

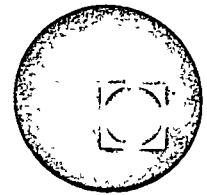
DISEÑO PLASTICO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

Fecha	Duración	Tema	
9, 11 y 13 de septiembre 2 hrs. cada día	19 a 21 hrs.	FALLA PLASTICA. Flexión de secciones simétricas. Cargas de falla de estructuras - isostáticas. Cargas de falla de estructuras hiperstáticas. Derivación de cargas de falla por -- inspección. Teoremas de falla -- plástica. Diagramas de interac-- ción. Número de articulaciones - plásticas. Factor de carga en di-- seño.	M. en I. Enrique del Valle
18, 20 y 23 de septiembre 2 hrs. cada día	19 a 21 hrs.	METODOS DE ANALISIS PLASTICO. Marcos. Marcos Múltiples. Método de mecanismos combinados. Momentos flectores en mecanismos de - falla. Cargas distribuidas.	M. en I. Osócar de Buen
25 y 27 de septiembre 2 hrs. cada día	19 a 21 hrs.	EFFECTO DE LA CARGA NORMAL Y CORTE EN LOS MOMENTOS PLASTICOS Secciones con un eje de simetría. Efecto de la carga normal en el momento plástico. Efecto del -- corte en el momento plástico. Mo-- mentos plásticos bajo corte y -- carga axial.	Ing. Isaias García Te rrazas.
30 de septiembre, 2 y 4 de Octubre 2 hrs. cada día	19 a 21 hrs.	DIAGRAMAS DE INTERACCION (COLUMNAS). Ecuación general de esfuerzos de flexión. Condiciones elástico- - plásticas y plásticas. Diagramas de diseño en flexión bi-axial. - Diagramas de interacción bi-axial de columnas cortas para diseño.- Columnas largas. Comportamiento- elástico y comportamiento inelás	Ing. Isaias García Te rrazas e Ing. José -- Luis Sánchez

Fecha	Duración	Tema	Profesor
7 y 9 de Octubre 2 hrs. cada día	19 a 21 hrs.	tico. Determinación de la <u>resis</u> <u>tencia</u> máxima. Curvas de <u>defor</u> <u>mación</u> . Pandeo lateral. SECCIONES COMPUESTAS.	Dr. Porfirio Balles- teros
11, 14 y 16 de Octubre 2 hrs. cada día	19 a 21 hrs.	DISEÑO DE ESTRUCTURAS RETICULA- RES ORTOGONALES.	Dr. Porfirio Balles- teros.
18 y 21 de Octubre 2 hrs. cada día	19 a 21 hrs.	CONSIDERACIONES ADICIONALES DE DISEÑO.	Dr. Porfirio Balles- teros.



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO PLASTICO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

METODOS DE ANALISIS PLASTICO

M. en I. OSCAR DE BUEN

Tacuba 5, primer piso. México 1, D.F.
Teléfonos: 521-30-95 y 513-27-95

CARACTERÍSTICAS DEL DIAGRAMA DE MOMENTOS FLEXIONANTES CORRESPONDIENTE AL COLAPSO DE UNA ESTRUCTURA :

1. CONDICIÓN DE EQUILIBRIO
2. CONDICIÓN DE MECANISMO
3. CONDICIÓN DE PLASTICIDAD

TEOREMAS FUNDAMENTALES DEL ANÁLISIS PLÁSTICO

TEOREMA DEL LÍMITE INFERIOR. La carga correspondiente a un diagrama de momentos que satisfaga la condición de equilibrio, trazado con los valores arbitrarios a las incógnitas hiperestáticas, es menor que la carga de colapso de la estructura o, a lo sumo, igual a ella, siempre que el momento flexionante no sea, en ninguna sección, mayor que el momento plástico resistente correspondiente.

TEOREMA DEL LÍMITE SUPERIOR. La carga correspondiente a un mecanismo supuesto es mayor que la de colapso de la estructura o, a lo sumo, igual a ella.

TEOREMA DE UNICIDAD. Si para una estructura dada, sometida a un sistema de cargas de características y magnitudes definidas, es posible encontrar cuando menos un diagrama de momentos que satisfaga simultáneamente las condiciones de equilibrio, mecanismo y plasticidad, las cargas consideradas son, necesariamente, las de colapso.

MÉTODOS GENERALES DE ANÁLISIS PLÁSTICO

MÉTODO ESTÁTICO SEMIGRÁFICO

1. Se escogen las incógnitas hiperestáticas.
2. Se traza el diagrama de momentos de la estructura isotática obtenida al eliminar las restricciones correspondientes a los elementos hiperestáticos escogidos en 1.
3. Se traza el diagrama correctivo, correspondiente a los elementos hiperestáticos.
4. Se obtiene el diagrama de momentos flexionantes completo superponiendo el correctivo sobre el isotático, y se regula el valor de las incógnitas hiperestáticas de manera que se tenga $M = M_p$ en un número de secciones suficiente para que se forme un mecanismo.
5. Se hace un croquis del mecanismo y se comprueba que los momentos en las secciones en que se forman articulaciones plásticas tienen el mismo sentido que las rotaciones en las articulaciones.
6. Se calcula la carga de colapso resolviendo una ecuación de equilibrio.
7. Se comprueba que $M \leq M_p$ en todas las secciones de la estructura.

MÉTODO CINEMÁTICO O DE LOS MECANISMOS

NUMERO Y CARACTERÍSTICAS DE LOS MECANISMOS INDEPENDIENTES:

$$m = p - G$$

m - Número de mecanismos independientes

p - Número de posibles articulaciones plásticas.

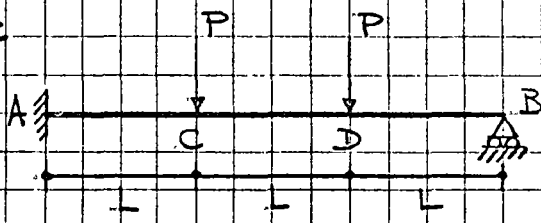
G - Grado de hiperestaticidad de la estructura.

Mecanismos "TIPO VIGA", "TIPO NUDO" y "DE GRADO DE LIBERTAD".

DETERMINACIÓN DE LA CARGA DE COLAPSO

1. Se localizan todas las articulaciones plásticas posibles y el número y características de los mecanismos independientes.
2. Se obtiene la carga correspondiente a cada mecanismo independiente igualando los trabajos externo e interno efectuados al darle al mecanismo un desplazamiento virtual.
3. Se buscan mecanismos combinados para los que los cargas de colapso sean menores que las de los independientes. Para ello debe hacerse que el trabajo exterior aumente y el interior disminuya.
4. Una vez obtenido un mecanismo que se cree es el de colapso se comprueba que $M \leq M_p$ en todas las secciones, con lo que queda demostrado que efectivamente lo es.
5. Si no se cumple el punto 4 el mecanismo ensayado no es el de colapso, y debe modificarse hasta lograr que se cumpla esa condición.

$M_p = cte$



MÉTODO ESTÁTICO

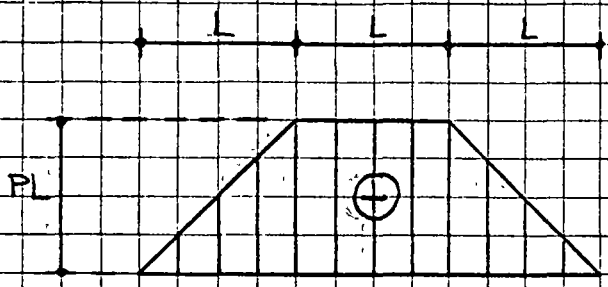


DIAGRAMA ISOSTÁTICO

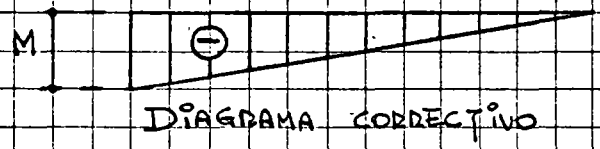


DIAGRAMA CORRECTIVO

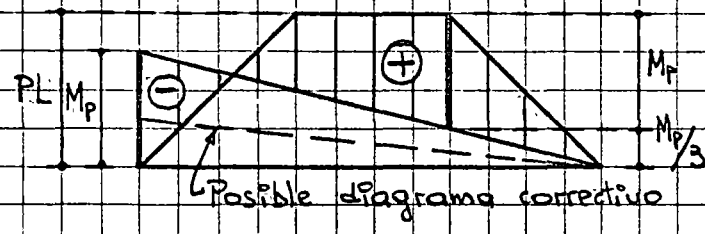
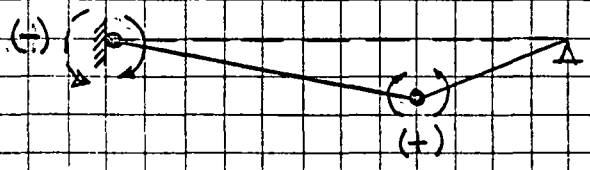


DIAGRAMA DE MOMENTOS COMPLETO

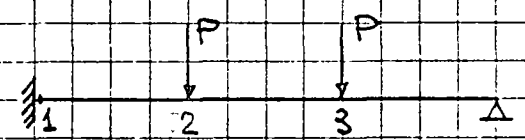


$PL = \frac{4}{3} M_p \therefore P = \frac{4}{3} \frac{M_p}{L}$

$M \leq M_p$ en todas las secciones,

luego $P = \frac{4}{3} \frac{M_p}{L} = P_u$

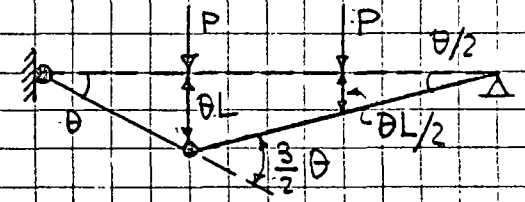
MÉTODO DE LOS MECANISMOS



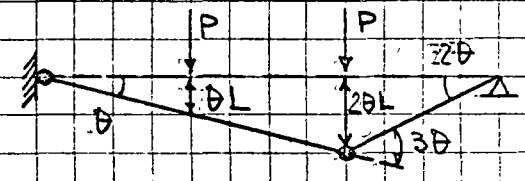
POSIBLES ARTICULACIONES PLÁSTICAS

$m = p - q = 3 - 1 = 2$

Los dos mecanismos son tipo viga.



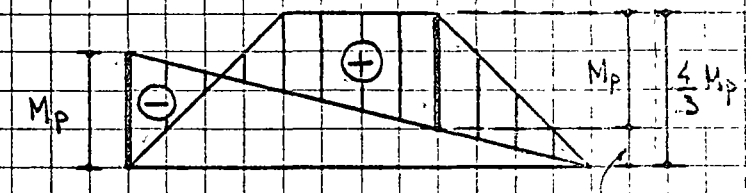
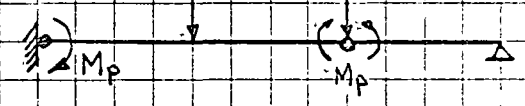
$P\theta L + P\theta \frac{L}{2} = M_p(\theta + \frac{3}{2}\theta) \therefore P_I = \frac{5}{3} \frac{M_p}{L} \geq P_u$



$P\theta L + P\theta 2L = 4M_p\theta \therefore P_{II} = \frac{4}{3} \frac{M_p}{L} \geq P_u$

$P = \frac{4}{3} \frac{M_p}{L}$

$\frac{4}{3} \frac{M_p}{L}$

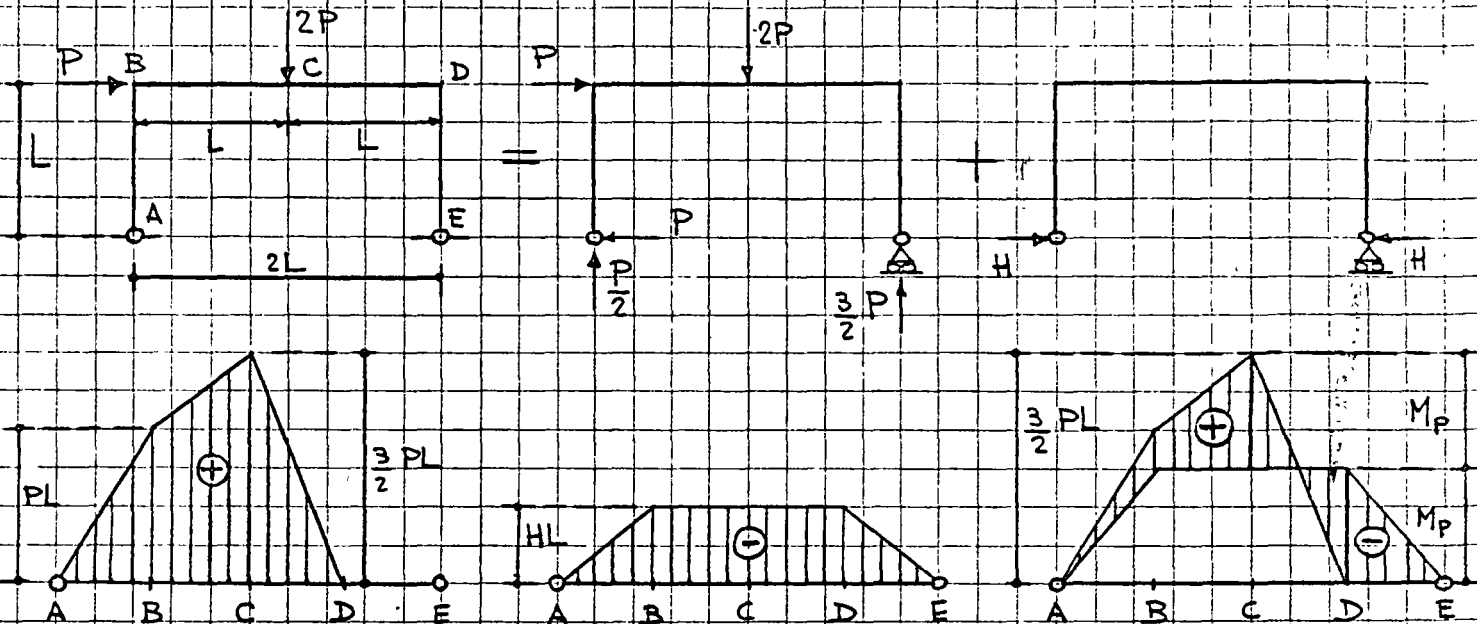


$M_I = P_{II}L = \frac{4}{3} M_p$

$M_p/3$

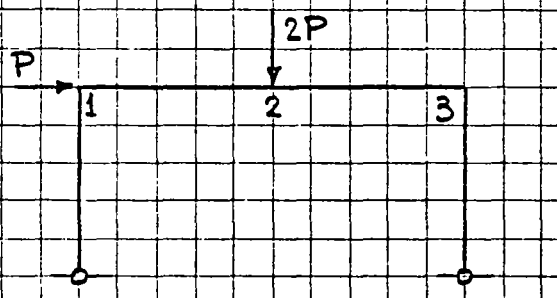
MÉTODO ESTÁTICO

$M_p = \text{cte.}$

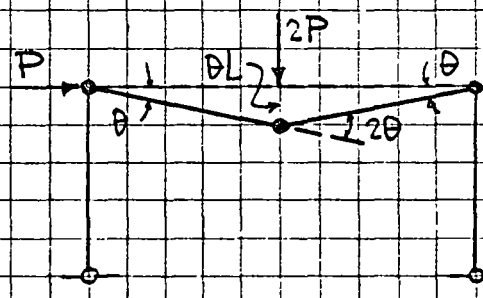


$2M_p = \frac{3}{2} P_u L \therefore P_u = \frac{4}{3} \frac{M_p}{L}$

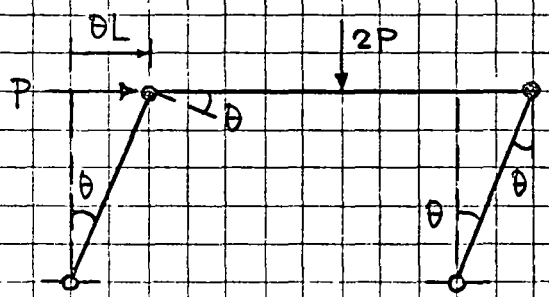
MÉTODO DE LOS MECANISMOS



$m = p - G = 3 - 1 = 2$

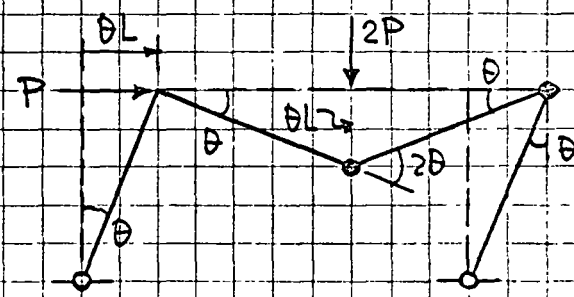


MEC. I. $2P\theta L = 4M_p\theta \therefore P_I = 2M_p/L \geq P_u$



MEC. II. $P\theta L = 2M_p\theta$

$\therefore P_{II} = 2M_p/L \geq P_u$



MEC. I+II. $P\theta L + 2P\theta L = 4M_p\theta$

$\therefore P_{I+II} = \frac{4}{3} \frac{M_p}{L} \geq P_u$

Se demuestra que el último mecanismo es el de colapso $\therefore P_u = \frac{4}{3} \frac{M_p}{L}$

Determinar, utilizando el método de los mecanismos, el valor de M_p necesario para que el marco de la figura falle cuando obren sobre él las cargas indicadas.

$$\text{MEC. 1. } 3 \times 3\theta = 4M_{p1}\theta \quad \therefore M_{p1} = 9/4 = 2.25 T_m \leq M_p$$

$$\text{MEC. 2. } 4 \times 3\theta = 8M_{p2}\theta \quad \therefore M_{p2} = 12/8 = 1.50 T_m \leq M_p$$

$$\text{MEC. 3. } 2 \times 4\theta = 4M_{p3}\theta \quad \therefore M_{p3} = 8/4 = 2.00 T_m \leq M_p$$

$$\text{MEC. 4. } 2 \times 4\theta + 4 \times 4\theta = 8M_{p4}\theta; \quad 24\theta = 8M_{p4}\theta \quad \therefore M_{p4} = 3.00 T_m \leq M_p$$

$$\text{MEC. 3+4. } 2 \times 8\theta + 4 \times 4\theta = 12M_{p5}\theta; \quad 32\theta = 12M_{p5}\theta \quad \therefore M_{p3+4} = 2.67 T_m \leq M_p$$

MEC. 3+4+GIRO EN C y D. (h)

$$2 \times 8\theta + 4 \times 4\theta = 10M_{p6}\theta; \quad 32\theta = 10M_{p6}\theta \quad \therefore M_{p6} = 3.20 T_m \leq M_p$$

$$\text{MEC. 1. } 2 \times 8\theta + 4 \times 4\theta + 3 \times 3\theta = 12M_{p7}\theta; \quad 41\theta = 12M_{p7}\theta$$

$$M_{p7} = 41/12 = 3.417 T_m \leq M_p$$

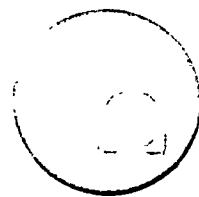
El mecanismo 1 es el de colapso.

$$M_p = 3.417 T_m$$





centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO PLASTICO DE ESTRUCTURAS DE ACERO

DR. PORFIRIO BALLESTEROS



TEORÍA PLÁSTICA DE ESTRUCTURAS

CONTENIDO

I FALLA PLÁSTICA

1.1 Introducción

1.2 Flexión de secciones simétricas

1.3 Cargas de falla de estructuras isostáticas

1.4 Cargas de falla de estructuras hiperestáticas

1.5 Derivación de cargas de falla por inspección

1.6 Teoremas de falla plástica

1.7 Diagramas de interacción

1.8 Número de articulaciones plásticas

1.9 Factor de carga en diseño

Bibliografía

Problemas

II METODOS DE ANALISIS PLÁSTICO

2.1 Introducción

2.2 Marcos

2.3 Marcos múltiples

2.4 Método de mecanismos combinados

2.5 Momentos flectores en mecanismos de falla

2.6 Cargas distribuidas

2.7 Cálculo de cargas de falla con computadora

Bibliografía

Problemas

III EFECTO DE LA CARGA NORMAL Y CORTE EN LOS MOMENTOS PLÁSTICOS

- 3.1 Secciones con un eje de simetría
- 3.2 Efecto de la carga normal en el momento plástico
- 3.3 Efecto del corte en el momento plástico
- 3.4 Momentos plásticos bajo corte y carga axial

IV ESFUERZOS EN ELEMENTOS ESTRUCTURALES ANTES Y DESPUES DEL LIMITE ELÁSTICO

- 4.1 Introducción
- 4.2 Ecuación general de esfuerzos de flexión
- 4.3 Condiciones elásticas
- 4.4 Condiciones elástico plásticas y plásticas
- 4.5 Diagramas de diseño en flexión bi-axial
- 4.6 Diagramas de diseño de interacción bi-axial de columnas cortas
- 4.7 Determinación numérica de la última capacidad de carga de secciones de columnas cortas bajo flexo compresión bi-axial.

Biblioteca FIA

Problemas

V DISEÑO POR OPTIMIZACIÓN

- 5.1 Introducción
- 5.2 Ejemplos de diseño con el mínimo peso

- 5.3 Teoremas de diseño con mínimo peso
- 5.4 Derivación del mínimo peso de portales
- 5.5 Diseño de mínimo peso con computadora
- 5.6 Mínimo peso de armaduras continuas de sección variable

Bibliografía

Problemas

VI CARGAS VARIABLES REPETIDAS

- 6.1 Introducción
- 6.2 Comportamiento de una viga de dos claros
- 6.3 Teoremas de colapso
- 6.4 Métodos de análisis por colapso
- 6.5 Importancia de colapso en diseño

Bibliografía

Problemas

VII ESTABILIDAD

- 7.1 Introducción
- 7.2 Columnas cargadas excentricamente
- 7.3 Portales
- 7.4 Estimación práctica de cargas de falla
- 7.8 Pandeo de placas
- 7.9 Pandeo local

Bibliografía

Problemas

CAPITULO I, FALLA PLASTICA

1.1 Introducción

Nuestro estudio concierne con el comportamiento de estructuras después del límite elástico, enfatizando en particular sobre las cargas de falla, en las cuales su resistencia flexionante es de significado primario (vigas libremente apoyadas y armaduras continuas) Ejemplos de estas estructuras son mostradas en las Figs. 1.1(a), (b) y (c). En estructuras trianguladas cargadas solo en los nudos, las cargas son tomadas primariamente por fuerzas axiales, y estas estructuras no serán consideradas. En vigas también se presentan fuerzas cortantes, mientras que en estructuras reticulares corte y fuerzas axiales existen en algunos de los miembros. En estructuras reticulares, los mayores esfuerzos en el rango elástico son debidos a la flexión y es el factor más importante en determinar cargas de falla. El efecto del cortante y la carga axial serán considerados posteriormente en los capítulos III y IV

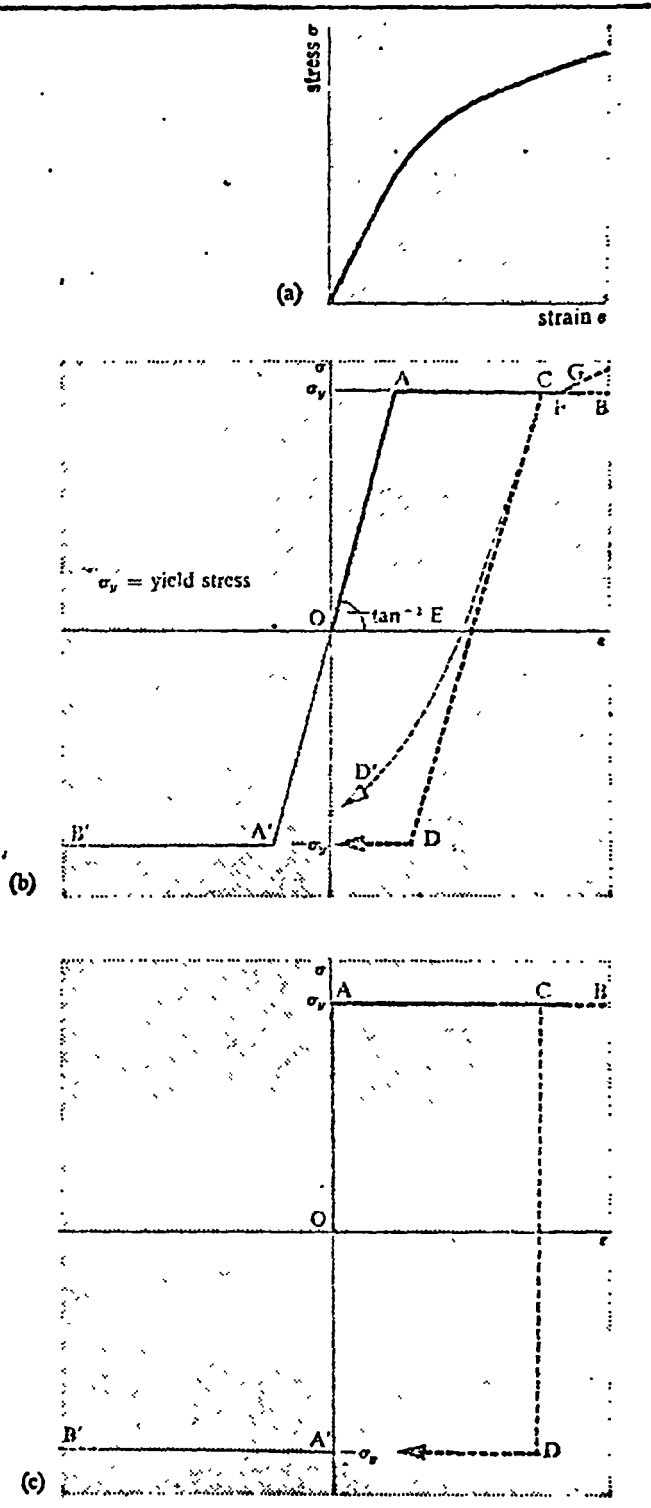


Figure 1.2 Stress-strain relationships

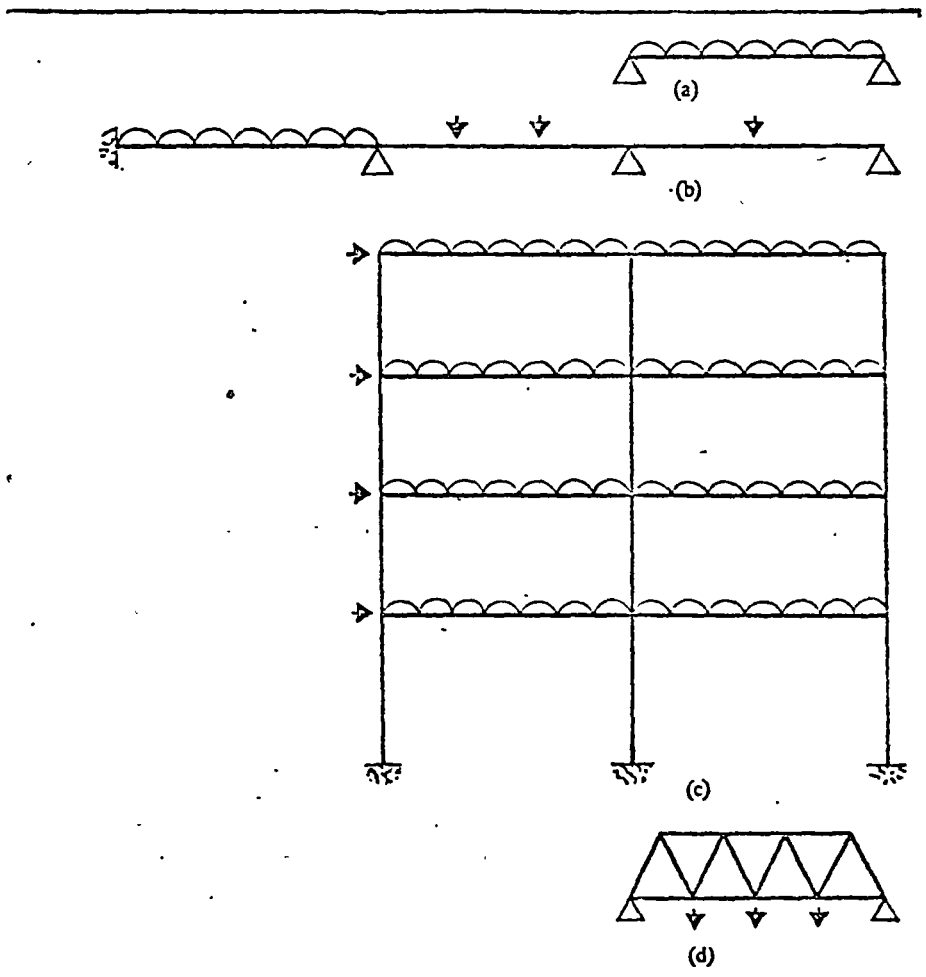


Figure 1.1 Types of structure

Es usual en la teoría elástica de estructuras el efecto de cambio de geometría en las ecuaciones de equilibrio'. La Teoría resultante es adecuada como una primera aproximación excepto para miembros flexibles en los cuales la estabilidad elástica llega a ser de primordial importancia^{2,3}. El incremento de deflexiones después del límite elástico podría significar que despreciar el cambio de geometría es menos justificable, pero se ha encontrado que cálculos útiles y significantes pueden hacerse adoptando la misma aproximación. Los efectos de cambio de geometría y de inestabilidad son discutidos brevemente en el capítulo

VII) El comportamiento de materiales después del límite elástico es altamente variable en las Figs. 1.2 (a), (b) y (c) se muestran 3 modelos matemáticos que son respectivamente el Frágil, elástico-plástico, y el rígido plástico. Los teoremas de plasticidad se aplican estrictamente a estructuras rígido-plásticas, y dan una gran aproximación a condiciones elástico-plásticas.

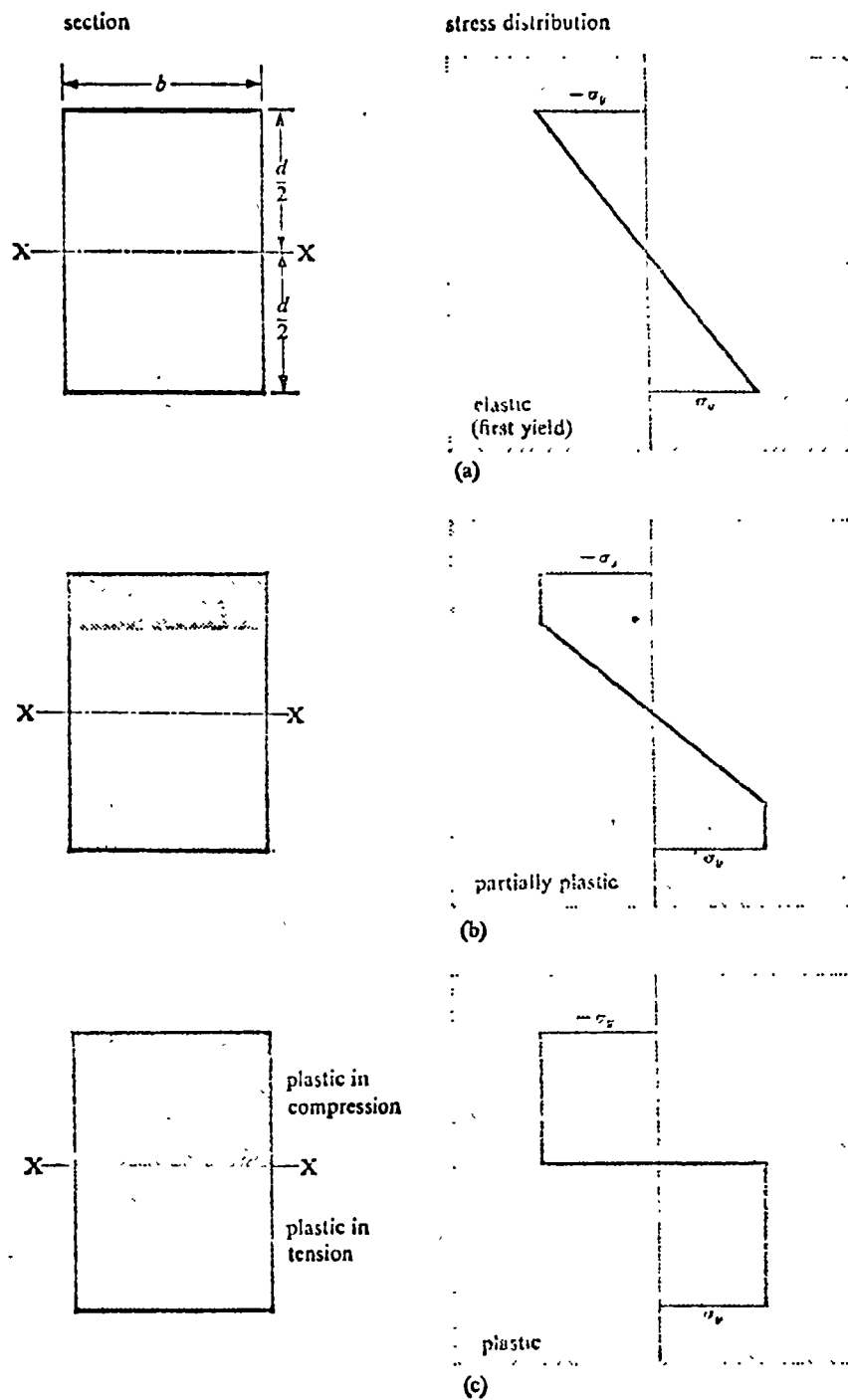


Figure 1.3 Bending into plastic range of beam of rectangular cross section

1.2 Flexión de secciones simétricas

Una viga de sección rectangular, de ancho b y peralte d alcanzará su límite de fluencia con un momento de magnitud $M_y = I_e \sigma_y$, donde I_e es el momento elástico de sección, y tiene un valor $bd^3/6$. El esfuerzo longitudinal normal variará de $-\sigma_y$ en la fibra superior a σ_y en la inferior, linealmente. El momento M_y puede ser incrementado después de M_y causando zonas plásticas en tensión y compresión como se muestra en Fig. 1.3(b). La relación momento curvatura es lineal hasta M_y (Fig. 1.4), se observa un incremento en la razón de cambio de curvatura con respecto al cambio de momento hasta que se desarrolla completa plasticidad. Cuando la curvatura se aproxima a infinito la sección se plastifica totalmente (Fig. 1.3c) y el momento resistente tiende al momento plástico

$$M_p = \left\{ \left(\frac{bd}{2} \sigma_y \right) \frac{d}{4} \right\} \times 2 = \frac{bd^2}{4} \sigma_y = I_p \sigma_y$$

la relación $I_p/I_e = f$ es conocida como factor de forma y en este caso es 1.5

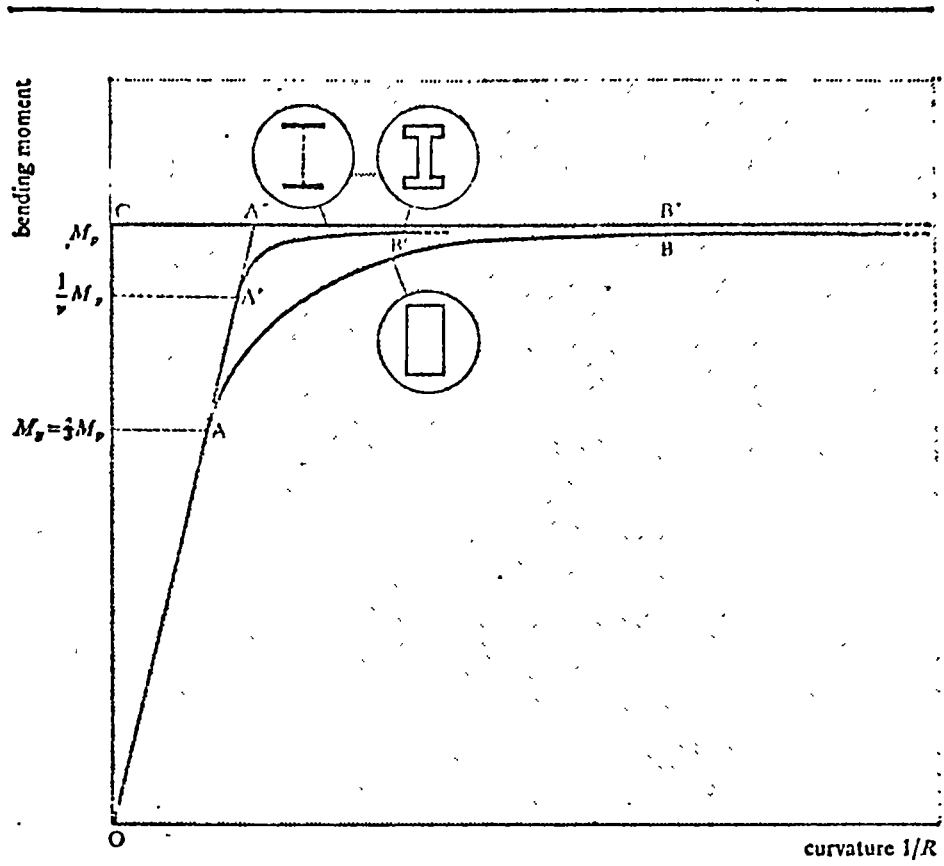


Figure 1.4 Moment-curvature relationships for beams bent into the plastic range

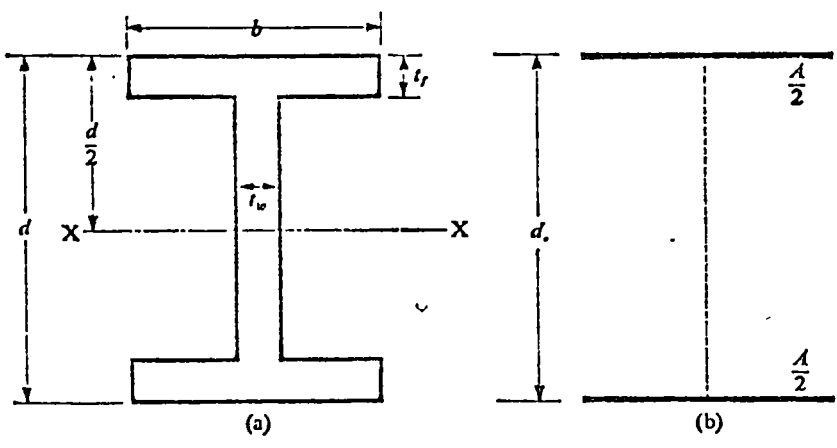


Figure 1.5 (a) Beam of I-section; (b) 'twin-plate' or unit shape factor section

En la Fig 1.5a se muestra una sección tiene un factor de forma de 1.15 menor que el de la sección rectangular, el módulo plástico se calcula tomando momentos de área respecto al eje central xx considerando el área en tensión negativa, dando

$$I_p = 2 \left[b t_f \left(\frac{d}{2} - \frac{t_f}{2} \right) + t_w \left(\frac{d}{2} - t_f \right) \frac{1}{2} \left(\frac{d}{2} - t_f \right) \right]$$

$$I_p = b t_f (d - t_f) + \frac{1}{4} t_w (d - 2t_f)^2 \quad (1.1)$$

La relación momento curvatura es la OA'B' de la Fig 1.4

Una sección idealizada que representa un modelo matemático de comportamiento elástico plástico (Fig 1.5b), consiste de dos placas delgadas de cada una de área $\frac{A}{2}$ separadas una distancia d , sin área en el alma. Para esta sección $I_e = I_p = \frac{1}{2} A d^2$, es decir, su factor de forma es unitario, y la relación momento curvatura llega a ser OA''B'' en Fig. 1.4.

El modelo matemático para la relación momento curvatura en condiciones rígido plásticas es el mismo para los miembros de todas las secciones, siendo OC B'' en Fig 1.4

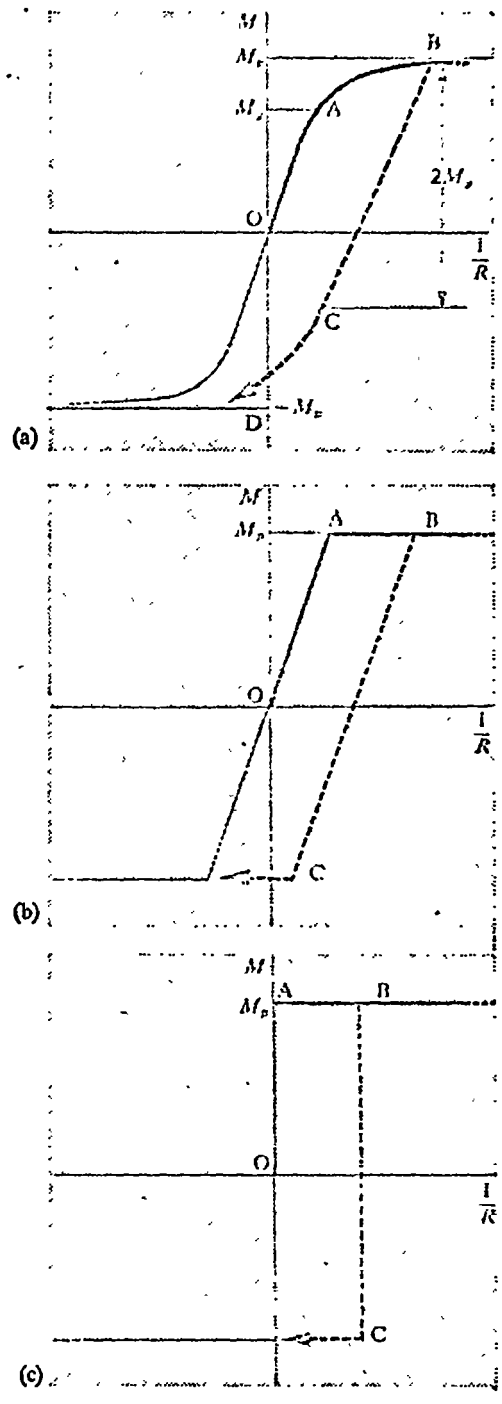


Figure 1.6 Moment-curvature relationships for reversed bending

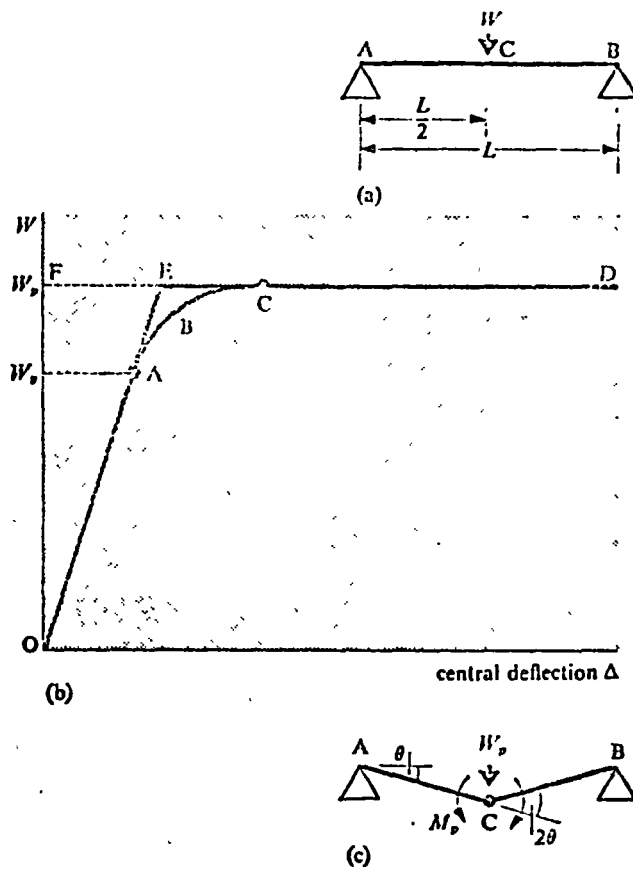


Figure 1.7 Elastic-plastic behaviour of simply supported beam

En la figura 1.6 se muestran los diagramas momento curvatura idealizados de descarga de vigas

1.3 CARGAS DE FALLA DE ESTRUCTURAS ISOSTATICAS

Fig. 1.7 viga simplemente apoyada

$$M_y = W_r \frac{L}{4} \quad \text{o} \quad W_y = \frac{4M_y}{L}$$

En 1.7c igualando el trabajo externo al trabajo interno absorbido por la articulación plástica y suponiendo θ pequeño

$$W_p \left(\frac{L\theta}{2} \right) = M_p(2\theta) \quad (1.2)$$

dando $W_p = \frac{4M_p}{L}$, (1.2) puede considerarse real o ecuación de Trabajo Virtual.

El concepto de articulación plástica es obviamente una aproximación física, puesto que la curvatura infinita es imposible sin fractura completa de la viga. Se ha encontrado que el concepto de articulación plástica representa una gran aproximación para el acero estructural ³⁵

Si el factor de forma es supuesto la unidad la relación carga deflexión central Δ

llega a ser las dos rectas OED. Una viga de material rígido plástico tiene la relación OFD, y en este caso el mecanismo de la Fig. 1.7 c llega a ser una representación real del estado total deformado de la viga.

Las articulaciones plásticas tienden a ocurrir en los valores máximos de los momentos inducidos, transformando la estructura en un mecanismo. La estructura triarticulada de la Fig. 1.8 a, con cargas y dimensiones como se indican, tiene una distribución de momentos como se indica en Fig 1.8 b. El momento máximo es 60λ en el punto D, suponiendo un momento plástico $M_p = 100$ unidades, la falla ocurrirá cuando $60\lambda = 100$, es decir cuando $\lambda = 1.667$. La ecuación de trabajo usa el mecanismo de colapso de Fig. 1.8 c en la cual I_{co} , es el centro instantáneo de rotación de CD, cae sobre AC y ED.

Suponiendo que en ese mecanismo, ABC gira un ángulo ϕ respecto a A, CD gira θ respecto a I_{co} , y DE gira ψ con respecto a E. Considerando el movimiento vertical de C

$$30\phi = 30\theta \quad \text{o sea } \phi = \theta$$

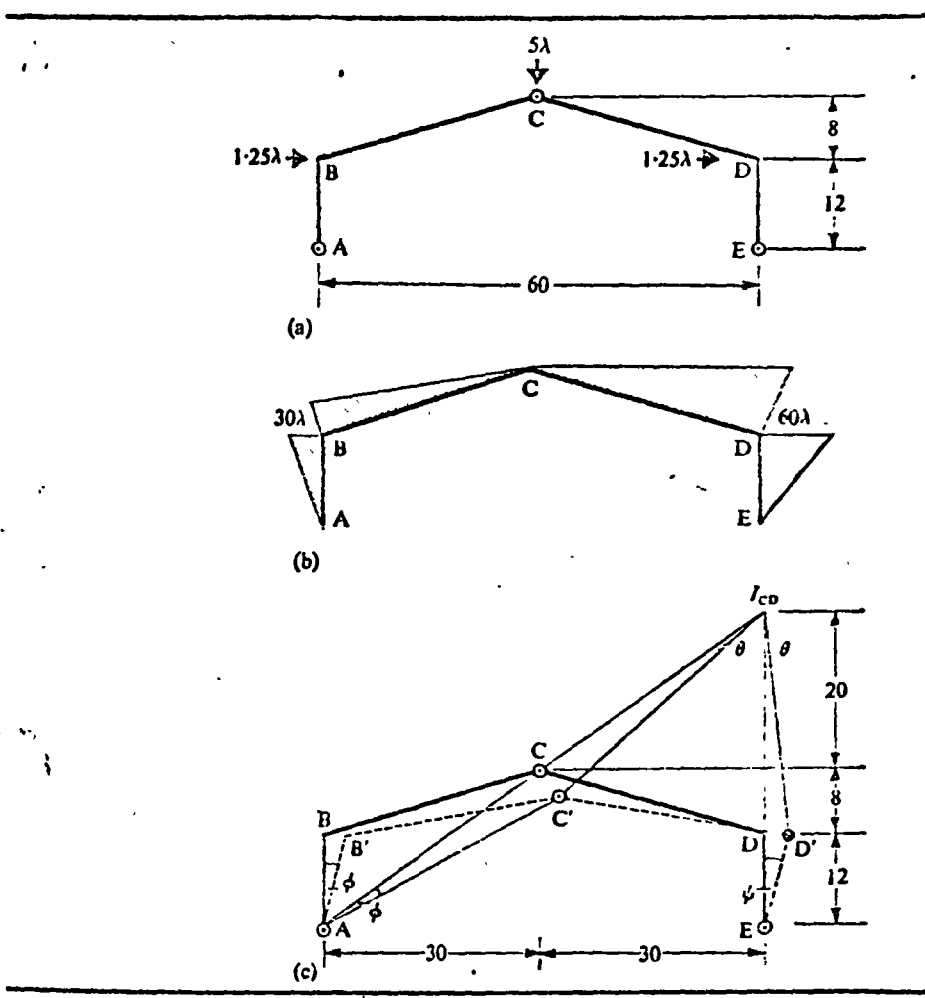


Figure 1.8 Plastic failure of three-pin pitched roof portal frame

similarmente considerando el movimiento horizontal de D

$$28\theta = 12\psi$$

$$\text{de donde } \psi = \frac{7}{3}\theta$$

La igualdad del trabajo externo al interno donde el trabajo interno ocurre en D cuya rotación es $(\theta + \psi)$ se tiene

$$5\lambda(30\phi) + 1.25\lambda(12\phi) + 1.25\lambda(12\psi) = \underbrace{100}_{M_p}(\theta + \psi) \quad (1.3)$$

substituyendo en (1.3) los valores de ϕ y ψ en función de θ se obtiene $\lambda = 1.667$ como en el caso de la solución estática de Fig. 1.8 b.

1.4 CARGAS DE FALLA DE ESTRUCTURAS ESTATICAMENTE INDETERMINADAS.

Para ilustrar el comportamiento elástico plástico de estructuras hiperestáticas hasta la falla, se considera el portico empotrado de la Fig. 1.9(a), con cargas verticales y horizontales permaneciendo proporcionales al factor de carga λ . El portal es de sección uniforme con un momento plástico $M_p = 2WL$, y la sección transversal se supone que tiene un factor de forma unitario.

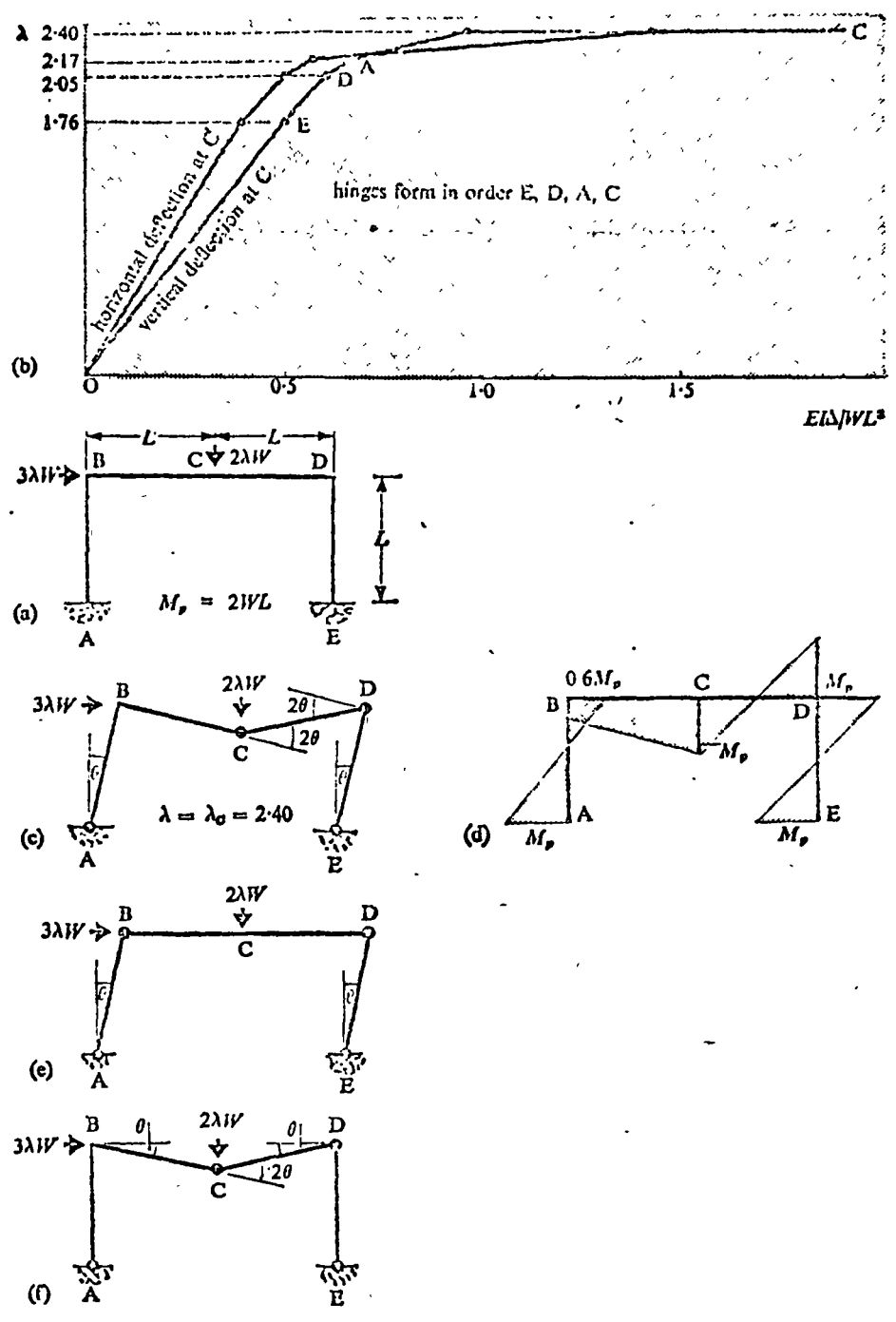


Figure 1.9 Elastic-plastic behaviour of fixed base rectangular portal frame

Las relaciones carga de formación hasta el colapso con respecto a las deformaciones verticales y horizontal en el centro del claro son mostradas en la Fig. 1.9 b

El final de la fase elástica ocurre a un factor de carga de 1.76 cuando se forma la articulación plástica en E, y después se forman sucesivamente en D, A, y C y la estructura se convierte en un mecanismo (Fig. 1.9c), y deformaciones mayores a un factor de carga constante de 2.40. El momento flector en condiciones de colapso es mostrado en Fig. 1.9 d).

Un análisis completo elástico-plástico no es necesario, siempre y cuando se conozca el mecanismo correcto de falla. Aplicando la ecuación de Trabajo al mecanismo de Fig. 1.9c da

$$3\lambda W(L\theta) + 2\lambda W(L\theta) = M_p(\theta + 2\theta + 2\theta + \theta)$$

$$\text{de donde } \lambda = 2.40 = \frac{1.20 M_p}{WL}$$

aplicando la ecuación de trabajo a los mec. Fig. 1.9 e, f,

$$(1.9e) \quad 3\lambda W(L\theta) = M_p(\theta + \theta + \theta + \theta) \Rightarrow \lambda = 2.67$$

$$(1.9f) \quad 2\lambda W(L\theta) = M_p(\theta + 2\theta + \theta) \Rightarrow \lambda = 4.00$$

Los mecanismos de falla dan factores de carga

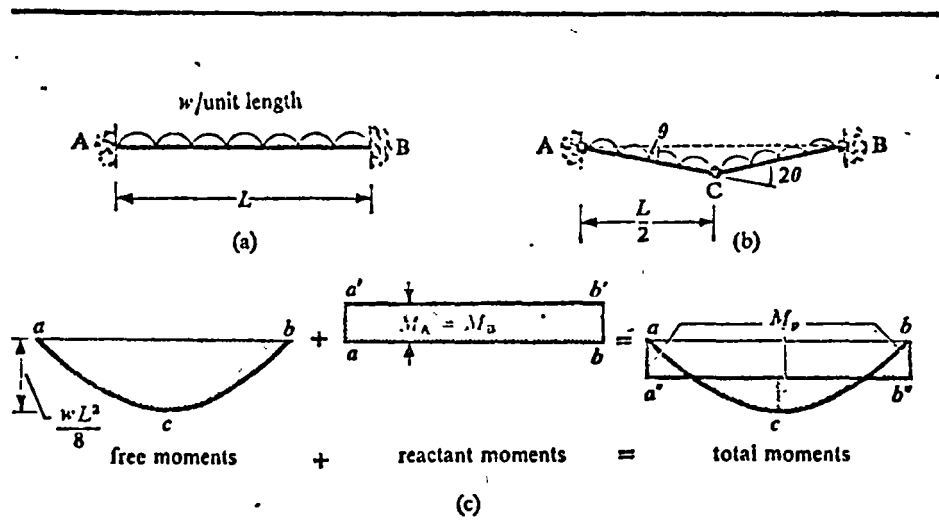


Figure 1.10 Plastic failure of fixed-ended beam with uniformly distributed load

mayores que $\lambda = 2.40$, así que la carga de falla correcta podría derivarse considerando todos los posibles mecanismos y usando aquel que de el menor factor de carga, en otras palabras la ecuación del trabajo aplicada a un mecanismo arbitrario siempre da un valor mayor.

1.5 Derivación de cargas de falla por inspección

El mecanismo de falla de una viga empotrada con carga uniforme (Fig. 1.10a) es el mostrado en Fig. 1.10b, con articulaciones plásticas en el centro y en los extremos igualando el trabajo externo al interno

$$wL\left(\frac{L}{4}\theta\right) = M_p(\theta + 2\theta + \theta) \quad (1.7)$$

$$w = \frac{16 M_p}{L^2}$$

Un procedimiento alternado es observar la distribución de momentos para superponer momentos isostáticos con momentos reactivos de la Fig. 1.10c se tiene

$$2 M_p = \frac{wL^2}{8} \quad \text{o sea}$$

$$w = \frac{16 M_p}{L^2}$$

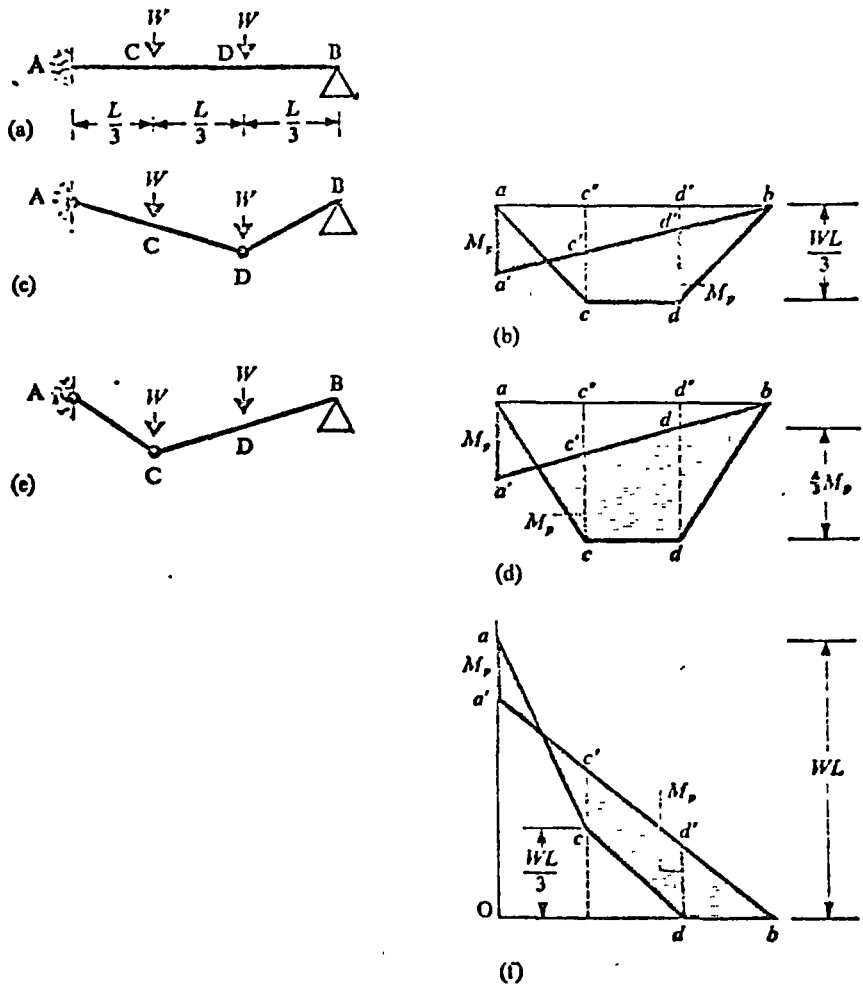


Figure 1.11 Plastic failure of propped cantilever

Para la viga en cantiliver mostrada en la Fig. 1.11 a, su perponiendo los diagramas isostáticos y los reactantes se tiene para el mecanismo de falla de la Fig. 1.11 c

$$W = \frac{4Mp}{L}$$

y para la Fig. 1.11 e

$$W = \frac{5Mp}{L}$$

El diagrama de momento evidentemente muestra que es incorrecto puesto que el momento en D es $\frac{4}{3} Mp$.

El diagrama isostático mencionado puede ser cualquiera en la figura 1.11 f se muestra el diagrama quitando el apoyo en B y da un valor igual a Fig. 1.11 a

$$W = \frac{4Mp}{L}$$

Con las ecuaciones de trabajo se obtienen los mismos resultados.

Observando los ejemplos anteriores se muestra que la distribución de momentos factores debe satisfacer en condiciones de colapso lo siguiente:

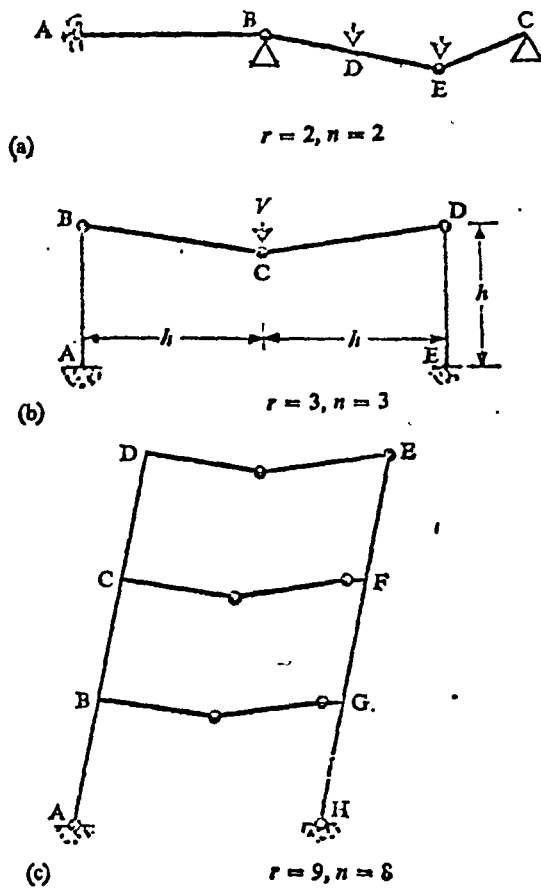


Figure 1.17 Examples of 'incomplete' collapse

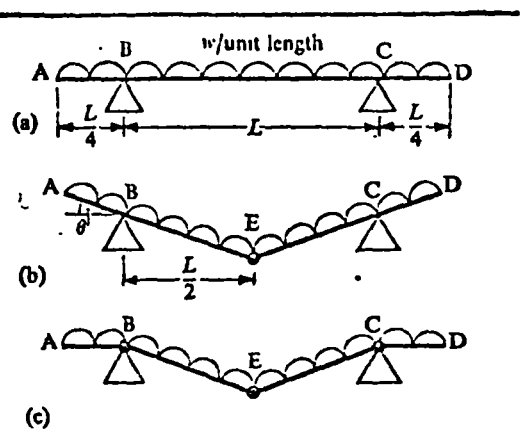


Figure 1.12 (a) Uniformly loaded beam; (b) actual failure mechanism; (c) postulated mechanism, not giving equilibrium state, but giving valid upper bound

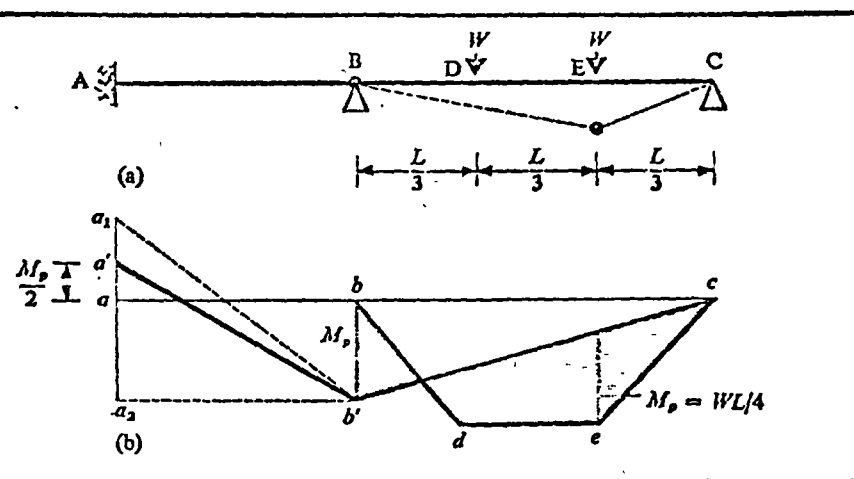
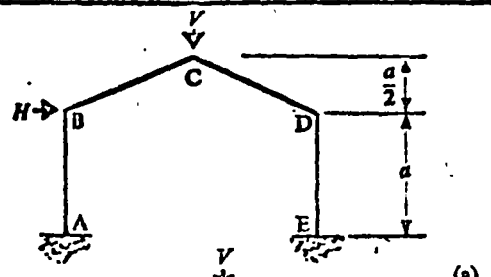
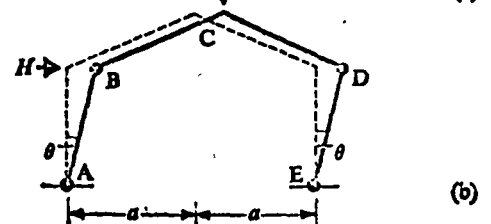


Figure 1.13 Failure of two-span beam with moments within span AB statically indeterminate at collapse

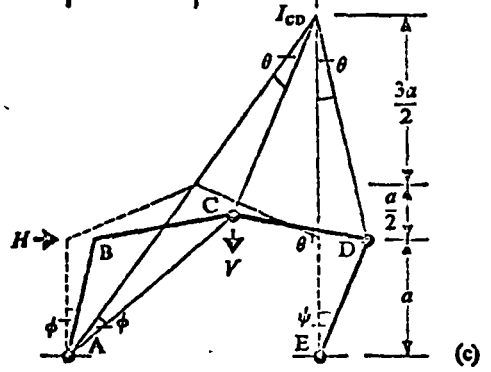


(a)



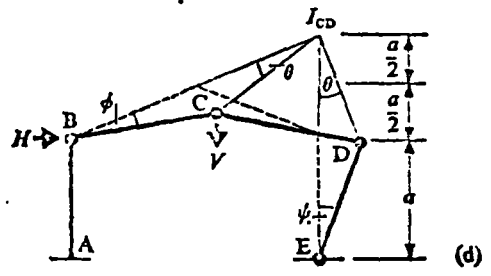
(b)

mechanism 1
 $H(a\theta) = M_p(\theta + \theta + \theta + \theta)$
 $H = 4 \frac{M_p}{a}$



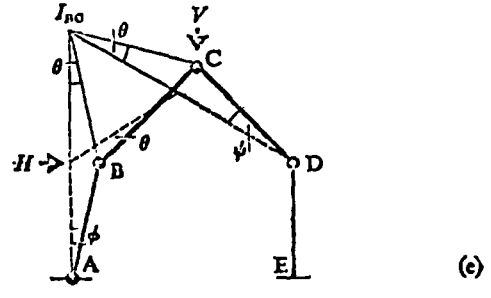
(c)

mechanism 2
 $2\phi = 2\theta = \psi$
 $H(a\theta) + V(a\phi) = M_p[\phi + (\phi + \theta) + (\theta + \psi) + \psi]$
 $H + V = 8 \frac{M_p}{a}$



(d)

mechanism 3
 $\phi = \theta = \psi$
 $V(a\phi) = M_p[\phi + (\phi + \theta) + (\theta + \psi) + \psi]$
 $V = 6 \frac{M_p}{a}$



(e)

mechanism 4
 $\phi = \theta = \psi$
 $H(a\phi) - V(a\psi) = M_p[\phi + (\phi + \theta) + (\theta + \psi) + \psi]$
 $H - V = 6 \frac{M_p}{a}$

Figure 1.14 Plastic mechanisms for fixed-base, pitched-roof portal frame

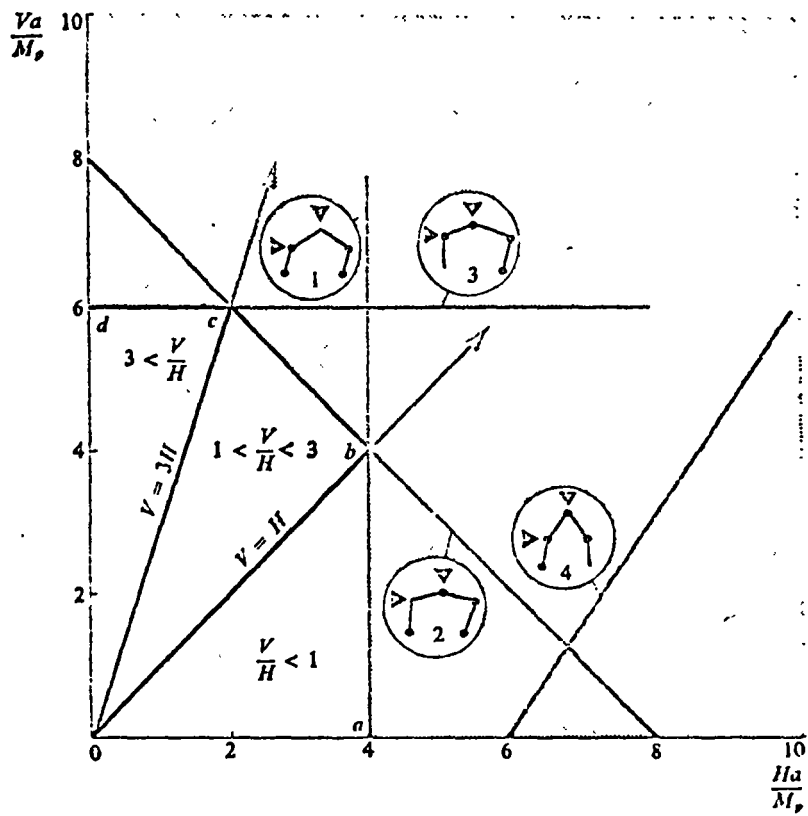


Figure 1.15 Interaction diagram for plastic failure of frame in Fig. 1.14(a)

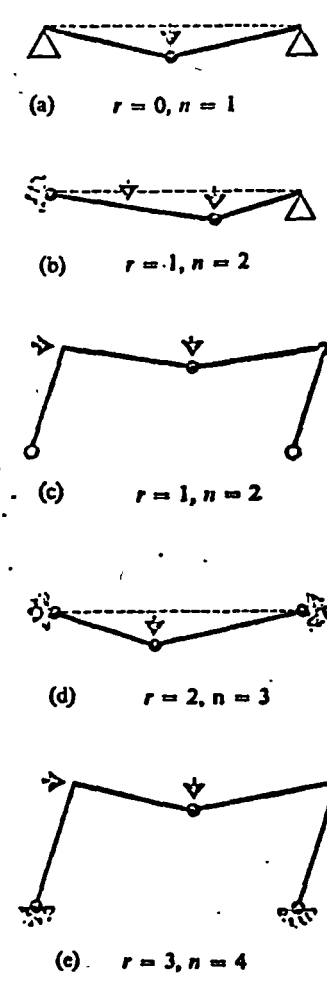


Figure 1.16 Examples of 'complete' collapse

a) Condición de equilibrio. Los momentos flectores deben representar un estado de equilibrio entre fuerzas internas y externas.

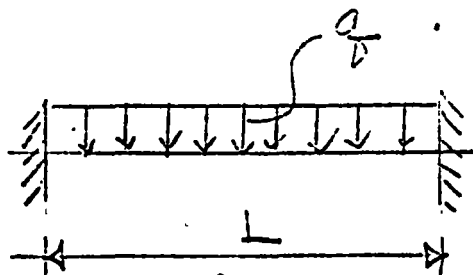
b) Condición de Mecanismo. El momento plástico resistente debe alcanzar un número suficiente de secciones, en el sentido apropiado para formar un mecanismo de falla.

c) Condición de Fluencia. Los momentos plásticos resistentes no deberán ser excedidos en ningún otro punto.

Se mostrará posteriormente que el factor de carga al cual se satisfacen las condiciones anteriores es UNICO.

Ha sido observado, que el uso de la condición de mecanismo asociada con la ecuación de trabajo plástico origina un Límite superior en la carga de colapso. Similarmente, por inspección se observa que cualquier distribución de momento flector que satisface equilibrio y fluencia llega a un límite inferior de carga de colapso.

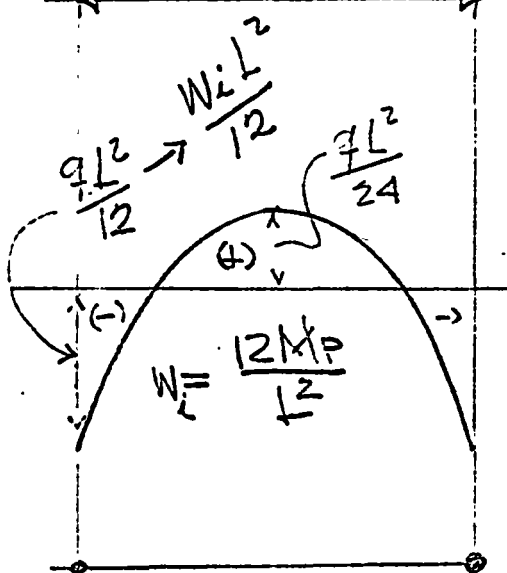
la viga empotada de Fig. 1.10 (a) en el rango elástico. Las condiciones de fluencia son las mismas que el rango elástico.



$$M_y = \frac{q_y L^2}{12} \text{ en apoyos}$$

$$M_c = \frac{q_y L^2}{24} = \frac{1}{2} M_y$$

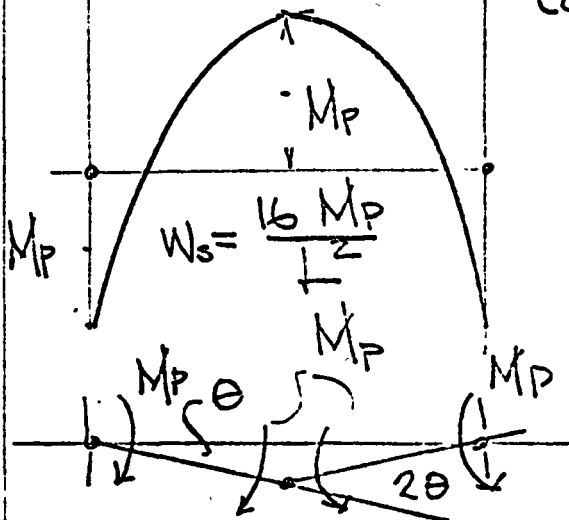
Por lo tanto equilibrio y fluencia se satisfacen por una distribución de momentos similar al rango elástico si q es aumentado a la carga de falla $q = \frac{1}{L}$



con solo articulaciones plásticas en los apoyos $\frac{W_i L^2}{12} = M_p$

de donde $W_i = \frac{12 M_p}{L^2}$ es

un límite inferior de la carga de falla.



Si se satisface condición de Mecanismo asociado con la ecuación de trabajo plástico origina un límite superior de la carga de colapso $W_s = \frac{16 M_p}{L^2}$

1.6 TEOREMAS DE COLAPSO PLÁSTICO

Los principios que gobiernan la falla plástica de las estructuras han sido justificadas intuitivamente, pero establecidos como teoremas formales en sus pruebas^{7,8}.

En el resto de este artículo se considerarán algunas consecuencias de estos teoremas.

Los teoremas se refieren a estructuras

con material rígido-plástico por lo cual

tendrán cero desplazamiento hasta alcanzar

la carga de colapso. Las deformaciones

de los mecanismos son supuestas infinitamente

pequeñas así que las de flexiones no afectan

las ecuaciones de equilibrio. Los Teoremas

tienen aplicación a estructuras con materiales

elástico-plástico con grado de aproximación

variable, dependiendo de la influencia del

cambio de geometría e inestabilidad elástica.

Se refieren a estructuras sujetas a cargas

proporcionales, la intensidad de las cargas

es definida por el factor de carga λ , el

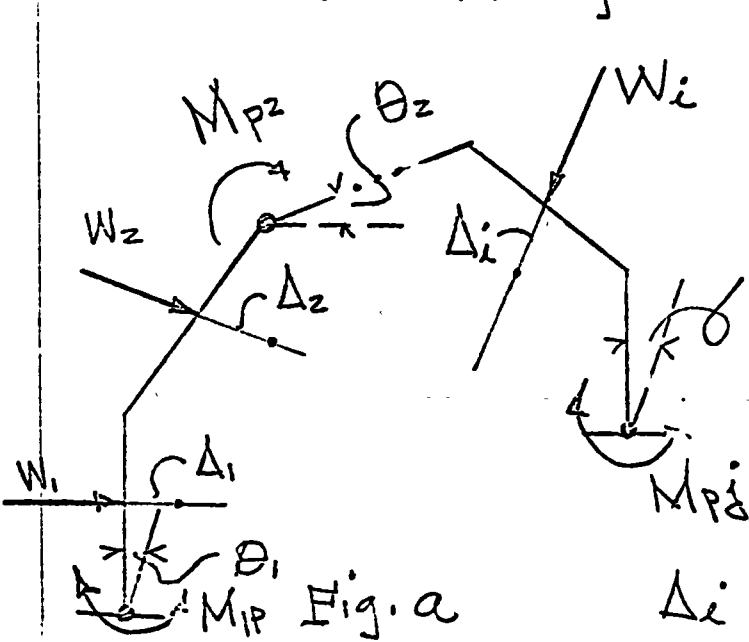
cual es solo restringido a valores positivos.

TEOREMA ESTÁTICO O DEL LÍMITE INFERIOR

Sí, con cualquier factor de carga λ , es posible determinar una distribución de momentos factores en equilibrio con las cargas aplicadas, y que satisface en todas partes la condición de fluencia, entonces λ es ó igual o menor que el factor de carga de falla.

De allí que, cualquier factor de carga encontrado en esta forma es un límite inferior al factor de carga de falla λ_p , es decir, \equiv el factor de carga de falla es el mayor factor de carga estático.

Demostración En la estructura generalizada mostrada en la Fig. a sean:



$\lambda_p =$ factor de carga de falla

$\lambda_p W_i =$ sistema de cargas del mecanismo de falla

$\lambda W_i =$ sistema de cargas diferente al mecanismo de falla

Δ_i desplazamientos en direcciones de W_i del Mec. de colapso

θ_i rotaciones debidas a los momentos M_{Pi} en el mec. de colapso.

Para cualquier conversión de signos, el signo del momento flector M_{Pj} será idéntico al correspondiente signo de θ_j . De la Fig. a se tiene

$$\lambda_p \sum_{i=1}^n W_i \Delta_i = \sum_{j=1}^m M_{Pj} \theta_j \quad (1.8)$$

puesto que λ_p y $\sum M_{Pj} \theta_j$ son positivos, entonces $\sum W_i \Delta_i$ es positivo.

Bajo cualquier factor de carga $\lambda \neq \lambda_p$, supongamos que la distribución de momentos encontrada satisface equilibrio y condiciones de fluencia, y sean los momentos encontrados en las posiciones j denotados por M_j , por lo tanto debido a la condición de fluencia

$$-|M_{Pj}| \leq M_j \leq |M_{Pj}| \quad (1.9)$$

Considerando ahora la ecuación del Trabajo virtual asociada al sistema de cargas λW_i asociada a los momentos internos M_j con desplazamientos virtuales Δ_i y rotaciones internas θ_j , se tiene

$$\lambda \sum_{i=1}^n W_i \Delta_i = \sum_{j=1}^m M_j \theta_j \quad (1.10)$$

De (1.10) y (1.9)

$$(\lambda_p - \lambda) \sum_{i=1}^n W_i \Delta_i = \sum_{j=1}^m (M_{Pj} - M_j) \theta_j \quad (1.11)$$

Puesto que cada término $M_{pi} \Theta_i$ es positivo y en vista de la Eq. (1.9), cada término en el lado derecho de la ecuación (1.11) es positivo o cero. Por lo tanto $\lambda_p \geq \lambda$.

TEOREMA CINEMATICO O DE LIMITE SUPERIOR

Si, para cualquier mecanismo plástico supuesto, el trabajo externo efectuado por las cargas con un factor de carga positivo λ es igual al trabajo interno de las articulaciones plásticas, entonces, λ es igual o mayor que el factor de carga de falla.

Es decir el factor de carga determinado de cualquier mecanismo arbitrario supuesto, de igualar el trabajo externo al interno será el menor del conjunto de todos los posibles mecanismos.

Prueba.- Consideremos un mecanismo arbitrario con rotaciones plásticas Θ_i , y con sus correspondientes momentos plásticos M_{pi} , y los desplazamientos correspondientes a las cargas W_i sean Δ_i y sea un factor de carga derivado de la ecuación
$$\lambda \sum_{i=1}^n W_i \Delta_i = \sum_{i=1}^m M_{pi} \Theta_i \quad (1.12)$$

cada término en $M_{Pj} \Theta_j$ es positivo, y, puesto que λ es positivo, $\sum W_i \Delta_i$ es positivo

Supongamos que bajo el actual factor de falla λ_p de la estructura, sean los momentos en los puntos j M_j , donde los M_j necesariamente satisfacen la condición de fluencia

$$-|M_{Pj}| \leq M_j \leq |M_{Pj}| \quad (1.13)$$

Considerando ahora la ecuación del trabajo virtual obtenida asociando las cargas externas $\lambda_p W_i$ (en equilibrio con los momentos internos M_j en los puntos j), con los correspondientes desplazamientos Δ_i (correspondientes a las rotaciones internas Θ_j en los puntos j). Entonces

$$\lambda_p \sum_{i=1}^n W_i \Delta_i = \sum_{j=1}^m M_j \Theta_j \quad (1.14)$$

De Eqs. (1.12) y (1.14)

$$(\lambda - \lambda_p) \sum_{i=1}^n W_i \Delta_i = \sum_{j=1}^m (M_{Pj} - M_j) \Theta_j \quad (1.15)$$

Puesto que cada término $M_{Pj} \Theta_j$ es positivo, y en vista de Eq. (1.13), cada término en la derecha de (1.15) es positivo o cero. De allí que $\lambda \geq \lambda_p$.

En la Fig. 1.12 (a) el mecanismo correcto de falla de la viga mostrada con carga uniforme w , es como se muestra en Fig. 1.12b, la carga de colapso es $\frac{10.67 MP}{L^2}$. El mecanismo en Fig. 1.12c da un límite superior válido de $16 MP/L^2$, pero es importante observar que los cantilivers de claro $\frac{L}{4}$ no están en equilibrio

TEOREMA UNICO

Si, en cualquier factor de carga λ , se encuentra una distribución de momento que satisface las tres condiciones de equilibrio, mecanismo, y fluencia, entonces dicho factor de carga es el factor de carga de colapso λ_p

PRUEBA. Puesto que la distribución de momento satisface las condiciones de equilibrio y fluencia, $\lambda \leq \lambda_p$ por el Teorema del límite inferior. Puesto que la distribución de momento flexionante satisface las condiciones de equilibrio y mecanismo, la ecuación de Trabajo plástico obtenida usando el mecanismo da el factor de carga λ , donde $\lambda \geq \lambda_p$ de el Teorema de límite superior, De allí que

$$\lambda = \lambda_p$$

Corolario 1. El estado inicial de esfuerzos internos no tiene efecto en la carga de colapso.

Corolario 2. Si una estructura es sujeta a cualquier carga proporcional o no proporcional programada, el colapso ocurrirá a la primer combinación de cargas para las cuales su distribución de momento flexionante satisface las condiciones correspondientes de equilibrio, mecanismo, y fluencia.

Estos dos corolarios son consecuencia inmediata del Teorema único, y son de gran importancia en la aplicación de la Teoría Plástica puesto que muestran que la carga de falla no es afectada por fabricación o historia de carga. El segundo corolario quita la restricción de cargas a cargas proporcionales, siempre y cuando todas las combinaciones de carga sean analizadas.

Los corolarios se aplican a estructuras elástico-plásticas siempre y cuando el cambio de geometría y inestabilidad no son importantes no consideran plasticidad alternada que se discutirá posteriormente.

Es importante observar que el Teorema Único no establece que la distribución de momento flexionante en colapso es única. La viga continua en la Fig. 1.13 a, con un momento plástico uniforme M_p , tiene el mecanismo de colapso como se indica con articulaciones en B y E, el valor de W en falla es $4M_p/L$ [similar a Fig. 1.11 b y c]. La distribución de momento flexionante en el claro de colapso es estáticamente determinada [Fig. 1.13 (b)], pero la línea reactante en el claro AB puede caer en cualquier lugar entre los límites a_1b' y a_2b' where $a_1a = a_2a = M_p$, si el factor de forma es unitario de condiciones estáticas se establece que en A $M = M_p/2$ en colapso.

1.7 DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN

Cuando dos sistemas de carga pueden actuar simultáneamente sobre una estructura, en cualquier relación, es conveniente determinar las cargas de colapso por medio de diagramas de interacción.

La estructura mostrada en la Fig 1.14 a

tiene un momento uniforme M_p , v , cor. cargas V y H como se indica, los mecanismos indicados en las Figuras 1.14 (b), (e) pueden ser considerados. En Fig. 1.14 (c). En Fig. 1.14 (c) donde I_{co} es el centro instantáneo de rotación de CD , el movimiento vertical de C da $a\dot{\phi} = a\dot{\theta}$, mientras que el movimiento horizontal de D da $2a\dot{\theta} = a\dot{\psi}$, por lo tanto $2\dot{\phi} = 2\dot{\theta} = \dot{\psi}$. Los otros mecanismos se analizan similarmente. Las combinaciones de V y H causan colapso de acuerdo con los mecanismos mostrados en Fig. 1.15. Puesto que cualquier línea radiando del origen representa carga proporcional, las condiciones de falla son representadas por $abcd$. De $a = b$ ($V/H < 1$), falla es por mecanismo 1, de $b = c$ ($1 < V/H < 3$) falla es por mecanismo 2, y de $c = d$ ($V/H > 3$) falla es por mecanismo 3. Mecanismo 4 no ocurre cuando V y H son positivas. Cualquier combinación de carga ocurriendo dentro de el área $Oabcd$ es tomada sin fallar, así que se llama región de seguridad. En el punto b ($H = V = \frac{4M_p}{a}$), falla puede ocurrir o por el mecanismo 1 o 2. Similarmente en el

punto c ($3H=V=6Mf/a$), falla puede ocurrir o por el mecanismo 2 o 3, y la columna AB esta bajo momento uniforme.

1.8 NUMERO DE ARTICULACIONES PLASTICAS

En cada mecanismo en Fig. 1.16, el número de articulaciones plásticas n en colapso se excede en 1 el grado de redundancia de la estructura original. Esto es debido a que, en todos los casos, la distribución de momento flector llega a hacerse estáticamente determinado en falla. Las r incógnitas de momento y el valor del factor de carga en colapso requieren $r+1=n$ momentos plásticos en las articulaciones para permitirles ser determinadas.

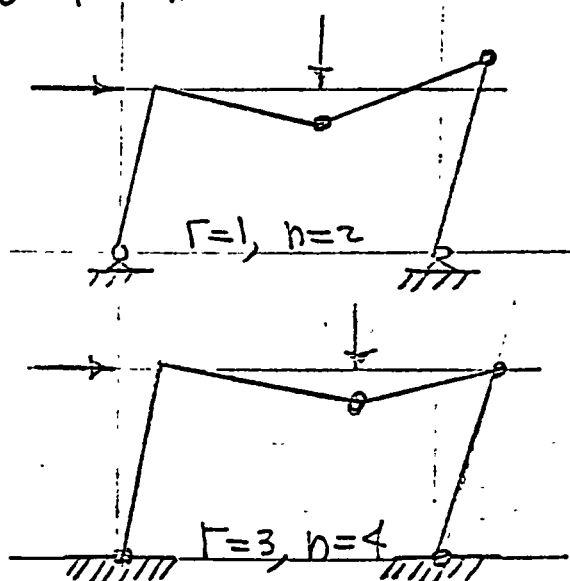
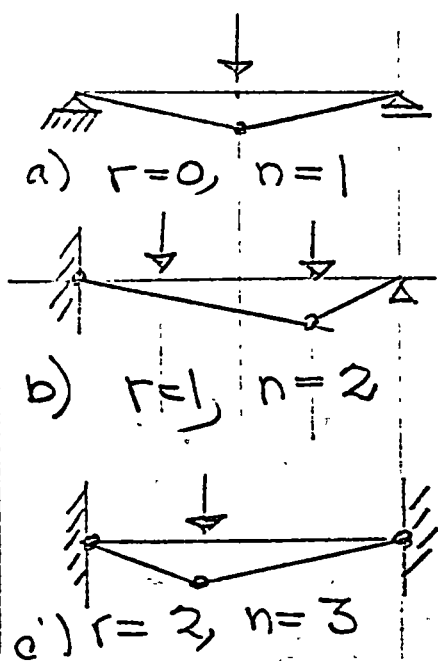


Fig. 1.16 Ejemplos de colapso

En la Fig. 1.17 se muestran ejemplos de mecanismos incompletos?

Por ejemplo en la Fig. 1.14 en $\frac{V}{H} = 1 \text{ y } 3$ sería un mecanismo sobre-completo.

1.9 Factores de carga de colapso en relación con diseño.

Un diseño estructural especificando que la falla plástica ocurrirá cuando las cargas se multipliquen por un factor de carga λ , tiene cierto margen de seguridad respecto a resistencia, siempre y cuando no se tengan condiciones de inestabilidad. Es conveniente considerar más de una posible combinación de cargas o el peligro de plasticidad atenuada. Es necesario limitar las deflexiones de la estructura bajo las cargas de trabajo, condiciones que usualmente deben ser elásticas, y ello puede conducir a una modificación del diseño. Para la mayoría de las estructuras se observa que el criterio más importante es el de

La gran ventaja de este tipo de análisis es el hecho de que la teoría de colapso elástico es muy fácil de aplicar y que los trabajos de mínimos cuadrados pueden ser fácilmente conducidos al uso de la teoría plástica como base de muchos procedimientos de diseño.

Bibliografía

1. American Institute of Steel Construction, "Plastic Design in Steel" Sep-1960, New York.
2. Beedle L.S. "Plastic Design of Steel Frames" John Wiley and Son, Inc., 1960
3. Horne, M.R. "Elastic-plastic failure loads of plane frames" Proc. R. Soc., 1965, 274 [A], 343.
4. Horne, M.R. and Merchant W.F., The stability of Frames, Pergamon Press, Oxford, 1965
5. Smit, J.O., and Sidebottom O.M., Inelastic Behavior of Load-Carrying Members, John Wiley, New York, 1965
6. Horne, M.R. The effect of strain-hardening on the equalisation of moments in the simple plastic theory. Welding Research, 1951, 5, 147

- 7 Hrennikoff, A. Importance of strain-hardening in plastic design. J. Struct. Div. Am. Soc. Civ. Engrs, 1965, 94(ST4) 23.
- 8 Baker, J.F.; M.R. Horne, and J. Heyman, The Steel Skeleton, Vol II, Cambridge University Press, London, 1956.
- 9 Greenberg, H.J. The principle of limiting stress for structures, Second Symposium on Plasticity, Brown Univ., 1949
- 10 Horne, H.R. Fundamental propositions in the plastic theory of Structures. J. Instn. Civ. Engrs, 1950, 34, 174
- 11 Neal, B.G. The plastic Methods of Structural Analysis, Chapman and Hall, London, 1966

Problemas

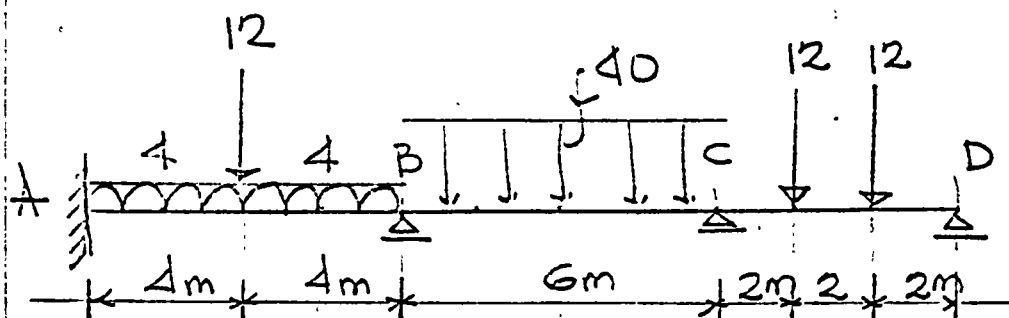
1.1 Determine el modulo plástico y los factores de forma de las siguientes secciones transversales:

a) Una sección I de peralte d y ancho de patín $0.5d$, con un espesor del patín y el alma de $0.1d$, con respecto al eje de mayor momento de inercia y con respecto al eje de menor momento de inercia

- b) Para una barra circular de diámetro d
 c) Un tubo circular de diámetro d y espesor t
 d) Un tubo cuadrado de lado d y espesor t , con flexión respecto a un eje perpendicular a un lado y con flexión respecto a la diagonal

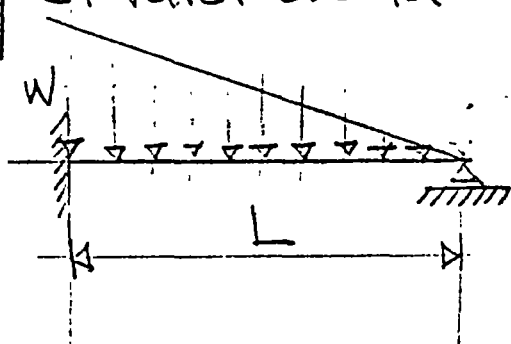
1.2 La viga continua mostrada ABCD en la figura, es de sección uniforme. Si el colapso plástico ocurre bajo el sistema de cargas mostrado, determine el valor del momento plástico;

- a) Considerando todos los posibles mecanismos
 b) Gráficamente

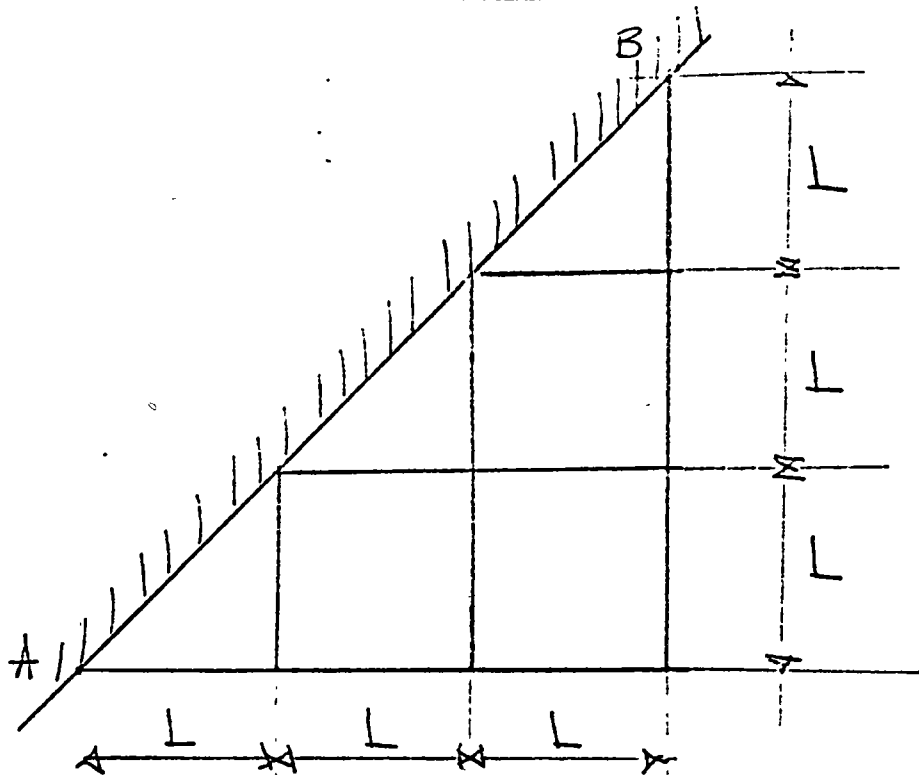


Cargas en miles de Newtons (Kilo newton)
 dimensiones en metros.

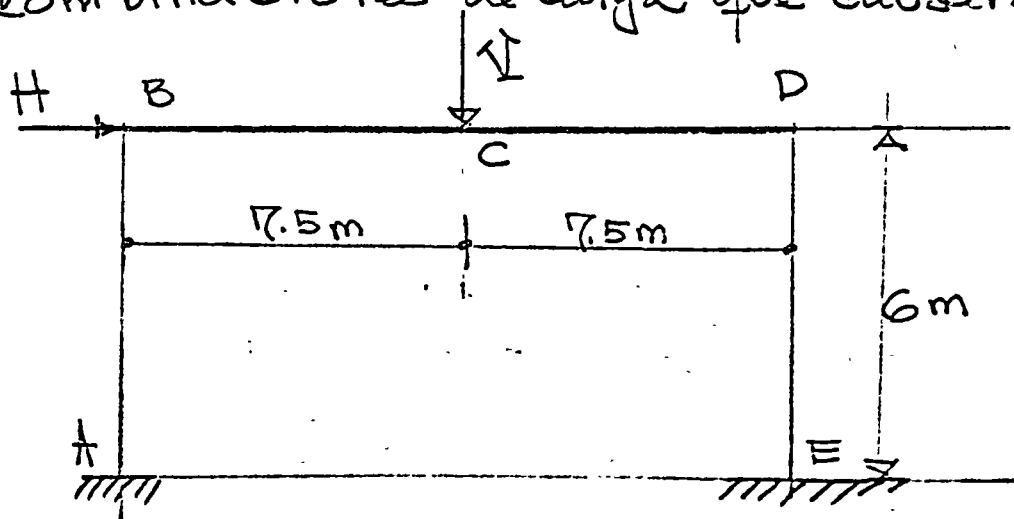
- 1.3 Una viga AB, con momento plástico uniforme M_p y de longitud L , empotrada en A y simplemente apoyada en B, con una variación lineal de carga como se indica en la figura, encuentre la posición de la articulación plástica y el valor de la carga de colapso W .



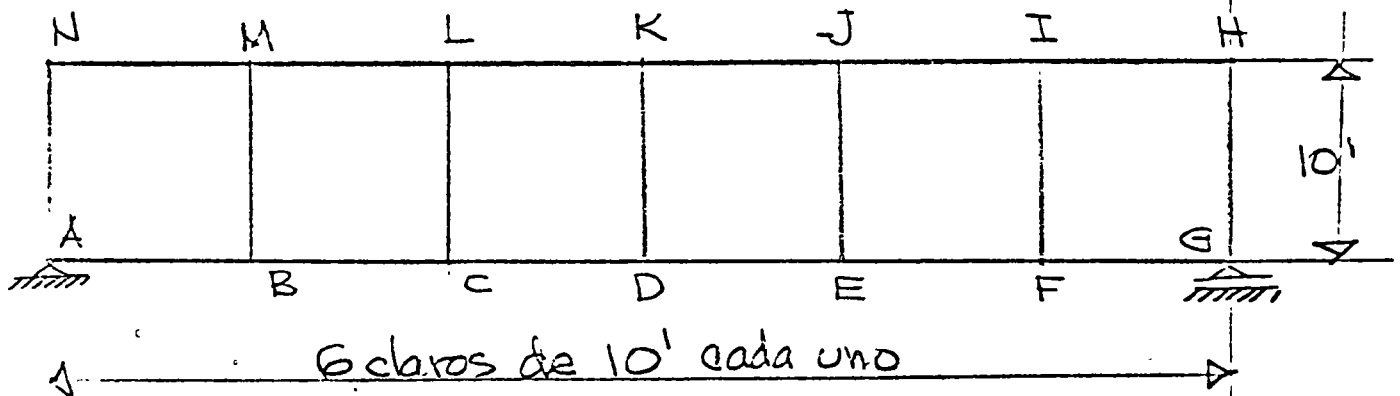
- 1.4 La esquina ABC en proyección horizontal de un sistema de piso como se muestra en la Fig. consiste de vigas continuas rigidamente conectadas, igualmente espaciadas y de igual sección transversal, rigidamente empotradas a lo largo de AB. Despreciando la resistencia a torsión de las vigas, calcule el valor de una carga vertical concentrada en C que causará colapso si los momentos plásticos de las vigas con respecto a ejes horizontales es M_p .



1.5 El portal mostrado en la Fig. empotrado en A y E con cargas V y H como se indican. La viga tiene un momento plástico de $100 \text{ kN}\cdot\text{m}$ y las columnas tienen momento plástico de $60 \text{ kN}\cdot\text{m}$. Muestre mediante una gráfica V contra H las combinaciones de carga que causen colapso



1.6 La trabe Vierendeel simplemente apoyada tiene el miembro superior e inferior con momentos plásticos de 150 Kip-pie y los miembros verticales con momentos plásticos de 90 Kip-pie. Determine los valores de cargas simples concentradas en D, E y F que causarán colapso. Ignore los efectos de carga axial.





SECCIONES COMPUESTAS

1. Introducción

Las estructuras de acero soportando pisos de concreto reforzado, antiguamente se diseñaban suponiendo que el concreto actuaba independientemente de el acero en ciertos casos. Ninguna consideración se daba al efecto compuesto de el acero y concreto actuando juntos. Sin embargo, con la aparición de la soldadura, llegó a ser práctico. Desde 1930 en la construcción de puentes se inició el uso de secciones compuestas, y en 1960 se consideró económico el uso de las en edificios. Al final se presenta una lista selecta de referencias desde 1923 a 1969, en la cual se pueden observar los antecedentes históricos.

2. Acción Compuesta

Cuando el sistema de piso de concreto y las vigas de acero son integralmente conectadas y se deforman como una misma unidad la acción compuesta se desarrolla

en los dos miembros estructurales. Ejemplos
 Típicos de secciones compuestas se muestran
 en la Fig. 2.1.

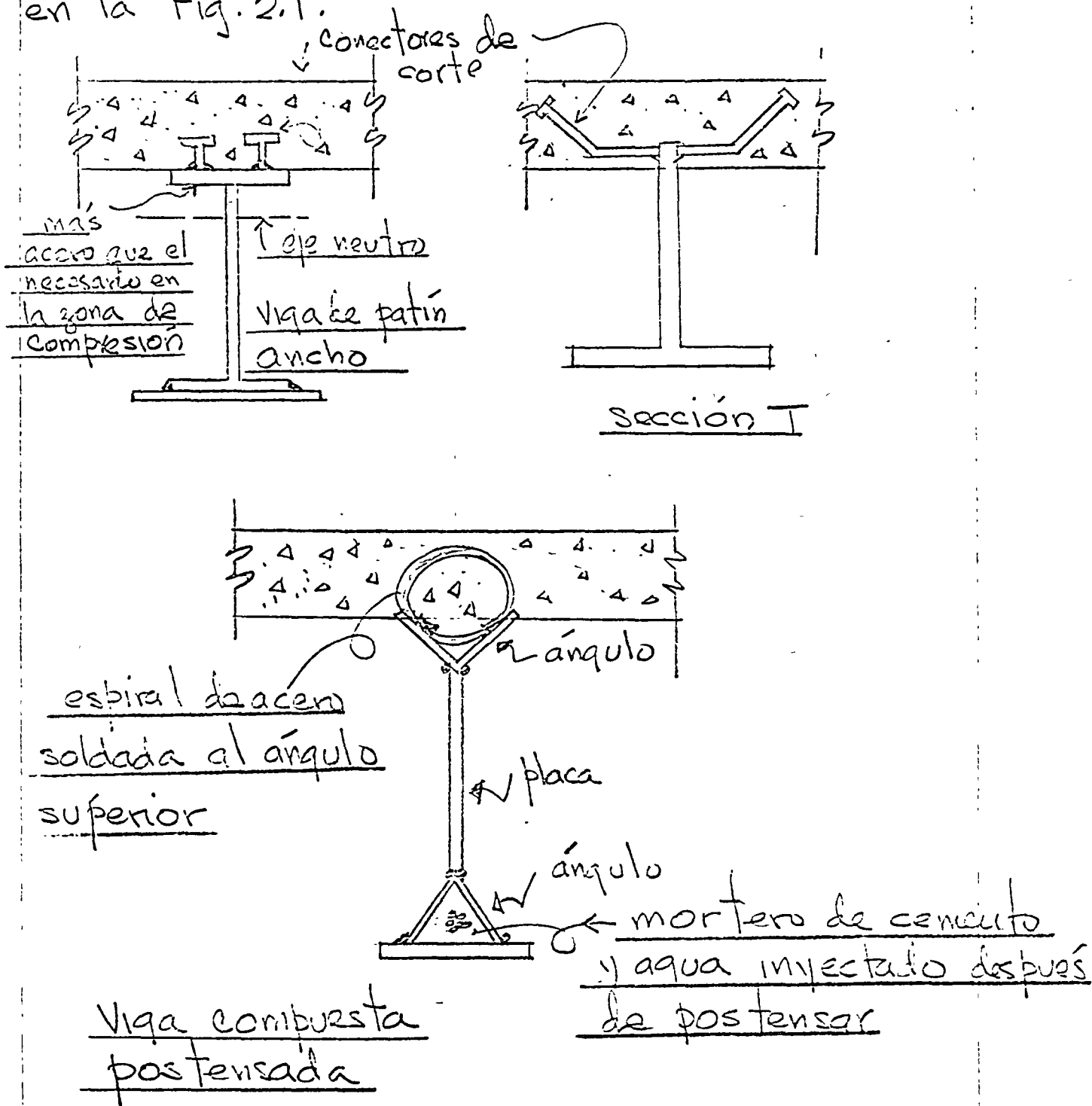


Fig. 2.1 Algunos tipos de secciones compuestas concreto-acero

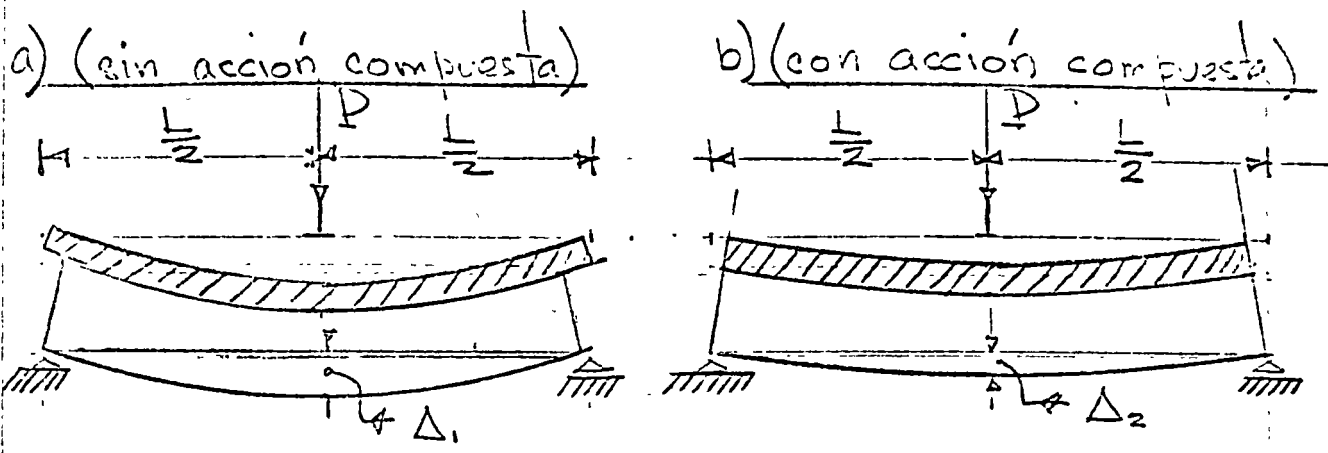


Fig. 2.2 Comparación de deflexión en vigas con y sin acción compuesta $\Delta_1 > \Delta_2$

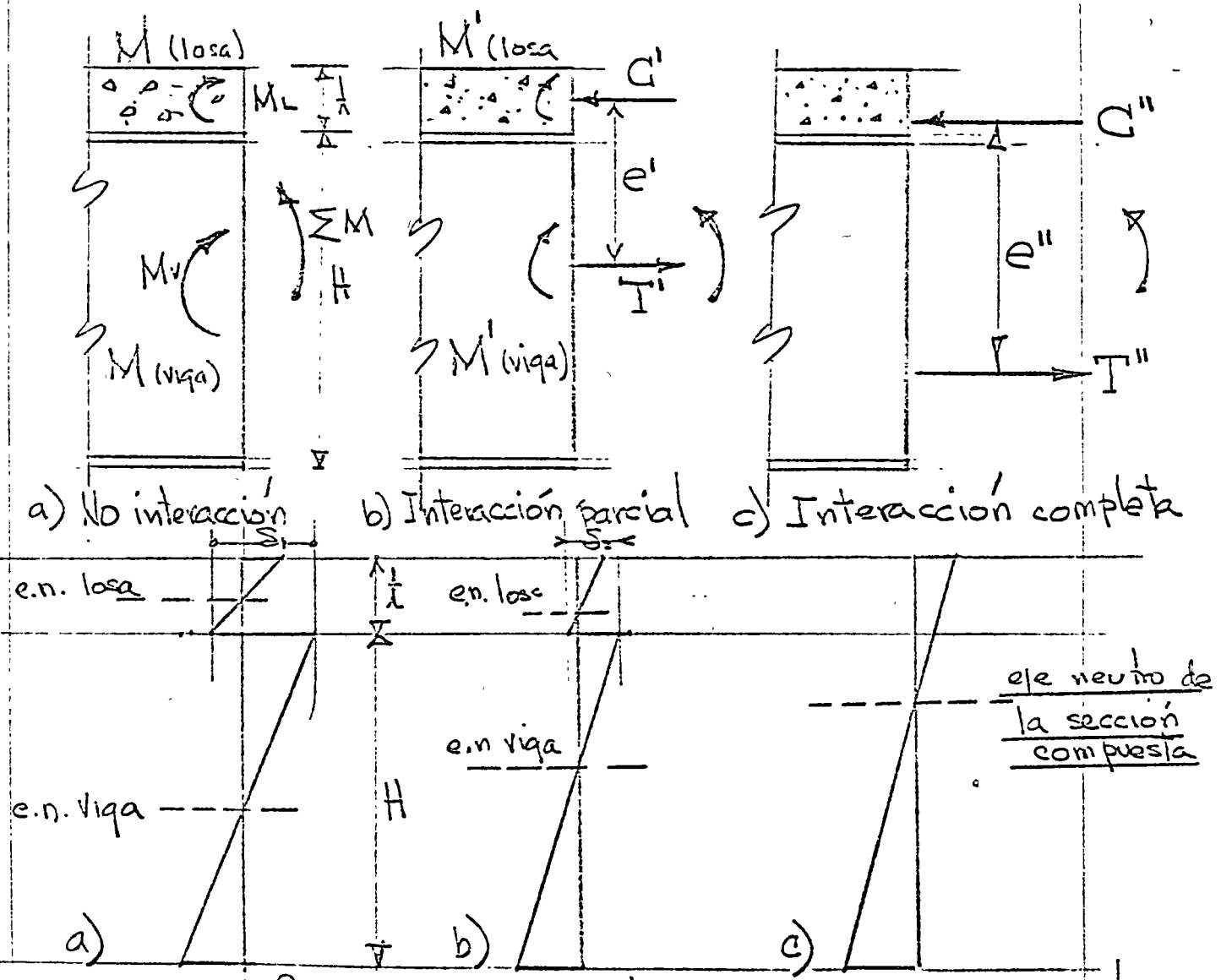


Fig. 2.3 Deformaciones unitarias en vigas compuestas

S de deformación relativa entre losa y viga cuando el sistema actúa compuesto $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$

De la Figura 2.3 a), se observa que el momento resistente es igual a

$$\sum M = M_L + M_V \quad (2.1)$$

Se observa que en este caso hay dos ejes neutros uno en el centro de la losa y otro en el centro de la viga y ocurre una deformación relativa losa-viga igual a S_1 .

Considerando el siguiente caso Fig 2.3 b donde solo interacción parcial se presenta, se observa que los ejes neutros tienden a juntarse y la deformación relativa losa-viga S_2 tiende a disminuir. Se desarrollan fuerzas parciales C' y T' . El momento resistente aumenta en las cantidades $T'e'$ ó $C'e'$.

Cuando se desarrolla interacción completa viga-losa, $S = 0$ y el diagrama resultante de deformación se muestra en la Fig 2.3 c. Las fuerzas T'' y C'' son mayores que T' y C' y su brazo de palanca e'' es mayor que e' . El momento resistente es

$$\sum M = T''e'' \text{ ó } C''e'' \quad (2.2)$$

3. Ventajas y Desventajas

Basicamente las ventajas resultantes son:

1. Reducción del peso de acero
2. Menor peralte en las vigas de acero
3. Aumenta la rigidez del sistema
4. Para un miembro dado se pueden lograr claros mayores.
5. Aumenta la última capacidad de carga del conjunto estructural.

La economía de acero oscila de 20 a 30%.

y la reducción de peraltes origina economía en otros materiales (muros, escaleras, etc...).

Se incrementa grandemente el momento de inercia del sistema ~~del sistema de piso~~ en dirección de las vigas de acero, consecuentemente se reducen las deflexiones. La última resistencia de la sección compuesta es MUCHO MAYOR que la suma de las resistencias de la losa y la viga consideradas separadamente.

Muros y columnas compuestas se usan también en la construcción de edificios

Las desventajas o limitaciones que deben ser consideradas son las siguientes:

1. Efecto de continuidad

2. Deflexiones a largo plazo

Actualmente (1972), solo la posición de la losa actuante en construcción se considera efectiva. En el caso de vigas continuas, la ventaja del comportamiento compuesto se reduce en el área de momentos negativos. En las columnas de edificios, no existe la posibilidad de colocar el acero suficiente para darle continuidad a la acción compuesta. En puentes si es posible hacerlo.

El problema de deformaciones a largo plazo puede ser importante si la sección compuesta está resistiendo un porcentaje substancial de la carga muerta o si las cargas vivas son de larga duración, por lo cual es conveniente reducir el ancho efectivo o suponer una relación modular n incrementada.

4. Ancho efectivo

Con el objeto de calcular las propiedades de una sección compuesta es

efectivo. Refiriéndose a la Fig. 4.1 considerando la sección compuesta bajo esfuerzos en los cuales la losa es de ancho infinito. El esfuerzo σ_x será máximo sobre la viga de acero y disminuirá en forma no lineal como se indica en la Fig. 4.1.

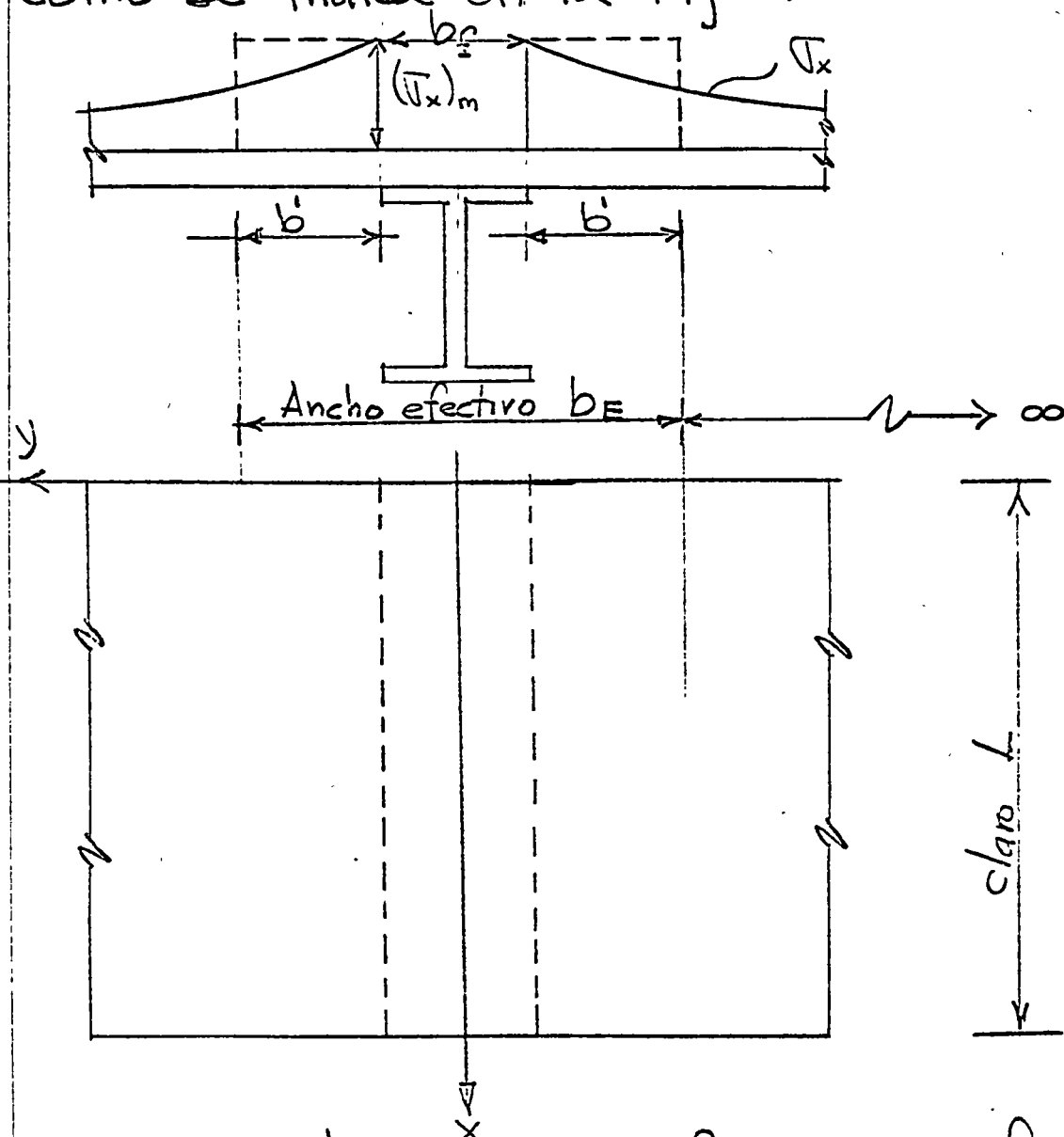


Fig. 4.1. Distribución no uniforme de esfuerzos de compresión σ_x , y ancho efectivo b_E

El ancho efectivo de un miembro compuesto se toma como

$$b_E = b_f + 2b' \quad (4.1)$$

donde $(2b')(\bar{\sigma}_x)_{\max}$ es igual al área bajo las curvas de $\bar{\sigma}_x$. Varios investigadores incluyendo Timoshenko¹² y von Kármán³ han derivado expresiones para el ancho efectivo de vigas homogéneas con patines anchos; y Johnson¹³ ha demostrado que las expresiones son también válidas para vigas en las cuales el patín y el alma son de diferentes materiales la expresión de Johnson es:

$$b_E = b_f + \frac{2L}{\pi(3 + 2\mu - \mu^2)} \quad (4.2)$$

Donde L = claro de la viga

b_f = ancho del patín de la viga de acero

μ = relación de Poisson de la placa

Suponiendo $\mu = 0.2$ para el concreto y substituyendo en (4.2) se obtiene

$$b_E = b_f + \frac{2L}{\pi[3 + 2(0.2) - (0.2)^2]} = b_f + 0.196L \quad (4.3)$$

Como simplificación para propósitos de diseño el AISI-1.11.1 ha adoptado el mismo método de calcular anchos efectivos que el ACI¹⁴ hace para vigas de concreto. Refiriéndose

a la Fig. 4.2, el máximo valor de el ancho efectivo b_E permitido deberá ser el menor valor calculado por las siguientes relaciones:

a) Para vigas interiores:

$$b_E \leq \frac{L}{4} \quad (4.4a)$$

$$b_E \leq b_o \quad (4.4b)$$

$$b_E \leq b_f + 16 t_s \quad (4.4c)$$

b) Para vigas exteriores:

$$b_E \leq L/2 + b_f \quad (4.5a)$$

$$b_E \leq \frac{1}{2}(b_o + b_f) \quad (4.5b)$$

$$b_E \leq b_f + 6 t_s \quad (4.5c)$$

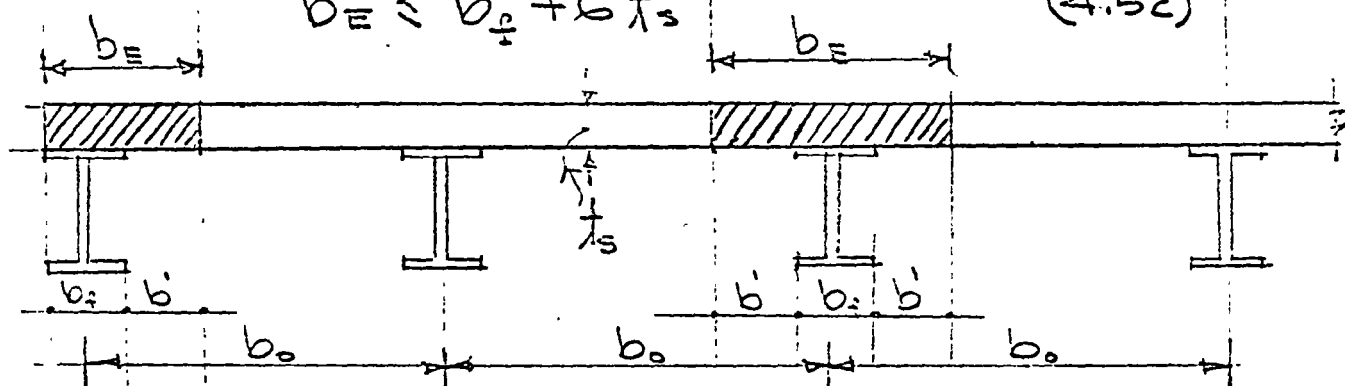


Fig. 4.2 Dimensiones que gobiernan el ancho efectivo b_E en secciones compuestas acero-concreto.

($L = \text{claro}$)

Similarmente, para el diseño de puentes la AASHTO-1969-1.7.99¹⁵ recomienda lo mismo que AISC-ACI excepto Eq. 4.4c es substituida por

$$b_E \leq 12 t_s \quad (4.6)$$

y las Eq. 4.5a y c son reemplazadas por

$$b_E \leq L/2 \quad (4.7a)$$

$$b_E \leq 6 t_s \quad (4.7b)$$

5. Cálculo de las propiedades de la sección

Las propiedades de una sección compuesta pueden ser calculadas por el método del área transformada. En contraste con el diseño de concreto reforzado, donde el área de acero es transformada en una área de concreto equivalente, el concreto es transformado en una área equivalente de acero. Como resultado el área de concreto es reducida utilizando una losa de ancho $b = b/n$ donde n es la relación del módulo de elasticidad del acero, E_s , al módulo de elasticidad del concreto E_c .

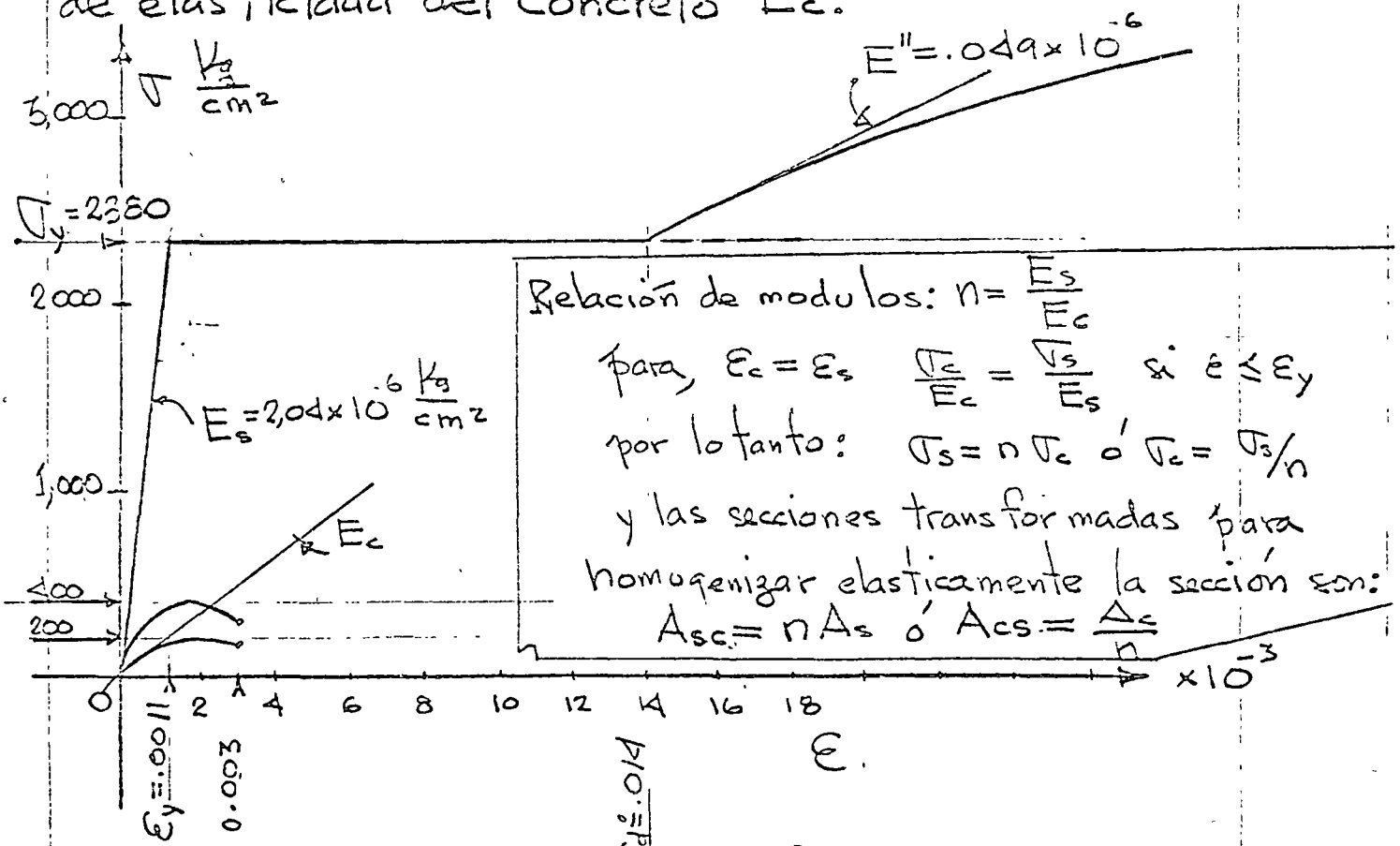


Fig. 4.2a Diagrama esfuerzos de formación acero A7 y concreto de $f'_c = 400$ y $200 \frac{Kg}{cm^2}$

Relación modular n. El módulo de elasticidad del concreto en lbs/pul^2 puede considerarse como ¹⁴

$$E_c = \gamma^{1.5} 33 \sqrt{f'_c} \quad (5.1)$$

donde γ es el peso volumétrico del concreto en libras/pie^3 y f'_c es considerado en libras/pul^2 . Para el peso ordinario del concreto de 145 lbs/pie^3 , su

$1 \text{ Kg/m}^3 = 16.0184 \text{ lbs/pie}^3$	(5.1a)
$1 \text{ Kg/cm}^2 = 14.2234 \text{ lbs/pul}^2$	
$1 \text{ cm} = .3937 \text{ pulg}$	
$1 \text{ m} = 3.28083 \text{ pies}$	

valor se considera como

$$E_c = 57,800 \sqrt{f'_c} \quad (5.2)$$

Ejemplo 5.1

Calcular la relación modular, n para un concreto de peso normal ($145 \text{ lbs/pie}^3 \approx 2300 \text{ Kg/m}^3$) con una resistencia a la compresión $f'_c = 3000 \text{ lbs/pul}^2 \approx 211 \text{ Kg/cm}^2$

Solución

De Eq. 5.1,

$$E_c = (145)^{1.5} (33) \sqrt{3000} = 57800 \sqrt{3000}$$

$$E_c = 3,170 \frac{\text{KIPS}}{\text{pul}^2} \approx 2.23 \times 10^4 \text{ Kg/cm}^2$$

lo cual da

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{29,000}{3,170} = 9.15 \approx 9$$

El mínimo valor de n permitido por el reglamento del ACI y las especificaciones de la AASHTO es 6. Para propósitos prácticos de diseño, los valores de n indicados en la tabla 5.1 pueden ser usados.

TABLA 5.1 valores de diseño para n

f'_c = Resistencia a los 28 días		Relación modular $n = E_s/E_c$
lbs/pul ²	kg/cm ²	
3,000	211 (200)	9
3,500	246 (250)	8.5
4,000	281	8.0
4,500	316	7.5
5,000	351 (350)	7.0
6,000	422	6.5

6. Condiciones elásticas de la sección Transformada

Flexión pura.

Aceptando deformación plana y relación lineal es fuerza de formación de Fig. 6.1 se tiene, considerando el eje neutro coincidiendo con eje X .

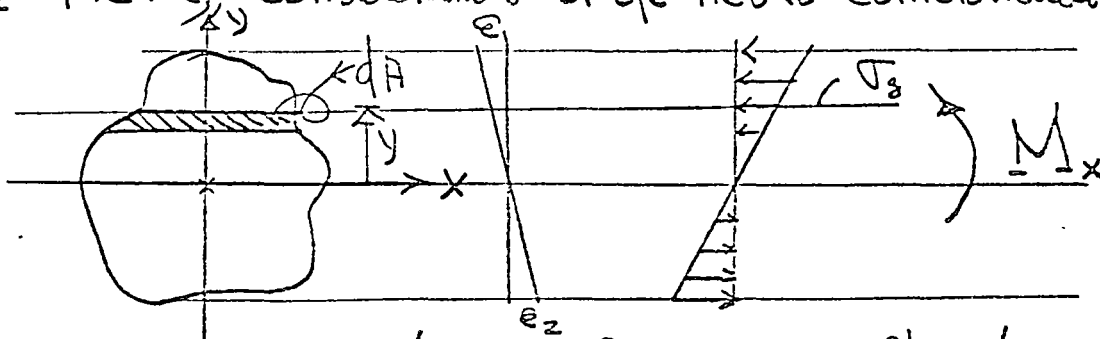


Fig. 6.1 Sección transformada en flexión pura

Ley de Hooke y de formación plana:

$$\sigma_3 = K_1 y \quad (6.1)$$

Equilibrio:

$$\text{de } \sum F_3 = 0 \quad \int_A \sigma_3 dA = K \int_A y dA = 0 \quad \therefore$$

$$\text{o sea } Q_x = \int_A y dA = 0 \quad (6.2)$$

(6.2) implica que el eje neutro coincide con el centroide de la sección transformada

de $\sum M_x = 0$ se obtiene

$$M_x = \int_A \sigma_3 y dA = K \int_A y^2 dA = K I_x \quad (6.3)$$

De (6.1) y (6.3) se obtiene:

$$\sigma = \frac{M_x}{I_x} y \quad (6.4)$$

Ejemplo 6.1.

Calcule las propiedades de la sección compuesta mostrada en la figura 6.2 para $f_c' = 3000 \text{ lbs/pul}^2$ y $n = 9$.

Solución

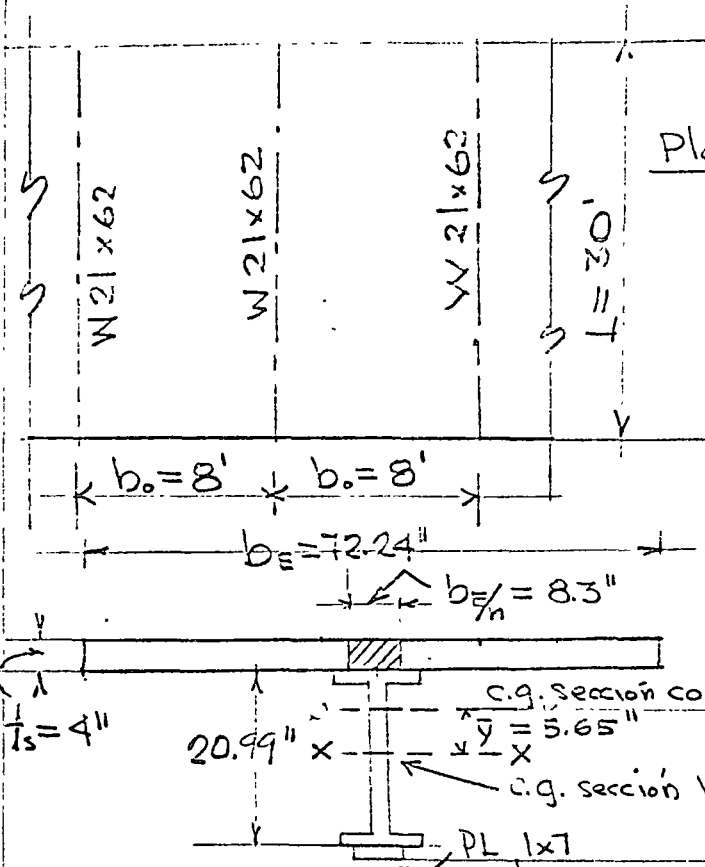
Primero, determinación del ancho efectivo:

$$b_E = 0.25 L = 0.25(30 \times 12) = 90''$$

$$b_E = b_o = 8 \times 12 = 96''$$

$$b_E = b_f + 16 t_s = 8.24 + 16 \times 4 = \underline{72.24''}$$

valor
considerado
por ser
menor



Planta sin escala

El ancho equivalente de concreto transformado a acero es $b_e = \frac{72.24''}{9} = 8.3''$

Fig. 6.2 Sección compuesta ejemplo 6.1

El cálculo del centroide y momento de inercia son mostrados en la Tabla 6.1.

TABLA 6.1

Elemento	Area Trans. o A (pul ²)	Brazo de c.g. WF (pul)	Ay pul ³	Ay ² pul ⁴	I _o
Losa	32.12	12.495	+401.34	5016.8	42.8
W21x62	18.23	0	0	0	1326.8
Cubre placa	7.00	-10.995	-76.97	846.7	
Σ	57.35		+324.37	5863.5	1369.6

$$Ay^2 + I_o = I_x = 5863.5 + 1369.6 = 7233.1 \text{ pul}^4$$

$$\bar{y} = \frac{324.37}{57.35} = 5.65''$$

$$I = I_x - Ay^2 = 7233.1 - 57.35(5.65)^2 = 5403 \text{ pul}^2$$

$$y_t = 10.5 - 5.65 + 4.0 = 8.85''$$

$$y_b = 10.5 + 5.65 + 1 = 17.15''$$

Ejemplo 6.2 (Tarea)

Para la viga de acero WF21 x 62 con un cubre placa de 1" x 7" de la Fig. 6.2, determine

a) Los esfuerzos de servicio debidos al peso propio del concreto y de la viga suponiendo que la viga actua como obra falsa.

b) Los esfuerzos de carga viva y muerta superpuestos suponiendo que después de fraguado el concreto el momento total es incrementado por 560 Kips-pie.

7. ULTIMA CAPACIDAD DE CARGA DE SECCIONES COMPUESTAS.

La última capacidad de carga de una sección compuesta depende del esfuerzo de fluencia de la viga de acero, la resistencia de la losa de concreto y la capacidad de interacción de los conectores de corte para conectar la losa a la viga.

Las recomendaciones de última resistencia fueron aplicados a la práctica según las recomendaciones del "ASCE-ACI Joint Committee" sobre construcción compuesta¹⁶ y tuvieron ciertas modificaciones después de

investigaciones efectuadas en la Universidad de Lehigh¹⁷.

La última resistencia en términos de la capacidad de momento último da un entendimiento más claro del comportamiento así como una medida más aproximada del factor de carga (Relación entre el momento último al momento aplicado).

El procedimiento para determinar la capacidad última de momento depende de que la posición del eje neutro quede dentro de la losa de concreto o en la viga de acero. Si el eje neutro cae dentro de la losa se dice que esta es adecuada. Si el eje neutro cae dentro de la viga de acero, la losa es considerada inadecuada, Fig. 7.1.

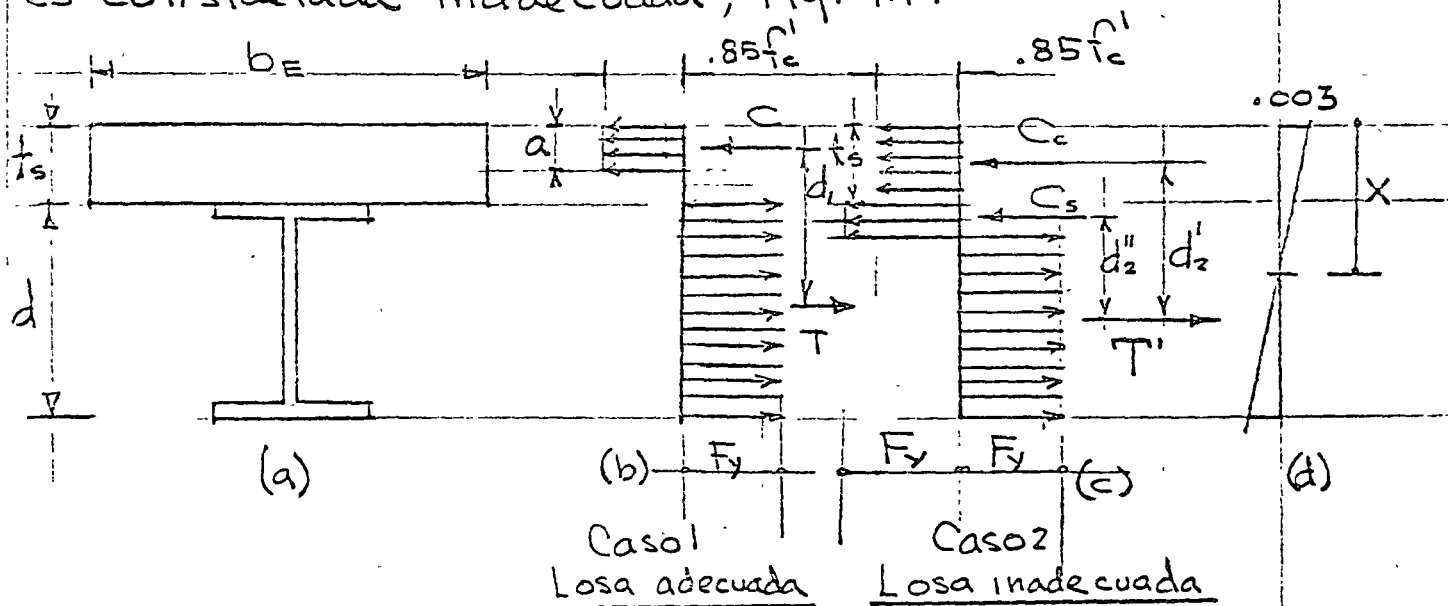


Fig. 7.1. Distribución de esfuerzos a última capacidad

Caso 1- Losa adecuada. Refiriéndose a la Fig 7.1 b y suponiendo el bloque rectangular de esfuerzos de Whitney se tiene, la última fuerza de compresión C es

$$C = 0.85 f'_c a b_E \quad (7.1)$$

y la última fuerza de tensión

$$T = A_s F_y \quad (7.2)$$

de $T=C$ se obtiene

$$a = \frac{A_s F_y}{0.85 f'_c b_E} \quad (7.3)$$

De acuerdo con la aproximación del bloque rectangular¹⁴ el eje neutro $x = a/0.85$ para $f'_c = 4000$ (2.33) lbs/pul². La última capacidad de momento M_u es

$$M_u = C d_i = T d_i \quad (7.4)$$

Puesto que la losa es adecuada, es capaz de desarrollar una fuerza compresiva igual a la capacidad total de fluencia de la viga. Expresando

M_u en términos de la fuerza en el acero da

$$M_u = A_s F_y \left(\frac{d}{2} + t_s - \frac{a}{2} \right) \quad (7.5)$$

Se determina a de (7.3) y si $a \leq t_s$, M_u se calcula de (7.5)

Caso 2 Losa inadecuada. Si a determinada de (7.3) se excede es mayor que t_s la distribución de esfuerzos será como se muestra en Fig. 7.1c. la última fuerza compresiva en la losa será

$$C_c = 0.85 f'_c b_E t_s \quad (7.6)$$

C_s será la fuerza de compresión última del acero arriba del eje neutro como se muestra en Fig. 7.1c.

La fuerza última de tensión T' es menor que $A_s F_y$ y es igual a

$$T' = C_c + C_s \quad (7.7)$$

$$\text{ó} \quad T' = A_s F_y - C_s \quad (7.8)$$

igualando (7.7) y (7.8) y despejando a C_s se obtiene

$$C_s = \frac{A_s F_y - C_c}{2}$$

$$\text{ó} \quad C_s = \frac{A_s F_y - 0.85 f'_c b_E t_s}{2} \quad (7.9)$$

y el momento último M_u es

$$M_u = C_c d'_2 + C_s d''_2 \quad (7.10)$$

d'_2 y d''_2 se muestran en Fig. 7.1c

Ejemplo 7.1:

Determine la última capacidad de momento de la sección compuesta mostrada en la Fig. 7.2 suponga acero A 36, $f'_c = 3000 \text{ lbs/psi}^2$ y $n = 9$

Verificación si la losa es adecuada Caso 1.

$$a = \frac{A_s F_y}{0.85 f'_c b_E} = \frac{10.6 (36)}{0.85 (3) 60} = 2.49'' < \frac{1}{3} = 4'' \quad //$$

$$C = 0.85 f'_c a b_E = 0.85 (3) (2.49) (60) = 381 \text{ Kips}$$

$$T = A_s F_y = 10.6 (36) = 381 \text{ Kips}$$

(Se verifica que $T=C$)

$$\text{el brazo } d_1 = \frac{d}{2} + t - \frac{a}{2} = 7.925 + 4.0 - 1.245 = 10.68''$$

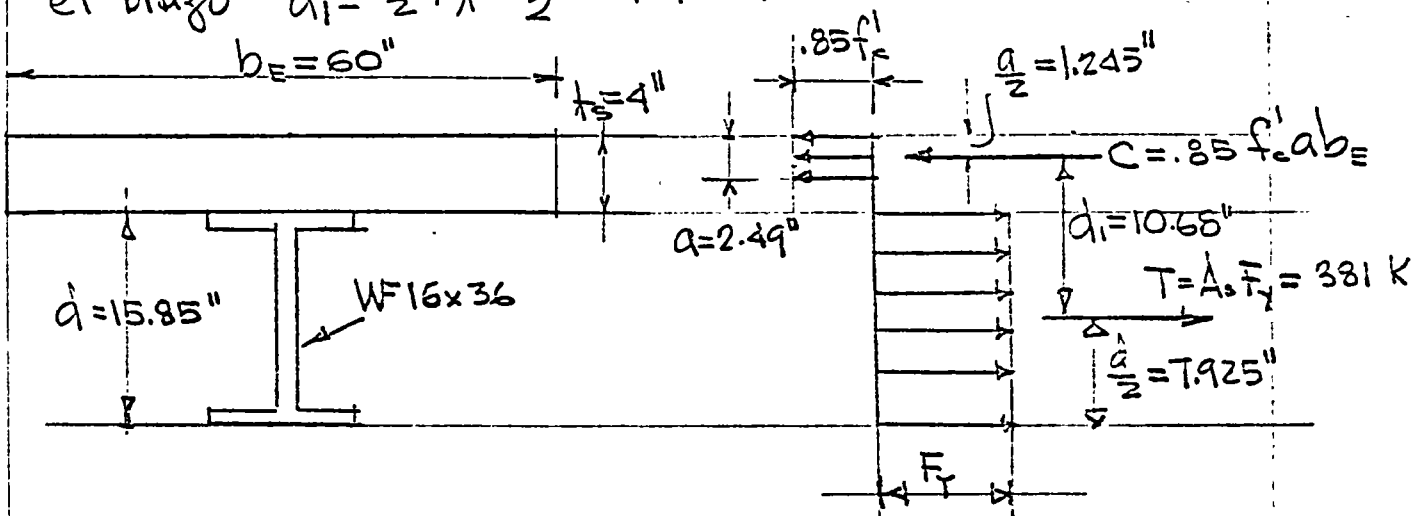


Fig. 7.2 Ejemplo 7.1

El momento último es

$$M_u = C d_1 = T d_1$$

$$= 381 (10.68) / 2 = 340 \text{ Kips-pie}$$

Ejemplo 7.2

Determine la última capacidad de la sección compuesta mostrada en la Fig. 7.3. Suponga acero A36, $f'_c = 3000 \text{ lbs/pul}^2$, y $n = 9$.

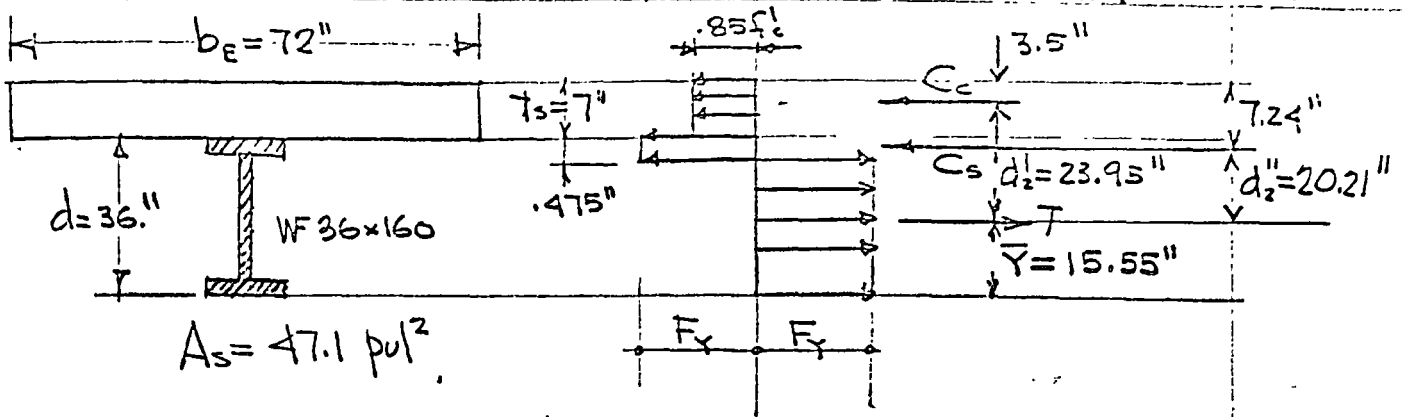


Fig. 7.3 Ejemplo 7.2

Solución: Verificación si la losa es adecuada

$$a = \frac{A_s F_y}{0.85 f'_c b_e} = \frac{(47.1)(36)}{.85(3)(72)} = 9.22" > \frac{1}{4} = 7"$$

La losa es inadecuada de tomar una $C \equiv A_s F_y$

De ecuación 7.6, $C_c = .85 f'_c b_e \frac{1}{4} = .85(3)(72)(7) = 1285 K$

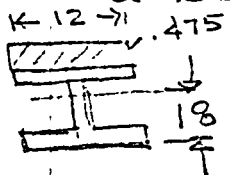
usando la ecuación 7.9

$$C_s = \frac{A_s F_y - 0.85 f'_c b_e \frac{1}{4}}{2} = \frac{47.1(36) - 1285}{2} = 205 \text{ Kips}$$

Suponiendo que solo el patin de la W36x160 ($b_f = 12"$) está en compresión $F_y b_f d_f = C_s$ de donde

$$d_f = \frac{C_s}{F_y b_f} = \frac{205}{36(12)} = 0.475" < 1"$$

La localización del centroide de la porción de tensión es:



$$\bar{Y} = \frac{(47.1)18 - 0.475(12)35.76}{47.1 - 0.475(12)} = 15.55 \text{ pulgadas}$$

De la Fig. 7.3 se observa que

$$M_u = C_c d_2' + C_s d_2'' \\ = [1285 \times (23.95) + 205(20.21)] / 12 = 2910 \text{ Kips-pie}$$

8. CONECTORES DE CORTE.

El corte que se desarrolla entre la losa y la viga de acero durante la carga debe resistirse para que se desarrolle una sección compuesta monolítica, aunque la adherencia y la fricción sean significativamente altas nunca podrán desarrollar la interacción requerida.

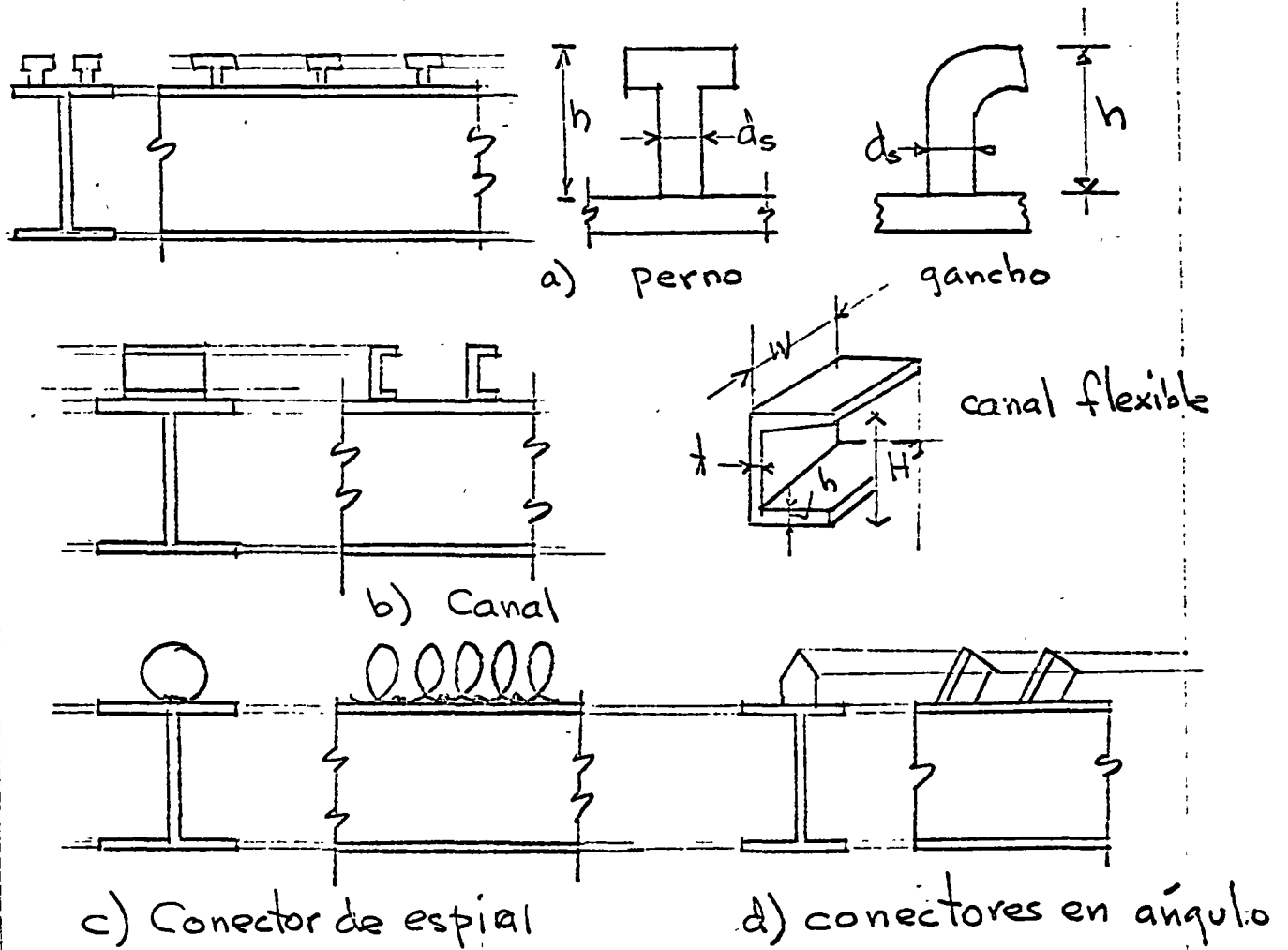


Fig. 8.1 Conectores de corte típicos

ESFUERZO CORTANTE EN CONDICIONES ELASTICAS

Ecuación general del corte considerando una sección homogénea, isotrópica, deformación plana y variación lineal $\sigma - \epsilon$, $q dx$

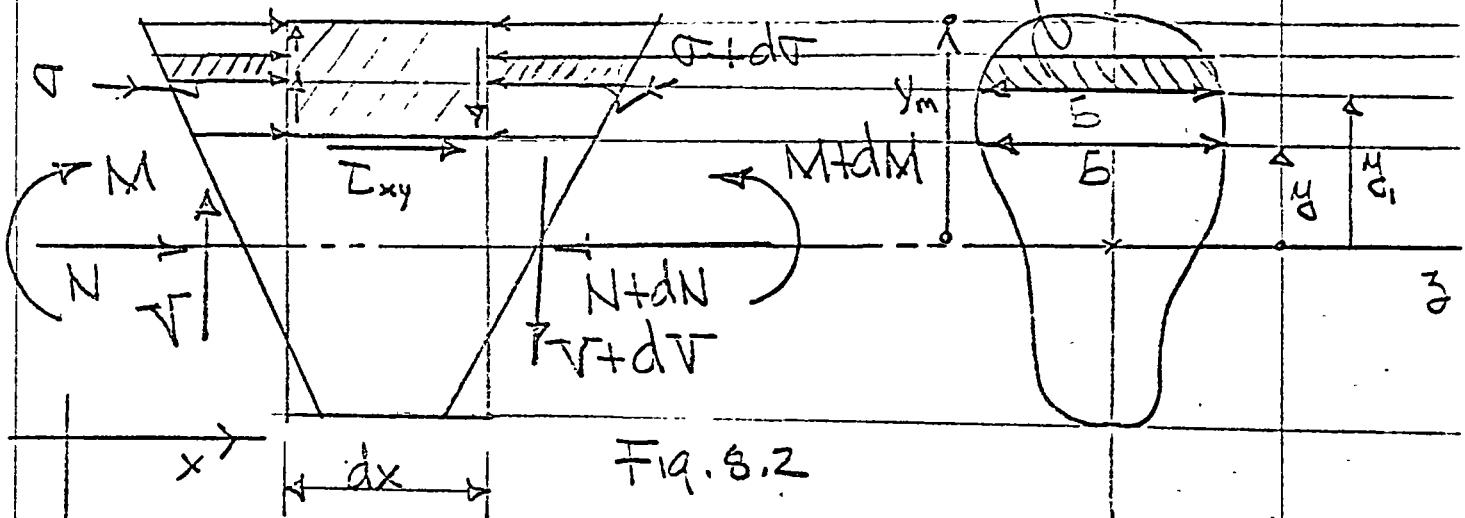


Fig. 8.2

Se tiene: $\sigma = \frac{M}{I_3} y_1 + \frac{N}{A}$, $d\sigma = \frac{dM}{I_3} y_1 + \frac{dN}{A}$ (8.1)

de $\sum F_x = 0$, $b \tau_{xy} dx = \int_y^{y_m} d\sigma dA$ (8.2)

Subst. (8.1) en (8.2) se obtiene

$$b \tau_{xy} = \int_y^{y_m} \left[\frac{dM/dx}{I_3} y_1 + \frac{dN/dx}{A} \right] dA = \frac{V}{I_3} \int_y^{y_m} y_1 dA + \frac{dN}{dx} \int_y^{y_m} dA$$

o sea $\tau_{xy} = \frac{V Q_y^{y_m}}{b I_3} + \frac{dN}{dx} \frac{A_y^{y_m}}{b A}$ (8.3)

(8.3) referida a ejes centroidales principales donde:

V = cortante en la sección en consideración

$Q_y^{y_m}$ = momento estático de área de y a y_m (transferencia)

b ancho de la sección a la altura y de la sección transformada.

I_z momento de inercia de la sección transformada respecto al eje centroidal z .

$\frac{dN}{dx}$ pendiente de la gráfica $N(x)$ en la sección en consideración x .

$A_y^{y_m}$ area de la sección de y a y_m .

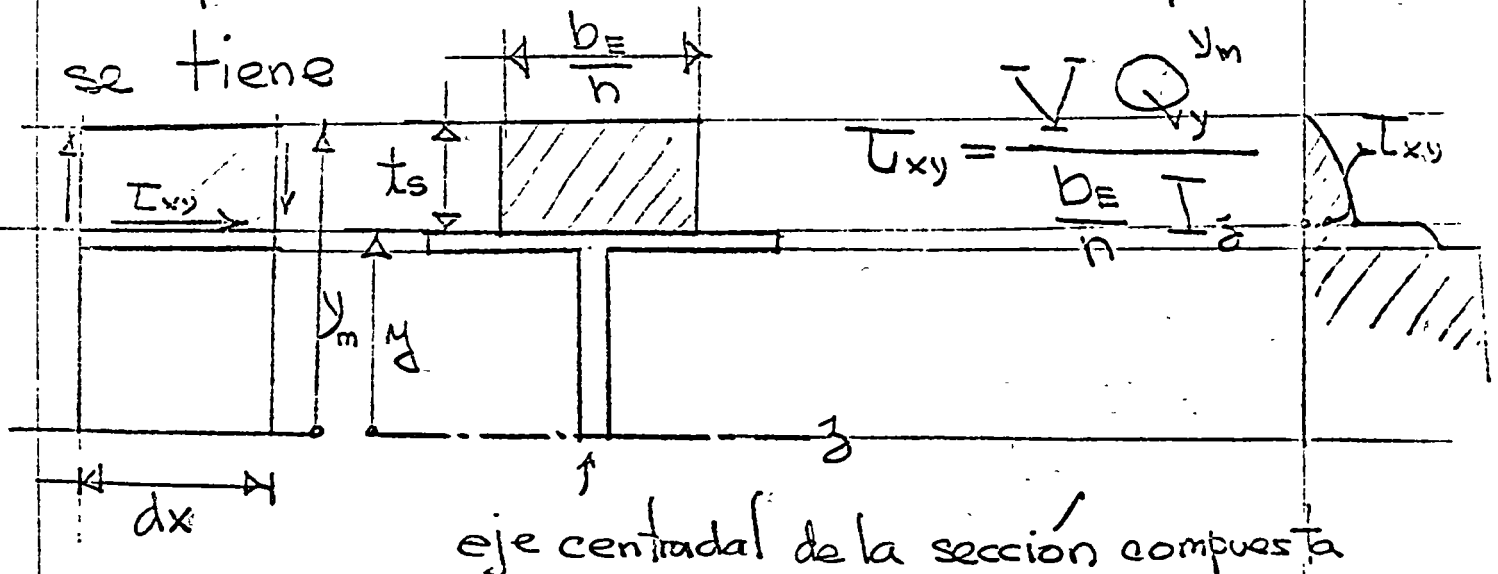
A area total de la sección transformada.

en el caso de flexión -o. $N = \text{constante}$

$$\frac{dN}{dx} = 0 \quad \tau_{xy} = \frac{V Q_y^{y_m}}{b I_z} \quad (8.4)$$

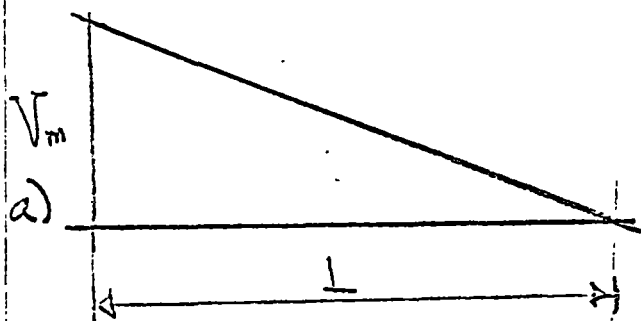
Aplicando (8.4) a la sección compuesta

se tiene



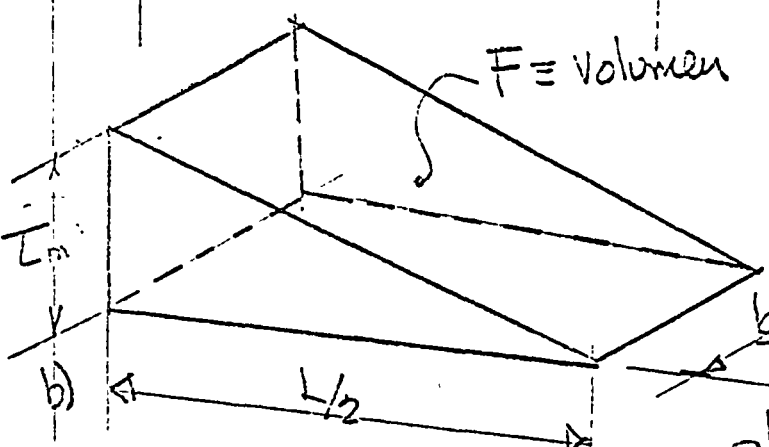
Si q = capacidad de corte permisible por conector.

en el caso de una viga libremente apoyada con carga uniforme de claro L la variación del corte es lineal y se tiene



$$V_m = \frac{qL}{2}$$

$$T_m = \frac{V_m Q_y}{\frac{b_E}{n} I_z} \quad (8.5)$$



La fuerza cortante total de interacción entre losa de concreto y viga metálica será

el volumen del diagrama

Fig. 8.3

de corte mostrado en Fig. 8.3 b, $F = \frac{1}{2} \frac{b_E}{n} T_m \frac{L}{2}$

$$F = \frac{b_E L T_m}{4n} \quad \text{y el número de}$$

conectores en el semi claro $\frac{L}{2}$ será

$$N = \frac{F}{q} = \frac{b_E L T_m}{4n q} \quad (8.6)$$

Distribución de los conectores si la variación de corte es lineal. El problema análogo a la distribución de estribos en una viga de concreto consiste en dividir el volumen V en N volúmenes iguales.

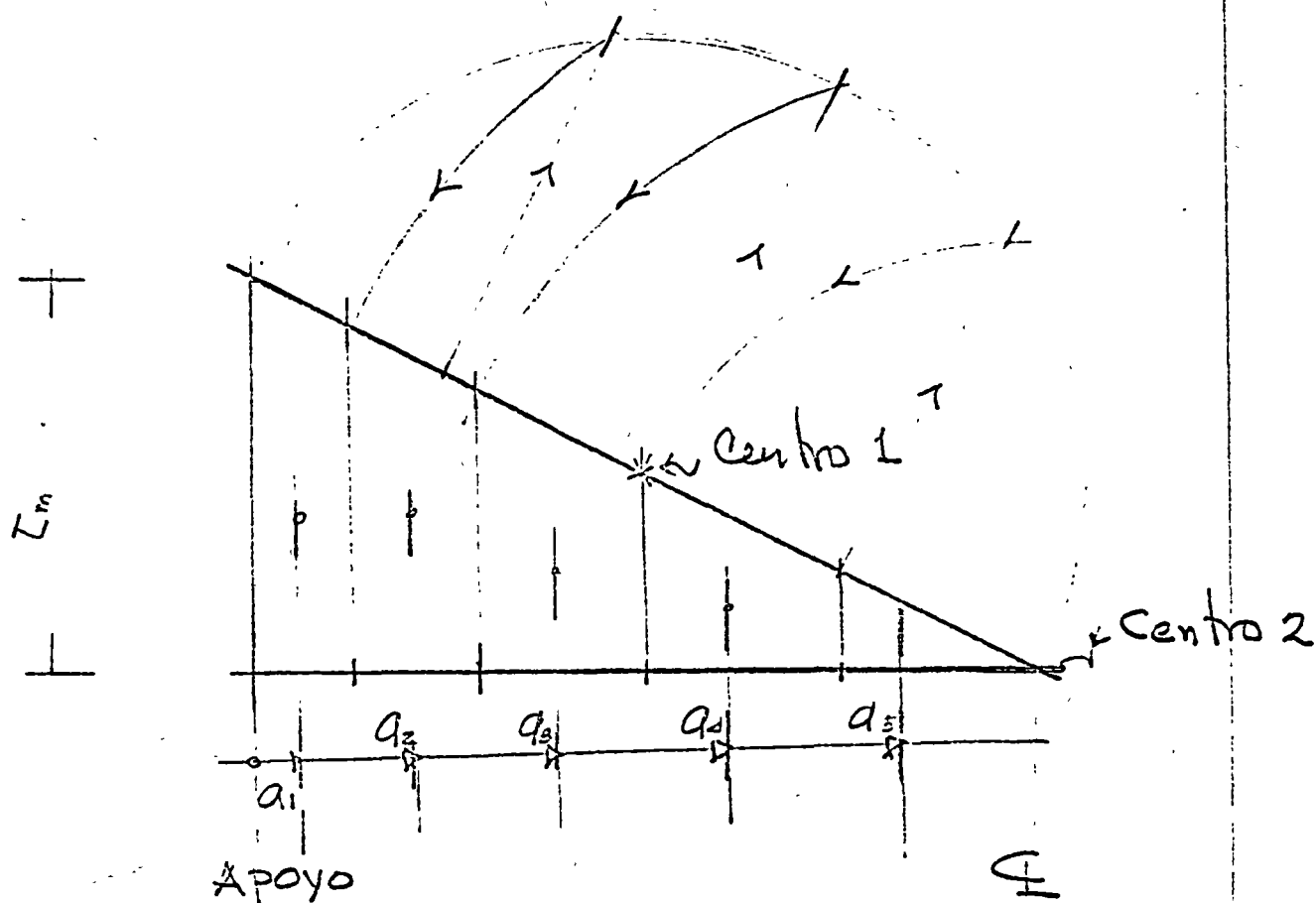


Fig. 8.4 Método gráfico para seleccionar la separación entre conectores, cuando el corte varía linealmente se ilustra para $N = 5$ conectores de corte

Condiciones de última resistencia en el cálculo de conectores de corte.

La fuerza última de compresión variará linealmente y será menor o igual a

$$C_m = 0.85 f_c' b_e t_s \quad (8.7)$$

$$\text{o} \quad T_m = A_s f_y \quad (8.8)$$

Si un conector dado tiene una capacidad última q_u , el número total de conectores entre los puntos de cero y máximo momento flector será

$$\left(\frac{N}{2} = \frac{C_m}{q_u} = \frac{T_m}{q_u} \right) \quad (8.9)$$

Es recomendable tomar el valor mayor determinado por (8.6) y (8.9) y distribuirlo linealmente, lo cual puede hacerse analíticamente o gráficamente como se indica en Fig. 8.4

El AISC recomienda que (8.2) o (8.3) se dividan entre 2 por la variación lineal del corte, que fue lo que se hizo en (8.9).

Los valores de q_u o q se consultan en los manuales.

DEFLEXIONES

Tomando el momento de inercia de la sección transformada deberá verificarse que la deflexión máxima permitida sea menor

que
$$\Delta_{max} \leq \frac{L}{360}$$

REFERENCIAS

1. H. M. Mac Kay, P. Gillespie, and C. Lelouau, "Report on the strenght of steel I-Beams Haunched with Concrete (1929) Eng. Journal Canada"
2. R. A. Caughey, "Composite Beams of Concrete and Structural Steel," Proceedings, 41st Annual Meeting, Iowa Engineering Society, 1929.
3. Theodore von Kármán, "Die Mittragende Breite," Collected Works of Theodore von Kármán, Volume II p.176
4. Eric Reissner, "Über die Berechnung von Plattenbalken," Der Stahlbau, December 1952

5. J.A. N. Lee, "Effective Widths of Tee-Beams" *Structural Engineer* (London), January 1962.
6. Ivan M. Viest, "Review of Research on Composite Steel-Concrete Beams," *J.S.D. ASCE* 1960
7. M. Ros, Les constructions acier-béton, system Alpha, "L'Osature Metallique (Bruxelle), Vol.3, No4 (1934), pp 195-208.
8. Ivan M. Viest, "Investigations of Stud Shear Connectors for Composite Concrete and steel T-Beams," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 53 (April 1956), pp 875-891.
9. N.M. Newmark, C.P. Siess, and I.M. Viest, "Test and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction," *Proc. Soc. for Experimental Stress Analysis*, Vol 9, No.1 (1951), pp 75-92.
10. Charles Culver and Robert Costen, "Tests of Composite Beams with Stud Shear Connectors," *J. Structural Div. ASCE*, Vol. 87 No. ST2 (February 1961), pp 1-17.
11. Bruno Thurliman, "Fatigue and Static Strength of Stud Shear Connectors," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 55 (June 1959) pp 1287-1302.

12. S. Timoshenko and J. Goodier, Theory of Elasticity, McGraw-Hill Book Co., 1951. Chap. 6
13. John E. Johnson and Albert D.M. Lewis, "Structural Behavior in a Gypsum Roof-Deck System," J. Structural Div. ASCE, Vol. ST2 (April 1966) pp. 283-296.
14. ACI Committee 318, "Building Code Requirements for Reinforced Concrete," American Concrete Institute, Detroit, Mich. 1963
15. Standard Specifications for Highway Bridges, 10th Edition, American Association of State Highway Officials. Washington, D.C. 1969.
- 16.- Joint ASCE-ACI Committee on Composite Construction, "Tentative recommendations for the Design and Construction of Composite Beams and Girders for Buildings," J. Structural Div. ASCE, Vol. 86, No ST12 (April 1963), pp 71-99.
- 18.- I. M. Viest, R. S. Fountain and C.P. Siess, "Development of the New AA SHO specification for Composite Steel and Concrete Bridges" Highway Research Board Bulletin No 174 Washington, D.C., 1959.



Journal of the
STRUCTURAL DIVISION
Proceedings of the American Society of Civil Engineers

ULTIMATE STRENGTH OF SHORT STRUTS

S. L. Lee¹ A.M. ASCE and P. Balbesteros² J.M. ASCE
(Proc. Paper 1358)

ABSTRACT

The determination of the ultimate strength of short struts of any cross section subjected to the action of eccentric loads or pure non-symmetrical bending is treated in this paper. The analysis is based upon an idealized stress-strain relationship assuming constant stress for strain beyond the yield point.

It is well known that an analytical approach to these problems results in unwieldy equations even in the simpler cases and, for the more general cases, a solution is well nigh impossible. An approximate solution is presented in this paper. Under any loading condition, the position of the neutral axis is first assumed and successive approximations are obtained by translational and rotational corrections. The expressions for the correction increments, derived from the equilibrium conditions, are simple and two or three cycles usually suffice to arrive at a satisfactory solution.

Numerical examples dealing with several different cross sections are given to illustrate the procedure. Application of this method to the elastoplastic case is also demonstrated.

INTRODUCTION

The determination of the ultimate strength of short struts subjected to eccentric loads or pure nonsymmetrical bending entails, even in the simpler

Note: Discussion open until February 1, 1958. Paper 1358 is part of the copyrighted Journal of the Structural Division of the American Society of Civil Engineers, Vol. 83, No. ST 5, September, 1957.

1. Asst. Prof., Civ. Eng. Dept., Northwestern Technological Inst., Northwestern Univ., Evanston, Ill.
2. Graduate Student, Civ. Eng. Dept., Northwestern Technological Inst., Northwestern Univ., Evanston, Ill.

cases, (1,2) unwieldy analytical expressions and, for more general cases, an analytical solution becomes extremely complex if at all possible. An approximate solution is discussed in this paper applicable not only to the plastic case but also to the elastoplastic case. The following assumptions form the basis of the analysis: (1) Plane sections remain plane after bending. (2) The material remains elastic up to the yield point after which it deforms plastically sustaining constant stress. The stress-strain relationships in tension, compression and bending are identical.

The general equations will be derived for the elastoplastic case of which the plastic case is the upper limit.

Eccentric Loads

Consider the section shown in Fig. 1a and take the neutral axis as the x-axis of the rectangular coordinates, the y-axis assuming any convenient position. The stress distribution curve shown in Fig. 1b may be expressed as follows:

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\sigma_y}{y_0} y & [-y_0 \leq y \leq y_0] \\ \sigma &= \sigma_y & [y \geq y_0] \\ \sigma &= -\sigma_y & [y \leq -y_0]\end{aligned}\tag{1}$$

where σ_y is the yield stress and y_0 the distance from the neutral axis to the fiber which just reaches yield point. The equilibrium conditions require that

$$\begin{aligned}N &= \int_{A_e} \sigma dA + \int_{A_p} \sigma dA \\ N e_y &= \int_{A_e} \sigma y dA + \int_{A_p} \sigma y dA \\ N e_x &= \int_{A_e} \sigma x dA + \int_{A_p} \sigma x dA\end{aligned}\tag{2a,b,c}$$

where N is the eccentric load, e_x and e_y the distances of N from the coordinate axes while A_e and A_p denote respectively the elastic and plastic areas.

Substituting (1) in (2) and solving for e_x and e_y lead to

$$\begin{aligned}e_x &= \frac{I_{xy} + y_0 q_y}{Q_x + y_0 A_p} \\ e_y &= \frac{I_x + y_0 q_x}{Q_x + y_0 A_p}\end{aligned}\tag{3a,b}$$

where

$$\begin{aligned}
 A_p &= \int_{A_p} dA \\
 q_x &= \int_{A_p} y dA \\
 q_y &= \int_{A_p} x dA \\
 Q_x &= \int_{A_p} y dA \\
 I_x &= \int_{A_e} y^2 dA \\
 I_{xy} &= \int_{A_e} xy dA
 \end{aligned} \tag{4}$$

The signs of A_p , q_x and q_y given by (4) must be consistent with the sign of σ defined by (1), i.e., plastic areas are positive if in compression and negative if in tension. The value of the eccentric load, given by (2a), may be conveniently expressed in the form

$$N = \sigma_y \left(\frac{Q_x}{y_0} + A_p \right) \tag{5}$$

- For the sign convention adopted, N is a compressive load if positive. For the plastic case, (3) becomes

$$e_x = \lim_{y_0 \rightarrow 0} \left(\frac{I_{xy} + y_0 q_y}{Q_x + y_0 A_p} \right) = \frac{q_y}{A_p} \tag{6a,b}$$

$$e_y = \lim_{y_0 \rightarrow 0} \left(\frac{I_x + y_0 q_x}{Q_x + y_0 A_p} \right) = \frac{q_x}{A_p}$$

and the ultimate load is given by

$$N_u = \lim_{y_0 \rightarrow 0} \left[\sigma_y \left(\frac{Q_x}{y_0} + A_p \right) \right] = \sigma_y A_p \tag{7}$$

For a given eccentricity and a fixed value of y_0 , zero in the plastic case, the position of the neutral axis must be so located that (3) or (6) is satisfied. This position may be defined by the angle of inclination of the neutral axis with respect to any fixed axis and the perpendicular distance between the eccentric load and the neutral axis, e_y . The determination of this position may best be done by first assuming any reasonable position and then improve it by means of translational and rotational corrections.

Let N , in Fig. 2, be the given position of the eccentric load and ox the assumed position of the neutral axis. Also let the position of $o'x'$, which is parallel to ox , be such that (3b) is satisfied, i.e.,

$$e_y - \delta = \frac{\int_{A_e} (y - \delta)^2 dA + y_0 \int_{A_p} (y - \delta) dA}{\int_{A_e} (y - \delta) dA + y_0 \int_{A_p} dA} \tag{8}$$

where A_e' and A_p' are the elastic and plastic areas associated with $o'x'$. Since the distance between ox and $o'x'$, δ , is small, (8) may be approximated by

$$e_y - \delta = \frac{\int_{A_e} (y - \delta)^2 dA + y_0 \int_{A_p} (y - \delta) dA}{\int_{A_e} (y - \delta) dA + y_0 \int_{A_p} dA} \quad (9)$$

where A_e and A_p are the areas associated with ox . Solving (9) for δ leads to

$$\delta = \frac{\bar{I}_x - e_y Q_x + y_0 (q_x - e_y A_p)}{\bar{Q}_x - e_y A_e} \quad (10)$$

where δ is the translational correction increment, positive when measured toward the positive direction of the y -axis. All the quantities in (10) are those associated with ox . A_e is the absolute value of the elastic area.

Corresponding to $o'x'$ and any conveniently chosen vertical axis $o'y'$, (3) yields $e_{x'}$ and $e_{y'}$ which define the position of N' , the resultant of the forces acting on the section with the neutral axis located at $o'x'$. From Fig. 2 it is evident that the position of the neutral axis $o'x'$ may be further improved by rotating it through an angle α to position $o''x''$. The rotational correction increment is

$$\alpha = -\alpha^{-1} \left| \frac{e_{x'} - e_x}{e_y} \right| \quad (11)$$

and the direction is obvious. The choice of the center of rotation depends upon the geometry of the section and is best shown by the numerical examples.

The translational and rotational corrections are repeated until the computed position of N defined by (3) coincides with the given position of N . The value of N is then computed by (5).

The same procedure may be employed in the plastic case for which the translational correction increment is derived by setting $y_0 = 0$ in (10). Thus

$$\delta = \lim_{y_0 \rightarrow 0} \left[\frac{\bar{I}_x - e_y Q_x + y_0 (q_x - e_y A_p)}{\bar{Q}_x - e_y A_e} \right] = \frac{e_y A_e - q_x}{2 e_y b} \quad (12)$$

where b is the total length of the neutral axis intercepted within the section as shown in Fig. 3. When the neutral axis is located, the ultimate load is then determined by (7).

Pure Bending

In the case of a section subjected to the action of a bending moment M (Fig. 4), taking the neutral axis as the x -axis with the y -axis assuming any convenient position, the equilibrium conditions are

$$\begin{aligned} 0 &= \int_{A_e} \sigma dA + \int_{A_p} \sigma dA = \sigma_y \left(\frac{Q_x}{y_0} + A_p \right) \\ M_x &= \int_{A_e} \sigma y dA + \int_{A_p} \sigma y dA = \sigma_y \left(\frac{I_x}{y_0} + q_{yx} \right) \\ M_y &= \int_{A_e} \sigma x dA + \int_{A_p} \sigma x dA = \sigma_y \left(\frac{I_{xy}}{y_0} + q_{xy} \right) \end{aligned} \quad (13a,b,c)$$

where M_x and M_y are the components of M about the coordinate axes. The bending moment is given by

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sigma_y \sqrt{\left(\frac{I_{xx}}{y_o} + a_{yx}\right)^2 + \left(\frac{I_{yy}}{x_o} + a_{xy}\right)^2} \quad (14)$$

The angle of inclination of M with respect to the x -axis is given by the relationship

$$\tan \theta = \frac{M_y}{M_x}$$

which, giving regards to (13b,c), leads to

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{I_{xy} + y_o a_{yx}}{I_x + y_o a_{yx}} \right) \quad (15)$$

Consistent with the sign of σ defined by (1), θ is positive when measured clockwise from the x -axis and M , M_x and M_y are positive as indicated by the double arrows in Fig. 4, adopting the right-hand screw rule.

Let ox (Fig. 5) be the assumed position of the neutral axis and $o'x'$ which is parallel and at a distance of δ to ox , be so located that (13a) is satisfied, i.e.,

$$\frac{\sigma_y}{y_o} \int_{A_e} (y - \delta) dA + \sigma_y \int_{A_p} dA = 0 \quad (16)$$

As previously done, approximating (16) by

$$\frac{\sigma_y}{y_o} \int_{A_e} (y - \delta) dA + \sigma_y \int_{A_p} dA = 0 \quad (17)$$

and solving for δ lead to

$$\delta = \frac{Q_x + y_o A_p}{A_e} \quad (18)$$

where δ is the translational correction increment, positive when measured toward the positive direction of the y -axis.

Corresponding to $o'x'$ and any conveniently assumed position of $o'y'$, (15) yields θ which defines the direction of the resultant moment acting on the section. Unless the correct position of the neutral axis is assumed the computed value of θ is different from the given value of θ . The difference between these two values indicates the approximate magnitude of the rotational correction. The direction is obvious.

As in the case of eccentric load, the translational and rotational corrections may be repeated until the resultant moment acting on the section coincides with the given moment. For sections such as angles and I-sections, convergence is relatively slow. An alternate method, the better one in this case, is to plot the angles of inclination of the neutral axes versus the angles

of inclination of the corresponding resultant moments acting on the section and determine the correct position of the neutral axis by interpolation from the curve. The value of M is then computed by (14).

The same procedure may be employed in the plastic case for which (14), (15) and (18) become, upon substitution of $y_0 = 0$, respectively

$$M_u = \lim_{y_0 \rightarrow 0} \left[\sigma_y \sqrt{\left(\frac{z_x}{y_0} + q_x\right)^2 + \left(\frac{z_{xy}}{y_0} + q_y\right)^2} \right] = \sigma_y \sqrt{q_x^2 + q_y^2} \quad (19)$$

$$\theta = \tan^{-1} \left[\lim_{y_0 \rightarrow 0} \left(\frac{z_{xy} + y_0 q_y}{z_x + y_0 q_x} \right) \right] = \tan^{-1} \frac{q_y}{q_x} \quad (20)$$

$$\delta = \lim_{y_0 \rightarrow 0} \left(\frac{Q_x + y_0 A_p}{A_e} \right) = \frac{A_p}{2b} \quad (21)$$

where θ is positive when measured clockwise from the x-axis, δ is positive when measured toward the positive direction of the y-axis and b is as defined in Fig. 3.

Numerical Examples

Example 1

Consider the rectangular section shown in Fig. 6a subjected to the action of an eccentric load N located as shown. The problem is to determine the ultimate value of N which the section can sustain in terms of the yield stress σ_y of the material. The neutral axis is first assumed to be at a distance of 5.6 in. from N with an angle of inclination of 34° . The corresponding values of A_p and q_x are computed in Table 1a, and b is 4.8 in. Area I is ΔACE , area II ΔABD , area III ΔDFH and area IV ΔEGH . Substituting these values and $e_y = 5.6$ in. in (12) yields $\delta = -0.21$ in. which indicates that the neutral axis should be translated further away from N to the position shown in Fig. 6b.

Next the values of A_p , q_x and q_y corresponding to the translated position of the neutral axis are calculated in Table 1b, and (6a,b) yield $e_x'' = 1.78$ in. and $e_y'' = 5.73$ in. which define the position of the resultant force N'' acting on the section. The y-axis in this case is taken through the center of gravity of area II. With respect to the coordinate axes, the position of N is defined by $e_x = 3.28$ in. and $e_y = 5.81$ in. It should be observed that, by this translational correction, the value of e_y is improved considerably. Substituting e_x , e_x'' and e_y'' in (11) yields $\alpha = 14.7^\circ$ which indicates that the neutral axis should be rotated to the position shown in Fig. 6c. The center of rotation, point O in Fig. 6b, is located midway between points A and B . The choice of this point is rather arbitrary, but (12) indicates that if the numerator ($e_y A_p = q_x$) is kept close to zero, the subsequent translational correction may be avoided. In this particular case, observe that the values of e_y and q_x for trials (a) and (b) remain fairly constant, hence the numerator of (12) can be kept very small if A_p is kept fairly constant. This can be done by making $\Delta A'AO$ approximately equal to area $B'BO$.

The values of A_p , q_x and q_y corresponding to the rotated position of the neutral axis are computed in Table 1c. (12) yields $\delta = 0$ and (6a,b) yield $e_x''' = 1.86$ in. and $e_y''' = 5.57$ in. which are reasonably close to the values of e_x and e_y shown in Fig. 6c. (7) yields the ultimate load $N_u/\sigma_y = 3.89$ in².

A glance at Fig. 6c shows that, in the case of eccentric load, the location of the neutral axis should be such that the centers of gravity of the two cross sectional areas divided by the axis and the position of the eccentric load should lie on the same straight line. From consideration of equilibrium, this point is evident.

Example 2

Consider the section⁴ shown in Fig. 7 subjected to an eccentric load N located as shown. Fig. 7a shows the assumed position of the neutral axis so located that the observation just mentioned is visually satisfied. Table 2a shows that, although the computed value of e_y differs considerably from the given value, the translational correction is only -0.06 in. The translated position of the neutral axis is shown in Fig. 7b. With the y -axis passing through the given position of N , the calculation shown in Table 2b yields $\alpha = 0.9^\circ$ and the neutral axis is next rotated 0.9° about point O to the position shown in Fig. 7c. The values of e_x and e_y corresponding to the rotated axes are determined in Table 2c and can be seen to agree fairly well with the values shown in Fig. 7c. As before, (7) gives the ultimate load, $N_u/\sigma_y = 1.22 \text{ in}^2$.

Example 3

To illustrate the procedure for the determination of the ultimate strength of a section under nonsymmetrical bending, consider the section shown in Fig. 8f. The applied moment M is inclined at an angle of 20° from the major axis. (21) indicates that if A_p is kept zero, no translational correction is needed in the solution. The double symmetry of the section suggests readily that A_p will remain zero if the neutral axis passes through the centroid of the section, an observation which again is obvious from the view point of equilibrium. As mentioned previously, convergence of the successive approximations in this type of sections is comparatively slow, hence the alternate method will be employed. While three trials are sufficient to obtain a solution, four positions of the neutral axis are assumed for the purpose of illustration as shown respectively in Fig. 8a, b, c and d and the corresponding values of q_x and q_y are calculated in Table 3a, b, c and d. (20) yields the values of θ , the angles of inclination of the resultant moments acting on the section with respect to the neutral axes. The angles of inclination of these moments with respect to the major axes. The angles of inclination of these moments with respect to the major axis of the section, β_M , are next computed and plotted in Fig. 9 against the angles of inclination of the neutral axis, β_N . The intersection of this curve with the horizontal line $\beta_M = 20^\circ$ gives the correct position of the neutral axis, $\beta_N = 77^\circ 30'$. The corresponding values of q_x and q_y are then substituted in (19) giving the ultimate moment $M_u/\sigma_y = 20.2 \text{ in}^3$. It is of interest to note, in Fig. 9, that β_M is practically zero for $\beta_N < 60^\circ$.

It may be observed from this example that in the determination of the ultimate strength of a section subjected to pure bending, the neutral axis should be so located that the two cross sectional areas divided by the neutral axis should be equal and their centers of gravity should lie on a straight line perpendicular to the vector representing the applied moment. These two observations may be drawn directly from the conditions of equilibrium.

4. The fillets in the angle and the wide flange section treated in Example 3 are disregarded for simplicity, the error incurred being negligible.

Example 4

To demonstrate the application of the above procedure to the elastoplastic case, consider the section shown in Fig. 10a. The problem is to determine the value of the applied moment M , shown in Fig. 10b, such that $y_0 = 0.5''$. As a first trial, take $Z = 2.23$ and $\beta_N = 60^\circ$. The corresponding values of A_p , A_e and Q_x are computed in Table 4a₁, and substituting them in (18) leads to $\delta = 0.061''$. The translated position of the neutral axis is defined by $Z = 2.14$ and $\beta_N = 60^\circ$ and the corresponding sectional properties are calculated in Table 4a₂. (14) yields the value of M and (15) yields $\theta = -30.7^\circ$ corresponding to which $\beta_M = 29.3^\circ$. It has been observed that the convergence of the successive approximations in this type of sections is relatively slow. Therefore, while the difference between the computed value of β_M and the given one is 6.7° , a partial rotational correction, say 3.5° , may speed up the convergence. Furthermore, in the case under consideration, $Q_x = 0$ and (18) indicates that the translational correction may be avoided by keeping A_p close to zero. This can be accomplished by keeping the sum of areas I and II equal to that of areas III and IV, which is an easy task since the thickness of the angle is constant. With these observations in mind, the position of the neutral axis is next rotated to that defined by $Z = 2.28$ and $\beta_N = 63.5^\circ$ and the corresponding geometric properties of the cross section are computed in Table 4c. Again (15) yields $\theta = -26.7^\circ$ for which $\beta_M = 36.8^\circ$ and M is determined by (14). This trial shows that the partial translational correction overshoots the correct position of the neutral axis by a small amount and a reversed partial correction in the next trial, say 0.4° , should yield a solution. To illustrate the alternate approach to this problem, however, a position of the neutral axis between those of trials (a) and (c) will be assumed. The calculation in Table 4b yields the corresponding values of β_M and M . The values of β_M , Z and M/σ_y are then plotted against β_N in Fig. 10c. The intersection of the $\beta_M - \beta_N$ curve with the line $\beta_M = 36^\circ$ leads to the desired solution: $\beta_N = 63^\circ 09'$, $Z = 2.265$ in. and $M/\sigma_y = 5.43$ in³.

CONCLUSION

Although the method of analysis presented in this paper is approximate by nature, careful execution of the solution with the aid of large scale figures yields reasonably accurate results for practical purposes. The equations employed are not involved, entailing only simple numerical calculation. Keeping the observations made in the numerical examples in mind, three trials should suffice to lead to a solution.

In the case of pure bending, it is comparatively easy to prepare graphs for the ultimate strength of commonly used sections with a few values of β_M . In the case of eccentric load, however, two parameters are involved and the work becomes more laborious. The ultimate strength under any loading condition may be obtained by interpolation from these graphs.

NOTATIONS

- A_e absolute value of elastic area
 A_p plastic area, defined by (4)
 b length of neutral axis, defined in Fig. 3

e_x, e_y	eccentricity of normal load with respect to the coordinate axes, defined by (3) or (6)
I_x, I_{xy}	moment and product of inertia of the elastic area, defined by (4)
M	bending moment, defined by (14)
M_x, M_y	components of M about the coordinate axes, defined by (13b,c)
M_u	ultimate value of M , defined by (19)
N	eccentric load, defined by (5)
N_u	ultimate value of N , defined by (7)
Q_x, Q_y	static moment of the plastic area with respect to the coordinate axes, defined by (4)
Q_x	static moment of the elastic area, defined by (4)
y_0	distance from neutral axis to fiber which just reaches yield point
Z	distance defined in Fig. 10a
α	rotational correction increment, defined by (11)
β_M	angle of inclination of M with respect to the horizontal axis
β_N	angle of inclination of neutral axis with respect to the horizontal axis
δ	translational correction increment, defined by (10), (12), (18) or (21)
θ	angle of inclination of M with respect to neutral axis
σ	normal stress, defined by (1)
σ_y	yield stress of material

BIBLIOGRAPHY

1. Aghbabian, M. S. and Popov, E. P., "Unsymmetrical Bending of Rectangular Beams Beyond the Elastic Limit," Proceedings of the First National Congress of Applied Mechanics, 1951.
2. Beedle, L. S., Thurlimann, B. and Ketter, R. L., "Plastic Design in Structural Steel," Fritz Engineering Laboratory Report No. 205.32, Lehigh University, Bethlehem, Pennsylvania, 1955, p. 9.1.

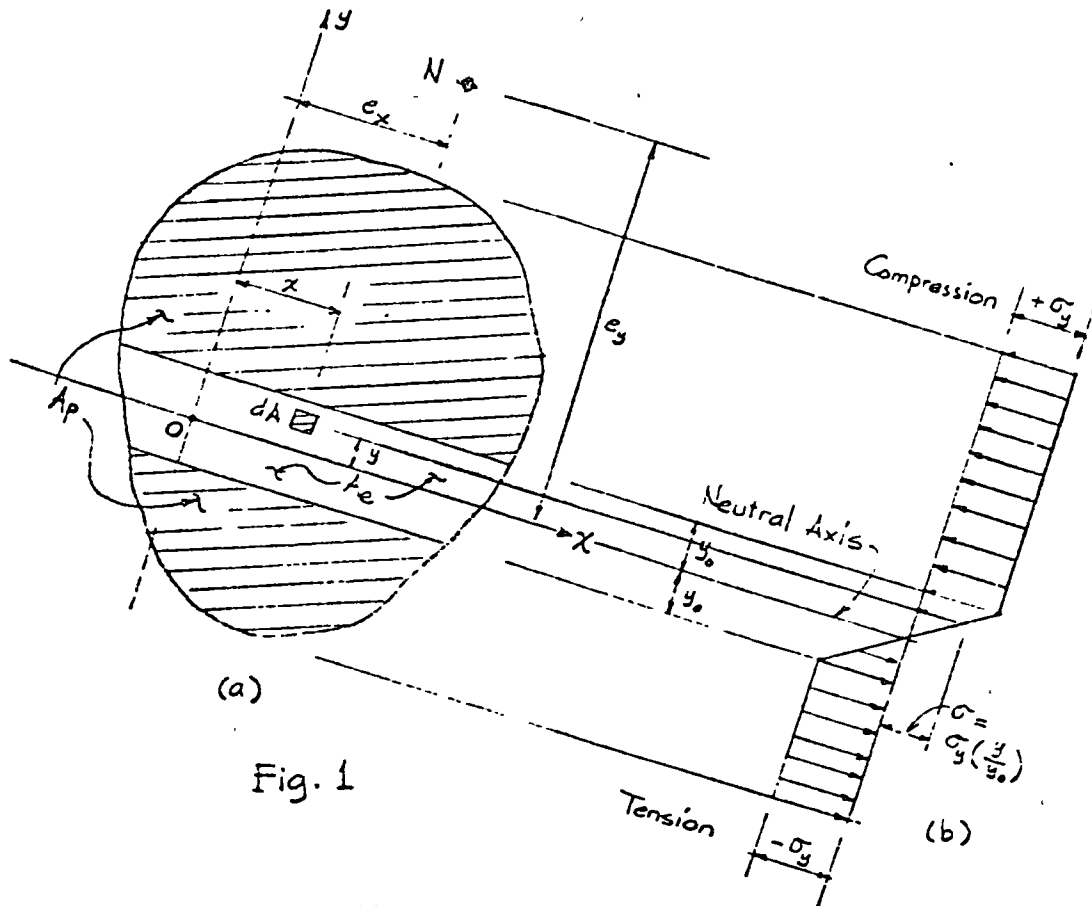
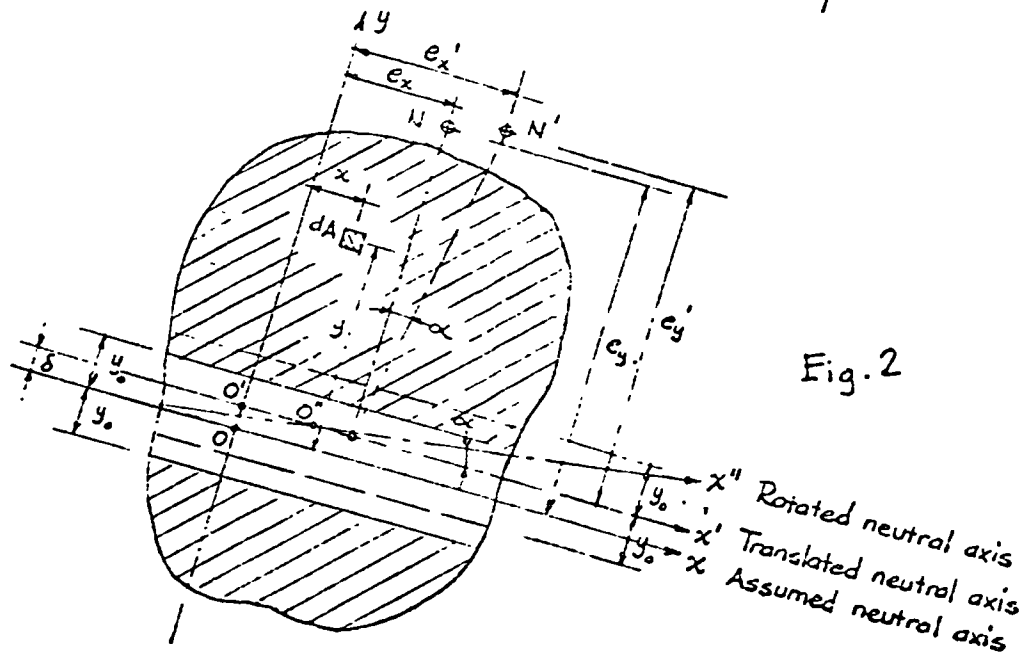


Fig. 1



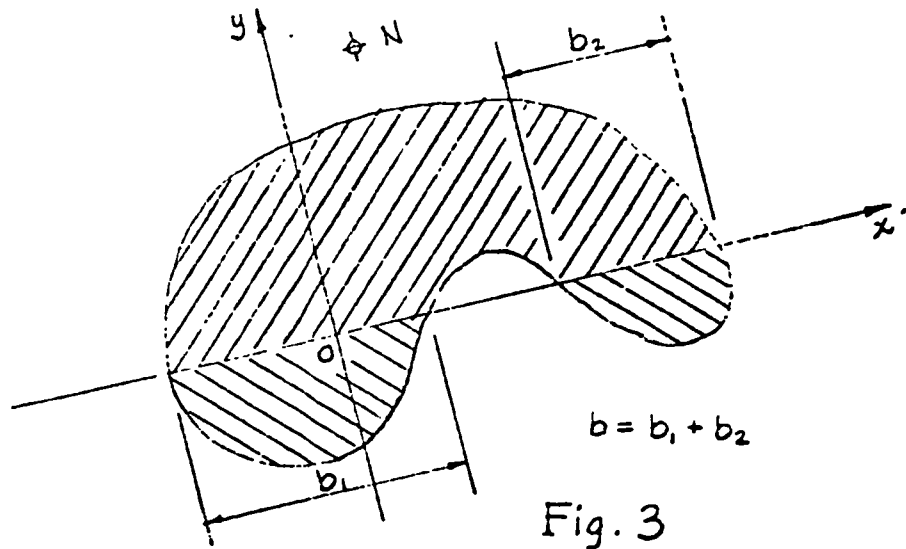


Fig. 3

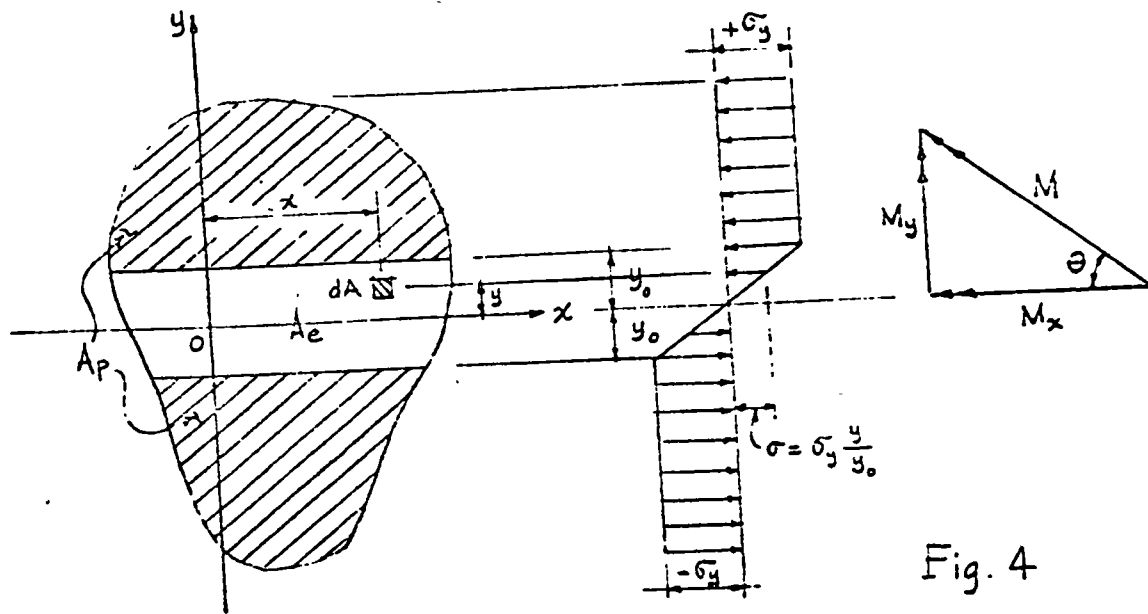


Fig. 4

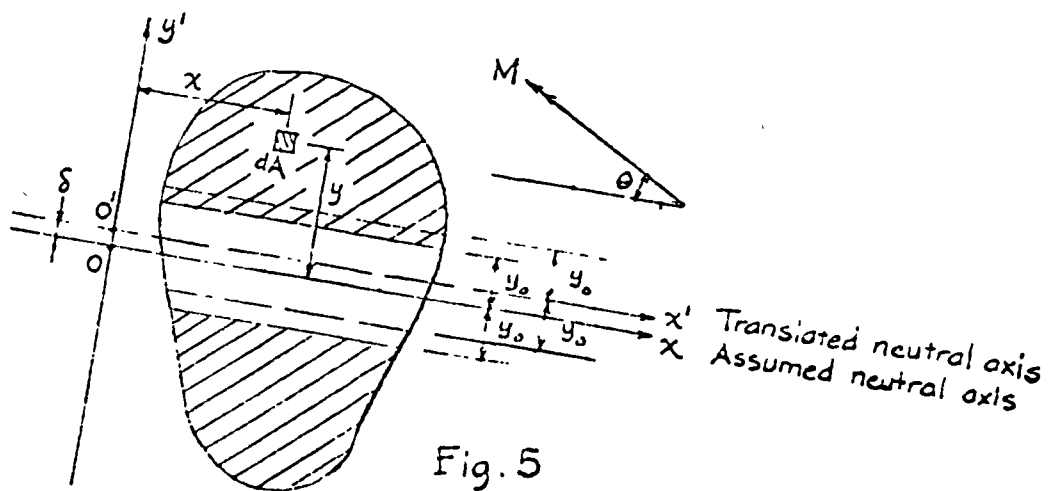


Fig. 5

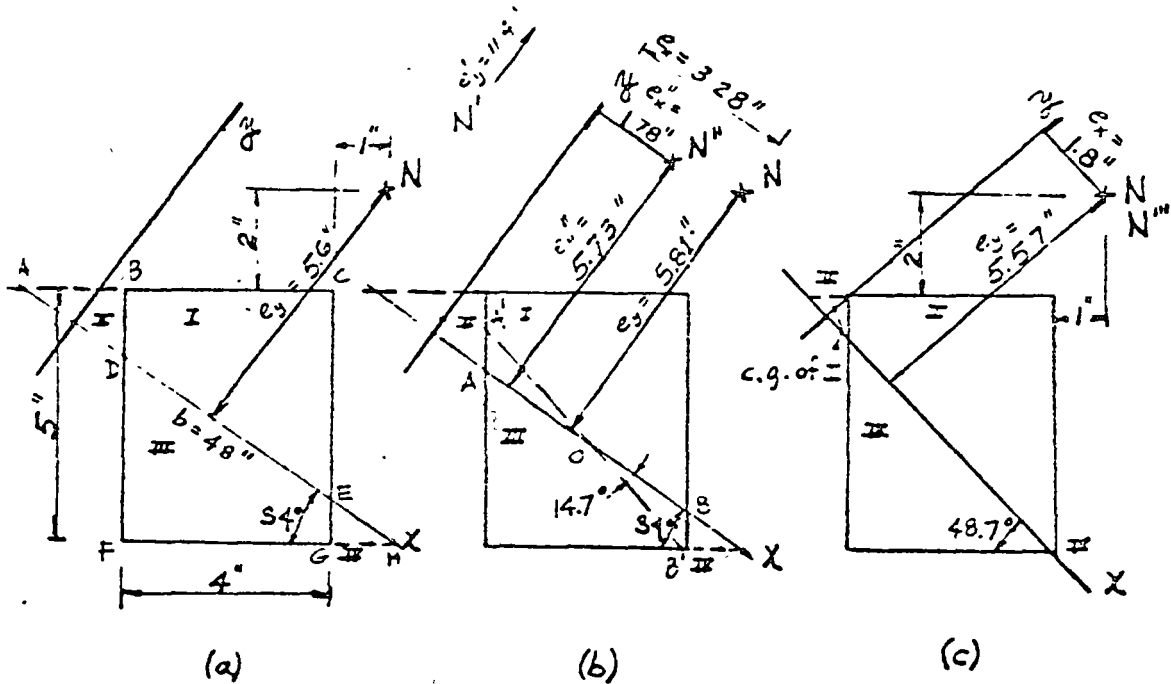


Fig. 6

Trial	Area No.	A_p (in ²)	\bar{x} (in)	Q_x (in ³)	\bar{z} (in)	Q_z (in ³)	S (in)	e_x (in)	e_z (in)	α
a	I	12.40	1.10	13.63						
	II	-1.45	0.40	-0.58						
	III	-9.60	-0.97	9.30						
	IV	0.60	-0.25	-0.15						
	Σ	1.95		22.20			-0.21		11.4	
b	I	13.85	1.20	16.61	2.67	37.00				
	II	-1.96	0.45	-0.83	0	0				
	III	-8.19	-0.90	7.56	3.90	-31.90				
	IV	0.92	-0.18	-0.06	6.50	2.06				
	Σ	4.02		23.33		7.18		1.78	5.73	14.7°
c	I	12.20	1.16	14.15	2.89	35.29				
	II	-0.255	0.10	-0.026	0	0				
	III	-8.04	-0.94	7.55	3.48	-27.95				
	IV	-0.019	0.06	-0.012	6.95	-0.124				
	Σ	3.89		21.67		7.22	0	1.86	5.57	0

Eq. (7) $N_u/\sigma_y = A_p = 3.89 \text{ in}^2$

Table 1

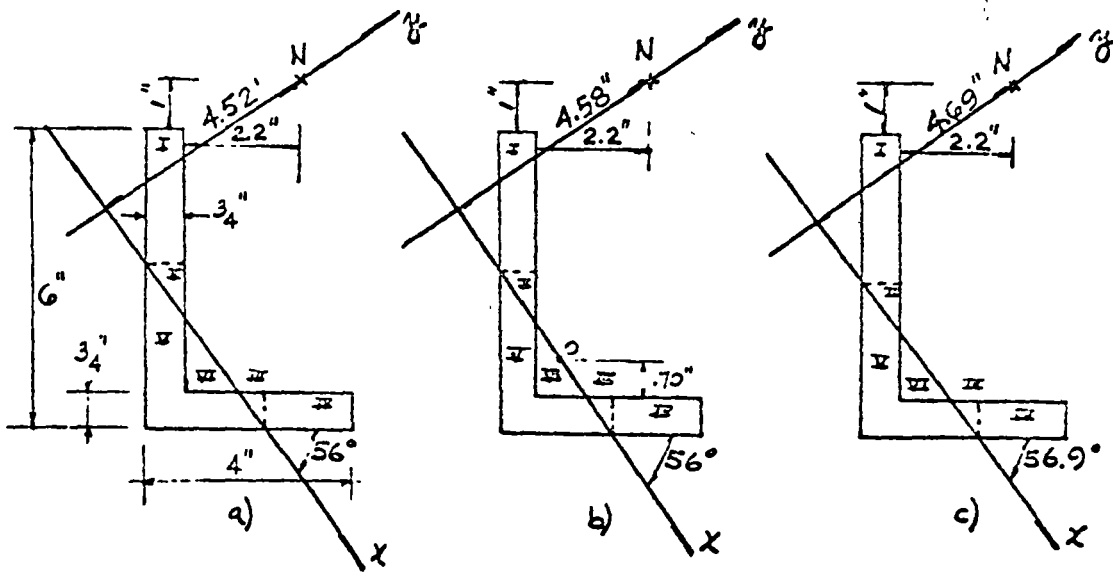


Fig. 7 L 6 x 4 x 3/4

Eq. (12) (6a) (6b) (11)

Trial	Area No	A_p (in ²)	\bar{x} (in)	\bar{y} (in)	\bar{x}^2 (in ²)	\bar{y}^2 (in ²)	$\bar{x}\bar{y}$ (in ²)	\bar{x} (in)	\bar{y} (in)	α (°)
a	I	2.02	1.07	2.16						
	II	.39	.20	.08						
	III	.19	.14	.03						
	IV	1.29	.91	1.17						
	V	-3.74	-.61	2.28						
	VI	.74	-.28	-.21						
	Σ	.89		5.51			-0.06		6.21	
b	I	2.11	1.10	2.32	.52	1.12				
	II	.39	.21	.08	2.05	.81				
	III	.19	.14	.03	4.82	.89				
	IV	1.36	.96	1.30	5.52	7.49				
	V	-3.46	-.60	2.08	3.61	-12.50				
	VI	.60	-.22	-.13	3.76	2.28				
	Σ	1.19		5.68		.09		.075	4.75	0.9°
c	I	2.18	1.15	2.52	.48	1.05				
	II	.37	.20	.08	2.01	.75				
	III	.18	.16	.03	4.72	.87				
	IV	1.31	.91	1.19	5.48	7.20				
	V	-3.42	-.60	2.05	3.53	-12.06				
	VI	.60	-.25	-.15	3.62	2.16				
	Σ	1.22		5.72		-.03	0	-.024	4.69	0

Table 2

Eq. (7) $N_u/\sigma_y = A_p = 1.22 \text{ in}^2$

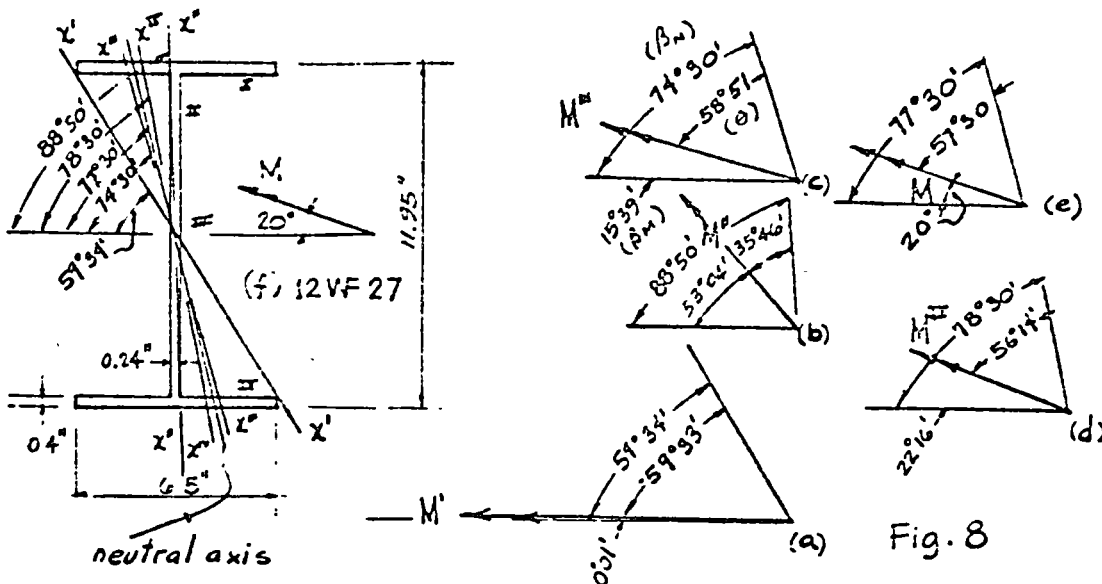
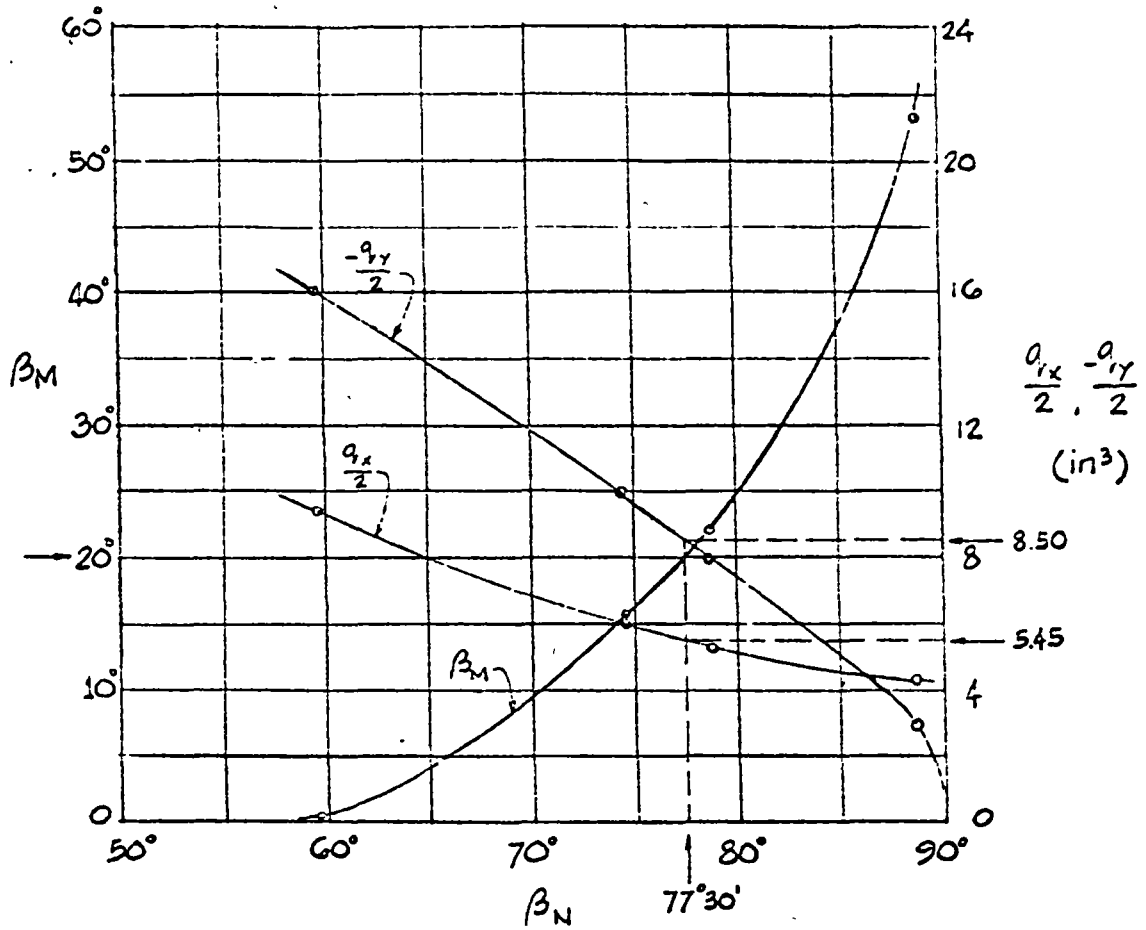


Fig. 8

Eq. (20)

Trial	Area No.	A_p (in ²)	\bar{x} (in)	\bar{y} (in)	\bar{x} (in)	\bar{y} (in)	θ
a	I	2.60	2.91	7.54	-4.95	-12.86	
	II	1.29	1.45	1.87	-2.45	-3.16	
	III	.096	.08	.01	-.001	0	
	$\frac{1}{2}\Sigma$			9.42		-16.02	-59°33'
b	I	1.86	1.65	2.24	-5.72	-7.76	
	II	1.34	.09	.12	-1.90	-2.54	
	III	1.24	1.55	1.93	5.81	7.21	
	$\frac{1}{2}\Sigma$			4.29		-3.09	-35°46'
c	I	1.95	2.35	4.58	-5.31	-10.55	
	II	1.21	.80	.97	-2.90	-3.52	
	III	.12	.09	.01	-.15	-.02	
	IV	.63	.73	.46	6.20	3.92	
$\frac{1}{2}\Sigma$			6.02		-9.97	-58°51'	
d	I	1.76	2.18	3.84	-5.41	-9.54	
	II	1.18	.58	.63	-2.80	-3.29	
	III	.30	.09	.03	-.19	-.06	
	IV	.81	.97	.77	6.10	4.93	
$\frac{1}{2}\Sigma$			5.32		-7.96	-56°14'	

Table 3



For $\beta_M = 20^\circ$, $\beta_N = 77^\circ 30'$
 $a_x = 10.90 \text{ in}^3$
 $a_y = -17.0 \text{ in}^3$

By Eq. (19), $M_u/\phi_y = \sqrt{(a_x)^2 + (a_y)^2} = 20.2 \text{ in}^3$

Fig. 9

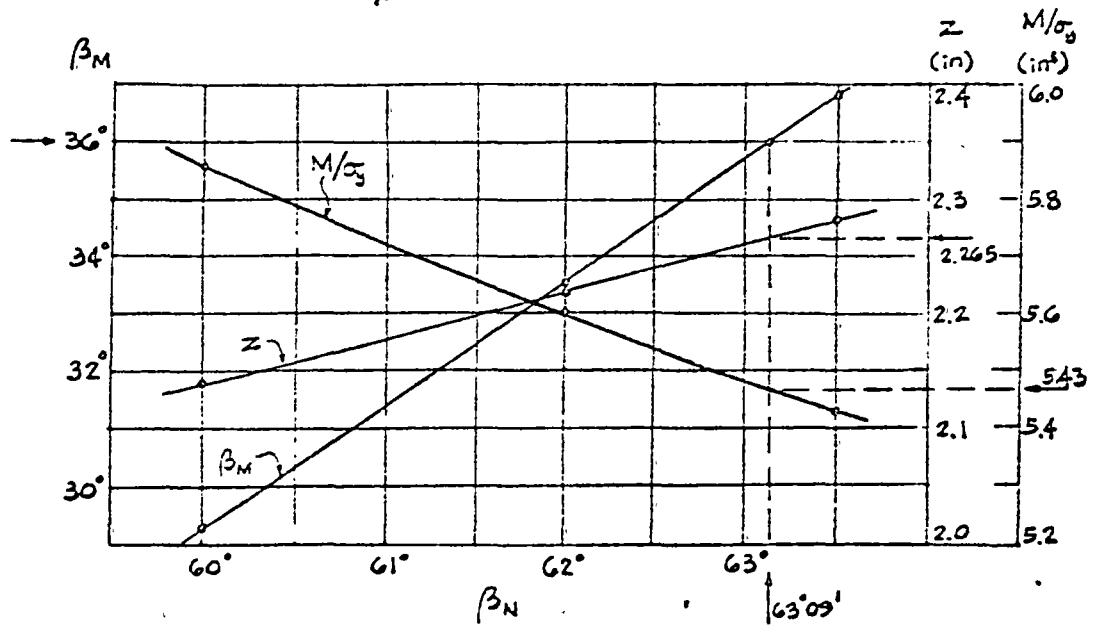
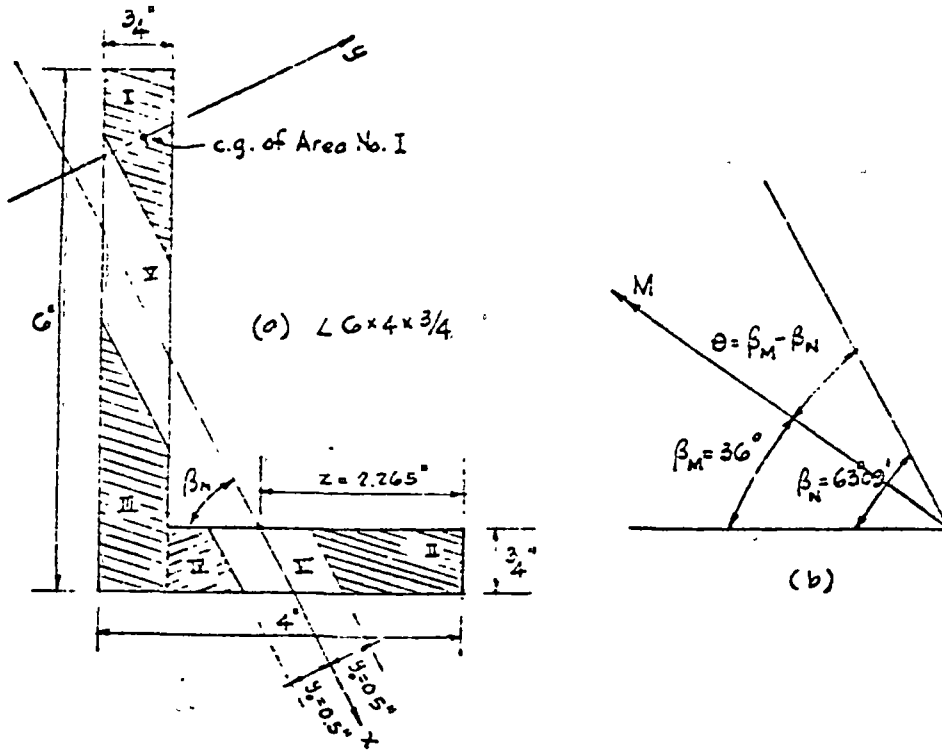


Fig. 10 (c)

Trial	z (in)	β_N	A_p (in ²)	\bar{y} (in)	q_x (in ³)	\bar{x} (in)	q_y (in ³)	A_c (in ²)	I_x (in ⁴)	I_{xy} (in ⁴)	Q_x (in ³)	Arco No	Eq. (15) [or (18)]		M/ σ_y (in ³)				
													θ (or δ)	β_M					
a ₁	2.23	60°	1.39										I						
			1.07											II					
			-1.65												III				
			-0.52												IV				
										1.50			0			V			
										0.86			0			VI			
			0.29				2.36			0			Σ	(0.061°)					
a ₂	2.14	60°	1.27	0.94	1.19	0	0							I					
			1.02	1.09	1.10	5.52	5.63								II				
			-1.73	-1.10	1.90	3.36	-5.81									III			
			-0.55	-0.82	0.45	4.49	-2.47									IV			
										1.50	.125	-0.212	0			V			
										0.86	.072	.042	0			VI	-30.7°		
			0.01		4.65		-2.63	2.36	.197	-0.170	0		Σ	(0.002°)	29.3°	5.86			
b	2.22	62°	1.15	0.88	1.01	0	0							I					
			1.10	1.16	1.28	5.52	6.07								II				
			-1.75	-1.05	1.84	3.46	-6.06								III				
			-0.49	-0.78	0.38	4.58	-2.24									IV			
										1.62	.135	-0.259	0			V			
										0.84	.070	.036	0			VI	-28.5°		
			0.01		4.51		-2.23	2.42	.205	-0.223	0		Σ	(0.002°)	33.5°	5.60			
c	2.28	63.5°	1.05	0.84	0.83	0	0							I					
			1.15	1.19	1.37	5.55	6.38								II				
			-1.75	-1.04	1.82	3.55	-6.21								III				
			-0.45	-0.79	0.36	4.66	-2.10									IV			
										1.69	.141	-0.290	0			V			
										0.84	.070	.034	0			VI	-26.7°		
			0		4.43		-1.93	2.53	.211	-0.256	0		Σ	(0)	36.8°	5.43			

Table 4

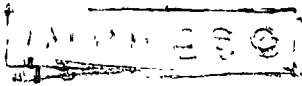




centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam

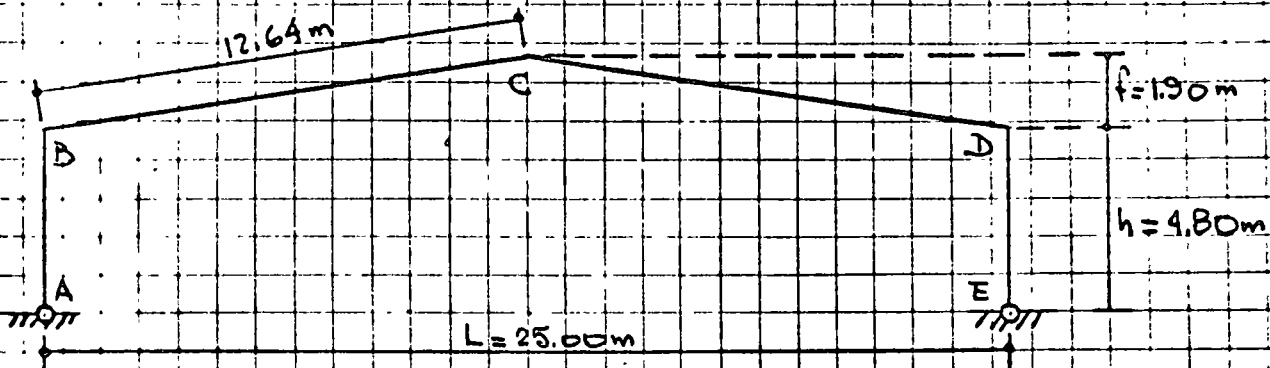


DISEÑO PLASTICO DE ESTRUCTURAS DE ACERO



ING. OSCAR DE BUEN

La estructura de un taller está formada por marcos rígidos de acero A36, de las dimensiones mostradas en la figura y colocadas a cada 10 m. Diseñese uno de esos marcos para las cargas que se indican. (el diseño se hará por flexión únicamente, sin considerar cortante, pandeo lateral, etc).



CARGAS Y FACTORES DE CARGA

I. CARGA VERTICAL

CARGA VERTICAL PERMANENTE.

Peso propia de la estructura. = 20 Kg/m²

Lamina de asbesto de 6 mm. = 15 v.

TOTAL = 35 Kg/m²

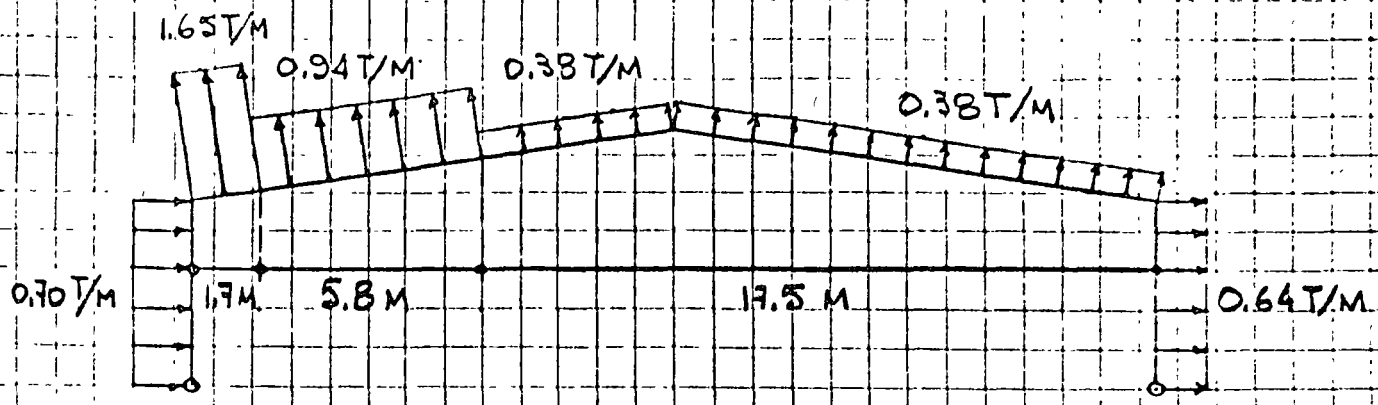
CARGA VERTICAL VIVA. = 40 Kg/m²

CARGA VERTICAL TOTAL = 35 + 40 = 75 Kg/m² (750 Kg/m)

II. VIENTO

Presión neta = 24 Kg/m²

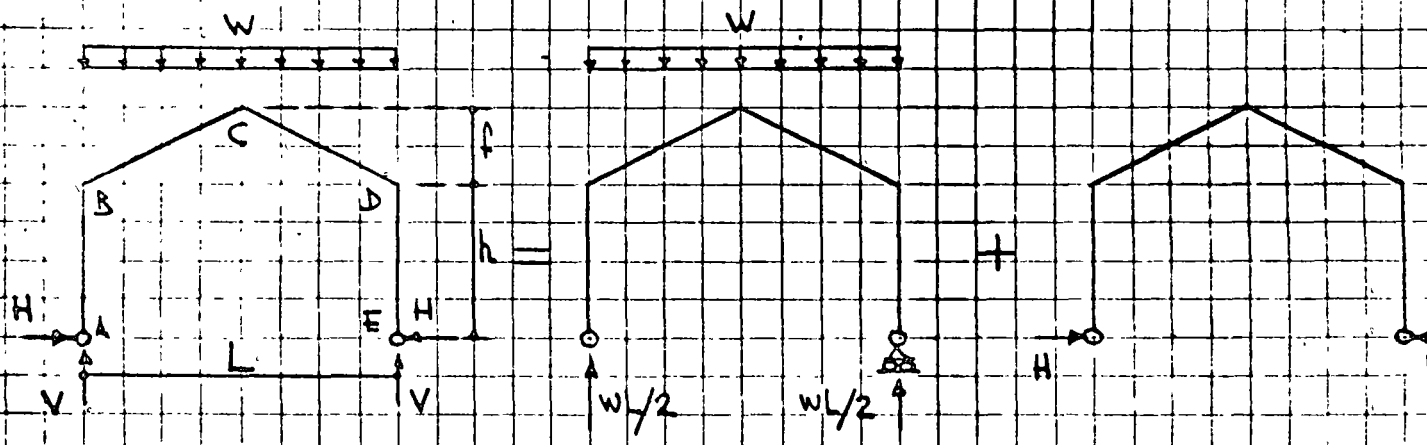
Aplicando el Reglamento de las Construcciones en el D.F., suponiendo paredes cerradas, se obtienen las sollicitaciones siguientes, producidas por el viento:



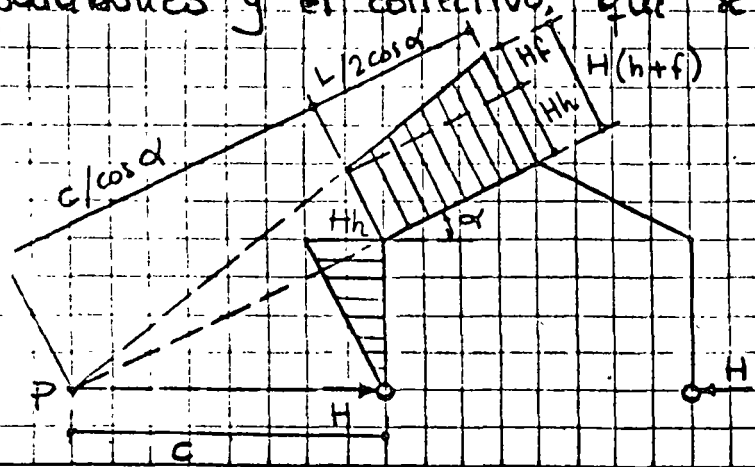
El diseño se hará para carga vertical completa, permanente + viva, con un factor de carga $\lambda = 1.7$, o para carga vertical permanente + viento con $\lambda = 1.7/1.33 \approx 1.28$.

DISEÑO POR CARGA VERTICAL

Se utilizará el método estático en la forma que se indica a continuación.



El diagrama de momentos se obtiene superponiendo el isostático parabólico y el correctivo, que se determina como sigue:



$$\frac{Hf}{L/2\cos\alpha} = \frac{Hh}{c/\cos\alpha}; \quad \frac{2Hf}{L} = \frac{Hh}{C}$$

$$\therefore C = \frac{HhL}{2Hf} = \frac{Lh}{2f}$$

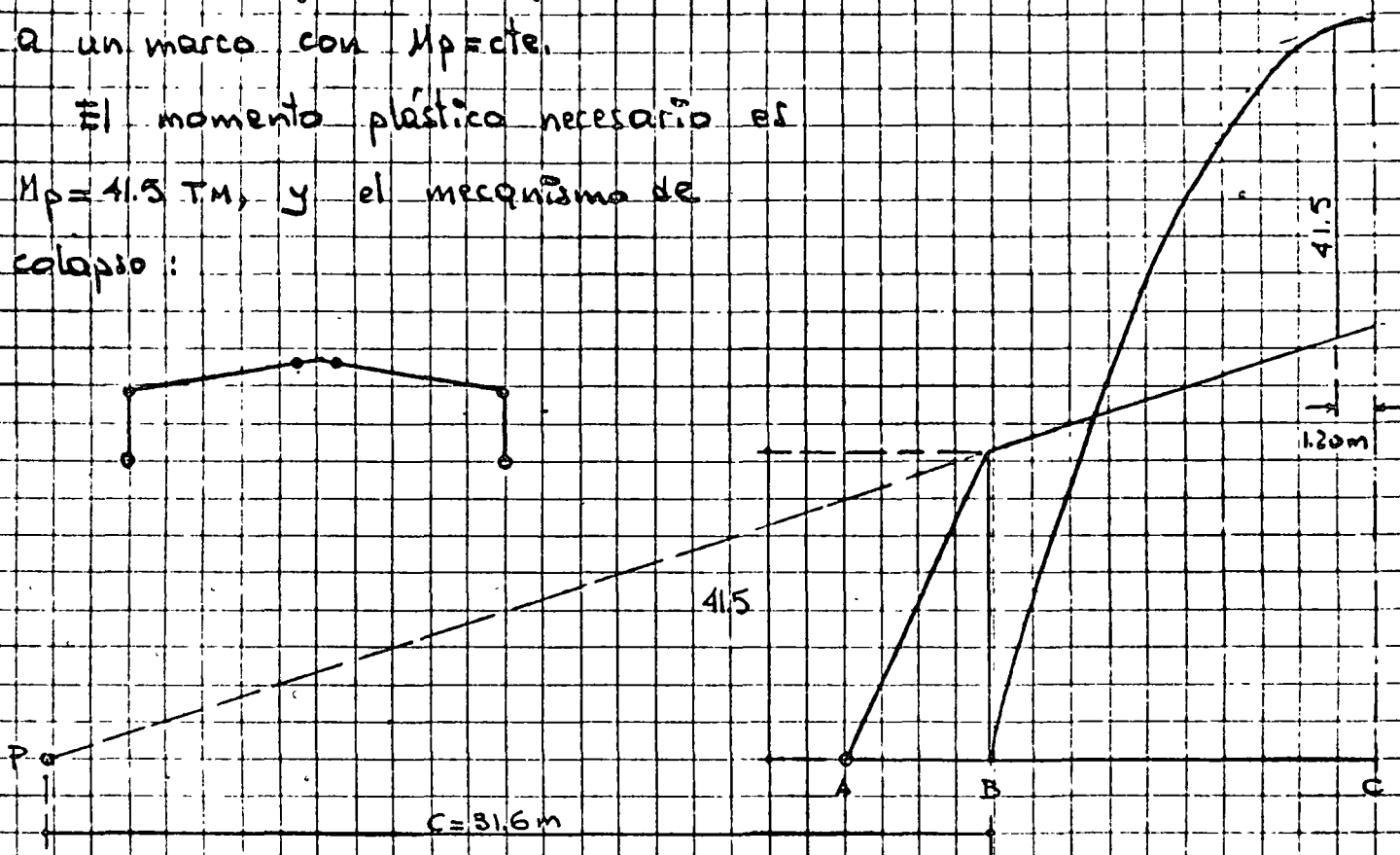
El diagrama correctivo de cada uno de los aleros es una línea recta de inclinación cualquiera pero que pase por el punto P, cuya posición se determinó en la hoja anterior.

Carga vertical de diseño $\lambda \cdot W = 1.7 \times 750 = 1275 \text{ Kg/m}$

$$M_{\text{max. isostático}} = \frac{(\lambda \cdot W) L^2}{8} = \frac{1275 \times 25^2}{8} = 99.6 \text{ Tm}; \quad c = \frac{Lh}{2f} = \frac{25 \times 4.8}{2 \times 1.9} = 31.6 \text{ m}$$

En la figura se ha dibujado la mitad del diagrama de momentos y se ha dibujado el diagrama correctivo que corresponde a un marco con $M_p = \text{cte.}$

El momento plástico necesario es $M_p = 41.5 \text{ Tm}$, y el mecanismo de colapso:



COMPROBACIÓN: De la pag. A12, "Plastic Design in Steel", AISC, 1959:
 $Q_h = 1.90 \therefore Q = 1.90/4.80 = 0.396$. Para $c = 0$ (carga vertical) y $Q = 0.396$,
 $M_p/WL^2 = 0.0525 \therefore M_p = 0.0525 \cdot W L^2 = 0.0525 \times 1275 \times 25^2 = 41.8 \text{ Tm} \approx 41.5$

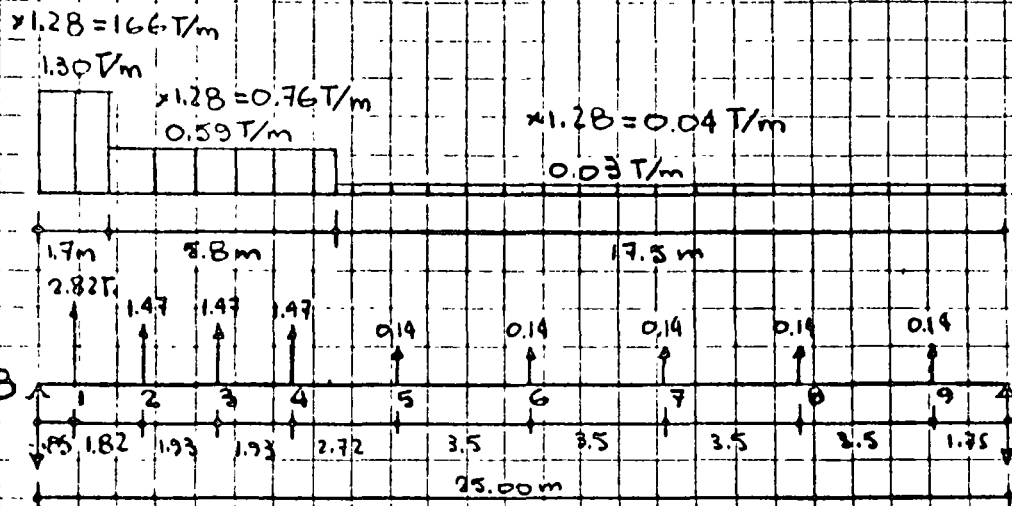
Si se utiliza un mismo perfil en todo el marco, por carga vertical se requiere que tenga $M_p = 41.5 \text{ Tm}$.

DISEÑO POR CARGA PERMANENTE + VIENTO

A las succiones producidas por el viento se les descuentan 0.33 T/m de carga permanente (las dos fuerzas no son paralelas, pero se comete un error muy pequeño al considerarlas así).

Succión total =

$$= 1.66 \times 1.7 + 0.76 \times 5.8 + 0.04 \times 17.5 = 7.93 \text{ Ton}$$



FUERZAS CONCENTRADAS EQUIVALENTES ($E = 7.93T$)

$$R_D = \frac{1}{25} \left[0.14(1.75 + 5.25 + 8.75 + 12.25 + 15.75) + 1.47(18.47 + 20.4 + 22.33) + 2.82 \times 24.15 \right] = 6.57T$$

$$R_A = \frac{1}{25} \left[2.82 \times 0.85 + 1.47(2.67 + 4.6 + 6.54) + 0.14(9.25 + 12.75 + 16.25 + 19.75 + 23.25) \right] = 1.36T$$

$$(ER = 7.93T = EC)$$

MOMENTOS ISOESTÁTICOS

$M_1 = 6.57 \times 0.85 =$	5.58 Tm
$M_2 = 6.57 \times 2.67 - 2.82 \times 1.82 =$	12.41 ✓
$M_3 = 6.57 \times 4.60 - 2.82 \times 3.75 - 1.47 \times 1.93 =$	16.80 ✓
$M_4 = 6.57 \times 6.53 - 2.82 \times 5.68 - 1.47 \times 3.86 - 1.47 \times 1.93 =$	18.37 ✓
$M_5 = 6.57 \times 9.25 - 2.82 \times 8.40 - 1.47 \times 6.58 - 1.47 \times 4.63 - 1.47 \times 2.72 =$	16.57 ✓
$M_6 = 1.36 \times 15.75 - 0.14(3.5 + 7.0 + 10.5 + 14.0) =$	16.52 ✓
$M_7 = 1.36 \times 12.75 - 0.14(3.5 + 7.0 + 10.5) =$	13.72 ✓
$M_8 = 1.36 \times 8.75 - 0.14(3.5 + 7.0) =$	10.43 ✓
$M_9 = 1.36 \times 5.25 - 0.14 \times 3.5 =$	6.65 ✓
$M_{10} = 1.36 \times 1.75 =$	2.38

Esta condición de carga no es crítica, pues el Mp necesario por carga vertical es mucho mayor que el Mp máximo.



ESTUDIO DE
ECONOMIA DE ACERO DEBIDO AL DISEÑO PLASTICO
EN ESTRUCTURAS METALICAS PARA LA COMPANIA -
FUNDIDORA DE FIERRO Y ACERO DE MONTERREY S.A.

PRESENTADO POR

DR. ING. PORFIRIO BALLESTEROS BAROCIO

Los cuales han sido publicados en revistas de Ingeniería y muy pronto se publicará por el Instituto Americano del Acero un manual para diseñar plásticamente las estructuras metálicas.

El análisis elástico de esfuerzos es actualmente el método más poderoso, gracias a las brillantes contribuciones de Hardy Cross la mayor parte de los problemas hiperestáticos pueden resolverse. Desafortunadamente, la mayoría de las estructuras son altamente hiperestáticas y su comportamiento elástico es tan complejo que la teoría elástica no concluye nada, como lo haría un método directo de diseño. Esta fué la poca experiencia que tenía en Inglaterra el Comité de Investigación de Estructuras de Acero el cual por ocho años, de 1928 a 1936, ha tratado de desarrollar un método más satisfactorio de diseño que el método Ortodoxo de suponer las barras articuladas en los nudos, el cual todavía es usado en todo el mundo. La investigación del Comité ha sido sintetizada recientemente. (6)

El Comité comenzó por determinar como realmente se comportan las estructuras bajo la acción de los cargas de trabajo. Lo hicieron midiendo las deformaciones en una gran cantidad de estructuras existentes incluyendo la del Hotel Cumberland en Londres.

Esta investigación demostró que la distribución real de esfuerzos fué completamente diferente a la supuesta en el método Ortodoxo de Diseño. Con lo que respecta a las vigas se demostró que la hipótesis usual de apoyos articulados está extremadamente del lado de la seguridad. Los momentos flectores transmitidos de las vigas a las columnas fueron del orden de 20 veces de las que usualmente se suponen. Esto por lo tanto no debe de ignorarse. Ello significa que el efecto de continuidad debe considerarse. Esto ocasiona un perfeccionamiento en el método elástico de diseño. Por lo tanto se puso gran atención al comportamiento del material dúctil, cuando los esfuerzos internos sobrepasan el límite elástico, con la esperanza que las condiciones de falla pudiesen proporcionar un método más simple y directo de diseño.

La derivación de la teoría Plástica y sus aplicaciones al diseño de estructuras de acero ha sido completamente publicada (2).

El objeto del diseño plástico es dimensionar una estructura que no fallará, hasta que es cargada con las cargas de trabajo multiplicadas por un factor de carga que en Inglaterra es de 1.75 para carga viva más carga muerta. (puede variar desde 1.6 a 1.8 según la relación de carga viva a muerta).

Puesto que el método de diseño es basado en la condición de falla, toda forma debe ser visualizada correctamente para el proyectista tener un factor de carga satisfactorio contra falla plástica, si la estructura ya está diseñada contra inestabilidad elástica. Considerable atención debe darse a los problemas de elástica y plástica estabilidad, a los miembros en particular, y a la estructura total.

El diseño de edificios de Portal de una sola planta, el primero de los cuales fue terminado en 1952, es actualmente rutinario (7). Muchas firmas Inglesas las producen económicamente y hay actualmente cientos de ellas en existencia. Algunas de ellas son de tamaño considerable, uno que ha sido diseñado por el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Cambridge está actualmente bajo construcción (Fig. I), sus dimensiones son 131 m. de largo por 18 m. de altura y, tiene claros de 21 m. con grúas viajeras de 25 toneladas. Economía en peso de acero y en costo de la armadura son del orden del 25% comparadas con el diseño usual elástico equivalente.

El método plástico puede ser aplicado a muchas otras formas de estructuras incluyendo las de cargas perdidas como en el caso de Ferrocarriles de México. Por ejemplo el primer piso del "SOUTHAMPTON DOCKS TRANSIT SHED" (8) fue diseñado plásticamente en 1954 con una economía resultante de 700 toneladas de acero en un total de 1500 toneladas.

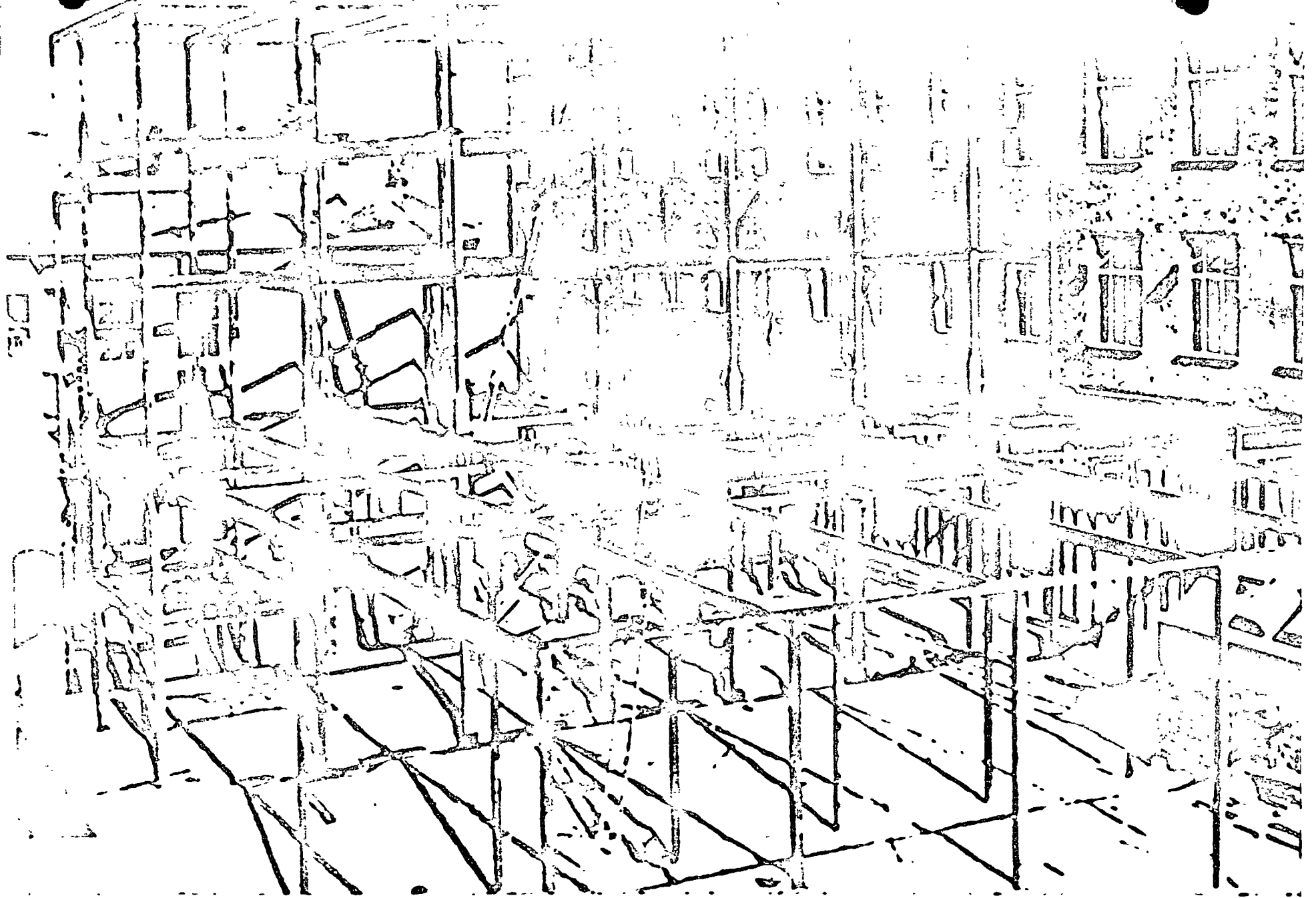


Fig. 4

Más recientemente en 1956, la "Plataforma" para apoyar - la nueva Terminal Aérea Central de Londres apoyada sobre 30- columnas cubriendo una área de 5,600 M². fué diseñada plásticamente. (9)

DESCRIPCION DE LA ESTRUCTURA PARA EL LABORATORIO
DE INVESTIGACION DE GUEST KEEN Y NITTELFELD, --
WOLVERHAMPTON.

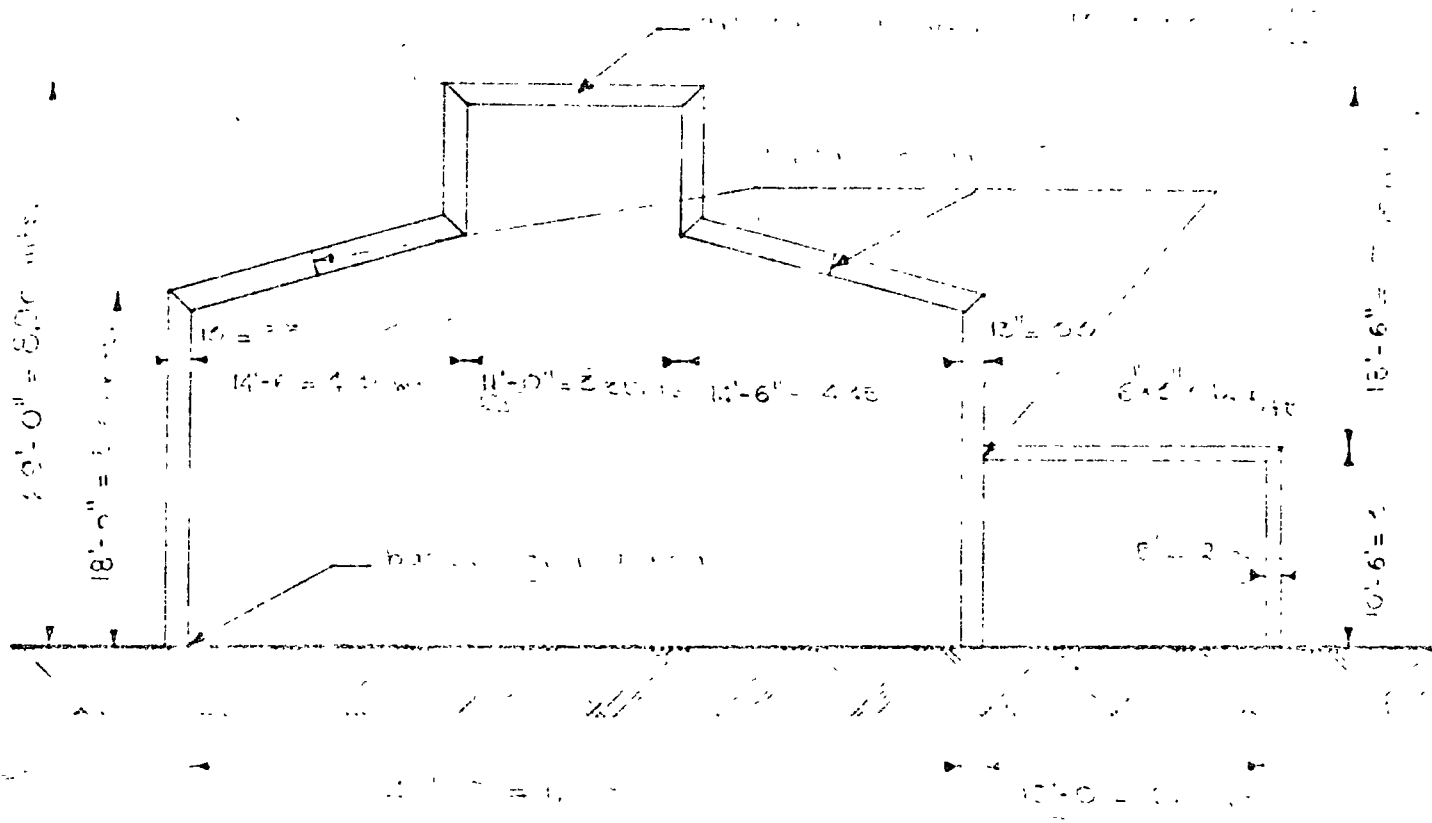
El primero de los Edificios de una sola planta, que se describirá, su sección transversal es mostrado en la Figura 2. (La longitud total de los edificios construída en 1954 -- fué de 66 m. y en 1953 se agregaron 10 m. más).

El diseño de la estructura se basó en las siguientes alternativas:

- I) Construcción convencional de armaduras de techo.
- II) Estructura de portal diseñado elásticamente.
- III) Estructura de portal diseñada plásticamente.

Los diseños I) y II) fueron hechos por el contratista, y el diseño III) fué hecho por el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Cambridge y el contratista presentó presupuesto para los tres diseños.

El estudio preliminar de suelos mostró que era necesario pilotear. Fué también condición que el espacio entre armaduras podría variar, solo se tenía que mantener constante la sección transversal, como comunmente sucede.



This drawing is a hand-drawn architectural floor plan. It depicts a rectangular building with a central chimney. The chimney is shown in a 3D perspective, rising from the center of the building. The drawing includes various dimensions in feet and inches, as well as their metric equivalents in meters. The overall width of the building is 20 feet (5.00 meters). The chimney height is 18 feet. The main building footprint is 18 feet 6 inches wide and 10 feet 6 inches deep. Internal dimensions are also provided, such as 14 feet 6 inches, 11 feet, and 12 feet 6 inches. A dashed line indicates a 6 feet 2 inches offset for a wall or partition.

El espaciamiento óptimo del diseño elástico probó ser 4.85 m. y el diseño plástico 8.20 m. Se usó en el diseño un factor de carga de 2.00 para carga viva más carga muerta y solo 1.6 para carga viva más carga de viento. El diseño plástico probó ser la solución más económica - los costos comparativos en Dólares por pie cuadrado fueron:

CONSTRUCCION DE ARMADURA: =	\$ 1.00 / pie ² .
CONSTRUCCION CON PORTICO	
ELASTICO: =	\$ 1.21 / pie ² .
CONSTRUCCION CON PORTICO	
PLASTICO: =	\$ 0.98 / pie ² .

ALMACENES PARA W.C. JONES LTD., BARTON, MANCHESTER

Se proyectaron dos almacenes para W.C. Jones Ltd., el mayor fué de 180x61 Mts. en planta, constando de 12 armaduras en la forma mostrada en la Figura. 3 con el objeto de disminuir las deflecciones. (10)

El peso de acero usado en los dos edificios fué de 512 toneladas. Se estimó un ahorro del 20% respecto del diseño elástico convencional.

Debido a la disminución de mano de obra en el sitio, esto representa una economía mayor en el costo de la estructura.

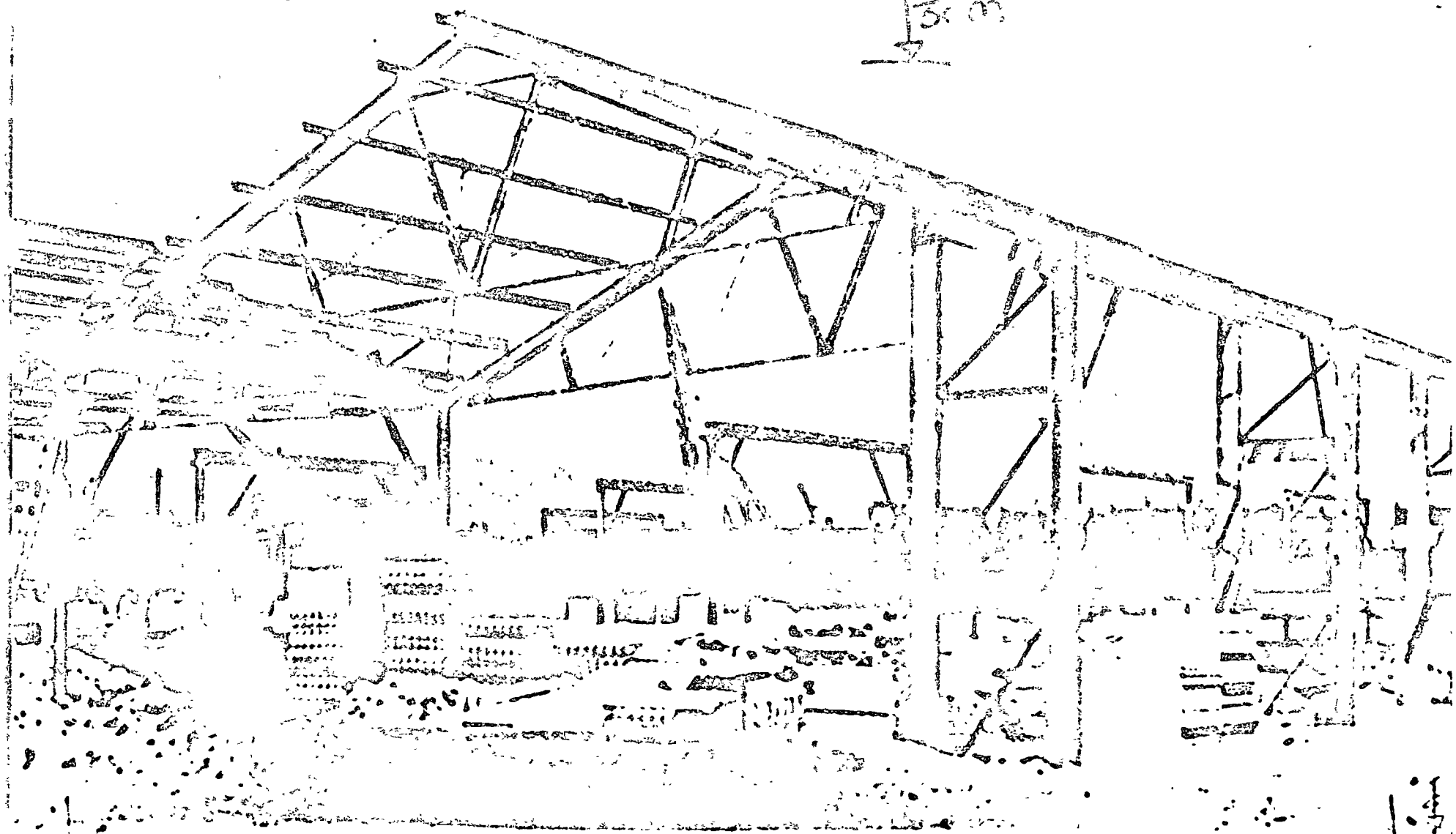


FIGURA 3

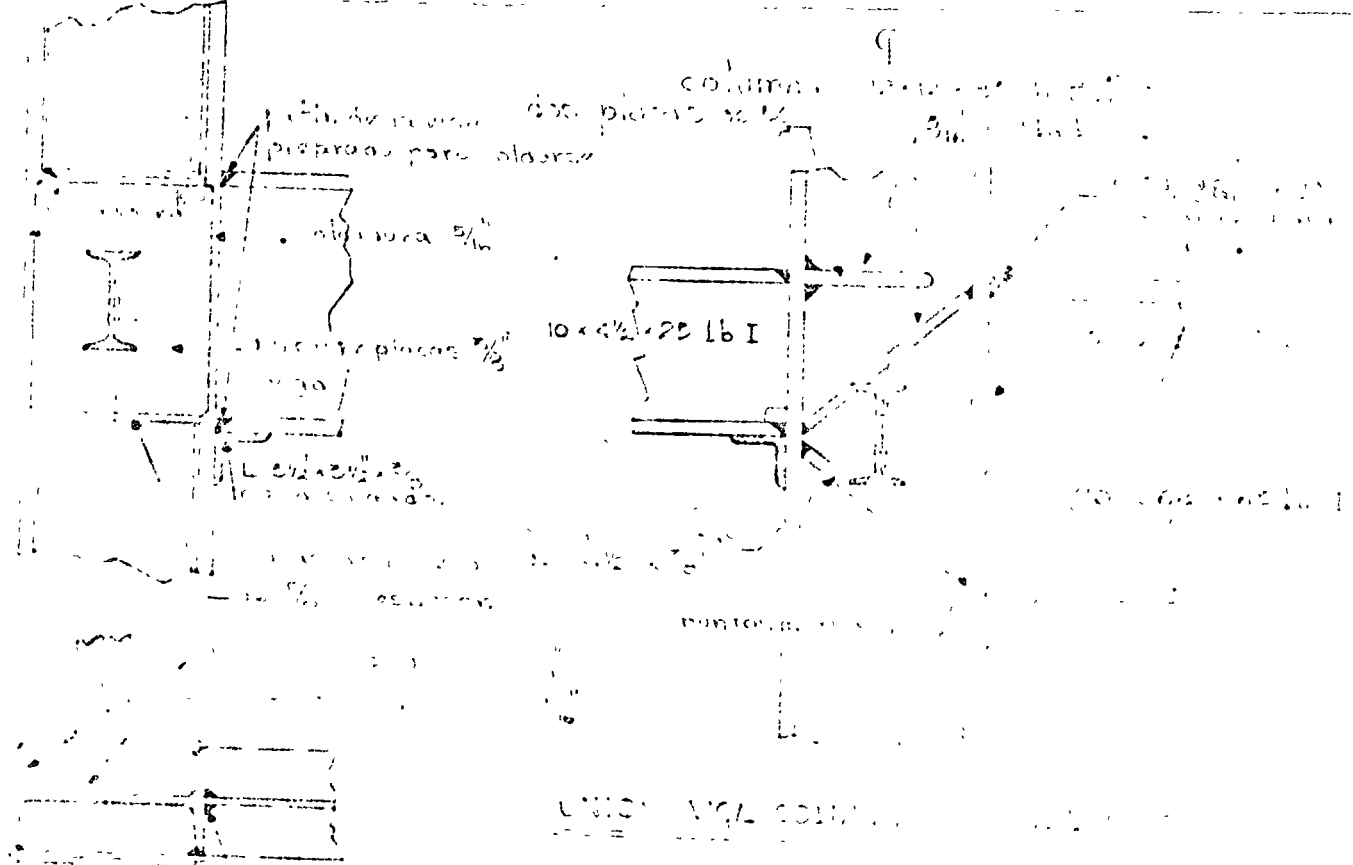
1.5

EXHIBICION DEL LABORATORIO DE INGENIERIA DE LA UNIVERSIDAD
DE CAMBRIDGE. (VII.)

Se hizo una comparación entre el diseño plástico y el diseño Ortodoxo de suponer las vigas libremente apoyadas. Ello fué complicado debido a las restricciones impuestas por el Arquitecto en el peralte de las vigas del 3er. piso y en el techo (14"). El ahorro total de acero fué de 19%. En el diseño plástico bajo la acción de las cargas de trabajo se encontró que la deflexión en las vigas fué .87" ó sea $\frac{1}{35}$ del claro, y en el diseño elástico el cálculo dió 1.71" ó sea $\frac{1}{232}$ del claro. Si se hubiesen restringido las deflexiones previamente a $\frac{1}{35}$ del claro, entonces las vigas en ambos métodos hubieran tenido que ser re-diseñadas y el método plástico hubiera dado un ahorro neto de acero de 29%. La comparación de costos es difícil debido a la readaptación de los contratistas a los nuevos métodos de construcción. Para el edificio de Cambridge el costo de erección por unidad de peso fué el mismo, en general se cobra más caro por toneladas de acero soldados. Considerables economías serán posibles cuando las técnicas de soldado en el lugar sean establecidas. En la universidad de Cambridge no se experimentó ninguna dificultad en la soldadura, con excepción de las primeras etapas de soldadura en las almas de las vigas. La unión de vigas con columnas siempre presenta dificultades, investigaciones se hacen actualmente en Inglaterra y los Estados Unidos, para que la unión sea capaz de desarrollar

momento plástico totalmente. Grandes adelantos se han ya -
hecho. En la Figura 4 están dibujados los detalles de las -
uniones para la Estructura de Cambridge. La economía - --
obtenida por el método plástico de diseño resulta del gran
ahorro en peso de las vigas y un pequeño incremento en el
peso de las columnas. Debe ser notado que el incremento --
en peso de las columnas es mayor en las estructuras de un
solo piso que en las de varios. Por lo tanto generalmente
en las estructuras de varios pisos el ahorro total es --
del orden de 25%, que es la cantidad que se ha estimado --
que sería en el caso del Edificio de Ferrocarriles de --
México. Sin considerar la armadura del techo ha sido estima-
do en el Edificio de Ferrocarriles una cantidad total de
acero de 81,818 Kgs. (Ver cálculos en Apéndice) y a conti-
nación determinaremos los factores de carga que tendrán
las vigas y trabes diseñando desde el punto de vista del
diseño plástico para darnos una idea de lo sobrado que se
encuentran las secciones.

El Mecanismo plástico de falla en las vigas del Edificio
de Ferrocarriles de México es el mostrado en la Figura 5.



UNIC. VIG. COLU. V.L.
 UNIC. VIG. COLU. V.L.

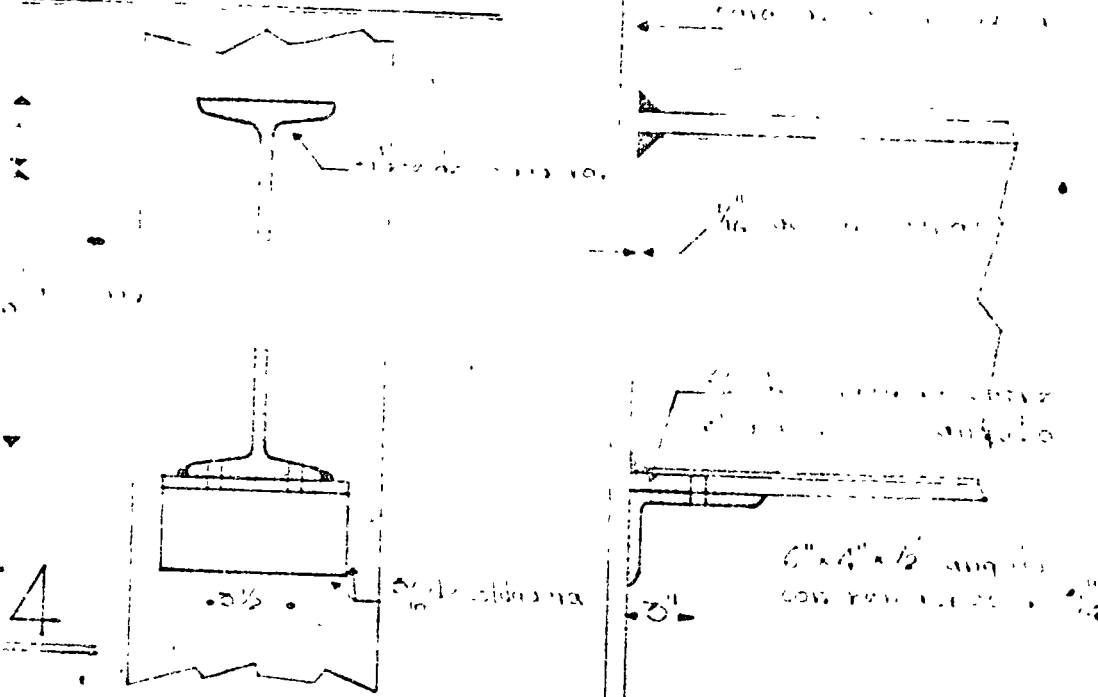


FIG. 4

CONEXION DE 10 x 4 1/2 x 25 D.S.U AL PAIS DE LA
 COLUMNA PARA LOCAL EL MENIO FIJICO
 MAXIMO.

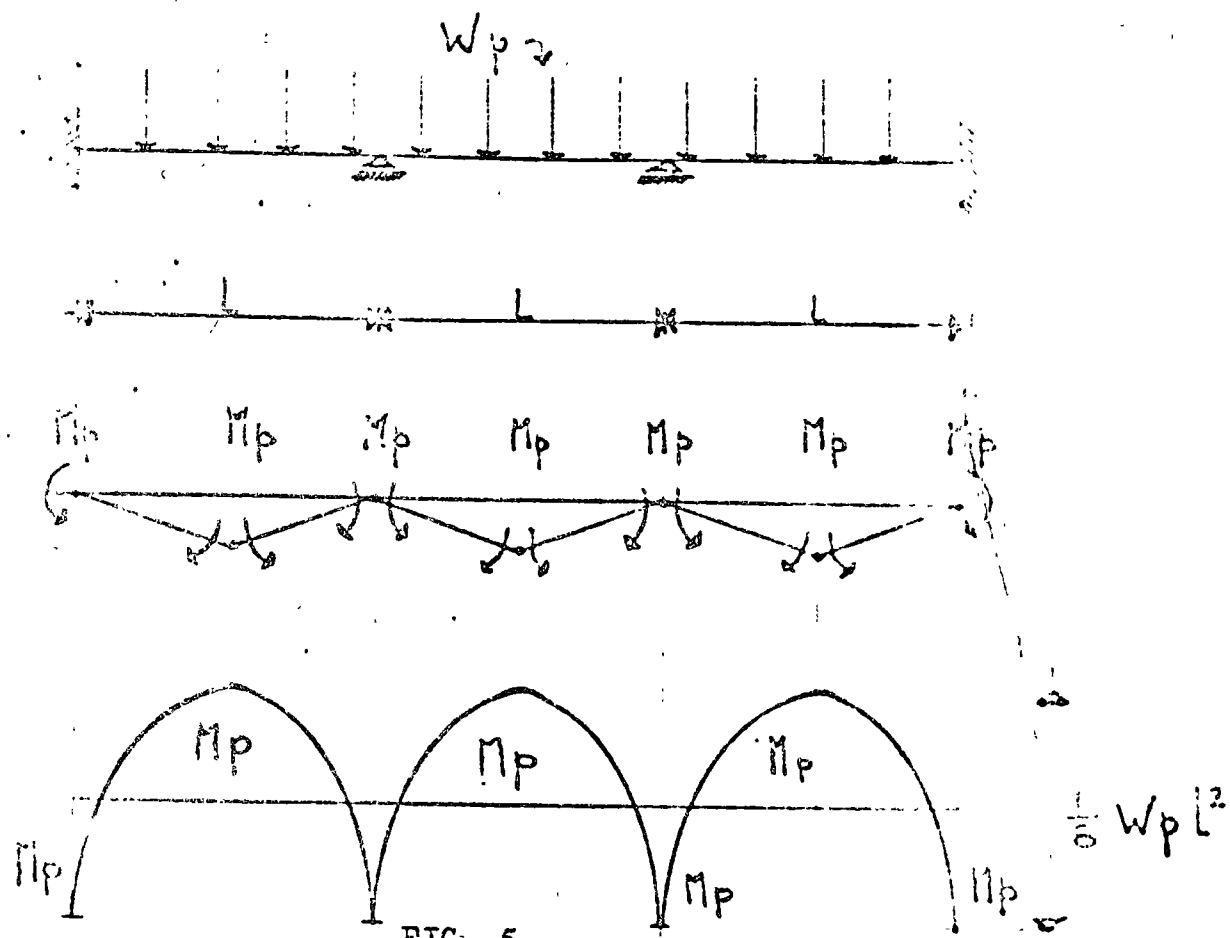


FIG. 5

De la Figura 5 se deduce que

$$M_p = \frac{1}{16} W_p L^2 \quad (a)$$

en donde

M_p = Momento plástico de la sección

W_p = Sobre carga por unidad de longitud necesaria para producir el mecanismo mostrado en la Figura 5.

L = Claro de viga

En las articulaciones plásticas se tiene

$$M_p = Z \bar{\sigma}_y = \int_A \sigma y dA \quad \begin{array}{l} \sigma = \bar{\sigma}_y \text{ para } y > 0 \\ \sigma = -\bar{\sigma}_y \text{ para } y < 0 \end{array} \quad (b)$$

Z = Módulo plástico de sección

$\bar{\sigma}_y$ = Esfuerzo de cedencia del acero

de (a) y (b) se deduce que :

$$W_p = \frac{16 Z \sigma_y}{I^2}$$

(c)

Se ha mostrado que la relación del módulo plástico al módulo elástico se mantiene constante en las secciones I y su valor es $\frac{Z}{S} = 1.16$, ello facilitará la determinación del módulo plástico .

Vigas I-AB, I-BE-GH

Sección 12 I 31.8, $S = 589.4 \text{ cm}^3$.

$$Z = 1.16 \times 589.4 = 683 \text{ cm}^3$$

$$\sigma_y = 330000 \text{ lbs} = 2320 \text{ Kg/cm}^2$$

$$I = 7.62 \text{ M} \quad \text{ft}^4$$

substituyendo los valores anteriores en (c) se tiene

$$W_p = \frac{16 \times 683 \times 2320}{7.62^2} = 43.6 \text{ cm}^3 = 43.6 \text{ cm}^3 / \text{m}$$

La carga total de trabajo de la viga es

$$W = 1150 \text{ Kg/m}$$

el factor actual de carga es

$$\frac{W_p}{W} = \frac{43.6}{1150} = 3.79$$

Vigas I-BCP, II-AD, III-EMGH, II-CD, II-DE

Sección 12140.8, $S = 734.5 \text{ cm}^3$.

$$Z = 1.16 \times 734.5 = 851 \text{ cm}^3.$$

substituyendo valores en (c) se tiene:

$$W_p = \frac{16 \times 851 \times 2320}{762^2} = 54.5 \text{ Kg/cm} = 5450 \text{ Kg/m}.$$

carga actual de la viga, $W = 1656 \text{ Kg/m}$.

$$\therefore \frac{W_p}{W} = \frac{5450}{1656} = 3.29$$

Vigas: 2-AB, 3-AB, 4-AB, 2-EFGH, 3-EFGH

4-EFGH, 5-AB, 5-EFGH

Sección 15150, $S = 1052 \text{ cm}^3$, $Z = 1164000 \text{ cm}^3$

Substituyendo valores en (c) se tiene

$$W_p = \frac{16 \times 1220 \times 2320}{762^2} = 78 \text{ Kgs/cm} = 7800 \text{ Kgs/m}.$$

Carga máxima de trabajo $W = 2399 \text{ Kg/m}$.

El factor actual de carga:

$$\frac{W_p}{W} = \frac{7800}{2399} = 3.26$$

Vigas: 6-AB, 6-CD, 6-EF, 6-GH
7-AB, 7-CD, 7-EF, 7-GH
8-AB, 8-CD, 8-EF, 8-GH
9-AB, 9-CD, 9-EF, 9-GH
10-AB, 10-CD, 10-EF, 10-GH

Sección 15160.8, $S = 1330.6 \text{ cm}^3$.

$$Z = 1.16 \times 1330.6 = 1540 \text{ cm}^3.$$

Substituyendo valores en c) se tiene:

$$W_p = \frac{16 \times 1540 \times 2320}{762^2} = 98.5 \text{ Kg/cm}.$$

carga máxima de trabajo, $W = 2965 \text{ Kg/m}$.

El factor actual de carga es:

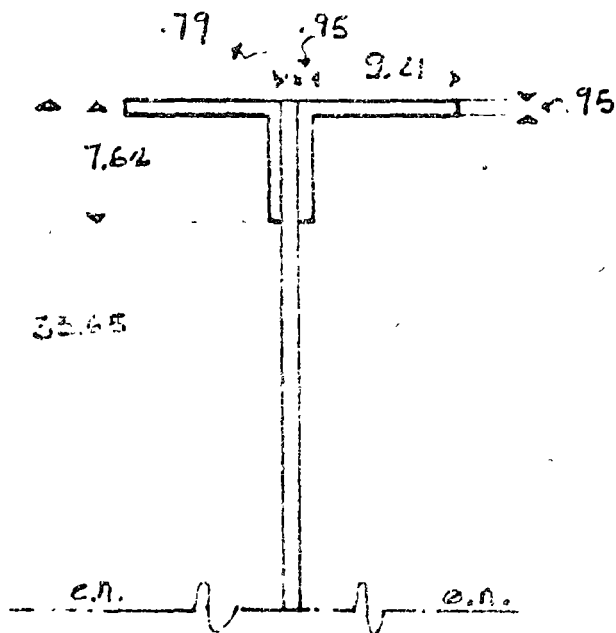
$$\frac{W_p}{W} = 3.32$$

Se pueden obtener en las traveses 2 condiciones límites extremas de falla plástica, 1) que las columnas extremas tengan una rigidez despreciable comparada con la de las traveses, y entonces el mecanismo de falla en las traveses es el mostrado en la Figura 6-1 de la cual se deduce fácilmente que

$$W_p = \frac{11 Z \sigma_y}{\lambda^2} \quad d)$$

2) Que las columnas extremas se diseñen en una forma similar a la mostrada en la Figura 3 con el objeto de desarrollar momento plástico total en los extremos y obtener un mecanismo de falla igual al mostrado en la Figura 6-2 de la cual se deduce nuevamente la ecuación (c). Ello es muy fácil de lograr en la práctica, pues únicamente es necesario dividir la columna extrema en dos más pequeñas y equivalentes en área separadas una distancia determinada con el objeto de garantizar continuidad.

TRAVES A-15, E-15, H-15



Sección necesaria:

1 placa de alma 66.04x.79 cm.

4 ángulos de 10.16x7.62x.95 cm.

S=2470 cm³, 98 Kg/m.

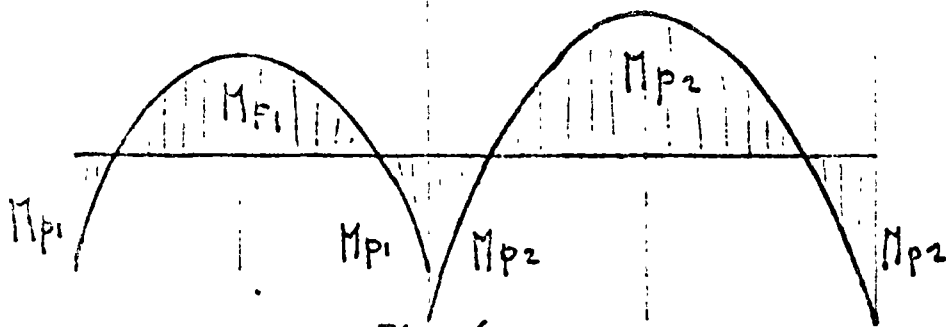
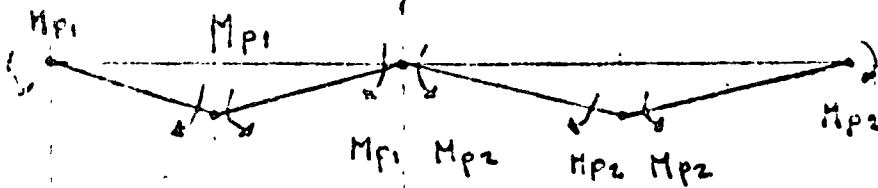
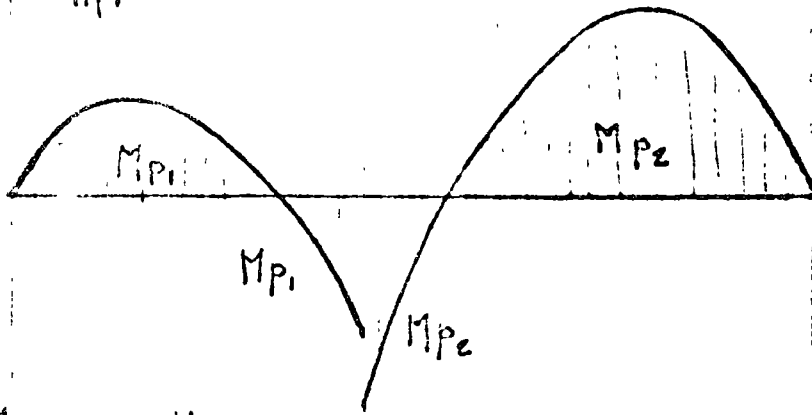
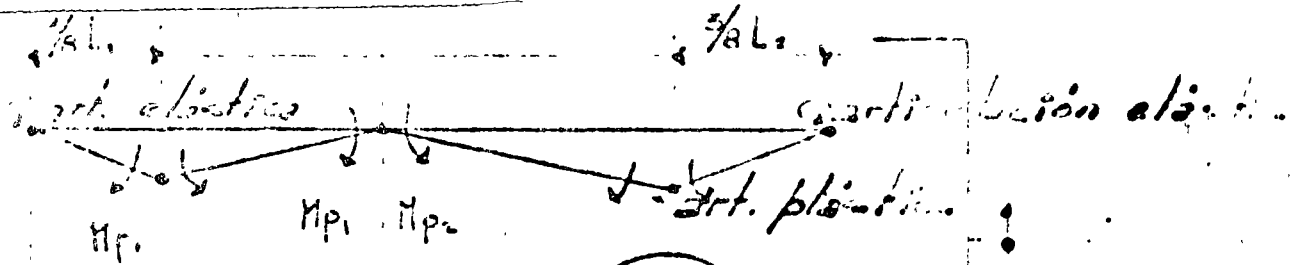
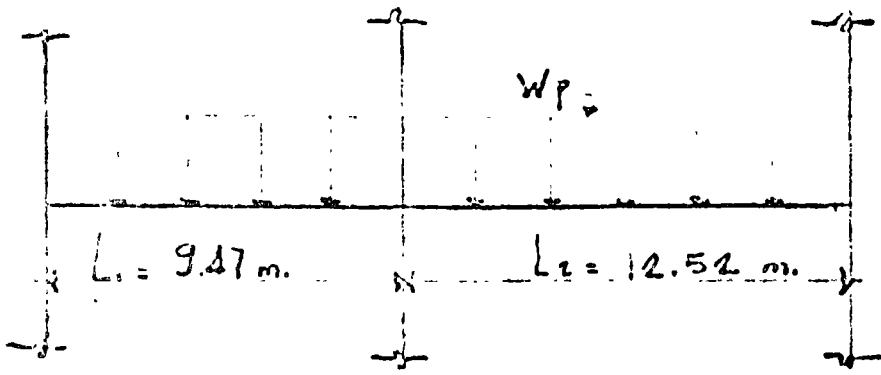


Fig. 6

$$Z = 2 \left[9.24 \times 33.18 + 7.62 \times 29.84 \right] \times 2 \times 0.95 + 33.65 \times 79 \times 10^{-3} \times 0.75$$

$$= 2920 \text{ cm}^3.$$

$$\frac{Z}{S} = \frac{2920}{2470} = 1.18$$

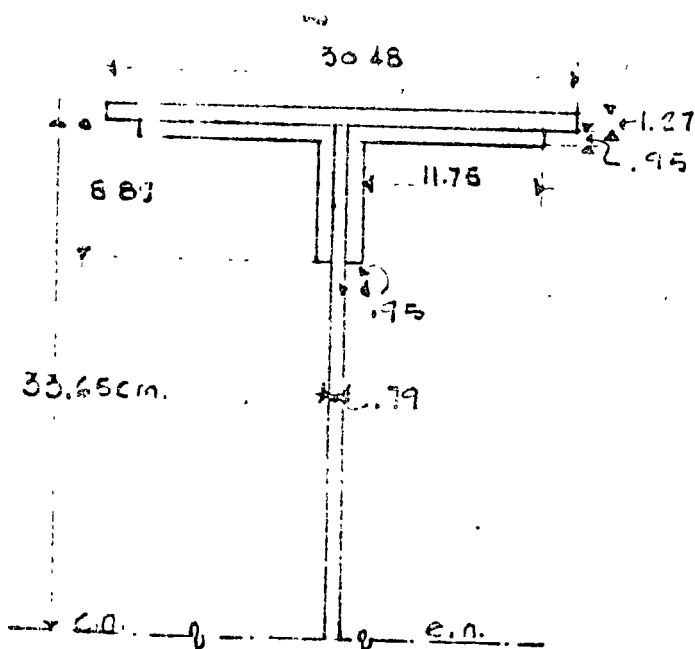
Substituyendo valores en (c) se obtiene

$$W_p = \frac{16 \times 2920 \times 2320}{947^2} = 82.2 \text{ Kg/cm.}$$

Carga Máxima de diseño, $W = 3090 \text{ Kg/m.}$

Factor de carga actual $\frac{W_p}{W} = 2.66$

TRAVES P-1-5, G-1-5, B-1-5



Sección necesaria:

- 1 PL. alma 66.04 x 0.79 cm.
- 4 LS 12.7 x 8.89 x 0.95 cm.
- 2 cubre PL. 30.48 x 1.27 cm.
- $S = 4774 \text{ cm}^3, 149 \text{ Kg/m.}$

Carga máxima de diseño:

$$W = 6000 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = 2[(30.48 \times 1.27 \times 34.28 + 3.89 \times 9.5 \times 2 \times 29.83 + 11.75 \times 9.5 \times 2 \times 33.18 + 34.28 \times 7.9 \times 17.14)]$$

$$= 6076 \text{ cm}^3.$$

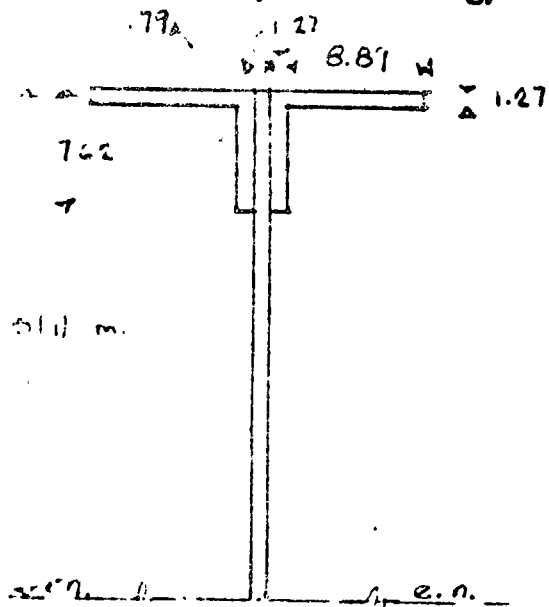
$$\frac{Z}{S} = \frac{6076}{4774} = 1.27 \text{ (Factor de forma)}$$

Substituyendo valores en (c) se tiene

$$W_p = \frac{16 \times 6076 \times 2320}{947^2} = 251 \text{ Kg/cm}$$

$$\frac{W_p}{W} = \frac{25100}{6000} = 4.18$$

TRABE D-15, $W=3740 \text{ Kg/m}$



1PL. de alta 60.96x7.9 cm.

4 LS 10.16x7.62x1.27 cm.

$S = 2763 \text{ cm}^3$, 104 Kg/m

$$= 2[(3.89 \times 1.27 \times 30.59 + 7.62 \times 1.27 \times 2 \times 27.5 + 31.12 \times 7.9 \times 15.56)]$$

$$= 3199 \text{ cm}^3$$

$$\frac{Z}{S} = \frac{3199}{2763} = 1.15 \text{ (factor de forma)}$$

Substituyendo valores en (c) ;

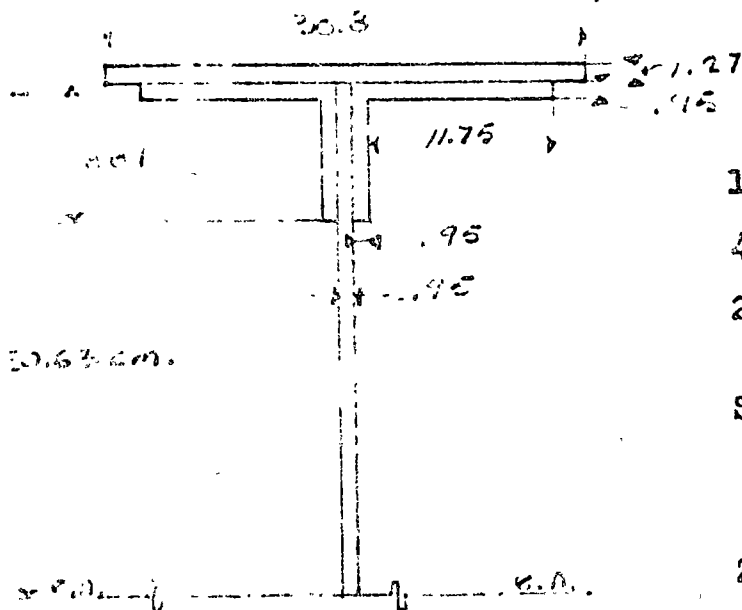
$$W_p = \frac{16 \times 3199 \times 2320}{947^2} = 132 \text{ Kg/cm.}$$

$$\frac{W_p}{W} = \frac{13200}{3740} = 3.53$$

Si la columna únicamente tomase $\frac{1}{2} M_p$

$$\frac{W_p}{W} = \frac{14}{16} \times 3.53 = 3.09$$

TRADE C-15, W = 7180 Kg/m.



- 1 PL. alta 66.0x.95
- 4 IS 12.7x6.89x.95
- 2 cubre PL. 30.3x1.27

$$S = 5520 \text{ cm}^3.$$

$$Z = 2(30.48 \times 1.27 \times 14.28 + 11.15 \times 0.95 \times 2 \times 33.17 + 6.89 \times 0.95 \times 2 \times 29.21 + 33.65 \times 0.95 \times 16.82)$$

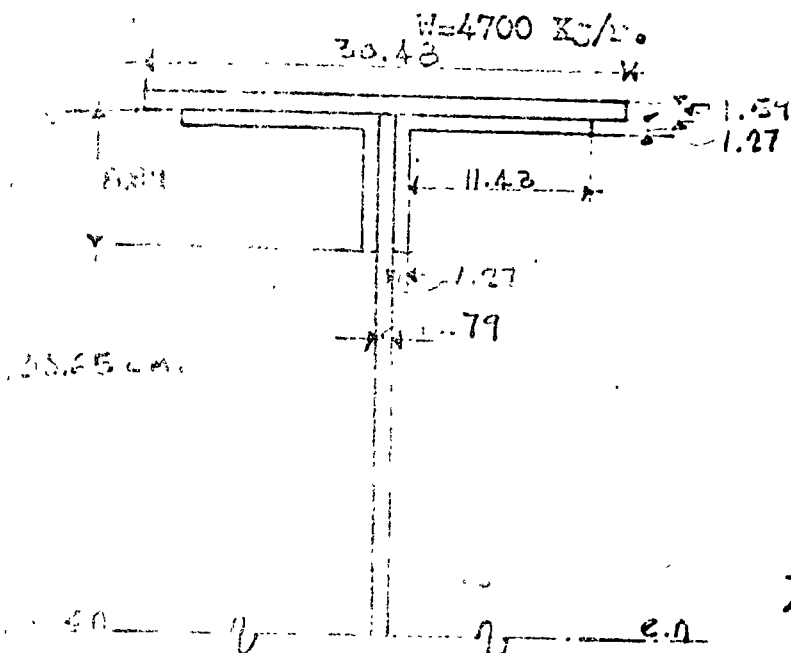
$$Z = 6204 \text{ cm}^3$$

Substituyendo valores en (c)

$$W = \frac{16 \times 6204 \times 2320}{9472} = 257 \text{ Kg/cm.}$$

$$\frac{W}{7180} = \frac{25700}{7180} = 3.42$$

TRILLOS A-5-11, D-5-11, E-5-11, G-5-11 y H-5-11,



1 PL. alma 66.04x.79 cm.

4 Is 12.70x8.87.1.27 cm.

2 Cubre PL. 30x16x.19

$$S = 6600 \text{ cm}^3$$

$$Z = 2(30.48 \times 1.59 \times 1.43$$

$$+ 1.27 \times 33 + 2 \times 16 \times 1.19 \times 3$$

$$+ 66.04 \times 79 = 16.83)$$

$$= 2 \times 4169 = 8338 \text{ cm}^3.$$

$$\frac{Z}{S} = \frac{8338}{6600} = 1.26$$

substituyendo valores en (c) se tiene

$$W_p = \frac{16 \times 8338 \times 2520}{1252^2} = 197 \text{ Kg/cm.}$$

$$\frac{W_p}{W} = \frac{19700}{4700} = 4.19$$

A continuación vamos a disminuir las secciones en las vigas y trabes hasta bajar el valor del factor de carga a 1.7 para carga viva más carga muerta. Para poder tener ventaja del manual de la Fundidora y simplificar los cálculos supondremos que el factor de forma se mantiene como en el valor del valor previamente calculado.

VIGAS I-AB, I-AB, I-EP-GH

$$\frac{Z}{S} = 1.16 \quad W = 1150 \text{ Kg/m.}$$

$$W_p = 1.7 W = 1.7 \times 1150 = 1955 \text{ Kg/m.}$$

de la ecuación (c) se tiene

$$Z = \frac{W_p L^2}{16} = \frac{19.55 \times 762^2}{16 \times 2320} = 306 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.16} = \frac{306}{1.16} = 264 \text{ cm}^3.$$

ó sea que para tener un factor de carga de 1.7

la sección necesaria es ; 8 I 16.40 (20.32 I 27.33)

VIGAS I-BCD, 11-AB, 11-EPGH, 11-CD, 11-DC

$$\frac{Z}{S} = 1.16 \quad W = 1656 \text{ Kg/m.}$$

$$W_p = 1.7 W, W = 1.7 \times 1656 = 2820 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = \frac{W_p L^2}{16} = \frac{28.2 \times 762^2}{16 \times 2320} = 440 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.16} = \frac{440}{1.16} = 379 \text{ cm}^3.$$

solo es necesario una sección

16 I 25.4 (25.4 I 37.8.)

VIGAS: 2-AB, 3-AB, 4-AB, 2-EFGH, 3-EFGH, 4-
5-EFGH

$$\frac{Z}{S} = 1.16 \quad W = 2399 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = \frac{23.99 \times 762^2}{16 \times 2320} = 374 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.16} = \frac{374}{1.16} = 322 \text{ cm}^3.$$

Solo es necesario una sección 9 I 21.8
(22.86 I 32.44)

VIGAS: 6-AB, 6-CD, 6-EF, 6-GH,
7-AB, 7-CD, 7-EF, 7-GH,
8-AB, 8-CD, 8-EF, 8-GH,
9-AB, 9-CD, 9-EF, 9-GH,
10-AB, 10-CD, 10-EF, 10-GH,

$$\frac{Z}{S} = 1.16 \quad W = 2965 \text{ Kg/m.}$$

$$W_p = 1.7 \times 2965 = 5040 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = \frac{50.40 \times 762^2}{16 \times 2320} = 786 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.16} = \frac{786}{1.16} = 678 \text{ cm}^3.$$

1. sección necesaria es:

I2 I 31.6 (30.48 I 60.7)

TRABES A-15, E-15, H-15

$$\frac{Z}{S} = 1.18 \quad W = 3090 \text{ Kg/m.}$$

$$W_p = 1.7 \times 3090 = 5250 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = \frac{52.50 \times 947^2}{16 \times 2320} = 1265 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.18} = \frac{1265}{1.18} = 1070 \text{ cm}^3.$$

Solo es necesario una Sección: 15 I 50 (53.1 I 74.4)

TRABES F-1-5, G-1-5, E-1-5

$$\frac{Z}{S} = 1.27, \quad W = 6000 \text{ Kg/m.}$$

$$W_p = 1.7 \times 6000 = 10400 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = \frac{10400 \times 947^2}{16 \times 2320} = 2460 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.27} = \frac{2460}{1.27} = 1935 \text{ cm}^3 \quad (1751 \text{ cm}^3)$$

la sección necesaria es:

1 PL. de alma 50.8x.79 cm.

4 IS de 10.16x7.62x.95

} 83 Kg/m

TRABES D-15

$$\frac{Z}{S} = 1.15 \quad W = 3740 \text{ Kg/m.}$$

$$W_p = 1.7 \times 3740 = 6350 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = \frac{6350 \times 947^2}{16 \times 2320} = 1530 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.15} = \frac{1530}{1.15} = 1200 \text{ cm}^3.$$

la sección necesaria es:

1 PL. de alma de 50.8x.63 cm.

4 IS 10.16x7.62x.63

} 60 Kg/m.

TRABES B-15

$$\frac{Z}{S} = 1.13 \quad W = 7480 \text{ Kg/m.}$$

$$W_p = 1.7 \times 7480 = 12700 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = \frac{12700 \times 947^2}{16 \times 2320} = 3060 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.13} = \frac{3060}{1.13} = 2710 \text{ cm}^3.$$

La sección necesaria es:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \text{ PL. de alma } 60.96 \times 79 \text{ cm.} \\ 4 \text{ IS de } 10.16 \times 7.62 \times 1.27 \text{ cm.} \end{array} \right\} 104 \text{ Kg/m.}$$

TRABES A-5-11, D-5-11, E-5-11, F-5-11, G-5-11
y E-5-11

$$\frac{Z}{S} = 1.26 \quad W = 4700 \text{ Kg/m.}$$

$$W_p = 1.7 \times 4700 = 8000 \text{ Kg/m.}$$

$$Z = \frac{60 \times 12522}{16 \times 2320} = 3390 \text{ cm}^3.$$

$$S = \frac{Z}{1.26} = \frac{3390}{1.26} = 2690 \text{ cm}^3.$$

La sección necesaria es:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ PL. de alma de } 60.96 \times 95 \text{ cm.} \\ 4 \text{ IS de } 12.7 \times 8.89 \times 95 \text{ cm.} \end{array} \right\} 107 \text{ Kg/m.}$$

Para el diseño plástico de columnas el método más adecuado y simple es obtener gráficos de diseño para cada sección que fabrique la Compañía Fundidora de Fierro y Acero de Monterrey, S.A. por el método publicado por el Dr. Lee y Dr. Porfirio Ballesteros. En este procedimiento se atienden los casos más difíciles de flexo-compresión en dos direcciones por un procedimiento indirecto.

A continuación se incluye un duplicado de este trabajo que se publicó en los "Proceedings" de la Sociedad Americana de Ingenieros Civiles.

En el se estudian las secciones rectangular, ángulo, de --
patín ancho (WF) a flexo de compresión, y un ángulo a flexión
en dos direcciones en condición elástico plástica. La propa-
ración de los gráficos sería más simple que la solución de--
un problema particular, puesto que de cada ejemplo resulta
rían varios puntos para el trazo del gráfico de diseño.

Otro buen ejemplo de diseño plástico son los Almacenes --
para la Compañía Dalton en Sioux Falls. (Fig. 7 y 8). Los --
cuales fueron proyectadas por el Ing. Edward N. Moten (Inge-
niero Investigador del Instituto Americano del Acero). En --
esta estructura la economía de acero con respecto al diseño
elástico resultó ser del 13%.

En la Figura 9 se muestra un pórtico experimental proa-
do por la Universidad de Cambridge cimentado sobre pilares
de concreto.

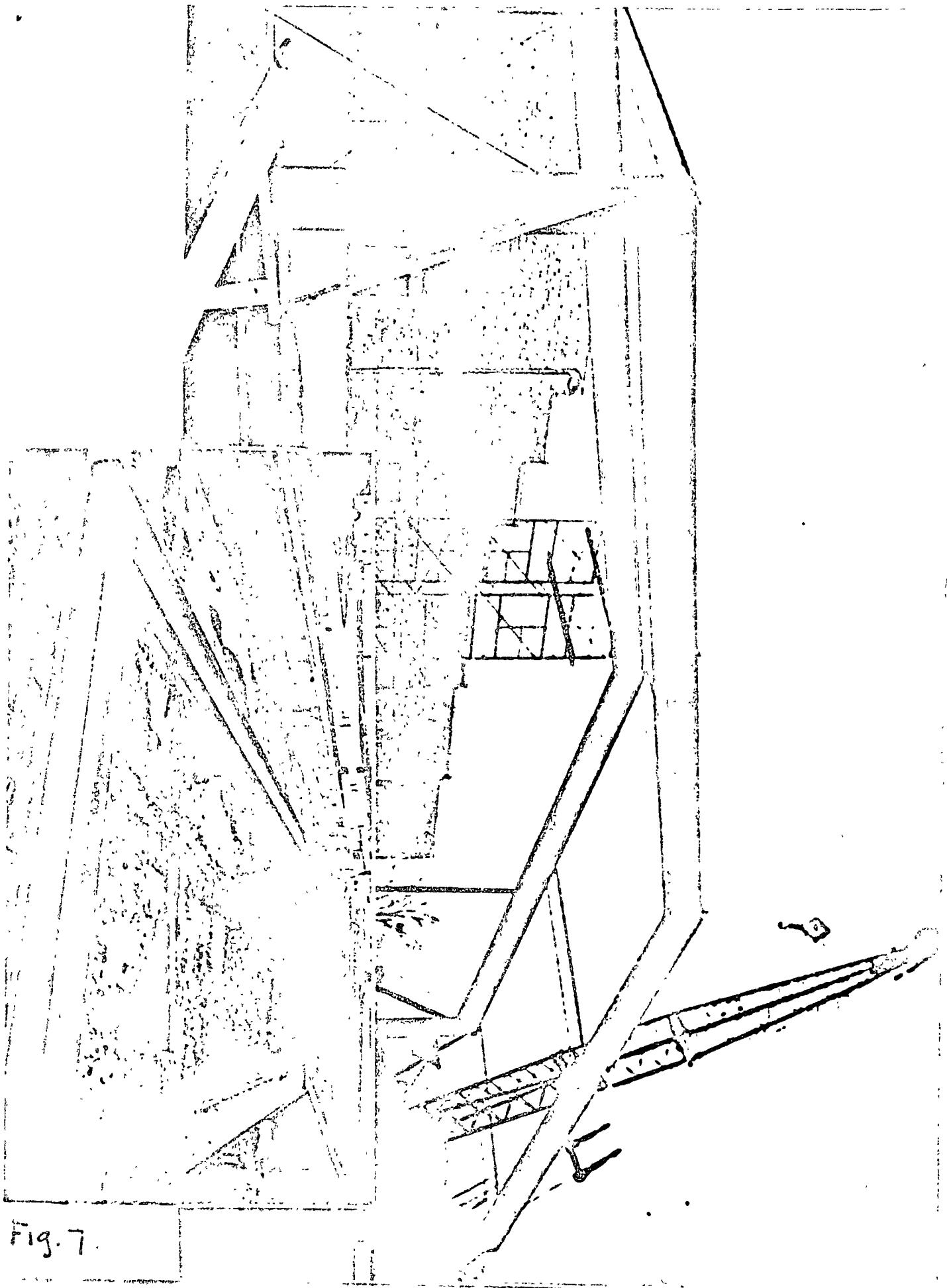


Fig. 7.

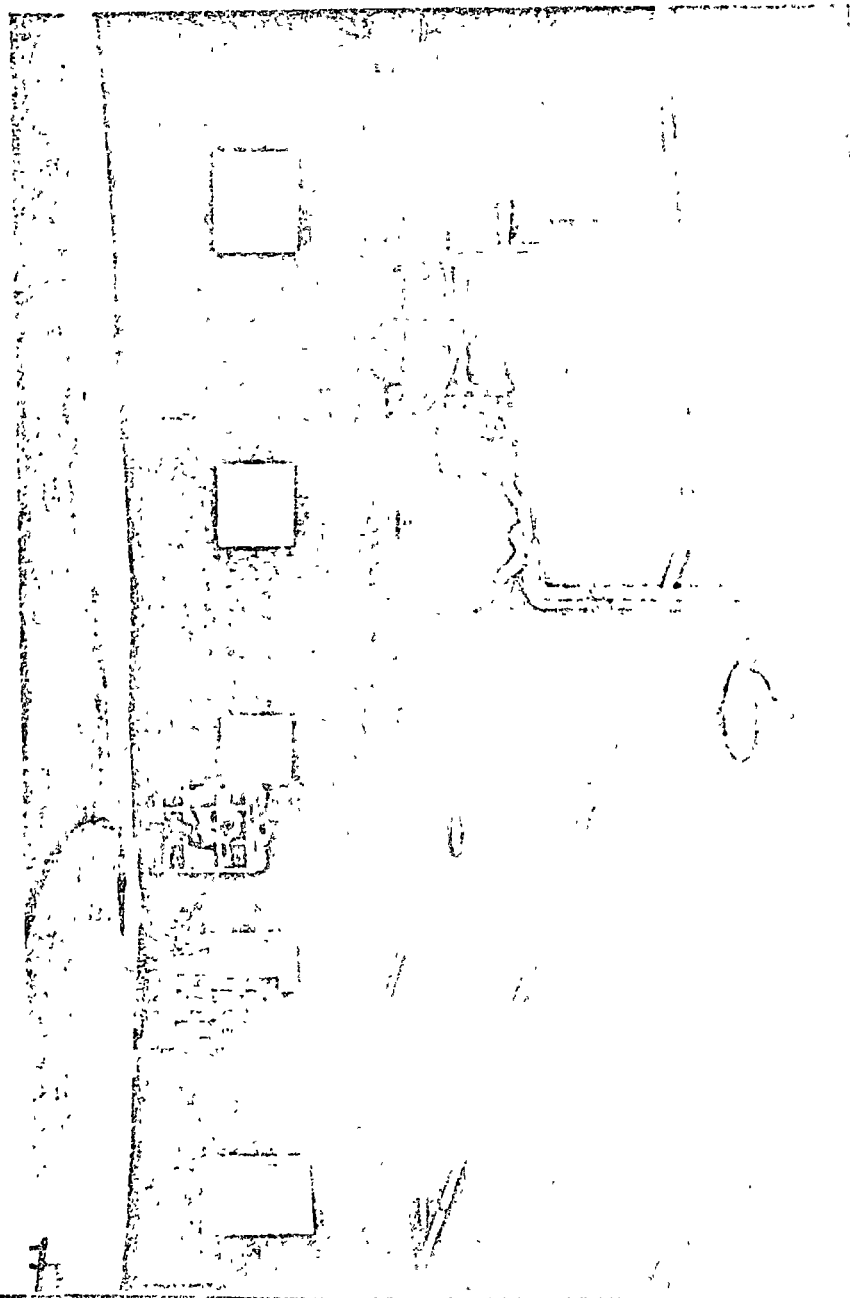
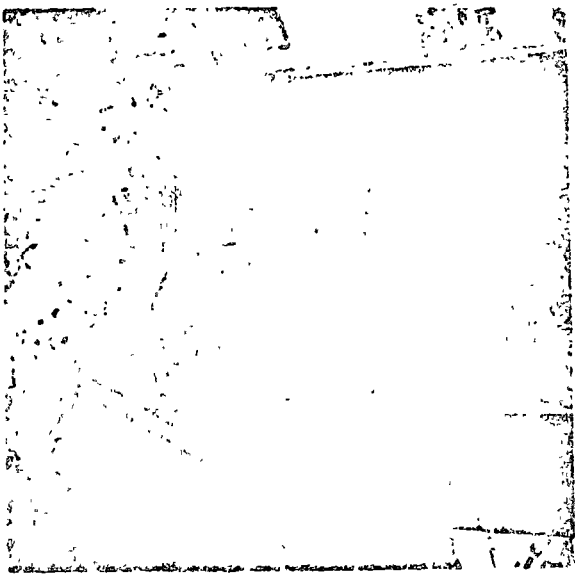


Fig. 8

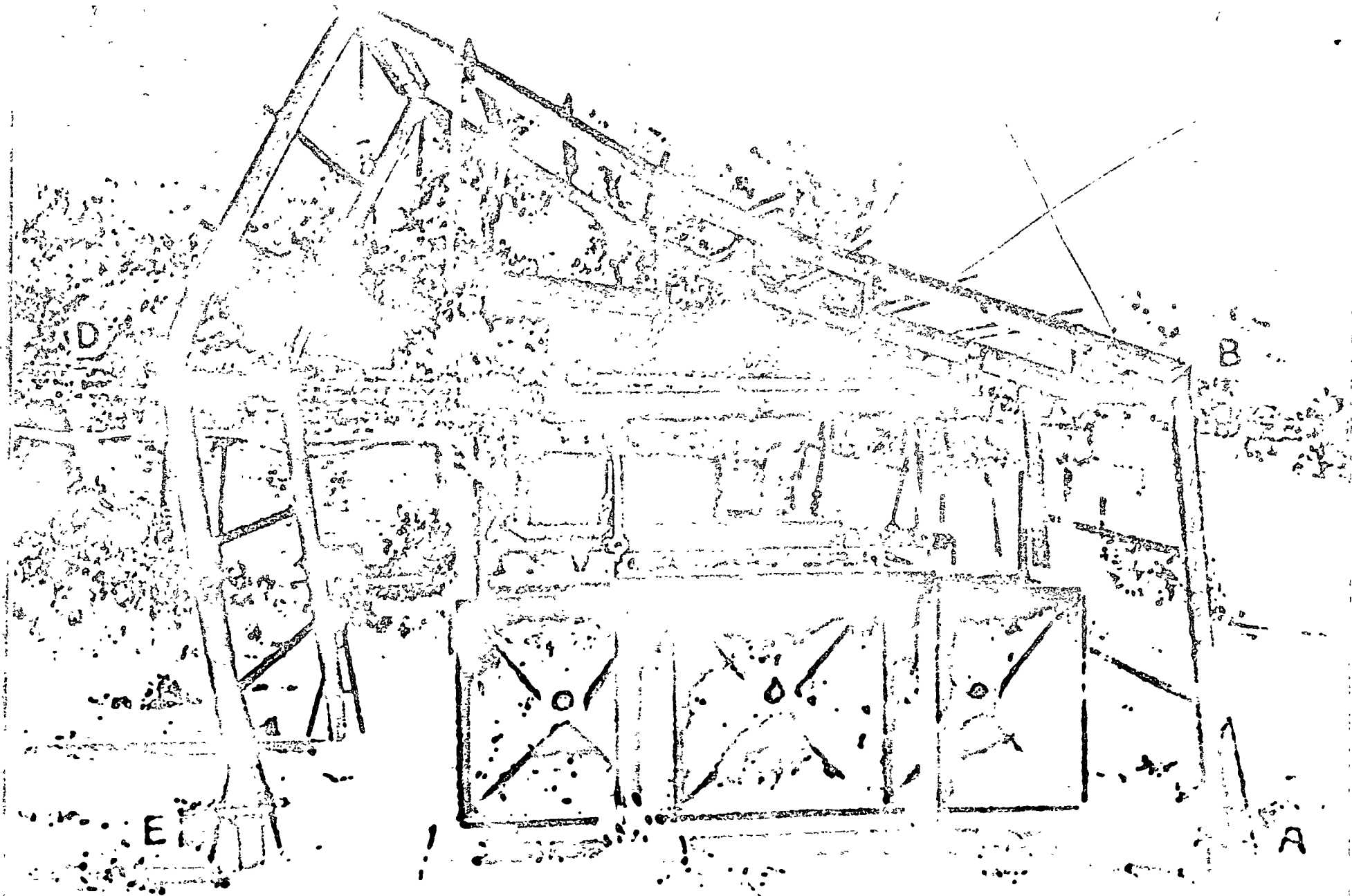


Fig. 3

CONCLUSIONES

Se ha presentado un estudio de diseño plástico en estructuras de acero, describiéndose los porcentajes de ahorro en peso de las estructuras más importantes proyectadas en Inglaterra, Canadá y los Estados Unidos, bajo la aplicación de este nuevo concepto de diseño, los porcentajes de ahorro oscilan entre 15% a 25% de lo que se obtendría diseñando elásticamente, dependiendo de las cargas y el tipo de estructura seleccionada. Se han determinado valores numéricos en el caso del Edificio de Ferrocarriles de México sin considerar las armaduras del techo ni las trabes carril, en ambos diseños. En las láminas I y II se pueden observar comparativamente las cantidades de materiales obtenidas. Se diseñaron plásticamente las columnas, pero se ha propuesto usar el método de Lec-Ballesteros para la preparación de las gráficas de diseño, para los perfiles fabricados por ustedes. El diseño plástico de las columnas algunas veces reduce en economía de materiales y otras no, por razones de estabilidad. En realidad la economía estriba fundamentalmente en el ahorro obtenido de las vigas y trabes.

Basados en los hechos anteriores les proponemos la preparación de un manual de diseño, en una forma que esté al alcance de los Ingenieros Proyectistas, para mostrar el diseño plástico en el acero estructural.

evitar el gasto de material que no es necesario para la seguridad de la estructura. Ello aumentará notablemente el consumo de acero estructural, y en algunos casos, -- será posible competir en costo con las estructuras de -- concreto. También pondrá a México en este campo de la -- Ingeniería Estructural a la altura de los países más -- avanzados del mundo'.



**ESTABILIDAD DE SISTEMAS ESTRUCTURALES
RETICULARES ELASTICOS LINEALES**

por

P. Ballesteros y F. Garza

N O M E N C L A T U R A

A	Area de sección transversal.
M	Momento resultante en la sección transversal.
V	Fuerza cortante resultante en la sección transversal.
N	Fuerza normal resultante en la sección transversal.
σ_x	Esfuerzo normal en la dirección "x".
ϵ_x	Deformación unitaria en la dirección "x".
E	Módulo elástico del material.
I	Momento de inercia de la sección transversal.
dF	Componente diferencial de fuerza.
P	Carga axial sobre una barra.
P_{cr}	Carga mínima de falla por pandeo diferente de cero en una barra.
q	Carga lateral sobre una barra.
δ	Desplazamiento lateral de una barra.
c	Distancia de la fibra más alejada en la sección, a un plano centroidal determinado.
l	Longitud de una barra.
ds	Componente diferencial de la longitud de una barra.
x, y, z	Ejes de coordenadas rectangulares.
Y	Una función cualesquiera.
\dot{Y}	Primera derivada de la función "Y" respecto a su variable independiente.
\ddot{Y}	Segunda derivada de la función "Y" respecto a su variable independiente.

- $\ddot{\gamma}$ Tercera derivada de la función " γ " respecto a su variable independiente.
- $\gamma(a)$ La función " γ " calculada para un valor " a " de su variable independiente.
- ρ Radio de curvatura en una sección determinada de una barra deformada.
- θ Giro de una barra deformada.
- Σ Suma de elementos.
- λ Identifica la agrupación " $P/\Sigma I$ ".
- $\phi_{(n)}$ Funciones de deflexión para cargas críticas.
- m Identifica la agrupación adimensional " $P\delta/P_c l$ ".
- k_1, k_2, \dots Constantes en una función.
- P_1, P_2, \dots Cargas críticas de una barra en orden ascendente de magnitud.
- μ Identifica la agrupación " $\sqrt{\lambda} l$ ".
- $B_{(n)}$ Soluciones de la ecuación: " $\tan \mu = \mu$ ".
- B Factor de transporte.
- $[a]$ La matriz " a ".
- $|a|$ El determinante de la matriz " a ".

R E S U M E N

El presente trabajo es una revisión del método de Pendiente-deflexión comunmente usado en la solución de estructuras indeterminadas, y su adaptación para resolver problemas de estabilidad elástica en estructuras reticulares. Los primeros capítulos contienen la preparación de las ecuaciones generales de Pendiente-deflexión para su uso en problemas de estabilidad elástica de estructuras continuas, y la última parte comprende la solución de algunos problemas escogidos de estabilidad elástica. En el apéndice se incluyen algunas tablas y gráficas de interés que se han calculado.

CAPITULO I

INTRODUCCION

El diseño de cualquier estructura debe considerar tres factores importantes con respecto a la falla de la misma, éstos son: a) La estructura debe ser capaz de soportar las cargas sin exceder en ninguna parte del material, los esfuerzos admitidos por éste; b) La estructura debe ser capaz de provocar el equilibrio de las fuerzas que sobre ella actúan; c) Este equilibrio debe de ser estable dentro de un cierto rango de seguridad para la estructura.

De las formas de falla que se pueden presentar en una estructura, una de las más aparatosas y peligrosas es la de inestabilidad, puesto que instantes antes de producirse la falla no existe indicio alguno que prevenga sobre ella. Más --- aún, como la falla por inestabilidad generalmente se presenta cuando los esfuerzos en cualquier parte del material son mucho menores en magnitud que los máximos permitidos por éste, el problema de estabilidad en estructuras se convierte en un problema diferente y complejo y no es suficiente el tan solo analizar los esfuerzos en la estructura, puesto que la falla no depende exclusivamente de ellos. Por lo tanto, es preciso echar mano de nuevas técnicas basadas fundamentalmente en --- otras consideraciones para resolver el problema.

Desde hace aproximadamente 200 años, cuando Leonard -

Euler, distinguido matemático alemán publicó el primer trabajo sobre estabilidad elástica en estructuras, hasta la fecha, numerosos métodos de solución han sido propuestos para resolver problemas de inestabilidad en estructuras. De éstos, los basados en la Teoría de Energía Elástica siempre proporcionan una idea más clara del problema durante todo el proceso de análisis, pero no siempre resulta sencillo o práctico evaluar los trabajos desarrollados por los elementos de una estructura, sobre todo cuando se trata de estructuras más o menos complejas.

Recientemente, algunos autores han sugerido la posibilidad de estudiar éste problema empleando algunos de los métodos comunmente usados en el análisis de estructuras hiperestáticas, ya que éstos combinan un estudio de las fuerzas que actúan en la estructura con las deformaciones que se presentan en el sistema; tal es el caso del método de Pendiente-deflexión cuyo estudio y adaptación para obtener a partir de él los criterios de estabilidad elástica en estructuras es motivo de esta Tesis.

Con este objetivo en mente primeramente se procederá al estudio del desarrollo de las ecuaciones generales de pendiente de flexión para su uso en problemas de estabilidad elástica y posteriormente se estudiarán algunos problemas escogidos de estabilidad elástica.

CAPITULO II

ESTABILIDAD EN ELEMENTOS INDIVIDUALES

2.1.- ECUACION DIFERENCIAL GENERAL DE LA CURVA ELASTICA.

La figura 21a ilustra el caso más generalizado de la configuración que puede adquirir una barra originalmente recta, cuando una carga lateral cualquiera " $q(x)$ " y una fuerza normal " $N(x)$ " la solicitan. Consideramos el efecto de la fuerza normal en lo que respecta al equilibrio del elemento, pero se desprecia su energía de deformación respecto a la produci-

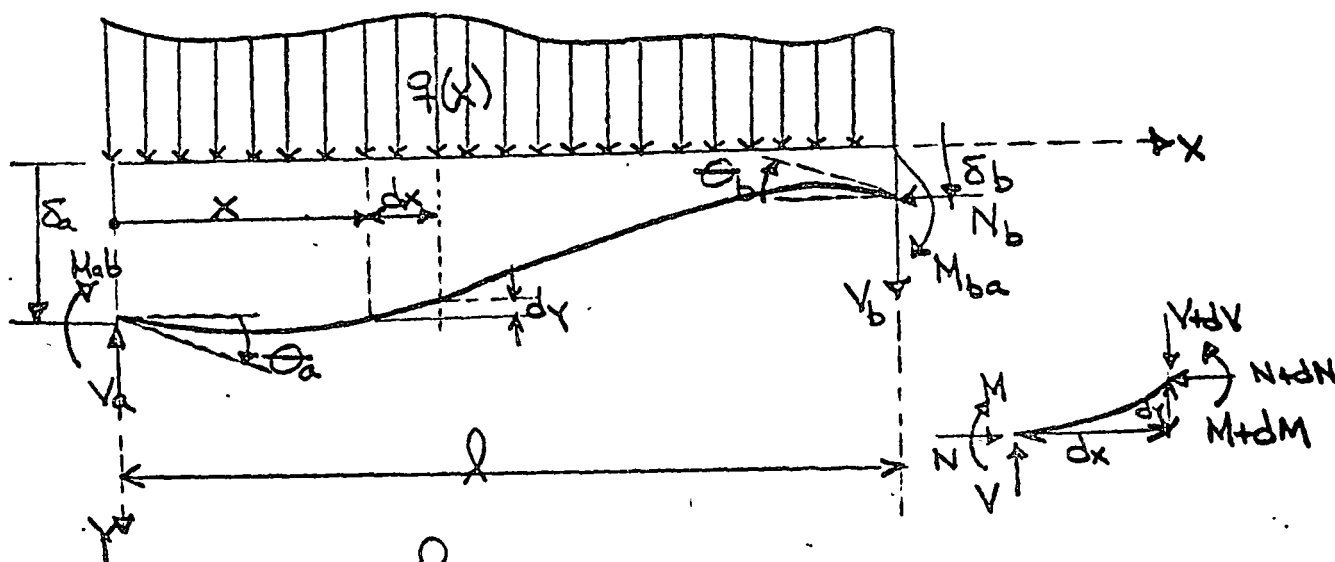


Fig.-21a

da por el momento flector " M ".

Si la pendiente de la curva no es muy grande, la ecuación diferencial de la elástica en este caso será

$$EI \frac{d^2 Y}{dx^2} = -M \quad \dots (211)$$

diferenciando (211) dos veces respecto a " X " nos queda:

$$\frac{d}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 Y}{dx^2} \right) = - \frac{d^2 M}{dx^2} \quad \dots (212)$$

De la figura 21a y usando la condición

$$\sum M_{(x+dx)} = 0$$

obtenemos

$$-dM + Vdx + Ndy = 0$$

Derivando respecto a " X ":

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = N \frac{d^2 Y}{dx^2} + \frac{dV}{dx} = N \frac{d^2 Y}{dx^2} - q \quad \dots (213)$$

Substituyendo (213) en (212) se obtiene

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(EI \frac{d^2 Y}{dx^2} \right) + N \frac{d^2 Y}{dx^2} = q \quad \dots (214)$$

La ecuación (214) representa la forma más generalizada de la curva elástica. La ecuación (214) en su caso más general, puede tener " I " como una función de " X ", lo mismo

puede suceder para "N" y "q".

2.2.- COLUMNA DE EULER.

Consideraremos la ecuación (214) bajo la ausencia de carga lateral "q" y con

$$N = P = \text{constante}$$

e

$$I = \text{constante}$$

En esta forma, la ecuación (214) se convierte en

$$\begin{array}{l}
 I = \text{cte.} \\
 N = \text{cte.} = P \\
 q(x) = 0
 \end{array}
 \left\{
 \begin{array}{l}
 \frac{d^4 Y}{dx^4} + \lambda \frac{d^2 Y}{dx^2} = 0 \\
 \lambda = \frac{P}{EI}
 \end{array}
 \right.
 \dots (221)$$

La solución general de la ecuación (221) tiene la forma

$$Y = K_1 \text{sen}(\sqrt{\lambda} x) + K_2 \text{cos}(\sqrt{\lambda} x) + K_3 x + K_4 \dots (222)$$

Consideremos una columna con sus extremos articulados, las condiciones de frontera son:

$$\begin{array}{l}
 M_{ab} = M_{ba} = 0 \\
 \delta_a = \delta_b = 0
 \end{array}$$

de estas condiciones obtenemos que en " $x=0$ ".

$$Y(0) = \dot{Y}(0) = 0$$

y en " $x=l$ "

$$Y(l) = \dot{Y}(l) = 0$$

Substituyendo el primer juego de condiciones en la --
ecuación (222) obtenemos:

$$k_2 = k_4 = 0$$

por lo que escribimos:

$$Y = k_1 \operatorname{sen}(\sqrt{\lambda} x) + k_3 x \quad \dots (223)$$

Utilizando el segundo juego de condiciones llegamos a
la expresión:

$$k_1 \operatorname{sen}(\sqrt{\lambda} l) + k_3 l = 0 \quad \dots (224)$$

y solo podemos encontrar soluciones no triviales de la ecuación
(224) si

$$k_3 = 0$$

$$\operatorname{sen}(\sqrt{\lambda} l) = 0$$

Si hacemos que

$$\lambda = \frac{\pi^2}{l^2}$$

entonces

$$\text{Sen}(\sqrt{\lambda} l) = \text{sen} \pi = 0$$

lo mismo sucede para

$$\lambda = \frac{2\pi^2}{l^2} \quad ; \quad \lambda = \frac{3\pi^2}{l^2}$$

de donde concluimos que los valores característicos de " λ " son

$$\lambda_n = \frac{n^2 \pi^2}{l^2}, \quad (n=1, 2, 3, 4, \dots) \quad \dots(225)$$

y puesto que

$$k_3 = 0$$

Las funciones características correspondientes son

$$C_n(x) = \text{sen}\left(\frac{n\pi}{l} x\right) \quad \dots(226)$$

Estas funciones representan distintas formas de pandeo y las cargas correspondientes a cada caso se conocen como cargas -- críticas ó de pandeo.

En la ecuación (221) se había definido que

$$\lambda = \frac{P}{EI}$$

Ahora, usando la ecuación (225) tenemos

$$\lambda_n = \frac{P_n}{EI} = \frac{n^2 \pi^2}{l^2}$$

y las cargas críticas están dadas por

$$P_n = n^2 \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \dots(227)$$

La carga crítica con valor más pequeño corresponde a

$$P_{(1)} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \dots(228)$$

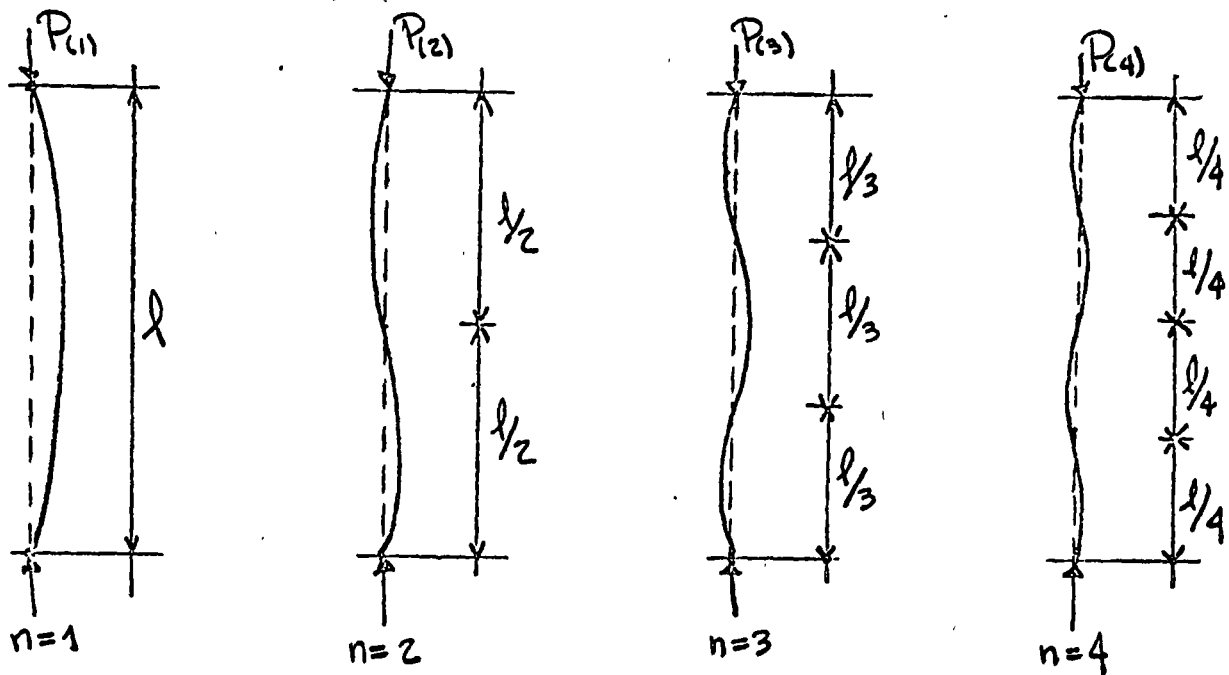


Fig.- 22a

Esta teoría nos indica que la deformada senoidal se presenta solo para valores críticos de " P ", y desde el punto de vista práctico, esto sucede cuando la carga menor de pandeo " $P_{(1)}$ " es alcanzada. Para valores más pequeños de " P ", la columna mantendrá su forma original, esto es, para valores menores de " $P_{(1)}$ ", la forma de equilibrio de la columna será la forma recta y su equilibrio permanece estable hasta alcanzar la carga " $P_{(1)}$ " donde aparece una nueva forma de equilibrio, la forma flectada senoidal. En este punto obtenemos dos alternativas del comportamiento de la barra, pues aunque la forma recta sigue siendo una forma de equilibrio el valor de " P " la hace inestable. Tenemos la forma flectada senoidal como forma también de equilibrio, pero ésta sí es estable. Esta teoría no predice la amplitud de la deformación senoidal, pero un análisis más exacto muestra que la amplitud se incrementa al incrementar " P " por encima de " $P_{(1)}$ ", hasta alcanzar la falla debido a la plastificación del material. Antes de analizar otras condiciones de frontera completamos este párrafo con las conclusiones obtenidas por los análisis que el caso hacen las teorías de falla para columnas esbeltas.

2.2.a.- Estabilidad Elástica de la Columna.

Después de conocer la carga de pandeo, surge una pregunta interesante para el diseño estructural: ¿Cómo se comporta la columna antes y después de alcanzar esa carga " P_{cr} "?

De la figura 221a, si llamamos " δ " a la deflexión

en la mitad de la barra

$$\delta = Y_{(x=\frac{l}{2})}$$

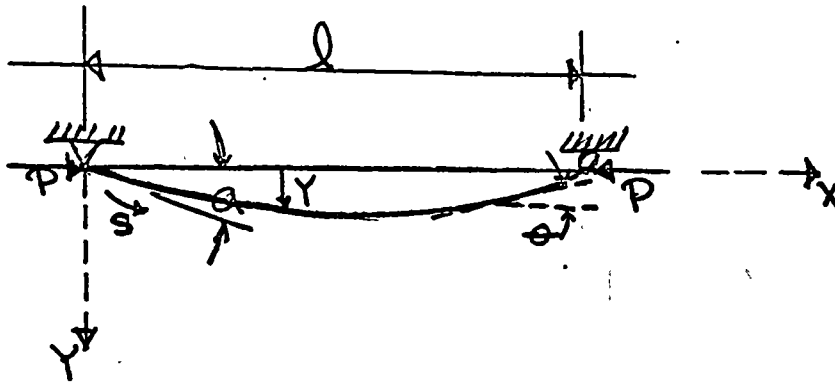


Fig.- 221a

el momento en el punto medio está dado por

$$M = P\delta$$

y puede expresarse adimensionalmente de la siguiente forma:

$$m = \frac{P}{P_{cr}} \cdot \frac{\delta}{l} = \frac{4KP}{\pi^2}$$

donde

$$K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \theta}} ; p = \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \sin \frac{\theta}{2} = p \sin \phi \end{array} \right\} *$$

En esta forma, " P/P_{cr} " es una función de " δ/l " calculada en términos de integrales elípticas, y por lo tanto se puede graficar, tal como lo muestra la figura 221b.

Supongamos que tenemos una columna de longitud " l "

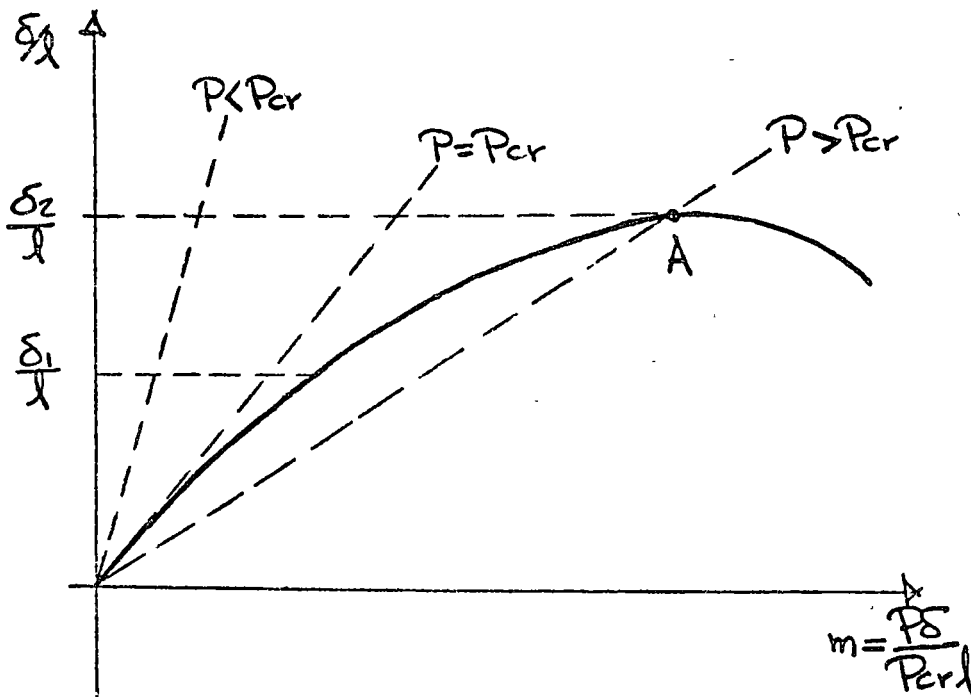


Fig.-221b

sujeta a una carga axial " P' ". Para diferentes valores de -- " δ ", las gráficas serán líneas rectas para la carga axial

$$P' = \text{constante}$$

llamémoslas " m' ". La columna se encontrará en equilibrio so lo cuando

$$m' = m$$

o sea, en los puntos en que las gráficas se intersectan. De la figura 221b observamos que si " P' " es menor que " P_{cr} ", hay solo un estado de equilibrio o intersección de las gráficas, que corresponde a

$$\frac{\delta}{l} = 0$$

o sea, la forma recta de la columna.

Si " P' " es mayor que " P_{cr} ", entonces hay dos intersecciones y por lo tanto dos posibles formas de equilibrio para columna: recta ó flectada.

Supongamos que en " $\delta=0$ ", una pequeña perturbación - desplaza la columna a " δ_1 ":

Para " P' " menor que " P_{cr} ": la gráfica 221b dá " m' " menor - que " m ", ó sea " P' " no es suficiente para mantener a la columna en equilibrio en la posición flectada y por - lo tanto regresa a la forma recta. El equilibrio en és-

ta posición es estable.

Para " P' " mayor que " P_{cr} ": la gráfica dá " m' " mayor que " m ", entonces " m' " flectará la columna aún más hasta llegar el punto "A" donde, un análisis semejante al anterior muestra que la forma recta es inestable y la forma flectada es estable.

Para " P' " igual a " P_{cr} ": la recta de " m' " es tangente a la curva de " m " el equilibrio es neutro ó indiferente (dentro de un cierto rango, o sea, hasta el valor de --- " δ " marcado por el punto de separación de las curvas).

2.2.b.- Falla de Columnas a Compresión.

Dentro de lo que concierne a la "iniciación" de la -- inestabilidad, la carga de pandeo

$$P_{(1)} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

puede ser considerada como carga crítica, pero para propósitos de diseño, nos interesa la carga última, más que la de iniciación de inestabilidad.

La figura 222a muestra una gráfica de " P/P_{cr} " vs. --- " δ/l ". De esta gráfica observamos que " P " se incrementa al incrementar " δ "; sin embargo en un rango considerable de " δ ", la curva es prácticamente horizontal. La parte ascendente de la curva se usa mientras el material continúe siendo

elástico. Sin embargo, un análisis elasto-plástico muestra - que en un punto "B" dentro de la parte plana de la curva, - se inicia la caída de la misma, debido a que fibras internas del material llegaron al esfuerzo de cedencia. Debido a lo plano o tendido de la curva, que mencionamos, resulta que esta carga máxima " P_B " es muy cercana a la carga de pandeo, - de donde se concluye que, "para propósitos de diseño, la carga de pandeo representa una buena aproximación de la carga última".

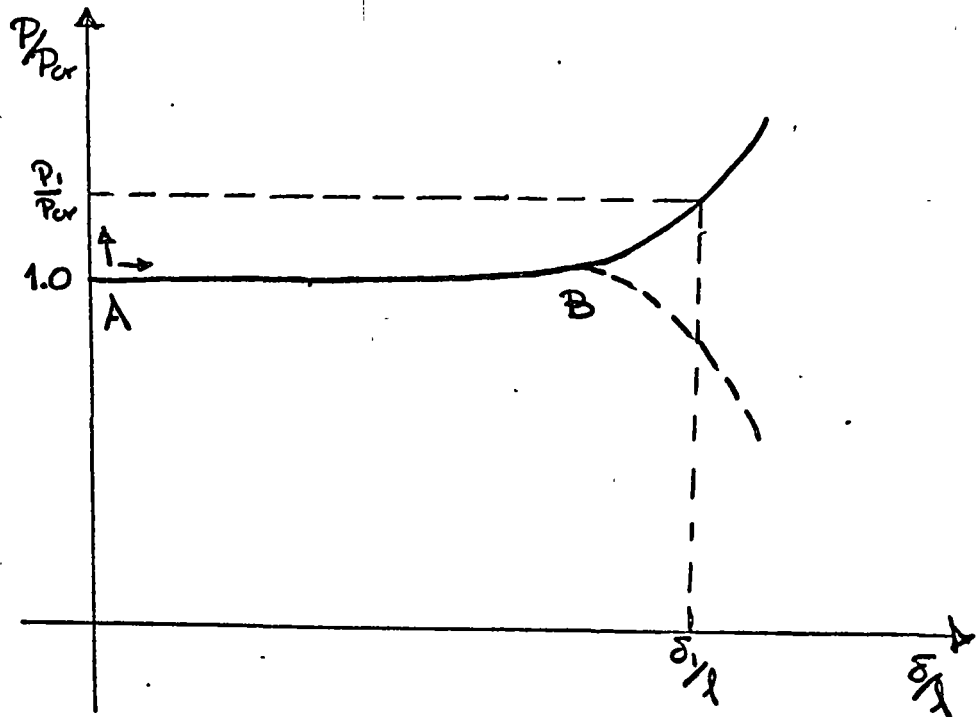
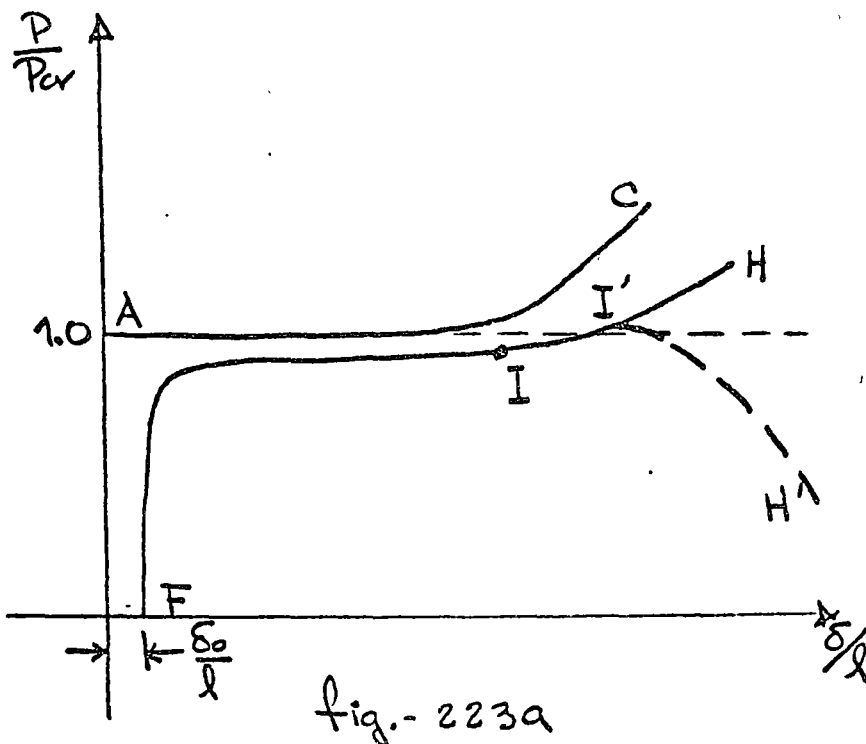


fig.- 222a

2.2.c.- Falla de Columnas Reales a Compresión.-

Fuera de las idealizaciones hechas para el análisis -

de la columna, las columnas reales son imperfectas (falta de completa homogeneidad; pequeñas exentricidades de carga; tolerancias de construcción etc.); y aún para pequeñas cargas --- existe cierta flexión. Haciendo el análisis con una pequeña deflexión inicial " δ_0 " en el centro



de la barra, obtenemos la gráfica 223a. La gráfica se aproxima asintóticamente a la horizontal

$$\frac{P}{P_{cr}} = 1$$

Esta curva es válida para pequeñas deformaciones, tal que la aproximación de la curva elástica

$$\delta\left(\frac{1}{\rho}\right) = \frac{d^2\gamma}{dx^2} - \frac{d^2\gamma_0}{dx^2}$$

sea válida.

Haciendo un análisis para grandes deformaciones se obtiene la curva "II' ". La carga de falla " I' " puede ser mayor o menor que " P_{cr} ", pero siempre muy cercana a ella.

De estos análisis obtenemos la siguiente conclusión: "Para todos los casos prácticos se puede considerar la carga de pandeo como carga última".

Sin embargo, debe tenerse muy presente que la carga de pandeo, dada por

$$P_{(c)} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

es válida cuando el esfuerzo uniforme en la sección

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

no llegue a ser igual al esfuerzo de cedencia del material. -
Para el caso en que

$$\sigma \geq \sigma_y$$

entonces la teoría de plasticidad predice otro valor de " P_{cr} " distinto de " $P_{(1)}$ ".

2.3.- OTRAS CONDICIONES DE FRONTERA.

Continuando con el método de análisis expuesto en la sección "2", podemos percatarnos de que solo es posible en la práctica obtener cargas de pandeo mayores que la menor de las cargas críticas " $P_{(1)}$ ", bajo otras condiciones de frontera, que representan nuevas formas de apoyo.

Analizando una columna con un apoyo articulado en " $x=0$ " y uno fijo en " $x=l$ " tenemos las siguientes condiciones de frontera

$$Y(l) = Y'(l) = 0 \quad \dots (231)$$

Como la ecuación (223) aún sigue siendo válida, la solución para este caso está dada por

$$Y = k_1 \operatorname{sen}(\sqrt{\lambda} x) + k_3 x \quad \dots (223)$$

Denominando

$$\mu = \sqrt{\lambda} l = \sqrt{\frac{P}{EI}} l \quad \dots (232)$$

y sustituyendo (231) en (223) con objeto de obtener los valores de las constantes " k_1 " y " k_3 ", obtenemos

$$Y(l) = 0 = k_1 \operatorname{sen} \mu + k_3 l \quad \dots (233 a)$$

$$\dot{Y}(l) = 0 = \sqrt{\lambda} K_1 \cos \mu + K_3 \quad \dots (233b)$$

Eliminando " K_3 " de ambas ecuaciones obtenemos

$$K_1 \left(\frac{\sin \mu}{l} - \sqrt{\lambda} \cos \mu \right) = 0 \quad \dots (234)$$

Si en la ecuación (233) " $K_1 = 0$ ", entonces " $K_3 = 0$ " y substituyendo en (223), la deformada será

$$Y = 0$$

lo que significa que no existe deformación y la barra permanece recta para todos los valores de " P " excepto cuando

$$\frac{\sin \mu}{l} - \sqrt{\lambda} \cos \mu = 0$$

de donde

$$\tan \mu = \mu$$

Cuando esta condición se cumple las deformaciones de la barra ya no forzosamente serán cero (ecuación 235) sino que ahora la deformada podrá adquirir otra forma que no sea la de una recta.

La figura 23a muestra las soluciones a la ecuación -- (236) denominadas por " β_n ". De esta forma, los valores de " P " para esta situación estarán dados por

$$\beta_n = \sqrt{\frac{P}{EI}} l$$

a lo que corresponden las cargas críticas

$$P_n = \beta_n^2 \frac{EI}{l^2} \quad \dots (237)$$

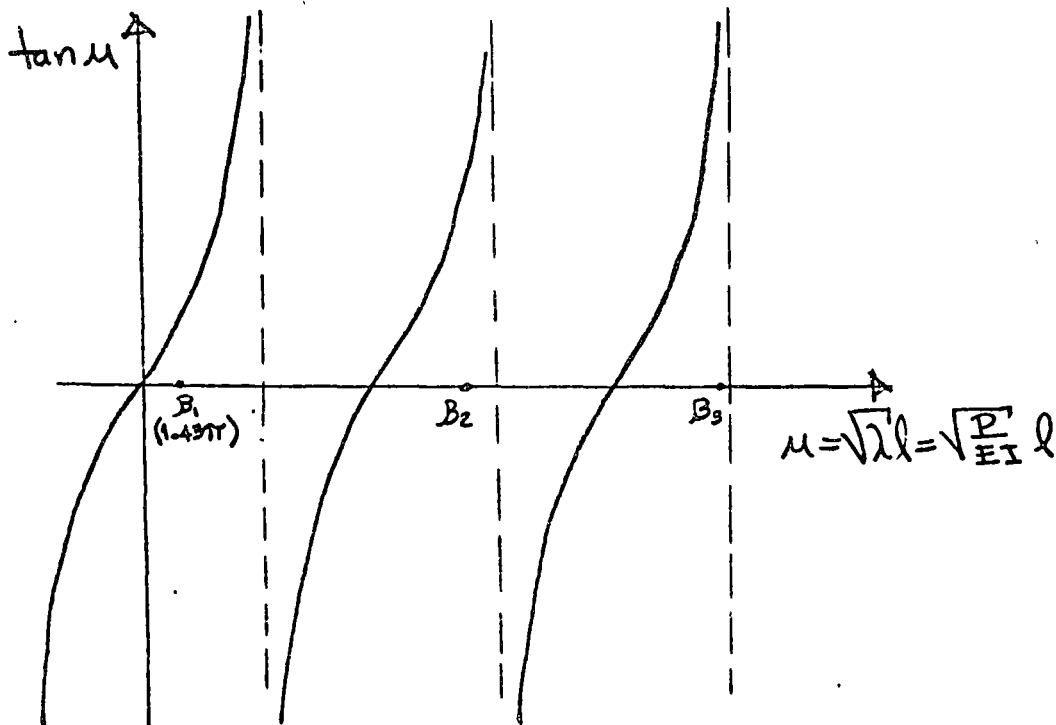


Fig.- 23a

CAPITULO III

CONDICIONES DE EQUILIBRIO Y COMPATIBILIDAD GEOMETRICA

3.1.- ECUACION GENERAL DE PENDIENTE DEFLEXION PARA MIEMBROS -
CON MOMENTO DE INERCIA CONSTANTE.

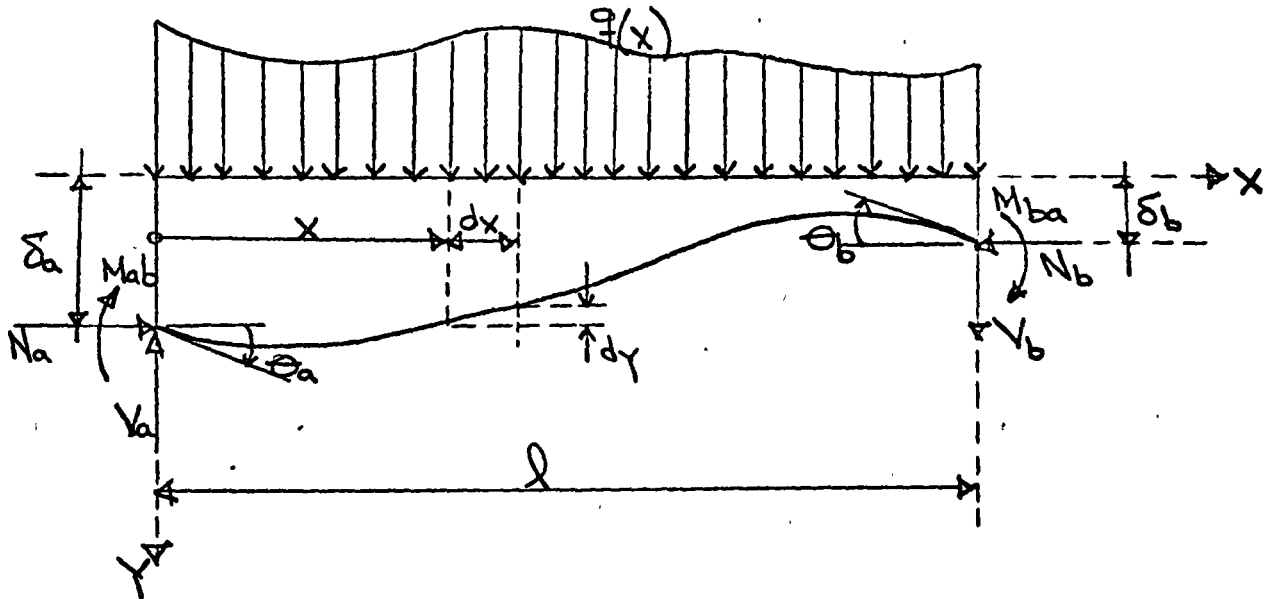


Fig.- 21a

Convención de signos para la figura 21a:

- Deflexión: ----- $\downarrow +y$
- Pendiente: $\dot{Y}(x) = \theta(x)$ ----- $\downarrow +\theta$
- Momento: $-EI \dot{\theta}(x) = -EI \ddot{Y}(x) = M(x)$ ----- $\curvearrowright +M$
- Corte: $-EI \ddot{Y}(x) = -EI \ddot{\theta}(x) = \dot{M}(x) = V(x)$ ----- $\uparrow +V$
- Carga: $-EI \ddot{\theta}(x) = -EI \ddot{\theta}(x) = \dot{M}(x) = \dot{V}(x) = -q(x)$ ----- $\downarrow +q$

En el análisis de estructuras hiperestáticas, tres con

diciones fundamentales debemos tener en mente:

- a).- Que el problema sea geoméricamente compatible.
- b).- Que esté en equilibrio todo el conjunto y cada elemento en particular.
- c).- Que esté definida la relación esfuerzo-deformación de los materiales.

Basándonos en los datos de la figura 21a vemos que éstas condiciones se cumplen con:

$$\left. \begin{aligned} (\gamma)_{x=0} &= \gamma(0) = \delta_a \\ (\gamma)_{x=l} &= \gamma(l) = \delta_b \\ (\dot{\gamma})_{x=0} &= \dot{\gamma}(0) = \theta_a \\ (\dot{\gamma})_{x=l} &= \dot{\gamma}(l) = \theta_b \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Compatibilidad} \\ \text{geométrica.} \end{array} \quad \dots(311)$$

$$\left. \begin{aligned} (\ddot{\gamma})_{x=0} &= \ddot{\gamma}(0) = -\frac{M_{ab}}{EI} \\ (\ddot{\gamma})_{x=l} &= \ddot{\gamma}(l) = +\frac{M_{ba}}{EI} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Equilibrio y} \\ \text{relación} \\ \text{esfuerzo-deformación} \end{array} \quad \dots(312)$$

El proceso a seguir para obtener las ecuaciones generales de pendiente deflexión es el siguiente. En el problema que se había considerado al principio con " $q=0$ " y " N " constante e igual a " P " e " I " igual a constante, se obtuvo la ecuación diferencial (221)

$$\left. \begin{aligned} \ddot{Y} + \lambda \ddot{Y} &= 0 \\ \lambda &= \frac{P}{EI} \end{aligned} \right\} \dots(221)$$

cuya solución general fué

$$Y = K_1 \sin(\sqrt{\lambda}x) + K_2 \cos(\sqrt{\lambda}x) + K_3 x + K_4 \quad \dots(222)$$

Substituyendo (222) en (311) obtenemos los valores de las cuatro constantes " K_1 ", " K_2 ", " K_3 " y " K_4 ". Si substituímos ahora la ecuación (222) con los respectivos valores de -- sus cuatro constantes " K_i " en las ecuaciones (312), obtenemos lo que se conoce como Ecuaciones Generales de Pendiente - Deflexión.

Con el objeto de no hacer confuso el procedimiento de análisis con una gran cantidad de operaciones elementales, su primimos la exposición de los pasos algebraicos anteriormente mencionados y ponemos solamente el resultado de cada uno de ellos a través del proceso de deducción, hasta llegar a las ecuaciones buscadas.

Substituyendo (222) en (311), obtenemos directamente:

$$K_4 = \delta_a \quad \dots(313)$$

y el sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} \operatorname{sen}(\sqrt{\lambda} l) & \cos(\sqrt{\lambda} l) \\ \sqrt{\lambda} & 0 \\ \sqrt{\lambda} \cos(\sqrt{\lambda} l) & \sqrt{\lambda} \operatorname{sen}(\sqrt{\lambda} l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_b - \delta_a \\ \theta_a \\ \theta_b \end{bmatrix}$$

el cual resolviendo y reemplazando términos por sus identidades trigonométricas nos da

$$\begin{aligned} -k_1 &= \frac{1}{\lambda l} \left(\frac{C_2}{\operatorname{sen} \mu} + \frac{C_1 \cot \mu}{EI} \right) \theta_a \\ &+ \frac{1}{l} \left(\frac{C_1}{\operatorname{sen} \mu} + \frac{C_2 \cot \mu}{EI \lambda} \right) \theta_b \\ &+ \frac{(C_1 + C_2)}{\lambda l} \left(\frac{1}{\operatorname{sen} \mu} + \frac{\cot \mu}{EI} \right) \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right) \dots (314) \end{aligned}$$

$$-k_2 = \frac{C_1}{\lambda l} \theta_a + \frac{C_2}{\lambda l} \theta_b + \frac{(C_1 + C_2)}{\lambda l} \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right) \dots (315)$$

$$\begin{aligned}
 K_a = & \left[1 + \frac{1}{\mu} \left(\frac{C_2}{\operatorname{sen} \mu} + \frac{C_1 \cot \mu}{EI} \right) \right] \Theta_a \\
 & + \frac{\sqrt{\lambda}}{\lambda} \left(\frac{C_1}{\operatorname{sen} \mu} + \frac{C_2 \cot \mu}{EI \lambda} \right) \Theta_b \\
 & + \frac{(C_1 + C_2)}{\mu} \left(\frac{1}{\operatorname{sen} \mu} + \frac{\cot \mu}{EI} \right) \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{\lambda} \right) \dots (316)
 \end{aligned}$$

siendo

$$\mu = \sqrt{\lambda} \lambda$$

donde " C_1 " y " C_2 " son valores constantes que se definen en la ecuación (3191).

De esta forma, substituyendo (313), (314), (315) y -- (316) en (222), obtenemos una solución que ahora es geométricamente compatible y cumple con las condiciones de frontera exigidas por la ecuación (311).

Si hacemos que esta solución cumpla ahora con las condiciones de (312), obtenemos lo que se conoce por Ecuaciones Generales de Pendiente Deflexión, que corresponden a

$$M_{ab} = C_1 K \Theta_a + C_2 K \Theta_b + (C_1 + C_2) K \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{\lambda} \right) \dots (318)$$

$$M_{ba} = C_2 K \theta_a + C_1 K \theta_b + (C_1 + C_2) K \left(\frac{\delta a - \delta b}{l} \right) \dots (319)$$

siendo:

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1 - \alpha \cot \alpha}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{\alpha} - 1} \\ C_2 &= \frac{\alpha \csc \alpha - 1}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{\alpha} - 1} \\ K &= \frac{EI}{l} ; \alpha = \sqrt{\frac{Pl^2}{EI}} \\ \sqrt{\lambda} &= \alpha l \end{aligned} \right\} \dots (319)$$

Estas ecuaciones de Pendiente Deflexión constituyen - la base de nuestro análisis para investigar la estabilidad de estructuras continuas con miembros sujetos a compresión.

Investigaremos en primer término la variación en el - comportamiento estático de una barra producida por la apari-- ción de la carga axial "P", comparando, para diferentes so- licitaciones en los apoyos, los resultados que conocemos bajo la ausencia de la carga axial "P", con los resultados oca-- sionados por la presencia de la misma. Más tarde estudiare-- mos la variación de las constantes de rigidez y transmisión -

causadas por la presencia de la carga axial, y finalmente veremos el análisis de estabilidad elástica en estructuras continuas mediante el estudio de algunos casos particulares de la misma.

3.2.- COMPARACION DE LOS RESULTADOS DE SOLICITACIONES A LOS APOYOS:

Si consideramos las ecuaciones (318), (319) y hacemos la carga normal "P", igual a cero, obtenemos que el límite de "C₁" está dado por

$$\lim_{P \rightarrow 0} C_1 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{1 - \alpha \cot \alpha}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\alpha}} = 4 \quad \dots (321)$$

y para "C₂"

$$\lim_{P \rightarrow 0} C_2 = \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\alpha \csc \alpha - 1}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\alpha}} = 2 \quad \dots (322)$$

En esta forma, las ecuaciones (318) y (319) se transforman, para "P=0", en

$$M_{ab} = 4K\theta_a + 2K\theta_b + 6K \frac{\delta_a - \delta_b}{l} \quad \dots (323)$$

$$M_{ba} = 2K\theta_a + 4K\theta_b + 6K \frac{\delta_a - \delta_b}{l} \quad \dots (324)$$

La figura 32a muestra, en resumen, la comparación del comportamiento estático de una barra con y sin la presencia de "P"; con los resultados obtenidos de las siguientes consideraciones:

a).- Barra articulada en un extremo con un momento aplicado - en el opuesto.

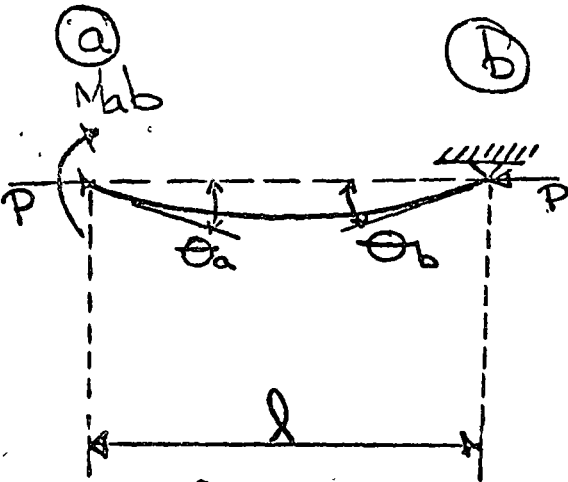


fig.- 32b

$$\delta_a - \delta_b = 0$$

$$M_{ba} = 0$$

De las ecuaciones (318) y (319):

$$M_{ab} = C_1 K \theta_a + C_2 K \theta_b$$

$$0 = C_2 K \theta_a + C_1 K \theta_b$$

Eliminando " θ_b " obtenemos

$$M_{ab} = \left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1} \right) K \theta_a$$

substituyendo los límites para " $P=0$ ":

$$M_{ab} = 3 K \theta_a$$

b).- Barra empotrada en un extremo con un momento --
aplicado en el opuesto.

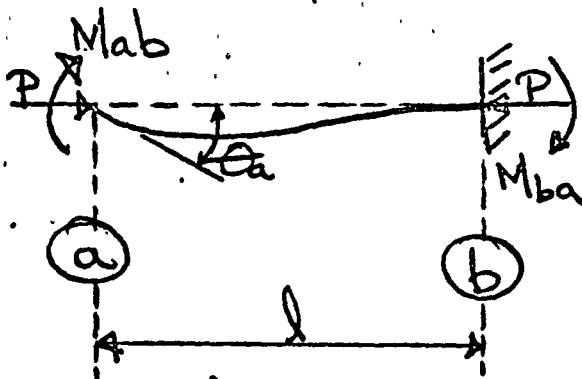


Fig 32C

$$\delta_a - \delta_b = 0$$

$$\theta_b = 0$$

De (318) y (319):

$$M_{ab} = C_1 K \theta_a$$

$$M_{ba} = C_2 K \theta_a$$

Eliminando " θ_a " obtenemos

$$M_{ba} = \frac{C_2}{C_1} M_{ab}$$

Substituyendo los límites para " $P=0$ ":

$$M_{ba} = \frac{1}{2} M_{ab}$$

$$M_{ab} = 4 K \theta_a$$

$$M_{ba} = 2 K \theta_a$$

c).- Desplazamiento lateral de un nudo en una barra -
doblemente empotrada.

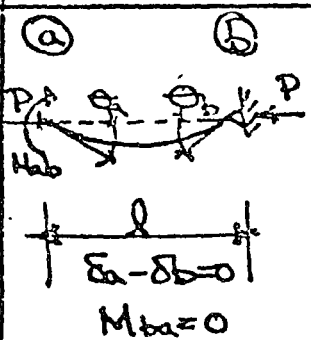
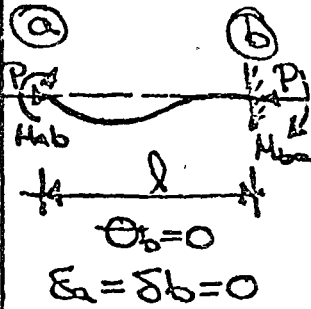
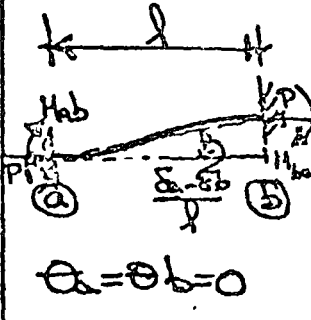
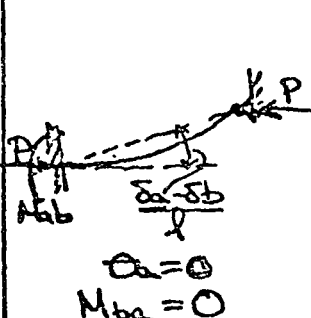
	CASO	$P=0$	$P \neq 0$
1	 <p> $\delta_a = \delta_b = 0$ $M_{ba} = 0$ </p>	$\theta_a = \frac{M_{ab}}{3K}$ $\theta_b = -\frac{M_{ab}}{6K}$	$\theta_a = \frac{M_{ab}}{(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1})K}$ $\theta_b = \frac{M_{ab}(1 - \frac{C_1}{3})}{C_2 K}$
2	 <p> $\theta_a = \theta_b = 0$ $\delta_a = \delta_b = 0$ </p>	$M_{ba} = \frac{1}{2} M_{ab}$ $\theta_a = \frac{M_{ab}}{4K}$	$M_{ba} = C_2 K \theta_a$ $\theta_a = \frac{M_{ab}}{C_1 K}$
3	 <p> $\theta_a = \theta_b = 0$ </p>	$M_{ab} = M_{ba}$ $M_{ab} = 6K \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$	$M_{ab} = M_{ba}$ $M_{ab} = (C_1 + C_2) K \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$
4	 <p> $\theta_a = 0$ $M_{ba} = 0$ </p>	$M_{ab} = 3K \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$ $\theta_b = \frac{3}{2} \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$	$M_{ab} = (C_1 - \frac{C_2^2}{C_1}) K \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$ $\theta_b = (1 + \frac{C_2}{C_1}) \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$

Fig. 32a

Comportamiento estático de una barra con
y sin la presencia de "P".

$$K = \frac{EI}{l}$$

(los valores de C_1 y C_2 , definidos en la sección 3.1)

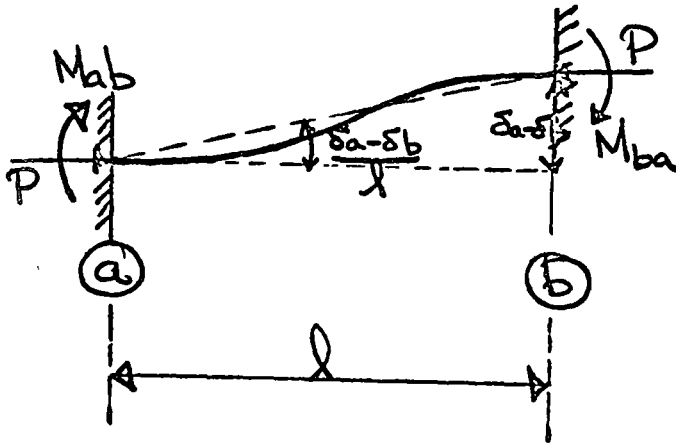


Fig. - 32d

$$\theta_a = \theta_b = 0$$

De (318) y (319):

$$M_{ab} = M_{ba} = (C_1 + C_2)k \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$$

llegando al límite, cuando "P=0":

$$M_{ab} = M_{ba} = 6K \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$$

d).- El caso anterior, articulado en "b":

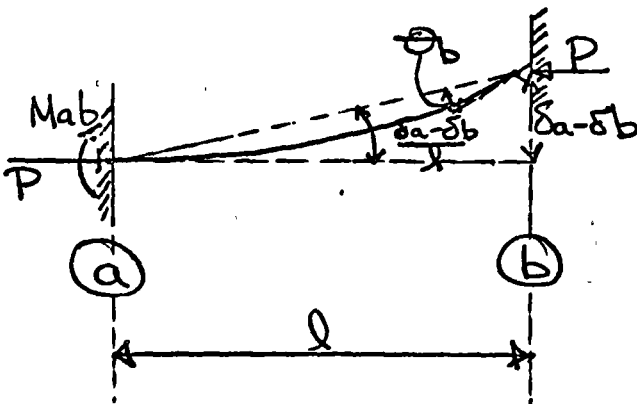


Fig. 32e

$$M_{ba} = 0$$

$$\theta_{ab} = 0$$

De las ecuaciones (318) y (319):

$$M_{ab} = C_2 k \theta_b + (C_1 + C_2)k \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$$

$$0 = C_1 k \theta_b + (C_1 + C_2)k \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$$

eliminando " θ_b ":

$$M_{ab} = \left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1} \right) k \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$$

Substituyendo los límites para "P=0":

$$M_{ab} = 3k \left(\frac{\delta_a - \delta_b}{l} \right)$$

En esta forma observando la figura 32a, hemos visto - como las condiciones estáticas de la barra se alteran al aparecer la carga axial "P". Esta variación depende de la magnitud de "P", y en esta forma, de la relación de la carga axial "P", a la de pandeo "P_{cr}". En el apéndice se han tabulado y graficado los valores de "C₁", "C₂", "C₂/C₁", para diferentes valores de "P/P_{cr}".

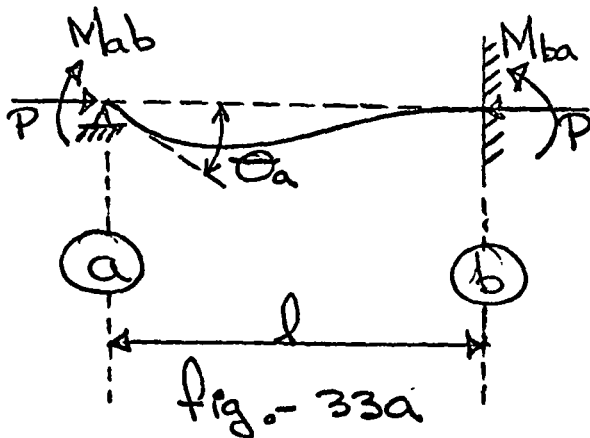
3.3.- VARIACION DE LAS CONSTANTES DE RIGIDEZ Y TRANSMISION -- CAUSADAS POR LA PRESENCIA DE LA CARGA AXIAL.

La presencia de una carga axial de compresión como la de la figura 33a, ocasiona que la resistencia que opone la barra a ser girada en sus extremos (lo que conocemos como rigidez de giro) disminuya, y contrariamente, si la carga axial es de tensión, el efecto es un aumento en la rigidez de giro. La magnitud de este cambio depende de la relación de la carga axial "P", a la de pandeo "P_{cr}".

Para estudiar dicha variación consideremos como pri--

mer caso la viga tipo Cross:

a).- Rigidez de empotramiento (apoyo opuesto empotrado).



$$\delta_a - \delta_b = 0$$

$$\theta_b = 0$$

De las ecuaciones (318) y (319):

$$M_{ab} = C_1 K \theta_a$$

$$M_{ba} = C_2 K \theta_a$$

Llamado " R_{ab}^{emp} " a la rigidez de empotramiento según la figura 33a.

$$R_{ab}^{emp} = \frac{M_{ab}}{\theta_a} = C_1 K$$

Substituyendo el límite de " C_1 " para " $P=0$ ":

$$R_{ab}^{emp} = 4K$$

Llamando " β " al factor de transporte:

$$\beta = \frac{M_{ba}}{M_{ab}} = \frac{C_2}{C_1}$$

Substituyendo los límites para " $P=0$ ":

$$\beta = \frac{1}{2}$$

b).- Rigidez de articulación (apoyo opuesto articulado).

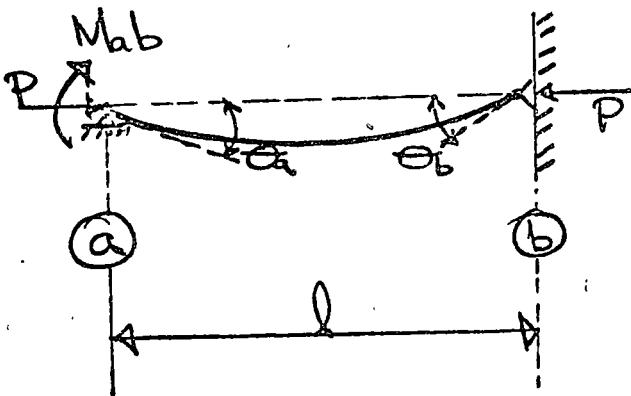


Fig. 33b

$$\delta_a - \delta_b = 0$$

$$M_{ba} = 0$$

De las ecuaciones (318) y (319):

$$M_{ab} = c_1 k \theta_a + c_2 k \theta_b$$

$$0 = c_2 k \theta_a + c_1 k \theta_b$$

Eliminando " θ_b " obtenemos

$$M_{ab} = \left(c_1 - \frac{c_2^2}{c_1} \right) k \theta_a$$

$$R_{ab}^{art} = \frac{M_{ab}}{\theta_a} = \left(c_1 - \frac{c_2^2}{c_1} \right) k$$

Llevando al límite los valores de " C_1 " y " C_2 ", para " $p=0$ ";

$$R_{ab}^{art} = 3k$$

El factor de transporte en este caso sería:

$$\beta = \frac{M_{ba}}{M_{ab}} = 0$$

c).- Flexión simétrica.

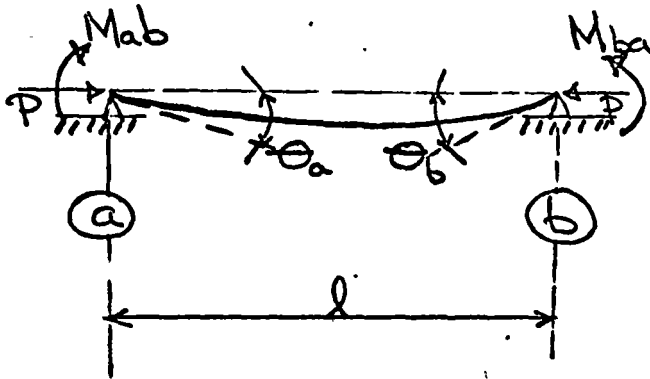


fig.- 33c

$$+M_{ab} = +M_{ba} = M$$

$$\theta_a = -\theta_b = \theta$$

De las ecuaciones (318) y (319):

$$M_{ab} = c_1 k \theta + c_2 k (-\theta) = (c_1 - c_2) k \theta$$

$$M_{ba} = c_2 k \theta - c_1 k \theta = -(c_1 - c_2) k \theta$$

de donde, la rigidez de simetría será

$$R_{ab}^{sim} = -R_{ba}^{sim} = \frac{M}{\theta} = (c_1 - c_2) k$$

y si " $p=0$ "

$$R_{ab}^{sim} = 2k$$

y el factor de transporte será

$$\beta = \frac{M_{ba}}{M_{ab}} = +1$$

d).- Flexión antimétrica.

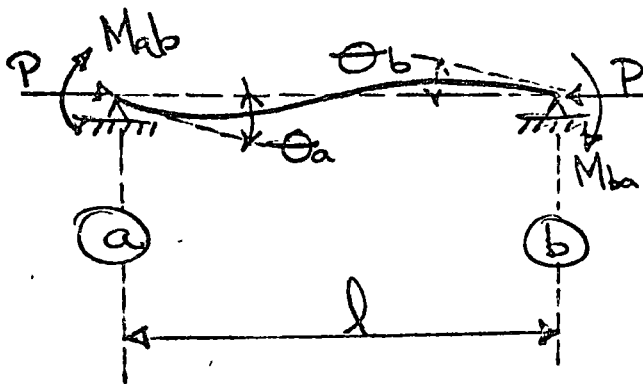


Fig. 33e

$$M_{ab} = -M_{ba} = M$$

$$\theta_a = \theta_b = \theta$$

De las ecuaciones (318) y

(319):

$$M_{ab} = C_1 k \theta + C_2 k \theta = (C_1 + C_2) k \theta$$

$$-M_{ba} = C_2 k \theta + C_1 k \theta$$

Siendo la rigidez de antimetría

$$R_{ab}^{\text{ant}} = \frac{M}{\theta} = (C_1 + C_2) k$$

que para "P=0":

$$R_{ab}^{\text{ant}} = 6k$$

El factor de transporte se define como

$$\beta = \frac{M_{ba}}{M_{ab}} = -1$$

La figura 33d resume todos estos resultados en un cuadro más fácil de visualizar.

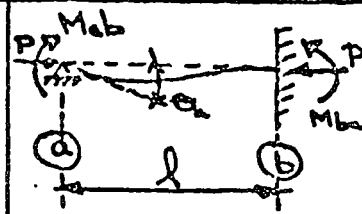
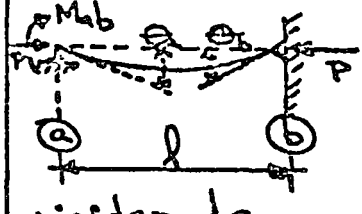
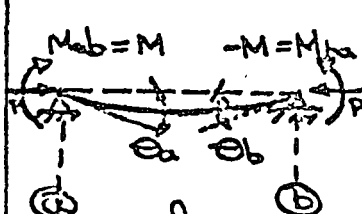
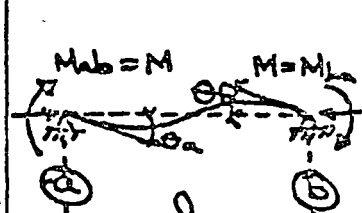
CASO	Rigidez y factor de transmit.	
	$P=0$	$P \neq 0$
<p>1</p>  <p>rigidez de embotamiento.</p>	$R_{ab} = \frac{M_{ab}}{\theta_a} = 4K$ $\beta = \frac{M_{ba}}{M_{ab}} = \frac{1}{2}$	$R_{ab} = c_1 K$ $\beta = \frac{c_2}{c_1}$
<p>2</p>  <p>rigidez de articulación</p>	$R_{ab} = \frac{M_{ab}}{\theta_a} = 3K$ $\beta = 0 = \frac{M_{ba}}{M_{ab}}$	$R_{ab} = (c_1 - \frac{c_2^2}{c_1}) K$ $\beta = 0$
<p>3</p>  <p>rigidez de simetría</p>	$R_{ab} = \frac{M_{ab}}{\theta_a} = 2K$ $\beta = \frac{M_{ba}}{M_{ab}} = -1$	$R_{ab} = (c_1 - c_2) K$ $\beta = -1$
<p>4</p>  <p>rigidez de antisimetría.</p>	$R_{ab} = \frac{M_{ab}}{\theta_a} = 6K$ $\beta = \frac{M_{ba}}{M_{ab}} = 1$	$R_{ab} = (c_1 + c_2) K$ $\beta = 1$

Fig. - 33d
 Variación de las constantes de rigidez
 y transmisión causadas por la pre-
 sencia de la carga axial.

(los valores de c_1 y c_2 , definidos en la sección 3.1)

CAPITULO IV

ALGUNOS PROBLEMAS DE ESTABILIDAD ELASTICA
EN ESTRUCTURAS AXIALMENTE CARGADAS

4.1.- COLUMNA CONTINUA DE DOS CLAROS, TRIARTICULADA, CON CARGAS DISTINTAS EN TODOS LOS NUDOS, RELACION DE MOMENTOS DE INERCIA Y DE CLAROS VARIABLES. OBTENCION DE GRAFICAS DE DISEÑO

El problema enunciado arriba corresponde a la figura 411a.

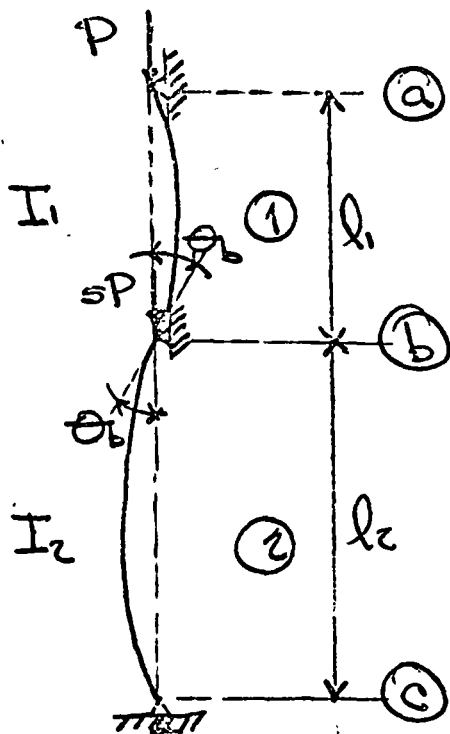


Fig.-411a

Aplicando los conceptos de la -
figura 32a caso "1", a la barra
"ab", tenemos:

$$M_{ba} = \left(C_1 - \frac{C_2 z^2}{e_1} \right) K_{ba} \theta_b$$

y para la barra "bc"

$$M_{bc} = \left(C_1 - \frac{C_2 z^2}{e_1} \right) K_{bc} \theta_b$$

El equilibrio del nudo "b" im--
plica

$$M_{ba} + M_{bc} = 0$$

Lo que significa

$$(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1})_1 K_{ba} \Theta_b + (C_1 - \frac{C_2^2}{C_1})_2 K_{be} \Theta_b = 0$$

De aquí obtenemos lo que podemos llamar el criterio de estabilidad de la estructura estudiada

$$(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1})_1 \frac{EI_1}{l_1} + (C_1 - \frac{C_2^2}{C_1})_2 \frac{EI_2}{l_2} = 0 \quad \dots(411a)$$

donde

$$C_1 = \frac{1 - \alpha \cot \alpha}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\alpha}}$$

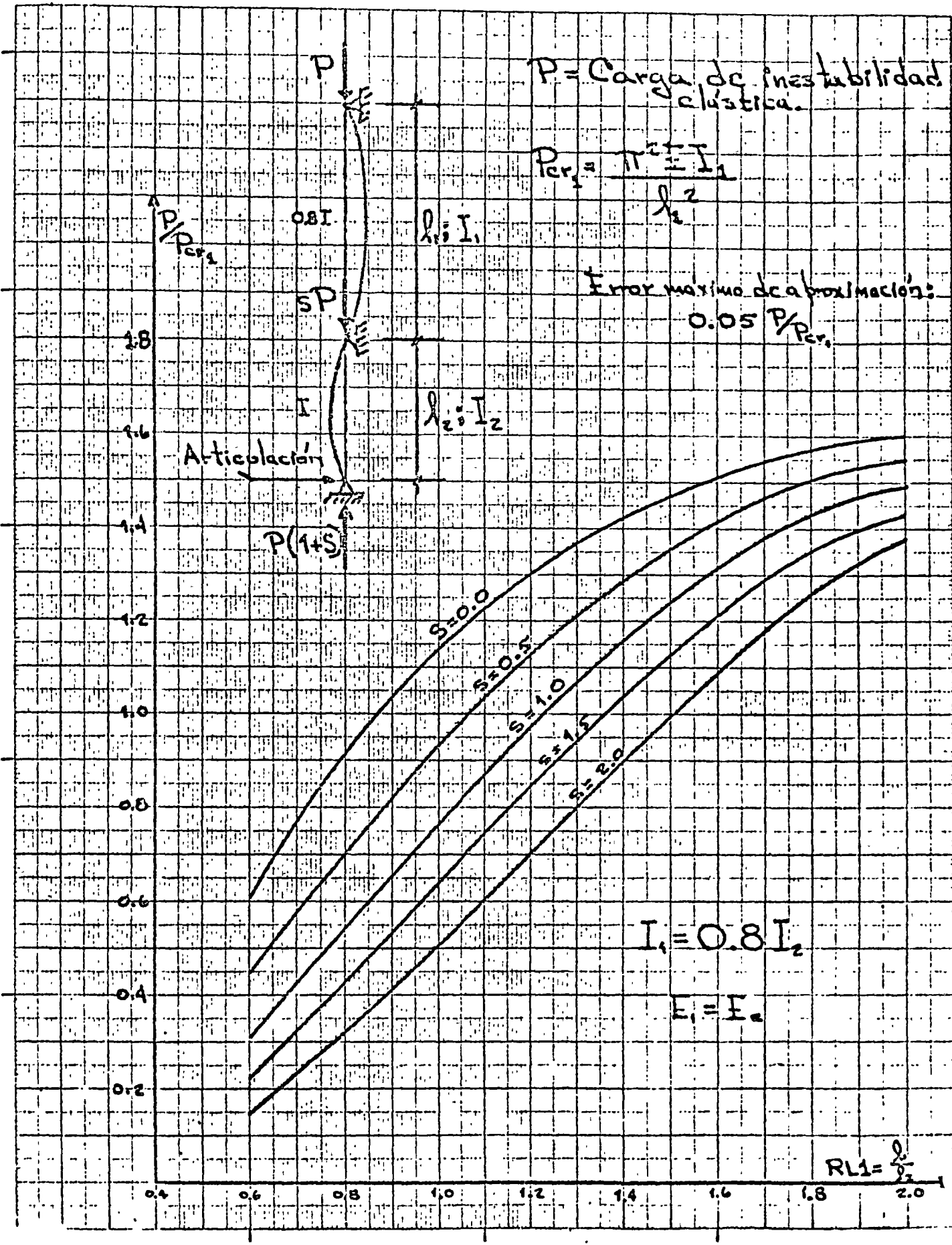
$$\alpha = \sqrt{\frac{Pl^2}{EI}}$$

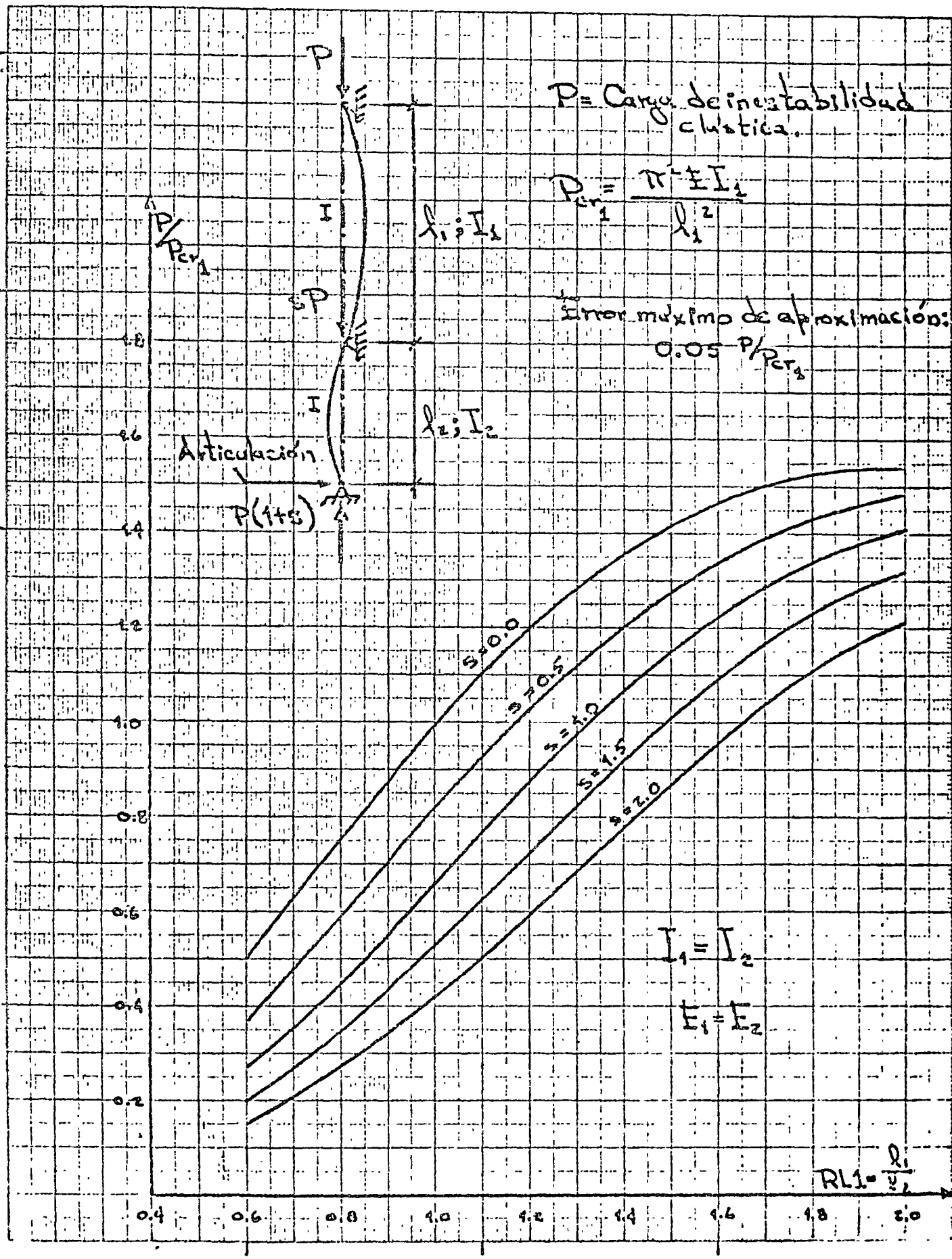
$$C_2 = \frac{\alpha \csc \alpha - 1}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\alpha}}$$

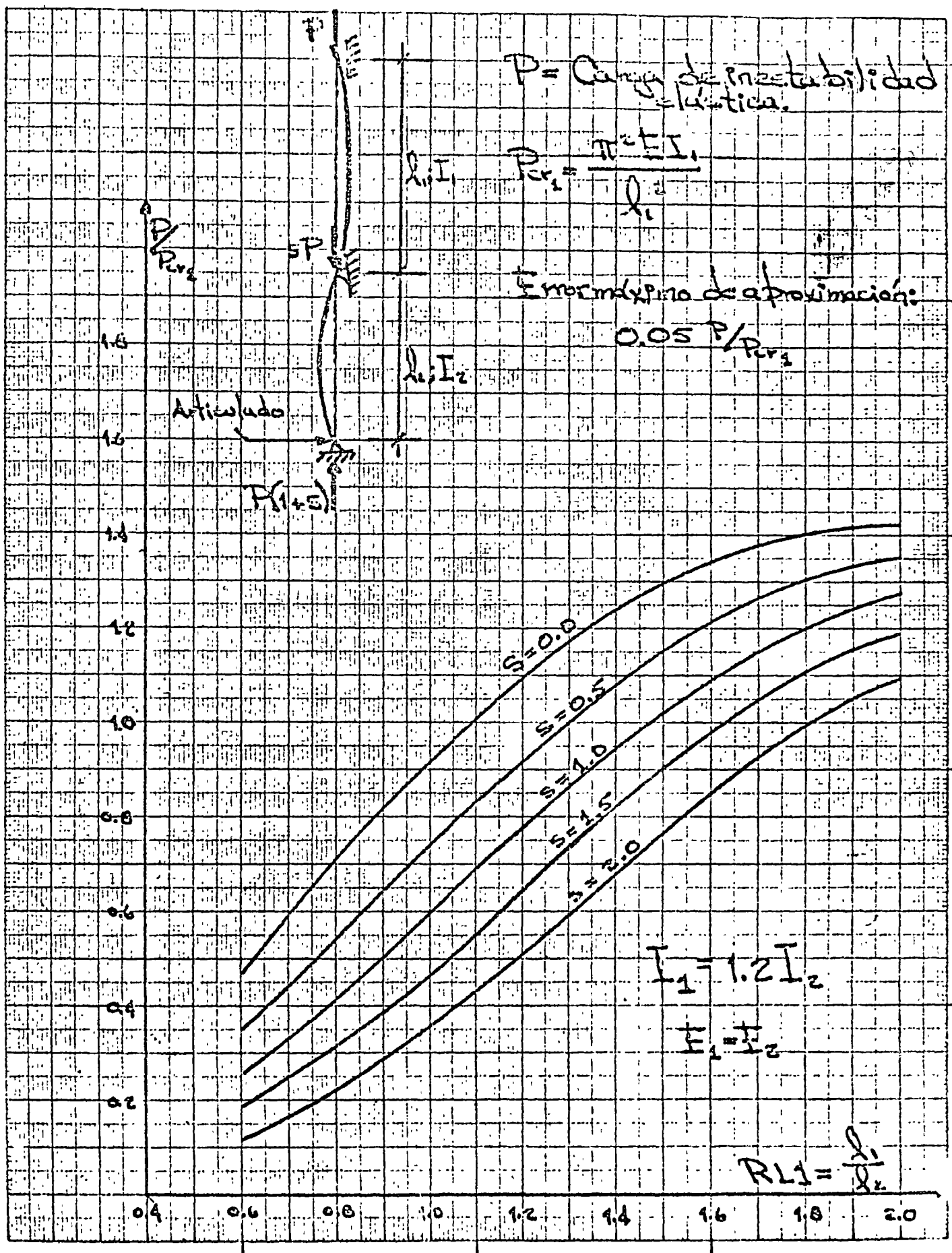
La ecuación 411 contiene una sola incógnita: "P". El menor valor de "P" distinto de cero que cumple con la ecuación será la carga de falla de la estructura si los esfuerzos en el material están en régimen elástico.

La ecuación 411a puede resolverse por tanteos. En el apéndice se han graficado y tabulado valores de "C₁" y "C₂" vs "P/P_{cr}" para facilitar ésta labor.

Para obtener las gráficas de diseño necesitamos resolver el problema con sus principales variantes. Tomaremos valores de " l_1/l_2 " entre 0.6 y 2.0; valores de " I_1/I_2 " entre 0.8 y 1.2; y valores de la relación de carga "S" entre 0.0 y 2.0 resolviendo el problema para todas las combinaciones de éstos.







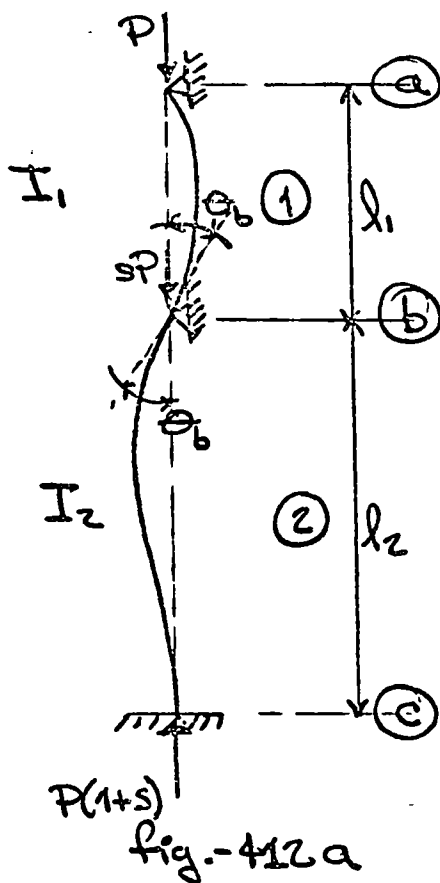
Con el fin de que las gráficas puedan ser útiles - para cualquier material, cualquier sección transversal y cualquier longitud de las barras, los resultados serán adimensionales. Para lograr esto dividiremos la carga de falla "P" entre la carga de Euler de la barra "1" o barra superior de la estructura. De éste modo, si "G" es el valor obtenido de la gráfica

$$G = \frac{P_{falla}}{\pi^2 EI_1} \cdot l_1^2 = \frac{P_{falla}}{P_{cr1}} \quad \dots (411b)$$

Las páginas 39, 40 y 41 contienen las gráficas mencionadas y pueden ser empleadas para el diseño de estructuras semejantes, obteniendo con ellas la carga de falla por inestabilidad elástica en la estructura, recalcando nuevamente que ésto sucede si el esfuerzo uniforme en la sección es menor o igual al esfuerzo de cedencia " σ_y " del material.

4.2.- COLUMNA CONTINUA DE DOS CLAROS, CON BASE EMPOTRADA Y DOS APOYOS ARTICULADOS, CARGADA EN TODOS LOS NUDOS. RELACION DE MOMENTOS DE INERCIA Y DE CLAROS VARIABLE. OBTENCION DE GRAFICAS DE DISEÑO.

El problema enunciado arriba corresponde a la figura 412a.



La diferencia de éste problema con el anterior estriba en el impedimento de giro que tiene la barra "2" en su apoyo inferior.

De la figura 32a caso "1", aplicado a la barra "ab", tenemos:

$$M_{ba} = \left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1}\right)_1 K_{ba} \theta_b$$

De la misma figura 32a, tomando el caso "2" y aplicándolo a la barra "bc" obtenemos:

$$M_{bc} = (C_1)_2 K_{bc} \theta_b$$

El equilibrio del nudo "b" implica

$$M_{ba} + M_{bc} = 0$$

De aquí obtenemos el criterio de estabilidad para la columna estudiada

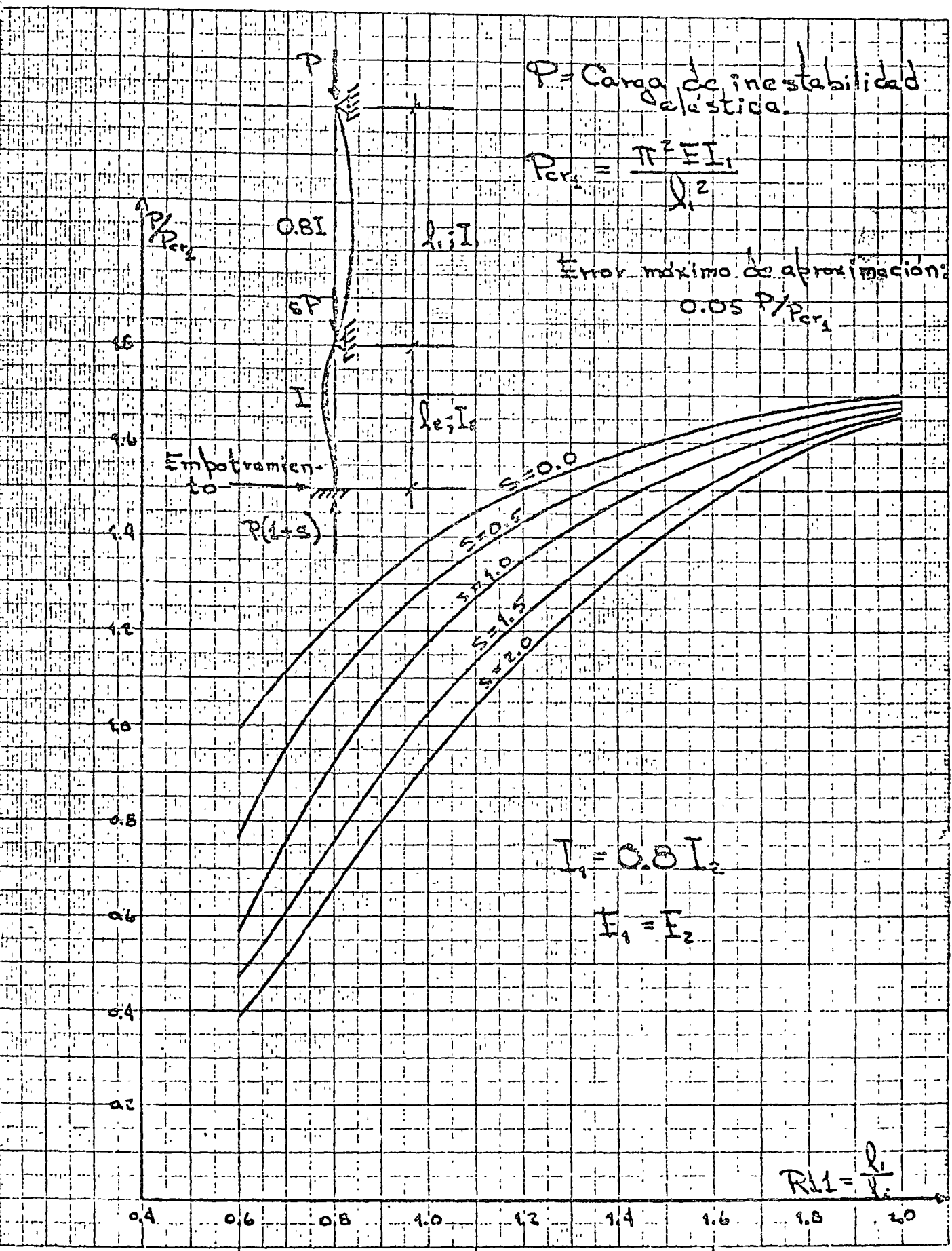
$$\left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1}\right)_1 \frac{EI_1}{l_1} + (C_1)_2 \frac{EI_2}{l_2} = 0 \quad \dots (421)$$

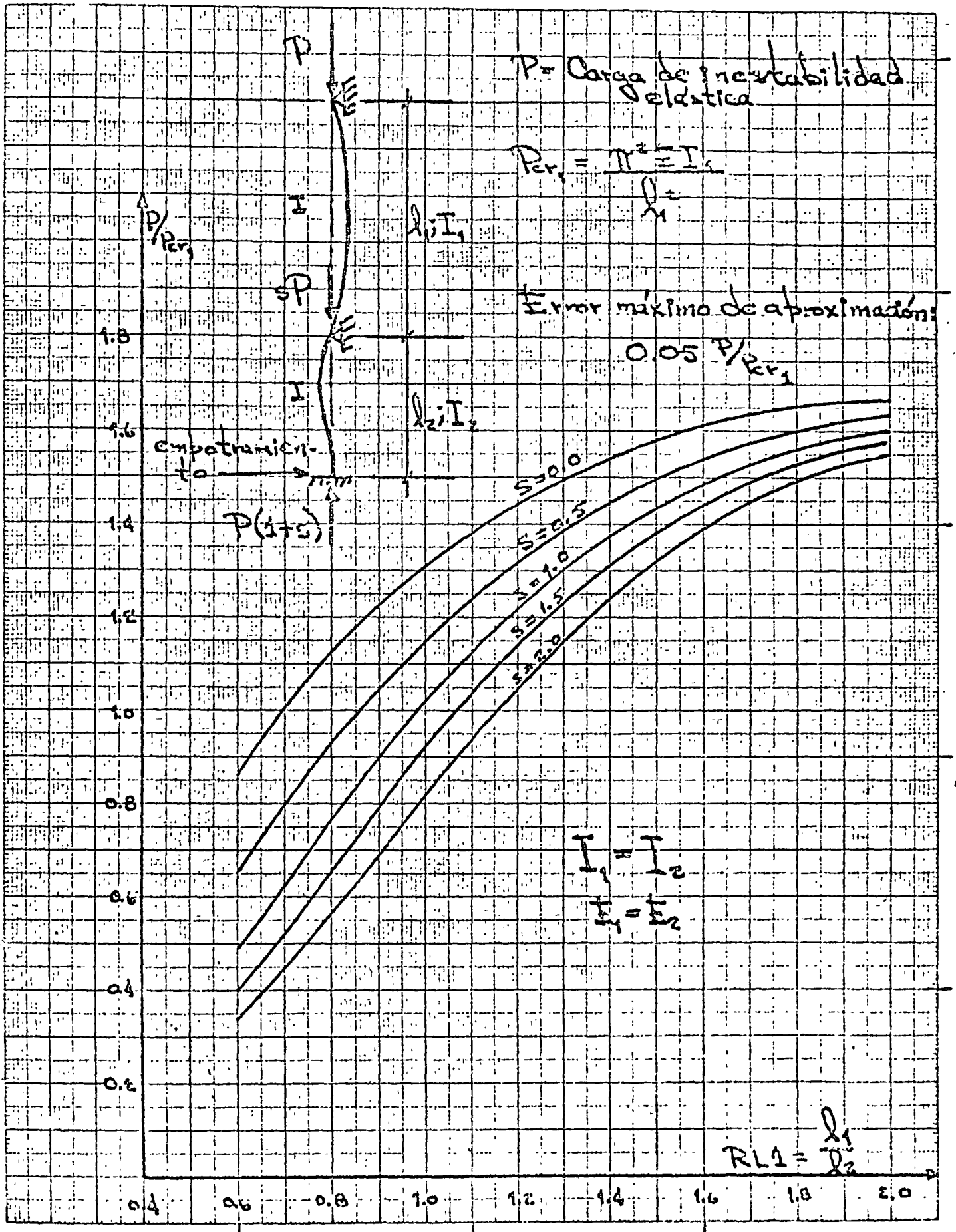
donde

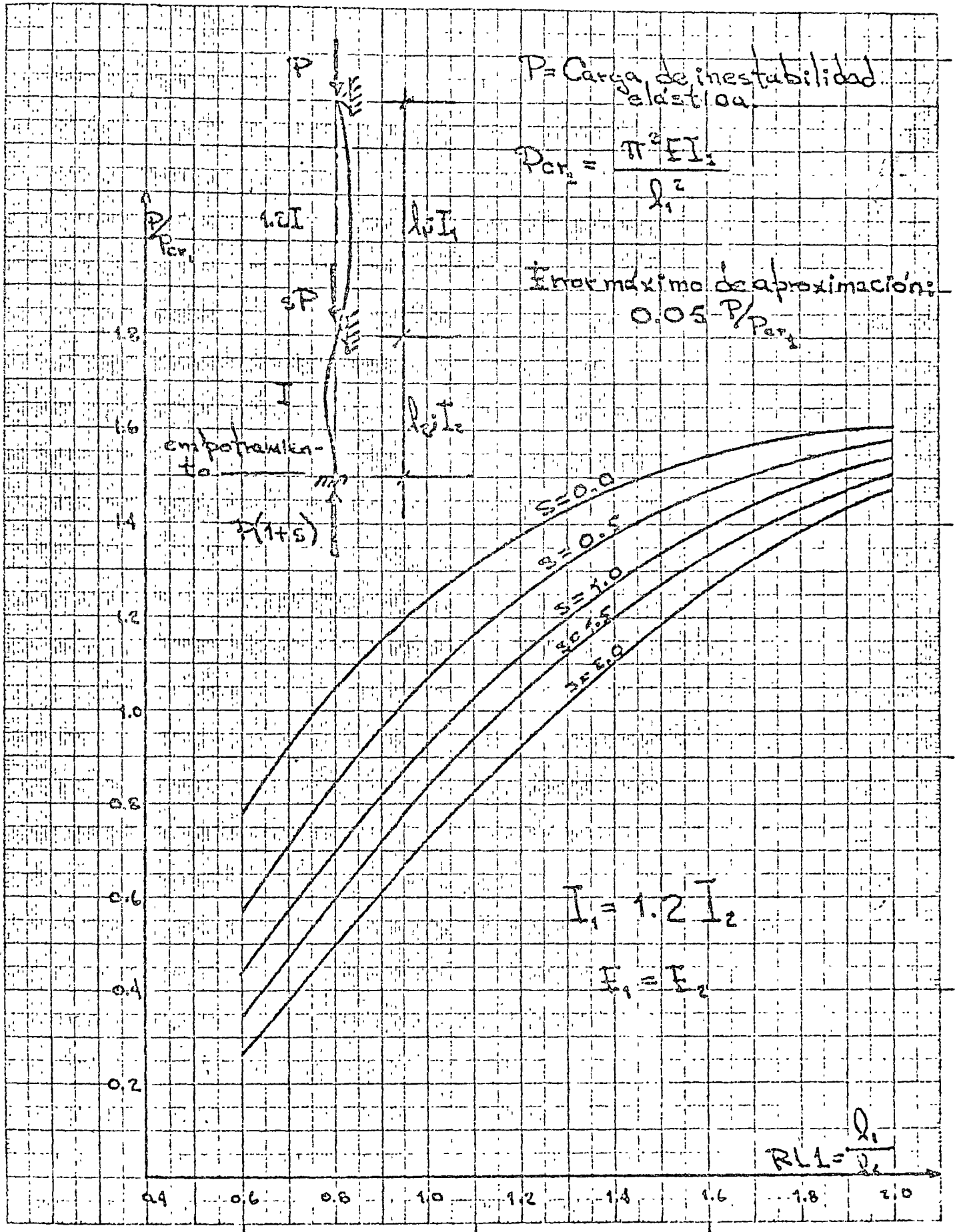
$$C_1 = \frac{1 - \alpha \cot \alpha}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{\alpha} - 1}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{Pl^2}{EI}}$$

$$C_2 = \frac{\alpha \csc \alpha - 1}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2}}{\alpha} - 1}$$





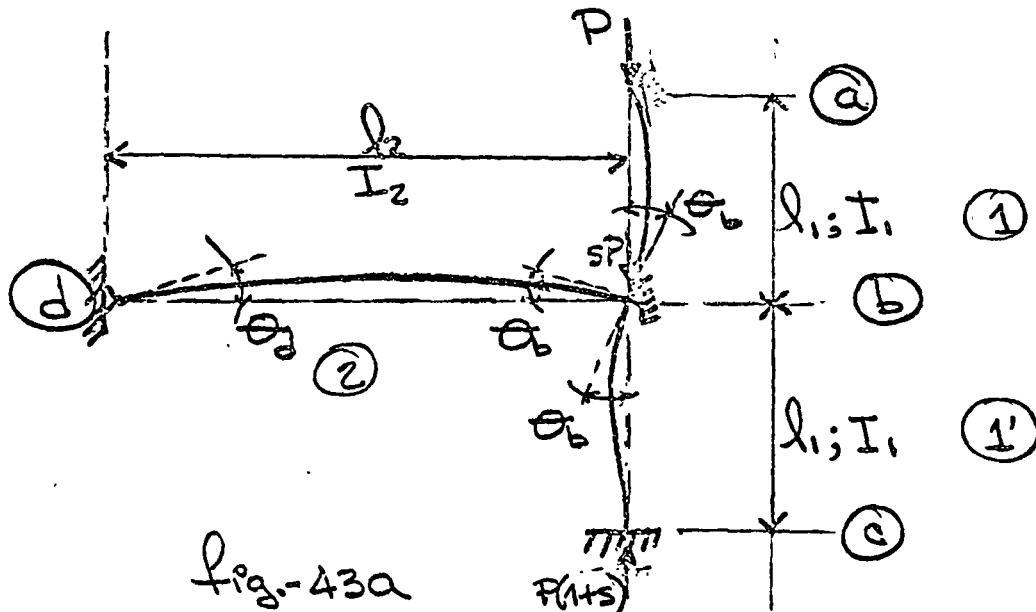


De todos los valores de "P" que satisfacen la ecuación 421, el menor de ellos diferente de cero, será la carga de falla de la estructura estudiada.

Las páginas 44, 45 y 46 contienen las gráficas que dan solución al problema con sus principales variantes.

4.3. COLUMNA CONTINUA DE DOS CLAROS, CON BASE EMPOTRADA, CARGADA EN TODOS LOS NUDOS, Y UNIDA RIGIDAMENTE POR EL NUDO CENTRAL A UNA TRABE NORMAL AL EJE DIRECTRIZ DE LA COLUMNA. RELACION DE MOMENTOS DE INERCIA Y DE CLAROS VARIABLE. OBTENCION DE GRAFICAS DE DISEÑO.

El enunciado anterior corresponde al caso de la figura 43a



Aplicando las ecuaciones de la figura 32a al nudo "b", tenemos que, del caso "1" y las barras "ab" y "bd":

$$M_{ba} = \left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1} \right)_1 K_{ba} \Theta_b$$

$$M_{bd} = \left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1} \right)_2 K_{bd} \theta_b$$

Aplicando a la barra "bc" las ecuaciones del caso "2":

$$M_{bc} = (C_1)_1 K_{bc} \theta_b$$

El equilibrio del nudo "b" nos dá:

$$M_{ba} + M_{bc} + M_{bd} = 0$$

$$\left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1} \right)_1 K_{ba} \theta_b + (C_1)_1 K_{bc} \theta_b + \left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1} \right)_2 K_{bd} \theta_b = 0$$

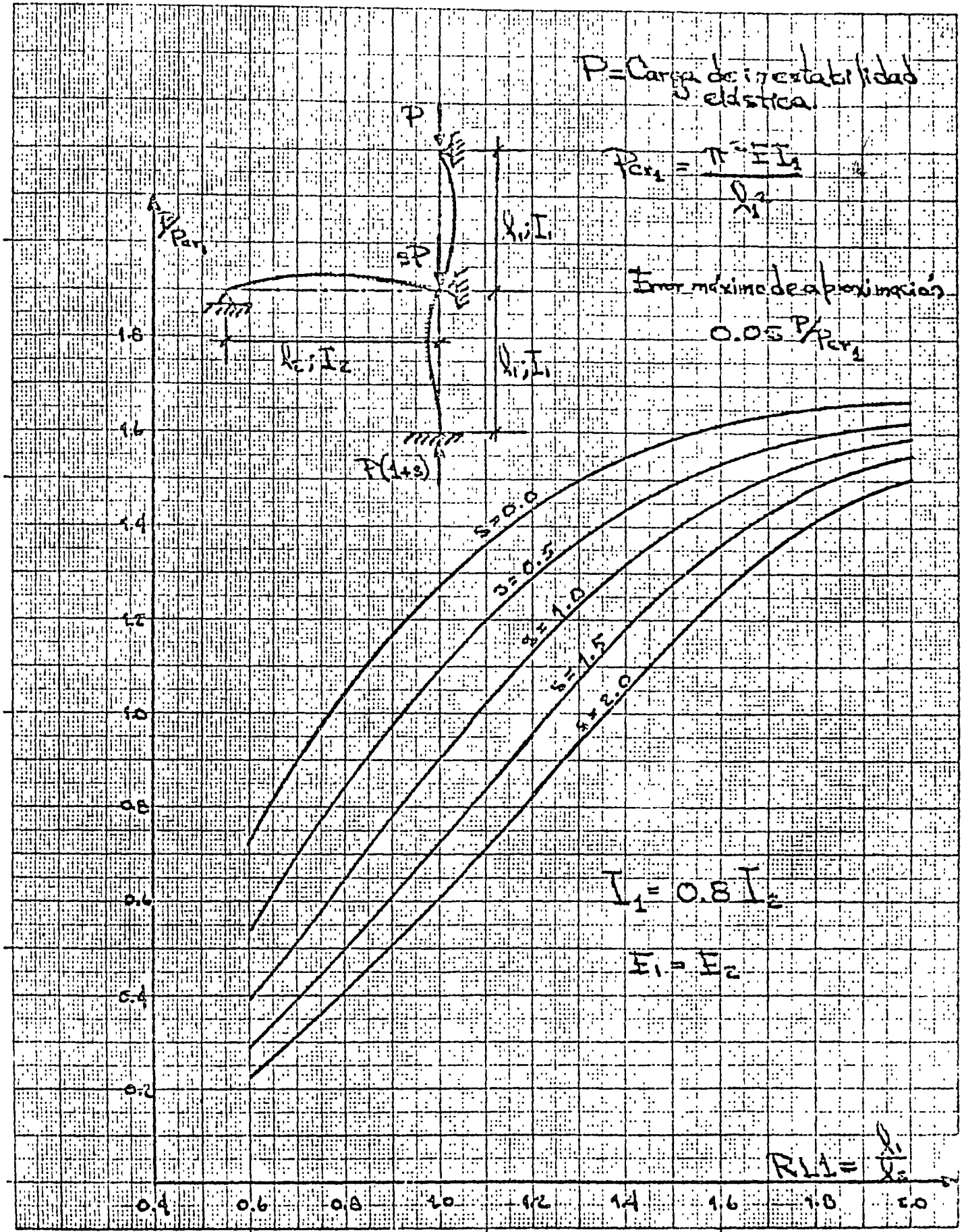
$$\left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1} \right)_1 \frac{EI_1}{L_1} + (C_1)_1 \frac{EI_1}{L_1} + \left(C_1 - \frac{C_2^2}{C_1} \right)_2 \frac{EI_2}{L_2} = 0 \quad \dots (431)$$

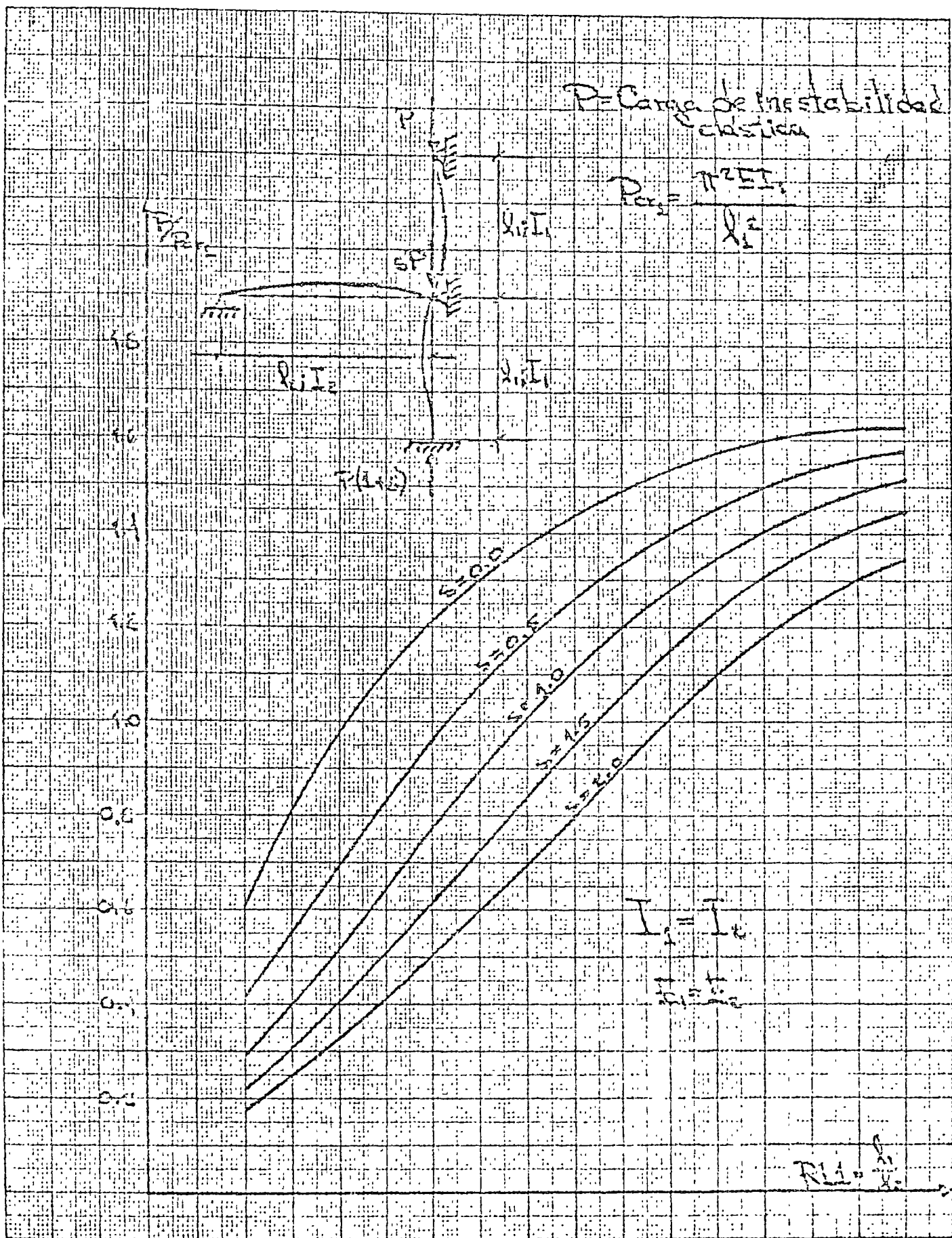
donde los valores de "C₁" y "C₂" son

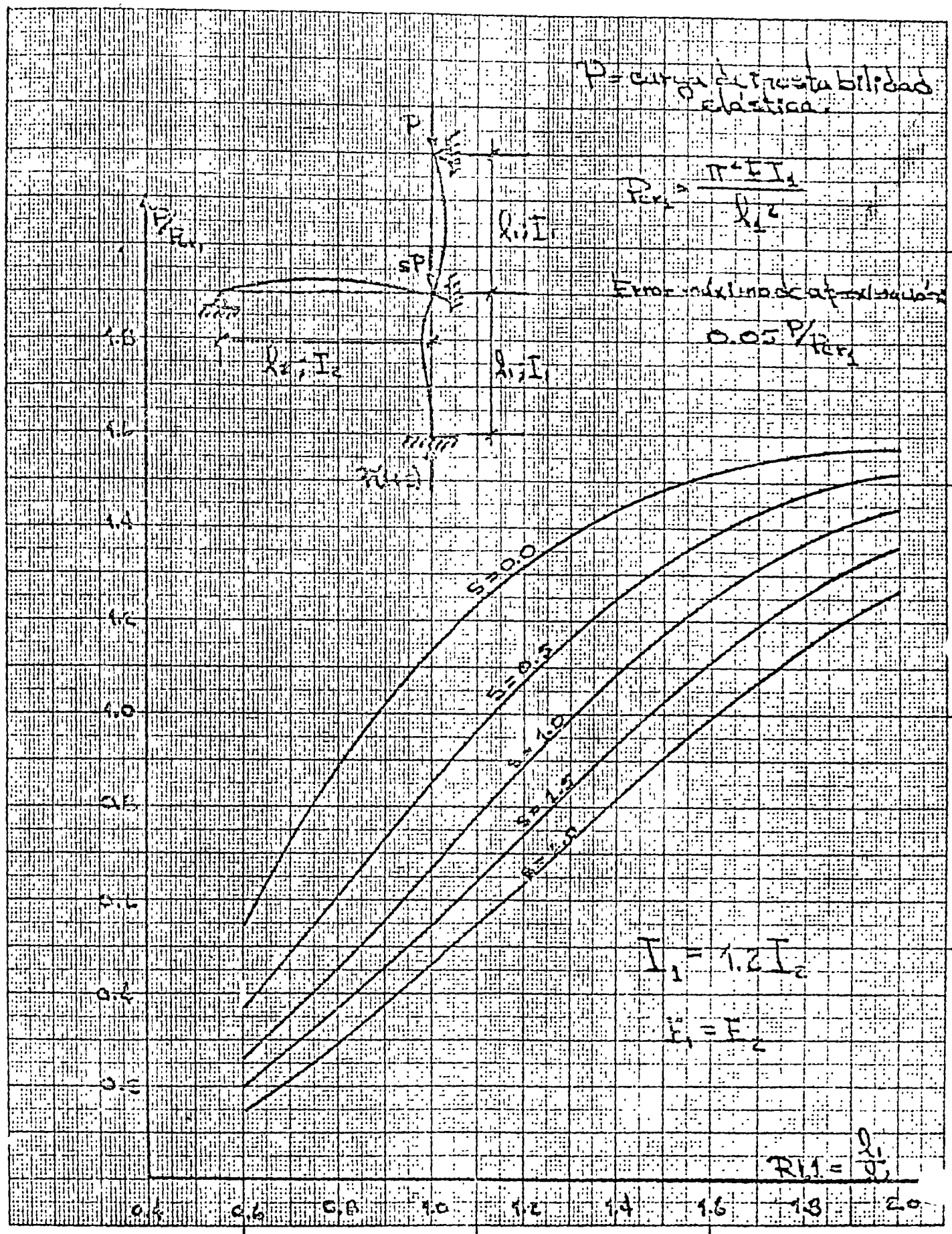
$$C_1 = \frac{1 - \alpha \cot \alpha}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\alpha}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{PL^2}{EI}}$$

$$C_2 = \frac{\alpha \csc \alpha - 1}{\frac{2 \tan \frac{\alpha}{2} - 1}{\alpha}}$$







De la ecuación 431, el menor valor de " φ " diferente de cero que satisface la ecuación, será la carga de falla de la estructura.

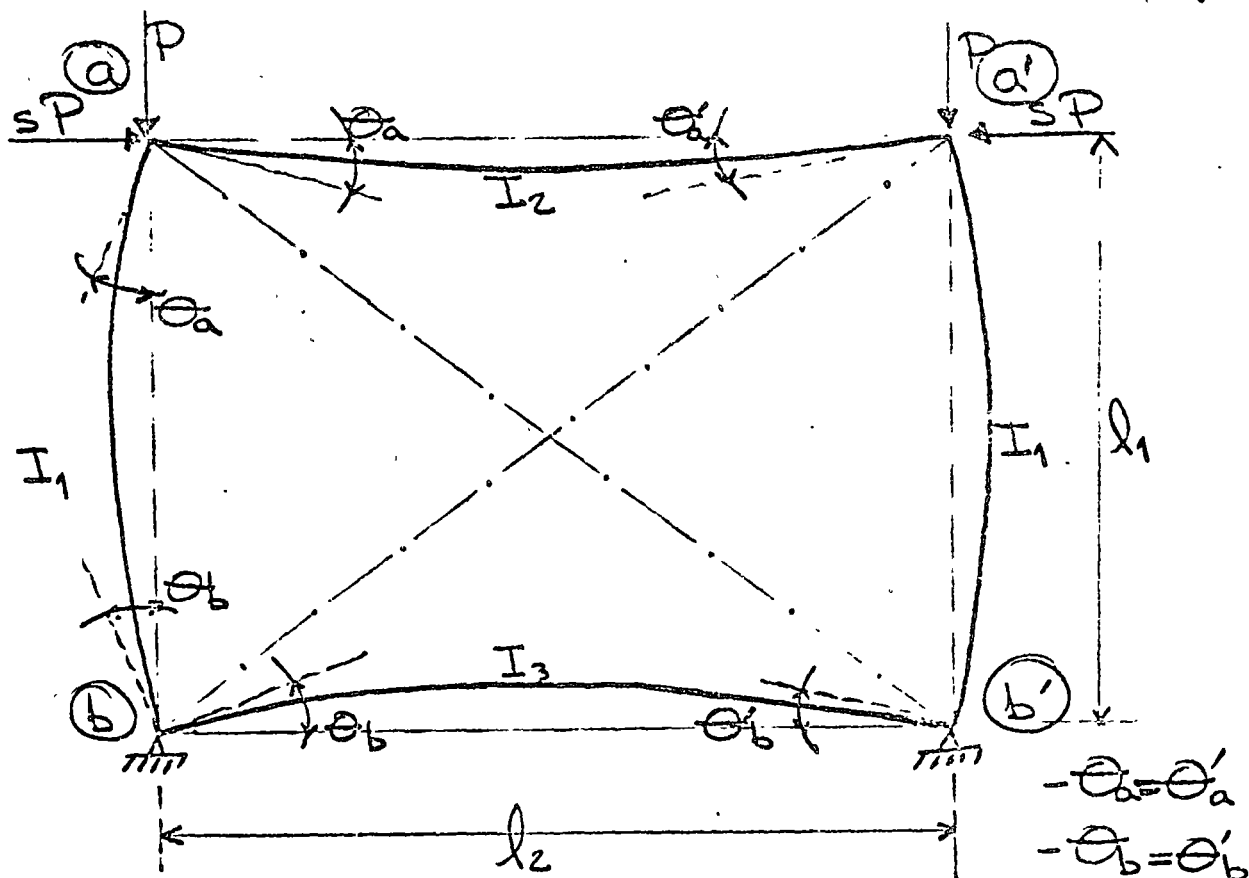
Las páginas 49, 50 y 51 contienen las gráficas que dan solución al problema con sus principales variantes.

4.4.- MARCO CERRADO CON CARGAS DE COMPRESION EN LAS COLUMNAS Y EL DINTEL SUPERIOR Y CON IMPEDIMENTO PARA DESPLAZAMIENTOS LATERALES EN EL PLANO DE LA ESTRUCTURA.

El enunciado anterior corresponde a la figura 44a.

La condición de equilibrio para el nudo "a" implica:

$$M_{ab} + M_{aa'} = 0 \quad \dots (441)$$



De la ecuación (318) obtenemos:

$$M_{ab} = (c_1)_1 \frac{EI}{l_1} \theta_a + (c_2)_1 \frac{EI}{l_1} \theta_b \quad \dots(442)$$

y

$$M_{aa'} = (c_1 - c_2)_2 \frac{EI_2}{l_2} \theta_a \quad \dots(443)$$

Substituyendo (442) y (443) en (441):

$$\left[(c_1)_1 \frac{I_1}{l_1} + (c_1 - c_2)_2 \frac{I_2}{l_2} \right] \theta_a + \left[(c_2)_1 \frac{I_1}{l_1} \right] \theta_b = 0 \quad \dots(444)$$

La condición de equilibrio para el nudo "b" implica

$$M_{ba} + M_{bb'} = 0 \quad \dots(445)$$

De la ecuación (318) obtenemos:

$$M_{ba} = (c_1)_1 \frac{EI}{l_1} \theta_b + (c_2)_1 \frac{EI}{l_1} \theta_a \quad \dots(446)$$

y

$$M_{bb'} = 2 \frac{EI_3}{l_2} \theta_b \quad \dots(447)$$

Substituyendo (446) y (447) en (445):

$$\left[(c_2)_1 \frac{I_1}{l_1} \right] \theta_a + \left[(c_1)_1 \frac{I_1}{l_1} + \frac{2I_3}{l_2} \right] \theta_b = 0 \quad \dots(448)$$

Tenemos soluciones no triviales de las ecuaciones (444) y (448) si

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} = 0 \quad \dots (449)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} A &= (c_1)_1 \frac{I_1}{\lambda_1} + (c_1 - c_2)_2 \frac{I_2}{\lambda_2} \\ B &= C = (c_2)_1 \frac{I_1}{\lambda_1} \\ D &= (c_1)_1 \frac{I_1}{\lambda_1} + 2 \frac{I_3}{\lambda_2} \end{aligned} \right\} \dots (4491)$$

La ecuación (449) implica

$$AD - CB = 0 \quad \dots (4492)$$

Substituyendo ((4491) en (4492) obtenemos

$$\begin{aligned} & (c_1 - c_2)_2 \frac{I_1^2}{\lambda_1 \lambda_2} + 2(c_1)_1 \frac{I_1 I_3}{\lambda_1 \lambda_2} + (c_1)_1 (c_1 - c_2)_2 \frac{I_1 I_2}{\lambda_1 \lambda_2} + \\ & + 2(c_1 - c_2)_2 \frac{I_2 I_3}{\lambda_2} = 0 \quad \dots (4493) \end{aligned}$$

La ecuación (4493) contiene una sola incógnita, --

"P". El menor valor de "P" distinto de cero que cumple -- con ella es la carga de inestabilidad elástica de la estructura estudiada.

Si hacemos cero las rigideces de las barras horizontales y el valor de la carga horizontal, obtenemos:

$$\left. \begin{array}{l} I_2 = I_3 = 0 \\ s = 0 \end{array} \right\} \dots (4494)$$

Substituyendo (4494) en (4493) nos da

$$(c_1^2 - c_2^2) \frac{I_1}{\lambda_1} = 0 \quad \dots (4495)$$

Como los valores de "I₁" y "λ₁" son diferentes de cero, de - (4495) obtenemos

$$c_1 = c_2 \quad \dots (4496)$$

El menor valor de "P" que satisface la ecuación - (4496) es la carga de inestabilidad elástica para éste caso. De las gráficas del apéndice observamos que ésta condición - se satisface para

$$\frac{P}{P_{cr}} = 1$$

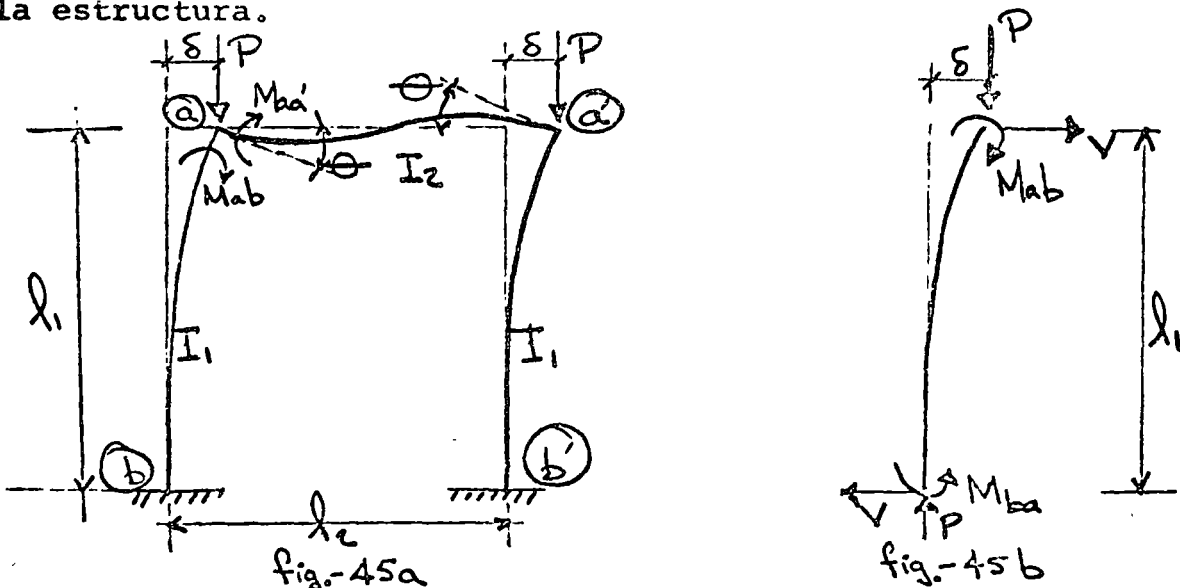
o sea

$$P = \frac{\pi^2 EI_1}{\lambda_{1,2}^2} \quad \dots (4497)$$

En el caso más general para la figura 44a, los momentos de inercia de las barras "ab" y "a'b'" y/o las cargas de las mismas pueden ser diferentes. Esto llevaría a resolver un determinante de orden cuarto con la aparición de las nuevas incógnitas " θ'_a " y " θ'_b " que ya no forzosamente serán respectivamente iguales a " θ_a " y " θ_b ". Las cuatro ecuaciones necesarias resultarían de establecer el equilibrio de los cuatro nudos "a", "b", "a'" y "b'".

4.5.- MARCO RECTANGULAR SENCILLO CON CARGAS VERTICALES EN LAS COLUMNAS.

El problema citado arriba corresponde a la figura 45a. Seleccionamos éste problema entre los que contienen grados de desplazabilidad por lo ilustrativo que resulta. El mismo es tratado por Stephen P. Timoshenko (*). En este problema trataremos de determinar la carga de inestabilidad elástica, aplicando las ecuaciones de pendiente-deflexión a la estructura.



* Stephen P. Timoshenko, Theory of Elastic Stability, segunda edición, pág. 149.

El equilibrio del nudo "a" implica

$$M_{ab} + M_{aa'} = 0 \quad \dots (451)$$

De la ecuación (318) obtenemos:

$$M_{ab} = (C_1)_1 K_1 \theta - \frac{(C_1 + C_2) K_1 \delta}{l_1} \quad \dots (452)$$

Lo mismo para

$$M_{ba} = (C_2)_1 K_1 \theta - \frac{(C_1 + C_2) K_1 \delta}{l_1} \quad \dots (453)$$

Aplicando la ecuación (318) a la barra "aa'" y substituyendo los límites de "C₁" y "C₂" para "P=0" obtenemos:

$$M_{aa'} = 6 K_2 \theta \quad \dots (454)$$

Substituyendo (452) y ⁽⁴⁵³⁾₄₅₄ en (451) nos da

$$\left[\frac{(C_1) I_1}{l_1} + \frac{6 I_2}{l_2} \right] \theta - \left[(C_1 + C_2) \frac{I_1}{l_1} \right] \delta = 0 \quad \dots (455)$$

El equilibrio de cortes en el dintel implica

$$V + V' = 0 \quad \dots (456)$$

De la figura 45b y la condición

$$\sum M_b = 0$$

obtenemos:

$$V = - \frac{M_{ab} + M_{ba} + P\delta}{\lambda} \quad \dots(457)$$

y para "V'":

$$V' = - \frac{M_{a'b'} + M_{b'a'} + P\delta}{\lambda} \quad \dots(458)$$

Por antimetría

$$M_{a'b'} = M_{ab}$$

$$M_{b'a'} = M_{ba}$$

por lo tanto

$$V' = V$$

y substituyendo ⁽⁴⁵⁵⁾₄₅₇ y ⁽⁴⁵⁶⁾₄₅₈ en ⁽⁴⁵⁴⁾₄₅₆ obtenemos:

$$M_{ab} + M_{ba} + P\delta = 0 \quad \dots(4591)$$

Substituyendo (452) y (453) en (4591) y denominando

$$P = \frac{\mu EI_1}{\lambda_1 z}$$

la ecuación (4591) se transforma en

$$[c_1 + c_2]_1 \theta - \left[\frac{z(c_1 + c_2)_1}{\lambda_1} - \frac{\mu}{\lambda_1} \right] \delta = 0 \quad \dots(4592)$$

Tenemos soluciones no triviales de las ecuaciones (455) y (4592) si:

$$\begin{vmatrix} \left\{ \frac{(C_1)_1 I_1}{l_1} + \frac{6I_2}{l_2} \right\} & \left\{ -(C_1 + C_2)_1 \frac{I_1}{l_1^2} \right\} \\ \left\{ (C_1 + C_2)_1 \right\} & \left\{ -\frac{2(C_1 + C_2)_1}{l_1} + \frac{\mu}{l_1} \right\} \end{vmatrix} = 0 \quad \dots(4593)$$

Desarrollando la ecuación (4593), se transforma en

$$\frac{(C_2^2 + C_1 \mu - C_1^2)_1}{6\mu - 12(C_1 + C_2)_1} \cdot \frac{I_1}{l_1} = -\frac{I_2}{l_2} \quad \dots(4594)$$

que representa la solución del problema. La ecuación (4594) contiene una sola incógnita: "P". El menor valor de "P" - distinto de cero que satisface la ecuación, es la carga de inestabilidad elástica de la estructura estudiada.

Consideremos el caso de un dintel infinitamente rígido, lo que representamos por:

$$I_2 = \infty$$

Substituyendo ésta condición en la ecuación (4594) obtenemos

$$2(C_1 + C_2)_1 = \mu$$

Probando valores de "P", para

$$P = \frac{\pi^2 EI_1}{\lambda_1^2} \quad \dots (4596)$$

tenemos que:

$$\mu = \pi^2; \quad C_1 = 2.47 \quad ; \quad C_2 = 2.47$$

y la ecuación (4595) se transforma en la igualdad

$$9.87 - 9.87 = 0$$

La ecuación (4596) representa la carga de falla de la estructura para éste caso particular.

Si consideramos ahora un dintel cuya rigidez sea -
cero, podemos representarlo por la condición

$$I_2 = 0 \quad \dots (4597)$$

y de las ecuaciones (4594) y (4597) obtenemos

$$C_2^2 + C_1 \mu - C_1^2 = 0 \quad \dots (4598)$$

Probando valores de "P", para

$$P = \frac{\pi^2 EI_1}{4 \lambda_1^2} \quad \dots (4599)$$

tenemos que:

$$\mu = \frac{\pi^2}{4} \quad ; \quad C_1 = 3.66 \quad ; \quad C_2 = 2.09$$

y la ecuación (4598) se transforma en la igualdad

$$13.39 - 13.39 = 0$$

La ecuación (4599) representa la carga de falla de la estructura para éste caso particular.

CAPITULO V

SOLUCION GENERALIZADA EN ESTRUCTURAS
PARA EDIFICIOS

5.1.- Hemos podido observar a través del presente estudio que, el análisis de estructuras continuas mediante el empleo de las ecuaciones generales de Pendiente-deflexión, conduce siempre a una ecuación cuya solución envuelve el valor de un determinante formado por coeficientes variables -- que son funciones del sistema de cargas "P" al cual está sujeta la estructura. Observando ésta condición, podemos esta-

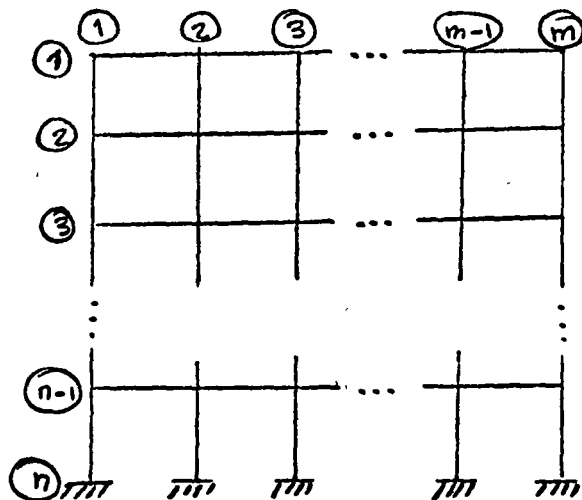


fig.- 51a

establecer una ecuación general que dé solución a todos los problemas de un cierto tipo o especie. Tomemos, por ejemplo, estructuras como la mostrada en la figura 51a, sujetas a cualquier sistema de cargas axiales. Para éste caso obtenemos:

$m(n-1)$ giros (θ)

$(n-1)$ desplazamientos (δ)

haciendo un total de

$(n-1)(m+1)$ incógnitas.

Podemos expresar el criterio de estabilidad de la estructura por medio de la ecuación (511), que contiene una sola incógnita: " \mathcal{P} ".

$$\left. \begin{array}{l} \left[a_{kl} \right] \left[\begin{array}{c} \theta_{ij} \\ \delta_i \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right] \\ \text{para valores de} \\ \begin{array}{l} i = 1 \quad a \quad (n-1) \\ j = 1 \quad a \quad (m) \\ k = 1 \quad a \quad (n-1)(m+1) \\ l = 1 \quad a \quad (n-1)(m+1) \end{array} \end{array} \right\} \dots (511)$$

Esta ecuación (511) es la ecuación general que representa la solución del problema de estabilidad para cualquier estructura del tipo mostrado en la figura 51a sujeta a un sistema cualquiera de cargas axiales.

Desarrollando la ecuación (561) se obtiene una expresión de la forma .

$$\left[\begin{array}{cccc} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{1,(n-1)(m+1)} \\ a_{21} & & & \\ a_{31} & & & \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{(n-1)(m+1),1} & \dots & a_{(n-1)(m+1),(n-1)(m+1)} & \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \theta_{11} \\ \theta_{12} \\ \vdots \\ \theta_{1,m} \\ \theta_{21} \\ \vdots \\ \theta_{(n-1),m} \\ \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right]$$

Soluciones no triviales de la ecuación (461), existen si

$$|a_{kl}| = 0 \quad \dots (512)$$

donde los coeficientes " a_{kl} " son funciones del sistema de cargas " P ".

Las " $(n-1)(m+1)$ " ecuaciones tienen su origen al establecer el equilibrio de los " $(n-1)m$ " nudos móviles y los " $(n-1)$ " pisos desplazables.

Con objeto de ilustrar mejor la ecuación (511) analicemos un marco sencillo de dos pisos sujeto a cargas de viento como lo muestra la figura 51b.

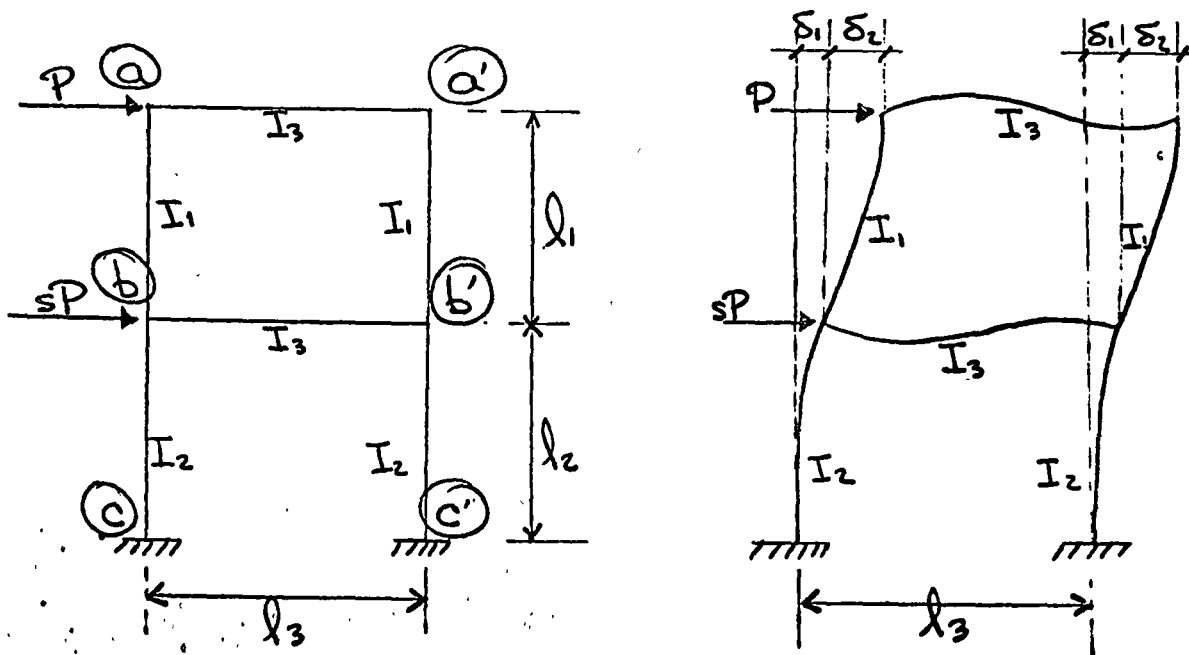


fig.- 51b

Para éste caso:

$$n = 3 \quad ; \quad m = 2$$

La carga "P" de inestabilidad se obtiene de la solución a la ecuación (511), que para éste caso, después de cambiar los nombres de

$$\theta_{11} = \theta_a$$

$$\theta_{12} = \theta_a'$$

$$\theta_{21} = \theta_b$$

$$\theta_{22} = \theta_b'$$

para ser congruentes con la nomenclatura de la figura 51b, - toma la forma

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1b} \\ a_{21} & & & \\ a_{31} & & & \\ \vdots & & & \\ a_{61} & \dots & a_{6b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_a \\ \theta_b \\ \theta_a' \\ \theta_b' \\ \delta_1 \\ \delta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots(513)$$

Los valores de los coeficientes "a_{kl}" contienen - una sola incógnita: "P". El menor valor de "P" que satisface la ecuación

$$|a_{kl}| = 0 \quad \dots(512)$$

es la carga crítica de la estructura.

Si planteamos la condición de equilibrio para el nudo "a", obtenemos:

$$M_{ab} + M_{aa'} = 0 \quad \dots (514)$$

De las ecuaciones generales de pendiente deflexión:

$$M_{ab} = (c_1)_1 k_1 \theta_a + (c_2)_1 k_1 \theta_b - \frac{(c_1 + c_2)_1 k_1 \delta_1}{l_1} \quad \dots (515)$$

$$M_{aa'} = (c_1)_3 k_3 \theta_a' + (c_2)_3 k_3 \theta_a' \quad \dots (516)$$

Substituyendo (515) y (516) en (514)

$$\begin{aligned} & [(c_1 k)_1 + (c_1 k)_3] \theta_a + [(c_2 k)_1] \theta_b + [(c_2 k)_3] \theta_a' + \\ & + [0] \theta_b' + \left[\frac{(c_1 + c_2)_1 k_1}{l_1} \right] \delta_1 + [0] \delta_2 = 0 \quad \dots (517) \end{aligned}$$

De la ecuación (517) obtenemos los valores de los coeficientes

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= (c_1 k)_1 + (c_1 k)_3 \\ a_{12} &= (c_2 k)_1 \\ a_{13} &= (c_2 k)_3 \\ a_{14} &= 0 \\ a_{15} &= \frac{(c_1 + c_2)_1 k_1}{l_1} \\ a_{16} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots 517a$$

donde los valores de " C_1 " y " C_2 " son los definidos por la ecuación (3191).

En forma semejante se obtienen los coeficientes -- " a_{21} ", " a_{22} "... " a_{2n} ", " a_{31} "... hasta " a_{4n} ".

El equilibrio de los pisos " a_a " y " b_b "

$$V_a + V'_a = 0 \quad \dots(518)$$

$$V_b + V'_b = 0 \quad \dots(519)$$

nos proporciona los coeficientes faltantes.

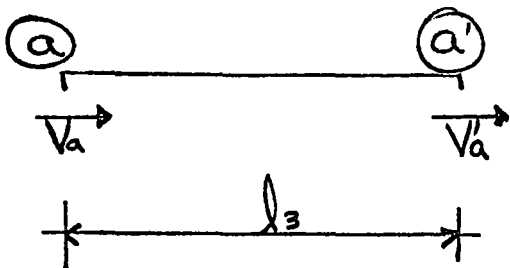


fig.-56c

De la figura 56d y la condición

$$\sum M_b = 0$$

obtenemos

$$V_a = -\frac{M_{ab} + M_{ba}}{l_1} \quad \dots(5191)$$

y para " V'_a ":

$$V'_a = -\frac{M_{a'b'} + M_{b'a'}}{l_1} \quad \dots(5192)$$

Substituyendo (5191) y (5192) - en (518)

$$M_{ab} + M_{ba} + M_{a'b'} + M_{b'a'} = 0 \quad \dots(5193)$$

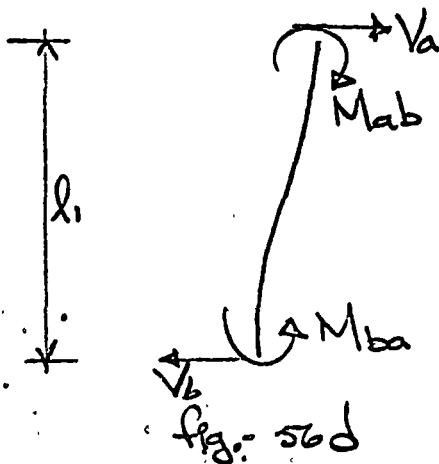


fig.-56d

De la ecuación (515), obtenemos " M_{ab} ", y en forma semejante aplicando las ecuaciones generales de pendiente-de flexión, obtenemos los valores de los momentos " M_{ba} ", " $M_{b' b}$ " y " $M_{b' a'}$ ", que substituídos en (4693) nos proporcionan los coeficientes " a_{51} ", " a_{52} ", " a_{53} ", " a_{54} ", " a_{55} ", " a_{56} ", equivalentes respectivamente a los coeficientes de " θ_a ", " θ_b ", " $\theta_{a'}$ ", " $\theta_{b'}$ ", " δ_1 " y " δ_2 " en dicha ecuación.

En una forma similar a la anterior, el equilibrio del piso " $b'b'$ " (ecuación (519)) nos proporciona los coeficientes " a_{61} ", " a_{62} ", ... " a_{66} ".

La ecuación (512) desarrollada a la forma

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{16} \\ a_{21} & a_{22} & & \\ a_{31} & & & \\ \vdots & & & \\ a_{61} & a_{62} & \dots & a_{66} \end{vmatrix} = 0$$

puede resolverse por tanteos. Suponemos un valor de " P " y calculamos los coeficientes " a_{kl} " (simplificando la labor con las tablas del apéndice). Una vez obtenidos los coeficientes se calcula el valor del determinante. El menor valor " P ", distinto de cero, para el cual el determinante se hace cero, será la carga de inestabilidad elástica de la estructura estudiada.

Es importante recalcar en ésta sección, que los resultados obtenidos con los análisis estudiados en la presente tesis, son válidos sólo si los esfuerzos en cualquier parte del material de la estructura se encuentran bajo régimen elástico. Para los casos en que plastificaciones considerables ocurran en alguna o algunas regiones del material, la teoría de plasticidad predice otros valores para la carga "P" de inestabilidad de la estructura.

CAPITULO VI

CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

6.1.- Hemos podido observar a través del presente estudio como la aplicación de las ecuaciones generales del Pendiente-deflexión para determinar el criterio de estabilidad en estructuras con nudos no desplazables resulta sumamente sencilla y práctica y, ayudados por las tablas del apéndice, la carga crítica correspondiente se obtiene en una forma bastante directa. Aún incluso en el caso de estructuras con nudos desplazables, el método presenta una gran ventaja para su solución, y estriba en la facilidad de obtener las ecuaciones que norman el criterio de estabilidad. Aunque después la solución de éstas implique una cierta cantidad de operaciones algebraicas, esto solo redundo en un procedimiento mecánico de trabajo, muy sencillo de ejecutar.

El análisis contenido en el Capítulo V proporciona una información de gran interés para nosotros, pues en él se muestra la posibilidad de obtener soluciones generalizadas para todos los problemas de un cierto tipo o especie. Esto representa un gran valor para el calculista puesto que en esta forma bastaría con tan solo tomar la ecuación que representa la solución del problema, ya planteada de antemano, y elaborar la parte mecánica del procedimiento substituyendo en ella los valores correspondientes y efectuando las operaciones necesarias para su solución. En esta forma se evita

al calculista la necesidad de hacer un estudio previo de -- los conceptos fundamentales del método y aplicarlos para obtener el planteo de dicha ecuación

Para alguna persona que se interese en continuar - éste estudio, el escritor aconseja los siguientes puntos:

a) Hacer un estudio sobre la solución de la ecua-- ción diferencial general de la curva elástica, cuando la fun-- ción de carga lateral sobre la barra es diferente de cero, - lo que representaríamos por

$$q(x) \neq 0$$

puesto que el presente método es válido para estructuras car-- gadas en los nudos solamente.

Otra alternativa para éste caso, si la solución de la ecuación diferencial general de la curva elástica se com-- plicara demasiado, sería tratar de substituir el efecto de - la carga lateral, para ciertos tipos particulares de funcio-- nes, por una acción equivalente de cargas y momentos aplica-- das en los nudos, y entonces aplicar el método de solución - propuesto en éste trabajo.

b) Establecer soluciones generales mediante el mé-- todo propuesto en éste estudio, para otros tipos de proble-- mas, además del tratado en el Capítulo V de éste trabajo, in-- cluyendo las fórmulas para determinar los valores de los coe-- ficientes del determinante de la ecuación que representa la

solución al problema, llevando a cabo el mayor número de simplificaciones posibles con objeto de establecer programas de computadora accesibles a cualquier persona que conozca las características geométricas de la estructura.

6.2.- BIBLIOGRAFIA.

- 1.- A Survey of literature on the stability of frames. Lu, -
Le-Wu. Applied Mechanics Reviews, Vol. 16-1963, ser. nu.
2081.
 - 2.- Analysis and design of flight vehicle structures. E.F. --
Bruhn. 1965. Tri-State Offset Company.
 - 3.- Buckling Strength of metal Structures. Friedrich Bleich.
1952. Mc.Graw Hill Book Company Inc.
 - 4.- Elastic energy theory. Van Den Broek. 1942. John Wiley -
and Sons, Inc.
 - 5.- Introduction to structural stability Theory. Gerard G. -
New York, McGraw Hill Book Co., Inc. 1962.
 - 6.- Stability of frames of steel and reinforced concrete. --
Herber K.H. Applied Mechanics Reviews, Vol. 16-1963, ---
ser. nu. 778.
 - 7.- The Stability of frames. M.R. Home and W. Merchant. ----
1965. Pergamon Press. Ltd.
-

A P E N D I C E

Valores de " C_1 " y " C_2 " para distintos valores de " P/P_{cr} "

donde

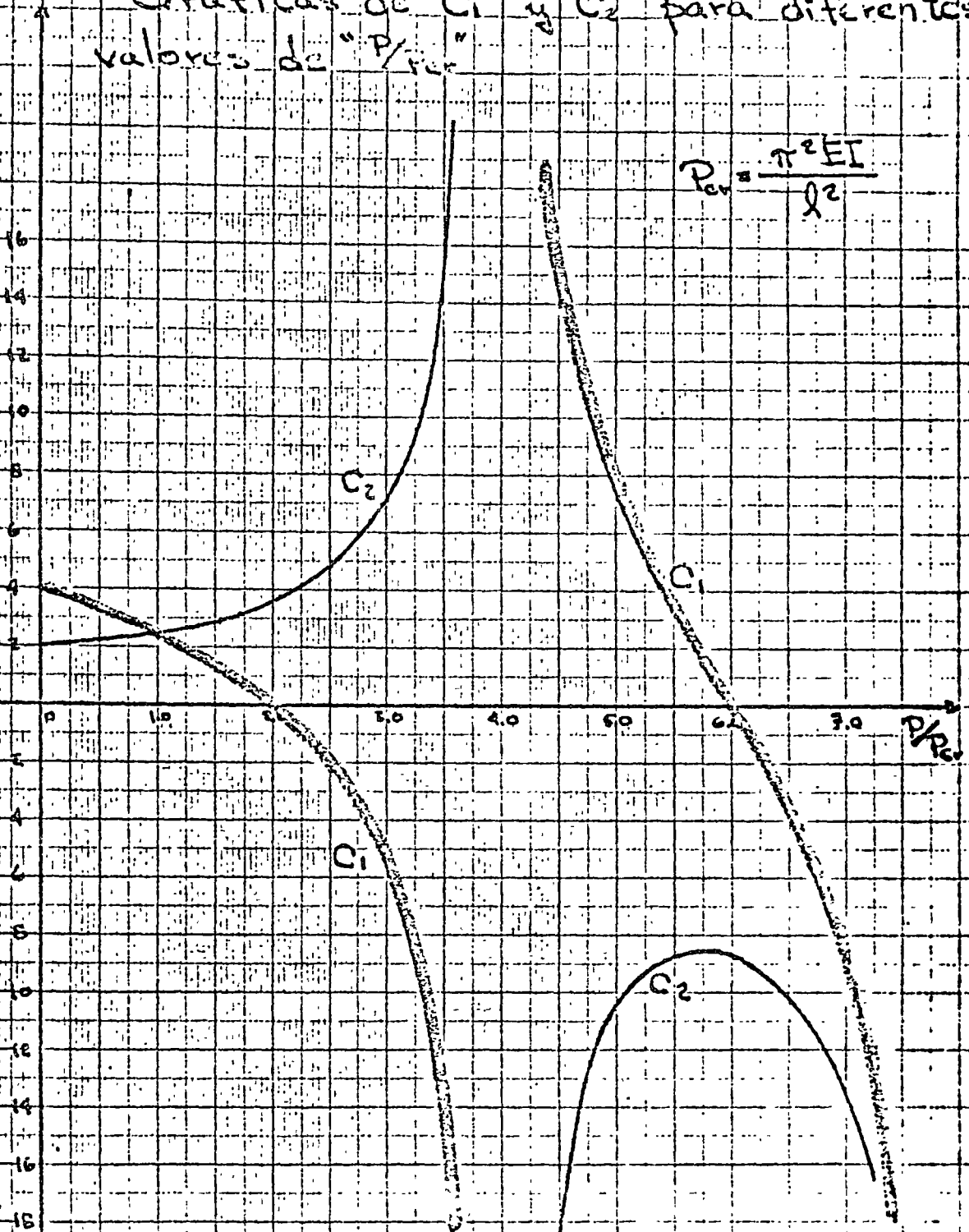
$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

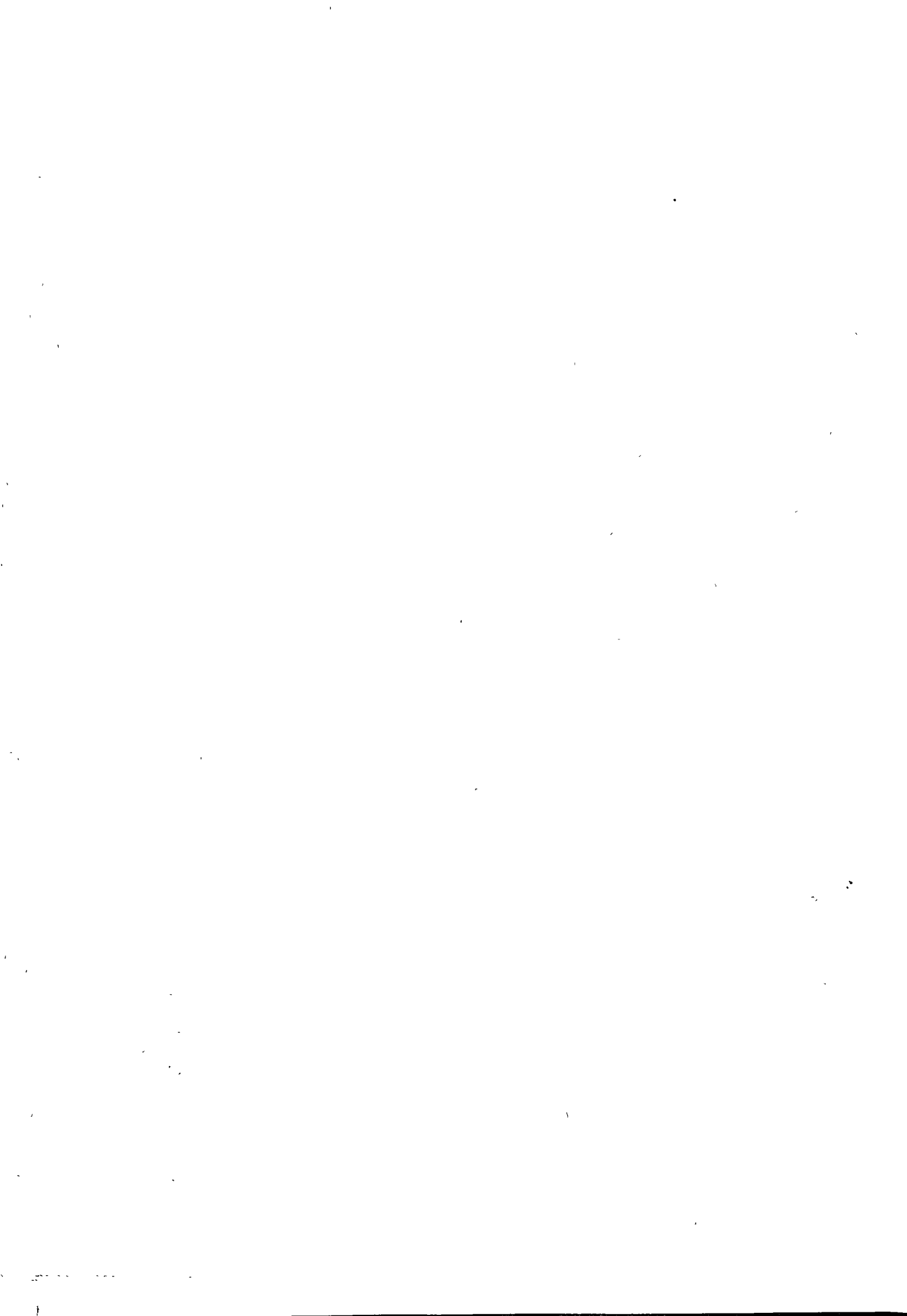
P/P_{cr}	C_1	C_2	P/P_{cr}	C_1	C_2
0.00	4.000	2.000	1.05	2.375	2.500
0.05	3.933	2.016	1.10	2.282	2.535
0.10	3.866	2.033	1.15	2.187	2.572
0.15	3.798	2.051	1.20	2.090	2.609
0.20	3.729	2.070	1.25	1.990	2.649
0.25	3.659	2.088	1.30	1.888	2.690
0.30	3.588	2.108	1.35	1.784	2.733
0.35	3.516	2.128	1.40	1.678	2.778
0.40	3.443	2.149	1.45	1.568	2.825
0.45	3.369	2.171	1.50	1.456	2.874
0.50	3.294	2.193	1.55	1.342	2.926
0.55	3.217	2.216	1.60	1.223	2.980
0.60	3.140	2.240	1.65	1.102	3.036
0.65	3.061	2.265	1.70	0.977	3.096
0.70	2.980	2.291	1.75	0.849	3.158
0.75	2.899	2.317	1.80	0.716	3.224
0.80	2.815	2.345	1.85	0.580	3.293
0.85	2.731	2.374	1.90	0.469	3.366
0.90	2.644	2.404	1.95	0.293	3.443
0.95	2.557	2.435	2.00	0.142	3.524
1.00	2.467	2.467	2.05	-0.013	3.610
1.05	2.375	2.500	2.10	-0.175	3.701

P/P _{cr}	C ₁	C ₂	P/P _{cr}	C ₁	C ₂
2.15	-0.344	3.798	3.60	-17.867	18.786
2.20	-0.519	3.901	3.65	-20.800	21.611
2.25	-0.702	4.010	3.70	-24.886	25.388
2.30	-0.892	4.126	3.75	-30.098	30.687
2.35	-1.091	4.250	3.80	-38.178	39.653
2.40	-1.300	4.383	3.85	-51.593	51.953
2.45	-1.519	4.525	3.90	-78.349	78.591
2.50	-1.749	4.677	3.95	-158.47	158.59
2.55	-1.992	4.841	4.00	427,637.0	-427,637.0
2.60	-2.249	5.018	4.05	161.35	-161.47
2.65	-2.520	5.208	4.10	81.314	-81.565
2.70	-2.809	5.415	4.15	54.569	-54.950
2.75	-3.116	5.639	4.20	41.150	-41.663
2.80	-3.444	5.884	4.25	33.061	-33.709
2.85	-3.797	6.151	4.30	27.637	-28.422
2.90	-4.176	6.444	4.35	23.735	-24.660
2.95	-4.586	6.767	4.40	20.784	-21.852
3.00	-5.032	7.123	4.45	18.465	-19.680
3.05	-5.518	7.520	4.50	16.590	-17.954
3.10	-6.052	7.962	4.55	15.035	-16.553
3.15	-6.641	8.447	4.60	13.723	15.396
3.20	-7.297	9.021	4.65	12.592	-14.427
3.25	-8.032	9.661	4.70	11.608	-13.606
3.30	-8.863	10.395	4.75	10.738	-12.904
3.35	-9.812	11.241	4.80	9.961	-12.299
3.40	-10.908	12.242	4.85	9.261	-11.775
3.45	-12.192	13.425	4.90	8.623	-11.319
3.50	-13.719	14.849	4.95	8.038	-10.919
3.55	-15.570	16.576	5.00	7.498	-10.569

Gráficas de "C₁" y "C₂" para diferentes valores de "P/P_{cr}"

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$





México, D.F., a 15 de abril de 1972.

5

Sr. Ingeniero Constructor.
PABLO VALERO MERE.
P r e s e n t e .

En atención a sus deseos de que se efectuara una -
revisión estructural del Hangar para el avión "Jet Star", me
permiso poner a la fina atención de usted, las fases que com-
prendie-ron dicha revisión.

PRIMERA FASE.-

- 1.- Estudio de la memoria de cálculo.
- 2.- Estudio de los planos arquitectónicos,
estructurales y de taller.
- 3.- Inspección ocular de la construcción.

SEGUNDA FASE.-

- 1.- De acuerdo a los datos anteriores, se dió la geome-
tría de un marco tipo, como se muestra en el anexo-
uno.
- 2.- De acuerdo con los reglamentos para las construccio-
nes del Distrito Federal actualmente en vigor, del-
A.I.S.C. (American Institute of Steel Construcción)
y el reporte meteorológico del Observatorio Nacio-
nal de Tacubaya, de variación máxima de temperatura,
se determinaron las cargas vivas, accidentales y --
efectos de temperatura que obrarán sobre la estruc-
tura durante su vida útil como se indica en el ane-
xo dos. Asimismo se establecieron las combinaciones
de carga probables que sirvieron para el análisis,--
a saber:

a).- Carga muerta † carga viva (vertical) †
† cambios de temperatura †
† sismo.

b).- Carga muerta † carga viva (vertical) †
† cambios de temperatura †
† viento.

c).- Carga muerta † carga viva (vertical)

Puede observarse que las cargas de viento obte-
nidas de acuerdo al Reglamento para las Construccio-
nes del D.F. difieren de las que aparecen en la me-
moria de cálculo que se remitió para su revisión.

A la hoja dos.- ...

3.- Se practicó el análisis de un marco tipo bajo las combinaciones de carga mencionadas, obteniéndose los elementos mecánicos y las deformaciones tanto en los miembros como en los nudos de la estructura como se puede observar en el anexo tres, el cual fué obtenido como resultado del calculo electrónico con la computadora IBM-1130.

Los valores máximos están sub-rayados en el mismo anexo tres.

TER CERA FASE: Conclusiones.

- 1.- Las secciones transversales del marco en cuestion son apropiadas para resistir las combinaciones de carga y efectos de temperatura analizadas antes, por lo que se refiere a los esfuerzos permisibles de trabajo.
- 2.- En cuanto a las deformaciones, del análisis correspondiente se observa, lo siguiente:

Combinación de carga.	nudo	deformación vertical obtenida.	deformación vertical permisible.
CM + CV	9	- 8.7778 cm.	- 7.23 cm. AISC. - 5.70 cm. RCDF.
CM+CV+CW+T	13	-5.4357 cm.	"
CM+CV+CS+T	8	-7.9581 cm.	"

Combinación de carga.	nudo	deform. horiz. obtenida.	deformacion permisible
CM+ CV	16	2.5097 cm	2.08 AISC. cm 2.00 RCDF. cm
CM+CV+CW+T	4	-12.0444 cm	-----
3/4 (CM+1/2CV+CW+T)	4	- 8.45 cm.	-----

3.- Como consecuencia de la inspección ocular a la obra se determinó que la superficie de la placa base de las columnas no reúne las especificaciones del AISC, en cuanto a la fijación de los tensores que requieren los apoyos. La figura Uno muestra la disposición correcta de estos elementos estructurales. La reacción horizontal máxima en los apoyos es de ----- 3088.151 Kg. por lo que los tensores especificados de 1" de diámetro son suficientes para absorber esta fuerza.

A la hoja tres.-.....

CUARTA FASE.-

RECOMENDACIONES.

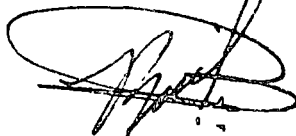
1.- Los desplazamientos en la cumbrera resultan superiores a los recomendados por las especificaciones. Para cumplir con el reglamento del D.F., es recomendable utilizar 2 placas de 40" X 8 $\frac{1}{2}$ " X 1/8" soldadas a los patines de la cumbrera del marco, como se indica en la fig. 2.

Obsérvese que los desplazamientos horizontales en los nudos 4 y 14 son grandes debido al descenso de la cumbrera.

2.- Los desplazamientos en las columnas nudos 2 y 16 son ligeramente mayores que los permisibles. Esto se debe fundamentalmente a dos causas primera el descenso de la cumbrera y segunda el cambio brusco de sección supuesto en el cálculo. Si se refuerza la cumbrera como se indica en el párrafo anterior y se considera el cambio progresivo de sección, esta discrepancia con el reglamento quedará ampliamente salvada.

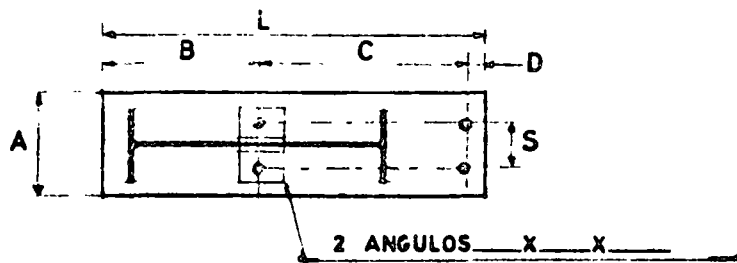
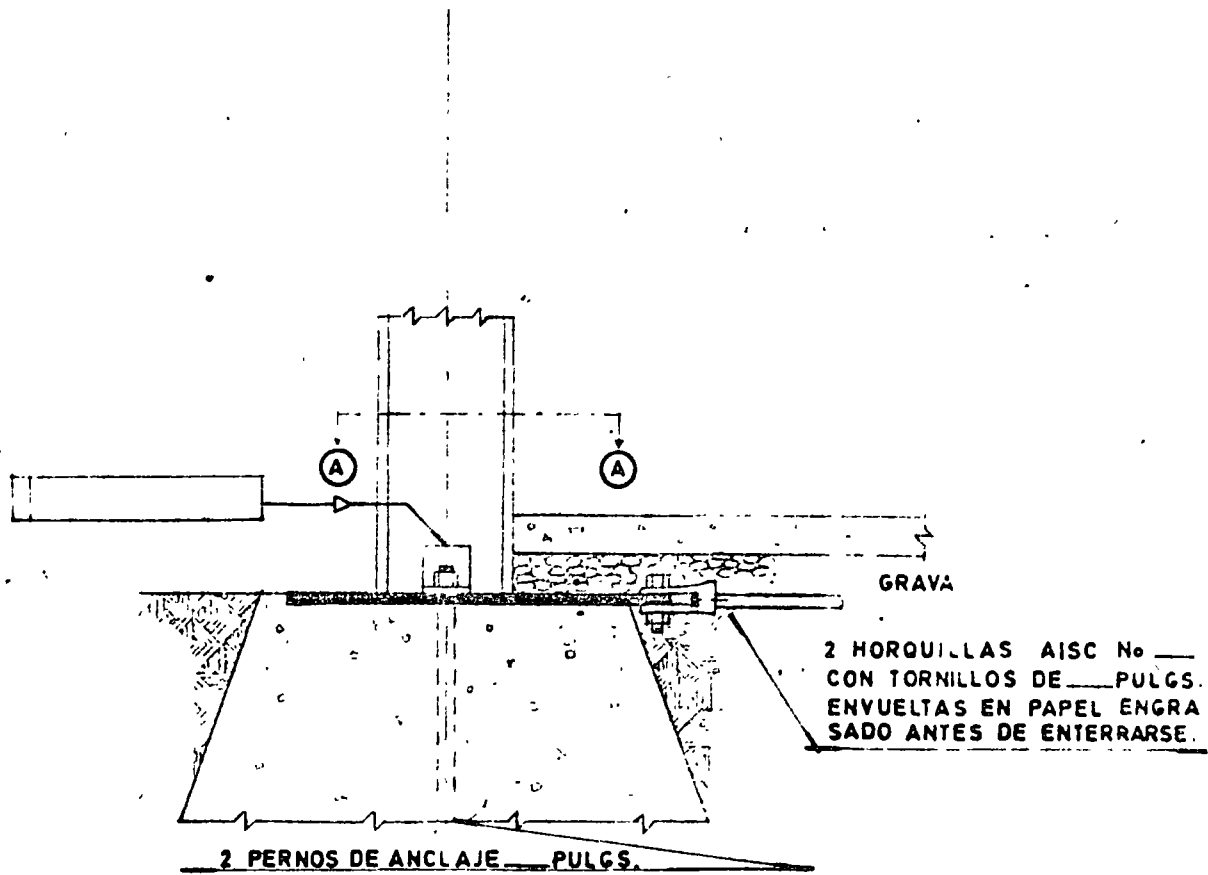
3.- Dado que la fuerza cortante en la base de las columnas es de poca magnitud, 3088.151 Kg., la disposición adoptada en el montaje de los tensores es adecuada y no representa ningún peligro en la estabilidad de la estructura. Sin embargo es recomendable tener extremo cuidado en la ejecución de la soldadura correspondiente.

Agradezco a usted, la confianza brindada al suscrito y -
le reitero al mismo tiempo mis respetos.

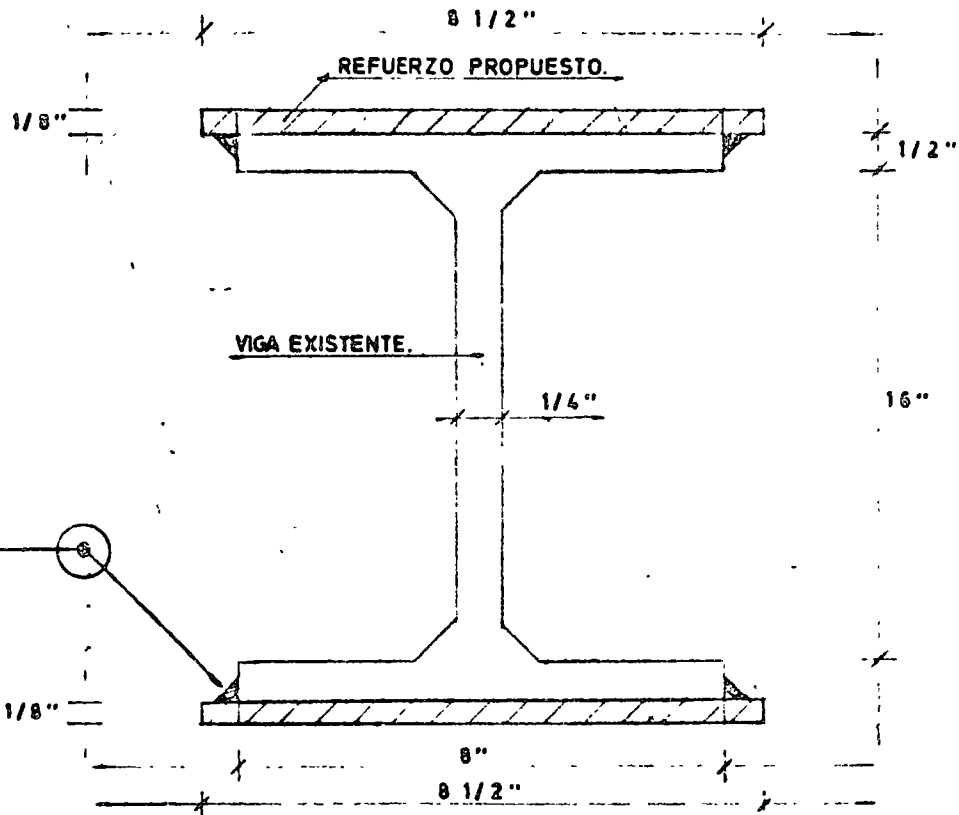


ING.C. MIGUEL ANGEL VELAZCO RUIZ.
CEDULA PROFESIONAL 151016.

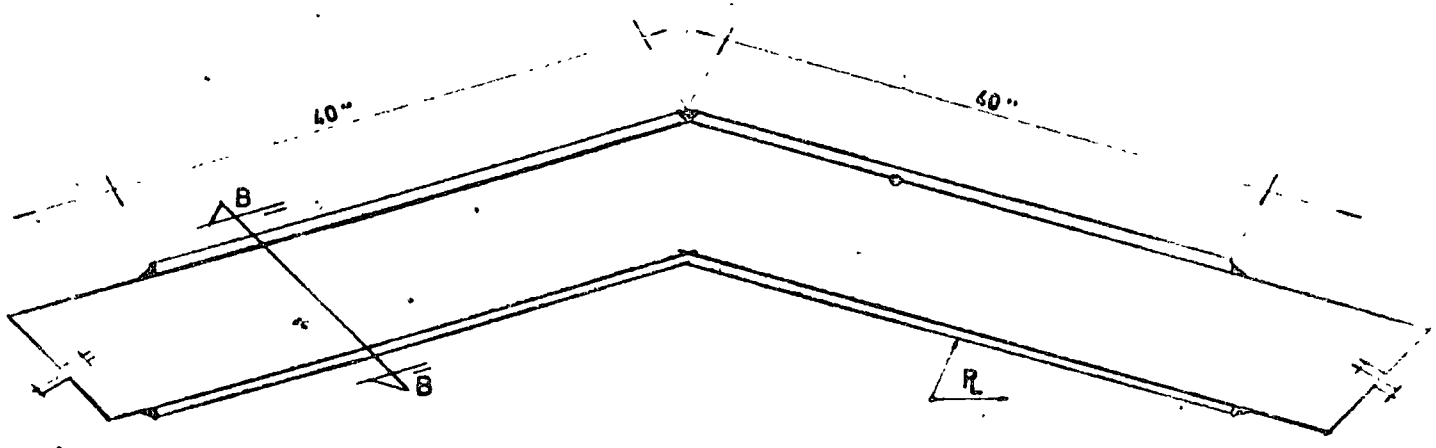
DETALLE DE UNION DE TENSORES A LA PLACA BASE.



- L = Largo Total de la Placa Base. = _____
- A = Ancho Total de la Placa Base. = _____
- S = Separación Entre tensores y --
Pernos de Anclaje. = _____
- T = Espesor de la Placa Base. = _____
- B = Distancia del Anclaje al Bor-
de Libre. = _____
- C = Distancia del Anclaje a los --
Tensores. = _____
- D = Gramil de los Tensores. = _____



CORTE B-B



DETALLE DE REFUERZO EN CUMBREJA
(FIG. 2).

Anexo 3

STRUCTURE MARCO TIPO HANGAR PARA JET STAR

TYPE PLANE FRAME

NUMBER OF JOINTS 17

NUMBER OF MEMBERS 16

NUMBER OF SUPPORTS 2

NUMBER OF LOADINGS 6

JOINTS COORDINATES

1	0.0	0.0	S
2	0.0	500.0	
3	0.0	750.0	
4	345.0	830.0	
5	675.0	905.0	
6	950.0	965.0	
7	1060.0	990.0	
8	1275.0	1040.0	
9	1300.0	1050.0	
10	1325.0	1040.0	
11	1540.0	990.0	
12	1650.0	965.0	
13	1925.0	905.0	
14	2255.0	830.0	
15	2600.0	750.0	
16	2600.0	500.0	
17	2600.0	0.0	S

JOINT RELEASES

1 MOMENT Z

17 MOMENT Z

MEMBER PROPERTIES PRISMATIC

1	AX	75.0	IZ	23340.0
2	AX	94.0	IZ	61250.0
3	AX	94.0	IZ	61250.0
4	AX	75.0	IZ	23340.0
5	AX	75.0	IZ	23340.0
6	AX	75.0	IZ	23340.0
7	AX	75.0	IZ	23340.0
8	AX	75.0	IZ	23340.0
9	AX	75.0	IZ	23340.0
10	AX	75.0	IZ	23340.0
11	AX	75.0	IZ	23340.0
12	AX	75.0	IZ	23340.0
13	AX	75.0	IZ	23340.0
14	AX	94.0	IZ	61250.0
15	AX	94.0	IZ	61250.0
16	AX	75.0	IZ	23340.0

MEMBER INCIDENCES

1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	5
5	5	6
6	6	7
7	7	8
8	8	9
9	9	10
10	10	11
11	11	12
12	12	13
13	13	14
14	14	15

15 15 16
16 16 17
CONSTANTS E 2039000.0 ALL
LOADING 1 VERTICAL LOADS ON ALL BEAMS
TABULATE ALL

MEMBER LOADS
3 FORCE Y UNIFORM -2.6
4 FORCE Y UNIFORM -2.6
5 FORCE Y UNIFORM -2.6
6 FORCE Y UNIFORM -2.6
7 FORCE Y UNIFORM -2.6
8 FORCE Y UNIFORM -2.6
9 FORCE Y UNIFORM -2.6
10 FORCE Y UNIFORM -2.6
11 FORCE Y UNIFORM -2.6
12 FORCE Y UNIFORM -2.6
13 FORCE Y UNIFORM -2.6
14 FORCE Y UNIFORM -2.6

JOINT LOADS
3 FORCE Y -670.0
5 FORCE Y -1782.0
9 FORCE Y -1148.0
13 FORCE Y -1782.0
15 FORCE Y -670.0

LOADING 2 SEISM FROM LEFT
TABULATE ALL
JOINT LOADS

3 FORCE X 820.0
LOADING 3 WIND FROM LEFT
TABULATE ALL
MEMBER LOADS

1 FORCE X UNIFORM 3.50
2 FORCE X UNIFORM 3.50
3 FORCE Y UNIFORM 24.50
4 FORCE Y UNIFORM 4.00
5 FORCE Y UNIFORM 4.00
6 FORCE Y UNIFORM 4.00
7 FORCE Y UNIFORM 4.00
8 FORCE Y UNIFORM 4.00
9 FORCE Y UNIFORM 4.00
10 FORCE Y UNIFORM 4.00
11 FORCE Y UNIFORM 0.94
12 FORCE Y UNIFORM 0.94
13 FORCE Y UNIFORM 0.94
14 FORCE Y UNIFORM 0.94
15 FORCE X UNIFORM 3.18
16 FORCE X UNIFORM 3.18

LOADING 4 TEMPERATURE CHANGES
TABULATE ALL
MEMBER TEMPERATURE CHANGE 0.000012
1 THRU 16 25.0

LOADING 5
COMBINE 1 1.0 3 1.0 4 1.0
TABULATE ALL
LOADING 6
COMBINE 1 1.0 2 1.0 4 1.0
TABULATE ALL

SOLVE
PROBLEM CORRECTLY SPECIFIED. EXECUTION TO PROCEED.

STRUCTURE MARCO TIPO HANGAR PARA JET STAR

LOADING 1 VERTICAL LOADS ON ALL BEAMS

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	1	6383.282	-3083.654	-1.00
1	2	-6383.282	3083.654	-1541826.00
2	2	6383.289	-3083.574	1541829.75
2	3	-6383.289	3083.574	-2312727.50
3	3	4296.465	4869.094	2312731.00
3	4	-4296.465	-3948.294	-751374.87
4	4	4279.996	3967.224	751380.37
4	5	-4279.996	-3087.344	442306.81
5	5	3870.509	1352.337	-442276.12
5	6	-3870.509	-651.016	726509.75
6	6	3848.328	616.527	-728392.12
6	7	-3848.824	-323.234	731397.12
7	7	3833.677	304.320	-731440.37
7	8	-3833.697	269.597	755272.62
8	8	3704.808	-932.407	-755777.62
8	9	-3704.808	1002.414	759729.25
9	9	3753.555	890.412	-761154.12
9	10	-3753.555	-820.405	784186.75
10	10	3838.156	266.219	-784438.12
10	11	-3838.156	307.698	779860.12
11	11	3854.969	-325.194	-779902.37
11	12	-3854.969	618.487	726576.25
12	12	3858.073	-652.866	-726504.00
12	13	-3858.073	1384.580	438849.62
13	13	4271.915	-3088.191	-438858.93
13	14	-4271.915	3958.271	-754182.62
14	14	4298.917	-3949.922	754205.37
14	15	-4298.917	4870.723	-2316138.00
15	15	6336.056	3088.213	2316147.50
15	16	-6386.056	-3088.213	-1544094.25
16	16	6386.062	3088.151	1544076.25
16	17	-6386.062	-3088.151	-0.89

APPLIED JOINT LOADS, FREE JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
2	-0.080	0.006	2.75

3	1.957	-669.516	8.50
4	0.812	0.334	5.50
5	-2.569	-1782.989	30.68
6	-26.290	-5.940	117.52
7	-16.364	-3.384	-43.25
8	-9.003	-95.582	-505.00
9	3.665	-1012.519	-1424.87
10	8.916	22.213	-251.37
11	18.340	-2.355	57.75
12	8.191	-2.824	-27.75
13	7.002	-1783.062	-9.31
14	9.320	-2.575	22.75
15	0.661	-670.143	9.50
16	-0.062	-0.005	-18.00

REACTIONS, APPLIED LOADS SUPPORT JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
1	3083.654	6383.282	-1.00
17	-3088.151	6386.062	-0.89

FREE JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
2	-2.4902	-0.0208	-0.0004
3	-1.9353	-0.0291	-0.0042
4	-1.4006	-2.3700	-0.0085
5	-0.6813	-5.5775	-0.0094
6	-0.2187	-7.7312	-0.0059
7	-0.0961	-8.2836	-0.0041
8	0.0118	-8.7774	-0.0004
9	0.0132	-8.7773	0.0000
10	0.0149	-8.7718	0.0004
11	0.1240	-8.2783	0.0041
12	0.2471	-7.7241	0.0059
13	0.7102	-5.5679	0.0094
14	1.4290	-2.3628	0.0085
15	1.9619	-0.0292	0.0042
16	2.5097	-0.0208	0.0003

SUPPORT JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
1	0.0000	0.0000	0.0078
17	0.0000	0.0000	-0.0077

$\frac{2000}{20} =$
100

0.03700 - 1.700

100

STRUCTURE MARCO TIPO HANGAR PARA JET STAR

LOADING 2 SEISM FROM LEFT

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	1	-244.419	494.596	0.40
1	2	244.419	-494.596	247297.87
2	2	-244.419	494.538	-247298.21
2	3	244.419	-494.538	370932.87
3	3	260.642	-311.519	-370938.18
3	4	-260.642	311.519	-260617.53
4	4	261.372	-310.231	-260609.90
4	5	-261.372	310.231	155622.96
5	5	269.433	-307.820	-155633.50
5	6	-269.433	307.820	69991.42
6	6	268.267	-310.424	-69000.98
6	7	-268.267	310.424	33983.51
7	7	275.841	-311.296	-35979.08
7	8	-275.841	311.296	-34735.69
8	8	219.363	-342.725	34797.42
8	9	-219.363	342.725	-44025.58
9	9	389.979	-101.073	44290.61
9	10	-389.979	101.073	-47012.10
10	10	385.517	-168.735	47046.17
10	11	-385.517	168.735	-84292.39
11	11	377.513	-170.832	84279.85
11	12	-377.513	170.832	-103570.59
12	12	386.791	-174.144	103573.10
12	13	-386.791	174.144	-152589.50
13	13	396.475	-170.952	152500.37
13	14	-396.475	170.952	-210419.55
14	14	409.285	-169.040	210435.95
14	15	-409.285	169.040	-270300.50
15	15	257.121	360.379	270303.62
15	16	-257.121	-360.379	-130208.75
16	16	257.121	360.388	180194.40
16	17	-257.121	-360.388	-0.18

APPLIED JOINT LOADS, FREE JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
2	0.058	-0.000	-0.34
3	818.812	-0.170	-5.31

4	-0.648	-0.000	2.62
5	5.231	1.279	-10.53
6	1.535	0.060	-9.56
7	8.791	2.527	4.42
8	-8.225	3.930	61.72
9	-6.409	-1.936	265.03
10	12.726	-12.995	34.07
11	-7.009	1.425	-12.53
12	10.513	-2.344	22.51
13	7.971	-1.378	10.37
14	11.770	-2.653	14.31
15	-0.142	0.003	3.12
16	0.009	-0.000	-14.34

REACTIONS, APPLIED LOADS SUPPORT JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
1	-494.596	-244.419	0.40
17	-360.388	257.121	-0.18

FREE JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
2	1.6442	0.0007	-0.0024
3	2.1777	0.0011	-0.0018
4	2.2836	-0.4578	-0.0009
5	2.2910	-0.4929	0.0005
6	2.2337	-0.2327	0.0012
7	2.2009	-0.0894	0.0013
8	2.1314	0.2079	0.0013
9	2.1179	0.2416	0.0013
10	2.1310	0.2746	0.0013
11	2.1890	0.5263	0.0010
12	2.2111	0.6749	0.0007
13	2.2360	0.7423	0.0000
14	2.1911	0.5485	-0.0012
15	2.0628	-0.0011	-0.0019
16	1.5154	-0.0008	-0.0023

SUPPORT JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
1	0.0000	0.0000	-0.0037
17	0.0000	0.0000	-0.0053

STRUCTURE MARCO TIPO HANGAR PARA JET STAR

LOADING 3 WIND FROM LEFT

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	1	-12967.216	1046.278	-1.25
1	2	11217.216	-1046.278	523140.43
2	2	-11217.234	1046.440	-523138.37
2	3	10342.234	-1046.440	784748.62
3	3	-9352.734	-9839.033	-724741.37
3	4	3352.734	1162.261	-1133333.75
4	4	-3344.184	-1177.990	1133322.50
4	5	3344.184	-175.671	-1332922.50
5	5	-3371.021	146.698	1332944.25
5	6	3371.021	-1272.575	-1133203.00
6	6	-3340.736	1305.239	1133316.25
6	7	3340.736	-1756.459	-960628.37
7	7	-3366.914	1769.040	950698.87
7	8	3366.914	-2551.989	-472755.56
8	8	-2865.268	3138.776	473129.37
8	9	2865.268	-3246.479	-387165.25
9	9	-4257.279	350.280	395939.18
9	10	4257.279	-457.983	-375057.62
10	10	-4232.428	1095.580	376031.68
10	11	4232.428	-1978.529	-36746.16
11	11	-4196.506	2000.517	36836.75
11	12	4196.506	-2106.554	194812.65
12	12	-4240.461	2142.513	-194817.15
12	13	4240.461	-2407.094	635104.50
13	13	-4309.515	2370.177	-335160.37
13	14	4309.515	-2533.257	1571091.50
14	14	-4384.991	2659.618	-1571164.25
14	15	4384.981	-3002.522	2695569.50
15	15	-3915.439	-3594.525	-2695663.00
15	16	3170.439	3594.525	1797031.75
16	16	-3120.461	-3593.953	-1796977.25
16	17	1530.461	3593.953	0.86

APPLIED JOINT LOADS, FREE JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
2	-0.162	-0.017	2.06
3	2.909	0.162	7.25

4	3.576	-0.267	-11.25
5	-24.256	-5.425	21.75
6	17.282	7.658	113.25
7	-33.182	-11.596	70.50
8	74.065	29.739	373.81
9	43.353	-43.806	-1226.06
10	-91.561	19.465	974.06
11	25.363	-4.978	90.59
12	-60.892	12.968	-4.50
13	-47.183	10.621	-55.87
14	-62.031	14.625	-72.75
15	-1.125	-0.001	-93.50
16	0.572	0.011	54.50

REACTIONS, APPLIED LOADS SUPPORT JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
1	-1046.278	-12967.216	-1.25
17	3593.953	-1530.451	0.86

FIG. 10.11
PAGE 17

FREE JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
2	-5.7577	0.0395	0.0133
3	-9.2473	0.0535	0.0146
4	-10.4001	5.0524	0.0133
5	-11.0619	7.9479	0.0042
6	-11.0813	8.1158	-0.0032
7	-10.9668	7.6233	-0.0056
8	-10.5830	5.9941	-0.0090
9	-10.4903	5.7638	-0.0093
10	-10.5841	5.5274	-0.0095
11	-11.0281	3.3330	-0.0105
12	-11.3486	2.1730	-0.0104
13	-11.5935	-0.3617	-0.0073
14	-12.1423	-1.4989	0.0015
15	-11.7836	0.0121	0.0077
16	-9.2543	0.0076	0.0122

PLANS NO. 11 PRO. 11.11
EAL LA 11/11/11

SUPPORT JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
1	0.0000	0.0000	0.0105
17	0.0000	0.0000	0.0210

STRUCTURE MARCO TIPO HANGAR PARA JET STAR

LOADING 4 TEMPERATURE CHANGES

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	1	1.164	-18.544	-0.06
1	2	-1.164	18.544	-9272.37
2	2	1.125	-18.538	9272.44
2	3	-1.125	18.538	-13907.01
3	3	18.203	-3.105	13706.53
3	4	-18.203	3.105	-15006.33
4	4	18.265	-3.046	15005.78
4	5	-18.265	3.046	-16036.83
5	5	18.052	-2.863	16036.88
5	6	-18.052	2.863	-16847.96
6	6	19.789	-2.898	16842.39
6	7	-19.789	2.898	-17169.37
7	7	20.695	-3.094	17173.50
7	8	-20.695	3.096	-17357.08
8	8	22.539	-17.268	17701.89
8	9	-22.539	17.268	-18166.86
9	9	20.335	-0.046	17356.46
9	10	-20.335	0.046	-17857.71
10	10	20.695	2.091	17831.64
10	11	-20.695	-2.091	-17370.04
11	11	19.171	1.857	17367.20
11	12	-19.171	-1.857	-17157.63
12	12	-19.257	1.745	17161.28
12	13	-19.257	-1.745	-16669.86
13	13	19.570	1.860	16670.00
13	14	-19.570	-1.860	-16040.25
14	14	20.476	2.012	16040.25
14	15	-20.476	-2.012	-15327.54
15	15	2.742	20.432	15328.09
15	16	-2.742	-20.432	-10219.99
16	16	2.703	20.434	10217.32
16	17	-2.703	-20.434	-0.00

APPLIED JOINT LOADS, FREE JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
2	-0.006	-0.039	0.07
3	-0.104	-0.038	-0.48

4	0.052	-0.009	-0.55
5	-0.228	-0.024	0.05
6	1.581	0.506	-0.57
7	0.919	0.112	4.12
8	0.481	-9.334	-155.19
9	-8.476	0.067	-310.39
10	1.766	4.944	-26.07
11	-1.524	0.213	-2.83
12	0.080	0.037	3.64
13	0.308	-0.123	0.13
14	0.905	-0.142	0.00
15	0.030	-0.077	0.55
16	0.002	0.039	-2.66

REACTIONS, APPLIED LOADS SUPPORT JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
1	18.544	1.164	-0.06
17	-20.434	2.703	-0.00

FREE JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
2	-0.2192	0.1499	0.0004
3	-0.3180	0.2249	0.0003
4	-0.2436	0.3741	0.0003
5	-0.1662	0.4914	0.0002
6	-0.0947	0.5598	0.0001
7	-0.0646	0.5798	0.0000
8	-0.0028	0.6053	0.0000
9	0.0045	<u>0.6002</u>	0.0000
10	0.0120	0.5065	-0.0000
11	0.0740	0.5811	-0.0000
12	0.1043	0.5615	-0.0001
13	0.1759	0.4939	-0.0002
14	0.2532	0.3762	-0.0003
15	<u>0.3272</u>	0.2249	-0.0003
16	0.2261	0.1499	-0.0004

SUPPORT JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
1	0.0000	0.0000	0.0004
17	0.0000	0.0000	-0.0004

STRUCTURE MARCO TIPO HANGAR PARA JET STAR

LOADING 5

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	1	-6592.770	-2055.920	-2.31
1	2	4832.770	2055.920	-1027957.75
2	2	-4832.820	-2055.671	1027962.62
2	3	3957.819	2055.671	-1541880.75
3	3	961.933	-4573.042	1541896.00
3	4	-961.933	-2782.527	-1929714.75
4	4	954.077	2786.187	1929708.50
4	5	-954.077	-3259.968	-906652.37
5	5	517.549	1526.671	906704.87
5	6	-517.549	-1920.729	-421536.12
6	6	527.880	1918.864	421766.43
6	7	-527.880	-2076.795	-196400.65
7	7	487.478	2070.262	196432.03
7	8	-487.478	-2379.275	294659.93
8	8	862.079	2189.100	-294946.31
8	9	-862.079	-2226.796	354397.12
9	9	-483.387	1240.646	-357358.43
9	10	483.387	-1279.343	391271.37
10	10	-373.576	1363.890	-390574.75
10	11	373.576	-1672.922	725743.75
11	11	-322.454	1677.181	-725598.37
11	12	322.454	-1489.924	904231.12
12	12	-363.129	1491.392	-904259.75
12	13	363.129	-1024.153	1258284.00
13	13	-16.030	-716.353	-1258349.25
13	14	19.030	1279.122	920868.50
14	14	-35.586	-1278.291	-920918.50
14	15	35.586	1946.187	364104.00
15	15	-247.258	-485.879	-364187.43
15	16	325.158	485.879	242717.53
16	16	-325.314	-485.367	-242683.60
16	17	485.314	485.367	-0.03

APPLIED JOINT LOADS, FREE JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
2	-0.249	-0.049	4.88
3	4.762	-669.392	15.25

4	4.440	0.058	-6.30
5	-27.655	-1788.438	52.49
6	-6.726	1.254	230.30
7	-48.676	-15.268	31.37
8	51.543	-75.176	-285.37
9	38.542	-1056.258	-2961.33
10	-80.877	46.622	696.61
11	42.179	-7.120	145.50
12	-52.620	10.181	-28.60
13	-39.872	-1772.554	-65.05
14	-51.805	11.907	-50.00
15	-0.433	-670.222	-83.44
16	0.511	0.044	33.83

REACTIONS, APPLIED LOADS SUPPORT JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
1	205.920	-6582.770	-2.31
17	485.367	4858.314	-0.03

FREE JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
2	-8.4672	0.1686	0.0133
3	-11.5007	0.2493	0.0107
4	-12.0444	3.0565	0.0051
5	-11.9095	2.9118	-0.0049
6	-11.3948	0.9443	-0.0089
7	-11.1276	-0.0804	-0.0097
8	-10.5740	-2.1719	-0.0095
9	-10.4724	-2.4044	-0.0093
10	-10.5570	-2.6379	-0.0091
11	-10.8900	-4.3642	-0.0065
12	-10.9971	-4.9894	-0.0046
13	-11.0074	-5.4357	0.0018
14	-10.4600	-3.4855	0.0097
15	-9.4943	0.2079	0.0115
16	-6.5184	0.1367	0.0121

SUPPORT JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
1	0.0000	0.0000	0.0187
17	0.0000	0.0000	0.0134

STRUCTURE MARCO TIPO HANGAR PARA JET STAR

LOADING 6

MEMBER FORCES

MEMBER	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	1	6140.026	-2507.602	-0.66
1	2	-6140.026	2607.602	-1303300.25
2	2	6139.994	-2607.573	1303302.75
2	3	-6139.994	2607.573	-1955596.25
3	3	4575.310	4554.469	1955599.00
3	4	-4575.310	-3633.669	-505768.62
4	4	4559.633	3653.945	505776.18
4	5	-4559.633	-2774.065	581892.87
5	5	4158.004	1072.152	-581872.62
5	6	-4158.004	-340.332	790658.12
6	6	4136.884	303.204	-780550.50
6	7	-4136.884	-9.911	798211.25
7	7	4130.233	-10.073	-798245.75
7	8	-4130.233	583.990	732579.75
8	8	3946.710	-1292.401	-733278.12
8	9	-3946.710	1362.408	697536.75
9	9	4163.871	789.293	-599007.00
9	10	-4163.871	-719.285	719316.87
10	10	4244.369	99.574	-719560.12
10	11	-4244.369	474.342	678197.62
11	11	4251.654	-494.169	-678155.25
11	12	-4251.654	787.461	605857.87
12	12	4264.123	-825.265	-605869.50
12	13	-4264.123	1557.085	270590.25
13	13	4637.559	-3257.382	-270585.56
13	14	-4637.559	4137.262	-970342.50
14	14	4728.575	-4115.951	950679.50
14	15	-4728.575	5037.750	-2601765.50
15	15	6645.919	3469.025	2601779.00
15	16	-6645.919	-3469.025	-1734522.50
16	16	6645.886	3468.974	1734487.75
16	17	-6645.886	-3468.974	-1.08

APPLIED JOINT LOADS, FREE JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
2	-0.026	-0.032	2.47
3	820.655	-669.725	2.70

4	0.216	0.225	7.57
5	2.432	-1781.734	20.21
6	-23.073	-6.373	107.48
7	-0.553	-0.743	-34.69
8	-10.747	-100.935	-598.46
9	-11.220	-1014.388	-1470.24
10	23.410	14.162	-243.36
11	9.806	-0.716	42.37
12	18.786	-5.131	-1.58
13	15.282	-1785.063	1.69
14	21.296	-5.371	37.06
15	0.549	-670.216	13.18
16	-0.051	0.032	-35.00

REACTIONS, APPLIED LOADS SUPPORT JOINTS

JOINT	FORCE X	FORCE Y	MOMENT Z
1	2607.602	6140.026	-0.66
17	-3468.974	6645.886	-1.08

FREE JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
2	-1.0652	0.1299	-0.0024
3	-0.0756	0.1969	-0.0056
4	0.6393	-2.4537	-0.0091
5	1.4434	-5.5790	-0.0086
6	1.9202	-7.4042	-0.0045
7	2.0402	-7.7932	-0.0026
8	2.1404	-7.9581	0.0009
9	2.1358	-7.9266	0.0013
10	2.1581	-7.8906	0.0017
11	2.3872	-7.1708	0.0050
12	2.5626	-6.5375	0.0065
13	3.1223	-4.3316	0.0092
14	3.8734	-1.4380	0.0069
15	4.3521	0.1946	0.0019
16	4.2513	0.1282	-0.0024

SUPPORT JOINT DISPLACEMENTS

JOINT	X-DISPLACEMENT	Y-DISPLACEMENT	ROTATION
1	0.0000	0.0000	0.0044
17	0.0000	0.0000	-0.0115

STRUCTURE MARCO TIPO HANGAR PARA JET STAR

.....

MEMBER FORCES FOR MEMBER 1

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	1	6383.282	-3083.654	-1.00
1	2	-6383.282	3083.654	-1541826.00
2	1	-244.419	494.596	0.40
2	2	244.419	-494.596	247297.87
3	1	-12967.216	1046.278	-1.25
3	2	11217.216	-1046.278	523140.43
4	1	1.164	-18.544	-0.06
4	2	-1.164	18.544	-9272.37
5	1	-6582.770	-2055.920	-2.31
5	2	4832.770	2055.920	-1027957.75
6	1	6140.026	-2607.602	-0.66
6	2	-6140.026	2607.602	-1303800.25

MEMBER FORCES FOR MEMBER 2

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	2	6383.289	-3083.574	1541828.75
1	3	-6383.289	3083.574	-2312722.50
2	2	-244.419	494.538	-247298.21
2	3	244.419	-494.538	370932.87
3	2	-11217.234	1046.440	-523138.37
3	3	10342.234	-1046.440	784748.62
4	2	1.125	-18.538	9272.44
4	3	-1.125	18.538	-13907.01
5	2	-4832.820	-2055.671	1027962.62
5	3	3957.819	2055.671	-1541880.75
6	2	6139.994	-2607.573	1303802.75
6	3	-6139.994	2607.573	-1955696.25

CASES UNK FICAL

MEMBER FORCES FOR MEMBER 3

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	3	4295.465	4887.094	2312731.00
1	4	-4295.465	-4887.094	-751374.97
2	3	260.642	-311.519	-370938.18
2	4	-260.642	311.519	260617.53
3	3	-3352.734	-9839.033	-784741.37
3	4	3352.734	1162.261	-1163333.75
4	3	18.203	-3.105	13906.53
4	4	-18.203	3.105	-15006.33
5	3	961.933	-4973.042	1541855.00
5	4	-961.933	-2782.927	-1929714.75
6	3	4575.310	4554.469	1955699.00
6	4	-4575.310	-3633.669	-505768.62

MEMBER FORCES FOR MEMBER 4

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	4	4279.996	3967.224	751380.37
1	5	-4279.996	-3087.344	442306.81
2	4	261.372	-310.231	-260609.90
2	5	-261.372	310.231	155622.96
3	4	-3344.184	-1177.990	1163322.50
3	5	3344.184	-175.671	-1332922.50
4	4	18.265	-3.046	15005.78
4	5	-18.265	3.046	-16036.83
5	4	954.077	2786.187	1929708.50
5	5	-954.077	-3259.968	-906652.37
6	4	4559.633	3653.945	505776.18
6	5	-4559.633	-2774.065	581892.87

MEMBER FORCES FOR MEMBER 5

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	5	3870.509	1382.837	-442276.12
1	6	-3870.509	-651.016	728509.75
2	5	269.433	-307.820	-155633.50
2	6	-269.433	307.820	68991.42
3	5	-3371.021	146.698	1332944.25
3	6	3371.021	-1272.576	-1133203.00
4	5	18.062	-2.863	16036.88
4	6	-18.062	2.863	-16842.96
5	5	517.549	1526.671	906704.87
5	6	-517.549	-1920.729	-421536.12
6	5	4158.004	1072.152	-581872.62
6	6	-4158.004	-340.332	780658.12

MEMBER FORCES FOR MEMBER 6

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	6	3848.828	616.527	-728392.12
1	7	-3848.828	-323.234	781397.12
2	6	268.267	-310.424	-69000.98
2	7	-268.267	310.424	33983.51
3	6	-3340.736	1305.239	1133316.25
3	7	3340.736	-1756.459	-960625.37
4	6	19.789	-2.898	16842.39
4	7	-19.789	2.898	-17169.37
5	6	527.880	1918.864	421766.43
5	7	-527.880	-2076.795	-196400.65
6	6	4136.884	303.204	-780550.50
6	7	-4136.884	-9.911	798211.25

MEMBER FORCES FOR MEMBER 7

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	7	3833.697	304.320	-781440.37
1	8	-3833.697	269.597	785272.62
2	7	275.841	-311.296	-33979.08
2	8	-275.841	311.296	-34735.69
3	7	-3356.914	1769.040	960698.87
3	8	3366.914	-2651.989	-472755.56
4	7	20.695	-3.096	17173.50
4	8	-20.695	3.096	-17857.08
5	7	487.478	2070.262	196432.03
5	8	-487.478	-2379.295	294659.93
6	7	4130.233	-10.073	-798245.75
6	8	-4130.233	583.990	732679.75

MEMBER FORCES FOR MEMBER 8

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	8	3704.808	-932.407	-785777.62
1	9	-3704.808	1002.414	759729.25
2	8	219.363	-342.725	34797.42
2	9	-219.363	342.725	-44025.58
3	8	-2865.268	3138.776	473129.37
3	9	2865.268	-3246.479	-387165.25
4	8	22.539	-17.268	17701.89
4	9	-22.539	17.268	-18166.86
5	8	862.079	2189.100	-294946.31
5	9	-862.079	-2226.796	354397.12
6	8	3946.710	-1292.401	-733278.12
6	9	-3946.710	1362.408	697536.75

MEMBER FORCES FOR MEMBER 9

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	9	3753.555	890.412	-761154.12
1	10	-3753.555	-820.405	784186.75
2	9	389.979	-101.073	44290.61
2	10	-389.979	101.073	-47012.10
3	9	-4257.279	350.280	385939.18
3	10	4257.279	-457.983	-375057.62
4	9	20.335	-0.046	17856.46
4	10	-20.335	0.046	-17857.71
5	9	-483.387	1240.646	-357358.43
5	10	483.387	-1278.343	391271.37
6	9	4163.871	789.293	-699007.00
6	10	-4163.871	-719.286	719316.87

MEMBER FORCES FOR MEMBER 10

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	10	3838.156	266.219	-784438.12
1	11	-3838.156	307.698	779860.12
2	10	385.517	-168.735	47046.17
2	11	-385.517	168.735	-84292.39
3	10	-4232.428	1095.580	376031.68
3	11	4232.428	-1978.529	-36746.16
4	10	20.695	2.091	17831.64
4	11	-20.695	-2.091	-17370.04
5	10	-373.576	1363.890	-390574.75
5	11	373.576	-1672.922	725743.75
6	10	4244.369	99.574	-719560.12
6	11	-4244.359	474.342	678197.62

MEMBER FORCES FOR MEMBER 11

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	11	3854.969	-325.194	-779802.37
1	12	-3854.969	618.487	726576.25
2	11	377.513	-170.832	84279.85
2	12	-377.513	170.832	-103550.59
3	11	-4196.606	2000.517	36836.75
3	12	4196.606	-2106.554	194812.65
4	11	19.171	1.857	17367.20
4	12	-19.171	-1.857	-17157.63
5	11	-322.464	1677.181	-725598.37
5	12	322.464	-1489.924	904231.12
6	11	4251.654	-494.168	-678155.25
6	12	-4251.654	787.461	605867.87

MEMBER FORCES FOR MEMBER 12

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	12	3854.073	-652.866	-725600.00
1	13	-3858.073	1384.686	439849.62
2	12	386.791	-174.144	103573.10
2	13	-386.791	174.144	-152589.50
3	12	-4240.461	2142.513	-194817.15
3	13	4240.461	-2407.094	835104.50
4	12	19.257	1.745	17161.28
4	13	-19.257	-1.745	-16659.85
5	12	-363.129	1491.392	-904259.75
5	13	363.129	-1024.153	1254284.00
6	12	4254.123	-925.255	-605969.50
6	13	-4254.123	1557.045	27090.25

MEMBER FORCES FOR MEMBER 13

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	13	4271.915	-3088.391	-439858.93
1	14	-4271.915	3968.271	-754182.62
2	13	396.475	-170.852	152600.37
2	14	-396.475	170.852	-210419.65
3	13	-4309.515	2370.177	-835160.37
3	14	4309.515	-2688.287	1691091.50
4	13	19.570	1.860	16570.00
4	14	-19.570	-1.860	-16040.25
5	13	-18.030	-716.353	-1253349.25
5	14	18.030	1278.122	920868.50
6	13	4687.959	-3257.382	-270588.56
6	14	-4687.959	4137.262	-930642.50

MEMBER FORCES FOR MEMBER 14

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	14	4298.917	-3949.922	754205.37
1	15	-4298.917	4870.723	-2316138.00
2	14	409.285	-159.040	210433.96
2	15	-409.285	169.040	-270300.50
3	14	-4384.981	2669.618	-1691164.25
3	15	4384.981	-3002.522	2695569.50
4	14	20.476	2.012	16040.25
4	15	-20.476	-2.012	-15327.54
5	14	-65.586	-1278.291	-920918.50
5	15	65.586	1866.187	364104.00
6	14	4728.679	-4116.951	980679.50
6	15	-4728.679	5037.750	-2601765.50

VIENTO + CARGA VERTICAL + TEMPERATURA

MEMBER FORCES FOR MEMBER 15

LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	15	6386.056	3088.213	2316147.50
1	16	-6386.056	-3088.213	-1544094.25
2	15	257.121	360.379	270303.62
2	16	-257.121	-360.379	-180708.75
3	15	-3915.439	-3594.525	-2695663.00
3	16	3120.439	3594.525	1797031.75
4	15	2.742	20.432	15328.09
4	16	-2.742	-20.432	-10219.99
5	15	2473.354	-485.879	-364187.43
5	16	-3268.358	485.879	262717.53
6	15	6545.919	3469.025	2601779.00
6	16	-6545.919	-3469.025	-1734422.50

CARGA VERTICAL

VIENTO

VIENTO + CARGA VERTICAL + TEMPERATURA

MEMBER FORCES FOR MEMBER 16

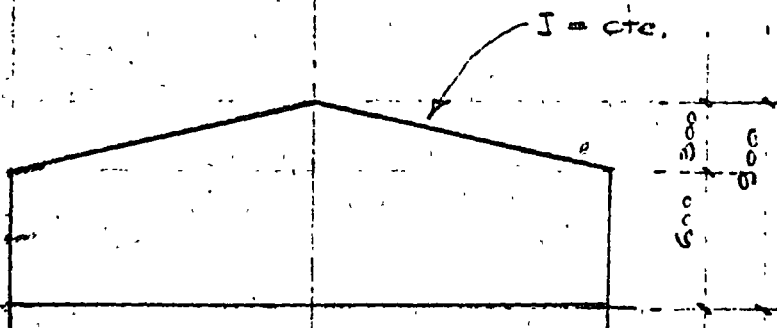
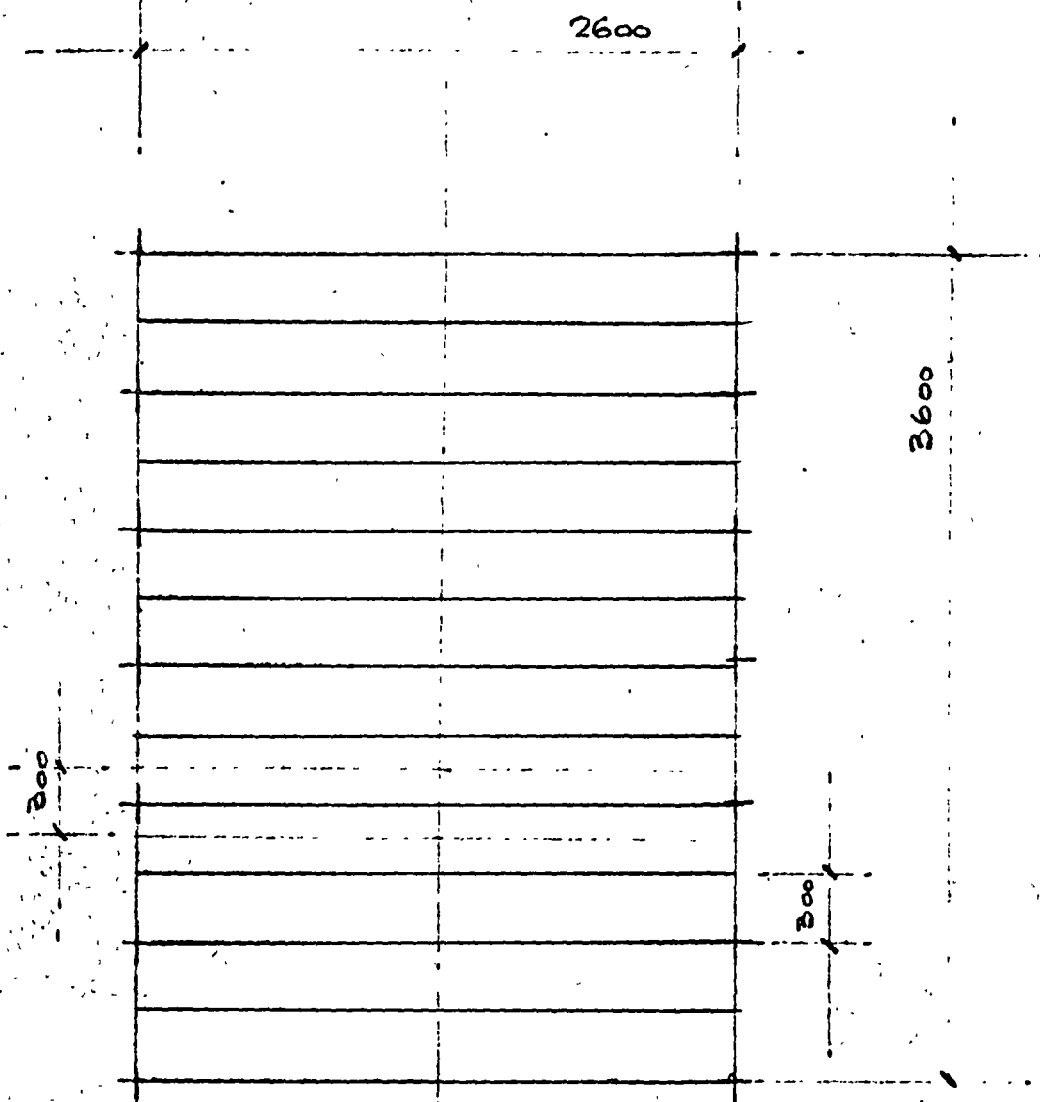
LOADING	JOINT	AXIAL FORCE	SHEAR FORCE	MOMENT
1	16	6386.062	3088.151	1544076.25
1	17	-6386.062	-3088.151	-0.89
2	16	257.121	360.388	180194.40
2	17	-257.121	-360.388	-0.18
3	16	-3120.451	-3593.953	-1796977.25
3	17	1530.451	3593.953	0.86
4	16	2.703	20.434	10217.32
4	17	-2.703	-20.434	-0.00
5	16	3268.314	-485.367	-242683.69
5	17	-4858.314	485.367	-0.03
6	16	6645.886	3468.974	1734487.75
6	17	-6645.886	-3468.974	-1.08

S D N

P C I

M - 001

Julio 12, 71

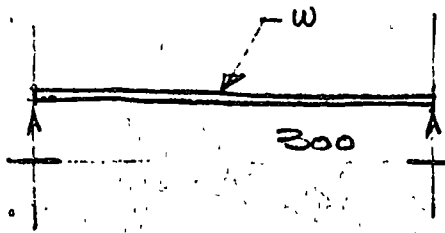


CROQUIS ESTRUCTURAL

ANÁLISIS DE CARGAS

- Lámina de asbesto cemento de 6mm de espesor 15 kg/m²
 - Carga viva según el reglamento para las construcciones en el DF 40 ✓
-
- 55 kg/m²
- a) Para diseño estructural w = 55 kg/m²
 - b) Para diseño sísmico w = 35 ✓
 - c) Para diseño de cimentación w = 35 ✓

VIGAS



$$w: \quad \frac{55 \text{ Kg/m}^2}{3} \quad \checkmark$$

$$\uparrow p. \quad \frac{58}{2} \quad \checkmark$$

$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{58 \times 3.00^2}{8} = 65.0 \text{ Kg m}$$

$$V = \frac{wl}{2} = \frac{58 \times 3.0}{2} = 87.0 \text{ Kg}$$

Como $f = \frac{M}{S}$; $S = \frac{M}{f} = \frac{6500}{2100} = 3.1 \text{ cm}^3$

El perfil 4MT-14 tiene un $S = 12.20 \text{ cm}^3 > 3.1 \text{ cm}^3$

Si se considera $l = 6.00 \text{ m}$;

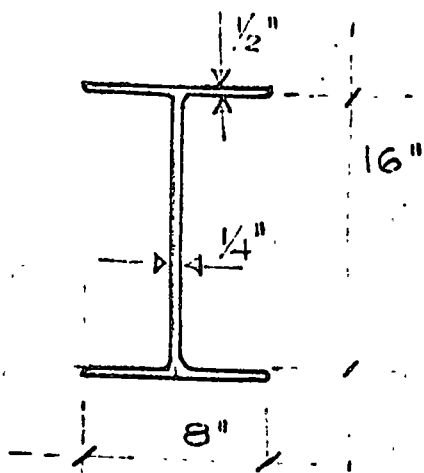
$$M = \frac{58 \times 6.00^2}{8} = 261.0 \text{ Kg m};$$

$$V = \frac{wl}{2} = \frac{58 \times 6.00}{2} = 174 \text{ Kg};$$

$$S = \frac{26100}{2100} = 12.4 \text{ cm}^3$$

Puede aceptarse el perfil 4MT-14 para una separación entre marcos principales de 6.00 m;

PESO DE LOS ELEMENTOS QUE SE UTILICARAN PARA LA CONSTRUCCION DE MARCOS.



Se usaran vigas a medida de 16 x 8" formadas en pla. de 1/2" y 1/4" con un peso de 61.5 kg/m

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = 2 \times 50 \times 1.25 \times 20^2 = 20000 \text{ cm}^4$$

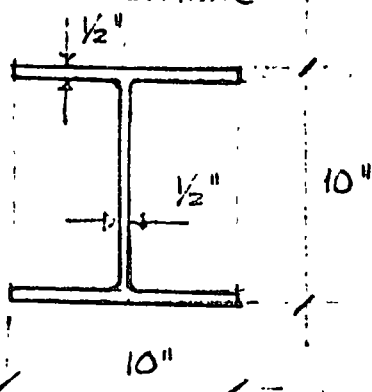
$$I_2 = \frac{0.625 \times 40^3}{12} = 2340 \text{ cm}^4$$

$$I = 23340 \text{ cm}^4 ;$$

$$S = 1167 \text{ cm}^3$$

*

EN COLUMNAS



Columnas H 10" cm PL de 1/2"

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = 2 \times 25.4 \times 1.25 \times 12.5^2 = 9000 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = \frac{1.25 \times 25.4^3}{12} = 1700 \text{ cm}^4$$

$$I = 11600 \text{ cm}^4$$

$$S = 580 \text{ cm}^3$$

* Suposición probable.

ANÁLISIS SISMICO :

$$\text{Peso de la cubierta : } 36 \text{ m } \times 20.00 \times 25.00 = 32760 \text{ Kg}$$

$$\text{Peso de largueros : } 12 \times 24 \times 300 \times 3.23 = 2721 \checkmark$$

$$\text{Peso de tirantes paralelos : } 10 \times 26.00 \times 61.00 = 20618 \checkmark$$

$$\text{Peso de struts (T.E.L.): } 2 \times 26.00 \times 63.84 = 6735 \checkmark$$

$$\hline 63064 \text{ Kg}$$

$$W_i = 63064 \text{ Kg};$$

$$h_i = 3.00 \text{ m};$$

Se considera para este caso un coeficiente de importancia de:

Construcción: tipo: 1

grupo: A

$$\therefore C = 1.3 \times 0.06 = 0.078$$

Aplicando la expresión propuesta por el Reglamento para la construcción en el DF.

$$F_i = C \leq W_i \frac{W_i h_i}{\leq W_i h_i}$$

En nuestro caso:

$$F_i = C \leq W_i$$

$$= 0.078 \times 63064 = 4920 \text{ Kg}$$

Para cada sismo

$$F_i = \frac{4920}{6} = 820 \text{ Kg}$$

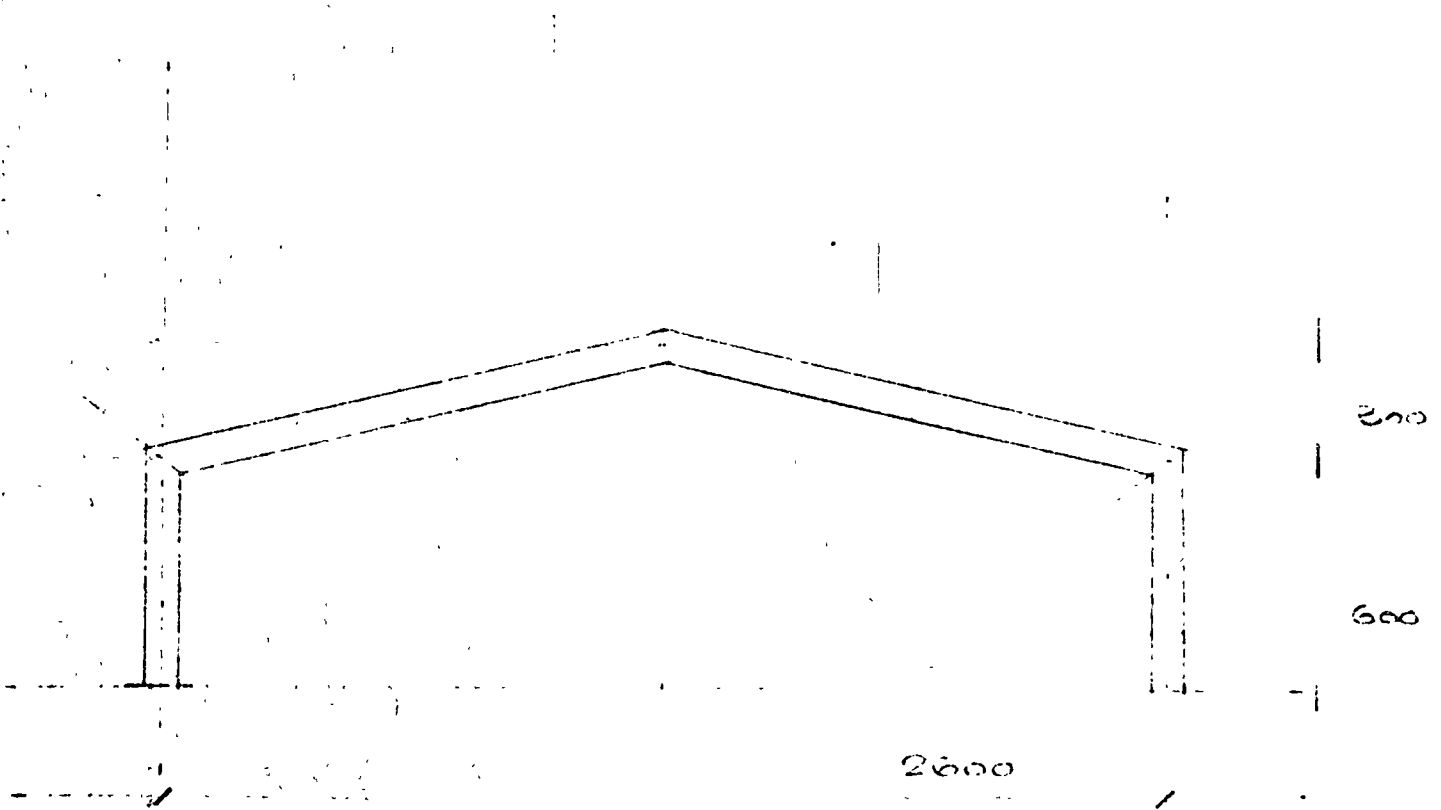
S. D. N.

P. C. I.

M. 001

1940

CRUCIO DE PLACA EN JUANPELADO DE MARCO DE
PARA EL MARCO DE SECCION (7 1/2")



PERFIL DE SECCION CTE: I 16"

ANÁLISIS POR VIENTO

Considerando una velocidad de diseño

$$V = 85 \text{ Km/h}$$

Como se considera que la construcción queda clasificada en el grupo A; $V = 1.15 \times 85 = 98 \text{ Km/h}$

Fuerza debida al viento:

$$W = 0.00552 C A V^2$$

$$= 0.00552 \times 98^2 C A = 55.3 C A$$

$$W = 55.3 C A \quad [Kg] ; A = [m^2]$$

Area expuesta A

$$A = 36.00 \times 6.00 = 216.00 \text{ m}^2$$

relación de longitud a altura: $\frac{L}{h} = \frac{36.00}{6.00} = 6$

en este caso se supone una excentricidad accidental de $\pm \frac{L}{8}$

$$\pm \frac{L}{8} = \pm 4.50 \text{ m};$$

En sentido vertical, la excentricidad accidental es de $\pm 0.05 H$

$$\pm 0.05 H = 0.05 \times 6.00 = 0.30 \text{ m};$$

Coefficiente de empuje C

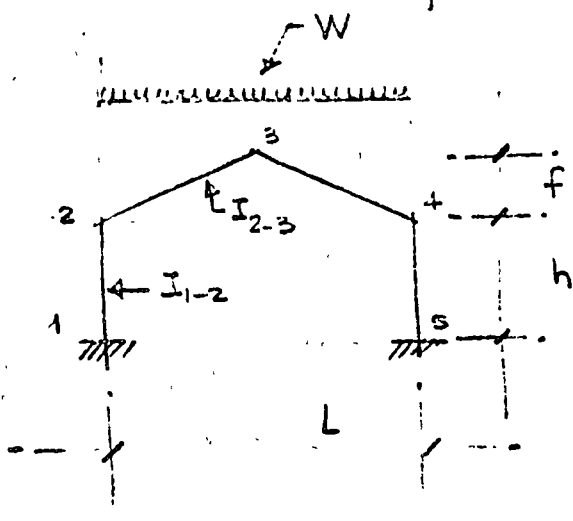
$$C = 1.75$$

Por tanto, para cada marco

$$W = 55.3 \times 1.75 \times 10.5 \times 6.00 = 6000 \text{ Kg};$$

$$w = \frac{6000}{7.5} = 800 \text{ Kg/m};$$

FORMULAS PROPUSTAS POR V. LEONOVICH:



$$\phi = \frac{I_{1-2}}{I_{2-3}} \frac{g}{h};$$

$$\psi = \frac{f}{h};$$

$$\lambda = \frac{3(1-\phi\psi)}{2(1+\phi\psi^2)};$$

$$B = \frac{6(1+\phi)}{(1+\phi\psi^2)};$$

$$D = 16(3+\phi), \quad F = 12 \left[2 + 2\phi - A(1-\phi\psi) \right]$$

$$W = \text{carga total}$$

$$G = 2 + \frac{5A\psi}{4} \quad J = 2A + \frac{5E\psi}{8}$$

$$M_2 = M_4 = -\frac{WLG\phi}{F}$$

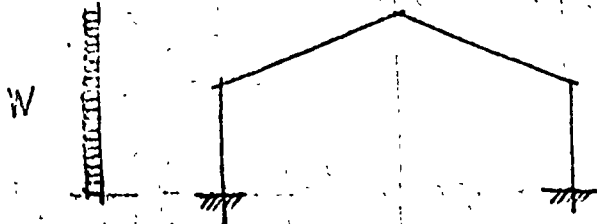
$$M_1 = M_5 = \frac{WL\phi}{F} (J-G)$$

$$H_1 = H_5 = \frac{WL\psi\phi}{Fh}$$

$$M_3 = -\frac{WLG\phi}{F} + \frac{WL}{8} - H_5 f$$

$$V_1 = V_5 = \frac{W}{2}$$

$$M_{x_2} = \left(M_2 + \frac{Wx_2}{4} \right) \left(1 - \frac{2x_2}{L} \right) + M_5 \frac{2x_2}{L}$$



$W = \text{carga total}$

$$m = \frac{h}{h+f}; \quad n = 1-m$$

$$G = 6 - 4A - \phi\psi \left(4 + \frac{5A\psi}{2} \right)$$

$$J = 2B + \phi\psi \left(4A + \frac{5B\psi}{4} \right) - 6A$$

$$K = Gn + m \left(2 - \frac{3}{2}A \right)$$

$$N = 4m + n(12 - \phi\psi)$$

$$M_2 = M_4 = Wh \left(\frac{K}{F} \pm \frac{N}{D} \right)$$

$$H_5 = \frac{W}{F} \left(Jn + \frac{3Bm}{4} - 2Am \right)$$

$$H_1 = -(W - H_5)$$

$$M_1 = M_2 + H_5 h - \frac{Wh}{2} (1+n)$$

$$M_3 = \frac{M_2 + M_4}{2} - H_5 f + \frac{Wfn}{4}$$

$$M_5 = M_4 + H_5 h$$

$$V_5 = \frac{Wh}{2DL} (4N + Dn\psi) \quad V_1 = -V_5$$

$$M_{y_1} = \left(M_1 + \frac{Wm y_1}{2} \right) \left(1 - \frac{y_1}{h} \right) + M_2 \frac{y_1}{h}$$

$$M_{y_2} = \left(M_2 + \frac{Wn y_2}{2} \right) \left(1 - \frac{y_2}{f} \right) + M_3 \frac{y_2}{f}$$

ANÁLISIS DE MARCOS POR CARGA VERTICAL

① Para una separación transversal de 600 m;

$$w = 2 \times 174 = 348 \text{ Kg/m}$$

en extremidades
en extremos.

$$w = 174$$

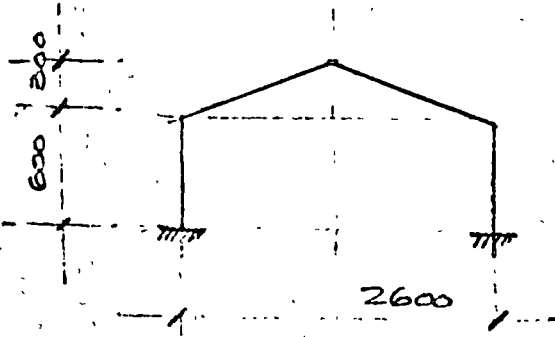
Considerando el peso propio de la estructura, para el marco central típico consideramos:

$$w = 348 + 61 = 409 \text{ Kg/m}$$

$$= \text{cte.}$$

Aplicando las expresiones propuestas por Leontovich:

$$W = 26.00 \times 409 = 10634 \text{ Kg}$$



Cálculo de Constantes: $\phi = \frac{I_{1-2}}{I_{2-3}} \frac{q}{h} = \frac{1200}{600} = 2.16$

$$\psi = \frac{f}{h} = \frac{300}{600} = 0.50 ; \quad \psi^2 = 0.25 ;$$

$$A = \frac{3(1-\phi\psi)}{2(1+\phi\psi^2)} = \frac{3(1-1.08)}{2(1+0.54)} = \frac{-0.24}{3.08} = -0.08$$

$$B = \frac{6(1+\phi)}{1+\phi\psi^2} = \frac{6 \times 3.16}{1.54} = \frac{18.96}{1.54} = 12.31$$

$$F = 12 [2 + 2\phi - A(1-\phi\psi)]$$

$$= 12 [2 + 4.32 + 0.08(1-1.08)] = 12 [6.32 - 0.0064]$$

$$= 75.84 ;$$

$$G = 2 + \frac{5A\psi}{F} = 2 - \frac{5 \times 0.08 \times 0.50}{75.84} = \frac{0.20}{75.84} = 0.003$$

$$J = 2A + \frac{5B\psi}{\theta} = -2 \times 0.08 + \frac{5 \times 12.31 \times 0.50}{8} = 3.68$$

$$M_2 = M_4 = - \frac{WLG\phi}{F}$$

$$= - \frac{10634 \times 26.00 \times 0.003 \times 2.16}{75.84} = 23.64 \text{ Kg m}$$

$$M_1 = M_5 = \frac{WL\phi}{F} (J - G)$$

$$= \frac{10634 \times 26.00 \times 2.16}{75.84} (3.68 - 0.003) = 29000 \text{ Kg m}$$

$$H_1 = H_5 = \frac{WLJ\phi}{Fh} = \frac{10634 \times 26.00 \times 8.68 \times 2.16}{75.84 \times 6.00} = 4830 \text{ Kg}$$

$$M_3 = - \frac{WLG\phi'}{F} + \frac{WL}{8} - H_5 f$$

$$= - 23.64 + \frac{10634 \times 26.00}{8} - 4830 \times 3.00$$

$$= - 23.64 - 14430 + 34600 = 20087 \text{ Kg m};$$

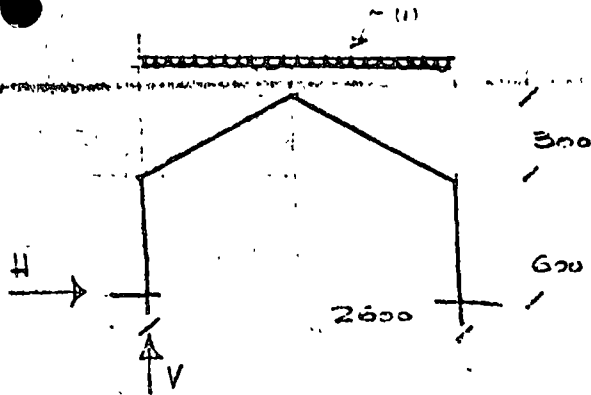
$$V_1 = V_5 = \frac{W}{2} = \frac{10634}{2} = 5317 \text{ Kg};$$

Como $f = 1540 \text{ Kg/cm}^2$;

$y = 20 \text{ cm}$;

$$I = \frac{My}{f} = \frac{2900000 \times 20}{1540} = 37700 \text{ cm}^4$$

ANÁLISIS DE MARCO TÍPICO.



$w = 103 \text{ Kg/m}^2$ $F = 1.05$
 $L = 26.00 \text{ m}$ $w_u = 105 \text{ Kg/m}^2$
 $aL = 6.00 \text{ m}$
 $bL = 3.00 \text{ m}$

Aunque se conocen las solicitaciones de viento o de sismo, estas serán analizadas posteriormente.

Se asume que $I = \text{constante}$.

(a) Método estático.

$$M_3 = \frac{w_u L^2}{8} = \frac{105 \times 26^2}{8} = 68900 \text{ Kg m};$$

$$x = \frac{a}{b} L_c = \frac{600}{300} \cdot 1300 = 2600 \text{ m}$$

Equilibrio en la Sección z-z

$$\bar{2}a = H_1 (aL) = 600 H_1 = M_2$$

$$\bar{b}c = \bar{3}c - \bar{3}b = M_3$$

Considerando que la sección de largueros es de 1.00 m: se tiene:

$$\bar{3}c = (12P)(12) - P(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+\frac{12}{2})$$

$$= (156 - 72)P = 84P$$

$$\bar{3}b = 8.70 H_1$$

$$M_3 = 84P - 8.70 H_1$$

Como $\bar{2}a = \bar{b}c = M_p$

entonces $600 H_1 = 84P - 8.70 H_1$

$$(8.70 + 6.00) H_1 = 84P$$

$$H_1 = \frac{84P}{6.00 + 8.70} = \frac{84}{14.70} P = 5.70 P$$

S D N

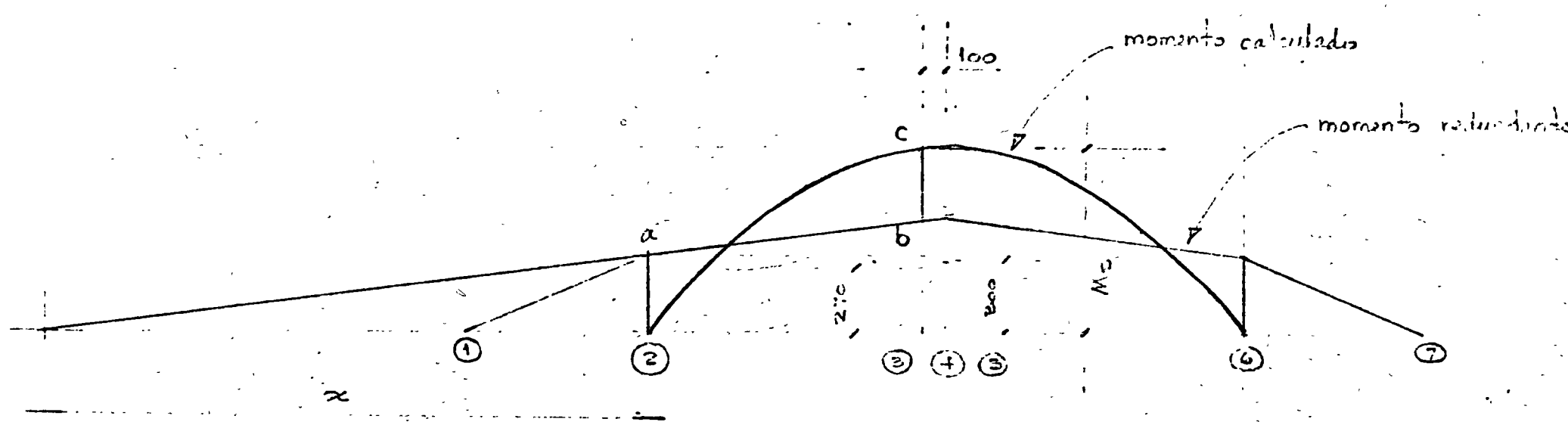
P C I

M-001

Julio 12/77

14

Esfuerzo 10000
int 10000



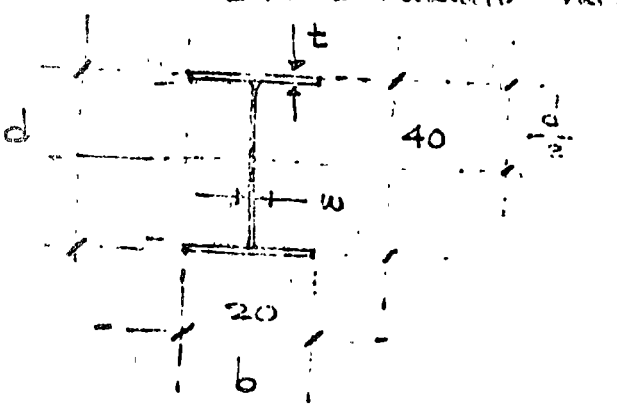
Como $P = 103 \times 1.85 = 755 \text{ Kg}$
 $H_1 = 5.70 \times 755 = 4300 \text{ Kg} \checkmark$

luego $M_p = 6.00 \times 4300 = 25800 \text{ Kg m}$

Selección de la sección:

Dado que $M_p = \sigma_y Z$

Se hace unario número Z para el perfil propuesto:



$$Z_1 = \frac{b}{4} (d^2 - d_1^2)$$

$$d = 40.0 \text{ cm}$$

$$d_1 = 40.0 - 2 \times 2.5 = 35.0 \text{ cm}$$

$$d^2 = 1600 \text{ cm}^2$$

$$d_1^2 = 1225 \text{ cm}^2$$

$$d^2 - d_1^2 = 375 \text{ cm}^2$$

$$\therefore Z_1 = \frac{b}{4} (d^2 - d_1^2) = \frac{20 \times 375}{4} = 1875 \text{ cm}^3$$

$$Z_2 = \frac{bd^2}{4} = \frac{0.625 \times 40^2}{4} = 2500 \text{ cm}^3$$

$$Z = 1250 \text{ cm}^3 ;$$

como $\sigma_y = 2530 \text{ Kg/cm}^2 ;$

y $M_p = 25800 \text{ Kg m} = 2580000 \text{ Kg cm} ;$

considerando que son elementos fatigados, aceptaremos $\sigma_y' = 0.80 \sigma_y$

$$\sigma_y' = 2020 \text{ Kg/cm}^2$$

$$Z = \frac{2580000}{2020} = 1277 \text{ cm}^3$$

O.K

Descargas a cimentación.

$$V_1 = \frac{409 \times 26.00}{2} = 5320 \text{ kg} \quad ; \quad V_2 = \frac{245 \times 6.00}{2} = 3100 \text{ kg}$$

$$p.p. \text{ col. } 6 \times 61.0 = 361$$

$$W_T = 5881 \text{ kg} ;$$

Muros;

losos de Seporex de 10 cm de espesor: 60 kg/m^2 ;

$$h = 6.00 \text{ m};$$

$$10 = 6.00 \times 60 = 360 \text{ kg/m}$$

Soportes $6 [4''$

$$48$$

$$W_T = 408 \text{ kg/m}$$

CIMENTACION

$$L = 36.00 \text{ m};$$

$$\Sigma W_T = 6 \times 5881 + 2 \times 3100 = 35883 \text{ kg}$$

$$\Sigma w_p = 36.00 \times 408 = 14700$$

$$W = 50583 \text{ kg}$$

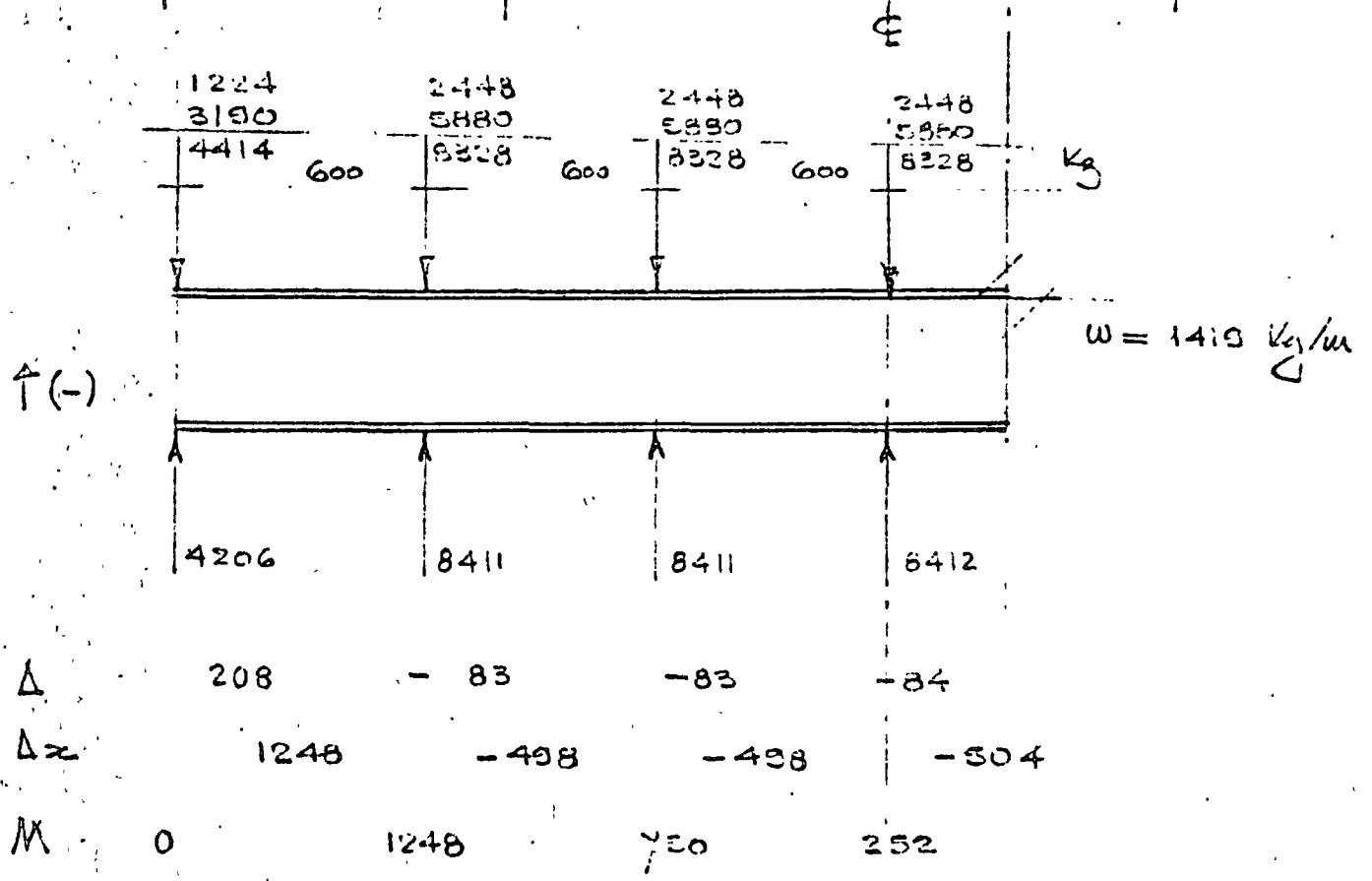
$$\therefore \frac{W}{L} = \frac{50583}{36} = 1400 \text{ kg/m};$$

Proporcionando por construcción un ancho uniforme de zapatas, de 50 cm, se transmite al terreno:

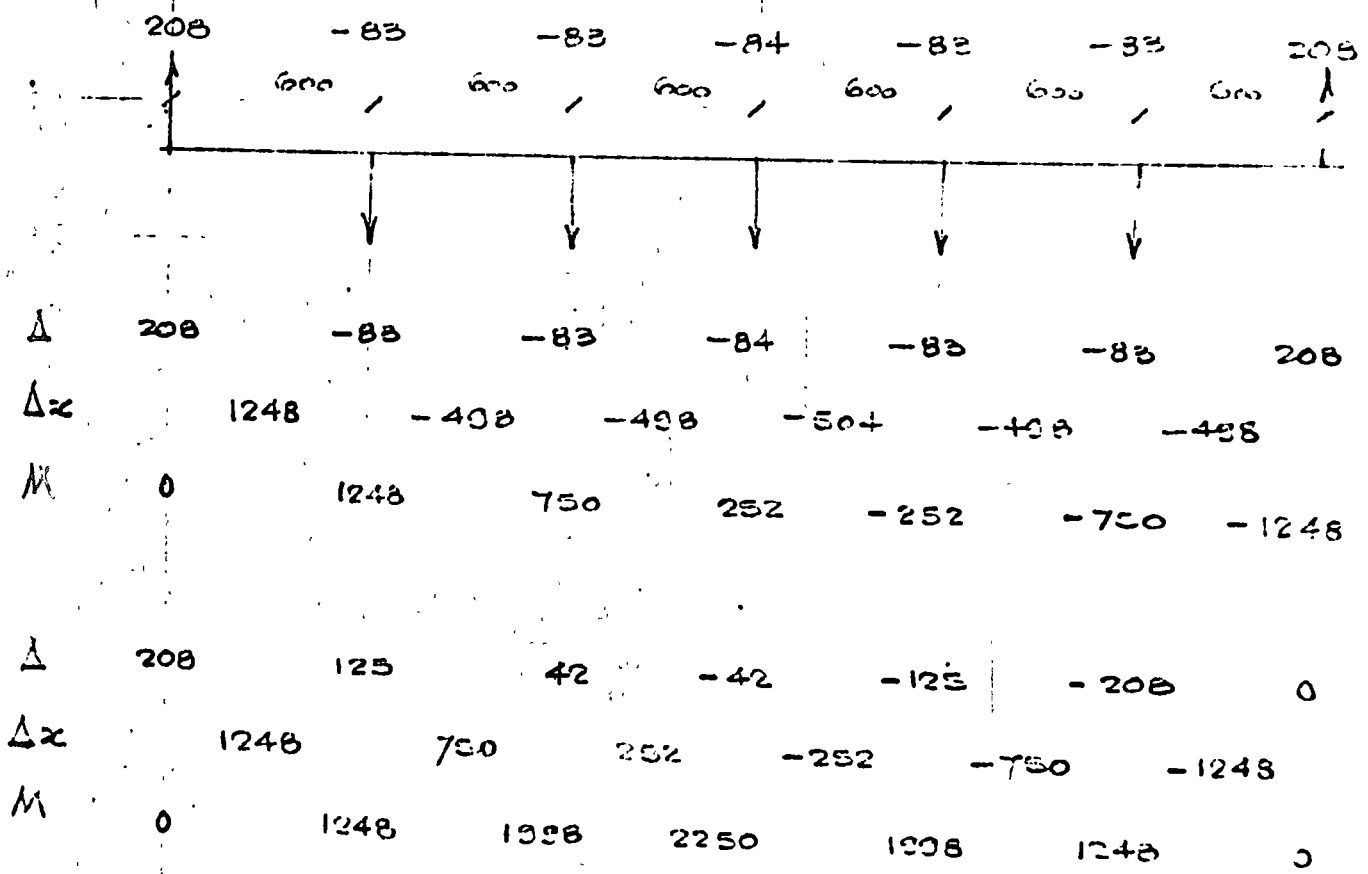
$$\sigma = \frac{1400}{0.50} = 2800 \text{ kg/m}^2$$

$$\sigma = 2.80 \text{ tm/m}^2$$

Tomando en cuenta la longitud de la espata, dado que se desplazará en la zona de alta compresibilidad, se hace necesario proporcionar una trabe de rigidez (contratabe) tal que elimine la posibilidad de hundimientos diferenciales.



Procedimiento numerico de NEWMARK



$M_{max} = 2250 \text{ kgm}; \quad M_u = 247500 \text{ kg cm}$

* Considerando la baja capacidad portante del terreno en el problema que nos ocupa, es conveniente, para evitar hundimientos diferenciales, dimensionar una base de rigidez discreta para la sola etapa arbores obtenida.

REGALTE UNIFORME

Para $f'_c = 510 \text{ kg/cm}^2$

$A_s = 4000 \checkmark$

$d = 0.182 \sqrt{\frac{247500}{20}}$
 $= 20 \text{ cm};$

Como hacemos de duplicar la cimentación hasta 100 m, de profundidad, utilizamos un fuste total de 100 m en el armado siguiente

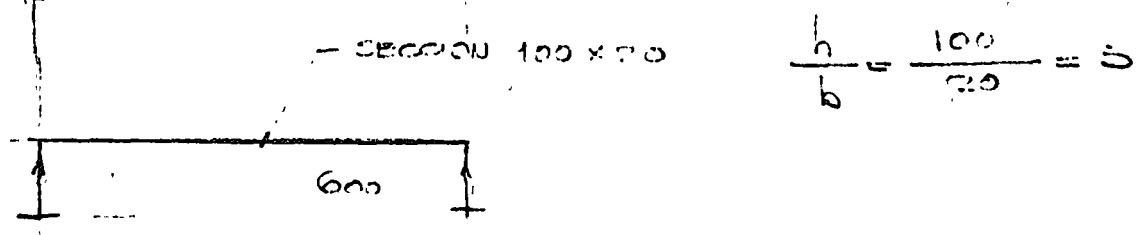
$$A_{s_{min}} = 0.0045 \times 20 \times 100 = 9.0 \text{ cm}^2 ;$$

Pero, en el caso en estudio, en

$$A_s = 0.002 \times 20 \times 100 = 4.0 \text{ cm}^2 \text{ pueden desarrollarse}$$

$$M = 11.90 \text{ tonms} = 1190000 \text{ Kg cm} ;$$

Tomando en cuenta que la relación $\frac{h}{b} = \frac{100}{20} = 5$ debemos revisar la sección por efecto de pandeo lateral



$$\beta = 1.4 - \frac{1.4}{360 \left(1 - 0.35 \frac{e}{n}\right) b^2}$$

$$L'h = 600 \times 100 = 60000$$

$$b^2 = 400 ;$$

$$\frac{b}{h} = \frac{20}{100} = 0.2 ; \quad 0.35 \frac{e}{n} = 0.35 \times 0.20 = 0.07$$

$$\left(1 - 0.35 \frac{e}{h}\right) b^2 = (1 - 0.07) 400 = 0.93 \times 400 = 372$$

$$360 \times 372 = 133920$$

$$\frac{L'h}{360 \left(1 - 0.35 \frac{e}{h}\right) b^2} = \frac{60000}{133920} = 0.45$$

$$\beta = 1.4 - 0.45 = 0.95 ;$$

$$M_R = 0.95 \times 1190000 = 1130500 \text{ Kg cm}$$



Deflection Limit

$$\sigma = 2.89 \text{ kg/cm}^2$$

$$pp = 0.20 \times 0.20 \times 1000 = 4.00 \text{ kg/cm}^2$$

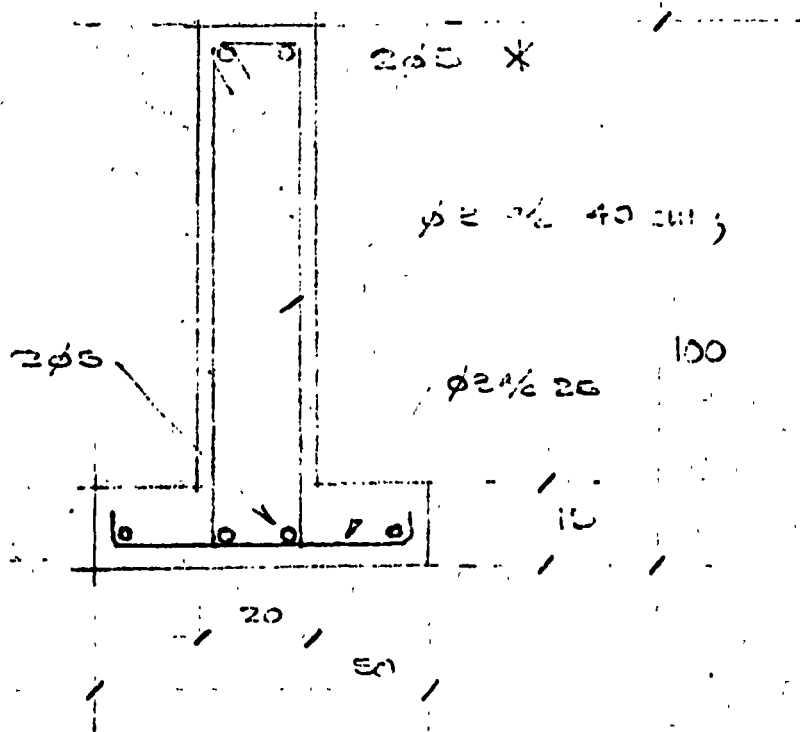
$$0.15 \times 0.20 \times 2000 = 0.11 \checkmark$$

$$0.09$$

$$\sigma_n = 2.89 - 0.40 = 2.29 \text{ kg/cm}^2$$

$$M = \frac{2210 \times 0.15^2}{2} = 24.06 \text{ kg cm} = 2.486 \text{ kg cm}$$

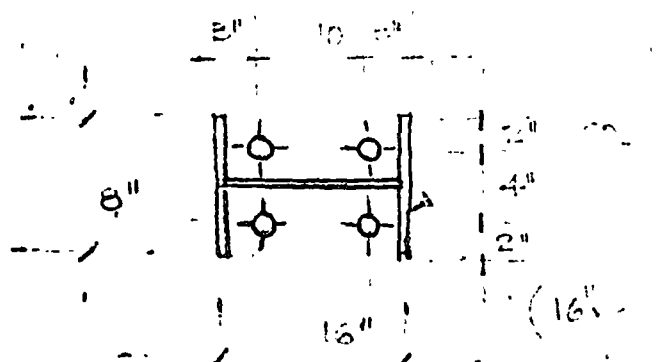
$$I_s = 3.00 \times 15 = 30 \text{ cm}^2 \rightarrow \phi \approx 9/16 = 28 \text{ cm}^2$$



* 2φ5 pada cantilever per 2 [2φ5]

PROBLEM

Find the area of the shaded region in the figure below.



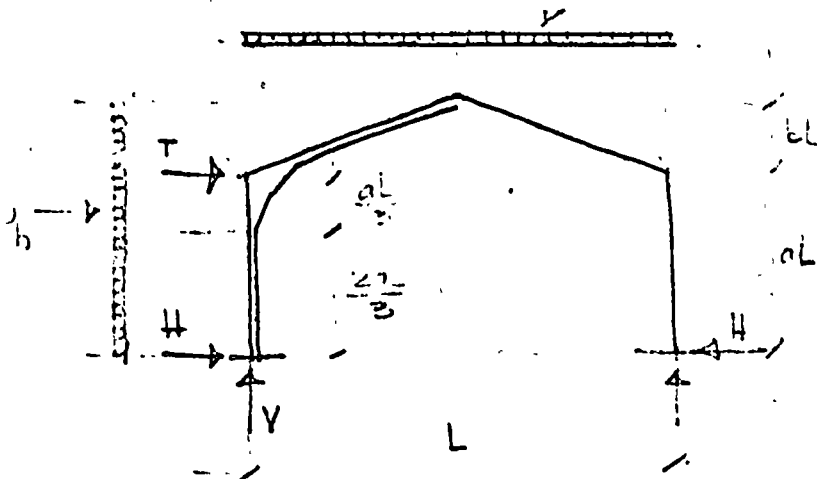
$W_1 = 20 \times 16 = 320 \text{ in}^2$
 $40 \times 20 = 800 \text{ cm}^2$
 $A = \frac{320}{800} = 0.4 \text{ in}^2$

CONSTANT FOR AREA

$H = 4200 \text{ kg}$
 $a = \frac{4200}{928} = 4.5 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \text{ ft } \frac{3}{4} \text{ (} 7.68 \text{ cm}^2 \text{)}$

LONG. OF ANGLE : $40 \text{ ft} = \frac{40 \times 30}{1} = 30^\circ = 45 \text{ cm}$

ANÁLISIS DEL MARCO TÍPICO



$$w = 409 \text{ kg/m} \quad * \quad \bar{F} = 1.85$$

$$L = 26.00 \text{ m}$$

$$aL = 7.50 \text{ m}$$

$$cL = 8.00 \text{ m}$$

Se analiza el marco en castillos
en la parte superior de las columnas

$$w_n = 600 \text{ kg/m} \quad \bar{F} = 1.40$$

Caso 1: $(CM + CV) \quad \bar{F} = 1.85$

$$w_n = 1.85 \times 409 = 755 \text{ kg/m}$$

$$P_u = 1.0 \times 755 = 755 \quad \checkmark$$

Caso 2: $(CM + CV + V) \quad \bar{F} = 1.40$

$$w_n = 1.40 \times 409 = 570 \text{ kg/m}$$

$$w_n = 1.40 \times 600 = 840 \quad \checkmark \quad = 1.47 w_n$$

$$P_u = 1.0 w_n = 570 \text{ kg/m};$$

$$T = \frac{w_n (a+c)^2 L}{2a} = \frac{840 (10.5)^2}{2 \times 7.5} = 6207 \text{ kg} = 10.8 P_u$$

ANÁLISIS CASO 1 - METODO ESTÁTICO

$$M_s = \frac{w_n L^2}{8} = \frac{755 \times 26^2}{8} = 63800 \text{ kg m};$$

$$x = \frac{a}{c} L_c = \frac{7.50}{8.00} 18.00 = 32.50 \text{ m};$$

Equilibrio en las secciones cut

$$\begin{aligned}
 M_3 &= M_4 = M_p \\
 H_1 (8.30) - M_{c3} &= M_{c4} - H_1 (10.00) = M_p \\
 M_{c3} &= (12P)(8.00) - P\left(1 + \frac{1}{2}\right) = 43.5 P \\
 M_{c4} &= (12P)(10.00) - P(1+2+3+\dots+9) \\
 &= 120P - 50P = 80P
 \end{aligned}$$

$$\therefore H_1 = \frac{M_{c4} + M_{c3}}{18.30} = \frac{(43.5 + 80)P}{18.30} = \frac{123.5 P}{18.30} = 6.75 P$$

$$M_p = 80P - 6.75P(10.00) = (80 - 67.5)P = 12.5 P$$

Columna:

$$M_p(\text{col}) = 5.00 H_1 = 5.00(6.75 P) = 32.75 P$$

$$P = 755 \text{ kg} ;$$

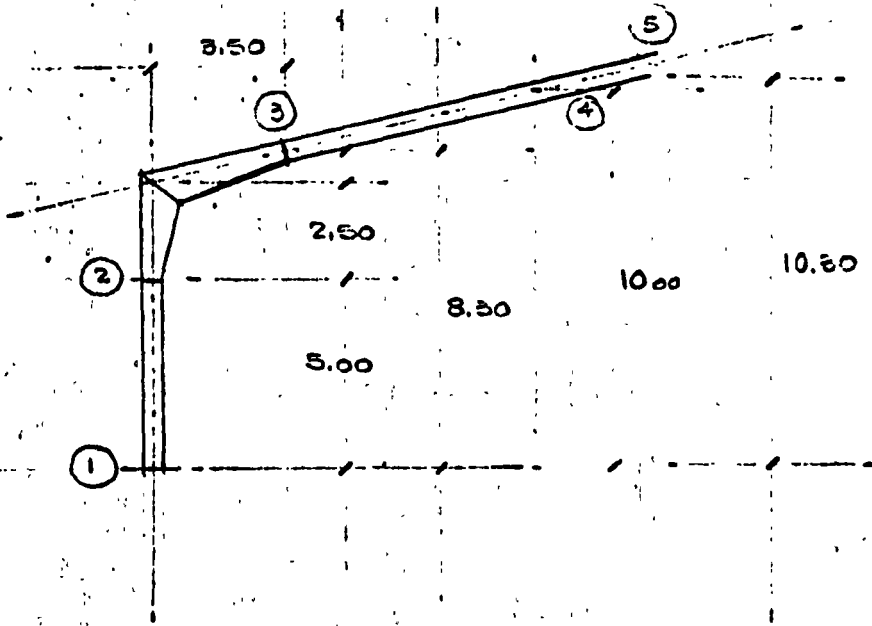
$$M_p = 32.75 \times 755 = 24600 \text{ kg m} ;$$

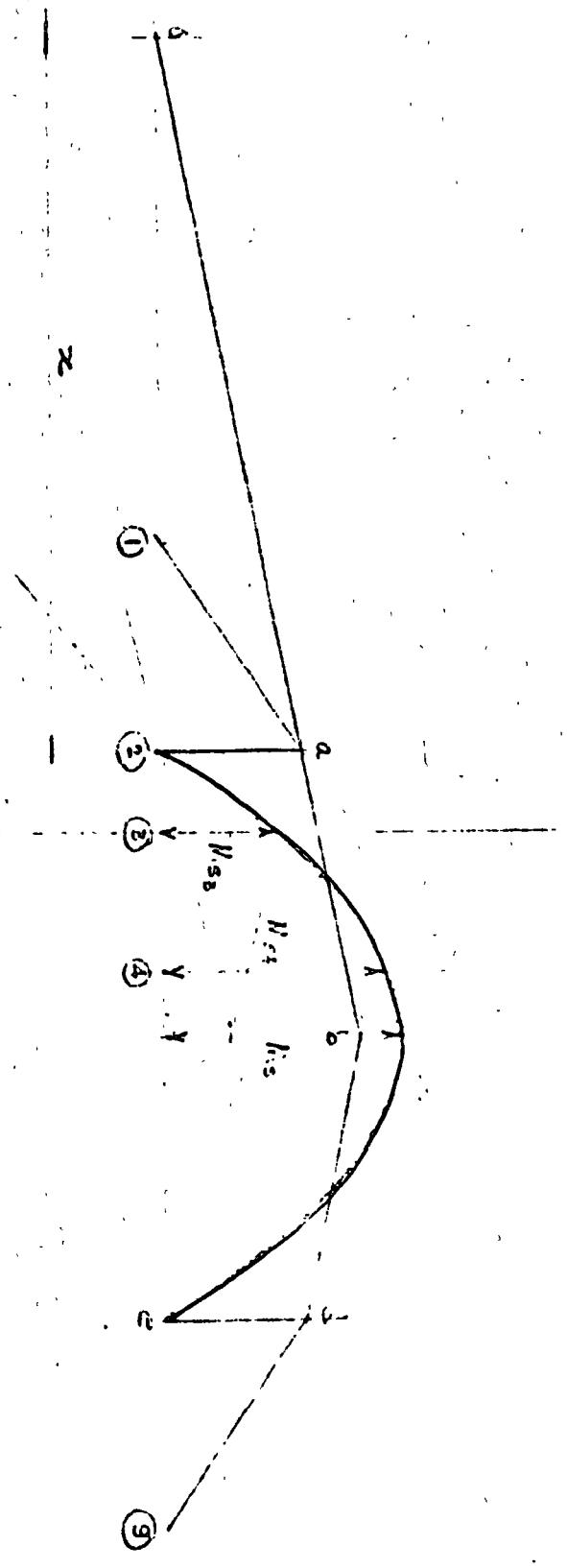
$$M_{c3} = 43.50 \times 755 = 33000 \quad \checkmark$$

$$M_{c4} = 80.00 \times 755 = 60400 \quad \checkmark$$

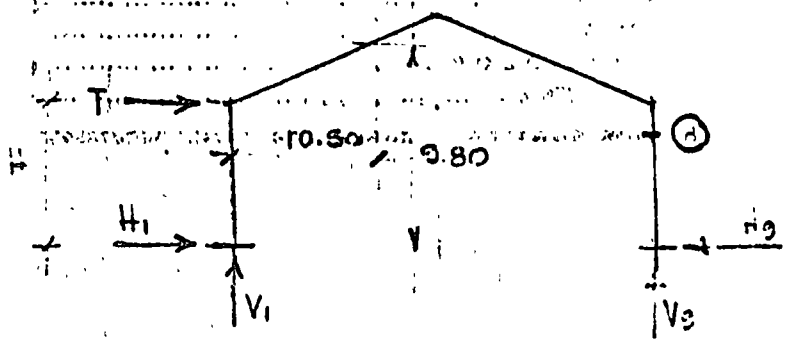
$$H_1 = 6.75 \times 755 = 5100 \text{ kg}$$

$$V_1 = 12 \times 755 = 9000 \text{ kg}$$





CASO 2 - ANALISIS



$$\frac{13.0}{3.0} = \frac{10.5}{x}$$

$$x = \frac{10.5 \times 3.0}{13.0} = \frac{31.5}{13.0} = 2.42$$

$$h = 7.57 + 2.30 = 9.80$$

Diagrama de momentos:

$$M_s = 13P(13) - P(1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12+\frac{13}{2}) = 84.5 P$$

$$M_{eq} = HT = 7.5 \times 10.8 P_u = 81 P_u$$

Mecanismo: (Fig.)

Equilibrio en la sección A

$$x = \frac{a}{b} l_c = \frac{7.50}{3.00} \cdot 13.00 = 32.57 \text{ m}$$

$$M_4 + H_2(h) = M_{st}$$

$$M_{st} = 0.60(81 P_u) + M_a$$

$$M_a = (13P) \cdot 10.5 - (1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+\frac{10.5}{2})$$

$$= 136.50 P - 60.25 P = 76.25 P$$

$$M_4 = M_p = \frac{9450}{570} P = 16.6 P$$

$$H_2(9.80) = 0.60(81 P_u) + 76.25 P - 16.6 P$$

$$= 48.6 P + 76.25 P - 16.6 P = 108.25 P$$

$$H_2 = \frac{108.25 P}{9.80} = 11.0 P$$

Equilibrio en la sección B.

$$M_B = H_2(5.0)$$

$$= 11.00 \times 5.0 P = 55.0 P = 55.0 \times 570 = 31500 \text{ kgm}$$

$$M_B = 31500 \text{ kgm} > 2+600 \text{ kgm}$$

Check de Momento

$$\begin{aligned}
 M_7 &= H_9(8.30) - M_7(\text{Det}) = 12.60 \times 8.30 P - \left[(12 P)(2.20) - P \left(1 + \frac{2.20}{2}\right) \right] \\
 &= 104.0 P - 43.5 P = 60.5 P \\
 &= 60.5 \times 570 = 34500 \text{ Kg m} > 2450 \text{ Kg m};
 \end{aligned}$$

REACCIONES:

$$H_9 = 12.60 \times 570 = 7200 \text{ Kg}; > 5100 \text{ Kg}$$

$$H_1 = H_9 - T = 7200 - 10.8 P = 7200 - 6150 = 1050 \text{ Kg};$$

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{(25 P)(13) + (0.5 P)2600 - 7.5(10.8 P)}{26.00} = \frac{325 + 1300 - 81}{26.00} P \\
 &= \frac{257}{26.0} P = 9.8 P = 9.8 \times 570 = 5600 \text{ Kg} < 9800 \text{ Kg};
 \end{aligned}$$

$$V_9 = 26 P - V_1 = (26 - 9.8) P = 16.2 P = 9250 \text{ Kg}; < 9800 \text{ Kg};$$

DISEÑO:

TRABE: $Z = \frac{M_P}{\sigma_y} = \frac{345000}{2520} = 1360 \text{ cm}^3 \text{ O.K.}$

$$\sigma_y = \frac{345000}{1250} = 2750 \text{ Kg/cm}^2 = 1.03 \sigma_{y \text{ max}}; \text{ O.K.}$$

COL. $Z = \frac{31500}{2520} = 1240 \text{ cm}^3 \text{ O.K.}$

FUERZA AXIAL $A = 2 \times 1.2^2 \times 20 + 0.62 \times 40 = 40 \times 1.50 = 76.0 \text{ cm}^2$

Columna: $\frac{P}{P_y} = \frac{9800}{2520 \times 76} = 0.05 < 0.15 \text{ O.K.}$

$$W = 9800 + \quad = 19050 \text{ Kg}$$

$$\Lambda = \frac{19050}{0.25 \times 200} = 3820 \text{ cm}^2$$

for diseño $\Lambda = 50 \times 20 = 1000 \text{ cm}^2 > 3820 \text{ cm}^2$

$$f'_c = \frac{19050}{1000} = 19.05 \text{ Kg/cm}^2;$$

$$f_b = 1265 \text{ Kg/cm}^2$$

$$t = \sqrt{\frac{3 \times 19.05 \times 5^2}{1265}} = \sqrt{\frac{75 \times 19.05}{1265}} = 1.07 \text{ cm} \Rightarrow \text{PL } 1/2''$$

CORTANTE

$$F = 7200 \text{ Kg}$$

$$a = \frac{7200}{1265} = 5.7 \text{ cm}^2 \Rightarrow 2 \phi 3/4'' \quad (5.74 \text{ cm}^2)$$

PLACAS:

$$\Lambda = \frac{7200}{0.25 \times 200} = 144 \text{ cm}^2; \text{ PL } 8'' \times 6'' \quad (300 \text{ cm}^2)$$

$$f = \frac{7200}{300} = 24 \text{ Kg/cm}^2$$

$$e = \sqrt{\frac{3 \times 24 \times 5^2}{1265}} = \sqrt{\frac{75 \times 24}{1265}} = 1.2 \text{ cm} \Rightarrow \text{PL } 1/2''$$

ACARTELAMIENTO:

DISEÑO DEFINITIVO

a) ANALISIS DE CARGAS

- lamina de asbesto de 6 mm de espesor 15 Kg/m^2
- carga viva segun el Reglamento para las construcciones en el D.F. 40

$$w = 55 \text{ Kg/m}^2$$

VALORES DE w

- a) Para diseño estructural $w = 55 \text{ Kg/m}^2$
- b) Para diseño sismico $w = 35$
- c) Para cimentacion $w = 35$

b) CARGA REPRESENTATIVA DEL EFECTO SISMICO

$$W_i = 63064 \text{ Kg} \quad (\text{sgn. hoja 5 diseño preliminar})$$

$$h = 9.00 \text{ m} \quad (\text{altura promedio})$$

$$C = 1.3 \times 0.06 = 0.078 \quad (\text{tipo I, Grupo A})$$

$$F_i = C W_i = 0.078 \times 63064 = 4920 \text{ Kg}$$

\therefore para cada marco

$$F_i = \frac{4920}{6} = 820 \text{ Kg}$$

c) CARGA REPRESENTATIVA DEL EFECTO DEBIDO AL VIENTO

$$W = 55.3 \text{ CA} \quad [\text{Kg}] \quad (\text{sgn. hoja 7 diseño preliminar})$$

$$= 1.75 \times 55.3 \times 10.5 \times 36.00 = 36600 \text{ Kg}$$

por lo tanto, para cada marco:

$$F = \frac{36600}{6} = 6100 \text{ Kg} > 820$$

Tomando en consideración que el efecto por viento es mayor que el representativo del efecto sísmico, gobierna el primero que, por su naturaleza podemos considerarlo uniformemente repartido en la altura de cada muro; luego:

$$w_v = \frac{6.100}{10.5} = 580 \text{ Kg/m};$$

En la pared normal a los muros

$$W = 0.73 \times 580 \times 3.00 \times 26.00 = 9700 \text{ Kg}$$

$$w_v = 41.5 \text{ Kg/m};$$

RESUMEN :

a) CARGAS PERMANENTES (VERTICALES)

$$W = 55 \text{ Kg/m}^2 \text{ para diseño estructural}$$

$$W = 35 \text{ Kg/m}^2 \text{ para cimentación.}$$

b) CARGAS ACCIDENTALES (HORIZONTALES)

$$W = 580 \text{ Kg/m} \text{ por viento} \quad *$$

$$W = 73 \text{ Kg/m} \text{ por sismo.}$$

* Gobierna el diseño.

FACTORES DE CARGA (PARA DISEÑO PLÁSTICO)

a) Para la combinación de cargas muerta y viva

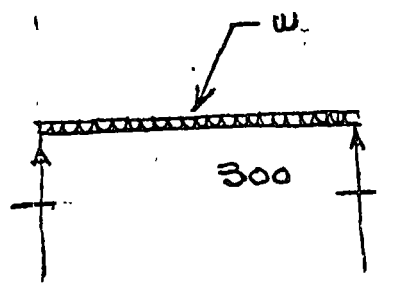
$$\underline{F.C. = 1.5}$$

b) Para la combinación de cargas muerta, viva y accidental

$$\underline{F.C. = 1.1}$$

En ambos casos la capacidad de cada sección se calculará $\underline{0.90 f_y}$.

DISEÑO DE LARGUEROS



$$w = 55 \text{ Kg/m}^2$$

entonces $\frac{1.15 w}{p.p} = \frac{63.5 \text{ Kg/m}}{3.0}$

$$w_T = 66.5 \checkmark$$

Luego, cada larguero queda solicitado por:

$$M = \frac{w l^2}{8} = \frac{66.5 \times 3.0^2}{8} = 75 \text{ Kg m};$$

$$V = \frac{w l}{2} = \frac{66.5 \times 3}{2} = 100 \text{ Kg};$$

Como $f = 2000 \text{ Kg/cm}^2$

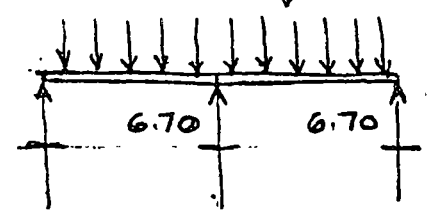
$$S = \frac{M}{f} = \frac{7500}{2000} = 3.75 \text{ cm}^3$$

El perfil 4MT-14 tiene $S = 12.6 \text{ cm}^3 > 3.75$, y tiene capacidad para soportar hasta una carga de 236 Kg/m.

Considerando que habrá de diseñarse un marco tipo, queda este solicitado por una carga $P = 2 \times 100 = 200 \text{ Kg}$ aplicadas a cada 1.15 m;

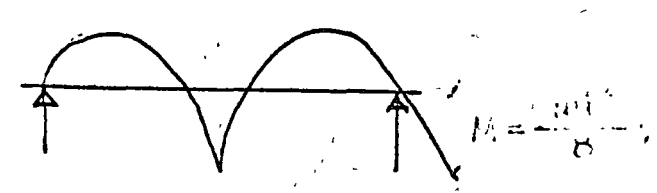
VIGAS SECUNDARIAS

$$w = \frac{200}{1.15} = 174 \text{ Kg/m}$$



tomando en cuenta la repartición uniforme de los largueros, es lícito considerar una carga uniformemente repartida

$$w = 174 \text{ Kg/m}$$



De lo anterior :

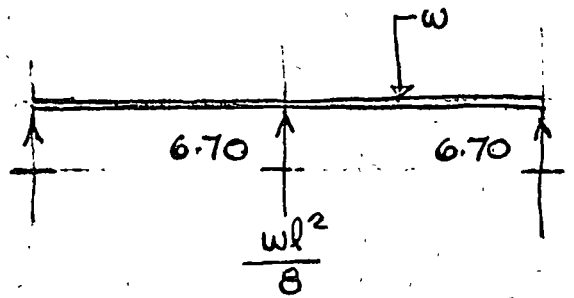
$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{174 \times 6.70^2}{8} = 978 \text{ Kg m};$$

$$M = 97800 \text{ Kg cm};$$

$$S = \frac{M}{f} = \frac{97800}{1520} = 64.4 \text{ cm}^3$$

la [6" liv tiene $S = 71.0 \text{ cm}^3 > 64.4 \text{ cm}^3$ O.K.

CUERPO LIBRE



Para $M = \frac{9wl^2}{128} < \frac{wl^2}{8}$

no es necesario este valor para el diseño;

$$w = 174 + pp$$

$$= 174 + 16.0 = 190 \text{ Kg/m};$$

$$M = \frac{190 \times 6.7^2}{8} = 1070 \text{ Kg m};$$

V_{is}
ΔV
V
z

$\frac{wl}{2}$	$\frac{wl}{2}$	$\frac{wl}{2}$	$\frac{wl}{2}$
$-\frac{wl}{8}$	$+\frac{wl}{8}$	$\frac{wl}{8}$	$-\frac{wl}{8}$
$\frac{3wl}{8}$	$\frac{5wl}{8}$	$\frac{5wl}{8}$	$\frac{3wl}{8}$

→ $\frac{3l}{8}$

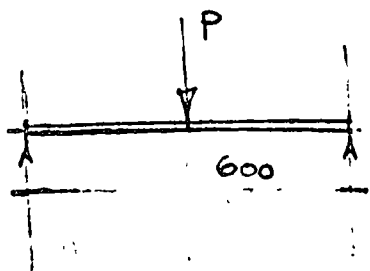
$$\frac{3wl}{8} \frac{3l}{8} - \frac{w}{2} \left(\frac{3l}{8}\right)^2 = \frac{9wl^2}{64} - \frac{9wl^2}{128} = \frac{9wl^2}{128}$$

$$V_1 = \frac{3wl}{8} = \frac{3 \times 190 \times 6.7}{8} = 478 \text{ Kg};$$

$$V_2 = \frac{10wl}{8} = \frac{10 \times 190 \times 6.7}{8} = 1590 \text{ Kg};$$

$$S = \frac{107000}{1520} = 70.4 \text{ cm}^3 < 71.0 \text{ cm}^2 \text{ [6" liv. O.K.}$$

STEUT SECUNDARIO



$$w = 1590 + 32 \\ = 1622 \text{ Kg/m}$$

$$P = V_2 = 1590 \text{ Kg};$$

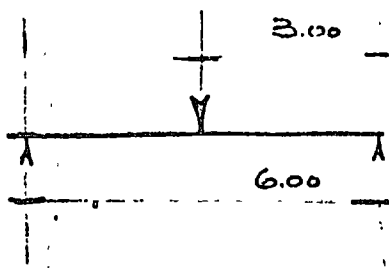
$$M = \frac{Pl}{4} = \frac{1590 \times 6.00}{4} = 23850 \text{ Kg m}; \\ = 238000 \text{ Kg cm};$$

$$S = \frac{238000}{1520} = 156.5 \text{ cm}^3$$

$$2 [6'' \text{ lvr em } S = 2 \times 71.0 = 142.0 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{P}{2} = \frac{1622}{2} = 811 \text{ Kg};$$

STEUT PRINCIPAL EN CUMBEREA



$$P = 2V_1 = (2 \times 478) + 64 \text{ (I 15'' lvr)}$$

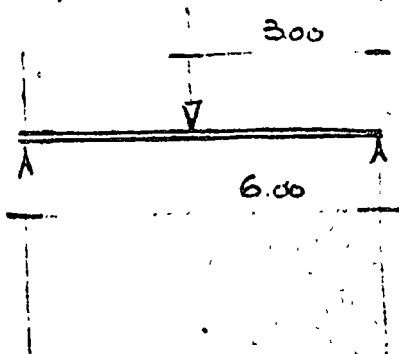
$$P = 1020 \text{ Kg};$$

$$M = \frac{Pl}{4} = \frac{1020 \times 6.00}{4} = 1530 \text{ Kg m}; \\ = 153000 \text{ Kg cm};$$

$$S = \frac{153000}{1520} = 100.0 \text{ cm}^3$$

$$2 [6'' \text{ lvr em } S = 2 \times 71.0 = 142.0 \text{ cm}^3$$

STEUT PRINCIPAL LATERAL

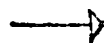


$$P = 478 + 16 = 494 \text{ Kg}$$

$$M = \frac{Pl}{4} = \frac{494 \times 6.0}{4} = 740 \text{ Kg m}$$

$$S_1 = \frac{74000}{1520} = 48.6 \text{ cm}^3$$

$$[6'' \text{ lvr em } S = 71.0 \text{ cm}^3 > 48.6 \text{ cm}^3$$



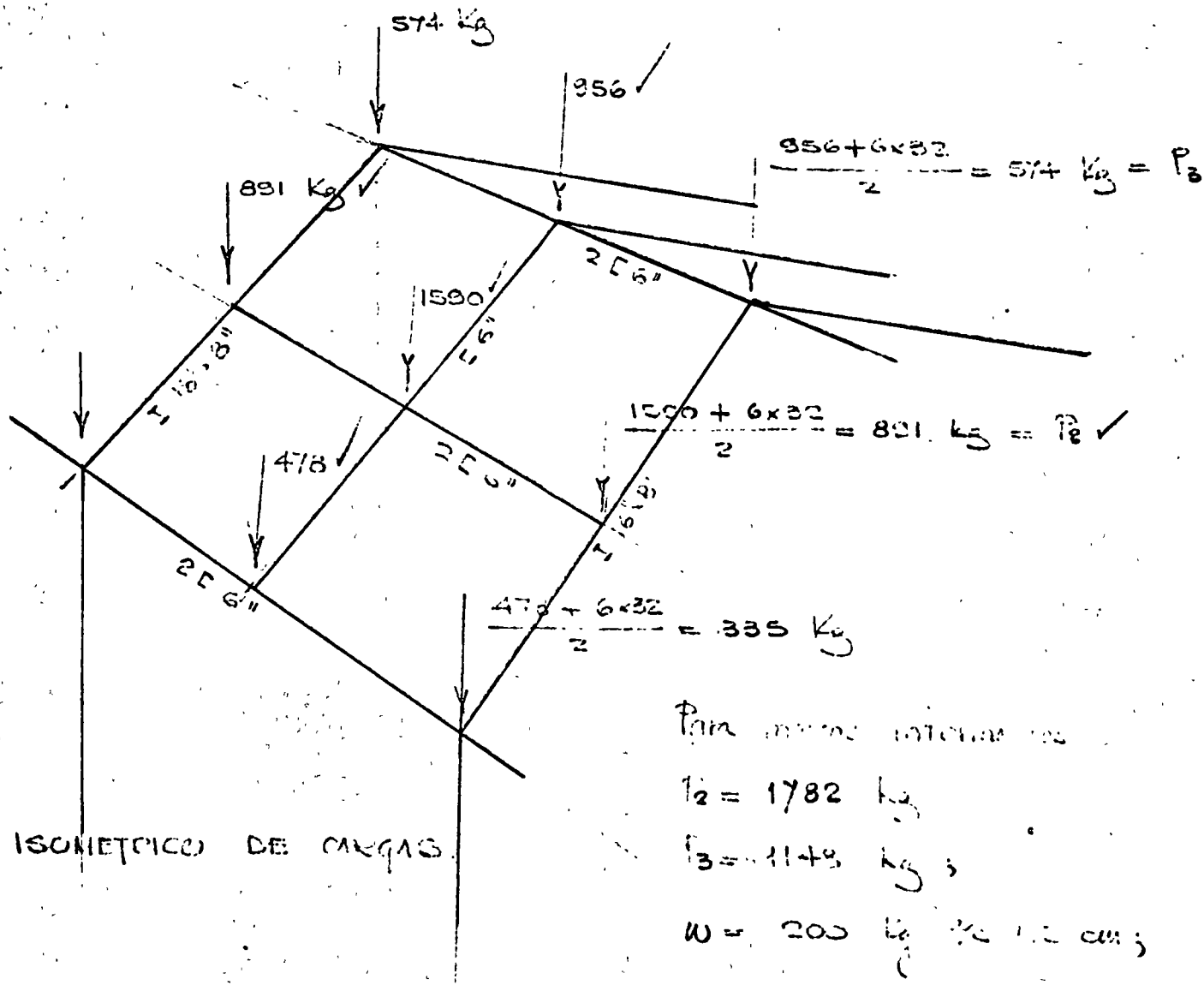
El caudón para calentar las aguas pluviales se apoye a lo largo del struct lateral; entonces,

$$W = 1.00 \times 0.20 \times 0.30 = 60 \text{ Kg/m.}$$

$$M = \frac{wl^2}{8} = \frac{60 \times 6.00^2}{8} = 2700 \text{ Kg.m.}$$

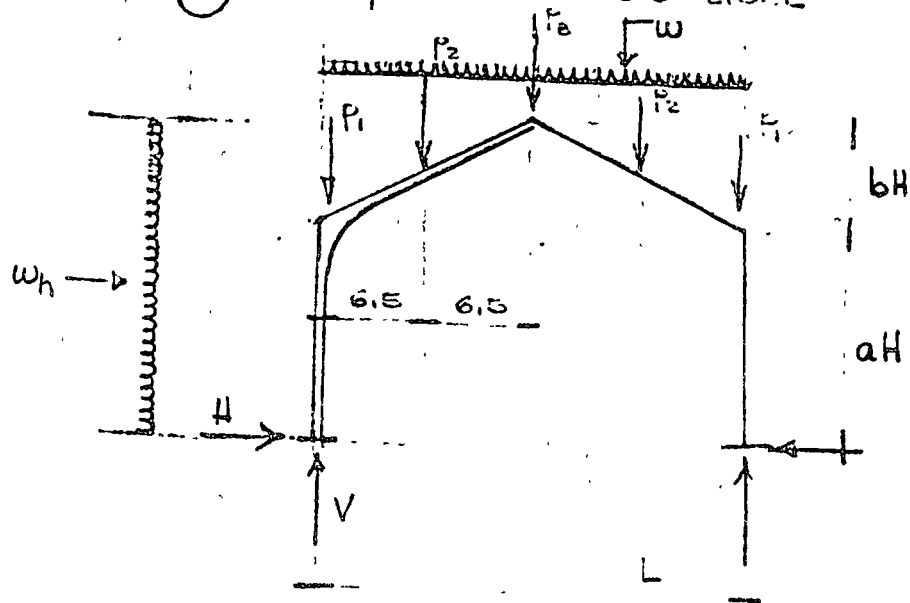
$$S_2 = \frac{27000}{1520} = 17.5 \text{ cm}^3$$

$$S_T = 48.6 + 17.5 = 66.1 \text{ cm}^3 < 71.0 \text{ cm}^3 \quad \text{O.K.}$$



MARCO PRINCIPAL

a) DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



CARGAS:

$$P_1 = 670 \text{ kg} \checkmark$$

$$P_2 = 1782 \text{ kg} \checkmark$$

$$P_3 = 1148 \text{ kg} \checkmark$$

$$* w = 200 \text{ kg/m} \checkmark$$

$$w_h = 550 \text{ kg/m} \checkmark$$

DIMENSIONES

$$aH = 7.50 \text{ m}$$

$$bH = 3.50 \text{ m}$$

$$L = 26.00 \text{ m}$$

! =

* Se incluye proyección de vientos.

b) REQUISITOS DE PIEZAS

Se trabaja sección uniforme, en un perfil I 16" x 3" en columnas y traveses;

$$I = 23340 \text{ cm}^4$$

$$S = 1157 \text{ cm}^3$$

$$\Lambda = 2 \times 20 \times 1.25 + 0.625 \times 40 = 75.0 \text{ cm}^2$$

con cartelas en las uniones de dichos elementos que presenten una variación de peralte de 40 cm a 70 cm en una longitud de 2.50 m en columnas y 3.50 m en traveses.

Con objeto de hacer un diseño racional de estos miembros, analizaremos los marcos por medio de dos métodos: uno elástico y otro plástico. Es de suponerse la acción del más severo único sin disminuir de la seguridad.

Consideraciones:

① Se considera el marco articulado en su alceja.

Considerando inicialmente que no hay momento en la alceja (fuerza) que produzca la variación de momento en el marco, calculamos el momento producido como sigue:

$$M = \frac{wl^2}{8} + \frac{F_2 l}{4} + \frac{F_3 l}{4}$$

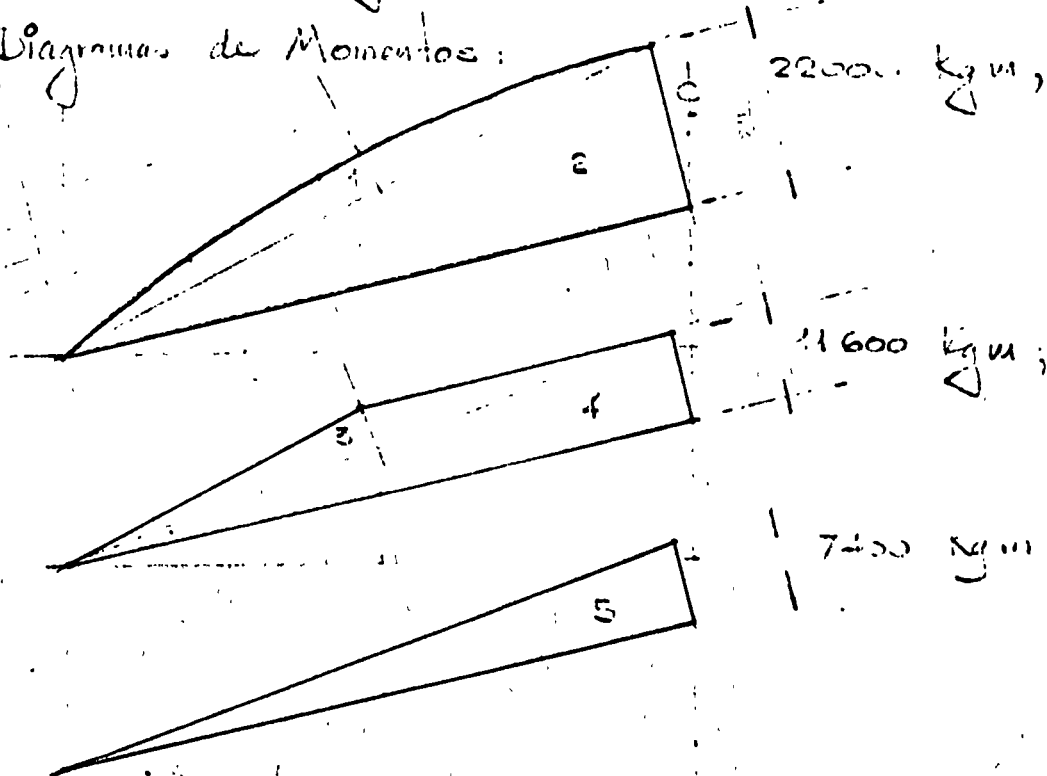
$$\frac{wl^2}{8} = \frac{260 \times 26.00^2}{8} = 22000 \text{ Kg m}; \checkmark \checkmark$$

$$\frac{F_2 l}{4} = \frac{1782 \times 26.00}{4} = 11600 \text{ Kg m}; \checkmark \checkmark$$

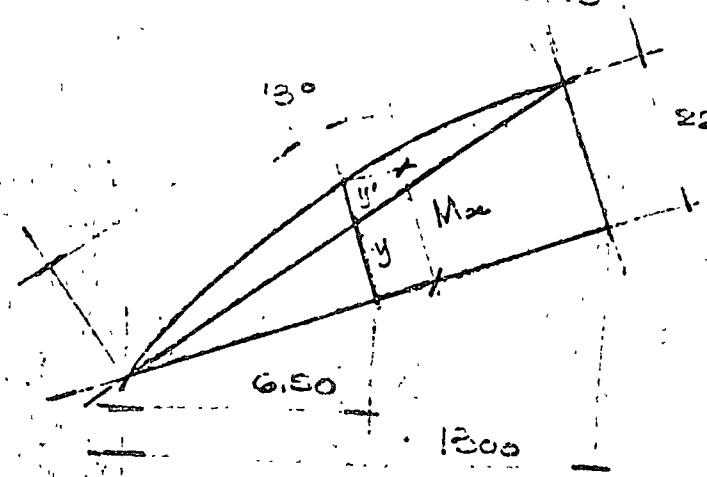
$$\frac{F_3 l}{4} = \frac{1148 \times 26.00}{4} = 7400 \text{ Kg m}; \checkmark \checkmark$$

$$M = 41000 \text{ Kg m};$$

Diagramas de Momentos:



Calculo de crámbola:



22000 kg m;

$$\frac{22000}{y} = \frac{1300}{250}$$

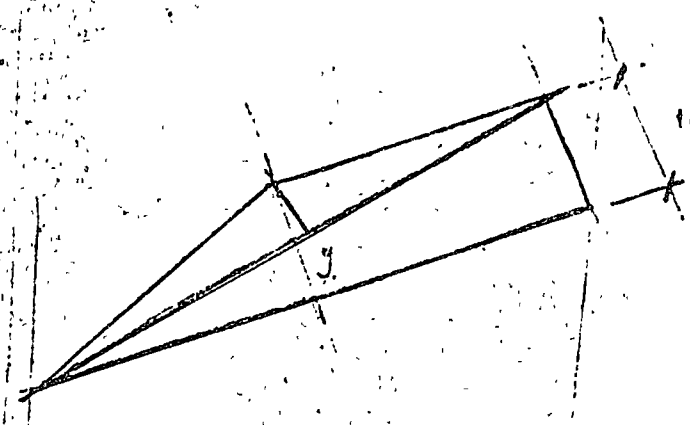
$$y = \frac{22000 \times 615}{1300} = 11000$$

$$V_1 = V_2 = \frac{260 \times 2600}{2} = 3380 \text{ kg};$$

$$M_x = 3380 \times 615 - \frac{260 \times 615^2}{2} = 22000 - 6500 = 16500 \text{ kg m};$$

$$y' = 16500 - 11000 = 5500 \text{ kg m};$$

$$h = y' \cos \left(\tan^{-1} \frac{300}{1300} \right) = y' \cos 13^\circ = 5500 \times 0.975 = 5350 \text{ kg m}$$



11600 kg m

$$y = 5800 \text{ kg m}$$

$$h = 5800 \times 0.975 = 5650 \text{ kg m};$$

Longitud de cada trabe de cumbrera.

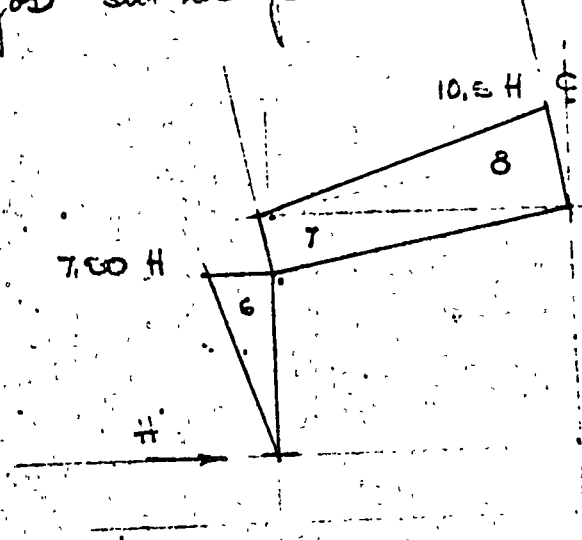
$$l = \sqrt{1300^2 + 300^2} = \sqrt{169 + 9} = \sqrt{178} = 13.70 \text{ m};$$

Tabularemos para calcular $\sum \frac{M'y}{I} ds$;

N.	AREA	I	$\frac{M ds}{I}$	y	$M_y ds$
1	$\frac{2 \times 5350 \times 13.70}{3} = 48900$	1.0	48900	3.00	444000
2	$\frac{22000 \times 13.70}{2} = 151000$	1.0	151000	3.50	1430000
3	$\frac{5650 \times 13.70}{2} = 38700$	1.0	38700	3.00	348000
4	$\frac{11600 \times 13.70}{2} = 79500$	1.0	79500	3.50	755000
5	$\frac{7400 \times 13.70}{2} = 50600$	1.0	50600	3.50	430000
					3457000
					x 2
					6914000

$$\sum \frac{M'y}{I} ds = 6914000$$

Calcularemos ahora los momentos que resultan como consecuencia de la aplicación de una fuerza H horizontal en los apoyos sin la presencia de otras fuerzas.



analogamente:

No.	AREA	I	$\frac{M ds}{I}$	y	$M_y ds$
6	$\frac{7.50 H \times 7.50}{2} = 28.1 H$	1.0	28.1 H	5.00	140.5 H
7	$\frac{7.50 H \times 13.70}{2} = 51.4 H$	1.0	51.4 H	8.50	436.0 H
8	$\frac{10.50 H \times 13.70}{2} = 72.0 H$	1.0	72.0 H	9.50	685.0 H
					1261.5 H
					x 2
					2523.0 H

Debe cumplirse que la suma de los valores obtenidos sea cero para garantizar el equilibrio; así:

$$6914000 + 2523 H = 0$$

$$H = - \frac{6914000}{2523} = -2740 \text{ Kg}$$

luego: $7.50 H = 7.50 (-2740) = -20600 \text{ Kg m}$;

$$41000 + 10.5 H = 41000 + 10.5 (-2740)$$

$$= 41000 - 28800 = -12200 \text{ Kg m}$$

(2)

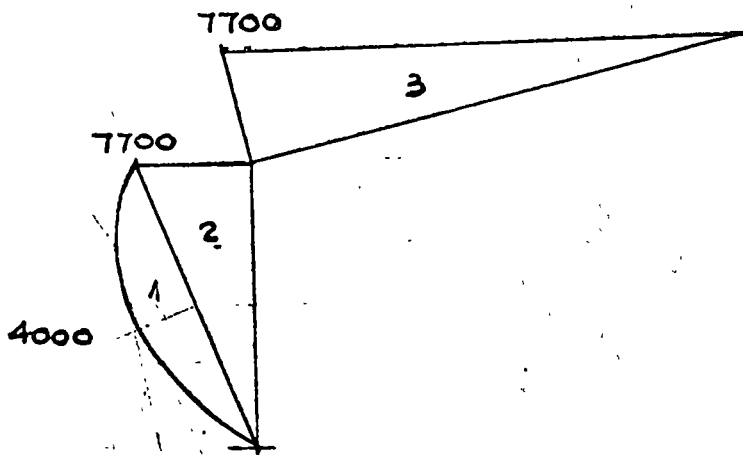
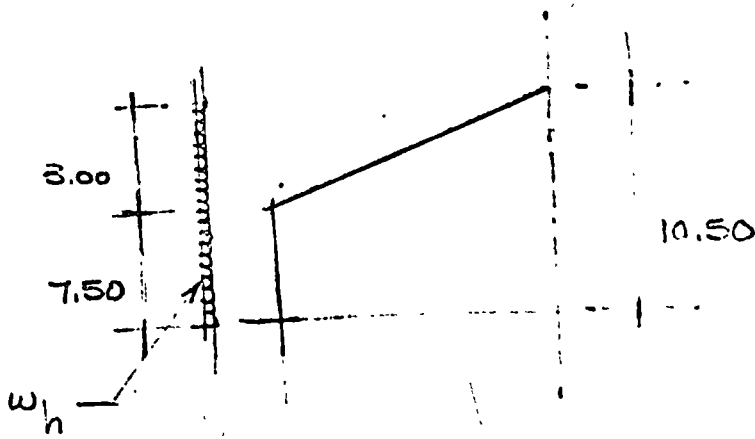
Tomando en cuenta ahora la salubridad de seguir accidentalmente, en este caso particular, la producción por viento, se tiene:

$$w_h = 1.75 \times 35.3 \times 600 = 580 \text{ Kg/m}$$

$$M_{15} = \frac{w_h^2}{8} = \frac{580 \times 10.5}{8} = 3000 \text{ Kg m}$$

$$V_1 = V_2 = \frac{580 \times 7.5}{2} = 3200 \text{ Kg}$$

$$M_y = 3200 \times 7.5 - \frac{580 \times 7.5^2}{2} \\ = 24000 - 16300 = 7700 \text{ Kg m}$$



No.	AREA	I	$\frac{M d_s}{I}$	y	$M_y d_s$
1	$\frac{2 \times 4000 \times 7.5}{3} = 20000$	1.0	20000	3.75	75000
2	$\frac{7700 \times 7.5}{2} = 28800$	1.0	28800	5.00	144000
3	$\frac{7700 \times 13.7}{2} = 52700$	1.0	52700	8.50	448000
					667000
					$= \frac{M_y d_s}{I} = 667000$

entonces:

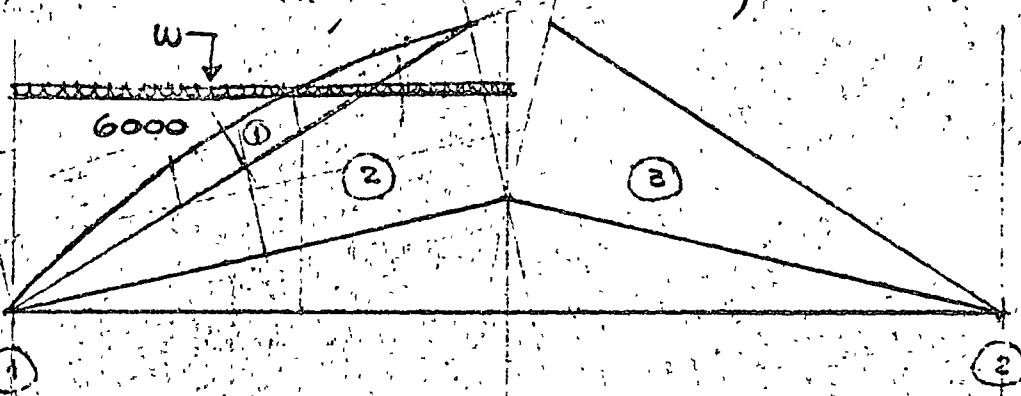
$$667000 + 2523 H = 0$$

$$H = - \frac{667000}{2523} = -264 \text{ Kg}$$

$$7700 + 7.5 H = 7700 - 7.5 \times 264 = 7700 - 1980 = 5720 \text{ Kg m}$$

$$10.5 H = 10.5 (-264) = -2770 \text{ Kg m}$$

③ Considerando como otra alternativa la carga de 580 Kg/m actuando solamente en un tramo del marco, tenemos:



$$26.00 V_2 - 580 \times 13 \times 6.5 = 0$$

$$V_2 = \frac{580 \times 13 \times 6.5}{26.00} = 1880 \text{ Kg}$$

$$V_1 = 580 \times 13 - 1880 = 7540 - 1880 = 5660 \text{ Kg}$$

$$M = 5660 \times 13 - \frac{580 \times 13.0^2}{2}$$

$$= 73580 - 49000 = 24580 \text{ Kg m}$$

No.	AREA	I	$\frac{M \cdot d_i}{I}$	y	$M_y \cdot d_i$
1	$\frac{2 \times 6000 \times 13.70}{3} = 54800$	1.0	54800	3.00	493000
2	$\frac{24580 \times 13.70}{2} = 168000$	1.0	-168000	9.50	-1600000
3	$\frac{24580 \times 13.70}{2} = 168000$	1.0	168000	9.50	1600000

$$\leq \frac{M_y}{I} d_i = 3693000$$

Ahora:

$$3693000 + 2523 H = 0$$

$$-H = \frac{3693000}{2523} = 1460 \text{ Kg}$$

$$7.5 H = 7.5 (-1460) = -10950 \text{ Kg m};$$

$$23400 + 10.5 H = 23400 - 15300 = 8100 \text{ Kg m};$$

De acuerdo con los resultados obtenidos, tomaremos para diseño:

(a) En el empotramiento

$$-M = 20600 + 10950 = \underline{31550 \text{ Kg m}}; \quad \checkmark \checkmark$$

(b) Al centro del claro

$$M = 12200 + 8100 = \underline{20300} \quad \checkmark$$

(c) Fuerza horizontal

$$H = 2740 + 1460 = \underline{4200 \text{ Kg}}$$

DISEÑO :

Recordemos que se propone una sección de 16" x 8" formada por placas de 1/2" en patines y de 1/4" en el alma;

$$I = 23340 \text{ cm}^4$$

$$S = 1167 \text{ cm}^3$$

Esfuerzos permisibles:

$$f = 0.6 f_y \text{ en elementos a flexión. (RCDF)}$$

Considerando la acción simultánea de carga accidental y carga crónica:

$$f = 1.3 \times 0.6 f_y = 0.9 f_y;$$

$$f_y = 0.80 \times 2500 \text{ kg/cm}^2 = 2000 \text{ kg/cm}^2$$

$$f = 0.6 f_y = 1200 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{\Delta} = 0.9 f_y = 1800 \checkmark$$

Entonces:

$$\text{Como: } f = \frac{M y}{I} = \frac{M}{S};$$

$$\text{Para } M = 31550 \text{ kgm};$$

$$f = \frac{31550 \times 100}{1167} = 2700 \text{ kg/cm}^2 > f_{p\Delta}$$

$$M = 20600 \checkmark$$

$$f = \frac{20600 \times 100}{1167} = 1770 \checkmark < f_p$$

∴ LA SECCION ES INSUFICIENTE EN EL EMPOTRAMIENTO POR LO QUE SE PROPORCIONAN CANTERAS.

$$\text{Para } M = 20300 \text{ kgm}$$

$$f = \frac{20300 \times 100}{1167} = 1740 \text{ kg/cm}^2 < f_{p\Delta}$$

$$M = 12200 \checkmark$$

$$f = \frac{12200 \times 100}{1167} = 1050 \checkmark < f_p$$

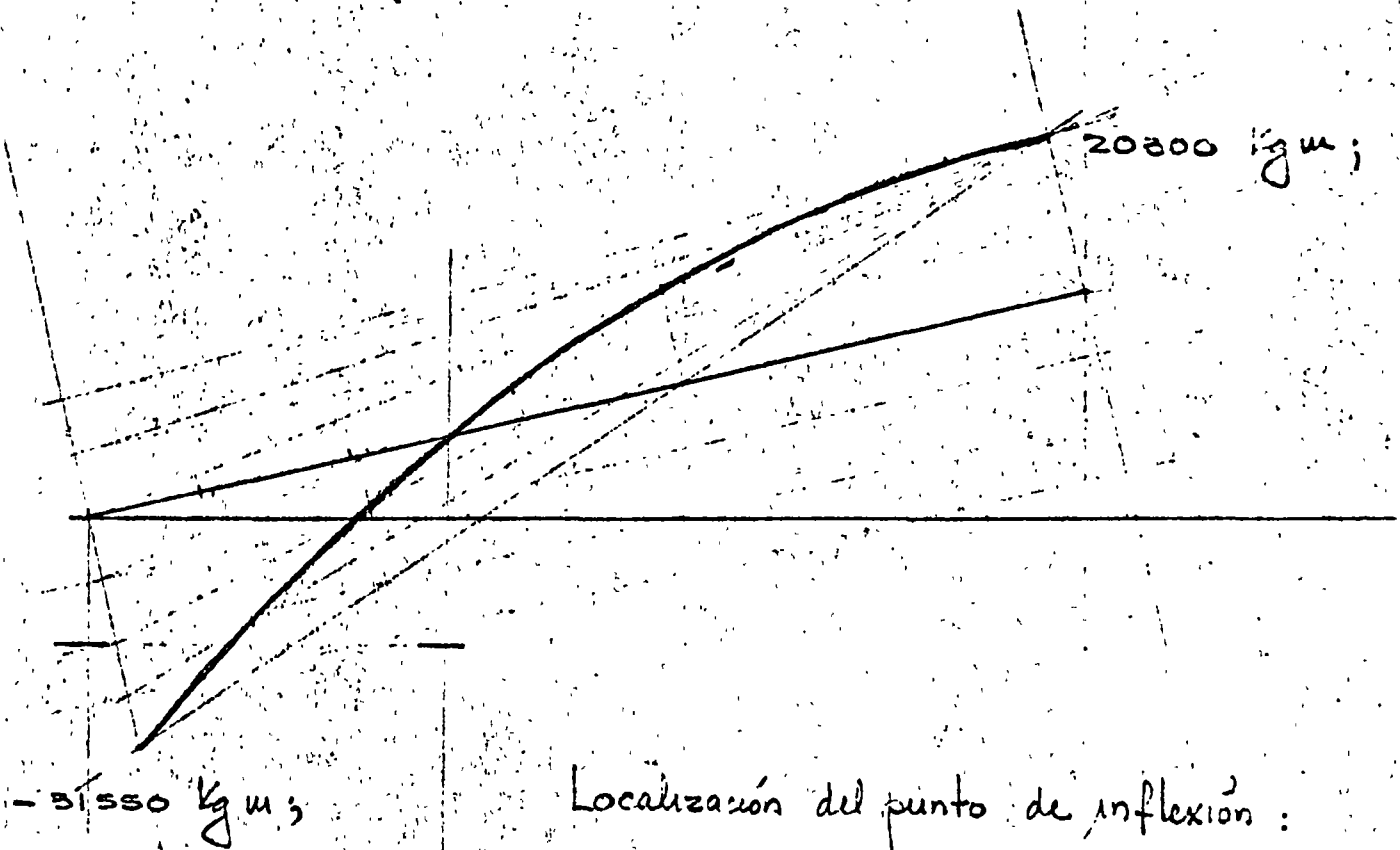
Relación peralte a espesor del alme:

a) Peralte: 40 cm;

b) espesor: 0.635 cm;

$$\frac{h}{t} = \frac{40}{0.635} = 63 < 308 * \text{ O.K.}$$

$$* \frac{985000}{\sqrt{2580(2580+1150)}} = \frac{985000}{\sqrt{2580 \times 3680}} = \frac{985000}{3200} = 308$$



$$M = H_y + \frac{w_1 x}{2} (L-x) + \frac{8016}{1782} x - \frac{w_2 x^2}{2} = 1782 x$$

$$H = 4200 \text{ kg};$$

$$y = 7.50 + \frac{6x}{L};$$

$$L = 26.00 \text{ m}$$

$$w = 260 + 580 = 840 \text{ kg/m}$$

cuando $x > 6.5$

$$M = -4200 y. + \frac{260x}{2} (2600 - x) + 8016x - \frac{580x^2}{2} - 1782x$$

check: para $x = 13.00$ m

$$M = -4200 (7.50 + 3.00) + 130 \times 13.00^2 + 8016 \times 13 - \frac{580 \times 13.0^2}{2} - 1782 \times 6.5$$

$$= -44100 + 21970 + 104200 - 49000 - 11600 = 21470 \text{ O.K}$$

Para encontrar el punto de inflexión desaparece el término $1782x$, así:

$$M = -4200 \left(7.50 + \frac{6x}{L} \right) + 130x(2600 - x) + 8016x - 290x^2 = 0$$

$$-4200 \times 7.50 - \frac{6 \times 4200}{26.0} x + 130 \times 26.0x - 130x^2 + 8016x - 290x^2 = 0$$

$$-420x^2 + 10427x - 31500 = 0$$

Resolviendo la expresión obtenida:

$$x = \frac{10427 \pm \sqrt{10427^2 - 4 \times 20 \times 31500}}{2 \times 420}$$

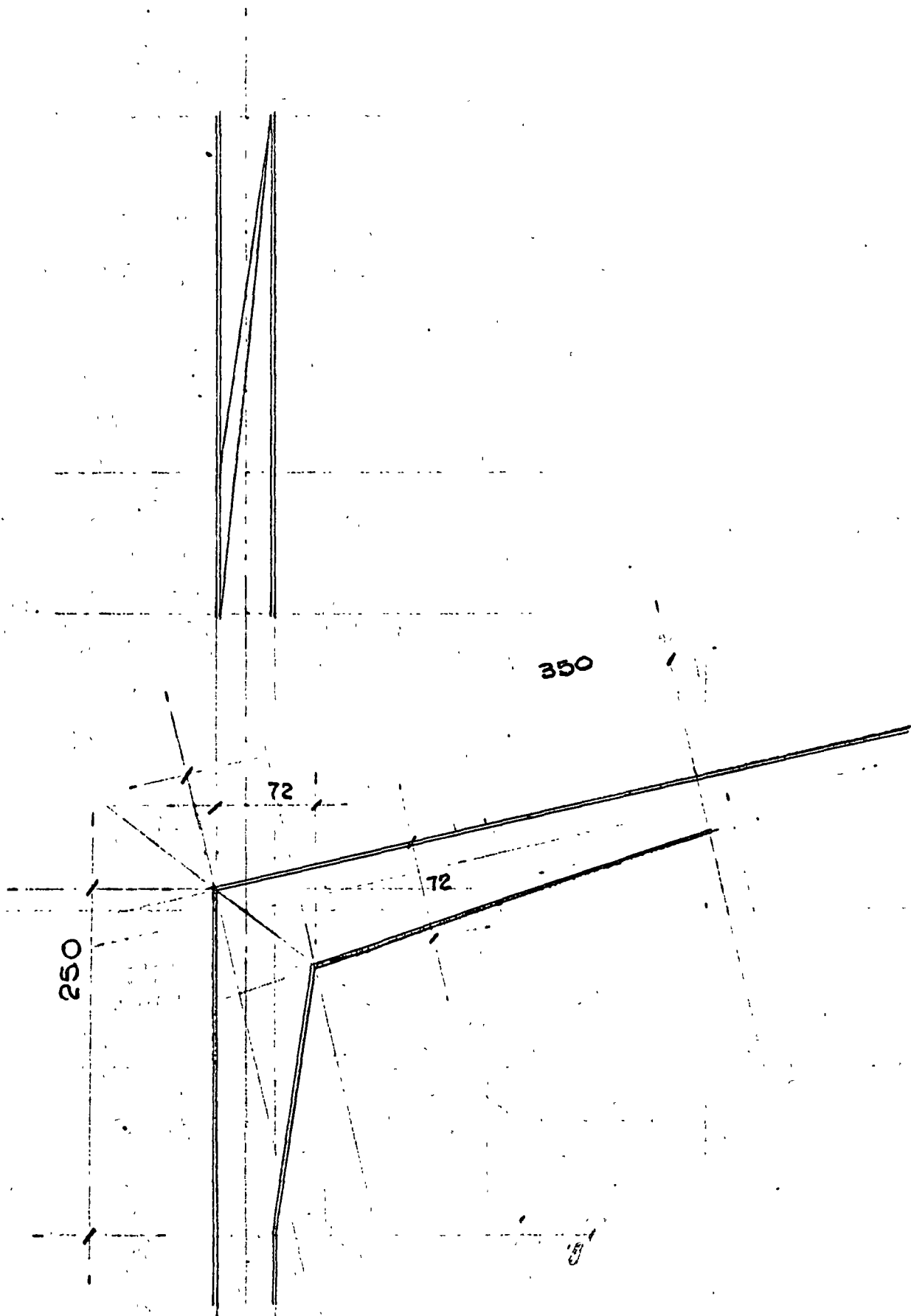
$$= \frac{10427 \pm 7470}{840} \quad ; \quad x_1 = \frac{17897}{840} = 21.30 \text{ m } \checkmark$$

$$x_2 = \frac{2957}{840} = 3.70 \text{ m } \checkmark$$

Como $26.00 - 21.30 = 4.70$ m

$$\frac{4.70 + 3.70}{2} = 4.20 \text{ m } \text{ puede aceptarse como OK.}$$

TRAZO DE LA CARTELA



Por construcción, dadas las condiciones de corte de material disponible se acepta un perfil de 75 cm en el embotramiento entre trabe y columna. Tomaremos para cálculo $d = 70$ cm.

① Revisión de la columna:

La fuerza horizontal en la base vale:

$$H = 2740 \text{ Kg}$$

$$H_{CV+V} = 4200 \checkmark$$

El momento máximo que puede resistir, de acuerdo a las condiciones impuestas, el perfil propuesto es:

$$M = \frac{f I}{y} = \frac{2}{3} S = 1210 \times 1167$$

$$= 1410000 \text{ Kg cm}$$

$$= 14100 \text{ Kg m} \text{ ----- C.V}$$

ó bien $M = 1815 \times 1167 = 2120000 \text{ Kg cm}$

$$= 21200 \text{ Kg m}$$

$$\text{----- CV+V}$$

Estos momentos se localizan a:

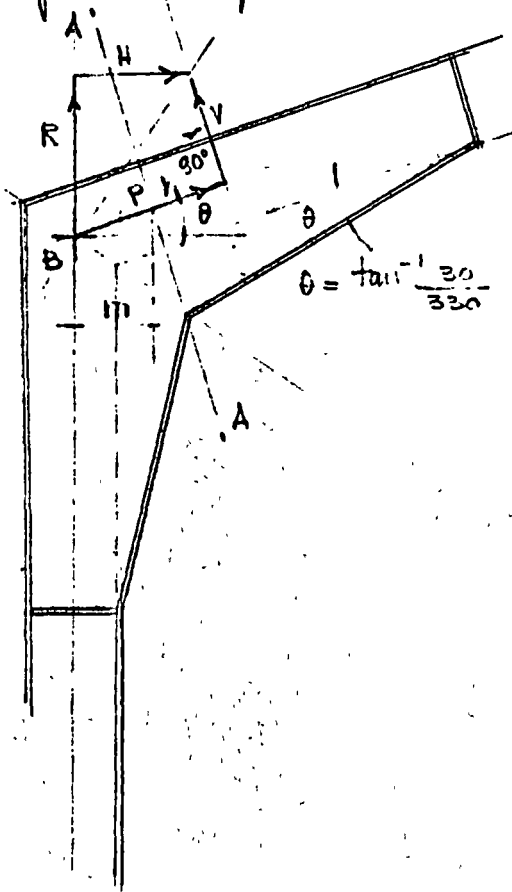
$$h_1 = \frac{14100}{2740} = 5.15 \text{ m}$$

$$h_2 = \frac{21200}{4200} = 5.05 \text{ m}$$

por lo que la sección I se mantendrá solamente hasta 5.00 de altura acortando el puto, para garantizar el equilibrio.

Análisis de las canteiras:

Las fuerzas R y H pueden separarse en dos componentes (en el punto en que coinciden los ejes de los miembros de las canteiras)



P y V son sus componentes

El momento flexionante M en la sección A es igual al momento en B producido en una cantidad Vm , una fuerza P excéntrica en respecto al eje central y un corte V .

El patín inferior está inclinado y debe hacerse la corrección en el esfuerzo.

El esfuerzo máximo f_p es paralelo al patín de la canteira y vale

$$f_p = \frac{My}{I} \sec \theta$$

y el cortante

$$V_T = \frac{M_y}{I} A \tan \theta$$

donde A = área del patín.

$$\therefore f_p = \frac{M}{S} \sec \theta \quad \text{y} \quad V_T = \frac{M}{S} A \tan \theta;$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{30}{330} = \tan^{-1} 0.091 = 5^\circ 12' \quad \sec \theta = 1.0041$$

Momento de Inercia:

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = 2 \times 20 \times 1.25 \times 35^2 = 61250 \text{ cm}^4$$

$$S = \frac{61250}{35} = 1750 \text{ cm}^3;$$

$$A = 20 \times 1.25 = 25.0 \text{ cm}^2$$

$$\lambda_T = 50 + 70 \times 0.65 = 50 + 45.5 = 95.5 \text{ cm}^2$$

Ejercicios:

Para $M = 31550 \text{ Kg·m}$; $f_p = \frac{31550 \times 100}{1750} \times 1.0041 = 1800 \text{ Kg/cm}^2 \checkmark \text{ O.K.}$

$M = 20600 \text{ v}$ $f_p = \frac{20600 \times 100}{1750} \times 1.0041 = 1180 \checkmark \text{ O.K.}$

Aceptando el perfil propuesto, calculamos la compresión permisible:

$$\frac{Ld}{bt} = \frac{350 \times 40}{20 \times 1.25} = 560 ; \quad F_b = \frac{843720}{560} = 1510 \text{ Kg/cm}^2$$

El AISC especifica $F_{b \text{ t}} = \frac{843720}{\frac{Ld}{bt}} \leq 1400 \text{ Kg/cm}^2 \quad \frac{L}{b} < 40$

El AREA

$$F_{b p} = 1265 - 0.3515 \left(\frac{L}{b} \right)^2$$

$$= 1265 - 0.3515 \left(\frac{350}{20} \right)^2$$

$$= 1265 - 0.3515 \times 305 = 1265 - 107$$

$$= 1158 \text{ Kg/cm}^2 ;$$

$$F_a = 1195 - 0.0341 \left(\frac{350}{2.77} \right)^2 = 1195 - 5.45 = 650 \text{ Kg/cm}^2$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{61250}{94}} = 2.48$$

$$r_2 = \sqrt{\frac{23340}{76}} = 3.06 \quad r = \frac{2.48 + 3.06}{2} = 2.77$$

$$L_{max} = 650 \text{ cm}; \quad \frac{L}{b} = \frac{650}{20} = 32.5 < 40.$$

En columnas sometidas a una combinación de momentos de flexión y compresión axial tenemos:

Cuando $\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$:

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{6405}{76} = 84.2 \text{ Kg/cm}^2 \rightarrow$$

$$\frac{84.2}{650} = 0.13 < 0.15 ;$$

$$\therefore \frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0 ;$$

$$f_b = \frac{M}{S} = \frac{1370000}{1167} = 1170 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_b = 1520 \text{ Kg/cm}^2 \quad \frac{f_b}{F_b} = \frac{1170}{1520} = 0.77$$

$$0.13 + 0.77 = 0.90 < 1.0 \quad \text{O.K.}$$

Para la cartela $f_a = \frac{6406}{94} = 68 \text{ Kg/cm}^2$

$$f_b = \frac{2060000}{1750} = 1180 \text{ Kg/cm}^2$$

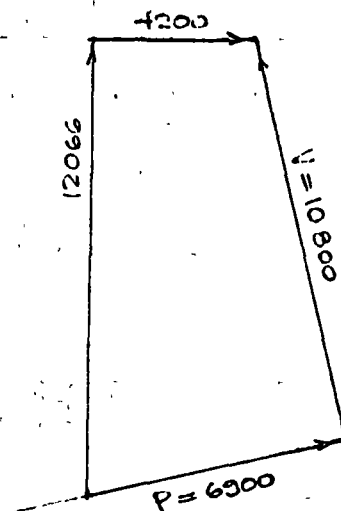
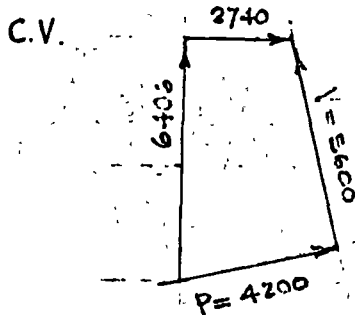
$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{68}{650} = 0.105 ;$$

$$\frac{f_b}{F_b} = \frac{1180}{1520} = 0.78 ;$$

$$0.105 + 0.78 = 0.885 < 1.0 \quad \text{O.K}$$

En la criteria de la trabe:

$$M = 20600 \text{ Kg/m} ;$$



$$\frac{M - P_e}{S} = \frac{2060000 - 84000}{1750} =$$

$$= 1130 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\frac{3155000 - 138000}{1750} =$$

$$= 1720 \text{ Kg/cm}^2$$

O.K.

$$\frac{P}{A} = \frac{3600}{94} = 59.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_b = 1.03 \times 1130 = 1160 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_a = 1.03 \times 59.6 = 61.4 \text{ ✓}$$

$$\text{Largo: } \frac{61.4}{650} + \frac{1160}{1520} = 0.095 + 0.765 = 0.86 < 1.00 \text{ O.K.}$$

PLACA BASE:

$$P = 12066 \text{ Kg} \quad (C.V + V)$$

$$A = B \times C ;$$

$$F_p = 0.25 f'_c = 0.25 \times 210 = 52.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = \frac{P}{F_p} = \frac{12066}{52.5} = 230 \text{ cm}^2 ;$$

Por construcción $B = 25 ; C = 45$

$$A = 45 \times 25 = 1125 \text{ cm}^2 > 230$$

$$F_p = \frac{12066}{1125} = 10.7 \text{ kg/cm}^2$$

En cualquiera de los casos $m = n = 21.5 \text{ cm} ;$

$$t = \sqrt{\frac{3 \times 10.7 \times 6.25}{1265}} = 0.4 \text{ cm} \longrightarrow \text{Se tomará } \frac{1}{2}'' \text{ (1.27 cm)}$$

ANCLAJE

El constante en la base.

$$H = 4200 \text{ Kg} ;$$

$$r = 700 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = \frac{H}{r} = \frac{4200}{700} = 60 \text{ kg/cm}^2 \text{ O.K.}$$

Se utilizan $4 \phi \frac{3}{4}'' \text{ (11.40 cm}^2)$

ZONA DE SERVICIOS

① ANALISIS DE CARGAS.

losa reticular de 15 cm

200 Kg/m^2

espa de compresión de concreto simple

100 ✓

relevo de tezan de base de pendientes

110 ✓

entoriado e impermeabilizante

85 ✓

plafón de yeso

25 ✓

C.M 540 ✓

C.V 100

 $w = 640 \text{ Kg/m}^2$

Para cimentación y sismo:

C.M 540

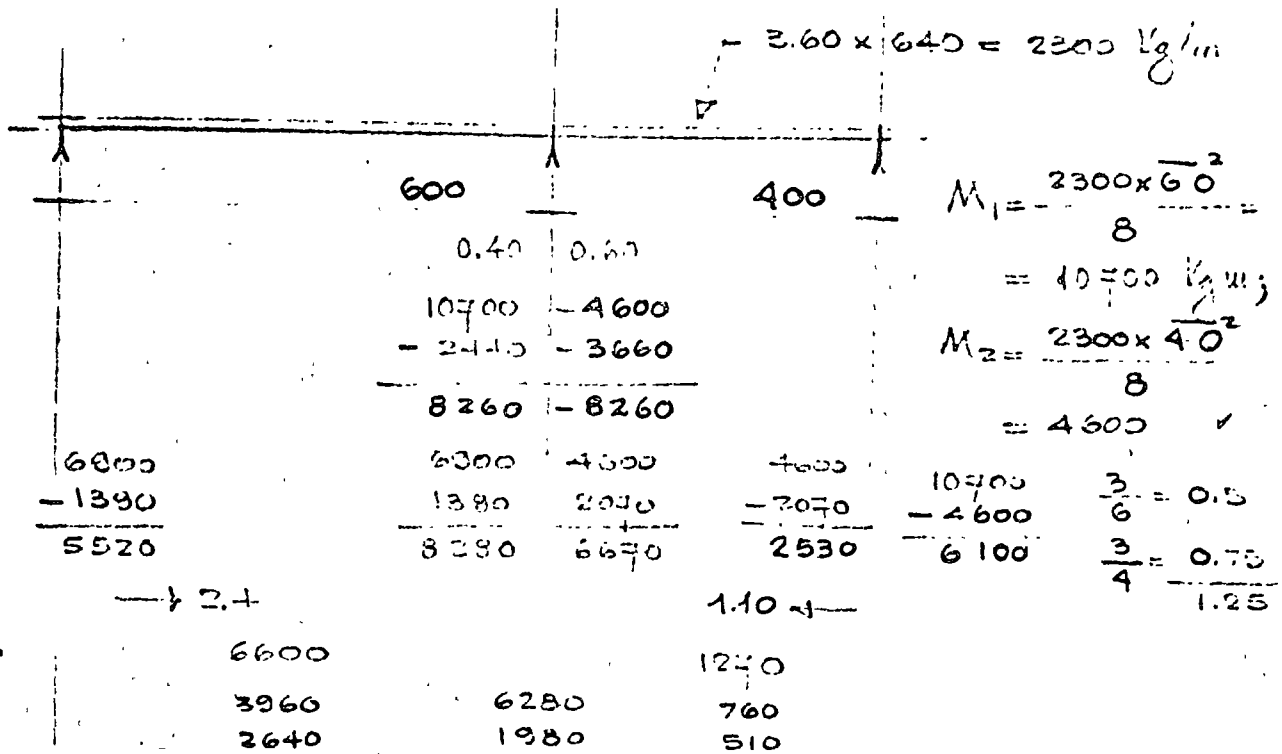
C.V 40

580 Kg/m^2 DESCARGAS ; $w = 580 \text{ Kg/m}^2$

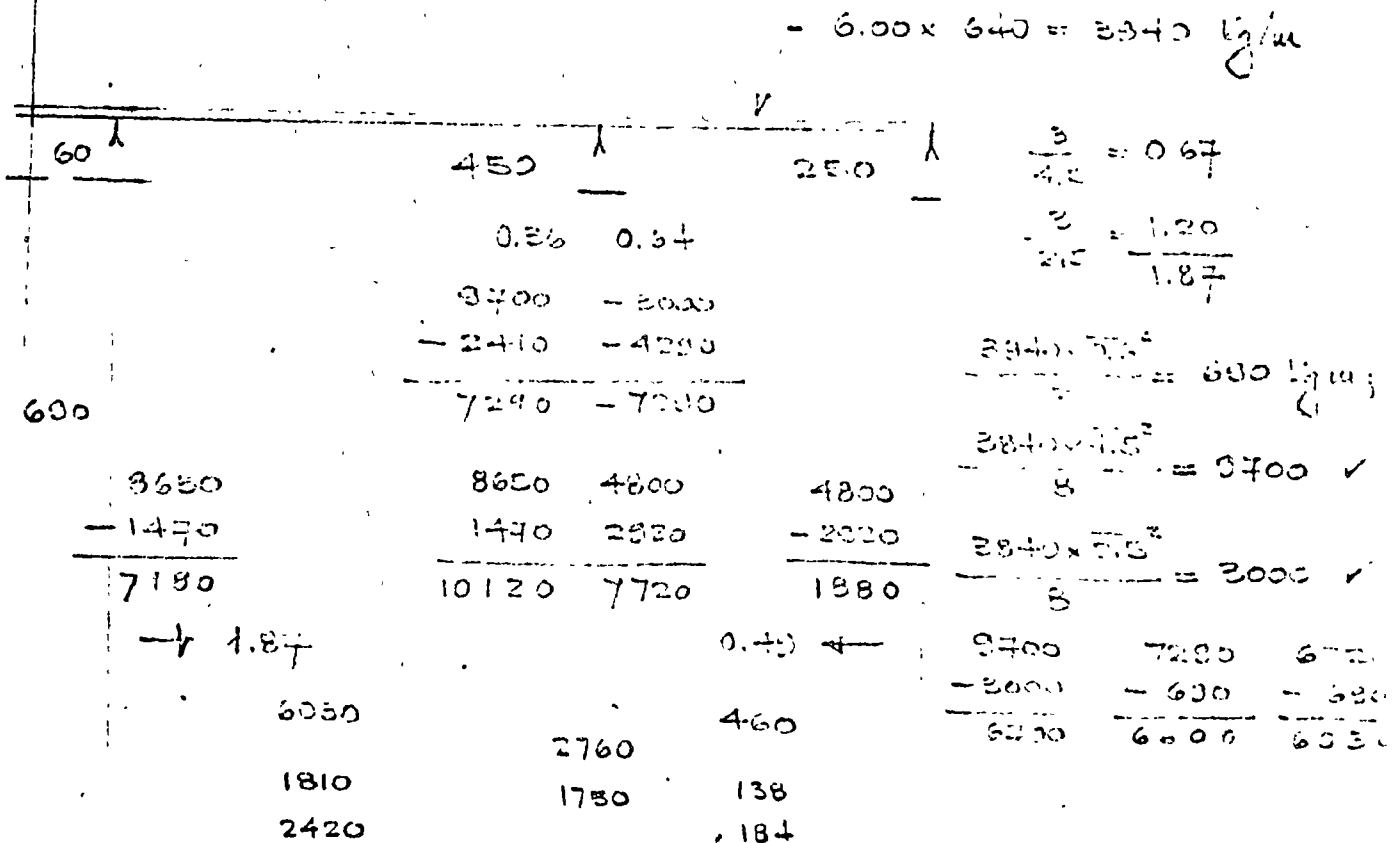
losa	a	b	m	m^2	$\frac{3 \cdot \text{m}^2}{2}$	$\frac{w \cdot a}{3}$	$\frac{w \cdot b}{3}$	$\frac{3 \cdot \text{m}^2}{2}$
1	600	600	1.0	1.00	1.00	1160		1160
2	600	450	0.75	0.56	1.22	870		1060
3	700	600	0.85	0.72	1.14	1160		1325
4	600	250	0.42	0.18	1.41	480		675
5	450	300	0.67	0.45	1.27	580		735
6	450	250	0.55	0.30	1.35	480		640

ANALISIS ESTRUCTURAL

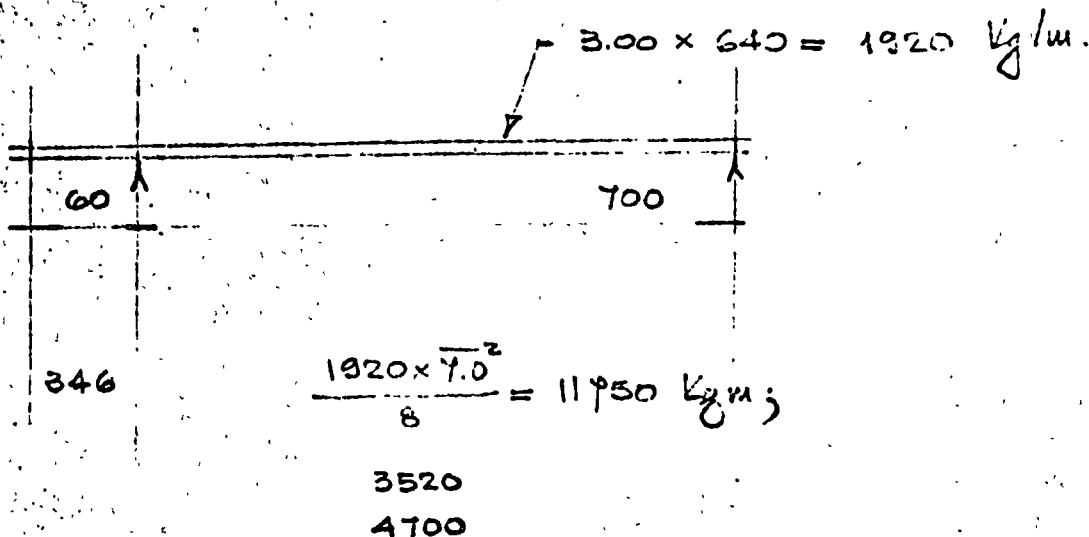
CASO 1



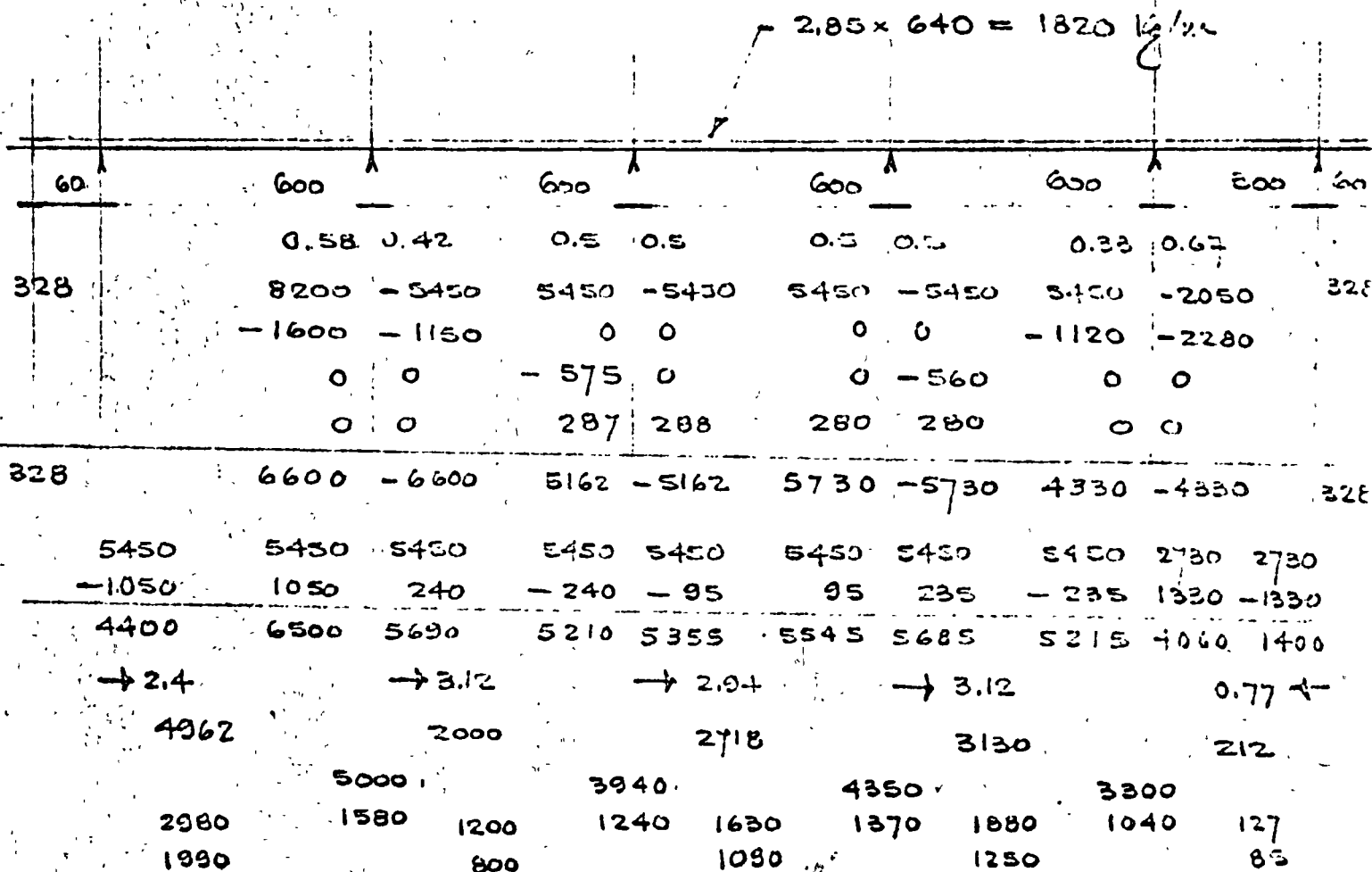
CASO 2



CASO 3



CASO 4



CASO 1

F. Colo.	5 nervs.	790	-1250	150
		4φ3	5φ3	1φ3
F. cent.	3,5 nervs.	750	570	145
		4φ3	3φ3	1φ3

CASO 2

F. Colo.	6 nervs	300	460	23
		2φ3	3φ3	1φ3
F. cent.	6 nervs.	405	290	30
		3φ3	2φ3	1φ3

CASO 3

F. Colo	6 nervs.	585	
		4φ3	
F. cent.	6 nervs.	785	
		5φ3	

CASO 4

F. Colo.	5 nervs.	585	- 1000	324	- 660
		3φ3	5φ3	2φ3	4φ3
F. cent.	3 nervs.	665	- 525	420	- 340
		4φ3	3φ3	2φ3	2φ3

TABLA PARA EL ARMADO DE NERVIADURAS

$$h = 20 \text{ cm}; \quad b = 10 \text{ cm};$$

$$f'_c = 170 \text{ Kg/cm}^2$$

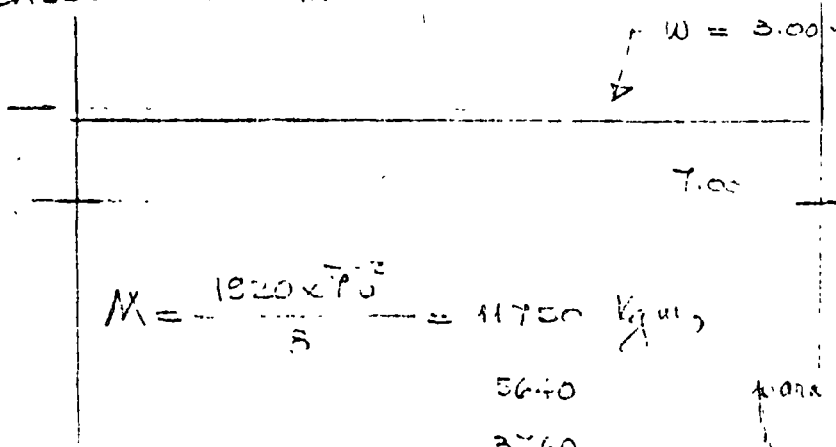
$$F.C. = 1.4; \quad A_g = 200 \text{ cm}^2$$

$$f_y = 2320 \quad \checkmark$$

$$M = \frac{1}{1.4} \cdot 0.9 \times 2320 \times 10 A_s (1 - 8.06 p) = 26800 A_s (1 - 8.06 p)$$

A_s	p	$8.06 p$	$1 - 8.06 p$	$A_s (1 - 8.06 p)$	$M \text{ [Kg m]}$
1 ϕ 3 0.71	0.00355	0.0286	0.9714	0.69	185
2 ϕ 3 1.42	0.0071	0.0572	0.9428	1.34	360
3 ϕ 3 2.13	0.01065	0.0860	0.9140	1.94	520
4 ϕ 3 2.84	0.0142	0.1144	0.8856	2.52	675
5 ϕ 3 3.55	0.01775	0.1430	0.8570	3.04	815

CALCULO AMPLIACION



$$M = \frac{1920 \times 7^2}{8} = 11750 \text{ Kg/m}^2$$

5640

3760

para todo el momento
para fajas centrales.

NEURONES :	(4)	1410 Kg/m ²	833
	(2)	940 ✓	503 ✓

En Nervaduras perimetrales a 0.20m:

$$M = 2320 \text{ Kg/m}^2$$

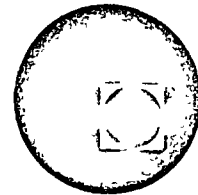
320 ✓

503 ✓

10



centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



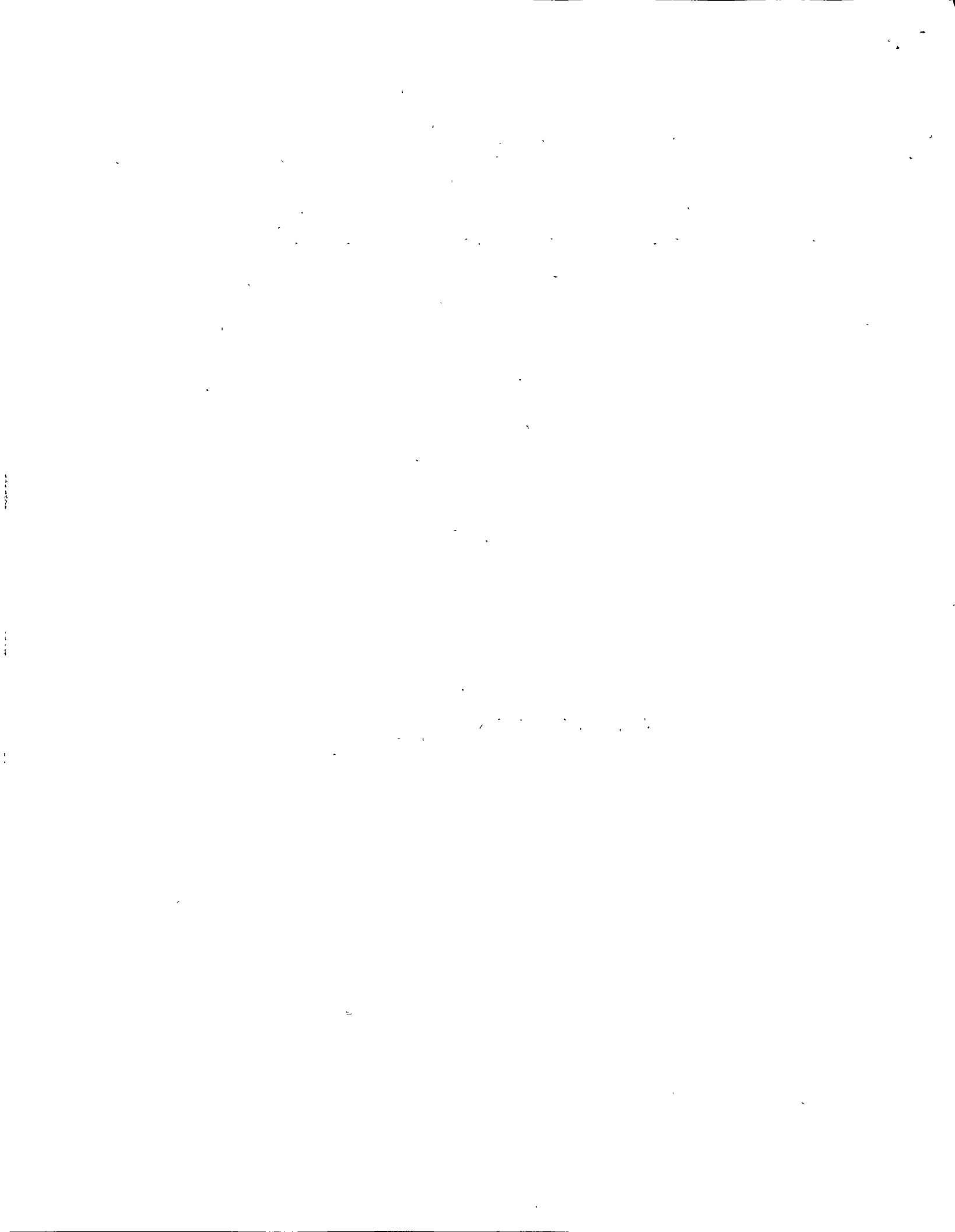
PROFESORES DEL CURSO: DISEÑO PLASTICO DE ESTRUCTURAS
DE ACERO. (DEL 9 DE SEPTIEMBRE AL 21 DE OCTUBRE DE 1974).

M. en I. ING. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON
DIRECTOR DE LA FACULTAD DE INGENIERIA
CIUDAD UNIVERSITARIA
UNIVERSIDAD.

ING. ISAIAS GARCÍA TERRAZAS
PROFESOR
DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES
DE LA UNAM.
CIUDAD UNIVERSITARIA
UNIVERSIDAD.

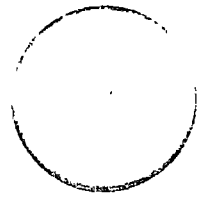
DR. PORFIRIO BALLESTEROS
DIRECTOR GENERAL
BALLESTEROS, S.A.
NEVADO # 125 DEPTO. 102
COL. PORTALES
MEXICO 13, D.F.

ING. ODOON DE BUEN LOZANO
SUB-DIRECTOR
DE LA COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
RODANO # 1370. PISO
MEXICO 5, D.F.





centro de educación continua
facultad de ingeniería, unam



DISEÑO PLASTICO DE ESTRUCTURAS DE ACERO.

GRAFICAS DE INTERACCION PARA COLUMNAS DE ACERO.

ING. ENRIQUE DEL VALLE.

Gráficas de interacción para columnas de acero

Enrique del Valle Calderón*
Francisco García Vargas**

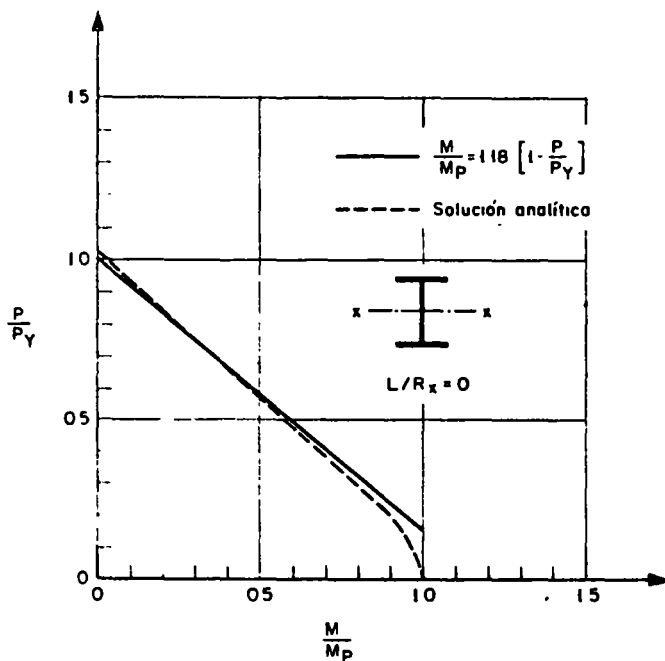


Fig. 1 Curva de interacción para $L/R_x = 0$.

RESUMEN

Se presenta una serie de gráficas de interacción que abarcan virtualmente todas las posibles variaciones de carga axial y momento que se tienen en estructuras para edificio, para secciones soldadas en cajón, de proporciones usuales, en longitudes de 3 a 5 m.

ABSTRACT

A series of interaction diagrams covering a wide range of possible combinations of axial load and moment for building structures are presented, for the case of welded box sections of usual proportions, in lengths ranging from 3 to 5 m.

*Profesor investigador, Facultad de Ingeniería, UNAM
**Profesor, Facultad de Ingeniería, UNAM

1. INTRODUCCION

El diseño de columnas sujetas a flexión y compresión combinadas es lento y complicado, generalmente es un problema de revisión, en que se proponen secciones hasta hallar la más eficiente. En este trabajo se presentan diagramas de interacción para el diseño de miembros de acero sometidos a flexocompresión, como ayudas para el diseño estructural. Se analiza el caso particular de columnas formadas por cuatro placas soldadas, de acero tipo A-36. Se eligieron las secciones y longitudes más usuales en columnas para edificios.

Este trabajo está inspirado en la ref 1, donde se analizan gran cantidad de posibles combinaciones de carga axial y momento flexionante para columnas de acero formadas con perfiles W'F, y se basa en las refs 2 a 4, donde se deducen las ecuaciones de diseño aquí presentadas.

2. ECUACIONES DE INTERACCION

2.1 Ecuaciones empíricas

Para una columna corta, tal que $L/R_x = 0$ donde L es la longitud efectiva de pandeo y R_x el radio de giro de la sección correspondiente al eje X , y un perfil tipo 8 WF 31 flexionado alrededor de su mayor eje de inercia, se obtuvo la curva de interacción de la fig 1 (ref 4):

La línea punteada representa la curva desarrollada teóricamente. La línea continua corresponde a la ecuación

$$\frac{M}{M_p} = 1.18 \left[1 - \frac{P}{P_y} \right] \quad (1)$$

donde $M_p = ZF_y$, $P_y = AF_y$ son el momento y la carga axial de fluencia que resistiría la sección actuando independientemente; Z es el módulo de sección plástico; A , el área de la

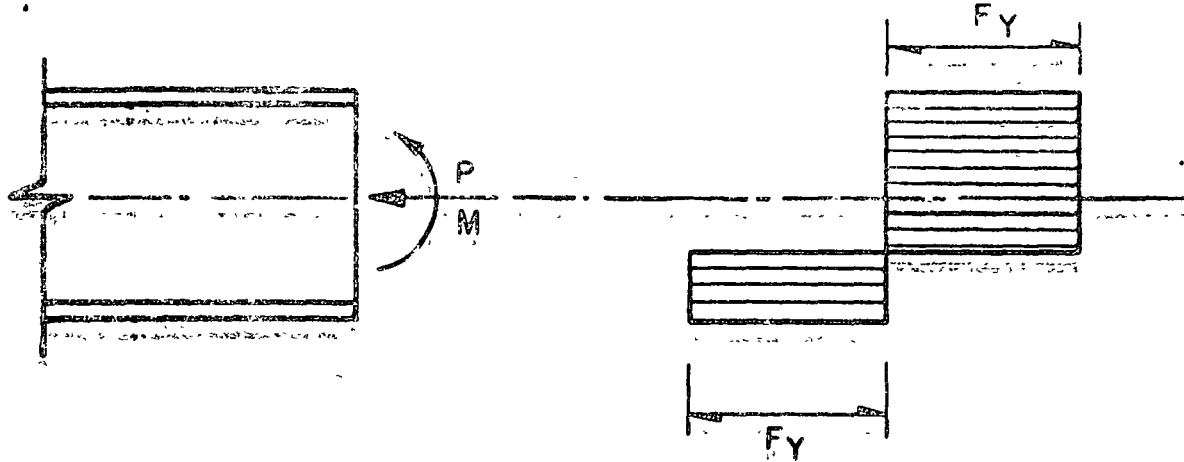


Fig 2. Distribución de esfuerzos, sección totalmente plastificada.

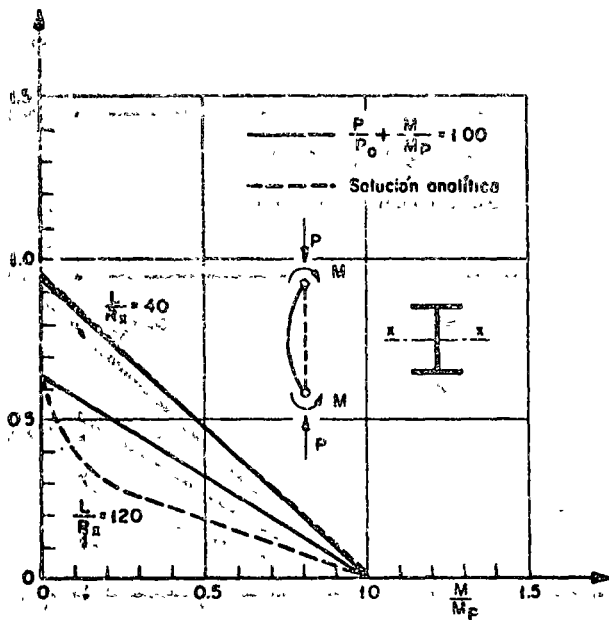


Fig 3. Fórmula de interacción de la línea recta.

sección F_y , el esfuerzo de fluencia del material. La ec 1 representa el caso en que la sección completa fluye bajo la acción de la carga axial P y del momento M .

La distribución de esfuerzos para la sección totalmente plastificada es la indicada en la fig 2. El momento M es el máximo que puede soportar la sección, considerando constante la carga P .

La plastificación ocurre, generalmente, solo para miembros muy cortos; la curva anterior es el límite superior de capacidad de las piezas flexocomprimidas.

Para la misma columna, las curvas correspondientes a $L/R_x = 40$ y $L/R_x = 120$, se muestran en la fig 3.

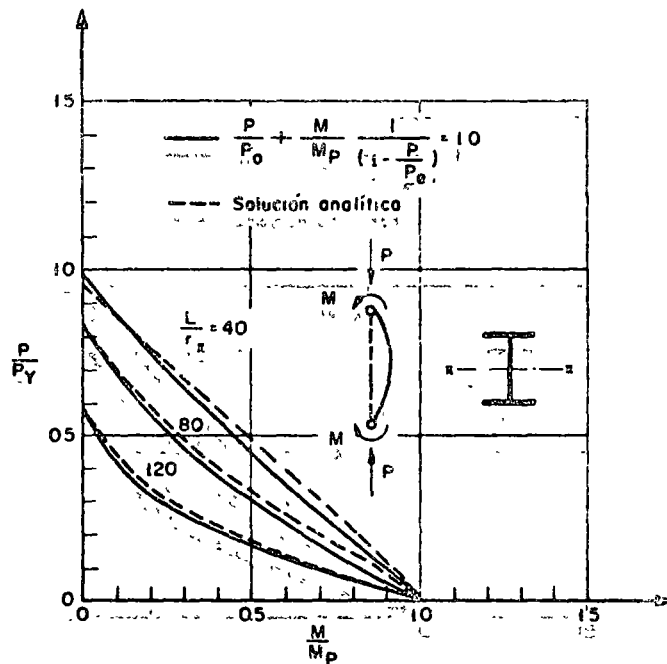


Fig 4. Fórmula de interacción con factor de amplificación.

Si se traza una línea recta entre los extremos de las curvas, la ecuación de interacción que las representa será de la forma

$$\frac{P}{P_o} + \frac{M}{M_P} = 1 \quad (2)$$

En que P_o es la fuerza axial que causaría la falla si no existiera el momento flexionante M .

En la fig 3 se puede observar que la aproximación es buena para $L/R_x = 40$. No sucede lo mismo para la otra relación de esbeltez, $L/R_x = 120$, por lo que debe modificarse la ec 2, adicionándole un término correctivo. La fig 4 muestra las curvas de interacción para $L/R_x = 40, 80$ y 120 , incluyendo dicho término

Las líneas continuas representan la ecuación

$$\frac{P}{P_o} + \frac{M}{M_p} \left[\frac{1}{1 - (P/P_f)} \right] = 1 \quad (3)$$

Esta ecuación es similar a la anterior, excepto por el término $1/(1-P/P_f)$, donde P_f es la carga que produce el pandeo elástico de la pieza en el plano en que actúa el momento flexionante.

Este factor toma en cuenta la contribución de la carga axial a la flexión para miembros largos. Para valores de L/R_x pequeños, P_f es grande y el factor es aproximadamente unitario. Para piezas largas, P_f es pequeño y la influencia del factor aumenta. La ec 3 puede usarse para diseñar.

En las deducciones anteriores se consideró que la columna se flexiona con curvatura simple debida a dos momentos de igual magnitud. Cuando se presente otra combinación de momentos, deberá introducirse un factor que modifique la expresión anterior. Se propone (refs 3 y 4):

$$\frac{P}{P_o} + \frac{M}{M_p} \left[\frac{1}{1 - (P/P_f)} \right] (0.6 + 0.4 \beta) = 1 \quad (4)$$

El parámetro β representa la relación entre momentos en los extremos, es decir, el menor momento dividido entre el mayor. β puede variar de -1 a $+1$.

Cuando el momento máximo no se presenta en el centro del claro ni cerca de él su utilización da resultados muy conservadores, sobre todo si los momentos máximos se aplican en los extremos y son de signo contrario.

Se obtiene un resultado satisfactorio si se usa un momento equivalente, función de los momentos que obran en los extremos

$$M_{eq} = \sqrt{0.3 (M_1^2 + M_2^2) + 0.4 (M_1 M_2)}$$

Introduciendo un factor C_m con la condición de que los extremos giren pero que no se desplacen

$$C_m = \frac{M_{eq}}{M_2} = \sqrt{0.3 (M_1/M_2)^2 + 0.4 (M_1/M_2) + 0.3}$$

Se puede tener una buena aproximación si se toma:

$$C_m = 0.60 + 0.40 (M_1/M_2) \geq 0.40$$

Para estas expresiones M_2 es el *mayor* momento extremo.

M_1/M_2 es positivo cuando la columna se flexiona en curvatura simple, y negativo cuando lo hace en curvatura doble.

En las deducciones anteriores *no* se consideró que obrasen fuerzas perpendiculares al eje de flexión de la pieza. Lo mismo puede decirse para el coeficiente C_m .

Cuando sobre la pieza actúen cargas transversales, debe modificarse el valor de C_m , lo mismo que cuando las condiciones de apoyo sean tales que uno de los extremos se desplace con respecto de otro, perpendicular al eje de la pieza

El Instituto Americano de la Construcción de Acero (AISC) propone unas tablas donde se muestran valores de C_m para distintas condiciones de carga y con desplazamientos en sus extremos. Estos valores se presentan en la fig 5

En el caso de columnas que formen parte de marcos sujetos a desplazamientos laterales, cuya estabilidad lateral dependa de la rigidez a la flexión de sus propios miembros, C_m puede tomarse conservadoramente como constante e igual a 0.85

La ec 4 es una aproximación razonable de las curvas de resistencia última para falla por flexión excesiva. La influencia del pandeo lateral-torsional puede tomarse en cuenta reemplazando M_p por M' , donde M' es el máximo momento que puede ser soportado por la columna antes de que ocurra el pandeo lateral en ausencia de carga axial, $P = 0$.

Las ecuaciones de interacción para resistencia última, completas, se pueden presentar como

$$\frac{P}{P_o} + \frac{M}{M'} \left[\frac{1}{1 - (P/P_f)} \right] (0.6 + 0.4 \beta) = 1 \quad (5)$$

$$\frac{M}{M_p} = 1.18 \left[1 - \frac{P}{P_f} \right] \leq 1 \quad (1)$$

La ec 5 considera el caso de que la falla ocurra por inestabilidad debida a flexión excesiva en el plano de flexión. La ec 1 indica que una articulación plástica se ha formado en el extremo de la pieza.

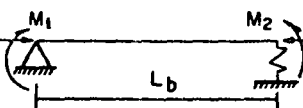
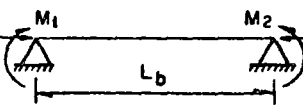

Estas ecuaciones de interacción han sido verificadas experimentalmente para varios tipos de secciones y condiciones de carga. Se comprobó que los resultados son altamente satisfactorios.

2.2 Influencia de los esfuerzos residuales en la capacidad de carga

Las causas principales de la aparición de esfuerzos residuales en el acero son las siguientes:

- 1) Enfriamiento irregular de los perfiles después del laminado
- 2) Operaciones con soldadura
- 3) Enderezado, en frío o en caliente

En este caso interesa, en particular, estudiar los efectos de la aplicación de soldadura, que introduce esfuerzos residuales en una estructura como consecuencia de la imposibilidad de que se presenten libremente los cambios de dimensiones provocados por las variaciones de temperatura propias del proceso

Categoría	Condiciones de carga ($f_a > 0.15 F_a$)	f_b	C_m	Observaciones
A	Momento máximo en el extremo; sin impedir la traslación de la junta	$\frac{M_2}{S}$	0.85	 $M_1 < M_2$; $\frac{M_1}{M_2}$ positivo como se muestra comprobar fórmulas (7a) y (7b)
B	Momento máximo en el extremo; sin cargas transversales; impidiendo la traslación de la junta	$\frac{M_2}{S}$	$(0.4 \frac{M_1}{M_2} + 0.6)$ pero no menor de 0.4	 Comprobar ambas fórmulas (7a) y (7b)
C	Carga transversal; impidiendo la traslación de la junta	$\frac{M_2}{S}$ usando fórmula (7b) $\frac{M_2}{S}$ usando fórmula (7a)	$1 + \psi \frac{f_a}{F_e}$	 Comprobar ambas fórmulas (7a) y (7b)

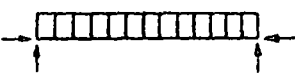
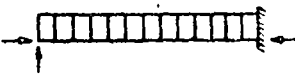
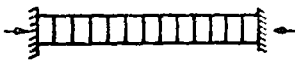
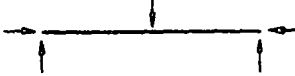
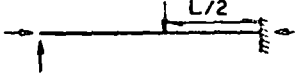

C A S O	ψ	C_m
	0	1.0
	-0.3	$1 - 3 \frac{f_a}{F_e}$
	-0.4	$1 - 4 \frac{f_a}{F_e}$
	-0.2	$1 - 2 \frac{f_a}{F_e}$
	-0.4	$1 - 4 \frac{f_a}{F_e}$
	-0.6	$1 - 6 \frac{f_a}{F_e}$

Fig 5. Valores de C_m recomendados por el AISC.

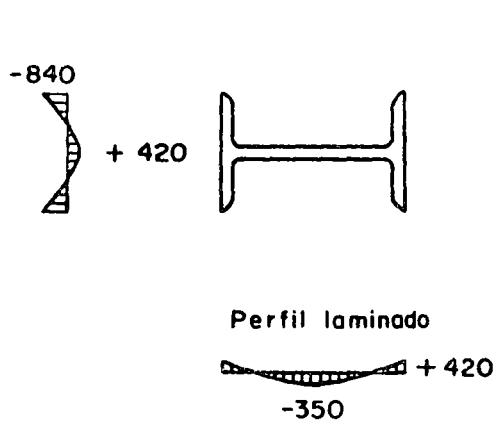


Fig 6 Esfuerzos residuales en secciones wf.

F en kg/cm^2

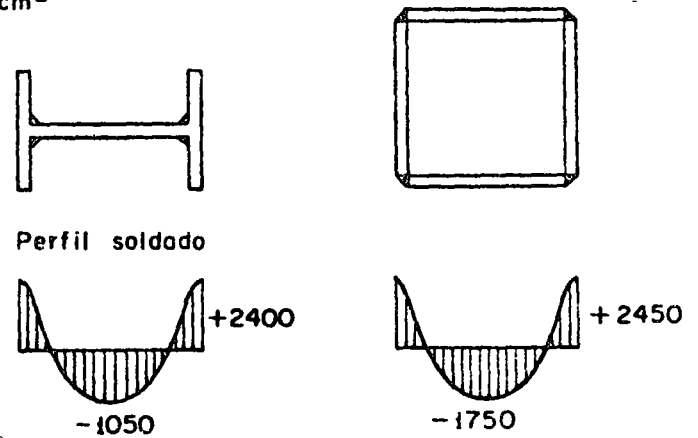


Fig 7 Esfuerzos residuales en sección de cajón, soldada

Para visualizar el comportamiento de los elementos sujetos a los efectos de la soldadura, considérese una placa de acero a la que por medio de un soplete se le calienta una zona circular de dimensiones reducidas, de tal modo que quede rodeada del material que se conserva frío.

El volumen de la zona calentada cambia, aumentando de tamaño, pero su expansión radial está impedida por el material frío que la circunda, lo que da lugar a la aparición de esfuerzos de compresión en ella.

Estos esfuerzos aumentan de valor conforme se incrementa la temperatura. A una temperatura suficientemente alta, los

esfuerzos llegan al punto de fluencia del acero caliente y el material en estado plástico fluye en dirección normal al plano de la placa, ya que en esa dirección no hay restricción; esto trae consigo, físicamente, un engrósamiento de la región caliente.

Cuando la placa se enfría y regresa a la condición de temperatura uniforme, la zona que se calentó permanece más gruesa que el resto y, puesto que su volumen no ha cambiado, es necesario que se haya acortado en todas las direcciones contenidas en el plano de la placa, lo que exige, para que se mantenga la continuidad del material, que esté sometido a esfuerzos residuales radiales de tensión en todas direcciones.

En perfiles I o H formados por tres placas soldadas, la distribución de esfuerzos residuales es semejante a la existente en perfiles laminados del mismo tipo, pero con intensidad mayor, llegando al límite de fluencia (fig 6).

La magnitud y distribución de esfuerzos residuales en las columnas soldadas está influida, en forma relevante, por la forma de la sección transversal del elemento.

En columnas formadas por cuatro placas soldadas, que son el objeto primordial de este trabajo, el proceso de soldadura induce una distribución diferente de esfuerzos residuales, por lo que debe esperarse un comportamiento también diferente.

En la soldadura se presentan altos esfuerzos residuales de tensión, aproximadamente iguales al esfuerzo de cedencia (fig 7), lo que hace que las columnas en cajón sean más resistentes que las de sección H, pues bajo cargas de compresión las esquinas de la columna de cajón permanecen en estado elástico, mientras que en las de sección H se alcanza muy rápidamente la fluencia en los extremos de los patines, con pérdida apreciable de rigidez.

Cuando se sueldan cubreplacas a las columnas H laminadas, la distribución de esfuerzos residuales en los patines se torna en una distribución más favorable, con esfuerzos de tensión en los extremos de los patines. Esto lleva a resistencias más altas.

En la ref 2 se presenta un ejemplo del estudio de esfuerzos residuales, y su efecto sobre la capacidad de carga.

Las ecuaciones empíricas presentadas anteriormente incluyen el efecto de los esfuerzos residuales en perfiles WF; resultarán, en general, conservadoras para perfiles en cajón, soldados; sin embargo, no hay suficientes datos experimentales para modificarlas para este último caso.

2.3 Ecuaciones para diseño

Las ecuaciones de interacción 1 y 5 están expresadas en términos de resistencia última. Como es usual trabajar en términos de esfuerzos permisibles, las especificaciones AISC así como las que aparecen en el Reglamento del DDF y en el Manual Monterrey, proponen las ecuaciones de interacción de la siguiente forma, variando los factores de seguridad en cada caso.

$$\text{Cuando } \frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1 \quad (6)$$

$$\text{Cuando } \frac{f_a}{F_a} > 0.15$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_m f_b}{\left[1 - \frac{f_a}{F'_E}\right] F_b} \leq 1 \quad (7a)$$

Adicionalmente, en los puntos arriostrados en el plano de flexión:

$$\frac{f_a}{0.6 F_y} + \frac{f_b}{F_b} \leq 1.0 \quad (7b)$$

Cuando el esfuerzo axial no es mayor del 15 por ciento del esfuerzo permisible, la influencia del término $C_m/(1-f_a/F'_E)$ es generalmente pequeña y puede ser despreciada. De aquí que para

$$\frac{f_a}{F_a} \leq 0.15$$

se usa la ec 6 en vez de la ec 7a.

Para el caso en que se tenga flexión alrededor de dos ejes, se le añade a las ecuaciones anteriores un nuevo término:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{\left[1 - \frac{f_a}{F'_E_x}\right] F_{bx}} + \frac{C_{my} f_{by}}{\left[1 - \frac{f_a}{F'_E_y}\right] F_{by}} \leq 1$$

donde

- f_a esfuerzo de compresión axial, P/A
- P carga axial aplicada a la columna
- A área de la sección transversal de la columna
- F_a esfuerzo axial permitido como si solamente existiera dicho esfuerzo, dado por las ecs 8 o 9

En la sección total de miembros cargados axialmente, cuando la relación de esbeltez (KL/R) de cualquier segmento sin arriostramiento, sea menor que C_c ,

$$F_a = \frac{\left[1 - \frac{(KL/R)^2}{2 C_c^2}\right] F_y}{F S} \quad (8)$$

donde:

$$F S \text{ factor de seguridad} = \frac{5}{3} + \frac{3(KL/R)}{8C_c} - \frac{(KL/R)^3}{8C_c^3}$$

$$C_c = \sqrt{\frac{2 \pi^2 E}{F_y}} \quad (\text{Para acero A-36, } C_c = 126)$$

KL longitud efectiva de pandeo de la pieza
 F_y esfuerzo de fluencia del material

En la sección total de columnas cargadas axialmente, cuando $KL/R > C_c$

$$F_a = \frac{10\,480\,000}{(KL/R)^2} \quad (9)$$

f_b esfuerzo de flexión

$$f_b = \frac{M}{S}$$

M momento flexionante mayor sobre la columna

S módulo de sección de la columna

f_b esfuerzo de flexión (en compresión) permisible, como si solamente existiera este esfuerzo en las fibras extremas de miembros tipo "cajón" de proporciones usuales, cuyo diseño no cumple las condiciones de una sección compacta. Todas las secciones se consideraron *no compactas*, aunque algunas sí cumplían los requisitos para serlo.

$$F_b = 0.60 F_y$$

C_m coeficiente cuyo valor puede considerarse igual a 0.85 para miembros en compresión, con traslación lateral de sus extremos

F'_E esfuerzo de Euler

$$F'_E = \frac{10\,480\,000}{\left(\frac{KL_B}{r_B}\right)^2}$$

L_B longitud real sin arriostrar en el plano de flexión

K factor de longitud efectiva respecto al plano de flexión

r_B radio de giro de la sección con respecto a un eje normal al plano de flexión

3. APLICACION A SECCIONES FORMADAS POR CUATRO PLACAS SOLDADAS

La fig 8 muestra las características geométricas y detalles constructivos de las secciones en estudio.

3.1 Propiedades geométricas

Los ejes de referencia son centroidales y de simetría; por tanto, son principales.

Para determinar la relación de esbeltez se eligió un valor de $K = 1.2$, que es bastante común en el caso de estructuras para edificios (ref 2).

Se calcularon relaciones de esbeltez para las longitudes de columna más comunes en la práctica.

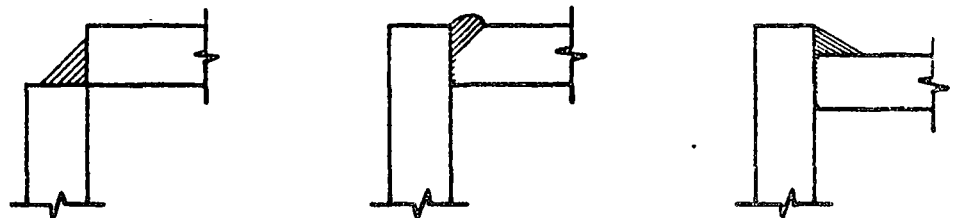
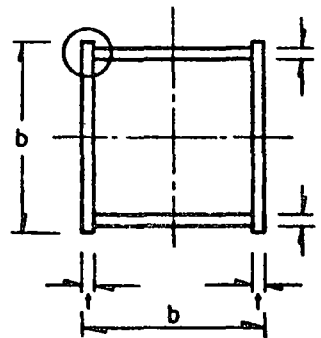


Fig 8. Sección típica y detalles constructivos.

Las dimensiones de los miembros, así como todas las características geométricas necesarias se encuentran resumidas en la tabla 1.

Como la sección transversal de la columna es cuadrada, la pieza tiene las mismas características para los dos ejes.

Para identificar las columnas, se usó la siguiente designación

14 B 106
Peralte Forma Peso
(pulg) (Box) (kg/m)

TABLA 1. CARACTERISTICAS GEOMETRICAS

columna tipo	b		T		A	R	S	KL/R				
	pulg	kg/m	pulg	cm	cm ²	cm	cm ³	L=3 00	L=3 50	L=4 00	L=4 50	L=5 00
14 B 106 24	14	35.56	3/8	0.95	135.48	14.85	1638.73	24.25	28.30	32.35	36.35	40.40
14 B 141 68	"	"	1/2	1.27	180.64	14.90	2179.78	24.20	28.20	32.20	36.25	40.30
14 B 177 08	"	"	5/8	1.59	225.80	15.02	2737.46	24.00	28.00	32.00	36.00	40.00
14 B 212 48	"	"	3/4	1.91	270.96	15.11	3299.76	23.82	27.80	31.75	35.75	39.70
14 B 247 92	"	"	7/8	2.22	316.12	15.21	3867.69	23.65	27.60	31.55	35.50	39.45
14 B 283 32	"	"	1	2.54	361.28	15.31	4440.41	23.50	27.45	31.35	35.25	39.20
16 B 121 44	16	40.64	3/8	0.95	154.84	16.90	2122.35	21.30	24.90	28.40	32.00	35.50
16 B 161 88	"	"	1/2	1.27	206.44	16.98	2840.61	21.20	24.80	28.30	31.80	35.40
16 B 202 36	"	"	5/8	1.59	258.08	17.08	3565.56	21.05	24.60	28.10	31.60	35.10
16 B 242 84	"	"	3/4	1.91	309.68	17.16	4295.35	20.95	24.40	27.95	31.40	34.90
16 B 283 32	"	"	7/8	2.22	361.28	17.30	5031.61	20.85	24.32	27.74	31.19	34.68
16 B 323.80	"	"	1	2.54	412.92	17.38	5773.60	20.50	24.15	27.60	31.05	34.50
18 B 136 60	18	45.72	3/8	0.95	174.20	18.98	2682.73	18.95	22.10	25.30	28.42	31.60
18 B 182 12	"	"	1/2	1.27	232.24	19.08	3588.82	18.85	22.00	25.20	28.30	31.45
18 B 227.68	"	"	5/8	1.59	290.32	19.14	4502.53	18.80	21.92	25.10	28.20	31.35
18 B 273.20	"	"	3/4	1.91	348.40	19.28	5422.12	18.70	21.80	24.90	28.50	31.10
18 B 318 72	"	"	7/8	2.22	406.44	19.36	6348.37	18.65	21.70	24.70	27.90	31.00
18 B 364.28	"	"	1	2.54	464.52	19.45	7281.11	18.55	21.60	24.50	27.70	30.85
20 B 151 80	20	50.80	3/8	0.95	193.56	21.02	3308.60	17.10	20.00	22.90	25.65	28.55
20 B 202.36	"	"	1/2	1.27	258.08	21.08	4424.94	17.06	19.95	22.80	25.60	28.50
20 B 252.96	"	"	5/8	1.59	322.60	21.22	5549.29	17.02	19.80	22.60	25.50	28.40
20 B 303.56	"	"	3/4	1.91	387.08	21.36	6679.39	16.90	19.65	22.40	25.30	28.10
20 B 404.76	"	"	1	2.54	516.12	21.54	8963.37	16.75	19.45	22.35	25.10	27.80
20 B 607 12	"	"	1 1/2	3.81	774.20	21.92	13617.74	16.45	19.15	21.90	24.60	27.25
22 B 166 96	22	55.88	3/8	0.95	212.92	23.16	4000.63	15.60	18.15	20.75	23.40	26.07
22 B 222 60	"	"	1/2	1.27	283.88	23.22	5347.94	15.50	18.10	20.70	23.30	25.90
22 B 278 28	"	"	5/8	1.59	354.84	23.35	6704.69	15.45	18.05	20.65	23.20	25.80
22 B 333 92	"	"	3/4	1.91	425.80	23.40	8068.29	15.40	18.00	20.60	23.10	25.70
22 B 445 24	"	"	1	2.54	567.76	23.55	10820.93	15.30	17.85	20.40	22.90	25.50
22 B 667 84	"	"	1 1/2	3.81	851.64	24.00	16419.55	15.00	17.50	20.00	22.40	25.00
24 B 182 12	24	60.96	3/8	0.95	232.24	25.20	4756.46	14.36	16.65	19.05	21.40	23.80
24 B 242 84	"	"	1/2	1.27	309.68	25.30	6358.36	14.22	16.60	18.98	21.40	23.70
24 B 303.56	"	"	5/8	1.59	387.08	25.40	7969.35	14.18	16.54	18.90	21.25	23.60
24 B 364 28	"	"	3/4	1.91	464.52	25.50	9588.38	14.10	16.45	18.82	21.12	23.52
24 B 485.68	"	"	1	2.54	619.36	25.65	12727.19	14.02	16.36	18.70	21.05	23.40
24 B 728.52	"	"	1 1/2	3.81	929.04	26.06	19484.21	13.80	16.10	18.40	20.70	23.02

3.2 Programación de las formulas

Las fórmulas empleadas son las que aparecen en el Manual Monterrey, 1965, que son iguales a las del Reglamento para Construcciones del Departamento del Distrito Federal y a las del Manual del AISC, y que se discuten en el subcapítulo 2.3 (ecs 6, 7a y b)

En estas expresiones, las únicas magnitudes desconocidas son la carga axial P y el momento flexionante M . Se puede expresar uno en función del otro

$$M = Pe$$

Siendo e la excentricidad de la carga con respecto al centro de gravedad de la sección

Si se toma un intervalo de valores aceptables de P , tal como

$$50 < P < 1200 \text{ ton}$$

y se dan a P incrementos de 50 ton, se puede plantear el problema de manera general: dada una sección con características geométricas definidas sujeta a una carga axial de intensidad conocida, calcular cuál es el valor del máximo momento que soporta. Con esta idea se elaboró el diagrama de flujo, mostrado en la fig 9

Para el caso de la articulación plástica, ec 7b, el diagrama de flujo es el indicado en la fig 10. Se hicieron las siguientes transformaciones

$$\frac{f_a}{0.6 F_y} + \frac{f_b}{F_b} = 1.0$$

$$\frac{P}{1520 A} + \frac{Pe}{1520 S} = 1.0$$

$$\frac{1}{A} + \frac{e}{S} = \frac{1520}{P}$$

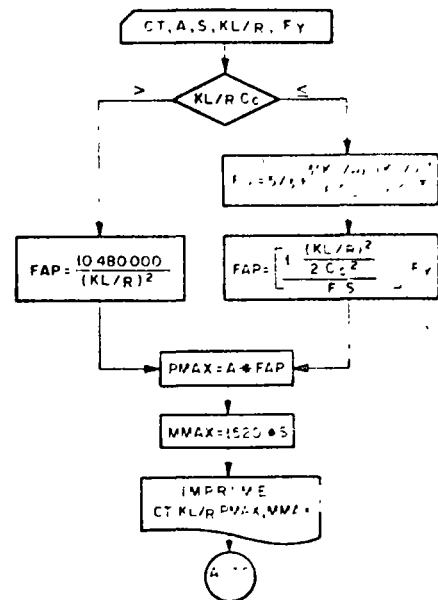
$$e = \left(\frac{1520}{P} - \frac{1}{A} \right) S$$

El problema se programó para la computadora digital BURROUGHS 5500 del Centro de Cálculo Electrónico de la INAM, obteniendo como resultado parejas de valores de M y P cuya combinación da los esfuerzos máximos permisibles.

3.3 Comentarios sobre los diagramas obtenidos

Se presenta una serie de gráficas que abarcan virtualmente

COMPRESION AXIAL Y FLEXION PURA
DATOS DE ENTRADA CT, A, S, KL/R, Fy



FLEXION Y COMPRESION COMBINADAS - ECS 6 y 7a
DATOS DE ENTRADA CT, A, S, KL/R, Fy

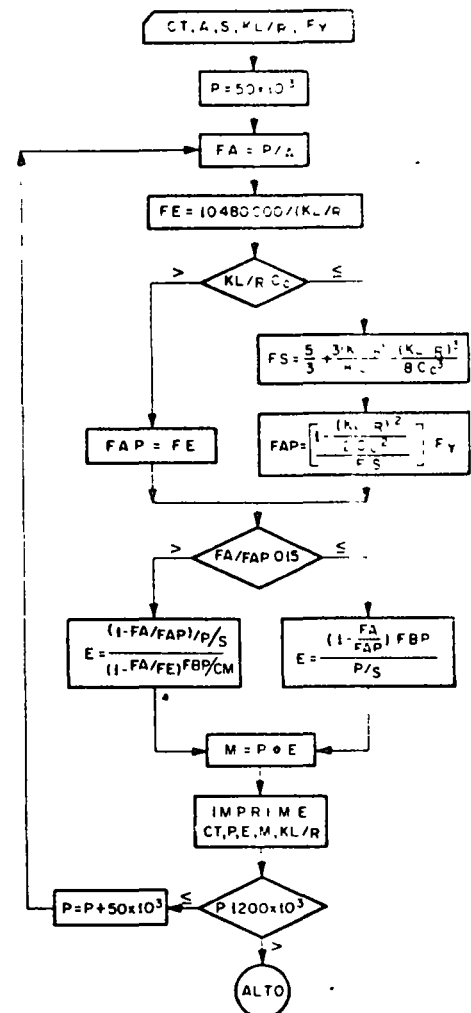


Fig 9. Diagrama de flujo, ecs 6 y 7a

todas las posibles variaciones para carga axial y momento (figs 12 a 17)

Se incluyen las secciones más usadas para edificios de acero, variando la longitud de las piezas de 3 a 5 m, como se detallo anteriormente.

Al aplicar las tres ecuaciones de interacción, se observó lo siguiente:

a) Para valores de P , tales que $f_u/F_u < 0.15$, rigieron los valores dados por la ec 6

b) Para valores de P , tales que $f_u/F_u > 0.15$, rigieron los resultados dados por la ec 7b, hasta un cierto valor de P tal que rigieron los valores dados por la ec 7a

Se tomaron como resultados para los diagramas de interacción los valores menores dados por las tres ecuaciones, ya que son los que primero hacen fallar a las piezas

Como las relaciones de esbeltez de los elementos son muy bajas, los diagramas son casi líneas rectas, como se vio en el cap 2.

FLEXION Y COMPRESION COMBINADAS EC. (7b)
DATOS DE ENTRADA CT, P, A, S, FBP

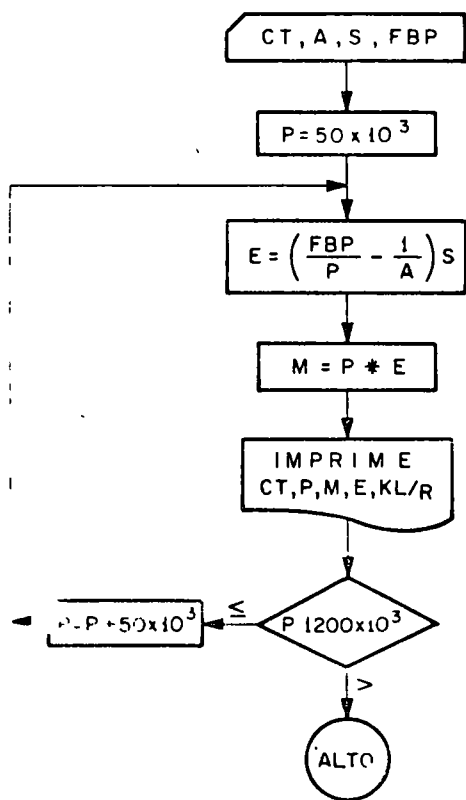


Diagrama de flujo, ec 7b

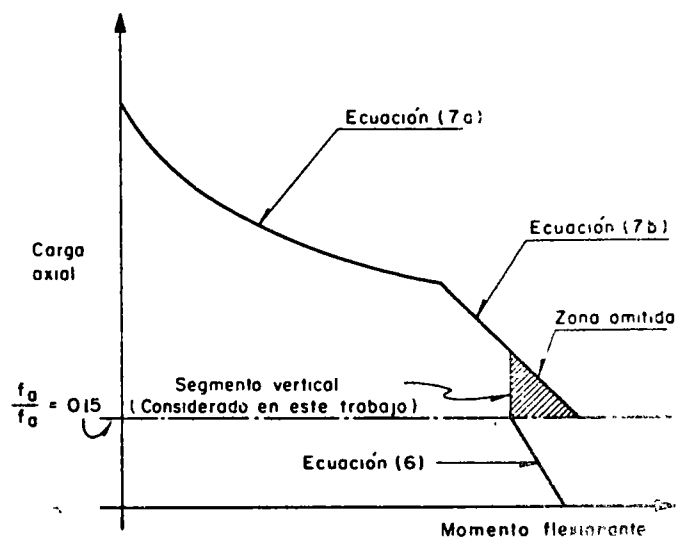


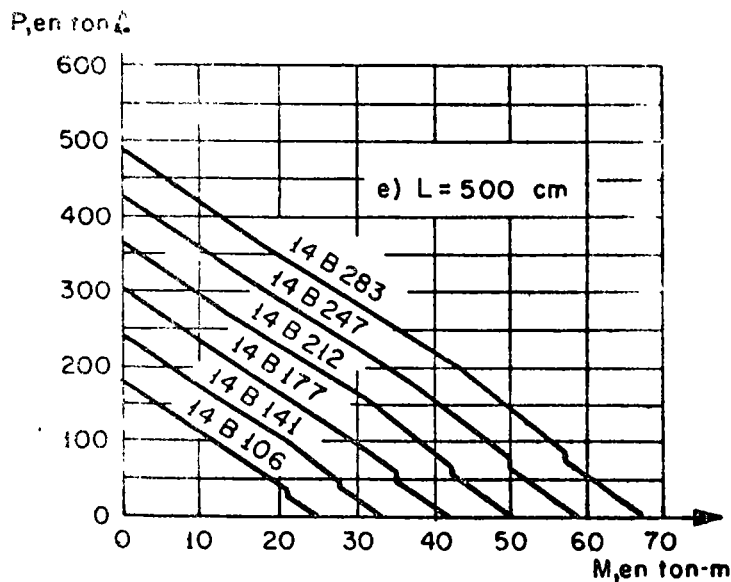
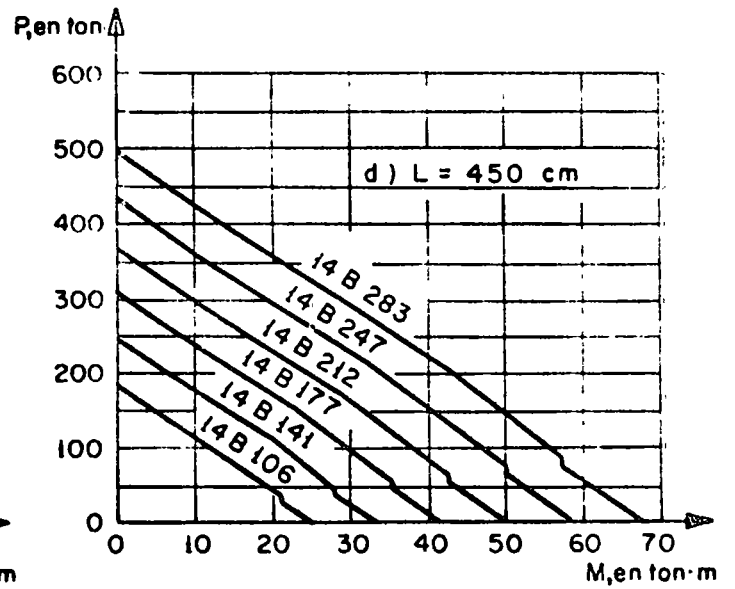
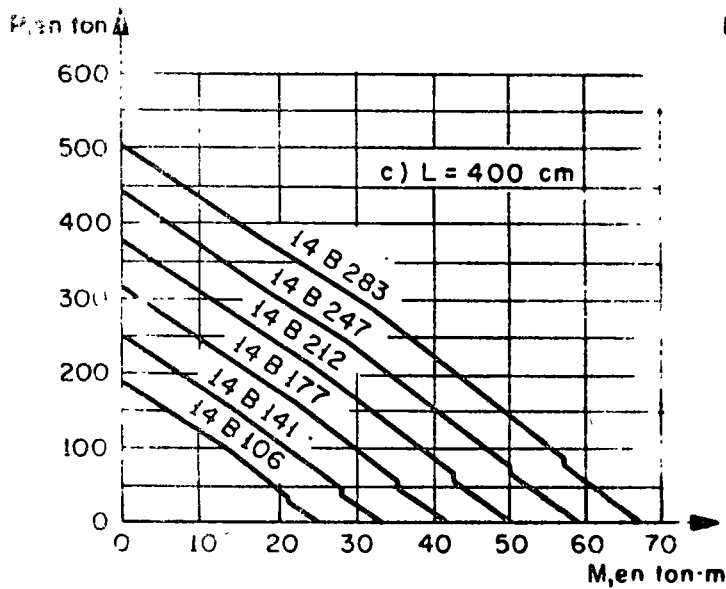
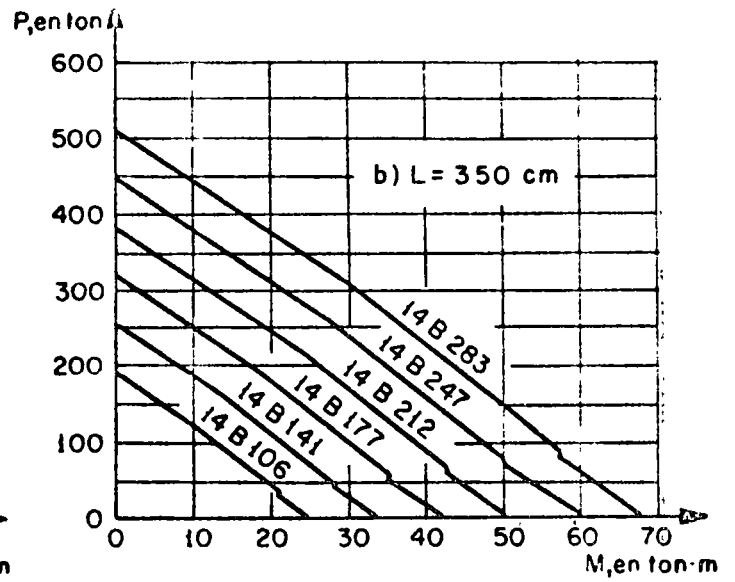
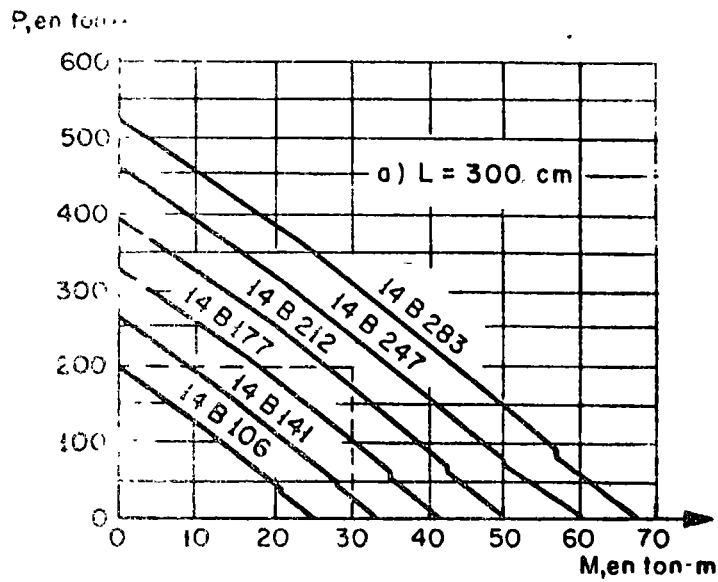
Fig 11 Gráfica de interacción típica

Todos los resultados son para acero A-36, $F_u = 2530$ kg/cm². Los valores de K (para determinar F_u y F_c) y C_m , se eligieron para los tipos de problemas más comunes. Este tipo de columnas se usa principalmente en edificios

Cuando se dibuja el diagrama de interacción para un tipo de columna (sección y longitud definidas) en el plano carga axial vs momento flexionante (fig 11) ocurre una discontinuidad entre el segmento de curva que representa la ec 6 y el segmento que representa la ec 7b en el punto donde $f_u/F_u = 0.15$.

Es obvio que una columna no adquirirá repentinamente capacidad para soportar momento flexionante, mientras la carga axial permanece constante, cuando se pase de la ec 6 a la ec 7b.

Se sugiere que la transición se considere como vertical entre ambos segmentos. Esta es una consideración conservadora, puesto que los valores de las cargas axiales permitidos por la ec 7b son muy grandes en esta región



Columna tipo 14 B
 Acero A-36
 $C_m = 0.85$
 $K = 1.20$ (translación lateral permitida)

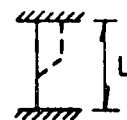
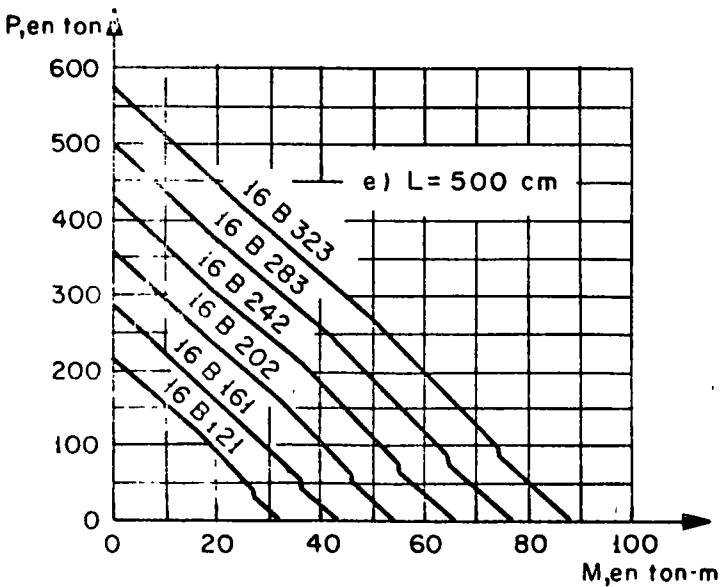
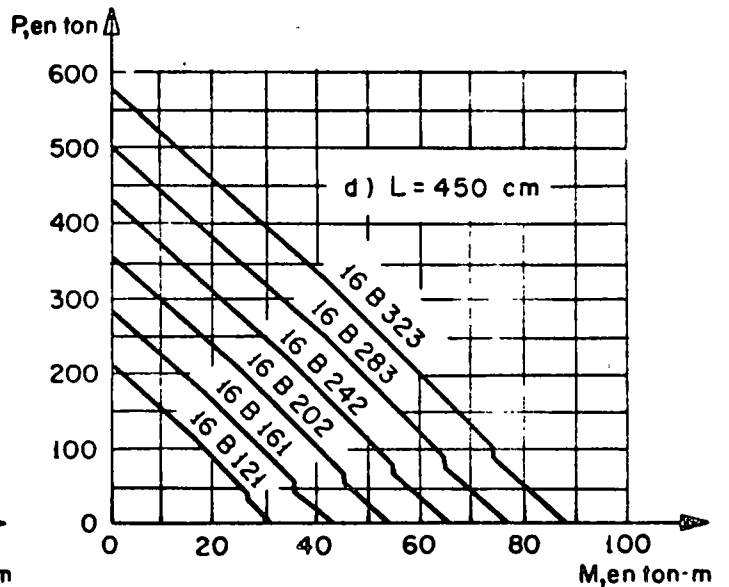
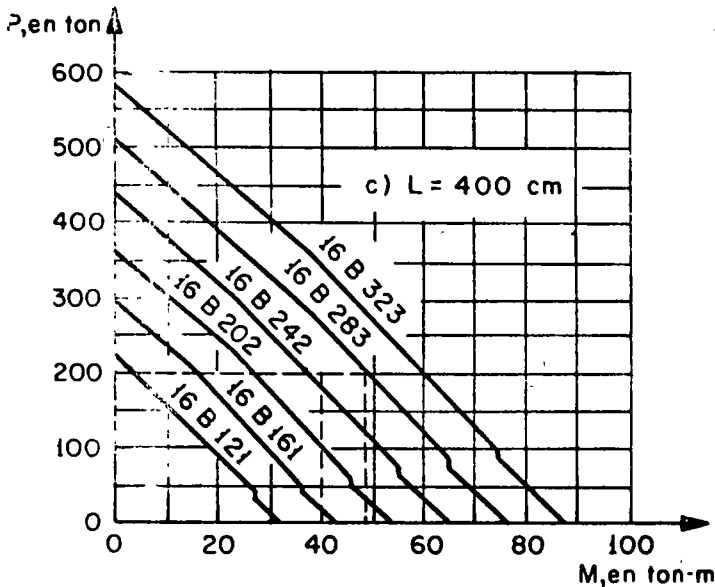
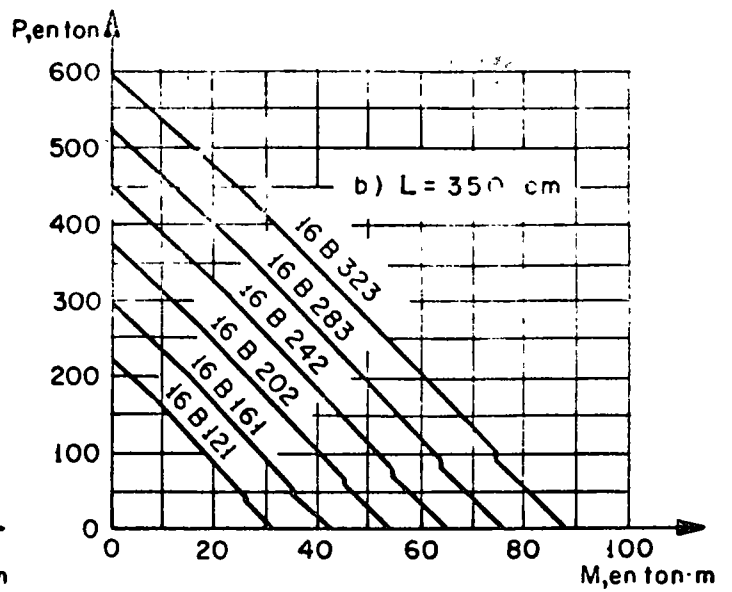
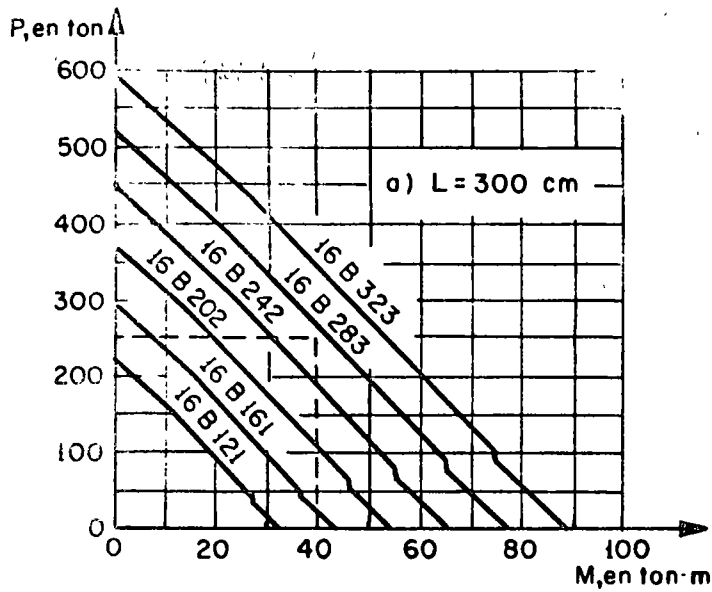


Fig. 12. Gráficas de interacción para columnas de 14 pulgadas (35.56 cm).



Columna tipo 16 B
 Acero A-36
 $C_m = 0.85$
 $K = \frac{1}{20}$ (translación lateral permitida)

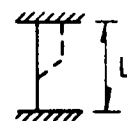
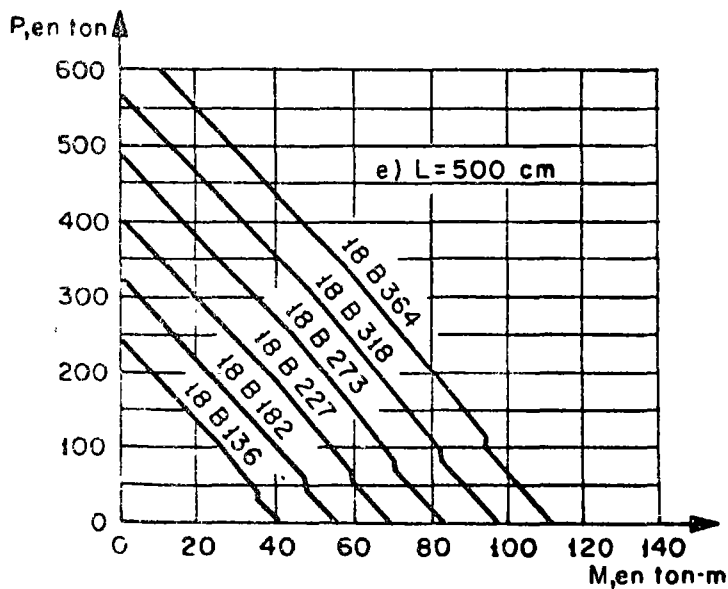
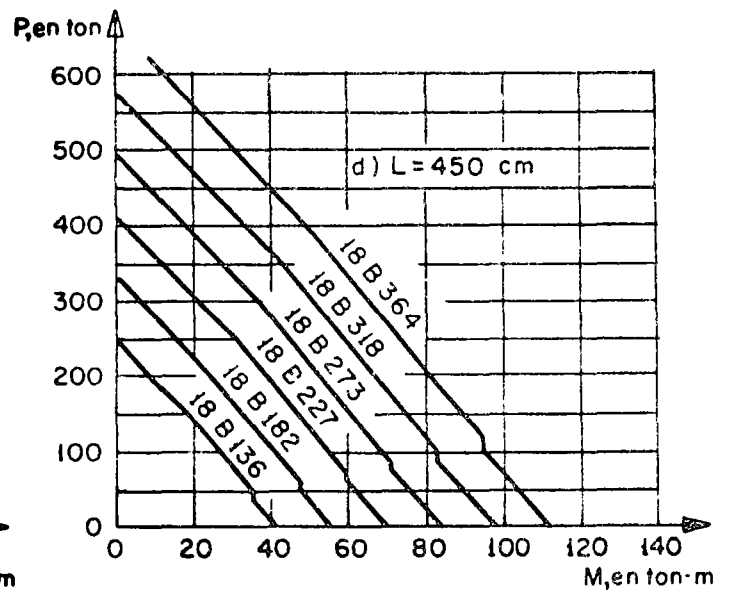
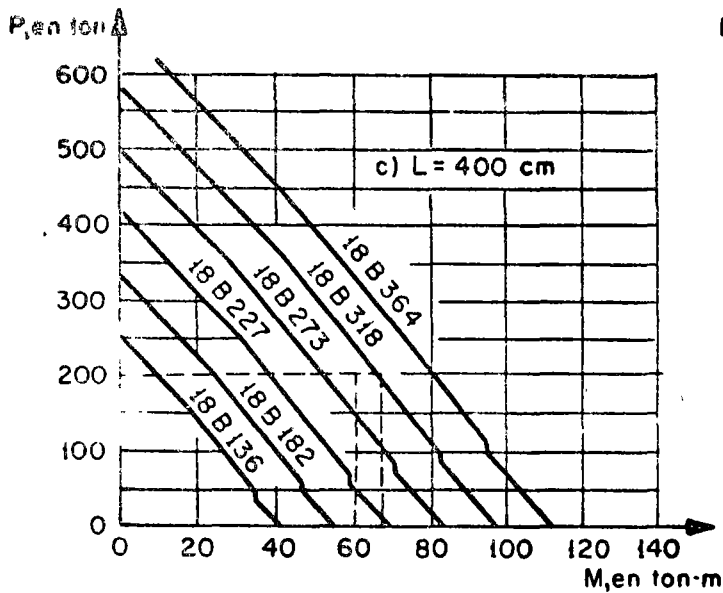
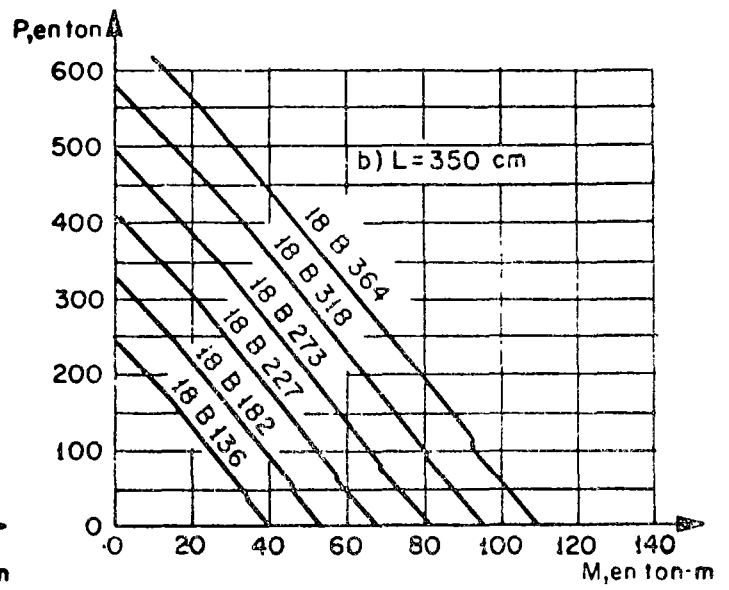
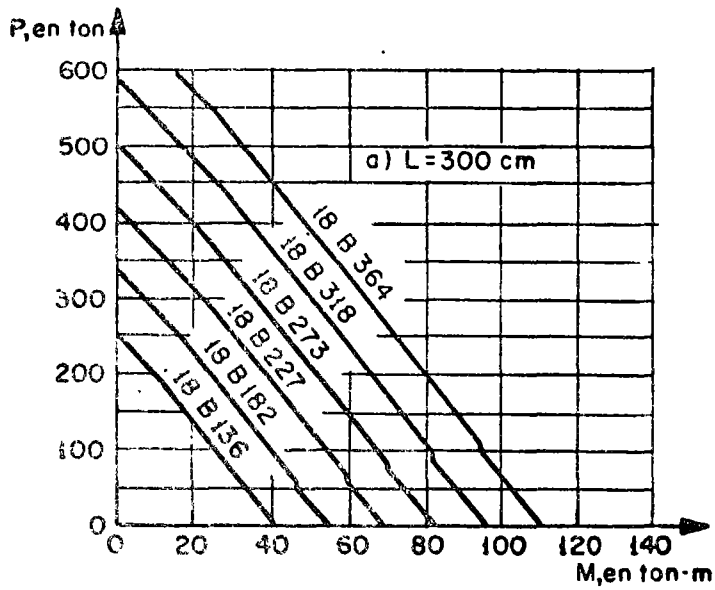


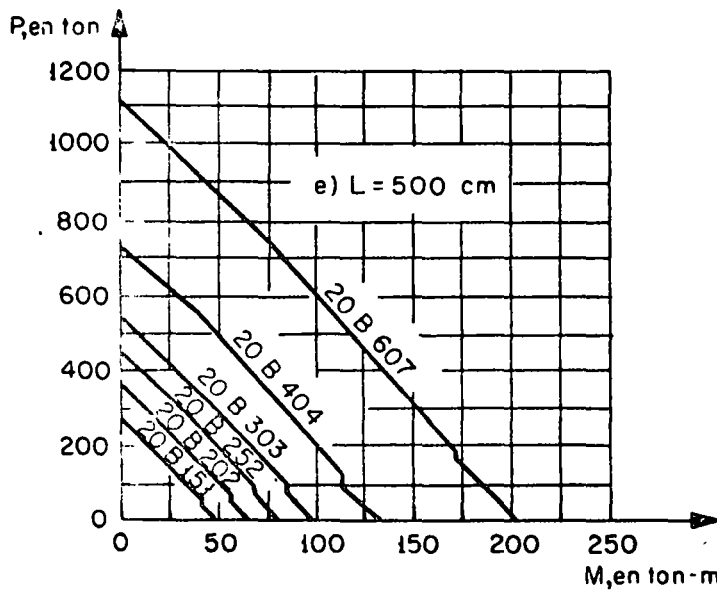
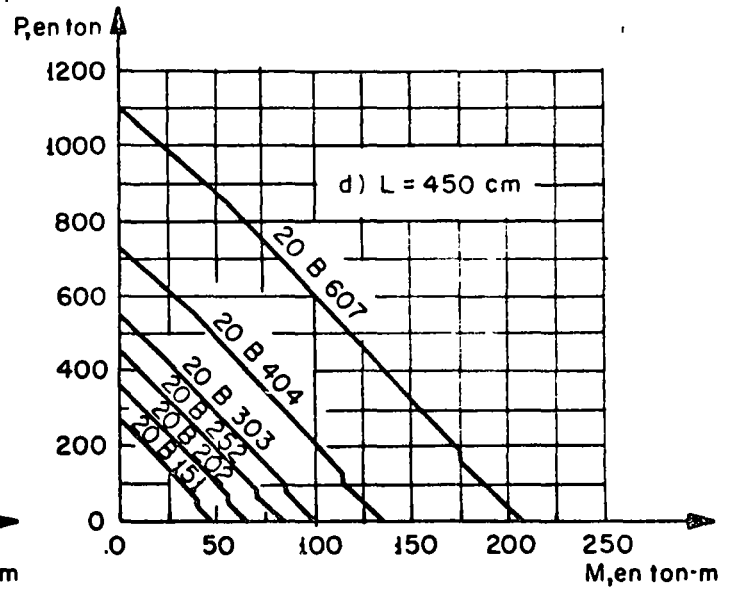
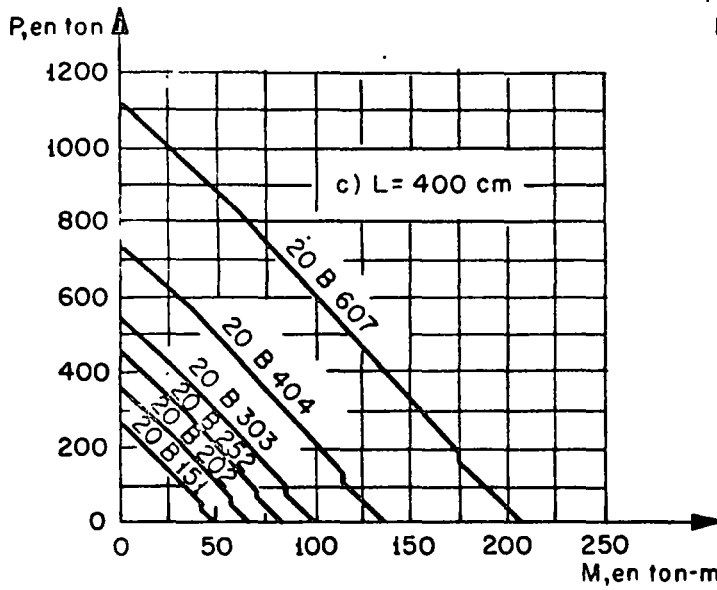
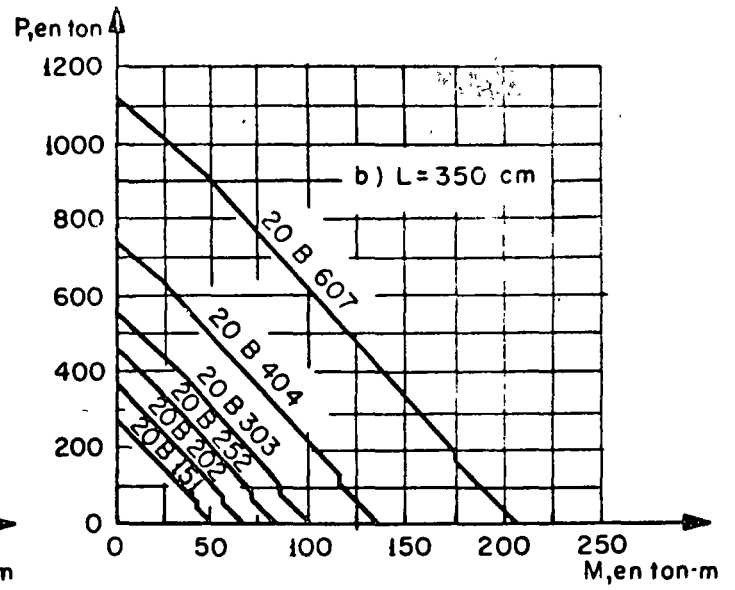
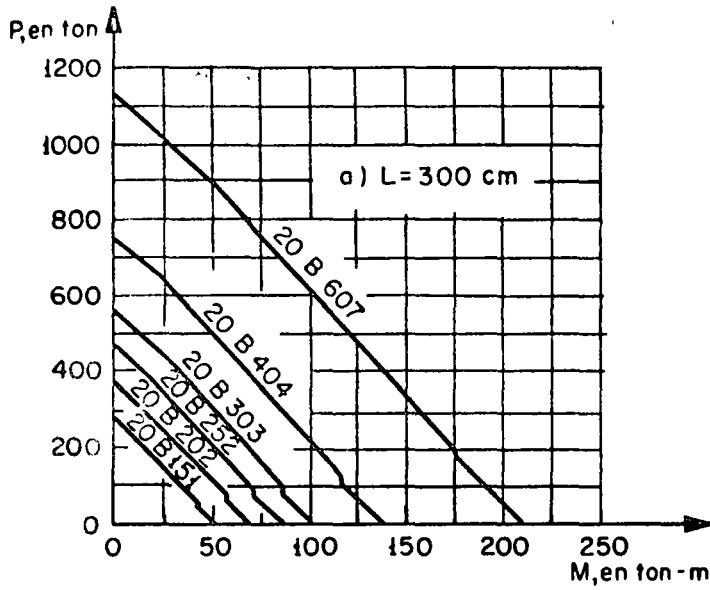
Fig. 13 Gráficas de interacción para columnas de 16 pulgadas (406.4 cm).



Columna tipo 18 B
 Acero A-36
 $C_m = 0.85$
 $K = 1.20$ (translación lateral permitida)



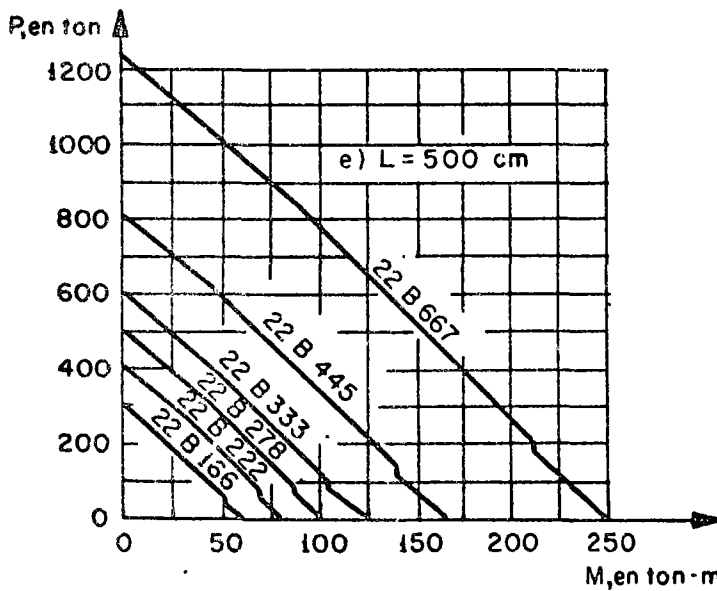
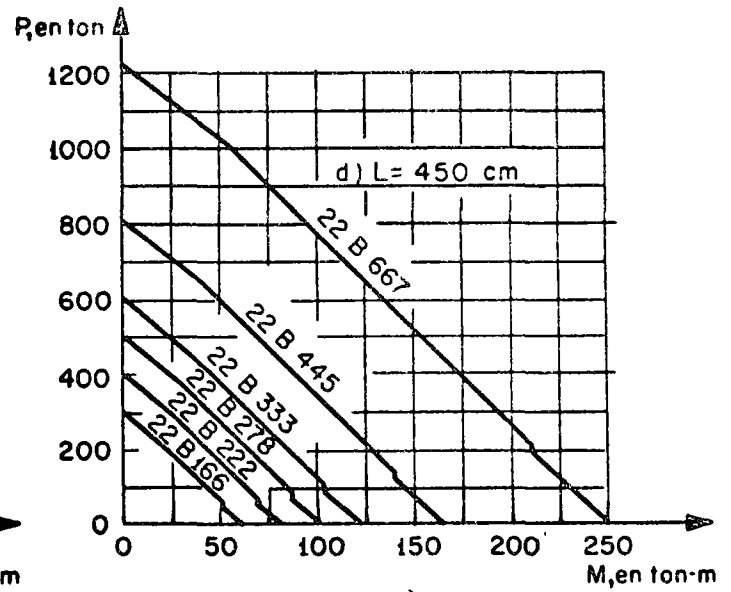
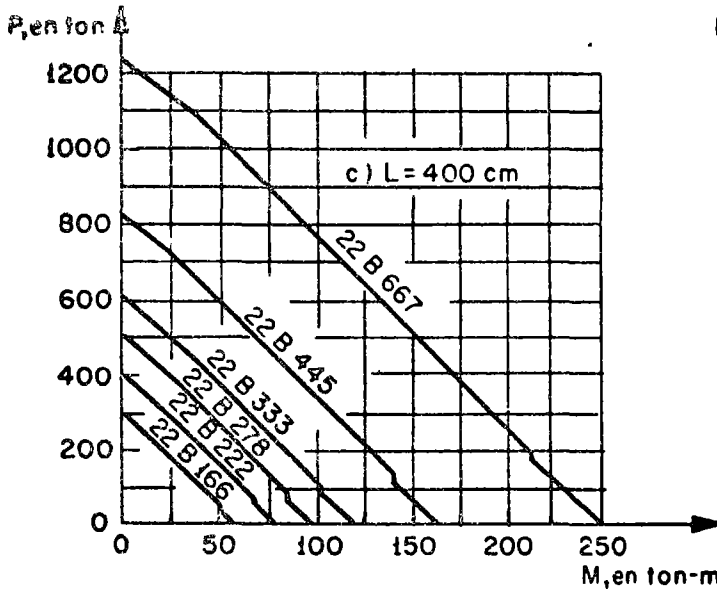
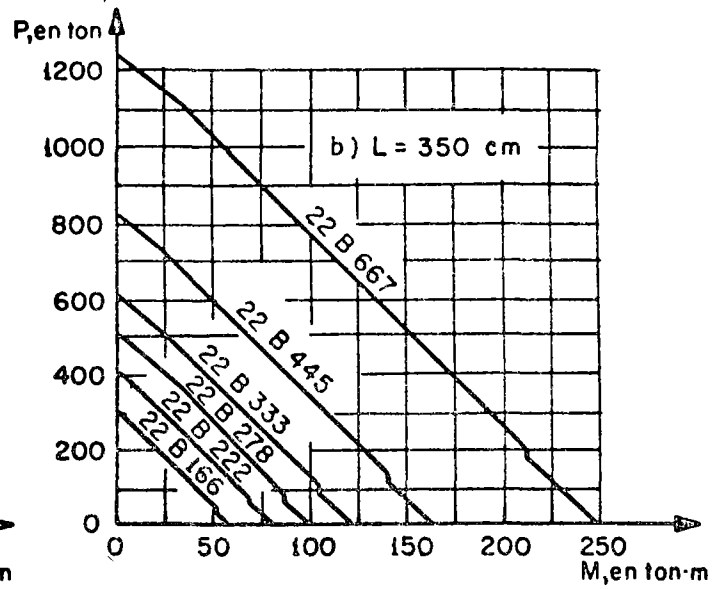
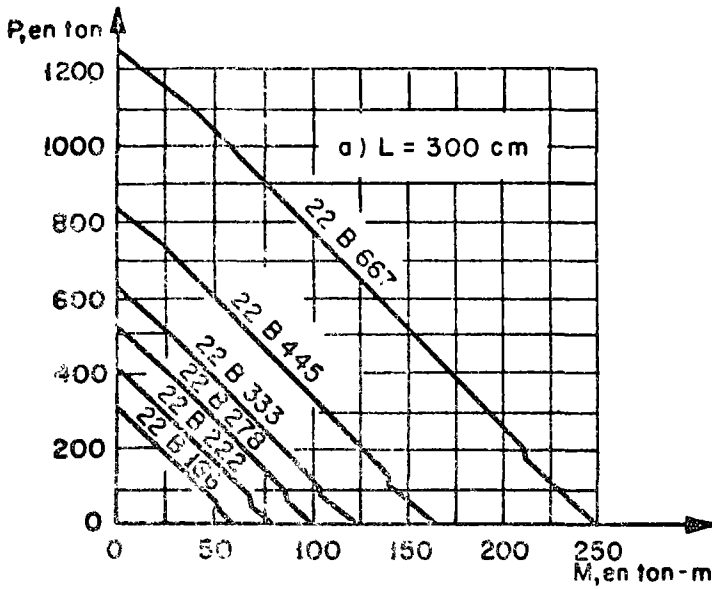
Fig. 14. Gráficas de interacción para columnas de 18 pulgadas (45.72 cm).



Columna tipo 20 B
 Acero A-36
 $C_m = 0.85$
 $K = 1.20$ (translación lateral permitida)



Fig 15. Gráficas de interacción para columnas de 20 pulgadas (50-80 cm).



Columna tipo 22 B
 Acero A - 36
 $C_m = 0.85$
 $K = 1.20$ (translación lateral permitida)

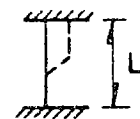
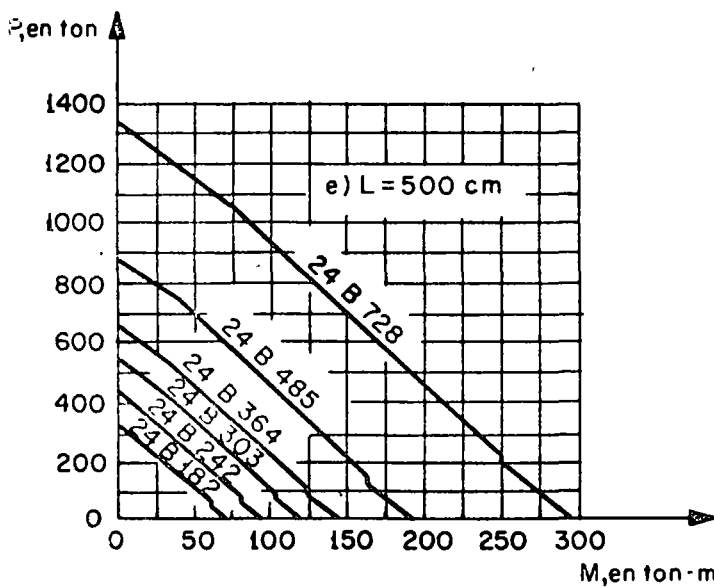
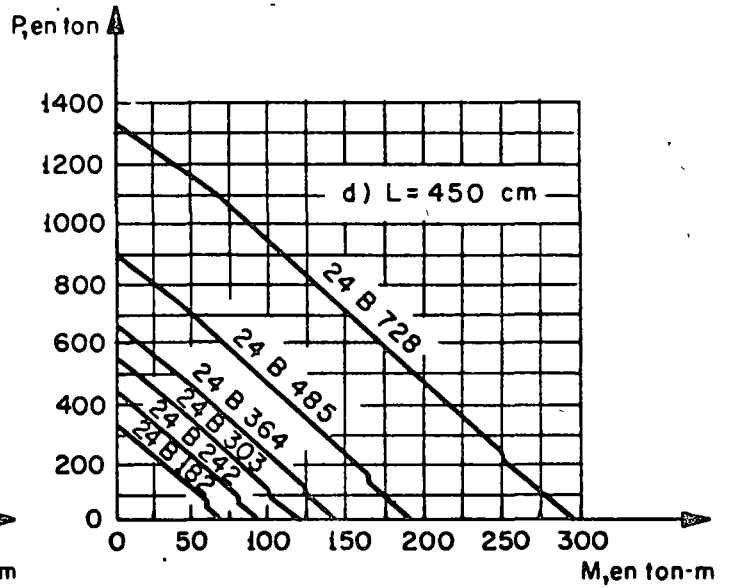
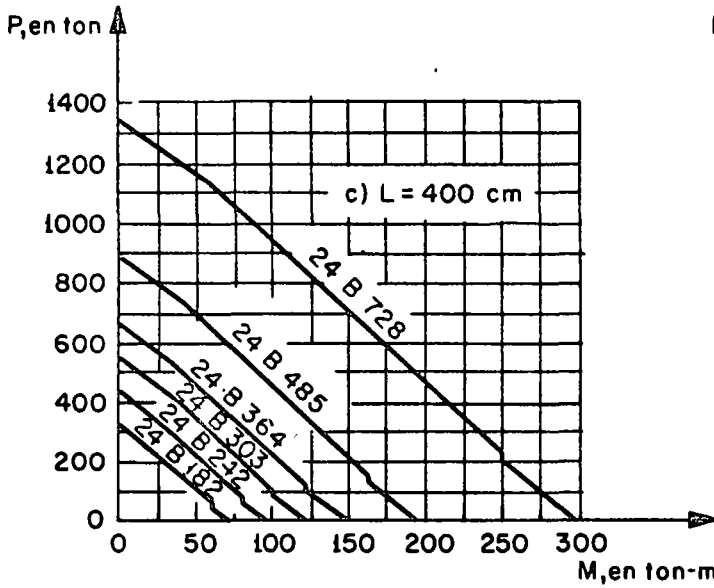
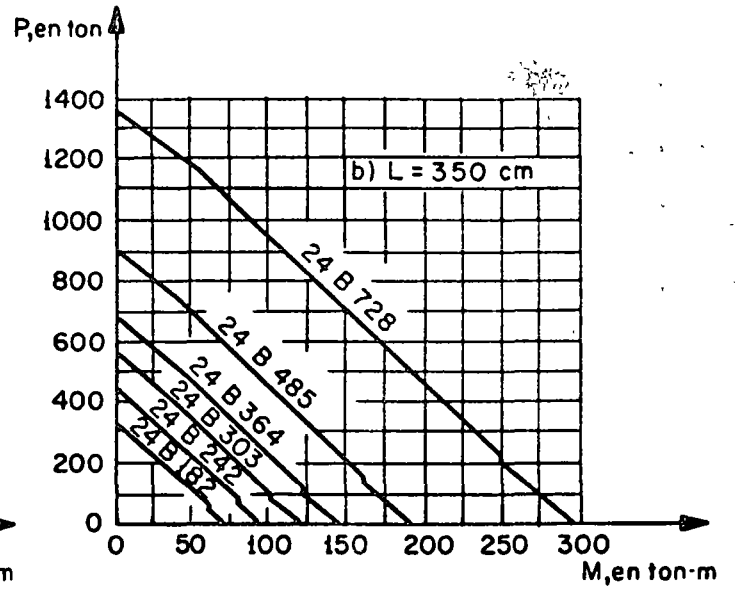
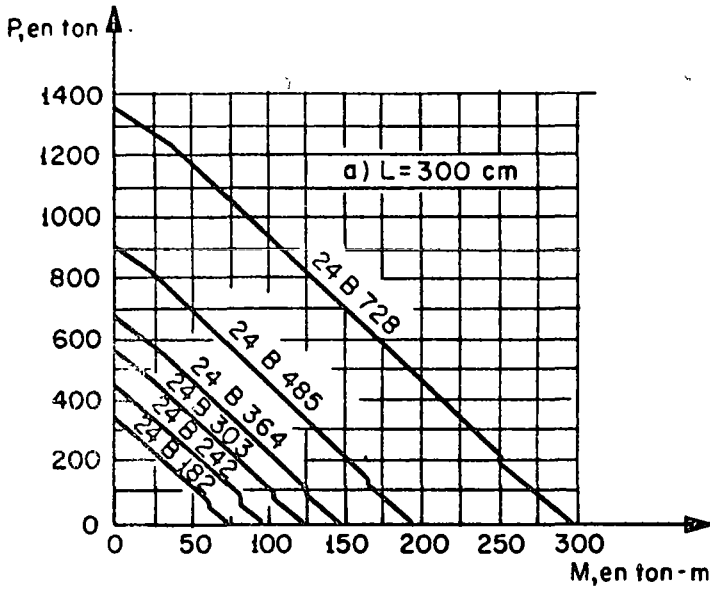


Fig 16 Gráficas de interacción para columnas de 22 pulgadas (55.88 cm).



Columna tipo 24 B
 Acero A - 36
 $C_m = 0.85$
 $K = 1.20$ (translación lateral permitida)

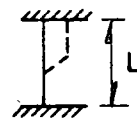


Fig 17 Gráficas de interacción para columnas de 24 pulgadas (60.96 cm).

3.4 Soluciones aproximadas para condiciones distintas de las consideradas

3.4.1 Solución para valores de K diferentes de 1.20

Multiplíquese la longitud no arriostrada, L , por la relación $K/1.20$ y usese esta nueva longitud, L' , de manera normal

$$L' = \frac{K}{1.20} L$$

Los resultados son ligeramente conservadores para valores de K mayores de 1.20. La recíproca es cierta para valores de K mucho menores de 1.20

3.4.2 Solución aproximada para valores diferentes de $C_m = 0.85$

Seleccionar una sección de prueba y reducir o incrementar el momento flexionante permisible por la relación $0.85/C_m$.

Comparar este valor con el momento flexionante actuante y revisar el tamaño inicial de la columna.

Valores de C_m mayores de 0.85 reducen el momento flexionante permisible. La proposición recíproca es cierta para valores menores de 0.85. Estos ajustes son necesarios en el intervalo donde gobierna la ec 7a

3.4.3 Solución aproximada para valores diferentes de $F_y = 36$ ksi (2 530 kg/cm²)

Aplíquese la relación $2 530/F_y$, con F_y en kg/cm², a la carga axial y al momento flexionante.

Puede lograrse una mayor aproximación aplicando la relación:

$$\frac{F_a \text{ actuante}}{F_a A} = 36$$

3.4.4 Solución para carga axial y flexión biaxial

Seleccionar una sección de prueba con exceso de capacidad de momento flexionante alrededor del eje X . El momento flexionante disponible para el eje Y es

$$M_y = (M_x \text{ permisible} - M_x \text{ actuante}) \frac{S_y}{S_x}$$

usando unidades compatibles.

El valor obtenido para M_y se compara con el momento flexionante actuante alrededor del eje Y para revisar la sección escogida.

3.5 Ejemplos

3.5.1 Solución típica

Encontrar el peso mínimo de una columna de 14 x 14 pulg, para las siguientes condiciones:

Carga axial, $P = 200$ ton

Momento flexionante, $M = 30$ ton m

Longitud no arriostrada, $L = 3$ m

Coefficiente de fijación, $C_m = 0.85$

Factor de longitud efectiva, $K = 1.20$

Solución:

En la fig 12a, para $P = 200$ ton y $M = 30$ ton-m, se observa que la columna 14B247 está inmediatamente arriba del punto localizado, por lo que estará ligeramente sobrada.

3.5.2 K diferente de 1.20

Encontrar el peso mínimo de una columna de 16 x 16 pulg, para las siguientes condiciones:

$P = 250$ ton

$M = 40$ ton-m

$L = 5.50$ m

$C_m = 0.85$

$K = 0.65$

Solución:

Multiplcando la longitud L por la relación $K/1.20$

$$L_{eq} = \frac{0.65}{1.20} 5.50 = 3 \text{ m}$$

En la fig 13a, para 16 pulg de lado y $L = 3$ m, trazando una línea horizontal para $P = 250$ ton y una vertical para $M = 40$ ton-m, se encuentra que la sección adecuada es la 16B283.

3.5.3 C_m diferente de 0.85

Hallar el peso mínimo para una columna de 18 x 18 pulg, con los siguientes datos:

$P = 200$ ton

$M = 60$ ton-m

$F_y = 2530$ kg/cm²

$K = 1.20$

$C_m = 0.95$

$L = 4.00$ m

Solución:

En la fig 14c, para $P = 200$ ton, $M = 60$ ton-m y $C_m = 0.85$, se encuentra que la columna 18B318 sería aceptable y que podría resistir

$$P = 250 \text{ ton}$$

$$M_{318} = 67 \text{ ton-m}$$

$$\text{Factor de reducción} = \frac{0.85}{0.95} = 0.895$$

$$M_{\text{reducido}} = 67 \times 0.895 = 60 \text{ ton-m}$$

que es igual al momento actuante, por lo que se acepta la sección propuesta.

3.5.4 Flexión biaxial

Encontrar el peso mínimo de una columna de 16 x 16 pulg, para las siguientes condiciones:

$$P = 200 \text{ ton}$$

$$M_x = 40 \text{ ton-m}$$

$$M_y = 15 \text{ ton-m}$$

$$F_y = 2530 \text{ kg/cm}^2$$

$$K = 1.20$$

$$C_m = 0.85$$

$$L = 4.00 \text{ m}$$

Solución:

De la fig 13c, para $P = 200 \text{ ton}$ y $M = 49 \text{ ton-m}$, se selecciona la columna 16B283, que es mayor que la requerida.

Revisando la capacidad por momento alrededor del eje Y

Columna 16B283

$$S_x = S_y = \text{cte.} \therefore \frac{S_x}{S_y} = \frac{S_y}{S_x} = 1 \quad \begin{array}{l} M_x \text{ permisible} = 49 \text{ ton-m} \\ M_x \text{ actuante} = 40 \text{ ton-m} \end{array}$$

$$M_{y \text{ perm}} = (49 - 40) (1) = 9.0 \text{ ton-m}$$

$$M_{y \text{ perm}} < M_{y \text{ actuante}}$$

Por lo tanto, no es suficiente la sección.

Usando la columna 16B323

$$M_x \text{ perm} = 60 \text{ ton-m}$$

$$M_y \text{ perm} = (60 - 40) (1) = 20 \text{ ton-m}$$

Por lo que la sección es suficiente.

Revisión mediante las ecuaciones de diseño:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad (10)$$

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{\left[1 - \frac{f_a}{F'_{ex}}\right] F_{bx}} + \frac{C_{my} f_{by}}{\left[1 - \frac{f_a}{F'_{ey}}\right] F_{by}} \leq 1.0 \quad (11)$$

$$\frac{f_a}{0.6 F_y} + \frac{f_{bx}}{F_{bx}} + \frac{f_{by}}{F_{by}} \leq 1.0 \quad (12)$$

Características geométricas:

Columna 16B323

$$A = 412.92 \text{ cm}^2 \quad K = 1.20$$

$$S_x = S_y = 5773.6 \text{ cm}^3 \quad L = 4.00$$

$$R_x = R_y = 17.38 \text{ cm}$$

Sustituyendo:

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{200 \times 10^3}{412.92} = 485 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{KL}{R} = \frac{12 \times 400}{17.38} = 27.6$$

$$F_a = 1415 \text{ kg/cm}^2 \text{ (Manual Monterrey)}$$

$$\frac{f_a}{F_a} = 0.34 \text{ usar ec 11}$$

$$f_{bx} = \frac{M_x}{S_x} = \frac{40 \times 10^5}{5773.6} = 692 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{by} = \frac{M_y}{S_y} = \frac{15 \times 10^5}{5773.6} = 262 \text{ kg/cm}^2$$

$$F'_{ex} = F'_{ey} = \frac{10,480,000}{\left[\frac{1.2 \times 400}{17.38}\right]^2} = 13700 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{bx} = F_{by} = 0.6 F_y = 1520 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{485}{1415} + \frac{0.85 \times 692}{\left[1 - \frac{485}{13700}\right] 1520} + \frac{0.85 \times 262}{\left[1 - \frac{485}{13700}\right] 1520} =$$

$$= 0.34 + 0.41 + 0.16 = 0.91 < 1.00$$

Revisando con la ec 12.

$$f_a + f_{bx} + f_{by} \leq 0.60 F_y$$

$$482 + 692 + 262 = 1436 < 1520$$

Por lo tanto, la columna propuesta es la adecuada.

4. RECONOCIMIENTO

Se agradece a Oscar de Buen la revisión crítica del original y sus valiosas sugerencias.

5. REFERENCIAS

1. P. Rogers, J. H. Thompson y D. S. Bratakos, "Steel columns Eccentrically Loaded", *Frederick Ungar Publishing Co.*, Nueva York (1968)
2. Oscar de Buen, "Diseño de columnas de acero cargadas axialmente" *Revista Ingeniería* (abr 1963)
3. Oscar de Buen "Diseño de piezas flexo-comprimidas de acero estructural", *Revista Ingeniería* (abr 1964)
4. L. S. Beedle y otros, "Structural Steel Design", *Ronald Press Co.* (1964)

