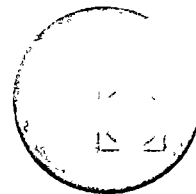




centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



*curad*

EVALUACION ECONOMIA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

PANORAMA: DE LA EVALUACION ECONOMICA

ING. CARLOS URIEGAS TORRES

## INTRODUCCION

### 1.1.- INGENIERIA, TECNOLOGIA Y ECONOMIA.

El objetivo primordial de la Ingeniería es la creación de sistemas para satisfacer las necesidades humanas. Puesto que dichos sistemas deben construirse en el medio físico que nos rodea, aprovechando los recursos que el mismo provee, son antecedentes necesarios de la práctica de la ingeniería:

- a) El conocimiento e investigación de las leyes que gobiernan el mundo físico, es decir, la ciencia pura.
- b) El conocimiento, perseguido con fines utilitarios, de la forma en que puede aplicarse la ciencia pura a la solución de problemas prácticos. Este tipo de conocimientos se denomina ciencia aplicada.
- c) El conocimiento empírico de medios y formas de hacer las cosas, no derivado de la experimentación científica. Estos conocimientos empíricos, juntos con la ciencia aplicada, constituyen la tecnología.

Puede decirse, por lo tanto, que la ciencia y la tecnología son fundamentos de la Ingeniería. Pero ésta, al tener como objetivo la satisfacción de necesidades humanas, debe operar además en el ambiente de la economía. Sabemos bien que existen

muchos sistemas que son técnicamente factibles, pero que no encuentran justificación económica. Por ejemplo, se han desarrollado diferentes procesos para la conversión del agua salada del mar en agua dulce; sin embargo, dichos procesos no han encontrado aplicación amplia debido a que sólo en circunstancias especiales resultan económicamente factibles.

En conclusión, la ingeniería trasciende a la tecnología en cuanto que debe prestar atención al principio general de economía de los recursos y de optimización de su uso, en una época y contexto social determinados. La excelencia de los trabajos de ingeniería no se estima sólo en base a la eficiencia técnica de los sistemas que crea, sino también en base a la eficiencia económica de los mismos, expresada como función de los costos incurridos y de los valores o beneficios obtenidos. Es tarea del ingeniero combinar recursos, herramientas de producción, energía y trabajo en un sistema integrado, que sea capaz de producir algo totalmente nuevo y útil, o un producto mejor al mismo costo, o el mismo producto a un costo menor, o quizá un producto mejor a menor costo.

## 1.2. - INGENIERIA Y ADMINISTRACION.

El aspecto económico de la ingeniería tiene que ver con la satisfacción de necesidades humanas, las cuales se originan frecuentemente en presiones y tensiones emocionales más que en procesos lógicos de elección. Por ello es necesario aceptar la incertidumbre de las acciones y reacciones humanas como factor insoslayable del análisis económico.

La incertidumbre asociada a los fenómenos económicos ha hecho que, a menudo, el ingeniero se desentienda del aspecto económico de su profesión para concentrarse en los aspectos técnicos susceptibles de un análisis objetivo y exacto. Piensa que las decisiones sobre problemas humanos y económicos corresponden al empresario o al ejecutivo, y que el ingeniero debe concretarse a presentar a consideración de aquél las alternativas técnicas viables.

Esta posición es desafortunada, porque los problemas técnicos han llegado a ser de tal manera complejos y especializados, que la persona sin preparación técnica encuentra difícil, y a veces imposible, comprender los aspectos técnicos de una propuesta, relacionándolos con su valía económica. De esta manera, el ingeniero observa en ocasiones que se desechan propuestas bien fundadas o se aceptan propuestas inconvenientes, porque algún ejecutivo no fue capaz de entender cabalmente su significado y

sus implicaciones técnico-económicas.

Cada vez más, el ingeniero deberá tomar parte en el proceso de decisiones gerenciales, en un mundo crecientemente técnico. Debe para ello abandonar un papel pasivo, que corresponde más a un técnico que a un profesionalista, y adoptar una actitud creativa, sin temor a aceptar la responsabilidad respecto a los problemas humanos y económicos, inseparables de los técnicos, en los sistemas que tiene la misión de crear para beneficio de su comunidad.

### 1.3. - DECISIONES ECONOMICAS EN LA INGENIERIA.

El Ingeniero necesita herramientas que le permitan evaluar la valía o eficiencia económica de un proyecto, de la misma manera que necesita herramientas técnicas para juzgar el comportamiento de un sistema desde el punto de vista estructural, hidráulico o termodinámico. El conjunto de principios y técnicas que se utilizan para comparar y evaluar sistemas alternativos desde el punto de vista económico se conoce como Ingeniería Económica. Puede decirse por lo tanto que la Ingeniería Económica es la teoría de la decisión económica aplicada a los trabajos de Ingeniería.

## OBJETO DE LA INGENIERIA ECONOMICA

### 2.1. - SISTEMAS.

Tanto el ingeniero como el ejecutivo de una empresa, se enfrentan cotidianamente con problemas relativos a sistemas, sobre los que actúan y acerca de los cuales toman decisiones.

He aquí algunos ejemplos:

- a) Una máquina para construcción (por ejemplo una grúa o un bulldozer). Es un sistema mecánico capaz de ejecutar determinadas operaciones que forman parte del proceso constructivo de una obra. Desde el punto de vista del usuario podrían considerarse las siguientes cuestiones: ¿Qué características debe tener la máquina? ¿Conviene comprarla o alquilarla? ¿Conviene conservarla cuando ha llegado a una edad determinada? ¿Qué inventario de refacciones conviene tener para su mantenimiento? etc.
- b) Máquina con operador: La misma máquina del ejemplo anterior, pero incluyendo su(s) operador (es). En este sistema, un poco más complejo, se suscitan otros problemas, como los siguientes: ¿Cómo seleccionar al operador? ¿Conviene contratarlo permanentemente? ¿Cómo se puede controlar y mejorar la productividad del sistema máquina-operador? ¿Cómo disminuir los riesgos de operación de la máquina? etc.

- c) Obra: Es un sistema mucho más complejo, compuesto generalmente por varias máquinas, instalaciones, operadores, operarios, obreros, ingenieros y administradores. Se plantean las siguientes interrogantes: ¿Qué plan de construcción conviene seguir? ¿Qué secuencias de actividades deben establecerse? ¿Qué maquinaria conviene emplear? ¿Cuántas máquinas de cada clase? ¿Qué técnicas de construcción? ¿Cómo lograr el costo mínimo de la obra dentro de las restricciones establecidas? Y muchísimas otras.
- d) Empresa constructora: Constituye un sistema socio-económico y técnico, establecido con el fin de obtener utilidades mediante la prestación de un servicio dentro de la industria de la construcción. Los problemas de una empresa son aún más complejos: ¿En qué campo específico de la construcción operar? ¿Qué tipo de organización adoptar? ¿En qué concursos de obras participar? ¿Qué equipo adquirir? ¿Qué actividades y servicios centralizar? y así sucesivamente.
- Obsérvese que el sistema "empresa" comprende uno o más sistemas "obra" y que cada uno de éstos comprende uno o más sistemas "máquina". Esto ilustra el principio de que todo sistema forma parte de sistemas más amplios, y comprende a su vez sistemas más reducidos. Otros ejemplos de sistemas escalonados a diferentes niveles de complejidad

serían:

- \* Una bomba.
- \* Una estación de bombeo
- \* Un sistema de conducción de petróleo por tubería entre A. y B.
- \* Un sistema regional de transporte de petróleo.

O bien:

- \* Un elemento estructural
- \* La estructura de un edificio
- \* Un edificio
- \* Un conjunto urbano

El término "sistema" se asocia comunmente a conjuntos complejos. Sin embargo, la complejidad depende del punto de vista del analista. Una máquina es un elemento simple desde el punto de vista del constructor, pero es un sistema muy complejo desde el punto de vista del diseñador y del fabricante.



## 2.2. - CONCEPTO GENERAL DE SISTEMA.

Los ejemplos antes expuestos ilustran la siguiente definición general:

Un sistema es un conjunto de entes, de las relaciones entre ellos y de las relaciones entre sus atributos; dichos entes actúan coordinadamente para la consecución de objetivos determinados.

Esta definición implica los siguientes conceptos que es importante destacar.

- a) Complejidad: Los sistemas son conjuntos, es decir, entes más o menos complejos. Un ente simple (desde el punto de vista del analista) no constituye un sistema. Los entes que componen un sistema pueden ser físicos (piezas, máquinas, personas...) o abstractos (datos, informes, metas, normas...)
- b) Organización: Los entes que integran un sistema están relacionados entre sí y estructurados de tal manera que el sistema constituye una unidad, diferente de la mera agregación de las partes. La relación e interacción entre las partes es a menudo más importante que las partes mismas. Un conjunto amorfo no constituye un sistema.
- c) Acción: Todo sistema realiza una función o efectúa un proceso, o varias funciones o procesos interdependientes, que operan sobre ciertas entradas o insumos del sistema, dando por

resultado determinadas salidas o productos del mismo.

Las entradas y las salidas del sistema pueden ser también entes físicos o abstractos.

- d) Finalidad: Todo sistema obedece a propósitos u objetivos definidos, que determinan la composición, estructura y acción del sistema.
- e) Fronteras: Todo sistema debe estar limitado para ser susceptible de análisis. Las fronteras del sistema quedan definidas al especificar los componentes de éste, ya sea explícitamente o mediante reglas y convenciones. Todo aquello que no forma parte del sistema, pero que influye sobre él o sufre la influencia del mismo, se denomina el ambiente del sistema. Elementos muy importantes del ambiente son los sistemas que, junto con el sistema analizado, constituyen el sistema de orden inmediato superior. Son también elementos muy importantes el dueño para quien se construye o instala el sistema y los clientes o usuarios de éste, en su caso. Nótese que las fronteras del sistema las fija el analista en forma más o menos arbitraria, de acuerdo con las necesidades del análisis.

### 2.3. - SISTEMAS PRODUCTIVOS DINAMICOS.

Desde el punto de vista de la Ingeniería Económica, interesan especialmente los sistemas que desarrollan un proceso de producción de bienes o servicios, o que realizan una parte de dicho proceso.

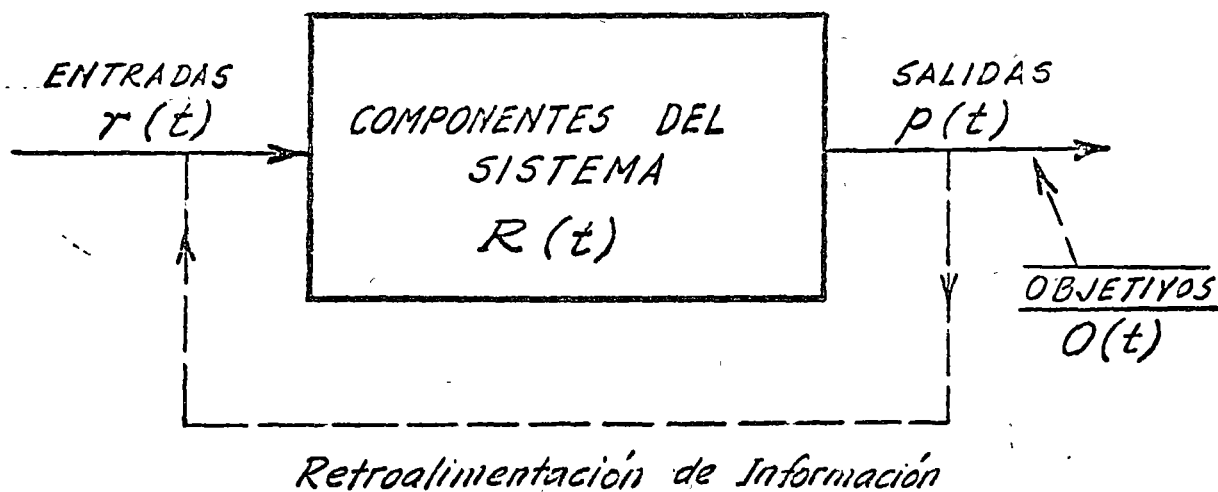


Fig. 1

La representación elemental de un sistema de esta clase se muestra en la figura No.1. Los elementos componentes del sistema serán todos aquellos recursos (hombres, máquinas, dinero, información, etc.) que sea necesario acumular y organizar para poder alcanzar los objetivos propuestos. Todo aquello que no forma parte del sistema, pero que in-

así hablar, respecto a un sistema dado, de análisis o diseño estructural, hidráulico, termodinámico, geométrico, organizacional, de dinámica de grupos, etc.

Se denomina sistema análogo al que resulta de considerar el sistema en estudio desde un punto de vista específico; y la representación o descripción del comportamiento del sistema análogo en términos físicos, verbales, gráficos o matemáticos se denomina un modelo del sistema. Podemos construir modelos geométricos (maquetas, planos), modelos matemáticos estructurales, modelos hidráulicos (físicos o matemáticos), modelos organizacionales (gráficos y verbales) y muchos otros.

Los modelos son abstracciones, simplificaciones o idealizaciones de los sistemas respectivos; son útiles en tanto que reproduzcan con fidelidad suficiente los fenómenos del mundo real; de ellos no puede decirse que sean verdaderos ni falsos, ya que su utilidad se juzga por su contribución al entendimiento de los sistemas que describen. Los modelos matemáticos (algoritmos, ecuaciones, tablas, programas de computadora) son especialmente útiles para estudiar las variaciones cuantitativas de los atributos de un sistema y de sus componentes. Los modelos gráficos ayudan a la comprensión de los fenómenos y a menudo complementan a los modelos matemáticos.

## 2.5. - MODELO ECONOMICO DE UN SISTEMA.

La Ingeniería Económica se refiere al análisis del modelo económico de un sistema, es decir, al estudio del comportamiento de un sistema desde el punto de vista económico.

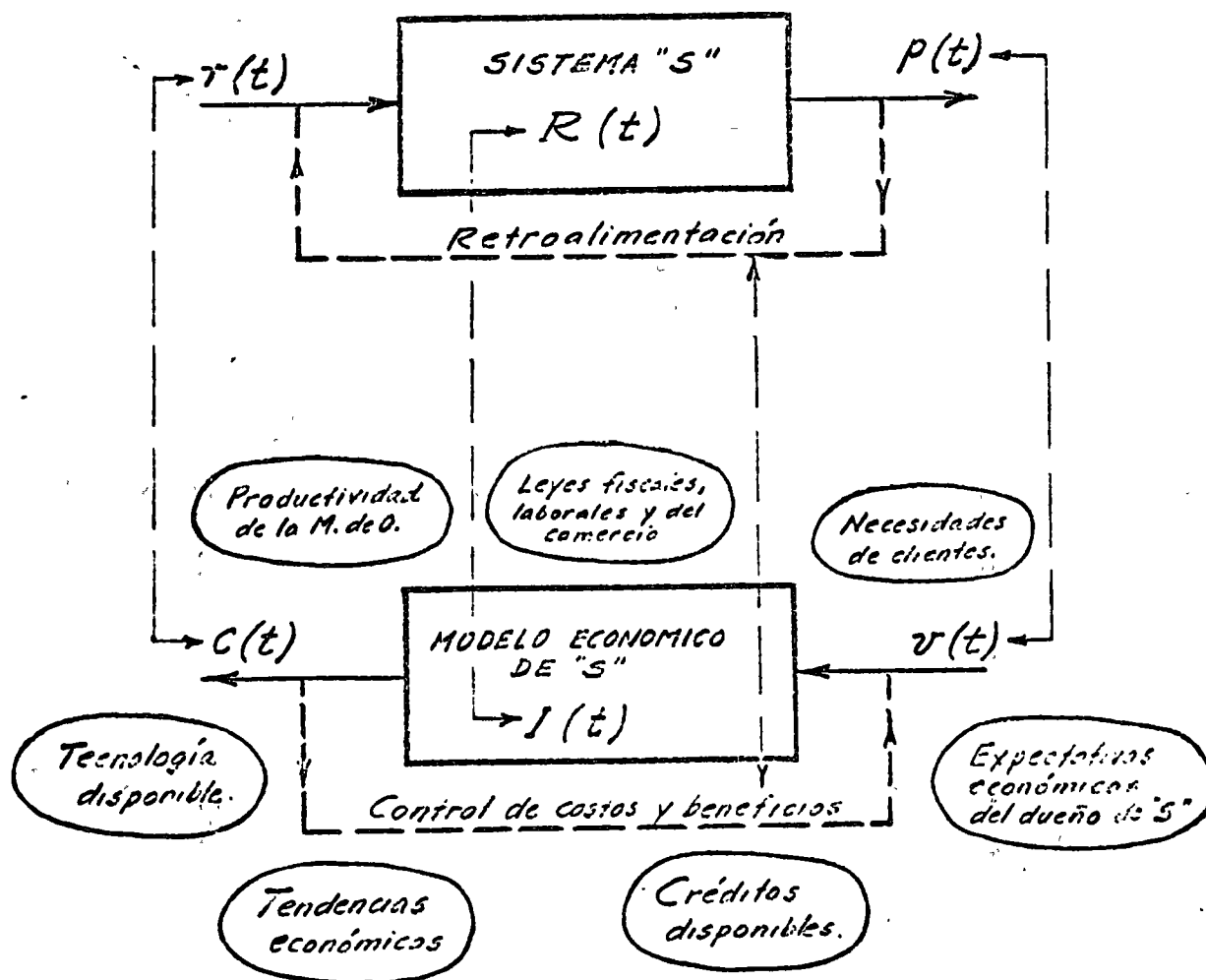


Fig. 2

El modelo económico elemental de un sistema (figura 2)

se obtiene traduciendo a términos económicos los elementos del modelo conceptual de la figura 1:

- a) Al flujo de recursos  $r(t)$  que el sistema toma del ambiente, corresponde un flujo de costos  $c(t)$  de sentido inverso, que el sistema debe pagar por ellos.
- b) A la corriente de productos  $P(t)$  que el sistema entrega al ambiente, corresponde un flujo  $v(t)$  de valores o beneficios que recibe el sistema. El flujo  $v(t)$  no siempre es determinable, especialmente cuando el sistema entrega sus productos a otros sistemas que forman parte de un sistema de orden superior. Considérese, por ejemplo, un equipo de proceso químico que forma parte de una planta; en este caso, el flujo  $v(t)$  podría determinarse para la planta completa, pero no para cada uno de los equipos de proceso que la forman. Cuando la corriente  $v(t)$  de un sistema es determinable, diremos que dicho sistema es económicamente autónomo. La empresa es un ejemplo típico.
- c) Los flujos de costos y beneficios, considerados en conjunto y expresados en dinero (cuando ésto es posible), reciben el nombre de flujo de efectivo.

Este se toma como negativo para los costos, y positivo para

los beneficios, reflejando así lo que el sistema recibe.

- d) A los recursos acumulados  $R(t)$  que componen el sistema, corresponde la inversión  $I(t)$ , que resulta de la acumulación del flujo de costos  $c(t)$  durante el período de proyecto y construcción o instalación del sistema. Los costos en que se incurre durante dicho período con objeto de integrar el sistema se denominan, en consecuencia, costos de inversión. Los costos en que incurre el sistema ya instalado, durante su vida útil, se denominan costos de operación y mantenimiento. Nótese que la inversión  $I(t)$  tiene un valor potencial susceptible de convertirse en el flujo de valores  $v(t)$  mediante la operación del sistema.
- e) La retroalimentación del sistema económico análogo corresponde al control económico del sistema real, consistente en la medición de costos y beneficios y de las relaciones entre ambos, la comparación de los valores obtenidos con los previamente estimados y la toma de decisiones tendientes a alcanzar los objetivos económicos del sistema.
- f) El ambiente del sistema económico análogo comprende, en primer lugar, las necesidades de los clientes potenciales del sistema, posibles consumidores de sus productos; en segundo término, las expectativas económicas del dueño del sistema en

cuanto al balance entre costos y beneficios derivados de éste.

En un entorno más amplio, el ambiente económico comprende las condiciones económicas generales de la localidad, la región y el país, tales como tendencias de la oferta y la demanda, productividad de la mano de obra, estado de avance de la tecnología nacional y cambios tecnológicos que se prevén en los procesos de producción, estabilidad de los precios o inflación, ambiente de competencia, situación de los créditos y muchas otras. El ambiente económico comprende también las restricciones y regulaciones impuestas por el gobierno, particularmente las leyes laborales y fiscales, las leyes del comercio, incluyendo las restricciones y concesiones arancelarias, y las leyes bancarias y crediticias.

## 2.6. - INGENIERIA ECONOMICA.

En la sección 2.5 se explicó el significado y los componentes del modelo económico de un sistema, y se identificó a la Ingeniería Económica con el análisis de dicho modelo. Más concretamente, puede definirse la Ingeniería Económica como el análisis de los flujos de efectivo asociados a dos o más sistemas alternativos, con objeto de juzgar la valía económica relativa de los mismos.



Sobre esta definición conviene hacer las siguientes reflexiones:

- a) La comparación de sistemas alternativos incluye la comparación de cursos de acción alternativos. Por ejemplo, la decisión entre comprar o rentar una máquina equivale a la comparación del sistema "máquina comprada" con el sistema "máquina rentada".
- b) La ingeniería económica presupone el planteamiento previo de alternativas técnicas relevantes y suficientes. Si se plantean alternativas que no son comparables, o que son inadecuadas para resolver el problema, o imposibles de realizar; o si no se plantean todas las alternativas pertinentes, el análisis económico carecerá de utilidad.
- c) El análisis de la valía económica de un solo sistema queda incluido en la definición. En efecto, dicho análisis equivale a la comparación entre el sistema que se examina y la alternativa de "no hacer nada" o "mantener la situación existente", que llamaremos la alternativa vacía o alternativa cero.
- d) Cuando los parámetros técnicos de un sistema pueden variar en forma continua, la selección de los parámetros más convenientes desde el punto de vista económico, o sea la optimización del sistema, plantea una infinidad de alternativas. En capítulos posteriores se examinará este tipo de problemas.

- e) El análisis económico exige la determinación del flujo de efectivo (ingresos y egresos) asociado a cada sistema alternativo, durante toda la vida útil del mismo, es decir, desde su concepción hasta su desmantelamiento, desecho o venta. Para ello es necesario traducir a términos monetarios todas las entradas y salidas de cada sistema alternativo. (Fig. 3).

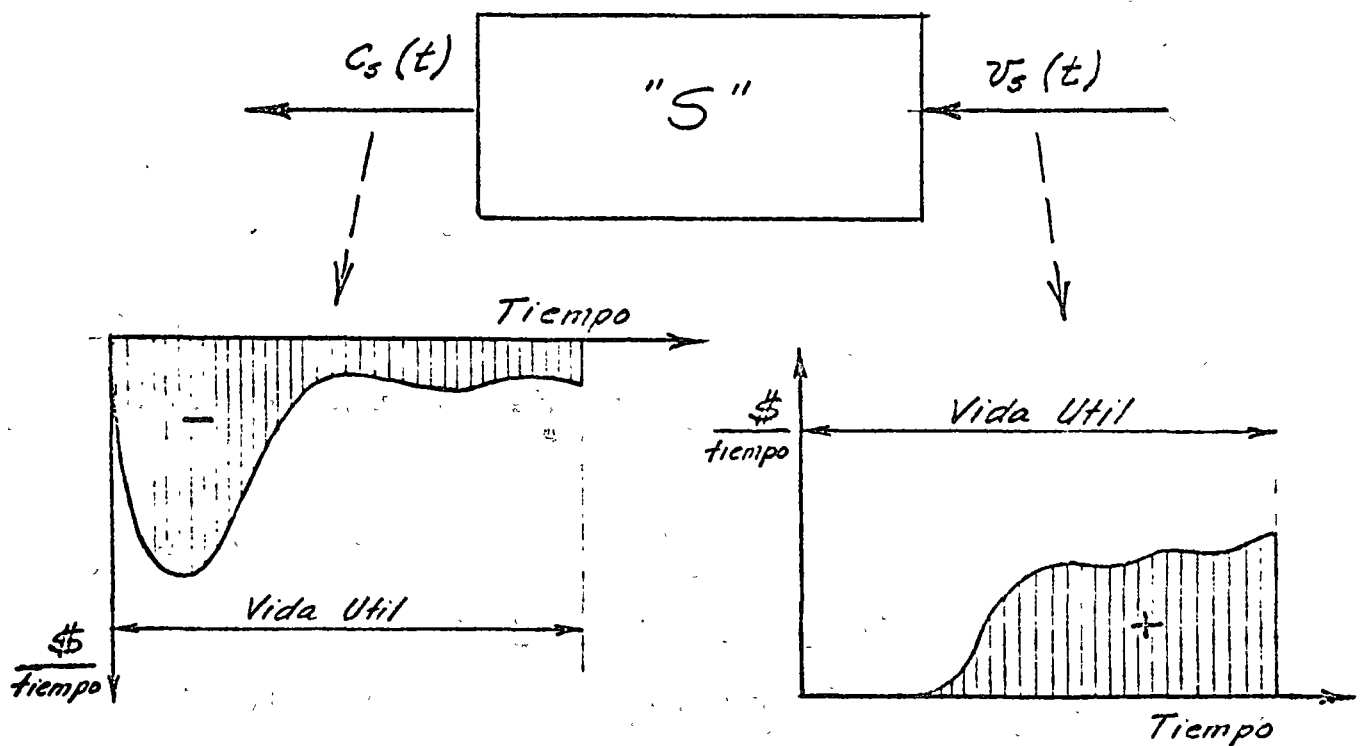
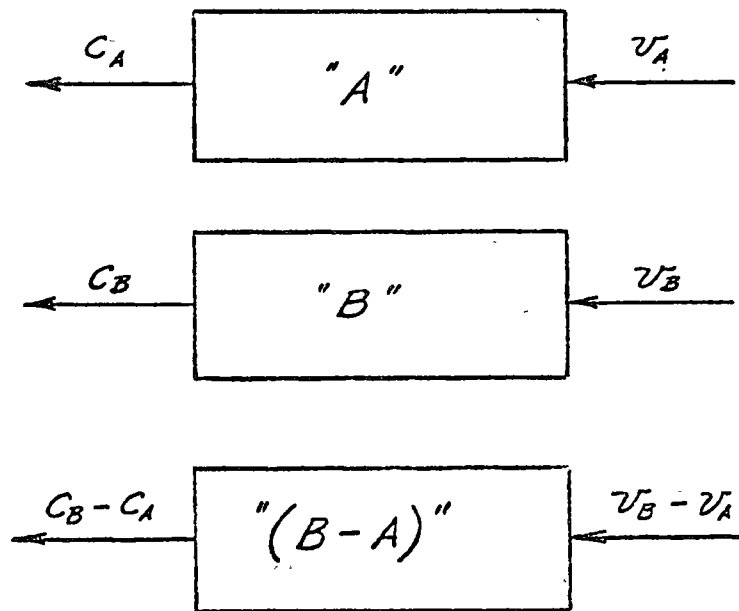


Fig. 3

Opcionalmente, en vez de analizar el flujo de efectivo de cada alternativa, se pueden analizar las diferencias de flujos de efectivo entre pares de alternativas, para seleccionar, finalmente la de mayor valía económica. (Fig. 4)



*Si el flujo de efectivo del sistema "(B-A)" es satisfactorio, el sistema "B" es mejor que el "A".*

Fig. 4

- f) Desde el punto de vista del análisis económico sólo son relevantes las diferencias de flujos de efectivo entre las alternativas; los ingresos o egresos que son iguales para todas las alternativas, tanto por su monto como por el tiempo en que ocurren, pueden omitirse en el análisis. Así por ejemplo, dos procesos alternativos para producir el mismo producto y que, por consiguiente, tienen el mismo flujo de ingresos,

pueden compararse considerando únicamente los flujos de egresos (costos). En la Fig. 4, si  $v_A = v_B$ , basta comparar  $C_A$  con  $C_B$ .

- g) La evaluación económica de sistemas, basada en la comparación de flujos de efectivo, presupone el establecimiento de criterios de elección, que permitan elegir de entre dos o más flujos de efectivo, el "mejor" o sea el de mayor valía. Estos criterios son, por lo tanto, medidas de valor desde el punto de vista del dueño del sistema. Este curso está dedicado en gran parte a exponer dichos criterios y su aplicación a situaciones prácticas.

## 2.7. - PLANTEAMIENTO DE ALTERNATIVAS.

Según se hizo notar antes, la ingeniería económica se basa en el planteamiento previo de alternativas técnicas relevantes y suficientes. Muchas decisiones erróneas se toman por falta de este requisito. He aquí algunos errores que se deben evitar, desplegando una actitud a la vez creativa y crítica.

- a) Pasar por alto cursos de acción que ofrecen oportunidades de ahorros o beneficios. Una alternativa poco eficiente aparece aceptable al compararla con otras aún menos eficientes.
- b) Estar convencido de antemano, que cierto curso de acción es el mejor; se plantean alternativas triviales, que no constitu-

yen verdaderas oportunidades de ahorros o beneficios. El "estudio" económico es un mero formulismo.

- c) Estudiar alternativas de inversión en nuevos equipos, sin considerar las alternativas correspondientes a mejoras de los métodos y sistemas presentes, reorganización de los servicios, mejor aprovechamiento del equipo actual, entrenamiento del personal, u otras medidas semejantes.
- d) Proponer sistemas cuyo objetivo es la perfección técnica, sin considerar su eficiencia económica. En muchos casos, sistemas relativamente sencillos, que emplean técnicas elementales, resultan más eficientes económicamente que otros de mayor perfección técnica. Muchas proposiciones de "modernización" o de "automatización" tienen este error de planteamiento.
- e) Falta de compatibilidad, total o parcial, del sistema propuesto respecto a otros sistemas conexos o respecto a sistemas de orden superior. Deben considerarse cuidadosamente las restricciones que impone el ambiente del sistema, y proceder del análisis de las decisiones o sistemas mayores al de las decisiones o sistemas menores, comprendidos en los primeros. Cuando ésto no es posible o práctico, el resultado del análisis económico de un sistema parcial debe considerarse de carácter preliminar, sujeto a revisión al integrar dicho estudio con el de otros sistemas. Por ejemplo, una propuesta con punto

de vista departamental tendrá carácter preliminar en tanto no se considere junto con las propuestas de otros departamentos, desde el punto de vista de la empresa. El punto de vista de sistemas implica que la economía de un conjunto reside en la apropiada combinación de elementos, más que en la economía individual de éstos.

- f) No considerar objetivamente las desventajas de cada alternativa junto con sus ventajas. El celo por defender una propuesta personal puede hacer que se pasen por alto las desventajas y se hagan resaltar sólo las ventajas de ella. A veces se repite la misma ventaja, expresada en diferentes formas, como si se tratara de ventajas diferentes. Por ejemplo: "Menores costos de operación" y "menos personal" puede significar lo mismo. Siempre que sea posible, las ventajas y desventajas deben traducirse en términos de dinero, cuidando que no haya duplicaciones.

## 2.8. - PUNTO DE VISTA DEL ANALISIS ECONOMICO.

En el párrafo 2.6 g) anterior se hizo hincapié en que la elección entre alternativas requiere establecer criterios de decisión.

Dichos criterios dependerán básicamente del punto de vista con que se haga el análisis. Debe haber siempre un criterio primario de decisión que refleje lo más fielmente posible el objetivo básico del sistema. Como las variables que intervienen en el

análisis tienen con frecuencia carácter aleatorio, y habiendo que tomar en consideración otros objetivos del sistema, resulta conveniente en muchos casos establecer, además, criterios secundarios de decisión que respondan a dichos aspectos de las decisiones.

El punto de vista del análisis económico, reflejado en los criterios de decisión, debe corresponder al punto de vista del dueño del sistema, que es quien fija los objetivos de éste. En la empresa privada deberán considerarse primariamente los intereses de los accionistas; en las obras públicas, los intereses de la población en general. En este último caso pueden oponerse los intereses de una localidad con los de una región o con los del país. Es importante que el punto de vista sea el apropiado para el sistema de que se trata. Más adelante, al tratar de la evaluación económica de las obras públicas, se insistirá sobre estas cuestiones.

He aquí algunos criterios que podrían considerarse:

- 1o) Maximizar las utilidades.
- 2o) Minimizar los costos.
- 3o) Maximizar la relación de beneficios a costos.
- 4o) Minimizar el riesgo de pérdidas.
- 6o) Maximizar las ventas.
- 7o) Maximizar el desarrollo económico del país.
- 8o) Crear el mayor número de fuentes de trabajo.

9o) Mejorar la distribución del ingreso.

10o) Maximizar el prestigio de la empresa.

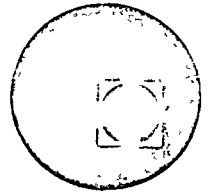
Es evidente que estos criterios no son compatibles entre sí y que generalmente sólo se puede satisfacer un criterio, que se toma como criterio primario. Otros criterios pueden usarse con carácter secundario. Algunos de los criterios mencionados son aplicables a la empresa privada; como el 1o., 2o., 4o., 6o. y 10o.; otros son aplicables a las obras públicas, como el 2o., 3o., 5o., 7o., 8o., y 9o.

Para la empresa privada se considera que, en general, el criterio primario es el 1o., puesto que responde al objetivo básico de ella, dentro del régimen de libre empresa. Los criterios 2o. y 3o. son, bajo ciertas condiciones, equivalentes al 1o. El criterio 4o. puede ser un importante criterio secundario. Otros criterios de los mencionados podrían ser válidos como primarios bajo circunstancias especiales.





centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

COSTOS Y CONTABILIDAD EN LA EMPRESA

ING. CARLOS URIEGAS TORRES

## COSTOS Y CONTABILIDAD EN LA EMPRESA

### 3.1. - FLUJO DE EFECTIVO EN LA EMPRESA.

Se ha definido el flujo de efectivo de un sistema como el flujo combinado de costos (egresos) y beneficios (ingresos). Estudiaremos ahora los componentes principales del flujo de efectivo del sistema "empresa", a través del "Estado de Resultados", que es uno de los informes financieros más importantes.

El estado de resultados es un modelo dinámico de la empresa, ya que muestra en forma clasificada y ordenada los movimientos de fondos ocurridos en un período determinado, generalmente de un año. Constituye un análisis numérico del flujo de efectivo de la empresa. El estado que se ilustra en la figura 5 sólo contiene los renglones más importantes; en la realidad, los estados de resultados son más detallados. Debe observarse lo siguiente:

- 1o) El "costo de ventas", es decir, de lo producido, se integra con los costos de producción erogados en efectivo y el cargo por depreciación del equipo y de las instalaciones de producción; se incluye un ajuste por diferencia entre el valor del inventario (productos en proceso y terminados) a principio de año, que el sistema "recibe" del año anterior, y el valor de dicho inventario al final del año, que el sistema "entrega" al año siguiente.

COMPañIA XYZ

ESTADO DE RESULTADOS DEL AÑO QUE TERMINA

EL 31 DE DICIEMBRE DE 19 \_\_\_

Ingresos de Operación (Ventas netas)		xxx
Menos Costo de las Ventas:		
Costos de producción en efectivo	xxx	
Costo del inventario (valor del inventario al 1o. Ene. 19 __, menos valor del inventario al 31 Dic. 19 __)	xxx	
Cargo por depreciación de la planta	<u>xxx</u>	
		<u>xxx</u>
Utilidad Bruta		xxx
Menos gastos de Operación:		
Gastos de mercadeo en efectivo	xxx	
Gastos de administración en efectivo	xxx	
Intereses sobre pasivo a largo plazo	xxx	
Cargo por depreciación de edificios, mobiliario y equipo de oficina.	<u>xxx</u>	
		<u>xxx</u>
Utilidad Neta, antes de impuestos		xxx
Menos Impuesto sobre el ingreso global de la empresa		<u>xxx</u>
Utilidad Neta, después de impuestos		xxx

Fig. 5

- 2o) Las ventas netas, menos el costo de las mismas, se denomina utilidad bruta.
- 3o) Los costos correspondientes a las actividades de ventas y a la dirección y administración de la empresa se denominan gastos de operación. Cuando éstos se sustraen de la utilidad bruta, se obtiene la utilidad neta antes de impuestos. Si a ésta última se le resta el impuesto sobre la renta, denominado en este caso impuesto al ingreso global de la empresa, se obtiene la utilidad neta después de impuestos.
- 4o) Los cargos por depreciación no constituyen un flujo de efectivo, puesto que no implican salida de dinero del sistema. La depreciación es una forma de distribuir un costo de inversión entre varios períodos contables, para calcular las utilidades de la empresa en cada año y los impuestos correspondientes. En el análisis económico, los costos de inversión se consideran en el momento en que se realizan, sin distribuirlos en varios años. Por lo tanto, no debe considerarse el cargo por depreciación dentro de los renglones de costos, puesto que se duplicarían los cargos de inversión.

### 3.2. - FLUJO DE EFECTIVO DE UN PROYECTO.

El campo de acción de la Ingeniería Económica es el análisis económico de sistemas que, por lo general, no abarcan a la empresa completa. Cada proyecto constituye un sistema que se pretende integrar a las operaciones de la empresa, formando parte de ésta. A cada proyecto va asociado un flujo de efectivo que forma parte del flujo de efectivo global antes descrito.

Si el proyecto tiene autonomía económica, su flujo de efectivo comprende un flujo de costos y un flujo de valores, ambos identificables y susceptibles de cuantificación; si el proyecto no goza de tal autonomía, sólo es cuantificable el flujo de costos y, respecto al flujo de valores, sólo puede afirmarse que el proyecto contribuirá a la producción de los productos de la empresa y, consecuentemente contribuirá a la creación de los valores que la empresa recibe.

El flujo de efectivo anual para un proyecto "p" cualquiera, se puede calcular en la siguiente forma:

Ingresos de operación del sistema	(IO) <sub>p</sub>
Menos: Costos de operación e efectivo	<u>(COE)<sub>p</sub></u>
Flujo de Efv. por operación antes de Impuestos.	(FEAI) <sub>p</sub> = (IO) <sub>p</sub> - (COE) <sub>p</sub>
Menos: Cargos por depreciación	<u>D<sub>p</sub></u>
Ingreso gravable	(IG) <sub>p</sub> = (FEAI) <sub>p</sub> - D <sub>p</sub>
Impuesto sobre el ingreso global a la tasa impositiva t:	(IIG) <sub>p</sub> = t (IG) <sub>p</sub> = t(FEAI) <sub>p</sub> - t D <sub>p</sub>
Flujo de Efv. por operación después de impuestos:	(FEDI) <sub>p</sub> = (FEAI) <sub>p</sub> - (IIG) <sub>p</sub>
	= (1 - t)(FEAI) <sub>p</sub> + t D <sub>p</sub>
	= (1 - t) [(IO) <sub>p</sub> - (COE) <sub>p</sub> ] + t D <sub>p</sub>
Menos: Flujo de costos de inversión en efectivo	<u>(CIE)<sub>p</sub></u>
Flujo de efectivo total	(FE) <sub>p</sub> = -(CIE) <sub>p</sub> + (FEDI) <sub>p</sub>
	= -(CIE) <sub>p</sub> + (1 - t) [(IO) <sub>p</sub> - (COE) <sub>p</sub> ]
	+ t D <sub>p</sub> .

Durante la etapa de construcción e instalación del sistema, el flujo de efectivo consta exclusivamente de los costos de inversión (CIE)p. Para fines de impuestos, dichos costos no son deducibles directamente del ingreso gravable de la empresa, sino a través de los cargos por depreciación. Durante la etapa inicial de operación existen todavía algunos costos de inversión, y los costos de operación (COE)p a menudo son mayores que los ingresos (IO)p, por lo cual puede haber un (FEAI)p negativo resultante de la operación.

### 3.3. - CONTABILIDAD DE COSTOS.

La Contabilidad de Costos se preocupa de los detalles de las actividades de la empresa, a través de un registro completo y preciso de los costos, a medida que éstos se originan en el curso del proceso productivo. Sirve, por ello, como sistema de información para planeación y control de las actividades de la empresa.

Puesto que muchos datos que sirven de base a los estudios de Ingeniería Económica se toman de los registros de la Contabilidad de Costos, es importante conocer el significado y alcance de las diversas clases de costos que se consignan en dichos registros contables.

Costo se define como el sacrificio, medido en términos monetarios, incurridos o por incurrir, para lograr un objetivo específico.

El costo es un atributo de los recursos escasos, puesto que los recursos que se pueden obtener libremente no exigen ningún sacrificio para su adquisición.

El término gasto se usa en el mismo sentido, para designar cierto tipo de costos que no tienen relación directa con la producción, tales como los gastos de mercadeo y de administración. Cuando el término costo se aplica específicamente, se acompaña siempre de un calificativo, con referencia al objeto al cual se aplica. Se habla así de costos directos o indirectos, fijos o variables, estandard, incurridos, diferenciales o de oportunidad. En lo que sigue, se dará una explicación de estos términos y otros semejantes. Los costos deben estimarse y entenderse siempre en relación con el propósito del estudio en que se aplican, ya que los mismos datos de costos no son igualmente aplicables a todos los fines.

A este respecto, es necesario advertir que las transacciones que originan los costos no proporcionan datos directamente utilizables para los propósitos de la empresa. La contabilidad de costos constituye un sistema (Figura No. 6) cuyo objetivo es procesar los datos derivados de las transacciones para convertirlos en información de costos utilizable por la gerencia de la empresa para cualquiera de los siguientes propósitos:



- a) Planeación de utilidades por medio del presupuesto.
- b) Determinación de políticas de precios.
- c) Control de los costos.
- d) Determinación periódica de las utilidades, incluyendo la valorización de los inventarios.
- e) Análisis económico de decisiones.

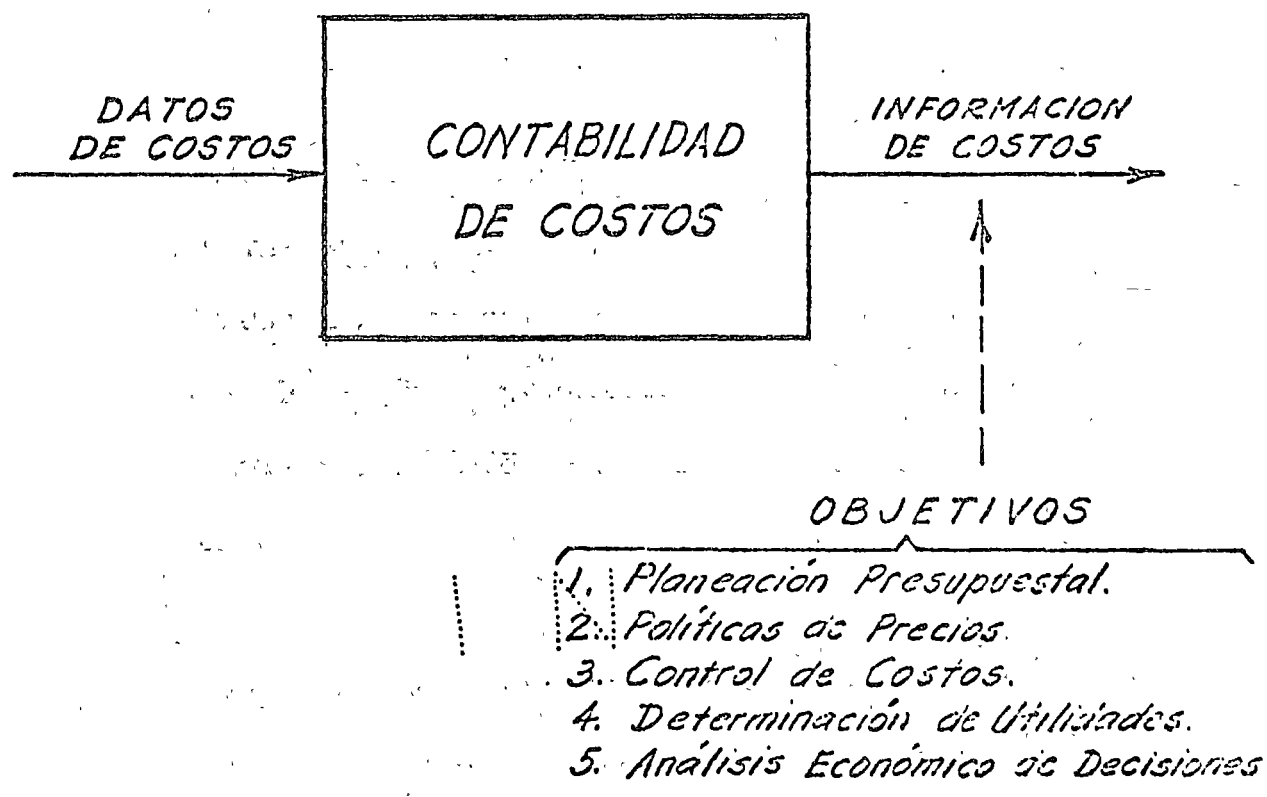


Figura No. 6 **SISTEMA DE INFORMACION DE COSTOS.**

y oportuna, dividida en empresas por departamentos, los que a su

### 3.4. - CLASIFICACION DE LOS COSTOS POR FUNCIONES DE LA EMPRESA Y POR PRODUCTO.

El cuadro de la figura 7 indica la clasificación y acumulación de los costos teniendo en cuenta: 1o) la naturaleza de las actividades que dan lugar a los costos, 2o) la relación de éstos con el producto.

Puede apreciarse que el costo total es la suma del costo de producción más los gastos de operación. El primero se refiere al costo de fabricar el producto, mientras que los segundos representan el costo de venderlo y de administrar el negocio.

El costo de producción se subdivide, relacionándolo con el producto, en costo directo y costo indirecto. El primero comprende: a) los materiales que forman parte del producto terminado y que se pueden cargar directamente a éste y b) la mano de obra empleada directamente en el proceso de fabricación. El costo indirecto incluye materiales, mano de obra y servicios que no pueden cargarse directamente a determinados productos o lotes de productos, por tratarse de gastos y cargos generales de la planta.

El costo indirecto de producción más los gastos de operación incurridos en un período, deben distribuirse entre las unidades producidas en el mismo período, para obtener el costo indirecto por unidad de producto. Esta distribución se hace en forma ordenada y objetiva, dividiendo la empresa por departamentos, los que a su

vez pueden dividirse por "centros de costos". Los departamentos coinciden normalmente con los establecidos en la organización de la empresa, mientras que los centros de costo pueden o no coincidir con divisiones organizacionales.

Los departamentos que realizan operaciones de producción se denominan departamentos de producción; sus costos pueden cargarse directamente al producto. Los departamentos que no participan directamente en el proceso de producción, sino que proporcionan servicio o auxilio a los departamentos de producción, se denominan departamentos de servicio ; los costos incurridos por estos departamentos deben ser absorbidos por los de producción, en proporción a los servicios que reciben.

A través del proceso de clasificación, distribución y acumulación antes descrito, la contabilidad de costos se esfuerza por determinar los costos "reales" de los productos. Esto parecería bastante simple, ya que según se dijo, basta cargar los costos de un período a la producción correspondiente al mismo período. Sin embargo, aún tratándose de los costos directos, surgen dudas en cuanto a los criterios específicos para hacer los cargos. Por ejemplo, cuando el costo de adquisición de los materiales es cambiante, ¿qué costo se debe asignar a las salidas del almacén? ¿Cómo valorar los inventarios? Por lo que se refiere a la mano de obra, supóngase que se acumulan ciertas órdenes de producción

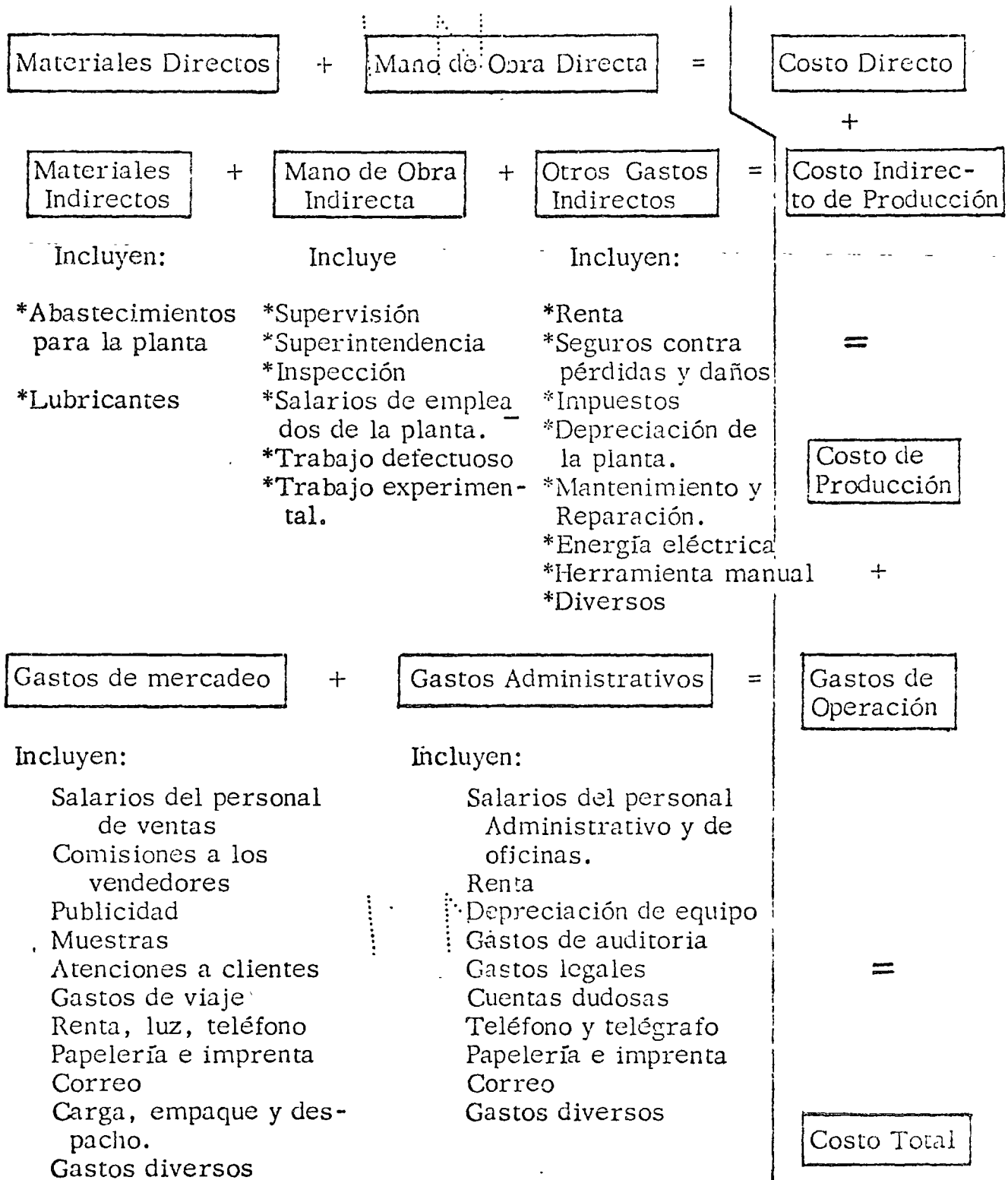


Figura 7

CLASIFICACION Y COMPOSICION DE LOS COSTOS

y se decide laborar tiempo extra; ¿Debe cargarse el costo adicional a la orden que se procesa durante dicho tiempo? ¿O debe distribuirse entre las órdenes procesadas en ese día? ¿O en el mes correspondiente?

En cuanto a los gastos generales o indirectos, su distribución presenta problemas aún más difíciles, ya que ésta puede hacerse de muchas maneras diferentes, según el punto de vista del análisis.

Finalmente, cuando se producen varios productos simultáneamente, sólo se conocen los costos conjuntos; la asignación de costos a cada producto puede hacerse sobre bases muy diversas.

Se concluye que los costos "reales" tienen validez sólo desde el punto de vista con que se determinaron. Por consiguiente, deben usarse con pleno conocimiento de sus limitaciones y de los criterios que los sustentan.

### 3.5. - DIFERENCIAS DE PUNTO DE VISTA ENTRE LA CONTABILIDAD Y LA INGENIERIA ECONOMICA.

Hemos visto las características más salientes de los registros contables y de las clases de costos que contienen. Conviene señalar ahora cuáles son los puntos de vista de la Contabilidad que no son aplicables a los estudios de Ingeniería Económica.

- a) En los estudios de Ingeniería Económica sólo interesa el flujo (entradas y salidas) de efectivo asociado a cada una de las alternativas consideradas.

Siendo el objetivo del análisis económico seleccionar la alternativa o curso de acción que maximice el patrimonio de la empresa, o lo que es lo mismo, el valor del capital neto generado internamente por la misma, sólo son relevantes en dicho análisis los cambios en el flujo de efectivo que sean consecuencia de los proyectos que se analizan; dicho flujo comprende los costos de inversión, así como los de operación en efectivo, pero no aquellos cargos que no implican entradas ni salidas de efectivo, como la depreciación. Debe recordarse siempre que ésta es sólo un asiento contable por medio del cual se distribuye el monto de una inversión en varios períodos contables, para sumarlo a los costos de operación en efectivo de dichos períodos. Con base en los costos de producción así obtenidos, se puede calcular utilidades, determinar impuestos y fijar un precio de venta al producto, que permita recuperar tanto los costos de inversión como los de operación. En el análisis económico, por otra parte, se trata de determinar si los ahorros o ingresos en efectivo derivados de una inversión compensan, con una ventaja aceptable, los costos de dicha inversión.

- b) En los estudios de Ingeniería Económica sólo son relevantes los costos evitables y los beneficios obtenibles correspondientes a cada alternativa.

Esto quiere decir que a cada alternativa sólo se le deben cargar los costos que se evitarían en caso de no aceptarla y sólo se le deben acreditar los ahorros o beneficios que se obtendrían efectivamente en caso de adoptarla.

De acuerdo con este principio, los costos indirectos casi nunca son relevantes en el análisis de alternativas de inversión, ya que muchos de ellos no son evitables. Por ejemplo, si la alternativa es instalar una máquina nueva en un taller, no debe cargarse a su costo de operación el "porcentaje de indirectos" determinado por la contabilidad para dicho taller, sino únicamente los gastos adicionales que efectivamente tengan que hacerse.

De manera semejante, si una de las ventajas de dicha máquina es que disminuye el empleo de mano de obra, sólo debe acreditársele el ahorro correspondiente al personal que efectivamente pueda reducirse, sin aumentos por indirectos que de hecho no variarían.

- c) Los costos promedio o costos unitarios reportados por la contabilidad no son en general aplicables al análisis económico de alternativas.

En efecto, dichos costos promedio o unitarios incluyen generalmente cargos por depreciación e indirectos que, de acuerdo con los dos principios antes enunciados, no son relevantes.

supongamos que se requiere analizar la conveniencia de generar energía eléctrica propia adicional o de comprar el excedente a la Compañía Eléctrica. El costo medio de generación propia, determinado por la contabilidad de costos, puede no ser aplicable al análisis, si incluye, como es muy probable, costos fijos que no son evitables; el costo de generar la energía extra puede ser muy diferente al costo medio de generación.

- d) Los costos incurridos en el pasado no son relevantes para el análisis económico de alternativas.

Sólo las decisiones que aún no se han tomado pueden modificar los costos o beneficios futuros derivados de acciones pasadas.

Argumentos tales como "ya tengo demasiado invertido en este negocio para abandonarlo", pueden conducir a decisiones erróneas, de graves consecuencias. Lo que ya ocurrió en el pasado no puede cambiarse ni corregirse; las opciones o cursos



de acción alternativos que se presentan hoy, sólo pueden tener consecuencias en el futuro. Una aplicación importante de este principio es que el "valor en libros" de un equipo o inmueble, reportado por la contabilidad, no es un concepto aplicable en el análisis económico; sólo el valor realizable actual o futuro tiene relevancia. Un terreno puede tener hoy un valor muy superior al que tenía en la fecha de su adquisición, aunque los libros de contabilidad no registren este aumento de valor. De modo inverso, una máquina puede tener un valor muy pequeño en el mercado, aunque su costo de adquisición y su valor en libros sea muy superior.

- e) Las cifras de la Contabilidad son de caracter diferente a las que se requieren para estudios de Ingeniería Económica.

El Contador trata de informar en forma veraz y exacta sobre el uso de los fondos de la empresa, la situación financiera de ésta y los resultados económicos de las operaciones. En tal virtud, tiene una preocupación fundamental por la exactitud de sus cifras "hasta el último centavo". El Contador está informando sobre transacciones ya efectuadas y por ello sus cifras pueden y deben tener ese caracter de exactitud. Por otra parte, en el análisis económico, el ingeniero maneja cifras estimativas de las consecuencias económicas de las

diferentes alternativas en el futuro. Necesariamente sus cifras son de carácter aproximado, por lo cual puede pasar por alto ciertos detalles de los movimientos de efectivo, tales como fluctuaciones de las cuentas por cobrar, cuentas por pagar y niveles de inventarios, cuando estos fenómenos son aleatorios y tienden a compensarse a lo largo del período de análisis.

### 3.6. - COSTOS DE OPORTUNIDAD.

Los principios enunciados en los incisos a), b), c) y d) de la sección anterior podrían considerarse como conclusiones de un principio general: Los únicos costos aplicables al análisis económico son los costos de oportunidad.

En efecto, el análisis económico se basa en la comparación y selección de alternativas de uso de recursos escasos; la elección de una alternativa implica necesariamente el sacrificio de los ingresos o ahorros que hubieran podido obtenerse de otros usos alternativos de los recursos considerados. Los beneficios o ahorros potenciales máximos que se sacrifican, o el máximo costo evitable, constituyen el "costo de oportunidad" de dichos recursos. En este concepto está implícito el principio de que los recursos insumidos por un sistema cuestan según lo que valen para el que toma decisiones.

En el lenguaje del análisis de sistemas, el concepto de costo de

oportunidad es equivalente al de precio sombra, es decir, el valor marginal de la contribución de cada recurso a la función objetivo. El precio sombra contesta a la pregunta:

¿Cuánto más valor de producto se puede obtener si se aumenta en una unidad la dotación del recurso considerado?

Cuando existe la oportunidad de comprar en un mercado abierto todos los recursos necesarios, el pago o desembolso en efectivo es el costo de oportunidad, puesto que en este caso el dinero es el recurso escaso y el patrón de medida del valor de los demás recursos insumidos. Sin embargo, cuando la oferta de los insumos es limitada, entra en juego el costo de oportunidad como consideración relevante en el análisis económico, y pierde significado el costo de desembolso.

He aquí algunos ejemplos:

- a) Cuando en la construcción de un sistema se aprovechan bienes o instalaciones heredadas de otros sistemas, el costo de los mismos debe estimarse teniendo en cuenta los beneficios derivados de su posible aprovechamiento en otros sistemas. Si no existen usos alternativos capaces de generar beneficios, el costo de oportunidad es nulo. Sería impropio considerar el costo original o el "valor en libros" de las instalaciones.

- b) Supongamos que el derecho de vía de un camino se localiza en terrenos de propiedad pública. Aunque el uso de estos terrenos no implique desembolso alguno, debe considerarse en el análisis económico de la inversión el costo de oportunidad correspondiente a su venta, o bien a los beneficios máximos que podrían obtenerse del uso agrícola, ganadero, u otro cualquiera, de los terrenos en cuestión.
- c) Cuando la ejecución de un proyecto requiere personal técnico o ejecutivo muy escaso, debe considerarse el costo de oportunidad de las actividades o proyectos alternativos que deben suspenderse o posponerse.
- d) La estimación del costo del capital a considerar en el análisis de una inversión debe basarse en el concepto de costo de oportunidad, según se señala más adelante.
- Debe observarse que los costos de oportunidad, como base de las decisiones gerenciales, están orientados siempre al futuro. El uso de costos históricos en el análisis económico implica que el futuro será exactamente igual que el período a que se refieren los costos registrados, lo cual rara vez constituye una hipótesis aceptable.



centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

TASA DE RENDIMIENTO INTERNO

ING. CARLOS URIÉGAS TORRES

EVALUACION DE ALTERNATIVAS MEDIANTE LA  
TASA DE RENDIMIENTO INTERNO.

EL CPE DE UN FLUJO DE EFECTIVO COMO FUNCION DE LA TVC.

Un flujo de efectivo cualquiera puede reducirse a un capital presente equivalente (CPE). El valor de éste depende de la tasa de descuento o tasa de valor del capital ( $i$ ) que se aplique.

Considérese un flujo de efectivo típico (fig. 1) formado por una inversión (flujo negativo) en los primeros períodos, seguida de utilidades o beneficios (flujo positivo) en los períodos posteriores.

Sea  $X_j$  un elemento cualquiera de dicho flujo de efectivo, que se

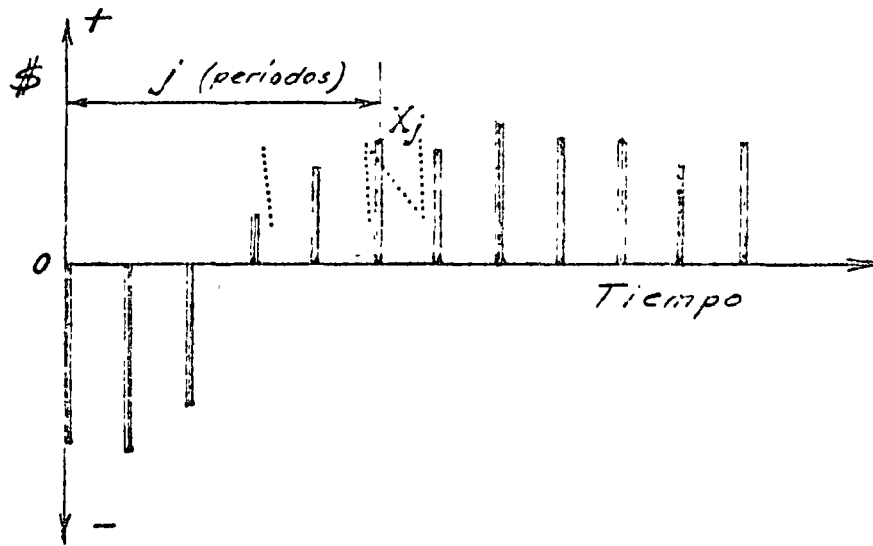


Fig. No. 1

realiza al final del período  $j$ . El valor presente del mismo será:

$$(CPE)_{X_j} = X_j \cdot (P/F, i, j) = X_j (1+i)^{-j}$$

y el valor presente del flujo total será:

$$(CPE)_F = \sum_{j=0}^n X_j (P/F, i, j) = \sum_{j=0}^n X_j (1+i)^{-j}$$

- 1) Mientras mayor es  $j$ , menor es  $(P/F, i, j)$ ; por lo tanto, los elementos  $X_j$  más alejados hacia el futuro resultan más fuertemente descontados que los más cercanos al presente.
- 2) Supongamos que en vez de  $i$ , se aplica una tasa  $i' > i$ ; entonces  $(P/F, i', j) < (P/F, i, j)$  para todos los valores de  $j$ . Sin embargo, mientras mayor es  $j$ , mayor es, proporcionalmente, la reducción del factor de descuento  $(P/F, i, j)$ . Por ejemplo:

para  $j = 1$ , con  $i = 10\%$ ,  $(P/F, i, j) = 0.9091$

con  $i' = 15\%$ ,  $(P/F, i', j) = \underline{0.8696}$

Reducción = 0.0395

(4.3%)

para  $j = 10$ , con  $i = 10\%$ ,  $(P/F, i, j) = 0.3856$

con  $i' = 15\%$ ,  $(P/F, i', j) = \underline{0.2472}$

Reducción = 0.1384

(35.9%)

Por lo tanto, cuando se aumenta la TVC de 10% a 15%, el CPE del elemento  $X_{10}$  (al final del período 10) disminuye en un 36% aproximadamente, mientras que el CPE del elemento  $X_1$  (al final del período 1) sólo disminuye en un poco más del 4%.

Puesto que los elementos positivos del flujo de efectivo tienen mayor valor de  $j$  que los negativos, se deduce que, si se aumenta  $i$ , disminuye más el CPE del flujo positivo que el CPE del flujo negativo; por consiguiente, el CPE del flujo total  $(CPE)_F$  disminuye.

En otros términos,  $(CPE)_F$  es una función decreciente de  $i$ , como se muestra en la figura Figura 2.

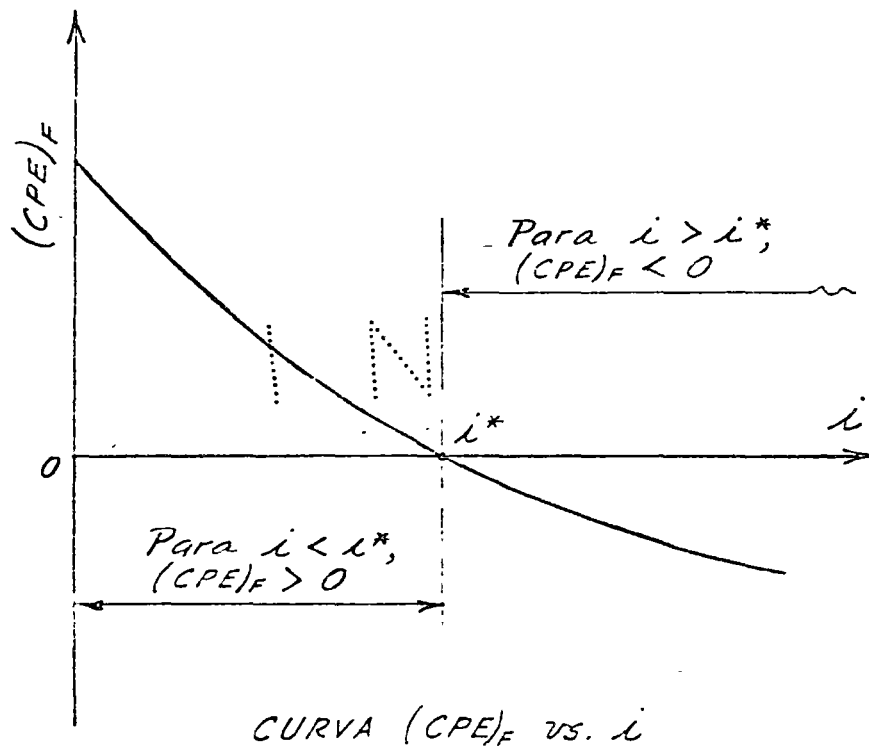


Figura 2.



Para cierto valor  $\underline{i^*}$  de  $\underline{i}$ ,  $(CPE)_F = 0$ . En este punto, el CPE del flujo positivo es igual al CPE del flujo negativo. Cuando  $i < i^*$ , predomina el CPE del flujo positivo y  $(CPE)_F$  es positivo; por el contrario, cuando  $i > i^*$ , predomina el CPE del flujo negativo y  $(CPE)_F$  es negativo.

#### TASA DE RENDIMIENTO INTERNO

El valor ( $i^*$ ) de la TVC para el cual el CPE del flujo de efectivo es igual a cero, se denomina tasa de rendimiento interno (TRI) de la inversión. La TRI representa la tasa de utilidad que obtiene el inversionista en cada período sobre el capital no recuperado, cuando éste se reduce a cero al final de la vida del proyecto.

El valor  $i^*$  de la TVC que hace  $(CPE)_F = 0$ , hace también igual a cero el capital futuro equivalente y la anualidad equivalente a dicho flujo. Es decir, para  $TVC = i^*$ ,  $(CFE)_F = 0$  y  $(AE)_F = 0$ . No todos los flujos de efectivo tienen una curva  $(CPE)_F$  vs.  $\underline{i}$  como la mostrada en la figura 2, y por lo tanto, no todos tienen una TRI definida.

En algunos casos, no existe ningún valor  $i^*$  que haga  $(CPE)_F = 0$ ; por ejemplo, cuando el flujo de efectivo consta únicamente de egresos (costos), o únicamente de ingresos, la

curva  $(CPE)_F$  vs.  $i$  no cruza el eje horizontal (Figura No. 3)

a) y b) )

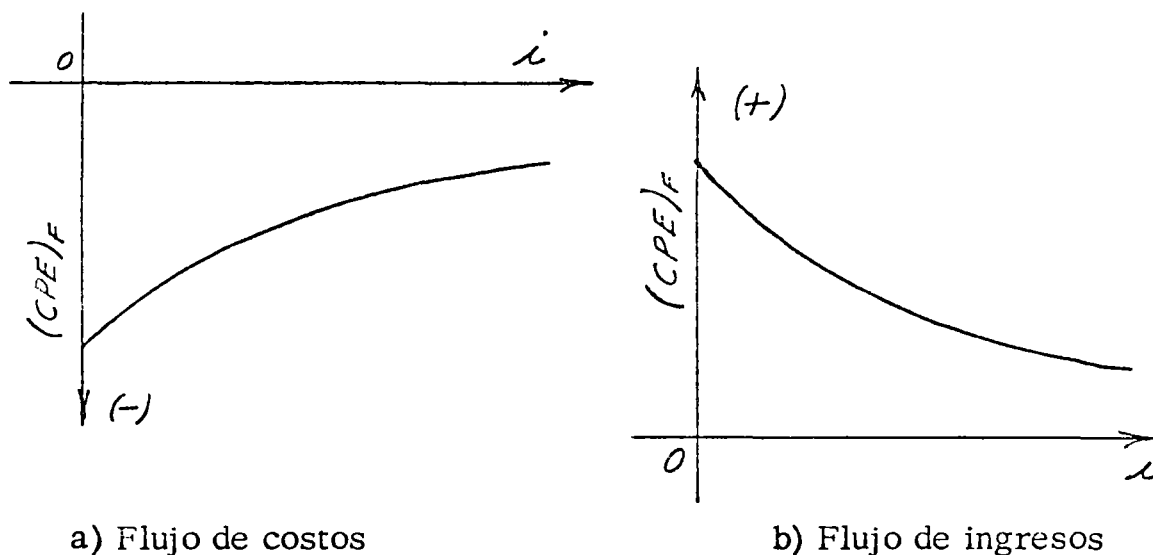


Figura No. 3

En otros casos, existen 2 o más valores  $i^*$  de  $i$  que hacen  $(CPE)_F = 0$ , como se muestra en las figuras No. 4 y No. 5. Esto puede suceder cuando el flujo de efectivo cambia de signo más de una vez, según se indica en las mismas figuras. De acuerdo con el criterio CPE expuesto en el capítulo precedente, estos flujos de efectivo sólo serían deseables cuando la TVC del inversionista esté comprendida entre los valores de  $i^*$  que limitan tramos de curva con ordenadas  $(CPE)_F$  positivas. En estos casos, los diferentes valores de  $i^*$ , en sí mismos, carecen de significado.

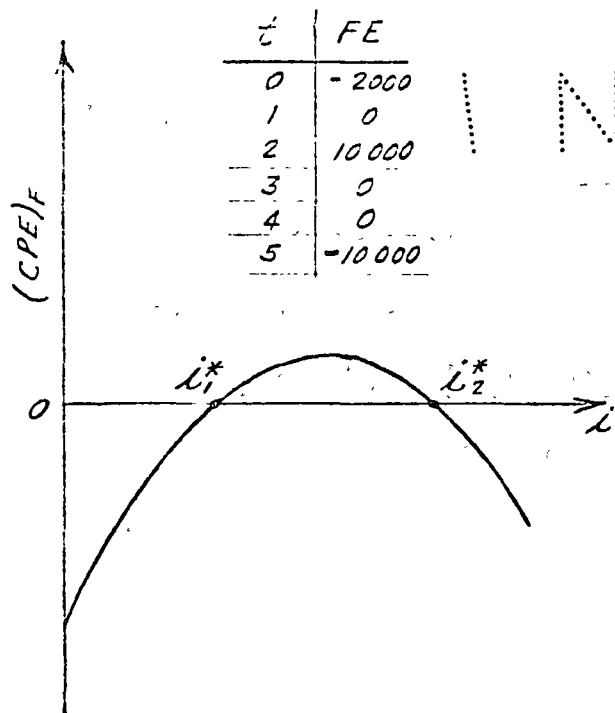


Fig. No. 4

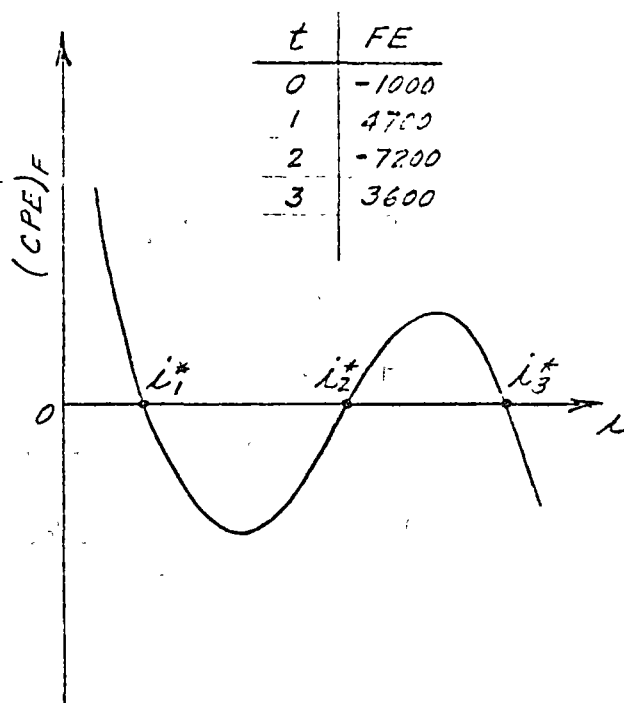


Fig. No. 5

La TRI (única) siempre existe cuando se verifican

las siguientes condiciones:

- Un flujo de egresos (período de inversión) va seguido de un flujo de ingresos (período productivo).
- La suma aritmética de los egresos (inversión) es menor que la suma aritmética de los ingresos (recuperación del capital más utilidades).

Este es el tipo de flujo de efectivo de mayor interés desde el punto de vista de los negocios. En problemas de ingeniería se presentan a menudo alternativas en las que sólo se consideran los costos, ya que los beneficios no pueden determinarse (proyectos económicamente no autónomos), o bien son iguales para todas las alternativas. En estos casos, para comparar dos alternativas, se considera la diferencia de los flujos de efectivo corres-----

pondientes. El flujo de efectivo diferencial casi siempre satisface las condiciones a) y b) arriba mencionadas, ya que una alternativa con mayor desembolso inicial (flujo negativo) sólo se justifica económicamente con menores costos de operación y mantenimiento subsecuentes (ahorros = flujo positivo).

#### LA TRI COMO CRITERIO DE EVALUACION.

Llamaremos flujos de efectivo del tipo "inversión-recuperación" a aquéllos que satisfacen las condiciones a) y b) de la sección anterior y que, en consecuencia, tienen una curva  $(CPE)_F$  vs.  $i$  como la mostrada en la figura 2. Para dichos flujos es aplicable el siguiente criterio de evaluación:

#### CRITERIO TRI

Un flujo de efectivo de tipo "inversión recuperación" es conveniente cuando su TRI es mayor o igual a la TVC del inversionista.

En efecto, cuando la  $TVC \leq i^*$ , el CPE del flujo de efectivo es positivo o cero y, de acuerdo con el 1er criterio CPE expuesto en el capítulo anterior, dicho flujo es conveniente. Considérese dos alternativas "A" y "B" mutuamente exclu-

sivas, siendo la inversión en "B" mayor que en "A".

Para compararlas económicamente se obtiene el flujo diferencial "B-A" y se aplica el criterio anterior.

### CRITERIO TRI PARA EVALUACION DE ALTERNATIVAS

Una alternativa "B" es preferible a otra "A", que requiere menor inversión, cuando el flujo diferencial "B-A" tiene una TRI mayor o igual a la TVC del inversionista.

Cuando se usa la TRI como criterio de evaluación de alternativas es esencial seguir el procedimiento diferencial señalado. El hecho de que la TRI correspondiente a la alternativa "B" sea mayor que la TRI correspondiente a la alternativa "A" no significa que "B" sea necesariamente mejor que "A". Lo que importa es que la inversión adicional en "B", respecto a "A", se justifique mediante la aplicación del criterio diferencial antes expuesto. La figura 6 ilustra un caso en que la TRI de la alternativa "B" ( $i_B^*$ ) es mayor que la de la alternativa "A" ( $i_A^*$ ). La TRI del flujo diferencial "B-A" ( $i_{B-A}^*$ ) corresponde al punto en donde se cortan las dos curvas  $(CPE)_F$  vs.  $i$ ; a la izquierda de dicho punto, el

CPE del flujo "B" es mayor que el del flujo "A" y, por lo tanto,  
la alternativa - - - - -

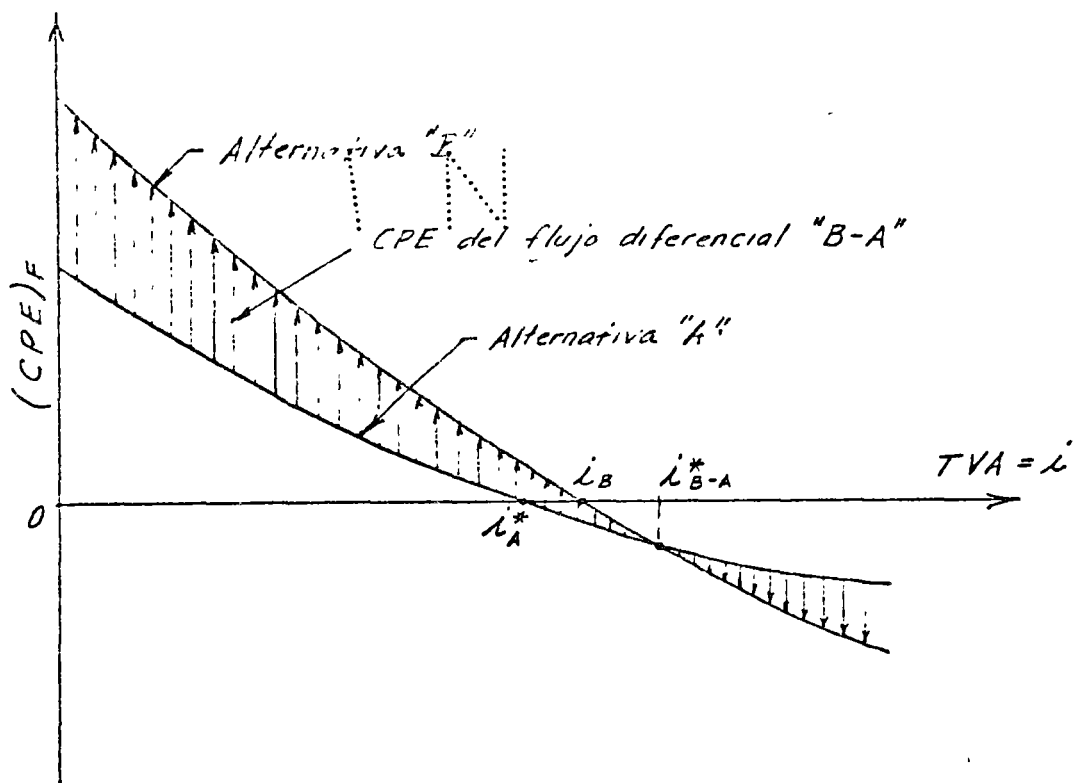


Fig. 6

"B" es preferible a la "A"; a la derecha del mismo punto, por el contrario, "A" es preferible a "B".

Puede verse que cuando la TVA del inversionista es superior a

$i_{B-A}^*$ , la alternativa "B" no es conveniente, a pesar de que  $i_B^* > i_A^*$ .

La aplicación del criterio TRI de evaluación de alternativas es más laboriosa que la de los criterios CPE o AE; sin em-

bargo, tiene la ventaja de que el concepto de tasa de rendimiento es familiar a la mayor parte de los ejecutivos y tiene una interpretación más sencilla que el concepto de capital presente equivalente. Por otra parte, para la determinación de la TRI no se requiere conocer la TVC del inversionista, como sucede con el CPE y la AE. Si además de calcular la TRI de una inversión, se traza la curva  $(CPE)_F$  vs.  $\underline{i}$ , se tiene una visión más completa de la economía del proyecto para diferentes valores de la TVC.

#### CALCULO DE LA TRI.

Considérese un flujo de efectivo cualquiera, cuyos componentes por período sean:

Período: 0, 1, 2, - - - j, - - - n

Flujo  $X_0, X_1, X_2, - - X_j - - - X_n$

La TRI de este flujo, según se definió antes, es la solución de la siguiente ecuación, en la cual la incógnita es  $\underline{i}$  :

$$\sum_{j=0}^n X_j (1+i)^{-j} = 0 \quad \text{---} \quad (1)$$

o bien,

$$\sum_{j=0}^n X_j (1+i)^{n-j} = 0 \quad \text{---} \quad (2)$$

Escribiendo  $x = (1 + i)$ , la ecuación (2) se reduce a la forma

$$X_0 x^n + X_1 x^{n-1} + \dots + X_{n-1} x + X_n = 0$$

o sea a una ecuación polinómica de  $n$ -ésimo grado; ésta, en general, no puede resolverse en forma directa, sino ensayando diferentes valores de  $i$  e interpolando entre los dos valores más próximos entre sí, para los cuales  $(CPE)_F$ , o bien  $(CFE)_F$ , tenga signo diferente.

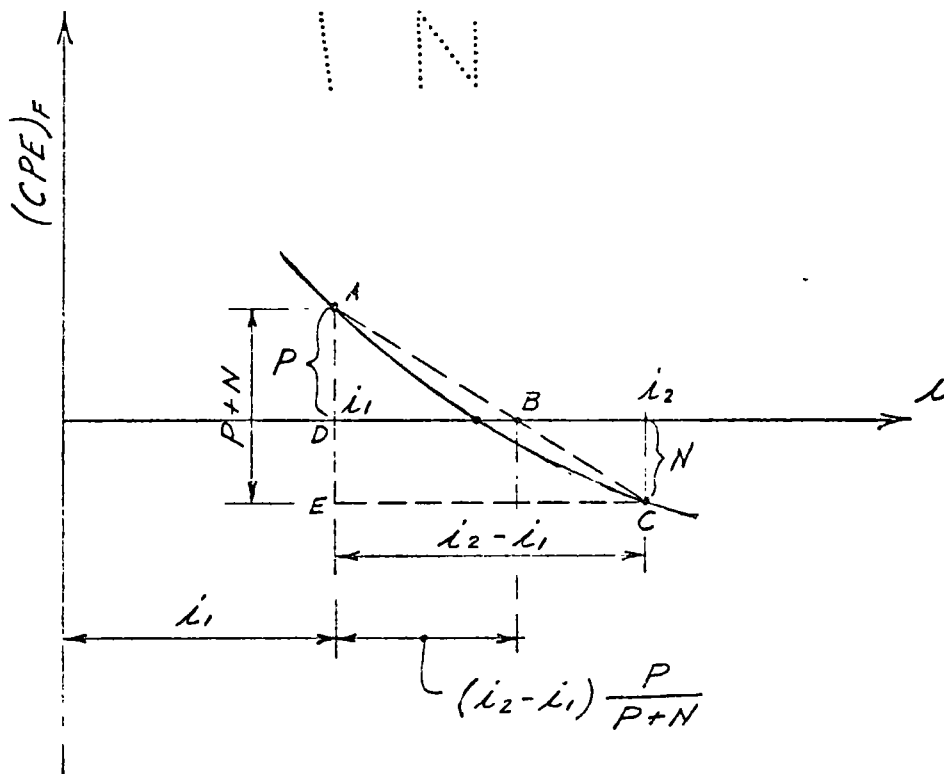


Fig. No. 7



La figura No. 7 ilustra el proceso de interpolación: Supongamos que al ensayar  $TVC = i_1$ , se obtuvo para el flujo un CPE positivo = P, representado por el punto A de la curva  $(CPE)_F$  vs.  $i$ ; y que al ensayar  $TVC = i_2$  se obtuvo para el mismo flujo un CPE negativo = N, representado por el punto C. Para interpolar entre estos dos valores de  $i$ , se sustituye el arco AC de la curva  $(CPE)_F$  vs.  $i$  por la recta ABC, obteniendo así un valor aproximado de  $i^*$  (punto B). Comparando los triángulos semejantes ADB y AEC se obtiene la proporción:

$$\frac{\overline{DB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{AE}}$$

o lo que es igual,

$$\frac{\overline{DB}}{P} = \frac{i_2 - i_1}{P + N}$$

Por lo tanto,

$$\overline{DB} = (i_2 - i_1) \cdot \frac{P}{P + N}$$

$$y \quad i^* = i_1 + (i_2 - i_1) \frac{P}{P + N}$$

La interpolación da un valor de  $i^*$  ligeramente superior al real. Cuando el flujo de efectivo, o una parte de él, sigue

un patrón regular, no es necesario considerar separadamente cada elemento del flujo en la ecuación (1) sino que conviene tomar varios de ellos conjuntamente, aplicándoles el factor  $(P/A, i, n)$   $(P/G, i, n)$ , etc., según corresponda, como se puede ver en el siguiente ejemplo.

#### EJEMPLO DE APLICACION.

Considérense las siguientes alternativas de inversión:

Alternativa	Inversión Inicial (M \$)	Ingresos netos anuales (8 años) (M\$)
A	- 500	100
B	- 600	125
C	- 750	160
D	- 840	200
E	- 1000	230

La TVC del inversionista es de 12% anual; todas las alternativas tienen una vida económica de 8 años, y debe escogerse obligatoriamente alguna de ellas.

Evaluación de las alternativas:

- 1) Puesto que es obligatorio escoger alguna de las alternativas, no se considera la alternativa nula.
- 2) El flujo diferencial "B - A" es:

Inversión inicial	Ingresos Netos Anuales
- 100	+ 25

La TRI de este flujo se obtiene de la ecuación:

$$(CPE)_{B-A} = -100 + 25 (P/A, i, 8) = 0$$

$$\text{Suponiendo } i = 10\%, (P/A, 10\%, 8) = 5.3349$$

$$(CPE)_{B-A} = -100 + 25 \times 5.3349 = +33.37$$

$$\text{Suponiendo } i = 20\%, (P/A, 20\%, 8) = 3.8372$$

$$(CPE) = -100 + 25 \times 3.8372 = -4.07$$

Interpolando entre estos dos valores de  $i$  :

$$i_{B-A}^* = 10 + (20 - 10) \frac{33.37}{33.37 + 4.07} = 18.9\% > 12\%$$

Por consiguiente, el flujo "B-A" es conveniente para el inversionista y "B" es mejor que "A".

- 3) Compárese ahora, de la misma manera, la alternativa "C" con la "B" (la mejor hasta ahora):

$$(CPE)_{C-B} = -150 + 35 (P/A, i, 8) = 0$$

$$\text{Suponiendo } i = 10\%, (P/A, 10\%, 8) = 5.3349$$

$$(CPE)_{C-B} = -150 + 35 \times 5.3349 = +36.71$$

$$\text{Suponiendo } i = 20\%, (P/A, 20\%, 8) = 3.8372$$

$$(CPE)_{C-B} = -150 + 35 \times 3.8372 = -15.70$$

Interpolando entre los dos valores de  $i$  supuestos:

$$i_{C-B}^* = 10 + 10 \frac{36.71}{36.71 + 15.70} = 17.0\% > 12\%$$

Por lo tanto, la alternativa "C" es mejor que la "B".

- 4) Comparando enseguida "D" con "C" (la mejor hasta ahora):

$$(CPE)_{D-C} = -90 + 40 (P/A, i, 8) = 0$$

Suponiendo  $i = 20\%$ ,  $(P/A, 20\%, 8) = 3.8372$

$$(CPE)_{D-C} = -90 + 40 \times 3.8372 = +63.49$$

Suponiendo  $i = 30\%$ ,  $(P/A, 30\%, 8) = 2.9247$

$$(CPE)_{D-C} = -90 + 40 \times 2.9247 = +26.99$$

Suponiendo  $i = 50\%$ ,  $(P/A, 50\%, 8) = 1.922$

$$(CPE)_{D-C} = -90 + 40 \times 1.922 = -13.12$$

Interpolando entre los dos últimos valores de  $i$  supuestos:

$$i_{D-C}^* = 30 + 20 \frac{26.99}{26.99 + 13.2} = 43.5\%$$

Por lo tanto, la alternativa "D" es mejor que la "C"

- 5) Finalmente, comparando la alternativa "E" con la "D" (la mejor hasta ahora):

$$(CPE)_{E-D} = -160 + 30 (P/A, i, 8) = 0$$

Suponiendo  $i = 10\%$ ,  $(P/A, 10\%, 8) = 5.3349$

$$(CPE)_{E-D} = -160 + 30 \times 5.3349 = 0$$

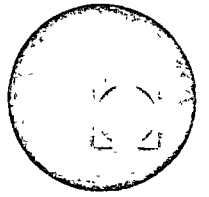
$$i_{E-D}^* = 10\% < 12\%$$

La alternativa "E" no resulta conveniente comparada con "D".

Por lo tanto "D" es la alternativa óptima .



centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

TASA DE INTERES MINIMA ACEPTABLE

ING. JOSE ELISEO OCAMPO SAMANO

## TASA DE INTERES MINIMA ACEPTABLE

Los estados financieros de un negocio, el Balance general y el Estado de Pérdidas y Ganancias principalmente, muestran la utilidad total general obtenida por medio de la inversión realizada, pero debemos notar que de ellos sólo podemos determinar la productividad promedio de cada peso. Desgraciadamente el sistema contable no está diseñado para ser más específico al respecto.

Antes de aprobar una inversión debemos insistir en que cada peso; a) garantice una tasa de recuperación y B) que ésta no sea menor que una tasa de interes mínima aceptable prefijada..

La determinación de la tasa de interes mínima aceptable se deriva de la forma o criterio de la empresa para aplicar y distribuir sus fondos disponibles normalmente limitados y cubrir una demanda casi siempre mayor de ellos.

Normalmente, cada año, una empresa podrá predecir con mayor o menor aproximación la disponibilidad de fondos con que podrá contar en ese período para cubrir los gastos de las operaciones que sus inversiones demanden. El suministro de fondos podrá provenir principalmente de reinversión de utilidades, de liquidación y fondos de depreciación de activos fijos, líneas de crédito, créditos externos diversos o de incrementos de capital social, pero lo importante es que generalmente, el programa de suministros es escaso en comparación con la demanda de fondos y recursos monetarios que requieren las alternativas de inversión que se presentan.

Para ilustrar el problema, supongamos que la demanda de fondos para el año siguiente se prevee sea de \$ 12,500,000.00 aproximadamente, pero se estima que las diversas fuentes de financiamiento proveerán solamente unos \$ 5,000,000.00. El objetivo del director de finanzas, será obviamente, invertir los \$ 5,000,000.00 disponibles en aquellas alternativas de inversión que ofrezcan la mayor retribución y rechazar proposiciones por un monto de \$ 7,500,000.00 que prometen menor retribución.

Para lograr esto, partamos de la ase de que el analista esté en posición de poder enumerar sus alternativas de inversión en orden decreciente de acuerdo con su retribución estimada.

ALTERNATIVA	INVERSION	TASA PROBABLE DE RECUPERACION	MONTO ACUMULADO DE INVERSION.
A	\$ 400,000.00	80% o más	\$ 400,000.00
B	500,000.00	70 - 80	900,000.00
C	650,000.00	60 - 70	1,550,000.00
D	850,000.00	50 -60	2,400,000.00
E	1,200,000.00	40 - 50	3,600,000.00
F	1,400,000.00	30 - 40	5,000,000.00
G	1,750,000.00	20 - 30	6,750,000.00
H	2,150,000.00	10 - 20	8,900,000.00
I	3,600,000.00	más de 10	12,500,000.00

En estas condiciones, el fondo disponible de \$ 5,000,000.00 deberá ser aplicado solo a aquellos proyectos que prometen una ta-

sa de recuperación de 30% o más. Esto significa que la tasa de interés mínima aceptable para el próximo año y dadas las condiciones anteriores, es de 30%.

Esto quiere decir que cualquier inversión que ofrezca 30% o más, debe ser aprobada y cualquier proyecto que ofrezca una tasa menor, debe ser rechazada. También quiere decir que \$ 7,500,000.00 de inversiones que prometen tasas de recuperación hasta de un 29% serán rechazadas. La tasa de interés mínima aceptable establece el límite inferior, abajo del cual no podemos invertir, es decir, establece la tasa de interés mínima aceptable de recuperación.

Enfocando desde otro punto de vista, podemos decir que si en una serie de alternativas de inversión: la alternativa A es preferible a la alternativa B, la B es preferible a la C, etc..., M es la alternativa menos preferible aceptada y N es la alternativa más preferible no aceptada; el costo a considerar al capital para cualquier alternativa B por ejemplo, de inversión, es la tasa de recuperación de N, ya que representa la utilidad que rechazamos automáticamente cuando aceptamos invertir en B.

#### RELACIONES ENTRE EL ASPECTO CONTABLE Y LOS ANALISIS ECONOMICOS:

Un análisis económico tiene por objeto determinar si un cierto capital debe ser invertido o aplicado a otro fin distinto del actual. Un estudio económico tiene como elementos, cursos de acción que aún no se han realizado. Tiene que ver con "eventos futuros": ¿se debe seguir cierto curso de acción? ¿el procedimiento es más económico?. El análisis económico proporciona bases para las decisiones.

Ahora bien, una vez que se ha tomado la decisión de invertir y el capital ha sido invertido, se desean conocer los resultados financieros, para lo cual se establecen mecanismos y procedimientos - específicamente orientados para la determinación de los resultados financieros y el control de las operaciones; todos los cuales constituyen la contabilidad general y la contabilidad de costos.

La contabilidad es en este sentido, la historia de un negocio; se refiere a eventos pasados. Actúa ya conociendo ingresos y egresos. Estima resultados y calcula cual fué la tasa de recuperación.

El análisis económico recomienda una cierta inversión. Si la decisión se toma basado en el estudio económico, la contabilidad -- conprobará posteriormente si el estudio económico y las recomendaciones fueron correctas.

La contabilidad tiene la ventaja de trabajar con hechos históricos, financieros ya acaecidos, el análisis económico solo cuenta con estimaciones sobre el futuro.

Posteriormente, las observaciones de la contabilidad puede ser aprovechadas por el analista económico, pero deben saber ser interpretadas.

Como en un experimento, la contabilidad registra todos los eventos significativos financieramente hablando de una inversión y de estos hace posible determinar los resultados y preparar un reporte -

financiero.

Interpretando correctamente estos reportes se toman las decisiones en el campo económico por los dirigentes.

Se trata de dos funciones distintas pero conectadas.

El contador nunca afecta las operaciones de un "costo de capital", a menos que hayan sido efectuando erogaciones, como pueden ser pagos de intereses bancarios, pago de hipotecas, etc..., mientras que el analista carga a cada peso, de la responsabilidad de cubrir el "costo del capital". Ambos están bien pero cada uno en su enfoque.

El contador registra resultados generales de toda la situación. El analista analiza cada situación.





centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam

EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

COSTO DEL CAPITAL

ING. JOSE ELISEO OCAMPO SAMANO

THE UNIVERSITY OF CHICAGO

PHYSICS DEPARTMENT



## Costo de capital

**9.1 Fuentes de capital** Las existencias de capital de una compañía pueden proceder de diversas fuentes, que pueden tener costos diferentes.<sup>1</sup> Para estimar el costo total de capital, la compañía debe determinar sus fuentes de obtención y calcular el costo de cada una de ellas. Para simplificar, suponemos aquí que el costo de cada fuente es independiente del de los demás. Las limitaciones de espacio nos impiden analizar los efectos de un tipo de capital sobre el costo de otro, al aumentar la proporción de la combinación de capitales. Las cuestiones relativas al establecimiento de la mejor combinación y, por consiguiente, al efecto recíproco de los costos de los diversos tipos de capital que entran en la combinación, son verdaderamente importantes en un tema financiero; pero deben considerarse como fuera del alcance de este texto.

Hay tres fuentes básicas: capital de deuda, capital de reinversión y capital de nuevas acciones.

1. *Capital de deuda* Es el capital obtenido por medio de préstamos a largo plazo, como bonos e hipotecas.

2. *Capital de reinversión* Este tipo de capital se obtiene, en gran parte, mediante la retención de utilidades, en lugar de pagarlas como dividendos; incluye fondos asignados para retención en el negocio, como resultado de contabilizar la depreciación, fondos procedentes de la venta de activos y fondos provenientes de excesos de capital de trabajo. Esta fuente se conoce comúnmente como capital de reinversión, capital propio, o, incluso, de utilidades retenidas (puesto que estas últimas constituyen el principal componente de esta fuente). En general, el capital de reinversión es la principal fuente de fondos para la inversión interna y, muy frecuentemente, la única.

3. *Capital de nuevas acciones* Es el capital obtenido mediante la venta de acciones adicionales.

<sup>1</sup> Este es el punto de vista generalmente aceptado; pero aparece una opinión contraria interesante en la obra "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment", de Franco Modigliani y Merton H. Miller, *The American Economic Review*, junio de 1958, Vol. XLVIII, N° 3, págs. 261-297.

**9.2 Costo del capital de deuda** El capital prestado por la compañía, para inversiones, se contrata generalmente sobre una base a largo plazo. Esa deuda se conoce como deuda consolidada, pasivo fijo o deuda a largo plazo. Puede lograrse mediante hipotecas o bonos con fechas lejanas de vencimiento.

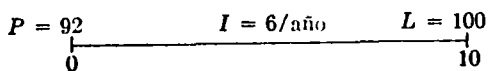
La industria conoce perfectamente los riesgos de solicitar préstamos. Esos riesgos se derivan de la obligación legal inobjetable de pagar los intereses y el capital al vencer los plazos especificados por el contrato, bajo el cual, en el caso de no efectuarse el pago, los acreedores pueden apoderarse del negocio. Esos temores hacen que la mayor parte de las compañías se fijen un límite de deudas y que utilicen sólo ligeramente esa fuente de capital, a pesar de su costo aparentemente bajo. El prestamista lo valora a bajo costo, debido a que corre pocos riesgos de que no le paguen, y la compañía lo considera económico, debido a que, a diferencia de las utilidades, el interés de la deuda está exento de impuestos.

El contrato entre la compañía y el prestamista especificará ciertos costos y fechas de pago de intereses; pero el cálculo del costo real del capital de deuda debe incluir todos los costos imaginables, tales como una reducción del precio de oferta, para asegurar la venta de la emisión de bonos, las comisiones a los agentes y los gastos de administración y manejo de la emisión.

En el ejemplo siguiente, el costo del capital de deuda se calcula sin tomar en consideración los efectos de la combinación de capitales sobre el costo del capital —como hemos visto, es un asunto reservado para un texto de finanzas.

**EJEMPLO 9.2** Una serie de bonos de 100 dólares, al 6%, se ofrece al público por 94 dólares, para asegurar su venta por un corredor o agente comisionista, quien, después de descontar su comisión, entrega a la empresa 92 dólares.

Si se pagan los intereses anualmente y la fecha de vencimiento es a 10 años, ¿cuál es el costo del capital para la compañía?

$$P = 92 \quad I = 6/\text{año} \quad L = 100$$


$$92 = 6 \cdot v_{-10|uspwf} + 100 \cdot v_{-10|sppwf}$$

Pruébese 7%

$$0 \cong 0.98$$

Pruébese 8%

$$5.42 \cong 0$$

de donde:

$$i = 7 + \left(\frac{98}{610}\right)(1) = 7.15\%$$

Por consiguiente, el costo del capital para esa compañía es de 7.15% no de 6%.

El precio pagado por el público (94 dólares en el ejemplo anterior) será más bajo en proporción a la evaluación pública de la compañía y del riesgo involucrado. Esto hace que aumente el costo del capital para las

compañías mal administradas y podemos observar que una buena empresa obtiene una tasa baja y una empresa mala una tasa alta sobre su costo de capital. De ello se desprende, también, que si ambos tipos de compañías pueden obtener todo el capital que necesiten, la buena empresa, con su costo más bajo de capital, podrá invertir en oportunidades con una tasa mínima requerida de rendimiento más baja y, mediante economías, podrá mejorar su posición sobre una empresa mala.

**9.3 Costo del capital propio o de reinversión** La empresa debe satisfacer las esperanzas de utilidades de los accionistas. Los nuevos accionistas adquieren acciones con la esperanza de recibir un beneficio sobre su inversión, el precio de compra. De manera similar, al adquirir las acciones, las conservan en su poder, basados en su esperanza de recibir un beneficio sobre su inversión en las acciones citadas, o sea, en el precio que pudieran recibir si las vendieran. Por consiguiente, los accionistas probables y los ya existentes pueden considerarse semejantes, debido a que, en ambos casos, esperan un flujo futuro de ingresos por concepto de utilidades de su inversión, representada por el valor actual de las acciones en el mercado. El precio del mercado especifica la cantidad de dinero que cada quien cede —unos al adquirir las acciones y, los otros, al conservarlas, con el fin de recibir ingresos futuros (desdeñando la diferencia representada por los gastos de transferencia). Por consiguiente, resumiendo, se espera que la empresa pague a sus accionistas la tasa de rendimiento que esperan sobre su inversión en acciones. Así pues, el programa de inversión interna de la compañía en métodos y equipo debe prometer utilidades, con las que poder satisfacer las esperanzas de los accionistas.

En vista del hecho de que el pago a los accionistas por el uso del capital en acciones no es una obligación contractual, el término "costo de capital" ha ocasionado ciertos malentendidos.<sup>2</sup> Sin embargo, ninguna administración puede pasar por alto esa obligación, sin temor a verse reemplazada por otra más responsable.

**9.4 ¿Qué espera recibir el accionista?** El accionista espera recibir una cuota de retribución o tasa de rendimiento sobre su inversión en acciones. La tasa de rendimiento sobre su propiedad será la que haga que la serie de dividendos equivalga al precio corriente de las acciones.

Suponemos aquí que el accionista, como propietario de la empresa, estará interesado en una asociación permanente en dicha empresa. Suponemos, asimismo, para fines de nuestro análisis, que no esperará una fecha futura o un precio especulativo de venta y, por esta razón, las esperanzas de los accionistas se expresarán como un flujo de dividendos, prolongados indefinidamente.

Tratemos de concebir un patrón lógico para ese flujo futuro de dividendos. Primeramente, hacemos notar que no todas las utilidades o rendimiento  $Y$  de cada acción se le pagan al accionista. Sólo se paga una parte como dividendos  $D$  y las utilidades restantes o retenidas se reinvierten

<sup>2</sup> El profesor John V. Griswold, Amos Tuck School, Dartmouth College, ha sugerido, por esa razón, el término "tasa de uso de capital".

en la empresa. Estas últimas, por sí mismas, carecen de valor para el accionista, puesto que nunca las recibe; pero podemos incluir en nuestra predicción todos los aumentos de dividendos ocasionados por las utilidades sobre las utilidades retenidas. En la sección siguiente desarrollaremos uno de esos cuadros de dividendos.

9.5 Cálculo del costo del capital retenido en negocios. Supongamos que  $P_0$  es el precio de mercado de una acción en tiempo cero, y  $D_t$  el dividendo pagado por acción en un año  $t$ .

Designaremos con la letra  $k$  la tasa de interés que hace que esa corriente de dividendos futuros equivalga al precio de las acciones en el mercado. Esto, como lo hemos anotado, es la obligación de la compañía para con los accionistas. Es la tasa de rendimiento que la compañía debe esperar pagarles a los accionistas.

Así pues:

$$P_0 = D_0 + D_1 \cdot k^{-1} \text{sppwf} + D_2 \cdot k^{-2} \text{sppwf} + D_3 \cdot k^{-3} \text{sppwf} + \dots \infty$$
$$P_0 = \sum_{t=0}^{\infty} D_t \cdot (1+k)^{-t} \tag{9.5a}$$

Pero la corriente de dividendos es una consecuencia del flujo de utilidades, y utilidades sobre utilidades, que pueden desarrollarse como sigue:  $Y_0$  son las utilidades por acción, en tiempo cero, después de pagar el impuesto sobre la renta de la empresa.

$b$  es la fracción de utilidades retenidas en la compañía, que no se pagan como dividendos. Para conveniencia de nuestra resolución, suponemos que esta razón de utilidades retenidas a utilidades es constante. Pasando por alto las fluctuaciones de los negocios que originan ascensos y descensos desacostumbrados de las utilidades, es razonable esa suposición de una  $b$  constante. No predecimos que sea permanente; pero no estamos estableciendo una base para predecir su cambio ni la variación de  $P_0$  con un cambio posible en  $b$ .

Por consiguiente,  $bY_0$  son las utilidades retenidas por acción en tiempo cero.

$B_0$  es el valor en libros por acción, en tiempo cero.

$r$  es la tasa de rendimiento sobre el valor en libros de las acciones comunes. Desde el punto de vista de nuestra solución, se supone que su razón es constante. Suponemos que refleja la razón de las utilidades en valor en libros en un año típico, y que pasa por alto las fluctuaciones de negocios o los efectos a largo plazo. Como en el caso de  $b$ , no predecimos un valor permanente para  $r$ , a pesar de que suponemos que es constante en la fórmula:

$$r = \frac{Y_0}{B_0} = \text{constante}$$

<sup>3</sup> Esta solución se basa en un artículo de Myron J. Gordon y Eli Shapiro, "Capital Equipment Analysis: The Required Rate of Profit", *Management Science*, Vol. 3, N° 3, N 1, octubre de 1956.

En tiempo cero, las utilidades retenidas,  $bY_0$ , se añaden al valor en libros del capital en acciones. Asimismo, se pondrán a trabajar en la compañía y, durante el año siguiente, mostrarán la tasa promedio de utilidades sobre el valor en libros. Al cabo del año 1, las utilidades sobre las utilidades del año anterior serán:  $r(bY_0)$ . Por consiguiente, las utilidades del año 1,  $Y_1$ , serán mayores que  $Y_0$ , las utilidades el año anterior, como sigue:

$$Y_1 = Y_0 + rbY_0 \tag{9.5b}$$

y, en forma similar:

$$Y_2 = Y_1 + rbY_1$$

Substitúyase la ecuación 9.5b, que se simplifica a:

$$Y_2 = (Y_0)(1 + rb)^2$$

o, en cualquier año:

$$Y_t = (Y_0)(1 + rb)^t \tag{9.5c}$$

Ahora bien, los dividendos  $D_0$ , en tiempo cero, son las utilidades menos las utilidades retenidas:

$$D_0 = Y_0 - bY_0 = (Y_0)(1 - b)$$

de manera similar:

$$D_t = (Y_t)(1 - b)$$

Por consiguiente, multiplicando ambos extremos de la ecuación 9.5c por  $(1 - b)$ :

$$D_t = (D_0)(1 + rb)^t$$

Por substitución en la ecuación 9.5a:

$$P_0 = \sum_{t=0}^{\infty} (D_0)(1 + rb)^t(1 + k)^{-t} \tag{9.5d}$$

De modo que, por integración, podemos transformar la ecuación 9.5d de función discreta a continua, notando que:

$$(1 + rb)^t = e^{rbt}$$

y

$$(1 + k)^{-t} = e^{-kt}$$

Luego

$$P_0 = D_0 \int_0^{\infty} e^{rbt} e^{-kt} dt \tag{9.5e}$$

$$P_0 = D_0 \int_0^{\infty} e^{-t(k-rb)} dt$$

$$P = -D \left[ \frac{e^{-rt} - e^{-bt}}{k - rb} \right]_0$$

$$P_0 = \frac{D_0}{k - rb}$$

$$k = \frac{D_0}{P_0} + rb \quad (\text{Eq. 9.5})$$

La ecuación 9.5 es la tasa de rendimiento sobre el precio de compra de las acciones comunes en el mercado. Representa las esperanzas de utilidades de los accionistas. Esta afirmación se aplica no sólo a quienes adquieren acciones a las cifras corrientes, sino también a quienes deciden conservarlas, cuando hubieran podido venderlas (desdeñando las diferencias representadas por los gastos de transferencia). A esto se le llama también, a veces, tasa de utilidad del mercado.

Como lo han señalado Gordon y Shapiro, si el objetivo de la administración es "el aumento al máximo del valor del patrimonio de los accionistas",<sup>4</sup> entonces, varias autoridades en la materia han demostrado que ello tendrá lugar cuando la tasa de utilidad del mercado se establece como tasa marginal requerida de rendimiento sobre las inversiones —principalmente, la tasa mínima requerida de rendimiento. Nos tomamos la libertad de llamar a eso costo del capital en acciones o propio. Esto se aplica al capital retenido, así como también al de nuevas acciones.

**EJEMPLO 9.5** Las utilidades actuales, después de impuestos, son de 3.40 dólares por acción, para acciones que se venden a 36.00 dólares. Los dividendos corrientes son de 1.67 dólares. Se espera que permanezca constante la razón de utilidades retenidas a utilidades, en el futuro. El valor actual en libros de las acciones de cada una es de 19.50 dólares por acción y se espera que el porcentaje de utilidades sobre el valor en libros se mantendrá constante, debido a la acción administrativa. ¿Cuál es el costo de capital de la empresa?

**SOLUCIÓN.** Usese el método derivado en la ecuación 9.5.

$$D_0 = 1.67 \text{ y } P_0 = 36.00.$$

$r$  = razón de utilidades a valor en libros

$$= \frac{Y_0}{B_0} = \frac{3.40}{19.50} = 0.1744$$

$b$  = razón de utilidades retenidas a utilidades

$$= \frac{Y_0 - D_0}{Y_0} = \frac{3.40 - 1.67}{3.40} = 0.51$$

$$k = \frac{D_0}{P_0} + rb = \frac{1.67}{36.00} + (0.1744)(0.51) = 0.0461 + 0.0889 = 13.5\%$$

<sup>4</sup> *Obra citada*, pág. 107

El lector notará que la tasa esperada de rendimiento  $k$  es la tasa actual de dividendos más la tasa de crecimiento. Por consiguiente,  $k$  es mayor que la razón dividendos precio,  $D_0/P_0$ . Evidentemente,  $k$  no es la tasa de capitalización de un dividendo fijo,  $D_0$ , sino de todos los dividendos futuros, dejando margen para el incremento continuo de dividendos, resultante de la utilidad anual obtenida sobre las utilidades reinvertidas.

Esta fórmula es uno de los intentos más lógicos para evaluar la tasa de rendimiento esperada por los accionistas en una compañía. Se han hecho otros trabajos; el método de la razón utilidades-precio se presenta en la sección 9.7, y se esperan otros métodos, debido a que las investigaciones siguen adelante a ese respecto.

No pretendemos que la fórmula haga otra cosa que proporcionar una estimación del costo de capital. Sin embargo, para análisis económicos, en muchas compañías, el costo de capital no necesita evaluarse con gran exactitud. Esto es especialmente cierto siempre que la demanda exceda la oferta de capital, debido a que, en ese caso, se utilizará una tasa de cierre que exceda al costo de capital, como veremos en la sección 9.11.

Antes de dejar este tópico, debemos reconocer que si las acciones de una compañía no se comercian, los precios del mercado y los dividendos no se encontrarán disponibles para ser utilizados en la fórmula. Esto es típico de compañía de propiedad privada, así como de muchas empresas pequeñas y asociaciones. Una forma de abordar este problema es calcular el costo de capital de una empresa (cuyas acciones están sujetas a comercio) que puede considerarse como similar, en opinión del público —una compañía con riesgos y capacidad administrativa similares para obtener utilidades. Otro método es observar que el costo de capital se establece mediante el costo de oportunidad de los propietarios— tanto si la empresa es propiedad de una como de muchas personas. Esto se discute con mayor amplitud en la sección 9.16.

**9.6 Efecto de las utilidades retenidas sobre el valor en libros** Observamos que, como resultado de las utilidades obtenidas sobre las utilidades retenidas, se espera que las utilidades, en cualquier año  $t$ , sean:

$$Y_t = (Y_0)(1 + rb)^t \quad (9.5c)$$

y, puesto que:

$$Y_t = rB_t$$

podemos escribir

$$B_t = (B_0)(1 + rb)^t$$

y

$$D_t = (D_0)(1 + rb)^t$$

Estos valores se ilustran en la tabla 9.6, en la que  $r = 0.1744$ ,  $b = 0.51$ ,  $Y_0 = \$3.40$ , y  $B_0 = \$19.50$ .

Aunque las utilidades retenidas pertenecen al accionista, sólo puede recibir valores de los pagos que se le hacen, sobre todo, los dividendos. Por consiguiente, el accionista sólo puede beneficiarse por el aumento

en dividendos resultante de una reinversión productiva de las utilidades retenidas.<sup>5</sup>

No obstante, debemos preguntarnos si las utilidades retenidas, como adición al valor en libros, pueden considerarse como valiosas desde ese único punto de vista. El razonamiento indicará que los compradores de acciones en compañías en auge no adquieren dichas acciones por su valor

Tabla 9.6

## RESULTADO DE LAS UTILIDADES RETENIDAS EN LA EMPRESA

Tiempo	Utilidades, Y	Dividendos, D	Valor en libros, B	Utilidades retenidas, bY
0	\$3.40	\$1.67	\$19.50	\$1.73
1	3.70	1.81	21.23	1.89
2	4.03	1.97	23.11	2.06
3	4.39	2.15	25.17	2.24
4	4.78	2.34	27.41	2.44
5	5.21	2.55	29.85	2.66

en libros. Por ejemplo, en la compañía de que nos ocupamos, donde el valor en libros de cada acción es de 19.50 dólares, nadie pagaría nada por las acciones, ni siquiera 19.50 dólares, si no hubiera perspectivas de dividendos futuros. Donde no haya perspectivas de dividendos, las acciones carecerán de valor, a pesar de lo elevado que pueda ser su valor en libros, excepto para quienes pueden comprar una compañía que obtenga malos resultados, basándose en la esperanza de obtener utilidades por medio de la liquidación de los activos de la empresa (desde luego, la liquidación de los activos de la empresa puede resultar productiva para cualquiera que se dedique al comercio de bienes o para alguien que se ocupe de la reorganización de compañías que marchen mal).

Antes de abandonar este análisis, debemos hacer notar que la retención de utilidades como reservas de activo líquido para compensar los pagos de dividendos en los auges y descensos de las actividades de negocios, se encuentra fuera de los límites de este problema, debido a que hemos supuesto que  $r$ , la tasa de rendimiento sobre el valor en libros, es constante, un año con otro.

La tabla 9.6 tiene sólo el propósito de permitirle al lector representarse la estructura de la ecuación 9.5. Por consiguiente, dicha tabla 9.6 no es un intento para predecir el futuro, sino una afirmación de que, si el futuro consiste en esa corriente de valores —y eso incluye las suposiciones de que  $r$  y  $b$  serían constantes—, el valor de  $k$  se desprenderá de la ecuación 9.5

**9.7 Razón utilidades-precio** Como lo indicamos en la sección 9.5, hay y seguirá habiendo otros métodos sugeridos para determinar el costo de capital. Un método que ha sido muy aceptado es la Razón Utilidades-Precio,<sup>6</sup> que se calcula como sigue.

<sup>5</sup> Recomendado por el Comité de Administración Financiera del Controller's Institute en un informe intitulado "Cost of Capital", que apareció en *The Controller*, mayo de 1956, pág. 207.

$P$  = precio de venta de una acción ordinaria, basado en promedios razonablemente recientes —por ejemplo, de los últimos 12 meses.<sup>6</sup> (34.50 dólares).

$Y$  = utilidades anuales promedio con ajustes para utilidades futuras en perspectiva (4.06 dólares).

$k'$  = costo de capital, calculado por el método de razón utilidades-precio.

Si  $P = Y / k'$ , entonces:

$$k' = \frac{Y}{P} \quad (9.7)$$

Se observará que el costo de capital, por este método, es la razón utilidades-precio y es el resultado de la capitalización de utilidades. Con los datos dados, el costo de capital, por la razón utilidades-precio, es:

$$k' = \frac{4.06}{34.50} = 11.8\%$$

**9.8 Comparación de métodos para calcular el costo de capital** Basándonos en el razonamiento de la sección 9.6, la razón utilidades-precio no puede dar resultados correctos, debido a que cuenta como beneficios para el accionista las utilidades retenidas que nunca recibe. Sin embargo, por coincidencia, los dos métodos dan resultados bastante similares. Esto puede demostrarse como sigue:

Sabemos que

$$Y = D + bY$$

Substituyendo esto en la ecuación 9.7.

$$k' = \frac{D}{P} + \frac{bY}{P} \quad (9.8a)$$

luego, de la ecuación 9.5:

$$k = \frac{D_0}{P_0} + rb$$

donde

$$r = \frac{Y_0}{B_0}$$

de modo que

$$k = \frac{D_0}{P_0} + \frac{bY_0}{B_0} \quad (9.8b)$$

Las ecuaciones 9.8a y 9.8b demuestran la base de diferencia entre los dos métodos, para calcular la tasa de utilidad del mercado. La diferencia

<sup>6</sup> El informe explica detalladamente que esos promedios no deben representar "un año muy-buena o extraordinariamente malo" y sugiere que se tomen en consideración los promedios de los últimos 3 o 5 años o las utilidades futuras en perspectiva.

esencial es que el método Gordon-Shapiro utiliza el valor en libros en el denominador del segundo término, mientras que en el método utilidades-precio se usa el valor del mercado. Si el valor de mercado de las acciones resulta igual al valor en libros (y si el analista predice los mismos dividendos y las mismas utilidades para uso en cada fórmula),  $k$  y  $k'$  serán iguales. En las mismas circunstancias, si  $P > B_0$ , entonces  $k > k'$ ; o si  $P < B_0$ , entonces  $k < k'$ . Por consiguiente, notamos que  $k$  y  $k'$  pueden ser muy diferentes —o muy similares.

El estudiante interesado en un análisis crítico de los dos métodos hará bien en estudiar el trabajo de Gordon-Shapiro. Una de las razones para no seguir aquí con ese examen es que la tasa mínima requerida de rendimiento es frecuentemente otra cosa que el costo del capital en acciones. Esto se ilustra en las secciones 9.11 a 9.13.

**9.9 Costo del capital de nuevas acciones** Como sucede con el capital de deuda, el costo del capital de nuevas acciones debe incluir todos los costos, tales como la comisión a los corredores, manejo de cargas y el costo de disminución del precio para aumentar la demanda de la emisión.

Como se espera, la ecuación 9.5 es aplicable si el capital es de nuevas acciones o capital en acciones reinvertido. Sin embargo,  $P_0$ , el valor actual del mercado para nuevas acciones, debería reducirse por los costos anotados en el párrafo anterior.

**EJEMPLO 9.9** Calcúlese el costo del capital de nuevas acciones<sup>7</sup> propuesto para un programa de expansión, si las utilidades corrientes son de 3.40 dólares por acción ordinaria, los dividendos son regularmente el 49% de las utilidades, la tasa consistente de utilidades sobre el valor en libros es 17.44% y el precio actual de mercado es 30 dólares por acción. En la emisión propuesta,  $P_0$ , después de la disminución del precio, las comisiones a corredores y el manejo, sería de 29 dólares.

**SOLUCIÓN.** Por la ecuación 9.5:

$$k = \frac{D_0}{P_0} + rb = \frac{0.49(3.40)}{29} + (0.1744)(0.51) = 14.6\%$$

**9.10 Depreciación y flujo de efectivo** A partir de un estado de pérdidas y ganancias del año anterior, podemos mostrar el resumen siguiente de utilidades. Hemos supuesto que la depreciación para el año se ha establecido en 100,000 dólares por medio de procedimientos contables.

Ingresos por ventas		2,000,000
Costo de mano de obra, material suministros de fabricación	900,000	
Depreciación	100,000	
Costo de fabricación		1,000,000
		<hr/>
		\$1,000,000

<sup>7</sup> Estos ejemplos desdénan el efecto del impuesto sobre la renta de los accionistas. Un análisis de esto puede hallarse en "The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment", de Franco Modigliani y Merton H. Miller, *The American Economic Review*, junio de 1958, Vol. XLVIII, N° 3, págs. 201-296.

Menos costo de administración, ventas, impuestos, abastecimientos, etc.		650,000
		<hr/>
Utilidad neta		\$ 350,000
Dividendos declarados	\$150,000	
Utilidades retenidas	200,000	

Como resultado de las operaciones del año, el suministro de capital en la empresa se ha incrementado en 300,000 dólares.

Los 100,000 dólares cargados como depreciación permanecen en la empresa, debido a que no le son pagados a nadie del exterior —ni a los propietarios ni a vendedores del exterior, como sería el caso al tratarse de materiales, mano de obra o suministros. Es uno de los elementos del capital de reinversión, junto con las utilidades retenidas.<sup>8</sup> En efecto, el término "flujo de efectivo" se aplica a esta reinversión de utilidades más la depreciación de un proyecto dado.

**9.11 Presupuesto de capital** El presupuesto de capital es un proceso muy importante y necesario; dos de las razones extraordinarias son: 1) las demandas de capital de la compañía exceden generalmente a ofertas de capital y 2) los beneficios en perspectiva sobre esas demandas cubren un margen muy amplio, relativo al costo de capital. En esos casos, no es sólo importante que no se asigne ninguna parte de capital a las demandas más exigentes a tasas de rendimiento inferiores al costo de capital, sino también que se asignen los fondos limitados sólo a las mejores inversiones.

Si el presupuesto de capital, como instrumento administrativo, pueden producirse pérdidas considerables. La asignación del dinero, a proyectos basados únicamente en las demandas, significa siempre la satisfacción de empresas con pérdidas o malas, en detrimento de las mejores oportunidades. Por consiguiente, el presupuesto de capital necesita un procedimiento organizado para generar alternativas, evaluar cada una de éstas, hacer una lista o una escala de las alternativas en orden de sus méritos, determinar las fuentes de capital y sus costos y asignar la oferta a las mejores demandas. Este proceso, el presupuesto de capital, es esencial, debido a que no puede asignarse correctamente el dinero sin que se hayan estudiado y evaluado las demandas.

El presupuesto de capital es posible sólo mediante la participación y la cooperación de todos los miembros de la empresa para el mejoramiento de cada unidad de producción, departamento y división de la compañía. Las demandas creativas de cada una de esas unidades deberían colocarse juntas en escala, de tal modo que compitan por las ofertas limitadas de dinero de la empresa.

Por consiguiente, el presupuesto mismo implica la existencia separada de maquinaria de administración que haga que el presupuesto no sólo sea posible sino también práctico.

<sup>8</sup> El lector se dará cuenta claramente de que debe haber un flujo suficiente de operaciones para que la depreciación siga como capital en el negocio.



El cuadro de demandas se construye con las peticiones de presupuesto hechas por los departamentos y divisiones de la empresa para obtener los fondos de inversión que requerirán para el período siguiente, para cada proyecto, junto con el mérito de cada uno de ellos, habitualmente en la forma de la tasa esperada de rendimiento. Esas peticiones se clasifican como se muestra en la tabla 9.11. Para mayor simplicidad, no hemos

Tabla 9.11

## CLASIFICACION DE LAS DEMANDAS

Incrementos clasificados de la demanda		Cantidades acumulativas (demanda total)
Cantidad	Tasa de rendimiento (%)	
\$100,000	70 y más	\$ 100,000
150,000	60-69	250,000
200,000	50-59	450,000
175,000	45-49	625,000
200,000	40-44	825,000
220,000	35-39	1,045,000
310,000	30-34	1,355,000
280,000	25-29	1,635,000
275,000	20-24	1,910,000
300,000	15-19	2,210,000
340,000	10-14	2,550,000
400,000	5-9	2,950,000
450,000	0-4	3,400,000

incluido las demandas de inversiones estratégicas que no pueden determinarse. El presupuesto para inversiones irreductibles se analiza por separado en una sección posterior. Para simplificar, suponemos también que las condiciones irreductibles no se consideran como factores regidores en cualquiera de los proyectos clasificados.

Si se satisfacen todos los proyectos incluidos en el cuadro de demandas, tabla 9.11, la necesidad total de capital será de 3,400,000 dólares. Pero, ahora, supongamos que el suministro total de capital para el período se espera que sea capital de reinversión que se eleva a 1,500,000 dólares con un costo de 15%, en ese caso, esa suma deberá asignarse sólo a las demandas más productivas. El examen de la tabla 9.11 indica que ese suministro satisfará todos los proyectos hasta los que prometen entre 25% y 29% o, digamos, precisamente 27%. En este punto, las ofertas intersectan al cuadro de demandas. Esto establece la *tasa mínima requerida de rendimiento* de 27%, debido a que la satisfacción de algún proyecto con cualquier tasa de rendimiento más baja dará como resultado una insuficiencia de dinero para invertirlo en algún otro proyecto que prometa un rendimiento del 27% o más.

En este contexto, podemos ver cómo el término evidente, *tasa crítica*, se ha aplicado también a la tasa mínima requerida de rendimiento.

La figura 9.11 muestra la demanda acumulativa, excepto que, para simplificar, se ha trazado una curva ligera a través de los escalones de

incremento de la demanda. Esta figura ilustra el comentario anterior de que las demandas de capital pueden exceder la capacidad administrativa para proporcionar la oferta. En el ejemplo dado, aproximadamente 700,000 dólares de buenas inversiones que prometen rendimientos entre 15% y 27% serán rechazados, a causa de la incapacidad de la compañía para financiar dichas inversiones. Cuanto mayor sea la amplitud entre la tasa crítica y el costo de capital, tanto mayor será la presión sobre la administración para aumentar la oferta, utilizando fondos del exterior.

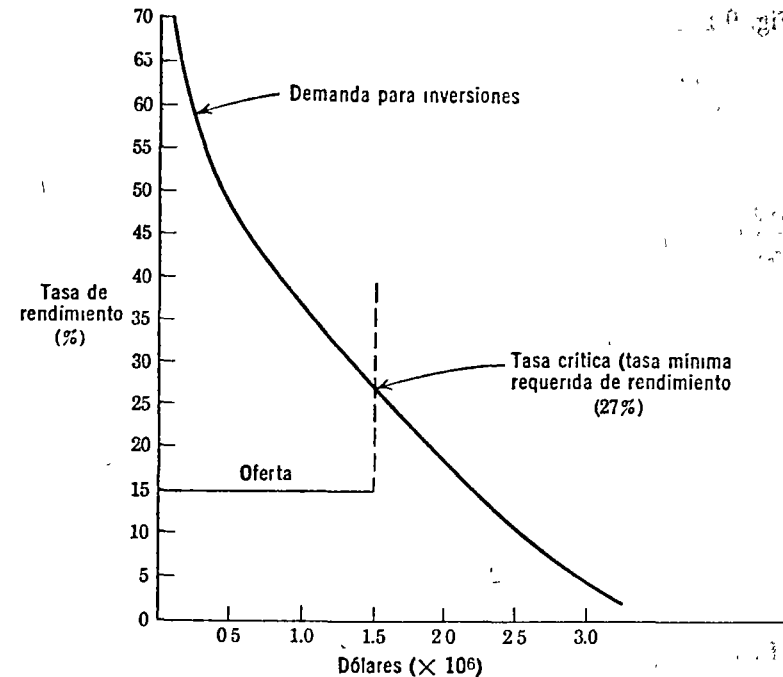


Fig. 9.11 La tasa crítica con ofertas insuficientes de capital.

esas circunstancias, observamos que siempre que la oferta no satisface la demanda, el costo de capital permanece como un nivel bajo la tasa crítica.

En realidad, el problema no consiste en aumentar la oferta; sino en planear, sobre un período extenso, de modo que pueda preverse una oferta suficiente para satisfacer las demandas para todos los proyectos que prometen tasas de rendimiento iguales o superiores al costo de capital. En la sección siguiente analizaremos ese tema.

**9.12 Planeamiento del período** El presupuesto de capital es un problema multiperíodico. El presupuesto anual no puede establecerse con independencia completa de las necesidades y las existencias del futuro. Los mejoramientos en perspectiva de una compañía toman la forma de planes de 5 y 10 años y el presupuesto anual de cualquier año no es, sino la integración de esas necesidades —a corto y a largo plazo— en una etapa de un año. Ese planeamiento de las necesidades de equipo de capital de

La compañía debe ir acompañada, asimismo, por un planeamiento a largo plazo del suministro de fondos, para satisfacer esas necesidades.

En esta situación, los planes a largo plazo deben tomar en consideración el efecto sobre el costo de capital de ampliar las cantidades de deuda, reinversión y nuevas acciones en la combinación de capitales, con el fin de proporcionar una oferta adecuada con una combinación óptima.

La finalidad de un buen planeamiento de la demanda y oferta es evitar tener que rechazar buenas oportunidades por falta de fondos. Con un buen planeamiento, la Fig. 9.11 puede trazarse nuevamente, como se muestra en la Fig. 9.12. La oferta de 1.500,000 se ha incrementado, a partir de

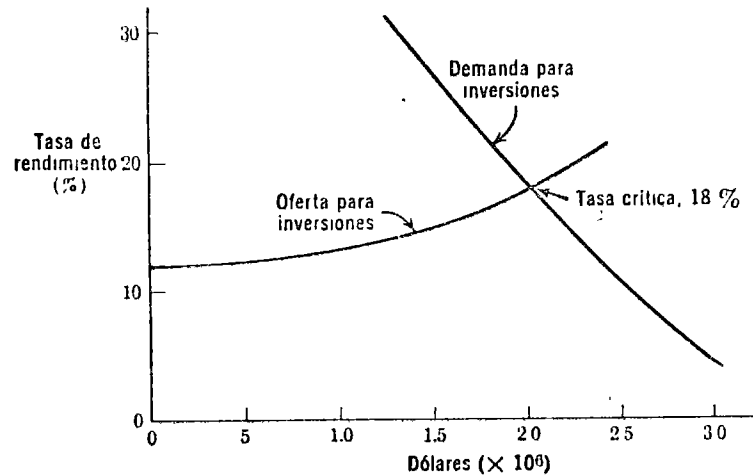


Fig. 9.12 La tasa crítica con ofertas suficientes de capital.

diferentes fuentes, hasta llegar a aproximadamente 2.000,000 y el costo ha aumentado, al mismo tiempo que se ha aumentado la oferta. La intersección de la demanda y la oferta en 18% da una tasa crítica al costo de capital.

Como resultado del planeamiento a largo plazo, la *tasa crítica* se considera como un valor multiperiférico, en lugar de desdeñar las necesidades de los años futuros.

Cuando sea necesario, la *tasa crítica* se ajustará en cualquier año; pero, teniendo en cuenta el largo plazo y si los fondos no pueden suministrarse en cantidad suficiente, la situación caerá entre las Figs. 9.11 y 9.12. Como anotamos, la reinversión no podrá variar considerablemente y la cantidad del capital de deuda invertido en la empresa no podrá aumentarse, desdeñando totalmente la cantidad de fondos de acciones invertidos, como lo indicaremos en la sección 9.18.

Si, por suerte, la oferta es compatible, más que de manera adecuada, con las demandas una observación muy rápida es que se regrese el exceso de fondos a los accionistas, basándose en que ellos podrán invertirlos de manera más productiva que la empresa. Sin embargo, una empresa que se encuentre en la posición enviable de disponer de fondos suficientes

deberá planear un programa para educar a sus administradores de tal modo que hallen un modo para invertirlos internamente, con el fin de mejorar la compañía.

A largo plazo, cuando los planes de financiamiento van encaminados a la obtención de la mejor combinación posible, el costo de la combinación se considerará como situado entre el costo del componente más elevado, el capital en acciones, y el componente más bajo de costo, el capital de deuda, tal y como se obtendrá por medio de un promedio aproximado. El análisis de esto, creemos que junto con el examen de la combinación óptima, pertenece a un texto separado de finanzas.

**9.13 Variaciones en la tasa crítica** La tasa crítica, determinada por la intersección de las curvas de la oferta y la demanda puede esperarse, por consiguiente, que varíe, como resultado de factores que provocan cambios en la oferta o la demanda.

La oferta de dinero para inversiones económicas disminuirá en los malos tiempos. Con una disminución de utilidades, habrá menos dinero para la reinversión, después de pagar los dividendos y suministrar las necesidades de un capital circulante probablemente reducido. No sólo pueden disminuir la oferta, sino que la administración puede retenerlas en lugar de invertirlos en equipo, con el fin de crear reservas para protegerse contra las tormentas que pueden presentarse durante el período de receso.

La demanda de capital deberá variar, principalmente, de acuerdo con la capacidad del personal de la empresa para crear métodos perfeccionados en los que pueda invertirse el capital productivamente. Sin embargo, las oportunidades de inversión tienden a disminuir durante los malos tiempos, a menos que la administración haga planes a largo y no a corto pla-

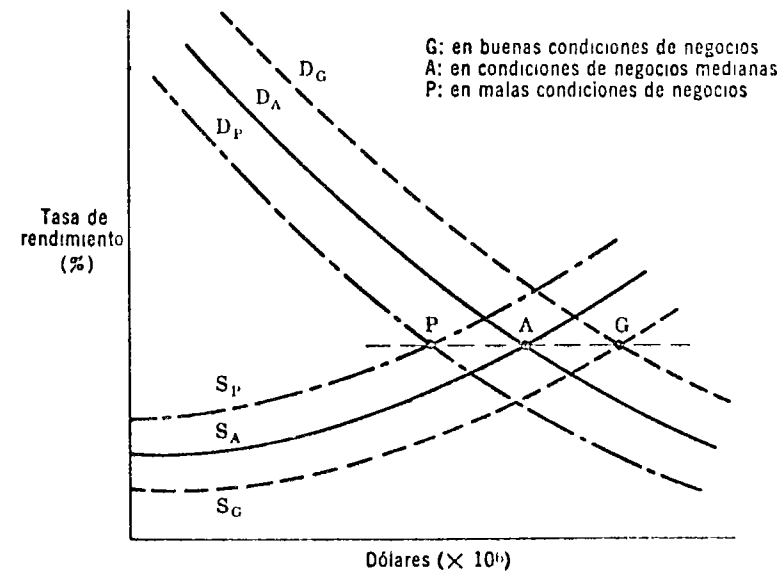


Fig. 9.13 Variaciones en la tasa crítica.

zo. Durante las épocas desfavorables, cuando los gastos de operación son bajos, debido a la baja utilización de la maquinaria los ahorros que justifican la inversión serán también bajos y desaconsejarán la inversión, a menos que se presenten las cifras a largo plazo.

En la Fig. 9.13, el punto  $A$ , la intersección de la demanda  $D_1$  y oferta  $S_A$ , establece la tasa crítica durante un período de condiciones promedio de negocios. Cuando los negocios mejoran, las oportunidades de inversión aumentan y la demanda  $D_G$  es mayor. Asimismo, en ese momento, habrá más fondos disponibles de todas las fuentes, a aproximadamente el mismo porcentaje de costo. Cuando los negocios son buenos, se dispondrá de más capital de reinversión, procedente de mayores utilidades, y podrá introducirse más capital de deuda. La oferta se afloja, como lo ilustra la curva  $S_G$  y el punto crítico tiene lugar en  $G$ . A la inversa, en períodos malos para los negocios, la demanda disminuye y la oferta se hace más escasa, produciendo el punto crítico en  $P$ . A pesar de las condiciones variables, la tasa crítica tiene tendencia a ser estable, debido a que notamos en la Fig. 9.13 que las tasas críticas correspondientes a  $P$ ,  $A$  y  $G$  son esencialmente las mismas, a pesar de los cambios en oferta y demanda.

**9.14 Papel de la inversión extraordinaria** En el proceso de clasificación notamos que cada demanda de inversión se incluye con su tasa posible de rendimiento. En las inversiones de reducción de costos, sólo se conoce la tasa de rendimiento sobre la inversión *extra*; por consiguiente, la escala contendrá probablemente sólo la inversión *extra* para los proyectos de reducción de costos (pero contiene la inversión total en proyectos de aumento de los ingresos). Esto parece sugerir, a primera vista, que se asignará un capital insuficiente para la adquisición de equipo de reducción de costos.

Una explicación breve es suficiente para indicar la respuesta. Tomemos como ejemplo un caso en el que la reducción de costos significa reemplazar una máquina existente con otra nueva y moderna. Si el costo total, incluyendo todas las piezas de instalación de la máquina nueva, es de 10,000 dólares y si el *valor negociable neto* de la máquina antigua (que mostraremos en el capítulo 11 que es su inversión  $P$ ) es 4,000 dólares, entonces, la inversión *extra* será 6,000 dólares y eso es todo lo que necesitamos tomar en cuenta en el presupuesto, debido a que la máquina vieja se liquidará por sus 4,000 dólares de valor negociable neto. Por otra parte; supongamos que la máquina antigua se conserva en la empresa. Esto sólo podrá ocurrir si dicha máquina obtiene una posición en un puesto degradado, en concurrencia con alguna otra máquina todavía más anticuada. Por cuestión de simplicidad, si *está* máquina tiene actualmente un valor de recuperación cero, entonces, los 4,000 dólares de inversión *extra* podrán aparecer en el presupuesto de gastos de capital.<sup>9</sup> Por consiguiente, al presupuestar sólo la inversión *extra*, se asignará suficiente dinero (10,000 dólares en el ejemplo dado) para la adquisición total de la propiedad de reducción de costos.

<sup>9</sup> Esto es técnico, en la práctica, los métodos pueden ser muy diferentes.

**9.15 Racionamiento para inversiones estratégicas** Algunas inversiones son suficientemente irreductibles como para no poder ser evaluadas cuantitativamente como inversiones y clasificarse en el cuadro de la demanda, de acuerdo con sus utilidades esperadas. A pesar de ello, pueden ser inversiones necesarias, en opinión de la administración. Un ejemplo podría ser la inversión en un club para empleados, que la administración sintiera que debía proporcionar para igualar a la competencia en el mercado de mano de obra. Otro ejemplo sería la inversión de dinero en una línea nueva de artículos necesarios para mantener el liderazgo de la empresa; pero donde los rendimientos calculables fueran insignificantes.

"Las inversiones estratégicas", como se les llama habitualmente, son necesarias, puesto que su tasa de rendimiento baja o desdeñable, es contrarrestada en forma abrumadora por otras ventajas imprescindibles.

A pesar de ese método de aprobación, deben hacerse todos los esfuerzos encaminados a determinar todos los hechos y a calificar a un número cada vez menor de decisiones de gastos como indispensables. Con demasiada frecuencia damos por sentado que no es posible cuantificar un problema, cuando cierto estudio puede revelar cómo hacerlo. Pero incluso cuando los problemas sean absolutamente irreductibles, deben *verse* como inversiones y los beneficios deben vislumbrarse, al menos, con el fin de apreciar su valor.

La administración puede seguir un sistema para asignar fondos a inversiones indispensables. Un método es asignar anualmente cierto porcentaje de las existencias totales para uso exclusivo en proyectos estratégicos. Otro método es tomar en consideración las necesidades de cada año tal y como se vayan presentando, sin establecer restricciones anteriores de presupuesto.

**9.16 Costo de desplazamiento o de oportunidad del capital** A veces oímos decir que el costo de capital se establece por el costo de oportunidad de la empresa; por consiguiente, preguntamos: ¿cómo se relaciona este concepto con las ideas expresadas en este capítulo?

Las oportunidades disponibles para la administración para el uso de fondos de la empresa en lugar de inversiones internas son inversiones en bonos del gobierno o en títulos de otras empresas.

Desde luego, no deben aprobarse fondos para la inversión interna a tasas de rendimiento más bajas que lo que producirían si se invirtieran en el exterior. Teóricamente, las oportunidades externas pueden considerarse como un nivel bajo las inversiones internas; pero, en realidad, la inversión externa de fondos es raramente un curso práctico de acción, debido a que la industria, de manera invariable, tiene oportunidades limitadas para inversiones internas con rendimientos considerablemente superiores a los que pudieran obtenerse en inversiones externas. En efecto, si las mejores oportunidades existen fuera de la empresa, no habrá excusas para seguir invirtiendo en dicha empresa o, dicho de otro modo, para seguir en los negocios.

Otra oportunidad externa de la administración es la de devolver el dinero a los acreedores y accionistas. Parece evidente que si no puede invertirse el dinero a una tasa de rendimiento igual a la esperada por los

accionistas o la exigida por los prestamistas de capital de deuda, deberá serles restituído. Ya hemos visto que la administración dañaría su propia posición al retener dinero que no pueda invertirse de tal modo que satisficga esas esperanzas. Parece claro que el costo de oportunidad de la empresa se establece por el costo de oportunidad de los inversionistas de la empresa. Cuando invierten en la compañía mediante la adquisición de acciones o la conservación de las que ya poseen o prestándole dinero a la empresa, rechazan la oportunidad de invertir ese dinero con riesgos similares en otro lugar. Sus oportunidades, sus esperanzas, se convierten, a su vez, en el costo de oportunidad de la empresa.

**9.17 Costo del capital y utilidades sobre capital neto** A veces, oímos decir que el dinero no debe invertirse a una tasa de rendimiento inferior al rendimiento obtenido sobre el capital neto. En otras palabras, eso significa que el costo de capital no debe ser inferior a las utilidades sobre el capital neto. Examinemos matemáticamente ese punto de vista.

Para simplificar el problema, supongamos que toda la fuente de capital vaya a obtenerse por medio de una nueva emisión de acciones. La propiedad actual de acciones consiste de 1,000 acciones. Supongamos que las utilidades anuales son 15,000 dólares, desdeñando el impuesto sobre la renta (para simplificar el problema). Esto significa 15 dólares por acción. Si se predice que la nueva emisión va a venderse a 150 dólares cada acción, entonces, el costo de capital, mediante la razón utilidades-precio, ecuación 9.7, será 15/150, o sea, 10%. Si la administración se propone vender 200 acciones para obtener 30,000 dólares que necesita, esa suma, invertida en equipo nuevo a la tasa mínima requerida de rendimiento de 10%, producirá un nuevo ingreso de 3,000 dólares.

Bajo las condiciones anteriores, la pregunta es: "¿Reducirá esa suma invertida al 10% las utilidades actuales de 15 dólares por acción que reciben los accionistas antiguos?" La respuesta aparece en la tabla 9.17.

Tabla 9.17

ILUSTRACION, SI LA TASA MINIMA REQUERIDA DE RENDIMIENTO ES INFERIOR AL RENDIMIENTO SOBRE EL CAPITAL NETO

	<i>Actual</i>	<i>Propuesto</i>
Total de acciones	1,000	1,200
Utilidad adicional	\$ 0	\$ 3,000
Utilidad total	15,000	18,000
Ingresos por acción	15	15

El obtener capital de nuevas acciones a un costo inferior a la tasa de rendimiento sobre el capital neto e invertirlo a tasas de rendimiento en perspectiva más bajas que el rendimiento sobre el capital neto no hace que los propietarios actuales pierdan dinero, a pesar de las apariencias.

El lector reconocerá que esto es no solo una mera afirmación de la incompatibilidad del valor en libros para establecer el costo de capital sino también de las conclusiones a que llegamos en la sección 9.5 sobre el costo de capital. El no comprender esto y sostener que las inversiones no se justifican a menos que la proporción de utilidades sobre el capital

neto, conducen a una falla grave de razonamiento. Si ello fuera cierto, las mejores compañías, con un rendimiento elevado sobre su capital neto podrían justificar sólo las inversiones que prometiesen una tasa de rendimiento elevada, mientras que las compañías débiles con rendimientos muy bajos sobre el capital neto podrían justificar casi todas las economías que se les presentaran, hasta llegar a tasas de rendimiento muy bajas. De este modo, las compañías pobres mejorarían y las compañías mejores se debilitarían. En realidad, lo cierto es lo contrario, las compañías mejores tienen la ventaja de la competencia, debido a que a su costo más bajo de capital, pueden justificar un número mayor de inversiones económicas.

**9.18 Límites para el financiamiento y la inversión** En tanto puedan hacerse inversiones a una tasa de rendimiento superior al costo del capital, habrá un incentivo para llevarlas a cabo. Por consiguiente, un objetivo amplio es saturar todas las oportunidades de inversión iguales o superiores al costo de capital. Por otra parte, la administración se muestra renuente a comprometerse a un financiamiento cuando crea una deuda pesada y tienen precaución para no edificar un activo fijo elevado con sus costos fijos elevados resultantes. Por consiguiente, el resultado es la limitación de la administración para la adquisición de equipo.

La administración no ha tomado nunca un acuerdo para establecer límites precisos de deudas, activo fijo y otros elementos del balance general; pero, no obstante, en cierto punto, la administración tirará una línea sobre el aumento de esos elementos. Aunque el analista evitará enunciar límites específicos, notamos que la mayoría de ellos parecen dispuestos a dejarse guiar por el balance general y las razones de pérdidas y ganancias que publica la industria a la que pertenecen. Las razones de cuartil medio, superior e inferior de muchos balances generales y relaciones de pérdidas y ganancias pueden encontrarse en muchas publicaciones.<sup>10</sup>

El intento audaz de aclarar esos límites indefinidos ha sido la meta de Roy A. Foulke,<sup>11</sup> vicepresidente de Dun and Bradstreet. Foulke publica también razones medianas y cuartiles por industrias; pero, además, define ciertas razones en sus "máximas", como las llama, que vamos a citar aquí. Nuestra finalidad, al hacerlo, es sugerir al analista de economía que la administración financiera opondrá resistencia al pensamiento de que es preciso saturar todas las oportunidades de buenas inversiones o que, a falta de fondos, la organización debe tomar prestado el dinero necesario para llevar a cabo la inversión.

La máxima de Foulke sobre la relación entre pasivos circulantes y el capital neto tangible, dice lo siguiente (pág. 267):

"La experiencia en los análisis de muchos miles de balances en todas las líneas de actividades de negocios, tanto en buenos como en malos tiempos, ha indicado que cuando una empresa comercial o industrial tiene un capital neto tangible que se encuentra entre 50,000 y 250,000 dólares, su

<sup>10</sup> Por ejemplo, Dun and Bradstreet publica periódicamente "14 Important Comparative Ratios in 72 Lines of Business", que da cuartiles medios, superiores e inferiores.

<sup>11</sup> Roy A. Foulke, *Practical Financial Statement Analysis*, 2ª ed. McGraw-Hill, Nueva York, 1950.

eración, debe analizarse cuidadosamente, si los pasivos circulantes exceden las dos terceras partes del capital neto tangible; si este último valor superior a los 250,000 dólares, sus asuntos deberán estudiarse de cerca sus obligaciones exceden las tres cuartas partes de su *capital neto tangible*."

En cuanto a la relación entre las obligaciones totales y el *capital neto tangible*, Foulke ofrece la máxima siguiente (pág. 295):

"...es evidente que una razón de obligaciones totales al capital neto tangible en exceso del 100.00 por ciento es desacostumbrada. Es raro, si sucede alguna vez, que las obligaciones totales de una empresa comercial industrial excedan al capital neto tangible, puesto que, en tales casos, los acreedores tendrán más en juego en la empresa que los accionistas o los propietarios."

En relación a la razón de deuda consolidada al capital de trabajo, de hecho la máxima de Foulke sugiere (pág. 318):

"El examen de miles de balances en todas las líneas de actividades industriales y comerciales ha conducido a la conclusión de que es raro, si sucede alguna vez, que el conjunto de obligaciones consolidadas exceda al capital de trabajo neto."

Y con respecto a la cantidad de activo fijo, la máxima de Foulke dice (pág. 240):

"Cuando una empresa de negocios tiene un capital neto tangible de entre 50,000 y 250,000 dólares, la experiencia ha demostrado que sus condiciones deben analizarse cuidadosamente si el valor en libros depreciable de sus activos fijos es superior a las dos terceras partes de su capital neto tangible. Cuando el capital neto tangible supera a los 250,000 dólares, deberán seguirse de cerca los negocios de la empresa, si el valor en libros depreciable de su activo fijo asciende a un total de más de las tres cuartas partes de su capital neto tangible."

Mientras que estos pensamientos sugieren que la resistencia a una gran acumulación de activos o de gastos considerables puede esperarse, la mayoría de las compañías no han alcanzado niveles en los que deba iniciarse esa resistencia. En consecuencia, por el contrario, la mayoría de las compañías sufren al no hacer las inversiones que pudieran hacer en equipo económico, sin sabotear la posición financiera de la empresa. Nuevamente, debemos poner de manifiesto que las contribuciones de Foulke al cuadro general no pueden reemplazar a un estudio detallado de las proporciones deuda-capital en acciones proporcionado por un curso de finanzas.

## PROBLEMAS

9.1 ¿Cuál es el costo del capital de deuda para una compañía que toma prestados 450,000 dólares, emitiendo bonos al 6%? El plan consiste en vender 5,000 bonos que se restituirán al cabo de 20 años, a 100 dólares cada uno. Se pagará el cuatro por ciento de interés; los cupones de interés valen 2% del valor nominal del bono y pueden ser cobrados por el propietario al cabo de cada seis meses. El costo de administración de esos pagos de intereses se calcula que es de 25 centavos por bono, cada seis meses. Se predice en el ofrecimiento inicial que la compañía recibirá 90 dólares netos por bono después de descontar la disminución del precio y la comisión a corredores. Calcúlese las tasas de interés nominal y efectivo.

9.2 Resuélvase nuevamente el problema 9.1, bajo cada una de las condiciones revisadas siguientes: a) el bono debe restituirse en 10 años, en lugar de 20, b) la compañía recibe sólo 80 dólares en lugar de 90 por concepto de la venta de cada bono. Supongamos una vida de 20 años, como antes; pero, en este caso, deben venderse 5,625 bonos para producir los 150,000 dólares necesarios. En a) y b), todos los demás costos e ingresos serán los mismos que en el problema 9.1.

9.3 ¿Cuál es el costo del capital de deuda de una compañía que tiene una hipoteca de 100,000 dólares sobre su propiedad? La deuda debe pagarse en plazos iguales de 5,000 dólares al cabo de cada 3 meses, durante 5 años, junto con pagos trimestrales de intereses a la tasa de 6% anual sobre el saldo. Por ejemplo, el interés será 1,500 dólares al cabo del primer trimestre,  $95,000 (0.015) = 1,425$  dólares, al cabo del segundo trimestre,  $90,000 (0.015) = 1,350$  dólares al cabo del tercer trimestre, etc.

9.4 El valor en libros de una acción ordinaria de una gran compañía de fabricación es 98.40 dólares. La acción paga actualmente dividendos anuales de 2.55 dólares, como parte de las utilidades de 4.64 dólares anuales. Con base en una guía muy aceptada de valores, el rendimiento de los dividendos anteriores establecerá un precio actual justo, excluyendo fluctuaciones, de 52.10 dólares. Calcúlese el costo del capital en acciones de la empresa, por el método Gordon-Shapiro.

9.5 Una compañía tiene emitidas 216,232 acciones comunes. El dinero pagado por los accionistas al comprar los valores más las utilidades retenidas en la empresa hacen que el valor total en libros se eleve a 7,092,115 dólares. Las utilidades actuales por acción son de 3.50 dólares y los dividendos de 2.30. El precio actual en el mercado de las acciones, desdénando las fluctuaciones, se calcula en 48 dólares. Calcúlese el costo del capital en acciones de la empresa, empleando el método Gordon-Shapiro.

9.6 Una compañía tiene 88,861 acciones ordinarias emitidas. El capital propio de los accionistas, consistente de la cantidad pagada a la empresa por las acciones ordinarias más las utilidades reinvertidas en la compañía, se eleva a 1,513,421 dólares. Las utilidades actuales son de 2.77 dólares por acción y los dividendos de 2.00 dólares. El precio corriente en el mercado se calcula en 65.75 dólares. ¿Cuál es el costo del capital en acciones para la empresa, utilizando el método Gordon-Shapiro?

9.7 Para los datos proporcionados en el problema 9.6, prepárese una tabla que muestre las utilidades anuales futuras en perspectiva, dividendos y los valores en libros de una acción común, con el fin de ilustrar el modelo matemático de la fórmula Gordon-Shapiro.

9.8 En los problemas 9.4 a 9.6, compárese el costo calculado del capital con la tasa de rendimiento sobre el valor en libros de las acciones ordinarias. ¿Por qué no utilizar la tasa de rendimiento sobre el valor en libros como costo de capital? Explíquese cómo pueden ser diferentes estas tasas.

9.9 Calcúlese el costo de capital para tres compañías diferentes de su propia elección. Obténganse los datos de los estados financieros de las compañías y de las guías de acciones que den indicaciones de las cotizaciones de bolsa.

9.10 a) Usense los datos de los problemas 9.4 a 9.6 para calcular la razón utilidades-precio. Compárense con el costo de capital, calculado por medio de la fórmula Gordon-Shapiro. b) Repítase la parte a); pero supóngase que las utilidades son como sigue: problema 9.4, 1.90 dólares; problema 9.5, 4.03 dólares; problema 9.6, 2.95 dólares. Supóngase también que los dividendos son 2.70, 2.65 y 2.13 dólares, respectivamente. Los demás datos serán los mismos. c) Usense los datos de los problemas 9.4 a 9.6; pero supóngase que las utilidades *retenidas* son: 1) 100% de las utilidades totales, 2) 50% de las utilidades; 3) cero. Calcúlese y compárense el costo de capital, en todos esos casos, mediante la fórmula Gordon-Shapiro y la razón utilidades-precio.

9.11 Cree un estado de pérdidas y ganancias ficticio y utilícelo para demostrar que el "flujo de efectivo" sobre todo las existencias internas de capital, igualen a las utilidades retenidas más la depreciación.

9.12 Una compañía ha agrupado todas las demandas de sus fábricas para el año siguiente de acuerdo con las tasas de rendimiento en perspectiva sobre las inversiones. Por ejemplo, las fábricas A, B, C y D pueden invertir un total de 320,000 dólares a tasas posibles de rendimiento de 50% a 54%. El cuadro completo de las demandas, preparado por el departamento de planeación de la empresa, es el siguiente.

Demanda	Tasa estimada de rendimiento (%)
\$ 200,000	65 o más
220,000	60-65
260,000	55-60
320,000	50-55
400,000	45-50
500,000	40-45
620,000	35-40
760,000	30-35
920,000	25-30
1,110,000	20-25
1,300,000	15-20
1,550,000	10-15
1,790,000	5-10

La oferta de que puede disponer la compañía para el año siguiente son 5,000,000 de dólares, a un costo del 12%. ¿Cuál es la tasa mínima requerida de rendimiento que debe establecerse con respecto al presupuesto del año siguiente? ¿Qué sugerencias puede hacer el lector con respecto a presupuestos futuros?

9.13 Prepárese un presupuesto escalonado para una compañía que tiene las proposiciones siguientes de equipo de capital para el año siguiente:

En el Departamento A, un cepillador nuevo que cuesta 25,000 dólares después de instalado se espera que reemplace a otra máquina similar existente. Los ahorros indican una tasa de rendimiento del 50%. El cepillador antiguo con un valor neto negociable de 10,000 dólares se utilizará para reemplazar a una máquina todavía más antigua que puede venderse a un comerciante por 2,500 dólares. Si se desplaza, no puede encontrarse ningún empleo económico para la máquina vieja. Se espera que la tasa de rendimiento sobre ese reemplazamiento sea 25%.

En el Departamento B, una cabina de pintura a pistola con transportador de banda, que cuesta 15,500 dólares, reemplazará a puestos individuales de pintura. Se espera que la tasa de rendimiento sea 30%. Los puestos existentes pueden venderse como material de desecho por 1,500 dólares.

En el Departamento C, una perforadora existente será reemplazada por otra nueva que cuesta 30,000 dólares. La tasa de rendimiento esperada es 40%. La máquina existente, que tiene un valor neto negociable de 6,000 dólares representará entonces un exceso de equipo pero se propone que ese exceso de capacidad se emplee para atraer contratos adicionales de trabajo con una tasa de rendimiento del 15%.

En el Departamento D, adquirirá una máquina de reemplazamiento de segunda mano por 500 dólares, para sustituir a otra máquina antigua que puede venderse por 100 dólares. La tasa de rendimiento esperada es 20%.

El costo de capital de la compañía es 10% y parece que se dispondrá de una oferta máxima de 70,000 dólares.

9.14 Una acción que tiene un valor de mercado de 100 dólares acaba de pagar un dividendo de 5.00 dólares. ¿Cuál debió ser la porción de dividendos a reinvertir el año siguiente, si a) fue dividida en 100 partes iguales, b) este dividendo

equivale al 50% de las utilidades por acción y las utilidades retenidas se reinvierten en la compañía a una tasa de rendimiento no menor que la razón actual utilidades/precio?

9.15 El siguiente es un balance general típico de cierta compañía de fabricación. En esa empresa, las oportunidades de inversión interna son muy grandes, pero la oferta de capital proporcionado íntegramente por los fondos reinvertidos es absolutamente insuficiente. Como resultado de la escasez de capital, se rechazarán muchas oportunidades excelentes de inversión, a menos que se busquen fondos. La administración rechaza la idea de diluir la propiedad por medio de una emisión de nuevas acciones y, por consiguiente, propone la creación de una gran deuda consolidada. Se supone que las oportunidades son tan grandes que cualquier cantidad podría invertirse productivamente.

El presente balance general es como sigue:

Balance General al 31 de diciembre			
Activo circulante	\$500,000	Pasivo circulante	\$225,000
		Deuda consolidada	25,000
Activo fijo	250,000	Capital contable	500,000
	<u>750,000</u>		<u>750,000</u>

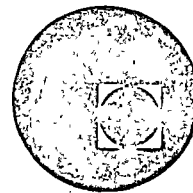
Si la cantidad del préstamo debe establecerse de acuerdo con las razones de limitación de R. A. Foulke, ¿qué cantidad deberá tomarse prestada? Supóngase que todo el préstamo se utilizará para activo fijo y que los saldos del activo circulante, pasivo circulante y capital contable no se alterarán como resultado de la adquisición de la deuda.

Analícese los peligros de la simplificación excesiva que puede tener lugar mediante el uso de la regla práctica citada anteriormente. ¿Cuáles son todas las consideraciones que deberían limitar la magnitud del préstamo propuesto o la cantidad invertida en equipo de capital?

9.16 Revisense los balances generales de tres compañías y tómese una decisión respecto a qué cantidad deberán aumentarse sus inversiones internas en equipo de capital, mediante el uso de una deuda consolidada, de acuerdo con los límites señalados por R. A. Foulke. Analícese todas las consideraciones que deben ser el fundamento de esa decisión.



centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

VALOR DEL DINERO A TRAVES DEL TIEMPO

ING. RICARDO FORCADA WARREN

## 2.- VALOR DEL DINERO A TRAVES DEL TIEMPO

Ing. Ricardo Forcada Warren

Cuando investigamos diferentes situaciones económicas, nos encontramos continuamente con un factor que se sale de nuestro control: el tiempo. El tiempo y sus efectos son algo sumamente importante para el análisis de inversiones. Es difícil encontrarse con un proyecto serio, en el que los resultados sean inmediatos, por lo tanto, normalmente se presentan alternativas que están afectadas de distinta forma por el paso del tiempo.

### 2.1. CAUSAS DEL CAMBIO DE VALOR DEL DINERO POR EL PASO DEL TIEMPO.

Las utilidades ganadas hoy son más valiosas para el inversionista, que las ganancias estimadas para el futuro, porque el dinero que se gana hoy puede ser convertido en bienes de producción, en bienes de consumo o en servicios, o sea, tienen el poder de ganar dinero y satisfacer necesidades. Existen otros tres aspectos de lo anterior.

PRIMERO.-La inversión debe ganar interés sobre el capital empleado. Este dinero no es parte del pago o retorno del capital, es simplemente la regalía por el capital invertido, ejemplo, 10% en la tabla 2-1, el flujo de efectivo es dividido en una regalía sobre el capital empleado y en la recuperación del capital. En esta situación, con una regalía fija, el mayor o menor tiempo en que se recupera el capital, es la base de la evaluación.

TABLA 2-1 INTERES SOBRE EL CAPITAL EMPLEADO Y PAGO DEL CAPITAL



AÑO	CAPITAL EMPLEADO AL PRINCIPIO DEL AÑO	10% INTERES S/EL CAPITAL EMPLEADO	FLUJO DE EFECTIVO DESPUES DE IMPUESTOS.	PAGO DEL CAPITAL
1	\$ 100.00	\$ 10.00	\$ 20.00	\$ 10.00
2	90.00	9.00	20.00	11.00
3	79.00	7.90	20.00	12.10
4	66.90	6.69	20.00	13.31
5	53.59	5.36	20.00	14.64
6	38.95	3.90	20.00	16.10
7	22.85	2.29	20.00	17.71
8	5.04	0.51	20.00	5.07
				<u>\$ 100.00</u>

SEGUNDO.-El medio ambiente del proyecto cambia rápidamente. Cada evaluación está basada en suposiciones y pronósticos, que pueden cambiar en un período largo de tiempo. Pocos factores externos de un proyecto pueden ser predecidos por períodos mayores de un año, lo que significa que las grandes inversiones, que se esperan recuperar en varios años, están sujetas al enorme riesgo de que las suposiciones y pronósticos pueden no ser acertadas. Como consecuencia de lo anterior, se da mayor importancia o valor al efectivo ganado inmediatamente después de empezar a operar.

TERCERO.-La inflación y la declinación del valor del dinero, significan que las inversiones se hacen con dinero más valioso que el que se recibe de operar la nueva organización en el futuro.

Este tercer aspecto es sumamente importante y deberá de tomarse en cuenta al fijar el porcentaje usado para calcular el interés sobre las ganancias futuras como se vió anterior

to. Las causas de la inflación pueden ser varias (internas, externas; directas, indirectas; equilibrantes, acumulativas; meteorológicas, operacionales, económicas, financieras, administrativas, sociales, políticas) y tal vez nunca se llegue a tener una explicación completa, documentada y publicable. Pero para tener una idea de la importancia que puede tener, basta señalar que de Diciembre - de 1972 a igual mes de 1973, el índice de precios al mayorero de la ciudad de México, aumentó en 25.2% , y el índice nacional de precios al consumidor en un 21.4%. El incremento en los precios al consumidor de los bienes no duraderos fué del 27% en tanto que el de los bienes duraderos fué del 15.2% y el de los servicios del 13.9%

## 2.2 EQUIVALENCIA

Después del análisis anterior, queda claro que el crecimiento del dinero se debe tomar en cuenta en todas las combinaciones y comparaciones de formas de ingresos y egresos en el tiempo. Entonces, queda claro que debido a la existencia de un interés, un peso ahora, vale más que la esperanza de tener un peso el próximo año o en cualquier otra fecha posterior.

DEFINICION DE INTERES. -El interés puede ser definido como el dinero pagado por el uso de dinero prestado. En un sentido más amplio, el interés puede ser visto como la recuperación obtenida por la inversión productiva de capital. Este último punto de vista es el requerido para tratar los problemas de evaluación de proyectos, sin embargo, para fines didácticos, es conveniente empezar la discusión con

siderando situaciones en que se pide prestado dinero. El punto de vista más amplio se verá cuando se estudien los métodos de análisis.

TASA DE INTERES.- La tasa de interés es la relación que existe entre el interés que se carga o paga al final de un período de tiempo, generalmente de un año o menos, y el dinero que se debe al principio de ese período. Entonces, si \$ 6.00 de interés son pagados anualmente por una deuda de \$ 100.00 la tasa de interés es:  $6/\$ 100.00=0.06$  anual. Lo que generalmente se describe como una tasa de interés del 6%, el término "anual", generalmente se sobreentiende, al menor que previamente se establezca otro período de tiempo.

INTERES COMPUESTO.- Se llama interés compuesto, a aquel que se genera cuando aplicamos la tasa de interés cada año, sobre el importe total que se debe al final del año inmediato anterior, incluyendo este importe total la cantidad que se pidió en un principio (el principal), más los intereses acumulados que no han sido pagados cuando se generaron. Las fórmulas y tablas que se explicarán más adelante, están basadas en el interés compuesto.

EQUIVALENCIA.- El concepto de que los pagos que difieren en magnitud total, pero que son efectuados en diferentes fechas, puedan ser equivalentes entre si, es importante para la evaluación de proyectos. Para desarrollar este concepto, veamos la comparación que se hace en la tabla 2-2, donde se han pedido prestados \$10,000 y se tienen cuatro series de pago distintas pero equivalentes de acuer

do con una tasa de interés del 6%

TABLE 2-2 CINCO SERIES DE PAGOS EQUIVALENTES.

AÑO	PRESTAMO	FORMAS DE PAGO			
		I	II	III	IV
0	\$ 10,000				
1		\$600	\$1,600	\$1,359	
2		600	1,540	1,359	
3		600	1,480	1,359	
4		600	1,420	1,359	
5		600	1,360	1,359	
6		600	1,300	1,359	
7		600	1,240	1,359	
8		600	1,180	1,359	
9		600	1,120	1,359	
10		10,600	1,060	1,359	\$17,910

Con una tasa de interés del 6%, estas cinco series de pago son equivalentes entre si.

El significado de equivalencia puede ser explicado, - haciendo una analogía con el algebra: Si un número de co - sas son iguales a otra, entonces éstas son iguales entre - si. Dada una tasa de interés, podemos decir que cualquier - pago o serie de pagos que satisfaga en el futuro el pago - de una cantidad presente de dinero y de su interés de acue - do con esa tasa, es equivalente a esa cantidad presente de dinero. En el ejemplo anterior (Tabla 2-2), en la primera forma de pago, se pagó anualmente, al final de cada año, - el interés generado durante el año, y después de los diez

años se pago el interés generado durante el último año más lo correspondiente a la cantidad prestada. En la segunda forma, se pagó cada año el interés - generado más un abono de \$1,000 que hacía disminuir la cantidad adeudada, y por consiguiente cada vez se generaba menos interés. En la tercera forma de pago, se calculó una cantidad uniforme anual equivalente, misma que veremos más adelante como calcular. Finalmente en la cuarta forma de pago, no se hizo ningun pago hasta el final de los diez años, por lo que cada año se fué sumando el interés a la cantidad inicial, y se fué aplicando la tasa de interés a la suma del principal más el interés acumulado (10,000, 10,600, 11,236, 11,910.16.....)

VALOR PRESENTE.- Aquí la palabra presente, no necesariamente significa que corresponde al día de hoy, sino que puede ser movido en la imaginación del - analista a cualquier fecha. Por ejemplo, podemos - hablar en 1974, del valor presente en 1978 de una cantidad pagada en 1985. De lo anterior, en donde encontramos que un prestamo de \$10,000 puede ser - pagado con intereses, de cuatro formas diferentes, con diferentes cantidades o importes de dinero y - en diferentes fechas, dentro de un periodo de diez años. Para la persona que presta el dinero (inversionista), el prestamo (inversión) es el importe - necesario para obtener la promesa del pago futuro o series de pagos, con interés de una tasa dada. La inversión necesaria para asegurar la promesa -

del pago o pagos futuros es llamada el valor presente de los pagos futuros. Para la persona que pide prestado (deudor), el valor presente puede ser visto como la cantidad presente que debe ser obtenida a cambio de la promesa de hacer pagos futuros específicos. Para ambos, el acreedor y el deudor, la series de pagos son equivalentes al valor presente. También aquí podemos notar, que como las cuatro formas de pago diferentes, son equivalentes al valor presente para una cierta tasa de interés, las series de pagos son equivalentes entre sí.

SIGNIFICADO DE EQUIVALENCIAS EN LA EVALUACION ECONOMICA DE INVERSIONES.

CA DE INVERSIONES.- Las cinco columnas de la Tabla 2-2, son series equivalentes de pagos; de cualquier forma, la suma aritmética de ellas es diferente, siendo \$10,000, \$16,000, 13,300, 13,590 y \$17,910, respectivamente. Entre más largo sea el periodo de tiempo del pago, será más grande la diferencia aparente. Entonces, si el periodo de pago fuera de 20 años, el pago total correspondiente para series similares equivalentes, sería de \$10,000, \$22,000, 16,300, 17,436 y 32,070, respectivamente.

### 2.3. FORMULAS DE INTERES.

#### Símbolos.

$i$  represente una tasa de interés por período de interés.

$n$  representa el número de períodos de interés.

$P$  representa una cantidad presente de dinero (valor presente)

$F$  representa una cantidad de dinero al final de  $n$  períodos desde la fecha presente, que es equivalente a  $P$  con interés  $i$  (valor futuro).

$A$  representa los pagos o ingresos de final de período, en una serie continua uniforme, durante  $n$  períodos, la serie completa equivale a  $P$  con una tasa de interés  $i$  (valor anual).

Fórmulas. Las fórmulas de interés fundamentales que expresan las relaciones  $P$ ,  $F$  y  $A$  en función de  $i$  y  $n$  son las siguientes:

$$\text{Encontrar } F \text{ dado } P \quad F = P (1 + i)^n \quad (1)$$

$$\text{Encontrar } P \text{ dado } F \quad P = F \left[ \frac{1}{(1 + i)^n} \right] \quad (2)$$

$$\text{Encontrar } A \text{ dado } F \quad A = F \left[ \frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right] \quad (3)$$

$$\text{Encontrar } A \text{ dado } P \quad A = P \left[ \frac{i (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1} \right] \quad (4)$$

$$\text{ó} \quad A = P \left[ \frac{i}{(1 + i)^n - 1} + i \right] \quad (4)$$

$$\text{Encontrar } F \text{ dado } A \quad F = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right] \quad (5)$$

$$\text{Encontrar } P \text{ dado } A \quad P = A \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n} \right] \quad (6)$$

$$\text{ó} \quad P = A \left[ \frac{1}{\frac{i}{(1 + i)^n - 1} + i} \right] \quad (6)$$

Deducción de la fórmula del pago simple. Si P es invertido con una tasa de interés i, el interés para el primer año es  $iP$  y el importe (suma del principal más los intereses) al final del primer año es:  $P + iP = P(1 + i)$ .

El segundo año el interés sobre la cantidad anterior es  $iP(1 + i)$ , y el importe al final de este año es:

$$P(1 + i) + iP(1 + i) = P(1 + i)^2$$

Similarmente, al final del tercer año el importe es  $P(1 + i)^3$ ; y al final del n-ésimo año, es  $P(1 + i)^n$ .

Esta es la fórmula para el importe compuesto F, que se obtiene en n años, a partir del principal P,

$$F = P(1 + i)^n \quad (1)$$

Si expresamos P en función de F, i y n,

$$P = F \left[ \frac{1}{(1 + i)^n} \right] \quad (2)$$

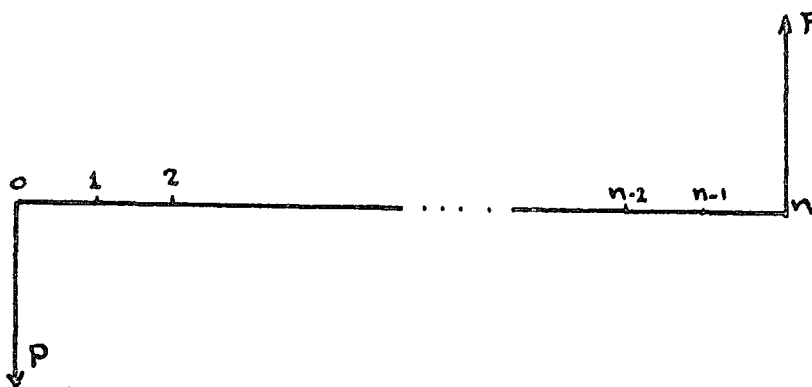


FIGURA 2-1



P puede verse como "el principal" que dará un importe --  
 requerido F, después de n años; en otras palabras P es el va-  
 lor presente de un pago F, n años después.

La expresión  $(1 + i)^n$  es llamada "factor del importe ---  
 compuesto del pago simple", y su recíproca  $1/(1 + i)^n$  es lla-  
 mada "Factor del valor presente del pago simple".

Deducción de fórmulas para Series Anuales Uniformes de -  
Pagos de Fin de año. Si A es invertido al final de cada año -  
 durante n años, el importe total al final de n años será la -  
 suma de los importes compuestos de las inversiones individua-  
 les. La cantidad invertida al final del primer año ganará in-  
 tereses durante  $(n - 1)$  años; este importe será entonces - - -  
 $A (1 + i)^{n - 1}$ . La inversión del segundo año tendrá un impor-  
 te de  $A (1 + i)^{n - 2}$ ; La del tercer año tendrá un importe ---  
 $A (1 + i)^{n - 3}$  y así sucesivamente hasta el último pago, he-  
 cho al final de los n años, que no ganará ningún interés. El  
 importe total F será:

$$F = A \left[ 1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + \dots + (1 + i)^{n - 1} \right]$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación por  $(1 + i)$

$$(1 + i) F = \left[ A (1 + i) + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^n \right]$$

Restando la ecuación original de la segunda.

$$iF = A \left[ (1 + i)^n - 1 \right]$$

Entonces:

$$A = F \left[ \frac{i}{(1 + i)^n - 1} \right] \quad (3)$$

Note como fluye el dinero en la figura 2-2

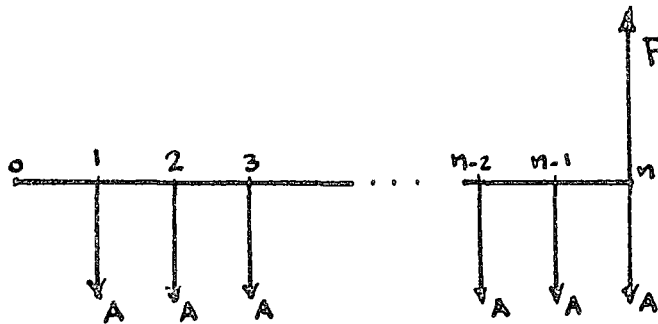


FIGURA 2-2

Un fondo establecido, para producir un importe cesado al final de un cierto período de tiempo, por medio de una serie de pagos desde el principio hasta el final del período, es llamado "fondo de amortización".

La expresión

$$\frac{i}{(1 + i)^n - 1}$$

es llamada "factor del fondo de amortización".

Para encontrar el pago uniforme de fin de año A, que puede ser obtenido durante n años debido a una inversión presente P (como en el Plan III de la tabla 2-2), substituyamos en la ecuación (3) el valor dado por F en la ecuación (1).

$$A = F \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] = P (1+i)^n \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = P \left[ \frac{i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (4)$$

Vea como fluye el capital en la figura 2-3.

También puede expresarse como

$$A = P \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} + i \right] \quad (4')$$

La expresión

$$\frac{i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

es llamada "factor de recuperación del capital" y como puede verse en la ecuación (4'), siempre es igual al factor del fondo de amortización más la tasa de interés i.

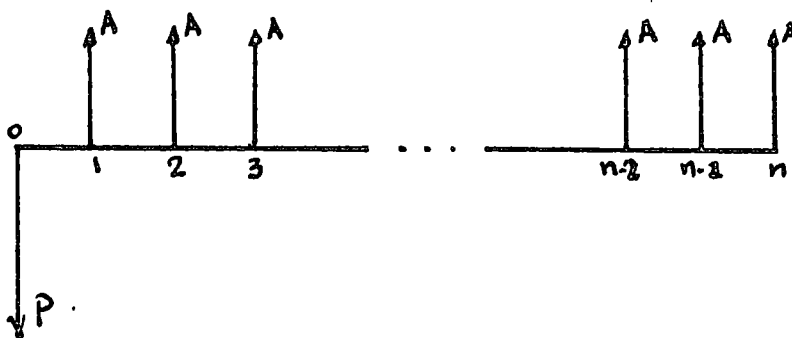


FIGURA 2-3

Las fórmulas (3) y (4) pueden ser cambiadas para encontrar F y P en función de A.

$$F = A \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \quad (5)$$

$$P = \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] \quad (6)$$

La expresión  $\left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$

es llamada "factor del importe compuesto de series uniformes".

La expresión

$$\left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right]$$

es llamada "factor del valor presente de series uniformes".

Símbolos funcionales. De aquí en adelante, muchas ecuaciones serán escritas usando símbolos que significan algún -- conversión, en lugar de usar la expresión matemática correspondiente. Estos símbolos funcionales son:

(F/P, i%, n) es el factor del importe compuesto del pago simple (factor de capitalización de una cantidad única)

(P/F, i%, n) es el factor del valor presente del pago simple (factor de actualización de una cantidad única)

(A/F, i%, n) es el factor del fondo de amortización.

(A/P, i%, n) es el factor de la recuperación del capital.

(F/A, i%, n) es el factor del importe compuesto de series --  
uniformes (factor de capitalización de una se--  
rie uniforme).

(P/A, i%, n) es el factor del valor presente de series uni--  
formes (factor de actualización de una serie uni--  
forme).

NOTA: estos factores están tabulados en las tablas que se --  
anexan.

Tasas del interés efectiva y nominal. Muchas transaccio--  
nes de préstamos estipulan que el interés es calculado y car--  
gado más seguido que una vez al año.

Consideremos una transacción de préstamo en que se carga  
un interés del 1% mensual. Algunas veces, ese tipo de transac--  
ción es descrita como si se tuviera una tasa de interés del --  
12% anual. Para estar en lo correcto, esa tasa debe ser des--  
crita como nominal del 12% anual, acumulado mensualmente.

Es conveniente reconocer que hay una diferencia real en--  
tre 1% mensual y 12% anual acumulado mensualmente y 12% anual  
acumulado anualmente. Supongamos que \$ 1 000.00 son pedidos --  
prestados con un interés al 1% mensual. Usando la tabla E -- 1,  
el importe que se debe al final de 12 meses puede ser calcula--  
do como sigue:

$$\begin{aligned} F &= 1\ 000\ (1.01)^{12} \\ &= 1\ 000\ (F/P, 1\%, 12) \\ &= 1\ 000\ (1.1268) = \$1\ 126.8 \end{aligned}$$

Si los mismos \$ 1 000.00 se hubieran pedido prestados al 12% anual, acumulado anualmente, el importe (o valor futuro) que se debería al final del año había sido únicamente \$ 1 120.00 o sea \$ 6.80 menos que \$ 1 126.8. La acumulación mensual al 1% tiene el mismo efecto que el importe compuesto al final del año, como si se utilizara una tasa del 12.68% acumulado anualmente. En el lenguaje de las matemáticas financieras, la tasa de interés efectivo es 12.68%.

Si el interés es acumulado  $n$  veces al año, a una tasa de interés  $\frac{r}{m}$  por período de acumulación, entonces:

$$i_{nom} = \text{La tasa de interés nominal anual} = m \frac{r}{m} = r \quad (7)$$

$$i_{ef} = \text{La tasa del interés efectivo anual} = \left(1 + \frac{r}{m}\right)^m - 1 \quad (8)$$

Acumulación continua de interés. Hasta ahora hemos asignado valores discretos a los pagos. Pueden también considerarse los valores monetarios como un flujo continuo; este supuesto es la base del interés continuo: el interés obtenido se calcula y se acumula al saldo anterior en cada instante de tiempo.

Tanto el modelo continuo de flujo monetario como el discreto son meras aproximaciones de las transacciones reales. Los ingresos o pagos monetarios no siempre siguen un modelo uniforme, ni acontecen sistemáticamente al final de cada período. Con frecuencia son irregulares tanto en cuantía como

en vencimiento.

Si una cantidad  $P$  se invierte durante  $n$  años, con una tasa de interés nominal  $r$  y acumulable  $m$  veces por año, el importe compuesto  $F$  puede ser expresado:

$$F = P \left( 1 + \frac{r}{m} \right)^{mn}$$

Si hacemos  $k = \frac{m}{r}$ ,  $m = rk$ , tendremos:

$$F = P \left( 1 + \frac{1}{k} \right)^{rkn} = P \left[ \left( 1 + \frac{1}{k} \right)^k \right]^{rn}$$

Si  $m$  aumenta infinitamente,  $k$  aumentará en la misma forma puesto que  $r$  es constante y si recordamos que

$$e = \lim_{k \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{k} \right)^k = 2.71828\dots$$

Entonces,

$$F = P e^{rn} \quad (9)$$

$$P = F e^{-rn} \quad (10)$$

Cálculo de la tasa de interés efectivo anual, equivalente a una tasa de interés continuo.

Sabemos que:

$$i_{nom} = r = m \left( \frac{r}{m} \right)$$

$$i_{efectivo} = \left( 1 + \frac{r}{m} \right)^m - 1$$

$$\text{como } k = \frac{m}{r} ; i_{ef} = \left( 1 + \frac{1}{k} \right)^{kr} - 1 = \left[ \left( 1 + \frac{1}{k} \right)^k \right]^r - 1$$

$$\text{Si } k \rightarrow \infty, \frac{k}{r} \rightarrow \infty \text{ y } \left( 1 + \frac{1}{k} \right)^k \rightarrow e$$

y finalmente

$$\boxed{i_{ef} = e^r - 1} \quad (11)$$

Existen tablas de interés continuo para los seis factores de conversión descritos anteriormente. Su utilización es recomendable cuando, el efectivo monetario fluye continuamente con una tasa de interés constante y durante un determinado período de tiempo. Sin embargo centraremos nuestra atención en el interés compuesto de cantidades discretas porque es más fácil de entender y de aceptar, es el más comúnmente utilizado y además los resultados que se obtienen son muy cercanos a los resultados que se obtienen con una tasa nominal  $r$ , acumulada mensualmente.

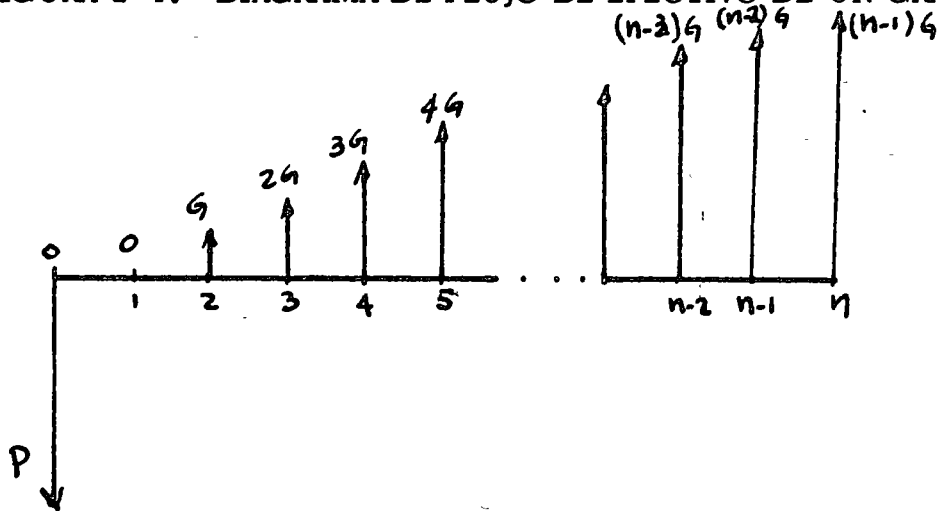


Deducción de Fórmulas para el Gradiente Uniforme.

Los problemas de evaluación de inversiones, comprenden frecuentemente ingresos o pagos que aumentan o disminuyen cada año. Por ejemplo, los gastos de mantenimiento de algún equipo mecánico, tienden a aumentar en una cierta cantidad cada año. Si el aumento o disminución es el mismo cada año, el incremento o disminución es conocido como un "gradiente aritmético uniforme". Aún cuando es razonable pensar que el gasto o ingreso anual se incrementará o disminuirá en forma irregular, un gradiente uniforme puede ser la mejor y más conveniente forma de estimar la situación cambiante.

La figura 2-4 muestra el diagrama de flujo de efectivo de un gradiente uniforme.

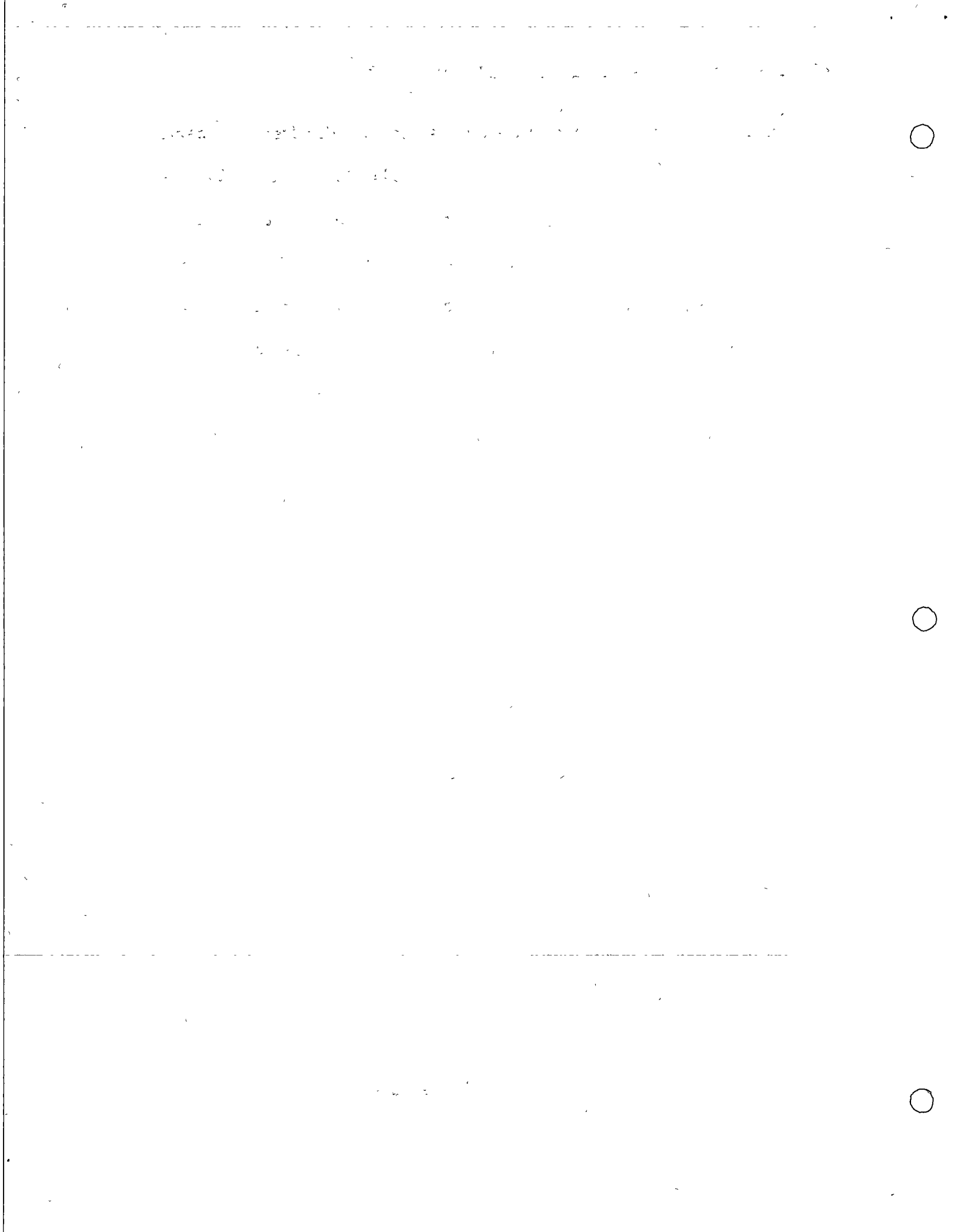
FIGURA 2-4.- DIAGRAMA DE FLUJO DE EFECTIVO DE UN GRADIENTE.



Suma de los importes compuestos.

$$F = G \left[ (F/A, i\%, n-1) + (F/A, i\%, n-2) + \dots + (F/A, i\%, 2) + (F/A, i\%, 1) \right]$$

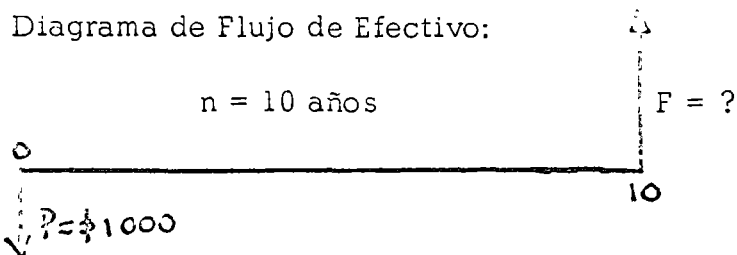
$$F = G \left[ \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i} + \frac{(1+i)^{n-2} - 1}{i} + \dots + \frac{(1+i)^2 - 1}{i} + \frac{(1+i) - 1}{i} \right]$$



## 2.4. PROBLEMAS DE INTERES.

### Ejemplo 2-1.

Si \$ 1000.- se invierten al 6% de interés compuesto el 1o. de enero de 1971, cuánto se acumulará para el 1o. de enero de 1981?



Solución:

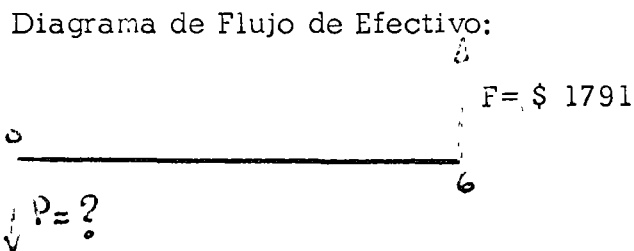
$$i = 0.06; n=10; P = \$ 1000; F = ?$$

$$F = P (F/P, 6\%, 10)$$

$$= \$ 1000 (1.7908) = \underline{\$ 1791} \quad (\text{Ver tabla E - 13})$$

### Ejemplo 2-2.

Cuánto tendría que invertir al 6% de interés el primero de enero de 1975, para acumular \$ 1791 el 1o. de enero de 1981?



Solución:

$$i = 0.06; n=6; F = \$1791; P = ?$$

$$P = F (P/F, 6\%, 6) = 1791 (0.7050)$$

$$P = \underline{\$ 1 263}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{G}{i} \left[ (1+i)^{n-1} - 1 + (1+i)^{n-2} - 1 + \dots + (1+i) - 1 \right] \\
&= \frac{G}{i} \left[ (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i)^2 + (1+i) - (n-1) \right] \\
&= \frac{G}{i} \left[ (1+i)^{n-1} + (1+i)^{n-2} + \dots + (1+i)^2 + (1+i) + 1 \right] - \frac{nG}{i}
\end{aligned}$$

La expresión entre paréntesis es el importe compuesto de un fondo de amortización de 1 durante n años (F/A, 1%, n) (ecuación 5).

entonces:

$$F = \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] - \frac{nG}{i} \quad (12)$$

Para encontrar el valor anual (A), dado el Gradiente Uniforme, bastará multiplicar por el factor (A/F, 1%, n), (ecuación 3).

$$A = \frac{G}{i} \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] - \frac{nG}{i} \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = \frac{G}{i} - \frac{nG}{i} \left[ \frac{i}{(1+i)^n - 1} \right] \quad (13)$$

Los factores para convertir una serie gradiente en una serie anual uniforme equivalente, (A/G, 1%, n), están tabulados en la tabla E - 26, y los factores para calcular el Valor Presente de una serie gradiente (P/G, 1%, n), están tabulados en la tabla E - 27.

Ejemplo 2 - 3.

Si \$ 840.00 se invierten al 6% el 1o. de enero de 1968, ¿qué retiros iguales de fin de año pueden ser hechos durante 10 años, en forma tal que no quede nada en el fondo después del 10o. retiro?

Solución:

$$i = 0.06; n = 10; P = \$ 840.00; A = ?$$

$$A = P (A/P, 6\%, 10) = \$ 840 (0.13587)$$

$$A = \underline{\$ 114.10}$$

Ejemplo 2-4.

Cuánto se acumulará en un fondo, ganando el 6% de interés, al final de 10 años, si se depositan \$ 114.10 al final de cada año durante 10 años, empezando en 1968?

Solución:

$$i = 0.06, n = 10; A = \$ 114.10; F = ?$$

$$F = A (F/A, 6\%, 10) = 114.1 (13.181)$$

$$F = \underline{\$ 1504}$$

Ejemplo 2-5.

Cuánto debe ser depositado cada año al 6% durante 7 años, empezando el 1o. de enero de 1972, en forma tal que se acumulen \$ 1504.- para la fecha del último depósito que es el 1o. de enero de -

1578?

Solución:

$$i = 0.06; n = 7; F = \$ 1504; A = ?$$

$$A = F (A/F, 6\%, 7) = 1504 (0.11914)$$

$$A = \$ 179.20$$

Ejemplo 2-6.

Cuál es el importe compuesto de \$ 3500.00 durante 18 años con interés al 4.25%?

Solución:

$$i = 0.0425\%; n=18; P = \$ 3500; F=?$$

$$F = P (F/P, 4.25\%, 18) = \$ 3500 (1.0425)^{18}$$

Como las tablas no proporcionan factores del importe compuesto, para 4.25%, el problema se debe resolver empleando logaritmos.

$$\log. 1.0425 = 0.018076$$

$$18 \log. 1.0425 = 0.32537$$

$$\log. 3500 = 3.54407$$

$$\log. F = 3.86944$$

$$F = \underline{\underline{\$ 7404.00}}$$

Una solución aproximada puede ser obtenida por inter-polación lineal entre los factores de importes compuestos para el 4% y el 4.5%:

$$(1.04)^{18} = 2.0258; (1.045)^{18} = 2.2085$$

$$(1.0425)^{18} = 2.0258 + \frac{25}{50}(2.2085 - 2.0258) = 2.1172$$

$$F \text{ aprox.} = 3\,500(2.1172) = \underline{\$ 7\,410}$$

#### Ejemplo 2-7

Se puede concertar un préstamo a un interés nominal del 12% acumulado mensualmente o al 13% acumulado semestralmente. ¿Cuál de las dos formas hace menor la deuda al final del período de préstamo?

Solución:

La forma más atractiva es la que representa la tasa de interés - - efectivo más baja.

Al 12% acumulado mensualmente:  $F = 12\%$  ;  $m = 12$

$$i_{ef} = \left(1 + \frac{0.12}{12}\right)^{12} - 1 = 0.127 = 12.7\%$$

Al 13% acumulado semestralmente:  $F = 13\%$ ;  $m = 2$

$$i_{ef} = \left(1 + \frac{0.13}{2}\right)^2 - 1 = 0.134 = 13.4\%$$

Por lo tanto, conviene más el 12% acumulado mensualmente.

#### Ejemplo 2-8

Un cierto equipo de construcción costará \$ 6000 nuevo y tendrá - una vida esperada de 6 años, sin valor de salvamento al final de su vida. Los desembolsos por impuestos, seguros, mantenimiento, com bustible y lubricantes, se estiman serán de \$ 1500.- el primer año,-

\$ 1700.- el segundo, \$ 1900.- el tercero y continuarán aumentando \$ 200.- cada año. ¿Cuál es el costo anual uniforme equivalente de este equipo, si la tasa de interés es del 12%?

Solución:

$$P = \$ 6000; A_1 = ?$$

$$i = 0.12; n = 6; \quad ; A_2 = \$ 1500$$

$$G = \$ 200; A_3 = ?$$

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A_1 = \$ 6000 (A/P, 12\%, 6) = \$ 6000 (0.24323) = \$ 1459$$

$$A_2 = \$ 1500.$$

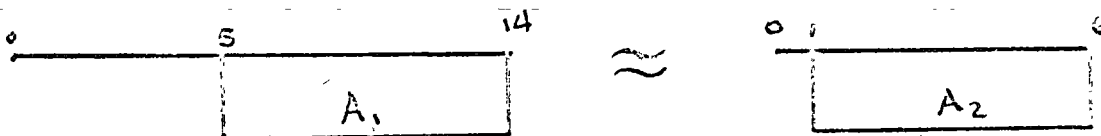
$$A_3 = G (A/G, 12\%, 5) = \$ 200 (2.7) = \$ 434$$

$$A = \$ 1459 + \$ 1500 + \$ 434 = \$ 3393$$

Ejemplo 2-9

¿Cuánto debe usted gastar cada año durante los próximos 6 años, para evitar gastar \$ 500 al año durante 10 años, empezando 5 años después, si el interés es el 8% anual?

Diagrama del Flujo de Efectivo



Solución:  $i = 0.08$  ;  $A_1 = \$ 500$  ;  $A_2 = ?$

$$A_2 = \$ 500 (P/A, 8\%, 10) (P/F, 8\%, 4) (A/P, 8\%, 6)$$

$$= 500 (6.71) (0.7350) (0.21632) (0.21632)$$

$$A_2 = \underline{\underline{\$ 533.40}}$$



## 2.5 CALCULO DE TASAS DE INTERES DESCONOCIDAS

Con frecuencia es conveniente calcular la tasa de recuperación estimada de una inversión, en lugar de encontrar únicamente si la inversión nos dá un cierto estándar atractivo.

Para calcular una tasa de interés, es necesario que se conozca la cantidad que se necesita invertir inicialmente, así como las series de dinero que se recibirán en el futuro.

A partir de esa información, se puede encontrar la tasa de interés que será ganada, sobre la inversión.

Cuando ésto implica un sólo egreso en el presente u un sólo ingreso en el futuro, y se conoce el número de años que transcurren entre el ingreso y el egreso, el problema es bastante simple, recordemos que:

$$F = P (1 + i)^n$$

de donde:

$$i = \sqrt[n]{\frac{F}{P} - 1}$$

Que puede resolverse utilizando logaritmos.

Cuando existe una sola inversión y una serie uniforme o no uniforme de ingresos, resulta más complicado resolver el problema y es necesario combinar un método de prueba y error, para ver entre qué tasas -

se encuentra la tasa de interés que buscamos, con una interpolación lineal, para encontrar la tasa de interés exacta.

Para explicar el método que nos conduce a la solución, resolveremos a continuación un ejemplo:

#### EJEMPLO 2-10 . CALCULO DE LA TASA DE RECUPERACION DE UNA INVERSION.

Un inversionista adquirió una residencia, en \$ 99 500.00. Como inmediatamente tiene que gastar \$ 9 500 en varias reparaciones, su inversión total fue de \$ 109 000.00. Al final de 7 años, la propiedad fue vendida en un precio bruto de \$ 220, 000. De esta cantidad, el 5% se le dió al comisionista, o sea, \$ 11 000, quedando un ingreso neto de la venta, de \$ 209 000, la segunda columna de la tabla 2-3 contiene todos los ingresos que ocurrieron durante todos los años en que le perteneció la casa. La tercera columna contiene todos los desembolsos (sin considerar impuestos), incluyendo los costos de mantenimiento, impuesto predial y seguros. La cuarta columna combina las dos columnas anteriores, o sea, el flujo de efectivo neto de cada año antes de impuestos. Existen dos renglones correspondientes al año 7, el primero debido a los recibos y desembolsos relacionados con la renta y el otro, debido a la venta de la propiedad.

TABLA 2-3 FLUJO DE EFECTIVO DE UNA INVERSION EN  
UNA PROPIEDAD PARA ALQUILAR.

AÑO	INGRESOS	EGRESOS	FLUJO DE EFECTIVO NETO
0	+ 15 000	- 109 000	- 109 000
1	+ 18 000	- 5 000	+ 10 000
2	+ 18 000	- 5 500	+ 12 500
3	+ 18 000	- 5 700	+ 12 300
4	+ 18 000	- 4 500	+ 13 500
5	+ 18 000	- 3 600	+ 14 400
6	+ 18 000	- 4 300	+ 13 700
7	+ 17 000	- 4 100	+ 12 900
7	<u>+ 220 000</u>	<u>- 11 000</u>	<u>+209 000</u>
	342 000	- 152 700	+189 300

La tasa de recuperación, es la tasa de interés a la que el flujo de efectivo neto es igual a cero. En este ejemplo, la tasa de interés que buscamos, será la que nos haga el flujo de efectivo neto del año 1 al 7 -- igual a \$ 109 000.

TABLA 2 - 4 CALCULOS DEL VALOR PRESENTE POR PRUEBA  
Y ERROR PARA DETERMINAR LA TASA DE RECUPERACION SOBRE UNA PROPIEDAD PARA ALQUILAR.

AÑO	FLUJO DE EFECTIVO NETO	(P/F, 15%, n)	VP al 15%	P/F, 20%, n	VP al 20%
0	- 109 000	1.0000	-109000	1.0000	-109000
1	+ 10 000	0.8696	+ 8700	0.8333	+ 8333
2	+ 12 500	0.7561	+ 9450	0.6944	+ 8680
3	12 300	0.6575	+ 8090	0.5787	+ 7120

	+ 13 500	0.5718	+ 7720	0.4823	+ 6510
	+ 14 400	0.4972	+ 7160	0.4019	+ 5790
3	+ 13 700	0.4323	+ 5920	0.3349	+ 4590
7	<u>+ 221 900</u>	0.3759	<u>+ 83410</u>	0.2791	<u>+ 6193</u>
	+ \$189 930		+\$ 21450		-\$ 6050

La suma de los valores presentes es + \$ 21 450 al 15% y - \$ 6 050 al 20%.

A continuación, hacemos una interpolación lineal entre estos valores.

$$\text{Tasa de recuperación: } 15\% + \frac{21\,450}{21\,450 + 6050} (20\% - 15\%) = 18.9\%$$

Nombres que se aplican al Cálculo de la Tasa de Recuperación.

por el método descrito:

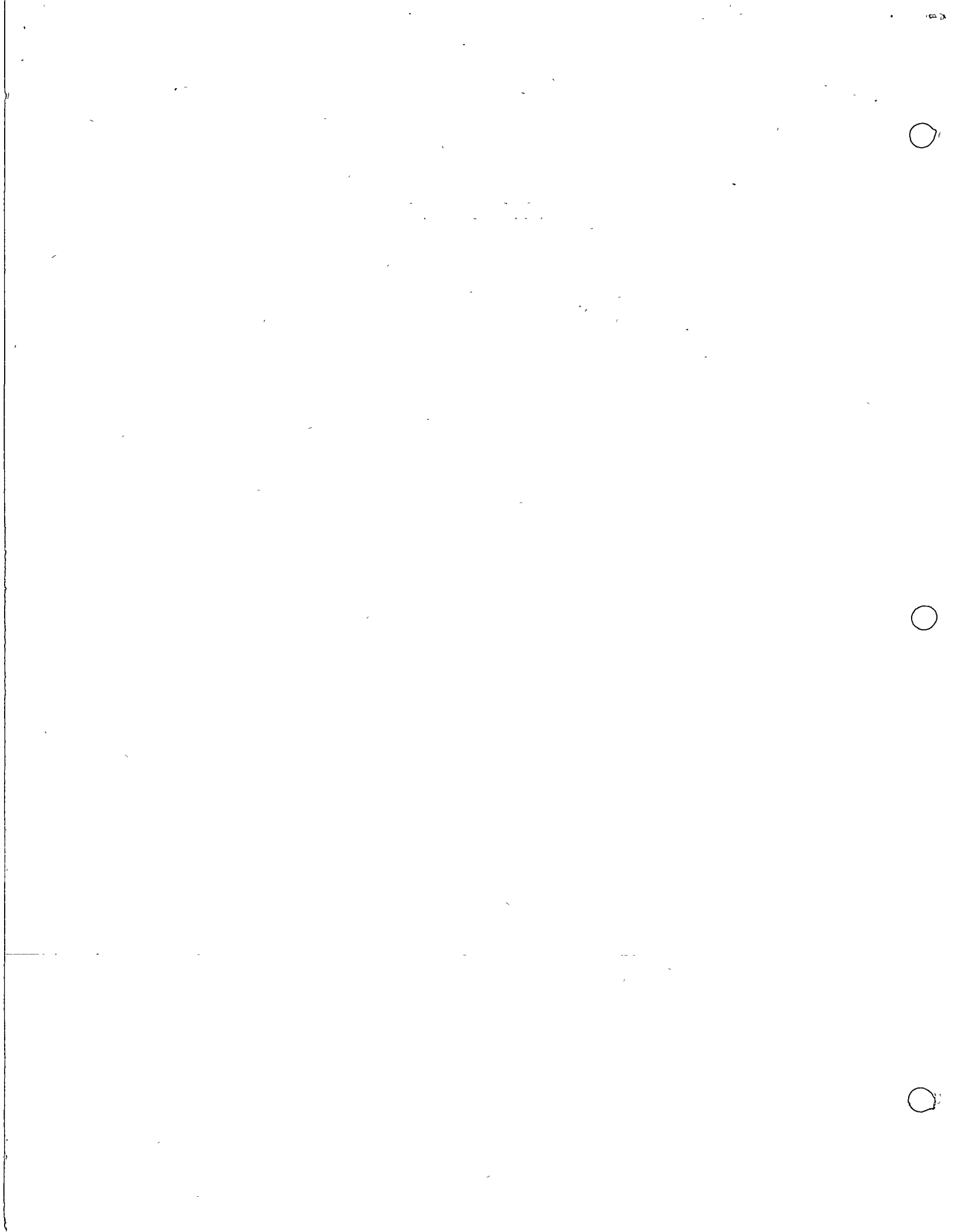
Varios nombres se le han dado a este método de cálculo. Un nombre es: Método de Flujo de Efectivo Descontado, el cual es bastante usado, aunque de hecho, la frase "flujo de efectivo descontado", debe aplicarse a cualquier cálculo que se hace para encontrar el valor presente de un flujo de efectivo, aunque no se haga para encontrar la tasa de recuperación.

Otro nombre es: Método de Inversionista.

La tasa de recuperación encontrada en esta forma, es llamada también Índice de Rentabilidad, Tasa de Interés de la Recuperación y Tasa Interna de Recuperación o de Rendimiento.

B I B L I O G R A F I A.

- E.L. GRANT y W.G. IRESON  
Principles of Engineering Economy (5a. Edición)  
The Ronald Press Company, New York. 1970
  
- JAMES L. RIGGS  
Modelos de Decisión Económica  
Alianza Universidad, Madrid. 1973
  
- BANCO DE MEXICO, S.A.  
Informe Anual 1973  
México, D.F. 1974
  
- F.T. HAMER Y J.C. FORD  
Contemporary Management  
Merrill Publishing Co., Columbus, Ohio. 1973.



# Compound Interest Tables

## FORMULAS FOR CALCULATING COMPOUND INTEREST FACTORS

Single Payment—Compound Amount Factor (F/P, i, n)	$(1 + i)^n$
Single Payment—Present Worth Factor (P/F, i, n)	$\frac{1}{(1 + i)^n}$
Sinking Fund Factor (A/F, i, n)	$\frac{i}{(1 + i)^n - 1}$
Capital Recovery Factor (A/P, i, n)	$\frac{i(1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$
Uniform Series—Compound Amount Factor (F/A, i, n)	$\frac{(1 + i)^n - 1}{i}$
Uniform Series—Present Worth Factor (P/A, i, n)	$\frac{(1 + i)^n - 1}{i(1 + i)^n}$

E

TABLE E-1  
1% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0100	0.9901	1.000 00	1.010 00	1.000	0.990	1
2	1.0201	0.9803	0.497 51	0.507 51	2.010	1.970	2
3	1.0303	0.9706	0.330 02	0.340 02	3.030	2.941	3
4	1.0406	0.9610	0.246 28	0.256 28	4.060	3.902	4
5	1.0510	0.9515	0.196 04	0.206 04	5.101	4.853	5
6	1.0615	0.9420	0.162 55	0.172 55	6.152	5.795	6
7	1.0721	0.9327	0.138 63	0.148 63	7.214	6.728	7
8	1.0829	0.9235	0.120 69	0.130 69	8.286	7.652	8
9	1.0937	0.9143	0.106 74	0.116 74	9.369	8.566	9
10	1.1046	0.9053	0.095 58	0.105 58	10.462	9.471	10
11	1.1157	0.8963	0.086 45	0.096 45	11.567	10.368	11
12	1.1268	0.8874	0.078 85	0.088 85	12.683	11.255	12
13	1.1381	0.8787	0.072 41	0.082 41	13.809	12.134	13
14	1.1495	0.8700	0.066 90	0.076 90	14.947	13.004	14
15	1.1610	0.8613	0.062 12	0.072 12	16.097	13.865	15
16	1.1726	0.8528	0.057 94	0.067 94	17.258	14.718	16
17	1.1843	0.8444	0.054 26	0.064 26	18.430	15.562	17
18	1.1961	0.8360	0.050 98	0.060 98	19.615	16.398	18
19	1.2081	0.8277	0.048 05	0.058 05	20.811	17.226	19
20	1.2202	0.8195	0.045 42	0.055 42	22.019	18.046	20
21	1.2324	0.8114	0.043 03	0.053 03	23.239	18.857	21
22	1.2447	0.8034	0.040 86	0.050 86	24.472	19.660	22
23	1.2572	0.7954	0.038 89	0.048 89	25.716	20.456	23
24	1.2697	0.7876	0.037 07	0.047 07	26.973	21.243	24
25	1.2824	0.7798	0.035 41	0.045 41	28.243	22.023	25
26	1.2953	0.7720	0.033 87	0.043 87	29.526	22.795	26
27	1.3082	0.7644	0.032 45	0.042 45	30.821	23.560	27
28	1.3213	0.7568	0.031 12	0.041 12	32.129	24.316	28
29	1.3345	0.7493	0.029 90	0.039 90	33.450	25.066	29
30	1.3478	0.7419	0.028 75	0.038 75	34.785	25.808	30
31	1.3613	0.7346	0.027 68	0.037 68	36.133	26.542	31
32	1.3749	0.7273	0.026 67	0.036 67	37.494	27.270	32
33	1.3887	0.7201	0.025 73	0.035 73	38.869	27.990	33
34	1.4026	0.7130	0.024 84	0.034 84	40.258	28.703	34
35	1.4166	0.7059	0.024 00	0.034 00	41.660	29.409	35
40	1.4889	0.6717	0.020 46	0.030 46	48.886	32.835	40
45	1.5648	0.6391	0.017 71	0.027 71	56.481	36.095	45
50	1.6446	0.6080	0.015 51	0.025 51	64.463	39.196	50
55	1.7285	0.5785	0.013 73	0.023 73	72.852	42.147	55
60	1.8167	0.5504	0.012 24	0.022 24	81.670	44.955	60
65	1.9094	0.5237	0.011 00	0.021 00	90.937	47.627	65
70	2.0068	0.4983	0.009 93	0.019 93	100.676	50.169	70
75	2.1091	0.4741	0.009 02	0.019 02	110.913	52.587	75
80	2.2167	0.4511	0.008 22	0.018 22	121.672	54.888	80
85	2.3298	0.4292	0.007 52	0.017 52	132.979	57.078	85
90	2.4486	0.4084	0.006 90	0.016 90	144.863	59.161	90
95	2.5735	0.3886	0.006 36	0.016 36	157.354	61.143	95
100	2.7048	0.3697	0.005 87	0.015 87	170.481	63.029	100

TABLE E-2  
1½% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0125	0.9877	1.00000	1.01250	1.000	0.988	1
2	1.0252	0.9755	0.49689	0.50939	2.012	1.963	2
3	1.0380	0.9634	0.32920	0.34170	3.038	2.927	3
4	1.0509	0.9515	0.24536	0.25786	4.076	3.878	4
5	1.0641	0.9398	0.19506	0.20756	5.127	4.818	5
6	1.0774	0.9282	0.16153	0.17403	6.191	5.746	6
7	1.0909	0.9167	0.13759	0.15009	7.268	6.663	7
8	1.1045	0.9054	0.11963	0.13213	8.359	7.568	8
9	1.1183	0.8942	0.10567	0.11817	9.463	8.462	9
10	1.1323	0.8832	0.09450	0.10700	10.582	9.346	10
11	1.1464	0.8723	0.08537	0.09787	11.714	10.218	11
12	1.1608	0.8615	0.07776	0.09026	12.860	11.079	12
13	1.1753	0.8509	0.07132	0.08382	14.021	11.930	13
14	1.1900	0.8404	0.06681	0.07831	15.196	12.771	14
15	1.2048	0.8300	0.06303	0.07353	16.386	13.601	15
16	1.2197	0.8197	0.05985	0.06935	17.591	14.420	16
17	1.2351	0.8096	0.05716	0.06566	18.811	15.230	17
18	1.2506	0.7996	0.04988	0.06238	20.046	16.030	18
19	1.2662	0.7898	0.04696	0.05946	21.297	16.819	19
20	1.2820	0.7800	0.04432	0.05682	22.563	17.599	20
21	1.2981	0.7704	0.04194	0.05444	23.845	18.370	21
22	1.3143	0.7609	0.03977	0.05227	25.143	19.131	22
23	1.3307	0.7515	0.03780	0.05030	26.457	19.882	23
24	1.3474	0.7422	0.03599	0.04849	27.788	20.624	24
25	1.3642	0.7330	0.03432	0.04682	29.135	21.357	25
26	1.3812	0.7240	0.03279	0.04529	30.500	22.081	26
27	1.3985	0.7150	0.03137	0.04387	31.881	22.796	27
28	1.4160	0.7062	0.03005	0.04255	33.279	23.503	28
29	1.4337	0.6975	0.02882	0.04132	34.695	24.200	29
30	1.4516	0.6889	0.02768	0.04018	36.129	24.889	30
31	1.4698	0.6804	0.02661	0.03911	37.581	25.569	31
32	1.4881	0.6720	0.02561	0.03811	39.050	26.241	32
33	1.5067	0.6637	0.02467	0.03717	40.539	26.905	33
34	1.5256	0.6555	0.02378	0.03628	42.045	27.560	34
35	1.5446	0.6474	0.02295	0.03545	43.571	28.208	35
40	1.6436	0.6084	0.01942	0.03192	51.490	31.327	40
45	1.7489	0.5718	0.01669	0.02919	59.916	34.258	45
50	1.8610	0.5373	0.01452	0.02702	68.882	37.013	50
55	1.9803	0.5050	0.01275	0.02525	78.422	39.602	55
60	2.1072	0.4746	0.01129	0.02379	88.575	42.035	60
65	2.2422	0.4460	0.01006	0.02256	99.377	44.321	65
70	2.3859	0.4191	0.00902	0.02152	110.872	46.470	70
75	2.5388	0.3939	0.00812	0.02062	123.103	48.489	75
80	2.7015	0.3702	0.00735	0.01985	136.119	50.387	80
85	2.8746	0.3479	0.00667	0.01917	149.968	52.170	85
90	3.0588	0.3269	0.00607	0.01857	164.705	53.846	90
95	3.2548	0.3072	0.00554	0.01804	180.386	55.421	95
100	3.4634	0.2887	0.00507	0.01757	197.072	56.901	100

TABLE E-3  
1½% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0150	0.9852	1.00000	1.01500	1.000	0.985	1
2	1.0302	0.9707	0.49628	0.51128	2.015	1.956	2
3	1.0457	0.9563	0.32838	0.34338	3.045	2.912	3
4	1.0614	0.9422	0.24444	0.25944	4.091	3.854	4
5	1.0773	0.9283	0.19409	0.20909	5.152	4.783	5
6	1.0934	0.9145	0.16053	0.17553	6.230	5.697	6
7	1.1098	0.9010	0.13656	0.15156	7.323	6.598	7
8	1.1265	0.8877	0.11858	0.13358	8.433	7.486	8
9	1.1434	0.8746	0.10461	0.11961	9.559	8.361	9
10	1.1605	0.8617	0.09343	0.10843	10.703	9.222	10
11	1.1779	0.8489	0.08429	0.09929	11.863	10.071	11
12	1.1956	0.8364	0.07668	0.09168	13.041	10.908	12
13	1.2136	0.8240	0.07024	0.08524	14.237	11.732	13
14	1.2318	0.8118	0.06472	0.07972	15.450	12.543	14
15	1.2502	0.7999	0.05994	0.07494	16.682	13.343	15
16	1.2690	0.7880	0.05577	0.07077	17.932	14.131	16
17	1.2880	0.7764	0.05208	0.06708	19.201	14.908	17
18	1.3073	0.7649	0.04881	0.06381	20.489	15.673	18
19	1.3270	0.7536	0.04588	0.06088	21.797	16.426	19
20	1.3469	0.7425	0.04325	0.05825	23.124	17.169	20
21	1.3671	0.7315	0.04087	0.05587	24.471	17.900	21
22	1.3876	0.7207	0.03870	0.05370	25.838	18.621	22
23	1.4084	0.7100	0.03673	0.05173	27.225	19.331	23
24	1.4300	0.6995	0.03492	0.04992	28.634	20.030	24
25	1.4509	0.6892	0.03326	0.04826	30.063	20.720	25
26	1.4727	0.6790	0.03173	0.04673	31.514	21.399	26
27	1.4948	0.6690	0.03032	0.04532	32.987	22.068	27
28	1.5172	0.6591	0.02900	0.04400	34.481	22.727	28
29	1.5400	0.6494	0.02778	0.04278	35.999	23.376	29
30	1.5631	0.6398	0.02664	0.04164	37.539	24.016	30
31	1.5865	0.6303	0.02557	0.04057	39.102	24.646	31
32	1.6103	0.6210	0.02458	0.03958	40.688	25.267	32
33	1.6345	0.6118	0.02364	0.03864	42.299	25.879	33
34	1.6590	0.6028	0.02276	0.03776	43.933	26.482	34
35	1.6839	0.5939	0.02193	0.03693	45.592	27.076	35
40	1.8140	0.5513	0.01843	0.03343	54.268	29.916	40
45	1.9542	0.5117	0.01572	0.03072	63.614	32.552	45
50	2.1052	0.4750	0.01357	0.02857	73.683	35.000	50
55	2.2679	0.4409	0.01183	0.02683	84.530	37.271	55
60	2.4432	0.4093	0.01039	0.02539	96.215	39.380	60
65	2.6320	0.3799	0.00919	0.02419	108.803	41.338	65
70	2.8355	0.3527	0.00817	0.02317	122.364	43.155	70
75	3.0546	0.3274	0.00730	0.02230	136.973	44.842	75
80	3.2907	0.3039	0.00655	0.02155	152.711	46.407	80
85	3.5450	0.2821	0.00589	0.02089	169.665	47.861	85
90	3.8189	0.2619	0.00532	0.02032	187.930	49.210	90
95	4.1141	0.2431	0.00482	0.01982	207.606	50.462	95
100	4.4320	0.2256	0.00437	0.01937	228.803	51.615	100



TABLE E-4  
13 1/4% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0175	0.9828	1.000 00	1.017 50	1.000	0.983	1
2	1.0353	0.9659	0.495 66	0.513 16	2.018	1.949	2
3	1.0534	0.9493	0.327 57	0.345 07	3.053	2.898	3
4	1.0719	0.9330	0.243 53	0.261 03	4.106	3.831	4
5	1.0906	0.9169	0.193 12	0.210 62	5.178	4.748	5
6	1.1097	0.9011	0.159 52	0.177 02	6.269	5.649	6
7	1.1291	0.8856	0.135 53	0.153 03	7.378	6.535	7
8	1.1489	0.8704	0.117 54	0.135 04	8.508	7.405	8
9	1.1690	0.8554	0.103 56	0.121 06	9.656	8.260	9
10	1.1894	0.8407	0.092 38	0.109 88	10.825	9.101	10
11	1.2103	0.8263	0.083 23	0.100 73	12.015	9.927	11
12	1.2314	0.8121	0.075 61	0.093 11	13.225	10.740	12
13	1.2530	0.7981	0.069 17	0.086 67	14.457	11.538	13
14	1.2749	0.7844	0.063 66	0.081 16	15.710	12.322	14
15	1.2972	0.7709	0.058 88	0.076 38	16.984	13.093	15
16	1.3199	0.7576	0.054 70	0.072 20	18.282	13.850	16
17	1.3430	0.7446	0.051 02	0.068 52	19.602	14.595	17
18	1.3665	0.7318	0.047 74	0.065 24	20.945	15.327	18
19	1.3904	0.7192	0.044 82	0.062 32	22.311	16.046	19
20	1.4148	0.7068	0.042 19	0.059 69	23.702	16.753	20
21	1.4395	0.6947	0.039 81	0.057 31	25.116	17.448	21
22	1.4647	0.6827	0.037 66	0.055 16	26.556	18.130	22
23	1.4904	0.6710	0.035 69	0.053 19	28.021	18.801	23
24	1.5164	0.6594	0.033 89	0.051 39	29.511	19.461	24
25	1.5430	0.6481	0.032 23	0.049 73	31.027	20.109	25
26	1.5700	0.6369	0.030 70	0.048 20	32.570	20.746	26
27	1.5975	0.6260	0.029 29	0.046 79	34.140	21.372	27
28	1.6254	0.6152	0.027 98	0.045 48	35.738	21.987	28
29	1.6539	0.6046	0.026 76	0.044 26	37.363	22.592	29
30	1.6828	0.5942	0.025 63	0.043 13	39.017	23.186	30
31	1.7122	0.5840	0.024 57	0.042 07	40.700	23.770	31
32	1.7422	0.5740	0.023 58	0.041 08	42.412	24.344	32
33	1.7727	0.5641	0.022 65	0.040 15	44.154	24.908	33
34	1.8037	0.5544	0.021 77	0.039 27	45.927	25.462	34
35	1.8353	0.5449	0.020 95	0.038 45	47.731	26.007	35
40	2.0016	0.4996	0.017 47	0.034 97	57.234	28.594	40
45	2.1830	0.4583	0.014 79	0.032 29	67.599	30.966	45
50	2.3808	0.4200	0.012 67	0.030 17	78.902	33.141	50
55	2.5965	0.3851	0.010 96	0.028 46	91.230	35.135	55
60	2.8318	0.3531	0.009 55	0.027 05	104.675	36.964	60
65	3.0884	0.3238	0.008 38	0.025 88	119.339	38.641	65
70	3.3683	0.2969	0.007 39	0.024 89	135.331	40.178	70
75	3.6735	0.2722	0.006 55	0.024 05	152.772	41.587	75
80	4.0064	0.2496	0.005 82	0.023 32	171.794	42.880	80
85	4.3694	0.2289	0.005 19	0.022 69	192.539	44.065	85
90	4.7654	0.2098	0.004 65	0.022 15	215.165	45.152	90
95	5.1972	0.1924	0.004 17	0.021 67	239.840	46.148	95
100	5.6682	0.1764	0.003 75	0.021 25	266.752	47.061	100

TABLE E-5  
2% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0200	0.9804	1.000 00	1.020 00	1.000	0.980	1
2	1.0404	0.9612	0.495 05	0.515 05	2.020	1.942	2
3	1.0612	0.9423	0.326 75	0.346 75	3.060	2.884	3
4	1.0824	0.9238	0.242 62	0.262 62	4.122	3.808	4
5	1.1041	0.9057	0.192 16	0.212 16	5.204	4.713	5
6	1.1262	0.8880	0.158 53	0.178 53	6.308	5.601	6
7	1.1487	0.8706	0.134 51	0.154 51	7.434	6.472	7
8	1.1717	0.8535	0.116 51	0.136 51	8.583	7.325	8
9	1.1951	0.8368	0.102 52	0.122 52	9.755	8.162	9
10	1.2190	0.8203	0.091 33	0.111 33	10.950	8.983	10
11	1.2434	0.8043	0.082 18	0.102 18	12.169	9.787	11
12	1.2682	0.7885	0.074 56	0.094 56	13.412	10.575	12
13	1.2936	0.7730	0.068 12	0.088 12	14.680	11.348	13
14	1.3195	0.7579	0.062 60	0.082 60	15.974	12.106	14
15	1.3459	0.7430	0.057 83	0.077 83	17.293	12.849	15
16	1.3728	0.7284	0.053 65	0.073 65	18.639	13.578	16
17	1.4002	0.7142	0.049 97	0.069 97	20.012	14.292	17
18	1.4282	0.7002	0.046 70	0.066 70	21.412	14.992	18
19	1.4568	0.6864	0.043 78	0.063 78	22.841	15.678	19
20	1.4859	0.6730	0.041 16	0.061 16	24.297	16.351	20
21	1.5157	0.6598	0.038 78	0.058 78	25.783	17.011	21
22	1.5460	0.6468	0.036 63	0.056 63	27.299	17.658	22
23	1.5769	0.6342	0.034 67	0.054 67	28.845	18.292	23
24	1.6084	0.6217	0.032 87	0.052 87	30.422	18.914	24
25	1.6406	0.6095	0.031 22	0.051 22	32.030	19.523	25
26	1.6734	0.5976	0.029 70	0.049 70	33.671	20.121	26
27	1.7069	0.5859	0.028 29	0.048 29	35.344	20.707	27
28	1.7410	0.5744	0.026 99	0.046 99	37.051	21.281	28
29	1.7758	0.5631	0.025 78	0.045 78	38.792	21.844	29
30	1.8114	0.5521	0.024 65	0.044 65	40.568	22.396	30
31	1.8476	0.5412	0.023 60	0.043 60	42.379	22.938	31
32	1.8845	0.5306	0.022 61	0.042 61	44.227	23.468	32
33	1.9222	0.5202	0.021 69	0.041 69	46.112	23.989	33
34	1.9607	0.5100	0.020 82	0.040 82	48.034	24.499	34
35	1.9999	0.5000	0.020 00	0.040 00	49.994	24.999	35
40	2.2080	0.4529	0.016 56	0.036 56	60.402	27.355	40
45	2.4379	0.4102	0.013 91	0.033 91	71.893	29.490	45
50	2.6916	0.3715	0.011 82	0.031 82	84.579	31.424	50
55	2.9717	0.3365	0.010 14	0.030 14	98.587	33.175	55
60	3.2810	0.3048	0.008 77	0.028 77	114.052	34.761	60
65	3.6225	0.2761	0.007 63	0.027 63	131.126	36.197	65
70	3.9996	0.2500	0.006 67	0.026 67	149.978	37.499	70
75	4.4158	0.2265	0.005 86	0.025 86	170.792	38.677	75
80	4.8754	0.2051	0.005 16	0.025 16	193.772	39.745	80
85	5.3829	0.1858	0.004 56	0.024 56	219.144	40.711	85
90	5.9431	0.1683	0.004 05	0.024 05	247.157	41.587	90
95	6.5617	0.1524	0.003 60	0.023 60	278.085	42.380	95
100	7.2446	0.1380	0.003 20	0.023 20	312.232	43.098	100

TABLE E-6  
2½% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0250	0.9756	1.000 00	1.025 00	1.000	0.976	1
2	1.0506	0.9518	0.493 83	0.518 83	2.025	1.927	2
3	1.0769	0.9286	0.325 14	0.350 14	3.076	2.856	3
4	1.1038	0.9060	0.240 82	0.265 82	4.153	3.762	4
5	1.1314	0.8839	0.190 25	0.215 25	5.256	4.646	5
6	1.1597	0.8623	0.156 55	0.181 55	6.388	5.508	6
7	1.1887	0.8413	0.132 50	0.157 50	7.547	6.349	7
8	1.2184	0.8207	0.114 47	0.139 47	8.736	7.170	8
9	1.2489	0.8007	0.100 46	0.125 46	9.955	7.971	9
10	1.2801	0.7812	0.089 26	0.114 26	11.203	8.752	10
11	1.3121	0.7621	0.080 11	0.105 11	12.483	9.514	11
12	1.3449	0.7436	0.072 49	0.097 49	13.796	10.258	12
13	1.3785	0.7254	0.066 05	0.091 05	15.140	10.983	13
14	1.4130	0.7077	0.060 54	0.085 54	16.519	11.691	14
15	1.4483	0.6905	0.055 77	0.080 77	17.932	12.381	15
16	1.4845	0.6736	0.051 60	0.076 60	19.380	13.055	16
17	1.5216	0.6572	0.047 93	0.072 93	20.865	13.712	17
18	1.5597	0.6412	0.044 67	0.069 67	22.386	14.353	18
19	1.5987	0.6255	0.041 76	0.066 76	23.946	14.979	19
20	1.6386	0.6103	0.039 15	0.064 15	25.545	15.589	20
21	1.6796	0.5954	0.036 79	0.061 79	27.183	16.185	21
22	1.7216	0.5809	0.034 65	0.059 65	28.863	16.765	22
23	1.7646	0.5667	0.032 70	0.057 70	30.584	17.332	23
24	1.8087	0.5529	0.030 91	0.055 91	32.349	17.885	24
25	1.8539	0.5394	0.029 28	0.054 28	34.158	18.424	25
26	1.9003	0.5262	0.027 77	0.052 77	36.012	18.951	26
27	1.9478	0.5134	0.026 38	0.051 38	37.912	19.464	27
28	1.9965	0.5009	0.025 09	0.050 09	39.860	19.965	28
29	2.0464	0.4887	0.023 89	0.048 89	41.856	20.454	29
30	2.0976	0.4767	0.022 78	0.047 78	43.903	20.930	30
31	2.1500	0.4651	0.021 74	0.046 74	46.000	21.395	31
32	2.2038	0.4538	0.020 77	0.045 77	48.150	21.849	32
33	2.2589	0.4427	0.019 86	0.044 86	50.354	22.292	33
34	2.3153	0.4319	0.019 01	0.044 01	52.613	22.724	34
35	2.3732	0.4214	0.018 21	0.043 21	54.928	23.145	35
40	2.6851	0.3724	0.014 84	0.039 84	67.403	25.103	40
45	3.0379	0.3292	0.012 27	0.037 27	81.516	26.833	45
50	3.4371	0.2909	0.010 26	0.035 26	97.484	28.362	50
55	3.8888	0.2572	0.008 65	0.033 65	115.551	29.714	55
60	4.3998	0.2273	0.007 35	0.032 35	135.992	30.909	60
65	4.9780	0.2009	0.006 28	0.031 28	159.118	31.965	65
70	5.6321	0.1776	0.005 40	0.030 40	185.284	32.898	70
75	6.3722	0.1569	0.004 65	0.029 65	214.888	33.723	75
80	7.2100	0.1387	0.004 03	0.029 03	248.383	34.452	80
85	8.1570	0.1226	0.003 49	0.028 49	286.279	35.096	85
90	9.2289	0.1084	0.003 04	0.028 04	329.154	35.666	90
95	10.4416	0.0958	0.002 65	0.027 65	377.664	36.169	95
100	11.8137	0.0846	0.002 31	0.027 31	432.549	36.614	100

TABLE E-7  
3% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0300	0.9709	1.000 00	1.030 00	1.000	0.971	1
2	1.0609	0.9426	0.492 61	0.522 61	2.030	1.913	2
3	1.0927	0.9151	0.323 53	0.353 53	3.091	2.829	3
4	1.1255	0.8885	0.239 03	0.269 03	4.184	3.717	4
5	1.1593	0.8626	0.188 35	0.218 35	5.309	4.580	5
6	1.1941	0.8375	0.154 60	0.184 60	6.468	5.417	6
7	1.2299	0.8131	0.130 51	0.160 51	7.662	6.230	7
8	1.2668	0.7894	0.112 46	0.142 46	8.892	7.020	8
9	1.3048	0.7664	0.098 43	0.128 43	10.159	7.786	9
10	1.3439	0.7441	0.087 23	0.117 23	11.464	8.530	10
11	1.3842	0.7224	0.078 08	0.108 08	12.808	9.253	11
12	1.4258	0.7014	0.070 46	0.100 46	14.192	9.954	12
13	1.4685	0.6810	0.064 03	0.094 03	15.618	10.635	13
14	1.5126	0.6611	0.058 53	0.088 53	17.086	11.296	14
15	1.5580	0.6419	0.053 77	0.083 77	18.599	11.938	15
16	1.6047	0.6232	0.049 61	0.079 61	20.157	12.561	16
17	1.6528	0.6050	0.045 95	0.075 95	21.762	13.166	17
18	1.7024	0.5874	0.042 71	0.072 71	23.414	13.754	18
19	1.7535	0.5703	0.039 81	0.069 81	25.117	14.324	19
20	1.8061	0.5537	0.037 22	0.067 22	26.870	14.877	20
21	1.8603	0.5375	0.034 87	0.064 87	28.676	15.415	21
22	1.9161	0.5219	0.032 75	0.062 75	30.537	15.937	22
23	1.9736	0.5067	0.030 81	0.060 81	32.453	16.444	23
24	2.0328	0.4919	0.029 05	0.059 05	34.426	16.936	24
25	2.0938	0.4776	0.027 43	0.057 43	36.459	17.413	25
26	2.1566	0.4637	0.025 94	0.055 94	38.553	17.877	26
27	2.2213	0.4502	0.024 56	0.054 56	40.710	18.327	27
28	2.2879	0.4371	0.023 29	0.053 29	42.931	18.764	28
29	2.3566	0.4243	0.022 11	0.052 11	45.219	19.188	29
30	2.4273	0.4120	0.021 02	0.051 02	47.575	19.600	30
31	2.5001	0.4000	0.020 00	0.050 00	50.003	20.000	31
32	2.5751	0.3883	0.019 05	0.049 05	52.503	20.389	32
33	2.6523	0.3770	0.018 16	0.048 16	55.078	20.766	33
34	2.7319	0.3660	0.017 32	0.047 32	57.730	21.132	34
35	2.8139	0.3554	0.016 54	0.046 54	60.462	21.487	35
40	3.2620	0.3066	0.013 26	0.043 26	75.401	23.115	40
45	3.7816	0.2644	0.010 79	0.040 79	92.720	24.519	45
50	4.3839	0.2281	0.008 87	0.038 87	112.797	25.730	50
55	5.0821	0.1968	0.007 35	0.037 35	136.072	26.774	55
60	5.8916	0.1697	0.006 13	0.036 13	163.053	27.676	60
65	6.8300	0.1464	0.005 15	0.035 15	194.333	28.453	65
70	7.9178	0.1263	0.004 34	0.034 34	230.594	29.123	70
75	9.1789	0.1089	0.003 67	0.033 67	272.631	29.702	75
80	10.6409	0.0940	0.003 11	0.033 11	321.363	30.201	80
85	12.3357	0.0811	0.002 65	0.032 65	377.857	30.631	85
90	14.3005	0.0699	0.002 26	0.032 26	443.349	31.002	90
95	16.5782	0.0603	0.001 93	0.031 93	519.272	31.323	95
100	19.2186	0.0520	0.001 65	0.031 65	607.288	31.599	100

TABLE E-8

3½% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0350	0.9662	1.000 00	1.035 00	1.000	0.966	1
2	1.0712	0.9335	0.491 40	0.526 40	2.035	1.900	2
3	1.1087	0.9019	0.321 93	0.356 93	3.106	2.802	3
4	1.1475	0.8714	0.237 25	0.272 25	4.215	3.673	4
5	1.1877	0.8420	0.186 48	0.221 48	5.362	4.515	5
6	1.2293	0.8135	0.152 67	0.187 67	6.550	5.329	6
7	1.2723	0.7860	0.128 54	0.163 54	7.779	6.115	7
8	1.3168	0.7594	0.110 48	0.145 48	9.052	6.874	8
9	1.3629	0.7337	0.096 45	0.131 45	10.368	7.608	9
10	1.4106	0.7089	0.085 24	0.120 24	11.731	8.317	10
11	1.4600	0.6849	0.076 09	0.111 09	13.142	9.002	11
12	1.5111	0.6618	0.068 48	0.103 48	14.602	9.663	12
13	1.5640	0.6394	0.062 06	0.097 06	16.113	10.303	13
14	1.6187	0.6178	0.056 57	0.091 57	17.677	10.921	14
15	1.6753	0.5969	0.051 83	0.086 83	19.296	11.517	15
16	1.7340	0.5767	0.047 68	0.082 68	20.971	12.094	16
17	1.7947	0.5572	0.044 04	0.079 04	22.705	12.651	17
18	1.8575	0.5384	0.040 82	0.075 82	24.500	13.190	18
19	1.9225	0.5202	0.037 94	0.072 94	26.357	13.710	19
20	1.9898	0.5026	0.035 36	0.070 36	28.280	14.212	20
21	2.0594	0.4856	0.033 04	0.068 04	30.269	14.698	21
22	2.1315	0.4692	0.030 93	0.065 93	32.329	15.167	22
23	2.2061	0.4533	0.029 02	0.064 02	34.460	15.620	23
24	2.2833	0.4380	0.027 27	0.062 27	36.667	16.058	24
25	2.3632	0.4231	0.025 67	0.060 67	38.950	16.482	25
26	2.4460	0.4088	0.024 21	0.059 21	41.313	16.890	26
27	2.5316	0.3950	0.022 85	0.057 85	43.759	17.285	27
28	2.6202	0.3817	0.021 60	0.056 60	46.291	17.667	28
29	2.7119	0.3687	0.020 45	0.055 45	48.911	18.036	29
30	2.8068	0.3563	0.019 37	0.054 37	51.623	18.392	30
31	2.9050	0.3442	0.018 37	0.053 37	54.429	18.736	31
32	3.0067	0.3326	0.017 44	0.052 44	57.335	19.069	32
33	3.1119	0.3213	0.016 57	0.051 57	60.341	19.390	33
34	3.2209	0.3105	0.015 76	0.050 76	63.453	19.701	34
35	3.3336	0.3000	0.015 00	0.050 00	66.674	20.001	35
40	3.9593	0.2526	0.011 83	0.046 83	84.550	21.355	40
45	4.7024	0.2127	0.009 45	0.044 45	105.782	22.495	45
50	5.5849	0.1791	0.007 63	0.042 63	130.998	23.456	50
55	6.6331	0.1508	0.006 21	0.041 21	160.947	24.264	55
60	7.8781	0.1269	0.005 09	0.040 09	196.517	24.945	60
65	9.3567	0.1069	0.004 19	0.039 19	238.763	25.518	65
70	11.1128	0.0900	0.003 46	0.038 46	288.938	26.000	70
75	13.1986	0.0758	0.002 87	0.037 87	348.530	26.407	75
80	15.6757	0.0638	0.002 38	0.037 38	419.307	26.749	80
85	18.6179	0.0537	0.001 99	0.036 99	503.367	27.037	85
90	22.1122	0.0452	0.001 66	0.036 66	603.205	27.279	90
95	26.2623	0.0381	0.001 39	0.036 39	721.781	27.484	95
100	31.1914	0.0321	0.001 16	0.036 16	862.612	27.655	100

TABLE E-9

4% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.0400	0.9615	1.000 00	1.040 00	1.000	0.962	1
2	1.0816	0.9246	0.490 20	0.530 20	2.040	1.886	2
3	1.1249	0.8890	0.320 35	0.360 35	3.122	2.775	3
4	1.1699	0.8548	0.235 49	0.275 49	4.246	3.630	4
5	1.2167	0.8219	0.184 63	0.224 63	5.416	4.452	5
6	1.2653	0.7903	0.150 76	0.190 76	6.633	5.242	6
7	1.3159	0.7599	0.126 61	0.166 61	7.898	6.002	7
8	1.3686	0.7307	0.108 53	0.148 53	9.214	6.733	8
9	1.4233	0.7026	0.094 49	0.134 49	10.583	7.435	9
10	1.4802	0.6756	0.083 29	0.123 29	12.006	8.111	10
11	1.5395	0.6496	0.074 15	0.114 15	13.486	8.760	11
12	1.6010	0.6246	0.066 55	0.106 55	15.026	9.385	12
13	1.6651	0.6006	0.060 14	0.100 14	16.627	9.986	13
14	1.7317	0.5775	0.054 67	0.094 67	18.292	10.563	14
15	1.8009	0.5553	0.049 94	0.089 94	20.024	11.118	15
16	1.8730	0.5339	0.045 82	0.085 82	21.825	11.652	16
17	1.9479	0.5134	0.042 20	0.082 20	23.698	12.166	17
18	2.0258	0.4936	0.038 99	0.078 99	25.645	12.659	18
19	2.1068	0.4746	0.036 14	0.076 14	27.671	13.134	19
20	2.1911	0.4564	0.033 58	0.073 58	29.778	13.590	20
21	2.2788	0.4388	0.031 28	0.071 28	31.969	14.029	21
22	2.3699	0.4220	0.029 20	0.069 20	34.248	14.451	22
23	2.4647	0.4057	0.027 31	0.067 31	36.618	14.857	23
24	2.5633	0.3901	0.025 59	0.065 59	39.083	15.247	24
25	2.6658	0.3751	0.024 01	0.064 01	41.646	15.622	25
26	2.7725	0.3607	0.022 57	0.062 57	44.312	15.983	26
27	2.8834	0.3468	0.021 24	0.061 24	47.084	16.330	27
28	2.9987	0.3335	0.020 01	0.060 01	49.968	16.663	28
29	3.1187	0.3207	0.018 88	0.058 88	52.966	16.984	29
30	3.2434	0.3083	0.017 83	0.057 83	56.085	17.292	30
31	3.3731	0.2965	0.016 86	0.056 86	59.328	17.588	31
32	3.5081	0.2851	0.015 95	0.055 95	62.701	17.874	32
33	3.6484	0.2741	0.015 10	0.055 10	66.210	18.148	33
34	3.7943	0.2636	0.014 31	0.054 31	69.858	18.411	34
35	3.9461	0.2534	0.013 58	0.053 58	73.652	18.665	35
40	4.8010	0.2083	0.010 52	0.050 52	95.026	19.793	40
45	5.8412	0.1712	0.008 26	0.048 26	121.029	20.720	45
50	7.1067	0.1407	0.006 55	0.046 55	152.667	21.482	50
55	8.6464	0.1157	0.005 23	0.045 23	191.159	22.109	55
60	10.5196	0.0951	0.004 20	0.044 20	237.991	22.623	60
65	12.7987	0.0781	0.003 39	0.043 39	294.968	23.047	65
70	15.5716	0.0642	0.002 75	0.042 75	364.290	23.395	70
75	18.9453	0.0528	0.002 23	0.042 23	448.631	23.680	75
80	23.0500	0.0434	0.001 81	0.041 81	551.245	23.915	80
85	28.0436	0.0357	0.001 48	0.041 48	676.090	24.109	85
90	34.1193	0.0293	0.001 21	0.041 21	827.983	24.267	90
95	41.5114	0.0241	0.000 99	0.040 99	1 012.785	24.398	95
100	50.5049	0.0198	0.000 81	0.040 81	1 237.624	24.505	100

TABLE E-10  
4½% Compound Interest Factors

Single Payment			Uniform Series				n
Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A		
1	1.0450	0.9569	1.000 00	1.045 00	1.000	0.957	1
2	1.0920	0.9157	0.489 00	0.534 00	2.045	1.873	2
3	1.1412	0.8763	0.318 77	0.363 77	3.137	2.749	3
4	1.1925	0.8386	0.233 74	0.278 74	4.278	3.588	4
5	1.2462	0.8025	0.182 79	0.227 79	5.471	4.390	5
6	1.3023	0.7679	0.148 88	0.193 88	6.717	5.158	6
7	1.3609	0.7348	0.124 70	0.169 70	8.019	5.893	7
8	1.4221	0.7032	0.105 61	0.151 61	9.380	6.596	8
9	1.4861	0.6729	0.092 57	0.137 57	10.802	7.269	9
10	1.5530	0.6439	0.081 38	0.126 38	12.288	7.913	10
11	1.6229	0.6162	0.072 25	0.117 25	13.841	8.529	11
12	1.6959	0.5897	0.064 67	0.109 67	15.464	9.119	12
13	1.7722	0.5643	0.058 28	0.103 28	17.160	9.683	13
14	1.8519	0.5400	0.052 82	0.097 82	18.932	10.223	14
15	1.9353	0.5167	0.048 11	0.093 11	20.784	10.740	15
16	2.0224	0.4945	0.044 02	0.089 02	22.719	11.234	16
17	2.1134	0.4732	0.040 42	0.085 42	24.742	11.707	17
18	2.2085	0.4528	0.037 24	0.082 24	26.855	12.160	18
19	2.3079	0.4333	0.034 41	0.079 41	29.064	12.593	19
20	2.4117	0.4146	0.031 88	0.076 88	31.371	13.008	20
21	2.5202	0.3968	0.029 50	0.074 60	33.783	13.405	21
22	2.6337	0.3797	0.027 55	0.072 55	36.303	13.784	22
23	2.7522	0.3634	0.025 68	0.070 68	38.937	14.148	23
24	2.8760	0.3477	0.023 99	0.068 99	41.689	14.495	24
25	3.0054	0.3327	0.022 44	0.067 44	44.565	14.828	25
26	3.1407	0.3184	0.021 02	0.066 02	47.571	15.147	26
27	3.2820	0.3047	0.019 72	0.064 72	50.711	15.451	27
28	3.4397	0.2916	0.018 52	0.063 52	53.993	15.743	28
29	3.5840	0.2790	0.017 41	0.062 41	57.423	16.022	29
30	3.7453	0.2670	0.016 39	0.061 39	61.007	16.289	30
31	3.9139	0.2555	0.015 44	0.060 44	64.752	16.544	31
32	4.0900	0.2445	0.014 56	0.059 56	68.666	16.789	32
33	4.2740	0.2340	0.013 74	0.058 74	72.756	17.023	33
34	4.4664	0.2239	0.012 98	0.057 98	77.030	17.247	34
35	4.6673	0.2143	0.012 27	0.057 27	81.497	17.461	35
40	5.8164	0.1719	0.009 34	0.054 34	107.030	18.402	40
45	7.2482	0.1380	0.007 20	0.052 20	138.850	19.156	45
50	9.0326	0.1107	0.005 60	0.050 60	178.503	19.762	50
55	11.2563	0.0888	0.004 39	0.049 39	227.918	20.248	55
60	14.0274	0.0713	0.003 45	0.048 45	289.498	20.638	60
65	17.4807	0.0572	0.002 73	0.047 73	366.238	20.951	65
70	21.7841	0.0459	0.002 17	0.047 17	461.870	21.202	70
75	27.1470	0.0368	0.001 72	0.046 72	581.044	21.404	75
80	33.8301	0.0296	0.001 37	0.046 37	729.558	21.565	80
85	42.1585	0.0237	0.001 09	0.046 09	914.632	21.695	85
90	52.5371	0.0190	0.000 87	0.045 87	1145.269	21.799	90
95	65.4708	0.0153	0.000 70	0.045 70	1432.684	21.883	95
100	81.5885	0.0123	0.000 56	0.045 56	1790.856	21.950	100

TABLE E-11  
5% Compound Interest Factors

Single Payment			Uniform Series				n
Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A		
1	1.0500	0.9524	1.000 00	1.050 00	1.000	0.952	1
2	1.1025	0.9070	0.487 80	0.537 80	2.050	1.859	2
3	1.1576	0.8638	0.317 21	0.367 21	3.153	2.723	3
4	1.2155	0.8227	0.232 01	0.282 01	4.310	3.546	4
5	1.2763	0.7835	0.180 97	0.230 97	5.526	4.329	5
6	1.3401	0.7462	0.147 02	0.197 02	6.802	5.076	6
7	1.4071	0.7107	0.122 82	0.172 82	8.142	5.786	7
8	1.4775	0.6768	0.104 72	0.154 72	9.549	6.463	8
9	1.5513	0.6446	0.090 69	0.140 69	11.027	7.108	9
10	1.6289	0.6139	0.079 50	0.129 50	12.578	7.722	10
11	1.7103	0.5847	0.070 39	0.120 39	14.207	8.306	11
12	1.7959	0.5568	0.062 83	0.112 83	15.917	8.863	12
13	1.8856	0.5303	0.056 46	0.106 46	17.713	9.394	13
14	1.9800	0.5051	0.051 02	0.101 02	19.599	9.899	14
15	2.0789	0.4810	0.046 34	0.096 34	21.579	10.380	15
16	2.1829	0.4581	0.042 27	0.092 27	23.657	10.838	16
17	2.2920	0.4363	0.038 70	0.088 70	25.840	11.274	17
18	2.4066	0.4155	0.035 55	0.085 55	28.132	11.690	18
19	2.5270	0.3957	0.032 75	0.082 75	30.539	12.085	19
20	2.6533	0.3769	0.030 24	0.080 24	33.066	12.462	20
21	2.7860	0.3589	0.028 00	0.078 00	35.719	12.821	21
22	2.9253	0.3418	0.025 97	0.075 97	38.505	13.163	22
23	3.0715	0.3256	0.024 14	0.074 14	41.430	13.489	23
24	3.2251	0.3101	0.022 47	0.072 47	44.502	13.799	24
25	3.3864	0.2953	0.020 95	0.070 95	47.727	14.094	25
26	3.5557	0.2812	0.019 56	0.069 56	51.113	14.375	26
27	3.7335	0.2678	0.018 29	0.068 29	54.669	14.643	27
28	3.9201	0.2551	0.017 12	0.067 12	58.403	14.898	28
29	4.1161	0.2429	0.016 05	0.066 05	62.323	15.141	29
30	4.3219	0.2314	0.015 05	0.065 05	66.439	15.372	30
31	4.5380	0.2204	0.014 13	0.064 13	70.761	15.593	31
32	4.7649	0.2099	0.013 28	0.063 28	75.299	15.803	32
33	5.0032	0.1999	0.012 49	0.062 49	80.064	16.003	33
34	5.2533	0.1904	0.011 76	0.061 76	85.067	16.193	34
35	5.5160	0.1813	0.011 07	0.061 07	90.320	16.374	35
40	7.0400	0.1420	0.008 28	0.058 28	120.800	17.159	40
45	8.9850	0.1113	0.006 26	0.056 26	159.700	17.774	45
50	11.4674	0.0872	0.004 78	0.054 78	209.348	18.256	50
55	14.6356	0.0683	0.003 67	0.053 67	272.713	18.633	55
60	18.6792	0.0535	0.002 83	0.052 83	353.584	18.929	60
65	23.8399	0.0419	0.002 19	0.052 19	456.798	19.161	65
70	30.4264	0.0329	0.001 70	0.051 70	588.529	19.343	70
75	38.8327	0.0258	0.001 32	0.051 32	756.654	19.485	75
80	49.5614	0.0202	0.001 03	0.051 03	971.229	19.596	80
85	63.2544	0.0158	0.000 80	0.050 80	1245.087	19.684	85
90	80.7304	0.0124	0.000 63	0.050 63	1594.607	19.752	90
95	103.0357	0.0097	0.000 49	0.050 49	2040.694	19.806	95
100	131.5013	0.0076	0.000 38	0.050 38	2610.025	19.848	100

**TABLE E-12**  
**5½% Compound Interest Factors**

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
	1	1.0550	0.9479	1.0000	1.0550	1.0000	
2	1.1130	0.8985	0.4866	0.5416	2.0550	1.846	2
3	1.1742	0.8516	0.3156	0.3706	3.1680	2.698	3
4	1.2388	0.8072	0.2302	0.2852	4.3420	3.505	4
5	1.3070	0.7651	0.1791	0.2341	5.5810	4.270	5
6	1.3788	0.7252	0.1451	0.2001	6.8880	4.996	6
7	1.4547	0.6874	0.1209	0.1759	8.2670	5.683	7
8	1.5347	0.6516	0.1028	0.1578	9.7220	6.335	8
9	1.6191	0.6176	0.0888	0.1438	11.2560	6.952	9
10	1.7081	0.5854	0.0776	0.1326	12.8750	7.538	10
11	1.8021	0.5549	0.0685	0.1235	14.5830	8.093	11
12	1.9012	0.5260	0.0610	0.1160	16.3860	8.619	12
13	2.0058	0.4986	0.0546	0.1096	18.2870	9.117	13
14	2.1161	0.4726	0.0492	0.1042	20.2930	9.590	14
15	2.2325	0.4479	0.0446	0.0996	22.4090	10.038	15
16	2.3553	0.4246	0.0405	0.0955	24.6410	10.462	16
17	2.4848	0.4024	0.0370	0.0920	26.9960	10.865	17
18	2.6215	0.3815	0.0339	0.0889	29.4810	11.246	18
19	2.7656	0.3616	0.0311	0.0861	32.1030	11.608	19
20	2.9178	0.3427	0.0286	0.0836	34.8680	11.950	20
21	3.0782	0.3249	0.0264	0.0814	37.7860	12.275	21
22	3.2475	0.3079	0.0244	0.0794	40.8640	12.583	22
23	3.4262	0.2919	0.0226	0.0776	44.1120	12.875	23
24	3.6146	0.2767	0.0210	0.0760	47.5380	13.152	24
25	3.8134	0.2622	0.0195	0.0745	51.1530	13.414	25
26	4.0231	0.2486	0.0181	0.0731	54.9660	13.662	26
27	4.2444	0.2356	0.0169	0.0719	58.9890	13.898	27
28	4.4778	0.2233	0.0158	0.0708	63.2340	14.121	28
29	4.7241	0.2117	0.0147	0.0697	67.7110	14.333	29
30	4.9840	0.2006	0.0138	0.0688	72.4350	14.534	30
31	5.2581	0.1902	0.0129	0.0679	77.4190	14.724	31
32	5.5473	0.1803	0.0121	0.0670	82.6770	14.904	32
33	5.8524	0.1709	0.0113	0.0663	88.2250	15.075	33
34	6.1742	0.1620	0.0106	0.0656	94.0770	15.237	34
35	6.5138	0.1535	0.0099	0.0649	100.2510	15.391	35
40	8.5133	0.1175	0.0073	0.0623	136.6060	16.046	40
45	11.1266	0.0899	0.0054	0.0604	184.1190	16.548	45
50	14.5420	0.0688	0.0040	0.0590	246.2170	16.932	50
55	19.0058	0.0526	0.0030	0.0580	327.3770	17.225	55
60	24.8398	0.0403	0.0023	0.0573	433.4500	17.450	60
65	32.4646	0.0308	0.0017	0.0567	572.0830	17.622	65
70	42.4299	0.0236	0.0013	0.0563	753.2710	17.753	70
75	55.4542	0.0180	0.0010	0.0560	990.0760	17.854	75
80	72.4764	0.0138	0.0007	0.0557	1299.5710	17.931	80
85	94.7238	0.0106	0.0005	0.0555	1704.0690	17.990	85
90	123.8002	0.0081	0.0004	0.0554	2232.7310	18.035	90
95	161.8019	0.0062	0.0003	0.0553	2923.6710	18.069	95
100	211.4686	0.0047	0.0002	0.0552	3826.7020	18.096	100

**TABLE E-13**  
**6% Compound Interest Factors**

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
	1	1.0600	0.9434	1.0000	1.0600	1.0000	
2	1.1236	0.8900	0.4854	0.5454	2.0600	1.833	2
3	1.1910	0.8396	0.3141	0.3741	3.1840	2.673	3
4	1.2625	0.7921	0.2285	0.2885	4.3750	3.465	4
5	1.3382	0.7473	0.1774	0.2374	5.6370	4.212	5
6	1.4185	0.7050	0.1433	0.2033	6.9750	4.917	6
7	1.5036	0.6651	0.1191	0.1791	8.3940	5.582	7
8	1.5938	0.6274	0.1010	0.1610	9.8970	6.210	8
9	1.6895	0.5919	0.0870	0.1470	11.4910	6.802	9
10	1.7908	0.5584	0.0758	0.1358	13.1810	7.360	10
11	1.8983	0.5268	0.0667	0.1267	14.9720	7.887	11
12	2.0122	0.4970	0.0592	0.1192	16.8700	8.384	12
13	2.1329	0.4688	0.0529	0.1129	18.8820	8.853	13
14	2.2609	0.4423	0.0475	0.1075	21.0150	9.295	14
15	2.3966	0.4173	0.0429	0.1029	23.2760	9.712	15
16	2.5404	0.3936	0.0389	0.0989	25.6730	10.106	16
17	2.6928	0.3714	0.0354	0.0954	28.2130	10.477	17
18	2.8543	0.3503	0.0323	0.0923	30.9060	10.828	18
19	3.0256	0.3305	0.0296	0.0896	33.7600	11.158	19
20	3.2071	0.3118	0.0271	0.0871	36.7860	11.470	20
21	3.3996	0.2942	0.0250	0.0850	39.9930	11.764	21
22	3.6035	0.2775	0.0230	0.0830	43.3920	12.042	22
23	3.8197	0.2618	0.0212	0.0812	46.9960	12.303	23
24	4.0489	0.2470	0.0196	0.0796	50.8160	12.550	24
25	4.2919	0.2330	0.0182	0.0782	54.8650	12.783	25
26	4.5494	0.2198	0.0169	0.0769	59.1560	13.003	26
27	4.8223	0.2074	0.0157	0.0757	63.7060	13.211	27
28	5.1117	0.1956	0.0147	0.0747	68.5280	13.406	28
29	5.4184	0.1846	0.0138	0.0738	73.6400	13.591	29
30	5.7435	0.1741	0.0129	0.0729	79.0580	13.765	30
31	6.0881	0.1643	0.0121	0.0721	84.8020	13.929	31
32	6.4534	0.1550	0.0113	0.0713	90.8900	14.084	32
33	6.8406	0.1462	0.0106	0.0706	97.3430	14.230	33
34	7.2510	0.1379	0.0099	0.0699	104.1840	14.368	34
35	7.6861	0.1301	0.0093	0.0693	111.4350	14.498	35
40	10.2857	0.0972	0.0066	0.0666	154.7620	15.046	40
45	13.7646	0.0727	0.0047	0.0647	212.7440	15.456	45
50	18.4202	0.0543	0.0034	0.0634	290.3360	15.762	50
55	24.6503	0.0406	0.0025	0.0625	394.1720	15.991	55
60	32.9877	0.0303	0.0018	0.0618	533.1280	16.161	60
65	44.1450	0.0227	0.0013	0.0613	719.0830	16.289	65
70	59.0759	0.0169	0.0010	0.0610	967.9320	16.385	70
75	79.0569	0.0126	0.0007	0.0607	1300.9490	16.456	75
80	105.7960	0.0095	0.0005	0.0605	1746.6000	16.509	80
85	141.5789	0.0071	0.0004	0.0604	2342.9820	16.549	85
90	189.4645	0.0053	0.0003	0.0603	3141.0750	16.579	90
95	253.5463	0.0039	0.0002	0.0602	4209.1040	16.601	95
100	339.3021	0.0029	0.0001	0.0601	5638.3680	16.618	100

**TABLE E-14**  
7% Compound Interest Factors

Single Payment			Uniform Series				
n	Compound Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	n
1	1.0700	0.9346	1.000 00	1.070 00	1.000	0.935	1
2	1.1449	0.8734	0.483 09	0.553 09	2.070	1.808	2
3	1.2250	0.8163	0.311 05	0.381 05	3.215	2.624	3
4	1.3108	0.7629	0.225 23	0.295 23	4.440	3.387	4
5	1.4026	0.7130	0.173 89	0.243 89	5.751	4.100	5
6	1.5007	0.6663	0.139 80	0.209 80	7.153	4.767	6
7	1.6058	0.6227	0.115 55	0.185 55	8.654	5.389	7
8	1.7182	0.5820	0.097 47	0.167 47	10.260	5.971	8
9	1.8385	0.5439	0.083 49	0.153 49	11.978	6.515	9
10	1.9672	0.5083	0.072 38	0.142 38	13.816	7.024	10
11	2.1049	0.4751	0.063 36	0.133 36	15.784	7.499	11
12	2.2522	0.4440	0.055 90	0.125 90	17.888	7.943	12
13	2.4098	0.4150	0.049 65	0.119 65	20.141	8.358	13
14	2.5785	0.3878	0.044 34	0.114 34	22.550	8.745	14
15	2.7590	0.3624	0.039 79	0.109 79	25.129	9.108	15
16	2.9522	0.3387	0.035 86	0.105 86	27.888	9.447	16
17	3.1588	0.3166	0.032 43	0.102 43	30.840	9.763	17
18	3.3799	0.2959	0.029 41	0.099 41	33.999	10.059	18
19	3.6165	0.2765	0.026 75	0.096 75	37.379	10.336	19
20	3.8697	0.2584	0.024 39	0.094 39	40.995	10.594	20
21	4.1406	0.2415	0.022 29	0.092 29	44.865	10.836	21
22	4.4304	0.2257	0.020 41	0.090 41	49.006	11.061	22
23	4.7405	0.2109	0.018 71	0.088 71	53.436	11.272	23
24	5.0724	0.1971	0.017 19	0.087 19	58.177	11.469	24
25	5.4274	0.1842	0.015 81	0.085 81	63.249	11.654	25
26	5.8074	0.1722	0.014 56	0.084 56	68.676	11.826	26
27	6.2139	0.1609	0.013 43	0.083 43	74.484	11.987	27
28	6.6488	0.1504	0.012 39	0.082 39	80.698	12.137	28
29	7.1143	0.1406	0.011 45	0.081 45	87.347	12.278	29
30	7.6123	0.1314	0.010 59	0.080 59	94.461	12.409	30
31	8.1451	0.1228	0.009 80	0.079 80	102.073	12.532	31
32	8.7153	0.1147	0.009 07	0.079 07	110.218	12.647	32
33	9.3253	0.1072	0.008 41	0.078 41	118.933	12.754	33
34	9.9781	0.1002	0.007 80	0.077 80	128.259	12.854	34
35	10.6766	0.0937	0.007 23	0.077 23	138.237	12.948	35
40	14.9745	0.0668	0.005 01	0.075 01	199.635	13.332	40
45	21.0025	0.0476	0.003 50	0.073 50	285.749	13.606	45
50	29.4570	0.0339	0.002 46	0.072 46	406.529	13.801	50
55	41.3150	0.0242	0.001 74	0.071 74	575.929	13.940	55
60	57.9464	0.0173	0.001 23	0.071 23	813.520	14.039	60
65	81.2729	0.0123	0.000 87	0.070 87	1146.755	14.110	65
70	112.9894	0.0088	0.000 62	0.070 62	1614.134	14.160	70
75	159.8760	0.0063	0.000 44	0.070 44	2269.657	14.196	75
80	224.2344	0.0045	0.000 31	0.070 31	3189.063	14.222	80
85	314.5003	0.0032	0.000 22	0.070 22	4478.576	14.240	85
90	441.1030	0.0023	0.000 16	0.070 16	6287.185	14.253	90
95	618.6697	0.0016	0.000 11	0.070 11	8823.854	14.263	95
100	873.7163	0.0012	0.000 08	0.070 08	12381.662	14.269	100

**TABLE E-15**  
8% Compound Interest Factors

Single Payment			Uniform Series				
n	Compound Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	n
1	1.0800	0.9259	1.000 00	1.080 00	1.000	0.926	1
2	1.1664	0.8573	0.480 77	0.560 77	2.080	1.783	2
3	1.2597	0.7938	0.308 03	0.388 03	3.246	2.577	3
4	1.3605	0.7350	0.221 92	0.301 92	4.506	3.312	4
5	1.4693	0.6806	0.170 46	0.250 46	5.867	3.993	5
6	1.5869	0.6302	0.136 32	0.216 32	7.336	4.623	6
7	1.7138	0.5835	0.112 07	0.192 07	8.923	5.206	7
8	1.8509	0.5403	0.094 01	0.174 01	10.637	5.747	8
9	1.9990	0.5002	0.080 08	0.160 08	12.488	6.247	9
10	2.1589	0.4632	0.069 03	0.149 03	14.487	6.710	10
11	2.3316	0.4289	0.060 08	0.140 08	16.645	7.139	11
12	2.5182	0.3971	0.052 70	0.132 70	18.977	7.536	12
13	2.7196	0.3677	0.046 52	0.126 52	21.495	7.904	13
14	2.9372	0.3405	0.041 30	0.121 30	24.215	8.244	14
15	3.1722	0.3152	0.036 83	0.116 83	27.152	8.559	15
16	3.4259	0.2919	0.032 98	0.112 98	30.324	8.851	16
17	3.7000	0.2703	0.029 63	0.109 63	33.750	9.122	17
18	3.9960	0.2502	0.026 70	0.106 70	37.450	9.372	18
19	4.3157	0.2317	0.024 13	0.104 13	41.446	9.604	19
20	4.6610	0.2145	0.021 85	0.101 85	45.762	9.818	20
21	5.0338	0.1987	0.019 83	0.099 83	50.423	10.017	21
22	5.4365	0.1839	0.018 03	0.098 03	55.457	10.201	22
23	5.8715	0.1703	0.016 42	0.096 42	60.893	10.371	23
24	6.3412	0.1577	0.014 98	0.094 98	66.765	10.529	24
25	6.8485	0.1460	0.013 68	0.093 68	73.106	10.675	25
26	7.3964	0.1352	0.012 51	0.092 51	79.954	10.810	26
27	7.9881	0.1252	0.011 45	0.091 45	87.351	10.935	27
28	8.6271	0.1159	0.010 49	0.090 49	95.339	11.051	28
29	9.3173	0.1073	0.009 62	0.089 62	103.966	11.158	29
30	10.0627	0.0994	0.008 83	0.088 83	113.283	11.258	30
31	10.8677	0.0920	0.008 11	0.088 11	123.346	11.350	31
32	11.7371	0.0852	0.007 45	0.087 45	134.214	11.435	32
33	12.6760	0.0789	0.006 85	0.086 85	145.951	11.514	33
34	13.6901	0.0730	0.006 30	0.086 30	158.627	11.587	34
35	14.7853	0.0676	0.005 80	0.085 80	172.317	11.655	35
40	21.7245	0.0460	0.003 86	0.083 86	259.057	11.925	40
45	31.9204	0.0313	0.002 59	0.082 59	386.506	12.108	45
50	46.9016	0.0213	0.001 74	0.081 74	573.770	12.233	50
55	68.9139	0.0145	0.001 18	0.081 18	848.923	12.319	55
60	101.2571	0.0099	0.000 80	0.080 80	1253.213	12.377	60
65	148.7798	0.0067	0.000 54	0.080 54	1847.248	12.416	65
70	218.0064	0.0046	0.000 37	0.080 37	2720.080	12.443	70
75	321.2045	0.0031	0.000 25	0.080 25	4002.557	12.461	75
80	471.9548	0.0021	0.000 17	0.080 17	5886.935	12.474	80
85	693.4565	0.0014	0.000 12	0.080 12	8655.706	12.482	85
90	1018.9151	0.0010	0.000 08	0.080 08	12723.939	12.488	90
95	1497.1205	0.0007	0.000 05	0.080 05	18701.507	12.492	95
100	2199.7613	0.0005	0.000 04	0.080 04	27484.516	12.494	100

**TABLE E-16**  
**10% Compound Interest Factors**

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.1000	0.9091	1.000 00	1.100 00	1.000	0.909	1
2	1.2100	0.8264	0.476 19	0.576 19	2.100	1.736	2
3	1.3310	0.7513	0.302 11	0.402 11	3.310	2.487	3
4	1.4641	0.6830	0.215 47	0.315 47	4.641	3.170	4
5	1.6105	0.6209	0.163 80	0.263 80	6.105	3.791	5
6	1.7716	0.5645	0.129 61	0.229 61	7.716	4.355	6
7	1.9487	0.5132	0.105 41	0.205 41	9.487	4.868	7
8	2.1436	0.4665	0.087 44	0.187 44	11.436	5.335	8
9	2.3579	0.4241	0.073 64	0.173 64	13.579	5.759	9
10	2.5937	0.3855	0.062 75	0.162 75	15.937	6.144	10
11	2.8531	0.3505	0.053 96	0.153 96	18.531	6.495	11
12	3.1384	0.3186	0.046 76	0.146 76	21.384	6.814	12
13	3.4523	0.2897	0.040 78	0.140 78	24.523	7.103	13
14	3.7975	0.2633	0.035 75	0.135 75	27.975	7.367	14
15	4.1772	0.2394	0.031 47	0.131 47	31.772	7.606	15
16	4.5950	0.2176	0.027 82	0.127 82	35.950	7.824	16
17	5.0545	0.1978	0.024 66	0.124 66	40.545	8.022	17
18	5.5599	0.1799	0.021 93	0.121 93	45.599	8.201	18
19	6.1159	0.1635	0.019 55	0.119 55	51.159	8.365	19
20	6.7275	0.1486	0.017 46	0.117 46	57.275	8.514	20
21	7.4002	0.1351	0.015 62	0.115 62	64.002	8.649	21
22	8.1403	0.1228	0.014 01	0.114 01	71.403	8.772	22
23	8.9543	0.1117	0.012 57	0.112 57	79.543	8.883	23
24	9.8497	0.1015	0.011 30	0.111 30	88.497	8.985	24
25	10.8347	0.0923	0.010 17	0.110 17	98.347	9.077	25
26	11.9182	0.0839	0.009 16	0.109 16	109.182	9.161	26
27	13.1100	0.0763	0.008 26	0.108 26	121.100	9.237	27
28	14.4210	0.0693	0.007 45	0.107 45	134.210	9.307	28
29	15.8631	0.0630	0.006 73	0.106 73	148.631	9.370	29
30	17.4494	0.0573	0.006 08	0.106 08	164.494	9.427	30
31	19.1943	0.0521	0.005 50	0.105 50	181.943	9.479	31
32	21.1138	0.0474	0.004 97	0.104 97	201.138	9.526	32
33	23.2252	0.0431	0.004 50	0.104 50	222.252	9.569	33
34	25.5477	0.0391	0.004 07	0.104 07	245.477	9.609	34
35	28.1024	0.0356	0.003 69	0.103 69	271.024	9.644	35
40	45.2593	0.0221	0.002 26	0.102 26	442.593	9.779	40
45	72.8905	0.0137	0.001 39	0.101 39	718.905	9.863	45
50	117.3909	0.0085	0.000 86	0.100 86	1163.909	9.915	50
55	189.0591	0.0053	0.000 53	0.100 53	1880.591	9.947	55
60	304.4816	0.0033	0.000 33	0.100 33	3034.816	9.967	60
65	490.3707	0.0020	0.000 20	0.100 20	4893.707	9.980	65
70	789.7470	0.0013	0.000 13	0.100 13	7887.470	9.987	70
75	1271.8952	0.0008	0.000 08	0.100 08	12708.954	9.992	75
80	2048.4002	0.0005	0.000 05	0.100 05	20474.002	9.995	80
85	3298.9690	0.0003	0.000 03	0.100 03	32979.690	9.997	85
90	5313.0226	0.0002	0.000 02	0.100 02	53120.226	9.998	90
95	8556.6760	0.0001	0.000 01	0.100 01	8556.760	9.999	95
100	13780.6123	0.0001	0.000 01	0.100 01	13779.123	9.999	100

**TABLE E-17**  
**12% Compound Interest Factors**

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.1200	0.8929	1.000 00	1.120 00	1.000	0.893	1
2	1.2544	0.7972	0.471 70	0.591 70	2.120	1.690	2
3	1.4049	0.7118	0.296 35	0.416 35	3.374	2.402	3
4	1.5735	0.6355	0.209 23	0.329 23	4.779	3.037	4
5	1.7623	0.5674	0.157 41	0.277 41	6.353	3.605	5
6	1.9738	0.5066	0.123 23	0.243 23	8.115	4.111	6
7	2.2107	0.4523	0.099 12	0.219 12	10.089	4.564	7
8	2.4760	0.4039	0.081 30	0.201 30	12.300	4.968	8
9	2.7731	0.3606	0.067 68	0.187 68	14.776	5.328	9
10	3.1058	0.3220	0.056 98	0.176 98	17.549	5.650	10
11	3.4785	0.2875	0.048 42	0.168 42	20.655	5.938	11
12	3.8960	0.2567	0.041 44	0.161 44	24.133	6.194	12
13	4.3635	0.2292	0.035 68	0.155 68	28.029	6.424	13
14	4.8871	0.2046	0.030 87	0.150 87	32.393	6.628	14
15	5.4736	0.1827	0.026 82	0.146 82	37.280	6.811	15
16	6.1304	0.1631	0.023 39	0.143 39	42.753	6.974	16
17	6.8660	0.1456	0.020 46	0.140 46	48.884	7.120	17
18	7.6900	0.1300	0.017 94	0.137 94	55.750	7.250	18
19	8.6128	0.1161	0.015 76	0.135 76	63.440	7.366	19
20	9.6463	0.1037	0.013 88	0.133 88	72.052	7.469	20
21	10.8038	0.0926	0.012 24	0.132 24	81.699	7.562	21
22	12.1003	0.0826	0.010 81	0.130 81	92.503	7.645	22
23	13.5523	0.0738	0.009 56	0.129 56	104.603	7.718	23
24	15.1786	0.0659	0.008 46	0.128 46	118.155	7.784	24
25	17.0001	0.0588	0.007 50	0.127 50	133.334	7.843	25
26	19.0401	0.0525	0.006 65	0.126 65	150.334	7.896	26
27	21.3249	0.0469	0.005 90	0.125 90	169.374	7.943	27
28	23.8839	0.0419	0.005 24	0.125 24	190.699	7.984	28
29	26.7499	0.0374	0.004 66	0.124 66	214.583	8.022	29
30	29.9599	0.0334	0.004 14	0.124 14	241.333	8.055	30
31	33.5551	0.0298	0.003 69	0.123 69	271.292	8.085	31
32	37.5817	0.0266	0.003 28	0.123 28	304.847	8.112	32
33	42.0915	0.0238	0.002 92	0.122 92	342.429	8.135	33
34	47.1425	0.0212	0.002 60	0.122 60	384.520	8.157	34
35	52.7996	0.0189	0.002 32	0.122 32	431.663	8.176	35
40	93.0510	0.0107	0.001 30	0.121 30	767.091	8.244	40
45	163.9876	0.0061	0.000 74	0.120 74	1358.230	8.283	45
50	289.0022	0.0035	0.000 42	0.120 42	2400.018	8.305	50
∞				0.120 00		8.333	∞

**TABLE E-18**  
15% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	n
1	1.1500	0.8696	1.00000	1.15000	1.000	0.870	1
2	1.3225	0.7561	0.46512	0.61512	2.150	1.626	2
3	1.5209	0.6575	0.28798	0.43798	3.472	2.283	3
4	1.7490	0.5718	0.20026	0.35027	4.993	2.855	4
5	2.0114	0.4972	0.14832	0.29832	6.742	3.352	5
6	2.3131	0.4323	0.11424	0.26424	8.754	3.784	6
7	2.6600	0.3759	0.09036	0.24036	11.067	4.160	7
8	3.0590	0.3269	0.07285	0.22285	13.727	4.487	8
9	3.5179	0.2843	0.05957	0.20957	16.786	4.772	9
10	4.0456	0.2472	0.04925	0.19925	20.304	5.019	10
11	4.6524	0.2149	0.04107	0.19107	24.349	5.234	11
12	5.3503	0.1869	0.03448	0.18448	29.002	5.421	12
13	6.1528	0.1625	0.02911	0.17911	34.352	5.583	13
14	7.0757	0.1415	0.02469	0.17469	40.505	5.724	14
15	8.1371	0.1229	0.02102	0.17102	47.580	5.847	15
16	9.3576	0.1069	0.01795	0.16795	55.717	5.954	16
17	10.7613	0.0929	0.01537	0.16537	65.075	6.047	17
18	12.3755	0.0808	0.01319	0.16319	75.836	6.128	18
19	14.2318	0.0703	0.01134	0.16134	88.212	6.198	19
20	16.3665	0.0611	0.00976	0.15976	102.444	6.259	20
21	18.8215	0.0531	0.00842	0.15842	118.810	6.312	21
22	21.6447	0.0462	0.00727	0.15727	137.632	6.359	22
23	24.8915	0.0402	0.00628	0.15628	159.276	6.399	23
24	28.6252	0.0349	0.00543	0.15543	184.168	6.434	24
25	32.9190	0.0304	0.00470	0.15470	212.793	6.464	25
26	37.8568	0.0264	0.00407	0.15407	245.712	6.491	26
27	43.5353	0.0230	0.00353	0.15353	283.569	6.514	27
28	50.0656	0.0200	0.00306	0.15306	327.104	6.534	28
29	57.5755	0.0174	0.00265	0.15265	377.170	6.551	29
30	66.2118	0.0151	0.00230	0.15230	434.745	6.566	30
31	76.1435	0.0131	0.00200	0.15200	500.957	6.579	31
32	87.5651	0.0114	0.00173	0.15173	577.100	6.591	32
33	100.6998	0.0099	0.00150	0.15150	664.666	6.600	33
34	115.8048	0.0086	0.00131	0.15131	765.365	6.609	34
35	133.1755	0.0075	0.00113	0.15113	881.170	6.617	35
40	267.8635	0.0037	0.00056	0.15056	1779.090	6.642	40
45	538.7693	0.0019	0.00028	0.15028	3585.128	6.654	45
50	1083.6574	0.0009	0.00014	0.15014	7217.716	6.661	50
∞				0.15000		6.667	∞

**TABLE E-19**  
20% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	n
1	1.2000	0.8333	1.00000	1.20000	1.000	0.833	1
2	1.4400	0.6944	0.45455	0.65455	2.200	1.528	2
3	1.7280	0.5787	0.27473	0.47473	3.640	2.106	3
4	2.0736	0.4823	0.18629	0.38629	5.368	2.589	4
5	2.4883	0.4019	0.13438	0.33438	7.442	2.991	5
6	2.9860	0.3349	0.10071	0.30071	9.930	3.335	6
7	3.5832	0.2791	0.07742	0.27742	12.916	3.605	7
8	4.2998	0.2326	0.06061	0.26061	16.499	3.837	8
9	5.1598	0.1938	0.04808	0.24808	20.799	4.031	9
10	6.1917	0.1615	0.03852	0.23852	25.959	4.192	10
11	7.4301	0.1346	0.03110	0.23110	32.150	4.327	11
12	8.9161	0.1122	0.02526	0.22526	39.581	4.439	12
13	10.6993	0.0935	0.02062	0.22062	48.497	4.533	13
14	12.8392	0.0779	0.01689	0.21689	59.196	4.611	14
15	15.4070	0.0649	0.01388	0.21388	72.035	4.675	15
16	18.4884	0.0541	0.01144	0.21144	87.442	4.730	16
17	22.1861	0.0451	0.00944	0.20944	105.931	4.775	17
18	26.6233	0.0376	0.00781	0.20781	128.117	4.812	18
19	31.9480	0.0313	0.00646	0.20646	154.740	4.844	19
20	38.3376	0.0261	0.00536	0.20536	186.688	4.870	20
21	46.0051	0.0217	0.00444	0.20444	225.026	4.891	21
22	55.2061	0.0181	0.00369	0.20369	271.031	4.909	22
23	66.2474	0.0151	0.00307	0.20307	326.237	4.925	23
24	79.4968	0.0126	0.00255	0.20255	392.484	4.937	24
25	95.3962	0.0105	0.00212	0.20212	471.981	4.948	25
26	114.4755	0.0087	0.00176	0.20176	567.377	4.956	26
27	137.3706	0.0073	0.00147	0.20147	681.853	4.964	27
28	164.8447	0.0061	0.00122	0.20122	819.223	4.970	28
29	197.8136	0.0051	0.00102	0.20102	984.068	4.975	29
30	237.3763	0.0042	0.00085	0.20085	1181.882	4.979	30
31	284.8516	0.0035	0.00070	0.20070	1419.258	4.982	31
32	341.8219	0.0029	0.00059	0.20059	1704.109	4.985	32
33	410.1863	0.0024	0.00049	0.20049	2045.931	4.988	33
34	492.2235	0.0020	0.00041	0.20041	2456.118	4.990	34
35	590.6682	0.0017	0.00034	0.20034	2948.341	4.992	35
40	1469.7716	0.0007	0.00014	0.20014	7343.858	4.997	40
45	3657.2620	0.0003	0.00005	0.20005	18281.310	4.999	45
50	9100.4382	0.0001	0.00002	0.20002	45497.191	4.999	50
∞				0.20000		5.000	∞



TABLE E-20

25% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.2500	0.8000	1.000 00	1.250 00	1.000	0.800	1
2	1.5625	0.6400	0.444 44	0.694 44	2.250	1.440	2
3	1.9531	0.5120	0.262 30	0.512 30	3.813	1.952	3
4	2.4414	0.4096	0.173 44	0.423 44	5.766	2.362	4
5	3.0518	0.3277	0.121 85	0.371 85	8.207	2.689	5
6	3.8147	0.2621	0.088 82	0.338 82	11.259	2.951	6
7	4.7684	0.2097	0.066 34	0.316 34	15.073	3.161	7
8	5.9605	0.1678	0.050 40	0.300 40	19.842	3.329	8
9	7.4506	0.1342	0.038 76	0.288 76	25.802	3.463	9
10	9.3132	0.1074	0.030 07	0.280 07	33.253	3.571	10
11	11.6415	0.0859	0.023 49	0.273 49	42.566	3.656	11
12	14.5519	0.0687	0.018 45	0.268 45	54.208	3.725	12
13	18.1899	0.0550	0.014 54	0.264 54	68.760	3.780	13
14	22.7374	0.0440	0.011 50	0.261 50	86.949	3.824	14
15	28.4217	0.0352	0.009 12	0.259 12	109.687	3.859	15
16	35.5271	0.0281	0.007 24	0.257 24	138.109	3.887	16
17	44.4089	0.0225	0.005 76	0.255 76	173.636	3.910	17
18	55.5112	0.0180	0.004 59	0.254 59	218.045	3.928	18
19	69.3889	0.0144	0.003 66	0.253 66	273.556	3.942	19
20	86.7362	0.0115	0.002 92	0.252 92	342.945	3.954	20
21	108.4202	0.0092	0.002 33	0.252 33	429.681	3.963	21
22	135.5253	0.0074	0.001 86	0.251 86	538.101	3.970	22
23	169.4066	0.0059	0.001 48	0.251 48	673.626	3.976	23
24	211.7582	0.0047	0.001 19	0.251 19	843.033	3.981	24
25	264.6978	0.0038	0.000 95	0.250 95	1 054.791	3.985	25
26	330.8722	0.0030	0.000 76	0.250 76	1 319.489	3.988	26
27	413.5903	0.0024	0.000 61	0.250 61	1 650.361	3.990	27
28	516.9879	0.0019	0.000 48	0.250 48	2 063.952	3.992	28
29	646.2349	0.0015	0.000 39	0.250 39	2 580.939	3.994	29
30	807.7936	0.0012	0.000 31	0.250 31	3 227.174	3.995	30
31	1 009.7420	0.0010	0.000 25	0.250 25	4 034.968	3.996	31
32	1 262.1774	0.0008	0.000 20	0.250 20	5 044.710	3.997	32
33	1 577.7218	0.0006	0.000 16	0.250 16	6 306.887	3.997	33
34	1 972.1523	0.0005	0.000 13	0.250 13	7 884.609	3.998	34
35	2 465.1903	0.0004	0.000 10	0.250 10	9 856.761	3.998	35
40	7 523.1638	0.0001	0.000 03	0.250 03	30 088.655	3.999	40
45	22 958.8740	0.0001	0.000 01	0.250 01	91 831.496	4.000	45
50	70 064.9232	0.0000	0.000 00	0.250 00	280 255.693	4.000	50
∞				0.250 00		4.000	∞

TABLE E-21

30% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.3000	0.7692	1.000 00	1.300 00	1.000	0.769	1
2	1.6900	0.5917	0.434 78	0.734 78	2.300	1.361	2
3	2.1970	0.4552	0.250 63	0.550 63	3.990	1.816	3
4	2.8561	0.3501	0.161 63	0.461 63	6.187	2.166	4
5	3.7129	0.2693	0.110 58	0.410 58	9.043	2.436	5
6	4.8268	0.2072	0.078 39	0.378 39	12.756	2.643	6
7	6.2749	0.1594	0.056 87	0.356 87	17.583	2.802	7
8	8.1573	0.1226	0.041 92	0.341 92	23.858	2.925	8
9	10.6045	0.0943	0.031 24	0.331 24	32.015	3.019	9
10	13.7858	0.0725	0.023 46	0.323 46	42.619	3.092	10
11	17.9216	0.0558	0.017 73	0.317 73	56.405	3.147	11
12	23.2981	0.0429	0.013 45	0.313 45	74.327	3.190	12
13	30.2875	0.0330	0.010 24	0.310 24	97.625	3.223	13
14	39.3738	0.0254	0.007 82	0.307 82	127.913	3.249	14
15	51.1859	0.0195	0.005 98	0.305 98	167.286	3.268	15
16	66.5417	0.0150	0.004 58	0.304 58	218.472	3.283	16
17	86.5042	0.0116	0.003 51	0.303 51	285.014	3.295	17
18	112.4554	0.0089	0.002 69	0.302 69	371.518	3.304	18
19	146.1920	0.0068	0.002 07	0.302 07	483.973	3.311	19
20	190.0496	0.0053	0.001 59	0.301 59	630.165	3.316	20
21	247.0645	0.0040	0.001 22	0.301 22	820.215	3.320	21
22	321.1839	0.0031	0.000 94	0.300 94	1 067.280	3.323	22
23	417.5391	0.0024	0.000 72	0.300 72	1 388.464	3.325	23
24	542.8008	0.0018	0.000 55	0.300 55	1 806.003	3.327	24
25	705.6410	0.0014	0.000 43	0.300 43	2 348.803	3.329	25
26	917.3333	0.0011	0.000 33	0.300 33	3 054.444	3.330	26
27	1 192.5333	0.0008	0.000 25	0.300 25	3 971.778	3.331	27
28	1 550.2933	0.0006	0.000 19	0.300 19	5 164.311	3.331	28
29	2 015.3813	0.0005	0.000 15	0.300 15	6 714.604	3.332	29
30	2 619.9956	0.0004	0.000 11	0.300 11	8 729.985	3.332	30
31	3 405.9943	0.0003	0.000 09	0.300 09	11 349.981	3.332	31
32	4 427.7926	0.0002	0.000 07	0.300 07	14 755.975	3.333	32
33	5 756.1304	0.0002	0.000 05	0.300 05	19 183.768	3.333	33
34	7 482.9696	0.0001	0.000 04	0.300 04	24 939.899	3.333	34
35	9 727.8604	0.0001	0.000 03	0.300 03	32 422.868	3.333	35
∞				0.300 00		3.333	∞

**TABLE E-22**  
35% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.3500	0.7407	1.000 00	1.350 00	1.000	0.741	1
2	1.8225	0.5487	0.425 53	0.775 53	2.350	1.289	2
3	2.4604	0.4064	0.239 66	0.589 66	4.172	1.696	3
4	3.3215	0.3011	0.150 76	0.500 76	6.633	1.997	4
5	4.4840	0.2230	0.100 46	0.450 46	9.954	2.220	5
6	6.0534	0.1652	0.069 26	0.419 26	14.438	2.385	6
7	8.1722	0.1224	0.048 80	0.398 80	20.492	2.507	7
8	11.0324	0.0906	0.034 89	0.384 89	28.664	2.598	8
9	14.8937	0.0671	0.025 19	0.375 19	39.696	2.665	9
10	20.1066	0.0497	0.018 32	0.368 32	54.590	2.715	10
11	27.1439	0.0368	0.013 39	0.363 39	74.697	2.752	11
12	36.6442	0.0273	0.009 82	0.359 82	101.841	2.779	12
13	49.4697	0.0202	0.007 22	0.357 22	138.485	2.799	13
14	66.7841	0.0150	0.005 32	0.355 32	187.954	2.814	14
15	90.1585	0.0111	0.003 93	0.353 93	254.738	2.825	15
16	121.7139	0.0082	0.002 90	0.352 90	344.897	2.834	16
17	164.3138	0.0061	0.002 14	0.352 14	466.611	2.840	17
18	221.8236	0.0045	0.001 59	0.351 58	630.925	2.844	18
19	299.4619	0.0033	0.001 17	0.351 17	852.748	2.848	19
20	404.2736	0.0025	0.000 87	0.350 87	1 152.210	2.850	20
21	545.7693	0.0018	0.000 64	0.350 64	1 556.484	2.852	21
22	736.7886	0.0014	0.000 48	0.350 48	2 102.253	2.853	22
23	994.6646	0.0010	0.000 35	0.350 35	2 839.042	2.854	23
24	1 342.7973	0.0007	0.000 26	0.350 26	3 833.706	2.855	24
25	1 812.7763	0.0006	0.000 19	0.350 19	5 176.504	2.856	25
26	2 447.2480	0.0004	0.000 14	0.350 14	6 989.280	2.856	26
27	3 303.7848	0.0003	0.000 11	0.350 11	9 436.528	2.856	27
28	4 460.1095	0.0002	0.000 08	0.350 08	12 740.313	2.857	28
29	6 021.1478	0.0002	0.000 06	0.350 06	17 200.422	2.857	29
30	8 128.5495	0.0001	0.000 04	0.350 04	23 221.570	2.857	30
31	10 973.5418	0.0001	0.000 03	0.350 03	31 350.120	2.857	31
32	14 814.2815	0.0001	0.000 02	0.350 02	42 323.661	2.857	32
33	19 999.2800	0.0001	0.000 02	0.350 02	57 137.943	2.857	33
34	26 999.0280	0.0000	0.000 01	0.350 01	77 137.223	2.857	34
35	36 448.6878		0.000 01	0.350 01	104 136.251	2.857	35
∞				0.350 00		2.857	∞

**TABLE E-23**  
40% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.4000	0.7143	1.000 00	1.400 00	1.000	0.714	1
2	1.9600	0.5102	0.416 67	0.816 67	2.400	1.224	2
3	2.7440	0.3644	0.229 36	0.629 36	4.360	1.589	3
4	3.8416	0.2603	0.140 77	0.540 77	7.104	1.849	4
5	5.3782	0.1859	0.091 36	0.491 36	10.946	2.035	5
6	7.5295	0.1328	0.061 26	0.461 26	16.324	2.168	6
7	10.5414	0.0949	0.041 92	0.441 92	23.853	2.263	7
8	14.7579	0.0678	0.029 07	0.429 07	34.395	2.331	8
9	20.6610	0.0484	0.020 34	0.420 34	49.153	2.379	9
10	28.9255	0.0346	0.014 32	0.414 32	69.814	2.414	10
11	40.4957	0.0247	0.010 13	0.410 13	98.739	2.438	11
12	56.6939	0.0176	0.007 18	0.407 18	139.235	2.456	12
13	79.3715	0.0126	0.005 10	0.405 10	195.929	2.469	13
14	111.1201	0.0090	0.003 63	0.403 63	275.300	2.478	14
15	155.5681	0.0064	0.002 59	0.402 59	386.420	2.484	15
16	217.7953	0.0046	0.001 85	0.401 85	541.988	2.489	16
17	304.9135	0.0033	0.001 32	0.401 32	759.784	2.492	17
18	426.8789	0.0023	0.000 94	0.400 94	1 064.697	2.494	18
19	597.6304	0.0017	0.000 67	0.400 67	1 491.576	2.496	19
20	836.6826	0.0012	0.000 48	0.400 48	2 089.206	2.497	20
21	1 171.3554	0.0009	0.000 34	0.400 34	2 925.889	2.498	21
22	1 639.8976	0.0006	0.000 24	0.400 24	4 097.245	2.498	22
23	2 295.8569	0.0004	0.000 17	0.400 17	5 737.142	2.499	23
24	3 214.1997	0.0003	0.000 12	0.400 12	8 032.999	2.499	24
25	4 499.8796	0.0002	0.000 09	0.400 09	11 247.199	2.499	25
26	6 299.8314	0.0002	0.000 06	0.400 06	15 747.079	2.500	26
27	8 819.7640	0.0001	0.000 05	0.400 05	22 046.910	2.500	27
28	12 347.6696	0.0001	0.000 03	0.400 03	30 866.674	2.500	28
29	17 286.7374	0.0001	0.000 02	0.400 02	43 214.343	2.500	29
30	24 201.4324	0.0000	0.000 01	0.400 02	60 501.081	2.500	30
31	33 882.0053		0.000 01	0.400 01	84 702.513	2.500	31
32	47 434.8074		0.000 01	0.400 01	118 584.519	2.500	32
33	66 408.7304		0.000 01	0.400 01	166 019.326	2.500	33
34	92 972.2225		0.000 00	0.400 00	232 428.056	2.500	34
35	130 161.1116			0.400 00	325 400.279	2.500	35
∞				0.400 00		2.500	∞

TABLE E-24

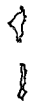
45% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.4500	0.6897	1.000 00	1.450 00	1.000	0.690	1
2	2.1025	0.4756	0.408 16	0.858 16	2.450	1.165	2
3	3.0486	0.3280	0.219 66	0.669 66	4.552	1.493	3
4	4.4205	0.2262	0.131 56	0.581 56	7.601	1.720	4
5	6.4097	0.1560	0.083 18	0.533 18	12.022	1.876	5
6	9.2941	0.1076	0.054 26	0.504 26	18.431	1.983	6
7	13.4765	0.0742	0.036 07	0.486 07	27.725	2.057	7
8	19.5409	0.0512	0.024 27	0.474 27	41.202	2.109	8
9	28.3343	0.0353	0.016 46	0.466 46	60.743	2.144	9
10	41.0847	0.0243	0.011 23	0.461 23	89.077	2.168	10
11	59.5728	0.0168	0.007 68	0.457 68	130.162	2.185	11
12	86.3806	0.0116	0.005 27	0.455 27	189.735	2.196	12
13	125.2518	0.0080	0.003 62	0.453 62	276.115	2.204	13
14	181.6151	0.0055	0.002 49	0.452 49	401.367	2.210	14
15	263.3419	0.0038	0.001 72	0.451 72	582.982	2.214	15
16	381.8458	0.0026	0.001 18	0.451 18	846.324	2.216	16
17	553.6764	0.0018	0.000 81	0.450 81	1 228.170	2.218	17
18	802.8308	0.0012	0.000 56	0.450 56	1 781.846	2.219	18
19	1 164.1047	0.0009	0.000 39	0.450 39	2 584.677	2.220	19
20	1 687.9518	0.0006	0.000 27	0.450 27	3 748.782	2.221	20
21	2 447.5301	0.0004	0.000 18	0.450 18	5 436.734	2.221	21
22	3 548.9187	0.0003	0.000 13	0.450 13	7 884.264	2.222	22
23	5 145.9321	0.0002	0.000 09	0.450 09	11 433.182	2.222	23
24	7 461.6015	0.0001	0.000 06	0.450 06	16 579.115	2.222	24
25	10 819.3222	0.0001	0.000 04	0.450 04	24 040.716	2.222	25
26	15 688.0173	0.0001	0.000 03	0.450 03	34 860.038	2.222	26
27	22 747.6250	0.0000	0.000 02	0.450 02	50 548.056	2.222	27
28	32 984.0563		0.000 01	0.450 01	73 295.681	2.222	28
29	47 826.8816		0.000 01	0.450 01	106 279.737	2.222	29
30	69 348.9783		0.000 01	0.450 01	154 106.618	2.222	30
∞				0.450 00		2.222	∞

TABLE E-25

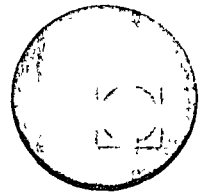
50% Compound Interest Factors

n	Single Payment		Uniform Series				n
	Compound Amount Factor F/P	Present Worth Factor P/F	Sinking Fund Factor A/F	Capital Recovery Factor A/P	Compound Amount Factor F/A	Present Worth Factor P/A	
1	1.5000	0.6667	1.000 00	1.500 00	1.000	0.667	1
2	2.2500	0.4444	0.400 00	0.900 00	2.500	1.111	2
3	3.3750	0.2963	0.210 53	0.710 53	4.750	1.407	3
4	5.0625	0.1975	0.123 08	0.623 08	8.125	1.605	4
5	7.5938	0.1317	0.075 83	0.575 83	13.188	1.737	5
6	11.3906	0.0878	0.048 12	0.548 12	20.781	1.824	6
7	17.0859	0.0585	0.031 08	0.531 08	32.172	1.883	7
8	25.6289	0.0390	0.020 30	0.520 30	49.258	1.922	8
9	38.4434	0.0260	0.013 35	0.513 35	74.887	1.948	9
10	57.6650	0.0173	0.008 82	0.508 82	113.330	1.965	10
11	86.4976	0.0116	0.005 85	0.505 85	170.995	1.977	11
12	129.7463	0.0077	0.003 88	0.503 88	257.493	1.985	12
13	194.6195	0.0051	0.002 58	0.502 58	387.239	1.990	13
14	291.9293	0.0034	0.001 72	0.501 72	581.859	1.993	14
15	437.8939	0.0023	0.001 14	0.501 14	873.788	1.995	15
16	656.8408	0.0015	0.000 76	0.500 76	1 311.682	1.997	16
17	985.2613	0.0010	0.000 51	0.500 51	1 968.523	1.998	17
18	1 477.8919	0.0007	0.000 34	0.500 34	2 953.784	1.999	18
19	2 216.8378	0.0005	0.000 23	0.500 23	4 431.676	1.999	19
20	3 325.2567	0.0003	0.000 15	0.500 15	6 648.513	1.999	20
21	4 987.8851	0.0002	0.000 10	0.500 10	9 973.770	2.000	21
22	7 481.8276	0.0001	0.000 07	0.500 07	14 961.655	2.000	22
23	11 222.7415	0.0001	0.000 04	0.500 04	22 443.483	2.000	23
24	16 834.1122	0.0001	0.000 03	0.500 03	33 666.224	2.000	24
25	25 251.1683	0.0000	0.000 02	0.500 02	50 500.337	2.000	25
∞				0.500 00		2.000	∞





centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

EVALUACION DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL CAPITAL  
PRESENTE EQUIVALENTE O LA ANUALIDAD EQUIVALENTE.

ING. JOSE ELISEO OCAMPO SAMANO

# EVALUACION DE ALTERNATIVAS MEDIANTE EL CAPITAL PRESENTE EQUIVALENTE O LA ANUALIDAD EQUIVALENTE.

## ALTERNATIVAS DE INVERSION

El personal técnico-profesional encargado de tomar decisiones en las empresas se enfrenta ordinariamente al problema de elegir - entre diferentes opciones o alternativas de inversión que se le -- presentan en un momento dado.

Dichas alternativas pueden ser entre si económicamente dependen-  
dientes; la dependencia entre dos o más alternativas puede ser de complementación o bien de rechazo o sustitución o bien, las alter-  
nativas pueden ser económicamente independientes, cuando los bene-  
ficios de una, cualquiera de ellas, no resulta afectada por el he-  
cho de que se acepten o rechacen conjuntamente otras alternativas.

Las alternativas de inversión mutuamente exclusivas represen-  
tan una buena parte de los problemas de evaluación económica de --  
proyectos de ingeniería, a ellas se aplican los métodos de análi-  
sis que estudiaremos en estas pláticas.

Ejemplos comunes de este tipo de problemas serian: la elec-  
ción de un negocio, entre dos o más posibles; la elección entre --  
dos máquinas, cuando una de ellas tiene mayor costo inicial, pero  
menores costos de operación y mantenimiento, etc. En estos casos,  
la aceptación de una alternativa implica el rechazo de las demás.

Cuando dos o más opciones de inversión son complementarias, -  
es necesario considerarlas en forma conjunta, combinándolas para -  
formar alternativas independientes o mutuamente exclusivas, ya --

UNA ALTERNATIVA DE INVERSION "A" ,  
 PUEDE SER, RESPECTO A OTRA ALTERNATIVA "B":

1	"A" PREREQUISITO DE "B"	UTILIDAD DE "B" AUMENTA CON "A"	"B" carece de utilidad sin "A", o bien, "B" no es técnicamente factible sin "A"
2	"A" y "B" FUERTE- MENTE COMPLE- TARIAS.		La utilidad de "B" depende grandemente de la aceptación de "A"
3	"A" y "B" LIGERA- MENTE COMPLE- TARIAS.		La utilidad de "B" mejora si además se acepta "A"
4	"A" y "B" INDEPENDIENTES		La utilidad de "B" no depende de la aceptación o rechazo de "A".
5	"A" SUSTITUTO DEBIL DE "B"	UTILIDAD DE "B" DISMINUYE CON "A"	Los beneficios de "B" disminuyen algo si además se acepta "A".
6	"A" SUSTITUTO FUERTE DE "B"		Los beneficios de "B" se pierden en gran parte si además se acepta "A".
7	"A" y "B" MUTUAMENTE EXCLUSIVAS.		"B" sólo es útil si se rechaza "A"; o bien, "B" sólo es factible sin "A".

que es frecuente el error de considerar separadamente inversiones complementarias, atribuyendo a cada una los beneficios que sólo pueden obtenerse conjuntamente. Por ejemplo, se presenta el estudio económico justificativo de la instalación de una máquina sin considerar el costo de cierto equipo auxiliar necesario; se presenta después la justificación económica de éste sobre la base de que permite obtener los beneficios atribuidos originalmente a dicha máquina. Es posible que al considerar los costo conjuntos, la inversión resulte menos atractiva o aún inaceptable.

El siguiente ejemplo nos puede aclarar los conceptos antes mencionados:

Supongamos que queremos construir una casa para rentarla durante 10 años y que al final de este período la inversión conserva su valor inicial; se pueden plantear seis diferentes planes de inversión:

- 1) Construir la casa de dos recámaras con un costo inicial de \$ 100,000.00; obteniendo unos ingresos anuales por renta de \$ 22,300.00 y unos gastos (mantenimiento, impuestos, etc) - por \$ 14,100.00
- 2) Construir la casa de dos recámaras con cuarto de servicio; costo inicial \$ 130,000.00; ingresos anuales pro \$ 34,000.00 y gastos anuales por \$ 17,700.00.
- 3) Construir una casa de tres recámaras con un costo inicial de \$ 152,000.00; un ingreso anual de \$ 40,200.00 y unos gastos de \$ 18,300.00
- 4) Construir una casa de tres recámaras con cuarto de servicio con un costo inicial de \$ 184,000.00, unos ingresos anuales



Por \$ 46,900.00 y unos gastos por \$ 21,000.00

5) Construir la casa de cuatro recámaras con un costo inicial - de \$ 220,000.00; unos ingresos anuales de \$ 53,700.00 y --- unos gastos de \$ 24,500.00

6) Construir una casa de cuatro recámaras y cuarto de servicio con un costo inicial de \$ 260,000.00; unos ingresos anuales de \$ 58,200.00 y unos gastos de \$ 27,000.00

Con esta información podemos elaborar el siguiente cuadro.

PLAN	I	II	III	IV	V	VI
A Inversión Inicial	100,000	130,000	152,000	184,000	220,000	260,000
B Ingresos anuales	22,300	34,000	40,200	46,900	53,700	58,200
C Gasos anuales	14,100	17,700	18,300	21,000	24,500	27,000
D Beneficios netos anuales	8,200	16,300	21,900	25,900	29,200	31,200
E Tasa de retorno sobre la inversión total.	8.2%	12.5%	14.4%	14.1%	13.3%	12.0%
F Inversión extra con respecto a la inversión proxima inferior		30,000	22,000	32,000	36,000	40,000
G Incremento de los beneficios		8,100	5,600	4,000	3,300	2,000
H Tasa de retorno de la inversión extra		27.0%	25.4%	12.5%	9.2%	5.0%

Elegir la mejor inversión dependerá de la tasa de interés mínima aceptable; para este ejemplo supongamos que es 12%. Ve mos que si consideramos la tasa de recuperación solo para la inversión total, todas las alternativas de inversión son aceptables, excepto la alternativa del plan I; pero si consideramos la tasa de recuperación en la inversión extra vemos que no todas son aceptables.

#### HORIZONTE ECONOMICO DE LAS ALTERNATIVAS DE INVERSION.

El análisis económico de una inversión tiene en cuenta -- las consecuencias económicas de la misma dentro de un período más o menos largo, que constituye su Horizonte económico. Las razones por las cuales es necesario o conveniente limitar el período del análisis son principalmente las siguientes:

- a) La necesidad del producto o servicio que motiva la inversión tiene por lo general una duración limitada. Los -- productos manufacturados cambian radicalmente con el --- tiempoñ los servicios dejan de ser necesarios o se vuelven insuficientes o inadecuados.
- b) La vida útil de los equipos e instalaciones está limitada por el deterioro y la obsolescencia, aún cuando el pro-- ducto o servicio, que proporcionan siga siendo necesario.

- c) Somos incapaces de prever sucesos económicos muy alejados del presente. Mientras más tratamos de adentrarnos en el futuro, mayor es la incertidumbre y la inexactitud de nuestras predicciones.
- d) El mundo sufre cambios sociales, tecnológicos y económicos, cada día más rápidos, cuyas consecuencias son difíciles o imposibles de prever.
- e) El concepto de "descuento" del capital, que ya se ha explicado, implica que los sucesos económicos muy alejados del presente tienen influencia prácticamente nula en las decisiones presentes. Un peso recibido o gastado dentro de 25 años tiene probablemente para el inversionista el valor de un centavo recibido o gastado hoy, independientemente del efecto de la inflación.

Quando se comparan entre sí diferentes alternativas de inversión mutuamente exclusivas, la comparación tiene que hacerse dentro de un horizonte económico común. Sucede con frecuencia que dos equipos alternativos tienen vidas diferentes; por ejemplo, supongamos que la vida de cierto motor de combustión interna se estima en 5 años, mientras que la de un motor eléctrico para el mismo servicio se estima en 10 años. En este caso, y otros análogos, se puede proceder en alguna de las dos formas que se indican a continuación:

10. - Si no hay bases para prever lo que sucederá más allá de la vida útil de cada equipo, tomar como horizonte económico el mínimo común múltiplo de los períodos de vida de los equipos alternativos, y suponer que cada equipo, al terminar su vida útil, se reemplaza por otro enteramente igual, de tal manera que el flujo de efectivo del primer período se repite en los períodos sucesivos. En el ejemplo mencionado, se supondría que el motor de combustión interna se reemplaza a los 5 años por otro idéntico, y se toma 10 años (la vida del motor eléctrico) como horizonte económico del análisis. Este procedimiento es poco realista y sólo debe usarse, como una aproximación, a falta de mejores hipótesis.

20. - Selecciónese primeramente el horizonte económico más conveniente, teniendo en cuenta la duración y variaciones probables de la demanda del servicio, así como los cambios tecnológicos previsibles. Dentro del horizonte económico seleccionado, considérese para cada alternativa la sucesión de equipos más probable, cuando la vida económica de éstos sea menor que el período del estudio. Al final de dicho período, estímesese en la forma más realista posible el valor de rescate o valor residual de cada equipo o instalación.

## EJEMPLOS DE APLICACION

- a) En un edificio que tiene varios años de uso es necesario instalar nuevos elevadores. Se consideran dos equipos alternativos, uno de los cuales tiene una vida de 15 años, y el otro, una vida de 10 años. Sin embargo, debido a la rápida transformación que está sufriendo la zona urbana en donde se ubica el edificio, se estima que éste no podrá dar servicio económicamente durante más de 8 años. En este caso, el horizonte económico adecuado para el estudio de alternativas de elevadores sería de 8 años y debería estimarse el valor de rescate de cada uno de los equipos al cabo de este lapso.
- b) Supongamos que se están comparando económicamente dos equipos de bombeo. Uno de ellos tiene una vida estimada de 12 años y el otro, de 8 años. Si la instalación dará servicio durante 15 años, es posible que dentro de este horizonte económico la primera alternativa resulte desfavorable, ya que habría que reponer el equipo a los 12 años y usar el equipo de reemplazo durante 3 años únicamente. La segunda alternativa se adapta mejor al período de servicio. El estudio de ambas alternativas dentro del horizonte económico de 15 años, definirá cuál de ellas es la más conveniente.

## ANÁLISIS DE ALTERNATIVAS.

Sean dos alternativas de inversión mutuamente exclusivas "A" y "B", y sean  $(FE)_A$  y  $(FE)_B$  los flujos de efectivo correspondientes.

Se puede escribir:

$$(FE)_B \equiv (FE)_A + [(FE)_B - (FE)_A]$$

Si el flujo de efectivo diferencial  $[(FE)_B - (FE)_A]$  es deseable o conveniente, la alternativa "B" será preferible a la "A", puesto que el flujo de efectivo correspondiente a "B" será igual al de "A" más un flujo deseable

Por lo tanto, el procedimiento general para comparar económicamente dos alternativas de inversión "A" y "B" será el siguiente, suponiendo que la inversión inicial de "B" sea mayor que la de "A":

1. - Determinése el flujo de efectivo  $(FE)_A$  asociado a la alternativa "A".
2. - Determinése el flujo de efectivo  $(FE)_B$  asociado a la alternativa "B".
3. - Réstese el primer flujo del segundo para obtener el flujo diferencial  $(FE)_{B-A} = (FE)_B - (FE)_A$
4. - Aplíquese el criterio de evaluación apropiado para determinar la conveniencia de  $(FE)_{B-A}$ . Si este flujo diferencial resulta conveniente, "B" es mejor que "A", es decir, se justifica la inversión adicional

exigida por "B"; en caso, contrario, "A" es preferible a "B".

Cuando se presentan más de dos alternativas mutuamente exclusivas, se deben comparar por pares, siguiendo el siguiente procedimiento general:

1. - Enlístense las alternativas, así como los flujos de efectivo correspondientes, en orden ascendente de inversión inicial.
2. - Considérese en primer lugar la alternativa con la menor inversión inicial como la "mejor hasta ahora". Siempre que no sea mandatoria la inversión, la alternativa nula se deberá tomar inicialmente como la "mejor hasta ahora".
3. - Compárese la alternativa "mejor hasta ahora" con la siguiente (no considerada antes) de la lista, tal como se indicó para el caso de dos alternativas, y tómese la mejor de las dos como la "mejor hasta ahora".
4. - Repítase el paso 3 hasta agotar todas las alternativas; la que quede al final como "mejor hasta ahora" será la alternativa óptima.

Debe observarse que, mediante los procedimientos antes señalados, el problema de comparación económica de alternativas de inversión se reduce al de evaluación de un flujo de efectivo.

Para realizar dicha evaluación se requiere un criterio que nos indique si el flujo de efectivo analizado es conveniente para el inversionista.

## CRITERIO DEL CAPITAL PRESENTE EQUIVALENTE.

En el capítulo precedente se vio la forma en que un flujo de efectivo cualquiera puede transformarse en un capital presente equivalente (CPE). Este puede tomarse como criterio de evaluación de dicho flujo de efectivo, según se enuncia a continuación:

### 1er CRITERIO CPE:

Un flujo de efectivo es conveniente cuando el capital presente equivalente al mismo (CPE) es igual o mayor que cero, considerando la TVC del inversionista.

En efecto, un CPE positivo significa que el inversionista:

- a) Recupera íntegramente el capital invertido
- b) Obtiene una utilidad de (TVC) % sobre el capital invertido aún no recuperado, en cada período.
- c) Incrementa su patrimonio actual en la cantidad CPE, además de obtener la utilidad mencionada en b).

En el caso en que  $CPE = 0$ , el inversionista obtiene de su capital la utilidad mínima que considera aceptable. Cuando  $CPE < 0$ , el inversionista no obtiene dicha utilidad mínima aceptable, por lo cual el flujo respectivo es indeseable.

### EJEMPLO DE APLICACION . . .

A una empresa se le presentan 5 alternativas de inversión, mutuamente exclusivas, alguna de las cuales debe elegirse forzosamente, por tratarse de un servicio indispensable. La TVC



para la empresa es de 12% anual. Todas las alternativas tienen una vida económica de 8 años y los flujos de efectivo son los siguientes:

Alternativa	Inversión inicial (M\$)	Ingresos netos anuales (M \$)
A	- 500	100
B	- 600	125
C	- 750	160
D	- 840	200
E	-1000	230

El flujo diferencial B - A es:

Inversión inicial	Ingresos netos anuales
- 100	+ 25

El CPE de este flujo diferencial es:

$$\begin{aligned}
 (CPE)_{B-A} &= -100 + 25 (P/A, 12\%, 8) \\
 &= -100 + 25 \times 4.9676 = 24.2 > 0
 \end{aligned}$$

Por consiguiente, B es mejor que A. Comparando en seguida C con B (la "mejor hasta ahora"):

$$(CPE)_{C-B} = -150 + 35 \times 4.9676 > 0$$

Por lo tanto, C es mejor que B, es decir, C se convierte en la alternativa "mejor hasta ahora". Análogamente,

$$(CPE)_{D-C} = -90 + 40 \times 4.9676 > 0$$

Consecuentemente D es la alternativa "mejor hasta ahora".

Finalmente,

$$(CPE)_{E-D} = -160 + 30 \times 4.9676 < 0$$

"D" sigue siendo la alternativa "mejor hasta ahora".

Puesto que se han revisado todas las alternativas, D es la alternativa óptima.

#### CRITERIO CPE APLICADO A LA SELECCION DE ALTERNATIVAS.

Considérense dos alternativas mutuamente exclusivas "A" y "B",

siendo la inversión inicial en "B" mayor que en "A" y sean:

$(CPE)_A$  = Capital presente equivalente al flujo de efectivo asociado a la alternativa "A".

$(CPE)_B$  = Capital presente equivalente al flujo de efectivo asociado a la alternativa "B".

$(CPE)_{B-A}$  = Capital presente equivalente a la diferencia entre el segundo flujo de efectivo y el primero.

Entonces,

$$(CPE)_A = \sum_{j=0}^n X_{jA} \cdot (P/F, i, j) \quad (1)$$

siendo  $X_{jA}$  = componente del flujo de efectivo "A" en el año "j"

$n$  = horizonte económico de las alternativas (años)

Análogamente,

$$(CPE)_B = \sum_{j=0}^n X_{jB} (P/F, i, j) \quad (2)$$

Por lo tanto,

$$(CPE)_B - (CPE)_A = \sum_{j=0}^N (X_{jB} - X_{jA}) (P/F, i, j) \quad (3)$$

o sea,  $(CPE)_B - (CPE)_A = (CPE)_{B-A}$

De la anterior igualdad se deduce que:

Si  $(CPE)_{B-A} \geq 0$ ,  $(CPE)_B \geq (CPE)_A$

En otras palabras, si de acuerdo con el primer criterio CPE expuesto en la sección 7.4, "B" es preferible a "A", el capital presente equivalente al flujo "B" es mayor o igual que el correspondiente a "A". Por lo tanto, el criterio CPE puede enunciarse también de la siguiente manera:

**2o. CRITERIO CPE**  
(aplicado a la selección de alternativas)

Dado un conjunto de alternativas mutuamente exclusivas, la alternativa óptima es aquella cuyo flujo de efectivo tiene el CPE máximo. De dos o más alternativas que tienen el mismo CPE, la óptima es aquella que requiere la mayor inversión inicial.

Lo anterior significa que al aplicar el criterio CPE, no es necesario obtener las diferencias de flujos entre alternativas, sino que se puede calcular directamente el CPE del flujo correspondiente a cada alternativa y seleccionar la que tenga el máximo CPE.

## EJEMPLO DE APLICACION

Selecciónese la alternativa óptima de las mencionadas en el ejemplo, aplicando el segundo criterio CPE enunciado.

El capital presente equivalente para la alternativa "A" es:

$$\begin{aligned}(\text{CPE})_A &= -500 + 100 \times (P/A, 12\%, 8) \\ &= -500 + 100 \times 4.9676 = -3.2 \text{ M\$}\end{aligned}$$

Calculando en forma semejante el CPE para cada una de las alternativas se obtiene:

<u>Alternativa</u>	<u>CPE (M \$)</u>
A	- 3.2
B	21.0
C	44.8
D	153.5
E	142.6

La alternativa óptima es la "D", resultado que concuerda con el del ejercicio. El flujo de efectivo de esta alternativa tiene un valor presente de \$ 153,500; el significado de esta cifra puede apreciarse en la siguiente tabla, en la cual se hace un balance anual de los resultados de la inversión.

(Cifras en M \$)

Año	Capital Insoluto del proyecto	Intereses generados al 12%	Ingresos generados por el proyecto (final del año)	Capital pagado
1	- 840.0	- 100.8	200	99.2
2	- 740.8	- 88.9	200	111.1
3	- 629.7	- 75.6	200	124.4
4	- 505.3	- 60.6	200	139.4
5	- 365.9	- 43.9	200	156.1
6	- 209.8	- 25.2	200	174.8
7	- 35.0	- 4.2	200	35.0
8	160.8*	+ 19.3	200	—
Fin del Año 8	380.1*	—	—	—
$\Sigma =$		- 379.9	1,600	840

\* Superavit

Es conveniente considerar a la empresa como "banco" que refacciona al proyecto; éste "debe" inicialmente a la empresa \$840,000, o sea el capital necesario para implementarlo. Durante el primer año dicho capital genera intereses, en contra del proyecto, a la TVC de la empresa (12% anual); el monto de dichos intereses es de:

$$\$ 840.000 \times 0.12 = \$ 100,800$$

Al final del primer año, el proyecto genera un ingreso de \$200,000, de los cuales una parte se destina a "pagar" a la empresa los intereses mencionados, y el resto (\$99,200) como abono del capital. Por lo tanto, durante el segundo año el capital insoluto es de

$$\$ 840,000 - \$ 99,200 = \$ 740,800$$

En los siguientes renglones de la tabla se procede de igual manera. Al finalizar el 7o. año, el ingreso de \$200,000 es suficiente para pagar el capital insoluto de \$35,000 y los intereses de \$ 4,200, quedando un superávit de \$ 160,800.

Puesto que se considera que la empresa siempre puede invertir con una utilidad de 12% sobre el capital, el superávit mencionado genera intereses, durante el 8o. año, de \$19,300 a favor del proyecto; éste genera además al final del año un último ingreso de \$ 200.000.

En los dos últimos renglones de la tabla se aprecia que los ingresos totales ( \$1,600,000) generados por el proyecto se pueden considerar distribuidos en la siguiente forma:

- a) \$ 840,000 para la recuperación del capital invertido en el proyecto.
- b) \$ 379,900 como utilidades netas que recibe la empresa con cargo al proyecto, sobre el capital (no saldado) invertido en

el mismo, a razón del 12% anual.

- c) \$ 380,100 como utilidad adicional que incrementa el patrimonio de la empresa. El equivalente presente de dicha suma es:

$$380,100 \times (P/F, 12\%, 8) = \underline{\underline{\$ 153,500}}$$

Esta suma es precisamente el CPE del flujo de efectivo asociado al proyecto.

La empresa podría pagar \$ 153,500 por la oportunidad de invertir en este proyecto y, aún así, recuperar la inversión y obtener una utilidad de 12% sobre el capital invertido en el proyecto.

## LA ANUALIDAD EQUIVALENTE COMO CRITERIO DE EVALUACION DE INVERSIONES.

El valor presente (CPE) de un flujo de efectivo puede transformarse en una anualidad equivalente (AE) multiplicándolo por el factor (A/P, i, n) aplicable. Así, para un flujo de efectivo "X" :

$$(AE)_x = (CPE)_x \cdot (A/P, i, n)$$

siendo  $i = TVC$  considerada en el análisis

y  $n =$  duración del flujo efectivo (años)

Puesto que el factor (A/P, i, n) es siempre positivo (siendo  $i$  y  $n$  positivos),

$$\text{Si } (CPE)_x > 0 \quad , \quad (AE)_x > 0$$

$$\text{y si } (CPE)_x = 0 \quad , \quad (AE)_x = 0$$

Por lo tanto, el primer criterio CPE antes expuesto puede también expresarse como sigue:

### 1er CRITERIO AE:

Un flujo de efectivo es conveniente cuando la anualidad equivalente al mismo (AE) es igual o mayor que cero, considerando la TVC del inversionista.

Por otra parte, el criterio AE puede también aplicarse a la selección de alternativas. En efecto, considérense dos alternativas "A" y "B" mutuamente exclusivas, siendo la inversión inicial en B mayor que en A.



Introduciendo el factor  $(A/P, i, n)$  en los segundos miembros de las ecuaciones (1), (2) y (3) de la sección 7.5 se obtiene:

$$(AE)_{B-A} = (AE)_B - (AE)_A$$

Por lo tanto, si  $(AE)_{B-A} \geq 0$  ,  $(AE)_B \geq (AE)_A$

Esto quiere decir que si el flujo de efectivo "B - A" es conveniente (o sea, "B" preferible a "A"), la anualidad equivalente al flujo de "B" es mayor o igual que la correspondiente al flujo de "A".

En consecuencia, el criterio AE puede enunciarse también como sigue:

2o. CRITERIO AE  
(aplicado a la selección de alternativas)

Dado un conjunto de alternativas mutuamente exclusivas, la alternativa óptima es aquella cuyo flujo de efectivo tiene la AE máxima.

De dos o más alternativas que tienen la misma AE, la óptima es aquella que requiere la mayor inversión inicial.

EJEMPLO DE APLICACION

Determinese la alternativa óptima, de las mencionadas en el ejemplo A.7.2, aplicando los dos criterios AE.

a) La anualidad equivalente al flujo B - A es:

$$(AE)_{B-A} = -100 \times (A/P, 12\%, 8) + 25 = 4.9 > 0$$

Por lo tanto, B es mejor que A. Análogamente,

$$(AE)_{C-B} = -150 \times 0.2013 + 35 = 4.8 > 0$$

Por lo tanto, C es mejor que B.

$$(AE)_{D-C} = -90 \times 0.2013 + 40 = 21.9 > 0$$

Por lo tanto, D es mejor que C

$$(AE)_{E-D} = -160 \times 0.2012 + 30 = -2.2 < 0$$

Por lo tanto D es mejor que E; en consecuencia, D es la alternativa óptima.

- b) Las AE correspondientes a cada alternativa se indican a continuación:

Alternativa	(A E)
A	$-500 \times 0.2013 + 100 = -0.7$
B	$-600 \times 0.2013 + 125 = 4.2$
C	$-750 \times 0.2013 + 160 = 9.0$
D	$-840 \times 0.2013 + 200 = 30.9$
E	$-1000 \times 0.2013 + 230 = 28.7$

La AE máxima corresponde a la alternativa D, que es, por consiguiente, la alternativa óptima.

Comparando los resultados de las soluciones a) y b) de este problema se comprueba que

$$(AE)_B - (AE)_A = 4.2 - (-0.7) = 4.9 = (AE)_{B-A}$$

$$(AE)_C - (AE)_B = 9.0 - 4.2 = 4.8 = (AE)_{C-B}$$

y así para los demás pares de alternativas

Como se ve, el criterio AE es enteramente equivalente al criterio CPE y puede tener sobre éste último las siguientes ventajas:

- 1o) Cuando se consideran alternativas con vida económica diferente y se toma como horizonte económico el mínimo común múltiplo de dichas vidas, el criterio AE no exige la consideración explícita de las vidas y del horizonte económico. En efecto, si se supone que al término de la vida de un equipo se reemplaza éste por otro idéntico, la AE en los períodos de vida sucesivos es la misma que en el primer período. Por lo tanto, la AE calculada para el período de vida inicial sirve como norma de comparación entre alternativas, aunque las vidas de éstas sean diferentes entre sí. Por supuesto, cuando no se acepta la hipótesis de reemplazo de equipo antes mencionada, es necesario calcular la AE para cada alternativa, dentro del horizonte económico completo.
- 2o) Cuando el flujo de efectivo tiene por componentes varias series uniformes de anualidades, el cálculo de la AE es más sencillo que el del CPE.
- 3o) Para muchos ejecutivos, el concepto de anualidad es más fácil de entender que el de valor presente. La anualidad se interpreta fácilmente como una renta o un ahorro anual durante un período determinado, semejante a los costos y los ingresos de operación.

Las ventajas del criterio AE antes mencionados tienen un carácter relativo, dependiendo del tipo de problema que se analice. En muchos casos el uso del CPE es más apropiado para los fines del estudio. Por lo tanto, en cada problema debe usarse el criterio que resulte más sencillo o de más fácil interpretación.

#### ANUALIDAD EQUIVALENTE DE UNA INVERSION.

En muchos casos es útil calcular la AE de la inversión inicial y del valor de rescate de un equipo. Dicha anualidad asegura al propietario del equipo la recuperación del capital invertido y la utilidad sobre el mismo a la TVC considerada en el cálculo. Por ejemplo, para determinar la renta anual de una máquina usada en la construcción, se calcula la AE del costo inicial y del valor de rescate y se suman a ésta los costos de operación y mantenimiento anuales. Dividiendo dicha renta anual entre el número de horas de operación en el año, se obtiene la renta horaria, la cual se utiliza, a su vez, para calcular los cargos por maquinaria en las obras en que interviene dicha máquina.

Sea

$C$	=	costo inicial de la máquina.
$R$	=	valor de rescate al final de la vida de la máquina.
$i$	=	tasa de valor del capital
$n$	=	número de años de vida de la máquina
$(AE)_{C-R}$	=	anualidad equivalente al costo inicial menos valor de rescate.

Entonces:

$$(AE)_{C-R} = C (A/P, i, n) - R (A/F, i, n) \quad E.7.1$$

Recordando que

$$(A/F, i, n) = (A/P, i, n) - i \quad (\text{Fórmula E.6.14a del Capítulo 6})$$

La expresión anterior puede escribirse:

$$(AE)_{C-R} = (C-R) (A/P, i, n) + iR \quad E.7.2$$

El primer término de la expresión en el segundo miembro representa la recuperación del capital consumido y utilidad sobre el mismo, mientras que el segundo término representa la utilidad sobre el capital rescatado al final de la vida útil.

Alternativamente, E.7.1 podría escribirse:

$$(AE) = iC + (C-R) (A/F, i, n) \quad E.7.3$$

En la expresión del 2o. miembro, el término  $iC$  representa la utilidad sobre el capital total invertido, y el segundo término representa el "fondo de amortización" del capital consumido.

Las tres expresiones anteriores pueden usarse indistintamente y son "exactas" en cuanto que consideran el valor-tiempo del dinero.

Frecuentemente se usan expresiones aproximadas que se han hecho populares por su simpleza o por la costumbre, las cuales se exponen a continuación.

Si se supone una "depreciación" o consumo del capital en forma lineal, el costo anual por este concepto es

$$A = \frac{C - R}{n}$$

Por otra parte, los intereses o utilidades sobre el "capital promedio" invertido son:

$$I = \frac{C + R}{2} \cdot i = \frac{C - R}{2} \cdot i + i R$$

La suma de estas dos cantidades nos daría (en forma aproximada) la anualidad equivalente:

$$(AE)_{C-R} \sim (C - R) \left( \frac{1}{n} + \frac{i}{2} \right) + i R \quad E.7.4$$

Esta fórmula puede compararse con la E.7.2.

Si en vez de calcular los intereses sobre el "capital promedio", se calculan sobre el "capital insoluto" se obtiene:

$$I = \frac{i}{n} \left\{ C + \left( C - \frac{C-R}{n} \right) + \left( C - 2 \cdot \frac{C-R}{n} \right) + \dots + \left[ C - (n-1) \frac{C-R}{n} \right] \right\}$$

$$I = \frac{i}{n} \left\{ n C - \frac{C-R}{n} \cdot [1 + 2 + \dots + (n-1)] \right\}$$

$$I = \frac{i}{n} \left[ n C - \frac{C-R}{n} \cdot \frac{n(n-1)}{2} \right]$$

$$I = i C - i(C-R) \cdot \frac{n-1}{2n} = i R + i(C-R) \left( 1 - \frac{n-1}{2n} \right)$$

$$I = i R + i(C-R) \cdot \frac{n+1}{2n}$$

La anualidad equivalente (aproximada) será

$$(AE)_{C-R} \sim A + I = (C - R) \cdot \left( \frac{1}{n} + \frac{i}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \right) + i R \quad E.7.5$$

Esta expresión debe compararse con E.7.4 y con la expresión exacta E.7.2 . Para valores pequeños de  $n$  e  $i$  el error de E.7.5 respecto a E.7.2 es poco significativo, pero para  $n$  o  $i$  grandes, el error es apreciable, según se puede apreciar en la siguiente tabla (suponiendo  $R = 0$ ):

$n$	$i$	(A/P, $i, n$ )	$\frac{1}{n} + \frac{i}{2} \cdot \frac{n+1}{n}$	Error (%)
5	.10	0.264	0.260	- 1.6
10	.10	0.163	0.155	- 5.0
15	.20	0.214	0.173	-19.1
20	.30	0.302	0.208	-31.3
	$i$	$i$	$i/2$	-50

Como se ve, el error máximo, cuando  $n \rightarrow \infty$ , el del 50%; el error es siempre por defecto.

#### EJEMPLO DE APLICACION

Un tractor-bulldozer tiene un costo de adquisición de \$1.200,000; se le estima una vida económica de 6 años y un valor de rescate igual al 20% del costo inicial. Los costos de operación y mantenimiento son de \$100/hora de operación. Calcúlese la renta horaria de este equipo, sobre la base de 2000 horas de operación por año y una TVC de 12% anual.

- a) Los cargos sobre la inversión, o "cargos fijos", por el método exacto serán:

$$\begin{aligned} AE &= (C - R) (A/P, i, n) + i R \\ &= 0.8 \times 1,200,000 \times (A/P, 12\%, 6) + 0.12 \times 240,000 \\ &= 233,500 + 28,800 = 262,300 \end{aligned}$$

La renta horaria será:

$$R = \frac{262,000}{2000} + 100 = \$ 231/\text{hora}$$

- b) Usando la fórmula aproximada E.7.5:

$$\begin{aligned} AE &= (C - R) \left( \frac{1}{n} + \frac{i}{2} \cdot \frac{n+1}{n} \right) + i R \\ &= 960,000 \left( \frac{1}{6} + \frac{.12}{2} \cdot \frac{7}{6} \right) + 28,800 \\ &= 960,000 \times 0.2367 + 28,800 = 256,000 \end{aligned}$$

$$R = \frac{256,000}{2000} + 100 = \$ 228/\text{hora.}$$

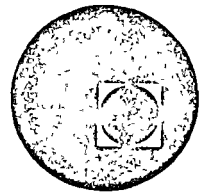
El error es bastante pequeño (menos de 2%) por ser los valores de  $n$  e  $i$  pequeños.

En este ejemplo se trata de obtener el costo de la hora máquina, por lo cual es apropiado usar como TVC el costo del capital en el mercado monetario.

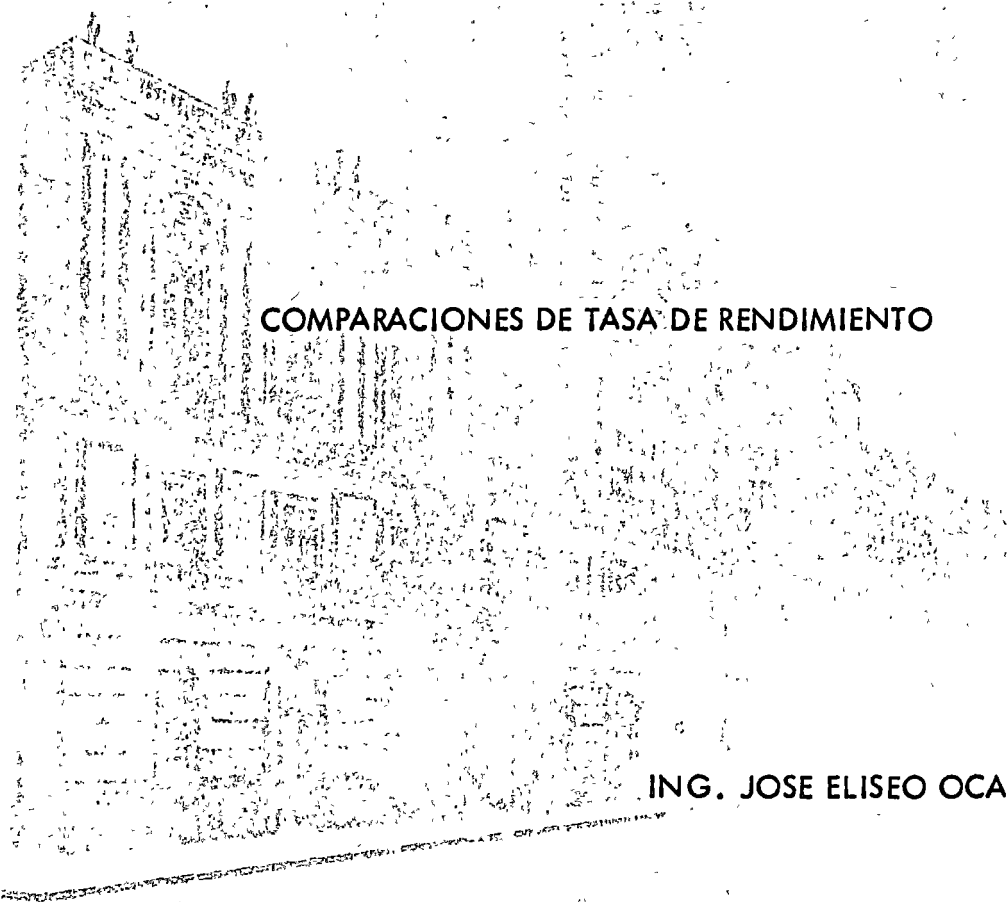




centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS  
DE INGENIERIA



COMPARACIONES DE TASA DE RENDIMIENTO

ING. JOSE ELISEO OCAMPO S.

## CAPITULO 8

# Comparaciones de tasa de rendimiento

**8.1 Análisis de inversiones de aumento de ingresos por el método de tasa de rendimiento** La teoría del método de análisis de la tasa de rendimiento se basa en la observación de que los ingresos brutos de cualquier empresa se usan para dos fines: restituir todos los costos y pagar una tasa de rendimiento. Esta observación es la base para la conclusión matemática de que *la tasa de rendimiento es el interés que hace que los costos sean equivalentes a los ingresos.*

El modelo matemático, simplemente, iguala los costos a los ingresos; pero, desgraciadamente, la solución del modelo, en la mayoría de los casos, requiere una solución de prueba y error. Sin embargo, desde el punto de vista positivo, puede reducirse gran parte del trabajo por medio de procedimientos planeados al llevar a cabo las pruebas

El modelo general de equivalencia será:

$$(P - L) \cdot i \cdot n \cdot \text{crf} + Li + D = I \quad (18.1)$$

donde  $I$  son los ingresos brutos anuales uniformes e  $i$  es la tasa de interés, el factor desconocido o incógnita de la ecuación.

**8.2 Solución general en gastos de aumento de ingresos** La solución de la ecuación general para un problema de expansión de ingresos contiene  $i$  para algún valor de  $n$  en dos o más términos y se maneja mejor por medio de la prueba y error, simplificada por un procedimiento planeado como el que se ilustra en el ejemplo siguiente:

**EJEMPLO 8.2** Una propiedad productora de ingresos que puede adquirirse por 30,000 dólares tiene ingresos brutos anuales de 5,000 dólares y un costo anual de operación de 2,000 dólares. Se calcula que el precio de reventa será de 15,000 dólares al cabo de 10 años

## SOLUCIÓN.

$$\begin{array}{c} I = 5,000/\text{año} \\ D = 2,000/\text{año} \end{array} \quad \begin{array}{c} L = 15,000 \\ 10 \end{array}$$

$$(P - L) \cdot i \cdot n \text{crf} + Li + D = I$$

$$(30,000 - 15,000) \cdot i \cdot 10 \text{crf} + 15,000i + 2,000 = 5,000$$

Primera prueba,  $i = 0\%$

La selección de cero en la primera prueba muestra si los ingresos son realmente suficientes para recuperar los costos. A partir de esa prueba, podemos aproximarnos también a la magnitud de la tasa de rendimiento. El símbolo  $\cong$  empleado con el significado de "establecido igual a", reconoce que  $AC \cong AW$  puede resultar una desigualdad, subsiguientemente, en una prueba dada.

$$AC \cong AW$$

$$15,000 \cdot 0 \cdot 10 \text{crf} + (15,000)(0) + 2,000 \cong 5,000$$

$$3,500 \cong 5,000$$

$$0 \cong 1,500$$

Por consiguiente, a  $0\%$ ,

$AC < AW$  en 1,500 dólares.

La interpretación de este resultado muestra que se recupera la inversión con tasa de rendimiento cero, más 1,500 dólares anuales, o sea, una tasa de rendimiento *aproximada*, después de la recuperación del capital, de:

$$i \cong \left( \frac{1,500}{30,000} \right) (100\%) \cong 5\%$$

Como mostraremos en la sección 8.2.1, la tasa real de rendimiento será más elevada que la aproximada —probablemente entre  $5\%$  y  $7\%$ . Por consiguiente, probemos  $6\%$ .

Segunda prueba,  $i = 6\%$

$$15,000 \cdot .06 \cdot 10 \text{crf} + (15,000)(0.06) + 2,000 \cong 5,000$$

$$4,938 \cong 5,000$$

$$0 \cong 62$$

Luego, al  $6\%$ :

$AC < AW$  por 62 dólares

Por consiguiente, la tasa real de rendimiento es todavía más elevada; probemos  $7\%$ .

Tercera prueba,  $i = 7\%$

$$15,000 \cdot .07 \cdot 10 \text{crf} + (15,000)(0.07) + 2,000 \cong 5,000$$

$$5,186 \cong 5,000$$

$$186 \cong 0$$

Por tanto, al  $7\%$ :

$AC > AW$  por 186 dólares.

Esto demuestra que, al  $7\%$  de interés, los costos son superiores a los ingresos o, explícitamente, no se recupera la inversión con un beneficio del  $7\%$ , faltan 186 dólares anuales.

Puesto que el rendimiento, sobre la inversión, al  $7\%$ , es inferior en 186 dólares y superior en 62 dólares al  $6\%$ , podemos interpolar:

$$i = 6\% + \left( \frac{62}{62 + 186} \right) (1\%) = 6.25\%$$

Así pues, la tasa de rendimiento sobre la inversión de 30,000 dólares, después de la recuperación del capital, es  $6.25\%$ .

Las etapas en un procedimiento planeado de prueba y error son como sigue:

1. Igualar los costos anuales a los ingresos anuales.
2. Hacer la primera prueba, suponiendo que  $i = 0$ . Utilícese esto y el directorio de la próxima sección, para predecir  $i$  para la prueba siguiente.
3. Por medio de pruebas sucesivas, determinar los puntos cercanos a la tasa real de rendimiento e interpolar.

Una guía, que puede resultar útil entre pruebas, puede ilustrarse como sigue:

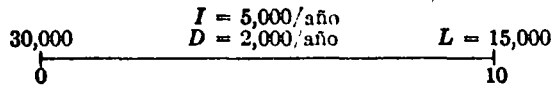
Con los datos de la segunda prueba, en el Ejemplo 8.2, la tasa aproximada de rendimiento después de la segunda prueba será:

$$i \cong 6\% + \left( \frac{62}{30,000} \right) (100\%) \cong 6.21\%$$

La tasa real de rendimiento será ligeramente más elevada que la indicada en el directorio. Parece que una prueba de  $7\%$  daría un caballete (como lo hizo).

Mediante el procedimiento planeado, tres pruebas o, cuando mucho, cuatro, deben ser suficientes.

8.2.1 Directorio En el Ejemplo 8.2, que aparecía como sigue:



calculamos que la  $i$  aproximada era igual a 5% (obtenida en la primera prueba,  $i = 0$ ) y la  $i$  real = 6.25%.

A partir de ese ejemplo, podemos hacer las observaciones siguientes:

1. Los ingresos se producen a comienzos de la vida del proyecto (o, aproximadamente,  $P > L$ ).
2. La  $i$  real es mayor que la  $i$  aproximada.

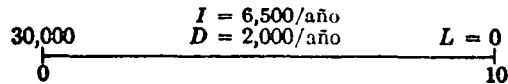
Esas observaciones no son sino ilustraciones de una conclusión más general a la que podemos llegar:

Si los ingresos se presentan pronto,  $i$  real  $>$   $i$  aproximada (y viceversa). Esto puede reducirse, aproximadamente, a:

Si  $P > L$ ,  $i$  real  $>$   $i$  aproximada.

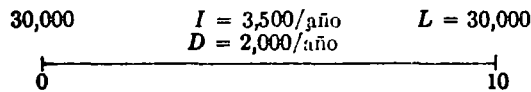
Podemos comprobar esta conclusión, tomando varios casos limitadores:

a) Si los ingresos fueran distribuidos de tal modo que  $L = 0$ , o sea,  $P > L$ ,



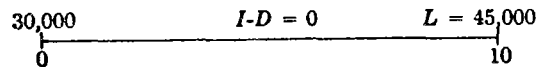
Entonces, una prueba demuestra que la  $i$  aproximada es igual a 5%; pero la  $i$  real es igual a 8.1%.

b) Si los ingresos fueran distribuidos de tal modo que  $L = P$ ,



El análisis demuestra que la  $i$  aproximada es igual a 5% y la  $i$  real es también igual a 5%.

c) Si los ingresos fueran distribuidos de tal modo que  $P < L$ ,



El análisis demuestra que la  $i$  aproximada es igual a 5%; pero la  $i$  real es igual a 4.1%.

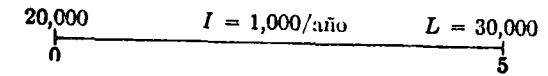
Estos ejemplos demuestran también que la primera prueba,  $i = 0$ , en un procedimiento de prueba y error, es matemáticamente equivalente a una situación en la que  $P = L$  (y los ingresos son uniformes); por consiguiente, debe estimar nuestros ingresos y desembolsos reales con

respecto a ese tipo de situación, con el fin de determinar la situación de la tasa real de rendimiento.

**8.3 Ingresos no uniformes** Si los ingresos y los desembolsos no están distribuidos uniformemente, los modelos tendrán muchos términos "desconocidos"; pero el número de pruebas no deberá ser mayor que en el ejemplo anterior.

**EJEMPLO 8.3** Una propiedad productora de renta puede adquirirse para la especulación por 20,000 dólares y venderse, al cabo de 5 años, por una cifra prevista en 30,000 dólares. Los ingresos esperados, después de deducir los costos, al cabo de cada año de los 5 siguientes serán 1,000 dólares.

SOLUCIÓN.



Costos anuales = Valor anual de los ingresos

$$20,000 \cdot i^{-5}crf = [1,000 \cdot i^{-5}uspwf + 30,000 \cdot i^{-5}ppwf] \cdot i^{-5}crf$$

Primera prueba,  $i = 0\%$

$$(20,000) \left(\frac{1}{5}\right) \cong [(1,000)(5) + (30,000)(1)] \left(\frac{1}{5}\right)$$

$$4,000 \cong 7,000$$

$$0 \cong 3,000$$

de donde

$$i = \frac{3,000}{20,000} = 15\%$$

Puesto que  $P < L$ , la tasa real de rendimiento será inferior a 15%; así pues, en la prueba siguiente, usaremos 13%. Los resultados de las pruebas subsiguientes son como sigue:

Segunda prueba,  $i = 13\%$

AC > AW por 57 dólares

Tercera prueba,  $i = 12\%$

AC < AW por 174 dólares

Por interpolación:

$$i = 12 + \frac{174}{174 + 57} = 12.8\%$$

**8.4 Métodos directos de resolución** Los procedimientos de prueba y error son necesarios, excepto en unos cuantos casos. Son posibles las resoluciones directas si  $L = P$  ó  $L = 0$  y los ingresos y los desembolsos se distribuyen uniformemente o en cualquier otro momento, si la ecuación contiene sólo una incógnita. Sin embargo, observamos que los procedimientos de prueba y error se utilizan en problemas que pudieran resolverse directamente. Esto tiene probabilidades de suceder cuando el analista dispone sólo de un factor de interés. En muchas hojas de trabajo de flujo de efectivo descontado, se utiliza sólo el (sppwf) y, por consiguiente, se necesita la prueba y error para todas las soluciones.

El analista será recompensado al disponer de todos los factores, no sólo para resoluciones directas, sino también para simplificar los modelos matemáticos más complejos.

**8.5 Niveles de inversiones de aumento de ingresos** En el ejemplo 7.16 se comprobaron varios niveles de gastos de aumento de ingresos, por el método de valor actual. Ahora nos proponemos compararlos por el método de tasa de rendimiento en el ejemplo siguiente:

**EJEMPLO 8.5** Los niveles alternativos de inversión, de *A* a *E*, propuestos en el ejemplo 7.16, se reproducen en la tabla 8.5a. La tasa mínima requerida de rendimiento es 10% y se estima que la vida económica será de 10 años. Por el método de análisis de la tasa de rendimiento ¿qué nivel deberá seleccionarse?

Tabla 8.5a

## NIVELES PROPUESTOS DE INVERSIÓN

Tamaño	Inversión, P	Gastos anuales de operación, D	Ingresos brutos anuales, I
A	\$1,000	\$ 500	\$ 800
B	1,500	650	1,150
C	2,300	825	1,475
D	3,300	1,025	1,800
E	4,500	1,250	2,135

**SOLUCIÓN.** Determinése primeramente la tasa de rendimiento sobre la inversión total en cada nivel:

$$\text{Tamaño A: } 1,000 \cdot i^{-10} \text{crf} + 500 = 800$$

$$\text{crf} = 0.300, \text{ de donde } i = 27.3\%$$

$$\text{Tamaño B: } 1,500 \cdot i^{-10} \text{crf} + 650 = 1,150$$

$$\text{crf} = 0.333, \text{ de donde } i = 31.1\%$$

$$\text{Tamaño C: } 2,300 \cdot i^{-10} \text{crf} + 825 = 1,475$$

$$\text{crf} = 0.283, \text{ de donde } i = 25.3\%$$

$$\text{Tamaño D: } 3,300 \cdot i^{-10} \text{crf} + 1,025 = 1,800$$

$$\text{crf} = 0.235, \text{ de donde } i = 19.6\%$$

$$\text{Tamaño E: } 4,500 \cdot i^{-10} \text{crf} + 1,250 = 2,135$$

$$\text{crf} = 0.1967, \text{ de donde } i = 14.7\%$$

A continuación, determinemos la tasa de rendimiento de la inversión extra:

Puesto que *A* no está sobre ninguna es igual a la misma *i* calculada antes = 27.3%

$$\text{Puesto que B está sobre A: } 500 \cdot i^{-10} \text{crf} + 150 = 350$$

$$\text{crf} = 0.4, \text{ de donde } i = 38.5\%$$

$$\text{Puesto que C está sobre B: } 800 \cdot i^{-n} \text{crf} + 175 = 325$$

$$\text{crf} = 0.1875, \text{ de donde } i = 13.4\%$$

$$\text{Puesto que D está sobre C: } 1,000 \cdot i^{-n} \text{crf} + 200 = 325$$

$$\text{crf} = 0.125, \text{ de donde } i = 4.3\%$$

$$\text{Puesto que E está sobre D: } 1,200 \cdot i^{-n} \text{crf} + 225 = 335$$

$$\text{crf} = 0.0917, \text{ de donde } i = 0$$

Tabla 8.5b

## ANÁLISIS DE TASA DE RENDIMIENTO DE NIVELES PROPUESTOS DE INVERSIÓN

Tamaño	Inversión, P	Gastos anuales de operación, D	Ingresos brutos anuales, I	Tasa de rendimiento sobre inversión extra (%)	Tasa de rendimiento sobre inversión total (%)
A	\$1,000	\$ 500	\$ 800	27.3	27.3
B	1,500	650	1,150	38.5	31.1
C	2,300	825	1,475	13.4	25.3
D	3,300	1,025	1,800	4.3	19.6
E	4,500	1,250	2,135	0	14.7

La tabla 8.5 muestra que el nivel máximo de inversión debe ser *C* si la tasa mínima requerida de rendimiento es 10%. La inversión extra de 1,000 dólares en *D* sobre *C*, proporciona un rendimiento de sólo 4.3%. De manera similar, la inversión extra de *E* sobre *D* no satisface la tasa mínima requerida de rendimiento. Por consiguiente, los niveles *D* y *E*

deben rechazarse, a pesar del hecho de que la inversión *total* al nivel *D* tiene una tasa de rendimiento de 19.6% y al nivel *E* de 14.7%.

Debemos recordar que esos niveles se excluyen mutuamente: si se escoge un nivel no podrá seleccionarse ningún otro. Y en comparaciones que se excluyen mutuamente, la prueba es si la inversión *extra* satisface o no la tasa mínima requerida de rendimiento. Esta observación no era tan evidente en las comparaciones de valor actual, donde seleccionábamos simplemente el nivel de aumento de ingresos, con el valor actual más alto; pero el lector recordará que demostramos que ello se halla implícito en la prueba de valor actual.

A veces se presenta una situación en la que un nivel de inversión que no satisface la tasa requerida de rendimiento es seguido por otro nivel de inversión que sí satisface la citada tasa. En ese caso, es posible que ambos niveles *combinados* satisfagan los requisitos y que, en esa forma, puedan ser aceptados.

**8.6 Inversiones de reducción de costos** Hemos notado que aunque los ingresos brutos no son alterados por la elección, los ingresos netos, después de gastos, aumentarán mediante la instalación de erogaciones de reducción de costos. Tomemos en consideración una operación con un costo inicial de 10,000 dólares y un costo anual de operación de 5,000 dólares, y otra operación con un costo inicial de 7,000 dólares y costos anuales de operación de 6,000 dólares, ambas con vidas de 5 años y un valor de recuperación nulo. La aceptación de la primera operación ahorrará gastos de 1,000 dólares anuales durante los próximos 5 años, haciendo aumentar, por tanto, los ingresos netos anuales en 1,000 dólares, durante ese período; pero el costo de inversión responsable de ese aumento es  $\$10,000 - \$7,000 = \$3,000$ . Por una parte, hay costos de inversión y, por otra, ingresos producidos por esas inversiones; como consecuencia de ello, la tasa de rendimiento en problemas de reducción de costos puede determinarse de la misma forma que en los problemas de aumento de ingresos; iguálense los costos a los ingresos anuales (v.gr.: ahorros) y resuélvase para la tasa de interés que los haga iguales. Así pues:

$$(10,000 - 7,000) \cdot i^{-5} \text{crf} = 6,000 - 5,000$$

$$3,000 \cdot i^{-5} \text{crf} = 1,000$$

$$i^{-5} \text{crf} = 0.333$$

de donde

$$i = 19.9\%$$

Así pues, 19.9%, la tasa de rendimiento que hace los costos equivalentes a los ingresos, es la tasa de rendimiento sobre la inversión.

**8.7 Los costos anuales son equivalentes a la tasa real de rendimiento** En la sección 8.6, los costos anuales se equipararon a los ingresos anuales como sigue:

$$(10,000 - 7,000) \cdot i^{-5} \text{crf} = 6,000 - 5,000$$

Mediante una trasposición algebraica de los términos, tenemos:

$$10,000 \cdot i^{-5} \text{crf} + 5,000 = 7,000 \cdot i^{-5} \text{crf} + 6,000$$

Esta ecuación muestra que la tasa de rendimiento, *i*, hace también los *costos anuales equivalentes*. Esta observación es muy práctica, debido a que, en algunos problemas, es mucho más sencillo igualar los costos anuales de las dos alternativas que equiparar la inversión extra a los ahorros anuales netos. Esto es cierto, sobre todo en problemas que tienen vidas económicas desiguales o en problemas que tengan ahorros netos tanto positivos como negativos.

**8.8 Análisis de la inversión extra** Si fijamos costos iguales a los ingresos, como lo eran en la sección 8.6,

$$(10,000 - 7,000) \cdot i^{-5} \text{crf} = 6,000 - 5,000$$

notamos que el miembro de la mano izquierda es la inversión extra de 3,000 dólares en la alternativa más cara. Esto ilustra también lo que hemos dicho en diversos lugares, que todo el análisis es sólo una prueba de si debe o no hacerse la inversión extra. Esto no es sino otro modo de decir que el análisis sólo nos proporciona un medio para seleccionar una de las dos alternativas.

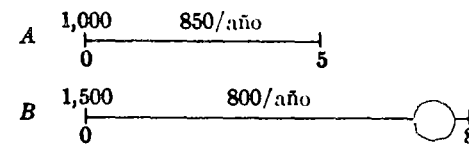
La tasa de rendimiento calculada en el análisis es la tasa de rendimiento sobre la inversión extra y no sobre la inversión total. El analista no puede calcular la última sin conocer los ingresos totales, resultante de la inversión total y en los gastos de reducción de costos, los ingresos totales no sólo carecen de importancia para la elección, sino que, además, se desconocen en realidad.

Quizá sea una prueba mejor de este punto lo siguiente: si el análisis demuestra que la alternativa con el costo inicial más bajo es la más económica, ¿cuál será la tasa de rendimiento sobre ella? ¿En un gasto de reducción de costos, uno no tiene ni la menor idea al respecto!

**8.9 Solución general en las inversiones de reducción de costos** El procedimiento planeado que subrayamos en la sección 8.2 para las inversiones de aumento de ingresos, sirven igualmente para la de reducción de costos. El ejemplo siguiente ilustra esa afirmación:

**EJEMPLO 8.9** Una operación que cuesta 1,000 dólares tiene un costo anual de operación de 850 dólares, con una vida económica de 5 años. Una segunda operación que cuesta 1,500 dólares, tiene un costo anual de operación de 800 dólares, con una vida económica de 8 años. La tasa mínima requerida de rendimiento es 8%.

SOLUCIÓN.



Equiparando los costos anuales como se observó en la sección 8.7.

$$1,000 \cdot i_{-s} \text{crf} + 850 = 1,500 \cdot i_{-s} \text{crf} + 800$$

Primera prueba,  $i = 0\%$

$$(1,000)\left(\frac{1}{5}\right) + 850 \cong (1,500)\left(\frac{1}{8}\right) + 800$$

$$1,050 \cong 988$$

Por consiguiente, a  $i = 0$ ,

$$AC_A > AC_B \text{ por } 62 \text{ dólares.}$$

Eso demuestra que la operación que involucra la inversión extra tiene el costo anual más bajo a la tasa de rendimiento cero, lo cual quiere decir que hay una ventaja anual de 62 dólares, si la inversión extra se hace con una tasa de rendimiento cero. Esa ventaja puede expresarse como una tasa de rendimiento aproximada sobre la inversión extra de 500 dólares.

$i = 62/500 \cong 12.4\%$ , pero  $P > L$ ; luego,  $i$  real  $>$   $i$  aproximada. Así pues, usaremos una tasa más elevada en la prueba siguiente.

Segunda prueba,  $i = 15\%$

$$1,000 \cdot .15\text{-}s\text{crf}^{29832} + 850 \cong 1,500 \cdot .15\text{-}s\text{crf}^{22285} + 800$$

$$1,148 \cong 1,134$$

Por consiguiente, al 15%:

$$AC_A > AC_B \text{ por } 14 \text{ dólares}$$

Nuevamente, el costo anual de la operación que incluye a la inversión extra es más bajo y esta ventaja de 14 dólares puede expresarse como una tasa de rendimiento, por encima de la tasa supuesta de 15%. Así pues:

$i = 15 + 14/500 = 15 + 2.8 \cong 17.8\%$ . La  $i$  real será más elevada; pero quizá no más del 20%.

Tercera prueba,  $i = 20\%$

$$1,000 \cdot .20\text{-}s\text{crf}^{33418} + 850 \cong 1,500 \cdot .20\text{-}s\text{crf}^{26081} + 800$$

$$1,184 \cong 1,191$$

Por consiguiente, al 20%:

$$AC_A < AC_B \text{ por } \$7$$

Ahora, el costo anual de la operación con la inversión extra es más elevado, indicando que la  $i$  real es inferior al 20%.

Por interpolación entre 15 y 20%:

$$i = 15\% + \left(\frac{14}{14 + 7}\right)(5\%) = 18.3\%$$

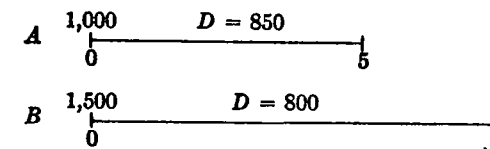
La tasa de rendimiento sobre la inversión extra de 500 dólares es 18.3% y puesto que la tasa mínima requerida de rendimiento es 8%, se justifica una inversión en la operación de 1,500 dólares.

**8.10 Suposiciones pertinentes para el análisis de la tasa de rendimiento** En los capítulos 6 y 7, cuando las vidas económicas eran diferentes, usábamos un método de período de estudio o tomábamos en consideración patrones probables para la cadena de reemplazamientos. Incluimos también reemplazamientos de igual por igual en el mínimo común múltiplo de años o reemplazamientos con la máquina más económica que se halla disponible en la actualidad.

Aunque no hicimos suposiciones al resolver el ejemplo 8.9, ¿qué suposiciones, si hay algunas, se encuentran inherentes en la resolución o implícitas en las matemáticas?

Podemos mostrar eso mediante varias pruebas: carece de importancia cuál de los métodos mencionados antes se emplee, puesto que todos ellos dan como resultado la misma tasa de rendimiento. Esto puede demostrarse rápidamente por medio de un ejemplo:

**EJEMPLO 8.10** Demuéstrese que un método de período de estudio sobre la vida de la máquina A da el mismo resultado que en el ejemplo 8.9.



SOLUCIÓN.

En el ejemplo 8.9 se determinó que  $i$  era igual a 18.3%. Utilizando esta tasa de rendimiento en un análisis de valor actual de un período de estudio, tendremos:

$$PW_A = 1,000 + 850 \cdot .183\text{-}s\text{uspwf}^{3.1063} = 1,000 + 2,640 = \$3,640$$

$$PW_B = 1,500 \cdot .183\text{-}s\text{crf}^{247536} \cdot s\text{uspwf}^{3.1063} + 800 \cdot s\text{uspwf}^{3.1063} = 1,153 + 2,485 = \$3,638$$

Así pues, al 18.3%, los valores actuales son iguales (o serían iguales a no ser por el error de interpolación), demostrando que el método de período de estudio y el método del ejemplo 8.9 dan los mismos resultados cuantitativos.

Tabla 8.11a

ANÁLISIS DE NIVELES DE INVERSIÓN POR EL MÉTODO DE LA TASA DE RENDIMIENTO

Espesor de aislamiento (plg)	Costo inicial	Inversión extra	Pérdida anual de calor	Ahorro anual en pérdida de calor	Tasa de rendimiento sobre inversión extra %
0	\$ 0	\$ 0	\$1,800	\$ 0	0
3/4	1,800	1,800	900	900	50
1	2,545	745	590	310	41.3
1 1/2	3,340	795	450	140	15.6
2 1/4	4,360	1,020	360	90	3.7
3	5,730	1,370	310	50	0
3 1/2	7,280	1,550	285	25	0

Por medio de otra prueba podemos demostrar que el reemplazamiento con la máquina más económica que se encuentre disponible en la actualidad dará también los mismos resultados cuantitativos.

No hay duda que este hecho ha sido obvio para el lector sin que haya sido necesaria una demostración.

Sin embargo, la conclusión es que, aunque los resultados numéricos son los mismos, las suposiciones y predicciones en que se fundan son diferentes y de cierta importancia. Que el lector consulte los capítulos 6 y 7 para análisis posteriores.

8.11 Niveles de inversiones de reducción de costos

**EJEMPLO 8.11a** Como en los dos capítulos anteriores, analizaremos los niveles de inversión para aislar una tubería de vapor, si la tasa mínima requerida de rendimiento es 8% y la vida es de 15 años. Los datos se reproducen en la tabla 8.11a.

**SOLUCIÓN.** La tasa de rendimiento sobre la inversión extra, en cada nivel, se analiza como sigue:

Para aislamiento de 3/4 de pulgada sobre no aislamiento:

$$1,800 \cdot i^{-15} \text{crf} + 900 = 1,800$$

$$i^{-15} \text{crf} = 0.5, \text{ de donde } i = 50\% ^1$$

Los resultados figuran en la última columna de la tabla 8.11a. Todos los niveles sucesivos, hasta el tercero, están justificados, debido a que cada uno de ellos satisface la tasa mínima requerida de 8%; pero, por encima de ese nivel, ninguno pasa la prueba.

<sup>1</sup> A tarifas elevadas de interés,  $i \cong \text{crf}$ , debido a que  $(\text{crf}) = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$ , pero si  $(1+i)^n$  es grande,  $(1+i)^n \cong (1+i)^n - 1$ ; por consiguiente,  $(\text{crf}) \cong i$ .

**EJEMPLO 8.11b** Hagamos ahora un cambio en los datos del ejemplo anterior: hagamos pasar la pérdida de calor del aislamiento de 1 pulgada de 590 dólares anuales a 825. Los nuevos ahorros por pérdida de calor y la nueva tasa de rendimiento sobre la inversión extra se muestra en la tabla 8.11b, marcados con asteriscos, para su examen.

Tabla 8.11b

ANÁLISIS DE UN PUNTO EN LOS NIVELES ACEPTABLES DE INVERSIÓN

Espesor de aislamiento (plg)	Costo inicial	Inversión extra	Pérdida anual de calor	Ahorro anual en pérdida de calor	Tasa de rendimiento sobre inversión extra (%)
0	\$ 0	\$ 0	\$1,800	\$ 0	0
3/4	1,800	1,800	900	900	50
1	2,545	745	825*	75*	5.7*
1 1/2	3,340	795	450	375*	47*
2 1/4	4,360	1,020	360	90	3.7
3	5,730	1,370	310	50	0
3 1/2	7,280	1,550	285	25	0

**SOLUCIÓN.** En este caso, vemos que el aislamiento de 1 pulgada, con un rendimiento de sólo 5.7% sería rechazado; pero que se aceptaría el aislamiento de 1 1/2 pulgadas con un rendimiento del 47%. Naturalmente, el nivel de 1 1/2 pulgadas no puede instalarse a menos que sea precedido por el incremento de 1 pulgada; por consiguiente, la prueba consiste en combinar los niveles y analizarlos como incremento simple, o sea, 1 1/2 pulgadas sobre 3/4 de pulgada, como sigue:

$$3,340 \cdot i^{-15} \text{crf} + 450 = 1,800 \cdot i^{-15} \text{crf} + 900$$

$$i^{-15} \text{crf} = 0.292$$

de donde:

$$i \cong 29\%$$

Se justifica la instalación hasta un nivel de aislamiento de 1 1/2 pulgadas. Esto pone de manifiesto un problema práctico que puede presentarse siempre que deban modificarse métodos de diseño, construcción o procedimientos, antes de permitir aumentos posteriores de tamaño.

Por ejemplo, en el diseño de edificios de oficinas, la necesidad de aumentar las instalaciones de servicio a cierta altura, incluyendo espacios de ascensores y tamaños de vestíbulos y huecos de escaleras, puede hacer que varios de los pisos siguientes no resulten económicos, a menos que se añadan otros varios niveles. El analista debe observar más allá del nivel en que se presenta ese punto crítico para determinar si los niveles combinados satisfacen la prueba de economía.

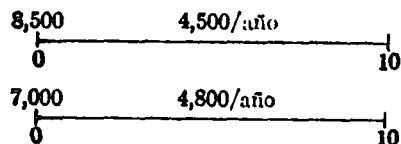
8.12 Importancia del método de comparación de la tasa de rendimiento Hemos presentado tres métodos básicos para el análisis de pro-



blemas de inversión en equipo. Esos métodos son equivalentes; pero los métodos de comunicación son absolutamente diferentes, como se observa en el ejemplo siguiente:

**EJEMPLO 8.12** Una máquina que cuesta 8,500 dólares tendrá gastos anuales de operación de 4,500 dólares. Un proceso alternativo costará 7,000 dólares, con gastos de operación de 4,800 dólares anuales. Ambos tendrán vidas económicas de 10 años y la tasa mínima requerida de rendimiento es 10%. Compárense por medio de los tres métodos.

**SOLUCIÓN.**



$$AC_A = 8,500 \cdot .10_{-10}crf^{16275} + 4,500 = \$5,883$$

$$AC_B = 7,000 \cdot .10_{-10}crf^{16275} + 4,800 = 5,939$$

$$\text{Ventaja de costo anual de } A: \quad \$ 56$$

$$\text{Ventaja de valor actual de } A: 56 \cdot .10_{-10}uspwf^{6.146} = \$344$$

Tasa de rendimiento sobre la inversión extra en A:

$$1,500 \cdot i_{-10}crf = 300$$

$$i_{-10}crf = 0.2$$

de donde:

$$i = 15.1\%$$

Cada uno de esos métodos sugiere conclusiones equivalentes; pero pueden tener significados diferentes a menos que se interprete correctamente lo que quieren decir. La familiaridad con el punto de vista contable del costo puede hacer que resulte difícil para los no iniciados el comprender que una ventaja de costo anual de 56 dólares para A es la ventaja después de la recuperación del capital con 10% de rendimiento o que se recomendaría también A si la ventaja de costo anual fuera cero. Es esta evaluación de "manzanas y naranjas" la que hace difícil que las personas no preparadas comprendan las comparaciones de costo anual. Lo mismo puede decirse de las comparaciones de valor actual.

Por esta razón, un análisis de tasa de rendimiento tiene su valor. Es una comunicación directa de las ventajas de efectuar la inversión extra. Incluso si se comprende el significado de un análisis de costo anual, es todavía difícil visualizar que equivale, en términos de una tasa de rendimiento sobre la inversión extra, a "una ventaja de 56 dólares después de la recuperación del capital con un 10% de rendimiento".

Sin embargo, todos esos métodos parecen tener su lugar. A cierto nivel o en una situación dada de una organización, el costo anual puede

tener un significado más práctico, aun cuando no se comprenda completamente. Los capataces, los supervisores y los obreros están quizá mejor preparados por su experiencia para ocuparse de costos que de tasas de rendimiento. Por otra parte, las organizaciones de compras pueden calcular evaluaciones de valor actual del equipo para determinar el precio que debería pagarse por él. Pero los ejecutivos prefieren invariablemente los análisis de tasa de rendimiento para determinar los proyectos a los que deben destinarse los fondos limitados de la empresa (en el capítulo 9 nos ocupamos de ese problema de proyectos en escala).

Por consiguiente, puede haber buenas razones para analizar un problema por los tres métodos y, además, para incluir un análisis de punto de equilibrio, como prueba del "factor de seguridad". (En el capítulo 16 se analiza esta técnica.)





centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

EVALUACION SOCIAL DE PROYECTOS

ING. FILIBERTO CEPEDA TIJERINA

## INDICE

	<u>Página</u>
<u>EVALUACION SOCIAL DE PROYECTOS.....</u>	1
I.  ASPECTOS GENERALES.....	1
Evaluación privada y evaluación social	1
La evaluación de proyectos y la planificación.....	2
La idea de proyecto .....	4
II.  PRECIOS SOCIALES.....	6
Cuestiones generales.....	6
Método de los modelos matemáticos de programación.....	10....
Método de las distorsiones.....	12
Método de fines múltiples de política económica.....	13
Método de los precios mundiales.....	14
III.  DETERMINACION DE PRECIOS SOCIALES EN CASOS PARTICULARES.....	18
Costos ya incurridos.....	18
Caso de ausencia de distorsiones.....	19
Impuestos.....	21
IV.  ALGUNOS PRECIOS SOCIALES IMPORTANTES..	24
La tasa social de descuento.....	24
El costo social de la mano de obra....	32
Precio social de las divisas.....	37
V.  EJERCICIOS.....	41
Ejercicio No, 1.....	41

## EVALUACION SOCIAL DE PROYECTOS

### I. ASPECTOS GENERALES

#### Evaluación privada y evaluación social

El análisis de proyectos de inversión consiste en la sistematización de la información relevante referida a la manera de llevar a cabo un proyecto y a sus efectos esperados para ilustrar la toma de decisiones respecto a su realización. El estudio de un proyecto involucra una serie de etapas en cada una de las cuales se requiere un tipo de información particular. El estudio que aquí se hace se concentra en los aspectos financieros y económicos. El estudio financiero se refiere a las fuentes de fondos necesarios para la realización de un proyecto y a la forma cómo son utilizadas y el análisis económico se refiere a la evaluación. Esta evaluación puede hacerse desde el punto de vista de un inversor privado, en decir de una persona física o jurídica actuando en su propio interés, o puede hacerse desde el punto de vista social. A su vez la evaluación social puede diferir conforme sean los fines de política económica que se tengan en cuenta.

La técnica para el análisis económico de un proyecto está asociada al análisis beneficio-costos y en el resto de estas notas evaluación de proyectos y análisis beneficio-costos se consideran como conceptos equivalente.

El análisis beneficio-costos está formado por un conjunto de instrumentos para medir adecuadamente los componentes y los resultados esperados

de un proyecto, y por ciertos patrones de comparación que resultan útiles para tomar decisiones en las esferas de inversión pública y privada. Los principales interrogantes que el análisis beneficio-costos permite contestar son los relativos a la descapitalización de un proyecto, a la distribución de fondos entre proyectos distintos y a la distribución de la inversión en el tiempo.

Una serie de cuestiones, derivadas principalmente de una falta de correspondencia entre los fines que cada miembro de la sociedad actuando individualmente procura alcanzar y los que se persiguen cuando las decisiones se toman en un contexto social, ha hecho que se desarrolle una técnica particular para definir y medir los elementos que deben tenerse en cuenta al analizar un proyecto desde el punto de vista de la sociedad considerada como un todo.

### La evaluación de proyectos y la planificación

La formulación y evaluación de proyectos constituye una cuestión importante en el proceso de planificación económica, sin embargo debe señalarse que el análisis de proyectos particulares, por más extendida que sea su aplicación, no agota el contenido de la planificación.

En general cada proyecto debe estar encuadrado o sujeto a un conjunto de líneas de acción fijados para cada sector y/o para cada región y para la economía en su conjunto. Preciso es pues contar con una clara definición de los objetivos generales que se persiguen en un plan y con una especificación de una estrategia para cada sector y región.

Por lo tanto, cuando se procura elaborar un plan, compuesto en cada uno de los sectores por proyectos, es altamente conveniente contar con un diagnóstico para cada sector. Este diagnóstico conjuntamente con la estrategia fijada va a servir de un marco de referencia permanente en la elaboración y evaluación de proyectos. Lo dicho no implica señalar que ese marco general de referencia debe constituir un esquema rígido al que van a tener que ajustarse el monto y ordenamiento de los proyectos, antes bien, constituye un punto de partida y una guía que a su vez se va a nutrir de la información que se obtenga de proyectos particulares. Esa información va a permitir corregir y afinar las líneas generales de acción fijadas de antemano.

La evaluación de proyectos debe cumplir un papel importante en el proceso de planificación. En este sentido, luego de unas pocas décadas de aplicación de las técnicas de planificación, puede decirse que hay un reconocimiento cada vez mayor acerca de la necesidad de contar con elementos concretos que permitan llevar a cabo los planes de desarrollo. Muchos países en proceso de desarrollo han tenido planes que sólo han cubierto cuestiones generales de planificación ya sea a nivel global o bien a nivel de sectores pero que han carecido de proyectos específicos que permitieran concretar las acciones planeadas.

Muchos países han puesto gran énfasis en contar con planes de desarrollo. Tal vez deba reconocerse que aun cuando eso es útil y necesario, más importante que contar con un plan de desarrollo es contar con un sistema de planificación formado por un aparato de células que permanentemente estén generando proyectos y por un mecanismo que asegure su evaluación y selección conforma a ciertas metas fijadas por el estado..

A su vez otro conjunto de circunstancias y medidas deliberadas tiende a mantener el precio del trabajo relativamente alto. Muchas veces se fijan leyes en salarios mínimos muy altos, en particular en áreas urbanas, otras veces se establecen contribuciones para seguridad social que se recaudan en proporción a los salarios pagados y que significan un porcentaje importante de los sueldos nominales.

El tratamiento relativamente favorable que recibe el capital y la desincentivación al uso del trabajo ha llevado a que muchas veces se elijan técnicas de producción que utilizan intensivamente el capital, cuando de acuerdo con la disponibilidad de factores, lo deseable es que se utilice más intensivamente el factor abundante, el trabajo, y se ahorre el factor escaso, el capital.

El reconocimiento de estos problemas ha llevado a la necesidad de diseñar métodos para estimar los precios a utilizarse para la evaluación social de proyectos. Estos precios, que intentan reflejar la escasez relativa de los factores de producción, se denominan precios sociales, precios sombra o precios contabilidad.

En términos generales puede decirse que los precios sociales procuran reflejar el valor de los insumos y de la producción que corresponden a una optimización de un programa de desarrollo contemplando debidamente los fines perseguidos y tomando en consideración las restricciones existentes. Un cambio en los factores limitantes y un cambio en los objetivos puede modificar el conjunto de precios sociales.

Diversos métodos han sido diseñados para lograr una estimación de esos precios sociales, pero los distintos enfoques pueden agruparse básicamente en cuatro categorías: el método de los modelos matemáticos de



programación, el método de las distorsiones, el de objetivos múltiples de política económica(UNIDO) y el método basado en el empleo de los precios mundiales (Little y Mirrlees).

A través de los modelos matemáticos de programación se procura representar el funcionamiento de la economía de un país o de una región. Se formalizan las relaciones entre las variables consideradas relevantes y tomando en consideración las restricciones existentes se procura maximizar ciertos valores representativos de los fines que se persiguen. Los precios sociales son el conjunto de precios que hace posible la maximización buscada.

El método de las distorsiones parte de los precios que se observan en el mercado y trata de cuantificar las divergencias que existen entre esos precios impuestos y subsidios, efectos externos, condiciones de monopolio y nonopsonio, etc. Las correcciones se efectúan en cada caso, para cada dato en particular procurando captar en los cálculos los efectos de vinculación más próxima al precio que se trata.

Un tercer método denominado de fines múltiples de política económica utiliza precios sombra del tipo que se determinan en el método de las distorsiones, pero al mismo tiempo establece una metodología para considerar de manera de manera explícita, además del objetivo de una eficiente asignación de recursos, otros fines de la política económica que el estado -- puede perseguir. Unas síntesis de este método se encuentra contenida en el manual sobre "Pautas de evaluación de proyectos" del programa de desarrollo industrial de las Naciones Unidas.

Un cuarto enfoque, desarrollado en el manual para evaluación de proyectos industriales producido por la OECB sitúa el estudio de un proyecto en el marco general de la economía y sus relaciones con el exterior utilizando para valuación de bienes e insumos los precios mundiales.

#### Método de los modelos matemáticos de programación

Este método utiliza modelos de equilibrio general en los que para una economía dada se reconoce la existencia de desajustes de diverso tipo, a partir de lo cual y de una limitación dada de recursos se procura maximizar alguna variable representativa del bienestar de la sociedad, normalmente la producción total o el ingreso nacional.

Para llevar a cabo la producción existen diversas técnicas. La elección de la técnica puede hacerse actuando directamente sobre las cantidades de factores a combinarse y la forma de hacerlo o bien indirectamente induciendo una dada combinación de factores a través de los precios de esos factores.

El modo de resolver los problemas centrales de una economía, vale decir qué es lo que se va a producir, cómo se va a producir y para quién, está en función de la organización de los sistemas económicos. Sin descartar el uso de los precios, el manejo de las cantidades predomina en las economías de planificación centralizada. En las economías de mercado, en cambio, el mecanismo de los precios desempeña un papel crucial en la solución de esos problemas.

En este sentido, los precios sombra constituyen aquellos valores que permiten la elección de una técnica que produce el máximo volumen de producción posible frente a la disponibilidad de recursos, patrones de demanda final dados y posibilidades de técnicas de producción.

La política de precios sombra es entonces hacer que los precios de oferta de los factores de producción coincidan con los precios que regirían en condiciones de ajuste ideal de la economía. A esos precios puede llegarse corrigiendo los precios existentes por un sistema de impuestos y subsidios.

Dicho en otras palabras, la existencia de distintos desequilibrios estructurales existentes es tomado en cuenta por el programador como un hecho, como un dato, sobre lo cual es bastante difícil actuar pero se considera que se pueden poner en funcionamiento mecanismos que contrarrestan los efectos que acarrear diversas políticas o condiciones estructurales.

Los precios sombra determinados a través de modelos matemáticos de programación pueden ser útiles, pero debe reconocerse que su utilización es factible sólo a un nivel bastante agregado, es decir, a nivel de sectores o cuando más a nivel de subsectores. Puede obtenerse a través de esta técnica una idea del sentido y la magnitud de los cambios necesarios para un grupo de actividades, pero el mecanismo resulta muy complicado y los resultados finales muy susceptibles de grandes variaciones y errores cuando se pretende introducir en el modelo un número muy grande de sectores y /o variables. Por eso creemos que el enfoque pierde utilidad cuando se trata de utilizarlo para determinar precios sombra para bienes o factores muy específicos.

Una de las críticas que se ha hecho al análisis beneficio-costos es que constituye un método válido sólo para cambios marginales, vale decir para proyectos que no introducen cambios fundamentales en la estrutura de la economía de un país o de una región. Esta objeción es correcta y descansa en el tipo de herramientas que si se utilizan en el análisis costo beneficio: fundamentalmente instrumentos de tipo mi

croeconómico. Cuando se trata de evaluar proyectos muy grandes o conjuntos de proyectos, tales que su efecto combinado puede producir alteraciones substanciales en las relaciones económicas existentes, es preferible utilizar técnicas que contemplen las modificaciones simultáneas de las variables más relevantes. Este tipo de problemas se presenta con frecuencia en el análisis de proyectos que forman parte de un programa de desarrollo regional, en cuyo caso parece legítimo usar modelos de -- equilibrio general.

Existen diversos ensayos de utilización de modelos de programación general para la determinación de precios sociales, sin embargo, su adopción amplia, dificultada por los problemas antes señalados, no parece ser algo próximo ni tampoco parece haber tenido alguna influencia en decisiones de política.

#### Método de las distorsiones

El método de las distorsiones considera a cada proyecto en un marco de equilibrio parcial y procura establecer cuáles son los precios relevantes para el proyecto suponiendo que el mismo produce cambios marginales. Al considerar los precios relevantes fija su atención en las -- condiciones que presenta la economía y no en lo que idealmente se persigue.

En este método se entiende que la información que surge de los datos observados en cada mercado particular constituyen un buen punto de partida para la estimación de los precios sociales. Los precios de mercado pueden ser corregidos de tal manera que se obtenga una aproximación al costo de oportunidad de cada factor y de la utilidad que proporcionan los bienes a producirse por un proyecto.

El método de las distorsiones ha producido un cuerpo de teoría fundado en principios económicos de aceptación general y ha permitido estima

ciones empíricas útiles. Tal como está elaborado contempla fundamentalmente lo relativo a asignación de recursos mientras que otros fines de política escapan a una captación explícita.

Método de fines múltiples de política económica.

El Método de UNIDO guarda similitud con el método de las distorsiones, pero además del fin de una eficiente asignación de recursos, proporciona una metodología para considerar de manera explícita otros fines de política económica.

Las ideas centrales de este método giran en torno a los denominados parámetros nacionales que además de los precios sombra, incluyen ponderaciones cuyo fin es tomar en cuenta distintos fines de la política económica. Esas ponderaciones, que reflejan juicios de valor de naturaleza política, pueden ser de distinto tipo pero los autores de UNIDO consideran fundamentalmente tres: la tasa social de descuento, lo relativo a la distribución del ingreso y las denominadas necesidades sociales preferentes. Las necesidades sociales preferentes son necesidades que el estado considera que tienen un mérito especial para prestarles mayor atención, como serían por ejemplo: educación, salud pública, etc. La tasa social de descuento juega en todo este esquema un papel importante, pues además de formar parte de las ponderaciones, su valor influye en la determinación del precio social de la inversión y del trabajo.

Dado que el enfoque utilizado para la determinación de la tasa social hace posible su estimación a partir de datos que pueden observarse, el manual de UNIDO recomienda tratarla como incógnita y realizar entonces un análisis de sensibilidad para cada proyecto computan

do en cada caso un valor crítico de esa tasa de descuento.

El método de UNIDO al incorporar la consideración de distintos fines aparece más conveniente que el método de las distorsiones. Sin embargo existen claras dificultades para el evaluador de proyectos para aplicarlo en toda su extensión. Los parámetros nacionales en particular lo relativo a las ponderaciones, es algo sobre lo cual se requiere una definición política que rara vez existe. Sin esa definición el evaluador no puede arbitrariamente por ejemplo, fijar valores a las ponderaciones requeridas desde el punto de vista de distribución del ingreso.

Como solución a ese posible obstáculo los autores del manual de UNIDO proponen que el evaluador procure encontrar en decisiones anteriores cierto tipo de información que le permitan elaborar una idea acerca de una posible dirección de acción respecto a la adopción de proyectos. Esto tal vez sea posible si es que en el nivel donde se toman las decisiones se eligen proyectos que presentan ciertas características y se rechazan otros con otras características. Siempre y cuando en esas decisiones exista algún grado de consistencia será posible que los evaluadores de proyectos logren una idea acerca de los valores que busca de lo contrario probablemente surja un diálogo en que el preparador de proyectos llamará la atención a quien toma las decisiones, para hacerle ver las inconsistencias y lograr una clarificación apropiada.

#### Método de los precios mundiales

El enfoque consistente en valorar producción e insumos de un proyecto a precios internacionales ha sido desarrollado en el manual de evaluación de proyectos de la OECD.

Conforme a este enfoque los precios mundiales son útiles para valuar tanto bienes o servicios para los que existen precios mundiales por ser objeto de intercambio internacional como para otros bienes y servicios que normalmente se producen y utilizan internamente.

La idea general es que cualquiera sea el bien a producir y cualquiera sean los elementos que entran en un proyecto, siempre es posible identificar por una cadena de sustituciones los efectos de un -- proyecto sobre la balanza de pagos. Además prácticamente cualquier bien puede cambiarse por diversas, de modo que la valuación en términos de cambio extranjero --se arguye-- es una buena solución al problema de tener que encontrar un patrón de valuación común.

En principio, si no hubiera intervención de ninguna naturaleza en lo relativo al comercio internacional, cualquier producto, ignorando costos de transporte, tendría un costo interno igual al externo. Esta situación en la realidad no se da y entonces debe tomarse una decisión respecto a la valuación de los bienes que tienen un precio interno y otro precio diferente en el orden internacional. Little y Mirrlees -- los autores del mencionado manual-- se inclinan por los precios internacionales.

La determinación de los precios de los bienes que no son objeto de intercambio puede hacerse descomponiéndolos en dos partes una representada por la proporción de materiales que son objeto de intercambio y la otra por la proporción de materiales que no son objeto de intercambio. A su vez estos materiales pueden igualmente descomponerse en esas dos categorías: la parte formada por componentes que son objeto de comercio internacional y la parte cuyos componentes no son

objeto de intercambio internacional y así sucesivamente. Para ese cálculo se requiere tener información de las interrelaciones industriales existente lo que implica contar con tablas detalladas de insumo-producto. Ese tipo de información no siempre está disponible, y cuando existe normalmente no se encuentra con el grado de detalle requerido.

Los autores de este método reconocen que no siempre es posible tener la información suficiente por lo tanto recomiendan trabajar con factores de conversión que toman en cuenta la diferencia entre los precios internos y los precios internacionales. Esos factores se calculan como un promedio de un amplio número de casos.

En el caso del trabajo su costo se calcula a través de los bienes consumidos por los trabajadores que se van a emplear en el proyecto. Dado que ese consumo viene expresado en precios internos, su valor debe convertirse a precios internacionales. Para ese cálculo se sigue el mismo método que con todos los bienes, algunos de esos bienes formarán parte del comercio internacional y su valuación será sencilla, otros deberán seguir los pasos sucesivos de descomposición en parte nacional y parte importada ya descripta.

Uno de los problemas importantes a resolver en evaluación de proyectos es contar con una estimación del precio de las divisas. Este método soluciona este problema, evitando el empleo de ese tipo de precio pero crea otros problemas tal vez mayores. Por otra parte la recomendación de trabajar con factores generales de corrección introduce sesgos que pueden ser importantes. Además el criterio de valuar el trabajo por el incremento del consumo de los trabajadores a raíz del proyecto es en esencia una solución bastante artificial.



## Bibliografía

### Modelos Matemáticos

1. MICHAEL BRUNO, "Planning the External Sector: Techniques Problems and Policies", United Nations Conference, Ankara, Turkey, Septiembre, 1965.
2. ABDUL QAYUM, "Theory and Policy of Accounting Prices", Amsterdam, North Holland Publication Co., 1960.

### Método de las distorsiones

3. ARNOLD C. HARBERGER, "Evaluación de Proyectos", Editoria Derecho Financiero, Madrid, 1973.

### Método de los fines múltiples de política económica

4. UNIDO, PARTHA DASGUPTA, AMARTYA SEN And STEPHEN MARGLIN "Guidelines for Project Evaluation", United Nations, New York, 1972.
5. ALIETO A. GUADAGNI, "La Evaluación social de los proyectos industriales según 'Guidelines for Project Evaluation' de UNIDO" Económica, La Plata, marzo-agosto 1971. Presentado al Symposium sobre "The Use of Socioeconomic Investment Criteria for Project Evaluation". Banco Interamericano de Desarrollo, Washington D.C., marzo, 1973.
6. ARNOLD C. HARBERGER, "On the UNIDO Guidelines for Social Project Evaluation", presentado al Symposium sobre The Use of Socioeconomic Investment Criteria for Project Evaluation, Banco Interamericano de Desarrollo, Washington D. C., Marzo, 1973.
7. E.J. MISHAN, "Flexibility and Consistency in Project Evaluation" Económica, Febrero 1974.

### Precios mundiales

3. LITTLE MIRRLEES, "Estudio social del costo-beneficio en la industria de países en desarrollo" Traducción del "Manual of Industrial Project Analysis", CEMLA, 1973. v. 2. Social Costo Benefit-Analysis.
4. E.J. MISHAN, "Cost-Benefit Rules for Poorer Countries", (Review Article). Canadian Journal of Economics Vol. IV, No. 1, Febrero 1971.
5. GEORGE B. BALDWIN, "Guía Práctica del método Little/Mirrlees", Finanzas y Desarrollo, Volumen 9, número 1, marzo 1972.

### III. DETERMINACION DE PRECIOS SOCIALES EN CASOS PARTICULARES

Existen diversas situaciones en que los precios de mercado pueden utilizarse directamente en la evaluación de proyectos. En otros casos en cambio es necesario introducir correcciones. Esas correcciones procuran reflejar divergencias entre precios sociales y precios de mercado originados en impuestos, poder monopólico o monopsonico y efectos externos. Previo al desarrollo de esos tópicos ha parecido conveniente incluir algunos párrafos acerca de la idea de costo, relevante en evaluación de proyectos.

#### Costos ya incurridos

La idea del costo de oportunidad aplicada con todo rigor constituye el mejor punto de referencia para una evaluación desde el punto de vista social. Costo de oportunidad significa que un insumo cualquiera debe en un proyecto ser valuado por lo que puede obtenerse en el mejor uso alternativo de ese insumo.

Una noción más clara de esta idea se logra tal vez si se establece la distinción entre costos no evitables y costos evitables. Los primeros son costos ya incurridos cuya recuperación es imposible cualquiera sea la acción que se siga, los segundos son costos en que habrá de incurrirse si se hace el proyecto.

Esa distinción es crucial cuando un proyecto se analiza en distintas fases de su ejecución y se plantea el interrogante respecto a la conveniencia o no de acometer la próxima etapa. Por ejemplo, si en un proyecto ya se han hecho estudios de ingeniería, etc. y se desea reexaminar el proyecto antes de seguir adelante, a menos que el estudio tenga algún uso alternativo ---sea útil para otro proyecto--- los gastos realizados son irrelevantes desde el punto de vista social.

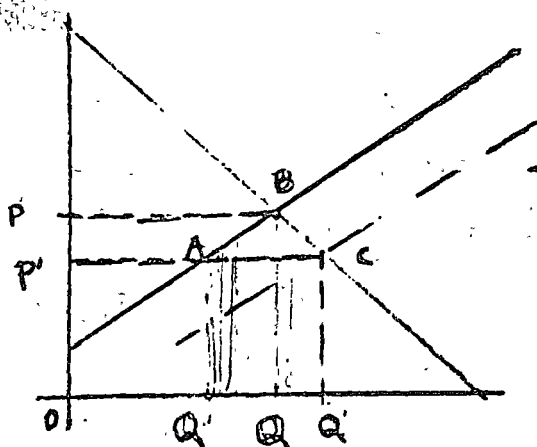
to de vista del cálculo económico.

Los costos históricos pueden ser de alguna utilidad cuando se hace una evaluación ex-post de un proyecto para saber si la decisión que se tomó en su momento fue adecuada y para reexaminar los cálculos efectuados pero no para tomar una decisión respecto a la continuación de un proyecto.

Un razonamiento similar al anterior se aplica al caso de una planta industrial cuya transformación se contempla. La transformación puede verse como un nuevo proyecto, a partir del cual se estudian las posibles variantes y los costos y beneficios esperados en cada caso. El costo de la antigua planta es el valor de recuperación que podría obtenerse en el momento en que se efectúa el estudio, con plena prescindencia de sus costos históricos.

#### Caso de ausencia de distorsiones

Cuando en el mercado de un bien particular no existen distorsiones, el precio que rige y los que se preve que regirán en el futuro son datos adecuados. La nueva producción de un proyecto tiene normalmente dos efectos, por un lado aumentar la disponibilidad del bien y por otro sustituir producción existente. Este doble hecho provoca modificaciones en el excedente del consumidor y en el excedente del productor y su inclusión en el cálculo sería deseable, pero para fines prácticos normalmente pueden ignorarse esas modificaciones. El error que se comete al no tomar en cuenta los cambios en el excedente del consumidor y del productor es en la mayoría de los casos muy pequeño. A continuación se hace un detalle acerca de la forma de cuantificar esos cambios.



En el caso normal en el mercado de un producto X donde la demanda y oferta tienen pendiente negativa y positiva respectivamente tendríamos una situación de equilibrio donde el precio sería  $\overline{OP}$  y la cantidad producida y consumida por período de tiempo igual a  $\overline{OQ}$ . Al contemplarse la puesta en funcionamiento del proyecto que produce X el nuevo precio de equilibrio sería  $OP'$  y la producción total aumentaría a  $OQ'$ ,  $Q''$   $Q'$  es la cantidad de producción anual del proyecto. Vale decir que la producción del proyecto en parte hace aumentar la cantidad comercializada y parte sustituye producción anterior.

Los beneficios de proyectos están formados por dos componentes. Por un lado hay un aumento de los bienes disponibles y por consiguiente un aumento del nivel de satisfacción de los consumidores, y por otro hay una sustitución en la producción, o sea recursos que se liberan o quedan disponibles para otros usos. El incremento neto de bienes disponibles trae un aumento en la satisfacción de los consumidores que puede medirse por el área  $ABCQ'$ , la parte de recursos liberados por el proyecto es igual a  $Q''ABQ$ .

Como puede verse si en la evaluación del proyecto se toma el precio de mercado después del proyecto ( $P'$ ) habría una subestimación del precio social, pues el triángulo  $ABC$  sería omitido. Los beneficios sociales son iguales a  $Q''ABCQ'$  lo que dividido por la producción del proyecto  $Q'Q''$  nos da el precio social  $P^S$ . El  $P^S$  difiere de  $P'$  en  $ABC/Q'Q''$ .  $ABC$  es igual a  $(\Delta P \times Q'Q'')/2$ , en definitiva:  $P^S = P' + \Delta P/2$ .

Vemos que de todo este razonamiento se puede derivar una regla práctica. Si se desea considerar un dato más preciso podría utilizarse un precio igual al promedio entre el precio vigente antes del proyecto y el que se piensa que va a regir después del proyecto.

Con frecuencia resulta más conveniente expresar los valores en términos de elasticidades. Si se conocen de manera aproximada la forma cómo reaccionan la oferta y la demanda del bien ante variaciones en los precios sería más fácil predecir el cambio posible en el precio.

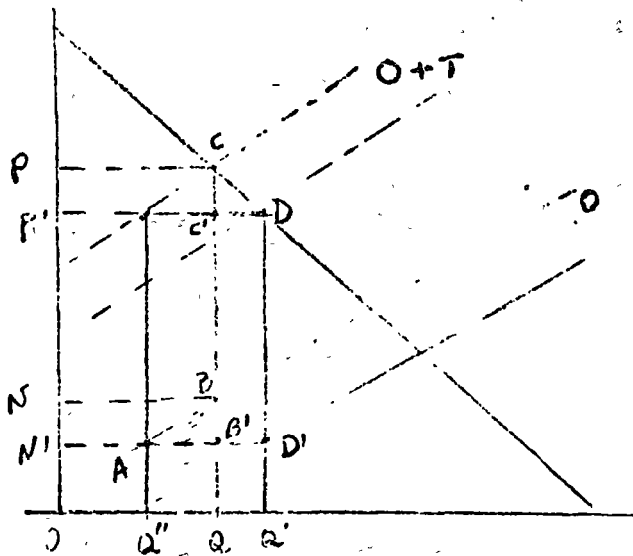
Lo desarrollado se refiere a la manera de valuar un bien producido por un proyecto, en el caso de un insumo el razonamiento es similar, la única modificación es que la corrección va a ser positiva en vez de negativa, pues en el caso más frecuente un nuevo proyecto aumentará la demanda del mismo en cuestión y precio de mercado normalmente aumentaría.

### Impuestos

Una de las fuentes de divergencia más frecuente entre valoración social y valoración privada es la de los impuestos. Bienes que constituyen producción de un proyecto, insumos de distinta naturaleza, etc. están sujetos a impuestos de índole diversa. El criterio a seguir desde el punto de vista privado no ofrece mayores dudas, siempre se reflejan los costos monetarios totales, cualquier sea el destino de los pagos y siempre se toman en cuenta ingresos netos, vale decir una vez deducidos los impuestos. En general la regla de que los beneficios se consideran netos de impuestos y los costos incluyendo los impuestos es suficiente como para operar con corrección en cualquier proyecto analizado desde el punto de vista privado.

Sin embargo cuando el análisis se hace desde el punto de vista social, el criterio a seguir ya no es tan simple y aun las reglas que pueden darse aunque simples descansan en ciertos supuestos cuya validez puede legítimamente ponerse en tela de juicio.

El mismo criterio que se empleó antes para determinar el valor de los beneficios de un proyecto se utiliza en los casos de distorsiones. En el caso de la existencia de impuestos la situación puede verse reflejada en el Gráfico B. La situación inicial (antes del proyecto) nos indica que  $OP$  es el precio



de equilibrio y  $OQ$  la cantidad comercializada. La función  $O'$  es la función de oferta sin considerar los impuestos y la función  $O' + T$  es la función de oferta después de los impuestos.

La producción nueva del proyecto, como vimos antes, tiene normalmente un doble efecto, por un lado sustituye producción existente y por otro aumenta la disponibilidad del bien. Los beneficios correspondientes a la parte que sustituye producción se miden por los recursos liberados (excluyendo impuestos y la parte que aumenta la disponibilidad del bien por el precio de venta vale decir incluyendo impuesto). En el primer caso el valor exacto de los beneficios está dado por  $ABQ'Q$  y en el segundo por  $QCDQ''$ . Una forma práctica de indicar en forma apropiada de los beneficios de un proyecto en este caso, es valuar la producción de precio de costo más el incremento esperado en la recaudación de impuestos a raíz del proyecto.

En el caso de impuestos unitarios, si se ignoran los pequeños triángulos  $CC'D$  y  $ABB'$  la regla anotada es correcta, en cambio si se trata de un impuesto ad valorem en general se producirá una subvaluación de los beneficios.

Puede verse que  $PCNB$  es lo recaudado por impuestos antes del proyecto y que  $P'DD'N'$  es lo recaudado después del proyecto. Las áreas  $PCNB$  y la  $P'C'B'N'$  son equivalentes, siendo  $C'DB'D'$  el aumento en la recaudación de los impuestos.

#### Bibliografía

ERNESTO FONTAINE. Evaluación privada y social de proyectos. Universidad Católica de Chile. Instituto de Economía, Diciembre, 1971.

A.R.PREST y R. TURVEY, "Análisis de costo y beneficios: Una visión de la teoría" en Panoramas contemporáneos de la teoría económica. III Asignación de recursos, Alianza Editorial, S.A. Madrid, 1970, págs. 231-305.

#### IV. ALGUNOS PRECIOS SOCIALES IMPORTANTES

##### La tasa social de descuento

Un problema importante en evaluación de proyectos es establecer un método por el cual puedan compararse costos y beneficios que ocurren en momentos diferentes. Esa comparación es posible si se asignan ponderaciones a sumas que se reciben en distintos momentos. A medida que el futuro es más distante las ponderaciones disminuyen; esas ponderaciones están dadas por factores de valor actual, que son función inversa de las tasas de descuento. El problema consiste entonces en determinar qué tasa de descuento debe utilizarse en cada caso.

La elección de la tasa de descuento reviste importancia por varias razones. Por un lado permite establecer la línea de separación entre los proyectos que se van a llevar a cabo y los que se van a rechazar o diferir. Por otro lado, es necesario poseer una idea clara de su magnitud si se desean comparar proyectos cuya duración difiere. Si la tasa de descuento es muy baja proyectos cuya vida útil es prolongada pueden aparecer más atractivos que proyectos de corta duración. Pero por ahora vamos a concentrar nuestra atención en lo referente a la tasa de descuento como una guía general para la aceptación o rechazo de proyectos y vamos a diferir la discusión relativa a las reglas de decisión entre proyectos.

Cuando se analiza un proyecto desde el punto de vista privado el principio que se aplica es el del costo de oportunidad. La tasa de descuento entonces es la tasa de rendimiento que el empresario que contempla la inversión podría obtener en usos alternativos.



Cuando se estudia un proyecto desde el punto de vista social se puede seguir el mismo criterio, pero la aceptación del principio es menos evidente que en el caso anterior. Además aun si se aceptara la idea del costo de oportunidad queda planteado el problema de resolver cuál es el costo de oportunidad y cómo medirlo.

Las diversas propuestas que se han hecho para la determinación de la tasa social de descuento pueden agruparse en dos corrientes principales: por un lado el grupo de economistas que básicamente se adhiere a la idea del costo de oportunidad y que entienden que las tasas de interés que se observan en el mercado constituyen un buen punto de partida para la estimación de la tasa social de descuento. Por otro lado, el grupo de economistas que sostiene que la sociedad como un todo persigue fines diferentes de los que resultan en apariencia de la simple suma de resultados de conductas individuales y que por lo tanto la tasa de interés de mercado no tiene relación con la tasa que debe emplearse para fines de planificación.

En el largo plazo la tasa de interés está determinada por el ahorro y la inversión. La función de demanda por inversiones podemos imaginarla como compuesta por una serie de proyectos cada uno con una tasa de rendimiento esperado y ordenados en forma decreciente de acuerdo con la tasa de rendimiento respectiva. A su vez la función de ahorros total resulta de la suma horizontal de las funciones individuales del ahorro. El punto de equilibrio que queda establecido por las fuerzas del ahorro y la inversión nos daría, conforme al primer enfoque, suficiente información como para estimar una tasa social de descuento. En el mundo real la si-

tuación es un poco más complicada que el esquema planteado, no existe una sola tasa de interés sino una estructura de tasas de interés, pero la idea general de que las fuerzas de mercado (ahorro e inversión) de terminan el nivel de las tasas de interés es válida.

Otro grupo de autores --en especial los asociados al manual de U NIDO-- sostiene que el nivel de inversión total deseado es generalmente superior al que resulta de las fuerzas de mercado, pero en especial objeta el esquema por el lado del ahorro. Afirma que el agregado de las funciones individuales de ahorro no refleja el nivel de ahorros que la sociedad estaría dispuesta a realizar cuando los individuos se comportan en función social.

La tasa social de descuento, dentro del primer enfoque, se estima por el rendimiento que alternativamente se obtendría por los fondos si no se invirtieran en el proyecto que se considera. La pregunta inmediata que nos debemos hacer es de donde proceden los fondos para un proyecto, en qué se emplearían si el proyecto no se llevara a cabo? El conocimiento de este dato es importante pues el criterio que se siga influye en el valor de la tasa social de descuento. Pueden utilizarse básicamente tres supuestos:

- A. Que la inversión pública se hace a expensas de la inversión privada.
- B. Que la inversión pública se hace a expensas del gasto privado (vale decir es financiada con impuestos).
- C. Que la inversión pública se financia a través de endeudamiento púb.

Si suponemos que los fondos para el proyecto se obtienen a costa de la inversión privada, la tasa de descuento relevante sería la tasa de ren

dimiento bruto sobre inversiones que se obtienen en el sector privado.

○ Por tasa bruta queremos significar la tasa de rendimiento antes de los impuestos. Su determinación empírica es posible por varios procedimientos. Una forma de estimar la tasa de rendimiento en el sector privado es trabajar con datos que se obtienen de los balances de empresas. Normalmente los valores del capital y de los beneficios requieren algunos ajustes. Por el lado del capital, en países que ha sufrido un proceso de inflación, los valores de libros no reflejan el valor de mercado de los bienes de la empresa y a su vez el valor residual de esos bienes está frecuentemente viciado por el uso de patrones de depreciación que no responden a la realidad. De cualquier modo el ajuste por estas dos cuestiones es posible; una estimación del valor del equipo de capital puede hacerse sumando las compras de bienes de capital efectuados por la empresa en distintos años, previa corrección por factores que reflejan los cambios en los precios desde el momento de la compra hasta el momento para el cual se hace el cálculo y por factores de depreciación que reflejan el valor residual de cada bien al momento que se hace el cálculo.

Normalmente del lado de los beneficios también se requieren algunos ajustes. La idea es tener un valor que muestre el rendimiento del capital invertido en la empresa, de modo que todos aquellos elementos que afectan a los beneficios pero que no corresponden a la explotación normal deberían ser eliminados. Algunos ejemplos son: pérdidas por incendios, beneficios extraordinarios debido a fluctuaciones de los tipos de cambio, utilidades por venta de bienes del activo fijo, etc.

○ Otro método para la estimación del rendimiento del capital consiste en trabajar con cifras del ingreso nacional y estimaciones del valor del capital

en varios sectores. De las cifras del ingreso nacional puede determinarse cuál es la parte del ingreso que recibe el trabajo y cuál la que recibe el factor capital. A su vez como lo que se desea es conocer la remuneración que recibe el capital del sector privado, deberían introducirse las correcciones necesarias para separar la parte de ingresos del capital del sector público. El valor del capital en un año dado puede obtenerse tomando las inversiones anuales hechas en los años anteriores y operar de manera similar a lo descrito en el método anterior, vale decir actualizando sus valores por índices de precios, corrigiendo por factores de depreciación y sumando.

La determinación de la tasa de rendimiento del capital cuando se supone que los fondos para el proyecto provienen de impuestos consiste en encontrar un promedio ponderado de las tasas de interés --pasivas o activas según el caso-- a que están sujetos distintos grupos de contribuyentes. En este caso el problema consiste en determinar cómo se distribuye la carga impositiva y determinar cuál es la tasa de interés relevante para cada grupo.

El tercer método para la determinación de la tasa social de descuento consiste en determinar el costo de oportunidad de los fondos que el estado obtiene a través del endeudamiento público. Conforme a este esquema puede verse que ese costo depende de las tasas de rendimiento de la inversión antes de los impuestos, de las tasas de rendimiento sobre ahorros netos de impuestos y además de las elasticidades de las funciones de inversión y ahorro. Una intervención del estado en el mercado de capitales consistente en la venta de títulos para financiar las inversiones hará subir la tasa de interés de mercado y provocará un desplazamiento de la inversión privada, una sustitución de ahorros privados y un aumento del ahorro. La magnitud de esos desplazamientos y del aumento del ahorro total dependen del grado con que la inversión y

el ahorro reaccionan a modificaciones en la tasa de interés, en otras palabras de las elasticidades de esas funciones. En esencia, el costo social del capital se estima como un promedio ponderado de las tasas de interés vigentes en el mercado, con ponderaciones dadas por la importancia relativa de cada sector y las elasticidades respectivas.

El primero de los métodos reseñados permite estimaciones empíricas confiables y si bien pueden presentarse dificultades en la obtención de datos, debe decirse que existen distintos niveles de detalle con que -- puede hacerse los estudios. Muchas veces es posible trabajar a nivel bastante agregado y obtener resultados aceptables.

El segundo método, consistente en imaginar los fondos de la inversión como afectando el nivel del gasto de distintos grupos, presenta problemas de cómputo de difícil solución. En primer lugar hará falta conocer la incidencia de distintos impuestos y en segundo lugar la distribución del ahorro y la inversión por grupos de ingresos. La elaboración de información de esa naturaleza deberá descansar necesariamente en supuestos de distinto tipo que pueden llegar a viciar seriamente los resultados.

El tercer método, que ha sido rigurosamente desarrollado por el profesor A. Harberger, es bastante realista y más completo que el primero, pues toma en cuenta tanto lo relativo a la demanda por inversiones como lo vinculado a la oferta de ahorros. Sin embargo dado que en la fórmula desarrollada se requiere conocer el valor de las elasticidades de funciones de ahorro e inversión su aplicación, al menos en el estado actual de información y disponibilidad de estudios, parece difícil. La estimación de tasas de rendimiento de distintas operaciones es posible, pero el cálculo de elasticidades es a veces muy complicado

y con resultados poco confiables y en otras prácticamente imposible. Tal vez una solución práctica puede ser establecer un intervalo probable de variación de los valores de las elasticidades de las funciones de demanda y oferta y de allí derivar límites máximo y mínimo para la tasa social de descuento.

El segundo enfoque, como se ha señalado, objeta el punto de partida empleado por el enfoque basado el costo de oportunidad de los fondos para inversión. Los motivos señalados para sostener que el nivel de ahorro experimentado por la sociedad es menor que el que sería deseable son variados. Por un lado se aduce que el estado persigue fines que son diferentes de los de los individuos. Esto ciertamente lleva a una discusión acerca de la teoría del estado que escapa un poco al objeto de estas notas. Otro tipo de argumentación señala que si los individuos pudieran conocer cuál es la conducta de los otros individuos en la sociedad y pudieran expresar sus preferencias en función social el ahorro sería mayor, sin embargo el mecanismo de mercado no permite conocer el monto de ahorro deseado bajo esas condiciones y entonces un proceso político debe reemplazar el mecanismo de mercado como método para determinar el volumen de ahorro-inversión. Vale decir pues que la tasa de descuento que refleje una decisión social respecto a un volumen dado de ahorro-inversión es algo que no puede observarse en el mercado y debe ser motivo de una decisión política.

Una forma de determinar esa tasa sería trabajar con cierta información cuya obtención es posible. Si un plan de desarrollo fija como meta una tasa de crecimiento dado, para obtener dicha tasa de crecimiento se hace necesario un cierto volumen de inversión. Si se conoce la elasticidad de la demanda por inversiones sería fácil determinar la tasa de interés que produce el volumen de inversión deseado, esa tasa de interés sería la tasa de descuento

a utilizar en la evaluación de proyectos. 1/

En éste como en otros casos es muy importante no perder de vista quién utiliza esa tasa de descuento. El evaluador de proyectos tiene como principal función ilustrar de la mejor manera posible a quién va a tomar la decisión, y en ese sentido no puede atribuirse la función de interpretar los fines de la sociedad. Quien está cerca de las decisiones del conjunto de proyectos y en posición de elaborar un plan general puede recurrir a otras consideraciones como las sostenidas por quienes hemos clasificado como perteneciendo al segundo enfoque. La tasa de descuento en este caso debe necesariamente determinarse en un marco más amplio de planificación, pero si no existen definiciones generales apropiadas, al evaluador de proyectos le resultará difícil e inconveniente suplir esa deficiencia.

Algunos autores han sostenido la posibilidad de utilizar tasas de descuentos diferentes cuando se analizan proyectos ubicados en zonas diferentes. Esta práctica sin embargo introduce tratamiento que no sólo afecta la localización de los proyectos sino que también afecta la elección de proyectos de diversa duración. Si se desean introducir consideraciones especiales por diferencias de tipo regional, es preferible trabajar directamente sobre los

---

1. Este punto de partida ha sido sostenido por Marglin, en su libro "Public Investment Criteria", M.I.T. Press, 1969. Sin embargo, en "Pautas para la evaluación de proyectos" de UNIDO, libro en el cual Marglin es coautor, el criterio ha cambiado y se han introducido elementos subjetivos para la determinación de la tasa social de descuento.

beneficios y/o costos dando ponderaciones diferentes a esos componentes según sea la ubicación del proyecto en lugar de hacerlo a través de la tasa de descuento.

### El costo social de la mano de obra

Para la fijación de criterio para la determinación de precios sociales de mano de obra resulta conveniente caracterizar las situaciones más frecuentes que pueden presentarse en el mercado laboral en relación a distintos proyectos. En general es necesario examinar distintos tipos de desocupación que pueden prevalecer, origen de la mano de obra en relación a la ubicación del proyecto y algunos tipos de distorsiones presentes en el mercado laboral.

### Desocupación disfrazada

La teoría de la desocupación disfrazada ha ocupado un lugar importante en la teoría del desarrollo económico. Se dice que en las áreas rurales de la mayoría de los países subdesarrollados existe una proporción importante de mano de obra que aparentemente está empleada, pero que cuya productividad marginal es cero. Se piensa que si se pudiera trasladar esa mano de obra del campo a otras actividades, habría una gran posibilidad de capitalizar la economía a un costo muy reducido.

En el caso de desocupación disfrazada no es posible identificarse a una persona en particular como ocupada o desocupada, todos en verdad trabajan, pero hay un porcentaje de los obreros ocupados cuya contribución a la producción es nula. En esta teoría se admite -- que la distribución del ingreso entre los factores productivos no se realiza conforme a los principios de la productividad marginal. Conforme a estos principios cada factor de la producción debe



recibir una remuneración igual a su productividad marginal, si hay personas cuya productividad marginal es cero su salario deberá ser cero, pero esto no ocurre en el caso de la desocupación disfrazada. En verdad existe un sistema de remuneraciones que se rige por la remuneración media para el grupo o familia que opera una unidad de explotación.

La teoría de la desocupación disfrazada ha sido motivo de controversia y algunos autores han tratado de efectuar una contrastación empírica acerca de su existencia. Con frecuencia se ha sostenido en la literatura que la proporción de mano de obra en condiciones de desocupación disfrazada alcanza en las zonas rurales al 25 por ciento del total. Hasta ahora no se ha presentado evidencia concluyente de la existencia de desocupación disfrazada --al menos en el grado pretendido en las citas mencionadas-- en cambio para algunos casos hay información que permite inferir su falta de presencia o al menos dudar seriamente acerca de su existencia.

La teoría de la desocupación disfrazada ha servido de base para muchas propuestas de planes o estrategias de desarrollo. Se ha pensado que su existencia constituirá una fuente apropiada de formación de capital para los países en vías de desarrollo. Con relativamente poco costo podría trasladarse trabajadores de las zonas rurales a áreas urbanas y orientarlas a actividades dedicadas en especial a la formación de capital. De ese modo, si en verdad existe desocupación disfrazada la producción agrícola no disminuiría y el grado de capitalización podría aumentar.

Cuando un proyecto va a emplear obreros que están trabajando en el agro y existen fundadas razones para pensar que hay desocupación disfrazada, los costos por mano de obra a imputarse serían solo los necesarios para trasladar esos

obreros hasta el lugar del proyecto y los mayores costos que esos obreros tendrían para vivir en la ciudad en comparación con el campo.

#### Desocupación friccional

En la mayoría de las economías tanto desarrolladas como en proceso de desarrollo, en particular en las zonas urbanas existe normalmente un porcentaje de fuerza laboral desocupada. Este tipo de desocupación - provocado por el tiempo que los trabajadores emplean mientras cambian de trabajo, etc. se conoce con el nombre de desocupación friccional. Los porcentajes de desocupación friccional varían entre países, muchos países de Europa tienen porcentajes del 1 por ciento, en Estados Unidos es de aproximadamente el 4 por ciento y en muchos países de América Latina es del 6-7 por ciento.

Es bastante difícil imaginar que un proyecto o un conjunto de proyectos per se pueda disminuir de manera significativa el desempleo friccional; por lo tanto normalmente, al evaluar un proyecto no se introduce ninguna modificación en el precio. Solamente si se tienen fundadas razones para pensar que el proyecto va a tener una influencia en la tasa de desempleo sería legítimo valorar el trabajo en un porcentaje menor que el salario de mercado.

#### Desocupación cíclica.

El nivel de desocupación varía, a veces marcadamente, en las distintas fases del ciclo. Si un proyecto va a emplear obreros que de otra manera permanecería desocupados es legítimo -- imputar un costo menor que el de los salarios que se pagan. Sin embargo cabe aquí hacer algunas observaciones. Por un lado

no siempre es posible identificar el impacto del proyecto sobre el empleo total que depende de fluctuaciones de la demanda agregada. Normalmente una economía pasa por períodos de depresión y por períodos de expansión pero estos períodos rara vez se prolongan por mucho tiempo. La corrección que se introduciría al monto de salarios que se paga, en caso de hacerse, debiera serlo sólo por el tiempo que se piensa que la economía se va a encontrar en una situación de depresión.

Para el caso de los obreros que se van a ocupar en el proyecto y que de otra manera estarán desocupados el precio a imputarse no debe ser cero, sino un salario, tal vez menos que el de mercado, pero suficiente para inducir a esa persona a trabajar. Aquí debemos introducir la idea del precio de reserva. Una persona aunque esté desocupada no por ello va a estar dispuesta a trabajar por cualquier salario, hay un límite debajo del cual la persona preferirá quedarse sin hacer nada antes que trabajar, dicho límite se conoce con el nombre del precio o salario de reserva y en esencia mide el valor que esa persona otorga al tiempo libre.

#### Desocupación estacional

Las características de diversas explotaciones, en particular las agropecuarias, imponen un tipo de trabajo que requiere plena ocupación durante una época del año y tareas mínimas durante otras épocas. El salario de mercado sería el recomendable a -- emplearse en un proyecto que utiliza mano de obra que se sustrae de actividades agropecuarias en época de plena ocupación. En la época de menor actividad podrían distinguirse dos situaciones una en la que

hay movilidad territorial y los obreros de la zona pueden encontrar ocupación temporal en otras áreas, y otra en la que no hay movilidad territorial y por lo tanto un alto porcentaje de la población permanece inactivo. En el primer caso el costo social para el proyecto sería lo que los obreros pueden ganar en las ocupaciones fuera de la zona, y en el segundo un salario tal que induciría a esos obreros a trabajar. Nuevamente en este caso es relevante aplicar la idea del salario de reserva.

#### Salarios en los sectores urbanos en presencia de distorsiones

Una situación frecuente en el mercado laboral, es la existencia simultánea de salarios diferentes para una misma profesión. Esta diferencia no suele deberse a tipos de destreza o capacidades diferentes sino a la acción de uniones laborales en algunos casos y en otros a leyes de salarios mínimos, resortes institucionales, etc. A los fines del análisis conviene distinguir dos grupos de trabajadores uno que percibe un salario más alto y que llamaremos "protegido" y otro grupo integrado por el resto y que llamaremos "no protegido". Un interrogante que se plantea en este caso es cuál es el salario a utilizarse. La respuesta es el salario vigente en el sector "no protegido".

La idea es que cualquiera sean las condiciones que se estipulan para la contratación de los obreros para el proyecto y cualquiera sea el sector laboral de donde estos provengan siempre será posible identificar una cadena de sustitución tal que al final los obreros atraídos al proyecto provienen del sector "no protegido". Si alguien es atraído al proyecto y el puesto es cubierto por un ex-miembro del grupo "protegido", inmediatamente la vacante será cubierta por otra persona y se producirá una cadena de sustituciones, pero en último término una persona del sector "no protegido" entrará al sector

"protegido". En esa cadena de sustitución, supuestamente, la producción que se sacrifica por llevarse a cabo el proyecto corresponde a lo que deja de producir un operario en el sector "no protegido".

Cuando en un proyecto debe pagarse el salario vigente en el sector protegido, la diferencia de salarios entre el sector protegido y el sector no protegido debe computarse como beneficios del proyecto.

#### Diferencias entre salarios urbano y rural

En el caso de proyectos en las zonas urbanas con frecuencia surge la duda si el salario a imputarse por obreros no calificados corresponde a los salarios vigentes en el medio rural o en el medio urbano. El principio a aplicarse en este caso es similar al del caso anterior, debe imputarse el salario vigente en el sector urbano "no protegido".

Es verdad que normalmente existe una diferencia entre el salario en la zona rural y el área urbana, pero si no existen factores institucionales o legales especiales que tiendan a causar esa diferencia o a crear rigideces, esas diferencias deben ser vistas como diferencias necesarias para compensar a los trabajadores por los mayores costos de vivir en la ciudad.

#### Precio social de las divisas

En la consideración de proyectos pueden presentarse casos en que parte o todos los insumos son importados o bien que algunos de los insumos aun cuando siendo de producción nacional tienen una parte importada. La producción de distintos proyectos puede estar destinada en parte o totalmente al mercado exterior.

Desde el punto de vista de un empresario particular el costo de los insumos importados estaría dado por el valor c.i.f de esos bienes, y en caso de producción exportada por el valor f.o.b. La forma en que se realiza la valuación obedece a las características del mercado de divisas, vale decir a los tipos de cambio vigentes, permisos previos, etc.

Cuando la evaluación se hace desde el punto de vista social deben tenerse en cuenta características particulares de las divisas y la interrelación entre el proyecto y mercado de divisas.

Mientras que la mano de obra se caracteriza por una gran heterogeneidad y en algunos casos por cierta inmovilidad, el cambio extranjero es en la mayoría de los casos un bien homogéneo. En el caso de la mano de obra se requieren muchos precios sociales pero en el caso del cambio extranjero hace falta solo uno.

No obstante dado que el cambio extranjero es susceptible de diversos usos surgen problemas de estimación. La tasa de mercado de las divisas depende de las políticas que en materia de comercio exterior siga el gobierno, y en algunos casos su valor puede no reflejar el costo para la economía de producir esas divisas. Por ejemplo en el caso de un amplio sistema de restricciones a las importaciones la tasa de cambio oficial subestima el valor real que tiene para la economía lograr unidades adicionales de cambio extranjero, en otras palabras la tasa de cambio social es mayor que la tasa de cambio de mercado. Igual resultado puede observarse si hay un sistema de subsidios a las exportaciones.

Un criterio adecuado para calcular el costo social de las divisas es determinar cuánto cuesta al país, en el margen, en términos de recursos internos la generación de divisas. Este principio es suficientemente general y vale tanto para los casos de uso directo e indirecto de divisas como para los

casos de sustitución de importaciones y de generación de divisas por aumento de exportaciones.

Una forma práctica de calcular el costo social de las divisas conforme a este criterio es estimar la probable distribución del incremento en la disponibilidad de divisas entre las distintas categorías de bienes. La forma en cómo se distribuye el aumento de divisas puede ofrecer dificultades, pero su cálculo puede hacerse en forma aproximada sobre la base de la experiencia histórica respecto a la distribución de incrementos marginales de divisas en el pasado, para lo cual las estadísticas de importación son útiles. Conforme a este criterio el costo social de las divisas sería igual al precio de mercado más un promedio ponderado de las tarifas y recargos a la importación existentes.

La fórmula referida nos da una aproximación y es válida para el caso en que el volumen de exportaciones se supone dado. Muchas veces modificaciones en las tasas de cambio, o cambios en los impuestos a la exportación alteran el volumen de exportaciones. Esta circunstancia tiene su influencia en el precio social de las divisas y un concepto más preciso requeriría que se tome en cuenta lo que ocurre en el lado de las exportaciones.

Al incorporar el lado de las exportaciones, el principio básico del costo interno de las divisas no sufre modificaciones, sólo que en lugar de corregir el precio de mercado por las tarifas a las importaciones debe agregarse lo referente a impuestos y retenciones a las exportaciones.

BIBLIOGRAFIA

ARNOLD C. HARBERGER, "Costo social de la mano de obra" Evaluación de Proyectos. Editorial Derecho Financiero, Madrid. 1973.

T.W.SCHULTZ, "Modernización de la agricultura tradicional", New Haven, Yale University Press, 1964, 212 páginas.

ARNOLD C. HARBERGER, "Estimación de la tasa de rendimiento del capital en Colombia" en Evaluación de proyectos. Editorial Derecho Financiero Madrid. 1973.

A.H. PETREI, "La tasa de rendimiento en capital físico en la industria manufacturera en Argentina". (mimeografiado). También en Oxford Economic Papers, Nov. 1973.

CLENN P JENKINS, "The Measurement of Rates of Return and Taxation from private Capital in Canada" en Benefit-Cost and Policy Analysis. Aldine Annual, 1972.

ARNOLD C.HARBERGER, "El costo social de los fondos públicos" en Evaluación de Proyectos. Editorial Derecho Financiero. Madrid, 1973.

ERNESTO FONTAINE, "El precio sombra de las divisas para la evaluación social de proyectos" En Evaluación privada y social de proyectos. Universidad Católica de Chile. Instituto de Economía. Diciembre, 1971.



## V. EJERCICIOS

### Ejercicio No. 1

En base a los siguientes datos referidos a un proyecto de inversión se pide determinar si la realización de ese proyecto resulta o no conveniente: a) desde el punto de vista privado, b) desde el punto de vista social.

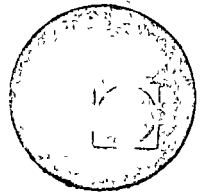
El proyecto consiste en la construcción de una planta para producir "quemidos" para el cual el estado va a otorgar una concesión a una empresa privada. La planta se construirá en un lugar donde actualmente opera una granja modelo propiedad del estado cuyos terrenos se estima que valen en el mercado \$5 millones, y que al cabo de 12 años su precio habrá de duplicarse. El terreno será prestado por el estado a título -- gratuito durante todo el tiempo que requiere la construcción y operación de la planta.

La construcción durará dos años y se estima que los costos de maquinarias y equipos serán de \$50 millones en el primer año y \$50 millones - en el segundo año con un componente importado para cada año de un 30%. - Durante todo el tiempo de construcción se requerirán 1,000 obreros no es- pecializados que serán contratados en la zona. Conforme a la ley de sala- rios mínimos no se puede pagar menos de \$300 por mes, sin embargo duran- te seis meses del año se piensa que la gente está empleada en la cosecha de cultivos de la zona y que para atraerlos al proyecto se va a requerir un salario 20% mayor que el salario mínimo. Fuera de la época de cosechas hay en la zona mano de obra sobreabundante y la gente estaría dispuesta a trabajar por salarios que llegan sólo a 50% del salario mínimo. La cons- trucción de la planta requiere además obreros especializados y técnicos cuyo costo global se estima en \$2 millones para el primer año y en \$3 mi- llones para el otro año.





centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

ANALISIS DE SENSIBILIDAD

ING. JOSE LUIS LOPEZ LEAUTAUD

Tacuba 5, primer piso. México 1, D.F.  
Teléfonos: 521-30-95 y 513-27-95

## EL ARRENDAMIENTO FINANCIERO, ¿ UN MEJOR METODO DE CONSEGUIR RECURSOS ?

En los últimos años han aparecido en México diversas compañías que ponen a disposición del empresario, en particular del industrial, una nueva arma - de "financiamiento" para sus operaciones y que se conoce con el nombre de arrendamiento financiero.

Este tipo de operación se lleva a cabo en los siguientes términos generales: un arrendatario adquiere un equipo para su uso a cambio del cual se compromete a pagar al arrendador una cuota mensual por un determinado número de meses; al final de este período el bien pasa a posesión del arrendatario por una suma meramente nominal.

Debido a la forma en que se redacta el contrato de arrendamiento y a que la ley mexicana no es tan explícita en estas modalidades como la ley de los Estados Unidos de América, país donde se originó esta modalidad hace ya bastante tiempo, se arguye que tiene muchas ventajas para las empresas; entre las principales se pueden mencionar las siguientes:

- 1.- La conservación de capital de trabajo y su liberación para otros propósitos.
- 2.- Postergación de impuestos por medio de depreciación acelerada.
- 3.- Inafectabilidad de las líneas de crédito.
- 4.- Reducción, y a veces eliminación, de las necesidades de capital adicional para invertir en modernizaciones, expansiones y diversificaciones.
- 5.- Protección contra la inflación.

Un artículo recientemente aparecido (Christman, J.H., "Industry Pares Cost with Lease Financing", Mexican-American Review, January 1968) aprecia el -

volumen de las operaciones de este tipo en México en el orden de 110 millones de pesos y lo extrapola para 1975 hasta 635 millones de pesos.

Un volumen de operación de la magnitud del actual debe merecer la observación de toda empresa y tratar de descubrir en qué le puede beneficiar; pero, sobre todo, de las compañías que facilitan recursos a, y de todos los que estudian la economía de, las empresas.

En el trabajo que se presenta a continuación se exponen los resultados de la comparación de esta forma de consecución de recursos con la más accesible en la actualidad al empresario mexicano: - el préstamo directo de un banco o - compañía financiera con el cual se adquiere el equipo o maquinaria en cuestión.

En general podemos decir que los resultados muestran lo siguiente:

- a) Conviene arrendar en vez de financiar, para las condiciones en que se desarrollan en la actualidad las empresas mexicanas, cuando el equipo es depreciable en 10 años (120 meses) y el financiamiento que se puede conseguir para este equipo tiene una duración menor de 36 meses con interés de 1% sobre saldos insolutos.
- b) También conviene arrendar si el equipo es depreciable en 5 años (60 meses) y el financiamiento que se puede conseguir es de una duración menor de 12 meses con interés de 1% sobre saldos insolutos.
- c) Las ventajas adicionales que supuestamente ofrece el "arrendamiento financiero" y que no pueden ser expresadas tangiblemente, al observarse a la luz de otras alternativas para la adquisición de ese bien (un financiamiento como el que se puede conseguir en nuestro medio, por ejemplo), son un peligro latente para el bienestar de una empresa, como se podrá observar a continuación.

## ASPECTOS CUALITATIVOS

Comenzaremos por analizar los aspectos que por su intangibilidad no pueden ser expresados cuantitativamente y que supuestamente ofrecen ventajas; estos aspectos son los números 3, 4 y 5 mencionados arriba.

### 1.- INAFECTABILIDAD DE LAS LINEAS DE CREDITO.

Este es, por sus probables implicaciones, el aspecto más importante de la comparación cualitativa. Decimos cualitativa porque, dado que es difícil conocer la calidad de riesgo que las empresas, o sus manejadores, están dispuestos a correr, es difícil asimismo los efectos que la relación pasivo a capital contable (leverage ratio) y el flujo de efectivo neto tienen en la salud de estas empresas.

Se supone que, arrendando un bien, una compañía podrá hacer a un lado las restricciones impuestas por las instituciones de crédito susceptibles de prestarle más dinero para financiar otras necesidades de capital; a base de una combinación de préstamos y arrendamientos estará entonces la compañía en posición de manejar una mayor cantidad de capital que si sólo consiguiera préstamos.

Esto debe ser referido por fuerza a las técnicas actuales de análisis de estados financieros porque, indudablemente, hay una diferencia en la forma de reportar cada una de estas obligaciones en los mencionados estados financieros. Una deuda aparece en el balance, mientras que un arrendamiento se "entierra" o se "nubla" entre los "costos de lo vendido" o "gastos de administración", afectando necesariamente al "flujo de efectivo".

Apreciemos completamente la importancia de esta diferencia. Es costumbre en nuestro medio el hacer una evaluación de la estructura del capital de una compañía en términos de ciertas relaciones estándar - como pasivo-capital contable, intereses-ganancias netas, etc. Si los resultados de los análisis de los estados financieros van a tener algún significado, estos análisis no deben restringirse a las cifras mostradas por el balance, ignorando al mismo tiempo las implicaciones de un arrendamiento, sino hacer un estudio más exhaustivo, explorando profundamente hasta conocer con mayor certeza la situación de una empresa. Obviamente, las relaciones mencionadas antes deben afectarse al descubrirse que existe un equipo adoptado bajo la fórmula de arrendamiento, ¿cómo se puede hacer esto?

La forma más sofisticada y que, desde luego, afecta considerablemente los resultados de un análisis de estados financieros en una forma desfavorable a la empresa, se hace con la intención de rehacer el balance de una compañía hasta incluir en el activo y el pasivo las partes correspondientes a un arrendamiento. Esto involucra una capitalización de las cuotas que se están pagando dividiéndolas por una tasa de interés determinado, digamos 5/6% mensual. Así, por ejemplo, una cuota mensual de 1,000 pesos representaría un equipo de 120,000 pesos. Esta cantidad se añadiría al activo y al pasivo para reflejar con mayor fidelidad la estructura financiera de la compañía en cuestión. Claramente, como se dijo antes, esto tiene dos efectos nocivos para una compañía que son:

- i.- el valor del equipo queda exageradamente abultado pues la capitalización de esta deuda de arrendamiento se hace considerando que tiene una duración infinita (al dividir por el interés, sin considerar tiempo).
- ii.- más abultamiento sufre este valor al dividirse la cuota por una tasa de interés menor que la usual para préstamos de financieras y, sobre todo, muchísimo menor que la tasa real que representa esa cuota bajo la fórmula de arrendamiento, dado el valor del equipo.

Así, el costo del equipo abultado se refleja en el pasivo y la relación pasivo-capital contable sube considerablemente, lo que da una influencia negativa para la concesión de un crédito que se esté considerando. Debe advertirse que esto no es una exageración, sino práctica usual en las financieras mexicanas como lo han podido comprobar los autores en conversaciones privadas. ¿Se dan cuenta las compañías que utilizan esa clase de financiamiento que ajustes de este tipo se hacen a sus estados financieros?

## 2.- REDUCCION DE LAS NECESIDADES DE CAPITAL ADICIONAL PARA NUEVAS INVERSIONES.

Este aspecto está íntimamente relacionado con los aspectos cuantitativos y es claro que se refiere al hecho de que en los primeros períodos de posesión del bien se obtiene una reducción de impuestos si se adopta la fórmula del arrendamiento { producto de que la cuota de renta involucra amortización del capital y pago de intereses y se contabiliza como gastos de operación } y este dinero que se deja de



pagar al fisco puede utilizarse para nuevas inversiones. Como se verá después, a no ser en casos muy especiales como los que se mencionan al principio, esta postergación de impuestos puede resultar negativa porque los impuestos que se tienen que pagar de más en los últimos años también son subtracciones a los fondos que pueden ser utilizados para reinversión y que, desde luego, se deben castigar con la misma tasa de reinversión con que se premió a los fondos positivos del principio.

### 3.- PROTECCION CONTRA LA INFLACION.

Según este argumento, al contratarse un arrendamiento los pesos del futuro pagarán los costos del futuro. Este es a nuestra manera de ver la mayor de las falacias (o de las inocencias) de estos argumentos pues, desde luego, al contratarse un financiamiento los pesos del futuro también pagarán los costos del futuro dado que las financieras no ponen cuotas que varían con su voluntad, sino que se firman los documentos por cantidades específicas pagaderas cada período; estas cantidades quedan fijas e inalterables.

Además, es de dudarse que las cuotas que cobran las arrendadoras no incluyan ya un factor por inflación, implícito desde luego, sobre todo porque el interés equivalente que ellas cobran es siempre mayor que el 1.1/12% mensual que es el usual en nuestras financieras.

Más aún, no hay arrendadora que arriende a más de 60 meses y, dado que la inflación en México ha promediado 2.75% en los últimos años y se cree que baje hasta 2.5%, este efecto debe ser despreciado a la luz de las cuotas tanto de financieras como arrendadoras. No insistiremos más en este punto por ser tan débil el argumento.

## ASPECTOS CUANTITATIVOS

Los aspectos cuantitativos de la comparación entre un arrendamiento y un financiamiento es el principal argumento que utilizan las compañías arrendadoras para vender su idea a los empresarios. Debe aclararse aquí que este argumento de ventas es usado con mayor o menor error, en el concepto, por todas las compañías arrendadoras pero hay algunas cuya exposición no resistiría el ataque más débil que pudiera presentar una persona con los más elementales conocimientos de contabilidad.

El argumento a que nos referimos en el párrafo anterior se basa en términos generales en los siguientes conceptos:

- a) Se supone que el bien objeto del arrendamiento o financiamiento se va a tener en posesión durante su vida fiscal (período de depreciación permitido por el fisco).
- b) A consecuencia de que los pagos por renta se pueden cargar como costos de operación, estos son totalmente deducibles para propósitos de impuestos sobre la renta. No sucede así con los pagos de un préstamo en cuyo caso sólo los intereses son deducibles.
- c) Debido a que estos pagos por renta llevan involucrado el pago de capital, se logra una depreciación acelerada.
- d) El flujo de efectivo adicional que se obtiene por consecuencia de esta depreciación acelerada se invierte en la misma empresa a una tasa de crecimiento que supuestamente es bastante alta.

Antes de entrar de lleno al estudio detallado de un caso particular y de un modelo matemático ligeramente sofisticado permítasenos - aclarar los errores que hemos encontrado en estas presentaciones al mismo tiempo que apuntar hacia ciertos artificios que evitan que el posible cliente se predisponga en contra de la proposición:

- 1) Los cálculos que presentan están basados en que las erogaciones se hacen cada año a pesar de que los pagos por arrendamiento deben ser hechos cada mes. Es cierto que los resultados se presentan cada año al fisco, pero esto no evita que una compañía pueda disponer de un sistema contable en el que se hagan presentaciones parciales cada mes y se disponga, por lo tanto, del dinero resultante de la operación mensual para otros proyectos. Recuérdese que esto es una prerrogativa de los que manejan a la compañía.
- 2) Generalmente suponen que el financiamiento que se puede conseguir para el equipo tiene la misma duración que el arrendamiento siendo que muchas veces la duración de un financiamiento es mayor que la de un arrendamiento.
- 3) Suponen que los fondos adicionales pueden ser reinvertidos a una tasa de crecimiento o de reinversión del 25% anual o más. Indudablemente que entre todas las inversiones de una compañía debe haber algunas que den esta tasa de recuperación; sin embargo, a no ser que la compañía lleve un control estrictísimo sobre cada uno de sus renglones de inversión nos parece muy - aventurada una aseveración de ese tipo.

El argumento esgrime este rendimiento para el "capital de trabajo" pero dudamos mucho que se pueda hablar de un "rendimiento del capital de trabajo" y un "rendimiento del capital en activo fijo" debido a la imposibilidad de separar el renglón "utilidades" en dos partes: una correspondiente al capital de trabajo y otra correspondiente al activo fijo.

En un intento de hacer lo descrito arriba se tomó un trabajo estadístico realizado por una compañía financiera (Compañía General de Aceptaciones, S. A., Departamento de Estudios Económicos, "Contribución al Estudio de la Estructura Financiera de la Industria Mexicana") en cuya tabla 14, que se reproduce en este trabajo como Tabla I puede observarse que la relación utilidad neta-capital contable que indudablemente da una indicación del rendimiento del capital no pasa del 21%. La productividad del capital debe ser medida con respecto al activo total y este 21% se disminuye todavía más.

Podríamos ser aún más específicos tratando de descubrir cuál es la productividad del capital de trabajo y pensar que las empresas cuyo capital total está formado principalmente por capital de trabajo deben ser las empresas comerciales, éstas dan un máximo de 14.6% como rendimiento de su capital total. Obviamente un rendimiento del 25% parece un poco utópico para las condiciones del medio mexicano.

4) En algunas ocasiones hacen el análisis no a lo largo de la vida fiscal del equipo, sino sólo durante el lapso del arrendamiento; pero (y es un pero mayúsculo) la depreciación en los períodos posteriores a la terminación del arrendamiento, si se adopta la fórmula de financiamiento, también disminuye los impuestos y este ahorro debe ser tomado en cuenta en una evaluación económica.

#### COMPARACION DE UN PAR DE PLANES TIPICOS.

Para hacer más objetiva la evaluación vale la pena comparar un plan de financiamiento y otro de arrendamiento y ver bajo qué condiciones tomaríamos cada uno de estos planes. Las condiciones bajo las cuales se regirían los planes serían las siguientes suponiendo un equipo depreciable en 120 meses (10 años).

##### Arrendamiento

Plazo: 60 meses  
Depósito: 5 meses  
Tarifa: \$24.00 M.N. mensuales por cada \$1,000.00 M.N. del equipo. Cesión de propiedad al término del contrato por el 7% del valor original del equipo.

##### Financiamiento del 100% del costo

Plazo: 60 meses  
Interés: 1% mensual sobre saldos insolutos.

Con estos datos podemos hacer una tabla que nos diga cuál es el costo neto (después de impuestos) mensual de cada plan. Esta tabla es la II en la que se considera que el equipo tiene un costo original de 100,000 y que la compañía tiene una tasa de impuestos y participación del 50%.

Como se puede ver al comparar la columna de saldos netos hay una diferencia a favor del arrendamiento en los meses del 1 al 59 y a favor del financiamiento en los meses 0 y del 60 al 120.

Las preguntas que debemos hacernos son:

- a) ¿valdrá la pena recibir dinero durante los primeros meses a cambio de dejar de recibir (entregar al fisco) dinero en los últimos meses?
- b) ¿cómo podemos hacer crecer este dinero que recibimos en los primeros meses? o sea ¿cómo podemos reinvertirlo?
- c) sabiendo cómo va a crecer, ¿nos dará para pagar lo que debemos entregar en los últimos meses? o de otra forma ¿qué tanto deja de producirnos este dinero que estamos forzados a entregar en los últimos meses?

Estas preguntas se contestan haciendo una evaluación de la forma en que crece o se reinvierte cada uno de los flujos positivos (a favor del arrendamiento) hasta llegar al mes 120; por ejemplo los 542 (1742-1200) a favor del arrendamiento en el primer mes se pueden reinvertir a una tasa del 2% mensual (24% anual aparente, pues no es lo mismo reinvertir cada mes que cada año; si se reinvierte cada mes es equivalente a reinvertir al 26.8% anual) y se convertirían al crecer durante los 119 meses restantes en:

$$542 (1 + 0.02)^{119} = 542 \times 10.554 = 5720 \text{ pesos}$$

Podemos hacer esto para cada flujo positivo y negativo (los positivos nos dicen lo que ganamos y los negativos lo que dejamos de ganar) pero

afortunadamente existen métodos\* que, con factores de interés compues-  
to fácilmente accesibles a través de tablas\*\*, nos ayudan a calcular  
los valores futuros de los flujos y nos ahorran una cantidad conside-  
rable de trabajo. Con el fin de ahorrar más trabajo, un método equi-  
valente al descrito arriba para los 542 pesos es el de calcular cada  
flujo por separado y después hacer la diferencia. Comprobemos esto:  
1742 en 119 meses:

$$1742 (1 + 0.02)^{119} = 1742 \times 10.554 = 18385$$

y 1200 en 119 meses:

$$1200 (1 + 0.02)^{119} = 1200 \times 10.554 = 12665$$

la diferencia entre los dos:  $18385 - 12665 = 5720$

que es el mismo resultado que encontramos antes.

Utilizando los métodos mencionados en la primera referencia podemos -  
saber que el valor de reinvertir (+) o dejar de reinvertir (-) los -  
saldos netos del arrendamiento será:

$$\begin{aligned} & \left[ -1460 - 1200 (pwf-2-55) + 1200 (pwf-2-4) (pwf'-2-55) - \right. \\ & \quad \left. - 5800 (pwf'-2-60) \right] (caf'-2-120) = \\ & = (-14160 - 1200 \times 33.175 + 1200 \times 3.808 \times 0.336 - \\ & \quad - 5800 \times 0.305) 10.765 = -583,500 \end{aligned}$$

en una forma similar, para el financiamiento:

$$\begin{aligned} & \left[ -1750 (pwf-2-60) + 8 (gpwf-2-60) + \right. \\ & \quad \left. + 417 (pwf-2-60) (pwf'-2-60) \right] (caf'-2-120) = \\ & = (-1750 \times 34.761 + 8 \times 823.050 + \\ & \quad + 417 \times 34.761 \times 0.305) 10.765 = -533,500 \end{aligned}$$

\* Grant, E.L. and Ireson, W.G. "Principles of Engineering Economy" Fourth Edition, The Ronald Press Company Inc., New York.

\*\* Por ejemplo: "Compound Interest and Annuity Tables", Third Edition, Financial Publishing Company, Boston. 12

La diferencia, que es a favor del financiamiento, es de

$$583,500 - 533,500 = 50,000 \text{ pesos.}$$

Como se podrá ver, aún a estas altas tasas de crecimiento, lo que de jamos de ganar por no invertir en los últimos meses, si aceptamos un arrendamiento en vez de un financiamiento, es bastante mayor - que lo que ganamos por reinvertir en los primeros meses.

En vez de aburrirnos haciendo comparaciones entre planes construyamos un método que nos diga cuando nos conviene arrendar y cuando nos conviene financiar. Esto lo podemos hacer determinando cuál es la cuota máxima que estaríamos dispuestos a pagar sabiendo qué financiamiento podemos conseguir, qué tanto nos produce cada peso invertido (a qué tasa crece nuestro dinero) y cuál es el lapso del arrendamiento que nos ofrecen.

#### UN MODELO MATEMATICO SIMPLIFICADO

El modelo que se presenta a continuación se ha hecho simplificado con fines prácticos de análisis y para tratar de incorporar los pensamientos expresados anteriormente en una forma de criterio que puede servir para elaborar políticas y sobre todo para hacer decisiones entre financiamiento y arrendamiento.

Las bases en que se fundamenta el modelo son las siguientes:

- a) El arrendador renta el equipo a un plazo de  $N_R$  meses y con una tarifa mensual de  $C_R$  pesos por cada peso del valor del equipo.
- b) Exige además que el impuesto por ingresos mercantiles (3%)



lo pague el arrendatario y que deposite una doceava parte del número total de pagos que hará bajo el contrato, este depósito se recupera en los últimos pagos.

- c) Al finalizar el contrato, el bien puede pasar a propiedad del arrendatario mediante una cuota que es una fracción (generalmente menos de 10%) del valor original del equipo o bien se puede prorrogar el contrato a una cuota meramente nominal. Para este modelo consideramos que el precio de compra del bien al finalizar el contrato es el 7% del valor original.

De lo dicho arriba podemos deducir que si tenemos una tasa de impuestos  $t$ , el costo será:

$$(1-t) 0.03 N_R C_R + \frac{N}{12} C_R \quad \text{para el mes 0} \quad (1)$$

$$(1-t) C_R \quad \text{para los meses 1 hasta } \frac{11}{12} N_R \quad (2)$$

$$- (1-t) C_R \quad \text{para los meses } \frac{11}{12} N_R + 1 \text{ hasta } N_R - 1 \quad (3)$$

$$0.07 - (1-t) C_R \quad \text{para el mes } N_R \quad (4)$$

el cálculo de valor presente de esta serie de flujos resultará de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} VP_A = & \frac{N}{12} C_R + (1-t) \left[ 0.03 N_R C_R + C (pwf-TR N_R) \right] \quad (5) \\ & - C_R \left[ (pwf-TR - \frac{N}{12}) (pwf'-TR - \frac{11}{12} N_R) \right] + \\ & + 0.07 (pwf'-TR-N_R) \end{aligned}$$

donde  $(pwf-i-n)$ : factor de valor presente de una serie uniforme de flujos que acontecen del período 1 al período  $n$

$(pwf'-i-n)$ . factor de valor presente de un sólo flujo que acontece en el período  $n$  descontado con una tasa  $i$  por período.

o sea:

$$VP_A = C_R \left\{ \frac{N_R}{12} + (1-t) \left[ 0.03 N_R + (pwf'-TR-N_R) \right] - (pwf'-TR-\frac{N_R}{12}) \right. \\ \left. + (pwf'-TR-\frac{11}{12} N_R) \right\} + 0.07 (pwf'-TR-N_R) \quad (6)$$

Bajo el financiamiento tendremos el siguiente costo; provocado por el pago del principal  $P$  (que va todo por no ser deducible) más una parte del interés  $I$  (por ser deducible) menos una parte de la depreciación  $D$  (por ser deducible también y sabiendo que la depreciación no es un flujo de efectivo neto porque no sale el dinero de nuestra caja) para un mes  $k$  cualquiera:

$$- t D_k + P_k + (1-t) I_k \quad (7)$$

donde:

$D_k$ : depreciación en el mes  $k$

$P_k$ : pago de principal en el mes  $k$

$I_k$ : intereses en el mes  $k$

$k$ : índice del mes en cuestión (va desde 0 hasta  $N_D$ )

Si llamamos  $N_D$  al número de meses que permite la ley para depreciar el bien.

$$D_k = \frac{1}{N_D} \text{ para toda } k \quad (8)$$

Si el financiamiento se realiza con una duración de  $N_F$  períodos y con interés  $i_F$  por período, los pagos del principal serán:

$$P_k = \frac{1}{N_F} \text{ para los meses } 1 \text{ hasta } N_F \text{ (} k = 1, \dots, N_F \text{)} \quad (9)$$

y los pagos de intereses serán:

$$I_k = i_F \left[ 1 - (k-1) \frac{1}{N_F} \right] \text{ para el mes } k \text{ (} k=1, \dots, N_F \text{)} \quad (9')$$

Para conocer el valor presente del costo del financiamiento reconocemos que el costo anual será, substituyendo (8), (9) y (9') en (7):

$$-\frac{t}{N_D} + \frac{1}{N_F} + (1-t) i_F \left[ 1 - (k-1) \frac{1}{N_F} \right] \text{ Para } k = 1, \dots, N_F \quad (10)$$

$$-\frac{t}{N_D} \text{ para } k = N_F + 1, \dots, N_D \quad (11)$$

O sea que después de haber pagado la deuda aún se siguen recibiendo beneficios por ahorros de impuestos, como lo demuestra (11) para los meses  $N_F + 1$ ,  $N_F + 2$ , etc.

De la ecuación (10) podemos observar que está compuesta de dos partes, una parte que no cambia para ningún valor de  $k$ :

$$-\frac{t}{N_D} + \frac{1}{N_F} + i_F (1-t) \quad (12)$$

y otra que depende del valor que tenga  $k$  (el mes en cuestión):

$$- (k-1) \frac{i_F}{N_F} (1-t) \quad (13)$$

Esta última parte tiene una disminución de:

$$\frac{i_F}{N_F} (1-t) \text{ por mes} \quad (14)$$

Así, podemos utilizar dos factores: el  $(pwf-TR-N_R)$  ya explicado arriba y el  $(gpwf-TR-N_F)$  que es un factor que convierte en valor presente una serie de flujos que se incrementa o disminuye por una cantidad constante cada período. Por lo tanto el valor presente correspondiente a los términos de la ecuación (10) será:

$$VP'_F = \left[ -\frac{t}{N_D} + \frac{1}{N_F} + i_F (1-t) \right] (pwf-TR-N_R) - (1-t) \frac{i_F}{N_F} (gpwf-TR-N_F) \quad (15)$$

y el correspondiente a los términos de la ecuación (11):

$$VP''_F = -\frac{t}{N_D} \left[ pwf-TR-N_D - N_F \right] (pwf'-TR-N_F) \quad (16)$$

La suma de los dos nos da el valor presente del financiamiento:

$$VP_F = -\frac{t}{N_D} (pwf-TR-N_D) + \left[ \frac{1}{N_F} + i_F (1-t) \right] (pwf-TR-N_F) - (1-t) \frac{i_F}{N_F} (gpwf-TR-N_F) \quad (17)$$

Para preferir el arrendamiento es necesario que:

$$VP_A \leq VP_F$$

Que quiere decir que el valor presente de los costos del arrendamiento sea menor que el del financiamiento. O haciendo uso de las ecuaciones (6) y (17) y haciendo:

$$\begin{aligned} K_1 &= (pwf-TR-N_R) \\ K_2 &= (pwf-TR-N_R/12) \\ K_3 &= (pwf'-TR-11 N_R/12) \\ K_4 &= (pwf'-TR-N_R) \\ K_5 &= (pwf-TR-N_D) \\ K_6 &= (pwf-TR-N_F) \\ K_7 &= (gpwf-TR-N_F) \end{aligned}$$

Podemos ver cuanto debe ser  $C_R$ , para que aceptemos arrendar en vez de financiar:

$$= \frac{t}{N_D} K_5 + \left[ \frac{1}{N_F} + i_F (1-t) \right] K_6 - (1-t) \frac{i_F}{N_F} K_7 - 0.07 K_4 \quad (18)$$

$$C_R = \frac{\frac{N_R}{12} + (1-t) \left[ 0.03 N_R + K_1 \right] - K_2 K_3}{\dots}$$

Esta ecuación nos dice que siempre que la cuota sea menor que el lado derecho debemos arrendar.

Un estudio exhaustivo de esta ecuación sería tedioso y probablemente no llevaría un mensaje más completo que el que lleva la ecuación en sí.

Por esta razón se decidió tomar sólo unos cuantos de los parámetros y observar como se comporta  $C_R$  en función de ellos.

Los parámetros que se mantienen constantes son:

$$i_F = 0.01 \text{ (interés del financiamiento: 1\% mensual)}$$

$$t = 0.50 \text{ (50\% impuestos y participación)}$$

por considerarse típicos en nuestro medio.

CONCLUSIONES:

Las figuras I a X resultan de la evaluación de la ecuación (18) para bienes que son depreciables en 120 meses (10 años,  $N_D = 120$ ) y para diversas posibilidades de financiamiento y de arrendamiento. Puede observarse que el lapso de financiamiento va de 120 hasta 12 meses (figs. I a X) en incrementos de 12 meses y para cada alternativa de financiamiento se tienen en el eje horizontal las diferentes duraciones hipotéticas del arrendamiento desde 12 hasta 120 meses (debe aclararse que no hay compañía arrendadora que rente equipo a más de 60 meses) y en el vertical la cuota máxima a pagar en pesos por cada 100 pesos de

valor del equipo; además en cada figura se pueden ver cinco curvas, correspondientes cada una a una tasa de crecimiento dada.

Interpretemos una de estas figuras, p. ej. la VI. Esta figura corresponde a un equipo depreciable en 120 meses (10 años,  $N_D = 120$ ) y a un lapso de financiamiento de 60 meses (5 años,  $N_F = 60$ ). De ahí podemos ver que si se nos ofrece un arrendamiento a 60 meses (5 años,  $N_R = 60$ ) y la productividad o rendimiento de nuestro capital es de 2% por mes - (24% anual aparente) la cuota máxima debe ser de aproximadamente 2.2 pesos por cada 100 pesos de valor del equipo (22 por cada 1000). Esto coincide con nuestro análisis del inciso anterior en el que comprobamos que para una cuota de 24 por cada 1000 nos era más provechoso financiar.

Similarmente se interpretan las figuras XI a XV y que corresponden a equipo depreciable en 60 meses (5 años,  $N_D = 60$ ) y para el cual, debido precisamente a su poca duración se ha considerado que el financiamiento no tendría una duración mayor de 60 meses (5 años,  $N_F = 60$ ) al igual que el arrendamiento ( $N_F = 60$ )

Sólo nos falta comparar estas cuotas determinadas por nosotros con algunas cuotas típicas que piden las compañías arrendadoras, estas son:

Duración (Meses)	Cuota Aproximada (pesos por cada 1000 pesos de valor)
12	91.00
24	48.00
36	34.50
48	28.00
60	24.50

Con estos datos podemos trazar otra curva para compararla con las ya trazadas. Si así lo hacemos observaremos que está por encima de los máximos

permitidos en todas las figuras excepto las VIII, IX y X o sea para un equipo que es depreciable en 120 meses (10 años) y cuyo financiamiento tenga una duración de menos de 36 meses (3 años).

Para equipo que es depreciable en 60 meses (5 años) se ve más desfavorable la situación pues sólo en el caso en que el financiamiento tiene una duración de menos de 12 meses y la tasa de reinversión o de crecimiento es mayor de  $1\frac{1}{2}\%$  mensual (18% anual aparente), conviene arrendar. Obviamente esta situación es muy rara pues se pueden conseguir financiamientos a 24 meses (2 años).

Importantísimo. - Todas estas conclusiones las hemos alcanzado con dos suposiciones básicas:

- a) Que el financiamiento tiene un interés de 1% mensual y
- b) Que la compañía tiene una tasa de impuestos del 50%.

El efecto que tiene una variación hacia menores tasas de interés y/o de impuestos se puede hallar con la ecuación (18) pero intuitivamente podemos visualizar que será tendiente a disminuir la cuota máxima haciéndose más desfavorable para el arrendamiento. Las razones de esto son las siguientes:

- a) Mientras menos caro sea el costo del financiamiento más nos convendrá financiar.
- b) Mientras menos impuestos paguemos menor será el ahorro por dejar de pagar impuestos. Así, para una asociación civil, que no tiene que pagar impuestos, un arrendamiento del tipo descrito no la beneficiaría en nada pues el costo neto es igual al pago que tiene que hacer.

TABLA I

UTILIDAD NETA  
CAPITAL CONTABLE

<u>CLASIFICACION</u>	1961		1962	
	<u>No. EMPRESAS</u>	<u>VALOR %</u>	<u>No. EMPRESAS</u>	<u>VALOR %</u>
EMPRESAS INDUSTRIALES	189	18.3 11.0 4.2	214	15.9 9.0 3.5
EMPRESAS INDUSTRIALES GRANDES	102	16.4 10.9 4.1	115	15.0 5.1 3.4
EMPRESAS INDUSTRIALES MEDIANAS Y PEQUEÑAS	87	22.0 12.1 4.3	99	19.0 9.3 4.0
EMPRESAS COMERCIALES	49	14.4 7.2 3.0	79	14.6 7.1 3.6
SERVICIOS			43	20.0 12.0 4.9
<u>EMPRESAS INDUSTRIALES</u>				
1.- FABRICACION DE SUBSTANCIAS Y PRODUCTOS QUIMICOS	16	22.2 15.9 7.4	25	17.0 10.8 9.0
2.- PRODUCTOS MINERALES NO METALICOS	25	18.4 11.8 9.2	28	12.0 5.6 3.9
3.- PRODUCTOS ALIMENTICIOS, BEBIDAS Y TABACO	24	14.7 5.9 2.8	31	21.0 12.0 7.0
4.- FABRICACION DE TEXTILES	16	9.4 4.3 3.0	25	12.0 5.2 2.2
5.- SIDERURGIA Y FABRICACION DE PRODUCTOS METALICOS	59	16.5 9.6 2.8	83	15.0 7.7 2.7
6.- OTROS			22	17.5 8.0 1.4



TABLA II

"CALCULOS DE FLUJO DE EFECTIVO O COSTO NETO PARA EQUIPO DE \$100,000 M.N."

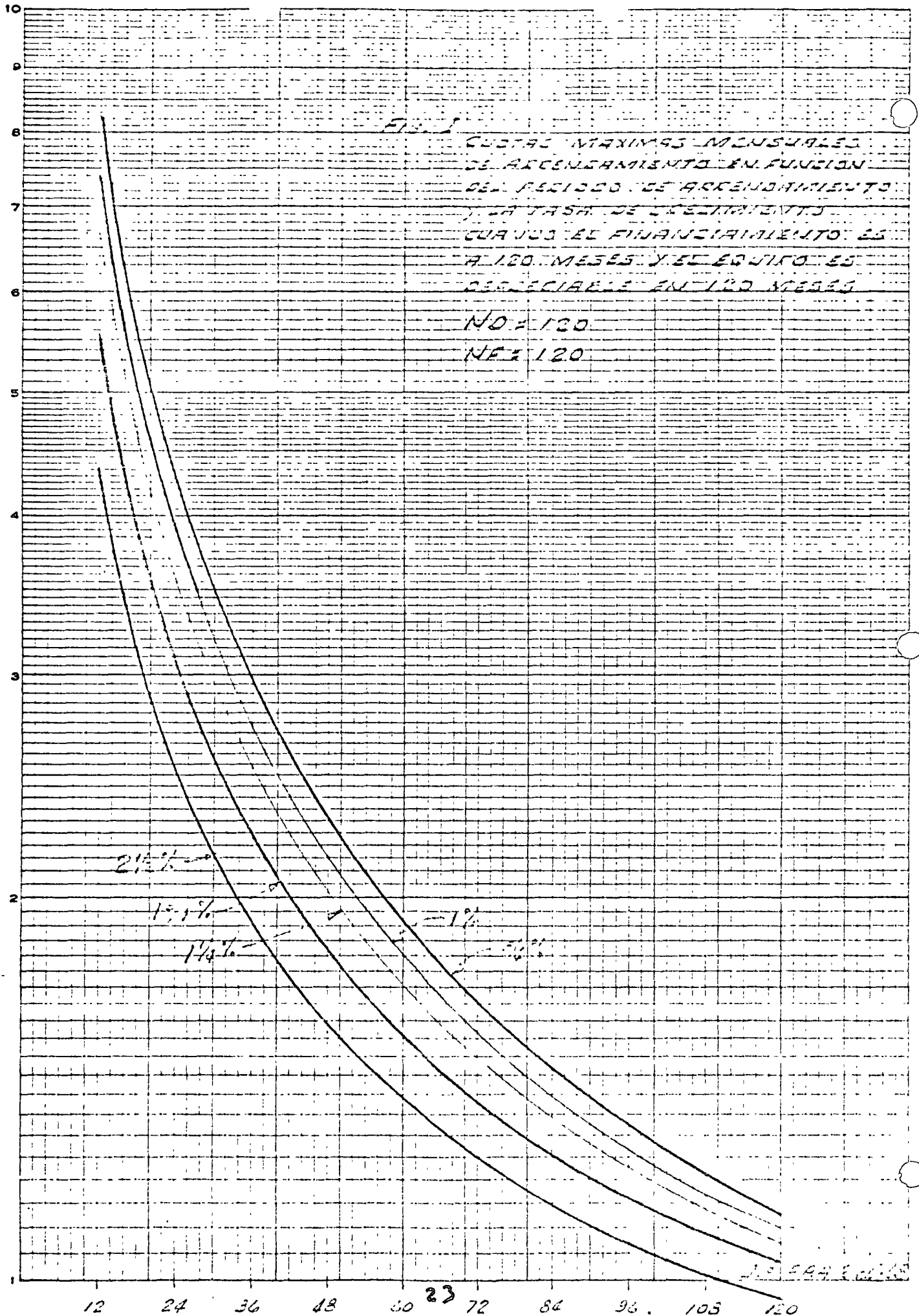
Arrendamiento	Mes	Renta	Ingresos Mercantiles	Impuestos y Participación	Depósito	Opción	Saldo Neto
60 meses con	0		- 4320	+ 2160	- 12000		- 14160
opción de compra	1 al 55	- 2400		+ 1200			- 1200
del 7% y depósito	56 al 59	- 2400		+ 1200	+ 2400		+ 1200
de 5 meses	60	- 2400		+ 1200	+ 2400	- 7000	- 9800
	61 al 120						0

Financiamiento	Mes	Intereses	Depreciación	Impuestos y Part.	Pago de Capital	Saldo Neto
60 meses con 1%	0					
mensual sobre	1	- 1000	- 833	+ 917	- 1667	- 1750
saldos insolutos	2	- 983	- 833	+ 908	- 1667	- 1742
	3	- 966	- 833	+ 900	- 1667	- 1733
	:	:	:	:	:	:
	60	- 17	- 833	+ 425	- 1667	- 1259
	61 al 120		- 833	+ 417		+ 417

(La última columna crece uniformemente del mes 1 al mes 60 a razón de 8.33 pesos/mes)

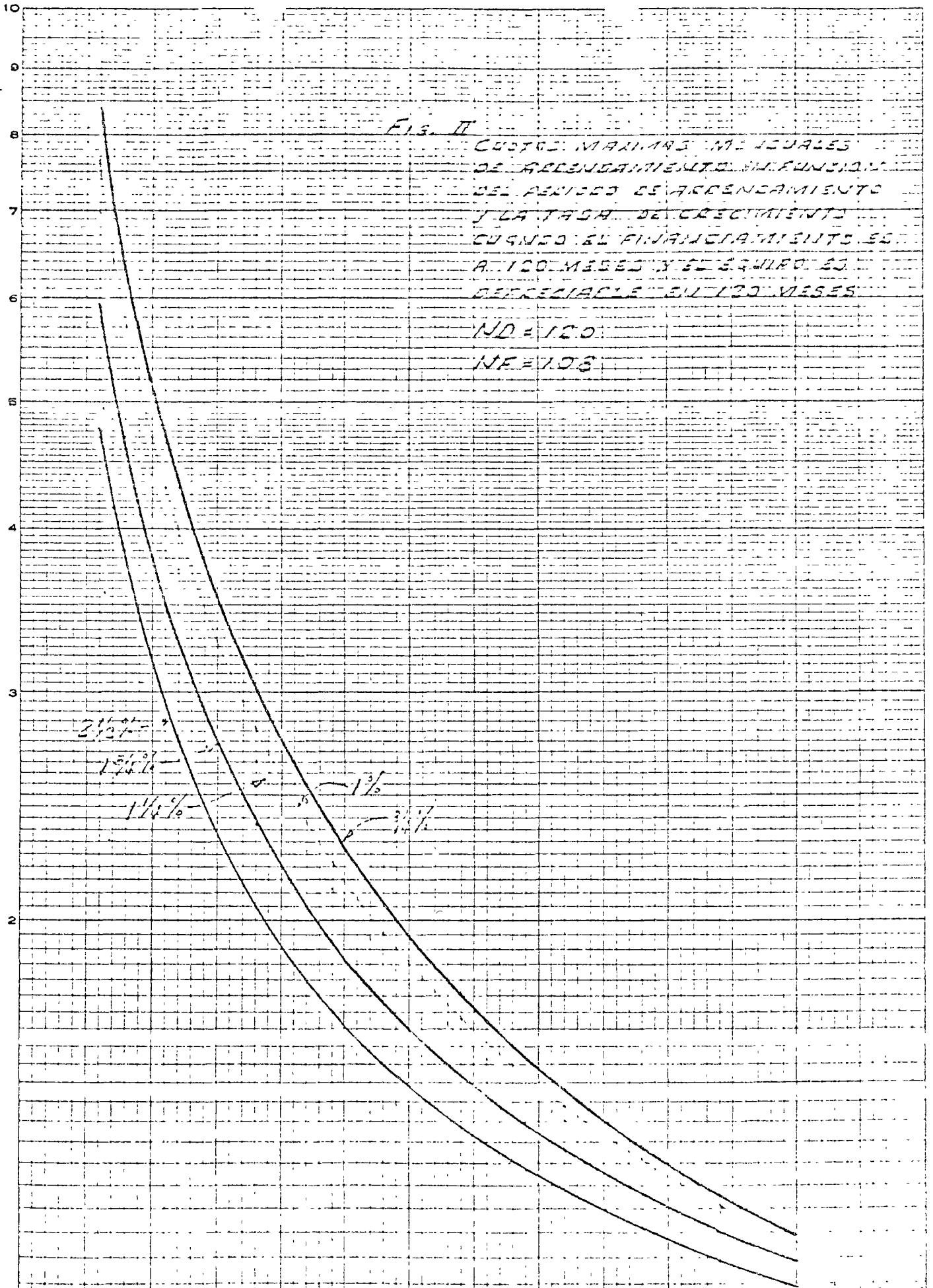
El signo + indica ingresos y el - egresos.

CUOTA MENSUAL MENSUAL CC (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)

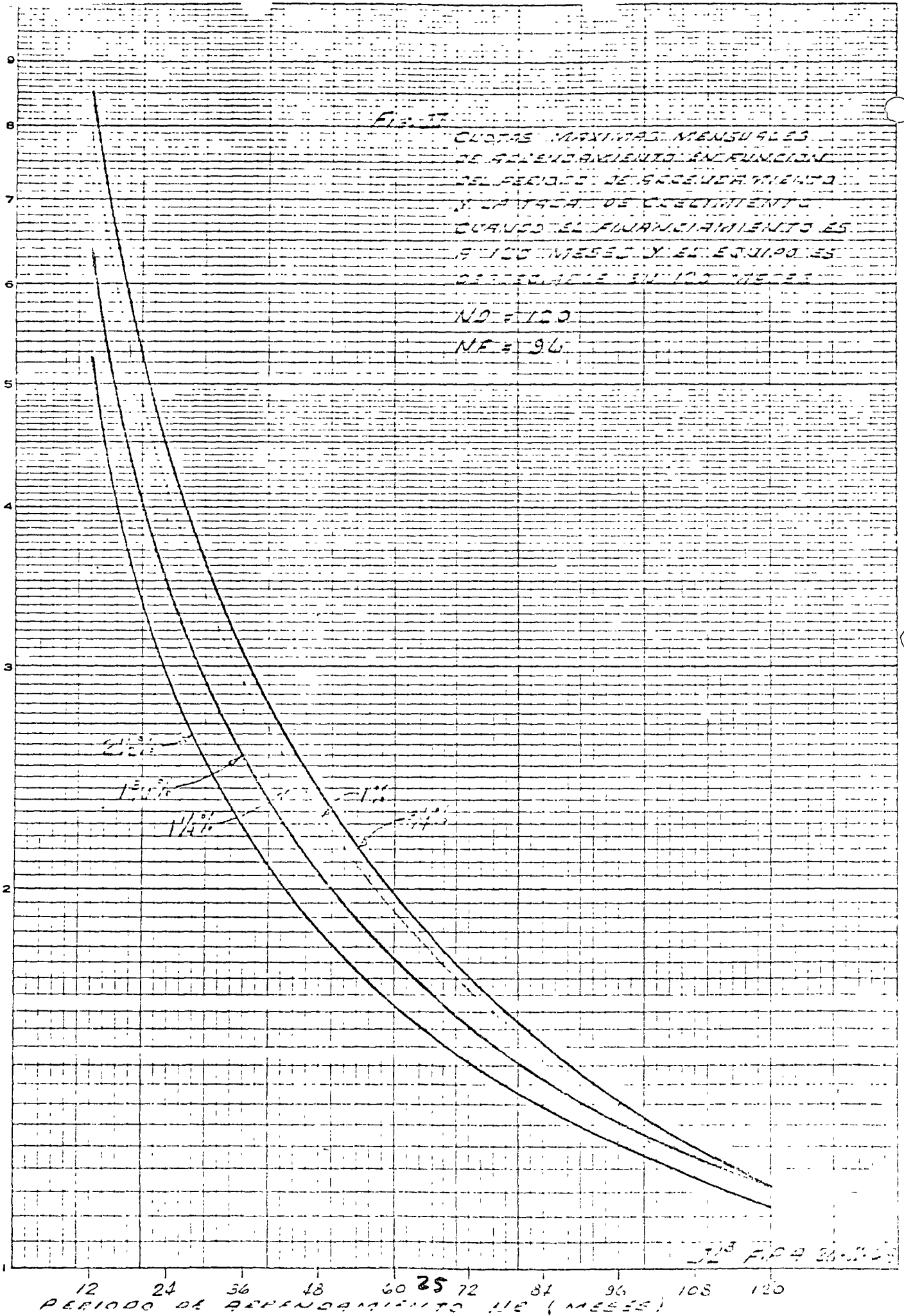


18.504.10.15

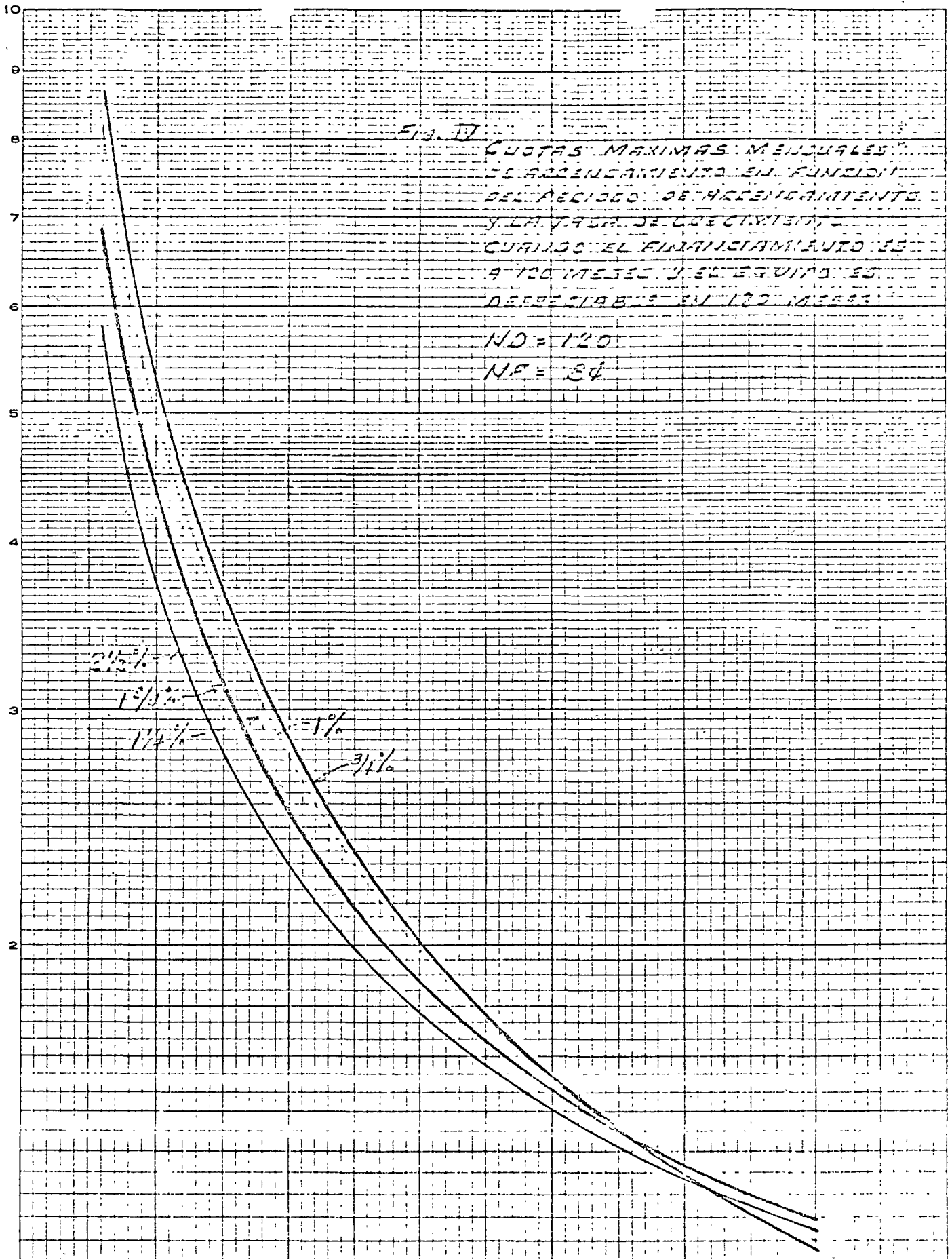
CUOTA MAXIMA MENSUAL CE (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



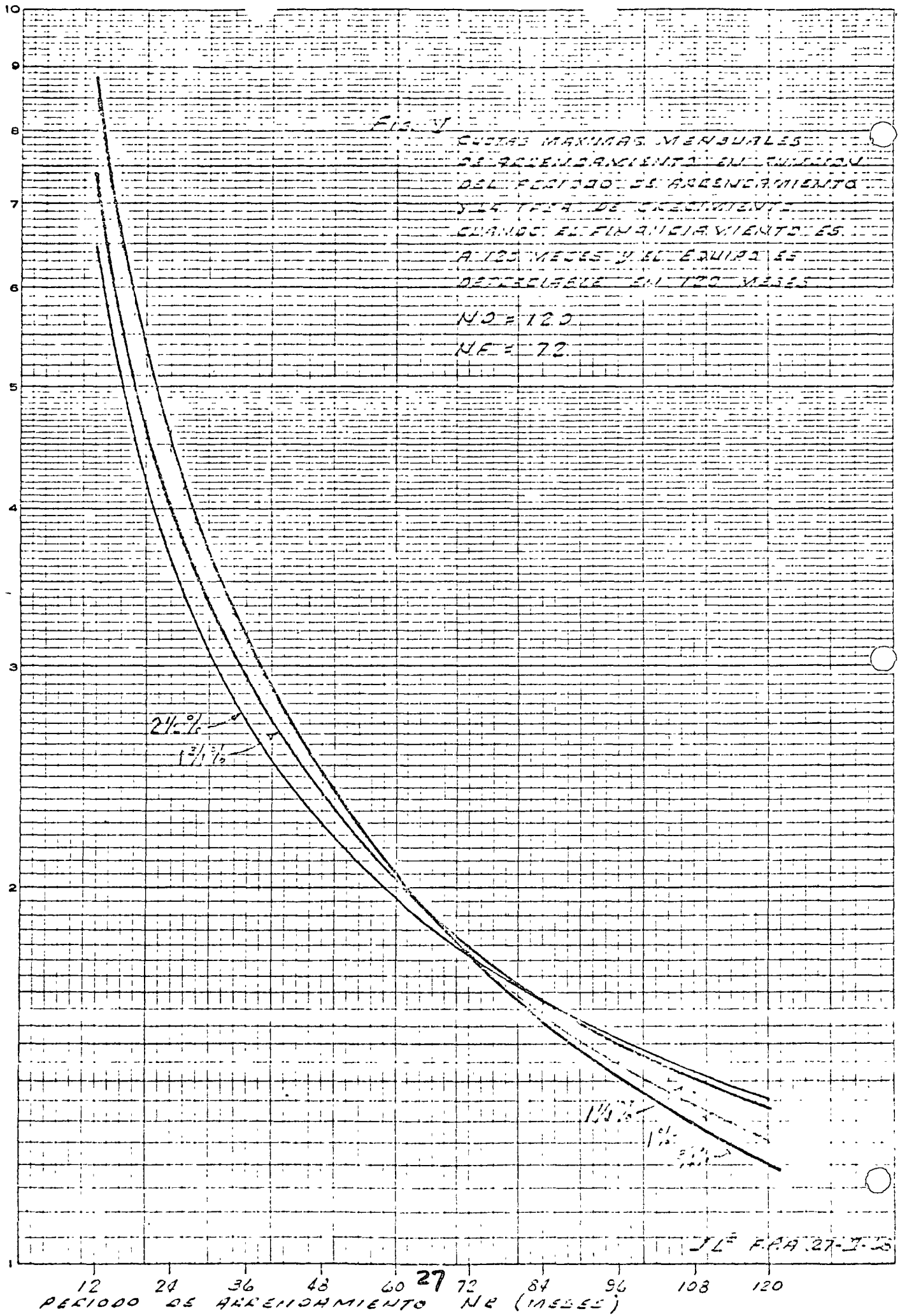
CUOTA MAXIMA MENSUAL CP (PIEOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



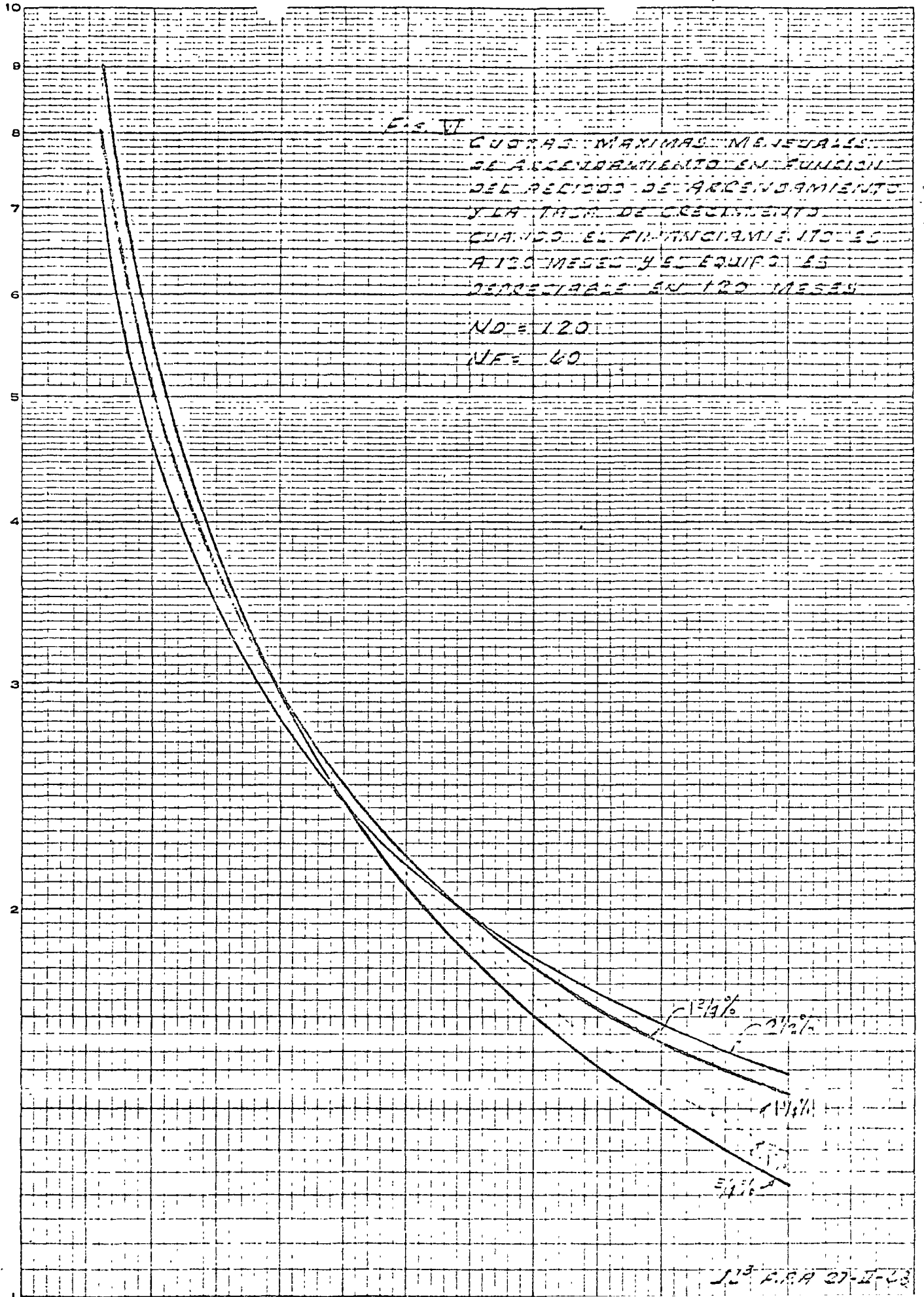
CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PISOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



CUOTA MAXIMA MENSUAL CC (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



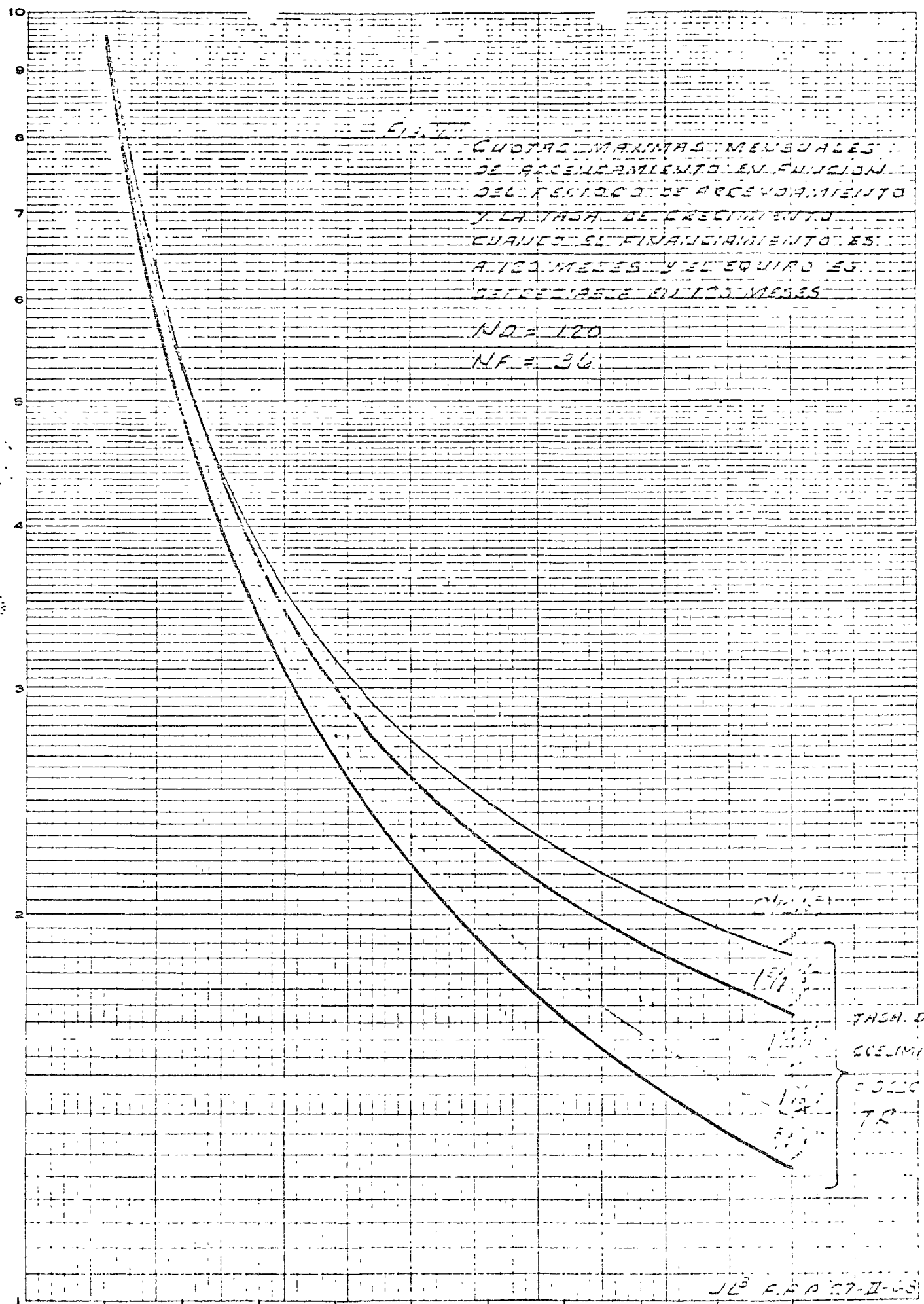
CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO







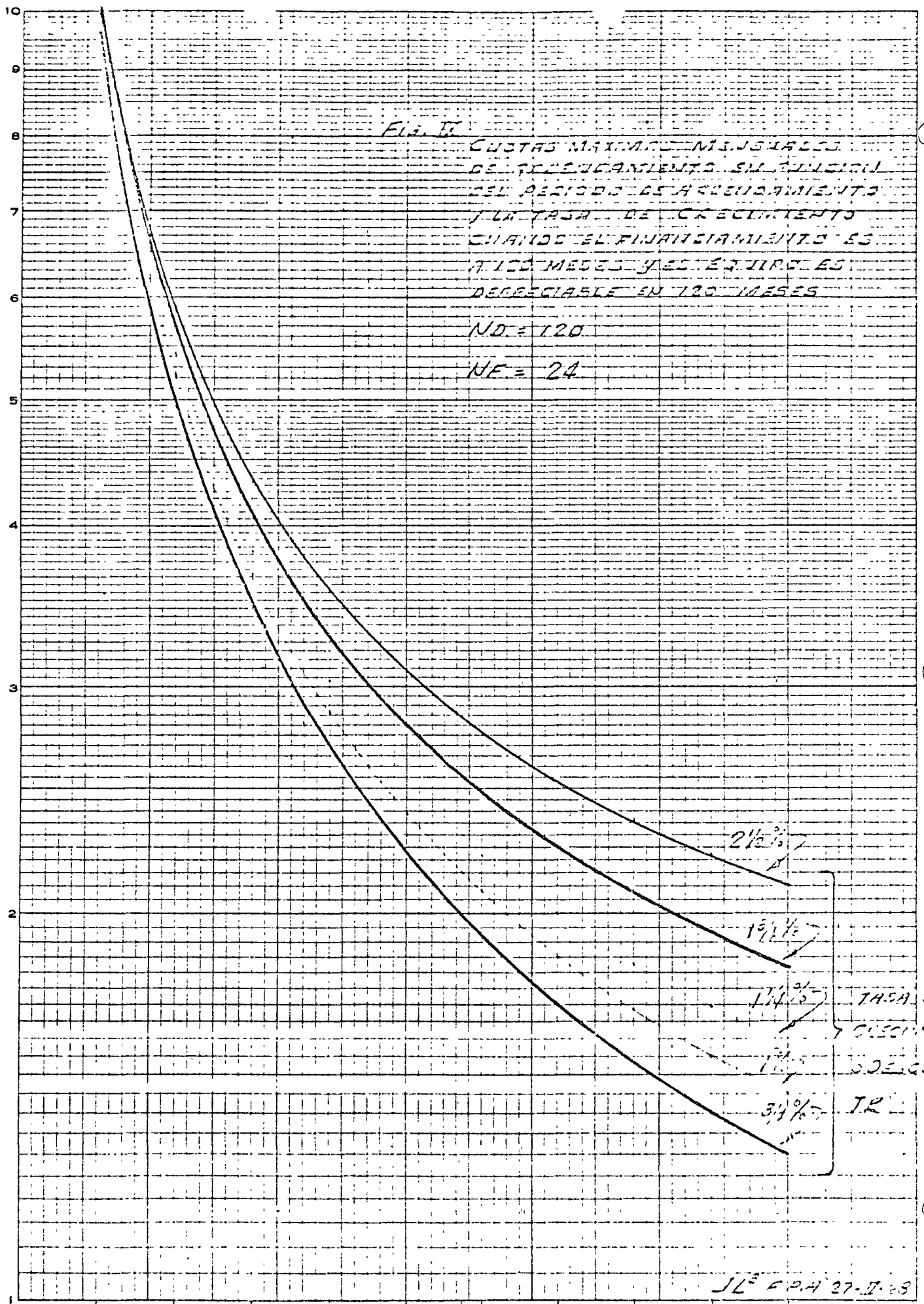
CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



JL<sup>3</sup> F.A.P. 27-II-63

PERIODO DE ACCENDAMIENTO NF (MESES)

CUOTA MÁXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



PERÍODO DE ARRENDAMIENTO NR (MESES)

12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----

JL<sup>e</sup> CPA 27-7-63

CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)

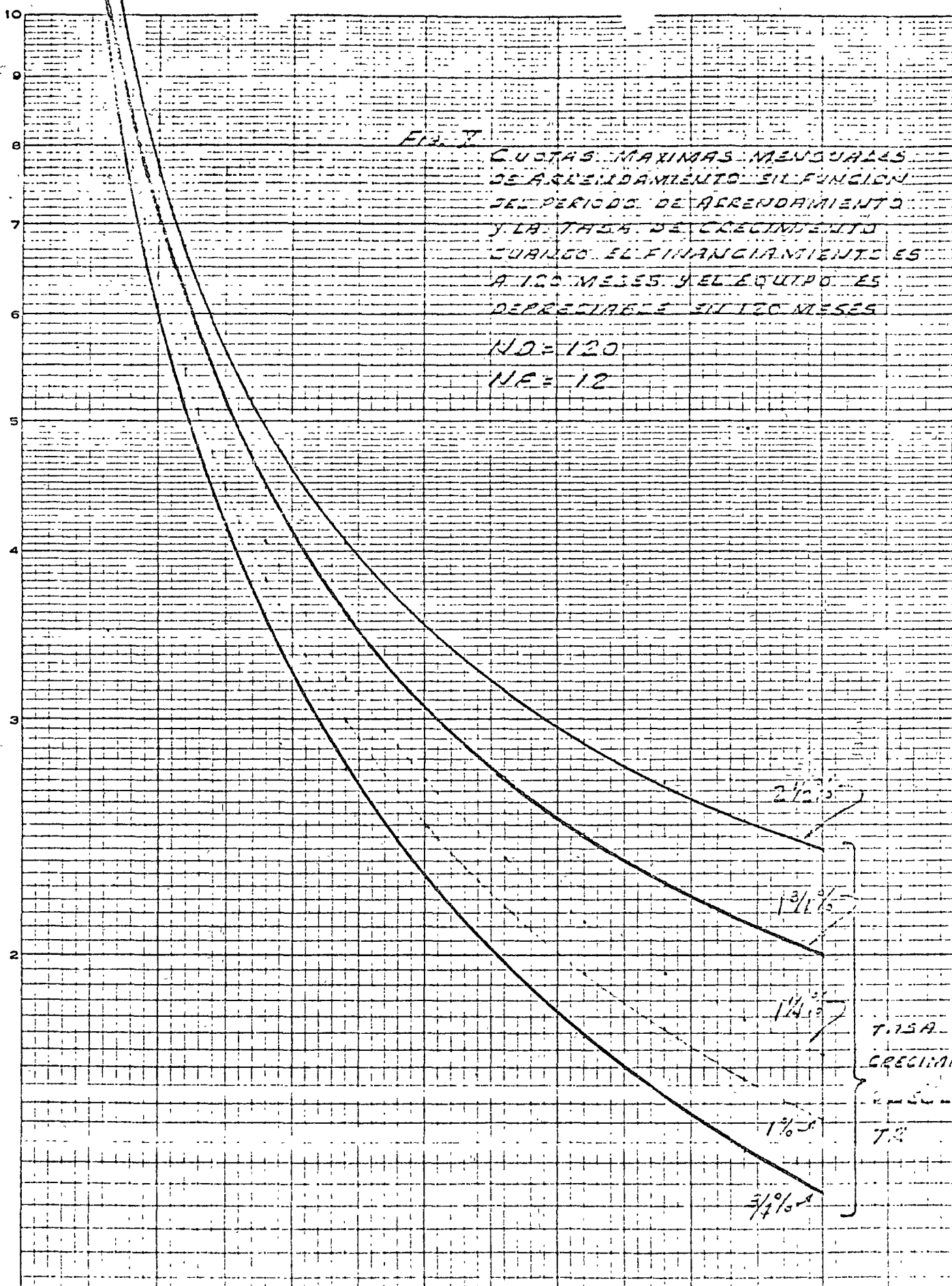


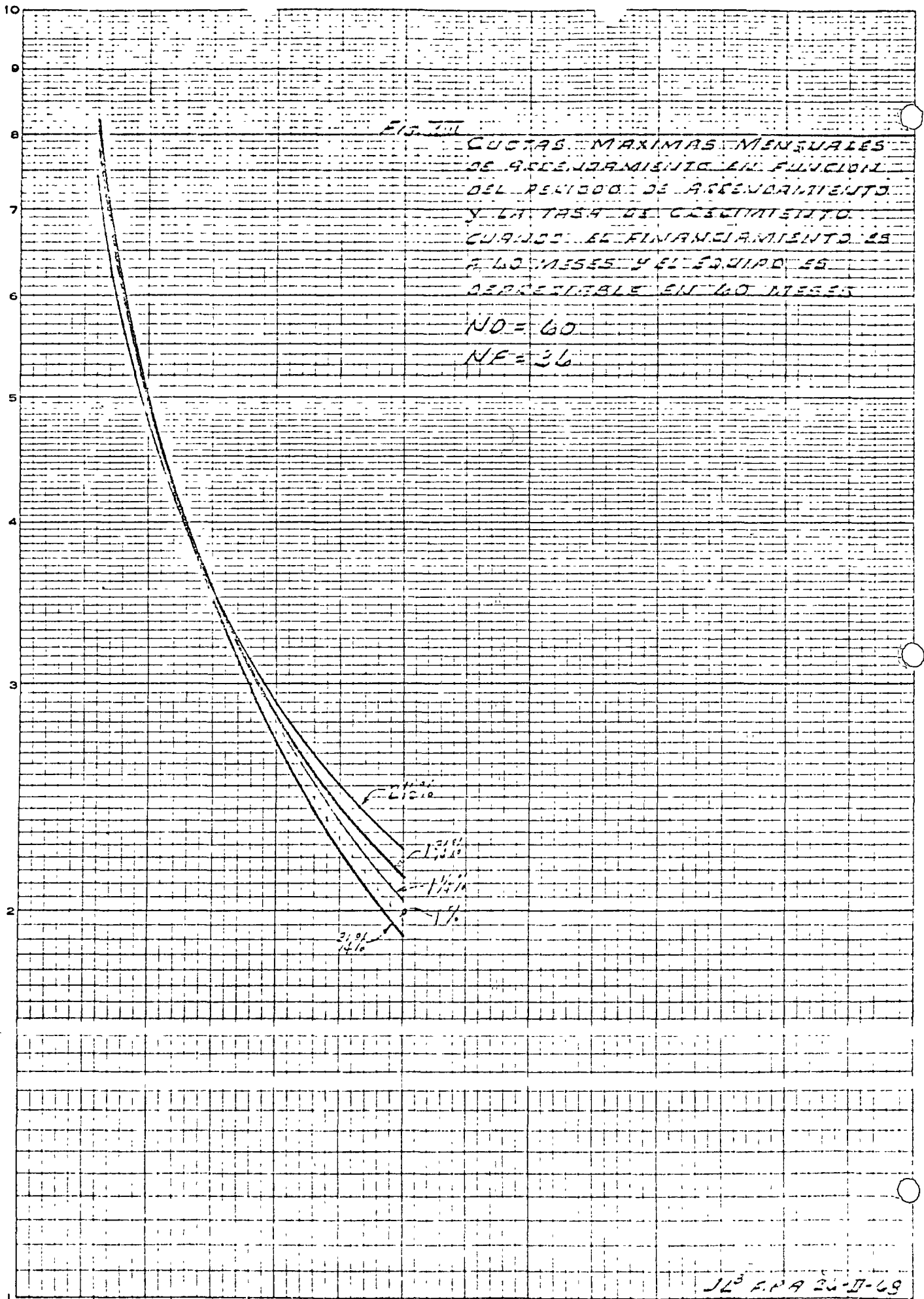
FIG. 7

CUOTAS MAXIMAS MENSUALES  
DE ARRENDAMIENTO EN FUNCION  
DEL PERIODO DE ARRENDAMIENTO  
Y LA TASA DE CRECIMIENTO  
CUANDO EL FINANCIAMIENTO ES  
A 120 MESES Y EL EQUIPO ES  
DEPRECIABLE EN 120 MESES

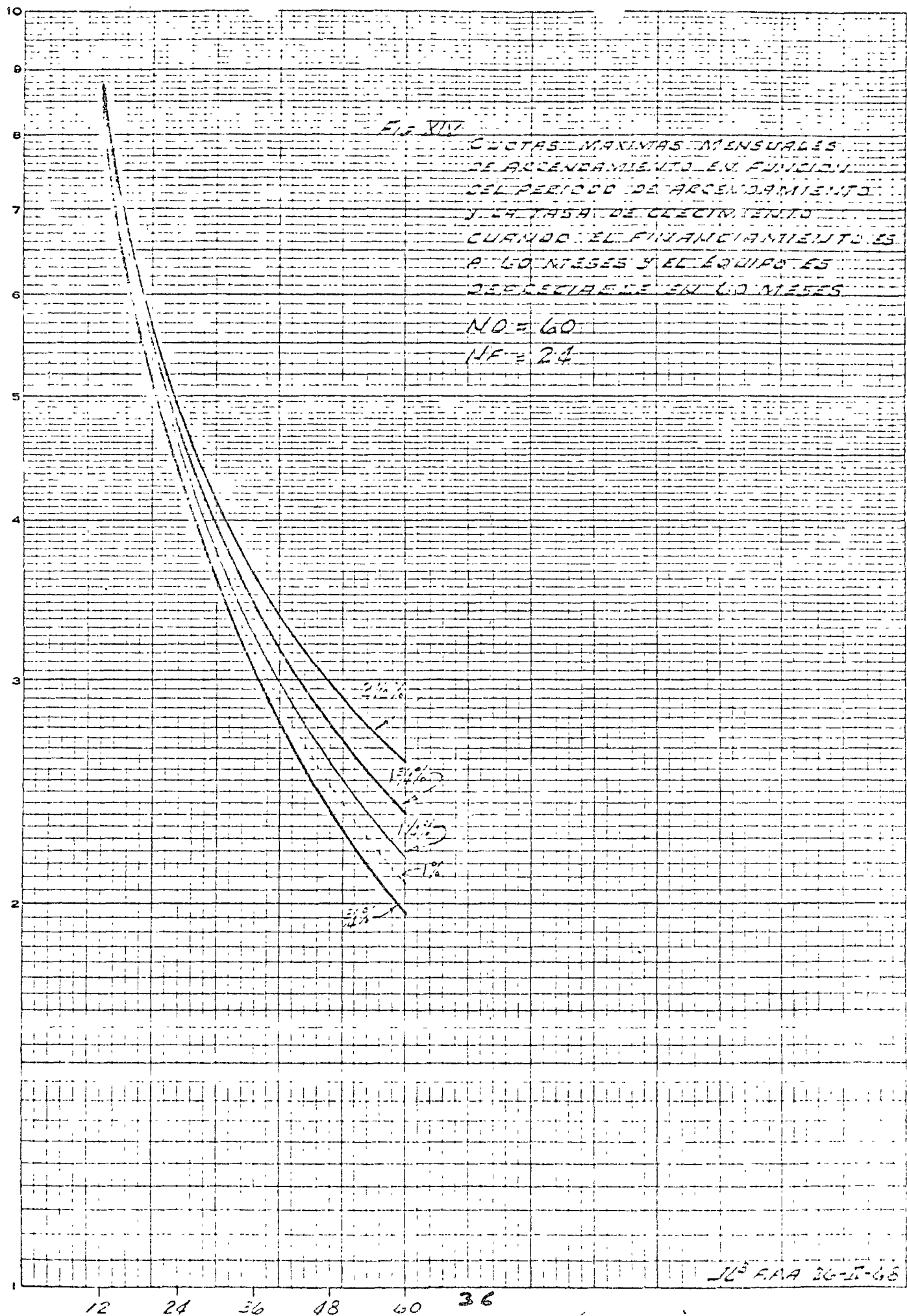
$N_0 = 120$

$N_F = 12$

CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



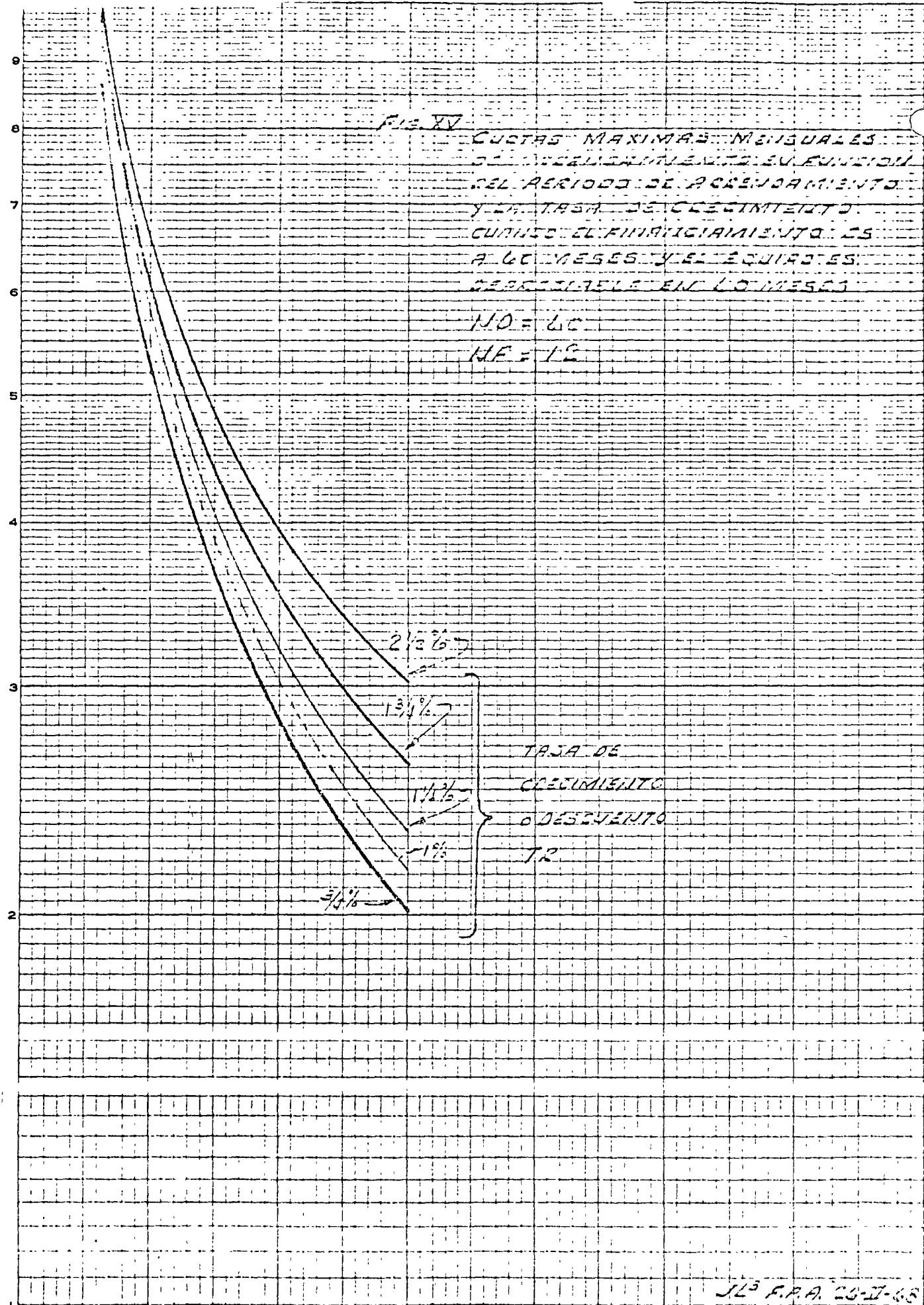
CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESO) / 100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO



CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)

FIG. XV  
CUOTAS MAXIMAS MENSUALES  
DE FINANCIAMIENTO EN FUNCION  
DEL PERIODO DE ARRENDAMIENTO  
Y LA TASA DE CRECIMIENTO  
CUANDO EL FINANCIAMIENTO ES  
A 60 MESES Y EL EQUIPO ES  
DEPRECIABLE EN 60 MESES

ND = 60  
NF = 12



12 24 36 48 60 37  
PERIODO DE ARRENDAMIENTO NR (MESES)

JL3 F.P.A. 20-11-68

NO. 340-1110 DIETZGEN GRAPH PAPER  
SEMI-LOGARITHMIC  
1 CYCLE X 10 DIVISIONS PER INCH  
EUGENE DIETZGEN CO.  
MADE IN U.S.A.

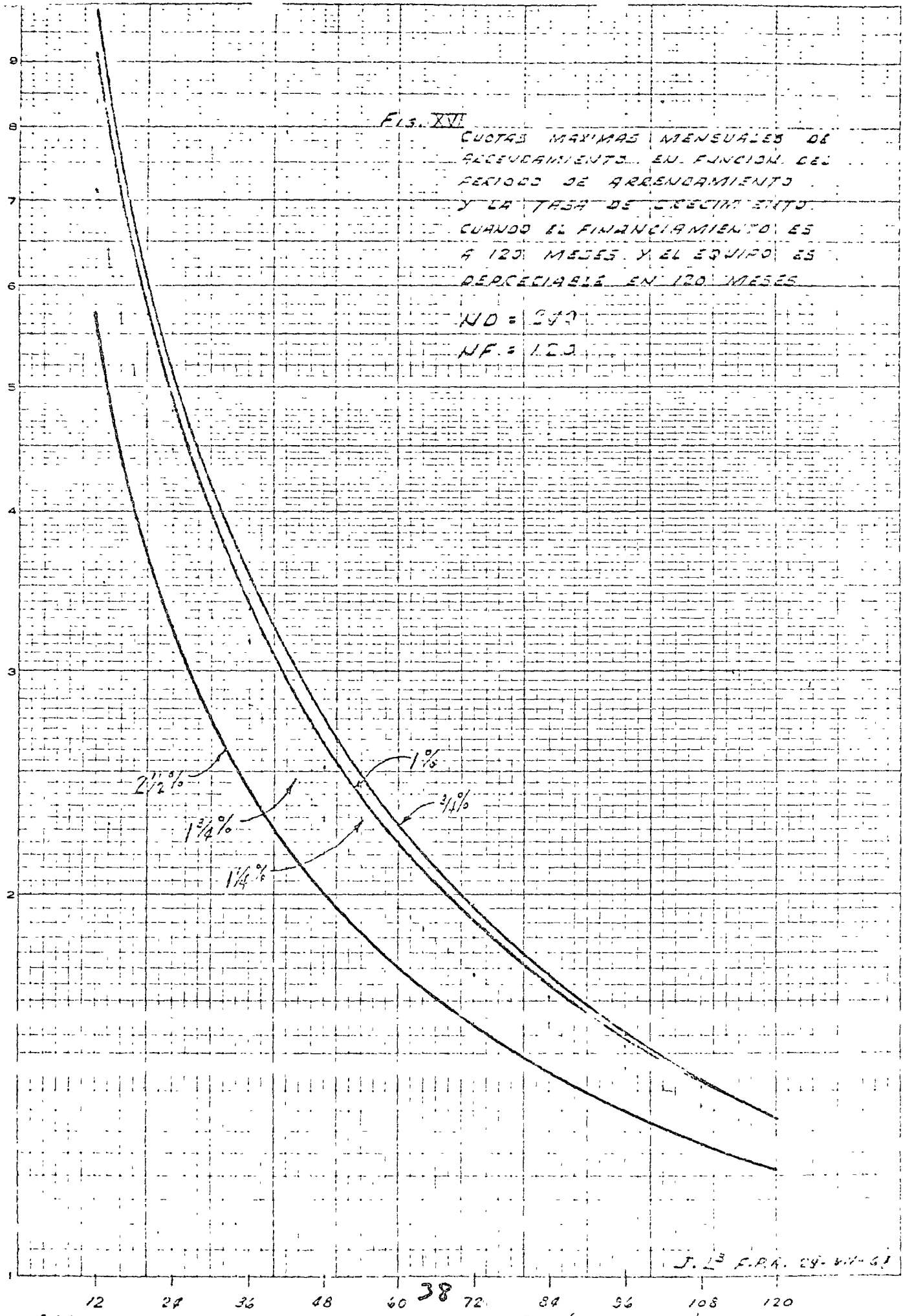
CUOTA MAXIMA MENSUAL CA (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)

FIG. XVI

CUOTAS MAXIMAS MENSUALES DE  
RECEPCIONES EN FUNCION DEL  
PERIODO DE ARRENDAMIENTO  
Y LA TASA DE CRECIMIENTO  
CUANDO EL FINANCIAMIENTO ES  
A 120 MESES Y EL EQUIPO ES  
DEPRECIABLE EN 120 MESES

ND = 277

NF = 120

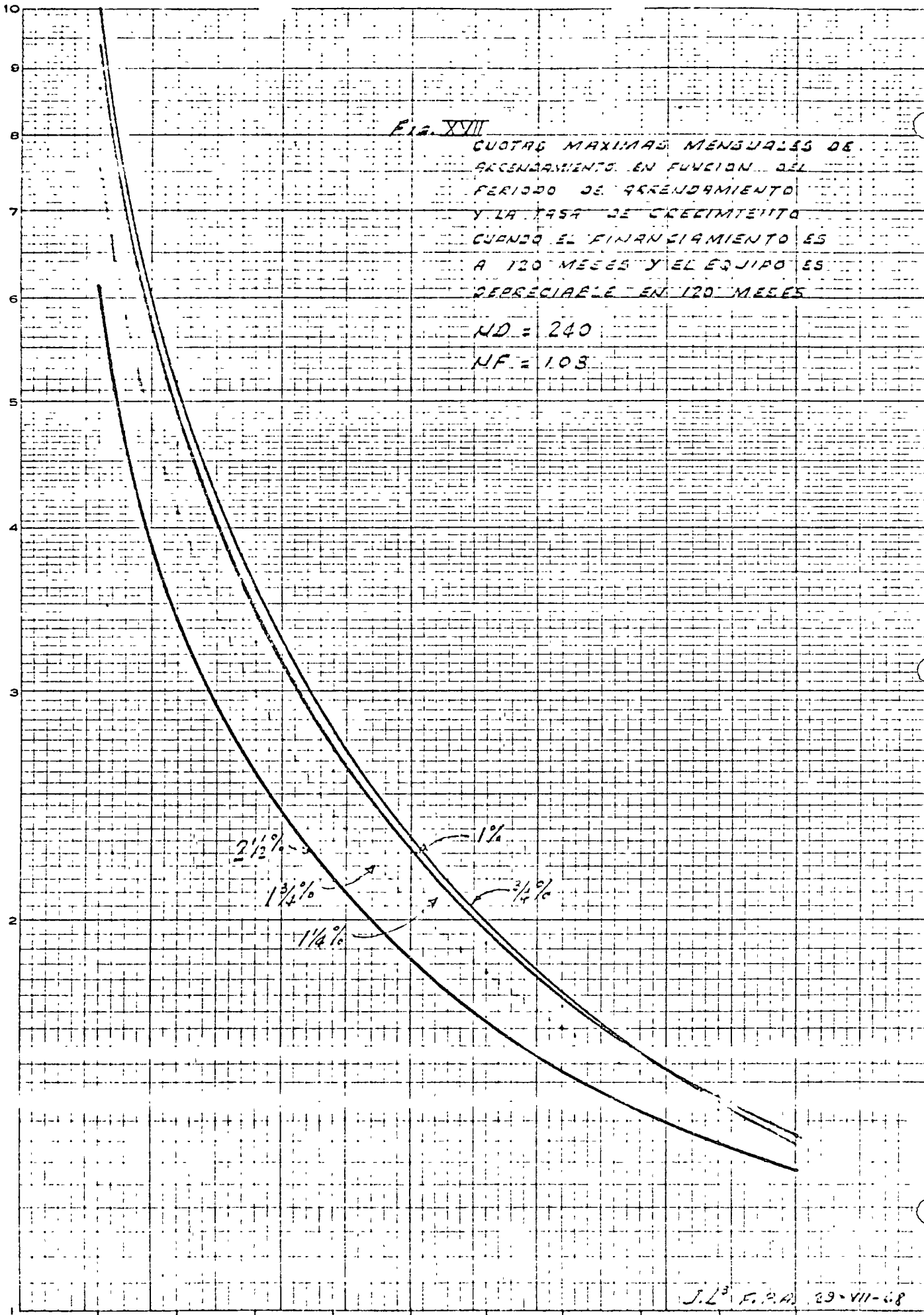


J. L. F. R. A. 29-4-61

38

PERIODO DE ARRENDAMIENTO

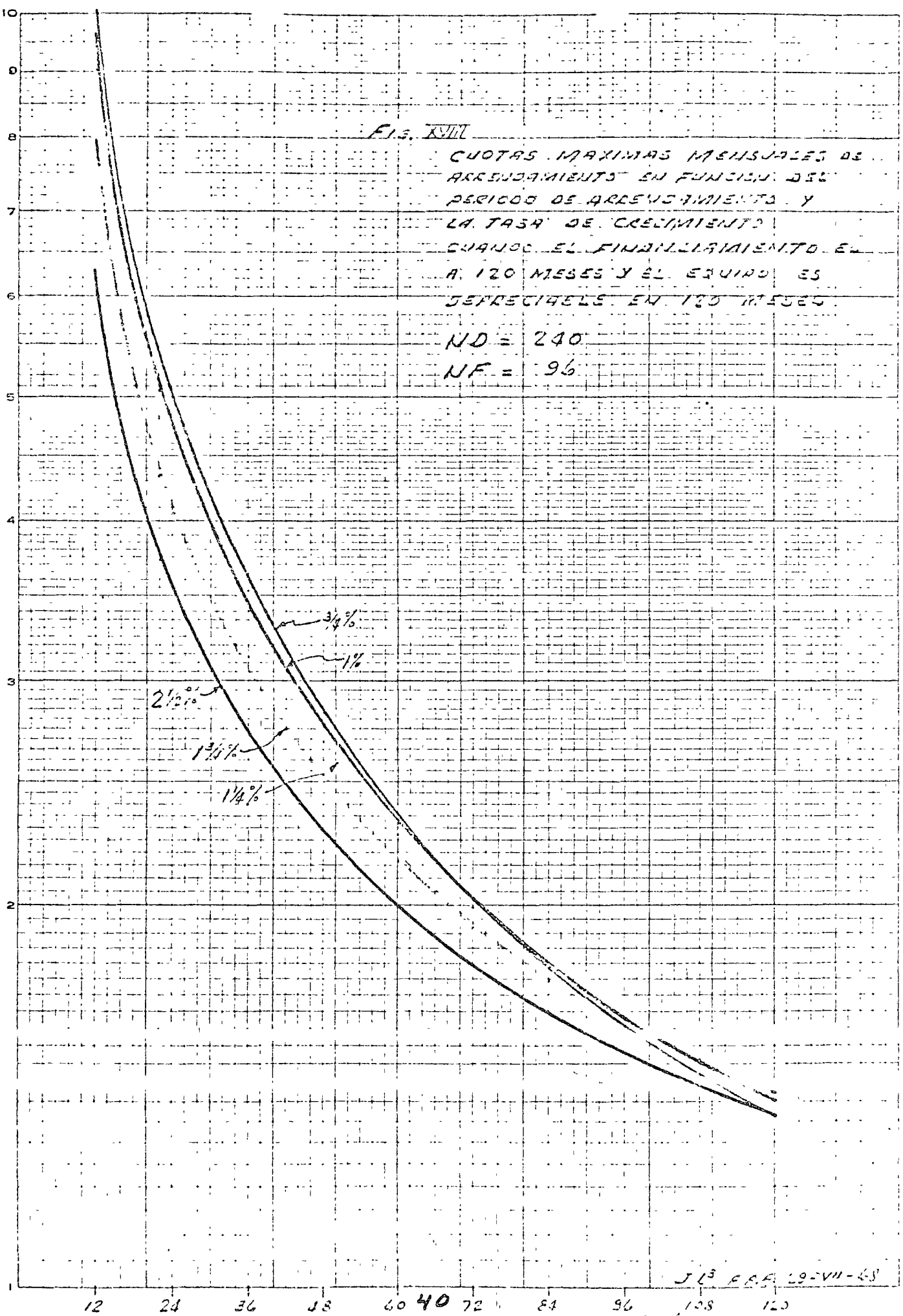
CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



12 24 36 48 60 39 72 84 96 108 120  
PERIODO DE ARRENDAMIENTO NR (MESES)



CUOTA MAXIMA MENSUAL CC (PESOS 100 PESES DEL VALOR DEL EQUIPO)



JL<sup>3</sup> R.F.F. 29-VII-63

CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)

Fig. III

CUOTAS MAXIMAS MENSUALES DE ARRENDAMIENTO EN FUNCION DEL PERIODO DE ARRENDAMIENTO Y LA TASA DE CRECIMIENTO CUANDO EL FINANCIAMIENTO ES A 120 MESES Y EL EQUIPO SE DEPRECIARÁ EN 120 MESES

$ND = 240$

$NF = 84$

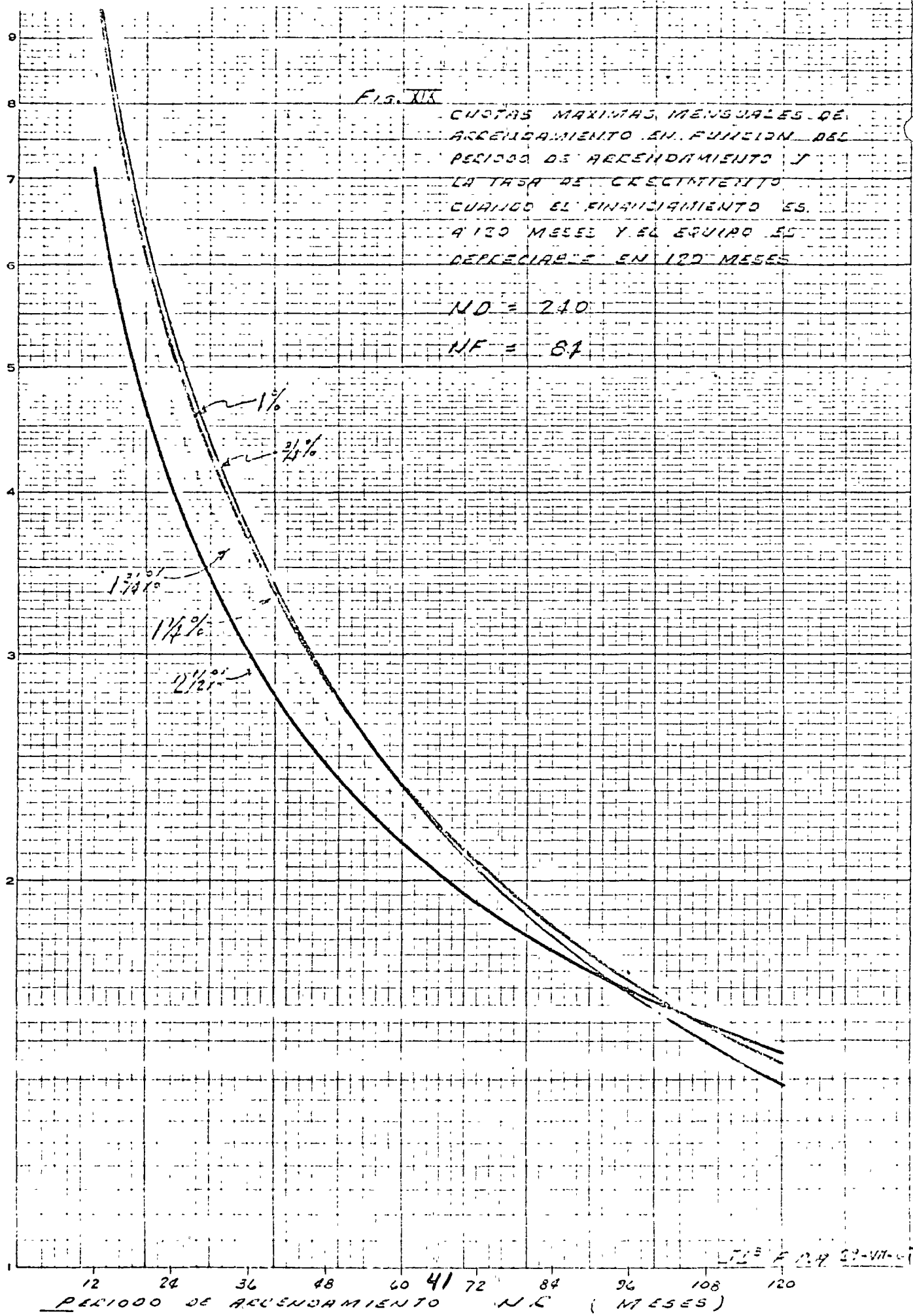


Fig. III 27-VII-61

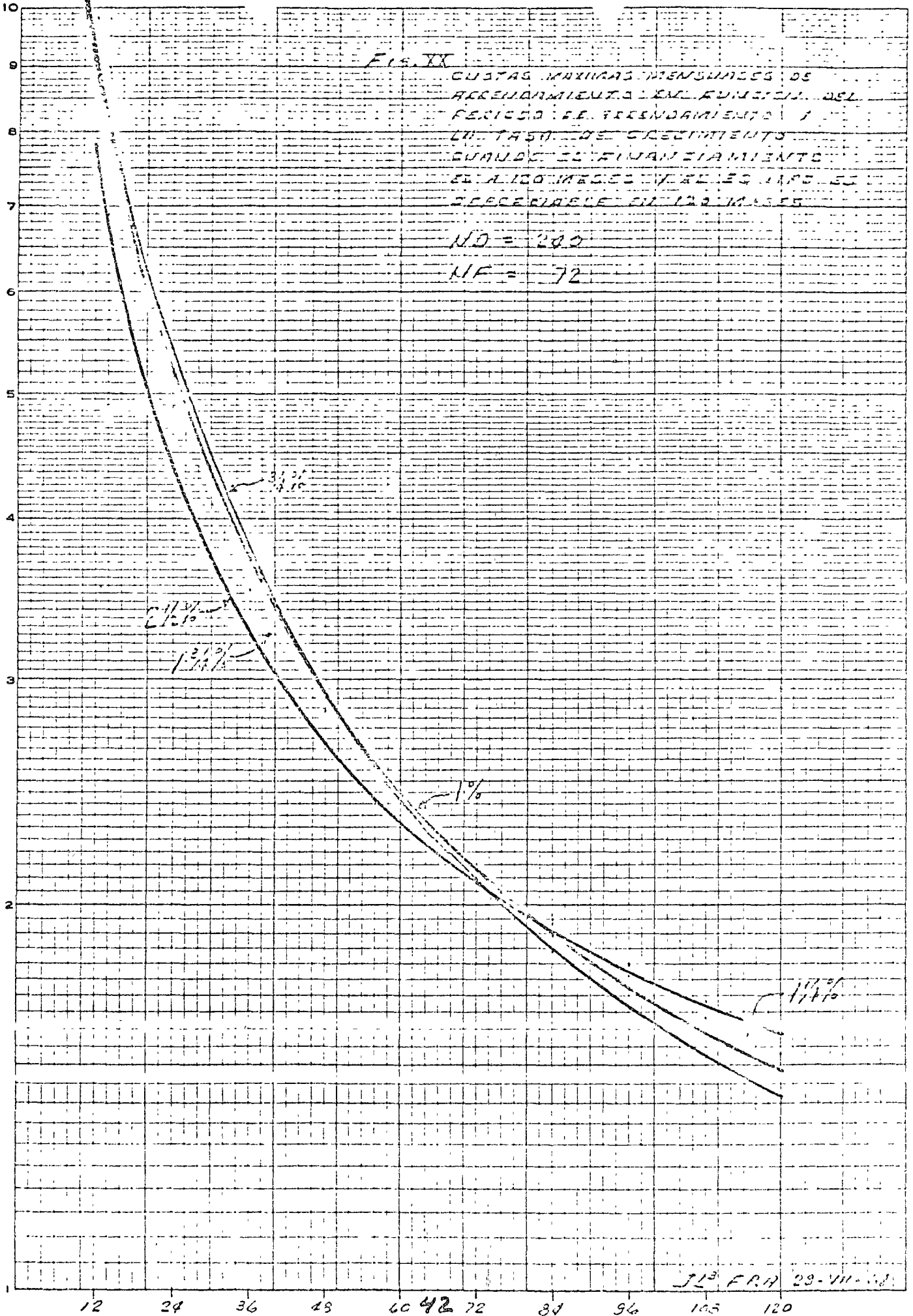
PERIODO DE ARRENDAMIENTO N.R. (MESES)

COSTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)

FIG. XX

COSTAS MAXIMAS MENSUALES DE  
ARRENDAMIENTO EN FUNCIÓN DEL  
PERIODO DE ARRENDAMIENTO Y  
EN FUNCIÓN DEL CRECIMIENTO  
CUANDO ESTIMANCIAMIENTO  
DE LA COMODIDAD POR LOS AÑOS ES  
DETERMINABLE EN LAS MASAS

ND = 200  
NF = 72



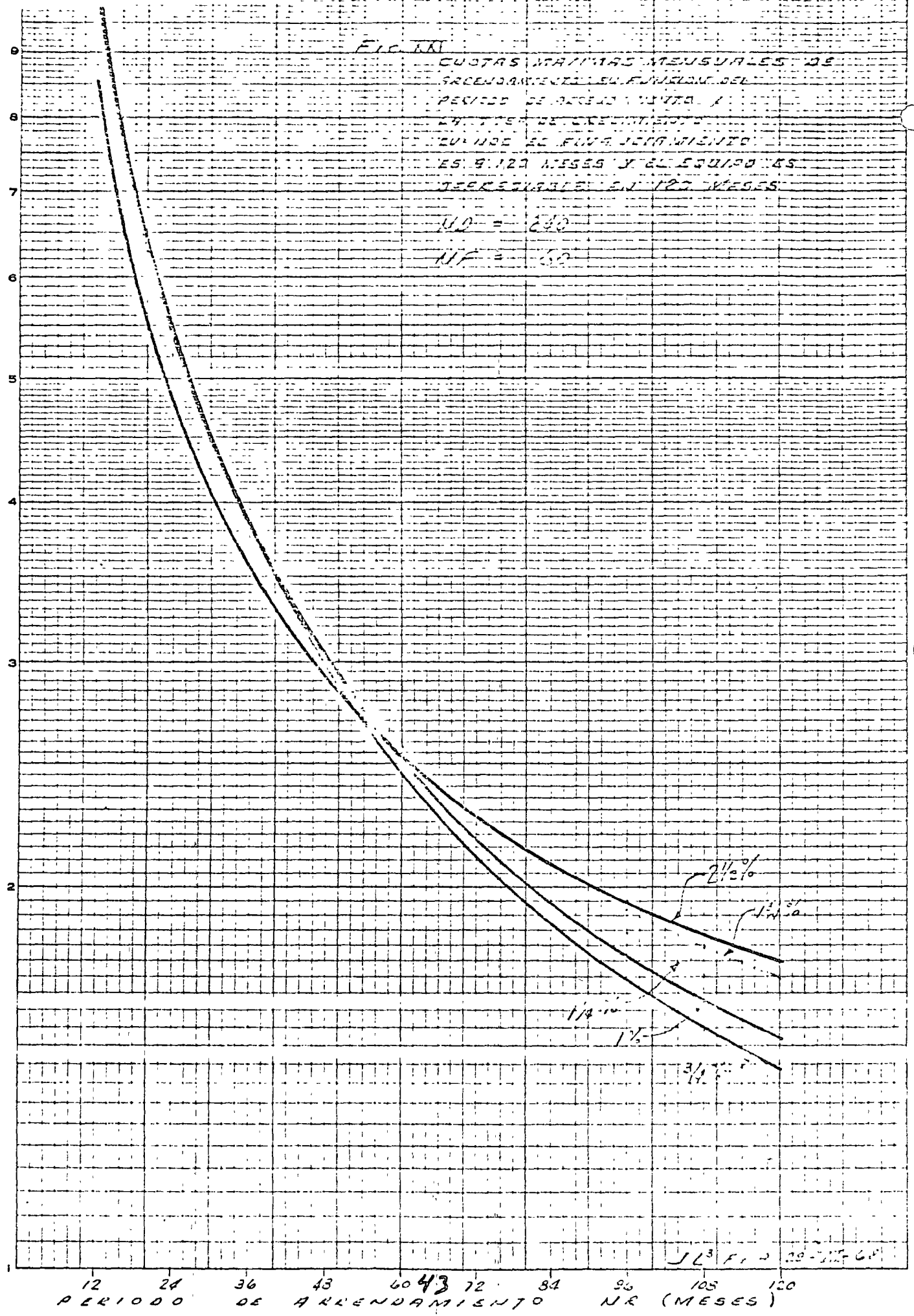
JL<sup>3</sup> FRA 28-VII-58

CUOTA MAXIMA MENSUAL CA (PESOS / 100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)

FIG. III

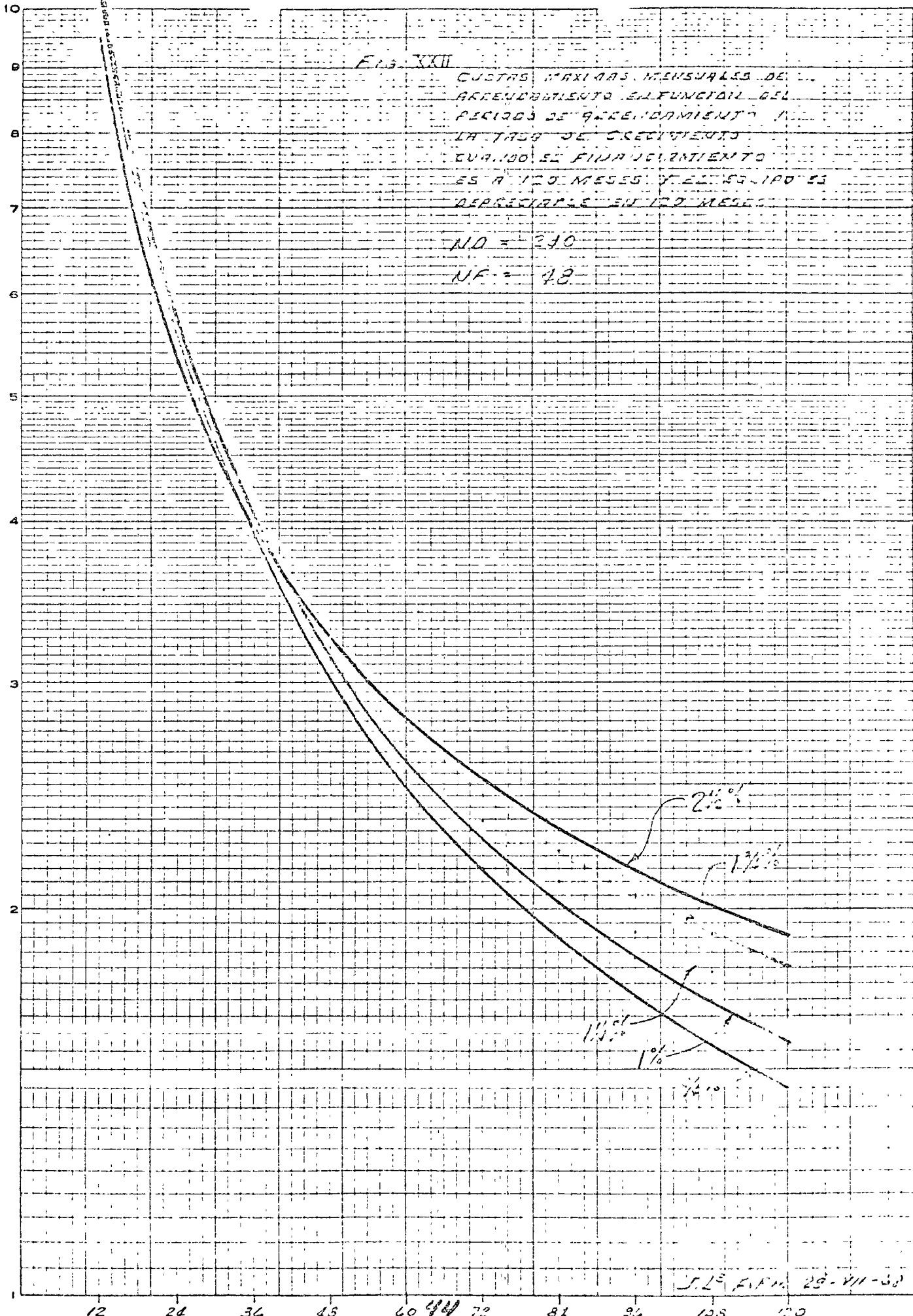
CUOTAS MAXIMAS MENSUALES DE  
ARRENDAMIENTO EN FUNCION DEL  
PERIODO DE ARRENDAMIENTO  
EN AÑOS DE EXPLORACION  
EN UNO DE FINA PERFORACION  
ES 9.120 MESES Y EL EQUIPO ES  
RESERVADO EN 120 MESES

$ND = 240$   
 $NR = 120$



JL<sup>3</sup> F. 2 29-11-61

CUOTA MAXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



12 24 36 48 60 72 84 96 108 120

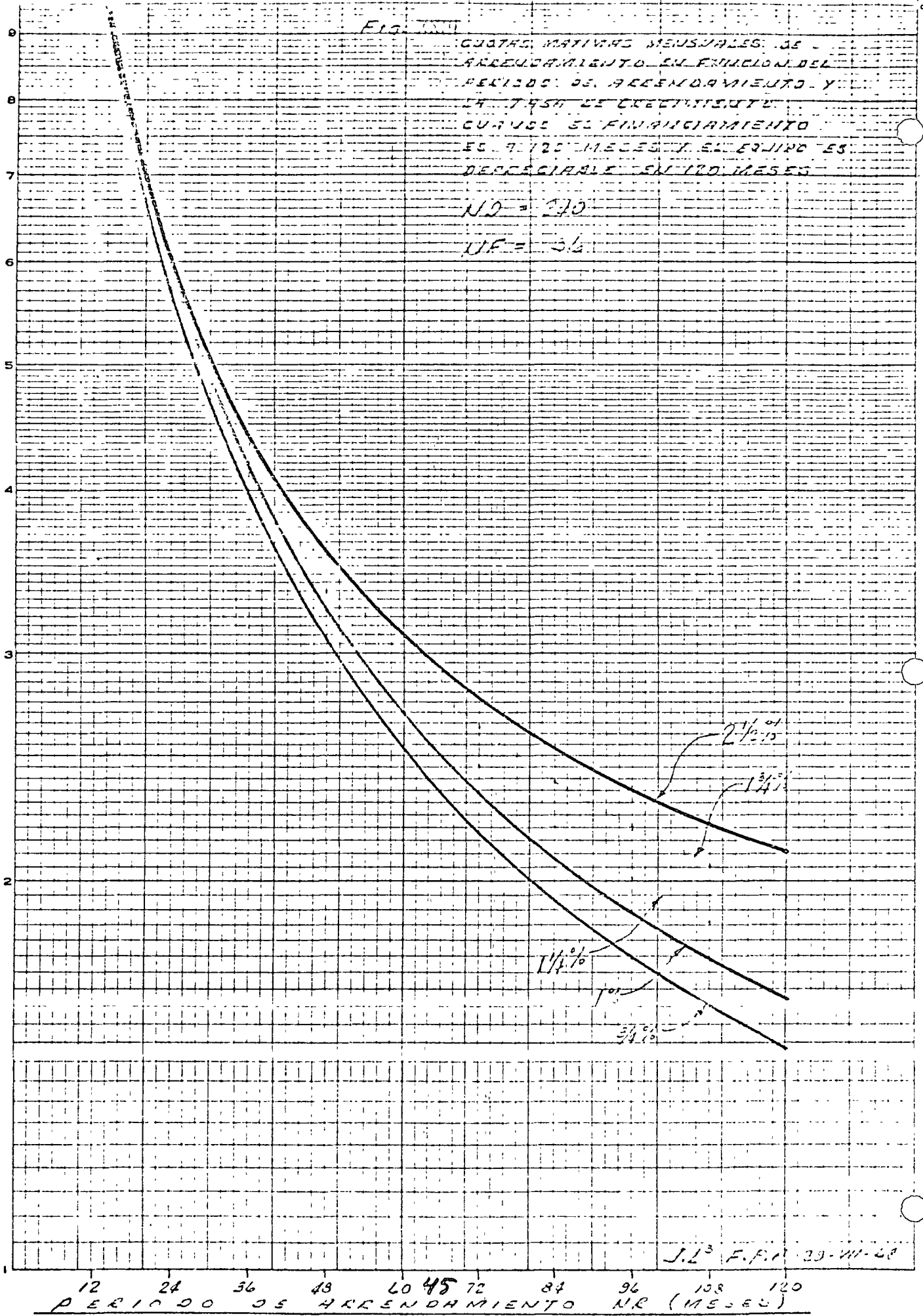
CUOTA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)

FIG. 100

CUOTA MENSUAL MENSUAL DE  
ARRENDAMIENTO EN FUNCION DEL  
PERIODO DE ARRENDAMIENTO Y  
LA TASA DE EXISTENTE  
CUANDO SE FINANCIAMIENTO  
ES 7.120 MESES Y EL EQUIPO ES  
DEPRECIABLE EN 120 MESES

$NR = 240$

$NR = 36$



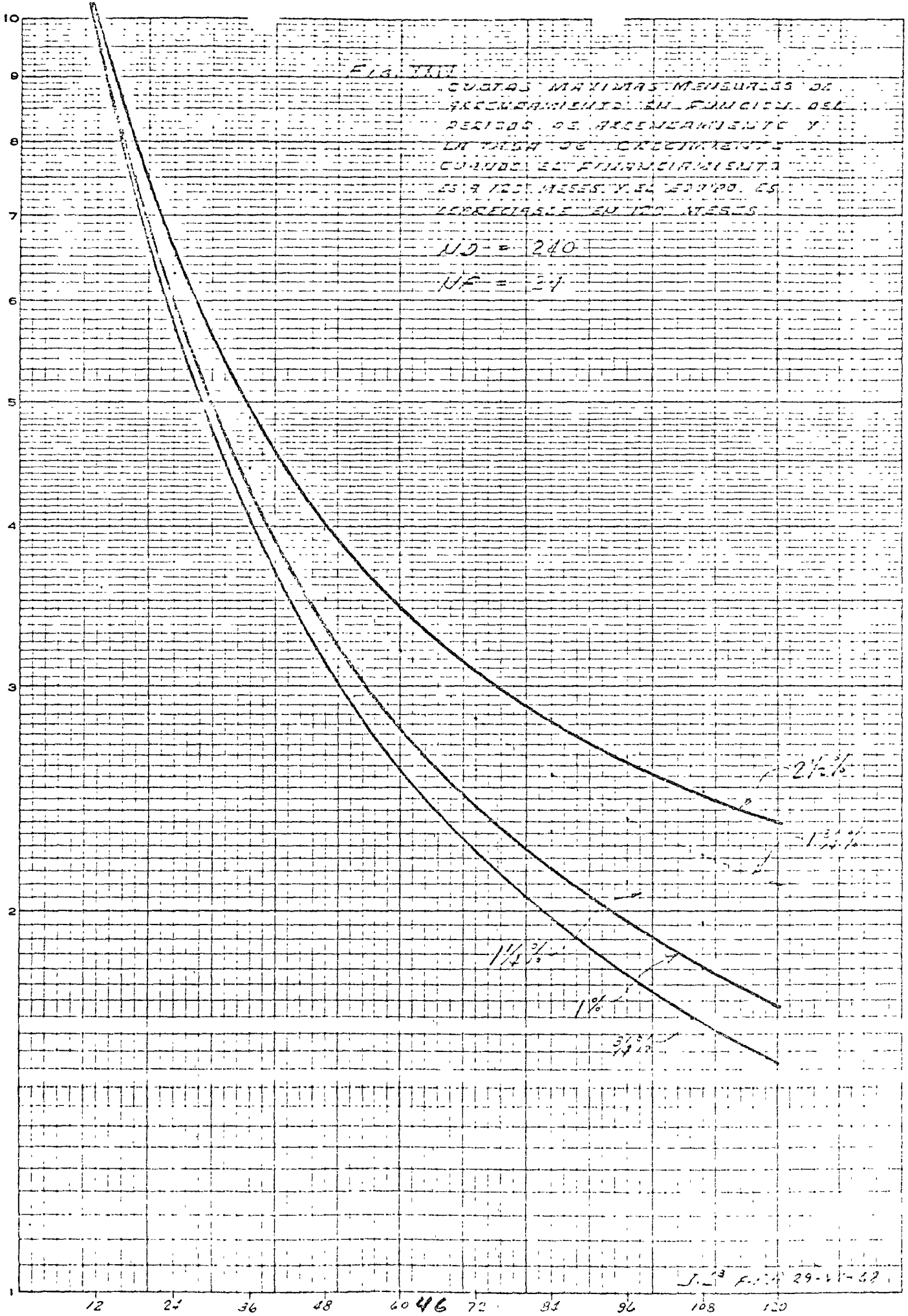
J.L. F.F. 29-11-68

PERIODO DE ARRENDAMIENTO NR (MESES)

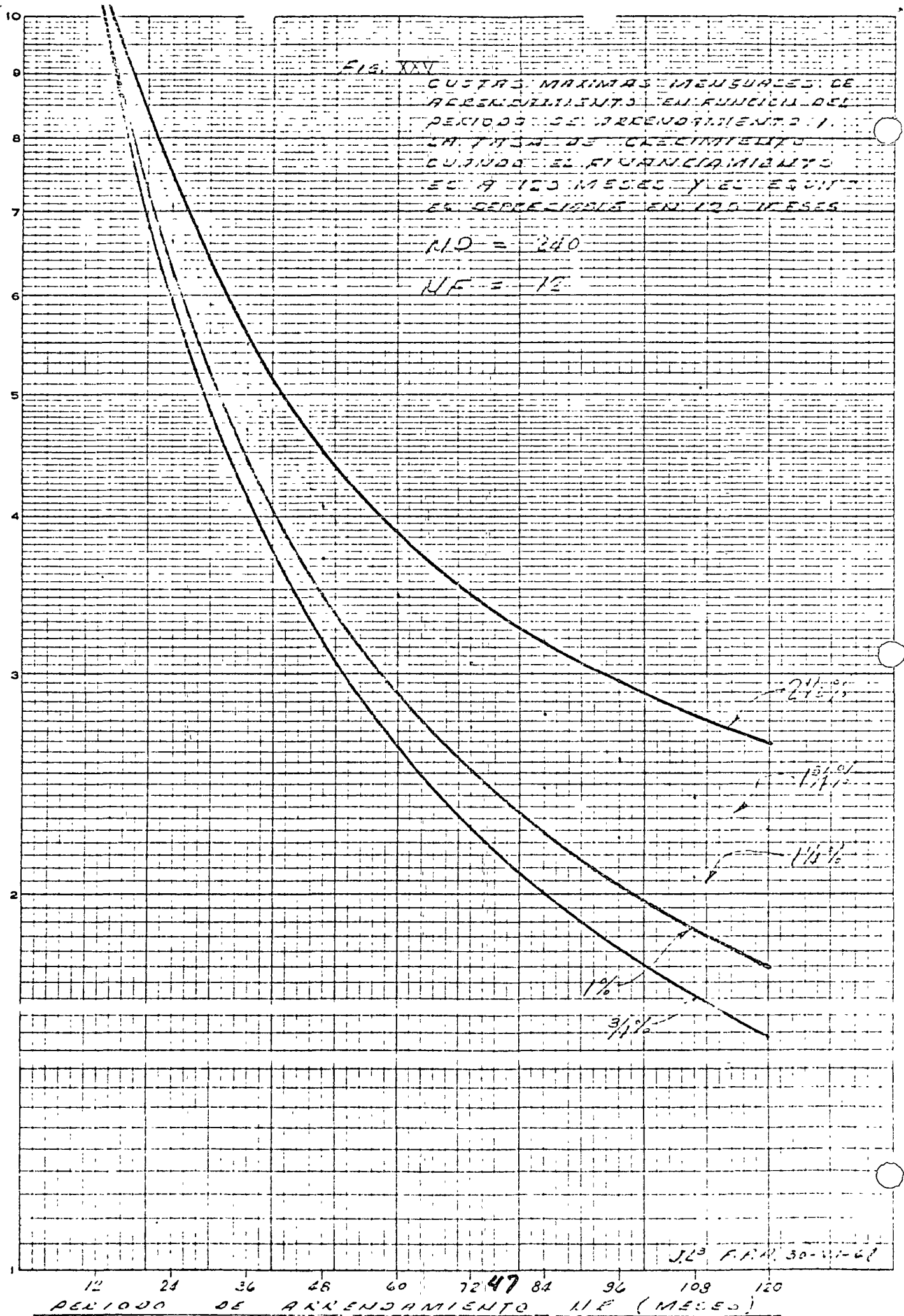
EUGENE DIETZEN CO.  
MADE IN U. S. A.

NO. 340-L110 DIETZEN GRAPH PAPER  
SEMI-LOGARITHMIC  
1 CYCLE X 10 DIVISIONS PER INCH

CUOTA M. A. I. M. I. M. E. N. S. U. A. L. C. R. (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)



CUOTA MÁXIMA MENSUAL CR (PESOS/100 PESOS DEL VALOR DEL EQUIPO)





# *On the Fundamentals of Economic Evaluation*

José L. López Léautaud  
Secretaría de Comunicaciones y Transportes-México  
and  
Ralph Swalm  
Syracuse University

## ABSTRACT

This article develops a rationale for economic evaluation based on the premise that one's economic objective is to maximize his own wealth. This leads to a reconciliation between the views of those supporting internal rate of return method and those supporting present worth methods of analysis. It also leads to a reconciliation between the major schools of thought regarding appropriate methodology for dealing with problems in which multiple rates of return are possible.

## INTRODUCTION

The literature of Engineering Economics abounds in articles setting forth the virtues of the methodology known alternatively as the internal rate of return, the discounted cash flow, or the profitability index method. It likewise abounds in articles lauding the present worth method, or that of its close relative, the average annual cost approach. The chief difference between these two approaches, both of which are based on compound interest theory is that the first seeks to solve for an "internal" rate of return, generally using a format that reduces all cash flows to their equivalent present value at varying rates of return, whereas the second assumes an interest rate, and then compares the present worths or the annual costs of the various alternatives under consideration. Among the terms used to describe the interest rate used are "minimum attractive rate of return," "the cost of capital," or simply "the rate of return."

1

Still more articles are written in which the author presumes one or the other of these two approaches to be more appropriate, perhaps justifying his choice by means of a footnote which refers to one of the articles written to support that particular view.

A few articles have been written attempting to resolve the controversy generated by proponents of these two methods, but we have yet to find one that seems to go to the heart of the matter; that is, to start by examining the true objectives of a decision-maker.

We will be so bold as to state what we feel that objective to be, go on to develop a methodology directed at satisfying that objective and describe a useful tool for displaying all the information required (in a deterministic world) for making decisions in accordance with that objective. We shall touch briefly on the extension of the tool to probabilistic models, but leave a full exploration of this fascinating subject for subsequent articles. We shall attempt to make our assumptions and line of reasoning quite explicit in order to facilitate full discussion of our ideas.

#### WEALTH

Before one chooses among alternative courses of action, or selects a methodology for making such choices, he must properly start by examining his objectives. In the real world of decision-making, these often turn out to be multi-dimensional; but in the relatively narrow world of economics, we will take as an axiom that the economic objective of all expenditures is to maximize wealth. This we hold to be true for both individual and corporate persons. (To simplify matters, we shall, in the remainder of this article, speak of both as "a person.")

Since one's present wealth is a fixed amount (generally taken to be too small), we should perhaps be more explicit and state that we assume that it is the economic objective of every person to maximize his future wealth. But here we run into a difficulty, for the future runs from here to infinity. Do not despair; we shall attempt to give an operationally useful definition of future as we develop our ideas.

2

How can a person evaluate his future wealth? His present wealth can grow in many differing ways; for example:

- A) He can invest in a savings account and reinvest all accrued interest. Then his wealth will grow at, say, 4 1/2 percent per year.
- B) He can buy bonds, yielding perhaps 8 percent, and with the interest payments buy more bonds of the same type. His growth rate in this case is 8 percent yearly.
- C) He can enter the stock market. In this case his wealth may grow in an erratic manner, perhaps growing faster than it would in the first two cases in good years and less rapidly--or even negatively--in bad times. His wealth at any time will be a function of the stock market behavior to that point and his method of reinvestment of dividends and proceeds from stock sales.

In all cases, a key factor in his future wealth is seen to be the *reinvestment rate*.

#### MECHANICS OF EVALUATION

Given the future cash flow promised by each alternative project under consideration, we can make an evaluation of the future wealth that each promises, provided that we have some way to establish an appropriate reinvestment rate. We shall make use of a simple example to illustrate various ways of accomplishing this. This example is as follows:

We are asked to select one of two mutually exclusive projects, which, for simplicity, we shall call project A and project B.

Project A requires an investment of \$30,740 and promises a cash inflow of \$11,320 at the end of each year for ten years. Project B costs \$10,000 and will produce a \$4,610 cash inflow at the end of each year for ten years. Calculations by the usual methods show the internal rate of return for project A to be 35 percent; that for B to be 45 percent.

In the following discussion we shall assume that, in the rich language of the decision analyst, A, B, and "Do Neither" are mutually exclusive and collectively exhaustive present alternatives and call their corresponding choices III, II and I respectively. We shall also assume that the decision-maker has at least \$30,740

at his disposal.

A reasonably complete description of the three choices available follows:

- I) Invest in neither A nor B. In this case we assume he would not put his present wealth under a mattress; instead, he would let his entire wealth grow elsewhere at a rate we shall call  $X$  percent per year. Thus, it is seen that "do neither A nor B" is not properly called a "DO NOTHING" alternative.
- II) Invest \$10,000 in project B and let the remainder grow at interest rate  $X$  elsewhere. (We here assume that an investment in B will not affect the investment opportunities available elsewhere.) We recognize that for very small amounts our assumption that any amount can be invested at rate  $X$  may be unrealistic, but suggest that, for decisions addressed by engineering economists, even small amounts are cumulated to the degree that our assumption becomes reasonably realistic. (For a slightly more complex assumption, see Thuesen or a summary in reference 13.)
- III) Invest \$30,740 in project A and allow the remainder to grow at rate  $X$ . We here note that any amount over \$30,740 is common to all three alternatives and is therefore irrelevant to our choice among them. We will therefore ignore such sums in our remaining discussion.

In everything said up to now, we assume that  $X$  is the best prediction of the rate at which we can employ our resources over the next ten years in projects other than A or B. For the moment we assume that the predicted rate is not a function of time, and we continue to live in a deterministic world. A similar line of reasoning to that developed thus far can also lead (conceptually, at least) to a solution of the capital budgeting problem; that is, one in which all possible combinations of alternatives are possible, subject to certain constraints.

To meet our objective we should choose that alternative which leads to the maximum wealth at the end of 10 years--the earliest possible common time horizon.

We here digress briefly to return to the question, earlier implied, "When, in the future, do we wish to maximize our wealth?"

We are now ready to offer an operational answer to that question. In the decision, one should attempt to maximize the wealth at the end of the shortest

common time horizon for all alternatives under consideration, on the basis that anything that happens after that time is common to all alternatives being considered and therefore irrelevant to the present decision.

Returning to our problem, we can calculate the wealth that each alternative would lead us to as a function of the reinvestment, or growth, rate  $X$  and display this information as shown in Figure 1.

This graph offers the following information:

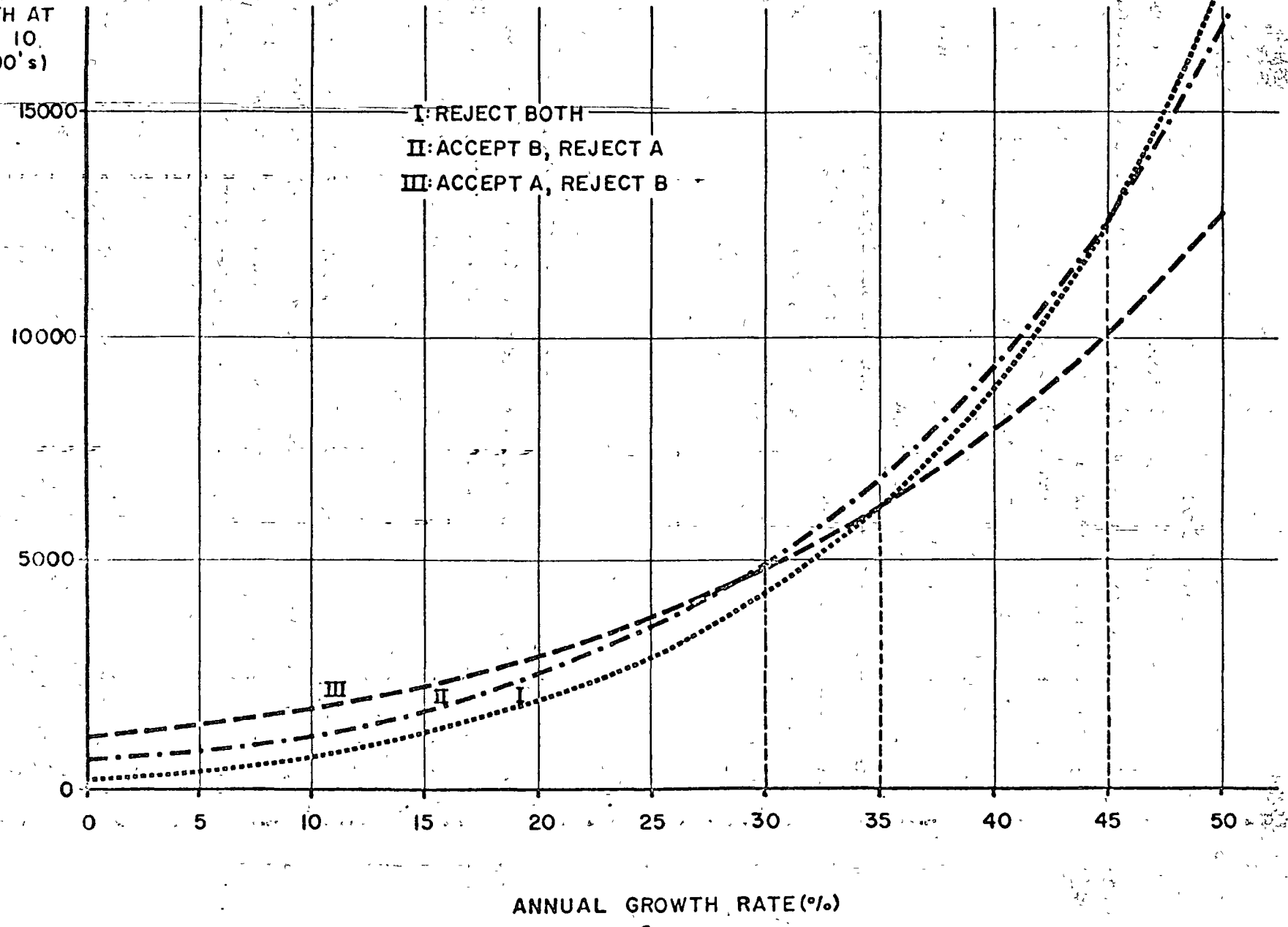
- A) If we foresee a reinvestment rate from zero to 30 percent per year the optimal decision is to invest in A.
- B) If we foresee a reinvestment rate which is between 30 and 45 percent the best thing to do is to accept B.
- C) For any reinvestment (or growth) rate above 45 percent, one should reject both A and B in order to maximize future wealth.

As has been noted in many places (see, for example references 1, 2, and 2), a decision to choose the project yielding the largest internal rate of return can lead to a non-optimal decision. It is generally recommended that this difficulty be avoided by calculating another rate of return, often called "the rate of return on extra investment," at which a pair of alternatives are equally attractive. In our example, if B is found to be attractive, the decision as to whether or not to take A instead would be based on the calculation of the rate of return on the extra investment in A (as compared to B). In numbers, this extra investment is \$20,740; the additional cash inflow of \$6,710 per year for 10 years represents a rate of return on extra investment of 30 percent. (Note that this value is obtained directly from Figure 1.) At the risk of being repetitious, we again emphasize that the calculation so obtained is irrelevant if B is unattractive.

We have deliberately chosed a simple example, involving only two alternatives and in which the time horizons for the alternatives are the same and in which no negative cash flows follow the first positive cash flow. Before going on to more complex cases, perhaps we should pause to propose what to us now seems a meaningful definition of that which is usually called "the internal rate of return." We would define this term to mean that growth (or reinvestment) rate for which one's wealth, at the earliest common time horizon, for two alternatives

FIG. 1.-WEALTH VS. GROWTH RATE.

WEALTH AT  
YEAR 10  
(in 100's)



is the same. (Remember, if there are more than two alternatives, they must be compared in appropriate pairs if any rate of return approach is to be meaningful!)

Is it not obvious that a graph of future wealth vs. growth, or reinvestment, rate can be plotted for all mutually exclusive projects, or combinations of projects, available in order to select among any number of projects? All such graphs will contain the alternative of rejecting all projects or combinations thereof (this might be called the null alternative); and in such a graph the optimal policy will be a piecewise curvilinear function of the reinvestment, or growth rate.

#### FUTURE WORTH

Let us define *future worth* as the potential increment in wealth that a project possesses, as compared to the null alternative, at the end of the contemplated horizon. This can be plotted as a function of the growth or reinvestment, rate and such a plot is shown in Figure 2 for projects A and B.

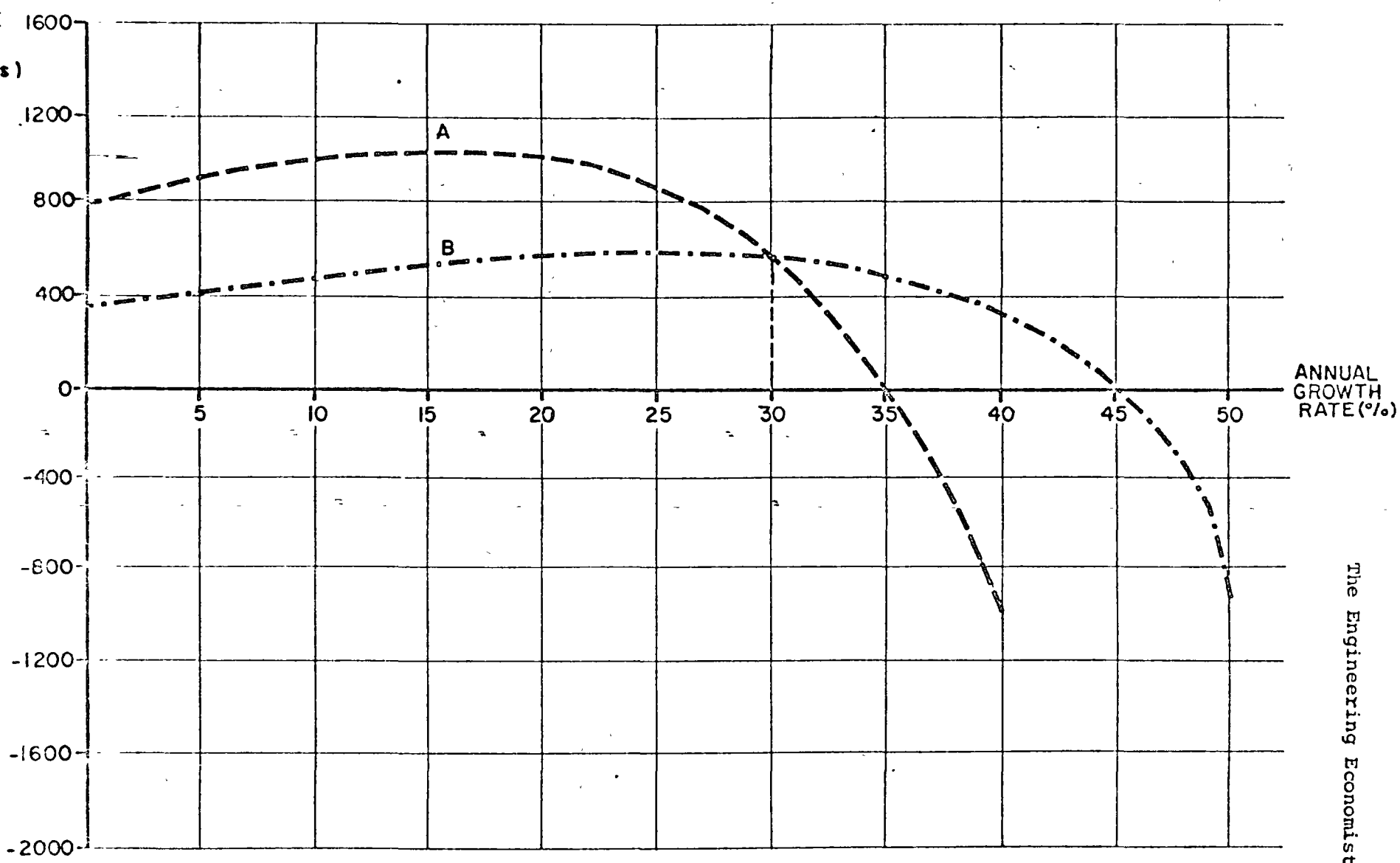
As would be expected the plotted lines corresponding to the future worths cross each other where the wealths obtained from choice II and III cross in Figure 1 and they cross the horizontal axis where the respective choices cross choice I in this same figure. We obtain the same information from this graph as from Figure 1, namely:

- A) Between 0 and 30 percent, A is the best alternative.
- B) Between 30 and 45 percent, we should choose B.
- C) Above 45 percent, both should be rejected.
- D) The internal rate of return of project A is 35 percent.
- E) The internal rate of return of project B is 45 percent.
- F) The internal rate of return on extra investment in A is 30 percent.

#### PRESENT WORTH

It is simple to show that, if discounting is done at the reinvestment rate, the present and future values of any alternative (including those of the differences between any pair of alternatives), differ only by a scale factor--that scale factor being the present worth factor, single payment (or the P/F factor)--for

FIG. 2.-FUTURE WORTH VS. GROWTH RATE.





that reinvestment rate and the common planning horizon.

Thus, the future worth of a series of cash flows is given by

$$FW = \sum_{n=0}^N V_n (1+i)^{N-n}$$

where  $V_n$  is the cash flow at the end of the  $n$ th period and  $i$  is the reinvestment rate.

Bringing this back to the present, using  $P = F (1+i)^{-N}$ :

$$\begin{aligned} PW &= (1+i)^{-N} \sum_{n=0}^N V_n (1+i)^{N-n} \\ &= \sum_{n=0}^N V_n (1+i)^{-n} \end{aligned}$$

This, of course, is precisely the formula for the present worth of a series of cash flows at interest rate  $i$ .

These relationships tell us that any inferences drawn from a future worth comparison can be obtained equally well from a present worth comparison--a conclusion that is hardly surprising. Our reasoning, though, says that the logical comparison is on a Future Worth basis; the familiar Present Worth basis offers a convenient and familiar algorithm that leads to the same conclusion!

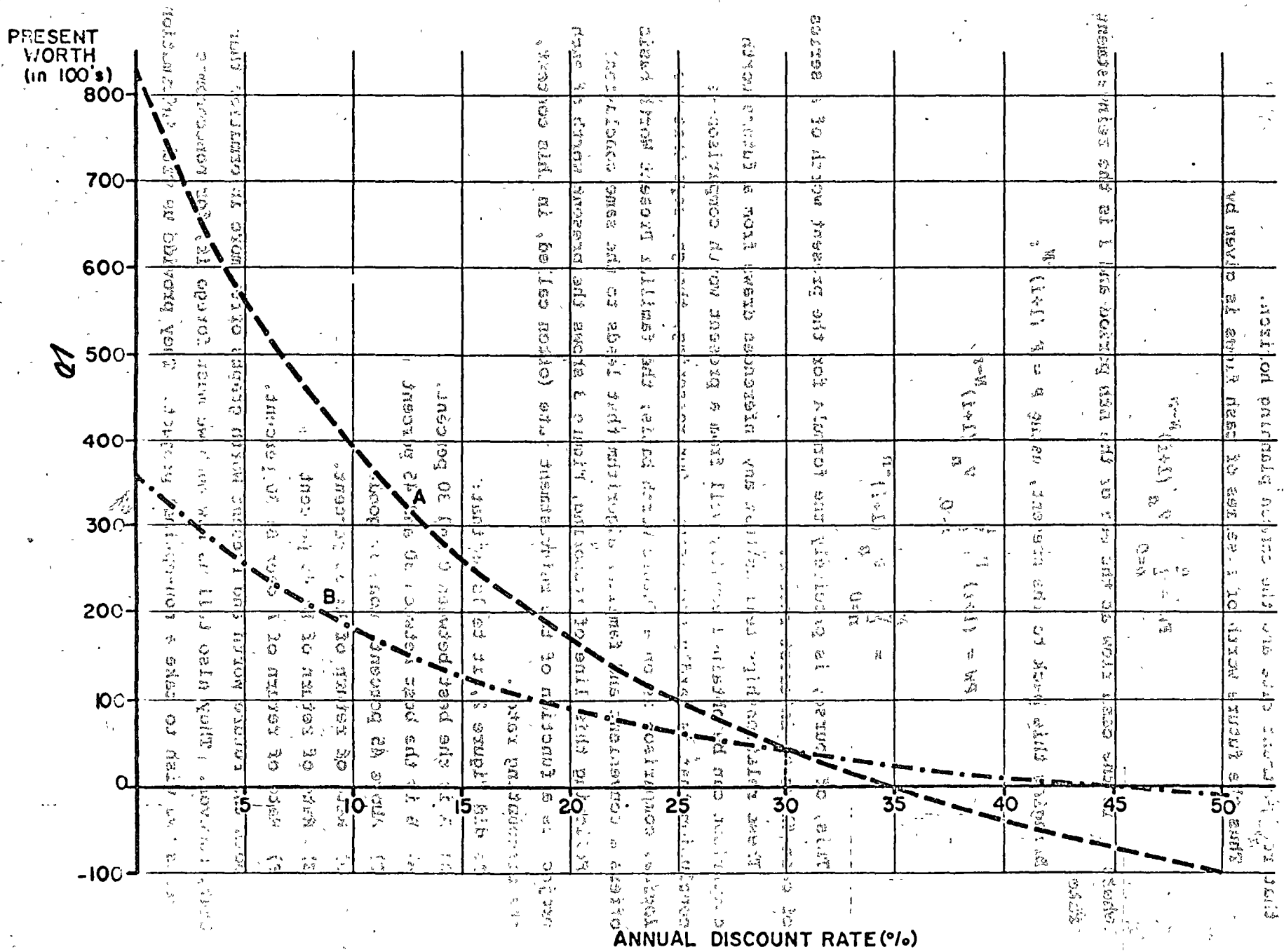
Following this line of reasoning, Figure 3 shows the present worth of each project as a function of the reinvestment rate (often called, in this context, the discounting rate).

As did Figure 2, it tells us that:

- A) A is the best between 0 and 30 percent.
- B) B is the best between 30 and 45 percent.
- C) Above 45 percent, none is good.
- D) Rate of return of A: 35 percent.
- E) Rate of return of B: 45 percent.
- F) Rate of return of A over B: 30 percent.

Both the Future Worth and Present Worth graphs offer more information than that, however. They also tell us how much we must forego if, for noneconomic reasons, we wish to take a non-optimal project. They provide us with information

FIG. 3.- PRESENT WORTH VS. DISCOUNT RATE.



about our bargaining position in mergers, acquisitions and all sorts of financial dealings and they yield information regarding the sensitivity of the outcomes to errors in prediction in a world recognized as uncertain.

#### REVERSALS OF SIGN IN CASH FLOW SERIES

There are occasional instances in which proposals involve more than one reversal in sign of the prospective cash flows (see references 3 and Appendix B of reference 6). In the literature there is much discussion of the difficulty posed by the fact that the usual discounted cash flow approach can lead to no, one, or more than one, real positive roots. This should not be surprising, since the present worth equation is

$$PW = \sum_{n=0}^N V_n (1+i)^{-n}$$

This is polynomial of the  $N$ th degree, and such a polynomial has  $N$  roots, all of them complex numbers:  $a + j b$ , where  $j$  stands for the square root of  $-1$ . The only roots that are meaningful from the economic point of view are those in which  $a$  is positive or negative (there can be a negative growth rate in the future which means that our wealth will decrease) and  $b$  is zero. Descartes' rule of signs helps us predict the maximum number of real roots--but that need not concern us here. As an example, let us consider the following problem:

A contract is available which pays \$8,000 "front money" upon the signing of a contract, after which expenses of \$22,000 are incurred at the end of the first year, and an income of \$15,000 is received at the end of the second year. (As elsewhere in this article, we use the end of year convention for simplicity of discussion.)

This leads to the cash flow diagram of

TIME	CASH FLOW
0	+ 8,000
End of Year 1	- 22,000
End of year 2	+ 15,000

//

The equation for the present worth of this project is

$$PW = 8,000 - 22,000 (1+i)^{-1} + 15,000 (1+i)^{-2}.$$

If we set this equal to zero, there are two values of  $i$  which will satisfy the equation:

$$i_1 = .25 \text{ (25\%)}$$

$$i_2 = .50 \text{ (50\%)}$$

How should one interpret such strange results in an economic sense?

To be consistent, we must apply exactly the same criterion as in other problems; that is, accept the alternative (take contract or refuse contract) leading to the greater future wealth. (As always, in making these statements, we assume there to be no other specific alternative now available or clearly foreseen!) We will analyze thoroughly the first case for illustration.

To make "accepting the contract" a viable alternative, one must have \$22,000 available at the end of the first year. This means that, if the reinvestment rate is  $X$ , he must have  $22,000 (1+X)^{-1} - 8,000$  available at time zero. If one invests this sum, and it grows to \$22,000 at the end of year one and this is paid out to cover expenses, then one receives \$15,000 at the end of the second year. One's second alternative is to reject the contract, investing  $22,000 (1+X)^{-1} - 8,000$  elsewhere, letting it grow at  $x$  percent per year. These alternatives lead to the following wealths at the end of the second year

$$\text{Accept: } W_1 = 15,000$$

$$\text{Reject: } W_2 = [22,000 (1+X)^{-1} - 8,000] (1+X)^2$$

which, upon simplification becomes

$$W_2 = 22,000 (1+X) - 8,000 (1+X)^2$$

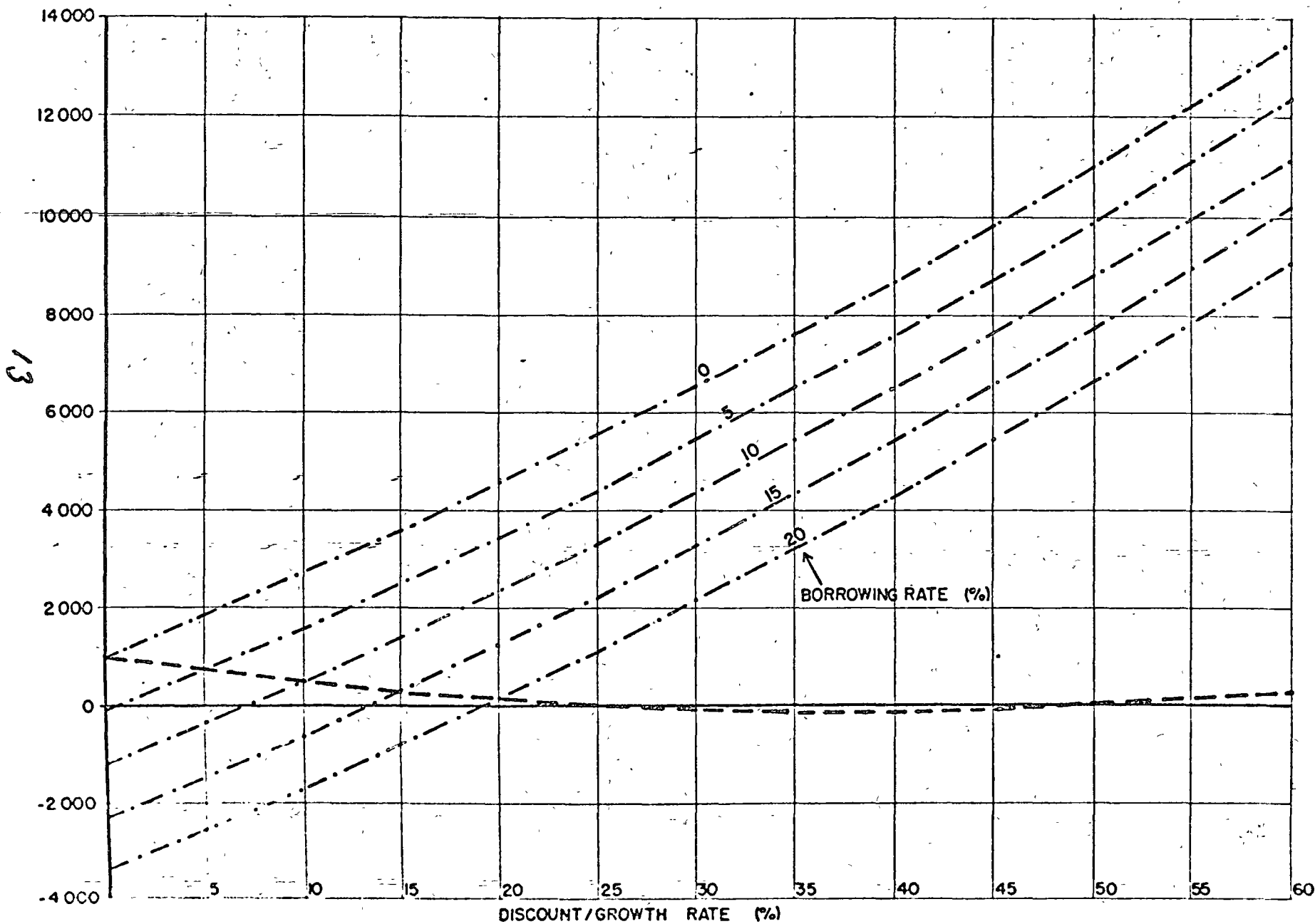
The difference between  $W_1$  and  $W_2$ , which we have defined as future worth, is

$$FW = 15,000 - 22,000 (1+X) + 8,000 (1+X)^2.$$

This is plotted as a function of  $X$  in Figure 4, as a dashed line, which shows that for reinvestment rates up to 25 percent and over 50 percent the contract is attractive; for reinvestment rates between 25 and 50 percent it is not.

FUTURE  
WORTH

FIG. 4.- FUTURE WORTH VS. DISCOUNT AND BORROWING RATES



By now we know that a Present Worth vs. Reinvestment Rate graph would offer precisely the same information, but that the vertical axis on the graph would change by a factor of  $(1+X)^{-2}$ .

Bill Morris has suggested an interesting variant of this problem in which the initial payment is +\$10,000, the first year cost--\$25,000. The two solution rates in this case are  $0.5 + j0.5$  and  $0.5 - j0.5$ --both complex numbers!

A Future, or a Present Worth, graph will immediately show that it is an attractive alternative for any positive reinvestment rate! (A Present Worth graph is shown as the dashed line in Figure 5.)

Many suggestions have been made since Solomon [3] first raised the issue of multiple rates of return; for example, Appendix B of Grant and Ireson [6] on page 552 offers the following statement:

The key to an evaluation of such proposals lies in the use of an auxiliary interest rate. We shall also see that an important aspect of the matter is the sensitivity of the conclusions of an evaluation to moderate changes in the auxiliary interest rate selected.

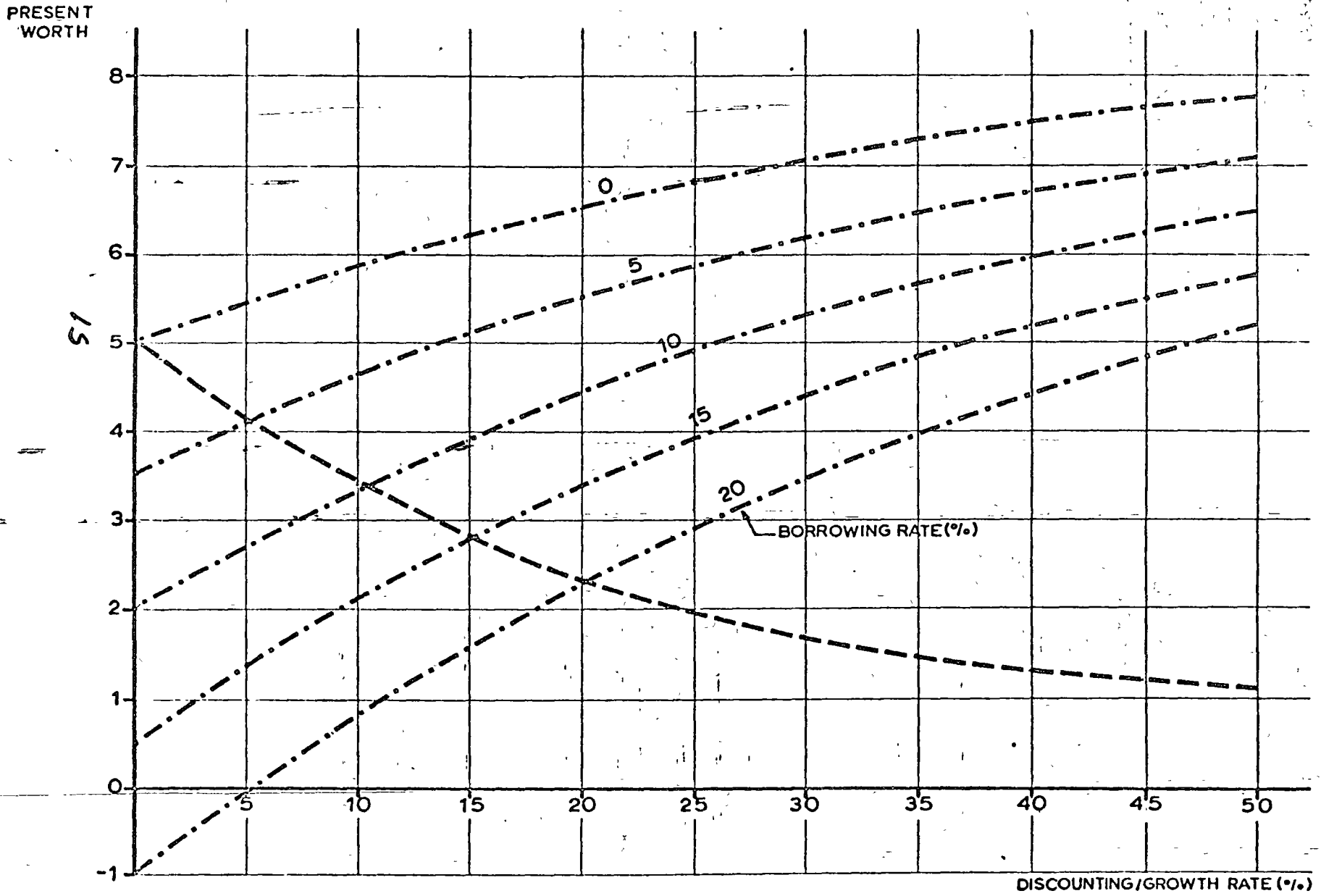
The authors then go on to explain how this auxiliary interest rate should be used, in a way which seems to contradict what they say in Chapter 18: that decisions regarding the source of capital funds and their investment should be made separately.

In this appendix, the "auxiliary interest rate" (Ruel's [7] name for it is the "crutch rate") is used throughout in the same manner as our "growth rate" for all negative cash flows while using a different "discount/growth rate" for all positive cash flows.

Given our assumptions, it seems quite clear that the "discount" and "reinvestment" rates should be one and the same, since the question being addressed is, "For what range of reinvestment rates is the proposal attractive?" or, alternately, "At what reinvestment is it just break even?"

Thus, it is seen that adopting the criterion of maximizing future wealth brings about a reconciliation of the argument between two camps regarding the proper way to analyze cash flows containing multiple sign changes. One camp, exemplified by Thuesen, Fabrycky, & Thuesen, holds that a Present Worth (or by implication, a Future Worth) graph will show those ranges of growth rates for which a project is attractive and a second, discussed above, which holds that an

FIG. 5.-PRESENT WORTH VS. DISCOUNT AND BORROWING RATES.



auxiliary, or crutch rate, should be used to give a unique solution. (We note in passing that one author has embraced both approaches--the former in his book and the latter in a subsequent article in this Journal.)

If we look upon a discounting rate as identical to the reinvestment rate, is it not clear that a project should be accepted if its Present (or Future) Worth at the appropriate reinvestment rate is positive? and that it should be rejected if its Present Worth (or Future Worth) is negative?

Is it not further clear, that one who chooses to solve for an unknown rate should seek for a reinvestment rate, and that therefore his "crutch rate" should, in fact, be the solution rate?

In the example we have been examining, either a Future Worth or a Present Worth vs. Growth Rate graph will show the range of reinvestment (or growth) rates for which the proposal is acceptable.

Of course, if the decision-maker does not have the wealth necessary to obtain a wealth of \$22,000 by the end of the first period, but wishes to borrow the money at that time, or if the reinvestment rate is different for each period, a different model must be used.

For example, to solve the first case, we must first be more explicit about the actual cash flows. Let us assume the decision-maker will borrow the entire \$22,000 at the end of the first year and that he wishes to repay the loan at the end of the second year. If we designate his borrowing rate as  $b$  and the growth (or reinvestment) rate as  $i$ , the equation yielding his wealth at the end of year 2 is given by

$$FW = 8000(1+i)^2 - 22,000(1+b) + 15,000.$$

This can be portrayed as a three dimensional graph, or somewhat more conveniently, for selected values of the borrowing rate, as in Figure 4 by the dash-point lines. These show the Future Worth of the project at various borrowing rates and reinvestment rates; if the Future Worth for a given combination of the two is positive, the project should be undertaken. For example, if the borrowing rate is 20 percent, the graph tells us that unless the reinvestment rate is greater than about 18 percent, the project should be rejected. The dash-point lines on Figure 5 offer a solution to a similar



interpretation of the Morris problem. Of course, a present worth graph could be used in the same manner.

#### PREDICTING THE GROWTH RATE

The determination of a reinvestment (discounting) rate is, in all senses, the most challenging aspect in the economic evaluation since there is no fail-proof method of "knowing what will happen."

The determination of the "future price of money" is a problem in forecasting, one of probing into the future, and given that uncertainty exists in everything regarding the future, the analyst may have to resort to sophisticated methods of helping the decision-maker by taking into account such factors as risk preferences. John R. Canada [4] writes:

A very pertinent question to the economic analyst is: Just what reinvestment rate is appropriate? The answer which is obvious in words but which involves the difficulties of forecasting in order to translate into specific figures is: The rate at which the recovered capital can be or will be reinvested.

and he attempts to determine this figure through

...a weighted average of expected future opportunities which would be accepted over the period in which the capital recovered from the project being currently studied will be available for reinvestment.

We can see two difficulties in this: 1) you need a crystal ball to know the "future opportunities" and 2) even if you know them, the use of a single weighted average for all time periods may be too gross a tool.

Many writers advocate the use of the "cost of capital" as the discounting (reinvestment) rate, the method of determination of which has been the subject for many conflicting articles. To look upon the past cost of capital, however calculated, as an estimator of future reinvestment rates seems to us an exercise in futility.

Hopefully, the mean growth rate in the time span from now to the planning horizon will surpass the mean cost of capital in the same period but there is no definite relationship, at least deterministically, between the two.

Others advocate the use of a rate that goes by a very colorful name: "minimum attractive rate of return," and then go through an effort to show how this rate can be determined by internal capital rationing. Again we must question

the validity of such a figure as a forecaster of how our wealth is going to grow.

If we agree on the fact that the growth rate for the future is uncertain (very few things are not), then we must also agree that we must either predict a single rate for all periods or resort to more sophisticated techniques of analyzing decisions: techniques which take into account such factors as the uncertainty existing in the future and the risk preference of the decision-makers. One technique for doing that is described by Howard [5], who states "...selecting the appropriate interest rate is not easy; it involves the nature of the interaction between the organization and its financial environment." Another phrase which is very indicative of the kind of problem we are facing is the following: "The interest rate is not only an expression of the force of nature; it also depends on the wisdom of men" [8]; from both expressions above we can see that the growth rate we have been talking about throughout this article is a "state variable" (Decision Analysis terminology): one which is not under control of the decision-maker; and until we know "how it depends on the wisdom of men" and how to measure this wisdom, we must keep on encoding it in our analysis *strictly as a force of nature*.

#### DIFFERING LIVES

The problem posed when alternatives have differing lives is not a trivial one.

In much of the literature (and this is particularly true of articles advocating a return on investment approach) the problem is "solved" by considering only examples in which the lives are the same; where the problem is addressed, it is often suggested that it be solved by using a uniform annual cash flow approach. This is supportable only on the assumption that the need is for some common multiple of the lives of the alternatives under consideration (including infinity), that technological changes will not take place, and that cost history will repeat except for changes completely responsive to any inflation rate.

In many cases these assumptions are reasonably realistic; when they are not, it is obvious that a "future history" projection must be made to some common

termination date. For example, in deciding to invest in two proposals of differing lives, both of which are determined by technological factors, it is clear that one should attempt to calculate one's wealth as of the end of the life of the longer lived alternative. Lacking other information, one would project, as usual, reinvestment at the growth rate until that time.

Since uniform annual cash flows can be obtained by multiplying present worths by  $(A/P, i, n)$  or future worths by  $(A/F, i, n)$  (we here use standard engineering economy symbols) it is clear that any information offered by a Future Worth or Present Worth vs. Growth Rate graph can be obtained equally well by a Uniform Equivalent Annual Cash Flow vs. Growth Rate graph. (To make the title less of a mouthful, we shall refer to this as a Uniform Flow vs. Growth Rate graph.)

Capitalized Flows is nothing but a Present Worth for perpetual operation, and we already saw that decisions under Present Worth or wealth maximization criteria are identical, although speaking of wealth at the end of an infinite number of years is not very meaningful.

In any case a Uniform or Capitalized Flows vs. Reinvestment Rate graph will provide us with the same type of information yielded by the graphs discussed thus far:

- A) Ranges of growth rates for which each alternative is superior to the rest.
- B) Internal rates of return of the proposals, by themselves and taken as pairs, or rates of return on the extra investments, if economically meaningful.
- C) Amounts you are required to sacrifice due to non-economic reasons for implementing other than the best alternative.
- D) Ranges of monetary values for financial transactions.

#### CONCLUSIONS

We believe that most of the controversy regarding criteria for economic valuation can be traced to the fact that we have been overemphasizing the search of one single number and/or method that will lead to a decision. This has made us forget our objective (or fail to see the forest for the trees); we have been striving for the means while losing sight of the end.

1. If one's objective is to maximize wealth, either a Future Worth, Present Worth, or Capital Flow vs. the Growth, or Reinvestment Rate graph has been shown to be a useful tool for arriving at an optimal decision. Such graphs also display the results sought by the return on investment method and are useful in making sensitivity studies.

2. The plotting of such graphs will not demand more effort than that required for other methods of solving for unknown interest rates. Indeed, computer programs can be simplified by eliminating trial and error or looping subroutines--and it is no great task to have the computer print the graphs directly--also it will look much nicer.

3. The use of these graphs tends to eliminate the difference between "present worth cultists" and those seeking a return-on-investment type solution.

4. We have shown the use of "a crutch rate" in solving problems leading to multiple rates of return to be unnecessary unless borrowing is indispensable--and offered a variant of the standard graph to take care of this case.

5. We have pointed out that the growth rate is, in the terminology of decision analysis, a state variable and have suggested that if the simple projection of a time-invariant rate is not reasonable, advanced techniques for prediction of the rate as a function of time and correspondingly more complex models will be required.

6. Although we have shown that Future Worth, Present Worth or Capital Flow vs. Growth Rate graphs all lead to identical conclusions, we feel that the Future Worth graph focuses more directly on a decision-maker's time objective--to maximize future wealth. On the other hand, the use of present worth concepts is more common and so others may prefer to use the present worth form since it "fits like an old shoe."

7. While we do not claim to have discovered such graphs, we do wish to claim the right of naming them. We propose that they be termed G & I graphs, in honor of the authors of the most widely used book on engineering economy, both of whom are fine teachers and true gentlemen.

8. If others refuse to accept an axiom that economic man strives to optimize his own wealth--or deny the usefulness of the economic man concept, it is incumbent upon them to propose alternative axioms and to develop methods

of assessment that speak to such objectives. An example of this is a recent contribution by Pollard [11] who examines a "Consumption Preference" approach introduced by Fisher [12] and developed by Hirshleifer [13].

#### BIBLIOGRAPHY

- [1] Bierman, Jr. Harold and Smidt, Seymour, *The Capital Budgeting Decision*, Second edition, New York: The MacMillan Company, chapters 2 and 3.
- [2] Bernhard, Richard H., "Discount Methods for Expenditure Evaluation: A Clarification of Their Assumptions," *Journal of Industrial Engineering*, January-February 1962, pp. 19-27.
- [3] Solomon, Ezra., "The Arithmetic of Capital Budgeting Decisions," *Journal of Business*, April 1956, pp. 124-129.
- [4] Canada, John R., "Rate of Return, A Comparison Between the Discounted Cash Flow Model and a Model Which Assumes an Explicit Reinvestment Rate for the Uniform Cash Flow Case," *The Engineering Economist*, Spring 1964, p. 3.
- [5] Howard, Ronald A., "The Foundations of Decision Analysis," *IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics*, v. SSC - 4, n. 3, pp. 211-219.
- [6] Grant, E. L. and Ireson, W. G., *Principles of Engineering Economy*, Fifth edition, New York: The Ronald Press Company, 1970.
- [7] Reul, Raymond I., "Using the Profitability Index for Calculating the Return on Proposed Projects, New Equipment and Other Acquisitions," published by the author.
- [8] Massé, Pierre, *Optimal Investment Decision: Rules for Action and Criteria for Choice*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1962, p. 15.
- [9] Tarborgh, George, *Business Investment Policy*, Washington, D. C.: Allied Products Institute, 1958.
- [10] *Business Investment Management*, Washington, D. C.: Allied Products Institute, 1967.
- [11] Pollard, Arnold B., *A Normative Model for Joint Time/Risk Preference Decision Problems*, Ph.D. Dissertation, Stanford University, 1969.
- [12] Fisher, Irving, *The Theory of Interest*, New York: The Macmillan Company, 1930.
- [13] Hirshleifer, J., "On the Theory of Optimal Investment Decision," *Journal of Political Economy*, August 1958.
- [14] Thuesen, H. G., Fabrycky, W. J., and Thuesen, G. J., *Engineering Economy*, Fourth edition, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1971.

**ANNOUNCEMENT****SCIENTIFIC APPROACH OFFERED TO BUSINESS MANAGEMENT INFORMATION**

An automated technique for compiling and disseminating vital information, formerly restricted to "hard sciences" such as chemistry and medicine, has now been applied to the field of business management.

System Development Corporation is offering world-wide, one-line bibliographic search service on a large data base of business literature.

The new service, called SDC/INFORM, offers instant access to a data base developed from 280 business oriented periodicals. The data base is compiled and kept current by ABI, Inc., of Portland, Oregon, and includes such sources as *Journal of Accountancy*, *Business Horizons*, *Banking*, *Financial World*, and *The Engineering Economist*. The SDC/INFORM file currently contains approximately 10,000 records. About 900 abstracts of new articles are added monthly into the data base.

The data base of literature utilized in the SDC/INFORM service has two years of operational experience, and prior to that, six years of development within a university environment. Some of the major organizations now using the data base through ABI's current awareness service are Price Waterhouse & Co., Valley National Bank of Phoenix, Xerox Corporation, Levi Strauss, Monsanto and First National Bank of Chicago.

Through SDC's On-Line Bibliographic Search Service, businessmen and researchers can gain daily access to a wide range of literature in major data bases from a variety of remote terminals, using local telephone numbers in their own locality to reach the SDC computer center in Santa Monica. The service is available on an international basis. On-Line Bibliographic Search Service is part of a progressive approach taken by SDC to solving the information-finding problems faced by most organizations today. Since the costs for computer time, programs, and data bases are shared by many users, each user needs to pay for only a fraction of the resources required to provide the service.

Inquiries should be directed to: SEARCH SERVICE, SYSTEM DEVELOPMENT CORPORATION, 2500 COLORADO AVENUE, SANTA MONICA, CALIFORNIA 90406, or phone (213) 393-9411; or 5827 COLUMBIA PIKE, FALLS CHURCH, VIRGINIA 22041, or (703) 820-2220.



## CAPITULO 7

# flujo de efectivo

Hasta ahora hemos hablado de la forma adecuada de llevar a cabo una evaluación económica *dado un vector de flujo de efectivo*; pero no hemos mencionado cómo determinar cada uno de los elementos de ese vector. Los elementos de ese vector están expresados en unidades monetarias, en dinero. Lo primero que debemos indagar es las formas en que el dinero fluye hacia el inversionista, o a la inversa (recordemos que una empresa no es más que una "agencia" para el inversionista); la siguiente tabla las muestra:

A (positivos)	De (negativos)
Ingresos por ventas	Costos de operación
Préstamos	Gastos de administración
Desinversiones, etc.	Gastos financieros
	Pago de deudas
	Impuestos
	Inversiones, etc.

Un elemento de mucha importancia es la "depreciación y amortización fiscal", no porque sea un flujo de efectivo, sino porque casi siempre los reglamentos fiscales estipulan el pago de impuestos en función de este concepto.

Conviene, antes de proseguir, aclarar por qué existen diferencias entre los métodos contables y los de evaluación económica. Los estudios de evaluación económica conciernen siempre *proposiciones* para el uso del dinero, cuyos resultados van a acontecer en el futuro. Los métodos contables atañen, en su generalidad, al reporte de acontecimientos *pasados*, y son extremadamente útiles en la evaluación económica, pues la principal base, por no decir la única, de predicción del futuro, es el pasado. En otras palabras: ambos son sistemas de información; uno de ellos notifica lo que puede acontecer y el otro lo que aconteció.

Comencemos por desarrollar una ecuación que nos diga cómo determinar el flujo de efectivo neto para cualquier período  $k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ) de un proyecto, llamando:

- $V_k$ : Ingresos por ventas
- $C_k$ : Costos de producción
- $G_k$ : Gastos de administración

- $D_k$ : Depreciación y amortización fiscal
- $I_k$ : Gastos financieros
- $M_k$ : Pago del principal de la deuda
- $t_k$ : Tasa de impuestos
- $L_k$ : Préstamo
- $J_k$ : Inversión.

Generalmente,  $t_k$  es una función, estipulada en un tabulador de

$$V_k - C_k - G_k - D_k - I_k \quad (1)$$

y los impuestos se calculan multiplicando  $t_k$  por la expresión (1):

$$t_k(V_k - C_k - G_k - D_k - I_k) \quad (2)$$

El flujo de efectivo neto,  $E_k$ , será entonces:

$$E_k = V_k - C_k - G_k - I_k - M_k + L_k - J_k - t_k(V_k - C_k - G_k - D_k - I_k) \\ = (1 - t_k)(V_k - C_k - G_k - I_k) + t_k D_k - M_k + L_k - J_k \quad (3)$$

y el vector de flujo de efectivo:

$$E = [E_0, E_1, E_2, \dots, E_k, \dots, E_n] \quad (4)$$

será una suma de vectores:

$$E = V + C + G + I + D + M + L + J \quad (5)$$

cuyos elementos son ( $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ):

Vector	Elemento genérico
V	$+ (1 - t_k)V_k$
C	$- (1 - t_k)C_k$
G	$- (1 - t_k)G_k$
I	$- (1 - t_k)I_k$
D	$+ t_k D_k$
M	$- M_k$
L	$+ L_k$
J	$- J_k$

(6)

El valor presente del vector E será entonces la suma de los valores presentes de los vectores descritos por la expresión (6).



Los elementos son de particular importancia: la depreciación, expresada por el vector  $D$  cuyo valor presente es positivo, y el financiamiento, expresado por los vectores  $H$ ,  $M$  y  $L$ , cuya suma de valores presentes puede ser positiva o negativa, dependiendo de la tasa de descuento.

### depreciación y amortización fiscal

Aunque el valor de  $t_k$ , ya se dijo, debe ser determinado para cada periodo, de acuerdo a las reglamentaciones fiscales, y éstas son extremadamente peculiares para cada medio ambiente, veremos el efecto que diversas formas usuales de depreciación fiscal tienen sobre las proposiciones. Aclaremos nuevamente que aunque la palabra "depreciación" tiene el sentido semántico de "disminución en valor de un bien", lo que queremos evaluar aquí es "el efecto, sobre el valor presente (o sobre el patrimonio), de pagar más o menos impuestos". En este sentido ofrecemos las siguientes expresiones del Reglamento de la Ley del Impuesto sobre la Renta de los Estados Unidos Mexicanos:

Para efectos fiscales se entiende por "amortización" la absorción gradual del costo de una inversión en activo fijo intangible o de un gasto que corresponda a varios periodos, por los resultados de un número determinado de ejercicios posteriores a aquel en que haya sido hecha la inversión o el gasto.

...por "Depreciación", la absorción gradual del costo de adquisición de un activo fijo tangible, cuyo valor material o funcional disminuya por el uso o por el transcurso del tiempo, a través de los resultados de...

Expresiones con el mismo significado se encuentran en las publicaciones de las instituciones cuyos miembros se dedican a elaborar la información "contable". En particular, *The American Institute of Certified Public Accountants* indica que "La Contabilidad de la Depreciación... es un proceso de asignación, no de valuación...".

De lo anterior se podrá concluir lo indicado en párrafos anteriores: la depreciación y amortización fiscal *no* son un flujo de efectivo, sino una *deducción*, que se autoriza para determinar el monto de los impuestos.

En lo que sigue haremos la siguiente simplificación:

$$t_0 = 0; t_1 = t_2 = \dots = t_k = \dots = t_n = t \quad (7)$$

con propósitos de ilustración.

Existen cuatro formas usuales de depreciación y amortización:

#### Lineal

En este caso se establece un lapso de  $m$  periodos, en los cuales se va a distribuir el costo de un activo fijo, y a cada uno de esos periodos le corresponde una cantidad igual.

Flujo de efectivo 117

hasta pag. 135

3

3

Entonces, si llamamos  $J_0$  el costo a distribuir:

$$D_k = \frac{J_0}{m}, \quad k = 1, 2, \dots, m \quad (8)$$

y el "valor en libros" en el periodo genérico  $k$  se expresa de la siguiente forma:

$$B_k = J_0 \left( 1 - \frac{k}{m} \right), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (9)$$

Esta última expresión es lineal con respecto a  $k$ , de ahí el nombre de Depreciación Lineal. El valor presente del vector  $D$  resulta de substituir (8) en 3-12:

$$VP_D = t \frac{J_0}{m} (P/A, i, m). \quad (10)$$

### Exponencial

La cantidad que se asigna a cada periodo se calcula de acuerdo al "valor en libros": en el periodo  $k$  es igual a una constante  $\alpha$  multiplicada por el "valor en libros" en el año  $k - 1$ . Así:

$$D_k = \alpha B_{k-1} \quad (11)$$

y como:

$$B_k = B_{k-1} - D_k = (1 - \alpha) B_{k-1} \quad (12)$$

también sabemos que:

$$B_0 = J_0 \quad (13)$$

por lo que:

$$B_k = (1 - \alpha)^k J_0, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (14)$$

$$D_k = \alpha (1 - \alpha)^{k-1} J_0, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

En este caso, el "valor en libros" nunca se vuelve cero y  $m = \infty$ . El valor presente del vector  $D$  será, al substituir (15) en 3-12:

$$\begin{aligned} VP_D &= t \sum_{k=1}^{\infty} \alpha J_0 (1 - \alpha)^{k-1} (1 + i)^{-k} \\ &= \frac{\alpha J_0 t}{1 - \alpha} \sum_{k=1}^{\infty} \left( \frac{1 - \alpha}{1 + i} \right)^k \end{aligned} \quad (16)$$

que puede ser expresado siguiendo la forma de la Ec. (24) del capítulo 2:

$$\begin{aligned}
 VP_D &= \frac{\alpha J_0 t}{1 - \alpha} \left( P/A, \frac{1+i}{1-\alpha} - 1, \infty \right) \\
 &= \frac{\alpha J_0 t}{1 - \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{1+i}{1-\alpha} - 1} = J_0 t \frac{\alpha}{i + \alpha}
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Parabólica o por suma de dígitos

A cada periodo corresponde una cantidad que contempla la "vida" restante del activo: si la duración total es  $m$ , en el periodo  $k$  se asigna un valor directamente proporcional a  $m - k + 1$ , y:

$$D_k = c(m - k + 1) \tag{18}$$

donde  $c$  es una constante de proporcionalidad. Dado que  $J_0$  debe ser distribuido a lo largo de los  $m$  periodos:

$$\begin{aligned}
 J_0 &= \sum_{k=1}^m D_k = c \sum_{k=1}^m (m - k + 1) \\
 &= c(m^2 - \sum_{k=1}^m k + m) \\
 &= c \left[ m(m+1) - \frac{m(m+1)}{2} \right] \\
 &= c \frac{m(m+1)}{2}
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

$$\therefore c = \frac{2J_0}{m(m+1)}$$

$$y \quad D_k = \frac{2J_0}{m(m+1)} (m - k + 1) \tag{18b}$$

y el valor en libros:

$$\begin{aligned}
 B_k &= J_0 - \sum_{j=1}^k D_j = J_0 \left[ 1 - \frac{2}{m(m+1)} \sum_{j=1}^k (m - j + 1) \right] \\
 &= J_0 \frac{[(m-k)(m-k+1)]}{m(m+1)}
 \end{aligned}
 \tag{20}$$

El valor presente de  $D$  bajo esta distribución del costo se obtiene substituyendo la Ec. (18b) en la que define  $VP$  (3-12):

DATOS DE LAS CURVAS DE DEPRECIACION

Tasa de descuento (%)	VP / J, t			E( $\pi = 0.25$ )
	F( $\bar{\alpha} = 0.10$ )	L	P	
0	1,000	1,000	1,000	1,000
5	0,667	0,772	0,828	0,833
10	0,500	0,614	0,701	0,714
15	0,400	0,502	0,604	0,625
20	0,333	0,419	0,528	0,555
25	0,286	0,357	0,468	0,500
30	0,250	0,309	0,419	0,454
35	0,222	0,271	0,378	0,417
40	0,200	0,241	0,345	0,385
45	0,182	0,217	0,316	0,357
50	0,167	0,196	0,290	0,333

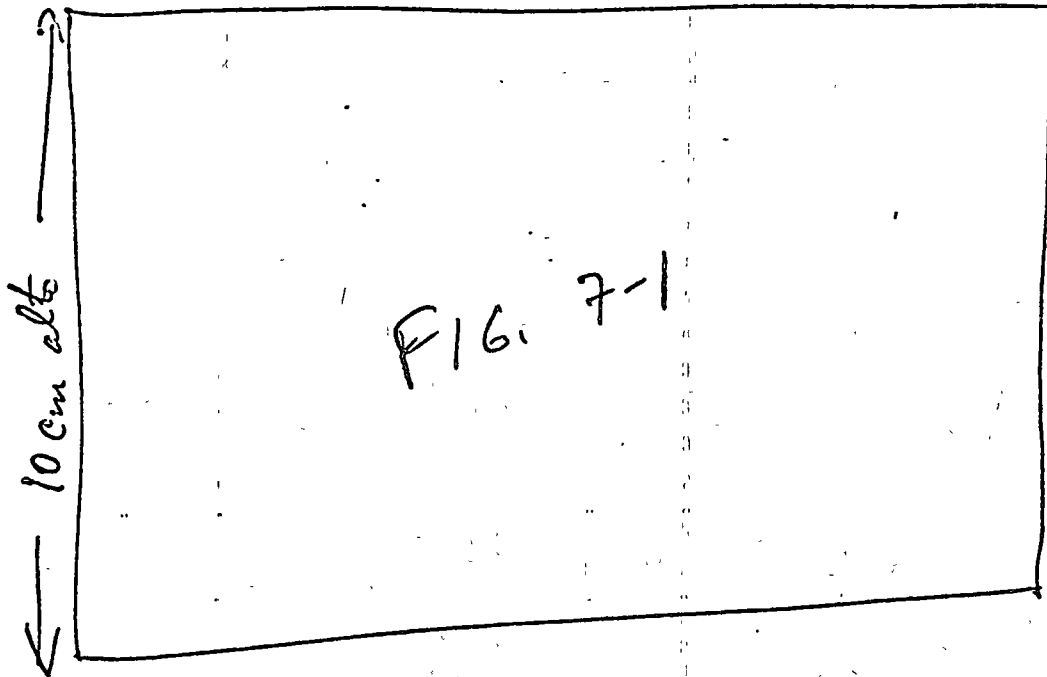


FIG. 7-1

120

6

$$VP_D = t \sum_{k=1}^m \frac{2J_0}{m(m+1)} \left[ m - (k-1) \right] (1+i)^{-k} \quad (21)$$

nótese que  $m$  es un valor constante durante  $m$  periodos, y  $k-1$  es un gradiente negativo ( $G=1$ ), también con  $m$  periodos:

$$\therefore VP_D = \frac{2J_0 t}{m(m+1)} \left[ m(P/A, i, m) - (P/G, i, m) \right] \quad (22)$$

Existen otras formas que no son muy usuales: por producción, el costo se distribuye de acuerdo al volumen de producción si el activo es utilizable sólo cuando haya material que procesar; de fondo acumulativo, en el que se supone que se hacen depósitos cada periodo en un fondo imaginario que produce un interés, tal como 6%, 4% o 3%, y con la cantidad acumulada en este fondo al final de la duración del activo se podrá adquirir otro igual. Por no ser muy usuales, no los veremos aquí en detalle.

El valor de  $VP_D/J_0 t$  se puede ver en la figura 7-1 para diferentes valores de la tasa de descuento  $i$ , y las tres formas de depreciación fiscal descritas arriba y una "vida fiscal" de 10 periodos. La curva señalada con  $L$  corresponde a la depreciación lineal, con  $E$  a la depreciación exponencial para dos valores de  $\alpha$ : 0.10 y 0.25, y con  $P$  a la parabólica o por suma de dígitos.

Desde luego, las formas de depreciación son alternativas mutuamente exclusivas si se proponen al causante en la reglamentación para que adopte la que más le convenga; y desde ese punto de vista, la depreciación exponencial con un valor de  $\alpha > 0.25$  es la más conveniente para cualquier tasa de descuento. El valor máximo de  $\alpha$  que se permite es  $2/m$  en la gran mayoría de los casos; esto da valores presentes muy aproximados a los de la depreciación parabólica, pero aún menores. En esto radica la popularidad de la depreciación parabólica en la gran mayoría de países que permiten estas opciones en su reglamentación fiscal.

Desde el punto de vista de un país, ¿qué ventajas tiene una "depreciación acelerada"? Por depreciación acelerada queremos decir ya sea la forma exponencial, la parabólica o una que contemple una menor "vida". Son dos las razones principales: (1) la tasa de crecimiento del patrimonio nacional es generalmente más baja que la de los individuos, esto puede ser visto como un financiamiento con interés muy bajo, y las diferencias en el patrimonio del "financiero" (el país en este caso) a estas tasas de crecimiento se pueden considerar despreciables, y (2) de muchísima más importancia, el hecho de que con los ahorros en impuestos se fomenta la reinversión, y se crean nuevas fuentes de trabajo, con lo que a la larga se logra un mayor beneficio socio-económico en general, con el consecuente crecimiento en el patrimonio del país.

#### financiamiento

El financiamiento es una forma de allegarse recursos ajenos y acometer proyectos cuando no son suficientes los fondos de que se puede disponer en el momento de la decisión, y debe analizarse exclusivamente bajo estas circunstancias.

~~12~~

~~12~~

(12)

Las fuentes que facilitan estos recursos, con legítima motivación, tratan de minimizar el riesgo lo más posible, y con ese fin establecen estipulaciones muy estrictas respecto al uso que se dé a esos recursos y a la forma en que se pagará la deuda: especifican el flujo de efectivo de cada periodo usando para ello una tasa de interés. Por ser tan peculiar cada caso específico, veremos a continuación solamente tres formas posibles de financiamiento y sus consecuencias sobre el valor presente de las proposiciones. Nuevamente simplificamos el análisis adoptando la expresión (7).

A) *Pagos iguales de principal por periodo, intereses sobre saldo insoluto por periodo*

Si llamamos  $m$  al número de periodos en que se liquidará la deuda  $L_0$ :

$$M_k = \frac{L_0}{m}, k = 1, 2, 3, \dots, m. \quad (23)$$

El saldo insoluto de la deuda para el periodo  $k$  será  $L_0[1 - (k-1)/m]$ , y si llamamos  $h$  al interés de este financiamiento:

$$I_k = hL_0[1 - (k-1)/m], k = 1, 2, 3, \dots, m \quad (24)$$

para el vector L:

$$VP_L = L_0 \quad (25)$$

para el vector I:

$$\begin{aligned} VP_I &= \frac{(1-t)hL_0}{m} \sum_{k=1}^m [1 - (k-1)/m](1+i)^{-k} \\ &= \frac{(1-t)hL_0}{m} \sum_{k=1}^m [m - (k-1)](1+i)^{-k} \\ &= \frac{(1-t)hL_0}{m} [m(P/A, i, m) - (P/G, i, m)] \end{aligned} \quad (26)$$

y para el vector M:

$$VP_M = -\frac{L_0}{m} (P/A, i, m). \quad (27)$$

Sumando (25), (26) y (27) obtenemos el valor presente del financiamiento:

$$\begin{aligned} VP_1 &= L_0 \left\{ 1 - \frac{(1-t)h}{m} [m(P/A, i, m) - (P/G, i, m)] - \frac{1}{m} (P/A, i, m) \right\} \\ &= L_0 \left\{ 1 - (P/A, i, m) \left[ (1-t)h + \frac{1}{m} \right] + \frac{(1-t)h}{m} (P/G, i, m) \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

122

~~122~~

B) Pagos iguales, parte capital, parte intereses sobre saldo insoluto, por periodo.

Para liquidar una deuda  $L_0$  en  $m$  periodos bajo esta forma, con un interés  $h$ :

$$M_k + I_k = L_0(A/P, h, m) = L_0 \frac{h(1+h)^m}{(1+h)^m - 1} \quad (29)$$

El saldo insoluto en el periodo  $k-1$ , después del pago, será el valor presente, con una tasa de descuento  $h$ , de los  $m - (k-1)$  pagos restantes:  $L_0(A/P, h, m - (k-1))$ , y los intereses correspondientes al periodo  $k$ :

$$\begin{aligned} L_k &= hL_0(A/P, h, m - (k-1)) \\ &= hL_0 \frac{h(1+h)^m}{(1+h)^m - 1} \cdot \frac{(1+h)^{m-k+1} - 1}{h(1+h)^{m-k+1}} \\ &= L_0 \frac{h(1+h)^m}{(1+h)^m - 1} \left[ 1 - \frac{1}{(1+h)^{m-k+1}} \right] \end{aligned} \quad (30)$$

por consecuencia, de (29), el pago al principal en  $k$ :

$$\begin{aligned} M_k &= L_0 \frac{h(1+h)^m}{(1+h)^m - 1} \cdot \frac{1}{(1+h)^{m-k+1}} \\ &= L_0(A/P, h, m - (k-1)) \end{aligned} \quad (31)$$

Esto es el valor presente del post-último pago. Nótese que si hacemos un pago después de liquidar la deuda, este pago no debe incluir intereses, y sería puro capital, por lo que su valor presente corresponde al pago del capital.

Los valores presentes de  $L$ ,  $I$  y  $M$  son:

$$VP_L = L_0 \quad (32)$$

$$VP_I = -(1-t)L_0 \frac{h(1+h)^m}{(1+h)^m - 1} \sum_{k=1}^m \left[ 1 - \frac{1}{(1+h)^{m-k+1}} \right] (1+i)^{-k} \quad (33)$$

$$= -(1-t)L_0(A/P, h, m) \left[ (F/A, i, m) - \frac{1}{(1+h)^{m+1}} \sum_{k=1}^m \left( \frac{1+h}{1+i} \right)^k \right]$$

$$= -(1-t)L_0(A/P, h, m) \left[ \right]$$

$$\left[ (P/A, i, m) - (P/F, h, m+1) \left( F/A, \frac{1+i}{1+h} - 1, m \right) \right] \quad (34)$$

$$VP_M = -L_0 \frac{h(1+h)^m}{(1+h)^m - 1} \sum_{k=1}^m \frac{1}{(1+h)^{m-k+1}} (1+i)^{-k}$$

$$= -L_0(A/P, h, P/F, h, +1) \left( P/A, \frac{1+i}{1+h} - 1, m \right) \quad (35)$$

(123)

El valor presente del financiamiento es la suma de (33), (34) y (35); simplifiquemos la expresión con las siguientes substitutiones:

$$C_1 = (A/P, h, m)$$

$$C_2 = (P/A, i, m)$$

$$C_3 = (P/F, h, m + 1)$$

(36)

$$C_4 = (P/A, \frac{1+i}{1+h} - 1, m)$$

entonces:

$$VP_B = L_0 - (1-t) L_0 C_1 (C_2 - C_3 C_4) - L_0 C_1 C_3 C_4$$

$$= L_0 [1 - (1-t) C_1 C_2 + (1-t) C_1 C_3 C_4 - C_1 C_3 C_4]$$

$$= L_0 [1 - (1-t) C_1 C_2 - t C_1 C_3 C_4]$$

$$= L_0 [1 - C_1 \{ (1-t) C_2 + t C_3 C_4 \}]$$

$$= L_0 \left\{ 1 - (A/P, h, m) \left[ (1-t) (P/A, i, m) + t (P/F, h, m + 1) (P/A, \frac{1+i}{1+h} - 1, m) \right] \right\} \quad (37)$$

C) Pagos periódicos de intereses sobre saldo insoluto, y pago del principal en una sola cantidad al final del lapso

El saldo insoluto en cualquier periodo  $k$  será el principal de la deuda, por lo que:

$$M_k = \begin{cases} 0 & k = 1, 2, 3, \dots, m-1 \\ L_0 & k = m \end{cases} \quad (38)$$

$$I_k = hL_0 \quad k = 1, 2, 3, \dots, m \quad (39)$$

y:

$$VP_L = L_0 \quad (40)$$

$$VP_I = -(1-t) hL_0 (P/A, i, m) \quad (41)$$

$$VP_M = -L_0 (P/F, i, m) \quad (42)$$

$$\therefore VP_C = L_0 [1 - (P/F, i, m) - (1-t) h(P/A, i, m)] \quad (43)$$



La figura 7-2 muestra las curvas de  $VP/L$ , trazadas de acuerdo a (23), (37) y (43) para cada uno de los casos tratados (A, B y C respectivamente) para un interés  $h = 0.1$ , una tasa de impuestos  $t = 0.5$  y una duración  $m = 10$ .

De ahí puede observarse que el financiamiento es un arma de dos filos: si la tasa de crecimiento no es mayor de cierto valor, el patrimonio puede llegar a disminuir en vez de crecer. Mas aún, el mejor financiamiento, para tasas de crecimiento mayores que ese cierto valor, se convierte en el peor si la tasa de crecimiento no lo excede.

Ilustremos el efecto que tiene el financiamiento sobre las proposiciones a través de un ejemplo.

**Ejemplo 7-1.** Supongamos que existen dos proposiciones mutuamente exclusivas para una compañía, con duración de 10 años:

Proposición	Inversión (año 0)	Flujo de efectivo neto anual (años 1 a 10)
A	100	28
B	150	35

La compañía cuenta exclusivamente con 100 para invertir, pero puede conseguir los 50 adicionales para el proyecto B en un préstamo tipo C. Bajo estas circunstancias, es obvio que el vector de flujo de efectivo del proyecto B sea la suma de dos vectores: el del proyecto *sin* financiamiento, B, y el del financiamiento, F. Este último vector no es sumable más que a B, que es el único para el cual es indispensable. Por consecuencia, el VP que debemos comparar con el de A deberá ser  $VP_B + VP_F$ . Los vectores serán:

$$A = [-100, 28, 28, \dots, 28]$$

$$B = [-150, 35, 35, \dots, 35]$$

$$F = L + I + M$$

y si  $t = 0.5$ ,  $h = 0.1$  y  $m = 10$ :

$$L = [50, 0, 0, \dots, 0]$$

$$I = [0, -5, -5, \dots, -5]$$

$$M = [0, 0, 0, \dots, -50]$$

por lo que:

$$VP_A = VP_A$$

$$VP_B = VP_B + VP_F$$

125

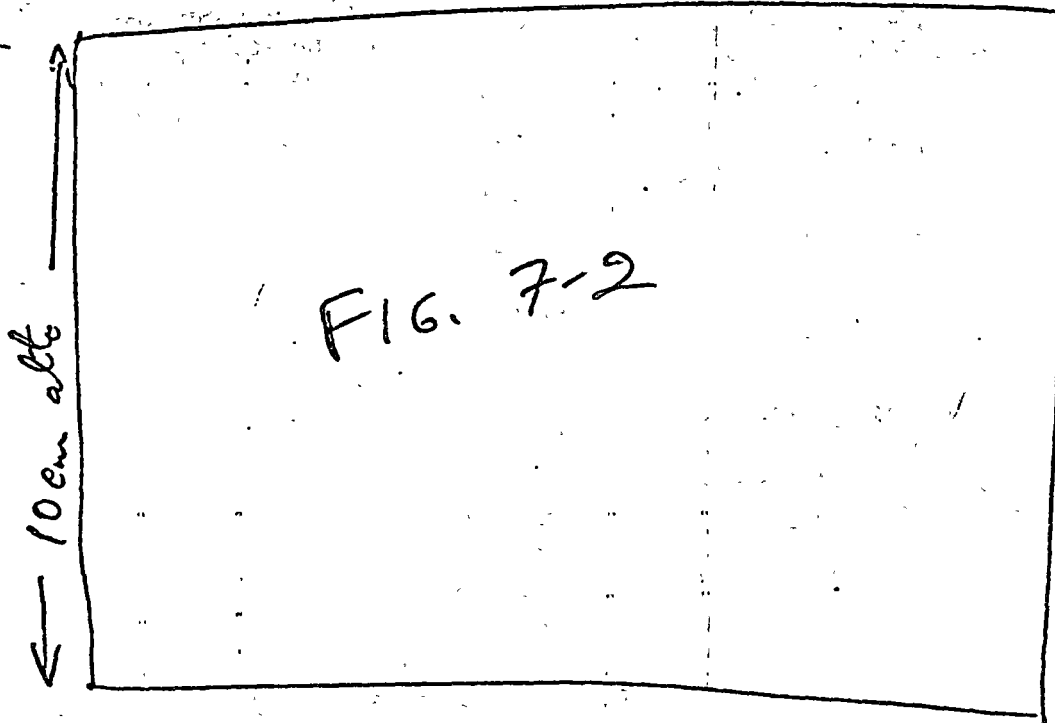
//

//

DATOS DE LAS CURVAS DE FINANCIAMIENTO

Tasa de descuento (%)	VP/L		
	A	B	C
0	-0.275	-0.315	-0.500
5	0	0	0
10	0.192	0.214	0.308
15	0.332	0.370	0.502
20	0.435	0.476	0.629
25	0.514	0.558	0.715
30	0.575	0.621	0.773
35	0.625	0.670	0.814
40	0.664	0.708	0.844
45	0.696	0.739	0.868
50	0.723	0.765	0.885

$\frac{1}{2} 2\phi$



126

La siguiente tabla y la figura 7-3 muestran los valores de los VP a diferentes tasas de descuento, 0 a 50%.

Tasa de descuento (%)	VP <sub>A</sub>	VP <sub>B</sub>	VP <sub>r</sub>	VP <sub>A,r</sub>
0	180	200	-25	175
5	116	120	0	120
10	72	65	15	80
15	40	25	25	50
20	17	-5	31	26
25	0	-25	36	10
30	-14	-42	39	-3
35	-24	-55	41	-14
40	-33	-65	42	-23
45	-39	-74	43	-31
50	-45	-81	44	-37

Observemos ahora la tabla y la figura.

El proyecto B ; que seguramente no tomaríamos en presencia de A y si dispusiéramos de 150! (a menos que la tasa de crecimiento fuera menor de 5%), ahora se ha vuelto superior a este último por obra y gracia del financiamiento.

Este ejemplo nos muestra que un buen financiamiento puede transformar los malos proyectos en buenos. Desgraciadamente, estas situaciones se han llegado a malinterpretar, y se piensa que *toda* proposición debe incluir un financiamiento, cuando en muchas ocasiones *no es indispensable* allegarse fondos ajenos para adoptar cierto curso de acción. En el caso que acabamos de analizar, si hubiésemos considerado que los 50 prestados se aplicarían por igual a A o B, A seguiría siendo superior a B, pero en este caso tendríamos 50 que nos sobrarían y para los cuales tendríamos que buscar un uso. También se ha llegado a proponer el hacer dos análisis por separado:

- a) Análisis de las proposiciones *sin financiamiento*.
- b) Análisis del financiamiento.

Esto implica que las decisiones son separables, y que primero se analizarían los proyectos como si los fondos disponibles fueran ilimitados; de este análisis surgiría una proposición como la mejor, y a la cual se le aplicaría el análisis del financiamiento.

Si así lo hubiéramos hecho, habríamos eliminado B en la primera parte, y al pasar a la segunda, de nuevo nos encontraríamos con que no tenemos uso para 50 que nos sobran. Esto no es más que una consecuencia de la implicación de que las decisiones son separables cuando de hecho no lo son: el proyecto B puede

127

~~127~~

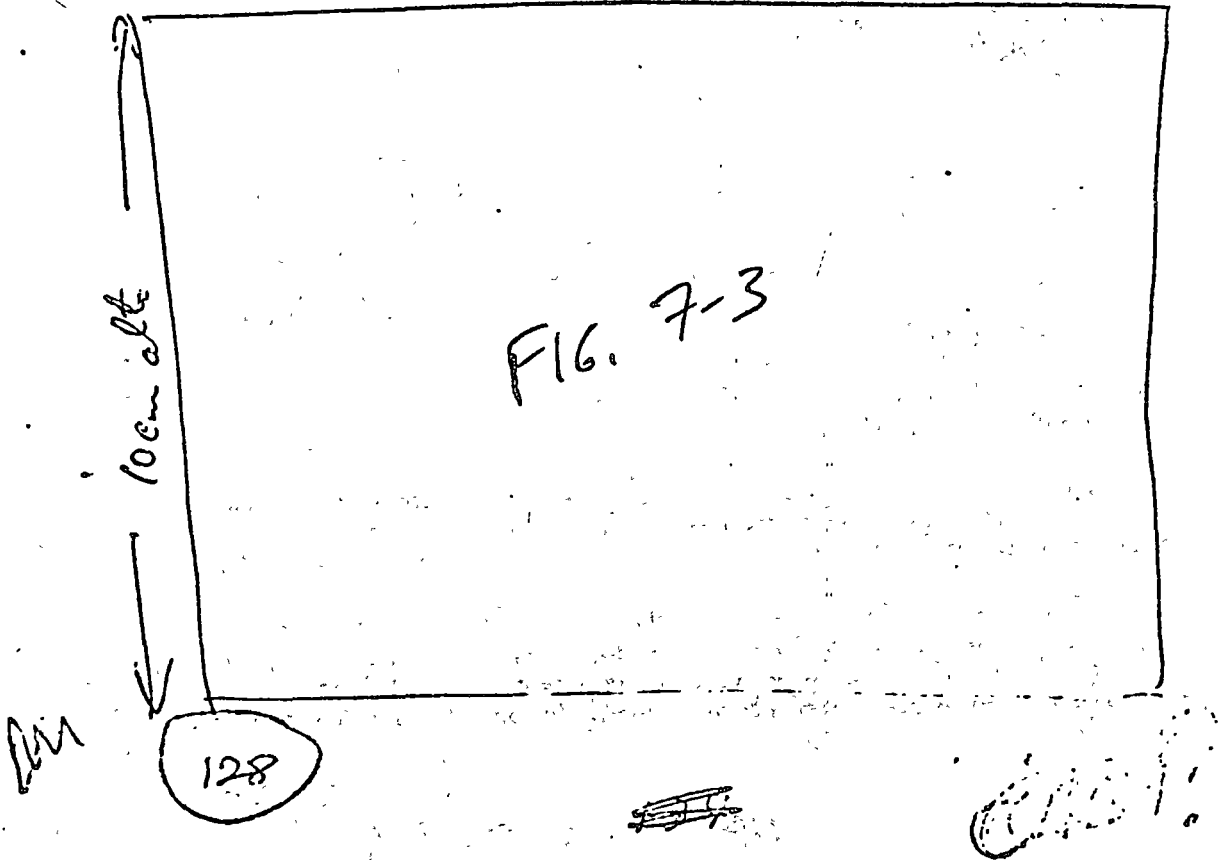
13

13

DATOS DE LAS CURVAS

Tasa de descuento (%)	VP		
	A	B	B + F
0	180	200	175
5	116	120	120
10	72	65	80
15	40	25	50
20	17	-5	26
25	0	-25	10
30	-14	-42	-3
35	-24	-55	-14
40	-33	-65	-23
45	-39	-74	-31
50	-45	-81	-37

$\frac{2}{7} 2\phi$



ser implementado sólo con financiamiento. Esto confirma nuestras expresiones del capítulo 6, al hablar del COSTO DE CAPITAL en relación con la TASA DE CRECIMIENTO.

### arrendamientos

El arrendamiento es otra forma de hacerse de bienes de capital (activos fijos) para llevar a cabo ciertas funciones específicas de la persona. Debemos distinguir dos formas de arrendamiento: lo que es propiamente una "renta" y en la cual el bien nunca pasa a poder del arrendatario, y lo que se conoce como "arrendamiento financiero", que ofrece una opción de compra al arrendatario al final de cierto lapso.

La razón fundamental de la existencia de la primera forma es el corto lapso de utilización del bien; y de la segunda, aunque se arguye mucho la obsolescencia técnica y otras razones similares, es el aspecto económico.

No hablaremos sobre la primera forma, porque indudablemente existen muchas razones de orden no-económico asociadas al corto lapso de utilización del bien que eliminan en primera instancia la alternativa de posesión.

De la segunda forma nos ocuparemos solamente para aclarar las diferencias básicas que existen entre esta alternativa de "posesión" contra otras básicas, principalmente un financiamiento.

Bajo el arrendamiento financiero, la tasa de impuestos  $t_k$  es una función de:

$$V_k - C_k - G_k - R_k \quad (44)$$

donde  $R_k$  es el monto de la renta. Entonces, el flujo de efectivo neto adopta la siguiente forma:

$$E'_k = (1 - t_k)(V_k - C_k - G_k - R_k) \quad (45)$$

y

$$F' = V + C + G + R + L + J \quad (46)$$

donde V, C y G siguen la forma descrita en (6) y R consta de elementos  $-(1 - t_k)R_k$ .

Claramente se observa que si llamamos  $VP_{E'}$  al valor presente del vector E' expresado por (5), y  $VP_F$  al del expresado por (46):

$$VP_{E'} > VP_F \quad (47)$$

para que el arrendamiento financiero sea preferible en un proyecto determinado.

En el capítulo 1 dijimos que sólo las diferencias entre las alternativas tienen trascendencia en su comparación. Para una misma proposición en la que se requiere financiamiento, V, C, G, L y J son los mismos, por lo que bastará hacer la comparación del resto de los vectores y la expresión (47) se puede convertir en:

$$VP_R > VP_{I-D-M} \quad (48)$$

donde R es el vector de flujos de efectivo, asociado al arrendamiento financiero.

129

~~130~~

15

15

Ejemplo 7-2. Supongamos que en lugar del financiamiento descrito para el proyecto B del ejemplo anterior, se nos ofrece un arrendamiento financiero que estipula el pago de una cantidad  $R$  al final de cada periodo, y al final de los diez años el bien (o bienes) que ampara este contrato pasan a posesión nuestra; ¿cuánto es lo máximo que estaríamos dispuestos a pagar? Los bienes que se adquirirían bajo el financiamiento o el arrendamiento financiero son depreciables, fiscalmente, a 10 años en forma parabólica.

En este caso:

$$R = [0, -0.5R, -0.5R, \dots, -0.5R]$$

$$I = [0, -5, -5, \dots, -5]$$

$$M = [0, 0, 0, \dots, -50]$$

$$D = \left( \frac{50}{110} \right) [0, 10, 9, 8, \dots, 1]$$

Entonces:

$$VP_R = -0.5R (P/A, i, 10)$$

$$VP_I = -5 (P/A, i, 10)$$

$$VP_M = -50 (P/F, i, 10)$$

$$VP_D = \frac{50}{110} [10 (P/A, i, 10) - (P/G, i, 10)]$$

como todos los factores son de la forma  $(\cdot, i, 10)$ , podemos expresar (48) como sigue:

$$-0.5R (P/A) \geq -5 (P/A) - 50 (P/F) + \frac{50}{110} [10 (P/A) - (P/G)]$$

$$\therefore R \leq \frac{5}{0.5} \cdot \frac{(P/A)}{(P/A)} + \frac{50}{0.5} \cdot \frac{(P/F)}{(P/A)} - \frac{50}{55} \left[ 10 \frac{(P/A)}{(P/A)} - \frac{(P/G)}{(P/A)} \right]$$

$$\leq 10 + 100 (A/F) - \frac{500}{55} + \frac{50}{55} (G/A)$$

y la siguiente tabla nos muestra la evaluación de esta última expresión:

130

~~131~~

16

16

i	R
0	15.00
5	12.54
10	10.60
15	8.88
20	7.50
25	6.46
30	5.53
35	4.83
40	4.26
45	3.80
50	3.47

### resumen.

Dos elementos muy importantes para la determinación del flujo de efectivo son la DEPRECIACION Y AMORTIZACION FISCAL y el FINANCIAMIENTO. El primero por tener gran influencia en los impuestos, y el segundo porque nos permite acometer proposiciones para las cuales no se dispone de fondos suficientes. Ambos elementos estipulan vectores muy específicos de flujo de efectivo: la depreciación debido a los reglamentos fiscales, que deben ser consultados indefectiblemente, y el financiamiento a través de contratos.

El financiamiento debe ser tomado en cuenta sólo cuando la cantidad disponible para invertir no alcanza para acometer todos los proyectos propuestos; casi siempre existirá un límite al monto de los recursos ajenos asequibles, y el problema podrá ser formulado similarmente al de ASIGNACION DE FONDOS descrito en el capítulo 4.

Sin embargo, cuando se tienen varias proposiciones de financiamiento para un proyecto, el problema se convierte en uno de proposiciones mutuamente exclusivas dentro del proyecto; bastará con determinar los vectores de intereses, préstamo y pago de principal, y en función de la suma algebraica de los valores presentes de estos vectores escoger la mejor alternativa.

El ARRENDAMIENTO no es más que una forma particular de financiamiento que debe ser analizado también en función de sus correspondientes flujos de efectivo.

### ejercicios

7-1. Un equipo cuesta \$ 60,000 y los reglamentos fiscales permiten depreciación, en 15 años, en forma lineal, parabólica o exponencial ( $a = 2/m$ ;  $m$  es la duración del equipo). Trace gráficas de VP vs  $i$  del vector de flujo de efectivo provocado por cada forma de depreciación si la tasa de impuestos es 30% y 50%. ¿Cuál es su recomendación respecto a la forma de depreciar?

131

~~131~~

17

17

7-2. Si el equipo del problema anterior puede ser depreciado linealmente en 8 años o parabólicamente en 20 años, trace las gráficas de VP vs  $i$  para tasas de impuestos de 30 y 50% y establezca una política de decisión respecto a la forma de depreciar.

7-3. Una compañía constructora necesita una excavadora por los próximos 3 años y se le ofrece el siguiente contrato de arrendamiento.

R. El precio de contado es 100N. El arrendatario debe depositar 10N al firmar el contrato, que le serán devueltos al final de los 3 años de arrendamiento. Los pagos anuales de renta son 24N pagaderos al principio del año, el arrendatario debe pagar todos los costos de operación y mantenimiento durante el lapso de arrendamiento.

La compañía puede comprar ese equipo con su dinero o conseguir un financiamiento por el 80% del valor del equipo; este financiamiento requiere pagos iguales de capital, y los intereses son sobre saldo insóluto a razón de 10% anual.

El equipo es depreciable fiscalmente a 5 años en línea recta y puede ser vendido en 55N al final de los 3 años de uso.

Determine el vector de flujo de efectivo para cada alternativa: compra, financiamiento y renta, si la tasa de impuestos es 30%. Lo mismo para cuando la tasa de impuestos es 50%. Trace las gráficas de VP vs  $i$  para cada situación, y determine cuál es la mejor alternativa.

7-4. Los desmayos y los derrames de bilis fueron la orden del día en la tormentosa sesión de lectura del testamento de Don Celestino Pitirijos, un austero político que se había distinguido por su imperturbable somnolencia aún en los más tórridos debates del congreso y sus corbatas manchadas, indefectiblemente, en el lugar en que sin variación apoyaba su barbilla a lo largo de estas sesiones. Esto ocurrió inmediatamente después que los parientes que se encontraban reunidos, se enteraron de que la Salustiana Valentina Osuna Saucedo, a la que se le legaban \$3 000,000, era nada menos que la despampanante y escultora primera figura del burlesque internacional Sally Vossa.

La demanda de anulación del testamento, apoyada en incapacidad mental del finado Celestino, fue dehegada y Sally desea invertir ese dinero con el fin de asegurar su subsistencia cuando los encantos que le han permitido ocupar el más alto escaño de la farándula se desvanezcan en el inexorable devenir del tiempo. El consultor en inversiones, Gardenio S. Tafas, le ha propuesto la adquisición de un edificio de apartamentos que cuesta \$7,500,000, para lo cual ella aportaría los \$3,000,000 y el resto se conseguiría en un préstamo hipotecario. Esta hipoteca se pagaría a razón de \$300,000 anuales durante 15 años e intereses sobre el saldo insóluto del capital a razón de 10% anual.

Con todos los apartamentos rentados las percepciones anuales serían de \$1,000,000, y se estima que el promedio de ocupación del edificio sea el 90% durante esos 15 años. Además de los pagos correspondientes al financiamiento, habría que hacer erogaciones anuales de \$100,000 por impuestos prediales, \$20,000 por seguros y \$100,000 por mantenimiento.

Azuceno T. Meroso, otro consultor, le propone otro edificio que cuesta \$3 000,000 y que por lo mismo no requiere financiamiento. A 100% de ocupación se percibirían \$375,000 anuales; pero se estima que el promedio de ocupación sea el 90%. Las erogaciones anuales por los mismos conceptos anteriores serían de \$90,000. Desde luego, los honorarios de Gardenio y Azuceno por sus consejos financieros, se pagan con elementos no monetarios en este caso.

Cualquiera de los dos edificios tiene que ser depreciado linealmente en 25 años para el pago de impuestos sobre la renta; el terreno no es depreciable. Los valores correspondientes al terreno son: \$1,250,000 y \$500,000 para el primero y segundo edificio respectivamente. La tasa de impuestos para Sally es de 30%, y aunque aún le quedan 48 años esperados de vida, tiene 23, no cree que el análisis deba cubrir más de los 15 años, que es la duración del financiamiento. Se cree que la inflación cancelará la obsolescencia y el deterioro del edificio, por lo que el valor dentro de 15 años será prácticamente el mismo que el actual.

Llame  $G$  a la compra del edificio grande sin financiamiento,  $G'$  a la proposición de Gardenio, y  $P$  a la de Azuceno, a base de gráficas de VP vs  $i$  para  $G$ ,  $G'$  y  $P$ , conteste las siguientes preguntas: si Sally compra con \$7,500,000 le convendría adquirir el edificio grande si sabe que la tasa de crecimiento de su dinero es mayor de 10%?; para qué tasas de crecimiento es mejor la proposición de Gardenio que la de Azuceno?; cuáles son los TR de  $G$ ,  $G'$ ,  $P$ ,  $G:P$ ,  $G':P$ ?

132

~~133~~



7-5. La compañía transportadora "Lento para Ingeniería, S.A.", ha observado que su volumen de carga ha crecido arriba de lo esperado, y necesita aumentar sus unidades matrices con sus correspondientes cajas para sus fondos disponibles para esto son limitados.

La compañía "Pantas Médicas, S.A.", le puede proveer el equipo necesario bajo un contrato de arrendamiento por 5 años forzoso bajo el cual se pagarán, por cada unidad, \$ 94,000, \$ 74,000, \$ 55,000, \$ 38,500 y \$ 23,000 al principio del primero, segundo, tercero, cuarto y quinto años, respectivamente, todos los gastos inherentes a la operación serán por cuenta del arrendatario, que deberá devolver las unidades al arrendador en buen estado al final de tal lapso.

El precio de cada unidad es \$ 262,500 y su valor de rescate dentro de cinco años sería de \$ 75,000. Para cada unidad se puede conseguir un préstamo prendario por \$ 175,000 con 10% de interés anual, pagadero en 5 años a razón de \$ 35,000 anuales más intereses sobre el principal remanente.

Cada una de las unidades es depreciable fiscalmente en forma parabólica en 5 años, y la tasa de impuestos de LPIGA es 50%. Los pagos por renta son deducibles para impuestos un año después a la erogación real y no se pagan impuestos sobre los \$ 75,000 del valor de rescate. Determine la mejor alternativa con ayuda de una gráfica de VP vs *i*. Trace también una gráfica que determine a qué valor de rescate estaría indiferente la compañía entre las dos alternativas como función de la tasa de descuento.

7-6. Arrendadora X, S.A., es una compañía de arrendamiento financiero y publica un folleto en el que pondera las ventajas de esta forma de "financiamiento" bajo el argumento de que "...el capital de trabajo es generalmente la inversión más productiva de un negocio, y los contratos de arrendamiento financiero tienen el efecto de lograr mayor disponibilidad de fondos para este fin...", y que "...las utilidades sobre capital neto de trabajo deben rendir como término medio un 28%...".

Las estipulaciones del contrato de arrendamiento exigen que los gastos notariales (5%) sean por cuenta del arrendatario y que se deberá hacer un depósito que asciende a una doceava parte del monto total de las cuotas amparadas por el contrato. Ambas erogaciones se hacen al firmarse el contrato y el depósito se devuelve al final del lapso de arrendamiento. Todos los desembolces asociados a la operación serán por cuenta del arrendatario, el cual tendrá la opción de adquirir permanentemente el bien objeto del arrendamiento al final del lapso por el 10% de su valor original.

La adquisición de un equipo, con valor de \$ 100,000, depreciable linealmente a 10 años, por una compañía cuya tasa de impuestos es 50%, sirve de ilustración, en el folleto mencionado, a través del siguiente análisis:

R. Arrendamiento. Duración: 60 meses; cuota mensual: \$ 2,432.

Año	Renta	Impuestos	Flujo de efectivo neto
1	-27,184	+14,592	-14,592
2	-29,184	+14,592	-14,592
3	-29,184	+14,592	-14,592
4	-29,184	+14,592	-14,592
5	-29,184	+14,592	-14,592
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0

F. Financiamiento. Sobre el total del equipo.

133

137

19

19

Pagos iguales de principal. Intereses sobre el saldo de principal al 12% anual. Duración: 5 años.

Año	Interés	Depreciación	Impuestos	Principal	Flujo de efectivo neto
1	-12,000	10,000	+11,000	-20,000	-21,000
2	-9,600	10,000	+9,200	-20,000	-19,800
3	-7,200	10,000	+8,600	-20,000	-18,600
4	-4,800	10,000	+7,400	-20,000	-17,400
5	-2,400	10,000	+6,200	-20,000	-16,200
6	0	10,000	+5,000	0	+5,000
7	0	10,000	+5,000	0	+5,000
8	0	10,000	+5,000	0	+5,000
9	0	10,000	+5,000	0	+5,000
10	0	10,000	+5,000	0	+5,000

Año	Diferencia en flujo de efectivo neto después de impuestos a favor del arrendamiento	Efectivo acumulado de las diferencias después de reinvertir al 25% anual
1	+6,408	6,408
2	+5,208	6,408 (1.25) + 5,208 = 13,218
3	+4,008	13,218 (1.25) + 4,008 = 20,530
4	+2,808	20,530 (1.25) + 2,808 = 28,471
5	+1,608	28,471 (1.25) + 1,608 = 37,197
6	-5,000	37,197 (1.25) - 5,000 = 41,496
7	-5,000	41,496 (1.25) - 5,000 = 46,870
8	-5,000	46,870 (1.25) - 5,000 = 53,588
9	-5,000	53,588 (1.25) - 5,000 = 61,985
10	-5,000	61,985 (1.25) - 5,000 = 72,481

¿Le parecen razonables las cifras obtenidas para la diferencia en flujo de efectivo neto después de impuestos, basado en las estipulaciones del contrato? Establezca cuál es el verdadero vector de flujo de efectivo para cada alternativa y trace las gráficas de VP vs  $i$ .

¿A qué tasa de reinversión se hacen iguales las dos alternativas? ¿Cree que se puedan separar las utilidades de un negocio en dos partes: una debida al activo fijo y otra al capital de trabajo? Si así se pudiera hacer, el 25% utilizado arriba ¿sería la verdadera tasa de crecimiento del patrimonio? Explique.

7-7. Un fabricante de máquinas-herramientas ofrece los siguientes planes de renta para sus productos. El precio de venta es 100C. Bajo la renta se requiere un depósito de 10C, que se devuelve al final del lapso de arrendamiento. Por los primeros 4 años la renta es 18C, los siguien-

134

tes 9 años, 140, y cada uno de los subgrupos es 60, se pagan al principio del año. El arrendatario puede terminar el contrato al final del cuarto, séptimo o cualquier año posterior. Una compañía utiliza muchas de estas máquinas que fueron compradas originalmente y que casi siempre han sido vendidas, a los 9 años de haber sido adquiridas, en 10% de su valor original. La tasa de impuestos para esta compañía es 50%. A la fecha se está considerando un cambio en la política y se cree que la renta por 9 años pudiera ser ventajosa. Este equipo es depreciable a 10 años parabolóicamente. Trace las gráficas de VP vs  $i$  de las dos alternativas. Para que las dos alternativas sean igualmente deseables ¿cuál debe ser el valor de rescate como función de  $i$ ?

7-8. En el problema 7-6 se supone que el 100% de los fondos necesarios se obtiene en un préstamo. Trace gráficas de VP vs  $i$  para cuando solo 80% de los fondos se adquiere en préstamo, lo mismo para 70% y 60%. ¿Para qué porcentaje financiado del valor del equipo sería lo mismo arrendar que financiar a tasas de crecimiento del 10%, 12%, 15%, 20%, 25%?

~~135~~

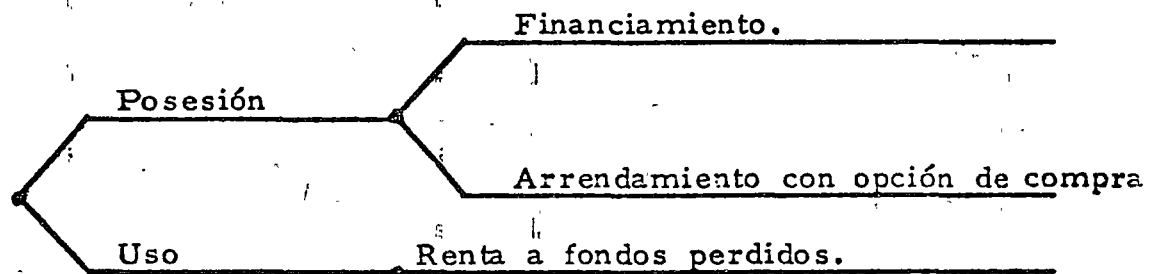
135



## I.- ANALISIS EXHAUSTIVO.-

Debido a la enorme cantidad de incertidumbres presentes en todo lo que rodea al problema: plazos y tasas de interés del financiamiento, cuotas de renta a fondos perdidos que paga el Gobierno Federal, horizonte de planeación, se llevó a cabo un análisis que denominamos "exhaustivo", pero que en realidad muestra la sensibilidad de la decisión para diversos rangos de las variables en cuestión.

La base de este análisis se ilustra con el siguiente diagrama que muestra las alternativas consideradas.



El criterio de selección para las ramas del árbol fué el Valor Presente. Dado que para calcular el Valor Presente es indispensable una tasa de descuento y ésta es también incierta, el análisis de sensibilidad también se realizó para diferentes valores de ella.

Los resultados de este análisis se muestran en las gráficas que se anexan, en función de una cuota máxima a pagar, bajo determinadas condiciones de las variables en cuestión.

Una vez realizadas esas gráficas se acudió a una sencilla encuesta -

para tratar de establecer con mayor precisión el rango en el que podrían caer esas variables, en otras palabras, se trató de reducir la incertidumbre existente. La encuesta se realizó en la Dirección General de Catastro de la Secretaría del Patrimonio Nacional.

Esta dependencia calcula, exclusivamente como criterio normativo -- con propósitos de negociación, la renta, a base de una fórmula que multiplica el valor del inmueble por el interés "razonable". (1 a 1.25% mensual.)

## II.- ARRENDAMIENTO CON OPCION DE COMPRA.-

Las características de la proposición se tomaron de un proyecto de oficinas-tipo realizado por la Secretaría de Obras Públicas, para albergar algunas Secretarías de Estado, pero especifican que pueden ser aplicables a cualquier tipo de inmueble que sea prioritario para el Gobierno Federal y que consiste en lo siguiente:

Superficie del terreno:	75.000 M <sup>2</sup>
Superficie total construída:	125.298 M <sup>2</sup>
Superficie que ocupará la construcción:	23.224 M <sup>2</sup>
Superficie que se destinará a estacionamiento, áreas verdes y que permitirá ampliación en un futuro:	51.776 M <sup>2</sup>

Los costos en que incurriría la compañía constructora, de acuerdo con el estudio presentado, serían los siguientes:

	<u>Millones</u>
125.298 M <sup>2</sup> a \$3,100.00 :	388.4
Adquisición de 75.000 M <sup>2</sup> con valor de \$130.00 M <sup>2</sup> :	9.8
Imprevistos del 3%:	11.9
Cargos por indirectos, gastos de administración, financieros, legales, seguros de obra, superficies, etc. :	<u>122.1</u>
	\$ 532.2 =====

Supone la compañía constructora arrendar a plazo mínimo de 15 -- años, con una renta mensual de \$62.50 por M<sup>2</sup>, considerando que los impuestos predial y del timbre serán a cargo del Gobierno Federal y de -- que otorgará su anuencia para que la depreciación fiscal aplicable a este inmueble se ejecute durante un lapso de 15 años, o sea, a razón del -- 6.66% anual. La Ley del Impuesto sobre la Renta establece que la de-- depreciación para los bienes inmuebles deberá ser a razón del 3% anual.

En caso de que no se acepte el tratamiento fiscal preferencial, indican que la cuota de cobro por M<sup>2</sup> mensual será de \$81.43. (Ver anexo - No.2 )

Por lo que se refiere al Impuesto sobre la Renta, o sea, al Ingreso Global de las Empresas, éste será pagado en cada ejercicio fiscal por la arrendadora, desconociéndose el monto del mismo, ya que no se cuenta con los resultados financieros de la arrendadora, ni su proyección.

En cuanto al Impuesto sobre la Renta por el uso del capital extranjero, éste estará a cargo de la institución financiera del exterior, situación que generaría un ingreso adicional al Gobierno Federal, que estiman será del orden de 7.5\* millones anuales, por lo que la cuota efectiva por M<sup>2</sup> se vería disminuída a \$57.52.

De acuerdo con los datos anteriores, el Gobierno Federal al término del convenio tendría que erogar aproximadamente 1,410 millones de pesos sumados aritméticamente, con tratamiento fiscal preferencial. (Ver anexo No. 1).

Si el Gobierno Federal no aceptara el tratamiento fiscal preferencial y se aceptara la cuota que especifican, las erogaciones sumarían 1,836 millones de pesos. (Ver anexo No. 1).

A los desembolsos anteriores habría que agregar el importe que se cubriría al término del convenio, para que el Gobierno Federal se quedara con el inmueble; se ha estimado que esta cantidad equivale a un mes de renta, o sea, 7.2 millones de pesos.

El valor que se estima tendrá el edificio al término del convenio, será de 806 millones de pesos, considerándose para ese efecto una depreciación total del 45% -3% anual- y aumento en el valor del terreno de \$130.00 M<sup>2</sup> a \$1,300.00 M<sup>2</sup> y un incremento en la construcción del 322% -Esta cifra se considera inadecuadamente estimada-.

## ...

\* Esta cifra es muy aleatoria, ya que se desconocen plazos, forma de pago y tasa de interés en que se consigue el crédito.



De acuerdo con las cifras anteriores y calculando los valores actuales a diferentes tasas de interés, se tienen los siguientes datos:

Tasas de descuento anual	Valor presente del arrendamiento	
	Con tratamiento fiscal preferencial *	Sin tratamiento fiscal preferencial.
8%	868.75	1,131.83
10%	786.33	1,024.45
12%	716.88	933.97
15%	631.92	823.29

### III.- FINANCIAMIENTO BANCARIO.-

La propuesta de arrendamiento con opción de compra se comparó -- con la alternativa de financiamiento bancario, pero suponiendo datos distintos a los que señala la Inmobiliaria, ya que ésta considera plazos de financiamiento demasiado optimistas.

Para efecto de esta alternativa, se considera el mismo costo de construcción, con un plazo de financiamiento de 10 años, pagos semestrales y tasa de interés del 15% anual. (Ver anexo No. 3)

Valor del edificio:	388.42
Imprevistos:	<u>11.95</u>
	400.37
Valor del terreno:	<u>9.75</u>
	410.12
Indirectos:	<u>122.10</u>
TOTAL:	<u>532.22</u> =====

De acuerdo con estos costos, se determinó que al término de los 10

##...

Únicamente depreciación acelerada, Impuestos del Timbre y

años se harán desembolsos de efectivo del orden de 1,060.4 millones de pesos sumados aritméticamente y actualizando esas cantidades a diferentes tasas de descuento, se obtiene lo siguiente:

Tasa de descuento	FINANCIAMIENTO BANCARIO			
	Valor Presente			
	13%	14%	15%	16%
8%	658.12	684.62	711.53	738.90
10%	602.60	626.87	651.51	676.58
12%	554.15	576.47	599.13	622.18
15%	492.26	512.09	532.21	552.69

#### IV.- EROGACIONES A FONDO PERDIDO.-

Para el presente estudio se consideran varias cuotas por  $M^2$  y un horizonte de planeación de 30 años, ya que después de ese lapso la utilidad del inmueble es prácticamente nula.

Asimismo, se supone que las cuotas por  $M^2$  de renta mensual, crecerán a razón del 2.4% semestral, para hacerse compatible con lo que señala la compañía arrendadora, del 10% cada dos años.

En virtud de que se tiene incertidumbre respecto al precio que fijaría la Secretaría del Patrimonio Nacional como cuota de renta, al equivalente de \$3,100.00 por  $M^2$  de construcción, se tomaron diferentes precios y se obtuvieron los siguientes Valores Presentes de los flujos de efectivo correspondientes.

VALOR PRESENTE

Tasa de descuento	<u>EROGACIONES A FONDO PERDIDO</u>		
	<u>\$43.00</u> <u>por M<sup>2</sup></u>	<u>\$55.00</u> <u>por M<sup>2</sup></u>	<u>\$65.00</u> <u>por M<sup>2</sup></u>
8%	1,267.14	1,620.72	1,915.31
10%	1,007.65	1,288.83	1,523.09
12%	819.55	1,048.23	1,238.76
15%	627.75	802.92	948.86

CONCLUSIONES .-

1.- El financiamiento es preferible al arrendamiento con opción de compra, dado que en la gran mayoría de los casos la cuota máxima a pagar sería inferior a \$62.50 M<sup>2</sup>, que es la que presupone un tratamiento fiscal preferencial. (Ver anexo No. 4)

2.- Con los datos obtenidos de las estadísticas de SEPANAL, el arrendamiento con opción de compra (a una cuota de \$62.50 M<sup>2</sup>) es preferible a la renta con fondos perdidos.

Esto se basa en que los cálculos y las gráficas muestran que la cuota que el Gobierno estaría dispuesto a pagar, es superior a esa cifra, si está obligado a seguir rentando con fondos perdidos.

3.- A una cuota de \$81.43 M<sup>2</sup>, el arrendamiento con opción de compra es indeseable ante las otras dos alternativas: no conviene. Más aún por el hecho de que esta cifra implica que la arrendadora tendrá que enterar un diferencial por concepto de impuestos a la Federación de \$18.93 M<sup>2</sup>, cifra que se considera con un altísimo grado de incertidumbre por no poder proyectarse con fidelidad los estados financieros de la empresa.

RECOMENDACIONES .-

1.- Si la Federación no considera probable el conseguir financiamiento bancario para estos propósitos o no estima adecuado el utilizar este tipo de fondos para estos fines, se sugiere aceptar la proposición de la --arrendadora, a una cuota de \$62.50 M<sup>2</sup> para un edificio de las caracte--rísticas establecidas.

2.- La cifra de \$62.50 M<sup>2</sup> está basada en que se otorgará una exen--ción del 100% de los Impuestos Predial y del Timbre y una depreciación del edificio a 15 años.

3.- Si se prevé un aumento a las tasas impositivas por los concep--tos del párrafo anterior, una cuota de \$81.43 M<sup>2</sup> debe ser atractiva para el Gobierno Federal, ya que lo que tendrían que enterar en años futuros sería superior a los \$18.93 M<sup>2</sup>, haciendo que la cuota efectiva sea infe--rior a los \$62.50 M<sup>2</sup>. En este caso se deberá cuidar que el contrato - que se celebraría no incluya estipulaciones para estas contingencias. (Ver anexo No. 5)

4.- En virtud de que no se cuenta con información que permita eva--luar la veracidad de las cifras consignadas para los costos de los bienes objeto del arrendamiento, se sugiere que la cuota sea un factor fijo por cada peso invertido (en este caso: 0.01471 para \$62.50 ó 0.01917 para - \$81.43 M<sup>2</sup>) y con la aprobación de la Secretaría del Patrimonio Nacional.

5.- Los pagos deberán hacerse en moneda nacional; el riesgo cambio deberá ser tomado por la arrendadora.

ECI/JLLL'mar.

Septiembre 17 de 1974.

9

9

FLUJO FINANCIERO

AÑO	Arrendamiento			Financiamiento Bancario				Renta a fondo perdido		
	\$57.52 M <sup>2</sup>	\$62.50 M <sup>2</sup>	\$81.43 M <sup>2</sup>	13%	14%	15%	16%	\$43.00 M <sup>2</sup>	\$55.00 M <sup>2</sup>	\$65.00 M <sup>2</sup>
0	86.49	93.98	122.44	-	-	-	-	64.65	82.69	97.72
1	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	67.81	86.73	102.50
2	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	71.12	90.97	107.51
3	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	74.59	95.41	112.75
4	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	78.23	100.06	118.25
5	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	82.05	104.95	124.03
6	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	-	-	-
7	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	-	-	-
8	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	-	-	-
9	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	-	-	-
10	86.49	93.98	122.44	98.08	102.03	106.04	110.12	-	-	-
11	86.49	93.98	122.44	-	-	-	-	-	-	-
12	86.49	93.98	122.44	-	-	-	-	-	-	-
13	86.49	93.98	122.44	-	-	-	-	-	-	-
14	86.49	93.98	122.44	-	-	-	-	-	-	-
15										
Total:	1,297.35 =====	1,409.70 =====	1,836.60 =====	980.80 =====	1,020.30 =====	1,060.40 =====	1,101.20 =====			
30								245.45 =====	313.95 =====	371.03 =====

'mar.

Sep. 17 de 1974.

TARIFA DE COBRO POR M<sup>2</sup> MENSUAL, QUE PROPONELA ARRENDADORA.

1.- Con depreciación acelerada	81.43 M <sup>2</sup>
2.- Con Impuestos Predial y del Timbre	76.87
3.- Sin Impuesto Predial y del Timbre	62.50
4.- Al acreditarse al Gobierno Federal el Impuesto al uso del Capital extranjero.	57.52

NOTA: Como se observa, en caso de no aceptarse el tratamiento fiscal preferente, la cuota se elevaría en \$18.93 por M<sup>2</sup> mensual de renta, que equivale aproximadamente a \$28.4 millones anuales.

'mar.

Sep. 13 de 1974.

//

91

COSTO DEL INMUEBLE

Concepto	Arrendamiento con opción de compra.	Con Crédito bancario	OBSERVACIONES
125.298 M <sup>2</sup> de construcción a \$3,100.00 M <sup>2</sup> .	388.42	388.42	Se consideró 5% de -- apertura de crédito y 2% de gastos notariales.
75.000 M <sup>2</sup> de terreno, a \$130.00 M <sup>2</sup> .	9.75	9.75	
Impuestos 3%	11.95	11.95	Los costos son los que señala la arrendadora.
Cargos: Indirectos, gastos de administración, financieros, legales, seguros de obra, supervisión.	<u>122.10</u>	<u>122.10</u>	
	<u>532.22</u> =====	<u>532.22</u> =====	

NOTA: Se considera el mismo costo para ambas alternativas.

Sep. 17 de 1974.



VALORES PRESENTES

Tasas de desc.	Arrendamiento			Financiamiento Bancario				Renta a fondo perdido		
	\$57.52 M <sup>2</sup>	\$62.50 M <sup>2</sup>	\$81.43 M <sup>2</sup>	13%	14%	15%	16%	\$43.00 M <sup>2</sup>	\$55.00 M <sup>2</sup>	\$65.00 M <sup>2</sup>
8%	799.51	868.75	1,131.83	658.12	684.62	711.53	738.90	1,267.14	1,620.72	1,915.31
10%	723.66	786.33	1,024.45	602.60	626.87	651.51	676.58	1,007.65	1,288.83	1,523.09
12%	659.74	716.88	933.97	554.15	576.47	599.13	622.18	819.55	1,048.23	1,238.76
15%	581.56	631.92	823.29	492.26	512.09	532.21	552.69	627.75	802.92	948.86

IMPORTE DE LOS IMPUESTOS QUE DEJARIA DE CUBRIR LA  
ARRENDADORA DURANTE EL PERIODO DEL CONVENIO Y  
CON LAS TASAS IMPOSITIVAS ACTUALES.

	<u>Millones</u> <u>de pesos</u>
a.- Impuesto sobre la Renta, de aceptarse. la depreciación acelerada:	102.8
b.- Importe de los Impuestos Predial y del Timbre:	<u>324.1</u>
TOTAL:	426.9 =====
Importe del Impuesto sobre los intere- ses pagados al capital extranjero y a cargo de la Institución financiera del - exterior:	112.3 1/

1/ Se desconoce si esta cifra es correcta, ya que no se conocen los plazos ni tasas de interés a que consigue el financiamiento la arrendadora del exterior.

# VALORES PRESENTES

A: Arrendamiento con Opción de Compra

- 1.- 57.52 \$/m<sup>2</sup>
- 2.- 62.50 "
- 3.- 81.43 "

F: Financiamiento a 10 años

- 1.- 13% anual
- 2.- 14% "
- 3.- 15% "
- 4.- 16% "

R: Renta con Fondos Perdidos

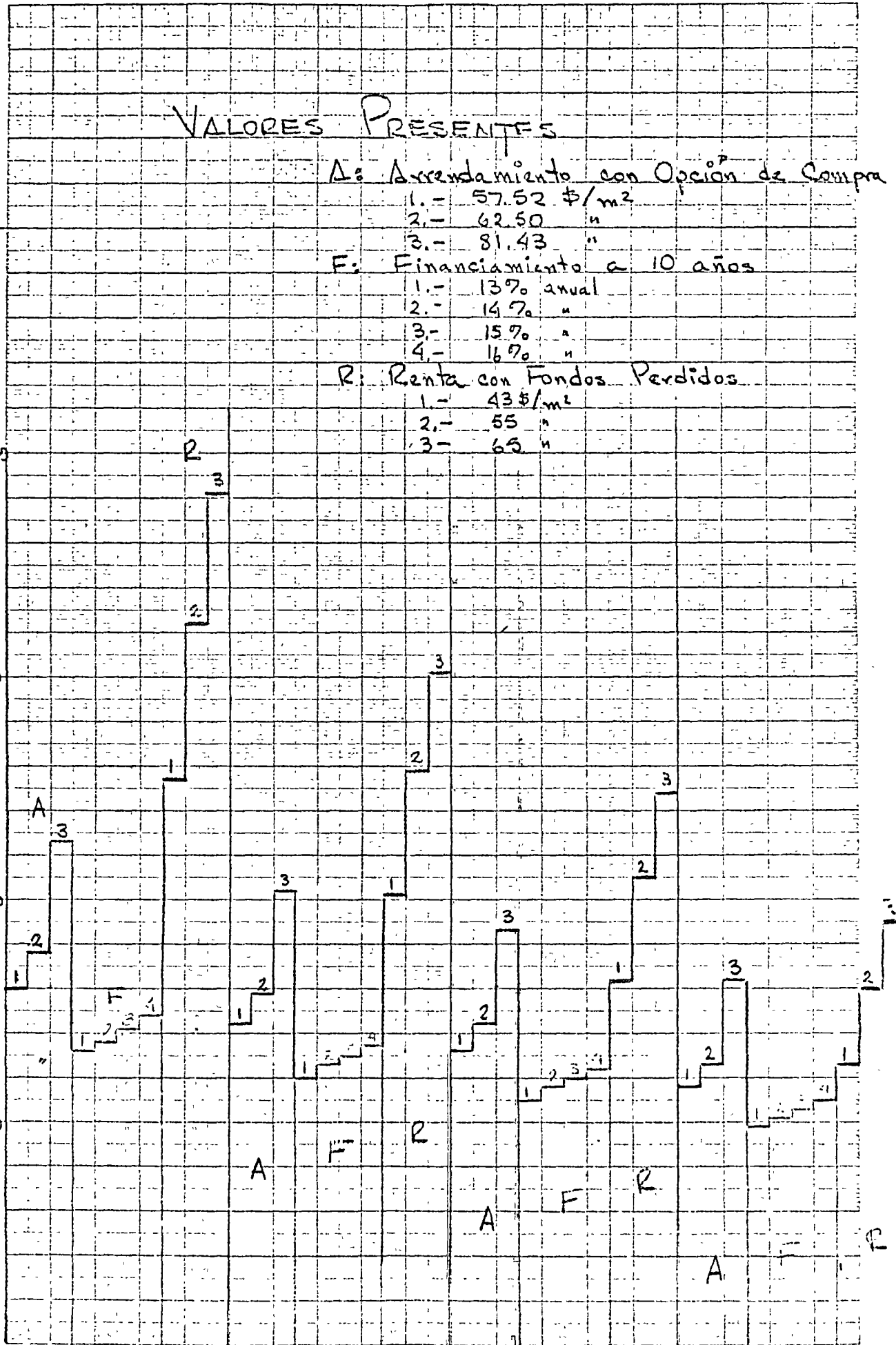
- 1.- 43 \$/m<sup>2</sup>
- 2.- 55 "
- 3.- 65 "

2000

1500

1000

500



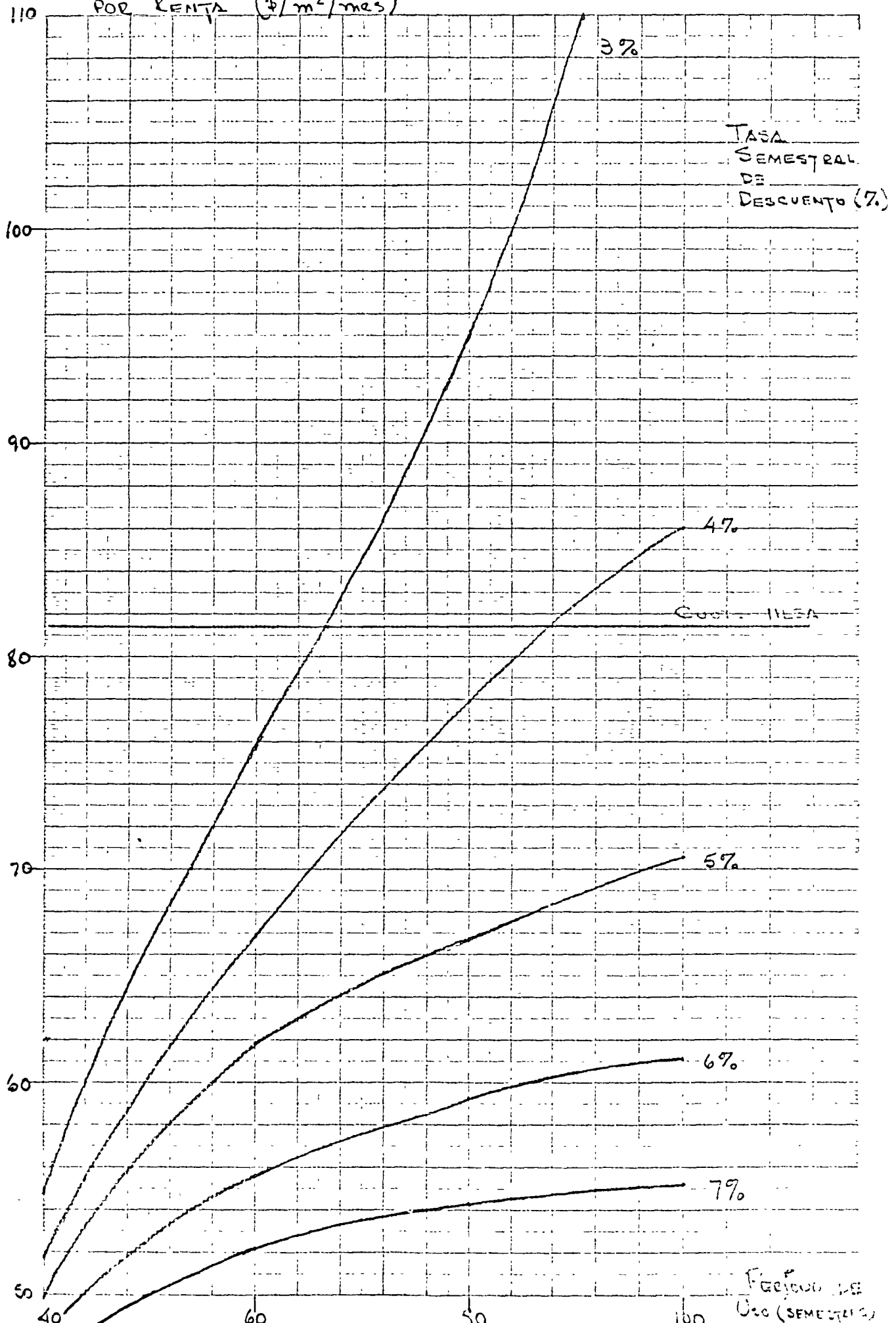
8%

10%

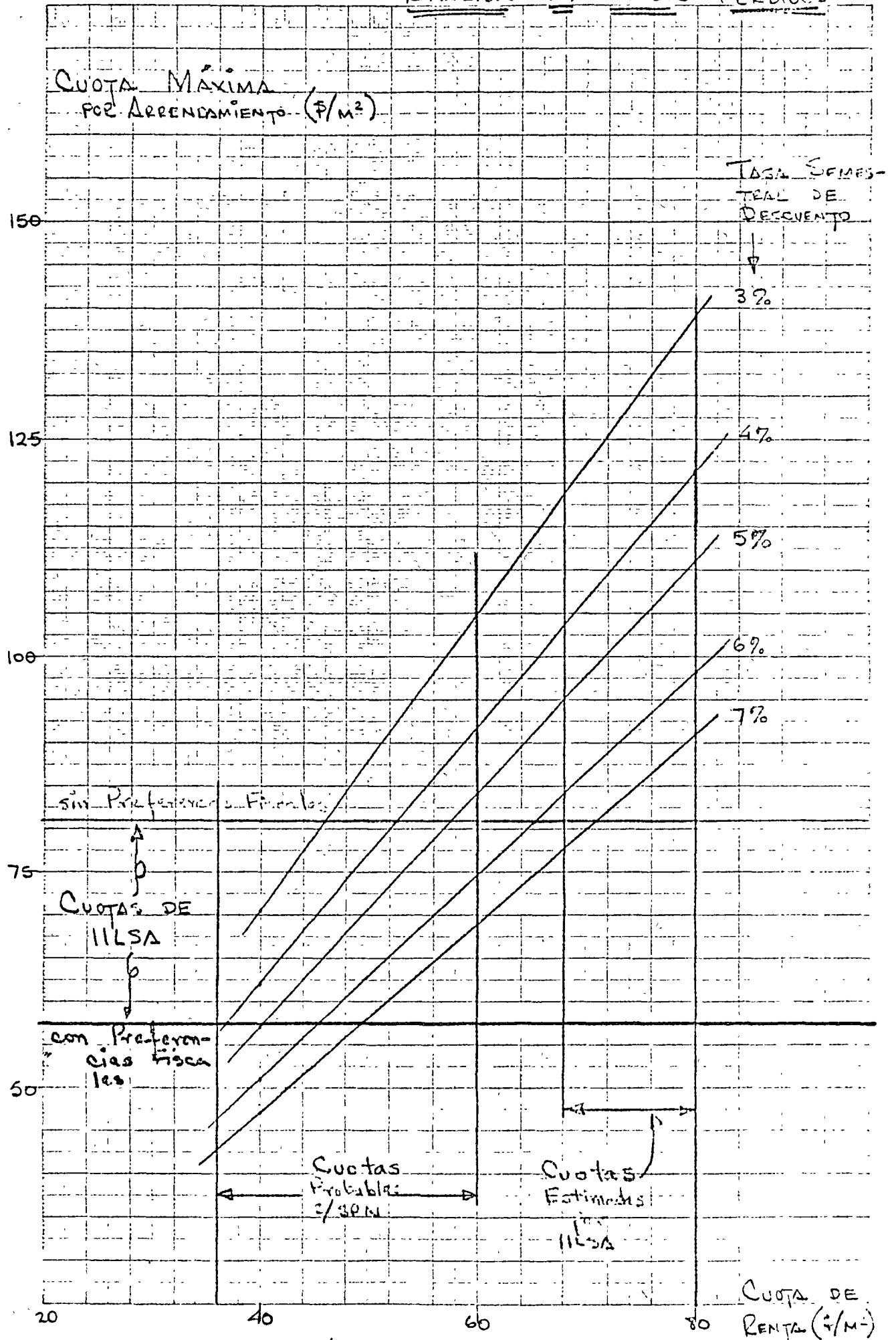
12%

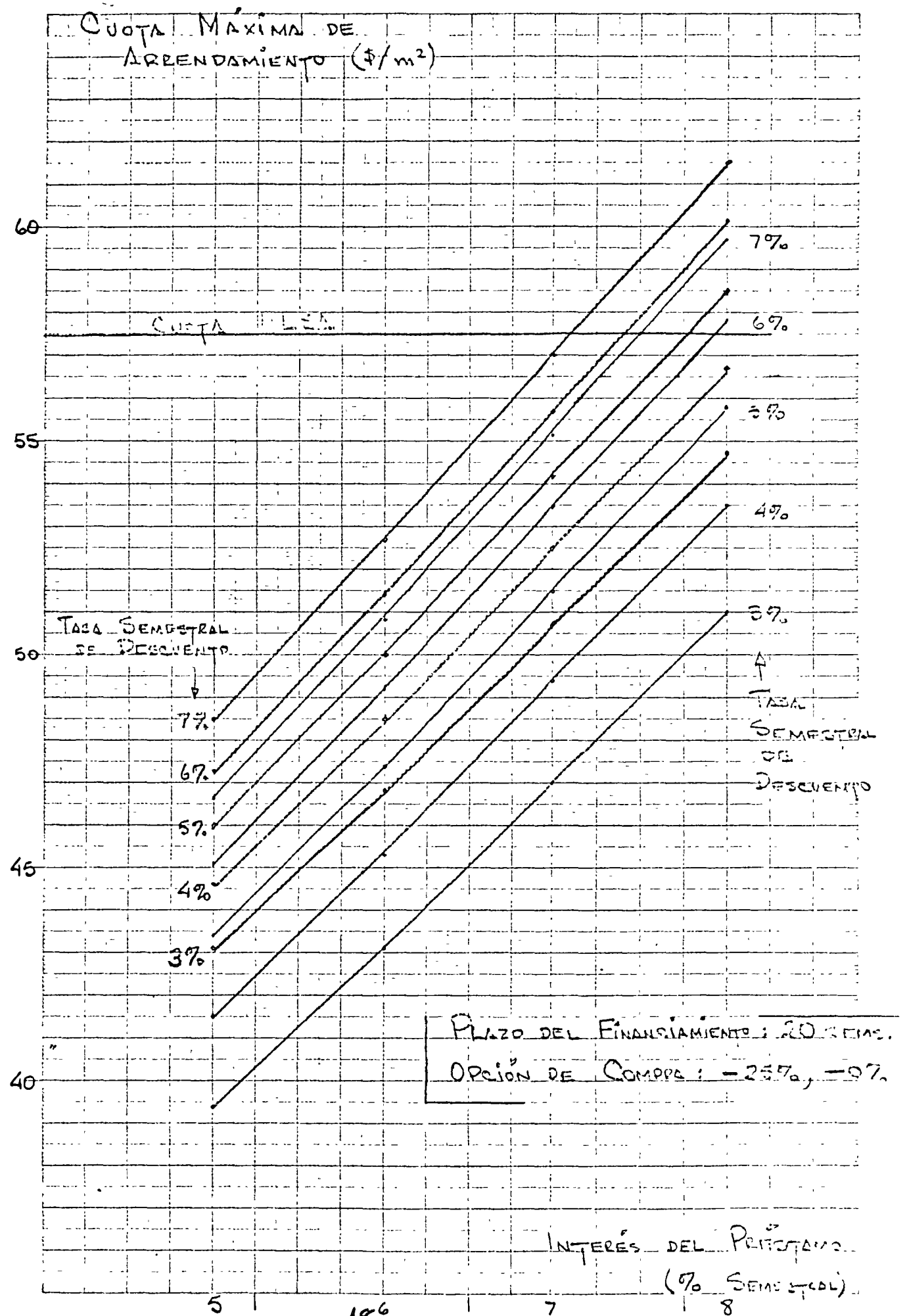
15%

POB RENTA (\$/m<sup>2</sup>/mes)

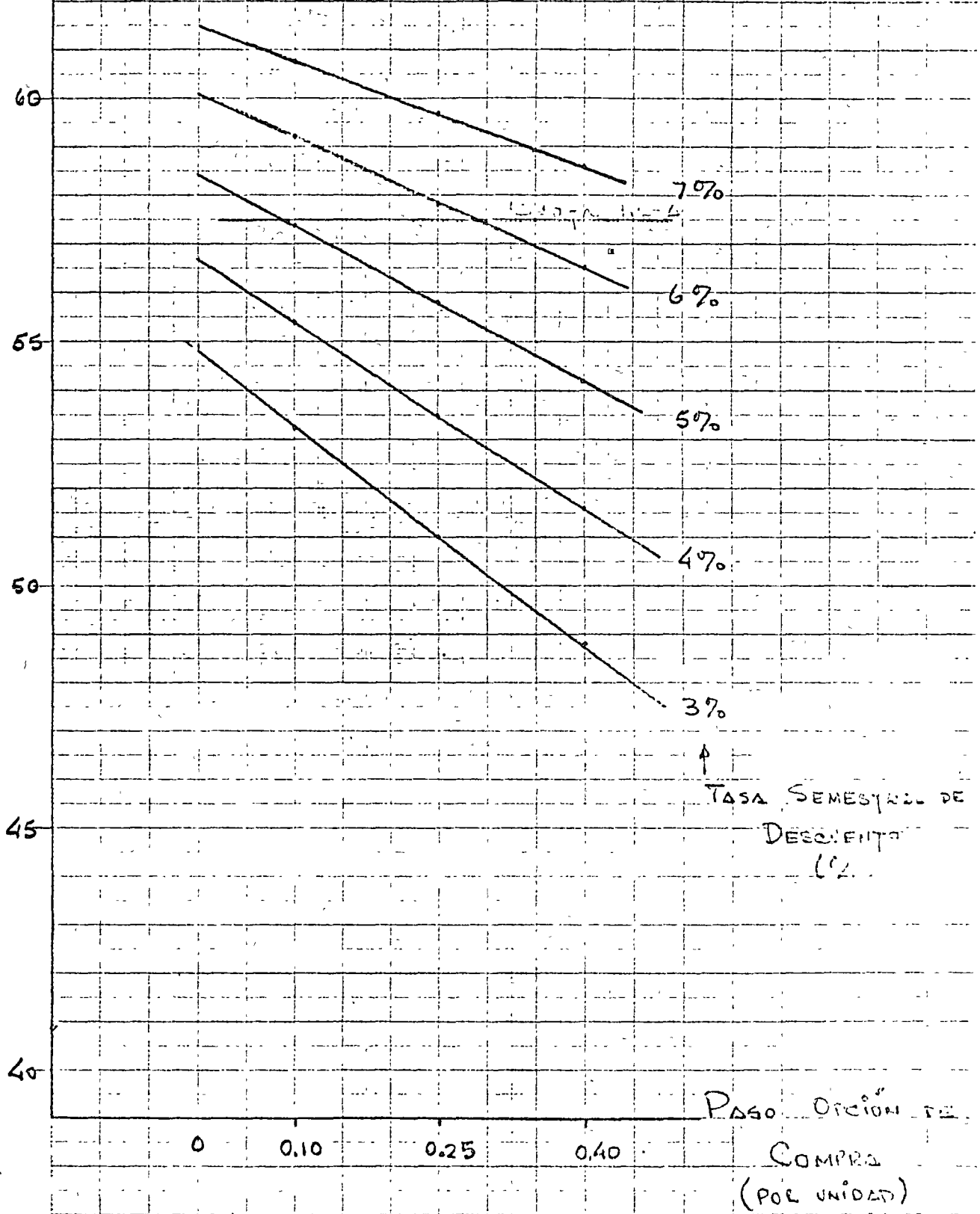


# ANÁLISIS VS. FONDOS PERDIDOS





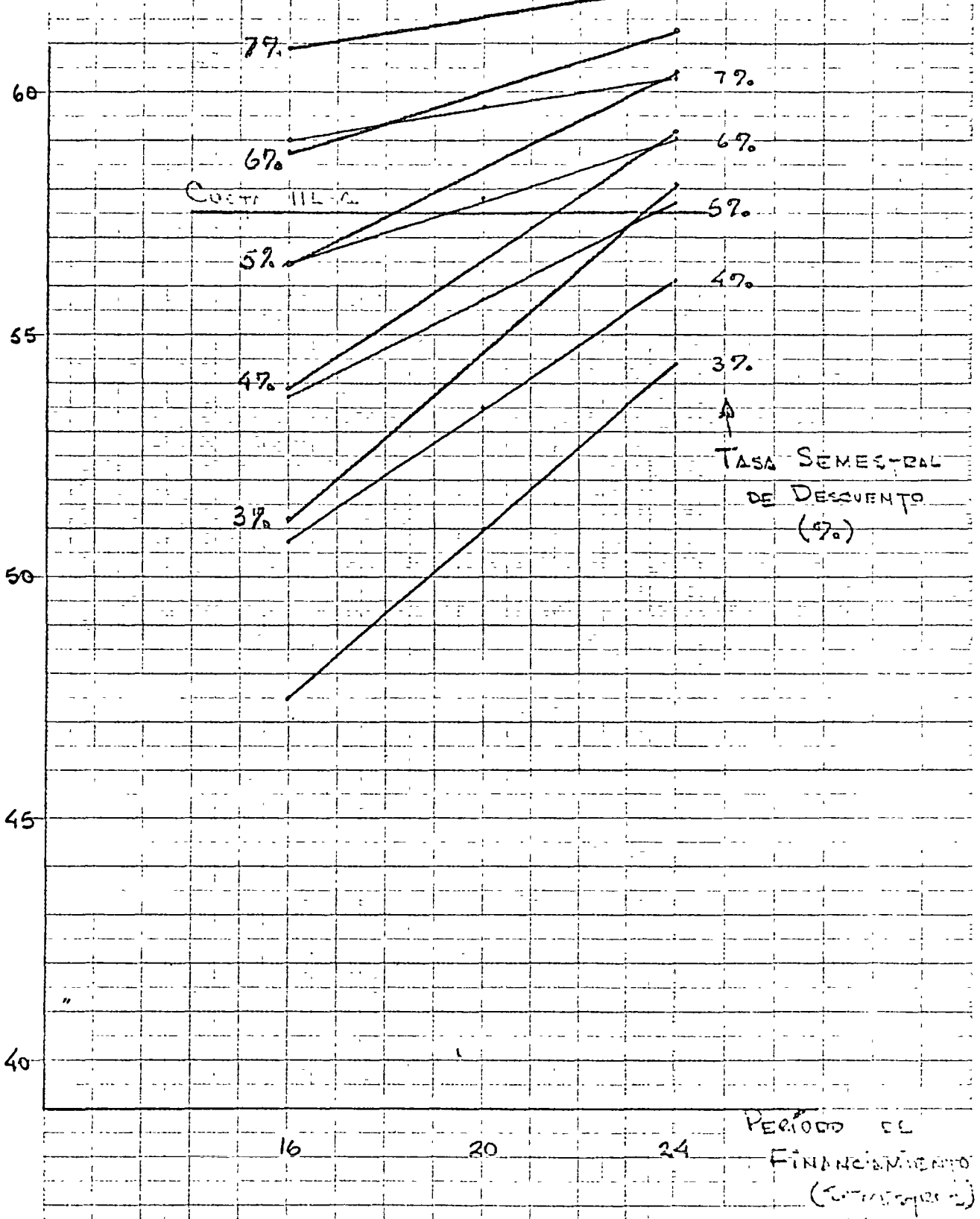
CUOTA MÁXIMA  
DE ARRENDAMIENTO  
(\$/m<sup>2</sup>)



TASA DE INTERÉS DEL FINANCIAMIENTO : 8% SEMESTRAL

PERÍODO DE FINANCIAMIENTO : 20 SEMESTRES

CUOTA MÁXIMA DE ARRENDAMIENTO (\$/m<sup>2</sup>)



INTERÉS DEL FINANCIAMIENTO: 8% SEMESTRAL  
 PAGO OPCIÓN DE COMPRA: - 25% - 0%



DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA ( 15,16,22,23,29 Y 30 DE NOVIEMBRE DE 1974 )

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- |   |   |
|---|---|
| 1. ING. ROBERTO AGUILAR SALAS<br>Avena No. 164<br>Col. Granjas<br>México 8, D. F.<br>Tel: 5-30-76-20  | SPICER, S. A.<br>Fracc. Industrial " La Preza "<br>Edo. de México<br>Tel: 5-86-20-22  |
| 2. LIC. FERNANDO ARTEAGA ALVARADO<br>Retorno 10 Doctor Nicolás León<br>Grupo 36 Letra "G"<br>Col. Jardín Balbuena<br>México 9, D. F.<br>Tel: 5-52-39-83 | ORGANISMO PUBLICO DESCENTRALIZADO<br>FORESTAL VICENTE GUERRERO<br>Av. Río Churubusco 1650<br>3o. y 4o. Piso<br>Col. Aculco<br>México, D. F.<br>Tel: 5-79-79-00 Ext. 101 |
| 3. ING. FELIX BECQUER LASTRA<br>Zenzontle 19<br>Lomas Verdes<br>Edo. de México<br>Tel: 5-19-97-93   | INSTITUTO DEL FONDO NACIONAL DE LA<br>VIVIENDA PARA LOS TRABAJADORES<br>Paseo de la Reforma No. 300-9o. Piso<br>México, D. F.<br>Tel: 5-25-77-80 Ext. 233               |
| 4. ING. MARCELO BRONDO FERNANDEZ<br>Calle Barranquilla No. 107<br>Col. Ampliación Lindavista<br>México 14, D. F.<br>Tel: 5-86-31-22                     | PETROLEOS MEXICANOS<br>Av. Marina Nacional No. 329<br>Col. Anáhuac<br>México, D. F.<br>Tel: 5-45-74-60 Ext. 2106  |
| 5. C.P. JOSE LUIS CALZADA ZORRILLA<br>Paseo de la Primavera No. 136<br>La Florida<br>Edo. de México   | NACIONAL FINANCIERA, S. A.<br>Venustiano Carranza No. 25<br>México 1, D. F.<br>Tel: 5-12-14-19  |
| 6. SR. MIGUEL A. CAMACHO ARREDONDO<br>Calle Norte 77 No. 3133 Int. 3<br>México 16, D. F.  | SPICER, S. A.<br>Fracc. Industrial " La Preza "<br>Edo. de México<br>Tel: 5-86-20-22  |
| 7. ING. LEON J. CASTAÑOS MARTINEZ<br>México, D. F.  |   |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA (15,16,22,23,29 Y 30 DE NOVIEMBRE DE 1974.)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- |   |   |
|---|---|
| 8. ING. J. ARTURO DIAZ VAZQUEZ<br>Sindicato Nal de Electricistas No.4<br>Col. Electra Tlalnepantla<br>México, D. F.       | BUFETE INDUSTRIAL, S. A.<br>Tolstoi No. 23<br>Col. Anzures<br>México, D. F.<br>Tel: 5-33-15-00 Ext. 267   |
| 9. SR. JORGE FUENTES KOBEH<br>Oriente 87 No. 1313<br>Col. Río Blanco<br>México, D. F.                                     | CONSTRUCCIONES, CONDUCCIONES Y PAVI-<br>MENTOS, S. A.<br>Minería No. 145 Edif. "E" y "F"<br>Col. Escandón<br>México 18, D. F.<br>Tel: 5-16-04-60 Ext. 241 |
| 10. ING. GUILLERMO FUENTES ROJO<br>Paseo de la Soledad 121<br>México, D. F.<br>Tel: 5-89-19-50                            | COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD<br>Ródano 14-4o. Piso<br>México, D. F.<br>Tel: 5-53-71-33 Ext. 19-24   |
| 11. FIS. HECTOR GALINDO MIRANDA<br>Fuente de la Luna No. 36<br>Fuertes de Satélite<br>Atizapan, México<br>Tel: 5-62-75-43 | INSTITUTO DEL FONDO NACIONAL DE LA<br>VIVIENDA PARA LOS TRABAJADORES<br>Paseo de la Reforma No. 231<br>México, D. F.<br>Tel: 5-25-77-80 Ext. 235          |
| 12. ING. JUVENCIO P. GARCIA<br>H. y Dávalos 54<br>México 8, D. F.<br>Tel: 5-19-08-45                                      | SUBSECRETARIA FORESTAL<br>Aguiles Serdán 28-3er. Piso<br>México, D. F.<br>Tel: 5-21-17-50   |
| 13. LIC. ENRIQUE GARCIA CABANILLAS<br>México, D. F.   | COMISION NACIONAL COORDINADORA DE<br>PUERTOS<br>México, D. F.   |
| 14. LIC. BERNARDO GIL BAILACH<br>Homero No. 1104<br>Col. Polanco<br>México 5, D. F.<br>Tel: 5-45-13-97                    | QUIMICA LUCAVA, S. A.<br>Camino a Tepalcapa No. 224<br>Tultitlán Edo. de México   |

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA ( 15,16,22,23,29 Y 30 DE NOVIEMBRE DE 1974 )

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
15. ING. DAVID GILLING Azcapozalco La Villa 1127 México 14, D. F. Tel: 5-87-50-13	PETROLEOS MEXICANOS Av. Marina Nacional No. 329 México, D. F. Tel: 5-45-74-60 Ext. 3069
16. LIC. XICOTENCATL GONZALEZ López México, D. F.	
17. ING. ARTURO GUTIERREZ HERNANDEZ Amates No. 25 Jardines de San Mateo Sección Colinas Edo. de México Tel: 5-41-13-01	MADERAS INDUSTRIALIZADAS DE QUINTANA ROO, S. A. Tenayuca No. 55-501 México, D. F. Tel: 5-75-43-70
18. LIC. RAMON HACES ALVAREZ Daniel Hernández No. 14 Fracc. Los Cipreses México 21, D. F.	NACIONAL FINANCIERA, S. A. Venustiano Carranza No. 25-6o. Piso México 1, D. F. Tel: 5-12-14-09
19. FIS. CARLOS ITURRIAGA AMADOR Río Lerma 45-201 México, D. F. Tel: 5-66-73-42	INSTITUTO DEL FONDO NACIONAL DE LA VIVIENDA PARA LOS TRABAJADORES Paseo de la Reforma No. 231 México, D. F. Tel: 5-25-77-80 Ext. 235
20. ING. ENRIQUE LEON DE LA BARRA M. Lago Rodolfo 41 Depto. 2 México 17, D. F. Tel: 2-50-04-04	PETROLEOS MEXICANOS Av. Marina Nacional No. 329 México 17, D. F. Tel: 5-31-61-46
21. ING. SERGIO LEPIAVKA RUIZ Sinaloa 109 Col. Roma México 7, D. F.	CIA. DE LAS FABRICAS DE PAPEL DE SAN RAFAEL Y ANEXAS, S. A. Río Rhin 56-7o. Piso México, D. F. Tel: 5-66-50-00
22. ING. GONZALO LOPEZ DE HARO Ay. Copilco 76 Edificio A-6 Depto. 302 México, D. F. Tel: 5-48-52-36	C.I.E.P.S., s.c. INGENIEROS CONSULTO RES Y PROYECTISTAS Río Atoyac 110-3er. Piso Col. Cuauhtémoc México 5, D. F. Tel: 5-53-69-77

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA (15,16,22,23,29 Y 30 DE NOVIEMBRE DE 1974)

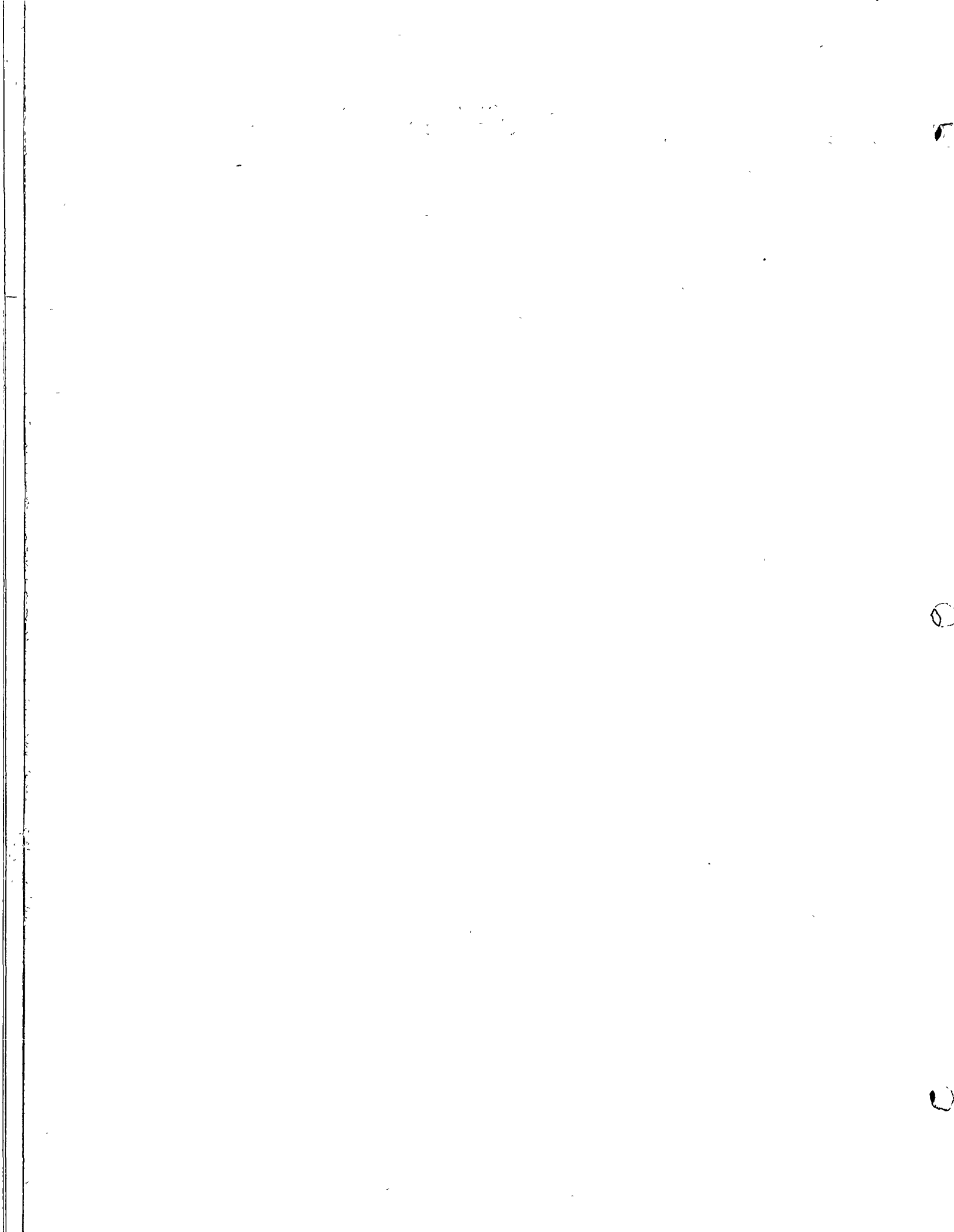
<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
23. ING. GERARDO LOPEZ RAMIREZ. Cerro San Andrés 186 México 21, D. F. Tel: 5-49-40-08	GENERAL POPO, S. A. Boulevard Cervantes Saavedra 369 México 17, D. F. Tel: 5-45-70-80 Ext. 243
24. LIC. ALFREDO LOPEZ S. Galeana No. 20-25 Col. Guerrero México, D. F. Tel: 5-29-67-14	BANCO NACIONAL DE OBRAS Y SERVICIOS PUBLICOS, S. A. Insurgentes Norte No. 453 México, D. F. Tel: 5-83-00-22 Ext. 183
25. ING. JOSE G. MACDONEL MARTINEZ Kenia 12 Residencial Chimali México 22, D. F. Tel: 5-73-46-48	FONDO NACIONAL DE FOMENTO AL TURISMO Isabel La Católica 24-4o. Piso México 1, D. F. Tel: 5-85-30-44
26. LIC. RICARDO MARTINEZ C. Nonoalco No. 53-8 México, D. F. Tel: 5-83-99-00	BANCO NACIONAL DE OBRAS Y SERVICIOS PUBLICOS, S. A. Insurgentes Norte No. 453 México, D. F. Tel: 5-83-15-14
27. JOSE AMADOR MARTINEZ OLAN Tajín 330-8 Col. Narvarte México, D. F.	INSTITUTO DEL FONDO NACIONAL DE LA VIVIENDA PARA LOS TRABAJADORES Paseo de la Reforma No. 300 México, D. F. Tel: 5-25-77-80 Ext. 235 y 241
28. ARQ. JUAN J. MEZA VELASCO Andador 28 No. 27 División del Norte Villa Coapa México 22, D. F. Tel: 5-30-71-33	FONDO NACIONAL DE FOMENTO AL TURISMO Isabel La Católica No. 24-4o. Piso México 1, D. F. Tel: 5-85-30-44
29. ING. HORACIO MORALES MULLA México, D. F.	PETROLEOS MEXICANOS Av. Marina Nacional No. 329 México, D. F.

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA ( 15,16,22,23,29 Y 30 DE NOVIEMBRE DE 1974 )

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

- |  |  |
|--|--|
| 30. C.P. ISABEL MUJICA ARREOLA<br>Euzkaro No. 96<br>Col. Industrial<br>México 14, D. F.<br>Tel: 5-77-56-14                                   | ULTRATECNICA, S. A.<br>Paseo de la Reforma No. 76-<br>México, D. F.<br>Tel: 5-35-96-21   |
| 31. ING. MIGUEL A. NORIEGA IMBERT<br>California No. 156<br>Col. Parque San Andrés<br>Coyoacán<br>México 21, D. F.<br>Tel: 5-49-22-48         | NACIONAL FINANCIERA, S. A.<br>Venustiano Carranza No. 25-6o. Piso<br>México, D. F.<br>Tel: 5-12-38-18  |
| 32. ING. JOSE M. OLVERA GARCIA<br>Garambullo No. 9<br>Col. San Jacinto<br>México 17, D. F.<br>Tel: 5-47-41-23                                | PROCESOS Y SISTEMAS DE INFORMACION,<br>S. A.<br>Minería No. 145 Edificio "B" P.B.<br>Col. Escandón<br>México 18, D. F.<br>Tel: 5-16-04-60 Ext. 479 |
| 33. ING. RAFAEL R. PENSADO GOMEZ<br>Pachuca No. 153-105<br>México, D. F.<br>Tel: 5-83-41-27  | COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD<br>Ródano No. 14<br>México, D. F.<br>Tel: 5-53-71-33 Ext. 2434  |
| 34. ING. MARCELO A. QUINTANILLA<br>Gutenberg No. 32-2<br>Col. Anzures<br>México 5, D. F.<br>Tel: 2-50-11-62                                  | CIA. INDUSTRIAL DE SAN CRISTOBAL, S.A.<br>Benjamín Franklin No. 132<br>Col. Escandón<br>México 18, D. F.<br>Tel: 5-16-30-55                        |
| 35. ING. ENRIQUE QUINTANAR LUNA<br>Paseo de la Reforma No. 668 Nte.<br>Departamento No. 1111 entrada "C"<br>México, D. F.<br>Tel: 5-97-46-58 | PETROLEOS MEXICANOS<br>Av. Marina Nacional No. 329<br>México, D. F.<br>Tel: 5-31-63-21   |
| 36. ING. RAFAEL F. QUINTERO R.<br>Sur 67 No. 3112<br>Col. Viaducto Piedad<br>México, D. F.   | RIEGOS MODERNOS, S. A.<br>Boulevard Toluca No. 33<br>Naucalpan de Juárez<br>Edo. de México<br>Tel: 5-76-19-56                                      |



centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam

EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

## 2. DEPRECIACIONES

Existen palabras que tienen varios significados o acepciones, una de ellas viene siendo la palabra depreciación. Para depreciación se han encontrado cuatro significados, que se explican a continuación.

Se entiende por depreciación	{	Disminución en valor
		Costo amortizado
		Diferencia en el valor de un activo existente y uno nuevo hipotético
		Deterioro por el uso

### - DISMINUCION EN VALOR

Este concepto implica que el valor de un activo se calcula de alguna manera en dos fechas. La diferencia entre los valores inicial y final constituye la depreciación (esta viene siendo la acepción más común).

### - COSTO AMORTIZADO

Este es el concepto contable de la depreciación. Desde el punto de vista de la contabilidad, el costo de un activo se paga anticipadamente a la operación de una empresa, que se debe recuperar en forma diferida al cabo de los años de manera más o menos sistemática.

"La contabilidad de la depreciación es un sistema contable que permite distribuir el costo de los activos tangibles de capital menos, su valor de salvamento a lo largo de la vida útil estimada de la unidad, en forma sistemática y racional. Es un proceso de asignación y no de valuación".

### - DIFERENCIA EN EL VALOR DE UN ACTIVO EXISTENTE VIEJO Y UNO NUEVO HIPOTETICO CONSIDERADO COMO COMPARACION ESTANDAR

Este es el concepto de valuación de la depreciación. Muchas estimaciones de activos viejos se basan en el costo de



reemplazamiento.

- DETERIORO POR EL USO

Los equipos se vuelven viejos en el momento que no pueden guardar las tolerancias estrechas que lograban de nuevas.

En los estados de pérdidas y ganancias, balance, origen y aplicación de fondos se pueden contemplar los renglones de depreciaciones (y amortizaciones) -las amortizaciones tienen el mismo efecto contable que las depreciaciones, y su diferencia radica en que las primeras se aplican a los activos fijos intangibles en tanto que las segundas a los activos fijos tangibles, respectivamente- y apreciar la influencia que tienen sobre el cálculo de las rentabilidades, año con año (método estático) y de la tasa interna de recuperación.

Para el cálculo de las depreciaciones se han elaborado diferentes métodos, los cuales serán tratados a continuación. Esto no significa que se permita en México su empleo; la Secretaría de Hacienda y Crédito Público determina para efectos fiscales las vidas económicas de los equipos y fija las tasas de depreciación que se aplican en términos lineales exclusivamente (salvo algunas excepciones).

Los métodos que se describirán son:

1. De línea recta
2. Declinación del balance, y derivado de éste el de doble declinación de balance
3. Suma de los dígitos de los años
4. Fondo de amortización.

Todos estos métodos tienen la característica de ser una asignación sistemática del costo de los activos menos su valor de salvamento a través de la vida económica (fiscal) de los mismos.

## 2.1. METODO DE LA LINEA RECTA

Este método se basa en la asignación de cantidades igua-

les a través de la vida económica (fiscal) de los activos. Se determina de la siguiente manera:

$$Dr = \frac{VI - VS}{n} \quad \text{donde} \quad \begin{array}{l} Dr = \text{depreciación al año } r \\ r \text{ puede tomar los valores de } 1 \text{ a } n \\ n = \text{vida económica, en años} \\ VI = \text{valor inicial} \\ VS = \text{valor de salvamento} \end{array}$$

El valor en libros al año  $r$ , queda indicado por la siguiente relación

$$VL_r = VI - Dac_r$$

donde  $VL_r$  = valor en libros al año  $r$

$VI$  = valor inicial

$Dac_r$  = depreciación acumulada al año  $r$

o bien

$$VL_r = VL_{r-1} - Dr$$

donde  $VL_r$  = valor en libros al año  $r$

$VL_{r-1}$  = valor en libros al año  $(r-1)$ , el año anterior

$Dr$  = depreciación en el año  $r$

La depreciación acumulada ( $Dac_r$ ) se calcula de la siguiente manera

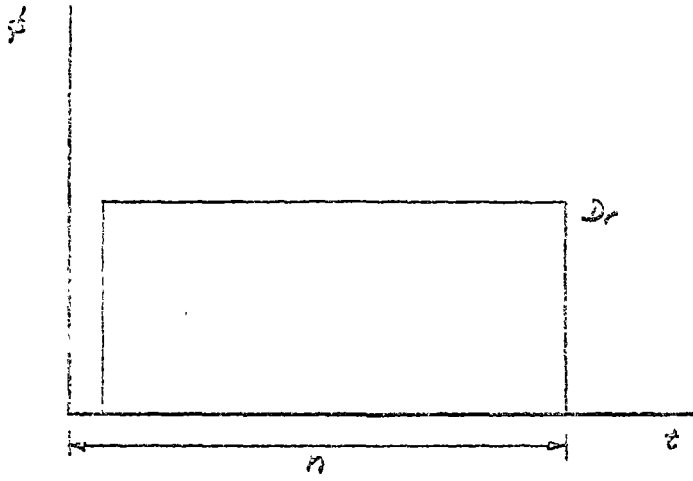
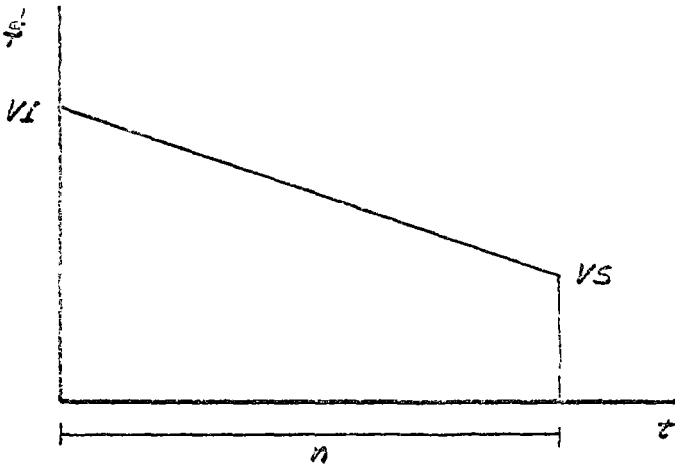
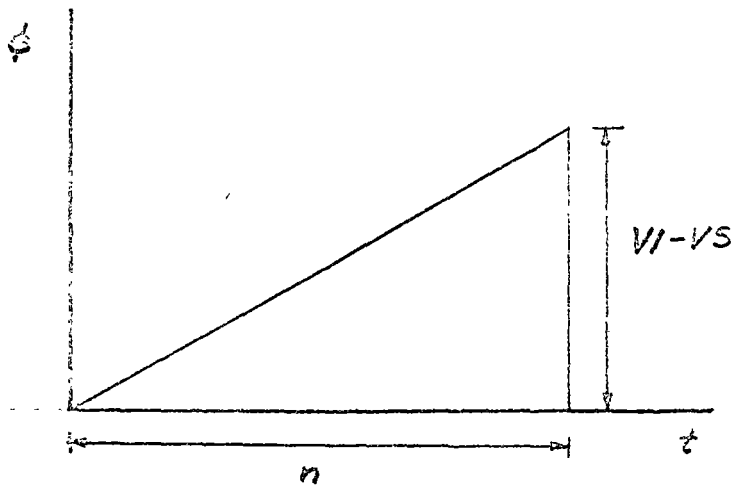
$$Dac_r = r \times Dr$$

donde  $Dac_r$  = depreciación acumulada al año  $r$

$r$  puede variar de 1 a  $n$  (vida económica)

$Dr$  - depreciación del año  $r$

El comportamiento de la depreciación anual ( $Dr$ ), valor en libros ( $VL_r$ ) y depreciación acumulada ( $Dac_r$ ) se ilustra en las siguientes tres gráficas

DepreciaciónValor en librosDepreciación acumulada

## 2.2. METODO DE LA DECLINACION DEL BALANCE

Este método para determinar la depreciación anual, consiste en la aplicación de la tasa de depreciación  $td = \frac{100\%}{n}$  ó  $td = \frac{1.00}{n}$  al valor en libros al principio del período. Este producto es la cantidad correspondiente a la depreciación anual, y se determina de la siguiente manera

$$Dr = VL_{r-1} (td) \text{ donde } Dr = \text{depreciación del año } r$$

$r$  varía de 1 a  $n$

$n$  = vida económica

$VL_{r-1}$  = valor en libros al inicio del  $r^{\text{º}}$  período, ó valor en libros al final del ejercicio anterior.

$$VL_r = VL_{r-1} - Dr \text{ donde } VL_r = \text{valor en libros al año } r$$

$VL_{r-1}$  = valor en libros del año anterior

$Dr$  = depreciación del año  $r$

$$\text{ó } VL_r = VI - Dac_r \text{ donde } VL_r = \text{valor en libros al año } r$$

$VI$  = valor inicial

$Dac_r$  = depreciación acumulada al año  $r$

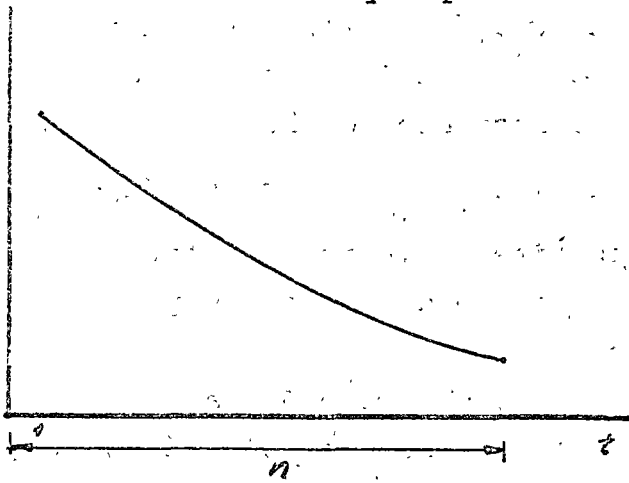
La depreciación acumulada ( $Dac_r$ ) es la sumatoria de las depreciaciones calculadas hasta el año  $r$  inclusive en forma simplificada se puede expresar

$$Dac_r = \sum_{i=1}^r Di$$

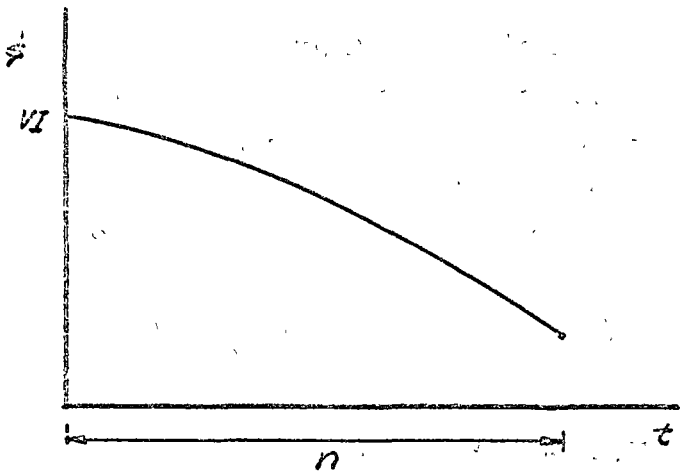
Este método de depreciación asume que no existe valor de salvamento, y por otro lado implica que el valor en libros de un activo nunca llegue a ser nulo.

En las siguientes gráficas se ilustra el comportamiento del método de depreciación en cuanto a depreciación anual, va

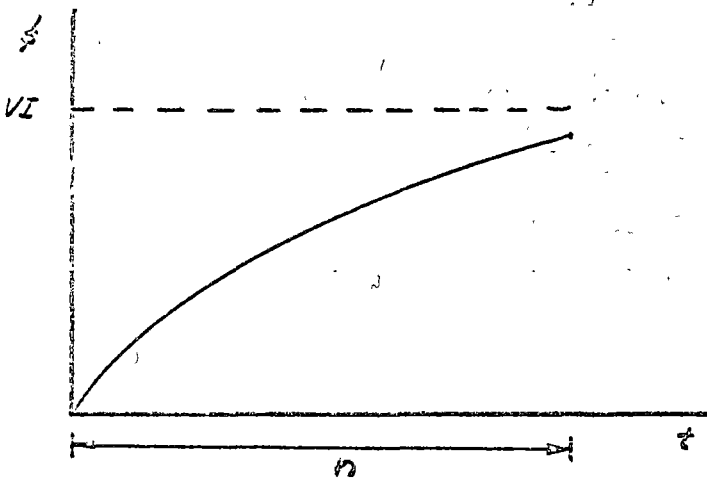
lor en libros y depreciación acumulada



Depreciación



Valor en libros



Depreciación acumulada

Una variación a este método es el método de depreciación de la doble declinación del balance, que consiste en trabajar de la misma forma que en el método de la declinación del balance, pero aplicando una tasa de depreciación doble ( $td = \frac{200\%}{n}$  ó  $td = \frac{2.00}{n}$ ). Esta variación viene a dar un método de depreciación acelerada que permite acumular una depreciación a la mitad de la vida económica de dos terceras partes del valor inicial de un activo.

Cuando se desea tener al final de la vida económica un valor de salvamento no nulo (VS \$0), la tasa de depreciación se determinará de la siguiente manera

$$VS = VI (1-f)^n \quad \text{en donde} \quad \begin{array}{l} VS = \text{valor de salvamento} \\ VI = \text{valor inicial} \\ f = \text{tasa de depreciación} \\ n = \text{vida económica} \end{array}$$

despejando f de la expresión queda

$$f = 1 - \sqrt[n]{\frac{VS}{VI}}$$

## 2.2. METODO DE LA SUMA DE LOS DIGITOS DE LOS AÑOS

Este método implica una depreciación acelerada, que se calcula a partir de la serie aritmética que forman los dígitos de los años de la vida económica (n). La diferencia del valor inicial y del valor de salvamento se considera formada por  $\frac{n(n+1)}{2}$  partes iguales -es la sumatoria de la serie aritmética de n términos, teniendo como primer término al 1 y como último n- que se asignan en una forma ponderada sistemáticamente a lo largo de la vida económica siguiendo la siguiente ley de asignación (n-r+1), donde r varía de 1 a n. La depreciación anual del año r se calcula como sigue:

$$Dr = (n-r+1) \left[ \frac{VI-VS}{\frac{n(n+1)}{2}} \right]$$

donde:  $D_r$  = depreciación del año  $r$   
 $VI$  = valor inicial  
 $VS$  = valor de salvamento  
 $n$  = vida económica  
 $r$  puede tomar los valores de  
 1 a  $n$

El valor en libros al año  $r$  queda expresado como sigue:

$$VL_r = VI - Dac_r$$

$$VL_r = VL_{r-1} - D_r$$

La depreciación acumulada se determina de la siguiente manera:

$$Dac_r = \sum_{i=1}^r D_i \quad \text{Di sustituyendo la sumatoria por sus valores queda la siguiente expresión}$$

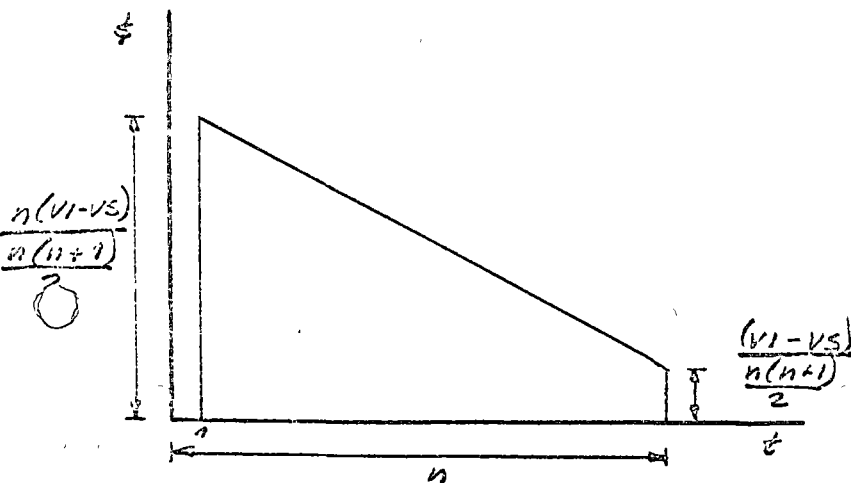
$$Dac_r = \frac{VI-VS}{n(n+1)} \left[ n + (n-1) + (n-2) + \dots + (n-r+1) \right]$$

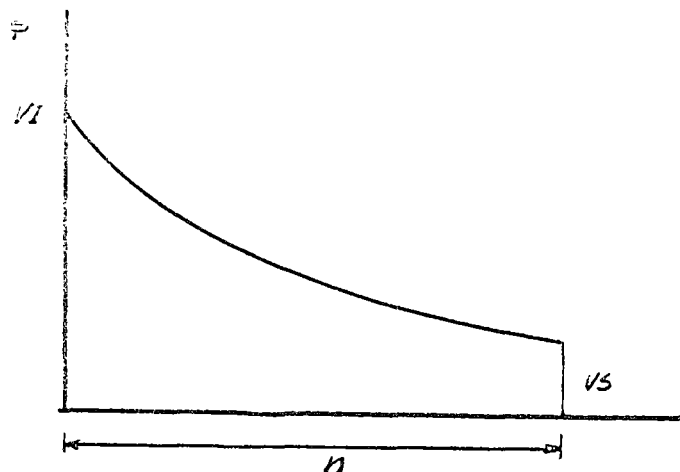
$$Dac_r = \frac{VI-VS}{n(n+1)} \left[ \frac{n(n+1)}{2} - \frac{(n-r)(n-r+1)}{2} \right]$$

$$Dac_r = (VI-VS) \left[ 1 - \frac{(n-r)(n-r+1)}{n(n+1)} \right]$$

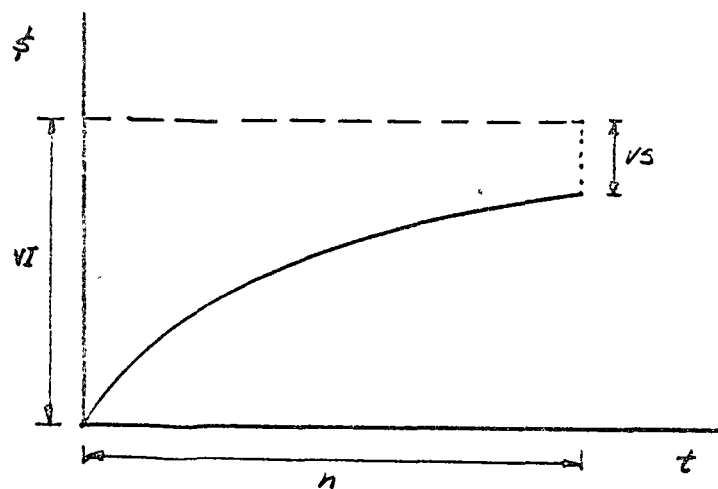
En los siguientes diagramas se ilustra el comportamiento de este método de depreciación de acuerdo a la depreciación anual, valor en libros y depreciación acumulada.

### Depreciación





Valor en libras



Depreciación acumulada

#### 2.4. METODO DEL FONDO DE AMORTIZACION

En este método se visualiza un fondo imaginario de amortización, formado por depósitos anuales uniformes a lo largo de la vida útil de los activos. Estos depósitos se consideran generen intereses a una determinada tasa, que puede ser 6%, 4%, 3% etc., de tal manera que resultan suficientes para que el fondo sea igual al costo del activo menos el valor de salvamento al final de la vida útil. La cantidad considerada como depreciación en cualquier año consiste en el depósito al fondo de amortización más el interés que genera el fondo acumulado.



Por ejemplo, sean:

$$\begin{aligned}VI &= \$ 35,000.00 \\VS &= \$ 3,500.00 \\n &= 20 \text{ años} \\i &= 6\%\end{aligned}$$

El depósito anual para el primer año será de

$$(35000 - 3500) (A/F, 6, 20) = 856.2$$

Para el segundo año será de  $856.2 + 856.2 (0.06) = 907.6$   
para el tercer año será de  $907.6 + 907.6 (0.06) = 962.0$   
y así sucesivamente.

Para aclarar completamente los cuatro métodos de depreciación a continuación se presenta el ejemplo anterior resuelto por los cuatro métodos en el siguiente cuadro. En este cuadro se pueden apreciar las diferencias entre los métodos. Esta apreciación se ve reforzada con la gráfica que presenta los valores en libros para cada uno de los métodos.

COMPARACION DE LOS DIFERENTES METODOS DE DEPRECIACION

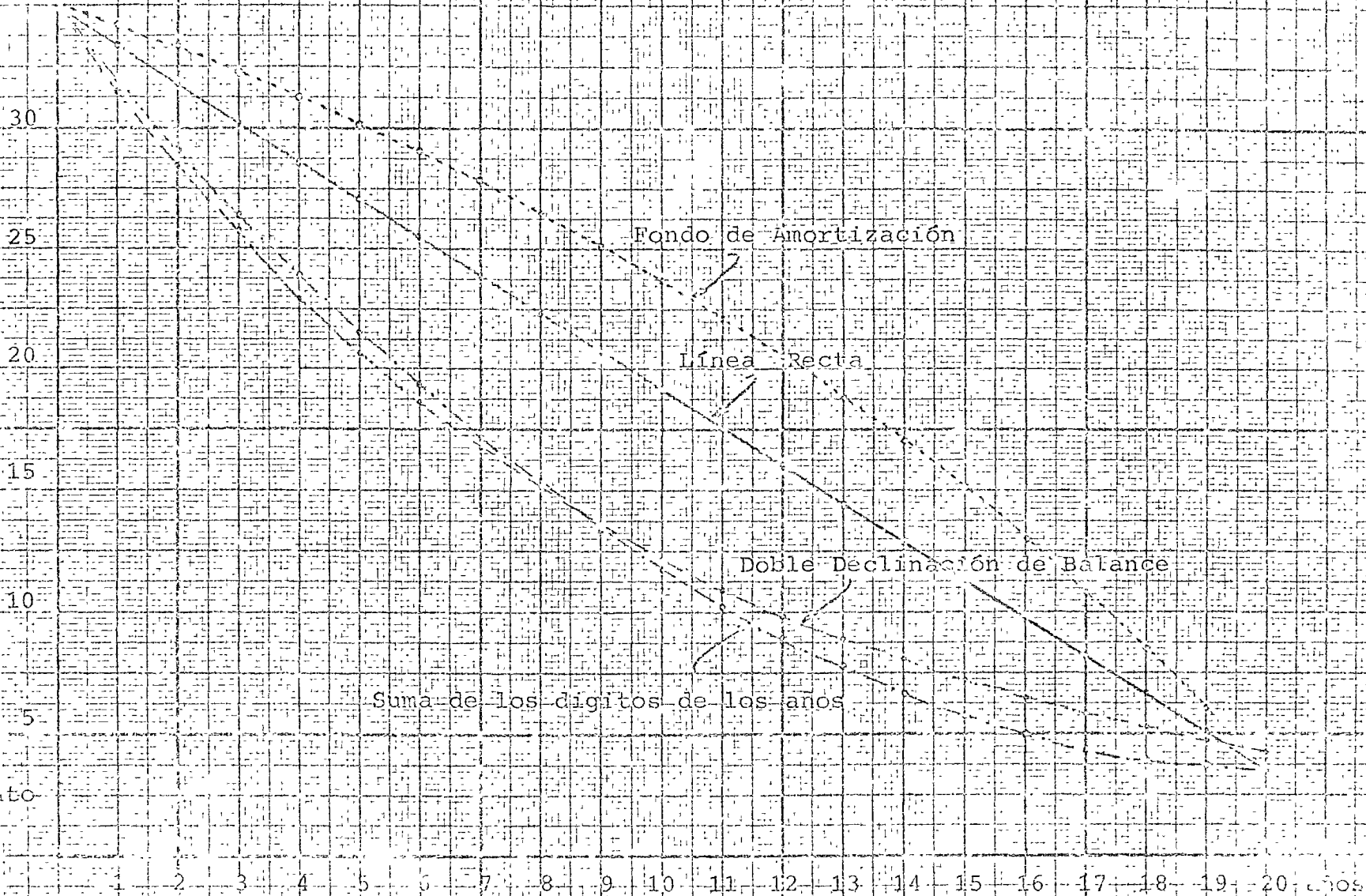
Datos: Valor inicial = \$ 35,000  
 n = 20 años  
 valor salvamento: \$ 3,500

Año	DEPRECIACION ANUAL, \$				VALOR EN LIBROS AL FINAL DEL AÑO, \$			
	doble de- clinación balance	suma años dígitos	línea recta	6% fondo amortiza.	doble de- clinación balance	suma años dígitos	línea recta	6% fondo amortiza.
0					35,000	35,000	35,000	35,000
1	3,500	3,000	1,575	856	31,500	32,000	33,425	34,144
2	3,150	2,850	1,575	908	28,350	29,150	31,850	33,236
3	2,835	2,700	1,575	962	25,515	26,450	30,275	32,274
4	2,551	2,550	1,575	1,020	22,964	23,900	28,700	31,254
5	2,297	2,400	1,575	1,081	20,667	21,500	27,125	30,173
6	2,067	2,250	1,575	1,146	18,600	19,250	25,550	29,027
7	1,860	2,100	1,575	1,215	16,740	17,150	23,975	27,812
8	1,674	1,950	1,575	1,287	15,066	15,200	22,400	26,525
9	1,506	1,800	1,575	1,365	13,560	13,400	20,825	25,160
10	1,356	1,650	1,575	1,447	12,204	11,750	19,250	23,713
11	1,221	1,500	1,575	1,533	10,983	10,250	17,675	22,180
12	1,098	1,350	1,575	1,626	9,885	8,900	16,100	20,554
13	998	1,200	1,575	1,723	8,897	7,700	14,525	18,831
14	890	1,050	1,575	1,827	8,007	6,650	12,950	17,004
15	801	900	1,575	1,936	7,206	5,750	11,375	15,068
16	720	750	1,575	2,052	6,486	5,000	9,800	13,016
17	649	600	1,575	2,175	5,837	4,400	8,225	10,841
18	584	450	1,575	2,306	5,253	3,950	6,650	8,535
19	525	300	1,575	2,444	4,728	3,650	5,075	6,091
20	473	150	1,575	2,591	4,255	3,500	3,500	3,500

Valor en  
libros,  
pesos  $\times 10^3$

Valor inicial  
\$ 35,000

Valor de  
salvamento



VALOR EN LIBROS PARA LOS CUATRO METODOS DE DEPRECIACION

Las depreciaciones como tales ejercen su influencia en la evaluación de proyectos de inversión cuando se observan en contexto con los impuestos (sobre la renta), ya que son deducibles de impuestos. Por esta razón a continuación se hace referencia al efecto de los impuestos en la evaluación de proyectos de inversión.

Antes de entrar en materia con los impuestos se hace hincapié que el método de depreciación autorizado en México es el de la línea recta. Las vidas económicas fiscales y como consecuencia las tasas de depreciación no se establecen en una forma arbitraria, sino éstas han sido determinadas por la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y pueden ser consultadas en el artículo 21 de la Ley del Impuesto sobre la Renta. A continuación se presenta una relación de las depreciaciones autorizadas en el artículo 21.

CALCULO DE DEPRECIACION DE ACUERDO AL ARTICULO 21 DE LA  
LEY DEL IMPUESTO SOBRE LA RENTA

- |  |            |
|--|------------|
| a) Activos fijos intangibles y cargos diferidos.   | 5 % anual  |
| b) Bienes de activo fijo empleados normalmente por los diversos tipos de empresa en el curso de sus actividades: |            |
| 1.- <u>Edificios y construcciones</u>  | 3 % anual  |
| 2.- Viviendas que las empresas proporcionan a sus trabajadores, Ley Federal del Trabajo                          | 5 % anual  |
| 3.- Ferrocarriles y embarcaciones (menos Compañías de transporte)  | 6 % anual  |
| 4.- <u>Mobiliario y equipo de oficina</u>  | 10 % anual |
| 5.- Autobuses.   | 11 % anual |
| 6.- Aviones (menos compañías de aviación)  | 17 % anual |
| 7.- <u>Camiones de carga pesada y remolques. Automóviles y camiones de carga ligera</u>                          | 20 % anual |
| 8.- Tractores  | 25 % anual |
| c) <u>MAQUINARIA Y EQUIPOS DESTINADOS A ACTIVIDADES INDUSTRIALES DE:</u>   |            |

- |  |            |
|--|------------|
| 1.- <u>Producción de energía eléctrica; transpor-</u><br><u>tes eléctricos</u>   | 3 % anual  |
| 2.- Cemento; granos y derivados; azúcar y deri-<br>vados; aceite vegetal y derivados; plantas<br>de energía nuclear; compañías de transpor-<br>tes marítimos, fluvial y lacustres  | 5 % anual  |
| 3.- Fabricación de productos derivados de pe-<br>tróleo y carbón natural, productos metáli-<br>cos primarios; productos derivados de taba-<br>co   | 6 % anual  |
| 4.- Fabricación de telas (menos tejidos de pun-<br>to); petróleo y gas natural, papel y pro-<br>ductos similares; productos de caucho  | 7 % anual  |
| 5.- Fabricación de vehículos de motor y sus<br>partes; construcción de ferrocarriles y na-<br>víos; fabricación de productos de metal,<br>de maquinaria y de instrumentos profesiona-<br>les y científicos; producción de alimentos<br>y bebidas (menos granos, azúcar, aceite ve-<br>getal y derivados) | 8 % anual  |
| 6.- Curtido de piel y fabricación de artículos<br>de piel; productos químicos, fabricación<br>de productos básicos, para otras industrias<br>de productos plásticos, publicación de im-<br>prenta  | 9 % anual  |
| 7.- Prestación de servicios de construcción;<br>fabricación de ropa y productos textiles;<br>tejidos y prendas tejidas   | 11 % anual |
| 8.- Construcción de aeronaves; compañías de<br>transporte terrestre, de carga y de pasa-<br>jeros.   | 12 % anual |
| d) Actividades agropecuarias.  |            |
| 1.- Agricultura.   | 14 % anual |
| 2.- Cría ganado mayor.   | 11 % anual |
| 3.- Cría de ganado menor.  | 25 % anual |
| e) Otras actividades no especificadas.   | 10 % anual |

En la actualidad existen incentivos fiscales que permiten en ocasiones depreciar los activos en forma acelerada. El Decreto Presidencial publicado en el Diario Oficial del 20 de julio de 1972, señala los estímulos, ayudas y facilidades que se otorgan a empresas industriales para propiciar la Descentralización Industrial y el Desarrollo Regional. Ahí se indican los estímulos fiscales que puede gozar una industria siempre y cuando, cumpla con unas condiciones prefijadas. Uno de los estímulos es el permitir depreciar aceleradamente, pero esta depreciación no se debe entender como los métodos de depreciación acelerada vistos anteriormente (doble declinación de balance y suma de los dígitos de los años), sino como múltiplo del método de la línea ruta, que implicará un período menor de depreciación.

Para dar una idea general de los incentivos que postula el Decreto Presidencial, se incluye un resumen con las bases generales de su aplicación.

# BASES GENERALES

## ZONAS 2 Y 3

TITULO DE LA EMPRESA	ZONA	El monto del Ingreso de Inquilinato para el mes de febrero de 1950	Relación del Ingreso de febrero de 1950	El monto del I. S. P. que corresponde a las empresas de Bienes Inmuebles de Activos Fijos	Precio Anual	Regulación Anual de la Negociación y Fianza	I. S. P. al Ingreso de febrero de 1950	Porcentaje de Fianza del Inquilinato para el mes de febrero de 1950	1.- Artículo 27 de la Ley de Fianza de Bienes Inmuebles
Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...	2	del 50 al 100	del 50 al 100	del 50 al 100	de 3 al 7	Autorizada		del 50 al 100	1.- Zona de Toluca.
	3	del 60 al 100	del 60 al 100	del 60 al 100	de 5 a 10	Autorizada		del 60 al 100	
Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...	2	del 50 al 100	del 50 al 100	del 60 al 100	de 3 al 7	Autorizada			2.- Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...
	3	del 60 al 100	del 60 al 100	del 60 al 100	de 5 a 10	Autorizada			
Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...	2	del 50 al 100	del 50 al 100	del 60 al 100	de 3 al 7	Autorizada			3.- Estudios de Preliminar y Factibilidad
	3	del 60 al 100	del 60 al 100	del 60 al 100	de 5 a 10	Autorizada			
Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...	2	del 50 al 100	del 50 al 100	del 60 al 100	de 3 al 7	Autorizada	del 10 al 25	del 50 al 100	4.- Asociación para la investigación de nuevas áreas para el establecimiento de industrias.
	3	del 60 al 100	del 60 al 100	del 60 al 100	de 5 a 10	Autorizada	del 15 al 30	del 60 al 100	
Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...	2	del 50 al 100						del 60 al 100	5.- Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...
	3	del 60 al 100						del 60 al 100	
Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...	2	del 50 al 100			de 2 a 5	Autorizada			6.- Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...
	3	del 60 al 100			de 3 al 7	Autorizada			
Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...	2	En estas zonas no pasan.			de 5 a 10	Autorizada			7.- Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...
3				de 5 a 10					
Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...	2				de 3 al 7				8.- Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...
3					de 3 al 7				

En estos casos, los derechos locales se otorgan mediante el pago de un canon mensual y siempre cuando no se cree una zona de explotación y producción.

7.- Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...  
8.- Asociación para el aprovechamiento de la zona de los...

### 3. ESTIMACION DEL EFECTO DE LOS IMPUESTOS SOBRE EL INGRESO EN CIERTAS DECISIONES DE INVERSION EN LA INDUSTRIA COMPETITIVA

Los edificios, terrenos, maquinaria y equipo que poseen las empresas están sujetos universalmente a impuestos por parte de los poderes fiscales, dichos impuestos dependen de la valuación de la propiedad y de una tasa impositiva establecida. Los impuestos sobre la propiedad son siempre importantes y por ello deben también considerarse en los estudios económicos. Sin embargo su efecto sobre los resultados de una evaluación, son de poca significación, como consecuencia de su pequeña magnitud, relativa, del monto de los impuestos.

Los impuestos que pueden determinar la viabilidad económica de un proyecto de inversión (privada) son definitivamente los impuestos sobre la renta. Estos impuestos se calculan en general sobre los ingresos netos; sin embargo "los gastos" utilizados para determinar los ingresos netos deben ser calculados de acuerdo con los reglamentos fiscales.

En la mayoría de los países desarrollados y en vías de desarrollo, los impuestos están diseñados de tal forma que tienen una tasa impositiva mayor a medida que los ingresos son más elevados. Esto se puede observar en la Ley del Impuesto sobre la Renta vigente todavía, en su título II. Para ilustrar la aplicación de una tasa impositiva incremental, a continuación se incluye una parte del Artículo 34, capítulo III de la Ley del Impuesto sobre la Renta, que se refiere al pago de impuestos de los causantes mayores.



ART. 34.- El impuesto de los causantes mayores se calculará aplicando al ingreso global gravable del ejercicio, determinado de acuerdo con las disposiciones de esta ley, la siguiente

## T A R I F A

Límite inferior		Límite superior	Cuota fija	Porcentaje para aplicarse s/el excedente del límite inferior
M \$ N		M \$ N	M \$ N	%
De 0.01	a	2,000.00		excento
De 2,000.01	a	3,500.00		5.00
De 3,500.01	a	5,000.00	75.00	6.00
De 5,000.01	a	8,000.00	165.00	7.00
De 8,000.01	a	11,000.00	375.00	8.00
De 11,000.01	a	14,000.00	615.00	9.00
De 14,000.01	a	20,000.00	885.00	10.00
De 20,000.01	a	26,000.00	1,485.00	11.00
De 26,000.01	a	32,000.00	2,145.00	13.00
De 32,000.01	a	38,000.00	2,925.00	16.00
De 38,000.01	a	50,000.00	3,885.00	18.00
De 50,000.01	a	62,000.00	6,045.00	19.00
De 62,000.01	a	74,000.00	8,325.00	20.00
De 74,000.01	a	86,000.00	10,725.00	21.50
De 86,000.01	a	100,000.00	13,305.00	22.50
De 100,000.01	a	150,000.00	16,455.00	24.10
De 150,000.01	a	200,000.00	28,505.00	26.76
De 200,000.01	a	300,000.00	41,885.00	29.64
De 300,000.01	a	400,000.00	71,525.00	34.00
De 400,000.01	a	500,000.00	105,525.00	38.00
De 500,000.01	en adelante		210,000.00	42.00

En los estudios económicos los impuestos deben ser estimados y considerarse como un desembolso de la misma manera que los gastos de operación, mantenimiento y por lo mismo deben aparecer en la estimación de las cantidades de flujos de efectivos.

### 3.1. RELACION DE LAS TASAS INTERNAS DE RECUPERACION ANTES Y DESPUES DE IMPUESTOS

La variación entre las tasas de retorno calculadas antes y

después de impuestos, dependen de las reglas de imposición sobre los ingresos. Para alcarar este concepto hagamos referencia a un ejemplo, que sera analizado en diferentes formas.

Ejemplo. Se propone la adquisición de un cierto equipo que vendrá a reducir los costos futuros en \$ 120,000.00 anuales; su costo es de \$ 500,000.00 y su vida útil se ha estimado en 10 años. Su valor de salvamento (recuperación) es nulo.

Considerando únicamente estos datos resulta que la tasa interna de recuperación es de 20.2%; ahora asumiendo que la inversión se deprecia linealmente a una tasa del 10% -vida económica (fiscal) de 10 años- se procede a calcular la tasa interna de recuperación después de impuestos aplicando la tasa impositiva más elevada (42%). Es recomendable en las evaluaciones económicas de proyectos de inversión, calcular los rendimientos mínimos del proyecto con las condiciones más desfavorables. Esto permite reducir el grado de riesgo y de incertidumbre en la toma de decisiones. Luego estos cálculos se podrán complementar con un análisis de sensibilidad, alterando los valores de los elementos variables que intervienen en un proyecto.

En el siguiente cuadro se desglosa el flujo de efectivo para el cálculo de la tasa de rendimiento en estas condiciones

Año	FAI	D	ISI	Imp	FDI
0	(-)500,000	%	%	%	(-)500,000
1-10	(+)120,000	(-)50,000	(+)70,000	(-)29,400	(+)90,600

Claves: FAI= Flujo antes de impuestos

D = Depreciación

ISI= Ingreso sujeto a impuesto = FAI-D

Imp= Impuesto = ISI x tasa impositiva (0.42 = 42%)

FDI= Flujo después de impuesto = FAI - Imp.

Haciendo los cálculos correspondientes de tasa interna de recuperación resulta de 12.8%

Comparando las tasas internas de recuperación antes y después de impuestos, respectivamente, 20.2% y 12.8%, se aprecia claramente el efecto de los impuestos y de la depreciación sobre los impuestos.

Ahora bien este ejemplo es muy particular, ya que se ha considerado que la vida fiscal del equipo es igual a la vida útil del mismo. Desgraciadamente esto no sucede generalmente y existe una diferencia entre las vidas útiles y fiscales, que ejerce una influencia sobre el valor de la tasa interna de recuperación.

Considerando el mismo ejemplo, hagamos algunas variaciones:

- 1.- Asumiramos que la vida fiscal de un equipo es de 20 años, esto implicará tener una tasa de depreciación lineal del 5%. La vida útil del equipo sigue siendo de 10 años. La tasa interna de recuperación para este proyecto se determina a partir del siguiente cuadro, que indica el flujo de efectivo

Año	FAI	D	ISI	Imp.	FDI
0	(-)500,000	%	%	%	-500,000
1-10	(+)120,000	(-)25,000	(+)85,000	(-)39,900	+ 80,100
11-20	0	(-)25,000	(-)25,000	(+)10,500	+ 10,500

Calculando la tasa interna de recuperación esta resulta de 10.8% aproximadamente; se observa que es menor que en el caso de que las vidas sean iguales.

- 2.- Asumiendo ahora que la vida fiscal es de cinco años queda un cuadro de flujo de efectivo como se ilustra a continuación

AÑO	FAI	D	ISI	Imp.	FDI
0	(-)500,000	%	%		(-)500,000
1-5	(+)120,000	(-)100,000	(+) 20,000	(-) 8400	(+)111,600
6-10	(+)120,000	%	(+)120,000	(-)50500	(+) 63,600

Comparando este cuadro con los dos anteriores se puede afir

mar por las características del flujo de efectivo que la tasa interna de recuperación resulta mayor. Esta aún sería mayor -si es que fuera permitido- cuando la recuperación de la inversión (la depreciación) se hiciera en el momento de la adquisición del equipo.

El siguiente cuadro ilustra este comportamiento

Año	FAI	D	ISI	Imp.	FDI
0	(-)500000	(-)500000	(-)500000	(+)210000	(-)290000
1 al 10	(+)120000	%	(+)120000	(-) 50400	(+) 69600

Concluyendo se puede afirmar que entre menor sea el período de depreciación la tasa interna de recuperación será más atractiva.

En el mismo Decreto Presidencial para el Fomento de la Descentralización Industrial y Desarrollo Regional se establecen algunos incentivos en materia de impuestos que deben ser considerados para la evaluación económica de un proyecto.

Como último punto se debe hacer resaltar que el efecto de la depreciación sobre los impuestos consiste en una reducción igual al monto depreciado por la tasa impositiva, para el caso del ejemplo fué de 42%

#### 4. INFLUENCIAS DE LAS FUENTES DE FONDOS DE INVERSION EN LOS ESTUDIOS ECONOMICOS

Las decisiones de inversión están directamente ligadas a las decisiones financieras, ya que la aceptación de una proposición de inversión, depende de cómo sera financiada. Las dos cuestiones principales en las que se enfoca nuestro estudio de capital son:

- 1.- ¿Cuál de las diferentes formas de financiamiento se debe seleccionar para una proposición específica?
- 2.- ¿Cuál es el costo de financiamiento de una empresa con una determinada estructura de capital?

En general las fuentes de financiamiento se pueden clasificar como sigue:

- |                                  |                        |
|----------------------------------|------------------------|
| 1.- Capital de deuda             | Prestamo a largo plazo |
|                                  | Bonos                  |
| 2.- Arrendamiento                |                        |
| 3.- Emisiones de nuevas acciones | comunes                |
|                                  | preferentes            |
| 4.- Fondos propios               |                        |

Con respecto a la emisión de acciones; todos los costos que resultan de colocarlas en el mercado se denominan costos de flotación (comisiones, etc.)

Las diferentes fuentes de financiamiento en general se emplean para la adquisición de activos, que bien puede realizarse de dos formas, mediante:

compra	capital propio (social)
	prestamo

o bien mediante renta.

Cada una de estas formas de financiamiento ejerce su influencia en el cálculo de la tasa interna de recuperación de un proyecto de inversión. Para ilustrar el efecto de cada una de estas formas de financiamiento hacemos referencia a un ejemplo muy sencillo.

Ejemplo. Se desea adquirir una máquina con un costo inicial de 600 u.m., valor de salvamento nulo al término de su vida útil. La vida fiscal (igual a la útil), es de 3 años; el equipo estará sujeto a una depreciación lineal, y proporcionará ahorros anuales de 300 u.m. Se presentan dos posibilidades de adquirir la máquina: una mediante capital social (propio) y la otra mediante un financiamiento del 50% del costo inicial, liquidando la deuda en tres pagos de 100 u.m. más los intereses, calculados al 10% sobre saldos insolutos en términos anuales. La tasa de impuesto es del 50%.

a) Cálculo de la tasa interna de recuperación con capital social

Año	FAI	D	ISI	Imp.	FDI
0	(-) 600	0	0	0	(-) 600
1	(+) 300	(-) 200	(+) 100	(-) 50	(+) 250
2	(+) 300	(-) 200	(+) 100	(-) 50	(+) 250
3	(+) 300	(-) 200	(+) 100	(-) 50	(+) 250

haciendo valor presente neto igual con cero, se determina la tasa interna de recuperación que resulta de 12%. Las claves que se aplican son

FAI = flujo antes de impuesto

D = depreciación

ISI = ingreso sujeto a impuesto = FAI - D

Imp = impuesto = ISI x tasa impositiva (50%)

FDI = flujo después de impuesto

b) Cálculo de la tasa interna de recuperación con financiamiento

Año	FAI	D	FPP	Int	ISI	Imp	FDI
0	(-) 300	0	0	0	0	0	(-) 300
1	(+) 300	(-) 200	(-) 100	(-) 30	(+) 70	(-) 135	(+) 135
2	(+) 300	(-) 200	(-) 100	(-) 20	(+) 80	(-) 40	(+) 140
3	(+) 300	(-) 200	(-) 100	(-) 10	(+) 90	(-) 45	(+) 145

haciendo valor presente neto igual con cero, se obtiene la tasa interna de recuperación que resulta de 20% aproximadamente. Las claves empleadas corresponden a:

FAI = flujo antes de impuesto

D = depreciación

FPP = forma de pago del principal (deuda)

Int = Intereses

ISI = Ingreso sujeto a impuesto = FAI (D + Int)

Imp = Impuesto = ISI x tasa impositiva (50%)

FDI = flujo después de impuestos = FAI - (FPP + Int + Imp.)

En caso de financiamiento, los intereses que se pagan por el crédito son deducibles de impuesto.

Analizando los resultados para ambas posibilidades de adquisición de la máquina se observa que la tasa interna de recuperación con el crédito resulta mayor que con capital propio. A esto se puede decir que si un proyecto de inversión resulta atractivo sin financiamiento, resultará más atractivo cuando se financia.

Cuando se tiene una alternativa con arrendamiento la tasa interna de recuperación se determina considerando las siguientes claves en el flujo de efectivo

FAI = Flujo antes de impuestos

ISI = Ingreso sujeto a impuestos = FAI - Renta

FDI = Flujo después de impuestos = FAI - (Imp + Renta)

En este caso no se tiene el efecto de la depreciación ni de posibles intereses por financiamiento; estos quedan incluidos en el renglón de la renta que se paga.

Con préstamo

	FLUJO ANT.IMP	$D_k$	FORMA DE PA- GAR EL PRIN- CIPAL.	INTERESES	INGR.SUJ. IMP.	VALOR I	FDI
0	- 300	0	0	0	0	0	-30
1	300	-200	-100	30	70	-35	135
2	300	-200	-100	20	80	-40	140
3	300	-200	-100	10	90	-45	145

$$VP=0 = -300 + 135 (P/F, TR,1) + 140 (P/F, TR,2) + 145 (P/F, TR,2)$$

$$TR = 20\%$$

$$ISI = FAI - (D_k + I)$$

$$VI = ISI \times (\text{Tasa mp})$$

$$FDI = FAI - (FPP + I + VI)$$

## RENTA:

$$\text{ISI} = \text{ingresos totales} - \text{ventas} - \text{costo}$$

$$\text{VI} = \text{ISI} (t)$$

$$\text{FDI} = \text{FAI} - (\text{VI} - \text{Renta})$$

Una inversión buena si se financia es mejor. Al contrario si es mala.

## Ejemplo:

Costo Inicial = 100

Ganancia anual    114    buena  
                           108    regular  
                           102    mala

\$ 50 a 40% anual



## Préstamo

	B	R	M
	-100	-100	-100
	114	108	102
N O	<u>TR=14%</u>	<u>TR=8%</u>	<u>TR=2%</u>
	-50	-50	
	62	56	
S I	<u>TR=24%</u>	<u>TR=12%</u>	

## 4.1. COSTO DE CAPITAL DE DEUDA

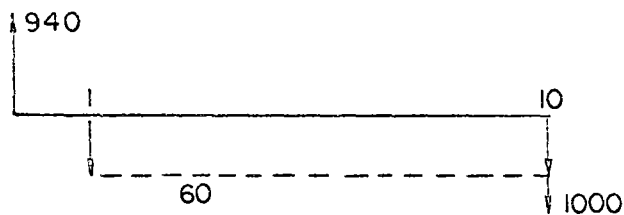
Los riesgos de obtener capital a través de préstamos se derivan de la obligación legal inobjetable de pagar los intere-



ses y el capital al vencer los plazos especificados en el contrato. El costo aparentemente bajo, es debido a los pocos riesgos que corre el prestamista, y puede resultar económico para una empresa ya que el interés de la deuda es deducible de impuestos

$$P = I \times (P/A + F (P/F))$$

Ejemplo. Una serie de bonos de mil pesos al 6% se ofrece al público por \$ 960; el corredor después de cobrar su comisión entrega a la empresa \$ 940.00 por bono. Si se pagan los intereses anualmente y la fecha de vencimiento es 10 años (al vencimiento se pagarán \$ 1,000 por bono), cual es el costo de capital para la compañía



$$VP = 0 = 940 - 60 (P/A \text{ i } 10) - 100 (P/F \text{ i } 10)$$

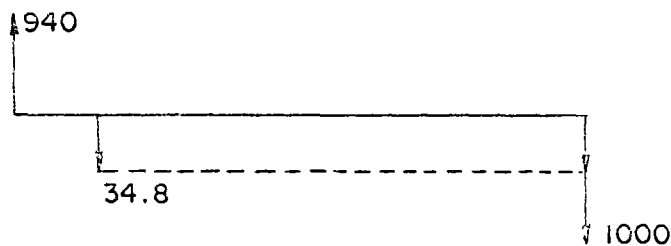
Resolviendo

$$i = TR = 6.86\%$$

$i$  = costo del capital  
antes de impuestos

Con impuestos

$$t = 42\%$$



$$VP = 0 = 940 - 34.8 (P/A \text{ i } 10) - 100 (P/F \text{ i } 10)$$

$$i = 4 \frac{1}{4} \%$$

#### 4.2. COSTO DE ARRENDAMIENTO

Los riesgos para el arrendador son mayores que para el prestamista. En los contratos de arrendamiento, el arrendador adquiere el activo y lo alquila al arrendatario, quien pagará una renta generalmente compuesta por el pago de capital más intereses.

Además, generalmente existe una opción de compra al final del período de arrendamiento. El costo de capital para el arrendatario puede resultar económico, ya que la renta total es deducible de impuestos. En la mayoría de los contratos se establece un anticipo que puede o no ser reembolsado al arrendatario.

#### 4.3. COSTO DE CAPITAL PARA FONDOS PROPIOS

Se debe satisfacer "la esperanza" de los accionistas

- Y = utilidades
- D = dividendos
- Y-D = reinversión
- b = fracción de Y retenidas
- b (Yo) = utilidades retenidas en t<sub>0</sub>
- B<sub>0</sub> = valor en libros por acción
- r = tasa de rentabilidad

$$r = \frac{Y_0}{B_0} = \text{cte}$$

$$Y_t = (Y_0) (1 + rb)^t$$

$$K = \frac{D_0}{P_0} = r b$$

costo de capital retenido

o por otro método

$$K = \frac{Y}{P}$$

## 4.4. ARENDAMIENTO CONTRA PRESTAMO

La determinación del método más conveniente depende de los flujos de efectivos de cada uno de ellos, y de los costos de oportunidad de los fondos (pierden la oportunidad de invertir en otra parte)

Para ilustrar un método de análisis, compararemos arrendamiento con financiamiento a través de deuda, usando un ejemplo hipotético:

## a) Arrendamiento:

Supongamos que una empresa ha decidido adquirir un activo con un costo de 2 millones, con una vida económica y valor de salvamento nulo. El flujo neto efectivo después de descontar los gastos de operación pero antes de considerar la depreciación y los impuestos es calculado en 400,000 anuales. La empresa debe decidir entre financiar el activo por medio de arrendamiento o deuda.

El arrendador requiere que el costo del activo sea totalmente amortizado en 10 años y que su inversión tenga un rendimiento del 14%. Los pagos deberán hacerse anuales y por adelantado. El pago anual debe ser calculado por medio de la siguiente expresión

$$\$ 2,000,000 = x + x (P/A 14,9)$$

$$2,000,000 = x (1 + 4.857)$$

$$x = \$ 341 470$$

Si consideramos  $B = 42 \%$  impuestos

Fin de año	Flujo efect. antes de pagar (arrend. e imp.)	Flujo por pago de arrendam.	Ingreso suj. imp. A + B	Flujo por pago de imp. 0.42 C	Flujo desp. de imp. A + B + D
	A	B	C	D	E
0	400,000	-341,470	-341,470	143,417	-197,953
1-9		-341,470	58,630	-24,624	33,906
10	400,000		400,000	-168,000	232,000

## b) Préstamo

Si el activo es comprado supongamos que la empresa puede financiarlo por medio de un préstamo a largo plazo al 13%.

Los pagos del principal son considerados en 200,000 por año pagaderos al final de cada uno de los años venideros. Los pagos de intereses se efectuarán también a fin de año, y son sobre saldos insolutos. Bajo estas condiciones, el préstamo total se pagará en la forma que se muestra en la siguiente tabla:

CALENDARIZACION Y MAGNITUD DE LOS PAGOS

Final del año	Pago del principal 4	Saldo por pagar B	Pago por interes C	Pago total A + C = D
1	200,000	1,800,000	260,000	460,000
2	200,000	1,600,000	234,000	434,000
3	200,000	1,400,000	208,000	408,000
4				
5				
6				
7				
8				
9	200,000	200,000	52,000	252,000
10	200,000	-	26,000	226,000

Suponiendo que se usa el método de línea recta para depreciar el activo (tasa depr. 10%), el cargo de depreciación anual será de \$ 200,000.

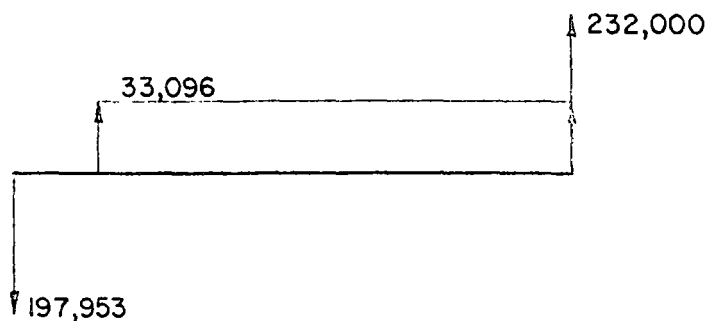
AÑO	FLUJO EFECT. ANTES DE DEPRECIACION E INTERES	DEPREC. + INTERESES	UTILIDAD ANTES DE IMPUESTO A + B	FLUJO POR IMPUESTO -0.42C	FLUJO EFEC.DEUDA + IMPUESTO B+D	FLUJO EFEC. DESPUES DE IMPUESTO A + E
	A	B	C	D	E	F
1	400,000	-460,000	- 60,000	+25,200	-434,800	- 34,800
2	400,000	-434,000	- 34,000	+14,280	-419,720	- 19,720
3		-408	- 8,000	+ 3,360	-404,640	- 4,640
4		382	+ 18,000	- 7,560	-389,560	+ 10,940
5		356	+ 41,000	-18,480	-374,480	+ 25,520
6		380	+ 70,000	-29,400	-359,400	+ 40,000
7		304	+ 96,000	-40,320	-344,320	+ 55,680
8		278	+122,000	-51,240	-329,240	+ 70,760
9		252	+148,000	-62,160	-314,160	+ 85,840
10		226	+174,000	-73,080	-299,080	+100,920

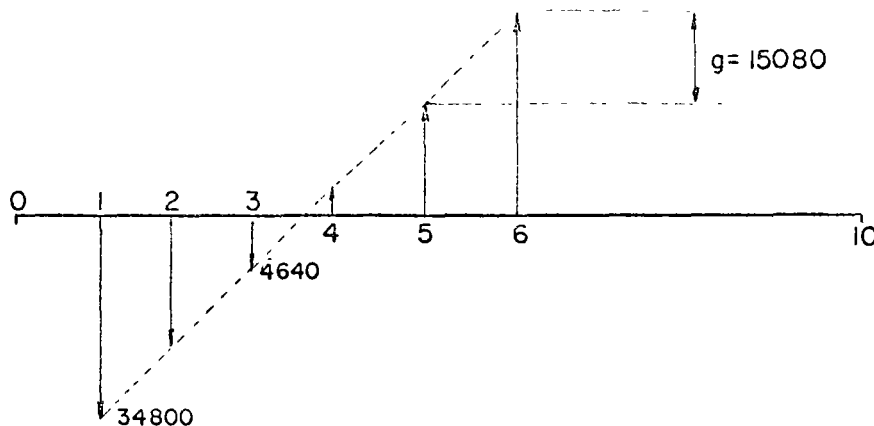
Supongamos que el costo de oportunidad de los fondos para una inversión de esta naturaleza es de 15% después de impuestos si usamos esta tasa para descontar los flujos efectivos después de impuestos tenemos

#### Arrendamiento

$$VP_{15\%} = 197\,953 + 33\,096 (P/A\ 15\% ()) + 232\,000 (P/F\ 15\%)$$

$$= 17331$$





$$\begin{aligned}
 VP_{15\%} &= \left[ 10440 (P/A, IS, 7) + 15080 (P/g 15\% 7) \right] (P/F 15\% 3) \\
 &\quad - 34800 (P/A 15\% 3) + 15080 (P/g 15\% 3) \\
 &= 81393
 \end{aligned}$$

De acuerdo con el análisis anterior, la empresa deberá financiar el activo por medio de deuda, ya que el valor presente de los flujos efectivos en préstamo son mayores que con arrendamiento.

Esta decisión de obtener un préstamo se apoya en la calendarización y magnitud de los flujos efectivos de las dos alternativas, y también en la tasa de descuento empleada (en este caso 15%). El valor de salvamento también afecta los flujos efectivos.

Particularmente en México en algunos casos la tasa de depreciación permitida a las empresas comerciales (arrendadoras por ejemplo), es mayor que la que se permite a las industriales. Por tal motivo la opción de compra para el arrendatario podría ser menor que el valor en libros que tendría el activo si fuera propiedad de la empresa.

Esto último favorecerá al plan de arrendamiento ya que la depreciación en caso de compra es menor para el mismo período.

## BIBLIOGRAFIA

1. S. Alatraste, Técnica de los Costos, Editorial Porrúa, México, D. F., 1966.
2. W.B. Lawrence, Contabilidad de Costos, UTEHA, México, D.F.
3. C. Gillespie, Accounting Systems, Procedures and Methods, Practice Hall. New York. (fifth printing, May 1955).
4. A. Prieto, Principios de Contabilidad, Editorial Banca y Comercio, México, D. F. 1953.
5. E.L. Grant y W. Grant Ireson, Principles of Engineering Economy, The Ronald Press Co. 5th. edition.
6. E.P. De Garmo, Introduction to Engineering Economy, The Mc. millan Co.
7. Ley del Impuesto sobre la Renta.
8. Decreto Presidencial publicado en el Diario Oficial del 20 de julio de 1972.
9. Seminario para Ejecutivos de Bancos de Fomento Industrial, México, D. F. (noviembre-diciembre de 1974).
10. R.S. Bangs, Financiamiento del Desarrollo Económico, Fondo de Cultura Económica.
11. Manual de proyectos de desarrollo económico, ONU.-CEPAL, 1958.
12. Manual de proyectos de inversión, CEMLA, 1971.
13. Pautas para la evaluación de proyectos, ONU, 1973.

## FINANCIAMIENTO DE PROYECTOS

---

	<u>Índice</u>	<u>Página</u>
1. Clasificación de Capital		1
1.1. Patrimonio		1
1.1.1. Capital Social		1
1.1.2. Reservas		1
1.2. Pasivos		2
1.2.1. Pasivos a largo y mediano plazo		2
1.2.2. Pasivos Circulantes		3
2. Principios Fundamentales de la capitalización de inversiones		3
2.1. Financiamiento de nuevos proyectos de Inversión -Estudio de un Caso-		4
2.2. Financiamiento de un proyecto de ampliación		11
2.2.1. Análisis Financiero		11
2.2.2. Nueva estructura de capital		16
3. Fuentes de Fondos		18
3.1. Fuentes Externas		18
3.1.1. Fuentes Nacionales		18
3.1.2. Fuentes Extranjeras		21
3.2. Fuentes Internas		22
4. Condiciones Crediticias		22
4.1. Períodos de gracia y de amortización		23
4.2. Intereses y Emolumentos		25
4.3. Garantías		25
4.4. Formas de desembolso de crédito		27
5. Proyección de flujo de efectivo y balance general planeado		27



---

## 1. Clasificación de Capital

Parece útil repasar la clasificación de capital antes de abordar los principios de como financiar una nueva inversión o una ampliación de una empresa. Deben conocerse primero las diferentes formas de capital antes de poder cumplir con la tarea práctica de financiar un gasto de capital.

### 1.1. Patrimonio

Este término se refiere a los fondos que pertenecen a los propietarios de una empresa. Se supone que estos fondos están a la disposición de la empresa durante toda la vida útil de la compañía. Participan en las utilidades y son el soporte del riesgo financiero de una empresa.

La responsabilidad administrativa y su participación en la administración es otra aportación importante de los propietarios. Si las aportaciones de los propietarios pueden distinguirse de acuerdo a la forma en que se acordaron originalmente, podemos clasificarlos en dos tipos:

#### 1.1.1. Capital Social

El capital social se paga por los propietarios cuando se forma la empresa o durante el período operacional al necesitarse nuevos fondos. Desde el punto de vista de la empresa, estos fondos vienen de afuera y no se derivan de las operaciones de la compañía.

El término capital social se refiere a cierta estructura legal que normalmente encontramos en empresas económicas, medianas o grandes. Si el capital no existe en forma de acciones, se emplea el término capital de propietarios.

#### 1.1.2. Reservas

También las reservas forman parte del patrimonio de una empre

---

sa. Normalmente no se han pagado en efectivo o no se han aportado u obtenido por contribuciones sino se generan por la misma empresa y se mantienen como parte de las utilidades no repartidas. Por lo tanto, a menudo, se denominan utilidades retenidas o acumuladas. Otro método de formar reservas es el de emitir nuevas acciones a un valor sobre-par. La diferencia entre el precio de emisión y el valor sobre-par se acredita a las reservas. Las disposiciones legales que rigen los posibles egresos de reservas acumuladas a los propietarios varían de un país al otro. Bajo circunstancias normales no se distribuyen las reservas y, por lo tanto, se supone que permanecen en la empresa durante un período ilimitado.

## 1.2. Pasivos

Los pasivos son aquellos fondos que una empresa ha pedido prestados, y que deben ser regresados al acreedor. No obstante que los términos y las condiciones varían considerablemente para diferentes tipos de pasivos, son disponibles por tiempo limitado. Esta limitación de la disponibilidad, o mejor dicho, la obligación de regresar el dinero prestado constituye la diferencia principal en comparación con el capital contable o patrimonio. Normalmente se requieren garantías para obtener créditos. Los acreedores reciben una tasa de interés acordada y además, bajo circunstancias normales, no influyen en la administración cotidiana.

### 1.2.1. Pasivos a Largo y a Mediano Plazo

Normalmente se clasifican los pasivos de acuerdo con su plazo de vencimiento. Los pasivos a largo y a mediano plazo son deudas con vencimiento a más de un año; su plazo puede ser mayor a 10 años o hasta 20 años. Algunos ejemplos de pasivo a largo plazo son las obligaciones, las hipotecas, algunos prés

---

tamos bancarios, los préstamos de bancos de fomento y de instituciones similares. Los créditos a mediano plazo con un vencimiento de hasta cinco años son extendidos, por ejemplo, por proveedores de maquinaria.

### 1.2.2. Pasivos Circulantes

Todas las deudas pagaderas en un año se denominan pasivos circulantes ó pasivos a corto plazo. Se generan por las transacciones normales de una compañía y, a menudo, el acreedor los concede sin un acuerdo crediticio formal, como por ejemplo, en caso de todos los créditos de proveedores de materias primas.

Los sobregiros bancarios que originalmente requieren de un contrato, constituyen pasivos circulantes, no obstante que a menudo son recurrentes, y por lo tanto, se prolonga su vencimiento. En esta categoría, entran también los anticipos de clientes a cuenta de pedidos, créditos fiscales, cuentas por pagar o letras y cuentas varias por pagar.

## 2. Principios Fundamentales de la Capitalización de inversiones

La tarea básica que enfrentan los bancos de fomento es la provisión de capital para una inversión que ha sido aprobada en base a una solicitud de crédito o a un estudio de factibilidad. El problema es la capitalización adecuada de los activos que se resuelve mediante la elaboración de una estructura de capital apropiada. La antigua "regla áurea" del financiamiento, es empleada de la siguiente forma:

Para el activo fijo, se requieren fondos a largo plazo, porque se amortizan a largo plazo, mientras que el activo circulante puede financiarse mediante fondos circulantes a corto plazo.

---

Este enfoque relaciona la estructura del activo con la estructura de capital.

La relación entre capital social y pasivos se rige por una necesidad óptima de obtener:

- la estabilidad financiera
- la liquidez
- la rentabilidad

Estabilidad significa la capacidad de una estructura financiera de absorber los altibajos de una empresa en operación. El monto del capital social proporciona la elasticidad para cubrir pérdidas sin poner en peligro el pago regular de deudas. Esta capacidad de pago se llama liquidez. Una gran liquidez puede ser muy deseable desde el punto de vista del acreedor, pero tiene un efecto adverso sobre la rentabilidad. Para aumentar la liquidez hay que aumentar en mayor grado el capital social, lo que reduce proporcionalmente las utilidades; en otras palabras, con el mismo monto de utilidades hay que cubrir un capital social mayor.

Por lo tanto, los propietarios posiblemente prefieren mantener una relación más alta entre pasivos y capital social aunque se sacrifique la liquidez.

El siguiente caso ilustrará como se emplean estos principios fundamentales de capitalización.

## 2.1. Financiamiento de Nuevos Proyectos de Inversión

### - Estudio de un Caso -

Pasos que deben tomarse en cuenta:

1. Clasificación en activo fijo y activo circulante en base a datos obtenidos de la estimación de la inversión - clasificada en moneda nacional y moneda extranjera.
2. Determinación de montos requeridos.

3. Tipo de capital requerido para los diferentes grupos de activos, Capitalización ideal.
4. Relación de Capital Social a Pasivo, su significado, su dimensión.
5. Fuentes y empleo de fondos.

Estudio de un CasoInversión de un Molino de Aceite de Cacahuates en Arrica

	Total	Moneda Extranjera	Moneda Nacional
Terreno	94	-	94
Edificio	4,700	4,662	38
Maquinaria, Equipo	5,359	5,277	82
Equipo de Transporte	205	205	-
	<u>10,358</u>	<u>10,144</u>	<u>214</u>
Ingeniería, Concurso o Licitación	100	100	-
Supervisión de la Construcción	180	180	-
Formación de la Compañía	20	-	20
Gastos de Organización	300	280	20
Contingencias (10%)	1,042	1,026	16
<u>Total de Activo Fijo</u>	<u>11,700</u>	<u>11,450</u>	<u>250</u>
Materia prima (cacahuates)	8,592	-	8,592
Materiales Auxiliares, Repuestos.	619	500	69
Deudores	4,024	-	4,024
Caja y Bancos	65	-	65
<u>Total de Activo Circulante</u>	<u>13,300</u>	<u>550</u>	<u>12,750</u>
<u>Total del Activo</u>	<u>25,000</u>	<u>12,000</u>	<u>13,000</u>

FINANCIAMIENTO DE PROYECTOS

6.

Alternativa I

	Total	Moneda Extranjera	Moneda Nacional
Capital requerido a largo plazo	11,700	11,450	250
Capital Circulante requerido	13,300	550	12,750
	25,000	12,000	13,000
Relación del Capital Social/Pasivo supuesto de 25 : 75			
(capital social, 45% extranjero, 55% nacional)	6,250	2,812	3,438
Pasivos	18,750	9,188	9,562
Total	25,000	12,000	13,000
Créditos negociados:			
Crédito bancario para financiamiento de			
Existencias de Materia prima	8,500	-	8,500
Descuento de Documentos 75%	(3,000)		(3,000)
Monto de Crédito Actual	1,062		1,062
Préstamo en divisas para financiar			
80% de la Importación del Activo Fijo	9,188	9,188	
	18,750	9,188	9,562

FINANCIAMIENTO DE PROYECTOS

Alternative I

Fuentes y Uso del Total de Fondos

	Terreno Edificios	Maquina ria Equipo	Gastos preli- minares	Activo Circu- lante	Total
Capital Social	1,175	1,220	117	3,738	6,250
Préstamo a lar- go plazo	4,100	4,900	188	-	9,188
Crédito sobre Materia Prima	-	-	-	8,500	8,500
Descuento de do- cumentos	-	-	-	1,062	1,062
Total	5,275	6,120	305	13,300	25,000

Fuentes y Uso de Fondos en Divisas

	Terreno Edificios	Maquina ria Equipo	Gastos preli- minares	Activo Circu- lante	Total
Capital Social	1,030	1,140	92	550	2,812
Préstamo a lar- go plazo	4,100	4,900	188	-	9,188
Total	5,130	6,040	280	550	12,000

Fuentes y Uso de Fondos en Moneda Nacional

	Terreno Edificios	Maquina ria Equipo	Gastos preli- minares	Activo Circu- lante	Total
Capital Social	145	80	25	3,188	3,438
Créditos sobre Materia Prima	-	-	-	8,500	8,500
Descuento de do cumentos	-	-	-	1,062	1,062
Total	145	80	25	12,750	13,000

Alternativa II

Supuestos: La adquisición de materia prima y su almacenaje se delegan a otra compañía. El financiamiento para estos fines se efectúa mediante créditos bancarios disponibles. De esta manera se eliminan las existencias de materia prima del activo circulante.



## FINANCIAMIENTO DE PROYECTOS

9.

	Total	en moneda extranjera	en moneda nacional
Capital requerido a largo plazo	11,700	11,450	250
Capital circulante requerido	4,700	550	4,150
	16,400	12,000	4,400
Relación de Capital Social a Pasivo supuesto de 25 : 75			
Capital Social (65% extranje- ro, 35% nacional)	4,100	2,665	1,435
Pasivo	12,300	9,335	2,965
	16,400	12,000	4,400
Créditos negociados:			
Préstamo en Divisas para financiar			
80% de Importación de Acti- vo Fijo	9,188	9,188	-
Descuento de Documentos 75%	(3,000)	-	(3,000)
Monto real de crédito	2,965	-	2,965
Sobregiro bancario negociado	( 200)	( 200)	-
Monto total	147	147	-
	12,300	9,335	2,965

## FINANCIAMIENTO DE PROYECTOS

10.

Alternativa IIFuentes y Uso del Total de Fondos

	Terreno, Edificios	Maquina- ria Equipo	Gastos preli- minares	Activo Circu- lante	Total
Capital Social	1,175	1,220	117	1,588	4,100
Préstamo a largo plazo	4,100	4,900	188	-	9,188
Descuentos de do- cumentos	-	-	-	2,965	2,965
Sobregiro Banca- rio	-	-	-	147	147
Total	5,275	6,120	305	4,700	16,400

Fuentes y Uso de Fondos Extranjeros

	Terreno, Edificios	Maquina- ria Equipo	Gastos preli- minares	Activo Circu- lante	Total
Capital Social	1,030	1,140	92	403	2,665
Préstamo a largo plazo	4,100	4,900	188	-	9,188
Sobregiro banca- rio	-	-	-	147	147
Total	5,130	6,040	280	550	12,000

Fuentes y Uso de Fondos Locales

	Terreno, Edificios	Maquina ria Equipo	Gastos preli- minares	Activo Circu- lante	Total
Capital Social	145	80	25	1,185	1,435
Descuento de do- cumentos	-	-	-	2,965	2,965
Total	145	80	25	4,150	4,400

2.2. Financiamiento de un Proyecto de Ampliación

No obstante que los principios de capitalización de programas de ampliación son los mismos como los que hemos señalado en el estudio del caso anterior, el enfoque de investigación y proyección varía ligeramente. El término ampliación se refiere a una empresa ya establecida, que está en operación y por lo tanto, usa capital para sus operaciones. Este capital se suplementa con fondos adicionales. Antes de considerar la estructura y composición de los fondos adicionales, debe analizarse la estructura del capital existente. En primer lugar, cualquier inversionista potencial o acreedor desea saber si además del riesgo involucrado en el nuevo proyecto existe otro que podría devengarse del pasivo existente. En segundo lugar, desea saber si la estructura existente determinará la forma y las fuentes del nuevo financiamiento. Por lo tanto, empezaremos cubriendo algunos aspectos del análisis financiero.

2.2.1. Análisis Financiero

Hay dos enfoques básicos del análisis financiero:

- el análisis de razones y proporciones financieras
- el análisis del flujo de fondos

El primer método, que discutiremos, es un enfoque estático porque relaciona diferentes rubros del balance general y del estado de ingresos para una fecha determinada en que se efectúa la evaluación que, a menudo, coincide con la fecha de cierre de cuentas (aun cuando estas razones se calculan para una serie de fechas consecutivas), por otra parte, el análisis del flujo de fondos es dinámico y se tratará conjuntamente con las Proyecciones de Flujo de Efectivo.

De gran número de razones financieras escogimos las que se emplean con mayor frecuencia.

#### Análisis del Capital de Trabajo (Razones y Proporciones)

Se dispone de varias razones para analizar e interpretar la situación actual financiera de una empresa.

Relación del circulante:  $\frac{\text{Activo Circulante}}{\text{Pasivo Circulante}}$  ; por ejemplo,

$$\frac{200,000}{100,000} = 2.0 \text{ ó } 200\%$$

El activo circulante consiste de: efectivo en caja y bancos, cuentas por cobrar, existencias y otros, mientras que el pasivo circulante incluye: cuentas con los proveedores, documentos por pagar, etc. Si la relación del circulante es mayor a 1, es decir, el activo circulante excede el pasivo circulante, se supone que la empresa puede hacer frente a su pasivo circulante. Desde el punto de vista del acreedor, mientras mayor sea esta relación, mejor. Una alta relación del circulante también indica hasta que grado pueden extenderse los créditos a corto plazo a la compañía.

$$\text{Liquidez} = \frac{\text{Activo Realizable}}{\text{Pasivo Circulante}} ; \text{ por ejemplo}$$

$$\frac{110,000}{100,000} = 1.1 \text{ ó } 110\%$$

El activo realizable se compone del efectivo en caja y bancos, y cuentas por cobrar; o sea el activo circulante sin las existencias.

Esta relación es más significativa que la relación del circulante, puesto que considera solamente activos realizables. Mientras que la relación del circulante considera las existencias que pueden requerir de más tiempo para convertirlas en efectivo; además, no hay seguridad de poder disponer de este dinero en el momento en que deben pagarse las deudas a corto plazo.

Normalmente se considera que una empresa con una relación de activo realizable a pasivo circulante mayor a 1, dispone de una liquidez satisfactoria.

Ambas relaciones, la del circulante y la de liquidez, son importantes para los futuros acreedores, porque no se proporcionan fondos a una empresa, si ésta no dispone de un margen razonable para cubrir su actual pasivo circulante.

Las relaciones que determinan la rotación del activo circulante sirven de instrumento para evaluar la eficacia de la administración y para afinar el análisis de liquidez.

$$\text{Rotación de Cuentas por Cobrar} = \frac{\text{Ventas}}{\text{Promedio de Cuentas p/Cobrar}} ;$$

$$\text{por ejemplo: } \frac{300,000}{60,000} = 5 \text{ veces, ó } \frac{360}{5} = \underline{72 \text{ días}}$$

$$\underline{\text{Rotación de Inventarios}} = \frac{\text{Costo de Fabricación}}{\text{Inventario Promedio}}, \text{ por ejemplo}$$

$$\frac{270,000}{90,000} = 3 \text{ veces, } \text{ó} \frac{360}{3} = \underline{120 \text{ días}}$$

La rotación de cuentas por cobrar se compara con las condiciones de crédito que la empresa proporciona a su clientela. Si el plazo de pago es de 2 meses (ó 60 días) y la rotación real es de 72 días, la situación de cobranza es satisfactoria. La rotación de los inventarios debe relacionarse con la duración del proceso de producción y la composición de los productos, que podría originar un alto volumen de existencias. Esta es una relación muy importante para todas las actividades comerciales, puesto que indica la eficiencia con la que se usa el capital atado en inventarios.

Relaciones similares pueden calcularse y analizarse para el activo fijo y el total del activo de operación.

Para programas de financiamiento de ampliaciones, el análisis de las condiciones financieras a largo plazo de una empresa ocupa un lugar más importante aún, puesto que la ampliación de la capacidad productiva, en general requiere de más fondos a largo plazo que a corto plazo.

La autonomía financiera de una empresa se mide mediante varias relaciones. Las más comunes son las siguientes:

$$(A): \frac{\text{Capital Social}}{\text{Activo Total}} = \text{por ejemplo } \frac{120,000}{300,000} = 0.4 \text{ ó } \underline{40\%}$$

$$(B): \frac{\text{Pasivo}}{\text{Activo Total}} = \text{por ejemplo } \frac{180,000}{300,000} = 0.6 \text{ ó } \underline{60\%}$$

y en forma de una combinación

$$\text{Razón de Capital Social a Pasivo} = (A) : (B) = 40 : 60$$

La relación de Capital Social a Pasivo refleja tanto el margen de protección de los acreedores como su influencia en la política empresarial. Debido a la retención de ganancias esta relación tiende a aumentar durante la vida de una empresa.

Por lo tanto, debería esperarse una alta relación de capital social a pasivo, en una empresa bien establecida, siendo mayor el capital social que el pasivo circulante y que el pasivo a largo plazo. Sin embargo, para una nueva empresa a esta blecerse puede ser suficiente una relación relativamente pequeña de capital social si está apoyada por una sólida proyec ción de flujo de efectivo

Inmovilización del Capital:  $\frac{\text{Capital Permanente}}{\text{Activo Fijo}}$ , por ejemplo

$$\frac{200,000}{100,000} = 2.0 \text{ ó } \underline{200\%}$$

El capital permanente que se compone del capital social y del pasivo a largo plazo cubre el activo fijo dos veces.

Para financiar activo fijo permanente, no se utiliza permanen temente el pasivo circulante (de corto plazo).

$$\frac{\text{Activo Fijo}}{\text{Pasivo a largo plazo}}; \text{ por ejemplo } \frac{100,000}{80,000} = 1.25 \text{ ó } \underline{125\%}$$

Esta relación indica, en cierta medida, la seguridad que tendrán los acreedores de fondos a largo plazo, especialmente cuando este activo fijo se usa como garantía colateral para ciertas deudas, por ejemplo, obligaciones. Además, es una me dición del grado en que pueden obtenerse fondos adicionales a largo plazo usando el activo fijo existente como garantía.

En base a las relaciones antes citadas, un experto de análisis financieros calificaría la posición financiera de la empres a (objeto de nuestro ejemplo) como satisfactoria, las fechas de los cierres de los estados financieros no se desvían consi derablemente de los anteriores. Al valorizar estas cifras en relación a un programa de ampliación propuesto, no son de esper arse efectos negativos de la presente estructura financiera.

2.2.2. Nueva Estructura de Capital

La entrada de nuevos fondos para financiar una ampliación en una empresa ya existente, cambia la estructura del capital. Es necesario diseñar de antemano esta nueva estructura, antes de empezar con las negociaciones crediticias para obtener pautas para estas negociaciones. El tipo de fuentes de capital que se pueden buscar dependen del tipo de capital requerido. El balance antes de la ampliación es el siguiente:

<u>Activo:</u>		<u>Capital:</u>	
Activo Fijo	100,000	Capital Social	120,000
Activo Circulante		Préstamos	80,000
Inventarios	90,000	Pasivo Circulante	<u>100,000</u>
Cuenta por Cobrar	60,000		
Efectivo en Caja y Bancos	50,000		
	<u>200,000</u>		
			<u>300,000</u>
			<u>300,000</u>

La ampliación involucrará una inversión en maquinaria de 50,000 y un aumento del activo circulante de 30,000 (inventarios 20,000 y cuentas por cobrar 10,000). Los accionistas están dispuestos a contribuir con 10,000 en efectivo contra la emisión de nuevas acciones pero restan 70,000 que deben ser financiados.

El dinero disponible en efectivo y cuentas bancarias de 50,000 en total es relativamente alto (15% del activo total). Para no empeorar la relación de liquidez, se usarán sólo 10,000 en efectivo para financiar el aumento de cuentas por cobrar. La mitad de los inventarios pueden financiarse mediante un aumento en las cuentas por pagar o sea, se ha calculado que el tiempo requerido para la rotación de estas nuevas existencias es el doble del plazo de pago extendido por los proveedores de materia prima.



Si se deducen los fondos previstos hasta ahora, del total de fondos requeridos, las cifras son las siguientes:

Inversión Total		80,000
Ampliación de capital	10,000	
Reducción en efectivo	10,000	
Aumento de pasivo	10,000	30,000
		<u>50,000</u>

Por consiguiente, la suma de 50,000 debe proveerse en forma de un crédito a largo plazo. Suponiendo que puede obtenerse, la nueva estructura financiera sería la siguiente:

<u>Activo:</u>		<u>Capital:</u>	
Activo Fijo	150,000	Capital Social	130,000
Activo Circulante:		Préstamos	130,000
Inventarios:	110,000	Pasivo Circulan	110,000
Cuentas por Cobrar	70,000	te	
Cuentas Bancarias, efectivo	40,000		
	220,000		
	<u>370,000</u>		<u>370,000</u>

Relaciones:

Relación del Circulante:  $\frac{220,000}{110,000} = 2.0$ , sin cambios

Relación de la Liquidez:  $\frac{110,000}{110,000} = 1.0$ , 10% menor

Relación de Capital Social a Pasivo: 35:65, ligeramente menor

Inmovilización del Capital:  $\frac{260,000}{150,000} = 1.73$ , ligeramente menor.

---

$$\frac{\text{Activo Fijo}}{\text{Pasivo a Largo Plazo}} = \frac{150,000}{130,000} = 1.15, \text{ ligeramente menor}$$

De acuerdo con este análisis de relaciones, la nueva estructura financiera propuesta, es viable. La disminución de 4 de las 5 relaciones no debería constituir ningún obstáculo para la nueva estructura, puesto que estos cambios son insignificantes. Sin embargo, si los antiguos acreedores de la empresa no estuvieran de acuerdo con esta capitalización, que requiere un nuevo préstamo de 50,000, se necesitaría una mayor aportación de capital por parte de los accionistas. Para mantener las relaciones financieras al nivel anterior, se requiere una suma adicional de 30,000 en capital social.

### 3. Fuentes de Fondos

#### 3.1. Fuentes Externas

El término de fuentes externas está definido desde el punto de vista de la empresa. Todos los fondos originados en el exterior se llaman fondos externos, mientras que el capital generado dentro de la misma empresa proviene de fuentes internas. Puesto que todos los nuevos proyectos y también muchos programas importantes de ampliación se basan en fuentes externas, comenzaremos con la descripción de estas fuentes.

##### 3.1.1. Fuentes Nacionales

A menudo, el capital social se obtiene mediante la emisión de acciones, por lo menos en grandes empresas. Un mercado de capital organizado en forma de una bolsa de valores donde se negocian las acciones no existe todavía en todos los países en vías de desarrollo, o es todavía raquítico. Por lo tanto, las nuevas emisiones deben colocarse a través de otros canales. Si los promotores de un nuevo proyecto no disponen de los contactos necesarios para movilizar directamente los aho-

---

rros privados, establecerán contactos con instituciones como los bancos de inversión, o compañías de seguros para obtener el capital. Estas instituciones podrían invertir directamente si el proyecto se encuentra dentro de sus especialidades y si además está permitido en sus estatutos asegurar (garantizar) la emisión de acciones y hacer contactos correspondientes.

Sin embargo, las inversiones en proyectos industriales mayores con participación de capital de riesgo, por lo general no forman parte de las transacciones comunes de bancos privados. Por lo tanto, en varios países se han creado las instituciones estatales o para-estatales como agencias de fomento o bancos de inversión para proporcionar o suplir el capital de riesgo. En términos generales, parece más difícil financiar el capital social mediante fondos nacionales, que obtener fondos nacionales en forma de préstamos.

Normalmente institutos de inversión o bancos comerciales proporcionan facilidades de préstamo y sobregiro. Las grandes empresas no extienden créditos personales. Debido a que el sistema bancario varía en los diferentes países, no puede establecerse una regla general para saber el tipo de crédito que extiende cada instituto. Los bancos comerciales otorgan generalmente créditos a corto plazo, normalmente en forma de facilidades de sobregiro en cuentas corrientes que pueden renovarse en caso necesario. Los préstamos a largo plazo se obtienen de institutos especializados. A veces también ofrecen garantías de préstamos, que permiten al prestatario obtener fondos de fuentes que no le prestarían el dinero sin este tipo de garantía.

Una fuente de fondos importante, especialmente en el comercio mayorista y detallista, son los créditos de proveedores de material y mercancía. Estos créditos se extienden de manera informal sin contratos. Es aceptable incluirlos en una proyec-

---

ción financiera, puesto que puede esperarse que los proveedores los otorguen, inclusive para nuevas empresas. En economías con un sistema de mayoreo bien desarrollado, estos créditos se emplean a menudo como instrumento para competir con otras empresas.

Los créditos de proveedores de maquinaria se otorgan en una base más formal y en algunos casos se extienden en forma de préstamos a largo plazo.

Por último, se tratarán dos métodos de financiamiento que se han desarrollado en el transcurso de los últimos 20 años. El arrendamiento de edificios, maquinaria y equipo de oficina, que permite a las empresas usar estos activos sin financiar esta inversión. Su pago mensual a las compañías arrendadoras incluye el costo de interés, de depreciación, etc. Este método se emplea tanto para activos fijos de nuevas empresas (principalmente para edificios y maquinaria) como para empresas en operación. Puesto que el arrendamiento no requiere fondos de capital, este método mejora la estructura financiera y en algunos casos, constituye la única forma de emplear activos adicionales, cuando se ha agotado la capacidad de obtención de créditos.

El descuento de documentos tiene un efecto similar al del sistema de arrendamiento, puesto que se financian actividades sin la inversión de fondos de capital. Los bancos compran los documentos de cuentas por cobrar contra un descuento que cubre el gasto del cobro y el riesgo comercial, si es que está incluido en el contrato de descuento. Por lo tanto, el vendedor de estas cuentas por cobrar no necesita financiarlas y ahorra capital de trabajo. Esto conduce a una mejora de las relaciones financieras. Otro método aún más adelantado es la venta de existencias de productos terminados vendibles a instituciones financieras en el momento de recibir pedidos de los clientes. Mediante este método, que está relacionado con des-

---

cuento de documentos, se financian las existencias desde el momento en que salen de la línea de producción hasta entregarse a los clientes.

### 3.1.2. Fuentes Extranjeras

Tanto para el capital social como para los préstamos se recurre a fuentes extranjeras de financiamiento. "Joint Ventures" entre nacionales y extranjeros reciben parte de su aportación de capital social del extranjero. En algunos casos es este capital extranjero se acepta únicamente en forma de paquete junto con la tecnología esencial o con un préstamo importante. En otros casos esta aportación inicia el proyecto y atrae a los co-inversores nacionales. En la mayoría de los casos, está sujeto a disposiciones legales especiales. En los países en vías de desarrollo el capital prestado de fuentes extranjeras es más importante que el capital social. Hay dos fuentes principales: acreedores del sector privado y del sector público. Las fuentes privadas de capital a largo plazo son los bancos extranjeros y los proveedores de equipo, que con frecuencia cooperan con bancos o instituciones especializadas en el financiamiento de exportaciones. Las fuentes públicas administran los fondos para el desarrollo, provenientes de países extranjeros, tanto a nivel nacional como internacional, y proporcionan préstamos bajo condiciones normales y préstamos blandos. Se concentran en proyectos donde no pueden obtenerse fondos - o se encuentran muy limitados en los sectores privados.

Normalmente se obtiene el capital de fuentes extranjeras en moneda extranjera. En un gran número de países, las disposiciones legales estipulan que los fondos se extiendan en divisas. Esto se debe a que muchos países en vías de desarrollo todavía tienen una gran necesidad de divisas para pagar impor

---

taciones esenciales de materias primas y maquinaria. Capital extranjero puede contribuir a cubrir la necesidad pero no debería juzgarse únicamente desde este punto de vista. Si la entrada de divisas realmente constituye un beneficio para el país, puede verse mediante un análisis de su impacto en la balanza de pagos que se cubrió en una conferencia anterior.

### 3.2. Fuentes Internas

Los fondos internos - por su definición - se generan dentro de la empresa. Se originan en forma de beneficios (fondos "reales") y en forma de depreciaciones ganadas (fondos "irreales") y constituyen el flujo de efectivo neto durante un período. Estos fondos pueden invertirse dentro ó fuera de la empresa.

Sin embargo, en la práctica, por lo menos parte de la utilidad se distribuye en forma de dividendos y otra parte puede retenerse en forma de utilidades acumuladas. En la primera instancia, se supone que las depreciaciones se reinvierten para mantener la capacidad productiva. Sólo bajo circunstancias excepcionales, están disponibles para inversiones en nuevos proyectos.

Por otro lado, las utilidades se usan para programas de ampliación de la misma empresa o pueden destinarse al aumento del capital para una nueva empresa. Esta fuente de financiamiento es muy importante para la mayoría de los países en vías de desarrollo donde la formación de capital en forma de ahorros privados es todavía insignificante.

### 4. Condiciones Crediticias

Las condiciones de préstamos varían extremadamente y fluctúan de acuerdo con el desarrollo del mercado de capital y el suministro mundial de capital. No intentamos ni podemos dar

---

una presentación completa de todas las posibilidades, pero quisiéramos explicar el impacto que tienen las condiciones crediticias en un proyecto de inversión.

#### 4.1. Períodos de Gracia y de Amortización

Las condiciones de préstamos a largo plazo pueden permitir diferir los pagos durante los primeros años. Este período, cuando se pagan únicamente los intereses, se denomina período de gracia. Su plazo varía entre 1 y 3 años para préstamos comerciales y hasta 10 años para préstamos blandos.

Un período de gracia permite que arranque un nuevo proyecto y que alcance su plena eficacia sin la carga de un fuerte pago de amortización de capital. Durante este tiempo se provee un margen para cubrir gastos o pérdidas imprevistas. En términos generales, un período de gracia mejora o mantiene la liquidez durante los años decisivos de operación. Después del período de gracia empieza el período de amortización cuando se paga el monto principal del préstamo. Este período puede cubrir de 3 a 50 años, dependiendo de la fuente del préstamo y las posibilidades de refinanciamiento. Mientras mayor sea el período de amortización, más bajo debe calcularse la relación de capital social a pasivo. Esto se debe a que la carga y el riesgo del pago se extienden por un período largo y permiten una amortización más lenta de la inversión. Hay dos formas principales de pago:

- plazos fijos, pagaderos anualmente o semestralmente
- anualidades que incluyen un interés fijo en sus pagos a plazos, que también se pagan en base anual o semestral.

Desde el punto de vista del deudor, las anualidades son preferibles a los pagos fijos a plazos, puesto que los montos pagaderos durante los primeros años son comparativamente más bajos, como se ve en el siguiente cuadro:

Préstamo: 100,000, interés: 7% p.a., período de pago:  
10 años,

Condiciones: A: plazos fijos más intereses  
B: 10 anualidades

	A			B
	Plazos Fijos	Interés	Total	Total
1 año	10,000	7,000	17,000	14,238
2 año	10,000	6,300	16,300	14,238
3 año	10,000	5,600	15,600	14,238
4 año	10,000	4,900	14,900	14,238
5 año	10,000	4,200	14,200	14,238
6 año	10,000	3,500	13,500	14,238
7 año	10,000	2,800	12,800	14,238
8 año	10,000	2,100	12,100	14,238
9 año	10,000	1,400	11,400	14,238
10 año	10,000	700	10,700	14,238
	100,000	38,500	138,500	142,380
				(Interés: 42,380)

El cuadro también muestra que el total de cargos de interés son mayores cuando el préstamo se paga en forma de anualidades. Esto se debe a que la suma principal disminuye con más lentitud. (Durante los primeros años, la participación de interés es mayor que la participación de pago).

Los períodos de gracia y de amortización así como la forma de coordinarse con el interés, se determina con mayor precisión mediante una proyección de flujo de efectivo que permite un ajuste de salida de efectivo a entrada de efectivo. Esta proyección de flujo de efectivo, junto con el análisis de ren



---

tabilidad, constituyen el instrumento principal para las negociaciones con inversionistas y futuros acreedores.

#### 4.2. Intereses y Emolumentos

Normalmente se otorgan los préstamos a largo plazo en una tasa de interés fijo que permanece constante durante todo el período del crédito. La tasa de interés depende de la fuente, ó sea, si el préstamo se obtiene de un acreedor comercial o de fondos públicos en forma de un préstamo de fomento. Préstamos blandos son libres de intereses y sólo se les impone algún tipo de comisión. Las tasas para sobregiros bancarios dependen, en general, de la tasa actual del país y fluctúan de acuerdo con esta. Si se extienden préstamos a largo plazo en base a un crédito revolvente su tasa de interés también fluctúa.

Las comisiones de apertura se cobran por el período entre la conclusión de un acuerdo de préstamo y su desembolso, ó sea durante el tiempo en que el banco prestamista está obligado a pagar. A veces también se emplean cuotas de reservación además de las comisiones de apertura y se cobran en su totalidad. Es muy común pagar por gastos administrativos para préstamos libres de intereses y en estos casos se trata únicamente de una suma nominal.

#### 4.3 Garantías

Las instituciones crediticias como bancos de fomento suelen poner mucho énfasis en garantías para los préstamos que otorgan a sus clientes. Debe hacerse hincapié, en que la mejor garantía de una empresa es su rentabilidad y por lo tanto, es en el interés del acreedor ayudar al prestatario a mantener su capacidad para generar ingresos. Garantías cubren riesgos imprevistos, ya que si estos riesgos pudieran anticiparse, el préstamo probablemente no se otorgaría.

---

Hay muchas posibilidades de extender una garantía por un préstamo. Un método empleado con gran frecuencia es el de usar los bienes adquiridos mediante el préstamo como colateral, por ejemplo, la maquinaria como garantía del crédito extendido por el proveedor, la hipoteca del edificio, las existencias y las cuentas por cobrar para cubrir un sobregiro bancario. Esta distribución de garantías es ventajosa cuando se trata de un consorcio de diferentes acreedores. En la mayoría de los casos, los terrenos son preferibles a otras garantías en forma de activos, debido a que no están sujetas al desgaste, aún cuando, al tratarse del financiamiento de programas de ampliación, podría resultar difícil liquidarlas. Cuando los acuerdos de préstamo en vigor incluyen todos los activos existentes y futuros como garantías, la cuestión de garantías requeridas posteriormente puede convertirse en un verdadero problema.

Las negociaciones entre los acreedores pueden llevar a un acuerdo común involucrando tanto el nuevo préstamo como el nuevo activo.

Cuando el préstamo se otorga por una fuente extranjera, los acreedores, a menudo, exigen una Garantía Gubernamental, en adición a las garantías comerciales para cubrir riesgos políticos y de transferencia de divisas. Estos riesgos también pueden cubrirse por un seguro extendido por una compañía de seguros de créditos que operan en muchos países industrializados. Estas aseguradoras a su vez requieren una garantía gubernamental o de un banco nacional para cubrir el riesgo comercial.

Desde el punto de vista de un banco de fomento, la política de garantías puede influir considerablemente en el fomento de ciertos sectores de la economía. Si la política es muy estricta sólo tramitan algunos proyectos. Los fondos entonces se canalizarán a las empresas más o menos bien establecidas

---

con una alta línea de crédito. Un enfoque más generoso de la cuestión de garantías - que siempre toma en cuenta la rentabilidad estimada de un proyecto - abre las posibilidades para nuevas empresas y puede ayudar a acelerar el desarrollo integral del país.

#### 4.4. Formas de desembolso de Crédito

Las consideraciones acerca de las garantías llevan cierta relación con los métodos de desembolso empleados por las instituciones financieras. Estos procedimientos están diseñados de tal manera que evitan el abuso de los fondos por el prestatario para fines que no se acordaron. Por esta razón, los bancos prefieren efectuar el pago directamente al proveedor de mercancía contra la presentación de los documentos. Pagos interim están relacionados con el progreso de obras que debe ser verificado por un experto independiente. En términos generales, rara vez, se efectúan pagos en efectivo al prestatario y sólo se otorgan a clientes muy conocidos.

Si un préstamo se efectúa en forma de plazos, el prestatario debe notificar al acreedor con anticipación para que éste pueda efectuar el pago y para tener los fondos disponibles.

#### 5. Proyección de Flujo de Efectivo y Balance General Planeado

##### Pasos para Proyectar el Flujo de Efectivo

1. Se traspasan los gastos de inversión (activo fijo y circulante) y capital (acciones y préstamos) del balance de apertura proyectado a la columna del año cero, el superávit de efectivo se acredita a la cuenta bancaria.
2. Se calculan los ingresos de ventas y las entradas por descuento de documentos.

- 
3. Se traspasan los ingresos de operación (de ventas) y los gastos de operación del estado de pérdidas y ganancias proyectado, a las columnas para los años 1 a 15.
  4. Se suponen las siguientes condiciones para préstamos a largo plazo:  
7% de interés, 2 años de período de gracia, 8 años de amortización, pagos anuales en forma de anualidades.
  5. Se calcula el interés y los pagos a plazos para los años 1 a 8.
  6. Se calculan las utilidades antes del pago de impuestos sobre la renta tomando en cuenta la depreciación, el interés y los impuestos sobre ingresos mercantiles.
  7. Se calcula el impuesto sobre la renta y la utilidad neta (el impuesto predial se traspasa del estado de pérdidas y ganancias proyectado); deben tomarse en cuenta 5 años exentos del pago de impuestos.
  8. Se traspasan los gastos de impuestos a las columnas para los años 6 a 15 de la proyección de egresos.
  9. Se supone que los pagos de dividendos en relación a las utilidades netas y de acuerdo con la situación de efectivo; se incorpora en la proyección de salida de efectivo.
  10. Se calcula el superávit o déficit de efectivo para cada período y se calcula el balance de efectivo acumulado.
  11. Se analiza la factibilidad del financiamiento propuesto.

Proyección de Flujo en Efectivo

Año	0	50%	66,7%	100%	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
<u>Entrada de efectivo</u>																
1 Capital Social	4,100	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2 Préstamo a largo plazo	9,188	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
3 Descuento de Documentos (máx. 75%)	-	1,507	501	1,005	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	/.1,000	/.1,000
4 Aumento Ventas (2,3 Ventas del Ejercicio)	-	4,026	5,367	8,053	8,053	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073
4a Ventas (1,2 Ventas del Ejercicio anterior)	-	-	2,010	2,679	4,020	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5 TOTAL (1-4a)=5	13,288	5,533	7,878	11,737	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	12,073	11,073	11,073
<u>Egresos (salida en efectivo)</u>																
6 Activo Fijo	11,700	-	-	-	-	45	160	-	750	45	-	250	-	70	-	-
7 Materiales Auxiliares, Repuestos	619	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
8 Otros Activos Circulantes	65	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9 Amortización de Préstamo 2/8 años	-	-	905	959	1,026	1,038	1,175	1,257	1,345	1,423	-	-	-	-	-	-
10 Gastos de Operación	-	5,130	6,876	10,040	10,040	10,040	10,022	10,022	10,022	10,022	10,022	10,100	10,100	10,100	10,100	10,100
11 Interés 7%	-	634	634	580	513	441	354	282	194	100	-	-	-	-	-	-
12 Impuestos	-	-	-	-	-	-	468	500	495	559	599	770	767	761	799	797
13 Pago Dividendos	-	-	-	-	-	205	410	410	-	-	820	410	820	615	615	615
14 TOTAL (6-13)=14	12,384	5,764	8,425	11,579	11,579	11,829	12,599	12,471	12,806	12,149	11,441	11,610	11,767	11,626	11,594	11,592
15 Superávit/Déficit	904	/.231	/.547	158	494	244	/.526	/.398	/.733	/.76	632	463	306	447	/.521	/.519
Sobre-giro bancario	904	673	126	284	778	1,022	496	98	/.635	/.711	/.79	384	690	1,137	616	97
Efectivo acumulado																
Utilidad de Operación		906	1,160	2,033	2,033	2,033	2,051	2,051	2,051	2,051	2,051	1,893	1,893	1,893	1,893	1,893
Depreciación		/.913	/.913	/.913	/.859	/.859	/.913	/.913	/.988	/.934	/.934	/.429	/.429	/.436	/.352	/.352
Interés		/.634	/.634	/.580	/.513	/.441	/.364	/.282	/.194	/.100	-	-	-	-	-	-
Impuestos Mercantiles							/.33	/.29	/.25	/.21	/.18	/.16	/.15	/.14	/.13	/.12
Utilidad antes de Impuestos sobre la Renta		/.641	/.387	510	661	733	741	827	844	996	1,099	1,448	1,448	1,443	1,528	1,529
Impuesto sobre la Renta							/.370	/.414	/.422	/.498	/.549	/.724	/.725	/.722	/.704	/.705
Impuesto Predial							/.65	/.57	/.48	/.40	/.32	/.30	/.27	/.25	/.22	/.20
Utilidad neta después de impuestos		641	387	510	661	733	306	356	374	458	518	694	697	696	742	744

---

Pasos para Proyectar el Balance General

1. Se empieza con el balance de apertura en la columna del año cero.
2. Se calculan los activos para el fin de cada año del año 1 al 15:
  - activos fijos, deduciendo las depreciaciones y sumando las reposiciones,
  - materiales auxiliares y ganancias acumuladas permanecen con su valor de inversión,
  - las cuentas por cobrar se calculan como la diferencia entre los montos por cobrar y los montos descontados a bancos,
  - el balance de efectivo en banco se obtiene de la proyección de flujo de efectivo.
3. Se calcula el capital y el pasivo para el final de cada año, considerando desde el año 1 hasta el año 15:
  - pérdidas y ganancias acumuladas sumando la utilidad neta del período y restando los dividendos declarados,
  - se definen los préstamos a largo plazo, restando pagos,
  - se calculan los dividendos pagaderos, restando pagos de dividendos declarados,
  - se obtienen los montos de los sobregiros bancarios, de la proyección de flujo de efectivo.
4. Se comparan los totales de activos y capital.
5. Se calculan y analizan las relaciones financieras.

Balance General Proforma

<u>Año</u>	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Activo Fijo	11,700	10,787	9,874	8,961	8,102	7,288	6,535	5,622	5,384	4,495	3,561	3,337	2,953	2,587	2,235	1,833
Material Auxiliar	619	619	619	619	619	619	619	619	619	619	619	619	619	619	619	619
Cuentas por Cobrar	-	503	671	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	1,007	2,007	3,007
Otro, Activo Circulante	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65	65
Cuentas Bancarias Efectivo	904	673	126	284	778	1,022	496	98	-	-	-	384	690	1,137	616	97
Pérdida	-	641	1,028	488	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
<b>TOTAL</b>	<b>13,288</b>	<b>13,288</b>	<b>12,383</b>	<b>11,424</b>	<b>10,571</b>	<b>10,001</b>	<b>8,722</b>	<b>7,411</b>	<b>7,075</b>	<b>6,186</b>	<b>5,252</b>	<b>5,457</b>	<b>5,334</b>	<b>5,415</b>	<b>5,542</b>	<b>5,671</b>
Capital Social	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100	4,100
Utilidades Retenidas	-	-	-	-	173	701	597	543	507	555	663	947	1,234	1,315	1,442	1,571
Préstamo a Largo Plazo	9,188	9,188	8,283	7,324	6,298	5,200	4,025	2,768	1,423	-	-	-	-	-	-	-
Dividendos Pagaderos	-	-	-	-	-	-	-	-	410	820	410	410	-	-	-	-
Sobregiro Bancario	-	-	-	-	-	-	-	-	635	711	79	-	-	-	-	-
<b>TOTAL</b>	<b>13,288</b>	<b>13,288</b>	<b>12,383</b>	<b>11,424</b>	<b>10,571</b>	<b>10,001</b>	<b>8,722</b>	<b>7,411</b>	<b>7,075</b>	<b>6,186</b>	<b>5,252</b>	<b>5,457</b>	<b>5,334</b>	<b>5,415</b>	<b>5,542</b>	<b>5,671</b>
Relación de Capital Social a Pasivo	31 : 69	31 : 69	33 : 67	36 : 64	40 : 60	47 : 53	54 : 46	63 : 37	65 : 35	75 : 25	91 : 9	92 : 8	100 : 0			
Cobertura del Activo Fijo (en %)	114	123	125	127	130	137	133	132	112	104	134	149	181			
Activos Fijos: Obligaciones a Largo Plazo (en %)	127	117	119	122	129	140	162	203	378	-	-	-	-	-	-	-







centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

ING. FILIBERTO CEPEDA TIJERINA

CUADRO VI-2

FLUJOS NETOS DE EFECTIVO EN LA FASE DE PRODUCCION  
(Disposición para la Evaluación Económica y Social)

RUBROS	AÑO					PERIODE		
	2	3	4	5	6	7	8	9
A. VENTAS	23 850 700	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	41 604 000	44 604 000	44 604 000
B. COSTOS TOTALES	18 719 814	23 020 141	27 662 601	27 206 058	26 929 517	26 267 252	25 092 673	25 918 093
1. <u>Costos de Producción.</u>	14 438 967	23 492 240	23 492 240	23 492 240	23 492 240	23 234 501	23 234 501	23 534 501
1.1 Materia Prima	7 700 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 100 000
1.2 Insumos Químicos	2 944 653	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961
1.3 Insumos Auxiliares (*)	343 907	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872
1.4 Mano de Obra Directa e Indirecta	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461
1.5 Seguros	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484
1.6 Depreciaciones y Amortizaciones	1 063 462	1 063 462	1 063 462	1 063 462	1 063 462	805 723	805 723	805 723
2. <u>Costos de Administración.</u>	1 034 296	1 034 296	1 034 296	1 034 296	1 034 296	996 313	996 313	996 313
2.1 Sueldos y Salarios	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	18 186	13 186	18 186
2.2 Seguros	516	516	516	516	516	516	516	516
2.3 Depreciaciones y Amortizaciones	56 169	56 169	56 169	56 169	56 169	319 871	819 871	819 871
2.4 Gastos Generales de Administración	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740
3. <u>Gastos de Ventas.</u>	715 521	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120
4. <u>Gastos Financieros</u>	2 531 030	2 164 485	1 797 945	1 431 402	1 064 861	698 313	523 739	349 159
C. GANANCIAS BRUTAS (A-B)	5 130 886	16 574 859	16 941 399	17 307 942	17 674 483	18 336 748	18 511 327	18 685 907
D. IMPUESTOS (42% de Ganancias)	2 154 972	6 961 441	7 115 388	7 269 336	7 423 283	7 701 434	7 774 757	7 848 081
E. GANANCIA NETA DE IMPUESTOS	2 975 914	9 613 418	9 826 011	10 038 606	10 251 200	10 635 314	10 736 570	10 837 826
F. FLUJOS NETOS DE EFECTIVO (E+1.6+2.3+4)	6 626 575	12 897 534	12 743 587	12 589 639	12 435 692	12 157 541	12 084 218	12 010 894
G. VALOR AGREGADO BRUTO (F+1.4+2.1+D)	11 967 879	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307

(\*) Incluye agua, combustible, lubricantes, grasas, energía eléctrica, material de empaque y herramientas.

CUADRO VI - 3

FLUJOS NETOS DE EFECTIVO EN LA FASE DE PRODUCCION

(Método de sustracción)

RUBROS	AÑOS DE VIDA DEL PROYECTO									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
VENTAS	23 850 700	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000
Menos:										
Materia prima	7 700 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000
Insumos químicos	2 944 653	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961
Insumos auxiliares	343 907	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872
Seguros de area productiva	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484
Seguros de area administrativa	516	516	516	516	516	516	516	516	516	516
Gastos grales. administración	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740
Gastos de venta	715 521	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120
VALOR AGREGADO BRUTO	11 967 879	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307
Menos:										
Mano de obra productiva	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461
Mano de obra administrativa	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871
Impuestos sobre utilidades	2 154 972	6 961 441	7 115 388	7 269 336	7 423 283	7 701 434	7 774 757	7 848 081	7 848 081	7 848 081
FLUJO NETO DE EFECTIVO	6 626 575	12 897 534	12 743 587	12 589 639	12 435 692	12 157 541	12 084 218	12 010 894	12 010 894	12 010 894
Menos:										
Gastos financieros	2 531 030	2 164 485	1 797 945	1 431 402	1 064 861	698 318	523 739	349 159	349 159	349 159
Deprec. y amort. área prodva.	1 063 462	1 063 462	1 063 462	1 063 462	1 063 462	805 723	805 723	805 723	805 723	805 723
Deprec. y amort. area admva.	56 169	56 169	56 169	56 169	56 169	18 186	18 186	18 186	18 186	18 186
GANANCIA NETA DE IMPUESTOS	2 975 914	9 613 418	9 826 011	10 038 606	10 251 200	10 635 314	10 736 570	10 837 826	10 837 826	10 837 826

CUADRO VI - 4

PERFILES DE FLUJOS NETOS DE EFECTIVO PARA EVALUACION ECONOMICA

AÑO	EVALUACION PRIVADA	EVALUACION SOCIAL
0	- 13 093 462	- 13 093 462
1	- 6 427 239	- 6 427 239
2	+ 6 626 575	+ 11 967 879
3	+ 12 897 534	+ 23 045 307
4	+ 12 743 587	+ 23 045 307
5	+ 12 589 639	+ 23 045 307
6	+ 12 435 692	+ 23 045 307
7	+ 12 157 541	+ 23 045 307
8	+ 12 084 218	+ 23 045 307
9	+ 12 010 894	+ 23 045 307
10	+ 11 937 570	+ 23 045 307
11	+ 11 864 247	+ 23 045 307
12	+ 8 164 580	+ 8 164 580

CUADRO 7

FLUJOS DE EFECTIVO EN LA FASE DE PRODUCCION  
( miles de pesos )

PNB	Emp.	P. en sí	RUBROS	Años				
				3	4	5	6	7
0	0	0	1. VENTAS	800	800	300	300	300
0	0	0	2. COSTOS TOTALES					
+	0	0	2.1 Materias primas y materiales ind.	150	150	150	150	150
0	0	+	2.2 Mano de obra directa e indirecta	150	150	150	150	150
0	0	+	2.3 Depreciación y amortización de activos	100	100	100	100	100
0	0	0	3. UTILIDADES antes de impuestos	400	400	400	400	400
+	0	0	4. IMPUESTOS (40% de utilidades)	160	160	160	160	160
0	0	+	5. UTILIDADES NETAS de impuestos	240	240	240	240	240
0	0	0	6. FLUJO NETO del negocio ( 5 + 2.3 )	340	340	340	340	340
0	0	0	7. COSTOS FINANCIEROS					
+	0	0	7.1 Pago del principal	80	80	80	80	80
+	+	0	7.2 Intereses	108.2	32	24	16	8
+	+	0	8. FLUJO NETO para empresario ( 6 - 7 )	151.8	228	236	244	252
FLUJOS DE EFECTIVO								
Proyecto en sí				340	340	340	340	340
Empresario				151.8	228	236	244	252
P.N.B.				570	570	570	570	570

inversiones como en el de flujos netos de efectivo durante la fase operativa, tiene por objeto calcular el premio o descuento que hay que otorgar a las divisas creadas o usadas en el proyecto.

Los flujos de efectivo tanto en la etapa de inversiones como en la fase productiva que han sido descritos en los dos cuadros anteriores pueden verse resumidos en el siguiente cuadro, donde también se muestran los resultados tanto de la evaluación privada como de la social, aunque esta última en forma muy primitiva.

CUADRO 11							
PERFIL DE FLUJOS Y RENTABILIDAD							
ENFOQUE	Años						TIR
	1	2	3	4	5	6	
Proyecto en sí	-172	+ 42	+ 62	+ 61	+ 60	+ 40	16.6%
Empresario	- 67	+ 33	+ 55	+ 57	+ 59	+ 40	23.6%
Producto Nal. bruto	-117	+ 52	+ 58	+ 58.2	+ 58.4	+ 24	28.5%
Revolvencia de fondos	-117	+ 32	+ 38	+ 38.2	+ 38.4	+ 24	14.8%
Divisas	- 32	- 50.2	- 55	- 56.2	- 55.4	- 16	-
Impuestos	0	+ 5	+ 7	+ 8	+ 9	0	-

Para hacer una mejor evaluación social, examinando la contribución del proyecto a la aceleración de la tasa del crecimiento del PNB es preciso hacer un ajuste al perfil de flujos para tomar en cuenta, primero,



CUADRO 10

FLUJOS DE EFECTIVO EN LA FASE DE PRODUCCION  
(miles de pesos)

I	D	S	PNB	E	E.C	RUBROS	Años			
							2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	1. VENTAS	127	137	137	137
0	0	0	0	0	0	2. COSTOS TOTALES				
0	0	0	0	0	0	2.1 Materias primas nacionales	16	16	16	16
+	0	+	+	0	0	2.2 Impuestos primas nacionales	1	1	1	1
0	-	0	0	0	0	2.3 Materias primas extranjeras	24	24	24	24
+	0	+	+	0	0	2.4 Derechos de aduana	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	2.5 Energía y combustibles	8	8	8	8
0	0	0	+	0	0	2.6 Mano de obra	20	20	20	20
0	0	0	0	+	+	2.7 Depreciación	35	35	35	35
0	0	+	+	0	+	2.8 Intereses nacionales	6	4	2	-
0	-	0	0	0	+	2.9 Intereses extranjeros	3	3	2	1
0	0	0	0	0	0	3. GANANCIAS BRUTAS	12	24	27	30
+	0	+	+	0	0	4. IMPUESTOS A SOCIEDADES ANONIMAS	2	4	5	6
0	0	0	0	+	+	5. GANANCIAS NETAS DE IMPUESTOS	10	20	22	24
0	0	0	0	0	0	6. PAGO DE LA DEUDA				
0	0	0	0	0	0	6.1 Amortización nacional	25	25	25	-
0	-	0	0	0	0	6.2 Amortización extranjera		10	10	10
0	-0.4	+0.6*	+0.6*	0	0	7. REMANENTE DE EFECTIVO EN EL PAIS ( 2.7 + 5 - 6.2)	45	45	47	49
						E. C. o Proyecto en sí	+54	+62	+61	+60
						Empresario	+45	+55	+57	+59
						Prod. Nal. Bruto	+58	+58	+58.2	+58.4
						Superávit o Fondos reinvertibles	+38	+38	+38.2	+38.4
						Divisas	-45	-55	-56.2	-55.4
						Impuestos	+ 5	+ 7	+ 8	+ 9

\* Distribución del efectivo remanente, según la aportación de los accionistas : para el accionista nacional un 60% y para el accionista extranjero un 40%, susceptible de repatriación.



Asimismo, para tener una forma de comparación entre evaluación privada y social, se presenta a continuación un cuadro sinóptico de los perfiles de flujos netos de efectivo de los tres enfoques hasta ahora considerados. Este cuadro resume lo que se ha expuesto en los cuadros anteriores.

CUADRO 8										
FLUJOS NETOS DE EFECTIVO Y RENTABILIDAD										
(miles de pesos)										
ENFOQUE	Años									TIR
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Proyecto en sí	-100	-250	-650	340	340	340	340	340	500	22.8%
Empresario	-100	- 50	-150	151.8	228	236	244	252	500	25.2%
Prod. Nat. Bruto	-100	-250	-650	570	570	570	570	570	500	55.0%

La obtención de la TIR del PNB fue hecha en la forma de rutina ya reseñada en la evaluación privada. Tratándose de un proyecto financiado parcialmente con créditos, la TIR del proyecto en sí es inferior a la TIR del empresario. Ambas, sin embargo, coincidirían en el caso de que los recursos financieros sean totalmente propios o constituyan un préstamo integral.

# INGRESOS NETOS: Evaluación del empresario.

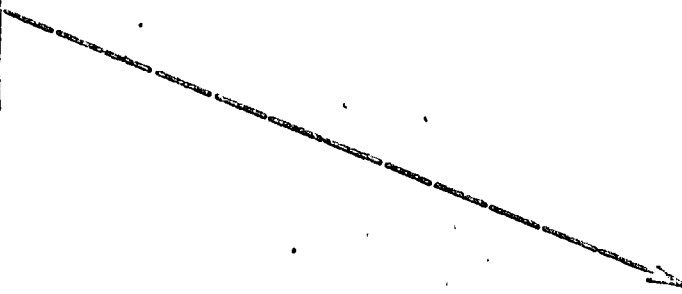
Ingresos por ventas
---------------------

MENOS

Gastos Financieros

		Gastos Financieros			
Impuestos	Costos de Operación	Amortización del Préstamo	Intereses del Préstamo	Depreciación de activos Fijos	Amortización de intangibles

Utilidades Distribuidas
-------------------------



Utilidades Distribuidas	Depreciación	Amortización

Ingresos netos para evaluación de la rentabilidad económica del empresario.

CUADRO 3

PROYECCION DEL ESTADO DE PERDIDAS Y GANANCIAS

RUBROS	3	4	5	6	7
1. - INGRESOS POR VENTAS	800	800	800	800	800
2. - Costos fijos	250	250	250	250	250
2.1 Costos de fabricación (depreciación de maquinaria y equipo, amortización de intangibles, mantenimiento de fábrica, energía, mano de obra indirecta, servicios, seguro, etc.)					
2.2 Costos de administración (depreciación de muebles y enseres, mantenimiento de oficina, personal administrativo, etc.)					
2.3 Costos de ventas					
2.4 Costos financieros de préstamo de avío					
3. - Costos variables	150	150	150	150	150
3.1 Costos de fabricación (mat. primas, mano de obra directa, etc.)					
3.2 Costos de admon. (papelería, energía, teléfono, etc)					
3.3 Costo de venta (fletes, gasolina, etc.)					
4. - TOTAL DE COSTOS ( 2 + 3 )	400	400	400	400	400
5. - UTILIDADES ANTES DE IMPUESTOS ( 1 - 4 )	400	400	400	400	400
6. - Impuestos (40% de ganancia)	160	160	160	160	160
7. - UTILIDADES NETAS DE IMPUESTOS	240	240	240	240	240
8. - Depreciaciones + amortizaciones de intangibles	100	100	100	100	100
9. - FLUJO NETO DE PRODUCCION PARA EL NEGOCIO (7+8)	340	340	340	340	340
10. - Costos Financieros					
10.1 Pago del principal	80	80	80	80	80
10.2 Intereses	108.2	32	24	16	8
11. - FLUJO NETO DE PRODUCCION PARA EL EMPRESARIO (9-10)	151.8	228	236	244	252

**CUADRO 2**  
**PRESUPUESTO DE INVERSIONES**

RUBROS	Instalación		Operación					Liquidación	
	Horizonte del proyecto								
	Años								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>A) INVERSIONES FIJAS</b>									
Tangibles									
Terreno y galerones	- 100								+ 100
Maquinaria y equipo		- 150	- 100						+ 50
Muebles y enseres			- 50						+ 20
Vehículos		- 50	- 100						+ 30
Intangibles									
Estudios de preinversión		- 50							
Gastos de puesta en marcha			- 100						
<b>B) CAPITAL DE TRABAJO (1)</b>			- 300						+ 300
Inv. de materias primas									
Inv. de materiales en proceso									
Inv. de productos terminados									
Reserva para pagos personal									
Cartera (cuentas por cobrar menos cuentas por pagar)									
Imprevistos									
<b>FLUJO TOTAL DE INVERSIONES</b>	- 100	- 250	- 650						+ 500
Créditos		- 200	- 200						
Fondos propios	- 100	- 50	- 450						+ 500

(1) Cada uno de los rubros importa 50 unidades.

CUADRO 4  
EVALUACION DEL PROYECTO EN SI

Años	Flujos netos de efectivo (1)	Factores de descuento al 20% (2)	Producto (1) x (2)	Factores de descuento al 25% (3)	Producto (1) x (3)
0	- 100	1.0000	- 100.0	1.0000	- 100.0
1	- 250	0.8333	- 208.3	0.8000	- 200.0
2	- 650	0.6944	- 451.4	0.6400	- 416.0
3	+ 340				
4	+ 340	3.605 - 1.528		3.161 - 1.440	
5	+ 340	= 2.077	+ 706.2	- 1.721	+ 585.1
6	+ 340				
7	+ 340				
8	+ 500	0.2326	+ 116.3	0.1678	+ 83.9
VPN (20%) = + 62.8			VPN (25) = - 48.0		

$$TIR = 20 + \frac{62.8}{62.8 + 48.0} \times 5 = 22.8\%$$

CUADRO 5  
EVALUACION DEL EMPRESARIO

Años	Flujos netos de efectivo (1)	Factores de descuento al 25% (2)	Producto (1) x (2)	Factores de descuento al 30% (3)	Producto (1) x (3)
0	- 100	1.0000	- 100.0	1.0000	- 100.0
1	- 50	0.8000	- 40.0	0.7692	- 38.5
2	- 450	0.6400	- 288.0	0.5917	- 266.3
3	- 152	0.5120	- 77.8	0.4552	- 69.2
4	+ 228	0.4096	+ 93.4	0.3501	+ 79.8
5	+ 236	0.3277	+ 77.3	0.2693	+ 63.5
6	+ 244	0.2621	+ 63.9	0.2072	+ 50.5
7	+ 252	0.2097	+ 52.8	0.1594	+ 41.2
8	+ 500	0.1678	+ 83.9	0.1226	+ 61.3
VPN (25%) = + 1.6			VPN (30%) = - 39.3		

$$TIR = 25 + \frac{1.6}{1.6 + 39.3} \times 5 = 25.2\%$$

CUADRO No. 1

DATOS DE EJERCICIO PARA EVALUACION PRIVADA

A. - Horizonte del proyecto : 8 años (2 de instalación, 5 de operación y 1 de liquidación)

B. - Inversión

Concepto	Monto (miles de \$)	Fuente de recursos	Calendario de Ejecución	Valor residual	Amortización anual (1)
1. - Terreno	100	Propios	Año 0	100	-
2. - Maquinaria y equipo	250	Préstamo nac.	60% año 1; 40% año 2	50	40
3. - Muebles y enseres	50	Propios	100% año 2	20	- 6
4. - Vehículos	150	Propios	1/3 año 1; 2/3 año 2	30	24
5. - Organización y puesta en marcha	150	Préstamo nac.	1/3 año 1; 2/3 año 2	-	- 30
6. - Capital de trabajo	300	Propios	Año 2	300	-
<b>TOTAL</b>	<b>1,000</b>			<b>500</b>	<b>-100</b>

C. - Estructura del Capital : 60% propio  
40% préstamo refaccionario a una tasa del 10%; 50% año 0 y 50% año 1.

D. - Ventas y costos de producción

1. - Ingresos anuales por ventas :	\$ 800,000
2. - Costos fijos, incluyendo la depreciación :	\$ 250,000
3. - Costos variables :	\$ 150,000
4. - Tasa de impuestos sobre utilidades :	40%

$$\text{Depreciación} = \frac{\text{Valor inicial} - \text{valor residual}}{\text{número de años en operación}}$$

21

**CUADRO 6**

**PROGRAMA DE INVERSIONES**  
( miles de pesos )

PNB	Emp	P. en sí	RUBROS	FUENTE DE FINANCIAMIENTO	Años									
					0	1	2	3	4	5	6	7	8	
			<b>INVERSIONES FIJAS</b>											
-	-	-	Terreno y galeries	Fondos propios	100									-100
-	0	-	Maquinaria y equipo	Préstamo nacional		150	100							- 50
-	-	-	Muebles y enseres	Fondos propios			50							- 20
-	-	-	Vehículos	Fondos propios		50		100						- 30
-	0	-	Estudio de preinversión	Préstamo nacional		50								
-	0	-	Gtos. de puesta en marcha	Préstamo nacional			100							
			<b>CAPITAL DE TRABAJO</b>											
-	-	-	Materias primas	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Materiales en proceso	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Productos terminados	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Reserva pagos personal	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Cartera	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Imprevistos	Fondos propios			50							- 50
				<b>FLUJOS DE EFECTIVO</b>										
				Proyecto en sí	-100	-250	-650							+500
				Empresario	-100	- 50	-150							+500
				P.N.B.	-100	-250	-650							+500

\* También se considera el valor residual de la maquinaria y equipo en el caso del empresario.

# INGRESOS NETOS: Evaluación del proyecto en sí.

ingresos por ventas

MENOS

Costos de Operación	Intereses del Préstamo	Depreciación de activos Fijos	Amortización de Intangibles
---------------------	------------------------	-------------------------------	-----------------------------

Utilidades Brutas

MENOS

Impuestos

Ganancias o Utilidades Netas

Ganancias Netas	Intereses del Préstamo	Depreciación de activos Fijos	Amortización de Intangibles
-----------------	------------------------	-------------------------------	-----------------------------



### EJEMPLO

	<u>Proyecto A</u>	<u>Proyecto B</u>	<u>Proyecto C</u>
Inversión inicial	\$ 250 000	\$ 250 000	\$ 250 000
<u>Año</u>	<u>Flujos anuales de efectivo</u>		
1	160 000	80 000	20 000
2	100 000	80 000	30 000
3	80 000	80 000	40 000
4	40 000	80 000	50 000
5	<u>20 000</u>	<u>80 000</u>	<u>260 000</u>
Total	400 000	400 000	400 000
Flujo anual medio de efectivo	80 000	80 000	80 000
Menos: depreciación	<u>50 000</u>	<u>50 000</u>	<u>50 000</u>
	30 000	30 000	30 000
Tasa de rendimiento contable			
(30 000/250 000)	12%	12%	12%
Tasa interna de rendimiento	26.66%	18.14%	11.90%





centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

ING. FILIBERTO CEPEDA TIJERINA

CUADRO VI-2

FLUJOS NETOS DE EFECTIVO EN LA FASE DE PRODUCCION  
(Disposición para la Evaluación Económica y Social)

RUBROS	A Ñ O S					P R O Y E		
	2	3	4	5	6	7	8	9
A. VENTAS	23 850 700	44 604 000	44 604 000	44 604 000	41 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000
B. COSTOS TOTALES	18 719 814	23 029 141	27 662 601	27 206 058	26 929 517	26 267 252	26 092 673	25 918 093
1. <u>Costos de Producción.</u>	14 438 967	23 492 240	23 492 240	23 492 240	23 492 240	23 234 501	23 234 501	23 534 501
1.1 Materia Prima	7 700 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000
1.2 Insumos Químicos	2 944 653	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961
1.3 Insumos Auxiliares (*)	343 907	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872
1.4 Mano de Obra Directa e Indirecta	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461
1.5 Seguros	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484
1.6 Depreciaciones y Amortizaciones	1 063 462	1 063 462	1 063 462	1 063 462	1 063 462	805 723	805 723	805 723
2. <u>Costos de Administración.</u>	1 034 296	1 034 296	1 034 296	1 034 296	1 034 296	996 313	996 313	996 313
2.1 Sueldos y Salarios	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	18 186	18 186	18 186
2.2 Seguros	516	516	516	516	516	516	516	516
2.3 Depreciaciones y Amortizaciones	56 169	56 169	56 169	56 169	56 169	819 871	819 871	819 871
2.4 Gastos Generales de Administración	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740
3. <u>Gastos de Ventas.</u>	715 521	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120
4. <u>Gastos Financieros</u>	2 531 030	2 164 485	1 797 945	1 431 402	1 064 851	698 318	523 739	349 159
C. GANANCIAS BRUTAS (A-B)	5 130 886	16 574 859	16 941 399	17 307 942	17 674 483	18 336 748	18 511 327	18 685 907
D. IMPUESTOS (4% de Ganancias)	2 154 972	6 961 441	7 115 388	7 269 336	7 423 283	7 701 434	7 774 757	7 848 081
E. GANANCIA NETA DE IMPUESTOS	2 975 914	9 613 418	9 826 011	10 038 606	10 251 200	10 635 314	10 736 570	10 837 826
F. FLUJOS NETOS DE EFECTIVO (E+1.6+2.3+4)	6 626 575	12 897 534	12 743 587	12 589 639	12 435 692	12 157 541	12 084 218	12 010 894
G. VALOR AGREGADO BRUTO (F+1.4+2.1+D)	11 967 879	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307

(\*) Incluye agua, combustible, lubricantes, grasas, energía eléctrica, material de empaque y herramientas.

CUADRO VI - 3

FLUJOS NETOS DE EFECTIVO EN LA FASE DE PRODUCCION

(Método de sustracción)

RUBROS	AÑOS DE VIDA DEL PROYECTO								
	2	3	4	5	6	7	8	9	10
VENTAS	23 850 700	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000	44 604 000
Menos:									
Materia prima	7 700 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000	14 400 000
Insumos químicos	2 944 653	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961	5 137 961
Insumos auxiliares	343 907	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872	503 872
Seguros de area productiva	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484	20 484
Seguros de area administrativa	516	516	516	516	516	516	516	516	516
Gastos grales. administración	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740	157 740
Gastos de venta	715 521	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120	1 338 120
VALOR AGRIGADO BRUTO	11 967 879	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307	23 045 307
Menos:									
Mano de obra productiva	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461	2 366 461
Mano de obra administrativa	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871	819 871
Impuestos sobre utilidades	2 154 972	6 961 441	7 115 388	7 269 336	7 423 283	7 701 434	7 774 757	7 818 081	7 818 081
FLUJO NETO DE EFECTIVO	6 626 575	12 897 534	12 743 587	12 589 639	12 435 692	12 157 541	12 084 218	12 010 894	12 010 894
Menos:									
Gastos financieros	2 531 030	2 164 485	1 797 945	1 431 402	1 064 861	698 318	523 739	349 159	349 159
Deprec. y amort. área prodva.	1 063 462	1 063 462	1 063 462	1 063 462	1 063 462	805 723	805 723	805 723	805 723
Deprec. y amort. area admva.	56 169	56 169	56 169	56 169	56 169	18 186	18 186	18 186	18 186
GANANCIA NETA DE IMPUESTOS	2 975 914	9 613 418	9 826 011	10 038 606	10 251 200	10 635 314	10 736 570	10 837 826	10 837 826

C U A D R O VI - 4

PERFILES DE FLUJOS NETOS DE EFECTIVO PARA EVALUACION ECONOMICA

AÑO	EVALUACION PRIVADA	EVALUACION SOCIAL
0	- 13 093 462	- 13 093 462
1	- 6 427 239	- 6 427 239
2	+ 6 626 575	+ 11 967 879
3	+ 12 897 534	+ 23 045 307
4	+ 12 743 587	+ 23 045 307
5	+ 12 589 639	+ 23 045 307
6	+ 12 435 692	+ 23 045 307
7	+ 12 157 541	+ 23 045 307
8	+ 12 084 218	+ 23 045 307
9	+ 12 010 894	+ 23 045 307
10	+ 11 937 570	+ 23 045 307
11	+ 11 864 247	+ 23 045 307
12	+ 8 164 580	+ 8 164 580

CUADRO 7

FLUJOS DE EFECTIVO EN LA FASE DE PRODUCCION  
( miles de pesos )

PNB	Emp.	P. en sí	RUBROS	Años				
				3	4	5	6	7
0	0	0	1. VENTAS	800	800	800	800	800
			2. COSTOS TOTALES					
0	0	0	2.1 Materias primas y materiales ind.	150	150	150	150	150
+	0	0	2.2 Mano de obra directa e indirecta	150	150	150	150	150
0	0	+	2.3 Depreciación y amortización de activos	100	100	100	100	100
0	0	0	3. UTILIDADES antes de impuestos	400	400	400	400	400
+	0	0	4. IMPUESTOS (40% de utilidades)	160	160	160	160	160
0	0	+	5. UTILIDADES NETAS de impuestos	240	240	240	240	240
0	0	0	6. FLUJO NETO del negocio ( 5 + 2.3 )	340	340	340	340	340
			7. COSTOS FINANCIEROS					
0	0	0	7.1 Pago del principal	80	80	80	80	80
+	0	0	7.2 Intereses	108.2	32	24	16	8
+	+	0	8. FLUJO NETO para empresario ( 6 - 7 )	151.8	228	236	244	252
FLUJOS DE EFECTIVO								
Proyecto en sí				340	340	340	340	340
Empresario				151.8	228	236	244	252
P.N.B.				570	570	570	570	570

inversiones como en el de flujos netos de efectivo durante la fase operativa, tiene por objeto calcular el premio o descuento que hay que otorgar a las divisas creadas o usadas en el proyecto.

Los flujos de efectivo tanto en la etapa de inversiones como en la fase productiva que han sido descritos en los dos cuadros anteriores pueden verse resumidos en el siguiente cuadro, donde también se muestran los resultados tanto de la evaluación privada como de la social, aunque esta última en forma muy primitiva.

CUADRO 11							
PERFIL DE FLUJOS Y RENTABILIDAD							
ENFOQUE	Años						TIR
	1	2	3	4	5	6	
Proyecto en sí	-172	+ 42	+ 62	+ 61	+ 60	+ 40	16.6%
Empresario	- 67	+ 33	+ 55	+ 57	+ 59	+ 40	23.6%
Producto Nal. bruto	-117	+ 52	+ 58	+ 58.2	+ 58.4	+ 24	28.5%
Revolvencia de fondos	-117	+ 32	+ 38	+ 38.2	+ 38.4	+ 24	14.8%
Divisas	- 32	- 50.2	- 55	- 56.2	- 55.4	- 16	-
Impuestos	0	+ 5	+ 7	+ 8	+ 9	0	-

Para hacer una mejor evaluación social, examinando la contribución del proyecto a la aceleración de la tasa del crecimiento del PNB es preciso hacer un ajuste al perfil de flujos para tomar en cuenta, primero,





CUADRO 10

FLUJOS DE EFECTIVO EN LA FASE DE PRODUCCION  
(miles de pesos)

I	D	S	PNB	E	E.C	RUBROS	Años			
							2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	1. VENTAS	127	137	137	137
0	0	0	0	0	0	2. COSTOS TOTALES				
0	0	0	0	0	0	2.1 Materias primas nacionales	16	16	16	16
+	0	+	+	0	0	2.2 Impuestos primas nacionales	1	1	1	1
0	-	0	0	0	0	2.3 Materias primas extranjeras	24	24	24	24
+	0	+	+	0	0	2.4 Derechos de aduana	2	2	2	2
0	0	0	0	0	0	2.5 Energía y combustibles	8	8	8	8
0	0	0	+	0	0	2.6 Mano de obra	20	20	20	20
0	0	0	0	+	+	2.7 Depreciación	35	35	35	35
0	0	+	+	0	+	2.8 Intereses nacionales	6	4	2	-
0	-	0	0	0	+	2.9 Intereses extranjeros	3	3	2	1
0	0	0	0	0	0	3. GANANCIAS BRUTAS	12	24	27	30
+	0	+	+	0	0	4. IMPUESTOS A SOCIEDADES ANONIMAS	2	4	5	6
0	0	0	0	+	+	5. GANANCIAS NETAS DE IMPUESTOS	10	20	22	24
0	0	0	0	0	0	6. PAGO DE LA DEUDA				
0	0	0	0	0	0	6.1 Amortización nacional	25	25	25	-
0	-	0	0	0	0	6.2 Amortización extranjera		10	10	10
0	-0.4	+0.6*	+0.6**	0	0	7. REMANENTE DE EFECTIVO EN EL PAIS ( 2.7 + 5 - 6.2)	45	45	47	49
						E. C. o Proyecto en sí	+54	+62	+61	+60
						Empresario	+45	+55	+57	+59
						Prod. Nal. Bruto	+58	+58	+58.2	+58.4
						Superávit o Fondos reinvertibles	+38	+38	+38.2	+38.4
						Divisas	-45	-55	-56.2	-55.4
						Impuestos	+ 5	+ 7	+ 8	+ 9

\* Distribución del efectivo remanente, según la aportación de los accionistas : para el accionista nacional un 60% y para el accionista extranjero un 40%, susceptible de repatriación.

Asimismo, para tener una forma de comparación entre evaluación privada y social, se presenta a continuación un cuadro sinóptico de los perfiles de flujos netos de efectivo de los tres enfoques hasta ahora considerados. Este cuadro resume lo que se ha expuesto en los cuadros anteriores.

CUADRO 8										
FLUJOS NETOS DE EFECTIVO Y RENTABILIDAD										
( miles de pesos )										
ENFOQUE	Años									TIR
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
Proyecto en sí	-100	-250	-650	340	340	340	340	340	500	22.8%
Empresario	-100	- 50	-150	151.8	228	236	244	252	500	25.2%
Prod. Nal. Bruto	-100	-250	-650	570	570	570	570	570	500	55.0%

La obtención de la TIR del PNB fue hecha en la forma de rutina ya reseñada en la evaluación privada. Trátándose de un proyecto financiado parcialmente con créditos, la TIR del proyecto en sí es inferior a la TIR del empresario. Ambas, sin embargo, coincidirían en el caso de que los recursos financieros sean totalmente propios o constituyan un préstamo integral.

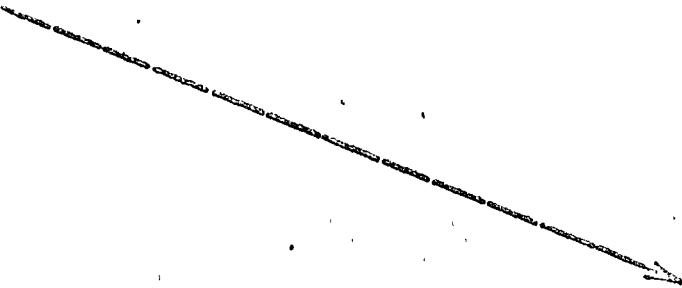
# INGRESOS NETOS: Evaluación del empresario.

Ingresos por ventas
---------------------------

MENOS

Gastos Financieros					
Impuestos	Costos de Operación	Amortización del Préstamo	Intereses del Préstamo	Depreciación de activos Fijos	Amortización de intangibles

Utilidades Distribuíbles
-----------------------------



Utilidades Distribuíbles	Depreciación	Amortización
-----------------------------	--------------	--------------

Ingresos netos para evaluación de la rentabilidad económica del empresario.

CUADRO 3

PROYECCION DEL ESTADO DE PERDIDAS Y GANANCIAS

RUBROS	3	4	5	6	7
1. - INGRESOS POR VENTAS	800	800	800	800	800
2. - Costos fijos	250	250	250	250	250
2.1 Costos de fabricación (depreciación de maquinaria y equipo, amortización de intangibles, mantenimiento de fábrica, energía, mano de obra indirecta, servicios, seguro, etc.)					
2.2 Costos de administración (depreciación de muebles y enseres, mantenimiento de oficina, personal administrativo, etc.)					
2.3 Costos de ventas					
2.4 Costos financieros de préstamo de avío					
3. - Costos variables	150	150	150	150	150
3.1 Costos de fabricación (mat. primas, mano de obra directa, etc.)					
3.2 Costos de admon. (papelería, energía, teléfono, etc)					
3.3 Costo de venta (fletes, gasolina, etc.)					
4. - TOTAL DE COSTOS ( 2 + 3 )	400	400	400	400	400
5. - UTILIDADES ANTES DE IMPUESTOS ( 1 - 4 )	400	400	400	400	400
6. - Impuestos (40% de ganancia)	160	160	160	160	160
7. - UTILIDADES NETAS DE IMPUESTOS	240	240	240	240	240
8. - Depreciaciones + amortizaciones de intangibles	100	100	100	100	100
9. - FLUJO NETO DE PRODUCCION PARA EL NEGOCIO (7+8)	340	340	340	340	340
10. - Costos Financieros					
10.1 Pago del principal	80	80	80	80	80
10.2 Intereses	108.2	32	24	16	8
11. - FLUJO NETO DE PRODUCCION PARA EL EMPRESARIO (9-10)	151.8	228	236	244	252

**CUADRO 2**  
**PRESUPUESTO DE INVERSIONES**

RUBROS	Instalación		Operación					Liquidación	
	Horizonte del proyecto								
	Años								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<b>A) INVERSIONES FIJAS</b>									
Tangibles									
Terreno y galpones	- 100								+ 100
Maquinaria y equipo		- 150	- 100						+ 50
Muebles y enseres			- 50						+ 20
Vehículos		- 50	- 100						+ 30
Intangibles									
Estudios de preinversión		- 50							
Gastos de puesta en marcha			- 100						
<b>B) CAPITAL DE TRABAJO (1)</b>			- 300						+ 300
Inv. de materias primas									
Inv. de materiales en proceso									
Inv. de productos terminados									
Reserva para pagos personal									
Cartera (cuentas por cobrar menos cuentas por pagar)									
Imprevistos									
<b>FLUJO TOTAL DE INVERSIONES</b>	- 100	- 250	- 650						+ 500
Créditos		- 200	- 200						
Fondos propios	- 100	- 50	- 450						+ 500

(1) Cada uno de los rubros importa 50 unidades.

CUADRO 4

EVALUACION DEL PROYECTO EN SI

Años	Flujos netos de efectivo (1)	Factores de descuento al 20% (2)	Producto (1) x (2)	Factores de descuento al 25% (3)	Producto (1) x (3)
0	- 100	1.0000	- 100.0	1.0000	- 100.0
1	- 250	0.8333	- 208.3	0.8000	- 200.0
2	- 650	0.6944	- 451.4	0.6400	- 416.0
3	+ 340				
4	+ 340	3.605 - 1.528		3.161 - 1.440	
5	+ 340	= 2.077	+ 706.2	- 1.721	+ 585.1
6	+ 340				
7	+ 340				
8	+ 500	0.2326	+ 116.3	0.1678	+ 83.9
VPN (20%) = + 62.8			VPN (25) = - 48.0		

$$TIR = 20 + \frac{62.8}{62.8 + 48.0} \times 5 = 22.8\%$$

CUADRO 5

EVALUACION DEL EMPRESARIO

Años	Flujos netos de efectivo (1)	Factores de descuento al 25% (2)	Producto (1) x (2)	Factores de descuento al 30% (3)	Producto (1) x (3)
0	- 100	1.0000	- 100.0	1.0000	- 100.0
1	- 50	0.8000	- 40.0	0.7692	- 38.5
2	- 450	0.6400	- 307.5	0.5917	- 266.3
3	- 152	0.5120	+ 77.8	0.4552	+ 69.2
4	+ 228	0.4096	+ 93.4	0.3501	+ 79.8
5	+ 236	0.3277	+ 77.3	0.2693	+ 63.5
6	+ 244	0.2621	+ 63.9	0.2072	+ 50.5
7	+ 252	0.2097	+ 52.8	0.1594	+ 41.2
8	+ 500	0.1678	+ 83.9	0.1226	+ 61.3
VPN (25%) = + 1.6			VPN (30%) = - 39.3		

$$TIR = 25 + \frac{1.6}{1.6 + 39.3} \times 5 = 25.2\%$$

CUADRO No. 1

DATOS DE EJERCICIO PARA EVALUACION PRIVADA

A. - Horizonte del proyecto : 8 años (2 de instalación, 5 de operación y 1 de liquidación)

B. - Inversión

Concepto	Monto (miles de \$)	Fuente de recursos	Calendario de Ejecución	Valor residual	Amortización anual (1)
1. - Terreno	100	Propios	Año 0	100	-
2. - Maquinaria y equipo	250	Préstamo nac.	60% año 1; 40% año 2	50	40
3. - Muebles y enseres	50	Propios	100% año 2	20	- 6
4. - Vehículos	150	Propios	1/3 año 1; 2/3 año 2	30	24
5. - Organización y puesta en marcha	150	Préstamo nac.	1/3 año 1; 2/3 año 2	-	- 30
6. - Capital de trabajo	300	Propios	Año 2	300	-
<b>TOTAL</b>	<b>1,000</b>			<b>500</b>	<b>-100</b>

C. - Estructura del Capital : 60% propio  
40% préstamo refaccionario a una tasa del 10%; 50% año 0 y 50% año 1.

D. - Ventas y costos de producción

1. - Ingresos anuales por ventas :	\$ 800,000
2. - Costos fijos, incluyendo la depreciación :	\$ 250,000
3. - Costos variables :	\$ 150,000
4. - Tasa de impuestos sobre utilidades :	40%

$$(1) \text{ Depreciación} = \frac{\text{Valor inicial} - \text{valor residual}}{\text{número de años en operación}}$$



## CUADRO 6

PROGRAMA DE INVERSIONES  
( miles de pesos )

NB	Emp	P. en sí	RUBROS	FUENTE DE FINANCIAMIENTO	Años									
					0	1	2	3	4	5	6	7	8	
			INVERSIONES FIJAS											
-	-	-	Terreno y galiones	Fondos propios	100									-100
-	0	-	Maquinaria y equipo	Préstamo nacional		150	100							- 50
-	-	-	Muebles y enseres	Fondos propios			50							- 20
-	-	-	Vehículos	Fondos propios		50		100						- 30
-	0	-	Estudio de preinversión	Préstamo nacional		50								
-	0	-	Gtos. de puesta en marcha	Préstamo nacional			100							
			CAPITAL DE TRABAJO											
-	-	-	Materias primas	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Materiales en proceso	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Productos terminados	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Reserva pagos personal	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Cartera	Fondos propios			50							- 50
-	-	-	Imprevistos	Fondos propios			50							- 50
				FLUJOS DE EFECTIVO										
				Proyecto en sí	-100	-250	-650							+500
				Empresario	-100	- 50	-150							+500
				P.N.B.	-100	-250	-650							+500

\* También se considera el valor residual de la maquinaria y equipo en el caso del empresario.

# INGRESOS NETOS: Evaluación del proyecto en sí.

ingresos	por	ventas
----------	-----	--------

MENOS

Costos de Operación	Intereses del Préstamo	Depreciación de activos Fijos	Amortización de Intangibles
---------------------	------------------------	-------------------------------	-----------------------------

Utilidades Brutas
-------------------

MENOS

Impuestos
-----------

Ganancias o Utilidades Netas
------------------------------

Ganancias Netas	Intereses del Préstamo	Depreciación de activos Fijos	Amortización de Intangibles
-----------------	------------------------	-------------------------------	-----------------------------

Ingresos netos para evaluación de la rentabilidad económica del Proyecto en sí.

EJEMPLO

	<u>Proyecto A</u>	<u>Proyecto B</u>	<u>Proyecto C</u>
Inversión inicial	\$ 250 000	\$ 250 000	\$ 250 000
<u>Año</u>	<u>Flujos anuales de efectivo</u>		
1	160 000	80 000	20 000
2	100 000	80 000	30 000
3	80 000	80 000	40 000
4	40 000	80 000	50 000
5	<u>20 000</u>	<u>80 000</u>	<u>260 000</u>
Total	400 000	400 000	400 000
Flujo anual medio de efectivo	80 000	80 000	80 000
Menos: depreciación	<u>50 000</u>	<u>50 000</u>	<u>50 000</u>
	30 000	30 000	30 000
Tasa de rendimiento contable (30 000/250 000)	12%	12%	12%
Tasa interna de rendimiento	26.66%	18.14%	11.90%





centro de educación continua  
facultad de ingeniería, unam



EVALUACION ECONOMICA DE PROYECTOS DE INGENIERIA

FACTORES EXTERNOS QUE AFECTAN A LA EVALUACION  
ECONOMICA

ING. ALBERTO LIEBIG FRAUSTO

## 1. INTRODUCCION GENERAL

Los temas que serán tratados; depreciaciones, fuentes de financiamiento e impuestos, guardan una estrecha relación entre ellos, la que se refleja claramente en los estados financieros básicos : el balance general y el estado de pérdidas y ganancias. A partir de ellos como de algunos otros indicadores que de ellos se derivan se encuentran las bases para la toma de decisiones en proyectos de inversión, en general de carácter privado. Luego como primer punto en el análisis de los temas a tratar haremos referencia al balance general y al estado de pérdidas y ganancias haciendo hincapié en su importancia cabe aclarar que para efectos de la toma de decisiones en proyecto de inversión, estos estados financieros se llevan a nivel proforma (estimados).

### 1.1 Balance General

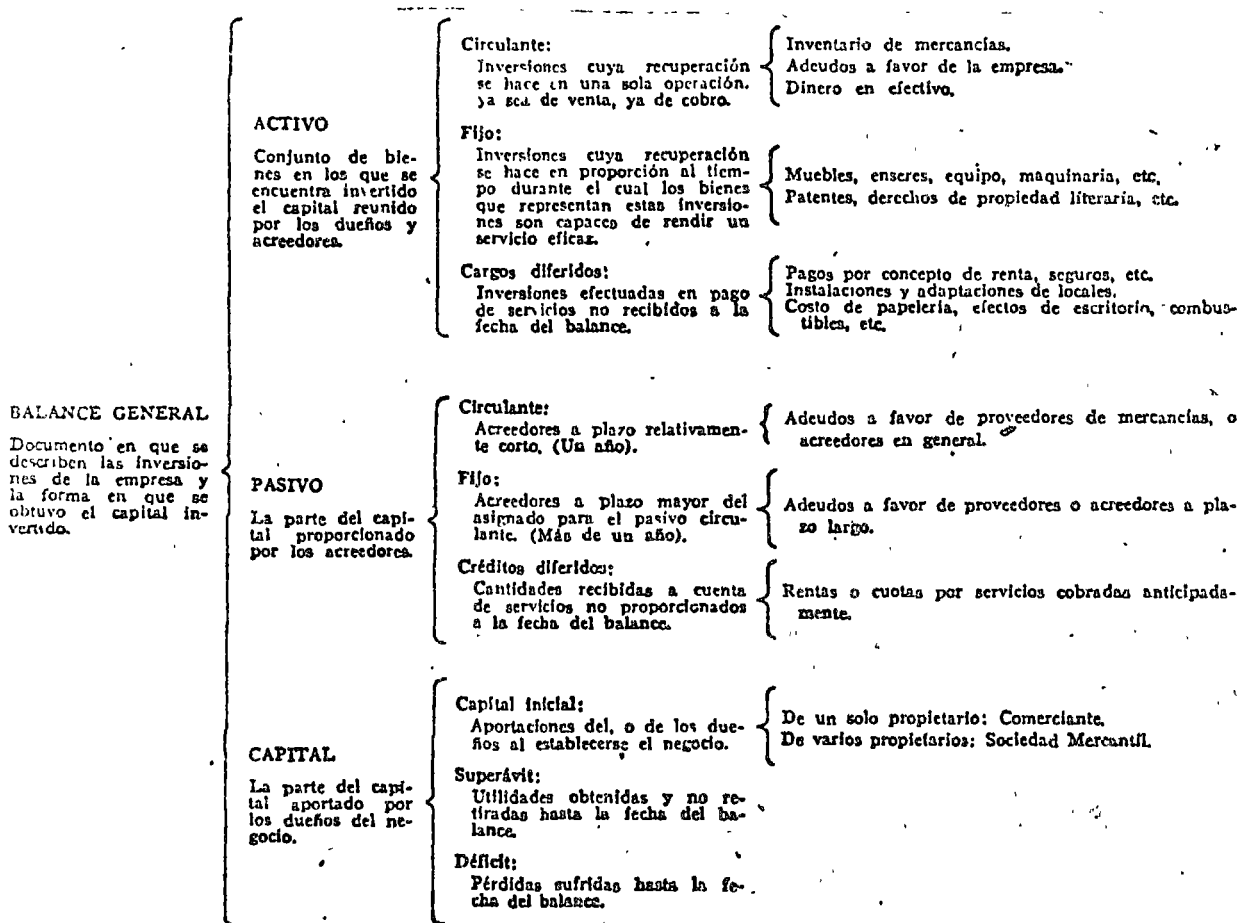
El balance general es el estado que muestra la situación económica de una empresa en un momento dado. Se le conoce también como estado de la situación financiera. Comprende, por una parte, las fuentes de donde se ha obtenido el capital: la participación de los accionistas o socios, las utilidades retenidas, los préstamos obtenidos sobre hipotecas hechas generalmente a largo plazo y préstamos a corto plazo. Por otra parte, muestra la forma en que dicho capital se ha invertido: el activo, o capital circulante usado en las transacciones diarias; el activo fijo representado por los bienes inmuebles e inversiones permanentes para los fines de la negociación, las inversiones en la compra de acciones de otras compañías; y el activo diferido (cargos diferidos) representado por gastos correspondientes a ejercicios futuros. Siguiendo el procedimiento lógico de obtener el capital y la manera como se invierte, se puede decir que para la mayor parte de los negocios el activo debe expresarse en el balance atendiendo a su liquidez y el pasivo de acuerdo a su exigibilidad.

Concluyendo, el balance es el documento que describe la inversión y la formación del capital que maneja una empresa. A partir del cual se pueden hacer conjeturas sobre la situación no

sólo económica, sino comercial y financiera de una negociación, o bien sobre su solvencia, capacidad de pago, estabilidad o solidez, y aun sobre su productividad y desarrollo.

En el siguiente cuadro se ilustra la estructura del balance general, indicando en forma desglosada los principales rubros que lo constituyen.

Figura 1 Clasificación del balance general



## 1.2. Estado de Pérdidas y Ganancias

El estado de pérdidas y ganancias muestra los resultados obtenidos por una entidad económica dentro de un periodo determinado. Consiste en el cómputo de una serie de restas donde partiendo del producto total de las operaciones practicadas ese periodo, se deducen, primero, el importe de los bienes o servicios que se han dado en cambio de ese producto; después, el importe de las cantidades que proporcionalmente, deben considerarse como recuperación de las inversiones permanentes-activos fijos- y de los cargos diferidos; y, por último, el importe de los gastos pagados para la realización y administración de esas mismas transacciones. Si en esta serie de restas, el residuo final resulta positivo, se obtiene una utilidad, y si resulta negativo existirá una pérdida.

Dicho en otras palabras el estado de pérdidas y ganancias es una cuenta- un cómputo a la vez que una historia- en la que se describen como las operaciones productivas de una empresa generan ingresos suficientes para reembolsar total o parcialmente el dinero originalmente invertido en :

- las mercancías vendidas
- los muebles, equipos, etc., en uso
- los seguros, rentas y demás servicios pagados por un tiempo mayor al que el estado se refiere, y
- los servicios y gastos de todas clases que necesariamente se cubrieran durante el tiempo del ejercicio, para impulsar las actividades del negocio, para administrarlas y para financiarlas.

Se pueden contemplar estados de pérdidas y ganancias de dos tipos; el de un comerciante y el de un industrial. La diferencia radica básicamente, en que el último incluye un capítulo especial referente al costo de producción que no existe en el del comerciante.

Siendo diferente la forma de operar del comerciante y del industrial, el tratamiento contable en lo que se refiere a costos también tiene que ser diferente, lo que se puede apreciar objetivamente en los siguientes estados de pérdidas y ganancias.



Estado de Pérdidas y Ganancias  
(Negocio Comercial)

Ventas netas		\$10000.00
menos:		
Costo de lo vendido		
Inventario inicial	\$ 4000.00	
más:		
Compras netas	\$11000.00	
Gastos de compra	<u>\$ 1000.00</u>	<u>\$12000.00</u>
SUMA		\$16000.00
menos:		
Inventario final	<u>\$ 9000.00</u>	<u>\$ 7000.00</u>
UTILIDAD BRUTA		<u>\$ 3000.00</u>

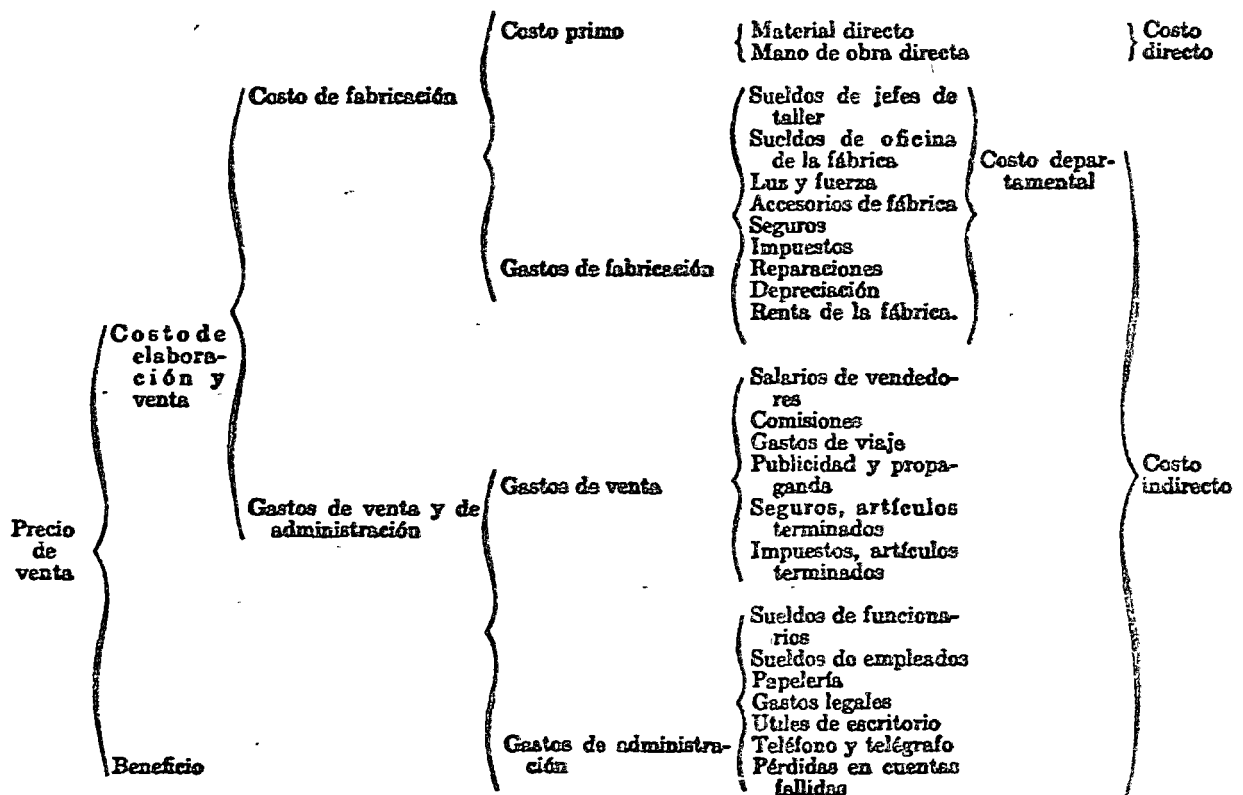
Estado de Pérdidas y Ganancias  
(Negocio Industrial)

Ventas netas		\$10000.00
Determinación del costo de ventas:		
Inv.inicial de productos terminados	\$ 4000.00	
Costo de producción:		
Inv.inicial de materias primas	\$ 6000.00	
Compras de materias primas	\$ 8000.00	
Gastos de compra	<u>\$ 1000.00</u>	
SUMA:	<u>\$15000.00</u>	
Mano de obra directa	\$ 2000.00	
Gtos. de fabricación	<u>\$ 3000.00</u>	
SUMA:	<u>\$20000.00</u>	
menos:		
Inv.final de materias primas	<u>\$ 8000.00</u>	<u>\$12000.00</u>
SUMA:		<u>\$16000.00</u>
menos:		
Inv. final de prod.terminados	<u>\$ 9000.00</u>	<u>\$ 7000.00</u>
UTILIDAD BRUTA		<u>\$ 3000.00</u>

En los estados de pérdidas y ganancias se observa la diferencia en la determinación del costo de lo vendido al hacer la comparación entre ambos. En el del comerciante el costo de lo vendido se obtiene en una forma simple, en tanto que en el caso del industrial se determina primero el costo de lo producido, o sea se llega a la suma de \$12000.00, lo cual implica la acumulación analítica de todas las operaciones conexas a la transformación de la materia prima y que se presenta en forma especial en el estado preinserto.

Una ayuda para entender la estructuración del estado de pérdidas y ganancias del industrial es el conocimiento de cómo determinan el costo de elaboración de un bien y de su precio. Esta observación puede también aplicarse a la producción de servicios. En el cuadro a continuación se presenta un ejemplo de la clarificación de costos para la producción de un bien, en él se podrán encontrar algunas analogías con el estado de pérdidas y ganancias.

Figura 2 Clasificación de los costos



Para concluir debe aclararse que antes de dar cuerpo al estado de pérdidas y ganancias se debe estar perfectamente familiarizado con las actividades de la empresa de que se trate pues tanto los productos- bienes o servicios- como los gastos serán distintos en una compañía de servicios públicos- luz, transportes urbanos, etc.-, en un banco, un cine, un centro deportivo, un comercio o en una empresa manufacturera.

Para efecto de los temas a tratar, se hará referencia a los estados de pérdidas y ganancias en empresas manufactureras (industrias) que denotan el caso más general.

### 1.3. IMPORTANCIA DE LOS ESTADOS FINANCIEROS EN LA TOMA DE DECISIONES DE PROYECTOS DE INVERSION.

Existen varias razones para hacer notar la importancia de la información contable en la toma de decisiones de proyectos de inversión.

- 1.- Es muy común encontrar la necesidad de conciliar estudios económicos con la contabilidad de una empresa. Esta necesidad surge de varias maneras. En los estudios económicos mucha información se recibe de los asientos contables, la cual debe ser modificada en términos de flujo de efectivo antes de poder ser aplicable en los estudios económicos. Frecuentemente es necesario que los estudios económicos estén relacionados a los estados contables para ser presentados a los accionistas, al personal directivo o al público en general. El seguimiento de cualquier decisión basada en estudios económicos deberá basarse, en parte, en los aspectos contables.
- 2.- Los estudios económicos para empresas privadas requieren de estimaciones de las cantidades y fechas de los pagos de impuestos sobre los ingresos (impuesto sobre la renta) que estarán afectados por la selección entre las alternativas propuestas. En la mayoría de los casos tales estimaciones involucran consideraciones de los métodos de depreciación que pueden ser empleados con el propósito del pago de impuestos.

- 3.- Algunos métodos de aproximación empleados por los analistas para calcular el costo anual de la recuperación del capital se relacionan con dos métodos de depreciación, que son, el método de línea recta y el del fondo de amortización.
- 4.- Se emplean comúnmente métodos para la realización de estudios de rentabilidad que dependen de los estados contables, y en fuerte medida, de la contabilidad de las depreciaciones. En estos estudios se puede determinar la rentabilidad de una empresa, año con año, o bien determinar la tasa interna de rendimiento a lo largo de la vida útil de un proyecto en estudio.

Habiendo hecho resaltar la importancia de la contabilidad en los estudios económicos procederemos a hacer algunas consideraciones en relación a las depreciaciones y su efecto en la evaluación de proyectos de inversión.