



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**FACTORES ÓPTIMOS DE CARGA PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS
ESBELTAS DE C/R ANTE CARGAS VIVA Y MUERTA**

TESIS QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO CIVIL

ADOLFO IVÁN JIMÉNEZ PALACIOS

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ



MÉXICO D.F. ABRIL DEL 2013



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA
COMITÉ DE TITULACIÓN
FING/DICyG/SEAC/UTIT/018/13

Señor
ADOLFO IVÁN JIMÉNEZ PALACIOS
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso la profesora DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

"FACTORES ÓPTIMOS DE CARGA PARA EL DISEÑO DE COLUMNAS ESBELTAS DE C/R ANTE CARGAS VIVA Y MUERTA"

- INTRODUCCIÓN
- I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA
- II. METODOLOGÍA
- III. CONCEPTOS BÁSICOS DE SEGURIDAD ESTRUCTURAL
- IV. CONCEPTOS BÁSICOS SOBRE FLEXO-COMPRESIÓN
- V. SIMULACIÓN DE RESISTENCIA
- VI. SIMULACIÓN DE LA SOLICITACIÓN
- VII. CASOS ANALIZADOS
- VIII. RESULTADOS SOBRE DISEÑOS POR FLEXO-COMPRESIÓN
- IX. FACTORES ÓPTIMOS DE CARGA
- X. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"
Cd. Universitaria a 13 de febrero del 2013.
EL PRESIDENTE


M.I. JOSÉ LUIS TRIGOS SUÁREZ

JLTS/MTH*gar.

*El presente trabajo se lo dedico con todo mi amor y aprecio a mis
padres:*

Adolfo Jiménez González

Amalia Mercedes Palacios Martínez

*que siempre me han brindado todo el apoyo y las
herramientas para lograr todas mis metas, y me han enseñado con
su ejemplo a pelear por lo que quiero y nunca darme por vencido.*

*Por su esfuerzo y dedicación en mi educación como persona y ser
las columnas que sustentaron esta y todas las etapas de mi vida.*

A mis hermanas:

Alejandra María Jiménez Palacios

Andrea Carolina Jiménez Palacios

*Por ser fuente de alegría en mi vida y siempre estar a mi lado en
todo momento.*

Agradecimientos

*A la Universidad Nacional Autónoma de México mi Alma
Mater.*

*A la Facultad de Ingeniería por forjarme como ingeniero y ser
sede de los mejores momentos de mi vida.*

*Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por abrirme la mente
hacia la raíz de la ingeniería.*

A todos mis maestros por compartirme un poco de su experiencia.

*Con especial aprecio quiero agradecer a la Dra. Sonia Elda Ruiz
Gómez por contagiarme su amor por la ingeniería civil, y ser parte
importante en mi formación como ingeniero, dándome la
oportunidad de formar parte de este estudio.*

*Al M.I. Juan Bojórquez Mora por su forma tan paciente y sutil
de enseñanza que hizo del trabajo una dicha, siendo un ejemplo
de genialidad caracterizado por su sencillez, y por ser codirector
del presente trabajo.*

ÍNDICE

| | |
|--|----|
| Introducción | 5 |
| Capítulo 1. Planteamiento del problema | 6 |
| Capítulo 2. Metodología..... | 9 |
| Capítulo 3. Conceptos básicos de seguridad estructural | 11 |
| 3.1. Introducción | 11 |
| 3.2. Conceptos básicos..... | 11 |
| 3.2.1. Estado límite..... | 11 |
| 3.2.2. Acción o sollicitación (S)..... | 11 |
| 3.2.3. Resistencia..... | 12 |
| 3.2.4. Factores de seguridad | 12 |
| 3.3. Confiabilidad estructural..... | 12 |
| 3.3.1. Probabilidad de falla | 13 |
| 3.4. Índice de confiabilidad β | 14 |
| Capítulo 4. Conceptos básicos sobre flexo-compresión | 16 |
| 4.1. Resistencia a flexión | 16 |
| 4.2. Resistencia a carga axial..... | 17 |
| 4.3. Resistencia a flexo-compresión..... | 18 |
| 4.3.1. Diagrama de interacción | 19 |
| 4.4. Efectos de esbeltez..... | 24 |
| 4.4.1. Efectos de esbeltez en el diagrama de interacción..... | 26 |
| 4.4.1. Variables principales que influyen en la resistencia de las columnas..... | 27 |
| 4.5. Resistencia a flexo-compresión considerando efectos de esbeltez..... | 29 |
| 4.5.1. Resistencia de diseño con el método del RCDF-2004 (primer enfoque) | 31 |
| 4.5.1.1 Obtención de la carga crítica de pandeo, P_{cr} | 33 |
| 4.5.1.2. Longitudes efectivas de columnas | 37 |
| 4.5.2. Resistencia simulada con métodos numéricos (segundo enfoque)..... | 37 |
| 4.5.2.1 Diagrama ϕ -M-P..... | 38 |
| 4.5.2.2 Método numérico para el cálculo de deflexiones laterales en columnas esbeltas .. | 38 |
| Capítulo 5. Simulación de resistencia..... | 41 |

| | |
|--|----|
| 5.1. Características de las propiedades geométricas | 42 |
| 5.2. Características de las propiedades mecánicas | 42 |
| Capítulo 6. Simulación de la sollicitación | 43 |
| Capítulo 7. Casos analizados | 48 |
| Capítulo 8. Resultados sobre diseños por flexo-compresión..... | 50 |
| 8.1 Influencia de distintas variables | 50 |
| 8.1.1 Influencia de la resistencia del concreto..... | 50 |
| 8.1.2 Influencia de la zona en el diagrama de interacción..... | 51 |
| 8.1.3 Influencia de la relación de esbeltez..... | 52 |
| 8.1.4 Influencia de la relación de carga..... | 54 |
| Capítulo 9. Factores óptimos de carga..... | 55 |
| 9.1 Factores de carga | 56 |
| 9.2 Comparación entre la combinación de factores de carga propuesta en este estudio y la recomendada en las NTCCA-2004..... | 57 |
| Capítulo 10. Conclusiones | 58 |
| Referencias..... | 59 |
| Anexos..... | 61 |
| Anexo A. Relación entre la resistencia a compresión del concreto en cilindros y en la estructura | 61 |

Introducción

Actualmente está en desarrollo un proyecto enfocado a actualizar el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias (2004). Dentro de este proyecto se encuentra un estudio específico orientado a actualizar las Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones (NTCCA-DEE) enfocado al diseño de columnas esbeltas de concreto reforzado C/R.

El presente trabajo está orientado a actualizar y optimizar los valores de factores de carga muerta (FC_M), y de carga viva (FC_V) que se propone se especifiquen para el diseño de columnas esbeltas en la próxima versión de las NTCCA-DEE. Las normas actuales recomiendan multiplicar los valores de las cargas muerta y viva de diseño por factores de carga (ambos iguales a 1.4). Dichos factores toman en cuenta las incertidumbres que intervienen en el problema de estimar las cargas gravitacionales (C_M y C_V) a las que está sujeta la estructura. En el presente estudio se demuestra que cuando se emplean estos factores de carga ($FC_V = FC_M = 1.4$) el índice de confiabilidad no es uniforme para diseños sujetos a distintas relaciones de carga, es decir que la estructura no tiene la misma probabilidad de falla para cargas vivas grandes que para cargas vivas pequeñas. Con base en lo anterior, se desarrolla un análisis probabilístico para estimar los factores óptimos de carga que den lugar a índices de confiabilidad aproximadamente uniformes para las relaciones de carga que se emplean normalmente en la práctica.

Los diseños que se estudian en esta tesis se refieren a columnas esbeltas de concreto reforzado C/R ante el estado límite de flexo-compresión, y se basan en estudios realizados en México con acciones y condiciones de carga propias de la Ciudad de México.

Capítulo 1. Planteamiento del problema

El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-2004), como la mayoría de los reglamentos de diseño del mundo, tiene implícito el formato de diseño basado en Factores de Carga y Resistencia (*Load and Resistance Factor Design, LRFD*, Ellingwood, 1978), que se puede expresar mediante la siguiente expresión:

$$S_d = \sum F_c S_n \leq F_R R_n = R_d \quad (1.1)$$

El diseño de cualquier estructura debe satisfacer primeramente que esta sea lo suficientemente resistente, comparando la resistencia con el valor estimado de la acción correspondiente. La estructura debe de tener un factor de seguridad razonable, el cual considera la incertidumbre existente en las variables que intervienen en el problema, entre las que podemos mencionar: el desconocimiento de las acciones reales y su distribución, la validez de las simplificaciones utilizadas en el análisis, la diferencia entre el comportamiento real y el supuesto, y las posibles diferencias entre las dimensiones y propiedades reales de los materiales con las especificadas en el diseño. Matemáticamente se puede definir al factor de seguridad como el cociente entre la resistencia y el valor estimado de la acción.

Los factores de carga F_c son números (generalmente mayores que 1) que incrementan las cargas nominales de tal manera que se aumenta la probabilidad de que las cargas medias sean excedidas. Los factores de carga toman en cuenta la posibilidad de que se presenten sobrecargas debido a la incertidumbre en los métodos para estimar cargas.

Los factores de reducción F_R (generalmente menores que 1) toman en cuenta errores de aproximación debidos a las hipótesis matemáticas de los modelos utilizados para el cálculo de la resistencia, así como errores de construcción debidos a procedimientos inadecuados de colocación, curado del concreto, materiales, etc.

La ec. 1.1 indica que la sollicitación de diseño ($S_d = F_c \sum S_n$) debe de ser menor o igual que la resistencia de diseño ($R_d = F_R R_n$), entendiéndose como resistencia a la capacidad de un elemento para soportar o transmitir cargas, es decir:

$$S_d \leq R_d \quad (1.2)$$

En la ec. 1.1 F_c y F_R representan los factores de carga y de resistencia, respectivamente, y S_n y R_n son la sollicitación nominal y la resistencia nominal, respectivamente. La sumatoria que se indica en la ec. 1.1 conlleva a que se deben sumar los efectos de todas las cargas que actúan sobre la estructura, por ejemplo, en el caso de este estudio se suman los efectos de carga muerta (CM) más carga viva (CV) la ec. 1.1 se convierte en:

$$F_{C_M} CM + F_{C_V} CV \leq F_R R_n \quad (1.3)$$

donde FC_M y FC_V representan el factor de carga muerta y de carga viva, respectivamente.

Los factores de carga muerta y viva (FC_M y FC_V) que se especifican en las Normas Técnicas para Criterios y Acciones sobre las Edificaciones del Distrito Federal vigentes (NTCCA-2004) fueron propuestos con base en el juicio de reconocidos ingenieros e investigadores, así como en un estudio de confiabilidad estructural que utiliza datos estadísticos (media y varianza) de los materiales y de las cargas actuantes (Meli, 1976). En dicho estudio se estiman valores de factores de carga y de resistencia que conducen a confiabilidades congruentes para diferentes situaciones de diseño para casos típicos (vigas y columnas de acero o de concreto reforzado (C/R) diseñados por flexo-compresión). A partir de lo anterior se propusieron los valores de factores de carga muerta y de carga viva (FC_M y FC_V) y de resistencia (F_R) que se muestran en la Tabla 1.1. Estos son los valores que se especificaron en el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF) promulgado en 1973 para el diseño de columnas esbeltas de C/R en construcciones usuales (no importantes). Los valores de la Tabla 1.1 permanecieron sin modificaciones en las versiones del RCDF publicadas en 1987, 1993 y 2004.

Tabla 1.1 Factores de carga y de reducción de resistencia correspondientes a flexo-compresión

| Modo de falla | | FC_M | FC_V | NTC-2004 (F_R) |
|------------------|------------------|--------|--------|--------------------|
| Flexo-compresión | Compresión | 1.4* | 1.4* | 0.7 |
| | Falla balanceada | 1.4* | 1.4* | 0.7 |
| | Falla en tensión | 1.4* | 1.4* | 0.8 |

**Para edificaciones que se presenten normalmente aglomeración de personas, o en construcciones importantes que contengan equipo sumamente valioso FC_M y FC_V serán iguales a 1.5 en lugar de 1.4*

Posteriormente se realizó un estudio en donde se evaluó la confiabilidad de elementos de C/R diseñados con el RCDF-1987 (Ruiz, 1993) en donde se verificó la congruencia entre las confiabilidades asociadas a los elementos sujetos a cargas viva y muerta, diseñados por flexión, flexo-compresión, cortante y torsión.

El hecho de que los factores parciales de carga indicados en la Tabla 1.1 sean iguales entre sí $FC_M = FC_V = 1.4$ conduce a que la confiabilidad no sea uniforme para diferentes relaciones de carga (muerta y viva), es decir, que no existe la misma probabilidad de falla en una estructura cuando está sometida a distintas combinaciones de cargas vivas. En este estudio se llama "relación de carga" (R_c) a la relación entre la magnitud de la carga muerta nominal entre la carga viva más la carga muerta nominales, es decir:

$$R_c = \frac{CM}{CM+CV} \quad (1.4)$$

Con el fin de subsanar la irregularidad de la confiabilidad en las estructuras, en el presente estudio se realiza un análisis de optimización para encontrar los factores de carga muerta (FC_M) y de carga viva (FC_V) que conducen a una confiabilidad casi uniforme (que la probabilidad de falla sea la misma) para diferentes valores de relaciones de carga (R_c). El presente trabajo se realiza para columnas esbeltas de C/R diseñadas de acuerdo con las NTC-2004 por flexo-compresión, sujetos a la acción de cargas viva más muerta.

Capítulo 2. Metodología

Con el fin de encontrar una combinación óptima de factores de carga que den una confiabilidad constante para diferentes relaciones de carga, asegurando así una estructura con la misma probabilidad de falla cuando está en servicio y cuando se encuentra desocupada, se realizan los siguientes pasos.

- 1) Se simulan las propiedades de cada sección estructural utilizando el método de Monte Carlo. Se consideran como variables aleatorias con distribución Gaussiana a la resistencia del concreto ($f'c$) y a la fuerza de fluencia del acero de refuerzo (f_y), así como a las propiedades geométricas de la sección (peralte (h), ancho (b) y recubrimiento (r)). A partir de las propiedades de cada sección estructural se calcula la resistencia a flexo-compresión. Del cálculo de las resistencias simuladas se obtiene el valor medio (\bar{R}) y la varianza de la resistencia (σ_R^2).
- 2) Se calcula la resistencia de diseño R_d . Para ello se utilizan las fórmulas y los factores de reducción recomendados por las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Estructuras de Concreto (NTCDEC-2004), la resistencia se iguala a la solicitación de diseño (ver ec. 1.2). A partir de la solicitación de diseño se calcula la solicitación nominal, la cual se iguala a la solicitación media (\bar{S}) debido a que se supone que las cargas nominales presentan un 50% de probabilidad de excedencia (Ruiz y Soriano, 1997). Estos conceptos se describen con detalle en el capítulo 3. Por otro lado, se calcula la desviación estándar de la solicitación ($\sigma_S = C_S$), en donde C_S es el coeficiente de variación de la solicitación. El cuadrado de este valor está dado por (Meli 1976):

$$C_S^2 = C_\gamma^2 + R_c^2 C_{CM}^2 + (1 - R_c)^2 C_{CV}^2 \quad (2.1)$$

En donde C_γ representa la falta de precisión en el análisis. Este puede variar generalmente entre 0.05 y 0.15. C_{CM} es el coeficiente de variación de la carga muerta, y C_{CV} es el coeficiente de variación de la carga viva. Más adelante se mencionan los valores que se adoptaron en este estudio.

- 3) Se calcula el índice de confiabilidad β propuesto por Cornell (1969) para diferentes relaciones de carga (R_c). La definición del índice de confiabilidad β es como sigue:

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (2.2)$$

- 4) Se calculan los valores del índice β_i correspondientes a diferentes columnas (i) suponiendo distintos valores de relaciones de carga (R_c).
- 5) Se estima el valor objetivo de los índices de confiabilidad (β_o) para cada conjunto de columnas, y se deduce, para cada caso, la combinación óptima que deben tener los valores de factores de carga viva y de carga muerta, de manera que se minimice la siguiente diferencia cuadrática (Wen, 1993):

$$\min \sum p_i (\beta_i - \beta_o)^2 \quad (2.3)$$

donde p_i es el peso asignado al estado límite que se trate. Para el caso aquí estudiado (flexo-compresión) se adopta igual a 1.

Capítulo 3. Conceptos básicos de seguridad estructural

3.1. Introducción

Una estructura es un conjunto de componentes que tienen un fin común y deben de cumplir la función para la cual están destinados, con un grado razonable de seguridad, como por ejemplo contener el empuje en el caso de los muros de contención. Además de cumplir con otros requerimientos como suelen ser el mantener el costo dentro de los límites económicos y satisfacer determinadas características de estética y comodidad.

El diseño de una estructura estrictamente obedece a una falla hipotética, es decir que las estructuras no se diseñan para tener una probabilidad de falla nula sino se diseñan para soportar cierto nivel de sollicitación, y en el momento en que una acción sobrepasa esta sollicitación de diseño se produce la falla. Para esto es importante conocer cuál es la probabilidad de que se presenten sollicitaciones de magnitudes tales que excedan los estados límites de la estructura.

3.2. Conceptos básicos

Para entender en esencia el estudio del presente trabajo enseguida se mencionarán términos que son importantes y es necesario explicar su significado.

3.2.1. Estado límite

El estado límite se define como la frontera a partir de la cual la estructura deja de cumplir con sus funciones para la cual fue diseñada. Se consideran dos estados límite: los de falla, que corresponden a un agotamiento definitivo de la capacidad de carga de la estructura o de cualquiera de sus miembros, o al hecho de que la estructura, sin agotar su capacidad de carga, sufra daños irreparables que afecten su resistencia ante nuevas aplicaciones de carga, a este último se le conoce como límite de servicio. Los estados límites de servicio tienen lugar cuando la estructura tiene un grado de deformaciones, agrietamientos, vibraciones o daños que afectan su correcto funcionamiento, pero no su capacidad para soportar cargas. En el presente estudio únicamente se evalúa el estado límite de falla.

3.2.2. Acción o sollicitación (S)

Las principales acciones o sollicitaciones a las que puede estar sujeta una estructura son: cargas estáticas o permanentes debidas al peso propio, carga viva y a cargas permanentes, así como cargas dinámicas que pueden ser impuestas por fenómenos naturales como sismos, la presión de un viento o simplemente por la aplicación repetida de cargas vivas. También se consideran como sollicitaciones a las deformaciones inducidas por asentamientos, contracción, flujo plástico y cambios de temperatura.

Las acciones permanentes tienen distribuciones de probabilidad como se muestra de manera aproximada en la fig. 3.1. Si se trazan histogramas del peso volumétrico de diferentes muestras de concreto o de las mediciones de la carga viva en un número grande de edificios, se verá que tienen una forma similar a la de esta figura.

La respuesta de la estructura ante estas acciones puede expresarse como deformación, agrietamiento, durabilidad, vibración etc.

Este estudio solo considera acciones gravitacionales debidas a la carga viva y carga muerta.

3.2.3. Resistencia

La resistencia es la capacidad de un elemento para soportar o transmitir cargas.

Conociendo las propiedades geométricas y mecánicas de las variables que intervienen en la estructura es posible conocer su resistencia mediante procesos analíticos, basados en modelos experimentales.

Las principales causas que hacen que la resistencia sea una variable aleatoria son:

- a) Variabilidad en las propiedades geométricas de la estructura
- b) Variabilidad en las propiedades mecánicas de los materiales
- c) Proceso constructivo
- d) Precisión de los métodos de cálculo utilizados

3.2.4. Factores de seguridad

Como se debe evitar la falla estructural, las cargas que una estructura debe soportar deben ser forzosamente mayores que las cargas a las que se someterá cuando la estructura se encuentre en servicio, es decir que la resistencia real de una estructura debe ser mayor que la resistencia requerida dada una sollicitación. El cociente entre la resistencia real y la resistencia requerida se denomina factor de seguridad n .

$$\text{Factor de seguridad } n = \frac{\text{Resistencia real}}{\text{Resistencia requerida}} \quad (3.1)$$

3.3. Confiabilidad estructural

En el presente trabajo se entenderá como confiabilidad estructural a la probabilidad de que las sollicitaciones aplicadas a una estructura sobrepasen la resistencia de la misma llevándola a la falla. Si se conocieran con exactitud todas las variables que intervienen para el diseño de una estructura, bastaría para evitar la falla que la resistencia fuera ligeramente mayor a las sollicitaciones. Pero debido a la incertidumbre que existe en las acciones que pueden afectar una estructura y en las

variables que definen a la resistencia, siempre existirá una probabilidad de que se presente una combinación de valores tal que la sollicitación exceda a la resistencia.

3.3.1. Probabilidad de falla

La fig. 3.1. representa las funciones de distribuciones de probabilidades tanto de las sollicitaciones $f_S(S)$ como de la resistencia $f_R(R)$ que pueden afectar a una estructura.

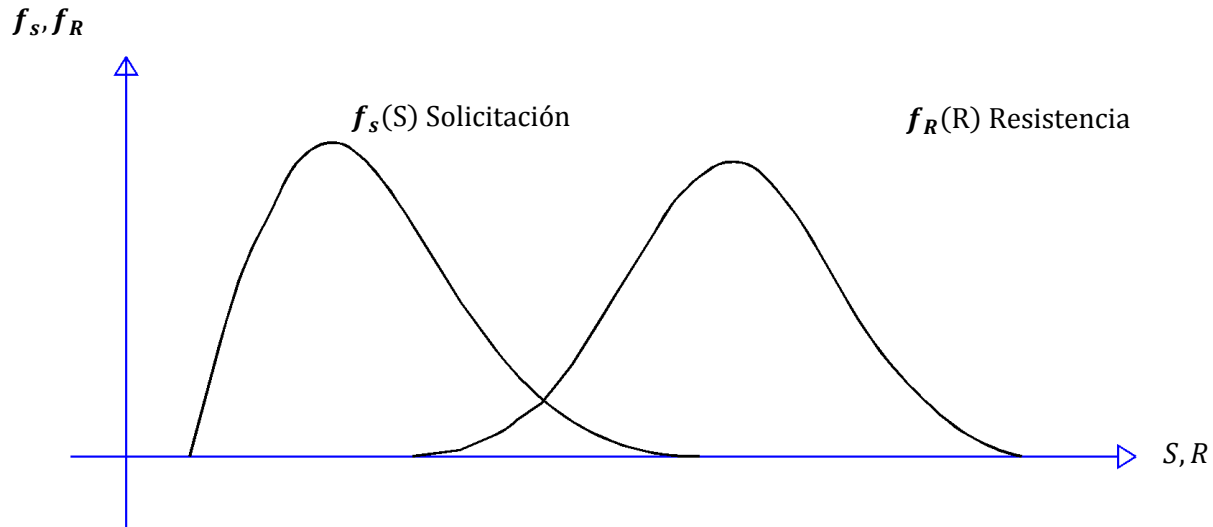


Fig.3.1 Probabilidad de falla

La probabilidad de falla P_F de una estructura puede calcularse a partir de la siguiente expresión.

$$P_F = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_S(s)] f_R(r) dr \quad (3.2)$$

Donde $F_S(s)$ es la función de distribución acumulada de la sollicitación (S); $f_R(r)$ es la función de distribución de probabilidades ($f dp$) de la resistencia (R).

La probabilidad de falla de la estructura está relacionada con el margen de seguridad real (resistencia menos sollicitación) de la estructura. Si la probabilidad de falla de una estructura es pequeña, tendrá una confiabilidad mayor. En el presente trabajo se define a la probabilidad de falla a través del índice de confiabilidad β propuesto por el Prof. A. C. Cornell (1969).

3.4. Índice de confiabilidad β

Para poder evaluar la confiabilidad de un sistema, en el presente estudio se utiliza el criterio propuesto por Cornell (1969) que consiste en medir la confiabilidad mediante el índice β que se define como:

$$\beta = \frac{Z}{\sigma_Z} \quad (3.3)$$

donde

Z = Valor medio del margen de seguridad

$$Z = \bar{R} - \bar{S} \quad (3.4)$$

σ_Z = Desviación estándar del margen de seguridad Z

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3.5)$$

σ_R = Desviación estándar de la resistencia

σ_S = Desviación estándar de la sollicitación

\bar{R} = Media de la resistencia

\bar{S} = Media de la sollicitación

Sustituyendo 3.4 y 3.5 en 3.3 se obtiene:

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.7)$$

En la fig.3.2 puede observarse que si multiplicamos el valor del índice de confiabilidad β por la desviación estándar del margen de seguridad σ_Z , se tiene la distancia entre la región de falla y la media del margen de seguridad.

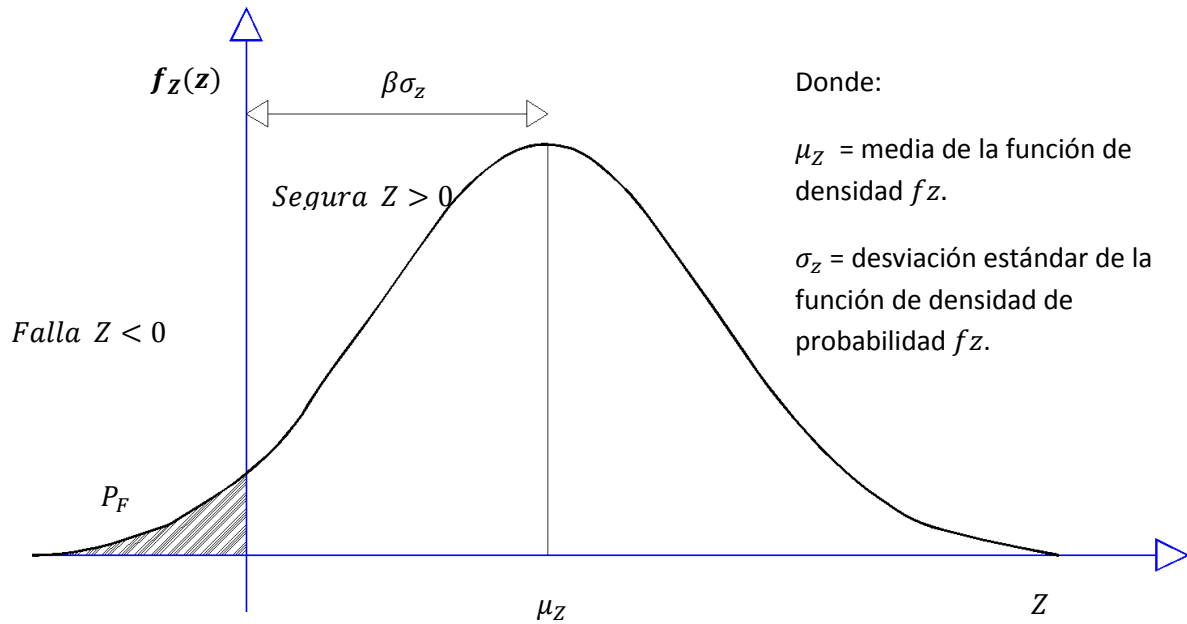


Fig.3.2 Distribución del margen de seguridad.

El índice β puede emplearse para estimar la probabilidad de falla (P_F) si se supone que el margen de seguridad (Z) tiene una distribución de tipo normal.

$$P_F = \Phi(-\beta) \quad (3.8)$$

Donde $\Phi()$ está definida como la función de distribución acumulada de probabilidades normal estándar, que se caracteriza por tener una media igual a cero y una varianza unitaria.

El valor del índice β da idea de los niveles de seguridad que tiene una estructura, entre mayor sea el valor del índice β , la probabilidad de falla disminuye.

Capítulo 4. Conceptos básicos sobre flexo-compresión

Las columnas son miembros estructurales encargadas principalmente de “bajar” las cargas a las que está sometida una estructura al terreno de cimentación. Una columna está sujeta primordialmente a carga axial o a una combinación de carga axial y momento flexionante.

La resistencia de una columna está en función de la resistencia de los materiales y de las deformaciones transversales que pueda sufrir. Si una columna tiene una relación de esbeltez baja, las deformaciones transversales que puede sufrir son bajas o casi nulas. Si la columna es esbelta, y está sujeta a acciones altas, sufrirá deformaciones transversales importantes que hacen disminuir su resistencia.

Una columna generalmente está sujeta a momento flexionante y carga axial, debido a esto sufre una flexión lateral generando esfuerzos normales de tensión y compresión en la sección transversal del elemento.

En la siguiente sección se estima la resistencia a flexo-compresión de columnas esbeltas, definiendo primeramente la resistencia a flexión y después la resistencia a carga axial, cuando estas actúan por separado.

4.1. Resistencia a flexión

Para poder evaluar la resistencia a flexión de las columnas se debe establecer un estado de deformación a partir del cual se determina el estado de esfuerzos, para posteriormente calcular las fuerzas en compresión y tensión. El momento resistente es la resultante de las fuerzas generadas a partir del estado de esfuerzos, multiplicadas por la distancia al eje geométrico de la sección transversal dada.

La teoría básica de flexión utiliza las siguientes hipótesis.

- a) La distribución de deformaciones unitarias longitudinales en la sección transversal de un elemento es plana.
- b) La deformación en el refuerzo es igual a la deformación en el concreto adyacente (principio de adherencia).
- c) Las deformaciones en el refuerzo y en el concreto se pueden calcular con las curvas esfuerzo-deformación idealizadas.
- d) Se desprecia la resistencia a tensión del concreto
- e) La deformación unitaria longitudinal máxima que presenta el concreto ε_{co} (cuando falla a compresión) es de 0.003
- f) Se puede despreciar el efecto de carga sostenida por largo tiempo.

4.2. Resistencia a carga axial

Los componentes estructurales sometidos solo a tensión o compresión se conocen como elementos cargados axialmente. Las barras sólidas con ejes longitudinales rectos son el ejemplo más común de este tipo, aunque los cables y resortes helicoidales también soportan cargas axiales.

Sea una columna, como la mostrada en la fig. 4.1a, con carga P aplicada en el eje longitudinal de la misma. El máximo valor de P se alcanzará cuando tanto el concreto como el acero alcancen su resistencia de cedencia, fig. 4.1b. Matemáticamente se expresa como la suma de la contribución del acero y del concreto:

$$P = 0.85f'c(Ag - Ast) + Ast * f_y \quad (4.1)$$

donde:

f_y = resistencia de fluencia del acero

P = carga axial

Ag = área bruta de la sección

Ast = área del acero total

$f'c$ = resistencia a compresión del concreto

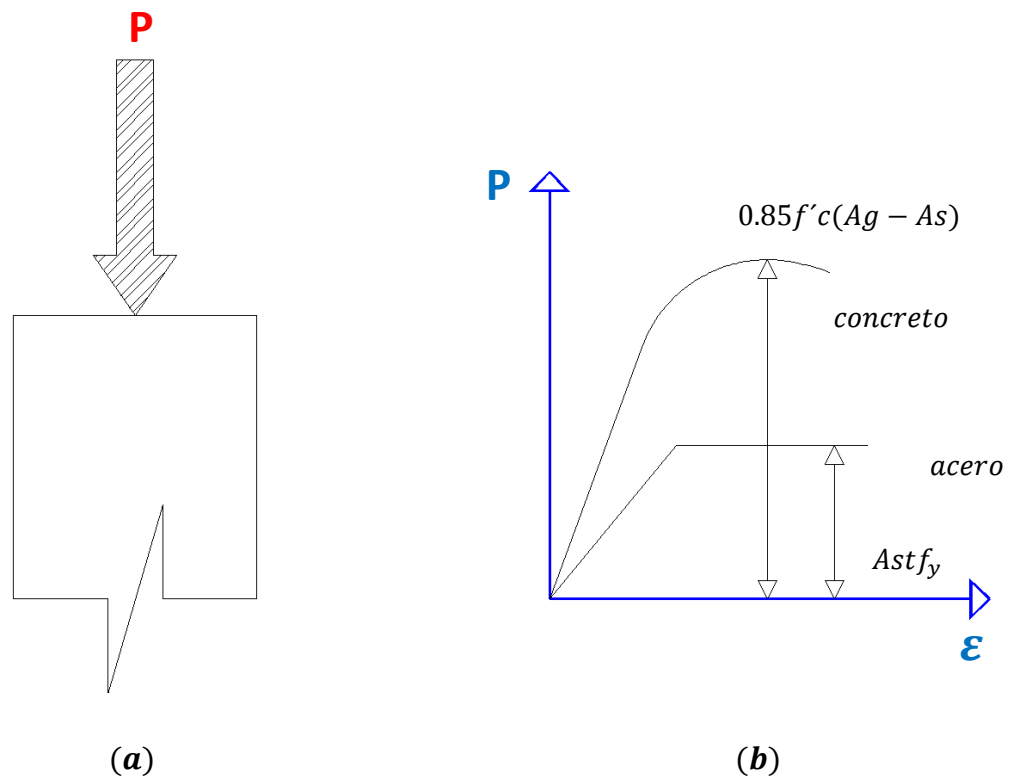


Fig.4.1 a) Columna sujeta a carga axial; b) curvas fuerza-deformación del concreto y del acero

4.3. Resistencia a flexo-compresión

La resistencia a flexo-compresión de un elemento se estima con la combinación de la resistencia a flexión y la resistencia a carga axial. En el presente estudio se evalúa la resistencia a flexo-compresión de las columnas en función de una excentricidad e .

En la fig. 4.2 se muestra una columna que se comprime por cargas P que se aplican con una excentricidad; es decir, una carga P aplicada a una distancia e medida desde el eje axial. Cada carga axial excéntrica es equivalente a una carga céntrica P y a un par de momento $M = Pe$. Este momento existe desde el instante en que se le aplica la carga.

$$e = \frac{M}{P} \quad (4.2)$$

Por lo tanto, la resistencia última de la columna está en función de la excentricidad a la que se encuentre aplicada la carga P .

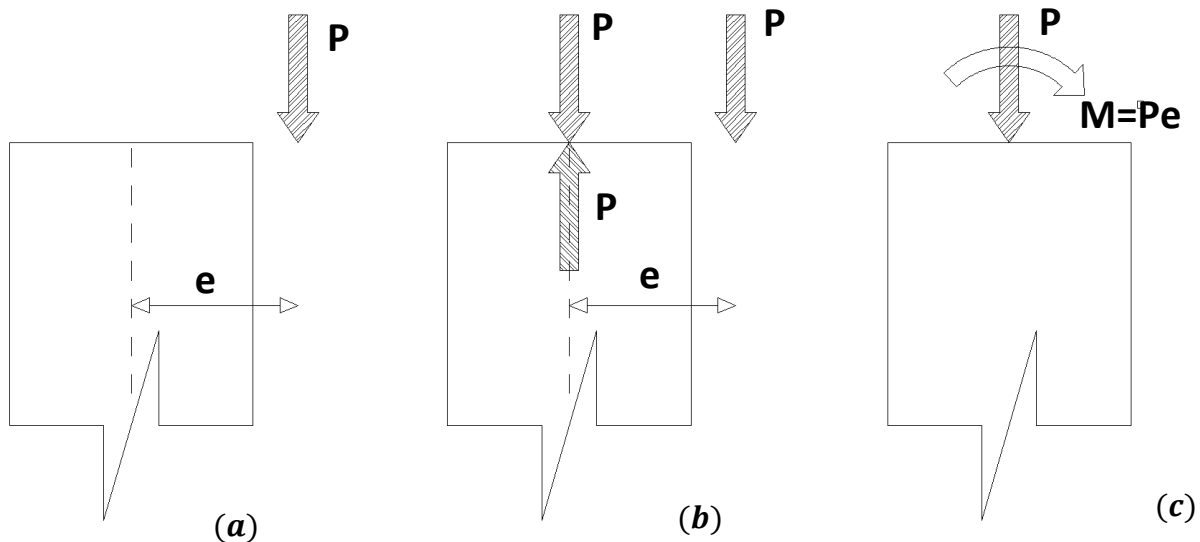


Fig.4.2 a) Columna cargada excéntricamente; b) y c) Columnas equivalentes

Para interpretar la resistencia de las columnas se construyen los diagramas de interacción. Estos ilustran las posibles combinaciones de P y M que pueden llevar a la falla a la columna.

4.3.1. Diagrama de interacción

Un elemento puede alcanzar su límite de resistencia bajo infinitas combinaciones de carga axial y momento flexionante. Estas combinaciones pueden variar desde una carga axial máxima P_0 de tensión o compresión con un momento flexionante nulo, hasta un momento M máximo acompañado de una carga axial nula.

El lugar geométrico que representa las combinaciones de carga axial y momento flexionante con la que un elemento puede alcanzar su resistencia se representa gráficamente por medio de un diagrama de interacción. En la fig. 4.3 se muestra un diagrama de interacción típico para una sección de columna conocida.

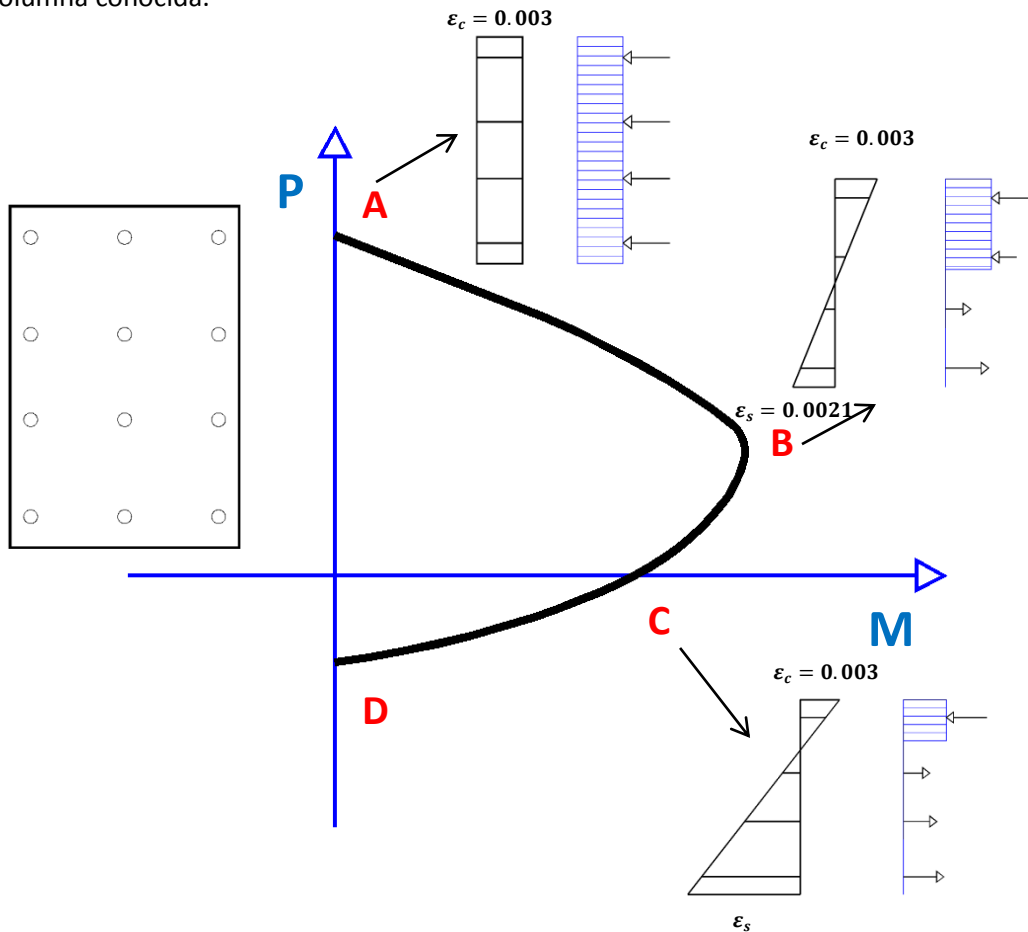


Fig.4.3 Diagrama de interacción

El punto A, de la fig. 4.3, corresponde a la carga axial de compresión pura, para el cual se supone un estado de deformaciones unitarias de compresión uniforme ϵ_c igual a 0.003 (calculada con la expresión 4.1). El punto B corresponde al punto de falla balanceada; C representa al punto de falla a flexión pura, y el punto D corresponde al de la falla por tensión pura.

Para todas las combinaciones de carga axial y momento flexionante que se encuentren dentro del área abarcada por el diagrama de interacción, la columna no fallará. El perfil dibujado por la curva del diagrama, representa el límite máximo de resistencia para esa columna en específico.

Cálculo de la condición de carga axial de compresión pura (*A*). Se define este punto cuando el momento flexionante *M* es nulo, es decir se supone un estado de deformaciones unitarias de compresión uniforme.

Cálculo de la condición balanceada (*B*). Se define al punto de falla balanceada cuando existe un equilibrio entre la falla a compresión y la falla a tensión, es decir, cuando el concreto alcanza una deformación de 0.003 (fig. 4.3) y falla por aplastamiento, y fluye el acero a tensión.

Cálculo de la flexión pura (*C*). En este punto la carga axial *P* es nula. Es decir que la columna tiene un estado de deformaciones tal que la suma de las fuerzas internas es igual a cero y la suma de sus momentos es la flexión pura.

Cálculo de la tensión pura (*D*). La resistencia a compresión del concreto es muy baja, por lo tanto es despreciable por lo que su resistencia se puede calcular como:

$$P_t = -A_{st}f_y \quad (4.3)$$

El diagrama de interacción se obtiene determinando los puntos mencionados anteriormente. El procedimiento que se sigue para calcular la resistencia a flexo-compresión de un elemento es: a partir de un estado de deformaciones supuesto se calculan las fuerzas en compresión y tensión del acero y del concreto, la diferencia entre las fuerzas resultantes de tensión y compresión representa la fuerza normal *P*, y el momento con respecto al eje geométrico representa el momento *M*, que corresponden al estado de deformaciones específico para el eje neutro supuesto.

Para cada punto expresado en el diagrama de interacción (M-P) se tiene un estado único de deformaciones. La línea A-B de la fig. 4.4 representa el estado de deformaciones de la falla balanceada *kd*. La falla es a compresión si el eje neutro *kd_j* es mayor que el de la balanceada *kd* (ver fig. 4.4); sin embargo, si el eje neutro es menor al de la falla balanceada, entonces la falla es a tensión, en este caso el eje neutro está dado por *kd_i* (fig. 4.4).

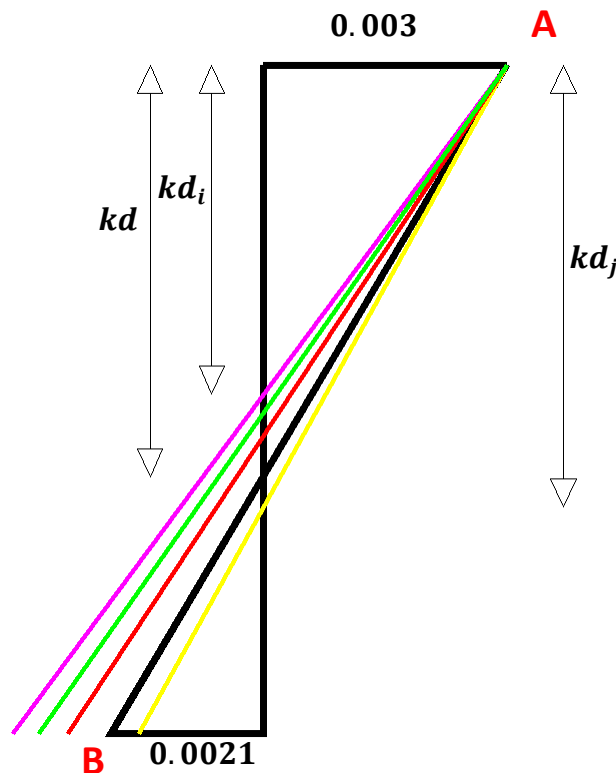


Fig.4.4 Estado general de deformaciones

En el presente estudio se evalúa la resistencia de las columnas sujetas a flexo-compresión, en donde se conocen sus propiedades geométricas y mecánicas. El cálculo de la resistencia se estima en función de cierta excentricidad e . Para cada valor de e considerado se calcula la carga axial última P_u y el momento flexionante último M_u . Las excentricidades para las cuales se evalúan las columnas son:

- 1.- Compresión pura, $e = 0$
- 2.- Falla balanceada, $e = e_b$
- 3.- Flexión pura, $e/h = \infty$

A continuación se presentan los algoritmos que se utilizan para obtener las combinaciones de carga axial última P_u y el momento flexionante último M_u . El algoritmo 4.1 calcula todas las combinaciones de P_u y M_u que llevan a la falla a la columna estudiada (diagrama de interacción), Y el algoritmo 4.2 determina la carga axial última P_u y el momento flexionante último M_u específicos para una excentricidad propuesta.

Los algoritmos 4.1 y 4.2 calculan únicamente la resistencia de columnas sin considerar efectos de esbeltez, en la siguiente sección se plantea el método para evaluar los momentos adicionales debidos a la esbeltez. En este estudio no se considera la falla por inestabilidad de la columna esbelta, es decir que para todos los casos analizados la carga axial y momento flexionante último interceptará el diagrama de interacción.

Algoritmo 4.1

1. Dada la profundidad del eje neutro kd , se establece el estado de deformaciones, esfuerzos y fuerzas internas (ver fig. 4.5)

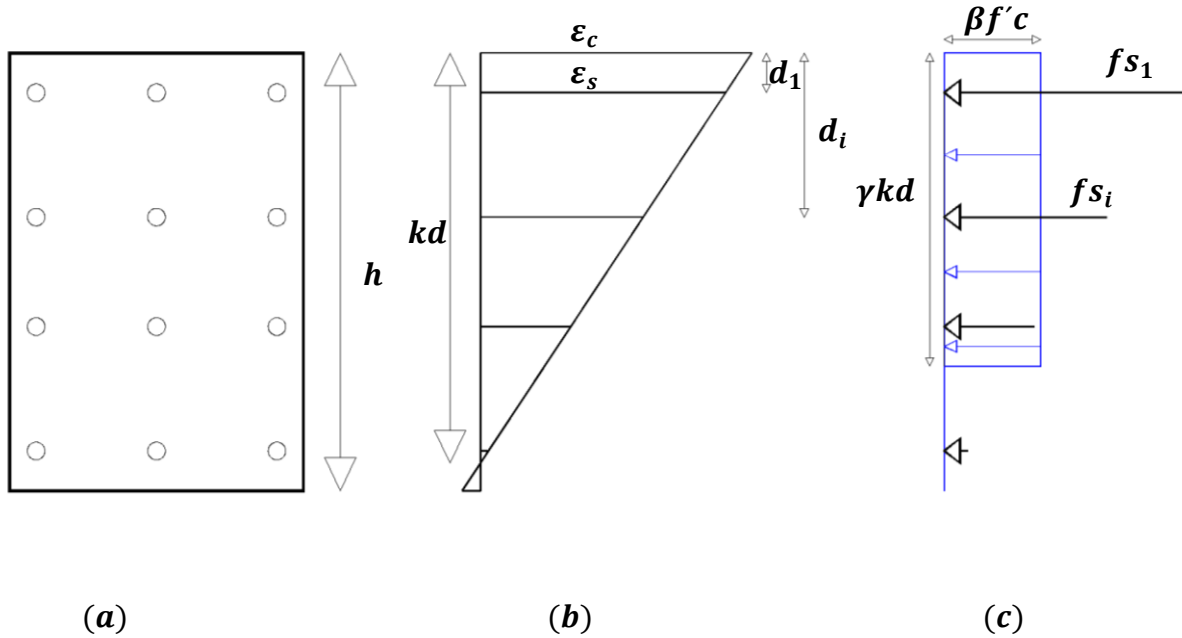


Fig. 4.5 a) Sección transversal de una columna; b) estado de deformación; c) estado de esfuerzos y fuerzas

donde:

M = momento flexionante

C_c = fuerza interna del concreto

h = peralte de la sección

γ = parámetro de equivalencia

kd = distancia al eje neutro

f_{s_i} = fuerza interna del acero del lecho i

d_i = distancia desde la fibra externa del concreto al lecho i del acero

A_{st_i} = área de acero correspondiente al lecho i

2. Se determinan los esfuerzos del acero, utilizando triángulos semejantes

$$\varepsilon_{s_i} = \frac{\varepsilon_c}{kd} (kd - d_i) \quad (4.4)$$

Si $\varepsilon_s < 0$, la deformación corresponde a un esfuerzo a tensión
 Si $\varepsilon_s > 0$, la deformación corresponde a un esfuerzo a compresión.

3. Se calculan las fuerzas internas del acero como

$$f_s = A_{st_i} f_y \quad \text{si } \varepsilon_{s_i} > f_y/E_s \quad (4.5)$$

o bien

$$f_s = A_{st_i} (\varepsilon_{s_i} E_s) \quad \text{si } \varepsilon_{s_i} < f_y/E_s \quad (4.6)$$

4. Se puede obtener la fuerza a compresión C_c , idealizando aún más la curva esfuerzo-deformación. A la derecha de la fig. 4.5c se muestra un bloque de esfuerzos equivalente, por lo tanto la fuerza a compresión del concreto se puede calcular como:

$$C_c = \beta f'_c (\gamma kd) b \quad (4.7)$$

donde :

β y γ = parámetros de equivalencia

b = base de la sección

kd = eje neutro

5. La capacidad a carga axial está definida por:

$$P = C_c + \sum_i^{nl} f_s s_i \quad (4.8)$$

nl = número de lechos

6. La capacidad a momento flexionante es la suma de los momentos producidos por las fuerzas del concreto y del acero con respecto al eje centroidal de la sección, y está dada por:

$$M = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{\gamma kd}{2} \right) + \sum_i^{nl} f_s s_i \left(\frac{h}{2} - d_i \right) \quad (4.9)$$

Algoritmo 4.2

Para determinar la resistencia última de una columna, dada una excentricidad e_p propuesta, se procede conforme a lo siguiente:

1. Se selecciona una profundidad del eje neutro, kd
2. Se calcula la resistencia P y M utilizando el algoritmo 4.1
3. Con P y M , se calcula la excentricidad e_c con la ecuación 4.2
4. Se compara el e_c con el e_p propuesto. Si son iguales o si el error relativo entre ambas es menor a una tolerancia prefijada, se pasa al punto 6, de lo contrario continua
5. Si $e_c > e_p$ se disminuye kd
Si $e_c < e_p$ se aumenta kd
Se regresa al paso 2
6. Los valores buscados son la carga P y el momento flexionante M para la excentricidad e_p .

4.4. Efectos de esbeltez

En el presente estudio se define a la esbeltez como la relación que existe entre la longitud de la columna entre la dimensión más corta de la sección transversal analizada l/h . Se considera como caso específico el pandeo de columnas largas y esbeltas, cargadas axialmente a compresión (fig. 4.6a). Si un elemento es relativamente esbelto, se puede flexionar lateralmente y fallar por flexión, en vez de fallar por compresión directa del material. Para cada columna analizada se consideran tres tipos de relaciones de esbeltez iguales a $l/h = 0$, $l/h = 10$ y $l/h = 15$, respectivamente, donde $l/h = 0$ representa una columna corta y $l/h = 15$ representa la columnas más esbelta.

Al aplicar una carga P con una excentricidad e (fig. 4.6b), el elemento se deforma o se pandea aumentando la distancia de la línea de acción de la propia carga P al eje de la columna, lo cual conlleva a un incremento de la excentricidad (fig. 4.6c). En este caso el momento flexionante real en una sección cualquiera de la columna es (fig. 4.6c):

$$M = P(e + y) \quad (4.10)$$

Como consecuencia de los momentos adicionales Py , la resistencia del elemento se reduce con respecto a la resistencia que tendría si solo se aplicase el momento producido por la carga axial P y la excentricidad e .

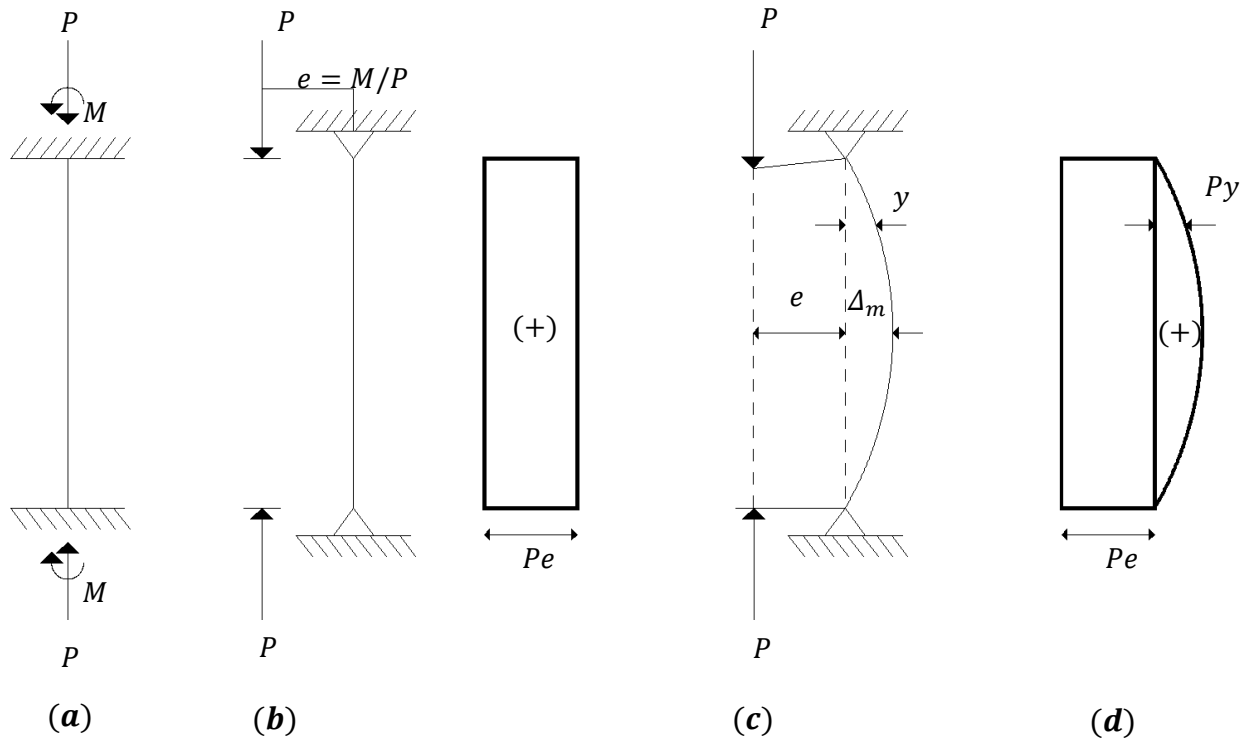


Fig.4.6 Momentos adicionales en una columna por efectos de esbeltez

Al fenómeno de reducción resistencia de un elemento sujeto a compresión y carga axial, debido a su relación entre longitud y dimensión más corta de su sección transversal l/h se le conoce como efecto de esbeltez. Éste se puede presentar en cualquier elemento independientemente de su longitud, pero es significativo en elementos cuya relación l/h es grande, o sea en elementos esbeltos.

La reducción de resistencia por el efecto de esbeltez puede deberse también a desplazamientos laterales relativos entre los dos extremos de la columna, como sucede en marcos no contraventeados sujetos a carga lateral. Por ejemplo, en la fig. 4.7a se muestra un marco no contraventado, sujeto a una carga lateral. La columna A-B de este marco tiene un diagrama de momentos de primer orden (sin considerar momentos adicionales de la columna debidos a las deformaciones laterales) como el de la fig. 4.7b. Por efecto del desplazamiento lateral relativo entre los extremos de la columna (fig. 4.7c), aparecen momentos de segundo orden (considerando deformaciones) sobre la columna A-B como se aprecia en la fig. 4.7d.

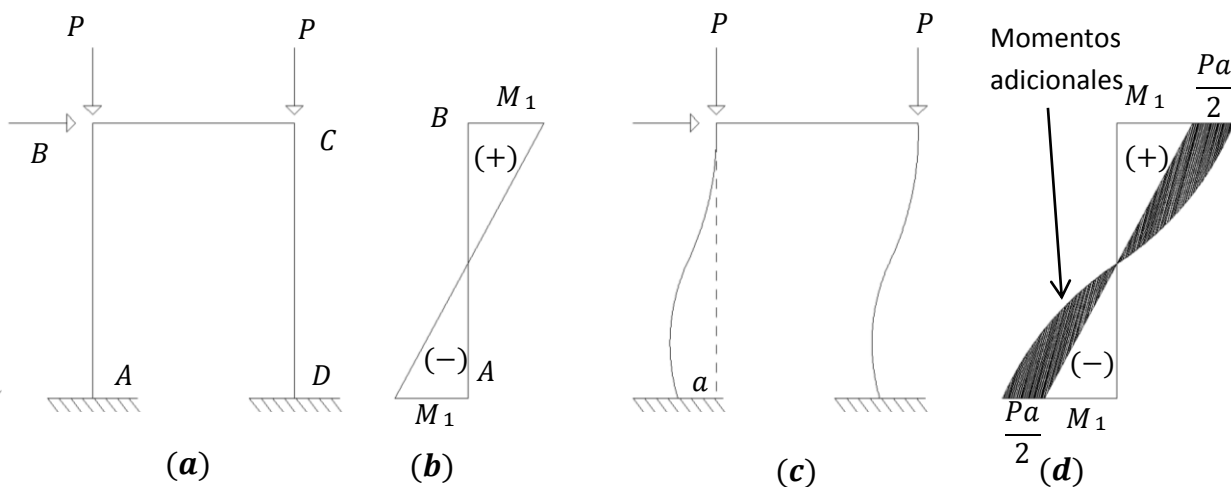


Fig.4.7 Momentos adicionales en una columna por efecto del desplazamiento lateral relativo (viga de rigidez infinita)

4.4.1. Efectos de esbeltez en el diagrama de interacción

En una columna esbelta se pueden presentar los siguientes tipos de falla:

- Falla del material.** En la fig. 4.8 se representan tres curvas carga-momento flexionante para diferentes longitudes de columnas, es decir para distintos grados de esbeltez. La primera curva Carga-Momento OA se relaciona con una columna corta, donde el concreto falla por aplastamiento. La curva Carga-Momento OB se refiere a una columna con una longitud moderada, donde se observa una reducción en su capacidad de carga axial debida a los momentos adicionales provocados por la deflexión. Cuando la curva Carga-Momento intercepte con el diagrama de interacción, se dice que se presenta una falla del material.
- Falla por inestabilidad.** Si la columna tiene una relación de esbeltez grande, esta podrá alcanzar grandes deflexiones, de tal modo que la falla ocurre por pandeo súbito del elemento. Cuando esto ocurre la curva Carga-Momento no intercepta al diagrama de interacción y se dice que se presenta una falla por inestabilidad, como la mostrada en la curva OC en la (ver fig. 4.8).

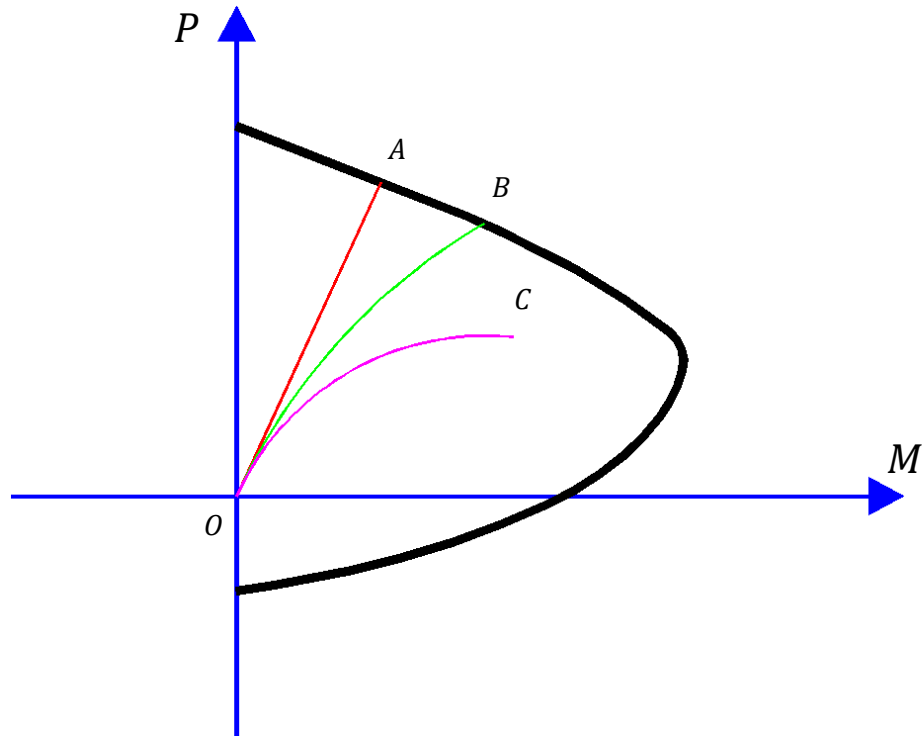


Fig.4.8 Tipo de fallas

4.4.1. Variables principales que influyen en la resistencia de las columnas

Para el correcto diseño de columnas esbeltas se debe de considerar la influencia de algunas variables sobre la resistencia de estas columnas que forman parte de estructuras.

1. Rigidez a flexión de las vigas que restringen a la columna

Mientras mayor sea la rigidez a flexión de las vigas que restringen a la columna, el grado de empotramiento o restricción de la columna en sus extremos aumenta, y por ende las deflexiones disminuyen así como los momentos adicionales $P\delta$. Este efecto se muestra en la fig. 4.9 en donde se compara una columna restringida por vigas flexibles (fig. 4.9a) y otra restringida con vigas rígidas (fig. 4.9b).

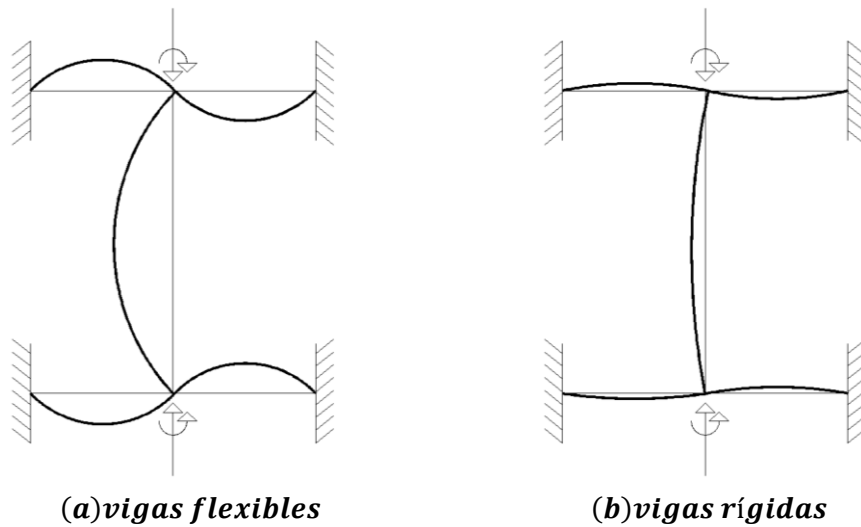


Fig.4.9 Efecto de la rigidez flexionante de las vigas que restringen a una columna

2. Rigidez a flexión de la columna

Mientras más rígida sea la columna, son menores sus deflexiones y por lo tanto también el valor de los momentos adicionales $P\delta$. La rigidez a flexión de la columna está en función del tamaño de la sección transversal, del módulo de elasticidad, del porcentaje de refuerzo longitudinal y de la longitud de la columna.

3. Relación de excentricidades en los dos extremos de la columna y tipo de curvatura

La relación entre los momentos en los dos extremos de la columna influye en la magnitud de las deflexiones, y por lo tanto, en los momentos adicionales por esbeltez. El sentido de los momentos en los extremo de la columna dan el tipo de curvatura que se puede desarrollar al aplicar la carga.

4. Desplazamiento lateral relativo entre los dos extremos de la columna

La magnitud del desplazamiento lateral relativo depende de la rigidez a flexión de las columnas y de las vigas integradas en los marcos. Si la rigidez a flexión de las vigas es pequeña en relación con la rigidez a flexión de las columnas, habrá una gran rotación en los extremos de la columna, aumentando el desplazamiento lateral relativo.

El desplazamiento lateral está en función también del tipo de carga que actúa sobre el marco. Por lo general es mayor el desplazamiento cuando el marco está sujeto únicamente a cargas laterales que cuando está sujeto únicamente a cargas verticales.

5. Duración de la carga

Cuando la carga actúa por un periodo de tiempo prolongado, las deflexiones aumentan por efecto de la contracción y el flujo plástico del concreto, aumentando los momentos adicionales y la reducción de resistencia de la columna por el efecto de la esbeltez.

4.5. Resistencia a flexo-compresión considerando efectos de esbeltez

Para este trabajo se desarrolló un programa de cómputo que simula la resistencia de una columna para excentricidades y longitudes relativas establecidas. Para poder evaluar la resistencia de una columna como una sola variable, se calcula la resistencia R que determina conjuntamente la resistencia de la columna en función de la carga axial y al momento flexionante, la resistencia R (fig. 4.10) está dada por la siguiente expresión:

$$R = \sqrt{P^2 + M^2} \quad (4.11)$$

donde

R = Resistencia de la columna

P = Resistencia a carga axial de la columna

M = Resistencia al momento flexionante

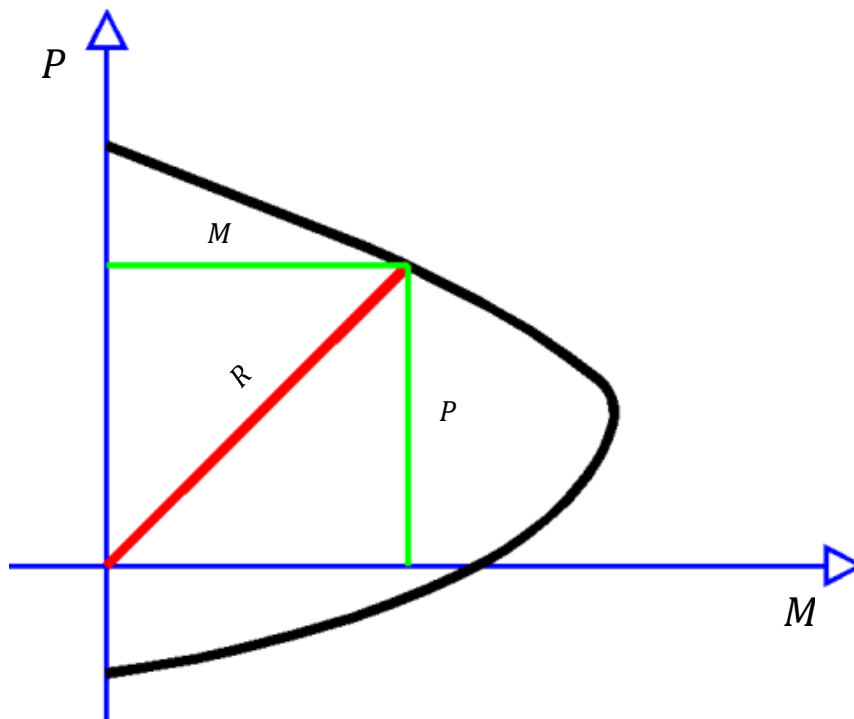


Fig. 4.10 Resistencia en términos de P y M

La resistencia a flexo-compresión considerando efectos de esbeltez calculada en el presente estudio considera dos enfoques (fig. 4.11), por un lado en el primer enfoque se calcula la resistencia de diseño con las fórmulas expuestas en el RCDF-2004, utilizando los valores nominales de las propiedades mecánicas y geométricas de las secciones analizadas, y en el segundo enfoque se

simula la resistencia de las columnas (fig. 4.11) considerando como variables aleatorias la resistencia del concreto ($f'c$) y a la fuerza de fluencia del acero de refuerzo (f_y), así como a las propiedades geométricas de la sección (peralte (h), ancho (b) y recubrimiento (r)). El primer enfoque es utilizado para simular la sollicitación y el segundo se utiliza para la simulación de la resistencia.

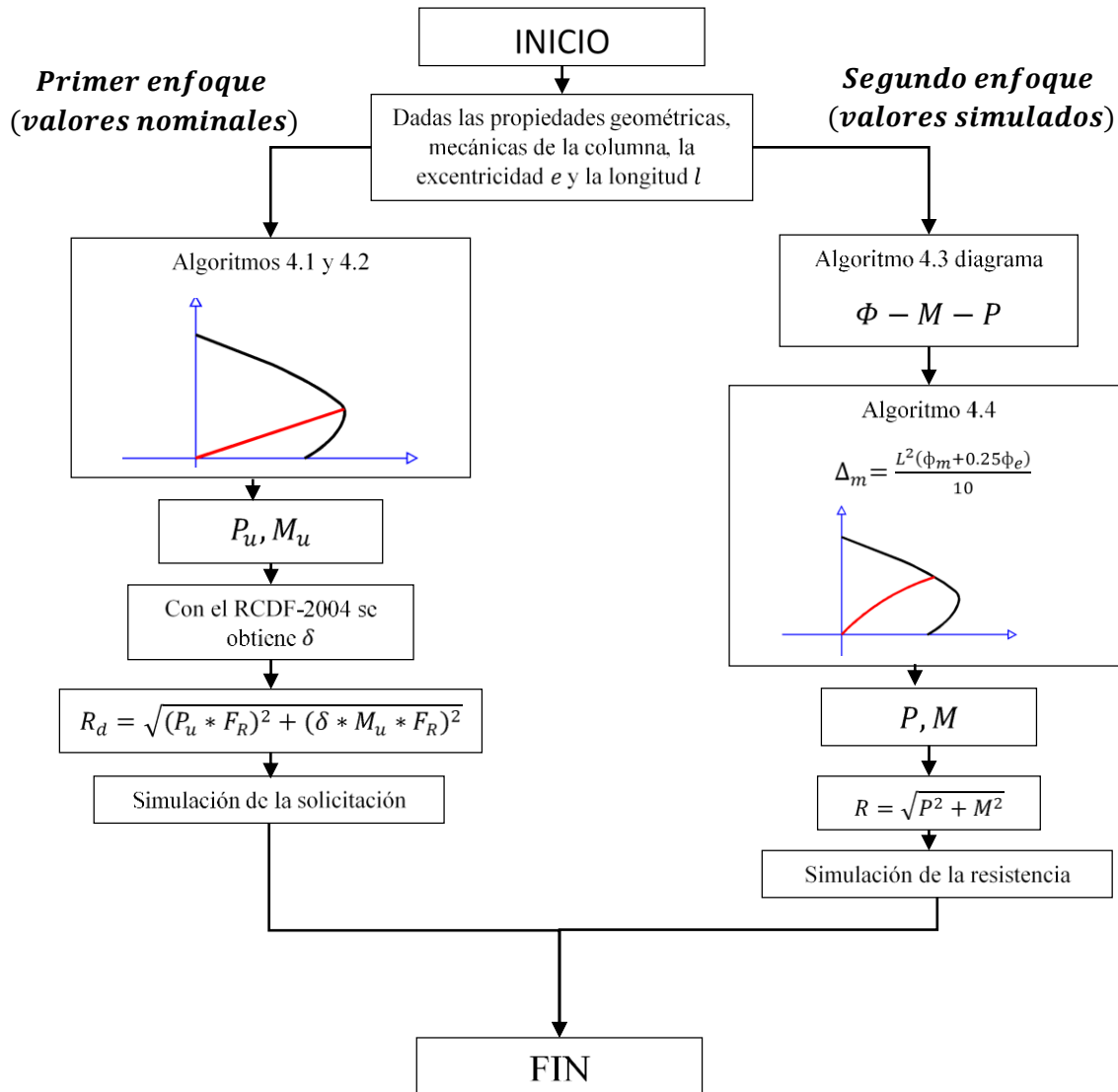


Fig. 4.11 Cálculo de la resistencia de diseño y la resistencia simulada

En la siguiente sección se desglosa de forma detallada cada uno de los enfoques utilizados, en lo que sigue se describe el primer enfoque (fig. 4.11) que utiliza valores nominales de las propiedades mecánicas y geométricas de las columnas y las fórmulas expuestas en el RCDF-2004 para el cálculo de la resistencia de columnas sujetas a flexo-compresión. Posteriormente se desglosa el segundo

enfoque (fig. 4.11) que utiliza valores simulados y estima la resistencia de las columnas con métodos numéricos.

4.5.1. Resistencia de diseño con el método del RCDF-2004 (primer enfoque)

Según las Normas Técnicas para Criterios y Acciones sobre las Edificaciones del Distrito Federal (2004) para toda sección sujeta a flexo-compresión se dimensionará para la combinación más desfavorable de carga axial y momento flexionante incluyendo los efectos de esbeltez. El dimensionamiento puede hacerse a partir de las condiciones generales aplicadas en flexión, o bien con diagramas de interacción (algoritmos 4.1 y 4.2). El factor de resistencia, F_R , se aplicará a la resistencia a carga axial y a la resistencia a flexión.

El método de diseño aproximado para la amplificación de momentos debido a la esbeltez utilizado en los reglamentos de construcción, se basa en un análisis elástico de elementos esbeltos sujetos a carga axial y momento flexionante. Este método consiste en determinar la resistencia última P_u y M_u del elemento de estudio por medio de un análisis de primer orden (algoritmos 4.1 y 4.2) y amplificar el momento M_u por un factor llamado δ de amplificación que tome en cuenta los efectos de segundo orden, así mismo se debe de multiplicar la carga axial P_u y M_u por el correspondiente factor de reducción F_R .

La ecuación que determina δ se define como:

$$\delta = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{\Phi P_c}} \geq 1.0 \quad (4.12)$$

donde:

C_m = factor que hace equivalente el diagrama de momentos flexionantes del elemento, al diagrama de un elemento con momentos iguales en ambos extremos.

$$C_m = 0.6 + 0.4 \frac{M1}{M2} \geq 0.4 \quad (4.13)$$

donde.

$M1$ = momento más pequeño encontrado en el análisis estructural de primer orden

$M2$ = momento de mayor magnitud encontrado en el análisis estructural de primer orden

P_u = carga última encontrada en el análisis de primer orden

Φ = factor de reducción

P_{cr} = carga crítica de pandeo de Euler (ecuación 4.14)

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(Kl_u)^2} \quad (4.14)$$

donde:

K = factor de longitud efectiva

l_u = longitud no soportada de la columna

EI = rigidez a flexión de la sección de la columna

$$EI = \frac{E_c I_g}{2.5} \frac{1}{1 + \beta d} \quad (4.15)$$

O

$$EI = \left(\frac{E_c I_g}{5} + E_s I_s \right) \frac{1}{1 + \beta d} \quad (4.16)$$

I_g = momento de inercia de la sección bruta del concreto

E_s = módulo de elasticidad del acero

I_s = momento de inercia del refuerzo alrededor del eje centroidal

βd = factor de flujo plástico, igual al momento debido a la carga muerta entre el momento producido por la carga muerta más la carga viva

En resumen, el momento máximo para el diseño de una columna esbelta es:

$$M = \delta M_u \quad (4.17)$$

Este método se podrá aplicar en cuanto se cumpla la siguiente desigualdad.

$$\frac{Kl_u}{r} \geq 34 - 12 \frac{M_1}{M_2} \quad (4.18)$$

donde:

Kl_u/r = relación de esbeltez

r = radio de giro

Si $Kl_u/r < 22$ la columna es corta

Si $22 \leq Kl_u/r \leq 100$ la columna es esbelta, y se diseñará con el método de amplificación de momentos.

Si $Kl_u/r > 100$ se deberá hacer un análisis de segundo orden.

En el presente estudio se considera que todos los casos analizados cumplen con las condiciones dadas por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (2004) para poder aplicar el método de amplificación de momentos. El diseño aproximado se utiliza para determinar la resistencia de diseño R_d (la resistencia de diseño está dada por la carga axial última P_u por un factor

de reducción F_R y por el momento último M_u multiplicado por el factor de amplificación δ y un factor de reducción F_R). Sustituyendo la carga axial y momento flexionante últimos en la ecuación 4.5 se obtiene:

$$R_d = \sqrt{(P_u * F_R)^2 + (\delta * M_u * F_R)^2} \quad (4.19)$$

El procedimiento para calcular la resistencia de diseño es el siguiente:

- 1) Se calcula con los algoritmos 4.1 y 4.2 la carga axial última P_u y el momento flexionante último M_u dada una excentricidad.
- 2) Se calcula el factor de amplificación δ con la ecuación 4.12 para evaluar momentos adicionales provocados por la esbeltez.
- 3) Se multiplica P_u por el factor de reducción de resistencia correspondiente a la falla F_R
- 4) Se multiplica M_u por el factor de amplificación δ y su correspondiente factor de reducción F_R .
- 5) Se calcula la resistencia de diseño con la ecuación 4.19.

4.5.1.1 Obtención de la carga crítica de pandeo, P_{cr}

La carga crítica de pandeo la utiliza el RCDF-2004 para la obtención del factor de amplificación δ , necesario para evaluar los efectos de la esbeltez.

Para ilustrar mejor un modelo de pandeo, en la fig. 4.12 se muestra una estructura idealizada que consiste en dos barras rígidas AB y BC , cada una con una longitud de $L/2$, unidas en el punto B por una articulación y mantenidas en posición vertical por un resorte rotacional con rigidez β_R , la estructura está sostenida en apoyos simples y comprimidas por una carga axial P , la elasticidad de la estructura está modelada con el resorte.

En un principio la carga axial P tiene una línea de acción por el eje longitudinal de las barras, por ende el resorte inicialmente no está sometido a ningún esfuerzo, y las barras están trabajando a compresión directa (fig. 4.12a). Si suponemos que la estructura es perturbada por alguna fuerza externa, el punto B se mueve una distancia pequeña en sentido lateral generando momentos en el resorte. El sentido de este momento tiende a regresar la estructura a su posición recta original (figs. 4.12 b y c).

Si la fuerza P es relativamente pequeña, al quitarla la estructura regresaría a su posición de línea recta. En estas condiciones, se dice que la estructura es estable. Si la carga axial es muy grande las barras girarían en ángulos cada vez mayores hasta llevar al colapso la estructura. Ante estas condiciones la estructura es inestable y falla por pandeo lateral.

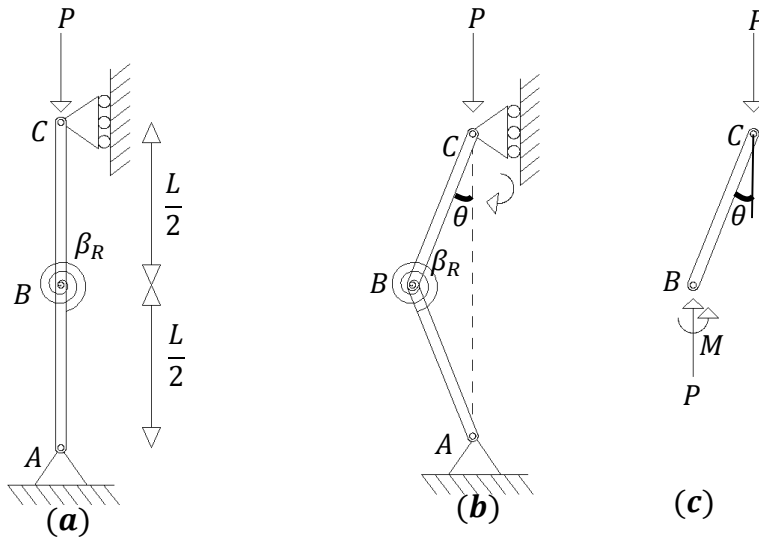


Fig.4.12 Pandeo de una estructura idealizada que consiste en dos barras rígidas y un resorte rotacional

La transición entre las condiciones estable e inestable ocurre para un valor especial de la fuerza axial conocido como carga crítica, como se ilustra en la fig. 4.13, y está definida por la siguiente ecuación:

$$P_{cr} = \frac{4\beta_R}{L} \quad (4.20)$$

En el valor crítico de la carga, la estructura está en equilibrio cualquiera que sea la magnitud de θ (siempre y cuando el valor de θ de la fig. 4.12b permanezca pequeño). Por lo tanto la carga axial crítica representa la frontera entre las condiciones estable e inestable.

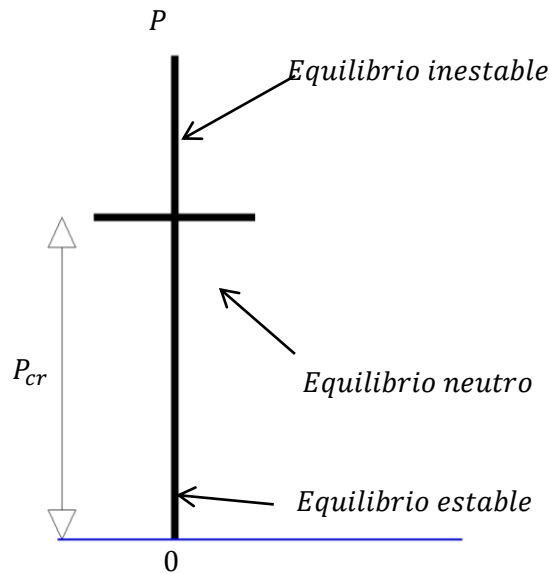


Fig.4.13 Diagrama de equilibrio para el pandeo de una estructura idealizada

Para este estudio se consideraron modelos de columnas idealizadas que están empotradas en la base y articuladas en el otro extremo como el de la fig. 4.14. Las cargas críticas para este tipo de condición de soporte se pueden determinar a partir de la ecuación diferencial de la curva de deflexión con el siguiente procedimiento:

1. Se supone que la columna está en estado pandeado y se obtiene una expresión para el momento flexionante en la columna.
2. Establecemos la ecuación diferencial de la curva de deflexión, mediante la ecuación del momento flexionante ($EIv'' = M$).
3. Resolvemos la ecuación y obtenemos la solución general, que contiene dos constantes de integración más un número definido de cantidades desconocidas.
4. Aplicamos condiciones de frontera relativas a la deflexión v y a la pendiente v' , y obtenemos un conjunto de ecuaciones simultáneas.
5. Resolvemos estas ecuaciones para obtener la carga crítica.

En lo que sigue se considera una columna ideal que esta empotrada en su base y articulada en la parte superior que está sometida a una carga axial P , como se muestra en la fig. 4.14a. La forma flexionada se muestra en la fig.4.14b, donde se observa que cuando la columna se pandea se genera un momento reactivo M_0 en la base debido a que en el empotramiento no existe rotación, por consecuencia del equilibrio en la columna sabemos de la existencia de reacciones horizontales R en cada extremo de manera que:

$$M_0 = RL \quad (4.21)$$

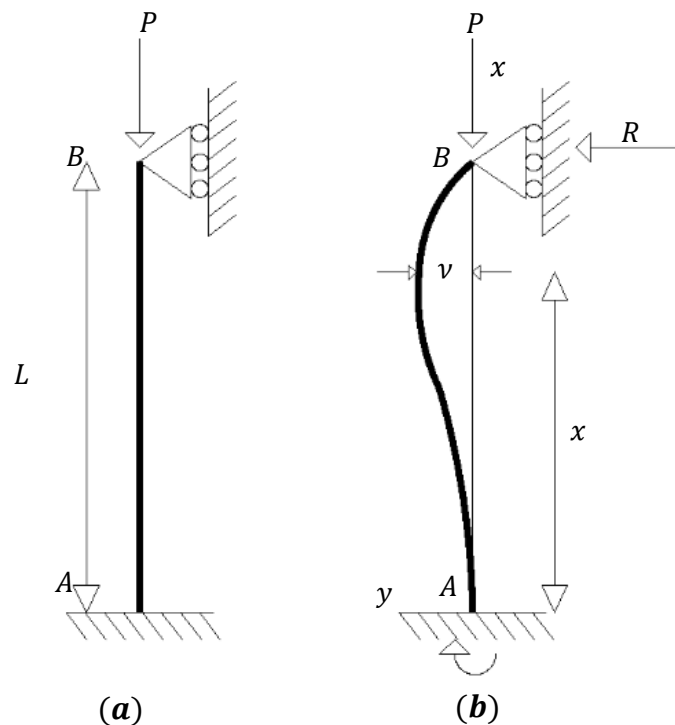


Fig.4.14 Columna ideal empotrada en la base y libre en la parte superior

$$EIv'' = M = -Pv + R(L - x) \quad (4.22)$$

Utilizando la notación $k^2 = P/EI$ reacomodamos la ecuación 4.22 de tal forma que:

$$v'' + k^2v = \frac{R}{EI}(L - x) \quad (4.23)$$

La solución general de la ecuación 4.23 consiste en dos partes: la solución homogénea y la solución particular.

La solución general de la ecuación 4.23 es:

$$v = C_1 \text{sen } kx + C_2 \cos kx + \frac{R}{P}(L - x) \quad (4.24)$$

donde C_1 y C_2 son constantes de integración.

La ecuación 4.24 contiene tres cantidades desconocidas (C_1 , C_2 y R) y, por ende, se necesitan tres condiciones de frontera para resolverla.

En la base de la columna es cero tanto la deflexión como la pendiente, además la deflexión es cero en la parte superior de la columna, por lo tanto:

$$v(0) = 0 \quad v'(0) = 0 \quad (4.25)$$

$$v(L) = 0 \quad (4.26)$$

Al aplicar estas ecuaciones a la ecuación 4.24 se obtiene:

$$C_2 + \frac{RL}{P} = 0 \quad C_1k - \frac{R}{P} = 0 \quad C_1 \tan kL + C_2 = 0 \quad (4.27, 4.28, 4.29)$$

Para obtener la solución por pandeo debemos resolver las ecuaciones (4.27, 4.28 y 4.29) de una manera general, para lo cual se elimina R en las primeras dos ecuaciones para obtener:

$$C_1kL + C_2 = 0 \quad \text{o} \quad C_2 = -C_1kL \quad (4.30)$$

Al emplear esta condición en la ecuación 4.27 se puede obtener la ecuación de pandeo:

$$kL = \tan kL \quad (4.31)$$

La solución a la ecuación 4.31 da como resultado la carga crítica. Pero como esta ecuación no se puede resolver en forma explícita, se puede recurrir a programas de cómputo para encontrar las raíces de la ecuación. El valor menor diferente de cero de kL que satisface la ecuación 4.31 es:

$$kL = 4.4934 \quad (4.32)$$

Por lo tanto la carga crítica que se utiliza en el presente estudio es:

$$P_{cr} = \frac{2.046 \pi^2 EI}{L^2} \quad (4.33)$$

4.5.1.2. Longitudes efectivas de columnas

La longitud efectiva de las columnas permite relacionar la carga crítica de una columna con extremos articulados, con otras que tengan otro tipo de soporte, suponiendo la forma flexionada de una columna que se encuentra empotrada en la base y articulada en su parte superior. Esta columna se pandea en una curva que es un cuarto de una onda senoidal completa. Si pudiéramos prolongar la curva de deflexión, ésta se vuelve la mitad de una onda senoidal completa, que en teoría es la curva de deflexión para una columna con extremos articulados.

La longitud efectiva L_e para cualquier columna es la longitud de la columna equivalente con extremos articulados con una curva de deflexión que concuerda exactamente con toda o parte de deflexión de la viga original y por lo tanto se puede escribir una fórmula general para las cargas críticas (Gere y Timoshenko, 1984):

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2} \quad (4.34)$$

La importancia de la longitud efectiva es que, si la conocemos (sin importar qué tan complejas puedan ser las condiciones de los extremos), podemos sustituirla en la ecuación anterior y determinar la carga crítica.

La longitud efectiva a menudo se expresa en términos de un factor de longitud efectiva K :

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} \quad (4.35)$$

El factor K varía según las condiciones de soporte de la columna, por ejemplo para una columna empotrada en la base y articulada en el otro extremo (como el modelo utilizado en el presente estudio) el factor K es igual a 0.7, y es igual a 1 para una columna con extremos articulados.

4.5.2. Resistencia simulada con métodos numéricos (segundo enfoque)

El diseño exacto es utilizado para la simulación de la resistencia. En este estudio se utilizan los métodos expuestos a continuación (algoritmo 4.3) para calcular la curvatura de las columnas y así poder determinar la deflexión de las mismas y calcular la resistencia de una columna sujeta a flexo-compresión tomando en cuenta el efecto de esbeltez (algoritmo 4.4).

Este tipo de análisis consiste en calcular las deflexiones laterales y los momentos de segundo orden. La suma de estos momentos con los calculados con un análisis de primer orden será el momento de último con el cual la columna estudiada falla.

Para poder calcular las deformaciones laterales en la columna, se emplea un cálculo numérico (Mirza y Macgregor, 1989) donde se utilizan las curvas curvatura (ϕ)-momento (M) – carga axial (P_i).

4.5.2.1 Diagrama ϕ - M - P

Para poder obtener las deformaciones laterales de cualquier columna, en el presente estudio se relaciona la carga axial última y el momento flexionante último con la curvatura provocada por estas. Se utilizará el siguiente algoritmo para trazar el diagrama $\Phi - M - P$.

Algoritmo 4.3

Dadas las propiedades geométricas y mecánicas de los elementos que integran la columna, las relaciones esfuerzo –deformación del material y la carga axial P_i .

- 1) Se supone un valor inicial de la deformación del concreto en su fibra más extrema ε_c .
- 2) Se supone un valor inicial para el eje neutro kd .
- 3) Con ε_c y kd se aplica el algoritmo 4.1 para determinar la resistencia P y M .
- 4) Se compara el valor de P obtenido en el paso anterior con el P_i supuesto al inicio.
Si no son iguales o si su diferencia es mayor a una tolerancia prefijada, se tendrá que variar kd y se regresa al paso 3. En caso contrario, continuar.
- 5) Se calcula ϕ con la ecuación:

$$\Phi = \frac{1}{R} = \frac{\varepsilon_c}{kd} \quad (4.36)$$

Los valores obtenidos, ϕ y M son los resultados buscados para una ε_c y P_i dadas.

- 6) Se incrementa ε_c y se repite el proceso.

Al conjunto de valores obtenido en este proceso, se les acomoda en una curva ϕ - M - P .

4.5.2.2 Método numérico para el cálculo de deflexiones laterales en columnas esbeltas

El diseño exacto para el cálculo de momentos adicionales por efecto de esbeltez se utiliza para la simulación de la resistencia, para ello se utilizan los algoritmos 4.1 y 4.2 para conocer todas las combinaciones de carga última P_u y momento último M_u que pueden producir la falla de la columna. El siguiente método (a diferencia del primer enfoque) calcula la deflexión de la columna en función de la curvatura (algoritmo 4.3).

Es necesario integrar un proceso numérico para determinar las deflexiones laterales de una columna esbelta y con ello el momento de segundo orden. Para una columna esbelta con curvatura simple y con iguales excentricidades en los extremos, se puede calcular la deflexión a la mitad de la columna con la siguiente expresión (Mirza y Macgregor, 1989):

$$\Delta_m = \frac{L^2(\phi_m + 0.25\phi_e)}{10} \quad (4.37)$$

Donde

ϕ_m = curvatura a la mitad de la columna

ϕ_e = curvatura en los extremos

L = longitud de la columna

Δ_m = deflexión de la columna

El proceso de cálculo con el método anteriormente descrito es el siguiente:

Algoritmo 4.4

1. Las propiedades geométricas y mecánicas de una columna, la excentricidad e y la longitud l se suponen conocidas.
2. Se calcula los puntos que definen el diagrama de interacción P y M para la columna en estudio (algoritmos 4.1 y 4.2)

Para cada excentricidad y cada longitud se procede como sigue:

3. Se establece una carga inicial $P_j (j = 1)$
4. Se calcula con e y P_j el momento $M_i = P_j e$
5. Se calcula la curva ϕ -M-P (algoritmo 4.3)
6. Con M_i se entra a la curva ϕ -M-P y se determina ϕ_{mi} (para la primera iteración ϕ_e será igual a ϕ_m)
7. Se calcula la deflexión Δ_m (ec.4.37)
8. Se calcula el momento amplificado con:

$$M_{i+j} = P_j(e + \Delta_m) \quad (4.38)$$

9. Se compara el momento M_{i+j} con el momento del ciclo anterior M_i
10. Si la diferencia relativa es menor a una tolerancia prefijada, se pasa al punto 11. En caso contrario, se hace $i = i + 1$, y se regresa al paso 6
11. El M_i final es el momento amplificado para una carga axial y una excentricidad dada
12. Si el momento M_i intercepta la curva de interacción P-M, se pasa al punto 14. Continuar en caso contrario.
13. Se incrementa la carga $j = j + 1$, se regresa al paso 4
14. La resistencia final de la columna es

$$M = P_j(e) \quad (4.39)$$

El algoritmo 4.4 se utiliza para el proceso de simulación de resistencia y utiliza los algoritmos 4.1, 4.2 y 4.3.

El momento amplificado M con su correspondiente combinación de carga axial P se sustituyen en la ecuación 4.19 para calcular la resistencia nominal del elemento.

El procedimiento general para calcular la resistencia nominal es el siguiente:

1. Se calcula el diagrama de interacción con los algoritmos 4.1 y 4.2
2. Se calcula la curva ϕ -M-P (algoritmo 4.3)
3. Se calcula la deflexión de la columna con la ecuación 4.37
4. Se calcula el momento amplificado tal que intersecte con el diagrama de interacción (algoritmo 4.4)
5. Se calcula la resistencia nominal con la ecuación 4.19

Capítulo 5. Simulación de resistencia

Para la simulación de la resistencia se usa los resultados obtenidos en la sección 4.5.2 mediante el cual se calcula la resistencia de columnas esbeltas con métodos numéricos (fig. 5.1), del cálculo de las resistencias simuladas se obtiene el valor medio (\bar{R}) y la varianza de la resistencia (σ_R^2).

Las variables más importantes en la simulación de resistencia son: la resistencia a compresión del concreto (f'_c), la resistencia a fluencia del acero (f_y), la base (b), el peralte (h), el recubrimiento (r) y la longitud relativa (l/h).

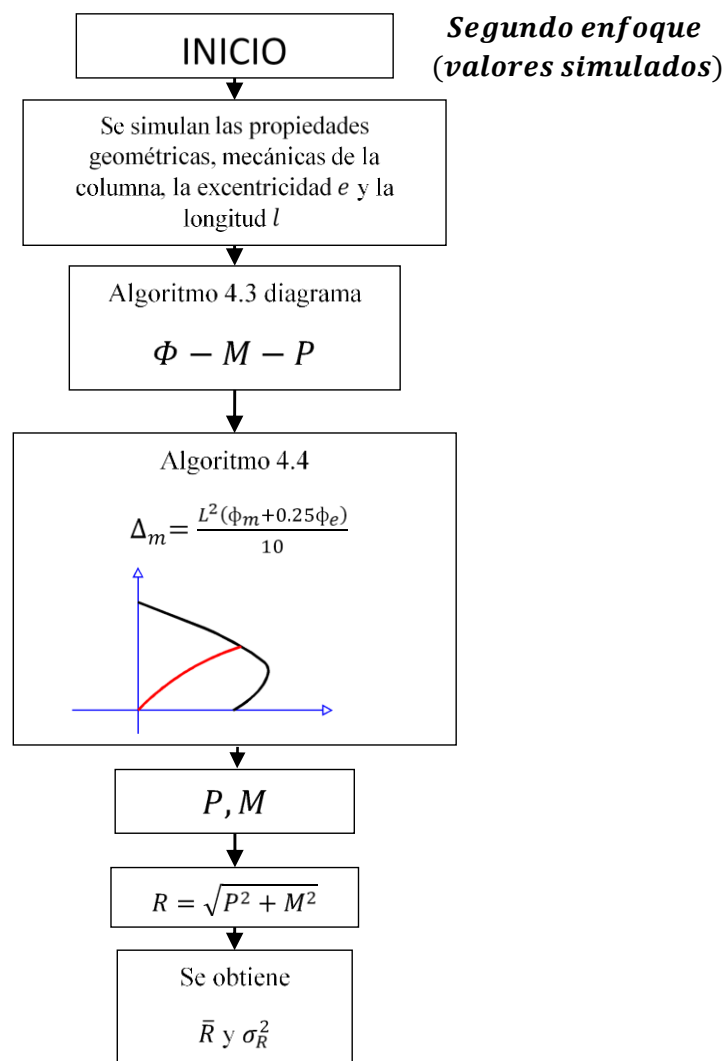


Fig. 5.1 Proceso de simulación de resistencia

5.1. Características de las propiedades geométricas

Las características estadísticas de las propiedades geométricas de las columnas para el Distrito Federal fueron obtenidas de diseños hechos previamente (PROYECT S.C., GARCÍA JARQUE INGENIEROS, S. C. y ALONSO Y ASOCIADOS S.C.). Más adelante se resumen los valores nominales de b, h, r , y sus respectivas medias (μ) y desviaciones estándar (σ).

5.2. Características de las propiedades mecánicas

Para el presente estudio se adoptó una resistencia nominal del concreto de $f'c = 250 \text{ kg/cm}^2$ y alternativamente, de 700 kg/cm^2 . Para el concreto de clase 1 se toma una media de 254.24 kg/cm^2 y una desviación estándar de 34.4 kg/cm^2 ; para el concreto de alta resistencia se considera que la resistencia media en obra es de 606.75 kg/cm^2 y la desviación estándar es de 50.99 kg/cm^2 . La resistencia media del concreto en obra \bar{f}_{co} se obtiene partir de la resistencia media en cilindros \bar{f}_c mediante la siguiente expresión (Meli, 1976), como se indica en el apéndice A:

$$\bar{f}_{co} = 0.75\bar{f}_c + 30 \text{ kg/cm}^2 \quad (5.1)$$

donde

$$\bar{f}_c = f'_c + 0.84\sigma_{f_c} \quad (5.2)$$

El acero de refuerzo se supuso con un límite de fluencia nominal $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$, con valor medio igual a 4680 kg/cm^2 y desviación estándar igual a 449.29 kg/cm^2 .

Las características estadísticas del concreto y del acero que se adoptaron en este estudio, corresponden a materiales que normalmente se usan en el Distrito Federal. Estos se suponen con distribución Gaussiana (Meli, 1985).

Capítulo 6. Simulación de la sollicitación

Para evaluar la sollicitación se supone el valor de la sollicitación de diseño es igual a la resistencia de diseño.

$$S_d = R_d \quad (6.1)$$

La resistencia de diseño se calcula con las ecuaciones establecidas anteriormente en el capítulo 4 en la sección 4.5.1, que son las formulas expuestas en el RDF-2004. La sollicitación nominal se calcula como:

$$S_n = CM + CV \quad (6.2)$$

Donde CM representa la carga muerta y CV la carga viva.

Para poder simular todas las posibles combinaciones que se pueden presentar en un edificio, es importante utilizar una relación de carga (R_c), definida como:

$$R_c = \frac{CM}{CM + CV} \quad (6.3)$$

La sollicitación de diseño (S_d) es igual a la sollicitación nominal (S_n) multiplicada por un factor de carga (ver figura 6.1), y la resistencia de diseño (R_d) es igual a la resistencia nominal (R_n) multiplicada por un factor de resistencia. Para nuestro análisis es conveniente expresar a la sollicitación de diseño en términos de factores de carga independientes (FC_M y FC_V), como se muestra en la ecuación 6.4

$$S_d = FC_M * CM + FC_V * CV \quad (6.4)$$

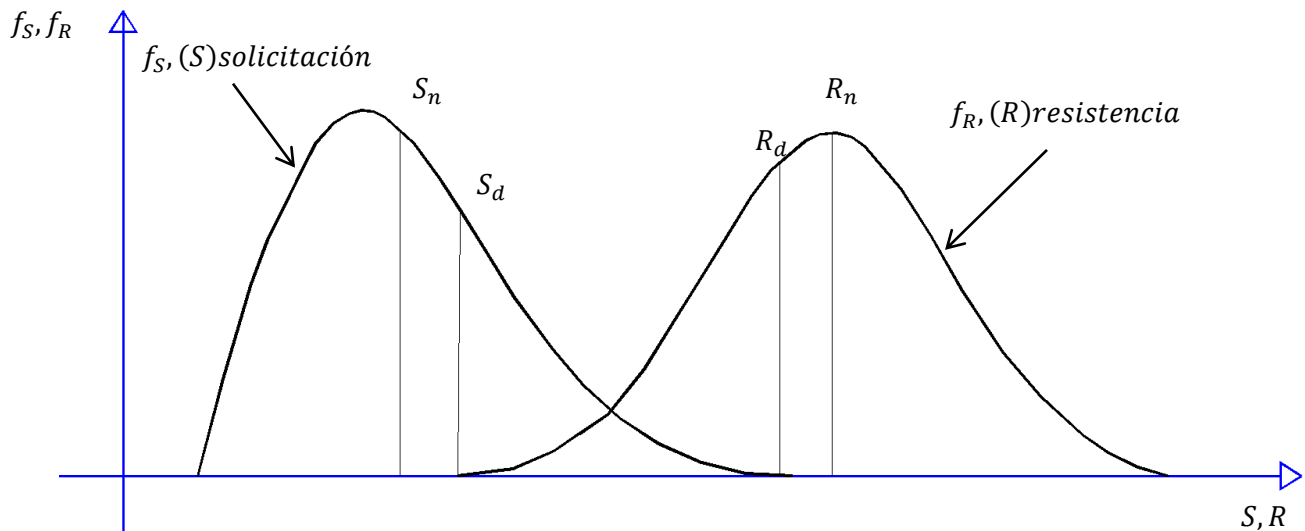


Fig.6.1 Representación gráfica de la sollicitación nominal y de la resistencia nominal.

Si se quiere conocer la sollicitación nominal en términos de la relación de carga R_c y de la sollicitación de diseño, se despeja la carga viva y la carga muerta de la ecuación 6.3

$$CM = R_c(CM + CV); \quad CM = R_c * S_n \quad (6.5)$$

$$CV = \left(\frac{1 - R_c}{R_c}\right) CM \quad (6.6)$$

Sustituyendo 6.5 en 6.6

$$CV = \left(\frac{1 - R_c}{R_c}\right) (R_c * S_n); \quad CV = (1 - R_c) * S_n \quad (6.7)$$

Sustituyendo 6.5 y 6.7 en 6.4

$$S_d = FC_M * (R_c * S_n) + FC_V * ((1 - R_c) * S_n) \quad (6.8)$$

Despejando S_n de la ecuación 6.8

$$S_n = \frac{S_d}{FC_M * (R_c) + FC_V * (1 - R_c)} \quad (6.9)$$

Siempre se debe considerar que el valor de la sollicitación nominal debe ser un valor que englobe cierta probabilidad de ser excedida durante toda la vida útil de las estructuras. En la figura 6.2 se expresa la sollicitación en función de la probabilidad de excedencia de la carga viva.

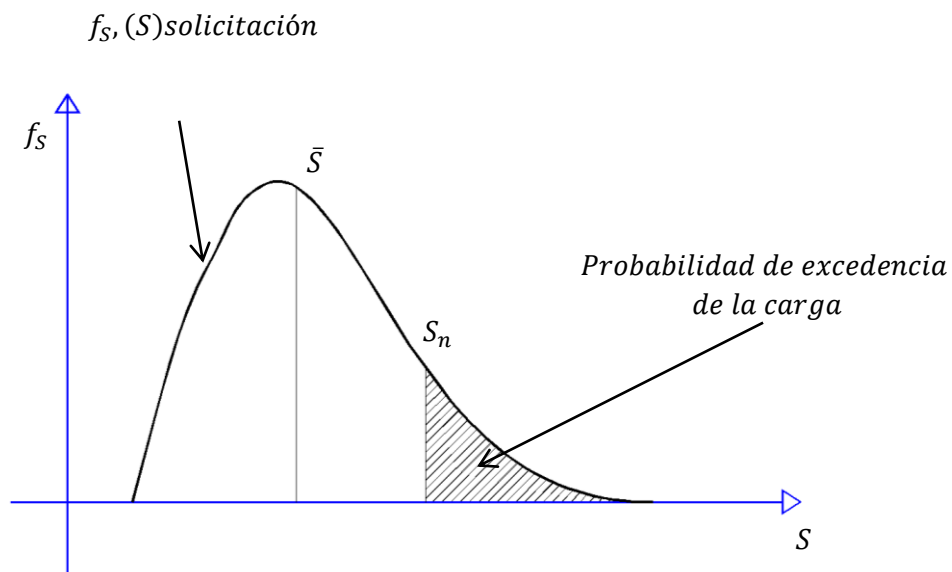


Fig.6.2 Probabilidad de excedencia de la carga viva

Con base en estudios hechos en el instituto de ingeniería de la UNAM (Ruiz y Soriano, 2001), los valores de las cargas nominales en áreas pequeñas de oficinas especificadas en las NTC sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones 2004 corresponden al 50% de la probabilidad de excedencia de la carga.

Debido a la curva a la que se ajusta la solicitación media (\bar{S}), la solicitación nominal S_n es aproximadamente igual a la solicitación media.

$$S_n = \bar{S} \quad (6.10)$$

La desviación estándar de la solicitación (σ_s) se calcula a partir del coeficiente de variación de la carga muerta y de la carga viva (Meli 1976), como se muestra a continuación:

$$C_s^2 = C_\gamma^2 + R_c^2 C_{wm}^2 + (1 - R_c)^2 C_{wv}^2 \quad (6.11)$$

en donde

C_γ considera la falta de precisión en el análisis y puede variar entre 0.05 y 0.15 y depende de las características de la estructura y del elemento mecánico que se esté analizando. En el presente trabajo se utiliza $C_\gamma = 0.1$

C_{wm} es el coeficiente de variación de la carga muerta y depende de las variaciones y estimaciones de los materiales utilizados para la construcción de la estructura analizada, del mobiliario, instalaciones, acabados, etc. En el presente trabajo se utiliza $C_{wm} = 0.18$

C_{wv} es el coeficiente de variación de la carga viva y está en función de la variabilidad de los cambios de ocupación. En este estudio se utiliza $C_{wv} = 0.10$

$$\sigma_s = C_s * \bar{S} \quad (6.12)$$

Cuando se calcula la media y el coeficiente de variación de la solicitación, se puede estimar la desviación estándar, necesaria para calcular el índice de confiabilidad β . En la fig. 6.3 se muestra de manera general el proceso de simulación de la solicitación y en la fig. 6.4 el proceso general para determinar el índice de confiabilidad β y la combinación óptima de factores de carga viva y carga muerta que minimicen la siguiente diferencia cuadrática (Wen, 1993):

$$\min \sum p_i (\beta_i - \beta_0)^2 \quad (6.13)$$

**Primer enfoque
(valores nominales)**

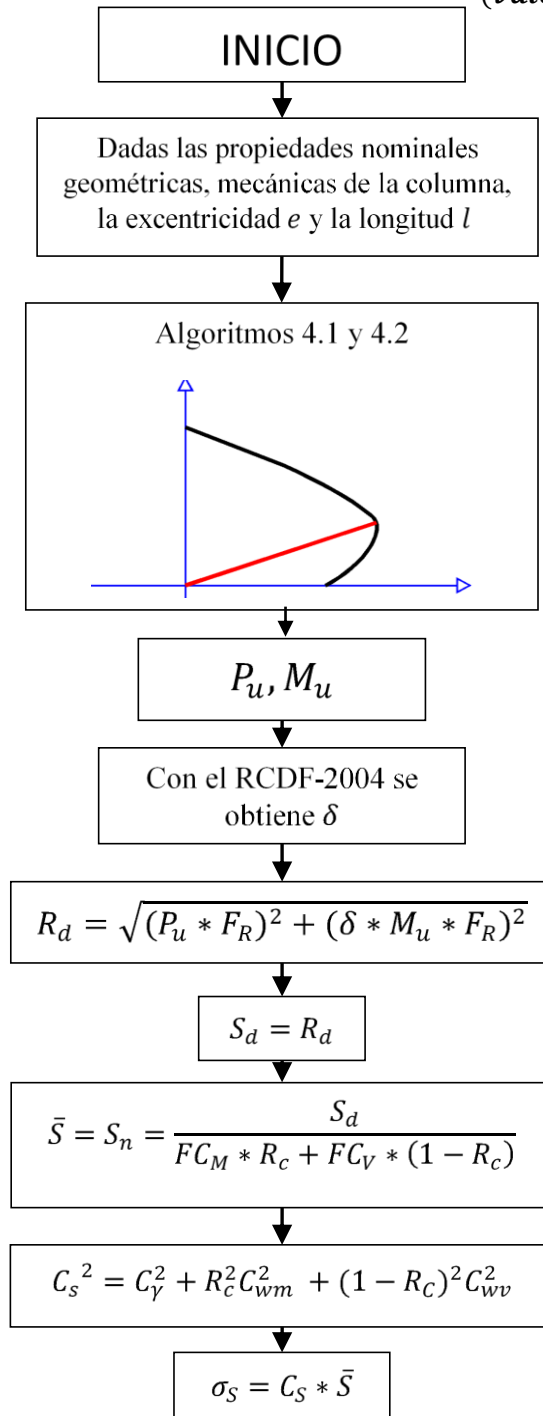


Fig. 6.3 Procedimiento para la simulación de la sollicitación

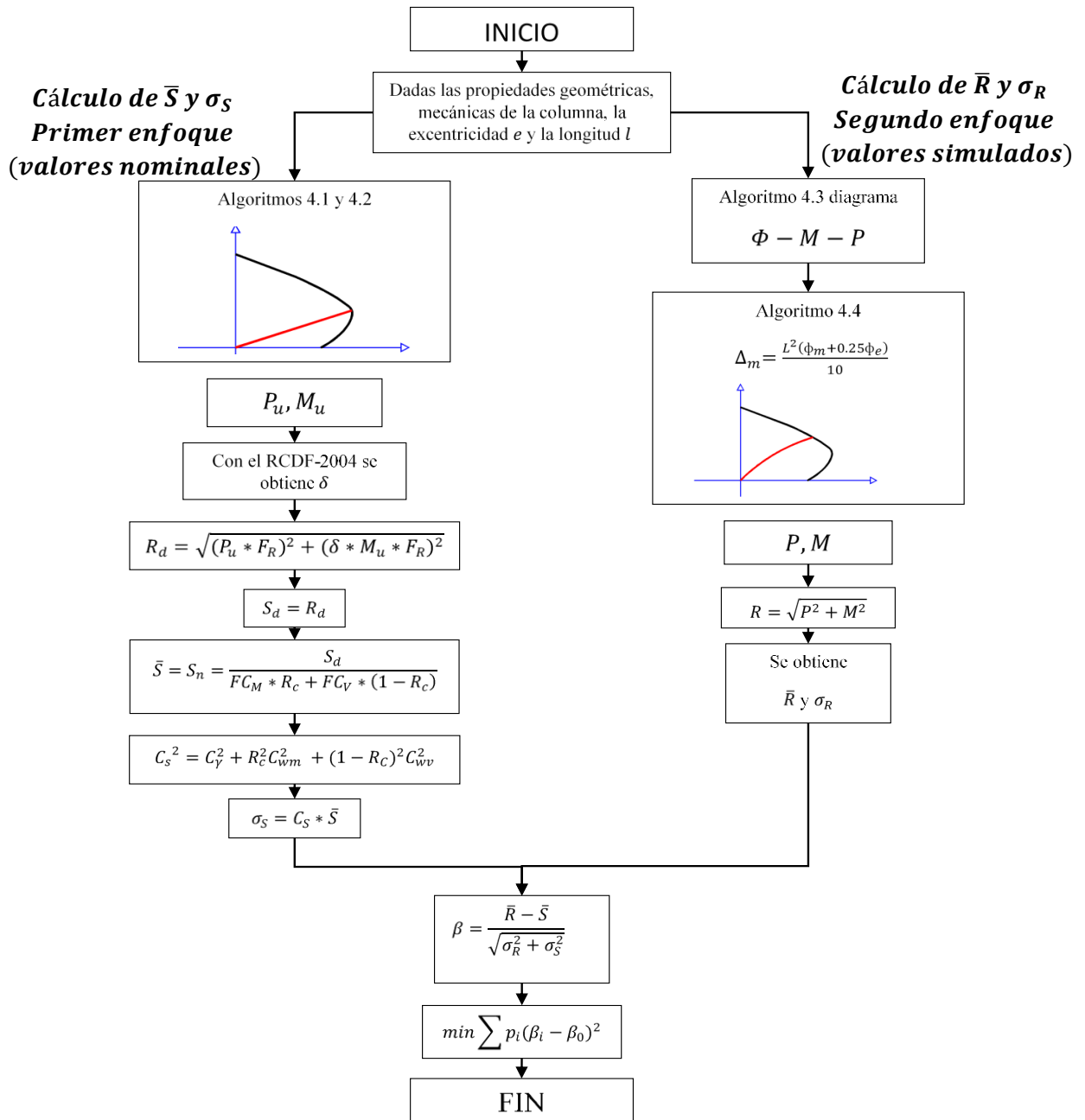


Fig. 6.4 Proceso para el cálculo del índice de confiabilidad β

Capítulo 7. Casos analizados

Dada una columna con propiedades geométricas y mecánicas definidas (base, peralte, longitud, recubrimiento, área de acero, arreglo de estribos y separación entre los mismos, resistencia del concreto a compresión y resistencia a la fluencia del acero longitudinal y transversal), se desea determinar su confiabilidad β correspondiente a los diseños hechos con las Normas Técnicas Complementarias (NTC2004) considerando la influencia de los siguientes parámetros.

- Excentricidad
- Relación de carga
- Peralte
- Porcentaje de refuerzo
- Longitud de la columna

Las características de las secciones que se estudiaron diseñadas por flexo-compresión se muestran en la Tabla 7.1 Estas corresponden a secciones cuadradas y rectangulares con un recubrimiento nominal (tanto inferior, como superior) de 4cm, en la Tabla 7.2 se muestra las medias y desviaciones estándar de las secciones utilizadas. Cada sección se analiza con tres porcentajes de acero diferentes: uno, tres y seis por ciento del área total, distribuidos en dos lechos de varillas. Se consideró una separación de estribos igual a $h/6$. Se evaluaron cuatro puntos del diagrama de interacción los cuales corresponden a: compresión pura, falla balanceada, flexión pura y un punto intermedio entre la falla balanceada y la flexión pura.

Se estudiaron elementos con tres valores de relaciones de esbeltez: $l/h = 0, 10, 15$, de las cuales la primera corresponde a columnas cortas, y las otras dos a columnas esbeltas.

Las características geométricas de las secciones y las propiedades de los materiales fueron obtenidas de Rangel (2011). Corresponden a elementos de tres edificios de 5, 10, 15 niveles diseñados por reconocidas firmas de Ingeniería Estructural: PROYECT S.C., GARCÍA JARQUE INGENIEROS, S. C. y ALONSO Y ASOCIADOS S.C. Los edificios fueron diseñados usando el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (2004).

Tabla 7.1 Casos analizados

| Características geométricas (cm) | | Refuerzo longitudinal (cm ²) | Refuerzo longitudinal (cm ²) |
|----------------------------------|----------|--|--|
| <i>b</i> | <i>h</i> | <i>A_s</i> | <i>A_s'</i> |
| 30 | 60 | 3.97 | 3.97 |
| | | 15.1 | 15.1 |
| | | 26.23 | 26.23 |
| 30 | 75 | 5.03 | 5.03 |
| | | 18.91 | 18.91 |
| | | 32.79 | 32.79 |
| 30 | 90 | 6.09 | 6.09 |
| | | 22.72 | 22.72 |
| | | 39.34 | 39.34 |
| 40 | 90 | 8.13 | 8.13 |
| | | 30.29 | 30.29 |
| | | 52.46 | 52.46 |
| 45 | 130 | 13.38 | 13.38 |
| | | 49.31 | 49.31 |
| | | 85.24 | 85.24 |
| 40 | 160 | 14.73 | 14.73 |
| | | 53.99 | 53.99 |
| | | 93.26 | 93.26 |

Tabla 7.2 Media y desviaciones estándar de las secciones utilizadas

| Dimensiones (cm) | | |
|------------------|--------|------------|
| nominal | media | Desv. Est. |
| 30 | 30.36 | 0.41 |
| 35 | 34.34 | 0.43 |
| 40 | 39.68 | 0.64 |
| 45 | 44.68 | 0.64 |
| 60 | 59.68 | 0.64 |
| 75 | 74.68 | 0.64 |
| 80 | 79.54 | 0.408 |
| 90 | 89.68 | 0.64 |
| 100 | 99.68 | 0.67 |
| 130 | 129.68 | 0.64 |
| 160 | 159.64 | 0.62 |

Capítulo 8. Resultados sobre diseños por flexo-compresión

8.1 Influencia de distintas variables

En la siguiente sección se analizan los resultados obtenidos, tomando en cuenta la influencia que tienen las distintas variables (la resistencia del concreto, la zona en el diagrama de interacción, la relación de esbeltez y la relación de carga) en el índice de confiabilidad β con distintas combinaciones de relaciones de carga R_c .

8.1.1 Influencia de la resistencia del concreto

En la fig. 8.1 se presenta la forma en que varía el índice de confiabilidad β con distintos valores de relación de carga R_c para diseños por flexo-compresión correspondiente a una sección de $40 \times 80 \text{ cm}$ con tres por ciento de acero de refuerzo distribuido en dos lechos (el elemento falla por compresión). En estos análisis se usó una resistencia nominal del concreto igual a 250 kg/cm^2 (resultados indicados con línea continua interrumpida) y alternativamente igual a 700 kg/cm^2 (resultados representados con línea continua). En este último caso el cálculo de la resistencia se hizo suponiendo que la distribución de esfuerzos en la sección presentaba un bloque de esfuerzos rectangular.

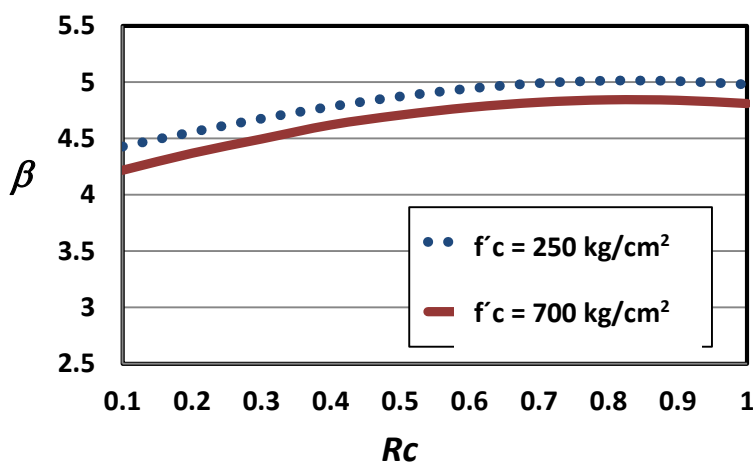


Fig. 8.1 Índice β para secciones diseñadas por flexo-compresión.

Falla en compresión

En la fig. 8.1 se puede observar que el concreto convencional (250 kg/cm^2) tiene índices de confiabilidad más altos que el concreto de alta resistencia (700 kg/cm^2), la principal razón de este fenómeno es que cuando se evalúa la resistencia real de las columnas en el proceso de simulación de resistencia se toma la premisa que la resistencia media en obra del concreto de alta resistencia es 606.75 kg/cm^2 .

8.1.2 Influencia de la zona en el diagrama de interacción

En lo que sigue se hace referencia a tres zonas correspondientes al diagrama de interacción carga-momento flexionante (ver figura 8.2). Las zonas corresponden a las siguientes condiciones de excentricidad (e) de la carga actuante.

- 1.- Compresión pura, $e = 0$
- 2.- Falla balanceada, $e = e_b$
- 3.- Flexión pura, $e/h = \infty$

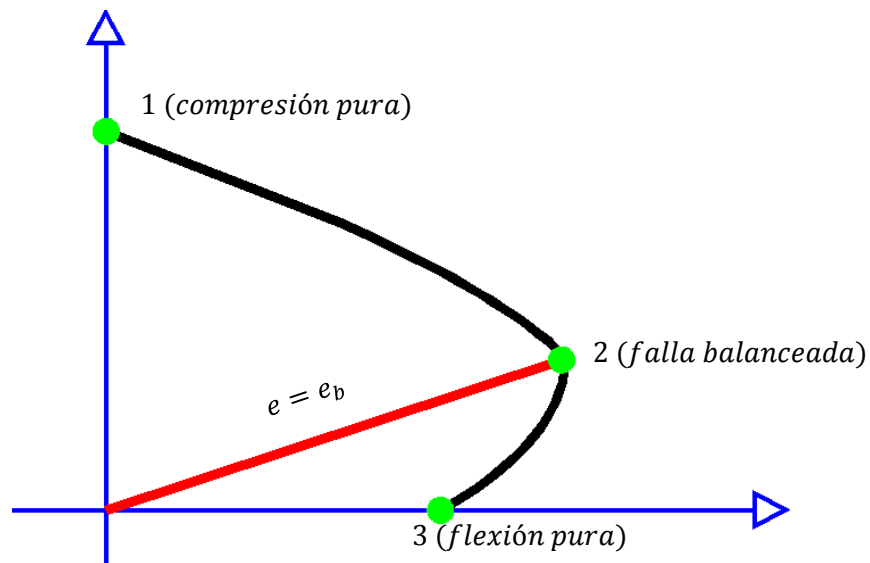


Fig. 8.2 Definición de zonas del diagrama de interacción carga-momento flexionante

En este estudio se considera que la excentricidad balanceada (e_b) corresponde a la calculada a partir de valores nominales de las propiedades de los elementos.

En la fig. 8.3 se presentan índices de confiabilidad β en función de las excentricidades relativas (e/h) para un caso típico. Este se refiere a una sección de 40x90 cm con un porcentaje de acero igual a 3. En la zona 1 (que corresponde a la falla en compresión pura) los diseños presentan el mayor índice de confiabilidad. Dentro de la zona 2 el índice de confiabilidad β resulta 6% menor que para la zona 1, y para el caso dentro de la zona 3 (controlada por flexión pura) las confiabilidades presentan sus valores más pequeños (del orden de 80% de las correspondientes a los elementos localizados en la zona 1).

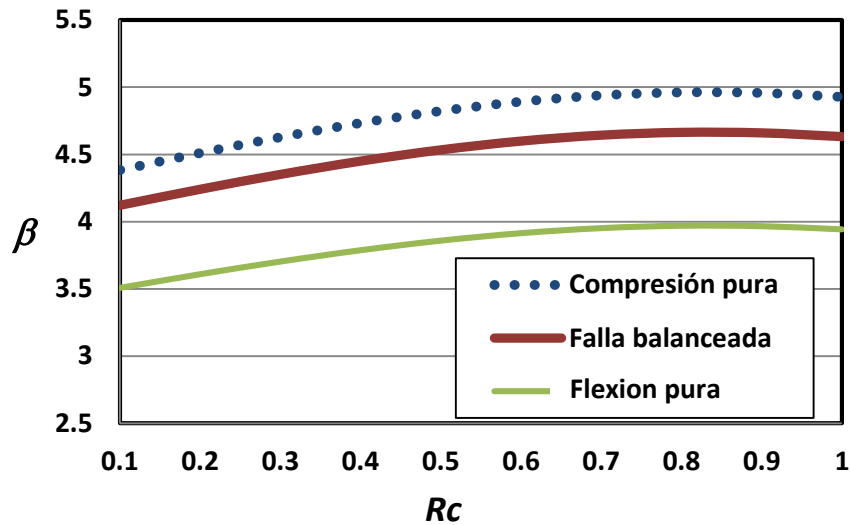


Fig.8.3 Variación del índice de confiabilidad (β) con la excentricidad (e)

En la fig. 8.3 se observa que la confiabilidad de la columna analizada disminuye conforme la falla tiende a la falla balanceada, esto se debe principalmente al hecho de que cuando se va aumentando la excentricidad desde la falla a compresión pura hasta la falla balanceada, la capacidad a carga axial de la columna disminuye. Por otro lado la confiabilidad en la falla a flexión pura es aún menor por los factores de reducción de resistencia que establece el RCDF-2004 (tabla 1.1).

8.1.3 Influencia de la relación de esbeltez

Para evaluar la influencia de la relación de esbeltez en la confiabilidad se presentan resultados que muestran el índice de confiabilidad β en función de la excentricidad, la que determina el tipo de falla que presentan las columnas analizadas. En las figuras 8.4, 8.5 y 8.6 se presentan resultados para relaciones de esbeltez iguales a $l/h = 0$, $l/h = 10$ y $l/h = 15$, respectivamente, donde $l/h = 0$ representa una columna corta y $l/h = 15$ representa la columnas más esbelta.

En la fig. 8.4 se muestra la variación de β para las tres relaciones de esbeltez cuando el elemento falla en compresión. En dicha figura se observa que a medida que la relación de esbeltez aumenta la confiabilidad tiende a subir. Esto se debe a la naturaleza propia de las fórmulas de diseño de columnas esbeltas. Cuando se compara la confiabilidad de las columnas esbeltas con respecto a la correspondiente a columnas cortas se ve que esta es mayor alrededor de 4% para $l/h = 15$, y 2% para $l/h = 10$.

Para el caso de falla balanceada (fig. 8.5) nuevamente se puede ver que la confiabilidad de las columnas esbeltas es mayor que la de las columnas cortas; sin embargo, esta diferencia se reduce a 2% para las columnas con $l/h = 15$ y menor a 1% para las columnas con relación de esbeltez $l/h = 10$.

Cuando la excentricidad tiende a ser muy grande se trata de un caso de flexión pura (fig. 8.6). Para este caso las columnas cortas y esbeltas tienden al mismo índice β . Esto es debido a que la incertidumbre va disminuyendo conforme se tiende a la falla por flexión. Se observa que las diferencias entre todas las relaciones de carga es menor que 1%.

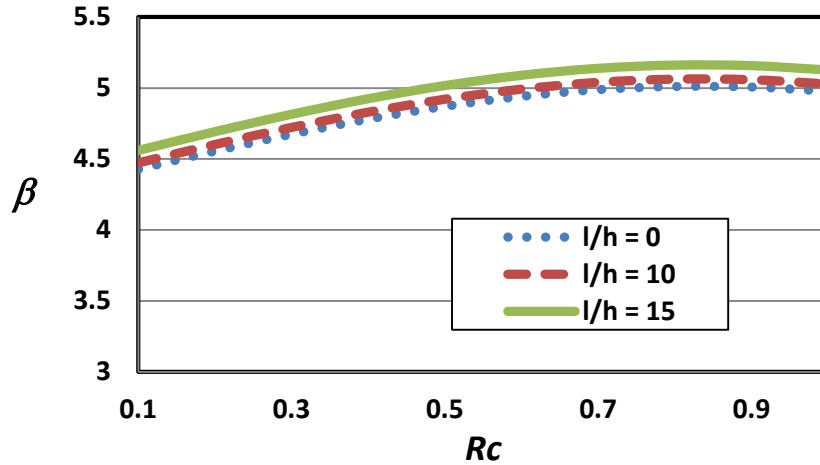


Fig.8.4 Influencia de la relación de esbeltez ($e = 0.01$)

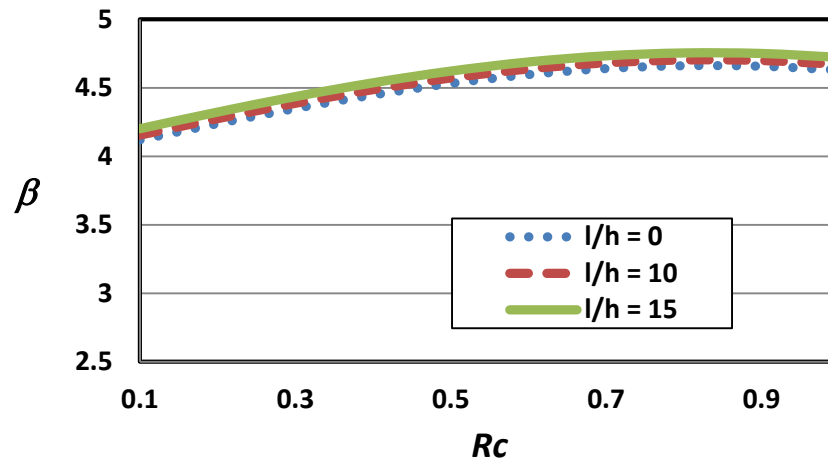


Fig.8.5 Influencia de la relación de esbeltez ($e = e_b$)

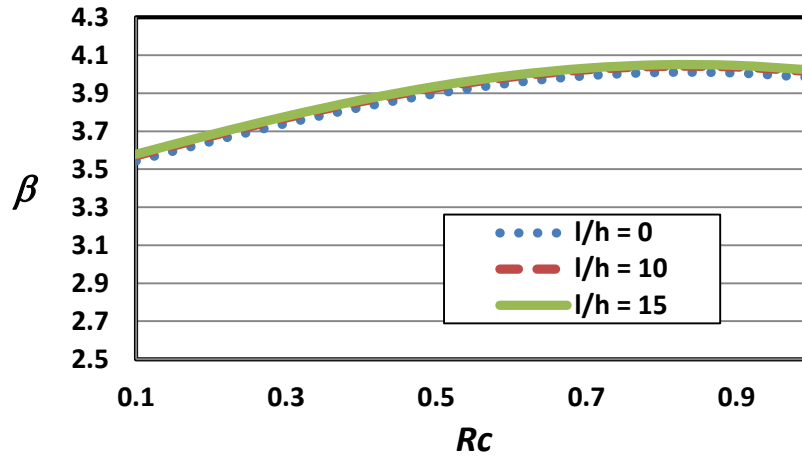


Fig. 8.6 Influencia de la relación de esbeltez ($e = \infty$)

8.1.4 Influencia de la relación de carga

El índice de confiabilidad β de las secciones diseñadas por flexo-compresión se incrementa a medida que aumenta la relación de carga R_c , esto se debe a que cuando se utilizan factores idénticos de carga $FC_M = 1.4$ y $FC_V = 1.4$, la sollicitación nominal S_n (ec. 6.9) se divide siempre entre 1.4, por ende la forma de la curva de confiabilidad β contra relación de carga R_c queda en función del coeficiente de variación de la sollicitación C_s (figs. 8.1. a 8.6).

Capítulo 9. Factores óptimos de carga

Con el fin de obtener los factores óptimos de carga (utilizando la ec.2.3) es necesario calcular el índice de confiabilidad objetivo β_0 . Este último se calcula como el promedio de los índices de confiabilidad de todas las columnas analizadas con los factores de carga actuales (FC_M y $FC_V=1.4$) dentro de cierto intervalo de valores de relaciones de carga R_c que se emplean en la práctica profesional.

El intervalo de relación de carga R_c más usado en la práctica para flexo-compresión es entre 0.4 a 0.9 (Szerszen y Nowak, 2003). Los valores del índice objetivo resultantes se muestran en la tabla 9.1

Tabla 9.1 valores de β_0 correspondientes a falla por flexo-compresión

| Modo de falla | | β_0 | |
|------------------|------------------|------------------------|------------------------|
| | | 250 kg/cm ² | 700 kg/cm ² |
| Flexo-compresión | Compresión | 4.87 | 4.73 |
| | Falla balanceada | 4.82 | 4.72 |
| | Falla en tensión | 3.93 | 3.79 |

Con el fin de encontrar los valores óptimos de los factores de carga se sustituyeron los valores de la Tabla 9.1 en la ec. 2.3, suponiendo diferentes combinaciones de valores de factores de carga muerta (FC_M) y de carga viva (FC_V). Para el análisis de casos independientes se utiliza $\rho_i = 1$ (ver ec. 2.3).

Las combinaciones de factores de carga muerta y viva (FC_M y FC_V) que se supusieron en este estudio se presentan en la Tabla 9.2. Se hace notar que la tabla incluye los factores $FC_M = 1.4$ y $FC_V = 1.4$ que se recomiendan en las NTCCA-2004 vigentes.

Tabla 9.2 Combinaciones de factores de carga supuestas

| FC_M | FC_V |
|------------|---|
| 1.1 | 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9 |
| 1.2 | 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9 |
| 1.3 | 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9 |
| 1.4 | 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 , 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9 |
| 1.5 | 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9 |

9.1 Factores de carga

Para el caso de flexo-compresión la optimización se llevó a cabo para diferentes relaciones de esbeltez (l/h), así como para diferentes valores de excentricidad (e). El promedio de todos los casos analizados da como resultado la combinación óptima de valores de factores de carga $FC_M = 1.3$ y $FC_V = 1.5$. En las figuras 9.1 y 9.2 se muestran los resultados, donde se presenta en el eje vertical los valores de la fórmula de diferencia cuadrada (Wen, 1993) y los otros ejes son los factores de carga viva (FC_V) y de carga muerta (FC_M), de tal forma que el “pico” de la gráfica donde se encuentra el valor mínimo corresponde a la combinación óptima de factores de carga.

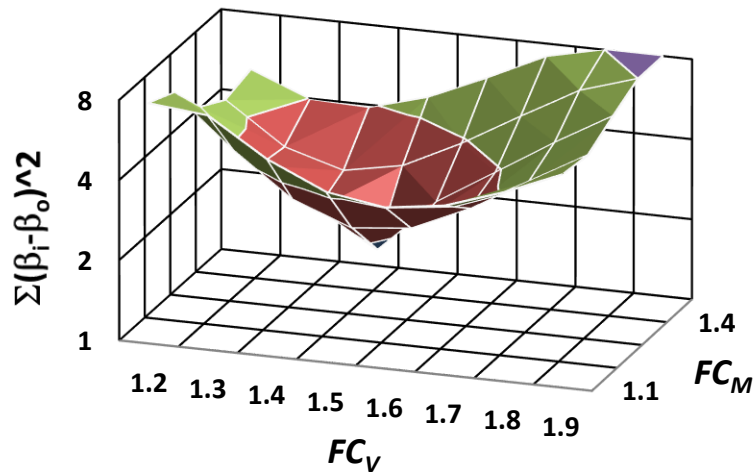


Fig. 9.1 Combinación óptima de factores de carga. Flexo-compresión. Vista en perspectiva

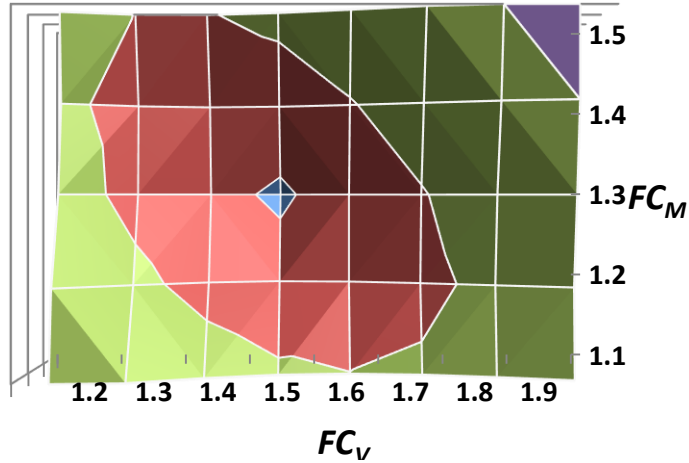


Fig. 9.2 Combinación óptima de factores de carga. Flexo-compresión. Vista en planta

9.2 Comparación entre la combinación de factores de carga propuesta en este estudio y la recomendada en las NTCCA-2004

En la fig. 9.3 se presenta una comparación entre los valores de los índices de confiabilidad β obtenidos para diseños por flexo-compresión, evaluando el estado de compresión pura. Por un lado se usa la combinación de cargas que se especifica en las NTCCA-2004 en donde se establecen los factores $FC_M = 1.4$ y $FC_V = 1.4$ (línea punteada), y por otro lado se usa la combinación que se propone en el presente estudio: $FC_M = 1.3$ y $FC_V = 1.5$ (línea continua). Como se observa en la figura 9.3 la combinación de factores de carga propuesta da lugar a confiabilidades más uniformes para las diferentes relaciones de carga propuestas (R_c).

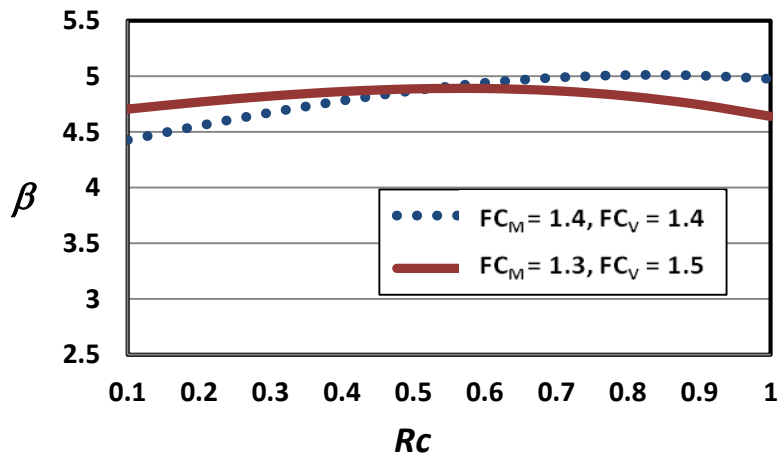


Figura 9.3 Comparación del índice de confiabilidad β correspondiente a la combinación de factores de carga especificada en las NTCCA-2004 y a la combinación propuesta en este estudio.

Capítulo 10. Conclusiones

Los factores propuestos en el presente estudio $FC_M = 1.3$ y $FC_V = 1.5$ dan como resultado un índice de confiabilidad β más uniforme (entre mayor sea el índice de confiabilidad, menor será la probabilidad de falla), por consecuencia se tiene una probabilidad de falla casi constante para distintas relaciones de carga.

Los factores de carga actuales de las NTC-2004 $FC_M = 1.4$ y $FC_V = 1.4$ tienen una confiabilidad congruente; sin embargo para relaciones de carga (R_c) altas (cuando la carga viva tiende a valores pequeños), se obtienen índices de confiabilidad β grandes ocasionando que se tenga una probabilidad de falla menor y se proteja más la estructura cuando la carga viva tiende a cero. El caso más desfavorable de carga se presenta cuando la carga viva es grande, por lo tanto es indeseable que una estructura tenga un índice de confiabilidad β menor cuando la carga viva tiende a valores grandes.

En el presente estudio se considera el caso más desfavorable para determinar los factores de carga óptimos, se trabaja con áreas de oficinas pequeñas (menores que $36 m^2$), el estudio se realiza con datos probabilísticos de las propiedades geométricas y mecánicas de los elementos, se trabaja con concreto debido a que este tiene más variabilidad en su resistencia y geometría que el acero. Por estos motivos se recomienda cambiar los factores de carga viva y muerta a $FC_M = 1.3$ y $FC_V = 1.5$ en la próxima versión del Reglamento de Construcciones para Edificaciones en el Distrito Federal.

Se hace notar que los nuevos factores de carga consideran solo efectos de cargas gravitacionales, es decir que solo serán aplicables en edificaciones donde las acciones accidentales no rijan el diseño de la estructura.

Referencias

1. Ellingwood, B. Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard, NBS special publication, NO. 577, E.U.A. 1980.
2. Ellingwood, B. Reliability Basis of Load and Resistance Factors for Reinforced Concrete Design, NBS Building Science Series 110, E.U.A. 1978.
3. Gere, M. y Timoshenko, S. P. Mecánica de Materiales, Grupo editorial Iberoamérica segunda edición, E.U.A. 1984.
4. González Cuevas, O. y Robles Fernández, F. Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado, Limusa, Cuarta edición, México 2005.
5. Hibbeler, R. C. Mecánica de Materiales, Pearson, Sexta edición, E.U.A. 2004.
6. MacGregor, J. G. Reinforced Concrete: Mechanics and Design, Prentice Hall, Tercera edición, E.U.A. 1997.
7. Mansur, M. A. Stress-Strain Relationship of High-Strength Concrete in Compression, ASCE Journal, No. 2 70-76, 1996.
8. Meli, R. Estudio Estadístico de Propiedades de Materiales y Estructuras de Concreto Reforzado en el Distrito Federal, Informe Interno del Instituto de Ingeniería UNAM, elaborado para la Dirección General de Administración del Uso del Suelo del Departamento del Distrito Federal, México. 1985.
9. Meli, R. Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Instituto de Ingeniería UNAM, No. 375, México. 1976.
10. Meli, R. Diseño Estructural, Limusa. Segunda edición, México. 2002.
11. Mendoza, C. J. Concretos de Alto Desempeño con Materiales Comunes en el Distrito Federal. Instituto de Ingeniería UNAM, México. 1998.
12. Mirza, S. y Macgregor, J. Slenderness and strength reliability of reinforced concrete columns, ACI, Structural Journal, 1986.
13. Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto. Gobierno del Distrito Federal. 2004.
14. Park, R. Estructuras de Concreto Reforzado, Editorial Limusa, E.U.A. 1996.
15. Ramos Alvarado, J. C. Análisis de Confiabilidad de Columnas de Concreto Reforzado, Tesis de Licenciatura, FES Aragón UNAM, México. 1990.
16. Rangel, A. G. Influencia en la Confiabilidad Sísmica Estructural de las Incertidumbres en las Propiedades Mecánicas de los Materiales y en las Cargas Vivas Máximas, Tesis Maestría, Posgrado en Ingeniería, UNAM, México D.F. 2011.
17. Rosenblueth, E. y Esteva, L. Reliability Basis for Some Mexican Codes, Probabilistic Design of Reinforced Concrete Building, ACI, SP-31, E.U.A. 1973.
18. Ruiz Gómez, S. E. y Soriano Martínez, J. A. Cargas Vivas Máximas de Diseño para Edificios de Oficinas en la Ciudad de México, Instituto de Ingeniería UNAM, No. 623, México. 2001.

19. Ruiz Gómez, S. E. y Suarez Alvarado, R. A. Confiabilidad Implícita en los Factores de Seguridad Especificados en las NTC-1987 y ACI318-89. Vigas Diseñadas por Flexión, Instituto de Ingeniería UNAM, No 546, México. 1992.
20. Ruiz Gómez, S. E. y Suárez, R. Índices de Seguridad de Elementos de Concreto Reforzado ante Cargas Estáticas, Diseñados con las Normas Técnicas Complementarias del RCDF-1987, Revista de Ingeniería UNAM, No. 2, 35-41, México. 1992.
21. Ruiz Gómez, S. E. y Soriano, A. Design Live Loads for Office Buildings in México and the United States, Journal of Structural Engineering, No 916, 816-822. 1997.
22. Szerszen, M. y Nowak, S. Calibration of Design Code for Buildings (ACI318): Part 2-Reliability Analysis and Resistance Factors, ACI Structural Journal, Technical Paper, No. 100-S42, E.U.A. 2003.
23. Vargas Ortega, V. S. Factores Reductivos por Sobre-Resistencia y Comportamiento No Lineal para Diseño Sísmico Basado en Confiabilidad, Tesis de Maestría, Posgrado en Ingeniería UNAM, México D.F. 2011.
24. Wen, Y. K. Reliability-Based Design Under Multiple Loads, Structural Safety, No. 13, 3-19, Elsevier Science Publishers B. V. E.U.A. 1993.
25. Santos Santiago, M.A. Factores de Seguridad Calculados a partir de la Confiabilidad Estructural de Elementos de Concreto Reforzado: Vigas Diseñadas por Flexión, Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería UNAM. 2012

Anexos

Anexo A. Relación entre la resistencia a compresión del concreto en cilindros y en la estructura

En este Apéndice se presenta la relación entre la resistencia a compresión de cilindros de concretos y la resistencia del concreto que se obtiene en la estructura. Las deducciones se basan en apuntes escritos por R. Meli (1972).

La resistencia media a la compresión en obra ($\overline{f_{CO}}$) es:

$$\overline{f_{CO}} = k \overline{f_c}$$

donde:

$$k = \begin{cases} 0.75 + \frac{30}{f_c'} & \text{para construcciones con un estricto control} \\ 0.60 + \frac{25}{f_c'} & \text{para construcciones con poco control} \end{cases}$$

$\overline{f_c}$ es la resistencia media a compresión de cilindros de concreto

La resistencia a compresión de los cilindros ($\overline{f_c}$) depende de la resistencia nominal del concreto (f_c') y de su desviación estándar (σ_{C1}):

$$\overline{f_c} = f_c' + 1.28\sigma_{C1}$$

$\overline{f_c}$ y σ_{C1} se determinan a través de pruebas de laboratorio.

Por otro lado, la varianza de la resistencia a la compresión en obra (σ_{CO}) se calcula con la siguiente ecuación:

$$\sigma_{CO}^2 = \sigma_{C1}^2 + \sigma_{C2}^2$$

donde:

$$\sigma_{C2} = \begin{cases} 10 \text{ kg/cm}^2 & \text{en construcciones con un estricto control} \\ 30 \text{ kg/cm}^2 & \text{en construcciones con poco control} \end{cases}$$

Es importante mencionar que el procedimiento descrito anteriormente es la base para determinar el valor de la resistencia nominal del concreto (f_c^*) que se especifica en las NTC-2004.

En lo que sigue se presenta el cálculo de las resistencia media a la compresión y desviación estándar de la resistencia de los concretos utilizados en este trabajo.

Para concreto con $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$:

$$\sigma_{c1} = 33 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{c2} = 10 \text{ kg/cm}^2 \text{ (aquí se supone un buen control de calidad).}$$

$$\sigma_{cO}^2 = 33^2 + 10^2 = 34.4 \text{ kg/cm}^2$$

Valor medio de la resistencia de los cilindros:

$$\bar{f}_c = f'_c + 1.28\sigma_{c1}$$

$$\bar{f}_c = 250 + 1.28 * 33 = \mathbf{292.24 \text{ kg/cm}^2}$$

Valor de la resistencia media en obra:

$$\bar{f}_{cO} = (0.75 + 30/250) * 292.24 = \mathbf{254.24 \text{ kg/cm}^2}$$

Para concreto con $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$:

$$\sigma_{c1} = 50 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{c2} = 10 \text{ kg/cm}^2, \text{ (suponiendo buen control de calidad).}$$

$$\sigma_{cO}^2 = 50^2 + 10^2 = \mathbf{50.99 \text{ kg/cm}^2}$$

Valor medio de la resistencia de los cilindros:

$$\bar{f}_c = f'_c + 1.28\sigma_{c1}$$

$$\bar{f}_c = 700 + 1.28 * 50.99 = \mathbf{765.27 \text{ kg/cm}^2}$$

Valor medio de la resistencia en obra:

$$\bar{f}_{cO} = (0.75 + 30/700) * 765.27 = \mathbf{606.75 \text{ kg/cm}^2}$$