

ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO

TEMARIO

Jueves	19 sept.	2 1/2 horas	INTRODUCCION		Ing. Francisco Robles F.
			Principios Generales del presfuerzo Propiedades de los Materiales: concreto y acero Modalidades del presfuerzo: pretensado y postensado Breve descripción de las pérdidas de presfuerzo Criterios de diseño Reglamentos		
Lunes	23 sept.	2 1/2 horas	PERDIDAS DE PRESFUERZO		Ing. Jean Claude Percheron
			Fricción Acortamiento elástico Contracción Flujo plástico Relajación del acero Anclaje Ejemplos		
		20 horas	FLÉXION		
Jueves	26 sept.	2 1/2 horas	Comportamiento de trabes presforzadas		Ing. José Luis Camba
Lunes	30 sept.	2 1/2 horas	Resistencia		Ing. José Luis Camba
Jueves	3 oct.	2 1/2 horas	Análisis elástico y esfuerzos permisibles		Ing. Joel Pon soda
Lunes	7 oct.	2 1/2 horas	Momento de agrietamiento		Ing. Joel Pon soda
Jueves	10 oct.	2 1/2 horas	Trazo de cables		Ing. Joel Pon soda
Lunes	14 oct.	2 1/2 horas	Optimización de secciones		Ing. Jean Claude Percheron
Jueves	17 oct.	2 1/2 horas	Secciones compuestas		Ing. José Luis Camba
Lunes	21 oct.	2 1/2 horas	Trabes continuas Ejemplos		Ing. José Luis Camba

Jueves	24 oct.	5 horas 2 1/2 horas	FUERZA CORTANTE Y DISEÑO DE EXTREMOS Comportamiento de travesaños reforzados Diseño de travesaños por corte Secciones compuestas Diseño de extremos de travesaños reforzados	Ing. José Ma. Rioboo
Lunes	28 oct.	2 1/2 horas		Ing. José Ma. Rioboo
Jueves	31 oct.	5 horas 2 1/2 horas	EJEMPLOS INTEGRADOS DE DISEÑO losas Travesaños isostáticos Travesaños continuos	Ing. José Luis Camba Ing. Francisco Robles Ing. Joel Pon soda Ing. José Luis Camba
Lunes	4 nov.	2 1/2 horas		

CURSO CONCRETO PREFORADO
SEP 1974

CUESTIONARIO DIAGNOSTICO

- 1.- ¿Cuál es su ocupación actual?

- 2.- ¿Tiene Vd. experiencia en el dimensionamiento de estructuras de concreto reforzado?

3. Indicar con una cruz las operaciones que no sería capaz de realizar:
 - a) Calcular los esfuerzos máximos en elementos de material elástico sujetos a
 - a1) carga axial
 - a2) momento
 - a3) momento y carga axial
 - b) Calcular los esfuerzos cortantes máximos en una viga.
 - c) Calcular los esfuerzos principales en un punto de una viga.
 - d) Calcular la flecha de una viga.
 - e) Determinar la resistencia a flexión de una sección de concreto reforzado.
 - f) Determinar la resistencia a cortante de una sección de concreto reforzado.
 - g) Determinar los límites del núcleo central de una sección simétrica.
 - h) Calcular el momento de inercia de una sección simétrica.
 - i) Calcular el módulo de sección de un material elástico.
 - j) Obtener diagramas de momento y fuerza cortante de vigas isostáticas.

k) Obtener diagramas de momentos y fuerzas cortantes de vigas continuas.

4) Si es proyectista de estructuras de concreto, ¿qué criterio de diseño utiliza: esfuerzos de trabajo o resistencia?

5) ¿ Tiene Vd. alguna experiencia en el dimensionamiento de estructuras de concreto presforzado?

DE AGREGADOS
ARTIFICIALES
(arellas
expandidas)

DE AGREGADOS
NATURALES
(tezontle)

2220 kg/m^3

LIGERO

2200 kg/m^3

ORDINARIO

TIPOS
CONCRETO

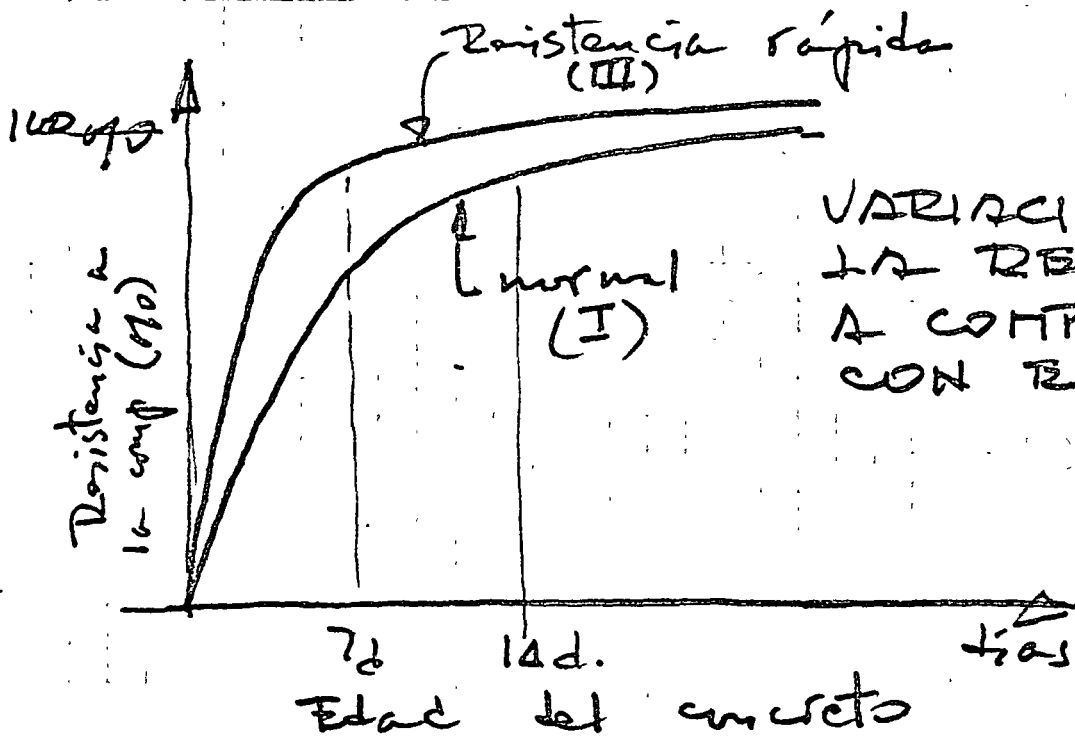
PROPIEDADES
CONCRETO ①

RESISTENCIA
DEL CONCRETO
A LA
COMPRESION

PROPIEDADES
CONCRETO
(2)

RESISTENCIAS
A LA COM-
PRISION USUALES
(f'_c)

250 - 600 kg/cm^2



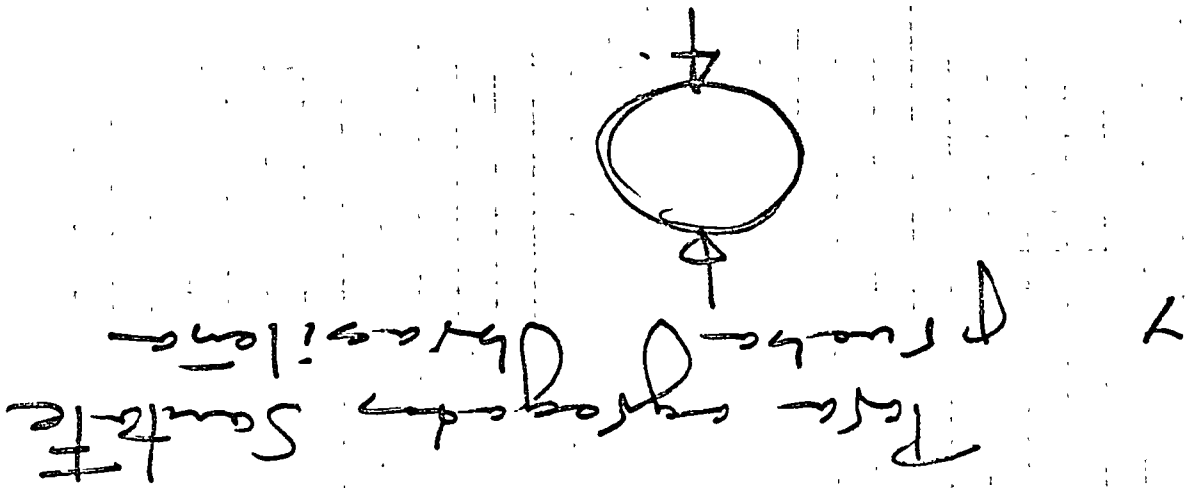
VARIACION DE
LA RESISTENCIA
A COMPRESION
CON EL TIEMPO

RAZONES PARA
USAR RESISTENCIAS
ALTAS

- ESTUERZOS ALTOS
BAJO ANCLAJES
- MODULO DE
ELASTICIDAD ALTO
- LIGEREZA

Tension, or
 forms - approximate:

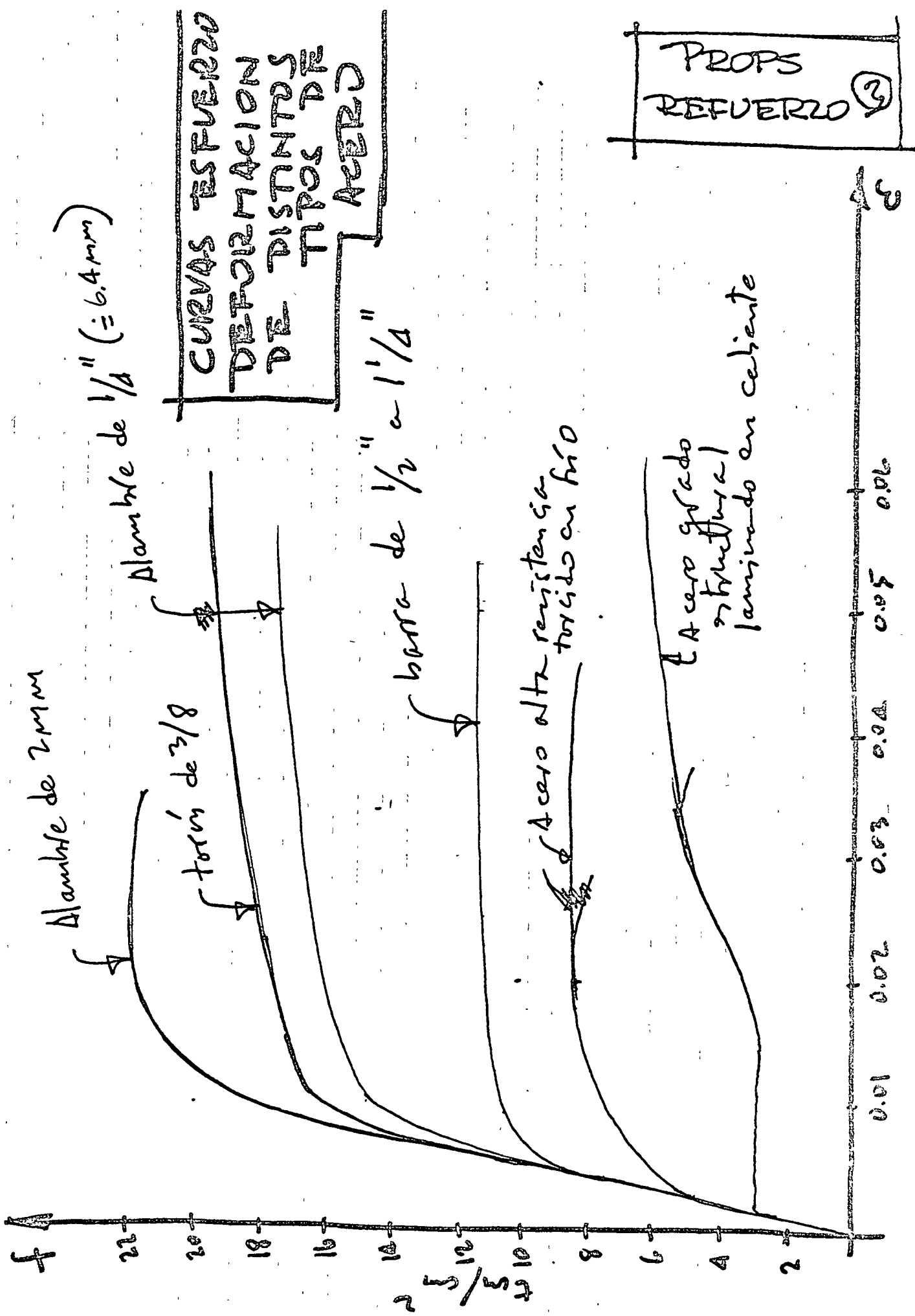
$f_t = 0.07 f_c$ (prc) f_c (14)
 $f_t = 0.10 f_c$ (prc) f_c (14)



$$f_t = 6.99 / \sqrt{2} + 0.06 f_c$$

RESISTENCIA
 DEL CONCRETO
 A LA TENSION

PROPS.
 CONCRETO ③



Alambre de 2mm

torón de 3/8

Alambre de 1/4 (≅ 6.4mm)

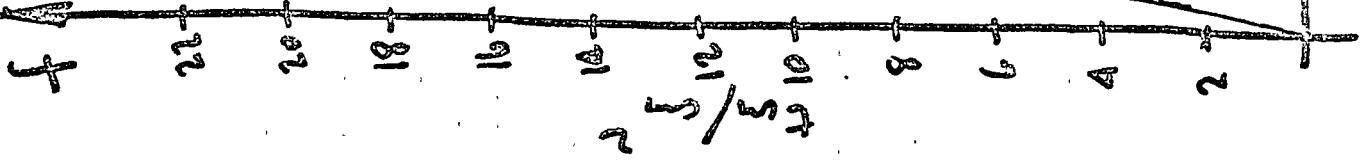
barra de 1/2 a 1 1/4

Acero alta resistencia torcido en frío

Acero girado estructural laminado en concreto

CURVAS ESFUERZO DEFORMACION DE DISTINTOS TIPOS DE ACERO

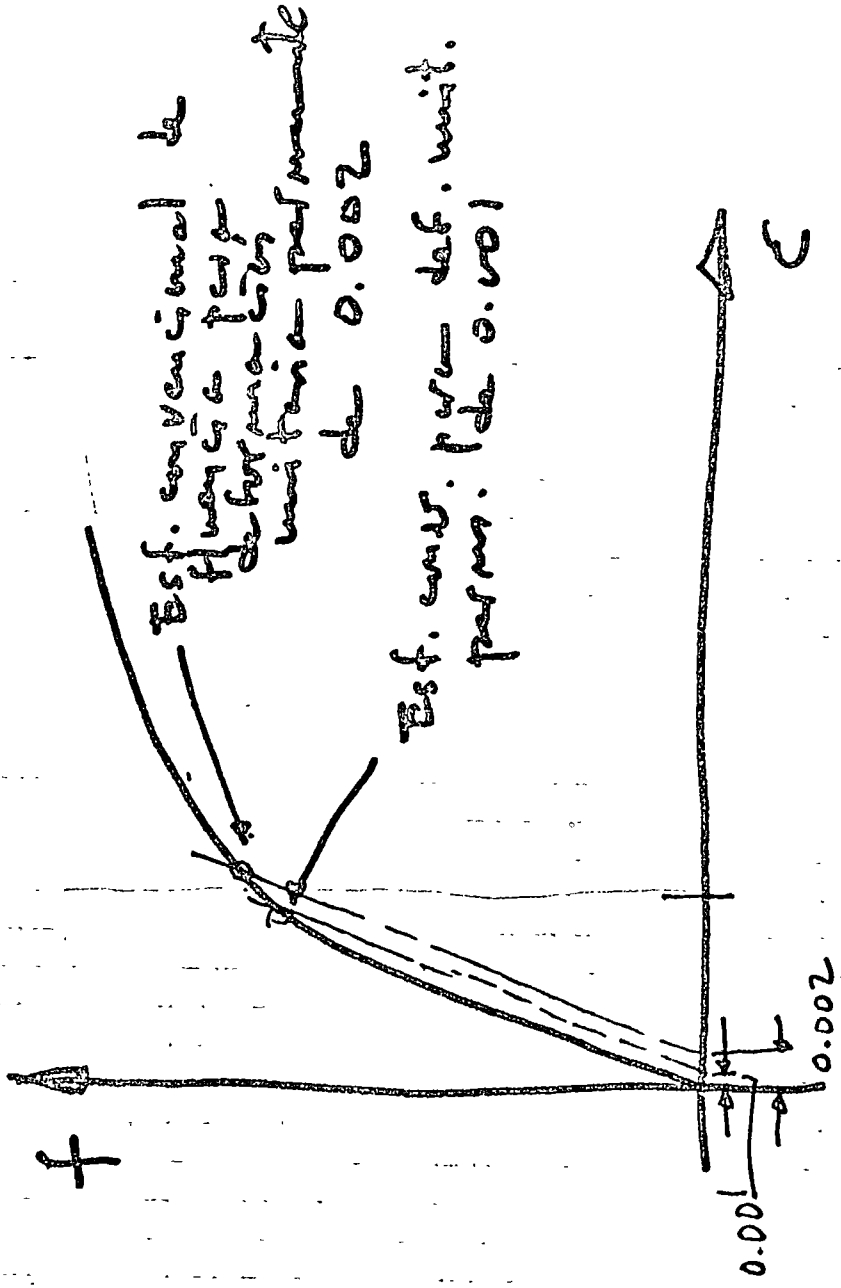
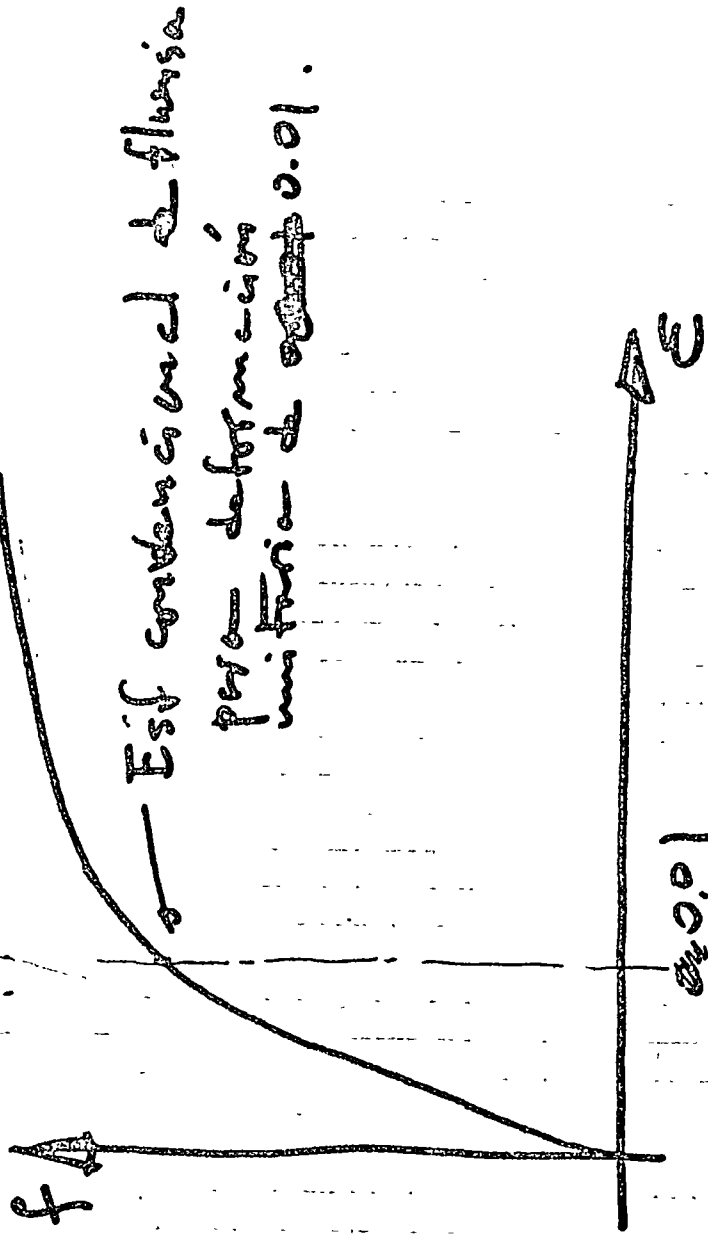
PROPS REFUERZO 3



ESFUERZO

CONVENCIONAL
DE FLUENCIA

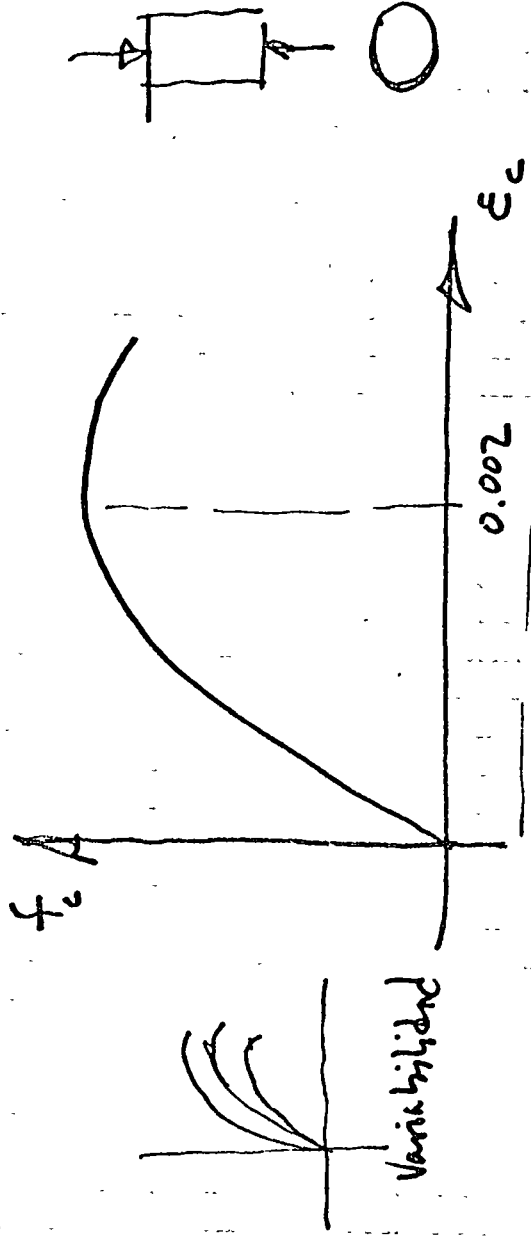
PROPS ④
REFUERZO



PROPIEDADES
CONCRETO



CURVA ESFUERZO - DEFORMACION



MODULOS ELASTICOS

(tangente
secante)

Fórmula ACI

$$E_c = 1.5 \sqrt{f'_c}$$

E_c , kg/cm²; 10^3 , ton/m²; f'_c , kg/cm²

Fórmula DDF

(efecto carbon
dioxide)

$$E_c = 10000 \sqrt{f'_c}$$

Aplicados
Sondeo Fe

FLUIJO PLASTICO

PROPIEDADES CONCRETO (5)

Las de formación por flujo plástico son propiedades del sistema de carga. Se da la resistencia.

Coefficiente de flujo plástico

$$C_c = \frac{S_t}{S_i}$$

S_t = de formación unitaria total al cabo de un tiempo grande

S_i = de formación unitaria inmediata

$$C_c \approx 2-3$$

Proporción de formación total

1/4

1/2

3/4

1

Proporción cargas

2 semanas

2-3 meses

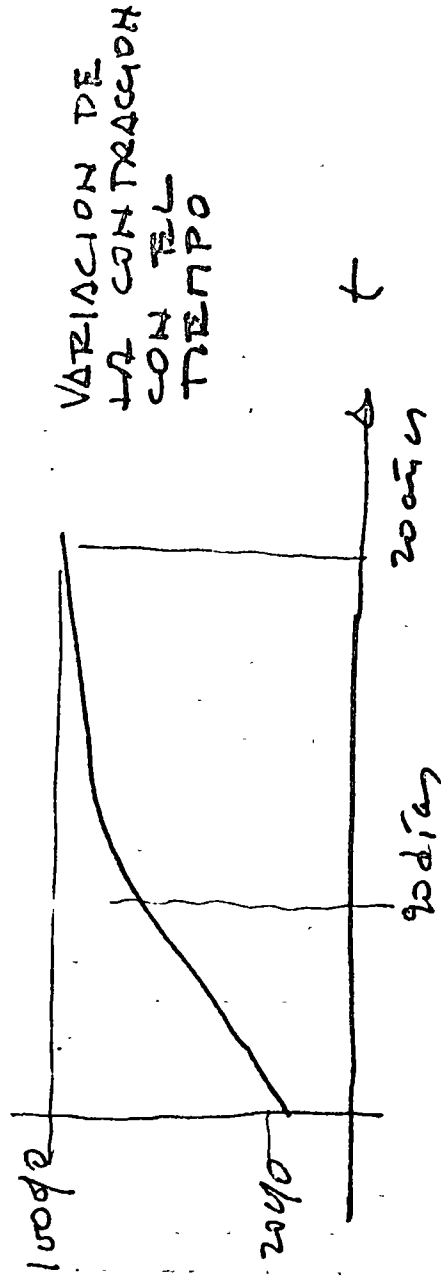
1 año

mucha más

CONTRACCION

PROPIEDADES
CONCRETO ⑦

tas de deformación y una unitaria)
normales de 0.0002 y 0.001
(Para diseño se frecuentemente
considera de 0.0002 a 0.0004).



La contracción puede variar
considerablemente con el curado y
las condiciones del medio ambiente.

EFFECTOS TEMPERATURA

Coefficiente expansión térmica:

0.00007 a 0.00011

de forma más unitaria por grado
centígrado de cambio de temperatura.

PROPS
CONCRETO 8

CONSIDERACIONES
SOBRE FABRICACION
CONCRETO

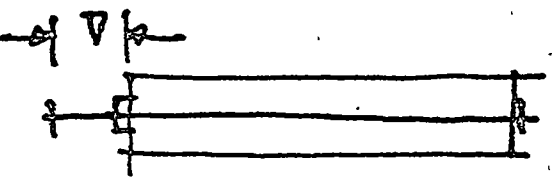
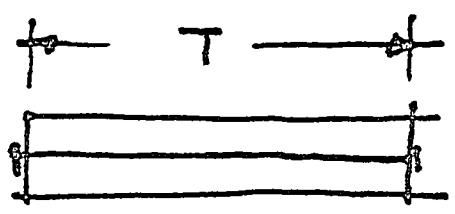
Existen aditivos con
compuestos de cloro
(cloruro de calcio)

Usa precaución al usar
con vapor. (El curado
con vapor puede resultar
en características menores
que las ~~en~~ obtenidas
con curador normal.)

TRIPS
RETURNED ①

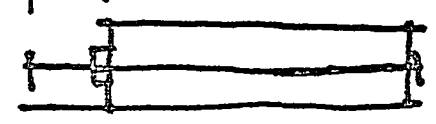
FOR QUE DEBE
USARSE ACERO DE
ALTA RESISTENCIA

① $f_s = 1265 \text{ kg/cm}^2$; $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

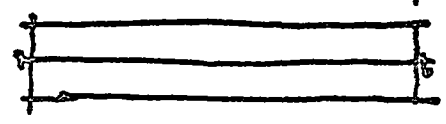


$$\Delta = \frac{f}{E} L = \frac{1265}{2 \times 10^6} \times 0.0009 L$$

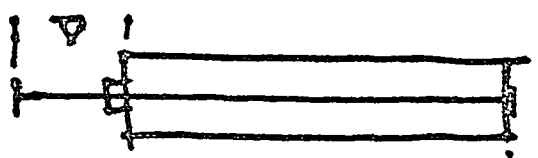
ocurrimiento por
flujos y contracción
No hay profundidad



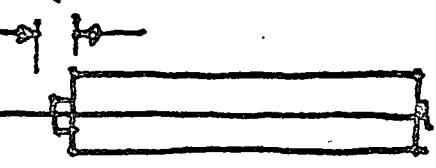
$f_s = 10000 \text{ kg/cm}^2$
 $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$



$$\Delta = \frac{10000}{2 \times 10^6} L = 0.005 L$$



$\Delta_p = 0.0008 L$
(per profundidad)



$\delta = 0.005 - 0.008 = 0.002$
 $f = 0.002 \times 2 \times 10^6 = 8000 \text{ kg/cm}^2$

Determinación
limitada de profundidad
para profundidad:

TIPOS DE REFUERZO

PROPS REFUERZO (2)

ALAMBRES (lisos o corrugados)	2-7 mm ϕ
TORONES (generalmente de 7 alambres)	$\frac{1}{4}$ " - $\frac{1}{2}$ " ϕ
BARRAS (no son comunes en México)	$\frac{1}{2}$ " - $1\frac{1}{4}$ " ϕ

Los alambres se fabrican de alambros con un alto contenido de carbono (0.72-0.93%), ~~stirado~~

El alambros se estira en frío y se somete a tratamientos térmicos (stress-relieving)

la ductilidad disminuye y la resistencia aumenta y al disminuir el diámetro.

PERDIDAS ①
DE PRESTUERO

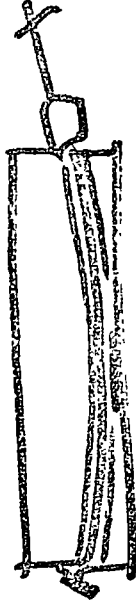
ACORTAMIENTO ELASTICO } $\frac{\sigma}{E}$
CONTRACCION } $\frac{\sigma}{E}$
FLUJO PLASTICO }
RELAJACION DEL
ACERO

ES la pérdida de σ de σ
a fuerza por σ de σ
por σ en σ σ
constante

1 - 5%

ANCLAJE, ASENTAMIENTO DE

FRICCION



VALORES APROXIMADOS

✓ ELEMENTOS PRETENSADOS: 20%

POSTENSADOS: 15%
+ pérdidas por fricción

ESTADOS
LIMITE

Rtva

Agencia - mato
Publicas

DPT
Acl-71

Proyecto de Reglamento DPT
CEB-FIP

DECLARACIONES
Y CRITERIOS
DE DISCENDIO

CENTRO DE EDUCACION CONTINUA

—

ESTRUCTURA DE CONCRETO PRESFORZADO

—

PERDIDAS DE PRESFUERZO

JEAN-CLAUDE PERCHERON.

23/9/74.

PERDIDAS DE PRESFUERZO

1.- GENERALIDADES

La tensión de un cable y por ende la fuerza de presfuerzo que introduce varía:

- A lo largo del cable: En la operación de tensado el esfuerzo al cual está sometido el cable disminuye a partir del anclaje, debido a la fricción que existe entre el ducto y el alambre.

^{con} el tiempo; el cable va ligado de manera fija al concreto por el intermedio de los anclajes de extremidad y por la inyección que se hace al interior del ducto a todo lo largo de dicho cable.

El cable está entonces sometido a las mismas variaciones de longitud que el concreto situado a su nivel, su esfuerzo disminuye ^{con} el tiempo, a medida que el concreto se acorta por los efectos ya conocidos de ^{cont} retracción y de flujo.

2.- LIMITACION MAXIMA INICIAL DE LOS CABLES.

La tensión inicial de los cables está limitada por los diferentes reglamentos que puedan existir en cada país, que crearán dichos reglamentos.

En lo que se refiere a los reglamentos franceses, por ejemplo, este valor es alto (se tensa a un valor igual a T_g poco diferente de $0.8 R_g$). Se considera en efecto que la operación de tensado de los cables constituye una prueba automática y fiel de la calidad del acero: aunque los cables se ^{con} tensan valores muy altos, en el tiempo, el esfuerzo bajará debido a las pérdidas de las cuales ya se ha hablado; éstas pérdidas pueden disminuir la fuerza a largo plazo de un 15 a un 30% del valor inicial. La limitación ya mencionada tiene entonces dos razones:

- 1° Evitar rupturas frecuentes del alambre en la obra
- 2° Permitir medidas precisas del alargamiento del alambre durante el tensado, lo que implica el no sobre pasar demasiado el limite elástico de dicho alambre.

3.- PERDIDAS DE PRESFUERZO AL TENSAR.

Las pérdidas de presfuerzo al tensar son las siguientes:

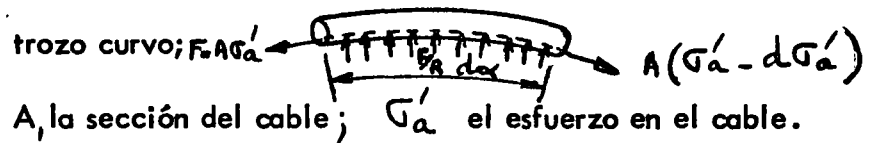
- 1.- Pérdidas por fricción del cable en su ducto (como ya se dijo anteriormente).
- 2.- Pérdidas debido a la operación de anclaje (únicamente en algunos sistemas).
- 3.- Pérdidas debidas a la no simultaneidad del tensado de los diferentes cables.

31.- PERDIDAS POR FRICCION DEL CABLE EN SU DUCTO.

31.1 PERDIDAS POR CURVATURAS DEL TRAZO DEL CABLE

Consideramos un trozo curvo de radio R y de abertura angular α . Al tensar el cable se aplica contra las generatrices interiores del ducto .

Llamamos $F = A \sigma'_a$ a la fuerza de tensión del cable a la entrada del



A, la sección del cable; σ'_a el esfuerzo en el cable.

A la salida del trozo la fuerza es $A(\sigma'_a - d\sigma'_a)$. El concreto que ejerce sobre dicho cable un empuje radial centrífugo uniformemente repartido a lo largo de dicho cable de densidad $\frac{F}{R}$ que permite el equilibrio estático del trozo considerado.

Si llamamos f el coeficiente de fricción del cable en su ducto podemos escribir :

$$A d\sigma'_a = f \frac{F}{R} d\alpha \quad \text{o} \quad \frac{d\sigma'_a}{\sigma'_a} = f d\alpha$$

312. PERDIDAS EN LINEA.

Un ducto teóricamente recto no lo es nunca en realidad en la obra; el trazo presenta irregularidades debidas a la flexión del cable entre sus puntos de fijación bajo su propio peso y el peso del concreto, a los errores de colocación y también a los movimientos accidentales en el momento del colado y de la vibración del concreto. La experiencia muestra que estas pérdidas son en general uniformemente repartidas con un coeficiente φ de fricción por unidad de longitud.

En una longitud infinitamente pequeña dx la pérdida relativa de tensado por dicho concepto se puede escribir de una manera parecida a la pérdida por curvatura:

$$\frac{d\sigma'_a}{\sigma'_a} = \varphi dx$$

313. PERDIDAS TOTALES POR FRICCIÓN

Llamamos $(\sigma'_a)_0$ el esfuerzo en el cable en su extremidad activa (anclaje del lado tensado) y $(\sigma'_a)_1$ el esfuerzo en una sección 1 - - cualquiera a lo largo del cable.

La suma aritmética de las desviaciones angulares a lo largo del cable entre O y 1 vale X. La longitud del cable entre las 2 secciones es igual a X.

El valor de $(\sigma'_a)_1$ que se busca es la solución de la ecuación diferencial:

$$\frac{d\sigma'_a}{\sigma'_a} = (f d\alpha + \varphi dx)$$

o sea

$$\boxed{(\sigma'_a)_1 = (\sigma'_a)_0 e^{-(f\alpha + \varphi x)}}$$

los valores de f y de φ son función del estado superficial de los alambres, del ducto y también del cuidado que se haya podido dar a la colocación de los cables. Estos valores se pueden bajar lubricando los alambres con un aceite soluble que se deberá quitar lavando el cable con agua antes de la inyección del ducto. Según los procedimientos de presfuerzo los valores de

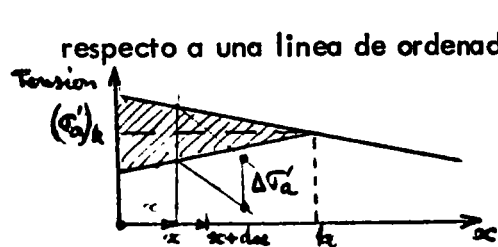
f pueden variar de .15 a .30 y los valores φ de $1,4 \cdot 10^{-3}$ a $3,7 \cdot 10^{-3}$ por metro.

32.- PERDIDAS EN EL MOMENTO DEL ANCLAJE DEL CABLE

En todos los procedimientos de presfuerzo en el momento de anclar, el cable entra ligeramente en el concreto. Esta entrada produce una disminución del esfuerzo del cable en la cercanía del anclaje; puede ser debido a la deformación del anclaje bajo la fuerza que se aplica o también a la anulación del juego necesario para introducir las calzas del anclaje. En este caso la entrada del cable es del orden de 1 mm. y se puede despreciar.

En el procedimiento Freyssinet el valor de la entrada de cono macho es mucho mas importante por el hecho de ser un sistema a fricción autoanclable; el movimiento de entrada del cable en el interior del ducto se ve detenido por la fricción del cable en su ducto; el fenómeno actúa en este caso en sentido inverso del ya mencionado al tensar. La influencia de la entrada del cono macho varía entonces de un valor máximo a nivel del anclaje hasta un punto K donde se anula esta diferencia. En este punto K la tensión del esfuerzo

$(\sigma'_a)_k$ es incambiado. Si se adopta para comodidad de la exposición, un diafragma lineal justificado cuando $f\alpha + \varphi x$ es pequeño los diagramas de esfuerzo antes y después del acuíñamiento son lineales y simétricos con respecto a una línea de ordenada $(\sigma'_a)_k$



Si Δl es el acortamiento global del cable en la longitud k , $d\ell$ el acortamiento en la longitud dx tenemos $d\ell = \frac{\Delta \sigma'}{E_a} dx$ o sea $\Delta l = \frac{1}{E_a} \int_0^k \Delta \sigma' dx$

la ecuación integral mide el área comprendida entre los diagramas antes y después del acuíñamiento.

El valor Δl es conocido estadísticamente según el tipo de anclaje. Se puede calcular entonces la distancia k y determinar el diagrama después del acuíñamiento.

El valor Δl es conocido estadísticamente según el tipo de anclajes. Se puede calcular entonces la distancia K y determinar el diagrama después - del acortamiento'

33.- PERDIDAS DEBIDAS A LA NO SIMULTANEIDAD DEL TENSADO DE DIFERENTES CABLES.

Un cable anclado está sometido al acortamiento elástico del concreto provocado por el tensado ulterior de los cables. El cálculo de esta pérdida es muy difícil de hacer y su intensidad es pequeña.

Para simplificar los cálculos se considera que esta pérdida es igual a un cuarto de la pérdida baja por flujo.

4.- PERDIDAS DE PRESFUERZO CON EL TIEMPO.

Los cables van ligados al concreto:

- En su extremidad por los anclajes y a todo lo largo por la inyección del ducto, que asegura además de la protección del alambre una adherencia del cable al concreto; por ende, el elemento de alambre sigue la misma deformación que el elemento de concreto situado al mismo nivel. Esta deformación unitaria la

llamaremos $\frac{\Delta l}{l}$ por lo cual la variación de esfuerzo en el alambre es - igual a $\Delta \sigma'_a = \left(\frac{\Delta l}{l}\right) E_a$

41. PERDIDAS POR CONTRACCION DEL CONCRETO.

En general se estima que la deformación unitaria al concreto debido a la ~~contrac-~~cción es de 2.5×10^{-4} pérdida de esfuerzo que corresponde en el acero es

$$\Delta \sigma'_a = 2,5 \times 10^{-4} \times 20,000 = 5 \text{ kg/mm}^2$$

42. PERDIDAS POR FLUJO DEL CONCRETO.

Si llamamos σ la compresión permanente del concreto al nivel del cable en la sección considerada. El acortamiento relativo del concreto vale $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E_f}$

El acortamiento en el acero es el mismo que el del concreto por lo que la -

pérdida se escribe $\Delta\sigma_a = \frac{\sigma}{E_f} \times E_a$

43. PERDIDAS POR RELAJACION.

Un alambre tensado entre dos puntos fijos ve su esfuerzo disminuir en el - tiempo.

Este fenómeno se llama relajación; su importancia aumenta de manera consi- derable en función de la temperatura y del esfuerzo inicial.

Los cálculos que se hacen en construcción civil se basan sobre una pérdida a partir de una tensión inicial = 0.8 Rg y después de n' horas de haber sido tensado el acero y también bajo una temperatura de 20° centígrados; la ex- periencia muestra que el fenómeno es muy rápido en el tiempo.

La pérdida que se efectúa después de una hora es una 1/5 parte, después de 100 1/3 parte y 1/2 después de 1000 hrs. Además dicha pérdida se vuelve despreciable para valores del orden de .55 Rg.

El reglamento francés impone el tomar en cuenta como pérdida por relajación de los cables a largo plazo la mayor de los dos valores siguientes:

$11 \rho_{120} \left(\frac{\sigma_i}{R_g} - 0,55 \right) \sigma_i$ y $8 \rho_{1000} \left(\frac{\sigma_i}{R_g} - 0,55 \right) \sigma_i$

COMENTARIOS ACERCA DE LA CORROSION DEL ACERO BAJA TENSION.

Además del fenómeno habitual de corrosión del acero por oxidación, el acero de los cables de presfuerzo que está tensado a valores muy altos y está expuesto sino se le protege bien con la inyección de mortero de cemento a otro fenóme- no llamado la corrosión baja tensión, que provoca una ruptura frágil y brutal sin que se pueda preveer.

Esta corrosión parece ser debida a la destrucción de la materia intercrystalina del acero por ciertos agentes corrosivos .

Lo esencial que debe retener el constructor es que un cable de presfuerzo alta-

mente tensado y no protegido se rompe de una manera inevitable en poco tiempo; al contrario no se conocen ejemplos de casos de rupturas de cables inyectados.

Ejemplo.

Sea una trabe isostatica de longitud total. $2d = 34 \text{ m}$
Esta reforzada por cables con alambres de acero cuyas
caracteristicas son :

$$T_c = 130 \text{ kg/mm}^2$$

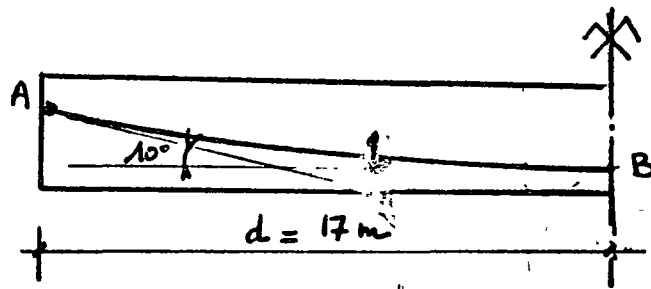
$$R_c = 150 \text{ kg/mm}^2$$

relajacion: $\rho_{no} = 5\%$; $\rho_{1000} = 7\%$

El concreto tiene una resistencia $\sigma_{28} = 350 \text{ kg/cm}^2$

Calculamos la tension en el medio B de un cable
parabolico que sale en las extremidades con una
mclinacion de 10°

La compresion del concreto
en servicio con cargas
permanentes, al nivel



del cable en B es igual a $\sigma_b = 104 \text{ kg/cm}^2$

1º Tension inicial (Despues el tensado)

• Tension al anclaje : $\sigma'_a = T_c = 130 \text{ kg/mm}^2$

• Perdidas por friccion entre A y B ; $f = 0,20$ y $\psi = 2,2 \cdot 10^{-3}$

$$\sigma_B = \sigma_A e^{-\left(0,20 \times \frac{\pi}{180} \times 10 + 2,2 \cdot 10^{-3} \times 17\right)} = 130 \cdot e^{-0,0723} = 121,4 \text{ kg/mm}^2$$

2º Perdida por entrada de anclaje Ex : $\Delta l_f = 7 \text{ mm}$

$$k = \sqrt{\frac{\Delta l E_a}{\sigma'_0 \left(f \frac{2d}{l} + \psi\right)}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{-3} \times 21.000}{\frac{0,0723}{17} \times 130}} = 16,1 \text{ m} < 17 = \frac{34}{2}$$

Entonces no afecta la tension en el centro.

Pérdida debida a la no simultaneidad del flujo

$\frac{1}{4}$ de la pérdida por flujo del concreto (ver después)
 $= \frac{1}{4} \times 11.1 = 2.8 \text{ kg/mm}^2$
 Entonces la tensión inicial en el centro es igual a:

$$(\sigma_B)_0 = 121.5 - 2.8 = 118.7 \text{ kg/mm}^2$$

20/ Otras pérdidas después - la tensión inicial.

• por relajación del acero

$$\left\{ \begin{aligned} 8 \times \rho_{1000} &= 0.56 \\ 11 \times \rho_{150} &= 0.55 \end{aligned} \right.$$

$$(\Delta\sigma)_p = 0.56 \times \left(\frac{118.7}{150} - 0.55 \right) \times 118.7 = 16 \text{ kg/mm}^2$$

• por contracción del concreto:

$$(\Delta\sigma)_r = 2.5 \cdot 10^{-4} \times 21.000 = 5.3 \text{ kg/mm}^2$$

• por flujo del concreto:

$$(\Delta\sigma)_f = 10.7 \sigma_B = \frac{21.000}{10.500 \sqrt{350}} \sigma_B = 11.1 \text{ kg/mm}^2$$

• Tensión final en B: $(\sigma_B)_\infty = 118.7 - 16 - 5.3 - 11.1 = 86.3 \text{ kg/mm}^2$

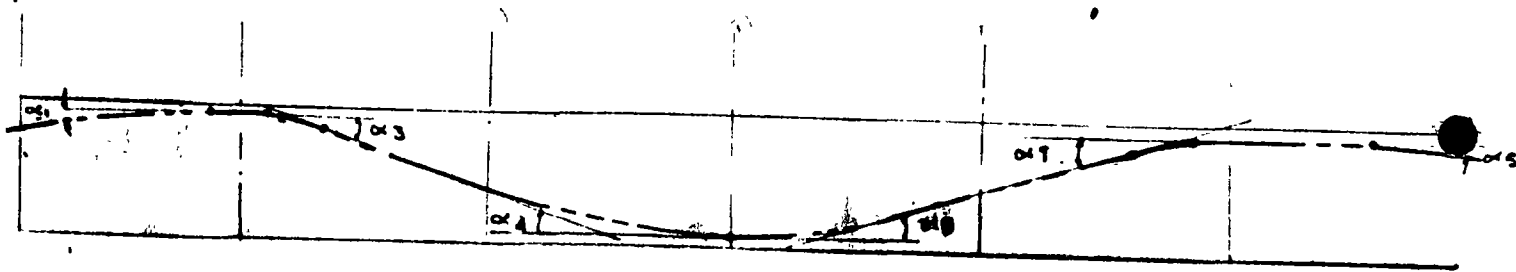
Conclusiones.

- la tensión final efectiva es cercana de $0.7 T_c (0.6 R_c)$
- se puede notar la parte considerable de la pérdida

por relajación del acero $\left(\frac{16}{86.3} = 18.5\% \right)$

de puede aumentar acero con baja relajación ($\rho_{1000} = 3\%$)
 en este caso, la pérdida sería $\frac{1}{3} \times 16 = 5.3 \text{ kg/mm}^2$

x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}	x	e^{-x}
0.005	0.9950	0.085	0.9185	0.165	0.8479	0.245	0.7827	0.40	0.6703
0.010	0.9900	0.090	0.9139	0.170	0.8437	0.250	0.7788	0.41	0.665
0.015	0.9851	0.095	0.9094	0.175	0.8395	0.26	0.7710	0.42	0.6570
0.020	0.9802	0.100	0.9048	0.180	0.8353	0.27	0.7634	0.43	0.6505
0.025	0.9753	0.105	0.9003	0.185	0.8311	0.28	0.7558	0.44	0.6440
0.030	0.9704	0.110	0.8958	0.190	0.8270	0.29	0.7483	0.45	0.6376
0.035	0.9656	0.115	0.8914	0.195	0.8228	0.30	0.7408	0.46	0.6313
0.040	0.9608	0.120	0.8869	0.200	0.8187	0.31	0.7334	0.47	0.6250
0.045	0.9560	0.125	0.8825	0.205	0.8149	0.32	0.7262	0.48	0.6188
0.050	0.9512	0.130	0.8781	0.210	0.8106	0.33	0.7189	0.49	0.6126
0.055	0.9465	0.135	0.8737	0.215	0.8065	0.34	0.7118	0.50	0.6065
0.060	0.9418	0.140	0.8694	0.220	0.8025	0.35	0.7047	0.51	0.6005
0.065	0.9371	0.145	0.8650	0.225	0.7985	0.36	0.6977	0.52	0.5945
0.070	0.9324	0.150	0.8607	0.230	0.7945	0.37	0.6907	0.53	0.5886
0.075	0.9277	0.155	0.8564	0.235	0.7906	0.38	0.6839	0.54	0.5827
0.080	0.9231	0.160	0.8521	0.240	0.7866	0.39	0.6771	0.55	0.5770



Cable tensado por los dos extremos.

Datos sacados del plano

α - ángulo en grados

x - longitud en metros, medida sobre la trayectoria del cable

Cable	α	x	Cable	α	x
1	① 6.25	7.20	1	⑤ 7.5	3.16
	② 0.0	2.01		⑥ 0.0	6.21
	③ 8.5	2.03		⑦ 8.3	2.03
	④ 8.5	12.33		⑧ 8.3	12.30

Cálculo de pérdidas de tensión

Fórmula a emplear $\sigma_1' = \sigma_0' e^{-f(\alpha + \beta x)}$

Coefficiente de fricción $f = 0.20$

Coefficiente de desviación parásita $\beta = 0.007$

tensión inicial $\sigma_0' = 130 \text{ kg/mm}^2$

α - ángulo en radianes

$$\sigma_1 = 130 \left(2.7183 \right)^{-0.20 \left(\frac{6.25}{57.29} + 0.007 \times 7.2 \right)}$$

$$\sigma_1 = 130 (2.7183)^{-0.20(0.1595)}$$

$$\sigma_1 = 130 (2.7183)^{-0.0319}$$

$$\sigma_1 = 130 (0.9686) = \underline{\underline{125.91 \text{ kg/mm}^2}}$$

$$\sigma_2 = 130 (2.7183)^{-0.20 \left(\frac{6.25}{57.29} + 0.007 \times 9.21 \right)}$$

$$\sigma_2 = 130 (0.9658) = \underline{\underline{125.56 \text{ kg/mm}^2}}$$

$$\sigma_3 = 130 (2.7183)^{-0.20 \left(\frac{14.75}{57.29} + 0.007 \times 11.24 \right)}$$

$$\sigma_3 = 130 (0.9349) = \underline{\underline{121.53 \text{ kg/mm}^2}}$$

$$\sqrt{4} = 130 (2.7183)^{-0.20 \left(\frac{23.25}{57.29} + 0.007 \times 73.57 \right)}$$

$$\sqrt{4} = 130 (0.8911) = \underline{115.84 \text{ Kg/mm}^2}$$

$$\sqrt{5} = 130 (2.7183)^{-0.20 \left(\frac{15}{57.29} + 0.007 \times 2.16 \right)}$$

$$\sqrt{5} = 130 (0.9698) = \underline{126.07 \text{ Kg/mm}^2}$$

$$\sqrt{6} = 130 (2.7183)^{-0.20 \left(\frac{7.5}{57.29} + 0.007 \times 9.37 \right)}$$

$$\sqrt{6} = 130 (0.9614) = \underline{124.98 \text{ Kg/mm}^2}$$

$$\sqrt{7} = 130 (2.7183)^{-0.20 \left(\frac{15.8}{57.29} + 0.007 \times 11.40 \right)}$$

$$\sqrt{7} = 130 (0.9313) = \underline{121.06 \text{ Kg/mm}^2}$$

$$\sqrt{8} = 130 (2.7183)^{-0.20 \left(\frac{24.10}{57.29} + 0.007 \times 23.70 \right)}$$

$$\sqrt{8} = 130 (0.8893) = \underline{115.60 \text{ Kg/mm}^2}$$

TABLA RESUMITIVA

θ	$\epsilon\theta$	δ	$\epsilon\delta$	T_0	Entrada de cono	
6.25	6.25	7.20	7.20	130.00	111.24	
0.00	6.25	2.01	9.21	125.91	115.33	
8.50	14.75	2.03	11.24	125.56	115.68	
8.50	23.25	12.33	23.57	121.53	13.22 m	
				115.84	120.62	
						E.C.M = 7 mm.
θ	$\epsilon\theta$	δ	$\epsilon\delta$	T_0	Entrada de cono	
7.50	7.50	3.16	3.16	130.00	109.60	
0.00	7.50	6.21	9.37	126.07	113.63	
8.30	15.80	2.03	11.40	124.98	114.62	
8.30	24.10	12.30	23.70	121.06	14.25 m	
				115.60	119.80	
						E.C.M = 7 mm

Cálculo de alargamientos

Fórmula a emplear

$$\frac{1}{E} \sum_{i=1}^n \rho x_i \left(\frac{\sqrt{x_i} + \sqrt{x_i(i-1)}}{2} + (1.5 \text{ a } 3.0) \right)$$

E = Módulo de elasticidad del acero, para nuestro ejemplo tomaremos $E = 20000 \text{ Kg/mm}^2$

$$\frac{7.20}{20000} \times \frac{130+125.91}{2} = 0.00036 \times 127.955 = 0.0460638$$

$$\frac{2.01}{20000} \times \frac{125.91+125.56}{2} = 0.00010 \times 125.735 = 0.0125735$$

$$\frac{2.03}{20000} \times \frac{125.56+121.53}{2} = 0.00010 \times 123.545 = 0.0123545$$

$$\frac{12.33}{20000} \times \frac{121.53+115.84}{2} = 0.00061 \times 118.685 = 0.0722397$$

0.1432315 m.

$$\frac{3.16}{20000} \times \frac{130+126.07}{2} = 0.00015 \times 128.035 = 0.0192052$$

$$\frac{6.21}{20000} \times \frac{126.07+124.98}{2} = 0.00031 \times 125.525 = 0.0389127$$

$$\frac{2.03}{20000} \times \frac{124.98+121.06}{2} = 0.00010 \times 123.02 = 0.0123020$$

$$\frac{12.30}{20000} \times \frac{121.06+115.60}{2} = 0.00061 \times 118.33 = 0.0721813$$

$$\begin{array}{r} 0.1426012 \text{ m.} \\ + 0.1432315 \\ \hline 0.2858327 \text{ m.} \end{array}$$

Se agregan 1.5 mm por cada extremo tensoada

$$\begin{array}{r} \text{Alargamiento total} \\ 0.0030000 \\ \hline 0.2888327 \text{ m} \end{array}$$

CURSO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO

Septiembre 1974

ESTADO LIMITE DE RUPTURA
(DISEÑO POR RESISTENCIA)

ING. J. L. CAMBA

ESTADO LIMITE ULTIMO DE RUPTURA DE TRABES PRESFORZADAS

Se definirá como estado último de ruptura de un elemento a flexión aquel en el cual se alcanza la capacidad máxima del mismo, que se llamará resistencia.

En traves de concreto presforzado, cuando aparece el agrietamiento debido a las cargas, el comportamiento de las mismas es semejante al de traves de concreto reforzado, formándose un par resistente siendo el acero la fuerza de tensión del mismo y el concreto, la fuerza de compresión.

Para el cálculo de momento resistente de una sección presforzada, las hipótesis de base son las siguientes:

- a) Conservación plana de las secciones es decir que la deformación en una sección es proporcional a la distancia del punto considerado al eje neutro (fig. 1).

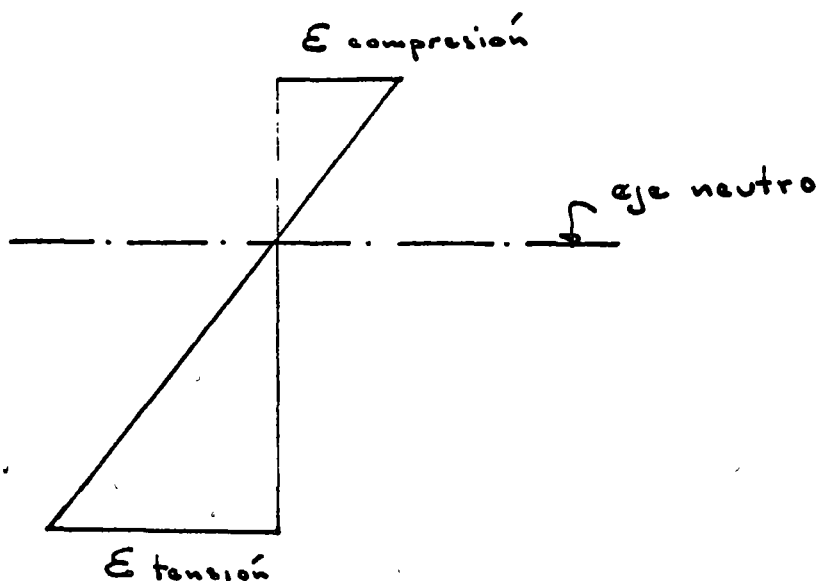
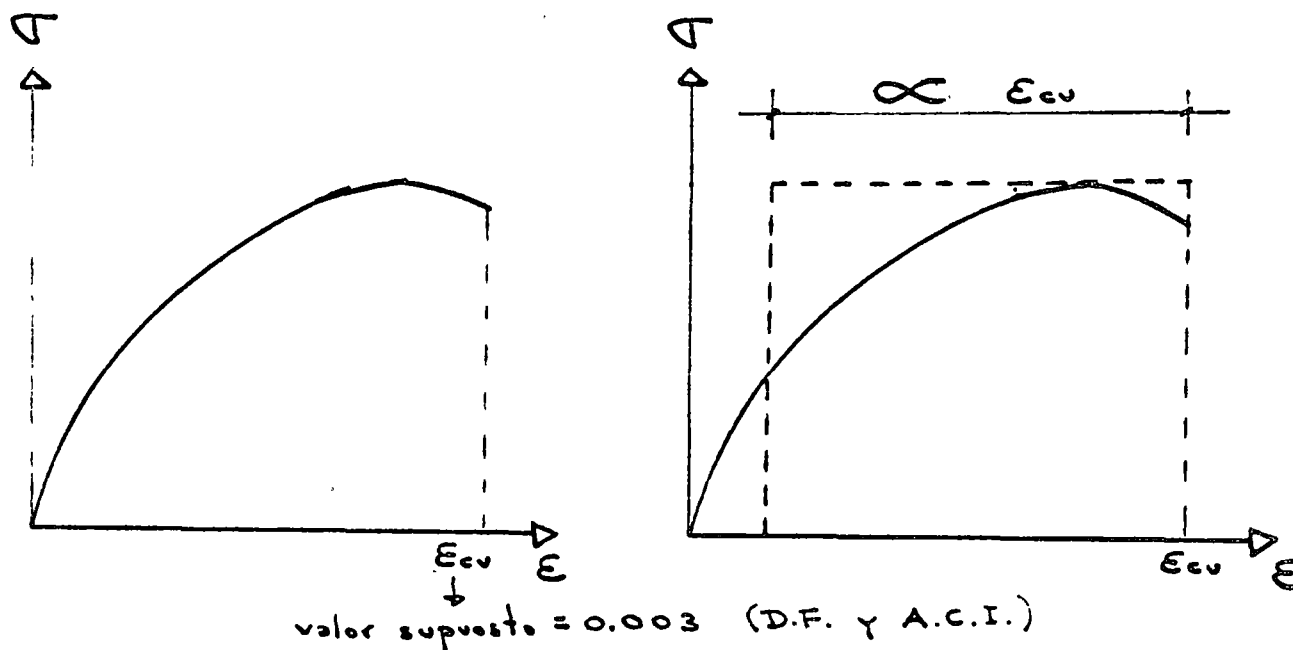


Figura 1.

b) Se conoce el diagrama esfuerzo-deformación del concreto.

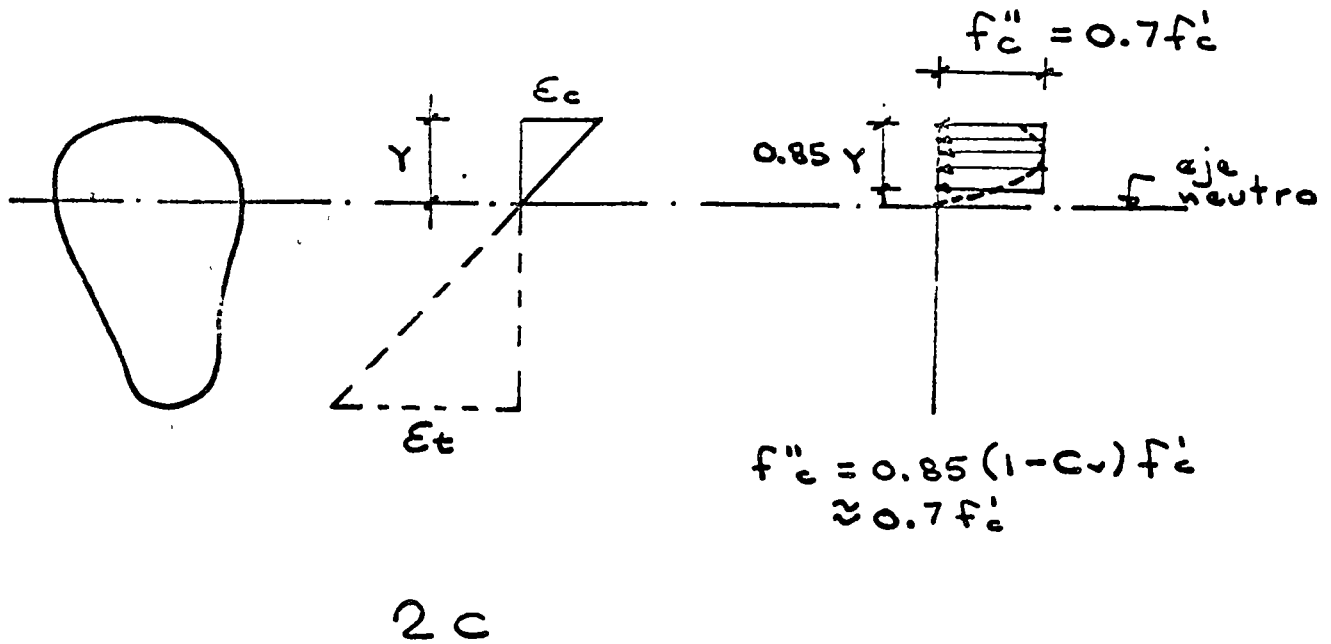
El diagrama real de deformación del concreto se puede ver en la fig. 2a produciéndose la ruptura a una deformación unitaria cuyo valor supuesto es igual a $\epsilon_{cu} = 0.003$; según la teoría de Whitney que supone una distribución uniforme de esfuerzos de compresión en una zona igual a 0.85 (varía de acuerdo con el valor de $f'c$) de la distancia del eje neutro a la fibra más deformada en compresión. En la fig. 2a se aprecian los valores de dichos diagramas en una sección de forma cualquiera.



2a

2b

$$\alpha \begin{cases} 0.80 \\ 0.85 \end{cases}$$



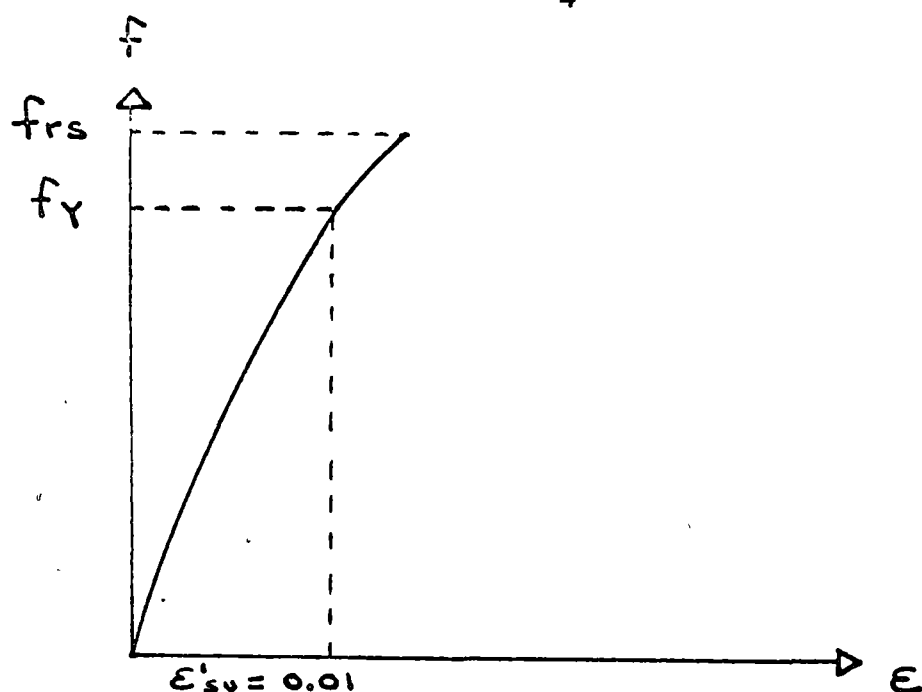
DIAGRAMAS ESFUERZO-DEFORMACION DEL CONCRETO

Figura 2.

NOTA.- El hecho de adoptar cualquiera de los dos diagramas (el real o el simplificado), implica que se desprecia la resistencia del concreto a la tensión.

c) Es conocido el diagrama esfuerzo-deformación del acero.

En este diagrama, si se designa por f_{rs} el esfuerzo de ruptura del acero de presfuerzo, se supondrá que en el momento de la ruptura de la trabe, el acero al canzará dicho valor f_{rs} , por lo cual será una ruptura de tipo dúctil, es decir, irá acompañada de grandes deformaciones, que es el caso de ruptura más frecuente.



DIAGRAMAS ESFUERZO-DEFORMACION DEL ACERO DE PRESFUERZO

Figura 3.

El acero de presfuerzo, dada su alta resistencia, no está definida la carga que produce el esfuerzo de fluencia, por lo que la ASTM, considera como carga teórica de fluencia la correspondiente a una deformación del 1%, valor que se utilizará en las presentes notas.

Si por el contrario el presfuerzo es excesivo la ruptura se producirá por - aplastamiento del concreto y será una ruptura de tipo frágil, que deberá evitarse.

Es difícil precisar un valor del porcentaje de armado de presfuerzo para determinar si se trata de una falla dúctil es decir por fluencia del acero (trabes sub-reforzadas) o falla frágil (caso poco frecuente) debida al aplastamiento del concreto (trabes sobrerreforzadas); sin embargo, para tener una idea aproximada, un porcentaje de 1% ó más, producirá la falla por aplastamiento del concreto. En -

general en trabes presforzadas el porcentaje de acero varía entre 0.3 y 0.8%.

El comportamiento de un elemento depende de la relación entre su capacidad en tensión y su capacidad en compresión. Esta relación puede medirse por medio del parámetro $q^* = p * \frac{f'_{su}}{f'_c}$, el cual suele llamarse índice de refuerzo.

En la fórmula anterior,

$$p = \text{porcentaje de acero de presfuerzo} = \frac{A_p}{bd}$$

f_{su} = esfuerzo de fluencia del acero

f'_c = resistencia en compresión axial del concreto

De acuerdo con lo anterior, se puede definir como elementos subreforzados y sobrerreforzados aquellos que tienen valores bajos y altos de q , respectivamente.

Las secciones rectangulares de trabes presforzadas que tengan los índices de resistencia que se indican a continuación, serán subreforzadas, es decir la falla ocurrirá con grandes deformaciones, siendo falla dúctil:

$$\text{Refuerzo presforzado únicamente} = q^* = p * \frac{f_{su}}{f'_c} \leq 0.3$$

$$\text{Refuerzo presforzado y refuerzo normal} = q^* + q - q' \leq 0.3$$

en las cuales:

$$q = \frac{A_s f_y}{bd f'_c}, \quad q' = \frac{A'_s f_y}{bd f'_c}$$

siendo A_s y A'_s , las áreas de refuerzo no presforzado en tensión y compresión respectivamente y d el peralte efectivo.

De acuerdo con lo anterior, para revisar o dimensionar una trabe de concreto por resistencia se supondrá que la falla es por fluencia del acero y posterior-

mente se comprobará mediante el diagrama de deformaciones si la suposición fue correcta; de no ser así será necesario hacer las modificaciones correspondientes para que la sección sea subreforzada.

Es conveniente señalar que al trazar el diagrama de deformaciones unitarias en una sección y hacer las relaciones entre ellas, habrá que agregar a la deformación unitaria correspondiente del acero, la deformación unitaria del acero al tensor f_{si} , incluyendo las pérdidas. Ver figura 4.

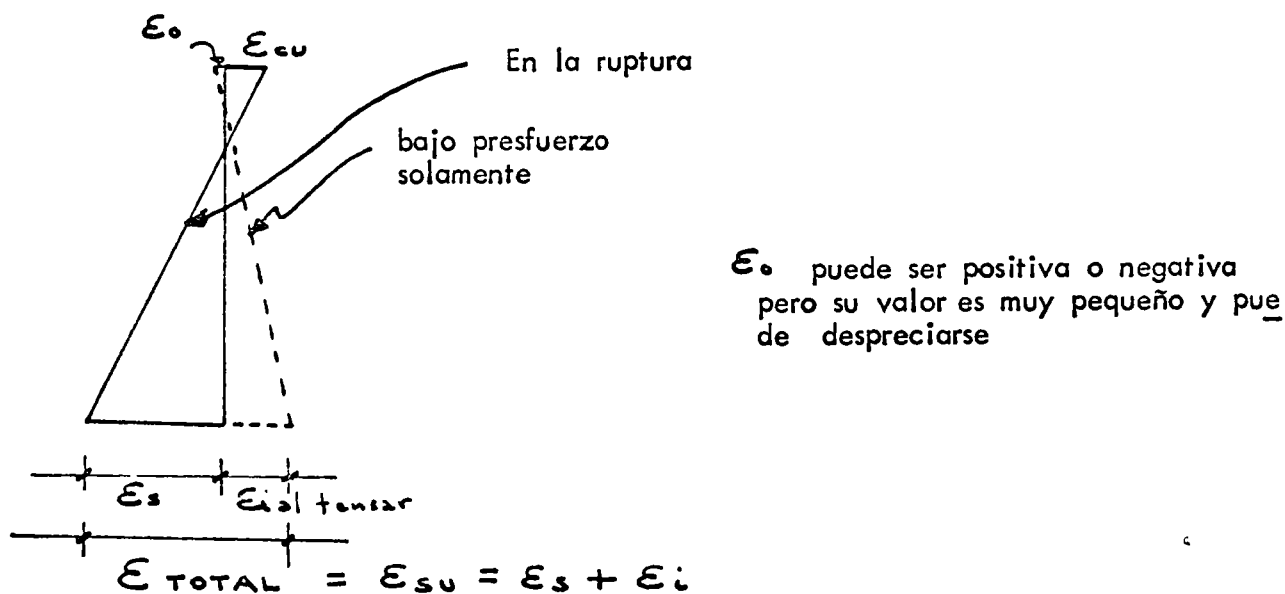
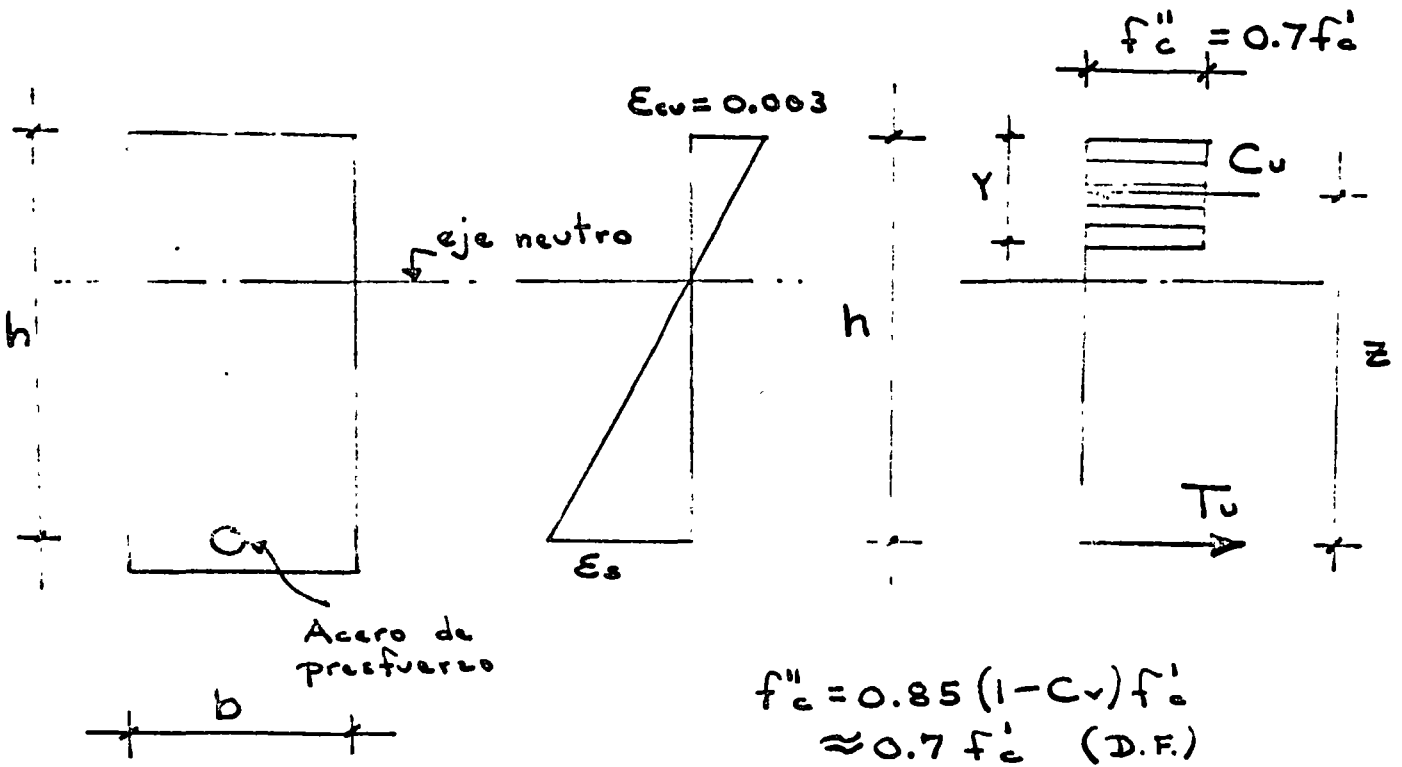


DIAGRAMA DE DEFORMACIONES UNITARIAS

FIGURA 4.

El valor de la deformación unitaria del acero al tensor, f_{si} , se toma aprox. $\epsilon_i \approx 0.005$, que resulta de dividir el esfuerzo en el acero deduciendo pérdidas, $f_{su} \approx 10000 \text{ kg/cm}^2$, por el módulo de Elasticidad, $E = 2,000,000 \text{ kg/cm}^2$.



HIPOTESIS SOBRE LA DISTRIBUCION DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES

FIGURA 5.

Cálculo del momento resistente

En la fig 5 se muestran las hipótesis supuestas para deducir el momento resistente del acero de una sección rectangular.

$$T_u = A_p \times f'_s$$

$$C_u = f'_c \times b \times y$$

por suma de fuerzas horizontales:

$$C_u = T_u$$

$$f'_c \times b \times y = A_p \times f'_s \dots \dots \dots (1)$$

De esta ecuación se obtiene y , por lo cual el momento resistente será:

$$M_{rs} = T_u \cdot z = A_s f'_s \left(\frac{h-y}{2} \right) \dots \dots \dots (2)$$

Fórmulas en las cuales: (Fig. 5)

ϵ_{cu} = deformación del concreto en la ruptura

ϵ_{su} = deformación correspondiente a la carga de fluencia del acero

y = profundidad del bloque de concreto plastificado

f'_s = 0.9 de la tensión de ruptura del acero de presfuerzo

z = brazo resistente del par en la ruptura

Cuando se hace intervenir el refuerzo normal (no presforzado) en la zona de tensión se incluirá el término $A_s f_y$ en el segundo miembro de la ecuación (1).

Las deducciones de las ecuaciones (1) y (2) se hicieron en base a una sección rectangular pero puede extenderse a una sección en T si el valor de y cae bajo del patín, o a cualquier otro tipo de sección (Ver fig. 6).

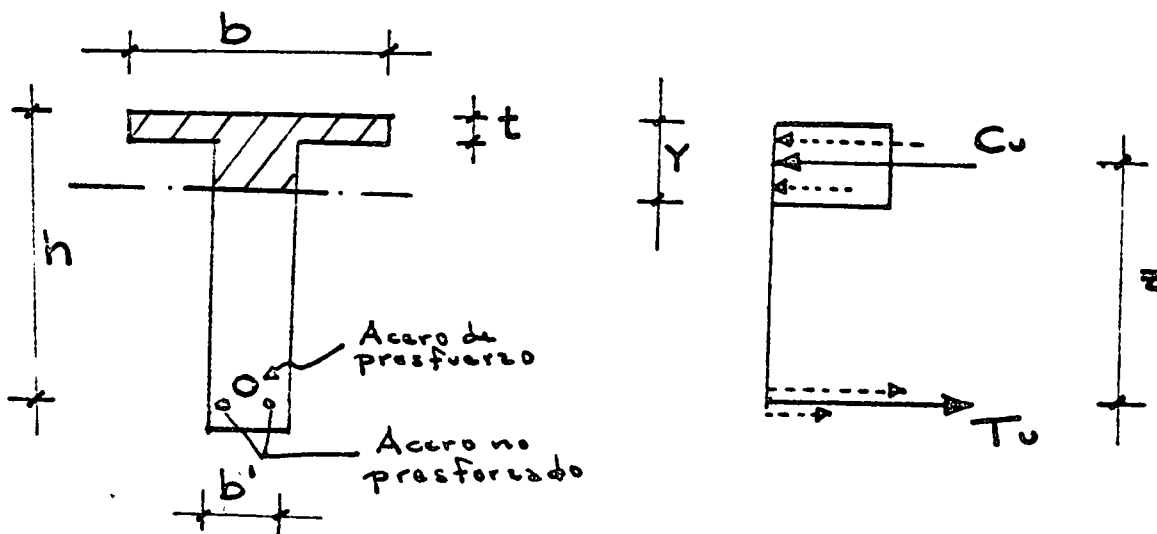


Figura 6.

$$C_u = f'_c b y + f'_c (b - b') t$$

$$T_u = A_p f'_s + A_s f_y$$

del equilibrio de fuerzas $C = T$ se obtiene el valor y , calculando en seguida el del momento resistente, mediante la expresión: $M_r = T z$.

El valor del momento resistente calculado según la forma descrita, deberá ser igual o mayor que el momento de cargas muertas y vivas afectado por los siguientes factores de carga.

$$M_r = 1.4 M_{c. p.} + 1.6 M_{c. v.}$$

fórmula en la cual:

M_r = momento resistente de la sección

$M_{c. p.}$ = momento de cargas permanentes

$M_{c. v.}$ = momento de cargas vivas

Ejemplo 1.-

Dimensionar una trabe rectangular que sea capaz de resistir un momento flexionante de 45 tm., ya efectuado por sus respectivos factores de carga.

Las características de los materiales empleados son:

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_s = 14,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4,000 \text{ kg/cm}^2$$

Se supondrá como primera tentativa las siguientes secciones:

$$A_p = 4.6 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 2\#6 = 5.74 \text{ cm}^2$$

$$h_p = 0.62 \text{ m}$$

$$h_s = 0.65 \text{ m}$$

Suponiendo la fluencia del acero

$$C_u = 0.70 \times 350 \times 30xy$$

$$= 7,350 y$$

$$T_u = 4.6 \times 14,000 + 5.74 \times 4,000$$

$$= 87,100 \text{ Kg}$$

$$7,350y = 87,100$$

$$y = 11.8 \text{ cm}$$

$$\epsilon_{\text{TOTAL}} = 0.0109 + 0.005 = 0.0159 > 0.01$$

Verificando al tipo de falla: sí fluye el acero y por lo tanto la suposición es correcta.

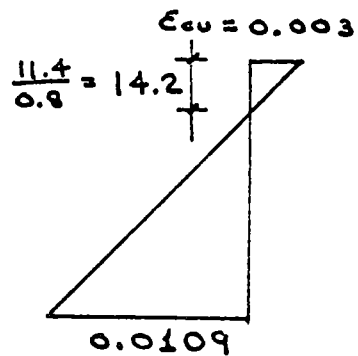
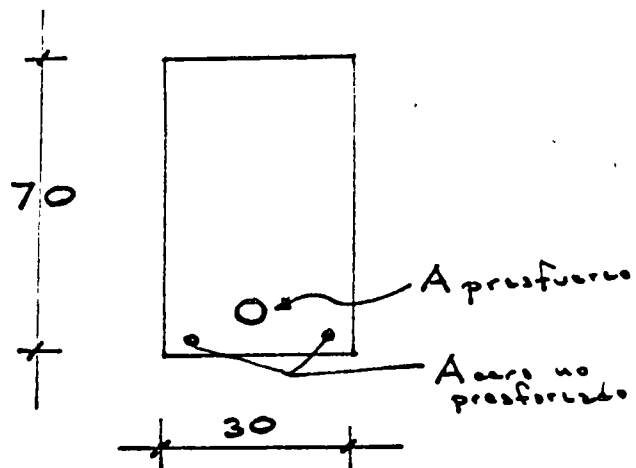
$$Z_p = 62 - 5.9 = 56.1 \text{ cm.}$$

$$Z_s = 65 - 5.9 = 59.1 \text{ cm.}$$

$$M_r = 63.4 \times 0.561 + 22.9 \times 0.591$$

$$= 35.5 + 13.5 = 49 \text{ tm.}$$

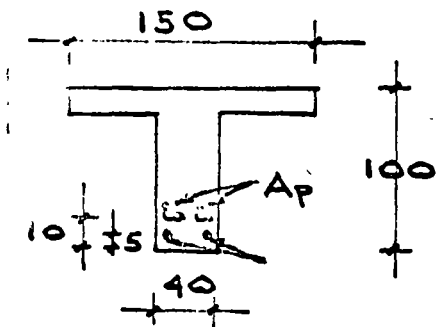
$$> 45 \text{ tm} \quad \text{O. K.}$$



Si el resultado hubiera sido menor que 45 tm. o muy superior a éste, se tendría que hacerse una nueva tentativa, hasta lograr una aproximación semejante a la obtenida.

Es conveniente trazar un diagrama comparando los valores del momento resistente de la trabe y los momento afectados por los factores de carga en varias secciones de la trabe (por ejemplo a' L/8, L/4 y L/2) para garantizar que los primeros son mayores que los segundos en toda la longitud de la misma.

Ejemplo 2.- Calcular el momento resistente de la sección mostrada en la figura.



$$A_{\text{prefuerzo}} = 6 \text{ cables } 12/7 = 27.9 \text{ cm}^2$$

$$2 \text{ varillas } \# 8 = 10 \text{ cm}^2$$

$$f'_{sp} = 13,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 4,000 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 300 \text{ kg/cm}^2$$

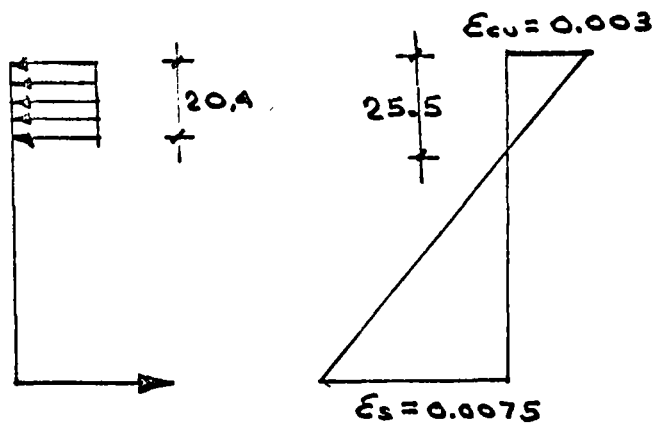
$$f'_t = 210 \text{ kg/cm}^2$$

Suponiendo la fluencia del acero:

$$1.0 \times 10 \times 210 + 40 \times 210 \times Y = 27.9 \times 13000 + 10 \times 4000$$

$$Y = 20.4 \text{ cm}$$

Verificando el tipo de falla :



$$\text{TOTAL} = 0.0075 + 0.005 = 0.0125 > 0.01$$

El acero fluye y la suposición es correcta.

El momento resistente de la sección será:

$$Z_p = 90 - 7.2 = 82.8$$

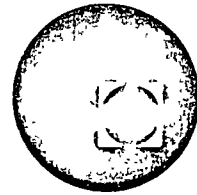
$$Z_r = 95 - 7.2 = 87.8$$

$$M_r = 362.7 \times 0.828 + 40 \times 0.878 = 300.3 + 35.1$$

$$= 335.8 \text{ tm}$$



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam

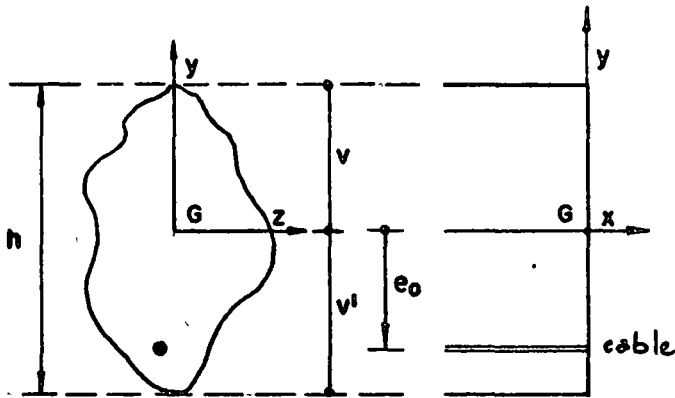


ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO

ANALISIS ELASTICO

ING. JOEL PONSODA S.

I ANOTACIONES



Consideramos una trabe de línea media Ox que se supone recta (la trabe es isostática) el plano medio Oxy presforzado y flexionado en ese plan.

LLamamos:

El claro de la trabe λ .

El área de la sección S .

El centro de gravedad de la sección G ; - éste punto está situado a una distancia \underline{v} de la fibra superior, y $\underline{v'}$ de la fibra inferior.

I = Momento de inercia con respecto a Gz .

I/v I/v' = módulos de inercia.

$i = \sqrt{\frac{I}{S}}$ = radio de giro.

e = rendimiento de la sección $e = \frac{i^2}{vv'} = \frac{I}{Svv'} = \frac{\frac{I}{Sv} + \frac{I}{Sv'}}{h}$

h = peralte de la sección.

En la sección estudiada, la trabe está sometida a los efectos de dos solicitaciones principales.

1- Las cargas exteriores que introducen en la sección considerada, un momento M y una fuerza cortante T . El momento M varía entre dos valores extremos M_m y M_M tales como :

$$M_m \leq M \leq M_M$$

M_p será el momento de carga muerta.

M_s será el momento de carga viva.

$M(p+s)$ será el momento de carga muerta + carga viva.

En el caso de la trabe independiente tendremos:

M_p M_m (momento mínimo) °

$M(p+s)$ M_M (momento máximo)

Se considerará positivo, todo momento que comprima la fibra superior.

2-

El presfuerzo ejercido por un conjunto de cables cuyo centro de gravedad se encuentra a una distancia e_o de la fibra media. La fuerza global es F y será considerada como positiva, ya que introduce una compresión en el concreto.

e_o será considerada en valor algebraico positivamente hacia arriba.

En el esquema de la página anterior, el valor de e_o es por ende negativo. Además v y v' se considerarán en valor absoluto.

En todo lo que sigue supondremos, el cable horizontal en la sección estudiada, despreciando así su ángulo α con respecto a Gx , es decir asimilando $\cos \alpha$ a uno.

2

SOLICITACIONES

21

Acción de un cable sobre una trabe.

211

Consideramos una estructura sometida únicamente a la acción del presfuerzo. Las cargas exteriores y en particular el peso propio y las cargas vivas se suponen nulas. Se llama éste estado, el estado de "Presfuerzo Puro".

En su conjunto ésta estructura está sometida a un sistema de fuerzas idénticamente nulo. En efecto a una fuerza en el cable (tensión $-F$ por ejemplo) se opone directamente una fuerza en el concreto (compresión $+F$ por ejemplo) y ésto en virtud de la ley de acción y reacción.

Nota: De no ser así existiría una fuerza diferencial ΔF que introduciría a la estructura de masa m una aceleración

$$\gamma = \frac{-\Delta F}{m}$$

El presfuerzo desarrolla por consecuencia en la estructura únicamente fuerzas internas y por ende las reacciones de apoyo de la estructura constituyen un sistema idénticamente nulo. Desarrolla también en dicha estructura, deformaciones que son: un acortamiento debido a la compresión del concreto, una curvatura debido al efecto de excentricidad de la fuerza del presfuerzo.

Si la estructura es isostática se puede deformar con toda libertad. Las reacciones de apoyo introducidas por el presfuerzo puro, son todas nulas.

Si la estructura es hiperestática las deformaciones que la solicitarían si fuese isostática no satisfacen en la mayoría de los casos a las uniones sobre abundantes que la hacen hiperestática. Por consecuencia nacen en cada apoyo, reacciones que

llamaremos reacciones hiperestáticas de prefuerzo que no son nulas de manera a satisfacer la compatibilidad de deformaciones a derecha y a izquierda de un mismo apoyo.

Por lo dicho anteriormente, éstas reacciones forman en su conjunto un sistema idénticamente nulo

212

Estudio de la sección. Vamos a estudiar de manera separada en una sección S cualquiera, el equilibrio del cable y del concreto. Cada uno de éstos elementos está sometido a fuerzas ejercidas por el elemento al contacto. Así mismo :

- El cable está en equilibrio bajo las reacciones ejercidas sobre él por el concreto.
- El concreto está en equilibrio bajo los efectos del cable y las reacciones de apoyo.

2121

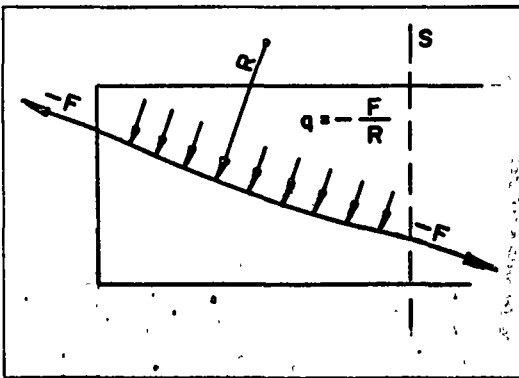
Equilibrio del cable :

El concreto ejerce sobre el cable, una fuerza de tensión $-F$ situado al nivel del anclaje y las fuerzas $q = \frac{-F}{R}$

debidas a la curvatura ($R =$ radio de curvatura del cable).

El cable es asimilable a un hilo perfecto, es decir que su rigidez de fricción es nula. No puede equilibrar ni momento de flexión ni fuerza de compresión. El equilibrio estático de dicho cable exige por consecuencia que esté sometida en cada sección a una fuerza $-F$ tangente a su trazo.

En particular si cortamos la trabe en una sección S el equilibrio del trozo de cable situado a izquierda impone que el punto de paso de la fuerza tensión que se ejerce sobre el cable coincida con el punto de paso del cable.

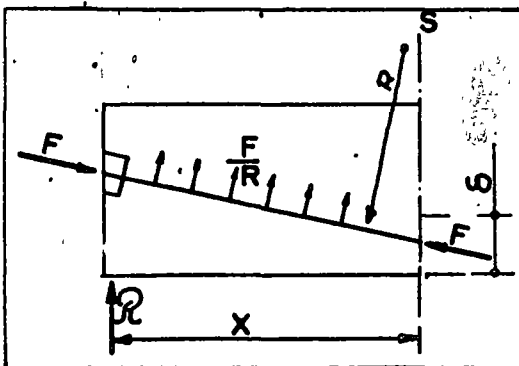


2122

Equilibrio del Concreto:

El pedazo de trabe situada a izquierda de la sección S está en equilibrio bajo:

- la acción del cable
- La reacción de apoyo
- Los efectos del cable en la sección S son directamente opuestos a los que acabamos de mencionar. La fuerza F de compresión pasa por el cable.
- El sistema de reacción de apoyo \mathcal{R} introduce en la sección S , un momento flexionante \mathcal{R}_x y el equilibrio del trozo a izquierda no puede ser asegurado que a la condición que la fuerza F de - -



compresión se desplace de un valor δ que satisfaga a la relación $F\delta + Rx = 0$

CONCLUSIONES

En el caso de una estructura hiperestática ($\mathcal{R} \neq 0$) el punto de paso de la fuerza de compresión en el concreto en una sección cualquiera es diferente del punto de paso del cable. En el caso de una estructura isostática $\mathcal{R} = 0$ este punto de paso coincide con el punto de paso del cable.

2 2

Centro de Presión

Consideramos un caso de carga cualquiera constituido por un momento exterior M que puede variar entre dos valores extremos M_m y M_M .

La sección está además sometida a una fuerza de presfuerzo F con una excentricidad de e_0 la sollicitación global será entonces:

- Una fuerza normal de compresión F .
- Un momento flexionante en la sección $Fe_0 + M$

Esto equivale a la acción única de la fuerza de presfuerzo F excéntrica de un valor :

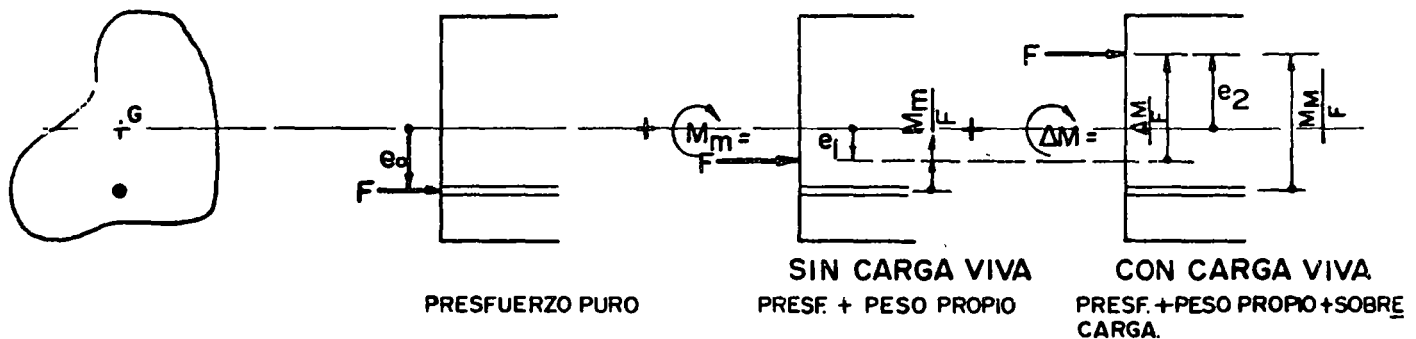
$$e = \frac{Fe_0 + M}{F} = e_0 + \frac{M}{F}$$

El punto de paso "e" de la fuerza F se llama centro de presión. Cuando la sección describe la trabe el centro de presión describe la línea de presión.

Anotaremos que bajo la sola acción del presfuerzo es decir bajo presfuerzo puro el valor de "e" es igual a e_0 punto de paso del cable de presfuerzo en la sección. Esto es cierto cuando la trabe es isostática conforme al párrafo anterior.

Anotaremos en fin que bajo el efecto de un momento exterior M el centro de presión se desplaza de $\frac{M}{F}$ (hacia arriba si M es positivo y hacia abajo si M es negativo).

Vamos a ilustrar en el esquema siguiente las diferentes posiciones del centro de presión en los casos de carga que solliciten una trabe independiente sometida a momentos positivos.



Bajo las dos sollicitaciones extremas :

$$M_m \quad (\text{carga permanente}) \quad (M_p)$$

$$M_M \quad (\text{carga permanente + carga viva}) \quad (M(p+s))$$

Las posiciones del centro de presión son las siguientes :

- Bajo momento mínimo $e_1 = e_o + \frac{M_m}{F}$ ($e_1 = e_o + \frac{M_p}{F}$)
- Bajo momento máximo $e_2 = e_o + \frac{M_M}{F}$ ($e_2 = e_o + \frac{M(p+s)}{F}$)
- O sea $e_2 = e_1 + \frac{\Delta M}{F}$ ($e_2 = e_1 + \frac{M_s}{F}$)

El esquema de la página anterior nos permite ver de manera cualitativa las condiciones a las cuales deberá satisfacer el presfuerzo. Veremos en lo que sigue, que el centro de presión "e" debe permanecer en el interior de una cierta zona de la sección en todos los casos de carga,

Los casos de carga limites pueden hacer corresponder e_1 y e_2 con los límites de ésta zona. En este caso, bajo el efecto del momento ΔM (que puede ser el momento de carga viva), el centro de presión recorre la integralidad de ésta zona. Veremos también que esto no es la única condición a la cual debe satisfacer el presfuerzo.

23.

Compensación de la carga permanente. La sollicitación resultante en la sección estudiada se descompone en una fuerza de compresión F y un momento $Fe_0 + M$

Se puede anular el efecto de un aumento de momento permanente δM desplazando únicamente el cable de un valor :

$$\delta e_0 \quad \text{tal como} \quad \delta e_0 = -\frac{\delta M}{F}$$

Las sollicitaciones globales permanecen sin cambio. Tenemos siempre una fuerza de compresión centrada y un momento $(F(e_0 + \delta e_0) + M + \delta M)$ o sea $Fe_0 + M$

En consecuencia las cantidades de materiales acero de presfuerzo y concreto no cambiarían; sólo cambiaría la excentricidad del cable que será $e_0 + \delta e_0$ o sea $e_0 - \frac{\delta M}{F}$

Tomando en cuenta ésto, porqué no admitir de dimensionar una sección (concreto y acero) sin tomar en cuenta las cargas permanentes. Imaginemos que el peso propio de la trabe sea nulo y por lo tanto dimensionamos la sección considerando únicamente los momentos de carga viva.

Encontramos una fuerza F y una excentricidad e_{00} . La hipótesis hecha es obviamente falsa pues la trabe pesa; sea M_p el momento de cargas permanentes.

Se podrá conservar la misma sección de concreto y los mismos cables a condición de aumentar la excentricidad del cable de

$$\delta e_0 = -\frac{M_p}{F} \quad \text{la excentricidad definitiva será entonces}$$

$$e_0 = e_{00} - \frac{M_p}{F}$$

Se ha compensado así la carga permanente y la trabe, cuesta lo mismo que pese o no.

De manera contraria a los otros procedimientos en los cuales toda carga cuesta lo mismo que sea permanente o variable, el concreto presforzado por su carácter activo debido a la posibilidad de dosificar las fuerzas permanentes, actuando sobre el término presfuerzo, sólo se dimensiona con la parte variable; es decir la carga viva. Ésto es cierto teóricamente, prácticamente existen límites a ésta compensación.

24

Límite de compensación de la carga permanente . La práctica nos impone límites a ésta compensación de la carga permanente, debido al hecho de que el cable se debe quedar en el interior del concreto. Es necesario que la excentricidad sea como:

$$e_o \leq | (v' - d') | \quad \text{caso de } M > 0$$

$$e_o \leq | (v' - d) | \quad \text{caso de } M < 0$$

Siendo d y d' la distancia mínima que se debe respetar entre el centro de gravedad de los cables y la fibra extrema más cercana. Es necesario que el desplazamiento :

$$\left(-\frac{M_p}{F} \right) \quad \left(\text{o sea } \delta e_o \right)$$

Sea suficientemente pequeño para poder respetar la condición anterior; o también habiendo dimensionado la fuerza F considerando únicamente el momento de carga viva no se podrá resistir gratis al efecto de la carga permanente que en caso de que $\frac{P}{S}$ sea inferior a un valor crítico.

Si no es el caso, solo quedará como solución el aumentar la fuerza F para poder reducir el desplazamiento $\left(-\frac{M_p}{F} \right)$

En función de la posibilidad que se tenga de compensar la totalidad o parte de las cargas permanentes se podrán distinguir tres tipos de secciones :

- a) Sección sub-crítica : la carga permanente se puede compensar sin que el cable esté en excentricidad máxima.
- b) Sección sobre-crítica : la carga permanente no se puede compensar totalmente. La excentricidad del cable es máxima.
- c) Sección crítica : la carga permanente se puede compensar integralmente y el cable tiene una excentricidad máxima.

La misma distinción se puede hacer en el claro. Debemos notar que en el caso de una trabe isostática cuyo claro es sobre-crítico todas las secciones no son sobre-críticas.

3

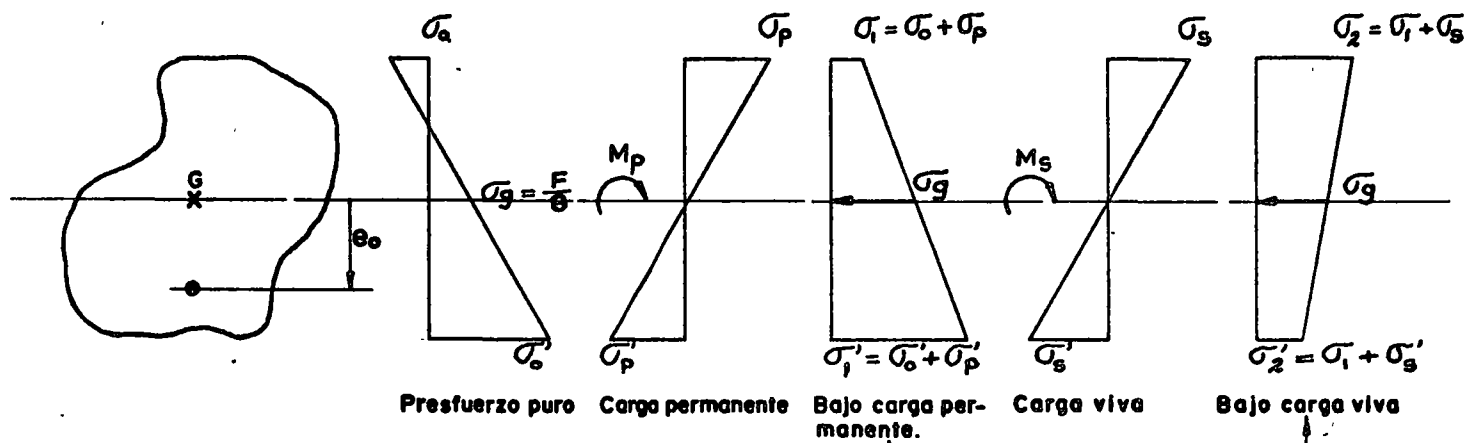
ESFUERZOS

Se considerará el concreto funcionando de manera elástica, son entonces los esfuerzos una función lineal de las solicitaciones . Los esfuerzos son aditivos.

En el centro de gravedad, el esfuerzo σ_g es igual a $\frac{F}{S}$ siendo los esfuerzos - - -

introducidos por los momentos, nulos en este punto.

Damos a continuación el aspecto de los diagramas generales de esfuerzos en el caso de una trabe independiente.

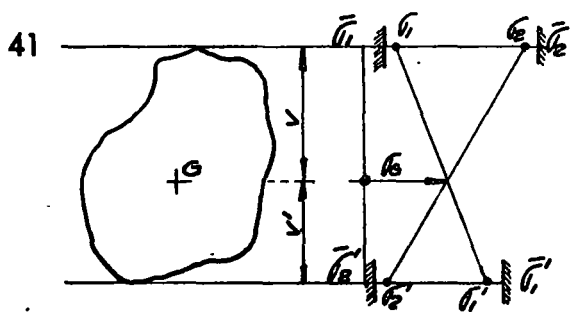


NOTA: Sólo estos dos estados se deben considerar.

4 **CONDICIONES A RESPETAR**

Dimencionamiento.

Este capítulo trata de las condiciones a respetar y del dimencionamiento en el caso del presfuerzo total.



Condiciones a respetar.

Los cuatro esfuerzos $\sigma_1, \sigma_1', \sigma_2, \sigma_2'$ deben quedarse en el interior de un sector de seguridad que se ha fijado en función de los reglamentos.

Se debe tener en servicio

$$\begin{aligned} \sigma_1 &\geq \bar{\sigma}_1 & \sigma_2' &\geq \bar{\sigma}_2' \\ \sigma_2 &\leq \bar{\sigma}_2 & \sigma_1' &\leq \bar{\sigma}_1' \end{aligned}$$

Los esfuerzos indicados $\bar{\sigma}$

son los esfuerzos permisibles.

Si e es la excentricidad del centro de presión en un caso de carga determinado el esfuerzo σ sobre la fibra superior se escribe:

$$\sigma = \frac{F}{S} \left(1 + \frac{e \cdot y}{\lambda^2} \right) = \sigma_g \left(1 + \frac{e \cdot y}{\lambda^2} \right)$$

o bé $\sigma_1' =$

De la misma manera sobre la fibra inferior se escribe $= \sigma_g \left(1 - \frac{e \cdot y'}{\lambda^2} \right)$ lo que conduce a las expresiones generalizadas del equilibrio de la sección siguiente: (s)

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_1 &\leq \sigma = \sigma_g \left(1 + \frac{e \cdot y}{\lambda^2} \right) \leq \bar{\sigma}_2 \\ \bar{\sigma}_2' &= \sigma' = \sigma_g \left(1 - \frac{e \cdot y'}{\lambda^2} \right) \leq \bar{\sigma}_1' \end{aligned} \quad \textcircled{I}$$

42

Núcleo limite.

Se define el núcleo limite como la zona en el interior del cual se debe encontrar el centro de presión o sea el valor de e para satisfacer a las condiciones de equilibrio.

De las desigualdades (I) escritas anteriormente y aislando el término e se pueden determinar los cuatro limites del núcleo.

a) $\sigma_g \left(1 + \frac{e y}{I_g}\right) \geq \bar{\sigma}_1$ $\frac{e y}{I_g} \geq \bar{\sigma}_1 - \sigma_g$

o sea $e \geq (\bar{\sigma}_1 - \sigma_g) \frac{I_g^2}{V}$

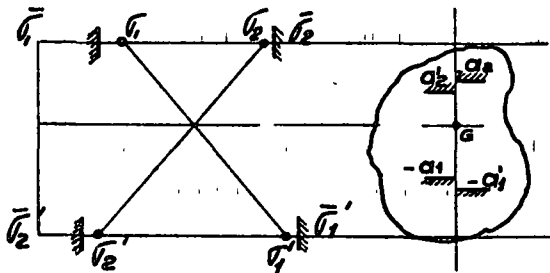
o $e \geq \sigma_g \left(\frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_g} - 1\right) \frac{I_g^2}{V}$

$e \geq -\frac{I_g^2}{V} \sigma_g \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_g}\right) = -a_1$

b) de la misma manera se obtendran los 3 otros limites. La expresi3n generalizada se escribe:

(1) $-a_1 = -\frac{I_g^2}{V} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1}{\sigma_g}\right)$ } $\leq e \leq \left\{ \frac{I_g^2}{V} \left(\frac{\bar{\sigma}_2}{\sigma_g} - 1\right) = a_2 \right.$ (3)

(2) $-a'_1 = -\frac{I_g^2}{V} \left(\frac{\bar{\sigma}'_1}{\sigma_g} - 1\right)$ } $\leq e \leq \left\{ \frac{I_g^2}{V} \left(1 - \frac{\bar{\sigma}'_2}{\sigma_g}\right) = a'_2 \right.$ (4)



Se obtienen las siguientes condiciones:

- (1) $e \geq -a_1$ para tener $\sigma_2 \geq \bar{\sigma}_1$
- (2) $e \geq -a'_1$ para tener $\sigma'_1 \leq \bar{\sigma}'_1$
- (3) $e \leq -a_2$ para tener $\sigma_2 \leq \bar{\sigma}_2$
- (4) $e \leq -a'_2$ para tener $\sigma'_2 \geq \bar{\sigma}'_2$

Las condiciones 1 y 4 son las de esfuerzos minimales (condiciones de m3nimo de presfuerzo).

Las condiciones 2 y 3 son las condiciones de esfuerzos m3ximos (condiciones de dimensionamiento del concreto).

Si llamamos "c" al m3s peque3o de los valores a_2 y a'_2 y "c'" el m3s peque3o de los valores a_1 y a'_1 el centro de presi3n debe satisfacer a la desigualdad siguiente:

$-c' \leq e \leq c$

Para que la estabilidad de la secci3n en todos los casos sea satisfecha.

Caso particular importante del n3cleo central.

En el caso de que los esfuerzos minimales permisibles sean nulos $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}'_2 = 0$ se obtienen los valores siguientes para los limites del n3cleo limite; (el n3cleo limite cuando los esfuerzos considerados son nulos toma el nombre de n3cleo central).

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad -a_1 &= -\frac{I^2}{V} = -\frac{I}{5V} \\ (2) \quad -a_1' &= -\frac{I^2}{V'} \left(\frac{\bar{\sigma}_1'}{\bar{\sigma}_g} - 1 \right) \end{aligned} \right\} \leq e \leq \left\{ \begin{aligned} \frac{I^2}{V} \left(\frac{\bar{\sigma}_2}{\bar{\sigma}_g} - 1 \right) &= a_2 \\ \frac{I^2}{V'} &= \frac{I}{5V'} = a_2' \end{aligned} \right.$$

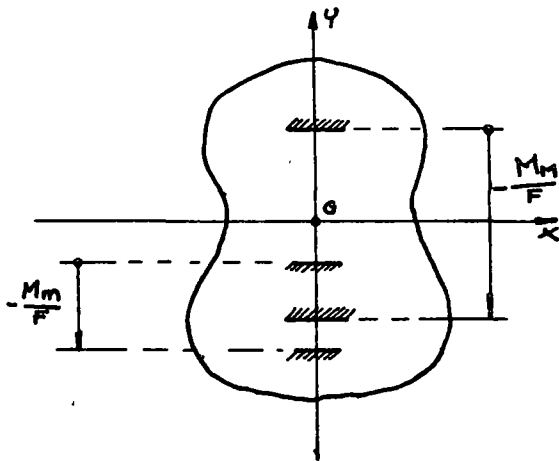
Cuando la sección considerada describe la trabe el conjunto de los núcleos límites de todas las secciones constituye el huso límite

5 DETERMINACION DEL PRESFUERZO MINIMO

Las posiciones extremas del centro de presión bajo los dos momentos extremos M_m y M_M se obtienen llevando a partir del cable los vectores de intensidad $\frac{M_m}{F}$ y $\frac{M_M}{F}$ hacia arriba (si $M > 0$) (conferir párrafo 22).

Los puntos obtenidos se deben quedar en el interior del núcleo límite para que los esfuerzos sean permisibles.

Al inverso para satisfacer estas condiciones el cable se debe quedar en el interior de una zona llamada núcleo de paso que se obtiene de la siguiente manera:



a partir del límite superior c translación de $-\frac{M_m}{F}$

a partir del límite inferior c' translación de $-\frac{M_m}{F}$

cuando $M > 0$. Por lo tanto la excentricidad e_o del cable debe ser tal como

$$e_1 = -c' - \frac{M_m}{F} \leq e_o \leq e_2 = c - \frac{M_M}{F}$$

El valor mínimo de la fuerza de presfuerzo - se obtiene cuando se puede alcanzar los esfuerzos mínimo permisibles $\bar{\sigma}_1$ y $\bar{\sigma}_2'$ en los casos extremos de carga.

Entonces: $c = a'_2$

y $c' = a_1$

si $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_2' = 0$

$$c = \frac{I}{5V'}$$

$$c' = + \frac{I}{5V}$$

y

$$c + c' = \frac{l}{SV} + \frac{l}{SV'} = e^h$$

La igualdad precedente se transforma en igualdad

$$e_1 = c' - \frac{Mm}{F} = e_0 = e_2 = c - \frac{MM}{F}$$

El núcleo de paso se cierra y se vuelve en un punto de excentricidad $e_1 = e_2 = e_0$ - Esto significa que se alcanzan los esfuerzos permisibles en esta sección.

El valor mínimo de la fuerza de presfuerzo es entonces

$$F = \frac{MM - Mm}{c + c'}$$

$$o \quad F = \frac{M}{c+c'}$$

$$Si \quad \bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}_2 = 0$$

$$F = \frac{\Delta M}{e^h}$$

y la excentricidad impuesta al cable

$$e_0 = -c' - \frac{Mm}{F} = c - \frac{MM}{F}$$

este valor es el valor mínimo del presfuerzo, pero se supone en este cálculo que la carga permanente se ha compensado enteramente; en efecto en ningún momento se ha escrito una condición que limite el valor de la excentricidad e_0 en función de la geometría de la sección. Cuando el valor e_0 obtenido aplicando el cálculo precedente, es tal que el cable sale de la sección, se deberá aumentar la fuerza de presfuerzo como se indica a continuación:

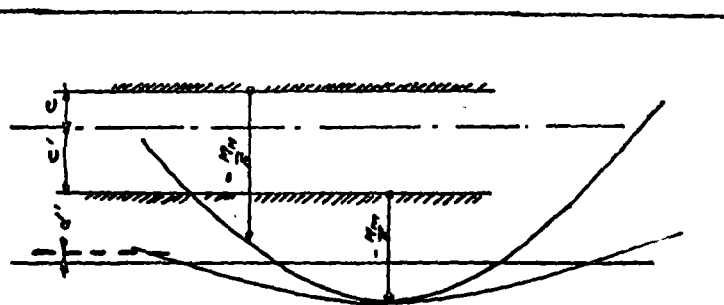
Consideramos un ejemplo con $M > 0$; se debe aumentar F de manera a reducir el desplazamiento M_M y hacer pasar así la línea superior del huso de paso arriba de la línea de excentricidad máxima. El valor mínimo de F se obtiene cuando estas 2 líneas son tangentes o sea:

$$c - M_M = -(v' - ol') \text{ lo que da } F = \frac{MM}{v' - d' + c}$$

/

$$\text{si } \bar{\sigma}'_1 = \bar{\sigma}'_2 = 0 \quad F = \frac{MM}{v'd'+1/sv} = \frac{MM}{Z}$$

$$y \quad e_0 = - (v' - d')$$



*dmf

CONCLUSION PRACTICA

En practica no se debe checar si el valor e_o obtenido a partir del primer dimensionamiento de la fuerza de presfuerzo es compatible con la geometria de la sección.

Solo basta en aplicar la regla siguiente:

En toda sección el valor mínimo del presfuerzo debe ser igual al mas grande los 2 valores siguientes:

$$F_1 = \frac{AM}{c+c'} \quad \text{y} \quad F_2 = \frac{M_M}{v' - d' + c}$$

6 DETERMINACION DE LA SECCION MINIMA DE CONCRETO.

61

Regla general.

La sección de concreto es mínima cuando su compresión alcanza los valores permisibles en los dos casos de carga extremos o sea $\bar{\sigma}_1$ y $\bar{\sigma}_2$

$$\text{En este caso } c = a_2 \\ \text{y } c' = a_1$$

En el caso general cuatro expresiones rigen la estabilidad de la sección. Estas expresiones son:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= (M_m + Fe_o) \frac{v}{I} + \frac{F}{s} \geq \bar{\sigma}_1 \\ \sigma_1' &= -(M_m + Fe_o) \frac{v'}{I} + \frac{F}{s} \leq \bar{\sigma}_1' \\ \sigma_2 &= (M_M + Fe_o) \frac{v}{I} + \frac{F}{s} \leq \bar{\sigma}_2 \\ \sigma_2' &= -(M_M + Fe_o) \frac{v'}{I} + \frac{F}{s} \geq \bar{\sigma}_2' \end{aligned}$$

Las incognitas son:

- Presfuerzo F y e_o
- Concreto $\frac{I}{v}$ $\frac{I}{v'}$

Por ende el problema tiene siempre una solución matemática que satisfaga a las cuatro expresiones mas arriba, convertidas en igualdades.

Significa esto que matematicamente se pueden alcanzar los cuatro valores permisibles de los esfuerzos.

62

La sección es sub-crítica.

Por hipótesis el valor de e_o es compatible con la geometría de la sección ($e_o < v' - d'$)

La solución del sistema es -

621

Para el presfuerzo como ya lo vimos - $F = \frac{M_M - M_m}{c+c'} = \frac{\Delta M}{c+c'}$

622

Para el concreto - $e_o = \frac{c - M_m}{F} = -c' - \frac{M_m}{F}$

Cuando el momento exterior pasa de M_m a M_M los esfuerzos pasan - en la fibra superior de $\bar{\sigma}_1$ a $\bar{\sigma}_2$
 - en la fibra inferior de $\bar{\sigma}'_1$ a $\bar{\sigma}'_2$

Por lo que se puede escribir

$$\frac{I}{v} = \frac{M_M - M_m}{\bar{\sigma}_2 - \bar{\sigma}_1} = \frac{\Delta M}{\Delta \bar{\sigma}}$$

$$\frac{I}{v'} = \frac{M_m - M_M}{\bar{\sigma}'_1 - \bar{\sigma}'_2} = \frac{\Delta M}{\Delta \bar{\sigma}'}$$

con $c = a_2 = a'_2 = pv' \left(\frac{\bar{\sigma}_2 h}{\bar{\sigma}_2 v' + \bar{\sigma}_1 v} - 1 \right) = pv \left(1 - \frac{\bar{\sigma}'_2 h}{\bar{\sigma}'_2 v' + \bar{\sigma}'_1 v} \right)$
 $c' = a_1 = a'_1 = -pv' \left(1 - \frac{\bar{\sigma}_1 h}{\bar{\sigma}_1 v' + \bar{\sigma}_2 v} \right) = -pv \left(\frac{\bar{\sigma}'_1 h}{\bar{\sigma}'_1 v' + \bar{\sigma}'_2 v} - 1 \right)$

En el caso de que $\bar{\sigma}_1 = \bar{\sigma}'_2 = 0$. y que $\bar{\sigma}_2 = \bar{\sigma}'_1 = \bar{\sigma}$

se obtiene:

$$F = \frac{\Delta M}{ph}$$

$$e_o = \frac{I - M_M}{sv'} = \frac{-I - M_m}{sv} = \frac{-I - M_m}{sv}$$

$$\frac{I}{v} = \frac{I}{v'} = \frac{\Delta M}{\bar{\sigma}}$$

con $c = a_2 = a'_2 = \frac{I}{sv'}$

$$c' = a_1 = a'_1 = \frac{-I}{sv}$$

63

La sección es sobre-crítica.

Se razona con momentos M positivos.

En este caso e_o no es una incognita

$$e_o = - (v' - d')$$

por lo que el sistema anterior de expresiones conduce a tres igualdades y una desigualdad.

caso es $\bar{\sigma}_1$

El esfuerzo permisible que no se puede alcanzar en este

En efecto se ha tenido que aumentar F. y disminuir e_o por lo que $\bar{\sigma}_1$ aumenta con respecto a la solución de la sección sub-crítica.

Se pueden alcanzar los esfuerzos $\bar{\sigma}_2$ $\bar{\sigma}_2'$ y $\bar{\sigma}_1'$ por lo que la solución del sistema es

631

Para el presfuerzo

$$F = \frac{M_M}{c + v' - d'} = \frac{M_M}{Z}$$

$$e_o = - (v' - d')$$

632

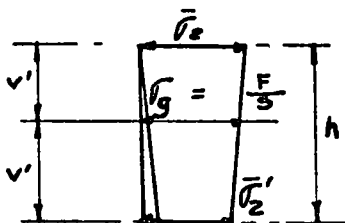
Para el concreto

$$\frac{I}{v'} = \frac{M_m - M_M}{\bar{\sigma}_1' - \bar{\sigma}_2'} = \frac{\Delta M}{\Delta \bar{\sigma}'}$$

$$\frac{I}{v} = \frac{F p^h}{\bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_2'} \cdot \frac{v}{v'}$$

Nota: del diagrama de esfuerzos bajo carga máxima se escribe

$$\bar{\sigma}_g = \frac{F}{s} = \frac{\bar{\sigma}_2 v' + \bar{\sigma}_2' v}{h} = \frac{F}{I} p w'$$



/

$$\frac{v}{I} = \frac{1}{F} \left(\frac{\bar{v}_2 v' + \bar{v}_2' v}{n} - \frac{1}{\rho v'} \right)$$

$$\frac{I}{v} = F \frac{\rho h}{\bar{v}_2 + \bar{v}_2' \frac{v}{v'}}$$

$$c = a_2 = a_2' = \rho v' \left(\frac{\bar{v}_2 h}{\bar{v}_2 v' + \bar{v}_2' v} - 1 \right) = \rho v' \left(1 - \frac{\bar{v}_2' h}{\bar{v}_2 v' + \bar{v}_2' v} \right)$$

$$c' = a_1' = -\rho v \left(\frac{\bar{v}_1' h}{\bar{v}_1 v' + \bar{v}_1' v} - 1 \right)$$

$$\bar{v}_2' = 0$$

$$F = \frac{M_m}{\frac{I}{\rho v'} + v' - d'} = \frac{M_m}{Z}$$

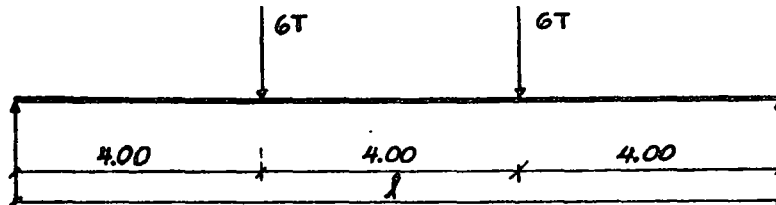
$$e_0 = -(v' - d')$$

$$\frac{I}{v} = \frac{\Delta M}{f'}$$

$$\frac{I}{v} = F \frac{\rho h}{f}$$

Flexión de las Trabes Isostáticas

Ejemplo Numérico



Sea una trabe rectangular sobre dos apoyos de:

Claro l = 12 m.
 Ancho b = 1 m.

Dos cargas de 6 toneladas situadas al tercio y a los dos tercios del claro:

- La resistencia permisible del concreto es de : 120 kg/m².
- La resistencia permisible a tensión : 0

Los valores que se deben calcular son los siguientes:

- a) Para el concreto
 Peralte (incógnitas de cálculo $\frac{i}{v}$ e $\frac{i}{v'}$)
- b) Para el presfuerzo
 La excentricidad e_o del cable
 La fuerza F necesaria.

1 Cálculo del momento de carga viva.

$$M = M_S = 6 \times 4 = 24 \text{ Tm.}$$

- Se supone la sección sub-crítica por lo que:

$$\frac{i}{v} = \frac{i}{v'} = M_S = \frac{24}{1200} = .02 \text{ m}^3 .$$

- Se deduce el peralte de la trabe de la relación :

$$\frac{i}{v} = \frac{bh^2}{6} \quad \text{lo que da } h = .346 \text{ m}$$

2

Cálculo del presfuerzo

$$F_1 = \frac{M_s}{\rho R} = \frac{24}{1/3 \times .346} \quad \text{o sea } F_1 = 207 \text{ t.}$$

- Se checa que efectivamente la sección es sub-crítica; calculando F_2 .

$$F_2 = \frac{M_M}{Z} \quad M_M = \text{momento de peso propio + momento de carga viva.}$$

El momento de carga viva es = 24 Tm.

$$\text{El momento de peso propio} = \frac{.346 \times 1 \times 2.5 \times 12^2}{8} = 15 \text{ Tm.}$$

Por lo que $M_M = 39 \text{ Tm.}$

$$Z = \frac{I}{S_v'} + v' - d' = \frac{.346}{6} + \frac{.346}{2} - .04 = .19 \text{ m} \quad \text{por lo que}$$

$$F_2 = \frac{39}{.19} = 205 \text{ t.}$$

$F_2 < F_1$: La sección es sub-crítica pero ya al límite.

3

Cálculo de excentricidad

$$e_o = \frac{i}{S_v'} - \frac{M_M}{F} \quad \text{o sea } \frac{.346}{6} - \frac{39}{207} = -.13 \text{ m.}$$

- Se puede checar calculando e_o a partir de la segunda fórmula; es decir:

$$\frac{i}{S_v} - \frac{M_M}{F} \quad \text{es decir } \frac{.346}{6} - \frac{15}{207} = -.13$$

- Que los dos resultados son idénticos y que el núcleo de paso se limita a un punto.

4

Cálculo de los esfuerzos

1) $\text{Peso propio } \sigma_p = \frac{15}{.2} = 75 \text{ kg/cm}^2.$

$\sigma'_p = -75 \text{ kg/cm}^2.$

2) $\text{Presfuerzo } \sigma_o = \frac{F}{S} - \frac{F e_o}{i/v} = \frac{207}{3.46} - \frac{207 \times .13}{.2} = -75 \text{ kg/cm}^2$

$\sigma'_o = \frac{F}{S} + \frac{F e_o}{i/v'} = \frac{207}{3.46} + \frac{207 \times .13}{.2} = 195 \text{ kg/cm}^2$

- Bajo carga permanente los esfuerzos son entonces (en la fibra superior:)

$\sigma_1 = 75 - 75 = 0$

$\sigma'_1 = -75 + 195 = 120 \text{ kg/cm}^2$ (valores permisibles).

- Carga viva

$\sigma_s = \frac{24}{.2} = 120 \text{ kg/cm}^2.$

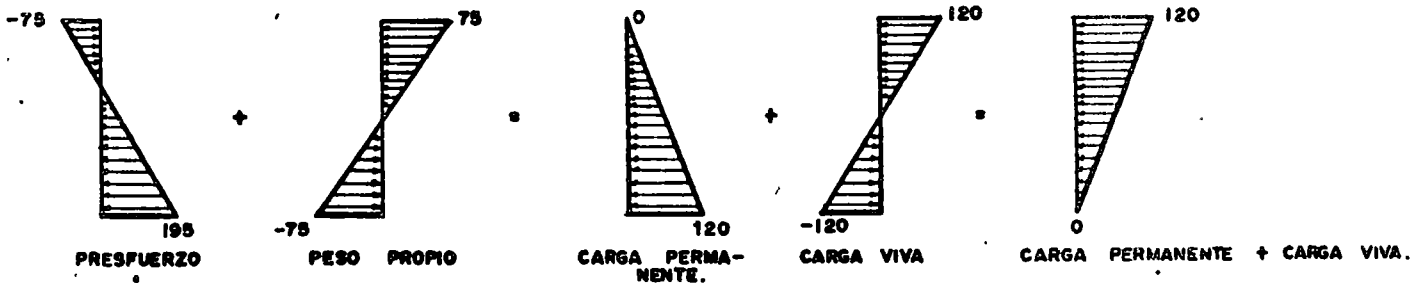
$\sigma'_s = \frac{-24}{.2} = -120 \text{ kg/cm}^2.$

- Los esfuerzos bajo carga viva son entonces:

$\sigma_2 = 0 + 120 = 120 \text{ kg/cm}^2$

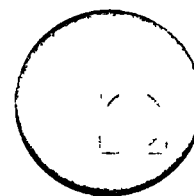
$\sigma'_2 = 120 - 120 = 0$ (esfuerzos permisibles)

El diagrama de los esfuerzos se dá a continuación:





centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam
ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO



OPTIMIZACION DE SECCIONES

ING. JEAN-CLAUDE PERCHERON.

Optimización de secciones.

Formas de Traveses. Razones

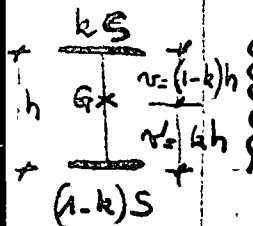
1 Resistencia por flexión.

Datos que se deben respetar.

La resistencia por flexión de una sección (es decir los módulos de inercia: $\frac{I}{v}$ y $\frac{I}{v'}$) debe ser máxima con área y peralte mínimos. Se debe entonces tener maximum el "rendimiento" de la sección $\rho = \frac{I}{S v v'}$

y por eso, concentrar el concreto en los dos miembros (o alas) opuestos.

El valor maximum ($\rho = 1$) podría obtenerse si el concreto fue concentrado en 2 alas ^{infinitamente} finas, ligadas por una alma también infinitamente fina.



Pero se debe ligar las dos alas por una alma que impide el desplazamiento relativo entre ellas. Esta alma debe resistir al corte longitudinal que aparece ^{justamente} por la presencia de ella y también al corte transversal.

Así se aclara la forma de las traveses en ~~doble T~~ I o en cajón, compuestas de dos alas (que dan la parte mayor de la resistencia a la flexión) ligadas por una o algunas almas (que asegure la resistencia al corte)

Constitucion de las almas

a) la presencia de las almas, cuyo concreto "trabaja" mal a la flexion, reduce el valor del rendimiento de la seccion. Por ende se debe reducir lo mas posible su espesor

X b) La solucion teoricamente la mejor (sea $\rho = 1$) se obtendria con una triangulacion

Pero es muy cara en cimbra y refuerzo y complica mucho el colado y el trazo de los cables. Por eso, esta solucion es aplicada

raras veces, solamente en los casos siguientes:

X b.1. Trabes ligeras de edificios con un grande peralte; en este caso una alma llena seria taba sobreaabundante, que se cambia por barras a triangulacion
Ex: Shed.

b.2. Trabes con un claro muy grande. En este caso se debe reducir lo mas posible el peso propio. Es el caso de los puentes los mas grande y principalmente puente en doble voladizo donde el peso propio conta mucho (reparticion de momentos de una mensula)

c) Entonces la mayoria de las almas son llenas, cuyo espesor minima "a" es dada por:

Sea por condiciones de resistencia

- esfuerzo de corte, de torsion, de flexion transversal.
- esfuerzos locales debidos a los arclajes (caso de los puentes en doble voladizo)

sea por condiciones practicas, colado corrido del concreto.

Espesor minima del alma impuesta por condiciones de ejecucion.

a. Estructuras coladas en lugar.

El concreto es colado con vibracion interna por medio de un vibrador cuyo diametro varia de 5 a 10 cm y radio de frecuencia cercano de 25 cm. El eje de una chimenea de vibracion debe ser alejada de menos 25 cm del paño el mas cercano o de 50 cm de la chimenea vecina.

Consideramos el caso de una alma que tiene una sola hilera de cables situado en el eje (diametro de un cable: ϕ). A cada lado se encuentra una chimenea de 7 cm (por un vibrador de $D=5\text{cm}$). Se debe contar con el recubrimiento^(2cm) y las espesores de las varillas verticales y horizontales que se cruzan $\phi \frac{3}{8}$ sea 2 cm.

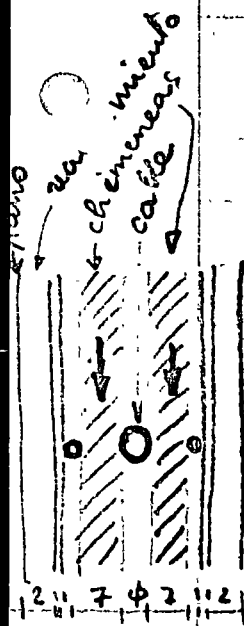
El espesor de la alma debe ser superior a:

$$a \geq 2 [2.0 + 2.0 + 7] + \phi \text{ sea } a \geq 22\text{cm} + \phi$$

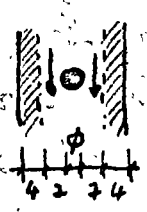
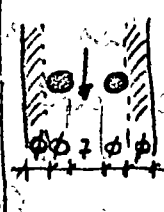


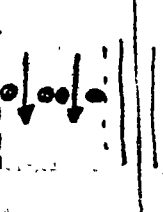
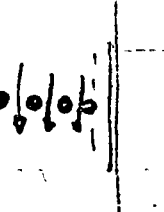
por ende $a \geq 26\text{cm}$ para cables 12 ϕ 7

$a \geq 29\text{cm}$ para cables 12 T 13

La tabla siguiente indica las disposiciones que se debe prever en el caso de los cables repartidos en mas que una hilera y suponiendo que



- el recubrimiento minimum de un ducto es igual a ϕ (≥ 4 cm)

Numero de hilera de cables	1	2	3	4		
				$\phi < 7$	$7 < \phi < 11$	$11 < \phi$
Corte						
Espesor minima del alma	$22 + \phi$	$7 + 4\phi$	$14 + 5\phi$	$7 + 6\phi$	$14 + 6\phi$	$6\phi + 21$
(si $\phi = 4$ cm) (12 ϕ 7)	26 cm	23 cm	34 cm	31 cm	$\phi = 7$ 56 cm	$\phi = 11$ 87 cm

b. Traves prefabricadas. Vibración exterior.

El alma de la trabe no tiene que dejar pasar solamente los agregados. Es suficiente de prever chumencas de 3 cm entre las varillas et el cable.

Espesor minima del alma

$$a \geq 2(2.0 + 2.0 + 3.0) + \phi = \phi + 14 \text{ ka } 18 \text{ cm para un cable } 12 \phi 7$$

Para los cables importantes, la condicion de un ducto minimum como recubrimiento es lo que prevale sea $a \geq 3\phi$

El alma no se debe...

...

...



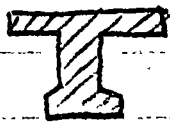
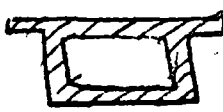
...

...

Orden de amplitud de los valores de "rendimiento" de secciones convenientes

Cuando el tipo de sección es conocido, la experiencia muestra que los valores de los "rendimientos" ρ quedan alrededor de orden suficientemente preciso para el dimensionamiento.

La tabla siguiente da valores convenientes de ρ

Sección	rectangular	Té	I	cajón fino
				
ρ	$\frac{1}{3}$	$\approx 0,4$	0,5 a 0,55	$\approx 0,6$

2. Resistencia a torsion

Para resistir a la torsion, se debe prever secciones tipo cajon.

Cuando la trabe soporta sollicitaciones de torsion importantes como traves de viaductos o en curva lo mas indicado es de prever secciones tipo cajon o llenas. Pero se debe notar que, cuando se aumenta la rigidez, se aumenta tambien los momentos de torsion.

Secciones rectangulares (losas)

Losas llenas. La sección rectangular es la más sencilla para la cimbra. Con este tipo de sección, se puede tener el peralte mínimo para la trabe. Tiene mucha rigidez a la torsión y resistencia al corte, se necesita poco estribos.

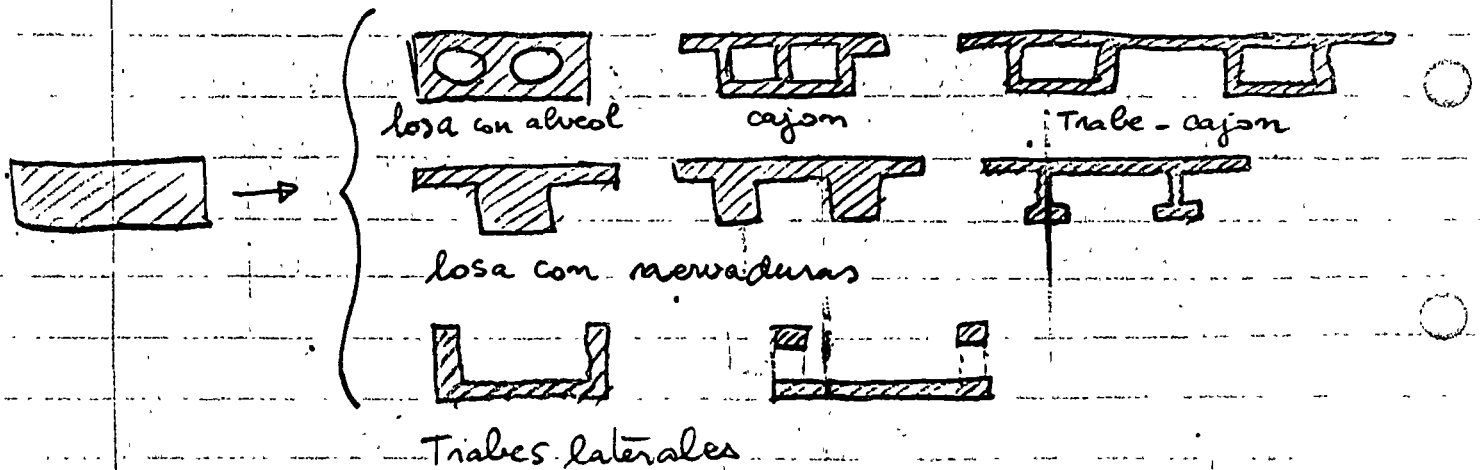
Este tipo conviene bastante bien para los puentes pequeños (claros de 15 a 25 m) con un peralte limitado ($\frac{h}{l} = \frac{l}{30}$) (puentes continuos) $\frac{l}{25}$ isostáticos

Losas elejadas

Pero la sección rectangular es demasiado pesada para claros importantes (sobrepasando el "claro crítico": su peso propio cuesta como la carga viva) Ademas su "rendimiento" es bajo.

Así, es interesante de quitar concreto:

- sea en la mitad del peralte \rightarrow losa con alveolos, cajón
- sea en la parte inferior: losa con nervaduras
- sea en la parte superior y en la zona central con 2 traves laterales



Trabes . cajón:

Se provee trabes cajones en los casos siguientes:

a - Solicitaciones de torsión

b - Trabes paralelas pueden tener alas importantes :
mas vale reunir estas alas -

- es el caso de . trabes con peralte limitado $h < \frac{l}{25}$
secciones sometidas a momentos
negativos importantes : la ala inferior es comprimida

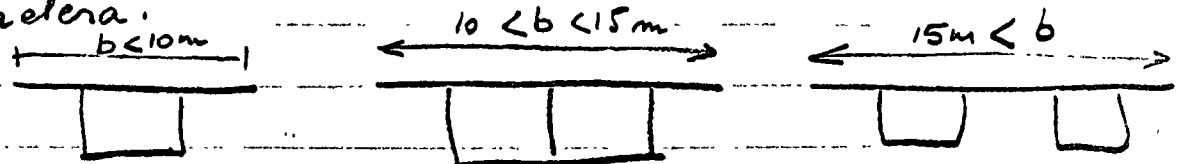
ex: (a) apoyos intermedios de puentes continuos

(b) Puentes construidos en doble voladizo.

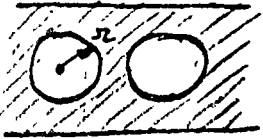
Tipos de secciones transversales.

Cuando se reduce el numero, n , de las almas
(con espesor a), $n \times a$ disminuye ; el claro transversal
de la losa superior aumenta, y tambien los momentos
transversales . Se debe entonces aumentar la espesor
de losa superior, y su refuerzo o pesos fuertes.

Hay entonces un optimum para puentes de
carretera.



Losas con alveoles



Quitar concreto en el centro del peralte de acción parece interesante porque el concreto quitado no tiene mucha resistencia por flexión como al torsión

Teóricamente, parece muy interesante, en la realidad es muy costoso:

- debido a la cimbra interior. - Debe tener mucha rigidez, (no se debe deformarse). - Debe estar bien fijado al fondo para no hundir bajo el peso del concreto, también para no flotar bajo la vibración del concreto que es, en este momento, un fluido de densidad $2,4 \text{ T/m}^3$. La cimbra interior debe tener un impermeabilizante para no absorber la lechada. Estas cimbres pueden ser albestos, o cilindros con laminas nervadas o sea con pérdida de material.

- debido a las varillas: en el sentido transversal una losa con alveoles funciona como una trabe "trudida". Además se debe prever estribos entre los alveoles.

Además el colado es delicado abajo los alveoles. Las chimeneas deben estar anchas para facilitar la vibración.

Este tipo de sección debe estar tomado en casos especiales cuando los claros son importantes y que el peralte es limitado ($20 < l < 35 \text{ m}$) con $25 < h < 35$

CURSO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO

Octubre 1974

"FLEXION EN TRABES CONTINUAS"

I.- Trabes postensadas continuas

A) Diseño Elástico

B) Resistencia

II.- Trabes de sección compuesta continuas

Resistencia

ING. JOSE LUIS CAMBA

I.- Trabes postensadas continuas

A) Diseño Elástico.

Introducción.-

En la flexión isostática de trabes presforzadas quedó aclarado que debido a la ley acción-reacción, la acción del cable -- sobre el concreto estaba en equilibrio con la reacción que éste -- opone al cable, es decir que el presfuerzo solamente producía -- esfuerzos internos y por lo tanto las reacciones de apoyo de la estructura bajo la acción del presfuerzo eran nulas.

Bajo la acción del presfuerzo la trabe se deforma. Si dicha trabe es isostática se deformará libremente pero si se trata de una trabe hiperestática, va a encontrar ciertas restricciones para hacerlo, provocando en los apoyos reacciones debidas al presfuerzo. Dichas reacciones se les llamará hiperestáticas y los momentos debidos a dichas reacciones serán llamados momentos hiperestáticos de presfuerzo.

El efecto producido por las mencionadas reacciones hiperestáticas deberá agregarse a la acción isostática del cable.

El conjunto de reacciones hiperestáticas de presfuerzo forman un sistema de fuerzas nulo.

Para aclarar los conceptos mencionados, la trabe del ejemplo 1, es de sección constante de longitud $\overline{AC}=L$ (ver fig. 1) -- se considerará la acción debida solamente al presfuerzo.

Dicho presfuerzo F es horizontal y tiene una excentricidad e_1 constante a todo lo largo de la trabe.

Ejemplo 1.-

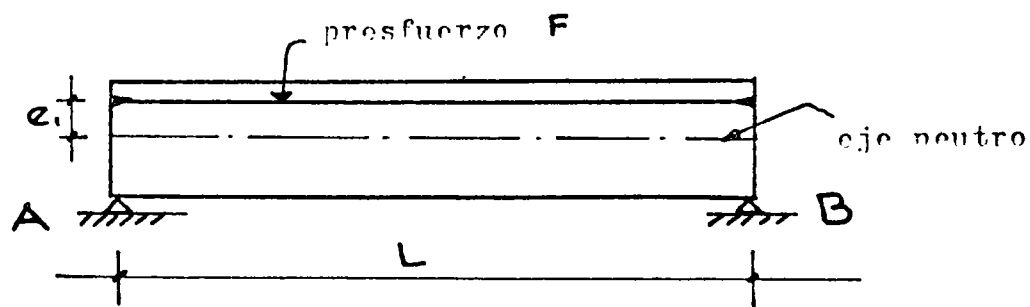
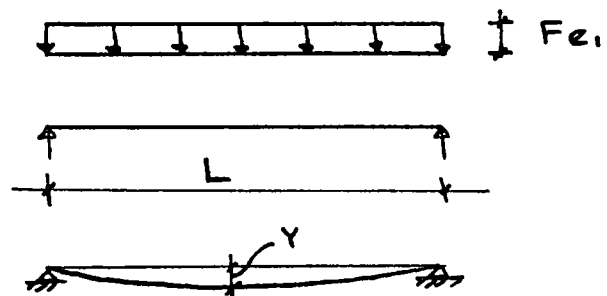


Figura 1.

La trabe está libremente apoyada, por lo tanto si calculamos la flecha al centro del claro debida al presfuerzo se tendrá:



usando el método de la viga conjugada (fig. 2.)

Figura 2.

El momento al centro de la viga conjugada será:

$$M = \frac{F e_1 L}{2} \times \frac{L}{2} - \frac{F e_1 L}{2} \times \frac{L}{4} = \frac{F e_1 L^2}{8}$$

por lo tanto, la flecha al centro será:

$$y = \frac{F e_1 L^3}{4 E I}$$

si la trabe de la fig. 1 está apoyada en A, C y en B (fig. 3) la trabe será hiperestática y por lo tanto la flecha en el punto B debe ser nula.

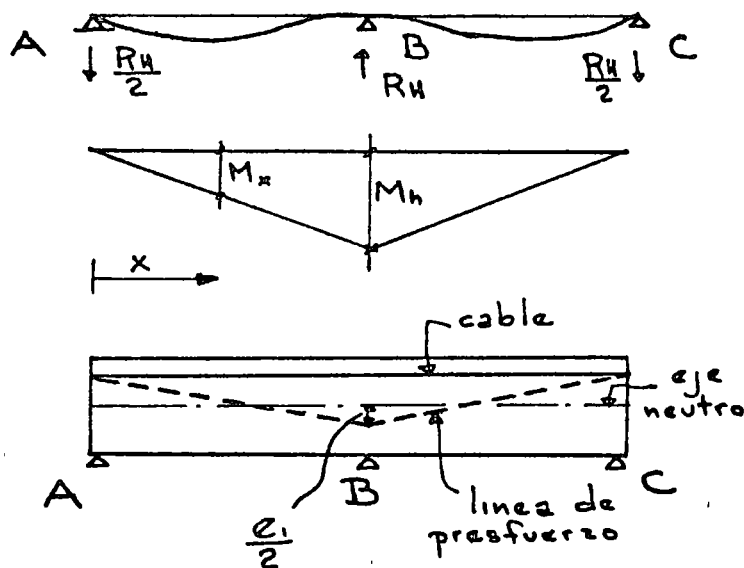


Figura 3.

de donde:

$$R_{H_B} = \frac{6 F_c l}{L}$$

Por simetría y por suma de fuerzas verticales

$$R_{H_A} = R_{H_C} = - \frac{3 F_c l}{L}$$

Para nulificar la flecha al centro, el apoyo B debe provocar una reacción hiperestática de presión que anule la flecha anteriormente calculada o sea:

$$\frac{R_{H_B} L^3}{48 E I} = \frac{F_c l L^3}{8 E I}$$

(El primer miembro representa la flecha al centro del claro, de una carga concentrada en dicho punto y libremente apoyada).

Por lo tanto si analizamos una sección cualquiera x , siendo $0 \leq x \leq L/2$ tendremos, además del efecto isotático del cable, las acciones hiperestáticas de:

$$M_{Hx} = - R_{HA} x$$

$$V_{Hx} = - R_{HA}$$

De donde el momento total debido al presfuerzo será:

$$M_x = F \cdot e_1 + M_{Hx} = Fe_1 - \frac{3 Fe_1}{L} x = Fe_1 \left(1 - \frac{3x}{L}\right)$$

La línea de presfuerzo tiene una excentricidad:

$$e_x^* = \frac{M_x}{F} = e_1 \left(1 - \frac{3x}{L}\right)$$

al centro del claro valdrá:

$$e^* = e_1 \left(1 - \frac{3L}{2L}\right) = -\frac{1}{2} e_1$$

resultando e^* una línea quebrada como se indica en la fig. 7, que es la línea de presfuerzo.

Comparando los resultados así obtenidos con los de la trabe isostática se pueden hacer las siguientes conclusiones:


- 1) La línea de presfuerzo e^* no coincide con el cable o alambre equivalente, debido al momento hiperestático de presfuerzo.
- 2) Los esfuerzos provocados por el presfuerzo en el concreto, serán debidos a la excentricidad e^* de la línea de presfuerzo y NO a la excentricidad e_1 del cable, es decir que en una estructura hiperestática, el presfuerzo no pasa donde se coloca el cable (salvo un caso particular que se verá más adelante).

3) En una estructura hiperestática deberá considerarse el conjunto de la misma y no podrá tomarse una sección aislada como se hace en una trabe isostática.

Por todo lo anterior, se podría decir aparentemente que las reacciones hiperestáticas de presfuerzo tienen una intervención desfavorable (por ejemplo en el caso que acabamos de ver, mientras más subamos el cable en el apoyo para comprimir el concreto, más lo pondremos en tensión, ya que bajará aún más la línea de presfuerzo).

Sin embargo, las dificultades que se presentan en las estructuras hiperestáticas presforzadas pueden resolverse tomando en cuenta dichas reacciones hiperestáticas y tratando de obtener de las mismas la mayor ventaja posible.

NOTA.- El caso del ejemplo 1, se utilizó para hacer notar en forma sencilla, la presencia de los momentos hiperestáticos; sin embargo la posición que se escogió para colocar el presfuerzo fue arbitraria y no corresponde a un caso frecuente que requiere dicho trazo.

Como en el caso de la  flexión isostática, se puede considerar el presfuerzo en dos formas: el directo (considerado como sistema de cargas exterior a la trabe) y el interno.

Ambos métodos podrán utilizarse para calcular las reacciones hiperestáticas debidas al presfuerzo. En la fig. 4 se observa una trabe continua con un cable ondulado y la forma como se presentan las sollicitaciones debidas al presfuerzo usando el método directo.

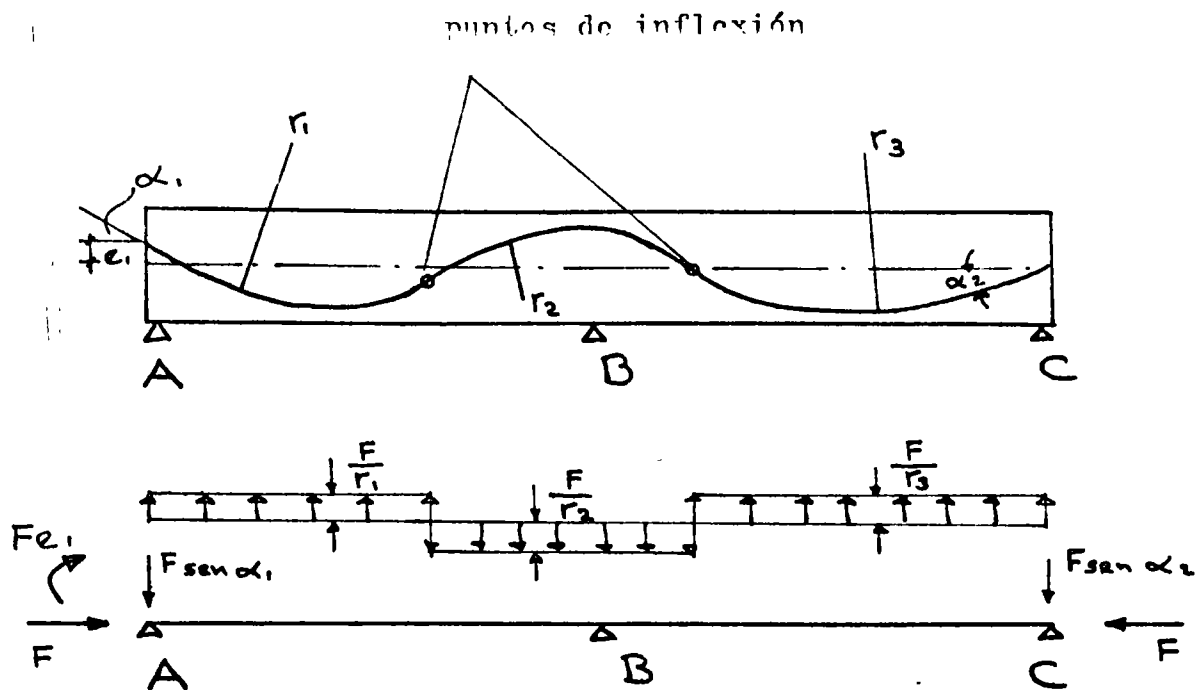


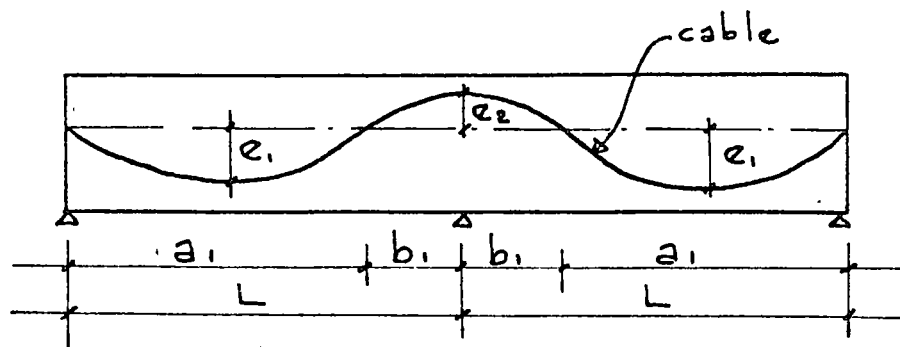
Figura 4.

Las reacciones hiperestáticas debidas al presfuerzo se calcularán por cualquiera de los métodos utilizados para resolver estructuras hiperestáticas (teorema de los tres momentos, deflexión-pendiente, método de Cross, ... etc.).

La traba del ejemplo 2, describe el cálculo de las reacciones hiperestáticas debidas al presfuerzo, por el método interno.

Se empleará el método del área momento (Fig. 5).

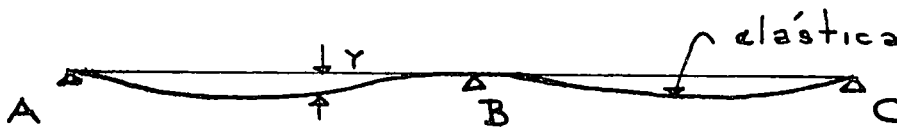
Se supondrá que el trazo del cable es parabólico y que las excentricidades del mismo están de acuerdo a las solicitaciones de cargas (permanentes y vivas).

Ejemplo 2.-

Fuerza de
presfuerzo
constante

Figura 5.

Dada la forma simétrica del trazo del cable se tendrá, por el método del área momento:

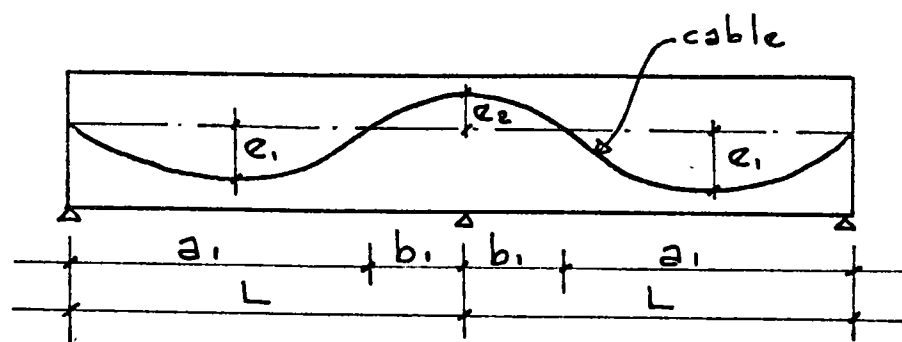


$$\Delta_A = \left(\frac{2}{3} F e_2 b_1\right) \left(\frac{5}{8} b_1 + a_1\right) - \left(\frac{2}{3} F e_1 a_1\right) \frac{a_1}{2} + \frac{(M_h L_1)}{2} \left(\frac{2}{3} L_1\right) = 0$$

De la ecuación anterior se obtiene el momento hiperestático de presfuerzo M_h y por lo tanto las reacciones R_h en los apoyos.

Una vez obtenidos los momentos hiperestáticos, el efecto total de los momentos debidos al presfuerzo será la suma algebraica de los isostáticos e hiperestáticos como se ilustra en la fig. 6.

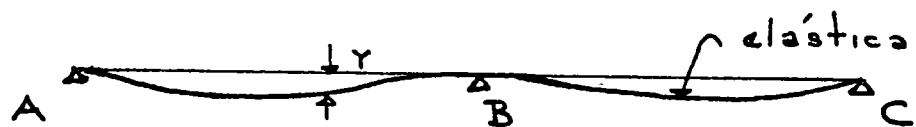
Cuando el trazo del cable equivalente difiera notablemente de una parábola, tendrá que fraccionarse el diagrama de momentos y trabajar con su área correspondiente.

Ejemplo 2.-

Fuerza de
presfuerzo
constante

Figura 5.

Dada la forma simétrica del trazo del cable se tendrá, por el método del área momento:



$$\Delta_A = \left(\frac{2}{3} P e_2 b_1\right) \left(\frac{5}{8} b_1 + a_1\right) - \left(\frac{2}{3} P e_1 a_1\right) \frac{a_1}{2} + \frac{(W_2 L_1)}{8} \left(\frac{2}{3} L_1\right) = 0$$

De la ecuación anterior se obtiene el momento hiperestático de presfuerzo \$M_p\$ y por lo tanto las reacciones \$R_p\$ en los apoyos.

Una vez obtenidos los momentos hiperestáticos, el efecto total de los momentos debidos al presfuerzo será la suma algebraica de los isostáticos e hiperestáticos como se ilustra en la Fig. 6.

Cuando el trazo del cable equivalente difiera notablemente de una parábola, tendrá que fraccionarse el diagrama de momentos y trabajar con su área correspondiente.

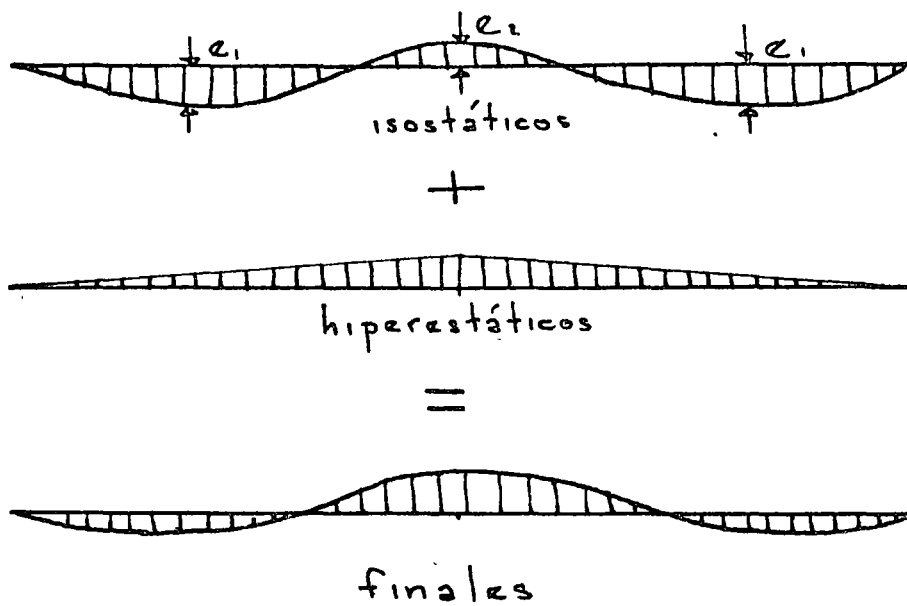


Figura 6'.

Trazo de cables.-

De los ejemplos anteriores se puede concluir que el valor de los momentos hiperestáticos de presfuerzo, son debidos al trazo de los cables.

Cuando dicho trazo es de tal forma, que no produce efectos hiperestáticos se le llama trazo concordante, es decir -- que dicho trazo no provocaría giros extremos en la trabe, si ésta fuera libremente apoyada. Sin embargo este caso se presenta con muy poca frecuencia debido a que en general las secciones críticas (las mas solicitadas por momento) el presfuerzo se excentra al máximo ya que el uso predominante en el diseño es por la etapa de servicio, es decir se busca la optimización del uso del presfuerzo y además no se traduce el cálculo del cable concordante en una solución mas económica.

El trazo de cables en trabes continuas se hace inicialmente en forma semejante al trazo en trabes isostáticas, posteriormente, con el trazo obtenido, se calculan los momentos hiperestáticos de presfuerzo y con el diagrama de momentos de presfuerzo total, se harán las verificaciones correspondientes en las diferentes etapas de carga.

Cuando el número de cables es grande y la fuerza de presfuerzo variable, se calcularán las zonas límite haciendo intervenir el momento hiperestático de presfuerzo.

Una propiedad importante en el trazo de cables en trabes continuas, es el hecho de que si se cambia la posición del cable equivalente en tal forma que permanezcan fijos los extremos del mismo y las curvaturas, dicho cable queda transformado linealmente y en ambos casos la línea de presfuerzo no sufre alteración y por consiguiente tampoco cambian los esfuerzos en el concreto debidos al presfuerzo.

Esto último se demuestra fácilmente haciendo uso del método directo, ya que la carga uniformemente distribuida F/r es la misma al no variar la curvatura y que la fuerza vertical en los anclajes sí se altera, pero transmite directamente al apoyo (Ver fig. 4).

En la práctica el trazo de cables es con curvaturas graduales y sin cambios bruscos como lo indicaría las zonas límite, que tienen forma semejante al diagrama de momentos, por lo que es necesario proceder como lo muestran las figuras 7a y 7b, siendo la solución de 7b más económica.

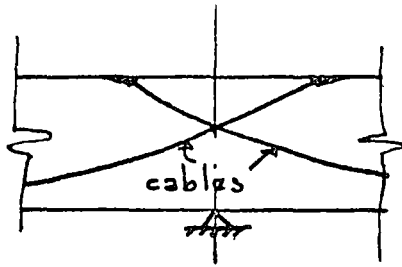


Figura 7 - a.

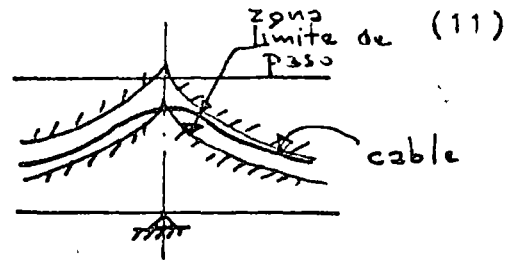


Figura 7 - b.

Una vez analizados los efectos hiperestáticos debidos al -- presfuerzo en traveses continuos y las características de transformación lineal del cable equivalente, se procederá al cálculo de la fuerza de presfuerzo.

Cálculo del presfuerzo.-

Las formas de calcular la fuerza de presfuerzo será semejante a las utilizadas en las de traveses isostáticos pero haciendo intervenir el momento hiperestático de presfuerzo: como éste a su vez depende del trazo del cable, será necesario proceder por tanteos hasta lograr obtener la fuerza de presfuerzo óptima bajo el punto de vista estructural y económico, con un poco de experiencia, -- dos tanteos bastarán para obtener esto último .

De acuerdo con lo dicho anteriormente se pueden resumir las etapas necesarias para el diseño de una trabe continua postensada en la forma siguiente:

- 1) Suposición de la sección transversal.
- 2) Cálculo aproximado de la fuerza de presfuerzo en las secciones críticas de momento (apoyos y centros de claros) y ver la compatibilidad de esta con las secciones supuestas.
- 3) Trazo de las zonas límites y de la línea de presfuerzo en dichas zonas, cuando el número y variación de cables lo ameriten.
- 4) Correcciones y ajustes.

I.- Trabes postensadas continuas

B) Resistencia

Las hipótesis de base para el diseño de trabes postensadas continuas por resistencia (ó estado límite de ruptura) son las mismas que se indicaron en las notas de trabes isostáticas, las cuales se mencionan a continuación:

- a) Conservación plana de las secciones
- b) Se conoce el diagrama esfuerzo-deformación del concreto
- c) Se conoce el diagrama esfuerzo-deformación del acero

La diferencia en la ruptura de una trabe hiperestática y una isostática es que en la primera al alcanzar una sección el momento de ruptura se forma una articulación plástica reduciendo solamente su grado de hiperestaticidad, en cambio en la segunda, se transforma en un mecanismo libremente deformable, hipostática, produciéndose la ruptura.

En la fig. 8 se puede ver una trabe hiperestática, su poniendo su funcionamiento perfectamente elasto-plástico.

Una vez que la carga P sigue aumentando más allá de la zona elástica, la primera articulación se presenta en D (máximo momento), habiendo una readaptación debido al nuevo sistema. Al seguir aumentando la carga P se forma otra articulación plástica en el apoyo B , provocándose así el mecanismo de ruptura.

La hipótesis del funcionamiento elástico no permite darse cuenta del comportamiento de una estructura en la fase de ruptura.

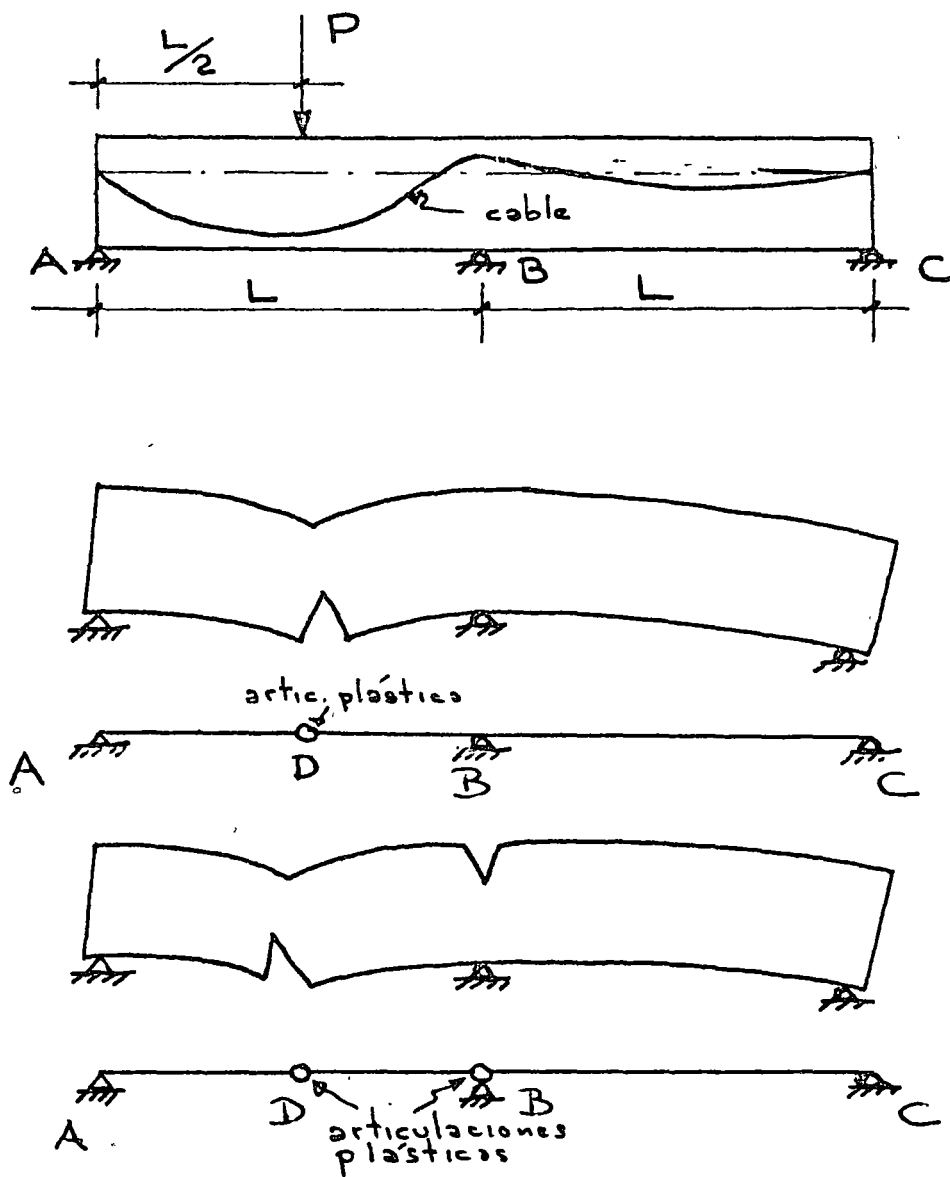


Figura 8.

Sin embargo se conocen en la mayoría de sistemas hiperestáticos simples, el sistema de ruptura, por lo cual puede aplicarse el método estático o de trabajos virtuales.

Dado que las traveses presforzadas continuas tienen permanentemente un sistema de esfuerzos debidos a la acción del presfuerzo, en el proceso de carga y descarga, habrá esfuerzos residuales si se llegó al límite elástico (Teoría de Kjanjtsin). Si en el caso

de la fig. 8 se varía la carga P hasta formar la articulación plástica en D y después se suprime, repitiendo de nuevo este ciclo de cargas, se provocaría la ruptura de la trabe por fatiga, aunque el valor de $P < P_r$.

El ciclo de carga podría repetirse indefinidamente si no se sobrepasa el rango plástico.

De lo anterior se puede concluir lo siguiente:

- a) En la ruptura, las trabes presforzadas continuas tienen un comportamiento semejante a las de concreto reforzado.
- b) La ruptura no depende de los valores elásticos iniciales de los momentos hiperestáticos de presfuerzo ya que el estado inicial de esfuerzos va a transformarse debido a la adaptación plástica de la estructura, por lo tanto los momentos de resistencia en cada sección de la trabe pueden calcularse con la posición del cable equivalente, sin tomar en cuenta si la posición de éste coincide o no con la línea de presfuerzo.

En el diseño de trabes presforzadas continuas se recomienda hacer una gráfica comparando los momentos flexionantes multiplicados por el factor de carga y así mismo la gráfica de los momentos resistentes para comprobar que no hay problema con la ruptura en las diferentes secciones críticas de la trabe.

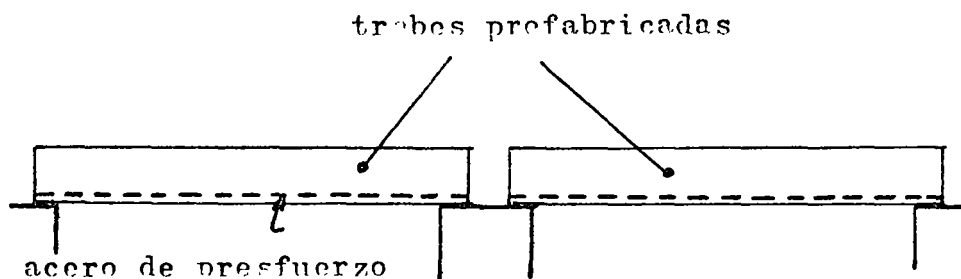
Así mismo se subraya la importancia de que todas las secciones sean subreforzadas, tal como se indicó en las notas de trabes isostáticas, para tener una falla dúctil.

II.- Trabes continuas de sección compuesta

Resistencia

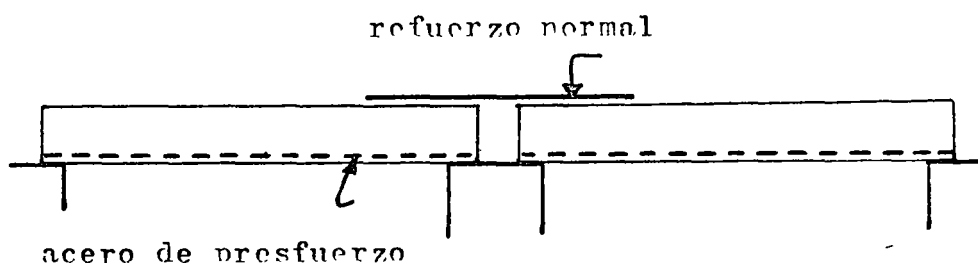
a) Introducción.-

El estudio de este tipo de continuidad en trabes, supone un estado inicial de prefabricación de las mismas en el cual trabajan isostáticamente y que en su estado final trabajarán como continuas mediante una losa colada in situ y con refuerzo normal para momento negativo (ver fig. 9).

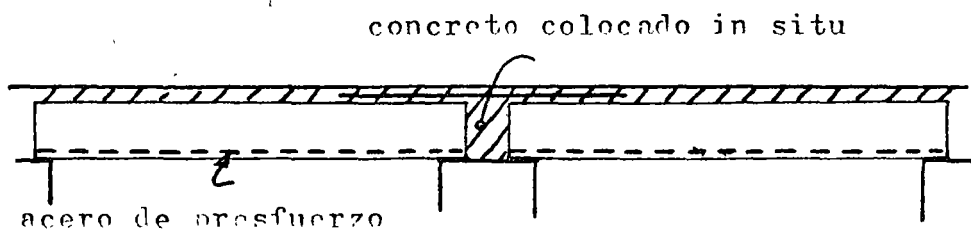


(a)

Fig. 9



(b)



(c)

En su estado inicial de prefabricación las traveses pueden ser pre o postensadas (ver fig.10) siendo más comúnmente el uso de las primeras.

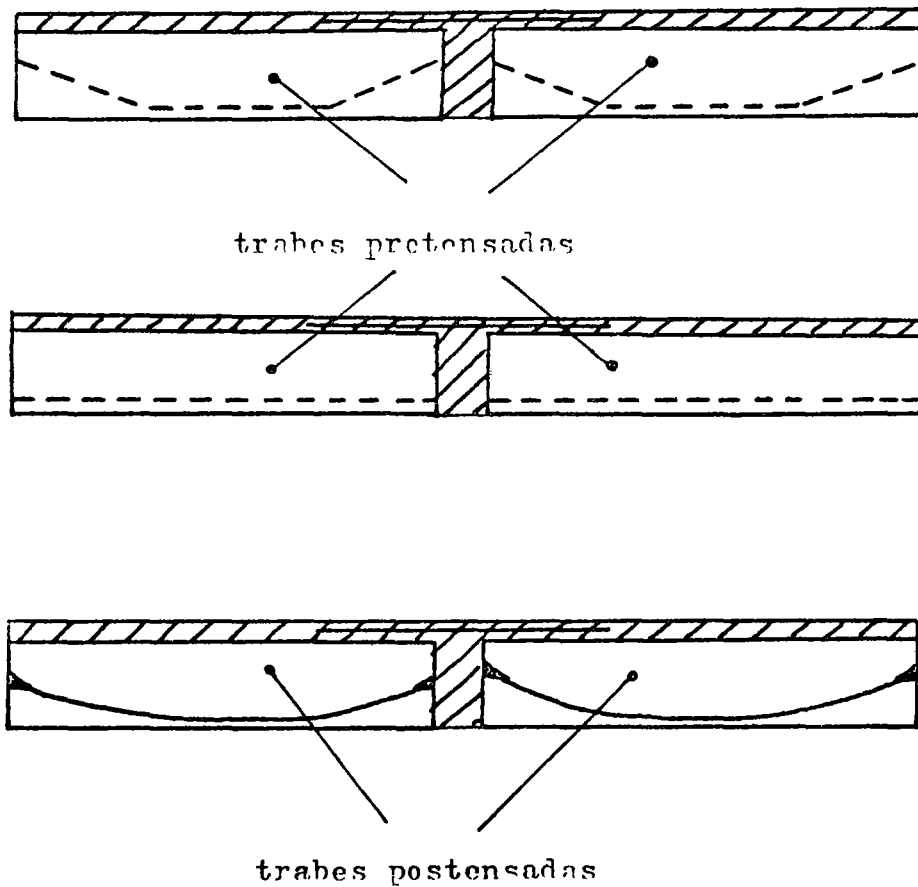


Fig. 10

Este tipo de continuidad a base de refuerzo ordinario se traduce en una economía considerable en las construcciones, comparada con traveses libremente apoyados y además amplía el campo de la utilización de la prefabricación, al proporcionar a los elementos prefabricados la capacidad para tomar momentos negati-

vos y efectos de fuerzas horizontales (viento y sismo) al formar marcos rígidos con las columnas.

Cuando la continuidad en trabes prefabricadas se realiza mediante el refuerzo ordinario, las secciones prefabricadas deben ser capaces de resistir su peso propio y la losa que será colada posteriormente in situ; una vez fraguado el concreto de dicha losa, la sección se le llamará compuesta y es ésta última la que va a resistir el resto de la carga permanente y la carga viva total.

De acuerdo con esto último, la economía que se realice será mayor mientras la relación entre carga viva y muerta sea más grande.

NOTA.- En estos apuntes se despreciarán los momentos positivos en los apoyos debidos al flujo y a la contracción del concreto en las trabes prefabricadas pretensadas cuyo efecto es pequeño y disminuido por los momentos negativos debidos a la contracción entre la losa colada in situ y las trabes prefabricadas. Además se supone que al diseñar la conexión en los apoyos las trabes pretensadas ya efectuaron una parte importante de las deformaciones debidas al flujo y a la contracción del concreto.

Cuando la continuidad en tramos pretensados se realiza con acero ordinario y que el presfuerzo no actúa en las zonas extremas de las mismas por no estar ahí adherido, el cálculo de dicho refuerzo se hará en idéntica forma al diseño plástico de una sección en concreto reforzado, (ver diseño por resistencia en notas de flexión isostática).

A continuación se describe el criterio de diseño plástico para el cálculo y verificación de secciones compuestas pretensadas al hacerlas continuas e interviniendo el presfuerzo

Se supondrá un diagrama simplificado de esfuerzo-deformación para el acero grado duro, suponiendo un valor del límite de fluencia del mismo $f_y = 4,000 \text{ Kg/cm}^2$ (ver fig.11) y que la deformación unitaria en la fluencia tiene un valor de $\epsilon_s = 0.002$

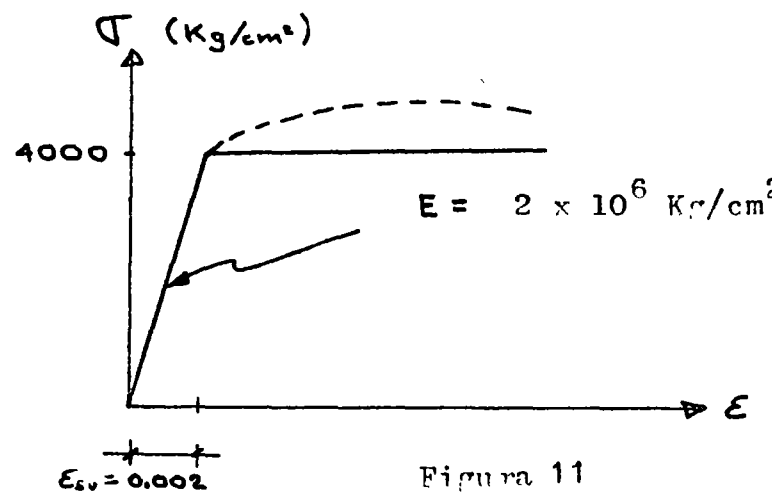


Figura 11

Las etapas de diseño plástico son semejantes a las indicadas en el capítulo de flexión isostática; la diferencia básica que existe en este caso con el procedimiento citado, se debe a la presencia de una compresión ya existente en el concreto debida al pretensado, (ver fig.12).

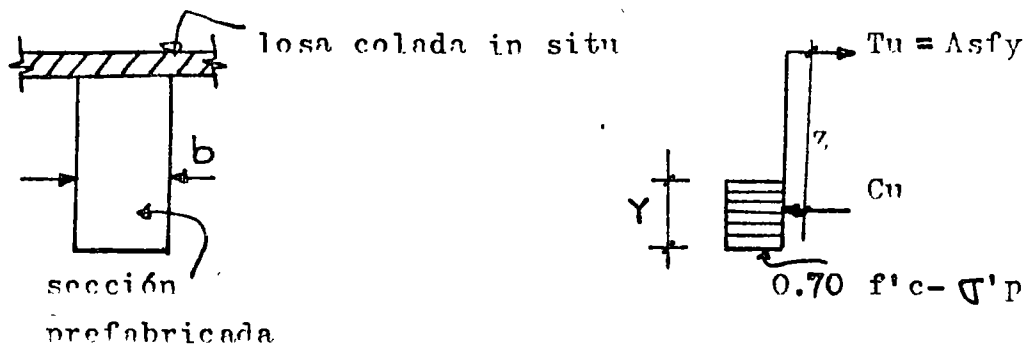


Figura 12

es decir que el bloque de compresión del concreto valdrá:

$$C_u = (0.70 f'c - \sigma'p) b y$$

$$T_u = A_s f_y$$

$$M_r = T_u \times z$$

en las expresiones anteriores todos los términos han sido definidos, subrayando solamente que $\sigma'p$ es la compresión en el concreto debida al presfuerzo, que deberá disminuirse del valor de $0.70 f'c$.

Como el valor de $\sigma'p$ depende del diagrama de deformaciones en la sección del apoyo y que aún no se conoce, el procedimiento más expedito consiste en suponer un valor de $\sigma'p$ (cuyo valor inicial para el primer tanteo puede ser 100 Kg/cm^2 para travesaños pretensados) y verificar posteriormente que la suposición fué correcta. Si la diferencia entre el valor supuesto y el encontrado de $\sigma'p$ se considera importante (10% o más) bastará con tomar un valor intermedio a la diferencia y así calcular de nuevo el valor de "y" (profundidad del bloque resistente de compresión del concreto) y por lo tanto el momento resistente. Dicho momento resis-

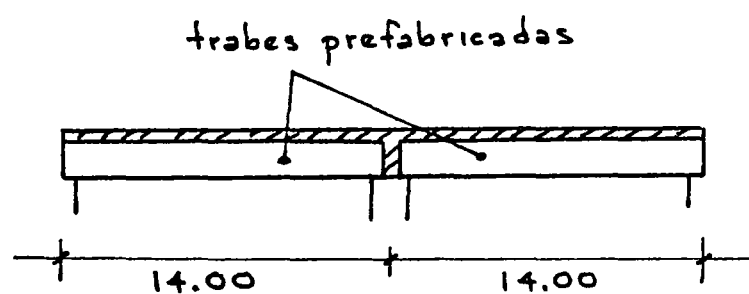
tente deberá ser mayor que el momento último actuante, cuyo valor se calculará con los factores de carga indicados en el capítulo de flexión isostática, que son 1.4 para cargas permanentes y 1.6 para cargas vivas.

Deberá siempre verificarse que el tipo de falla es dúctil, o sea que la ruptura es producida por la fluencia del acero; --- (secciones sobreforzadas); de no ser así tendrá que modificarse la sección de concreto.

Para las secciones en los centros de claros, el momento positivo debido al resto de cargas permanentes y al total de cargas vivas se hará en la forma indicada en el capítulo de secciones compuestas, solo se analizará en este capítulo la sección sujeta a momento negativo.

A continuación viene un ejemplo de diseño por flexión, de una sección compuesta, derivada de la continuidad de dos traveses isostáticos.

Ejemplo 3.

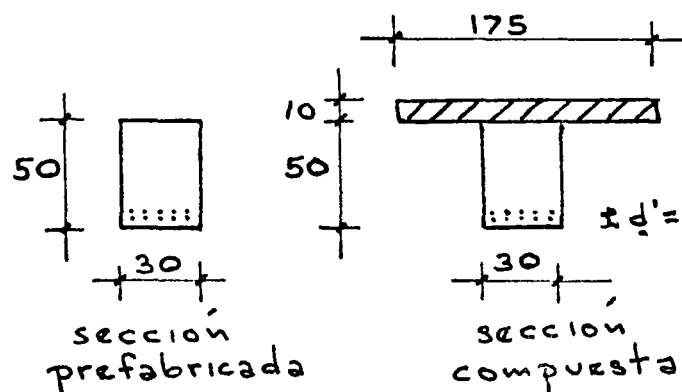


$$f'_{c \text{ trabe}} = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f'_{c \text{ losa}} = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{piso y firme} = 120 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{carga viva} = 200 \text{ Kg/cm}^2$$



$$\pm d' = 6 \text{ cm (c. de g. del acero de prefuerzo)}$$

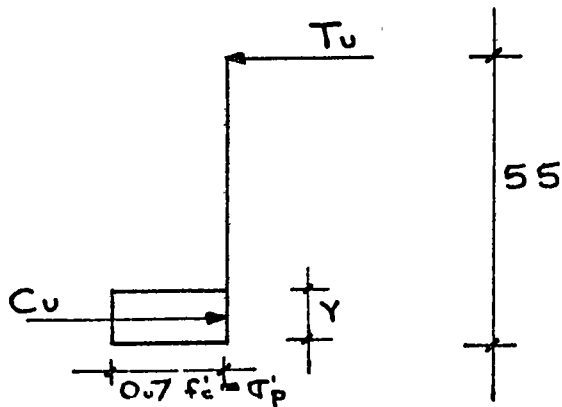
Se supone que el cálculo del presfuerzo de la trabe isostática bajo las cargas de su peso propio y la losa colada in situ ya está determinado, y que el área necesaria fue de 5.2 cm^2 (10 alambres de $\phi 3/8''$) cuya posición resultante de dicho presfuerzo está localizada a 6 cm de la parte inferior de la trabe.

Calculo de momentos flexionantes

$$M_{c.n.} = - \frac{(1.75 \times 0.12) (14)^2}{8} = - 5.1 \text{ tm.}$$

$$M_{c.v.} = - \frac{(1.75 \times 0.20) (14)^2}{8} = - 8.5 \text{ tm}$$

Estableciendo el equilibrio del par resistente en la ruptura:



$$T_u = A_s f_y$$

con 4 varillas # 6

$$A_s = 4 \times 2.87 = 11.5 \text{ cm}^2$$

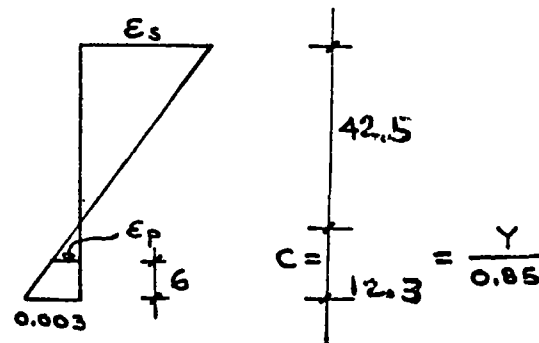
$$T_u = 11.5 \times 4,000 = 46,000 \text{ Kg.}$$

$$C_u = 30y (0.70 \times 350 - C_p) = T_u$$

suponiendo que el presfuerzo en la fibra inferior de la sección extrema sea $\sigma'p = 100 \text{ Kg/cm}^2$:

$$y = \frac{46,000}{1.45 \times 30} = 10.6 \text{ cm}$$

verificando ahora el tipo de falla:



$$\frac{\epsilon_s}{42.5} = \frac{0.003}{12.3}$$

$\epsilon_s = 0.010 > 0.002$, por lo tanto el acero fluye y la sección es subreforzada

Antes de calcular el momento resistente de la sección, es preciso verificar el valor supuesto de $\sigma'p$

$$\frac{\epsilon_p}{6.3} = \frac{0.003}{12.3} \quad \epsilon_p = 0.00148$$

por la relación de proporcionalidad $\sigma - \epsilon$ y suponiendo que el acero de presfuerzo al tensarse tuvo una deformación unitaria

$$\epsilon_i = 0.0056$$

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \epsilon E \\ &= (0.0056 - 0.00148) 2 \times 10^6 \\ &= 8,240 \text{ Kg/cm}^2 \end{aligned}$$

la fuerza de presfuerzo valdrá:

(23)

$$F = 8,240 \times 10 \times 0.516 = 41,600 \text{ Kg.}$$

la compresión en el concreto será:

$$\sigma'_p = \frac{41,600}{318} = 131 \text{ Kg/cm}^2 \neq 100 \text{ kg/cm}^2 \text{ supuestos}$$

como la diferencia es considerable se hará un 2o. tanteo con el σ'_p promedio, 115 kg/cm^2 .

$$y = \frac{46,000}{130 \times 30} = 11.3 \text{ cm} \quad C = \frac{11.3}{0.85} = 13.8 \text{ cm}$$

$$\epsilon_s = 0.093 > 0.002$$

$$\epsilon_p = 0.00164$$

$$\sigma_p = 7900 \text{ kg/cm}^2$$

$$F = 7900 \times 5.16 = 40,600 \text{ kg}$$

$$\sigma'_p = \frac{40600}{340} = 118 \text{ kg/cm}^2$$

que fue sensiblemente el valor supuesto

El momento resistente valdrá:

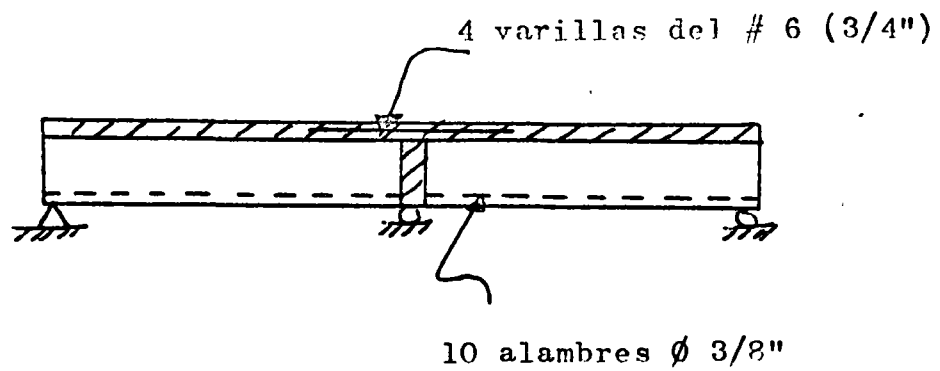
$$M_r = T_u \times z = 46,000 \left(55 - \frac{11.3}{2} \right) = 22.6 \text{ tm}$$

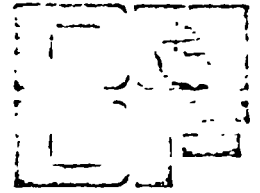
El momento último actuante vale:

$$\begin{aligned} M_u &= 1.4 M_{c.p.} + 1.6 M_{c.vivas} \\ &= 1.4 \times 5.1 + 1.6 \times 8.5 \\ &= 20.7 \text{ tm} \end{aligned}$$

$$22.6 > 20.7 \quad \text{O.K.}$$

NOTA.- Si el presfuerzo no hubiera intervenido por no estar adherido al concreto en la zona de apoyos, el procedimiento hubiera sido mas sencillo al suprimirse el término $\sigma'p$ y por lo tanto la verificación del valor supuesto para éste.





DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL
DIRECCION GENERAL DE PLANEACION

D. D. F

5. CONCRETO PRESFORZADO

Las disposiciones contenidas en otras partes de este documento que no contradigan a los requisitos de este capítulo serán aplicables a concreto presforzado.

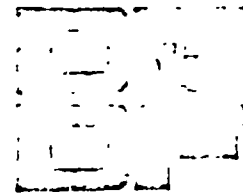
5.1 Revisión de los estados límite de falla

5.1.1 Flexión y flexocompresión

La resistencia a flexión o flexocompresión de elementos presforzados se calculará con base en las hipótesis generales enunciadas en 2.1.1, tomando en cuenta la deformación inicial del acero debida al presfuerzo.

a) Refuerzo máximo en miembros a flexión

Las cantidades de acero de presfuerzo y de acero ordinario que se utilicen en la zona de tensión y en la de compresión, serán tales que la fuerza $A_s f_s + A_{sp} f_{yp}$ correspondiente al momento resistente de la sección sea menor o igual que el 75 por ciento de la que corresponde a la falla balanceada. Aquí la falla balanceada se define como la que ocurre cuando simultáneamente el acero de presfuerzo de la zona de



DEPARTAMENTO DEL DISTRITO CAPITAL
DIRECCIÓN GENERAL DE PLANEACIÓN

tensión llega a su esfuerzo convencional de fluencia y el concreto alcanza su deformación máxima de 0.003 en compresión. Para determinar las condiciones de falla balanceada se tomará en cuenta la deformación unitaria inicial debida al presfuerzo aplicado.

En la expresión anterior

A_s área de acero ordinario de tensión

A_{sp} área de acero de presfuerzo en la zona de tensión

f_s esfuerzo en el acero ordinario de tensión cuando se alcanza la resistencia

f_{yp} esfuerzo convencional de fluencia del acero de presfuerzo

b) Secciones T sujetas a flexión

Para determinar el ancho efectivo de patín en secciones T presforzadas que forman parte integral de un piso monolítico, se aplicará el criterio dado en 2.1.2 c) para vigas reforzadas.

En vigas con patín presforzadas aisladas regirá el mismo criterio, a menos que se compruebe experimentalmente la posibilidad de tomar anchos efectivos mayores.

c) Cantidad mínima de refuerzo ordinario adherido

En la zona precomprimida de tensión de miembros sujetos a flexión cuyos tendones de presfuerzo quedan sin adherirse, debe suministrarse acero ordinario cuya área sea por lo menos igual a $0.004A$. En esta expresión A es el área de la porción de sección transversal situada entre el borde extremo que está a tensión y el centroide de la sección completa. La zona precomprimida de tensión es aquella que por efecto del

presfuerzo trabaja a compresión y que al actuar las cargas puede quedar a tensión.

El refuerzo determinado según el párrafo anterior debe distribuirse uniformemente cerca de las fibras extremas de tensión.

d) Refuerzo transversal en miembros a flexocompresión

Este refuerzo debe cumplir con los requisitos de 4.2.2, aplicados con base en el acero longitudinal sin presforzar que tenga el miembro. También cumplirá con 5.1.2.

5.1.2 Fuerza cortante

Para tomar en cuenta los efectos de la fuerza cortante en miembros presforzados, se aplicarán las disposiciones de 2.1.5 a) III y 2.1.5 c).

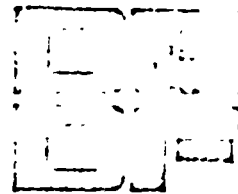
5.1.3 Pandeo

En todo diseño debe considerarse la posibilidad de pandeo de un miembro entre puntos en que estén en contacto el concreto y el acero de presfuerzo. También se tendrá en cuenta el pandeo de patines y almas delgadas.

5.2 Revisión de los estados límite de servicio

Las deformaciones y el agrietamiento bajo las condiciones de carga que puedan ser críticas durante el proceso constructivo y la vida útil de la estructura no deben exceder a los valores que en cada caso se consideren aceptables.

Una forma indirecta de garantizar que el agrietamiento no va a ser excesivo y limitar las pérdidas por flujo plástico es obligar a que los esfuerzos en condiciones de servicio se mantengan dentro de ciertos límites. Para este fin,



DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL
DIRECCION GENERAL DE PLANEACION

Estos valores pueden excederse siempre que se justifique que el comportamiento estructural del elemento es adecuado.

b) Esfuerzos permisibles en el acero de presfuerzo

Debidos a la fuerza aplicada por el gato $0.80 f_{sr}$

Inmediatamente después de la transferencia $0.70 f_{sr}$

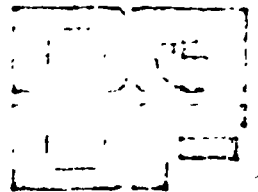
En estas expresiones f_{sr} es el esfuerzo resistente nominal del acero de presfuerzo.

5.3 Pérdidas de presfuerzo

Para determinar el presfuerzo efectivo se tendrán en cuenta las pérdidas de presfuerzo debidas a las siguientes causas:

- Deslizamiento de los anclajes
- Acortamiento elástico del concreto
- Flujo plástico del concreto
- Contracción del concreto
- Relajación del esfuerzo en el acero
- Pérdidas por fricción en acero postensado debidas a curvatura intencional o accidental de los tendones

Si se cuenta con la información necesaria debe valuarse cada pérdida; en caso contrario, se supondrá que en elementos pretensados la suma de las pérdidas es 20 por ciento del presfuerzo inicial, y que en elementos postensados la suma de las pérdidas, sin incluir las de fricción, es 15 por ciento de dicho presfuerzo inicial. En los planos se indicará el presfuerzo efectivo que debe quedar, deducidas las pérdidas.



DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL
DIRECCION GENERAL DE PLANEACION

al dimensionar o al revisar esfuerzos bajo condiciones de servicio, puede usarse la teoría elástica del concreto y la sección transformada. (En estas revisiones no se emplean secciones reducidas, esfuerzos reducidos ni factores de reducción).

Si se opta por controlar el agrietamiento a través de limitar los esfuerzos, se considerarán los valores siguientes:

a) Esfuerzos permisibles en el concreto de elementos presforzados

Esfuerzos inmediatamente después de la transferencia y antes que ocurran las pérdidas por contracción y flujo plástico:

compresión $0.60 f'_{ci}$

tensión en miembros sin refuerzo en la zona de tensión $\sqrt{f'_{ci}}$ (en kg/cm^2)

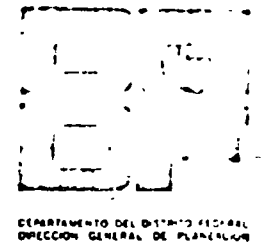
Cuando el esfuerzo de tensión calculado exceda de este valor, se suministrará refuerzo para que resista la fuerza total de tensión del concreto, calculada en la sección sin agrietar.

En las expresiones anteriores, f'_{ci} , en kg/cm^2 , es la resistencia nominal a compresión del concreto, determinada de acuerdo con 1.4.1 y 9.3, a la edad en que ocurre la transferencia. Esto ocurre en concreto pretensado cuando se cortan los tendones o se disipa la presión en el gato, o, en postensado, cuando se anclan los tendones.

Esfuerzos bajo cargas muerta y viva de servicio:

compresión $0.45 f'_c$

tensión $2\sqrt{f'_c}$ (en kg/cm^2)



concreto donde apoyan, deben revisarse bajo las dos condiciones siguientes:

a) Un presfuerzo de transferencia de $0.85 f_{sr}$ en los tendones y un esfuerzo de contacto en el concreto de f_{ci}^* , donde f_{sr} es el esfuerzo resistente nominal de acero y f_{ci}^* es la resistencia nominal reducida a compresión del concreto cuando se aplica el presfuerzo.

b) Un esfuerzo f_{sr} en los tendones y un esfuerzo de contacto en el concreto f_c^* .

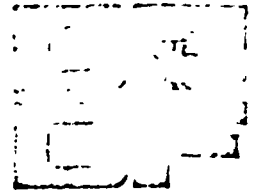
5.4.2 Anclaje del acero de presfuerzo.

El acero de presfuerzo debe cumplir con el requisito general de anclaje de

3.1.1 a). Para ello basta, en la mayoría de los casos, revisar las secciones más próximas a los extremos, en las cuales deba alcanzarse el momento resistente.

5.4.3 Protección contra la corrosión de tendones no adheridos

Los tendones sin adherencia deben cubrirse totalmente con un material adecuado que asegure protección contra la corrosión.



DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL
DIRECCION GENERAL DE PLANEACION

Las pérdidas por fricción en acero postensado estarán basadas en coeficientes de fricción por desviación accidental y por curvatura, determinados experimentalmente. La expresión siguiente da, en función de los coeficientes mencionados, el valor de la fuerza, P_0 , que es necesario aplicar en el gato para producir una tensión determinada, P_x , en un cierto punto x del tendón.

$$P_0 = P_x e^{(KL + \mu\alpha)}$$

donde

- K** coeficiente de fricción por desviación accidental, por metro de tendón
- L** longitud del tendón desde el extremo donde se une al gato hasta el punto x , en m
- μ** coeficiente de fricción por curvatura
- α** cambio angular total en el perfil del acero de presfuerzo, desde el extremo donde actúa el gato hasta el punto x , en radianes
- e** base de los logaritmos naturales.

5.4 Requisitos complementarios

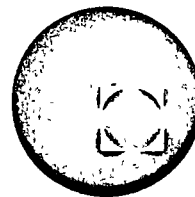
5.4.1 Revisión de las zonas de anclaje

En las zonas donde se anclan los tendones, sea por adherencia o con algún dispositivo mecánico, se proporcionará refuerzo para resistir los esfuerzos transversales de desgarramiento que ahí se generan.

Los dispositivos de anclaje de sistemas postensados, así como las zonas de



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO

Principios del Concreto Presforzado

Ing. Francisco Robles Fernández
Ing. José Marfa Riobóo Martín

Principios del concreto presforzado

Francisco Robles*
José Ma. Rioboo**

1. CONCEPTOS INTRODUCTORIOS

La resistencia a tensión del concreto simple es muy inferior a su resistencia a compresión. Para poder emplear el concreto simple en elementos que deben resistir tensiones, es necesario encontrar una forma de suplir esta falta de resistencia a tensión. Se puede lograr esto colocando acero de refuerzo en las zonas de los elementos estructurales donde pueden aparecer tensiones, que es precisamente lo que se hace en el concreto reforzado convencional. Sin embargo, esta forma de proporcionar resistencia a la tensión presenta un inconveniente: aun cuando el refuerzo garantiza una resistencia adecuada, no impide el agrietamiento del concreto a niveles de carga relativamente bajos. Son bien conocidos los efectos desfavorables de las grietas sobre la apariencia y durabilidad de los elementos de concreto reforzado; de ahí que eliminar el agrietamiento haya sido siempre una de las principales

preocupaciones de los proyectistas. Aunque ha habido diversos intentos para resolver el problema, la contribución más importante suele atribuirse al ingeniero francés Eugenio Freyssinet, quien convirtió en realidad práctica la idea de presforzar los elementos de concreto reforzado. Según Freyssinet (ref 1 y cap 1 del Tomo I de la ref 2), presforzar un elemento estructural consiste en crear en él, mediante algún procedimiento, antes o al mismo tiempo que la aplicación de las acciones exteriores, esfuerzos tales que, al combinarse con los correspondientes a las cargas exteriores, anulen los esfuerzos de tensión o los mantengan menores que los esfuerzos permisibles de los materiales empleados. En otras palabras, lo que pretendía Freyssinet era eliminar totalmente las tensiones en el concreto, introduciendo una fuerza que creara esfuerzos de compresión que anulasen los de tensión.

Este concepto inicial del presfuerzo se ha ido modificando con el tiempo. T. Y. Lin dice que presforzar significa la creación intencionada de esfuerzos, no para eliminar tensiones exclusivamente, sino para mejorar el comportamiento general de la estructura (cap 1 de la ref 4). El presfuerzo se utiliza para controlar no solamente el estado de agrietamiento, sino también el de deformación. De acuerdo con los criterios modernos de diseño, incluso no se considera imprescindible eliminar totalmente el agrietamiento. Así, el concreto presforzado puede concebirse simplemente como una modalidad del concreto reforzado ordinario, constituyendo el presfuerzo una sollicitación artificial que introduce el proyectista en los elementos estructurales para alcanzar alguna finalidad que se estime ventajosa.

* Director técnico de Presforzados Mexicanos, S. A.
** Jefe del departamento técnico, Presforzados Mexicanos, S. A.

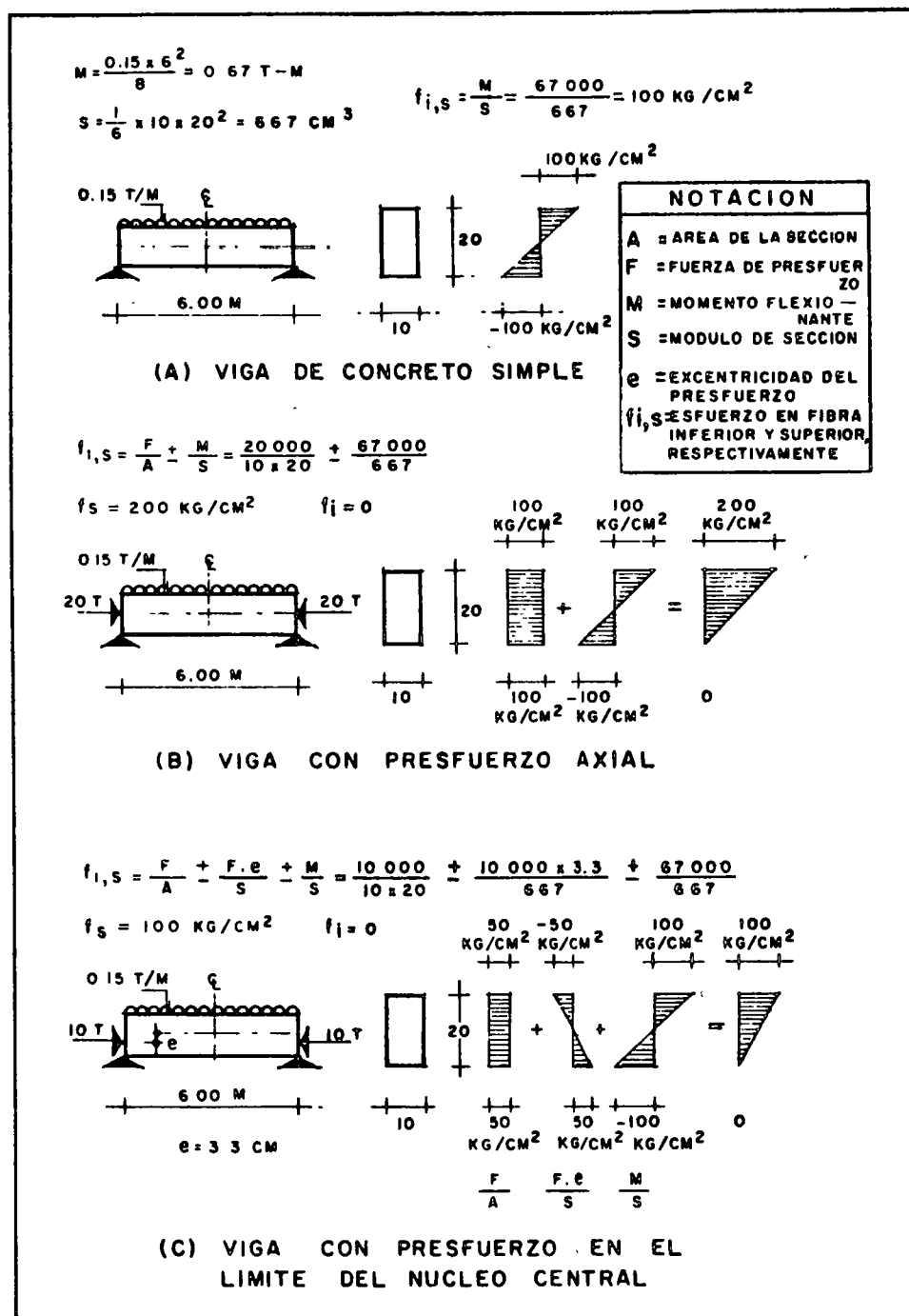


Fig 1.

2. ILUSTRACION DEL PRINCIPIO DEL PRESFUERZO

El principio del presfuerzo puede ilustrarse en forma elemental con los siguientes ejemplos. Considérese una viga de sección rectangular, de concreto simple, libremente apoyada, como la mostrada en la fig 1A. Suponiendo un comportamiento elástico, debido a la acción de la carga exterior, la viga quedará sujeta en su sección crítica a esfuerzos de compresión y de tensión, en sus fibras extremas, de 100 kg/cm². Evi-

dentemente, el concreto no puede resistir esfuerzos de tensión de esta magnitud, pero si a la misma viga de concreto se le aplica una fuerza axial de 20 ton, que produce esfuerzos de compresión uniformes de 100 kg/cm², los esfuerzos de tensión en la fibra inferior se anulan, aunque los de compresión en la fibra superior se incrementan a 200 kg/cm² (fig 1B). En la fig 1C se muestra la misma viga de concreto, pero con una fuerza de compresión igual a la mitad de la fuerza axial del caso exterior, aplicada en el límite del núcleo central. Así, la fuerza produce un momento de

signo contrario al producido por las cargas exteriores en la sección crítica. Las tensiones en la fibra inferior también se anulan, pero los esfuerzos de compresión en la fibra superior son iguales a la mitad de los esfuerzos correspondientes en la viga de la fig 1B.

De lo anterior se deduce que para presforzar una viga de concreto, se debe aplicar una fuerza cuya magnitud dependa de la excentricidad de la fuerza de presforzamiento.

recto, que indica un comportamiento lineal, se inicia en la región de deformaciones negativas, lo que significa que, debido a la acción del presfuerzo, se producen deformaciones hacia arriba (contraflechas), que no se contrarrestan totalmente por el peso propio y algún porcentaje de la carga total.

El punto 1 de la curva representa la condición de deformación nula, en que las deformaciones corres-

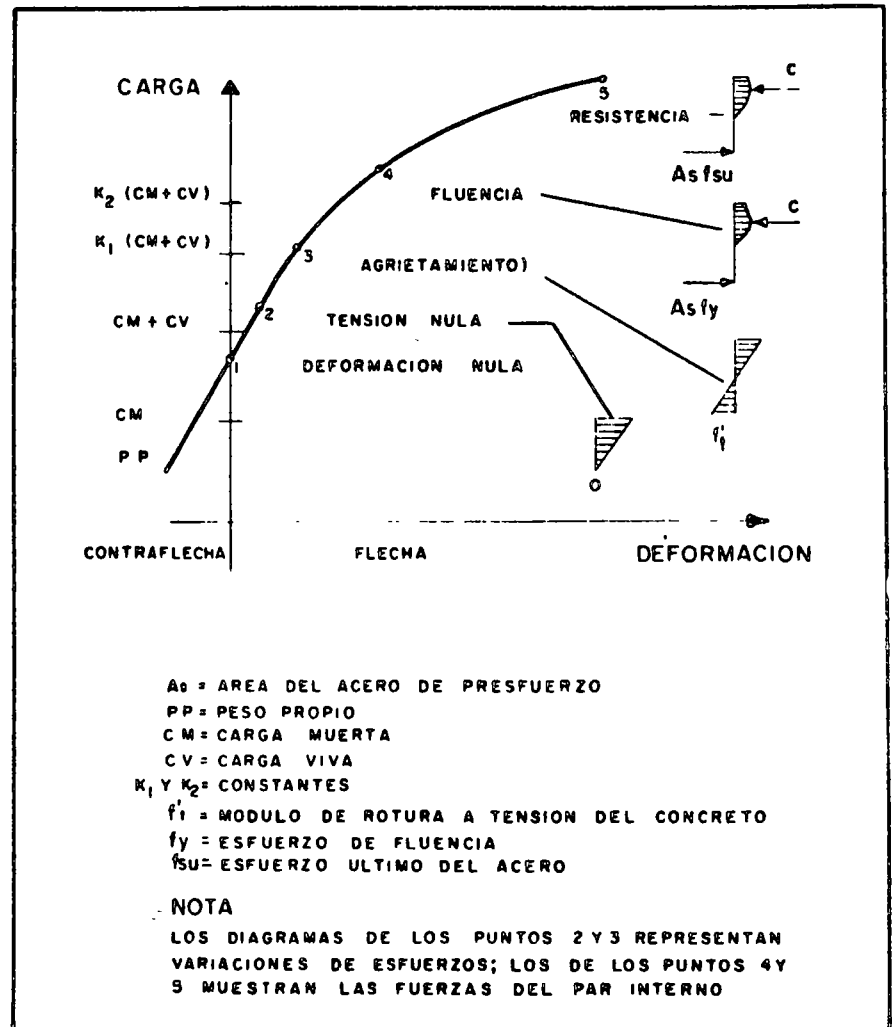


Fig 2.

fuerzo con respecto al eje neutro. Cuanto mayor es la excentricidad, menor es la fuerza de presfuerzo requerida.

3. COMPORTAMIENTO DE VIGAS DE CONCRETO PRESFORZADO Y CRITERIOS DE DISEÑO

En general, una viga de concreto presforzado con presfuerzo excéntrico tiene una curva carga-deformación como la representada en la fig 2, con un tramo prácticamente recto y uno curvo. El tramo

pendientes a las cargas exteriores quedan totalmente equilibradas por las producidas por el presfuerzo. Esta condición se presenta, por ejemplo, cuando la combinación de los esfuerzos debidos a cargas exteriores y al presfuerzo produce un bloque de esfuerzos uniformes en todas las secciones de la viga.

El punto 2 de la curva resulta cuando los esfuerzos de tensión son nulos en la fibra inferior de la sección crítica de la viga. Durante mucho tiempo, los proyectistas de elementos de concreto presforzado consideraron que no debería excederse esta condición.

Si la carga se incrementa, se llega al punto 3, correspondiente a la carga de agrietamiento, que se presenta cuando los esfuerzos de tensión en la fibra inferior de la sección crítica coinciden con el módulo de rotura de concreto. Este es un punto notable en el comportamiento de los elementos de concreto presforzado, debido a que corresponde a la iniciación del agrietamiento. Una vez sobrepasada la carga de agrietamiento, las deformaciones dejan de ser proporcionales a las cargas y la curva carga-deformación exhibe un quiebre marcado.

El punto 4 corresponde a la carga que hace que el acero alcance su esfuerzo de fluencia.

El punto 5 representa la resistencia de la sección, es decir, su capacidad máxima en flexión.

En la gráfica se indican sobre el eje vertical diversos estados de carga típicos, correspondientes a distintos estados de deformación y agrietamiento.

·Idealmente, el diseño de elementos de concreto presforzado debe basarse en el conocimiento de la curva completa carga-deformación. Si se puede predecir esta curva, el proyectista está en condiciones de dimensionar la viga, de manera que cuente con un grado de seguridad a la ruptura predeterminado y que tenga un comportamiento adecuado bajo cargas de servicio. Así, comparando la resistencia que puede desarrollar una sección con la carga de servicio que debe soportar, tendrá una idea del grado de seguridad con que cuenta. Conociendo las relaciones entre las cargas y las deformaciones para distintos niveles de carga, puede mantener las deformaciones probables de la viga dentro de valores convenientes. Análogamente puede lograr que el agrietamiento no exceda de unos límites que se consideren aceptables.

Debe señalarse que un problema de especial dificultad en el estudio del comportamiento de elementos estructurales presforzados es la predicción de las variaciones que experimenta el presfuerzo inicialmente aplicado, al transcurrir el tiempo, como resultado de las características plásticas del concreto y del acero

Los reglamentos de diseño suelen dar recomendaciones específicas para el grado de seguridad requerido en distintas condiciones, y normas respecto a las deformaciones y agrietamiento admisibles en distintas situaciones. Es frecuente también que los reglamentos especifiquen determinados esfuerzos permisibles que no deben excederse bajo condiciones de servicio de distintos tipos. Esto es una forma indirecta de lograr un grado de seguridad razonable y evitar agrietamientos. El criterio de diseño basado en esfuerzos permi-

sibles es todavía muy común, pero se concibe la posibilidad de desarrollar métodos de diseño basados exclusivamente en requisitos de resistencia, agrietamiento y deformación.

4. FORMAS DE APLICAR EL PRESFUERZO

El presfuerzo suele aplicarse mediante elementos de acero de alta resistencia llamados tendones. Menos frecuentemente, el presfuerzo se crea por medio de gatos. A continuación se describen los sistemas más comúnmente utilizados para aplicar presfuerzo

4.1 Sistemas pretensados

En los sistemas pretensados, los tendones se tensan antes del colado de los elementos, anclándolos en muertos de anclaje especiales. Cuando el concreto ha alcanzado suficiente resistencia, se cortan los tendones, que quedan anclados en las piezas de concreto por adherencia, y al tender a recuperar sus dimensiones originales, crean un estado de esfuerzos de compresión en el elemento

Los sistemas pretensados se prestan a la producción de elementos estructurales estandarizados. En general, el tamaño de las piezas no suele alcanzar proporciones muy grandes debido a los problemas de transporte desde los centros de producción a la obra

Las instalaciones para la producción de elementos pretensados pueden ser de características muy distintas. Fundamentalmente, consisten en una mesa donde se fabrican los productos, muertos de anclaje, moldes, gatos para tensar los tendones, grúas para el manejo de los productos prefabricados de concreto, moldes y equipo especial para el manejo de tendones. En algunas ocasiones, también se cuenta con plantas de vapor para reducir la duración de los ciclos de fabricación por medio de curado acelerado

4.1.1 Mesas de colado y muertos de anclaje

Las mesas de colado para la producción de elementos pretensados pueden tener características muy variables, dependiendo de la naturaleza de los productos por prefabricar, la magnitud de las fuerzas de presfuerzo para las que haya que proporcionar anclaje, y las propiedades del suelo sobre el que deben apoyarse. Un aspecto fundamental es reducir al mínimo los movimientos diferenciales de las instalaciones, a fin de evitar tener que hacer ajustes frecuentes para conservarlas debidamente niveladas.

El dimensionamiento de las mesas se basa en la aplicación de los principios de la ingeniería estructural y de

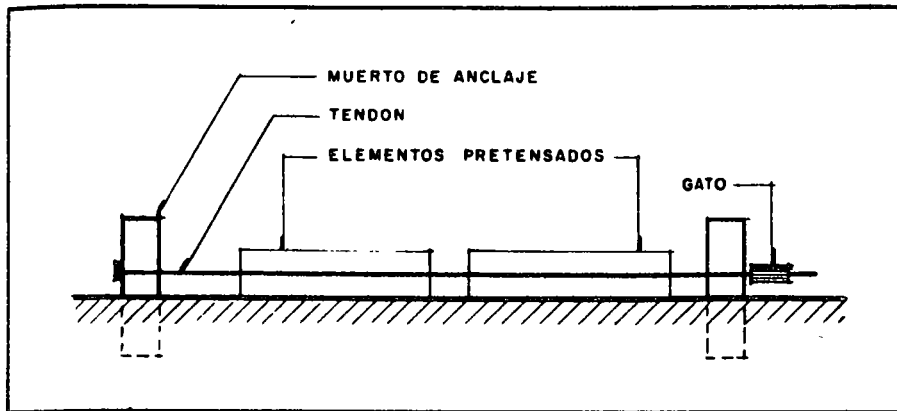


Fig 3.

la mecánica de suelos. En las refs 5 (cap 10), 6 (Tomo I, cap 3) y 7 (cap 15), se describen distintos tipos de mesas de prefuerzo y se dan algunas indicaciones sobre su diseño. En la fig 3 se muestra esquemáticamente una instalación típica. La longitud de las mesas oscila entre 40 y 200 m, aproximadamente, pudiéndose considerar 100 m como valor promedio. Se distinguen tres tipos de mesas de colado: fijas, portátiles y moldes que actúan como mesas.

Mesas fijas

a) Muertos de anclaje que resisten por sí solos todas las fuerzas de prefuerzo (fig 4A). En esta alternativa, los muertos resisten las fuerzas de prefuerzo exclusivamente por su propio peso y las reacciones del terreno, pudiéndose incluir entre estas el empuje pasivo y la fricción entre el muerto y el suelo. La losa no tiene más función que la de proporcionar una superficie de trabajo. Un inconveniente de esta alternativa es que la losa y los muertos pueden tener movimientos relativos entre sí de importancia, que pueden ocasionar dificultades en la producción. Sin embargo, cuando el terreno es bueno, es una de las soluciones más convenientes por su sencillez.

b) Muertos de anclaje piloteados (fig 4B). Una variante de la alternativa anterior consiste en proporcionar estabilidad a los muertos de anclaje por medio de pilotes. Esta solución puede ser adecuada en caso de que los terrenos sean malos. La losa tampoco cumple aquí una función estructural

c) La losa actúa como una columna (fig 4C) Las dimensiones de los muertos de concreto pueden disminuirse si se hace que la losa que forma la mesa actúe como una columna con capacidad suficiente para transmitir las cargas de prefuerzo. También en este caso puede haber movimientos relativos que oca-

sionen problemas de fabricación, como en la mesa descrita en a). Deben investigarse los efectos de esbeltez bajo la acción de las fuerzas de prefuerzo, aunque por regla general el peso propio de la losa es suficiente para que esto no constituya un problema.

d) Losa monolítica con los muertos de anclaje (fig 4D). En este caso, la losa y los muertos de anclaje forman un conjunto monolítico. La ventaja de este tipo de solución es su gran rigidez, quedando reducidos a un mínimo los problemas debidos a movimientos diferenciales. Esta variante está indicada cuando el terreno es malo.

Mesas portátiles

En algunas ocasiones puede ser interesante hacer una planta provisional cerca de la obra donde se van a consumir productos prefabricados. Esto se justifica cuando no existen plantas de prefabricación próximas y cuando el volumen de la obra es lo suficientemente importante. Para que resulten económicas, estas plantas deben estar constituidas por elementos recuperables en el mayor grado posible, con el fin de que puedan utilizarse repetidas veces en obras distintas y se reduzcan así los costos de amortización. Se han propuesto muchas variantes de mesas portátiles para prefuerzo, algunas de las cuales se describen a continuación

a) Mesas de elementos precolados que se unen por medio de tendones de prefuerzo (fig 5). Las piezas o dovelas que constituyen las mesas, se hacen de un tamaño que pueda transportarse fácilmente. Pueden unirse mediante tendones de prefuerzo alojados en ductos provistos en las piezas. Una vez terminada la obra, este tipo de mesa puede desmontarse fácilmente para ser transportada a otro lugar. En esta alternativa, las dovelas resisten las fuerzas de prefuerzo al mismo tiempo que proporcionan una superficie de trabajo.

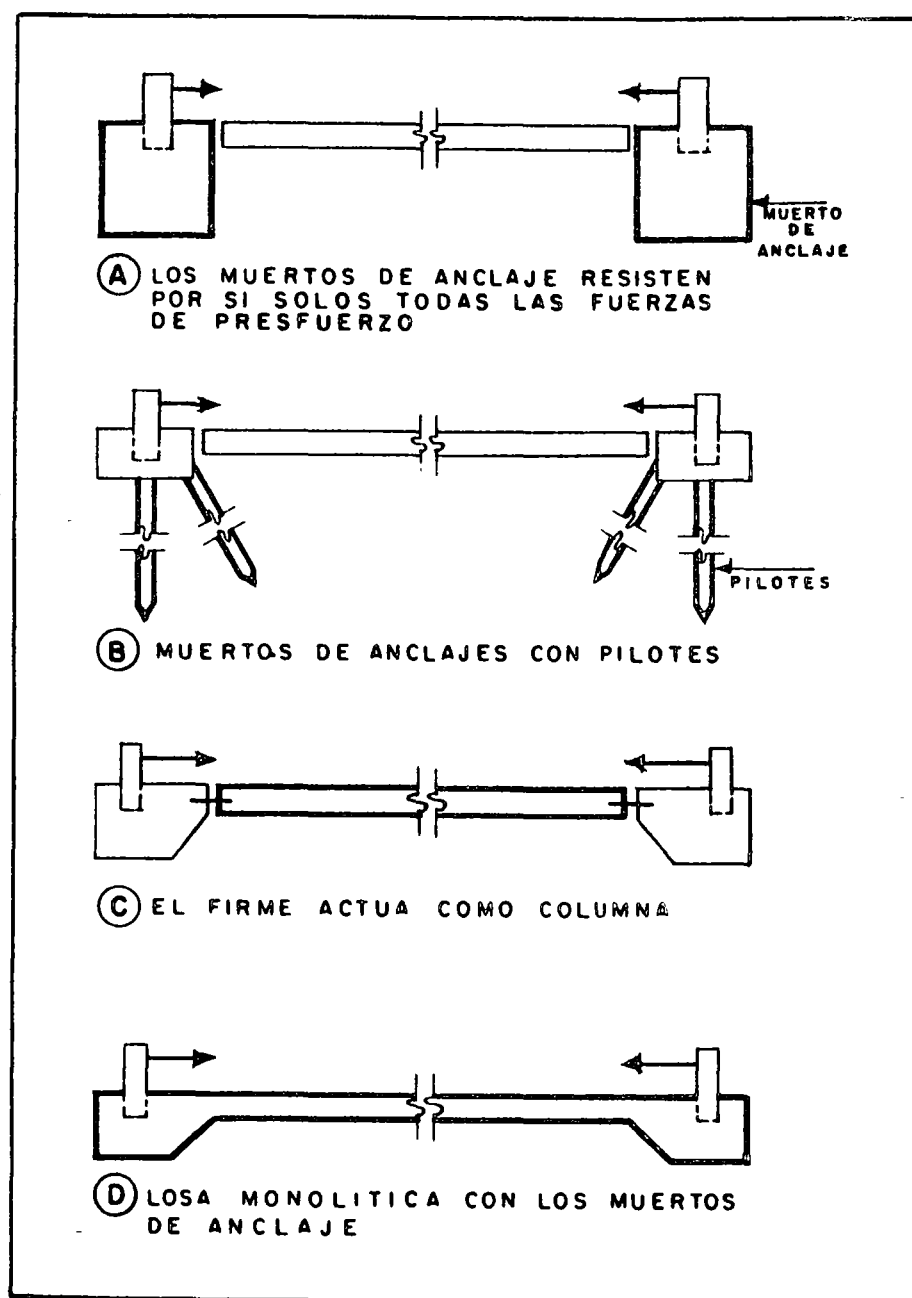


Fig 4.

b) Mesas de estructuras de acero (fig 6) Puede proporcionarse un anclaje a las fuerzas de presfuerzo por medio de bastidores formados por estructuras desarmables de acero. Esta alternativa implica menos costo de transporte, cada vez que la mesa es trasladada para su instalación en una nueva obra, por el menor peso de los elementos que la integran.

Moldes con capacidad para resistir las fuerzas de presfuerzo

Una solución que puede resultar conveniente en algunos casos, consiste en utilizar moldes que tengan

suficiente resistencia para que las fuerzas de presfuerzo puedan anclarse contra los moldes mismos. Dos posibles variantes son las siguientes

a) Moldes de concreto forrados de lámina (fig 7) Algunos elementos estándar pueden fabricarse en moldes de concreto forrados de lámina. La lámina, que se utiliza únicamente para asegurar un buen acabado, puede ser de calibre relativamente bajo. Las fuerzas de presfuerzo son resistidas por el concreto. Suelen preverse ductos para vapor o agua caliente a fin de acelerar el fraguado.

b) Moldes metálicos (fig 8). También es posible hacer

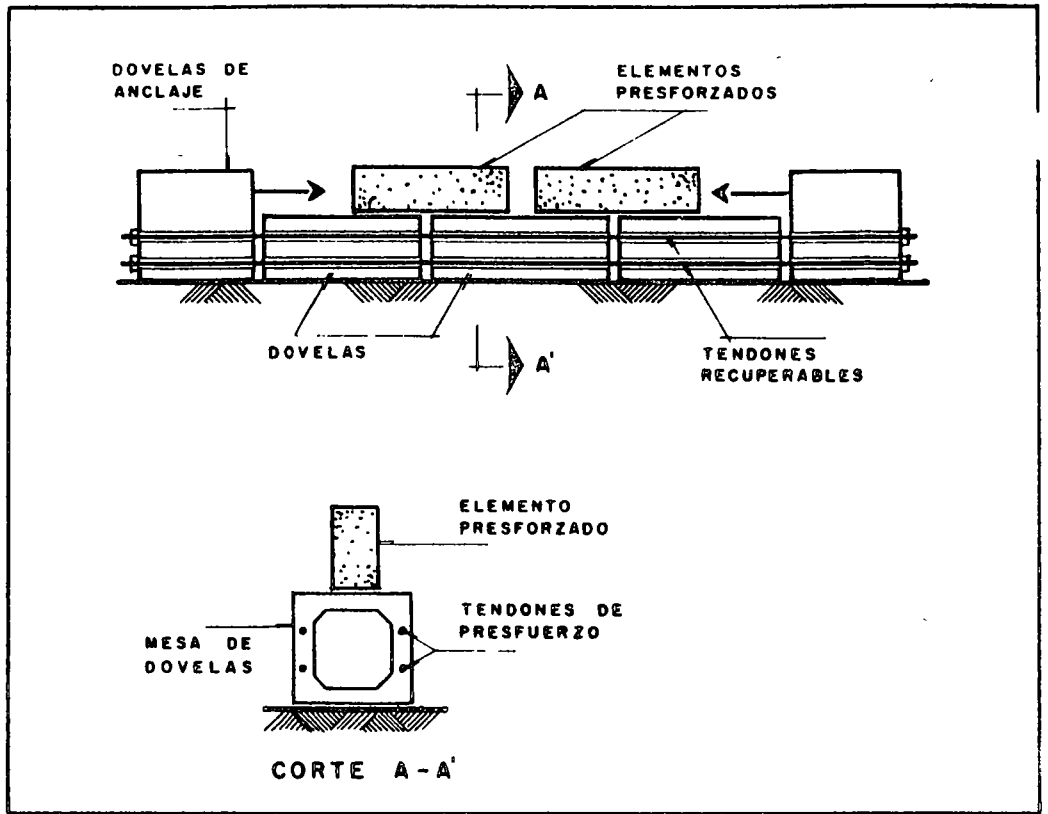


Fig 5.

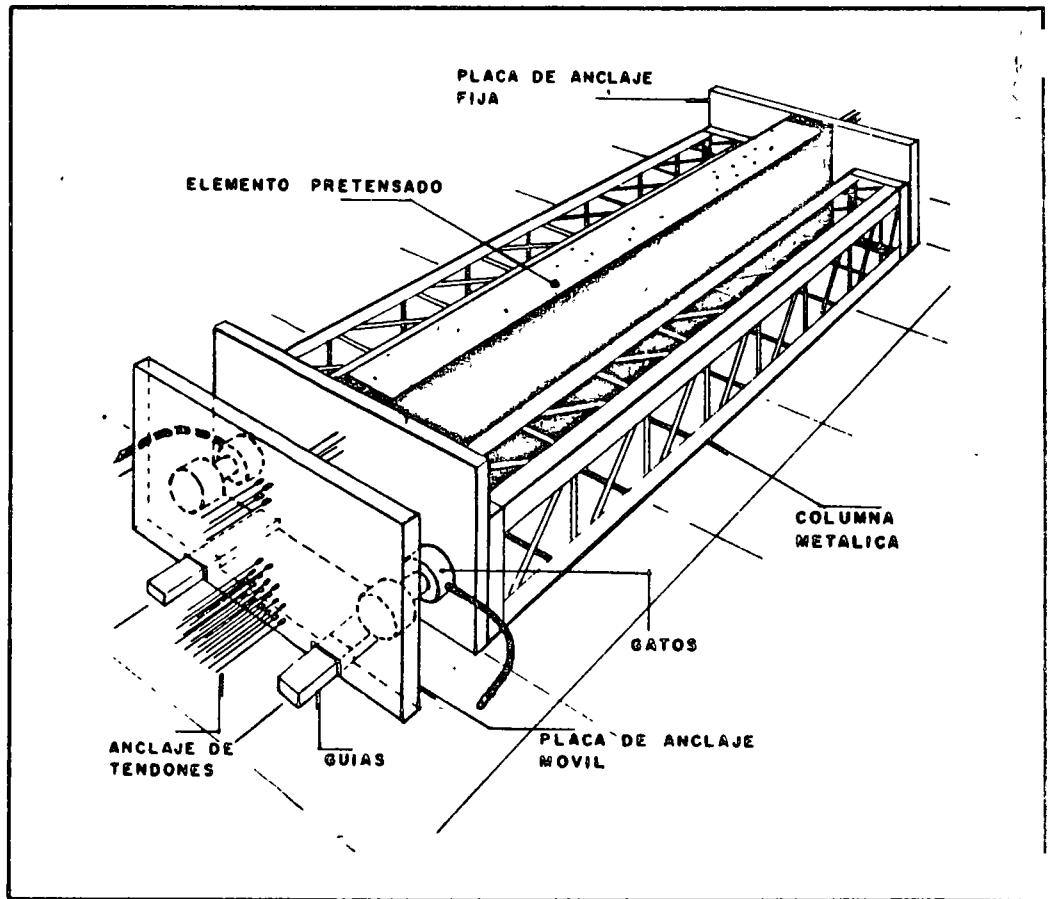


Fig 6.

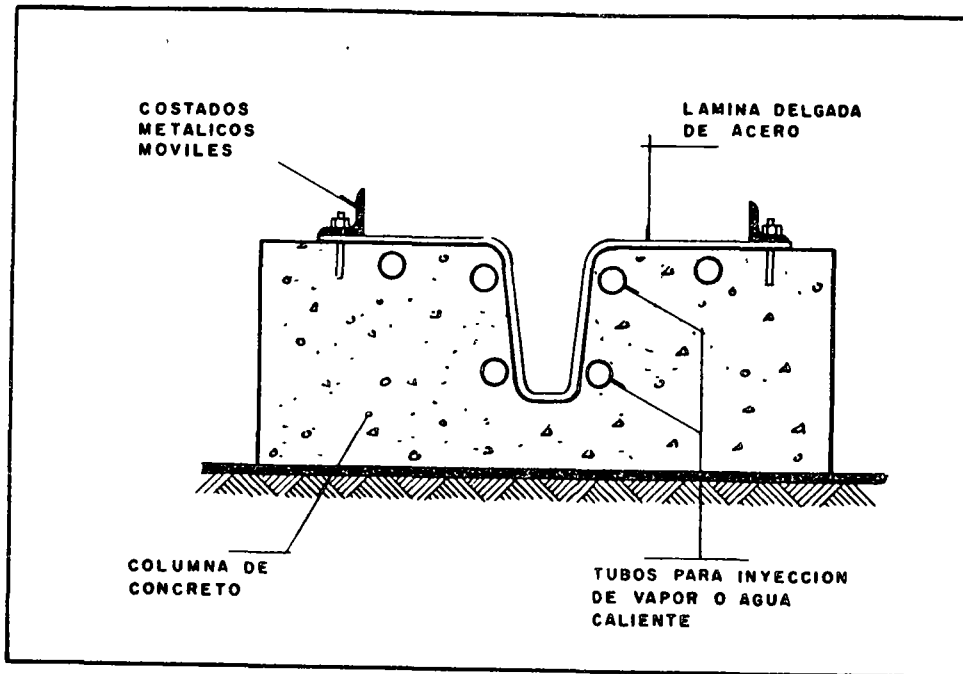


Fig 7.

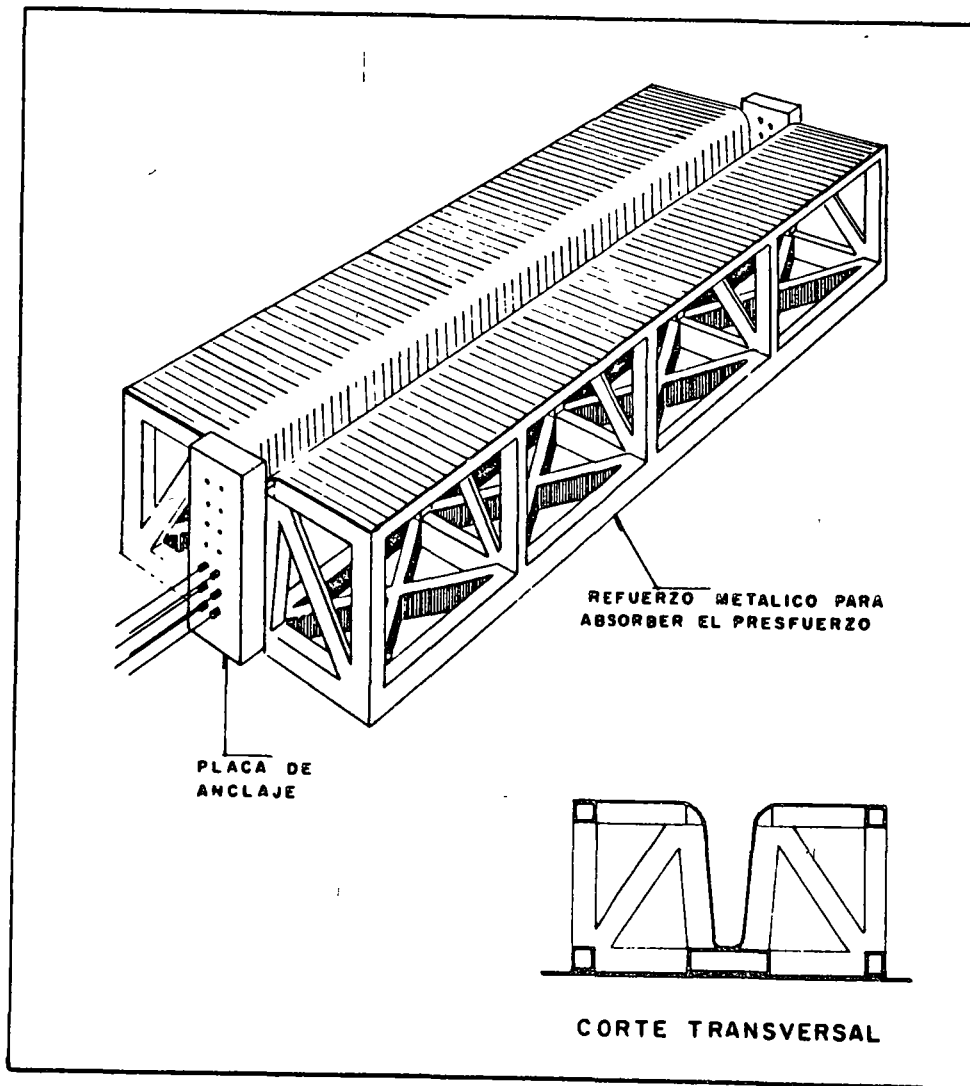


Fig 8.

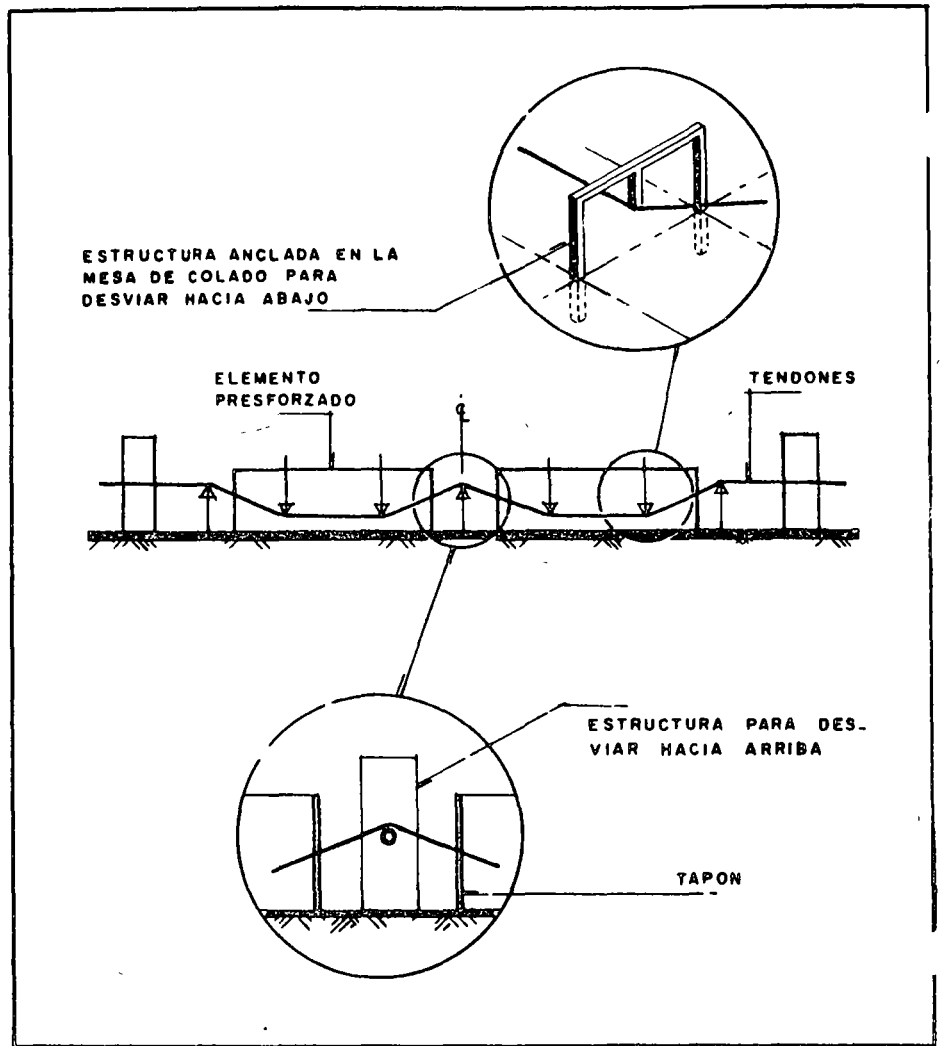


Fig 9.

moldes metálicos que tengan suficiente rigidez para resistir las fuerzas de presfuerzo por sí solos. Esta solución suele ser cara, pero tiene la ventaja de que puede desmontarse y transportarse sin gran costo, debido a su ligereza

Dispositivos para desviar tendones

En general, por sencillez constructiva, los elementos pretensados se fabrican con tendones rectos. Algunas plantas presforzadas cuentan con dispositivos que permiten desviar los tendones de tal forma que sus trayectorias se ajusten a las necesidades de momentos en la forma más eficiente posible. En la fig 9 se muestra esquemáticamente una mesa de colado para producir elementos con tendones siguiendo trayectorias quebradas, así como detalles típicos de procedimientos para lograr los quiebres. En el cap 10 de la ref 5 se trata este tema más ampliamente.

4.1.2 Dispositivos de anclaje

Los tendones se sujetan en los muertos de anclaje por medio de mordazas que, en general, utilizan el principio de la cuña o la fricción, o una combinación de ambos recursos. En la fig 10 se presentan algunas variantes usuales. Existen anclajes para un solo alambre o torón (figs 10a y 10b), para dos alambres (fig 10c) o para un haz de alambres (fig 10d). En la mayoría de las plantas de pretensado, los tendones se tensan individualmente. Sin embargo, en algunos casos se estiran y anclan grupos de tendones simultáneamente. Todos los tendones de una mesa pueden tensarse simultáneamente, por medio de dispositivos como los que se presentan en la fig 11.

4.1.3 Formas de tensar

El método más utilizado para estirar los tendones se

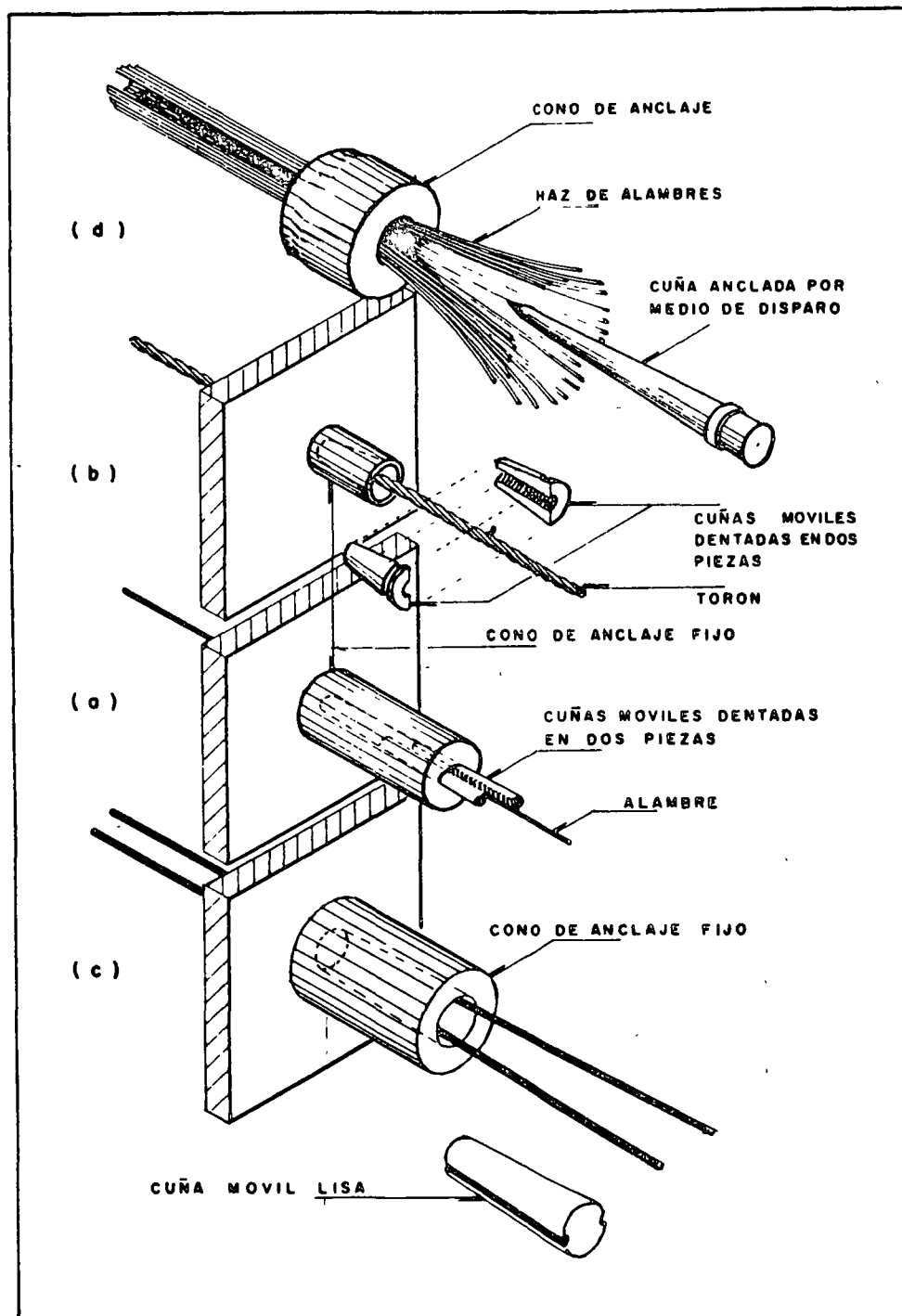


Fig 10.

basa en el empleo de gatos hidráulicos de distintos tipos. Los gatos pueden ser de capacidad relativamente pequeña, cuando se estiran los tendones individualmente, o llegar a tener capacidades de varios cientos de toneladas, cuando se estira un grupo de tendones grandes. El control del presfuerzo aplicado se realiza midiendo la longitud estirada directamente y por medio de los manómetros que suelen estar adaptados a los gatos. En la fig 12 se muestra un gato hidráulico típico para tensado individual de tendones.

Algunas plantas emplean sistemas con gatos mecánicos de distintos tipos, basados generalmente en el principio del tornillo, como en la instalación representada esquemáticamente en la fig 13. En algunas instalaciones se recurre a sistemas de contrapesos (fig 14).

4.1.4 Métodos de colado y cimbrado

Pueden distinguirse dos maneras fundamentales de

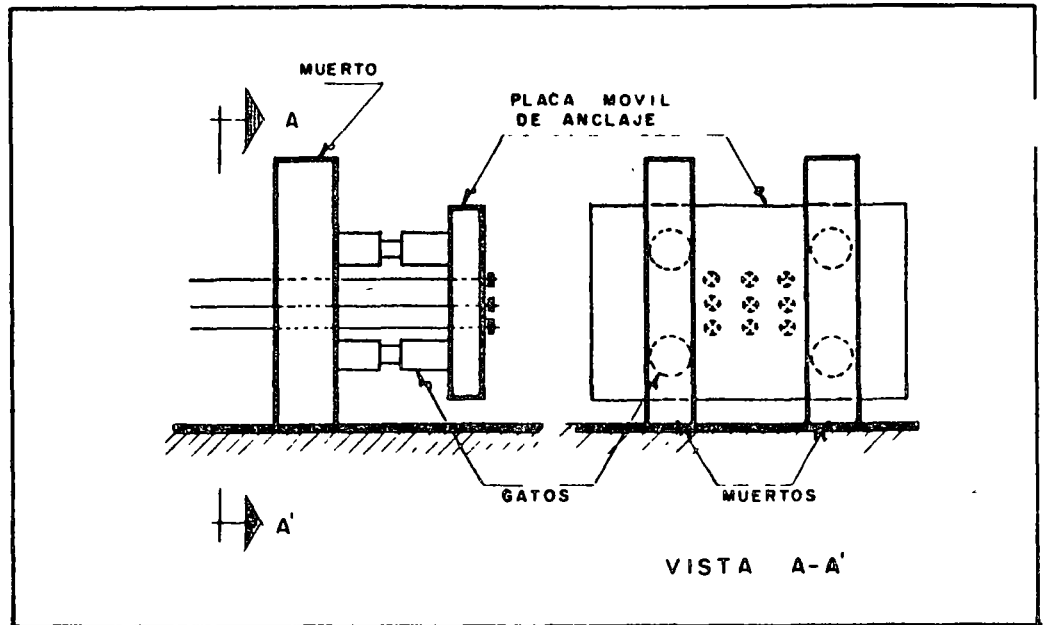


Fig 11.

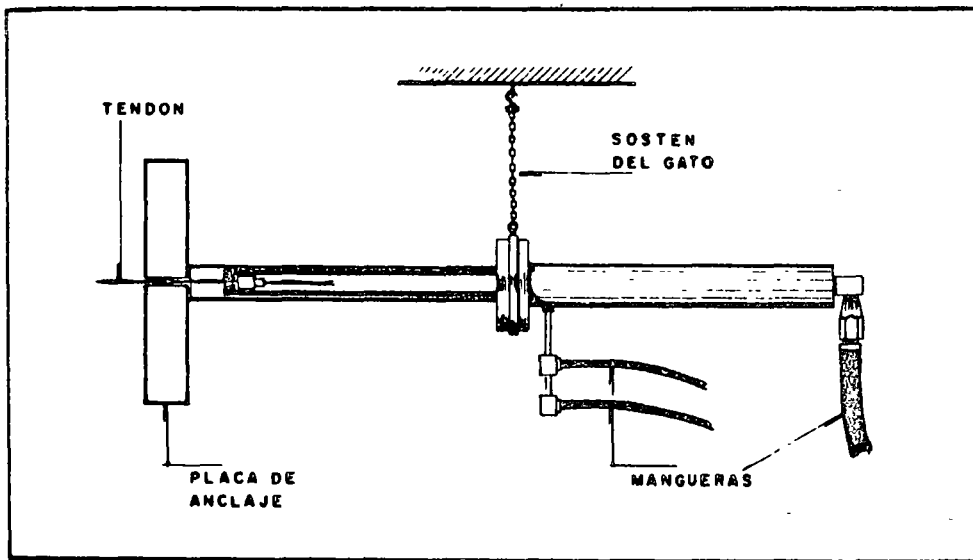


Fig 12.

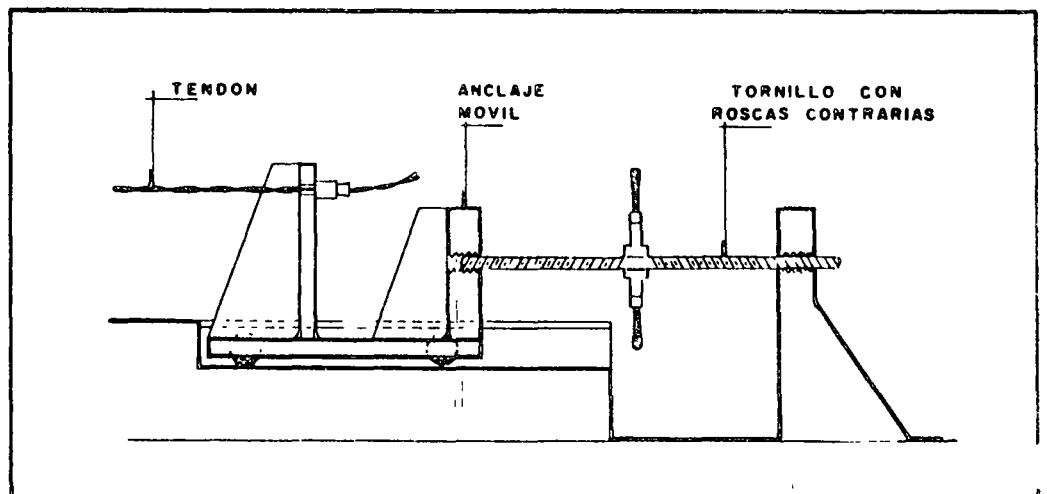


Fig 13.

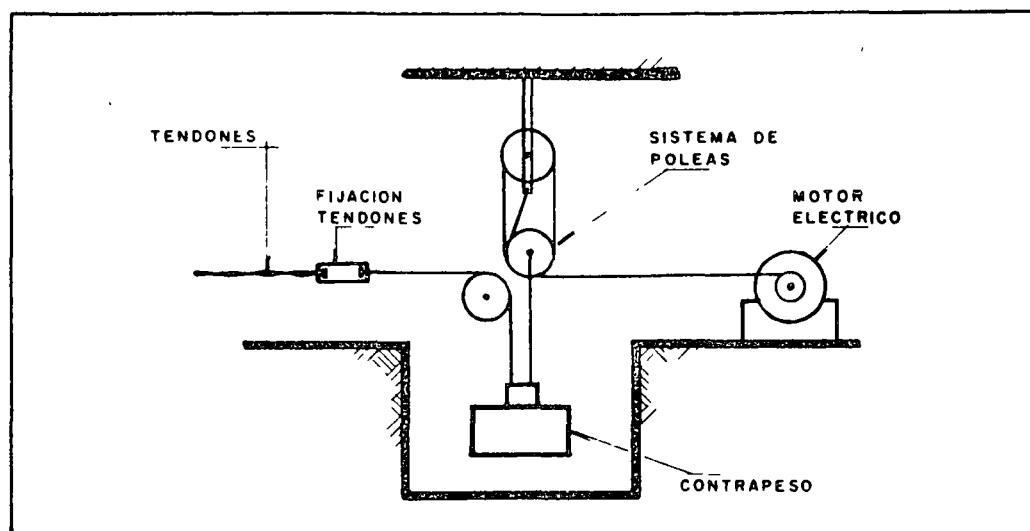


Fig 14.

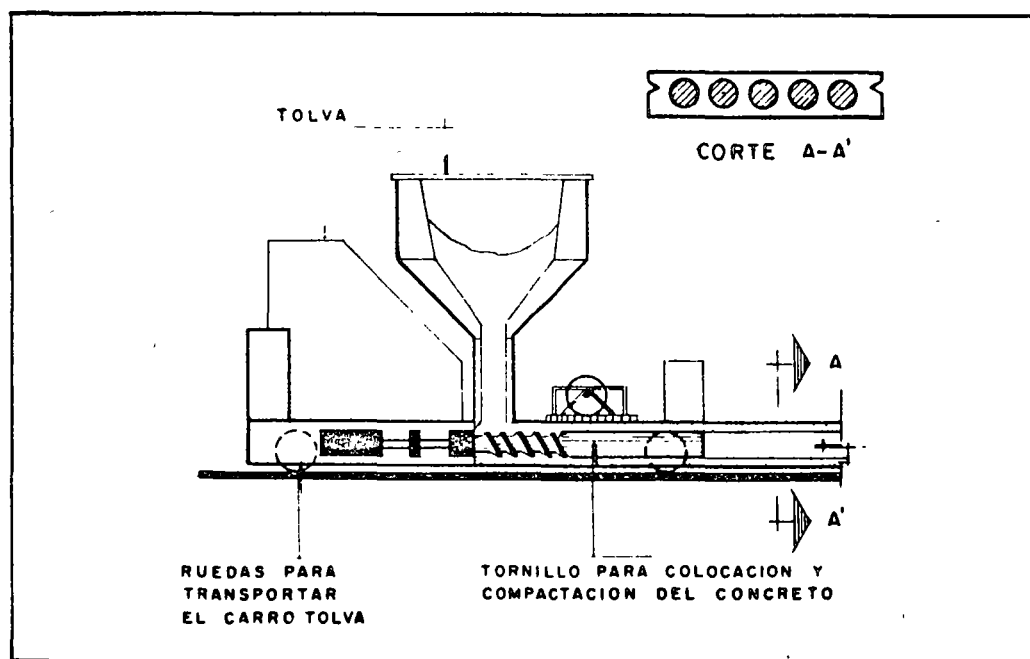


Fig 15.



Fig 16.

fabricar elementos de concreto. En una, los moldes, que generalmente son metálicos, permanecen sobre las mesas de colado, y el concreto es llevado hasta ellos por medio de botes transportados por grúa, bandas, bombas o vehículos especiales. El vibrado del concreto se realiza con vibradores de inmersión o de molde, o combinaciones de ambos. Para ciertos elementos sencillos, tales como placas de distintos tipos para sistemas de pisos o de muros, resulta económico y eficiente utilizar una especie de molde deslizante, que deposita el concreto por extrusión. La instalación consiste en una tolva de concreto móvil que coloca, vibra y moldea el concreto. En la fig 15 se muestran esquemáticamente las características esenciales de un equipo de esta clase.

ción del tensado. En algunos casos se forman ductos dentro de los elementos de concreto por medio de mangueras o algún otro sistema, y los tendones se enhebran en los ductos después que el concreto ha endurecido.

Una vez tensados los elementos, en la mayoría de los casos se inyecta lechada en los ductos, para que en condiciones de servicio exista adherencia entre los tendones y el concreto. Cuando se ha aplicado la deformación necesaria al tendón, los gatos se retiran y los tendones quedan anclados mediante dispositivos especiales. Las trayectorias de los tendones pueden ser rectas o curvas (fig 17). Los diversos tipos de anclaje que se utilizan en los sistemas postensados

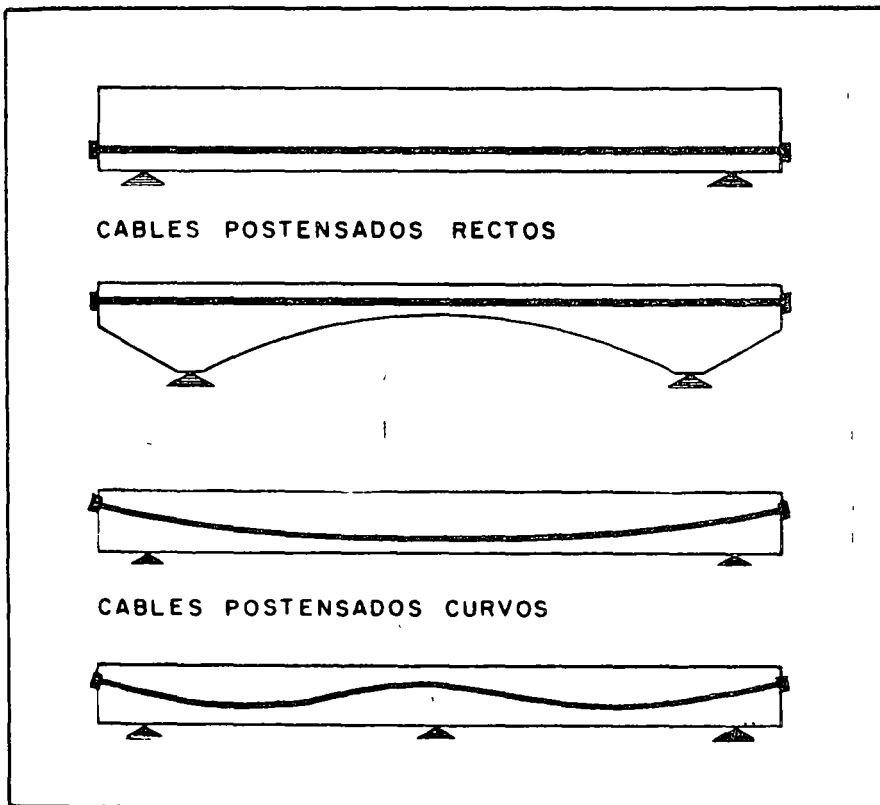


Fig 17.

4.2 Sistemas postensados

En los sistemas postensados, el concreto se cuela o deposita en los moldes antes del tensado de los tendones, que se efectúa por medio de gatos hidráulicos que reaccionan contra el concreto. Esta operación puede hacerse desde un solo extremo, como se indica en la fig 16, anclando el tendón mediante un dispositivo especial en el extremo contrario, puede también tensarse desde ambos lados por medio de dos gatos.

Al fabricar la pieza, los tendones se alojan dentro de ductos colocados en forma conveniente, que evitan que queden adheridos al concreto durante la opera-

pueden consistir en uno de los cuatro procedimientos siguientes, o en alguna combinación de ellos.

1. Aprovechando el principio de la cuña, así como la fricción entre las cuñas y los tendones.
2. Apoyando directamente el tendón sobre una placa por medio de un engrosamiento formado en el extremo de los tendones.
3. Usando dispositivos a base de rosca.
4. Doblando los tendones.

La forma en que estos procedimientos de anclaje han

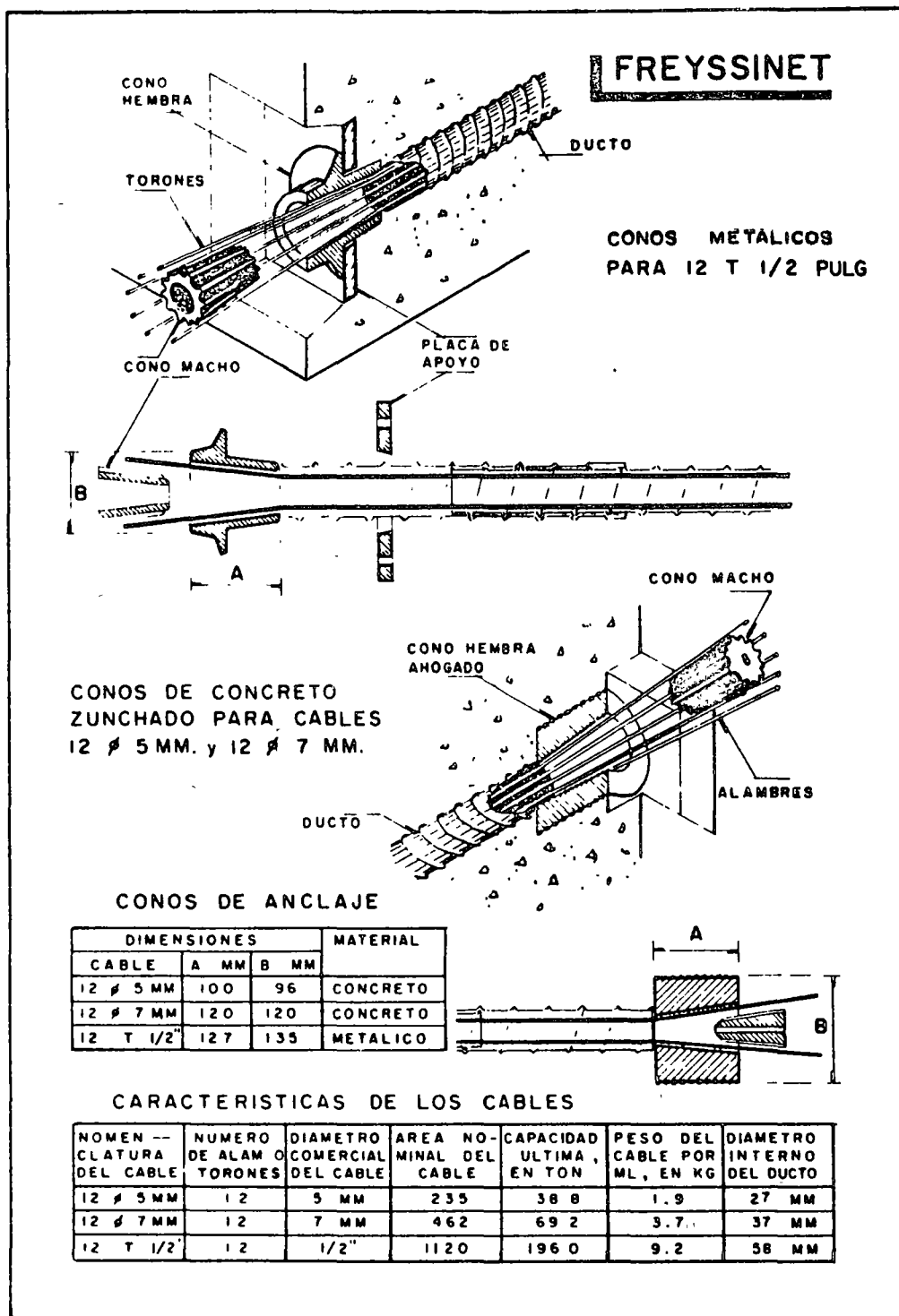


Fig 18.

sidó utilizados en diversos sistemas, puede apreciarse en las descripciones de los sistemas más comunes en México, que se presentan a continuación, junto con datos sobre sus principales características

En las refs 2 a 10 se encuentra información adicional sobre estos y otros sistemas

2.1 Sistema Freyssinet (fig 18)

Para tendones formados por alambres, este sistema

emplea cilindros y cuñas hechos de concreto. El interior de los cilindros es cónico, de tal manera que los alambres quedan sujetos por medio de una cuña cónica estriada, que se introduce en el cilindro mediante presión aplicada con el mismo gato empleado para tensar. Generalmente, el cilindro se ahoga dentro del concreto, de manera que queda apañado con las caras extremas de los elementos presforzados. Para tendones a base de torones, se emplean cuñas y cilindros metálicos.

4.2.2 Sistema BBRV (fig 19)

Este sistema es de origen suizo, y fue el primero en que se utilizó un anclaje a base de botones en los extremos de los alambres, en forma de cabezas de remache, apoyados directamente sobre un elemento de anclaje de acero, que a su vez descansa sobre una placa de distribución, también de acero, ahogada en el concreto. El ensanchamiento del extremo de los alambres se logra en frío, por medio de un equipo especial. Se deben tomar precauciones especiales para que todos los tendones tengan la longitud correcta. El sistema BBRV facilita notablemente el anclaje y permite

tensar un gran número de tendones simultáneamente. El ajuste de la fuerza de presfuerzo se logra mediante una rosca en el elemento de anclaje. En vigas tensadas por un solo lado, pueden usarse anclajes a base de placas, como el mostrado en la figura.

4.2.3 Sistema Prescon (fig 20)

Fue desarrollado en Estados Unidos de Norteamérica. Es muy semejante al sistema BBRV, difiere de este únicamente en el ajuste del presfuerzo, que se logra por medio de placas de acero en lugar de la rosca empleada en el sistema suizo.

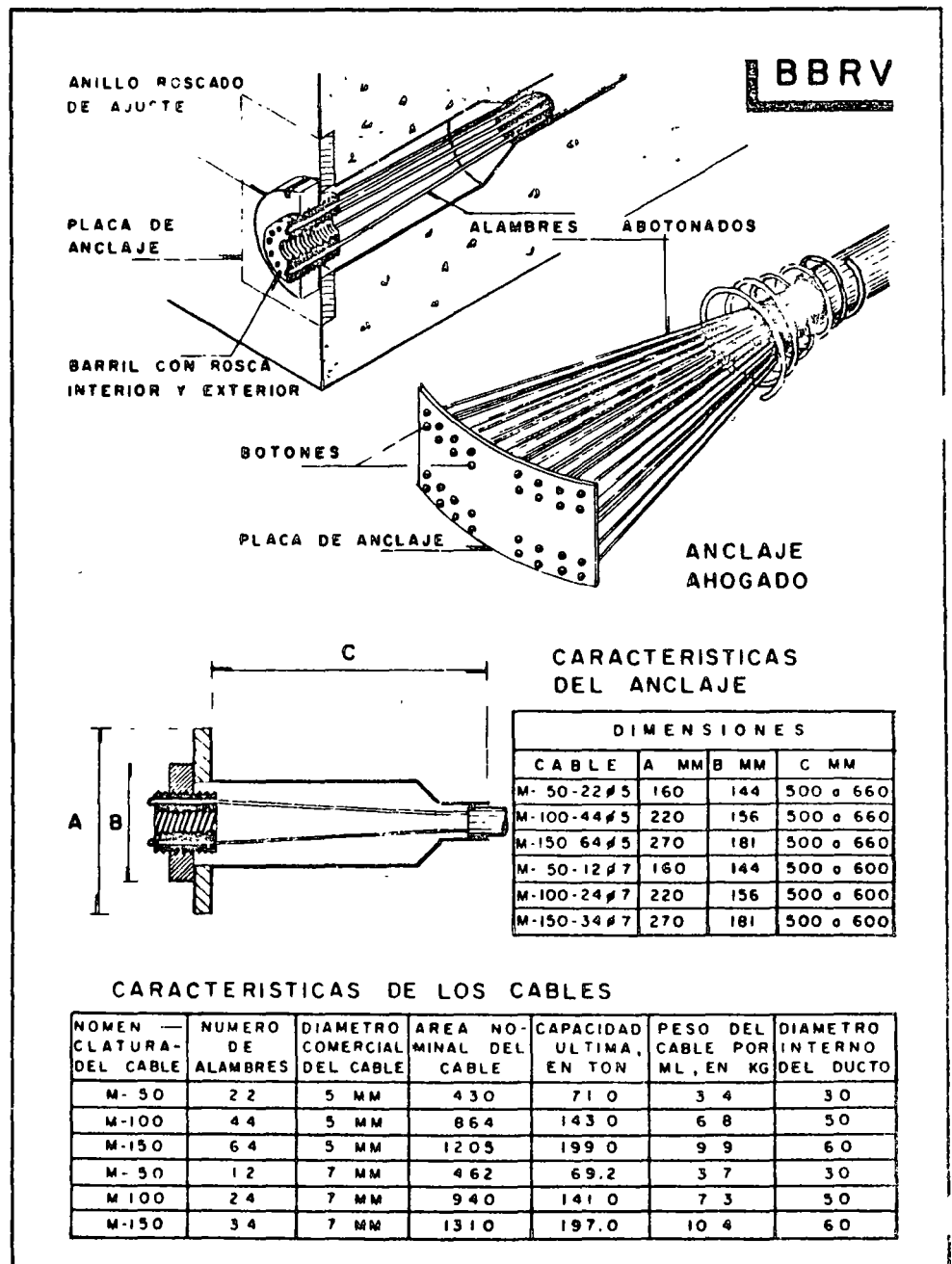


Fig 19.

4.2.4 Sistema VSL (fig 21)

Desarrollado también en Suiza, aunque con posterioridad al BBRV, este sistema se basa en el principio de cuña y fricción. Los tendones quedan anclados en un elemento de anclaje con perforaciones cónicas para cada alambre o torón. El elemento de anclaje cuenta con una rosca para hacer ajustes, lo mismo que en el anclaje BBRV. En el extremo fijo, los tendones pueden anclarse doblándolos, como se indica en la figura.

4.2.5 Sistema CCL (fig 22)

Es de origen inglés. Al igual que el Freyssinet, utiliza el principio de cuña y fricción, pero anclando individualmente cada tendón por medio de un sistema de cuñas y cilindros. En este sistema se deben tensar uno por uno todos los alambres que forman el tendón.

4.2.6 Sistema Ramza (fig 23)

Este sistema, de patente mexicana, ha sido desarro-

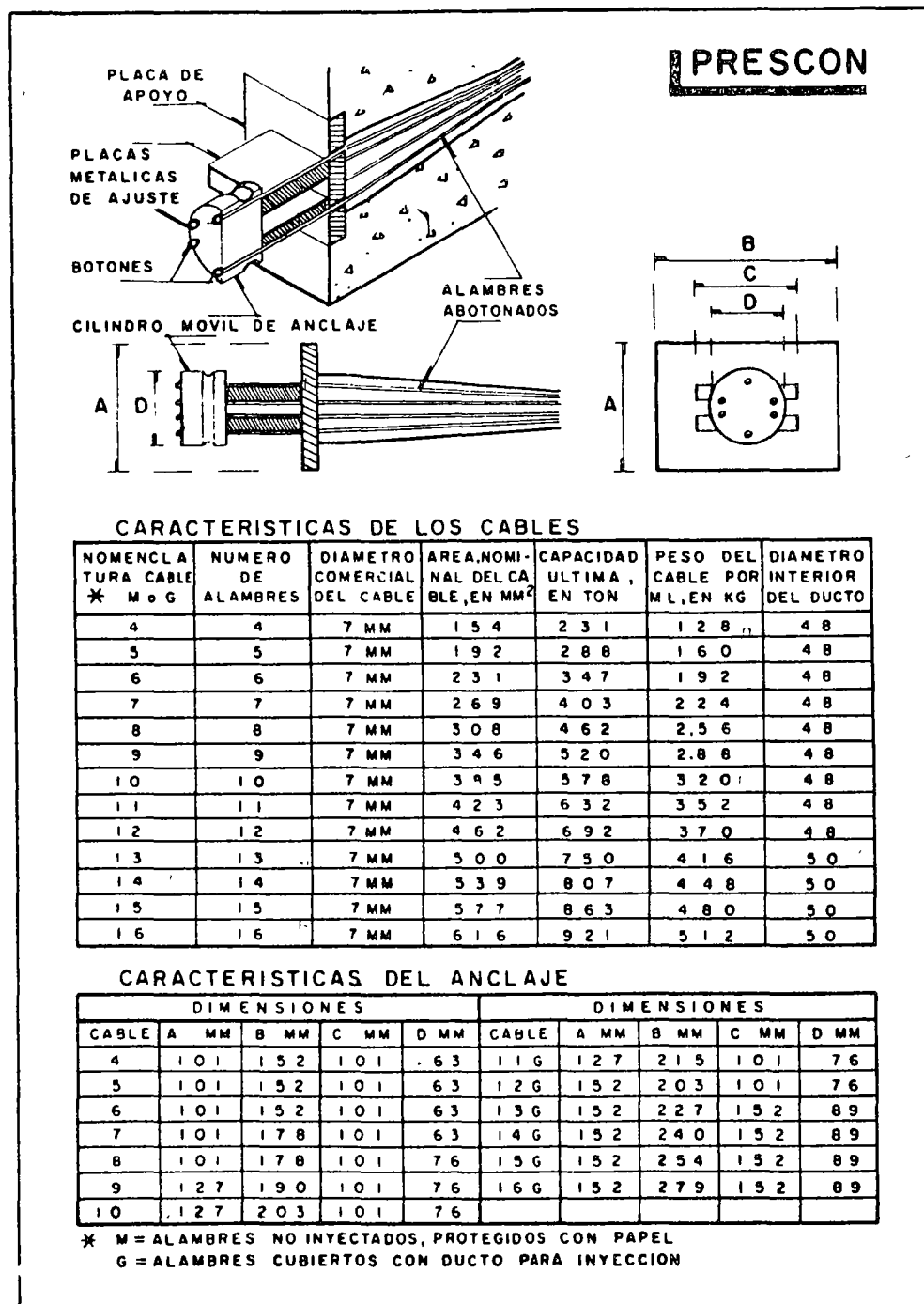


Fig 20

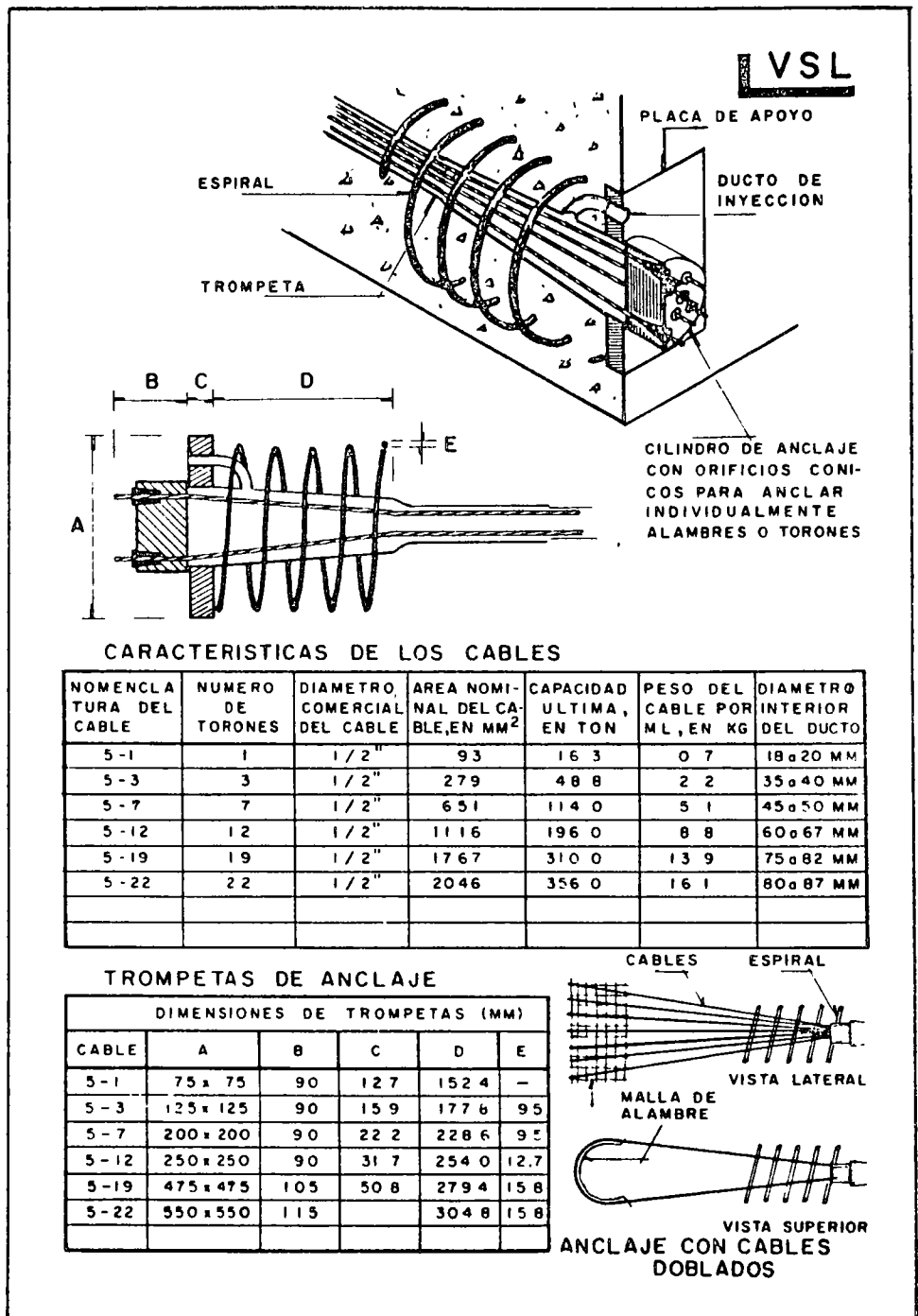


Fig 21

llado recientemente por el Ing. Ramírez Zamorano. Se ha utilizado con éxito en estructuras civiles importantes. De características originales, difiere considerablemente de los descritos en los incisos anteriores. Se basa en la extrusión en frío de un casquillo metálico en torno del tendón por anclar, la extrusión se efectúa mediante una prensa y unos dados de diseño especial. La sujeción se logra por la incrustación, entre el casquillo y el acero de presfuerzo, de un material de mayor dureza que ambos, el cual se coloca de manera que al realizarse la extrusión se obtiene una liga mecánica, similar a la lograda entre tornillo y

tuerca por medio de una rosca. El sistema se describe con detalle en la ref 12.

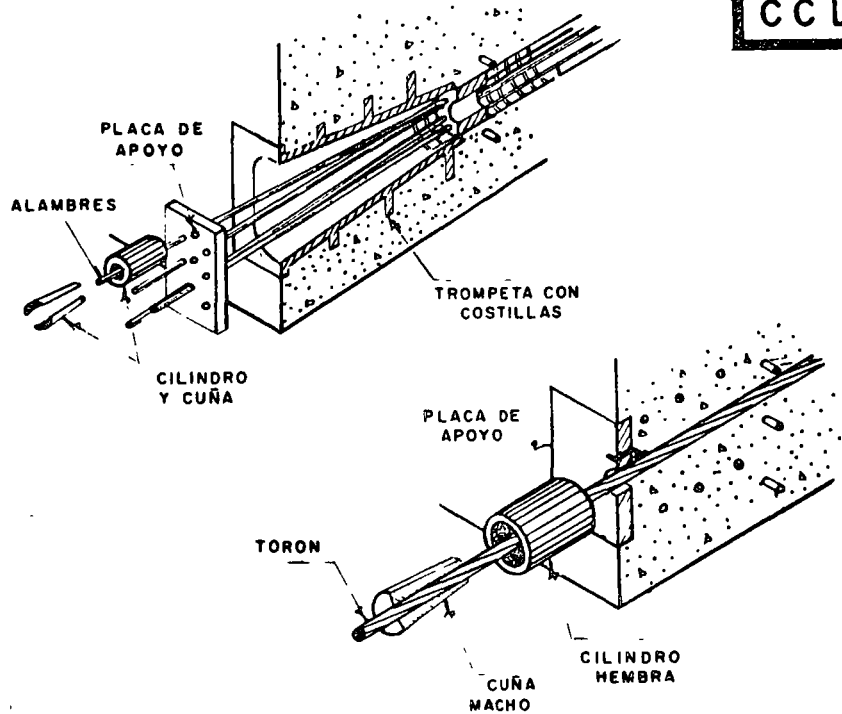
4.3 Sistemas especiales

Existen otros procedimientos menos comunes para presforzar elementos de concreto, algunos de los cuales se describen brevemente en lo que sigue.

4.3.1 Presfuerzo por medio de cementos expansivos (refs 13 a 15)

El presfuerzo se logra empleando una mezcla de

CCL



CARACTERÍSTICAS DE LOS CABLES

NOMENCLATURA DEL CABLE	NUMERO DE ALAMBRES	DIAMETRO COMERCIAL DEL CABLE	AREA NOMINAL DEL CABLE, EN MM ²	CAPACIDAD ULTIMA, EN, TON	PESO DEL CABLE POR ML, EN KG
8 Ø 5	8	5 MM	156	257	1.23
8 Ø 7	8	7 MM	307	46.2	2.42
8 Ø 5/16"	8	5/16"	297	52.0	2.36
8 Ø 3/8"	8	3/8"	412	72.0	3.26
8 Ø 1/2"	8	1/2"	740	129.0	5.90
12 Ø 5	12	5 MM	235	38.8	1.85
12 Ø 7	12	7 MM	462	69.2	3.63
12 Ø 5/16"	12	5/16"	447	78.2	3.54
12 Ø 3/8"	12	3/8"	620	108.0	4.90
12 Ø 1/2"	12	1/2"	1120	196.0	8.80

Fig 22.

cementos portland y aluminoférrico, que tiene la propiedad de hacer que el concreto aumente de volumen. Los tendones, que se dejan ahogados en el concreto, restringen la dilatación. Esto induce esfuerzos de tensión en los tendones y esfuerzos de compresión en el concreto.

4.3.2 Presfuerzo eléctrico (refs 14 y 16)

Los tendones utilizados en este procedimiento suelen ser varillas lisas cubiertas con material termoplástico, que se dejan ahogadas en el concreto como si se trata-

ra de refuerzo convencional. Una vez que el concreto ha fraguado, se introduce en los tendones una corriente eléctrica de bajo voltaje y alto amperaje. El aumento de temperatura producido por la corriente eléctrica tiene dos efectos importantes. a) ablanda el material de revestimiento de los tendones permitiendo el libre movimiento de estos dentro del concreto, b) aumenta la longitud de los tendones. Cuando los tendones han alcanzado la longitud requerida, se anclan en los extremos de la pieza por presforzar mediante dispositivos a base de rosca. Cuando las barras se enfrían, tienden a recuperar su tamaño original, lo que induce

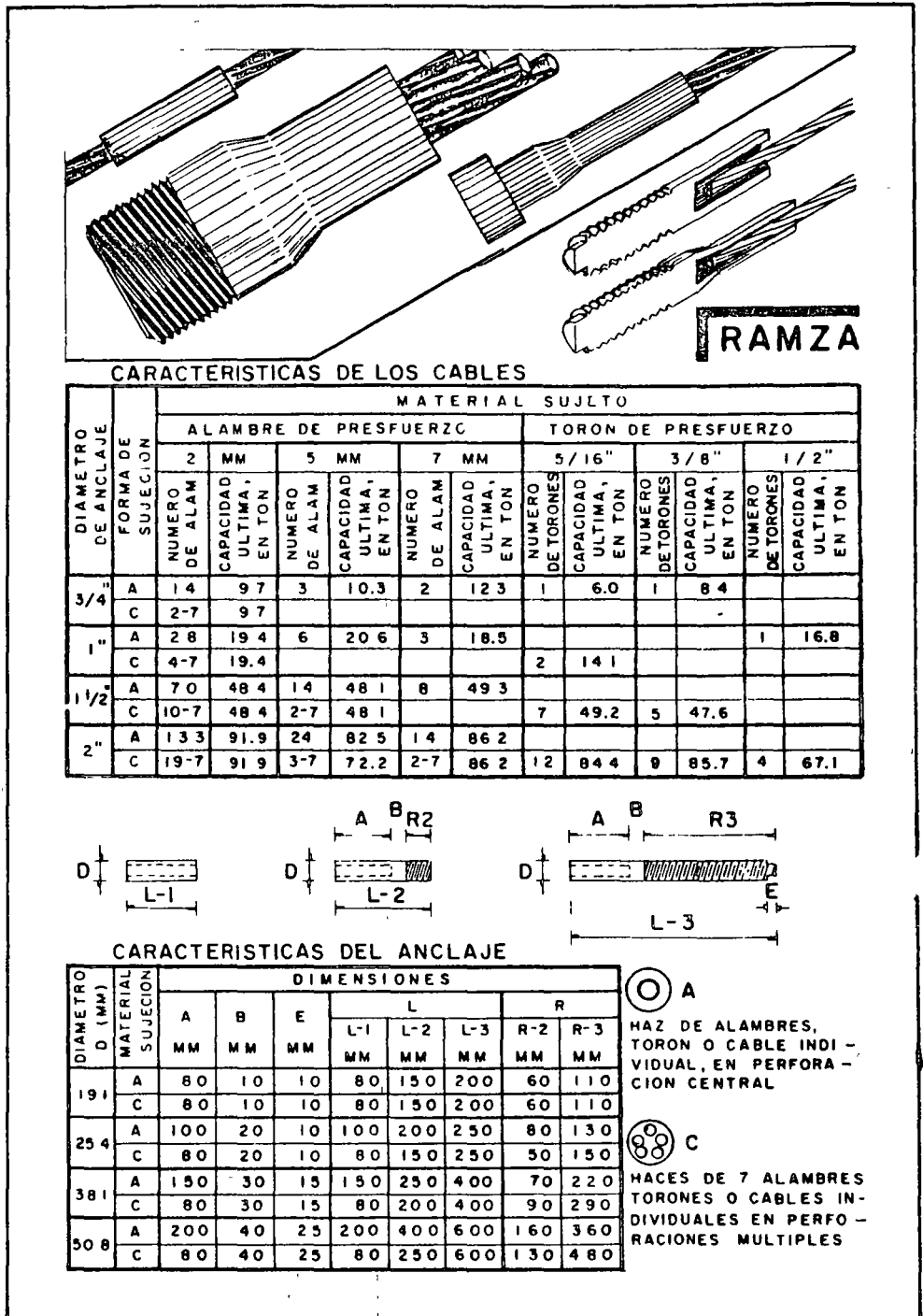


Fig. 23.

un estado de esfuerzos de compresión en el concreto. Al mismo tiempo, el material de revestimiento de los tendones se solidifica, restableciéndose la adherencia entre los tendones y el concreto.

En realidad, este método es una variante del postensado, ya que el concreto debe haber endurecido antes de la aplicación del presfuerzo.

4.3.3 Presfuerzo por embobinado (refs 14 y 17)

Este procedimiento es de uso común en la Unión

Soviética. Se trata de una variante del pretensado, que permite lograr trayectorias complejas de los tendones, gracias al empleo de plataformas giratorias. El principio del sistema se muestra esquemáticamente en la fig. 24. Aplicaciones típicas son la fabricación de placas con presfuerzo en dos sentidos y de armaduras.

4.3.4 Presfuerzo circular (refs 18 a 20)

Se utiliza en estructuras circulares tales como tanques, depósitos para derivados del petróleo, silos o tuberías. Los tendones se colocan de manera que

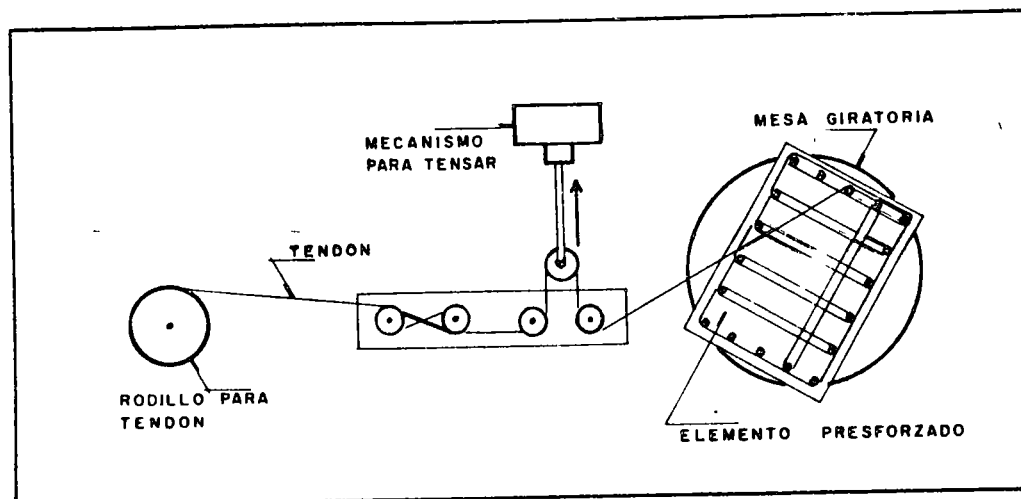


Fig 24.

rodeen a la estructura, zunchándola. El presfuerzo creado por este procedimiento contrarresta los esfuerzos de tensión producidos por los empujes radiales ejercidos por los líquidos o materiales almacenados.

Existen dos formas de presforzar recipientes circulares. En la primera, los tendones consisten en tramos de cables relativamente cortos, que se dejan ahogados dentro de ductos en el concreto. Como en las estructuras postensadas lineales, los tendones se anclan en lugares convenientes, una vez tensados (fig 25).

En la segunda alternativa, se empieza por formar los muros que constituirán las paredes del recipiente, sea con concreto reforzado colado en el lugar, sea con piezas prefabricadas. El presfuerzo se crea por medio de un cable continuo que se enrolla en torno a la estructura mediante un dispositivo que mantiene al cable en tensión durante su colocación. Una vez colocado, se protege aplicando una capa protectora de concreto, generalmente a base de algún procedimiento neumático (fig 26)

En la fabricación de tuberías presforzadas, también se utilizan tendones continuos. Sin embargo, en este caso los cables se enrollan en torno a las tuberías haciendo que éstas giren, lo que requiere el empleo de instalaciones bastante complicadas

4.3.5 Presfuerzo externo

En algunos casos resulta conveniente prescindir de los tendones y aplicar el presfuerzo por algún medio externo. Un ejemplo es el de los pavimentos para aeropuertos, que en ocasiones se han presforzado por medio de gatos, estos se hacen reaccionar contra muros contruccionados para este fin, como se ilustra esquemáticamente en la fig 27. Una vez aplicado el presfuerzo, los gatos pueden retirarse, sustituyéndose

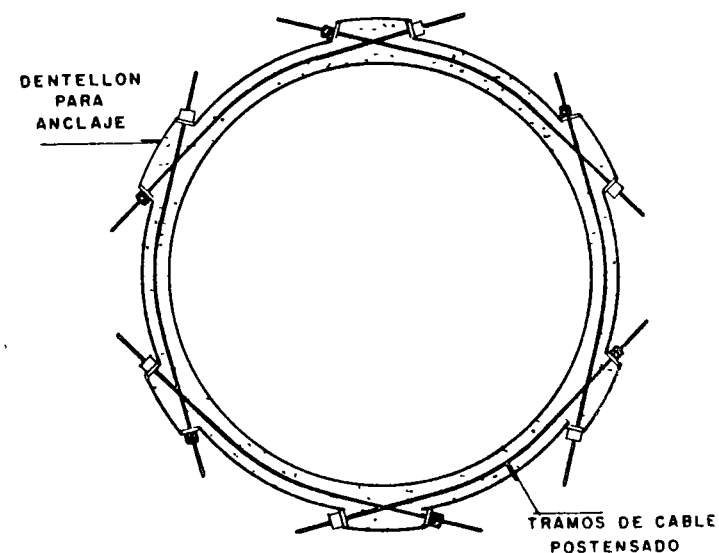


Fig 25.

por algún elemento rígido que mantenga las deformaciones impuestas inicialmente. Cuando se utiliza este sistema, debe preverse alguna forma de volver a aplicar los gatos en caso de que sea necesario hacer ajustes por las pérdidas que pueden haberse producido en el presfuerzo inicialmente aplicado

4.4 Comparación entre el pretensado y el postensado

La elección de uno u otro sistema de presfuerzo está condicionada por consideraciones técnicas y económicas y dependerá de las circunstancias particulares de cada caso. A continuación, se reseñan algunos de los factores que deben tenerse en cuenta al comparar alternativas.

El pretensado, que por lo general requiere instalaciones bastante costosas, es apropiado para la fabricación de elementos estándar en forma repetitiva. La posibilidad de utilizar sistemas altamente industrializados puede significar economías importantes, siempre que el volumen de fabricación sea lo suficientemente grande y uniforme. El tamaño de los elementos suele quedar limitado por consideraciones de manejo en la planta y de transporte. Las desventajas esenciales son el alto monto de las inversiones en equipo, el costo de

transporte y montaje y la dificultad de lograr uniones adecuadas entre los elementos prefabricados.

El postensado implica costos adicionales por concepto de anclajes, ductos e inyección de ductos. Se presta a la construcción de estructuras monolíticas de grandes proporciones. Así, gracias al control sobre deformaciones que pueda lograrse a través del uso del presfuerzo, es ahora posible alcanzar claros de más de 100 metros en estructuras postensadas para puentes y techos.

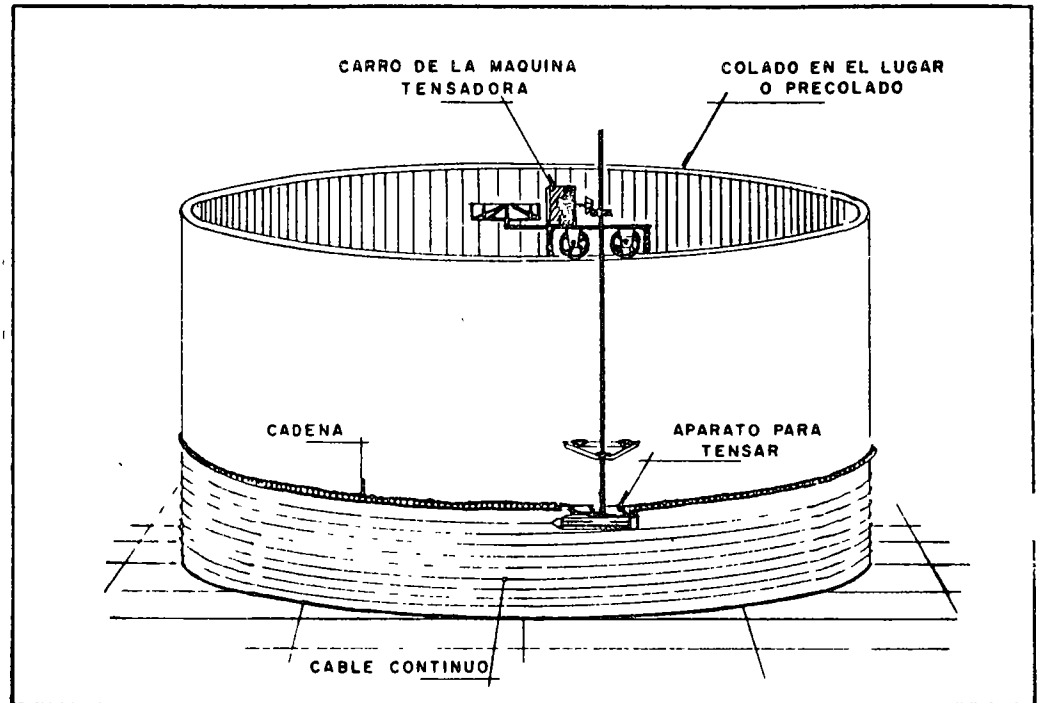


Fig 26.

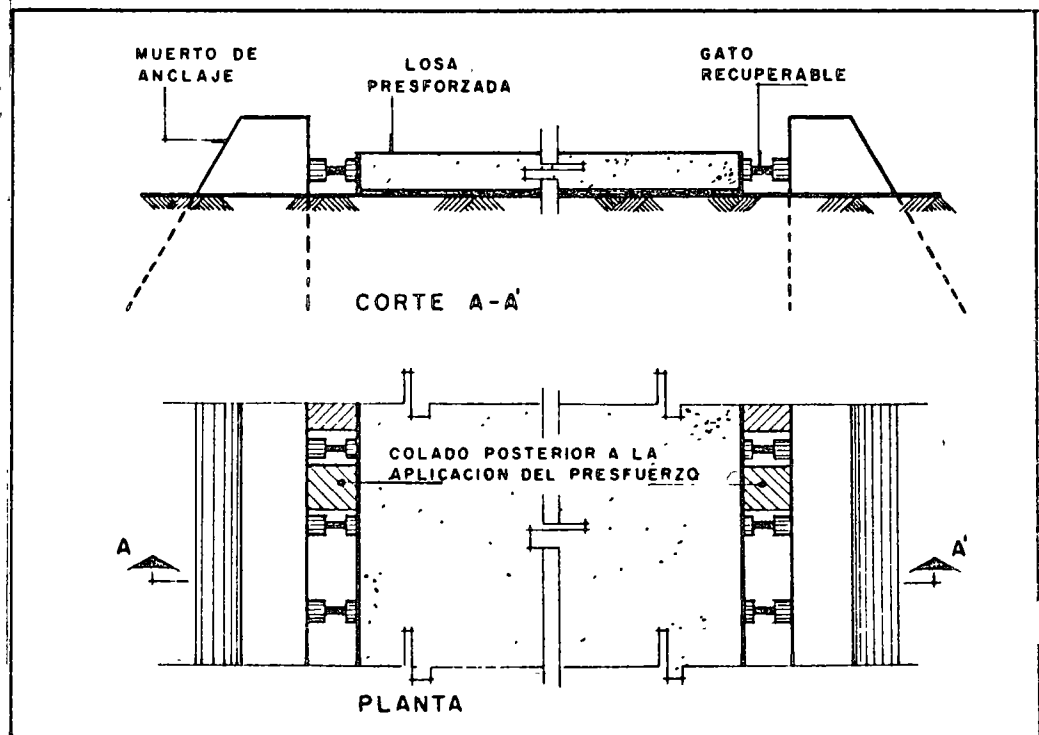


Fig 27

4.5 Conclusiones finales

El uso del presfuerzo, en sus dos variantes de postensado y pretensado, ha extendido notablemente el campo de aplicación del concreto reforzado al mejorar el comportamiento de este en lo que se refiere tanto a agrietamiento como a deformación. Gracias al presfuerzo, se pueden salvar claros antes inconcebibles en estructuras de concreto reforzado con estructuras relativamente ligeras y esbeltas. (Se vislumbra la posibilidad de alcanzar claros de 500 m en puentes de carreteras.) En efecto, el presfuerzo ha ampliado el campo de aplicación del concreto a casos que antes eran del dominio exclusivo del acero. Por último, como ventaja adicional, puede citarse la reducción en los consumos de acero respecto a estructuras de concreto reforzado convencionales equivalentes, gracias a la alta resistencia de los aceros de presfuerzo.

5. REFERENCIAS

- 1 E. Freyssinet, "Une révolution dans les techniques des bétons", Librairie de l'Enseignement Technique, Eyrolles, París (1936)
- 2 Y. Guyon, "Béton précontraint", tomos I y II, Eyrolles, París (1963)
- 3 Y. Guyon, "Construcciones en béton précontraint", tomos I y II, Eyrolles, París (1966)
- 4 T. Y. Lin, "Diseño de estructuras de concreto presforzado", traducción de la segunda edición en inglés, CECSA, México (1969)
- 5 J. R. Libby, "Prestressed Concrete", The Ronald Press Co., Nueva York (1961)
- 6 P. W. Abeles, "Introduction To Prestressed Concrete", tomos I y II, Concrete Publications Limited, Londres (1964)
- 7 K. Billig, "Prestressed Concrete", D. Van Nostrand Co., Nueva York (1952)
- 8 N. Khachaturian y G. Gurfinkel, "Prestressed Concrete", McGraw Hill Book Co., Nueva York (1969)
- 9 F. Leonhardt, "Prestressed Concrete Design and Construction", 2a ed., Wilhelm Ernst und Sohn, Berlín (1964)
- 10 H. K. Preston y N. J. Sollenberger, "Modern Prestressed Concrete", McGraw Hill Book Co., Nueva York (1967)
- 11 Prestressed Concrete Institute, "Principios fundamentales del diseño de concreto presforzado", Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto, México, D. F. (1966)
- 12 L. Ramírez Zamorano, "Un nuevo sistema de anclajes para concreto presforzado", Revista IMCYC, Vol 9, No 49, México, D. F. (mar-abr 1970)
- 13 ACI Committee 223, "Expansive Cement Concretes—Present State of Knowledge", Journal of the American Concrete Institute (ago 1970)
- 14 V. V. Mikhailov, "Recent Developments in Automatic Manufacture of Prestressed Members in the U.S.S.R.", Journal of the Prestressed Concrete Institute (sep 1961)
- 15 T. Y. Lin y A. Klein, "Chemical Prestressing of Concrete Elements Using Expanding Cements", Journal of the American Concrete Institute (sep 1963)
- 16 K. P. Billner y R. W. Carlson, "Electric Prestressing of Reinforcing Steel", Journal of the American Concrete Institute (oct 1956)
- 17 V. V. Mikhailov, "Automation in the Production of Prestressed Units" Proceedings World Conference on Prestressed Concrete, San Francisco (1957)
- 18 L. R. Creasy, "Prestressed Concrete Cylindrical Tanks", J. Wiley and Sons, Nueva York (1961)
- 19 ACI Committee, "Design and Construction of Circular Prestressed Concrete Structures", Journal of the American Concrete Institute (sep 1970)
- 20 F. Garza Mercado, "Primeros tanques de concreto presforzado en México", Revista IMCYC, Vol 2, No 10, México, D. F. (sep 1964)
- 21 "PCI Handbook", Prestressed Concrete Institute, Chicago (1971)
- 22 L. Cazaly y M. W. Huggins, "Canadian Prestressed Concrete Institute Handbook", Canadian Prestressed Concrete Institute, Don Mills, Ontario (1964)

OBSERVACIONES

Las refs 4, 5, 6 y 10 son buenas introducciones a la teoría y práctica del diseño y construcción de estructuras presforzadas. Una presentación rigurosa general interesante es la de la ref 8. Las refs 2, 3, 7 y 9 son obras de consulta útiles. Las refs 21 y 22 son dos manuales con abundantes ayudas de diseño prácticas.

Cálculo del refuerzo en los extremos debido al anclaje de los cables.

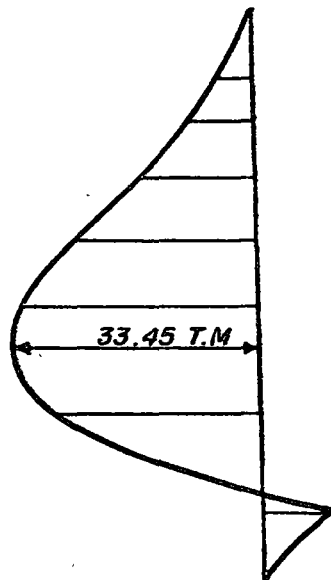
$$P_i = 291,000 \text{ kg} \quad e = 57.50 \quad h = 150 \text{ cm}$$

$$e/h = \frac{57.50}{150} = 0.383 = 0.40$$

Tomando en cuenta el diagrama de Khachaturian

Y	Y/h	M/Pe	M (kg x cm)
15	0.10	+0.05	837,000
30	0.20	-0.08	-1'340,000
45	0.30	-0.17	-2'845,000
60	0.40	-0.20	-3'345,000
75	0.50	-0.18	-3'010,000
90	0.60	-0.14	-2,340,000
105	0.70	-0.09	-1'505,000
120	0.80	-0.04	- 670,000
135	0.90	-0.01	---
150	1.00	-0.00	---

DIAGRAMA:



$$f_s = \left(\frac{4 \times 2.10 \times 10^6 \sqrt{350} \times 0.01}{0.71} \right)^{1/2} = \frac{8.40 \times 18.70 \times 10^4}{1.22}$$

$$f_s = 11.35 \times 10^2 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_T = \frac{33.45}{1.50 - 0.40} = \frac{33.45}{1.10} = 30.40 \text{ Ton}$$

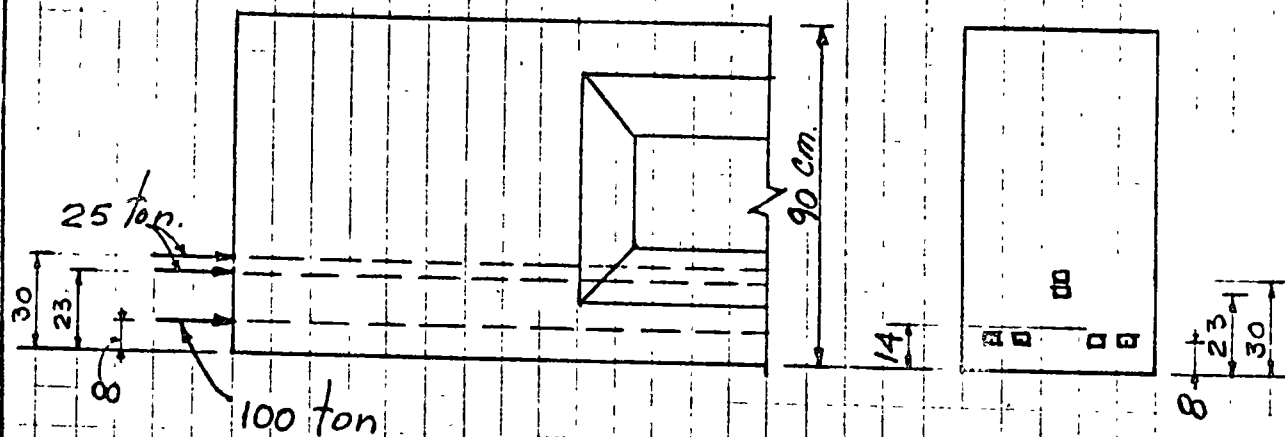
$$A_s \text{ nec} = \frac{30.40}{1.135} = 26.80 \text{ cm}^2 \text{ considerando estribos } \phi 1/2''$$

$$2 \text{ ramas No. estribos} = \frac{26.80}{2.44} = 11 \text{ estribos}$$

Los estribos se colocarán en una longitud de 80 cm. con una separación de 7 cm, colocando el primero a 2.50 cm del extremo de la trabe.

Se tiene una viga postensada de concreto — cuyas partes extremas son de sección rectangular sólida con acero de postensado actuando como se muestra en la figura.

Se requiere diseñar el refuerzo vertical para una de dichas partes extremas (la otra será igual).



En la solución se despreciarán los efectos de la reacción vertical y de cualquier componente vertical de la fuerza de presfuerzo.

Podemos calcular el momento en varias secciones — horizontales.

Para $0 \leq y \leq 8$ em el momento flexionante lo podemos obtener por medio de la expresión siguiente:

$$M = Pe \left[2 \left(\frac{y}{h} \right)^3 - \left(3 + \frac{h}{2e} \right) \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right]$$

considerando P como la suma de las tres cargas debidas al acero de postensado; es decir, 150 ton.,
 $e = 30.8$ em (distancia del c.g. de los puntos de aplicación de las cargas. al punto medio del peralte h)
 $y \quad h = 90$ cms. —

Sustituyendo valores:

$$M = -150 \times 30.8 \left[2 \left(\frac{y}{90} \right)^3 + \left(3 + \frac{90}{2 \times 30.8} \right) \left(\frac{y}{90} \right)^2 \right]$$

$$M = -4615 \left[2 \frac{y^3}{729000} + (3 + 1.46) \left(\frac{y^2}{8100} \right) \right]$$

$$M = -4615 \left(\frac{y^3}{364500} + \frac{y^2}{1815} \right)$$

$$\underline{M = -0.0127 y^3 + 2.54 y^2}$$

Cuando $8 < y < 23$

$$\underline{M = -0.0127 y^3 + 2.54 y^2 - 100 y + 800}$$

Cuando $23 < y < 30$

$$M = -0.0127 y^3 + 2.54 y^2 - 125 y + 1375$$

y cuando $y > 30$ cm.

$$M = -0.0127 y^3 + 2.54 y^2 - 150 y + 2125$$

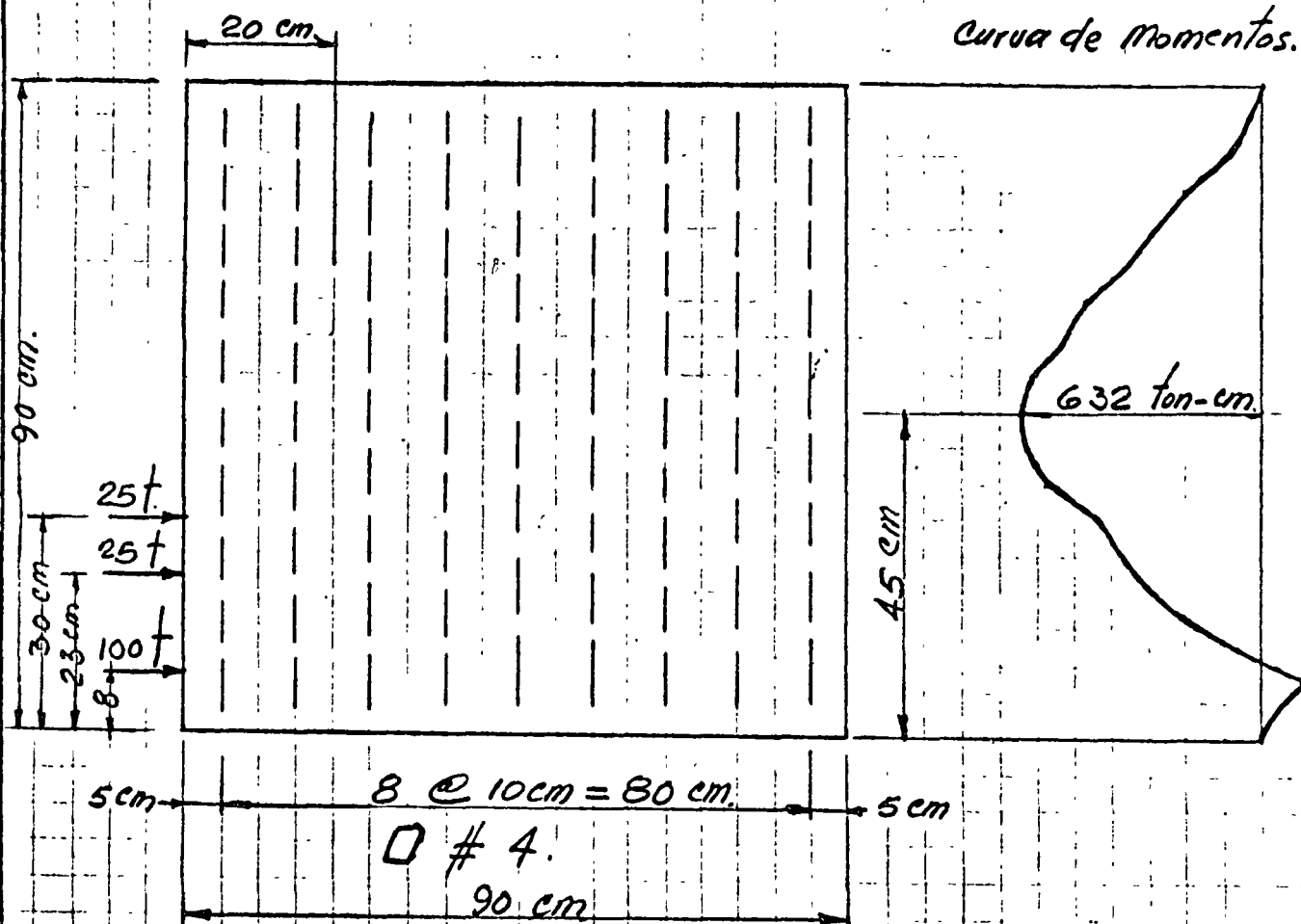
TABLA.- Momentos en secciones longitudinales @ 5 cms.-

y (cm)	M (ton-cm)
0	0.00
5	+ 55.58
10	+ 41.30
15	- 171.85
20	- 285.60
25	- 363.00
30	- 433.00
35	- 570.00
40	- 627.00
45	- 632.00
50	- 610.00
55	- 515.00
60	- 475.00
65	- 355.00
70	- 285.00
75	- 205.00
80	- 75.00
85	- 35.00
90	- 0.00

El siguiente dibujo muestra un diagrama de los momentos calculados a lo largo de todo el peralte de la trabe.

Del diagrama y de la tabla de momentos podemos ver que el momento máximo es 632 T-cm y ocurre, en este caso particular, justo a la mitad del peralte de la sección.

Detalle del refuerzo en el extremo.



Se usarán varillas del # 4 con $A_s = 1.27 \text{ cm}^2$
 y supondremos: $f'_c = 350 \text{ Kg/cm}^2$
 $E_s = 2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$ y $w = \text{ancho de grieta} = 0.013 \text{ cm}$.

La siguiente expresión nos da el esfuerzo permisible en los estribos:

$$f_s = 1.67 \left(\frac{E_s \sqrt{f'_c} \cdot w}{A_s} \right)^{1/2}$$

Sustituyendo valores tenemos:

$$f_s = 1.67 \left(\frac{2 \times 10^6 \sqrt{350} \times 0.013}{1.27} \right)^{1/2}$$

$$\therefore \underline{f_s = 1033 \text{ Kg/cm}^2}$$

Supondremos $z = 20 \text{ cm}$ y calcularemos la fuerza total de tensión en los estribos.

$$F_T = \frac{632}{90-20} = 9.03 \text{ ton.}$$

El número total de estribos cerrados del #4 es:

$$\frac{9.03}{1.033 \times 1.27 \times 2} = \frac{9.03}{2.62} \approx 4$$

Estos cuatro estribos se colocarán en la parte extrema del bloque (tramo extremo de la trabe de una longitud igual al peralte).

Si dejamos para el primer estribo un recubrimiento de 5 cm y 10 cm de separación entre estribos tenemos que $z = 20 \text{ cm}$ es adecuado y por tanto no es necesario hacer más tanteos.

La figura anterior muestra en detalle el arreglo de los estribos. Se puede observar que se han

colocado estribos hasta cubrir el bloque completo, esto se hizo debido a la existencia de momentos de signo contrario en las fibras inferiores lo cual produce esfuerzos de tensión en el extremo interior del bloque.

Por razones prácticas, siempre que se presente este caso de aumento de refuerzo transversal; se especificará el mismo tipo, diámetro y espaciamiento de los estribos.

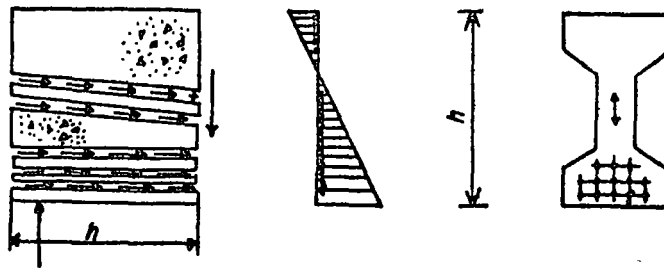
ANCLAJE DE PRESFUERZO.

El presfuerzo crea esfuerzos considerables en las zonas de anclaje los cuales si no se toman las precauciones adecuadas puede ocasionarse fallas en el elemento presforzado, esta falla se manifiesta por medio de grietas longitudinales visibles en los extremos de las piezas. Fallas notables han aparecido en vigas pretensadas en las cuales se ha omitido el refuerzo vertical en la pieza.

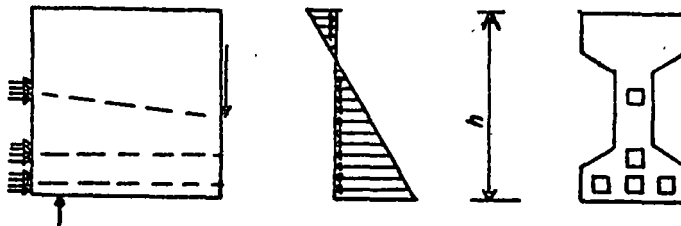
Es un problema difícil el poder determinar la magnitud de los esfuerzos y las condiciones son diferentes si la viga es pretensada o postensada, en la fig. 1-a, se muestra el diagrama de cuerpo libre de todas las fuerzas que intervienen en el extremo de una viga de concreto pretensado de sección rectangular y en la fig. 1-b, se muestra un diagrama similar pero para una viga postensada, de las figuras se puede observar que las fuerzas que actúan en el concreto en los extremos son fuerzas de transferencia del presfuerzo y la reacción vertical del apoyo, además en dicha sección aparecen esfuerzos cortantes y normales que no están dibujados. De las fuerzas anteriores la que produce efectos críticos es la de transferencia que normalmente es varias veces mayor que la reacción vertical del apoyo.

El problema consiste en determinar los esfuerzos creados en las zonas de anclaje por las fuerzas mostradas en las figuras 1-a y 1-b. Esta concentración que se desarrolla en los extremos de la viga se considera en una longitud igual a un peralte de la sección, más allá de este peralte se considera que el presfuerzo se ha transmitido y que los efectos de concentración de esfuerzos son despreciables.

En realidad los esfuerzos varían apreciablemente de valor y de naturaleza a lo largo del claro del peralte y del ancho de la viga en la zona de transferencia.



a) Viga pretensada



b) Viga postensada

Existe una gran variedad de soluciones empíricas para este problema, uno de ellos es el siguiente: Se desprecia la influencia de la reacción vertical y se considera que la fuerza del presfuerzo se distribuye como una carga lineal a lo largo del ancho de la viga, con estas simplificaciones el problema se reduce a considerar esfuerzos en una sola dimensión. Como resultado de la idealización anterior la fuerza de presfuerzo queda distribuida según la figura 2.

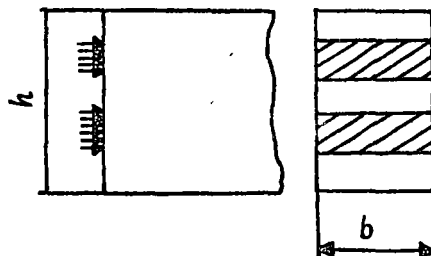


FIG. 2.- IDEALIZACION DE LA ZONA DE ANCLAJE.

Claramente se ha demostrado que la fuerza de presfuerzo origina esfuerzos de tensión en varias zonas del bloque de transferencia. La figura 3 muestra una idealización típica de los extremos de anclaje sujeto a dos fuerzas concentradas simétricas -- con respecto a su sección transversal. Los esfuerzos de tensión (que el concreto no es capaz de resistir), aparecen en las siguientes dos regiones:



FIG. 3.- ESFUERZOS DE TENSION EN LAS ZONAS DE ANCLAJE.

- 1.- Posterior al punto de aplicación a la fuerza de presfuerzo en la zona de transferencia la posición exacta depende del área relativa de la placa de apoyo.
- 2.- En el extremo de la sección de la viga entre las placas de anclaje y cercanos a la parte superior e inferior de la sección.

La figura 3, muestra cualitativamente las regiones donde ocurren estos esfuerzos y el área sombreada representa la región donde aparecen esfuerzos de compresión. Se han hecho innumerables estudios sobre los esfuerzos de tensión que origina el anclaje debido al presfuerzo y todos ellos han tenido como propósito fundamental determinar la cantidad de refuerzo que debe colocarse en la zona de transferencia y se ha observado que el propósito fundamental del refuerzo es impedir que el agrietamiento horizontal aumente y se propague a lo largo de la viga ya que se ha comprobado que el refuerzo solo trabaja cuando aparecen las grietas horizontales. Trabajos experimentales sobre secciones 1 y secciones rectangulares, ha demostrado que la solución rectangular en

el extremo no tiene una clara ventaja respecto a la sección 1.

Determinación del Refuerzo transversal

Vigas postensadas

Consideremos el bloque extremo mostrado en la figura 4, - la distancia B, representa la dimensión la cual determina la sección A-A que se considera suficientemente lejana para no quedar influenciada por las concentraciones de esfuerzos debidos al anclaje. Se desprecia la reacción vertical y se considera que la fuerza de presfuerzo actúa a una distancia (g) de la fibra inferior de la viga, cualquier sección longitudinal a través de la zona de anclaje a una distancia (y) de la fibra inferior está sujeta a un momento flexionante que puede determinarse por medio de las fuerzas que actúan en el extremo del bloque. El momento flexionante puede obtenerse en cualquier sección longitudinal fácilmente, y para el bloque mostrado en la fig. 4, se considerarán dos casos:

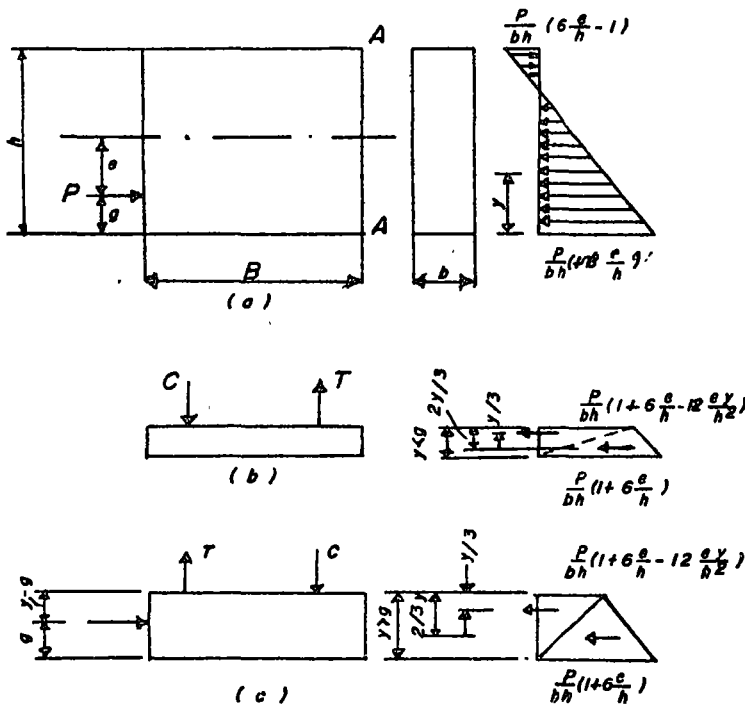


FIG. 4.- MOMENTOS FLEXIONANTES DE UNA SECCION LONGITUDINAL.

- 1) Si $y < g$. La fig. 4-b muestra el diagrama de cuerpo libre de una sección longitudinal en donde $y < g$; el momento flexionante en esta sección de la fig. 4-b, es:

$$M = \left[2 \left(\frac{y}{h} \right)^3 - \left(3 + \frac{h}{2e} \right) \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right] Pe$$

tomando la convención de momentos positivos según las manecillas del reloj, poniendo la ecuación anterior en forma adimensional nos queda:

$$\frac{M}{Pe} = \left(\frac{y}{h} \right)^2 \left[2 \frac{y}{h} - \left(3 + \frac{h}{2e} \right) \right] \quad (1)$$

- 2) Si $y \geq g$. La fig. 4-c, muestra el diagrama de cuerpo libre en donde intervienen las fuerzas longitudinales. Para este caso, el momento flexionante en forma adimensional, es:

$$\frac{M}{Pe} = 2 \left(\frac{y}{h} \right)^3 - \left(3 + \frac{h}{2e} \right) \left(\frac{y}{h} \right)^2 + \frac{hy}{eh} + \left(1 - \frac{h}{2e} \right) \quad (2)$$

en general las fuerzas de presfuerzo de una viga postensada se aplican en diferentes niveles y en este caso será necesario dibujar los diagramas de cuerpo libre y obtener las expresiones que nos den la variación del momento con respecto al peralte, en la fig. 5 se encuentran graficadas las ecuaciones (1) y (2) para valores de e/h que varían desde 0.2 a 0.5. El momento negativo corresponde a la ecuación (1) y el momento positivo corresponde a la ecuación (2).

Con las ecuaciones anteriores se obtienen los momentos en una sección longitudinal pero no indican la distribución exacta de la variación de los esfuerzos en dicha sección, pero se puede obtener la fuerza total de tensión o de compresión debido al momento flexio

nante, esto se consigue estimando un brazo de palanca en dicha sección.

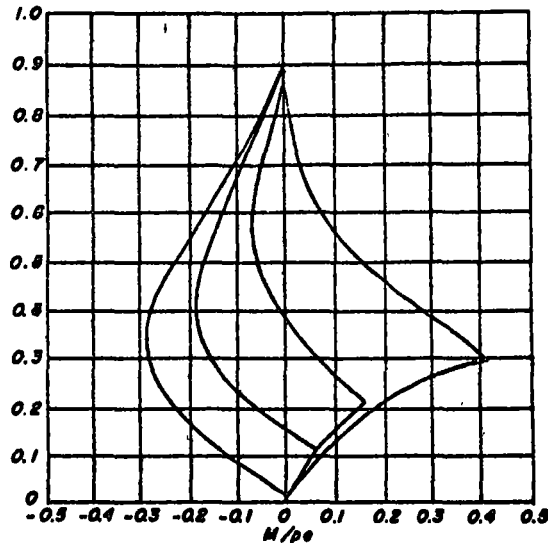


FIG. 5.- MOMENTOS FLEXIONANTES EN SECCIONES LONGITUDINALES.

Los estribos deberán dimensionarse para soportar toda la fuerza de tensión y el esfuerzo permisible en los estribos deberá limitarse con el fin de controlar el ancho de las grietas longitudinales.

Para fines de diseño se recomiendan las siguientes expresiones para obtener el refuerzo transversal en las zonas de anclaje.

El refuerzo transversal debe suministrarse a una distancia -- igual al peralte de la viga a base de estribos cerrados que pueden tomar la fuerza total F_t dada por las siguientes expresiones:

$$F_t = \frac{M_m}{h - z} \quad (3)$$

donde:

F_t = Fuerza de tensión total

M_m = momento máximo longitudinal

z = distancia entre el extremo de la viga y el centroide de los estribos que deberán estar a una distancia de $h/2$ con respecto al extremo de la viga.

El esfuerzo permisible en los estribos no deberá exceder de la siguiente expresión:

$$F_s = 1.67 \left(\frac{E_s \sqrt{f'_c} w}{A_s} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

donde:

f_s = esfuerzo permisible en el estribo en kg/cm^2

w = ancho de la grieta en cm

A_s = área del estribo en cm^2

La expresión anterior es totalmente empírica y no relaciona el ancho de grietas con el esfuerzo permisible en el estribo.

Vigas Pretensadas

En el caso de vigas pretensadas, se han hecho diferentes pruebas para vigas de sección 1, una de las fórmulas más conocidas es la del PCA cuya expresión es:

$$A_t = 0.21 \frac{T}{f_s} \cdot \frac{h}{L} \quad (5)$$

donde:

A_t = area total requerida de estribos en el extremo de la viga y deberá ser distribuída uniformemente en una longitud -- igual a un quinto del peralte de la viga.

T = presfuerzo total efectivo en kg.

F_s = Esfuerzos permisibles del estribo en kg/cm^2

H = peralte de la viga

L = Longitud de transferencia la cual se considera aproximadamente igual a 50 veces el diámetro para torones y 100 veces el diámetro para alambre liso en cm.



Es por todos conocido que debido a la escasa capacidad del concreto a la tensión hace que la presencia de una fuerza cortante en un elemento de concreto produzca tensiones diagonales las cuales se manifiestan por un agrietamiento inclinado, en la Fig. 1 se muestran las grietas tipo (1) como grietas de compresión por cortante y tipo (2) de tensión diagonal.

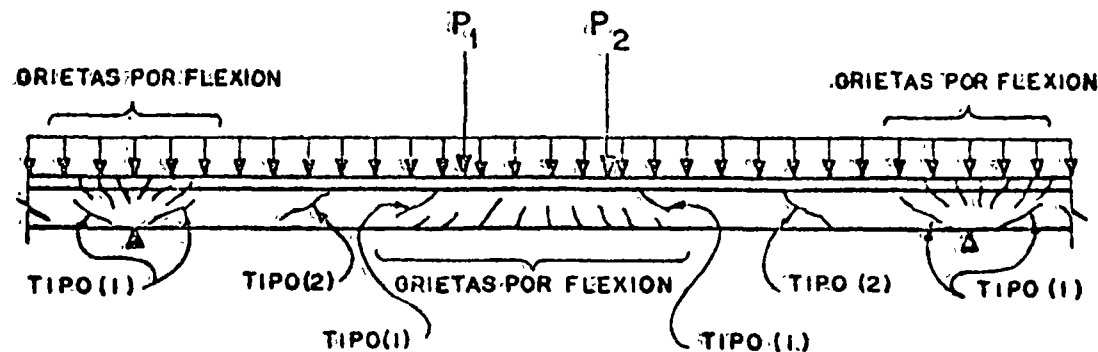


FIG. 1 TIPOS DE GRIETAS DIAGONALES QUE SE PRESENTAN EN UN MIEMBRO DE CONCRETO PRESFORZADO

La grieta de tensión diagonal aparece en regiones de cortante alto y momento pequeño. Se origina cerca del centroide de la sección transversal y se extiende hacia arriba y hacia abajo en dirección diagonal hasta que ocurre la falla. La forma en que se origina la grieta de tensión diagonal sugiere inmediatamente el uso de ecuaciones de esfuerzos principales para determinar el esfuerzo principal de tensión en el centroide de la sección transversal. Los esfuerzos horizontal y vertical en el centroide resultan de la fuerza de presfuerzo y de su componente vertical, si los torones son inclinados, y de la fuerza cortante.

* Reproducido parcialmente del PCI, "Principios Fundamentales del Diseño de Concreto Presforzado", traducido por el IMCUC.

Pero el empleo de formulas generales y esfuerzos principales resultan poco prácticas para el proyectista por lo que el Reglamento ACI-63 recomienda la siguiente expresión:

$$V_{cw} = b'd (0.93 \sqrt{f'_c} + 0.3 f_{pe}) + V_p \quad (1)$$

Las grietas de compresión por cortante aparecen en regiones donde la flexión y el cortante son moderados. Aparecen originalmente como grietas de flexión verticales en la fibra a tensión más extrema. Al aumentar la carga, progresan hacia arriba y se inclinan diagonalmente hasta, y algunas veces a través de, la zona de compresión. Nuevamente, el modo en que se forman estas grietas sugiere inmediatamente un modo de solución, esto es, si se evita la formación de la grieta en flexión se evitará la formación de la grieta de compresión por cortante. Entonces, en cualquier sección transversal.

$$M_{cr} \leq \frac{I}{y} (1.6 \sqrt{f'_c} + f_{pe})$$

$$\text{donde } f_{pe} = \frac{F}{A} + \frac{Fey}{I}$$

El cortante correspondiente está relacionado directamente con la relación M/V de la sección transversal, o

$$v_{cr} = \frac{M_{cr}}{M/V} = \frac{I}{y} (1.6 \sqrt{f'_c} + f_{pe}) \cdot \frac{1}{M/V}$$

Sin embargo, las investigaciones han indicado que aún cuando ocurran grietas de flexión en una sección, la sección puede aún resistir un cortante nominal en adición a las consideraciones de flexión. Por consiguiente,

$$V_{ci} = V_{cr} + 0.16 b'd \sqrt{f'_c}$$

Con pequeños cambios, esta expresión para V_{ci} y la expresión correspondiente M_{cr} son idénticas a aquellas que aparecen en el ACI 318-63.

$$V_{ci} = 0.16 b'd \sqrt{f'_c} + \frac{M_{cr}}{M\sqrt{V-d/2}} + V_d \geq 0.45 b'd \sqrt{f'_c} \quad (2)$$

$$\text{donde } M_{cr} = \frac{I}{y} (1.6 \sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d)$$

El término $d/2$ fue añadido por el Comité del Reglamento sobre la base de que la sección crítica por cortante está localizada a una distancia $d/2$ de la sección donde se origina la grieta en flexión (véase la Fig. 2).

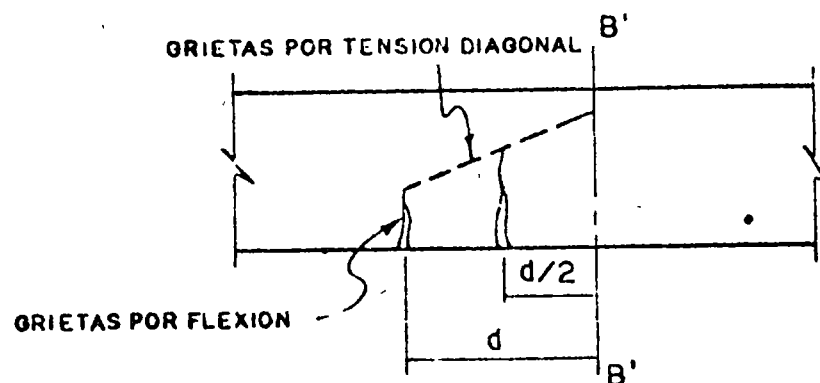


FIG. 2. TEORIA PARA LA EC. (26-12) PARA V_{ci} .

Los términos f_d y V_d se refieren a esfuerzo de flexión y fuerza cortante debidos a carga muerta, respectivamente.

Debido a la naturaleza conservadora de las ecuaciones de cortante en general, los refinamientos llevados a cabo con la adición de $d/2$, f_y y V no son significativos y son exclusivamente una carga adicional en los cálculos de diseño.

Es necesario señalar que la ecuación de M_{cr} es racional en todo aspecto. Sin embargo el paso de la ecuación de M_{cr} a la ecuación de V_{ci} es un paso empírico basado en da tos de investigación. En tanto que la ecuación que define V_{cw} es una simplificación - que tiene por objeto reemplazar la expresión de los esfuerzos principales, la ecuación de V_{ci} es en parte racional y en parte empírica. Las expresiones para V_{cw} y V_{si} son -- completamente independientes y se refieren a dos regiones diferentes del miembro con - diferentes condiciones de esfuerzos.

Por lo que es necesario utilizar ambas expresiones para una misma viga dependiendo de la región que se investigue.

La grieta de cortante, V_{cw} , gobierna en regiones de cortante máximo y flexión mínima, tales como cerca de los apoyos en una viga simplemente apoyada o cerca de los -- puntos de inflexión en una viga continua. La grieta de compresión por cortante, V_{ci} , - gobierna en regiones donde el cortante y la flexión actúan simultáneamente, tales como cerca de cargas concentradas, cerca de los apoyos de vigas continuas, o entre los apo- yos y la línea central de vigas simplemente apoyadas y sujetas a carga uniforme.

La mayor parte de los miembros presforzados sujetos a flexión son vigas simplemente apo- yadas sujetas a carga uniforme. Para este tipo de miembro, la sección crítica en compre- sión por cortante no está en regiones de flexión máxima ni en regiones de cortante máxi- mos, sino que se encuentra, dentro de límites tolerables, entre $0.2 L$ y $0.3 L$. Para fi- nes de diseño puede suponerse que la sección crítica está en el punto cuarto del claro - sin cometer un error serio.

Para el caso particular de una viga simplemente apoyada y carga uniformemente, la fuerza debida a compresión por cortante (V_{cl}), en el punto cuarto puede estimarse de una forma conservadora por la ecuación

$$V_{cl} = 0.16 b'd \sqrt{f'_c} + 0.11 W_d L + 0.18 W_l L^*$$

donde W_d = carga muerta en kg. por metro

W_l = carga viva en kg. por metro

L = Longitud de la viga en metros.

El refuerzo por cortante es proporcionado para soportar el cortante en exceso del resistido por el concreto, por medio de la ecuación (3) del ACI 318-71:

$$A_v = \frac{(V_u - \phi V_c) S}{\phi f_y d} \quad \text{donde } v_u = \frac{V_u}{\phi b' d}, \text{ y } v_c = \frac{V_c}{b' d} \quad (3)$$

También el ACI 318-63 especifica un refuerzo mínimo por cortante por medio de la ecuación (4):

$$A_v = \frac{A_s}{80} \cdot \frac{f'_s}{f_y} \cdot \frac{S}{d} \sqrt{\frac{d}{b'}}$$

* Esta ecuación fue obtenida de la Ec. (2) con hipótesis conservadoras por R.C. Elstner.

Los procedimientos de diseño para el refuerzo por cortante son esencialmente los mismos que los usados para concreto reforzado convencional, excepto por ciertos requisitos relacionados con el mínimo refuerzo por cortante. La siguiente ecuación expresa el refuerzo en el alma mínimo requerido, según ACI-318-71

$$A_v = 0.0015 b' s \quad (5)$$

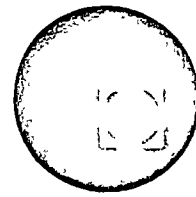
$$A_v = 3.5 \frac{b' s}{f_y}$$

Comparando esta ecuación con la Ec. (4) se nota que son muy diferentes. En concreto reforzado convencional, el requisito de refuerzo mínimo por cortante es efectivo solamente cuando el cortante que debe ser llevado por el refuerzo en el alma es relativamente bajo. Por otra parte, la Ec. (4) es efectiva sobre un rango mayor de $(V_u - \phi V_c)$. $(v_u - v_c)$

Además, mientras que el refuerzo por cortante puede ser omitido en concreto reforzado convencional, la Ec. (4) requiere un refuerzo por cortante específico mínimo en todas las vigas presforzadas.



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO

ING. JOSE M. RIOBOO

DISEÑO DE UN LARGUERO PRETENSADO CON TENDONES RECTOS, POR
CORTANTE.

a) Características de los materiales

Acero de presfuerzo torón ϕ 3/8"

$$f'_s = 18000 \text{ kg/cm}^2 ; F'_s = 9300 \text{ kg}$$

$$\text{área} = 0.516 \text{ cm}^2$$

Presfuerzo efectivo $P = 5200 \text{ kg}$

Concreto

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_{ci} = 0.8 f'_c$$

$$f'_{ci} = 280 \text{ kg/cm}^2$$

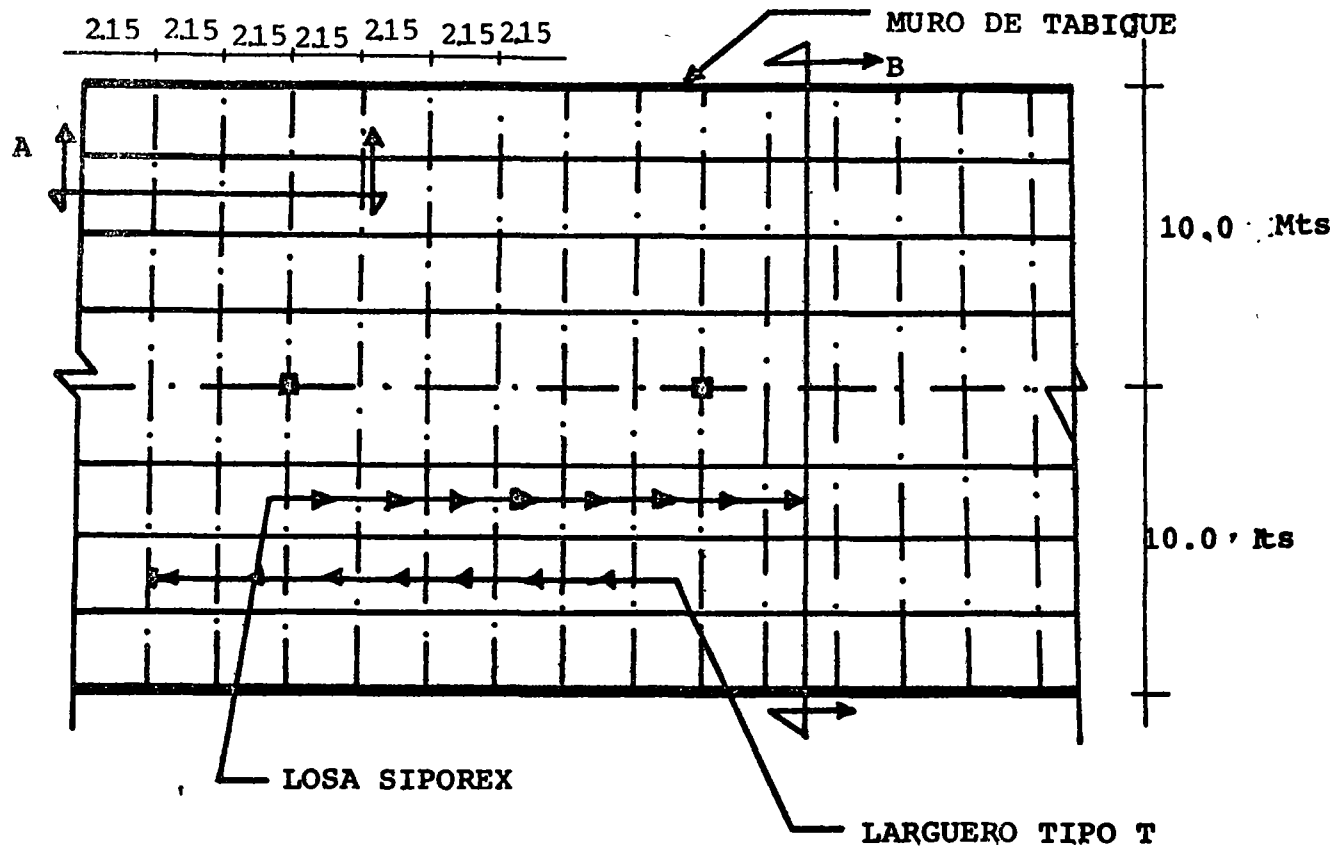
b) Cargas

Losas siporex ---- 65 kg/cm²

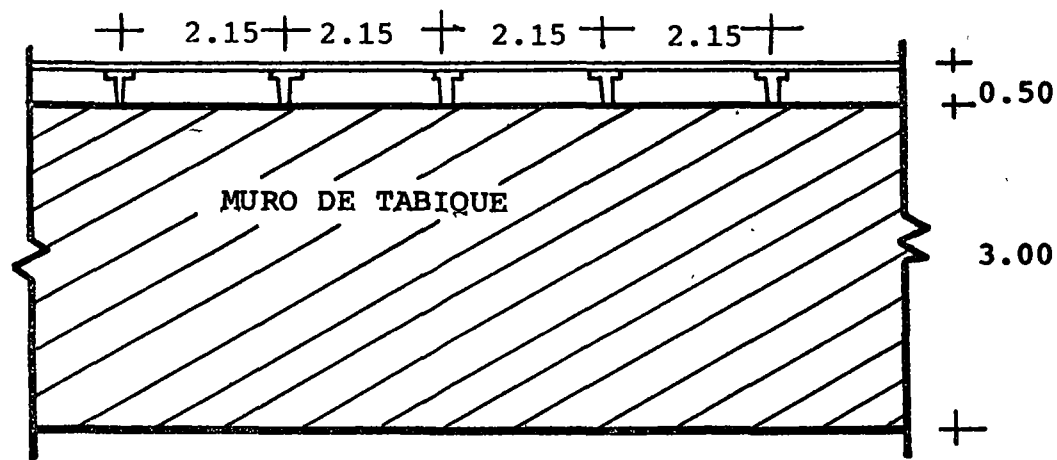
Impermeabilizante- 15 "

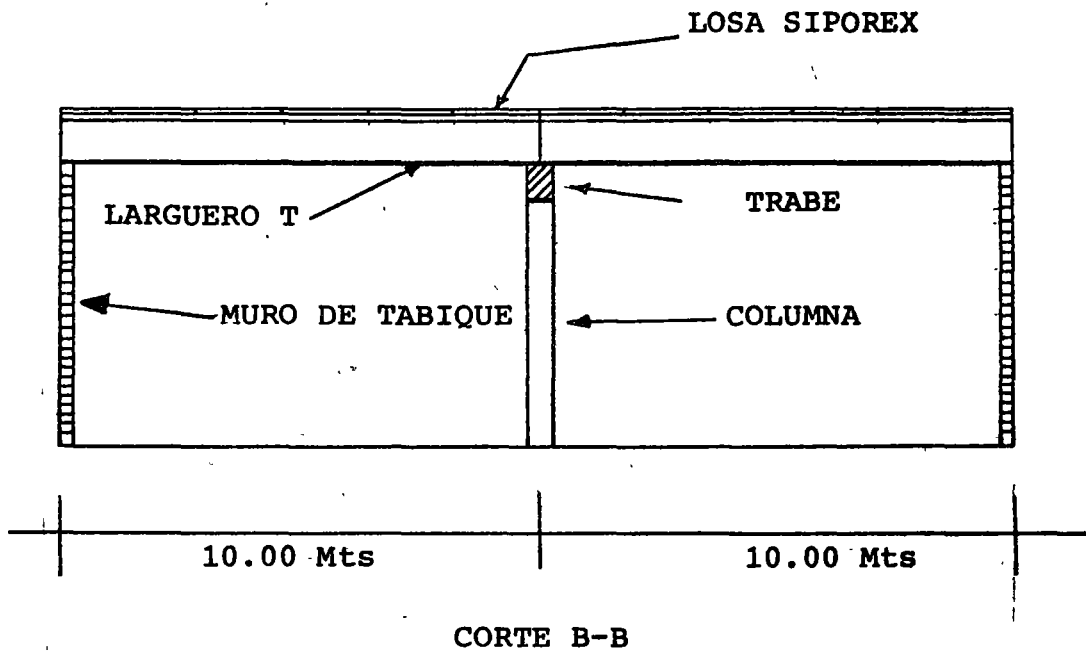
C.V. Azotea ----- 100 "

Las condiciones de estabilidad son largueros libremente apoyados de una cubierta de azotea como se muestra en la figura 2.

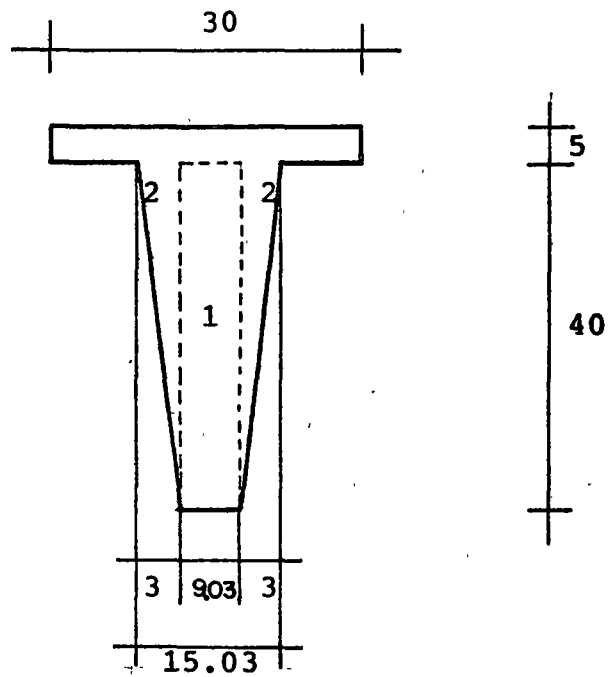


CORTE A - A

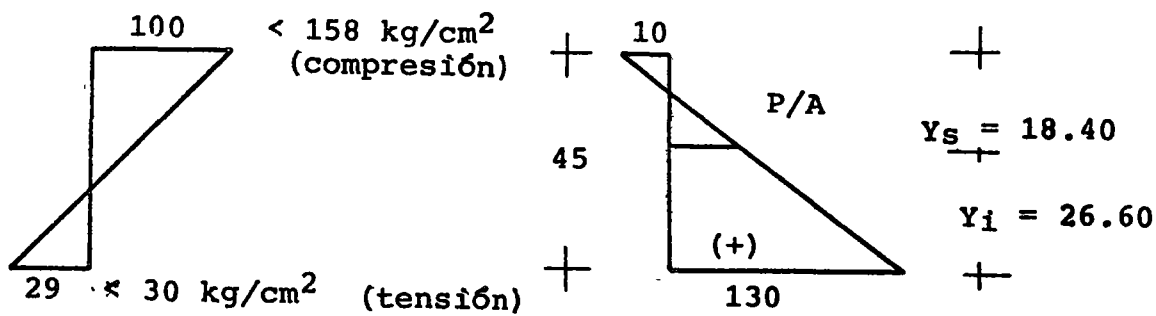
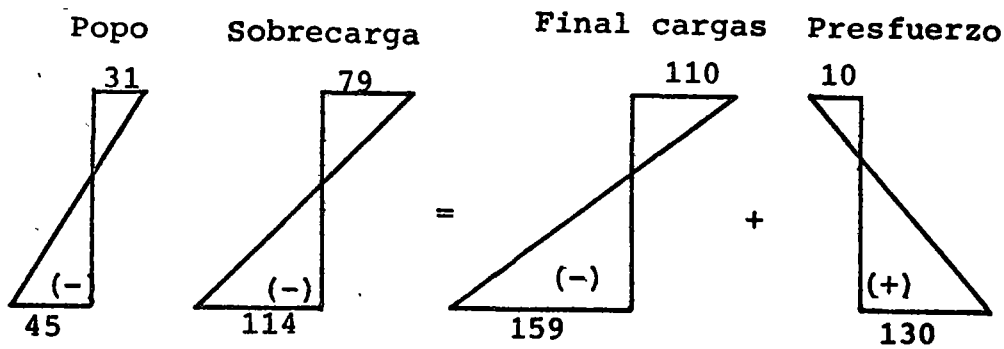




b) Cálculo de las propiedades geométricas.



c) Diagramas:



Por triángulos semejantes:

$$\frac{140}{45} = \frac{P/A + 10}{18.40} \quad ; \quad \frac{P}{A} = \frac{18.40}{45} (140 - 10)$$

$$\frac{P}{A} = 57 - 10 = 47 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

$$P = 47 \times 631 = 29,700 \text{ kg}$$

$$\text{No. torones} = \frac{29700}{5200} = 5,73 = 6 \text{ torones}$$

$$P = 5200 \times 6 = 31\,200 \text{ kg}$$

ELEMENTO	AREA	\bar{Y}	$A\bar{Y}$	d	d ²	Ad ²	\bar{I}
(1)	361.20	20	7224	6.60	43.50	15,700	48,200
(2)	120.00	26.60	3200	0.00	0.00	0.00	10,650
(3)	150.00	42.50	6375	15.90	253.00	37,950	313
Σ	631.20		16799			53,650	59,163

$$Y_i = \frac{16,799}{631.20} = 26.60 \text{ cm} \quad \text{Area} = 631 \text{ cm}^2$$

$$Y_s = 45.00 - 26.60 = 18.40 \text{ cm} \quad \bar{I} = 112.813 \text{ cm}^4$$

$$S_i = \frac{\bar{I}_T}{Y_i} = \frac{112.813}{26.60} = 4240 \text{ cm}^3$$

$$S_s = \frac{\bar{I}}{Y_s} = \frac{112.813}{18.40} = 6130 \text{ cm}^3$$

Cálculo de momentos y esfuerzos

a) $PoPo = 0.631 \times 2.40 = 0.152 \text{ T/M}$

$$M_E = \frac{0.152 \times 100}{8} = 1.90 \text{ T x M}$$

Los esfuerzos de:

$$f_i = \frac{190000}{4240} = 45.0 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$

$$f_s = \frac{190000}{6130} = 31.0 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

b) Momentos y esfuerzos por cargas exteriores:

$$W = 2.15 \times 180 = 386 \text{ kg/m}$$

$$M_E = \frac{386 \times 100}{8} = 4840 \text{ kg x m}$$

Los esfuerzos de:

$$f_i = \frac{484000}{4240} = 114 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tensión)}$$

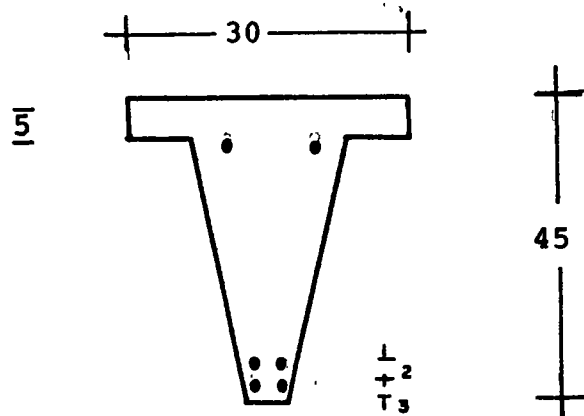
$$f_s = \frac{484000}{6130} = 79 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

La excentricidad teórica:

$$e = \frac{4240}{31,200} (130 - 47) = 0.136 \times 83 = 11.30 \text{ cm}$$

$$e' = y_i - e = 26.60 - 11.30 = 15.30 \text{ cm}$$

Proponiendo la siguiente distribución se tiene:



Verificando los esfuerzos de presfuerzo:

$$e' = \frac{4 \times 4 + 40 \times 2}{6} = \frac{96}{6} = 16 \text{ cm}$$

$$e = y_i - e' = 26.60 - 16.00 = 10.60 \text{ cm}$$

$$f_i = \frac{31200}{631} + \frac{31200 \times 10.60}{4240} = 49 + 78$$

$$f_i = 127 \approx 132 \text{ kg/cm}^2 \text{ (compresión)}$$

$$f_s = \frac{31200}{631} + \frac{31200 \times 10.60}{6130} = 49 - 57$$

$$f_s = 8 < 11 \text{ kg/cm}^2 \text{ (tensión)} \quad \text{o.k.}$$

R evisión a la ruptura:

Calculando $T_u = A_s f'_s = 4 \times 9300 = 37,200 \text{ kg}$

Si $b = 30 \text{ cm}$ entonces $a \leq 5 \text{ cm}$

$$C_u = ab \cdot 0.85 f'_c = T_u$$

$$a = \frac{T_u}{b \cdot 0.85 f'_c} = \frac{37,200}{30 \times 297} = 4.20 \text{ cm} \quad \text{o.k.}$$

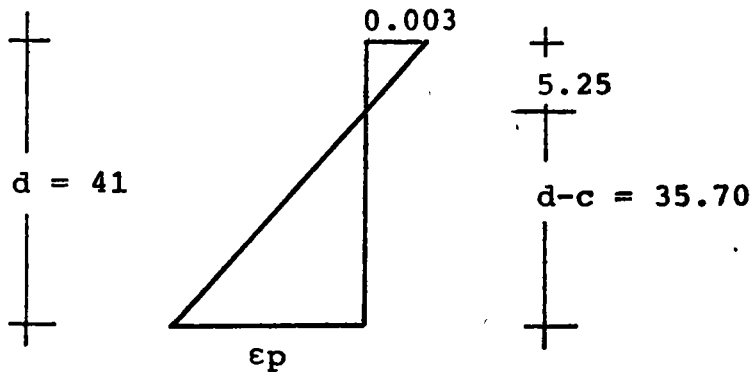
Por lo tanto:

$$= \frac{a}{2} = \frac{4.20}{2} = 2.10 \text{ cm}$$

Checando el tipo de falla:

$$c = \frac{a}{k_1} ; \quad c = \frac{4.20}{0.80} = 5.25 \text{ cm}$$

En el diagrama de deformaciones unitarias:



Por triángulos semejantes:

$$\frac{\epsilon_p}{35.70} = \frac{0.003}{5.25} \quad \epsilon_p = \frac{35.70}{5.25} \cdot 0.003 = 0.0205$$

Como la deformación inicial del presfuerzo es:

$$\epsilon_{su} = 0.0056$$

$$\epsilon_p + \epsilon_{su} = 0.0261 > 0.011 \quad \text{o.k.}$$

El acero de presfuerzo fluye y la sección es subreforzada.

Verificación del factor de carga

El momento último resistente de la sección es:

$$M_{up} = \phi T_u \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

$$M_{uR} = 0.9 \times 37200 (41 - 2.1)$$

$$M_{uR} = 0.9 \times 37200 (38.9)$$

$$M_{uR} = 1,480.000 \text{ kg} \times \text{cm}$$

$$M_{uR} = 14.80 \text{ ton} \times \text{m.}$$

El momento actuante por los factores de carga es:

$$w_u = w_{CM} \times 1.5 + w_{C.V.} \times 1.8$$

$$w_u = 1.5 \times 324 + 1.8 \times 215 = 486 + 386 = 872$$

$$M_u = \frac{w_u \times \ell^2}{8} = \frac{872 \times 100}{8} = 10,900 \text{ kg} \times \text{m.}$$

$$M_u = 10.9 \text{ ton} \times \text{m} < 14.80 \text{ ton. m} \quad \text{o.k.}$$

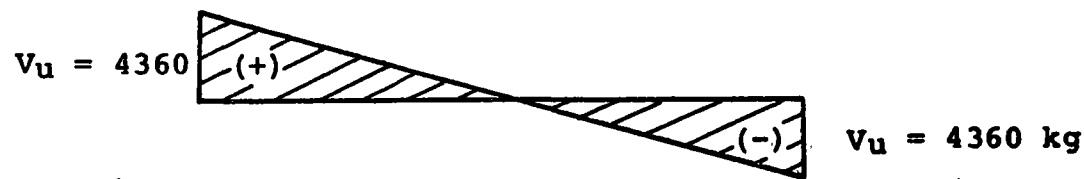
Diseño por cortante:

$$w_D = 324 \text{ kg/m}$$

$$w_{C.V.} = 215 \text{ kg/m}$$

$$w_u = w_D \times 1.50 + w_{C.V.} \times 1.80 = 872 \text{ kg/m}$$

El diagrama de cortante es:



$$V_u = 872 \times \frac{1}{2} = 872 \times 5 = 4360 \text{ kg}$$

Cálculo del V_{CW}

$$V_{CW} = b'd (0.93 \sqrt{f'_c} + 0.30 f_{pc}) + v_p$$

$$b' = 12 \text{ cm} \quad d = 30 \text{ cm} \quad (\text{al centroide del presfuerzo})$$

$$f_{pc} = \frac{P}{A} = 47 \text{ kg/cm}^2 \quad v_p = 0$$

$$V_{CW} = 12 \times 30 (0.93 \times \sqrt{350} + 0.30 \times 47)$$

$$V_{CW} = 360 (17.40 + 14.10)$$

$$V_{CW} = 360 \times 31.50 = 11,400 \text{ kg.}$$

Cálculo del V_{ci}

$$V_{ci} = 0.16 b'd \sqrt{f'_c} + \frac{M_{cr}}{\frac{M}{V} - \frac{d}{2}} + v_d$$

donde:

$$M_{cr} = \frac{I}{Y} (1.60 \sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_d)$$

$$\text{Pero no menor que: } 0.45 b'd \sqrt{f'_c}$$

Cálculo de M_{cr}

$$M_{cr} = \frac{112.813}{26.60} (1.60 \times 18.70 + 130 - 96)$$

$$M_{cr} = 4240 (29.90 + 34) = 4240 \times 63.90 = 271\ 000$$

$$M_{cr} = 2.71 \text{ ton} \times \text{m}$$

$$\frac{M}{V} = \frac{1090000}{4360} = 250 \text{ cm}$$

$$V_{ci} = 0.16 \times 12 \times 30 \times 18.70 + \frac{271000}{250 - 15} + 2430$$

$$V_{ci} = 1080 + 1150 + 2430 = 4660 \text{ kg}$$

$$0.45 \times 12 \times 30 \times 18.70 = 3030 \text{ kg.}$$

El cortante V_{CW} gobierna cerca del apoyo calculando el cortante último a un peralte se tiene:

$$V_{ud} = \frac{4.70}{5.00} 4360 = 4100 \text{ kg}$$

Ahora el $0.85 V_{Cw} = 0.85 \times 11400 = 9700 \text{ kg}$

no existe problema

El cortante V_{Ci} gobierna a los cuartos del claro.

Calculando el cortante último a $\frac{L}{4}$

$$V_{uL/4} = 4360 \times 0.5 = 2180 \text{ kg}$$

Calculando el $0.85 V_{Ci} = 0.85 \times 4660 = 3960 \text{ kg}$

no existe problema

Se pondrá el $A_v \text{ min}$ por especificación con la S_{min}

$$A_{v\text{min}} = \frac{A_s}{80} \frac{f'_s}{f_y} \cdot \frac{s}{d} \sqrt{\frac{d}{b'}}$$

$$A_{v\text{min}} = \frac{3.10}{80} \frac{18,000}{2530} \frac{5}{30} \sqrt{\frac{30}{12}}$$

$$A_{v\text{min}} = 0.0387 \times 7.10 \times 0.0333 \times 1.58$$

$$A_{v\text{min}} = 0.0143 \text{ S } \leq 3/4d \quad \delta \leq 60 \text{ cm}$$

$$3/4d = 0.75 \times 30 = 22.5 \text{ cm}$$

Tomando estribos $\phi 1/4$ dos ramas

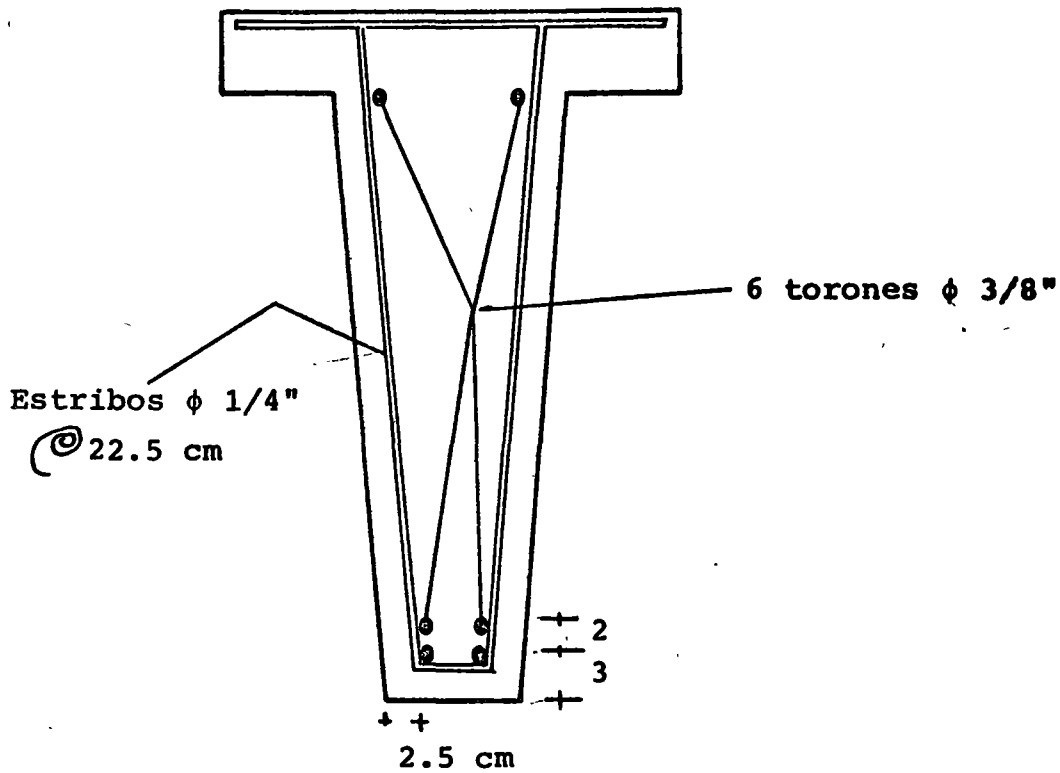
$$A_v = 0.64 \text{ cm}^2$$

Por otro lado

$$A_v = 0.0143 \times 22.5 = 0.33 \text{ cm}^2 < 0.64 \quad \text{o.k.}$$

Por lo que el armado es:

##....



Cálculo elemental de deformaciones

Usaremos $E_i = 10,000 \sqrt{f'_c} = 187,000 \text{ kg/cm}^2$

$E_\ell = 3,000 \sqrt{f'_c} = 56,000 \text{ kg/cm}^2$

1. Para carga muerta

$$\Delta = \frac{5W \ell^4}{384 EI}$$

$W = 324 \text{ kg/m} = 3.24 \text{ kg/cm}$

$\ell^4 = (10^3)^4 = 10^{12} \text{ cm}^4$; $E_\ell = 5.6 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$

$I = 1.12 \times 10^5 \text{ cm}^4$

$$\Delta = \frac{5 \times 3.24 \times 10^{12}}{0.384 \times 5.6 \times 1.12 \times 10^{12}}$$

2.- Para carga viva

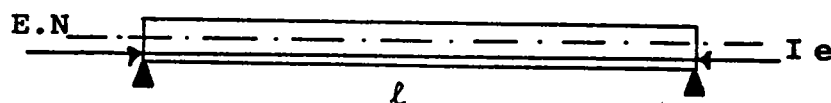
La carga es: $w = 2.15 \text{ kg/cm}$

$E_i = 18.7 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$

$$\Delta = 6.71 \frac{2.15}{3.24} \frac{5.6}{18.7} = 1.34 \text{ cm}$$

3.- Contraflecha

Considerando el siguiente caso:



EQUIVALE

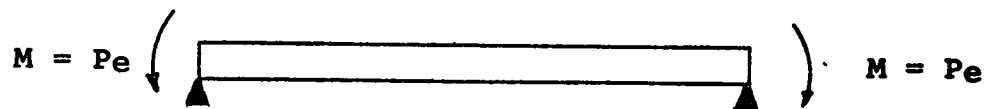
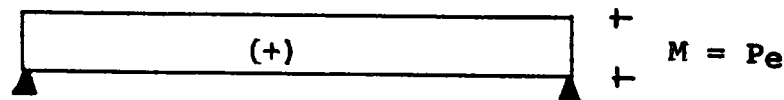
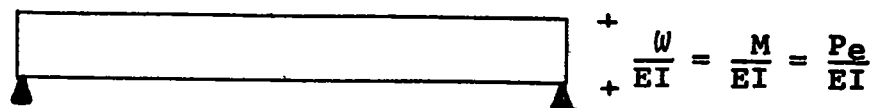


DIAGRAMA DE MOMENTOS



VIGA CONJUGADA



Como el momento máximo para una viga libremente apoyada y con carga uniformemente repartida es:

$$M_E = \frac{wl^2}{8}$$

Para la viga conjugada

$$\Delta_{\max} = \frac{wl^2}{8} \quad ; \quad = \frac{Pel^2}{8EI}$$

$$\Delta = \frac{Pel^2}{8EI}$$

$$P = 31200 \text{ kg} = 3.12 \times 10^4 \text{ kg.}$$

$$e = 10.6 \text{ cm}$$

$$l^2 = (10^3)^2 = 10^6 \text{ cm}^2$$

$$El = 5.6 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \quad ; \quad I = 1.12 \times 10^5 \text{ cm}^4$$

$$\Delta = \frac{3.12 \times 10.6 \times 10^6}{0.8 \times 5.6 \times 1.12 \times 10^9} = 6.55 \text{ cm}$$

Resumen

1.- Carga muerta $\Delta = 6.71 \text{ cm}$

2.- Carga viva $\Delta = 1.34 \text{ cm}$

Suma $\Delta = 8.05 \text{ cm}$

3.- Contraflecha $\Delta = 6.55 \text{ cm}$

Deflexión final $\Delta = 1.50 \text{ cm}$

La deformación permisible es:

R.D.D.F. $\Delta_{\text{perm}} = \frac{L}{500} + 0.5$

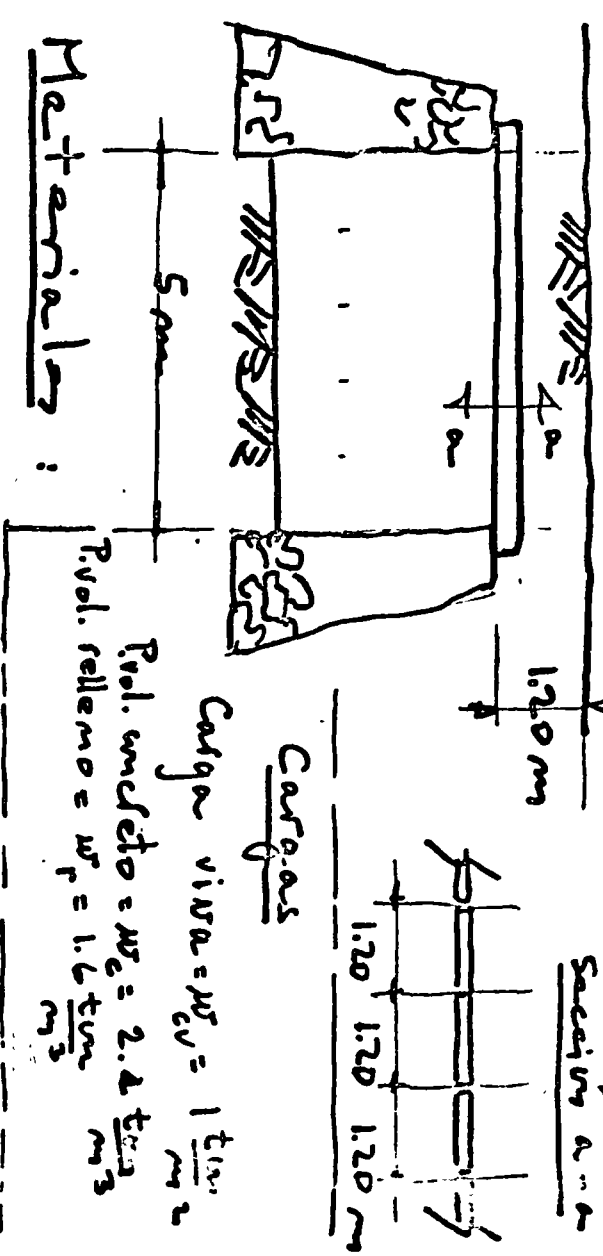
$$\Delta_{\text{perm}} = \frac{1000}{500} + 0.5 = 2.5 > 1.50 \text{ cm} \quad \text{o.k.}$$

ANTEPROYECTO LISA PRETENSADA

1

DATOS

Geometría general



Materiales:

Concreto : $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$; $f'_{ci} = 285 \text{ kg/cm}^2$
 $E_c = 10 \text{ cm}$; $f'_{ci} = 187 \text{ cm kg/cm}^2$

(efecto de curba durante el efecto de difusión)
 Coeficiente para efecto de difusión: $k_2 = 2$

Aceero

Tornos de $3/8"$: $a_s = 0.516 \text{ cm}^2$; $k_1 = 2$

Resistencia mínima a la ruptura:

$$f_{sr} = 18410 \text{ kg/cm}^2$$

Límite de fluencia convencional:
 (ef. convencional de 140)

$$f_y = 17440 \text{ kg/cm}^2$$

Módulo de elasticidad:

$$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

(1)

Especificaciones (Se basan en los de la CFE y el Proyecto de Reglamento del DDF.)

Factor de carga (carga viva + carga muerta):

$$F_c = 1.4$$

Factor de reducción:

Para flexión: $F_r = 0.9$

' cortante: $F_r = 0.8$

Esfuerzo reducido del concreto:

$$f_c^* = 0.7 f'_c = 285 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo uniforme de compresión en cálculo de compresión:

$$f_c'' = 0.85 f_c^* = 208 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzos cortante que pueda resistir el concreto:

$$N_c = 0.5 \sqrt{f_c^*} = 7.8 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzos permisibles en el concreto en condiciones de servicio:

Inmediatamente después de la transferencia y antes de las pérdidas por retracción y flujo plástico:

$$\text{Compresión: } 0.60 f_c' = 0.60 \times 285 = 171 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Tensión: } \sqrt{f_{ci}} = \sqrt{285} = 15.6 \text{ kg/cm}^2$$

③

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

Después de producir las pérdidas y vivas:

Compresión

Tensión

$$0.45 f'_c = 158 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$2 \sqrt{f'_c} = 37.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esforzos permisibles en el acero:

$$0.80 f_{sr}$$

Debidas a la flexión aplicada por el gato

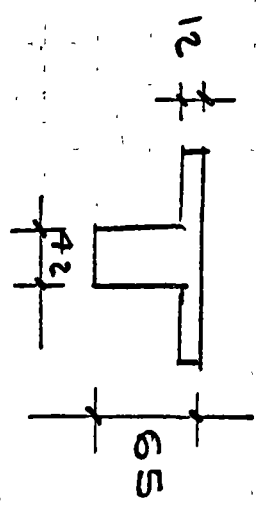
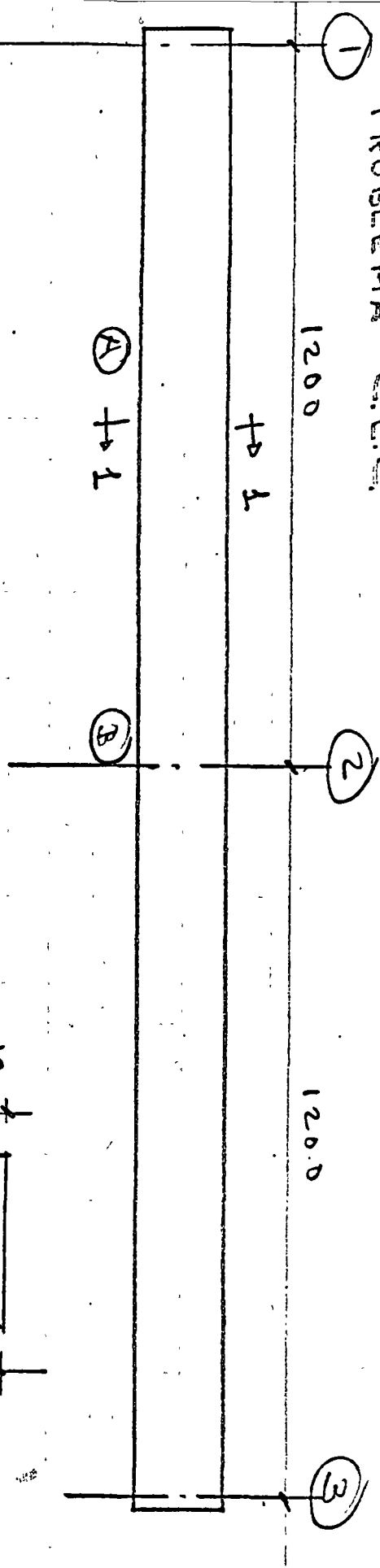
Inmediatamente después de la transferencia

$$0.70 f_{sr}$$

Flecha máxima: $\underline{\underline{2 \text{ cm}}}$

Se quiere que las juntas puedan tener un espesor de 2.5 cm.

PROBLEMA C.E.C.



CORTE 1-1

- Concrete $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$
- Acero: perfil = $16,000 \text{ kg/cm}^2$ (ruptura)
Colado in situ
- Área tributaria de la trabe $4 \text{ m}^2/\text{m.l.}$

Cargas consideradas:

- PIPO y Arena = 150 kg/cm^2
- CIVILIZ = 250 kg/cm^2

- 1) Determinar profundos continuos, en toda la trabe, con cables $12 \phi 7$ ($A_{\text{cable}} = 4.65 \text{ cm}^2$) adicionando tensiones maximas de 20 Kg/cm^2 en el concreto
- 2) Verificar resistencia en puntos A y B
- 3) Verificar los esfuerzos existentes en A y B, teniendo en cuenta el valor calculado del momento hipotetico de proyeccion
- 4) Calcular pérdidas de profundos

UNA POSIBLE SOLUCION AL PROBLEMA DE LA TRABE CONTINUA

1) Analisis de cargas, momentos flexionantes y fuerzas cortantes.

$$\begin{aligned}
 \text{P.propio losa} &= 0.12 \times 2400 = 290 \\
 \text{piso y firme} &= 50 \\
 \text{c. viva} &= \frac{250}{540} \text{ Kg/m}^2
 \end{aligned}$$

Peso por metro lineal:

$$\begin{aligned}
 540 \times 4 + 0.42 \times 0.53 \times 2400 &= 2595 \text{ Kg/m.l.} \\
 \text{Se tomarán } 2.6 \text{ ton/m, (1.4 ton/m al tensionar)}
 \end{aligned}$$



	12m		12m	
M	$M_1 = 30$	$+47$ -47	$M_3 = 30$	
V	11.7	19.5	19.5	11.7

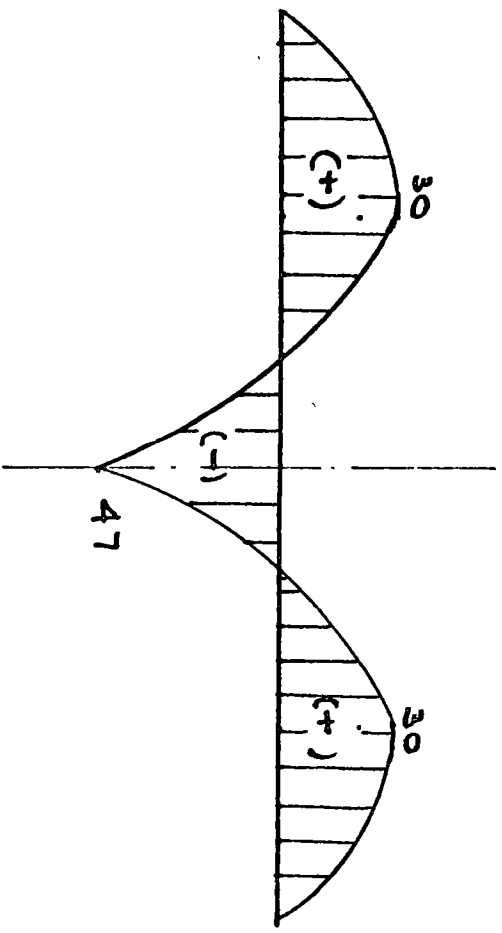


DIAGRAMA DE MOMENTOS (ton-m)

2) Diseño por resistencia

Suponiendo 2 cables 12ø7 y 2 #5

$$A_{prif.} = 4.62 \times 2 = 9.24 \text{ cm}^2$$

$$A_{ref.} = 2 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$$

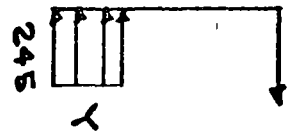
2a - Verificación en el apoyo central

$$f_c'' = 0.7 f_c' = 245 \text{ Kg/cm}^2$$

Suponiendo la fluencia del acero:

$$245 \times 42 \times \gamma = 9.24 \times 13,000 + 4 \times 4000$$

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{120,120 + 16,000}{10290} \\ &= 13.2 \text{ cm} \end{aligned}$$



El eje neutro estará en:

$$c = \frac{\gamma}{0.8} = \frac{13.2}{0.8} = 16.5 \text{ cm}$$

$$\epsilon_{s \text{ prod.}} = \frac{41.5 \times 0.003}{16.5} = 0.0075$$

$$\epsilon_s = 0.0075 + 0.0055 = 0.013 > 0.01$$

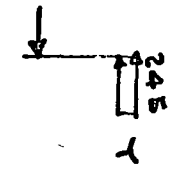
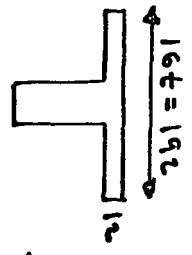
(al tensionar)

∴ El acero fluye y la suposición fue correcta

$$\begin{aligned} M_{resist} &= 120.12 (0.51) + 16 (0.54) \\ &= 61.2 + 8.6 = 69.8 \text{ tm} \end{aligned}$$

$$M_{ajuste} = 47 \times 1.4 = 65.8 < 69.8 \quad \text{O.K.}$$

2a - Verificación para el momento positivo



$$192 \times 245 \times \gamma = 120120 + 16000$$

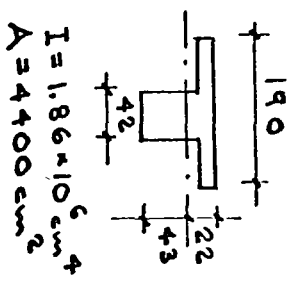
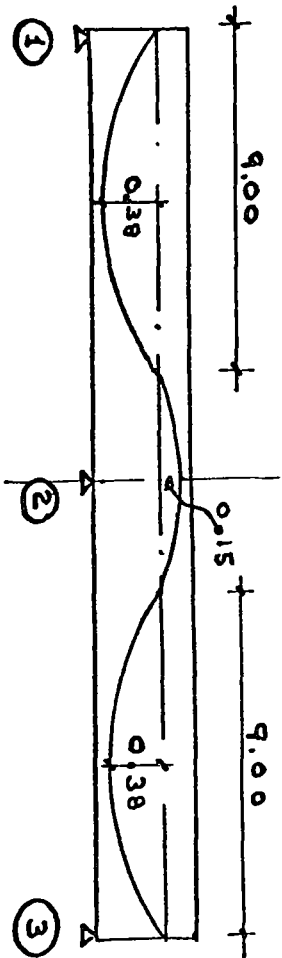
$\gamma = 2.9 \text{ cm}$
(Es obviamente subreforzado)

$$\begin{aligned} M_{resist} &= 120.1 (0.55) + 16 (0.60) \\ &= 66 + 9.6 = 75.6 \text{ tm} \end{aligned}$$

$$M_{ajuste} = 30 \times 1.4 = 42 \text{ tm} < 75.6 \text{ tm}$$

3) Verificación de esfuerzos

3a) Trazo de cables y cálculo del momento hiperestático de pretensionado

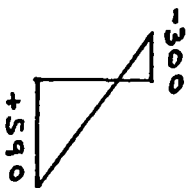


Cálculo del momento hiperestático de pretensionado, usando el 2º teorema de Mohr:

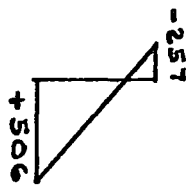
$$\Delta_{12} = \left(\frac{2}{3} \cdot 9 \cdot 0.38\right) 4.5 - \left(\frac{2}{3} \cdot 0.15 \cdot 3.00\right) 10.87 - \left(\frac{M_h \cdot 12}{2}\right) 8 = 0$$

$$M_h = 0.14 F, \text{ siendo } F \text{ la fuerza de pretensionado}$$

3b) Verificación de esfuerzos en el apoyo 2



carga permanente



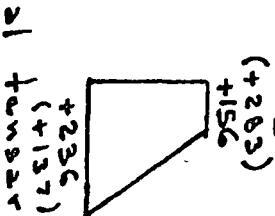
firma + carga viva

$$p_{\text{pretensionado}} : a = 0.15 + 0.14 = 0.29 \text{ m}$$

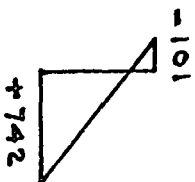
$$f_{p_0} = 80 \left(\frac{1}{0.44} + \frac{0.29 \cdot 0.22}{0.0186} \right) = +456 \text{ ton/m}^2$$

$$f_{p_0} = 80 \left(\frac{1}{0.44} - \frac{0.29 \cdot 0.43}{0.0186} \right) = -354 \text{ ton/m}^2$$

Diagramas finales :

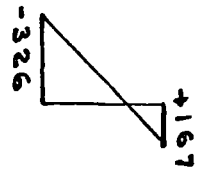
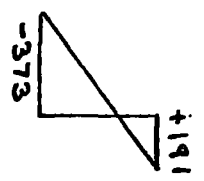


al fundar



en servicio

3c) Verificación de esfuerzos para momento positivo



carga permanente

carga viva

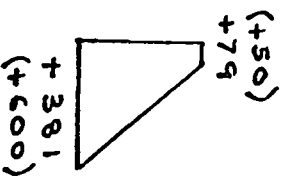
Presfuerzo : $e = 0.38 - 0.07 = 0.31m$

transferencia)

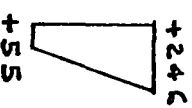
$$f_{ps} = 80 \left(\frac{1}{0.44} - \frac{0.31 \times 0.22}{0.0186} \right) = -112 \text{ ton/m}^2 \quad (-143 \text{ ton/m}^2)$$

$$f_{pi} = 80 \left(\frac{1}{0.44} + \frac{0.31 \times 0.43}{0.0186} \right) = +754 \text{ ton/m}^2 \quad (+965 \text{ ton/m}^2)$$

Diagramas de esfuerzos finales :



al tender



en servicio

Conclusiones :

- 1.- Por resistencia, al presfuerzo está bien proporcionado (Ver apoyo central)
- 2.- Por esfuerzos permisibles, al presfuerzo está algo sobrado de acuerdo a la tensión permisible de 200ton/m²
- 3.- Falta la verificación de la fuerza de presfuerzo sujeta en la transferencia y en servicio, y compararla con la sujeta para esto, será necesario el cálculo de las pérdidas de presfuerzo

4) Diseño por cortante

4a) Contribución del concreto

$$V_c = \rho_c b d = 0.5 \sqrt{f_c'} b d$$

$$= 0.5 \sqrt{245} \times 42 \times 60$$

$$= 19780 \text{ Kg} = 19.78 \text{ ton}$$

$$V_{act} = 19.5 \times 1.4 = 27.3 \text{ ton}$$

∴ Los estribos deberán tomar:

$$V_s = 27.3 - 19.7 = 7.6 \text{ ton}$$

Suponiendo estribos del #3 a cada 30 cm y con límite de fluencia = 4,000 Kg/cm²:

$$V_s = \frac{A_s n f_y' s}{S} \quad f_y' = 0.8 \times 4000 = 3200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$= \frac{1.42 \times 3200 \times 60}{30} = 9,000 \text{ Kg}$$

$$19.7 + 9 = 28.7 \text{ ton} > 27.3 \text{ ton} \quad \text{O.K.}$$

Se pondrán E#3 a 30 cm.

NOTA.- Si se hubiera aplicado el criterio de algunos reglamentos europeos que dan precisión la participación del concreto para tomar fuerza cortante y haciendo intervenir la compresión en el concreto producido por el pretensado, la sección serie E#3 a 22 cm.

ANTEPROYECTO DE
UNA LOSA PRETENSADA

Francisco Robles

Curso intensivo de estructuras
de concreto presforzado
Centro de Educación Continua
Facultad de Ingeniería - UNAM

Oct 1974

ANTEPROYECTO DE UNA LOSA PRETENSADA

En las hojas de cálculo del ejemplo que se acompaña se ilustra una forma de proceder a la elaboración de un anteproyecto de un elemento pretensado sencillo. Para mayor claridad los cálculos se han presentado en forma más detallada de lo que es usual. Se han considerado únicamente los aspectos fundamentales y se han evitado refinamientos que no se justifican en un cálculo preliminar. Los presentes comentarios pretenden complementar las hojas de cálculo.

El ejemplo trata el dimensionamiento de una losa pretensada precolada para formar la cubierta del paso subterráneo mostrado en la hoja de cálculo 1. La losa se apoya libremente sobre muros de mampostería y debe soportar un relleno de tierra además de una carga de servicio de 1 ton/m². Se supone que las losas serán proporcionadas por una planta de prefabricación que cuenta con un molde estandar de 1.20 m de ancho, diseñado de manera que el peralte de las losas producidas con él se puede ir variando en incrementos de 2.5 cm. Por lo tanto el proyectista deberá escoger un peralte que sea múltiplo de 2.5 m. Además deberá usar torón de 3/8", aunque podrá determinar el número de torones más conveniente, así como su localización.

Las especificaciones que se establecen en la sección de "Datos", están basadas, en términos generales, en la Sección H, del "Manual de diseño de obras civiles", de la CFE, y en el proyecto de Reglamento de las Construcciones, del IDDF, ~~nombrar~~ actualmente en estudio.

Para una estimación preliminar del peralte se tomó las

tres cuartas partes de $l/20$. El valor de 20 para la relación entre el claro de cálculo y el peralte total es usual en losas de concreto reforzado. Se supuso que el efecto del presfuerzo permite peraltes algo menores: de ahí el factor de $3/4$. Con base en estas consideraciones el cálculo del momento y la fuerza cortante para el primer tanteo se hicieron con las cargas muertas que resultan de considerar un peralte de 20 cm. La longitud de cálculo se determinó suponiendo que el ancho de la zona de apoyo es igual al peralte de la losa y que el centro del apoyo se encuentra a una distancia del paño igual a la mitad del peralte total. Resulta entonces un claro de cálculo de 5.20 m. Para establecer una sección tentativa de un elemento de concreto presforzado pueden seguirse diversos caminos. Por ejemplo, puede partirse de una consideración del comportamiento del elemento bajo condiciones de servicio, haciendo un análisis elástico de los esfuerzos producidos por las distintas cargas, y justificar posteriormente que el elemento tiene una resistencia adecuada. Otro procedimiento puede consistir en determinar primero una sección con suficiente resistencia y comprobar después si los esfuerzos que producen las cargas de servicio son inferiores a los permisibles. En el ejemplo se utilizó el segundo método.

Para comprobar si era adecuado el peralte de 20 cm establecido inicialmente a partir de una regla empírica tosca se determinó la máxima resistencia a la flexión que puede desarrollar la sección sujeta (hoja de cálculo 5). Esto se hizo suponiendo un índice de refuerzo $\rho = 0.3$, el máximo admisible según algunas recomendaciones. Véase, por ejemplo, el Manual de la CFE. Para calcular el momento resistente fue también necesario suponer un peralte efectivo. Se consideró un valor de $d = 0.85 h$, que es un

valor promedio en situaciones semejantes. Esto dió 17 cm. Como este valor implicaba un recubrimiento relativamente pequeño, se redujo a 16 cm. El momento calculado en esta forma fue 14.66 ton-m, considerablemente menor que el momento requerido de 17.51 ton-m, lo que obligó a hacer un nuevo tanteo, para el cual se consideró un peralte total de 25 cm, también múltiplo de 2.5, como el peralte de 20 cm supuesto inicialmente. Esto implicó ~~calcular~~ ^(cambiar) la longitud de cálculo de 5.20 a 5.25 m y hacer un ajuste en las cargas muertas.

Procediendo en la misma forma que en el primer tanteo, se comprobó que el momento máximo que se puede ~~desarrollar~~ desarrollar con la sección de 25 cm de peralte total (y un peralte efectivo de 20 cm) es ampliamente suficiente. La resistencia a cortante también resultó adecuada (hoja de cálculo 7). Esta resistencia se estimó de una manera proximada considerando que la resistencia a cortante depende únicamente de la resistencia a compresión del concreto, ^y suponiendo que la contribución del concreto se puede evaluar por medio de la expresión $V_c = F_r(v_c b d)$, donde $v_c = 0.5\sqrt{f_c^*}$. Aunque este criterio es muy tosco, suele ser adecuado para revisiones preliminares de losas, en que la fuerza cortante rara vez es crítica.

En las hojas de cálculo se incluyó una sección sobre análisis por rutina. En el ejemplo resulta innecesaria por la sencillez del ~~problema~~ problema. En otros problemas, sobre todo en el caso de estructuras hiperestáticas, antes de proceder al dimensionamiento de detalle, es frecuentemente necesario hacer un ajuste en los cálculos de momento y fuerza cortante.

Una vez que se ~~ha~~ comprobó que la resistencia de la sección de 25 cm de peralte era adecuada, se calculó el acero

correspondiente al momento requerido, lo que se hizo aplicando fórmula de resistencia usual. En la fórmula de momento se usó el valor aproximado de f_{su} , dado por la expresión

$$f_{su} = 0.85 f_{sr} \left(1 - 0.5 p \frac{f_{sr}}{f'_c} \right)$$

recomendada en el Manual de la CFE (sección 2.2.4 - d) y en el Reglamento ACI 318-71, ecuación 18-3. Esta expresión suele dar resultados lo suficientemente precisos en la mayoría de los casos. Si se requiere mayor exactitud y se dispone de gráficas esfuerzo-deformación del acero puede hacerse un análisis por tanteos sucesivos basado en condiciones de compatibilidad y equilibrio. En el ejemplo se obtuvo un área de acero de 7.846 cm². Se escogió un armado consistente en 16 torones de 3/8", que proporcionan un área ligeramente mayor. El acero de presfuerzo debe distribuirse de manera que su centro de gravedad coincida con el supuesto inicialmente en el cálculo. Además debe ser simétrico con respecto al eje vertical. De lo contrario el elemento adquirirá una deflexión lateral por excentricidad del presfuerzo. En el ejemplo los torones se colocaron en un solo lecho como se indica en el croquis de la hoja de cálculo 8. La separación entre torones correspondiente es suficiente para garantizar una adherencia adecuada y para permitir la colocación del concreto.

La sección establecida con el criterio de resistencia se revisó para determinar si los esfuerzos producidos por las cargas de servicio ~~eran~~ eran inferiores a los permisibles. Se consideraron dos condiciones: la condición inicial, en que actúan únicamente el presfuerzo existente en la transferencia, antes de las ~~máximas~~ pérdidas totales, y el peso propio; y la condición

final, en que actúa el presfuerzo que existe después de las pérdidas, toda la carga muerta y la carga viva. Como esfuerzo inicial del acero se tomó $0.7 f_{sr}$, el máximo admisible en la transferencia. Se supuso que el presfuerzo final es el 80% del presfuerzo inicial, como permite el manual de la CFE cuando no se cuenta con información adecuada sobre pérdidas. Esta suposición es razonable en cálculos preliminares. Los esfuerzos calculados resultaron en todos los casos inferiores a los permisibles. Para evitar repeticiones, en el ejemplo se revisó únicamente la sección de momento máximo. En la práctica conviene también revisar las secciones cerca de los extremos donde los momentos debidos a cargas exteriores son nulos, por lo que el presfuerzo puede ~~producir~~ producir esfuerzos de tensión críticos en la cara superior del elemento. En tales casos debe colocarse refuerzo ordinario adicional, calculado por los procedimientos que recomiendan los diversos reglamentos.

La revisión de deformaciones se hizo para dos condiciones de carga. En la primera se consideró el efecto de presfuerzo, el peso propio y la carga muerta superpuesta para investigar si la contraflecha podía llegar a ser excesiva. En la segunda se analizó el efecto del presfuerzo, el peso propio, la carga muerta superpuesta y el 50% de la carga viva, suponiendo que esta proporción de la carga viva es la que actuará en forma permanente y podrá contribuir a las deformaciones diferidas. También es interesante calcular la flecha inmediata producida por el total de la carga viva, como un indicio de la importancia posible de la vibración. En el paso (d) se comprueba que esta deformación es relativamente pequeña. Los cálculos indican que no llega a producirse contraflecha cuando no actúa la carga viva y que con el

50 % de la carga viva la flecha es pequeña. En la práctica, por motivos de apariencia, es preferible que en estas condiciones el elemento conserve algo de contraflecha. Convendría entonces aumentar sea el peralte o sea el presfuerzo.

Se estableció como deformación total admisible, sea hacia arriba ^o hacia abajo, la cantidad de 2 cm. El valor que puede aceptarse depende esencialmente del uso de la estructura. Los reglamentos suelen sugerir límites razonables.

Un problema difícil es la determinación del presfuerzo y del módulo de elasticidad que deben usarse en el cálculo de deformaciones. Cuando se aplica el presfuerzo inicialmente éste es alto porque todavía no se han producido todas las pérdidas, pero el módulo es bajo porque el concreto tiene sólo una fracción de su resistencia total. Una vez que se han producido las pérdidas el presfuerzo baja y sube el módulo de elasticidad. T. Y. Lin trata este problema en forma sencilla en el capítulo 8 de su obra. En el ejemplo, para el cálculo de deformaciones inmediatas se ha utilizado el promedio de los presfuerzos inicial y final. Como módulo de elasticidad se utilizó el correspondiente a efectos de corta duración según el Reglamento del DDF. Las deformaciones ~~inmediatas~~ diferidas adicionales se obtuvieron multiplicando por el factor $k = 2$. Cualquier refinamiento mayor no parece justificado si no se cuenta con la información adecuada sobre los efectos del tiempo.

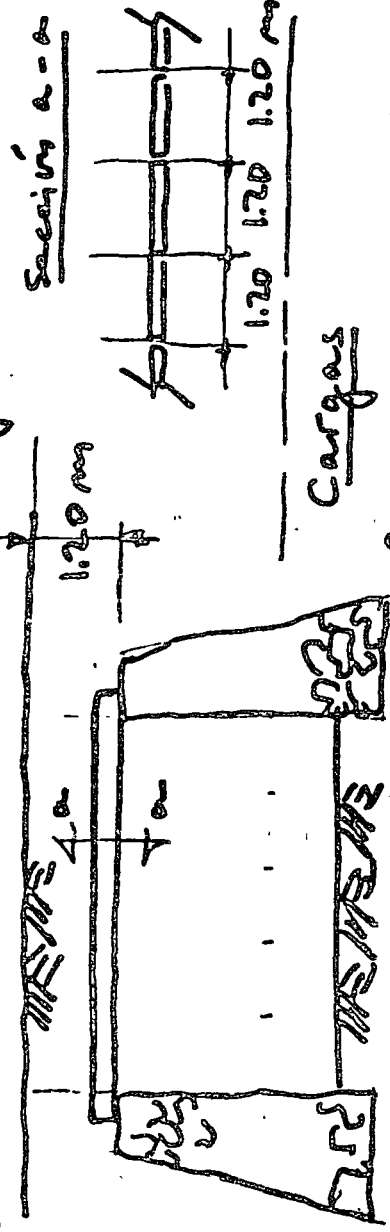
La fig B-4 de la obra de Lin citada da fórmulas para calcular las contraflechas producidas por presfuerzo aplicado por medio de tendones con distintas trayectorias. La fórmula utilizada en el ejemplo es la correspondiente a tendones ~~rectos~~ rectos.

En las zonas extremas de vigas pretensadas los tendones ocasionan una tendencia al desparramiento longitudinal. Para restringir esta ^o/_l tendencia al desparramiento conviene utilizar refuerzo transversal. Cazaly y Huggins ("CPCI Prestressed Handbook", Canadian Prestressed Concrete Institute, Don Mills, Ontario, 1964) dan una regla sencilla para determinar este refuerzo transversal en elementos pretensados. Según los autores citados este refuerzo debe tener un área suficiente para resistir una fuerza igual al 4% del presfuerzo inicial. El área necesaria debe determinarse considerando un esfuerzo de trabajo en el acero de 1 400 kg/cm². En el ejemplo el acero calculado con este criterio resultó ser 3.04 cm². El refuerzo transversal mostrado en la hoja de cálculo 17 es ampliamente suficiente para proporcionar este refuerzo.

ANTEPROYECTO LPSA PRETENSADA

DATOS

Geometría general



Cargas

Carga viva = $w_v = 1 \frac{\text{ton}}{\text{m}^2}$

P.vol. concreto = $w_c = 2.4 \frac{\text{ton}}{\text{m}^3}$

P.vol. relleno = $w_r = 1.6 \frac{\text{ton}}{\text{m}^3}$

Materiales:

Concreto : $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$; $f'_{ci} = 245 \text{ kg/cm}^2$

$E_c = 10,000$; $f'_{ci} = 187,000 \text{ kg/cm}^2$

(efector de curva ductiva)
 Coeficiente para efectos de fricción:

Aceero

Tornos de $\frac{3}{8}$ " : $a_s = 0.516 \text{ cm}^2$; $k = 2$

Resistencia mínima a la ruptura:

$f_{sr} = 18,410 \text{ kg/cm}^2$

Límite de fluencia convencional:
 (así correspondiente en base a
 densidad de 1.40)

$f_y = 17,440 \text{ kg/cm}^2$

Módulo de elasticidad:

$E_s = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

(2)

Especificaciones

(Se basan en las de la CFE y el Proyecto de Reglamento del DDF.)

Factor de carga (carga viva + carga muerta):

$$F_c = 1.4$$

Factor de reducción:

Para flexión: $F_r = 0.9$

Para cortante: $F_r = 0.8$

Esfuerzo reducido del concreto:

$$f_c^* = 0.7 f_c' = 245 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esfuerzo uniforme de compresión en cálculo de compresión:

$$f_c'' \leq 0.85 f_c^* = 208 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esfuerzo cortante que puede resistir el concreto:

$$N_c = 0.5 \sqrt{f_c''} = 7.8 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esfuerzos permisibles en el concreto en condiciones de servicio:

Instantáneamente después de la transferencia y antes de las pérdidas por retracción y flujo plástico:

Compresión: $0.60 f_c' = 0.60 \times 245 = 147 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

Tensión: $\sqrt{f_c'} = \sqrt{245} = 15.6 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA ③

Después de producir las pérdidas y cargas muertas y vivas:

Compresión

Tensión

$$0.45 f'_c = 158 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

$$2 \sqrt{f'_c} = 37.4 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

Esforzos permisibles en el acero:

Debidas a la fuerza aplicada por el gato

Inmediatamente después de la transferencia

$$0.80 f_{sr}$$

$$0.70 f_{sr}$$

Flecha máxima:

$$\underline{\underline{2 \text{ cm}}}$$

Se permite que la flecha sea menor que la permitida en 2.5 cm.

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

(4)

SOLUCION

ESTIMACIONES PRELIMINARES

1.º tanteo

$$\text{Paralte: } h \approx \frac{3}{4} \times \frac{l}{20}$$

$$\text{Si } h \approx 20 \text{ cm} \quad l = 5 + 0.20 = 5.20 \text{ m}$$

$$h \approx \frac{3}{4} \times \frac{5.20}{20} \approx \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$$

Peso propio:

$$w_{pp} = 0.20 \times 2.4 = \underline{\underline{0.48 \frac{\text{tm}}{\text{m}^2}}}$$

Carga total por m²

$$\text{Carga muerta superpuerta (relleno)} \quad w_r = 1.60 \frac{\text{tm}}{\text{m}^2}$$

$$w_{pp} = \underline{\underline{0.48}}$$

Carga muerta total

$$w_{cm} = 2.08$$

Carga viva

$$w_{cv} = \underline{\underline{1.00}}$$

$$w = \underline{\underline{3.08 \frac{\text{tm}}{\text{m}^2}}}$$

Carga total por ml

$$w_{ml} = 3.08 \times 1.20 = \underline{\underline{3.70 \text{ tm/m}}}$$

ANTERPROYECTO LOSA PRETENSADA

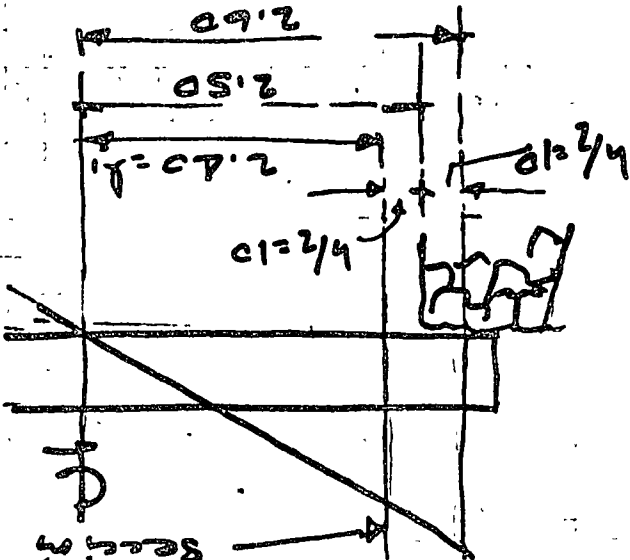
5

Momento último requerido

$$M = \frac{1}{8} \times 3.7 \times 5.2^2 = 12.51 \text{ tm-m}$$

$$M_u = 1.4M = 1.4 \times 12.51 = 17.51 \text{ tm-m}$$

Forza cortante última requerida



$$V = \frac{1}{2} \times W^l = 2.10 \times 3.70 = 8.9 \text{ tm}$$

$$V_u = 1.4V = 1.4 \times 8.9 = 12.46 \text{ tm}$$

Momento constante para el momento de la sección superior

$$q_{max} = 0.3$$

$$d = 0.85h = 0.85 \times 20 = 17 \text{ cm}$$

$$Usa d = 16 \text{ cm} < 17 \text{ cm}$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

6

$$M_u = F_r [9 (1 - 0.59) f' c b d^2] \\ = 0.9 [0.3 (1 - 0.3 \times 0.5) 208 \times 120 \times 16^2]$$

$$M_u = 14.66 \text{ tm-m} < 17.51 \text{ tm-m}$$

re tanteo \therefore es necesario aumentar el peralte

Considerar $h = \underline{\underline{25 \text{ cm}}}$

Ajuste carga total por m²



$$w_p = 0.95 \times 1.6 = 1.52$$

$$w_{pp} = 0.25 \times 2.4 = 0.60$$

$$\text{Carga muerta total} = w_{cm} = 2.12$$

$$\text{Carga viva} = w_{cv} = 1.00$$

$$w = \underline{\underline{3.12}}$$

Carga total por ml

$$w_{ml} = 3.12 \times 1.20 = \underline{\underline{3.74 \text{ tm/ml}}}$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA ⑦

Momento $M_{F.M.O}$ requerido

$$M = \frac{1}{8} \times 3.74 \times 5.25^2 = 12.89 \text{ tm-m}$$

$$M_h = 1.4 \times 12.89 = 18.04 \text{ tm-m}$$

Fuerza $F_{F.M.O}$ requerida

$$V = \frac{P_i}{2} \times M_h^2 = 2.375 \times 3.74 = 8.188 \text{ tm}$$

$$V_h = 1.4 V = 11.463 \text{ tm} = 12.44 \text{ tm}$$

Momento M requerido $M_{F.M.O}$ requerido

$$q_{max} = 0.3$$

$$d \approx 0.85h = 0.85 \times 25 = 21.25$$

$$V_{adm} d = 20$$

$$M_h = 0.9 [0.3 (1 - 0.5 \times 0.3) 2.08 \times 120 \times 20^2] = 22.91 \times 10^5 \text{ kg-m}$$

$$M_h = 22.91 \times 10^5 > 17.51 \text{ tm-m}$$

Resistencia $M_{F.M.O}$ a flexión $M_{F.M.O}$ requerida

$$V_c = F_r (N_{LD}) = 0.85 \times 7.9 \times 120 \times 20 = 17.98 \times 10^5 \text{ tm}$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

8

ANÁLISIS

Momento: $M = 12.89 \text{ ton}\cdot\text{m}$

$M_u = 1.4 \times 12.89 = \underline{\underline{18.04 \text{ ton}\cdot\text{m}}}$

Fuerza constante en el centro del apoyo

$V = W_u \times 2.625 = \cancel{2.6} \times 3.74 \times 2.625 = \underline{\underline{9.82 \text{ ton}}}$

$V_u = 1.4 V = 1.4 \times 9.82 = \underline{\underline{13.75 \text{ ton}}}$

DIMENSIONAMIENTO

Cálculo del acero

$$M_u = F_r b d^2 f_c \rho (1 - 0.5 \rho)$$

$$\rho (1 - 0.5 \rho) = \frac{M_u}{F_r b d^2 f_c}$$

$$\rho (1 - 0.5 \rho) = \frac{18.04 \times 10^5}{0.9 \times 120 \times 20^2 \times 208}$$

$$\rho^2 - 0.5 \rho^2 - 0.2 = 0$$

$$\rho^2 - 2 \rho + 0.4 = 0$$

$$\rho = \underline{\underline{0.225}}$$

$$p = \rho \frac{f_c}{f_{sm}}$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA (29)

$$f_{sr} = 0.85 f_{sr} \left(1 - 0.5 p \frac{f_c}{f_{sr}} \right)$$

$$(a) \quad f_{sr} = 0.85 \times 18410 \left(1 - 0.5 p \frac{f_c}{f_{sr}} \right)$$

$$(b) \quad p = \frac{0.225 \times 208}{46.8} = \frac{f_{sr}}{46.8}$$

Sumando (b) en (a):

$$f_{sr} = 0.85 \times 18410 \left(1 - 0.5 \frac{f_{sr}}{46.8} \frac{f_c}{f_{sr}} \right)$$

$$f_{sr}^2 - 15649 f_{sr} + 19263919 = 0$$

$$f_{sr} = 14302 \text{ kg/cm}^2$$

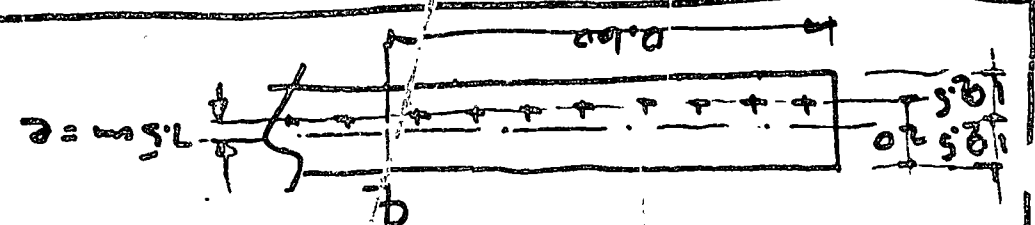
$$p = \frac{46.8}{14302} = \frac{f_{sr}}{14302} = 0.00327$$

$$A_s = p b d = 0.00327 \times 120 \times 20$$

$$A_s = 7.848 \text{ cm}^2$$

$$\text{Número de barras} = \frac{A_s}{A_b} = \frac{7.848}{0.516} = 15.2$$

∴ Usar 16 barras de 3/8" = 8.256 cm²
 > 7.848



Revisión de esfuerzos en la sección de momento máximo

Fórmulas

Condición inicial:

$$f_s = \frac{P_o}{A} \left[1 - \frac{e}{k_i} \right] + \frac{M_o}{S_s}$$

$$f_i = \frac{P_o}{A} \left[1 + \frac{e}{k_i} \right] - \frac{M_o}{S_i}$$

Condición final

$$f_s = \frac{P}{A} \left[1 - \frac{e}{k_i} \right] + \frac{M}{S_s}$$

$$f_i = \frac{P}{A} \left[1 + \frac{e}{k_i} \right] - \frac{M}{S_i}$$

Presfuerzo inicial

$$P_o = A_s f_{s_o}$$

$$A_s = \frac{8.256 \text{ cm}^2}{\text{kg/cm}^2}$$

$$f_{s_o} = 0.7 f_{cr} = 0.7 \times 18410 = \underline{12887}$$

$$P_o = 8.256 \times 12887 = \underline{106395 \text{ kg}}$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA ①

Momento inicial (Act. en el momento de peso propio)

$$w_{pp} = 1.2 \times w_p = 1.2 \times 0.6 = 0.72 \frac{t}{m}$$

$$M_0 = \frac{1}{8} w_{pp} l^2 = \frac{1}{8} \times 0.72 \times 5.25^2$$

$$M_0 = 2.41 \text{ t-m}$$

Momento final (P = 0.80 P_o)

$$P = 0.80 \times 106.395 = 85.116 \text{ kg}$$

Momento final

$$M = 12.89 \text{ t-m}$$

Área de la sección

$$A = 120 \times 25 = 3000 \text{ cm}^2$$

Efectividad

$$e = 7.5 \text{ cm}$$

Límite del núcleo central

$$k_1 = k_2 = \frac{25}{6} = 4.17 \text{ cm}$$

Módulo de sección

$$S_i = S_s = \frac{bh^2}{6} = \frac{120 \times 25^2}{6} = 12500 \text{ cm}^3$$

Cálculo de esfuerzos

Condición inicial

$$f_s = \frac{106395}{3000} \left[1 - \frac{7.5}{4.17} \right] + \frac{2.41 \times 10^5}{12500}$$

$$f_s = -9.04 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$f_i = \frac{106395}{3000} \left[1 + \frac{7.5}{4.17} \right] - \frac{2.41 \times 10^5}{12500}$$

$$f_i = +79.97 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

Condición final

$$f_s = \frac{85116}{3000} \left[1 - \frac{7.5}{4.17} \right] + \frac{12.89 \times 10^5}{12500}$$

$$f_s = +80.45 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

$$f_i = \frac{85116}{3000} \left[1 + \frac{7.5}{4.17} \right] - \frac{12.89 \times 10^5}{12500}$$

$$f_i = -23.71 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$$

13

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

Comparación esfuerzos calculados con esfuerzos permisibles

	<u>Esfuerzos calculados</u>	<u>Esfuerzos permisibles</u>
<u>Condición inicial</u>		
f_i	-9.04	-15.6
f_e	+79.97	+147
<u>Condición final</u>		
f_s	+80.45	+158
f_i	-23.71	-37.4

(Los esfuerzos positivos son de compresión y los negativos, de tensión.)

Todos los esfuerzos calculados son inferiores a los permisibles.

Estudio de flechas y contraflechas

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{120 \times 25^3}{12} = \underline{\underline{156250 \text{ cm}^4}}$$

$$E_c I_c = 187000 \times 156250 = \underline{\underline{2.9172 \times 10^{10}}}$$

a) Contraflecha inmediata de vida al

presfuerzo

$$c_1 = \frac{1}{8} \frac{M_{presf}}{E_c I_c}$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

(14)

Prestuzo promedio (P_m)

$$P_m = \frac{P_0 + P}{2} = \frac{106.395 + 85.116}{2}$$

$$P_m = \underline{\underline{95.756 \text{ ton}}}$$

$$M_{\text{max}} = P_m \times e = 95.756 \times 0.075 = \underline{\underline{7.1817}} \text{ ^{ton-m} }$$

$$e_1 = \frac{525^2}{8} \cdot \frac{7.1817 \times 10^5}{2.9172 \times 10^{10}}$$

$$= 2.1817 \times 10^5 \text{ ^{cm-m} } \left[\begin{array}{l} \text{cm} \\ \text{kg-cm} \end{array} \right]$$

$$e_1 = \underline{\underline{0.83}} \quad (+)$$

b) Contra flecha diferida o dici o mal
debida al perforado

$$e_2 = k e_1 = 2 \times 0.83 = \underline{\underline{1.66}} \text{ cm } (+)$$

c) Flecha inmediata debida a una
carga uniforme de 1 ton/m

$$1 \text{ ton/m} = 10 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}}$$

$$\delta_1 = \frac{5}{384} \frac{w l^4}{E_c I_c} = \frac{5 \times 10 \times 525^4}{384 \times 2.9172 \times 10^{10}}$$

$$\delta_1 = \underline{\underline{0.34}} \text{ cm } (-)$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

(15)

d) flecha inmediata debida a
carga viva

$$w_{cv/ml} = 1.2 m^2 \cdot 1 t/m/m^2 = \underline{\underline{1.2 t/m/m}}$$

$$S_2 = 1.2 S_1 = 1.2 \times 0.34 = \underline{\underline{0.41}} \text{ cm (-)}$$

e) flecha inmediata debida a
solo de la carga viva

$$S_3 = \frac{S_2}{2} = \underline{\underline{0.20}} \text{ cm (-)}$$

f) flecha diferencial debida a
solo de la carga viva

$$S_4 = la S_3 \times 2 = 0.20 = \underline{\underline{0.40}} \text{ cm (-)}$$

g) flecha inmediata debida a
peso propio más carga permanente

$$w_{cm/ml} = 1.2 m^2 \times 2.08 = 2.50 t/m/m^2$$

$$S_5 = 2.5 \times S_1 = 2.5 \times 0.34 = \underline{\underline{0.85}} \text{ cm (-)}$$

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

(16)

b) Flechas diferidas devida a
peso propio más carga por momento

$$\delta_b = \delta_s = 2 < 0.85 = \underline{\underline{1.70 \text{ cm}}} \quad (-)$$

i) Flechas totales más distintas
condiciones de carga

Peso propio + peso propio + carga
muerta superpuesta:

$$\begin{aligned} c_1 + c_2 + \delta_5 + \delta_6 &= + 0.83 + 1.66 - 0.85 - 1.70 \\ &= - \underline{\underline{0.06 \text{ cm}}} \quad (0.06 < 2 \text{ cm}) \end{aligned}$$

Por fuerza + peso propio + ~~la~~ carga
muerta superpuesta + 50% de carga
viva:

$$\begin{aligned} c_1 + c_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 + \delta_6 &= \\ &= 0.83 + 1.66 - 0.20 - 0.40 - 0.85 - 1.70 \\ &= - \underline{\underline{0.66 \text{ cm}}} \quad (0.66 < 2 \text{ cm}) \end{aligned}$$

∴ Son aceptables las deformaciones.

17

ANTEPROYECTO LOSA PRETENSADA

REFUERZO EN REGIONES EXTREMAS

$$A_{s_{ext}} = \frac{0.04 P_o}{f_s}$$

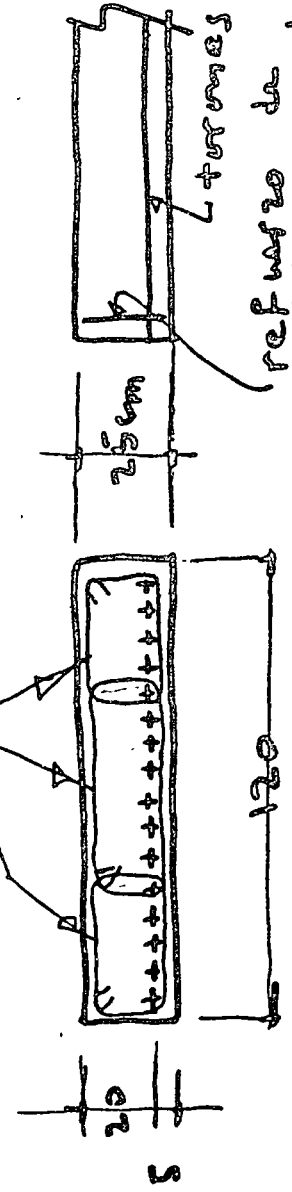
$$P_o = 106395 \text{ kg}$$
$$f_s = 1400$$

$$A_{s_{ext}} = \frac{0.04 \times 106395}{1400} = 3.04 \text{ cm}^2$$

$$N^{\circ} \text{ barras } \#3/8 = \frac{3.04}{0.71} = 4.28$$

CRONIS ARMADO

Un grupo de 3 estribos del #3 en cada extremo

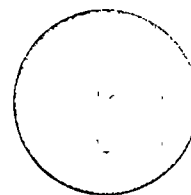


refuerzo de estribos en el extremo

16 barras del #3



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



PROFESORES DEL CURSO: ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO
(DEL 19 DE SEPTIEMBRE AL 4 DE NOVIEMBRE DE 1974).

ING. JOSE LUIS CAMBA
OMETUSCO # 35 DESP. 602
MEXICO 11, D.F.

ING. JEAN CLAUDE PERCHERON
JEFE DEL DESPACHO DE CALCULO
CIA. FREYSFINIT
NAPOLIS 36-2o. PISO
MEXICO 18, D.F.

ING. JOEL PONSODA
ADMINISTRADOR DE LA
CIA. FREYSFINIT
NAPOLIS 36-8o. PISO
MEXICO 18, D.F.

ING. JOSE MA. RIOBOO
INSURGENTES SUR # 1194 -302
MEXICO, D.F.

ING. FRANCISCO ROBLES FERNANDEZ
JOSEFA ORTIZ DE DOMINGUEZ # 32
TIZAPAN
MEXICO 20, D.F.

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRES-
FORZADO (DEL 19 DE SEPTIEMBRE AL 4 DE NOVIEMBRE DE 1974)

- | <u>NOMBRE Y DIRECCION</u> | <u>EMPRESA Y DIRECCION</u> |
|---|---|
| 1. ING. SEALTIEL ALATRISTE MONTOTO
Ave. 7 Oriente No. 406
Puebla, Pue.
Tel: 6-31-67 | |
| 2. SR. MIGUEL A. ALONSO ESCOTO
Balblosa No. 1120-301-B
Col. Portales
México 13, D. F.
Tel: 5-32-55-36 | CONSTRUCTORA HUASTECA DE MEXICO, S.A.
Guadalupe Ramírez No. 78
Tepepan, Xoch.
Tel: 5-73-51-45 |
| 3. ING. OSCAR DE LA TORRE RANGEL
México, D. F. | PROYECTO ESTRUCTURAL, S. A.
México, D. F. |
| 4. ING. ANICETO DORANTES ROMERO
Priv. Eugenio Gutiérrez No. 9
Col. Portales
México 13, D. F.
Tel: 5-32-81-42 | DIRECCION GENERAL DE OBRAS HIDRAULI-
CAS Y ALCANTARILLADO
Calz. de San Antonio Abad
Esq. con Juan A. Mateos 7o. Piso
México, D. F.
Tel: 5-78-24-20 |
| 5. ING. ANTONIO ECHEVERRIA GARCIA
2a. Cerrada Calle 10 No. 226
Col. Granjas san Antonio
México, D. F.
Tel: 5-81-41-50 | ESTUDIOS DE INGENIERIA Y PLANEACION,
S. A.
Paseo de la Reforma No. 2165
México 10, D. F.
Tel: 5-96-29-77 |
| 6. ING. FERNANDO M. GONZALEZ ROSER
Av. Cuauhtémoc 831-8
México, D. F.
Tel: 5-23-97-20 | ESTRUCTURAS Y CIMENTACIONES, S. A.
Minería No. 145
Col. Escandón
México 18, D. F.
Tel: 5-16-04-60 |
| 7. ING. ESTHER GOMEZ VALDIVIEZO
Oriente 51 No. 1360-16
Villa de Cortés
México 22, D. F. | DIRECCION GENERAL DE AEROPUERTOS
(S.O.P.)
Xola y Ave. Universidad
México 12, D. F.
Tel: 5-19-52-86 |
| 8. ING. JUAN PEDRO IZE M.
Sierra Ventana No. 445
México 10, D. F.
Tel: 5-20-38-74 | FREYSSINET, S. A.
Nápoles No. 36-2o. Piso
México, D. F.
Tel: 5-33-55-00 |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRES-
FORZADO (DEL 19 DE SEPTIEMBRE AL 4 DE NOVIEMBRE DE 1974)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
9. ING. LUIS E. MACIAS MARTINEZ Capricornio 33 Col. P. Churubusco México 13, D. F. Tel: 5-82-83-54	TECNICOS EN ESTUDIOS Y PROYECTOS, S.A. Petén Norte No. 15 - Bis Desp. 101 Col. Narvarte México 13, D. F. Tel: 5-19-91-99
10. SR. JOSE L. MILLAN GUILLEN Casas Grandes 240-203 Col. Narvarte México 12, D. F. Tel: 5-90-47-85	SECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS Miguel Laurent 840-1er. Piso México 13, D. F. Tel: 5-59-20-48
11. ING. ILDEFONSO NAVARRO MARTINEZ México, D. F.	PROYECTO ESTRUCTURAL, S. A. México, D. F.
12. ING. JOSE M. PONTON MORALES Playa Pie de la Cuesta 320 Casa 3 Col. Reforma Iztaccihuatl México 13, D. F. Tel: 5-32-42-08	ESTUDIOS DE INGENIERIA Y PLANEACION, S.A. Paseo de la Reforma No. 2165 México 10, D. F. Tel: 5-96-29-77
13. SR. CARLOS A. PONCE CORDOVA Cerro Dos Conejos No. 167 Col. Romero de Terreros México 21, D. F. Tel: 5-54-27-02	ESTUDIOS DE INGENIERIA Y PLANEACION, S.A. Paseo de la Reforma No. 2165 México 10, D. F. Tel: 5-96-29-77
14. ING. JOSE F. PONCE CORDOVA Cerro Dos Conejos No. 167 Col. Romero de Terreros México 21, D. F. Tel: 5-54-27-02	ESTUDIOS DE INGENIERIA Y PLANEACION, S.A. Paseo de la Reforma No. 2165 México 10, D. F. Tel: 5-96-29-77
15. ING. ROLANDO VALLE F. Sierra Ventana 445 México 10, D. F.	FREYSSINET, S. A. Nápoles 36-601 México, D. F. Tel: 5-33-55-00

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRES-
FORZADO (DEL 19 DE SEPTIEMBRE AL 4 DE NOVIEMBRE DE 1974)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

16. ING. ELIER S. VILLARREAL ELIZONDO
Calle Violeta No. 3354
Col. Moderna
Monterrey, N. L.
Tel: 54-62-09

BUFETE INDUSTRIAL DE MONTERREY,
S. A.
Edificio Santos Degollado No.619
México, D. F.
Tel: 46-75-65

