



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

---

# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

## INSTITUTO DE INGENIERÍA

ESTUDIO COMPARATIVO DE LAS TENDENCIAS ACTUALES DEL MÉTODO DEL  
EMPUJÓN PARA LA EVALUACIÓN DE ESTRUCTURAS RETICULARES

## T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

### MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A:

**MARCO ANTONIO ESCAMILLA GARCÍA**

TUTOR:

**DR. A. GUSTAVO AYALA MILIÁN**

México D.F ABRIL 2010



INSTITUTO  
DE INGENIERÍA  
**UNAM**

---

## **Agradecimientos**

A mi tutor el Dr. A. Gustavo Ayala Milián, por permitirme formar parte de su equipo de trabajo, por el apoyo y asesoría académica que me brindo de forma desinteresada durante mis estudios de posgrado, por la paciencia y dedicación que siempre mostro.

Al Dr. Gelacio Juárez Luna, por la asesoría brindada durante el desarrollo de la presente tesis.

A la Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGAPA), por la beca otorgada durante la elaboración de la presente tesis.

A mis sinodales, por sus valiosas aportaciones y comentarios llenos de sabiduría que enriquecieron este trabajo.

A mis Padres y Hermanos por su apoyo incondicional.

A mis amigos y compañeros de cubículo, por brindarme su amistad y compartir sus conocimientos sin esperar nada a cambio.

---

# Contenido

---

<b>1.0 Introducción .....</b>	<b>1</b>
1.1 Justificación .....	1
1.2 Antecedentes .....	2
1.3 Objetivos y alcances .....	2
1.4 Organización de la tesis .....	3
<b>2.0 Propiedades mecánicas de los materiales .....</b>	<b>4</b>
2.1 Introducción .....	4
2.2 Concreto no confinado .....	4
2.2.1 Modelo de Hognestad .....	5
2.3 Concreto confinado .....	6
2.3.1 Modelo de Kent y Park .....	7
2.3.2 Modelo de Mander et al .....	9
2.4 Acero de refuerzo en estructuras de concreto .....	12
2.4.1 Modelo de Park y Paulay .....	13
2.4.2 Modelo de Mander et al. ....	14
2.4.3 Modelo Ahmad y Shah .....	15
2.5 Momento vs curvatura .....	16
2.5.1 Determinación teórica de la curva momento curvatura .....	16
2.5.2 Ejemplo numérico 1.....	19
<b>3.0 Articulaciones plásticas en elementos de concreto reforzado .....</b>	<b>21</b>
3.1 Introducción .....	21
3.2 Formulación de un elemento marco con articulación plástica .....	22
3.2.1 Sistema de referencia .....	23
3.2.2 Ecuación de equilibrio .....	24
3.2.3 Calculo de la matriz de coeficientes .....	25
3.2.3.1 Matriz de coeficientes para un elemento barra .....	25
3.2.3.2 Matriz de coeficientes para un elemento viga. ....	26
3.2.3.3 Matriz de coeficientes para un elemento marco .....	28
3.2.3.4 Rotación del sistema local a global .....	29

---

<b>4.0 Análisis sísmico de marcos de concreto reforzado .....</b>	<b>31</b>
4.1 Introducción .....	31
4.2 Análisis no lineal .....	31
4.2.1 Análisis dinámico no lineal.....	32
4.2.2 Análisis de empujón .....	32
4.2.3 Curva de capacidad .....	32
4.2.3.1 Representación bilineal de la curva de capacidad .....	32
4.3 Análisis de empujón basado en fuerzas ( <i>EBF</i> ) .....	35
4.3.1 Método simplificado de evaluación sísmica ( <i>MSES</i> ) .....	36
4.3.2 Método del empujón modal ( <i>MPA</i> ) .....	38
4.3.3 Método del empujón adaptable ( <i>FAP</i> ).....	39
4.4 Análisis de empujón basado en desplazamientos ( <i>EBD</i> ) .....	41
4.4.1 Método espectral incremental ( <i>IRSA</i> ) .....	41
4.4.2 Análisis del empujón adaptable basado en desplazamientos ( <i>DAP</i> ).....	44
4.4.3 Método modal de evaluación sísmica ( <i>MMES</i> ) .....	46
4.4.3.1 Curva de capacidad ( <i>MMES</i> ) .....	47
4.4.3.2 Factor de escala del espectro <i>sf</i> .....	47
4.4.3.3 Desplazamiento espectral objetivo .....	48
4.4.4 Método modal de evaluación sísmica modificado ( <i>MMESM</i> ).....	49
4.5 Procedimiento general para el cálculo de la curva de capacidad .....	50
4.6 Confrontación de métodos evaluados .....	50
4.7 Confrontación ( <i>EBF, EBD</i> ).....	51
4.7.1 Comentario de la confrontación ( <i>EBF, EBD</i> ) .....	52
4.8 Confrontación ( <i>MPA, MSES, FAP</i> ).....	52
4.8.1 Comentario de la confrontación ( <i>MPA, MSES, FAP</i> ).....	53
4.9 Confrontación ( <i>IRSA, MMES, DAP, MMESM</i> ).....	54
4.9.1 Comentario de la confrontación ( <i>IRSA, MMES, DAP, MMESM</i> ).....	55
<b>5.0 Ejemplos de aplicación .....</b>	<b>57</b>
5.1 Introducción .....	57
5.2 Descripción de las estructuras analizadas .....	57
5.2.1 Modelo M1 .....	57
5.2.2 Modelo M2 .....	59
5.3 Diagramas de momento vs. curvatura .....	61
5.4 Demanda Sísmica .....	63
5.5 Presentación de resultados .....	63
5.5.1 Evolución del patrón de carga.....	63
5.5.2 curvas de capacidad generadas mediante un análisis de empujón basado en fuerzas .....	64

---

---

5.5.3 confrontación numérica del análisis de empujón basado en fuerzas y el análisis del empujón basado en desplazamientos.....	65
5.5.4 confrontación numérica del Análisis del empujón basado desplazamientos, <i>MMESM</i> y el Análisis Dinamico no Lineal.....	66
5.5.5 Curvas de capacidad generadas mediante análisis de empujón evolutivo basado en fuerzas, EBF, considerando 2 diferentes modelos de daño .....	67
5.5.6 Comentario de los resultados numéricos, utilizando la propuesta del nuevo modelo de daño.....	69
<b>6.0 Conclusiones y recomendaciones .....</b>	<b>70</b>
6.1 Introducción.....	70
6.2 conclusiones.....	70
6.3 recomendaciones para investigaciones futuras.....	72
<b>Apéndice a (Patrones de carga en el análisis del empujón).....</b>	<b>73</b>
A.1 Introducción .....	73
A.2 Distribución invariante de fuerzas laterales .....	73
A.3 Distribución evolutiva de fuerzas laterales .....	74
A.4 Propuesta del FEMA 440 .....	75
A.4.1 Distribución uniforme ( <i>ULF</i> ) .....	75
A.4.2 Distribución de laterales equivalente ( <i>ELF</i> ).....	75
A.4.3 Distribución modo fundamental ( <i>MF</i> ).....	76
A.4.4 Combinación modal ( <i>SRSS</i> ).....	76
<b>Apéndice B .....</b>	<b>78</b>
Referencias .....	78

---

# ÍNDICE DE FIGURAS

---

Fig. 2.1	Curvas esfuerzo-deformación a compresión en cilindros estándar ( <i>Paulay y Priestley, 1992</i> )	5
Fig. 2.2	Curva esfuerzo-deformación unitaria a compresión ( <i>Hognestad, 1951</i> )	6
Fig. 2.3	Curva esfuerzo-deformación en especímenes sometidos a carga cíclica ( <i>Park y Paulay, 1975</i> )	6
Fig. 2.4	Curva esfuerzo-deformación a compresión uniaxial ( <i>Kent y Park, 1971</i> )	8
Fig. 2.5	Curva esfuerzo-deformación para un concreto simple y uno confinado, <i>Park et al. (1982)</i>	9
Fig. 2.6	Modelo esfuerzo-deformación a compresión para concreto confinado, <i>Mander et al. (1988)</i>	9
Fig. 2.7	Núcleo efectivo de concreto confinado para una sección rectangular, <i>Mander et al. (1988)</i>	11
Fig. 2.8	Factor de confinamiento, $\lambda$ para elementos cuadrados y rectangulares, <i>Mander et al. (1988)</i>	12
Fig. 2.9	Modelo elastoplástico perfecto de acero sometido a tensión	13
Fig. 2.10	Aproximación de la curva completa esfuerzo-deformación del acero sometido a tensión	13
Fig. 2.11	Curvas esfuerzo-deformación (zona de endurecimiento por deformación)	16
Fig. 2.12	Viga de concreto reforzado (Ejemplo 1)	19
Fig. 2.13	Modelo esfuerzo-deformación del acero a tensión (Ejemplo 1)	19
Fig. 2.14	Curvas esfuerzo-deformación del concreto (Ejemplo 1)	20
Fig. 2.15	Diagramas momento vs. curvatura (Ejemplo 1)	20
Fig. 3.1	Modelos de plasticidad existentes	22
Fig. 3.2	Modelo de daño propuesto	22
Fig. 3.3	Sistema de referencia local y global	24
Fig. 3.4	Barra sujeta a vectores en sus extremos	24
Fig. 3.5	Energías de deformación	25
Fig. 3.6	Sistema de referencia local y global para marcos planos	29
Fig. 4.1	Curva de capacidad y datos más representativos	32
Fig. 4.2	Representación bilineal de la curva de capacidad, procedimiento propuesto por el FEMA 273	34
Fig. 4.3	Representación bilineal de la curva de comportamiento, <i>MEC</i>	35
Fig. 4.4	Curva de capacidad de una estructura generada por un análisis de empujón basado en fuerzas	36
Fig. 4.5	Curva de comportamiento e idealización bilineal	37
Fig. 4.6	Vector de carga nominal unitario $P_0$ ( <i>Antoniou y Pinho, 2003</i> )	40
Fig. 4.7	Vector de carga nominal unitario $P_0$ ( <i>Antoniou y Pinho, 2003</i> )	41
Fig. 4.8	Curvas de comportamiento de tres modos de vibrar ( <i>Aydinoglu, 2003</i> )	42
Fig. 4.9	Espectro elástico y escalado para el paso de análisis n.	47
Fig. 4.10	Definición grafica de los incrementos en aceleración y desplazamiento ( <i>Alba-Ayala, 2005</i> )	48
Fig. 4.11	Diagrama de flujo para corregir los puntos de la curva de capacidad ( <i>Cárdenas-Ayala, 2009</i> )	49

---

Fig. 4.12 Procedimiento general para definir la curva de capacidad.....	50
Fig. 4.13 Intervalo donde la curva de capacidad (EBF) no converge con la respuesta “real” de la estructura..	52
Fig. 5.1 Modelo M1, marco plano de concreto reforzado 5 niveles (cm).....	57
Fig. 5.2 planta y alzado del modelo M2 (cm).....	59
Fig. 5.3 Modelos esfuerzo-deformación del concreto y del acero, utilizados en la definición de los diagramas momento vs.curvatura.....	60
Fig. 5.4 Espectro de respuesta SCT-EW, utilizado en los ejemplos de aplicación.....	62
Fig. 5.5 Evolución del patrón del patrón de cargas, Modelo M2.....	63
Fig. 5.6 Curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón convencional, Modelo M2.....	63
Fig. 5.7 Curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón convencional y evolutivo, Modelo M2.....	64
Fig. 5.8 Curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón convencional y evolutivo, Modelo M2.....	64
Fig. 5.9 Confrontación de curvas de capacidad generadas mediante el metodo del empujon vs. el Análisis dinámico no lineal IDA. Cárdenas (2010).....	65
Fig. 5.10 Curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón convencional, considerando dos diferentes modelos de daño.....	66
Fig. 5.11 Evolución de la estructura (M1) idealizando el daño mediante articulaciones plásticas.....	67
Fig. 5.12 Evolución de la estructura (M2) considerando un nuevo modelo de daño.....	67
Fig. B1 Incrementos de carga invariante.....	78
Fig. B2 Incrementos de carga evolutivos.....	78
Fig. B3 Factor k (FEMA 440, 2005).....	80
Fig. B4 Distribuciones de cargas laterales para diferentes factores k (ELF).....	80
Fig. B5 Distribución de carga lateral, FEMA 440 (2005).....	81

---

## Resumen

Esta tesis investiga que método de análisis estático no lineal genera la curva de capacidad más realista. Tomando como referencia el análisis dinámico no lineal (*paso a paso*), se realizó un estudio comparativo de los métodos del empujón más representativos del análisis no lineal. Se presenta una propuesta para mejorar la metodología que tiene las hipótesis más convincentes.

El estudio comparativo consistió en evaluar diferentes métodos de empuje lateral y validar o invalidar las hipótesis en que se fundamentan. Se analizó como influyen algunos parámetros como, la evolución del patrón de cargas laterales, la definición del modelo de daño y disipación de energía histerética, en la respuesta de la estructura. La propuesta para mejorar el método considerado como adecuado consistió en establecer un nuevo modelo de daño, que se pueda utilizar en el análisis estático no lineal, el cual consiste en idealizar el daño como una degradación de rigidez  $EI$  y  $AE$ , mediante un elemento de sección variable. La presente investigación se limita al estudio de marcos planos.

## Abstract

This thesis investigates which method of nonlinear static analysis gives the most realistic capacity curve. Taking as a reference the nonlinear dynamic analysis (step by step), a comparative analysis, of the most representatives of pushover is carried out. A proposal to enhance the methodology which gave a hypothesis and a better convincing results is presented

The comparative study consisted on the evaluation of different pushover methods, the validation or invalidation the hypothesis, in which they are based, the influence of parameter such as the evolution of the pattern of lateral load, the definition of the model of damage and dissipation of hysteretic energy on the behaviour of the used structure is analyzed.

A proposal to improve the method found to be adequate consisting of a new damage model to be used in the non linear static analyses in which the damage is idealized as a degradation of stiffness ( $EI$ ,  $AE$ ), along an element of variable section. The present work is limit to plane frames



# CAPÍTULO 1

---

## Introducción

---

### 1.1 Justificación

En la actualidad la mayoría de los reglamentos de construcciones aceptan que las estructuras sufran daño cuando son sometidas a una demanda sísmica, por ello es necesario estimar de forma adecuada su comportamiento, en el intervalo no lineal.

Ante esta situación se han desarrollado métodos de análisis donde se considera la no linealidad, como el análisis dinámico no lineal (paso a paso) y métodos simplificados basados en el análisis de empujón<sup>1</sup>. El primero de ellos es un método que genera la respuesta “exacta” de una estructura ante una acción sísmica, define el comportamiento de la estructura considerando una demanda sísmica “real”, mediante un acelerograma. Debido a que su aplicación requiere de un nivel elevado de conocimientos y de amplios recursos computacionales, su uso se limita a la evaluación de estructuras consideradas como importantes y a la investigación. Los métodos basados en el método del empujón son una opción más simple que genera la respuesta de una estructura mediante análisis estáticos subsecuentes. Para su aplicación se requieren de mínimos recursos computacionales y de los conocimientos básicos de la dinámica estructural. Su limitante es que existen demasiadas incertidumbres en las hipótesis que respaldan al método, que pueden variar de una a otra metodología.

En el presente trabajo de investigación se emite una crítica de los métodos del empujón más representativos que existen en la actualidad, así como de las hipótesis en que están fundamentados. Se define la vertiente y el método más adecuado para definir el comportamiento no lineal de una estructura sometida a una demanda sísmica, mediante la generación de una curva de capacidad.

---

<sup>1</sup> En el presente trabajo tesis le llamaremos método del empujón al análisis *pushover*, conocido así por la comunidad internacional.

## 1.2 Antecedentes

Definir el comportamiento no lineal de una estructura no es un problema nuevo, la primera propuesta donde se involucró la no linealidad fue hecha por *Thullie* (1897) y *Ritter* (1899). Desarrollaron procedimientos matemáticos para el dimensionamiento de vigas de concreto considerando una distribución no lineal de esfuerzos para estimar su resistencia última, sin embargo estas propuestas no fueron aceptadas por la comunidad y la teoría basada en el comportamiento elástico lineal del material prevaleció casi todo el siglo XX.

Actualmente se cuenta con un análisis relativamente simple para aproximar el desempeño sísmico de una estructura en el intervalo no lineal, denominado análisis de empuje lateral. Surgió con la finalidad de definir la curva de capacidad con un mínimo de recursos computacionales y reducir el tiempo empleado en el análisis.

La primera propuesta de análisis de empuje lateral se caracteriza por utilizar un patrón de carga lateral invariante como demanda sísmica, posteriormente surgieron propuestas donde los patrones de carga lateral evolucionan en cada paso de análisis, (*Bracci*, 1997), (*Requena y Ayala*, 2000), esta última propuesta es conocida como análisis de empujón evolutivo. En la vertiente más reciente del análisis estático no lineal, se sustituye la aplicación de patrones de carga lateral por una serie de análisis modales espectrales subsecuentes, (*Aydinoglu*, 2003), (*Alba y Ayala*, 2005).

## 1.3 Objetivos y alcances

El objetivo de esta tesis es definir el método de análisis estático no lineal más adecuado para la generación de la curva de capacidad de una estructura sometida a una demanda sísmica, con el cual se permita evaluar el desempeño de forma más precisa. El procedimiento para elegir las metodologías más convincentes es mediante un estudio comparativo de los métodos del empujón más representativos del análisis no lineal.

El estudio comparativo está orientado a la fase conceptual de la generación de la curva de capacidad y así aclarar algunas de las incertidumbres que aun se tienen en la confrontación de intensidades sísmicas, dentro de la curva de capacidad. Para que una curva de capacidad generada por un análisis estático no lineal se considere que presenta una buena aproximación debe de coincidir no solo la forma, si no también la correspondencia entre desempeño e intensidad.

El estudio comparativo consiste en evaluar cada uno de los métodos, analizar los parámetros que se desprecian en su aplicación, estudiar como se afecta la respuesta al no considerarlos y finalmente confrontar los pros y contras de cada metodología, obteniendo

así el método del empujón más adecuado para generar una curva de capacidad. El presente trabajo se limita al estudio de marcos planos, los cuales en su gran mayoría presentan un comportamiento gobernado por el modo fundamental de la estructura. Se contempla el uso de espectros de respuesta como demanda sísmica. Las estructuras analizadas en esta tesis son dos marcos planos de concreto reforzado, 5 y 17 niveles. El primero fue propuesto por *Sermin Oguz* (2005), el segundo fue diseñado por *Varela* (1996), mediante el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias (*RCDF*, 1993)

#### 1.4 Organización de la tesis

El presente trabajo de tesis se organiza de la siguiente forma:

- Capítulo 1: se expone la justificación, antecedentes, objetivos, alcances y la organización de la tesis.
- Capítulo 2: se presenta una descripción de algunas propiedades mecánicas de los materiales que componen el concreto reforzado. Se describe el procedimiento para generar un diagrama momento vs. curvatura mediante un proceso iterativo, despreciando la fuerza cortante.
- Capítulo 3: se presenta una propuesta de un nuevo modelo de daño que se pueda utilizar en el análisis estático no lineal, el cual consiste en idealizar el daño, no como una articulación plástica, si no como una degradación de rigidez  $EI$  y  $AE$ , mediante un elemento de sección variable.
- Capítulo 4: se presenta una breve descripción de los diferentes tipos de análisis no lineales existentes, se detallan algunas de las metodologías más representativas del análisis del empujón, el capítulo concluye con una confrontación de los métodos evaluados.
- Capítulo 5: se exponen los resultados derivados de diferentes análisis de empujón, para una estructura reticular, se puntualizan las diferencias que presentan las curvas de capacidad, se consideran los diferentes factores que puedan influir en el comportamiento de la estructura.
- Capítulo 6: se presentan las conclusiones y recomendaciones derivadas de la presente investigación.

El trabajo de tesis concluye con un Apéndice, donde se describen las características de los diferentes patrones de carga utilizados en el análisis estático no lineal.

# CAPÍTULO 2

---

## Propiedades mecánicas de los materiales

---

### 2.1 Introducción

El concreto es un material no homogéneo de comportamiento complejo, que ha sido investigado con ayuda de la experimentación. Para comprender mejor su comportamiento se requiere conocer las propiedades mecánicas de los materiales que lo conforman; concreto simple y acero de refuerzo.

### 2.2 Concreto no confinado

El concreto simple es un material que se comporta de forma adecuada a la compresión. Debido a que se utiliza principalmente para absorber los esfuerzos a compresión, es importante conocer su curva esfuerzo-deformación, su compresión es esencial para el diseño y evaluación de estructuras. Esta curva se obtiene de forma experimental mediante mediciones de deformaciones unitarias de ensayos en cilindros a los veintiocho días de edad, sometidos a compresión uniaxial con una velocidad de carga normal y moderada. Los cilindros estándar tienen una medida de 305mm de altura y 152mm de diámetro (relación altura a diámetro igual a dos).

Independientemente de la resistencia máxima a compresión que se tenga, la curva esfuerzo-deformación tiene como característica principal que en su primera etapa presenta una porción inicial relativamente elástica y lineal, hasta aproximadamente la mitad de la resistencia máxima a compresión; después de que se supera esta primera etapa, la curva tiende a inclinarse hacia la horizontal hasta alcanzar su resistencia máxima. La última etapa de la curva consiste en un decremento de resistencia cuya pendiente está en función de la resistencia máxima del ensayo en estudio. Las curvas esfuerzo-deformación del concreto de

alta resistencia, su forma tiende a ser puntiaguda cerca de la resistencia máxima, mientras que las curvas de concreto de baja resistencia tienen mesetas amplias después de superar la zona elástica lineal.

El diseño estructural actual exige desarrollar grandes deformaciones de compresión en el concreto. Las pruebas experimentales y aproximaciones analíticas indican que conforme aumenta la resistencia máxima a compresión  $f'_c$ , disminuye su deformación unitaria  $\epsilon'_c$ , este concepto debe ser tomado en cuenta si el objetivo es desarrollar ductilidades considerables. La deformación unitaria asociada a la resistencia máxima es aproximadamente igual a 0.002, independientemente de la resistencia máxima, como se muestra en fig. 2.1

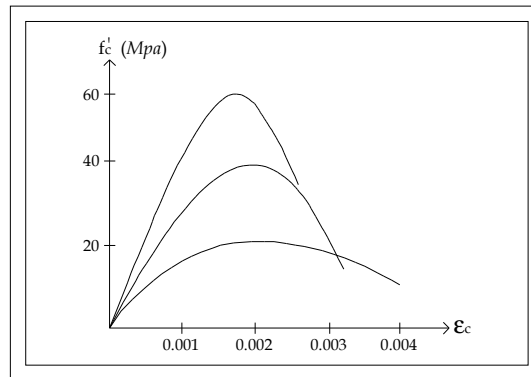


Fig. 2.1 Curvas esfuerzo-deformación a compresión en cilindros estándar (Paulay y Priestley 1992)

**2.2.1 Modelo de Hognestad**

El modelo analítico propuesto por *Hognestad* (1951), consiste en una parábola de segundo grado hasta alcanzar su resistencia máxima; después de que se alcanza la resistencia máxima la curva desciende linealmente con una pendiente  $\emptyset$  (ver fig. 2.2) hasta que se presenta el aplastamiento del concreto, la deformación unitaria última  $\epsilon_{cu}$ , es aproximadamente igual a 0.0038, para su definición se utilizan las expresiones siguientes:

$$f_c = f'_c \left[ \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_0} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] ; 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_0 \dots\dots\dots 2.1$$

$$\epsilon_0 = \frac{2f'_c}{E_c} \dots\dots\dots 2.2$$

$$\emptyset \approx \frac{3f'_c}{20(\epsilon_{cu} - \epsilon_0)} \dots\dots\dots 2.3$$

donde:

$E_c$  : Modulo de elasticidad del concreto

$f'_c$  : Resistencia máxima de un espécimen de concreto no confinado, ensayado en laboratorio

$\epsilon_0$  : Deformación unitaria asociada a la resistencia máxima del concreto,  $f'_c$

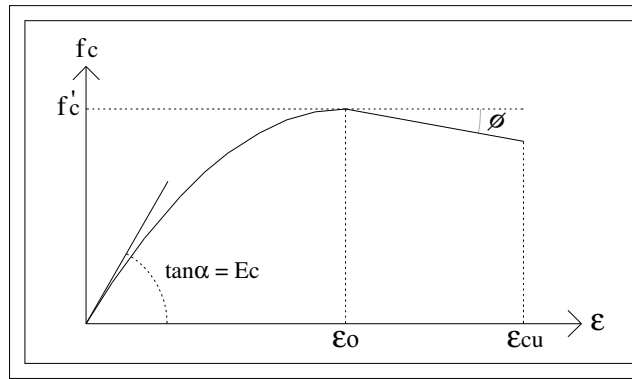


Fig. 2.2 Curva esfuerzo-deformación unitaria a compresión (Hognestad 1951)

Estudios experimentales de *Sinha et al.* (1964), *Karsan y Jirsa* (1969) y *Park y Paulay* (1994) en cilindros estándar sometidos a cargas cíclicas de gran intensidad, indican que la curva esfuerzo-deformación obtenida de elementos sujetos a cargas de aplicación continua, es muy similar a una envolvente del modelo esfuerzo-deformación obtenido de cilindros estándar sometidos a una carga cíclica de compresión uniaxial de alta intensidad, como se indica en la fig. 2.3

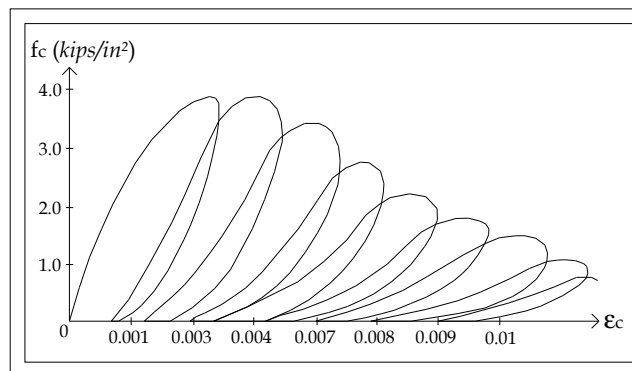


Fig. 2.3 Curva esfuerzo-deformación en especímenes sometidos a carga cíclica de compresión (Park y Paulay, 1975)

### 2.3 Concreto confinado

Estudios experimentales realizados por *Chan* (1955), *Blume et al.* (1961), *Roy y Sozen* (1964), *Soliman y Yu* (1967), *Sargin et al.* (1971), *Kend y Park* (1971) y *Mander et al.* (1988) indican que un buen confinamiento puede mejorar el desempeño de un elemento, sus deformaciones se incrementan, haciendo del concreto un material más dúctil. La calidad del confinamiento está en función del acero de refuerzo.

El confinamiento se inicia cuando los niveles de esfuerzos se aproximan a su resistencia máxima, en este momento las deformaciones transversales son elevadas debido al agrietamiento interno progresivo, el concreto tiende a apoyarse contra el refuerzo

transversal, este se manifiesta mediante una fuerza de confinamiento sobre el concreto, aumentando así su resistencia y su deformación.

El refuerzo transversal a base de hélices confina el concreto con más eficiencia que los estribos rectangulares. Para que el confinamiento de un elemento con estribos rectangulares sea eficiente, se requiere que la separación del acero de refuerzo longitudinal sea mínima, si esto no se cumple la presión del concreto contra los lados de los estribos tiende a flexionarlos hacia afuera y el área de concreto confinada será mínima, como consecuencia el confinamiento será poco eficiente.

El confinamiento en elementos reforzados con hélices es similar al confinamiento de un fluido, si las deformaciones transversales son grandes. Esto se debe a que las hélices están en tensión axial de aro y proporcionan una presión continua de confinamiento en toda la circunferencia. En los siguientes incisos se enumeran los factores que intervienen para generar un confinamiento eficiente.

- Cuantía de acero transversal,  $\rho_w$
- Separación de estribos,  $s$
- Esfuerzo de fluencia nominal del acero longitudinal,  $f_y$
- Resistencia a compresión,  $f_c$
- Esfuerzo de fluencia nominal del acero de refuerzo transversal,  $f_{yh}$
- Relación entre el volumen de acero confinante (*estribos*) y el volumen de concreto confinado,  $\rho_s$
- Cuantía de acero longitudinal,  $\rho$ : El acero longitudinal funciona como apoyos de los estribos, de tal modo que la separación entre varillas longitudinales debe ser la mínima permisible, evitando así que el estribo se flexione.

Los esfuerzos confinantes se incrementan, si los factores anteriores aumentan su magnitud.

### 2.3.1 Modelo de Kent y Park

Modelo basado en pruebas experimentales propuesto por *Kent y Park* (1971), utiliza algunas de las características establecidas en modelos anteriores. Está formado por tres regiones (A, B y C), como se muestra en la fig. 2.4, En la primera región el fenómeno de confinamiento aun no se presenta y la curva es similar a la de un concreto simple. Esta se idealiza como una parábola de segundo grado y está definida en un intervalo ( $0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_o$ ). La aproximación de la curva en la región B es idealizada como un decremento lineal de resistencia, su intervalo inicia cuando el concreto alcanza su resistencia máxima y concluye cuando la resistencia se ha degradado en un ochenta por ciento ( $\varepsilon_o \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{20c}$ ). La pendiente está definida por factores relacionados con el confinamiento del elemento.

Este modelo considera que no existe un punto de falla definido. En la región C ( $\epsilon > \epsilon_{20c}$ ) la capacidad de absorber fuerzas de compresión uniaxial es inexistente, pero si deformaciones. Para su definición se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$f_{cA} = f'_c \left[ \frac{2\epsilon_c}{\epsilon_o} - \left( \frac{\epsilon_c}{\epsilon_o} \right)^2 \right] ; 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_o \dots\dots\dots 2.4$$

$$f_{cB} = f'_c [1 - Z(\epsilon_c - \epsilon_o)] ; \epsilon_o \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{20c} \dots\dots\dots 2.5$$

$$f_{cC} = 0.20f_{co} ; \epsilon_c > \epsilon_{20c} \dots\dots\dots 2.6$$

$$Z = \frac{1}{2(\epsilon_{50u} + \epsilon_{50h} - \epsilon_o)} \dots\dots\dots 2.7$$

$$\epsilon_{50u} = \frac{3 + \epsilon_o f'_c}{f_{co} - 1000} \dots\dots\dots 2.8$$

$$\epsilon_{50h} = \frac{3}{4} \rho_s \sqrt{\frac{b_c}{s}} \dots\dots\dots 2.9$$

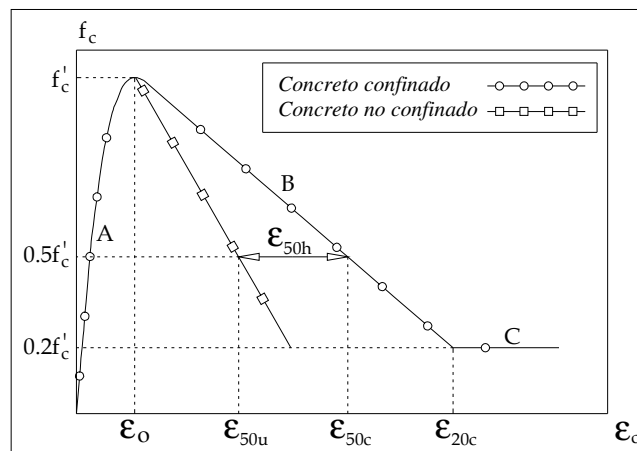


Fig. 2.4 Curva esfuerzo-deformación a compresión uniaxial (Kent y Park, 1971)

Este modelo fue modificado (Park et al. 1982), la modificación de la curva esfuerzo-deformación consistió en aceptar que el fenómeno de confinamiento no solo incrementa las deformaciones sino también los esfuerzos. Dicho incremento está definido por un factor  $k$ , que depende del confinamiento, como se muestra en la fig. 2.5. Para su definición se emplean las ecuaciones utilizadas en el modelo Kent y Park (1971), excepto que ahora las variables  $f'_c$  y  $\epsilon_o$  están multiplicadas por un factor  $k$ , como se ilustra en las ecuaciones siguientes.

$$f_{cA} = k f'_c \left[ \frac{2\epsilon_c}{k\epsilon_o} - \left( \frac{\epsilon_c}{k\epsilon_o} \right)^2 \right] ; 0 \leq \epsilon_c \leq k\epsilon_o \dots\dots\dots 2.10$$

$$f_{cB} = f'_c [1 - Z(\epsilon_c - k\epsilon_o)] ; \epsilon_o \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{20c} \dots\dots\dots 2.11$$

$$k = 1 + \frac{\rho_s f_y}{f'_c} \dots\dots\dots 2.12$$



$$Z = \frac{1}{2(\epsilon_{50u} + \epsilon_{50h} - k\epsilon_0)} \dots\dots\dots 2.13$$

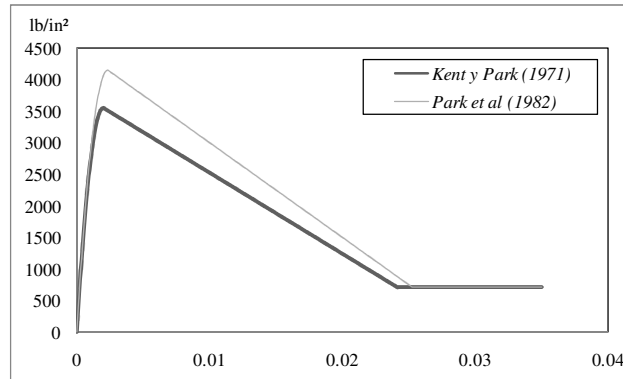


Fig. 2.5 Aproximación de curva esfuerzo-deformación para un concreto simple y uno confinado Park et al. (1982)

**2.3.2 Modelo de Mander et al.**

El modelo propuesto por Mander et al. (1988), está definido por una sola región. Considera que el fenómeno de confinamiento no solo incrementa las deformaciones unitarias,  $\epsilon_c$ , también incrementa la resistencia del concreto a compresión, es aplicable tanto para elementos circulares como para elementos rectangulares y está basado en estudios realizados por Popovics (1973).

El punto de falla ( $f_{cu}, \epsilon_{cu}$ ) del elemento en estudio lo define la fractura del acero transversal. En la fig. 2.6 se muestra la variación que existe entre un concreto no confinado y uno confinado, según el modelo propuesto por Mander et al. (1988).

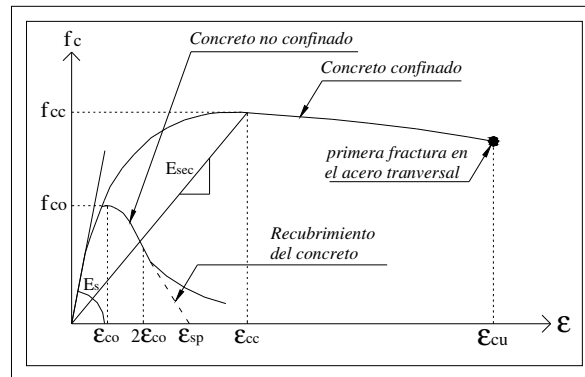


Fig. 2.6 Modelo esfuerzo-deformación a compresión para concreto confinado (Mander et al.1988)

La curva esfuerzo deformación propuesta por Mander et al. (1988), se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_c = \frac{xr f_{cc}}{r-1+x^r} \dots\dots\dots 2.14$$

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \dots\dots\dots 2.15$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \dots\dots\dots 2.16$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[ 1 + 5 \left( \frac{f_{cc}}{f_{co}} - 1 \right) \right] \dots\dots\dots 2.17$$

donde:

$f_{co}$  : Resistencia máxima del concreto no confinado

$\varepsilon_c$  : Deformación unitaria del concreto

$\varepsilon_{cc}$  : Deformación unitaria del concreto simple, asociada al esfuerzo máximo confinante

$E_c$  : Modulo de elasticidad del concreto no confinado

$E_{sec}$  : Modulo secante del concreto confinado asociado al esfuerzo máximo confinante

La resistencia máxima a compresión  $f_{cc}$  está en función de la fuerza lateral de confinamiento efectivo ( $f_{le}$ ), del tipo de estribo con el que fue confinado el elemento. Para elementos confinados por estribos circulares la resistencia máxima ( $f_{cc}$ ), se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_{cc} = f_{co} \left( 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94 f_{le}}{f_{co}}} - \frac{2 f_{le}}{f_{co}} - 1.254 \right), Mpa \dots\dots\dots 2.18$$

$$f_{le} = \frac{1}{2} k_e \rho_s f_{yh} \dots\dots\dots 2.19$$

$$\rho_s = \frac{4 A_{sp}}{s d_s} \dots\dots\dots 2.20$$

$$k_{ec} = \frac{\left( 1 - \frac{s'}{2 d_s} \right)^2}{1 - \rho_{cc}} \dots\dots\dots 2.21$$

$$k_{es} = \frac{1 - \frac{s'}{2 d_s}}{1 - \rho_{cc}} \dots\dots\dots 2.22$$

donde:

$A_{sp}$ : Área de refuerzo transversal

$k_e$ : Factor de confinamiento efectivo

$k_{ec}$ : Factor de confinamiento efectivo para elementos confinados con estribos circulares

$k_{es}$ : Factor de confinamiento efectivo para elementos confinados con hélices

$\rho_s$ : Relación del volumen acero confinante entre el volumen de concreto confinado

Para secciones rectangulares la resistencia máxima de compresión uniaxial ( $f_{cc}$ ) se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_{cc} = \lambda f_{co} \dots\dots\dots 2.23$$

$$f_{lex} = \frac{A_{sx}}{s d_c} k_e f_{yh} \dots\dots\dots 2.24$$

$$f_{ley} = \frac{A_{sy}}{sb_c} k_e f_{yh} \dots\dots\dots 2.25$$

$$A_e = \left( b_c d_c - \sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2d_c} \right) \dots\dots\dots 2.26$$

$$k_e = \frac{\left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{w_i^2}{6b_c d_c} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2d_c} \right)}{1 - \rho_{cc}} \dots\dots\dots 2.27$$

donde:

$\lambda$ : Factor de esfuerzo confinado, se obtiene de la fig. 2.8

$f_{lx}$ : Fuerza lateral de confinamiento efectivo en dirección x

$f_{ly}$ : Fuerza lateral de confinamiento efectivo en dirección y

$A_e$ : Área confinada efectiva

$A_{sx}$ : Área de refuerzo transversal paralela al eje x

$A_{sy}$ : Área de refuerzo transversal paralela al eje y

$\rho_{cc}$  : Relación del área de acero longitudinal y el área de concreto confinada

s : Separación de estribos

En la fig. 2.7 se muestra de forma esquemática el área de concreto confinado y no confinado de una sección rectangular, así como algunas de las variables que se utilizan en las ecuaciones que definen el modelo Mander et al. (1988).

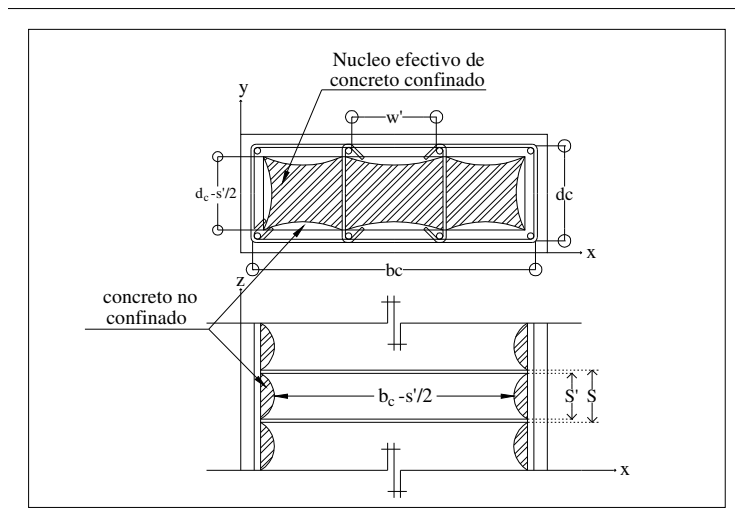


Fig. 2.7 núcleo efectivo de concreto confinado para una sección rectangular, Mander et al (1988)

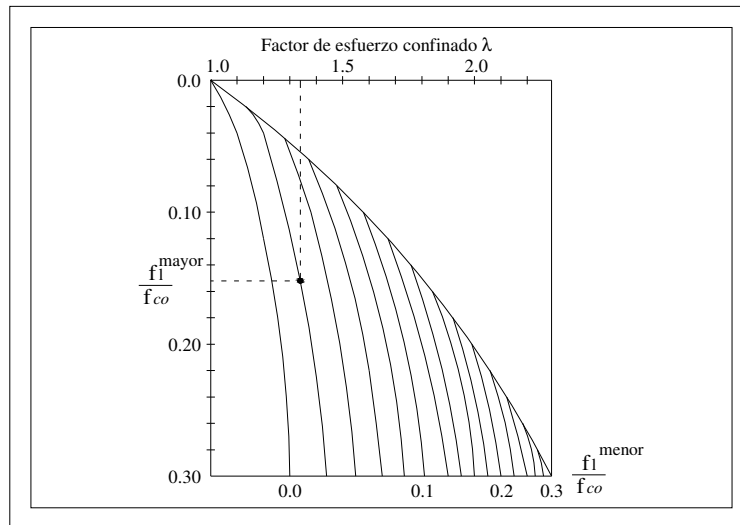


Fig. 2.8 Factor de confinamiento,  $\lambda$  para elementos cuadrados y rectangulares, Mander et al (1988)

## 2.4 Acero de refuerzo en estructuras de concreto

Las grandes deformaciones que se presentan en sistemas estructurales de concreto reforzado durante un movimiento sísmico de gran intensidad, se debe a la capacidad del acero de refuerzo para resistir ciclos repetitivos de carga, sin una considerable reducción de resistencia.

Al igual que en el concreto, conocer la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo es importante para lograr un buen comportamiento de estructuras ante una acción sísmica. Es común que en el diseño y evaluación sísmica se utilice como aproximación de la curva esfuerzo-deformación un modelo elastoplástico perfecto, (ver fig. 2.9), en este modelo los esfuerzos en el acero  $f_s$ , son proporcionales a las deformaciones, si son menores al esfuerzo de fluencia  $f_y$ ; para esfuerzos mayores al esfuerzo de fluencia,  $f_y$ , se considera que los esfuerzos permanecen constantes, es decir solo aumentan las deformaciones, se desprecia la zona de endurecimiento por deformación. Las desventajas principales de utilizar el modelo elastoplástico perfecto en un diseño o evaluación sísmica son las siguientes:

- Subestima la capacidad del acero para esfuerzos mayores al esfuerzo de fluencia  $f_y$ .
- Existe la posibilidad de que el concreto se aplaste sin que el acero haya fluido, provocando así una falla frágil por compresión.

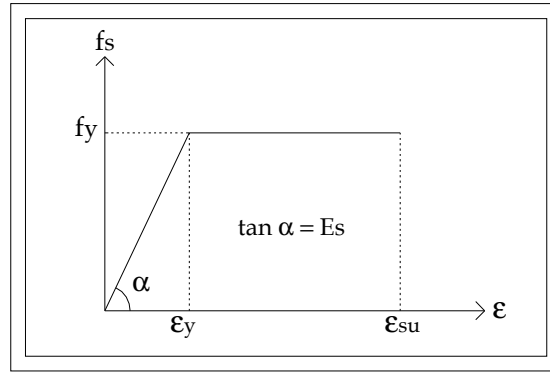


Fig. 2.9 Modelo elastoplástico perfecto de acero sometido a tensión

Algunos modelos permiten definir una curva esfuerzo-deformación del acero a tensión menos conservadora que el modelo elastoplástico perfecto. *Park y Paulay (1975)* y *Mander et al. (1984)* proponen modelos donde sí consideran el endurecimiento por deformación. El modelo está formado por tres zonas: zona elástica lineal, zona de fluencia y zona de endurecimiento por deformación, como se indica en la fig.2.10

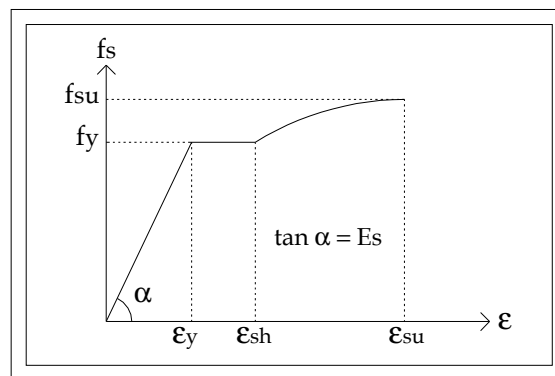


Fig. 2.10 Aproximación de la curva completa esfuerzo-deformación del acero sometido a tensión

#### 2.4.1 Modelo de Park y Paulay

El modelo propuesto por *Park y Paulay (1975)* consiste en una aproximación de la curva completa esfuerzo-deformación unitaria a tensión. La diferencia que existe entre este modelo y cualquier otro que se haya establecido radica en la forma de definir la zona de endurecimiento por deformación que inicia al final de la zona de fluencia  $\epsilon_{sh}$  (ver fig. 2.10), en esta zona el material vuelve a tener la capacidad de absorber carga, esto debido al endurecimiento que sufre el acero de refuerzo.

La zona de endurecimiento por deformación está definida en el intervalo,  $\epsilon_{sh} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{su}$ , donde  $\epsilon_{su}$  es la magnitud de deformación última y  $\epsilon_{sh}$  es la deformación donde se inicia el

endurecimiento del material. El cálculo de esfuerzos ( $f_s$ ) en la zona de endurecimiento por deformación se pueden obtener mediante la siguiente ecuación:

$$f_s = \left[ \frac{mu+2}{60u+2} + \frac{(60-m)u}{2(30r+1)^2} \right] f_y \dots\dots\dots 2.28$$

Los parámetros  $m, r$  y  $u$  dependen de variables que se pueden obtener directamente de pruebas experimentales o de constantes ya establecidas, se definen con las siguientes ecuaciones:

$$m = \frac{f_{su}(30r+1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \dots\dots\dots 2.29$$

$$r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \dots\dots\dots 2.30$$

$$u = \varepsilon_s - \varepsilon_{sh} \dots\dots\dots 2.31$$

**2.4.2 Modelo de Mander et al.**

El modelo propuesto por *Mander* et al. (1984) es similar a la aproximación propuesta por *Park* y *Paulay* (1975), donde la zona de endurecimiento por deformación depende de ensayos experimentales, Los esfuerzos en el acero dentro de esta zona se calculan mediante la siguiente ecuación:

$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left( \frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}} \right)^p \dots\dots\dots 2.32$$

Con excepción de " $p$ ", las variables que intervienen en la expresión anterior son las mismas que las establecidas en el modelo de *Park* y *Paulay* (1975), por lo tanto se pueden definir con las mismas ecuaciones, o mediante pruebas experimentales.

El parámetro " $p$ " es el que proporciona la forma de la curva en la zona de endurecimiento por deformación. Se puede obtener mediante logaritmos naturales, la ecuación para calcularlo es la siguiente:

$$p = \frac{\ln\left(\frac{f_{su} - f_{s1}}{f_{su} - f_y}\right)}{\ln\left(\frac{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{s1}}{\varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh}}\right)} \dots\dots\dots 2.33$$

donde  $f_{s1}$  y  $\varepsilon_{s1}$  es la coordenada de un punto obtenido mediante una prueba experimental y además perteneciente a la zona de endurecimiento por deformación, la magnitud de la ordenada  $f_{s1}$  es aproximadamente el promedio de  $f_y$  y  $f_u$  (*Rodriguez y Botero* 1996).

### 2.4.3 Modelo Ahmad y Shah

El modelo propuesto por *Ahmad y Shah* (1985) consiste en una aproximación de la curva esfuerzo-deformación completa. La zona de endurecimiento por deformación está fundamentada en pruebas experimentales: los esfuerzos dentro de esta zona se definen mediante las siguientes ecuaciones:

$$f_s = f_y + Y(f_{su} + f_y) \dots\dots\dots 2.34$$

$$Y = \frac{AX+(B-1)X^2}{1+(A-2)X+BX^2} \dots\dots\dots 2.35$$

$$X = \frac{\epsilon_s - \epsilon_{sh}}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \dots\dots\dots 2.36$$

donde A y B son constantes son establecidas y su magnitud es la siguiente:

$$A = 1.735$$

$$B = 3.62$$

La zona de endurecimiento por deformación está definida en el intervalo ( $\epsilon_{sh} \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{su}$ ) y sus límites están definidos por las siguientes ecuaciones:

$$\epsilon_{sh} = 0.0145 - 0.00009f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.37$$

$$\epsilon_{su} = 0.0867 - 0.00023f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.38$$

$$f_{su} = 73.20 + 0.523f_y \text{ (ksi)} \dots\dots\dots 2.39$$

*Rodríguez y Botero* (1996) realizaron pruebas experimentales en varillas de acero de refuerzo fabricados en la República Mexicana, de las cuales se obtuvieron parámetros para el trazo mediante un estudio estadístico de la curva esfuerzo-deformación. Algunos de los parámetros obtenidos se muestran en la tabla 2.1

diámetro	$f_y$ Mpa	$f_{su}$ Mpa	$\epsilon_{sh}$	$\epsilon_{su}$	$\epsilon_{suu}$	$p$
grande	448.85	734.62	0.0088	0.1177	0.1493	3.474
pequeño	451.99	729.22	0.006	0.1420	0.1815	3.362

Tabla 2.1 parámetros experimentales obtenidos por *Rodríguez y Botero* (1996)

En la fig. 2.11 se muestra las curvas esfuerzo deformación del acero a tensión, definidas mediante los modelos descritos en incisos anteriores (*Ahmad et al, Mander et al. y Kent y Park*)

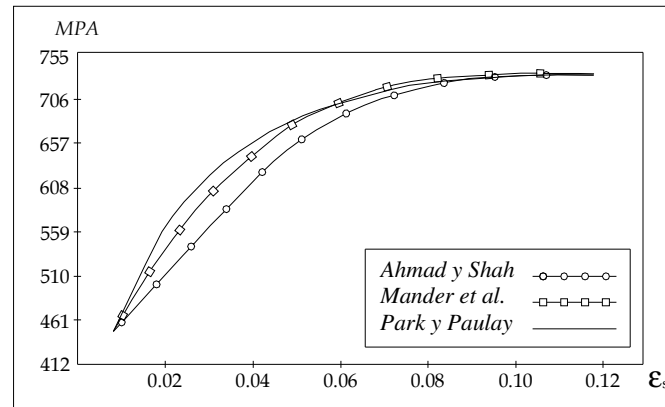


Fig. 2.11 Curvas esfuerzo-deformación (zona de endurecimiento por deformación)

## 2.5 Momento vs. Curvatura

El término de momento vs. curvatura no se menciona en los reglamentos de construcciones, por tal motivo no se utiliza de forma directa en el dimensionamiento y diseño de elementos estructurales, sin embargo este concepto es básico en el estudio de la ductilidad del elemento, para entender el desarrollo de articulaciones plásticas y para tener en cuenta la redistribución de momentos elásticos que ocurren en las estructuras de concreto reforzado

### 2.5.1 Determinación teórica de la curva momento vs. curvatura

Las suposiciones básicas establecidas por la teoría de la flexión en elementos de concreto reforzado, se pueden aplicar en la definición del diagrama momento vs. curvatura, estas hipótesis son las siguientes:

- Las secciones planas antes de la flexión permanecen planas después de la flexión
- Se conoce la curva esfuerzo-deformación unitaria a compresión del concreto, por lo tanto es posible estimar la distribución y magnitud de esfuerzos en la sección transversal.
- Se conoce la curva esfuerzo-deformación unitaria a tensión y compresión del acero de refuerzo.
- Es posible despreciar la resistencia a tensión del concreto sin que los resultados se afecten en forma considerable.
- No hay corrimiento del acero respecto al concreto que lo rodea.

De acuerdo con las hipótesis de la flexión, las ecuaciones de compatibilidad y el equilibrio de fuerzas, el diagrama de momento vs. curvatura para un elemento sometido a carga axial y momento flector se determina encontrando el equilibrio entre las fuerzas de tensión y las fuerzas de compresión. Las fuerzas de tensión se encuentran en los lechos donde la sección



ya está agrietada, su magnitud es el producto de su esfuerzo ( $f_s$ ) por su respectiva área de acero ( $A_s$ ), como se indica en las siguientes ecuaciones:

$$f_s = \varepsilon_s E_s \dots\dots\dots 2.40$$

$$F_s = f_s A_s \dots\dots\dots 2.41$$

La fuerza de compresión ( $F_c$ ) se obtiene de la sumatoria de la fuerza de compresión del acero, la fuerza del bloque de concreto y la carga axial, si existe, La fuerza de compresión del acero esta distribuida en lechos dentro del bloque de concreto, en esa zona la sección no está agrietada. La distribución “real” de esfuerzos se define mediante la siguiente ecuación:

$$C_c = \alpha f_{cc} b k_d \dots\dots\dots 2.42$$

donde  $\alpha$  determina la curvatura del bloque de concreto, se puede obtener de la curva esfuerzo-deformación del concreto, mediante las siguientes ecuaciones:

$$\text{Area bajo la curva} = \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c = \alpha \varepsilon_{cm} f_{cc} \dots\dots\dots 2.43$$

Despejando  $\alpha$

$$\alpha = \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm} f_{cc}} \dots\dots\dots 2.44$$

$$\text{centro de gravedad} = \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c \varepsilon_c d\varepsilon_c = (1 - \gamma) \varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c \dots\dots\dots 2.45$$

donde  $\gamma$  especifica la ubicación de la fuerza del bloque de concreto

Despejando  $\gamma$

$$\gamma = 1 - \frac{\int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c \varepsilon_c d\varepsilon_c}{\varepsilon_{cm} \int_0^{\varepsilon_{cm}} f_c d\varepsilon_c} \dots\dots\dots 2.46$$

Las ecuaciones de compatibilidad indican que los esfuerzos en el concreto o en cualquier otro material se pueden escribir en términos de las deformaciones y viceversa, por lo tanto las ecuaciones de equilibrio se pueden escribir de la siguiente forma:

$$\sum_{i=1}^n F_{itensión} - \sum_{i=1}^n F_{icompresión} - \alpha b f_{cc} k_d - P = 0 \dots\dots\dots 2.47$$

$$M = \alpha b f_{cc} k_d \left( \frac{h}{2} - \gamma k_d \right) + \sum_{i=1}^n f_{si} A_{si} \left( \frac{h}{2} - d_i \right) \dots\dots\dots 2.48$$

En resumen las coordenadas de los puntos de un diagrama momento vs. curvatura, se pueden calcular mediante un proceso iterativo, como se indica en los siguientes pasos:

1. Elegir una deformación unitaria máxima del concreto (deformación de la fibra superior del concreto,  $\varepsilon_{ci}$ )
2. Proponer una profundidad de eje neutro,  $k_{di}$
3. Cálculo de las deformaciones unitarias

4. De acuerdo a la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo que se haya elegido se calculan las fuerzas de tensión de cada lecho donde se tengan barras de acero longitudinales.

$$F_i^j = f_{si} E_s A_{si} \dots\dots\dots 2.49$$

5. Cálculo de la fuerza del bloque de concreto

$$C_c^j = \alpha b f_{cc} k d_d^j \dots\dots\dots 2.50$$

6. Verificar si existe equilibrio entre las fuerzas de compresión y las fuerzas de tensión

$$\sum_{i=1}^n F_i^j - \alpha b f_{cc} k d_d^j - P = 0 \dots\dots\dots 2.51$$

Si no existe equilibrio en la sección, el proceso iterativo se repite desde el paso número 2, se propone otra profundidad de eje neutro  $k_d$ , hasta que se tenga el equilibrio de fuerzas, para posteriormente pasar al cálculo de otra coordenada del diagrama, es decir, para el cálculo de cada coordenada se utilizará un proceso iterativo. Donde el subíndice "i" indica con que lecho de área de acero se está trabajando, mientras que el superíndice "j" se refiere al número de iteración que se está haciendo.

### 2.5.2 Ejemplo Numérico 1

Definir el diagrama momento vs. curvatura para las sección mostrada en la fig. 2.12, las características de la sección se describen en la tabla 2.2. Utilizar los modelos esfuerzo-deformación del concreto propuestos por *Hognestad* (1951), *Park et al.* (1982) y *Mander et.al* (1988). El modelo esfuerzo-deformación del acero se muestra en la fig. 2.13

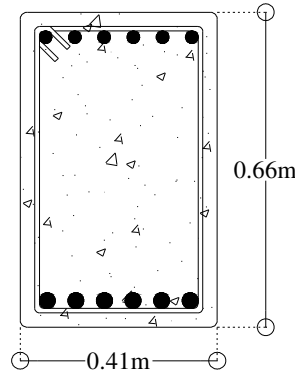


Fig. 2.12 Viga de concreto reforzado (Ejemplo 1)

Base b cm	Peralte h cm	Lecho inferior		Lecho superior		sep. Eφ3 cm	$f_y$ Mpa	$E_s$ Mpa	$f'_c$ Mpa	$E_c$ Mpa
		No de varillas	As cm <sup>2</sup>	No de varillas	As cm <sup>2</sup>					
40.64	66.04	10	50.84	8	31.48	10	459.2	199859.53	27.6	27792.8

Tabla 2.2 Características de la viga mostrada en la figura 2.10

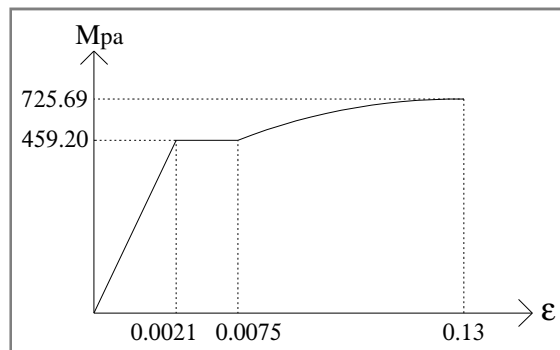


Fig. 2.13 Modelo esfuerzo-deformación del acero a tensión (Ejemplo 1)

En la fig. 2.14 se muestran las curvas esfuerzo deformación del concreto para la sección en estudio (Fig. 2.12), La forma de la zona “elástica” es similar para todos los casos, sin embargo el modelo propuesto por *Mander et al.* (1988) presenta una mayor resistencia a compresión,  $f'_c$  y una deformación unitaria asociada mayor que los otros dos modelos.

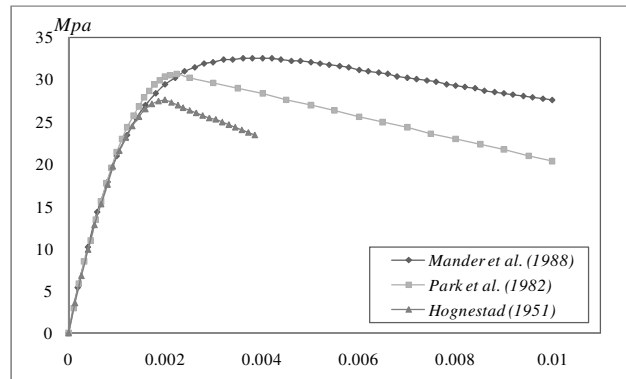


Fig. 2.14 Curvas esfuerzo-deformación del concreto (Ejemplo 1)

En la fig. 2.15 se muestran los diagramas momento-curvatura para la sección en estudio (Fig. 2.12), El momento de fluencia arrojado por todos los modelos es similar, al igual que la pendiente de posfluencia. La diferencia entre un modelo y otro radica en cuando se presenta la zona de ablandamiento. En el modelo propuesto por *Mander et al* (1988) la zona de ablandamiento se presenta a una deformación unitaria mayor que la de los otros 2 modelos evaluados. Para la elaboración de los diagramas momento vs. curvatura se utilizó el programa Response 2000, (*Bents et al*, 2000).

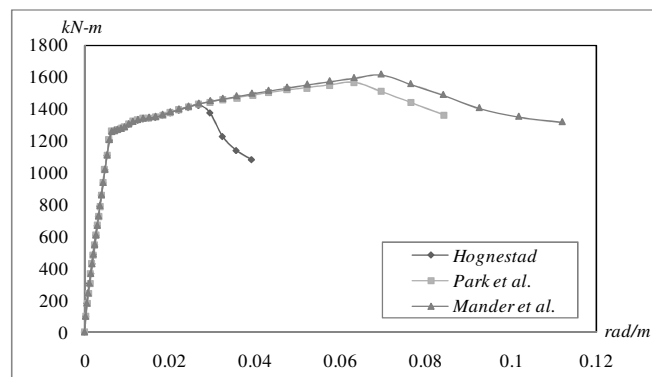


Fig. 2.15 Diagramas momento vs. curvatura (Ejemplo 1)

# CAPÍTULO 3

---

## Articulaciones plásticas en elementos de concreto reforzado

---

### 3.1 Introducción

El concepto de articulación plástica se define como una concentración de daño en un punto o sección de un elemento. En estructuras sometidas a demandas sísmicas, el daño se concentra en zonas de los extremos de los elementos, debido a que en estas zonas los esfuerzos son en general de magnitud mayor a los que se presentan en el centro del claro. El daño inicia en los extremos de los elementos y se propaga en menor magnitud al centro del claro. Para simular este comportamiento se utilizan modelos de plasticidad. En los siguientes incisos se describen algunos de los modelos existentes.

- **Modelo de rigidez lineal:**  
Este modelo considera que todo el elemento ingresa en el rango no lineal, lo que no se cumple para una demanda sísmica moderada, La variación de rigidez entre los extremos y el centro del claro es lineal.
- **Modelo de rigidez constante:**  
Este modelo considera una longitud de daño  $\lambda L$ , en los extremos del elemento. La rigidez a flexión en esta zona es constante.
- **Modelo de rigidez escalonada:**  
Modelo propuesto por *Aguiar* (2002), concentra el daño en longitudes extremas  $\lambda L$ , considera cuatro magnitudes de rigidez a flexión en la zona de daño.

- Modelo de plasticidad concentrada:  
Este modelo no considera longitud de daño, concentra el daño en un punto, en los extremos del elemento.

En la fig. 3.1 se muestran los modelos de plasticidad descritos en los incisos anteriores.

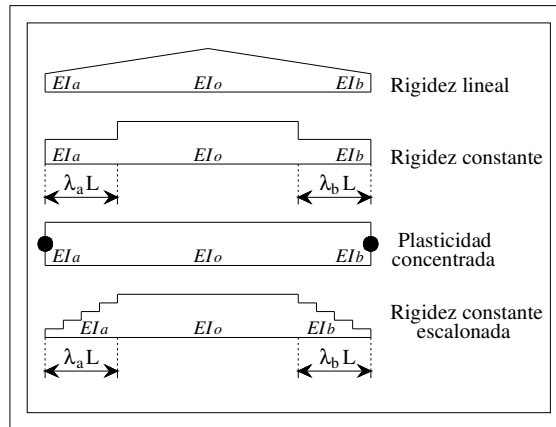


Fig. 3.1 Modelos de plasticidad existentes

### 3.2 Formulación de un elemento con articulación plástica

Con la finalidad de simular el comportamiento de un elemento ante una demanda sísmica, se idealizó un elemento de sección variable, con capacidad de albergar cuatro diferentes rigideces ( $EI$ ,  $EA$ ) y cinco longitudes diferentes. En la fig. 3.2 muestran las características del modelo propuesto.

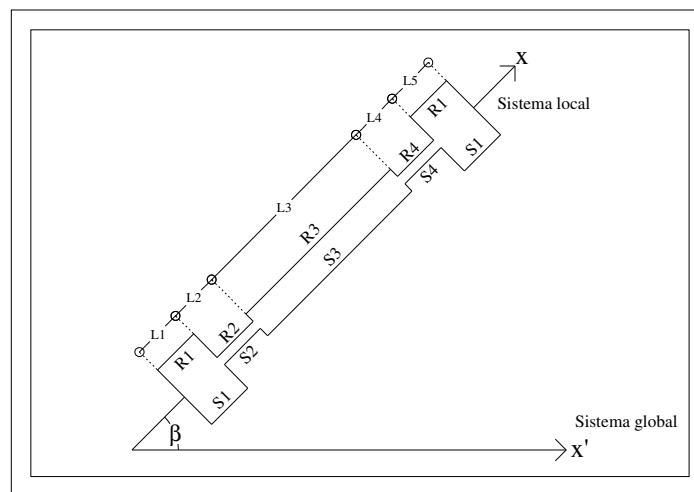


Fig. 3.2 Modelo de daño propuesto

donde:

$S_i = (EI)_i$  : Rigidez por flexión

$R_i = (EA)_i$  : Rigidez por carga axial

Las secciones extremas del elemento representan una rigidez a flexión ( $S_i$ ) y carga axial ( $R_i$ ) de gran magnitud, tomando como referencia la rigidez de la zona elástica, Se considera que puede ser la contribución de rigidez de una columna a una viga, la longitud de estas secciones, pueden ser columnas, muros, por tal motivo el cálculo exacto del momento de inercia es complicado y por tanto se dice que esta inercia tiende a infinito y puede ser representada numéricamente con una cifra de gran magnitud.

Las secciones inmediatas a la zona considerada como rígida (a paño de los apoyos) se considera es donde la estructura sufrirá el mayor daño después de un sismo, Estas zonas elegidas y diseñadas para que puedan disipar la energía del sismo, disminuyen su rigidez ( $S_2$  y  $S_4$ ) en forma significativa durante la demanda sísmica, hasta que se considera que se forman articulaciones plásticas.

En el centro del claro de las viga se considera que el daño que sufren los elementos es mínimo o casi nulo, por lo tanto la degradación de rigidez ( $S_3$ ), es muy similar antes y después de un sismo, por tal motivo no es necesario que se tome en cuenta su degradación en el análisis estructural.

### 3.2.1 Sistema de referencia

En el análisis estructural, se tienen dos sistemas de referencia, uno llamado sistema global ( $x',y',z'$ ), y otro sistema local ( $x,y,z$ ). El primer sistema se utiliza para hablar de todo un sistema estructural, el segundo sistema se refiere a cada elemento de forma individual, el sistema local tiene como principal característica que el eje  $x$  coincide con el eje longitudinal de la barra, los otros dos ejes se definen considerando un sistema coordenado derecho.

Para una mejor organización en el proceso de análisis estructural es conveniente indicar donde inicia el elemento y donde termina, esto se puede hacer indicando con el número 1 el extremo donde inicia la barra y con el número 2 donde termina, sin embargo si en un mismo nodo concurren varias barras, se vuelve complicado identificar el origen y destino de cada elemento. Por lo tanto es conveniente hacerlo a través de una flecha, el extremo donde inicia la barra coincide con el inicio de la flecha y el extremo donde termina la barra coincidirá con la terminación de la flecha. En la fig. 3.3 se muestra una estructura con sus respectivos ejes locales y globales:

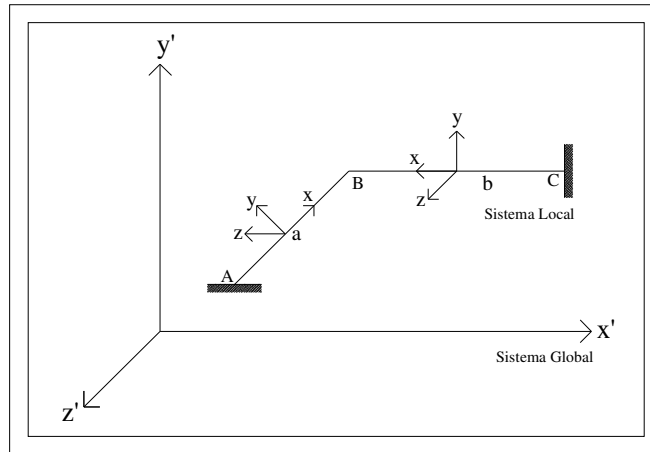


Fig. 3.3 Sistema de referencia local y global

### 3.2.2 Ecuación de equilibrio

Se tiene una barra en un sistema de referencia local tridimensional sujeta a dos vectores de cargas  $\{P_1\}$  y  $\{P_2\}$  en sus respectivos extremos como se muestra en la fig. 3.4, Independientemente de su magnitud y dirección se generarán los vectores de desplazamiento  $\{d_1\}$  y  $\{d_2\}$ , la relación que existe entre estos vectores es la matriz de coeficientes o matriz de rigidez del elemento, como se indica en las siguientes ecuaciones.

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{Bmatrix} \dots\dots\dots 3.1$$

De forma condensada se expresa como

$$\{P\} = [K]\{d\} \dots\dots\dots 3.2$$

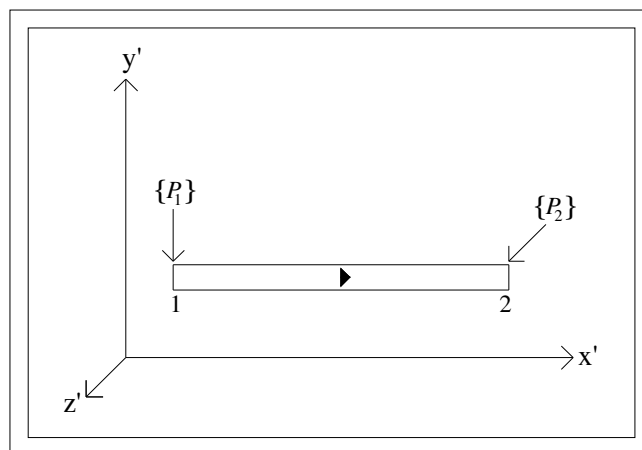


Fig. 3.4 Barra sujeta a vectores en sus extremos



### 3.2.3 Cálculo de la matriz de coeficientes

Para definir la matriz de coeficientes se utilizará el enfoque de la energía complementaria ( $\Pi_c$ ), el cual se define como la suma de energía potencial de cargas,  $W_{pc}$ , más la energía complementaria de deformación,  $U_c$  (ver fig. 3.5), como se indica en la siguiente ecuación.

$$\Pi_c = U_c + W_{pc} \dots\dots\dots 3.3$$

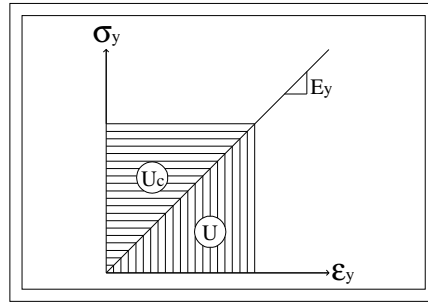


Fig. 3.5 Energías de deformación

De acuerdo al enfoque de energía complementaria la matriz de coeficientes,  $\Psi$  se define mediante las siguientes ecuaciones:

$$\Psi = \begin{bmatrix} [f]^{-1} & [f]^{-1}[g]^T \\ [g]^T[f]^{-1} & [g][f]^{-1}[g]^T \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.4$$

$$[f] = \iiint_v [N_\sigma]^T [D^*] [N_\sigma] dv \dots\dots\dots 3.5$$

donde:

- [f]: Matriz de flexibilidades
- [g]: Matriz de deformación
- [N<sub>σ</sub>]: Funciones de interpolación
- [D\*]: Matriz esfuerzo deformación

#### 3.2.3.1 Matriz de coeficientes para un elemento barra

La matriz de coeficientes para un elemento barra está dada por:

$$\Psi_R = \begin{bmatrix} [f]^{-1} & [f]^{-1}[g]^T \\ [g]^T[f]^{-1} & [g][f]^{-1}[g]^T \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.6$$

donde:

$$[f] = \int_0^L \frac{dx}{R} \dots\dots\dots 3.7$$

$$[g] = 1.0 \dots\dots\dots 3.8$$

Sustituyendo la rigidez de cada elemento, la matriz de flexibilidades nos queda de la siguiente forma

$$[f] = \int_0^{L_1} \frac{dx}{R_1} + \int_{L_1}^{L_1+L_2} \frac{dx}{R_2} + \int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} \frac{dx}{R_3} + \int_{L_1+L_2+L_3}^{L_1+L_2+L_3+L_4} \frac{dx}{R_4} + \int_{L_1+L_2+L_3+L_4}^{L_1+L_2+L_3+L_4+L_5} \frac{dx}{R_1} \dots\dots\dots 3.9$$

Integrando la matriz de flexibilidades y obteniendo su inversa:

$$[f] = \frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \frac{L_3}{R_3} + \frac{L_4}{R_4} + \frac{L_5}{R_1} \dots\dots\dots 3.10$$

$$[f]^{-1} = \frac{1}{\frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \frac{L_3}{R_3} + \frac{L_4}{R_4} + \frac{L_5}{R_1}} \dots\dots\dots 3.11$$

Sustituyendo la matriz de flexibilidades  $[f]$  y la matriz  $[g]$  en la matriz de coeficientes de un elemento barra,  $\Psi_R$

$$\Psi_R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \frac{L_3}{R_3} + \frac{L_4}{R_4} + \frac{L_5}{R_1}} & -\frac{1}{\frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \frac{L_3}{R_3} + \frac{L_4}{R_4} + \frac{L_5}{R_1}} \\ -\frac{1}{\frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \frac{L_3}{R_3} + \frac{L_4}{R_4} + \frac{L_5}{R_1}} & \frac{1}{\frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \frac{L_3}{R_3} + \frac{L_4}{R_4} + \frac{L_5}{R_1}} \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.12$$

En forma condensada se puede escribir:

$$\Psi_R = \begin{bmatrix} M & N \\ N & M \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.13$$

donde:

$$M = \frac{1}{\frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \frac{L_3}{R_3} + \frac{L_4}{R_4} + \frac{L_5}{R_1}} \dots\dots\dots 3.14$$

$$N = -\frac{1}{\frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} + \frac{L_3}{R_3} + \frac{L_4}{R_4} + \frac{L_5}{R_1}} \dots\dots\dots 3.15$$

### 3.2.3.2 Matriz de coeficientes para un elemento viga

La matriz de coeficientes para un elemento viga esta dada por:

$$\Psi_S = \begin{bmatrix} [f]^{-1} & [f]^{-1}[g]^T \\ [g]^T[f]^{-1} & [g][f]^{-1}[g]^T \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.16$$

donde:

$$[f] = \int_0^L \begin{bmatrix} x^2 & -x \\ -x & 1 \end{bmatrix} \frac{dx}{s_i} \dots\dots\dots 3.17$$

De forma condensada se expresa como

$$[f] = \int_0^L [Y] \frac{dx}{s_i} \dots\dots\dots 3.18$$

$$g = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ L & -1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.19$$

Sustituyendo la rigidez de cada elemento, la matriz de flexibilidades nos queda de la siguiente forma:

$$[f] = \int_0^{L_1} [\Upsilon] \frac{dx}{S_1} + \int_{L_1}^{L_1+L_2} [\Upsilon] \frac{dx}{S_2} + \int_{L_1+L_2}^{L_1+L_2+L_3} [\Upsilon] \frac{dx}{S_3} + \int_{L_1+L_2+L_3}^{L_1+L_2+L_3+L_4} [\Upsilon] \frac{dx}{S_4} + \int_{L_1+L_2+L_3+L_4}^{L_1+L_2+L_3+L_4+L_5} [\Upsilon] \frac{dx}{S_1} \quad 3.20$$

Integrando la matriz de flexibilidades [f] y obteniendo su inversa:

$$[f] = \begin{bmatrix} A + B + C + D + E & F + G + H + I \\ F + G + H + I & J \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.21$$

$$[f]^{-1} = \begin{bmatrix} \Gamma & \Delta \\ \Theta & \Omega \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.22$$

donde:

$$\Gamma = - \frac{J}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.23$$

$$\Delta = \frac{F+G+H+I}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.24$$

$$\Theta = \frac{F+G+H+I}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.25$$

$$\Omega = - \frac{A+B+C+D+E}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.26$$

$$A = \frac{1}{3} \left( \frac{L_1^3}{S_1} + \frac{L_2^3}{S_2} + \frac{L_3^3}{S_3} + \frac{L_4^3}{S_4} + \frac{L_5^3}{S_1} \right) \dots\dots\dots 3.27$$

$$B = \frac{L_1L_5^2+L_1^2L_5+L_2L_5^2+L_2^2L_5+L_3L_5^2+L_3^2L_5+L_4L_5^2+L_4^2L_5}{S_1} + \frac{2(L_1L_2L_5+L_1L_3L_5+L_1L_4L_5+L_2L_3L_5+L_2L_4L_5+L_3L_4L_5)}{S_1} \dots\dots\dots 3.28$$

$$C = \frac{L_1L_2^2+L_1^2L_2}{S_2} \dots\dots\dots 3.29$$

$$D = \frac{L_1L_3^2+L_1^2L_3+L_2L_3^2+L_2^2L_3}{S_3} + \frac{2}{S_3} (L_1L_2L_3) \dots\dots\dots 3.30$$

$$E = \frac{L_1L_4^2+L_1^2L_4+L_2L_4^2+L_2^2L_4+L_3L_4^2+L_3^2L_4}{S_4} + \frac{2}{S_4} (L_1L_2L_4 + L_1L_3L_4 + L_2L_3L_4) \dots\dots\dots 3.31$$

$$F = - \frac{L_1^2+L_5^2}{2S_1} - \frac{L_1L_5+L_2L_5+L_3L_5+L_4L_5}{S_1} \dots\dots\dots 3.32$$

$$G = - \frac{L_2^2+2L_1L_2}{2S_2} \dots\dots\dots 3.33$$

$$H = - \frac{L_3}{2S_3} (L_3 + 2L_1 + 2L_2) \dots\dots\dots 3.34$$

$$I = - \frac{L_4}{2S_4} (L_4 + 2L_1 + 2L_2 + 2L_3) \dots\dots\dots 3.35$$

$$J = \frac{L_1}{S_1} + \frac{L_2}{S_2} + \frac{L_3}{S_3} + \frac{L_5}{S_1} + \frac{L_4}{S_4} \dots\dots\dots 3.36$$

Sustituyendo la matriz de flexibilidades [f] y la matriz [g] en la matriz de coeficientes de un elemento barra  $\Psi_s$

$$\Psi_s = \begin{bmatrix} R & P & T & U \\ P & Q & V & W \\ T & V & X & Z \\ U & W & Z & Y \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.37$$

donde:

$$P = \frac{F+G+H+I}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.38$$

$$Q = -\frac{A+B+C+D+E}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.39$$

$$R = -\frac{J}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.40$$

$$T = \frac{J}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.41$$

$$U = -\frac{F+G+H+I+JL}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.42$$

$$V = -\frac{F+G+H+I}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.43$$

$$W = \frac{A+B+C+D+E+LI+FL+GL+HL}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.44$$

$$X = -\frac{J}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.45$$

$$Y = -\frac{A+B+C+D+E+2LI+JL^2+2FL+2GL+2HL}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.46$$

$$Z = -\frac{F+G+H+I+JL}{F^2+2FG+2FH+2FI+G^2+2GH+2GI+H^2+2HI+I^2-JD-JE-AJ-BJ-CJ} \dots\dots\dots 3.47$$

### 3.2.3.3 Matriz de coeficientes para un elemento marco

La matriz de coeficientes para un elemento marco  $[\Psi]$ , se puede obtener acoplando la matriz de coeficientes de un elemento viga con la matriz de coeficientes de un elemento barra.

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & N & 0 & 0 \\ 0 & R & P & 0 & T & U \\ 0 & P & Q & 0 & V & W \\ N & 0 & 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & T & V & 0 & X & Z \\ 0 & U & W & 0 & Z & Y \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.48$$

Sustituyendo la matriz de coeficientes en la ecuación de equilibrio nos queda de la forma siguiente:

$$\begin{Bmatrix} P_{1x} \\ P_{1y} \\ M_{1z} \\ P_{2x} \\ P_{2y} \\ M_{2z} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 & N & 0 & 0 \\ 0 & R & P & 0 & T & U \\ 0 & P & Q & 0 & V & W \\ N & 0 & 0 & M & 0 & 0 \\ 0 & T & V & 0 & X & Z \\ 0 & U & W & 0 & Z & Y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_{1x} \\ d_{1y} \\ \theta_{1z} \\ d_{2x} \\ d_{2y} \\ \theta_{2z} \end{Bmatrix} \dots\dots\dots 3.49$$

**3.2.3.4 Rotación del sistema local a global**

Para marcos planos la matriz de rotación se determina a partir de la fig. 3.6

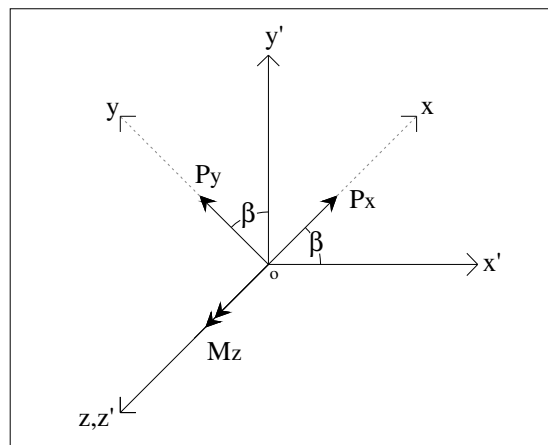


Fig. 3.6 Sistema de referencia local y global para marcos planos

$$P'_x = P_x \cos\beta - P_y \sen\beta \dots\dots\dots 3.50$$

$$P'_y = P_x \sen\beta - P_y \cos\beta \dots\dots\dots 3.51$$

$$M'_z = M_z$$

De forma matricial

$$\begin{Bmatrix} P'_x \\ P'_y \\ M'_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sen\beta & 0 \\ \sen\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \\ M_z \end{Bmatrix} \dots\dots\dots 3.52$$

La matriz de rotación  $[T^*]$  para un elemento marco es:

$$[T^*] = \begin{bmatrix} \cos\beta & -\sen\beta & 0 \\ \sen\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.53$$

Haciendo la rotación del sistema local a global:

$$[\Psi] = [T^*][[\Psi]][T^*]^T \dots\dots\dots 3.54$$

La matriz de coeficientes de un elemento marco con articulación plástica, en un sistema global, despreciando la influencia de la fuerza cortante en los desplazamientos resulta:

$$[\Psi] = \begin{bmatrix} M\cos^2\beta + R\sin^2\beta & M\cos\beta\sin\beta - R\cos\beta\sin\beta & -P\sin\beta & N\cos^2\beta + T\sin^2\beta & N\cos\beta\sin\beta - T\cos\beta\sin\beta & -U\sin\beta \\ M\cos\beta\sin\beta - R\cos\beta\sin\beta & R\cos^2\beta + M\sin^2\beta & P\cos\beta & N\cos\beta\sin\beta - T\cos\beta\sin\beta & T\cos^2\beta + N\sin^2\beta & U\cos\beta \\ -P\sin\beta & P\cos\beta & Q & -V\sin\beta & V\cos\beta & W \\ N\cos^2\beta + T\sin^2\beta & N\cos\beta\sin\beta - T\cos\beta\sin\beta & -V\sin\beta & M\cos^2\beta + X\sin^2\beta & M\cos\beta\sin\beta - X\cos\beta\sin\beta & -Z\sin\beta \\ N\cos\beta\sin\beta - T\cos\beta\sin\beta & T\cos^2\beta + N\sin^2\beta & V\cos\beta & M\cos\beta\sin\beta - X\cos\beta\sin\beta & X\cos^2\beta + M\sin^2\beta & Z\cos\beta \\ -U\sin\beta & U\cos\beta & W & -Z\sin\beta & Z\cos\beta & Y \end{bmatrix} \dots\dots\dots 3.55$$

# CAPÍTULO 4

## Análisis sísmico de marcos de concreto reforzado

### 4.1 Introducción

La evaluación de estructuras sometidas a acciones sísmicas ha sido objeto de un gran número de investigaciones, en años recientes se han desarrollado metodologías para definir el comportamiento "*real*" de una estructura. En el presente capítulo se describen y confrontan las metodologías más representativas del análisis estático no lineal, teniendo como referencia el análisis dinámico no lineal (paso a paso), considerado este último como la solución "*exacta*".

### 4.2 Análisis no lineal

Ante una demanda sísmica la mayoría de las estructuras incursionan en un intervalo no lineal, antes de que se alcance su límite de resistencia. El análisis no lineal pretende simular el comportamiento "real" de las estructuras, sin embargo las dificultades para idealizar la estructura y plantear las ecuaciones de equilibrio se incrementan, teniendo como referencia el análisis elástico. En los siguientes incisos se describen los tipos de comportamiento no lineal.

- No linealidad geométrica  
Se presenta cuando se incluyen los efectos de las deformaciones y desplazamientos en la formulación de las ecuaciones de equilibrio (Efectos  $P-\Delta$ ).
- No linealidad del material  
Este se presenta cuando las propiedades del material evolucionan, por efecto de cargas externas, temperatura, efectos del tiempo, etc.

Puede presentarse la no linealidad en una estructura por efecto de ambos factores.

### 4.2.1 Análisis dinámico no lineal

En este tipo de análisis la acción sísmica es simulada usando registros de sismos reales o mediante acelerogramas simulados. El comportamiento de la estructura se representa por medio de modelos estructurales de los elementos, modelos matemáticos de histéresis y modelos matemáticos del material. La respuesta estructural se obtiene resolviendo directamente las ecuaciones de movimiento en cada instante de tiempo.

### 4.2.2 Análisis del empujón

El método del empujón consiste en empujar la estructura paulatinamente hasta que aparece un mecanismo de colapso o se alcanza un desplazamiento predefinido por el analista. La forma de empujar la estructura varía según la vertiente (empuje lateral basado en fuerzas, y desplazamientos). El objetivo de este método de análisis estático no lineal es definir una curva (*curva de capacidad*) que aproxime el comportamiento de una estructura sometida a una excitación sísmica, tomando como referencia a los resultados del análisis dinámico no lineal (paso a paso).

### 4.2.3 Curva de capacidad

Esta curva representa la capacidad de una estructura ante una acción sísmica preestablecida, se define como la relación que existe entre la fuerza lateral y el desplazamiento en el nivel superior ( $V_b - D_a$ ). En la curva de capacidad se muestra: la evolución del comportamiento de una estructura, la identificación teórica del agrietamiento, la fluencia y la falla del sistema estructural, (ver fig. 4.1).

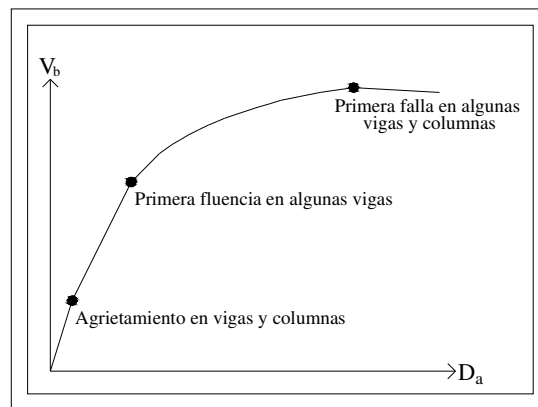


Fig. 4.1 Curva de capacidad y datos más representativos

#### 4.2.3.1 Representación bilineal de la curva de capacidad

La idealización bilineal de la curva de capacidad se utiliza para calcular la magnitud de la rigidez elástica y posfluencia, para definir un amortiguamiento viscoso equivalente,  $\beta_{eq}$



(Método Espectro de Capacidad). Principalmente se idealiza como bilineal para definir el punto de desempeño de la estructura. Si la curva de capacidad está definida en un formato espectral ( $S_a$  vs  $S_d$ ), se conoce como curva de comportamiento y está asociada a un modo en particular.

En la actualidad no existe ningún procedimiento reglamentado para idealizar la curva de capacidad como bilineal. La Agencia Federal para el Manejo de Emergencias (FEMA 273, 1997), propone un método iterativo y simple para su idealización, el cual consiste en igualar el área bajo ambas curvas. Para su aplicación no se requiere cambiar el formato de la curva de capacidad. El procedimiento se describe en los siguientes incisos:

1. Definir el desplazamiento último en el nivel superior y su correspondiente cortante basal ( $D_u - V_b$ ).
2. Proponer una fuerza cortante basal de fluencia ( $V_y^i$ ) que se ajustará mediante un proceso iterativo. El superíndice indica el paso "i" del proceso iterativo.
3. Cálculo de la pendiente inicial de la curva de capacidad bilineal ( $k_e$ ): Del análisis de empujón se obtiene el desplazamiento correspondiente al 60% del cortante de fluencia  $V_y^i$  y se sustituye en la siguiente ecuación:

$$K_e^i = \frac{0.6V_y^i}{D_{0.6}^i} \dots\dots\dots 4.1$$

4. Trazo de una línea recta (A): se obtiene uniendo el origen, O y el punto sobre la curva "real", con un cortante basal igual a  $0.60V_y^i$ . La línea A se extiende hasta el punto donde se ubica el cortante de fluencia, propuesto en el paso anterior.
5. Trazo de línea recta (B): se obtiene uniendo el punto ( $V_y^i, D_y^i$ ), con el desplazamiento último,  $D_u$ , propuesto en el paso 1
6. Cálculo del área bajo ambas curvas: El área bajo la curva "real" se puede calcular mediante algún método de integración numérica. Para definir el área bajo la curva idealizada como bilineal se aplica la fórmula del área de un trapecio.
7. Cálculo del margen de error ( $\epsilon$ ) de la idealización bilineal, mediante la siguiente ecuación:

$$\epsilon = \frac{A_{cr}}{A_{cb}} \dots\dots\dots 4.2$$

Si el error es considerable, el proceso iterativo continúa hasta que el margen de error sea mínimo. El procedimiento se repite a partir del paso número dos, con la siguiente ecuación:

$$V_y^{i+1} = V^i \left( \frac{A_{cr}}{A_{cb}} \right) \dots\dots\dots 4.3$$

En la fig. 4.2 se muestra una curva de capacidad idealizada como bilineal, mediante el método propuesto por el FEMA 273 (1997).

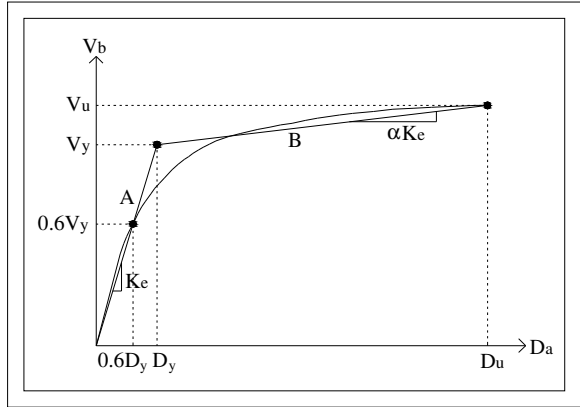


Fig. 4.2 Representación bilineal de la curva de capacidad, procedimiento propuesto por el FEMA 273 (1997)

El método del Espectro de Capacidad (Freeman, 1975), utiliza la representación bilineal para estimar el amortiguamiento viscoso equivalente,  $\beta_{eq}$  (ATC-40, 1996). Este procedimiento difiere del propuesto por el FEMA 273 (1997). En los siguientes incisos se describen los pasos del procedimiento antes mencionado:

1. Mediante las ecuaciones de la dinámica estructural se cambia el formato de la curva de capacidad, ambos parámetros deben estar en coordenadas espectrales ( $S_a$  vs  $S_d$ ). Para su definición se utilizan las siguientes ecuaciones.

$$S_{ai} = \frac{V_{bi}}{\alpha M g} \dots\dots\dots 4.4$$

$$S_{di} = \frac{D_{ui}}{F_{P1}} \dots\dots\dots 4.5$$

2. Se define un posible punto de desempeño y su correspondiente cortante basal último.
3. Se traza una línea recta  $\bar{A}$  de longitud desconocida, con punto de partida en el origen y una pendiente igual a la rigidez inicial  $k^i$  de la curva de capacidad “real”.

4. Se traza una línea recta  $\bar{B}$ , con punto de partida en el punto de desempeño  $(d_{pi}, a_{pi})$ , el punto final lo define la intercepción de la línea  $\bar{B}$  con la línea  $\bar{A}$ , la pendiente de la línea  $\bar{B}$  debe ser tal que la línea quede por debajo de la curva de capacidad. El punto donde se intercepten las líneas se denominará como punto de fluencia  $(d_y, a_y)$ .
5. Cálculo de energías  $(A_1, A_2)$ : cuando se igualan el área  $A_1$  y el área  $A_2$  (ver fig. 4.3), la energía de la curva real será la misma que la idealización bilineal y el proceso iterativo termina, sin embargo si las áreas difieren, se repite desde el punto número tres.

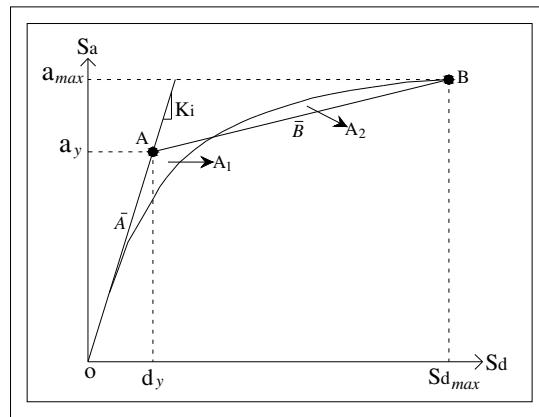


Fig. 4.3 Representación bilineal de la curva de comportamiento, MEC

### 4.3 Análisis de empujón basado en fuerzas (EBF)

Esta metodología consiste en empujar la estructura aplicando un patrón de fuerzas laterales  $(F_i)$ , definida previamente por el analista. Las fuerzas laterales se incrementan de forma invariante o evolutiva hasta que la estructura alcanza su capacidad máxima o se llega a un desplazamiento de azotea  $(D_a)$  predefinido. El análisis de empujón basado en fuerzas (EBF) considera que la estructura nunca pierde la capacidad de admitir incrementos de fuerzas laterales, por lo tanto siempre presenta una pendiente pos fluencia positiva. Esta curva presenta información importante si el objetivo es conocer los estados límite establecidos por algún documento o código, por ejemplo el FEMA 273 (1997), pero si lo que se pretende es conocer el comportamiento de la estructura en la vecindad de la falla, el método EBF no es recomendable.

En fig. 4.4 se muestra la evolución de una estructura sometida a un análisis de empujón basado en fuerzas.

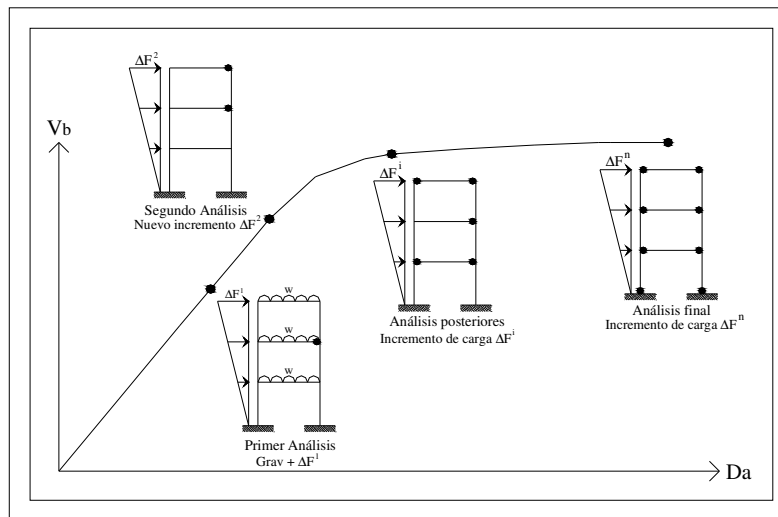


Fig. 4.4 Curva de capacidad de una estructura generada por un análisis de empujón basado en fuerzas

### 4.3.1 Método simplificado de evaluación sísmica (*MSES*)

Método simplificado de evaluación sísmica propuesto por Requena y Ayala (2000). Consiste en aplicar un patrón de cargas laterales evolutivas,  $F_i^n$  hasta un desplazamiento objetivo máximo de azotea ( $D_T$ ), obtenido de un sistema equivalente de un grado de libertad. Las características del método *MSES* se describen en los siguientes incisos:

- Considera la participación de los modos superiores de vibrar, mediante una regla de superposición modal (*SRSS*, *CQC*)
- La demanda sísmica es idealizada como una serie de incrementos de cargas laterales ( $\Delta F_i^n$ ), obtenidos de un análisis modal espectral.
- Define las propiedades dinámicas de la estructura en cada paso de análisis, considerando así la degradación de rigidez que sufre la estructura al entrar en un estado inelástico.
- No considera la evolución del amortiguamiento ( $\xi$ ) que sufre la estructura debido a disipación de energía hysterética.
- Utiliza un sistema equivalente de un grado de libertad para definir el desplazamiento máximo de azotea ( $D_T$ ).

El método *MSES* se desarrolla en seis pasos principales, la descripción de cada uno se hace en los siguientes incisos:

1. Generación de la curva de capacidad:
 

Este paso consiste en generar una curva de capacidad ( $V_b - D_a$ ) mediante un análisis de empujón evolutivo, considerando un patrón de cargas laterales equivalentes ( $F_i^n$ ) obtenidas de un análisis modal espectral.
2. Definición e idealización bilineal de la curva de comportamiento:
 

Por medio de las ecuaciones de la dinámica estructural, se transforma la curva de capacidad ( $V_b - D_a$ ), en una curva de comportamiento ( $S_a - S_d$ ) de un sistema equivalente de un grado de libertad, asociado al modo fundamental de la estructura, como se muestra en la fig. 4.5

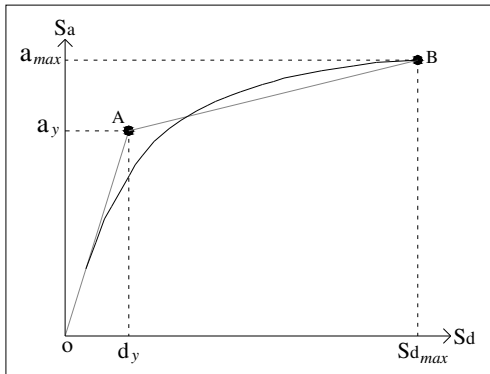


Fig. 4.5 Curva de comportamiento e idealización bilineal

3. Cálculo de la masa equivalente para un sistema de un grado de libertad:
 

Para definir la masa equivalente ( $M^e$ ), solo se considera el modo fundamental de la estructura. Esta masa se define mediante la siguiente ecuación.

$$M^e = \{\Phi\}^T [M] \{\Phi\} \dots\dots\dots 4.6$$
4. Definición de la curva de capacidad ( $V_b - S_d$ ) para un sistema de un grado de libertad:
 

Esta curva de capacidad cuenta con las características de un sistema equivalente de un grado de libertad, se genera multiplicando la masa equivalente por la pseudoaceleración. De esta curva se obtiene el desplazamiento espectral máximo  $S_{dmax}$ , para una acción sísmica determinada.
5. Cálculo del desplazamiento de azotea objetivo  $D_T$ :
 

Una vez conocido el desplazamiento de espectral máximo, se utilizan de forma inversa las ecuaciones de la dinámica estructural, para convertir el desplazamiento  $S_{dmax}$  de un sistema de un grado de libertad en un desplazamiento máximo de azotea  $D_T$ , para una estructura de múltiples grados de libertad.

6. Generación de la curva de capacidad definitiva:

Se define mediante un segundo análisis de empujón evolutivo, donde la estructura es llevada hasta un desplazamiento de azotea objetivo ( $D_T$ ), definido en el inciso anterior.

### 4.3.2 Método del empujón modal, *MPA*

Método de evaluación sísmica propuesto por *Chopra y Goel* (2001), consiste en evaluar cada modo de la estructura de forma independiente, mediante un análisis de empujón, Posteriormente utiliza el principio de superposición para obtener la respuesta global de la estructura. Las características del método *MPA* se describen en los siguientes incisos:

- considera la participación de los modos superiores de vibrar en la respuesta global de la estructura.
- La demanda sísmica es idealizada como un patrón de cargas laterales equivalentes  $S_n^*$ , obtenidas de un análisis modal.
- El daño que sufre la estructura es simulado por medio de articulaciones plásticas.
- La magnitud y forma de los incrementos de carga,  $\Delta F_i^n$  se definen una sola vez, al inicio del análisis, es decir se desprecia la degradación global de rigidez que sufre la estructura con la aparición de nuevos daños.
- No considera la evolución del amortiguamiento,  $\xi$  que sufre la estructura debido a disipación de energía histerética.
- Utiliza una regla de superposición modal para la obtención de la respuesta global de la estructura.

El método *MPA* se desarrolla en cuatro pasos principales, la descripción de cada paso se hace en los siguientes incisos:

1. Definir las propiedades dinámicas de la estructura y valores característicos: este paso se realiza solo una vez, al inicio del análisis. Consiste en calcular los datos que se utilizarán en los pasos posteriores.
2. Cálculo del desplazamiento de azotea objetivo  $u_{rno}$ : Este paso consiste en definir el punto de la curva de capacidad ( $V_b - D_a$ ) donde concluye cada análisis de empujón. Se calcula utilizando la siguiente expresión:

$$u_{rno} = \Gamma_n \Phi_n D_n \dots\dots\dots 4.7$$

donde,  $D_n$  es el desplazamiento modal máximo de un sistema equivalente de un grado de libertad, se obtiene directamente de un espectro inelástico o bien mediante la solución de la siguiente ecuación:

$$\ddot{D}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{D}_n + \frac{F_{sn}}{L_n} = -a_g(t) \dots\dots\dots 4.8$$

3. Definición de la curva de capacidad para cada modo: Este paso consiste en definir el comportamiento de la estructura mediante un análisis de empujón convencional, donde la distribución del patrón de carga  $S_n^*$  está en función de su correspondiente forma modal y matriz de masas, se define mediante la siguiente expresión:

$$S_n^* = m \Phi_n \dots\dots\dots 4.9$$

4. Cálculo de la respuesta global de la estructura: con este paso finaliza este método, consiste en superponer cada una de las respuestas obtenidas en los pasos anteriores ( $r_n$ ) mediante la de combinación modal *SRSS*.

$$r = \sqrt{\sum_{i=1}^n r_n^2} \dots\dots\dots 4.10$$

### 4.3.3 Método del empujón adaptable (FAP)

Método propuesto por *Antoniou y Pinho (2003)*. Esta metodología consiste en aplicar un patrón de cargas laterales  $F_i^n$  evolutivas, hasta un desplazamiento de azotea  $D_a$  predefinido o hasta que se presente un mecanismo de colapso. La respuesta que nos ofrece esta metodología es únicamente la curva de capacidad ( $V_b - D_a$ ), por tal motivo esta metodología no es considerada como un método de evaluación sísmica. Las características principales del método *FAP* se describen en los siguientes incisos:

- Considera la participación de los modos superiores de vibrar, mediante una regla de superposición modal (*SRSS, CQC*)
- La demanda sísmica es idealizada, como una serie de incrementos de cargas laterales  $\Delta F_i^n$ , obtenidos de un análisis modal espectral.
- Define las propiedades dinámicas en cada paso de análisis, considerando así la degradación de rigidez que sufre la estructura, al entrar en un estado inelástico.
- No considera la evolución del amortiguamiento  $\xi$  que sufre la estructura debido a disipación de energía histerética.
- No presenta ninguna propuesta para definir el punto de desempeño de la estructura

El método *FAP* se desarrolla en cuatro pasos, el primer paso se realiza solo una vez, los pasos siguientes se realizan en cada etapa del análisis. La descripción de cada uno de ellos, se describe en los siguientes incisos.

1. Define el modelo de masas de la estructura y el vector de carga nominal  $F_0$ .  
Este paso se realiza solo una vez, consiste en definir la matriz de masas que debe de ser incluida en el cálculo de valores característicos y un vector de fuerzas  $P_0$  de magnitud definida por el analista, su distribución es uniforme en todos los entrepisos, como se muestra en la fig. 4.6

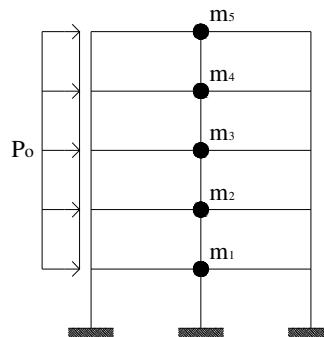


Fig. 4.6 Vector de carga nominal unitario  $P_0$  (Antoniou y Pinho, 2003)

2. Cálculo del factor de carga  $\lambda$ :  
Este factor de calcula en cada paso de análisis, tiene como función definir la magnitud del incremento de carga para que se alcance la capacidad máxima ( $M_y$ ) solo en un punto, está definido entre los límites de cero y la unidad.
3. Cálculo del vector de carga normalizado  $\bar{F}_i^n$ :  
Este vector se calcula al inicio de cada paso de análisis, define la forma de cada uno de los incrementos de carga, mediante un análisis de valores característicos y una regla de superposición modal, para su cálculo se utilizan las siguientes ecuaciones:

$$F_i^n = \Gamma_j \Phi_i^j M_i S_a^i \dots\dots\dots 4.11$$

$$F_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n (F_i^n)^2} \dots\dots\dots 4.12$$

$$\bar{F}_i^n = \frac{F_i}{\sum F_i} \dots\dots\dots 4.13$$

4. Actualización del vector de carga  $P_t$ :  
Se realiza en cada paso de análisis, consiste en sumar el vector de carga del paso anterior y el incremento de carga necesario para que algún punto de la estructura llegue a su capacidad máxima. En la fig. 4.7 se muestra de forma gráfica la



actualización del vector de carga  $P_t$ , para su definición se utilizan la siguiente ecuación:

$$P_t = P_{t-1} + \Delta\lambda_t \bar{F}_t P_o \dots\dots\dots 4.14$$

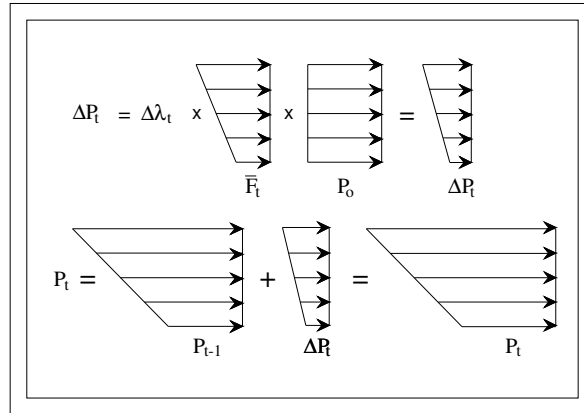


Fig. 4.7 Vector de carga nominal unitario  $P_o$  (Antoniou y Pinho, 2003)

El método concluye cuando la estructura alcanza un desplazamiento en el nivel superior  $D_a$  predefinido o se presenta un mecanismo de colapso.

#### 4.4 Análisis de empujón basado en desplazamientos (EBD)

El comportamiento de una estructura sometida a una excitación sísmica está más ligada a la imposición de desplazamientos que fuerzas (Antoniou y Pinho, 2004). Aplicar desplazamientos a una estructura para simular una fuerza sísmica es complejo de realizar, en el análisis elástico no lineal, Se ha buscado una alternativa a la aplicación directa de desplazamientos. Algunos investigadores se han apoyado en el análisis modal para sustituir la aplicación de fuerzas por desplazamientos, y así definir un comportamiento más real de la estructura ante una excitación sísmica.

##### 4.4.1 Método espectral incremental (IRSA)

Método de empujón adaptable basado en desplazamientos, propuesto por Aydinoglu (2003), consiste en definir la respuesta no lineal de una estructura sometida a una acción sísmica predefinida, mediante la generación independiente de curvas de comportamiento asociadas al modo fundamental de la estructura, como se muestra en la fig. 4.8. La respuesta total de la estructura se obtiene sumando la participación de todos los modos, por medio de una regla de superposición modal.

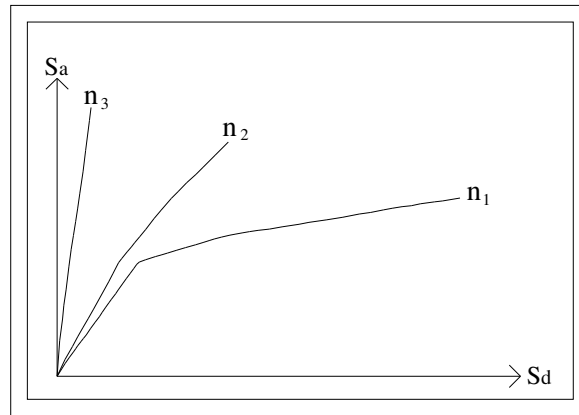


Fig. 4.8 Curvas de comportamiento de tres modos de vibrar (Aydinoglu, 2003)

Para la generación de las curvas de comportamiento se utilizan una serie de análisis modales espectrales, donde cada análisis modal corresponde a un nivel de daño diferente. El desplazamiento de azotea objetivo se define mediante la regla de iguales desplazamientos *Newmark* y *Veletsos* (1960), las características del método se describen en los siguientes incisos.

- Considera la participación de los modos superiores de vibrar, mediante una regla de superposición modal (*SRSS*, *CQC*).
- Utiliza como demanda sísmica los datos registrados por un sismo (*espectro de respuesta*) o un conjunto de ellos (*espectro de diseño*).
- Define el comportamiento de una estructura sometida a una acción sísmica mediante una serie de análisis modales espectrales subsecuentes.
- Define las propiedades dinámicas de la estructura en cada paso de análisis, considerando así la degradación de rigidez que sufre la estructura, al entrar en un estado inelástico.
- El incremento en el vector de desplazamientos ( $\Delta_i$ ) está definido por las distorsiones de los entrepisos ( $\Phi_i^j - \Phi_{i-1}^j$ ) y el punto de desempeño  $S_d$  correspondiente al periodo elástico de cada modo  $j$ .
- No considera la evolución del amortiguamiento ( $\xi$ ) que sufre la estructura debido a disipación de energía histerética.

- Para su aplicación no se requiere utilizar ningún programa de análisis no lineal

El método *IRSA* se desarrolla en cinco pasos principales, la descripción de cada etapa de análisis se describe en los siguientes incisos.

1. Análisis modal espectral de la estructura:

Consiste en definir las formas modales ( $\Psi_n^i$ ) de la estructura, factores de participación  $\Gamma_n^i$ , índices de desempeño y elementos mecánicos, mediante la aplicación de un vector de desplazamiento espectral unitario ( $\bar{U}_n^i$ ) que se define mediante la siguiente ecuación:

$$\bar{U}_n^i = \Psi_n^i \Gamma_n^i \dots\dots\dots 4.15$$

Para cada paso de análisis se consideran los efectos  $P - \Delta$ , así como la degradación global de rigidez que sufre la estructura, al entrar en un estado inelástico.

2. Cálculo del desplazamiento espectral  $\Delta d_1^i$ :

Consiste en definir el desplazamiento espectral necesario para que se alcance la fluencia solo en un punto. Se calculan dos desplazamientos espectrales por elemento, uno en cada extremo, el menor de ellos es el que se utiliza para definir la próxima articulación plástica. Para su definición se utiliza la siguiente ecuación.

$$\Delta d_1^i = \frac{M_j^y - M_j^{i-1}}{\bar{M}_j^i} \dots\dots\dots 4.16$$

Para el primer punto de la curva de capacidad, se considera el momento debido a la carga gravitacional ( $M_G$ ), como el momento acumulado  $M_j^{i-1}$ . El desplazamiento espectral necesario para generar la primera fluencia se define mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta d_1^i = \frac{M_j^y - M_G}{\bar{M}_j^i} \dots\dots\dots 4.17$$

3. Cálculo del desplazamiento espectral máximo  $Sd_{in}^i$ : Este paso consiste en definir el punto de la curva de capacidad donde concluye cada análisis de empujón. Se define de un espectro elástico, considerando el periodo de cada modo correspondiente a una estructura sin daño, mediante la regla de iguales desplazamientos.

4. Cálculo del factor de escala intermodal  $\lambda_n^i$ :

Este factor relaciona el desplazamiento espectral de cada modo con el desplazamiento espectral del modo fundamental, se define mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda_n^i = \frac{Sd_{in}^i - d_n^{i-1}}{Sd_{i1}^i - d_1^{i-1}} \dots\dots\dots 4.18$$

5. Cálculo de los puntos de la curva de comportamiento:

Una vez obtenido el desplazamiento espectral  $\Delta d_1^i$  y el factor de escala intermodal es posible definir cada uno de los puntos de la curva de comportamiento, mediante las siguientes ecuaciones:

$$d_n^i = d_n^{i-1} \lambda_n^i \Delta d_1^i \dots\dots\dots 4.19$$

$$a_n^i = a_n^{i-1} (\omega_n^i)^2 \Delta d_1^i \dots\dots\dots 4.20$$

La definición de las curvas de comportamiento concluye cuando el desplazamiento de azotea de la estructura alcanza el desplazamiento espectral máximo  $Sd_{in}^i$ .

#### 4.4.2 Análisis del empujón adaptable basado en desplazamientos (*DAP*)

Método propuesto por *Antoniu y Pinho (2004)*, esta metodología fue presentada como una alternativa de solución a las deficiencias que se presentan en los análisis de empujón convencionales, el método se limita únicamente al cálculo de la curva de capacidad. Las características principales del método *DAP* se describen en los siguientes incisos:

- Considera la participación de los modos superiores de vibrar, mediante una regla de superposición modal (*SRSS, CQC*).
- Utiliza como demanda sísmica los datos registrados por un sismo o un conjunto de ellos.
- Define el comportamiento de una estructura sometida a una acción sísmica mediante una serie de análisis modales espectrales subsecuentes.
- Define las propiedades dinámicas de la estructura en cada paso de análisis, considerando así la degradación de rigidez que sufre la estructura, al entrar en un estado inelástico.
- El incremento en el vector de desplazamientos ( $\Delta_i$ ) está definido por las distorsiones de los entrepisos ( $\Phi_i^j - \Phi_{i-1}^j$ ) y el punto de desempeño,  $S_d$  correspondiente al periodo elástico de cada modo  $j$ .
- No considera la evolución del amortiguamiento ( $\xi$ ) que sufre la estructura debido a disipación de energía histerética.

- No presenta ninguna propuesta para definir el punto de desempeño de la estructura.
- Para su aplicación se requiere de un programa de análisis no lineal (SeismoStruct).

El método *DAP* se desarrolla en cuatro pasos principales, el paso uno se realiza solo una vez al principio del análisis, las etapas siguientes se realizan en cada paso del análisis, La descripción de cada paso se describe en los siguientes incisos.

1. Definir el modelo de masas de la estructura y el vector de carga nominal,  $U_o$ :  
Este paso se realiza solo una vez, consiste en definir la matriz de masas que debe de ser incluida en los análisis modales espectrales y un vector de desplazamientos ( $U_o$ ) de magnitud definida por el analista, puede ser un vector unitario ( $U_o = 1.0$ ) en todos los entrepisos.
2. Definición del factor de carga  $\lambda$ :  
Esta metodología propone definir un incremento de desplazamiento de azotea ( $\Delta D_a$ ) constante como índice de control, la magnitud del factor de carga ( $\lambda$ ) debe ajustarse para que se cumpla los incrementos de desplazamiento  $\Delta D_a$  predefinidos en cada paso. La magnitud del factor de carga  $\lambda$  está definido entre los límites de cero y la unidad, se calcula tantas veces como incrementos de carga  $\Delta D_a$
3. Cálculo del vector de carga normalizado:  
Una vez conocido el vector de desplazamientos  $D_i^n$  en cada paso, se calcula el vector de carga normalizado  $D_i^t$  mediante las siguientes ecuaciones:

$$\bar{D}_i^n = \frac{D_i^n}{\max D_i^n} \dots\dots\dots 4.21$$

$$D_i^n = \Delta_i^n = \sqrt{\sum_{j=1}^n [\Gamma_j (\Phi_i^j - \Phi_{i-1}^j) S_d^i]^2} \dots\dots\dots 4.22$$

El vector ( $D_i^n$ ) está definido por una regla de superposición modal (*SRSS, CQC*) elegida por el analista, este vector es responsable de definir la magnitud y forma del vector de carga en el paso de análisis.

4. Actualización del vector de desplazamientos,  $U_i^n$ :  
La actualización del vector ( $U_i^n$ ) es incremental, se realiza para cada paso de análisis. La magnitud de cada incremento está en función de un desplazamiento de azotea predefinido por el analista previamente (*índice de control*), por tal motivo los incrementos deben ajustarse al índice de control y no a los posibles daños, para su cálculo se utiliza la siguiente expresión.

$$U_i^n = U_i^{n-1} + \lambda_i^n D_i^n U_o \dots\dots\dots 4.23$$

El método *DAP* concluye cuando se presenta un mecanismo de colapso o se llega a un desplazamiento de azotea  $D_a$  predefinido.

#### 4.4.3 Método modal de evaluación sísmica (*MMES*)

Método de evaluación sísmica propuesto por *Ayala* y descrito por *Alba* (2005), surge como una evolución natural del método desarrollado por *Requena* y *Ayala* (2000). Consiste en generar la curva de comportamiento de la estructura, asociada al modo fundamental, mediante una serie de análisis modales espectrales. Para posteriormente definir el punto de desempeño de la estructura utilizando la regla de iguales desplazamientos *Newmark* y *Veletsos* (1960). Las características del método *MMES* se describen en los siguientes incisos.

- Considera la participación de los modos superiores de vibrar, mediante una regla de superposición modal (*SRSS, CQC*).
- El comportamiento de la estructura se define mediante la generación de una curva de capacidad en coordenadas espectrales ( $S_a - S_d$ ), asociada al primer modo de vibrar.
- La demanda sísmica se define mediante un espectro elástico suavizado (*espectro de diseño*) o uno de respuesta
- Define el comportamiento de una estructura sometida a una acción sísmica mediante una serie de análisis modales espectrales subsecuentes.
- Sustituye la aplicación de incrementos de fuerzas laterales  $\Delta F_i^n$  por una serie de análisis modales espectrales para cada nivel de daño.
- Calcula las propiedades dinámicas de la estructura, en cada paso de análisis, considerando así la degradación de rigidez que sufre la estructura, al entrar en un estado inelástico.
- El daño que sufre la estructura es idealizado mediante articulaciones plásticas.
- El incremento en el vector de desplazamientos  $\Delta_i$  está definido por las distorsiones de los entrepisos  $(\phi_i^j - \phi_{i-1}^j)$  y el punto de desempeño  $S_d$  correspondiente al periodo elástico de cada modo  $j$ .

- No considera la evolución del amortiguamiento,  $\xi$  que sufre la estructura debido a disipación de energía histerética.
- No se requiere ningún programa de análisis no lineal para su aplicación.

**4.4.3.1 Curva de capacidad (MMES)**

La generación de esta curva se define paso a paso, es decir se calculan tantos puntos como articulaciones plásticas se formen en la estructura. Cada una de ellas se definen mediante un análisis modal espectral, asociado a su correspondiente nivel de daño. Para fines prácticos los autores recomiendan definir la fluencia de varios elementos en un mismo paso de análisis  $j$ .

**4.4.3.2 Factor de escala del espectro  $S_f$ :**

Este factor de escala se calcula en cada paso de análisis, se utiliza para escalar la demanda sísmica como se muestra en la fig. 4.9. El espectro escalado representa la demanda sísmica necesaria para que se alcance el momento de fluencia solo en un punto de la estructura, es decir se calculan dos factores de escala por elemento, uno por cada extremo, el menor de todos ellos es el que se utiliza para definir la próxima articulación plástica.

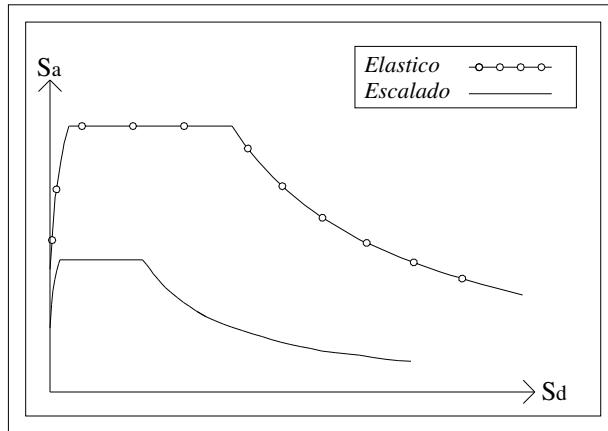


Fig. 4.9 Espectro elástico y escalado para el paso  $n$

El factor de escala  $S_f$  se obtiene igualando el momento de fluencia  $M_y$  de cada elemento con su correspondiente momento acumulado  $M_{ac}$ , para su definición se utiliza la siguiente ecuación:

$$S_f^j = \frac{M_y - M_{ac}^j}{M_{int}} \dots\dots\dots 4.24$$

El primer punto de la curva de capacidad se define, tomando como momento acumulado  $M_{ac}^j$ , el momento debido a la carga gravitacional. El factor de escala para definir el primer punto de la curva de capacidad se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$S_f^1 = \frac{M_y - M_G}{M_{int}} \dots\dots\dots 4.25$$

Para los puntos subsecuentes, el momento acumulado,  $M_{ac}$ , se actualiza en cada paso de análisis, mediante la siguiente ecuación:

$$M_{ac} = M_{ac}^{j-1} + M_{int}^{j-1} S_f^{j-1} \dots\dots\dots 4.26$$

La curva de capacidad se genera en un espacio espectral ( $S_a - S_d$ ), los puntos de la curva de capacidad se definen mediante las siguientes ecuaciones:

$$S_a^j = S_a^{j-1} \Delta S_a^j \dots\dots\dots 4.27$$

$$S_d^j = S_d^{j-1} \Delta S_d^j \dots\dots\dots 4.28$$

Los incrementos de pseudoaceleración y desplazamiento espectral están definidos en un espectro escalado, asociado al periodo fundamental de la estructura, como se muestra en la fig.4.10

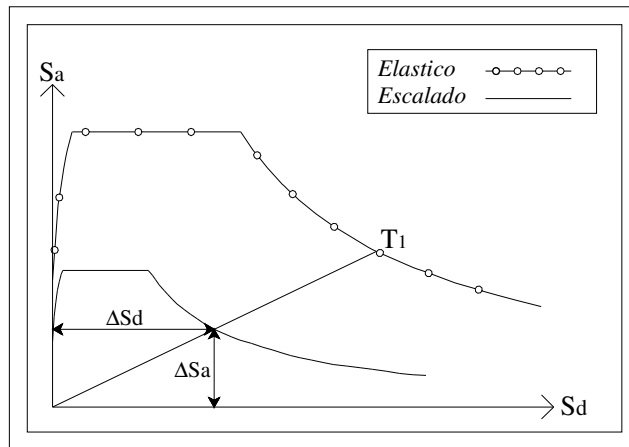


Fig. 4.10 Definición gráfica de los incrementos en aceleración y desplazamiento (Alba-Ayala, 2005)

La definición de la curva de comportamiento concluye cuando la acumulación de articulaciones plásticas lleva a la estructura a un mecanismo de falla o se llega a un desplazamiento de azotea predefinido.

**4.4.3.3 Desplazamiento espectral objetivo**

Se obtiene de un espectro elástico asociado al modo fundamental de la estructura, utiliza la regla de iguales desplazamientos *Newmark y Veletsos* (1960), con corrección para



periodos cortos *CEN* (2003). Una vez conocido el desplazamiento espectral objetivo, se define el desempeño de la estructura, si se presenta el mecanismo de falla antes de que el desplazamiento objetivo se haya alcanzado, significa que la estructura no es capaz de soportar la demanda sísmica preestablecida, si por el contrario el mecanismo de falla se alcanza después del punto de desempeño, significa que la estructura excede los requerimientos preestablecidos, lo ideal es que el mecanismo de falla se alcance muy cerca del punto de desempeño, de no ser así se debe hacer un ajuste en la curva de comportamiento.

#### 4.4.4 Método modal de evaluación sísmica modificado (*MMESM*)

Método descrito por *Cárdenas* (2010), consiste en definir la respuesta no lineal de una estructura sometida a una acción sísmica preestablecida, de forma directa, es decir no se requiere de la aplicación de otro método para el cálculo del punto de desempeño. La curva de capacidad es generada mediante una serie de análisis modales espectrales.

El método *MMESM* busca eliminar alguna de las deficiencias de la metodología propuesta por *Ayala* y descrita por *Alba* (2005), como despreciar la disipación de energía inelástica, mediante la actualización del amortiguamiento de la estructura en cada paso de análisis, se define un amortiguamiento equivalente,  $\xi_{eq}$  (*Rosenblueth-Herrera*), para cada nivel de daño.

El procedimiento para la generación de la curva de capacidad es similar al presentado por el método *MMES*, la diferencia es que el método *MMESM* plantea corregir cada punto de la curva de capacidad, una vez que la estructura entra en el rango no lineal, mediante la definición e incursión de un amortiguamiento equivalente  $\xi_{eq}$  en cada paso de análisis.

En el diagrama de la fig. 4.11 se muestra el procedimiento para la corrección de cada punto de la curva de capacidad.

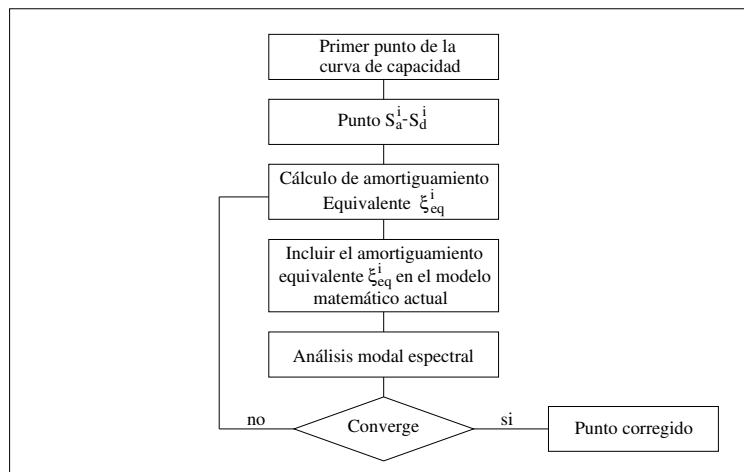


Fig. 4.11 Diagrama de flujo para corregir los puntos de la curva de capacidad, *Cárdenas-Ayala* (2009)

El método concluye cuando la acumulación de articulaciones plásticas provoca inestabilidad en la estructura, o se llega a un desplazamiento predefinido.

### 4.5 Procedimiento general para el cálculo de la curva de capacidad

Una vez que se evaluaron algunos de los métodos del empujón más representativos en la actualidad, se observó que independientemente del método de que se trate, presentan el mismo concepto para la generación de la curva de capacidad, someter a la estructura a un análisis estático, redefinir el modelo matemático y volver a someter a otro análisis estático, en la fig. 4.12 se muestra el diagrama de flujo para definir una curva de capacidad.

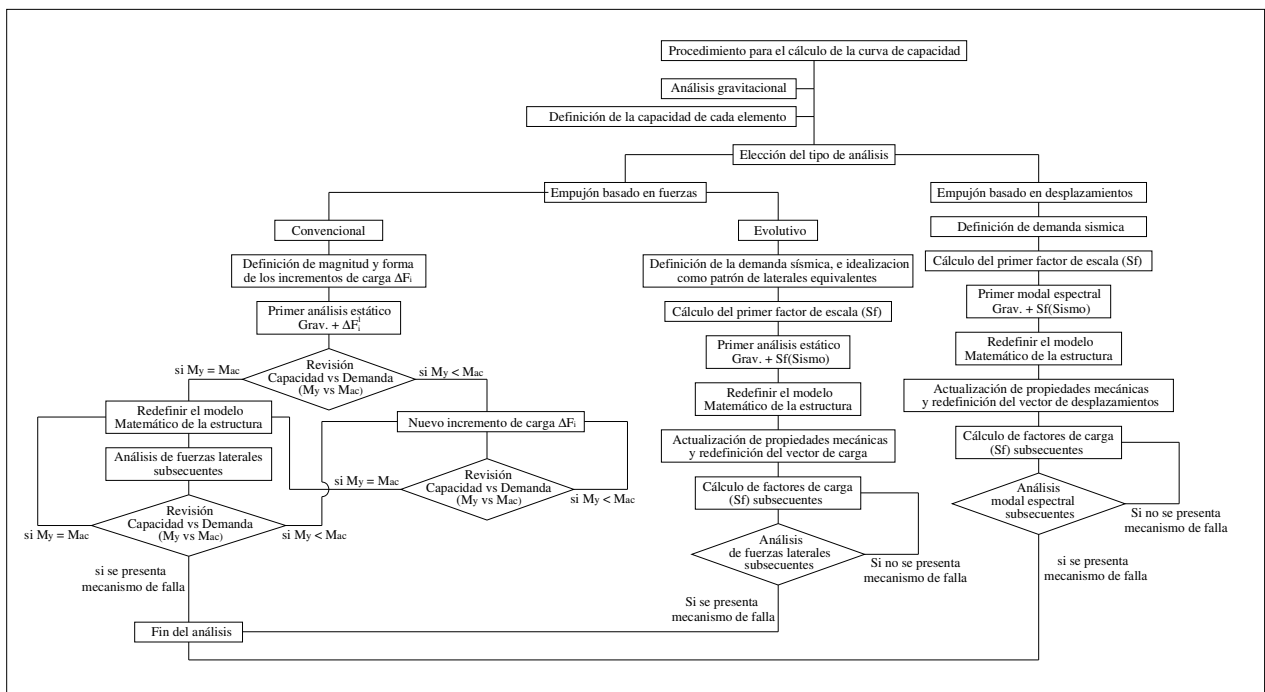


Fig. 4.12 Procedimiento general para definir la curva de capacidad

### 4.6 Confrontación de métodos evaluados

En la actualidad no existe ninguna metodología para el cálculo de la curva de capacidad que halla sido presentada por algún código, El presente trabajo de investigación tiene como objetivo principal evaluar y confrontar los métodos del empujón más representativos para designar el método más adecuado, para evaluar una estructura sometida a una acción sísmica.

#### 4.7 Confrontación (*EBF*, *EBD*)

Aunque ambas vertientes comparten el mismo objetivo, definir el comportamiento de una estructura sometida a una acción sísmica, la fase conceptual difiere. Las hipótesis en que se fundamentan son diferentes, por consiguiente los resultados que se obtienen pueden variar de forma significativa. En los siguientes incisos se describe los conceptos donde presentan diferencias:

- **Definición de la demanda sísmica:**  
El método *EBD* utiliza como demanda sísmica un espectro de respuesta o uno de diseño, mientras que el método *EBF* es menos selectivo para definir la demanda sísmica. Este último utiliza un patrón de fuerzas laterales equivalentes como demanda sísmica, incluso el patrón de carga puede definirse de acuerdo al criterio y experiencia del analista.
- **Degradación de la rigidez global de la estructura:**  
El análisis de empujón convencional utiliza un patrón de carga lateral invariante, es decir desprecia su modificación debido a la degradación de rigidez que sufre la estructura después de cada incremento de carga, El método *EBD* propone redefinir las propiedades dinámicas de la estructura en cada paso de análisis, considerando así la degradación de rigidez que sufre la estructura al entrar en un estado inelástico.
- **Incrementos de carga:**  
La forma de definir los incrementos de carga en cada paso de análisis es uno de los conceptos que más influyen en la respuesta de la estructura. El método *EBD* define los incrementos de carga en función de las distorsiones de entrepiso, mientras que el método basado en fuerzas (*EBF*) especifica la forma y magnitud de cada incremento al inicio del análisis, es decir los incrementos de carga están asociados a una deformada inicial.
- **Convergencia de resultados:**  
El método *EBF* considera que la estructura no pierde la capacidad de absorber incrementos de carga hasta que se presenta un mecanismo de colapso, es decir la curva de capacidad no presenta rigidez negativa en ningún intervalo, si esta hipótesis no se cumple, el método no converge en el intervalo donde se presenta una rigidez negativa. Este fenómeno no se presenta en el método *EBD* debido a que este método no aplica incrementos de fuerza, aplica “desplazamientos”, por tal motivo en este último método siempre convergen sus resultados, como se muestra en la fig. 4.13

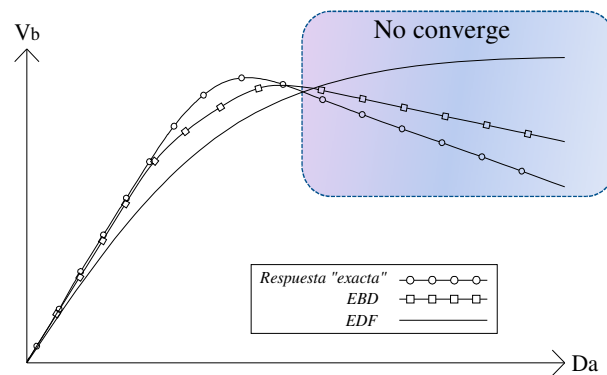


Fig. 4.13 Intervalo donde la curva de capacidad (EBF) no converge con la respuesta "real" de la estructura.

#### 4.7.1 Comentario de la confrontación (EBF, EBD)

La elección de la vertiente del análisis del empujón más adecuada para definir el comportamiento de una estructura sometida a una acción sísmica está en función de la validez de las hipótesis utilizadas en su formulación, así como de la aproximación de los resultados numéricos; tomando como parámetro el análisis dinámico no lineal (paso a paso), siendo este último el método considerado como "exacto".

De lo anterior se concluye que el método basado en desplazamientos (EBD), está fundamentado con hipótesis más realistas y presenta resultados numéricos más cercanos a los considerados como correctos que el empujón basado en fuerzas.

#### 4.8 Confrontación (MPA, MSES, FAP)

El estudio comparativo está orientado a validar o invalidar las hipótesis que utilizan los métodos para el cálculo de la curva de capacidad, las metodologías evaluadas comparten el mismo concepto, empujar la estructura mediante patrones de fuerzas laterales equivalentes, hasta que aparece un mecanismo de colapso o se llega a un desplazamiento de azotea predefinido.

Los métodos evaluados difieren en la forma de definir los incrementos de carga ( $\Delta F_i^n$ ), el método MPA define los incrementos de carga ( $\Delta F_i^n$ ) partiendo de la hipótesis que establece el uso de patrones de cargas laterales invariantes, es decir se desprecia la degradación de rigidez global de la estructura. Los otros dos métodos (FAP, MSES) si consideran este fenómeno, proponen actualizar las propiedades dinámicas después de cada aparición de un nuevo daño. Las características que tienen en común estos métodos son las siguientes:

- La demanda sísmica se idealiza como un patrón de carga lateral equivalente  $F_i^n$ , obtenida de un análisis modal espectral.
- La forma de los incrementos de carga ( $\Delta F_i^n$ ) está en función de su correspondiente forma modal ( $\Phi_i^n$ ), es decir no considera las distorsiones de entrepiso, para la definición de los incrementos de carga.
- No considera la evolución del amortiguamiento ( $\xi$ ) que sufre la estructura debido a disipación de energía histerética.

La elección del método más adecuado para definir el comportamiento de una estructura depende de parámetros como: La claridad de sus conceptos, la simplicidad de su algoritmo y la aproximación de sus resultados, las diferencias que se tienen en los parámetros antes mencionados se describen en los siguientes incisos:

- Claridad y simplicidad de conceptos:  
El método *FAP* es poco claro en su fase conceptual, no presenta ningún algoritmo ni expresión para calcular el factor de carga  $\lambda$ , no especifica la forma como idealiza el daño. Los métodos *MPA* y *MSES* presentan una formulación más clara y ordenada, por consiguiente estos dos métodos son relativamente fáciles de aplicar sin ayuda de algún programa de análisis no lineal.
- Aproximación de resultados:  
El método del empujón basado en fuerzas es un método de análisis poco refinado, no considera conceptos importantes como la disipación de energía histerética y en algunos casos (*MPA*) se desprecia la degradación de rigidez, debido a la incursión de la estructura en el rango inelástico, por tal motivo la elección del método más adecuado está en función de la claridad de sus conceptos, de la simplicidad de su metodología, así como de la valides de las hipótesis consideradas y no tanto de la aproximación de su respuesta.

#### 4.8.1 Comentario de la confrontación (*MPA*, *MSES*, *FAP*)

La metodología *MPA* es relativamente fácil de aplicar, debido a la simplicidad de su algoritmo y la claridad en sus conceptos, algunas de sus hipótesis son aplicadas de forma errónea, por lo tanto este es el método más deficiente y menos recomendable, los métodos *FAP* y *MSES* presentan conceptos muy similares, pero con diferente grado de transparencia. El método *FAP* presenta menor claridad en sus conceptos y mayor dificultad en su algoritmo, para su aplicación es necesario utilizar el programa donde fue implementado, SeismoStruct (2004). De lo anterior se concluye que el método de empujón basado en fuerzas más adecuado para realizar una evaluación sísmica de edificios es el método *MSES*.

#### 4.9 Confrontación (IRSA, MMES, DAP, MMESM)

Las metodologías evaluadas tienen diferentes objetivos, los métodos *IRSA*, *MMES* y *MMESM* buscan evaluar el desempeño de la estructura, mientras que el método *DAP* solo define el comportamiento de la estructura, por tal motivo el estudio de confrontación está enfocado en la fase conceptual del cálculo de la curva de capacidad.

Los cuatro métodos comparten la misma idea para definir el comportamiento de una estructura sometida a una excitación sísmica, sustituyen la aplicación de fuerzas laterales por una serie de análisis modales espectrales, asociados a su correspondiente nivel de daño. Aunque los tres métodos presentan similitudes en la fase conceptual existen diferencias en algunos conceptos como son la forma de definir los incrementos de carga, la idealización del daño. Las características que tienen en común estos métodos son las siguientes:

- Sustituyen la aplicación de cargas laterales por una serie de análisis modales para cada nivel de daño.
- Los incrementos de carga,  $\Delta_i^j$  están definidos por las distorsiones de los entrepisos y su correspondiente punto de desempeño,  $S_d$  asociado al periodo elástico de cada modo  $j$ .
- Actualizan las propiedades dinámicas de la estructura en cada paso de análisis.
- Considera la degradación global de rigidez en la actualización del vector de carga.
- No considera la evolución del amortiguamiento ( $\xi$ ) que sufre la estructura debido a disipación de energía histerética, excepto el método *MMESM*.

Al igual que en la confrontación de los métodos de empujón basados en fuerzas, la elección de un método adecuado para la generación de la curva de capacidad está en función de varios parámetros, la claridad de sus conceptos, la simplicidad de su algoritmo y de la aproximación de su respuesta, las discrepancias que se tienen en los parámetros antes mencionados se describen en los siguientes incisos:

- Claridad de conceptos:  
El método *DAP* no presenta claridad en conceptos importantes como la forma de idealizar el daño que se presenta en los elementos después de cada incremento de carga y en la definición del factor de carga  $\lambda$ . El método *IRSA* presenta una formulación rebuscada, esto provoca que el método no sea muy claro para analistas con poca experiencia en el tema. La claridad de la metodología que presenta el método *MMES* y *MMESM* es buena, los conceptos del método son detallados de

forma ordenada y transparente, las expresiones y factores que el método presenta se describen con claridad.

- Simplicidad en la aplicación:

El método *DAP* presenta un algoritmo difícil de aplicar de forma independiente, debido a que no presenta ninguna propuesta para la definición de conceptos importantes, como la idealización del daño y el factor de carga  $\lambda$ , los métodos *IRSA*, *MMES* y *MMESM* presentan una mejor claridad en sus conceptos y su algoritmo de aplicación más simple, esto hace que la metodología sea clara y fácil de aplicar.

- Aproximación de resultados:

Los métodos (*DAP*, *IRSA* y *MMES*) arrojan una curva de capacidad con una forma similar a la obtenida con un método “exacto” (*IDA*), pero difieren de forma considerable en la intensidad, esto se debe a que estos métodos desprecian conceptos importantes, como la disipación de energía histerética.

El método *MMESM* si considera disipación de energía histerética, debido a esto la aproximación de su respuesta coincide en forma e intensidad con la arrojada mediante un método “exacto” (error aproximadamente del 10% Cárdenas 2010).

#### 4.9.1 Comentario de la confrontación (*IRSA*, *MMES*, *DAP* *MMESM*)

El método *DAP* presenta menor claridad en sus conceptos que los métodos *IRSA*, *MMES* y *MMESM*. La poca claridad y la propuesta de utilizar un modelo de fibras para definir la evolución de las propiedades dinámicas de la estructura hacen que el método *DAP* tenga un grado de dificultad mayor en su aplicación y una deficiencia en la métrica de sus acciones.

Los resultados arrojados por el método *DAP* pueden variar de forma considerable con respecto a los otros tres métodos, la variación está en función de la idealización del daño y del modelo de fibras que se utilice. La respuesta arrojada por los métodos *IRSA*, *MMES* es muy similar entre si, esto se debe a que ambos métodos trabajan con el mismo modelo de daño y definen los incrementos del vector de carga de forma similar.

De lo anterior se concluye que el método de empujón más adecuado para realizar una evaluación sísmica de edificios es el método *MMESM*, debido a que es el único método de análisis estático no lineal que si considera la disipación de energía histerética. Para respaldar la elección de este método (*MMESM*) como el más adecuado, se deben analizar numéricamente varios casos y compararlos con la respuesta “exacta”

En la siguiente tabla se presenta un resumen de la confrontación de los métodos evaluados en el presente trabajo de tesis.

Método	Algoritmo		Aproximación de resultados		Observaciones
	Claridad	Simplicidad	Forma	Intensidad	
<i>MPA</i>	✓	✓	✓	X	-----
<i>FAP</i>	X	X	✓	X	Presenta poca claridad en conceptos importantes, como la forma de idealizar el daño, y en la definición del factor de carga $\lambda$ . Debido a esto el algoritmo es difícil de aplicar para analistas con poca experiencia.
<i>MSES</i>	✓	✓	✓	X	-----
<i>IRSA</i>	✓	✓	✓	X	-----
<i>DAP</i>	X	X	✓	X	Mismo caso que el método <i>FAP</i>
<i>MMES</i>	✓	✓	✓	X	-----
<i>MMESM</i>	✓	✓	✓	✓	-----



# CAPÍTULO 5

---

## Ejemplos de aplicación

---

### 5.1 introducción

Para concluir con el estudio comparativo de los métodos del empujón, en el presente capítulo se presentan los resultados numéricos que se obtuvieron del análisis de dos estructuras de concreto reforzado, modelo M1 y modelo M2. En el análisis se consideraron diferentes factores que pudieran influir en la forma de la curva de capacidad, como analizar la estructura con diferentes patrones de carga, idealizar el daño con diferentes modelos. Los resultados obtenidos se compararon entre sí, para posteriormente poder definir que consideraciones se deben hacer al aplicar el método del empujón.

### 5.2 descripción de las estructuras analizadas

Se analizaron dos estructuras de concreto reforzado, el modelo M1 es marco plano de 5 niveles propuesto por *Sermin Oguz* (2005). El modelo M2 es un marco plano de 17 niveles diseñado por *Varela* (1996), según el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal y sus Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo (*NTC-1993*).

#### 5.2.1 Modelo M1

El modelo M1 consiste en un marco plano formado por dos crujías de 731.5cm cada una, la altura de los entrepisos es de 396.2cm (ver fig. 5.1)

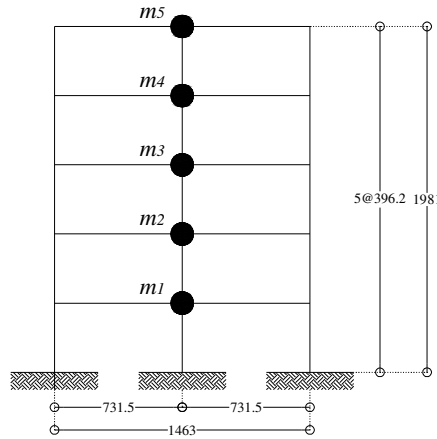


Fig. 5.1 Modelo M1, marco plano de concreto reforzado 5 niveles (cm)

En las siguientes tablas se presentan las dimensiones, la ubicación y el de acero de refuerzo longitudinal de cada uno de los elementos que componen el modelo M1.

*Vigas*

Sección	Nivel	Base b cm	Peralte h cm	Lecho inferior		Lecho superior	
				No de varillas	As cm <sup>2</sup>	No de varillas	As cm <sup>2</sup>
1	1,2,3,4	40.64	66.04	10	50.84	8	31.48
2	5	30.48	50.8	8	37.94	6	25.03

*Columnas*

Sección	Nivel	Base b cm	Peralte h cm	Diámetro cm	No de Varillas	As cm <sup>2</sup>
3	1,2,3,4,5	71.12	71.12	3.36	20	177.16

La carga gravitacional por entrepiso se describe en la siguiente tabla

Nivel	Carga viva kN/m	Carga muerta kN/m	Peso kN
1,2,3,4	1.31	20.49	104.03
5	0.53	15.64	77.06

Las propiedades nominales de los materiales se describen la siguiente tabla

$f_y$ Mpa	$E_s$ Mpa	$f'_c$ Mpa	$E_c$ Mpa
459.2	199859.53	27.6	27792.8

### 5.2.2 Modelo M2

El modelo M2 consiste en un marco plano de concreto reforzado de 17 niveles, ubicado en la Ciudad de México, forma parte de un edificio de oficinas, su planta es cuadrada y consta de cuatro marcos simétricos, cada marco esta formado por tres crujiás de 8m cada una, la altura de los entrespiso es de 3.20m con excepción del primero que es de 4.0m, el espesor de la losa es de 10cm. (ver fig. 5.2)

En las siguientes tablas se presentan las dimensiones la ubicación y el área de acero de refuerzo longitudinal de cada uno de los elementos que componen el modelo M2

#### Vigas

Sección	Nivel	Base b cm	Peralte h cm	Lecho inferior		Lecho superior	
				No de varillas	As cm <sup>2</sup>	No de varillas	As cm <sup>2</sup>
1	1,2,9,10	30	90	6	25.97	8	40.54
2	3,4,5,6,7,8	30	90	8	36.10	10	50.67
3	11,12	30	90	4	20.27	8	36.10
4	13,14,15	30	90	4	15.83	6	30.40
5	16	30	90	3	8.55	5	14.25
6	17	30	90	3	10.77	4	11.40

#### Columnas

Sección	Nivel	Base b Cm	Peralte h cm	Diámetro $\Phi$	No de varillas	As cm <sup>2</sup>
7	1,2,3,4	110	110	10	32	253.35
8	5,6,7	110	110	10	16	126.68
9	8,9,10,11	90	90	10	12	95.01
10	12,13,14	75	75	8	16	81.07
11	15,16,17	60	60	8	20	101.34

Las propiedades nominales de los materiales se describen a continuación la siguiente tabla

$f_y$ Mpa	$E_s$ Mpa	$f'_c$ Mpa	$E_c$ Mpa
412	200000	25	217000

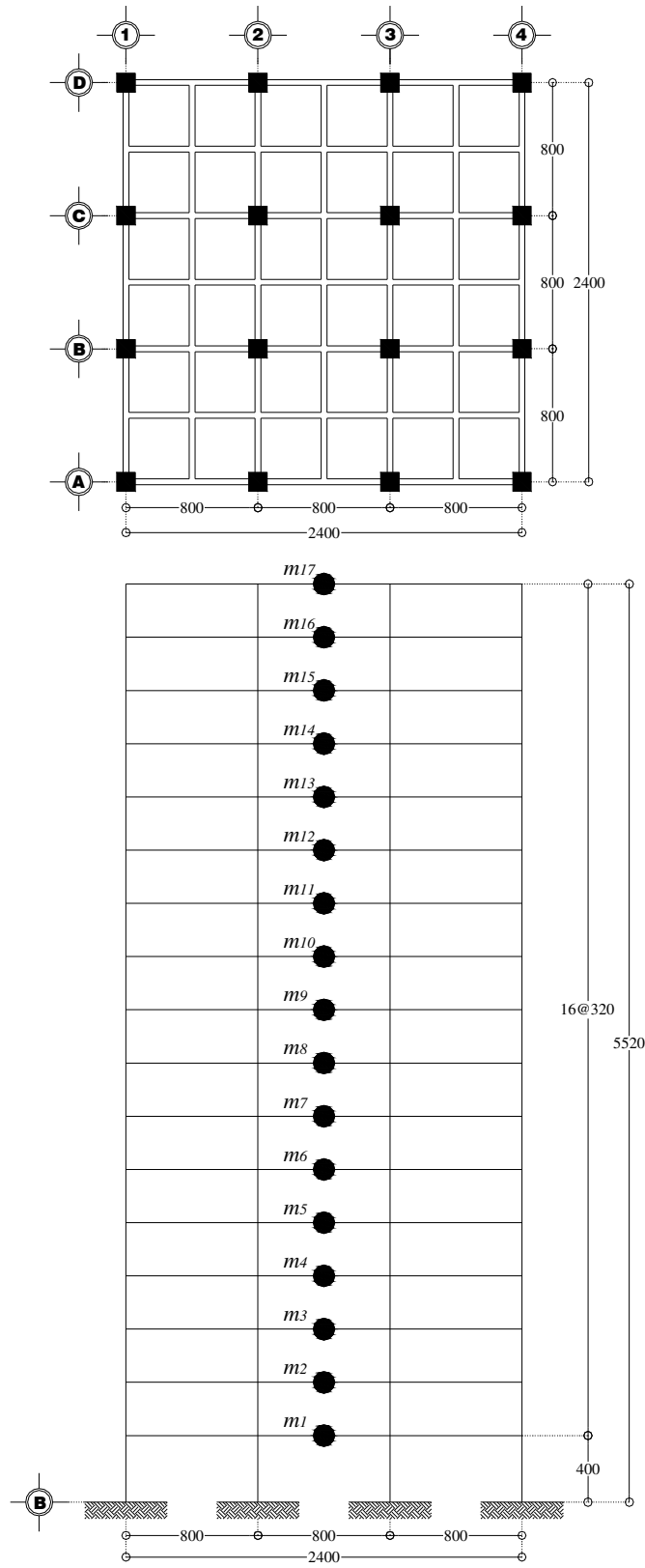


Fig. 5.2 planta y alzado del modelo M2 (cm)

La carga gravitacional por entrepiso se describe en la siguiente tabla.

Nivel	Cm + Cvacc kN	Pp vigas kN	Pp columnas kN	Carga Puntual kN	Peso kN	Masa kN · s <sup>2</sup> /cm
1	2763.61	1534.80	6379.45	4997.65	15675.51	1598.54
2	2763.61	1534.80	3645.26	4975.09	12918.76	1314.14
3	2763.61	1534.80	3645.26	4950.57	12894.24	1314.14
4	2763.61	1534.80	3645.26	4927.04	12870.71	1353.37
5	2763.61	1534.80	3645.26	4906.44	12850.11	1314.14
6	2763.61	1534.80	3645.26	4887.81	12831.48	1304.33
7	2763.61	1564.22	3043.11	4869.18	12238.16	1245.49
8	2763.61	1593.64	2439.98	4844.66	11641.89	1186.65
9	2763.61	1593.64	2439.98	4826.02	11623.26	1186.65
10	2763.61	1593.64	2439.98	4809.35	11607.57	1186.65
11	2763.61	1615.31	2067.32	4794.64	11239.80	1147.42
12	2763.61	1638.75	1694.65	4775.03	10872.04	1108.19
13	2763.61	1638.75	1694.65	4766.20	10862.23	1108.19
14	2763.61	1660.03	1389.65	4754.43	10566.06	1078.77
15	2763.61	1682.88	1084.65	4728.94	10260.08	1049.35
16	2763.61	1682.88	1084.65	4740.70	10270.87	1049.35
17	2135.96	1682.88	695.32	3980.66	8494.82	863.02
Sumatoria	46353.77	27155.39	44679.71	81534.42	199717.59	20408.37

### 5.3 Diagramas momento vs. curvatura

El comportamiento de cada sección queda definido por su diagrama momento vs. curvatura, para su cálculo se utilizó el programa Response 2000, (*Bents et al.* 2000). Los modelos esfuerzo deformación que se utilizaron en ambas estructuras (M1, M2), son *Hognestad* (1951), para el concreto y el *ASTM A7 06 Grade 60* (1980), para el acero, (ver fig. 5.3)

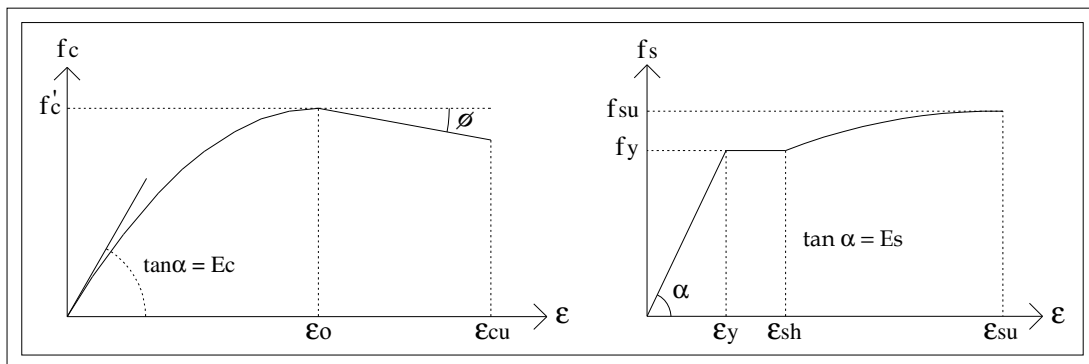


Fig. 5.3 Modelos esfuerzo-deformación del concreto y del acero utilizados en la definición de los diagramas momento vs. curvatura

Los diagramas momento vs. curvatura se idealizaron como modelos elastoplásticos y bilineales, mediante el principio de iguales energías. En las siguientes tablas se muestran la magnitud de los momentos de fluencia ( $M_y$ ) y últimos ( $M_u$ ).

#### Idealización elastoplástica perfecta, Modelo M2

Sección	Nivel	Tipo	$M_y^+$ kN-m	$M_y^-$ kN-m
1	1,2,9,10	viga	9733.01	13398.31
2	3,4,5,6,7,8	viga	13351.96	16468.23
3	11,12	viga	7654.87	11942.70
4	13,14,15	viga	6063.32	10089.76
5	16	viga	3346.76	5230.73
6	17	viga	4191.79	4423.42
7	1,2,3,4	columna	45827.47	45827.47
8	5,6,7	columna	25564.75	25564.75
9	8,9,10,11	columna	15940.98	15940.98
10	12,13,14	columna	10440.07	10440.07
11	15,16,17	columna	9038.71	9038.71

#### Idealización bilineal, Modelo M2

Sección	Nivel	Tipo	$M_y^+$ kN-m	$M_u^+$ kN-m	$M_y^-$ kN-m	$M_u^-$ kN-m
1	1,2,9,10	viga	8736.12	10774.75	13398.31	13398.31
2	3,4,5,6,7,8	viga	11921.46	14846.82	16468.23	16468.23
3	11,12	viga	6876.17	8465.30	11942.70	11942.70
4	13,14,15	viga	5469.43	6681.41	10089.76	10089.76
5	16	viga	3020.48	3685.08	5230.73	5230.73
6	17	viga	3813.69	4584.09	4026.33	4835.15

#### Idealización elastoplástica perfecta, Modelo M1

Sección	Nivel	Tipo	$M_y^+$ kN-m	$M_y^-$ kN-m
1	1,2,3,4	Viga	13530.47	10237.80
2	5	Viga	7380.12	5960.55
3	1,2,3,4,5	Columna	21802.93	21802.93

#### Idealización bilineal Modelo M1

Sección	Nivel	Tipo	$M_y^+$ kN-m	$M_u^+$ kN-m	$M_y^-$ kN-m	$M_u^-$ kN-m
1	1,2,3,4	Viga	13019.10	14202.79	8742.71	11807.24
2	5	Viga	7221.20	7613.37	5071.94	6893.34
3	1,2,3,4,5	Columna	21802.93	21802.93	21802.93	21802.93

## 5.4 Demanda sísmica

Para definir el comportamiento de ambos modelos, M1 y M2, se utilizó como demanda sísmica un espectro de respuesta (ver fig. 5.4), obtenido de señales sísmicas registradas en la estación de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), durante el sismo del 19 de Septiembre de 1985 en la Ciudad de México.

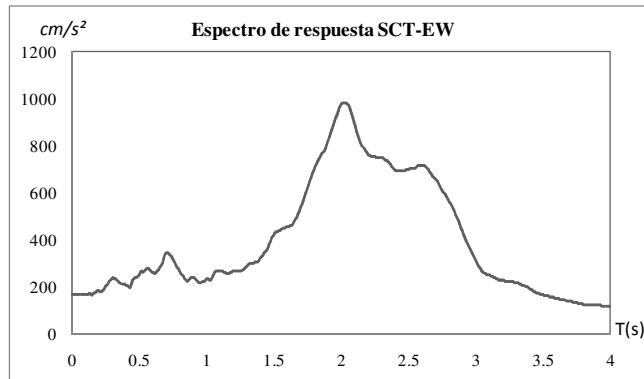


Fig. 5.4 Espectro de respuesta SCT-EW (1985), utilizado en los ejemplos de aplicación

## 5.5 Presentación de resultados

Los resultados que se presentan en este capítulo fueron obtenidos de la aplicación de varios análisis del empujón a los modelos antes mencionados, en cada análisis se consideraron diferentes factores como; aplicar fuerzas, aplicar desplazamientos, diferentes formas de los incrementos de carga y diferentes modelos de daño.

### 5.5.1 Evolución del patrón de carga

Para este análisis se utilizó el modelo M2. El análisis de empujón convencional considera que la forma del patrón de carga ( $F_i$ ) no evoluciona, es decir se desprecia la degradación de rigidez que sufre la estructura, debido a la acumulación de daño. En el presente trabajo de tesis se estudió si influye la evolución del patrón de carga lateral, en la definición de la curva de capacidad. Para conocer la evolución del patrón de carga se hizo un análisis de empujón evolutivo.

En la fig. 5.5 se muestra que la forma del patrón de carga lateral evoluciona en cada paso de análisis, debido a la degradación de rigidez que sufre la estructura al incursionar en el rango no lineal.

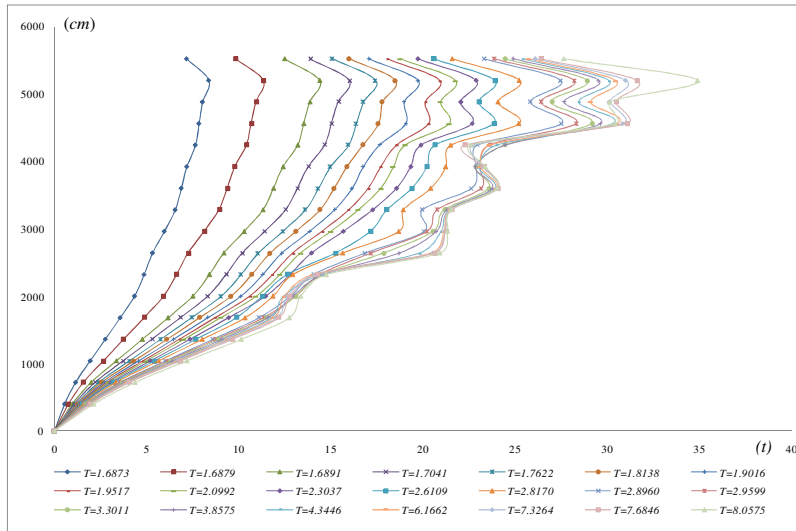


Fig. 5.5 Evolución del patrón del patrón de cargas, Modelo M2

### 5.5.2 Curvas de capacidad generadas mediante análisis de empujón basado en fuerzas

Para este análisis se utilizó el modelo M2. La forma que sigue la curva de capacidad puede cambiar de forma considerable de una a otra distribución de carga lateral. En la actualidad no existe ninguna distribución que esté reglamentada. En el presente trabajo de tesis se analiza como influye en la respuesta de la estructura la distribución de carga lateral, se utilizan los patrones de carga propuestos por el FEMA 440 (2005).

En la fig. 5.6 se muestran curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón basado en fuerzas (EBF), se observa que la forma de curva de capacidad generada mediante una distribución de carga asociada al modo fundamental, MF de la estructura es igual a la generada por una distribución de carga obtenida por medio de una regla de combinación modal, esto se debe a que la estructura analizada es un marco plano simétrico y por consecuencia es gobernado por su modo fundamental, la curva de capacidad menos conservadora es la generada mediante una distribución uniforme (ULF).

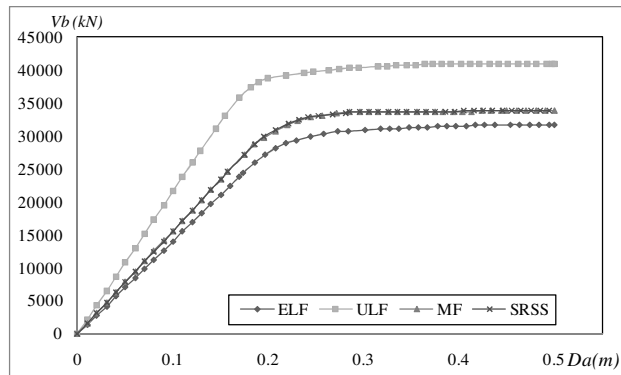


Fig. 5.6 Curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón convencional, Modelo M2



En la fig. 5.7 se muestran las curvas de capacidad generadas mediante un análisis de empujón convencional y uno evolutivo, ambos basados en fuerzas, se observa que la forma de ambas curvas es similar, la curva de capacidad generada mediante un análisis evolutivo es menos conservadora.

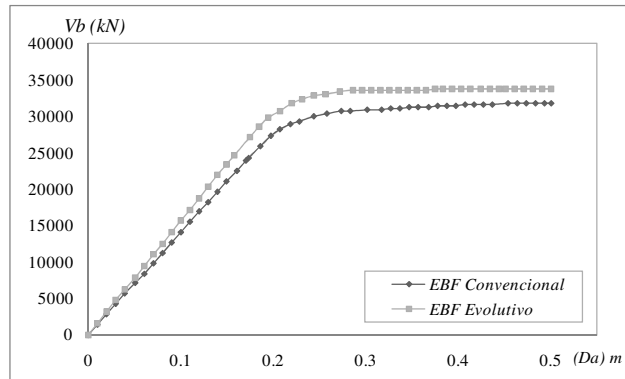


Fig. 5.7 Curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón convencional y evolutivo, Modelo M2

### 5.5.3 confrontación numérica del análisis del empujón basado en fuerzas y el análisis del empujón basado en desplazamientos

Para este análisis se utilizó el modelo M2. En la fig. 5.8 se muestran dos curvas de capacidad, una de ellas generada mediante un análisis de empujón basado en fuerzas, y la otra generada mediante un análisis de empujón basado en desplazamientos, se observa que las curvas de capacidad son muy similares, tanto en forma como en intensidad. La curva basada en desplazamientos es un menos conservadora, ambos análisis consideraron diagramas momento curvatura elastoplásticos.

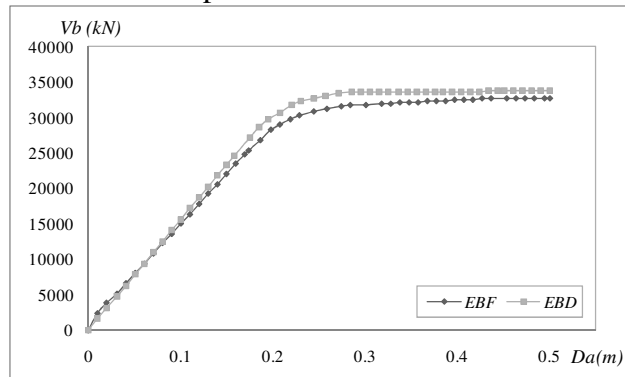


Fig. 5.8 Curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón convencional y evolutivo, Modelo M2

### 5.5.4 confrontación numérica del Análisis del empujón basado en desplazamientos, MMESM y el Análisis Dinámico no Lineal.

Para este análisis se utilizó el modelo M2. En la fig. 5.9 se muestran dos curvas de capacidad, una de ellas generada mediante un análisis de empujón basado en fuerzas y la otra generada mediante un análisis de empujón basado en desplazamientos, *MMESM*. Se comparan los resultados con la respuesta “exacta” de la estructura (*M2*), obtenida mediante un análisis dinámico no lineal, *IDA*. Se observa que la curva de capacidad generada mediante un método del empujón basado en desplazamientos se aproxima más a la respuesta “exacta” que un método basado en fuerzas, presenta mayor similitud en la rigidez elástica y de posfluencia, así como en el cortante basal y el desplazamiento. Esto se debe a que el método *MMESM* considera la disipación de energía histerética,

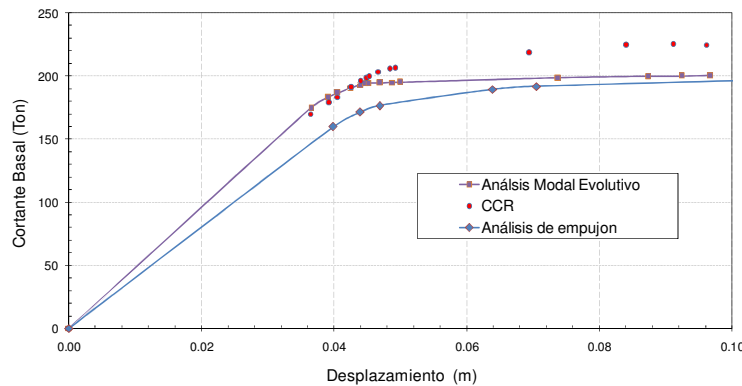


Fig. 5.9 Confrontación de curvas de capacidad generadas mediante el método del empujón vs. el Análisis dinámico no lineal *IDA*. Cárdenas (2010)

**5.5.5 Curvas de capacidad generadas mediante análisis de empujón evolutivo basado en fuerzas (EBF), considerando 2 diferentes modelos de daño.**

Para este análisis se utilizó el modelo M1. En la fig. 5.10 se muestran dos curvas de capacidad generadas mediante un análisis de empujón evolutivo, una de ellas considera el modelo de daño (Disminución de rigidez, EI y EA) propuesto en este trabajo de tesis (Capítulo 3), la otra idealiza el daño mediante articulaciones plásticas. Se observa que la curva de capacidad que idealiza el daño mediante articulaciones plásticas subestima la capacidad de la estructura.

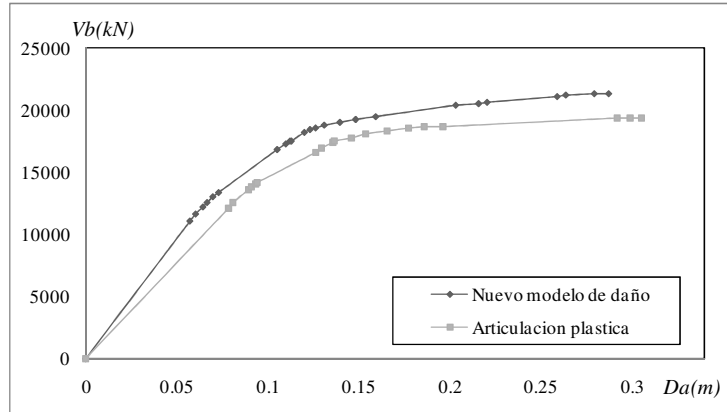


Fig. 5.10 curvas de capacidad generadas mediante un análisis del empujón convencional, considerando dos diferentes modelos de daño

En la siguiente tabla se presenta una comparativa de la evolución de la demanda sísmica, para dos diferentes modelos de daño. La demanda sísmica se representada mediante un factor de escala. Se observa que para una intensidad similar (Sf) la estructura que idealiza el daño mediante articulaciones plásticas presenta una resistencia menor que la estructura que idealiza el daño mediante una disminución de rigidez (EI, AE).

Nuevo modelo de daño Disminución de rigidez (EI, AE)			Articulaciones plásticas		
Sf	Da m	Vb kN	Sf	Da m	Vb kN
1.16	0.07	12959.96	1.55	0.09	14013.99
1.59	0.11	17545.65	1.85	0.14	17503.48
1.68	0.14	19075.32	1.89	0.19	18623.03
1.78	0.22	20622.15	2.04	0.31	19402.42

En la fig. 5.11 se presenta la evolución de la estructura M1, utilizando articulaciones plásticas como modelo de daño.

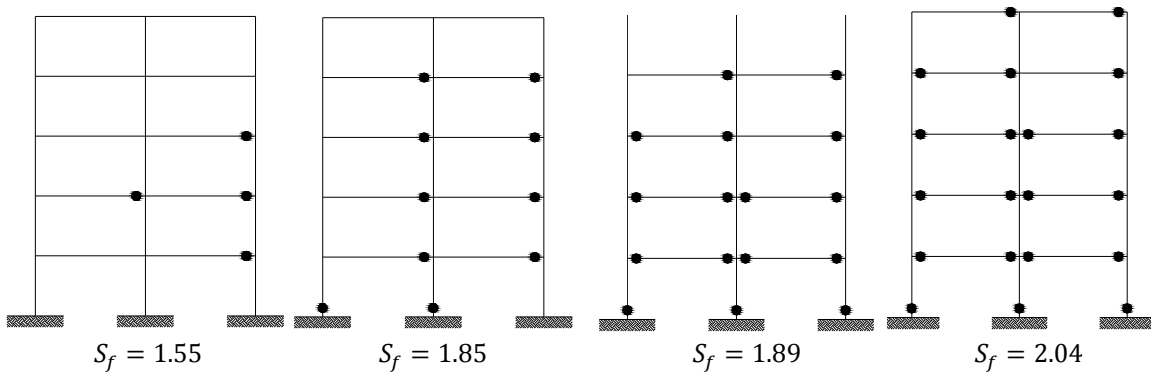


Fig. 5.11 Evolución de la estructura (M1) idealizando el daño mediante articulaciones plásticas.

En la fig. 5.12 se presenta la evolución de la estructura M1 utilizando el nuevo modelo de daño propuesto en la presente tesis.

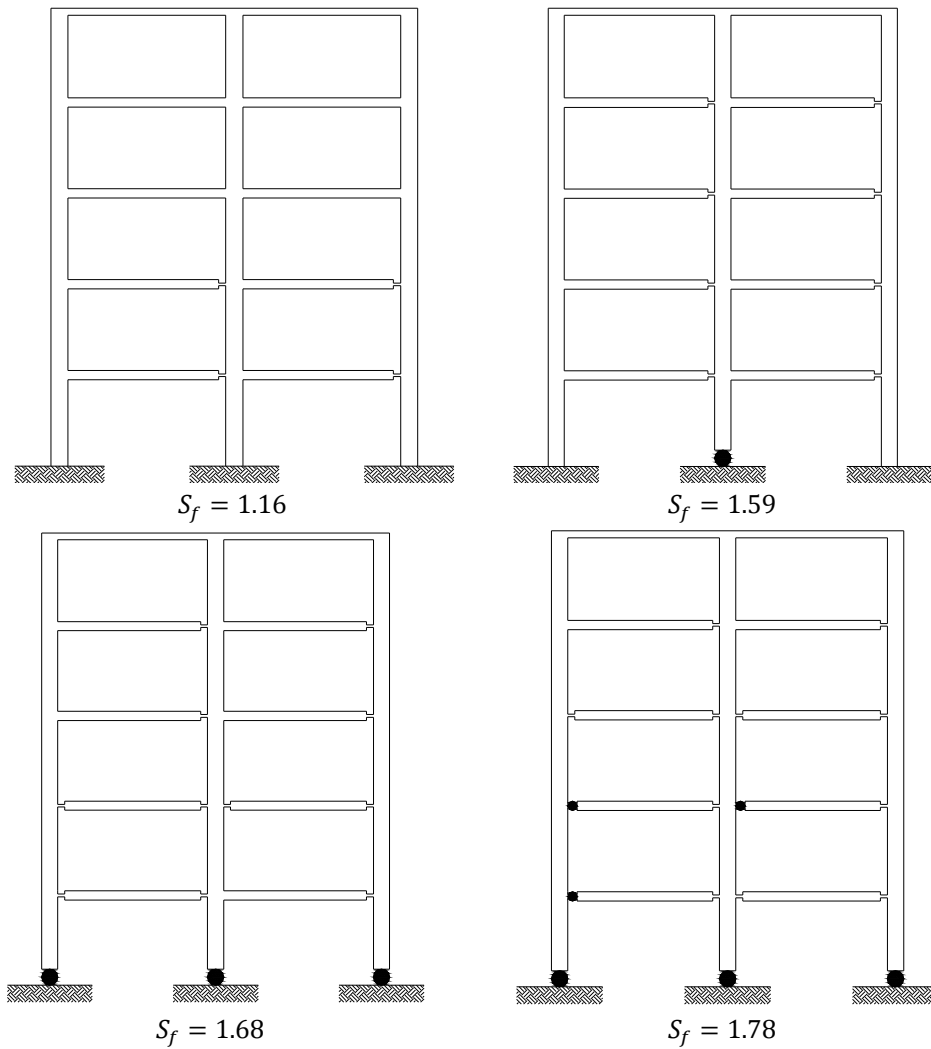


Fig. 5.12 Evolución de la estructura (M2) considerando un nuevo modelo de daño

### 5.5.6 Comentario de los resultados numéricos, utilizando la propuesta del nuevo modelo de daño

El modelo de daño propuesto se validó mediante la aplicación de un análisis del empujón evolutivo, se utilizó el modelo M1 (*Sermin Oguz, 2005*). Las ventajas que se presentaron al utilizar el modelo de daño propuesto en el presente trabajo de tesis sobre un modelo de plasticidad concentrada son las siguientes:

- Los elementos estructurales de un modelo que idealiza el daño como una disminución de rigidez presentan mayor capacidad para absorber fuerzas (momento flexionante), es decir el momento último ( $M_u$ ) se presenta a una deformación mayor que en los elementos de un modelo que utiliza articulaciones plásticas como modelo de daño.
- La estructura que simula el daño mediante un “nuevo modelo de daño”<sup>1</sup> presenta un daño menor que la estructura que simula el daño mediante articulaciones plásticas, para una misma intensidad (ver figura 5.11 y 5.12)
- Una estructura que utiliza la disminución de rigidez como modelo de daño presenta un comportamiento menos conservador, que una que utiliza las articulaciones plásticas como modelo de daño.

---

<sup>1</sup> Modelo de daño propuesto idealizado como un elemento de sección variable, con capacidad de albergar cuatro diferentes rigideces (EI, EA) y cinco longitudes diferentes (capítulo 3)

# CAPÍTULO 6

---

## Conclusiones y Recomendaciones

---

### 6.1 Introducción

En el presente trabajo de investigación se realizó un estudio comparativo de los métodos del empujón más representativos que se tienen en la actualidad, así como de sus diferentes vertientes; tomando como referencia el análisis dinámico no lineal (*paso a paso*). Se analizó como influye la degradación de rigidez de la estructura en la generación de la curva de capacidad, se propuso una formulación de un elemento marco con articulación plástica.

El estudio comparativo estuvo enfocado en la fase conceptual del cálculo de la curva de capacidad, consistió en analizar cada una de las metodologías, presentar una crítica de las hipótesis que tienen como fundamento. La investigación culminó con la confrontación de métodos.

El objetivo de este análisis es poder establecer con certeza el método del empujón que presentan fundamentos más realistas.

### 6.2 Conclusiones

- No es posible comparar una curva de capacidad definida mediante un análisis de empujón convencional con la generada con un método “*exacto*”, esto se debe a que en el análisis de empujón convencional se ignora la intensidad del sismo que se está induciendo. Lo indicado es comparar la curva de capacidad obtenida de un método del empujón evolutivo con la generada con un “*exacto*”. En la confrontación de curvas de capacidad no solo debe coincidir la forma, si no también las intensidades.
- La variación de la resistencia máxima del concreto,  $f'_c$  no influye de forma significativa en la definición de la curva de capacidad, mediante la aplicación del método del empujón convencional.

- La contribución de los modos superiores de vibrar no influye de forma significativa en la respuesta de marcos planos, de baja y mediana altura.
- La degradación de rigidez si influye de forma significativa en la respuesta de estructuras.
- La degradación de rigidez provoca una redistribución del vector de carga lateral.
- El análisis del empujón subestima la capacidad de las estructuras, esto se debe a que desprecian la disipación de energía histerética, y en algunos casos (*EBF*) no consideran la degradación de rigidez de la estructura.
- El análisis de empujón es aplicable a estructuras de baja altura y de gran altura.
- El análisis de empujón basado en desplazamientos (*EBD*) define la curva de capacidad con mayor aproximación que la generada con un método basado en fuerzas (*EBF*); tomando como referencia el análisis dinámico no lineal (*paso a paso*), esto se debe a que los métodos del empujón convencionales subestiman la disipación de energía histerética.
- La disipación de energía histerética si influye de forma considerable en la respuesta de la estructura.
- La simulación del daño mediante articulaciones plásticas subestima la resistencia de la estructura.
- La simulación del daño mediante una degradación local de rigidez, *EI*, si influye de forma significativa en la respuesta de la estructura.
- Teniendo como referencia el análisis dinámico no lineal (*paso a paso*) y partiendo de la evaluación teórica de metodologías, de la aproximación de resultados y de la transparencia del algoritmo; se concluye que el método del empujón basado en fuerzas más adecuado para el cálculo de la curva de capacidad es el método *MSES* (*Requena y Ayala 2000*)
- Teniendo como referencia los conceptos mencionados en el inciso anterior, se concluye que el método del empujón basado en desplazamientos más adecuado para el cálculo de la curva de capacidad es el método *MMESM* (*Cárdenas y Ayala, 2009*), esto se debe principalmente a la consideración de factores que influyen de

forma considerable en la respuesta de la estructura, como la disipación de energía histerética y la degradación de rigidez.

### 6.3 Recomendaciones para investigaciones futuras

De acuerdo con el objetivo del presente trabajo de tesis, definir el método del empujón más completo para el cálculo de la curva de capacidad, las recomendaciones para investigaciones futuras estarán orientadas a mejorar o validar de una forma más minuciosa el método *MMESM*, elegido como el más completo y eficiente.

- Se recomienda que la metodología se valide mediante un estudio donde se incluyan un mayor número de estructuras (*simétricas y asimétricas*), para diferentes alturas y diferentes niveles de demandas sísmicas.
- Incluir en la metodología *MMESM* los efectos de segundo orden ( $P-\Delta$ ) y la interacción suelo estructura.
- Extender la metodología a estructuras tridimensionales (*edificios*), para posteriormente incluir los efectos de torsión.
- Implementar el método *MMESM* en un programa de cómputo, donde se incluya la matriz de rigidez,  $\Psi$  para un elemento con articulación plástica, formulada en el presente trabajo de tesis.



# APÉNDICE A

---

## Patrones de carga en el análisis del empujón

---

### A.1 Introducción

El método del empujón se utiliza para definir la respuesta no lineal de una estructura sometida a una acción sísmica preestablecida. La demanda sísmica se idealiza como una serie de incrementos de carga lateral,  $\Delta F_i^n$  obtenidos bajo diferentes criterios, en la actualidad no existe ningún código donde se defina la magnitud y forma de los patrones de carga que se deben de utilizar en el análisis del empujón, existen tantas propuestas como investigadores trabajando en el tema.

La forma que sigue la curva de capacidad es muy sensible y puede cambiar considerablemente de una a otra distribución de cargas laterales, en los siguientes párrafos se describen diferentes propuestas de patrones de carga lateral, para el análisis de empujón.

### A.2 Distribución invariante de fuerzas laterales

El patrón de fuerzas laterales se considera como invariante cuando la forma del vector de carga lateral no evoluciona en cada paso de análisis, la magnitud de los incrementos puede ser constante o definida por la capacidad máxima de los elementos (*Requena-Ayala, 2000*), esta distribución se utiliza cuando se considera que las propiedades dinámicas de la estructura (*matriz de rigidez, periodo, frecuencia*) no cambian de forma considerable en cada paso de análisis o su evolución no afecta la respuesta de la estructura. En fig. B1 se muestra la evolución de una estructura sometida a patrones de carga lateral no evolutivos.

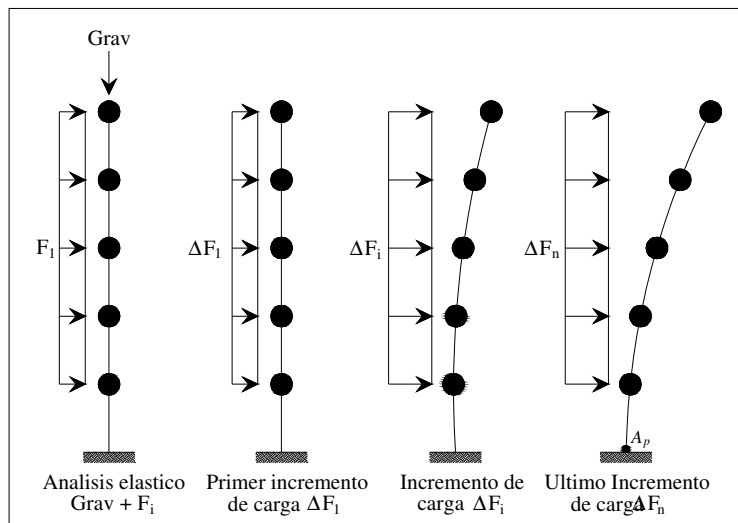


Figura B1 Incrementos de carga invariante

### A.3 Distribución evolutiva de fuerzas laterales

El patrón de fuerzas laterales se considera evolutiva cuando la forma del vector de carga lateral evoluciona en cada paso de análisis, la magnitud de los incrementos puede ser constante o definida por la capacidad máxima de los elementos (Requena-Ayala, 2000), esta distribución se utiliza cuando el analista considera que la evolución de las propiedades dinámicas influyen de forma considerable en la respuesta de la estructura. En la fig. B2 se muestra la evolución de una estructura sometida a patrones de carga evolutivos.

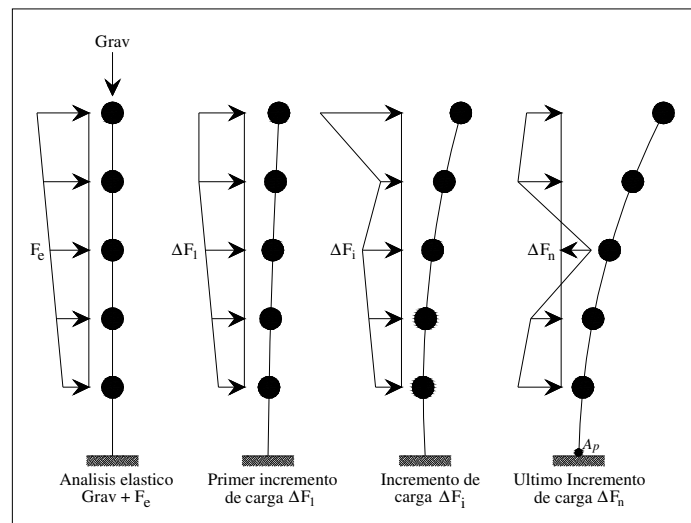


Figura B2 Incrementos de carga evolutivos.

**A.4 Propuesta del FEMA 440, (2005)**

Debido a la sensibilidad que presenta la curva de capacidad de una distribución a otra y a las incertidumbres que se tienen en el comportamiento de una estructura bajo una acción sísmica, este documento presenta cuatro diferentes propuestas de distribuciones de carga lateral. Se recomienda usar varias de ellas para obtener la respuesta de la estructura.

**A.4.1 Distribución uniforme (ULF)**

La idea de esta distribución no esta fundamentada en la forma de vibrar del edificio, la definición de este patrón de fuerzas se hizo partiendo de las siguientes hipótesis:

- Las masas se concentran en un solo punto de cada entrepiso.
- La aceleración de la gravedad es igual en todos los entrepisos de la estructura.

La distribución del patrón de carga, ULF se define mediante las siguientes ecuaciones.

$$F_i = m_i \dots\dots\dots B1$$

$$F_i = \frac{W_i}{\sum_{i=1}^n W_i} \dots\dots\dots B2$$

**A.4.2 Distribución fuerzas laterales equivalentes (ELF)**

La forma de este patrón de fuerzas laterales depende de que tan flexible sea la estructura, para definir la forma de la distribución se utiliza un factor k, constante para periodos extremos (cortos y largos) y variable para periodos intermedios (ver fig. B3), en los siguientes puntos se describen los conceptos que se presenta en esta formulación.

- Para periodos fundamentales cortos ( $T_1 < 0.5s$ ) la forma geométrica del patrón de fuerzas laterales se aproxima a la forma de una parábola.
- Para periodos fundamentales largos ( $T_1 > 2.5s$ ) la distribución de las fuerzas laterales se aproxima a la forma geométrica de un tímpano parabólico.
- Para periodos fundamentales comprendidos en un intervalo,  $0.5s < T_1 < 2.5s$ , el patrón de fuerzas laterales adquiere una forma geométrica similar a un triangulo invertido.

La distribución del patrón de carga, ELF se define mediante las siguientes ecuaciones.

$$F_i = m_i h_i^k \dots\dots\dots B3$$

$$F_i = \frac{W_i h_i^k}{\sum_{i=1}^n W_i h_i^k} \dots\dots\dots B4$$

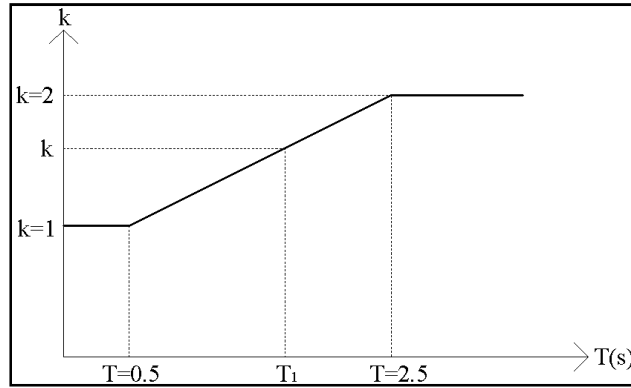


Figura B3 Factor  $k$  (FEMA 440, 2005)

En la siguiente figura se muestra la forma de la distribución de carga lateral propuestas por el FEMA 440 (ELF), para tres diferentes periodos. Para su aplicación se utilizó el edificio de 17 niveles diseñado por Varela (1996).

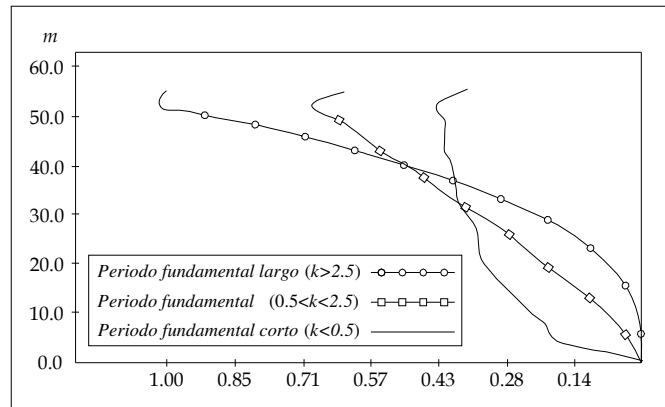


Figura B4 Distribuciones de cargas laterales para diferentes factores  $k$  (ELF)

**A.4.3 Distribución modo fundamental MF**

Este patrón de fuerzas laterales es similar al propuesto por algunos reglamentos de construcciones para el cálculo de las fuerzas sísmicas equivalentes. El modo fundamental define la forma de la distribución de fuerzas laterales, mediante la siguiente ecuación.

$$F_i = \frac{W_i \Phi_i^1}{\sum_{i=1}^n W_i \Phi_i^1} \dots \dots \dots B5$$

**A.4.4 Combinación modal (SRSS)**

Este patrón de fuerzas laterales considera la participación de los modos superiores, define la forma de la distribución mediante un análisis de valores característicos y una regla de combinación modal (SRSS), la magnitud del patrón de carga está definido por aceleración de la gravedad, mediante un espectro elástico.

La distribución del patrón de carga, SRSS se define mediante las siguientes ecuaciones.

$$F_i^j = \Gamma^j m_i \Phi_i^j S_a^j \dots\dots\dots B6$$

$$V_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n (V_i^j)^2} \dots\dots\dots B7$$

En la fig. B5 se muestra las distribuciones de carga lateral definidas por el FEMA 440 (2005), aplicadas al edificio de 17 niveles, diseñado por Varela (1996).

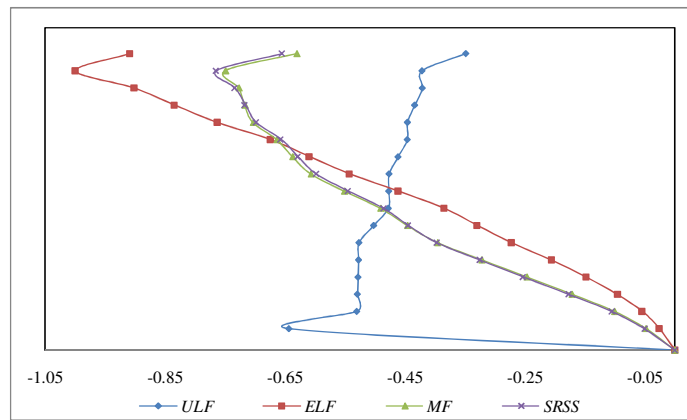


Fig. B5 Distribución de carga lateral, FEMA 440, 2005

# APÉNDICE B

---

## Referencias

---

- [1] Aguiar, R. (2002) *Un Nuevo modelo de plasticidad para el análisis estático no lineal*. Mecánica Computacional, S.R. Idelsohn, V.E. Sonzogni and Cardona eds. Santa Fe-Paraná, Argentina Vol. XXI, pp 2094-2115.
- [2] Ahamad, H. y Shad, S. (1985) *Structural properties of high strength concrete and its implicacations for precast prestressed concrete*. Journal Prestressed Concrete Institute, 30(6), pp 92-119.
- [3] Alba, F. (2005). *Método para la evaluación del desempeño sísmico de marcos planos*. Tesis de Maestria en Ingeniería (Estructuras), Posgrado en Ingeniería, UNAM, México.
- [4] ASTM A7 06 (1980). American Society for Testing and Materials, “Standard Specification for Low-Alloy ASteel Deformed Bars for Concrete Reinforcement, Philadelphia, pp. 755-760
- [5] Antoniu, S. y Pinho, R., (2003). *Advantages and limitations of adaptative and non-adaptative force based pushover procedures*, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 8, No. 4, pp 497-522.
- [6] Antoniu, y S., Pinho, R., (2003). *Development and verification of a displacement-based adaptive pushover procedure*, Journal of Earthquake Engineering, Vol. 8, No. 5, pp 643-661.
- [7] ATC (1996). *Seismic and evaluation of retrofit of concrete buildings*. Technical report, ATC-40. Applied Technology Council, Redwood City, California.

- [8] Aydinoglu, M., (2003). *An incremental response spectrum analysis procedure based on inelastic spectral displacements for multi-mode seismic performance evaluation*, Bulletin of Earthquake Engineering, Vol. 1, No 1, pp 3-36
- [9] Bracci J., Kunnat S. y Reinhorn A., (1997), *Seismic performance and retrofit evaluation of reinforced concrete structures*, Journal of structural Engineering, vol 123(1), pp. 3-10.
- [10] Bentz, E.C., (2000). *Sectional Analysis of Reinforced Concrete Members*, PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Toronto.
- [11] Bents, E.C. y Collins, M.P. (2000). *Response 2000: Reinforced concrete sectional analysis using the modified compression field theory*. Version 1.0.5, University of Toronto. Disponible en: <http://www.ecf.utoronto.ca/~bentz/home.shtml>.
- [12] Blume, J.A., Newmark, N.M., y Corning, L.H. (1961). *Design of multistory reinforced concrete buildings for earthquake*. Magazine of Concrete Research, 7(21), pp 121-132.
- [13] Cárdenas, R. y Ayala, G., (2009). *Estudio comparativo de análisis sísmicos simplificados y el analisis dinamico incremental*, en el cálculo de la curva de capacidad. , XVII CNIS, Puebla Puebla, México. Artículo V-32
- [14] Cárdenas, R. (2010). *Estudio comparativo de análisis sísmicos simplificados y el analisis dinamico incremental*, en el cálculo de la curva de capacidad. Tesis de maestria en ingeniería (Estructuras), Posgrado en Ingeniería, UNAM, México.
- [15] CEN, (2003) Eurocode 8, Design of structures for earthquake resistance – Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings, commission of the European Communities (CEN), Bruselas, Belgica.
- [16] Chan, W.L. (1955). *The ultimate strength and deformation of plastic hinges in reinforced frameworks*. Magazine of Concrete Research, 7(21), pp 121-132.
- [17] Chopra A.K. y Goel R.K. (2001). *A Modal pushover analysis Procedure for estimating seismic demands for buildings*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 31, No 3, pp. 561-582.
- [18] Chopra A.K. y Goel R.K. (2001). *A Modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for buildings: Theory and preliminary evaluation*. PEER Report 2001/03,

Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering University of California, Berkeley, California

[19] CSI. 2003, SAP 2000 Integrated finite element analysis and analysis and design of structures, Computers and Structures Inc., Berkley, California.

[20] FEMA 273 -274 (1997) NEHRP *Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings*. Federal Emergency Management Agency (FEMA), Washinton, DC.

[21] FEMA 440 (2005). *Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures*, prepared by the Applied Technology Council for the Federal Emergency Management Agency (FEMA), Washington, D.C.

[22] Freeman, S.A., Nicoletti, J.P. y Tyrell, J.V (1975). *Evaluation of existing buildings for seismic risk – a case study of Puget Sound naval shipyard*, Bremerton, Washinton. Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering, EERI, pp 113-122.

[23] Hognestad, E. (1951). *A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members*, Bulletin Series N° 399, University of Illinois, Engineering Experiment Station, Urbana-Champaign.

[24] Karsan, I.D y Jirsa, J.O. (1969). *Behavior for concrete under compressive loadings*. Journal of Structural Division, ASCE, 95 (ST12), pp 2543-2563.

[25] Kent, D.C y Park, R. (1971). *Flexural members with confined concrete*. Proceedings ASCE., 97(ST7), pp 1969-1990.

[26] Mander, J.B., Priestley, M.J.N y Park, R. (1988). *Theoretical stress-strain model for confined concrete*. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 114(8), pp 1804-1826.

[27] Mander, J.B., Priestley, M.J.N y Park, R. (1984). *Seismic design of bridge piers*. Report 84-2, Departament of Civil Engineering, University of Canterbury, Christchurch, Nueva Zealanda.

[28] Newmark, N.M. y Rosenblueth E. (1971). *Fundamentals of Earthquake Engineering*. Prentice Hall: Englewood.



- [29] RCDF (1993). *Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal y Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo*. Diario Oficial de la federación México D.F.
- [30] Park, R. y Paulay, T., (1975). *Reinforced Concrete Structures*, Ed. Wiley
- [31] Paulay, T. y Priestley, M.J.N (1992). *Seismic design of reinforced and masonry buildings*, John Wiley Sons. INC.
- [32] Popovics, S. (1973). *A numerical approach to the complete stress-strain curves for concrete*. Cement and Concrete. Res., 3(5), pp 583-599.
- [33] Requena, M. (1999). *Metodo aproximado para la evaluación del comportamiento sísmico de edificios altos*. Tesis de Maestría en Ingeniería (Estructuras), Posgrado en Ingeniería, UNAM, México.
- [34] Requena, M. y Ayala, G., (2000). *Evaluation of a simplified method for determination of the nonlinear seismic response of RC frames*, Proceedings of the XII World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, Nueva Zelanda, paper No 2109.
- [35] Rodríguez, M. y Botero, J.C. (1996). *Criterios de diseño sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de aceros de refuerzo producidos en México*. Publicación series del Instituto de Ingeniería, UNAM, No 575 enero.
- [36] Roy, H.E.H, y Sozen, M.A. (1964). *Ductility of concrete*. Proceedings of the International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete, ASCE-ACI., pp 213-224.
- [37] Sargin, M., Ghosh, S.K. y Handa, V.K. (1971). *Effects of lateral reinforcement upon the strength and deformation properties of concrete*. Magazine of Concrete Research, 23 (75-76), pp 99-110.
- [38] Park, R. Scott, B.D. y Priestley, M.J.N. (1982). *Stress-strain behaviour of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates*. ACI Journal, January-February (1982), pp. 13-27.
- [39] SeismoStruct (2004). *A Computer Program for static and dynamic nonlinear analysis of framed structures*. Disponible en URL: <http://www.seismosoft.com>.

- [40] Sinha, B.P, Gerstle, K.H. y Tulin, L.G. (1964). *Stress-strain behaviour for concrete under cyclic loading*. Journal ACI, 61(2), pp 195-211.
- [41] Sermin, O. (2005). *Evaluation of pushover analysis procedures for frames structures*, Master Thesis, Middle East Technical University, Ankara, Turquía, pp. 141.
- [43] Soliman, M.T.M., Yu, C.W. (1967). *The flexural stress-strain relationship of concrete confined by rectangular tranverse reinforcement*. Magazine of Concrete Research, 19(61), pp 223-238.
- [42] Varela, J. (1996). *Evaluación del comportamiento de un edificio alto de concreto reforzado, Diseñado con los reglamentos de México y Japón*. Tesis de maestría en ingeniería (Estructuras), Posgrado en Ingeniería, UNAM, Mexico.
- [43] Veletsos, A. y Newmark, N., (1960). *Effect of inelastic behaviour on the response of simple systems to earthquake motions*, Memorias 2<sup>nd</sup> World onference on Earthquake Engineering, Japón, Vol. 2, pp 895-912.