ed. Diana
- 4.- Production Systems; Planning, analysis and control
James L. Riggs
Ed. John Wiley



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION

SISTEMAS DE PRODUCCION INTERMITENTE

M. en A. Angel Fernández G.

PRODUCCION INTERMITENTE

Características de un sistema de producción intermitente

- 1) Se produce una amplia variedad de productos
- 2) Las órdenes son normalmente pequeñas y no hay reorden
- 3) Se utiliza el equipo versátilmente
- 4) La distribución de la planta es en función del equipo
- 5) La producción está basada en ventas

RAzones para tener un sistema de control de producción en un sistema de producción intermitente

- 1) Dar mejor servicio
- 2) Mejores relaciones con clientes en base a entregas puntuales
- 3) Menos tiempo de los directivos para programar
- 4) Hacer innecesario
- 5) Sistema ordenado en lugar de caos
- 6) Decisiones sobre bases más reales
- 7) Economía

Problemas que se pueden presentar

- 1) Inercia
- 2) Costos más altos
- 3) Inflexibilidad para el manejo de casos especiales

DISEÑO DE INSTALACIONES PARA SISTEMAS DE PRODUCCION INTERMITENTE

La producción intermitente trae consigo la imagen tradicional del taller de trabajo con su amplia capacidad para fabricar una gran variedad de partes y productos hechos a la medida. Este concepto general del taller de maquinado se ha convertido en un modelo para una amplia gama de instalaciones de producción intermitente donde las bases de distribución y departamentalización son funcionales. Como se vio ^{anteriormente}

, el sistema de taller de maquinado a menudo no produce para los inventarios sino que cuenta con un sistema flexible de producción listo para entrar en actividad en cualquier momento. Debido a la gran flexibilidad que se requiere en un sistema, las complicaciones internas de los sistemas de taller de maquinado son mucho mayores que las de las líneas de producción que se discutieron en la Parte IV. Para ayudar a establecer el marco de referencia para nuestra discusión hemos reproducido en la Figura 10-1 la representación esquemática de los sistemas de taller de maquinado que introdujimos en el Capítulo 1. En este esquema vemos el amplio panorama del flujo de información y el orden de la magnitud de las demoras de tiempo implicadas. Comparando las demoras de tiempo con las que se esperan en el sistema de producción estandarizada de alto volumen, podemos notar que las mayores demoras son internas; mientras que en los sistemas de alto volumen las mayores demoras parecen estar involucradas en la cadena de distribución.

En la Figura 10-1 aparece una demora interna mínima de 74 días después de que se ha recibido una solicitud de oferta antes de que el material comience a fluir de los vendedores. Se requiere una demora adicional de 130 días para la transportación de las materias primas, la fabricación y el ensamblado. La demora de tiempo para la entrega es relativamente menor.

Talleres abiertos contra talleres cerrados de maquinado. La Figura 10-1 en realidad representa el caso más difícil o más general; es decir, el de un taller que está abierto para recibir solicitudes de maquinado virtualmente de todo el mundo. Bajo tales circunstancias se debe pronosticar, diseñar las instalaciones físicas, elaborar planes adicionales, programar, conseguir los materiales y presentar las ofertas con la mayor de las incertidumbres. De hecho, sin embargo, deberíamos hacer una distinción entre el taller abierto y el sistema de taller de maquinado que está cerrado a los pedidos del exterior. (Todavía lo llamamos un taller de maquinado debido a la naturaleza de la distribución física.) El taller cerrado de maquinado es sujeto de cierta preocupación y fabrica para su propio uso interno en su propia línea de productos. Su línea de productos por lo general tiene un cierto grado de predictibilidad, aunque los talleres sujetos a este tipo de producción también pueden recibir pedidos internos de diseños únicos. Nótese también que algunos talleres sujetos a este tipo de maquinado tienen las características del taller abierto si son en esencia ta-

lleres experimentales o prototipo. Toda compañía automotriz mantiene su propio taller de maquinado (quizá varios) de tamaño considerable establecido en bases funcionales o de talleres de maquinado. Pero estos talleres exclusivos de maquinado no están abiertos para recibir solicitudes de maquinado de clientes del exterior. En realidad producen una línea de partes, componentes y productos altamente pronosticable. De hecho, la mayoría de los "talleres de maquinado" que conocemos son talleres cerrados de maquinado. Esta es una distinción de importancia porque si sabemos por adelantado cuál será la mezcla de nuestras líneas de productos, entonces los ocho problemas que se enumeran en la Figura 10-1 pueden tomar un aspecto considerablemente diferente. Una investigación de la literatura publicada sobre el tema indica que hemos considerado al sistema de producción intermitente como algo típico del modelo tradicional del taller abierto de maquinado cuando en realidad el taller cerrado de maquinado puede que sea más común y tal vez un tanto más fácil de manejar.

Al organizar nuestro ataque contra los sistemas de taller de maquinado discutiremos primero en forma general los problemas de los talleres de maquinado según la lista que aparece en la Figura 10-1, tratando de conservar la distinción que acabamos de hacer entre los talleres abiertos y los talleres cerrados de maquinado. Después haremos una especificación de la forma en que trataremos el resto de este capítulo para dis-

cutir algunos de los aspectos importantes en el diseño de instalaciones para sistemas de producción intermitente, dejando la forma en que se tratará la programación del taller de maquinado para el Capítulo 11 y los sistemas de información y programación para el Capítulo 12.

Problemas de los sistemas de taller de maquinado

La característica física más obvia del sistema de taller de maquinado está en su distribución funcional donde el equipo del mismo tipo genérico se agrupa en la misma ubicación general. La característica más obvia de los sistemas de información y control está en la necesidad de información y control sobre las operaciones individuales. Existen razones tanto económicas como lógicas para una distribución física funcional. Puesto que estamos tratando con situaciones en las que normalmente la mayor parte de los artículos o productos no tienen el volumen suficiente como para utilizar plenamente el equipo, se convierte en una cuestión económica el que el conjunto entero de productos reúna las demandas de uso fraccional para los diversos productos y les otorgue el uso del equipo común de tiempo compartido. En segundo lugar, y puesto que la secuencia de operaciones y uso del equipo tiene probabilidades de ser diferente para artículos diferentes, de tal modo que ninguna de las secuencias de operaciones se ajusta a una gran porción de los productos, el equipo se agrupa en bases genéricas. Los departamentos entonces se convierten en centros de capacitación y habilidad para realizar

una cierta clase de operaciones. La estructura departamental básica y la distribución física son similares para los talleres de maquinado tanto abiertos como cerrados.

Distribución física y diseño de instalaciones. La distribución física y el diseño de instalaciones pueden, por supuesto, ser considerados a diversos niveles de complejidad y detalle. Nuestra preocupación mayor está en el amplio nivel de tener que determinar las mejores ubicaciones departamentales relativas y sus requerimientos de superficie en una gráfica de bloque. Ya que existen numerosas secuencias, o rutas, de proceso adoptadas a todo lo largo de la instalación por los diversos órdenes, ningún tipo de secuencia será buena para todos los pedidos. Por otro lado, las investigaciones realizadas indican que la secuencia de proceso de los pedidos tampoco es hecha al azar. El problema, entonces, está en elegir un grupo de ubicaciones relativas para las que los costos asociados con la ubicación sean de un mínimo. Los costos implicados están principalmente en la transportación de material, pero también involucran a la transportación de personal en viajes a los depósitos de herramientas, a las oficinas de personal o de ingeniería, y demás. La ubicación relativa funcional, o taller de maquinado, del problema de un departamento no es trivial, ya que con sólo 20 departamentos hay más de 608×10^{12} combinaciones diferentes de posibles distribuciones físicas. La distribución física tiene un efecto sobre el tiempo promedio de flujo de pedidos a lo largo del

taller y consecuentemente tiene un impacto sobre la programación de la producción en que establece el nivel general de tiempo de flujo que se puede esperar.

El contraste en las soluciones de distribución física que se pueden esperar para los talleres de maquinado abiertos y cerrados es probablemente muy sutil si es que existe alguna diferencia. Si se fueran a examinar las matrices de flujo interdepartamentales (el material transportado en cargas por unidad de tiempo entre todas las combinaciones de departamentos o centros de trabajo), es posible que el taller abierto mostrara una mayor variabilidad de ruta de flujo o que la matriz de flujo fuera menos estable de un período a otro. Sin embargo, no tenemos evidencias de lo anterior. Si alguno o ambos de estos fenómenos estuviera presente, el efecto sería un aplanamiento de la función de criterio de costos en forma de U de tal modo que las soluciones únicas de distribución física de costos serían menos probables. También, por supuesto, los costos totales incrementales de transportación serían menores para el taller cerrado de maquinado si la matriz de flujo es en realidad menos variable y más estable.

Pronosticación de la demanda y planeación agregada. Para que tengan algún significado en el uso en las funciones de planeación, programación y control, los pronósticos necesitan traducirse finalmente a horas pronosticadas para las diversas clases de equipo, tales como tornos, taladros, molinos, etc., per-

miendo incluir el procesado de chatarra así como buenos productos y concesiones para la eficiencia que se espera de la planta. La eficiencia de la planta es el porcentaje de tiempo de equipo disponible que en realidad se utiliza para el trabajo productivo después de haber deducido las pérdidas de tiempo debidas a demoras de programación, descomposturas de la maquinaria, mantenimiento preventivo, etc.

El pronóstico de las cargas de trabajo para un taller abierto de maquinado necesita ser enfocado en forma diferente al de un taller cerrado de maquinado. A término más corto el taller abierto cuenta con pedidos de trabajo en firme para los que se han hecho planes un tanto detallados de proceso y cálculos de tiempo. Por lo tanto, las cargas por departamento pueden desarrollarse en base a un buen procesamiento de datos y sistema de control. Uno de los importantes problemas de decisión involucrados en la determinación de las cantidades que van a ser producidas de acuerdo con los pedidos de trabajo es determinar las concesiones promedio de chatarra. Si el pedido es por 10 artículos, ¿cuál es el tamaño más económico que se producirá tomando en cuenta que habrá un tanto de desperdicio? Si los desechos son mayores de lo que se espera, podrían resultar costos de importancia en el reajuste del equipo para hacer una corrida adicional de producción. Los pronósticos que van más allá de los pedidos en firme, sin embargo, se hacen más inciertos. La proporción de las ofertas y su traducción a probables pedidos

en firme proporciona una base para la planeación agregada para el siguiente período de producción más allá del que se estableciera para los pedidos en firme. Las técnicas básicas de pronosticación que se vieran en el Capítulo 2 son aplicables a la suavización y pronosticación de los pedidos que se esperan en base a la proporción de ofertas. Las cargas departamentales que se proyecten pueden generarse en base a los pronósticos y empleadas como base para la contratación y capacitación del personal, o posiblemente para hacer reajustes. Puesto que lo que verdaderamente se vende en un taller abierto de maquinado es su capacidad, habrá un tanto de reticencia para despedir a mano de obra altamente capacitada (y un taller de maquinado se caracteriza en parte por las raras habilidades de su fuerza de trabajo), a menos que haya una baja persistente en los negocios. La pronosticación a plazo más largo es un tanto más incierta pero puede ser ajustada a los pronósticos de las condiciones generales de la empresa; o si el taller abierto opera dentro de una industria en particular, como la aeroespacial, los pronósticos a plazo más largo pueden basarse en los pronósticos industriales.

Los pronósticos de cargas de trabajo y de planeación agregada para un taller cerrado de maquinado debieran ser el resultado directo de los pronósticos de productos y de las políticas básicas de inventario. Un taller de maquinado exclusivo puede tomar decisiones relacionadas con el tamaño de los lotes de

producción y el ciclo de partes y productos para satisfacer las demandas. Por ejemplo, si el taller cerrado de maquinado está tratando de emplear conceptos básicos de lotes de producción que sean económicos, puede establecer una base para el ciclo de partes o productos en un equipo de tiempo compartido. Puede también desarrollar planes agregados por productos en forma similar a la mencionada en los Capítulos 5, 6 y 7, aunque el problema de multiproductos añade complejidad. El ejemplo de la Compañía Cantor que se menciona en el Capítulo 6 es de hecho un ejemplo de la aplicación de métodos de distribución de programación lineal para la planeación agregada en una situación de taller cerrado de maquinado.

Programación y control de pedidos, mano de obra y equipo.

La programación de los talleres de maquinado es considerada universalmente como el problema más complejo y difícil de programación industrial. Esta complejidad se deriva del hecho de que cada pedido requiere de una secuencia de procesado que es diferente de tal modo que el seguimiento de la programación y el control deben poder enfrentarse a la tremenda variación de secuencias, requerimientos de procesado, requisitos de tiempo, número de operaciones, y demás. En los talleres abiertos estos problemas son todavía más extremos ya que supuestamente cada pedido es único y puede que nunca se repita. En realidad, sin embargo, la programación y el control detallados para tanto los talleres cerrados como los abiertos parecen ser similares.

No obstante, existen diferencias en los detalles. Obviamente, los documentos básicos acerca de los planes y las secuencias de procesado, y los requisitos de tiempo, probablemente pueden reutilizarse en situaciones de talleres cerrados de maquinado. De la misma manera, la determinación del tamaño y la programación de las corridas de producción es ligeramente diferente. La determinación del tamaño de las corridas de producción para los pedidos de trabajo en los talleres abiertos debe tomar en cuenta el problema de concesiones promedio al que aludimos anteriormente. Por otro lado, las corridas de producción para los pedidos en ciclo en los talleres cerrados pueden determinarse mediante los conceptos y las fórmulas EOQ usuales.

Las investigaciones acerca de la programación de los talleres de maquinado ha tratado en gran medida de considerar al sistema de talleres de maquinado como una red de indicios, empleando la metodología de simulación para enfrentarse a la complejidad de redes equivalentes de talleres de maquinado. Como se verá en el Capítulo 11, una gran cantidad de estos esfuerzos se ha dedicado a la evaluación de diversas disciplinas de indicios que podrían resultar en sistemas más efectivos de despacho por prioridades. También, más recientemente, se ha reconocido el hecho de que en muchas, si no es que en todas las situaciones, tenemos un exceso de capacidad de maquinaria con trabajadores capacitados programados para hacer uso de diversas partes del equipo. El equipo por lo general se programa para el proceso

más económico en base a un análisis del producto y un cálculo de los costos de instalación y tiempo de las corridas de producción. Luego la mano de obra es el componente más flexible al que se asigna el uso de las diversas máquinas para los diferentes requerimientos según lo pidan los planes de procesado. Por lo tanto la mano de obra es con frecuencia el recurso limitante. Nelson ha estado realizando experimentos de simulación con sistemas "limitados por la mano de obra" para poder conocer más acerca de su comportamiento. El caso de una limitación por la maquinaria ocurriría en o cerca de una plena capacidad de maquinaria para la planta.

La obtención de materias primas sigue los conceptos de cantidades económicas de pedidos que se discutieron en el Capítulo 3; así como las técnicas adicionales de obtención que no hemos visto ni trataremos en este estudio. Las materias primas que se llevan en inventarios porque son de uso continuo en los diversos productos por lo general se ordenan mediante algún sistema de cantidades fijas. Para los materiales que se utilizan continuamente en altos volúmenes o cuando se pide una variedad de materias primas al mismo abastecedor, pueden emplearse sistemas fijos de ciclos de repetición de pedidos y reabastecimiento. Una diferencia común en la obtención de materias primas para los talleres cerrados de maquinado implicaría el tener que ordenar material especial para una orden única de trabajo cuando se implica el problema de calcular el excedente de seguridad.

Las ofertas son un problema crítico para los talleres abiertos de maquinado, aunque es un problema que no discutiremos en detalle. Las estrategias de oferta deben ser un tanto diferentes dependiendo de la naturaleza de las condiciones de la empresa. Una organización puede reducir sus márgenes o hasta pujar a precios que impliquen un cierto grado de pérdida para poder conservar intacta su fuerza de trabajo capacitada.

Distribución física y diseño de instalaciones

La distribución física y el diseño de instalaciones establecen amplios límites para la planeación y el control de la producción y los inventarios en los sistemas de producción intermitente. El diseño de instalaciones intenta tomar en consideración a las diversas rutas del flujo de pedidos individuales en cuanto pueda ser tomado en cuenta mediante el establecimiento de la ubicación relativa de los departamentos y los centros de trabajo en forma tal que minimice los costos globales de manejo del material. La solución al problema de la ubicación relativa de las instalaciones establece el tiempo promedio límite ~~entre~~ de flujo de pedidos y es así como está relacionado con el control de la producción y los inventarios necesarios durante el proceso diseñados como parte del sistema. El problema paralelo en los sistemas de un alto volumen de producción de productos estandarizados era, por supuesto, el equilibrio de línea. El equilibrio de línea estableció el ^{tiempo} ~~flujo~~ global de flujo de pro-

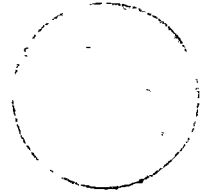
ductos y los inventarios necesarios durante el proceso de la línea.

Los primeros modelos empleados como base para determinar la ubicación relativa de los departamentos en distribuciones funcionales estuvieron basados en el concepto del dominio de unas cuantas partes o pedidos de alto volumen; particularmente si se trataba de pedidos repetidos que eran manufacturados en ciclo. Las gráficas de flujo que se desarrollaron para los pedidos fueron consideradas como dominantes, y se elaboraron distribuciones físicas detalladas y en bloque para minimizar los costos de manejo de material para esos pedidos (11, 13, 14). Durante la década de los cincuenta, se introdujeron métodos gráficos que trataban, a través de gráficas de viaje (15) y de análisis de secuencia de operaciones (3), de agregar los efectos de todos los pedidos (o de una muestra representativa) sobre el problema de la ubicación relativa de los departamentos. Durante la década de los sesenta, se desarrollaron métodos óptimos de búsqueda que dependían de los algoritmos heurísticos y por lo general eran computadorizados (1, 8, 10, 16). Véase Denholm y Brooks (6) para un estudio comparativo. Enfocaremos nuestra atención en uno de estos métodos llamado CRAFT (Computerized Relative Allocation of Facilities Techniques --Técnicas Computadorizadas de Distribución Relativa de Instalaciones) porque hasta la fecha ha sido el de más extensa aplicación, debido a la libre disponibilidad del pro-

grama de computadora¹, y debido a su flexibilidad inherente tanto para los diseños de nuevas plantas como para la redistribución física de las instalaciones existentes (1, 2, 4, 5, 6, 17, 18, 19). Haremos una revisión de las bases para el algoritmo CRAFT junto con algunas de las investigaciones conexas que sean de interés para las funciones de planeación y control.



centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION.

"SISTEMAS DE PRODUCCION INTERMITENTE".

ING. ADOLFO VELAZCO REYES.

D
B



En esta parte del curso veremos algunas técnicas de control y programación de proyectos a gran escala, las cuales estarán apoyadas en modelos de tipo determinístico, otros de tipo probabilístico y finalmente un modelo que une a los tipos probabilístico y determinístico.

Iniciaremos nuestra parte con un método conocido como PERT cuyo significado es - "Project Evaluation and Review Technique". Este modelo lo podemos tratar únicamente con variables determinísticas, lo cual sería una herramienta muy pobre, ya que en todos los problemas reales siempre están afectados por factores difíciles de predecir, pero que pueden resultar importantes en la medida que deseemos llegar a nuestros objetivos planteados en el inicio del proyecto. Estos factores difíciles de predecir los podremos representar en términos probabilísticos correspondientemente en cada una de las etapas del proyecto a realizarse. Concretando: lo que queremos decir es que vamos a trabajar con un modelo considerando a variables determinísticas y aleatorias en cada una de las etapas de nuestro proyecto, ya que son los términos más comunes en los que se desarrollan todo trabajo de programación, predicción y control.

Veamos en forma más detallada en que consiste PERT.

(Project Evaluation and Review Technique).

PERT, es una técnica para análisis, coordinación y control de un proyecto puesto en marcha, lo es también en aplicaciones a proyectos ó actividades que no son recurrentes en un sentido rutinario, pero que son al menos en varios grados únicos. Sin embargo, a pesar de que fuesen recurrentes ó continuas, estas actividades pueden considerarse como proyectos y así poder aplicar PERT sucesivamente.

Red PERT.- Básicamente el sistema PERT es la red PERT. Esta red esencialmente es un diagrama de flujo que gráficamente muestra el flujo del trabajo. El proyecto es primeramente analizado en tareas o partes de actividades (podrán ser varias centenas), y la red presentará al proyecto entero como una serie de eventos conectados por actividades, como se ilustra en la figura 1.

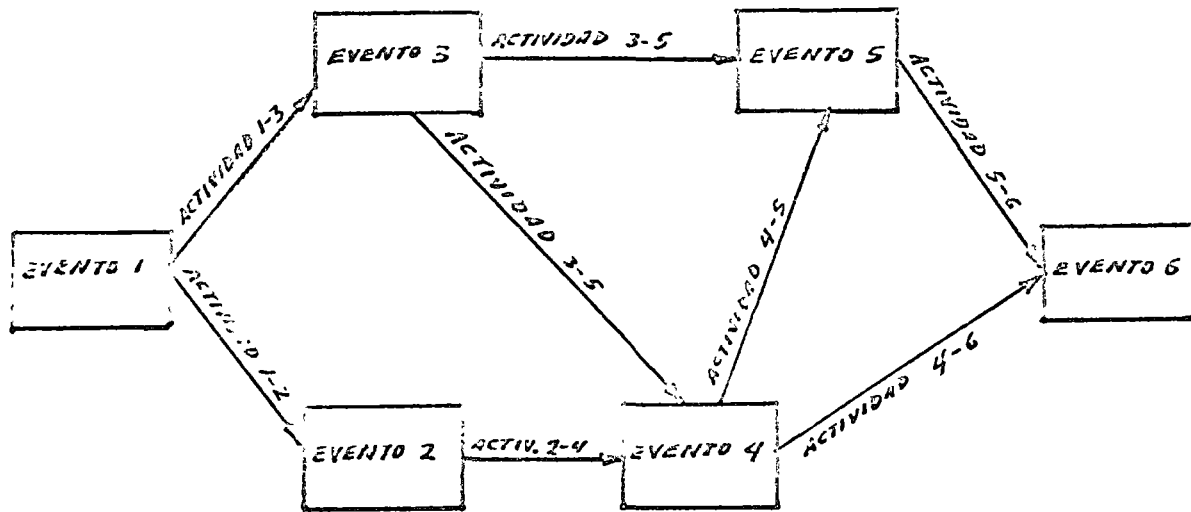


Figura 1. Una red PERT.

Cada nodo del sistema (presentado en el diagrama como un rectángulo) es un evento, nos representa un instante de tiempo y es generalmente descrito como el inicio ó la terminación de varias actividades, es decir, las tareas que deben ejecutarse en orden tal que el evento sucesor pueda ocurrir.

De esta manera una actividad es el trabajo que deberá desarrollarse entre eventos y en la red, una actividad es un período de tiempo. Es el período necesario para moverse del evento predecesor (en el inicio de la rama) al evento sucesor (a la cabeza de la rama); claro, implícitamente en esta definición de tiempo de cada actividad se toman decisiones respecto a la asignación de recursos a esa actividad.

En la figura anterior, cada evento es numerado de tal manera que los arcos siempre procedan de un número menor a uno mayor. La longitud de los arcos no necesariamente llevan una relación entre la duración del tiempo que ello representa.

La red PERT es diseñada de tal manera que las relaciones precedentes entre eventos y actividades es inviolable. Todas las actividades precedentes de entrada comunes a un evento deberían estar terminadas antes de que el evento pueda tener lugar; y la actividad no podrá iniciarse hasta que su evento ó eventos predecesores hayan ocurrido.

En la red, cada evento es representado por varias figuras geométricas. Algunos analistas usan diferentes figuras en el mismo sistema; en el que cada figura representa varias clases particulares de eventos, avance, etc. Para la exposición de este método, usaremos simplemente rectángulos en toda la red. También se acostumbra usar la palabra inicia ó terminado en la descripción de cada evento.

El uso de la palabra terminado asegura que cada nodo (evento) así designado nos representará una tarea terminada.

CONSTRUCCION DE UN SISTEMA PERT

Ilustraremos la técnica PERT aplicándola a un proyecto de investigación de una empresa X.

El primer paso es analizar el proyecto en tareas. En cualquier situación real, el analista deberá decidir hasta donde llevará la división de tareas. Esto no siempre resulta una

decisión fácil; pero una vez realizado esto, el proyecto podrá definirse en términos de una lista de tareas tal como se muestra en la tabla siguiente:

Tabla 1

Proyecto de Compañía X

Lista de Actividades

- Preparar Detalles
- Construir y Probar Programas de Computadora
- Diseñar Areas de Trabajo
- Localización de Areas de Trabajo
- Analizar Datos y Escribir Reporte
- Jefatura de Pruebas
- Preparar Indices
- Distribuir Libros a Oficinas de Clientes
- Negociación para Impresión y Encuadernación
- Impresor y Conjuntos de Tipos (establecer conj. de tipos)
- Diseño del Libro
- Impresor Corrector de Errores, Impresión y Encuadernación.

El orden en esta lista no es de importancia. La lista de actividades en la tabla anterior fue producida por el director del proyecto, pensando en términos de grupos de actividades y la persona o personas responsables para su ejecución.

La lista es entonces revisada dentro de la secuencia de tareas ordenándola como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 2.

Empresa X

Lista de Actividades en Tareas Secuenciadas.

- 1.- Preparar Detalles.
- 2.- Diseñar Area de Trabajo
- 3.- Negociar para Impresión y Encuadernación
- 4.- Diseño del Libro
- 5.- Construir y Probar Programa de Computadora
- 6.- Localización de Areas de Trabajo.
- 7.- Analizar Datos y Escribir Reporte
- 8.- Establecer Conjuntos de Tipos
- 9.- Lectura de Pruebas
- 10.- Preparar Índice
- 11.- Impresor Corrector de Errores, Impresión y Encuadernación
- 12.- Distribución de Libros a Oficinas de Clientes.

Hay muchas formas posibles en que pueden listarse. El mayor requisito es que cualquier tarea que deba preceder a otra tarea en el proyecto deberá listarse anteriormente en la tabla. De la lista de la tabla 2 se construye la red PERT.

Empezando en el final con el cuadro "Proyecto Terminado" y trabajando hacia atras, el analista construirá el sistema como se muestra en la figura 2.

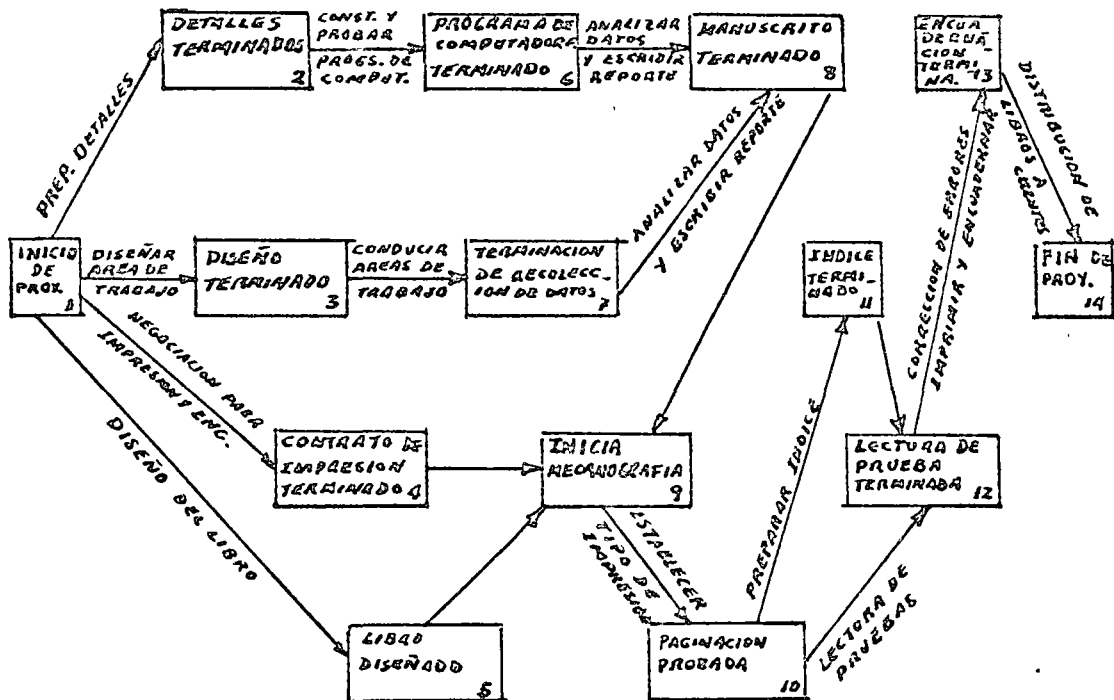


FIG. 2

La red de la figura 2 muestra los títulos de los eventos y las actividades. En la práctica usualmente no se muestran ambos. Frecuentemente solo un conjunto de títulos es mostrado y los otros están implícitos.

En la figura 2, uno de los cuadros encajados en la red es etiquetado con el título de "Inicio de Impresión" y cubre manufactura. Este es el único cuadro a excepción del

primero con la palabra inicio en el título. Este cuadro es agregado por consecuencia solamente; no es esencial, pero esta forma de manejar un proceso con tres actividades de entrada nos da una mejor presentación. Deben notarse dos cosas. Primero: el total de las actividades precedentes son actividades falsas ó simuladas; es decir que ellos no representan una actividad real y podrá -- asignárseles un tiempo cero. Esto es; el inicio de impresión podrá empezar tan pronto como los tres eventos precedentes hayan ocurrido y los arcos podrán haber sido sacados de estos tres eventos directamente al evento "Prueba de Paginación Terminada" con las tres actividades etiquetadas con el título de "Conjunto de Tipos". Este método fue usado en el evento 8. Alternativamente para el evento 8, podemos tener insertadas actividades falsas para los eventos 6 y 7 con un evento etiquetado "Inicio del Manuscrito". Este último método de presentación que es el que usamos para el evento 9 es generalmente preferido ya que es fácil de entender. De esta manera en la figura 2 definimos ambas formas de manejar una actividad con dos ó más eventos predecesores. La preferencia entre ellos es cuestión de gustos individuales, y las actividades falsas de esta forma más corta, podrán insertarse como se crea conveniente.

El analista de la compañía X tiene limitadas sus subdivisiones de las tareas de esta compañía. La compañía impresora deberá también desarrollar esto sobre un análisis PERT para las tareas que deberá desarrollar en la rotativa, haciendo cortes, probando operaciones, cubrir manufactura, impresión y encuadernación. No obstante en este proyecto, la compañía X tiene un contrato con el impresor y sus necesidades son satisfechas por el sistema subdividido como se muestra.

Por lo tanto, la duración del proyecto podrá calcularse por el uso de la forma mostrada en la tabla 3.

TABLA 3

**CALCULO DE LA DURACION DEL PROYECTO
POR EL METODO DE LA RUTA CRITICA.**

Días Transcurridos durante las actividades.

| Actividad | Duración | Inicio | Terminación |
|-----------|----------|--------|------------------|
| (1) | (2) | (3) | (4) |
| 1 - 2 | 15 | + 0 | = 15 |
| 1 - 3 | 5 | + 0 | = 5 |
| 1 - 4 | 10 | + 0 | = 10 |
| 1 - 5 | 3 | + 0 | = 3 |
| 2 - 6 | 25 | + 15 | = 40 |
| 3 - 7 | 60 | + 5 | = 65 |
| 4 - 9 | 0 | + 10 | = 10 |
| 5 - 9 | 0 | + 3 | = 3 |
| 6 - 8 | 30 | + 40 | = 70 |
| 7 - 8 | 30 | + 65 | = 95 |
| 8 - 9 | 0 | + 95 | = 95 |
| 9 - 10 | 40 | + 95 | = 135 |
| 10 - 11 | 3 | + 135 | = 138 |
| 10 - 12 | 8 | + 135 | = 143 |
| 11 - 12 | 0 | + 138 | = 138 |
| 12 - 13 | 35 | + 143 | = 178 |
| 13 - 14 | 5 | + 178 | = 183 |

En esta tabla, las actividades son identificadas por los números de sus eventos precedesores y sucesores.

En el cálculo del tiempo, normalmente, los datos del calendario actual (col. 2) son usados para calcular las dos últimas columnas (3 y 4) de la tabla. Aquí, por lo que para simplificarlo supondremos que el proyecto empieza en el día 1; y la tercera y -cuarta columnas en la tabla representan el número de días que deben haber transcu-

RUTA CRITICA CON CERTIDUMBRE.

Existe una variación del método el cual es conocido como CPM (Critical Path Method) que enfatiza las actividades y cuya red usualmente muestra los nodos como círculos numerados únicamente.

C.P.M. fue originalmente desarrollado en aplicaciones no militares, y los sistemas han tenido varios métodos diferentes de análisis. También varios autores distinguen entre PERT y CPM, notando que PERT enfatiza los eventos y C.P.M. enfatiza las actividades. A continuación indicaremos la importancia de la ruta crítica en la red P.E.R.T.

Cada actividad PERT está asociado con una medida de duración y descripción de fuentes de localización. Así por ejemplo, el tiempo para las actividades varias son conocidas con certeza y son estas numeradas en días como se muestra en la figura 3.

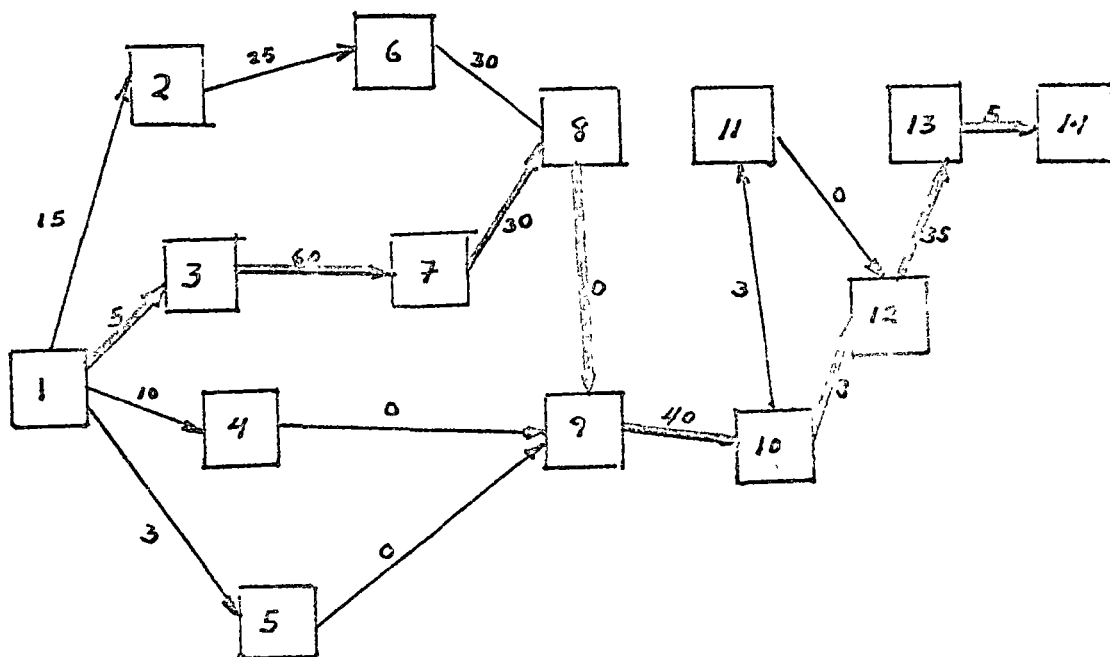


FIG. 3

rrido desde que la actividad se inició y terminó respectivamente. Cuando dos ó - más actividades terminan en el mismo evento, lo que se hará será marcar con una - flecha a todos los tiempos terminados excepto la última actividad terminada, y cada uno de los tiempos marcados son ignoradas para los tiempos en que están sucediendo las actividades. De esta manera, el tiempo más grande a través de la red es representada por el último número en la última columna. Esto es implícitamente el tiempo más corto para el cual el proyecto puede terminarse. Como puede verse, las -- unidades de tiempo usadas para este análisis podrán ser horas, días, semanas, meses, etc. a las unidades que sean más convenientes. Normalmente las unidades de tiempo por semanas son las más comunes. En nuestro ejemplo, como el proyecto es relativamente pequeño, usaremos días.

La ruta crítica, es decir, la ruta a través del sistema que toma el tiempo máximo, - podrá determinarse trabajando hacia atrás a través de la tabla 3, iniciándose con la actividad 13-14 y trabajando hacia arriba en la columna (1), mirando la siguiente - actividad que termina en el evento en el cual la última actividad fue iniciada. Ignorando las actividades con marcas de tiempos terminados, la ruta crítica es determinada por ~~14-13~~-12-10-9-8-7-3-1. Esta ruta corresponde al conjunto de flechas negras en la figura 3. Invertiendo los números anteriores la ruta crítica es representada por las actividades de los eventos 1-3-7-8-9-10-12-13-14, y el proyecto total - toma 183 días en cumplirse. Es decir, si una semana es de 5 días, el proyecto tomará 36 semanas y 3 días. En la determinación de la ruta crítica, supusimos que cada tarea se inicia tan pronto como es posible: es decir, tan pronto como su evento predecesor (ó eventos) han ocurrido. Claro que esto no es necesario para alguna activi

dad que no esté en la ruta crítica. Por ejemplo la actividad 10-12 toma 8 días, no así las actividades 10-11 y 11-12 que toman 3 días. Por lo tanto, aquí existe un tiempo de holgura de 5 días en la ruta 10-11-12, indicando con ello que la actividad 10-11 podrá retrasarse 5 días sin causar desajustes en el proyecto. Por lo tanto cualquier retraso que ocurra en las tareas de la ruta crítica, causará un retraso en el proyecto total.

Las variables controlables en este sistema, con certeza en la estimación: son la asignación de recursos en varias subtarear; claro que si el analista ve que se puede recortar el tiempo para el proyecto entero sin elevar costos, este esfuerzo podrá hacerse para pasar recursos de actividades no críticas a actividades críticas, y si los recursos adicionales están disponibles, estas deberán asignarse a actividades críticas.

El balance óptimo para terminación temprana (inmediata) en un costo fijo podrá teóricamente ocurrir cuando los recursos están tan pronunciados que todas las rutas tienen la misma duración. Esto es de curso, hacer envíos posibles en el mundo real debido a las indivisibilidades en entradas y salidas, e indicará la dirección en el cual los recursos deben enviarse para completar los datos.

Estimación de Tiempos Bajo Incertidumbre

En la última sección, supusimos que la duración para todas las actividades fueran conocidas con certeza. Esta situación muy raramente ocurre. El método PERT está apoyado en un procedimiento ingenioso para producir bajo condiciones probabilísticas la estimación de los tiempos de duración de cada una de las actividades. Este procedimiento que está basado sobre estudios psicológicos, supone que la estimación de pará-

12

metros de la duración de actividades tienden a parecerse a la distribución beta, los cuales son obtenidos por el grupo de asesoría técnica. La persona responsable para cada actividad es interrogada, dando tres estimadores para el tiempo requerido para esa actividad. Estos estimadores son: el tiempo más probable (m), el tiempo optimista (a) y el tiempo pesimista (b). Los últimos dos tiempos, el optimista y pesimista está asociados en una serie de factores impredecibles los cuales los representaremos con el concepto de probabilidad en un rango máximo de 0.01 generalmente.

Es decir que: el tiempo óptimo es aquel que bajo condiciones normales no cambia. Este tiempo se estima haciendo muestreos de corridas observadas. Bajo el mismo criterio se estiman los otros tiempos. Actualmente la metodología matemática PERT, usando la distribución beta, supone que el tiempo optimista no podrá ser mejorado y el tiempo pesimista no podrá ser excedido.

Los tiempos estimados son incluidos en la red PERT, como $a - m - b$ donde a es el tiempo optimista, m el más probable y b el pesimista. Esto se muestra en la figura 4.

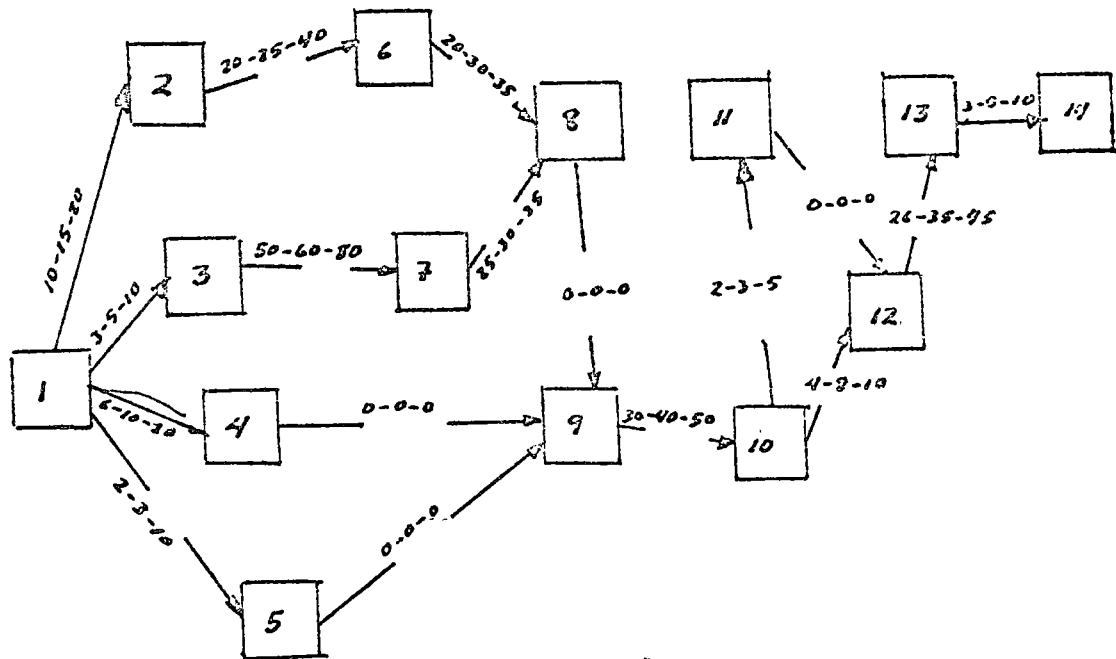


FIG. 4

De los tres tiempos estimados, el tiempo medio t_e es calculado como mostramos anteriormente, este cálculo está basado sobre la suposición de que el conjunto de los tres tiempos estimados, tienden a parecerse a una distribución beta, como se muestra en la figura 5.

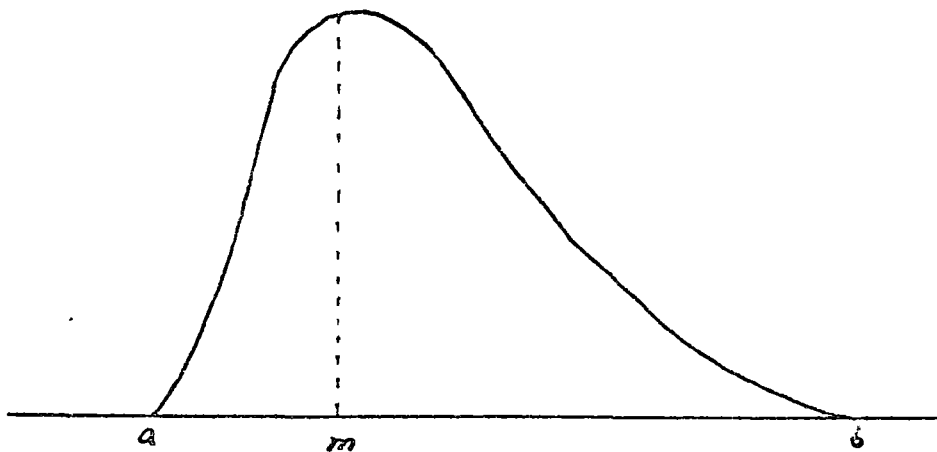


FIG. 5.

En otras palabras, se supone que la duración de una actividad es una variable con una distribución beta cuya ecuación es de la forma :

$$f(x) = \frac{(\alpha + \beta + 1)!}{\alpha! \beta!} x^\alpha (1-x)^\beta ; \quad 0 < x < 1$$

aquí α y β son usadas para los parámetros de la distribución beta, distinguiéndose como a y b , los tiempos estimados optimista y pesimista. (Aquí nos reservaremos los símbolos \underline{a} y \underline{b} para los tiempos estimados de PERT que son al mismo tiempo universalmente utilizados en esa aplicación).

Las fórmulas teóricas para la media y desviación estándar de una distribución beta son :

$$E(x) = \mu = \frac{\alpha + \beta}{\alpha + \beta + 2} \quad \text{--- (1)}$$

$$\sigma^2 = \frac{(\alpha + \beta)(\beta + 1)}{(\alpha + \beta + 2)(\alpha + \beta + 3)} \quad \text{--- (2)}$$

La moda es:

$$m = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad \text{--- (3)}$$

PERT hace la suposición de que \underline{m} el estimador más probable es la moda de la distribución beta; que la media o valor esperado te, es:

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6} \quad \text{--- (4)}$$

y que la desviación estándar esperada es $\frac{1}{6}$ del rango de a a b .

$$\sqrt{t_e} = \frac{b - a}{6} \quad \text{--- (5)}$$

Estas suposiciones son una parte integral del método PERT para diagnosticar bajo incertidumbre el tiempo de duración de las actividades.

Examinaremos estas suposiciones a la luz de nuestros conocimientos con respecto a la distribución beta. Por simplificación, si $a=0$ y $b=1$. Esto es una transformación lineal simple para cualquier valor de a y b que deberán ser estimados.

Entonces $0 \leq m \leq 1$ y la suposición PERT es:

$$t_e = \frac{4m+1}{6} \quad \text{-----} \quad (6)$$

$$\sigma_{t_e} = \frac{1}{6} \quad \text{-----} \quad (7)$$

La suposición con respecto a la media, es decir $t_e = \mu$ con respecto a las ecuaciones (6), (3) y (1)

tenemos:

$$\frac{4 \left(\frac{\alpha}{\alpha+\beta} \right) + 1}{6} = \frac{\alpha+1}{\alpha+\beta+2}$$

$$\frac{4\alpha + \alpha + \beta}{6(\alpha+\beta)} = \frac{\alpha+1}{\alpha+\beta+2}$$

$$\frac{5\alpha + \beta}{6(\alpha+\beta)} = \frac{\alpha+1}{\alpha+\beta+2}$$

Para una distribución con $\alpha=1$, $\beta=3$ tal como se muestra en la figura 6.

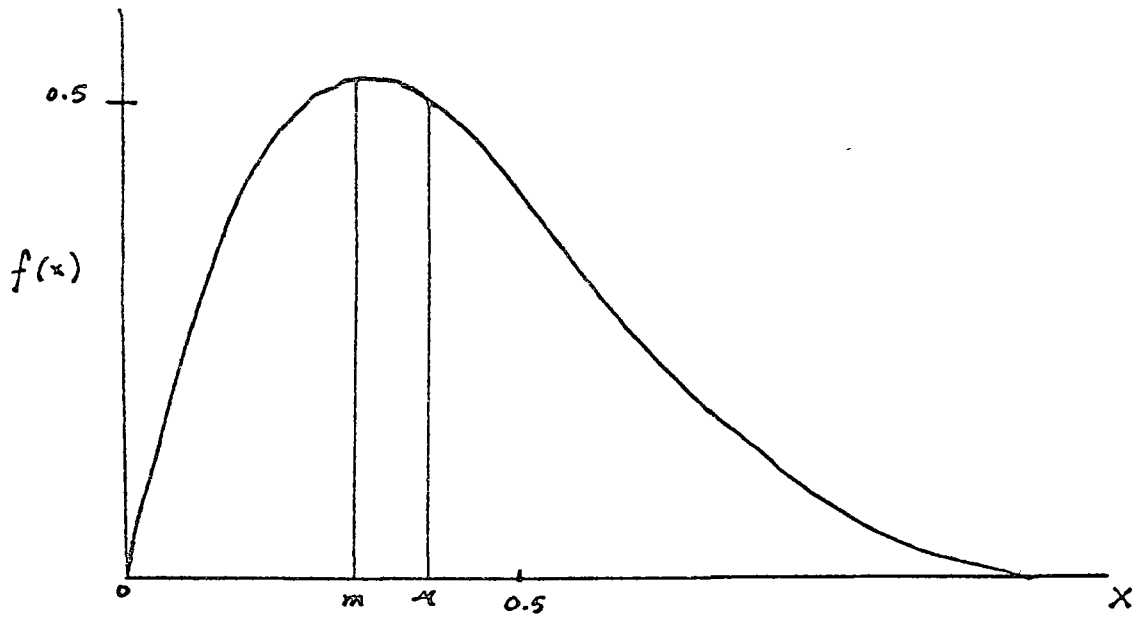
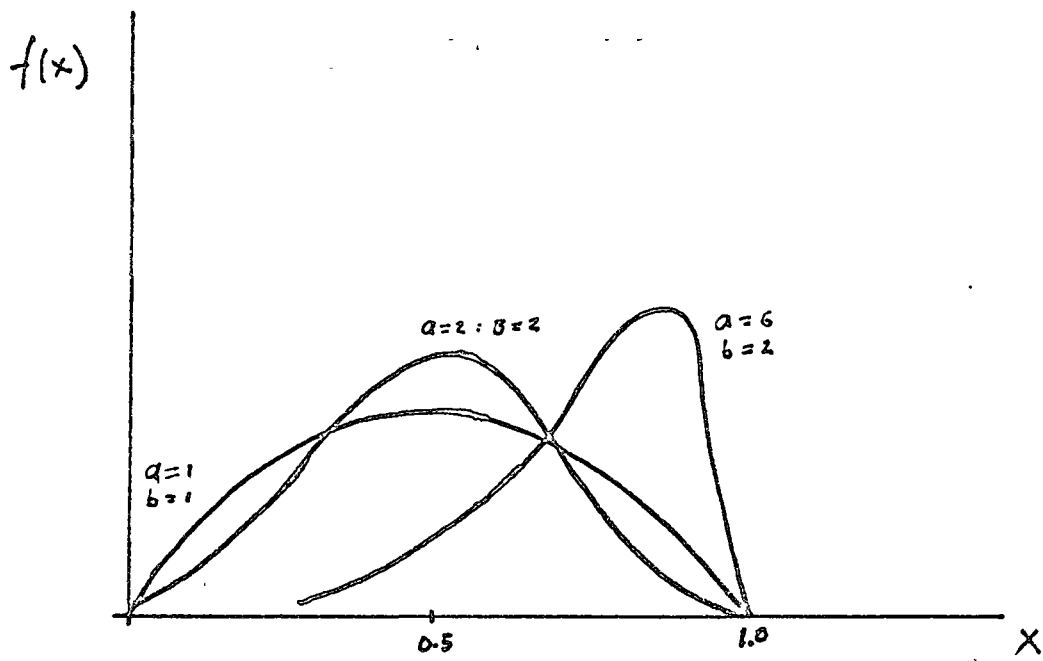


FIG. 6

Esta suposición es perfecta. Para otras distribuciones estas suposiciones no son buenas e introducen serios errores. Por ejemplo, en el caso en que la distribución esté cargada a la izquierda en la distribución beta de la figura 7.



donde $\alpha = 6, \beta = 2$, la condición de la ecuación (8) produce para la estimación PERT.

$$t_e = \frac{5\alpha + \beta}{6(\alpha + \beta)} = \frac{32}{48} = 0.67$$

Para la media de la distribución beta exacta

$$\mu = \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 2} = \frac{7}{10} = 0.70$$

La diferencia es pequeña

$$\text{si } \alpha = \beta$$

$$\mu = \frac{\alpha + 1}{\alpha + \beta + 2} = \frac{\alpha + 1}{2\alpha + 2} = \frac{1}{2}$$

y similarmente :

$$m = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} = \frac{1}{2}$$

muestra que una distribución beta en el que $\alpha = \beta$ es simétricamente, entonces $\mu = m$, es decir que la media es igual a la mediana.

Para una distribución beta simétrica, la estimación PERT de la media es:

$$t_e = \frac{5\alpha + \beta}{6(\alpha + \beta)} = \frac{6\alpha}{12\alpha} = \frac{1}{2}$$

y la suposición PERT es exactamente satisfecha para la distribución beta.

Similarmente para la desviación estándar, para $\alpha = 1$, $\beta = 3$ la desviación estándar verdadera es:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\alpha + 1)(\beta + 1)}{(\alpha + \beta)^2(\alpha + \beta + 3)}} = \sqrt{\frac{2 \times 4}{(3+1)^2(7)}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{7}} = 0.18$$

tan parecida a la suposición PERT de $\frac{1}{6}$ a 0.17.

Para la distribución beta con $\alpha = 6$ y $\beta = 2$, la fórmula exacta producirá :

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\alpha+1)(\beta+1)}{(\alpha+\beta+2)^2(\alpha+\beta+3)}} = \sqrt{\frac{7(3)}{100(11)}} = 0.14$$

tan parecida a 0.17 para la suposición PERT y para la distribución simétrica de la figura 6, para $\alpha = \beta = 1$

$$\sigma = \sqrt{\frac{4}{16(5)}} = \sqrt{0.05} = 0.22$$

Para $\alpha = \beta = 2$

$$\sigma = \sqrt{\frac{9}{36(7)}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{7}} = 0.19$$

tan parecida a la suposición PERT de 0.17.

En general, podemos concluir que la suposición hecha por la técnica PERT puede verse razonablemente justificada. En suma, PERT hace tres suposiciones razonables en el tratamiento de los tiempos estimados bajo incertidumbre.

Primero, se supone que la duración de una actividad es una variable aleatoria con distribución beta, con moda \underline{m} el tiempo más probable.

Segundo; se supone que el tiempo medio es t_e dado por la ecuación (4) para el tiempo estimado.

$$t_e = \frac{a + 4m + b}{6} \quad (4)$$

y tercero, se supone que la desviación estándar está dado por la ecuación.

$$\sqrt{t_e} = \frac{b - a}{6} \quad (5)$$

En la tabla (4), la duración media t_e , y la varianza $\sqrt{t_e}^2$, para cada actividad son calculados de la ecuación (4) y la ecuación (5) para uso posterior. Los calculos son realizados hasta obtener un decimal solamente.

T A B L A 4.

| Actividad | a | m | b | $t_e = \frac{a + 4m + b}{6}$ | $t_e = \frac{b - a}{6}$ | t_e^2 |
|-----------|----|----|----|------------------------------|-------------------------|---------|
| 1 - 2 | 10 | 15 | 20 | 15.0 | 1.7 | 2.9 |
| 1 - 3 | 3 | 5 | 10 | 5.5 | 1.2 | 1.4 |
| 1 - 4 | 6 | 10 | 20 | 11.0 | 2.3 | 5.3 |
| 1 - 5 | 2 | 3 | 10 | 4.0 | 1.3 | 1.7 |
| 2 - 6 | 20 | 25 | 40 | 26.7 | 3.3 | 10.9 |
| 3 - 7 | 50 | 60 | 80 | 61.7 | 5.0 | 25.0 |
| 4 - 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 - 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 - 8 | 20 | 30 | 35 | 29.2 | 2.5 | 6.3 |
| 7 - 8 | 25 | 30 | 35 | 30.0 | 1.7 | 2.9 |
| 8 - 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 - 10 | 30 | 40 | 50 | 40.0 | 3.3 | 10.9 |
| 10 - 11 | 2 | 3 | 5 | 3.2 | 0.5 | 0.3 |
| 10 - 12 | 4 | 8 | 10 | 7.7 | 1.0 | 1.0 |
| 11 - 12 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 12 - 13 | 26 | 35 | 45 | 35.2 | 3.2 | 10.2 |
| 13 - 14 | 3 | 5 | 10 | 5.5 | 1.2 | 1.4 |

CALCULO DE LOS TIEMPOS.

Analizando el procedimiento PERT, lo ilustraremos con el ejemplo que iniciamos el presente tema.

Los tres estimadores de tiempo de la figura (4) se utilizarán y una tabla similar a la (3) será calculada usando los valores t_e . Esto se muestra en la tabla (5); que en cualquier proyecto podrá prepararse para una computadora como se muestra en la tabla (4) sobre la que está basada.

Los elementos en la columna T_e son los días (o datos) sobre los cuales el evento sucesor se espera que sea alcanzado, es decir, el día sobre el cual la actividad se espera que sea terminada.

El valor de T_e para cada una de las actividades de los eventos sucesores es calculado sumando a T_e el t_e de la actividad. Cuando dos o más actividades tienen el mismo evento sucesor, diferentes valores de T_e resultarán. Marcaremos todos con una diagonal excepto el más largo, e ignoraremos los valores marcados de T_e cuando se calcule T_e para eventos subsecuentes.

T_e es el tiempo esperado más cercano para el evento que debe concluirse. Verdaderamente este representa la longitud en tiempo de todas las rutas dirigidas a ese evento; sin embargo los eventos no pueden concluirse hasta que todas las actividades procedentes hayan sido terminadas y por lo tanto, el final de la trayectoria representa el tiempo más cercano en el que el evento puede concluirse.

T A B L A 5.

EVENTO

| Predecesor | Sucesor | Descripción de la actividad | Duración esperada | Varianza esperada | Días esperados (evento sucesor) | Ultimo día permitido | 01gura |
|------------|---------|--|-------------------|-------------------|---------------------------------|----------------------|-------------|
| | | | | | T_E | T_L | $T_L - T_E$ |
| 1 | 2 | preparar detalles | 15.0 | 2.9 | 15.0 | 41.3 | 26.3 |
| 1 | 3 | diseñar áreas de trabajo | 5.5 | 1.4 | 5.5 | 5.5 | 0 |
| 1 | 4 | negociar para impresión y encuadernación | 11.0 | 5.3 | 11.0 | 97.2 | 86.2 |
| 1 | 5 | Diseño del libro | 4.0 | 1.7 | 4.0 | 97.2 | 93.2 |
| 2 | 6 | preparar programa de computadora | 26.7 | 10.9 | 41.7 | 68.0 | 26.3 |
| 3 | 7 | conducir áreas de trabajo | 61.7 | 25.0 | 67.2 | 67.2 | 0 |
| 4 | 9 | | 0.0 | 0.0 | 11.0 | 97.2 | 86.2 |
| 5 | 9 | | 0.0 | 0 | 4.0 | 97.2 | 93.2 |
| 6 | 8 | Análisis y escritura | 29.2 | 6.3 | 70.9 | 97.2 | 26.3 |
| 7 | 8 | Análisis y escritura | 30.0 | 2.9 | 97.2 | 97.2 | 0 |
| 8 | 9 | | 0.0 | 0 | 97.2 | 97.2 | 0 |
| 9 | 10 | establecer tipo de impresión | 40.0 | 10.9 | 137.2 | 137.2 | 0 |
| 10 | 11 | preparar índice | 3.2 | 0.3 | 140.4 | 144.9 | 4.5 |
| 10 | 12 | lectura de pruebas | 7.7 | 1.0 | 144.9 | 144.9 | 0 |
| 11 | 12 | | 0.0 | 0 | 140.4 | 144.9 | 4.5 |
| 12 | 13 | imprimir y encuadernar | 35.2 | 10.2 | 180.1 | 180.1 | 0 |
| 13 | 14 | distribución de libros | 5.5 | 1.4 | 185.6 | 185.6 | 0 |

27

En la tabla 5 como en la tabla 3, la ruta crítica es 1-3-7-8-9-10-12-13-14, y el tiempo esperado de terminación es 185.6 días. Podemos como podrá desearse, redondear todos los t_e sobre la tabla 5 y completar los días, con lo cual suponiendo que si una tarea es terminada oportunamente durante una parte del día, el resto del día no es utilizable para iniciar la siguiente tarea; de cualquier manera no haremos esto. Estas t_e son duraciones esperadas, y la consistencia sesgada que procedimiento de redondeo pueda introducirse es injustificable.

La figura 7 muestra la red con las duraciones esperadas sobre las ramas de las actividades y las T_E en los cuadros de los eventos. Olgura es la diferencia entre el tiempo esperado (T_E) y el último tiempo de terminación permisible (T_L). Si se ve como se calcula (T_L), entonces podremos estar en posición de ver las implicaciones de la olgura. Nótese que T_L y T_E que estamos considerando al respecto, se refiere a eventos, es decir, la sucesión de eventos para la actividad apropiada.

El cálculo de T_L para cada evento, se inicia en la secuencia de datos terminados o, si en el caso de que no existiera ninguno como en nuestro ejemplo, se inicia con el T_E para el evento final, restándolo del t_e para la actividad precedente hasta llegar al último tiempo de terminación (T_L) para el evento predecesor; el valor de T_L resultante entrará sobre la línea de actividades para las cuales el evento es sucesor.

Continuando trabajando hacia atrás en la red (hacia arriba sobre la tabla), sustrayendo de T_L de cada evento sucesor el t_e de la actividad precedente, hasta llegar al T_L del evento predecesor, e introducir el T_L sobre la línea de la actividad para la cual ese evento es sucesor. T_L es el tiempo permisible para ese evento sucesor, por lo que es el último tiempo permisible para iniciarse la actividad precedente. Cuando un evento tiene dos o más eventos sucesores, el T_L que es usado es el menor; por ejemplo: el evento 10 en la tabla sobre la línea para la actividad 9-10 muestra $T_L = 137.2$. Este es el menor del 137.2 generado sobre la trayectoria 10-12 y el (descartado) valor 141.7 generado sobre la trayectoria 10-11-12.

Cada elemento en la columna de las olguras o retrasos en la columna de la tabla 5 es el número de días en el que el evento sucesor podrá retrasarse

en T_E sin causar un retraso en la terminación del proyecto final. Nótese que la olgura se refiere a la ruta completa. Esto es, que el valor de la olgura de 23.6 días se refiere a la ruta 1-2-6-8, y el valor de 86.2 días se refiere a la ruta 1-4-9. Similarmente el valor de la olgura de 93.2 días se refiere a la ruta 1-5-9 y el valor de la olgura de 4.5 días se refiere a la ruta 10-11-12. El retraso representado por la olgura podrá aplicarse a discreción del analista en cualquier punto a través de la ruta de olguras. Sobre la ruta crítica no existen olguras y complementariamente todos los eventos son con olgura cero, es decir, todos los eventos sobre trayectorias de olgura cero podrán llamarse eventos críticos.

INFERENCIA ESTADISTICA EN TIEMPOS ESTIMADOS.

Hasta ahora, usamos los valores t_e , los valores esperados, y los valores que obtuvimos son los tiempos promedio de terminación o promedio, tiempos de olgura, etc.

Ahora, ya que tenemos estimadores de las desviaciones estandar de todos los t_e , podemos inferir con respecto a estos resultados. Aún sin la desviación estandar, podremos decir que, T_E es un valor esperado y su distribución tiende a ser aproximadamente simétrica.

$$P(T < T_E) \cong 0.5$$

No obstante, que hemos obtenido las desviaciones estandar, podemos hacer muchas conclusiones prácticas y útiles. La varianza de T_E para el proyecto entero podrá determinarse sumando las varianzas de todas las actividades a través de la ruta crítica. Esto es:

$$\hat{\sigma}_{T_E}^2 = \sum \sigma^2$$

donde:

$\sum \sigma^2$ es la suma de las varianzas de las actividades a través de la ruta

$\hat{\sigma}_{T_E}^2$ es la varianza para esa ruta.

Muchos analistas prefieren usar $\sum \sigma^2$ para enfatizar que es la suma de las varianzas de las actividades individuales. Se determinó empíricamente que, para una ruta consistente de varias actividades, la distribución del tiempo para cubrir la ruta es aproximada a la normal con media T_E y varianza

$$T_E^2 = \sum \sigma^2.$$

En la tabla 5 la columna encabezada con σ_t^2 fué tomada de la tabla 4. La suma de las ocho varianzas a través de la ruta crítica, es decir, las que están sobre el renglón con valor de cero en las olguras es

$\sum \sigma^2 = 52.8$. Por lo tanto.

$$\sqrt{T_E} = \sqrt{\sum \sigma^2} = 52.8 = 7.27 \text{ días.}$$

Esto podrá interpretarse como: el tiempo para terminar el proyecto es una variable aleatoria, normalmente distribuida, con media de 185.6 días y desviación estándar de 7.27 días. Esta distribución se muestra en la figura 8.

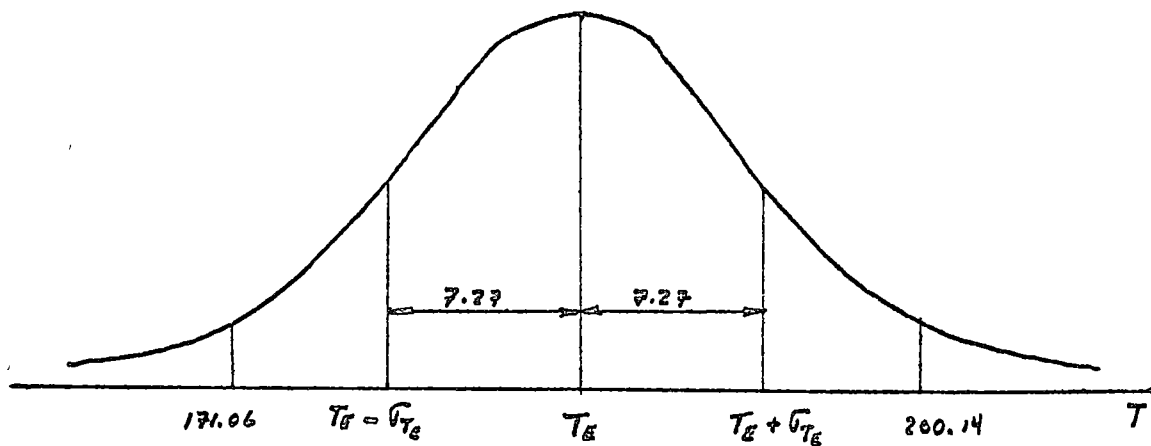


Fig. 8

Del diagrama podemos ver que hay una probabilidad del 95.5% de que la tarea sea terminada entre un período de 171 y 200 días. Si nuestra calendarización de terminación (T_s) es 198 días, La probabilidad de que se cumpla con el plazo final se calcula en la forma usual

Si T es el tiempo en que el proyecto es terminado, entonces:

$$Z = \frac{T_s - T_E}{\sigma_{T_E}} = \frac{198 - 185.6}{7.27} = \frac{12.4}{7.27} = 1.71$$

$$P(T \leq T_s) = F(1.71) = 0.95637$$

La probabilidad que el plazo final sea cumplido es 0.96. También, si existe una prima para terminarlo en 180 días (T_B)

$$Z = \frac{T_B - T_E}{\sigma_{T_E}} = \frac{180 - 185.6}{7.27} = \frac{5.6}{7.27} = - 0.77$$

$$P(T \leq T_B) = F(-0.77) = 0.22065$$

La probabilidad de que la gratificación sea ganada es de 0.22.

Actualmente, las probabilidades son poco menores que las calculadas aquí, ya que esto es posible, aunque un poco diferente, ya sea que en el proyecto se pierda la gratificación o se pierda el plazo final a causa de pérdida de tiempo a través de varias otras rutas, que en realidad viene siendo la ruta crítica. En la práctica, cuando la ruta crítica no difiere marcadamente, el cálculo deberá desarrollarse sobre cada ruta posible.

Ilustraremos esto considerando la probabilidad de hacer la bonificación (gratificación).

La probabilidad de falla haciendo la gratificación sobre la ruta crítica, 1-3-7-8-9-10-11-12-13-14, es 0.78.

26

A través de la ruta no-crítica, 1-2-6-8-9-10-11-12-13-14, la holgura es $23.6 + 4.5 = 30.8$ días, indicando que T_E a través de esa ruta es 154.8 días.

También. $\sum \sigma^2 = 42.9$ y $\sigma = 6.55$ a través de esa ruta. La probabilidad de falla haciendo la gratificación a través de esa ruta es $P(T > 180)$ en una distribución normal con media igual a 154.8 y desviación estándar de 6.55 es:

$$Z = \frac{180.0 - 154.8}{6.55} = \frac{25.2}{6.55} = 3.85$$

$$P(T > 180) = 1 - F(3.85) = 1 - 0.99994 = 0.00006.$$

La probabilidad de falla haciendo la gratificación a través de cualquier otra ruta en esta ilustración es muy pequeña y no es de preocuparse en su cálculo.

APLICACION DE LA PROGRAMACION DINAMICA A LOS PROCESOS EN SECUENCIA.

1) Introducción

El método de programación dinámica, debido a Richard Bellman, es el instrumento perfecto de cuantificación para el tratamiento de los "procesos en secuencia", que son tan frecuentes en la economía de las empresas. El objeto de esta exposición es mostrar los principios y las diversas aplicaciones de este método. Aquí no vamos a tratar del punto de vista teórico ni del especto analítico de la programación dinámica, pues el propósito es solo enseñar al lector a utilizar este método. El único teorema realmente importante que sirve de base a este método es fácil de demostrar; omitiremos también la presentación de otros teoremas relativos a las propiedades de límites de procesos estacionarios los cuales le interesan al analista y el matemático y en menor grado al ingeniero encargado de un problema de manejo de materiales que no se encuentra casi nunca casos estacionarios, es decir, casos en que las leyes de probabilidades medidas o los costos asociados a las diversas decisiones o transiciones no varían en función del tiempo.

Bajo su aspecto analítico, la programación dinámica es objeto de una teoría muy complicada, en la que tienen aplicaciones numerosas teoremas de topología algebraica, pero, bajo el aspecto del cálculo numérico, al contrario, este método resulta de una simplicidad extrema y es muy fácil efectuar los cálculos a mano, o con la ayuda de equipo electrónico si la magnitud del problema así lo requiere: De hecho, este método se efectua en tres operaciones: multiplicación, suma y comparación. Para las personas que estén interesadas en ver aspectos más complicados de la programación dinámica, podrá encontrarlos en la bibliografía que al final del fascículo se encuentra.

2) Problemas de decisión en secuencia

Un problema de decisión se dice "en secuencia", si su naturaleza permite descomponerlo en "fases" o "períodos" ordenados, en el curso de los cuales pueden tomarse una o varias decisiones por una o varias personas, con o sin intervención del medio circundante en cada fase, o como se dice con frecuencia, de la naturaleza. En cada fase pueden intervenir una o varias variables de decisión y/o varias variables de estado (los de la naturaleza). En algunos problemas, las variables de una fase cualquiera J pueden depender, es decir, estar ligadas a las de las fases $J-1$, $J-2$, etc.

El caso más interesante y también el más sencillo es aquel en que las variables de toda fase J no dependen más que de la fase $J-1$ que la precede.

Como los problemas de proceso tienen una naturaleza de "secuencia" que son muy frecuentes en la economía de las empresas como por ejemplo podemos decir: un proceso de almacenamiento, uso y reposición de equipos, proceso de personal, inversiones, promoción de ventas, etc.

En la figura 1 se ha presentado un problema de decisión en secuencia en el cual interviene únicamente el determinador (decisión maker) en cada fase; así, partiendo de un valor inicial $X_0 = a_0$.

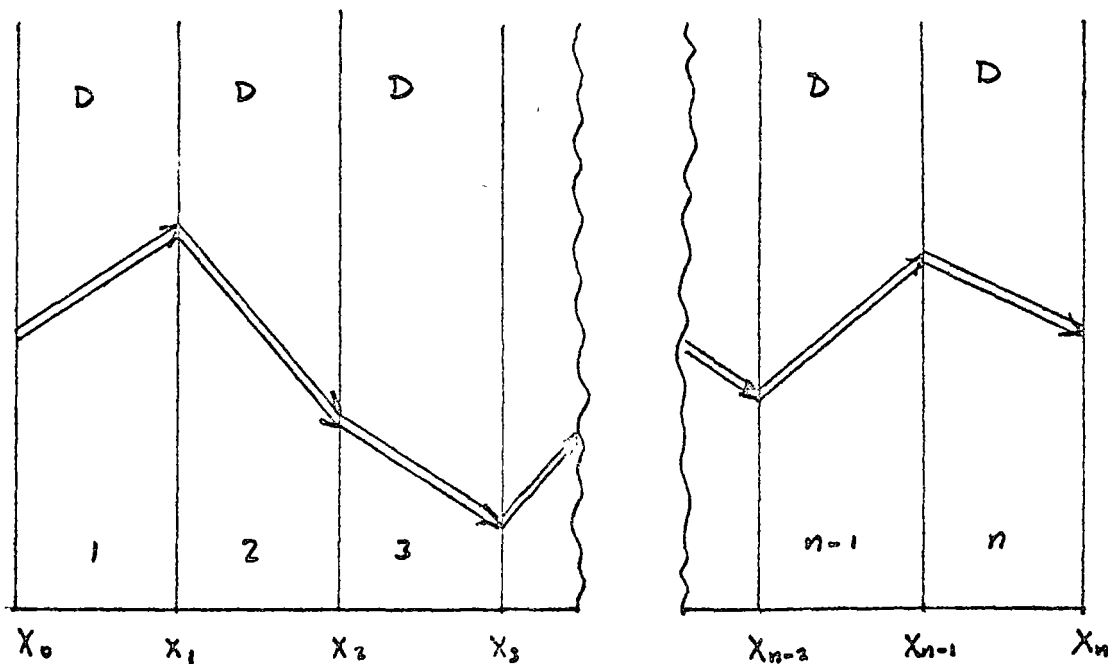


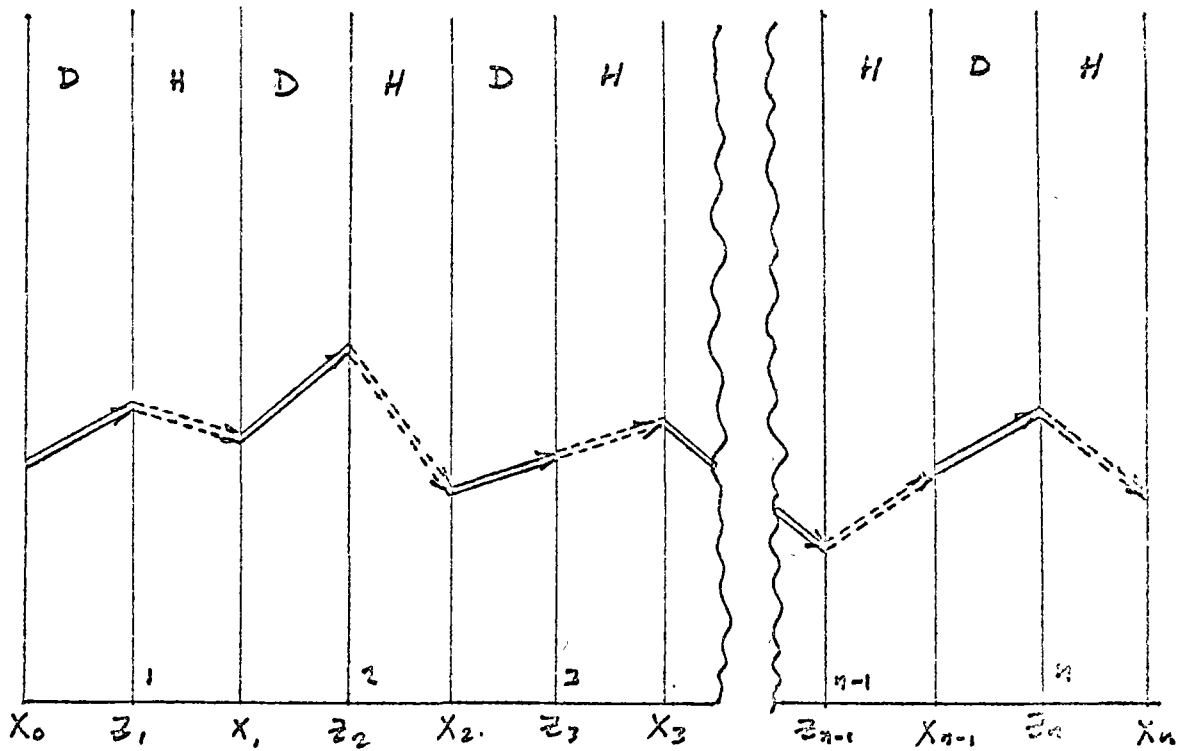
FIG. 1

elegirá una serie de valores $X_1 = a_1, X_2 = a_2, \dots, X_n = a_n$.

Una serie de decisiones como $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}, a_n$ se llama una política de proceso ó política; una serie de decisiones ligadas (es decir que se suceden) constituye una "sub-política" si forma parte de una política. Así, $a_2, a_3, a_n, a_3, a_4, a_{n-1}, a_0, a_1, a_3, a_{n-1}, a_n$ son sub-políticas.

En la figura (2) se presenta un problema de decisión en "secuencia", el cual en cada fase intervienen un tomador de decisiones D y Y el medio ambiente cuyos efectos son conocidos a partir de estadísticas suficientemente precisas que permiten admitir ciertas leyes de probabilidades; efectos que llamaremos "azar" y que designaremos por H. El tomador de decisiones D deberá entonces elegir una "estrategia" contra la naturaleza. Una estrategia de proceso será una serie de valores condicionales $X_1 = a_1$ sabiendo que $Z_1 = C_1$; $X_2 = a_2$ sabiendo que $Z_2 = C_2$ y así sucesivamente.

Fig. 2



Por lo tanto, puede una "estrategia" tabularse en la forma siguiente:

$$\begin{array}{l} \text{Si } Z_1 = C_1: X_1 = a_1 \\ Z_1 = C_1: X_1 = a_1 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Si } Z_2 = C_2: X_2 = a_2 \\ Z_2 = C_2: X_2 = a_2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{Si } Z_n = C_n: X_n = C_n \\ Z_n = C_n: X_n = a_n \end{array}$$

$$Z_1 = C_1^{(m_1)}: X_1 = a_1^{(m_1)} \quad Z_2 = C_2^{(m_2)}: \quad Z_n = C_n^{(m_n)}: X_n = a_n^{(m_n)}$$

Recordemos que se llama generalmente estrategia a una serie de decisiones tomando en cuenta los estados sucesivos de la naturaleza y/o decisiones posibles de uno o varios competidores. En este sentido como se emplea aquí el término estrategia, en la misma forma llamaremos "sub-estrategias" a una serie de decisiones condicionales sucesivas que forman parte de una estrategia; así, las columnas de índice 1 y 2 de la figura (1) constituyen una sub-estrategia.

Otro tipo de proceso en secuencia es el que se encuentra en un juego de estrategia en secuencia (fig. 3), en el cual

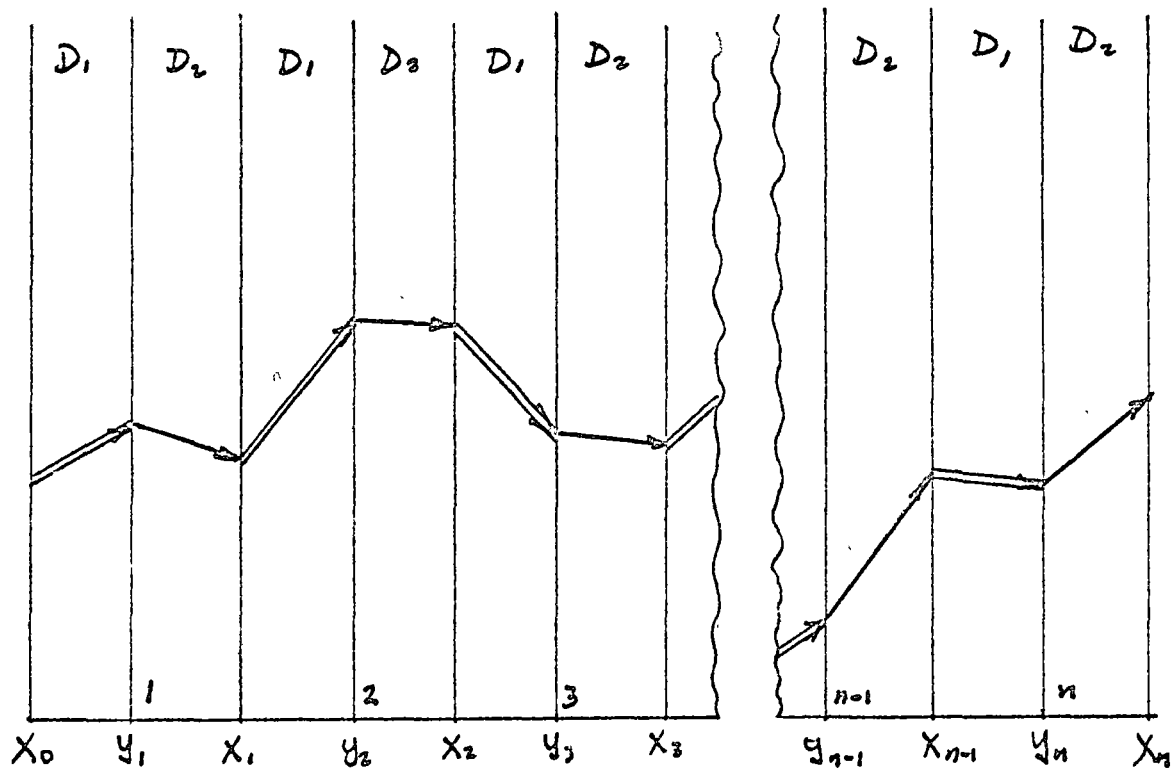


FIG. 3

los tomadores de decisión D_1 y D_2 intervienen en las fases. Llamaremos D_1 y D_2 las estrategias; he aquí, por ejemplo, una estrategia de D_1 :

$$\begin{aligned} \text{Si } Y_1 = b_1 : X_1 = a_1 \quad \text{si } Y_2 = b_2 : X_2 = a_2 \quad \text{si } Y_n = b_n : X_n = a_n \\ Y_1 = b_1^1 : X_1 = a_1^1 \quad Y_2 = b_2^1 : X_2 = a_2^1 \quad Y_n = b_n^1 : X_n^1 = a_n^1 \end{aligned}$$

$$Y_1 = b_n^{(m_1)} : X_1 = a_1^{(m_1)} \quad Y_2 = b_2^{(m_2)} : X_2 = a_2^{(m_2)} \quad Y_n = b_n^{(m_n)} : X_n = a_n^{(m_n)}$$

De la misma definiremos una estrategia de D_2 . Puede extenderse esta noción de estrategia al caso en que el número de tomadores de decisión es superior a $2^{(1)}$.

En otros problemas intervienen varios tomadores de decisión, así como el azar (D_1, D_2, H); esto se ilustra en la figura (4).

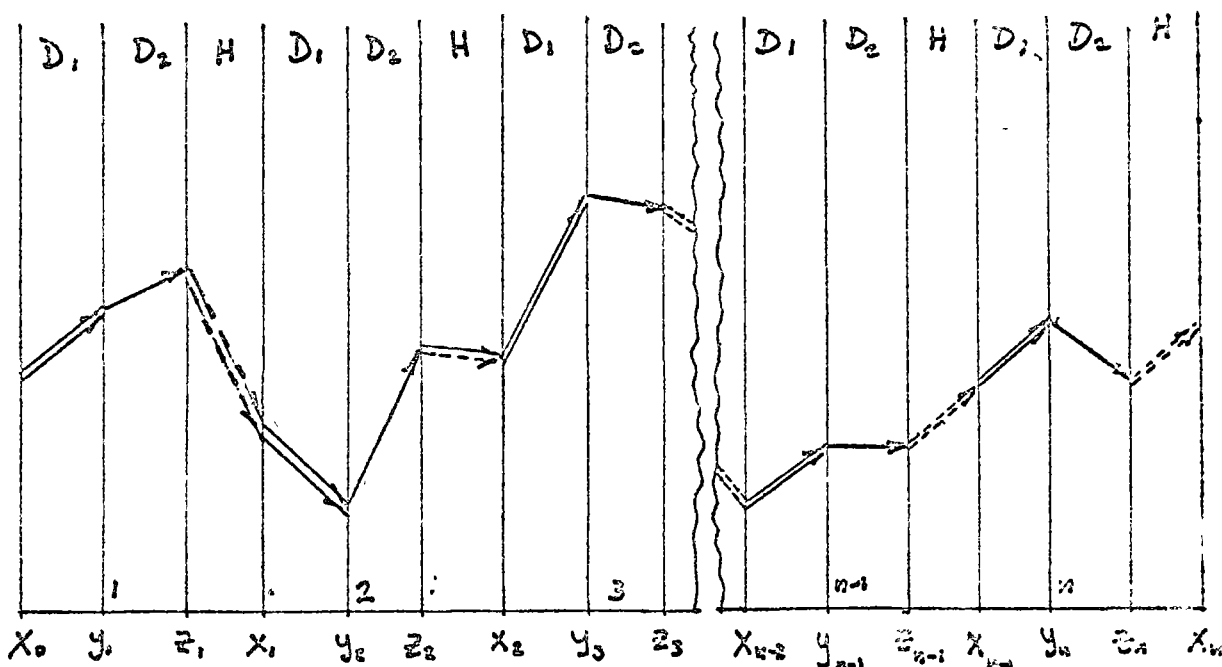


Fig. 4

Se define una estrategia de D_1 de la siguiente manera:

si $Z_1 = C_1$ y $Y_1 = b_1 : X_1 = a_1$

$Z_1 = C_1^1$ y $Y_1 = b_1^1 : X_1 = a_1^1$

$Z_1 = C_1^{(m_1)}$ y $Y_1 = b_1^{(m_1)} : X_1 = a_1^{(m_1)}$

Pueden entenderse las nociones, presentadas en las figuras 1 a 4 a casos más complicados en los que cada fase tomadoras de decisión tales como $D_1, D_2, D_3,$ y la naturaleza pueden intervenir una o varias veces independientemente o no los unos de los otros.

Para investigar la o las políticas óptimas, o según el aspecto del proceso, la estrategia o estrategias óptimas en el caso de las estructuras en secuencia, el instrumento ideal es la programación dinámica. A continuación ilustraremos lo antes dicho con un ejemplo.

PROBLEMA

El servicio de compras de una empresa debe, para permitir la realización de su programa de fabricación, proveerse cada dos meses de cantidades conocidas de una determinada materia prima.

El precio de compra P_i , $i = 1, 2, \dots, 6$ y la demanda d_i , $i = 1, 2, \dots, 6$ están dados para los 6 períodos de 2 meses por venir como se muestra en la figura 5. Siendo limitada la capacidad de almacenamiento, las existencias no deben jamás sobrepasar al valor $S = 9$; la materia prima es solicitada y reabastecida por valores enteros $1, 2, \dots, 9$; el "stock" inicial S_0 es igual a 2, y el final S_6 , debe ser nulo. Se pretende determinar las cantidades por comprar al principio de cada período, de tal manera que el costo total de compra sea mínimo, llamamos:

S_{i-1} el "stock" en la fecha i (fin del período $i-1$, principio del período i) antes de la compra a_i .

a_i la cantidad comprada en la fecha i

| | | | | | | |
|------------------------|----|----|----|----|----|----|
| Periodo i | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| demanda d_i | 8 | 5 | 3 | 2 | 7 | 4 |
| precio de compra P_i | 11 | 18 | 13 | 17 | 20 | 10 |

x_i el "stock" en la fecha i , después de la compra a_i .

En la figura 6 se ha representado la gráfica de todas las soluciones posibles, pero para no sobrecargar la figura, en los períodos 2, 3, 4, 5 no se han trazado las aristas, sino que nos hemos limitado a presentar "sombreadas las áreas de las soluciones posibles.

Se tiene:

$$F(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = V_1(x_1) + V_2(x_1, x_2) + V_3(x_2, x_3) + V_4(x_3, x_4) + V_5(x_4, x_5) + V_6(x_5, x_6)$$

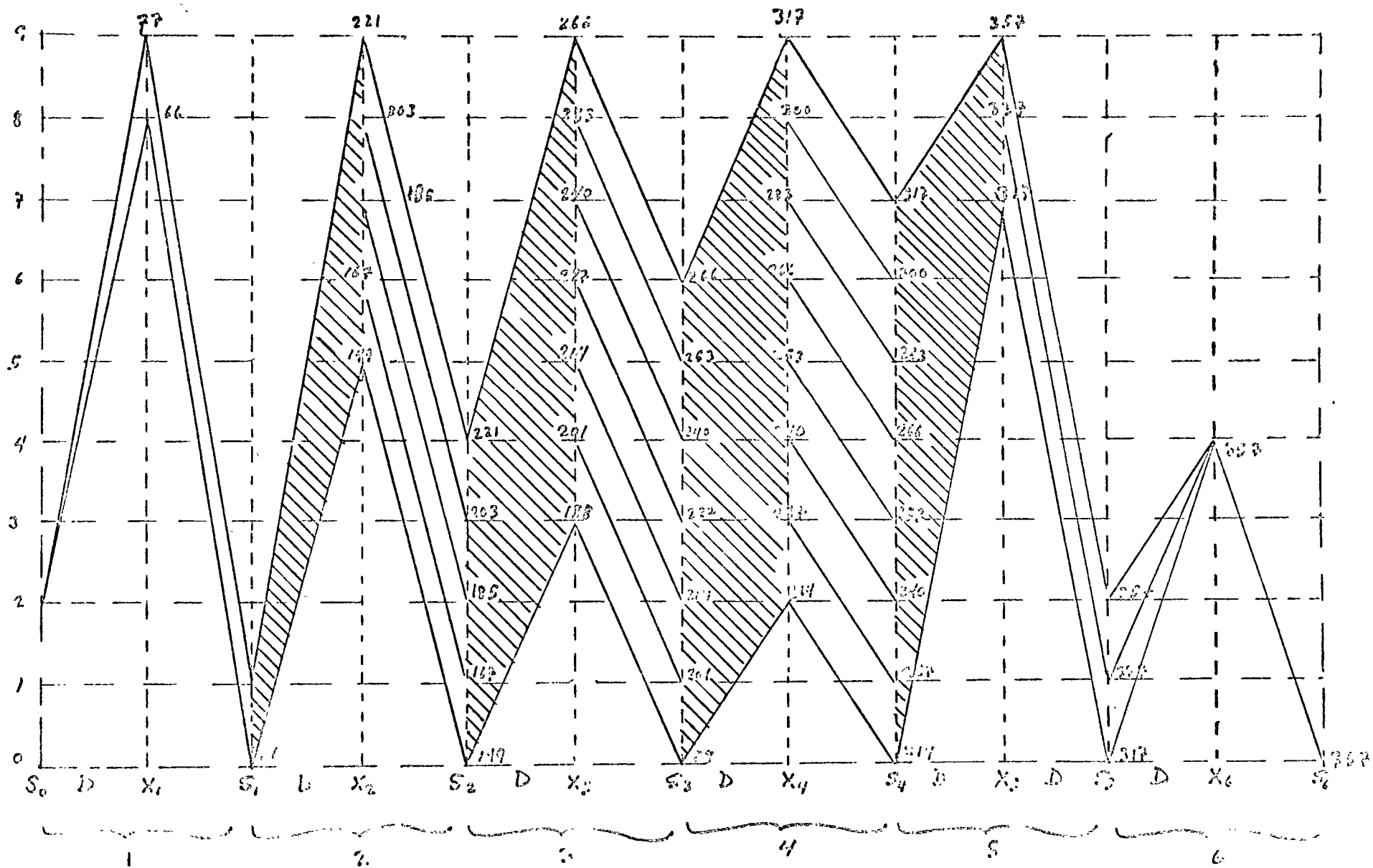


FIG. 5

Optimizamos arbitrariamente a partir del primer período.

$$\text{Sea } f_{1,2}(X_2) = \min_{X_1} V_1(X_1) + V_2(X_1, X_2)$$

Para $S_0 = 2$ los valores de $V_1(X_1)$ los dá la tabla:

| | | | | |
|-------|---|-------|----|-----|
| | | X_1 | | |
| | | 8 | 9 | |
| S_0 | 2 | 66 | 77 | (a) |

Para $S_1 = 0$ o 1 , los valores $V_2(X_1, X_2)$ los dá la tabla siguiente:

| | | | | | | | |
|-------|---|-------|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | X_2 | | | | | |
| | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| S_1 | 0 | 90 | 108 | 126 | 144 | 162 | (b) |
| | 1 | 72 | 90 | 108 | 126 | 144 | |

de aqui, la tabla que dá los valores de $V_1(X_1) + V_2(X_1, X_2)$ se obtiene sumando 66 al primer renglón de (b) y 77 al segundo renglón de (b), es decir:

| | | | | | | | |
|-------|---|------------|------------|------------|------------|------------|---|
| | | X_2 | | | | | |
| | | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | |
| S_1 | 0 | 156 | 174 | 192 | 210 | 228 | los mínimos de las columnas se han subrayado. |
| | 1 | <u>149</u> | <u>167</u> | <u>185</u> | <u>203</u> | <u>221</u> | |

Por lo tanto, los valores de $f_{1,2}(X_2)$ los dá el 2º renglón, y el valor óptimo de S_1 es $S_1^* = 1$; de donde $X_1^* = 9$. Sea $f_{1,2,3}(X_3) = \min_{X_2} f_{1,2}(X_2) +$

$$V_3(X_2, X_3)$$

- 8 -

Por lo tanto, los valores de $f_{1,2}(x_2)$ los dá el 2º renglón, y el valor óptimo de S_1 es $S_1 = 1$; de donde $x_1 = 9$, sea $f_{1,2,3}(x_3) + V_3(x_2, x_3)$

los valores de $V_3(x_2, x_3)$ los dá la tabla siguiente:

| | | x_3 | | | | | | |
|-------|---|-------|----|----|----|----|-----|-----|
| | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| S_2 | 0 | 39 | 52 | 65 | 78 | 91 | 104 | 117 |
| | 1 | 26 | 39 | 52 | 65 | 78 | 91 | 106 |
| | 2 | 13 | 26 | 39 | 52 | 65 | 78 | 91 |
| | 3 | 0 | 13 | 26 | 39 | 52 | 65 | 78 |
| | 4 | X | 0 | 13 | 26 | 39 | 52 | 65 |

Sumando 149 al renglón 1; 167 al 2; 185 al 3; 203 al 4 y 221 al 5.

Obtenemos la tabla siguiente, que da $f_{1,2}(x_2) + V_3(x_2, x_3)$:

| | | x_3 | | | | | | |
|-------|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| S_2 | 0 | <u>188</u> | <u>201</u> | <u>214</u> | <u>227</u> | <u>240</u> | <u>253</u> | <u>266</u> |
| | 1 | 193 | 206 | 219 | 232 | 245 | 258 | 271 |
| | 2 | 198 | 211 | 224 | 237 | 250 | 263 | 276 |
| | 3 | 203 | 216 | 229 | 242 | 255 | 268 | 281 |
| | 4 | X | 221 | 234 | 247 | 260 | 273 | 286 |

----- (c)

Los mínimos de las columnas se han subrayado

Por lo tanto, los valores de $f_{1,2,3}(x_3)$ los dá el primer renglón y el valor óptimo de S_2 es $S_2^* = 0$, de donde $x_2^* = 5$

sea $f_{1,2,3,4}(x_4) = \min f_{1,2,3}(x_3) + V_4(x_3, x_4)$

x_3

Los valores de $V_4(X_3, X_4)$ los dá la tabla siguiente:

| | | X_4 | | | | | | | |
|-------|---|-------|----|----|----|-----|-----|-----|-----|
| | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| S_3 | 0 | 36 | 51 | 68 | 85 | 102 | 119 | 136 | 153 |
| | 1 | 17 | 34 | 51 | 68 | 85 | 102 | 119 | 136 |
| | 2 | 0 | 17 | 34 | 51 | 68 | 85 | 102 | 119 |
| | 3 | X | 0 | 17 | 34 | 51 | 68 | 85 | 102 |
| | 4 | X | X | 0 | 17 | 34 | 51 | 68 | 85 |
| | 5 | X | X | X | 0 | 17 | 34 | 51 | 68 |
| | 6 | X | X | X | X | 0 | 17 | 34 | 51 |

(d)

Añadiendo el renglón (c) a las columnas de (d), se obtiene $f_{1,2,3}(X_3) + V_4(X_3, X_2)$ tenemos:

| | | X_4 | | | | | | | |
|-------|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| S_3 | 0 | 222 | 239 | 256 | 273 | 290 | 307 | 324 | 341 |
| | 1 | 224 | 235 | 252 | 269 | 286 | 303 | 320 | 337 |
| | 2 | <u>214</u> | 231 | 248 | 265 | 282 | 299 | 316 | 333 |
| | 3 | X | <u>227</u> | 244 | 261 | 278 | 295 | 312 | 329 |
| | 4 | X | X | <u>240</u> | 257 | 274 | 291 | 308 | 325 |
| | 5 | X | X | X | <u>253</u> | 280 | 297 | 314 | 331 |
| | 6 | X | X | X | X | <u>266</u> | <u>283</u> | <u>300</u> | <u>317</u> |

Los mínimos de las columnas se han subrayado

Por lo tanto, los valores de $f_{1,2,3,4}(X_4)$ los dá la línea:

| | | X_4 | | | | | | | |
|--|--|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| | | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| | | 214 | 227 | 240 | 253 | 266 | 283 | 300 | 317 |

(e)

$S_3 = 2 \quad S_3 = 3 \quad S_3 = 4 \quad S_3 = 5 \quad S_3 = 6 \quad S_3 = 6 \quad S_3 = 6 \quad S_3 = 6$

y el valor óptimo de S_3 es:

| | | | | |
|-------------|-----|-------------|----|----------------|
| $S_3^* = 2$ | sea | $X_3^* = 5$ | si | $X_4 = 2$ |
| $= 3$ | " | $= 6$ | " | $= 3$ |
| $= 4$ | " | $= 7$ | " | $= 4$ |
| $= 5$ | " | $= 8$ | " | $= 5$ |
| $= 6$ | " | $= 9$ | " | $= 6, 7, 8, 9$ |

$$\text{Sea } f_{1,2,3,4,5}(X_5) = \min_{X_4} f_{1,2,3,4}(X_4) + V_5(X_4, X_5)$$

Los valores de $V_5(X_4, X_5)$ los dá la tabla:

| | | X_5 | | |
|-------|---|-------|-----|-----|
| | | 7 | 8 | 9 |
| S_4 | 0 | 140 | 160 | 180 |
| | 1 | 120 | 140 | 160 |
| | 2 | 100 | 120 | 140 |
| | 3 | 80 | 100 | 120 |
| | 4 | 60 | 80 | 100 |
| | 5 | 40 | 60 | 80 |
| | 6 | 20 | 40 | 60 |
| | 7 | 0 | 20 | 40 |

(f)

Sumando la línea (e) a las columnas de (f) obtenemos $f_{1,2,3,4,5}(X_4) + V_5(X_4, X_5)$ tenemos:

| | 7 | 8 | 9 |
|---|------------|------------|------------|
| 0 | 354 | 374 | 394 |
| 1 | 347 | 367 | 387 |
| 2 | 340 | 360 | 380 |
| 3 | 333 | 353 | 373 |
| 4 | 326 | 346 | 366 |
| 5 | 323 | 343 | 363 |
| 6 | 320 | 340 | 360 |
| 7 | <u>317</u> | <u>337</u> | <u>357</u> |

Los mínimos de cada columna han sido subrayados

(g)

(h)

Por lo tanto, los valores $f_{1,2,3,4,5}(X_4)$ los dá el último renglón y el valor óptimo de S_4 es:

$$S_4^* = 7, \text{ de donde: } X_4^* = 9$$

$$\text{Sea: } F^* = f_{1,2,3,4,5,6}(X_6) = \min f_{1,2,3,4,5}(X_5) + V_6(X_5, X_6)$$

Los valores de $V_6(X_5, X_6)$ los dá la tabla:

| | X_6 |
|---|-------|
| | 4 |
| 0 | 40 |
| 1 | 30 |
| 2 | 20 |

S_5 (i)

Sumando el renglón (h) a la columna (i) se obtiene:

$$f_{1,2,3,4,5}(X_5) + V_6(X_5, X_6):$$

| | | |
|-------|---|-------|
| | | X_6 |
| | | 4 |
| S_5 | 0 | 357 |
| | 1 | 367 |
| | 2 | 377 |

(j)

Por lo tanto, el valor mínimo de F es: $F^* = 357$; el valor óptimo de S_5 es: $S_5^* = 0$; de donde $X_5^* = 7$ automáticamente $S_6^* = 0$, $X_6^* = 4$.

Finalmente se obtiene:

| | | | | | | |
|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| S_i^* | $i=1$ | $i=2$ | $i=3$ | $i=4$ | $i=5$ | $i=6$ |
| X_i^* | 9 | 5 | 9 | 9 | 7 | 4 |
| a_{i-1}^* | 7 | 4 | 9 | 3 | 0 | 4 |

Como se ve el procedimiento es sencillo y puede ser aplicado a cualquiera que sea la naturaleza de las funciones que intervienen: lineales, no lineales, convexas o no, pero para valores enteros. Cuando se trata de valores continuos conviene hacer un estudio analítico, lo que con frecuencia es muy delicado. Pero, sea a mano o con el auxilio de una calculadora, para el caso de valores discontinuos (uno los hace discontinuos para el cálculo electrónico), el método de la programación dinámica resulta sencillo y eficaz en muchos casos.

Actualización de los valores.

Supongamos que se aplique una tasa de interés α , por un intervalo de tiempo igual a un período; consideremos

$F(X_0, X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = V_1(X_0, X_1) + V_2(X_1, X_2) + V_3(X_2, X_3) + \dots + V_n(X_{n-1}, X_n)$, una función de valor en secuencia por "optimizar".

Tomando en cuenta la tasa de actualización α , se tiene:

$$F_{\text{act.}}(X_0, X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) = V_1(X_0, X_1) + \frac{V_2(X_1, X_2)}{1 + \alpha} + \frac{V_3(X_2, X_3)}{(1 + \alpha)^2} + \dots + \frac{V_n(X_{n-1}, X_n)}{(1 + \alpha)^{n-1}}$$

Las fórmulas de optimización en secuencia se transforman como sigue:
Si se "optimiza" remontándose del futuro al presente:

$$f_{n,n-1}(X_n, X_{n-2}) = \min_{X_{n-1}} \left[V_{n-1}(X_{n-2}, X_{n-1}) + \frac{1}{1 + \alpha} V_n(X_{n-1}, X_n) \right]$$

$$f_{n,n-1, \dots, n-r}(X_n, X_{n-2-1}) = \min_{X_{n-r}} \left[V_{n-r}(X_{n-r-1}, X_{n-r}) + \dots + \frac{1}{1 + \alpha} f_{n,n-1, \dots, n-r+1}(X_{n-r}, X_n) \right]$$

$r = 2, 3, \dots, n-1$

o bien yendo del presente al futuro:

$$f_{1,2}(X_0, X_2) = \min_{X_1} \left[V_1(X_0, X_1) + \frac{1}{1 + \alpha} V_2(X_1, X_2) \right]$$

$$f_{1,2, \dots, r}(X_0, X_r) = \min_{X_{r-1}} \left[f_{1,2, \dots, r-1}(X_0, X_{r-1}) + \dots + \frac{1}{(1 + \alpha)^{r-1}} V_r(X_{r-1}, X_r) \right]; r=3, 4, \dots, n$$

El caso en que se tratará de buscar el máximo daría fórmulas análogas.

La política o políticas óptimas pueden modificarse cuando se hace intervenir una determinada tasa de actualización, pero todo depende del valor de esta tasa. Cuando se hace tender al infinito el número de períodos en los casos económicos reales (salvo el caso de una inflación permanente), el valor total óptimo actualizado es convergente, es decir, existe un óptimo.

UN PROBLEMA EN SECUENCIA DE "STOCK" CON DEMANDA ALEATORIA.

Un artículo es reabastecido cada tres meses y nos preocupa el movimiento anual del mismo. El "Stock" inicial es nulo. La demanda trimestral U_i ; $i = 1,2,3,4$ es aleatoria y su ley de probabilidad $f(U_i)$ es la misma para cada uno de los cuatro trimestres como se muestra en el cuadro (1).

El costo de almacenaje de un artículo por trimestre es C_1 ; cuando la demanda es superior al Stock hay penalización, no podemos proveer y esto ocasiona un costo por demanda insatisfecha evaluado en C_2 por artículo. Por otra parte, para diferentes estaciones no podemos sobrepasar un "Stock" igual a S .

Introduciremos las notaciones siguientes:

S_i = Stock al final del trimestre $i-1$ (antes del reabastecimiento a_i)

s_i = Stock al principio del trimestre i (después del reabastecimiento a_i)

$a_i = S_i - s_i$ reabastecimiento al principio del trimestre i

U_i = Demanda aleatoria^(*) en el trimestre i .

| U | f(U) | F(U) |
|---|------|------|
| 0 | 0.2 | 0.2 |
| 1 | 0.3 | 0.5 |
| 2 | 0.4 | 0.9 |
| 3 | 0.1 | 1 |
| 3 | 0 | 1 |

CUADRO 1

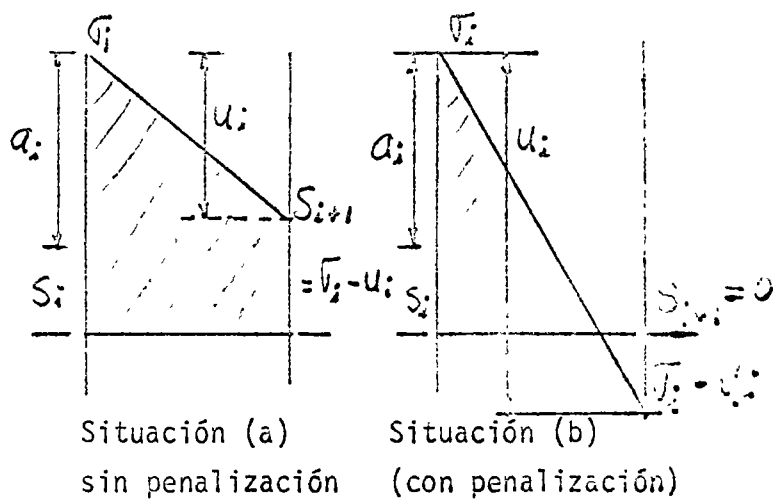


FIG. 1

*No se conoce de antemano en que momentos dentro del trimestre habrá demanda de artículos y se supone que la probabilidad de una demanda en un determinado día J de este trimestre es la misma que para cualquier otro día.

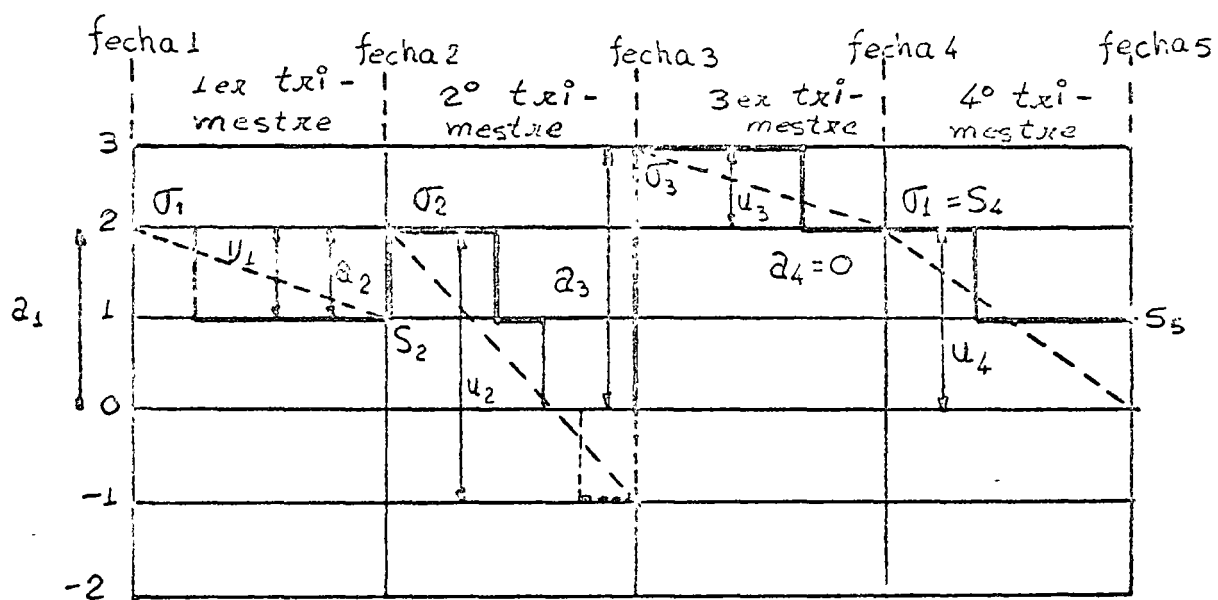


Fig. 4

Observando la gráfica de la figura 2 vemos que pueden producirse dos situaciones distintas.

Situación a): $U_i \leq \bar{v}_i$; entonces $S_{i+1} = \bar{v}_i - U_i = S_i + a_i - U_i$;
no hay penalización

El costo promedio para el trimestre i es:

$$C_1 \left(\bar{v}_i - \frac{U_i}{2} \right) \text{ si la demanda es } U_i$$

Situación b): $U_i \geq \bar{v}_i$; entonces $S_{i+1} = 0$

hay penalización

El costo promedio para el trimestre i es:

$$\frac{1}{2} C_1 \frac{\bar{v}_i^2}{U_i} + C_2 (U_i - \bar{v}_i) \text{ si la demanda es } U_i$$

Intervienen las restricciones siguientes:

$$\text{Sea: } \left. \begin{array}{l} S_i \leq \bar{v}_i \leq S \\ S_i \leq a_i + S_i \leq S \end{array} \right\}$$

$$\text{aun } 0 \leq a_i \leq S - S_i$$

La esperanza matemática del costo del stock para un trimestre i, teniendo en cuenta las situaciones (a) y (b), es:

$$Z(\bar{v}_i) = \sum_{U_i=0}^{\bar{v}_i-1} C_1 \left(\bar{v}_i - \frac{U_i}{2} \right) \varphi(U_i) + \sum_{U_i=\bar{v}_i}^{\infty} \left[\frac{1}{2} C_1 \frac{\bar{v}_i^2}{U_i} + C_2 (U_i - \bar{v}_i) \right] \varphi(U_i)$$

vamos a mostrar cómo obtener el valor mínimo del costo total del almacenaje para el año, utilizando la programación dinámica. Introducimos datos numéricos que permitan seguir fácilmente los cálculos; suponemos que la demanda U_i puede ser de 0,1,2,3 artículos y que el "Stock" no debe pasar nunca de $S = 3$ artículos.

La ley de probabilidad (U_i) de la demanda U_i se supone que será la del cuadro 1 que da también las probabilidades anuales (U_i).

Tomaremos $C_1 = 4$ y $C_2 = 3$, $C_3 = 12$

La figura 2 representa una historia posible de este problema de "Stock" en que la política de compras ha sido $a_1 = 2$, $a_2 = 1$, $a_3 = 3$, $a_4 = 0$; mientras que la demanda ha sido $U_1 = 1$, $U_2 = 3$, $U_3 = 1$, $U_4 = 2$. En esta figura hemos representado en línea discontinua la variación media del "Stock" en el trimestre, suponiendo que todos los días son equiprobables en lo que se refiere a las demandas. Los costos de almacenaje en las situaciones (a) y (b) serán admitidos, por lo tanto, proporcionales a las superficies achurdadas en la figura 2.

Vamos a obtener sucesivamente los valores óptimos para el trimestre 4, después para los trimestres 4 y 3 juntos, luego 4,3,2 y finalmente 4,3,2,1. La optimización deberá hacerse obligatoriamente del futuro hacia el presente.

Con los valores numéricos dados antes 3 teniendo en cuenta que todos los trimestres tienen la misma ley de probabilidad respecto a las demandas, tendremos:

$$Z(\bar{v}_i) = \sum_{U_i=0}^{\bar{v}_i-1} 4\left(\bar{v}_i - \frac{U_i}{2}\right) (U_i) + \sum_{U_i=\bar{v}_i}^3 \left[2 \frac{i^2}{U_i} + 12 (U_i - \bar{v}_i) \right] \varphi(U_i)$$

Para simplificar los cálculos utilizaremos una gráfica "decisión-azar" a la cual llevaremos directamente el resultado de los cálculos figura 4

Observamos que la estrategia óptima es:

Trimestre 1: $S_1^* = 0$ $C_1^* = 2$; de donde $a_1^* = 2$

Trimestre 2: Si $S_2 = 0$ tomar $C_2^* = 2$; de donde $a_2 = 2$
 = 1 " = 2; " " = 1
 = 2 " = 2; " " = 0
 = 3 " = 3; " " = 0

Trimestre 3: Si $S_3 = 0$ tomar $C_3^* = 2$; de donde $a_3^* = 2$
 = 1 " = 2; " " = 1
 = 2 " = 2; " " = 0
 = 3 " = 3; " " = 0

Trimestre 4: Si $S_4 = 0$ tomar $C_4^* = 2$; de donde $a_4^* = 2$
 = 1 " = 2; " " = 1
 = 2 " = 2; " " = 0
 = 3 " = 3; " " = 0

Así el "Stock" deberá ser siempre inferior a 2; la estrategia óptima consiste en comprar 2 artículos en el 1er. trimestre, y en los otros: 2, si $S_i = 0$; 1, si $S_i = 1$; 0 si $S_i = 2$ o 3. Así la esperanza matemática del costo será mínima e igual a 25.88.

Ilustraremos ahora la aplicación de la programación dinámica a un problema de programación de la producción y de inventarios en el que la función de costos es continua, por lo que requiere del uso del cálculo diferencial para llegar al óptimo.

Para ver su uso planteamos el siguiente problema, se tiene un contrato de producción y entrega de una sola orden de 18 unidades en los siguientes 90 días. El contratista llamará para entregar las cinco unidades al final de 30 días, 5 unidades en los 60 días y 8 unidades al final de los 90 días. A causa de las limitaciones de la capacidad de producción y la decisión de la compañía a trabajar tiempo extra antes que ampliar la capacidad sobre el período de 90 días, estas unidades se producirán a un costo creciente de acuerdo a la siguiente relación, donde m_i es el costo de producir X_i unidades en el i -ésimo período de 30 días.

$$m_i = 5000 + 1000 X_i (X_i - 1) \quad (1)$$

Si cualquier exceso de unidades o partes de unidades son manufacturadas y sobre manejadas al final de cualquier período de 30 días, estas podrán trasladarse al siguiente período con un costo de tenencia (interés, almacenamiento, seguro, pruebas, etc.) de \$1000.00 por cada unidad trasladada de un período de 30 días al siguiente. Los costos de tenencia son proporcionales para unidades parciales excedidas. Por lo tanto si V_i es el número de unidades excedidas en el período i -ésimo (es decir; es el inventario inicial para el período i), los costos de tenencia, h_i , es:

$$h_i = 1000 V_i \quad (2)$$

En el siguiente desarrollo, simplificaremos la aritmética para la representación de costos. De este modo, la ecuación (1) y (2) se transforma en

$$m_i = 5 + X_i (X_i - 1); \quad h_i = V_i \quad \text{expresado en miles.}$$

La compañía buscará determinar la programación óptima que minimice la suma de costos de tener inventario y de producción. No existe inventario inicial. El exceso de inventarios no necesariamente deben ser unidades enteras.

Este problema es esencialmente un problema de programación no lineal en el que la función objetivo es minimizar:

$$\text{Costo total (CT)} = h_1 + h_2 + h_3 + m_1 + m_2 + m_3 \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a:} \quad & X_i \geq 0 \quad \text{para toda } i \\ & X_1 \geq 5 \\ & X_1 + X_2 \geq 10 \\ & X_1 + X_2 + X_3 = 18 \end{aligned} \quad (4)$$

Este sistema es no lineal, ya que las restricciones son lineales, pero la función objetivo (3) es no lineal. Si sustituimos en la ecuación (3), las ecuaciones (1) y (2) tenemos:

$$\text{C.T.} = V_1 + V_2 + V_3 + 15 + X_1(X_1 - 1) + X_2(X_2 - 1) + X_3(X_3 - 1) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Pero} \quad & V_1 = 0 \\ & V_2 = X_1 - 5 \\ & V_3 = X_1 + X_2 - 10 \end{aligned}$$

$$\text{CT} = X_1 - 5 + X_1 + X_2 - 10 + 15 + X_1^2 - X_2^2 - X_2 + X_3^2 - X_3$$

$$\text{CT} = X_1 - X_3 + X_1^2 + X_2^2 + X_3^2$$

La solución a este problema lo vamos a obtener aplicando la técnica de programación dinámica, que es un método muy simple.

Si

$f(V_i, X_i^*) =$ Costo total óptimo para la producción sobrante programada inicialmente en el inicio del período i.

$C(V_i, X_i) =$ Costo total para el i-ésimo período más el costo total óptimo después de ese período.

Por lo tanto, la expresión de la programación dinámica fundamental que utilizaremos en este problema es:

$$C(V_i, X_i) = h_i + m_i + f(V_{i+1}, X_{i+1}^*)$$

Siguiendo el método de programación dinámica, iniciaremos en el último período, el 3er. período de 30 días. El costo total en ese tercer período es:

$$C(V_3, X_3) = h_3 + m_3 = V_3 + 5 + X_3(X_3 - 1)$$

La compañía producirá solamente esas 18 unidades, el número óptimo a producir en el último período es el requerimiento, es decir, producir 8 unidades, menos el inventario inicial para ese período.

$$X_3^* = 8 - V_3$$

entonces

$$\begin{aligned} f(V_3, X_3^*) &= V_3 + 5 + (8 - V_3)(7 - V_3) \\ &= V_3 + 5 + 56 - 15V_3 + V_3^2 \end{aligned}$$

$$f(V_3, X_3^*) = 61 - 14V_3 + V_3^2$$

Como se verá V_3 será un resultado de la decisión tomada en las primeras etapas, no podemos trabajar más en esta etapa, pero deberemos ahora trabajar regresivamente hacia el 2º período. Para el 2º período, el costo es:

$$C(V_2, X_2) = h_2 + m_2 + f(V_3, X_3^*)$$

la cual nos expresa el costo como la suma de los costos para el período común más el costo óptimo para todos los períodos faltantes.

Entonces:

$$C(V_2, X_2) = V_2 + 5 + X_2(X_2 - 1) + [61 - 14V_3 + V_3^2] \quad (5')$$

Como el inventario inicial en el 3er. período es la suma del inventario inicial del período anterior más la producción anterior, menos las entregas hechas en ese período:

$$V_3 = V_2 + X_2 - 5$$

$$C(V_2, X_2) = 66 + V_2 + X_2^2 - X_2 - 14(V_2 + X_2 - 5) + (V_2 + X_2 - 5)^2 \quad (6)$$

diferenciando la ecuación (6) con respecto a X_2 e igualando a cero obtenemos X_2^* :

$$\begin{aligned} \frac{d}{d X_2} [C(V_2, X_2)] &= 2X_2 - 1 - 14 + 2(V_2 + X_2 - 5) \\ 0 &= -25 + 2V_2 + 4X_2^* \\ X_2^* &= \frac{25 - 2V_2}{4} \end{aligned} \quad (7)$$

Nótese que no garantizamos que este punto, X_2^* , esté dentro o fuera de los requerimientos necesarios en nuestro contrato. Es decir que, para hacer las entregas dentro del tiempo especificado en el contrato, es necesario que exista por lo menos 5 unidades a la mano al final del 2º. período de 30 días.

$$V_2 + X_2 \geq 5$$

Actualmente en este caso, podrá verse que X_2^* como se calculó la ecuación (7) será factible por este criterio, pero no podemos asegurar de esto nada, hasta que hayamos trabajado recursivamente y obtenido el valor de V_2 . Si concluimos que X_2^* es entonces también pequeño para hacer la entrega del requerimiento, nosotros podemos aumentar arbitrariamente la producción en ese período a la mínima cantidad que cumpla con la factibilidad del requerimiento.

Ahora que tenemos un valor para X_2^* , lo sustituiremos en la ecuación (5'). Haremos esto en 2 pasos. Primero sustituimos el valor de X_2^* en la expresión

entre paréntesis de la ecuación (5'), produciéndonos:

$$V_2 + X_2^* - 5 = V_2 + \frac{25 - 2V_2}{4} - 5 = \frac{5 + 2V_2}{4}$$

entonces

$$\begin{aligned} f(V_2, X_2^*) &= 66 + V_2 + \left(\frac{25 - 2V_2}{4}\right)^2 - \left(\frac{25 - 2V_2}{4}\right) - 14 \left(\frac{5 + 2V_2}{4}\right) \\ &\quad + \left(\frac{5 + 2V_2}{4}\right)^2 \\ &= \frac{169}{4} - \frac{11}{2} V_2 + \left(\frac{25 - 2V_2}{4}\right)^2 + \left(\frac{5 + 2V_2}{4}\right)^2 \end{aligned}$$

Finalmente:

$$\begin{aligned} C(V_1, X_1) &= h_1 + m_1 + f(V_2, X_2^*) \\ &= V_1 + 15 + X_1(X_1 - 1) + \frac{169}{4} - \frac{11}{2} V_2 + \left(\frac{25 - 2V_2}{4}\right)^2 \\ &\quad + \left(\frac{5 + 2V_2}{4}\right)^2 \end{aligned}$$

Pero $V_1 = 0$, no existe inventario inicial, y $V_2 = X_1 - 5$

Por lo tanto,

$$\frac{25 - 2V_2}{4} = \frac{25 - 2X_1 + 10}{4} = \frac{35 - 2X_1}{4}$$

$$\text{y } 5 + 2V_2 = 5 + 2X_1 - 10 = 2X_1 - 5$$

$$\begin{aligned} C(V_1, X_1) &= C(0, X_1) = 0 + \left[5 + X_1^2 - X_1 \right] + \left[\frac{169}{4} - \frac{11}{2} (X_1 - 5) + \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{35 - 2X_1}{4} \right)^2 + \left(\frac{2X_1 - 5}{4} \right)^2 \right] \end{aligned}$$

Simplificando esta ecuación y derivando tenemos:

$$\frac{d}{dX_1} [c(V_1, X_1)] = 2X_1 - 1 - \frac{11}{2} + 2 \left(\frac{35 - 2X_1}{4} \right) \left(-\frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{2X_1 - 5}{4} \right) \left(\frac{1}{2} \right)$$

igualmente a cero

$$\begin{aligned} 0 &= 2X_1^* - \frac{13}{2} - \frac{35}{4} + \frac{X_1^*}{2} + \frac{X_1^*}{2} - \frac{5}{4} \\ 3X_1^* &= \frac{66}{4} \\ X_1^* &= \frac{66}{12} = 5 \frac{1}{2} \text{ unidades} \end{aligned}$$

entonces

$$U_2 = \frac{1}{2}$$

y de la ecuación (7)

$$X_2^* = \frac{25 - 2V_2}{4} = 6$$

$$V_3 = V_2 + X_2 - 5 = \frac{1}{2} + 6 - 5 = 1 \frac{1}{2}$$

$$X_3^* = 8 - V_3 = 6 \frac{1}{2}$$

De esta manera, la programación óptima, el costo mínimo que satisface las entregas de los requerimientos, es: manufacturar en los tres períodos de 30 días respectivamente.

$$5 \frac{1}{2}, 6 \text{ y } 6 \frac{1}{2} \text{ unidades}$$

Comparando costos de esta programación con varias otras posibles programaciones vemos: Podemos seleccionar por comparación primero; producir para las entregas a final de fecha, y segundo, producir una cantidad uniforme en cada período.

Por lo tanto:

$$TC = X_1 - X_3 + X_1^2 + X_2^2 + X_3^2$$

Si producimos para las entregas a final de fecha, significa producir 5, 5, & unidades respectivamente; entonces el costo es:

$$CT_F = 5 - 8 + 25 + 25 + 64 = 111$$

Si producimos una cantidad uniforme; es decir, producir, 6, 6, 6 unidades respectivamente; entonces el costo es:

$$CT_U = 6 - 6 + 36 + 36 + 36 = 108$$

En la programación óptima; es decir, producir $5\frac{1}{2}$, 6 y $6\frac{1}{2}$ unidades, tenemos:

$$CT^* = 5\frac{1}{2} - 6\frac{1}{2} + 30.25 + 36 + 42.25 = 107.5$$

14
15
16
17
18





centro de educación continua
 división de estudios superiores
 facultad de ingeniería, unam



SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION

Notas Adicionales

ING: OMAR TAYLOR

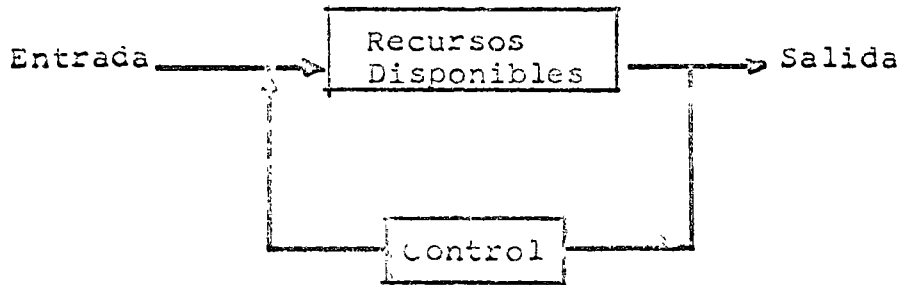
NOTAS ADICIONALES.

Desde un punto de vista muy general, control es la medición de resultados obtenidos, relacionándolos con los resultados esperados.

Un sistema de control debe tomar en cuenta lo siguiente:

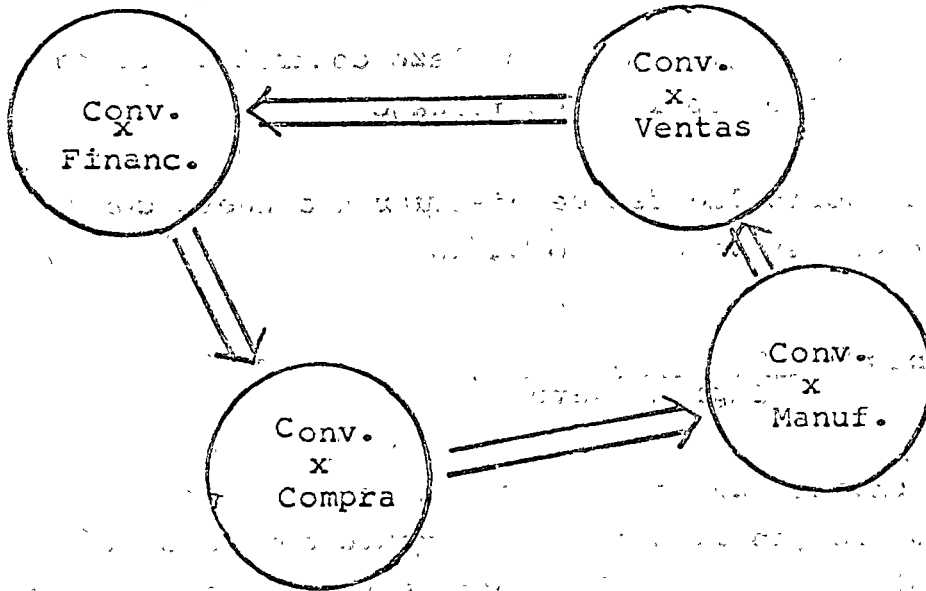
- 1.- La información deberá ser adecuadamente precisa.
- 2.- Deberá ser pertinente.
- 3.- La velocidad de respuesta del sistema deberá ser tan grande como el propio sistema lo requiera.
- 4.- La información deberá suministrarse citando las unidades correctas.
- 5.- Los informes deben ser exactos o de inexactitud constante.
- 6.- El número de etapas del circuito de retroinformación deberá ser tan reducido como sea posible.

En nuestro caso nos interesa el control como elemento de la administración de una empresa, el cual quedaría esquematizado como se muestra en la figura:



Los recursos disponibles que tiene una empresa son los recursos humanos, recursos físicos y recursos tecnológicos.

Veamos el ciclo de conversión de valores en la siguiente figura:



¿Qué tipos de controles debemos tener en la primera fase del diagrama?. Para este fin haremos uso de algunas relaciones sacadas a partir de los estados financieros, los cuales enumeramos a continuación.

$$\text{Capital de Trabajo} = \frac{\text{Activo Circulante}}{\text{Pasivo a Corto plazo}}$$

Esta relación nos señala la suficiencia o insuficiencia del capital de trabajo para poder hacer frente a sus obligaciones a corto plazo.

$$\frac{\text{Inventarios a Capital de Trabajo}}{\text{Capital de Trabajo}} = \frac{\text{Valor en libros de las existencias}}{\text{Capital de Trabajo}}$$

A través de esta razón se conoce el grado de dependencia que tiene el capital de trabajo de las existencias del almacén.

$$\frac{\text{Pasivo a largo plazo a Capital de Trabajo}}{\text{Capital de Trabajo}} = \frac{\text{Pasivo a largo plazo}}{\text{Capital de trabajo}}$$

Por medio de esta razón se puede determinar si:

- a) Mediante el pasivo a largo plazo contratado se ha fortalecido el capital de trabajo.
- b) Existen posibilidades de efectuar una nueva contratación de pasivo a largo plazo.

$$\text{Rendimiento} = \frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Capital Neto}}$$

Mide la redituabilidad de la inversión efectuada por los accionistas y debe ser analizada conjuntamente con la de Ventas Netas a Capital Neto con el objeto de probar la suficiencia del Capital y con la de Utilidad Neta a Ventas Netas para ver la redituabilidad de la empresa.

$$\frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Ventas Netas}} = \frac{\text{Utilidad Neta}}{\text{Ventas Netas}}$$

mide la productividad de la empresa desde el punto de vista Ventas.

$$\frac{\text{Ventas Netas}}{\text{Capital Neto}} = \frac{\text{Ventas Netas}}{\text{Capital Neto}}$$

Nos dice el grado en que los volúmenes de Venta están soportados por el Capital invertido y puede señalar fallas como la de contar con un capital muy pobre o bien la de contar con muy bajas Ventas y desaprovechar esta inversión propia.

Otra técnica de análisis es la que conocemos como punto de equilibrio, que consiste en definir el nivel de operaciones

en el cual la utilidad marginal es igual a los gastos fijos -
o sea no hay ni utilidad ni pérdida.

Tomemos el siguiente ejemplo para ilustrar esta técnica.

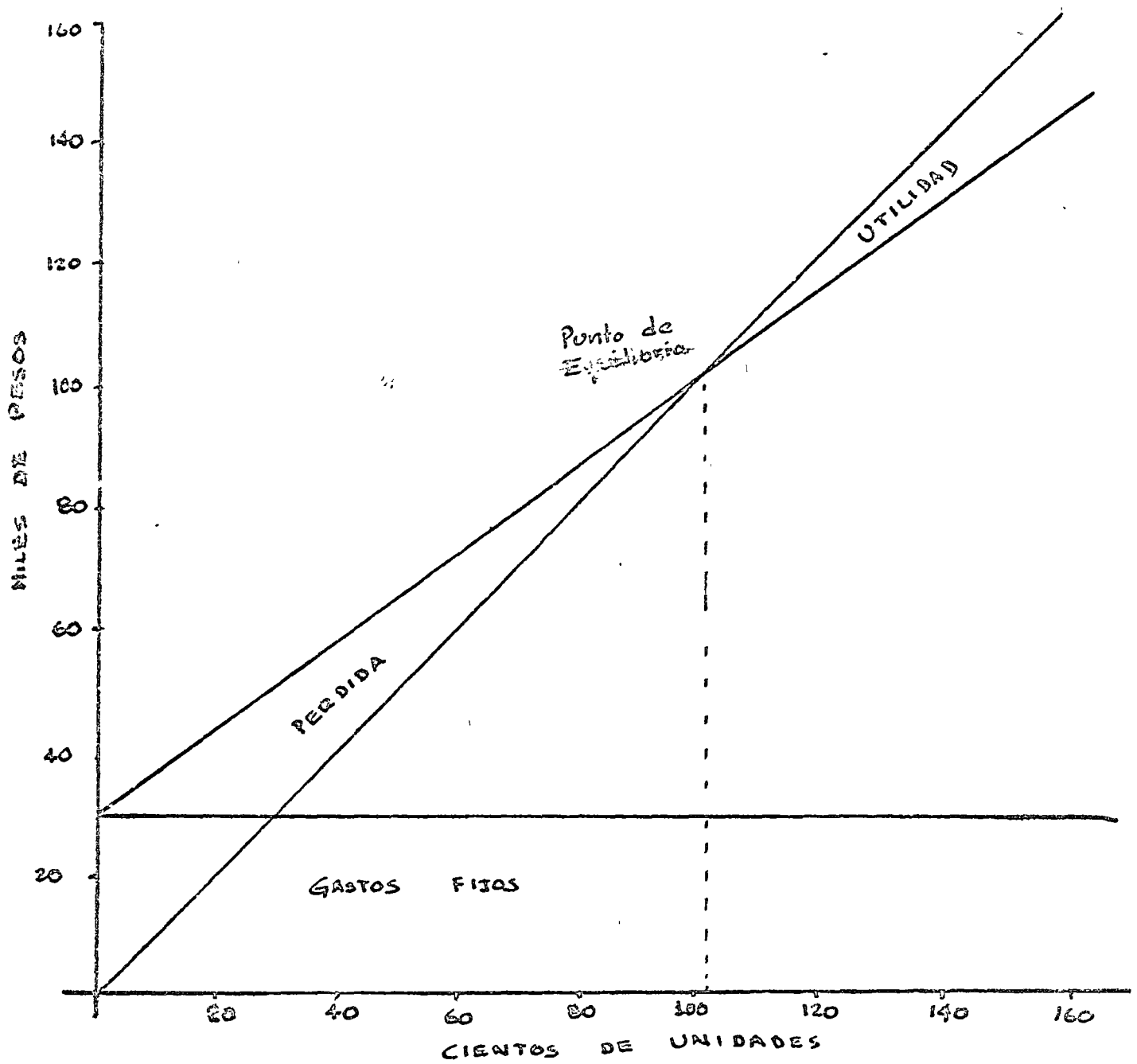
| | | % SOBRE VENTAS |
|---------------------------|---------------|-------------------|
| VENTAS NETAS | 170 000 | 100 |
| COSTOS Y GASTOS VARIABLES | | |
| Materiales directos | 72 000 | |
| Mano de Obra directa | 18 000 | |
| Gastos de fabricación | 10 000 | |
| Gastos de distribución | <u>20 000</u> | |
| | 120 000 | 70.6 |
| UTILIDAD MARGINAL | 50 000 | 29.4 |

| | | |
|--------------------------|---------------|--|
| COSTOS Y GASTOS FIJOS | | |
| Gastos de fabricación | 10 000 | |
| Gastos de distribución | 5 000 | |
| Gastos de administración | <u>15 000</u> | |
| | 30 000 | |
| UTILIDAD DE OPERACION | 20 000 | |

Para la determinación del punto de equilibrio, aplicaríamos -
la fórmula:

$$P = \frac{100}{29.4} \times 30\,000 = \$ 102\,040$$

Esta solución en forma gráfica nos quedaría:



A continuación expondremos un ejemplo de retiro y reemplazo de equipo, aunque aparentemente se aparta de nuestro objetivo, forma parte de las decisiones que se deben tomar en el ambiente fabril.

Ejemplo:

Una Compañía manufacturera compró un equipo hace 3 años en \$ 20 000.00. El gasto de mantenimiento para el próximo año es de \$ 14 500.00 y se espera que éste incremente en \$ 500.00 cada año para el tiempo restante.

En el mercado actualmente se encuentra disponible otro equipo que cuesta \$ 10 000.00 y se espera que tenga costos de mantenimiento de \$ 9 000.00 para el primer año e incrementándose en \$ 1 000.00 cada año. El nuevo equipo se espera que tenga vida útil de 12 años sin valor de salvamento en el momento que se retire. La tasa mínima atractiva de rendimiento es del 12%. El equipo actual en caso de retirarse tendrá un valor de recuperación nulo.

SOLUCION.

Equipo actual.

$(P - L) (A/P, 12\%, 1) + 14\ 500 = 14\ 500$
debido a que P y L es igual a cero.

Por lo tanto el año más económico para el equipo actual sería de \$ 14 500.00

Ahora determinemos la vida económica para el equipo propuesto:

Para un año sería:

$(P - L) (A/P, 12\%, 1) + 9\ 000 =$

$(10\ 000 - 0) (A/P, 12\%, 1) + 9\ 000 = 20\ 200.$

Para dos años sería:

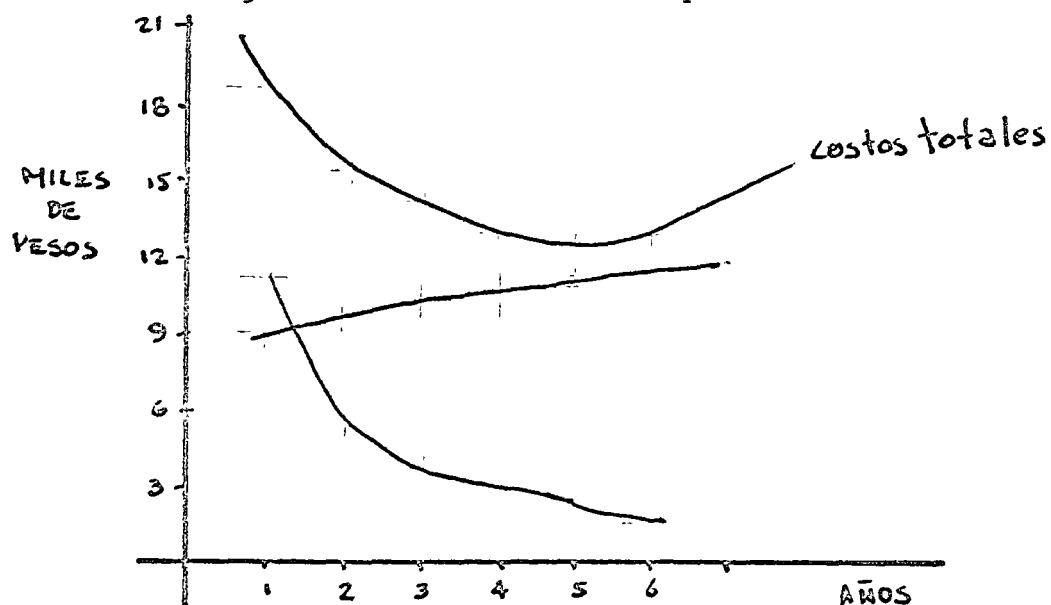
$$(10,000 - 0) (A/P, 12\%, 2) + 9,000 + 1,000 (A/F, 12\%, 2) = 15,837.$$

Resumiendo los cálculos para 6 años en una tabla nos quedaría:

| | Recuperación de Capital con <u>ren</u> <u>dimiento</u> | Costos anuales de <u>Mantenimien</u> <u>to</u> | Costos anuales totales |
|---|--|--|---------------------------|
| 1 | 11 200 | 9 000 | 20 200 |
| 2 | 5 917 | 9 470 | 15 387 |
| 3 | 4 164 | 9 920 | 14 084 |
| 4 | 3 292 | 10 360 | 13 652 |
| 5 | 2 774 | 11 770 | 13 544 |
| 6 | 2 432 | 11 170 | 13 602 |

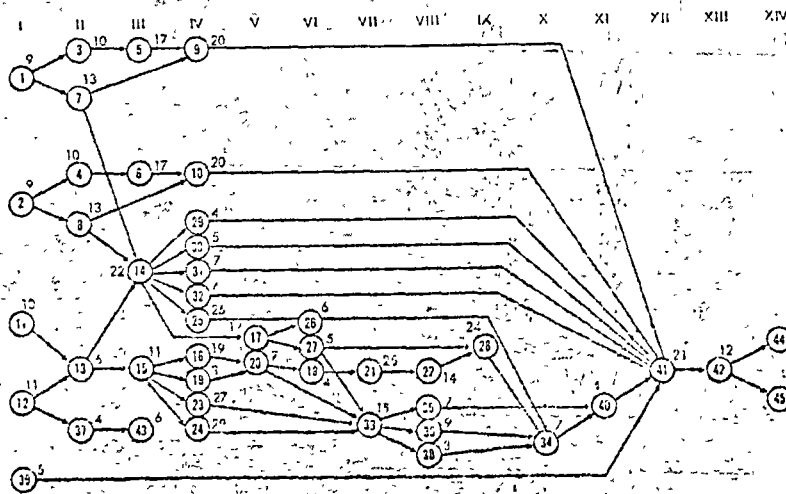
NOTA: No se calcula del año 7 al 12 porque se ve en la tabla, la tendencia a incrementar los costos totales.

La gráfica de esta tabla quedaría:



Balaceo de Líneas Heurístico.- Para ilustrar este método ha-
 gamos uso del siguiente ejemplo: se tienen 45 elementos de
 trabajo con ciertas restricciones técnicas de secuencia, es-
 tos elementos suman 552 seg. y se desea tener 3 estaciones,
 lo cual nos dará 184 seg. por estación.

En el siguiente diagrama de precedencia se muestra el total
 de elementos, donde los números circulados representan el ele-
 mento y los números no calculados el tiempo de ejecución.



A partir de este diagrama se construye la tabla que se muestra a continuación donde la columna A, muestra el número de columnas del diagrama, la columna B el número del elemento, la C la posible movilidad que pueda tener el elemento y la D el tiempo.

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) | (F) |
|--------------------------|----------------------------|---------------------|--------------------------|-----------------------|----------------------|
| Column Number of Diagram | Task Identification Number | Remarks | Task Time Duration t_i | Sum of Time Durations | Cumulative Time Sums |
| I | 1 | | 9 | | |
| | 2 | | 9 | | |
| | 11 | | 10 | | |
| | 12 | | 11 | | |
| | 39 | → II, . . . , XI | 5 | 44 | 44 |
| II | 3 (w 5, 9) | → III, , IX | 10 | | |
| | 7 | | 13 | | |
| | 4 (w 6, 10) | → III, . . . , IX | 10 | | |
| | 8 | | 13 | | |
| | 13 | | 6 | | |
| 37 (w 43) | → III, . . . , XIII | 4 | 56 | 100 | |
| III | 5 (w 9) | → IV, , X | 17 | | |
| | 6 (w 10) | → IV, , X | 17 | | |
| | 14 | | 22 | | |
| | 15 | | 11 | | |
| | 43 | → IV, , XIV | 6 | 73 | 173 |
| IV | 9 | → V, , XI | 20 | | |
| | 10 | → V, , XI | 20 | | |
| | 29 | → V, , XI | 4 | | |
| | 30 | → V, , XI | 5 | | |
| | 31 | → V, , XI | 7 | | |
| | 32 | → V, , XI | 4 | | |
| | 25 | → V, . . . , VIII | 26 | | |
| | 16 | | 19 | | |
| | 19 | | 3 | | |
| | 23 | → V, VI | 27 | | |
| | 24 | → V, VI | 29 | 164 | 337 |
| V | 17 | | 12 | | |
| | 20 | | 7 | 19 | 356 |
| VI | 26 | → VII, , IX | 6 | | |
| | 27 | | 5 | | |
| | 18 | | 4 | 15 | 371 |
| VII | 21 | | 55 | | |
| | 33 (w 35, 36, 38) | → VIII | 15 | 70 | 441 |
| VIII | 22 | | 14 | | |
| | 35 | → IX, X | 7 | | |
| | 36 | → IX | 9 | | |
| | 38 | → IX | 3 | 33 | 474 |
| IX | 28 | | 24 | 24 | 498 |
| X | 34 | | 7 | 7 | 505 |
| XI | 40 | | 4 | 4 | 509 |
| XII | 41 | | 21 | 21 | 530 |
| XIII | 42 | | 12 | 12 | 542 |
| XIV | 44 | | 5 | | |
| | 45 | | 5 | 10 | 552 |

ETAPA 1.- Debido a que $C = 184$, buscamos en la columna F de la tabla 1 para encontrar la suma acumulativa que debería ser 184. La suma acumulativa hasta la columna III inclusive es de 173, por lo que para satisfacer el tiempo de la estación faltan 11 seg.

ETAPA 2.- Buscando en la columna IV del diagrama, tareas que combinadas sumen 11 encontramos que las tareas 31 y 32 satisfacen estas necesidades.

ETAPA 3.- Mover las tareas 31 y 32 a la parte superior de la lista de la columna IV, entonces asignamos a ellas la estación 1. Todas las tareas en las columnas I, II y III más las tareas 31 y 32 de la columna IV son ahora asignadas a la estación 1. El estado de solución es ahora mostrado en la tabla 2.

| (A) | (B) | (C) | (D) | (E) | (F) |
|--------------------------|----------------------------|-----------|--------------------------|-----------------------|----------------------|
| Column Number of Diagram | Task Identification Number | Remarks | Task Time Duration t_1 | Sum of Time Durations | Cumulative Time Sums |
| I | 1 | | 9 | | |
| | 2 | | 9 | | |
| | 11 | | 10 | | |
| | 12 | | 11 | | |
| | 39 | | 5 | | |
| II | 3 | | 10 | | |
| | 7 | | 13 | | |
| | 4 | | 10 | | |
| | 8 | | 13 | | |
| | 13 | | 6 | | |
| | 37 | | 4 | | |
| III | 5 | | 17 | | |
| | 6 | | 17 | | |
| | 14 | | 22 | | |
| | 15 | | 11 | | |
| | 43 | | 6 | | |
| IV | 31 | | 7 | | |
| | 32 | | 4 | 184 | 184 |
| | 9 | → V, XI | 20 | | |
| | 10 | → V, XI | 20 | | |
| | 29 | → V, XI | 4 | | |
| | 30 | → V, XI | 5 | | |
| | 25 (w 26) | → V, VIII | 26 | | |
| | 16 | | 19 | | |
| | 19 | | 3 | | |
| | 23 | → V, VI | 27 | | |
| | 24 | → V, VI | 29 | 153 | 337 |
| V | 17 | | 12 | | |
| | 20 | | 7 | 19 | 356 |
| VI | 26 | → VII, IX | 6 | | |
| | 27 | | 5 | | |
| | 18 | | 4 | 15 | 371 |
| VII | 21 | | 55 | | |
| | 33 (w. 35, 36, 38) | → VIII | 15 | 70 | 441 |
| VIII | 22 | | 14 | | |
| | 35 | → IX, X | 7 | | |
| | 36 | → IX | 9 | | |
| | 38 | → IX | 3 | 33 | 474 |
| IX | 28 | | 24 | 24 | 498 |
| X | 34 | | 7 | 7 | 505 |
| XI | 40 | | 4 | 4 | 509 |
| XII | 41 | | 21 | 21 | 530 |
| XIII | 42 | | 12 | 12 | 542 |
| XIV | 44 | | 5 | | |
| | 45 | | 5 | 10 | 552 |

Station I

Unassigned Work

ETAPA 4.- Buscar en la columna F de la tabla 2 para encontrar la suma acumulativa que de $2 \times 184 = 368$. La suma acumulativa para la columna VI es 371.

ETAPA 5.- Buscar en la lista de las tareas no asignadas, las cuales puedan ser movidas más allá del total de 368 en la columna VI o a la columna VII. Estas son las tareas 9, 10, 29, 30 y 25 (w. 26).

ETAPA 6.- ¿Existe alguna combinación de tareas las cuales puedan ser movidas y totalicen $371-368 = 3$? NO

ETAPA 7.- Aumentar el número de la columna y repetir. La suma acumulativa para la columna VII en el diagrama de precedencia es 441.

ETAPA 8.- Buscar en la lista de las tareas no asignadas, cuáles pueden ser movidas horizontalmente más allá del total 368 en las columnas VI o a la columna VII. Estas son las tareas 9, 10, 29, 30, 25 (w. 26) y 33 (w. 35, 36, 38).

ETAPA 9.- ¿Existe alguna combinación de tiempos de tareas móviles cuyo total sea $441-368 = 73$? NO

ETAPA 10.- Aumentar el número de la columna del diagrama de Precedencia y repetir. La suma acumulativa es 474 para la columna VIII.

ETAPA 11.- Buscar de la lista de tareas no asignadas, cuáles pueden ser movidas horizontalmente más allá del total de 368 en la columna VIII o a la columna IX. Estas son 9, 10, 29, 30, 25 (w. 26) y 33 (w. 35, 36, 38).

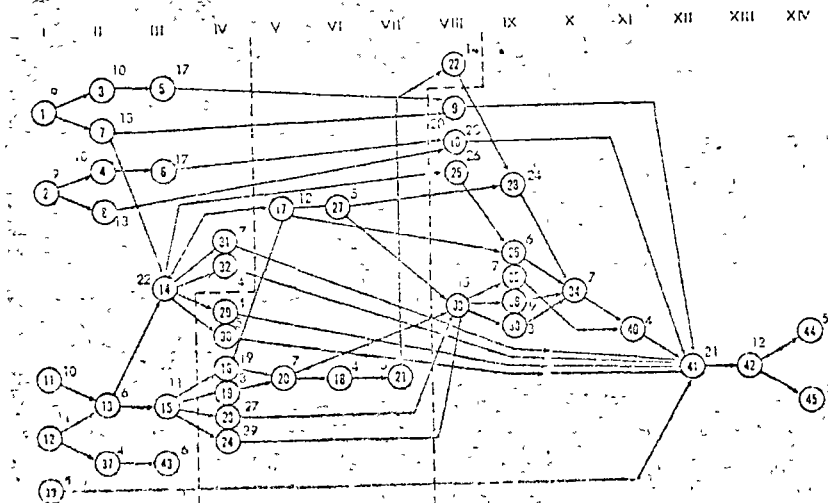
ETAPA 12.- Existe alguna combinación de elementos móviles --

los cuales suman $476 - 368 = 106$ o de otra forma ya que los tiempos de las tareas movibles totalizan 115 existe alguna combinación que totalicen $115 - 109 = 6$ las cuales puedan ser retenidas en la estación 2? si los tiempos de las tareas 29 y 30 suman 9 y el balance de estas tareas movibles son de 106 seg.

ETAPA 13.- Mover las tareas número 9, 10, 25 (w.26) y 33 (w. 35, 36, 38) más allá de 368 de la columna VIII o más allá según requiera el diagrama de precedencia. La estación 2 queda ahora formada a partir de la columna IV (excluyendo 31 y 32), V, VI, VII y 22 en la columna VIII.

ETAPA 14.- La estación 3 queda formada por las tareas restantes.

La solución nos quedaría como muestra el siguiente diagrama de precedencia y la tabla 3.





centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam



SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION.

TEMA: "ABASTECIMIENTO".

ING. RICARDO FORCADA WARREN.

CONTENIDO

1. INTRODUCCION

- 1.1. Las compras como una función de la Empresa.
- 1.2. Efecto de las Compras en las Utilidades de la Empresa.
- 1.3. Objetivos de las Compras.

2. INTERRELACION DEL DEPARTAMENTO DE COMPRAS CON OTROS DEPARTAMENTOS.

- 2.1. Amplitud de Acción del Departamento de Compras.
- 2.2. Compras e Ingeniería.
- 2.3. Compras y Producción.
- 2.4. Compras y Finanzas.

3. FUNDAMENTOS DE LAS COMPRAS.

- 3.1. El Precio Adecuado.
- 3.2. Análisis del Valor.
- 3.3. Decisiones sobre Comprar, Fabricar o Rentar.
- 3.4. La Investigación de Operaciones en las Compras.

* * *

RFW¹ pad.

COMPRAS

1. INTRODUCCION

Existen dos tipos básicos de compras: compras para revender y compras para su consumo o transformación. Las compras para la reventa son efectuadas por los comerciantes y especuladores. Desde los principios de la civilización, las compras para la reventa han sido la responsabilidad primaria de los comerciantes. La búsqueda de bienes para vender fué la fuerza motivadora que condujo al descubrimiento del Nuevo Mundo y de las riquezas de las Indias. Los mercaderes de la antigüedad emplearon algo de su tiempo en problemas de ventas, pero emplearon una parte mucho mayor de su tiempo investigando la compra de nuevas mercancías.

El problema básico de los mercaderes no ha cambiado. Siguiendo las técnicas de sus antepasados, los comerciantes de hoy averiguan que es lo que los consumidores desean y lo compran a un costo tal que puedan aumentarle una cierta cantidad para la reventa, de manera tal que ootengan una utilidad y proporcionen la debida satisfacción del consumidor, dando una cierta calidad y servicio.

Un agente de compras para el consumo o transformación se enfrenta a diversos problemas. Las decisiones que toman los comerciantes sobre los productos que deben comprar, es tambien uno de sus problemas, sin embargo no es su problema más importante. Un comprador industrial tiene otros problemas. Participa en la determinación de los productos que su empresa debe producir, en las decisiones sobre que componentes o partes de esos productos la empresa debe comprar y cuales debe fabricar. Correlaciona sus acciones de compras con los pronósticos de compras y los programas de producción. Selecciona los proveedores de aquellas compras que pueden ser hechas sobre una base de utilidad mutua y continúa. Para obtener resultados óptimos, integra los esfuerzos de su departamento con los otros departamentos de su empresa.

Estos apuntes, se refieren principalmente a los compradores industriales y a la forma como ellos contribuyen con las decisiones gerenciales y con la obtención de utilidades. De cualquier forma, - cabe aclarar, que algunos de sus problemas básicos, como el control de inventarios, no serán tratados en esta parte del curso, por haberse tratado en el capítulo correspondiente y por no ser necesariamente un problema de compras.

Debe notarse que los compradores de otras instituciones (escuelas, hospitales, etc.) y los compradores del gobierno, pueden caer dentro de la definición de compradores industriales.

1.1. LAS COMPRAS COMO UNA FUNCION DE LA EMPRESA.

Compras es una de las funciones básicas común a todo tipo de negocios. Esta función es básica, debido a que ninguna empresa puede operar sin ella. Todas las empresas, son administradas mediante la coordinación e integración de estas seis funciones

1. Creación. (la idea o diseño del producto)
2. Finanzas. (la adquisición de capital y la función de los registros financieros).
3. Personal. (los recursos humanos y la función de las relaciones laborales).
4. Compras. (la compra del equipo, materiales y servicios requeridos).
5. Conversión. (la transformación de materiales en bienes económicos).
6. Distribución. (las ventas o comercialización de los bienes producidos).

Dependiendo del tamaño de la empresa, estas funciones básicas pueden ser supervisadas por un solo gerente o por gerentes individuales para cada función. Independientemente de como sean supervisadas, tienen que ser efectuadas por alguien en cualquier empresa. Algunas empresas pequeñas, por ejemplo, no cuentan con un departamento de compras, pero de cualquier forma, la función de compras es cubierta. Algunas veces es efectuada por el presidente, otras veces es efectuada por un ejecutivo que administra varias funciones, incluyendo la de compras. Por su naturalidad, entonces, las compras son una parte básica e integral de la dirección de empresas. Son un factor importante y poderoso. ¿Porqué? Para que una empresa tenga éxito, todas sus partes individuales deben tener éxito. Es imposible para cualquier organización alcanzar su potencial completo sin una actividad de compras adecuada. El éxito de una empresa depende tanto del ejecutivo de compras como de los ejecutivos que administran las otras funciones.

Esto no implica que todos los departamentos de compras sean igual de importantes para el éxito de las empresas. La importancia de cualquier función individual dentro de una organiza--ción específica depende de un gran número de factores, incluyendo el tipo de negocio, sus metas, su circunstancia económica y de como la empresa opera para alcanzar sus metas. Existen situaciones en que las compras pueden funcionar inadecuadamente, sin que afecte grandemente las utilidades de la empresa. Esas situaciones, de cualquier forma, son excepciones. Excepciones simila

1. Algunos autores incluyen también la función de investigación.

lajes sobre importancia funcionales pueden ser encontradas en ventas, finanzas, o en cualquier otra función del negocio. Por ejemplo, en una empresa que vende un producto con tecnología muy avanzada, el departamento de ventas usualmente no tiene grandes responsabilidades. El departamento del Ingeniero hace más que los vendedores para comercializar el producto.

1.2. EFECTO DE LAS COMPRAS EN LAS UTILIDADES DE LA EMPRESA.

La visualización de las compras como una función de la empresa es el resultado del desarrollo económico. La economía de la industria está cambiando constantemente. El valor agregado en la manufactura, frecuentemente es mucho menor que el costo de los materiales y partes que van en el producto. Consecuentemente, la comercialización de productos y el personal de ventas por un lado y el personal de compras por otro, tienen un papel cada día más importante.

La función de compras incluye todas las decisiones, políticas y actividades envueltas en la adquisición de bienes y servicios desde afuera de la organización. Los elementos de la función de compras son esencialmente interdepartamentales y no pueden ser ejecutados dentro de las cuatro paredes de la oficina de compras.

Nuestra situación económica de subdesarrollo, origina que aproximadamente el 70 % del costo total corresponda a los insumos comprados, principalmente en aquellas industrias con técnicas avanzadas. (En los Estados Unidos de Norteamérica es el 51.1 % y en la Gran Bretaña el 55 % aproximadamente). Obviamente, es importante que los compradores busque más precio barato. Las compras y el aprovisionamiento tiene un papel mayor que jugar reduciendo costo y aumentando utilidades desde todos los puntos de vista.

Los cazadores y agricultores primitivos compraban muy poco al exterior. Ellos preparaban su comida, bebidas, entretenimiento vestidos y viviendas. Las primeras fábricas compraban un poco más de sus materias primas básicas, pero las fábricas avanzadas que pretendemos como ingenieros, crear y desarrollar en nuestro país, tienen que hacer, cada día, mayor empleo de especialistas en compras de herramientas, equipo, servicios, componentes y producto semimanufacturados. Únicamente en las economías primitivas, o las empresas muy chicas, el productor es casi autosuficiente. En las economías que pretenden ser avanzadas los productores son interdependientes, con otros productores nacionales y extranjeros.

Como puede apreciarse en la figura 1, una reducción de costos-

en las compras del 10 %, puede significar (dada la estructura de costos supuesta), un aumento en las utilidades del 70 %.

Precios más baratos puede ser el camino más obvio para reducir los costos de las compras, pero peores bienes a precios más baratos pueden incrementar los costos de las compras.

| | | | |
|------|---------------------------|---------------------------|------|
| 10 % | UTILIDAD | UTILIDAD | 17 % |
| 10 % | INDIRECTOS | INDIRECTOS | 10 % |
| 10 % | M O D | M O D | 10 % |
| 70 % | MATERIALES y PARTES | MATERIALES y PARTES | 63 % |

Fig. 1. Ejemplo de aumento de utilidades, debido a reducción de costos de las compras.

1.3. OBJETIVOS DE LAS COMPRAS.

La responsabilidad de las compras a sido definida como: comprar materiales de la calidad adecuada, en la cantidad adecuada, en el tiempo adecuado, al precio adecuado y del origen adecuado.

Esta es una generalización, que indica la amplitud de la función de compras, que envuelve decisiones de políticas y análisis de varias posibles alternativas, antes de la acción de comprar. El significado de la definición depende, por supuesto, de la interpretación que se le de a la palabra "ADECUADO" y requiere la consideración de muchos factores, que serán discutidos más adelante.

Los objetivos fundamentales de las compras para una industria manufacturera pueden ser resumidos como sigue:

- 1.- Mantener la continuidad del aprovisionamiento, en forma tal que se puedan cumplir los programas de manufactura.
- 2.- Mantener en el mínimo posible la inversión en inventarios y las pérdidas de inventarios debidas a deterioro, obsolescencia y robos.
- 3.- Mantener estandares de calidad en materiales.
- 4.- Conseguir materiales al más bajo costo posible y que sean consistentes con la calidad y servicios requeridos.
- 5.- Mantener la posición competitiva de la empresa dentro de su ramo y conservar sus utilidades, cuando menos en lo que respecta a costos de materiales.

Objetivos similares se podrían plantear para cualquier otro tipo de organización.

2. INTERRELACION DEL DEPARTAMENTO DE COMPRAS CON OTROS DEPARTAMENTOS.

La centralización del departamento de compras es esencial para poder alcanzar una eficiencia de operación óptima y una utilidad máxima. La centralización de las compras ocurre cuando la función completa de compras es efectuada bajo la responsabilidad de una sola persona. La descentralización ocurre cuando el personal de otras áreas funcionales de la empresa (producción, ventas, finanzas, ingeniería y personal), decide sobre las fuentes de aprovisionamiento, se pone en contacto directo con los vencedores o realiza cualquier otra de las funciones de compras. Debido a que la descentralización contradice al concepto de especialización, ésta es generalmente ineficiente.

Un departamento de compras es el centro de una gran parte de la actividad de negociación de la empresa. Por su naturaleza, compras tiene relación continua con todos los otros departamentos de la empresa, en la misma forma que con los proveedores. El departamento de compras juega un papel sumamente importante dentro de los subsistemas básicos de cualquier organización. En el subsistema de planeación, proporcionará la información necesaria sobre disponibilidad de materias primas en el mercado (plazos de entrega, calidades, precios, etc.). En el subsistema de operación, es donde compras tiene mayor importancia. Su función dentro de este subsistema es hacer todas las compras externas del material productivo e improductivo que utiliza la empresa, ejecutar y administrar todas las órdenes necesarias para la adquisición de dichos materiales y cumplir con otras subfunciones como recepción, almacenamiento, tráfico, transporte, etc. Las compras pueden verse como la función de control de producción para "comprar" materiales. Dentro del subsistema de finanzas es necesario (para establecer relaciones apropiadas con los vendedores y para el control de inventarios), que compras notifique cuando se efectuó una compra y cuando se recibió lo comprado, así como los precios y crédito que se obtuvo de los proveedores. Esta notificación es necesaria para poder pronosticar las necesidades de efectivo para el pago a los proveedores, para pagar en el debido tiempo, en forma tal que se consigan descuentos cuando sea posible, para pronosticar los niveles de inventarios y para contabilizar adecuadamente los inventarios de productos terminados y materias primas.

2.1. AMPLITUD DE ACCION DEL DEPARTAMENTO DE COMPRAS.

Existen dos formas de adquirir información para comprar. Ambas se usan comunmente y la selección final de una forma u otra depende de las necesidades y la naturaleza de la empresa y de la cantidad de responsabilidad que el jefe ejecutivo quiera--

asignar al departamento de compras o al de control de producción. En el primer método de operación, todos los requerimientos y solicitudes de materiales, partes y servicios, son generados afuera del departamento de compras. Los departamentos que requieren algo, transmiten a compras la información relativa a cantidades requeridas y a las fechas de entrega necesarias. En este caso, el grupo que solicite algo a compras es el responsable de los inventarios. En el segundo método, compras genera internamente los requerimientos, basándose en las especificaciones y listas de partes de ingeniería y en la información sobre programas de producción del departamento de control de producción. Las cantidades son determinadas en forma directa a partir de las ordenes internas de fabricación y de la documentación de ingeniería del producto. Otras requisiciones especiales de otros departamentos, como en el primer método, son adquiridas a través del departamento de compras.

2.2. COMPRAS E INGENIERIA.

Compras e Ingeniería, tienen muchos problemas comunes. Generalmente Ingeniería es responsable de la preparación de especificaciones técnicas de los materiales y el equipo. Para poder cumplir con su responsabilidad satisfactoriamente, debe contar con ayuda continua de compras y producción. Los precios que se pagan por los materiales de los productos y los costos de fabricación, están inevitablemente relacionados con las especificaciones. Similarmente, las especificaciones pueden ser escritas en forma tal que se reduzca o agrande el número de empresas que sean capaces de proveer unidades específicas. Si las utilidades van a ser maximizadas, los materiales especificados por ingeniería deben ser económicos al conseguirlos y económicos al procesarlos y deben normalmente poder conseguirse de más de un productor eficiente.

Compras e Ingeniería ocasionalmente difieren en sus conceptos sobre problemas de materiales. Por su formación, el ingeniero se inclina a investigar el diseño, material o equipo "ideal" sin tomar en consideración los costos y tiempos. Por lo contrario, el comprador desea reducir los márgenes de seguridad y operación y trabajar con los estándares mínimos.

2.3. COMPRAS Y PRODUCCION

La relación compras-producción comienza en el momento en que el departamento de producción transmite su programa de manufactura al departamento de compras. Subsecuentemente, compras transforma este programa en un programa de abastecimiento. -

(También puede darse el caso de que producción haga el programa de abastecimiento y más específicamente, que lo haga el departamento de Planeación y Control de Producción o el de Control de Inventarios).

Cuando producción no permite a compras adquirir los bienes y servicios ^{en el tiempo} necesario, muchos gastos innecesarios ocurren dentro del costo final del producto de la empresa. Los costos de producciones especiales y de transportes urgentes, son dos de los factores adicionales que resultan frecuentemente de un tiempo de compras inadecuado.

El problema más serio que puede resultar debido a un tiempo de abastecimiento demasiado corto, es un paro de planta, -- principalmente en los tipos de procesos de producción donde el equipo tiene únicamente las alternativas de trabajar a -- toda su capacidad o parar totalmente. (Productos químicos, cemento, pinturas, etc.). En otros tipos de producción, -- una falta de material puede no ser tan catastrófico, pero -- no deja de ocasionar serios problemas, como son cambios de -- programas de producción, demandas insatisfechas, etc.

2.4. COMPRAS Y FINANZAS.

La relación que existe entre finanzas y compras es muy im-- portante, debido a que una planeación financiera inadecuada es la principal causa de falla en una empresa y dentro de -- la información que una empresa necesita para planear apro-- piadamente su capital de trabajo, están principalmente los -- pronósticos de ventas y los programas de compras.

Existen diversos factores económicos que originan periódica-- mente muy buenas oportunidades de compra. Por ejemplo, un -- proveedor puede momentáneamente tener un exceso de capaci-- dad, debido a la cancelación de un pedido grande. Durante -- el período en que existe esta situación, el proveedor puede vender sus productos a precios que únicamente recupere los -- costos directos del producto. La utilidad potencial de ese -- tipo de oportunidades de compra, puede ser ponderada con -- respecto a la utilidad potencial de otras alternativas de -- empleo del capital de la empresa. Usualmente, la alterna-- va que proporcione la mayor utilidad a largo plazo, debe -- ser seleccionada. Y para que se tome la mejor decisión, se -- necesita haber una buena comunicación entre finanzas y com-- pras.

3. FUNDAMENTOS DE LAS COMPRAS.

3.2. ANALISIS DEL VALOR

El análisis del valor implica la investigación de un artículo en términos de su función y precio para determinar -- las especificaciones más efectivas para dicho artículo y -- para lograr el costo más bajo posible. Esta área de las -- adquisiciones se desarrolló recientemente. En vez de que -- el agente de compras se concentre en el mejor precio para -- determinado artículo, la atención se concentra en la fun-- ción del artículo en el análisis de valor. La investiga-- ción del análisis del valor busca respuesta a varias pre-- guntas, como las siguientes:

¿Cuál es la función del artículo y que propósitos debe cum-- plir?. ¿Cuáles son los materiales alternativos que podrían usarse para hacer el artículo?. ¿Cómo podría simplificar-- el artículo?. ¿Podrían usarse con ventaja distintos méto-- dos de fabricación?. ¿Podrían usarse partes estándar, pro-- ducidas en masa, en vez de partes no estándar?. ¿Existen -- partes en el producto que sean superfluas para el desempe-- ño de su función?.

Las respuestas a tales preguntas suelen conducir a impor-- tantes ahorros en el costo. El procedimiento típico usado en el análisis del valor es examinar primero los hechos -- que correspondan a los costos. Estos hechos se encuentran examinando las especificaciones, dibujos y los productos.-- A continuación, se consulta con los ingenieros para determi-- nar si se pueden hacer mejoras en el diseño. Otras perso-- nas de la compañía, así como los clientes, pueden tener -- ideas que aumenten el valor del producto y que disminuyan-- su costo. En lo general, en esta etapa del procedimiento,-- se reúnen ideas procedentes de todas las fuentes posibles. Una vez que se han reunido las ideas, éstas son analizadas. Cuando se tiene una visión del producto mejorado, se inte-- rroga al proveedor con relación a su --habilidad de hacer -- el producto incluyendo las mejoras. En esta etapa, se reú-- nen los ingenieros del comprador y del vendedor para mane-- jar juntos los detalles del problema. Como etapa final -- del procedimiento para el análisis del valor, se prepara -- un reporte que indique los ahorros que resultarán de la in-- corporación de las mejoras así como de las mejoras en el -- funcionamiento, resultantes del análisis del valor.

Para que sea efectivo el análisis del valor, deben prevale-- cer ciertas actitudes entre los analistas del valor. Deber-- pensar en forma creativa. Aun cuando el enfoque tradicio-- nal en la fabricación del valor debe poder usar su imagina-- ción y su creatividad para encontrar enfoques alternativos.

Debe estar al día respecto a los nuevos productos y los nuevos procesos. Nunca antes ha habido tal avalancha de nuevos productos, materiales, herramientas y suministros en el mercado. Constantemente se están desarrollando nuevos procedimientos. Sin el conocimiento de estos productos y procesos alternativos, el analista de valor se encontrará seriamente limitado para encontrar el potencial pleno para la reducción de costos y para aumentos en los valores recibidos.

Cuando el analista del valor estudia el diseño de un producto, es aconsejable que piense en términos de funciones.

Debe determinar cuáles son las funciones necesarias y cómo podrían cumplirse si se usaran materiales, herramientas, suministros y procesos distintos. Una de las técnicas para lograr información sobre esta área implica el examen de los productos competitivos y sustitutos para ver cómo ejecutan las mismas funciones o similares.

El analista del valor debe enfocar su atención en lo específico, no en generalidades. Igual que el médico que hace un diagnóstico, que el mecánico que escucha a un motor descompuesto, o que el químico embarcado en un problema de análisis cualitativo, el analista del valor obtendrá resultados más fructíferos poniendo ^{atención} a lo específico. Sin embargo, esto no significa que sólo debe pensar en los detalles específicos. El objetivo que debe cumplir debe ser grande y su imaginación debe ser libre. Esta actitud separa al analista del valor de la persona que sólo está preocupada por la reducción de los costos.

Otro útil punto de vista que asume el analista es usar productos estandarizados siempre que sea posible. Los diseños de productos ideados en forma refinada, con tolerancias sumamente estrechas y con métodos de fabricación especiales, pueden producir excelentes artículos, pero son sumamente costosos. En muchos casos es posible reemplazar con productos estándar.

Por sobre todo, el analista del valor debe reconocer que sus actividades pueden conducir a problemas en las relaciones humanas. Debe ser perceptivo al hecho de que el interrogar a los ingenieros sobre sus diseños puede molestarlos. Su insistencia en cambios en las máquinas, suministros, herramientas y materiales puede alterar a ciertas personas del departamento de producción que sean resistentes a los cambios. Los proveedores pueden creer que sólo está tratando de reducir los precios y las utilidades. También puede encontrar a gerentes de alto nivel que sean apáticos hacia sus esfuerzos.

11
Unos cuantos ejemplos demostrarán cómo se reemplazó al analista del valor y los ahorros que han resultado.

1. La sustitución de plástico acrílico de alto impacto por el aluminio en la fabricación de cubiertas para carreteles de pesca redujo a una tercera parte el costo de las partes, eliminó la necesidad del acabado y proporcionó cubiertas que eran un 40 % más ligeras que las de aluminio.
2. La sustitución de la tubería de nylon poliamida por tubería de metal flexible, redujo los costos de instalación de la línea de combustibles en los motores diesel en un 40 %. Esto eliminó la necesidad de doblar y quitar rebabas, resultando de calidad superior para el servicio.
3. Un botón fenólico que tenía que ir unido a un vástago de acero inoxidable estampado fue reemplazado por una parte de nylon moldeado en interruptores eléctricos de resorte. Resultó una reducción de costos del 60% y la vida del interruptor aumentó en un 65 %.
4. Se diseñó un transportador de banda magnética para mover partes de metal en ascensión casi vertical a alta velocidad, reemplazando a cubetas y dando como resultado menores desperdicios y daños a las partes.
5. Clavos en espiral reemplazaron a clavos de vástago recto en una aplicación que redujo los costos y aumentó el poder de rención del 50 al 200 %.
6. La cadena de acero de una prensa impresora rotativa tenía la producción al 50 % de la capacidad de la máquina debido a rupturas de la cadena. El reemplazo con una banda impulsora especial hecha de neopreno, nylon y acero, redujo el costo de mantenimiento y permitió a la prensa operar a toda velocidad.
7. El usuario de válvulas automáticas de control crítico hechas de acero inoxidable, para el manejo de cloro líquido, se enfrentaba a graves problemas de corrosión. Cambiando a partes de válvula de circonio, se aumentó de cuatro a veinte veces la vida de servicio en comparación con las de acero inoxidable.
8. Al cambiar de acero de bajo contenido de carbono a nylon moldeado se logró un 50 % de ahorro en el costo de levas de marcha rápida al vacío en los carburadores. Eliminaron las operaciones de endurecimiento, estampado y montaje en su fabricación.
9. Una compañía forjadora cambió su sistema mecánico para manejo de carbón a un sistema neumático que costó un 60 % menos y dio como ahorros de \$ 35,000 al año. El nuevo sistema eliminó el polvo, utilizaba carbón más barato y ahorra trabajo y tiempo.

- 12
10. Un fabricante de relojes cambió las cuerdas de sus relojes a delgadas tiras de acero inoxidable. Esto redujo el peso y ahorraba espacio. También eliminaba la corrosión, reducía las rupturas y aseguraba una marcha más exacta. (Como un interesante desarrollo posterior, considerése el reloj eléctrico que no necesita cuerda).

El análisis del valor requiere un ambiente de mutua confianza entre los proveedores y los compradores. En el pasado, por lo general los proveedores titubeaban en proporcionar datos de diseño y de fabricación y de costos a los compradores. Al prevalecer más el análisis del valor, los proveedores están encontrando que el compartir tales datos puede conducir a resultados benéficos para ambas partes. El análisis del valor no está diseñado para abatir el precio del proveedor, sino más bien para crear más valor en el producto e igualar equitativamente este valor con el costo.

3.3. DECISIONES SOBRE HACER, COMPRAR O RENTAR

Un punto que, en ocasiones, se presenta en una empresa fabricante es si la compañía debe principiar a hacer un producto que en la actualidad está comprando a un proveedor. Si existen ciertas condiciones, puede ser prudente la decisión de hacerlo. A continuación se proporcionan buenas razones para hacer los productos en vez de comprarlos:

1. Cuando la compañía puede producir el artículo a un costo sustancialmente menor de aquel al que puede ser comprado.
2. Cuando es estable la demanda por el producto y a un volumen elevado, de manera que pueda recuperarse la inversión en el equipo y puedan evitarse las fluctuaciones en la producción.
3. Cuando la experiencia fabril de la compañía así como el equipo están bien adaptados a la fabricación del producto.
4. Cuando se dispone de espacio y equipo ocioso y de obreros especializados en la fabricación del producto.
5. Cuando los proveedores no cumplen con los requisitos de calidad y funcionamiento.
6. Cuando pueden ahorrarse los costos de transporte reuniendo materiales locales para hacer el producto en vez de mandarlo hacer en una planta distante.
7. Cuando hay filtraciones en la investigación y la compañía desea conservar los "secretos industriales" relativos al productor, materiales de que se compone y el proceso implicado.

Aun cuando éstas son varias razones por las que una compañía decidiría hacer un producto en vez de comprarlo, existen ---

1.2
otras buenas razones para comprar un producto que en la actualidad se esté fabricando. A continuación se dan razones para comprar productos en vez de fabricarlos:

1. Cuando las necesidades financieras del equipo son tan grandes que la compañía no esté en posición de hacer la inversión.
2. Cuando haya fluctuaciones en la demanda para el producto, creando así problemas en la producción.
3. Cuando sea pequeña la cantidad de artículos que se necesitan.
4. Cuando otras compañías mantengan "secretos industriales" o patentes sobre el producto requerido, de manera que no sea posible hacerlo.
5. Cuando se hace frente a las fluctuaciones en los negocios por medio de una rápida disminución de gastos. Como las compras pueden reducirse rápidamente y no así los gastos indirectos sobre el equipo productivo, resulta ventajoso comprar los productos en vez de hacerlos.
6. Cuando la obsolescencia deja sin valor a la maquinaria o reduce su valor sustancialmente.
7. Cuando es alta la proporción de desechos y deterioros inherentes a la fabricación del producto. Comprando el producto, la compañía tiene la certeza de obtener la cantidad que necesita de productos satisfactorios.

Como lo evidencia la lista de las razones para comprar contra las de hacer los productos, la decisión de hacer o comprar es difícil. La decisión correcta tiene un impacto importante sobre lo lucrativo de la firma. A la fecha, estas decisiones se toman subjetivamente. Se usa el análisis del costo para añadir cierta objetividad, pero no se han desarrollado técnicas cuantitativas adecuadas para llegar a conclusiones óptimas. Con el tiempo, pueden desarrollarse modelos de simulación adecuados en el área de las decisiones, de fabricar o comprar.

Otro tipo de decisión a la que se enfrenta el departamento de adquisiciones es si comprar el equipo y los edificios o rentarlos. Es muy común que algunas empresas renten máquinas de oficina, camiones y algo de maquinaria o de máquinas herramientas. Las razones para esto son las siguientes:

1. El equipo suele resultar obsoleto con mucha rapidez. El riesgo de la obsolescencia está a cargo de quien posee el equipo del arrendador.
2. El mantenimiento del equipo suele ser muy especializado como en el caso de las computadoras y del equipo para el proceso de datos. Cuando se renta este equipo, el arrendador se hace cargo del mantenimiento especializado y de las reparaciones.

- 3. El arrendatario dispone de una ventaja impositiva, ya que los gastos de arrendamiento son deducibles para propósitos del impuesto sobre la renta. Si poseyera el equipo, tendría que derramar los gastos por depreciación durante varios años.
- 4. Rentar un equipo representa una erogación financiera menor que la compra del mismo. Si una firma necesita una gran cantidad de equipo y no tiene suficiente efectivo para pagarlo, el rentarlo puede ser una ruta rápida hacia la obtención de dicho equipo.

Otro tipo de decisión sobre arrendamiento es el convenio de venta con opción a arrendamiento. Este tipo de convenio está siendo muy común cuando se adquieren edificios. Típicamente una compañía diseñará un edificio, lo mandará construir, venderá el edificio a una compañía de seguros y luego lo tomará en arrendamiento a ésta en un contrato a largo plazo. En otros casos, una compañía venderá un edificio que posea a inversionistas los cuales se les volverán a rentar. Esta técnica es útil cuando deben liberarse grandes sumas de dinero para otros usos. En vez de tener el capital congelado en bienes raíces la compañía puede dedicarlo a usos más lucrativos. Un ejemplo común se presenta en las cadenas de tiendas de abarrotes que tienen un rápido flujo de efectivo invertido en el inventario y poco, si alguno, comprometido en bienes raíces.

3.4. LA INVESTIGACION DE OPERACIONES EN LAS COMPRAS

Existen varias áreas en la investigación de operaciones que pueden ser aplicadas a las adquisiciones. En las negociaciones se puede emplear la teoría de juegos. Se puede usar la simulación sobre las decisiones de fabricar o comprar. Se puede utilizar la programación lineal para minimizar los costos. El método de Montecarlo es especialmente aplicable a las adquisiciones y se estudiara en este punto. Igualmente se estudiará un modelo para programar las compras para un período dado, cuando la demanda del período es conocida.

3.4.1. APLICACION DEL METODO DE MONTECARLO.

Supóngase que un fabricante utiliza un tipo de herramienta, en particular el número de herramientas que deban pedirse. Su experiencia le indica que una herramienta dada puede tener una vida útil corta o larga, dependiendo de un número de variables que no pueden ser completamente controladas, tales como el tipo de material en el cual se emplee la herramienta, variaciones en la calidad de la herramienta, nivel de destreza del operario que la emplee, el número de horas durante el día en las cuales la herramienta esté en uso, y así sucesivamente. Aun cuando tenga suficiente información sobre estas variables para

construir un modelo de predicción de causa y efecto. no es muy difícil determinar, por los registros del inventario de herramientas, la historia de la vida de la herramienta. Registrando la fecha en que se da salida a una nueva herramienta y cuando se recibe la herramienta desgastada, el empleado puede formular su historia. Por lo tanto, de estos registros se puede formular una distribución de frecuencia del número de días que duró la herramienta en el pasado.

Tales distribuciones de frecuencia no reflejen una distribución estadística normal. Si la reflejan, el gerente podría usar la media aritmética más un número seleccionado de desviaciones estándar para llegar a una decisión con un nivel de confianza dado. Puesto que en este ejemplo, la historia de la vida de la herramienta exhibe una extraña distribución, se puede emplear la técnica Montecarlo para llegar a una decisión. Para propósitos de ilustración, en la fig. 2 se muestra la distribución de frecuencia de la vida de la herramienta. Los datos en este histograma sirven como insumos para la simulación Montecarlo.

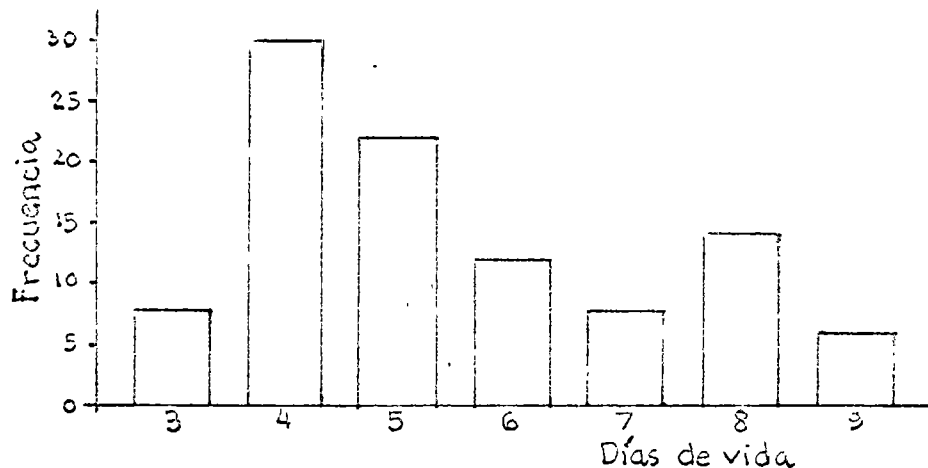


Fig. 2. Histograma de la vida de la Herramienta

Una observación casual del histograma de la Fig. 2 revela que el 60 % de las herramientas duran sólo cinco días o menos. El 40 % restante dura seis, siete, ocho o nueve días, y que su distribución es un tanto inesperada, sobre todo en términos del porcentaje, relativamente grande, que dura ocho días. Para ajustar este problema para la simulación Montecarlo, los porcentajes deberían ser convertidos en números al azar, como en la tabla 1.

La función de la simulación Montecarlo es generar el uso esperado de la herramienta durante el tiempo, con referencia especial a la distribución de las historias de vida. Toma en cuenta las influencias alea

16

torias en el proceso del uso y cada iteración de ensaye tiende a producir una respuesta distinta. Sin embargo, a la larga, las experiencias simuladas tenderán a representar la distribución de frecuencias de la historia de la vida de la herramienta sobre la cual está basado el simulador.

TABLA 1

| Número de días | Porcentaje | Número al azar |
|----------------|------------|----------------|
| 3 | 8 % | 00-07 |
| 4 | 30 | 08-37 |
| 5 | 22 | 38-59 |
| 6 | 12 | 60-71 |
| 7 | 8 | 72-79 |
| 8 | 14 | 80-93 |
| 9 | 6 | 94-99 |

Con el fin de explorar la forma en que trabaja dicho simulador necesitamos establecer una cifra meta u objetivo. Supondremos que el gerente desea determinar que cantidad de herramientas debe pedir para que duren cincuenta días en la máquina. Es obvio que sí cada una de las herramientas que empleeexperimenta la vida de herramienta más larga (nueve días), - por lo menos necesitará seis de ellas. Sin embargo, no es - probable que esto suceda. Por otra parte, si la herramienta se desgasta en el menor tiempo experimentado (tres días) necesitará diecisiete herramientas. Tampoco es probable que - esto suceda. Para determinar qué es lo más probable que suceda, tomando en cuenta las ocurrencias aleatorias, se puede emplear la simulación Montecarlo en la forma siguiente. Se - generará un número al azar de una tabla de números al azar o internamente en un programa de computadora y se comprobará -- contra la gama de números al azar en la Tabla 1. El número - de días asociado con la gama de números al azar será anotado a continuación. Si el total no es igual a cincuenta días, - lo que no sucederá con el primer número, entonces se genera otro número al azar y el número de días que esté asociado a él se agrega al primer número de días. Nuevamente se ve si - el total es igual o excede a cincuenta días. En caso negativo, se genera el siguiente número al azar, se registra el número de días y se comprueba contra la meta de los cincuenta-días. Este procedimiento se repetirá hasta que llegue o se - rebese la meta, en cuyo punto se registrará el número total- de herramientas que se necesitan para cumplir con el objetivo.

Los requerimientos totales representarán sólo una iteración- o estimación del número de herramientas que se necesitan. --

17

Ovviamente como estamos trabajando con una distribución desu-
sada, se puede tener poca confianza en la respuesta. Por lo -
tanto, se repite el ciclo por tantas iteraciones ^{que emerge} -
el modelo. Para demostrar el procedimiento, en la tabla 2 se
describen cinco iteraciones.

El resumen de estas cinco iteraciones revela que para alcan-
zar la meta de cincuenta días de uso o excederlos, en un caso
se requieren nueve herramientas, en tres casos se requieren -
diez, y en un caso se requieren once. Se podría concluir que
podríamos pasar el 80 % del tiempo con una orden por diez he-
rramientas y podríamos pasar el 100 % del tiempo, estaríamos-
seguros con once herramientas. Sin embargo, esta conclusión-
no estará garantizada debido a que el número de iteraciones -
es demasiado limitado en este punto. Es por completo obvio -
que se requieren más iteraciones para tener cierta confianza -
en la predicción.

Para llevar a cabo numerosas iteraciones es útil simular en -
una computadora. El procedimiento en computadora se programa-
con facilidad y el procedimiento en sí está idealmente adecua-
do para la computadora, es decir, implica una gran cantidad -
de cálculos y consultas a la tabla que ha ían que un humano -
se distrajera. Esto fue lo que se hizo con este problema uti-
lizando una terminal remota conectada a una IBM ³⁶⁰ Modelo 50. --
Sólo se presenta un resumen de las cifras aquí para indicar-
el efecto de numerosas iteraciones sobre el proceso de simula-
ción.

La primera serie de simulaciones implicó diez ensayos o itera-
ciones. Se repitió cinco veces con los siguientes resultados:

| Núm de herramientas | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | TOTAL |
|---------------------|---|----|----|----|----|----|-------|
| Simulación 1 | 0 | 2 | 0 | 4 | 4 | 0 | 10 |
| Simulación 2 | 0 | 3 | 5 | 2 | 0 | 0 | 10 |
| Simulación 3 | 0 | 2 | 0 | 4 | 4 | 0 | 10 |
| Simulación 4 | 0 | 3 | 2 | 3 | 2 | 0 | 10 |
| Simulación 5 | 0 | 3 | 5 | 2 | 0 | 0 | 10 |
| Total | 0 | 13 | 12 | 15 | 10 | 0 | 50 |

Así como la simulación inicial dio como resultado una distri-
bución un tanto distorsionada de la historia de la vida de la
herramienta, estos cinco ensayos o iteraciones también refle-
jan historias distorsionadas. Por ejemplo, la simulación 1 --
nos haría creer que podríamos pedir diez herramientas a pri-
go de quedarnos sin existencias el 40 % del tiempo. La simula-
ción 3 confirma esto. La simulación 4 indica que esta regla -
de decisión resultaría en quedar sin existencias el veinte --
por ciento del tiempo. Y las simulaciones 2 y 5 indican que-

TABLA 2. CINCO ITERACIONES DEL USO DE HERRAMIENTAS

| Interacción 1 | | Interacción 2 | | Interacción 3 | | Interacción 4 | | Interacción 5 | |
|--------------------|------|--------------------|------|--------------------|------|--------------------|------|--------------------|-------|
| Núm. al azar | Días | Núm. al azar | Días | Núm. al azar | Días | Núm al azar | Días | Núm. al azar | Días. |
| 48 | 5 | 51 | 5 | 06 | 3 | 56 | 5 | 52 | 5 |
| 22 | 4 | 80 | 8 | 56 | 5 | 62 | 6 | 37 | 4 |
| 06 | 3 | 92 | 8 | 51 | 5 | 44 | 5 | 74 | 7 |
| 13 | 4 | 65 | 6 | 60 | 6 | 50 | 5 | 52 | 5 |
| 51 | 5 | 50 | 5 | 13 | 4 | 95 | 9 | 34 | 4 |
| 94 | 9 | 57 | 5 | 26 | 4 | 57 | 5 | 96 | 9 |
| 78 | 7 | 33 | 4 | 35 | 4 | 06 | 3 | 60 | 6 |
| 69 | 6 | 28 | 4 | 74 | 7 | 45 | 5 | 61 | 6 |
| 21 | 4 | 07 | 3 | 08 | 4 | 54 | 5 | 78 | 7 |
| 09 | 4 | 70 | 6 | 78 | 7 | 22 | 4 | | |
| | | | | 34 | 4 | | | | |
| Total de días = 51 | | Total de días = 54 | | Total de días = 53 | | Total de días = 52 | | Total de días = 53 | |
| Núm de | | Núm de | | Núm de | | Núm de | | Núm de. | |
| herramientas = 10 | | herramientas = 10 | | herramientas = 11 | | herramientas = 10 | | herramientas = 9 | |

RFW¹ pod.

12

no ocurrirán agotamientos de existencias si sólo ordenamos diez herramientas. Todas las cinco simulaciones carecen indicar que al pedir once herramientas se evitaría quedarse sin existencias. Otra vez esto es intuitivamente no realista. Para desarrollar respuestas más reales, se necesita un número mayor de iteraciones.

La segunda serie de simulaciones comprendió cincuenta ensayos o iteraciones. Se repitió cinco veces con los siguientes resultados:

| Núm.de herramientas | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | TOTAL |
|---------------------|---|----|----|----|----|----|----|-------|
| Simulación 1 | 0 | 5 | 21 | 19 | 3 | 1 | 0 | 50 |
| Simulación 2 | 1 | 5 | 12 | 20 | 12 | 0 | 0 | 50 |
| Simulación 3 | 0 | 4 | 22 | 13 | 8 | 3 | 0 | 50 |
| Simulación 4 | 2 | 8 | 14 | 19 | 6 | 1 | 0 | 50 |
| Simulación 5 | 2 | 7 | 15 | 21 | 4 | 0 | 1 | 50 |
| Total | 5 | 30 | 84 | 92 | 33 | 5 | 1 | 250 |

Aumentando las iteraciones de diez a cincuenta, principian a aparecer ciertos fenómenos reales. Hay varias simulaciones que contienen siete herramientas que no aparecen con una iteración límite de diez. En forma similar, hay un caso en el cual se requieren trece herramientas, lo que no aparece en las simulaciones que implicaron diez iteraciones. En general, la variación en términos de porcentajes tiende a reducirse de siete a trece herramientas.

Para explorar otro paso de aumento en el número de iteraciones, se corrió el programa de la computadora con cien iteraciones por simulación y el procedimiento de la simulación se repitió cinco veces. Los resultados son los siguientes:

| Núm.de herramientas | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | TOTAL |
|---------------------|---|----|-----|-----|----|----|----|-------|
| Simulación 1 | 0 | 16 | 38 | 32 | 12 | 1 | 1 | 100 |
| Simulación 2 | 1 | 18 | 28 | 32 | 21 | 0 | 0 | 100 |
| Simulación 3 | 1 | 15 | 36 | 30 | 14 | 4 | 4 | 100 |
| Simulación 4 | 1 | 18 | 28 | 32 | 21 | 0 | 0 | 100 |
| Simulación 5 | 1 | 9 | 31 | 41 | 16 | 0 | 0 | 100 |
| Total | 4 | 76 | 161 | 167 | 86 | 5 | 1 | 500 |

A este punto de la simulación Montecarlo, las predicciones del uso de herramientas principian a formar diseños razonablemente estables. La gama es claramente siete herramientas mínimo y trece herramientas máximo. El porcentaje de las expectativas para determinados niveles de adquisición están resultando un tanto consistentes. Para comprobar se hizo una corrida final emplando mil iteraciones. Los resultados son como sigue:

| | | | | | | | | |
|---------------------|---|-----|-----|-----|-----|----|----|-------|
| Núm.de herramientas | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | TOTAL |
| | 9 | 122 | 313 | 376 | 154 | 26 | 0 | 1000 |

La simulación de mil iteraciones indica que si se piden doce herramientas la probabilidad de que se agoten es cero. Si se piden once herramientas, la probabilidad de que se agoten aumenta el 2.6 %. Si se piden diez herramientas, la probabilidad de que se agoten aumenta por otros 15.4 % para un total del 18.0 %. En este punto, el encargado de decisión puede afirmar el riesgo que está dispuesto a correr y puede colocar su pedido con una idea relativamente específica del nível de confianza con el cual está operando.

La historia del uso de herramientas presentada en este problema refleja un diseño que no se conforma con ninguna distribución estadística estándar y, como tal, se presta a la simulación Montecarlo. Si este modelo de uso se conformara a una distribución estadística estándar, se podría encontrar directamente la respuesta usando un promedio ponderado y calculando los límites de confianza. Aun cuando se use un generador de números al azar aleatoria, es posible desarrollar grados de confianza, como se hizo en este problema usando los porcentajes reflejados por el histograma de las grandessimulaciones. Para indicar por qué ocurre esto, examinaremos un histograma sumamente extraño y lo sujetaremos al proceso de simulación Montecarlo. Este histograma se muestra en la Fig. 3.

En el caso de la Fig. 2, las herramientas tienen igual probabilidad de durar tres, cuatro, cinco, seis o siete días. Si se preguntara cuántas herramientas se necesitarán para servir a una máquina durante cincuenta días, uno de los métodos sería el usar un promedio ponderado en la forma siguiente:

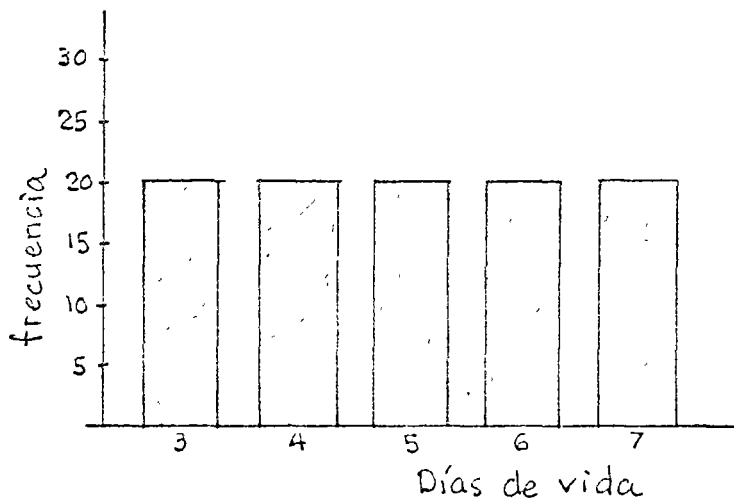


Fig. 3 Histograma de vida igual de la herramienta.

| <u>Núm. de días</u> | <u>Peso</u> | <u>Días Ponderados</u> |
|---------------------|-------------|------------------------|
| 3 | .20 | .6 |
| 4 | .20 | .8 |
| 5 | .20 | 1.0 |
| 6 | .20 | 1.2 |
| 7 | .20 | 1.4 |
| | | <u>5.0</u> |

Dado un requerimiento de cincuenta días, y un promedio ponderado de vida de la herramienta de cinco días, llegamos a una necesidad promedio de diez herramientas. Para indicar la forma en que esto varía en una simulación Montecarlo, se corrieron diez ensayos y se repitió el proceso cinco veces con los resultados siguientes:

| Núm de herramientas | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | TOTAL | MEDIA |
|---------------------|---|---|----|----|----|----|-------|-------|
| Simulación 1 | 0 | 1 | 8 | 1 | 0 | 0 | 10 | 10.00 |
| Simulación 2 | 0 | 0 | 4 | 4 | 2 | 0 | 10 | 10.80 |
| Simulación 3 | 0 | 1 | 5 | 3 | 1 | 0 | 10 | 10.40 |
| Simulación 4 | 0 | 2 | 4 | 3 | 1 | 0 | 10 | 10.30 |
| Simulación 5 | 0 | 1 | 3 | 3 | 3 | 0 | 10 | 10.80 |
| Total | 0 | 5 | 24 | 14 | 7 | 0 | 50 | |

Como indica lo anterior, existe un importante grado de variabilidad en las respuestas debido a la generación de números al azar para el uso de la herramienta. Las medias varían del 10.00 al 10.80 sin embargo, y se aproximan a la solución a que se llegó con la media ponderada. Para llevar la ilustración a un punto más, considere el siguiente grupo de cinco simulaciones en las cuales se corrieron cien ensayos:

| Núm de herramientas | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | TOTAL | MEDIA |
|---------------------|---|----|-----|-----|----|----|-------|-------|
| Simulación 1 | 0 | 11 | 46 | 31 | 12 | 0 | 100 | 10.44 |
| Simulación 2 | 2 | 16 | 42 | 29 | 8 | 3 | 100 | 10.44 |
| Simulación 3 | 0 | 16 | 41 | 35 | 8 | 0 | 100 | 10.36 |
| Simulación 4 | 2 | 13 | 45 | 31 | 8 | 1 | 100 | 10.33 |
| Simulación 5 | 0 | 11 | 46 | 31 | 12 | 0 | 100 | 10.44 |
| Total | 4 | 67 | 220 | 157 | 46 | 4 | 500 | |

En este caso, la gama de las medias se redujo de 10.00-10.80 a 10.33-10.44 herramientas. Lo importante es que aun cuando la distribución original representaba iguales probabilidades de vida de la herramienta como en la Fig. 3, las respuestas derivadas de la

simulación forman una distribución que se aproxima a la curva normal. Por lo tanto, es posible establecer límites de confianza al llegar a una decisión. En el caso de los totales en la gráfica anterior para quinientas iteraciones, parecería que al pedir trece herramientas se cubrirían los requisitos de cincuenta días el 100% del tiempo. Pidiendo doce herramientas se cubrirían los requisitos del 99.2 % del tiempo; pidiendo once herramientas se cubrirían los requisitos del 89.6 % del tiempo; pidiendo diez herramientas se cubrirían los requisitos del 58.2 % del tiempo. El encargado de la decisión, ayudado por estos límites de confianza está en mejor posición de elegir el número de herramientas que deba pedir.

CENTRAL ECONOMIC CONSIDERATIONS

Conditions of Competition

Economists of the classical school speak of a competitive scale that includes three distinct kinds of competition. At one end of the scale is *pure* (or perfect) *competition*. Pure competition exists only under the following circumstances:

- The market contains a large number of buyers and sellers of approximately equal importance.
- The products traded are homogeneous (a buyer would not desire one particular seller's product over any other's).
- The buyers and sellers always have full knowledge of the market.
- The buyers always act rationally and sellers are free to enter and to leave the market at will.

The buying and selling actions of *individual buyers* or sellers, under these circumstances, are not of sufficient magnitude to affect the market as a whole and thus cannot influence price movements. The only influence traders can exert on this kind of market is their choice of action to buy or not to buy, to sell or not to sell. The forces of supply and demand determine prices under conditions of pure competition.

At the other end of the competitive scale is *monopoly*. Under conditions of monopoly, one seller controls the entire supply of a particular commodity and thus is free to maximize his profits by regulating output and forcing a supply-demand relationship that is most favorable to him. The area between the extremes of pure competition and monopoly is called *imperfect competition*. Imperfect competition takes two major forms. First, it exists when a few sellers produce identical products. Second, it exists when either a few producers or many producers sell essentially similar products which the buyer *believes* to be different.

Pure competition, if it exists at all, exists only in a few agricultural industries. Monopoly exists primarily in government-regulated utilities. Most firms and industries operate in the marketing area of imperfect competition. Most firms, therefore, have some control over their prices, since they are not simultaneously competing with a large number of rival firms selling identical products to a large number of informed, rational buyers.

It is vitally important that the industrial buyer recognize the fact that individual firms are free, within certain limits, to regulate their own pricing. The pricing flexibility an individual buyer actually encounters depends on where a particular firm falls on the nation's entire competitive scale. Pricewise, a buyer can negotiate very little with firms at the extremes of pure competition and monopoly. What proportion of firms are free and willing to compete ac-

THE RIGHT PRICE I

Whether in periods of inflation, or price stability, or recession, obtaining materials at the right price can literally mean the difference between a firm's success or failure. Professional buyers interpret the right price to mean a "fair and reasonable price." Unfortunately, there is no single set of pricing principles which can be used for calculating precisely what constitutes a fair and reasonable price for any given purchase. The right price from one vendor is not necessarily the right price from all vendors, at either the same or different points in time. To obtain the right price, a number of constantly changing variables must be evaluated in the light of the total circumstances surrounding a specific purchase at a specific point in time. Because of its variable nature, the right price is of *prime importance* to competitive enterprise.

It would be extremely helpful for buyers and sellers alike if a universally applicable set of criteria for determining price correctly did exist. It would be even more helpful if these criteria could be reduced to a single quantitative formula applicable to all types of business organizations, all types of production, and all types of purchases. In the absence of a specific formula, however, buyers must be guided by certain pricing generalizations, both theoretical and empirical, that do exist. These generalizations, properly applied, can guide buyers to include and to weigh adequately most considerations that bear on a particular pricing problem.

Knowledge of the factors influencing price trends helps the buyer in making his advance buying and inventory decisions.

Despite all the publicity given to small business, the United States is essentially a nation of big business. In Chapter 4, the economies of standardization and mass production are examined. It is the economies of bigness (or scale) that have given Americans automobiles, television sets, washing machines, refrigerators, skyscrapers, and many other such products in an abundance shared by no other nation on earth. It has been conservatively estimated that less than 15 percent of the nation's firms produce almost 85 percent of its total manufacturing output.

In order to smooth out irregular production levels and to gain competitive advantages, bigness encourages industrial firms to sell a *line* of products, rather than just a single product. Very few firms attempt to earn the same profit margin on each product in the line. Most firms price their products to generate a satisfactory profit return on their whole line, not on each product in the line. Such a pricing policy permits maximum competition on individual products. As a result, the more efficiently produced products in the line are priced to yield profits large enough to offset losses on smaller margins sustained on other products. This system of pricing stems naturally from the fact that a large, diversified firm is able to produce some items more efficiently than others. The profits from the efficiently produced and "successfully priced" items are used to offset the losses of the inefficiently produced items needed to complete the product line.

An understanding of the theory and the reasons for a policy of variable pricing is an important guidepost for buyers in their search for the right price. The analytical buyer, because of this system of pricing, is often able to capitalize on situations that benefit competing suppliers as well as his own firm. For example, suppose items A and B are in the product lines of two competing suppliers. Because of the differences in volumes, manufacturing skills, and costs, only one of the items is profitable for each company. Item A is a big money maker for company X, while it is a slight money loser for company Y. For item B, the situation is reversed, it is a money maker for company Y and a money loser for company X. Overall profit margins for both companies are small.

If a sophisticated buyer, who uses both item A and item B, can work out with the competing companies a schedule of production that permits each company to concentrate on its profitable (low-cost, high-volume) product, item A for company X and item B for company Y, everyone stands to gain from such an arrangement. A perceptive buyer who uses both products can thus contribute substantially to the solution of a mutual pricing problem. Lack of competitive cost data, plus the fear of jeopardizing its position with a particular customer, usually prevents a supplier from initiating such action, regardless of its potential for profitability.

tively, and what proportion are in situations making competition unnecessary? Theodore Krepes, Professor of Business Economics at the Stanford University Graduate School of Business, visualizes the nation's economy as being approximately 70 percent free.¹ Pure competition rarely exists. Large-scale mass production in some industries creates a bigness that permits monopolistic tendencies. Generally speaking, however, pricing in these industries tends heavily toward the competitive side. The results of Krepes' study clearly indicate that buyers in most purchasing situations have considerable latitude for negotiating prices with their suppliers.²

It is a common occurrence in the United States for a few suppliers to produce the bulk of a given commodity; economists call this situation *oligopoly*. Typical examples of oligopoly are the chemical, automobile, steel, and rubber industries. It is frequently thought that this kind of organizational arrangement prevents price competition. If the oligopolists conspired to act together as monopolists, price competition would be thwarted. The facts, however, indicate that price conspiracies are not the normal order of business. Although occasional conspiracies are uncovered, any buyer who has purchased in oligopolistic markets knows that price competition is usually intense. For example, through extremely competitive dealer agencies, Ford strives intensely to outsell Chevrolet, and vice versa.

At times, large industries hold firmly to their price schedules over long periods of time. During these periods, however, they often shift their competitive efforts to other areas, such as service. This less obvious indirect price competition is tantamount to direct competition. Prices, in effect, are reduced by the seller who agrees to perform such additional services as holding the customer's inventory, extending the time of his payments, or absorbing his freight charges. The amount of service a firm is able to obtain usually correlates directly with the skill and perception of its purchasing department.

Prices fluctuate both up and down. However, there is a tendency for prices to react to upward pressures more readily and more freely than to downward pressures. Regarding downward price trends, any businessman is reluctant to reduce prices. Also, such built-in stabilizers as guaranteed retirement plans, insurance plans, and long-term labor contracts make downward prices somewhat inflexible. Regarding upward price trends, there are four dampers that act to slow price rises: lack of customers, vigorous competition among sellers, countercyclical monetary policy, and insufficient total effective demand.

¹ T. J. Krepes, "An Evaluation of Antitrust Policy," Joint Committee Print, 86th Cong., Study Paper no. 22, Government Printing Office, 1960, p. 12.

² Recent studies by such outstanding economists as George Stigler of Chicago, Warren Suttler of Virginia, and Clair Wilcox of Swarthmore have shown competitive relationships similar to those researched by Krepes.

Considerations other than production efficiency can also influence the relative size of profits. Six of the most important of these considerations are as follows:

1. Compensation is the basic reward for risk taking, as well as the reward for efficiency, therefore, higher profits justifiably accompany extraordinary risks, whatever form they take. Specifically, great financial risk always accompanies the production of new products. For this reason, a higher profit for new products is often necessary to induce a vendor to take the risk.
2. A higher dollar profit per unit of product purchased on small special orders is generally justified over that allowed on larger orders. The justification stems from the fact that the producer incurs a fixed amount of setup and administrative expense, regardless of the size of the order. Consequently, his cost of production for each unit is greater on small orders than on large orders. Since he incurs this cost at the request of the buyer, he usually demands a proportionately higher absolute profit before accepting an order which forces him to use his facilities in a less efficient manner than he might otherwise do.
3. Rapid technological advancement creates a continuing nationwide shortage of technical talent. The cost in dollars and time of training highly technical personnel frequently makes it necessary to pay a higher profit on jobs requiring highly skilled people.
4. In the space age, technical reliability can be a factor of overriding importance. A higher profit is generally conceded as justified for a firm which repeatedly turns out superbly reliable technical products, than for one producing less reliable products. Good quality control, efficiency in controlling costs, on-time delivery, and technical assistance that has resulted in better production or design simplification all merit profit consideration.
5. On occasion, because of various temporary unfavorable supply-demand factors (e.g., excessive inventories, a shortage of capital, a cancellation of large orders), a firm may be forced to sell its products at a loss in order to recover quickly a portion of its invested capital or to keep its production facilities in operation.
6. A company that manufactures a product according to the design and specifications of another company is not entitled to the same percentage of profit as a company which incurs the risk of manufacturing to its own design. In the first instance, the manufacturing company is assured of a sale without marketing expense or risk of any kind, provided only that it fulfills the terms of the contract. In the second instance, the manufacturing company is without assurance that its product can be sold in a competitive market.

In summary, there is no single answer to the question, "What is a fair profit?" In a competitive free-enterprise society, profit is generally implied to mean the reward over costs that a firm receives for the measure of efficiency it attains and the degree of risk it assumes. From a purchasing viewpoint, profit provides two basic functions. First, it induces the seller to take the order. Second, it

Fair Profit

There are no precise formulas which can be used to help form a positive judgment concerning the right price (of which profit is one component—price = cost ± profit). There are, however, certain basic concepts of pricing on which scholars and practitioners do agree. One objective of sound purchasing is to achieve good vendor relations. This objective implies that the price must be high enough to keep the vendor in business. The price must also include a profit sufficiently high to encourage him to accept the business in the first place, and to motivate him to deliver the product on time. What percentage of profit does it take to get these two desired results? On what basis should it be calculated?

If profit were calculated on a percentage-of-cost basis, the high-cost, inefficient producer would receive the higher profit. To make matters even worse under the cost concept of pricing, a producer who succeeded in lowering his costs by attaining greater efficiency would be rewarded by a reduction in profit. For example, if an efficient producer has costs of \$1,000 and a fair profit is agreed to be 10 percent of cost, his profit would be \$100. If an inefficient producer has costs of \$1,500, his profit on the same basis would be \$150. If by better techniques the efficient producer should lower his costs to \$200, his reward would be a \$20 loss in profit—from \$100 to \$80. Obviously, the concept of determining a fair profit as a fixed percentage of cost is unrealistic.

A second basis on which profit might be evaluated is its relationship to the capital investment required to produce the profit. Profit might be calculated as a percentage of capital investment. However, under this system it would still be possible for the inefficient producer to receive the greater reward. For example, suppose firm A makes a capital investment of \$2 million to produce product X. Firm B, on the other hand, invests only \$1 million in its plant to produce product X successfully. From the buyer's point of view, there is no reason whatsoever why firm A, simply because of its greater investment, should receive a higher profit on product X than firm B. Firm B, in fact, is utilizing its investment more efficiently. Profit calculated as a fixed percentage of a firm's capital investment is thus not a satisfactory method for a buyer to use in determining a fair profit.

Both the fixed-percentage-of-cost and the fixed-return-on-capital methods (all other things being equal) reward the inefficient producer and penalize the efficient producer. In a capitalistic society, the incentive for more efficient production is greater profit. A fair profit in a capitalistic society, therefore, cannot be a fixed percentage figure. Rather, it is a flexible figure that should be higher for the more efficient producer than it is for the less efficient producer. To have it otherwise is to reward inefficiency. One of a buyer's greatest challenges is consistently to seek out the efficient, low-cost producer.

perform in accordance with the terms and conditions of the order or contract, should he be the successful bidder. Governments are generally not able to restrict the number of bidders to only eight. Rather, all vendors desiring to bid are permitted to do so (for large purchases, the numbers are literally in the hundreds). Under competitive bidding, industrial buyers generally, *but not always*, award the order to the lowest bidder. By law, government buyers are customarily required to make the award to the lowest bidder, provided the lowest bidder is deemed qualified to perform the contract.

Competitive bidding *does* assure the buyer of obtaining the lowest price when the following five criteria prevail:

1. The dollar value of the specific purchase is large enough to justify the expense, to both buyer and seller, that accompanies this method of purchase. Excluding informal telephone bids, \$300 to \$500 seems to be the reasonable low dollar average now used by industry for this type of purchasing. Government agencies vary their lows from \$10 to \$2,500.
2. The specifications of the item or service to be purchased are explicitly clear to both buyer and seller. In addition, the seller knows from exact previous experience, or can estimate accurately from similar past experience, the cost of producing the item or rendering the service.
3. The market consists of an adequate number of sellers.
4. The sellers comprising the market actively want to bid on the contract and are therefore willing to price competitively to get it. In our highly technical society, it frequently happens that criteria 1, 2, and 3 prevail, yet there is no *real* competition because sellers are not anxious to bid. Huge backlogs of work in some sellers' plants may prevent competition. Under such circumstances, additional orders are not wanted. Any additional orders taken would entail overtime operation and its attendant problems of scheduling difficulties and premium wage payments. Under such circumstances, if bids are made at all, they are at prices that include all manner of contingencies.
5. The time available is sufficient for this method of purchasing. Suppliers for large contracts must have time to obtain and evaluate bids from their subcontractors before they can calculate their best price. Bidders must also have time to perform the necessary price analysis required within their own organizations. The time required for preparing, mailing, opening, and evaluating bids is usually considerably longer than those unfamiliar with this system of pricing would expect. Thirty days is not an uncommon time.

If all five criteria for making competitive bidding feasible do exist, the buyer is assured of receiving the lowest possible price by using this method of pricing. This is because, when properly used, the competitive bidding system itself perfectly evaluates the many pricing factors bearing on the purchase being made. These factors include such things as vendor production efficiency, willingness

induces him to perform as efficiently as possible, to deliver on time, and to provide all reasonable services in connection with the order that will assist the buyer. Except in those temporary cases where a firm is willing to sell at a loss, the profit is too low if it does not create these two incentives for the seller.

HOW TO OBTAIN THE RIGHT PRICE

Methods of Pricing

There are three basic methods by which a buyer can seek to arrive at the right price: published price lists, competitive bidding, and negotiation.

Published Price Lists. *Published price lists* in the form of daily quotations exist for standard commodities traded on the various commodity exchanges throughout the world. Price lists also exist for most standard items of "hardware" and office supplies carried by typical firms in their inventories.³ Usually the latter type of price list shows different prices for varying quantities. Quite often a vendor who has a particular commodity in inventory will sell at a price lower than the price quoted for the commodity on the exchange. The same kind of situation exists for several million standard manufactured items carried in company inventories throughout the country. The prices shown on a vendor's price list are the prices the vendor would like to get. They can best be called his *asking prices*. They may or may not be his actual selling prices.

Competitive Bidding. *Competitive bidding* is a widely discussed form of purchasing. Most of the discussion in newspaper and magazine articles on this subject centers on government (local, state, and federal) purchasing. Many well-meaning but grossly misinformed citizens have been led to believe that competitive bidding is an assured technique for the wise expenditure of public funds in all purchasing situations. Competitive bidding is but one of three methods by which price can be determined. It is nothing else. Certainly it is not a nostrum or an infallible technique that assures the honest purchase of quality products at rock-bottom prices! This concept of competitive bidding is an illusion.

When competitive bidding is used by private industry, requests for bids are usually sent to from three to eight vendors, depending on the dollar size of the purchase. A request for bids asks the seller to quote the price at which he will

³ Hardware, in this case, includes all standard manufactured items of inventory. Most firms carry an inventory of such things as wrenches, hand tools, lubricant, and fabricated parts used in their industry—electronic parts to electronic tubes, electrical parts for electrical firms, etc.

tingencies for labor costs, material costs, and all other costs they can think of. For example, if a vendor is not sure how many hours it will take to do the job he has been asked to bid on (because he has not previously done a similar job), to protect himself, he will base his bid on the greatest number of hours he contemplates the job might take. Vendors are not at fault in accepting high profits when buyers are naive enough to use an incorrect method of price determination. *Caveat emptor!* To buy wisely is the buyer's responsibility. Competitive bidding improperly used is an unnecessary expense. Competitive bidding properly used is an excellent method of obtaining a fair price. Generally speaking, this method of pricing is most applicable to highly standardized products and services that are widely used and produced abundantly for stock by many manufacturers.

Negotiation. In competitive bidding, the method of purchase itself leads to selection of the vendor and determination of the price. *Negotiation* should be used in all situations where any one of the mandatory five criteria for competitive bidding does not prevail. When the time is too short, the dollar value of the order is too low, the number of bidders is inadequate, their willingness to compete is lacking, or the specifications are vague, the buyer has no choice but to negotiate. By use of individual skills and research, he must attempt to answer properly the questions of final source selection, vendor production efficiency, vendor managerial capability, pricing, and all other important questions that the competitive bidding technique answers automatically.

Use of the negotiation technique does not preclude competition or competitive bidding. In fact, negotiation as a method of price determination seeks and exploits competition just as vigorously as does competitive bidding. In negotiation, competition is sought on a less formal basis and generally includes the areas of quality, quantity, and service, as well as the area of price. When adequate price competition does not exist, a fair price should be determined by first analyzing cost, profit, and price, and then by negotiating.

Negotiation is particularly useful, although not always fully successful, in dealing with sellers who are the sole source of supply, or with sellers controlling multiple sources that through collusion or some other method of price fixing refuse to compete. In cases where costs are not determinable in advance, as in most research contracts and many contracts for items that have never been made before, there is no alternative to negotiation.

By far the major percentage of industrial buying is done by negotiation. Contrary to popular belief, the same situation exists in military procurement (roughly 85 percent). On the other hand, nonmilitary departments of the federal government and most echelons of state governments buy almost exclusively by competitive bidding. There is much evidence to support the conclusion that competitive bidding could advantageously be used more widely in

of the vendor to price this particular contract at a low profit level, the financial effect on the vendor of shortages of capital or excessive inventories, errors in the vendor's sales forecast, and competitive conditions in general. In negotiation, each of these pricing factors has to be evaluated individually through buyer-seller discussion.

Because the results from and the proper uses of competitive bidding appear to be widely misunderstood, this system of pricing is frequently abused by both industry and government. Government officials, because of political pressures from their constituents, tend to overuse competitive bidding. The reason for overuse is easily understood. By allowing all constituents the opportunity to compete, regardless of their qualifications, or by stressing the applicability of competitive bidding as the best method of pricing, friends can be made and politicians kept out of disputes with politically powerful constituents who are unqualified bidders. Contrarywise, industrial purchasing managers tend to underuse competitive bidding. Too often industrial buyers hold steadfastly to the unsound premise that purchasing judgment is not required when competitive bidding is used. In fact, planning the preliminaries correctly for competitive bidding takes purchasing judgment of the highest order.

If the preliminary planning of tight specifications, correct quantities, precise schedules of delivery, adequate time of placing bids, and general economic analysis is done correctly, selecting the successful bidder is generally routine. Except in unusual circumstances, the low bidder should receive the business. Purchasing judgment and analytical planning should normally be exercised *before* competitive bids are requested, not after the bids are in. If it yields poor pricing, the competitive bidding method of purchasing has been used erroneously. Either purchasing judgment and planning were faulty prior to vendor solicitation, or at least one of the five criteria essential to justify this method of purchasing did not prevail.

The general belief that *adequate competition* is the best way of obtaining the right price is correct. However, the belief that competitive bidding *per se* assures adequate competition is wrong. Competitive bidding assures adequate competition and the right price *only* when the mandatory five criteria for this method of pricing prevail. Too often industry and government alike err in using competitive bidding for highly technical products with vague specifications. This practice inevitably leads to faulty cost estimation and price padding. The price padding that attends such cases is not the result of the method of price determination. Rather, it is the result of the poor purchasing judgment of the buyer. He is guilty of incorrectly using a good and effective tool.

Vendors will bid on any product or service buyers ask them to bid on. If vendors do not have cost information, do not understand the specifications fully, or already have large backlogs, they will include in their bid prices com-

miscalculated his costs or misinterpreted the contract requirements, or whether he actually has operating superiority over his competitors.

When neither competitive bids nor company estimates are available, the buyer can often fall back on rule-of-thumb methods of estimating to arrive at a basis for price comparison. Even though they lack precision, rough estimates of price can be useful as general indicators. Buyers are well advised to search for and develop price evaluation guides such as dollars per pound, per square foot, per gallon, or per horsepower. Such fundamental yardsticks often serve to uncover unreasonable prices. Interestingly, even the most intricate and expensive scientific instruments and self-indexing machines frequently conform to a general (an empirically derived) pound-per-dollar scale of value.

When analyzing prices in cases where the vendor is paying freight charges, the buyer should separate the freight cost from the material price. Only by doing this can he properly evaluate the material price. This knowledge also permits him to check the appropriateness of the freight charge itself. Being thus informed, the buyer is prepared to act quickly in renegotiating price with the vendor in the event that freight rates are lowered.

Practical Methods of Estimating Price

Although competent buyers rely heavily on pricing and economic theory to determine the right price, of necessity they must also be able to use the practices of the trade. Successful pricing usually depends, as do most successful business actions, on the correct combination of both art and science.

In practice, one of the first things a buyer does to assure good pricing is acquire a thorough knowledge of the materials he buys. This knowledge is absolutely essential. Buyers who purchase transistors must know all about the different properties of transistors, how they function, and how they are used in different applications. They must also have a *practical* knowledge of transistor manufacture. Buyers who purchase carpets must know the detailed differences among wool, cotton, and the various synthetics. They must have a *practical* knowledge of each kind of carpet. They must know which carpet material is best for a specific use, how carpets are best cleaned, best repaired, etc. Only after buyers gain knowledge of the materials they purchase can they develop a feeling for the proper price range for these materials. With such practical knowledge, buyers can recognize instantly prices that are out of line.

When a buyer purchases material for the first time, he must look to reliable sources for practical help. Assume that paper is the material being purchased. Paper pricing is characterized by published price lists, which do not necessarily reflect the actual prices other buyers are paying for paper. However, it is

industry and less widely in government. If in any given purchasing situation, however, competing sellers are all qualified to perform the contract, and if the five prerequisites for competitive bidding exist, the forces of competition are more likely to point up the right source and the right price than is the most skilled negotiator.

Price Investigation

To ensure that a price is fair and reasonable, the buyer should conduct some form of price investigation for each purchase he makes. The more certain he is that full competition exists, the less the degree of price analysis needed. When there is no price competition for large purchases, the buyer must analyze thoroughly the pricing information submitted by the seller. In the absence of competition, there is little a buyer can do in the *short run* to avoid paying "whatever the market will bear." In the long run, an alternative source of supply can usually be developed, in one way or another. Buyers must conscientiously search for such new sources. The mere fact that a buyer is looking for another source often makes a sole-source supplier willing to negotiate better pricing. A buyer can sometimes benefit or protect himself by requesting a certified statement from an officer of the selling company guaranteeing that the buyer's pricing is no less favorable than the seller is giving other similar customers.

Price analysis is not simply a question of comparing currently offered prices with prices previously paid, nor is it solely a question of comparing currently offered prices with each other. Prices are dependent on many factors, such as delivery schedules, order quantities, manufacturing costs, labor rates, and general economic conditions, all of which can vary in value to the buyer with time. Price comparison with earlier purchases becomes less valid as the quotations become more widely separated in time. For example, during the time period of the comparisons, it is highly probable that labor rates will have changed, it is even more likely that productivity will have increased, and therefore that the manufacturing time for the particular item will be less. Because of such considerations, direct price comparisons often are less valid than they may at first appear. A keenly competitive bid is the best standard a buyer can hope to use for direct comparison of prices, but such a standard is valid only if the five criteria for competitive bidding exist.

These factors do not lessen the need for price analysis. Actually, even simple bid comparisons can immediately reveal such important facts as an unrealistically low bid. A bid that is out of line with the other bids or with the buying company's estimated price immediately alerts the buyer. He now knows that he must investigate further to determine whether the low bidder has

Buyers are constantly subjected to sellers' attempts to convince them that the seller's product is distinctive and should not be bought on such a mundane basis as price. This situation is not surprising. Firms which manufacture truly distinctive products, such as Polaroid's cameras and Xerox's copying machines, usually enjoy relatively high profit margins (25 to 35 percent net is not uncommon). In industries where products are more competitive, profit margins are relatively low (typically 4 to 6 percent net). Informed buyers are well aware of these realities and, with experience, can easily cope with them. To pay high profit margins for truly distinctive products can be good buying. However, to pay high profit margins for competitive products is poor buying and reflects a lack of fundamental purchasing analysis.

COST ANALYSIS

Competition among sellers, coupled with aggregate purchaser demand, largely determines market price levels. The seller's costs of production and distribution typically play a secondary role in the determination of price in the marketplace. When reasonably strong competition exists among sellers, competitive bids can be the best method of obtaining a fair purchase price; bidders will submit prices they believe are low enough to secure the business and, at the same time, produce an acceptable profit. When competition is not adequate, cost analysis is the only basis upon which a buyer can determine prices that are fair and reasonable. In the absence of reasonable competition, the buyer should select negotiated procurement as the method for determining price. For this reason, cost analysis is almost always confined to negotiated procurements.

As a starting point for cost analysis in a negotiated purchase, the buyer should include a request for a cost breakdown with his requests for quotations. This is the proper time to make such a request. When it is made at this time, vendors cannot complain that it is an extra burden, since they must make such an analysis in preparing their own quotations. A simple procedure used by a number of progressive firms for obtaining cost breakdowns is to include the following statement with their requests for quotations: "The buyer will not consider any quotation not accompanied by a cost breakdown." A simple cost analysis request form is shown in Figure 6-1. Not all vendors readily provide cost of production information, however, the number refusing to do so for non-standard items is shrinking rapidly.

The purpose of analyzing cost, profit, and price is to arrive at a price that both buyer and seller can accept as reasonable. The buyer can make estimates of his own, or, with the help of his engineering department, he can analyze the estimates submitted by the seller. To analyze a seller's costs, a buyer must un-

possible to look at the General Services Administration (GSA)⁴ paper contracts. These contracts show the GSA prices which are at or near bottom prices. Interestingly, a large banking corporation used the GSA catalog as a most important practical tool in reducing its paper prices by a substantial percentage. In addition to the GSA catalog, publications such as *The Wall Street Journal*, *Purchasing Week*, and *Consumer Reports* often contain valuable pricing information.

Target Costs

Many purchasing departments have, on either a formal or an informal basis, a purchasing analysis section. This section generally performs three basic functions:

- 1 Analyzes trends and determines prices of raw materials
- 2 Analyzes production costs of purchased parts and subassemblies
- 3 Helps in determining the price of purchased parts and subassemblies manufactured within the firm for assembly into the firm's products

A practical application of the first type of analysis for raw materials would be to analyze the price of the ingredients which make up paint. By analyzing the actual cost of the pigments (lead, titanium, gypsum, etc.) and the vehicles (drying oils, resin, thinner, etc.) going into the paint, and then adding to these costs for materials the estimated cost of production and overhead, the analyst can calculate an estimated or target price toward which the buyer can negotiate.

For the second type of analysis, purchased parts and subassemblies can be subjected to the same type of practical analysis. An engineer in the price analysis section can estimate for each part the costs of materials, labor, and overhead. All these, added together, give a target cost toward which the buyer can negotiate. Experienced buyers with a thorough knowledge of the materials they purchase and the markets in which they purchase can themselves make surprisingly accurate estimates of cost.

By appropriately combining the two types of analysis, much information can be acquired about the firm's own product costs. This information can be used in making good make-or-buy decisions and in improving production scheduling and techniques.

⁴The General Services Administration performs the buying function for this commodity for various departments of the federal government.

Variable costs are those incurred by a supplier as a result of his performing a specific contract. They are called variable because they vary directly with the quantity of production of a particular product. Variable costs include direct labor wages, the cost of materials, and a small number of overhead costs which the supplier incurs in filling the order. For example, if a specific cutting tool costs \$10 and lasts for 100 cuttings, each cut represents a variable cost of 10 cents. If three cuts were required in machining a specific item, the variable cost for cutting would be 30 cents. Thus variable costs represent money the supplier can keep if he does not perform a specific contract and money he must pay if he does perform it.

Fixed costs are costs a vendor must pay simply because he is in business. They are a function of time and are not influenced by the volume of production. For example, if the lathe that held the cutting tool in the preceding example depreciates at the rate of \$25 a month, this is a fixed cost. The vendor has to pay this \$25 every month, whether or not any cuttings are made in a particular month. Fixed costs generally represent either money the vendor has already spent for buildings and equipment or money he will have to pay in the future for such unavoidable things as taxes and rent, regardless of his plant's volume of production.

Generally, it is not possible to classify all production costs clearly as either completely fixed or completely variable. Many others, called *semivariable costs*, fall somewhere between these extremes. Costs such as maintenance, utilities, and postage are partly variable and partly fixed. Each is like a fixed cost, because its total cannot be tied directly to a particular unit of production. Yet it is possible to sort out specific elements in each of these costs that are fixed as soon as the plant begins to operate. When the fixed portion is removed, the remaining elements frequently do vary rather closely in proportion with the production volume. For example, if a plant is producing 5,000 items a month, it might have an average light bill of \$175 a month. Should the number of units produced be increased to 8,000, the light bill might increase by \$25 to \$200. The \$25 increase is not proportional to the production

Table 6-1 Volume-Unit-cost Relationships

| Monthly production units | Variable costs | Fixed costs | Semivariable costs | | Total cost | Unit cost |
|--------------------------|----------------|-------------|--------------------|----------|------------|-----------|
| | | | Fixed | Variable | | |
| 500 | \$1,100 | \$1,200 | \$450 | \$150 | \$2,925 | \$5.85 |
| 1,000 | 2,250 | 1,200 | 450 | 300 | 4,200 | 4.20 |
| 1,500 | 3,375 | 1,200 | 450 | 450 | 5,475 | 3.65 |
| 2,000 | 4,500 | 1,200 | 450 | 600 | 6,750 | 3.375 |
| 2,500 | 5,625 | 1,200 | 450 | 750 | 8,025 | 3.21 |

COST ANALYSIS

CHECK APPROPRIATE BOX
 ESTIMATED COST FORMAL COST
 PERIOD COVERED: _____

NAME OF SUPPLIER _____

INDUSTRY OR PURCHASER'S REQUIREMENT NO. _____

ADDRESS (Street, City, State) _____

QUANTITY AT EACH \$ _____

ARTICLE _____

NET TOTAL OF QUOTATION \$ _____

ANALYSIS OF COST AS OF _____, 19____

INDICATE WHETHER COST PER ITEM OR TOTAL COST

| ITEM | AMOUNT | PERCENT OF COST |
|---|--------|-----------------|
| 1. DIRECT MATERIAL | | |
| 2. LESS SCRAP OR SALVAGE | | |
| 3. NET DIRECT MATERIAL | | |
| 4. PURCHASED PARTS FROM SUBCONTRACTORS | | |
| 5. DIRECT PRODUCTIVE LABOR HOURS AT \$ _____ | | |
| 6. DIRECT FACTORY CHARGES | | |
| (a) TOOLS AND DIES | | |
| 1. DIRECT WAGES HOURS AT \$ _____ | | |
| 2. TOOLING BURDEN | | |
| 3. MATERIALS | | |
| (b) SPECIAL MACHINERY | | |
| (c) MISCELLANEOUS | | |
| 7. INDIRECT FACTORY EXPENSES (Burden), ON BASIS OF _____ See Note a | | |
| • ENGINEERING AND DEVELOPMENT EXPENSES DIRECT | | |
| (a) SALARIES AND WAGES HOURS AT \$ _____ | | |
| (b) BURDEN | | |
| (c) OTHER | | |
| TOTAL MANUFACTURING COST | | |
| 9. GENERAL AND ADMINISTRATIVE EXPENSE PERCENT OF _____ See Note b | | |
| 10. SELLING EXPENSE See Note c | | |
| 11. CONTINGENCIES See Note d | | |
| 12. OTHER EXPENSES See Note e | | |
| 13. _____ | | |
| 14. _____ | | |
| 15. _____ | | |
| 16. _____ | | |
| 17. TOTAL COST | | |
| 18. SELLING PRICE | | |

19. (a) Are the wage rates used in estimating the direct labor of the unit cost broken down the same as these now prevailing? _____

(b) If "No," explain difference and indicate approximate amount the cost _____

20. (a) Has operating room been used in calculating the above estimate? _____
 How many operations per week? _____

(b) At what rate is your plant now operating? _____
 Hours of operation per week? _____

(Supplier)

(Signature and title)

(Date)

a. State basis of allocation
 b. State nature of expenses included and basis of allocation
 c. State nature of expenses included and amount of advance being, if any, separately, and basis of allocation
 d. Explain in detail
 e. State nature of expenses, basis of allocation, and why related to the cost of this item

Figure 6-1 A simple cost breakdown request form

Understand the nature of each of the various costs a manufacturer incurs. He must know the difference between variable, semivariable, and fixed costs. A lack of appreciation of how these types of costs influence prices probably is the basic reason why so many purchasing departments fail to exploit price negotiation to its fullest potential.

1.22 FUNDAMENTALS OF PURCHASING AND MATERIALS MANAGEMENT

knowledge of costing theory. Standard cost accounting and economics text books are good references for such study.

Except in industries with heavy fixed capital investments, direct costs are normally the major portion of total cost. As such, they generally serve as the basis on which a vendor allocates his overhead costs. The astute buyer, therefore, must carefully investigate a vendor's direct costs, for a tiny reduction here (because they are relatively large) is worth more to him pricewise than a major reduction in the percentage of profit (which is relatively small).

The following cost situations illustrate this point:

| | Situation 1 | Situation 2 |
|--|--------------|-------------|
| Material | \$ 2.00 | \$ 2.00 |
| Direct labor | 8.00 | 6.00 |
| Fixed overhead at 150 percent of direct labor | <u>12.00</u> | <u>9.00</u> |
| Direct cost | \$ 22.00 | \$ 17.00 |
| General and administrative overhead at 10 percent of direct cost | <u>2.20</u> | <u>1.70</u> |
| Total cost | \$ 24.20 | \$ 18.70 |
| Profit at 10 percent of total cost | <u>2.42</u> | <u>1.87</u> |
| Price | \$ 26.62 | \$ 20.57 |

A 25 percent reduction in the \$8 direct-labor cost of situation 1 to the \$6 direct-labor cost of situation 2 results in a \$6.05 (\$26.62-\$20.57) reduction in price. A 25 percent reduction in profit would result in only a 60-cent reduction in price ($\$0.25 \times \$2.42 = \$0.60$).

The need for cost analysis depends on a number of factors. The most important single factor is the result of the preceding price investigation. If price analysis indicates that the price is right, there is no need for cost analysis. On the other hand, if price analysis indicates that the price may be wrong, the price must be examined by cost analysis. This analysis should bring to light any invalidity in the pricing structure, and subsequent negotiation should seek to eliminate any such invalidity.

In considering costs, the buyer should always be conscious of the fact that they vary widely among manufacturing firms. Some firms are high-cost producers, others are low-cost producers. Many elements affect the costs of individual firms, and also the costs of individual products within a given firm. Some of the most important elements affecting price are

1. Efficiency of management
2. Efficiency of labor
3. Plant capacity and output
4. Cost of output

increase, because a certain segment of the light bill is fixed whether any production occurs or not. Above this fixed segment, however, light costs do vary in a fairly consistent relationship with production volume. This concept will become clearer when fixed and variable costs are discussed in the section on break-even analysis.

Total costs are calculated by adding the variable, fixed, and semivariable costs. As the volume of production increases, total costs increase. However, the cost to produce each unit of product decreases, because fixed costs do not increase, they are simply spread over a larger number of units of product. Suppose, for example, that a single-product firm has the following cost structure:

| | |
|----------------------------|----------|
| Variable costs, per unit | \$ 2.25 |
| Fixed costs, per month | 1,200.00 |
| Semivariable costs | |
| Fixed portion, per month | 450.00 |
| Variable portion, per unit | 0.30 |

Under these circumstances, we can use Table 6.1 to show how unit costs change as volume changes. To understand fully the intricacies of the volume-cost-profit relationship, it is essential to understand these three types of cost.

Because it is difficult to allocate costs specifically as fixed, variable, and semivariable, accountants generally classify them as *direct costs* and *overhead costs*.

Direct costs accrue from the unit being produced. The three major direct costs are direct labor, direct materials, and purchased parts. Returning to the illustration of the cutting tool, if a contractor pays the worker 15 cents for making the three cuts required for each item, direct labor cost is 15 cents. If the value of the piece of metal being cut is 85 cents, total direct costs are \$1.00. Direct costs are always 100 percent variable.

Overhead costs are all the other costs required to produce a firm's products and operate the business. These costs do not result directly from the production of a specific unit. Overhead costs can be variable, fixed, or semivariable. Executive salaries and property taxes are examples of fixed overhead costs. These costs are the same regardless of the number of units produced. Therefore, it cannot be said that any particular unit is responsible for these fixed costs. Utilities are an example of semivariable overhead costs. Cutting oil is an example of a completely variable overhead cost. If no cutting were done, no fluid would be used, thus the cost is variable.

The Significance of Cost Analysis

Because costs are such an important part of price determination in a large number of negotiated purchases, skilled buyers should possess a detailed

Table 6-2 How Production Volume Affects Fixed Costs, Variable Costs, and Profit

| Production quantity | Selling price | Sales revenue | Fixed costs | Variable costs | Total cost | Total profit | Profit per unit of added production |
|---------------------|---------------|---------------|-------------|----------------|------------|--------------|-------------------------------------|
| 0 | \$20 | \$ 0 | \$4,000 | \$ 0 | \$4,000 | -\$4,000 | } \$15 |
| 100 | 20 | 2,000 | 4,000 | 500 | 4,500 | - 2,500 | |
| 200 | 20 | 4,000 | 4,000 | 1,000 | 5,000 | - 1,000 | |
| 300 | 20 | 6,000 | 4,000 | 1,500 | 5,500 | + 500 | |
| 400 | 20 | 8,000 | 4,000 | 2,000 | 6,000 | + 2,000 | |
| 500 | 20 | 10,000 | 4,000 | 2,500 | 6,500 | + 3,500 | |
| 600 | 20 | 12,000 | 4,000 | 3,000 | 7,000 | + 5,000 | |
| 700* | 20 | 14,000 | 4,000 | 3,600 | 7,600 | + 6,400 | |
| 800* | 20 | 16,000 | 4,000 | 4,400 | 8,400 | + 7,600 | |
| 900* | 20 | 18,000 | 4,000 | 5,400 | 9,400 | + 8,600 | |

* Plant begins to strain capacity and administrative capabilities. The result is less efficient operation. If overtime is required, less experienced workers are utilized, scheduling and handling of materials becomes less efficient, and variable costs per unit rise. Consequently, although profit continues to increase beyond a production quantity of 600, it increases at a decreasing rate.

increases at a decreasing rate. This relationship is a most important one for buyers to keep in mind.

Production volume can also affect profit if overhead costs are largely fixed. Assume that a company forecasts sales of \$10 million for the year. These sales are broken down into costs of \$6 million for materials, \$1.5 million for labor, \$1.5 million for fixed costs, and profits of \$1 million.⁵ Suppose a buyer makes a \$200,000 contract with this company. After negotiation, a price is agreed upon that will give the vendor his expected 10 percent gross profit. The contract represents 2 percent of the vendor's estimated sales and profit. To the vendor, the contract on his books looks as follows:

| | | |
|---------------|-----------|----------------------------|
| Direct costs | | |
| Material | \$120,000 | (2 percent of \$6 million) |
| Labor | 30,000 | (2 percent of 1.5 million) |
| Overhead cost | 30,000 | (2 percent of 1.5 million) |
| Total cost | \$180,000 | |
| Profit | 20,000 | (2 percent of \$1 million) |
| Total sale | \$200,000 | |

Assume now that the vendor completes the contract according to its terms and that his direct and overhead costs are exactly as he estimated them. He may or may not have made his \$20,000 estimated profit. His profit on the con-

⁵ In this example, for simplicity of illustration, the semivariable costs are divided between the fixed and variable costs.

5. Composition of overhead costs
6. Price of materials and wages of labor

Each of these factors changes with respect to the product and time. For this reason, a specific firm can be a high-cost producer for one item and a low-cost producer for another. Similarly, the firm can be a low-cost producer one year and a high-cost producer another year. These circumstances make it extremely important for a buyer to obtain competition among suppliers. Competition is the sure way of locating the desired low-cost producer.

The Capabilities of Management The skill with which management plans, organizes, staffs, coordinates, and controls all the personnel and equipment at its disposal determines the efficiency of the firm. Managements utilize the resources available to them with substantially different degrees of efficiency. This is one basic reason that searching out the correct supplier (and price) is so profitable for astute buyers.

The Efficiency of Labor Anyone who has visited a number of different firms must have noticed the differences in attitudes and skills that exist among various labor forces. Some are cooperative, take great pride in their work, have high morale, and produce efficiently, while others do not. The skill with which management exercises its responsibilities contributes greatly to these differences between the efficient and inefficient labor forces.

Plant Capacity and Output A plant's overhead costs are directly influenced by its size. A plant can get too large for efficient production and, as a result, lose its competitive ability. On the other hand, plants with high capital investments or those manufacturing products on a mass-production basis can be too small to attain the most efficient production levels. A buyer must be alert to detect vendor firms whose operations are adversely affected by size.

The greater the uniformity of production, the greater is management's opportunity to plan production efficiently. Known quantities of production provide the opportunity for devising the most efficient man and machine setups, for making desired time and motion studies, for learning by experience, and for acquiring or even designing special tools and equipment. These are some of the reasons long-term contracts can be mutually advantageous to buyer and seller alike.

Plant output is clearly one of the controlling elements in the cost-profit picture. Table 6-2 illustrates this concept numerically. Note how volume affects profit when variable costs change because of inefficient use of facilities beyond optimum plant capacity. Note also, that, while total profit continues to increase as production output increases, *beyond a certain output, profit*

given order always affects its pricing. In determining the best contract to use, the buyer must consider all available contract types and the factors influencing the use of each. The most important factors that influence contract selection are:

1. The amount of competition available
2. The vendor's cost and production experience for identical or similar items
3. The accuracy or availability of price
4. The cost data generated by the buyer
5. The extent of the business risk

If it were always possible to deal on a fixed-price basis, selection of contract type would be no problem. In a rapidly changing technological world, however, buying many items on a fixed-price basis would be costly and wasteful. Business and government, therefore, use two basic types of contracts: fixed-price contracts and cost-type contracts.

Fixed price

1. Firm fixed price
2. Fixed price with escalation
3. Fixed price with redetermination
 - a. Maximum price
 - b. Flexible price
4. Fixed price incentive

Cost type

1. Cost plus a percentage of cost
2. Cost plus fixed fee
3. Cost plus incentive fee
4. Cost without fee
5. Cost sharing
6. Time and materials

Fixed-price Contracts

Firm Fixed Price—This type of contract is the one most preferred by all buyers. If a fair and reasonable price can be determined, either by competition or by adequate cost analysis, a fixed-price contract should always be used. The firm fixed-price contract has many advantages. It requires minimum administration, it gives the vendor the maximum incentive to produce efficiently, and all financial risks are borne entirely by the vendor.

Fixed Price with Escalation—For contracts involving a large amount of money (\$100,000 or more) and a long period of production, vendors usually prefer not to quote a firm fixed price because of inflationary possibilities. If forced to

Table 6-3 The Influence of Overhead Costs on Profits at Various Levels of Output (Figures Rounded to Nearest Tenth)

| Sales | Overhead %* | Under- or over-absorption of overhead | Resulting profit from contract | Profit rate |
|--------------|-------------|---------------------------------------|--------------------------------|-------------|
| \$ 8,000,000 | 18.8 | -\$7,600† | \$12,400 | 6.2 |
| 9,000,000 | 16.7 | - 3,400 | 16,600 | 8.3 |
| \$10,000,000 | 15.0 | 0 | 20,000 | 10.0 |
| 11,000,000 | 13.6 | 2,800 | 22,800 | 11.4 |
| 12,000,000 | 12.5 | 5,000 | 25,000 | 12.5 |

* Remember the assumption that total overhead costs were accurately forecast as \$1.5 million at a sales level of \$10 million. If sales drop to \$8 million, overhead as a percentage of sales would rise to 18.75 percent (1,500,000/8,000,000 = 0.1875).

† Overhead on our \$200,000 order, at the \$8 million level of sales, would be \$200,000 × 0.188 = \$37,600. We estimated it to be \$30,000, so it was under-absorbed by \$7,600.

contract depends not only on the contract itself, but also on the business obtained from other sources. If total sales, in fact, equaled the \$10 million forecast, the profit from the order would be \$20,000 as estimated. If total sales were higher, then the vendor's profit would also be higher than expected. Just how much higher depends on the total sales volume actually achieved. Table 6-3 shows a few of many possible outcomes.

This example clearly shows that profits forecasted at the time of contract (unless the buyer is taking the entire plant's production) are really only estimates, they cannot be firm figures. Hence, cost estimates alone are often an unsatisfactory basis on which a buyer can negotiate price. The buyer must also make an effort to forecast sales as well as costs over the production period of his contract. In the end, cost and profit figures depend on factors over which neither the buyer nor the seller has complete control. Hence, a buyer should not attempt to guarantee a vendor a percentage of profit, nor should a vendor be expected to reduce his contract price should his volume exceed his forecast. Shifts of profits from projected figures are to be expected. The many uncertainties in the data used for forecasting suggest that the type of contract selected should be the one that best allows for these uncertainties.

TYPES OF CONTRACTS AND THEIR SIGNIFICANCE IN PRICING

In his quest for fair and reasonable prices, one of the major goals available to the buyer is an assortment of contract types. The type of contract selected to buy,

Fixed Price Incentive This is a variation of the redeterminable type of pricing. It is complicated in that it provides for a target price, a ceiling price, and a variable profit formula, depending on the type of contract for which it is used. This contract is generally used when a reasonable target price can be established but exact pricing is impossible.

The contract works like this. Suppose both buyer and seller agree that \$990 is a reasonable price at which to sell item A. This price was roughly calculated as follows: cost \$900, profit \$90, total price \$990. The buyer intends to purchase large numbers of item A, consequently, he wants to be sure the seller has the maximum incentive to produce efficiently. They agree that every dollar by which the vendor reduces his costs below \$900 will be shared equally by buyer and seller. For example, if the costs are reduced to \$800, the price will be $\$800 + \$50 + \$90 = \940 . Both buyer and seller "saved" \$50 because of increased efficiency and the cost reduction of \$100. At the upper limit, it was agreed that if costs equalled or exceeded the ceiling figure of \$1,100, the vendor would receive no profit and the maximum price to the buyer would be \$1,100, regardless of the vendor's costs. All costs between \$900 and \$1,000 reduce the vendor's profit by 50 percent of these costs, just as they increase it by 50 percent below \$900 (see Table 6-4).

Until quite recently, this type of contract was the one that the Department of Defense favored most often for contracts for weapon systems of large dollar value involving lengthy development time. A modification of this basic contract type is now emerging, with the incentive fee based on some combination of dollar cost and system performance. In the modified contract type, the contractor also agrees to meet certain quantified performance standards (such as specific range and accuracy in a missile system) as well as meeting cost goals. If performance is above standard, the contractor's fee is increased, if the performance is below standard, the fee is reduced. This combination of performance and incentive can also be used in a cost-plus-incentive-fee contract. The

Table 6-4 Profits and Savings from Cost-Incentive Contract

| Seller's cost per unit | Profit per unit | Price per unit |
|------------------------|-----------------|-----------------------|
| \$1,200 | - \$100 | \$1,100 |
| 1,100 | 0 | 1,100 (ceiling price) |
| 1,000 | + 40 | 1,040 |
| 900 | 90 | 990 (target price) |
| 800 | 140 | 940 |
| 700 | 190 | 890 |

make such a quotation, vendors will include in their price, in a period of inflation, contingencies for increases in the cost of labor and materials. These contingencies may not actually materialize, as, for example, in the period from 1958 to 1965. To avoid inclusion of such contingency costs, which work to the disadvantage of the buyer (he has everything to lose and nothing to gain), the buyer should use an escalator clause. Escalation provides for either an upward or downward change in price as a result of changes in either material prices or labor rates.⁶ Published labor and commodity indices are generally the basis on which changes are agreed to by the buyer and the seller. However, reaching agreement on the most appropriate indices to be used can in some situations be difficult.

Fixed Price with Redetermination Redetermination is different in concept from escalation. In contracts with escalation, the *amount* of labor and material required to fulfill the contract are known, it is the *wages* of labor and the *prices* of material that are unknown. In cases involving redetermination, the amounts of labor and material (and in some cases their prices also) are unknown.

Because of these unknowns, a firm fixed-price contract would be impractical, however, a temporary estimated fixed price is agreed to. The buyer generally believes the agreed-upon price is too high, and he expects it ultimately to be lowered when it is reviewed later. In the meantime, he is protected from unknown raises. This is why the contract is classified as a fixed-price type, the price cannot go higher than the temporary price. After an agreed-upon percentage of work has been performed under the contract, the unknowns are translated to knowns. At this time, costs incurred to date are analyzed, future costs are estimated, and a fixed price is agreed to for the remainder of the contract. This new agreed-upon price may or may not be the price at which the items were produced to date. It may or may not apply to the items already produced, depending on the terms agreed to. Learning experiences, future volume, expected increases in efficiency, and similar factors relating to the future are all considered in arriving at the firm price.

The earlier in the life of a contract that redetermination can be made, the more effective this type of contract can be (30 percent completion is often a satisfactory point). *Maximum price redetermination* provides that prices shall be adjusted *downward only* at the time of redetermination. *Flexible price redetermination* means price adjustments can be made *upward or downward*, however, an upward limit of 10 percent is usually imposed. Not to fix an upward ceiling could turn the contract into an undesirable "cost plus a percentage of cost" type.

⁶ Upward adjustments are normally limited to 10 percent.

this type of contract, a seller can lose all or part of his fee, but all his costs must be paid by the buyer.⁷

Cost without Fee Nonprofit institutions, such as universities, usually do research work for both government and industry without the objective of making a profit. Such research is done under cost-type contracts without a fee. Because universities do much of the nation's pure research, as distinguished from applied research done by industry, an ever-growing number of contracts of this type are being used. Naturally, the universities recover all overhead costs which, in many cases, include remuneration for faculty, staff, and graduate students.

Cost Sharing In many situations, a company doing research under a cost type of contract stands to benefit if the product developed can be used in its own product line. Under such circumstances, the buyer and seller agree on what they consider to be a fair basis to share the costs (most often it is 50:50).

Time and Materials In certain types of contracts, such as those calling for repairs to certain machinery, the precise work to be done cannot be predicted in advance. For instance, it cannot be known exactly what must be done to a malfunctioning pump until it is opened and examined. Perhaps it will need only a new gasket to put it in good working order. On the other hand, its impeller could require a major job of balancing and realignment. It is possible that all working parts may have to be replaced. It is equally possible that none will need replacement. One method of pricing this type of work is the *time and materials contract*, in which the parties agree on a fixed rate per labor hour that includes overhead and profit, with materials supplied at cost.

Suppose a mechanic working on a ship's pump is paid \$5 per hour. Assume also that overhead is calculated at 100 percent of labor and profit is calculated at 10 percent of total cost. A billing rate for this mechanic for one hour would be calculated as follows:

| | |
|------------------------------------|------|
| Direct labor cost, per hour | \$ 5 |
| Overhead at 100 percent of labor | 5 |
| Total cost | \$10 |
| Profit at 10 percent of total cost | 1 |
| Billing rate, per hour | \$11 |

⁷The Defense Department and a few private firms use an offshoot of this contract type, called a cost-plus award fee contract (CPAF). The fee under a CPAF contract consists of two parts: a fixed amount, which does not vary with contract performance, and an award fee, which is a sum in addition to the fixed amount. The award amount is intended to be awarded to provide an incentive for excellence in contract performance in areas such as quality, timeliness, cost, and customer service. The amount of the award fee is based on a subjective evaluation by the buyer of the seller's performance, as set forth in the contract.

new contract type is not a departure from the basic incentive concept, rather, it is a refinement of it.

Cost-type Contracts

Cost-type contracts are used only when it is impossible to contract on a fixed-price basis. The distinctive difference between a fixed price and a cost-type contract is that *under cost pricing, the buyer assumes almost all the financial risks*. Generally, the seller does not have to perform the contract to be paid. He is guaranteed all his costs up to a predetermined figure, and he is also usually guaranteed a fee in addition to his costs. Therefore, the seller has no effective incentive to keep his costs, and thus his prices, down. Another disadvantage is that cost-type contracts are very expensive to administer, as the allowable costs must be agreed upon in advance and must subsequently be audited. Despite advance agreement, intensive arguments often develop over the validity of certain cost inclusions.

What may seem like a justifiable item of cost to the seller may not seem so to the buyer. For example, a percentage of research expenses for scientists' and engineers' salaries may be considered an entirely proper expense by the seller, even though these particular people did not work directly on the buyer's product. The buyer may have different feelings about including this type of cost as an expense against his contract. His feeling might be particularly strong if he provided the seller with extensive research and development information of his own concerning what he wanted done and how he wanted it done.

Cost Plus Percentage of Cost Although used by the federal government extensively during World War I, this is the most undesirable of all types of contracts. Today it is outlawed for use by the federal government. Despite the obvious fallacy of the concept "the higher the cost the greater the profit," this type of contract is still used in many private contracts, mostly in the construction industry.

Cost Plus Fixed Fee This contract provides that the seller shall be paid for all his allowable costs plus a fixed fee. The fixed fee is usually a percentage of the estimated cost. For example, if the estimated cost to perform the contract is \$2,000 and a 10 percent profit fee is agreed upon, the fee is \$200, the fee remains fixed at \$200 even if the cost rises to \$3,000 or more or is held to \$1,000.

Cost Plus Incentive Fee This is a variation of the fixed price incentive contract. The buyer and seller agree beforehand on a tentative fee based on the estimated costs, and they establish a target price. If the seller can reduce his costs below target costs, both he and the buyer share in the reduction. Under

open auctions. Architects and engineers will not enter into price competition with one another for architectural or engineering services, neither will management consulting firms compete with each other. Business factors such as these determine the contract type in a great many procurement situations.

The buyer's experience with his own company's requirements and with its traditional suppliers provides him with further guides as to the best type of contract to use. The basic background of the markets in which he buys is a critical consideration against which all his procurements must be analyzed. This kind of knowledge frequently indicates which type of contract is best for specific types of purchases.

In short, the buyer's basic preference for fixed-price contracts is just the starting point for his analysis of contract type. He must weigh this preference against the risks involved, the time available, his experience with the industry involved, the apparent soundness of the offered price, and all other information that affects the purchase transaction. Determination of the best contract type for a given situation requires a careful consideration of all the factors relevant to that situation.

SUMMARY

Whether in periods of stability, prosperity, or recession, obtaining the "right price" is of prime importance to business. Unfortunately, there is no single set of rules or principles which can be used to calculate or otherwise determine exactly what the right price for any given purchase should be.

Economists recognize three kinds of competition—pure, monopolistic, and imperfect. Buyers concentrate their efforts on obtaining lower prices primarily in situations involving imperfect competition. In the long run, prices tend to follow the basic law of supply and demand. However, built-in costs (unless offset by increased productivity), such as health and retirement plans, long-term labor contracts, and social security, may place a damper on price decreases. The dampers on upward price movements are not so controlling.

Firms seldom obtain the same profit margins for all items in their product lines. Rather, most firms price individual items to obtain a satisfactory return on the line as a whole. A fair profit certainly should not be thought of as a constant percentage of cost or return on capital invested. Profit thus viewed rewards the inefficient producer and penalizes the efficient producer. A fair profit is a flexible figure that is higher for the efficient producer than for the inefficient producer.

A buyer goes about obtaining the right price by three basic methods—use of price lists, competitive bidding, and negotiation. His problem is to select the

If it took the mechanic two days to repair the pump, using \$60 worth of material, the job price would be \$236 (16 hours \times \$11 = \$176 + \$60 = \$236).*

Recapitulation of Contract Considerations

Because there is such a wide choice of contract types, a buyer must exercise considerable care in selecting the best one to use. If a bid or a quoted price is reasonable, for example, this would help him decide to use a firm fixed-price contract. On the other hand, if the fairness of the price is in doubt, a fixed-price contract could, and probably would, offer excessive profit to the seller. If price uncertainty stems from unstable labor or market conditions, escalation may be a solution. If it is due to a potential improvement in production effort, an incentive contract may be the best answer. Thus the many factors which affect procurement costs can in themselves guide the buyer in his selection of the best type of contract for a given situation.

The specific nature of the supplies or services to be purchased can often point up advantages of one contract type over another. The more complex or developmental the purchased item, the greater the risks and difficulties in using a fixed-price contract. Any uncertainty in design affects a vendor's ability to estimate costs, as does a lack of cost experience with a new item. The details of any given purchase will themselves indicate the magnitude of the price uncertainties involved. A full understanding of these uncertainties will permit the buyer to allocate the risks more equitably between his firm and a supplier's by the proper choice of contract type.

Timing of the procurement is quite frequently a controlling factor in selection of contract type. Allowing vendors only a short time to prepare their bids can reduce the reliability of the cost estimates. A short delivery period usually rules out the effective use of incentive contracts. A long period of performance may reduce the economic risks that a supplier is willing to assume. On the other hand, a lengthy contract period may allow him time to generate and apply cost-reducing efficiencies, an ideal situation for an incentive contract. The facts of each procurement must be considered individually in determining the contract type the buyer should use.

Business practices in specific industries can frequently provide additional clues as to the best choice of contract type. The construction industry, for example, traditionally accepts a wider range of competitive fixed-price jobs than the aerospace industry. The lumber industry accepts prices established by

* The alert reader will observe that this is really a cost plus percentage of cost contract. If the mechanic is the best worker in the yard, he might complete the job in 10 hours (\$10 profit to his employer). If he is the worst worker, he could take 20 hours, and his employer would receive \$20 in profit. Obviously, buyers must exercise close control over this type of contract.

- 6-8 Why is it important for a buyer to know the difference between fixed costs and variable costs? Is it past, present, or future costs that are important?
- 6-9 Why do different companies and different plants of the same company have different product costs? Why do product costs vary from company to company for an identical product?
- 6-10 Discuss the two basic categories of contracts.

CASES FOR CHAPTER 6, PART I

- Collier Company, page 725
- Campbell Typewriter Corporation, page 712
- The Case of Mr. Adams, page 716
- Simca Dictaphone Company, page 798
- Vigard Manufacturing Company, page 806

best method or the best combination of methods. Some form of price analysis should be made for every purchase. For many types of purchases, cost analyses should also be made. The purpose of analyzing price, cost, and profit is to arrive at a figure that both the buyer and seller can accept as reasonable. In analyzing costs, the buyer should be familiar with fixed, variable, and semi-variable costs and the method used by accountants to classify them as either direct or overhead costs. Some of the most important factors affecting costs are capability of management, efficiency of labor, plant capacity, continuity of output, composition of overhead costs and prices of materials.

The type of contract used for a purchase can substantially affect its pricing. The most important factors influencing contract types are the availability of pricing information, the amount of cost data available to the buyer, and the extent of business risk involved. There are two basic categories of contracts, fixed-price and cost-type. Within each basic category there are many subtypes. Although it is not always possible, a firm fixed-price contract should be used when conditions permit.

There are many contract types within each of the two basic categories of contracts (fixed and cost). Because of this, it is possible for the wise buyer to protect himself against practically every kind of contingency, while at the same time not exposing his suppliers to unreasonable risks.

FOR DISCUSSION

- 6-1 Why is it important for a buyer to recognize the difference between pure competition, imperfect competition, and monopoly? Which kind of competition do industrial buyers encounter most often? With which type can a buyer deal most effectively? Explain.
- 6-2 What control do large industrial firms have over their selling prices? Explain.
- 6-3 Is there adequate price movement upward and downward in the United States economy? Explain the basic constraints that influence upward and downward movements.
- 6-4 Discuss why prices can usually move upward more freely than they move downward.
- 6-5 Discuss why competitive bidding does not always produce the lowest price. If buyers compete vigorously, does this improve the situation? If sellers compete vigorously, does this improve the situation?
- 6-6 Explain the difference between price analysis and cost analysis.
- 6-7 Why is it a tendency for government agencies to overuse competitive bidding and industry to underuse competitive bidding?

can charge higher prices for their products. On the other hand, if their efforts are defeated by the counter efforts of competitors, as is frequently the case, price competition comparable to that in pure competition can result. Grocers, for example, are well acquainted with this economic fact.

For differentiated products, producers compete on quality and service as well as price. The consumer market, however, is more susceptible to producers' advertising claims than is the industrial market. For this reason, the major portion of sales and advertising effort is directed toward the consumer market. The United States economy is filled with interesting situations illustrating how producers have capitalized on differentiation of their products.

For years, one automobile manufacturer enjoyed a \$100 per car premium price over his two chief competitors, claiming that the premium was justified by higher quality. Similarly, a national television manufacturer has been able to sell his products at prices higher than those of his two larger competitors, the company stoutly maintains that higher quality justifies the higher price. For a long time, tires with nylon cord commanded a significantly higher price than tires with rayon cord. Largely through the counteradvertising of the rayon industry, this differentiation has been negated, and now both kinds of tires are priced competitively. One manufacturer's lamps are usually priced higher than a competitor's lamps, although both meet the same government specifications; again, the first manufacturer says his higher price is justified because of higher quality. In light of such claims, it is interesting to note that *Consumer Reports* magazine has repeatedly pointed out instances where the lower-priced product was in fact better and lasted longer than the higher-priced product with a high-quality image in the mind of the consumer.

From a buyer's point of view, competition is the mainspring of good pricing for one simple but compelling reason: *suppliers do not have the same real costs of production*. An example will provide further insight into the full meaning of this statement. Assume a buyer is ready to purchase 10,000 specially designed cutting tools for his plant. He sends the specifications to five companies for quotations. All five respond. For simplicity, assume that direct costs in these five companies are identical. Assume further that each company uses the same price estimating formula, overhead is figured as 150 percent of direct labor, and profit is calculated as 10 percent of total cost. Each company might then lay out its figures as follows:

| | | |
|----------------------|----------|-------------------------------|
| Cost of material | \$12,000 | |
| Cost of direct labor | 3,000 | |
| Cost of overhead* | 4,500 | (150 percent of direct labor) |
| Total cost | \$19,500 | |
| Profit | 1,950 | (10 percent of total cost) |
| Price | \$21,450 | |

* To simplify example, assume all overhead is classified as fixed.

CHAPTER SIX CONTINUED

THE RIGHT PRICE II

COMPETITION AND PRICE

Up to this point, much has been said about costs, because of their great importance. In the long run, a firm must recover its costs or go out of business. In the long run, for any given item, prices are roughly equal to costs of the least efficient producer who is able to remain in business. In the short run, however, prices in the free, competitive segment of the economy (which Kreps estimated as roughly 70 percent of the whole) are determined primarily by competition, that is, by supply and demand, and not by costs (see page 107).

There are basic differences between the kinds of products in various segments of the economy. Some products in the competitive segment are what economists call *undifferentiated products*. This means that a buyer would normally have no reason for choosing farmer A's no. 2 corn over farmer B's no. 2 corn. The best salesman in the world could not get the biggest corn producer in the country a price higher than market price for his product. Accordingly, salesmen are not used for products in this segment of the nation's economy.

Other products in the competitive segment of the economy are *differentiated*. Manufacturers expend much effort to make their products seem different from those of their competitors. Even though a product cannot be made different in substance, a producer can still get premium prices if he can persuade buyers to *think* that his product is superior. It is to accomplish such a purpose that producers spend huge sums of money on salesmen and advertising. Some companies expend their major effort in manpower and dollars in attempting to "prove" that their products are superior to those of their competitors. In the jargon of the economists, "They make the demand curve for the products of their firm somewhat inelastic." If their efforts are successful, they

(and therefore not in need of new business in the short run) would bid a larger profit margin (perhaps 12 percent). Vendors can thus be expected to evaluate competitive situations differently, depending on how much they want or need the business. Therefore, even with the simplifying assumption of identical costs, it is reasonable to expect bids in this situation to range from approximately \$19,700 (1 percent profit) to \$21,810 (12 percent profit).

It should now be clear that by their very nature costs and competition are composed of many intricate and variable factors that require evaluation in each individual pricing situation. These factors apply to each product in a company's product line, to the line as a whole, and most of all, to items produced by the company to a buyer's unique specifications. At any fixed level of quality and service, the price at which a company can reasonably sell a product ordinarily falls within a range, rather than being a specific figure. It is the buyer's responsibility to estimate this range from his knowledge of products, costs, markets, and competitive conditions. Next, by applying sound purchasing principles and techniques in hard negotiation, he attempts to buy at a price as near as possible to the bottom of the estimated range within which the seller will do business.

To summarize the cost-competition situation, buyers must be aware that firms do not and cannot adhere precisely to costs in pricing their individual products. The sales from *all products* must recover all costs plus a little more, if a profit is to be made. However, *each product* in the line does not have to make a profit. The sum of its out-of-pocket costs is the lowest price at which a firm can reasonably accept business. The highest price at which a firm should accept business is determined more by company goals, the forces of competition, and other related factors than it is by costs. For these reasons, it is inevitable that prices for different products, as well as prices offered to different customers, may vary. Capable purchasing departments, therefore, continually take the analytical and competitive actions required for their firms to obtain superior pricing. To take these actions correctly is one of the greatest challenges to the capable buyer and purchasing executive.

PRICING TOOLS

Break-even Analysis

Break-even analysis is a planning tool frequently used by top management. When conducted in a detailed manner with precise cost data, break-even analysis helps management make timely decisions about proposed changes in the firm's product line, about the pricing of individual products, and about the purchase of new production equipment.

In an actual situation, cost figures would rarely if ever be identical, nor would the accounting departments of the five firms have put the figures together in an identical manner. Undoubtedly, each company would also have used a different pricing formula, for purposes of illustration, however, a simplified example is used. Even with all the controlling figures fixed, the companies most likely would not quote the same price. The reason—*costs-of-production and profit formulas are only two of the factors a seller considers in determining price*. In the end, it is the factors stemming from competition that determine the exact price each firm will quote. That is, in the face of competition, the price quoted by any specific firm is governed largely by what it thinks its competitors will quote.

Who is responsible for final determination of the price to be quoted? Generally, it is the chief marketing executive, in some cases, it is the president of the company. Pricing is one of the most important management decisions a firm must make. As an objective, a firm tends to seek the highest price that is in line with its long-range goals. What is the possible price range for the case in question? The out-of-pocket (variable) costs to the firm for this order are \$12,000 for material and \$3,000 for direct labor, a total of \$15,000. This is the lowest price any company could accept under any circumstances. The highest price is \$21,450, on the assumption that a profit in excess of 10 percent is not in the long-range interest of the firm.

What might cause one of the firms to consider a price of \$17,000? Even competition among suppliers could. On the other hand, keen competition among buyers could drive the price higher. This is why competition as a leveler is such a dominant factor in pricing. If the firm had been unable to obtain any other business, it would gladly take this order for a price of \$17,000. As a result of the order, the \$15,000 out-of-pocket costs would be covered, the experienced work force could be kept working, and a \$2,000 contribution could be made to overhead. Remember that fixed overhead continues whether the firm receives this order or not. In the *long run*, a firm must recover all costs or go out of business, for in the long run, plant and machinery must be maintained, modernized, and replaced. In the *short run*, however, it is generally better for a firm to recover variable costs and some portion of overhead, rather than undergo a decline in business. This would not be true, of course, if such additional business would affect the pricing of other orders the firm has already filled or is going to fill.

Business is not regularly done at out-of-pocket prices. A more usual situation would be for each of the five firms to quote prices above the total cost figure of \$19,500. How much above this figure each might try to get depends on the specific economic circumstances applicable to each firm. Firms hungry for business would probably bid just slightly above the total cost figure of \$19,500. Those with large backlogs and growing lists of steady customers

How can a buyer construct a supplier's break-even chart? The following six steps illustrate the procedure (the results are shown graphically in Figure 6-2)

- 1 Scale on graph paper the range of operating capacity from 0 to 100 percent on the horizontal scale. On the vertical scale, place the firm's actual and potential sales
- 2 Take the total sales (\$10 million, Figure 6-2) from the firm's latest financial statement (Figure 6-3), and plot the value at the firm's normal operating rate for the period covered by the statement (70 percent in this example)
- 3 Draw a line from 0 in the lower left-hand corner to the sales figure just plotted, and extend it to the limit of the chart (see Figure 6-2). This line gives a rough sales-volume measure for every operating rate up to full production capacity
- 4 Take the fixed costs—rent, depreciation, interest charges, taxes, etc.—which remain the same no matter what the operating rate is, locate the dollar sum of fixed costs on the vertical axis, and draw a line horizontally across the chart
- 5 Take the total cost figure (\$9 million) from the firm's financial statement (Figure 6-3), and position it above the same operating rate (70 percent) as used for the total sales figure
- 6 Connect that point with the beginning of the fixed-cost line (at 0 capacity, since fixed costs are total costs at that point), and extend the line to the limit of the chart (see Figure 6-2). This line gives a rough indication of costs for every operating rate

The break-even point is the point at which the total-cost line intersects the total-sales line. To the right of that point, the vertical distance between the two lines represents profit (sales revenue in excess of costs). To the left of the point, losses are represented in a similar manner (costs in excess of sales revenue). The percentage of capacity at which the firm must operate to avoid loss (50 percent in this example) can be read directly below the break-even point.

Not all costs fall into the fixed and variable categories. Some are semi-variable (such as overtime costs resulting from increased use of maintenance men). For simplicity, in this example semi-variable costs have been allocated among the fixed and variable groupings in Figure 6-3.

If the analyst is interested only in the sales value and not the operating rate at the break-even point, this can be computed quickly without constructing the chart. The statement shows that variable costs are \$6.5 million for sales of \$10 million. Therefore, 65 percent of every sales dollar goes for variable expenses. This means that 35 percent of sales contributes to fixed costs and net profit. If there is no net profit—as is the case at the break-even point—then the full 35 percent of sales just covers fixed costs. If fixed costs equal 35 percent of break-even sales value, then

$$\begin{aligned} \$2.5 \text{ million fixed costs} &= 0.35 \text{ sales at break-even point} \\ \text{Sales at break-even point} &= \$2.5 \text{ million} / 0.35 = \$7.14 \text{ million} \end{aligned}$$

Break-even analysis can also be used as an analytical tool by buyers in a purchasing department. In this situation, however, it is used very differently than in the management planning situation. A buyer's analysis of the break-even phenomenon focuses not on his own firm's products and costs, but on his supplier's products, costs, and production volume. By constructing and analyzing a supplier's break-even chart, a buyer can sometimes uncover clues to the timing of future price changes. At the same time, he can obtain a more complete understanding of why the supplier priced the way he did.

What is a firm's break-even point? It is exactly what the term implies—the dividing point between profit and loss. It is the volume of sales during a particular year which produces enough revenue just to cover total expenses. The inescapability of fixed costs prevents most firms from operating profitably at a low percentage of capacity. These costs, spread over only a small number of units at low production rates, make unit costs very high. Consider a firm which incurs millions of dollars of fixed overhead. If it produces and sells only one unit, that unit of product costs millions of dollars in fixed costs alone. The more units that are produced, the lower the cost per unit, and the more closely unit cost approaches unit selling price. At the break-even point, the average unit cost of all units produced exactly equals the average unit selling price. Beyond this point, the sales revenue generated by one unit of product is greater than its total cost of production; hence, each sale produces a profit.

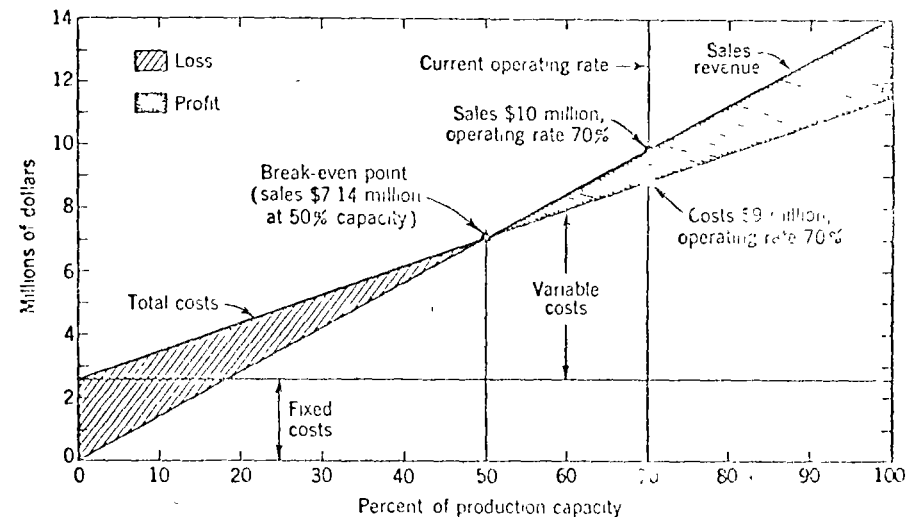


Figure 6-2 How to figure a firm's break-even point. (Note: For ease in illustrating the break-even-point concept, the example shown has purposely been oversimplified. The sales and cost lines have been shown as straight lines when in reality they are normally curved. See any current basic economics text for a more complete explanation of marginal cost analysis.)

curately by major product lines for a multiproduct company. Generally speaking, the more closely a break-even analysis relates to the product line being purchased, the more sensitive a tool it is in the hands of a buyer. Hence, it is considerably more effective in dealing with single-product companies than with multiproduct or multiplant plants.

One final note of caution is needed. The results of break-even analysis are no more reliable than the accuracy of the data used in the analysis. Since the cost information available to most people outside the supplier's firm does not include meaningful details of its origin, the break-even chart constructed by a buyer is at best a rough approximation. Consequently, it should not be considered a precision tool, but rather, a general guide in determining buying and negotiating strategy.

The Learning Curve

The *learning curve* (sometimes called the *improvement curve*) can be defined as an *empirical* relationship between the number of units produced and the number of labor hours required to produce them. Production managers can use this relationship in scheduling production and in determining manpower requirements for a particular product over a given time period. Buyers can use the relationship to analyze the effects of production and management "learning" on a supplier's unit cost of production.

The learning curve has been used for many years, primarily for more sophisticated buying situations in the aircraft and missile industries. Recently, its use has spread to other industries. Winfried B. Hirschmann, in discussing this subject for the *Harvard Business Review*, states, "No matter what products you manufacture or what type of operation you manage, there is a good possibility you can profit from the learning curve."⁹

In purchasing work, the learning curve is probably most useful in across-the-table negotiations, as a starting point for pricing a new item. In addition to providing "buyer's insurance" against overcharging, the learning curve is also used effectively by both defense and commercial buyers in developing make-or-buy information, target costs for new products, delivery schedules, and progress payments to vendors.

If a new product, custom made to unique specifications, is ordered, what should be paid for the first item? the 50th item? and the 500th item? Obviously, costs should decline—but by how much? Analysis of the learning curve provides an answer to this key question. Using the learning curve approach, cost reductions and estimated prices can be obtained merely by

| | | | |
|---------------------------|-------|----------|--------|
| Total sales | | | \$10.0 |
| Total costs | | | 9.0 |
| | Fixed | Variable | |
| Direct labor | | \$2.0 | |
| Direct materials | | 3.0 | |
| Factory overhead | \$1.0 | 0.5 | |
| Sales | 0.6 | 0.9 | |
| General administrative | 0.9 | 0.1 | |
| | \$2.5 | \$6.5 | |
| Net profit (before taxes) | | | \$ 1.0 |

Figure 6-3 Selected figures from company financial reports (in millions of dollars).

A check of the break-even chart verifies that \$7.14 million in sales must be made for the firm to break even.⁹

If a buyer can approximate a supplier's break-even chart, he can determine the approximate production rate (in percentage of capacity) that the supplier must average during the year to attain a particular profit goal. Then, by periodically observing the supplier's actual production levels, he can evaluate the success of the supplier's efforts and attempt to ascertain what influence they may have on future pricing actions. Thus a buyer knows that when a supplier's operating rate is close to the break-even rate and is declining, there is considerable pressure to increase sales revenue. If the supplier's product demand is elastic, the buyer might well expect a future price reduction (as the supplier attempts to increase revenue by boosting sales). If the supplier's product demand is relatively inelastic, a price increase may be in the offing (as the supplier attempts to increase revenue on low-volume sales by increasing selling price). Such information clearly aids the buyer in developing his negotiating or buying strategy. When he observes a supplier operating well above his break-even rate of production and steadily increasing, a buyer may well be able to negotiate more advantageous prices. The success of his negotiations, however, is conditioned significantly by the total demand situation in the industry.

Break-even analysis finds its most effective use when a buyer deals with companies in a process industry or with companies making one product or a small number of products. The reason for this is clear, an enterprising buyer can usually obtain adequate cost and sales data from published sources to approximate a supplier's break-even chart *in the aggregate* (on a companywide basis). Seldom, however, can he obtain such information broken down ac-

⁹ *Harvard Business Review*, January-February, 1964, p. 125.

⁹ Adapted from *Purchasing Week*, May 9, 1960, p. 8.

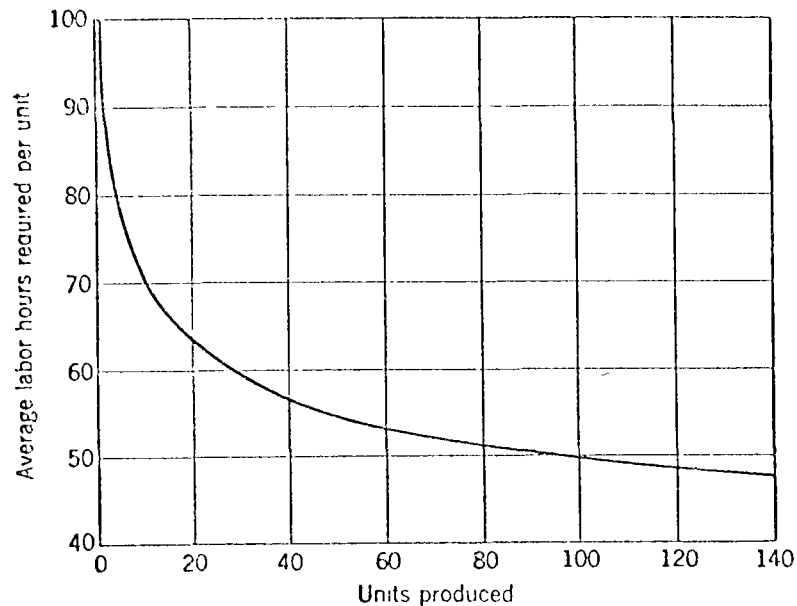


Figure 6-4 Ninety percent learning curve plotted on regular graph paper.

- 2 As production doubled from two to four units, the average labor hours required per unit dropped from 90 to 81, a reduction of 10 percent

Figure 6-4 indicates that the same learning rate continues as production of the new item increases. If eight units were made, the vendor would have learned to make them at an average of approximately 73 hours per unit for all units to date. If 16 units were produced, the average number of labor hours required would be about 66. Each time production doubles, the average labor requirement for all units declines by 10 percent, as a result of the composite learning process. Thus the product is said to have a 90 percent learning rate, or a 90 percent learning curve.¹¹ The basic point revealed by the learning curve is that a *specific and constant percentage reduction in the average direct labor hours required per unit results each time the number of units produced is doubled*. A specific learning rate occurs with reasonable regularity for similar groups of products in many different industries.

¹¹ The discussion and charts throughout this section are based on the "average-hours" learning curve phenomenon. Learning curves can also be plotted in terms of actual labor hours per last unit produced. Some firms find that their production processes exhibit a more constant learning rate when expressed in these terms. A majority of firms, however, find the "average-hours" learning curve most applicable to their processes.

Table 6-5 Ninety Percent Learning Curve in Figures

| Number of units produced | Labor hours required | Cumulative labor hours required | Average labor hours required per unit |
|--------------------------|----------------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| 1st | 100 | 100 | 100.0 |
| 2d | 80 | 180 | 90.0 |
| 3d | 74 | 254 | 84.7 |
| 4th | 70 | 324 | 81.0 |

reading figures from a chart. The learning curve is an invaluable aid in establishing an initial supplier-buyer basis for arriving at a fair schedule of prices for future orders.

If the learning curve technique is new to an industry, it can provoke initial supplier hostility. Since the learning curve implies a steadily falling price, many vendors at first tend to look upon it as an old club (in modern dress) for beating down prices. However, once the supplier grasps the concepts behind this pricing approach—and is convinced that it is fair and impartial—he is usually quite eager to cooperate.

The learning curve is a quantitative representation of the commonsense observation that the unit cost of a new product decreases as more units of the product are made. The manufacturer, through the repetitive production process, learns how to make the product at lower cost. For example, the more times a worker repeats a complicated operation, the more efficient he becomes, both in speed and skill. This, in turn, means progressively lower unit labor costs. It also means lower costs in other ways. Familiarity with an operation results in fewer rejects and reworks, better scheduling, possible improvements in tooling, fewer engineering changes, and more efficient management control.

Suppose a buyer knows that it took a vendor 100 hours of labor to turn out the first unit of a new product, as indicated on Figure 6-4. The vendor reports that the second unit took 80 hours to make, so the average labor requirement for the two items is $180/2 = 90$ hours per unit. The production report for the first four units is summarized in Table 6-5.

Observe that the labor requirement dropped to 74 hours for the third unit and to 70 hours for the fourth unit. Column 4 shows that the average number of labor hours required for the first four units was 81 hours per unit. Investigation of the learning rate shows the following relationships:

- 1 As production doubled from one to two units, the average labor hours required per unit dropped from 100 to 90, a reduction of 10 percent.

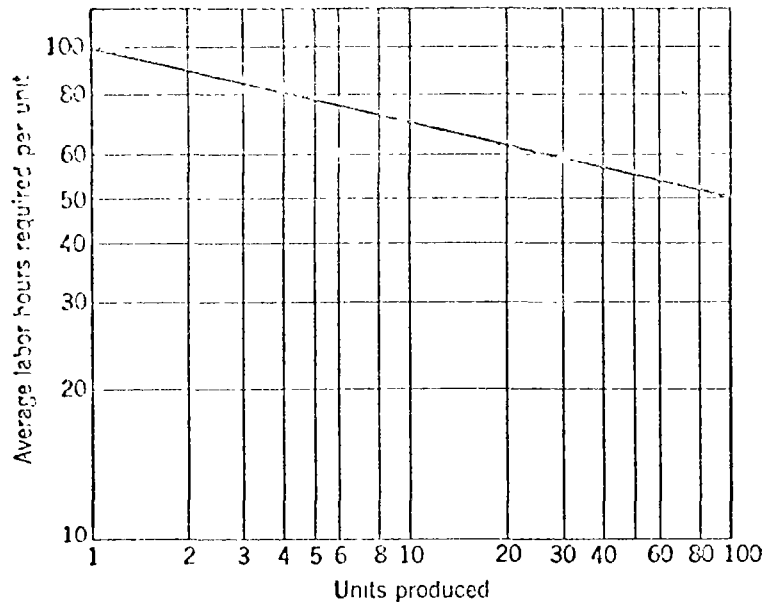


Figure 6-5 The 90 percent learning curve of Figure 6-4 plotted on log-log paper

Vendor Progress Payments Since the learning curve reflects changing labor costs, it provides a basis for figuring a supplier's financial commitment on any given number of units. This information is important because suppliers often operate in the red during the initial part of a production run, until learning can reduce costs below the average price. Buyers can minimize vendor hardship by using the learning curve to break down an order into two or more production lots—each with successively lower average prices—and then set up progress payments based on the vendor's costs.

Application of Learning Curves

The *misapplication* of learning curves is a pitfall buyers must guard against. Before applying a learning curve to a particular item, a buyer must be certain that production processes do in fact exhibit continuing learning at a reasonably constant rate. Many production operations do not possess such properties. Gross errors can be made if a learning curve is misapplied in such situations. In using learning curves, buyers must be alert to the following problems.

Not Uniform Learning Rates Learning curve analysis, as discussed here, is predicated on the assumption that the production process in question exhibits

Studies made in the aircraft, electronics, and small electromechanical subassembly fields indicate that learning rates of 75 to 95 percent are typical.¹² However, learning curves can vary anywhere within the practical limits of 50 to 100 percent, where the upper limit of 100 percent implies no learning and the lower limit of 50 percent implies learning at an impossible rate (0 time required to produce the doubled quantity). Moreover, from a practical point of view, as more units are produced the effect of a constant learning rate on unit costs gradually diminishes. After several thousand units, the absolute reduction in cost from learning becomes negligible. Note in Figure 6-4 how the curve flattens out as the number of units produced increases. This is why learning curve analysis is of greatest value for new products.¹³

Most analysts prefer to plot the data for learning curves on log-log paper, as in Figure 6-5. The logarithmic scales on both the horizontal and vertical axes convert the curve of Figure 6-4 into a straight line. The straight line is easier to read, and it also simplifies forecasting, since a constant learning rate always appears as a straight line on log-log coordinates. To verify the fact that both charts represent the same thing, look at the number of hours needed to produce 100 units in Figures 6-4 and 6-5; both figures indicate about 50 hours per unit.

In addition to determining the direct labor component in the price negotiations, the learning curve also has the following purchasing applications:

Make-or-Buy Decisions A comparison of separate learning curves for both a buyer's firm and his supplier's firm can help the buyer decide whether to make or buy a specific part, particularly when his own plant is operating well below capacity. Projections on the learning curves will tell the buyer whether he or the vendor will have lower average costs for the number of units needed.

Estimating Delivery Times Since the learning curve can be used to forecast labor time required, it is possible to estimate how many units a vendor can turn out over a specified time with a given labor force. This information can be extremely helpful to the buyer in scheduling deliveries, and also in the planning of his firm's own production.

¹² The cost-of-materials curve also improves with time, for the same reasons as the cost-of-labor curve. As better methods are developed and as employees become more familiar with the job, the scrap rate, the speed, and scrap rates of materials decrease. Materials learning curves average roughly 95 percent, with a range of approximately 90 percent to just below 100 percent.

¹³ Different types of labor generate different percentages of learning. Assembly-type labor rates the most rapid improvement and fabricator-type labor the least. Fabrication labor has a lower learning rate because the speed of this dependent on its type of labor is governed more by the capability of the equipment than by the skill of the operator. The operator's learning in this case is confined to setup and maintenance times. In some situations, therefore, when a precise analysis is desired, a learning curve should be developed for each category of labor.

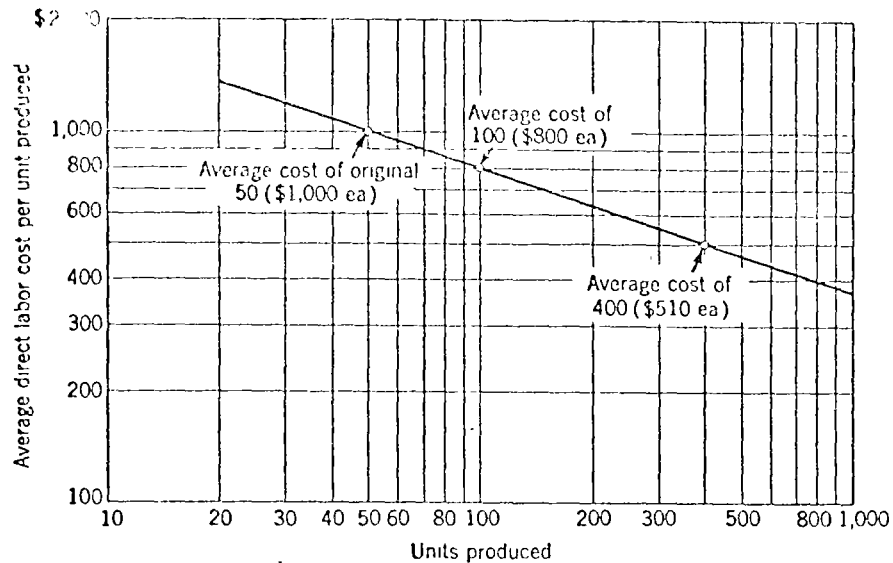


Figure 6-6 Estimating labor cost for the new contract

An audit of production costs for the first 50 units established that the operation is subject to an 80 percent learning curve. What should ABC pay for the purchase of 350 more units?

- Using log-log paper, plot 50 units (on the horizontal axis) against \$1,000 direct labor cost on the vertical axis (see Figure 6-6)
- Double the number of units to 100 on the horizontal axis and plot against a labor cost of \$800 (80 percent as high as the original \$1,000 cost)
- Draw a straight line through the two cost points. The line represents an 80 percent learning curve, constructed on the basis of labor cost data for the first 50 units of production
- Locate 400 units on the horizontal axis (the total expected production of 50 original units plus 350 new ones). Read from the curve the labor cost of \$510. This is the average expected labor cost per unit for the total production of 400 units
- To find the labor cost for 400 units, multiply $400 \times \$510$, the direct labor cost per unit. The total is \$204,000
- Subtract the labor paid in the original order to determine the labor cost of the new order of 350 units. Hence, subtract \$50,000 ($50 \times \$1,000$) from \$204,000. The answer is \$154,000, the labor cost which should be paid for the new order of 350 units. $\$154,000/350 \text{ units} = \440 per unit labor cost, as compared with the original \$1,000 per unit
- Now determine the cost for materials, expenses, and profit on the 350 units. Add this figure to the labor cost determined in step 6 to obtain the total price ABC should pay for the additional 350 units

learning at a reasonably constant rate. Direct labor data from such a process plot in a straight line on a log-log grid. If a straight line cannot be fitted to the data reasonably well, the technique should not be used.

Low Labor Content Items Continued learning occurs to the greatest extent for products involving a high percentage of labor in their production. The learning opportunity is particularly high in complex assembly work. On the other hand, if most work on a new item involves machine time, where output tends to be determined by machine capacity, there is little opportunity for continued learning.

Small Payoffs Obtaining historical cost data to construct a learning curve entails much time and effort, particularly when a supplier uses a standard cost accounting system. Therefore, learning curve analysis is worthwhile only if the amount of money saved is substantial.

Incorrect Learning Rates Learning varies from industry to industry, plant to plant, product to product, and part to part. Applying one rate just because someone in the industry has used it can give misleading results. Intelligent use of learning curves demands that learning rates be determined as accurately as possible from comparable past experience.

Established Items If a vendor has made the item for someone else before, a buyer should not use the learning curve even if the product is nonstandard and new for him. Because most of the learning has already been done on previous work, any additional cost reduction may well be negligible.

Misleading Data Not all cost savings stem from learning. The economies of large-scale production may reduce costs, but this can hardly be described as learning.

Estimated Prices Buyers who apply the learning curve to estimated prices (generally, prices received from "competitive" bids that should have been determined from negotiation and cost analysis) deceive themselves. Application of the learning curve to incorrect prices only multiplies the initial error. Under pressure from the government to use competitive bidding in all situations and also to use the modern tools of purchasing whenever possible, government prime and subcontractors not infrequently get themselves into this kind of situation.

An Example of Learning Curve Application The following simplified example shows a basic application of the learning curve concept in contract pricing.

The ABC Corporation has purchased 50 pieces of a specially designed electronic component at \$2,000 per unit. Of the \$2,000 selling price, \$1,000 represents direct labor

and buyers. Under this provision, a firm is allowed to sell a given product to different buyers at different prices only when the price difference is justified by differences in the seller's costs of production and distribution. This means that quantity discounts must be offered equally to all buyers. In addition, price reductions for larger purchase quantities must not only be the same for all buyers, but must also be directly traceable to economies arising from production and distribution of the item in larger quantities. This means, for example, that if a vendor saves \$1 per unit by packaging and shipping in quantities of 100, it is unlawful for him to reduce the selling price for lots of 100 by \$1.10 per unit. *Of prime interest to buyers is the fact that the act makes the buyer as guilty for knowingly accepting unfair discounts as it does the seller for offering them.*

In addition to permitting price differentials because of savings that result from quantity, the act permits selling at reduced prices in order to dispose of deteriorating perishable goods; to dispose of seasonable goods; and to meet in good faith an equally low price of a competitor. This provision of the law "to meet an equally low price of a competitor" is obviously of great importance to buyers. It gives all companies flexibility to reduce prices when competitors do so.

If charged with violation of the act, the burden of proof of nonviolation rests with the person charged. Generally speaking, this is the seller. It is his responsibility to demonstrate that the lower prices he offers for larger quantities stem from cost savings that are equal to or exceed his reduction in prices. It is possible, however, for a buyer to be charged with violation. The buyer's violation would result from the fact that he used his economic buying power, in violation of the act, to force a seller into illegal price concessions. For instance, a large buyer might threaten to withdraw his account if price concessions were not made.

What can a buyer do when he thinks a seller is giving better pricing to his competitor in violation of the Robinson-Patman Act? There are at least four alternative courses of action open to him. He may report the facts to the U.S. Department of Justice, either directly or via the United States district attorney in his area, report the facts to the Federal Trade Commission, initiate a private law suit, or discuss the apparent violation with the vendor.

The fourth alternative is always the best initial course of action. By discussing the matter with the vendor, certain unpleasantness and possible expenses can be avoided. The vendor may have an entirely logical explanation for his pricing policy, or he may have made an honest mistake which he would quite willingly correct. If the vendor's explanation turns out to be unsatisfactory, then the first or second alternatives can be initiated. Because of the expense involved, the third alternative should be an action of last resort.

OTHER FACTORS IN PRICING

Laws Influencing Prices

Purchasing executives cannot always decide pricing problems solely on the basis of business or economic considerations. Often they must act in accordance with legislation and court decisions handed down by various legislatures and courts, both federal and state.

Sherman Antitrust Act This act, passed by Congress in 1890, stands as the first legislative attempt to prohibit business monopolies in the United States. The law is short, but its provisions are far-reaching. It prohibits contracts, conspiracies, or combinations which act in restraint of trade or attempt to monopolize any part of interstate trade. As a result of the act, United States business firms cannot lawfully make price agreements that restrain trade except where they are exempted or where they do not affect interstate commerce.

Clayton Act The Clayton Act was passed in 1914 to extend and supplement the Sherman Antitrust Act. It prohibits price discrimination between different buyers where the effect is substantially to lessen competition or tend to create a monopoly in any line of business. Hence, the main purpose of this act is to prevent monopoly by outlawing discriminations in pricing. It also outlaws interlocking directorates, certain intercorporate stockholding, and some asset acquisitions, as defined in a 1951 amendment. Organized labor frequently refers to this act as its Magna Charta, for it states that labor is not subject to the nation's antitrust laws, since it is not an article of commerce. Court decisions since the 1920's, however, have served to modify this exemption somewhat.

Federal Trade Commission Act This act, passed in 1914, was enacted to enforce the Clayton and Sherman Acts. Enforcement is vested in a five-member Federal Trade Commission (FTC). The FTC is given the power to issue cease and desist orders against parties not playing the competitive game fairly, as set forth in the acts and their subsequent interpretation by the courts. If the commission's cease and desist orders are not obeyed, the courts will be appealed to for enforcement. Misleading price advertising is one of the major practices classified as unfair by the FTC.

Robinson-Patman Act The Robinson-Patman Act further expands the Clayton Act, making it unlawful to discriminate in price between buyers of the goods and quality where the consequence of so doing tends to create a monopoly or to injure, destroy, or prevent competition, to collect brokerage fees except for services rendered to sellers, and to pay for advertising and similar services unless they are made available on proportionally equal terms to all buyers.

The first provision of this act is of special interest to purchasing executives

price ceiling regulations. Direct government control over prices of consumer and industrial goods is a measure which has been resorted to only under pressure of war, when the demand for most products greatly exceeded the available supply.

Items Purchased to Individual Specifications

The Robinson-Patman Act does not outlaw price reductions, it merely outlaws discriminatory and preferential prices. A seller can legally offer lower prices to meet competitive prices by offering lower quality and by effecting cost savings which he can pass on to the buyer.

By means of value analysis, a buyer can review specifications for all parts and materials used in his products. Such an analysis can bring to light many situations allowing deviation from the seller's present specifications. These changes in turn permit the negotiation of lower prices.

Most industrial firms purchase at least three distinct kinds of items: standard commercial, or off-the-shelf, items, items produced to a vendor's design for a buyer's specific application, and items and services produced only to the buyer's design. The third category represents a special situation; it is in this area that a buyer can really test his abilities.

When buying to unique specifications, to a large degree the buyer is the market for these purchases. In such circumstances, there are no laws of man or economics that directly dictate specific prices to either the buyer or the seller. The price finally agreed upon depends as much on the skill of the negotiators as on competitive market or supply-demand considerations. Buying to unique specifications is, without doubt, an effective method of avoiding legal pricing restrictions. In technically advanced industries, such as the aerospace industry, stringent performance and reliability requirements often leave no alternative to the buyer but to develop his own specifications. In these instances, prices are usually determined by direct negotiation using both cost and price analysis techniques. Where performance and reliability requirements can be met by standard items, however, it is questionable whether the development of a special item merely to secure freedom from pricing laws is economically justifiable. The special item must be one required in unusually large quantities in order to bring its price below that for a standard item mass-produced on specialized equipment.

Discounts

Trade, quantity, seasonal, and cash discounts constitute an important part of the mechanics of industrial pricing. Consequently, buyers should be familiar with the areas of potential price reduction.

Resale Price Maintenance Laws These statutes are state laws usually referred to as *fair trade* or *quality stabilization laws*. They stem from two enabling federal laws: the Miller-Tydings Resale Price Maintenance Act, and the McGuire amendment to the Federal Trade Commission Act. These laws are called *enabling laws* because they *permit* setting minimum prices for brand and trade name merchandise, but they do not compel it. In fact, they prescribed nothing themselves; they merely made it legal for states wishing to do so to enact this kind of legislation.

A large number of states have passed fair trade laws modeled exactly on California's (even to mistakes in orthography). California passed the first such law under the enabling legislation. However, a number of states have subsequently ruled that fair trade laws violate their state constitutions. For this reason, and because of difficulties encountered with enforcement, most companies that originally wanted price protection for their brands have abandoned the fair trade method of pricing.

Industrial buyers are generally concerned with only a few fair-traded items. One method used by buyers to gain price concessions on fair-traded items has been to lump fair-traded and non-fair-traded items together into a single purchase. In being asked for a combination bid, the vendor is given the opportunity of lowering his prices far enough on the non-fair-traded items to include any discounts he is willing to make on the fair-traded items. Some states have attempted to control this practice by requiring the seller to certify on the bid form that he will sell the non-fair-traded items alone at the prices quoted for them.

Unfair Trade Practices Acts These acts, generally applicable to consumer items, have been passed in twenty-eight states, primarily to prohibit the sale of goods below "cost." Cost is most often interpreted as invoice cost plus a percentage, varying from 4 to 12 percent in the twenty-eight states. In contrast to the fair trade laws, which cover only brand merchandise, these laws cover all goods sold at all wholesale and retail levels of distribution. Many reasons, particularly the difficulty of determining costs, make it almost impossible to enforce these laws. As a consequence, these acts are of minor importance today to industrial buyers, although they are of considerable importance in some areas of retailing.

The Defense Production Act and Government Price Control The Defense Production Act, passed on September 8, 1950, gave the President the power to take steps to stabilize prices. The next day the Economic Stabilization Agency was established, and shortly thereafter the Office of Price Stabilization (OPS) was created. In 1951, the Capenhart and Herlong amendment to the Defense Production Act was passed. During national emergencies, the OPS can issue

Cash Discounts In many industries, sellers traditionally offer price reductions for the prompt payment of bills. When such discounts are given, they are offered as a percentage of the net invoice price. When a supplier extends credit, he cannot avoid certain attendant costs, including the cost of capital, the cost of operating a credit department, and the cost of some "bad debt" losses. Most sellers can reduce these costs by dealing on a short-term payment basis, and they are, therefore, willing to pass on part of the savings to the buyer in the form of a cash discount.

Buyers should be aware of the importance of negotiating the highest possible cash discount. The most commonly used discount in practice is 2 percent/10 days, net 30 days. In industries where prompt payment is particularly important, cash discounts as high as 8 percent have been allowed. A cash discount of 2/10, net 30 means that a discount of 2 percent can be taken if the invoice is paid within 10 days, while the full amount must be remitted if payment is made between 10 and 30 days after receipt of the invoice.

A 2 percent discount, viewed casually, does not appear to represent much money. Actually, it is the equivalent of a 36.5 percent annual interest rate. Because the bill must be paid in 30 days, and the discount can be taken up to the tenth day, a buyer not taking the discount is paying 2 percent of the dollar amount of the invoice to use the cash involved for 20 days. In a 365-day year, there are 18.25 twenty-day periods ($365/20 = 18.25$). A 2/10 discount, therefore, translates into an annual discount rate of 36.5 percent (2 percent times 18.25). If a firm does not have sufficient cash on hand to take cash discounts, the possibility of borrowing the needed money should be investigated. Under normal conditions, paying 7 percent for capital that returns 36.5 percent is always good business. Capable buyers understand the time value of money. In some situations, generous cash discounts can be obtained either for prepayment or for 48-hour payment.

Various other types of cash discounts are in use. One other common type is the end of month (EOM) dating system. This system of cash discounting permits the buyer to take a designated percentage discount if payment is made within a specified number of days after the end of the month in which the order is shipped. If materials are shipped on October 16 under 2/10 EOM terms, a 2 percent discount can be taken at any time until November 10.

Lower prices, in the form of higher cash discounts, are an ever-present avenue of price reduction which buyers should never fail to explore. Frequently, sellers who will not consider reducing the prices of their products will consider allowing higher cash discounts, which accomplishes the identical result for the buyer. For example, a major petroleum company recently was able to gain a 6-percent price reduction on the purchase of a complex testing machine—a machine the manufacturer had never before sold below its standard \$14,000 selling price. The \$2,640 price reduction was achieved by the buyer offering

Trade Discounts These discounts are reductions from list price allowed various classes of buyers and distributors to compensate them for performing certain distributive functions for the original seller (i.e., manufacturer) of the product. Trade discounts are frequently structured as a sequence of individual discounts (e.g., 25, 10, and 5 percent), and in such cases they are called *series discounts*. Use of series discounts facilitates pricing among distributors that perform different selling functions for a manufacturer. Those that perform all functions (warehousing, advertising, credit, delivery, etc.) get all three discounts, those that perform only a part of the distribution functions get only one or two of the discounts in the series. If the retail price of an item with such discounts is \$100, the full discounted price is calculated as follows: 25 percent of \$100 = \$25; 10 percent of $(\$100 - \$25) = \$7.50$, 5 percent of $(\$100 - \$25 - \$7.50) = \3.38 . The price to be paid, then, is $\$100 - \$25 - \$7.50 - \$3.38 = \$64.12$.

An industrial buyer who purchases through distributors must, as a result of the very nature of series trade discounts, be certain that he is trading with the right distributor (i.e., the distributor obtaining the most discounts). The general guidance rule is to get as close to the manufacturer as possible. For example, a large buyer should not normally purchase his paper requirements from a janitorial supply house, which usually does not obtain all discounts in the series for paper. If his account is sufficiently large, the buyer should go to a paper distributor, who normally does obtain all discounts in the series.

Quantity Discounts These price reductions are given to a buyer for purchasing increasingly larger quantities of materials. They are normally offered under one of three purchasing arrangements.

- 1 For purchasing a specific quantity of items at one time
- 2 For purchasing a specified dollar total of any number of different items at one time
- 3 For purchasing a specified dollar total of any number of items over an agreed-upon time period

The third type of quantity discount is called a *cumulative discount*. The period of accumulation can be a month, a quarter, or more commonly a year.

Sellers offer quantity discounts to obtain additional profit, which is realized through larger sales, more stable use of production facilities, and reduced handling, packaging, transporting, and invoicing costs. Such discounts are significant to the industrial buyer because they affect inventory policy and influence the feasibility of using two or more suppliers.

Seasonal Discounts These are by far the least important of the industrial discounts. Because of the seasonal nature of some products (primarily consumer products), their producers offer discounts for purchase made in the off-season.

Competition, both among buyers and among sellers, regulates prices between these possible extremes

Break-even analysis may enable a buyer to further his pricing objectives in three ways: first, to sharpen his perception of purchasing's role in his own company's profit-and-loss performance; second, to gain clues on the timing of future price changes, third, to obtain assistance in determining the reasonableness of a vendor's price quotations

The learning curve can be used effectively in industrial purchasing. The concept is unique as a pricing technique because it concentrates on the direct labor component of cost. It is especially valuable in pricing new products, helping with make-or-buy decisions, estimating delivery times, and scheduling progress payments

Industrialists cannot always make pricing decisions solely on the basis of business or economic considerations. In addition, they must often act in accordance with legislation and court decisions. Among all pricing legislation, the most important to purchasing is the Robinson-Patman Act, which holds the buyer as well as the seller guilty of violations.

Discounts—trade, quantity, seasonal, and cash—are an important factor in pricing. A 2/10 discount may appear to be insignificant, actually it is equivalent to an annual discount rate of 36.5 percent. In addition to their innate values, cash discounts are frequently an effective negotiating tool for achieving price reductions which are otherwise unattainable.

Although competent buyers correctly rely heavily on economic theory for determining prices, they also rely on the practical aspects of pricing. Successful pricing usually hinges on a proper blending of purchasing art and science. Since even the usual measurements of past costs, prices, capacities, etc., may be arbitrary, prices are determined by buyer's and seller's estimates and judgments concerning all the foreseeable present and future forces that may influence the market. Therefore, determining a fair and reasonable price and negotiating to get it requires purchasing skills and judgments of the highest order.

FOR DISCUSSION

- 6-10 Is pricing usually based on competition or on costs? Why?
- 6-11 When would a company not want to quote on a firm fixed-price basis? Explain.
- 6-12 What products can you name that command a premium price because of alleged differentiation? Is the differentiation real or imagined? How can it be measured?

to pay one-half the purchase price one week in advance of the machine's delivery to his company's testing laboratories

CONCLUSION

Determining a fair and reasonable price and negotiating to get it requires a very high degree of skill and judgment. This statement is true because most prices are determined from estimates and judgments, not precise facts. Because a supplier cannot precisely forecast his sales and production volumes, he is unable to calculate his costs precisely. Hence, he is unable to calculate the precise price he needs to maximize profit and is thus forced to rely on his business judgment. Judgments of costs, profits, and prices are always subject to analysis and negotiation.

The market itself plays a dominant role in pricing. When business is booming, manufacturers can generally increase their prices. Sales go up, and during such times there is little even the most skillful buyer can do to gain price concessions. On the other hand, when the market weakens or turns downward, circumstances change radically. Now the supplier, for survival reasons, must review his costs and be willing to make price concessions. If necessary, the concessions can drop the price all the way down to out-of-pocket costs.

A sophisticated buyer has a comprehensive knowledge of how cost, production, sales, and competitive relationships influence a supplier's pricing in both booms and recessions. He also has knowledge of negotiating principles, make-or-buy analysis, techniques of group ordering, and selection of the appropriate type of contract. With all this knowledge, a competent buyer is in a very strong position to use, without abuse, his firm's total buying power. In most industrial purchasing situations, vendors do not cast the only votes in price determination. Capable buyers also cast votes. For all these reasons, prices can often be influenced as much by purchasing skill as by the impersonal supply and demand forces of the marketplace.

SUMMARY

Competition is the mainspring of good pricing for one overriding reason—suppliers do not all have the same costs of production. The sales from all products must recover all costs, plus a little more if a profit is to be made. However, individual products do not always sell at a profit. The sum of all out-of-pocket costs is the lowest price at which a firm can reasonably accept business. Market conditions and company goals determine the highest price

4. ALGUNOS ASPECTOS LEGALES

Se ha dicho que el hombre que actúa como su propio abogado tiene por cliente un tonto. Esto es en especial cierto en términos de la función del agente de compras. Las funciones de adquisición -- comprenden muchos aspectos legales que sólo pueden ser explicados e interpretados por un abogado competente. El propósito de este tema no es explicar las "normas" legales de las compras, sino solo enumerar algunas de las áreas para las cuales deba buscarse el consejo de un abogado o del departamento jurídico de la compañía, así como dar una orientación sobre los trámites necesarios para las importaciones.

4.1. RELACIONES COMPRADOR VENDEDOR.

Una de las áreas más importantes en las que se requiere consejo legal es la de los contratos de compra. Como el contrato vincula legalmente a la compañía y al proveedor, es importante que los documentos que protejan a la compañía sean cuidadosamente formulados -- para que sirvan como contratos, formas de pedidos estándar y solicitudes para cotizaciones. Las solicitudes de cotización no son contratos, pero algunos proveedores las interpretan como tales, lo que conduce a malas interpretaciones y a problemas legales.

Otra área en la que puede ser de ayuda los abogados es la interpretación de las leyes. Cuando se aprueban nuevas leyes y cuando los casos en las cortes cambian la interpretación de las leyes existentes, también tendrán que alterarse las actividades del agente de compras. Existen varias leyes en vigor que tratan sobre los precios justos, rebajas, descuentos, tarifas de carga y sobre otros temas -- que en algunos casos tienen que ser interpretadas cuando el agente cierra una operación.

Existen varios problemas legales que pueden presentarse en relación con el proveedor. En términos legales, el proveedor se refiere al vendedor y el cliente es el comprador. En esta categoría caen los siguientes casos:

- Cambios en las cláusulas del contrato.
- Falsedad y fraude.
- Contratos ilegales y contratos nulos.
- Rechazo de los artículos despachados a la compañía.
- Infracción al derecho de patente.
- Reclamaciones por ajuste de seguro.
- Daños causados por no hacer la entrega en la fecha estipulada o por no apegarse a las especificaciones.

4.2. PROCEDIMIENTOS PARA EL TRAMITE DE LAS SOLICITUDES DE PERMISO DE IMPORTACION.

Para conseguir un permiso de importación, es recomendable, antes que nada, solicitar en la Dirección General de Comercio de la Secretaría de Industria y Comercio, su publicación No. 1, que trata lo relacio-

nado con los trámites ante la Dirección General de Comercio. En esta publicación, se incluyen temas como: Atribuciones de la SIC, Organigrama de la SIC, Funciones de la DGC y los trámites generales de Comercio Exterior. Esta publicación es importante para saber a que parte de la Secretaría y en especial de la Dirección General de Comercio hay que dirigirse para arreglar cualquier problema de Importación. Posteriormente, es recomendable conseguir la publicación No. 2 de la misma Dirección, donde vienen los procedimientos para el trámite de las solicitudes de permiso de importación. En esta publicación No. 2, se tratan en forma independiente las dos posibilidades de importación: Definitiva y Temporal.

4.2.1. Importación Definitiva.- Para la importación definitiva, es necesario antes que nada, llenar la solicitud correspondiente, (se anexa). En ésta existen dos renglones sumamente importantes. Uno, es el correspondiente a la Fracción Arancelaria, la cual es muy importante esté correcta, pues de lo contrario, la mercancía no podrá entrar al país. Esta fracción arancelaria, se puede buscar en el Diario Oficial que salió en diciembre de 1974, en la publicación de la Tarifa del Impuesto General de Importación ó en la Sección de Vistas, ventanilla No. 2 de la SIC. En la tarifa del Impuesto General de Importación, se pueden ver también, los impuestos que se pagan para cada mercancía, dependiendo del lugar de origen y en especial de si proviene de un país de la ALALC, en cuyo caso, el impuesto es menor o nulo. El segundo renglón es el correspondiente al número de codificación, con el cual no es posible que se reciba la solicitud. Este es el número clave que la SIC asigna a cada una de las mercancías cuya importación se encuentra sujeta al régimen de permiso previo. El número de codificación se debe consultar en la Sección de Vistas.

Las posibilidades de Importación Definitiva son las siguientes:

Importación Definitiva. Relaciones "SD" valor hasta \$ 200.000.00

Importación Definitiva. Relaciones "D" valor de \$ 200.000.01 a \$ 100.000.00

Importación Definitiva. Relaciones "SC" valor mayor de \$100.000.00

Importación Definitiva. Trámite rápido.

Importación de Refacción Urgente.

Permiso abierto de Importación.

Existen además, la posibilidad de solicitar "Reconsideración" y "modificación".

Debido a las características de estos trámites, es conveniente conocer el flujo de la solicitud para cada caso, en forma tal que se le pueda hacer un seguimiento dentro de la Secretaría, para lo cual se anexan los diagramas correspondientes.

4.2.2. Importación Temporal.³ Este mecanismo facilita la importación temporal de artículos que no se producen en el país en calidad y plazos de entrega adecuados y que se requieren en tanto los puede surtir el productor nacional. Otras posibilidades son: que por el alto costo y tiempo de utilización no se justifica la producción interna o su consumo, como en el caso de moldes, aparatos de medición, etc. o que se internan en el país para ser reacondicionados en empresas nacionales para su futura exportación.

A través del propio mecanismo se permite la importación temporal de: maquinaria para trabajos específicos y temporales, que no justifican la importación definitiva; con fines de exhibición de maquinaria y equipo; originales de películas para obtener copias en laboratorios nacionales.

Al igual que en la importación definitiva, lo primero que hay que hacer, es llenar una solicitud (se anexa).

Las posibilidades de Importación Temporal son las siguientes:

- Importación Temporal Normal
- Importación Temporal para Exportación
- Importación para Concenciones y Eventos Similares
- Solicitudes Foráneas, excepto Zonas y Perímetros Libres y Franja Fronteriza Norte.
- Importación para las Zonas y Perímetros Libres y Franja Fronteriza Norte.

Se anexan los diagramas de flujo de la solicitud para cada caso.

* * * * *

BIBLIOGRAFIA 4

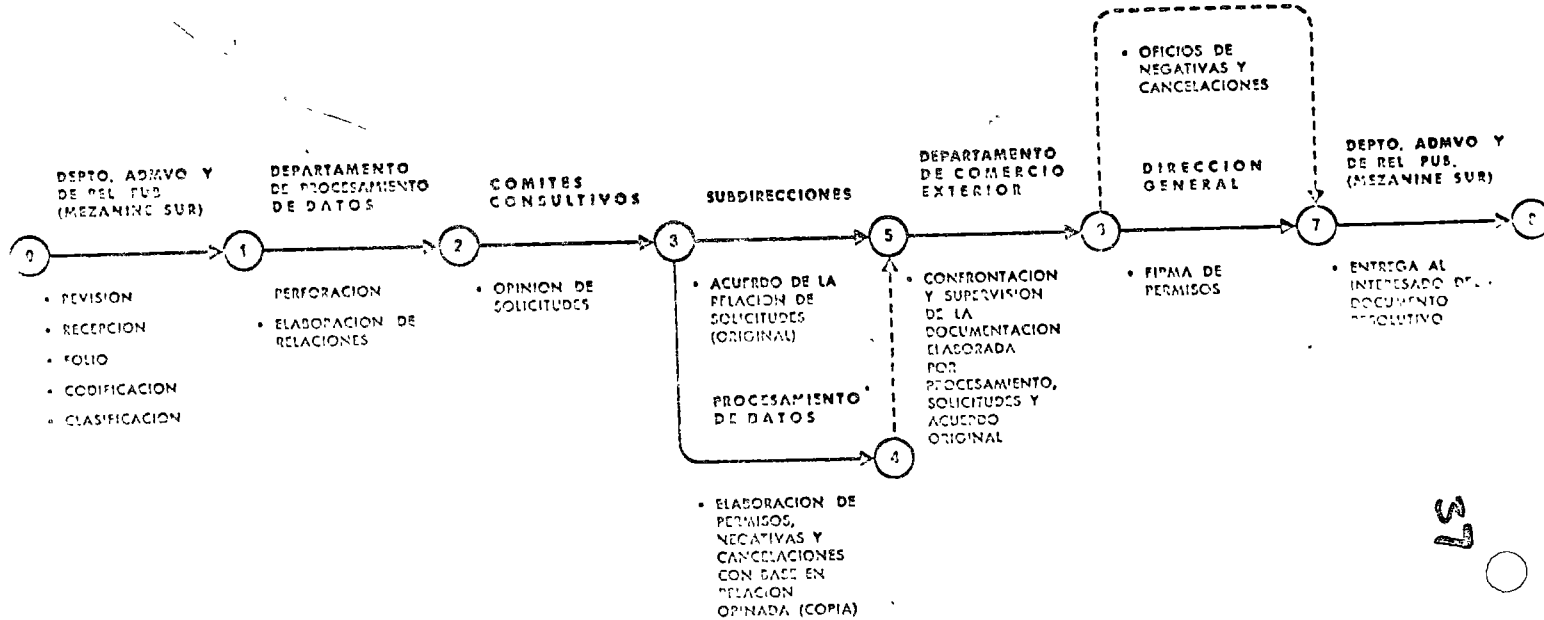
- Lamar Lee Jr. and Donald W. Dobler.
PURCHASING AND MATERIALS MANAGEMENT. TEXT AND CASES.
New York: Mc Graw-Hill, 1971
- P. J. H. Baily
PURCHASING AND SUPPLY MANAGEMENT.
London: Chapman and Hall, 1973.
- Pooler, Victor H. Jr.
THE PURCHASING MAN AND HIS JOB.
New York: American Management Association, 1964.
- Richard J. Hopeman
PRODUCCION: CONCEPTOS, ANALISIS Y CONTROL.
México, D. F.: CECSA, 1973.
- Stuart F. Heinritz and Paul V. Farrell
Purchasing: PRINCIPLES AND APPLICATIONS.
Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc., 1971
- Heinritz, S. F.
PURCHASING PRINCIPLES AND APPLICATION.
Englewood Cliff, N. J.: Prentice-Hall, Inc., 1959
- W. Grant Ireson and Eugene L. Grant
HANDBOOK OF INDUSTRIAL ENGINEERING AND MANAGEMENT (2a Ed.)
Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc., 1971
- Dirección General de Comercio
PROCEDIMIENTOS PARA EL TRAMITE DE LAS SOLICITUDES DE PERMISO DE IMPORTACION.
México, D. F.: Secretaría de Industria y Comercio, 1972.

* * *

RFW' pad.

DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD DE IMPORTACION DEFINITIVA

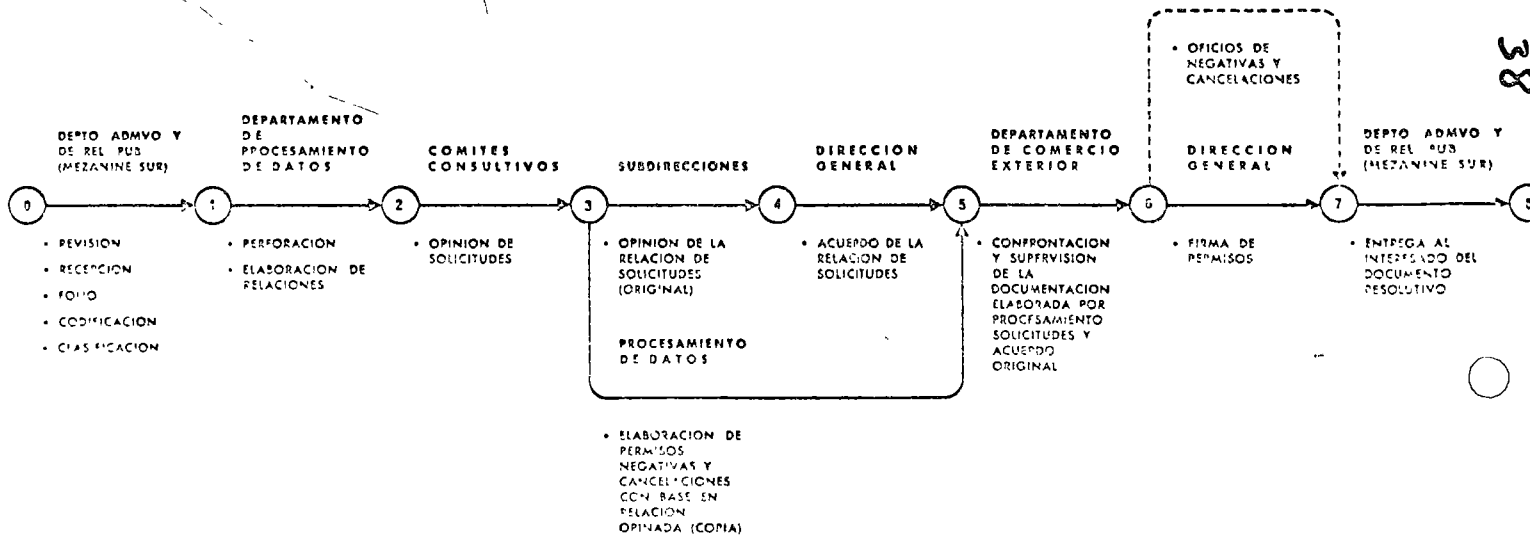
RELACIONES "SD"
VALOR HASTA \$ 200,000.00



37

DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD DE IMPORTACION DEFINITIVA

RELACIONES "D"
VALOR DE \$ 200,000.01
A \$ 1 000,000.00



38

DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD DE IMPORTACION DEFINITIVA

RELACIONES "SC"
VALOR MAYOR DE \$ 1.000.000.00

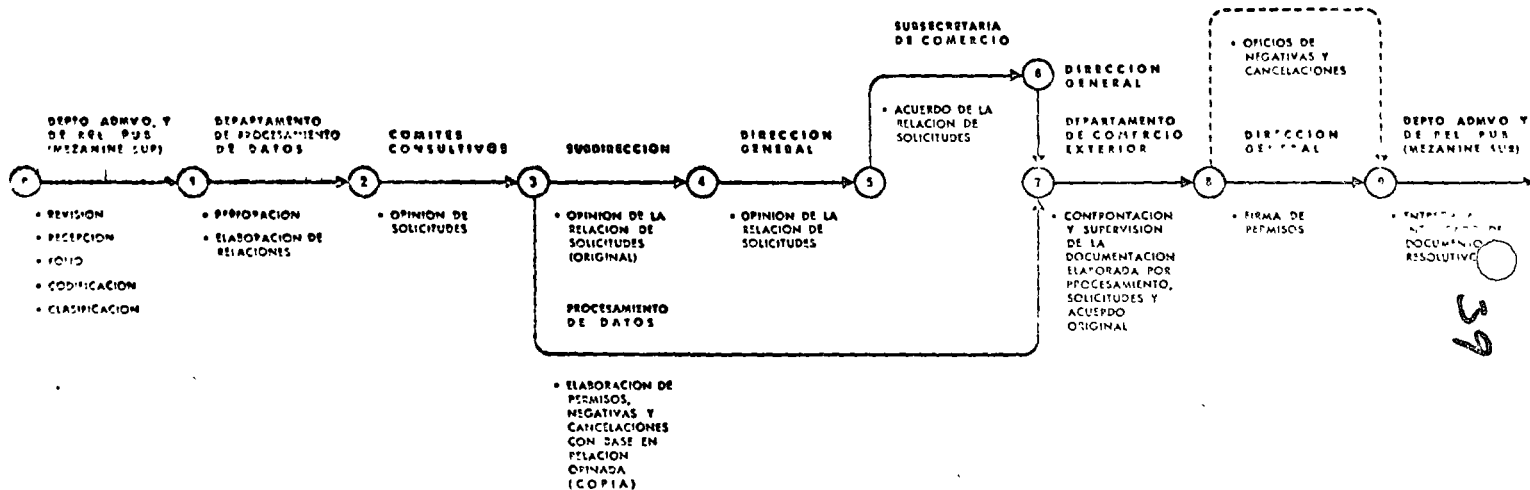


DIAGRAMA DEL TRAMITE RAPIDO DE SOLICITUDES DE IMPORTACION DEFINITIVA

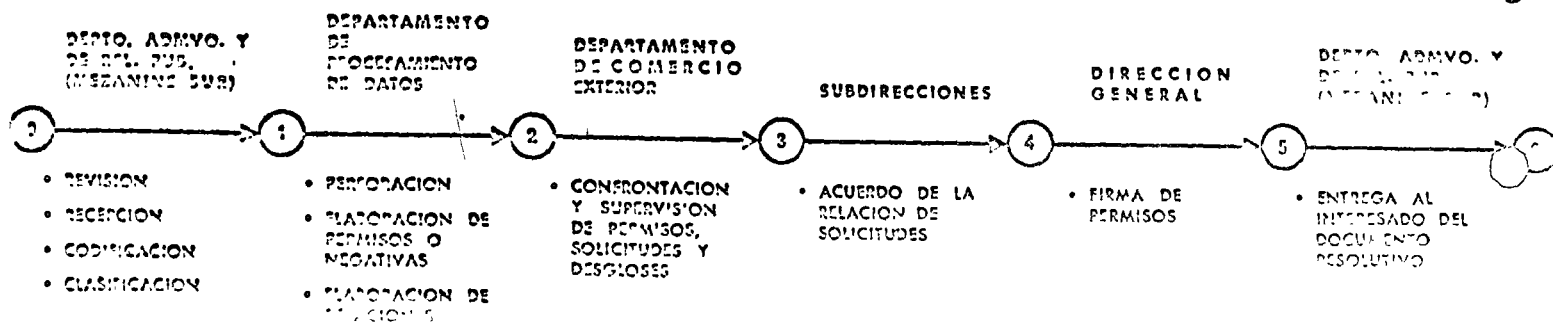
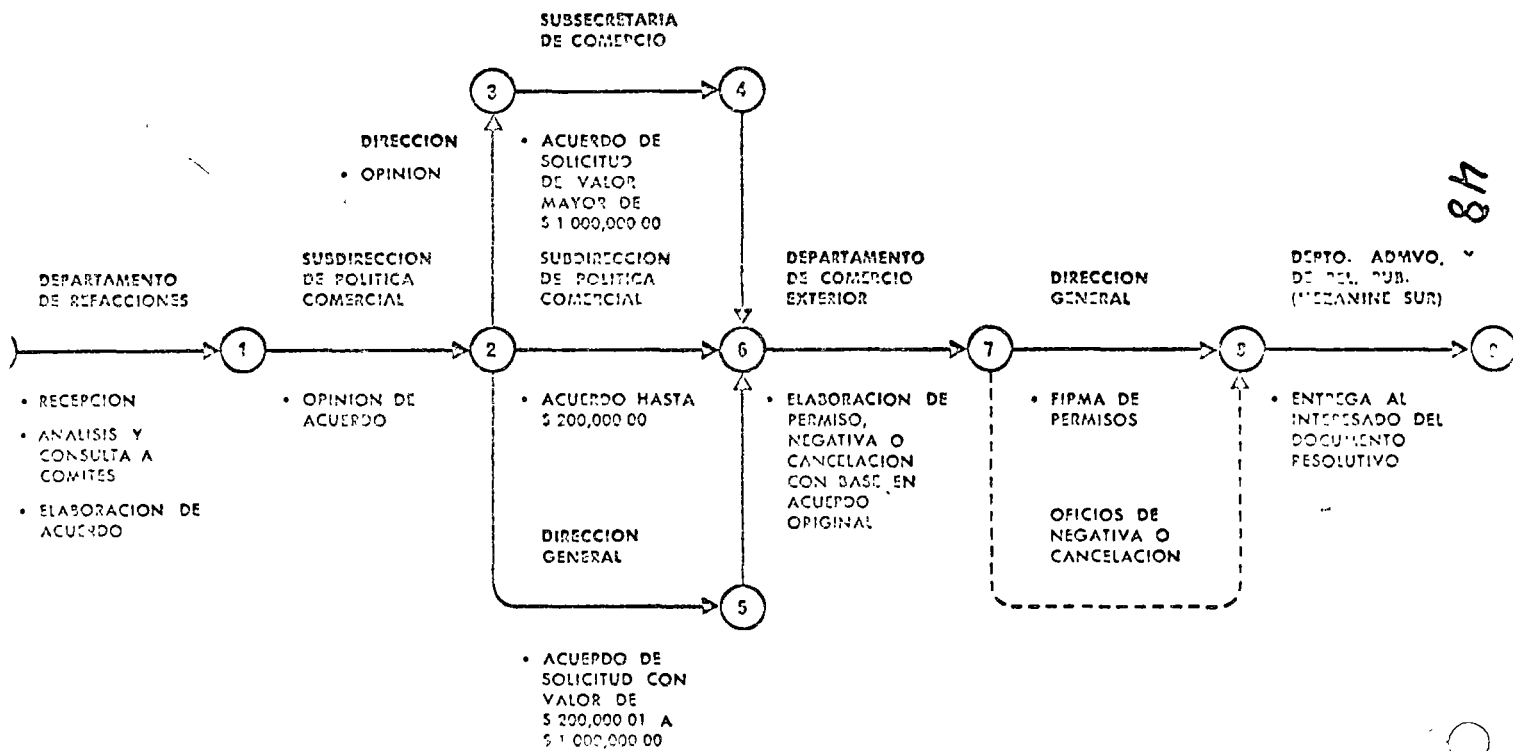
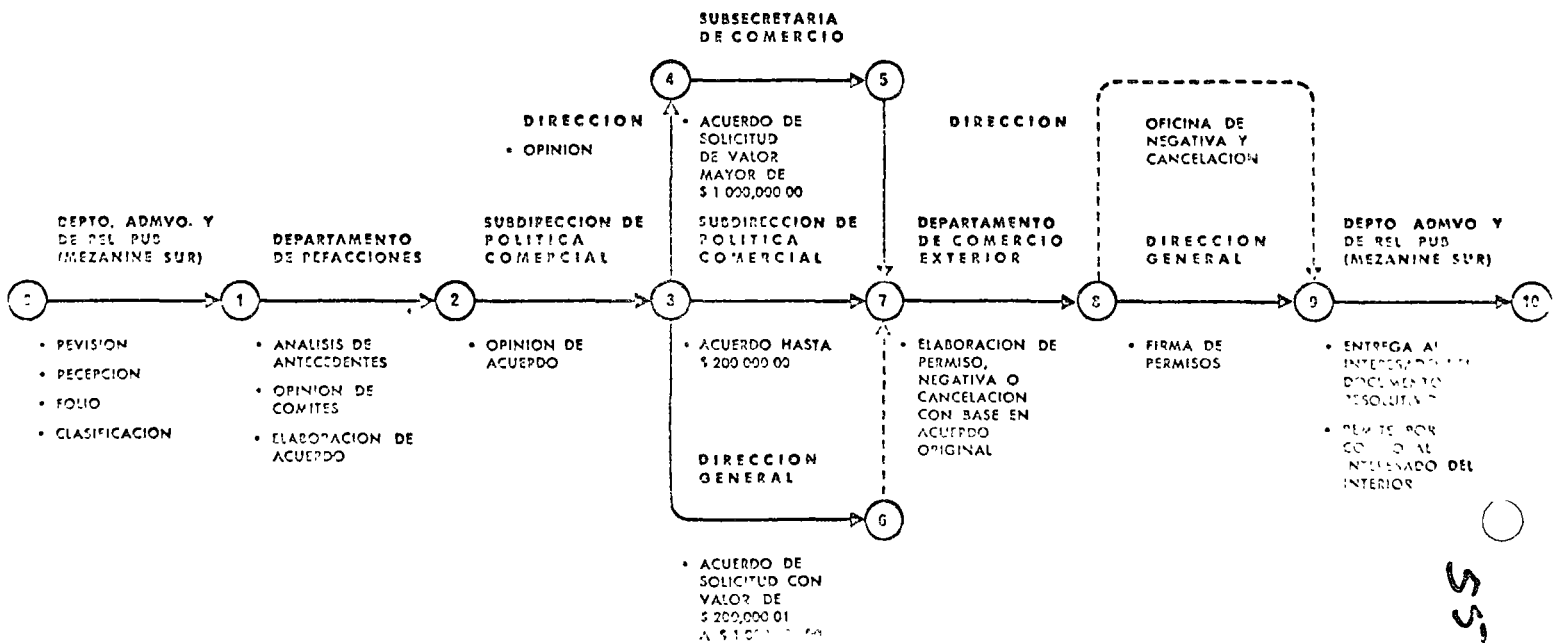


DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD DE IMPORTACION DE REFACCION URGENTE, PARA EL AREA DEL D. F.



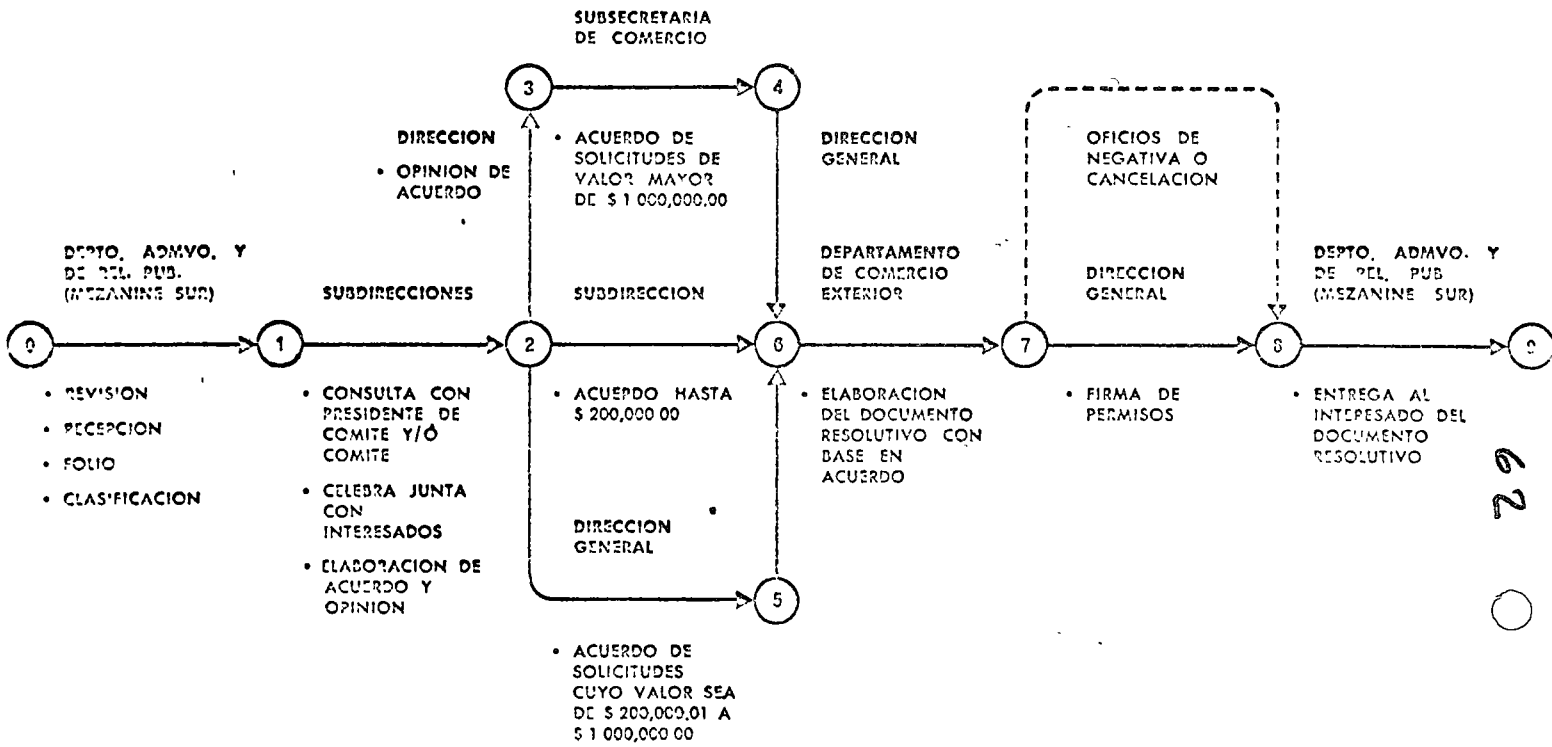
87

DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD DE PERMISO "ABIERTO" DE IMPORTACION



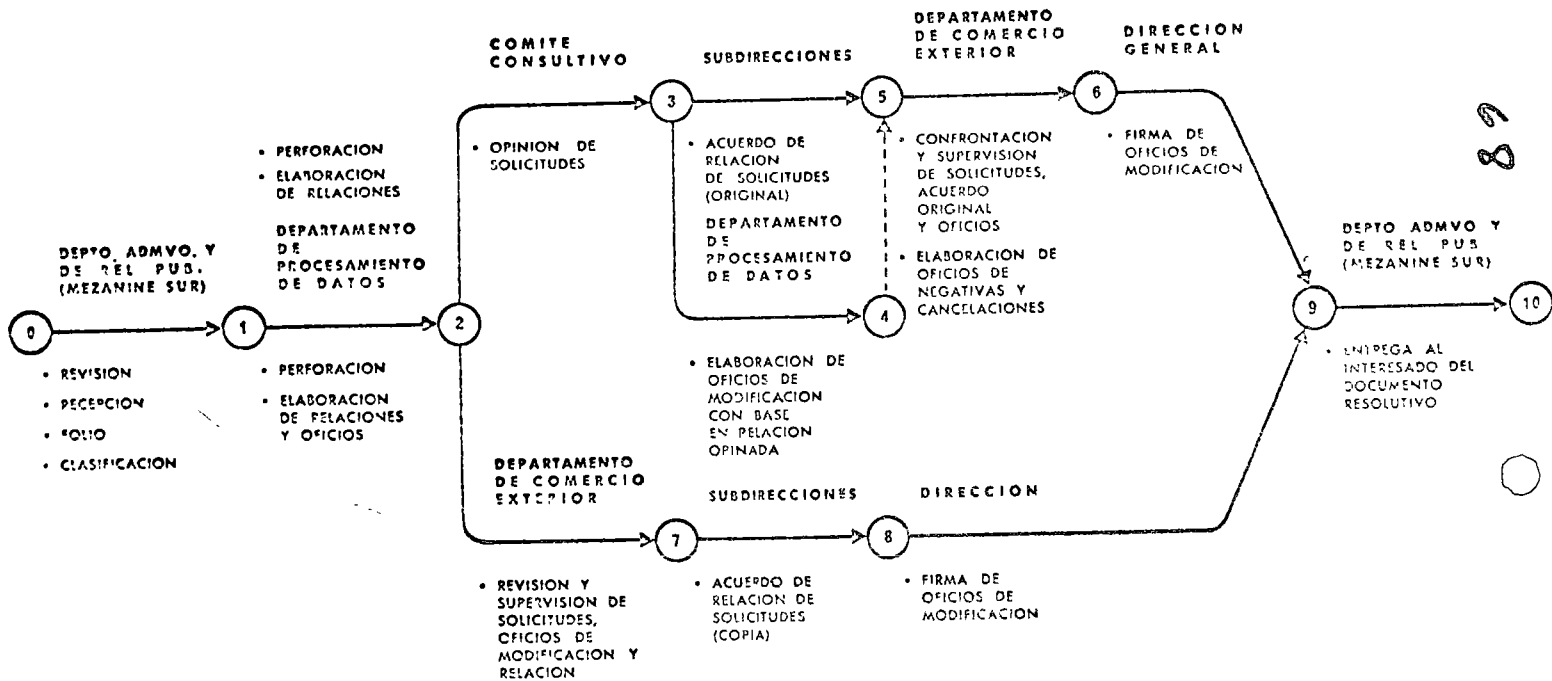
55

**DIAGRAMA DEL TRAMITE
DE SOLICITUD DE
RECONSIDERACION**



**DIAGRAMA DEL TRAMITE DE
SOLICITUDES DE MODIFICACION
(NORMAL Y RAPIDO)**

TRAMITE NORMAL



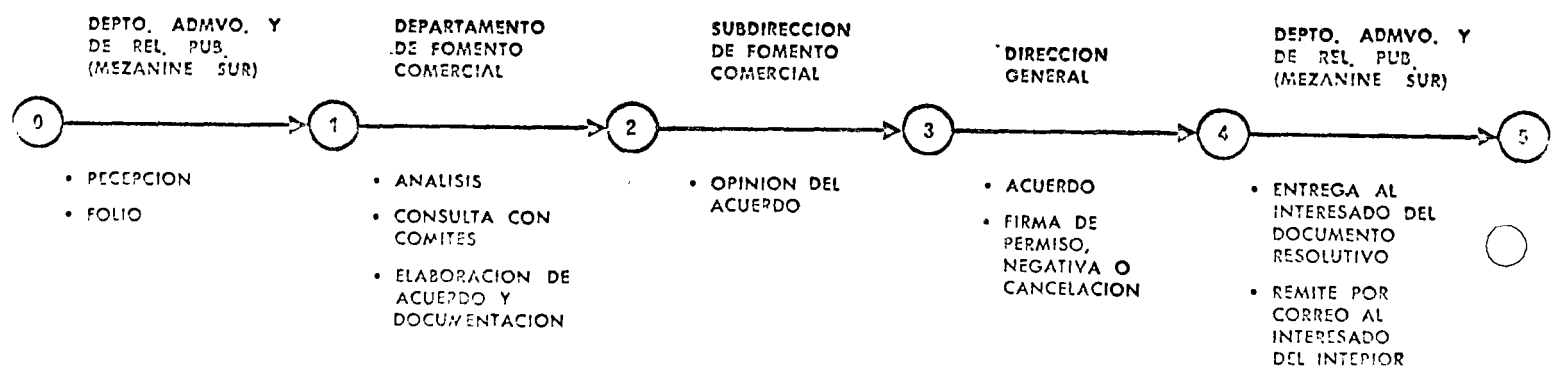
74

| | |
|---|--|
| No. de solicitud: _____ Reg. Fed. de C. _____ Salud No. _____ de la S.C. _____ | |
| Nombre del solicitante: _____ | |
| Domicilio: _____ | |
| Actividad de la empresa: _____ | |
| Clasificación de la empresa: _____ No Reg. C/A _____ | |
| Pertenencia de la empresa: _____ No _____ Si _____ | |
| Cantidad a importar: _____ EN SISTEMA AERICO NACIONAL _____ | |
| Valor Total en Aduana Nacional: _____ | |
| Atenciones Solicitadas: _____ Na. Codificada: _____ | |
| Adquirido de derecho: _____ | País de procedencia: _____ |
| A. Si se trata de mercancías para: | B. Motivo para exhibir, autor, reparar |
| 1. Cantidad en unidades a exportar | 1. Lugar de destino |
| 2. Motivo técnico | 2. Fecha de exhibición |
| 3. Cantidad a exportar | 3. Período que permanecerá la mercancía en el país |
| 4. Valor en cada unidad | 4. Fecha de exportación |
| Uo que se le da: _____ | |
| No. del Delineamento: _____ | Fecha: _____ |
| Período en que se consumirá la mercancía: _____ | |
| Emisor(es) a la fecha: _____ | |
| Lugar para el cual se solicita el Permiso: _____ | |
| Otros: _____ | |
| Resolución: _____ | |

ORIGINAL

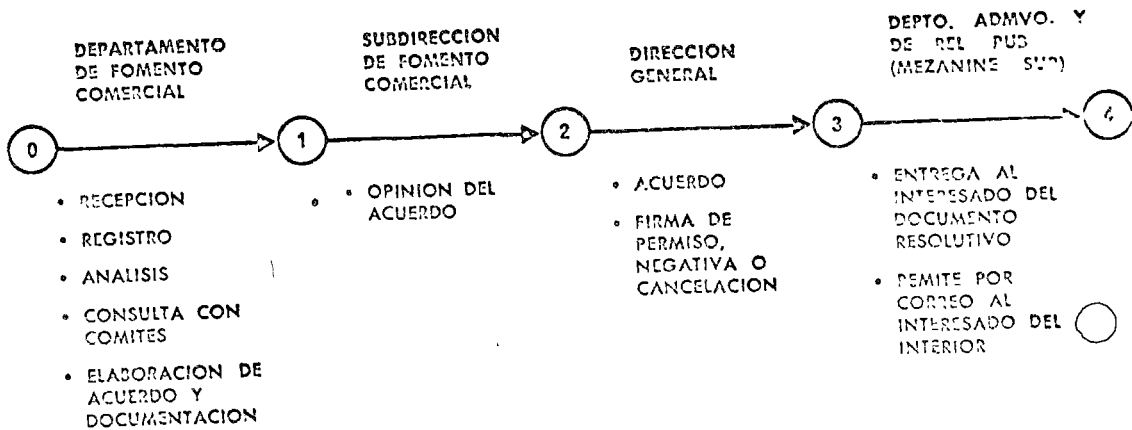
Anuncio de la Seguridad de Partida de Importación Temporal

DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD DE IMPORTACION TEMPORAL



76

DIAGRAMA DEL TRAMITE DE
SOLICITUD DE IMPORTACION TEMPORAL
PARA EXPORTACION



88 SOLICITUD DE PERMISO DE IMPORTACION TEMPORAL
PARA CONVENCIONES Y EVENTOS SIMILARES

88

Objetivo: La Ley 107, by importation of materials for conv. sim. and similar events

SECRETARIA DE ECONOMIA Y FINANZAS
DIRECCION GENERAL DE COMERCIO EXTERNO
PLANTILLA NÚMERO DE FOLIO ALICATA Y CANTONAMIENTO
AV. CUAUHTEMOC IN 10 MEXICO 7 0 F

SECRETARIA DE HACIENDA Y CREDITO PUBLICO
DIRECCION GENERAL DE ADELANTOS
PLANTILLA NÚMERO DE FOLIO ALICATA Y CANTONAMIENTO
PALACIO NACIONAL MEXICO 7 0 F

COMISION MIXTA PARA CONVENCIONES Y EVENTOS SIMILARES

No Peticion de Importacion
de la Solicitud de Permiso
por material temporal

Registro Federal de Convenciones
MEXICO 7 0 F

Solicitud No. _____
(Asignacion No.)

Quien para cualquier informacion o aclaracion
de esta solicitud de Permiso por favor dirigirse a:

NOVEDADE DEL EVENTO _____
(fecha de inicio y fin)

FORMA DEL SOLICITANTE _____
(Nombre y apellido)

DOMICILIO _____
(Calle y numero)

Persona a cargo de la parte de permisos
(Nombre y apellido)

En sus estas referencias de Permiso (en decimal, nombre y apellido)

CANTIDAD A IMPORTAR _____
(Cantidad en unidades y especificaciones)

VALOR TOTAL EN M.D. _____
(Valor total en millones de pesos)

MERCANCIA O EFECTOS SOLICITADOS
(Descripción de la mercancía)

NOTA: LEERSE EL ANEXO A

Admon. de Despacho _____
(Nombre y apellido)

Material para exhibir Para consumo
(Material para exhibir o para consumo)

LOCAL DONDE SE LLEVARA A CABO EL EVENTO _____
(Lugar donde se llevará a cabo el evento)

PERIODO QUE PERMANECERA LA MERCANCIA EN EL PAIS _____
(Período que permanecerá la mercancía en el país)

FORMA DE GARANTIA _____
(Forma de garantía)

OBSERVACIONES _____

COMISION MIXTA

PROCESO DECA APROBADO EN LOS DATOS ASIGNADOS
El Permiso será otorgado en el caso de haberse cumplido con los requisitos

LUGAR Y FECHA _____
(Lugar y fecha)

FIRMA _____
(Firma)

NOTARIA LICENCIADA DEL DISTRITO FEDERAL _____
(Notario licenciado del Distrito Federal)

CARGO EN LA ORGANIZACION _____
(Cargo en la organización)

Anverso de la Solicitud de Permiso de Importación Temporal para Convenciones y Eventos Similares

DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD FORANEA

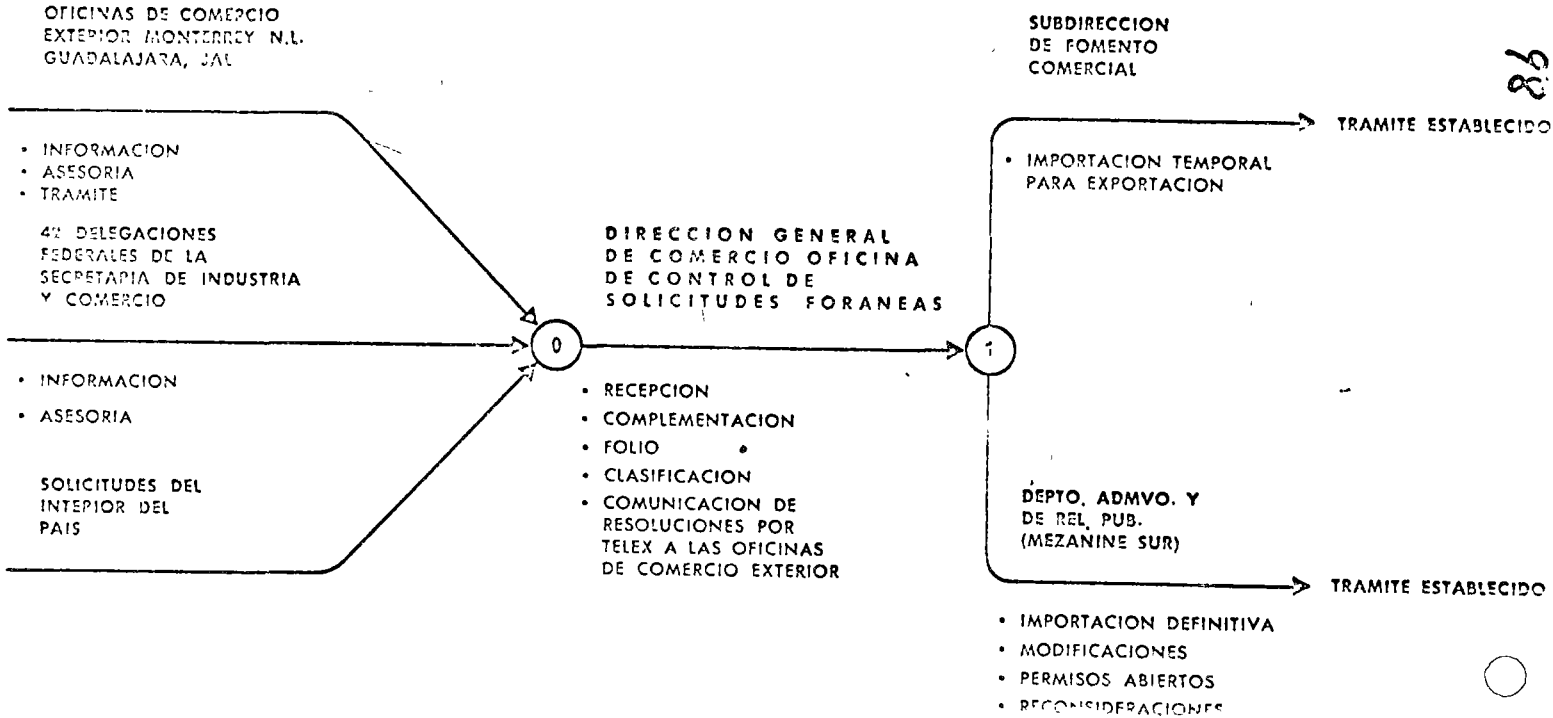


DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD DE PERMISO DE CUOTA GLOBAL DE IMPORTACION

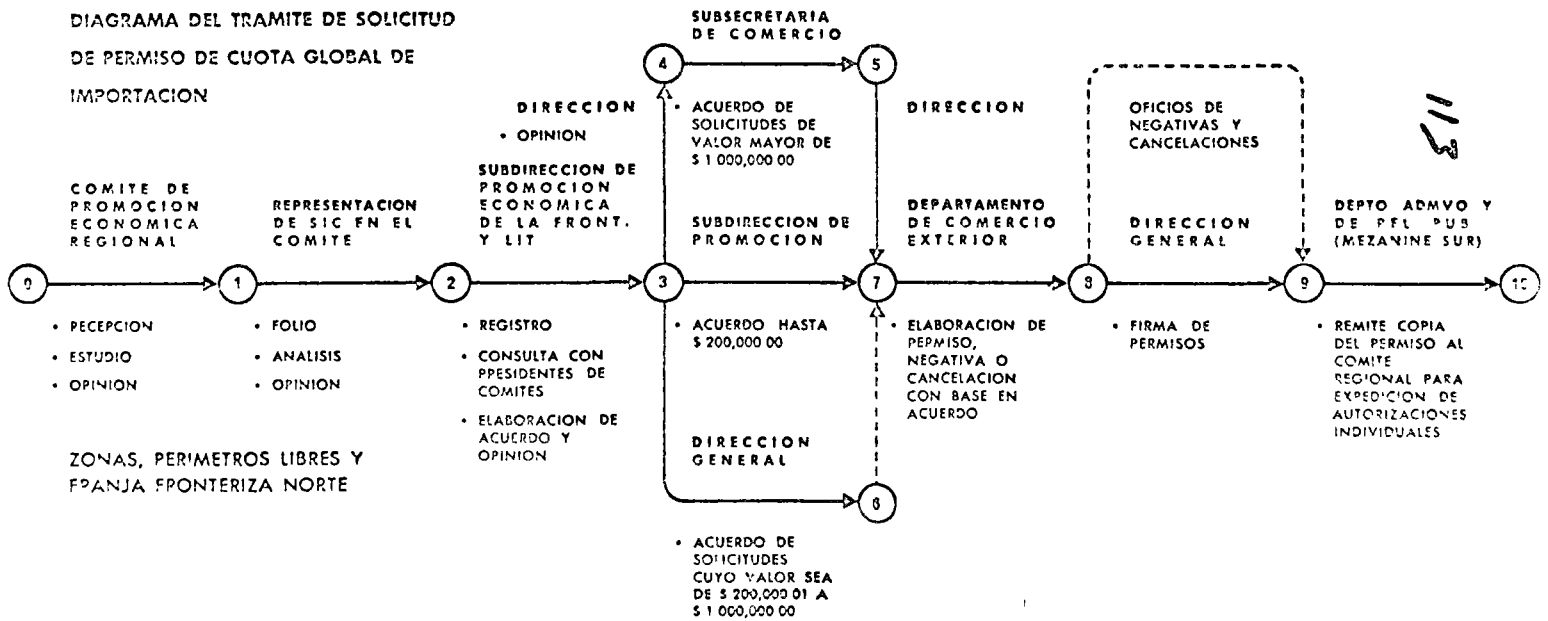


DIAGRAMA DEL TRAMITE DE SOLICITUD INDIVIDUAL CON CARGO AL PERMISO DE CUOTA GLOBAL

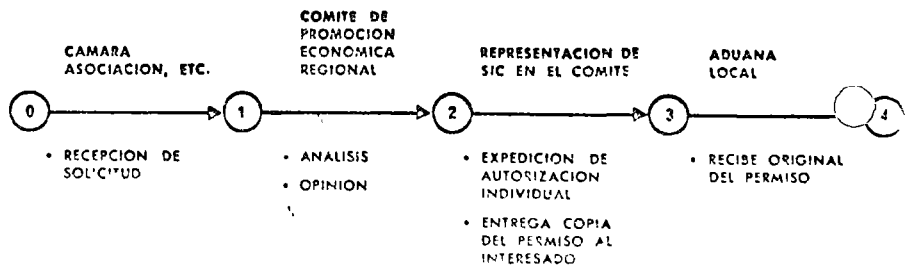


DIAGRAMA DEL TRAMITE DE
SOLICITUD DE IMPORTACION DE
MERCANCIAS NO SUJETAS A CUOTAS

ZONAS, PERIMETROS
LIBRES Y FRANJA
FRONTERIZA NORTE

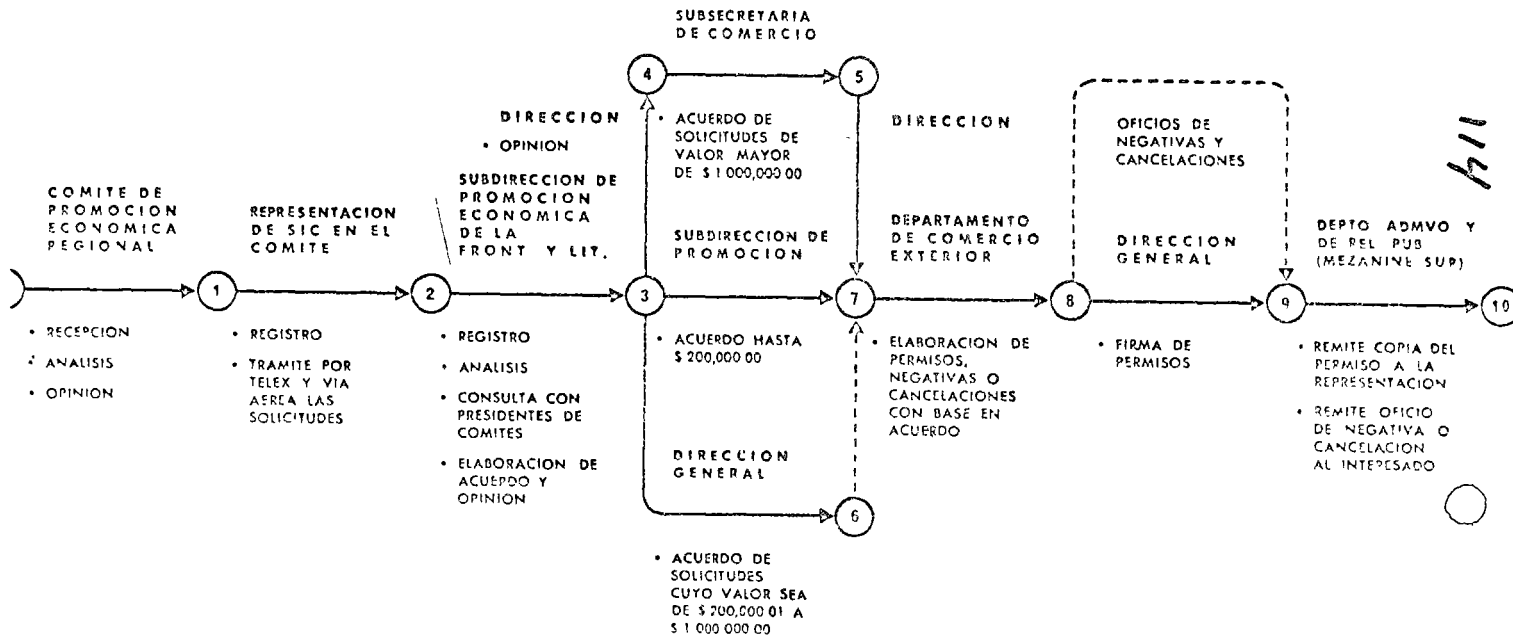
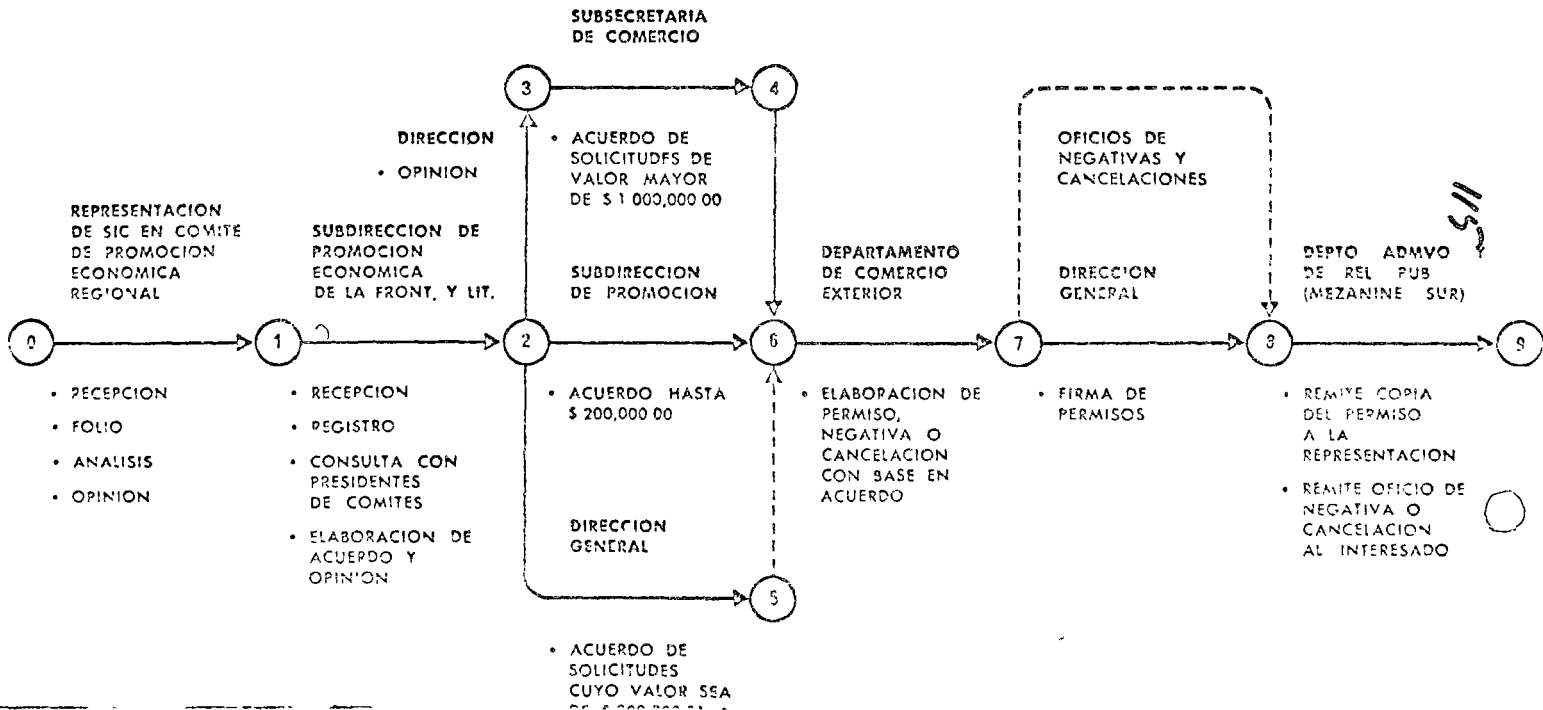


DIAGRAMA DEL TRAMITE
DE SOLICITUD DE IMPORTACION
TEMPORAL

ZONAS, PERIMETROS
LIBRES Y FRANJA
FRONTERIZA NORTE



SOLICITUD DE PERMISO DE IMPORTACION

FORMA DGC-13

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO.
DIRECCION GENERAL DE COMERCIO.

AV. CUAUHTEMOC N° 80 MEXICO 7, D. F.

No. Padrón de importadores _____ de la SIC _____ Reg. Fed. de Causantes _____ Solicitud No. _____ CITESE PARA CUALQUIER INFORMACION O ACLARACION

Nombre del solicitante _____

Domicilio _____ Tel. _____

Actividad declarada para fines fiscales. _____

Cámara a la que pertenece _____ No. Reg. Cám. _____

Persona autorizada para tramitarla _____ No. _____ Tel. _____

Cantidad a importar **EN SISTEMA METRICO DECIMAL.** _____
con número y letra _____ Un. de medida _____ Comité No. _____

Valor Total en Moneda Nal. _____
Con número y letra _____ Fracción arancelaria _____

Mercancía Solicitada: _____ No. Codificación _____

Aduana de Despacho No. _____ País de Procedencia No. _____

Se anexa autorización Previa de _____ No. _____

Uso que se le dará _____

No. del último Permiso _____ De Fecha _____ Cantidad autorizada _____

Periodo en que se consumirá la mercancía _____ Existencias a la fecha _____

ESPACIO PARA USO EXCLUSIVO DE LA DIRECCION GENERAL DE COMERCIO

Opinión _____

Resolución _____

PROTESTO DECIR LA VERDAD EN LOS DATOS ASENTADOS.

LUGAR Y FECHA

FIRMA

NOMBRE LEGIBLE DEL QUE FIRMA

CATEGORIA EN LA EMPRESA

| | | | | |
|----------------|------------------------|----------|--|---|
| CON COPIA PARA | INTERCAMBIO COMPENSADO | VIGENCIA | SECTOR PUBLICO FDO. CANDELLERO MAIZ PALOMERO SEMILLA P/USO AGRICOLA CABALLOS POLLITOS | <input type="checkbox"/> REQUIERE PERMISO S. D. N. <input type="checkbox"/> TRACTORES AG. USADOS <input type="checkbox"/> GAS <input type="checkbox"/> ALMIDON <input type="checkbox"/> REGLA XIV <input type="checkbox"/> LAMINAS PLASTICAS |
| | | | | |

ORIGINAL

| | | | | | |
|---|--|------------------------------|--|----------------------------|--|
| No. Padrón de Importadores de la SIC _____ | | Reg. Fed. de Causantes _____ | | Solicitud No. _____ | |
| CITASE PARA CUALQUIER INFORMACION O ACLARACION | | | | | |
| Nombre del solicitante _____ | | | | | |
| Domicilio _____ Tel. _____ | | | | | |
| Actividad declarada para fines fiscales. _____ | | | | | |
| Cámara a la que pertenece _____ No. Reg. Cám. _____ | | | | | |
| Persona autorizada para tramitarla _____ | | | | No. _____ Tel _____ | |
| Cantidad a importar _____ | | | EN SISTEMA METRICO DECIMAL. | | |
| con número y letra _____ | | | Un. de medida _____ | | |
| Valor Total en Moneda Nal. _____ | | | | Comité No. _____ | |
| Con número y letra _____ | | | | Fracción arancelaria _____ | |
| Mercancía Solicitada: _____ | | | | | |
| No. Codificación _____ | | | | | |
| Aduana de Despacho No. _____ | | | País de Procedencia No. _____ | | |
| Se anexa autorización Previa de _____ No. _____ | | | | | |
| Uso que se le dará _____ | | | | | |
| No. del último Permiso _____ | | De Fecha _____ | | Cantidad autorizada _____ | |
| Periodo en que se consumirá la mercancía _____ | | Existencias a la fecha _____ | | _____ | |
| Relación _____ Comité _____ | | | PROTESTO DECIR LA VERDAD EN LOS DATOS ASENTADOS. | | |
| Opinión _____ | | | LUGAR Y FECHA _____ | | |
| No. de Cancelación _____ | | | FIRMA _____ | | |
| No. de Permiso _____ | | | NOMBRE LEGIBLE DEL QUE FIRMA _____ | | |
| No. de Negativa _____ | | | CATEGORIA EN LA EMPRESA _____ | | |

SOLICITUD DE PERMISO DE IMPORTACION

FORMA DGC-13

SECRETARIA DE INDUSTRIA Y COMERCIO.
DIRECCION GENERAL DE COMERCIO.
AV. CUAUHTEMOC N° 80 MEXICO 7, D. F.

| | | | | | |
|---|--|------------------------------|-------------------------------|------------------------------|--|
| No. Padrón de Importadores de la SIC _____ | | Reg. Fed. de Causantes _____ | | Solicitud No. _____ | |
| CITASE PARA CUALQUIER INFORMACION O ACLARACION | | | | | |
| Nombre del solicitante _____ | | | | | |
| Domicilio _____ Tel. _____ | | | | | |
| Actividad declarada para fines fiscales. _____ | | | | | |
| Cámara a la que pertenece _____ No. Reg. Cám. _____ | | | | | |
| Persona autorizada para tramitarla _____ | | | | No. _____ Tel _____ | |
| Cantidad a importar _____ | | | | Comité No. _____ | |
| EN SISTEMA METRICO DECIMAL. | | | | | |
| con número y letra _____ | | | | Un. de medida _____ | |
| Valor Total en Moneda Nal. _____ | | | | Fracción arancelaria _____ | |
| Con número y letra _____ | | | | | |
| Mercancía Solicitada: _____ | | | | | |
| No. Codificación _____ | | | | | |
| Aduana de Despacho No. _____ | | | País de Procedencia No. _____ | | |
| Se anexa autorización Previa de _____ No. _____ | | | | | |
| Uso que se le dará _____ | | | | | |
| No. del último Permiso _____ | | De Fecha _____ | | Cantidad autorizada _____ | |
| Periodo en que se consumirá la mercancía _____ | | | | Existencias a la fecha _____ | |

PROTESTO DECIR LA VERDAD EN LOS DATOS ASENTADOS.

LUGAR Y FECHA

FIRMA

NOMBRE LEGIBLE DEL QUE FIRMA

CATEGORIA EN LA EMPRESA

No. Padrón de Importadores
de la SIC _____

Reg. Fed. de Causantes _____

SOLICITUD No. _____

Nombre del solicitante _____

Domicilio _____

Tel. _____

SE ANEXA:

FOTOGRAFIA

ESPECIFICACIONES

DIAGRAMA

CATALOGO

PLANO

MUESTRA

OBSERVACIONES:

CANTIDAD DE
PIEZAS

DESCRIPCION

MEDIDAS

PRECIO
UNITARIO

VALOR
TOTAL

FIRMA
NOMBRE LEGIBLE DEL QUE FIRMA.

No. Padrón de Importadores
de la SIC _____

Reg. Fed. de Causantes _____

SOLICITUD No. _____

Nombre del solicitante _____

Domicilio _____

Tel. _____

SE ANEXA:

FOTOGRAFIA

ESPECIFICACIONES

DIAGRAMA

CATALOGO

PLANO

MUESTRA

OBSERVACIONES.

CANTIDAD DE
PIEZAS

DESCRIPCION

MEDIDAS

PRECIO
UNITARIO

VALOR
TOTAL

FIRMA
NOMBRE LEGIBLE DEL QUE FIRMA.

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION (DEL 20 DE ENERO AL 7 DE MARZO DE 1975)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

1. ING. FRANCISCO M. ALVAREZ Y BARRANCO FABRICA DE PLACAS ROSLER, S.A.
Sur 79-A No.331
Col. Sinatel
México 13, D. F.
Tel: 5-39-77-81
Cafetal No.232
Col. Granjas
México 8, D. F.
Tel: 5-38-10-60
2. C.P. SALVADOR ARUFE RIOS
Matias Romero 1845-3
Col. Vertiz Narvarte
México 13, D. F.
Tel: 5-39-93-75
SCHERAMEX, S. A. de C. V.
Av. 16 de Septiembre 1463
Xochimilco
México 21, D. F.
Tel: 5-94-55-44
3. SR. GONZALO BAUTISTA RODRIGUEZ
Antonio Caso No.96-7
Col. San Rafael
México 4, D. F.
Tel: 5-91-05-85
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
Av. Canal de San Juan y Prolongación Rio Churubusco
Col. Tepalcates
México, D. F.
4. SR. JAIME BUENDIA
Toluca, México
5. SR. JOSE O. BUENROSTRO C.
Francisco Novoa No.94
Col. Aragón
México 14, D. F.
Tel: 5-77-34-93
CARLO ERBA DE MEXICO, S. A.
Miguel Angel de Quevedo No.555
Col. Romero de Terreros
Mexico 21, D. F.
Tel: 5-54-12-11
6. SR. FRANCISCO DE JESUS CASTRO
Universidad 1900
Edif.40-104
San Angel
México 20, D. F.
Tel: 5-48-30-68
SECRETARIA DE LA PRESIDENCIA
CETENAL
San Antonio Abad 124
Col. Tránsito
México 8, D. F.
Tel: 5-78-62-00 Ext.105
7. ING. OSCAR E. CARCOBA G.
Ricardo Toscano No.7
Circuito Geógrafos
Cd. Satélite Edo. de México
Tel: 5-62-85-17
BOLSAS Y ARTICULOS DE PAPEL, S.A.
Carretera Circunvalación 3333
Tlalnepantla Edo. de México
Tel: 5-65-17-56

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRO-
DUCCION (DEL 20 DE ENERO AL 7 DE MARZO DE 1975)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|---|---|
| 8. ING. SALVADOR DIAZ SANCHEZ Mollendo 1010 Col. Lindavista México, D. F. Tel: 5-86-47-01 | VIDRIO PLANO DE MEXICO, S. A. San Juan Ixhuatepec, Edo. de México Ex-Hacienda de la Sta. Cruz México, D. F. Tel: 5-86-31-00 |
| 9. ING. JOSE A. GUERRA GARCIA Ave. Cerro de las Torres No.16-164 Col. Campestre Churubusco México, D. F. | CIA. INDUSTRIAL DE SAN CRISTOBAL, S.A. Benjamin Franklin No.132 México, D. F. Tel: 5-16-30-55 Ext.1 |
| 10. ING. RUBEN HUACUJA GALVAN Refugio No.17 Fuentes de Satélite Edo. de México Tel: 5-72-12-15 | QUIMICA INTERAMERICANA, S. A. Av. Circonvalación No.176 Tlalnepancla Edo. de Mexico Tel: 3-97-41-33 |
| 11. ING. ENRIQUE LEON ANDRADE Circuito Arquitectos No.32 Cd. Satélite Edo. de México Tel: 5-62-32-86 | FUNDIDORA DE ACEROS TEPEYAC Km. 17 1/2 Carretera a Pachuca Santa Clara, Edo. de México Tel: 5-69-30-22 |
| 12. ING. JAIME LUNA MANJARREZ Teponaxtli 6015-3 Col. Inguarán Aragón México 14, D. F. | CARLO ERBA DE MEXICO, S. A. Miguel Angel de Quevedo 555 Col. Romero de Terreros México 21, D. F. Tel: 5-54-12-11 |
| 13. ING. HECTOR A. MARTINEZ HERNANDEZ Cerro Gordo No.332 México 21, D. F. Tel: 5-49-47-43 | BALMEC, S. A. Calle 2 No.23 Naucalpan Edo. de México Tel:5-76-56-77 |
| 14. ING. RAUL MARTINEZ VALENCIA Guerrero 395-B-108 Unidad Tlaltemolco México 3, D. F. Tel: 5-83-52-76 | PETROLEOS MEXICANOS Marina Nacional No.329 Col. Anáhuac México, D. F. Tel: 5-31-63-21 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRODUCCION (DEL 20 DE ENERO AL 7 DE MARZO DE 1975)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|--|--|
| 15. SR. RAFAEL M. MEDINA CASTELLANOS Col. Bellas Artes 372 Col. Federal Mexico 9, D. F. Tel: 5-71-29-40 | FRENOMEX, S. A. Av. de las Granjas 473-A Atzacapotzalco, D. F. Tel: 5-61-00-33 |
| 16. ING. ALFONSO MEDINA GUIZAR Cerro de la Carbonera No.255 Col. Campestre Churubusco México 21, D. F. Tel: 5-44-32-25 | OLYMDIA DE MEXICO, S. A. Km. 19.5 Carretera Libre a Puebla Los Reyes La Paz, Edo. de México Tel: 5-85-42-11 |
| 17. SR. JULIO C. MENA BRITO ANDRADE Tenayuca No.101 Col. Narvarte México 13, D. F. Tel: 5-75-06-46 | DIRECCION GENERAL DE DESARROLLO REGIONAL Humboldt No.31-3er. Piso México 1, D. F. Tel: 5-85-04-33 |
| 18. ING. JORGE H. MIYAUCHI Ciprés 58-103-A Col. Sta. Ma. la Ribera México 4, D. F. Tel: 5-47-51-94 | |
| 19. ING. EDUARDO G. PONCE DE LEON Circuito Navegantes No. 38 Cd. Satélite Edo. de México Tel: 5-62-12-23 | ELECTRO OPTICA, S. A. Priv. Cumbres de Acultzingo No.202 Fracc. Los Pirules Tlanepantla Edo. de México Tel: 5-65-60-22 |
| 20. ING. EMILIANO RAMIRO LALANA Llantén No.22 Xotepingo México 21, D. F. Tel: 5-49-86-01 | SISTEMA DE TRANSPORTE COLECTIVO (METRO) Delicias 67-5o. Piso México 1, D. F. Tel: 5-21-86-20 |
| 21. SR. CARLOS RAMOS BLANCAS México, D. F. | DISEÑOS Y MAQUINARIA Av. Cuauhtémoc No.849-3 Col. del Valle Mexico 12, D. F. Tel: 5-23-44-88 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE SISTEMAS DE INGENIERIA DE PRO-
DUCCION (DEL 20 DE ENERO AL 7 DE MARZO DE 1975)

| <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|---|--|
| 22. ING. RAUL ROJAS ARANA Volcanes No. 30 Fuentes de Satélite Edo. de México Tel: 5-62-75-04 | TELEINDUSTRIA ERICSSON, S.A. Av. Circunvalación 2160 Tlalnepantla Edo. de Mexico Tel: 5-65-70-33 |
| 23. TEC. OSCAR SALCIDO CHAVEZ Quintana Roo No.304-6-"C" Toluca, México | AUTOMAGNETO, S. A. Ave. Industria Automotriz No.408 Toluca, Mexico |
| 24. SR. HUMBERTO SANCHEZ DE CIMA M. Rio Elba 25 Col. Cuauhtémoc México 5, D. F. Tel: 5-53-60-67 | INGERSOLL-RAND, S. A. de C. V. Boulevard Toluca 23 Naucaipan Edo. de México Tel: 5-76-60-22 |
| 25. ING. BENJAMIN SANCHEZ PERAFAN Calle Pedro de Lille No. 35 Las Acacias, Atizapan Edo. Zaragoza México Tel: 2-04-23 | ZAPATA HNOS, S. A. Calz. San Juan de Aragón No.135 Gustavo A. Madero México, D. F. Tel: 5-17-41-33 |
| 26. SR. ALEJANDRO SUAREZ AGUEROS Edif. 11 Dpto. 803 Villa Olimpica Tlalpan Mexico 22, D. F. Tel: 5-68-39-77 | INDUSTRIAL PAPELERA NACIONAL, S.A. Calz. Javier Rojo Gómez 192 Ixtapalapa México 13, D. F. Tel: 5-82-52-00 |