



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN INGENIERÍA

TESIS

“ESTUDIO TEÓRICO EXPERIMENTAL DEL
COMPORTAMIENTO ESTÁTICO Y DINÁMICO DE
MEDIOS ESTRATIFICADOS”

PRESENTADA POR

JOSÉ LUIS RODRÍGUEZ ZÚÑIGA

PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

DIRIGIDA POR

DR. FRANCISCO JOSÉ SÁNCHEZ-SESMA

Ciudad Universitaria, septiembre de 2010

A mis hijos:

Emilo, Bety, Ian y Stephan

A mi amada esposa:

Larissa

A mis padres y hermanos:

Chava, Mela, Sandra, Gaby, Chela, José y Raúl

AGRADECIMIENTOS

Fueron varias las instituciones y personas que brindaron su apoyo para la realización del presente trabajo de investigación. Todas ellas contribuyeron en su momento y de diferente manera para la consecución de los objetivos del mismo.

En primer lugar al *Instituto de Ingeniería* y al *Instituto de Geofísica* de la *UNAM*, donde se realizó una gran parte de los estudios aquí presentados, todos ellos patrocinados en distintos momentos por el *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)*, la *Dirección General de Asuntos del Personal Académico (DGPA)* de la *UNAM* y la *Comunidad Europea*, en varios proyectos de investigación. Al *Centro de Investigación Sísmica A.C.* de la *Fundación Javier Barros Sierra A.C.*, donde tuve el privilegio de colaborar con el Grupo de Geofísica, bajo la asesoría de grandes personalidades de la investigación en México en los campos de Ingeniería Sísmica y Sismología, mediante proyectos patrocinados por la *Secretaría de Obras del Departamento del Distrito Federal* y por el *CONACYT*. Algunos de los resultados aquí mostrados fueron obtenidos durante visitas académicas a las ciudades de París y Grenoble, Francia, en el *Laboratoire de Sismologie, Institut de Physique du Globe*, con el apoyo del *Institut de Sciences de l'Univers (INSU)* y el *French Ministère des Affaires Etrangères, de la Recherche et de l'Environnement*, y la ciudad de Pittsburgh, Pensilvania, en el *Department of Civil & Environmental Engineering, Carnegie Mellon University*. A todas estas Instituciones y Organismos mi más grande agradecimiento por su invaluable apoyo.

A mi Maestro de siempre y gran amigo de toda la vida: Francisco José Sánchez Sesma, de quien he tenido la fortuna de asimilar un poco de lo mucho que él sabe, y sobre todo, contagiarme de su entusiasmo y fuerza motriz. La culminación de este trabajo ha sido posible gracias a que mantuvo la fe en el mismo y en su autor, a pesar de todo. A mis profesores Shri Krishna Singh, Mario Ordaz Schroeder, Javier Pacheco Alvarado, Francisco Ramón Zúñiga Dávila-Madrid, Efraín Ovando Shelley y Luis Esteva Maraboto, por haber contribuido a mi formación desde distintos recintos académicos de la *UNAM*, con la transmisión de sus conocimientos y con el ejemplo mismos de grandes investigadores, así como por la lectura crítica del presente trabajo. A los profesores: Roland Gaulon, Pierre Antonie Blum, Jacobo Bielak, Michel Campillo y Roberto Meli Piralla, así como al Ing. Raúl Mendoza Mata y a la Lic. Cybele Díaz Wionczek por todo el apoyo recibido. A Milagros Merino Macías por su amistad y por el invaluable apoyo administrativo sin el cual esta tesis sería aun un proyecto.

A mi esposa Larissa y a nuestros amados hijos, quienes me han dado todo su cariño, amor, fortaleza, paciencia y apoyo incondicional durante la elaboración de este trabajo y durante estos años de crecimiento mutuo.

A todos mis compañeros, maestros, alumnos y amigos universitarios de la Facultad de Ingeniería, Instituto de Geofísica, Instituto de Ingeniería y Posgrado de Ingeniería, de quienes me acompañé y disfruté de su amistad durante varios años.

ESTUDIO TEÓRICO EXPERIMENTAL DEL COMPORTAMIENTO ESTÁTICO DE MEDIOS ESTRATIFICADOS

ÍNDICE

- 1. INTRODUCCIÓN**
- 2. TÉCNICAS INCLINOMÉTRICAS EN EL ESTUDIO DEL
COMPORTAMIENTO ESTÁTICO DE SUELOS SOMEROS**
 - 2.1 Concepción y fabricación del instrumento de medición
 - 2.2 Diseño de los experimentos de campo de Texcoco y Grenoble
 - 2.3 Modelado directo de curvas de inclinación vs distancia aparente
 - i. Método de Boussinesq para medio homogéneo
 - ii. Matrices de Rigidez de Kausel y Roesset
- 3. USO DE REGISTROS SÍSMICOS DE BUENA CALIDAD PARA ESTIMAR
MODELOS CORTICALES DE VELOCIDAD**
 - 3.1 Funciones de receptor para ondas P
 - 3.2 Funciones de receptor para ondas S
 - 3.3 Funciones de receptor de baja frecuencia: Estructura litosférica.
- 4. MODELADO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE CONFIGURACIONES
GEOLÓGICAS COMPLEJAS**
 - 4.1 Métodos de simulación numérica
 - 4.2 Respuesta sísmica de valles aluviales someros mediante modelos simples
 - 4.3 Estimación de los efectos de sitio por topografías 3D mediante un enfoque rápido del IBEM con gradiente conjugado
- 5. DISCUSION FINAL Y APORTACIONES**
- 6. BIBLIOGRAFÍA**
- 7. APÉNDICES**

INTRODUCCIÓN

La caracterización estática y dinámica de medios estratificados es de interés en numerosos problemas de ingeniería sísmica y sismología. Las escalas de estudio de estos medios varían significativamente en función del objetivo buscado. A nivel de unos cuantos metros, las descripciones detalladas de los parámetros elásticos del terreno y de su variación espacial en las formaciones de los suelos, son de interés para problemas de geotecnia, ingeniería sísmica y valuación del riesgo sísmico local. Mientras que a nivel de las decenas de metros, se requiere del conocimiento de la geometría y de las velocidades de propagación de ondas sísmicas en los distintos estratos del suelo, a fin de evaluar sus efectos en la respuesta sísmica de configuraciones geológicas locales, como valles aluviales someros. Por otro lado, para medios estratificados en la escala de las decenas de kilómetros, se precisa de modelos razonables de la distribución de velocidades de ondas de cortante con la profundidad, que puedan ser empleados para modelar el campo de ondas sísmicas que se propaga en la corteza terrestre. En el caso de México se podrían explicar los fenómenos de duración y amplificación espectral, observados en algunos sitios en la cuenca de México y sus alrededores, durante la ocurrencia de movimientos fuertes generados en la zona de subducción. Asimismo, resulta de interés para fines de entendimiento y modelado del fenómeno sismológico, la distribución de velocidades en la estructura cortical y del manto superior terrestre bajo la parte centro sur de México.

En este trabajo se presentan los resultados de varios estudios teórico-experimentales encaminados a la determinación del comportamiento estático y dinámico de medios estratificados a distintas escalas. Se proponen, fundamentan teóricamente, y validan experimentalmente, una serie de métodos y técnicas encaminadas a este propósito.

RESUMEN

Se presentan tanto la teoría como las evidencias experimentales del comportamiento estático y dinámico de medios estratificados en diferentes escalas de interés. En el contexto de cada aplicación se examinan los métodos y técnicas adecuados para los cálculos y las mediciones. En efecto, para inferir las propiedades elásticas de suelos estratificados someros (unos pocos metros), se desarrolló una técnica basada en la medición de inclinaciones inducidas en la superficie del terreno, para las cuales se diseñan y realizan experimentos de campo, y se invierten los datos obtenidos con métodos de optimización global. Por otro lado, en una escala vertical del orden de las centenas de metros, se presenta la implantación de métodos simplificados de simulación numérica para modelar la respuesta sísmica de valles aluviales y de rasgos topográficos en 3D, los resultados se validan con los producidos por otras técnicas más costosas.

Finalmente, para medios estratificados en la escala de las decenas de kilómetros, se propone un método que considera el uso de registros sísmicos de banda ancha para calcular funciones de receptor de ondas P y S , respectivamente, con el fin de inferir la distribución vertical de velocidades a nivel de la corteza terrestre, mediante la inversión conjunta de ambas funciones de receptor, con lo que se restringe el espacio de búsqueda para el proceso de inversión, el cual produce modelos que satisfacen simultáneamente ambas funciones.

Para concluir el trabajo se explora la posibilidad de obtener información de baja frecuencia a partir de los registros telesísmicos de banda ancha y una gran duración que permita observar tanto los múltiples provenientes del contacto corteza-manto, como las reflexiones y transmisiones de las fases sísmicas provenientes de contactos más profundos.

ABSTRACT

We present both the theoretical basis and the experimental evidences, on the static and dynamic behavior of stratified media at different scales. Regarding the small scale (few meters), a procedure consisting on very precise measurements of the induced ground inclination is developed. The objective is to invert the curves obtained during the experiments and to infer elastic properties for the site under study using global optimization techniques. On the other hand, for a vertical scale of hundred meters, simplified numerical simulation methods are presented; they are useful to assess the seismic response of irregular shallow alluvial valleys and 3D topographical features. The results so obtained are validated with those produced by more sophisticated and expensive techniques.

For stratified media in the scale of tens of kilometers, the use of a method consisting on the computation of P and S wave receiver functions, for broad band seismic records, is examined. The objective is to infer vertical velocity distributions in an earth's crustal scale by joint inversion of both receiver function waveforms. This allows constraining the search domain in the inversion process, which produces models that adjust simultaneously both kinds of functions.

Finally, we explore the possibility of obtaining useful low frequency information from teleseismic broad band records. Such receiver functions should have enough duration to contain information not only from the crust-mantle transition, but also from reflections and transmissions of seismic phases arriving from deeper contacts.

1. TÉCNICAS INCLINOMÉTRICAS EN EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO ESTÁTICO DE SUELOS SOMEROS

En esta primera parte del estudio, se presenta una técnica que consiste en la aplicación de mediciones con alta resolución de la inclinación inducida en el terreno. El objetivo es estimar algunas propiedades elásticas en suelos estratificados someros, mediante el análisis de la información obtenida en experimentos de campo y la implantación de métodos de inversión de datos geofísicos basados en las técnicas numéricas de optimación global.

Se acepta que el medio responde elásticamente ante cargas estáticas aplicadas en la superficie. Esta suposición es válida solamente para ciertos valores de la carga conocida y a ciertas distancias de aplicación de la misma, por lo que fue necesaria la exploración previa del rango de aplicación de la técnica, el cual está en función de los valores mínimo y máximo que se pueden obtener con los instrumentos utilizados, de la relación señal a ruido en el sitio de medición, del valor de la carga puntual y de los valores mismos de los parámetros elásticos en el sitio de medición. Teniendo presentes estas restricciones, si la carga y las distancias de aplicación de la misma son conocidas, la inclinación relativa inducida en la superficie será función únicamente de las propiedades elásticas del medio. Si se hace variar la distancia de aplicación de la carga con respecto del punto de medición, entonces se observará una respuesta del terreno que será función de la distribución de las propiedades elásticas con la profundidad.

La etapa de laboratorio del presente estudio fue realizada en el Institut de Physique du Globe de París. En ella se participó en la fabricación de los instrumentos portátiles que pudieran medir, de manera muy precisa, pequeños cambios en la inclinación inducida en el terreno.

Posteriormente, se realizaron dos experimentos exploratorios de campo: el primero en un sitio cerca del sincrotrón de Grenoble, Francia, y el segundo en las arcillas de la zona del lago virgen de Texcoco, muy cerca de la ciudad de México. Con ellos se buscaba probar las ideas arriba mencionadas y dar validez a la técnica propuesta. Esto se llevó a cabo mediante la comparación de los resultados obtenidos con aquellos provenientes de fuentes independientes de información geofísica para los mismos sitios. En una tercera fase, se procedió al análisis de la información obtenida trabajando en el desarrollo e implantación de un esquema de inversión de datos geofísicos.

Con el fin de tratar adecuadamente la aproximación homogénea y la de estratos planos horizontales al medio en estudio, se consideró el problema directo para la solución de los desplazamientos radiales y verticales ante cargas estáticas en un semiespacio elástico, por medio del problema de Boussinesq. Por otro lado, se consideraron configuraciones más realistas (medios estratificados), mediante el método de matrices de rigidez, propuesto por Kausel y Roesset (1981).

La descripción de la técnica propuesta, las calibraciones necesarias en los instrumentos, el diseño de los experimentos y la validación de los resultados obtenidos, se presentan en dos trabajos publicados que forman los Apéndices A y B de este trabajo de investigación. A continuación se presenta una breve reseña de esas publicaciones.

1.1 Concepción y fabricación del instrumento de medición

Los dispositivos de medición fueron diseñados en el Laboratoire de Sismologie del Institut de Physique du Globe de París. La idea básica era contar con un instrumento ligero y compacto, pero robusto a cambios en condiciones climáticas, y muy preciso en sus mediciones. Se identificó al silicio como el material con más bajo coeficiente de dilatación, además de ser maleable, dúctil y, por lo tanto, fácil de trabajar. Se construyó entonces un instrumento monolítico que consiste básicamente en un péndulo horizontal, sujetado a un marco rectangular por medio de dos hilos muy delgados. La masa del péndulo es una placa semicircular de plata con una pequeña apertura en la parte media. Bajo la masa móvil del péndulo se instala una celda fotosensible, alimentada en sus extremos con ± 5 Volts. Este elemento responde dando un voltaje variable en función de la parte iluminada, y la parte iluminada está en función de la inclinación que registra el suelo sobre el que el instrumento está instalado.

En la parte superior del marco de silicio, se instala una pequeña lámpara o led que provee la luz necesaria para hacer funcionar la celda fotosensible. La lámpara es alimentada con dos hilos de 3 Volts. Esta pieza monolítica está montada en una base semicircular de silicio y sujeta con un vástago que va directamente a la base triangular que le sirve de soporte. La figura 1.1 a) muestra un esquema de las partes mecánicas del instrumento, mientras que en la 1.1 b) se muestra una foto de dos inclinómetros instalados en campo.

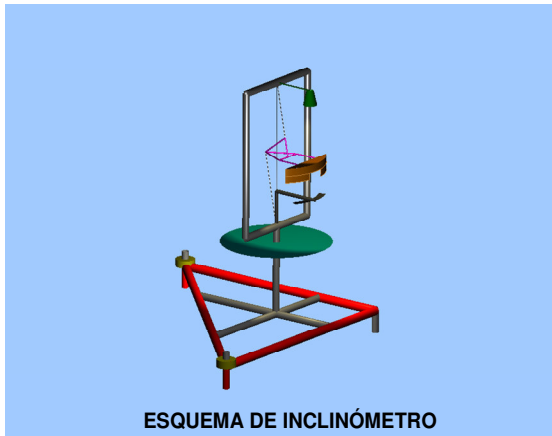


Figura 1.1 a) Esquema de un inclinómetro compacto de silicio. Se muestran las partes eléctrica y mecánica y la base con tornillos regulatorios.



Figura 1.1 b) Fotografía de dos inclinómetros compactos de silicio instalados en campo.

El principio de funcionamiento del inclinómetro es el de un péndulo horizontal que responde a pequeñas variaciones de la inclinación de una línea vertical imaginaria. Esta línea pasa por el centro del marco rectangular de silicio, uniendo los dos hilos delgados que soportan al péndulo. Así, pequeñas variaciones en la inclinación de la línea imaginaria, provocadas por una inclinación del plano horizontal en el que se instala el instrumento, son traducidas en pequeñas oscilaciones del péndulo horizontal. Estos cambios en la posición de la masa del péndulo permiten que el rayo de luz proveniente de la lámpara fija en la parte superior incida en distintas porciones de la celda fotosensible, y con ello se provoque una diferencia de potencial correspondiente a ese giro (Blum *et al.*, 1992).

Para obtener el valor de inclinación en micro-radianes, es necesario multiplicar la diferencia de potencial obtenida en los extremos de la celda por el coeficiente propio del instrumento. En la práctica, cada instrumento posee un valor único de este coeficiente,

determinado en laboratorio al momento de ser fabricado. La resolución con la que se fabrican estos instrumentos, es función del experimento particular para el que serán usados. En la figura 1 a), pueden observarse dos tornillos de rosca fina, que permiten hacer ajustes en el periodo del péndulo y llevar a éste a su posición de equilibrio en el centro del instrumento.

En un experimento de campo se instalan bases inclinométricas, en las cuales se colocan dos o más instrumentos en cada una. Cada grupo de inclinómetros es alimentado con una tarjeta electrónica, la que a su vez se alimenta de una fuente de 12 Volts de corriente directa. Esta tarjeta suministra un voltaje de +/-5 Volts para la celda fotosensible del instrumento y de 4 Volts para el diodo luminoso; es también la encargada de recibir la señal procedente de la celda fotosensible y de transportarla hasta un equipo portátil de cómputo, donde se analiza y convierte (previa instalación de una tarjeta convertidora analógico-digital) a valores de inclinación en micro-radianes. Los algoritmos instalados en la computadora permiten almacenar archivos ASCII con los valores de inclinación observados en función del tiempo, además de información como fecha y hora de registro, distancia de observación y constantes de los instrumentos registradores.

En Rodríguez-Zúñiga *et al.* (1995), Apéndice C, se hacen algunas consideraciones prácticas para establecer el rango de validez de las mediciones que se pueden obtener en campo.

1.2 **Diseño de los experimentos de campo de Texcoco y Grenoble.**

Con el objeto de validar la técnica propuesta para la obtención de perfiles de distancia contra inclinación inducida, en los Apéndices A y B se presentan el diseño y la ejecución de los experimentos de inclinometría en los sitios de Texcoco y Grenoble.

Se realizaron mediciones de inclinación inducida en la zona de lago virgen de Texcoco, la que está formada básicamente por sedimentos arcillosos, sin consolidar, de origen volcánico y con un gran contenido de agua (Marsal y Mazari, 1959; Marsal y Graue, 1969). La ubicación del área, así como el dispositivo de medición, se muestran en las figuras 6 y 7 del trabajo de Rodríguez-Zúñiga *et al.* (1997-1), Apéndice A. Esta zona es usada por la Comisión Nacional del Agua para investigaciones ambientales y geotécnicas. La selección de este sitio para llevar a cabo los experimentos obedece a dos razones: la primera, su estratigrafía es probablemente representativa de otras regiones de interés en la ciudad de México y la segunda, es que ofrece la posibilidad de realizar los experimentos con un buen control y con ruido urbano relativamente insignificante, además de cumplir con las hipótesis que implica el modelado con el problema directo. Por lo tanto, nuestro objetivo fue el de calibrar la técnica con el fin de que pueda ser usada en otros sitios de la ciudad para complementar otras mediciones geofísicas y geotécnicas.

Las figuras 5 y 6 del Apéndice B, son gráficas representativas del nivel de inclinación reportado por los instrumentos durante los experimentos de Texcoco y Grenoble, respectivamente. En cada caso, se muestra en la parte superior la correspondiente curva de inclinación contra distancia aparente, que son la forma final de los datos obtenidos en esos experimentos.

1.3 Modelado directo de curvas de inclinación contra distancia aparente

De los experimentos realizados en los dos sitios de estudio, se obtuvieron series de registros digitales de tiempo contra inclinación. Estos registros muestran los valores de la inclinación inducida por la posición de la carga conocida a varias distancias de las estaciones inclinométricas. Considerando el nivel base de inclinación del sitio y, de acuerdo con el registro de distancias, estas series son convertidas en series de inclinación inducida contra distancia aparente. Este tipo de curvas presentan un decaimiento exponencial proporcional a $1/r^2$, donde tanto la forma como la velocidad de decaimiento y el nivel de inclinación que muestran, son características que contienen la información necesaria para inferir los valores de los parámetros elásticos que las provocaron.

Con el objeto de llevar a cabo una adecuada interpretación de la información presente en estos registros, se hace uso de las técnicas de inversión de datos geofísicos existentes en la literatura. Se trata de establecer procedimientos numéricos que permitan estimar los parámetros que, dada la geometría del experimento y el valor de la carga utilizada, provocaron las características observadas en las curvas de inclinación contra distancia. Más adelante en este trabajo, se presentan brevemente los conceptos básicos de la teoría de inversión en geofísica mediante un método de optimación global basado en algoritmos genéticos. La adecuada aplicación de la teoría de inversión, para la consecución del objetivo principal de este apartado (estimar razonablemente los parámetros elásticos de los sitios de estudio), requiere de una teoría o modelado directo del problema planteado. Esto es, cuando se proponen métodos de optimación que permitan estimar las mejores combinaciones de los valores de los parámetros del modelo estudiado, debe existir un procedimiento que verifique la bondad de los modelos propuestos.

La manera de verificar qué tan buena es una combinación particular de parámetros (modelo), es obteniendo la curva teórica o respuesta esperada de ese modelo mediante el problema directo. Esta curva se obtiene suponiendo que se somete al modelo propuesto a la carga estática utilizada en el campo, con la geometría adoptada en los experimentos. Se precisa entonces, de una teoría basada en las ecuaciones de la elasticidad lineal que permitan obtener la curva teórica de inclinación contra distancia, dado un modelo particular de suelo y las condiciones de campo en las cuales se desarrollaron los experimentos. Esta teoría o modelado directo, para el caso de los desplazamientos inducidos con cargas en la superficie de un semiespacio homogéneo, o de un medio estratificado, lo constituyen el método de Boussinesq y el método de matrices de rigidez, respectivamente. A continuación se presentan las bases de estos métodos con el fin de justificar su utilización en el problema planteado.

1.3.1 Método de Boussinesq para medio homogéneo

Un medio homogéneo queda completamente definido mediante dos módulos elásticos y la densidad de masa. La suposición de homogeneidad requiere de una expresión para los desplazamientos radial y vertical provocados por la carga en la superficie (figura 1.2). Estas expresiones se conocen como la solución de Boussinesq (Fung, 1965).

$$U_z = \frac{P}{4\pi\mu R} \left[2(1-\nu) + \frac{z^2}{R^2} \right], \quad 1.1$$

y

$$U_r = \frac{P}{4\pi\mu R} \left[\frac{rz}{R^2} - \frac{(1-2\nu)r}{R+z} \right], \quad 1.2$$

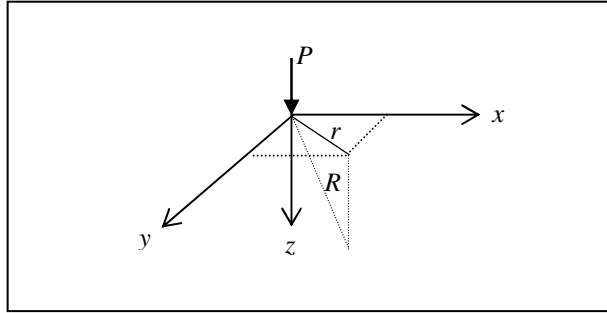


Figura 1.2 Carga puntual en la superficie de un medio homogéneo. En este caso, la solución de Boussinesq establece las expresiones para los desplazamientos radial y vertical en cualquier punto del medio.

donde: P = Carga puntual, ν = Relación de Poisson

$$\mu = \text{Constante de Lamé, } R^2 = r^2 + z^2 \text{ y } r^2 = x^2 + y^2.$$

La correspondiente inclinación en la superficie libre del semiespacio, al derivar U_z con respecto a la distancia horizontal es:

$$I_0 = \left. \frac{\partial U_z}{\partial r} \right|_{z=0} = -\frac{P(1-\nu)}{2\pi\mu r^2} \quad 1.3$$

Usando la relación $\mu = E/2(1+\nu)$, esta inclinación puede escribirse como

$$I_0 = -\frac{P(1-\nu^2)}{\pi E r^2} \quad 1.4$$

La solución puede ser empleada como una primera aproximación al valor global o promedio de E (módulo de Young). En efecto, si obtenemos el valor del cociente entre el factor $P/\pi r^2$ y la inclinación observada (dado que la carga y la distancia de medición son

conocidas), el resultado será precisamente la constante $E/(1-\nu^2)$, que es función únicamente del medio estudiado.

1.3.2 Matrices de rigidez de Kausel y Roesset

Las curvas obtenidas utilizando la aproximación homogénea con el método de Boussinesq, distan mucho de ser constantes paralelas al eje de las abscisas (Blum *et al.* 1992). Por el contrario, muestran una clara dependencia con la distancia. Esto implica la necesidad de utilizar una metodología más completa en la formulación del problema directo, que considere un medio con estratos homogéneos de distinto espesor y con distintas propiedades mecánicas entre ellos. Por otro lado, y de mayor interés, muestra también la posibilidad del acceso a la información de las propiedades elásticas a profundidad cuando la distancia sensor-carga aumenta.

A continuación se presenta el formalismo propuesto por Kausel y Roesset (1981), para resolver el problema de calcular los desplazamientos ante cargas estáticas o dinámicas mediante el método de matrices de rigidez. En este caso particular, es necesario aplicar el método para frecuencia cero (problema estático) y número de onda mayor que cero (carga local).

Considérese el modelo de la Fig 1.3, formado por estratos planos horizontales, sujeto a cargas verticales en la superficie. El problema de determinar los desplazamientos radiales y verticales sobre cualquier punto de la superficie, se lleva a cabo resolviendo las cargas en términos de sus transformadas de Fourier espacial y temporal, lo cual es equivalente a usar el método de separación de variables para encontrar soluciones de las ecuaciones de la elasticidad.

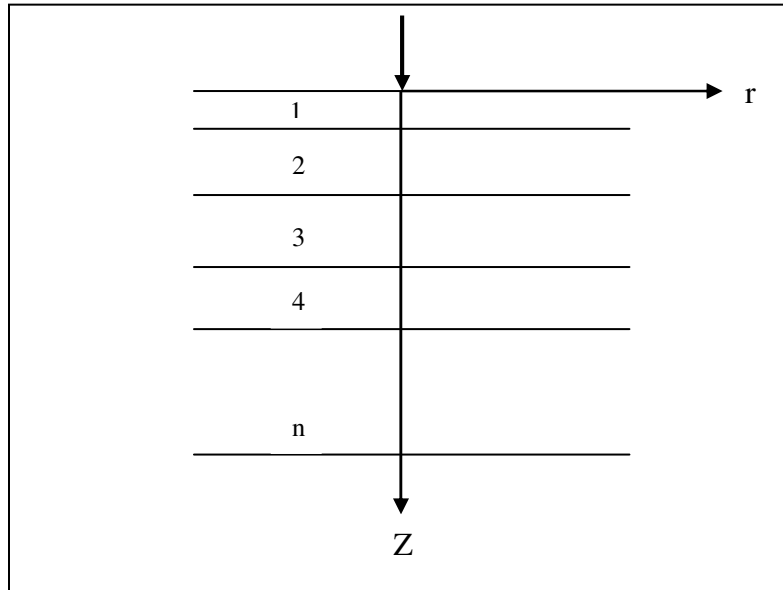


Figura 1.3 Carga puntual en la superficie de un modelo formado por (n) estratos.

En estas condiciones, el método de matrices de rigidez provee la solución para los desplazamientos horizontal y vertical en cualquier punto del sistema.

La aplicación del método de matrices de rigidez para el caso particular que nos interesa, se describe en el trabajo de Rodríguez-Zúñiga *et al.* (1997-1), Apéndice A, en donde se hacen las consideraciones particulares de frecuencia cero y número de onda distinto de cero. El valor teórico para la inclinación en la superficie de un sistema estratificado, producido por la presencia de una carga estática conocida, aplicada a cierta distancia también conocida, se obtiene evaluando numéricamente la derivada del desplazamiento U_z con respecto de r

$$I_T = \frac{\partial U_z}{\partial r} \Big|_{z=0} \cdot \quad 1.5$$

En esta sección se ha descrito una metodología analítica para la obtención de algunas propiedades mecánicas del subsuelo, a partir de mediciones precisas de la inclinación del

terreno ante la presencia de una carga estática. De la aplicación práctica de la técnica presentada puede establecerse la relación directa entre las propiedades mecánicas del subsuelo y los registros de inclinación observada. En efecto, los análisis de los resultados obtenidos de los experimentos en la zona del lago de Texcoco, México y en Grenoble, Francia, mostraron la utilidad de la técnica para inferir modelos del subsuelo somero. Las comparaciones entre los modelos empleados para ajustar las inclinaciones observadas y los datos disponibles de la zona: perfiles de velocidad de onda S inferidos a partir de registros de cono eléctrico y curvas de dispersión de ondas de Love, muestran un excelente acuerdo y sugieren el gran potencial de este método, aun en sitios donde se carece de información previa.

Los datos analizados parecen indicar la posibilidad de obtener mediciones más significantes a distancias mayores, con cargas mayores. Esto permitiría tener acceso a información a profundidad en experimentos bien controlados.

Para determinar varios de los parámetros de interés en la caracterización de las propiedades elásticas y dinámicas del terreno, es preciso contar con el análisis conjunto y complementario, de los resultados provenientes de varias fuentes de información. Sin embargo, a la luz de los resultados presentados en este apartado puede establecerse que para la parte más somera, el análisis de las mediciones in-situ de la inclinación inducida en el terreno, con la técnica aquí presentada, proporciona resultados confiables y de buena resolución.

2. USO DE REGISTROS SÍSMICOS DE BUENA CALIDAD PARA ESTIMAR MODELOS CORTICALES DE VELOCIDAD

En esta sección, se presentan algunos métodos de análisis aplicados a registros sísmicos de banda ancha, regionales y telesísmicos, con el fin de inferir modelos razonables de la distribución de velocidades de ondas de cortante con la profundidad. El objetivo fundamental es establecer las bases de una metodología que permita obtener representaciones confiables de la estructura de velocidades a escala regional en la parte centro sur de México, no sólo como un promedio para trayectorias regionales, sino también como modelos puntuales bajo los sitios instrumentados. Esta metodología está basada en la inversión conjunta de funciones de receptor de ondas P y de ondas S , utilizando para ello un esquema de optimización global basado en el uso de algoritmos genéticos.

Los resultados obtenidos podrían ser empleados en el futuro para modelar los campos de ondas sísmicas que se propagan bajo la corteza de México. Un modelo adecuado de la estructura de velocidades de ondas sísmicas en la corteza superior puede ser útil para explicar la duración y amplificación espectral, observadas en la cuenca de México y sus alrededores durante la ocurrencia de movimientos fuertes en la zona de subducción.

Los registros de eventos telesísmicos han sido utilizados para estimar la estructura litosférica de velocidades de propagación de ondas sísmicas. Algunos textos clásicos como el de Phinney (1964), tratan el problema de modelar las formas de onda de eventos lejanos en el dominio de la frecuencia, para inferir perfiles de velocidad de ondas S en el sitio de estudio.

Las primeras investigaciones al respecto, utilizaban datos de instrumentos de periodo largo, mismos que les permitían construir algunos modelos simples de capas planas. Con estos modelos era posible obtener una explicación razonable de los datos observados.

Con el uso difundido de los instrumentos digitales de banda ancha y el gran avance en materia de cómputo, en cuanto a velocidad de proceso y capacidad de memoria, hubo la necesidad de incrementar el detalle de los modelos propuestos; fue necesario implantar procedimientos de optimización que permitieran una exploración amplia de las posibles soluciones (modelos de estructuras de velocidades), que dieran una mejor explicación de las observaciones.

En la escala regional, los registros digitales han sido ampliamente usados para extraer las curvas de dispersión de velocidades de fase y grupo de las ondas superficiales generadas en el trayecto. Las formas y amplitudes de estas curvas son fuertemente sensibles a la distribución de velocidades de cortante en el medio en que se generaron. Un trabajo clásico al respecto, es la serie de programas de inversión y generación de sismogramas sintéticos de Herrmann (1989), que han sido de gran utilidad en varios estudios encaminados a dilucidar la estructura cortical de velocidades en varias partes del mundo. Entre los trabajos encontrados en la literatura, se tienen aquellos que tratan el problema de inversión de las curvas de dispersión de ondas superficiales en el trayecto costa – cuenca de México, a partir de los cuales se cuenta con un modelo promedio de la corteza en esta zona de interés, entre estos sobresalen los de Campillo *et al.* (1992 y 1997) e Iglesias *et al.* (2001). En este último se utilizaron apilados de curvas de dispersión de velocidad de grupo, correspondientes a dos trayectorias, una perpendicular y otra paralela a la línea de costa. Las diferencias entre ambos modelos se asociaron con la zonificación en terrenos tectono estratigráficos propuestos para el sur de México por Campa y Coney, (1983).

Paralelamente, se ha desarrollado la técnica del modelado de funciones de receptor, misma que surge con el procedimiento propuesto por Langston (1979), llamado ecualización de la fuente. Este procedimiento consiste en deconvolucionar el componente vertical del

movimiento registrado en un sitio, a partir del componente radial. La hipótesis en la que se basa es la de considerar que las formas de onda telesísmicas de las ondas P , contienen información de la historia temporal de la fuente, de la estructura cercana a la fuente, de los efectos de propagación a través del manto y de la estructura en los alrededores del sitio, de tal manera que si se pudieran eliminar los efectos relacionados con la fuente y la propagación en el manto, sería posible asignar las características de la forma de onda restante a los efectos producidos por la estructura local bajo el receptor.

Una revisión completa de la técnica del modelado de funciones de receptor, puede encontrarse en los textos de Langston (1979), Owens *et al.* (1984) y Ammon *et al.* (1990). El texto de Owens *et al.*, incluye además las bases de una técnica de inversión linealizada. En otro trabajo, Ammon (1990), muestra que es posible analizar las funciones de receptor telesísmicas, preservando las amplitudes absolutas de las funciones construidas. Con el uso de las amplitudes reales, se minimiza el error producido cuando se presentan interfases someras con grandes contrastes de velocidad, que pueden alterar las amplitudes aparentes de las fases P_s y producir algunas inexactitudes en los modelos arrojados.

El trabajo de Cassidy (1992), presenta un breve recuento de los análisis con funciones de receptor hasta entonces realizados. Este autor hace énfasis en algunos otros estudios (Owens *et al.*, 1988, Langston, 1979, y Lapp *et al.*, 1990), en los que se utilizaron datos de periodo corto y de banda ancha para llevar a cabo análisis de funciones de receptor en rasgos tectónicos complejos, para los que no era válida la suposición de estructura plana horizontal de estratos homogéneos.

Su estudio se concentra en la aplicación de funciones de receptor en interfases buzantes, para las que concluye la necesidad de aplicar apilamiento de funciones para intervalos definidos de distancias y orientaciones.

Para el caso de México, Cruz-Atienza (2000), invirtió funciones de receptor de forma exhaustiva para varios grupos de eventos telesísmicos en estaciones permanentes de banda ancha obteniendo resultados de interés.

Con base en los antecedentes arriba citados, este capítulo consiste en una explicación breve del procedimiento empleado para la obtención de funciones de receptor para ondas P , y en una justificación con bases físicas del porqué una función de receptor de ondas S debería contener información valiosa que complementa a la primera. Posteriormente, se presentan las bases de la metodología aquí propuesta para invertir conjuntamente ambas funciones de receptor para un sitio, utilizando un esquema de inversión global.

Los ejemplos de aplicación de la metodología propuesta, son parte de un trabajo en preparación para ser sometido para su publicación. En estos ejemplos, las funciones de receptor son construidas para los registros en algunos sitios sobre la cuenca de México, correspondiente a eventos telesísmicos profundos.

Para la obtención de las funciones de transferencia en la superficie de un modelo estratificado de capas planas y homogéneas, se hace uso de los métodos de Haskell (1953), y Kennett (1983). Estas funciones, obtenidas en el dominio de la frecuencia, son la base para la construcción de las funciones de receptor radiales que se observarían si esos modelos correspondieran con la realidad.

Se establece entonces un problema de inversión en geofísica, en el que las funciones de receptor obtenidas de los registros, representen los datos u observaciones, las propiedades (espesor y velocidad de ondas S) de los estratos que forman el modelo representen los parámetros del modelo, y el método de Kennett o Haskell, junto con el procedimiento para la obtención de las funciones de receptor sintéticas, represente al problema directo o teoría que relaciona los datos y los parámetros.

Se presentan resultados obtenidos mediante la aplicación de lo método de optimización global de algoritmos genéticos. Este método, junto con el de templamiento simulado (*simulated annealing*), se han utilizado en este contexto (ver Iglesias *et al.* 2001 y Cruz-Atienza *et al.* 2010).

En la parte final de este capítulo, se presentan algunos resultados aún de carácter especulativo, relacionados con la obtención de funciones de receptor de baja frecuencia. Estos análisis previos, revelan la presencia de una estructura en el manto superior de alta velocidad, justo debajo de la transición del moho. Los sismólogos llaman a esta región "lid", debido a que sobreyace a una zona de baja velocidad (LVZ), la cual, en este estudio, se encontró consistentemente alrededor de los 180 km de profundidad. Se cree que esta (LVZ) representa la parte superior de la astenósfera (reológicamente definida) de baja viscosidad. Las fuertes variaciones encontradas en el manto superior alrededor del mundo, están asociadas con rasgos tectónicos superficiales. En esta sección se intenta identificar sismológicamente la presencia de la Placa de Cocos subduciendo de manera sub-horizontal bajo la región sur de México. Esto se lleva a cabo examinando si se requiere su presencia para un razonable ajuste de las observaciones tal y como ha sido sugerido por análisis independientes de datos geofísicos.

2.1 Funciones de receptor para ondas P

Este proceso consiste en tomar la porción de ondas P de los componentes radial y vertical de eventos telúricos. Las razones para utilizar eventos muy lejanos son: 1) la porción de ondas P es suficientemente larga (del orden de varios minutos) antes de ser "contaminada" por cualquier fase de ondas S , y 2) el ángulo con el que inciden los frentes de ondas P es casi vertical, con lo que se favorece una conversión energética de ondas polarizadas horizontalmente.

La porción de ondas P está compuesta de efectos de fuente, efectos instrumentales y efectos debidos a la estructura cortical local. En el dominio de la frecuencia, los componentes radial y vertical de un registro sísmico se pueden escribir como:

$$\begin{aligned} R(\omega) &= F(\omega)I(\omega)l_R(\omega) \\ V(\omega) &= F(\omega)I(\omega)l_V(\omega) \end{aligned} \quad 2.1$$

La función de receptor se obtiene al deconvolucionar el componente vertical del radial, mediante el cociente espectral de ambos:

$$H(\omega) = \frac{R(\omega)}{V(\omega)} = \frac{F(\omega)I(\omega)l_R(\omega)}{F(\omega)I(\omega)l_V(\omega)} = \frac{l_R(\omega)}{l_V(\omega)} \quad 2.2$$

La transformada inversa de Fourier de $H(\omega)$, es un componente horizontal del movimiento que representa, preferentemente, la respuesta del medio estratificado local (a nivel cortical) a una onda plana P . Esta serie de tiempo incluye el arribo directo de la onda P , más fases

localmente convertidas de P a S , incluyendo algunos múltiplos en los primeros 30 segundos después del arribo de la onda P directa.

En la figura 2.1, se muestra el diagrama de rayos con las principales fases contenidas en la función de receptor radial para un modelo muy simple de una capa sobre un semiespacio.

Las fases que arriban o se reflejan en la interface entre ambos medios son 1) $PpPms$, 2) $PsPms+PpSmS$, 3) $PsSms$, 4) Pp y 5) Ps . Las letras mayúsculas indican, con excepción del primer arribo P , que es común a todas las fases, ondas que viajan hacia abajo del modelo, mientras que las letras minúsculas muestran ondas que viajan hacia arriba. La letra m señala que hubo una reflexión del frente de onda en la frontera m entre el semiespacio y el estrato.

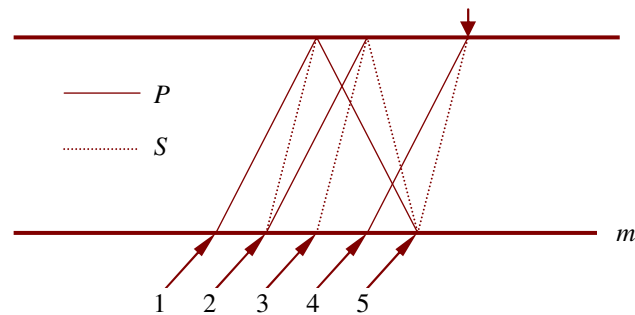


Figura 2.1 Diagrama de rayos con la incidencia de un frente plano de ondas P . Se muestran las transmisiones y reflexiones de las ondas P y las SV convertidas.

La función de receptor radial correspondiente a este modelo tendría la forma de la figura

2.2.

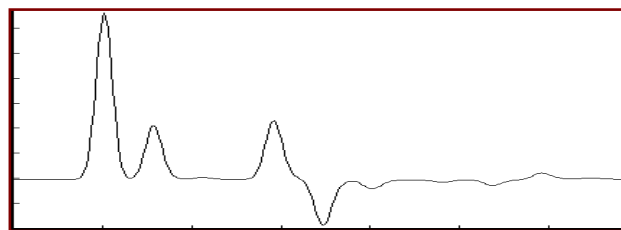


Figura 2.2 Función de receptor radial de ondas P , correspondiente al estrato de la figura 3.1. Se muestra el arribo de la onda P directa y sus múltiplos.

La amplitud de los picos es función del contraste de velocidades entre el semiespacio y el estrato, así como de la distancia del epicentro. La separación entre ellos es función de la velocidad del estrato y su espesor.

La función del receptor, así construida, es muy sensible a variaciones en la velocidad de las ondas de cortante bajo el receptor. Por tanto, el objetivo es utilizar un esquema de inversión apropiado para invertir las amplitudes y fases presentes en las funciones de receptor. Este proceso de inversión conducirá a la obtención de un modelo de distribución de velocidades de ondas de cortante con la profundidad bajo el sitio en estudio.

Como primer paso se obtienen las transformadas de Fourier de los trenes de ondas P de cada componente. Posteriormente, se realiza el cociente espectral de $R(\omega)$ entre $V(\omega)$, al resultado se le multiplica en el dominio de la frecuencia, con la transformada de Fourier de un pulso gaussiano cuya expresión en el tiempo es

$$G(t) = \xi \exp\left\{-\pi \left[\frac{t - t_s}{t_p} \right]^2\right\} \quad 2.3$$

Este paso es equivalente a convolucionar la función de receptor radial temporal con un pulso gaussiano o bien, a filtrar la señal resultado del cociente espectral, con un filtro pasabajas con frecuencia de corte establecida. La constante ξ es un factor de normalización para que la amplitud máxima del pulso sea unitaria. t_s y t_p son los parámetros que controlan el retraso y el periodo característico del pulso. La representación en el dominio de la frecuencia del pulso gaussiano, es casi plana en el intervalo que va desde cero Hertz hasta la frecuencia de corte. Por esta razón, el factor t_p representa al mismo tiempo el ancho de la

señal gaussiana en tiempo y el inverso de la frecuencia de corte del filtro pasabajas en frecuencia.

Para llevar a cabo la inversión de las funciones de receptor obtenidas de los registros observados, se implantó un método de inversión global utilizando algoritmos genéticos. En este método, se definen los parámetros a ser invertidos y los límites superior e inferior que puede tomar cada uno de ellos. Con el fin de restringir las posibles soluciones a aquellas que sean físicamente posibles, se procedió a parametrizar el modelo de corteza, tomando diversos estudios previos como base. Estos consisten en experimentos de refracción y reflexión sísmica de gran escala, así como la inversión de curvas de dispersión observadas. Se propuso un modelo de corteza formado por siete capas, tomando como parámetros a modelar la velocidad de propagación de ondas S y el espesor local de cada estrato; se definieron entonces los límites inferior y superior para cada parámetro y su incremento. Las velocidades de ondas P fueron estimadas considerando al medio como un sólido de Poisson, es decir mediante una relación α/β constante para cada estrato. Los factores de calidad (Q) y la densidad de masa (ρ), se mantuvieron con valores fijos para cada estrato en todos los modelos.

Una vez realizada la parametrización de los modelos, fue necesario emplear una función de costo (misfit function) o función objetivo, para evaluar la calidad de las soluciones obtenidas en cada iteración o generación de modelos. Esta función representa entonces una medida del grado de ajuste entre las funciones de receptor obtenidas con los modelos sintéticos y las calculadas a partir de las observaciones. En este caso particular, la norma ℓ_2 fue utilizada como función de costo.

El paso siguiente consiste en implantar los puntos básicos del método de búsqueda con algoritmos genéticos: codificación de parámetros, selección, cruza (crossover) y mutación de los modelos, en un proceso iterativo que finaliza al verificarse cierta tolerancia para la función de costo o cumplirse cierto número preestablecido de iteraciones. Una discusión detallada del empleo de este esquema se encuentra en Rodríguez-Zúñiga *et al.* (1997-2), presentado como el Apéndice B de este trabajo.

Durante el proceso de inversión, se tuvo especial cuidado de evitar la convergencia hacia modelos físicamente no posibles. En efecto, el problema planteado, además de ser no lineal, es multimodal, lo que ocasiona la existencia de varias soluciones posibles. Sin embargo, se consideraron solamente aquellas que fueran consistentes con los resultados previos para la estructura de la corteza, provenientes de la inversión de curvas de dispersión y de estudios de reflexión sísmica. Los modelos finales así obtenidos, fueron tomándose en diferentes etapas del proceso de inversión como modelos iniciales para realizar nuevas inversiones. Finalmente, el mejor ajuste obtenido entre las funciones de receptor observadas y sintéticas para los sitios estudiados, muestran un buen acuerdo en cuanto a amplitudes y tiempos de arribo de la fase *P*, así como de las distintas fases convertidas.

Estudios futuros sobre las funciones de receptor, obtenidas en los distintos sitios de registro de un arreglo regional de banda ancha, pueden redundar en la obtención de un perfil preciso de la variación horizontal del moho en el trayecto costa-cuenca, así como bajo la misma cuenca de México. Tales resultados contribuirán a enriquecer nuestro conocimiento sobre la estructura puntual para varios sitios, con lo que los estudios de modelado de la propagación de ondas sísmicas, e inclusive la localización misma de los eventos sísmicos, podrán realizarse con una mayor precisión.

2.2 Funciones de receptor para ondas S

La técnica de ecualización de la fuente propuesta por Langston (1979), es la base para construir las funciones de receptor de ondas P . Sin embargo, la misma idea de eliminación de los efectos de fuente y trayecto lejano, es también aplicable a formas de onda producidas por ondas tipo S . En el primer caso, se trata de enfatizar las conversiones de ondas P en SV contenidas en los registros radiales; para el segundo caso, si se toman los componentes radial y vertical de un mismo registro en su parte correspondiente a las ondas S , y se lleva a cabo el cociente espectral de ambos componentes, la transformada inversa de Fourier de este resultado producirá una serie temporal que físicamente representará la transmisión de ondas SV en la estructura local bajo el instrumento de registro.

Los efectos de polarización de la onda S incidente, así como el ángulo con respecto de la vertical con el cual arriban las ondas S , son en este caso factores importantes en la amplitud y, algunas veces, en la causalidad de la serie de tiempo resultante. Como es de esperarse, las funciones de receptor así construidas son más energéticas y contienen también información valiosa sobre las estructura cercana por la cual viajaron. Así, las ecuaciones 2.1 y 2.2 son aplicables a los mismos componentes radial y vertical, pero en su parte correspondiente a las ondas S .

Con el propósito de validar la aplicación de las funciones de receptor para ondas S , se construyó un modelo estratificado hipotético formado por siete capas, sobre un semiespacio con las siguientes propiedades

Capa	Espesor (Km)	Velocidad (Km/s)
1	1.0	1.0
2	2.0	3.0
3	7.0	3.3
4	3.0	3.5
5	20.0	3.6
6	4.0	3.8
7	3.0	4.3
Semiespacio	****	4.7

Tabla 2.1. Modelo estratificado hipotético formado por siete capas sobre un semiespacio.

Se supuso la incidencia de ondas tipo P y S en la base del sistema estratificado, con un ángulo de 30 grados con respecto de la vertical y con azimut de cero grados. Fue utilizado el método de matrices de reflexión-transmisión de Kennett (1983), para calcular las funciones de transferencia para ondas P y para ondas S , producidas en la superficie del modelo. Posteriormente, se llevaron a cabo los cocientes espectrales de los componentes radiales entre los componentes verticales para cada tipo de onda.

Para obtener las funciones de receptor del modelo sintético estudiado, se realizó la multiplicación de los cocientes espectrales entre componentes con el espectro complejo de la función gaussiana, descrita por la ecuación 2.3. Las transformadas inversas de Fourier de estos resultados, representan las series de tiempo funciones de receptor para ondas P y ondas S , en el mismo modelo estratificado. Estas funciones se presentan en la figura 2.3. Como puede apreciarse, el máximo de ambas funciones ocurre cerca de los 30 segundos. Sin embargo, en la función de receptor de la onda P , se puede observar que antes de ese

tiempo no existe energía, mientras que para la de la onda S , se tienen algunas amplitudes importantes antes de ese tiempo. Lo anterior indica que se debe tener especial cuidado al momento de construir las funciones de receptor de ondas S , en cuanto al parámetro que controla la posición del pico máximo en tiempo.

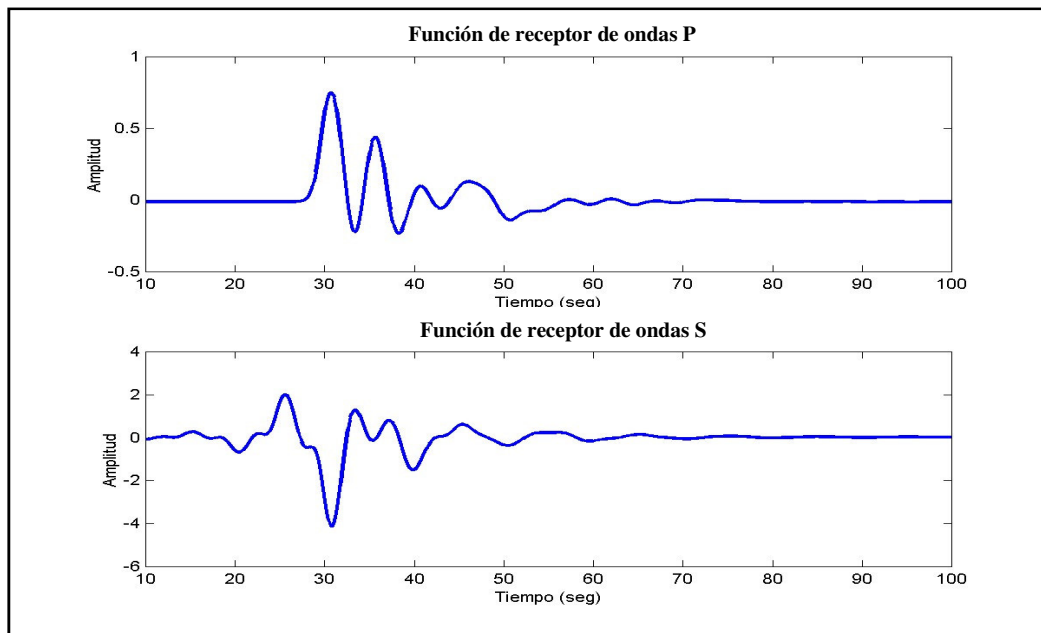


Figura 2.3 Funciones de receptor de ondas P y S , para el modelo hipotético de siete capas sobre un semiespacio.

Las funciones de receptor para ondas P y S , son utilizadas en este trabajo para definir un esquema de inversión conjunta. Se trata de un método basado en las ideas de la inversión global, del que se parte de suponer que la información buscada acerca de las propiedades dinámicas del sistema estratificado, está contenida en ambas funciones de receptor. Por tanto, si se calculan ambas funciones para un mismo sitio y se establece en el método de inversión algún criterio que mida la semejanza entre los modelos teóricos y las observaciones, este criterio debería satisfacer al mismo tiempo las funciones de receptor de ambos tipos de ondas. Con esta condición, se deberá restringir aún más el número de posibles soluciones en la búsqueda del modelo óptimo durante el proceso de inversión.

Con el fin de mostrar la aplicabilidad de las funciones de receptor para ambos tipos de onda, se presentan los resultados de invertir conjuntamente las funciones sintéticas de receptor, obtenidas para el ejemplo hipotético arriba citado.

Las funciones de receptor de la figura 2.3, son consideradas como "observaciones" en el proceso de inversión conjunta. Se establecen límites superior e inferior para los posibles valores de cada parámetro y se aplican los métodos descritos en el capítulo 3. La figura 2.4 resume los resultados obtenidos.

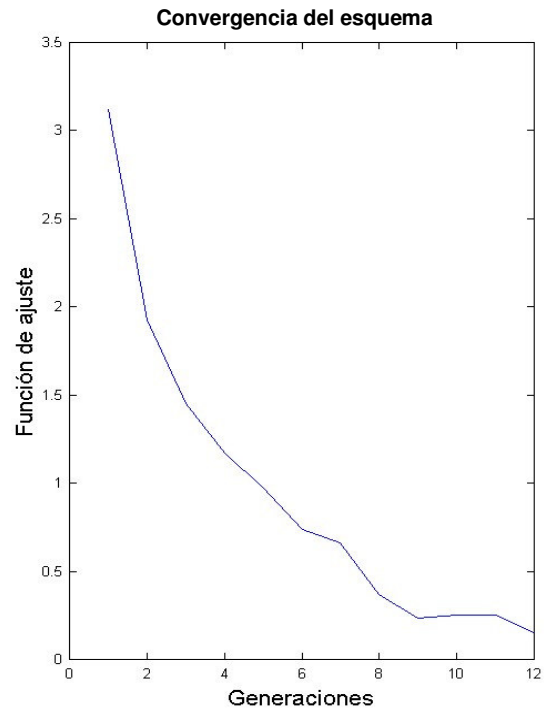
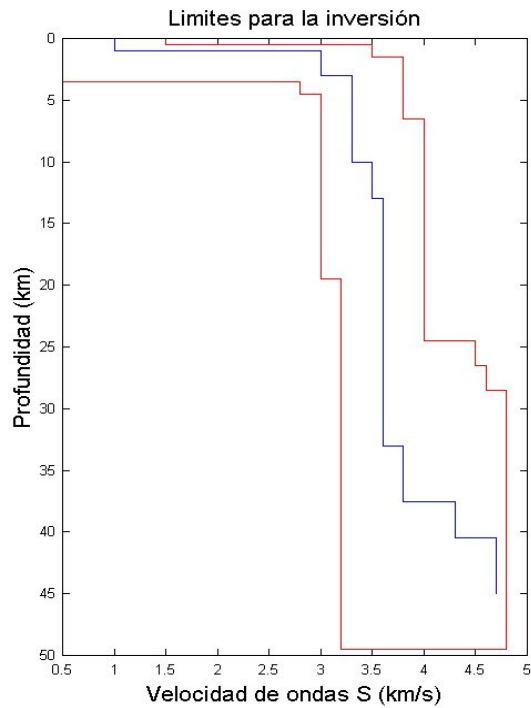
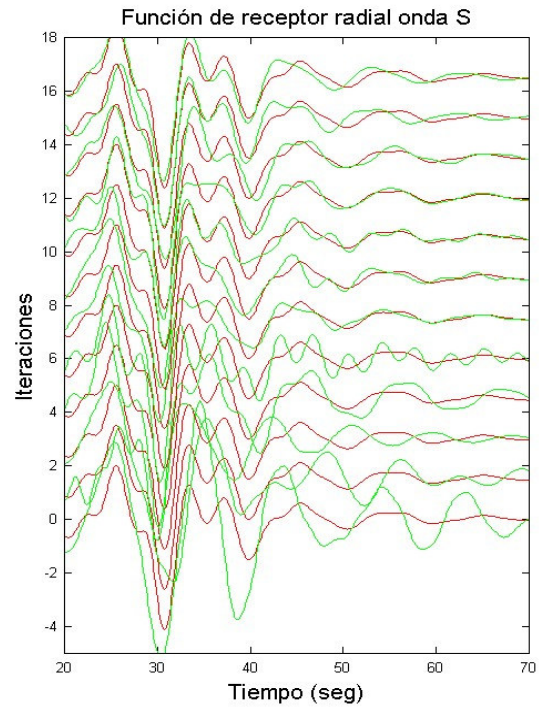
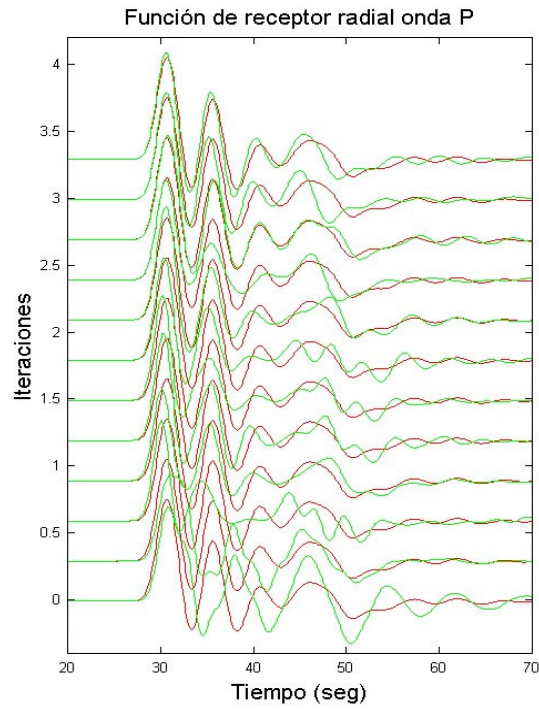


Figura 2.4 Resultados del proceso de inversión conjunta propuesto en el capítulo 3, aplicado a las funciones sintéticas de receptor para ondas *P* y *S* del modelo hipotético estudiado.

En este resumen de resultados, las gráficas de arriba muestran con rojo las funciones de receptor "observadas" para cada tipo de onda (se grafican 50 segundos de señal, de 20 a 70 seg.), con verde se superponen las funciones obtenidas a partir de los modelos que presentaron el mejor ajuste en iteraciones intermedias del proceso de inversión. El número de iteración aumenta de abajo hacia arriba en las funciones de receptor mostradas para el componente radial de ondas P y S, de tal manera que el mejor ajuste conjunto es el que se muestra en la parte superior de ambos conjuntos de gráficas.

La figura inferior izquierda, ilustra el modelo hipotético utilizado (línea azul) y los límites establecidos para las variaciones de los parámetros (línea envolvente roja). En la figura inferior derecha se indica la convergencia observada durante el proceso inverso conjunto; se indican solamente aquellas generaciones que mostraron una mejora en la función de ajuste.

Puede verse que el ajuste no es al 100% entre las funciones de receptor "observadas" y las obtenidas con el modelo de mejor ajuste conjunto. Lo anterior es debido a un problema de pérdida de diversidad en la población de modelos arrojados por el método de algoritmos genéticos cuando el número de iteraciones es grande, resultando difícil para el método lograr una mejor convergencia, esto indica que se debe tener especial cuidado en la selección de los parámetros iniciales del proceso de inversión (número de individuos en la población, probabilidades de cruce y de mutación, etc.). Este problema de parametrización no es de solución única, está en función de cada problema inverso particular, por lo que al final de este ejercicio hubo pequeñas diferencias entre el mejor modelo invertido y el modelo hipotético con el que se generaron las curvas "observadas", estas diferencias se dejaron deliberadamente, pues en situaciones reales resulta difícil lograr una mejora sustancial en la convergencia del método.

2.3 Funciones de receptor de baja frecuencia: estructura litosférica

En este apartado, se presentan algunos resultados obtenidos de aplicar el análisis de funciones de receptor para eventos telesísmicos profundos, con la idea de obtener información acerca de la estructura litosférica en el sur de México. Se trata de construir funciones de receptor de baja frecuencia, con una duración que permita observar no sólo los múltiples provenientes del contacto corteza-manto, sino también aquellas reflexiones y transmisiones de las fases sísmicas, provenientes de contactos más profundos a nivel litosférico.

Se parte de suponer la aplicabilidad del método tradicional de análisis de funciones de receptor, para estructuras con dimensiones del orden de centenas de kilómetros. Para esto es necesario contar con registros sísmicos ricos en baja frecuencia y de muy buena calidad. Típicamente, telesismos de gran magnitud y a grandes profundidades, excitan muy bien la baja frecuencia. Si estos eventos son registrados con instrumentos de banda ancha, entonces será posible construir las funciones de receptor con las características deseadas.

En esta parte del trabajo, se muestran algunos resultados de carácter preliminar referentes a la obtención y análisis de funciones de receptor de baja frecuencia aplicados a un arreglo temporal de estaciones de banda ancha que permaneció instalado en la parte sur de México durante los meses de abril y mayo de 1994, como parte de un proyecto de investigación financiado parcialmente por la Comunidad Económica Europea. En este proyecto participaron la Universidad de Lieja, Bélgica; la Universidad Joseph Fourier de Grenoble, Francia y la Universidad Nacional Autónoma de México. En la Tabla 2.2 se muestran los nombres y coordenadas geográficas de estas estaciones, incluyendo dos estaciones permanentes CUIG y PLIG.

<i>ESTACIÓN</i>	<i>LATITUD</i>	<i>LONGITUD</i>
ACTO (91)	20.327	-99.066
TEOT (92)	19.688	-98.862
TEXL (90)	19.465	-98.999
TEXR (85)	19.501	-98.805
POPO (87)	19.066	-98.628
PARR & JIUT (81)	19.139	-99.174
TEPO (83)	18.986	-99.075
CUIG	19.329	-99.178001
PLIG	18.389	-99.500999

Tabla 2.2. Nombres y coordenadas de las siete estaciones de banda ancha y tres componentes usadas en este estudio. Se incluyen también las estaciones permanentes CUIG y PLIG.

La ubicación de las estaciones de este arreglo se muestra en la figura 2.5, en la que se puede observar que cubre una parte importante del trayecto de las ondas sísmicas entre la zona de subducción y la cuenca de México.



Figura 2.5 Se muestra la ubicación geográfica de dos estaciones permanentes de banda ancha CUIG y PLIG y siete estaciones del arreglo temporal cuyos nombres y coordenadas se indican en la Tabla 2.1

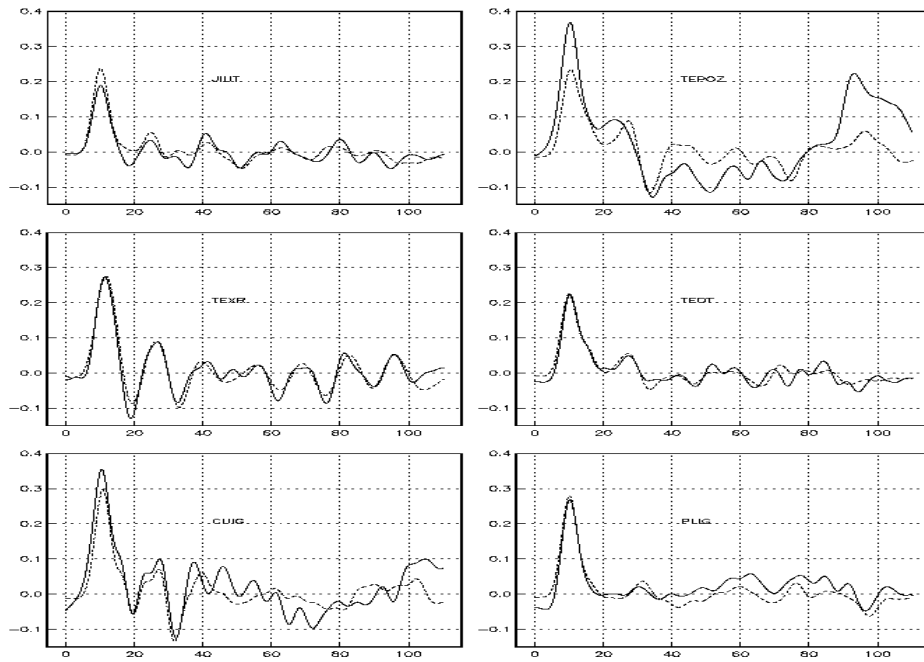
Se utilizaron registros de velocidad, radiales y verticales, de varios telesismos ocurridos durante el periodo en el que estuvo instalado el arreglo temporal de estaciones (abril y mayo de 1994). Se presenta como ejemplo los resultados obtenidos para la inversión de las funciones de receptor obtenidas para el terremoto del 10 de mayo de 1994 en Argentina (M=6.2) cuya distancia epicentral fue de unos 6500 km.

Para los propósitos buscados en esta sección, se utilizaron valores de t_s y $t_p = 10$ seg. en el cálculo de las funciones de receptor observadas. Durante el proceso de inversión se tuvo especial cuidado de evitar la convergencia hacia modelos físicamente no posibles. En efecto, el problema planteado además de ser no lineal, es multimodal, lo cual ocasiona la existencia de varias soluciones posibles. Sin embargo se consideraron solamente aquellas que tuvieran relación con los resultados previos para la estructura de la corteza provenientes de la inversión de curvas de dispersión y de estudios de reflexión sísmica. Los modelos finales así obtenidos, fueron tomándose en diferentes etapas del proceso de inversión como modelos iniciales para realizar nuevas inversiones.

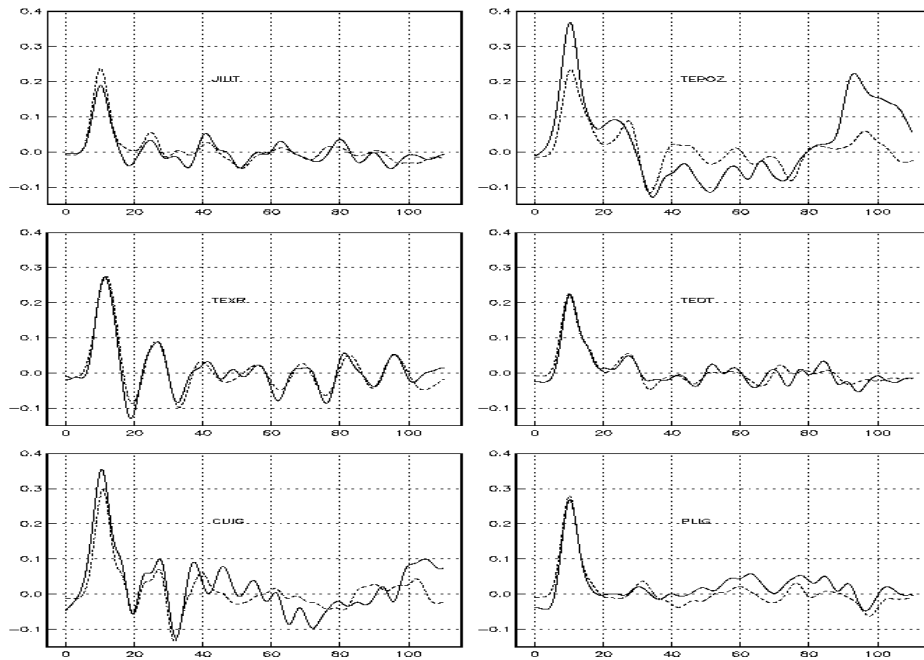
La figura 2.6 muestra los resultados de 3 procesos de inversión independientes A), B) y C) en los cuales se hicieron variar algunos de los parámetros que controlan la convergencia del método de inversión. Los mejores modelos arrojados para cada uno de los procesos de inversión independientes, en cada una de las estaciones indicadas, fueron muy similares entre sí en cuanto a los valores de velocidades y espesores obtenidos, lo cual indica la consistencia del método utilizado. Estos modelos, fueron promediados para cada estación, y proyectados en una línea perpendicular a la trinchera, a fin de obtener una aproximación de la estructura litosférica de velocidades bajo el arreglo de estaciones, la cual se muestra en la figura 2.7.

Estos análisis previos, revelan la presencia de una estructura en el manto superior de alta velocidad, justo debajo de la transición del moho. Los sismólogos llaman a esta región "lid", debido a que sobreyace a una zona de baja velocidad (LVZ) que en este estudio se encontró consistentemente alrededor de los 180 km de profundidad. Se cree que esta (LVZ) representa la parte superior de la astenósfera (reológicamente definida) de baja viscosidad. Las fuertes variaciones encontradas en el manto superior alrededor del mundo están asociadas con rasgos tectónicos superficiales. En esta sección se intenta identificar sismológicamente la presencia de la Placa de Cocos, subduciendo de manera sub-horizontal bajo la región sur de México. Esto se lleva a cabo examinando si se requiere su presencia para un razonable ajuste de las observaciones, tal y como ha sido sugerido por análisis independientes de datos geofísicos.

A)



B)



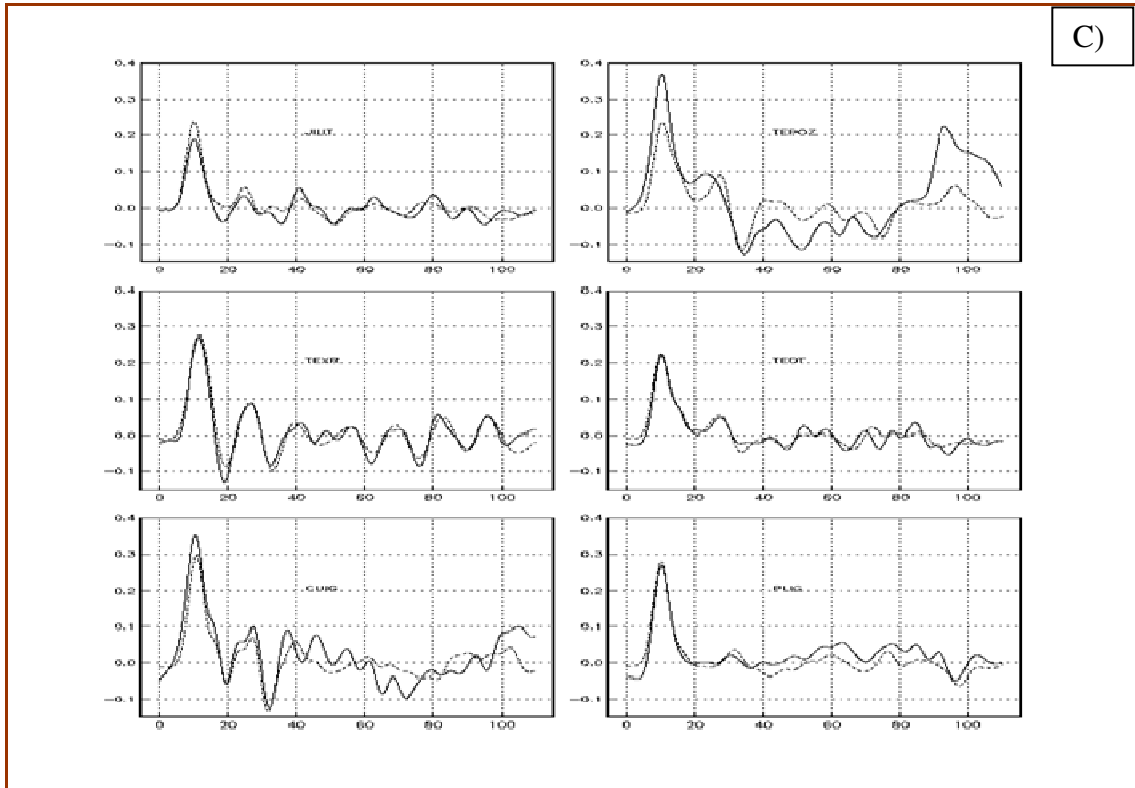


Figura 2.6 Funciones de receptor observadas (líneas continuas) y sintéticas (líneas discontinuas) que muestran los mejores ajustes obtenidos de tres procesos de inversión con parámetros independientes A), B) y C), en seis de las estaciones del arreglo temporal de banda ancha para el terremoto de Argentina del 10 de mayo de 1994 ($M=6.2$).

SECCION LITOSFERICA BAJO EL ARREGLO REGIONAL

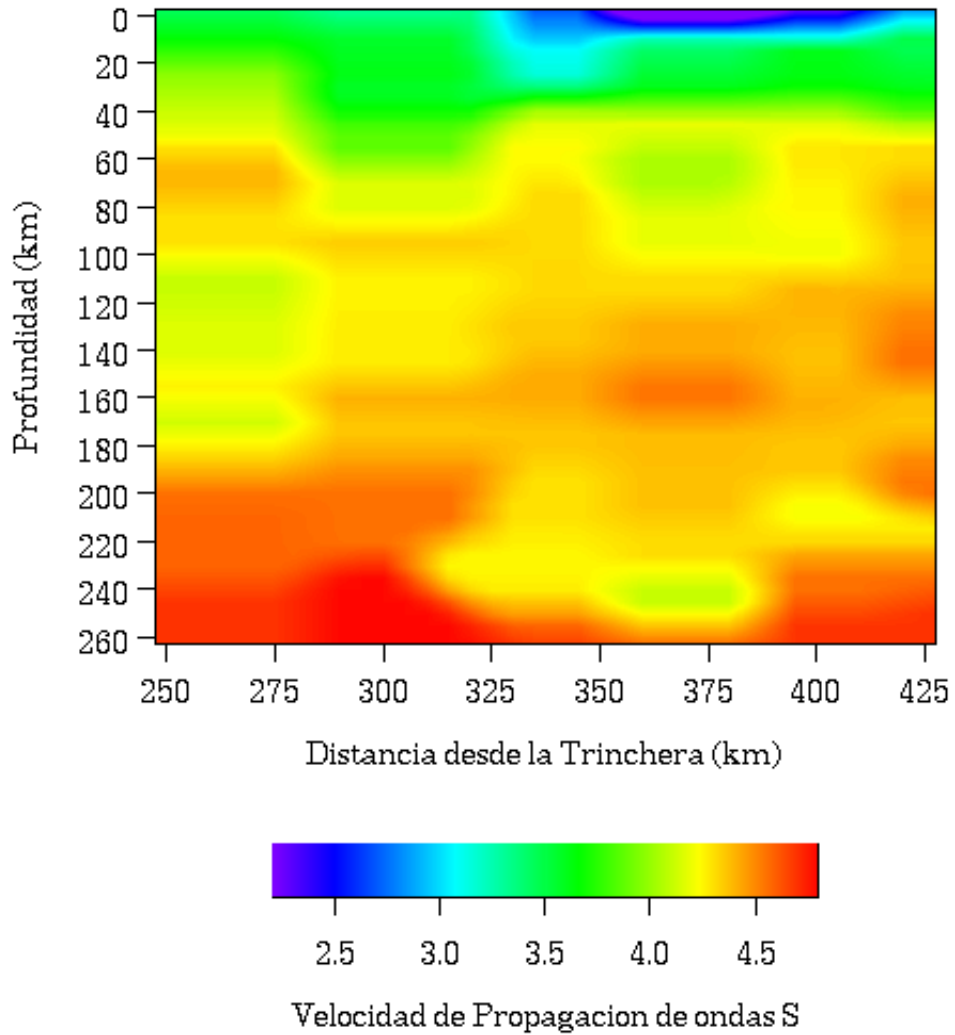


Figura 2.7 Sección litosférica de velocidades de propagación de ondas S, obtenida a partir del promedio de mejores modelos arrojados para cada proceso de inversión de las de funciones de receptor (Figura 2.6), observadas en el arreglo temporal de la figura 2.5

3. MODELADO MATEMÁTICO DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE CONFIGURACIONES GEOLÓGICAS COMPLEJAS.

3.1 Métodos de simulación numérica

El modelado numérico de la respuesta sísmica de configuraciones geológicas complejas como la cuenca de México, para entender y con ello predecir las características del movimiento sísmico observado en su superficie durante la ocurrencia de terremotos fuertes, presenta dos tipos de limitaciones principales: Por un lado, no existe un conocimiento detallado de la distribución espacial de las velocidades de propagación de las ondas sísmicas, la densidad de masa del material y de su capacidad para disipar energía.

Se desconoce también el detalle de la geometría tridimensional de la cuenca, que incluya la capa de sedimentos blandos de origen lacustre y la estructura de las formaciones geológicas más profundas.

Por otra parte, aun cuando se contara con esta información de manera precisa, la gran extensión de la cuenca (aproximadamente 40 X 40 Km para cubrir adecuadamente los lagos de Xochimilco-Chalco y Texcoco) y la baja velocidad de propagación de las ondas sísmicas en los sedimentos arcillosos superficiales, exigen de cualquier método de simulación numérica, considerables recursos computacionales en cuanto a memoria de almacenamiento y velocidad de proceso.

En este apartado se presentan dos trabajos encaminados a tratar con estas dos grandes imitaciones. El primero referente a la estimación de la respuesta sísmica de baja frecuencia de un valle aluvial tridimensional de geometría simple, Rodríguez-Zúñiga *et al.* (1995) (Apéndice D). El segundo trata con la estimación de los efectos de sitio ocasionados por l

presencia de topografías tridimensionales ante la incidencia de ondas tipo P y SV, Ortiz-Alemán *et al.* (1998) (Apéndice E).

El propósito final de este apartado es el de presentar una parte del trabajo de investigación que consiste en la implantación de métodos de simulación numérica con los que se puedan modelar algunos de los aspectos de la respuesta sísmica de valles aluviales, como el de la Ciudad de México, y que por otra parte, permitan conjuntar, entender y calibrar los obtenidos del modelado empírico y del modelado matemático, con el fin de mostrar a este último como una herramienta poderosa de predicción de la respuesta sísmica de la cuenca de México ante distintos escenarios sísmicos, lo cual conllevaría a la postulación de hipótesis de carácter general, que en un futuro próximo, podrían ser consideradas para evaluar la respuesta sísmica tridimensional del valle y tomar en cuenta los resultados en la definición de las normas de diseño estructural para la ciudad de México.

El desarrollo actual de las soluciones analíticas con modelos matemáticos, puede considerar medios estratificados para calcular el movimiento unidimensional de la superficie ante incidencia de ondas planas (Haskell, 1953; Aki y Richards, 1980). Para algunos casos bidimensionales escalares, se han presentado soluciones analíticas exactas (p. ej. Trifunac, 1971; Sánchez-Sesma y Velázquez, 1987). Sin embargo, las configuraciones reales son complejas en geometría y distribución espacial de propiedades. Lo anterior ha motivado un amplio desarrollo de modelos numéricos.

Varios han sido los trabajos encaminados a la solución del campo de desplazamientos en la superficie de depósitos sedimentarios en tres dimensiones, los trabajos de Hisada *et al.* (1993); Frankel (1993); Sánchez-Sesma y Campillo (1991) y Sánchez-Sesma y Luzón (1995), son algunos ejemplos. La introducción de los efectos tridimensionales en las distintas aproximaciones utilizadas, ha permitido el desarrollo de modelos numéricos

rigurosos que demandan grandes recursos de cómputo, así como modelos simplificados cuya aplicación está restringida para cierto rango de frecuencias y tipos específicos de geometrías.

3.2 Respuesta sísmica de valles aluviales someros mediante modelos simples

En Rodríguez-Zúñiga *et al.* (1995) (Apéndice D), se propone un método para calcular de manera aproximada la respuesta sísmica de valles aluviales someros en 3D, la cual se basa en la solución exacta para la respuesta del movimiento antiplano de un depósito rectangular con base rígida móvil. Esta solución se extiende para el caso tridimensional con base en la forma explícita de la firma espectral de las ondas superficiales generadas localmente, de tal manera que la solución total considera de forma separada la respuesta unidimensional y los efectos laterales. Los resultados así obtenidos reproducen de manera fidedigna los aspectos más importantes de la respuesta sísmica de este tipo de configuraciones tridimensionales simples. La importancia de estos resultados radica en su potencial para capturar la física del fenómeno de la respuesta sísmica en baja frecuencia de configuraciones tridimensionales simples, motivando su afinación para ser utilizado como un estimador razonable de las características más importantes del movimiento del terreno en valles aluviales extendidos.

3.3 Estimación de los efectos de sitio por topografías 3D mediante un enfoque rápido del IBEM con gradiente conjugado

En Ortiz-Alemán *et al.* (1998) (Apéndice E), se hace mención de varios métodos desarrollados en la literatura para simular la respuesta sísmica de perfiles topográficos y cuencas aluviales ante la incidencia de ondas elásticas. En todos ellos el objetivo es el de resolver la ecuación de movimiento con diferentes grados de complejidad y realismo. Mencionan por su importancia los métodos de Elemento Finito (FEM), Diferencias Finitas (FDM), el del Número de Onda Discreto (DWNM), los métodos llamados híbridos y los métodos de Elementos de Frontera. El trabajo desarrollado consiste de la aplicación del método indirecto de elementos de frontera (IBEM) para calcular la respuesta sísmica de rasgos topográficos tridimensionales ante la incidencia de ondas elásticas tipo P y SV. El enfoque utilizado consiste en la representación integral de los campos de ondas difractadas usando fuentes de frontera. A este enfoque de frontera se le llama indirecto debido a que es necesario el cálculo de las fuerzas en las fronteras como un paso intermedio.

La aplicación de las condiciones de frontera en este método, lleva a un sistema de ecuaciones integrales para las fuentes en la frontera.

La discretización del dominio se realiza mediante una rectificación aproximada de la superficie mediante círculos, lo cual permite una integración numérica y analítica simple de la función de Green para un espacio libre elástico, isótropo y homogéneo.

El problema así planteado presenta limitaciones serias para la frecuencia máxima de interés, lo anterior es debido a que el tamaño de la matriz de coeficientes crece de manera cuadrática con la frecuencia, de manera que para problemas de interés práctico pueden

llegarse a obtener sistemas muy grandes, con las limitaciones numéricas y computacionales que esto representa.

Para tratar con este problema se establecen varios criterios que aprovechan el significativo decaimiento espacial que presentan las funciones de Green, se hace uso de la teoría de matrices porosas o ralas, para obtener soluciones aproximadas a bajo costo computacional.

Los sistemas de ecuaciones arrojados por la aplicación del IBEM es de tres veces el número de elementos de frontera, por lo que se requiere un considerable número de operaciones para resolverlos, por lo que se aprovecha la porosidad de las matrices y se obtiene grandes ventajas al reducir el número de operaciones de punto flotante a una fracción del número de operaciones requerido para la solución del sistema completo original.

El criterio aplicado se basa en Bouchon *et al.* (1996) quienes sugieren que la inversión de las matrices para los sistemas de ecuaciones puede acelerarse al remover algunos valores poco significantes después de aplicar un nivel mínimo. Esta es la representación numérica del hecho de que la función de Green en 3D presenta un significativo decaimiento espacial proporcional a $1/r$.

En el trabajo se presentan sismogramas sintéticos para el desplazamiento en los 3 componentes de puntos de un perfil sobre una configuración topográfica simple. Se presentan los resultados calculados con la solución completa del sistema de ecuaciones y con la aplicación de la teoría de matrices porosas.

4. DISCUSIÓN FINAL Y APORTACIONES.

El presente trabajo de investigación tiene como fundamento el contribuir con métodos y técnicas encaminadas a la caracterización física de propiedades elásticas, dinámicas y geométricas de medios estratificados en diferentes escalas, las cuales van desde las decenas de metros, hasta las centenas de kilómetros. En este estudio se proponen los fundamentos teóricos y las bases experimentales de métodos y técnicas que van desde la determinación de las propiedades elásticas de medios estratificados someros, con fines geotécnicos y como apoyo para la determinación del riesgo sísmico local, hasta una propuesta fundamentada para inferir la estructura geométrica y distribución de velocidades de la corteza y manto superior terrestres, con fines científico sismológicos.

En la escala de las decenas de metros, se presentó una técnica original que consiste de las siguientes etapas: a) Fabricación de los instrumentos de medición, inclinómetros monolíticos de silicio, desarrollados por el Prof. Pierre A. Blum, del Instituto de Física del Globo de Paris; b) Diseño y ejecución de los experimentos de campo en Grenoble, Francia y en Texcoco, México; c) Inversión de las observaciones de campo mediante la adaptación de las soluciones encontradas en la literatura para los campos de desplazamiento en medios estratificados, en este caso, para frecuencia cero y número de onda distinto de cero, y la aplicación de una técnica de optimización global muy eficiente, y d) validación de los resultados con otras técnicas de uso común.

Con base en lo anterior, la técnica de mediciones *in situ* de la inclinación inducida en el terreno, se presenta como un instrumento simple, confiable, de bajo costo y alta resolución para la caracterización de las propiedades elásticas y dinámicas de suelos estratificados someros.

Por otro lado, con base en las bien documentadas observaciones del complejo movimiento que presentan algunos sitios de la Cuenca de México durante la ocurrencia de sismos fuertes, problema en extremo complejo que requiere entre otras cosas, de un mejor conocimiento de las características de generación y propagación de las distintas fases presentes durante la ocurrencia de movimientos fuertes, así como de una confiable representación de las propiedades mecánicas de los estratos arcillosos someros y de la estructura geológica profunda, se presenta el desarrollo del modelado numérico de configuraciones geológicas complejas, mediante soluciones analíticas y numéricas simples con las que se estiman los campos de desplazamientos en valles aluviales y rasgos topográficos tridimensionales del terreno.

Esta parte del trabajo de investigación consistió en la implantación de métodos de simulación numérica con los que se puede modelar algunos de los aspectos de la respuesta sísmica de valles aluviales como el de la Ciudad de México, y de rasgos topográficos en 3D, con el fin de mostrar al modelado numérico como una herramienta poderosa de predicción de la respuesta sísmica de este tipo de rasgos geológicos tridimensionales ante distintos escenarios sísmicos, con el fin de que puedan en un futuro ser consideradas como apoyo para evaluar la respuesta sísmica tridimensional del valle de México y tomar en cuenta los resultados en la definición de las normas de diseño estructural para la ciudad de México.

En otro apartado se trata el problema de inferir la distribución vertical de velocidades de ondas S en la escala de la decena de kilómetros, a nivel de la corteza terrestre. El método propuesto considera la utilización de registros sísmicos de banda ancha para calcular funciones de receptor, las cuales contienen información sobre la distribución de velocidades bajo el receptor. Esta información es extraída mediante la utilización de un método de

inversión que busca de manera óptima, un modelo de distribución de velocidades y espesores que produzca funciones de receptor sintéticas que mejor ajustan con las observadas. Aunque durante la implantación del método de inversión utilizado (Algoritmos genéticos) se hicieron ajustes y mejoras al método mismo, la aportación en este tema consiste en la demostración teórica de la obtención de funciones de receptor tanto para ondas P como para ondas S , así como la factibilidad de invertir de manera conjunta, las funciones de receptor observadas para cada tipo de onda. Esto permite restringir aun más el espacio de exploración de modelos posibles durante el proceso de inversión, debido a que los modelos analizados deben arrojar funciones de receptor sintéticas que satisfagan de manera conjunta ambas series de tiempo observadas.

En la parte final del trabajo, se trata el problema de inferir información para estructuras con dimensiones del orden de centenas de kilómetros, a nivel de la litósfera terrestre, a partir del análisis de funciones de receptor producidas por eventos telesísmicos profundos. Se trata de construir funciones de receptor de baja frecuencia, con una duración que permita observar no sólo los múltiples provenientes del contacto corteza-manto, sino también aquellas reflexiones y transmisiones de las fases sísmicas, provenientes de contactos más profundos a nivel litosférico.

La aportación en este tema consiste en la demostración de que los registros telesísmicos de banda ancha de eventos de gran magnitud y a grandes profundidades, son ricos en baja frecuencia, por lo que si son registrados con buena calidad, es posible construir las funciones de receptor con características tales que permitan inferir la estructura de la corteza y manto superior de la Tierra a partir de la inversión de las fases sísmicas prominentes contenidas en las funciones de receptor observadas.

El estudio teórico experimental en su conjunto arrojó modelos de suelo somero, en los

sitios de experimentación; características prominentes de la respuesta sísmica de valles aluviales y topografías simples en 3D; y modelos corticales y litosféricos de la distribución vertical de velocidades de onda y espesores bajo la parte centro sur de México, todos ellos validados con resultados obtenidos de estudios previos encontrados en la literatura, en los que se utilizaron varias técnicas de uso común. Sin embargo, la aportación final de este trabajo, consistió en el desarrollo, demostración y validación teórico experimental de métodos y técnicas originales y complementarias a las ya existentes, para caracterizar elástica y dinámicamente medios estratificados a distintas escalas. Se demostró la aplicabilidad de los métodos y técnicas aquí presentados, para ser utilizados para corroborar o continuar estudios previos, así como para obtener y analizar de forma masiva información de fuentes naturales o producida durante experimentos controlados.

5. BIBLIOGRAFÍA

Aki K y Richards P G (1980). *Quantitative seismology. Theory and methods*. W H Freeman, San Francisco, California.

Ammon, C J (1990). On the Nonuniqueness of Receiver Function Inversions. *J Geophys Res*, **95**, 15303-15318.

Blum P A, M F Esnault, R Gaulon, J L Rodríguez y R Verhille (1992), Mesure *in situ* des propriétés mécaniques des terrains de surface sur le Synchrotron de Grenoble, Rapport préliminaire, *Département de Sismologie, Institut de Physique du Globe de Paris*.

Bouchon M, C A Schultz y M N Toksöz (1996). Effect of 3D topography on seismic motion, *J. Geophys. Res.* **101**, 5835–5846.

Campa M F y P J Coney (1983) Tectonic-stratigraphic terranes and mineral resources distribution in Mexico. *Can J Earth Sci*, **20**, 1040-1051.

Campillo M, A Paul y O Coutant (1992) Properties of the crust, regional propagation and strong motion decay, *Proceedings of International Symposium on Earthquake Disaster Prevention*, CENAPRED/JICA, Mexico City.

Campillo M, S K Singh, N Shapiro, J Pacheco y R B Herrmann (1996) Crustal structure South of Mexican Volcanic belt based on group velocity dispersion, *Geofisica Intern*, **35**, 361-370.

Cassidy J F (1992) Numerical experiments in broadband receiver function analysis. *Bull Seism Soc Am*, **82**, 1453-1474.

Cruz-Atienza V M (2000) Inversión global con algoritmos genéticos y cristalización simulada aplicada a funciones de receptor: Modelos estructurales de velocidades para la corteza en la República Mexicana, *Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM*.

Cruz-Atienza V M, A Iglesias, J F Pacheco, N M Shapiro y S K Singh (2010) Crustal structure below the valley of Mexico estimated from receiver functions. *Bull Seism Soc Am* (Sometido).

Fung Y C (1965) *Foundations of Solid Mechanics*, Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall.

Frankel A (1993) Three-dimensional simulations of ground motion in the San Bernardino valley, California, for hypothetical earthquakes on the San Andreas fault. *Bull Seism Soc Am*, **83**, 1020-1041.

Iglesias A, V M Cruz-Atienza, N M Shapiro, S K Singh y J Pacheco (2001) Crustal Structure of south central Mexico estimated from the inversion of surface wave dispersion curves using genetic and simulated annealing algorithms. *Geofísica Intern*, **40-3**, 181-190.

Haskell N A (1953). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bull Seism Soc Am*, **43**, 17-34.

Herrmann R B (1989) *Computer programs in seismology*. University of Saint Louis.

Hisada Y, K Aki, y T-L Teng (1993) 3-D simulations of surface wave propagation in the Kanto sedimentary basin, Japan. Part 2: application of the surface wave BEM. *Bull Seism Soc Am*, **83**, 1700-1720.

Kausel E y J M Roesset (1981) Stiffness Matrices for Layered Soil, *Bull Seism Soc Am*, **71- 6**, 1743-1761.

Kennett B L N (1983) *Seismic Waves Propagation in Stratified Media*, Cambridge University Press, New York.

Langston C A (1979) Structure under Mount Rainier, Washington, inferred from teleseismic body waves, *J Geophys Res*, **84**, 4749-4762.

Lapp D B, R S Crosson y T J Owens (1990) P-waveform analysis for local subduction geometry south of Puget Sound, Washington. *Pure App Geophys*, **133**, 349-365.

Marsal R J y Mazari M (1959) *El subsuelo de la Ciudad de México*, Facultad de Ingeniería, UNAM, Mexico.

Marsal R J y Graue R (1969) *El subsuelo del Lago de Texcoco*, Volumen Nabor Carrillo. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, (SMIS), México.

Owens T J, G Zandt y S R Taylor (1984) Seismic evidence for an ancient rift beneath the Cumberland Plateau, Tennessee: a detailed analysis of broadband teleseismic P waveforms. *J Geophys Res*, **89**, 7783-7795.

Ortiz-Alema C, F J Sánchez-Sesma, J L Rodríguez-Zúñiga y F Luzón (1998) Computing topographical 3D site effects using a fast IBEM/conjugate gradient approach. *Bull Seism Soc Am*, **88-2**, 393-399.

Owens T J y R S Crosson (1988) Shallow structure effects on broadband teleseismic P waveforms. *Bull Seism Soc Am*, **78**, 96-108.

Phinney R A (1964) Structure of the earth's crust from spectral behavior of long-period body waves. *J Geophys Res*, **69**, 2997-3017.

Rodríguez-Zúñiga J L, R Gaulon, P A Blum y F J Sánchez-Sesma (1997) Use of *in situ* measurements of ground inclination for determining shallow elastic parameters, *Geotechnique*. **47-1**, 79-95.

Rodríguez-Zúñiga J L, C Ortiz-Alemán, G Padilla y R Gaulon (1997-2) Application of genetic algorithms to constrain shallow elastic parameters using *in situ* ground inclination measurements. *Soil Dyn Earth Eng*, **16-3**, 223-234.

Rodríguez-Zúñiga J L, E Romero Jiménez, J Ramos-Martínez y J M Gómez-González (1995) Dispersión de ondas superficiales y atenuación sísmica en la zona de lago de la cuenca de México. *Monografía #2, Sismología, Unión Geofísica Mexicana*, 131-142.

Rodríguez-Zúñiga J L, F J Sánchez-Sesma y L E Pérez-Rocha (1995) Seismic Response of Shallow Alluvial Valleys: The Use of Simplified Models. *Bull Seism Soc Am*, **85-3**, 890-899.

Sánchez-Sesma F J y M Campillo (1991) Diffraction of P, SV, and Rayleigh waves by topographic features: a boundary integral formulation, *Bull Seism Soc Am*, **81**, 2234-2253.

Sánchez-Sesma F J y F Luzón (1995) Seismic Response of Three-Dimensional Alluvial Valleys for incident P, S, and Rayleigh waves. *Bull Seism Soc Am*, **85**, 269-284.

Sánchez-Sesma F J y S Velazquez (1987) On the Seismic Response of a Dipping Layer. *Bull Seism Soc Am*,

Trifunac M D (1971) Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves. *Bull Seism Soc Am*, **61**, 1755-1770.

6. APÉNDICES

Apéndice (A)

Artículo: Use of *in situ* measurements of ground inclination for determining shallow elastic parameters

Revista: *Geotechnique*. Vol. **47**, No. 1, pp 79-95. (1997)

Autores: Rodríguez-Zúñiga, J L, R Gaulon, P A Blum y F J Sánchez-Sesma

Apéndice (B)

Artículo: Application of genetic algorithms to constrain shallow elastic parameters using *in situ* ground inclination measurements.

Revista: *Soil Dyn. Earthq. Eng.* Vol **16**, No. 3, 223-234. (1997)

Autores: Rodríguez-Zúñiga, J L, C Ortiz-Alemán, G Padilla y R Gaulon

Apéndice (C)

Artículo: Dispersión de ondas superficiales y atenuación sísmica en la zona de lago de la cuenca de México.

Revista: *Monografía #2, Sismología, Unión Geofísica Mexicana*, pp 131-142. (1995)

Autores: Rodríguez-Zúñiga, J L, E Romero Jiménez, J Ramos-Martínez y J M Gómez-González

Apéndice (D)

Artículo: Seismic Response of Shallow Alluvial Valleys: The Use of Simplified Models.

Revista: *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol **85** No. 3, pp 890-899. (1995)

Autores: Rodríguez-Zúñiga, J L, F J Sánchez-Sesma y L E Pérez-Rocha

Apéndice (E)

Artículo: Computing topographical 3D site effects using a fast IBEM/conjugate gradient approach.

Revista: *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol **88** No. 2, pp 393-399. (1998)

Autores: Ortiz-Alemán, C, F J Sánchez-Sesma, J L Rodríguez-Zúñiga y F Luzón.

Apéndice (A)

Artículo: Use of *in situ* measurements of ground inclination for determining shallow elastic parameters
Revista: *Geotechnique*. Vol. **47**, No. 1, pp 79-95. (1997)
Autores: Rodríguez-Zúñiga, J L, R Gaulon, P A Blum y F J Sánchez-Sesma

Use of in situ measurements of ground inclination for determining shallow elastic parameters

J. L. RODRÍGUEZ-ZÚÑIGA,* R. GAULON,† P. A. BLUM† and
F. J. SÁNCHEZ-SESMA*‡

We present the application of high-resolution ground inclination measurements to estimate some elastic properties in shallow stratified terrain. The direct problem for the solution of vertical and radial displacements under static loads is illustrated by means of the well-known Boussinesq problem for the elastic half-space. More realistic (stratified) configurations are taken into account by means of the stiffness matrix method proposed by Kausel and Roesset. In order to test our procedure some inclination surveys were performed in the virgin Texcoco Lake zone in Mexico City. Results are presented for the shear wave velocity and depth of the uppermost strata. A good fit between theoretical and observed inclinations was obtained. This leads to improved estimates of the ground parameters studied. Comparisons with results from independent seismic wave refraction profiles and cone resistance values validate our procedure. The agreement between the results from measurements of the ground surface inclination and results from other common, established techniques shows that the former technique provides a good estimate of ground elastic parameters.

KEYWORDS: elasticity; in situ testing; stiffness.

Nous montrons comment des mesures à haute résolution du pendage permettent d'estimer certains paramètres d'élasticité de couches superficielles stratifiées. Le problème direct de la résolution des déplacements verticaux et radiaux sous l'effet de charges statiques est illustré à l'aide de la formule bien connue de Boussinesq pour la masse élastique semi-infinie. On tient compte de configurations stratifiées plus réalistes en utilisant la matrice de rigidité proposée par Kausel et Roesset (1981). Pour vérifier notre méthodologie, nous avons effectué des relevés de pendage dans la zone vierge du lac Texcoco à Mexico. Nous présentons les résultats obtenus pour la vitesse de l'onde de cisaillement et la profondeur des couches superficielles. Les valeurs théoriques du pendage concordent bien avec les valeurs observées, ce qui veut dire que notre méthode permet d'estimer avec plus de précision les paramètres du terrain étudié. Elle est validée par des comparaisons avec les résultats d'études indépendantes de profils de réfraction des ondes sismiques et des valeurs de résistance en pointe. La concordance entre les résultats des mesures du pendage des couches superficielles et les résultats d'autres techniques bien établies montre que les premières offrent une bonne estimation des paramètres d'élasticité du sol.

INTRODUCTION

In many problems of geotechnical and earthquake engineering, it is essential to have detailed descriptions of elastic parameters and their spatial variations in surficial terrain. Among such problems, the study of the seismic response of local site configurations requires the knowledge of wave propagation velocities in the upper ground layers.

In the last few years, a wide variety of dynamic sources (quarry blasts, hammer blows, road traffic, etc.) have been applied for the indirect estimation of the dynamic ground behaviour. Physical properties such as seismic wave velocities, elastic constants and the depth of interface contact between different layers in stratified soils have a significant influence on some measurable physical phenomena, such as the dispersion of surface waves, the first arrivals of P waves at an array of sensors on the surface in seismic experiments and the ground inclination induced by static loads placed at different, known distances.

Regarding the last issue, previous experiments on the use of a set of high-resolution tiltmeters for the analysis of structural behaviour in some

Manuscript received ???; revised manuscript accepted 11 October 1996.

Discussion on this paper closes 2 June 1997; for further details see p. ii.

* Centro de Investigación Sísmica A.C., Mexico.

† Institut de Physique du Globe de Paris.

‡ Universidad Nacional Autónoma de México.

historic buildings and to measure the induced ground inclination have been conducted. In particular, measurements of soil inclination in the presence of known static loads placed at known distances (Blum *et al.*, 1992; Hetuin *et al.*, 1989) have indicated a direct relation between the level of inclination observed and the values of Young's elastic modulus E . Significant variations with depth of the values of this modulus have been also observed. These observations clearly suggest the possibility of obtaining information on the elastic characteristics at depth while increasing the load-sensor distance. Thus, it is possible to invert distance-inclination data to estimate a vertical profile of elastic modulus.

The aim of this work is to describe the use of very precise measurements of the induced ground inclination, under static loads, to obtain some elastic parameters in shallow stratified terrain and to show the usefulness of this technique in determining the elastic characteristics of this material. In particular, we present the results obtained from a suite of profiles performed at the virgin Texcoco Lake, near Mexico City, which is formed from very soft unconsolidated clay sediments, and compare them with results obtained from cone resistance values and seismic wave refraction profiles for the same area. In the following, we present the solution of the Boussinesq problem for the half-space approximation. Next, the formalism proposed by Kausel & Roesset (1981) is applied to deal with stratified soils. Finally, we present the data processing and comparisons.

DIRECT PROBLEM

Boussinesq solution

Let us consider a homogeneous, elastic half-space as a first approximation to the real medium studied (Fig. 1). In this case the problem of the representation of the vertical displacement U_z and the radial displacement U_r at point q , induced by the presence of a static load at the free surface, is given by the well known Boussinesq solution (Fung, 1965)

$$U_z = \frac{P}{4\pi\mu R} \left(2(1-\nu) + \frac{z^2}{R^2} \right) \quad (1)$$

$$U_r = \frac{P}{4\pi\mu R} \left(\frac{rz}{R^2} - \frac{(1-2\nu)r}{R+z} \right) \quad (2)$$

where μ is the shear modulus, ν is the Poisson's ratio, P is the surface point load, $R^2 = r^2 + z^2$ and $r^2 = x^2 + y^2$. The corresponding inclination at the free surface of the half-space is obtained as

$$I_0 = \left. \frac{\partial U_z}{\partial r} \right|_{z=0} = -\frac{P(1-\nu)}{2\pi\mu r^2} \quad (3)$$

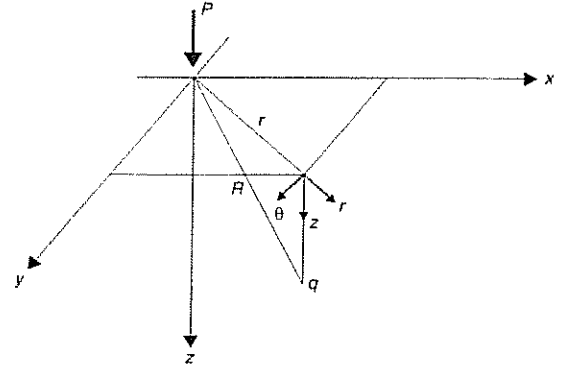


Fig. 1. Point load P at the surface of a homogeneous half-space; Cartesian and cylindrical coordinates are used for reference

By using the relation $\mu = E/2(1+\nu)$, this inclination can be written as

$$I_0 = -\frac{P(1-\nu^2)}{\pi E r^2} \quad (4)$$

This solution is used to obtain a first approximation to the mean value of E . In fact, the ratio of the factor $I' = P/\pi r^2$ to the observed inclination (equation (4)), given the load and the distance of application from the origin, yields the value for the constant $C = E/(1-\nu^2)$:

$$\frac{I'}{I_0} = \frac{CP/\pi r^2}{P/\pi r^2} = C \quad (5)$$

However, considering experimental data, this ratio is far from being a constant (Blum *et al.*, 1992). Instead it has a clear dependence on distance. This suggests both the need of a more rigorous approach to deal with the direct problem (one that can consider, at least, a stratified medium consisting of homogeneous layers with different properties) and the possibility of obtaining information on the variation of properties with depth by variation of the load-tiltmeter distance.

In what follows we will summarize the formalism proposed by Kausel & Roesset (1981) for the problem of static and dynamic loads treated by the stiffness matrix method. In our particular case, we need to apply the solutions for zero frequency (static problem) and non-zero wavenumber (local loading).

Static and dynamic loads in stratified media

Let us consider the horizontal layered model of Fig. 2, subjected to vertical loads at the surface. The problem of determining the vertical and radial displacements at any point on the surface is solved by solving for the loads in terms of their time and space Fourier and Hankel transforms respectively,

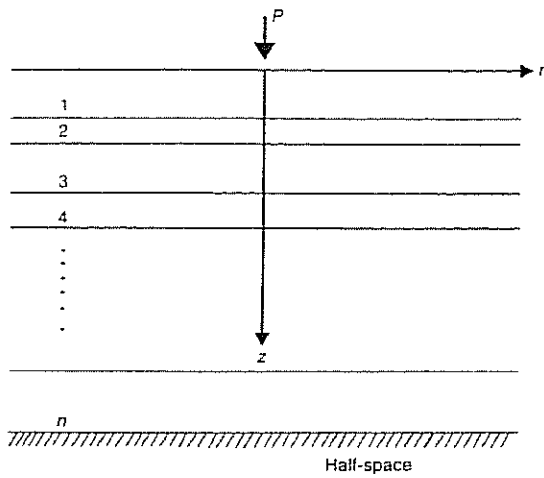


Fig. 2. Point load P at the surface of a stratified medium

which is equivalent to using the separation of variables method to find solutions of the elasticity equations. In this way the field variables, which are functions of r , z and t , are transformed into functions of k , z and ω , where k and ω are the radial and time frequencies respectively (it is usual to refer to k as the radial wavenumber). The vertical dependence on z remains in the form of ordinary differential operators.

If the transformed displacements and internal stresses at a given horizontal interface define the state vector or motion-stress vector, which can be written in cylindrical coordinates as

$$\bar{Z} = \{u_\rho, u_\theta, u_z, \sigma_{\rho z}, \sigma_{\theta z}, \sigma_z\}^T = \begin{Bmatrix} \bar{U} \\ \bar{S} \end{Bmatrix} \quad (6)$$

then this vector should satisfy a first-order differential equation in z (Aki & Richards, 1980). It is possible to show that a transfer or propagator matrix (Haskell, 1953) relates state vectors at neighbouring interfaces:

$$\bar{Z}_{j+1} = H_j \bar{Z}_j \quad (7)$$

where H_j is the transfer matrix for the j th layer. This matrix is a function of the frequency ω , the radial wavenumber k , the soil properties and the thickness h of the layer.

It can be shown that the differential equations for the motion-stress vector in the transfer matrix approach, in the case of vertically heterogeneous media, have exactly the same z dependence in cylindrical or plane problems (Aki & Richards, 1980).

Stiffness matrix approach

According to Kausel & Roesset (1981), we isolate a layer and preserve equilibrium by appli-

cation of external loads $\bar{P}_1 = \bar{S}_1$ at the upper interface and $\bar{P}_2 = -\bar{S}_2$ at the lower interface. Then, from equation (7), we have

$$\begin{bmatrix} \bar{U}_2 \\ -\bar{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{P}_1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

where H_{mm} are submatrices of the transfer matrix H_j . After some matrix algebra it is possible to obtain

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H_{12}^{-1} H_{11} & H_{12}^{-1} \\ H_{22} H_{12}^{-1} H_{11} - H_{21} & -H_{22} H_{12}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

or

$$\bar{P} = K \bar{U} \quad (10)$$

where K is the stiffness matrix for the layer, \bar{P} is the external load vector and \bar{U} is the displacement vector. This stiffness matrix is symmetrical. In general it is of sixth order and has the same form for both Cartesian and cylindrical coordinates.

As a consequence of the validity of Lamé's theorem (Aki & Richards, 1980) even in the limiting case $\omega = 0$, the scalar and vectorial wave equations are satisfied by potentials related to displacement and body force. If they are separated in three equivalent scalar equations, then any motion can be naturally decomposed into three kinds of motion. Two of them are coupled and have the particle motion or polarization contained in a plane; they locally define the radial and the vertical directions respectively. The other is not coupled and it is contained in a horizontal plane. These two kinds of motion and the third one are kinematically representative of P-SV and SH waves respectively.

The P-SV waves are represented in columns/rows 1,3,4 and 6 of the matrix K , and the SH waves in columns/rows 2 and 5. This dependence is illustrated in the following matrix:

$$\begin{bmatrix} \text{P-SV} & 0 & \text{P-SV} & \text{P-SV} & 0 & \text{P-SV} \\ 0 & \text{SH} & 0 & 0 & \text{SH} & 0 \\ \text{P-SV} & 0 & \text{P-SV} & \text{P-SV} & 0 & \text{P-SV} \\ \text{P-SV} & 0 & \text{P-SV} & \text{P-SV} & 0 & \text{P-SV} \\ 0 & \text{SH} & 0 & 0 & \text{SH} & 0 \\ \text{P-SV} & 0 & \text{P-SV} & \text{P-SV} & 0 & \text{P-SV} \end{bmatrix} \quad (11)$$

In our particular case of a static vertical load placed at the origin (free surface of the stratified system), we have $\omega = 0$, $k > 0$. In fact, while solving for the static vertical load in terms of the time and space Fourier and Hankel transforms, the wavenumber k is the integration variable, which accounts for the spatial (radial) decomposition of the load by means

and

$$U_z = -\frac{P}{2\pi} \int_0^\infty r_2 J_0(kr) k dk \quad (25)$$

At each point r on the surface of the system we need to compute the integral over the whole range of wavenumbers.

Finally, the theoretical value for the inclination at a surface subjected to a static load at a given distance is obtained by numerical evaluation of the vertical displacement derivative with respect to the r coordinate:

$$I_T = \left. \frac{\partial U_z}{\partial r} \right|_{z=0} \quad (26)$$

At this stage, it is interesting to know the effect on $\partial u_z / \partial r$ as a function of r for two simple soil types: (1) $E = \text{constant}$ (Boussinesq problem) and (2) $E = a + bz$ (linear variation of E with depth). With this goal in mind, we computed the inclination-distance relationship for case (1) with $E = 15 \text{ MPa}$, and for case (2) assuming four conditions: (2a) $a = 3, b = 0.3$; (2b) $a = 1.5, b = 0.15$; (2c) $a = 17.25, b = 0.5$; and (2d) $a = 723, b = -9$. In all cases we considered a layer with a depth of 80 m overlying a rigid basement, and a static load of 13 030 kg. Fig. 3(a) depicts the curves obtained. The continuous line is the result for case (1), while the dashed lines correspond to cases (2a), (2b), (2c) and (2d). The inset on the right exhibits the variation of E with depth for the cases studied.

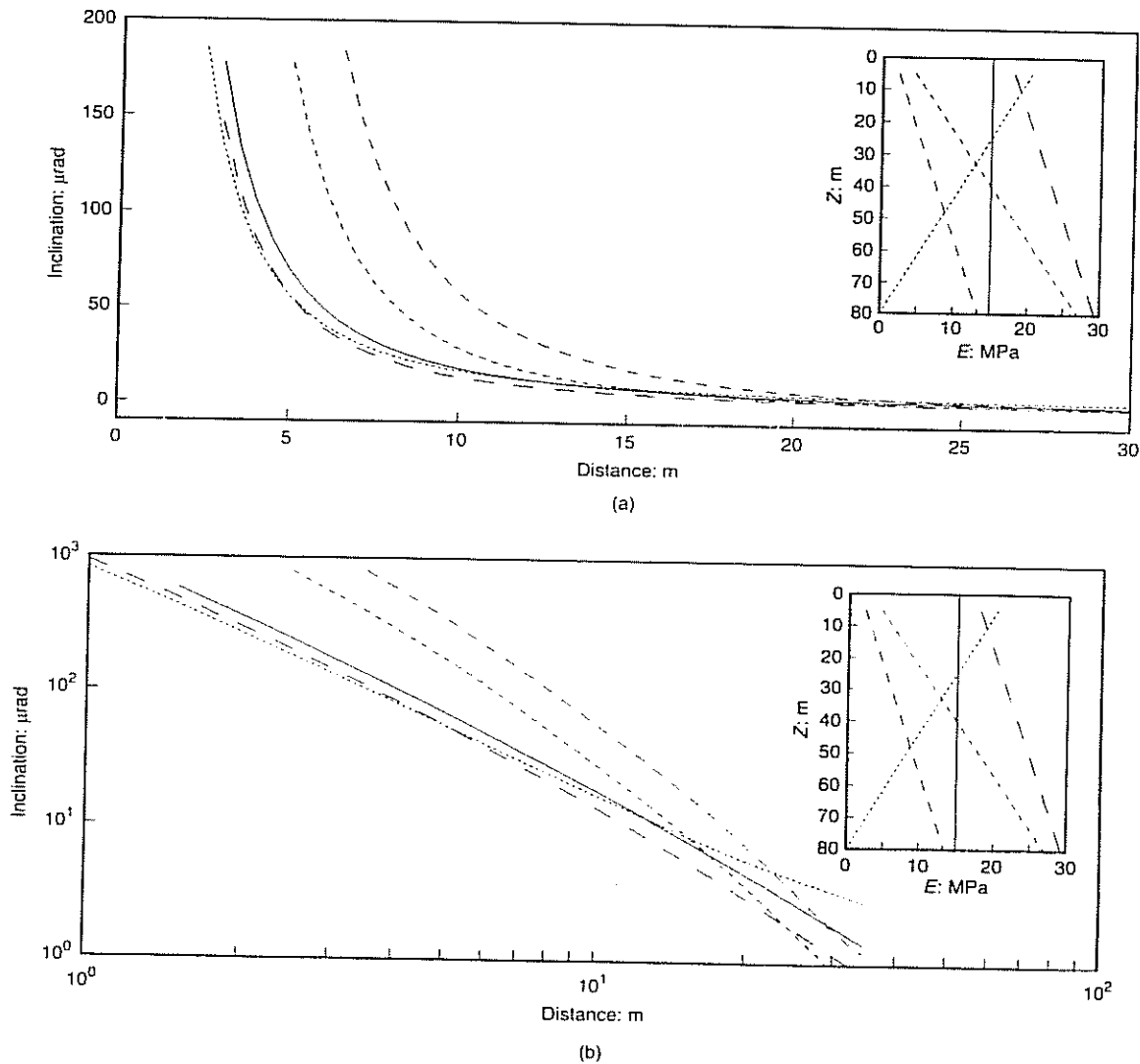


Fig. 3. (a) Inclination-distance relationship for two simple soil types, $E = \text{constant}$ (continuous line) and $E = a + bz$ (dashed lines); the inset box shows the variation of E with depth for the various dashed lines; (b) same data plotted on a logarithmic scale

The dashed lines in the box correspond to the different lines used to plot the inclination–distance relationships. In order to emphasize the differences between all the curves with distance, Fig. 3(b) shows the same results as Fig. 3(a) on a logarithmic scale.

Figure 3 clearly illustrates how different cases (1) and (2) have to be to affect the relationship significantly. The curves show a great variation in both shape and amount of inclination with distance. They are more sensitive to the uppermost rigidities of the layer, even for the extreme case of negative linear variation of E with depth. For increasing distances, the vertical variations of stiffness change the trends of the inclination. However, the actual values may be below the noise level in experiments.

PRACTICAL CONSIDERATIONS

In order to assess the range of validity of this approach in applications it is instructive to consider the structure of the Boussinesq solution for tilt as a function of distance (equation (4)). It is of the form

$$I_0 = \frac{P}{K} \frac{1}{r^2} \quad (27)$$

where P is the load, $K = -\pi E/(1 - \nu^2) = \text{constant}$ and r is the horizontal distance. Within the limits of elasticity, I_0 varies linearly with P , but the resolution of the instrument (in our case about 10^{-7} rad), the ambient noise and the maximum tilt that can be recorded (about 10^{-3} rad) impose limits on both the values of the load and the range of distances for which reasonable measurements can be obtained. In Fig. 4 the theoretical tilt is plotted against distance for various loads (5000, 13 030, 20 000 and 25 000 kg), with $\nu = 0.498$ and $K = 20.88$ MPa ($E = 5$ MPa, Fig. 4(a)) and $K = 41.76$ MPa ($E = 10$ MPa, Fig. 4(b)). The limits for the

lowest tilt (LT) and highest tilt (HT), as well as the variable ambient noise (N) (estimated to be around 4×10^{-6} rad) are shown by horizontal dashed lines. It is clear that the range of useful distances depends critically on the value of the load and the mean value of E . Because the elastic constant is not known beforehand, an iterative approach is required. The upper limit of the load is set by practical considerations, by the upper limit of the instrument and by possible non-linear and non-elastic behaviour very close to the point load. All this suggests that particular care is required to set up the ranges and limits of the measurements at a given site.

INSTRUMENT TECHNOLOGY

The technology for compact tiltmeters is an original idea of P. A. Blum of the Institut de Physique du Globe de Paris. Fig. 5 shows a schematic representation of the instrument; it consists basically of a horizontal pendulum suspended from a rectangular silica frame by means of two thin wires. The pendulum mass is a silver semicircular plate with a narrow aperture. Just below the pendulum mass, a photosensitive cell, fed by ± 5 V at the edges, is placed. At the top of the rectangular frame is placed a small lamp. This device is mounted on a circular silica plate with a triangular base and protected by a transparent pyrex cylinder. The dimensions of the instrument are shown in the figure.

Small inclinations of the imaginary vertical line (shown dotted) in the plane of the frame (c) correspond to small rotations of the pendulum. Thus, the light beam illuminates different parts of the cell, giving a variable output voltage (V). By multiplying this by the instrument gain we obtain the inclination in microradians. This device is relatively insensitive to inclinations in the transverse direction.

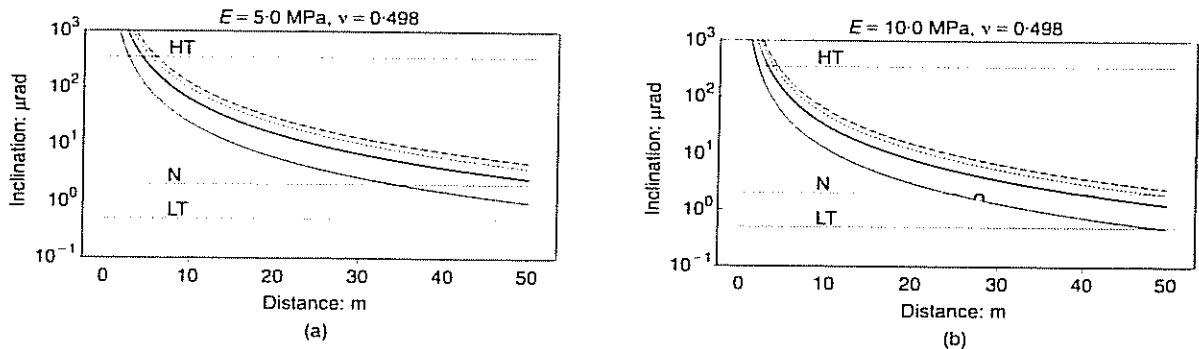


Fig. 4. Theoretical tilt as a function of distance for various loads (5000, 13 030, 20 000 and 25 000 kg), $\nu = 0.498$ and (a) $K = 20.88$ MPa ($E = 5$ MPa); (b) $K = 41.76$ MPa ($E = 10$ MPa); the limits for the lowest (LT) and highest (HT) measurable tilt, and the variable ambient noise (N) are also shown

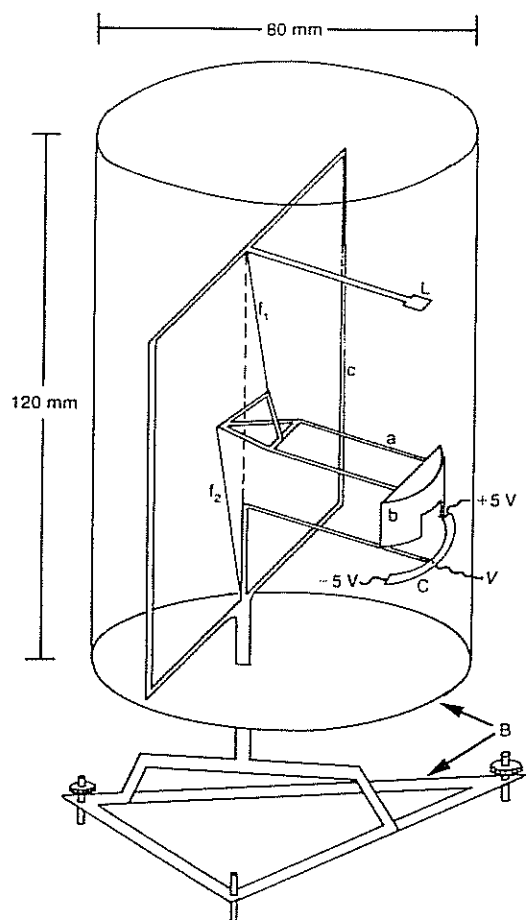


Fig. 5. Schematic representation of compact tiltmeter: a, horizontal pendulum; b, pendulum mass; c, rectangular silica frame; f_1 and f_2 , thin silica wires; L, lamp; B, circular silica plate with triangular base; C, photosensitive cell; V, wire carrying output voltage

FIELD MEASUREMENTS OF GROUND INCLINATION IN THE VIRGIN TEXCOCO LAKE ZONE

We applied the theory presented above to some measurements of ground inclination in the virgin Texcoco Lake zone. Fig. 6 illustrates the division of Mexico City into zones for earthquake engineering purposes. There are three zones: the hill zone, formed by layers of lava flows; the transition zone, composed of alluvial sandy and silty layers; and the lake zone, which consists of a 10–100 m deposit of highly compressible, high water content clay underlain by resistant sands. Continuous lines indicate some important avenues including the Peñón–Texcoco road. The area enclosed by dashed lines (approximately 2.5 km \times 4.5 km) represents the zone under study; it is located near Mexico City and is mainly used for environmental and geotechnical research by the city authorities. We selected this site to perform the experiments because (1) its stratigraphy is probably representa-

tive of other locations in Mexico City (some differences actually exist in the mechanical properties of clay layers from various zones), and (2) it offers the possibility of performing the experiments with good control and relatively little urban noise. Therefore, our aim was to calibrate the technique with the goal of using it in other parts of the city to complement other geophysical and geotechnical measurements. Induced ground inclination measurements were performed along four profiles. Two of them, following a direction parallel to the Peñón–Texcoco road (N70°E) were called LONG 1 and LONG 2 (Fig. 7) and consisted of 25 loading points each. The other two profiles (TRANS 3 and TRANS 4) were selected following a perpendicular direction (S20°W); they consisted of 13 and 19 loading points, respectively. Two measurement stations (A and B) were placed near the starting points of the profiles. At each station, three high-resolution compact tiltmeters were installed. The instruments are able to measure the induced amount of ground inclination in only one direction. Fig. 7 also shows the names and the directions of sensitivity of the instruments installed on stations A and B.

The sensitivity of the tiltmeters, about 10^{-7} rad, was enough to detect differences in the induced inclination of the ground, even when the load was placed at distances between 30 and 35 m from the stations.

The static load, simulating a point load, was a charged truck weighing 13 030 kg; 9735 kg for the back axle and 3295 kg for the front axle. Fig. 7 shows the directions in which the truck was driven for each profile. In order to stabilize the tiltmeters' response to the induced inclination, for automatic recording at a portable system the load was placed at each point on the profiles and remained there for around 90 s, a time long enough to get the tiltmeters to register without measurable oscillations. The reference level of the ground inclination was recorded at the beginning or at the end of each profile, in the absence of load. This value was used to compute the change inclination for each position of the load by means of the absolute difference between the reference level and the measured value for each position of the truck.

DATA PROCESSING

Figures 8(a), (b), (c) and (d) show the field measurements corresponding to profiles LONG 1, LONG 2, TRANS 3 and TRANS 4 respectively. Figs 8(a) and (b) display the behaviour of tiltmeters CH293 and CH294 respectively, while Figs 8(c) and (d) correspond to tiltmeter CH295. The horizontal axis represents the time recorded continuously for each profile, and the vertical axis represents the amount of induced inclination.

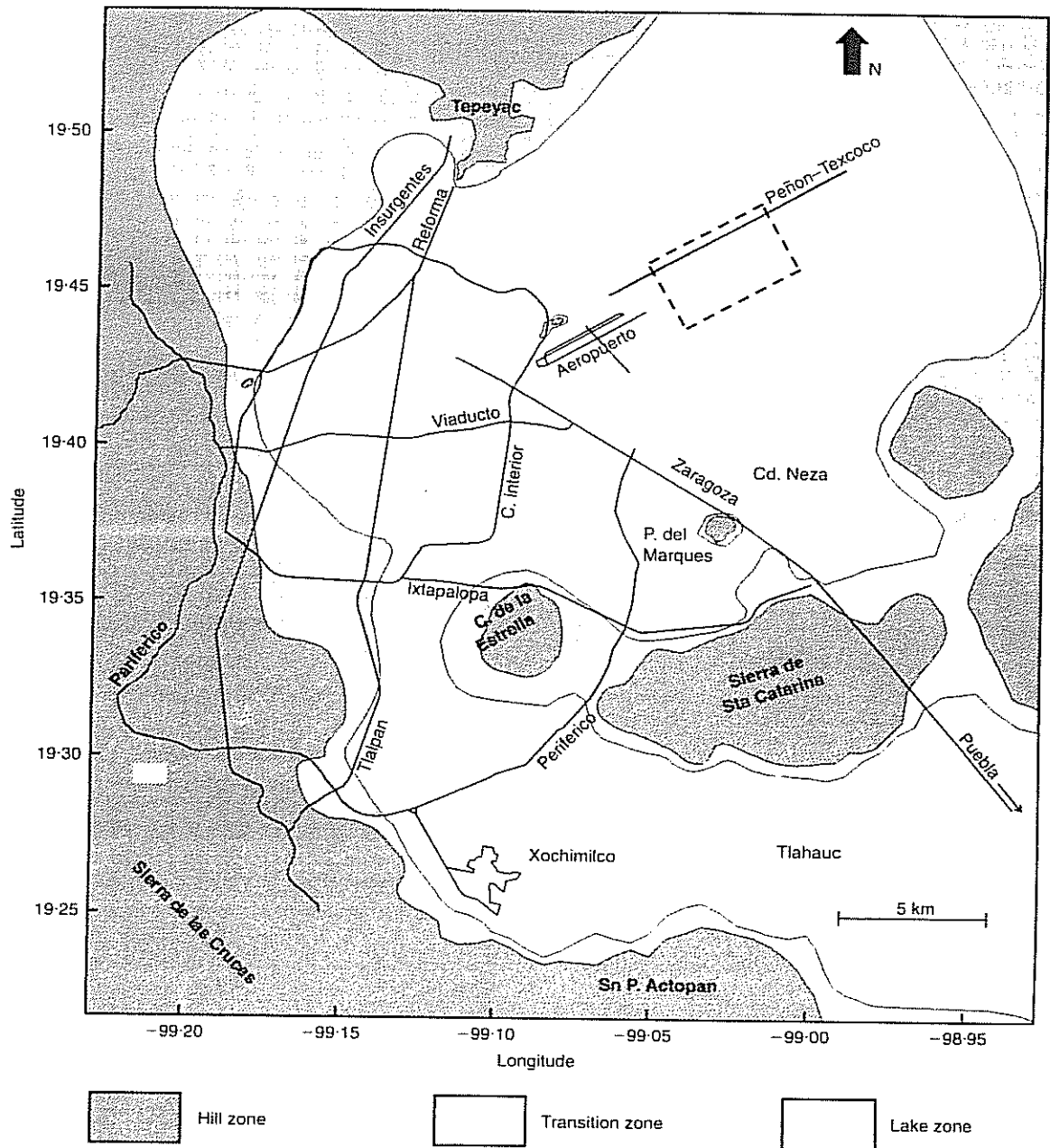


Fig. 6. Division of Mexico City into zones for earthquake engineering purposes: hill zone, transition zone and lake zone; the dashed lines indicate the boundary of the region under study; some major roads are shown by continuous lines

The first flat level observed in Fig. 8(a), before the recording time $t = 36\,800$ s, indicates the permanent level of ground inclination for this profile and this instrument. It was recorded with the load placed far enough away (100 m) to avoid any influence on the inclination. In the rest of Fig. 8(a), and in the other figures, each 'step' of the stair-like plot represents the relative level of ground inclination for different load positions on the profiles.

Note that because of the tiltmeters' polarization,

some curves (namely those of Figs 8(a) and (d)) seem to show an increase of tilt with time, that is, as the truck moves away. However, the actual datum is the absolute difference between the relative 'permanent level' of ground inclination (approximately 260μ rad in the cases of the records shown in Figs 8(a) and (d); 280μ rad for those of Figs 8(b) and (c)) and the successive levels for the various load positions. This value is always decreasing with time.

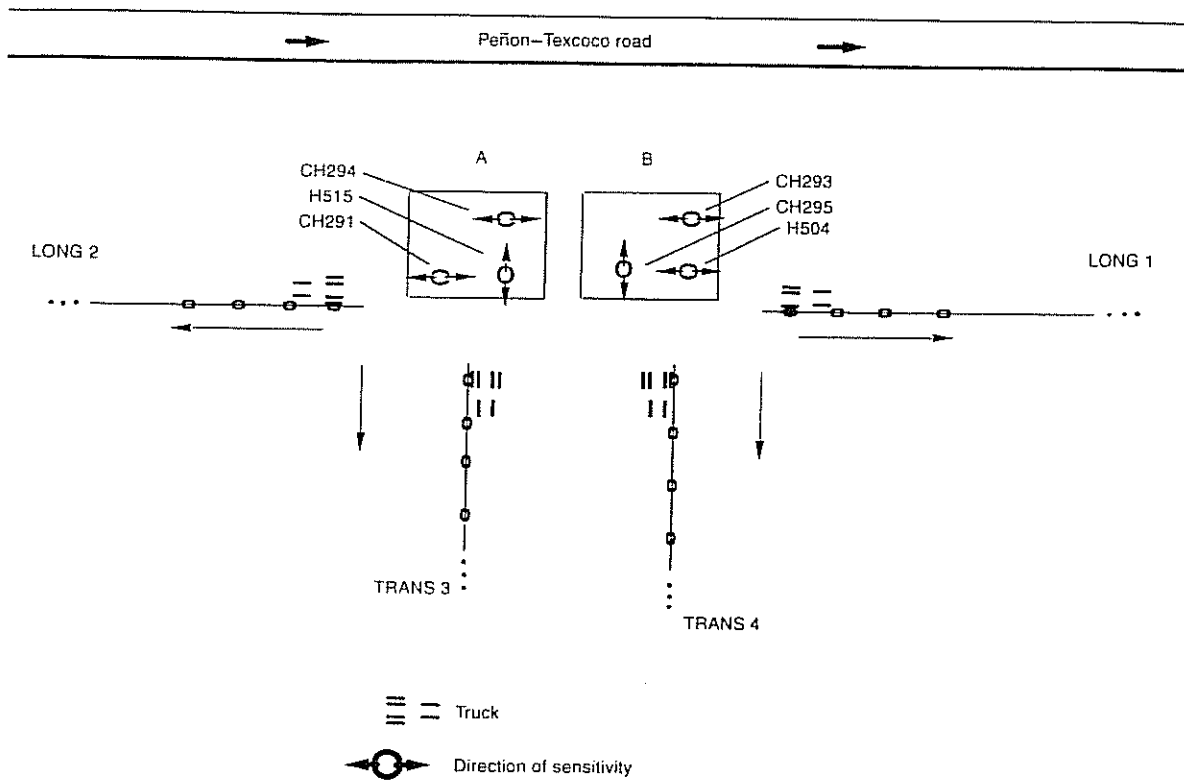


Fig. 7. Schematic representation of the field array for the induced ground inclination experiments in the Texcoco Lake zone (area indicated by dashed lines in Fig. 6); the small open symbols represent reference points for the first four stops of the truck on each profile, and the small bars represent each wheel of the truck

In the general case, the loading time at each position was long enough to stabilize the system; including the time necessary to stop the truck, it provides an easy-to-read flat level. However, Fig. 8(b) does not exhibit flat steps for short distances; it shows that in this case the duration was insufficient. In spite of this problem, the figure exhibits a reasonable behaviour of the inclination with distance ($1/r^2$).

In order to compute the effects of the load, we assume a homogeneous elastic half-space as a first approximation and apply it to some representative recorded data. Then we have to deal with the classical Boussinesq problem. We consider a weighted distribution of the total load on the six wheels of the truck and consider them as six individual point loads. The global effect is computed taking into account the correction to the direction of sensitivity at each point load (see Fig. 7). This involves projecting the rotation direction from each of the individual loads onto that of the tiltmeter sensitivity, and summing them to obtain an equivalent effect. (In fact, this sum is only valid under the assumption of a homogeneous medium.) This effect can be treated as if caused by a point load. Accordingly, the analytical solution for the Boussinesq problem allows computation of the so-

called apparent distance r_a , corresponding to the distance at which a point load equal to that of the truck would produce an inclination equal to that observed,

$$r_a = \sqrt{\left(\frac{P_T}{\sum_i P_i \cos \phi_i / r_i^2} \right)} \quad (28)$$

where P_T is the total load of the truck, P_i is the load corresponding to the i th wheel, ϕ_i is the angle formed by the sensitivity direction and the i th load direction and r_i is the distance of the i th load. For each profile and each instrument, we compute the curve of apparent distance against observed inclination. Fig. 9 shows these curves for the two longitudinal profiles LONG 1 (continuous line) (tiltmeter CH293) and LONG 2 (dotted lines) (tiltmeters CH293 and CH294). Fig. 10 shows, for the same profiles and the same instruments as in Fig. 9, the value of C from equation (5). This curve should be a straight line parallel to the horizontal axis for a homogeneous medium.

So far, these comparisons have been done under the strong assumption of a homogeneous medium. This has served to illustrate the coherency between different profiles and different instruments. More-

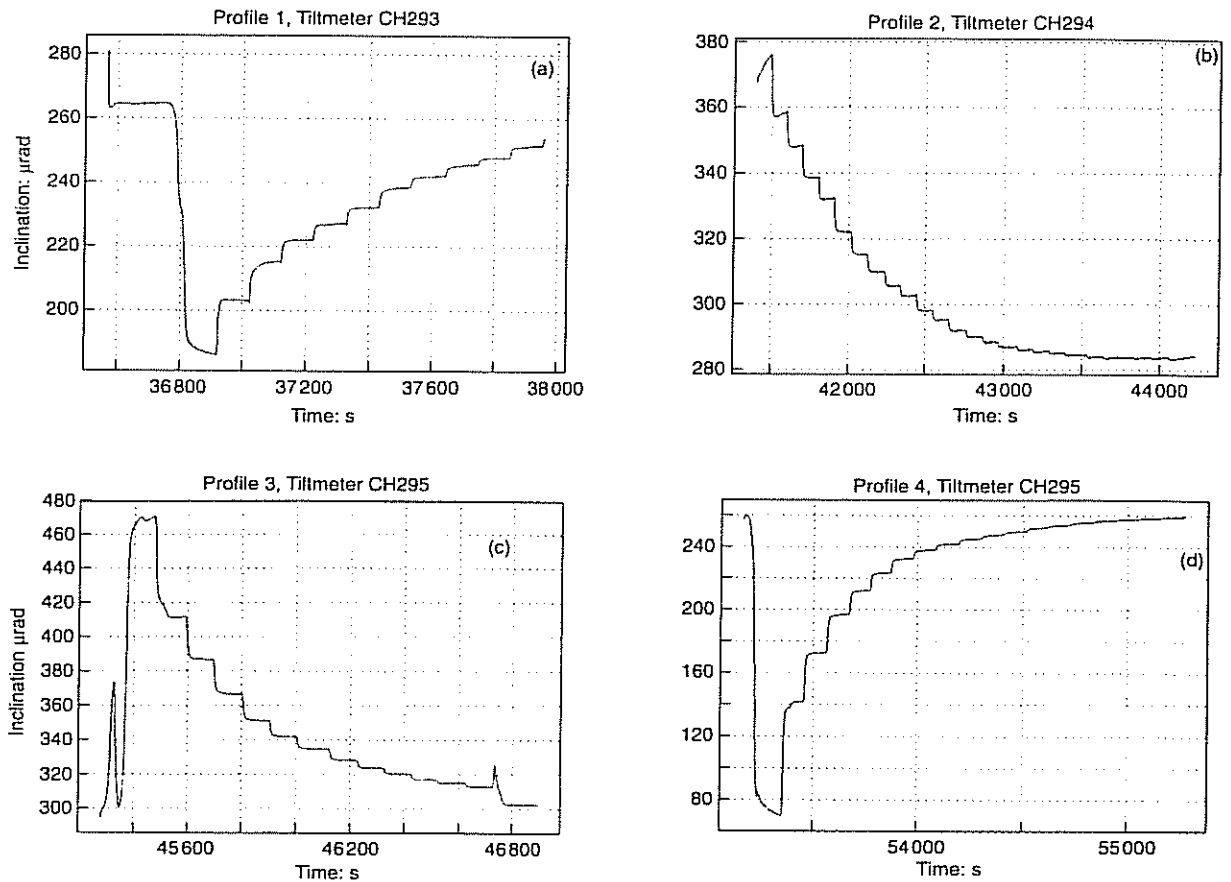


Fig. 8. Field measurements of induced soil inclination plotted against time, for profiles (a) LONG 1; (b) LONG 2; (c) TRANS 3; (d) TRANS 4; the 'permanent levels' used to estimate the induced inclinations are (a) 260 μrad ; (b) 280 μrad ; (c) 280 μrad ; (d) 260 μrad

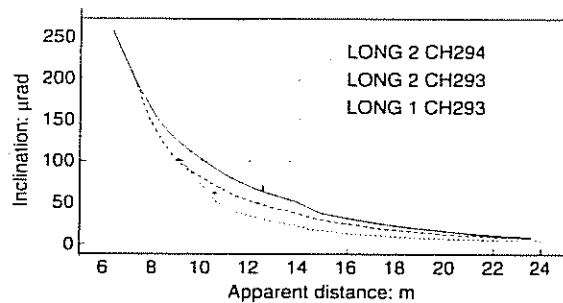


Fig. 9. Apparent distance plotted against observed inclination for the profiles LONG 1 (continuous line) and LONG 2 (dotted lines), using tiltmeters CH293 and CH294

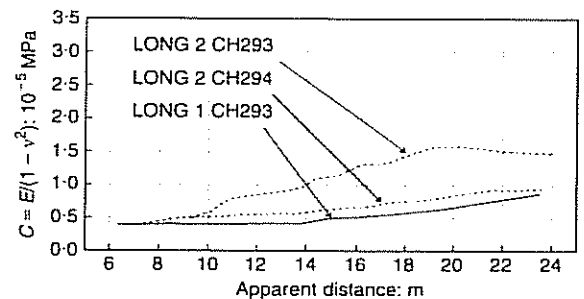


Fig. 10. Apparent distance versus parameter C from equation (5) for the profiles LONG 1 (continuous line) and LONG 2 (dotted lines), using tiltmeters CH293 and CH294

over, it is now evident that a homogeneous model cannot fit the observations and we need a more realistic model. In what follows, the stiffness matrix approach to find the displacements at the surface of stratified media is applied to invert the collected data by a trial and error procedure.

In order to have an initial model that allows computations for the direct problem, some cone resistance values for the same zone were used. Resistance values as a function of depth were expressed in terms of shear wave velocity as a function of depth. A detailed description of this

procedure for the special case of Mexico City clay can be found in Ovando & Romo (1991). The model obtained exhibits values of shear wave velocity ranging from 30 to 90 m/s in the first

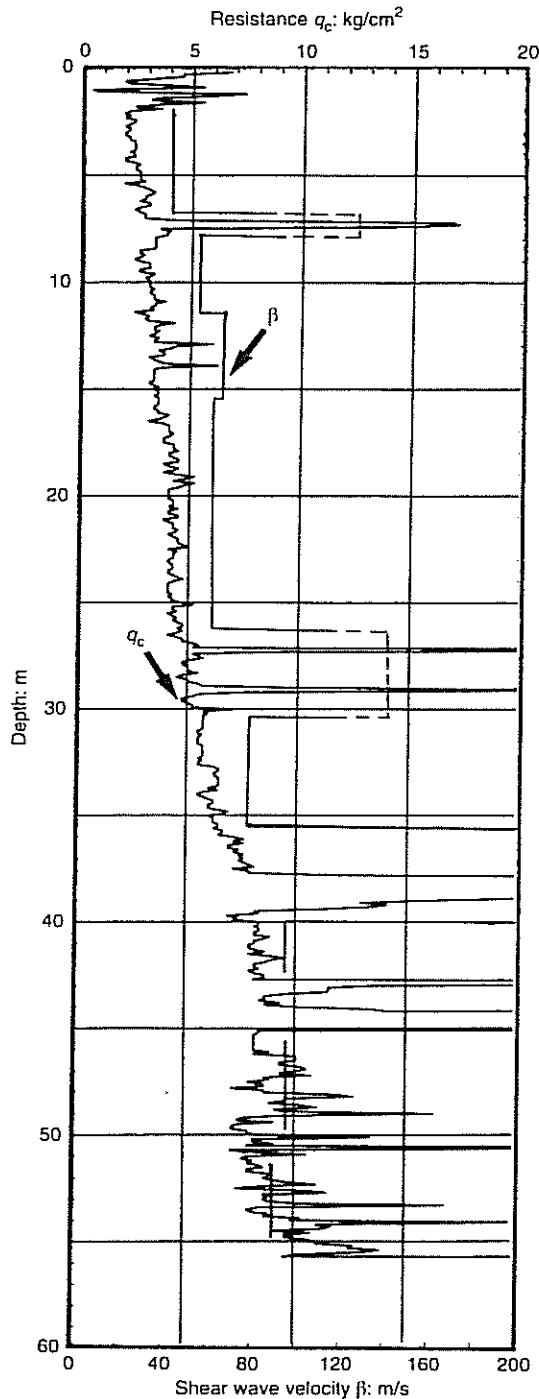


Fig. 11. Cone resistance values q_c from experiments carried out in the area indicated by dashed lines in Fig. 6, and depth distribution of shear wave velocity β obtained from empirical relationships for Mexico City clay (Ovando & Romo, 1991)

60 m of depth (Fig. 11). Therefore, we considered an initial model consisting of two layers with shear wave velocities of 35 and 70 m/s respectively. This procedure showed that close *a priori* estimates of parameters for the initial model are not essential: thicknesses of layers and elastic properties have influences on both the shape and the level of the obtained curves. P wave velocities were computed assuming a Poisson's ratio of 0.498 for the first layer and 0.495 for the second one (Marsal & Graue, 1969). Note that the P wave velocity is strongly sensitive to the assumed Poisson's ratio. We left variable the thickness of these layers, to be determined after the best fit was made between computations of the direct problem and the observed data.

Figures 12–14 illustrate the fit obtained between the theoretical computations and the data from the profiles: LONG 2, tiltmeter CH294 (Fig. 12); LONG 1, tiltmeter CH293 (Fig. 13); and LONG 2, tiltmeter CH293 (Fig. 14). In each case, the symbols represent observations, while the continuous and dashed lines are the fit curves based on theoretical computations. In all cases the continuous line is the best fit to the data. It was obtained by starting with the computations for the initial model obtained from the cone resistance values, and modified to reach to the best fit with the data. The three final models matching the data in Figs 12, 13 and 14 are summarized in Table 1 as models 1, 2 and 3 respectively. In the same figures, the two different dashed lines exhibit the behaviour of two wrong models, one of them having a 10% properties variation, and the other having an 80% properties variation, with respect to the corresponding final models.

These results clearly illustrate how sensitive the fit is to having a profile which is a little wrong, or very wrong. Significant loss of fit can be observed even in the former case.

In order to compare our results with those obtained from independent, commonly established methods, we used data from several seismic refraction experiments designed to provide crucial information to obtain the propagation characteristics of surface waves in the same unconsolidated clay sediments in the Texcoco Lake region. A detailed description of such a set of experiments is reported by Ramos-Martinez *et al.* (1994). In particular, we will compare results from both the standard first break refraction analyses and the inversion of phase velocity dispersion curves.

SHALLOW REFRACTION EXPERIMENTS

In the first series of experiments we used small explosive charges as the source and 24 vertical geophones with a near-trace offset of 30 m for direct and reverse shots. The geophone separation

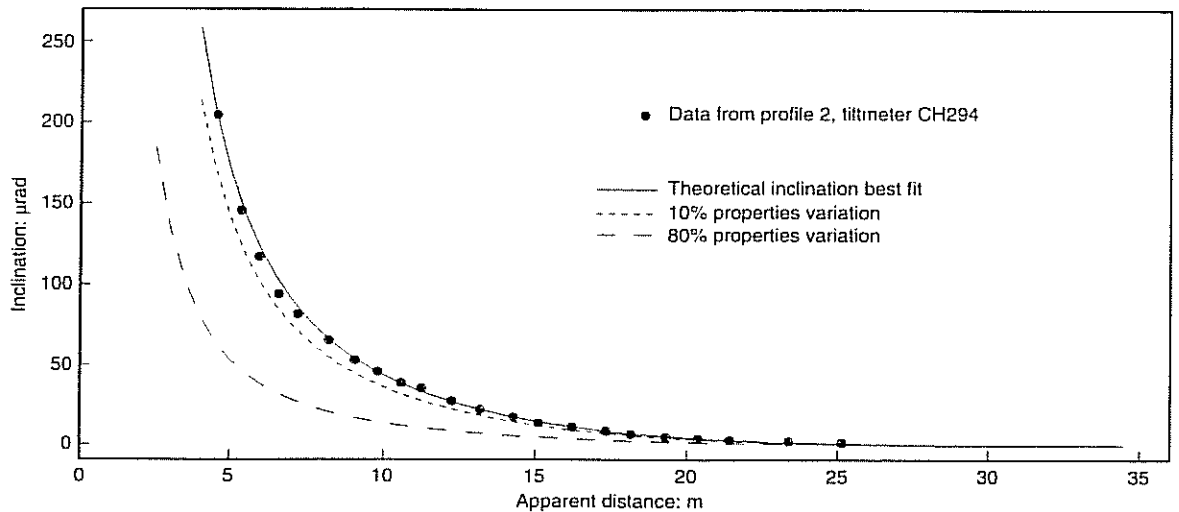


Fig. 12. Observed inclination from profile LONG 2, using tiltmeter CH294, and theoretically calculated inclination; the best fit gave model 1 of Table 1

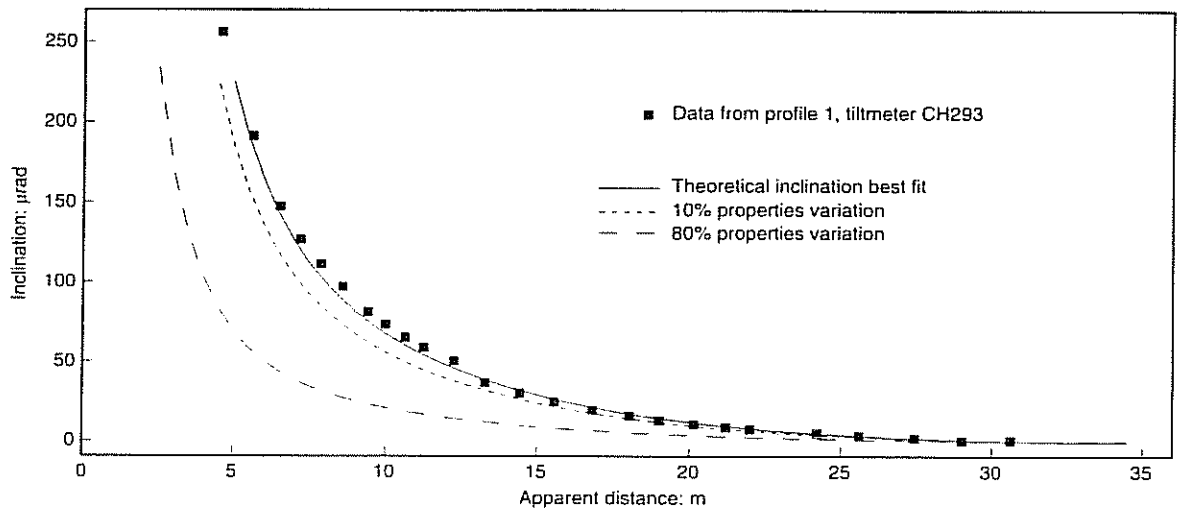


Fig. 13. Observed inclination from profile LONG 1, using tiltmeter CH293, and theoretically calculated inclination; the best fit gave model 2 of Table 1

was 10 m (total length 240 m). In the second series of experiments we used a sledgehammer as the source of S waves and 24 horizontal geophones separated 2 m from each other (total length 48 m). In this case, the near-trace offset was 5 m in both direct and reverse shots.

Figure 15 shows typical seismograms for the direct shots of the first (Fig. 15(a)) and the second (Fig. 15(b)) experiments. We applied standard first break analyses to the vertical component seismograms. As an example, Fig. 16 shows the results for the direct shot of Fig. 15(a) and its corresponding reverse shot. The P wave velocities for both shots are very similar, indicating that the subsoil

layers have negligible dip. With this procedure, we can only estimate P wave velocities as a function of depth, thus the corresponding S wave velocities for the three inferred layers were computed assuming a Poisson's ratio of 0.498 (Marsal & Graue, 1969). The average velocity model obtained from this standard approach using several vertical-component seismograms is shown in Table 2.

DISPERSION ANALYSIS

Al-Eqabi & Herrmann (1993) and Jongmans & Demanet (1993) have shown the usefulness of the inversion of surface wave dispersion curves to

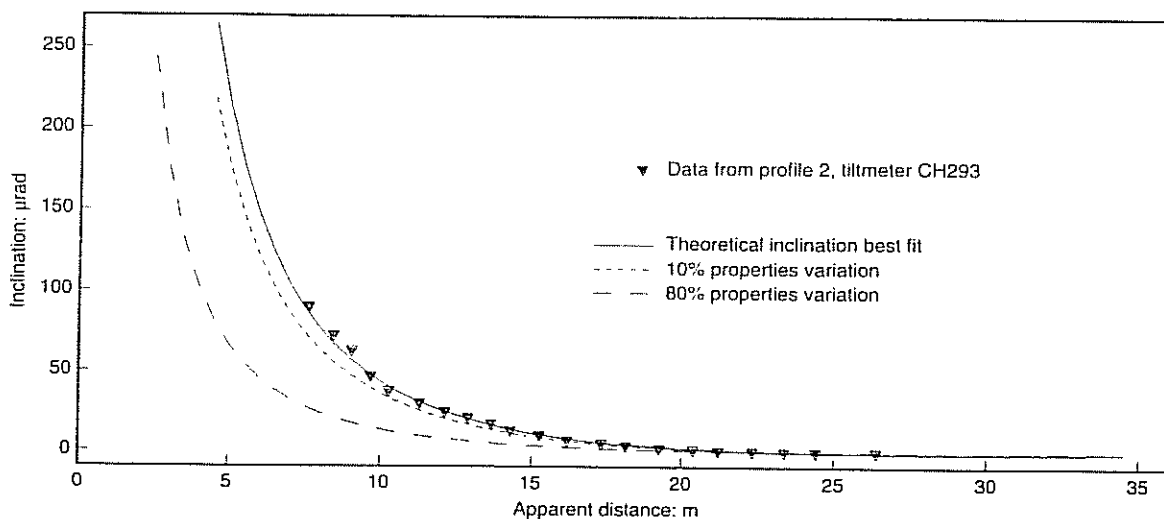


Fig. 14. Observed inclination from profile LONG 2, using tiltmeter CH293, and theoretically calculated inclination; the best fit gave model 3 of Table 1

Table 1. Models obtained from the best fit between theoretical and observed inclinations (see Figs 12–14)

	H : m	β : m/s	α : m/s	μ : MPa
Model 1	18.0	35.0	525.0	1.84
	60.0	70.0	700.0	7.35
	—	400.0	2000.0	980.0
Model 2	22.0	30.0	450.0	1.35
	60.0	65.0	650.0	6.34
	—	400.0	2000.0	980.0
Model 3	18.0	33.0	495.0	1.64
	60.0	70.0	700.0	7.35
	—	400.0	2000.0	980.0

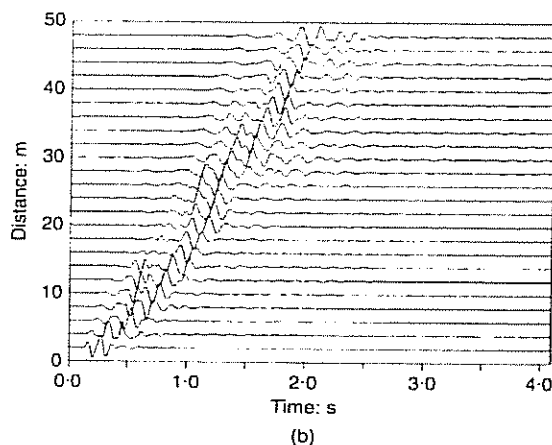
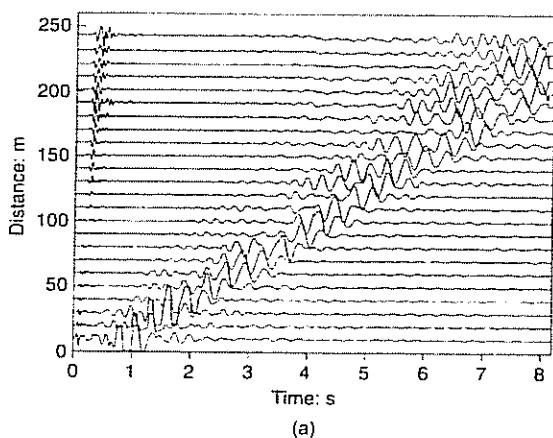


Fig. 15. Typical seismograms for direct shot: (a) first refraction experiment, vertical-component geophones and P (explosive) source; (b) second refraction experiment, horizontal-component geophones and S (sledgehammer) source; the vertical axis corresponds to the surface length of the profiles

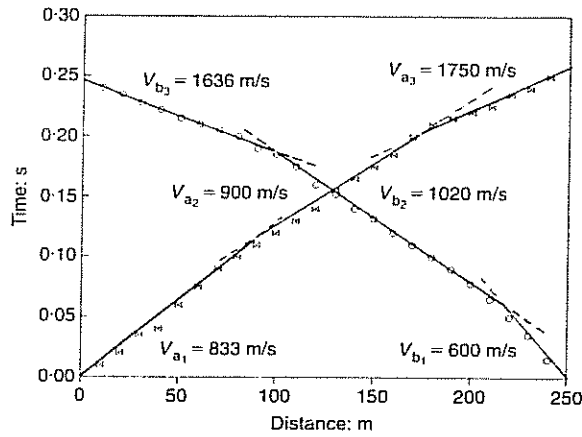
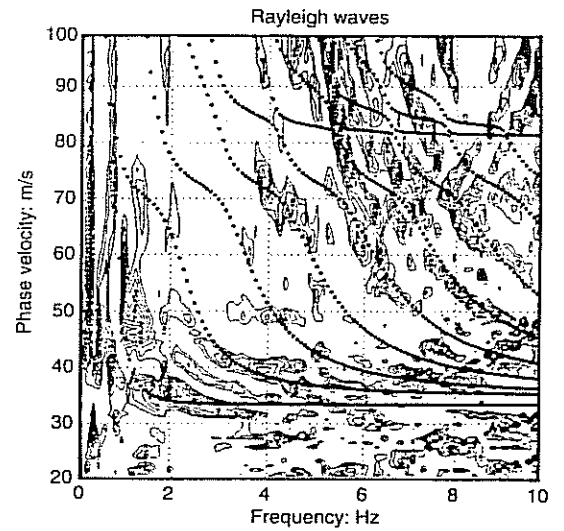


Fig. 16. First break analyses for the vertical component seismograms of Fig. 15(a), direct and reverse shots

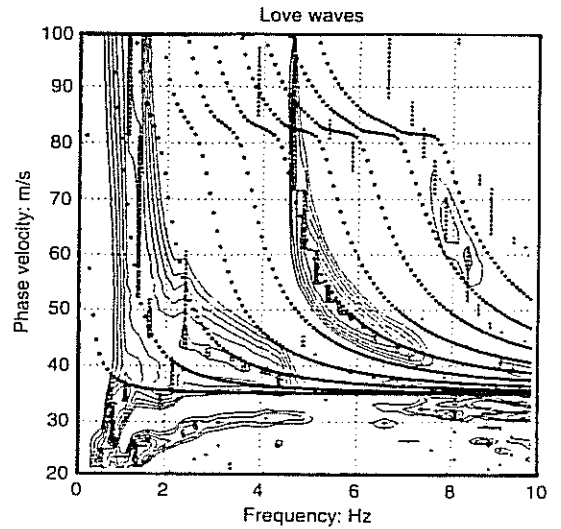
Table 2. Average model obtained from standard first break analyses applied to the vertical-component seismograms, such as that shown in Fig. 15(a); the S wave velocities were estimated assuming a Poisson's ratio of 0.498

H: m	β : m/s	α : m/s
17.0	38.0	600.0
35.0	63.0	950.0
—	200.0	1500.0

determine elastic properties of subsoil. With this goal, the recording time of the seismograms shown in Fig. 15 was programmed to be long enough to record surface waves, expected to arrive significantly later than direct or refracted waves. In all cases we observed that surface waves are the largest amplitudes in the records. We computed phase velocity dispersion curves of the surface waves by transforming the data to the ray parameter–frequency domain ($p-\omega$). Fig. 17(a) depicts the contours of phase velocity for the Rayleigh waves contained in the vertical-component seismograms of Fig. 15(a), whereas Fig. 17(b) exhibits the contours of phase velocity for the Love waves contained in the horizontal-component seismograms of Fig. 15(b). These observed dispersion curves were used as input into an inversion process to determine the P and S wave velocity distribution as a function of depth in the medium. As the computation of dispersion curves from a given earth model is a non-linear function of wave velocities in the model, the inversion was carried out iteratively, using the stochastic inverse method described in Aki & Richards (1980). The initial model was provided by the first break analysis (Table 2). The inversion procedure is described in detail in Herrmann (1989) and Al-Eqabi & Herrmann (1993). The final model obtained from



(a)



(b)

Fig. 17. Observed contours of phase velocity for (a) Rayleigh waves, corresponding to Fig. 15(a); (b) Love waves, corresponding to Fig. 15(b); the results of theoretical computations from the final model of Table 3 (bold symbols) are superposed

surface wave inversion is given in Table 3. The theoretical dispersion curves for the Rayleigh and Love surface waves, computed from this final model, are represented by bold symbols in Fig. 17.

Table 3. Final model obtained from surface wave inversion of the data of Fig. 15

H: m	β : m/s	α : m/s
18.0	35.0	650.0
46.0	85.0	850.0
—	200.0	1700.0

DISCUSSION OF RESULTS

A direct relationship between the elastic soil properties and the observed inclinations can be established from Fig. 8. The flat levels of about 90 s duration correspond to different load positions; they show relative differences of the order of $10 \mu\text{rad}$. The high sensitivity of the tiltmeters allows identification of such a small difference and provides a set of data containing the information we are looking for.

The first value of the mean static Young's modulus, corresponding to the uppermost strata, was obtained using the Boussinesq solution. This value is represented in the curves for the C parameter (Fig. 10). The variation observed along the profiles LONG 1 and LONG 2 seems probably to be due to a change in the thickness of the shallower layers. These curves and Table 1 clearly show the resolution in depth of the method. Parameter C takes values from around 4 to 16 MPa. If we assume the reported mean value for the Poisson's ratio of the surficial layers $\nu = 0.498$ (Marsal & Graue, 1969), then the Young's modulus takes values from 3 to 12 MPa. On the other hand, the interpretation of the cone resistance values (Fig. 11), using the relation $E = 2\mu(1 + \nu)$, $\mu = \rho\beta^2$ and mass density $\rho = 1500 \text{ kg/m}^3$, gives the estimated Young's modulus as 7.2 MPa and such a value is contained in the inferred data interval.

The latter comparison can be validated by taking into account the fact that, in the former case, the estimated values of the parameter C were obtained from the solution for a homogeneous half-space, whereas in the latter case, the shear wave velocity used (40 m/s) corresponds to a mean value for the first few metres of depth (see Fig. 11). Moreover, from the phase velocity curves shown in Fig. 17 we can observe a general high-frequency trend around 35 m/s. This value corresponds to the lowest shear wave velocity in the system, and matches very well the interpreted cone resistance values, as well as the elastic parameters inferred from the inclination data.

The good fits between the observed inclination and the stiffness matrix analytical solution shown in Figs 12, 13 and 14 were obtained from a trial-and-error procedure. This was done separately for each curve, by the correct combination of the layers' elastic properties and thicknesses in the individual models. The final models 1, 2 and 3 in Table 1 clearly show evidence of a first layer in which the shear wave velocity locally varies between 30 and 35 m/s and the thickness varies between 18 and 22 m.

By comparing these uppermost layer properties with those obtained from the standard first break procedure and from the inversion of the surface wave dispersion curves (Tables 2 and 3 respec-

tively), we can observe the usefulness of this new technique to infer shallow stratigraphy. Moreover, in order to illustrate clearly what has been achieved, Fig. 18 shows a schematic depth plot of stiffness from each method. The values of shear wave velocity were converted to their corresponding Young's moduli. The various dashed lines correspond to the results from common, established methods: first break analysis, surface wave inversion and cone resistance values; whereas the continuous line is the average inferred stiffness for each layer (models 1, 2 and 3 in Table 1) obtained from the inclination measurements method. The dashed line corresponding to results from the cone

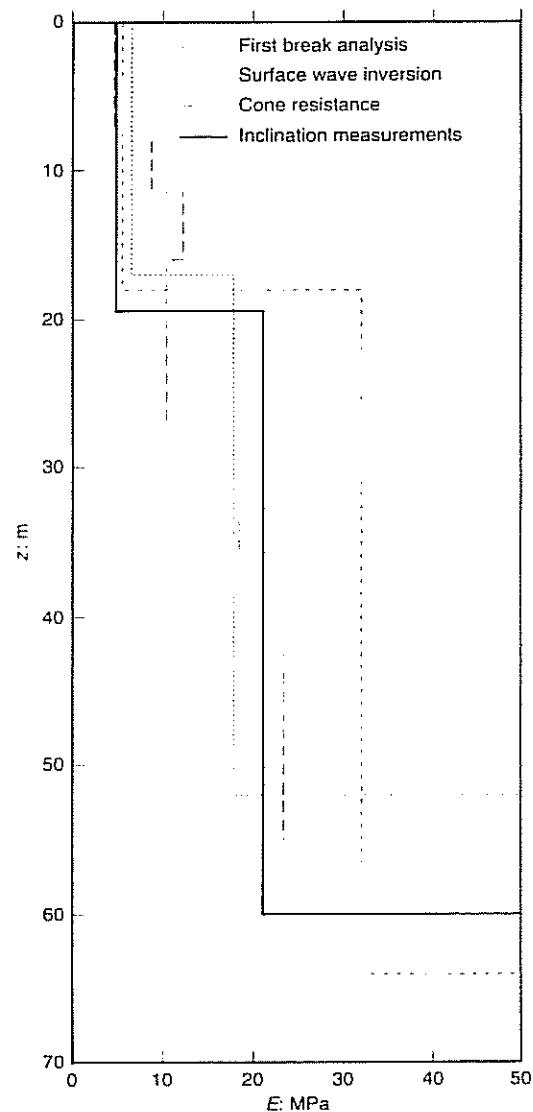


Fig. 18. Stiffness plotted against depth, by three common, established methods; the continuous line is the average inferred stiffness for each layer in models 1, 2, and 3 of Table 1

resistance values is discontinuous because of the large fluctuations exhibited by this direct technique in some depth intervals.

Regarding the inclination method results, the second layer was not fully inferred from the inclination measurements, whereas the wave velocities were well determined. The proposed thickness (60 m) can be changed without significant loss of fit to the observed curves in Figs 12–14; this is a consequence of the profile length, which was not long enough to find the depth of the clay sediments. Thus, the thickness of the second inferred layer and properties of the half-space were taken from previous works on the properties of the subsoil in Texcoco Lake, for example, Bard & Chávez-García (1993).

CONCLUSIONS

A new procedure for obtaining some elastic properties of shallow subsoil has been presented. From in situ very precise measurements of the ground inclinations produced by known loads placed at known distances, it is possible to estimate elastic moduli which are related to the dynamic properties of the subsoil. The analysis of inclination profiles measured in the virgin Texcoco Lake zone near Mexico City shows the usefulness of this technique for inferring shallow stratigraphy. Comparisons between the models obtained from the fit between the theoretical curves and the observed inclinations, and those inferred from the available data (cone resistance values and dispersion curve analyses from wave refraction surveys) show an excellent agreement and suggest the great potential of the method even at sites where no previous information is available. The resolution in depth depends on the length of the profile. The longer the profile, the deeper the resolution.

The low noise seen in the analysed data indicates the possibility of obtaining significant measurements at even longer distances, with greater loads. Our results clearly show the possibility of gathering information about deep ground elastic properties from well controlled experiments carried out at the ground surface. Moreover, these first results suggest the method can be used to study viscoelastic soil properties. The data collected during the Texcoco Lake experiment should be analysed to account for the time behaviour of the ground response.

In practice, in situ measurements of ground inclination represent a new, easy-to-use method for determining shallow elastic parameters. Well controlled experiments would increase the depth of penetration. Moreover, environmental factors such as urban noise are in general of high frequency so that they can be easily removed by filtering the signals. The low cost of instruments and the

reasonable accuracy they exhibit are the main advantages of this approach over other common techniques.

It is from the analysis of the information from different sources of data that we can determine most of the parameters involved in the description of elastic and dynamic soil properties. However, analysis of in situ soil inclinations provides a high-resolution description for shallow strata.

ACKNOWLEDGEMENTS

The high-resolution tiltmeters used were developed and built by one of us (P. A. Blum). P. Habib drew our attention to the possibility of using the tilt measurements to obtain information about elastic properties at depth. We would like to express our gratitude to Rene Verhille for providing electronic support, to Laura Diaz for interpreting cone resistance values, and to Jaime Ramos and Guadalupe Padilla for their critical reading of the manuscript. Eduardo Pérez-Rocha kindly provided Fig. 6. Comments from anonymous reviewers helped to improve the manuscript. Thanks are also given to Enrique Santoyo, Mario Trigo and Octavio Saldivar from TGC Geotecnia for their logistical help during data acquisition. This work was partially supported by the Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal, by the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología under grants PO532-T9109 and 0297-T9107, by the Institut des Sciences de l'Univers (INSU) and by the French Ministères des Affaires Etrangères, de la Recherche et de l'Environnement.

NOTATION

C	elastic constant
E	Young's modulus
$F(k)$	complex function of wavenumber
$f(r)$	real function of distance
H_j	transfer matrix for the j th layer
h	thickness of layer
l_0	inclination at the free surface of a half-space
l_T	theoretical value of inclination
$J_0(*)$	Bessel function of zero order
$J_1(*)$	Bessel function of first order
K	elastic constant for a homogeneous medium
\bar{K}	stiffness matrix
k	wavenumber
n	number of layers
P	surface point load
\bar{P}	external load vector
P_i	load corresponding to the i th wheel of the truck
P_T	total load of truck
r	horizontal distance
r_a	apparent distance
r_j	distance of the i th load
S	stress vector
\bar{U}	displacement vector

U_j^l	j th component of displacement at the interface between layers $l-1$ and l
U_r	radial displacement
U_z	vertical displacement
$\begin{bmatrix} u_\rho \\ u_\theta \\ u_z \end{bmatrix}$	displacement components in cylindrical coordinates
\bar{Z}	state vector
α	P wave velocity
β	S wave velocity
μ	Lamé constant (shear modulus for an isotropic medium)
ν	Poisson's ratio
ρ	mass density
σ_j^l	j th component of stress at the interface between layers $l-1$ and l
$\begin{bmatrix} \sigma_{\rho z} \\ \sigma_{\theta z} \\ \sigma_z \end{bmatrix}$	stress components in cylindrical coordinates
ϕ_i	angle formed by the sensitivity direction of instruments and the i th load direction
ω	frequency

REFERENCES

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (1970). *Handbook of mathematical functions*, 9th edn. New York: Dover.
- Aki, K. & Richards, P. G. (1980). *Quantitative seismology: Theory and methods*. San Francisco: W. H. Freeman.
- Al-Eqabi, G. I. & Herrmann, R. B. (1993). Ground roll: a potential tool for constraining shallow shear-wave structure. *Geophysics* **58**, 713–719.
- Bard, P. Y. & Chávez-García, F. J. (1993). On the decoupling of surficial sediments from surrounding geology at Mexico City. *Bull. Seism. Soc. Am.* **83**, 1979–1991.
- Blum, P. A., Esnault, M. F., Gaulon, R., Rodríguez-Zúñiga, J. L. & Verhille, R. (1992). *Mesure in situ des propriétés mécaniques des terrains de surface sur le Synchrotron de Grenoble*. Rapport préliminaire, Département de Sismologie, Institut de Physique du Globe de Paris.
- Fung, Y. C. (1965). *Foundations of solid mechanics*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Haskell, N. A. (1953). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bull. Seism. Soc. Am.* **43**, 17–34.
- Herrmann, R. B. (1989). *Computer programs in seismology*. University of St Louis.
- Hétuin, P., Berest, P. & Blum, P. A. (1989). Détermination des propriétés élastiques à grande échelle d'un massif rocheux. *Rev. Franc. Geotech.* **48**, 65–71.
- Jongmans, D. & Demanet, D. (1993). The importance of surface waves in vibration study and the use of Rayleigh waves for estimating the dynamic characteristics of soil. *Engng Geol.* **34**, 105–113.
- Kausel, E. & Roesset, J. M. (1981). Stiffness matrices for layered soil. *Bull. Seism. Soc. Am.* **71**, 6, 1743–1761.
- Marsal, R. J. & Graue, R. (1969). *El subsuelo del Lago de Texcoco*, Volumen Nabor Carillo. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Mexico.
- Ovando, E. & Romo, M. P. (1991). Estimación de la velocidad de ondas S en la arcilla de la Ciudad de México con ensayos de cono. *Sismodinámica* **2**, 107–123.
- Ramos-Martínez, J., Chávez-García, F. J., Romero-Jiménez, E., Rodríguez-Zúñiga, J. L. & Gómez-González, J. M. (1994). Site effects in Mexico City: constraints from surface wave inversion of shallow refraction data. *J. Appl. Geophys.*, in press.

Apéndice (B)

Artículo: Application of genetic algorithms to constrain shallow elastic parameters using in situ ground inclination measurements.
Revista: *Soil Dyn. Earthq. Eng.* Vol **16**, No. 3, 223-234. (1997)
Autores: Rodríguez-Zúñiga, J L, C Ortiz-Alemán, G Padilla y R Gaulon

Application of genetic algorithms to constrain shallow elastic parameters using *in situ* ground inclination measurements

J. L. Rodríguez-Zúñiga, C. Ortiz-Alemán G. Padilla

Centro de Investigación, Sismica A.C. Carretera al Ajusco #203, Col. Héroes de Padiema, Tlalpan 1400 México, D.F., México

&

R. Gaulon

Laboratoire de Sismologie, Institut de Physique du Globe de Paris, 4 Place Jussieu, F-75252 Paris, Cedex 05, France

(Received 16 September 1996; accepted 20 September 1996)

Among the class of global optimization techniques, which includes Monte Carlo and simulated annealing methods, the Genetic Algorithms constitute a new class of methods to solve highly non-linear optimization problems. The issue has generated considerable interest in the field of artificial intelligence, and recently, in some multi-parameter optimization geophysical problems. In this study, we explore the applicability of genetic algorithms to the inversion of high resolution ground inclination measurements produced by known loads placed at known distances. Our objective is to find a model for dynamic properties of the subsoil such as shear and compressional wave velocities and depth distributions of the uppermost strata, which are related to elastic moduli. Three parameters are needed for describing elastic isotropic horizontally homogeneous media: mass density ρ and Lamé constants λ and μ , or mass density and *P*-wave and *S*-wave velocities. In general, the choice of parameters is not always a simple matter. In fact, although theoretically equivalent, if they are not adequately chosen, the numerical algorithms in the inversion can be inefficient.

Ground inclination surveys were performed at the virgin Texcoco Lake, near Mexico City, and at the European Synchrotron radiation facility (ESRF) of Grenoble, France. From both sets of data we study the feasibility of applying genetic algorithms to rapidly and effectively explore the model space to find an optimal model for the shallow structure under study. Forward solution of vertical and radial displacements in a layered medium, under static loads, is calculated by means of the stiffness matrix approach (Kausel, E. & Roesett, J. M. Stiffness matrices for layered soil. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1981, 71(6), 1743–1761.) Comparisons with results from common established techniques such as seismic wave refraction profiles, cone resistance values and inversion of surface wave dispersion curves were used for validation purposes. Our procedure represents a fast and accurate alternative method to infer the shallow elastic parameters in surficial soils. © 1997 Elsevier Science Limited. All rights reserved.

Key words: genetic algorithms, elastic parameters, inversion, *in situ* testing

INTRODUCTION

A detailed description of elastic parameters and their spatial variation in shallow ground layers is essential for many problems of geotechnical and earthquake engineering. Physical properties like seismic wave velocities, elastic constants or depth to interface contacts of soil

layers have significant influence on some measurable physical phenomena, such as dispersion of surface waves, first arrivals of *P*-waves in seismic experiments or induced ground inclination under static loads.

Measurements of soil inclination due to the presence of static loads located at known distances have shown a strong relationship between observed inclination and

Young's elastic modulus Refs 2 & 3. Rodríguez-Zúñiga *et al.*⁴ introduced a procedure for obtaining meaningful information about the elastic properties distribution from ground inclination *in situ* measurements. In their paper, a layered model is achieved from the best fit between the observed distance–inclination curves and those obtained from theoretical computations, employing a trial and error procedure.

Inverse methods, based on iterative forward modeling, represent an alternative way in many practical situations for explaining observed data fairly well. An objective approach to solving inverse problems, given some parameter and when data error statistics are available is the stochastic inversion.⁵

Problems which are not too labor intensive in forward modeling are better achieved by using global optimization methods. These methods become more attractive than do local methods because they overcome many of the classical limitations. In fact, local methods often depend strongly on the starting model, and are prone to entrapment in local minima. Moreover, they need the calculation of derivative information that can be difficult and costly.⁶

Regarding global methods, both simulated annealing and genetic algorithms were conceived from natural optimization systems, simulated annealing uses an analogy with thermodynamics, whereas genetic algorithms have an analogy with biological evolution. Genetic algorithms approach introduced by Holland,⁷ Goldberg,⁸ and Berg,⁹ is a randomized search method that has been applied to nonlinear multi-parameter geophysical optimization problems. These algorithms use a transition probability rule to guide the search. The searching process starts from a population of randomly selected models and work with a binary coded set of model parameters transformed into a string. These algorithms are based on the principle of “survival of the fittest”, in analogy with the mechanics of natural selection.¹⁰ With these procedures it is possible to explore a far greater range of potential solutions than do conventional methods.

GENETIC ALGORITHMS

Computers can function as complex adaptive systems. Either the hardware can be designed so that they do, or else computers with ordinary hardware can be programmed to learn or adapt or evolve. Most of such designs or programs have depended on imitating a simplified picture of how some living complex adaptive systems work.¹¹ A typical geophysical inverse problem can be solved by using a combination of observations, an appropriate theory, and some *a priori* information about the likely solution.

Pioneered by John Holland,⁷ genetic algorithms have been referred as an evolution from Monte Carlo methods

for strongly non-linear geophysical optimization problems.⁶ Genetic algorithms are a powerful tool for locating an optimal model by rapidly exploring model space. They make use of a stochastic search through model space employing a transition probability rule to improve the solution. When using genetic algorithms, large and complex models are represented like binary coded strings. Mechanics of natural selection and genetics are applied to a randomly chosen population of models. Selection, crossover and mutation processes update the models, resulting in a new generation of “chromosomes”, emulating the way biological systems evolve to produce more successful organisms. The whole process is repeated until the mean of the fitness function is close to the maximum fitness of the population.

Like simulated annealing, genetic algorithms can be identified as a nonlinear multi-parameter optimization method. Both procedures are stochastic search techniques. Comparisons between them were made by Davis¹² and Scales *et al.*¹³

In what follows, we summarize basic steps for the construction of our genetic algorithms-based code. Global ideas were taken from Holland^{7,14} and Sambridge & Drijkoningen.¹⁵ Some considerations were taken into account to our particular problem. The major procedure is summarized in Fig. 1.

The optimization problem studied here is formulated in terms of a set of M unknowns p_i denoted by the model m , a forward modeling method, and an objective or misfit function of theoretical results and data $O(m)$,

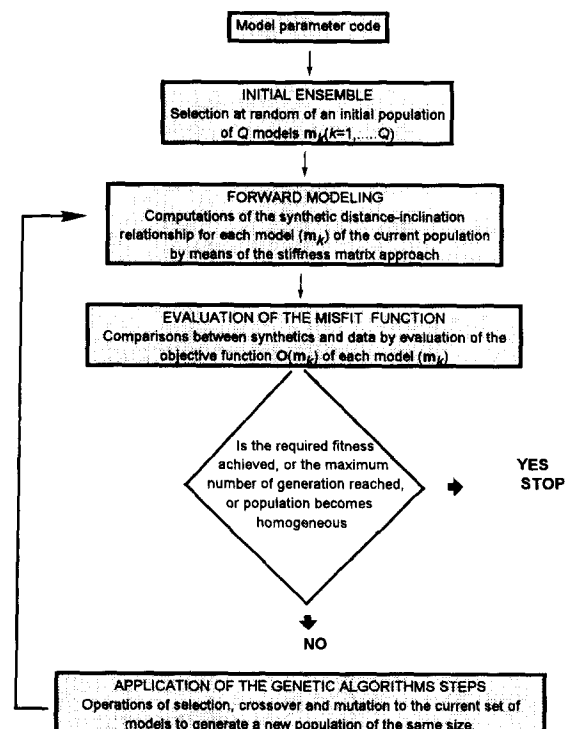


Fig. 1. Basic steps for the construction of genetic algorithms based code.

Table 1. Two-layer model for the Texcoco site

Parameters		Layers	
		1	2
<i>P</i> -wave velocity α (m/s)	Min.	300	300
	Max	610	920
	$\Delta\alpha$	10	30
	N. Mod	31	31
<i>S</i> -wave velocity β (m/s)	Min.	10	20
	Max	72	113
	$\Delta\beta$	2	3
	N. Mod	31	31
Thickness <i>h</i> (m)	Min.	10	20
	Max	103	82
	Δh	3	2
	N. Mod	31	31
Shear modulus μ (MPa)	Min.	0.50	3.00
	Max	2.36	9.20
	$\Delta\mu$	0.06	0.20
	N. Mod	31	31

For each parameter is shown the minimum, maximum and incremental values in the search space, as well as the number of possible values it can take. The model space contains 31^8 elements.

that represents some estimation of the misfit between the observed data set and the corresponding prediction of the model m , computed by the forward modeling method. By practical consideration or by some *a priori* information, we define a pair of bounds a_i and b_i , respectively, that account for the minimum and maximum possible values of each parameter ($a_i \leq p_i \leq b_i$), and some sampling interval d_i , that depends on the resolution we expect to have from the forward modeling. It means that d_i is as small as we need to affect in a sensitive way the forward modeling results, and for instance the objective function. Therefore, all possible vector models represented by the set of parameters p_i (components) are restricted to the values $p_i = a_i + j \times d_i$, where $j = 0, \dots, N_i$.

Regarding our particular study, results from common

established exploration methods such as seismic refraction experiments and borehole logs, carried out in the Texcoco site (Mexico city) as well as in the European Synchrotron Radiation Facility (ESRF) of Grenoble, France gave rise to some *a priori* information about soil descriptions in both areas, where we have developed some inclination measurements. In order to minimize the total number of parameters to be searched by the optimization method, we kept the number of strata reported by these methods. Varying thickness (h), wave velocity structure (α and β) and shear modulus (μ) were considered for finding the best match between observed and synthetic distance–inclination relationships. Table 1 and Table 2 specify the minimum, maximum, and incremental values of the parameters in the search space for both the Texcoco and the ESRF areas, respectively.

Model parameters coding

This step consists of choosing at random a group of Q models to work with simultaneously and code each into a binary string. (Q models is the desired population. However, we used two more locations in order to store and compare at each iteration the worst and the best model achieved, so that we can replace the former by the latter.) Each sub-string is the binary representation of the corresponding decimal parameter value. In such a way, when all the bits of any sub-string are zero, it is assumed to have the minimum value for that particular model parameter. In accordance, if the first lower order bit is one and all the other bits are zero, the model parameter value represented is the minimum one plus the specified resolution. If all the bits are one, the maximum value of the model parameters is represented. In accordance with Table 1, the two-layer model for the Texcoco site admits 31^8 elements in the model space; whereas in Table 2 the

Table 2. Eight-layer model for the ESRF site

Parameters		Layers							
		1	2	3	4	5	6	7	8
<i>P</i> -wave velocity α (m/s)	Min.	1200	400	400	1450	1050	700	950	950
	Max	1810	1010	1010	2060	1660	1310	1560	1560
	$\Delta\alpha$	10	10	10	10	10	10	10	10
	N. Mod	61	61	61	61	61	61	61	61
<i>S</i> -wave velocity β (m/s)	Min.	250	70	70	70	70	120	120	120
	Max	555	375	375	375	375	242	242	242
	$\Delta\beta$	5	5	5	5	5	2	2	2
	N. Mod	61	61	61	61	61	61	61	61
Thickness <i>h</i> (m)	Min.	1.5	3	1.5	3	5	6	1.5	2.5
	Max	272	4.22	2.72	4.22	6.22	7.22	2.72	3.72
	Δh	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02
	N. Mod	61	61	61	61	61	61	61	61
Shear modulus μ (MPa)	Min.	212.00	57.00	62.00	62.00	62.00	32.00	32.00	32.00
	Max	303.50	105.80	110.80	110.80	110.80	80.80	80.80	80.80
	$\Delta\mu$	1.50	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80	0.80
	N. Mod	61	61	61	61	61	61	61	61

For each parameter is shown the minimum, maximum and incremental values in the search space, as well as the number of possible values it can take. The model space contains 61^{32} elements.

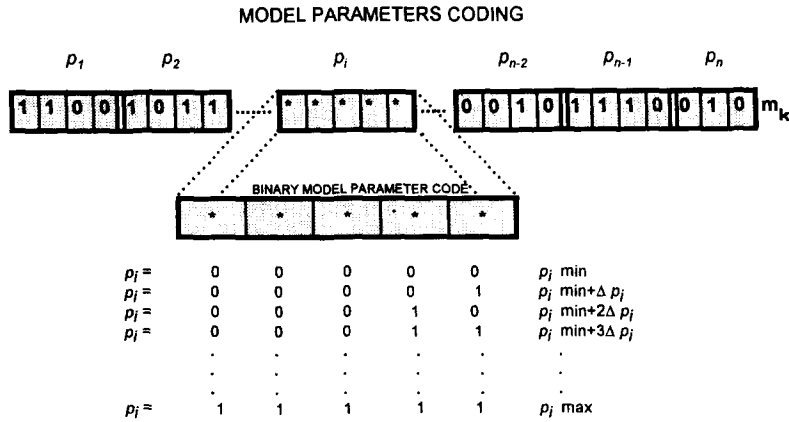


Fig. 2. A particular model string and the possible values one specific sub-string can take.

eight-layer structure for the ESRF site considers 61^{32} possible models. Figure 2 illustrates a particular model string and the possible values one specific sub-string (parameter) can take.

Reproduction step

From the randomly selected initial population of Q bit strings we evaluated their cost or misfit function $O(m_k)$, where $k = 1, \dots, Q$. In our particular case, the standard L_2 -norm provides a good estimation of how well synthetic distance–inclination curves adjust observations. Then a parent population of Q is generated by selecting models according to their reproduction probability $P_r[m_k]$. Common forms of $P_r[m_k]$ involve the particular $O(m_k)$ value combined with the maximum (O_{MAX}), mean (\bar{O}) and standard deviation of the distribution of the $O(m)$ values in the current population. In our particular case, the reproduction probability takes the form

$$P_R(m_k) = P_R(m_{K-1}) + \frac{O_{MAX} - O(m_k)}{Q(O_{MAX} - \bar{O})} \quad (1)$$

Crossover and mutation steps

Crossover is the fundamental mechanism of genetic rearrangement for both real organisms and genetic algorithms. Higher-ranking strings mate to create a new generation of offspring models. Two parent strings line up, then a random number between 0 and 1 is generated to determine whether the current pair are to be crossed over, if the value is in the interval $(0, P_c)$, P_c being the probability of crossover, a point along the string is selected at random and the bits to the right of the selected position of the two coded model parameters are exchanged (see Fig. 3). If the random number is greater than P_c , then the two parents are not selected for crossover and pass through to the offspring population unaffected. After this step, the size of the offspring population remains as long as the original one. In order to insure a huge exploration of model space within each generation, a high crossover probability (about 0.9) is needed. The crossover probability establishes the rate of model parameter resampling.

Mutation is the final process applied to the offspring population of strings, it consists of modifying a particular bit in parity (Fig. 4). We introduced a mutation probability P_m to alter a randomly selected bit in the model parameter code. Mutation is taken low but nonzero ($P_m \leq 1/l$, where l is the length of bits per string), it modifies a small fraction of the strings (typically one bit per string). This step does not generally advance the search for a solution.

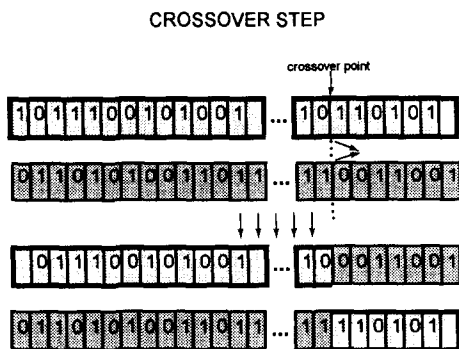


Fig. 3. Crossover step: a point along the string is selected at random and the bits to the right of the selected position of the two coded model parameters are exchanged.

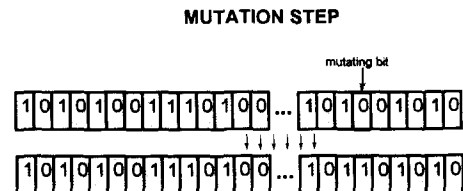


Fig. 4. Mutation step: it consists of selecting at random a particular bit in the model parameter code, then altering in parity its value.

Instead, it provides insurance against the development of a uniform population incapable of further evolution by avoiding the loss of some potentially useful information.

DATA ACQUISITION

One of the sites selected to perform inclination surveys is part of the virgin Texcoco Lake located at the north-eastern Mexico City. In this area surficial material consists of very soft unconsolidated clay sediments from the ancient lake bed, similar to the subsoil of damaged areas in downtown Mexico city during the 1985 earthquakes.

A second set of data was obtained near to the Synchrotron of Grenoble, France. This site will be referred to as the ESRF site. Uppermost strata in this area mainly consist of silty, sandy gravels and clayey fine sand.

Data from both experiments were used to demonstrate the usefulness of the inclination technique to estimate some elastic properties in shallow subsoils.^{2,4} In this study we considered both sets of data.

Figures 5 and 6 show some representative examples of field measurements of the induced ground inclination for the Texcoco and the ESRF sites, respectively. For the Texcoco experiment, the bottom curves in Fig. 5 are the time dependent inclination, they were recorded by two

instruments (CH293 and CH294), and on two independent profiles (1 and 2). Each “step” of the stair-like plots exhibits the relative level of ground inclination recorded with the static load (a charged truck of known weight) placed at different known distances from the instrument position. Regarding the ESRF experiment, the bottom curves in Fig. 6 exhibit the amount of ground inclination for one profile inside the Synchrotron. In this case, the curves depicted exhibit the behavior of instruments (H515, H504, CH235 and CH233) when the static load (formed by various blocks of concrete) is placed 5 m away from the instrument position. The measures were repeated two or three times to obtain a confident value.

In both cases, the top curves correspond to the distance–inclination relationships for two profiles and two instruments (Texcoco site); and two profiles and one instrument (ESRF site). They exhibit a reasonable behavior of the inclination with distance ($1/r^2$). Moreover, they illustrate the coherency between different profiles and different instruments.

The top curves of Figs 5 and 6 are representative of the behavior of both sites. They will represent the observed data in our inversion scheme. In fact, as the value of the static load and the distance of application are known, the exhibited distance–inclination relationships depend only on the depth distribution of elastic moduli.

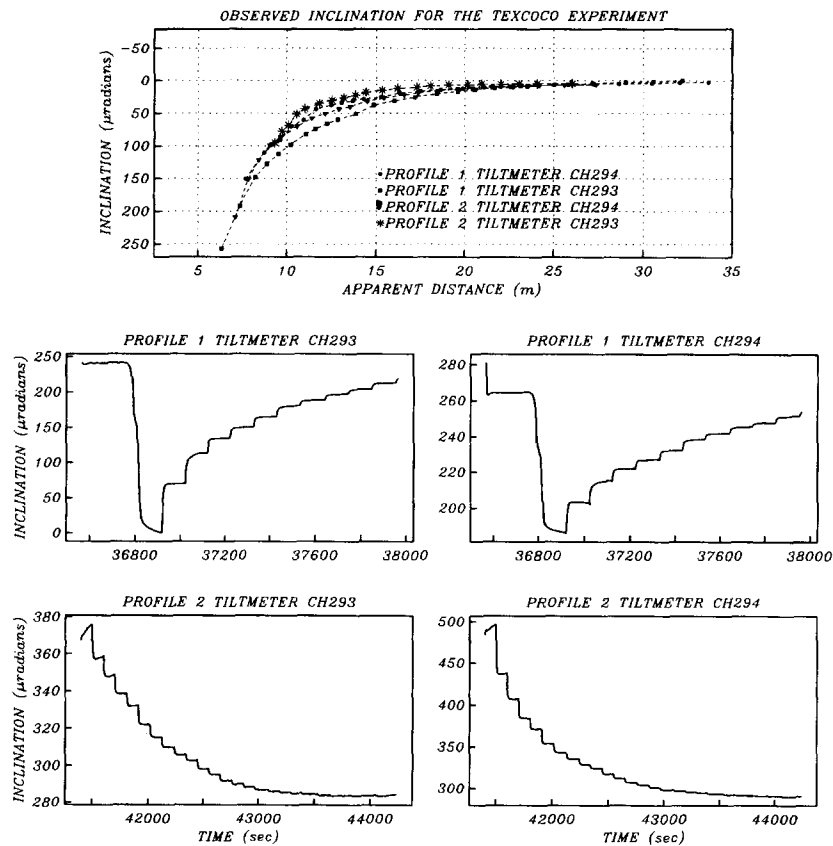


Fig. 5. Field measurements for the Texcoco experiment. Bottom curves are the time dependent inclination for two profiles (1 and 2) and two tiltmeters (CH293 and CH294). Top curves are the corresponding distance–inclination relationships.

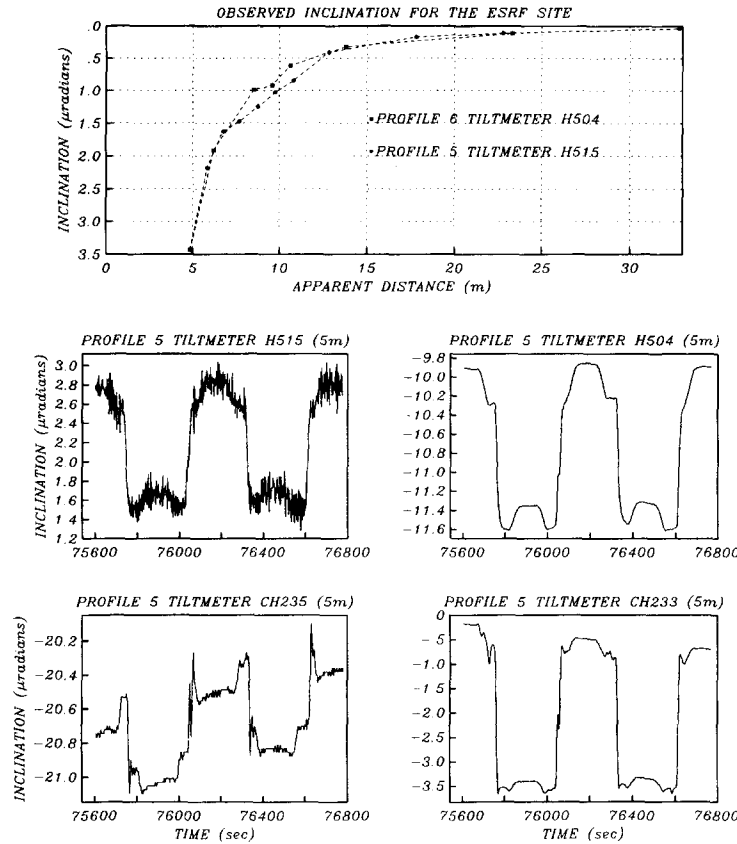


Fig. 6. Representative examples of the field measurements for the ESRF site. Bottom curves are the time-dependent inclination recorder in profile 5 with four tiltmeters and for the particular tiltmeter–load distance of 5 m. Top curves are the distance–inclination relationships for two profiles (5 and 6).

FORWARD MODELING

The observed data suggest the need of a rigorous approach to deal with the direct problem (or forward modeling). It should consider, at least a stratified medium with homogeneous layers of different properties. In what follows we will summarize the formalism proposed by Kausel & Roesset¹ to the problem of static and dynamic loads by the stiffness matrix method. In our particular case, we need to apply the solution for zero frequency (static problem) and nonzero wavenumber (local loading).

Consider a horizontal layered medium, subjected to vertical loads at the surface. Determination of vertical and radial displacements at any point on the surface is carried out by solving loads in terms of their time and space Fourier and Hankel transforms. This approach is equivalent to the separation of variables method for finding solutions of elasticity equations.

If the transformed displacement and internal stresses at a given horizontal interface define the state vector or motion-stress vector, which can be written in cylindrical coordinates as,

$$\bar{Z} = \{u_\rho, u_\theta, u_z, \sigma_{\rho z}, \sigma_{\theta z}, \sigma_z\}^T = \begin{Bmatrix} \bar{U} \\ \bar{S} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Then this vector should satisfy a first order differential equation in z .¹⁶ It is possible to show that a transfer or propagator matrix¹⁷ relates state vectors at neighboring interfaces,

$$\bar{Z}_{j+1} = \mathbf{H}_j \bar{Z}_j \quad (3)$$

where \mathbf{H}_j is the transfer matrix for the j th layer. This matrix is a function of the frequency ω , the radial wavenumber k , the soil properties and the thickness h of the layer.

Based on equilibrium considerations of a single layer by the application of external loads¹ we can define

$$\begin{bmatrix} \bar{P}_1 \\ \bar{P}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{U}_1 \\ \bar{U}_2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

or $\bar{P} = \mathbf{K}\bar{U}$, where \mathbf{K} is the stiffness matrix for the layer, \bar{P} is the external load vector and \bar{U} is the displacement vector. In general, this is a 6th order symmetrical matrix and has the same form for both Cartesian and cylindrical coordinates.

For the particular case of a static load located on the free surface of a layered medium, a detailed description on the application of the stiffness matrix approach is given in Rodríguez-Zúñiga *et al.*⁴ Then for given

Table 3. Two-layer synthetic model constructed to test the feasibility of the genetic inversion

Parameters	Layers		Parameters	Layers			
	1	2		1	2		
<i>P</i> -wave velocity α (m/s)	True val.	400	650	Thickness	True val.	16	12
	Min.	200	400	<i>h</i> (m)	Min.	10	8
	Max	600	900		Max	20	18
	$\Delta\alpha$	10	25		Δh	1	1
	N. Mod	20	20	N. Mod	10	10	
<i>S</i> -wave velocity β (m/s)	True val.	30	66	Shear modulus μ (MPa)	True val.	1.35	6.40
	Min	10	40		Min.	1.1	4.50
	Max	42	100		Max	2.1	7.50
	$\Delta\beta$	1	2		$\Delta\mu$	0.05	0.10
	N. Mod	32	30		N. Mod	20	30

For each parameter is shown the minimum, maximum and incremental values in the search space, as well as the number of possible values it can take.

stratified media, it is possible to compute the radial U_r and vertical U_z displacements at $z = 0$, as a function of the elastic parameters and depth distributions in the media.

Finally, the theoretical value for the inclination at a surface subjected to a static load at a given distance, is obtained by numerical evaluation of the vertical displacement derivative with respect to the r coordinate

$$I_T = \left. \frac{\partial U_z}{\partial r} \right|_{z=0} \quad (5)$$

The last expression constitutes the relatively fast forward modeling stage of our inversion scheme.

INVERSION OF SYNTHETIC DATA

In order to test the feasibility of the genetic method explained above with inclination measurements, we used synthetic distance inclination curves obtained by the application of a static load in a layered halfspace. The

structural model we used is shown in Table 3. This is a two-layer model obtained from standard first break analyses carried out on various seismic refraction seismograms from the clay sediments of the Texcoco Lake, near Mexico City. A total of eight parameters were selected, namely two *P*-wave velocities, two *S*-wave velocities, two shear moduli and two thicknesses. Table 3 shows the upper and lower bounds in the search space of each parameter. In spite of the theoretical equivalence between *S*-wave velocity and shear modulus at each homogeneous stratum, we construct the inversion schemata to search for both parameters, so that we avoid the necessity of any *a priori* mass density knowledge. We constrain the model space to consider only models which *P*- and *S*-wave velocity ratios correspond to Poisson ratios (ν) varying from 0.450 to 0.499, different values of ν will not correspond to clay sediments. We did several inversions with different population sizes and different probability values for crossover and mutation. As a representative example, Fig. 7 shows the minimum misfit value as a function of generations for the inversion of the synthetic curves in the case of 200

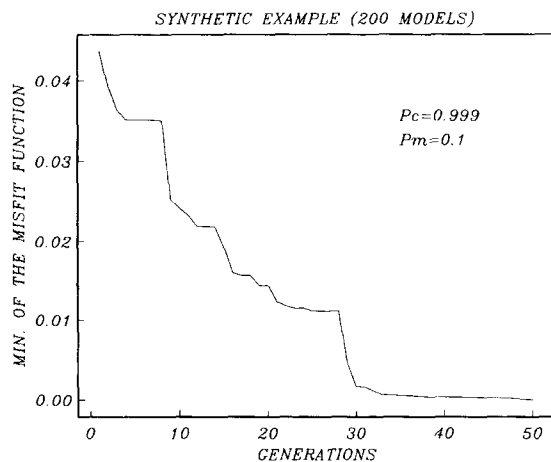


Fig. 7. Minimum misfit value as a function of generations for the inversion of the synthetic curves obtained from the theoretical model in Table 3. No. of models = 200, $P_c = 0.999$ and $P_m = 0.1$. In this particular example the exact optimal solution was reached after 50 generations.

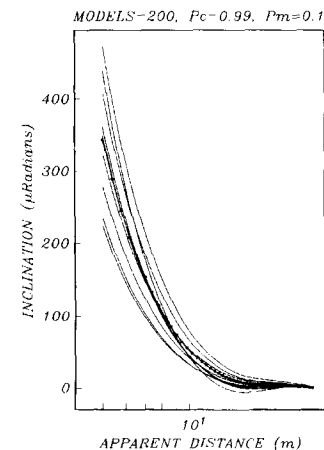


Fig. 8. Synthetic distance–inclination curve obtained with the true model (symbols). The various continuous lines correspond to curves obtained from the best model at each successive generation in the inversion example.

models, $P_c = 0.999$ and $P_m = 0.1$. Figure 8 represents with symbols the synthetic curve obtained with the true model, while the various continuous lines correspond to curves obtained from the best model at each successive generation. In this particular example, the optimal solution was reached after 50 generations; some other inversions took more iterations or did not reach the exact optimal solution, but rather a model near the optimal solution, this is because such a solution has a misfit very similar to that of the optimal one. In any event, it is more effective to try several inversions and average the resulting parameters rather than try to find the optimal combination of population size, P_c and P_m .

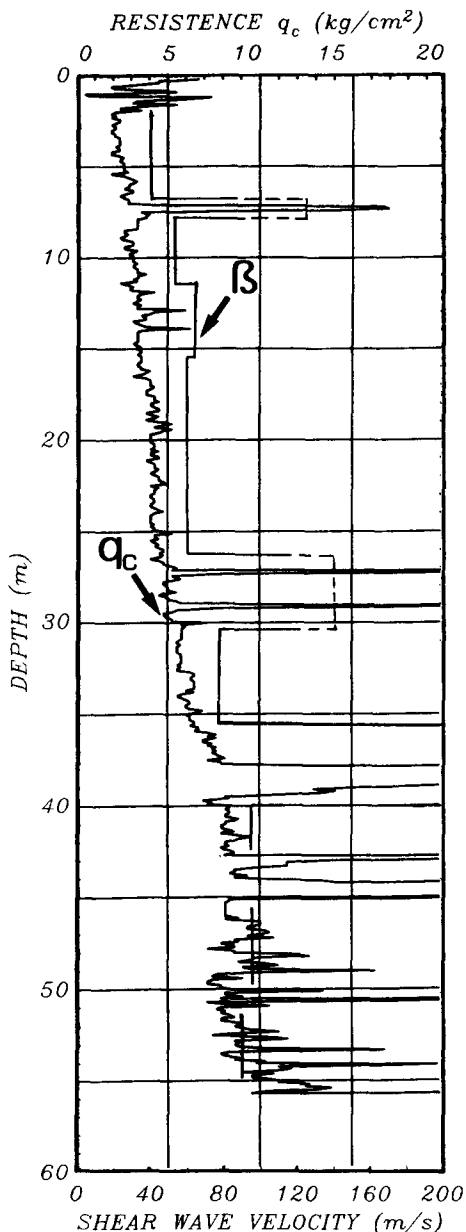


Fig. 9. Cone resistance values vs depth and the corresponding shear waves velocity. This test was performed on the same area of the Texcoco experiment.

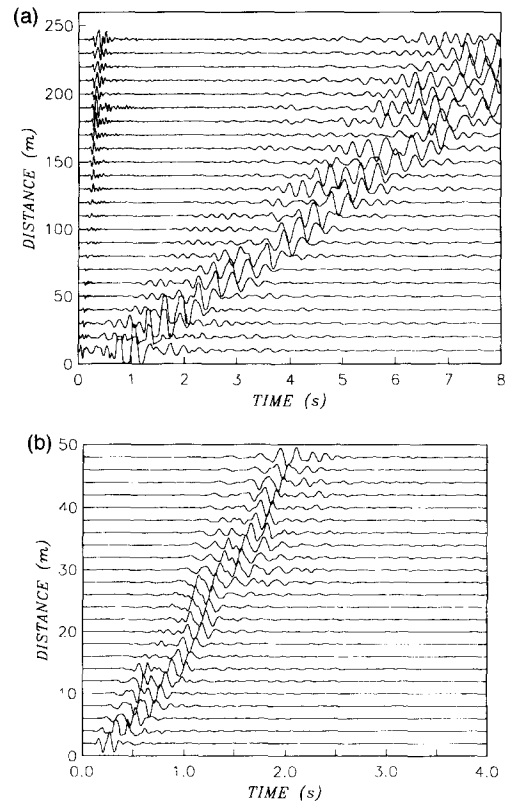


Fig. 10. Typical seismograms from shallow refraction experiments carried out in the Texcoco area: (a) vertical component (P -wave) record; (b) horizontal component (S -wave) record. We applied common techniques to these data (first brake analyses and inversion of surface waves).

DATA PROCESSING AND RESULTS

We applied our previously described genetic algorithms optimization method to the ground inclination data obtained from the experiments described above. Our aim is to find an optimal model in a multi-parameter space including depth distributions of elastic moduli and some dynamic properties.

In order to have an initial guess that allows modeling computations, some cone resistance values from the Texcoco zone were used. Resistance values versus depth were expressed in terms of shear wave velocity versus depth. A detailed description of this procedure for the special case of the Mexico City clay is found in Ovando & Romo.²⁰ The obtained values exhibit shear wave velocity ranging from 30 to 90 m/s at the first 60 m depth (Fig. 9). From this interpretation, we considered the horizontally homogeneous media described in Table 1, then model parameters include P - and S -wave velocities, thickness and shear modulus for each layer. As in the synthetic examples, in the search space, each parameter is varied according to a given increment, established by a desired resolution, within a specific range.

Moreover, Fig. 10 depicts typical seismograms we obtained from shallow refraction experiments in the

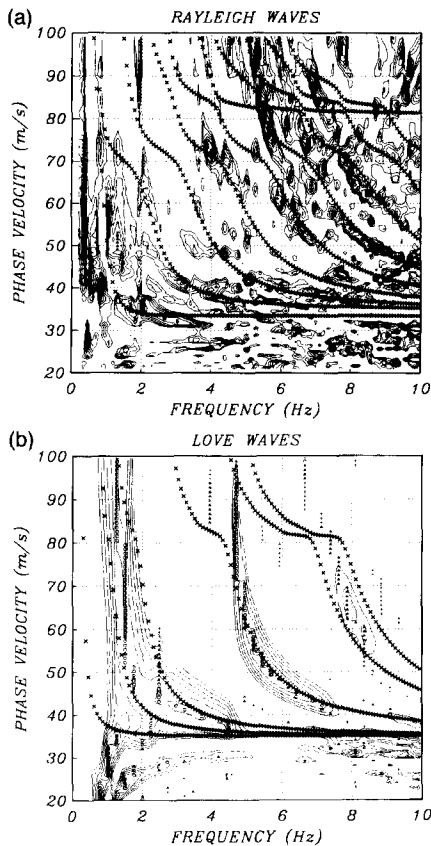


Fig. 11. Contours of phase velocity obtained from the shallow refraction seismograms in Fig. 10: (a) vertical component (Rayleigh waves); (b) horizontal component (Love wave). Symbols are the synthetic curves obtained from the theoretical model produced by the inversion of the original data.

same area (a detailed description of such a set of experiments is reported in Ramos-Martínez *et al.*²¹). The recording time in these figures was programmed to be long enough to record surface waves, expected to arrive significantly later than direct or refracted waves. In both cases we observed that surface waves are the largest amplitudes in the records. We computed phase velocity dispersion curves of surface waves by transforming the data to the ray parameter–frequency domain. Figure 11a depicts contours of phase velocity for the Rayleigh waves contained in the vertical component seismograms of Fig. 10a, whereas Fig. 11b exhibits the contours of phase velocity, now for the Love waves contained in the horizontal component seismograms of Fig. 10b.

From these phase velocity curves, we can observe a general high frequency trend around 35 m/s. This value corresponds to the lowest shear wave velocity in the system. This information was also used to propose the two-layer model with the given variation of parameter in Table 1. It was demonstrated⁴ that close *a priori* estimates of parameters for an initial model are not essential: depth of layer and elastic properties have influence in both shape and level of curves calculated by forward modeling.

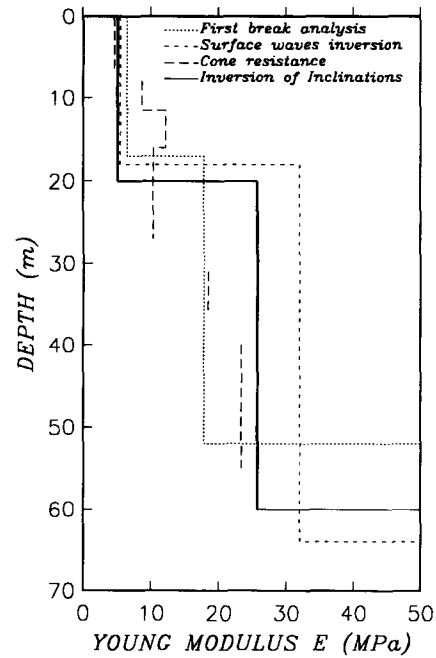


Fig. 12. Results, Young's modulus vs depth, from the common established techniques (different dashed lines) and the actual genetic algorithm inversion of ground inclination (continuous line). This last curve corresponds to a model which represents the best fit between computations and observed data after running a fixed number of iterations or getting a prescribed tolerance on the error.

Independent common established techniques applied to the seismograms of Fig. 10, and to the dispersion curves of Fig. 11 (such as first break analyses and inversion of the phase velocities) will constitute independent sources of information to validate or calibrate our optimization procedure. Figure 12 summarizes results from both, these common techniques (different dashed lines) and the actual genetic algorithm inversion of ground inclination (continuous line). The curves correspond to the elastic Young's modulus vs depth. This last curve corresponds to a model which represents the best fit between computations and observed data after running a fixed number of iterations or getting a prescribed tolerance on the error.

Regarding data for the ESRF site, estimation of an initial model was obtained from *in situ* dynamic tests performed on this area in order to obtain the dynamic soil properties relevant to the upper formation encountered. They consisted of a set of three boreholes located in the northwestern part of the ring, the measuring technique was the common “cross-hole test”. Data interpretation and a design soil profile are available from Pecker.²² As in the former case, they were used to construct the eight-layer model in Table 2 with the given variation of parameters. In Table 4 we reproduce the design dynamic soil parameters reported by Pecker.²²

Considering the variation of dynamic parameters with depth, no geological formation can be clearly distinguished from one another, although the lower properties

Table 4. Eight-layer models obtained from common cross-hole analyses in the ESRF site

Formation	Depth (m)	Mass density (kg/m ³)	α (m/s)	β (m/s)	E (MPa)	μ (MPa)	ν	Dampin g ratio (%)
Backfill	0–2	1700	1500	400	795	272	0.46	
Grav. med. sand	2–6	1800	700	220	252	87	0.45	
Silty sandy gravels	6–8	1900	700	220	266	92	0.45	5
Silty sandy gravels	8–12	1900	1750	220	274	92	0.49	5
Silty sandy gravels	12–18	1900	1350	220	273	92	0.49	5
Sand & cobbles	18–25	1900	1000	180	183	62	0.48	
Clayey fine sand	25–30	1900	1250	180	183	62	0.49	
Clayey fine sand	27–30	1800	1250	180	174	58	0.49	

Reproduced from Pecker.²²

can be related to the expected presence of higher clay content.

Figure 13 shows the soil structures for the ESRF site, (a) reported by Pecker²² and (b) obtained from the genetic algorithm inversion of the ground inclination data from profiles 5 and 6. This last model was obtained from the best fit between computations and observed data after running a fixed number of iterations or getting a prescribed tolerance on the error. Although not illustrated in this figure, the obtained model includes a thin (0.18 m) rigid concrete plate on which the experiments were done.

Figure 14 indicates with symbols the observed distance–inclination data from profiles 5 and 6, whereas lines are the synthetic distance–inclination curves computed by applying the stiffness matrix approach to two models produced by the genetic algorithm inversion. Continuous line corresponds to the model depicted in

Fig. 13b, which includes the influence of the rigid thin plate of concrete. The dashed curve was computed from the best model produced by the inversion scheme ignoring the presence of the concrete plate.

It was demonstrated⁴ that the inclination–distance curves are very sensitive to the uppermost rigidities of the media, exhibiting great variations in both shape and amount of inclination with distance.

DISCUSSION AND CONCLUSIONS

Stochastic inversion using genetic algorithms was applied to data from very precise *in situ* measurements of ground inclination, produced by known loads placed at known distances. With this novel approach it was possible to estimate elastic moduli, which are related to the subsoil's dynamic properties.

GENETIC ALGORITHM INVERSION AT GRENOBLE SYNCHROTRON SITE

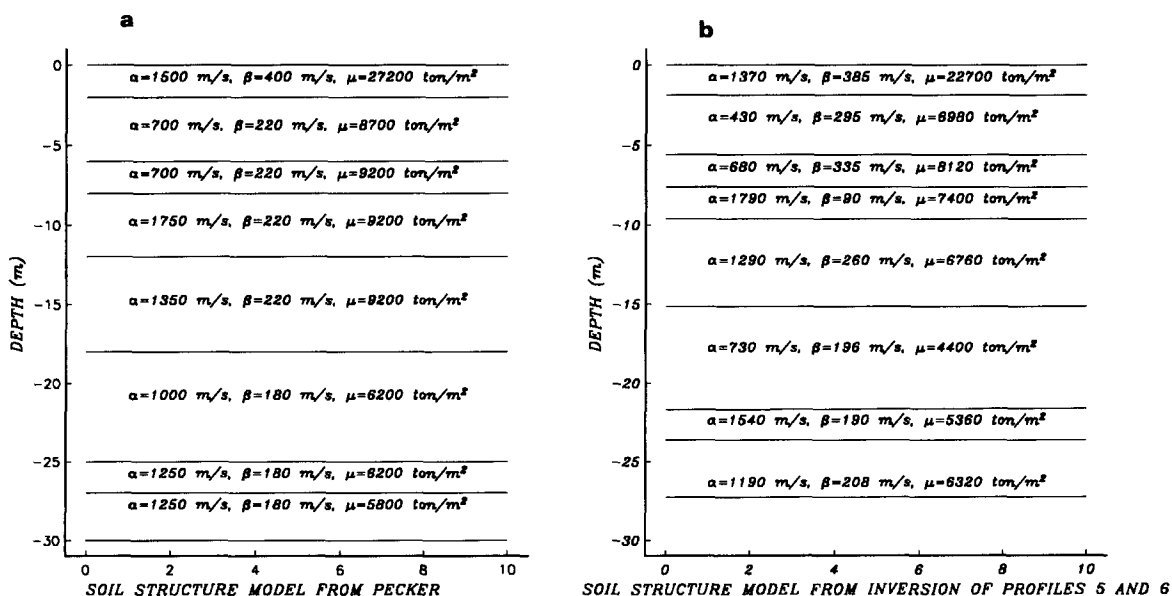


Fig. 13. Soil structures for the ESRF site, (a) reported by Pecker²² and (b) obtained from the genetic algorithm inversion of the ground inclination data from profiles 5 and 6. This last model was obtained from the best fit between computations and observed data after running a fixed number of iterations or getting a prescribed tolerance on the error.

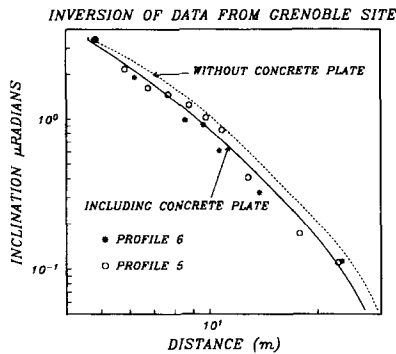


Fig. 14. Distance–inclination data from profiles 5 and 6 (symbols), and synthetic distance–inclination curves computed by applying the stiffness matrix approach to two models produced by the genetic algorithm inversion. Continuous line corresponds to the model depicted in Fig. 13b, which includes the influence of the rigid thin plate of concrete. Dashed curve was computed from the best model produced by the inversion scheme ignoring the presence of the concrete plate.

Model parameters in our inversion scheme include P - and S -wave velocities, thicknesses and shear moduli considering a multi-layered media. Forward modeling was computed by means of the stiffness matrix approach described in Kausel & Roesset,¹ for the particular case of zero frequency (static problem) and nonzero wave-number (local loading). The global stiffness matrix for the layered media has a banded structure, which must be solved for each model of the target population, and for the whole iterations. This operation was greatly improved by taking advantage of the sparsity, we used a conjugate gradient based approach for fast sparse matrix computations.

Regarding results from the Texcoco, Mexico and the ESRF, France experiments, we can establish the high accuracy obtained by our inversion schemata. Comparisons with results from common established techniques, applied to both sites, validate our procedure.

Profiles of Young's modulus vs depth in Fig. 12 exhibit very similar values for the first layer (around 5 Mpa), between the common established techniques and our inversion of ground inclinations. Moreover, depth of this layer is well constrained (around 20 m) by all methods. Rigidities for the second layer present more scattered values, although the value for the inversion of ground inclinations is roughly the average trend.

At the ESRF site, the soil structure model obtained from inversion of profiles 5 and 6 is very similar to that inferred by Pecker²² by using the common cross-hole method (Fig. 13a and b, respectively). Figure 14 evinces how sensitive is the inclination response of the soil to the uppermost rigidities. In fact, the inclusion of the thin concrete plate (on which the experiment was performed) in the computations greatly improves our results.

Results from the combination of a novel approach that uses ground inclination data, and the recently developed genetic algorithms, are encouraging. This combination represents a new low-cost and easy-to-use

procedure for determining shallow elastic parameters. Environmental undesirable factors such as the urban noise can be easily removed by high frequency filtering of the recorded signal.

Regarding the inversion procedure, the required diversity in the genetic algorithm process is guaranteed by a large target population of models and a small probability of mutation, which avoid the loss of some potentially useful information and the existence of a homogeneous population, incapable of further evolution. The major advantage in genetic algorithms lies in their ability to generate near optimal solutions rapidly.

Nevertheless, some common problems when using genetic algorithms pointed out by Gallagher *et al.*,⁶ namely premature convergence and lost of the driving force in the inversion process, occurred when no model in the population is particularly good to any other model.

Regarding the last note of caution, special care should be taken when defining parameters such as the population size (Q), and probabilities of cross-over (P_c) and mutations (P_m). This fine tuning is still a rather *ad hoc* process.

Despite these warnings, the genetic algorithm global optimization technique is a very useful tool that is finding many applications, not only in various non-linear geophysical fields, but also in geotechnical and earthquake engineering problems.

ACKNOWLEDGMENTS

The high resolution tiltmeters used in this study were developed and built by P. A. Blum, of the Laboratoire de Sismologie, Institut de Physique du Globe, Paris, France. We would express our gratitude to all the people who gave logistical help during data acquisition. Comments from F. J. Sánchez-Sesma helped to improve the manuscript. This work was partially supported by the Secretaría General de Obras del DDF, by the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología under grants PO532-T9109, by the Institut des Sciences de l'Univers (INSU) and by the French Ministères des Affaires Etrangères, de la Recherche et de l'Environnements.

REFERENCES

1. Kausel, E. & Roesset, J. M. Stiffness matrices for layered soil. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1981, **71**(6), 1743–1761.
2. Blum, P. A., Esnault, M. F., Gaulon, R., Rodríguez-Zúñiga, J. L. & Verhille, R. *Mesure in situ des propriétés mécaniques des terrains de surface sur le Synchrotron de Grenoble*. Rapport préliminaire, Département de Sismologie, Institut de Physique du Globe de Paris, 1992.
3. Hetuin, P., Berest, P. & Blum, P. A. Détermination des propriétés élastiques à grande échelle d'un massif rocheux. *Revue Française de Géotechnique*, 1989, **48**, 65–71.

4. Rodríguez-Zúñiga, J. L., Gaulon, R., Blum, P. A. & Sánchez-Sesma, F. J. Use of *in situ* measurements of ground inclination for determining shallow elastic parameters. *Geotechnique*, 1996 (in press).
5. Jackson, D. D. The use of a priori data to resolve non-uniqueness in linear inversion. *Geophysical Journal of the Royal Astronomy Society*, 1979, **57**, 137–157.
6. Gallagher, K., Sambridge, M. & Drijkoningen, G. Genetic Algorithms: an evolution from Monte Carlo methods for strongly non-linear geophysical optimization problems. *Geophysical Research Letters*, 1991, **18**(12), 2177–2180.
7. Holland, J. H. *Adaptation in Natural and Artificial System*. University of Michigan Press, 1975.
8. Goldberg, D. E. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison Wesley, Massachusetts 1989.
9. Berg, E. Simple convergent Genetic Algorithm for inversion of multi-parameter data. 60th Ann. Internat. Mtg., *Society Exploratory Geophysics*, Expanded Abstract, 1990, 1126–1128.
10. Stoffa, P. L. & Sen, M. K. Nonlinear multi-parameter optimization using Genetic Algorithms: Inversion of plane-waves seismograms. *Geophysics*, 1991, **56**(11), 1794–1810.
11. Gell-Mann, M. *The Quark and the Jaguar. Adventures in the Simple and the Complex*. W. H. Freeman, New York, 1994.
12. Davis, L. (ed.) *Genetic Algorithms and Simulated Annealing*. Pitman, London, 1990.
13. Scales, J. A., Smith, M. L. & Fischer, T. L. Global optimization methods for highly nonlinear inverse problems. *Journal of Computational Physics*, 1991, (submitted).
14. Holland, J. H. Genetic algorithms. *Scientific American*, 1992, 66–72.
15. Sambridge, M. S. & Drijkoningen, G. Genetic Algorithms in seismic waveform inversion. *Geophysical Journal International*, 1992, **109**, 323–342.
16. Aki, P. & Richards, P. G. *Quantitative Seismology. Theory and Methods*. W. H. Freeman, San Francisco, CA, 1980.
17. Haskell, N. A. The dispersion of surface waves on multi-layered media. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 1953, **73**, 17–34.
18. Fung, Y. C. *Foundations of Solid Mechanics*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1965.
19. Abramowitz, M. & Stegun, I. A. *Handbook of Mathematical Functions*, 9th edn. Dover publications, New York, 1970.
20. Ovando, E. & Romo, M. P. Estimación de la velocidad de ondas S en la arcilla de la Ciudad de México con ensaye de cono. *Sismodinámica*, 1991, **2**, 107–123.
21. Ramos-Martínez, J., Chávez-García, F. J., Romero-Jiménez, E., Rodríguez-Zúñiga, J. L. & Gómez-González, J. M. Site effects in Mexico City: constraints from surface wave inversion of shallow refraction data. *Journal of Applied Geophysics*, 1996 (in press).
22. Pecker, A. European Synchrotron Radiation Facility. Dynamic soil parameters. *Géodynamique et Structure*, report 2, 1992.

APPENDIX — SPARSE MATRIX COMPUTATIONS

Sparse matrix techniques have become increasingly popular. This section includes a brief explanation on

the implementation of a conjugate gradient based approach for fast sparse matrix computations.

Linear systems derived from the application of the stiffness matrix approach have the form described in eqn (9), where this global stiffness matrix is a banded matrix we will call A. Different kinds of efficient solvers for banded matrices are available, including both direct and indirect methods.

At each genetic algorithms iteration, forward problems must be solved a number of times dependent on the dimension of the considered population. The size of matrix A is not a practical limitation. However, the considerable amount of forward problem calculations suggests the possibility of getting a significant benefit from the exploitation of sparsity. Significant computational savings were reached by reducing floating point operations up to a small fraction of those originally required for the full system solution.

Evolution mechanisms usually give rise to slow variations on parameters from successive model generations. This last fact enhances the attractiveness of an indirect solution method which can take the final solution from a previously calculated model as an initial guess for solving the next system of equations.

Let us consider the linear system

$$Ax = b$$

and define an objective function of the form

$$f(x) \equiv \frac{1}{2} |A \cdot x - b|^2$$

In order to minimize this function, the conjugate gradient approach requires two subsidiary calculations:

- (1) Computation of the gradient

$$\nabla f(x) = A^T \cdot (A \cdot x - b)$$

- (2) find the value of λ which minimizes $f(x + \lambda u)$ for specified x and u , that is

$$\lambda = \frac{-u \cdot \nabla f}{|A \cdot u|^2}$$

Only two kinds of reference to matrix A are made by steps (1) and (2). In our case, they involve matrix multiplications by a sparse vector requiring a number of operations less or, at most, equal to the number of nonzero elements in A.

Additional computational savings came from fast convergence rates as a result of starting each iterative process taking the last final solution as an initial vector. Another advantage is that systems considered in this paper are usually well conditioned.

Apéndice (C)

Artículo: Dispersión de ondas superficiales y atenuación sísmica en la zona de lago de la cuenca de México.
Revista: *Monografía #2, Sismología, Unión Geofísica Mexicana*, pp 131-142. (1995)
Autores: Rodríguez-Zúñiga, J L, E Romero Jiménez, J Ramos-Martínez y J M Gómez-González

DISPERSION DE ONDAS SUPERFICIALES Y ATENUACION SISMICA EN LA ZONA DE LAGO DE LA CUENCA DE MEXICO

José Luis Rodríguez-Zúñiga, Evangelina Romero-Jiménez, Jaime Ramos-Martínez y Juan Martín Gómez-González
Centro de Investigación Sísmica, Fundación Javier Barros Sierra, Carretera al Ajusco 203, Col. Héroes de Padierna, México D.F. 14200, México.

RESUMEN

Se presenta un estudio de dispersión de ondas superficiales contenidas en registros de refracción sísmica llevados a cabo en zona de lago de la cuenca de México. Se establecen modelos de velocidad del subsuelo somero mediante la inversión de las curvas de velocidad de fase correspondientes a ondas de Rayleigh. Para dar validez a nuestros resultados se presentan comparaciones con aquellos obtenidos mediante mediciones directas de resistencia de punta de cono eléctrico.

Se calculan algunos parámetros que representan la atenuación sísmica espacial de las ondas superficiales. Mediante el modelado directo, tomando como modelo teórico de distribución de velocidades el obtenido con la inversión, se determinan las velocidades de grupo y la atenuación correspondientes a ese modelo. Los parámetros independientes en este cálculo son los factores de atenuación para las ondas P y S. Mediante un procedimiento de ensayo y error, estos parámetros se llevan a valores tales que permitan el mejor ajuste entre los factores de atenuación observados en las ondas superficiales de los registros y los arrojados por el modelo teórico.

INTRODUCCION

En varios problemas de Geotécnica e Ingeniería Sísmica, es importante contar con descripciones detalladas de los parámetros elásticos del terreno y de su variación en las formaciones de los suelos. Entre estos problemas, el estudio de la respuesta sísmica en configuraciones geológicas locales requiere del conocimiento de las velocidades de propagación de las ondas sísmicas en los distintos estratos del terreno.

Se ha observado que algunas propiedades físicas como la velocidad de propagación de las ondas sísmicas, las constantes elásticas y el espesor de los distintos estratos, influyen de manera significativa en la aparición de algunos fenómenos físicos observables o medibles, como la dispersión de las ondas superficiales, los retrasos en las llegadas del primer arribo de ondas P a un arreglo de detectores en experimentos controlados, o la inclinación inducida en el terreno por la presencia de cargas estáticas (Rodríguez-Zúñiga et al., 1994).

Con base en esto, estudios previos (Jongmans y Demanet, 1993; Al-Eqabi y Herrmman, 1993; Jongmans y Campillo, 1993), han demostrado que, a partir de los registros de refracción sísmica, es posible llevar el análisis más allá de las interpretaciones convencionales de primeros arribos. En efecto, la inversión de las ondas superficiales

contenidas en los registros, se ha presentado como una técnica poderosa en las descripciones de las propiedades mecánicas del medio en el que se generan. Su importancia radica en que las relaciones de las velocidades de fase y grupo de sus modos de propagación con la frecuencia, dependen fuertemente de la distribución de velocidades en el medio. No obstante, se requiere de especial cuidado en la etapa de generación y registro de estas ondas y de técnicas avanzadas de procesamiento e interpretación de la información (Gabriels et al., 1987). En exploración sísmica, se han desarrollado diferentes técnicas de filtrado que permiten identificar la dispersión de las ondas superficiales contenidas en los registros de refracción. Entre ellas la transformada $(p-\omega)$ parámetro de rayo-frecuencia; la doble transformada de Fourier $(f-k)$, en la cual los datos definidos en los dominios tiempo-espacio, son representados en los dominios frecuencia-número de onda, respectivamente, y el filtrado gaussiano pasabanda, que permite el cálculo y apilamiento de las envolventes de las funciones filtradas, para correlacionar los máximos con las llegadas de las velocidades de grupo. Estas envolventes, son usadas también para hacer análisis de regresión de la amplitud logarítmica contra la distancia, y con esto, estimar valores del coeficiente de atenuación anelástica γ .

Con base en lo anterior, se realizaron series de experimentos que comprendieron tiros de refracción sísmica teniendo especial cuidado en la generación y registro de

ondas superficiales. Se seleccionó la zona virgen del Lago de Texcoco, ubicada dentro del proyecto Texcoco de la Comisión Nacional del Agua. Esta zona, es de especial interés debido, por un lado, a que su estratigrafía es representativa de las de otros sitios de interés en la zona de lago de la Ciudad de México y, por el otro, a que ofrece la posibilidad de realizar los experimentos con un buen control y con ruido urbano relativamente insignificante. Aunado a esto, la estratigrafía plana de la zona cumple con las hipótesis que implica el modelado con el problema directo. Esto convierte a la zona en gran laboratorio natural que ofrece la posibilidad de realizar estudios multidisciplinarios.

Por lo tanto, nuestro objetivo es el de estudiar la dispersión de las ondas superficiales contenidas en los registros de refracción sísmica generados con fuente controlada. La inversión de las curvas de velocidad de fase de los distintos modos de Love y Rayleigh excitados, permitirá establecer modelos de velocidad del subsuelo somero, así como parámetros representativos de la atenuación sísmica del medio en estudio. Para validar los resultados obtenidos con esta técnica se presentan comparaciones con aquellos obtenidos de mediciones directas de resistencia de punta de cono eléctrico, para un pozo de 60 m de profundidad localizado en la misma zona.

INVERSION DE ONDAS SUPERFICIALES CON DATOS DE REFRACCION SISMICA EN LA CUENCA DE MEXICO

ANTECEDENTES

Con base en experimentos previos de refracción sísmica realizados en el valle del Silencio en Toluca, Estado de México, y en la cuenca de Xochimilco-Chalco Gómez-González et al. (1993) mostró la importancia de controlar variables que debido a limitaciones del equipo utilizado hasta entonces, no pudieron considerarse. La más importante fue contar con geófonos cuya respuesta está definida en frecuencias menores a las de los geófonos utilizados en la refracción convencional.

ADQUISICION DE DATOS

Los primeros experimentos realizados tenían como propósito fundamental adquirir experiencia en la obtención de datos de buena calidad, que permitieran la aplicación óptima de las técnicas de procesamiento de datos para la extracción de las curvas de dispersión.

Los sitios de interés en la ciudad de México, de acuerdo con sus características geológicas, están ahora densamente poblados y por lo tanto carecen de las condiciones necesarias para la realización de experimentos de este tipo. La cuenca de Xochimilco-Chalco, en una zona cercana al

cerro del Xico, al sureste de la ciudad de México, cumplía con los requisitos básicos para efectuar los experimentos. Además, esta región es de origen lacustre con características dinámicas similares a la zona de lago de la ciudad de México.

El equipo utilizado para éste y posteriores experimentos fue un sismógrafo digital de alta resolución *Geometrics modelo ES-2401* con capacidad de 40 Mbytes y entrada para 12 y 24 canales diseñado para usarse en estudios de reflexión, refracción y tomografía sísmica. No obstante, la dificultad radicaba en los sensores (horizontales y verticales), ya que su respuesta en frecuencia (15-60 Hz), no permitía detectar la aparición de las ondas superficiales generadas con fuente artificial. Esto se tradujo en un buen análisis de primeros arribos de energía, pero no fue posible la aplicación adecuada de la inversión de ondas superficiales (Gómez-González et al., 1993). Otras de las enseñanzas de este experimento, fue la selección adecuada del espaciamiento entre estaciones, de la distancia fuente-receptor, así como del tiempo de registro, el cual debe ser suficiente para permitir la detección de ondas superficiales, que en medios como las arcillas del sitio estudiado, viajan con velocidades muy bajas.

Posteriormente, se realizaron nuevos experimentos en la zona virgen del lago de Texcoco. En una primera etapa, se realizó un tendido ubicado a 200 m del camino Peñón- Texcoco, con una dirección aproximada N10°E. En este experimento se utilizaron geófonos verticales cuya respuesta en frecuencia está centrada en 4.5 Hz. Con ellos se pueden registrar señales hasta de 1.5 Hz aproximadamente. Como fuente sísmica, se utilizaron explosivos enterrados a una profundidad de un metro. El tendido máximo para el registro de ondas P fue de 230 m con un equiespaciamiento entre detectores de 10 m. En los diferentes perfiles solamente se modificó la posición de la fuente con respecto al primer detector (5, 10, 15 y 60 m).

La Figura 1 muestra un registro de ondas P de 12 trazas con una duración de 8 s y una distancia fuente receptor de 60 m. En estos registros se observa un arribo de ondas con una velocidad muy lenta y amplitudes enormes comparadas con los primeros arribos del registro. Estas ondas corresponden a las ondas superficiales de Rayleigh.

Posteriormente, se realizó otro experimento al oriente de la primera zona. En esta ocasión se trató de generar arribos directos de ondas P y S. La distancia fuente-receptor fue de 10 y 30 m, y de 2 y 5 m, respectivamente.

En las Figuras 2a y 2b se muestran un par de registros de campo para estos dos tipos de ondas. Nuevamente, se utilizaron explosivos como excitación y sensores verticales para el caso de ondas P, y martillo y sensores horizontales para las ondas S.

PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

PRIMEROS ARRIBOS DE ENERGIA

Para la determinación de los modelos de velocidad iniciales, los cuales sirven como información *a priori* en un esquema de inversión, se analizaron los primeros arribos de los tres registros recolectados. La Figura 3a muestra el análisis para el Registro 1 y el correspondiente a su tiro inverso, donde la pendiente de cada una de las rectas corresponde a la velocidad de cada estrato.

Las velocidades obtenidas de los tiros inverso y directo son muy parecidas, lo que sugiere la presencia de estratos casi planos horizontales a lo largo del perfil. La Figura 3b presenta el modelo de velocidad obtenido del promedio de análisis de este registro y otros con menor duración realizados en el mismo sitio. El análisis de primeros arri-

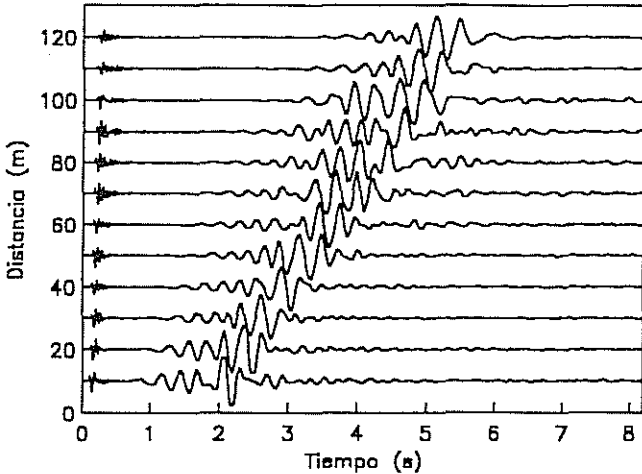


Figura 1. Registro 1 normalizado de ondas P con duración de 8 segundos. Distancia fuente-receptor de 60m y equiespaciamiento entre detectores ($\Delta\chi$) de 10 m.

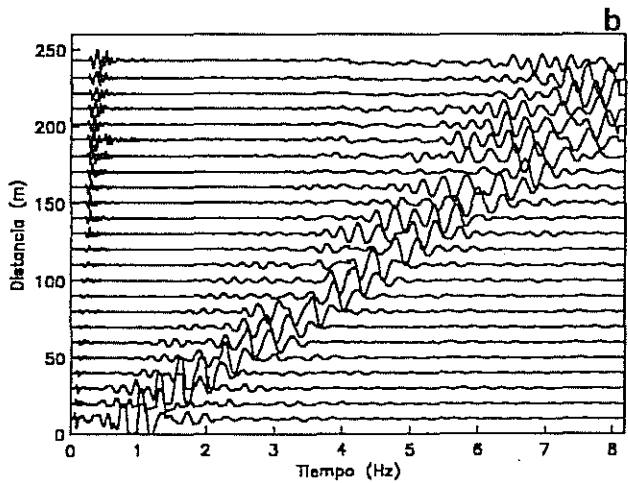
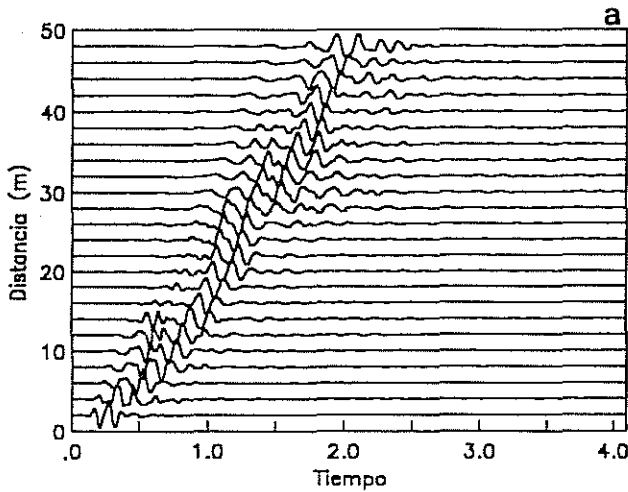


Figura 2. Registros de refracción: a) Registro 2 de ondas P (8 s). Distancia fuente receptor de 30 m y $\Delta\chi = 10$ m. b) Registro 3 ondas de S (4 s). Distancia fuente-receptor de 5 m y $\Delta\chi = 2$ m.

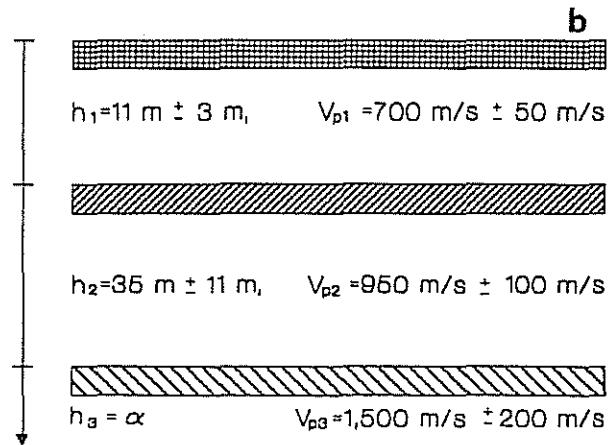
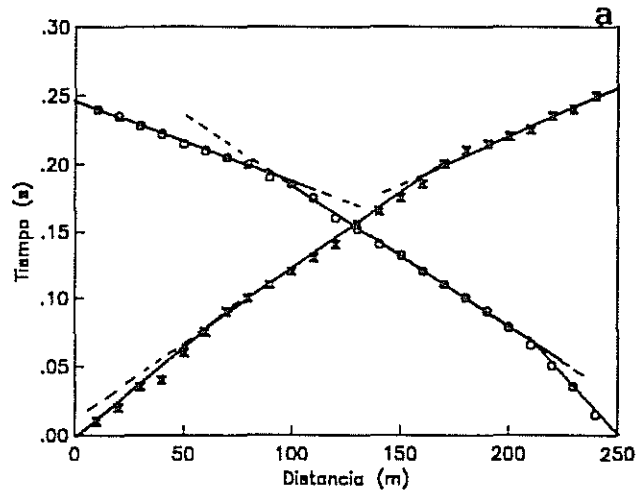


Figura 3. a) Domocrónicas correspondientes al registro 1. b) Modelo inicial promedio de velocidad obtenido con primeros arribos.

Los datos sólo permite determinar velocidades de ondas P. Las velocidades de ondas S utilizadas en la inversión se calcularon suponiendo un valor de la relación de Poisson en los estratos de 0.498 (Marsal y Graue, 1969). Las velocidades de ondas S obtenidas con este valor para los dos primeros estratos y el semiespacio fueron 38 m/s, 63 m/s y 101 m/s, respectivamente.

Se aplicó el mismo análisis a los registros de la segunda etapa (Registros 2 y 3). En este caso si fue posible medir directamente velocidades de ondas S mediante el análisis de primeros arribos. El modelo inicial para esta zona se describe en la Figura 4.

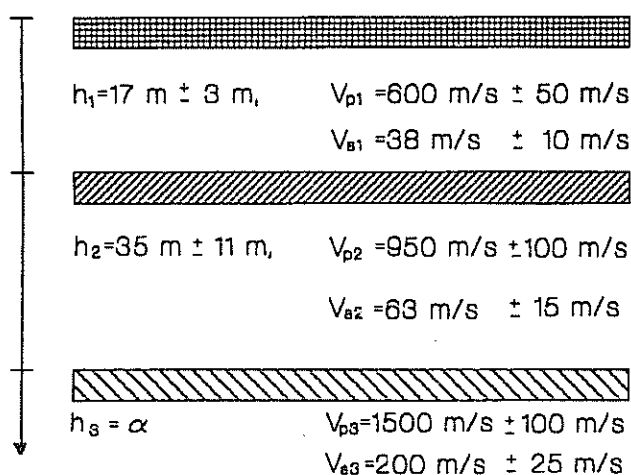


Figura 4. Modelo inicial de velocidades obtenido con los registros de ondas P y S.

EXTRACCION DE CURVAS DE DISPERSION DE VELOCIDAD DE FASE.

Para la determinación de modelos de velocidad de ondas S a partir de la inversión de ondas superficiales, es necesaria la obtención de curvas de dispersión de velocidad de fase. Por lo tanto, se utilizó la transformación de los datos al dominio parámetro de rayo-frecuencia ($p-\omega$) (McMechan y Yedlin, 1981). El parámetro de rayo p corresponde al vector lentitud y es el recíproco de la velocidad de fase c . En este caso se requiere sumar (apilar) todas las amplitudes dentro de un abanico de energía sobre todas las trazas de un registro de campo, a lo largo de todos los rayos previamente definidos. Esto permite situar los datos en el dominio parámetro de rayo-tiempo de intercepción ($p-\tau$), en el que basta aplicar una transformada de Fourier en la dirección τ para obtener su equivalente en el dominio de la frecuencia ω . Lo anterior conduce al cálculo de las curvas de dispersión en las que es posible separar los modos de propagación de las ondas superficiales, las cuales proporcionan las características dinámicas de la estratigrafía (Herrman, 1987). Una descripción detallada

de esta técnica y su aplicación a sismogramas sintéticos y reales se puede encontrar en Gómez-González y Calderón (1992).

La transformación $p-\omega$ se aplicó a los Registros 1 a 3. Los resultados se presentan en forma de contornos de energía en el plano frecuencia-velocidad de fase ($f-c$). Las Figuras 5 a 7 muestran estos contornos para los Registros 1 a 3, respectivamente. En los dos primeros casos las velocidades de fase corresponden a ondas de Rayleigh. En el último caso se trata de ondas de Love.

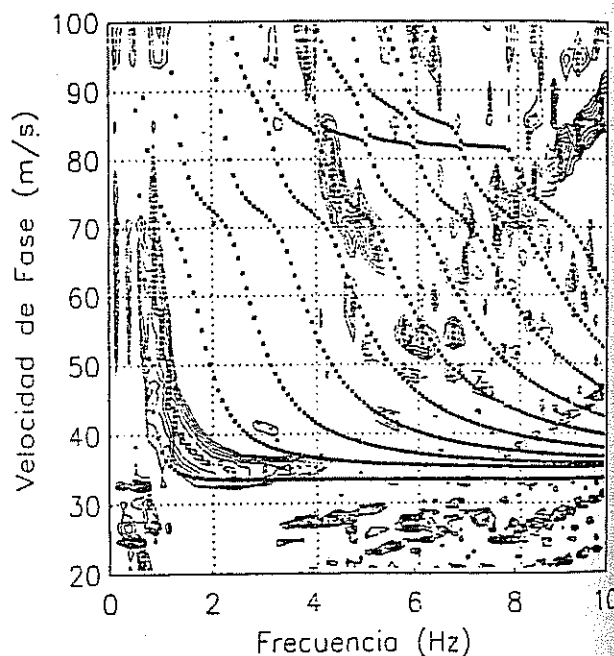


Figura 5. Curvas de dispersión de velocidad de fase para ondas de Rayleigh para el registro 1. Siguiendo los valores máximos de contornos se definen las curvas observadas en los datos. Con línea discontinua se muestran las curvas de dispersión teóricas para el modelo final de la Figura 8.

INVERSION DE CURVAS DE DISPERSION

Una vez calculadas las curvas de dispersión mediante la transformación $p-\omega$, se procedió con la inversión de éstas para determinar la estratigrafía de los sitios estudiados. Para la aplicación del esquema de inversión, es necesario contar con un buen algoritmo que resuelva el problema directo. El problema directo consiste en determinar las curvas de dispersión de velocidades de fase dadas las propiedades dinámicas de los estratos. Estos parámetros se modifican de forma tal que las curvas de dispersión teóricas se ajusten a aquellas extraídas de los datos. Este procedimiento se realiza en forma automática mediante la construcción de un esquema de inversión *cuasi* lineal para resolver un

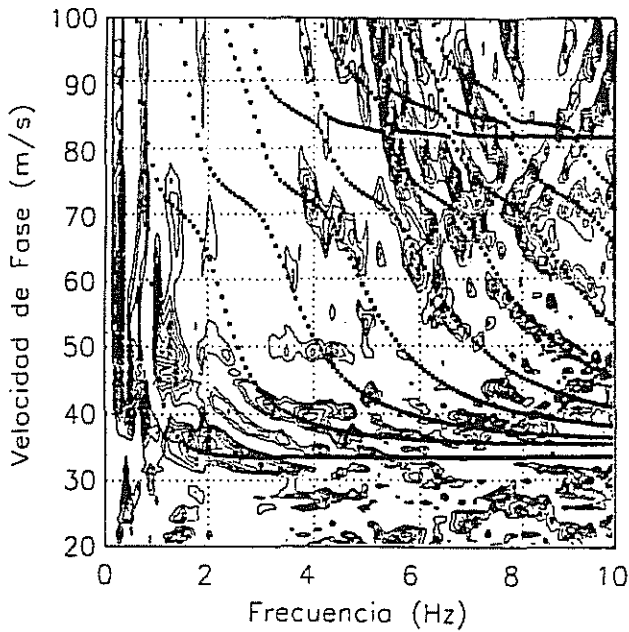


Figura 6. Curvas de dispersión de ondas de Rayleigh observadas para el registro 2. Con línea discontinua se muestran el modo fundamental y 9 modos superiores obtenidos del modelado directo.

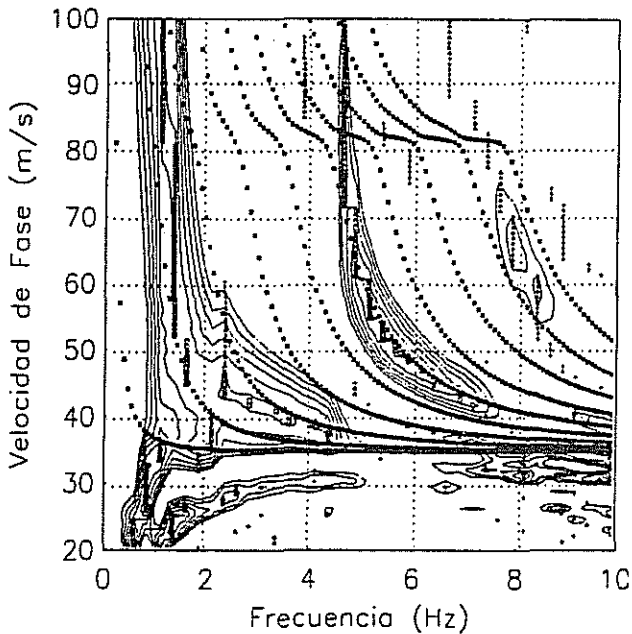


Figura 7. Curvas de dispersión de ondas de Love observadas en el Registro 3. Con línea discontinua se observan las curvas de dispersión teóricas para el modo fundamental y 9 modos superiores del modelo final de la Figura 9.

problema no lineal (Tarantola, 1987). El problema se reduce a resolver un sistema de ecuaciones en el que la matriz de coeficientes contiene las derivadas parciales de la velocidad de fase con respecto a los parámetros que se desean invertir (pueden ser espesores de los estratos, velocidades de ondas S, densidades, etc).

El vector de términos independientes contiene las diferencias entre las velocidades de fase observadas y las calculadas a partir del modelo inicial proporcionado, en este caso, por el análisis de primeros arribos. El vector de incógnitas contiene los valores de las correcciones para minimizar el vector de términos independientes. Este proceso es iterativo y termina cuando el vector de términos independientes del sistema es cercano a cero o menor que una cierta tolerancia. Como se mencionó anteriormente, los modelos iniciales (Figuras 3b y 4) provienen de análisis de primeros arribos de los registros. Las Figuras 5 a 7 muestran el ajuste de las curvas de dispersión teóricas (línea discontinua) con las observadas en los datos (curvas que se pueden seguir a lo largo de los valores máximos de los contornos). Estas curvas teóricas corresponden a los modelos finales proporcionados por la inversión (Figuras 8 y 9) para los dos sitios en los que se realizaron los experimentos.

Con el objeto de contar con un parámetro de comparación, que permita validar los resultados obtenidos en este trabajo, la Figura 10 presenta un registro de resistencia de punta de cono eléctrico, correspondiente a la misma zona de estudio. En esta figura se presenta también el perfil de velocidad de ondas de cortante producto de la interpretación del registro.

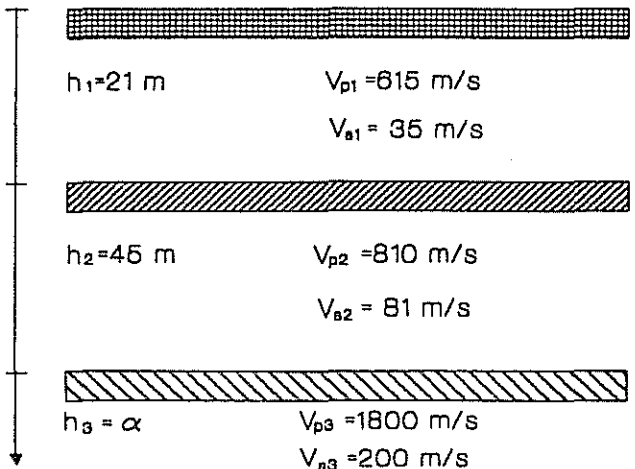


Figura 8. Modelo final de velocidad a partir de la inversión de las curvas de dispersión observadas en el Registro 1 (perfil 1).

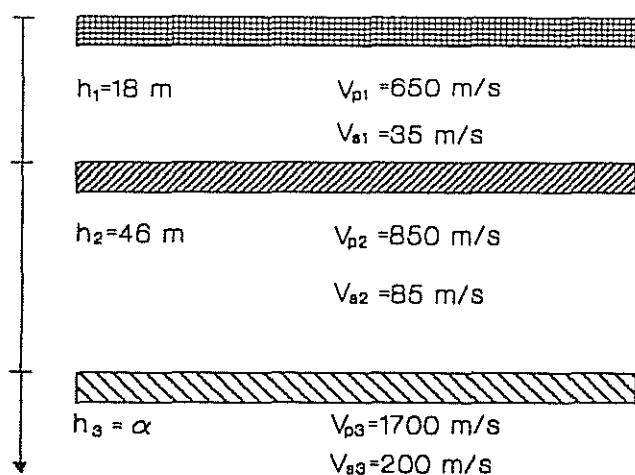


Figura 9. Modelo final de velocidad a partir de la inversión de las curvas de dispersión observadas en los Registros 2 y 3 (perfil 2).

ATENUACION SISMICA DE ONDAS SUPERFICIALES EN ZONA DE LAGO DE LA CUENCA DE MEXICO

ANTECEDENTES

Otro parámetro prominente en la caracterización geológica de los estratos superficiales que componen las arcillas de la cuenca de México, es el factor de calidad Q , que representa una medida de la atenuación sísmica. Su importancia radica en la influencia que presenta este valor sobre la amplitud y la duración del movimiento durante terremotos.

En la literatura reciente, es posible encontrar varias aproximaciones interesantes al estudio de la atenuación sísmica a partir de registros del movimiento del terreno, entre ellos, Jongmans y Campillo (1993) determinan valores de Q con prospección sísmica, validando sus resultados mediante comparaciones con simulaciones numéricas usando el método del número de onda discreto. En este tipo de aproximaciones, se puntualiza la importancia de variar la velocidad de las ondas sísmicas y la atenuación en el modelado directo, con el fin de obtener el mejor ajuste entre el movimiento del terreno calculado y observado. Por otro lado, si se dispone de registros de aceleración a profundidad y en la superficie del terreno, la estimación del factor de calidad del medio entre ambos registros se lleva a cabo de manera directa, mediante el cociente de la diferencia temporal y la pendiente medida sobre el logaritmo de la razón espectral entre ambos registros (Rodríguez, 1993).

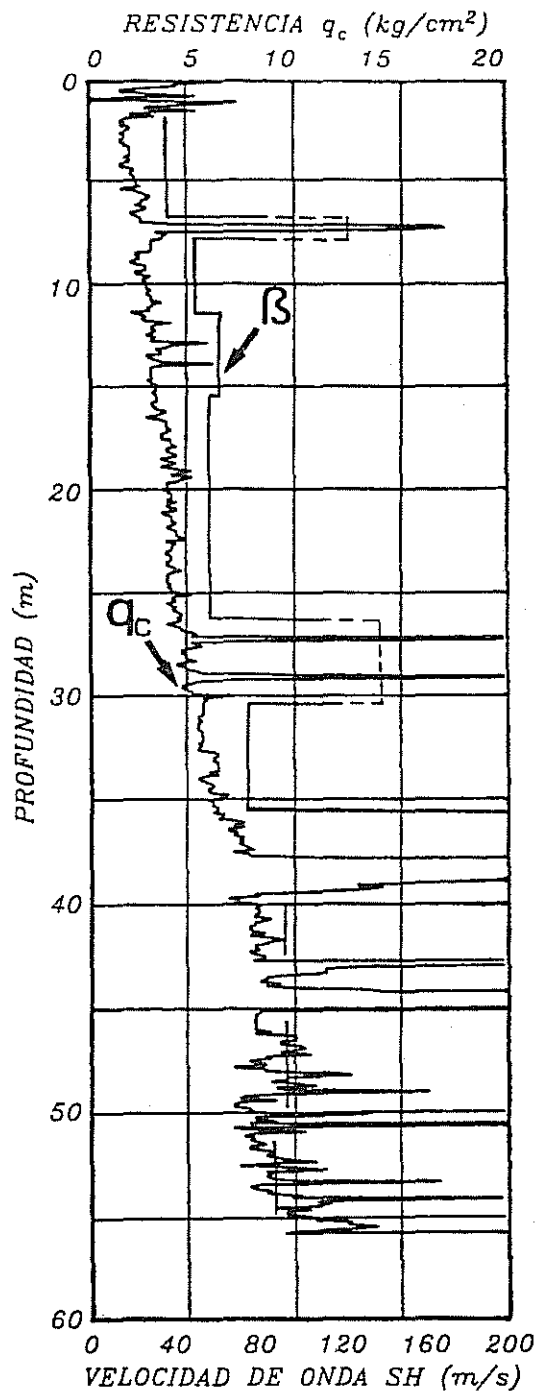


Figura 10. Valores de resistencia de punta de un registro de cono eléctrico realizado en la zona de estudio. Se presenta también el perfil de velocidad de onda S interpretado.

En esta sección, se presentan algunas estimaciones de la atenuación sísmica de las ondas superficiales captadas en los registros de refracción sísmica antes mencionados. Se puntualiza la importancia de la capacidad

de estos materiales para disipar energía y sus repercusiones en la evaluación de la respuesta sísmica tan peculiar, observada durante terremotos.

ATENUACION ANELASTICA Y AMPLITUD DE ONDAS SISMICAS

Las ondas sísmicas sufren atenuación en su amplitud durante su propagación a través de materiales reales que por su origen se denomina anelástica. Los mecanismos de este fenómeno pueden ser muy complejos, sin embargo, no es necesario conocerlos, debido a que puede expresarse mediante el coeficiente de disipación específica, o factor de calidad, cuyo inverso es la fricción interna que representa la fracción de energía disipada durante un periodo en cada onda:

$$\frac{1}{Q(\omega)} = \frac{\Delta E}{2\pi E} \quad (1)$$

E representa la energía promedio almacenada durante un ciclo a la frecuencia considerada, y ΔE es la energía disipada por el ciclo debido a las imperfecciones en la elasticidad del material (Aki y Richards, 1980).

En un medio elástico, con relaciones lineales esfuerzo-deformación la velocidad máxima de una partícula es proporcional a $E^{1/2}$, entonces,

$$\frac{1}{Q(\omega)} = -\frac{\Delta A}{\pi A} \quad (2)$$

Así, si suponemos una onda plana propagándose en la dirección x , entonces podremos seguir un pico particular a lo largo de una distancia dx y observar el decaimiento espacial de la amplitud en una frecuencia dada:

$$\Delta A = \frac{dA}{dx} \lambda, \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega} = \text{longitud de onda, } c = \text{velocidad de fase}$$

Sustituyendo en la ecuación (2),

$$\frac{1}{Q} = -\frac{2c}{\omega A} \frac{dA}{dx} \quad (4)$$

o bien,

$$\frac{dA}{dx} = -\frac{\omega A}{2cQ} \quad (5)$$

Cuya solución exponencial es:

$$A(x) = A_0 e^{-\omega x / 2cQ} \quad (6)$$

Al estimar los valores de Q , producto de la elasticidad no perfecta, deben considerarse también los efectos en la atenuación espacial debidos al esparcimiento geométrico de la onda. Lo anterior provoca que las determinaciones de la Q intrínseca se limiten a medios con estratos planos horizontales, o bien que los factores calculados representen la contribución de ambos efectos.

ONDAS SUPERFICIALES

Como en el caso de las ondas de cuerpo, las ondas superficiales que se propagan una cierta distancia x sufren una disminución de su amplitud, que puede expresarse como:

$$A = A_0 \frac{e^{-\gamma x}}{\text{sen} \Delta}, \quad \text{con } \gamma = \frac{\omega}{2Q_s U} \quad (7)$$

El factor $\text{sen} \Delta$ representa la disminución de energía por unidad de área debido a la expansión geométrica del frente de onda. γ es el factor de atenuación anelástica de las ondas superficiales, función de la frecuencia (ω), la velocidad de grupo (U) y el factor Q_s .

A partir de dos amplitudes registradas sobre una misma trayectoria a distancias x_0 y x_1 de la fuente, el cociente entre las amplitudes de las ondas superficiales es,

$$\frac{A_0}{A_1} = \frac{\text{sen} \Delta_1}{\text{sen} \Delta_0} e^{-\gamma(x_0 - x_1)} \quad (8)$$

El valor del factor Q_s , así obtenido, se relaciona con los factores correspondientes a las ondas P y S (Q_α y Q_β). Cuando estos últimos son constantes se tiene,

$$\frac{1}{Q_s} = \frac{m}{Q_\alpha} + \frac{1-m}{Q_\beta} \quad (9)$$

donde m es función de los cocientes c/α y c/β (Udias y Mézcua, 1986). En la práctica, Q_α y Q_β varían con la profundidad y se consideran constantes con la frecuencia. Sin embargo a otra escala, en sismología, al menos dentro de la astenósfera, se ha observado Q aproximadamente proporcional a la frecuencia para ondas P y S en varios trayectos y en la banda entre 0.3 y 20 Hz (Solomon, 1972).

Por otro lado, Q_s si es función de la frecuencia, debido a que con la frecuencia varía la penetración efectiva de las ondas superficiales, y con esto, la profundidad de la cual contienen información. Por lo tanto, las observaciones de Q_s , con la frecuencia permiten establecer modelos de la distribución de Q_α y Q_β con la profundidad.

PROCESAMIENTO DE LOS DATOS

Con la identificación de las ondas superficiales contenidas en los registros de refracción, realizados en la zona virgen del lago de Texcoco, nuestro objetivo fue el de estimar la atenuación espacial de estas ondas mediante los valores del factor Q_s . De los registros obtenidos, se presenta el análisis del correspondiente a ondas P, con duración de 8 s, distancia fuente-receptor de 60 m y espaciamiento entre detectores de 10 m (Figura 1)

Los detectores empleados fueron geófonos cuya respuesta en frecuencia está centrada en 4.5 Hz y de componente vertical, por lo que las fases de gran amplitud y baja velocidad observadas al final del registro, corresponden a la componente vertical de ondas superficiales de Rayleigh.

Se calculó la transformada de Fourier de cada una de las trazas del registro, lo que permitió expresar los resultados en el dominio de la frecuencia. En este dominio se aplicó un análisis de filtrado múltiple que consiste básicamente en el paso de cada espectro de entrada por un filtro gaussiano pasabanda. Con esto se calcula la envolvente de los espectros filtrados, se muestrean a lo largo de líneas de velocidad de grupo constante y se normalizan y apilan. Con base en que la envolvente debe presentar los máximos en las llegadas de las velocidades de grupo, el algoritmo utiliza las cuatro amplitudes más largas apiladas, las cuales deberfan corresponder a las velocidades de grupo de cada modo. Con las velocidades de grupo de cada traza, se calcularon las velocidades de grupo promedio y su error estándar (detalles del método pueden verse en Romero-Jiménez, 1992).

La Figura 11 muestra el resultado de este análisis. Se observa que solamente la curva promedio de velocidad de grupo de onda de Rayleigh de mayor amplitud está bien definida (aquella representada por los cuadrados), mientras que los otros tres conjuntos de símbolos, para la segunda, tercera y cuarta amplitud máxima (círculos, cruces y rombos, respectivamente) presentan una dispersión tan grande que no es posible definir alguna curva coherente.

La estimación del coeficiente de atenuación γ se llevó a cabo mediante regresiones del logaritmo de la amplitud con la distancia de las funciones envolventes sin normalizar. La Figura 12 ilustra los resultados de este cálculo. Los valores de γ correspondientes a la banda de frecuencia captada de manera confiable por los sensores, varían entre 1 y $3 \cdot 10^{-3}$ (1/m), con algunos valores espurios que pueden ser desechados. En la Tabla 1 se presenta, de manera resumida, los valores del coeficiente de atenuación γ , la velocidad de grupo promedio (U) y el factor de calidad (Q_s) como funciones de la frecuencia extraídas mediante este análisis.

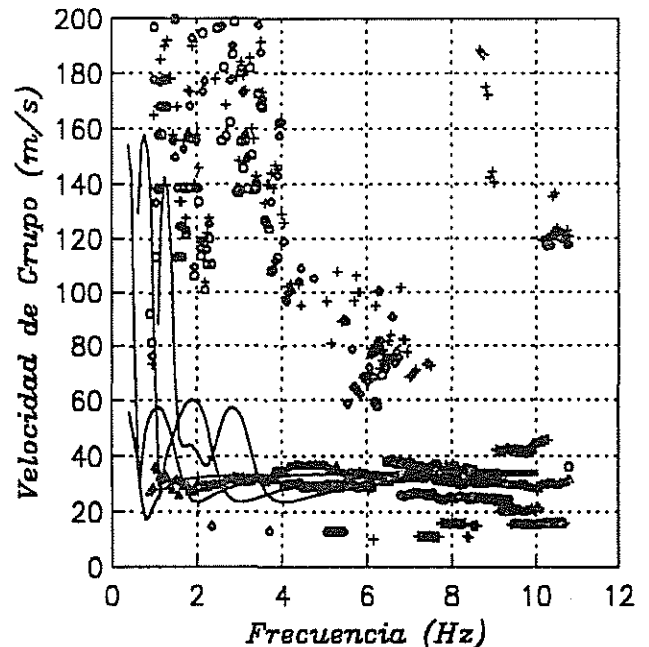


Figura 11. Curvas de dispersión de velocidad de grupo de ondas de Rayleigh calculadas con filtrado múltiple de los datos de refracción en zona virgen del Lago de Texcoco (símbolos) Las líneas continuas representan curvas teóricas.

Los análisis de primeros arribos e inversión de las curvas de dispersión de velocidad de fase, tratados en la sección anterior, produjeron el modelo de velocidades de la Figura 8. Este resultado conforma aquí la distribución de velocidades teórica, a partir de la cual, el modelado directo permitió el cálculo de las curvas de dispersión de velocidad de grupo y de su atenuación. Las líneas continuas de la Figura 11 muestran las curvas de velocidad de grupo teóricas para el modo fundamental y 3 modos superiores de ondas de Rayleigh. Asimismo, las curvas continuas en la Figura 12 muestran el valor del coeficiente de atenuación y correspondiente a estas cuatro curvas de velocidades de grupo teóricas.

Los cálculos teóricos de las Figuras 11 y 12 se realizaron suponiendo valores de los factores de calidad para las ondas de cuerpo Q_α y Q_β : Mediante un procedimiento de ensayo y error, los valores de Q_α y Q_β que proporcionaron el mejor ajuste entre Q_s teórico y observado fueron $Q_\beta = Q_\alpha = 42$. Este ajuste puede ser verificado mediante la superposición de las curvas teórica y observada del factor de atenuación γ como función de la frecuencia, Figura 12. Sin embargo, las Figuras 13 y 14 permiten una mejor inspección visual del grado de ajuste entre ambos cálculos, en ellas se muestra el factor de atenuación γ contra la frecuencia, mediante la exponencial $e^{-\gamma x}$. Las curvas continuas de la Figura 13 corresponden al valor de esta exponencial para el modo fundamental y los 3 siguientes modos superiores de

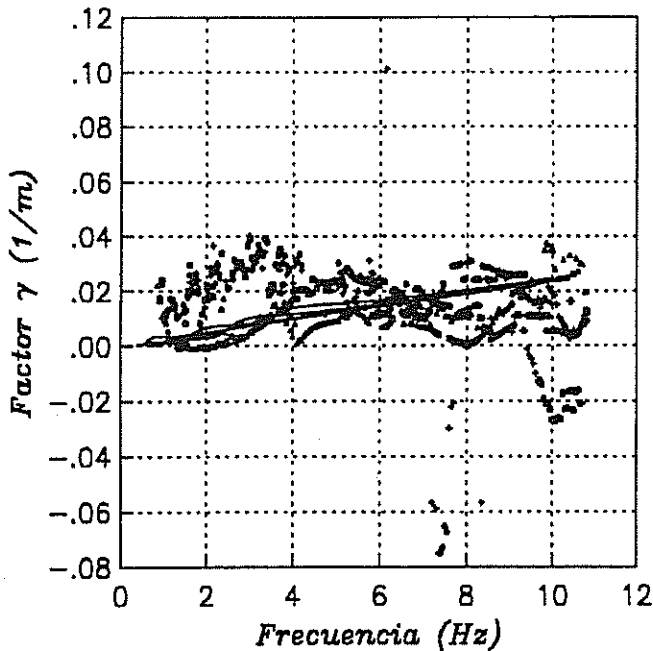


Figura 12. Factor de atenuación γ correspondiente a las curvas de dispersión mostradas en la Figura 11 (símbolos). Con línea continua se muestran los correspondientes valores teóricos.

Tabla 1. Coeficiente de atenuación γ velocidad de grupo v y factor Q_s como funciones de la frecuencia extraída de los datos de refracción.

Frec. (Hz)	γ (1/m)	U(m/seg)	Q_s (adim)
2.0	0.0020	33.0	95
2.5	0.0030	30.0	87
3.0	0.0050	32.0	58
3.5	0.0100	32.0	34
4.0	0.0120	34.0	31
4.5	0.0140	36.0	28
5.0	0.0150	36.0	29
5.5	0.0180	34.0	28
6.0	0.0190	33.0	30
6.5	0.0190	33.0	33
7.0	0.0200	34.0	32
7.5	0.0200	35.0	34
8.0	0.0200	35.0	36

velocidad de grupo de onda de Rayleigh en el modelado directo; mientras que en la Figura 14 esta curva continua representa la atenuación del tercer modo superior. En ambos casos, la curva definida con símbolos, corresponde al valor de la misma exponencial calculada con el factor de atenuación γ producto del promedio de las atenuaciones de

las curvas de velocidad de grupo contenidas en los datos. Las distancias analizadas fueron 60, 100, 140, 170, 210 y 250 m.

Con el objeto de determinar la profundidad, a partir de la cual las curvas de dispersión de velocidad de grupo (presentes en los datos de refracción) contienen información, se procedió a calcular las formas modales o desplazamientos en función de la profundidad para el componente vertical de ondas de Rayleigh. En la Figura 15 se presentan las formas modales del modo fundamental y los tres primeros modos superiores obtenidos para el modelo de velocidades teórico de la Figura 8. Para cada modo, los periodos representados (0.2, 0.25 y 0.333 seg) corresponden al rango de periodos del cual los datos de refracción presentan buena definición.

Se puede observar que, en este rango de periodos, el modo fundamental no se presenta como el más energético, y su atenuación con la profundidad es inmediata. Los tres siguientes modos presentan una mayor amplitud en el primer estrato. No obstante, en la frecuencia central de definición de los sensores (0.25 seg) todos ellos se atenúan con la profundidad al principio del segundo estrato.

Las anteriores observaciones teóricas, permitieron inferir la profundidad a la cual se asignaron los valores de γ y Q extraídas de los registros. Efectivamente, éstos pueden ser representativos de un promedio de los primeros 20 o 25 m de las arcillas en estudio.

DISCUSION DE LOS RESULTADOS

Las Figuras 5 y 6 muestran que el modo fundamental de propagación de ondas de Rayleigh sólo es posible observarlo en una pequeña banda de frecuencias, debido a que el periodo dominante del sitio es de aproximadamente 3.5 a 4 seg (Chávez-García et al., 1993), muy superior al periodo máximo que los sensores utilizados pueden registrar (0.66 seg). En cambio, en el caso de las ondas de Love se tiene información del primero, quinto y octavo modo superior. Por otro lado, el hecho de que hacia las bajas frecuencias se observen velocidades infinitas en cada uno de los modos, sugiere la presencia de un estrato con una velocidad muy superior a las obtenidas en los estratos someros. Esto indica que con este estudio, no se alcanzó la profundidad suficiente para encontrar la base de las arcillas, debido a que no se pudo determinar esta alta velocidad. Conclusiones similares son reportadas por Chávez-García et al. (1993) en un estudio paralelo utilizando sismómetros *Lennartz* de 3 componentes cuya respuesta en frecuencia está centrada en 1 Hz.

No obstante, las comparaciones de los resultados obtenidos en este trabajo con las interpretaciones de la velocidad de ondas S, de los registros de cono eléctrico (Figura 10), condujeron a valores muy similares para los dos estratos inferidos. Lo que sugiere que es posible la descripción, con una buena resolución, de los estratos utilizando inversión de ondas superficiales en registros de refracción.

Por otra parte, en las curvas de dispersión de velocidad de grupo extraídas de los datos (Figura 11), es posible asociar solamente un conjunto de símbolos con alguna curva de dispersión, sin embargo, no sería correcto asociar esta curva con un modo de propagación particular, debido a que en el rango de frecuencias de definición de los datos en el modelo en estudio, las velocidades de grupo de los distintos modos son muy parecidas. El modelado directo (líneas continuas Figura 11) indica que los mínimos en las curvas de dispersión de los distintos modos se presentan muy juntos, es precisamente en este intervalo de frecuencia (donde aparece este mínimo) en el que cada curva de dispersión es más energética y exhibe las fluctuaciones más grandes de velocidad. No obstante, con base en las

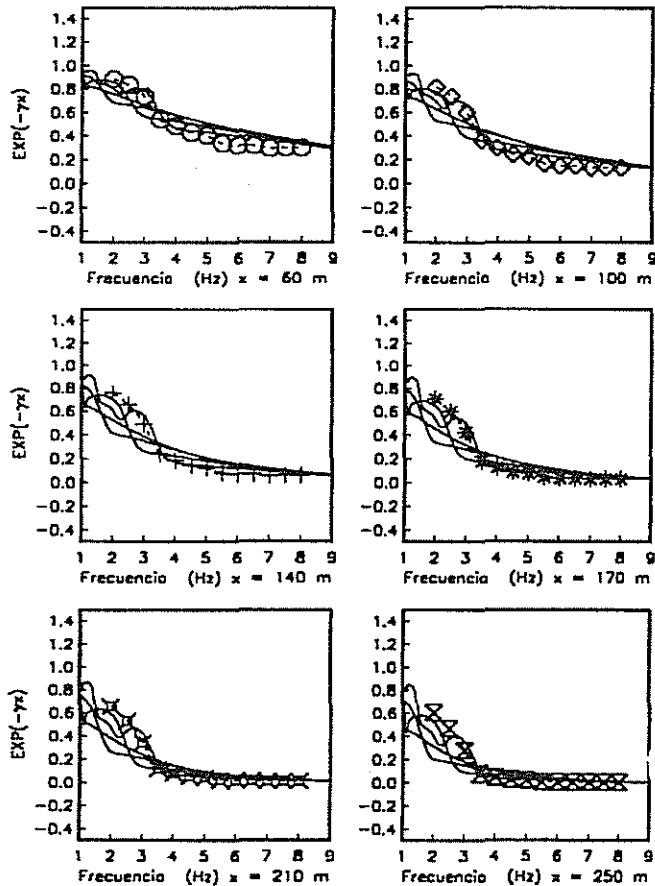


Figura 13. Atenuación $e^{-\gamma x}$ con el valor de γ de los 4 primeros modos de dispersión de grupo del modelo teórico (líneas continuas) y con el valor de γ extraído de los datos de refracción (símbolos).

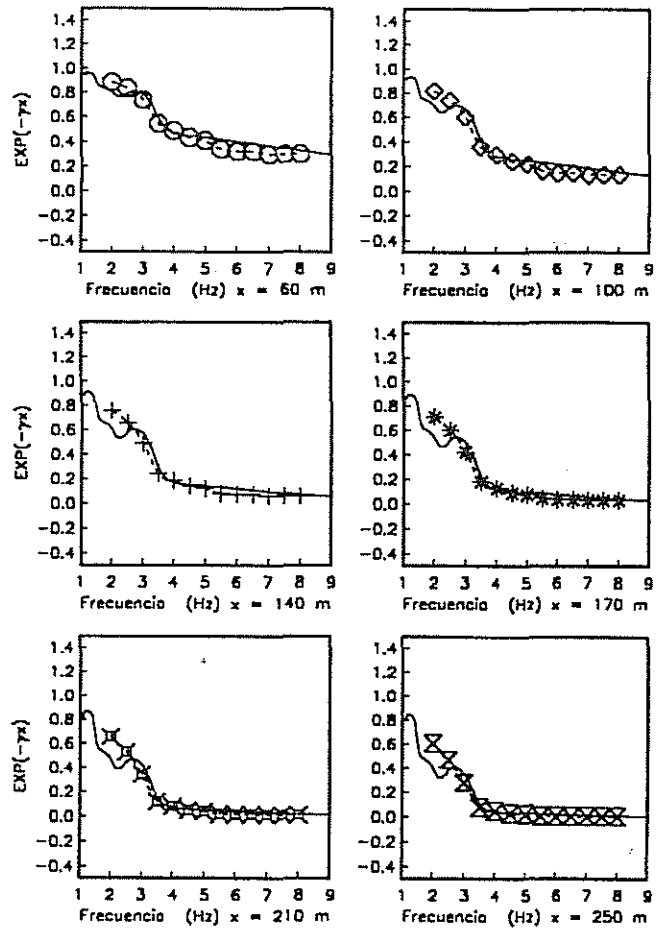


Figura 14. Atenuación $e^{-\gamma x}$ con el valor de γ del 3er. modo superior de dispersión de grupo del modelo teórico (línea continua) y con el valor de γ extraído de los datos de refracción (símbolos). La atenuación de este modo ajusta mejor con las observaciones.

observaciones de que el máximo contenido en los datos y puesto en evidencia por el filtrado múltiple, presenta una tendencia relativamente plana para frecuencias mayores a 1.5 Hz, se podría asociar esta curva al primero, segundo o tercer modo superior, o a un promedio de los tres, ya que según el modelado directo, es a partir de estas frecuencias que estos modos presentan una tendencia plana, mientras que los siguientes modos superiores exhiben este nivel plano a frecuencias cada vez mayores. Además, la frecuencia mínima captada por los geófonos utilizados en el experimento (1.5 Hz) no permite que los registros contengan información confiable a frecuencias menores, por ejemplo alrededor de la frecuencia dominante del sitio (0.25 Hz) lo que impide *a priori* observar el modo fundamental de las ondas de Rayleigh. Lo anterior, y la comparación entre las curvas de dispersión teórica y observada de la Figura 14, dan validez a la aseveración de que la curva de dispersión definida por los datos y su correspondiente valor

de atenuación anelástica γ , corresponden al tercer modo superior de propagación de ondas de Rayleigh. Sin embargo, para este caso en particular, las variaciones obtenidas en los resultados finales si esta curva observada se asociara al segundo o cuarto modo superior, serían casi imperceptibles.

CONCLUSIONES

Se invirtieron las curvas de dispersión de ondas superficiales obtenidas de registros de refracción sísmica, recolectados en la zona virgen del lago de Texcoco. Para la detección de las ondas superficiales utilizadas en la inversión fue necesario el uso de geófonos de baja frecuencia. Se utilizaron explosivos como fuente en la generación de ondas de Rayleigh y martillo para las ondas de Love. Esto

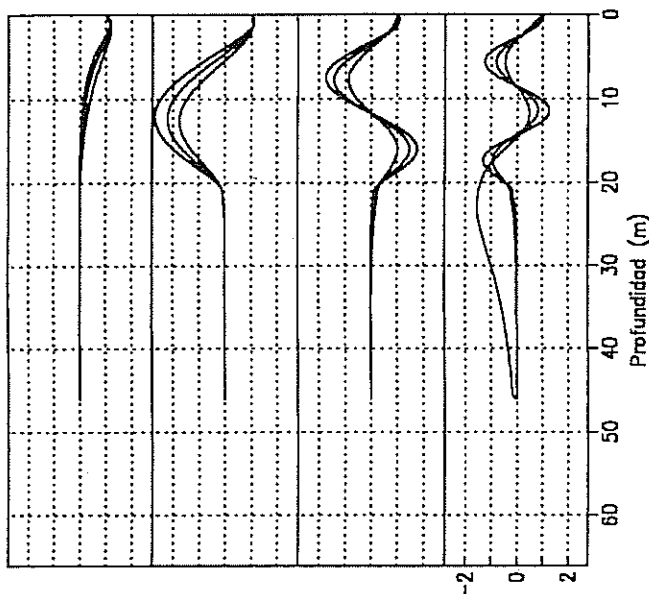


Figura 15. Amplitud teórica del desplazamiento vertical de ondas de Rayleigh para los 4 primeros modos de propagación. En cada modo, las 3 curvas corresponden a la amplitud calculada para 3 periodos (0.20, 0.25, 0.33 seg).

permitió la descripción vertical de las formaciones arcillosas del lago de Texcoco, representativas de las arcillas de la zona de lago en la ciudad de México, en la que se encuentra una gran cantidad de asentamientos humanos. Las curvas de dispersión obtenidas muestran velocidades de fase de estas ondas superficiales muy bajas. Estas ondas se propagan con una gran amplitud en estratos someros en los que el contraste de sus propiedades mecánicas con los estratos subyacentes es enorme. Las comparaciones de los resultados obtenidos en este trabajo, con la información proveniente de los registros de resistencia de punta de cono eléctrico, muestran la confiabilidad de la

inversión de ondas superficiales para el cálculo de las propiedades mecánicas del subsuelo. Además, esta técnica es de fácil empleo bajo costo, características que la hacen una herramienta importante a considerar en estudios de exploración geofísica aplicados a la ingeniería.

Con el mismo conjunto de datos, se presentaron estimaciones de la atenuación sísmica de ondas superficiales. Mediante un análisis de filtrado múltiple fue posible definir una curva de velocidad de grupo representativa de los primeros modos superiores de ondas de Rayleigh. El análisis de regresión del logaritmo de la amplitud contra la distancia, en las funciones envolventes producto del filtrado, permitió inferir el valor de atenuación anelástica γ como función de la frecuencia para estas ondas. Con el modelado directo, tomando como modelo teórico de distribución de velocidades el obtenido con la inversión de curvas de dispersión de fase, se determinaron las velocidades de grupo y las atenuaciones correspondientes al modelo en estudio. En este cálculo, los parámetros independientes fueron los factores de atenuación de ondas P y S (Q_p y Q_s), los cuales, mediante un procedimiento de ensayo y error, fueron llevados a valores tales que permitieran el mejor ajuste entre las atenuaciones calculadas y observadas de las ondas superficiales producidas en el medio. Una vez hecho el ajuste, la profundidad de asignación de los valores de atenuación obtenidos fue calculada mediante un análisis de la profundidad de penetración que, para los periodos en los que se definen los datos, presentan en el modelo teórico los "cuatro" primeros modos de propagación.

Los resultados consignados en este trabajo son de carácter preliminar. Representan, sin embargo, las bases de un procedimiento sustentado en consideraciones físicas para determinar, a partir de mediciones en la superficie de las ondas superficiales excitadas con explosivos, los valores de la atenuación anelástica del subsuelo somero.

BIBLIOGRAFIA

- Aki, K. y P. G. Richards (1980). *Quantitative Seismologie, Theory and Methods*, W. H. Freeman and Co., San Francisco.
- Al-Eqabi, G. I. y R. B. Herrmman (1993). Ground roll: A potential tool for constraining shallow shear-wave structure, *Geophysics* 58, 713-719.
- Chávez-García, F.J., J. Lermo y H. Mijares (1993). Observación de ondas superficiales en el valle de México. Implicaciones para la evaluación de los efectos de sitio. *Memorias del X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Puerto Vallarta, Jal.

- Gabriels, P, R., Sneider y G. Nolet (1987). In situ measurements of shear-wave velocity in sediments with higher-mode Rayleigh waves, *Geophysical Prospecting* 35, 187-296.
- Herrman, R B (1987). *Computer programs in seismology*, University of Saint Louis, Mo.
- Gómez-González, J.M. y C. Calderón-Macías (1992). Extracción de curvas de dispersión en el dominio ($p-\omega$) con datos de refracción sísmica, *Boletín del Centro de Investigación Sísmica*, Fundación Javier Barros Sierra 2, 3-16.
- Gómez-González, J.M., C. Calderón-Macías, E., Romero-Jiménez, S. Chávez-Pérez y J. Ramos Martínez (1993). Surface wave imaging of shallow seismic refraction data in the Xochimilco-Chalco region, Mexico City basin (resumen), *Seismological Research Letters* 64, 39.
- Jongmans, D. and M. Campillo (1993). The determination of soil attenuation by geophysical prospecting and the validity of measured Q values for numerical simulations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 12, 149-157.
- Jongmans, D. and D. Demanet (1993). The importance of surface waves in vibration study and the use of Rayleigh waves for estimating the dynamic characteristics of soils, *Engineering Geology* 34, 105-113.
- Marsal, R.J. y R. Graue (1969). El subsuelo del Lago de Texcoco, Volumen Nabor Carrillo. *Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos*, (SMIS), México.
- McMechan, G.A. and M.L. Yedlin (1981). Analysis of dispersive waves by wave field transformations, *Geophysics* 46, 689-704.
- Rodríguez-Zúñiga, J.L, R. Gaulon, P. A. Blum y F.J. Sánchez-Sesma (1994). Application of in situ measurements of ground inclination to determine shallow elastic parameters, *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*. En prensa.
- Rodríguez, M. (1993). Modelo preliminar de la atenuación sísmica en el Valle de México. *Memorias del X Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*, Puerto Vallarta, Jal., 288-293 .
- Romero-Jiménez, E. (1992). *Análisis de Dispersión de Registros de Aceleración en la Cuenca de México*. Tesis, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Solomon, S. C. (1972). Seismic wave attenuation and partial melting in the upper mantle of North America, *Journal of Geophysical Research*; V. 77, 1483-1502.
- Tarantola, A. (1987). *Inverse Theory Problem. Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*, Elsevier, Amsterdam, Holanda.
- Udías, A. y Mézcua, J. (1986). *Fundamentos de Geofísica*, Ed. Alhambra, S. A., Madrid, España.

Apéndice (D)

Artículo: Seismic Response of Shallow Alluvial Valleys: The Use of Simplified Models.
Revista: *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol **85** No. 3, pp 890-899. (1995)
Autores: Rodríguez-Zúñiga, J L, F J Sánchez-Sesma y L E Pérez-Rocha

Seismic Response of Shallow Alluvial Valleys: The Use of Simplified Models

by J. L. Rodríguez-Zúñiga, F. J. Sánchez-Sesma, and L. E. Pérez-Rocha

Abstract A method is proposed to approximately compute the seismic response of shallow three-dimensional (3D) alluvial valleys. It is based on the exact solution for a simple configuration. Namely, the antiplane response of a rectangular deposit with a moving rigid base. In such a solution, which is used as a framework for our approximations, the spectral signature of locally generated surface waves is explicit. Thus, an approximate expression is constructed to separately account for one-dimensional (1D) response and lateral effects. Results are presented for two- and three-dimensional cases. Comparisons are provided with rigorous solutions as well. Our formulas allow for fast computations.

Introduction

The effects of local site conditions on earthquake ground motion can produce concentrated damage. This is due to the very efficient trapping of energy (in basins) and/or to focusing of seismic waves by irregular interfaces and topographies. These phenomena lead to significant spatial variations of ground motion in both amplitude and duration. For recent reviews see Sánchez-Sesma (1987) and Aki (1988). The physical bases of the problem are reasonably well understood. However, it is usual in practice that site effects are taken into account by means of the simplified 1D shear model. We believe there is a need for criteria and procedures to explicitly account for the effects of lateral heterogeneity in applications.

In this work, a simplified model is proposed to approximately simulate the seismic response of three-dimensional shallow alluvial basins. Rigorous (Horike *et al.*, 1990) and approximate (Graves and Clayton, 1992) computations are being produced for elastic (but simple) and acoustic (but complex) basin structures, respectively. The results are encouraging. However, realistic simulations can be very difficult, even with supercomputers. On the other hand, the knowledge of the detailed structure of extended geological features in many cases is still limited. As a result, most descriptions of local geology remain essentially qualitative. They have large uncertainties. Therefore, there is room to accept some simplifications.

For shallow uniformly layered basin configurations various solutions have been recently advanced (e.g., Calderón *et al.*, 1992; Fujiwara and Takenaka, 1992; Hisada *et al.*, 1993) that make use of boundary integral formulations in which normal modes of surface waves are employed to deal with the layered regions. These solutions may still be very expensive for realistic configurations. We believe there is

even more room for simplifying assumptions that allow for approximate computations for extended basins.

In what follows, our approximations are heuristically constructed from the exact solution for the antiplane response of a rectangular deposit with a moving rigid base. In such a solution, which is used as a framework for our approximations, the spectral signature of locally generated surface waves is explicit. Thus, an approximate expression is constructed that separately accounts for 1D response and lateral effects. Results are presented for two- and three-dimensional cases under normal and oblique incidence of S waves. Comparisons are provided with rigorous solutions.

An Exact Solution

Consider the rectangular elastic basin of width $2a$ and depth h supported on a rigid base shown in Figure 1. For harmonic antiplane motion of the base given by $v_0 \exp(i\omega t)$, where $v_0 = v_0(\omega)$, $i = \sqrt{-1}$, $\omega =$ circular frequency, and $t =$ time, the motion in the layer must be a solution of the reduced wave equation or Helmholtz' equation

$$\nabla^2 v + (\omega/\beta)^2 v = 0, \quad (1)$$

where $v = v(x, z, \omega)$, $\beta = \sqrt{\mu/\rho}$, $\mu =$ shear modulus, and $\rho =$ mass density. Free surface boundary condition is given by

$$\left. \frac{\partial v}{\partial z} \right|_{z=0} = 0. \quad (2)$$

In order to satisfy upper and lower boundary conditions, assume the solution is of the form

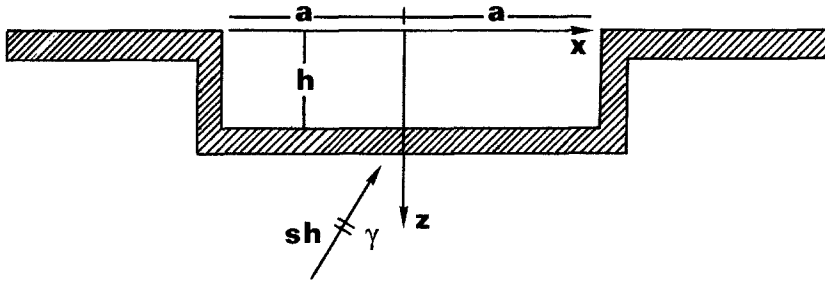


Figure 1. Rectangular elastic deposit of depth h and half-width a . Oblique incidence of SH waves with angle γ with respect to the vertical.

$$\frac{v}{v_0} = \frac{\cos \omega z / \beta}{\cos \omega h / \beta} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos k_n x \cos \frac{(2n+1)\pi z}{2h} \quad (3)$$

The first term is the 1D solution for the infinite layer overlying a moving rigid base. The second is a sum of solutions of equation (1), provided

$$k_n = \frac{1}{\beta} \sqrt{\omega^2 - \omega_n^2}, \quad (4)$$

where $\omega_n = (2n+1)\omega_0$ and $\omega_0 = 2\pi\beta/4h$. At $x \pm a$ we should have $v = v_0$ and equation (3) becomes

$$\sum_{n=0}^{\infty} A_n \cos k_n a \cos \frac{(2n+1)\pi z}{2h} = 1 - \frac{\cos \omega z / \beta}{\cos \omega h / \beta}, \quad (5)$$

which is a cosine Fourier series. Multiplying both sides of equation (5) and integrating from zero to h it comes out that

$$A_n = \frac{1}{\cos k_n a} \frac{4}{\pi} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_n^2} \quad (6)$$

Therefore, the exact solution of the problem is

$$\begin{aligned} \frac{v}{v_0} &= \frac{\cos \omega z / \beta}{\cos \omega h / \beta} \\ &+ \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \frac{\omega^2}{\omega^2 - \omega_n^2} \frac{\cos k_n x}{\cos k_n a} \cos \omega_n z / \beta. \end{aligned} \quad (7)$$

The time factor $\exp(i\omega t)$ has been omitted in the sequel and hereafter. The summation can be interpreted as the contribution of surface waves to the total solution. Each term in the series represents a normal mode. Their weight factors and spectral signature are explicit. Moreover, the first term of equation (7) can be expanded in Fourier series in the same way. The result is

$$\frac{\cos \omega z / \beta}{\cos \omega h / \beta} = \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \cos \omega_n z / \beta. \quad (8)$$

Equation (8) can be modified to take into account oblique incidence. In fact, if the layer is excited at the base with the motion corresponding to an incident plane SH wave arriving

from a half-space with shear-wave velocity β_E and incidence angle γ , the motion in the layer is given by

$$\begin{aligned} &\frac{\cos n z \exp(-i\omega x / \beta_E \sin \gamma)}{\cos \eta h} \\ &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \frac{\omega_n^2 \cos \omega_n z / \beta \exp(-i\omega x / \beta_E \sin \gamma)}{\omega_n^2 - \omega^2 [1 - (\beta/\beta_E)^2 \sin^2 \gamma]}, \end{aligned} \quad (9)$$

where $\eta = \sqrt{(\omega/\beta)^2 - (\omega/\beta_E)^2 \sin^2 \gamma}$ is the vertical wave-number for the layer. Equation (9) is the formal extension of equation (8), it required the substitution of ω/β by η and the inclusion of the common horizontal phase factor. Note that the interaction of the layer with the half-space is neglected. This implies that the motion of the base has unit amplitude and phase expressed as $\exp[-i\omega x / \beta_E \sin \gamma]$, x being the direction of wave propagation. For shallow, soft layers this is not a very restrictive assumption. In order to consider the effects of lateral boundaries it is also assumed that vertical variation of input motion in the half-space is negligible at the basin edges. Thus, considering equation (9) and solving for lateral boundary conditions, the equivalent of equation (7) for oblique incidence can be written as

$$\begin{aligned} \frac{v}{v_0} &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} \frac{1}{\omega_n^2 - \hat{\omega}^2} \left\{ \omega_n^2 e^{-ik'x} \right. \\ &\left. - \hat{\omega}^2 \left[\cos k' a \frac{\cos k_n x}{\cos k_n a} - i \sin k' a \frac{\sin k_n x}{\sin k_n a} \right] \right\} \frac{\cos \omega z}{\beta}, \end{aligned} \quad (10)$$

with $k' = \omega/\beta_E \sin \gamma$ and $\hat{\omega} = \omega \sqrt{1 - (\beta/\beta_E)^2 \sin^2 \gamma}$. This exact solution has a simple structure. Evaluated at the edges it is clearly the solution for the incident field. It shows that the peak response of each normal mode stems from the peaks of the 1D response. Given a mode n , ω_n is a cutoff frequency and for frequencies lower than ω_n the cosine terms become hyperbolic thus giving decaying contributions from the edges. For higher frequencies lateral propagation clearly shows up. Note that these normal modes correspond to the laterally unbounded layer and do not match the modal structure chosen by Bard and Bouchon (1985) to study the resonant behavior of alluvial valleys. Our expression does not provide explicitly the valley's natural frequencies for deep valleys. Instead, it gives the total response regardless the shape ratio.

Regarding the interface shape at the basin edges of flat alluvial valleys, it was found by means of analytical models that such a shape has little effect on the generated surface waves (Rodríguez-Zúñiga and Sánchez-Sesma, 1991). In their analytical solution for the antiplane response of a single layer resting on a moving rigid base with a vertical or inclined wall, it was found that the surface-wave contributions to the ground motion are relatively insensitive to the shape. Moreover, they found that the most important contribution comes from the fundamental mode.

Approximations

In order to use our exact solution as a framework, we have to assign new meaning to the different variables that appear in it. This is based upon heuristic considerations and has to be validated through comparisons of results with more rigorous solutions. It will be assumed in what follows that (1) the frequencies are lower than twice the resonant frequency f_0 ; (2) oblique incidence of SH waves, coming up with an incidence angle γ with respect to the z axis and some azimuthal direction ϕ_0 ; (3) the impedance contrast between the layer and the basement rock should be high. It is for an infinitely large contrast that we have the analytical solution. Moreover, in this case, the modal shapes of fundamental mode for Love and Rayleigh (horizontal component) waves will be similar, therefore, (4) we assume the modal shapes for horizontal components equal; (5) the wavenumber of fundamental mode, which in the exact solution can be imaginary for low frequencies, will be assumed real and given by $\omega/c(\omega)$ with $c = c_L$ or c_R for Love or Rayleigh waves, respectively. The spectral signature for surface waves, which is explicit in the exact solution, is left unchanged. In order to simulate the 1D response with loss of energy toward the basement rock, ω_0 will be made complex, having the form $\omega_0[1 + i\xi(\omega)]$, where $\xi(\omega)$ is an equivalent damping. Considering a free surface factor of 2, we have therefore an approximate expression that accounts for the basin response in terms of fundamental mode ($n = 0$):

$$v = 2v_0 \frac{1}{\omega_0^2 - \hat{\omega}^2} \left\{ \omega_0^2 e^{-ik'x} - \hat{\omega}^2 \left[\cos k'a \frac{\cos k_0x}{\cos k_0a} - i \sin k'a \frac{\sin k_0x}{\sin k_0a} \right] \right\}. \tag{11}$$

For obvious reasons, the factor $4/\pi$ has been omitted. Note that for $x = \pm a$ the motion is $2v_0 \exp(-i\omega x/\beta_E \sin \gamma)$, as expected.

By using a simplified ray theory at the edges it is possible to simulate energy radiation. It will suffice to substitute

$$\frac{\cos k_0x}{\cos k_0a} \text{ by } \frac{\cos k_0x}{\cos k_0x + i(\mu_R\beta_E/\mu_Ec) \sin k_0a}, \tag{12}$$

where μ_R and μ_E are the shear modulus for the basement rock

and for the basin, respectively. A similar scheme for upper modes and, for instance, higher frequencies would require detailed knowledge of the modal structure. To do this, surface waves should be studied numerically to obtain dispersion curves, modal shapes, participation factors, and their frequency dependence. Our approach can be naturally extended to deal with high frequencies if it is assumed that the motion at the interface is prescribed. Therefore, the normal modes of the layer resting on a rigid base will suffice to get the exact solution. We wanted to relax the rigid base assumption by introducing the dispersion curve that accounts for the elastic half-space. At this stage, our approximation is reasonable up to frequencies of $2f_0$, i.e., twice the fundamental frequency because the first higher mode becomes important for this frequency. This is a safety lower limit. In fact, for infinite impedance contrast the cutoff frequency is three times the fundamental one. On the other hand, the contribution of the fundamental mode is the largest.

Simplified 3D Models

In order to apply the above ideas to three-dimensional basins, we assume an incident plane SH wave arriving at the base in the x' direction for the irregular 3D model of Figure 2a. The generalized multi-polar expansions (e.g., Aki and Richards, 1980) for the horizontal radial (r) and azimuthal (ϕ) components of surface motion have, respectively, the forms

$$u_r^n = \frac{1}{kr} J_m(kr) im \exp(im\phi), \quad J'_m(qr) \exp(im\phi) \tag{13}$$

$$u_\phi^n = -J'_m(kr) \exp(im\phi), \quad \frac{1}{qr} J_m(qr) im \exp(im\phi), \tag{14}$$

where J_m^* are the cylindrical Bessel functions of the first kind, order m and argument (*). Again, wavenumbers are defined as $k = \omega/c_L$ and $q = \omega/c_R$, where c_L and c_R are the dispersion curves of each fundamental mode. These displacements can be written as

$$u_r = \sum_{m=0}^{\infty} [J_{m-1}(kr) + J_{m+1}(kr)][A_m \cos m\phi + B_m \sin m\phi] + [J_{m-1}(qr) - J_{m+1}(qr)][C_m \cos m\phi + D_m \sin m\phi] \tag{15}$$

$$u_\phi = \sum_{m=0}^{\infty} [J_{m-1}(kr) - J_{m+1}(kr)][-A_m \sin m\phi + B_m \cos m\phi] + [J_{m-1}(qr) + J_{m+1}(qr)][-C_m \sin m\phi + D_m \cos m\phi]. \tag{16}$$

At $r = R(\phi)$, ϕ (see Fig. 2) we impose the boundary conditions

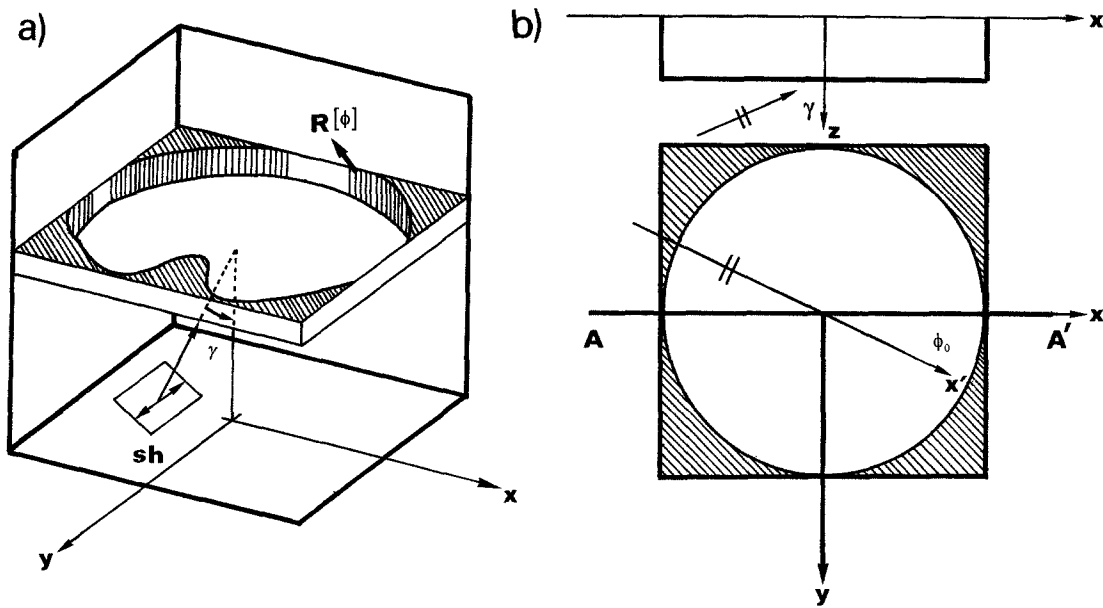


Figure 2. (a) 3D irregular deposit. Oblique incidence of *SH* waves in the direction x' with angle γ with respect to the vertical. (b) 3D axisymmetric deposit and section $A-A'$.

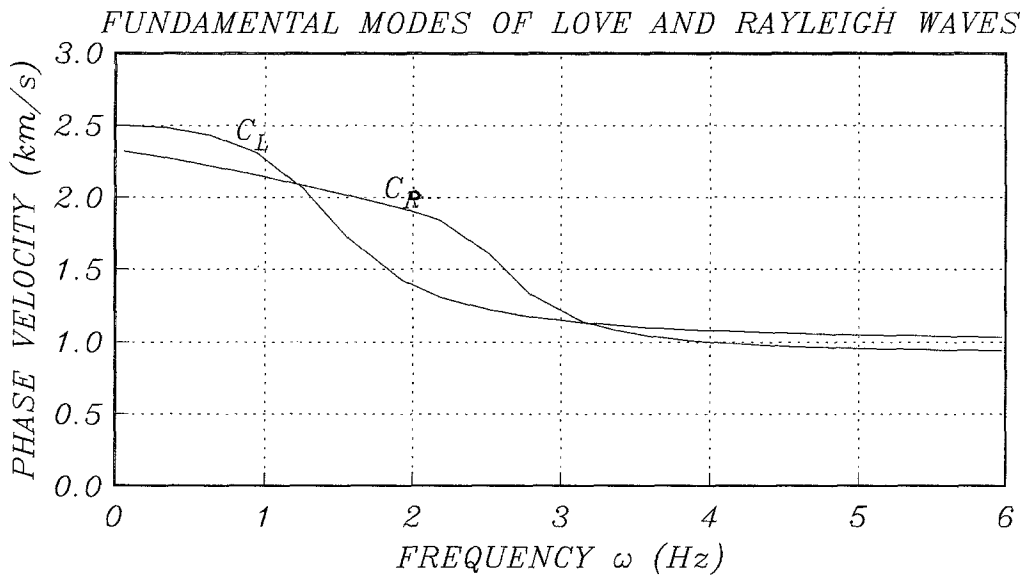


Figure 3. Dispersion curves for the fundamental modes of Love (C_L) and Rayleigh (C_R) waves corresponding to the 2D model studied by Kawase.

$$u_r = \sin(\phi - \phi_0) \exp[-i\omega/\beta_E \sin \gamma r \cos(\phi - \phi_0)], \text{ and}$$

$$u_\phi = \cos(\phi - \phi_0) \exp[-i\omega/\beta_E \sin \gamma r \cos(\phi - \phi_0)] \quad (17)$$

and construct a linear system of equations for the unknown coefficients $A_m, B_m, C_m,$ and D_m of the wave expansions. The solution is obtained in the least-squares sense.

The final expressions for the horizontal components of

the 3D displacement field at the surface of the basin will consider equations (15) and (16) to account for lateral effects. We shall represent the Cartesian components of these displacements (by a simple transformation of coordinates, i.e., from r, ϕ to x, y) as $[U_x^{sw}]$ and $[U_y^{sw}]$, respectively. At the boundary, these Cartesian components can be written as $-2u_0 \sin \phi_0$ and $2u_0 \cos \phi_0$, omitting the common factor $\exp[-i\omega/\beta_E \sin \gamma r \cos(\phi - \phi_0)] = \exp[-i\omega/\beta_E \sin \gamma x']$. These are the Cartesian equivalent of equations (17). There-

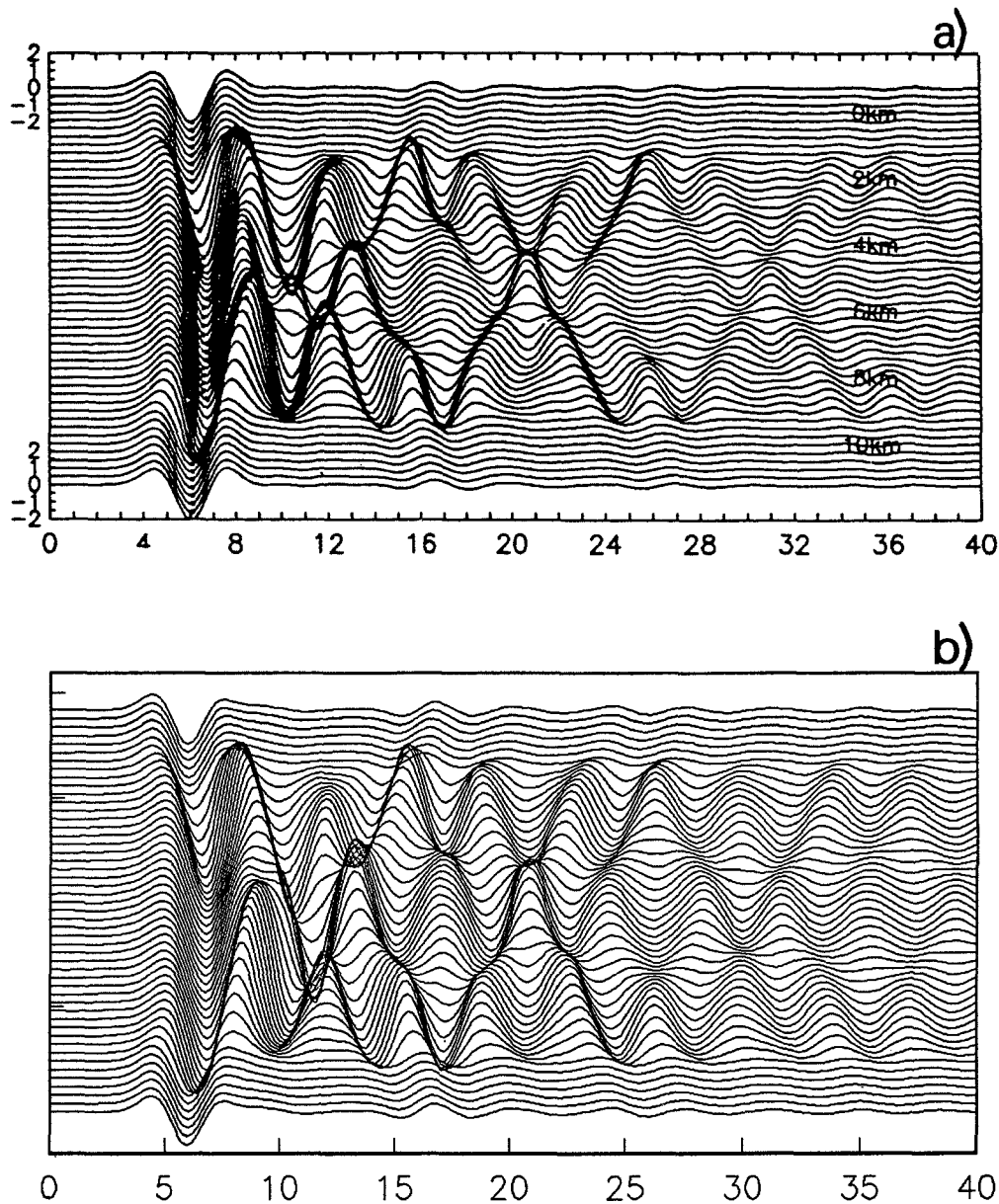


Figure 4. Synthetic seismograms for vertical incidence of *SH* waves at the rectangular deposit. (a) Results from Kawase, (b) results from this work.

fore, we can write the following for the surface horizontal displacements:

$$11u_x = 2u_0 \left\{ \frac{-\omega_0^2 \sin \phi_0 \exp(-i\omega/\beta_E \sin \gamma x') - \hat{\omega}^2 [U_x^{sw}]}{\omega_0^2 - \hat{\omega}^2} \right\} \quad (18)$$

$$u_y = 2u_0 11 \left\{ \frac{\omega_0^2 \cos \phi_0 \exp(-i\omega/\beta_E \sin \gamma x') - \hat{\omega}^2 [U_y^{sw}]}{\omega_0^2 - \hat{\omega}^2} \right\} \quad (19)$$

These formulas match boundary conditions at every point of the irregular boundary. The 1D and the locally generated parts of response are represented by the first and second terms, respectively, in each formula. In addition to the equivalent damping introduced in ω_0 , we considered hysteretic damping for the lateral effects by multiplying the wavenumbers k and q by $(1 - i/2Q)$, where $Q =$ quality factor. In this way, the internal dissipation of energy is approximately accounted for.

In order to gauge the validity of our approach we present, in what follows, some comparisons with rigorous solutions. Then, the response of an irregular configuration is studied both in frequency and time domains.

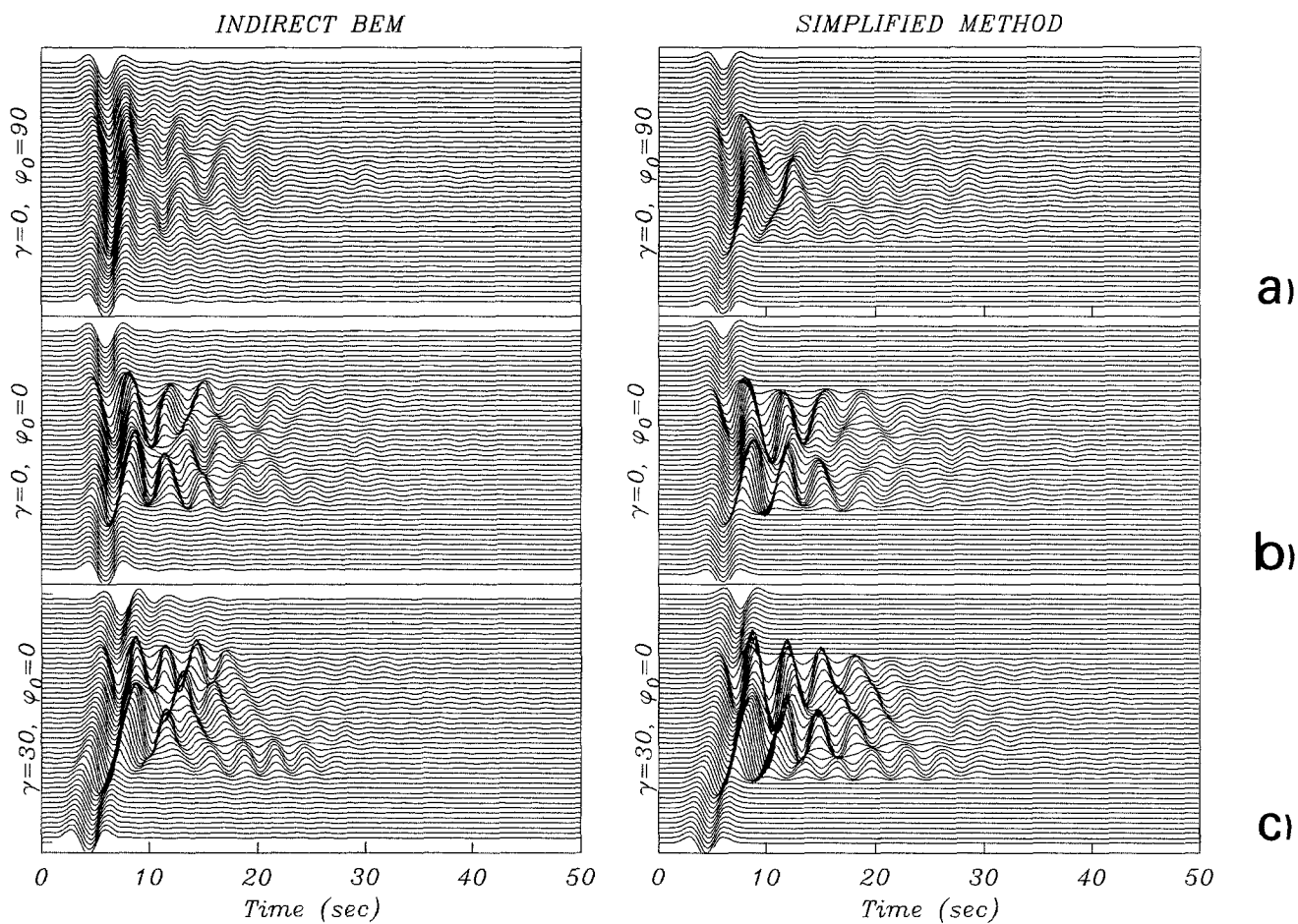


Figure 5. (a), (b) Synthetic seismograms along section A-A' for $\gamma = 0, \phi_0 = 90, 0$, respectively, and (c) for $\gamma = 30, \phi_0 = 0$. Left: results from Sánchez-Sesma and Luzón (1995); right: our computations.

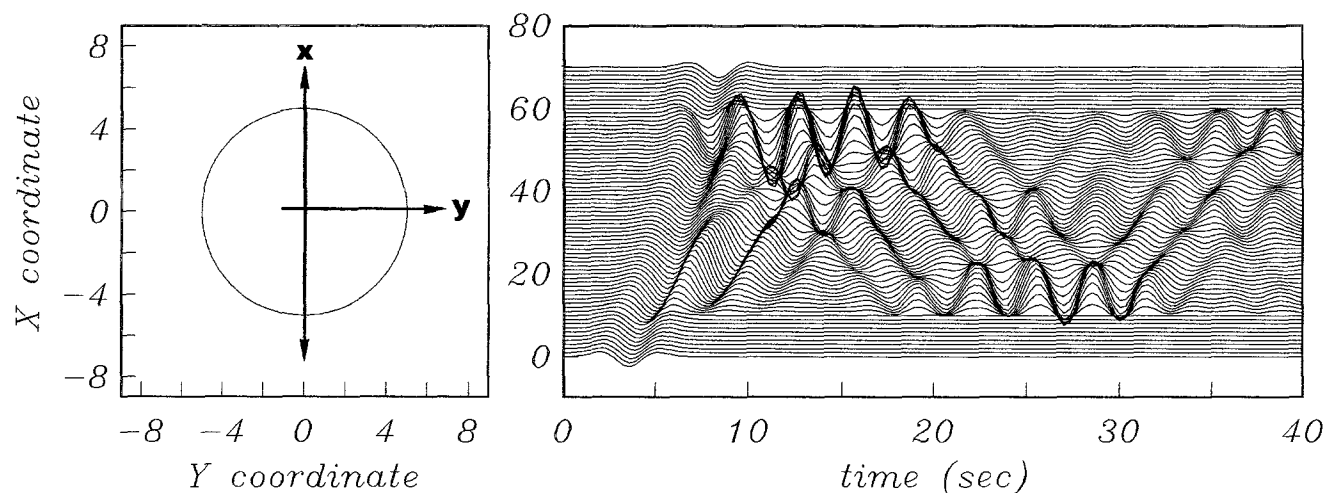


Figure 6. Synthetic seismograms (u , displacement) for oblique incidence in the axisymmetric deposit $\gamma = 60$ and $\phi_0 = 0$.

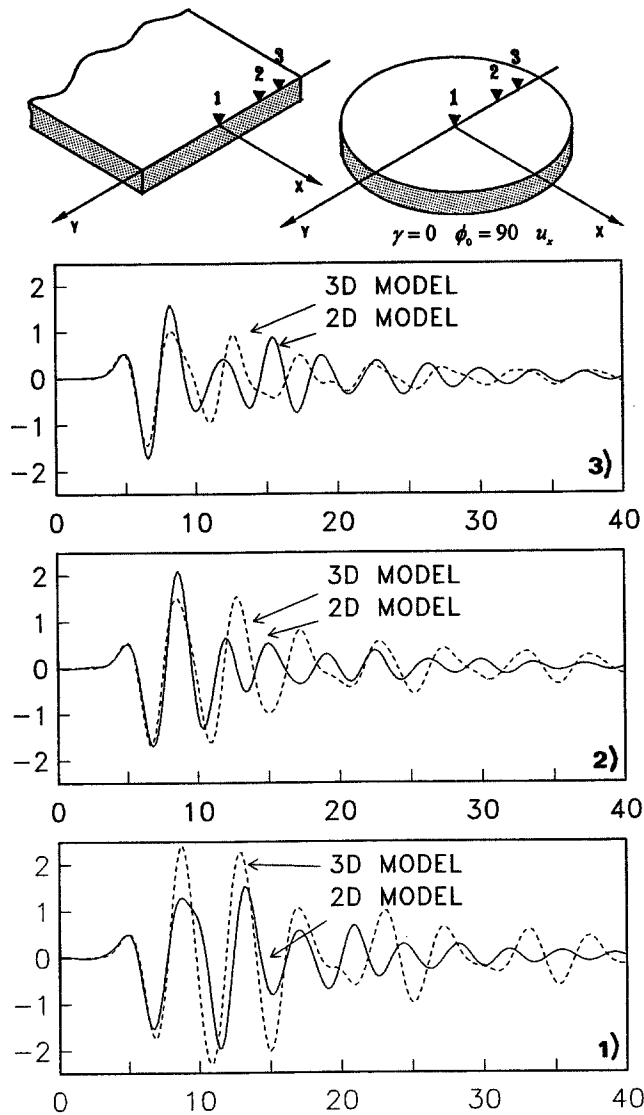


Figure 7. Synthetic seismograms for three correlated points on the two- and three-dimensional models, $\gamma = 0$ and $\phi_0 = 90$.

Results

To compare our results with those from rigorous computations, let us consider the 2D model studied by Kawase (personal comm.) using the discrete wavenumber boundary element method (Kawase and Aki, 1989). It consists of a flat soft layer with a rectangular basement (with reference to Fig. 1, $h = 1$ km and $a = 4$ km). Shear-wave velocities are 1 and 2.5 km/sec for layer and basement, respectively. It was assumed a Poisson ratio of one-third and uniform density through the model. Figure 3 displays the dispersion curves for the Love and Rayleigh fundamental modes for the model.

For obtaining synthetics, the fast Fourier transform algorithm has been used. Figure 4 displays our results and Kawase's ones for vertical incidence of SH waves. The input signal is a Ricker wavelet with characteristic period of 4 sec, which corresponds to the fundamental frequency of the sin-

gle layer. There is remarkable similarity between both sets of synthetics, with some minor differences that, no doubt, are related to our approximations. The fact that such a good fit can be obtained with a single formula is encouraging. Perhaps we are beginning to understand the mechanisms of seismic response of shallow valleys.

For an axisymmetric three-dimensional valley (as the one depicted in Fig. 2b) with the same mechanical properties, depth, and radius (half-width) of the previous example, we applied equations (18) and (19) and assume the characteristic period for the Rickers' wavelet to be 4 sec. Figure 5 displays synthetic seismograms along the x axis (section A-A') for the three cases. The first two correspond to vertical incidences ($\gamma = 0^\circ$) with $\phi_0 = 90, 0$, respectively. Therefore, the incident motions are in the u_x and u_y directions. Figures 5a and 5b present the corresponding synthetics. Figure 5c depicts the synthetics for an oblique incidence with $\gamma = 30^\circ$ and azimuth $\phi_0 = 0$. The only motion along section A-A' is u_y . In these three cases, the displayed seismograms have the same direction of motion as the incident waves. The first set of results in Figure 5 (left) corresponds to the computation done by Sánchez-Sesma and Luzón (1995) using an indirect boundary element method, whereas the second one (right) is the result of our computations. Synthetics from both methods are very similar. However, our results overestimate somewhat the amplitudes with respect to those from the rigorous IBEM. Figure 5a clearly shows the three-dimensional character of the longitudinal section which is governed basically by Rayleigh waves, whereas Figures 5b and 5c display wave trains with velocity corresponding to Love waves. Of course, this interpretation is only a guideline because the motion is composed by the two types of waves. For this 3D example the fitting is only reasonable. This time, boundary conditions for our simplified approach correspond to a rigid surrounding and there is no way to account for leaking energy. This is the reason for the excess in amplitudes. In any event, the essential 3D effects are well represented.

Figure 6 shows synthetics for oblique incidence on the same axisymmetric deposit. In this case, the displacement for u_y with $\gamma = 60$ and $\phi_0 = 0$, shows high concentration of energy on the detectors of the opposite side, with respect to the direction of field incidence, which is a well-known result. It is also possible to identify the dispersive characteristics of the surface waves traveling from one side of the deposit to the other.

In order to compare results from this 3D example and the simplest 2D equivalent, we consider the response of three points along the y axis, assuming vertical incidence ($\gamma = 0^\circ$) and $\phi_0 = 90$. The incident motion is thus composed only by u_x . Figure 7 shows synthetics for an incident Ricker's wavelet with characteristic period $t_p = 4$ sec. Significant changes can be seen between 3D and 2D seismograms in both amplitude and duration.

These results allow us to establish that the response in flat valleys is composed by the one-dimensional response

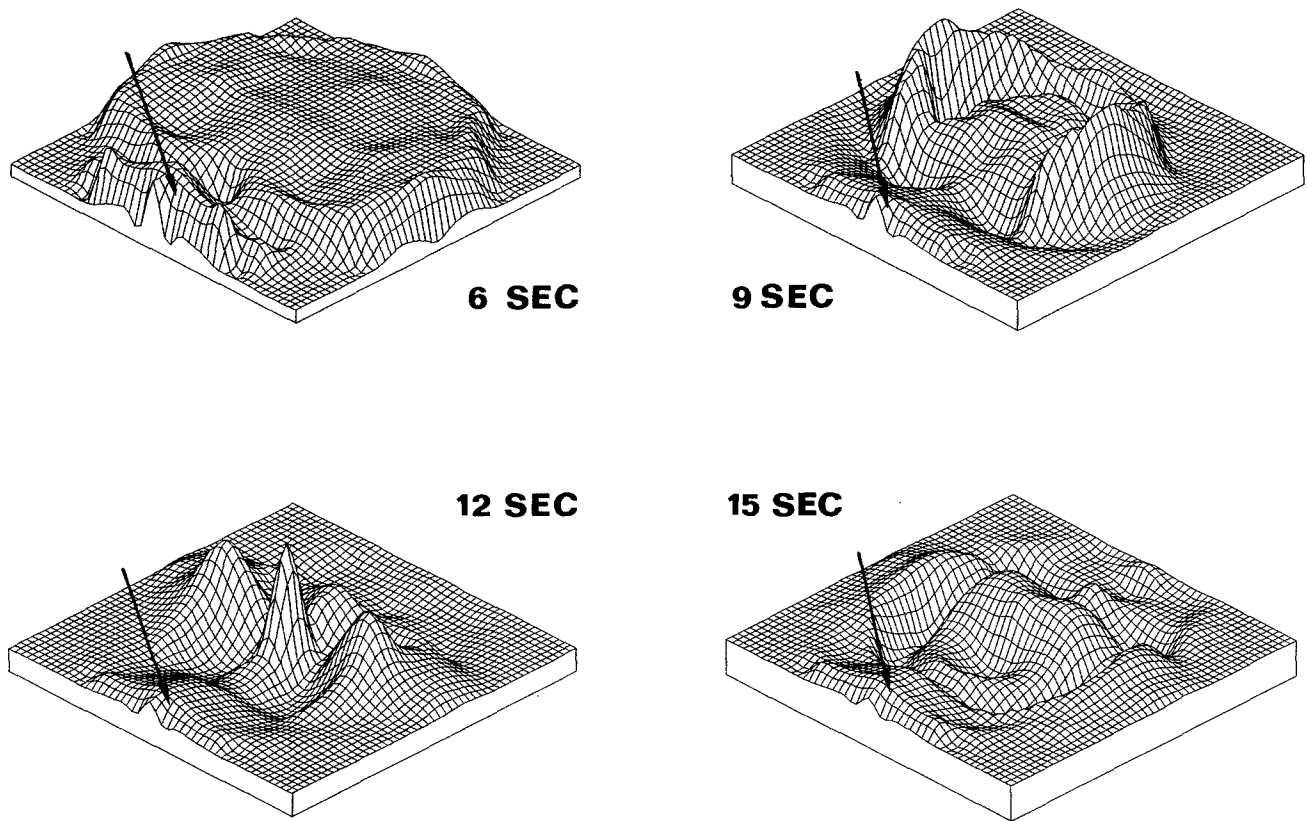


Figure 8. Sequence of amplitude of the u_x displacement at the surface of the irregular model on the grid. The times shown are 6, 9, 12, and 15 sec.

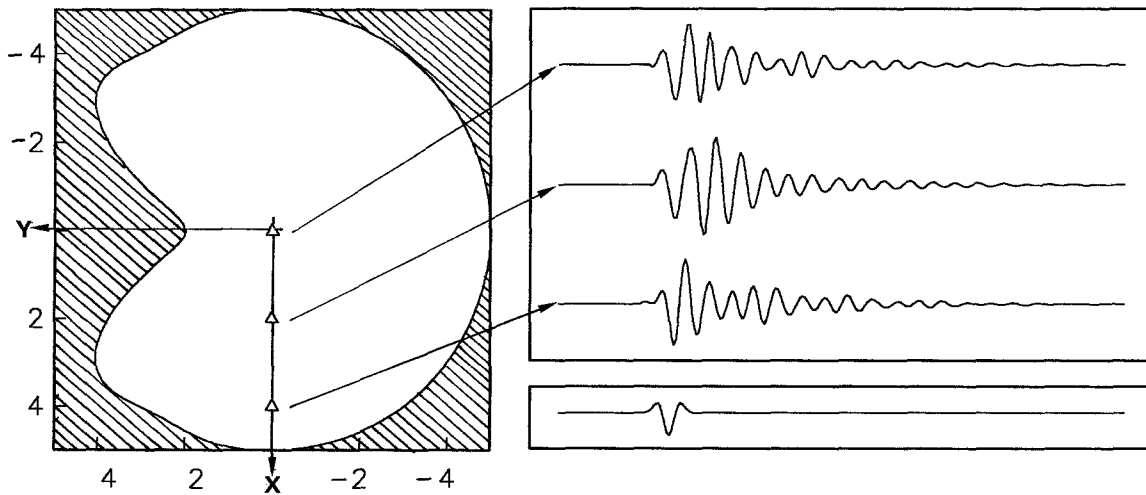


Figure 9. Synthetic seismograms at three points localized on the surface of the irregular model. The incoming Ricker's wavelet is shown below.

strongly modified by surface waves. This is particularly clear in Figure 5b ($\gamma = 0$ and $\phi_0 = 0$) due to the lower velocity of Love modes, although modified by other wave contributions from the basin's edge.

For the irregular configuration shown in Figure 2a, synthetic seismograms were computed on the whole surface of the deposit, using an equal-spaced grid of 5×5 km (cen-

tered at the origin of the deposit). In this case, $\gamma = 0$ and $\phi_0 = 0$, the characteristic period of the Ricker's wavelet was 4 sec. Figure 8 shows the sequence of amplitude of the u_x displacement at the surface of the grid at different times (6, 9, 12, and 15 sec). It shows the evolution of this horizontal displacement, which is essentially governed by the 1D contribution at earlier times, exhibiting lateral propagation of

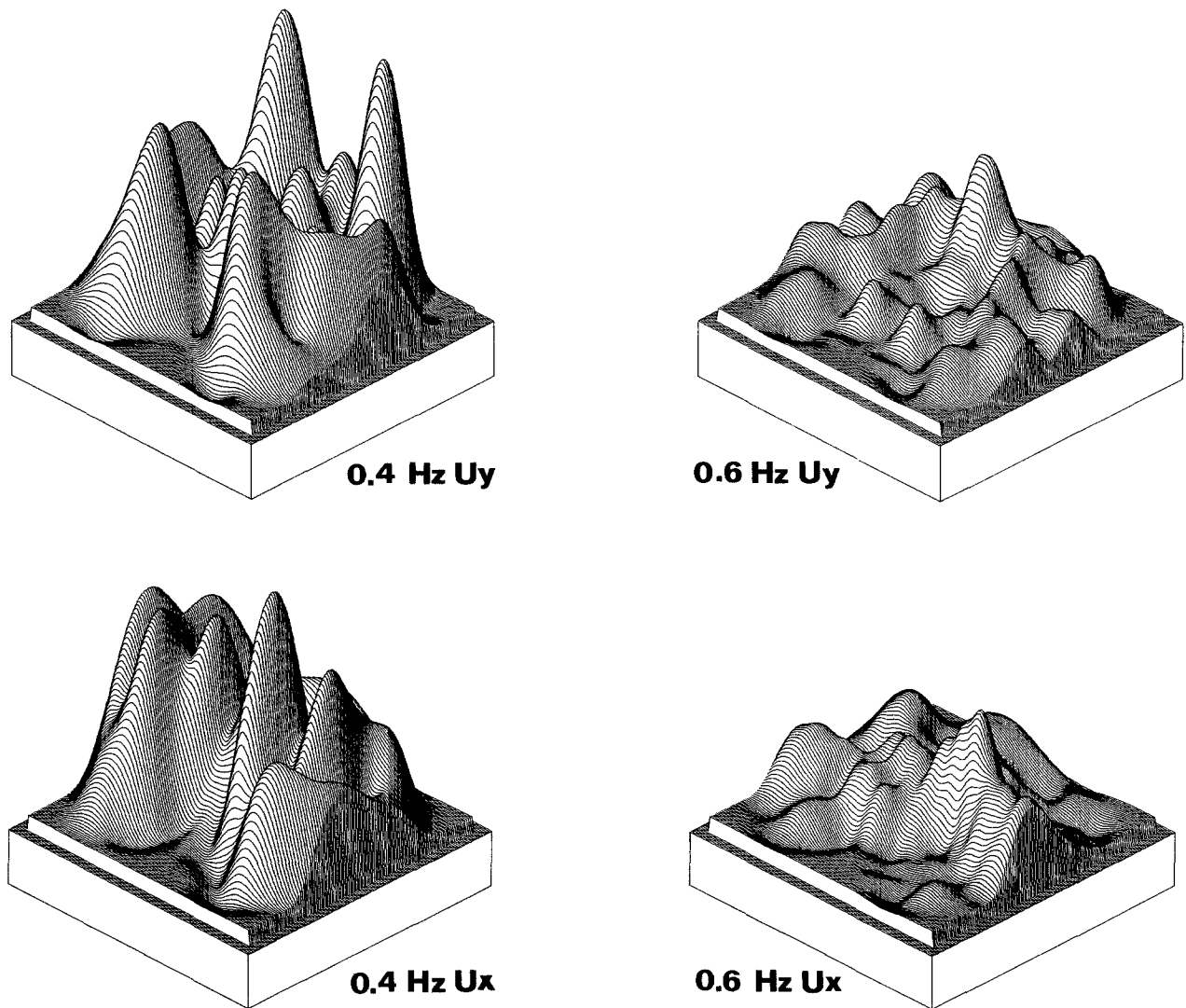


Figure 10. Computations for the amplitude (u_y and u_x) at a given frequency (“snapshots” of frequency) at the whole surface of the irregular model on the grid. The presented frequencies are 0.4 and 0.6 Hz.

surface waves for later times. The arrows indicate the passage of the incoming wave field.

In order to observe the time history of the horizontal (u_x) displacement at different locations on the surface of the irregular deposit, Figure 9 shows the computed synthetic seismograms at three points from the center to the edge of the model. The properties of the incoming Ricker’s wavelet (shown below) are the same for Figure 8. The highest amplitude corresponds to the point localized farther from the deposit edges. Moreover, the waveform is now affected by the irregular boundary shape.

For the same configuration, Figure 10 shows computations for the amplitude at a given frequency (“snapshots” of frequency) on the whole surface of the grid. The frequencies studied (0.4, 0.6 Hz) show the increase of complexity in the distribution of maxima with increasing frequency. Moreover, they can be correlated to the irregular shape of the

deposit’s boundary. In this case, referring to Figure 2a, $\gamma = 60$, $\phi_0 = 90$. The represented amplitude corresponds to the y and x directions.

Conclusions

A simplified formulation has been presented to approximately simulate the low-frequency seismic response of three-dimensional shallow alluvial valleys. It stems from the exact solution for the antiplane response of a rectangular deposit with a moving rigid base. Such a solution, which separately accounts for 1D response and lateral effects, is used as a framework for our approximations. In particular, the spectral signature of locally generated surface waves, which is explicit, is preserved. Results are presented for two- and three-dimensional cases. Comparisons are provided with rigorous solutions to validate our approximations.

Despite the simplicity of our models, we believe they capture the physics of the phenomenon and allow for fast and accurate computations for the low-frequency seismic response in shallow 3D irregular configurations. Our results allow us to point out the remarkable role played by surface waves in the basin's response. They suggest that reasonable estimates of seismic ground motion in extended alluvial valleys can be obtained using simplified models. This is the subject of our current research.

Acknowledgments

Thanks are given to H. Kawase for providing us with his results, The comments of G. Ekström and one unknown reviewer helped improve the manuscript. Part of the computations were done at the CRAY-YMP of UNAM, Mexico. This work was partially supported by Secretaría General de Obras del Departamento del Distrito Federal, Mexico, by Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, México, under Grant Number P0523-T9109, by Dirección General de Asuntos del Personal Académico of UNAM, under Grant Number IN104792 and by the European Community under Grant Number CI1-CT92-0036.

References

- Aki, K. and P. G. Richards (1980). *Quantitative Seismology: Theory and Methods*, W. H. Freeman and Co., San Francisco.
- Aki, K. (1988). Local site effects on strong ground motion, *Earthquake Engineering and Soil Dynamics II—Recent Advances in Ground Motion Evaluation*, J. L. Von Thun (Editor), Geotechnical Special Publication No. 20, American Society of Civil Engineering, New York, 103–155.
- Bard, P. Y. and M. Bouchon (1985). The two-dimensional resonance of sediment-filled valleys, *Bull. Seism. Soc. Am.* **75**, 519–541.
- Calderón, C., F. J. Sánchez-Sesma, and M. A. Bravo (1992). Seismic response of soft-soil deposits using a hybrid method, in *Proc. Int. Symp. on the Effects of Surface Geology on Seismic Motion*, Vol. 1, The Association for Earthquake Disaster Prevention, Tokyo, 179–184.
- Fujiwara, H. and H. Takenaka (1992). Approximation method for surface waves generated in a large sedimentary plain (2), Abstract of Fall Meeting, The Seismological Society of Japan, No. 1, 25.
- Graves, R. and R. Clayton (1992). Modeling path effects in three-dimensional basin structures, *Bull. Seism. Soc. Am.* **82**, 81–103.
- Hisada, Y., K. Aki, and T.-L. Teng (1993). 3D simulations of surface wave propagation in the Kanto sedimentary basin, Japan, Part 2: Application of the surface wave BEM, *Bull. Seism. Soc. Am.* **83**, 1700–1720.
- Horike, M., H. Uebayashi, and Y. Takeuchi (1990). Seismic response in three-dimensional sedimentary basin due to plane *S* wave incidence, *J. Phys. Earth* **38**, 261–284.
- Kawase, H. and K. Aki (1989). A study on the response of a soft basin for incident *S*, *P* and Rayleigh waves with special reference to the long duration observed in Mexico City, *Bull. Seism. Soc. Am.* **79**, 1361–1382.
- Rodríguez-Zúñiga, J. L. and F. J. Sánchez-Sesma (1991). Response spectra in a layered medium with lateral irregularity, in *IX National Congress of Seismic Engineering and VIII National Congress of Structural Engineering*, Vol. 1, 2-109–2-118, Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica, A. C., México, D.F., México.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1987). Site effects on strong ground motion, *Int. J. Earthquake Eng. Struct. Dyn.* **6**, 124–132.
- Sánchez-Sesma, F. J. and F. Luzón (1995). Seismic response of three-dimensional alluvial valleys for incident *P*, *S*, and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **85**, 269–284.
- Centro de Investigación Sísmica, A.C.
Carretera al Ajusco 203, Col. H. de Padierna
Tlalpan 14200 México D.F., México
(J.L.R.-Z., F.J.S.-S., L.E.P.-R.)
Instituto de Ingeniería, UNAM
Cd. Universitaria, Apdo. 70-472
Coyoacán 04510 México D.F., México
(F.J.S.-S.)

Manuscript received 26 October 1993.

Apéndice (E)

Artículo: Computing topographical 3D site effects using a fast IBEM/conjugate gradient approach.
Revista: *Bull. Seism. Soc. Am.*, Vol **88** No. 2, pp 393-399. (1998)
Autores: Ortiz-Alemán, C, F J Sánchez-Sesma, J L Rodríguez-Zúñiga y F Luzón.

Computing Topographical 3D Site Effects Using a Fast IBEM/Conjugate Gradient Approach

by Carlos Ortiz-Alemán, Francisco J. Sánchez-Sesma, José L. Rodríguez-Zúñiga,
and Francisco Luzón

Abstract We briefly review the basis of the indirect boundary element method (IBEM) and apply it to compute the seismic response of three-dimensional topographic features for incident P and S waves. The method is based on the integral representation for scattered and diffracted waves using single-layer boundary sources. This approach is called indirect because source strengths should be obtained as an intermediate step. Boundary conditions lead to a system of integral equations for surface's sources. The discretization is based on the approximate rectification of involved surfaces using circles. This allows simple numerical and analytical integration of the exact Green's function for an unbounded, homogeneous, isotropic elastic space. In previous work, the accuracy of this approach has been verified. However, a serious limitation comes from the maximum frequency of interest because the size of the coefficient matrix grows as the square of frequency, and it can be easily too large for problems of practical interest. To overcome this difficulty, various threshold criteria were designed taking advantage from the significant spatial decay exhibited by Green's functions. Fast approximate solutions were obtained by using sparse matrix computations. Encouraging results are presented.

Introduction

Site effects due to surficial geology can produce amplification of seismic ground motion to a large extent. In order to predict such effects, several methods have been developed to simulate the seismic response of models from topographic profiles and alluvial basins under incidence of elastic waves. For a recent review, the reader is referred to Sánchez-Sesma (1996).

Such numerical methods are designed to solve the equations of motion with varying degrees on complexity and realism, yet with some limitations. Among them, we have the finite-element method (FEM), the finite-difference method (FDM), the boundary element method (BEM), the discrete wavenumber method (DWN), and the so-called hybrid methods. Most of them can deal with plane SH , P , and Rayleigh waves. In many instances, a realistic input to the site models can be simulated for various source types (Olsen *et al.*, 1995; Bouchon and Barker, 1996; Graves, 1996; Olsen and Archuleta, 1996).

Boundary element methods have been applied to calculate the seismic response of various types of geological structures (Sánchez-Sesma and Campillo, 1991, 1993; Sánchez-Sesma *et al.*, 1993; Pedersen *et al.*, 1994; Sánchez-Sesma and Luzón, 1995). Dimensionality reduction and a relatively simple fulfillment of radiation conditions at infinity are recognized advantages over domain approaches. However, some of the capabilities from finite differences and

finite elements for modeling complex configurations are not available yet in the IBEM formulation. Nevertheless, there is a wide class of problems where information on geometry and properties has large uncertainties, so a full-fledged finite-difference analysis may be quite expensive as compared to a simple IBEM study.

Yet, another difficulty arises because the size of the coefficient matrix grows with frequency (in 3D problems, such growth goes with the square of frequency), and it can easily be too large for problems of practical interest.

This article is an extension of a recent study in which the IBEM was applied to simulate wave diffraction by three-dimensional topographies (Luzón *et al.*, 1997). Our goal now is to reduce the numerical burden of this method. We follow the approach suggested by Bouchon *et al.* (1995) to take advantage of the significant spatial decay ($1/r$) of elastic Green's functions for displacements and tractions. Then, after selecting a threshold criterion, we neglect very small entries in the coefficient matrix, which become sparse, and the system of equations is dealt with using the conjugate gradient iterative approach.

Integral Representation Using Boundary Sources

Consider the domain V , occupied by an elastic material, and its boundary S . The displacement field under harmonic

excitation, neglecting body forces, can be expressed by means of the single-layer boundary integral:

$$u_i(\bar{x}) = \int_S \phi_j(\bar{\xi}) G_{ij}(\bar{x}, \bar{\xi}) dS_{\xi}, \quad (1)$$

where $u_i(\bar{x})$ is the i th component of displacement at \bar{x} , $G_{ij}(\bar{x}, \bar{\xi})$ denotes the Green's function, and $\phi_j(\bar{\xi})$ is the force density at $\bar{\xi}$ in the direction j .

This integral representation allows computation of stresses and tractions by direct application of Hooke's law, except at boundary singularities. Considering equilibrium conditions around an internal neighborhood of the boundary and by a limiting process, it is possible to write

$$t_i(\bar{x}) = \frac{1}{2} \phi_i(\bar{x}) + \int_S \phi_j(\bar{\xi}) T_{ij}(\bar{x}, \bar{\xi}) dS_{\xi}, \quad (2)$$

where t_i is the i th component of traction at the boundary and $T_{ij}(\bar{x}, \bar{\xi})$ denotes traction of the Green's function. Further details can be found in Sánchez-Sesma and Campillo (1991) and Sánchez-Sesma and Luzón (1995). Detailed expressions are given there for the Green's functions in 2D and 3D, respectively.

Diffraction of Elastic Waves by Topography

Consider a three-dimensional topographical feature as shown in Figure 1. The total ground motion in this configuration is the result from the superposition of the so-called diffracted waves and the free field:

$$u_i = u_i^{(0)} + u_i^{(d)}, \quad (3)$$

where $u_i^{(0)}$ is free-field displacement, which is the solution to the equations of motion in absence of irregularity. In the case of incidence of plane waves upon a half-space or a horizontally layered media, such a reference solution is analytical and under certain conditions can be extended beyond

the original definition domain (see Sánchez-Sesma and Campillo, 1991).

The diffracted field is given by

$$u_i^{(d)} = \int_S \phi_j(\bar{\xi}) G_{ij}(\bar{x}, \bar{\xi}) dS_{\xi}. \quad (4)$$

The traction free-boundary condition implies that

$$t_i^{(0)} + t_i^{(d)} = 0; \quad (5)$$

then, from equation (2),

$$\frac{1}{2} \phi_i(\bar{x}) + \int_S \phi_j(\bar{\xi}) T_{ij}(\bar{x}, \bar{\xi}) dS_{\xi} = -t_i^{(0)}(\bar{x}). \quad (6)$$

This expression is discretized along a finite portion of the boundary S . Assuming that $\phi_j(\bar{\xi})$ is constant over each of the boundary elements leads to a system of linear equations with the following form:

$$\sum_{l=1}^N \phi_j(\xi_l) t_{ij}(x_n, \xi_l) = -t_i^{(0)}(x_n) \quad \text{for } n = 1, \dots, N, \quad (7)$$

where

$$t_{ij}(x_n, \xi_l) = \frac{1}{2} \delta_{ij} \delta_{nl} + \int_{\Delta S_l} T_{ij}(x_n, \xi) dS_{\xi}. \quad (8)$$

These integrals are computed numerically except when $n = l$. In this case, we have

$$t_{ij}(x_n, \xi_n) = \frac{1}{2} \delta_{ij}. \quad (9)$$

Once the values of $\phi_j(\xi_l)$ are known, the diffracted field is computed by means of

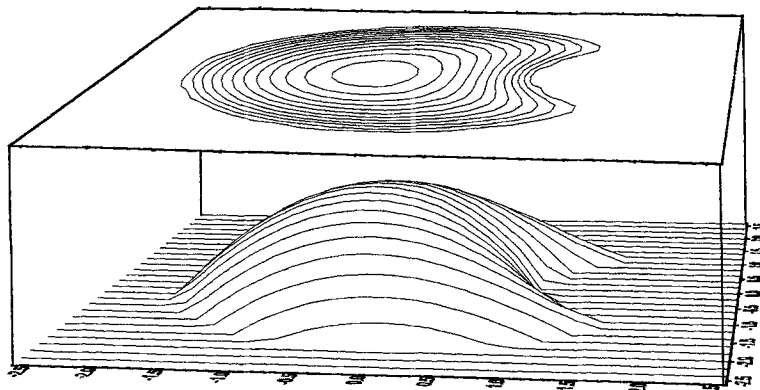


Figure 1. Plan and cross section of the three-dimensional mountain of irregular shape on the surface of an elastic half-space. Surface geometry is given by equation (13).

$$u_i^{(d)} = \sum_{l=1}^N \phi_j(\xi_l) g_{ij}(x, \xi_l), \quad (10)$$

where

$$g_{ij}(x, \xi_l) = \int_{\Delta S_l} G_{ij}(x, \xi) dS_\xi. \quad (11)$$

These integrals are also computed numerically, except in the case when x lies in a neighborhood of ξ_l , for which analytical expressions were used. This kind of approximation is enough if the minimum wavelength is at least four diameters.

Fast IBEM/Conjugate Gradient Approach

The system of linear equations expressed by (7) can be written in matrix form as

$$M\Phi = t. \quad (12)$$

The total number of equations is three times the number of boundary elements. The amplitudes of the complex coefficient matrix M are larger for its main diagonal terms.

IBEM formulations give rise to large systems of equations, and the considerable amount of operations required for solving them suggests the possibility of getting some benefit from exploitation of sparsity. Significant computational savings can be reached by reducing floating-point operations up to a fraction of those originally required for the full system's solution.

Following the suggestion from Bouchon *et al.* (1995), matrix inversion was speeded up by removing some matrix entries by applying various threshold criteria. In other words, the Green's functions exhibit a significant spatial decay ($\sim 1/r$) in 3D, and the associated stresses may have very small influence at large relative distances. However, we should note that, for a given discretization, the stresses are a growing linear function of frequency.

Results

In order to test this approach, we studied the seismic response of the 3D mountain of irregular shape on the surface of an elastic half-space as depicted in Figure 1. The region is formed by points from the $z = 0$ plane with $r < a$ and $R > b$ or $r > a$, where $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$ and $R = [(x - a)^2 + y^2]^{1/2}$. The surface geometry is given by

$$z(x, y) = h(R^2 - b^2) \left[1 - \frac{2a(a - x)}{R^2} \right], \quad (13)$$

where $a = 2$ km, $b = 1$ km, and $h = 0.2$. S -wave propagation velocity was $\beta = 1$ km/sec, Poisson coefficient was $\nu = 0.25$, and the quality factor for P and S waves was assumed to be $Q = 500$.

We considered a 377-element discrete region for these computations. Thus, the resultant system of equations was represented by a 1131×1131 matrix. Amplitudes from off-diagonal elements grow as a function of frequency for a given discretization, giving raise to a decrease of the system's condition number. In any case, nonzero elements are roughly 80% of the total number of matrix locations, so strictly speaking, we are not dealing with a sparse system. Original nonzero elements location pattern is shown in Figure 2a.

In order to transform original systems into sparse matrix approximations, as suggested by Bouchon *et al.* (1995), a thresholding strategy was designed from simplified relations based on the physics of problem formulation. According to this new approach, all contributions from elements located

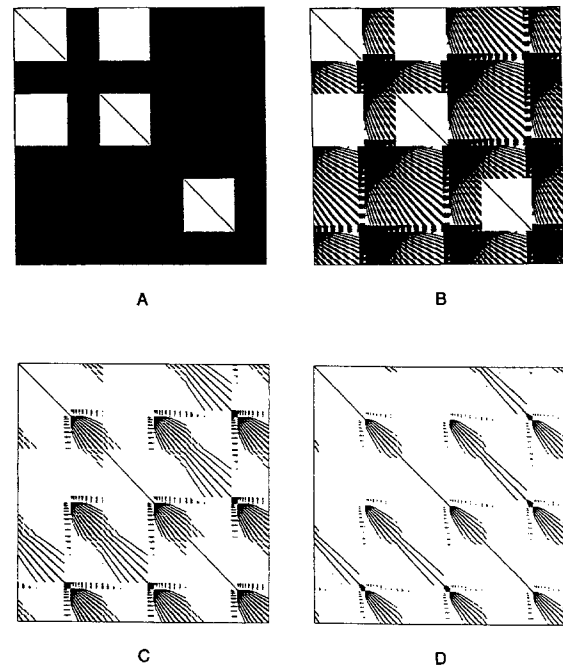


Figure 2. Nonzero elements location patterns corresponding to (a) original full system; (b) sparse approximation for a threshold value estimated from equation (14) by considering $\epsilon = 0.01$; (c) case for $\epsilon = 0.03$; (d) case for $\epsilon = 0.05$.

Table 1

Size of sparse matrices formed after applying threshold criteria. Storage requirements are relative to the original full system's size. CPU times are normalized respect to time consumption for the solution of the full system by using sparse matrix computations.

Threshold (ϵ)	Nonzero	Storage	CPU Time
0	1,003,519	0.7845	1.0
0.01	609,329	0.4763	0.6
0.03	87,359	0.0683	0.08
0.05	32,195	0.0250	0.03

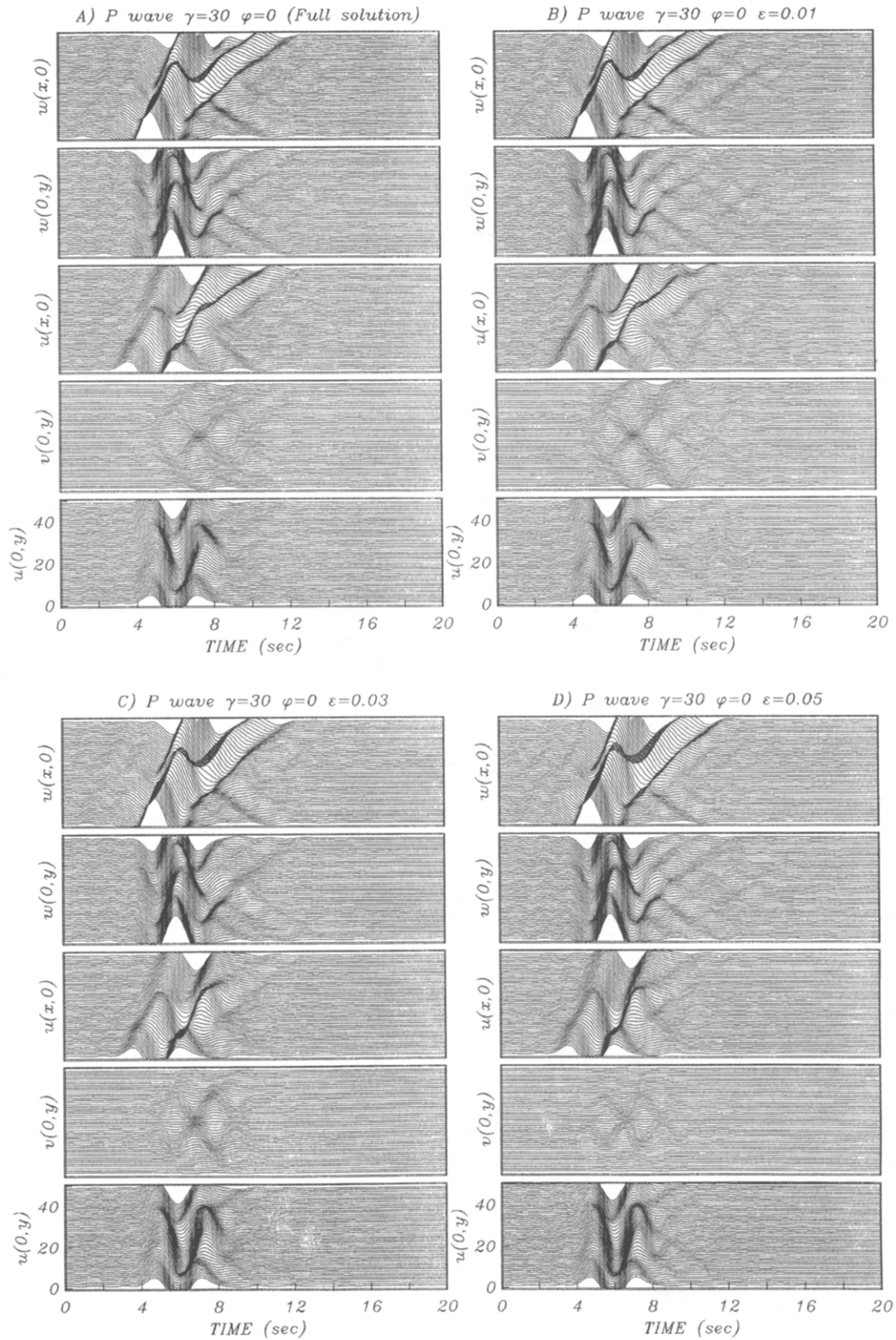


Figure 3. Synthetic seismograms for incident P waves, with azimuth $\phi = 0$, and an incidence angle $\gamma = 30^\circ$. A Ricker wavelet was considered as incoming wave, with a characteristic period $t_p = 3$ sec. Displacements were computed from transfer functions corresponding to (a) full system's solution; (b) sparse approximation for a threshold value estimated from equation (14) by considering $\varepsilon = 0.01$; (c) case for $\varepsilon = 0.03$; (d) case for $\varepsilon = 0.05$.

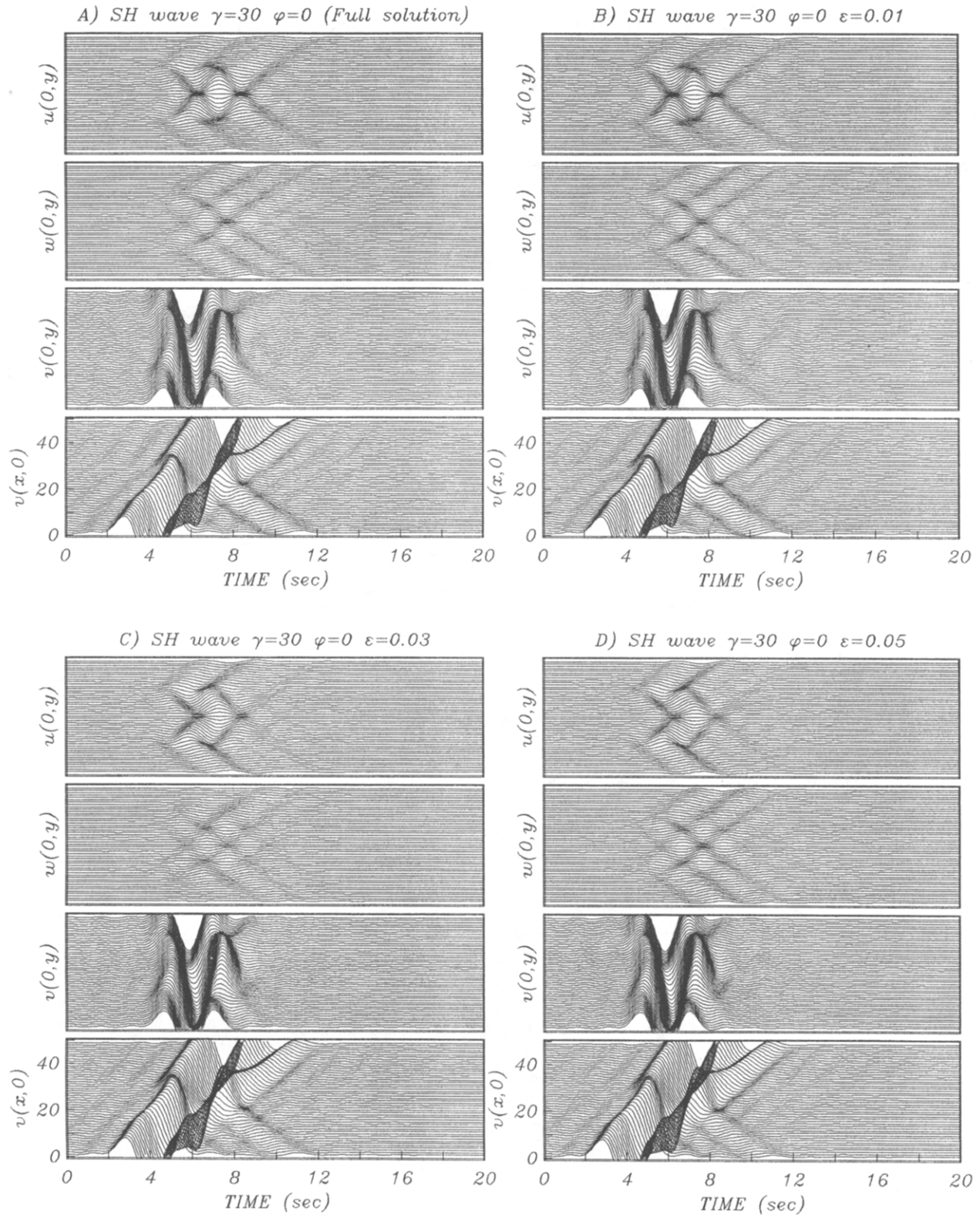


Figure 4. Synthetic seismograms for incident *SH* waves, with azimuth $\phi = 0$, and an incidence angle $\gamma = 30^\circ$. A Ricker wavelet was considered as incoming wave, with a characteristic period $t_p = 3$ sec. Displacements were computed from transfer functions corresponding to (a) full system's solution; (b) sparse approximation for a threshold value estimated from equation (14) by considering $\epsilon = 0.01$; (c) case for $\epsilon = 0.03$; (d) case for $\epsilon = 0.05$.

outside a distance ratio from the point of tractions evaluation were removed. Such a distance ratio was computed as

$$r \approx \frac{\pi\eta}{\varepsilon N_b}, \quad (14)$$

where N_b is the number of boundary elements and ε is a control parameter expressed as a percentage of the corresponding density force φ . Another advantage from this strategy compared to an amplitude criteria is that frequency dependence can be ignored by assigning a constant value to the normalized frequency $\eta = \eta_{\max}$ (maximum value allowed by discretization). In this way, sparsity patterns are the same for all frequency steps, and computation of indexes from nonzero elements is performed just once, allowing additional computational savings.

Considering $\eta_{\max} = 2$, various sparsity patterns for $\varepsilon = 0.01, 0.03$, and 0.05 are presented in Figures 2b, 2c, and 2d, respectively. The resultant sparse matrices were inverted by using a biconjugate gradient approach similar to that described by Press *et al.* (1994). Convergence rates were improved by using the main diagonal part of the coefficient matrix as a preconditioner. The iterations required by the algorithm grow linearly from 6 to 8 steps for the zero frequency until 13 to 16 steps for the highest frequency. The corresponding number of nonzero elements, normalized storage requirements with respect to the original system's size, and normalized CPU time relations are included in Table 1.

Synthetic seismograms were computed assuming a Ricker wavelet as incoming wave, with a characteristic period $t_p = 3$ sec. We considered the incidence of P and SH waves, with an azimuth $\phi = 0$, and an incidence angle $\gamma = 30^\circ$ with respect to the vertical. Time-domain responses along two orthogonal directions ($x = 0$ and $y = 0$) were computed. Computation of the full system was carried out by using the same sparse matrix–biconjugate gradient routine for comparison purposes. CPU times were significantly reduced with respect to those using standard matrix inversion methods.

Results for cases of P - and SH -wave incidence are portrayed in Figures 3 and 4, respectively. In both cases, reductions in the number of retained elements led to a progressive loss of minor reflections and small-amplitude distortions on seismic ground motion. Nevertheless, the main features of motion are preserved even when the size of sparse systems represents less than 3% of the original system's size.

Conclusions

Linear systems derived from the application of the indirect boundary element method (IBEM) can be converted into sparse systems by using threshold criteria, as suggested

by Bouchon *et al.* (1995) for the boundary element method (BEM). The solution of such sparse versions, instead of the original full IBEM systems, implied significant savings on both floating-point operations and storage requirements.

IBEM formulations give raise to slow variations on sets of equations from successive frequency calculations. By using the conjugate gradient approach, some extra benefit was reached as the solution from each one of these sets was taken as an initial guess for solving the next frequency step.

Acknowledgments

Thanks are given to J. A. Rial, H. Fujiwara, and an anonymous reviewer for their critical reading of the manuscript. A. Iglesias and V. M. Cruz kindly helped us in preparing some of the figures. This work was partially supported by Secretaría General de Obras del DDF, CONACyT under Grant 1825P-T9507, Instituto Mexicano del Petróleo, and DGAPA-UNAM under Grant IN108295.

References

- Bouchon, M. and J. S. Barker (1996). Seismic response of a hill: the example of Tarzana, California, *Bull. Seism. Soc. Am.* **86**, 66–72.
- Bouchon, M., C. A. Schultz, and M. N. Toksöz (1995). A fast implementation of boundary integral equation methods to calculate the propagation of seismic waves in laterally varying layered media, *Bull. Seism. Soc. Am.* **85**, 1679–1687.
- Graves, R. W. (1996). Simulating realistic earthquake ground motions in regions of deep sedimentary basins, *Proc. of the 11th World Conference on Earthquake Engineering*, Acapulco, México, 23–28 June.
- Luzón, F., F. J. Sánchez-Sesma, J. L. Rodríguez-Zúñiga, A. M. Posadas, J. M. García, J. Martín, M. D. Romacho, and M. Navarro (1997). Diffraction of P , S and Rayleigh waves by three-dimensional topographies, *Geophys. J. Int.* **129**, 571–578.
- Olsen, K. B. and R. J. Archuleta (1996). Three-dimensional simulation of earthquakes on the Los Angeles fault system, *Bull. Seism. Soc. Am.* **86**, 575–596.
- Olsen, K. B., R. J. Archuleta, and J. R. Matarese (1995). Three-dimensional simulation of a magnitude 7.75 earthquake on the San Andreas fault, *Science* **270**, 1628–1632.
- Pedersen, H. A., F. J. Sánchez-Sesma, and M. Campillo (1994). Three-dimensional scattering by two-dimensional topographies, *Bull. Seism. Soc. Am.* **84**, 1169–1183.
- Press, W. H., B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling (1994). *Numerical Recipes*, Cambridge U Press, Cambridge.
- Sánchez-Sesma, F. J. (1996). Strong ground motion and site effects, in *Computer Analysis and Earthquake Resistant Structures*, D. E. Beskos and S. A. Anagnostopoulos (Editors), Comp. Mech. Publications, Southampton, 200–229.
- Sánchez-Sesma, F. J. and M. Campillo (1991). Diffraction of P , SV and Rayleigh waves by topographical features: a boundary integral formulation, *Bull. Seism. Soc. Am.* **81**, 2234–2253.
- Sánchez-Sesma, F. J. and M. Campillo (1993). Topographic effects for incident P , SV and Rayleigh waves, *Tectonophysics* **218**, 113–125.
- Sánchez-Sesma, F. J. and F. Luzón (1995). Seismic response of three-dimensional alluvial valleys for incident P , S and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.* **85**, 269–284.
- Sánchez-Sesma, F. J., J. Ramos-Martínez, and M. Campillo (1993). An indirect boundary element method applied to simulate the seismic response of alluvial valleys for incident P , S and Rayleigh waves, *Earthquake Eng. Struct. Dyn.* **22**, 289–300.

Centro de Investigación Sísmica A. C.
Carr. al Ajusco 203, Col. H. de Padierna
Tlalpan 14200, México D.F., Mexico
(C.O.A., F.J.S.S., J.L.R.Z.)

Instituto de Ingeniería, UNAM
Cd. Universitaria, Apdo. 70-472
Coyoacán 04510, México D.F., Mexico
(F.J.S.S.)

Instituto Mexicano del Petróleo
Eje Central Lázaro Cárdenas 152
G.A. Madero 07730, México D.F., Mexico
(F.J.S.S.)

Departamento de Física Aplicada
Universidad de Almería
Cañada de San Urbano s/n
04120 Almería, Spain
(F.L.)

Manuscript received 7 May 1997.