



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

**PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN  
INGENIERIA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**OPTIMIZACIÓN DE UN MODELO ESTADÍSTICO  
DE UN SISTEMA MULTINIVEL**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**MAESTRO EN INGENIERIA  
(INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES)**

**P R E S E N T A :**

**ACT. JUAN PABLO PADILLA AYALA**

**TUTOR  
DR. JUAN MANUEL ESTRADA MEDINA**

**2010**



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: **DR. ACEVES GARCÍA RICARDO**

Secretario: **DRA. FLORES DE LA MOTA IDALIA**

Vocal: **DR. ESTRADA MEDINA JUAN MANUEL**

1er. Suplente: **DRA. ELIZONDO CORTÉS MAYRA**

2do. Suplente: **M.I. VERA TREJO ALEJANDRO CASTOR**

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:  
MÉXICO, D.F.

**TUTOR DE TESIS:  
DR. ESTRADA MEDINA JUAN MANUEL**

  
FIRMA

A mis padres por toda  
su comprensión y  
apoyo incondicional.

A mis amigos y  
maestros por  
compartir conmigo  
estos momentos  
de superación.

A mi esposa Laura por  
apoyarme e impulsarme en  
todos mis proyectos.

## INDICE

	Pág..
INTRODUCCIÓN	4
1.1 Descripción de la problemática	5
1.2 Hipótesis	6
1.3 Objetivos	6
1.4 Preguntas de la investigación	6
1.5 Justificación	7
1.6 Alcance y limitaciones	7
1.7 Contenido	8
CAPITULO 1	
CONCEPTOS BÁSICOS E HISTORIA DEL MULTINIVEL	
1. Introducción	9
2. Definiciones y terminología del Multinivel	9
2.1. Tipos de planes multinivel	11
2.2. Características de la empresa, el producto y del distribuidor	14
2.3. Consideraciones para adaptar un servicio en un producto de multinivel.	16
2.4. Sistema piramidal	18
2.5. Diferencias entre el sistema multinivel y el piramidal	19
3. Historia de los multiniveles	21
4. Modelos recientes en México	24
4.1. Empresas confiables	24
4.1.1. Omnilife	24
4.1.2. Xango.	30
4.2. Multiniveles de <i>dudosa</i> confiabilidad	33
4.2.1. Sinco	33

4.2.2. Maxum	35
4.3. Fraudes actuales (el caso Madoff y Stanford)	37

## CAPITULO II

### MARCO TEORICO

1. Introducción.	39
2. Modelo de programación lineal	39
2.1 Elaboración de un modelo de programación lineal	40
3. Modelo estadístico	43
3.1 Generación del árbol aleatorio	48
3.1.1 Variables	48
3.1.2 Parámetros	49
3.2 Construcción del árbol	51
3.3 Variable sobre el nivel del distribuidor	55
3.4 Bonificación de cada distribuidor	57

## CAPITULO III

### RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL MODELO ESTADÍSTICO

1. Introducción	58
2. Estadísticas del sistema	58
2.1 Datos a ser usados en la optimización	58
2.2 Esperanza matemática de variables relevantes	61
2.3 Desviación estándar de variables relevantes	63

## CAPITULO IV

### PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN DE LOS MODELOS DE OPTIMIZACIÓN.

1. Introducción	64
-----------------	----

2. Variables necesarias para los dos modelos.	64
2.1 Planteamiento del primer modelo	65
2.1.1 Resultados del primer modelo	71
2.2 Planteamiento del segundo modelo.	77
2.2.1 Resultados del segundo modelo.	81
CONCLUSIONES	87
ANEXO	91
BIBLIOGRAFÍA	109

## INTRODUCCIÓN

En el 2006 se presentó la tesis de actuaría en la Facultad de Ciencias de la UNAM, con el título *"MATEMATICAS ACTUARIALES PARA LOS SISTEMAS MULTINIVEL"*.

Este tema nació de una inquietud del autor de la presente al ser invitado a participar en un proyecto de una empresa naciente la cual se iba a dirigir por medio de un sistema de ventas multinivel. Se le pidió que se encargara de toda la parte de distribución de los niveles y de la forma y cantidad de comisiones que le tocaban a cada nivel.

Se empezó a investigar literatura del tema y se asistió a las juntas de varios sistemas con forma de ventas multinivel de muy diferentes tipos, en cuanto a los productos que ofrecen, así como a la metodología que siguen para el pago de comisiones.

Después de dos años de investigar y estudiar se pudo apreciar lo siguiente:

- a) No existe literatura sobre la parte matemática del cálculo de los sistemas multinivel;
- b) El problema podía ser resuelto simulando modelos estadísticos;
- c) Los sistemas de venta multinivel son buenos negocios bien planeados, ya que se da la oportunidad de distribuir la riqueza entre los diferentes participantes;
- d) Es un tipo de negocio accesible casi a cualquier persona ya que no requiere de una gran inversión para el inicio de este.

En dicha tesis también quedó muy clara la diferencia entre multinivel y pirámide, siendo los sistemas de pirámide un fraude y forma astuta de estafar a la gente las cuales están penadas en la mayoría de las legislaciones del mundo.

En la presente tesis se desarrollará la optimización de los parámetros de bonificación establecidos en el modelo estadístico para la empresa y los distribuidores, mediante el planteamiento de dos modelos de programación lineal.

## 1.1 Descripción de la problemática

Las empresas multinivel están en auge en todo el mundo, México no está exento a esta tendencia. En este contexto, hace varios años el autor del presente trabajo fue invitado a trabajar en un proyecto de este tipo de empresas, la persona a cargo del proyecto ya tenía desarrollado su sistema, sin embargo el modelo era muy simple y por lo tanto, podía mejorarse en muchos aspectos. Esta cuestión lo llevó a realizar una investigación sobre el presente tema en la que estuvo inmerso varios años.

En el proceso de la investigación se pudo notar que no existen estudios serios sobre el tema, que la gran mayoría de las personas que se dedican a elaborar este tipo de modelos no tienen estudios básicos sobre el tema, simplemente meten números a una hoja de cálculo y empiezan a hacer operaciones básicas pensando que con eso basta para realizar un esquema multinivel exitoso.

Como podremos observar al concluir la lectura del presente trabajo, este tipo de sistemas son más complejos que los simples cálculos elementales, así como, se ha demostrado que se pueden elaborar cálculos para que el rendimiento del sistema sea óptimo.

Los datos que se usaron en el desarrollo del modelo de optimización fueron los datos resultantes de los estadísticos de la tesis de licenciatura, en dicha tesis estos datos se documentaron y demostraron de ser los adecuados para un sistema multinivel.

Quedando demostrado que este tipo de sistemas son viables matemáticamente; y además salen ganando todos los que participan en estos negocios, por una parte la empresa consigue una fuerza de ventas muy grande garantizada por muchos años (ya que alguien que esté ganando dinero no dejará de comprar aunque el producto ya no le agrade), y por otra parte los distribuidores consiguen un trabajo flexible y bien remunerado

## 1.2 Hipótesis

Los parámetros establecidos para generar el modelo multinivel pueden ser optimizados, para que el valor esperado de utilidad de la empresa aumente sin que la ganancia de los distribuidores disminuya considerablemente.

## 1.3 Objetivo

Diseñar un modelo matemático que permita modelar los distintos sistemas multinivel, con el fin de:

1. Optimizar la ganancia de la empresa.
2. De ser posible optimizar la ganancia de los distribuidores que participen en la misma.

## 1.4 Preguntas de la investigación.

¿Se pueden optimizar las variables y los parámetros de un sistema multinivel?

¿Hasta qué punto los distribuidores pueden ganar más, sin que la empresa sacrifique utilidades?

¿Se podrán eliminar las bonificaciones por nivel?

¿Es fácil planear sistemas de ventas multinivel?

## 1.5 Justificación.

Al ser un tipo de negocio que no necesita de mucha inversión al inicio, así como de personal e instalaciones, en los últimos años ha crecido la inquietud por este tipo de negocio. Considerando que es muy fácil recurrir a un error de cálculo convirtiendo un sistema multinivel, en una pirámide (la cual es ilegal en México) es muy útil el que las empresas puedan contar con modelos con los cuales puedan guiar a sus empresas que opten por este tipo de sistemas.

## 1.6 Alcances y limitaciones.

Con esta investigación se pretende que la empresa que siga puntualmente el método propuesto, con sus adaptaciones pertinentes, pueda garantizar que no se convertirá en una pirámide o un sistema ilegal, así como, podrá tener la certeza de que los cálculos están fundamentados y las cuentas coincidan, evitando severos problemas para los accionistas de las mismas.

También las empresas encontrarán formas en las cuales pueden optimizar sus ganancias y dar valores esperados más precisos a sus distribuidores.

Una de las limitaciones del estudio es que se abocó sólo a estudiar la estructura matemática de este tipo de empresas. Lo que no significa que por dicha estructura, la empresa ya tenga garantizado su éxito, ya que hay otro tipo de factores que están involucrados, por ejemplo: Los legales, los fiscales, los de liderazgo (muy importante en estas empresas), así como el más importante que es el producto que se ofrece, etc.

## 1.7 Contenido

En el primer capítulo se describen las principales definiciones utilizadas en la estructura de los sistemas multinivel, así como su historia y el análisis de las principales empresas que operan en México. Una breve descripción de la diferencia entre multinivel y sistema piramidal, así como sus implicaciones.

En el segundo capítulo se sintetizan algunos elementos necesarios de teoría para la ayuda de la comprensión del tema, se plantean los fundamentos del desarrollo del modelo estadístico mismos que sustentarán las restricciones.

En el tercer capítulo se exponen los resultados del modelo estadístico, así como los resultados de la generación de 35 árboles.

En el cuarto capítulo se plantean los dos modelos de programación lineal y se exponen los resultados.

En el anexo se presenta la simulación de los 35 árboles del modelo estadístico, estando disponible para ser consultado.

# CAPÍTULO I

## CONCEPTOS BÁSICOS E HISTORIA DEL MULTINIVEL

### 1.- Introducción

En el presente capítulo se expondrán definiciones acerca de los multiniveles, así como las características propias de este tipo de empresa. También se elaboró una breve descripción de los modelos multinivel más recientes en México haciéndose una pequeña diferencia entre las empresas confiables y las de dudosa confiabilidad y por último se mencionarán los fraudes actuales basados en sistemas piramidales.

### 2.- Definiciones y terminología del Multinivel

Algunas de las definiciones de lo que es un sistema multinivel son las siguientes:

- a) *“Es un método de distribución que permite a toda aquella persona que lo desee, vender una gama de productos, aprovisionándose directamente de un fabricante y creando una red de distribuidores a diferentes niveles por un sistema de padrinazgo sucesivo (Tarondeau y Xardel, 1985).”<sup>1</sup>*
  
- b) *“Es un efectivo método por el que bienes y servicios pueden ser distribuidos sin los costes normales asociados a una compleja publicidad, promoción y marketing operacional. Basa su éxito en un principio muy simple: un gran número de vendedores vendiendo un modesto volumen de productos. Cada uno se beneficia y cada individuo tiene la misma*

---

<sup>1</sup> La venta domiciliaria, Pág. 119

*oportunidad de ir tan rápido como su empeño y habilidad le permitan (Carmichael, 1991).”<sup>2</sup>*

Estas definiciones corresponden a distintas épocas y etapas del desarrollo de la industria multinivel, en las cuales se pudo observar que la principal fuerza del multinivel, según los autores antes indicados, es la venta al usuario final.

Otra característica importante y novedosa de un sistema multinivel es que se basa en un esquema de ventas en red, ya que de otra forma sería una simple venta individual.

Distribuidor: por lo general es una persona física que se inscribe al sistema y que tiene dos labores básicas:

- Vender los productos de la empresa
- Presentar a otros distribuidores que pasarán a formar parte de su red

Comisión: Es la bonificación sobre el porcentaje de ventas de la red de cada distribuidor.

Descuento sobre el producto: Es el descuento sobre el precio al público que se les da a los distribuidores en la compra del producto, siendo éste el margen de utilidad que tienen para vender el producto.

Red del distribuidor: es el conjunto de distribuidores que forman parte de la fuerza de ventas del distribuidor, dicha red se forma dependiendo del tipo de plan que tenga la empresa.

---

<sup>2</sup> Ibidem

## 2.1. Tipos de planes multinivel

- a) Unilevel: No es propiamente un sistema multinivel, ya que sólo consta de un nivel (como su nombre lo indica), pudiéndose ingresar tantos distribuidores como se desee.
- b) Binario: es un sistema que está basado en un "apareamiento" realizado de dos en dos personas por cada nivel, por ello los niveles de la red teórica son potencias de base dos ( $2^n$ ) y sólo se pagan las comisiones si se logra que crezca uniforme, es decir que por nivel se logre tener la red teórica ( $2^n$ ). Se puede ver un ejemplo en la siguiente figura.

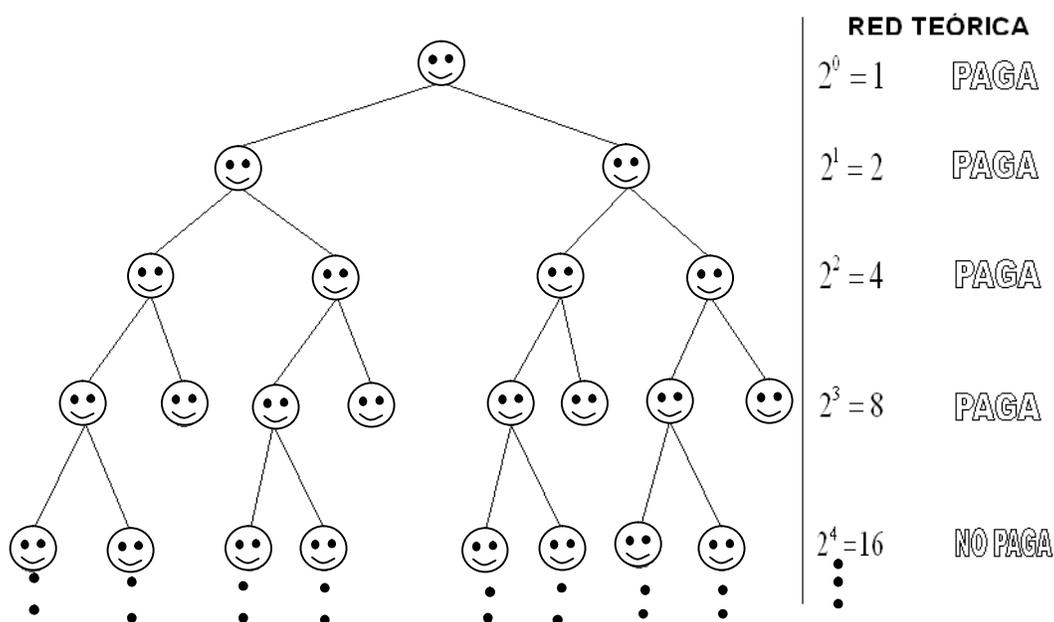


FIGURA 1.1 (Elaborado por el autor de la presente)

En el esquema anterior se observa que los niveles en los cuales el número de personas existentes es igual al valor teórico de ( $2^n$ ) se paga la comisión del nivel completo, pero en el caso de ( $2^4$ ) faltan la mitad de las personas es decir el número de personas del nivel debería de ser 16 y hay sólo 8, por lo tanto ese

nivel no se paga. Como consecuencia de este procedimiento la empresa se queda con las ganancias completas de este nivel.

Este tipo de sistema es muy apreciado por las empresas como truco para no pagar tantas comisiones, ya que en la práctica es difícil que se logre un crecimiento parejo, lo que resulta tener una comisión sólo por unos cuantos niveles que a su vez no podrán ser muy grandes.

c) Matricial: Es el tipo de sistema utilizado por las compañías más serias del mundo (del ramo). Este tipo comprende 2 clases diferentes:

i. Matricial forzado: para este tipo de sistemas es necesario definir un producto cruz de esta forma  $m \times n$ , siendo  $m$  las personas admitidas en el nivel inmediatamente inferior, y  $n$  los niveles de profundidad sobre los que se pagarán las comisiones.

En este tipo de sistema se establece de antemano una matriz, en la cual sólo se podrán ingresar al primer nivel  $m$  distribuidores, tomando el distribuidor  $m+1$  el lugar siguiente. La siguiente gráfica muestra un ejemplo de un sistema de  $3 \times 3$ :

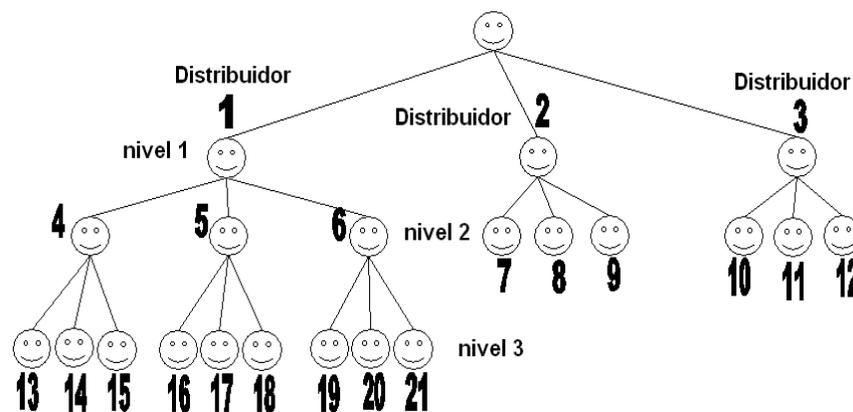


FIGURA 2.1 (Elaborado por el autor de la presente)

Para los distribuidores existe una desventaja en esta clase de sistema, los limita en cuanto a la cantidad máxima de personas con las que puedan formar su red.

Para las empresas tiene la ventaja de que los cálculos para saber la factibilidad del negocio son más fáciles de elaborar, ya que reducen el factor de los huecos en la red, que como veremos posteriormente, si bien no son fáciles de modelar, pueden dar una ventaja bastante grande en el margen de utilidad de la empresa.

- ii. Matricial no forzado: En este tipo de sistemas la única restricción son los niveles de profundidad de la red sobre la que se pagarán las bonificaciones.

Este sistema es el más ventajoso para los distribuidores, ya que prácticamente se pueden tener los distribuidores que se deseen ingresándolos en el primer nivel de nuestra red, aumentando también así las ganancias esperadas.

La administración de este tipo de redes es más complicada para las empresas, sin embargo, es el sistema más completo para las mismas, ya que al existir la "mortalidad" de los distribuidores el porcentaje de las comisiones se puede decrementar de manera importante.

## 2.2. Características de la empresa, del producto y del distribuidor.

La empresa:

- Debe tener un producto de excelente calidad, la cual pueda ser comprobada muy rápidamente, es decir, no ser un producto milagro.
- Debe tener un precio de inscripción bajo, ya que la mayoría de la población en nuestro país no podría pagar una inscripción de 500 dólares. Xango<sup>3</sup> es un caso claro de esto, no pudieron penetrar en el mercado de México como ellos hubieran deseado.
- No tratar de engañar mediante una publicidad falsa, prometiendo hacerse millonario de la noche a la mañana y sin esfuerzo.
- Contar con especialistas en las diversas aéreas (fiscal, legal, actuarial, etc.).

El producto:

- El producto debe ser de consumo rápido (si fuera posible varias unidades por mes por persona).
- Ser único en el mercado o tener una característica única.
- Que la calidad del producto pueda ser comprobada y certificada por métodos y peritos profesionales aceptados generalmente en el mercado.
- Los servicios se pueden comercializar en este tipo de sistemas, siempre y cuando se hagan algunas adaptaciones, no se puede pretender que un tercero proporcione las comisiones, como fue en el caso de "Sinco"<sup>4</sup>. Si es un

---

<sup>3</sup> Apartado 3.1.2 del presente capítulo.

<sup>4</sup> Apartado 3.2.1 del presente capítulo.

servicio se debe tener en cuenta que el crecimiento de la empresa va a ir más lento, debido a que en lugar de tener periodos mensuales estos serían anuales.

El distribuidor:

- Tener en cuenta que es un trabajo, lo que implica tener disciplina, un horario y un plan para poder establecer las metas que se desean alcanzar.
- Estar convencido que el producto que está promocionando es el mejor del mercado, en caso contrario buscar otro sistema con el producto que lo convenza.
- Tener en cuenta que los primeros meses son los más difíciles ya que se parte de cero.
- Estar consciente de que la venta del producto a corto plazo proporciona un pequeñísimo ingreso, por esta razón es importante al principio el dedicar más tiempo y cuidado a reclutar personas que vean este tipo de actividad como un trabajo, y así, poder formar una red sólida.
- Las redes no se forman con conocidos, ya que es mucho menor la cantidad de personas que conocemos que las que no.
- El engaño de muchos reclutadores de personas en este sistema de ventas, es el de hacerles creer que basta con que consigan a tres personas que consuman algún producto al mes y con eso sentarse a esperar que llegue el dinero. Las personas que logran más éxito en éstos sistemas son las que trabajan duro incorporando distribuidores en los diferentes niveles de su red, ya que de 10 prospectos puede ser que sólo uno se incorpore al sistema, pero

no garantiza que se quede, ya que la "mortalidad" en este tipo de sistemas es muy alta

- Por último ayudar a los niveles inferiores de su red a crecer. Si se tiene un buen prospecto puede parecer contradictorio el no ingresarlo en el primer nivel, pero si se tiene en cuenta la sentencia: "Si el que está debajo de ti está ganando dinero, nunca se va a salir del sistema", entenderemos que es provechoso para todos los de la red hacer que los de los niveles inferiores ganen.

### 2.3. Consideraciones para adaptar un servicio en un producto de multinivel.

En este apartado se presenta un ejemplo, que le llamaremos producto, aunque realmente sea un servicio:

La compañía tiene un "producto" que consiste en una tarjeta de descuento para honorarios médicos (tipo Vrim<sup>5</sup>), la primera idea para construir un multinivel sería: El distribuidor compra 10 tarjetas por mes y aparte tiene que afiliarse a 5 personas por nivel. Para que pueda ir creciendo, desde el punto de vista de la compañía, tiene mucho sentido, ya que se genera la venta segura de 10 tarjetas por mes y aparte tiene las bondades del multinivel. Desde la óptica del distribuidor: ¿qué va a hacer con sus 10 tarjetas?

Este tipo de dilema lo tuvo Vrim cuando intentó comercializar su tarjeta en un multinivel, los distribuidores en pocos meses no sabían qué hacer con sus tarjetas: vender el producto (que a la larga genera un ingreso despreciable) o afiliarse gente a su red para poder formar su multinivel, naturalmente el multinivel no creció y terminó desapareciendo.

---

<sup>5</sup> Tarjeta de pago anual de descuentos en servicios médicos y laboratorios. Cada distribuidor tenía que vender 10 tarjetas de dichos servicios al mes.

Este tipo de errores de planteamiento son muy comunes cuando se comercializan servicios. La forma "correcta" de formular el problema es enfocarse en lo que desea la compañía de multinivel: Que su red crezca lo más rápido posible, por lo tanto, teniendo en cuenta esta meta, el objetivo de la empresa debe de ser el mismo que de los distribuidores, es decir, todos los esfuerzos deben concentrarse en el crecimiento de la red y no en la compra obligatoria de las 10 tarjetas

Lo anterior tiene implicaciones fuertes para la compañía. En el ejemplo de servicios médicos la venta de la tarjeta será anual, y por ello, el crecimiento que tendría la red sería de una doceava parte de un multinivel normal (de venta mensual).

Por otro lado, se tiene que considerar el punto de las bonificaciones, ya que el distribuidor quiere un dinero mensual, si fuera anual no le interesaría. Lo anterior incrementa el costo del producto, debido a que la compañía tiene que cobrar todas las bonificaciones (las de los 12 meses) al inicio, teniendo esto sus implicaciones fiscales y legales.

Origen de los recursos.

A continuación se analiza de dónde se obtiene el dinero:

- Con la comercialización por sistema multinivel la empresa decide ganar menos por su producto que si lo vendiera por los canales tradicionales.
- Por medio de este sistema no necesita anunciarse por los medios tradicionales de publicidad. Las cantidades que por este concepto se gastarían se reparten entre los distribuidores, no son para los dueños de la empresa.

- Al eliminar intermediarios se produce un gran ahorro y éste es la principal fuente del dinero a ser repartido entre los miembros del multinivel.

Como se puede apreciar en el siguiente diagrama, este diferente concepto de empresa no busca ganancias exclusivas para el dueño de la misma, sino que el rubro que abarca mayor cantidad de recursos son las comisiones por la red. Los distribuidores ganan su parte proporcional de la comisión por la red así como el descuento del producto. Como se puede apreciar la mayor parte de los ingresos son para las comisiones.

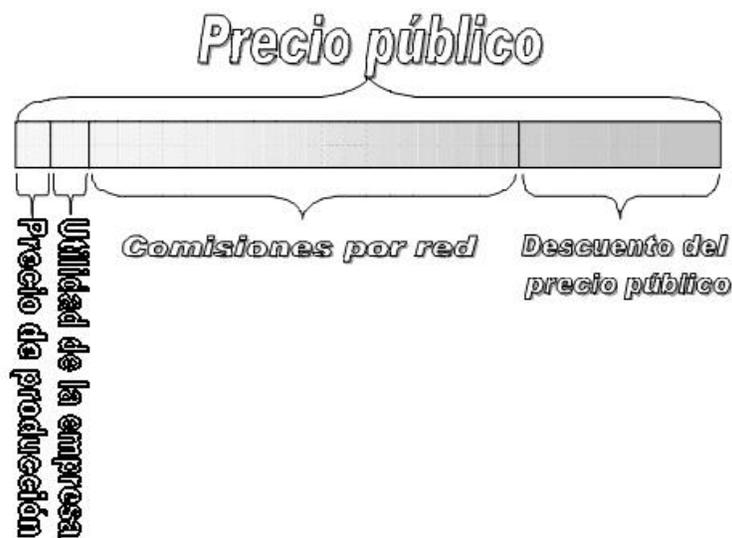


FIGURA 3.1 (Elaborado por el autor de la presente)

## 2.4. Sistema piramidal

Este sistema se caracteriza por no tener un producto a vender, y por lo tanto termina siendo un fraude. Este tipo de sistemas son los que le han traído el desprestigio y la mala fama a los sistemas de venta multinivel. El más famoso fue el que hizo el señor Ponzi<sup>6</sup> diseñando un sistema que consistía en enviar 10 cartas por correo en los EUA (incluso se extendió hasta México y otros países del mundo). Funcionaba de la siguiente manera: te llegaba una carta con 10 nombres y te pedían le enviaras un dólar a las personas cuyos nombres y direcciones estaban en la carta, tenías que borrar a la primera persona de la lista, poniendo tu nombre y dirección al final, después de esto explicaban cómo gastando sólo 10 dólares te harías millonario. Este fraude enriqueció a unas cuantas personas (las primeras) y las últimas perdieron sus 10 dólares.

Este tipo de sistemas está prohibido en todos los países.

## 2.5. Diferencias entre el sistema multinivel y el piramidal:

MULTINIVEL	PIRAMIDE
Es un sistema legal.	Es un sistema ilegal.
Basado en el principio de patrocinio y enseñanza a los demás.	Basado en el principio de abuso de los creadores, sólo ganan los primeros que participan.
Los consumidores compran sin participar en el programa de	Los que comercializan deben adquirir primero el producto.

---

<sup>6</sup> Carlo Ponzi (Lugo, Italia, 3 de marzo de 1882 – Río de Janeiro, 18 de enero de 1949) fue un famoso delincuente de origen italiano especializado en estafas. Es conocido por ser el creador de la estafa llamada esquema Ponzi. Wikipedia

mercadotecnia, por tanto quienes comercializan no están obligados a comprar	
Quienes entran a formar parte del negocio más tarde, pueden ganar más que los que entraron primero.	Mientras más tarde te incorpores menos ganas, es un sistema jerárquico-piramidal de la ganancia.
Las compañías no aconsejan almacenar producto	Obligan a tener una gran cantidad de producto acumulado y a comprar una cantidad mínima por mes.

TABLA 1.1 (Elaborado por el autor de la presente)

Hoy en día existen multiniveles que ofrecen, además de las comisiones normales, premios por llegar a ciertas metas. Este es un punto que debe examinarse ya que es muy fácil que nos ofrezcan un espejismo, los premios pueden ser los siguientes:

- “Por tener tus cuatro primeros niveles completos te damos un coche nuevo”. Parece atractivo y fácil, pero recordemos que la mortalidad de este tipo de negocios es muy alta, por lo tanto, es casi imposible lograr tener completos los niveles que piden.
- “En cuanto llegues a 50 distribuidores que compren alguna cantidad mensual, te damos un viaje” Suena desalentador pero es un tipo de premio que es fácil conseguir, ya que aún con la mortalidad se puede llegar a estos niveles.

### 3. Historia de los multiniveles

El multinivel surgió casi por casualidad. La idea le surgió a un hombre mientras se las arreglaba para sobrevivir en un campo de concentración en China. En la década de los 20, el estadounidense Carl Rehnborg, desde una prisión para extranjeros en plena guerra civil china, comprendió la importancia de la nutrición: se le ocurrió mezclar sus magras raciones de alimentos con hierbas y huesos de animales que compartía con sus compañeros de prisión. Al momento de ser liberados se dieron cuenta que los que consumían ese producto tenían mejor condición física que el resto de los compañeros.

Tras su liberación, y de regreso en Estados Unidos, Rehnborg inició en 1934 su empresa llamada California Vitamins, que ofrecía complementos nutricionales a base de vitaminas y que, sin proponérselo, se convertiría en la precursora del multinivel. Una industria que mueve aproximadamente \$70,000 millones de dólares al año, según la Asociación Internacional de Multinivel (MMIA).

California Vitamins funcionó al principio como una compañía de venta directa, pero a los clientes les gustaban los productos y, poco a poco, algunos decidieron convertirse en vendedores, pues además de recibir un ingreso extra, eran dueños de su propio negocio; y además les ayudaba a salir de la crisis generada por la Gran Depresión de 1929.

NutriLite sería el nombre que adoptó posteriormente la empresa (misma que sigue hasta nuestros días) que logró un sistema verdaderamente innovador a partir de 1941. Éste consistió en compensar a sus vendedores con el siguiente esquema de distribución.

Los distribuidores podían, a su vez, reclutar a otros distribuidores y ganar una comisión sobre las ventas realizadas por sus distribuidores y las subsecuentes generaciones de éstos.

NutriLite ofrecía una poderosa motivación a miles de personas para convertirse en dueños de sus propios negocios y ganar importantes comisiones. Además, no se requería ser muy hábil en finanzas, administración o ventas para lograrlo. El sistema se encargaría de todos esos detalles administrativos, dejando a los distribuidores a cargo de reclutar, vender y entrenar a su organización obteniendo, de paso, jugosas utilidades.

En este período surgieron también pirámides que tomando en cuenta el éxito de NutriLite, intentaban hacer sistemas que fracasaban creando gran desconfianza entre la gente y como en ese tiempo no existían las restricciones legales, podían hacer casi lo que quisieran. Era gente por lo general muy buena para hablar bien en público y vender sueños, pero sin escrúpulos, lo único que buscaban era hacerse millonarios.

Como era de esperar, los mismos distribuidores de NutriLite se dieron cuenta que es un tipo de empresa que puede hacer ricos a sus distribuidores, pero a los dueños los hace millonarios. Debido a esto decidieron ir creando sus propias compañías, no todos los que lo intentaron tuvieron éxito, pero algunos sí, por ejemplo, en 1959, Rich DeVos y Jay Van Andel, crearon una pequeña empresa a la que llamaron Amway (una abreviación del "*American Way of Life*" o "El sueño americano"), actualmente, es la más grande firma de multinivel a nivel mundial, con una fuerte distribución de más de dos millones de personas en 60 países y ventas anuales estimadas en unos \$6,000 millones de dólares. Amway creció de tal modo que acabó absorbiendo a NutriLite en 1972, que ahora funciona como su división nutricional. A partir de

entonces, la industria del *"network marketing"* en Estados Unidos sufrió una verdadera explosión, al grado de que hoy, muchas de las empresas listadas en el *ranking de Fortune 500*, cuentan ya con sus propias divisiones de venta directa o multinivel.

En 1975 la *Federal Trade Comision* (FTC) lleva a la corte a la empresa Amway acusándola de que usaban un esquema ilegal tipo Ponzi. Este juicio fue un parte aguas en la industria del multinivel, el proceso legal duró 5 años, ocasionando pérdidas millonarias para Amway, a pesar de que el fallo fue a favor de la compañía y de las redes de distribución. Este evento provocó la elaboración de la reglamentación para esta clase de empresas para poder diferenciarlas de los sistemas piramidales.

Durante el tiempo que duró el juicio, la industria multinivel se paralizó ocasionando miedo en la población, temiéndole a todo tipo de ventas diferente a la realizada en negocios establecidos, pero en cuanto contaron con el respaldo legal, proliferaron compañías multinivel de todos los tipos.

Fuera de Estados Unidos, la fiebre del multinivel no tardó en contagiar al resto del mundo, donde cientos de pequeños empresarios entraron a la industria creando sus propias compañías; empujados, ya fuera por la falta de recursos económicos o por las elevadas tasas de desempleo.

Hubo de todo, grandes fracasos por falta de experiencia en las empresas, falta de capital o manejo inadecuado del mismo, pero surgieron también, algunas buenas compañías que hoy son líderes en esta industria.

En la década de los ochenta las empresas de este giro decidieron introducir el término *"network marketing"* (redes de mercadeo) en lugar de la palabra *multinivel*

para tratar de eliminar el desprestigio que había dejado la controversia legal. Actualmente si se menciona la palabra *multinivel* en las principales empresas del ramo, estas niegan serlo.

A partir de los ochentas gracias a la incorporación de las computadoras se hizo más fácil el manejo de las comisiones y diversos trámites administrativos, lo que facilitó la expansión de los sistemas multinivel.

En el presente, existen compañías que operan en varios países a la vez, pudiendo los distribuidores formar una red internacional, con personas de todos los países (en donde opera la compañía), sabiendo en tiempo real las ganancias que van generando las compras de su red, esto gracias a la sinergia que crearon las computadoras al tener los inventarios, las comisiones y la red en sí en la Internet, disponible para cualquiera. La mayoría de los multiniveles proporcionan a cada distribuidor una página web para que puedan administrar sus redes.

La compañía mexicana más grande de multinivel es Omnilife que ha sabido abrir el camino para convertirse en una de las más fuertes del mundo.

#### 4. Modelos recientes en México.

##### 4.1 EMPRESAS CONFIABLES

###### 4.1.1 OMNILIFE<sup>7</sup>

Es un multinivel creado en México que actualmente tiene presencia en 18 países incluidos Rusia y Estados Unidos.

---

<sup>7</sup> Catálogos entregados a los distribuidores de Omnilife.

Empezó de manera local en Zapopan, Jalisco, y fue creciendo hasta lograr el nivel nacional.

Los productos que ofrece son principalmente complementos alimenticios, así como bebidas energéticas y en últimas fechas han incorporado cosméticos.

Es el multinivel más importante de Latinoamérica, logrando tener a la fecha 2 millones y medio de distribuidores, cifra que está en constante aumento.

Se puede preguntar: ¿Cuál es la clave del éxito de esta empresa? Se describe a continuación su sistema para poder identificar sus puntos fuertes.

Su primera y más grande ventaja es que el perfil de persona que busca para incorporar a su sistema es de nivel económico medio y bajo, que son los sectores sociales más abundantes en Latinoamérica. Su cuota de inscripción es de las más bajas del mercado (inferior a los \$500) y el paquete de bienvenida contiene unas muestras de producto, así como el manual de instrucciones de operación del sistema. Con esta estrategia el participante no se percata que en realidad es una cuota de inscripción y como el precio es tan bajo hasta una persona de pocos recursos puede tener la oportunidad de entrar en el negocio.

El sistema de compensaciones es de los más complicados del mercado, difícilmente los nuevos distribuidores podrán entenderlo en una sesión. En el manual se recomienda que primero se venda el producto a los conocidos, para irse familiarizando con el sistema. En el manual viene una tabla en la cual se muestra de forma aparentemente sencilla, cómo ganar hasta \$9,000.00 al mes. A continuación se muestra esta tabla.

PRODUCTO	SI ESTOY AL 20%	SI ESTOY AL 25%	SI ESTOY AL 30%	SI ESTOY AL 35%	SI ESTOY AL 40%	
<b>Caja de Magnus</b> Ganancia al precio sugerido \$209.67*	<b>\$38.00</b>	<b>\$47.50</b>	<b>\$57.00</b>	<b>\$66.50</b>	<b>\$76.00</b>	¡Gano 3,000 pesos al mes!
¿Cuántos debo entregar para ganar \$100.00 diarios?	3 cajas diarias	2.5 cajas diarias	2 cajas diarias	2 cajas diarias	1.5 cajas diarias	
<b>Caja de Omni Plus</b> Ganancia al precio sugerido \$350.98*	<b>\$59.80</b>	<b>\$80.50</b>	<b>\$96.60</b>	<b>\$112.70</b>	<b>\$128.80</b>	¡Gano 6,000 pesos al mes!
¿Cuántos debo entregar para ganar \$200.00 diarios?	3.5 cajas diarias	3 cajas diarias	2.5 cajas diarias	2 cajas diarias	1.5 cajas diarias	
<b>Caja de Power Maker</b> Ganancia al precio sugerido \$435.88*	<b>\$72.00</b>	<b>\$98.75</b>	<b>\$118.50</b>	<b>\$138.25</b>	<b>\$158.00</b>	¡Gano 9,000 pesos al mes!
¿Cuántos debo entregar para ganar \$300.00 diarios?	4 cajas diarias	3.5 cajas diarias	3 cajas diarias	2.5 cajas diarias	2 cajas diarias	

FIGURA 4.1 (Propiedad de OMNILIFE)

Se hará a continuación una breve explicación de este sistema de compensaciones:

Según la cantidad de producto que se adquiera es el número de puntos ganados, estos se contabilizan para otorgar los descuentos sobre el precio del producto en futuras adquisiciones, premiando a los que más compran y a su vez estimulando a que el distribuidor se arriesgue a tener un stock en su casa para poder ganar un poco más.

PUNTOS	DESCUENTOS
0 a 499	20%
500 a 999	25%
1000 a 1999	30%
2000 en adelante	35%

FIGURA 5.1 (Propiedad de OMNILIFE)

A l mismo tiempo, se hace una clasificación con base en los puntos de distribuidores mayoristas y no mayoristas, que servirán posteriormente para establecer cuáles son los beneficios a los que tiene derecho el distribuidor sobre su red. Para lograr ser un distribuidor mayorista se necesita lograr los niveles en puntos (4000) de acuerdo a la siguiente tabla.

1er. PERÍODO	2o. PERÍODO	3er. PERÍODO	4o. PERÍODO	RESULTADO
Mil puntos	Mil puntos	Mil puntos	Mil puntos	Mayorista
2 mil puntos	Mil puntos	Mil puntos	Mil puntos	Mayorista
4 mil puntos				Mayorista
1,100 puntos	2 mil puntos	800 puntos	100 puntos	No Mayorista

FIGURA 6.1 (Propiedad de OMNILIFE)

Al ser *distribuidor mayorista* se tiene derecho a ciertas bonificaciones que no tiene un distribuidor *no mayorista*, como por ejemplo el 4% sobre las ventas de su red de distribuidores.

Para los distribuidores hay varios niveles: al menor lo denominan Bronce, Luego Plata, el siguiente Oro y por último Diamante que es el máximo nivel. Tal como se ilustra en la siguiente gráfica.

Bonificación especial por compra

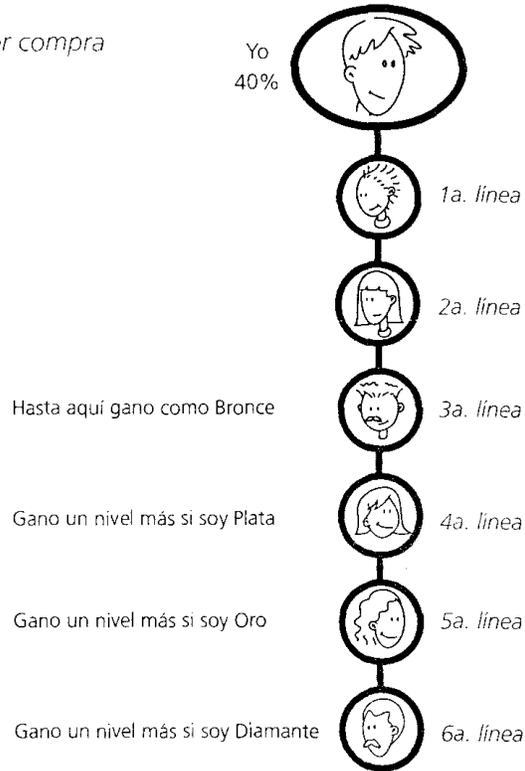
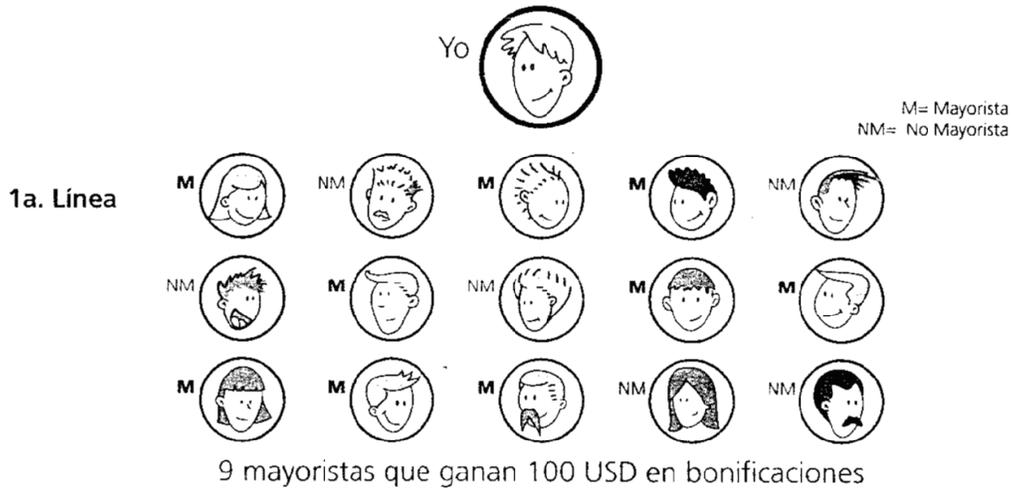


FIGURA 7.1 (Propiedad de OMNILIFE)

Para poder ser distribuidor diamante, se necesita de mucho trabajo y esfuerzo. Se pide tener en la red un número muy elevado de distribuidores, para las personas que no son muy experimentadas en estos sistemas puede parecerles muy fácil de lograr, pero para los que ya llevan un tiempo en el medio se podrán dar cuenta inmediatamente que lograr esos niveles es una labor de muchos meses o hasta años, ya que se les pide 9 mayoristas en el primer nivel que ganen mínimo \$100 dólares, y para lograr ese tipo de bonificaciones se tiene que tener una red ya consolidada. A continuación se expone el esquema del distribuidor diamante:



Puedo ganar en bonificaciones hasta el 4% de mi 6a. línea de mayoristas.

FIGURA 8.1 (Propiedad de OMNILIFE)

Una de las principales ventajas del sistema de pagos es que los cheques se entregan cada quincena (en lugar de mensualmente como es lo más común), además dan la opción de hacer depósitos electrónicos a la cuenta del distribuidor.

Uno de los inconvenientes que tiene Omnilife, es que pide facturas o recibos para poder emitir los cheques de las bonificaciones, lo que obliga al distribuidor a darse de alta en hacienda y hacer las correspondientes declaraciones de impuestos. Esta situación desalienta a muchos pues se tiene que contratar a un contador para llevar sus finanzas lo cual implica costos.

#### 4.1.2 XANGO<sup>8</sup>

Es una de las empresas "*network marketing*" más importantes y en mayor crecimiento en Estados Unidos, sus ventas están por alcanzar el billón de dólares anuales, convirtiéndose en la compañía que más rápido logra este nivel de ventas.

El único producto que comercializan es un jugo hecho con una fruta exótica de Asia, que por cierto es delicioso.

La fruta materia prima del producto es de difícil cultivo y se da sólo en una pequeña región de Asia, por esto la compañía tiene contratos firmados con los que la cultivan, por la producción de los próximos años, lo que garantiza poca competencia en el mercado y la compañía podrá seguir en crecimiento.

Además tiene el apoyo de una de las compañías más fuertes del mundo, aunque no es muy famosa, Wild flavors es la compañía que le hace los sabores a empresas tan poderosas como Coca-Cola, Pepsi y Nestlé, por mencionar algunas.

El sistema de bonificaciones que maneja es de los más ambiciosos, ya que si el distribuidor logra tener el máximo nivel, entonces la empresa otorga hasta 9 niveles de bonificación (que si lo traducimos a número de personas serían muchos miles de dólares), aunque en estos momentos ya hay gente que está en estos niveles y se lograron hacer millonarios. A continuación se describe el sistema y así se podrá observar como encajan las personas típicas.

Primeramente la compañía ofrece un plan de ganancias con cuatro apartados que son:

---

<sup>8</sup> Catálogos entregados al distribuidor de Xango

- 1) Diario: esta consiste en vender los productos "de puerta en puerta", no obstante, se advierte que no es la mejor manera de ganar dinero en un multinivel, es de utilidad en un principio por la obtención rápida de dinero.
- 2) Power Start: se ofrece un estímulo en los sistemas multinivel para lograr que en menos de un mes la persona recupere su inversión. Este consiste en que el participante logre ingresar distribuidores en el primer nivel y que además haga un cargo a su tarjeta de crédito para el pago de una o dos cajas de producto por mes. Con esta operación, el participante logra el porcentaje de la compra de estos distribuidores que ingresó en el primer nivel, aproximadamente del 25% o 30%. Sólo cuentan los distribuidores que el participante ingrese en el primer mes de vida en el sistema. Con estos datos se puede dar cuenta con este beneficio, a qué mercado va dirigido este multinivel, ya que la mayoría de la población de Latinoamérica no tiene tarjeta de crédito.
- 3) Mensual: este es propiamente el multinivel y expresa las bonificaciones por nivel de compra de la red. La manera en que lo maneja esta empresa es peculiar respecto a las demás empresas de este ramo. Los niveles no están de acuerdo a lo que el participante compre, sino que tiene que ayudar a los que están en niveles inferiores para que se pueda calificar a determinado nivel, esta es la forma en que el participante puede ascender. Este sistema tiene beneficios, en el sentido de que ayuda a crear una red estable y pareja, y también tiene sus contras, como son el tener que trabajar por los demás para que desarrollen sus redes. A continuación se presenta la tabla de las bonificaciones por niveles de la compañía.

	<b>Categoría calificada</b>	Representante	Rep preferido	1k	5k	20k	Premier
	<b>PV mensual mínimo</b>	100	100/1 caja ADP	100/1 caja ADP	100/1 caja ADP	200/2 caja ADP	200/2 caja ADP
	<b>Patrocinio personal mínimo</b>	Ninguno	Ninguno	Tres representantes preferidos	Tres 1k	Tres 5k	Dos 20k + un 5k
	<b>GV mensual mínimo</b>	Ninguno	Ninguno	1,000 (10 cajas)	5,000 (50 cajas)	20,000 (200 cajas)	50,000 (500 cajas)
% de comisiones pagado por nivel	1°	5 %	5 %	5 %	5 %	5 %	5 %
	2°	5 %	5 %	5 %	5 %	5 %	5 %
	3°	---	10 %	10 %	10 %	10 %	10 %
	4°	---	---	5 %	5 %	5 %	5 %
	5°	---	---	---	5 %	5 %	5 %
	6°	---	---	---	---	5 %	5 %
	7°	---	---	---	---	5 %	5 %
	8°	---	---	---	---	---	5 %
	9°	---	---	---	---	---	2 %

FIGURA 9.1 (Propiedad de XANGO)

Siendo ADP el pago automático con cargo a la tarjeta de crédito.

- 4) Trimestral: este es uno de los planes más atractivos, el cual ofrece bonos a nivel mundial, del 3% de las ventas de la compañía que se repartirán entre todos los distribuidores que califiquen para esta bonificación, además regalan viajes, coches y algún otro artículo de lujo (para alguien que está en estos niveles y gana varios miles de dólares al mes no es de gran importancia).

Esta empresa ofrece la opción de retener los impuestos, así los distribuidores no tienen que hacer los trámites con hacienda, ni pagarle a un contador para llevar las declaraciones.

Su operación apenas se está abriendo en Latinoamérica, de hecho llegaron a México en el año 2005, pero no pudieron darle el impulso que hubieran deseado, ya que el público que buscan es clase media alta y alta, este grupo de personas es muy pequeño en México, además de que su producto es caro (aprox. \$700 por una botella de 750ml., y ponen como requisito comprar una caja con 4 botellas mínimo

por mes), también exigen tener tarjeta de crédito para tener acceso a las mejores bonificaciones.

Concluyendo, para una persona que quiere empezar a trabajar en este tipo de empresas esta no es la mejor alternativa de las que se ofrecen en nuestro país, además de que los resultados no son a corto plazo, debido a que el conseguir un distribuidor en esta empresa es más difícil que en las de productos de bajos costos, sin embargo, si lo que se quiere es un negocio a largo plazo para tener una expectativa de ingresos más alta, es una plan viable, pues es una empresa sólida, confiable y que tiene un buen futuro.

Por otro lado, si lo que se quiere es convertirse en un “profesional” del negocio multinivel, lo más recomendable es empezar en una empresa como Omnilife y formar una red sólida, con la mayoría de las personas conocidas. Una vez que se tenga un ingreso fijo, entonces el grupo se cambia a una empresa con mayor nivel de bonificaciones como Xango.

## 4.2 MULTINIVELES DE *DUDOSA* CONFIABILIDAD

### 4.2.1 SINCO<sup>9</sup>

Es un multinivel que promete distribuir la riqueza entre quienes la generan, utiliza una tarjeta (tipo débito) que se usa para pagar en los supermercados y diversas tiendas afiliadas, prometiendo ganar el 1% de lo que compren los distribuidores de la red, además le bonifican al participante \$5.00 por persona que esté en su red. Tienen dos planes: uno llamado “el plan 5”, y el otro “el plan 7”. A modo de ejemplo a continuación mostramos la tabla con cifras calculadas con ligereza sin sustento matemático que prometen en el plan 7:

---

<sup>9</sup> Catálogos entregados al distribuidor de Sinco.

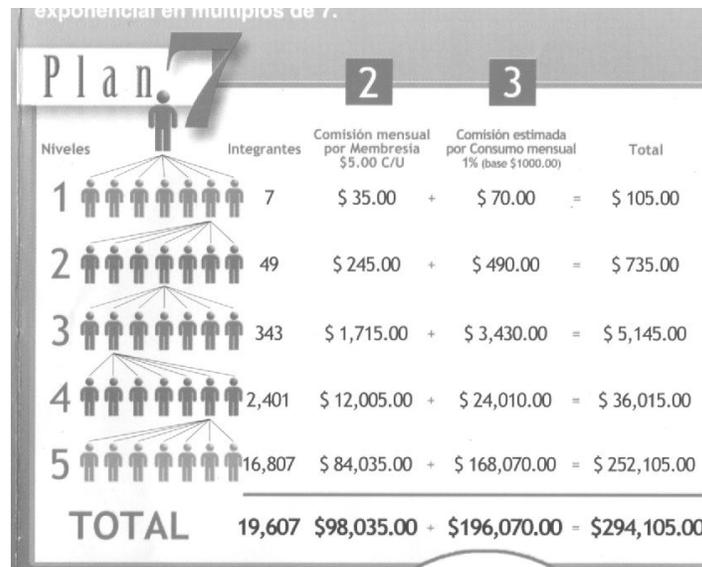


FIGURA 10.1. (Propiedad de SINCO)

Además, prometen regalar un automóvil en cuanto la red se complete, como hemos explicado anteriormente es imposible el tener la red teórica, y la configuración de este negocio hace que la mayoría de los participantes al comprobar que no reciben nada se salen del sistema.

Otra característica que hace que esta empresa sea una pirámide es que no hay un producto que los participantes vendan, es sólo la promesa de recibir bonificaciones de la red.

Una sugerencia para poder distinguir si las empresas son confiables o no, es examinar lo que los organizadores de la empresa multinivel ganan, porque nadie regala el dinero. Si podemos comprobar que ellos van a ganar una buena cantidad de dinero, entonces podremos ver de dónde obtendrán el que van a repartir entre sus distribuidores.

Conclusión: las empresas que prometen hacer millonarios a los participantes de la noche a la mañana, explotando la codicia o el deseo de salir adelante de la gente

ofreciendo coches o premios sin esfuerzo suelen ser fraudulentas. Por ello hay que tener cuidado, ya que algunas están muy bien estructuradas por profesionales del crimen.

#### 4.2.2 MAXUM<sup>10</sup>

Era una empresa con una idea realmente innovadora que pretendía ayudar a muchas personas de las clases media y baja. Ofrecía préstamos de hasta cinco millones de pesos para la compra de diversos artículos, desde un electrodoméstico hasta autos y casas.

El lema de la empresa era lograr un costo cero, este es uno de los raros casos de empresas multinivel que no comercializan productos y son viables para ambas partes.

Otorgaban los préstamos con base al número de personas que los participantes ingresaban en su primer nivel, Estas personas serían el aval del préstamo, de la siguiente manera:

Se cobraban 2 mil pesos de inscripción que se repartían de la siguiente forma: al que presentó al distribuidor se le daban mil pesos en efectivo y los otros mil se depositaban en su cuenta (con Maxum) se pretendía que el capital que se lograba con esos depósitos sería una garantía. Para los préstamos mayores se requería de un depósito en garantía que te regresarían al finalizar el crédito actualizado con tasa cetes.

Los plazos que ofrecían para los créditos iban desde los 6 meses hasta los 15 años, dependiendo del monto.

---

<sup>10</sup> Catálogos entregados a los distribuidores de Maxum.

En el transcurso de la investigación el autor de este trabajo, asistió a algunas de las juntas de este proyecto y pudo hacerles ver un error en los cálculos de su sistema, un error que de haberse detectado hubiera evitado la quiebra que a los pocos meses de operación ocurrió. En este contexto es pertinente señalar que el modelo que se presentó en la tesis de licenciatura antes mencionada, permite revelar este tipo de error. Lo cual es una base para una toma de decisión que podría haber evitado la quiebra de esta empresa.

Por no ser materia de este trabajo bastará con hablar del evento, no se entrará en detalles sobre el citado error, ya que el modelo estadístico empleado para este análisis fue materia de la tesis de licenciatura.

La quiebra de esta empresa es un claro ejemplo, de que se produjo debido a errores de cálculo numérico y planteó la necesidad de contar con un modelo que describa adecuadamente este tipo de redes. Para crear un negocio de esta naturaleza, no es suficiente que las personas sepan hacer algunas operaciones aritméticas básicas, demanda tener conocimientos matemáticos que vayan más allá de estas operaciones elementales, por ejemplo, la estadística y la probabilidad. Si no se poseen estos, es conveniente recurrir a un experto en la materia.

Considerando lo anterior, a esta empresa no se le puede considerar fraudulenta, ya que cuando se dieron cuenta de sus errores de cálculo, cerraron operaciones y devolvieron el dinero a la gente que les había depositado.

Conclusión: este caso en particular muestra que no todas las empresas de multinivel que fracasan son por malicia de los que las crearon, sino también fracasan por no tener los conocimientos matemáticos adecuados para elaborar este tipo de sistemas.

### 4.3. Fraudes recientes (el caso Madoff y Stanford)

El caso "Madoff" es uno de los escándalos que impactaron al mundo de las finanzas en el mes de junio de 2009. Este caso se dio a conocer en los medios dentro del colapso de la reciente crisis financiera, en parte debido a la falta de liquidez de los operarios de Madoff por causa de la crisis. Se le practica una auditoria a la empresa comprobándose que se trata de una pirámide como en el caso de Ponzi de los años "60's" mencionado en el inciso 2.4 de este trabajo. Este hecho condujo a que se analizarán las empresas de este tipo para comprobar su legalidad en las operaciones que realizaban. En este contexto cae también la empresa Stanford, que básicamente utiliza el mismo método que Madoff.

Es importante señalar que el caso Madoff no es original, como se mencionó arriba es el mismo fraude que hiciera famoso a Ponzi, así que Madoff no trajo nada novedoso en su fraude, sólo lo llevo a un grado más ambicioso y controlado.

Para explicar este suceso, situemos a Madoff en su contexto histórico, así podremos entender como logró la confianza de sus clientes. Madoff fue miembro activo de la NASD una de las 5 compañías que impulsaron la creación del Nasdaq, de la que fue presidente, como podemos apreciar era una persona renombrada y reconocida en el mundo de las finanzas, por lo mismo las personas que invirtieron su dinero en su empresa no dudaron de su capacidad para duplicar el dinero ni de su honestidad.

Su manera de proceder era la siguiente: conseguía inversionistas a los que les ofrecía por su dinero una tasa mayor a la del mercado, a la hora que se cumplía el plazo de la inversión les pagaba con el dinero de los nuevos inversores, de esta manera escondía el fraude, cuando lograba la suficiente confianza de sus clientes les invitaba a reinvertir el capital e incluso los intereses que generaba el fondo, y de esta

manera pasó mucho tiempo en el que lo único que les daba a sus clientes era un estado de cuenta ficticio, quedándose y gastando el dinero de los inversores.

El escándalo salió a la luz en este momento por la crisis mundial, ya que los inversores están escépticos de realizar nuevas inversiones, además los que ya estaban convencidos del sistema retiraron los fondos, creando un capital imposible de obtener por Madoff, por lo mismo no pudo seguir con la cortina de humo que creó y se destapó el fraude.

Este episodio deja un mensaje mismo que han dejado los casos anteriores de fraude, no dejarse llevar por la ambición, si alguien ofrece hacernos millonarios de la noche a la mañana, se debe desconfiar y analizar el origen y destino de los recursos en juego.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### 1. - Introducción

En el presente capítulo se mostrarán los elementos teóricos que serán necesarios para poder plantear el modelo de optimización.

Primero se expondrán los conceptos de programación lineal. Después el planteamiento estadístico base para los modelos.

#### 2 Modelo de Programación Lineal

Es una herramienta matemática que ha ahorrado miles o millones de pesos a muchas compañías o negocios, incluyendo empresas medianas en los distintos países industrializados del mundo; su aplicación a otros sectores de la sociedad se está ampliando con rapidez.

El problema más común de aplicación de la programación lineal, abarca al problema general de asignar recursos limitados entre actividades competitivas de la mejor manera posible (es decir, en forma óptima). Con más precisión, este problema incluye elegir el nivel de ciertas actividades que compiten por recursos escasos necesarios para realizarlas. Después, los niveles de actividad elegidos dictan la cantidad de cada recurso que consumirá cada una de ellas. La variedad de situaciones a las que se puede aplicar esta descripción es sin duda muy grande, estas pueden ser: asignación de instalaciones de producción a los productos, asignación de los recursos nacionales a las necesidades de un país; selección de una cartera de inversiones, selección de los patrones de envío; planeación agrícola, diseño de una terapia de radiación, etc. No obstante, el ingrediente común de todas estas situaciones es la necesidad de asignar recursos a las actividades eligiendo los niveles de las mismas.

La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir el problema. El adjetivo lineal significa que todas las funciones matemáticas del modelo deber ser funciones lineales. En esencia es un sinónimo de planeación. Así, la programación lineal trata la planeación de las actividades para obtener un resultado óptimo, esto es, el resultado que mejor alcance la meta especificada (según el modelo matemático) entre todas las alternativas de solución.

Aunque la asignación de recursos a las actividades es la aplicación más frecuente, la programación lineal tiene muchas otras posibilidades. De hecho, cualquier problema cuyo modelo matemático se ajuste al formato general del modelo de programación lineal es un problema de programación lineal. Ejemplos de recursos son dinero y tipos especiales de maquinaria, equipo, vehículos y personal. Los ejemplos de actividades incluyen inversión en proyectos específicos, publicidad en un medio determinado y el envío de bienes de cierta fuente a cierto destino

## 2.1 Elaboración de un Modelo de Programación Lineal

Los términos clave son recursos y actividades, en donde  $m$  denota el número de distintos tipos de recursos que se pueden usar y  $n$  denota el número de actividades bajo consideración.

La creación de modelos se puede definir como el proceso de abstracción del sistema real a un modelo cuantitativo. Involucra desde la definición del sistema real y la determinación de sus fronteras, incluyendo la conceptualización del sistema asumido.

La creación de modelos es sin duda una combinación de arte y ciencia. No se puede precisar una metodología para la construcción de un modelo.

Ciertos símbolos se usan de manera convencional para denotar las distintas componentes de un modelo de programación lineal. Estos símbolos se enumeran a continuación, junto con su interpretación para el problema general de asignación de recursos a actividades.

$Z$  = valor de la medida global de efectividad

$x_j$  = nivel de la actividad  $j$  (para  $j = 1, 2, \dots, n$ )

$c_j$  = incremento en  $Z$  que resulta al aumentar una unidad en el nivel de la actividad  $j$

$b_i$  = cantidad de recurso  $i$  disponible para asignar a las actividades (para  $i = 1, 2, \dots, m$ )

$a_{ij}$  = cantidad del recurso  $i$  consumido por cada unidad de la actividad  $j$

El modelo establece el problema en términos de tomar decisiones sobre los niveles de las actividades, por lo que  $x_1, x_2, \dots, x_n$  se llaman variables de decisión. Los valores de  $c_j, b_i$  y  $a_{ij}$  (para  $i = 1, 2, \dots, m$   $j = 1, 2, \dots, n$ ) son las constantes de entrada al modelo. Las  $c_j, b_i$  y  $a_{ij}$  también se conocen como parámetros del modelo.

## Forma estándar del modelo

Ahora se puede formular al modelo matemático para este problema general de asignación de recursos a actividades. En Datos necesarios para un modelo de programación lineal que maneja la asignación de recursos a actividades particular, este modelo consiste en elegir valores de  $x_1, x_2, \dots, x_n$  para: optimizar

$$\text{(maximizar o minimizar) } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n,$$

sujeta a las restricciones:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n & (<=, >=, =) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n & (<=, >=, =) b_2 \\ & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n & (<=, >=, =) b_m \\ x_1 & >= 0, \quad x_2 >= 0, \quad \dots, \quad x_n >= 0. \end{aligned}$$

## Función Objetivo

Esta ecuación (maximizar o minimizar)  $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$ , se conoce como función objetivo.

Con la función objetivo se pretende medir la efectividad de las diferentes soluciones factibles que pueden obtenerse y determinar la mejor solución. Deberá definirse claramente las unidades de medición del objetivo, como dinero, tiempo, etc.

## Variables de decisión

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

Son las incógnitas del problema y básicamente consisten en los niveles de todas las actividades que se pueden llevar a cabo en el problema a formular. Estas pueden ser de tantos tipos diferentes como sea necesario. En la mayoría de los problemas a formular, la definición de las variables es el punto clave

## Restricciones estructurales

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n (<=, >=, =) b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n (<=, >=, =) b_2 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n (<=, >=, =) b_m \end{aligned}$$

Son diferentes requisitos que debe cumplir cualquier solución para que pueda llevarse a cabo. En cierta manera son las limitantes en los valores de los niveles de las diferentes actividades (variables). Las restricciones más comunes son:

Restricciones de capacidad. Limitan el valor de las variables debido a la disponibilidad de horas-hombre, horas-máquina, espacio, etc.

Restricciones de mercado. Surgen de los valores máximos y/o mínimos de la demanda o el uso del producto o actividad a realizar.

Restricciones de entradas. Son limitantes debido a la escasez de materias primas, mano de obra, dinero, etc.

Restricciones de calidad. Son las restricciones que limitan las mezclas de ingredientes, definiendo usualmente la calidad de los artículos a manufacturar, mezcla de ingredientes, etc.

Restricciones de balance de materiales. Estos son las restricciones que definen las salidas de un proceso en función de las entradas, tomando en cuenta generalmente cierto porcentaje de merma o desperdicio.

## Las condiciones técnicas

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad \dots, \quad x_n \geq 0.$$

Se establece el valor factible de las variables de decisión. Para fines de la programación lineal se establece que todas las variables deben tomar valores positivos. En caso de formular problemas en donde sea necesario valores negativos en las variables se emplean las variable irrestrictas.

## Suposiciones del modelo de programación lineal

### *Proporcionalidad*

La contribución de cada actividad al valor de la función objetivo  $Z$  es proporcional al nivel de actividad  $x_j$ , como lo representa el término  $c_j x_j$  en la función objetivo. De manera similar, la contribución de cada actividad al lado izquierdo de cada restricción funcional es proporcional al nivel de la actividad  $x_j$ , en la forma en que lo representa el término  $a_{ij} x_j$  en la restricción. En consecuencia, esta suposición elimina cualquier exponente diferente a 1 para las variables en cualquier término de las funciones (ya sea la función objetivo o la función en el lado izquierdo de las restricciones funcionales) en un modelo de programación lineal.

### *Aditividad*

Establece que la entrada y salida de un recurso en particular al conjunto de actividades, deben ser la misma cantidad; o sea, que las actividades transforman los recursos y no los crean o destruyen. Esta suposición garantiza que la contribución total tanto a la función objetivo como a las restricciones, es igual a la suma de las contribuciones individuales. Cuando en un problema dado no se tenga la aditividad puede recurrirse al empleo de otras técnicas de la programación matemática, dependiendo de cada caso en particular.

Cada función en un modelo de programación lineal (ya sea la función objetivo o el lado izquierdo de las restricciones funcionales) es la suma de las contribuciones individuales de las actividades respectivas.

### 3.- Modelo estadístico<sup>1</sup>

El modelo utilizado para optimizar en el presente trabajo, fue el resultado obtenido en la tesis de licenciatura, motivo por el cual no se ahondó mucho en el proceso de elaboración de este modelo, ya que este dato se puede obtener leyendo dicho documento.

El objetivo de crear el modelo fue que una empresa quería saber si era factible operar con un sistema de ventas multinivel. La forma que se consideró adecuada para poder

---

<sup>1</sup> Matemáticas actuariales para los sistemas multinivel, Juan Pablo Padilla Ayala, tesis de actuaría en la Facultad de Ciencias de la UNAM, 2006.

proyectar el futuro de este sistema sin pérdidas para la empresa y para los integrantes del sistema fue la de elaborar un modelo estadístico y simularlo el número de veces necesario para poder obtener conclusiones confiables.

Exclusivamente se hará referencia a modo de introducción de algunos puntos importantes del modelo estadístico para el desarrollo del presente trabajo.

En el modelo se utilizó un sistema multinivel matricial no forzado de  $3 \times 7$ ; si se quiere otro sistema diferente se puede adaptar el modelo, pudiendo ser los resultados también válidos, se eligió este modelo con el fin de facilitar los cálculos.

El sistema matricial no forzado de  $3 \times 7$  es de la siguiente manera:

Un máximo de 3 distribuidores en el nivel inmediatamente inferior.

El concepto de no forzado quiere decir que el dueño puede ingresar al número de distribuidores que quiera, en el primer nivel.

Además cuenta con 7 niveles de profundidad para el caso de las bonificaciones al distribuidor.

En el siguiente diagrama se explica gráficamente un sistema matricial no forzado de  $3 \times 7$ . Las etiquetas  $1_d$ ,  $2_d$  y  $3_d$  significan los tres distribuidores del primer distribuidor. Y los datos  $1_n$ ,  $2_n$ ,  $3_n$ ,  $4_n$ ,  $5_n$ ,  $6_n$  y  $7_n$  son los niveles de profundidad de cada distribuidor.

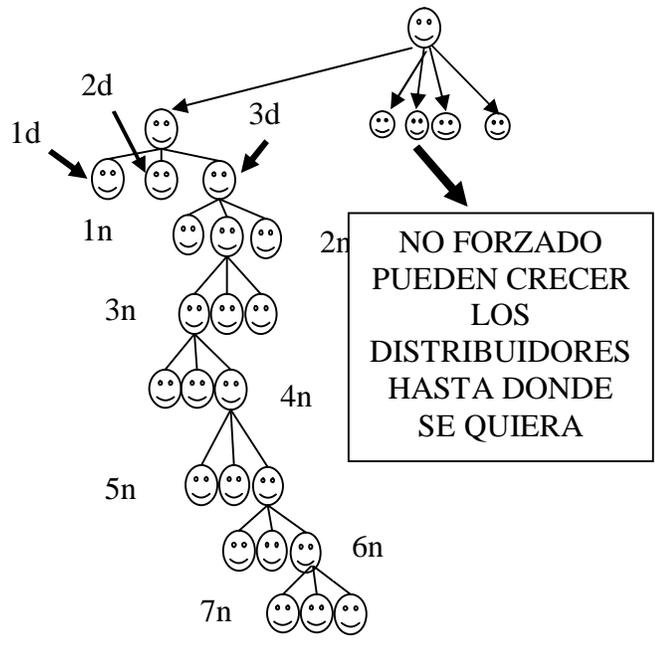


FIGURA 1.2 (Elaborado por el autor de la presente)

La empresa comercializa dos productos a los cuales se denominara "A" y "B", con las siguientes características:

- El producto "A" tiene un costo de venta al público de \$100.00 y el producto "B" de \$130.00
- La empresa cuenta con un sistema de puntos para que los distribuidores tengan derecho a distintos descuentos sobre compra, es indispensable una compra mínima de 5 puntos mensuales para tener derecho a los beneficios del sistema, los puntos quedan definidos de la siguiente manera:

Producto	Puntos
A	2
B	3

TABLA 1.2 (Elaborado por el autor de la presente)

- También existen Niveles para clasificar a los distribuidores. Se utilizan para definir los descuentos a los que éstos tienen derecho, siendo los mismos los expuestos a continuación.

Nivel	Mínimo	Máximo
I	5 puntos	15 puntos
II	16 puntos	23 puntos
III	24 puntos	∞

TABLA 2.2 (Elaborado por el autor de la presente)

- Los beneficios a los que son acreedores los distribuidores son de 2 tipos:
  - Descuento sobre compra.

Nivel	Descuento
I	20%
II	25%
III	30%

TABLA 3.2 (Elaborado por el autor de la presente)

- Bonificaciones de la red de distribuidores: Es el porcentaje que se otorga de las ventas que generaron los distribuidores que forman la red.

Las bonificaciones de la red de distribuidores corresponden a un 3 % del precio del producto que todos ellos compren cada mes. Con la excepción de que si durante tres meses seguidos el distribuidor está en el Nivel III se dará una bonificación del 4 % sobre las compras de la red, como estímulo adicional.

- Dependiendo del Nivel en el que se encuentre el distribuidor, se incrementarán los niveles de red sobre los cuales se le darán las bonificaciones, siendo estos los expuestos en la siguiente tabla.

Nivel	Nivel de Red sobre los que se darán bonificaciones
I	2 niveles
II	4 niveles
III	7 niveles

TABLA 4.2 (Elaborado por el autor de la presente)

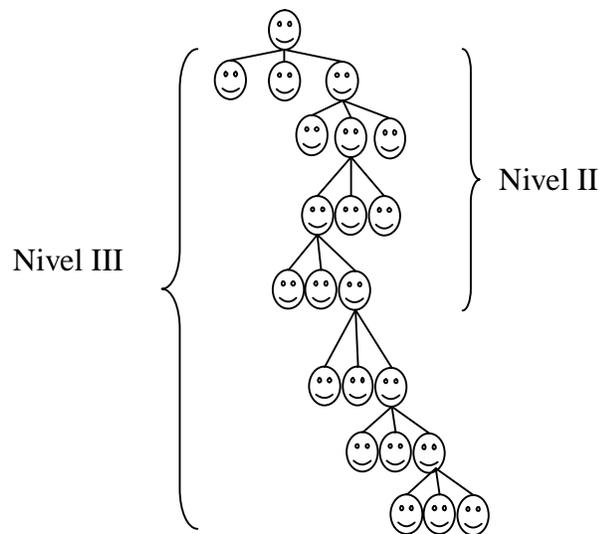


FIGURA 2.2 (Elaborado por el autor de la presente)

- Los costos de fabricación de la empresa son los siguientes.

Producto	Costo
A	\$9.00
B	\$11.50

TABLA 5.2 (Elaborado por el autor de la presente)

Una vez que se establecieron las condiciones de porcentajes a las que son acreedores los distribuidores, así como al porcentaje por nivel logrado se calculó el costo que implicaban para la empresa las diferentes bonificaciones de la red para los diferentes distribuidores. Para lograr este objetivo se generó una red aleatoria simulando el proceso de venta de un distribuidor.

### 3.1 Generación del árbol aleatorio

Para poder generar un árbol de las características mencionadas en los párrafos anteriores se requieren diversas variables y parámetros, que son los siguientes:

#### 3.1.1 Variables

Las variables por distribuidor son:

1. Número de hijos de cada uno.
2. Nivel de compra de los distribuidores.
3. Porcentaje de bonificación de cada distribuidor.
4. Monto de la bonificación que cada distribuidor obtendrá del sistema

Para saber el porcentaje de compra de cada distribuidor, se necesitan definir los límites inferior y superior de cada nivel de bonificación, los cuales se muestran en la siguiente tabla:

Nivel	Inferior	Superior
I	\$184.00	\$520.00
II	\$562.50	\$757.50
III	\$728.00	\$1092.00

TABLA 6.2 (Elaborado por el autor de la presente)

Estos valores se obtienen de la tabla de los puntos que se necesitan para estar en determinado nivel, por ejemplo, el límite inferior del nivel I es 5 puntos, la compra mínima para tener 5 puntos es de un producto A y un producto B, sumando sus costos daría  $\$100 + \$130 = \$230$ , y como se señaló en párrafos anteriores el descuento del nivel I es del 20%, obteniendo este descuento da como resultado que el límite inferior es de  $\$184.00$ , de manera análoga se elaboran los cálculos para los demás valores de los límites inferiores y superiores.

Para saber la cantidad que compró cada distribuidor, se utilizó una variable aleatoria uniforme (continua), ya que no hay forma de establecer un parámetro del número de artículos que quisieran comprar los distribuidores dentro del nivel que escogieron, aunque el valor que dará esta variable se puede decir que no es propiamente un valor real, ya que no es posible comprar por ejemplo  $\$187.00$ , para el modelo son válidos estos valores ya que los cálculos que se harán posteriormente no se modificarán por estos valores.

Se puede saber que es válido este valor, ya que se está calculando un valor esperado, que no necesariamente tiene que formar parte del conjunto de los datos que llevan a ese resultado. Para aclarar esta idea considere por ejemplo, la forma de calificar de una escuela es con números enteros del 5 al 10 y en un grupo cualquiera la mitad de los alumnos obtiene 5 y la otra 10, el promedio o valor esperado del grupo será de 7.5, el cual es un valor que ningún alumno puede obtener pero es el valor al que tenderán los datos.

### 3.1.2 Parámetros

Las bonificaciones que se otorguen a los distribuidores están directamente relacionadas con el nivel de compra que tenga cada uno de ellos. Para calcular estas bonificaciones se elaboraron ecuaciones que cumplan con el requisito de ser cada

una de ellas una combinación lineal convexa (es la que la suma de las  $\lambda$  es igual a uno). Para calcular cada una de las  $\lambda$  se le dio un peso a cada preferencia de compra de los distribuidores, de acuerdo a cada una de las circunstancias. En la siguiente tabla se muestran las preferencias de compra de los distribuidores de acuerdo a cada uno de los niveles.

Niveles de red	0	1	2	3	4	5	6
Niveles de bonificación	% de afinidad						
I	10		20		50		
II	10		40		20		
III	80		40		30		

TABLA 7.2 (Elaborado por el autor de la presente)

Esta afinidad se calculó de acuerdo a la probabilidad que tiene cada una de las acciones de los distribuidores.

A modo de ejemplo exponemos un caso particular: Una persona que tenga 7 niveles más o menos completos y compre lo necesario para estar en el nivel de bonificación I, por lo descrito en la tabla 6.2 de los límites de bonificaciones, presentándose este nivel en la siguiente tabla podría ser \$218.00 (que se encuentra entre el límite inferior y el superior), entonces recibirá una bonificación inferior a su compra que sería de \$156.48, por lo tanto lo lógico sería que tuviera una mayor preferencia por comprar más, ya que si comprara por ejemplo \$781.00, subiendo al nivel de bonificación III, tendría derecho a las comisiones de los siete niveles que serían de \$49,203.50

Nivel	Inferior	Superior
I	\$184.00	\$520.00

TABLA 8.2 (Elaborado por el autor de la presente)

Otro parámetro es la afinidad que tenga un distribuidor por tener el 4% de bonificación sobre las ventas de su red. Recuérdese que para tener dicho beneficio se tiene que estar en el nivel III durante 3 meses seguidos. Para este parámetro existe una afinidad del 80% por tener la bonificación especial.

### 3.2 Construcción del árbol

Para simular el árbol se eligió una distribución uniforme, esta elección fue debido a que para lograr un árbol equilibrado interesa que los distribuidores tengan la misma probabilidad de tener 1,2 ó 3 hijos.

Se utilizó en todos los niveles para el cálculo de hijos, una variable aleatoria uniforme (discreta) por la razón explicada en el párrafo anterior, con espacio muestral y función de probabilidad expuestas a continuación:

$$\Omega = \{1, 2, 3\}$$

$$P(x_i) = \frac{1}{3}$$

Y función de distribución:

$$F(x) = \sum_{i=1}^3 P(x_i) = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 1$$

Para poder simular el árbol, primero se debe obtener el dato de los hijos que tendrá cada distribuidor, siendo un hijo cada persona que está inscrita en su nivel inmediatamente inferior.

## PRIMER NIVEL

Para construir el primer nivel del árbol se requiere establecer el "nivel 0" que representa por lo general al dueño del producto, por lo tanto, se tiene la certeza de que no ha muerto en la red.

Después obtenemos el número de hijos que tiene el distribuidor del primer nivel, por medio de una variable aleatoria que será por lo descrito anteriormente uniforme (discreta).

## SEGUNDO NIVEL

En este nivel y en los subsecuentes se debe que tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. El árbol que se está generando es como una foto en un determinado momento de una red que ya llegó al 7º nivel.
2. Inclusive un distribuidor "muerto" puede tener hijos, generando así las ventajas que tiene este sistema sobre la mortandad.

Teniendo en cuenta lo anterior, se podrían obtener redes del tipo mostrado en el diagrama expuesto a continuación, las caritas punteadas son distribuidores que se han salido del sistema es decir "muertos":

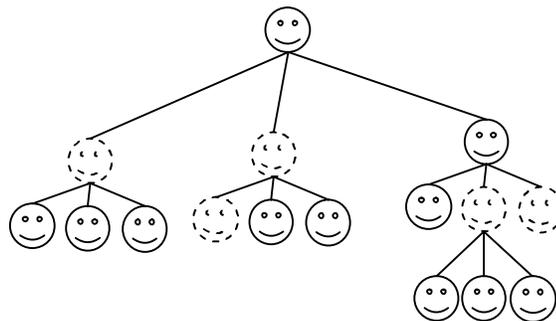


FIGURA 3.2 (Elaborado por el autor de la presente)

Por lo tanto, dado que se está en el segundo nivel se tendrán que calcular los hijos de tres distribuidores, lo cual se efectuara de la siguiente manera:

Por cada distribuidor probable, es decir 3, se calculará cuántos hijos tiene, por medio de una variable aleatoria uniforme (discreta), para cada uno de ellos.

### TERCER NIVEL

En este nivel se tendrán que calcular los hijos para 9 distribuidores, lo más probable a estas alturas es que ya se tenga mortalidad, por lo mismo es necesario recordar que se tienen forzosamente que calcular todas las variables, aparte es conveniente no perder de vista la variable que se está simulando y anotarlo con una clave de la localización de dicha variable.

### CUARTO NIVEL

Se tendrán que calcular 27 variables aleatorias uniformes (discretas).

Se recomienda no olvidar los puntos ya vistos, como son guardar la posición de los resultados, para al final poder tener todo el árbol lleno (ya sea con distribuidores vivos o muertos).

### QUINTO NIVEL

Se tendrán que calcular 81 variables aleatorias uniformes (discretas)

Se tendrá también que guardar la posición de los resultados y calcular todas las variables para que funcione el modelo.

## SEXTO NIVEL

Es necesario calcular todo hasta el final y con cuidado de guardar la posición de los datos que estamos generando. Para que el modelo funcione, hay que tener cuidado en los últimos niveles, ya que son los más densos y además son los que harán que el modelo falle al más mínimo error de cálculo, en esta ocasión tendremos que calcular 243 variables aleatorias uniformes (discretas).

## SÉPTIMO NIVEL

Es el último nivel que es el que más trabajo dará en el arreglo de los datos ya que sus valores van desde 729 hasta 2187 hijos y se tendrá que calcular 729 variables aleatorias uniformes (discretas).

A manera de resumen se presenta la siguiente tabla en la cual se muestra el número de hijos y variables aleatorias necesarias para cada nivel.

Nivel	# hijos	# de variables aleatorias
1	3	1
2	9	3
3	27	9
4	81	27
5	243	81
6	729	243
7	2187	729
TOTAL	3279	1093

TABLA 9.2 (Elaborado por el autor de la presente)

La primera columna de la tabla anterior muestra el nivel al que hacemos referencia, siendo un máximo de siete por distribuidor. La red puede seguir creciendo hacia abajo

pero para el cálculo de cada distribuidor sólo se toma en cuenta hasta el séptimo nivel. La segunda columna muestra el máximo número de hijos que puede tener cada nivel, pero como es de suponer es casi imposible que se encuentre en cada momento el total de las personas activas en el nivel, por ello se hizo el cálculo de manera aleatoria para poder saber cuantas personas hay en cada momento. Estas variables siguen la distribución descrita en párrafos anteriores. Y por último la tercera columna describe el número de variables aleatorias que se necesita calcular en cada nivel.

Una vez que se genera el árbol aleatorio se necesita saber la cantidad de artículos comprado por cada distribuidor y cual es su nivel de descuento, etc.

### 3.3 Variables sobre el NIVEL del distribuidor

Para saber cual es el nivel (I, II, III) de cada distribuidor será necesario crear una nueva variable aleatoria por cada distribuidor. Esta variable tendrá que cumplir la condición de ser una combinación lineal convexa. Para calcular cada una de las  $\lambda$  se le dio un peso a cada nivel de los distribuidores, de acuerdo a cada una de las circunstancias. Esta variable tendrá la siguiente función de densidad:

Para los niveles 0 y 1:

$$f_{0,1}(x) = \begin{cases} P(I) = 0.1 \\ P(II) = 0.1 \\ P(III) = 0.8 \end{cases}$$

Para los niveles 2 y 3:

$$f_{2,3}(x) = \begin{cases} P(I) = 0.2 \\ P(II) = 0.4 \\ P(III) = 0.4 \end{cases}$$

Para los niveles 4, 5 y 6:

$$f_{4,5,6}(x) = \begin{cases} P(I) = 0.5 \\ P(II) = 0.2 \\ P(III) = 0.3 \end{cases}$$

Por construcción (combinación lineal convexa) de las variables se puede apreciar que sus funciones de distribución son iguales a 1.

Es importante señalar que las variables  $f_{0,1}$ ,  $f_{2,3}$  y  $f_{4,5,6}$  son independientes entre sí, debido que no se puede estar en dos niveles distintos al mismo tiempo.

Una vez que se conoce el Nivel de cada distribuidor, se establece el nivel de compra de cada uno de ellos, con una variable aleatoria uniforme (continua) conforme a la siguiente tabla:

NIVEL	PARÁMETROS
I	v.a. $u\sim(184,520)$
II	v.a. $u\sim(562.5,757.5)$
III	v.a. $u\sim(728,1092)$

TABLA 10.2 ((Elaborado por el autor de la presente))

Después de obtenido el monto de compra de cada distribuidor, se requiere calcular la probabilidad de los que están en el nivel III tengan el bono especial del 4% que será de nuevo una variable aleatoria con la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} P(3\%) = 0.2 \\ P(4\%) = 0.8 \end{cases}$$

### 3.5 Bonificación de cada distribuidor

Con los datos obtenidos se pueden calcular las bonificaciones obtenidas por cada distribuidor de la siguiente forma:

1. Si el distribuidor está en el nivel I, entonces se suman las cantidades compradas por los hijos de los 2 niveles inmediatamente inferiores a él y dicha cantidad se multiplica por el factor de comisión, en este caso 3%
2. Si el distribuidor está en el nivel II se suman las cantidades de los cuatro niveles inferiores a él y se multiplica por el 3%
3. Si el distribuidor está en el nivel III, se sumarán los siete niveles (si los hubiera) inferiores a él, y se multiplicará por el 3% o 4%, dependiendo del resultado de la variable anteriormente descrita.

## CAPÍTULO III

### RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN DEL MODELO ESTADÍSTICO

#### 1.- Introducción

En el presente capítulo se presentarán los resultados estadísticos más relevantes y necesarios para el planteamiento de los modelos de optimización, dichos resultados se obtuvieron de los árboles generados que se muestran en el anexo.

#### 2.- Estadísticas del sistema

Para obtener cualquier dato estadístico del sistema multinivel se necesita simular en la computadora por lo menos unos 35 árboles (con fundamento en el teorema del límite central este número de árboles es suficiente), los cuales se encuentran en el anexo del presente trabajo.

##### 2.1 Datos a ser usados en la optimización

Con base en los árboles generados se obtienen los siguientes resultados, los cuales se utilizaron para las restricciones del modelo de optimización.

- Número de distribuidores por red: es el total de distribuidores con los que cuenta la red.
- Número de distribuidores por nivel: es el número de distribuidores que hay en cada nivel.
- Cantidad que compra cada distribuidor: sólo se calculará la del distribuidor dueño de la red.
- Cantidad de compra por red: es la comprada por cada red en su conjunto.
- Cantidad que compra el distribuidor por nivel (I, II, III).

- Porcentaje de bonificación por red: porcentaje que se proporciona a cada distribuidor sobre lo que compra su red (3% ó 4%).
- Bonificación que recibe por la red cada distribuidor: en esta parte se tiene que considerar que conforme “más abajo” se encuentre el distribuidor en la red estará comprando menos cantidad de producto, ya que no tiene completa su red. Este será un indicador para poder saber cual es la esperanza de ganancia en los distintos momentos de construcción de la red.
- Bonificación de la red: Esta es un caso particular de la anterior, pero debido a su importancia, es conveniente separarla.

Bonificación que recibe cada distribuidor dependiendo del tipo de nivel (I,II,III) en el que se encuentre.

Nivel 1	
pago	comisión
\$376.00	\$147.60
\$218.00	\$156.48
\$253.00	\$127.29
\$441.00	\$115.62
\$509.00	\$164.58
\$193.00	\$116.31
\$498.00	\$139.26
\$399.00	\$157.08
\$424.00	\$190.23
\$301.00	\$188.01
\$243.00	\$141.06
\$379.00	\$156.60
\$394.00	\$94.17
\$345.00	\$175.62
\$306.00	\$86.25

TABLA 1.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Nivel 2	
pago	Comisión
\$647.00	\$1,539.69
\$709.00	\$1,586.25
\$647.00	\$1,316.73
\$618.00	\$1,217.82
\$714.00	\$1,435.38
\$722.00	\$1,494.06
\$679.00	\$1,326.39
\$737.00	\$1,337.01
\$714.00	\$1,125.87
\$721.00	\$1,533.12
\$572.00	\$1,461.87
\$580.00	\$1,153.89
\$693.00	\$1,339.92
\$591.00	\$1,386.72
\$664.00	\$1,492.14

TABLA 2.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Nivel 1	
pago	comisión
\$298.00	\$148.26
\$216.00	\$172.74
\$451.00	\$140.64
\$386.00	\$124.32
\$350.00	\$190.23
\$311.00	\$174.00
\$257.00	\$141.57
\$325.00	\$80.91
\$406.00	\$109.05
\$384.00	\$159.69
\$318.00	\$125.94
\$291.00	\$231.48
\$434.00	\$100.44
\$223.00	\$108.60
\$424.00	\$196.05
\$421.00	\$177.51
\$480.00	\$106.20
\$352.00	\$111.87
\$292.00	\$160.14
\$482.00	\$179.55
\$200.00	\$159.66
\$200.00	\$130.83
\$500.00	\$169.05
\$508.00	\$134.46
\$425.00	\$129.93
\$240.00	\$113.28
\$210.00	\$133.32
\$213.00	\$187.47

TABLA 3.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Nivel 2	
pago	Comisión
\$700.00	\$1,292.49
\$580.00	\$1,376.43
\$750.00	\$1,463.97
\$607.00	\$1,392.09
\$755.00	\$1,538.64
\$706.00	\$1,250.76
\$717.00	\$1,451.91
\$614.00	\$1,571.34
\$574.00	\$1,363.29
\$721.00	\$1,348.47
\$585.00	\$1,446.78
\$737.00	\$1,279.80
\$691.00	\$1,411.20
\$657.00	\$1,179.03
\$698.00	\$1,395.39
\$670.00	\$1,365.21
\$742.00	\$1,428.93
\$611.00	\$1,352.28
\$664.00	\$1,358.49
\$611.00	\$1,355.85
\$649.00	\$1,562.67
\$595.00	\$1,401.72
\$629.00	\$1,626.72
\$744.00	\$1,434.09
\$638.00	\$1,379.73
\$567.00	\$1,430.76
\$642.00	\$1,502.07
\$664.00	\$1,260.06

TABLA 4.3 (Elaborado por el autor de la presente)

## 2.2 Esperanza matemática de variables relevantes

Esperanza del número de distribuidores por nivel.

Nivel 0	1
Nivel 1	2
Nivel 2	6.31
Nivel 3	18
Nivel 4	52.63
Nivel 5	161.54
Nivel 6	483.11
Nivel 7	1456.03

TABLA 5.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza del número total de distribuidores.

Total	2,180.63
-------	----------

TABLA 6.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza de compra.

Nivel 0	\$ 926.83
Nivel 1	\$ 1,614.94
Nivel 2	\$ 5,312.43
Nivel 3	\$ 12,430.80
Nivel 4	\$ 36,571.00
Nivel 5	\$ 93,908.43
Nivel 6	\$ 280,908.29
Nivel 7	\$ 845,303.00

TABLA 7.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza de compra por nivel.

Nivel I	\$ 345.95
Nivel II	\$ 663.40
Nivel III	\$ 926.83

TABLA 8.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza de compra por red.

Total	\$1,276,975.71
-------	----------------

TABLA 9.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza del porcentaje de bonificación sobre la red.

Nivel 0	3.857%
Nivel 1	3.362%
Nivel 2	3.479%
Nivel 3	3.198%
Nivel 4	3.200%
Nivel 5	3.158%
Nivel 6	3.159%

TABLA 10.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza de bonificación.

Bonificación	\$49,203.50
--------------	-------------

TABLA 11.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza de bonificación que recibe cada distribuidor dependiendo del tipo de nivel (I, II) en el que se encuentre.

Nivel I	\$ 145.43
Nivel II	\$ 1,394.58

TABLA 12.3 (Elaborado por el autor de la presente)

## 2.3 Desviación estándar de variables relevantes

Desviación estándar del número de distribuidores por nivel.

Nivel 1	0.995500079
Nivel 2	1.495571695
Nivel 3	2.423355744
Nivel 4	3.554359209
Nivel 5	5.482886176
Nivel 6	10.42735805
Nivel 7	20.13809468

TABLA 13.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Desviación estándar del número total de distribuidores.

Total	27.0273331
-------	------------

TABLA 14.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Desviación estándar de compra por nivel.

Nivel 0	98.512
Nivel 1	817.833
Nivel 2	1291.417
Nivel 3	1914.333
Nivel 4	3040.407
Nivel 5	5366.658
Nivel 6	8132.185
Nivel 7	16240.517

TABLA 15.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Desviación estándar de compra por red.

Total	22986.90678
-------	-------------

TABLA 16.3 (Elaborado por el autor de la presente)

Desviación estándar de bonificación.

Nivel 0	4416.380
Nivel 1	15163.678
Nivel 2	7812.233
Nivel 3	3818.642
Nivel 4	2335.944
Nivel 5	1438.495
Nivel 6	590.246
Total	18211.622

TABLA 17.3 (Elaborado por el autor de la presente)

## CAPÍTULO IV

### PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN DE LOS MODELOS DE OPTIMIZACIÓN

#### 1. - Introducción

En el presente capítulo se plantean dos modelos de programación lineal, como propuesta de optimización del sistema de ventas tipo multinivel. Para establecer las restricciones, se utilizaron los resultados estadísticos de las simulaciones de los árboles obtenidos en la tesis de licenciatura.

Los modelos que se propondrán serán lineales, debido a que los datos que se utilizarán para los modelos serán los resultados de la simulación del modelo estadístico (capítulo III del presente trabajo), no obstante que los datos de la vida real deberían de ser enteros debido a que los precios de los productos que se ofertan son enteros, pero como se usarán los resultados estadísticos para el planteamiento de los modelos se eliminará esta restricción.

El primer modelo será para poder optimizar la ganancia de un solo distribuidor y el segundo para poder optimizar las ganancias de  $n$  distribuidores con  $n=1,2,\dots,n$

#### 2.- Variables necesarias para los dos modelos

Primero se desarrollara un modelo para saber de un solo distribuidor cualquiera, el monto de su bonificación esperada y el porcentaje de bonificación sobre compra.

Para plantear el primer modelo se definen las siguientes variables:

$x_i$  = la bonificación esperada del distribuidor en el nivel  $i$  siendo  $i = 0,1,\dots,6$

$y$  = el porcentaje de bonificación sobre compra

En la segunda etapa se desarrollará un modelo para saber de todos los distribuidores, el monto de su bonificación esperada, así como, el porcentaje de bonificación sobre compra.

Para plantear el segundo modelo se definen las siguientes variables:

$x_i$  = la bonificación esperada del distribuidor en el nivel  $i$  siendo  $i = 0, 1, \dots, 6$

$y_i$  = el porcentaje de bonificación de  $i$  siendo  $i = 0, 1, \dots, 6$

## 2.1.- Planteamiento del primer modelo

En este apartado se explica cada ecuación, así como el origen de los datos de las mismas.

Como se indicó en el apartado anterior las variables de decisión de este modelo son las siguientes:

$x_i$  = la bonificación esperada del distribuidor en el nivel  $i$  siendo  $i = 0, 1, \dots, 6$

$y$  = el porcentaje de bonificación sobre compra

Las datos que se mencionan han sido tomados de las tablas que aparecen en el capítulo IV, para facilidad de lectura se especificaran las necesarias en el presente capítulo como referencia.

Con el propósito de hacer el modelo más sencillo y no tener que manejar las 3279 variables que corresponden a los hijos, se tomarán agrupaciones de los mismos, que escogidas de manera adecuada y apoyándose en los resultados del sistema estadístico proporcionarán los resultados deseados.

Con base en lo anterior, se agruparán los distribuidores por nivel, tomando en conjunto de los datos resultado de la simulación estadística, lo que se espera compren, así como su desviación estándar. A continuación presentamos los resultados de la esperanza de compra por nivel, así como, la desviación estándar.

Esperanza de compra	
Nivel 0	\$926.83
Nivel 1	\$1,614.94
Nivel 2	\$5,312.43
Nivel 3	\$12,430.80
Nivel 4	\$36,571.00
Nivel 5	\$93,908.43
Nivel 6	\$280,908.29
Nivel 7	\$845,303.00

TABLA 1.4 (Elaborado por el autor de la presente)

Desviación estándar de compra por nivel	
Nivel 0	98.512
Nivel 1	817.833
Nivel 2	1291.417
Nivel 3	1914.333
Nivel 4	3040.407
Nivel 5	5366.658
Nivel 6	8132.185
Nivel 7	16240.52

TABLA 2.4 (Elaborado por el autor de la presente)

Con base en estas tablas se calculan los siguientes rangos que servirán para las desigualdades de las restricciones mostradas más adelante. Estos datos se obtienen calculando la esperanza  $\pm$  la desviación estándar. El resultado se muestra en la siguiente tabla.

Mínimo	Máximo
\$828.32	\$1,025.34
\$797.11	\$2,432.77
\$4,021.01	\$6,603.85
\$10,516.47	\$14,345.13
\$33,530.59	\$39,611.41
\$88,541.77	\$99,275.09
\$272,776.11	\$289,040.48
\$829,062.48	\$861,543.52

TABLA 3.4 (Elaborado por el autor de la presente)

El rango inferior de las restricciones se obtiene de la suma de todo lo que compran en los niveles inferiores al distribuidor que se está analizando. Estas restricciones serían las siguientes:

$$1,240,073.858y \leq x_0$$

$$411,011.375y \leq x_1$$

$$138,235.27y \leq x_2$$

$$49,693.498y \leq x_3$$

$$16,162.905y \leq x_4$$

$$5,646.438y \leq x_5$$

$$1,625.425y \leq x_6$$

Por el lado del rango superior se calculan igual que las del rango inferior y las restricciones resultarían como se muestra a continuación:

$$1,313,877.582y \geq x_0$$

$$452,334.065y \geq x_1$$

$$163,293.59y \geq x_2$$

$$64,018.502y \geq x_3$$

$$24,407.095y \geq x_4$$

$$10,061.962y \geq x_5$$

$$3,458.115y \geq x_6$$

Con estas desigualdades se tienen representados los máximos y mínimos de las posibles bonificaciones que recibirán los distribuidores con base en las compras que realiza su red.

Se necesita una nueva restricción que limite la ganancia de los distribuidores, esta se tomará del resultado del modelo estadístico obtenido en la tesis de licenciatura y presentado en la tabla No. 11.3 sumándole la desviación estándar. Las desigualdades quedan como se muestra a continuación:

$$x_0 \leq 67,415.122$$

$$x_1 \leq 67,415.122$$

$$x_2 \leq 67,415.122$$

$$x_3 \leq 67,415.122$$

$$x_4 \leq 67,415.122$$

$$x_5 \leq 67,415.122$$

$$x_6 \leq 67,415.122$$

Se requiere de otra restricción que establezca un rango para el porcentaje de las bonificaciones, para ello se consideran los datos típicos del mercado que son:

Para el rango mínimo el valor será del 3%, ya que con un valor menor no se obtendrían las ganancias deseadas ni por la empresa ni por los distribuidores.

Para el rango máximo se elige la cuota típica de bonificaciones totales del mercado que oscila entre 40 y 50 por ciento de los ingresos que tiene la compañía. Para este modelo se decide tomar un 45%, este valor puede cambiar dependiendo del sistema multinivel que se esté evaluando, pero, se recomienda no rebasar el límite inferior de 40% ni superior de 50%

Teniendo en cuenta que en este primer modelo se está tomando una única variable para la bonificación de los distribuidores, por lo que dividimos el 45% entre los niveles quedando la siguiente restricción.

$$3 \leq y \leq 7.5$$

Finalmente las ultimas restricciones serán las de no negatividad.

$$x_0 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_5 \geq 0$$

$$x_6 \geq 0$$

La función objetivo que maximiza la bonificación esperada del distribuidor será la siguiente:

$$\max x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

Recuérdese que la variable que interesa optimizar es la “y”, ya que es la que expresa el porcentaje de bonificación que tendrán los distribuidores. Por lo tanto, cuando se corre el modelo en el software seleccionado, la “y” será la variable que se tendrá que analizar.

Una vez establecido el modelo se harán unas modificaciones de escala numérica de algunas variables con la finalidad de unificar las medidas, ya que en unas restricciones, el porcentaje se tomaba como un numero real, por lo que los números se dividieron entre 100, así las variables quedarán expresadas en porcentajes.

El modelo que describe el problema completo, es decir la función objetivo y todas las restricciones es el que se muestra a continuación:

$$\text{Max } x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

s.a

$$12,400.73858y \leq x_0$$

$$4,110.11375y \leq x_1$$

$$1,382.3527y \leq x_2$$

$$496.93498y \leq x_3$$

$$161.62905y \leq x_4$$

$$56.46.438y \leq x_5$$

$$1,625.425y \leq x_6$$

$$13,138.77582y \geq x_0$$

$$4,523.34065y \geq x_1$$

$$1,632.9359y \geq x_2$$

$$640.18502y \geq x_3$$

$$244.07095y \geq x_4$$

$$100.61962y \geq x_5$$

$$34.58115y \geq x_6$$

$$x_0 \leq 67,415.122$$

$$x_1 \leq 67,415.122$$

$$x_2 \leq 67,415.122$$

$$x_3 \leq 67,415.122$$

$$x_4 \leq 67,415.122$$

$$x_5 \leq 67,415.122$$

$$x_6 \leq 67,415.122$$

$$3 \leq y$$

$$y \leq 7.5$$

$$x_0 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_5 \geq 0$$

$$x_6 \geq 0$$

### 2.1.1 Resultados del primer modelo.

Los resultados de este modelo utilizando el programa computacional lindo son los siguientes:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 26

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 106425.1

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X0	67415.132812	0.000000
X1	24590.601562	0.000000

X2	8877.260742	0.000000
X3	3480.289062	0.000000
X4	1326.862549	0.000000
X5	547.006531	0.000000
X6	187.996292	0.000000
Y	5.436380	0.000000

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

2)	0.000000	0.578654
3)	2246.459473	0.000000
4)	1362.265869	0.000000
5)	778.761658	0.000000
6)	448.185577	0.000000
7)	240.044693	0.000000
8)	99.632004	0.000000
9)	4012.250488	0.000000
10)	0.000000	-1.000000
11)	0.000000	-1.000000
12)	0.000000	-1.000000
13)	0.000000	-1.000000

14)	0.000000	-1.000000
15)	0.000000	-1.000000
16)	2.063620	0.000000
17)	67415.132812	0.000000
18)	24590.601562	0.000000
19)	8877.260742	0.000000
20)	3480.289062	0.000000
21)	1326.862549	0.000000
22)	547.006531	0.000000
23)	187.996292	0.000000
24)	2.436380	0.000000
25)	0.000000	1.578654
26)	42824.527344	0.000000
27)	58537.871094	0.000000
28)	63934.839844	0.000000
29)	66088.265625	0.000000
30)	66868.125000	0.000000
31)	67227.132812	0.000000

NO. ITERATIONS= 26

De los resultados podemos observar lo siguiente:

La función objetivo tiene el siguiente resultado:

$$\text{Max } x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

**1) 106,425.1**

De la tabla de la esperanza de compra

Esperanza de compra	
Nivel 0	\$926.83
Nivel 1	\$1,614.94
Nivel 2	\$5,312.43
Nivel 3	\$12,430.80
Nivel 4	\$36,571.00
Nivel 5	\$93,908.43
Nivel 6	\$280,908.29
Nivel 7	\$845,303.00

TABLA 4.4 (Elaborado por el autor de la presente)

Se puede obtener la esperanza de compra de la red de cada nivel.

Esperanza de compra red	
Nivel 0	\$1,276,975.72
Nivel 1	\$431,672.72
Nivel 2	\$150,764.43
Nivel 3	\$56,856.00
Nivel 4	\$20,285.00
Nivel 5	\$7,854.20
Nivel 6	\$2,541.77

TABLA 5.4 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza del porcentaje de bonificación sobre la red.

Nivel 0	3.857%
Nivel 1	3.362%
Nivel 2	3.479%
Nivel 3	3.198%
Nivel 4	3.200%
Nivel 5	3.158%
Nivel 6	3.159%

TABLA 6.4 (Elaborado por el autor de la presente)

Esperanza de bonificación sobre la red.

Nivel 0	\$49,252.95
Nivel 1	\$14,512.84
Nivel 2	\$5,245.09
Nivel 3	\$1,818.25
Nivel 4	\$649.12
Nivel 5	\$248.04
Nivel 6	\$80.29

TABLA 7.4 (Elaborado por el autor de la presente)

Como se puede observar en la siguiente tabla el resultado del modelo lineal es superior al del modelo estadístico, por lo tanto sí se puede optimizar el modelo, obteniendo mejores resultados para el dueño de la empresa y para cada uno de los distribuidores.

Esperanza de bonificación total	
Modelo Estadístico	Optimizado
\$71,806.59	106,425.10

TABLA 8.4 (Elaborado por el autor de la presente)

En cuanto a los resultados de los distribuidores de cada nivel:

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X0	67,415.132812	0.000000
X1	24590.601562	0.000000
X2	8877.260742	0.000000
X3	3480.289062	0.000000
X4	1326.862549	0.000000
X5	547.006531	0.000000
X6	187.996292	0.000000

Se presenta la siguiente tabla comparativa entre los resultados estadísticos y los del modelo de optimización.

	Resultado Optimizado	Resultado Estadístico	A favor Optimizado
X <sub>0</sub>	67,415.13	49,252.95	18,162.18
X <sub>1</sub>	24,590.60	14,512.84	10,077.76
X <sub>2</sub>	8,877.26	5,245.09	3,632.17
X <sub>3</sub>	3,480.29	1,818.25	1,662.03
X <sub>4</sub>	1,326.86	649.12	677.74
X <sub>5</sub>	547.01	248.04	298.97
X <sub>6</sub>	188.00	80.29	107.70

TABLA 9.4 (Elaborado por el autor de la presente)

En cuanto al valor de la  $Y$  que representa la bonificación expresada en porcentaje, para los distribuidores, se puede observar que el óptimo es mayor al del mercado que como habíamos mencionado es de un 3% o 4%.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
Y	5.436380	0.000000

Con base en estos resultados se observa que el valor de  $y = 5.436380$ , que es el valor óptimo del parámetro que se busca, el cual es mayor al que ofrecía originalmente la empresa (3%) y por debajo del máximo teórico del sector (40% - 50%).

## 2.2.- Planteamiento del segundo modelo

Es interesante el analizar si el porcentaje de bonificación sería distinto si se examina por cada nivel. Para responder a esta cuestión a continuación se presenta el siguiente modelo que es similar al primero tendrá sus diferencias en que ahora se tendrán siete “y” para cada  $x_i$ .

Como se indicó más arriba en éste capítulo las variables de decisión de este modelo son las siguientes:

$x_i$  = la bonificación esperada del distribuidor en el nivel  $i$  siendo  $i = 0, 1, \dots, 6$

$y_i$  = el porcentaje de bonificación de  $i$  siendo  $i = 0, 1, \dots, 6$

Usando los siguientes rangos explicados en el apartado 2.1 y con las tablas 1.3 y 2.3 de éste capítulo. Se plantean las restricciones que limitan las bonificaciones que recibirán los distribuidores con base en las compras que realiza su red.

Mínimo	Máximo
\$828.32	\$1,025.34
\$797.11	\$2,432.77
\$4,021.01	\$6,603.85
\$10,516.47	\$14,345.13
\$33,530.59	\$39,611.41

\$88,541.77	\$99,275.09
\$272,776.11	\$289,040.48
\$829,062.48	\$861,543.52

TABLA 10.4 (Elaborado por el autor de la presente)

Las restricciones correspondientes al rango inferior serían las siguientes:

$$12,400.73858y \leq x_0$$

$$4,110.11375y \leq x_1$$

$$1,382.3527y \leq x_2$$

$$496.93498y \leq x_3$$

$$161.62905y \leq x_4$$

$$56.46.438y \leq x_5$$

$$1,625.425y \leq x_6$$

Las restricciones del lado del rango superior serían las siguientes:  $13138.77582y_0 \geq x_0$

$$13,138.77582y_0 \geq x_0$$

$$4,523.34065y_1 \geq x_1$$

$$1,632.9359y_2 \geq x_2$$

$$640.18502y_3 \geq x_3$$

$$244.07095y_4 \geq x_4$$

$$100.61962y_5 \geq x_5$$

$$34.58115y_6 \geq x_6$$

Ahora se necesita una restricción que limite la ganancia de los distribuidores, este valor se tomará del resultado del modelo estadístico sumándole la desviación estándar. Las desigualdades resultantes son las siguientes:

$$x_0 \leq 67,415.122$$

$$x_1 \leq 67,415.122$$

$$x_2 \leq 67,415.122$$

$$x_3 \leq 67,415.122$$

$$x_4 \leq 67,415.122$$

$$x_5 \leq 67,415.122$$

$$x_6 \leq 67,415.122$$

Otra restricción necesaria es el crear un rango para el porcentaje de las bonificaciones, para esto se tomaron los datos típicos del mercado que son:

Para el rango mínimo el valor será de 3%, ya que con un valor menor no se obtendrían las ganancias deseadas ni para la empresa ni para los distribuidores, lo cual se representa con la siguiente restricción:

$$y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 \geq 21$$

Para el máximo al igual y por las mismas razones que en el modelo anterior se toma un 45% y se hace la misma acotación de que este valor se puede cambiar de acuerdo al modelo de multinivel que se evalué.

$$y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 \leq 45$$

Luego se establece la restricción que pone un límite a las "y" de manera individual, para ello se tomará el valor óptimo del primer modelo, por lo que estas restricciones son las siguientes:

$$y_0 \leq 5.436380$$

$$y_1 \leq 5.436380$$

$$y_2 \leq 5.436380$$

$$y_3 \leq 5.436380$$

$$y_4 \leq 5.436380$$

$$y_5 \leq 5.436380$$

$$y_6 \leq 5.436380$$

Por último las restricciones de no negatividad:

$$x_0 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_5 \geq 0$$

$$x_6 \geq 0$$

La función objetivo que maximiza la bonificación esperada del distribuidor será la siguiente:

$$\max x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

El modelo que describe la maximización de la bonificación esperada es:

$$\max x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

s.a.

$$12400.73858y \leq x_0$$

$$4110.11375y \leq x_1$$

$$1382.3527y \leq x_2$$

$$496.93498y \leq x_3$$

$$161.62905y \leq x_4$$

$$56.46438y \leq x_5$$

$$16.25425y \leq x_6$$

$$13138.77582y \geq x_0$$

$$4523.34065y \geq x_1$$

$$1632.9359y \geq x_2$$

$$640.18502y \geq x_3$$

$$244.07095y \geq x_4$$

$$100.61.62y \geq x_5$$

$$34.58115y \geq x_6$$

$$x_0 \leq 67415.122$$

$$x_1 \leq 67415.122$$

$$x_2 \leq 67415.122$$

$$x_3 \leq 67415.122$$

$$x_4 \leq 67415.122$$

$$x_5 \leq 67415.122$$

$$x_6 \leq 67415.122$$

$$y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 \geq 21$$

$$y_0 + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 \leq 45$$

$$y_0 \leq 5.436380$$

$$y_1 \leq 5.436380$$

$$y_2 \leq 5.436380$$

$$y_3 \leq 5.436380$$

$$y_4 \leq 5.436380$$

$$y_5 \leq 5.436380$$

$$y_6 \leq 5.436380$$

$$x_0 \geq 0$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

$$x_5 \geq 0$$

$$x_6 \geq 0$$

## 2.2.1 Resultados del segundo modelo

Los resultados de este modelo utilizando el programa computacional lindo fueron los siguientes:

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 20

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 106425.1

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X0	67415.132812	0.000000
X1	24590.599609	0.000000
X2	8877.259766	0.000000
X3	3480.288818	0.000000
X4	1326.862427	0.000000
X5	547.006470	0.000000
X6	187.996277	0.000000
Y0	5.436380	0.000000
Y1	5.436380	0.000000
Y2	5.436380	0.000000
Y3	5.436380	0.000000
Y4	5.436380	0.000000
Y5	5.436380	0.000000
Y6	5.436380	0.000000

ROW SLACK OR SURPLUS DUAL PRICES

2)	0.000000	0.000000
3)	2246.459229	0.000000
4)	1362.265747	0.000000

5)	778.761597	0.000000
6)	448.185547	0.000000
7)	240.044678	0.000000
8)	99.631996	0.000000
9)	17.054659	0.000000
10)	6.945340	0.000000
11)	4012.250488	0.000000
12)	0.000000	-1.000000
13)	0.000000	-1.000000
14)	0.000000	-1.000000
15)	0.000000	-1.000000
16)	0.000000	-1.000000
17)	0.000000	-1.000000
18)	0.000000	1.000000
19)	42824.531250	0.000000
20)	58537.871094	0.000000
21)	63934.839844	0.000000
22)	66088.265625	0.000000
23)	66868.125000	0.000000
24)	67227.132812	0.000000

25)	67415.132812	0.000000
26)	24590.599609	0.000000
27)	8877.259766	0.000000
28)	3480.288818	0.000000
29)	1326.862427	0.000000
30)	547.006470	0.000000
31)	187.996277	0.000000
32)	0.000000	0.000000
33)	0.000000	4523.340820
34)	0.000000	1632.935913
35)	0.000000	640.184998
36)	0.000000	244.070953
37)	0.000000	100.619621
38)	0.000000	34.581150

NO. ITERATIONS= 20

Como la función objetivo es la misma para los dos modelos lo único que cambia en este segundo modelo es que se calcula el porcentaje de cada distribuidor según sea su nivel, los resultados enunciados de las  $x$ 's en el apartado anterior aplican para este modelo y por esta razón sus resultados son iguales.

$$\max x_0 + x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) **106,425.1**

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 20

OBJECTIVE FUNCTION VALUE

1) 106,425.1

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
X0	67415.132812	0.000000
X1	24590.599609	0.000000
X2	8877.259766	0.000000
X3	3480.288818	0.000000
X4	1326.862427	0.000000
X5	547.006470	0.000000
X6	187.996277	0.000000
Y0	5.436380	0.000000
Y1	5.436380	0.000000
Y2	5.436380	0.000000
Y3	5.436380	0.000000
Y4	5.436380	0.000000
Y5	5.436380	0.000000

Y6      5.436380      0.000000

El valor óptimo para el parámetro  $y_i=5.436380$  con  $i=1,2,\dots, 6$ , que representa la bonificación expresada en porcentaje a los distribuidores es igual en todos ellos. Este valor es el mismo óptimo encontrado en el primer modelo para la “y”.

## CONCLUSIONES

Como se expuso en el capítulo III, los modelos de optimización dan a las funciones objetivo un valor mayor que el que resultó en el modelo estadístico, por lo tanto los modelos planteados maximizan las variables. Se muestran estos datos en las tablas a continuación:

Esperanza de bonificación total	
Modelo Estadístico	Optimizado
\$71,806.59	106,425.10

TABLA 1.C (Elaborado por el autor de la presente)

	Resultado Optimizado	Resultado Estadístico	A favor Optimizado
X0	67,415.13	49,252.95	18,162.18
X1	24,590.60	14,512.84	10,077.76
X2	8,877.26	5,245.09	3,632.17
X3	3,480.29	1,818.25	1,662.03
X4	1,326.86	649.12	677.74
X5	547.01	248.04	298.97
X6	188.00	80.29	107.70

TABLA 2.C (Elaborado por el autor de la presente)

En la tabla anterior se puede observar la cantidad en la que los modelos de optimización maximizan a cada una de las "X's".

Un resultado de mucha importancia, se podría decir que el resultado más relevante del trabajo de optimización es el valor de la  $Y$  el cual representa la bonificación expresada en porcentaje para los distribuidores, este es único para todos los niveles de distribución, sin importar saber el monto de compra mensual de cada uno de ellos.

Nótese también que dicho valor óptimo es  $y = 5.436380$ , podría no ser un valor atractivo a nivel directivo, ya que por lo general se quieren siempre más ganancias, ya será decisión de la empresa que esté aplicando el sistema el cómo manejar este valor, que lo más probable es que lo modifique basándose en cuestiones de mercadotecnia.

Analizando el resultado de la variable optimizada tenemos que 5.43638 es un valor que difícilmente se utilizará en una empresa, por lo que tomando en cuenta la mercadotecnia el valor usado sería 5.5%, que multiplicado por los niveles de bonificación sería 38.5%, valor que no es muy alto, si recordamos que las redes tienen huecos será un valor que para la empresa no será muy grande.

Como el resultado de esta variable es generada por un modelo estadístico, y debido a esta característica tiene un margen de error no sería de gran impacto para el resultado usar una aproximación de 5.5%, además de ser un valor comercial.

Como se puede apreciar en el capítulo III en el apartado 2 se hizo mención que la empresa en cuestión estaba dispuesta a dar un 45% y el resultado obtenido en la optimización es de 38.5%, la empresa presenta una ganancia del 6.5% adicional.

Se puede concluir que los sistemas multinivel son esquemas de negocio muy atractivos que sí tienen el suficiente estudio por parte de la empresa y del distribuidor pueden ser muy atractivos para todas las partes involucradas.

De lo expuesto anteriormente se deduce que se pueden realizar muchas combinaciones de modelos de sistemas de ventas multinivel, según desee el dueño del proyecto. Algo importante a ser tomado en cuenta es el hecho de que en

ocasiones se elaboran los sistemas con varias formas de dar los incentivos de mayor compra por parte de los distribuidores y que esto lo hace complicado para el entendimiento al común de la gente.

Teniendo un margen tan amplio del 3% al 5.4 % se podría elaborar un sistema más sencillo para el entusiasmo de las personas. Y sobre todo es importante recordar que en este tipo de negocios todos ganan si todos trabajan y ponen su mejor esfuerzo.

Se pudo observar que los sistemas de ventas por medio del sistema multinivel no son sencillos, en ellos intervienen muchos factores y variables que pueden ser cambiadas y calculadas de manera diferente, de acuerdo a la conveniencia del diseñador del modelo, o del dueño de la empresa. Tomando en cuenta lo anterior es recomendable que se busque a un especialista para los cálculos ya que no son tan fáciles como parecen y este es el motivo por el que las personas se sienten engañadas y en ocasiones terminan defraudadas.

En el primer capítulo se enumeraron, a modo de ejemplo, algunos de los casos más recientes de fraudes por sistemas tipo pirámides, que son una estafa disfrazada de multinivel ó un multinivel mal planeado. Como se puede observar, es muy fácil que por ignorancia o por estafa se caiga en fraudes en este tipo de sistemas.

A modo de resumen podemos concluir que los objetivos del presente trabajo fueron ampliamente cubiertos con los modelos de optimización planteados, así como, con los resultados de éstos presentados en el capítulo IV.

Los objetivos del presente trabajo como se expuso en la introducción fueron:

1.- Diseñar un modelo matemático que permita modelar los distintos sistemas multinivel, con el fin de optimizar la ganancia de la empresa.

Con ayuda de los resultados de la simulación estadística de los árboles se plantearon dos modelos de programación lineal, los resultados de estos modelos nos muestran que es posible optimizar los valores que maneja el mercado de los sistemas por ventas multinivel y que las ganancias de la empresa pueden ser mayores.

2.- De ser posible optimizar la ganancia de los distribuidores que participen en la misma.

También se pudo observar que la ganancia de los distribuidores se puede elevar y que se pueden elaborar combinaciones de premios e incentivos alcanzables y atractivos sin provocar decremento en las ganancias de la empresa.

En el presente anexo se expone el resumen de los resultados de la simulación de 35 árboles con 7 niveles de profundidad.

### RED 1

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	2	5	15	54	162	471	1463	2173
Compra total	\$ 801.00	\$ 1,704.00	\$ 4,803.00	\$ 9,075.00	\$37,213.00	\$ 94,885.00	\$278,312.00	\$849,126.00	\$1,275,919.00
Promedio de compra individual	\$ 801.00	\$ 852.00	\$ 960.60	\$ 605.00	\$ 689.13	\$ 585.71	\$ 590.90	\$ 580.40	\$ 5,664.74
Nivel I	0	0	0	4	15	86	230	732	1067
Nivel II	0	1	1	7	14	26	95	299	443
Nivel III	1	1	4	4	25	50	146	432	663
Bonificación total	\$51,004.72	\$18,945.73	\$25,373.34	\$15,649.95	\$22,382.25	\$ 24,532.11	\$ 18,343.50	\$ -	\$ 176,231.60
Promedio de bonificación individual	\$51,004.72	\$ 9,472.87	\$ 5,074.67	\$ 1,043.33	\$ 414.49	\$ 151.43	\$ 38.95	\$ -	\$ 67,200.45
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.33%	3.00%	3.25%	3.16%	3.16%		0.232359396

TABLA 1.a (Elaborado por el autor de la presente)

### RED 2

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	6	22	55	169	493	1466	2215
Compra total	\$ 990.00	\$ 2,684.00	\$ 3,618.00	\$12,068.00	\$38,929.00	\$ 100,509.00	\$287,851.00	\$857,168.00	\$1,303,817.00
Promedio de compra individual	\$ 990.00	\$ 894.67	\$ 603.00	\$ 548.55	\$ 707.80	\$ 594.73	\$ 583.88	\$ 584.70	\$ 5,507.31
Nivel I	0	0	3	11	9	76	245	734	1078
Nivel II	0	0	1	6	22	44	109	263	445
Nivel III	1	3	2	5	24	49	139	469	692
Bonificación total	\$39,084.81	\$47,710.86	\$15,718.30	\$19,373.99	\$25,312.65	\$ 25,888.13	\$ 18,631.45	\$ -	\$ 191,720.19
Promedio de bonificación individual	\$39,084.81	\$15,903.62	\$ 2,619.72	\$ 880.64	\$ 460.23	\$ 153.18	\$ 37.79	\$ -	\$ 59,139.99
Porcentaje de bonificación	3%	3.67%	3.22%	3.15%	3.23%	3.18%	3.15%		0.226021948

TABLA 2.a (Elaborado por el autor de la presente)

### RED 3

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	6	15	50	173	499	1443	2188
Compra total	\$ 884.00	\$ 872.00	\$ 5,703.00	\$11,609.00	\$35,598.00	\$ 98,322.00	\$286,084.00	\$837,560.00	\$1,276,632.00
Promedio de compra individual	\$ 884.00	\$ 872.00	\$ 950.50	\$ 773.93	\$ 711.96	\$ 568.34	\$ 573.31	\$ 580.43	\$ 5,914.47
Nivel I	0	0	0	1	8	94	266	724	1093
Nivel II	0	0	0	6	19	29	92	282	428
Nivel III	1	1	6	8	23	50	141	437	667
Bonificación total	\$51,029.92	\$16,900.20	\$30,509.51	\$22,405.12	\$23,269.55	\$ 25,665.56	\$ 18,500.06	\$ -	\$ 188,279.92
Promedio de bonificación individual	\$51,029.92	\$16,900.20	\$ 5,084.92	\$ 1,493.67	\$ 465.39	\$ 148.36	\$ 37.07	\$ -	\$ 75,159.53
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.44%	3.22%	3.23%	3.14%	3.16%		0.235418381

TABLA 3.a (Elaborado por el autor de la presente)

### RED 4

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	7	21	59	164	470	1461	2184
Compra total	\$ 1,084.00	\$ 871.00	\$ 6,200.00	\$15,729.00	\$40,592.00	\$ 96,777.00	\$284,590.00	\$863,122.00	\$1,308,965.00
Promedio de compra individual	\$ 1,084.00	\$ 871.00	\$ 885.71	\$ 749.00	\$ 688.00	\$ 590.10	\$ 605.51	\$ 590.77	\$ 6,064.10
Nivel I	0	0	0	6	12	78	214	719	1029
Nivel II	0	0	1	3	21	40	101	278	444
Nivel III	1	1	6	12	26	46	155	464	711
Bonificación total	\$52,315.24	\$17,496.12	\$36,549.25	\$26,820.83	\$26,592.16	\$ 24,784.17	\$ 18,039.97	\$ -	\$ 202,597.74
Promedio de bonificación individual	\$52,315.24	\$17,496.12	\$ 5,221.32	\$ 1,277.18	\$ 450.71	\$ 151.12	\$ 38.38	\$ -	\$ 76,950.08
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.44%	3.33%	3.27%	3.14%	3.16%		0.236899863

TABLA 4.a (Elaborado por el autor de la presente)

## RED 5

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	7	19	51	150	469	1477	2177
Compra total	\$ 940.00	\$ 2,369.00	\$ 5,717.00	\$13,669.00	\$34,503.00	\$ 85,628.00	\$264,111.00	\$842,194.00	\$1,249,131.00
Promedio de compra individual	\$ 940.00	\$ 789.67	\$ 816.71	\$ 719.42	\$ 676.53	\$ 570.85	\$ 563.14	\$ 570.21	\$ 5,646.53
Nivel I	0	1	0	2	15	77	248	761	1104
Nivel II	0	0	2	10	16	25	92	307	452
Nivel III	1	2	5	7	20	48	129	409	621
Bonificación total	\$49,927.64	\$33,939.75	\$34,242.23	\$25,977.06	\$20,099.11	\$ 22,164.62	\$ 17,365.22	\$ -	\$ 203,715.63
Promedio de bonificación individual	\$49,927.64	\$11,313.25	\$ 4,891.75	\$ 1,367.21	\$ 394.10	\$ 147.76	\$ 37.03	\$ -	\$ 68,078.74
Porcentaje de bonificación	4%	3.67%	3.44%	3.22%	3.19%	3.17%	3.14%		0.23829904

TABLA 5.a (Elaborado por el autor de la presente)

## RED 6

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	2	6	14	58	167	483	1457	2188
Compra total	\$ 846.00	\$ 1,945.00	\$ 4,136.00	\$ 9,118.00	\$40,291.00	\$ 93,990.00	\$282,047.00	\$841,727.00	\$1,274,100.00
Promedio de compra individual	\$ 846.00	\$ 972.50	\$ 689.33	\$ 651.29	\$ 694.67	\$ 562.81	\$ 583.95	\$ 577.71	\$ 5,578.27
Nivel I	0	0	2	4	9	86	239	732	1072
Nivel II	0	0	0	5	28	40	95	280	448
Nivel III	1	2	4	5	21	41	149	445	668
Bonificación total	\$50,930.16	\$29,064.77	\$22,205.61	\$16,651.52	\$26,033.59	\$ 24,566.56	\$ 18,179.07	\$ -	\$ 187,631.28
Promedio de bonificación individual	\$50,930.16	\$14,532.39	\$ 3,700.94	\$ 1,189.39	\$ 448.86	\$ 147.11	\$ 37.64	\$ -	\$ 70,986.47
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.44%	3.19%	3.21%	3.13%	3.16%		0.234595336

TABLA 6.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 7**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	9	20	54	166	508	1477	2236
Compra total	\$ 874.00	\$ 797.00	\$ 7,250.00	\$12,654.00	\$39,404.00	\$ 98,268.00	\$293,800.00	\$874,366.00	\$1,327,413.00
Promedio de compra individual	\$ 874.00	\$ 797.00	\$ 805.56	\$ 632.70	\$ 729.70	\$ 591.98	\$ 578.35	\$ 591.99	\$ 5,601.27
Nivel I	0	0	2	7	6	86	256	721	1078
Nivel II	0	0	0	6	26	22	105	291	450
Nivel III	1	1	7	7	22	58	147	465	708
Bonificación total	\$53,061.56	\$18,378.40	\$41,127.58	\$23,229.31	\$25,131.54	\$ 26,022.11	\$ 19,545.58	\$ -	\$ 206,496.08
Promedio de bonificación individual	\$53,061.56	\$18,378.40	\$ 4,569.73	\$ 1,161.47	\$ 465.40	\$ 156.76	\$ 38.48	\$ -	\$ 77,831.79
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.78%	3.22%	3.16%	3.19%	3.16%		0.238477366

TABLA 7.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 8**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	2	7	22	56	161	478	1450	2177
Compra total	\$ 878.00	\$ 1,298.00	\$ 5,954.00	\$14,164.00	\$38,284.00	\$ 99,146.00	\$281,272.00	\$842,430.00	\$1,283,426.00
Promedio de compra individual	\$ 878.00	\$ 649.00	\$ 850.57	\$ 643.82	\$ 683.64	\$ 615.81	\$ 588.44	\$ 580.99	\$ 5,490.27
Nivel I	0	1	1	4	13	69	233	731	1052
Nivel II	0	0	0	11	20	41	99	295	466
Nivel III	1	1	6	7	23	51	146	424	659
Bonificación total	\$51,301.92	\$17,656.15	\$34,542.67	\$28,654.87	\$23,511.60	\$ 24,279.91	\$ 17,784.58	\$ -	\$ 197,731.70
Promedio de bonificación individual	\$51,301.92	\$ 8,828.08	\$ 4,934.67	\$ 1,302.49	\$ 419.85	\$ 150.81	\$ 37.21	\$ -	\$ 66,975.02
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.67%	3.19%	3.20%	3.17%	3.16%		0.237105624

TABLA 8.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 9**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	2	4	14	51	154	487	1461	2174
Compra total	\$ 801.00	\$ 1,089.00	\$ 3,704.00	\$10,389.00	\$34,257.00	\$ 88,993.00	\$285,975.00	\$847,748.00	\$1,272,956.00
Promedio de compra individual	\$ 801.00	\$ 544.50	\$ 926.00	\$ 742.07	\$ 671.71	\$ 577.88	\$ 587.22	\$ 580.25	\$ 5,430.62
Nivel I	0	1	0	1	13	78	233	711	1037
Nivel II	0	0	0	9	18	27	100	319	473
Nivel III	1	1	4	4	20	49	154	431	664
Bonificación total	\$50,886.20	\$17,606.70	\$22,422.92	\$19,967.71	\$21,660.13	\$ 23,954.39	\$ 18,425.77	\$ -	\$ 174,923.82
Promedio de bonificación individual	\$50,886.20	\$ 8,803.35	\$ 5,605.73	\$ 1,426.27	\$ 424.71	\$ 155.55	\$ 37.84	\$ -	\$ 67,339.64
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.44%	3.11%	3.22%	3.18%	3.16%		0.234554184

TABLA 9.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 10**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	6	15	55	174	496	1439	2187
Compra total	\$ 942.00	\$ 580.00	\$ 4,479.00	\$11,403.00	\$39,213.00	\$ 97,264.00	\$301,151.00	\$849,548.00	\$1,304,580.00
Promedio de compra individual	\$ 942.00	\$ 580.00	\$ 746.50	\$ 760.20	\$ 712.96	\$ 558.99	\$ 607.16	\$ 590.37	\$ 5,498.19
Nivel I	0	0	1	2	11	96	219	691	1020
Nivel II	0	1	2	7	22	27	110	319	488
Nivel III	1	0	3	6	22	51	167	429	679
Bonificación total	\$39,109.14	\$ 1,370.46	\$26,267.45	\$21,927.73	\$24,861.56	\$ 26,630.88	\$ 18,759.76	\$ -	\$ 158,926.98
Promedio de bonificación individual	\$39,109.14	\$ 1,370.46	\$ 4,377.91	\$ 1,461.85	\$ 452.03	\$ 153.05	\$ 37.82	\$ -	\$ 46,962.26
Porcentaje de bonificación	3%	3.00%	3.33%	3.22%	3.25%	3.16%	3.18%		0.221440329

TABLA 10.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 11**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	7	16	51	145	467	1483	2171
Compra total	\$ 817.00	\$ 983.00	\$ 6,993.00	\$11,179.00	\$36,771.00	\$ 85,762.00	\$267,349.00	\$828,527.00	\$1,238,381.00
Promedio de compra individual	\$ 817.00	\$ 983.00	\$ 999.00	\$ 698.69	\$ 721.00	\$ 591.46	\$ 572.48	\$ 558.68	\$ 5,941.31
Nivel I	0	0	0	3	8	71	232	793	1107
Nivel II	0	0	0	8	24	36	108	297	473
Nivel III	1	1	7	5	19	38	127	393	591
Bonificación total	\$49,502.56	\$16,888.68	\$36,878.23	\$19,630.11	\$22,348.63	\$ 20,496.96	\$ 16,833.42	\$ -	\$ 182,578.59
Promedio de bonificación individual	\$49,502.56	\$16,888.68	\$ 5,268.32	\$ 1,226.88	\$ 438.21	\$ 141.36	\$ 36.05	\$ -	\$ 73,502.05
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.67%	3.11%	3.19%	3.12%	3.15%		0.235596708

TABLA 11.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 12**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	8	17	54	147	479	1440	2149
Compra total	\$ 732.00	\$ 2,596.00	\$ 7,050.00	\$13,356.00	\$38,326.00	\$ 84,282.00	\$282,462.00	\$825,833.00	\$1,254,637.00
Promedio de compra individual	\$ 732.00	\$ 865.33	\$ 881.25	\$ 785.65	\$ 709.74	\$ 573.35	\$ 589.69	\$ 573.50	\$ 5,710.50
Nivel I	0	0	0	2	11	77	236	731	1057
Nivel II	0	0	1	5	22	22	82	286	418
Nivel III	1	3	7	10	21	48	161	423	674
Bonificación total	\$50,156.20	\$45,674.82	\$40,448.30	\$24,831.57	\$23,289.26	\$ 21,732.93	\$ 17,383.37	\$ -	\$ 223,516.45
Promedio de bonificación individual	\$50,156.20	\$15,224.94	\$ 5,056.04	\$ 1,460.68	\$ 431.28	\$ 147.84	\$ 36.29	\$ -	\$ 72,513.27
Porcentaje de bonificación	4%	3.67%	3.56%	3.33%	3.21%	3.16%	3.18%		0.240973937

TABLA 12.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 13**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	2	4	19	54	163	481	1496	2220
Compra total	\$ 890.00	\$ 1,121.00	\$ 3,596.00	\$11,974.00	\$39,922.00	\$ 95,092.00	\$271,731.00	\$884,313.00	\$1,308,639.00
Promedio de compra individual	\$ 890.00	\$ 560.50	\$ 899.00	\$ 630.21	\$ 739.30	\$ 583.39	\$ 564.93	\$ 591.12	\$ 5,458.44
Nivel I	0	1	0	5	7	83	245	715	1056
Nivel II	0	1	0	9	20	33	110	298	471
Nivel III	1	0	4	5	27	47	126	483	693
Bonificación total	\$52,309.96	\$ 1,737.36	\$22,082.42	\$22,102.44	\$25,954.52	\$ 25,208.50	\$ 18,614.27	\$ -	\$ 168,009.47
Promedio de bonificación individual	\$52,309.96	\$ 868.68	\$ 5,520.61	\$ 1,163.29	\$ 480.64	\$ 154.65	\$ 38.70	\$ -	\$ 60,536.52
Porcentaje de bonificación	4%	3.00%	3.33%	3.11%	3.27%	3.16%	3.13%		0.230109739

TABLA 13.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 14**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	6	19	67	163	482	1464	2205
Compra total	\$ 1,073.00	\$ 2,254.00	\$ 5,259.00	\$12,049.00	\$46,904.00	\$ 94,336.00	\$277,013.00	\$858,744.00	\$1,297,632.00
Promedio de compra individual	\$ 1,073.00	\$ 751.33	\$ 876.50	\$ 634.16	\$ 700.06	\$ 578.75	\$ 574.72	\$ 586.57	\$ 5,775.09
Nivel I	0	1	0	6	11	81	243	722	1064
Nivel II	0	0	0	9	32	29	94	282	446
Nivel III	1	2	6	4	24	53	145	460	695
Bonificación total	\$51,862.36	\$30,770.37	\$32,749.30	\$19,362.93	\$30,652.97	\$ 25,261.68	\$ 18,566.57	\$ -	\$ 209,226.18
Promedio de bonificación individual	\$51,862.36	\$10,256.79	\$ 5,458.22	\$ 1,019.10	\$ 457.51	\$ 154.98	\$ 38.52	\$ -	\$ 69,247.47
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.56%	3.04%	3.27%	3.17%	3.16%		0.235336077

TABLA 14.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 15**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	6	20	52	161	487	1493	2223
Compra total	\$ 835.00	\$ 2,368.00	\$ 4,883.00	\$11,111.00	\$36,292.00	\$ 93,091.00	\$284,026.00	\$867,268.00	\$1,299,874.00
Promedio de compra individual	\$ 835.00	\$ 789.33	\$ 813.83	\$ 555.55	\$ 697.92	\$ 578.20	\$ 583.22	\$ 580.89	\$ 5,433.95
Nivel I	0	0	1	8	9	86	249	738	1091
Nivel II	0	1	0	9	22	29	95	288	444
Nivel III	1	2	5	3	21	46	143	467	688
Bonificación total	\$51,961.56	\$31,912.29	\$27,485.00	\$19,377.21	\$23,139.21	\$ 24,656.73	\$ 19,257.53	\$ -	\$ 197,789.53
Promedio de bonificación individual	\$51,961.56	\$10,637.43	\$ 4,580.83	\$ 968.86	\$ 444.98	\$ 153.15	\$ 39.54	\$ -	\$ 68,786.36
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.44%	3.11%	3.22%	3.15%	3.17%		0.234293553

TABLA 15.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 16**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	8	17	50	166	494	1436	2173
Compra total	\$ 976.00	\$ 600.00	\$ 6,653.00	\$11,635.00	\$36,366.00	\$ 100,373.00	\$290,603.00	\$833,857.00	\$1,281,063.00
Promedio de compra individual	\$ 976.00	\$ 600.00	\$ 831.63	\$ 684.41	\$ 727.32	\$ 604.66	\$ 588.27	\$ 580.68	\$ 5,592.96
Nivel I	0	0	2	4	11	71	250	724	1062
Nivel II	0	1	0	4	15	42	86	274	422
Nivel III	1	0	6	9	24	53	158	438	689
Bonificación total	\$51,203.48	\$ 1,518.60	\$32,571.28	\$22,083.83	\$21,899.37	\$ 25,289.33	\$ 18,143.75	\$ -	\$ 172,709.64
Promedio de bonificación individual	\$51,203.48	\$ 1,518.60	\$ 4,071.41	\$ 1,299.05	\$ 437.99	\$ 152.35	\$ 36.73	\$ -	\$ 58,719.60
Porcentaje de bonificación	4%	3.00%	3.56%	3.26%	3.22%	3.17%	3.17%		0.233758573

TABLA 16.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 17**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	5	20	49	177	483	1412	2150
Compra total	\$ 757.00	\$ 2,728.00	\$ 4,396.00	\$12,471.00	\$32,232.00	\$ 98,762.00	\$277,617.00	\$820,345.00	\$1,249,308.00
Promedio de compra individual	\$ 757.00	\$ 909.33	\$ 879.20	\$ 623.55	\$ 657.80	\$ 557.98	\$ 574.78	\$ 580.98	\$ 5,540.61
Nivel I	0	0	0	8	13	95	248	719	1083
Nivel II	0	0	1	6	23	40	94	264	428
Nivel III	1	3	4	6	13	42	141	429	639
Bonificación total	\$49,942.04	\$45,653.56	\$24,532.80	\$19,301.18	\$19,532.16	\$ 25,766.52	\$ 17,338.77	\$ -	\$ 202,067.03
Promedio de bonificación individual	\$49,942.04	\$15,217.85	\$ 4,906.56	\$ 965.06	\$ 398.62	\$ 145.57	\$ 35.90	\$ -	\$ 71,611.60
Porcentaje de bonificación	4%	3.67%	3.33%	3.19%	3.16%	3.14%	3.15%		0.236378601

TABLA 17.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 18**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	7	10	51	153	481	1411	2115
Compra total	\$ 970.00	\$ 735.00	\$ 5,607.00	\$ 8,381.00	\$37,590.00	\$ 87,438.00	\$267,996.00	\$821,697.00	\$1,230,414.00
Promedio de compra individual	\$ 970.00	\$ 735.00	\$ 801.00	\$ 838.10	\$ 737.06	\$ 571.49	\$ 557.16	\$ 582.35	\$ 5,792.16
Nivel I	0	0	0	0	7	81	264	706	1058
Nivel II	0	1	2	2	20	28	88	286	427
Nivel III	1	0	5	8	24	44	129	419	630
Bonificación total	\$49,177.76	\$ 1,544.28	\$34,199.78	\$16,509.01	\$23,282.83	\$ 22,449.14	\$ 17,608.56	\$ -	\$ 164,771.36
Promedio de bonificación individual	\$49,177.76	\$ 1,544.28	\$ 4,885.68	\$ 1,650.90	\$ 456.53	\$ 146.73	\$ 36.61	\$ -	\$ 57,898.48
Porcentaje de bonificación	4%	3.00%	3.44%	3.26%	3.23%	3.15%	3.14%		0.232304527

TABLA 18.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 19**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	5	17	54	164	487	1456	2185
Compra total	\$ 938.00	\$ 962.00	\$ 4,833.00	\$13,054.00	\$36,885.00	\$ 93,941.00	\$281,274.00	\$845,340.00	\$1,277,227.00
Promedio de compra individual	\$ 938.00	\$ 962.00	\$ 966.60	\$ 767.88	\$ 683.06	\$ 572.81	\$ 577.56	\$ 580.59	\$ 6,048.50
Nivel I	0	0	0	2	11	84	256	710	1063
Nivel II	0	0	0	8	24	32	92	310	466
Nivel III	1	1	5	7	19	48	139	436	656
Bonificación total	\$51,051.56	\$17,306.04	\$26,358.08	\$24,419.30	\$22,984.65	\$ 24,552.18	\$ 18,077.89	\$ -	\$ 184,749.70
Promedio de bonificación individual	\$51,051.56	\$17,306.04	\$ 5,271.62	\$ 1,436.43	\$ 425.64	\$ 149.71	\$ 37.12	\$ -	\$ 75,678.12
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.44%	3.22%	3.20%	3.18%	3.14%		0.235130316

TABLA 19.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 20**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	6	22	55	148	479	1470	2182
Compra total	\$ 979.00	\$ 984.00	\$ 5,201.00	\$14,741.00	\$37,208.00	\$ 84,220.00	\$281,479.00	\$846,333.00	\$1,271,145.00
Promedio de compra individual	\$ 979.00	\$ 984.00	\$ 866.83	\$ 670.05	\$ 676.51	\$ 569.05	\$ 587.64	\$ 575.74	\$ 5,908.82
Nivel I	0	0	0	5	12	80	229	757	1083
Nivel II	0	0	0	8	23	22	103	272	428
Nivel III	1	1	6	9	20	46	147	441	671
Bonificación total	\$50,806.64	\$13,011.93	\$32,872.98	\$28,921.10	\$22,891.31	\$ 22,486.83	\$ 17,860.27	\$ -	\$ 188,851.06
Promedio de bonificación individual	\$50,806.64	\$13,011.93	\$ 5,478.83	\$ 1,314.60	\$ 416.21	\$ 151.94	\$ 37.29	\$ -	\$ 71,217.43
Porcentaje de bonificación	4%	3.00%	3.56%	3.33%	3.20%	3.16%	3.16%		0.234087791

TABLA 20.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 21**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	5	18	48	155	494	1447	2169
Compra total	\$ 1,070.00	\$ 650.00	\$ 4,236.00	\$13,358.00	\$34,285.00	\$ 92,272.00	\$292,130.00	\$837,407.00	\$1,275,408.00
Promedio de compra individual	\$ 1,070.00	\$ 650.00	\$ 847.20	\$ 742.11	\$ 714.27	\$ 595.30	\$ 591.36	\$ 578.72	\$ 5,788.96
Nivel I	0	0	0	5	7	77	235	735	1059
Nivel II	0	1	1	2	22	28	91	274	419
Nivel III	1	0	4	11	19	50	168	438	691
Bonificación total	\$38,230.14	\$ 1,388.61	\$26,015.34	\$23,381.66	\$21,302.27	\$ 23,305.92	\$ 18,372.42	\$ -	\$ 151,996.36
Promedio de bonificación individual	\$38,230.14	\$ 1,388.61	\$ 5,203.07	\$ 1,298.98	\$ 443.80	\$ 150.36	\$ 37.19	\$ -	\$ 46,752.15
Porcentaje de bonificación	3%	3.00%	3.44%	3.41%	3.16%	3.17%	3.18%		0.223689986

TABLA 21.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 22**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	8	19	49	152	490	1461	2183
Compra total	\$ 991.00	\$ 2,139.00	\$ 6,795.00	\$13,497.00	\$34,341.00	\$ 87,013.00	\$280,449.00	\$844,497.00	\$1,269,722.00
Promedio de compra individual	\$ 991.00	\$ 713.00	\$ 849.38	\$ 710.37	\$ 700.84	\$ 572.45	\$ 572.34	\$ 578.03	\$ 5,687.41
Nivel I	0	1	0	3	11	80	249	744	1088
Nivel II	0	0	1	9	18	30	100	267	425
Nivel III	1	2	7	7	20	42	141	450	670
Bonificación total	\$50,749.24	\$33,264.34	\$41,825.13	\$26,256.91	\$20,908.30	\$ 22,482.40	\$ 18,252.08	\$ -	\$ 213,738.40
Promedio de bonificación individual	\$50,749.24	\$11,088.11	\$ 5,228.14	\$ 1,381.94	\$ 426.70	\$ 147.91	\$ 37.25	\$ -	\$ 69,059.30
Porcentaje de bonificación	4%	3.67%	3.67%	3.26%	3.19%	3.15%	3.15%		0.240823045

TABLA 22.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 23**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	8	24	55	166	479	1500	2236
Compra total	\$ 896.00	\$ 2,241.00	\$ 6,343.00	\$16,598.00	\$38,047.00	\$ 102,111.00	\$275,851.00	\$883,193.00	\$1,325,280.00
Promedio de compra individual	\$ 896.00	\$ 747.00	\$ 792.88	\$ 691.58	\$ 691.76	\$ 615.13	\$ 575.89	\$ 588.80	\$ 5,599.03
Nivel I	0	1	1	6	10	77	246	736	1077
Nivel II	0	0	1	8	24	30	86	295	444
Nivel III	1	2	6	10	21	59	147	469	715
Bonificación total	\$52,975.36	\$35,415.09	\$36,674.91	\$29,510.90	\$25,161.82	\$ 25,920.27	\$ 18,656.55	\$ -	\$ 224,314.90
Promedio de bonificación individual	\$52,975.36	\$11,805.03	\$ 4,584.36	\$ 1,229.62	\$ 457.49	\$ 156.15	\$ 38.95	\$ -	\$ 71,246.96
Porcentaje de bonificación	4%	3.67%	3.44%	3.19%	3.21%	3.18%	3.16%		0.238449931

TABLA 23.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 24**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	4	16	52	168	492	1474	2210
Compra total	\$ 817.00	\$ 2,806.00	\$ 3,099.00	\$11,258.00	\$35,608.00	\$ 94,585.00	\$278,251.00	\$847,208.00	\$1,273,632.00
Promedio de compra individual	\$ 817.00	\$ 935.33	\$ 774.75	\$ 703.63	\$ 684.77	\$ 563.01	\$ 565.55	\$ 574.77	\$ 5,618.80
Nivel I	0	0	0	3	12	83	257	751	1106
Nivel II	0	0	2	6	23	40	96	297	464
Nivel III	1	3	2	7	17	45	139	426	640
Bonificación total	\$50,912.60	\$46,618.11	\$18,217.20	\$21,984.87	\$22,232.80	\$ 24,604.52	\$ 18,812.66	\$ -	\$ 203,382.76
Promedio de bonificación individual	\$50,912.60	\$15,539.37	\$ 4,554.30	\$ 1,374.05	\$ 427.55	\$ 146.46	\$ 38.24	\$ -	\$ 72,992.57
Porcentaje de bonificación	4%	3.67%	3.11%	3.26%	3.20%	3.14%	3.15%		0.235281207

TABLA 24.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 25**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	2	6	15	51	174	475	1452	2176
Compra total	\$ 1,032.00	\$ 2,030.00	\$ 4,674.00	\$11,822.00	\$33,678.00	\$ 103,338.00	\$271,109.00	\$839,536.00	\$1,267,219.00
Promedio de compra individual	\$ 1,032.00	\$ 1,015.00	\$ 779.00	\$ 788.13	\$ 660.35	\$ 593.90	\$ 570.76	\$ 578.19	\$ 6,017.33
Nivel I	0	0	1	2	11	83	253	722	1072
Nivel II	0	0	0	5	27	31	81	312	456
Nivel III	1	2	5	8	13	60	141	418	648
Bonificación total	\$50,647.48	\$29,449.01	\$27,886.41	\$20,577.20	\$21,366.13	\$ 25,924.36	\$ 18,110.07	\$ -	\$ 193,960.66
Promedio de bonificación individual	\$50,647.48	\$14,724.51	\$ 4,647.74	\$ 1,371.81	\$ 418.94	\$ 148.99	\$ 38.13	\$ -	\$ 71,997.59
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.56%	3.22%	3.12%	3.19%	3.16%		0.235816187

TABLA 25.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 26**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	5	16	53	171	480	1436	2165
Compra total	\$ 953.00	\$ 3,098.00	\$ 3,901.00	\$12,498.00	\$38,242.00	\$ 101,914.00	\$282,993.00	\$842,890.00	\$1,286,489.00
Promedio de compra individual	\$ 953.00	\$ 1,032.67	\$ 780.20	\$ 781.13	\$ 721.55	\$ 595.99	\$ 589.57	\$ 586.97	\$ 6,041.07
Nivel I	0	0	0	1	10	87	227	700	1025
Nivel II	0	0	2	8	20	28	110	310	478
Nivel III	1	3	3	7	23	56	143	426	662
Bonificación total	\$38,566.08	\$51,297.52	\$23,653.29	\$23,464.30	\$23,458.63	\$ 26,169.85	\$ 17,832.83	\$ -	\$ 204,442.50
Promedio de bonificación individual	\$38,566.08	\$17,099.17	\$ 4,730.66	\$ 1,466.52	\$ 442.62	\$ 153.04	\$ 37.15	\$ -	\$ 62,495.24
Porcentaje de bonificación	3%	4.00%	3.22%	3.19%	3.21%	3.20%	3.15%		0.229643347

TABLA 26.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 27**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	9	18	50	162	470	1456	2169
Compra total	\$ 951.00	\$ 2,811.00	\$ 8,485.00	\$11,753.00	\$31,891.00	\$ 91,899.00	\$275,002.00	\$846,420.00	\$1,269,212.00
Promedio de compra individual	\$ 951.00	\$ 937.00	\$ 942.78	\$ 652.94	\$ 637.82	\$ 567.28	\$ 585.11	\$ 581.33	\$ 5,855.26
Nivel I	0	0	0	3	14	84	228	720	1049
Nivel II	0	0	1	10	21	30	97	289	448
Nivel III	1	3	8	5	15	48	145	447	672
Bonificación total	\$38,047.83	\$46,546.63	\$47,399.05	\$23,580.47	\$19,439.65	\$ 24,400.85	\$ 17,636.28	\$ -	\$ 217,050.76
Promedio de bonificación individual	\$38,047.83	\$15,515.54	\$ 5,266.56	\$ 1,310.03	\$ 388.79	\$ 150.62	\$ 37.52	\$ -	\$ 60,716.90
Porcentaje de bonificación	3%	3.67%	3.78%	3.19%	3.10%	3.15%	3.16%		0.23042524

TABLA 27.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 28**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	5	20	53	156	472	1448	2156
Compra total	\$ 822.00	\$ 346.00	\$ 4,407.00	\$14,852.00	\$36,545.00	\$ 91,079.00	\$274,740.00	\$846,508.00	\$1,269,299.00
Promedio de compra individual	\$ 822.00	\$ 346.00	\$ 881.40	\$ 742.60	\$ 689.53	\$ 583.84	\$ 582.08	\$ 584.60	\$ 5,232.05
Nivel I	0	1	0	4	9	79	236	705	1034
Nivel II	0	0	0	6	22	29	89	315	461
Nivel III	1	0	5	10	22	48	147	428	661
Bonificación total	\$50,739.08	\$ 208.20	\$26,077.29	\$26,113.86	\$24,217.74	\$ 23,756.19	\$ 17,526.60	\$ -	\$ 168,638.96
Promedio de bonificación individual	\$50,739.08	\$ 208.20	\$ 5,215.46	\$ 1,305.69	\$ 456.94	\$ 152.28	\$ 37.13	\$ -	\$ 58,114.79
Porcentaje de bonificación	4%	3.00%	3.44%	3.33%	3.26%	3.15%	3.16%		0.23351166

TABLA 28.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 29**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	5	16	44	163	472	1446	2150
Compra total	\$ 1,043.00	\$ 2,097.00	\$ 4,422.00	\$10,827.00	\$30,033.00	\$ 98,881.00	\$271,137.00	\$832,595.00	\$1,251,035.00
Promedio de compra individual	\$ 1,043.00	\$ 699.00	\$ 884.40	\$ 676.69	\$ 682.57	\$ 606.63	\$ 574.44	\$ 575.79	\$ 5,742.52
Nivel I	0	1	0	5	10	72	238	730	1056
Nivel II	0	0	0	6	20	37	99	310	472
Nivel III	1	2	5	5	14	54	135	406	622
Bonificación total	\$49,999.68	\$29,294.44	\$26,442.80	\$17,635.83	\$18,222.04	\$ 24,163.03	\$ 17,356.67	\$ -	\$ 183,114.49
Promedio de bonificación individual	\$49,999.68	\$ 9,764.81	\$ 5,288.56	\$ 1,102.24	\$ 414.14	\$ 148.24	\$ 36.77	\$ -	\$ 66,754.44
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.44%	3.15%	3.15%	3.17%	3.15%		0.2339369

TABLA 29.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 30**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	2	6	23	52	158	494	1403	2139
Compra total	\$ 1,025.00	\$ 1,456.00	\$ 4,959.00	\$16,007.00	\$34,959.00	\$ 89,544.00	\$285,347.00	\$806,305.00	\$1,239,602.00
Promedio de compra individual	\$ 1,025.00	\$ 728.00	\$ 826.50	\$ 695.96	\$ 672.29	\$ 566.73	\$ 577.63	\$ 574.70	\$ 5,666.81
Nivel I	0	0	1	5	9	79	251	722	1067
Nivel II	0	1	0	8	26	41	95	257	428
Nivel III	1	1	5	10	17	38	148	424	644
Bonificación total	\$49,543.08	\$18,348.85	\$26,497.40	\$26,880.47	\$21,139.44	\$ 22,588.89	\$ 17,417.35	\$ -	\$ 182,415.48
Promedio de bonificación individual	\$49,543.08	\$ 9,174.43	\$ 4,416.23	\$ 1,168.72	\$ 406.53	\$ 142.97	\$ 35.26	\$ -	\$ 64,887.21
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.44%	3.15%	3.12%	3.12%	3.16%		0.233196159

TABLA 30.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 31**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	7	20	50	155	489	1472	2195
Compra total	\$ 996.00	\$ 753.00	\$ 5,360.00	\$12,671.00	\$35,214.00	\$ 85,587.00	\$283,707.00	\$841,458.00	\$1,265,746.00
Promedio de compra individual	\$ 996.00	\$ 753.00	\$ 765.71	\$ 633.55	\$ 704.28	\$ 552.17	\$ 580.18	\$ 571.64	\$ 5,556.54
Nivel I	0	0	2	6	10	85	252	755	1110
Nivel II	0	0	0	9	18	27	94	305	453
Nivel III	1	1	5	5	22	43	143	412	632
Bonificación total	\$50,590.00	\$17,794.96	\$28,962.26	\$21,688.96	\$21,830.75	\$ 23,033.44	\$ 18,288.00	\$ -	\$ 182,188.37
Promedio de bonificación individual	\$50,590.00	\$17,794.96	\$ 4,137.47	\$ 1,084.45	\$ 436.62	\$ 148.60	\$ 37.40	\$ -	\$ 74,229.49
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.56%	3.11%	3.22%	3.12%	3.17%		0.235116598

TABLA 31.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 32**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	8	17	51	163	484	1463	2188
Compra total	\$ 1,050.00	\$ 759.00	\$ 7,013.00	\$12,264.00	\$33,801.00	\$ 98,385.00	\$280,546.00	\$861,305.00	\$1,295,123.00
Promedio de compra individual	\$ 1,050.00	\$ 759.00	\$ 876.63	\$ 721.41	\$ 662.76	\$ 603.59	\$ 579.64	\$ 588.73	\$ 5,841.76
Nivel I	0	0	0	3	15	74	231	731	1054
Nivel II	0	0	0	7	19	33	117	281	457
Nivel III	1	1	8	7	17	56	136	451	677
Bonificación total	\$51,762.92	\$13,354.17	\$43,941.14	\$22,831.02	\$20,645.79	\$ 25,547.35	\$ 18,315.47	\$ -	\$ 196,397.86
Promedio de bonificación individual	\$51,762.92	\$13,354.17	\$ 5,492.64	\$ 1,343.00	\$ 404.82	\$ 156.73	\$ 37.84	\$ -	\$ 72,552.13
Porcentaje de bonificación	4%	3.00%	3.78%	3.15%	3.15%	3.20%	3.14%		0.234156379

TABLA 32.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 33**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	7	19	50	160	466	1438	2144
Compra total	\$ 935.00	\$ 2,704.00	\$ 5,017.00	\$14,771.00	\$34,960.00	\$ 91,583.00	\$271,240.00	\$836,859.00	\$1,258,069.00
Promedio de compra individual	\$ 935.00	\$ 901.33	\$ 716.71	\$ 777.42	\$ 699.20	\$ 572.39	\$ 582.06	\$ 581.96	\$ 5,766.08
Nivel I	0	0	1	0	6	87	229	716	1039
Nivel II	0	0	2	9	27	30	96	298	462
Nivel III	1	3	4	10	17	43	141	424	643
Bonificación total	\$50,285.36	\$46,126.91	\$30,762.59	\$29,780.23	\$22,626.47	\$ 23,375.71	\$ 17,546.23	\$ -	\$ 220,503.50
Promedio de bonificación individual	\$50,285.36	\$15,375.64	\$ 4,394.66	\$ 1,567.38	\$ 452.53	\$ 146.10	\$ 37.65	\$ -	\$ 72,259.31
Porcentaje de bonificación	4%	3.67%	3.44%	3.30%	3.20%	3.13%	3.17%		0.238984911

TABLA 33.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 34**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	1	4	17	55	166	491	1482	2217
Compra total	\$ 1,074.00	\$ 1,021.00	\$ 3,764.00	\$ 9,627.00	\$38,293.00	\$ 94,624.00	\$292,540.00	\$845,418.00	\$1,286,361.00
Promedio de compra individual	\$ 1,074.00	\$ 1,021.00	\$ 941.00	\$ 566.29	\$ 696.24	\$ 570.02	\$ 595.80	\$ 570.46	\$ 6,034.82
Nivel I	0	0	0	6	11	84	235	775	1111
Nivel II	0	0	0	10	27	39	91	285	452
Nivel III	1	1	4	1	17	43	165	422	654
Bonificación total	\$51,411.48	\$17,886.48	\$20,938.47	\$16,719.82	\$23,574.00	\$ 25,449.74	\$ 18,816.27	\$ -	\$ 174,796.26
Promedio de bonificación individual	\$51,411.48	\$17,886.48	\$ 5,234.62	\$ 983.52	\$ 428.62	\$ 153.31	\$ 38.32	\$ -	\$ 76,136.35
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.33%	3.04%	3.16%	3.14%	3.18%		0.231796982

TABLA 34.a (Elaborado por el autor de la presente)

**RED 35**

	Nivel 0	Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4	Nivel 5	Nivel 6	Nivel 7	Totales
Número de distribuidores	1	3	9	18	49	158	487	1428	2153
Compra total	\$ 777.00	\$ 2,072.00	\$ 7,425.00	\$13,446.00	\$33,308.00	\$ 92,901.00	\$290,005.00	\$836,760.00	\$1,276,694.00
Promedio de compra individual	\$ 777.00	\$ 690.67	\$ 825.00	\$ 747.00	\$ 679.76	\$ 587.98	\$ 595.49	\$ 585.97	\$ 5,488.86
Nivel I	0	1	0	2	8	75	239	703	1028
Nivel II	0	1	2	9	25	38	90	300	465
Nivel III	1	1	7	7	16	45	158	425	660
Bonificación total	\$51,036.68	\$19,020.72	\$46,486.08	\$25,045.15	\$22,468.93	\$ 24,091.31	\$ 18,528.46	\$ -	\$ 206,677.33
Promedio de bonificación individual	\$51,036.68	\$ 6,340.24	\$ 5,165.12	\$ 1,391.40	\$ 458.55	\$ 152.48	\$ 38.05	\$ -	\$ 64,582.51
Porcentaje de bonificación	4%	3.33%	3.67%	3.19%	3.19%	3.14%	3.17%		0.236858711

TABLA 35.a (Elaborado por el autor de la presente)

## BIBLIOGRAFÍA

- Fraleigh, John, Wesley, Addison, *Introducción al Algebra Lineal*, 2a. Edición, 1997;
- Hillier, F., *Introducción a la investigación de operaciones*, MCGRAW-HILL, 1991;
- Padilla Ayala, Juan Pablo, *Matemáticas actuariales para los sistemas multinivel*, tesis de actuaría en la Facultad de Ciencias de la UNAM, 2006;
- Piqueras, Juan B., *La venta domiciliaria (de la puerta a puerta al multinivel)*, Madrid, Ediciones Díaz de Santos s.a,1994;
- Stanley I., Grossman, *Algebra Lineal*, Grupo Editorial Iberoamérica, 5a. Edición, 1996;
- Taha, Hamdy A., *Investigación de operaciones*, Pearson Educación, 2004;
- Winston, Cengage, *Investigación de operaciones*, 4ª. Edición, 2008.

### Otras fuentes:

- Caso Madoff : [http://es.wikipedia.org/wiki/Bernard\\_Madoff#La\\_Estafa](http://es.wikipedia.org/wiki/Bernard_Madoff#La_Estafa);
- Caso Stanford: <http://www.cnnexpansion.com/negocios/2010/02/11/febrero-clave-en-caso-stanford>;
- [www.operativa.tripod.com/lindo/lindo.html](http://www.operativa.tripod.com/lindo/lindo.html).

### Hemerografía:

- Folleto de MAXUM;
- Folleto de OMNILIFE;
- Folleto de SINCO;
- Folleto de XANGO.