



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

**U N A M**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**TESIS PARA OBTENER EL TITULO  
DE INGENIERO CIVIL**

**“REVISIÓN DE LA SEGURIDAD DE UNA CIMENTACIÓN EN ARCILLAS SENSITIVAS”**

**POR**

**ADRIANA RODRÍGUEZ AMARO**

**DIRECTOR DE TESIS**

**M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA**



DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/070/11

Señorita  
ADRIANA RODRÍGUEZ AMARO  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso el profesor M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"REVISIÓN DE LA SEGURIDAD DE UNA CIMENTACIÓN EN ARCILLAS SENSITIVAS"**

- I. INTRODUCCIÓN
- II. CARACTERÍSTICAS DE LAS ARCILLAS SENSITIVAS
- III. CAPACIDAD DE CARGA
- IV. CÁLCULO DE DEFORMACIONES
- V. EJEMPLO DE APLICACIÓN
- VI. CONCLUSIONES
- VII. BIBLIOGRAFÍA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 1 de Junio del 2011.  
EL PRESIDENTE

ING. RÓDOLFO SOLÍS UBALDO

RSU/MTH\*gar.

## DEDICATORIA

Este trabajo es dedicado a mi familia en especial a mis padres quien son ellos los que se merecen este trabajo porque también es suyo y a Dios por permitirme cumplir mis sueños.

## AGRADECIMIENTOS

Gracias a ti Padre que me has permitido que hoy esté aquí presente viviendo una nueva etapa maravillosa de mi vida.

A mis padres...gracias por haberme enseñado a valorar cada esfuerzo, cada sacrificio para poder ser lo que ahora soy, gracias por apoyarme siempre pues hoy puedo decir que valió la pena cada uno de sus esfuerzos y de los míos.

A mis hermanos Rogelio y Janett que han estado ahí, me han apoyado dándome su confianza, estando siempre conmigo.

A mis abuelos que quienes yacen desde su eterno descanso y los que aún están aquí, gracias por compartir sus experiencias conmigo por enseñarme que para todo gran sacrificio hay una gran recompensa.

A mis amigas incondicionales Minerva, Sarahí, Verónica Mares, Verónica Satré, Brenda Morales y Juana Vargas que siempre me han brindado su apoyo de mil maneras, por soportar las luces encendidas de mis desvelos, por explicarme cuando no entendía por eso y más, gracias.

A ti Rubén Gómez, mi esposo que llegaste en el mejor momento de mi vida, gracias por tu paciencia y por todo el amor que me has dado pues ahora formas parte de este nuevo proyecto de vida. Te amo.

A Usted M.I. Agustín Deméneghi Colina que sin su apoyo no hubiera sido posible este trabajo, gracias por brindarme su tiempo al asesorarme en clases y dirigiendo este trabajo.

A mis maestros que día a día se esforzaron por regalarme un poquito de sus conocimientos dentro y fuera de un salón de clases, a maestros que formaran

parte de mi jurado; M.I. Ricardo R. Padilla Velázquez, M.I. Carlos Narcia Morales, Ing. Heriberto Esquivel Castellanos y al Ing. Ernesto René Mendoza Sánchez.

De antemano agradezco a todas aquellas personas que han hecho posible la realización de esta tesis para obtener el Título de Ingeniero Civil. Compañeros, maestros, amigos, etc.

Pero sobre todo a ti, mi Universidad que me abriste las puertas de tu casa para poder lograr un capítulo más de mi vida.

## ÍNDICE

INTRODUCCIÓN .....	1
CAPITULO 1 .....	3
CARACTERÍSTICA DE LAS ARCILLAS SENSITIVAS .....	4
1.1 Resistencia al corte.....	9
1.2 Deformaciones.....	11
CAPITULO 2 .....	15
CAPACIDAD DE CARGA.....	15
CAPITULO 3 .....	21
CÁLCULO DE DEFORMACIONES.....	21
3.1 Deformación Unitaria .....	21
CAPITULO 4 .....	53
EJEMPLO DE APLICACIÓN .....	53
CAPITULO 5 .....	69
CONCLUSIONES.....	70
BIBLIOGRAFÍA .....	74

INTRODUCCIÓN

## INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene como objetivo calcular los asentamientos que se originan en una edificación de seis niveles cuya cimentación se encuentra en arcillas sensitivas en la zona II o zona de transición del Distrito Federal.

La mecánica del suelo forma parte de la teoría de las estructuras. En general, se acostumbra a proyectar las estructuras en el esquema simple de que la misma comienza a nivel de suelo de fundación, olvidándose de la parte inferior.

Pero en realidad la estructura está constituida no sólo por la parte superior, sino también por la parte que se encuentra debajo y ésta debe dimensionarse como parte integrante de la misma para que se resista de manera similar.

Cuando se proyecta una estructura es necesario analizar las condiciones de los suelos. Estrictamente, nos interesan las propiedades hidráulicas y las mecánicas: resistencia y deformabilidad y las propiedades físicas. Por ejemplo, la resistencia no permitirá dimensionar las bases con un cierto coeficiente de seguridad a la rotura, la deformación indicará cuál será la magnitud de los desplazamientos a tener en cuenta a través del tiempo.

Las propiedades mecánicas únicas de los suelos de la Ciudad de México se ubican como valores extremos en la mayoría de las cartas de propiedades geotécnicas. Lo que ha sido complejo cimentar estructuras en la ciudad de México, debido a las difíciles condiciones del subsuelo, situación que impulsó a los alarifes españoles del siglo XVI a la necesidad de aprender nuevas técnicas para edificar, reparar y hasta recimentar sus templos, como consecuencia de las deformaciones del suelo.

Como resultado de lo anterior se llegó a construir ingeniosas cimentaciones, como las del Alarife Claudio de Arciniega San Agustín y la Catedral Metropolitana, todas ellas normadas por el empirismo.



No es sino hasta el siglo XIX que se advierte racionalidad en el diseño de las cimentaciones, impulsada por el arquitecto Lorenzo de la Hidalga quien dedujo que cargas mayores de  $5 \text{ ton/m}^2$  causaban deformaciones inadmisibles, razonamiento que lo llevó a construir cimentaciones con áreas generosas. Un gran impulso técnico ocurrió durante el porfiriato a principios de los 1900 cuando se dio gran impulso a la construcción de grandes edificaciones en las cuales se ensayaron técnicas de cimentación novedosas en la Ciudad de México. Don Miguel Ángel de Quevedo (diseña la cimentación del Banco de Londres y México en la calle de Bolívar esquina con 16 de septiembre donde aplica, por primera vez, el concepto de compensación). También es destacable la gran losa en la que se cimentó el actual Palacio de Bellas Artes, cuyos hundimientos diferenciales justificaron la inyección de su subsuelo.

## CARACTERÍSTICAS DE LAS ARCILLAS SENSITIVAS

## **CAPITULO 1**

### **CARACTERÍSTICA DE LAS ARCILLAS SENSITIVAS**

La ciudad de México es una de las metrópolis más antiguas en el hemisferio occidental. Ocupa una planicie antigua (que fue un lago) rodeada por montañas. El subsuelo tiene propiedades únicas, un contenido de agua mayor a 400%, el índice de plasticidad excede 300% y el índice de compresión puede llegar a un valor de 10, cuando en la mayoría de los suelos es menor a 1. Lo anterior, ubica a los sedimentos de la ciudad como altamente compresibles, lo que ha dado lugar a intrincados problemas de cimentación para la construcción del subsuelo de la Ciudad de México.

La información de la estratigrafía del subsuelo de la Ciudad de México se ha fundamentado en todos los estudios que se han realizado para distintas obras de ingeniería. En relación con las propiedades mecánicas de los suelos, particularmente en las zonas del lago y de transición, ocurre una constante evolución observándose una disminución de la compresibilidad y un aumento de la resistencia al esfuerzo cortante, fenómenos que ocurren en pocos años, y aun en meses, a consecuencia de :a) el bombeo profundo para el abastecimiento de agua potable, b) el efecto de sobrecarga de antiguos rellenos superficiales, c) el peso de las estructuras, y el abatimiento del nivel freático por bombeo superficial para la construcción de cimentaciones y mantenimiento a sótanos.

Los suelos arcillosos blandos son la consecuencia del proceso de depósito y la alteración fisicoquímica de los materiales aluviales y de las cenizas volcánicas en el ambiente lacustre, donde existían abundantes colonias de microorganismos y vegetación acuática; el proceso sufrió largas interrupciones durante los periodos de intensa sequía, en los que el nivel del lago bajó y se formaron costras

endurecidas por deshidratación o por secado solar. Otras breves interrupciones fueron provocadas por violentas etapas de actividad volcánica, que cubrieron toda la cuenca con mantos de arenas basálticas o pumíticas.

A través del tiempo se ha dado una evolución en las propiedades mecánicas: la consolidación natural cuyo proceso de deformación de los suelos implicó que se consolidaran bajo su propio peso, excepto las costras duras, que se preconsolidaron fuertemente por deshidratación o secado solar y que en su parte inferior formaran una zona ligeramente preconsolidada. Considerando que la masa de suelo predominante era muy blanda y normalmente consolidada, la variable de su resistencia al corte con la profundidad, debió ser lineal y probablemente similar en cualquier punto del lago.

En lo concerniente a la consolidación inducida, el desarrollo urbano en la zona lacustre de la Ciudad de México ha ocasionado un complejo proceso de consolidación, en el que se distinguen ciertos factores de influencia: a) colocación de rellenos, b) extracción de agua del subsuelo, que ha venido consolidando progresivamente las arcillas, desde los estratos más profundos hasta los superficiales y c) la construcción de estructuras.

En su resistencia al corte, las etapas del proceso de consolidación implican la evolución de la resistencia al corte de los suelos.

En lo que se refiere a los depósitos de transición estos forman una franja que divide los suelos lacustres de las sierras que rodean al valle, de los aparatos volcánicos que sobresalen en la zona del lago. Estos materiales de origen aluvial se clasifican de acuerdo al volumen clástico que fueron arrastrados por las corrientes hacia el lago y a la frecuencia de los depósitos; así se generaron dos tipos de transiciones: interestratificada y abrupta.

La transición interestratificada del poniente, se presenta en los suelos que se originaron al pies de las barrancas, donde se acumularon los acarreoos fluviales que descendieron de las lomas a la planicie, estos depósitos tienen semejanzas con deltas, solamente se extendieron hasta la arcilla del antiguo lago Texcoco, formándose intercalaciones de arcillas lacustres con arenas y gravas de río.

En lo que se refiere la transición abrupta, se presenta en el Peñón de los Baños, el Peñón del Marqués, el cerro de la Estrella y el cerro del Tepeyac; la estratigrafía típica de esta zona está integrada por la serie arcillosa lacustre interrumpida por numerosos lentes duros, de los materiales erosionados de los cerros vecinos.

En las cercanías del Peñón de los Baños se encuentran intercalaciones de lentes delgados de travertino silicificado, producto de las emanaciones de aguas termales.

La zonificación geotécnica de la Ciudad de México (actualmente) está basada en las propiedades de compresibilidad y la resistencia de los depósitos de la cuenca: lacustres, aluviales y volcánicos. Como se presenta en la figura 1.



Zona de Lomas (zona I): Formada por rocas o suelos generalmente firmes que fueron depositados fuera del ambiente lacustre, pero en los que pueden existir, superficialmente o intercalados, depósitos arenosos en estado suelto o cohesivo relativamente blandos. En esta zona, es frecuente la presencia de oquedades en rocas, de cavernas y túneles excavados en suelos para explotar minas de arena y de rellenos no controlados.

Zona de Transición (zona II): Es la franja comprendida entre la zona de lago y de Las Lomas; en esta zona se alternan los estratos arcillosos depositados en un ambiente lacustre con suelos gruesos de origen aluvial, dependiendo sus espesores de las transgresiones y regresiones que experimenta el lago antiguo.

La frontera entre la zonas de transición y del lago se definió donde desaparece la serie arcillosa inferior, que corresponde aproximadamente con la curva de nivel donde la capa dura está a 20 m de profundidad respecto al nivel medio de la planicie.

La zona se divide en sub-zonas, en función de la cercanía a Las Lomas y sobre todo del espesor de suelos relativamente blandos, se identifican así las transiciones alta y baja. La transición alta es la sub-zona de transición más próxima a las Lomas; presenta irregularidades estratigráficas producto de los depósitos aluviales cruzados; la frecuencia y disposición de estos depósitos depende de la cercanía a antiguas barrancas. Bajo estos materiales se encuentran estratos arcillosos que sobreyacen a los depósitos propios de Las Lomas.

La transición baja corresponde a la transición vecina a la zona de lago; aquí se encuentra la serie arcillosa superior con intercalaciones de estratos limo-arenosos de origen aluvial, que se depositaron durante las regresiones del antiguo lago.

Este proceso dio origen a una estratigrafía compleja, donde los espesores y propiedades de los materiales pueden tener variaciones importantes y acorta distancia, dependiendo de la ubicación del sitio en estudio respecto de las corrientes de antiguos ríos y barrancas.

Zona del lago (zona III): Esta zona se caracteriza por los grandes espesores de arcilla blanda de alta compresibilidad, que subyacen a una costra endurecida superficial de espesor variable en cada sitio, dependiendo de la localización e historia de cargas. La zona de lago se ha subdivido en tres sub-zonas (lago virgen, lago centro I y lago centro II) atendiendo a la importancia relativa de dos factores independientes: a) el espesor y propiedades de la costra superficial, y b) la consolidación inducida en cada sitio.

### 1.1 Resistencia al corte

El problema de la determinación de la resistencia al esfuerzo cortante de los suelos puede decirse que constituye uno de los puntos fundamentales de toda la Mecánica de Suelos.

Hay una ley de resistencia, según la cual la falla se produce cuando el esfuerzo cortante actuante,  $\tau$ , alcanza un valor  $s$ , tal que:  $s = \sigma \tan \phi$  (lo que se le llama un suelo puramente friccionante). Coulomb pudo observar que en fragmentos de arcilla exhibe resistencia al esfuerzo cortante aun en condiciones en que el esfuerzo exterior sea nulo. Debido a esto se les asignó arbitrariamente otra fuente de resistencia al corte, a la cual se le llamó “cohesión” y se consideró también una constante del material.

Algo más que notó Coulomb es que en arcillas francas, la resistencia parecía ser independiente de cualquier presión normal exterior actuante sobre ellas, lo que



parecía sólo existir cohesión; es decir,  $s=0$ . La ley de resistencia de estos suelos es  $s=c$  (suelo puramente cohesivo).

En general, según Coulomb, los suelos presentan características mixtas; es decir, presentan, a la vez “cohesión” y “fricción interna”. Un suelo cuya resistencia al esfuerzo cortante pueda representarse de manera general como:  $s= c+ \sigma \text{tang}\phi$ .

La resistencia al esfuerzo cortante sobre en todo en “suelos cohesivos”, es variable y depende de diversos factores circunstanciales, y es de mucho más difícil determinación que los suelos “friccionantes”, pues en los primeros la estructura del suelo no puede adaptarse con suficiente flexibilidad a cualquiera nuevas condiciones de esfuerzo que puedan presentarse; esto es debido, sobre todo, a la relativamente baja permeabilidad de estos suelos, respecto a las arenas, ahora, el agua requiere siempre períodos importantes de tiempo para movilizarse dentro de las masas de suelo. Por ello no es posible pensar en una prueba única que refleje todas las posibilidades de la naturaleza.

El término “cohesivo” en Mecánica de suelos hace referencia a aquellos suelos sin presión normal exterior apreciable, presentan características de resistencia a los esfuerzos cortantes.

En una muestra de suelo, aun no existiendo presiones exteriores, la estructura está sujeta a presiones intergranulares, a causa, sobre todo, de efectos capilares; estas presiones hacen posible la generación de un mecanismo de fricción entre las partículas sólidas del material.

Los factores que principalmente influyen en la resistencia al esfuerzo constante de los suelos “cohesivos” y a cuya influencia debe sopesarse cuidadosamente en cada caso particular, son los siguientes: historia previa de consolidación del suelo, condiciones de drenaje del mismo, velocidad de aplicación de cargas a que se le sujete y la sensibilidad de su estructura.

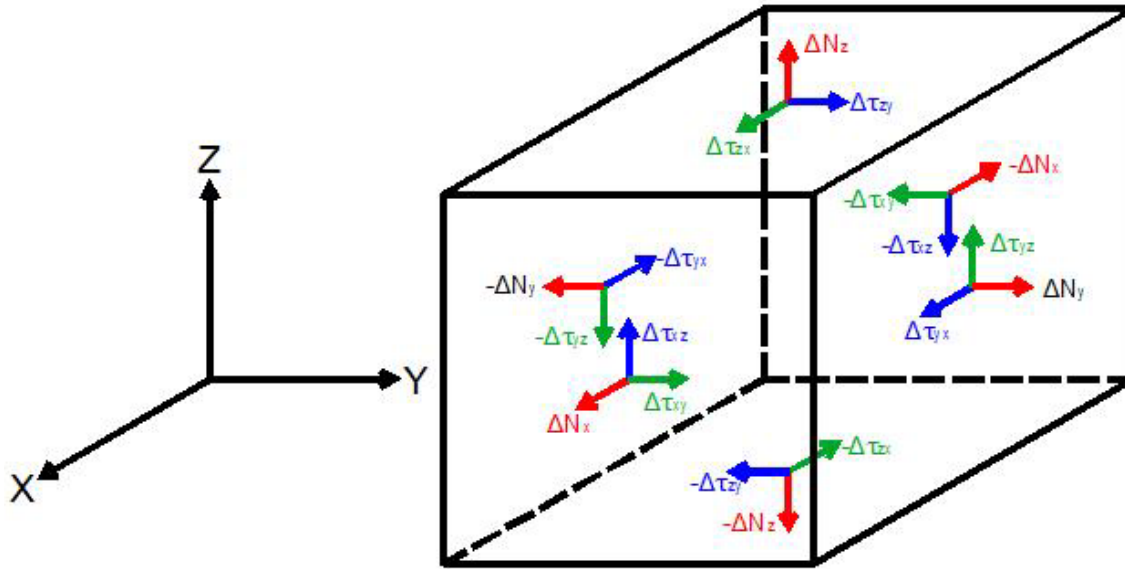
Las pruebas de compresión triaxial de resistencia al esfuerzo cortante son las más usadas en el laboratorio para determinar las características de esfuerzo-deformación y de resistencia de los suelos.

## 1.2 Deformaciones

Un medio granular tiene la característica de que su rigidez aumenta con la presión de confinamiento. Por lo tanto, las ecuaciones constitutivas para el cálculo de las relaciones esfuerzo- deformación tienen que tomar en cuenta explícitamente este efecto. Dicha técnica tiene como ventaja adicional que reduce el número de propiedades de deformación y se reduce al mínimo.

Las ecuaciones constitutivas propuestas para medios granulares se aplican al cálculo de las deformaciones de suelos friccionantes, de suelos colapsables, de suelos cohesivos totalmente saturados y de suelos cohesivos parcialmente saturados (compuesto por arcillas expansivas).

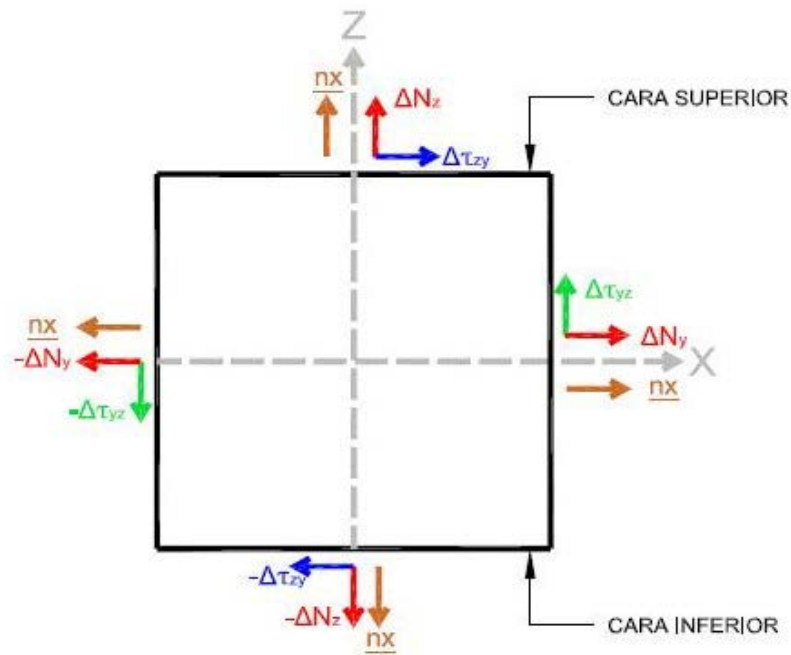
Para los esfuerzos se considera un elemento de material sometido al sistema de cargas indicado en la figura 2. En el caso de la figura 3 se considera las caras del elemento paralelas a los planos  $xy$  y  $yz$ ; para las fuerzas y áreas, se usara una convención de signos para lo cual las fuerzas son positivas si tienen el mismo sentidos del eje al que son paralelas. Para las áreas se utiliza el sentido del vector normal a la cara externa; si el vector normal tiene el mismo del eje al cual es paralelo, el área es positiva. Tomando como ejemplo la cara superior: la fuerza  $\Delta N_z$  es positiva y el área  $\Delta A_z$  es también positiva, como se puede observar en la figura 2.



SISTEMA DE FUERZAS ACTUANDO EN PLANOS PERPENDICULARES A LOS EJES COORDENADOS

FIGURA 2

Ref. 5



FUERZAS ACTUANDO EN PLANOS PERPENDICULARES A LOS EJES Z Y X

FIGURA 3

Ref. 5

En mecánica de suelo, la cara superior del elemento, el esfuerzo normal medio  $\sigma_z$  se define como:

$$\sigma_z = -\frac{\Delta N_z}{\Delta A_z} \quad (1)$$

Considerando que  $\Delta N_z > 0$  y  $\Delta A_z > 0$ , cuando el elemento está sometido a tensión el esfuerzo  $\sigma_z$  es negativo en la cara superior del elemento (fig. 2 y 3). Para el caso  $\Delta N_z < 0$  y  $\Delta A_z < 0$  que es la parte inferior, el esfuerzo  $\sigma_z$  también es negativos.

Se habla de un esfuerzo normal  $\sigma_z$  es positivo, cuando la fuerza  $\Delta N_z < 0$  en la cara superior; esto quiere decir que el elemento está sometido a compresión, el esfuerzo normal es positivo.

Definiendo al esfuerzo cortante medio como:

$$\tau_{zx} = \frac{\Delta T_{zx}}{\Delta A_z} \quad (2)$$

El esfuerzo cortante medio  $\tau_{zy}$  en la cara superior (figura 2)

$$\tau_{zy} = \frac{\Delta T_{zy}}{\Delta A_z} \quad (3)$$

En la figura 2 en las caras paralelas al plano yz los esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{xz}$  y en las caras paralelas al plano xz, los esfuerzos  $\sigma_y$ ,  $\tau_{yx}$ ,  $\tau_{yz}$ , se obtienen con el mismo criterio de las ecuaciones anteriores.

CAPACIDAD DE CARGA

## CAPITULO 2

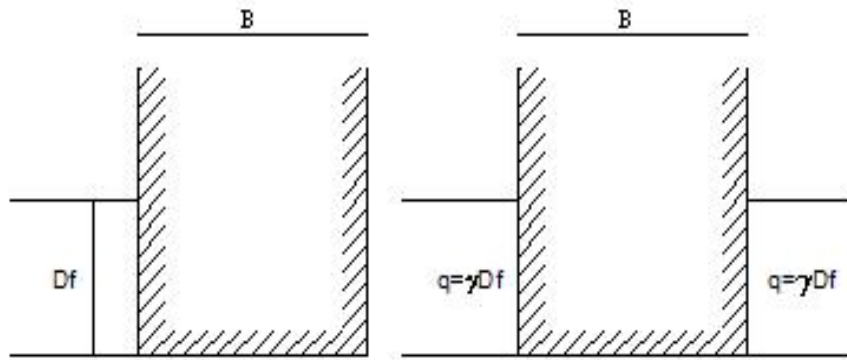
### CAPACIDAD DE CARGA

Una buena parte de las teorías desarrolladas tiene su base en hipótesis simplificadoras del comportamiento de los suelos y en desarrollos matemáticos a partir de tales hipótesis.

En general conviene reducir el problema a dos casos: la Capacidad de Carga de los suelos puramente “cohesivos” ( $c \neq 0$ ;  $\phi = 0$ ) y la de los suelos puramente “friccionantes” ( $c = 0$ ;  $\phi \neq 0$ ).

La teoría de elasticidad permite establecer la solución para estados de esfuerzo en un medio semi-infinito, homogéneo, isótropo y linealmente elástico, cuando sobre él actúa una carga uniformemente distribuida. Una de las teorías más utilizadas para el cálculo de capacidad de carga en proyectos prácticos, especialmente en cimientos poco profundos es la Teoría de Terzaghi.

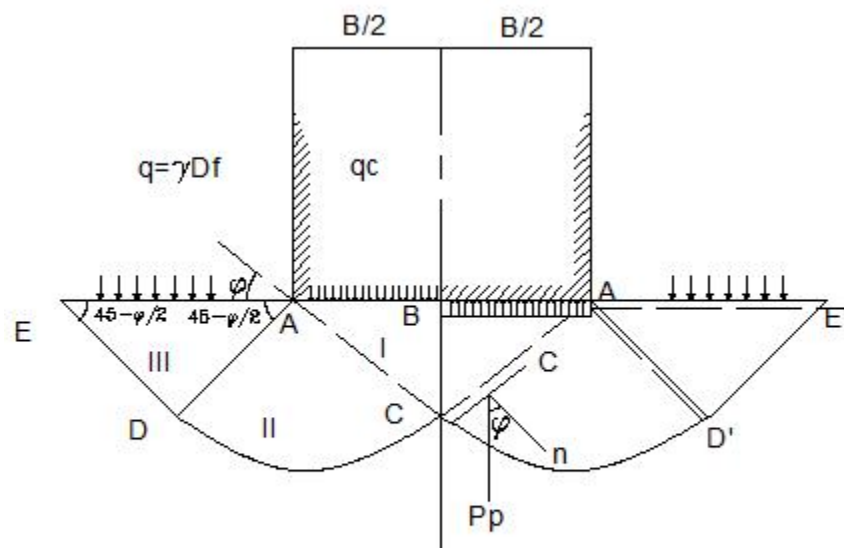
La expresión cimiento poco profundo se aplica a aquél en el que el ancho  $B$  es igual o mayor que la distancia vertical entre el terreno natural y la base del cimiento (*profundidad de desplante*,  $D_f$ ). Terzaghi despreció la resistencia al esfuerzo cortante arriba del nivel de desplante del cimiento, considerándola sólo de dicho nivel hacia abajo. El terreno sobre la base del cimiento se supone que solo produce el efecto que puede representarse por una sobrecarga,  $q = \gamma D_f$ , actuante precisamente en un plano horizontal que pase por la base del cimiento, en donde  $\gamma$  es el peso específico del suelo. Ver figura (ref. 5).



EQUIVALENCIA DEL SUELO SOBRE EL NIVEL  
DE DESPLANTE DE UN CIMIENTO CON UNA  
SOBRECARGA DEBIDA A SU PESO.

FIGURA 4

El Mecanismo de falla de un cimiento continuo poco profundo de longitud infinita normal al plano del papel según Terzaghi se muestra en la siguiente figura (ref.5).



MECANISMO DE FALLA DE UN CIMIENTO POCO PROFUNDO SEGÚN  
TERZAGUI  
FIGURA 5

Donde la zona I es una cuña que se mueve como cuerpo rígido con el cimiento, verticalmente hacia abajo. La zona II es de deformación tangencial radial; la frontera AC de esta zona forma con la horizontal el ángulo  $\phi$ , cuando la base del cimiento es rugosa; si fuera idealmente lisa, dicho ángulo sería  $45 + \phi/2$ . La

frontera AD forma un ángulo  $45-\varphi/2$  con la horizontal, en cualquiera de los dos casos. La zona III es una zona de estado plástico pasivo de Rankine.

De manera general la ecuación para obtener la capacidad de carga se calcula de la siguiente manera:

$$q_c = cN_c + \gamma D_f N_q + \frac{1}{2} \gamma B N_\gamma \quad (4)$$

Donde  $q_c$  es la presión máxima que puede darse al cimiento por unidad de longitud, sin provocar su falla; o sea, representa la capacidad de carga última del cimiento. Se expresa en unidades de presión.  $N_c$ ,  $N_q$ ,  $N_\gamma$  son coeficientes adimensionales que dependen solo del valor de  $\varphi$ , ángulo de fricción interna del suelo y se denominan “factores de capacidad de carga” debidos a la cohesión, a la sobrecarga y al peso del suelo, respectivamente.

En el análisis de una cimentación se debe revisar la seguridad del terreno de apoyo, tanto de capacidad de carga por resistencia al corte como por deformaciones del mismo. Esto se logra verificando que no excedan los estados límites de falla y de servicio del suelo de cimentación. El estado límite de falla, se entiende por cualquier situación que corresponda al agotamiento de la capacidad de carga del terreno de cimentación, o al hecho de que ocurran daños irreversibles que afecten significativamente la resistencia del suelo ante nuevas aplicaciones de carga.

De acuerdo al Reglamento de Construcción del Distrito Federal (RCDF, ref.6.) en el apartado de verificación de la seguridad de las cimentaciones, se consideran los siguientes estados límites de falla:

- Flotación;
- Flujo plástico local o general del suelo bajo la cimentación;
- Falla estructural de pilotes, pilas u otros elementos de la cimentación



Y la revisión de la seguridad de una cimentación ante estados límites de falla consistirá en comparar para cada elemento, y para ésta en su conjunto, la capacidad de carga del suelo con las acciones de diseño, afectando la capacidad de carga neta con un factor de resistencia y las acciones de diseño con sus respectivos factores de carga.

En un cimiento somero que se encuentra apoyado sobre un suelo cohesivo totalmente saturado la condición más desfavorable ocurre a corto plazo, ya que la resistencia tiende a aumentar al producirse el fenómeno de consolidación del suelo, por lo que se recomienda ejecución de pruebas triaxiales no consolidadas-no drenadas (tipo UU, pruebas rápidas) para la determinación de la resistencia al corte del terreno.

Para que se cumpla con la seguridad de una cimentación, se debe cumplir la siguiente condición:

$$q_{ult} < q_R \quad (5)$$

De manera que.

$$q_{ULT} = \frac{\sum QFc}{A} \quad (6)$$

$$q_R = N_C c_u f_C F_R + P_V \quad (7)$$

En un prueba rápida  $c=c_u$  y  $\varphi=\varphi_u=0$ , además por la teoría de plasticidad se ha demostrado que en un material puramente cohesivo  $N_c=2+\pi$ .

$$q_R = 5.14 C_u f_C F_R + P_V \quad (8)$$

Los valores de  $F_R$  de acuerdo al reglamento de construcción del Distrito Federal vale 0.35 para la capacidad de carga ante cualquier tipo en la zona I, zapatas de colindancias desplantadas a menos de 5 metros de profundidad en las zonas II y III y de los pilotes y pilas apoyados en un estrato resistente, y 0.70 para los otros casos.

Skempton encontró que la capacidad resistente del suelo aumenta con la profundidad de empotramiento del cimiento en el estrato de apoyo, hasta un máximo, después del cual se mantiene constante (Juárez Badillo y Rico, 1976). El factor de forma  $f_c$  queda entonces:

$$f_c = 1 + 0.25 \frac{B}{L} + 0.25 \frac{D}{B} \quad (9)$$

Para  $D/B < 2$  y  $B/L < 1$ , en caso de que las desigualdades no se cumplan, dichas relaciones se tomaran iguales a 2 y 1, respectivamente.

La determinación de la capacidad de carga por resistencia al corte del suelo, de un cimiento sujeto a la carga vertical y momento, se puede llevar a cabo mediante un artificio teórico que consiste en considerar esta condición equivalente a la de un cimiento de ancho reducido sometido únicamente a la carga vertical.

Esta condición se obtiene de la siguiente forma: considerando un cimiento a las acciones  $\Sigma Q$  y  $M$ . La excentricidad  $e$  vale

$$e = \frac{M}{\Sigma Q} \quad (10)$$

También se puede considerar un cimiento de ancho  $B'$  sometido únicamente a la carga vertical

$$B' = B - 2e \quad (11)$$

En consecuencia, la determinación de la capacidad de carga de un cimiento sujeto a carga vertical  $\Sigma Q$  y un momento  $M$  se lleva a cabo considerando un cimiento equivalente de ancho virtual  $B'$  y de una excentricidad  $e$ .

# CÁLCULO DE DEFORMACIONES

## CAPITULO 3

### CÁLCULO DE DEFORMACIONES

#### 3.1 Deformación Unitaria

Como ya es conocido que los esfuerzos normales bajo la esquina de un rectángulo valen:

Esfuerzos en z,x y y

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2} \right) \frac{xyz}{B} + \tan^{-1} \frac{xy}{zB} \right] \quad (12)$$

$$\sigma_x = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(y^2 + z^2)B} - \tan^{-1} \frac{zB}{xy} + (1 - 2\nu) \left( \tan^{-1} \frac{x}{y} - \tan^{-1} \frac{xB}{yZ} \right) \right] \quad (13)$$

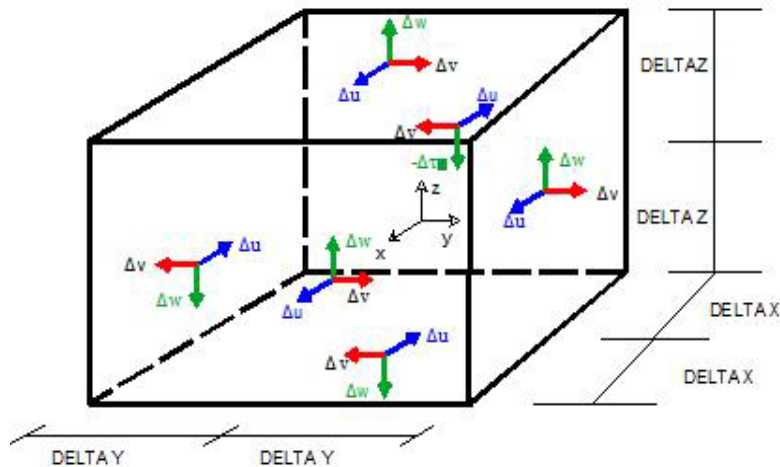
$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(x^2 + z^2)B} - \tan^{-1} \frac{zB}{xy} + (1 - 2\nu) \left( \tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{yB}{xz} \right) \right] \quad (14)$$

$$B = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \quad (15)$$

Consideremos un elemento de material que sufre el estado de deformación indicado en la figura 6 (ref. 5), en el entorno del punto P. Una vez estudiado la deformación de la cara superior del elemento, en la dirección del eje z, se define la deformación unitaria longitudinal media correspondiente a las figuras 6 y 7 de la siguiente manera:

$$\varepsilon_z = - \frac{\Delta w}{\Delta z} \quad (16)$$

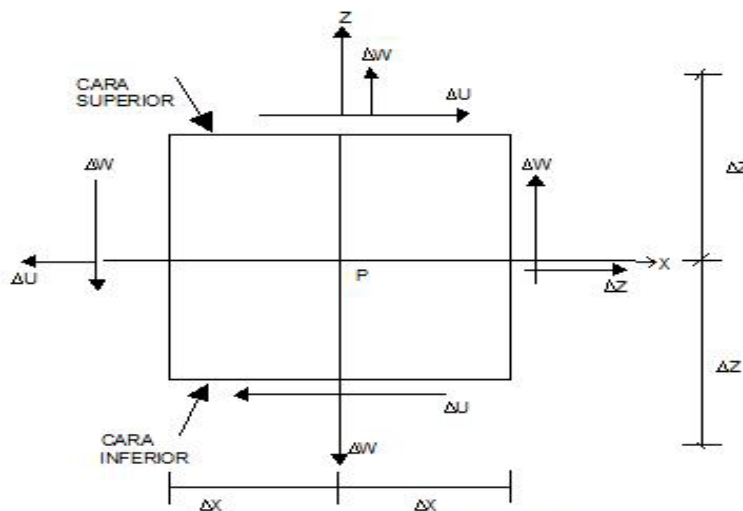
Tomando en cuenta que  $\Delta w > 0$  y  $\Delta z > 0$ , la deformación unitaria longitudinal media  $\epsilon_z$  es negativa en la cara superior del elemento. Para la cara inferior (como lo muestran las figuras 6 y 7, ref. 5) la deformación unitaria longitudinal media está dada también por la expresión mostrada anteriormente. En el caso de  $\Delta w < 0$  y  $\Delta z < 0$ , la deformación unitaria  $\epsilon_z$  es también es negativa.



ESTADO DE DEFORMACIÓN EN DIRECCIONES PARALELAS A LOS EJES COORDENADOS

FIGURA 6

Ref. 5



ESTADO DE DEFORMACIÓN EN DIRECCIONES PARALELAS A LOS EJES Z Y X

FIGURA 7

Ref. 5

Si el elemento sufre una compresión, la deformación unitaria longitudinal es positiva; convención de signos que se utiliza en mecánica de suelos; si el elemento se comprime, la deformación unitaria longitudinal es positiva. Esto es si  $\Delta w < 0$  y  $\epsilon_z$  es positiva.

Para la deformación unitaria angular (o transversal) media  $\epsilon_{zx}$  en la cara superior del elemento, en la dirección del eje z (figuras 6 y 7) se define de la siguiente manera

$$\epsilon_{zx} = \frac{\Delta u}{\Delta z} \quad (17)$$

De manera similar para la deformación unitaria angular  $\epsilon_{zy}$  se define

$$\epsilon_{zy} = -\frac{\Delta v}{\Delta z} \quad (18)$$

Utilizando las ecuaciones 5 y 6 se obtiene de manera similar las deformaciones unitarias  $\epsilon_x$ ,  $\epsilon_{xy}$ ,  $\epsilon_{xz}$ ,  $\epsilon_y$ ,  $\epsilon_{yx}$  y  $\epsilon_{yz}$ .

Para la deformación del ángulo recto se define como

$$\gamma_{zy} = \epsilon_{zx} + \epsilon_{xz} \quad (19)$$

Si se da el caso en que no exista rotación del cuerpo

$$\epsilon_{zx} = \epsilon_{xz}$$

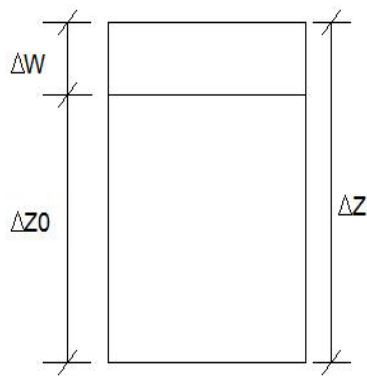
$$\gamma_{zx} = 2\epsilon_z \quad (20)$$

Cuando el desplazamiento horizontal  $\Delta u$  es la suma de los desplazamientos del eje z y del eje x; quiere decir, que se mantiene horizontal la base del elemento. Y se puede expresar de la siguiente manera

$$\gamma_{zx} = -\frac{\Delta u}{\Delta z} \quad (21)$$

En lo que se refiere a la deformación  $\Delta w$  en la cara superior (figura 6) ocurre gradualmente (figura 8, ref. 5). Para una distancia  $\Delta z$  la deformación unitaria diferencial vale

$$d\epsilon_z = -\frac{d(\Delta w)}{\Delta z} \quad (22)$$



DEFORMACIÓN DE UN ELEMENTO DE SUELO DE  
ESPESOR INICIAL  $\Delta Z_0$

FIGURA 8

Ref. 5

Haciendo los ajustes correspondientes se tiene que la ecuación 10 se concluye como:

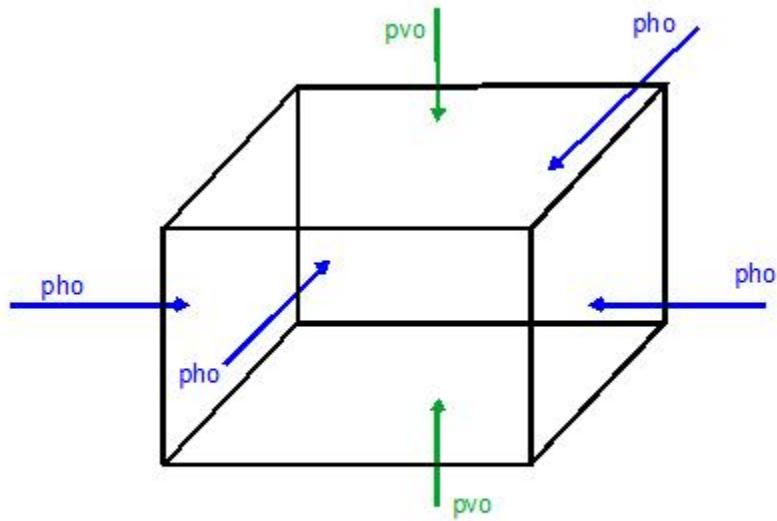
$$d\epsilon_z = -\frac{d(\Delta z)}{\Delta z} \quad (23)$$

Si en la cara superior (figuras 6 y 7) el desplazamiento es horizontal  $\Delta u$  ocurre gradualmente, la deformación angular diferencial es

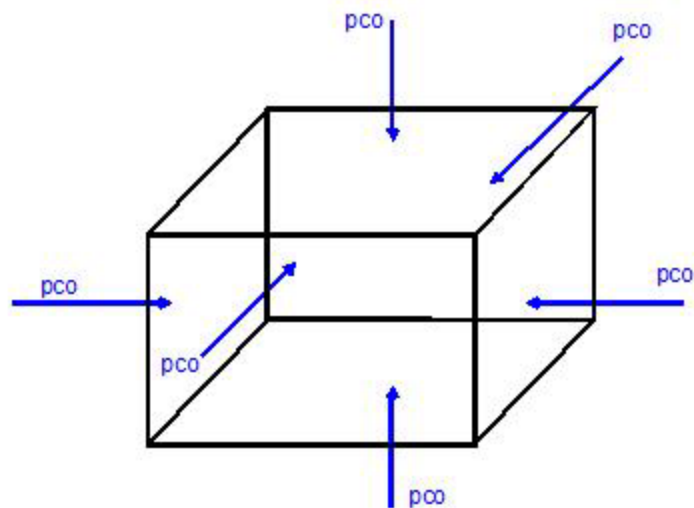
$$d\gamma_{zx} = -\frac{d(\Delta z)}{\Delta z} \quad (24)$$

CONFINAMIENTO INICIAL

Se consideró un elemento de suelo sometido al estado de esfuerzo por peso propio como se muestra en la figura 9 (ref. 5).



A) ESFUERZO POR PESO PROPIO



B) PRESIÓN DE CONFINAMIENTO EQUIVALENTE PCO

ESTADO DE ESFUERZO POR PESO PROPIO

FIGURA 9

Ref. 5



La presión de confinamiento promedio inicial, por peso propio el terreno vale,

$$p_{co} = (p_{vo} + p_{ho} + p_{ho})/3$$

Si  $p_{ho} = K_o p_{vo}$  es el coeficiente de presión en reposo del suelo, entonces

$$p_{co} = (1/3)(1+2K_o)p_{vo} \quad (25)$$

Si el suelo tiene una cierta cohesión o cementación, podemos considerar que esta se debe a una presión de confinamiento interno intrínseca, la cual se denomina  $p_{cie}$ .

La presión de confinamiento inicial  $p_{beo}$  será la suma de la presión de confinamiento intrínseca,  $p_{cie}$ , más la presión externa por peso propio,  $p_{co}$ , es decir

$$p_{beo} = p_{cie} + p_{co} \quad (26)$$

### RELACIONES ESFUERZO-DEFORMACIÓN EN MEDIOS GRANULARES

#### Ecuaciones de Juárez Badillo

Juárez Badillo (1965) utiliza la siguiente expresión para el cálculo de la deformación volumétrica de los materiales

$$dv/V = -\gamma(d\sigma/\sigma) \quad (27)$$

donde:

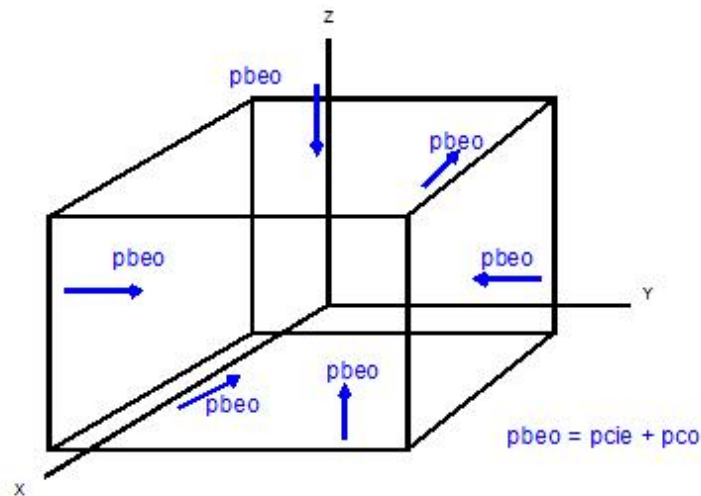
$V$  = volumen de un elemento de suelo

$\sigma$  = esfuerzo isotrópico sobre el elemento de suelo

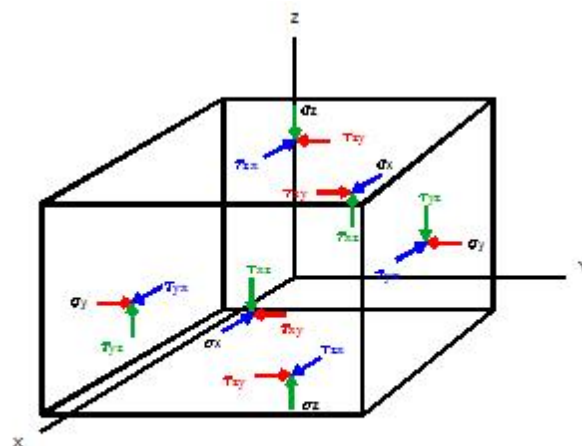
$\gamma$  = parámetro que mide la compresibilidad volumétrica del material

Efectos de los incrementos de esfuerzo

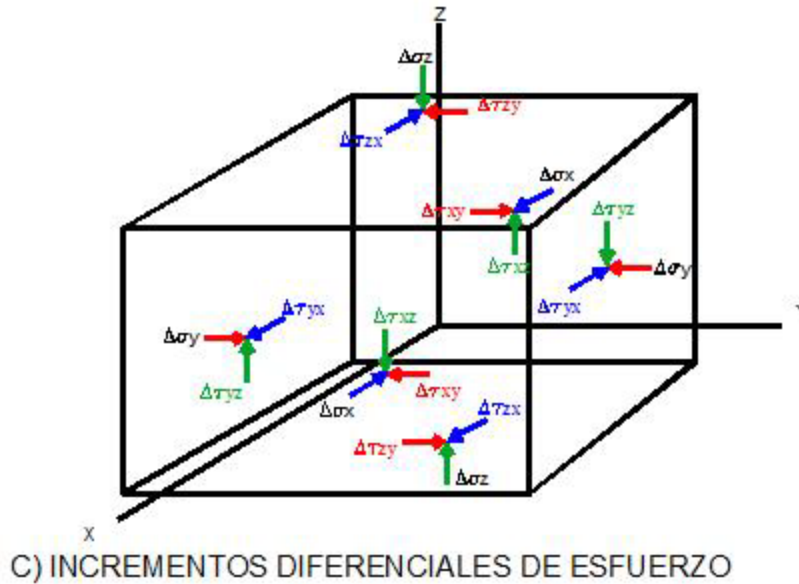
Imaginemos un elemento de suelo a una profundidad  $z$ , sujeto al estado de esfuerzo mostrado en la figura 10 (ref. 5). Al construir una obra de ingeniería se incrementan los esfuerzos sobre un elemento de suelo (figura 10b, ref.5.), donde  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  son los incrementos de esfuerzo normal ocasionados por la presencia de la obra de ingeniería.



A) PRESIÓN DE CONFINAMIENTO INICIAL  
 $p_{beo} = p_{cie} + p_{co}$



B) INCREMENTO DE ESFUERZO POR UNA OBRA DE INGENIERÍA



ESTADO DE ESFUERZO EN UN ELEMENTO DE SUELO

FIGURA 10

Ref. 5

Supongamos por un momento que el confinamiento inicial  $p_{beo}$  (ecuación 2) se mantiene constante. Demos incrementos de esfuerzo  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  (figura 10b, ref.5.) se puede usar entonces una variante de la ley de Hooke para el cálculo de la deformación unitaria

$$\varepsilon_z \cong (1/E_s) [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]^r \quad (28)$$

Donde  $E_s$  es el módulo de deformación del suelo,  $\nu$  es la relación de Poisson y  $r$  un exponente que depende de la forma de la curva esfuerzo-deformación unitaria del suelo. Lo que la ecuación anterior puede quedar como

$$\varepsilon_z \cong (1/E_s)(\sigma_H)^r \quad (29)$$

Donde:

$$\sigma_H = \sigma_z - (\sigma_x - \sigma_y) \quad (30)$$

Efecto de presión de confinamiento

La deformación es función inversa del esfuerzo de confinamiento. Considerando un elemento de suelo sometido a una presión de confinamiento inicial  $\rho_{beo}$ ; dando incrementos de esfuerzo  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$  sobre el cuerpo, tal como se ilustra en la figura 10b. Estos incrementos de esfuerzos ocasionan que la presión de confinamiento  $\rho_{beo}$  aumente en una cantidad  $\sigma_c$ , dando lugar a un nuevo valor de  $\rho_{be}$ , que vale

$$\rho_{be} = \rho_{beo} + \sigma_c \quad (31)$$

Para términos generales, para mecánica de suelos se acepta que  $\sigma_c$  es igual al incremento de esfuerzo normal en el plano octaédrico, o sea, que es igual al promedio de los incrementos de esfuerzo.

El incremento de deformación longitudinal unitaria en dirección del eje z,  $\Delta\varepsilon_z$  debido a los incrementos diferenciales de esfuerzo indicados en la figura 10c vale

$$\Delta\varepsilon_z = \frac{1}{A} \frac{(\sigma_H/\rho_a)^r (\Delta\sigma_H/\rho_a)}{[(\rho_{beo} + \sigma_c + \Delta\sigma_c/2)/\rho_a]^s} \quad (32)$$

Con frecuencia los incrementos de esfuerzo en un elemento de suelo son proporcionales a la sobrecarga de una obra de ingeniería. Sea un elemento de suelo a la profundidad z sujeto a incrementos de esfuerzo por una obra de ingeniería. Suponiendo que el espesor  $\Delta z_0$  de dicho elemento es suficientemente pequeño para que la relación entre el incremento de esfuerzo horizontal y el incremento vertical sea constante.

Dando incrementos diferenciales de esfuerzo al elemento (figura 10c). Con resultados anteriores, se plantea una ecuación constitutiva general, en la que la deformación unitaria longitudinal diferencial sea directamente a la variante de la

ley de Hooke e inversamente proporcional a la presión de confinamiento, que está dada por (Deméneghi, 1984)

$$\rho_{be} = \rho_{beo} + C \sigma_z \quad (33)$$

$$d\varepsilon_z = \frac{1}{A} \frac{(f^{\sigma_z/\rho_a})^r d(f^{\sigma_z/\rho_a})}{[(\rho_{beo} + c\sigma_z)/\rho_a]^s} \quad (34)$$

Pero

$$d\varepsilon_z = -\frac{d(\Delta_z)}{\Delta_z}$$

Por lo tanto la ecuación queda

$$\frac{d(\Delta_z)}{\Delta_z} = -\frac{1}{A} \frac{(f^{\sigma_z/\rho_a})^r d(f^{\sigma_z/\rho_a})}{[(\rho_{beo} + c\sigma_z)/\rho_a]^s} \quad (35)$$

Donde A es el módulo de rigidez del suelo, y r y s son exponentes que dependen del tipo de suelo.  $\rho_a$  = presión atmosférica = 101.3 kPa, que se introduce con el fin de que el módulo A sea adimensional (véase Janbu, 1963).

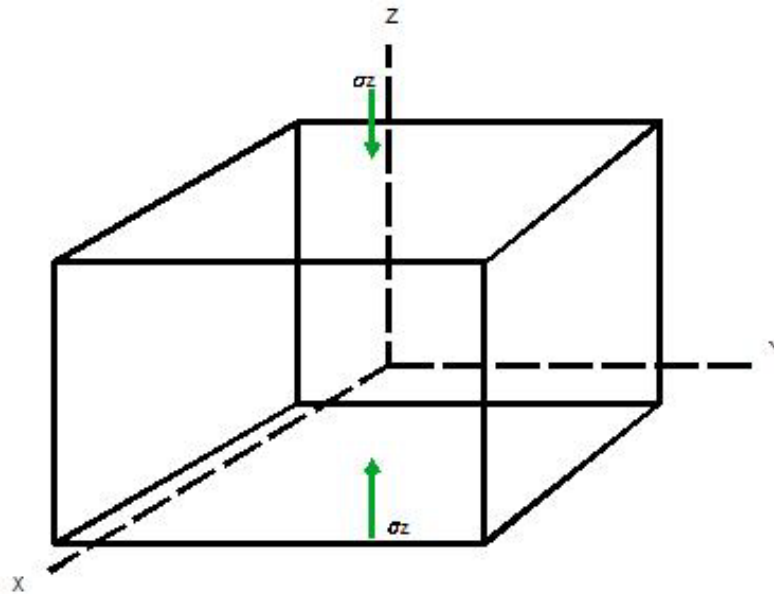
### Compresión unidimensional

En ocasiones la deformación más significativa de un suelo es la vertical, siendo las deformaciones y los esfuerzos laterales pequeños. En este caso, se puede suponer que el incremento de deformación vertical se debe sólo al incremento de esfuerzo vertical  $\sigma_z$  (figura 11, ref. 5). Se puede usar entonces la siguiente ecuación constitutiva.

$$\frac{\Delta(\Delta w)}{\Delta z} = -\frac{1}{A} \frac{\left(\frac{\Delta\sigma_z}{\rho_a}\right)}{[(\rho_{veo} + \sigma_z/2)/\rho_a]^s} \quad (36)$$

Siendo

$$\rho_{veo} = \rho_{cie} + \rho_{vo}$$



INCREMENTO DE ESFUERZO VERTICAL POR UNA OBRA  
DE INGENIERÍA

FIGURA 11

Ref. 5

Aplicando un incremento diferencial de esfuerzo  $d\sigma_z$ , la ecuación constitutiva es

$$\frac{d(\Delta_z)}{\Delta_z} = -\frac{1}{A} \frac{\frac{d\sigma_z}{\rho_a}}{[(\rho_{veo} + \sigma_z)/\rho_a]^s} \quad (37)$$

#### FÓRMULAS ELÁSTICAS

Se presentan algunas fórmulas obtenidas de la teoría de la elasticidad, que se pueden usar, en forma aproximada, para calcular deformaciones verticales en los suelos.

Ley de Hooke

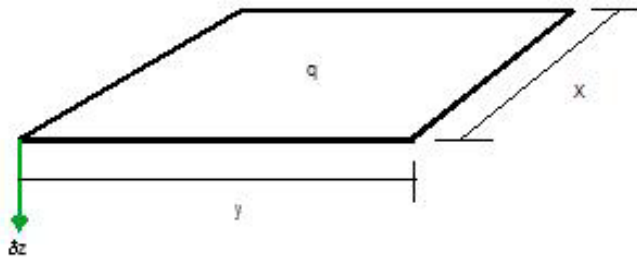
$$\varepsilon_z = (1/E)[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad (38)$$

Fórmula de Schleicher

Asentamiento bajo la esquina de un rectángulo de ancho  $x$  y largo  $y$  (figura 12, ref. 5), fórmula de Schleicher (Terzaghi, 1943)

$$\delta_z = \frac{q(1-\nu^2)}{\pi E} \left\{ y \ln \left[ \frac{(x + \sqrt{x^2 + y^2}) \sqrt{y^2 + h^2}}{y(y+A)} \right] + x \ln \left[ \frac{(y + \sqrt{x^2 + y^2}) \sqrt{x^2 + h^2}}{x(y+A)} \right] \right\} + \frac{q}{2\pi E} (1-\nu-2\nu^2) h \tan^{-1} \left( \frac{yx}{hA} \right) \quad (39)$$

$$A = (x^2 + y^2 + h^2)^{1/2} \quad (40)$$



DEFORMACIÓN BAJO LA ESQUINA DE UN RECTÁNGULO

CARGADO

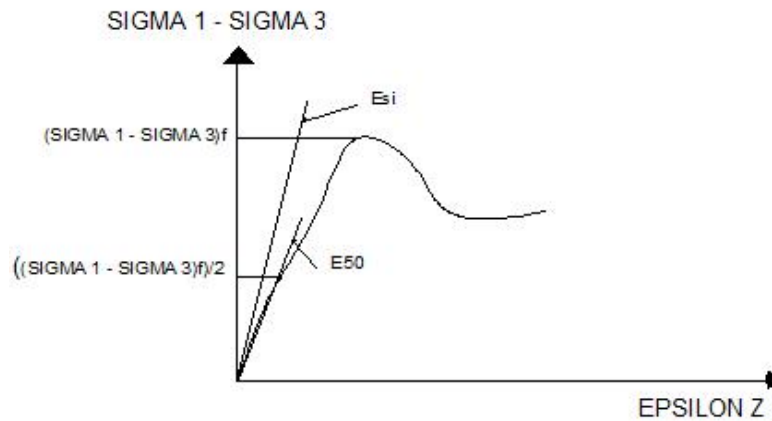
FIGURA 12

Ref. 5

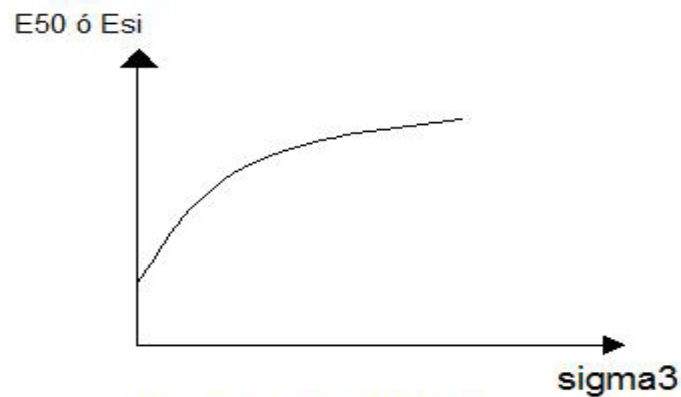
En la práctica se usa que  $E = E_s$ , el módulo de deformación del suelo. El módulo  $E_s$  se puede obtener a partir de los resultados de una prueba de compresión triaxial (figura 13a, ref. 5). Como  $E_s$  se puede usar el módulo tangente inicial  $E_{s1}$  o

el módulo  $E_{so}$  (figura 13a, ref.5.), que corresponde al 50% del esfuerzo desviador de falla.

La rigidez de un suelo es fricción de la presión de confinamiento. En la figura 13 b (ref.5.) se muestra la variación de  $E_{so}$  ó  $E_{s1}$  con el confinamiento  $\sigma_3$ .



A) MÓDULO  $E_{50}$  Y MÓDULO TANGENTE INICIAL  $E_{si}$



B) VARIACIÓN DEL MÓDULO  $E_{50}$  Ó DEL

MÓDULO TANGENTE INICIAL  $E_{si}$  CON LA PRESIÓN DE CONFINAMIENTO

FIGURA 13

Ref. 5



Nivel de agua freática

Se define nivel de agua freática (NAF) como el lugar geométrico de todos los puntos donde la presión en el agua es igual a la presión atmosférica. En ingeniería civil consideramos la presión atmosférica igual a cero.

La presión de compresión o esfuerzo normal se consideran positivo, y la presión o esfuerzo normal menor que la presión atmosférica se consideran negativos.

Influencia de la posición del nivel de agua freática (NAF).

Dado que la deformación de un suelo totalmente saturado depende de la presión efectiva entre los granos, cuando el terreno se encuentra bajo el NAF, para el cálculo de asentamientos se debe emplear  $\rho_{vo}'$  (presión efectiva) en vez de  $\rho_{vo}$  (presión total).

## SUELOS COHESIVOS TOTALMENTE SATURADOS

En las arcillas totalmente saturadas se presenta una deformación inmediata (a volumen constante y posteriormente ocurre una deformación diferida por cambio de volumen). Estas deformaciones se deben a incrementos de carga, ocasionados por una obra de ingeniería.

Para calcular la deformación inmediata se utilizan pruebas de compresión triaxial manteniendo el volumen constante (no se permite el drenaje del agua del suelo). Con los resultados de estas pruebas se obtienen las deformaciones inmediatas del suelo usando las fórmulas de la teoría de la elasticidad.

La deformación de un suelo cohesivo totalmente saturado es la suma de las deformaciones a corto y largo plazo.

$$\delta = \delta_u + \delta'$$

DEFORMACIÓN INMEDIATA (a volumen constante)

La deformación a corto plazo la obtenemos usando la ecuación 29, pero como la deformación ocurre a volumen constante, hacemos  $c=0$  en la ecuación 29

$$\frac{d(\Delta z)}{\Delta z} = -\frac{1}{A} \frac{(f\sigma_z/\rho_a)^r d(\sigma_z/\rho_a)}{(\rho_{beo}/\rho_a)^s} \quad (41)$$

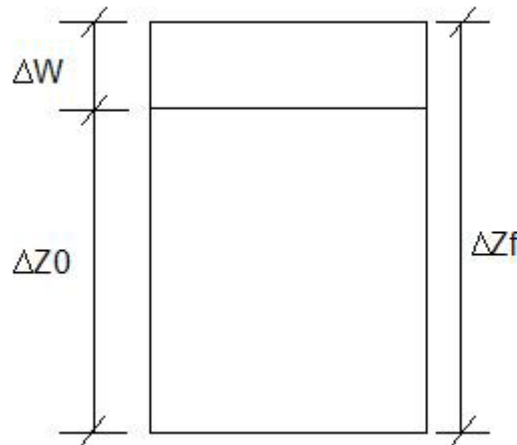
De la figura 14 (re. 5) se tiene que

$$\Delta z_f = \Delta z_0 + \Delta w$$

$$\Delta z_f/\Delta z_0 = 1 + \Delta w/\Delta z_0$$

$$\Delta w/\Delta z_0 = \Delta z_f/\Delta z_0 - 1$$

$$\frac{\Delta w}{\Delta z_0} = \exp\left[-\frac{(f\sigma_z)^{1+r}}{(1+r)A\rho_{beo}^s\rho_a^{1+r-s}}\right] - 1 \quad (42)$$



DEFORMACIÓN DE UN ELEMENTO DE SUELO DE  
ESPESOR INICIAL  $\Delta z_0$

FIGURA 14

Ref. 5

El desplazamiento  $\Delta w$  se mide hacia arriba. Para que el desplazamiento hacia abajo sea positivo, hagamos  $\delta_z = -\Delta w$ . Lo que la ecuación anterior queda

$$\delta_z = \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{(f\sigma_z)^{1+r}}{(1+r)A\rho_{beo}^s \rho_a^{1+r-s}}\right]\right\} \Delta z_0 \quad (43)$$

Con esta ecuación se permite calcular la deformación inmediata de un elemento de suelo cohesivo totalmente saturado de espesor  $\Delta z_0$ , sujeto a incrementos de esfuerzo  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ .

Donde los valores de  $f$  está dado por las siguientes ecuaciones

$$f = 1 - (a_1 + a_2)$$

O bien

$$f = 1 - \nu \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{\sigma_z} \right) \quad (44)$$

Así como también se tiene que

$$\rho_{beo} = \rho_{cie} + \rho_{co}' \quad (45)$$

Donde

$$\rho_{co}' = [(1 + 2K_0)/3] \rho_{vo}' \quad (46)$$

En arcillas totalmente saturadas  $r$  varía entre 0 y 0.2; para fines prácticos se puede usar  $r=0$ . Además el exponente  $s$  es cercano a cero en arcillas sensitivas, y el orden de 1 en arcillas no sensitiva. En la práctica es usual denominar  $A_u$  al módulo  $A$  de la ecuación 50:  $A_u = A$ . Propiedad se determina a partir de resultados de pruebas triaxiales no drenadas.

$$A_u = -\frac{(f\sigma_z)^{1+r}}{(1+r)\rho_{beo}^s \rho_a^{1+r-s} \ln(1-\varepsilon_z)} \quad (47)$$

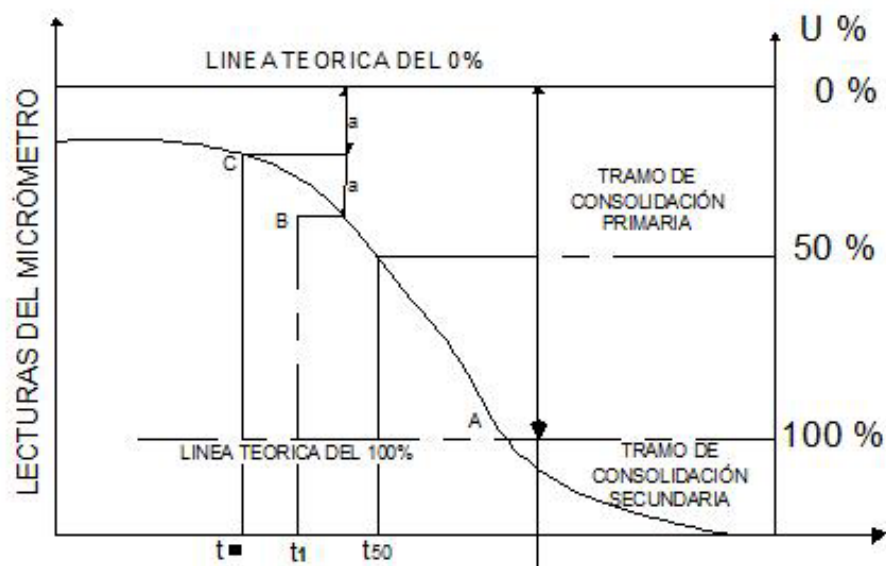
Siendo

$$\varepsilon_z = \delta_z / \Delta z_0 \quad (48)$$

Deformación a largo plazo**PRUEBA DE CONSOLIDACIÓN UNIDIMENSIONAL**

Una prueba de consolidación unidimensional consiste en colocar un espécimen de suelo en un anillo que impide la deformación lateral (compresión confinada). Se aplica un incremento de carga y se mantiene sostenido durante un cierto intervalo de tiempo (un día). Se mide la evolución de la deformación durante este lapso, con lo que se obtiene una curva de consolidación. El proceso se repite para varios incrementos de carga, con lo que se dispone de una curva de consolidación para cada incremento.

En la figura 15 (ref.5) se muestra una curva de consolidación (Juárez Badillo y Rico, 1976).



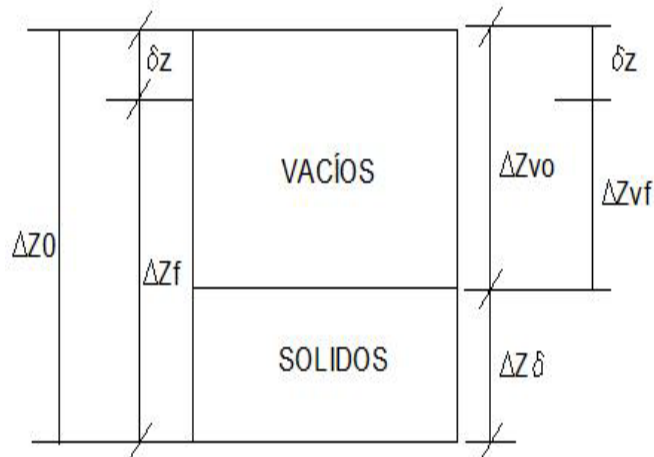
DETERMINACIÓN DEL 0% Y DEL 100% DE CONSOLIDACIÓN PRIMARIA EN UNA CURVA DE CONSOLIDACIÓN

FIGURA 15

Ref. 5

*DEFORMACIÓN DE UN ELEMENTO DE SUELO DE ESPESOR  $\Delta z_0$* 

Un estrato de arcilla de espesor inicial  $\Delta z_0$ , el cual, al ser sometido a un incremento de carga, sufre una deformación vertical  $\delta_z$  (figura 16, ref.5), quedando con un espesor final  $\Delta z_f$



DEFORMACIÓN DE UN ELEMENTO

FIGURA 16

Ref. 5

$$\delta_z = \Delta z_0 - \Delta z_f \quad (49)$$

Sus relaciones de vacíos inicial y final son (correspondientes a la figura 16)

$$e_0 = \Delta z_{vo} / \Delta z_s \quad (50)$$

$$e_f = \frac{\Delta z_{vf}}{\Delta z_s} \quad (51)$$

Al suponer que la compresión vertical se debe únicamente a una reducción de los vacíos del suelo se puede tener que

$$\Delta z_0 = \Delta z_{vo} + \Delta z_s$$

$$\Delta z_f = \Delta z_{vf} + \Delta z_s$$

Al reemplazar las ecuaciones anterior, se tiene que

$$\delta_z = \Delta z_{v0} - \Delta z_{vf} \quad (52)$$

Haciendo una serie de sustituciones con la relación de vacíos y algebra elemental podemos decir

$$\delta_z = \frac{e_0 - e_f}{1 + e_0} \Delta z_0 \quad (53)$$

Haciendo  $\Delta e = e_0 - e_f$

$$\delta_z = \frac{\Delta e}{1 + e_0} \Delta z_0 \quad (54)$$

Esta ecuación permite calcular la deformación vertical de un estrato de suelo de espesor inicial  $\Delta z_0$ , en función de su decremento de relación de vacíos y de su relación de vacíos inicial.

### Curva de compresibilidad

En una curva de compresibilidad se puede distinguir si la arcilla se encuentra normalmente consolidada o preconsolidada. De la figura 17 (ref.5) se tiene que

Si  $\rho_{v0}' = \rho_{vc}'$  : la arcilla se encuentra normalmente consolidada

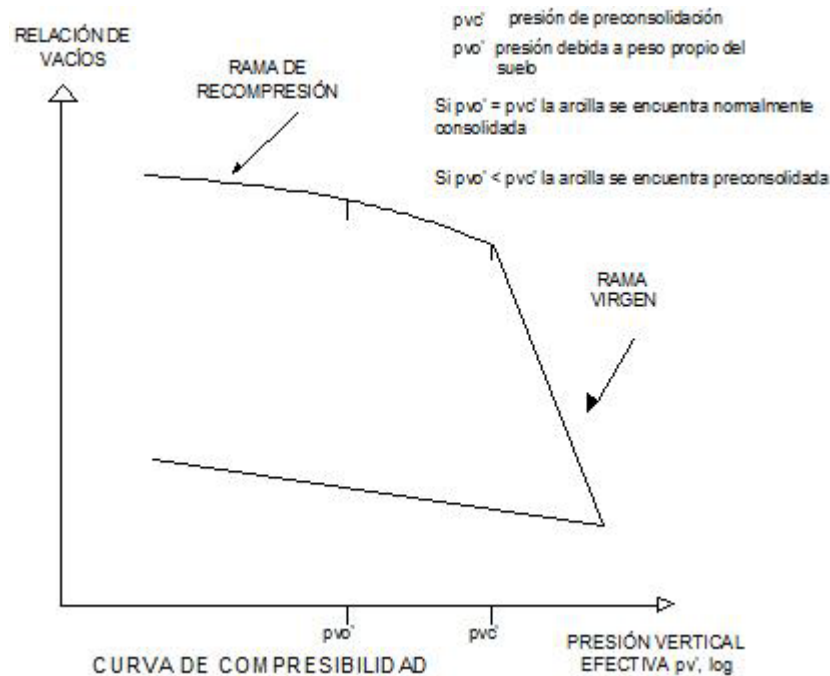
Si  $\rho_{v0}' < \rho_{vc}'$  : la arcilla se encuentra preconsolidada

Se define el coeficiente de compresibilidad  $a_v$  como

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \rho_v} \quad (55)$$

En lo que corresponde al coeficiente de compresibilidad volumétrica

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0} \quad (56)$$



CURVA DE COMPRESIBILIDAD

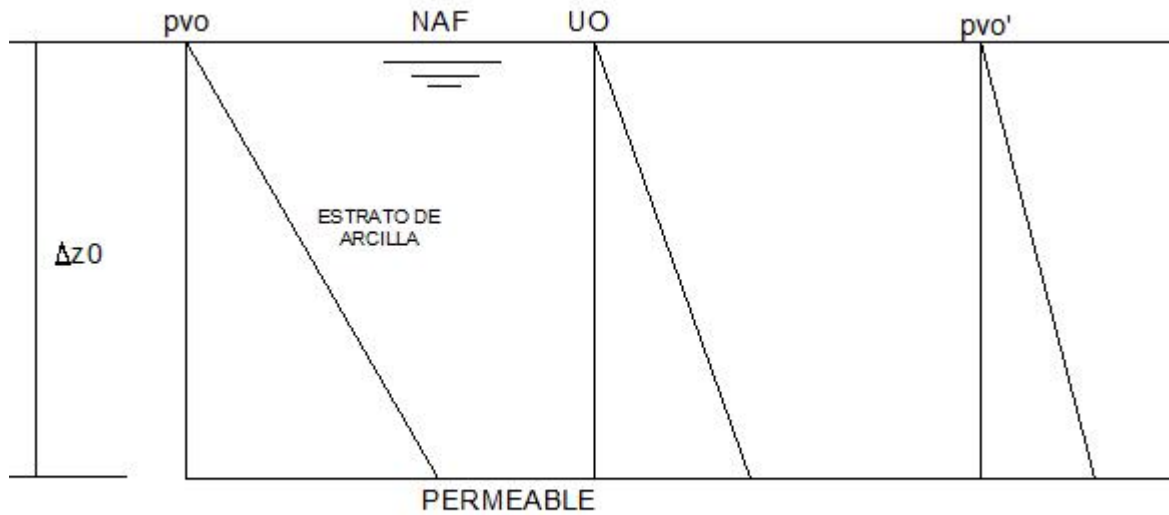
FIGURA 17

Ref. 5

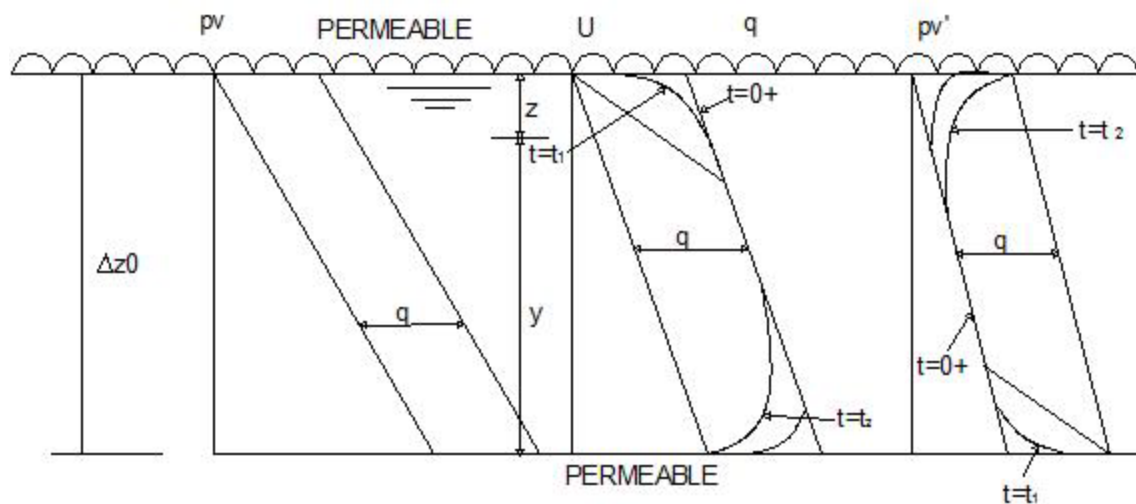
### TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN PRIMARIA DE TERZAGHI

Considérese un estrato de arcilla de espesor  $H$ , con el nivel de agua freática (NAF) en la superficie del terreno (figura 18a, ref. 5)

Los diagramas de presión total, hidráulica y efectiva se muestran en la figura 18-a. Al considerar que se aplica una carga unitaria vertical  $q$  en un área bastante grande para que un incremento de presión vertical sea constante con la profundidad; al mismo tiempo supongamos que además se permite el drenaje en la frontera superior del estrato de arcilla. Los diagramas de presión en el suelo quedan como lo presenta la figura 18b (ref. 5.)



A) DIAGRAMA DE PRESIONES INICIALES



B) DIAGRAMA DE PRESIÓN A UN INCREMENTO DE CARGA REPARTIDA q

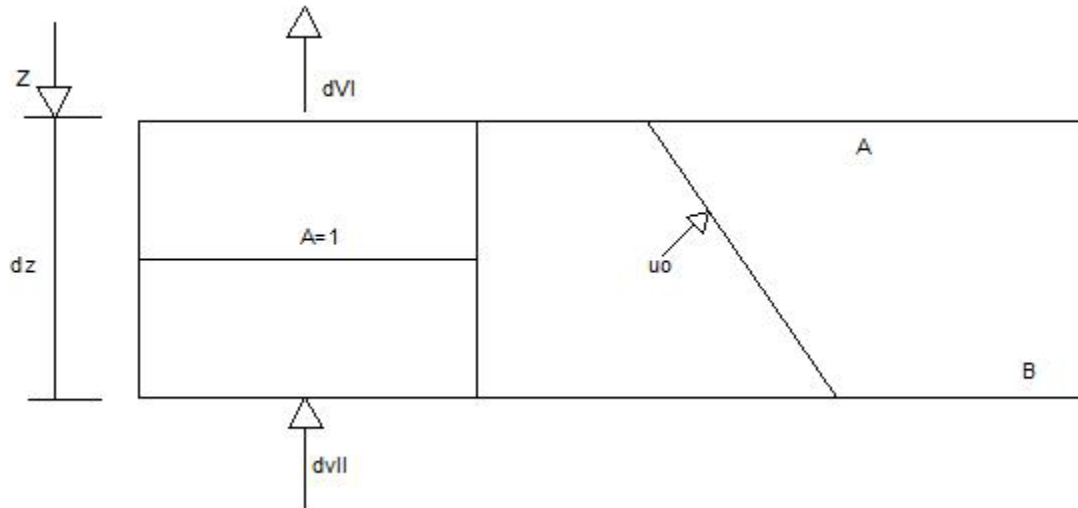
ESTRATO SOMETIDO A UN INCREMENTO DE CARGA q

FIGURA 18

Ref. 5

Los volúmenes de salida  $DV_I$  y de entrada  $DV_{II}$  de un elemento de suelo de espesor  $Dz$ , situado a una profundidad  $z$ . La curva de variación de la presión hidráulica en un tiempo  $t$  (figura 19, ref.5).





FLUJO VERTICAL A TRAVÉS DE UN ELEMENTO DE SUELO  
DE ESPESOR

FIGURA 19

Ref. 5

El gradiente hidráulico a la profundidad  $z$  (punto A-figura 19, ref. 5). La altura piezométrica vale (17-b)

$$h = H + (\Delta u) / \gamma_w \quad (57)$$

Llamando a  $\Delta u$  como el incremento de presión hidráulica en el punto A. Para el incremento de presión hidráulica en el punto B vale (figura 18)

$$i_A = \frac{\partial h}{\partial z}$$

$$i_a = (1/\gamma_w) \left( \frac{\partial}{\partial z} \right) \left\{ (\Delta u) + \left[ \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} \right] dz \right\} \quad (58)$$

El gasto de salida del elemento, para un área unitaria en dirección vertical, utilizando la ley de Darcy, vale

$$dV_I = k \left( \frac{1}{\gamma_w} \right) \left[ \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} \right] dz \quad (59)$$

De la misma análoga para el gasto de entrada al elemento.

$$dV_{II} = \left\{ k \left( \frac{1}{\gamma_w} \right) \left( \frac{\partial}{\partial z} \right) \left\{ (\Delta u) + \left[ \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} \right] dz \right\} \right\} dt \quad (60)$$

Para el volumen de entrada y de salida será

$$\Delta dV = - \left( \frac{k}{\gamma_w} \right) \left[ \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} \right] dz dt \quad (61)$$

Por otra parte, la deformación vertical del elemento de espesor dz vale

$$\Delta d\delta = \left[ \frac{de}{1+e} \right] dz$$

Y el decremento de volumen, para un área unitaria en dirección vertical

$$\Delta dV = \left[ \frac{de}{1+e} \right] dz \quad (62)$$

### Solución de la ecuación diferencial de consolidación

Para la solución de la ecuación diferencial de la consolidación

$$c_v [\partial^2(\Delta u) / \partial z^2] = [\partial(\Delta u) / \partial t] \quad (63)$$

Se consideran las siguientes condiciones de frontera (figura 18b)

$\Delta u = 0$ , para  $z=0$  y  $z=2\Delta z_e$ , para todo  $t > 0$ .

Con la siguiente condición inicial

$\Delta u = q$  para  $t = 0^+$ , y  $0 < z < 2\Delta z_e$

Para estas condiciones, la solución de la ecuación es (Juárez Badilla y Rico, 1976)

$$\Delta u = q \sum_{i=0}^{\infty} \left\{ \frac{4}{(2i+1)\pi} \sin\left[\frac{(2i+1)\pi}{2} \frac{z}{\Delta z_e}\right] \exp\left[-\frac{(2i+1)^2 \pi^2 T}{4}\right] \right\} \quad (64)$$

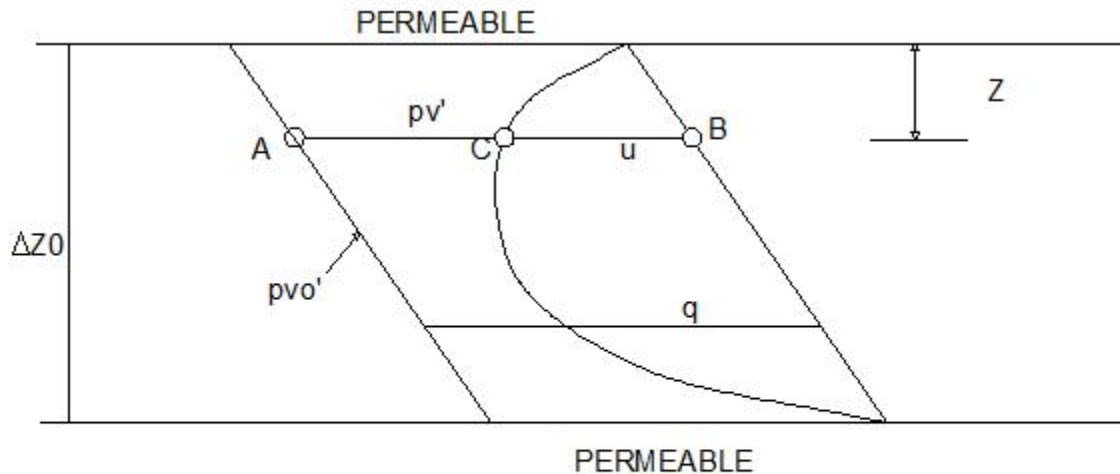
Donde  $T = c_v t / \Delta z_e^2$ , siendo T el factor tiempo.

#### Grado de consolidación de un estrato de arcilla

Se define el grado o porcentaje de consolidación a la profundidad z de la siguiente forma (figura 20, ref.5)

$$U_z(\%) = (AC/AB)(100) = [(q - \Delta u)/q](100)$$

$$U_z(\%) = \left(1 - \frac{\Delta u}{q}\right) (100) \quad (65)$$



GRADO DE CONSOLIDACIÓN DE UN ESTRATO DE  
ARCILLA DE ESPESOR  $\Delta z_0$   
FIGURA 20

Se define el grado o porcentaje de consolidación de un estrato de arcilla de espesor  $\Delta z_0 = 2 \Delta z_e$  de la siguiente forma

$$U(\%) = \frac{\int_0^{\Delta z_e} (q - \Delta u) dz}{q(2\Delta z_e)} (100) \quad (66)$$

$$U(\%) = (100) \left\{ 1 - \left[ \frac{1}{q(2\Delta z_e)} \int_0^{\Delta z_e} (\Delta u) dz \right] \right\} \quad (67)$$

Haciendo una serie de sustituciones con ecuaciones anteriores y aplicando algebra se tiene que

$$U(\%) = (100) \left[ 1 - \sum_{i=0}^{\infty} \frac{8}{(2i+1)^2 \pi^2} \exp \left[ -\frac{(2i+1)^2 \pi^2 T}{4} \right] \right] \quad (68)$$

En esta ecuación se observa que el porcentaje de consolidación de un estrato depende únicamente del factor tiempo:  $U = f(T)$ . En la tabla 1 se muestran los valores de U en función de T (Juárez Badillo y Rico, 1976).

RELACIÓN TEÓRICA U(%)-T

U(%)	T
0	0
10	0.008
15	0.018
20	0.031
25	0.049
30	0.071
35	0.096
40	0.126
45	0.159
50	0.197
55	0.238
60	0.287
65	0.342
70	0.405
75	0.477
80	0.565
85	0.684
90	0.848
95	1.127
100	$\infty$

(Tomada de Juárez Badillo y Rico, 1976)

TABLA 1 Relación teórica U%-T

**TEORÍA DE LA CONSOLIDACIÓN SECUNDARIA DE ZEEVAERT**

Tomando en cuenta el modelo de viscosidad intergranular de la figura 20 (unidad Z; Zeevaert, 1986. Ref. 5), que consiste en un amortiguador N con coeficiente de fluidez  $\phi_N$  y otro amortiguador 2 cuya fluidez disminuye con el tiempo.

En el amortiguador N

$$\varepsilon_N = \phi_N \sigma_N \quad (69)$$

En el amortiguador 2

$$\varepsilon_2 = \frac{a}{b+t} \sigma_2$$

Por equilibrio

$$\sigma_z = \sigma_N + \sigma_2$$

Como los amortiguadores están en paralelo

$$\varepsilon_{st} = \varepsilon_N = \varepsilon_2 \quad (70)$$

Realizando sustituciones adecuadas obtenemos que

$$\varepsilon_{st} = \frac{a}{\frac{a}{\phi_N} + b + t} \sigma_z \quad (71)$$

Al hacer  $\sigma_2$  constante e integrando la ecuación se tiene

$$\varepsilon_{st} = a\sigma_z \ln \left( \frac{b + t + \frac{a}{\phi_N}}{b + \frac{a}{\phi_N}} \right) \quad (72)$$

Del modelo de Newton, y considerando las ecuaciones 70 y 71

$$\sigma_N = (1/\phi_N)\varepsilon_{st} = \frac{a/\phi_N}{\frac{a}{\phi_N} + b + t} \sigma_z$$

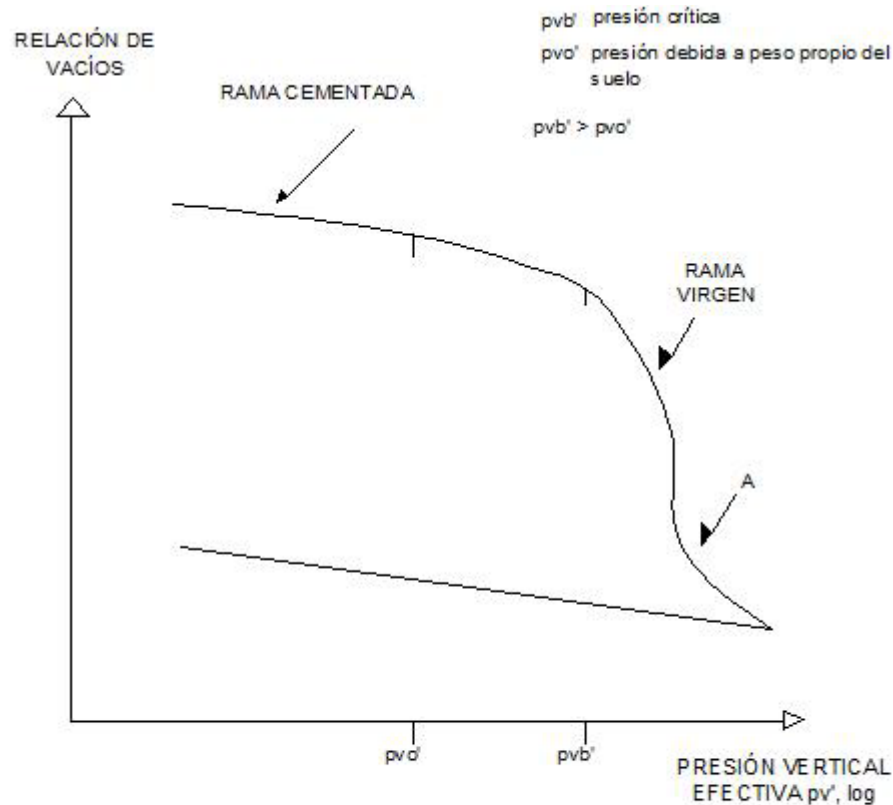
Para  $t=0 \rightarrow \sigma_N = \sigma_z$ , donde  $b=0$ ; por lo tanto

$$\varepsilon_{st} = a\sigma_z \ln \left( \frac{t + \frac{a}{\phi_N}}{\frac{a}{\phi_N}} \right) \quad (73)$$

### ARCILLAS SENSITIVAS

Tienen estructura floculenta. La curva de compresibilidad se muestra en la figura 22 (ref.5). La deformación se debe a consolidación primaria y consolidación secundaria.

$$\delta_t = \delta_{Pt} + \delta_{St} \quad (74)$$



CURVA DE COMPRESIBILIDAD ARCILLA SENSITIVA  
FIGURA 22

Cálculo de la deformación  $\delta_P$  al término de la consolidación primaria

Usando la ecuación constitutiva para deformación vertical, considerando que para arcillas sensitivas el coeficiente  $s$  varía entre -0.5 y 0.5 y tomando el valor medio  $s=0$  la ecuación queda

$$\frac{d(\Delta z)}{\Delta z} = \frac{1}{A} \frac{d\sigma_z}{\rho_a} \quad (75)$$

Al integrar la ecuación y al aumentar esfuerzo de 0 a  $\sigma_z$ , el elemento disminuye su espesor de  $\Delta z_0$  a  $\Delta z_f$ . Por lo tanto, se integra de  $\Delta z_0$  a  $\Delta z_f$  el primer miembro y de 0 a  $\sigma_z$ , el segundo miembro

$$\delta_z = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\sigma_z}{A\rho_a}\right) \right] \Delta z_0 \quad (76)$$

Sea  $\delta_p = \delta_z$  la deformación al término de la consolidación primaria, lo que implica que la ecuación anterior quede

$$\delta_p = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\sigma_z}{A_p \rho_a}\right) \right] \Delta z_0 \quad (77)$$

La ecuación 84 permite calcular la deformación vertical de un estrato de un suelo de espesor inicial  $\Delta z_0$ , al término de la consolidación primaria.

### Evolución de la deformación

#### *Consolidación primaria (Karl Terzaghi)*

Es una teoría válida para la consolidación primaria debida a la expulsión del agua en el suelo. La deformación unitaria de una arcilla totalmente saturada se produce por los fenómenos de consolidación primaria y secundaria, es decir:

$$\delta_{zt} = \delta_{pt} + \delta_{st}$$

En términos de la consolidación se tiene

$$\delta_{pt} = \delta_p U \quad (78)$$

Donde U es porcentaje de consolidación

$U=f(T)$

$$T = \frac{c_v t}{(\Delta z_e)^2} \quad (79)$$



*Consolidación secundaria*

La deformación por consolidación secundaria la podemos encontrar utilizando la expresión siguiente

$$\delta_{st} = C_t \log(1 + \xi T) \quad (80)$$

En arcillas sensitivas, cuando el tramo de consolidación secundaria es aproximadamente una línea recta, se observa que  $\xi \doteq 5$ . Y para lo que corresponde a  $C_t$  se calcula

$$C_t = \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\sigma_z}{A_{cs}\rho_a}\right) \right] \Delta z_0 \quad (81)$$

T es el factor tiempo, dado por la ecuación 79.

Determinación de las propiedades de deformación a partir de la curva de consolidación

*Curvas de consolidación tipo I*

Para este tipo de curvas el módulo  $\xi = 5$  (Zeevaert, 1986). En la curva de consolidación se toman dos puntos para tiempos grandes. En la recta secundaria

$$\delta_{t_1} - \delta_{t_2} = C_t \log \frac{1 + \xi T_2}{1 + \xi T_1} \approx C_t \log \left( \frac{T_2}{T_1} \right)$$

Pero si considera que

$$\delta_{t_2} - \delta_{t_1} \approx C_t \log \left( \frac{t_2}{t_1} \right)$$

Entonces se tiene que

$$C_t \approx \frac{\delta_{t_2} - \delta_{t_1}}{\log\left(t_2/t_1\right)} \quad (82)$$

Con este valor de  $C_t$  al despejar  $A_{cs}$  de la ecuación 88 se tiene entonces que

$$A_{cs} = - \frac{\sigma_z}{\rho_a \ln\left(1 - C_t/\Delta z_0\right)} \quad (83)$$

Por otra parte, para  $U= 100\%$ ,  $T \approx 2$

EJEMPLO DE APLICACIÓN

## CAPITULO 4

### EJEMPLO DE APLICACIÓN

Calcular las deformaciones de un cajón de cimentación de un edificio de dimensiones B por L en planta. El inmueble (de seis pisos) tiene un peso unitario máximo de 83 kPa y un peso unitario medio de 70 kPa (ya considerando el peso del cajón de cimentación). La estratigrafía del subsuelo se indica en la figura 23 .Calcular los siguientes movimientos:

- a) La expansión inmediata del fondo del corte, debido a la excavación.
- b) El asentamiento inmediato por recompresión (recuperación de la expansión por excavación).
- c) El asentamiento por compresión (debido al incremento neto de carga por el peso máximo del edificio).
- d) El asentamiento diferido por compresión (debido al incremento neto de carga por el peso medio del inmueble), para tiempos de  $t_1= 1$  y  $t_2=30$  años.

Considerar que la presión crítica  $p_{ub}' = 1.6 p_{vo}'$

Datos:

B= 20 m

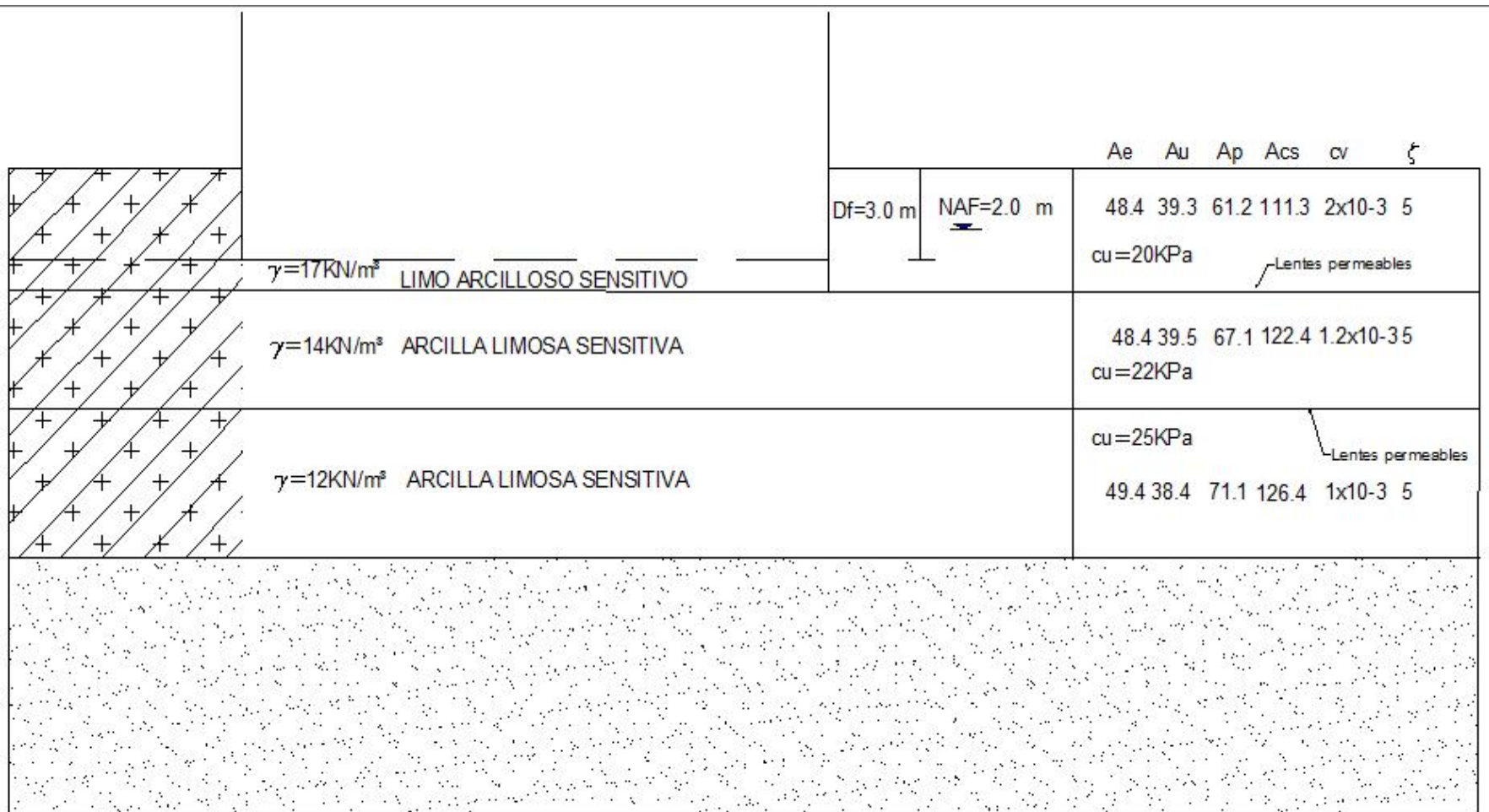
L= 30 m

X= 10 m

Y= 15 m

$W_{max} = 83$  kPa

$W_{med} = 70$  kPa



PERFIL ESTRATIGRAFICO DEL LUGAR.  
FIGURA 23

La descarga por excavación vale

$$q_{exc} = \gamma Z$$

La expansión inmediata del estrato de arcilla debida a la excavación se puede calcular utilizando la teoría de la elasticidad, es decir, la ley de Hooke.

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E_s} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$

Donde  $E_s$  se denomina módulo de deformación del suelo equivalente al módulo de Young (módulo de elasticidad para materiales elástico-lineales).

El asentamiento se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\delta_z = \varepsilon_z (\Delta z)$$

donde  $\Delta z$  es el espesor total del estrato

Inicialmente se calcula la descarga por excavación con un nivel de desplante de 3 m, utilizando la siguiente ecuación:

$$q_{exc} = 17 \left( \frac{kN}{m^3} \right) * 3 (m)$$

$$q_{exc} = 51 \frac{kN}{m^2}$$

Que esto a su vez puede ser

$$q_{exc} = 51 kPa$$

Una vez obtenido la descarga por excavación se calculan los decrementos de los esfuerzos debido a la descarga, a la mitad de cada estrato considerando un módulo de  $E_s$  de 5000 kPa., y una relación de Poisson  $\nu$  de 0.5.

Entonces para el primer estrato se tiene

$$B = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$$

$$B = (10^2 + 15^2 + 0.5^2)^{1/2}$$

$$B = 18.03 \text{ m}$$

Sustituyendo cada uno de los valores correspondientes se obtiene los valores de cada esfuerzo

$$\sigma_x = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(y^2 + z^2)B} - \tan^{-1} \frac{zB}{xy} + (1 - 2\nu) \left( \tan^{-1} \frac{x}{y} - \tan^{-1} \frac{xB}{yB} \right) \right]$$

$$\sigma_x = 12.11 \text{ kPa}$$

$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(x^2 + z^2)B} - \tan^{-1} \frac{zB}{xy} + (1 - 2\nu) \left( \tan^{-1} \frac{y}{x} - \tan^{-1} \frac{yB}{xB} \right) \right]$$

$$\sigma_y = 11.92 \text{ kPa}$$

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2} \right) \frac{xyz}{B} + \tan^{-1} \frac{xy}{zB} \right]$$

$$\sigma_z = 12.74 \text{ kPa}$$

Estos esfuerzos se encuentran bajo la esquina de la cuarta parte del área, por lo tanto los esfuerzos bajo el centro los determinamos multiplicando por cuatro cada uno de los valores, es decir:

$$\sigma_z = 50.96 \text{ kPa}$$

$$\sigma_x = 48.44 \text{ kPa}$$

$$\sigma_y = 47.68 \text{ kPa}$$

De manera similar se hace el cálculo para los siguientes estratos. Se exhibe en la siguiente tabla el cómputo de los tres estratos de suelo.

Estrato, m	$\Delta z$ , m	z, m	B, m	$\sigma_x$ , kPa	$\sigma_y$ , kPa	$\sigma_z$ , kPa	$\epsilon_z$	$\delta z$ , cm
1	1	0.5	18.034	48.44	47.71	50.99	0.000583	0.0583
2	4	3.0	18.275	36.21	32.29	50.37	0.003224	1.2895
3	5	7.5	19.526	19.24	13.92	44.51	0.005586	2.7929
							$\Sigma=$	4.140

**Tabla 2.** La expansión inmediata del fondo del corte, debido a la excavación

Para el asentamiento inmediato por recompresión, que no es más que la recuperación de la expansión por la excavación se tiene que:

Estrato, m	$\Delta z$ , m	z, m	B, m	$\sigma_x$ , kPa	$\sigma_y$ , kPa	$\sigma_z$ , kPa	$\epsilon_z$	$\delta z$ , cm
1	1	0.5	18.034	48.44	47.71	50.99	0.000583	0.0583
2	4	3.0	18.275	36.21	32.29	50.37	0.003224	1.2895
3	5	7.5	19.526	19.24	13.92	44.51	0.005586	2.7929
							$\Sigma=$	4.140

**Tabla 3.**Asentamiento inmediato por recompresión

Para calcular el asentamiento por compresión, debido al incremento neto de carga por peso máximo del edificio cuyo valor es de 83 kPa, se debe obtener la carga neta considerando el peso máximo, por lo tanto se tiene que.

$$q_{neto} = q_{max} - q_{exc}$$

$$q_{neto} = 83 - 51$$

$$q_{neto} = 32 \text{ kPa}$$



Cuando la carga es máxima, no se calculan asentamientos a largo plazo debido a que el asentamiento se da de manera inmediata. Obteniendo el asentamiento inmediato debido al incremento neto de carga.

$$\delta_{zu} = \frac{\Delta z_0}{E_u} [\sigma_z - v(\sigma_x + \sigma_y)]$$

Considerando un módulo de  $E_u$  de 4000 kPa, una relación de Poisson  $v$  de 0.5 y utilizando las ecuaciones para el cálculo de esfuerzos a la mitad del estrato y la deformación a corto plazo se tiene la siguiente tabla:

Estrato, m	$\gamma$ , kN/m <sup>3</sup>	$\Delta z_0$ , m	$z$ , m	$B$ , m	$q_{\text{neto}}$ , kPa	$\sigma_x$ , kPa	$\sigma_y$ , kPa	$\sigma_z$ , kPa	$\delta_{zu}$ , cm
1	17	1	0.5	18.034	32	30.40	29.93	31.98	0.0456
2	14	4	3.0	18.275	32	22.72	20.26	31.60	1.0114
3	12	5	7.5	19.526	32	12.07	8.73	27.92	2.1905
								$\Sigma=$	3.2475

**Tabla 4.** Asentamiento por compresión, debido al incremento neto de carga por peso máximo

Cuando se realiza una excavación y se le coloca un peso máximo, el asentamiento es inmediato pero después de un tiempo ese peso varía y el asentamiento se llega a través de un promedio del peso total ( $w_{\text{med}}$ ). Para calcular el asentamiento diferido por compresión (debido al incremento neto de carga por el peso medio del inmueble), para tiempos  $t_1 = 1$  y  $t_2 = 30$  años se utiliza la siguiente expresión:

$$\delta_{zT} = \delta_p U + C_t \log(1 + \xi T)$$

En arcillas sensitivas, cuando en el tramo de consolidación secundaria es aproximadamente una línea recta, se observa que el valor de  $\xi \approx 5$ . (Zeevaert, 1986).

Para el cálculo de  $C_t$  se tiene la siguiente expresión:

$$C_t = \left(1 - e^{-\frac{\sigma_z}{P_a * A_{cs}}}\right) \Delta z_0$$

El asentamiento total por consolidación primaria se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$\delta_p = \left(1 - e^{-\frac{\sigma_z}{P_a * A_p}}\right) \Delta z_0$$

A T se le denomina factor tiempo donde

$$T = \frac{C_t t}{(\Delta z_0)^2}$$

U se define como grado o porcentaje de consolidación de un estrato de arcilla de espesor  $\Delta z_0 = 2\Delta z_e$  de la siguiente forma:

$$U(\%) = \frac{\int_0^{\Delta z_0} (q - \Delta u) dz}{q(2\Delta z_e)} (100)$$

Realizando las operaciones y sustituciones pertinentes se determina que el porcentaje de consolidación de un estrato depende únicamente del factor tiempo:  $U=f(t)$ . En la tabla 1 (tomada de Juárez Badillo y Rico, 1976) se muestran los valores de U en función de T.

Primero se calculan los incrementos de esfuerzos con la carga neta a la mitad del estrato, cuya tabla muestra los valores obtenidos:

Estrato	$\gamma$ , kN/m <sup>3</sup>	$\Delta z$ , m	Z, m	$q_{\text{neto}}$ , kPa	B, m	$\sigma_x$ , kPa	$\sigma_y$ , kPa	$\sigma_z$ , kPa
1	17	1	0.5	19	18.034	18.053	17.774	18.999
2	14	4	3	19	18.275	13.491	12.031	18.766
3	12	5	7.5	19	19.525	7.17	5.187	16.583

**Tabla 5.** Incrementos de esfuerzos con carga neta

De la estratigrafía del suelo se obtienen los siguientes datos

ESTRATO	Pa	Ap	Acs	cv	$\xi$
	kPa			cm <sup>2</sup> /s	
1	101.3	61.2	111.5	$2 \times 10^{-3}$	5
2	101.3	67.1	122.4	$1.2 \times 10^{-3}$	5
3	101.3	71.1	126.4	$1 \times 10^{-3}$	5

**Tabla 6.** Datos de perfil

Cálculo del asentamiento total por consolidación primaria

$$\delta_p = \left( 1 - e^{-\frac{\sigma_z}{P_a * A_p}} \right) \Delta z_0$$

$$\delta_p = \left( 1 - e^{-\frac{18.999}{61.2 * 101.3}} \right) 1$$

$$C_t = \left( 1 - e^{-\frac{\sigma_z}{P_a * A_{cs}}} \right) \Delta z_0$$

$$C_t = \left( 1 - e^{-\frac{18.999}{101.3 * 111.5}} \right) 1$$

ESTRATO	γ	Δ <sub>z0</sub>	C <sub>t</sub>	δ <sub>p</sub>
	KN/m <sup>3</sup>	m	cm	cm
1	17	1	0.16807	0.30599
2	14	4	0.60497	1.10287
3	12	5	0.64717	1.14995

**Tabla 7.**Datos de consolidación primaria

Para un tiempo T igual a 1 año

$$T=(1 \text{ año})(365 \text{ días})(86400 \text{ seg})= 31536000 \text{ seg.}$$

$$T = \frac{C_v t}{(\Delta z_e)^2}$$

$$T = \frac{0.002 * 31536000}{(100)^2}$$

ESTRATO	γ	Δz <sub>e</sub>	c <sub>v</sub>	C <sub>t</sub>	δ <sub>p</sub>	T
	KN/m <sup>3</sup>	m	cm <sup>2</sup> /s	cm	cm	
1	17	1	2x10 <sup>-3</sup>	0.16807	0.30599	6.3072
2	14	2	1.2x10 <sup>-3</sup>	0.60497	1.10287	0.94608
3	12	2.5	1x10 <sup>-3</sup>	0.64717	1.14995	0.504576

**Tabla 8.**Factor T para cada estrato

Una vez obtenido el factor tiempo, el porcentaje de consolidación se obtiene de la tabla de relación teórica, para valores de T>2, U tiene un valor de 100%

U(%)	T
90	0.848
91.75770609	0.94608
95	1.127

U%	T
75	0.477
76.56681818	0.504576
80	0.565

Haciendo los cálculos adecuados se presentan los resultados siguientes:

ESTRATO	$\Delta z_e$	$C_t$	$\delta_p$	T	U
	m	cm	cm		%
1	1	0.16807	0.30599	6.3072	100
2	2	0.60497	1.10287	0.94608	91.75771
3	2.5	0.64717	1.14995	0.504576	76.56682

**Tabla 9.** Porcentaje de U para cada factor T

Por lo tanto la deformación diferida del suelo

$$\delta_{zT} = \delta_p U + C_t \log(1 + \xi T)$$

El resultado de las deformaciones para cada estrato son los siguientes.

ESTRATO	$\Delta_{z0}$	$C_t$	$\delta_p$	T	U	$\delta_{zt}$
	m	cm	cm		%	cm
1	1	0.16807	0.30599	6.3072	100	0.560166
2	4	0.60497	1.10287	0.94608	91.75771	1.470647
3	5	0.64717	1.14995	0.504576	76.56682	1.234421
						3.265234

**Tabla 10.** Deformaciones para cada estrato en período de un año

De igual forma se obtiene las deformaciones para un período de 30 años considerando un peso de 19 kPa.

ESTRATO	Ct	$\delta_p$	T	U	$\delta_{zt}$
	cm	cm		%	cm
1	0.16807	0.30599	189.216	100	0.806219
2	0.60497	1.10287	28.3824	100	2.406624
3	0.64717	1.14995	15.13728	100	2.369696
					5.582539

**Tabla 11.** Deformaciones para cada estrato en un período de 30 años

Haciendo un resumen de manera general sumando cada uno de los resultados se tiene que:

T( años)	$\delta_{zt}$ (cm)
1	10.65360133
30	12.97090621

Ahora debemos calcular la capacidad de carga y para que se cumpla con la seguridad de una cimentación, basta que se satisfaga la siguiente desigualdad

$$q_{ult} < q_R$$

En un cimiento somero apoyado sobre un suelo cohesivo totalmente saturado la condición más desfavorable ocurre a corto plazo, ya que la resistencia tiende a aumentar al producirse el fenómeno de consolidación del suelo. Por lo que se recomienda la ejecución de pruebas triaxiales no consolidadas-no drenadas (tipo UU, o pruebas rápidas) para la determinación de la resistencia al corte del terreno.

<b>Nc</b>	<b>Cu</b> Kpa	<b>fc</b>	<b>F<sub>R</sub></b>	<b>γ<sub>sat</sub></b> KN/m <sup>3</sup>	<b>P<sub>v</sub></b> KPa	<b>ΣQ/A</b> Kpa	<b>F<sub>c</sub></b>	<b>q<sub>ult</sub></b> Kpa	<b>q<sub>R</sub></b> Kpa
5.14	22.54	1.205	0.7	17	51	83	1.4	<b>116.2</b>	<b>148.72</b>

**Tabla 12.**Resultado de cálculos de carga ultima y resistente

$$q_{ult} < q_R$$

$$116.2 < 148.72 \quad \text{CUMPLE}$$

Consideremos que el cimiento se encuentra sometido, además de la carga vertical, a dos momentos ortogonales alrededor de los ejes X y Y. Tomando en cuenta el momento en la capacidad de carga en el terreno de cimentación.

De manera similar revisaremos la estructura por sismo para tener más fundamentos para garantizar la seguridad del edificio. Calculando las excentricidades (e) para cada eje, considerando un ancho B' (el reducido virtual) sometida únicamente a carga vertical (ΣQ), y sustituyéndolos en las expresiones correspondientes a capacidad de carga por resistencia al corte.

Para el cálculo de las excentricidades en x y en y, respectivamente se tienen las siguientes expresiones:

$$e_x = \frac{M_y}{\sum Q}$$

$$e_y = \frac{M_x}{\sum Q}$$

De igual forma las ecuaciones para un ancho  $B'$  y  $L'$  sometidos únicamente a carga vertical se tiene que:

$$B' = B - 2e_x$$

$$L' = L - 2e_y$$

De cálculos y datos anteriores se tiene la siguiente tabla:

B (m)	L (m)	A (m <sup>2</sup> )	H <sub>total</sub> (m)	h <sub>med</sub> (m)	Df (m)	P <sub>umax</sub> (kPa)
20	30	600	18	9	3	83

**Tabla 13.**Datos para calcular el momento

Sabemos que para el cálculo de la carga última es igual a la suma de sus cargas sobre el área por un factor de carga, es decir:

$$q = \frac{\sum Q}{A} F_c$$

Si tenemos un peso unitario máximo de 83 kPa, y un factor de carga de 1.4 al sustituir en la ecuación tenemos una carga última de 116.2 kPa.

$$q_{ult} = 83 * 1.4$$

$$q_{ult} = 116.2 \text{ kPa}$$

Para poder obtener la sumatoria de las cargas debemos multiplicar el área por el peso unitario máximo, como se muestra a continuación.

$$\sum Q = A * P_{umax}$$



$$\sum Q = (600)(83)$$

$$\sum Q = 49,800.00 \text{ kN}$$

Para calcular la resistencia al corte se tiene que:

$$s = cW$$

$$s = \frac{c}{2} (\sum Q)$$

Sustituyendo los valores correspondientes podemos obtener que:

$$s = \frac{0.32}{2} (49,800.00)$$

$$s = 7968 \text{ kN}$$

Ahora calculemos el momento para poder obtener las excentricidades, con un valor de H igual a 18m y un  $h_{\text{medio}}$  de 9m.

$$M = (7968)(9)$$

$$M = 71712 \text{ kK} - m$$

B m	L m	H m	hc m	D m	P <sub>umax</sub> Kpa	A m <sup>2</sup>	ΣQ KN	S KN	M KN-m <sup>2</sup>
20	30	18	9	3	83	600	49800	7968	71712

**Tabla 14.** Datos para calcular las excentricidades

De las ecuaciones para excentricidades y un ancho B' y L' se tienen los siguientes resultados:

$e_x, m$	$e_y, m$	$B', m$	$L', m$	$A', m^2$
1.44	0.432	17.12	29.136	498.80

**Tabla 15.** Valores obtenidos para e, B' y L'

Una vez que obtuvimos estos valores podremos proseguir al cálculo de la carga última de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$q_{ult} = \frac{\sum QF_c}{A'}$$

$$q_{ult} = \frac{49800 (1.1)}{498.80}$$

$$q_{ult} = 109.82 \text{ kPa}$$

$$f_c = 1 + 0.25 \frac{B'}{L'} + 0.25 \frac{D}{B'}$$

$$f_c = 1 + 0.25 \frac{17.12}{29.136} + 0.25 \frac{3}{17.12}$$

$$f_c = 1.19$$

Una vez calculado el valor de nuestro factor de forma podemos calcular nuestra carga resistente.

$$q_R = 5.14 C_u f_c F_R + P_V$$

$C_u, \text{kPa}$	$f_c$	$F_R$	$P_V, \text{kPa}$	$q_{ult}, \text{kPa}$	$q_R, \text{kPa}$
22.54	1.19	0.7	51	<b>109.82</b>	<b>147.50</b>

**Tabla 16.** Valor obtenido de la carga resistente y última

De lo anterior podemos concluir que  $q_{ult} < q_R$ , es decir:

$$q_{ult} < q_R$$

$$109.82 < 147.50 \therefore \text{CUMPLE}$$

Como se puede observar al hacer la revisión por asentamientos y por capacidad de carga cumple con todos los requisitos para que la seguridad del edificio sea adecuada.

CONCLUSIONES

## CAPITULO 5

### CONCLUSIONES

Cualquiera que intente comprender la naturaleza geológica de los depósitos sobre los que se edifica la Ciudad de México se necesita información previa sobre las propiedades mecánicas de los suelos y solo debe tomarse como una guía, ya que siempre es necesario actualizar el conocimiento del subsuelo mediante estudios geotécnicos confiables.

Por otro lado, la mecánica de suelos influye en el análisis de las estructuras. En general, se acostumbra a proyectar las estructuras en el esquema simple de que la misma comienza a nivel del suelo de fundación, olvidándose de la parte inferior. Siendo más estrictos la estructura está constituida por 2 partes; la superior y la inferior. Esta última debe dimensionarse como parte integrante de misma, para que resista de manera similar. Cuando se proyecta una estructura es necesario analizar las condiciones de los suelos; conocer las propiedades hidráulicas y las mecánicas: resistencia y deformabilidad.

La resistencia de un suelo se suele definir de los esfuerzos desarrollados en el máximo de la curva esfuerzo-deformación. Así, una vez que se ha comprobado satisfactoriamente que un suelo no va a fallar totalmente, en general debe estimar el grado de deformación que se producirá al aplicar las cargas, decidiendo si esta deformación es admisible. Para hacer esto, se debe obtener una relación esfuerzo- deformación del suelo.

Caso particular se puede observar que las deformaciones en arcillas son más notorias a largo plazo, debido a que estas son más susceptibles a cambios en periodos largos que las deformaciones a corto plazo.

Al realizar una excavación existe una descarga de 51 kPa, presentándose una expansión inmediata en el suelo. Al utilizar la ley de Hooke podemos calcular el valor de ésta, cuyo resultado es de 4.14 cm.

El suelo reacciona de manera inmediata teniendo como consecuencia un asentamiento por recompresión; es decir, su recuperación de la expansión por la excavación cuyo valor es de 4.14 cm, valor que se obtuvo utilizando la teoría de elasticidad. Así como también debido a un incremento neto de carga de 83 KPa., hay un asentamiento por compresión y para su cálculo se utiliza la ley de Hooke y se obtiene un valor de 3.24 cm lo que es bastante aceptable.

En arcillas sensitivas cuando hay un asentamiento por compresión debida a un incremento neto de carga los asentamientos se dan a corto plazo pero cuando existe un peso medio, en este caso de 70 KPa, se observan asentamientos diferidos por compresión a largo plazo, tanto por consolidación primaria, como por consolidación secundaria. En este caso se han solicitado los cálculos para periodos de uno a treinta años. Una vez realizados los cálculos los asentamientos son de 3.26 y 5.58 cm respectivamente. Y haciendo la suma de las deformaciones se registra que para un año se tiene una deformación de 10.65 cm y de 12.97 cm para treinta, por lo que podemos decir que en arcillas las deformaciones más pronunciadas se presentan a largo plazo.

Una vez revisado la seguridad por asentamiento y al observar que los valores arrojados son favorables, revisamos la seguridad del edificio por capacidad de carga.

En un desplazamiento plástico local o general del suelo bajo una cimentación se genera una presión vertical conocida como capacidad de carga última por resistencia al corte del suelo. La expresión de capacidad de carga la proporciona la teoría de plasticidad.

Como ya se ha mencionado en el capítulo 2 una de las condiciones para que se cumpla con la seguridad de una cimentación, basta que se satisfaga que la carga última ( $q_{ult}$ ) sea menor que la capacidad de carga resistente ( $q_R$ ). Para suelos puramente cohesivos la condición más desfavorable ocurre a corto plazo, debido a que la resistencia tiende a aumentar al producirse el fenómeno de consolidación del suelo.

Realizando las operaciones adecuadas se obtiene una carga última de 116.2 KPa y una carga resistente de 148.72 KPa, lo cual cumple con la condición.

De manera similar se revisó los cimientos sometidos a carga vertical y a un momento, debidos a sismos. Calculando las excentricidades ( $e$ ) para cada eje, considerando un ancho  $B'$  (el reducido virtual) sometida únicamente a carga vertical ( $\Sigma Q$ ), y sustituyéndolos en las expresiones correspondientes a capacidad de carga por resistencia al corte, los cálculos han arrojado que la carga última ( $q_{ult}$ ) es de 109.82 KPa y la carga resistente ( $q_R$ ) de 147.51 KPa, lo que también resulta favorable.

Lo que concluimos es que mediante las teorías utilizadas y descritas en capítulos anteriores podemos calcular deformaciones y capacidad de carga en suelos, dando resultados favorables, de esta manera nosotros como ingenieros podemos asegurar la seguridad de una estructura.

Los asentamientos pueden alterar el aspecto de una estructura, provocando grietas en los muros exteriores, y en los revocos de las paredes inferiores. También pueden dar lugar a que una estructura se incline lo suficiente para que pueda apreciarse a simple vista su inclinación. Otra de las cosas que pueden causar los asentamientos pueden producir un fallo estructural de un edificio y su colapso, incluso aunque el factor de seguridad contra la falla por corte de la cimentación sea elevado.

De manera general es muy importante que ante el criterio básico para el buen proyecto de cimentación es, que el asentamiento no debe superar un cierto valor admisible. Este valor puede variar en estructuras a otras. Con objeto de asegurar que se cumplan criterios básicos, se deben de hacer dos consideraciones. En primer lugar, para cualquier cimentación existe un cierto valor de la presión aplicada para lo cual los asentamientos comienzan a ser muy grandes y difíciles de calcular. Dicho valor se denomina capacidad de carga. En segundo lugar, después de determinar la capacidad de carga y asegurar que es superior a la presión aplicada por la estructura, con un margen de seguridad adecuado, se deben estimar los asentamientos que se producirán bajo la carga aplicada, comparando su valor con el límite admisible.

Los retos más complejos y costosos los ha impuesto la construcción de cimentaciones debido a la presencia de suelos blandos entre los que sobresalen por su dificultad los trabajos del Sistema de Transporte Colectivo (Metro) y del Drenaje Profundo. Los avances han sido notables pero el crecimiento desmedido de la Ciudad de México obliga al desarrollo de nuevas tecnologías que aprovechen las peculiaridades de las arcillas.

Una buena parte de las teorías desarrolladas tienen su base en hipótesis simplificadoras del comportamiento de los suelos y en desarrollos matemáticos a partir de tales hipótesis; donde la observación y el empirismo juegan un papel muy importante.





**BIBLIOGRAFÍA**

- 1.-EULALIO JUÁREZ BADILLO\*/LIMUSA GRUPO NORIEGA EDITORES. Fundamentos de Mecánica de Suelos. Tomo 1. México 1992.
- 2.-EULALIO JUÁREZ BADILLO\*/LIMUSA GRUPO NORIEGA EDITORES. Fundamentos de Mecánica de Suelos. Tomo 2. México 1992.
- 3.-CARTA GEOLÓGICA-MINERA/CIUDAD DE MÉXICO E14-2.
- 4.-DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL. Artículo “Características Geológicas y Geotécnicas del Valle de México”. Septiembre 1986.
- 5.-AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA\*, MARGARITA PUEBLA CADENA.\* “Apuntes de Comportamiento de Suelos”. UNAM.
- 6.-REGLAMENTO DE CONSTRUCCIÓN DEL DISTRITO FEDERAL (5ª ed. México D.F: Trillas 2005)

\*Profesores del Departamento de Geotecnia. División de Ingeniería Civil y Geomática. Facultad de Ingeniería de la UNAM.