

MÉTODOS MODERNOS DE VALUACION

Fecha	Duración	Tema	Profesor
Agosto 14, 16 y 21	2 Hs. c/clase	<p>Fundamentos del índice de valor de capitalización de inmuebles de productos, considerando interés para el valor del terreno e interés y amortización para el valor de construcciones.</p> <p>a) Interés del valor del terreno y construcciones y amortización constante del valor de las construcciones.</p> <p>b) Interés del terreno y construcciones y amortización capitalizable de las construcciones.</p> <p>c) Técnicas residuales de capitalización para el terreno y construcciones aplicando los incisos a y b anteriores.</p>	Ing. Raúl Pulido
Agosto 23, 28 y 30 Sept. 4 y 6	2 Hs. c/clase	<p>Estudio de las funciones de intereses compuestos</p> <p>Aplicaciones en:</p> <p>a) Valuación de los contratos de arrendamiento, - tomando en cuenta el valor presente de futuros ingresos y la reversión del valor de terreno y construcciones depreciadas.</p> <p>b) Problemas relativos a pago de hipotecas:</p> <p>Capital pagado, capital por pagar, pago de --- anualidades con amortizaciones coincidentes con pagos, y amortizaciones en periodos no coincidentes con los pagos.</p>	Ing. Raúl Pulido

7
a

Fecha	Duración	Tema	Profesor
Sept. 11, 13, 18, 25 y 27	2 Hs. c/clase	Método de capitalización de L.W. Elwood, MAI. a) Valor presente de anualidades decrecientes b) Valor presente de anualidades crecientes c) Valor presente de anualidades variables d) Cálculo de interés de la aportación en efectivo cuando un inmueble tiene simultáneamente de apreciación, amortización del saldo de una hipoteca e incremento de la aportación en efectivo.	Ing. Raúl Pulido
Oct. 2 y 4	2 Hs. c/clase	Evaluadores económicos aplicados a inmuebles a) Relación, beneficio costo b) Valor presente de beneficios netos c) Tasa interna de recuperación	Dr. Melchor Rodríguez C.
Oct. 9 y 11	2 Hs. c/clase	Principios fundamentales para avalúos financieros de empresas en operación. Objetivos del curso a) Proporcionar a valuadores e inversionistas, un elemento efectivo para cuantificar el valor de capitalización en base a los ingresos y facilidades bancarias de las que disfrutaban los inmuebles de productos. b) Estudiar los evaluadores económicos como índices en la conveniencia de un negocio. c) Proporcionar a los valuadores los principios básicos en la valuación de empresas en operación.	Ing. Rubén Aguilar

Concepto de Índice de Valor de Capitalización

Índice de valor de capitalización de un inmueble es la cantidad en pesos que comercialmente representa dicho inmueble, obteniendo este resultado a partir de sus ingresos y mediante diversas técnicas de valuación adecuadas al inmueble que específicamente se estudia.

Para el desarrollo de este trabajo se toma como hipótesis fundamental, que los inmuebles a los que se les aplique estas técnicas de capitalización deben ser de productos. Si el inmueble no es esencialmente de productos, este índice de valor pierde parcial o totalmente su importancia.

Principios de Capitalización

Los principios de capitalización, son básicamente dos:

- 1.- Capitalización directa
- 2.- Capitalización separada para terreno y construcciones.

Bajo el primer principio se desarrolla el método de capitalización usado comúnmente por nosotros (capitalización directa a perpetuidad) y el Método Elwood de Capitalización de Ingresos.

De acuerdo con el segundo principio, se capitaliza a una tasa el terreno y las construcciones a esa misma tasa más otra adicional para amortizar según su vida económica restante, dichas construcciones.

Capitalización Directa a Perpetuidad

Este sistema es ventajoso cuando para un determinado uso de inmuebles en

los que existe cierta homogeneidad en cuanto a edad, zona de ubicación, estado de conservación, proyecto y proporción entre los valores de terreno y construcciones, y de los cuales se tiene bien establecido tanto su ingreso como su valor comercial, en cuyo caso, la tasa global de capitalización, queda determinada por el cociente:

$$R = \frac{I}{V} \quad (1)$$

fórmula en la que

R = tasa global anual de capitalización

I = ingresos netos anuales

V = valor comercial investigado

Ya conocida la tasa global anual de capitalización para los inmuebles homogéneos, esta tasa se aplica a otro inmueble semejante para obtener su valor comercial, partiendo de sus ingresos netos anuales, aplicando la fórmula anterior modificada de tal manera que el valor comercial es el que se encuentra despejado:

$$V = \frac{I}{R} \quad (2)$$

Este método tiene la ventaja de que es fácilmente comprendido y aplicado con relativa sencillez, mediante una simple operación de división.

Los inconvenientes de este método son:

1.- Dificultad para encontrar en el mercado los inmuebles que satisfagan con condiciones homogéneas en cuanto a uso, zona de ubicación, edad, estado de conservación, proyecto, proporción de valor entre terreno y construcciones, valor comercial e ingresos conocidos, mediante los cuales se determina la tasa

global anual que se aplica a inmuebles semejantes.

2.- El índice de valor de capitalización es muy sensible a los cambios en la tasa de capitalización.

Ejemplo

Ingreso Anual Neto	Tasa Global de Cap.	Índice de Valor de Cap.
\$100,000	7%	\$ 1 428,000.00
100,000	8%	1 250,000.00

Es decir, para un mismo ingreso neto anual, una disminución del 1% en la tasa, incrementa el valor en 14.24% y un aumento de 1% en la tasa, disminuye el valor en 12.46%.

3.- Puede considerar, pero no cuantifica, la amortización de las construcciones.

4.- Puede considerar, pero no cuantifica, la apreciación o depreciación del terreno y construcciones en un plazo futuro.

5.- Puede considerar, pero no cuantifica, la influencia de una hipoteca para el inmueble, en su caso.

6.- Puede considerar, pero no cuantifica, la depreciación monetaria.

7.- La tasa global de capitalización es función de múltiples elementos, que tienden a elevarla o a disminuirla, en los que quedan involucrados seguridad o riesgo y mayor o menores ingresos.

8.- Elementos iguales que por sus características producen efectos contrarios

en la tasa global de capitalización.

Elementos que tienden a elevar la tasa global de capitalización

Vida económica reducida o mal estado de conservación, que requiere de una rápida amortización de las construcciones.

Construcción nueva o de cierta edad, muy bien conservada, buen proyecto y consecuentemente muy productiva.

b) - Elementos que de acuerdo con la proporción en que intervienen, elevan o disminuyen la tasa global.

Elementos que tienden a elevar la tasa global de capitalización.

Uso del inmueble muy productivo

Incertidumbre en los ingresos y/o deducciones.

Alto porcentaje de la relación deducciones/ingresos.

Alto porcentaje de la relación va-

Elementos que tienden a disminuir la tasa global de capitalización.

Vida económica reducida o mal estado de conservación, que por proyecto inadecuado tiene una menor productividad.

Construcción nueva o de cierta edad, muy bien conservada, consecuentemente con poco riesgo.

Elementos que tienden a disminuir la tasa global de capitalización.

Uso del inmueble poco productivo.

Seguridad en los ingresos y/o deducciones.

Bajo porcentaje de la relación deducciones/ingresos.

Bajo porcentaje de la relación valor

lor de construcción/terreno.

de construcción/terreno.

Bajo porcentaje de la relación va-
lor de hipoteca/valor del inmueble.

Alto porcentaje de la relación va-
lor de hipoteca/valor del inmueble.

c) - Elementos que afectan directamente la renta, pero que por su posible modificación a futuro, también afectan la tasa global de capitalización.

Elementos que tienden a elevar la
tasa global de capitalización.

Elementos que tienden a disminuir
la tasa global de capitalización.

Ubicación sin perspectivas de me-
joramiento.

Ubicación con perspectivas de me-
joramiento.

Elementos constructivos poco du-
raderos del inmueble.

Elementos constructivos duraderos
del inmueble.

Como puede verse la tasa global de capitalización es función de muchos elementos y resulta sumamente difícil fijarla en un caso particular.

Se reconoce que su aplicación está basada en el buen criterio y experiencia de los valuadores y que en general da buenos resultados cuando el índice de valor de capitalización se coordina con el índice de valor físico y el valor de venta de inmuebles semejantes.

Método de Capitalización Separado para Terreno y Construcciones

Este método está basado en la fórmula

$$i = T \cdot i_n + C \cdot i_n + C \cdot a \dots\dots\dots (3)$$

fórmula en la que

I = ingreso neto anual

T = valor del terreno

i_n = tasa neta anual de interés para el inmueble

C = valor de las construcciones.

a = amortización anual de las construcciones =
$$\frac{1}{\text{vida restante en años de las construcciones}}$$

La explicación de esta fórmula es la siguiente:

El ingreso neto que debe producir un inmueble, es igual a la productividad del valor del terreno, $T \cdot i_n$, más la productividad del valor de las construcciones, $C \cdot i_n$, más la amortización anual del valor de las construcciones, $C \cdot a$.

De esta fórmula, pueden deducirse estas otras cuatro:

$$i_n = \frac{I - C \cdot a}{T + C} \dots (4)$$

$$C = \frac{I - T \cdot i_n}{i_n + a} \dots (5)$$

$$T = \frac{I - C (i_n + a)}{i_n} \dots (6)$$

$$a = \frac{I - i_n (T + C)}{C} \dots (7)$$

La fórmula (4) debe emplearse en inmuebles en los que se conozca el valor del terreno, el valor de las construcciones, los ingresos y la vida probable, elementos con los cuales se determina la tasa neta de interés, i_n . Esta fórmula tiene cierta similitud con la fórmula (1), difiriendo en el numerador

del segundo miembro, en que aparece restandose el elemento $C \cdot a$, razón por la cual i_n , será siempre menor que la tasa global, r .

Este hecho resulta obvio, puesto que la amortización de las construcciones está provista específicamente en el método de capitalización separado para terreno y construcciones.

A la fórmula (5) se le conoce como valor residual de capitalización de las construcciones, y se obtiene con auxilio del índice de valor físico, tomando de éste, el valor del terreno. Por supuesto, se basa en la hipótesis de que el citado valor del terreno, es un dato certero, investigado y confirmado mediante suficiente información del mercado.

El índice de valor de capitalización se obtiene agregando el valor de las construcciones obteniendo mediante la fórmula (5), el correspondiente al terreno.

La fórmula (6) es el valor residual de capitalización del terreno. Se obtiene también con el auxilio del índice de valor físico, tomando como dato el valor de las construcciones.

Tomando en cuenta las dificultades en valorar debidamente los deméritos de las construcciones en el índice de valor físico, se recomienda aplicar este método sólo en aquellos inmuebles en que las mencionadas construcciones sean nuevas y con proyectos adecuados al tamaño y valor del terreno.

El valor de capitalización mediante este método, se obtiene sumando al valor de capitalización del terreno obtenido mediante la fórmula (6), el correspon-

diente a las construcciones.

La fórmula (7) sirve para obtener la amortización de las construcciones, conocidos los otros cuatro elementos del inmueble, terreno, construcciones, ingreso neto anual y tasa neta anual de interés.

La ventaja que tiene el método de capitalización residual, estriba en el hecho fundamental de separar el terreno y las construcciones, tratando a cada una de ellas en forma diferente y seleccionando una tasa de interés que es función de menos elementos en comparación con la tasa global de capitalización.

A su vez, la tasa neta de interés, i_n , tiene un rango de fluctuación inferior del que corresponde a la tasa global, R.

Los inconvenientes de este método son:

- 1.- Necesidad de obtener del mercado la tasa de interés i_n , de acuerdo con el uso, zona de ubicación, proyecto, valor comercial del terreno y construcciones, e ingresos conocidos, y fijar para el inmueble una vida económica probable.
- 2.- Puede considerar, pero no cuantifica, la apreciación o depreciación del terreno y construcciones en un plazo futuro.
- 3.- Puede considerar, pero no cuantifica, la influencia de una hipoteca para el inmueble.

Definiciones

Renta real es la cantidad de dinero sin deducciones que percibe periódicamente el dueño de un inmueble por el uso de dicho inmueble.

Renta económica es la cantidad más elevada de dinero en el mercado que con seguridad puede recibir periódicamente el dueño de un inmueble por el uso de dicho inmueble.

Renta según contrato es la cantidad periódica que recibe el dueño de un inmueble a través de un contrato debidamente registrado ante las dependencias gubernamentales correspondientes, por el uso de dicho inmueble.

Deducción mensual es la suma de los gastos mensuales que realiza el dueño de un inmueble en el inmueble mismo, para mantenerlo en condiciones favorables para continuar rentándolo.

Renta neta mensual es la diferencia entre la renta económica mensual y las deducciones correspondientes del inmueble.

Renta neta anual es la renta neta mensual multiplicada por doce.

Factor de productividad es el cociente entre el índice de valor de capitalización para un inmueble y su renta económica mensual.

En función del porcentaje de deducciones mensuales y de la tasa global de capitalización, el factor de productividad se deduce en la siguiente forma.

FP = factor de productividad

R_D = Renta bruta mensual

R_n = Renta neta mensual

$$FP = \frac{V}{R_b} \dots\dots\dots (8)$$

$$R_n = R_b (1 - \% \text{ ded.}) \dots\dots\dots (9)$$

$$R_b = \frac{R_n}{(1 - \% \text{ ded})} \dots\dots\dots (10)$$

$$I = 12 R_n \dots\dots\dots (11)$$

$$R_n = \frac{I}{12} \dots\dots\dots (12)$$

Sustituyendo (12) en (10)

$$R_b = \frac{I}{12 (1 - \% \text{ ded})} \dots\dots\dots (13)$$

Sustituyendo (2) y (13) en (8)

$$FP = \frac{12 (1 - \% \text{ ded})}{R} \dots\dots\dots (14)$$

Ing. Raúl J. Pulido S.

El análisis de los gastos no es el mismo año con año y de ser posible convendría estudiar los gastos de un inmueble por un periodo mayor de un año, y hacer una predicción de esos gastos anuales tomando en cuenta posibles cambios, impuestos, mantenimiento promedio, etc.

A la renta económica del inmueble se le resta la pérdida por vacíos y rentas no cobrables, siendo la diferencia la renta bruta efectiva del inmueble. Conviene pagar el porcentaje correspondiente a la administración, sobre la renta bruta efectiva.

Sobre la renta bruta efectiva se deducen:

- 1.- Gastos fijos .
- 2.- Gastos de operación y mantenimiento .
- 3.- Gastos de reposición de equipo.

Los gastos fijos son:

Impuesto predial, y si procede agua.

Otros.

Los gastos de operación y mantenimiento son:

Administración, un porcentaje de la renta bruta efectiva.

Mozos.

Limpieza.

Elevadoristas.

Reparaciones.

Jardinería.

Otros.

Los gastos de reposición de equipo son:

Reposición de alfombras

Reposición de calentadores

Reposición de instalaciones

Otros.

La diferencia entre la renta bruta efectiva y la suma de los gastos fijos, de operación y mantenimiento y de reposición de equipo, es la renta neta que referida a un año es básica en el cálculo del Índice de Valor de Capitalización.

Diversas Características del Ingreso

1.- Seguridad

Por lo que se refiere a bienes inmuebles, esta característica generalmente se satisface, pero conviene ratificarla en todos los casos.

2.- Certeza

Ratificar que las rentas estipuladas en los contratos, sean realmente pagadas por los inquilinos. Si el inmueble ha sido administrado por una agencia especializada, conocer la experiencia de cobranza para cada uno de los inquilinos.

3.- Comercialidad

Facilidad en su venta de acuerdo con su valor, uso, proyecto y otras características que interesan al comprador.

4.- Monto de la Inversión

Por lo que se refiere a los inmuebles los montos son elevados, en comparación con otro tipo de inversiones.

5.- Valor de la Inversión como Garantía Colateral

Los inmuebles satisfacen este requisito ampliamente. Adicionalmente, dan prestigio social a los dueños y estimulan en diversas formas el ahorro.

6.- Duración de la Inversión

Generalmente y para inmuebles, la duración de la inversión es en plazos largos, digamos 10 ó más años.

7.- Administración y Mantenimiento

Para ciertos inmuebles es un inconveniente este requisito. Otras inversiones no requieren mantenimiento y poca o nula administración.

8.- Apreciación o no Afectación con la Depreciación Monetaria.

Los bienes inmuebles por lo general, son una amplia garantía para proteger una inversión de una depreciación monetaria.

Cálculo de los factores para calcular el impuesto predial mensual a partir de la base de valor catastral y renta bruta, según las disposiciones vigentes en el Distrito Federal.

Impuesto Mensual sobre la Base de Valor Catastral

Según la Ley de Hacienda del Distrito Federal, Capítulo IV, Artículo 41, el impuesto anual sobre la base de valor catastral es el 12.6 al millar del 75% del valor catastral. A este impuesto se le agrega un 15% por disposiciones de la Tesorería del Distrito Federal.

El impuesto anual queda

$$I_a = \frac{12.6}{1,000} \times \frac{75}{100} V \times 1.15 = 0.0108675$$

El impuesto mensual sobre la base de valor catastral es

$$\frac{I_a}{12} = \frac{0.0108675}{12} = 0.000905625$$

Impuesto Mensual sobre la Base de Renta

Según la Ley de Hacienda del Distrito Federa, Capítulo IV, Artículo 41, el impuesto anual sobre la base de renta anual, es el 12.6% del 87% de la renta anual. A este impuesto se le agrega un 15% por disposiciones de la Tesorería del Distrito Federal.

El impuesto anual en función de la renta anual queda

$$I_a = \frac{12.6}{100} \times \frac{87}{100} R_a \times 1.15 = 0.126063 R_a$$

El impuesto mensual en función de la renta mensual queda

$$I_m = \frac{I_a}{12} = \frac{0.126063 \times 12 R_m}{12} = 0.126063 R_m$$

Ejemplos de Capitalización Directa

1.- Se proyecta y construye una casa. En su estudio económico previo, se determinó según las condiciones del mercado, una renta bruta mensual de \$ 2,200.00 deducciones de 25% y tasa global anual de 8%.

Debido a la construcción masiva de casas de \$80,000.00 en forma simultánea a la construcción de la misma casa, al terminarla, su renta disminuyo en \$200.00 . Así mismo, el porcentaje de deducciones se conservó, pero la tasa global anual aumentó del 8% al 9%.

a) ¿Cuáles son los factores de productividad, el primero correspondiente al estudio económico previo de la casa y el segundo correspondiente a la casa una vez construidas las casas de \$ 80,000.00 ?

b) ¿Cuál es la pérdida de valor de la propiedad?

Solución

$$a) \quad \underline{FP} = \frac{12 (1 - \% \text{ ded})}{R}$$

$$FP_1 = \frac{12 (1 - 0.75)}{0.08} = 112.5$$

$$FP_2 = \frac{12 (1 - 0.75)}{0.09} = 100$$

$$b) \quad \text{Valor inicial, } \$2,200 \times 112.5 = \$ 247,500$$

$$\text{Valor final , } \$2,000 \times 100 = \underline{200,000}$$

$$\text{Pérdida} \qquad \qquad \qquad \$ 47,500$$

2.- En el problema anterior, si sólo se hubiera disminuido la renta,

¿Cuál sería la pérdida?

Renta inicial \$ 2,200

Renta final 2,000

Pérdida de renta 200

Pérdida de valor 200 x 112.5 = \$ 22,500.00

3.- Se tiene una casa cuya renta mensual bruta es de \$1,000, deducciones de 30% y tasa global anual de 9%.

Si invertimos en ella \$30,000, se requiere su desocupación por un período de 6 meses, después del cual se puede rentar en \$1,600. En estas nuevas condiciones, las deducciones son de 25% y la tasa global anual de 8%.

- a) ¿ Cuántos meses transcurren para que los ingresos mensuales que se tienen una vez reparada la casa, se igualen con los que se tenían antes de la reparación, suponiéndolos continuos y tomando en cuenta la pérdida de renta por desocupación y la inversión de \$30,000.00 ? No se considere los intereses compuestos que podrían generarse.
- b) Tomando en cuenta el plazo encontrado en el inciso anterior, ¿ conviene realizar la reparación ? Explica.
- c) ¿Cuál es el valor de la casa, antes y después de la reparación ?

Soluciones sugeridas

- a) Los ingresos netos antes de la reparación son de \$700 y después \$ 1,200. Si llamamos el número de meses en que se igualen los ingresos en las condiciones ~~pedidas~~, se tiene

$$\$ 100 x = \$ 1,200 (x - 6) - \$ 30,000 - \$ 6,000$$

Resolviendo esta ecuación se obtiene para x, 86.4 meses, o sea 7 años, dos meses, 4 días.

b) En el inciso anterior resuelto, se encontró un plazo, pero no alternativa alguna de valores mediante la cual pudieran compararse y tomar una decisión. Por supuesto, si se limitara el problema a condiciones extremas, tal como ser el dueño de la casa una persona grande y que por ningún motivo quisiera desprenderse de ella, no convendría la reparación. Sin embargo según se resolverá en el inciso siguiente, si hay una utilidad muy razonable en el incremento en el valor del inmueble al efectuar la reparación propuesta

c) Valor inicial

$$FP = \frac{12 (1 - 0.3)}{0.09} = 93.333$$

$$\text{Valor} = 93.33 \times \$1,000 = \underline{93,330}$$

Valor final

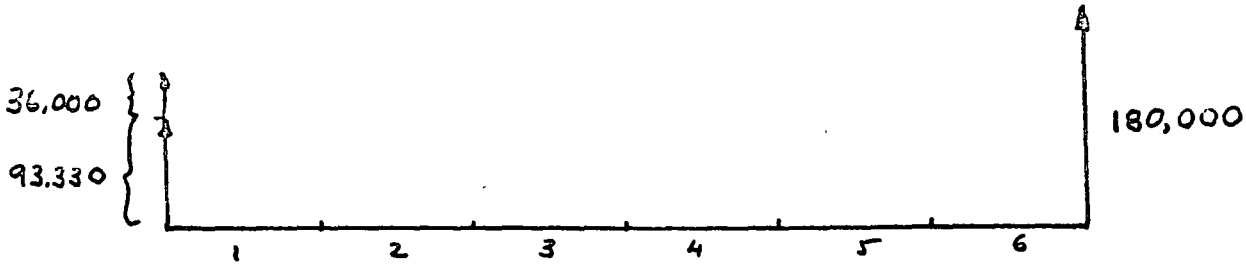
$$FP = \frac{12 (1 - 0.25)}{0.08} = 112.5$$

$$\text{Valor} = 112.5 \times \$1,600 = \$180,000$$

A reserva de calcularlo posteriormente se dan los siguientes datos de intereses obtenidos de la inversión realizada

Análisis de la inversión total

a) Suponiendo la inversión de \$36,000.00 en el primer día de los 6 meses

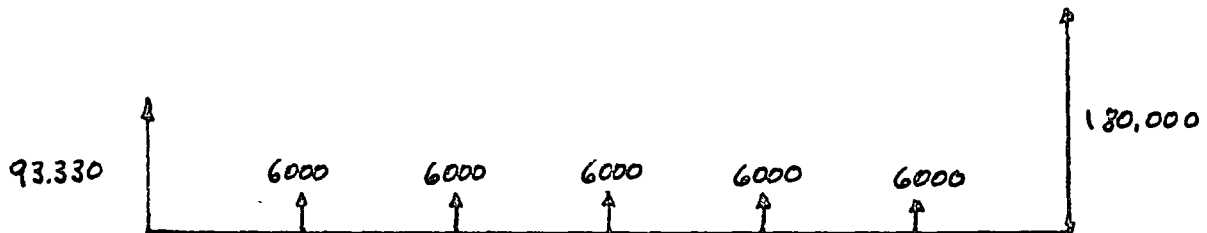


Tasa de interés mensual, 5.66%

Tasa nominal anual $5.66 \times 12 = 67.97\%$

Tasa efectiva anual, 93.61%

b) Suponiendo la inversión de \$36,000 divididas en 6 pagos, cada uno al final de cada mes



Tasa de interés mensual 6.662%

Tasa nominal anual $6.662 \times 12 = 79.94\%$

Tasa efectiva anual 116.82%

4.- Se tiene un edificio antiguo con los siguientes datos:

Terreno, valor bien investigado, sin tomar en cuenta su uso actual	\$ 800,000
Construcciones	<u>400,000</u>
	1,200,000

Por los datos arriba anotados, se supone la existencia de obsolescencias que posiblemente no fueros observadas.

Renta económica \$ 12,000

Impuestos 1,512.76

Administración 8% de la renta bruta efectiva

Mantenimiento \$ 1,000

Vacíos 1,500

$i_n = 0.075$

Vida económica probable 10 años.

Encuentra por el sistema residual de construcciones el Índice de Valor de Capitalización del inmueble y dá sugerencias sobre su valor comercial

Solución propuesta:

Renta bruta \$ 12,000

Vacíos 1,500

Renta bruta efectiva 10,500

Administración, 8% de \$10,500 = \$840

Los gastos suman:

Administración \$ 840.00

Impuestos 1,512.76

Mantenimiento 1,000.00

\$3,352.76

Renta neta mensual \$10,500 - \$ 3,352.76 = \$ 7,147.24

en números redondos \$ 7,150.00

Renta neta anual \$85,800.00

Residual de construcciones

$$C = \frac{I - T \cdot i_n}{i_n + a}$$

$$C = \frac{85,800 - 800,000 \times 0.075}{0.075 + 0.10} = \$147,428$$

Valor de Capitalización por Residual de Construcciones

Terreno \$ 800,000

Construcciones 147,428

947,428

El sistema de promediar valores, no es muy recomendable, por la disparidad de los valores, si bien puede dar resultados cercanos al comercial.

Como ejemplo resolveremos el caso anterior dando como valor comercial el promedio de los valores físico y de capitalización.

Obtengamos el valor de capitalización.

Productos netos anuales de \$85,800, y por tratarse de un inmueble viejo, con elevado riesgo (aunque muy poco productivo), escojamos una tasa del 11%.

$$\frac{85,800}{0.11} = \$ 780,000 \text{ (es igual al valor de capitalización)}$$

Valor físico dado , \$ 1,200,000

$$\text{Promedio } \$ \frac{1,200,000 + 780,000}{2} = \$ 990,000$$

valor que es semejante al obtenido por la técnica residual de capitalización separada para terreno y construcciones, pero que no tiene justificación técnica alguna.

5.- Hace 5 años A rentó a B por 10 años y en \$10,000 mensuales un inmueble en el que el terreno valía \$300,000 y las construcciones \$600,000.

El inquilino aceptó pagar la mitad de los impuestos que sobrepasen a \$ 815.04 y que eran los que correspondían cuando se inició el contrato. Otros gastos mensuales del dueño \$1,000.

Ha habido una revaluación de la finca, el terreno vale \$500,000 y las construcciones \$1'200,000. Los gastos de \$1,000 han aumentado a \$ 2,000.

- a) ¿Cuál es la productividad original de A ?
- b) ¿Cuál es la productividad de A al incrementarse los impuestos en relación con la inversión original ?
- c) ¿Qué pérdida con respecto a la inversión original ocasionan la disminución de ingresos de A ?

Soluciones propuestas

a) Ingresos	\$ 10,000.00
Impuestos	815.00
Otros gastos	<u>1,000.00</u>
Renta neta mensual	8,185.00
Renta neta anual	98,220.00
Tasa global =	$\frac{98,220}{900,000} = 11\%$

b) Nuevos impuestos

$$(1,200,000 + 400,000) \cdot 0.0009056 = \$ 1,539$$

Impuestos originales	<u>815</u>
Diferencia	725
de los cuales el dueño paga solo 50%,	362

El nuevo ingreso queda

Renta	\$10,000
Impuesto 815 +	\$ 362
Gastos	<u>\$ 2,000</u>
Renta neta mensual	\$6,823
Renta neta anual	81,876
Tasa	$\frac{81,876}{900,000} = 0.091$

c) $\frac{81,876}{.11} = \$ 744,327$

Disminución de \$900,000 a \$ 744,327, \$155,673 una disminución de 17.30%.

6.- Se tienen dos construcciones cuyo valor para cada una, es de - -
\$275,000. El valor de terreno para la primera es de \$ 75,000 y para
la segunda de \$150,000.

Se supone que las rentas económicas reflejan los valores de terreno y
construcción en ambos casos.

La vida probable para la primera casa es 30 años y para la segunda de
40 años. La tasa neta de interés es de 6.5%.

Encuentre la tasa global anual de capitalización en ambos casos. Si
hay diferencia en las tasas, explique dicha diferencia.

Solución propuesta:

Encuéntrese el ingreso neto anual en cada casa y divídase entre el va-
lor del inmueble para obtener la correspondiente tasa.

$$I. = 75,000 \times .065 + 200,000 \left(.065 + \frac{1}{30} \right) = 24,541$$

$$R. = \frac{24,541}{275,000} = 0.089$$

$$I_2 = 150,000 \times 0.065 + 125,000 \left(.065 + \frac{1}{40} \right)$$

$$I_2 = 21,000$$

$$R_2 = \frac{21,000}{275,000} = 0.08$$

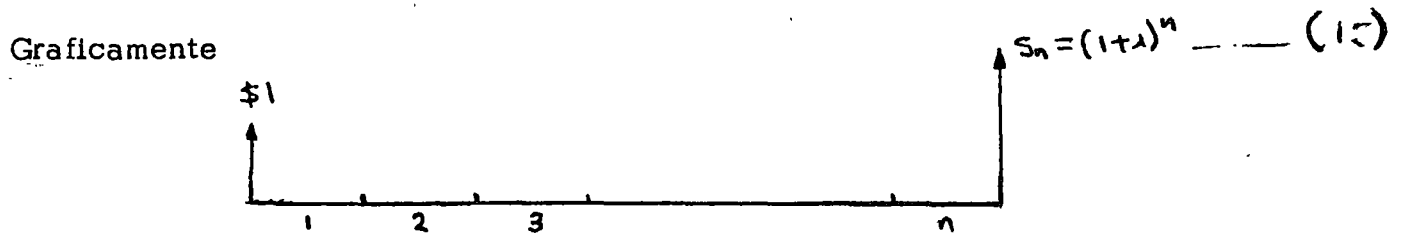
Explicación

Para la primera casa hay mayor cantidad de dinero a una mayor tasa, \$200,000 a 0.983 y sólo \$75,000 a 0.065 en comparación con la segunda casa en que a la tasa mayor, 0.9 sólo corresponden \$125,000 y \$150,000 a .0.065.

7.- Elabora una tabla para obtener el óptimo rendimiento en tasa global y tasa neta para el uso específico del edificio de departamentos en un terreno con los datos aportados . Vida probable del inmueble, 40 años.

	(1)	(2)	(3) = (1) + (2)	(4)	(5)	(6) = $\frac{(5)}{(3)}$	(7) = (2) x .025	(8) = $\frac{(5)-(7)}{(3)}$
	Terreno	Construc.	T + C	Rentas mensuales	Ingreso neto anual. 28% ded.	i. Global	C • a	i. Neto
1.-								
P.B. y 3 pisos	165,000	553,000	718,000	6,700	57,888	8.06%	13.825	6.13%
2.-								
P.B. y 4 pisos	165,000	698,000	863,000	8,900	76,896	8.91%	17.450	6.88%
3.-								
P.B. y 5 pisos	165,000	1'023,000	1'188,000	11,700	101,088	8.51%	25,575	6.36%

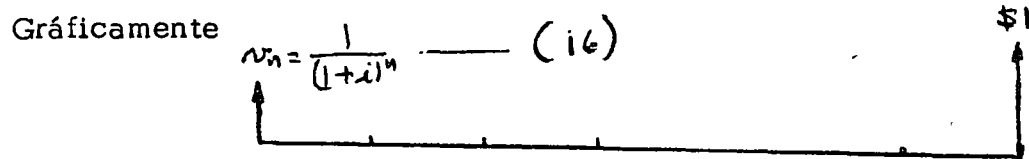
Obtención de la fórmula $s_n = (1+i)^n$ que representa el monto de \$ 1 después de n períodos con interés compuesto i por período.



Período	Monto al inicio del período	Interés al final del período	Monto al final del período
1	1	i	1 + i
2	(1 + i)	(1 + i) i	(1 + i) + (1 + i) i = (1 + i) ²
3	(1 + i) ²	(1 + i) ² i	(1 + i) ² + (1 + i) ² i = (1 + i) ³
.....			
n	(1 + i) ⁿ⁻¹	(1 + i) ⁿ⁻¹ i	(1 + i) ⁿ⁻¹ + (1 + i) ⁿ⁻¹ i = (1 + i) ⁿ

El depósito es efectuado al inicio del primer período, y el monto s_n , recibido al final del período n.

Obtención de la fórmula $v_n = \frac{1}{(1+i)^n}$ que representa el valor actual que equivale a \$1 en n períodos con interés compuesto i por período, o bien el depósito necesario de hoy para tener 1 peso en n períodos con interés compuesto i por período.



Período	Monto al inicio del período	Interés al final del período	Monto al final del período
1	x	xi	x + xi = x (1 + i)
2	x(1+i)	x(1+i) i	x(1+i) + x(1+i) i = x(1+i) ²
3	x(1+i) ²	x(1+i) ² i	x(1+i) ² + x(1+i) ² i = x(1+i) ³
.....			
n	x(1+i) ⁿ⁻¹	x(1+i) ⁿ⁻¹ i	x(1+i) ⁿ⁻¹ + x(1+i) ⁿ⁻¹ i = x(1+i) ⁿ

El monto al final de los n período debe ser igual a la unidad, por lo que $1 = x (1 + i)^n$ en donde x, representa la inversión inicial que crecerá a \$ 1 después de n períodos.

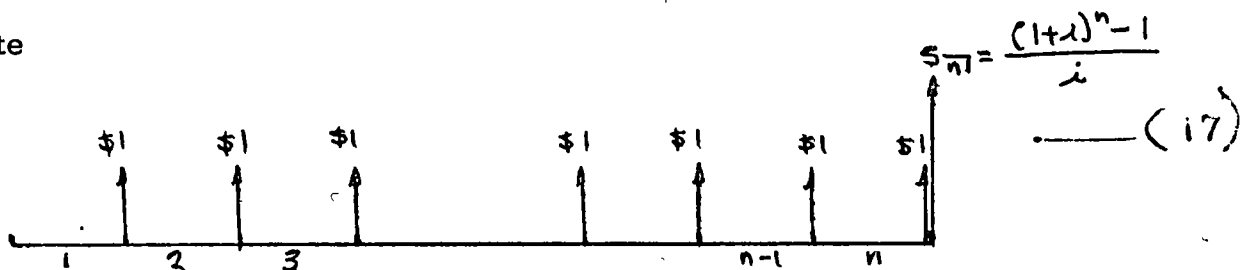
Consecuentemente

$$x = \frac{1}{(1+i)^n} \quad \text{ó} \quad v_n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

El valor actual ó depósito corresponde al inicio del primer período y el \$ 1 corresponde al final de n período.

Obtención de la fórmula $s_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ que representa el monto de n depósitos periódicos de \$ 1 efectuado cada uno al final de cada período con intereses compuesto i por período.

Gráficamente



Debe notarse que el último depósito de \$ 1 no gana interés alguno porque coincide con el monto $s_{\overline{n}|}$

El monto del primer peso es $s_{n-1} = 1 = (1+i)^{n-1}$

El monto del segundo peso es $s_{n-2} = (1+i)^{n-2}$

El monto del tercer peso es $s_{n-3} = (1+i)^{n-3}$

.....

El monto del n-1 peso es $s_{n-n-1} = (1+i)$

El monto del último peso es $s_{n-n} = (1+i)^0 = 1$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$s_{\overline{n}|} = 1 + (1+i) + \dots + (1+i)^{n-3} + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1}$$

$s_{\overline{n}|}$ es la suma de todos los miembros de la derecha que representa una serie geométrica cuya suma es $= \frac{zr - a}{r - 1}$

z = último término de la serie.

a = primer término de la serie.

r = razón de la serie.

En el presente caso

$$z = (1+i)^{n-1}$$

$$a = 1$$

$$r = (1+i)$$

por lo tanto

$$s_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^{n-1} (1+i) - 1}{(1+i) - 1}$$

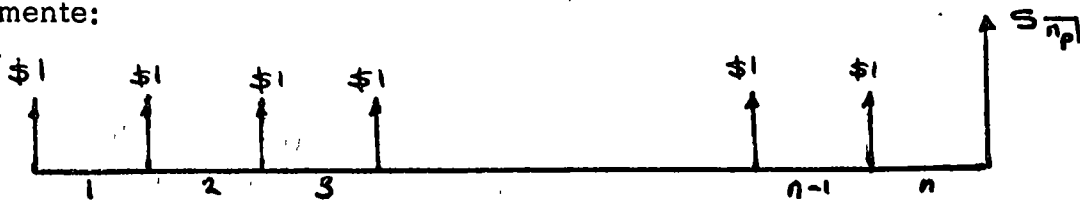
$$s_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (17)$$

Como ya quedó indicado, en el caso que se acaba de estudiar los depósitos son efectuados al final de cada período.

Es conveniente encontrar la fórmula que nos dá el monto cuando los depósitos son efectuados al inicio de cada período:

A este monto le designaremos $s_{\overline{n}|}^p$ en el que la letra p significa que el depósito es efectuado al principio del período..

Gráficamente:



El monto del primer peso es $s_{n=1} = (1+i)^n$

El monto del segundo peso es $s_{n=2} = (1+i)^{n-1}$

El monto del tercer peso es $s_{n=3} = (1+i)^{n-2}$

.....

El monto del (n-1) peso es $s_{n=n-1} = (1+i)^2$

El monto del n peso es $s_{n=n} = (1+i)$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$s_{n|p} = (1+i) + \dots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1} + (1+i)^n$$

$s_{n|p}$ es la suma de todos los miembros de la derecha y que son una serie geométrica.

En este caso

El último término es $(1+i)^n$

El primer término es $(1+i)$

y la razón es $(1+i)$

Consecuentemente

$$s_{n|p} = \frac{(1+i)^n (1+i) - (1+i)}{1+i - 1}$$

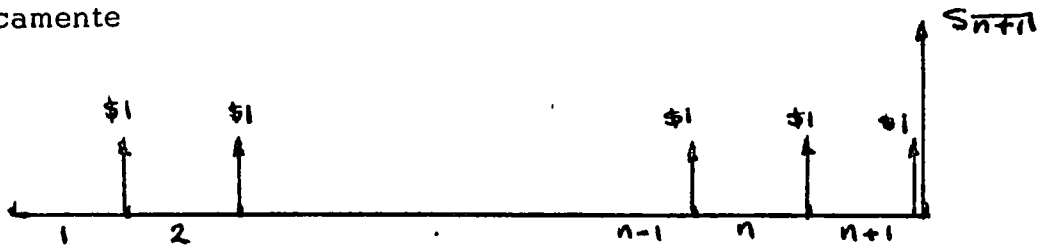
De donde

$$s_{n|p} = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{1}$$

Esta fórmula es difícil de aplicar, ya que las tablas no están en función de $n+1$ sino de n .

Esta fórmula artificio para obtener este resultado y que consiste en determinar el monto de $n+1$ depósitos al final de cada período y restarle 1, y que coincide con $s_{\overline{n+1}|i}$

Gráficamente



El monto del primer peso es $s_{n+1=1} = (1+i)^n$

El monto del segundo peso es $s_{n+1=2} = (1+i)^{n-1}$

.....

El monto del $(n-1)$ peso es $s_{n+1=n-1} + (1+i)^2$

El monto del n peso es $s_{n+1=n} = (1+i)$

El monto del $(n+1)$ peso es $s_{n+1=n+1} = (1+i)^0 = 1$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$s_{\overline{n+1}|i} = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} + (1+i)^n$$

En la progresión geométrica que aparece en el segundo miembro

$$a = 1$$

$$z = (1+i)^n$$

$$r = (1+i)$$

$$s_{n+1} = \frac{(1+i)^n (1+i) - 1}{(1+i) - 1}$$

$$s_{n+1} = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i}$$

Restando 1 a ambos miembros:

$$s_{\overline{n+1}|} - 1 = \frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1$$

$$= \frac{(1+i)^{n+1} - 1 - i}{i}$$

$$s_{\overline{n+1}|} - 1 + \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i}$$

que es igual a $s_{\overline{n}|}$

Por lo tanto

$$s_{\overline{n}|} = s_{\overline{n+1}|} - 1 \quad \text{--- (18)}$$

O sea que el monto de 1 por período de n depósitos efectuados al inicio de cada período es igual al monto de n+1 depósitos al final de cada período, menos 1.

Obtención de la fórmula, $\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{(1+i)^n - 1}$ --- (19)

que es el depósito periódico de n períodos que crecerá a \$ 1 con interés compuesto i por período. El depósito es efectuado al final de cada período.

Gráficamente



El desarrollo de esta fórmula es análogo al efectuado para encontrar $s_{\overline{n}|}$

El monto del 1^{er}. depósito es $s_{n=1} = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} (1+i)^{n-1}$

El monto del 2^o depósito es $s_{n=2} = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} (1+i)^{n-2}$

El monto del 3^o depósito es $s_{n=3} = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} (1+i)^{n-3}$

.....

El monto del n depósito es $s_{n=n} = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} (1+i)^0$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$1 = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} (1+(1+i) + \dots + (1+i)^{n-2} + (1+i)^{n-1})$$

La suma de los miembros de la derecha debe ser igual a \$ 1 y es una progresión geométrica en la que sacando como factor común a $\frac{1}{s_{\overline{n}|}}$ queda

El último término es $(1+i)^{n-1}$

El primer término es 1

La razón es $(1+i)$

Por lo tanto

$$1 = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} \frac{(1+i)^{n-1} (1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$1 = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

y finalmente $\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$

Si las amortizaciones son al principio de cada período, designaremos $\frac{1}{s_{\overline{n}|p}}$

a esta amortización periódica.

Encontremos su valor

Gráficamente



El monto del primer depósito es $s_{n=1} = \frac{1}{s_{\overline{n}|p}} (1+i)^n$

El monto del segundo depósito es $s_{n=2} = \frac{1}{s_{\overline{n}|p}} (1+i)^{n-1}$

.....

El monto del (n-1) depósito es $s_{n=n-1} = \frac{1}{s_{\overline{n}|p}} (1+i)^2$

El monto del n depositado es $s_{n=n} = \frac{1}{s_{\overline{n}|p}} (1+i)$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$1 = \frac{1}{s_{\overline{n}|p}} (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} + (1+i)^n$$

En la progresión geométrica dentro del paréntesis

$$a = (1+i)$$

$$z = (1+i)^n$$

$$r = (1+i)$$

Consecuentemente su suma es

$$\frac{(1+i)^n (1+i) - (1+i)}{(1+i) - 1} = \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{1}$$

Sustituyendo

$$1 = \frac{1}{s_{\overline{n}|p}} \cdot \frac{(1+i)^{n+1} - (1+i)}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|p}} = \frac{i}{(1+i)^{n+1} - (1+i)}$$

Las tablas dadas en libros no están en función de esta fórmula, si no de

$$\frac{1}{(1+i)^n - 1}$$

Hay un artificio mediante el cual se puede calcular la amortización periódica anticipada en función de la amortización al final de cada período.

La fórmula es

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|p}} = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|p} - 1} \quad (20)$$

Para deducirla, obtengamos la amortización correspondiente a $n+1$ períodos, al final de cada período

El monto del primer depósito es $s_{n+1=1} = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}} (1+i)^n$

El monto del segundo depósito es $s_{n+1=2} = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}} (1+i)^{n-1}$

.....

El monto del (n-1) depósito es $s_{n+1=n-1} = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}} (1+i)^2$

El monto del n depósito es $s_{n+1=n} = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}} (1+i)$

El monto del (n+1) depósito es $s_{n+1=n+1} = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}} (1+i)^0$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$1 = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}} \left(1 + (1+i) + \dots + (1+i)^{n-1} + (1+i)^n \right)$$

En la progresión geométrica dentro del paréntesis

$a = 1$

$z = (1+i)^n$

$r = (1+i)$

su suma es

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

sustituyendo

$$1 = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}} \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Restando $\frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}}$ a ambos miembros

$$1 - \frac{1}{s \overline{n+1}|} = \frac{1}{s \overline{n+1}|} \frac{(1+i)^n - 1}{i} - \frac{1}{s \overline{n+1}|}$$

$$1 - \frac{1}{s \overline{n+1}|} = \frac{1}{s \overline{n+1}|} \frac{(1+i)^n - 1}{i} - 1$$

$$1 - \frac{1}{s \overline{n+1}|} = \frac{1}{s \overline{n+1}|} \frac{(1+i)^n - (1+i)}{i}$$

Dividiendo ambos miembros por: $\frac{1}{s \overline{n+1}|}$

$$\frac{1 - \frac{1}{s \overline{n+1}|}}{\frac{1}{s \overline{n+1}|}} = \frac{(1+i)^n - (1+i)}{i}$$

$$\frac{1}{s \overline{n+1}|} - 1 = \frac{(1+i)^n - (1+i)}{i}$$

Obteniendo el recíproco de ambos miembros

$$\frac{1}{\frac{1}{s \overline{n+1}|} - 1} = \frac{1}{(1+i)^n - (1+i)}$$

pero como

$$\frac{1}{s \overline{n_p}|} = \frac{1}{(1+i)^n - (1+i)}$$

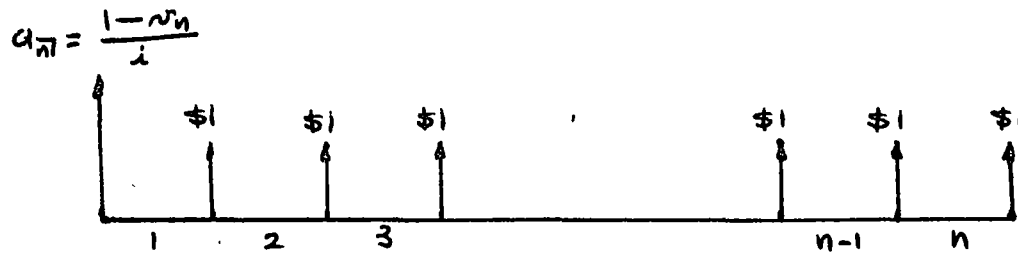
entonces

$$\frac{1}{s \overline{n_p}|} = \frac{1}{\frac{1}{s \overline{n+1}|} - 1}$$

Obtención de la fórmula $a_{\overline{n}|} = \frac{1-v_n}{i}$ (21)

y que representa el valor presente de \$ 1 por período con interés i por período. Los depósitos o pagos se refieren al final de cada período.

Gráficamente



El valor presente del primer depósito es $v_{n=1} = \frac{1}{(1+i)}$

El valor presente del segundo depósito es $v_{n=2} = \frac{1}{(1+i)^2}$

El valor presente del tercer depósito es $v_{n=3} = \frac{1}{(1+i)^3}$

.....

El valor presente del (n-1) depósito $v_{n=n-1} = \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$

El valor presente de n depósito es $v_{n=n} = \frac{1}{(1+i)^n}$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^n}$$

El miembro de la derecha que es una progresión geométrica en la que el

último término es $\frac{1}{(1+i)^n}$

el primer término es $\frac{1}{(1+i)}$

la razón es $\frac{1}{(1+i)}$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{\frac{1}{(1+i)^n} + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)}}{\frac{1}{(1+i)} - 1}$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^{n+1}}}{\frac{1 - 1 - i}{1 + i}}$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n}}{-i}$$

Cambiando de signos y denominador

$$a_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1}{i} \left(1 - \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

pero $\frac{1}{(1+i)^n} = v_n$

por lo tanto

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1 - v_n}{i}$$

Cuando los depósitos o pagos son efectuados al iniciarse cada período se tiene

Gráficamente



El valor presente del primer depósito es $v_{n=1} = 1$

El valor presente del segundo depósito es $v_{n=2} = \frac{1}{(1+i)}$

El valor presente del tercer depósito es $v_{n=3} = \frac{1}{(1+i)^2}$

.....

El valor presente del (n-1) depósito es $v_{n=n-1} = \frac{1}{(1+i)^{n-2}}$

El valor presente del n depósito es $v_{n=n} = \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$a_{\overline{n}|p} = (1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}})$$

En la progresión geométrica dentro del paréntesis,

el último término es $\frac{1}{(1+i)^{n-1}}$

el primer término es 1

la razón es $\frac{1}{(1+i)}$

$$a_{\overline{n}|p} = \frac{\frac{1}{(1+i)^{n-1}} - \frac{1}{(1+i)} - 1}{\frac{1}{1+i} - 1}$$

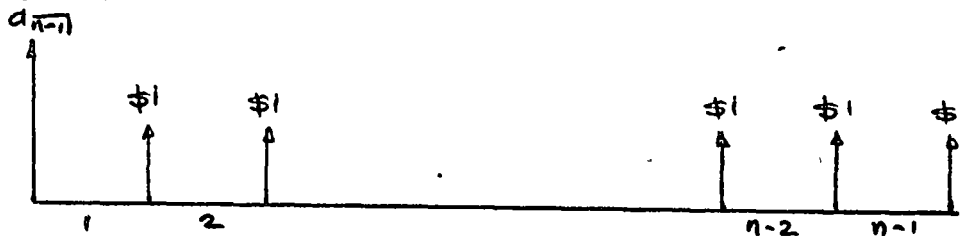
$$a_{\overline{n}|p} = \frac{\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n}}{\frac{1 - 1 - i}{(1+i)}}$$

$$a_{\overline{n}|p} = \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

Esta fórmula es difícil de aplicar ya que las tablas no están en función de $n-1$ sino de n .

Existe un artificio para obtener este valor y que consiste en determinar el valor presente de $n-1$ depósitos al final de cada período y agregarle 1, valor que coincide con $a_{\overline{n}|p}$

Gráficamente



El valor presente del primer peso es $= \frac{1}{(1+i)}$

El valor presente del segundo peso es $= \frac{1}{(1+i)^2}$

.....

El valor presente del $(n-2)$ peso es $= \frac{1}{(1+i)^{n-2}}$

El valor presente del $(n-1)$ peso es $= \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$a_{\overline{n}|p} = \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

El segundo término es una progresión geométrica en la que

$$a = \frac{1}{(1+i)}$$

$$z = \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

$$r = \frac{1}{(1+i)}$$

$$a_{\overline{n-1}|} = \frac{\frac{1}{(1+i)^{n-1}} \frac{1}{(1+i)} - \frac{1}{(1+i)}}{\frac{1}{(1+i)} - 1} =$$

$$a_{\overline{n-1}|} = \frac{\frac{1 - (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n}}{\frac{1 - 1 - i}{(1+i)}}$$

$$a_{\overline{n-1}|} = - \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

Sumando 1 a ambos miembros de la ecuación

$$a_{\overline{n-1}|} + 1 = \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i (1+i)^{n-1}} + 1$$

$$a_{\overline{n-1}|} + 1 = \frac{(1+i)^{n-1} - 1 + i(1+i)^{n-1}}{i(1+i)^{n-1}}$$

$$a_{\overline{n-1}|} + 1 = \frac{(1+i)^{n-1} (1+i) - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

$$a_{\overline{n-1}|} + 1 = \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

pero

$$a_{\overline{n}|p} = \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

Consecuentemente

$$a_{\overline{n}|p} = a_{\overline{n-1}|} + 1 \quad \text{--- (22)}$$

o sea que el valor presente de n depósitos efectuados al inicio de cada período es igual al valor presente de n-1 depósitos, más 1.

Obtención de la fórmula $\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{i}{1-v^n}$ y que representa el pago o depósito periódico para liquidar un préstamo presente de \$1.

Los pagos son efectuados al final de cada período

Gráficamente



El valor presente del primer pago es $v_{n=1} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} \cdot \frac{1}{(1+i)}$

El valor presente del segundo pago es $v_{n=2} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} \cdot \frac{1}{(1+i)^2}$

El valor presente del tercer pago es $v_{n=3} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} \cdot \frac{1}{(1+i)^3}$

.....

El valor presente del $(1+i)$ pago es $v_{n=n-1} = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$

El valor presente del n pago es $v_{n=n} = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \frac{1}{(1+i)^n}$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \left(\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} \right)$$

La suma de los miembros en el paréntesis es una progresión geométrica en la que:

El último término es $\frac{1}{(1+i)^n}$

El primer término es $\frac{1}{(1+i)}$

La razón es $\frac{1}{(1+i)}$

Consecuentemente

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \frac{\frac{1}{(1+i)^n} - \frac{1}{(1+i)}}{\frac{1}{(1+i)} - 1}$$

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \frac{\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^{n+1}}}{\frac{1 - 1+i}{1+i}}$$

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^n}$$

Por lo tanto

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{1}{1 - v_n} \quad \text{-----} \quad (23)$$

Si los pagos periódicos son efectuados al principio de cada período se tiene

Gráficamente



El valor presente del primer pago es $v_{n=1} = \frac{1}{a_{n|p}}$

El valor presente del segundo pago es $v_{n=2} = \frac{1}{a_{n|p}} \frac{1}{(1+i)}$

El valor presente del tercer pago es $v_{n=2} = \frac{1}{a_{n|p}} \frac{1}{(1+i)^2}$

.....

El valor presente del (n-1) pago es $v_{n=n-1} = \frac{1}{a_{n|p}} \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$

El valor presente del n pago es $v_{n=n} = \frac{1}{a_{n|p}} \frac{1}{(1+i)^n}$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|p}} \left(1 + \frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right)$$

En la progresión geométrica dentro del paréntesis

$$a = 1$$

$$2 = \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

$$r = \frac{1}{(1+i)}$$

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|p}} \frac{\frac{1}{(1+i)^{n-1}} - \frac{1}{(1+i)}}{\frac{1}{(1+i)} - 1}$$

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|p}} \frac{\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n}}{\frac{1 - 1 - i}{(1+i)}}$$

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|p}} \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|p}} = \frac{i (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n - 1}$$

Las tablas dadas en libros no están en función de esta fórmula, sino de

$$\frac{i (1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

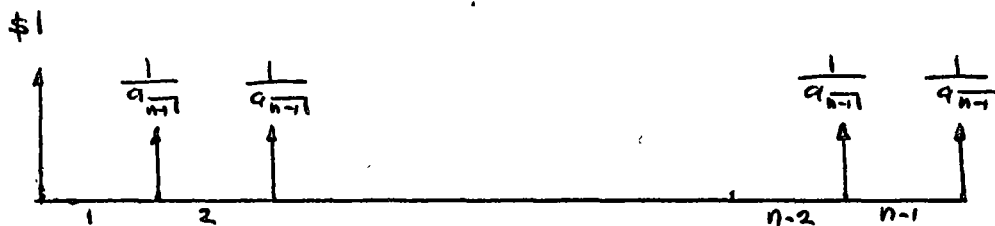
Hay un artificio mediante el cual se puede calcular el pago periódico al principio de cada período en función del pago al final de cada período.

La fórmula es

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|p}} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|} + 1} \quad (24)$$

Para deducirla, obtengamos el pago periódico para $n-1$ períodos, al final de cada período.

Gráficamente



El valor presente del primer pago es $v_{n-1=1} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} \frac{1}{(1+i)}$

El valor presente del segundo pago es $v_{n-1=2} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} \frac{1}{(1+i)^2}$

.....

El valor presente del $(n-2)$ pago es $v_{n-1=n-2} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} \frac{1}{(1+i)^{n-2}}$

El valor presente del $(n-1)$ pago es $v_{n-1=n-1} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$

Sumando ambos miembros de las ecuaciones

$$1 = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} \cdot \left(\frac{1}{(1+i)} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-2}} + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} \right)$$

En la progresión geométrica dentro del paréntesis

$$a = \frac{1}{(1+i)}$$

$$z = \frac{1}{(1+i)^{n-1}}$$

$$r = \frac{1}{(1+i)}$$

$$1 = \frac{1}{a^{n-1}} \frac{\frac{1}{(1+i)^{n-1}} \frac{1}{(1+i)} - \frac{1}{(1+i)}}{\frac{1}{1+i} - 1}$$

$$1 = \frac{1}{a^{n-1}} \frac{\frac{1 - (1+i)^n}{(1+i)^n}}{\frac{1 - 1 - i}{1 + i}}$$

$$1 = \frac{1}{a^{n-1}} \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

Sumando $\frac{1}{a^{n-1}}$ a ambos miembros

$$1 + \frac{1}{a^{n-1}} = \frac{1}{a^{n-1}} \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i (1+i)^{n-1}} + \frac{1}{a^{n-1}}$$

$$1 + \frac{1}{a^{n-1}} = \frac{1}{a^{n-1}} \frac{(1+i)^{n-1} - 1}{i (1+i)^{n-1}} + 1$$

Algunas relaciones entre las funciones de interés obtenidas.

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = 1 + \frac{1}{s_{\overline{n}|}} \quad (25)$$

Comprobación

$$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = 1 + \frac{1}{(1+i)^n - 1}$$

$$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{i(1+i)^n - i + i}{(1+i)^n - 1}$$

$$\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1} = \frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}$$

De la ecuación (25) se obtienen

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} - 1 \quad (26)$$

$$i = \frac{1}{a_{\overline{n}|}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|}} \quad (27)$$

Encontremos a $a_{\overline{n}|}$ en función i y $\frac{1}{s_{\overline{n}|}}$

El recíproco de la ecuación (28)

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1}{1 + \frac{1}{s_{\overline{n}|}}}$$

Encontremos a $s_{\overline{n}|}$ en función de $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ e i .

El recíproco de la ecuación (26)

$$s_{\overline{n}|} = \frac{1}{\frac{1}{a_{\overline{n}|}} - i} \quad (29)$$

Otra relación entre $\frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ y $\frac{1}{s_{\overline{n}|}}$

$$\frac{\frac{1}{a_{\overline{n}|}}}{\frac{1}{s_{\overline{n}|}}} = (1+i)^n \quad (30)$$

Comprobación

$$(1+i)^n = \frac{\frac{i(1+i)^n}{(1+i)^n - 1}}{\frac{1}{(1+i)^n - 1}}$$

$$(1+i)^n = (1+i)^n$$

De la ecuación (30) se obtienen

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} (1+i)^n \quad (31)$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n}|} (1+i)^n} \quad (32)$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{s_{\overline{n}|}}{(1+i)^n} \quad (33)$$

$$s_{\overline{n}|} = a_{\overline{n}|} (1+i)^n \quad (34)$$

$$1 + \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} \frac{(1+i)^{n-1} - 1 + 1 (1+i)^{n-1}}{i (1+i)^{n-1}}$$

$$1 + \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} \frac{(1+i)^{n-1} (1+i) - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

$$1 + \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}} \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

Dividiendo ambos miembros entre $\frac{1}{a_{\overline{n-1}|}}$

$$\frac{1 + \frac{1}{a_{\overline{n-1}|}}}{\frac{1}{a_{\overline{n-1}|}}} = \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

$$a_{\overline{n-1}|} + 1 = \frac{(1+i)^n - 1}{i (1+i)^{n-1}}$$

Obteniendo el recíproco de ambos miembros

$$\frac{1}{a_{\overline{n-1}|} + 1} = \frac{i (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n - 1}$$

pero como

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{i (1+i)^{n-1}}{(1+i)^n - 1}$$

entonces

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{1}{a_{\overline{n-1}|} + 1}$$

La fórmula (15),

$$s_n = (1+i)^n$$

representa el monto al que crecerá un peso, después de un periodo a la tasa i por periodo.

Si se trata de P pesos su monto será

$$S_n = P (1+i)^n \quad (35)$$

ó

$$S_n = P s_n \quad (36)$$

La fórmula (16),

$$v_n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

representa el valor que después n periodos a una tasa i por periodo, dará el valor futuro de \$1 peso.

Si deseamos conocer el valor presente de P pesos se tendrá.

$$V_n = \frac{P}{(1+i)^n} \quad (37)$$

ó

$$V_n = P v_n \quad (38)$$

La fórmula (17)

$$s_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

es la suma del monto de n pesos, al final de cada periodo a un interés i por periodo.

Si se trata de P pesos por depósito, su monto será

$$S_n = D \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (39)$$

o

$$S_n = D \cdot s_{\overline{n}|i}$$

La fórmula (19)

$$\frac{i}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

es la suma del monto que será igual a \$ 1 peso de n depósitos cada uno igual a \$ $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}}$, al final de cada periodo con interés i por periodo.

Si el monto que deseamos tener es de P pesos, el pago por periodo es

$$\frac{1}{s_n} = T = P \frac{i}{(1+i)^n - 1} \quad (40)$$

o

$$T = P \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} \quad (41)$$

La fórmula (21)

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - v_n}{i}$$

representa el valor presente de n pagos futuros de \$ 1 cada uno con interés i por periodo.

Si los pagos periódicos son de D pesos, su valor presente será

$$A_n = D \frac{1 - v_n}{i} \quad (42)$$

o

$$A_n = D a_{\overline{n}|} \quad (43)$$

La fórmula (23)

$$\frac{i}{a_{\overline{n}|}} = \frac{i}{1 - v_n}$$

es la suma del valor presente que es igual a \$1 peso, de n pagos futuros al final de cada periodo, cada uno igual a $\$ \frac{1}{a_{\overline{n}|}}$ pesos, con interés i por periodo.

Si la suma del valor presente es de V pesos, el pago por periodo es

$$\frac{1}{A_n} = T = V \frac{1 - v_n}{i} \quad (44)$$

$$T = V \frac{1}{a_{\overline{n}|}} \quad (45)$$

El caso general para encontrar el factor del monto, s_n , a partir de un interés efectivo por periodo, $\frac{j}{m}$, a un interés efectivo anual es:

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right)^n = 1 + i \quad (46)$$

Fórmula en la que

j = tasa nominal anual

m = número de amortizaciones por año

$\frac{j}{m}$ = tasa efectiva por periodo

i = tasa efectiva anual

De la fórmula (46) se obtienen las siguientes:

$$i = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1 \quad (47)$$

$$j = m \left(1 + i\right)^{\frac{1}{m}} - 1 \quad (48)$$

$$\frac{j}{m} = \left(1 + i\right)^{\frac{1}{m}} - 1 \quad (49)$$

Ejemplos:

1) Encuentre el monto de \$200 en 4 periodos con un interés por periodo de 10 %.

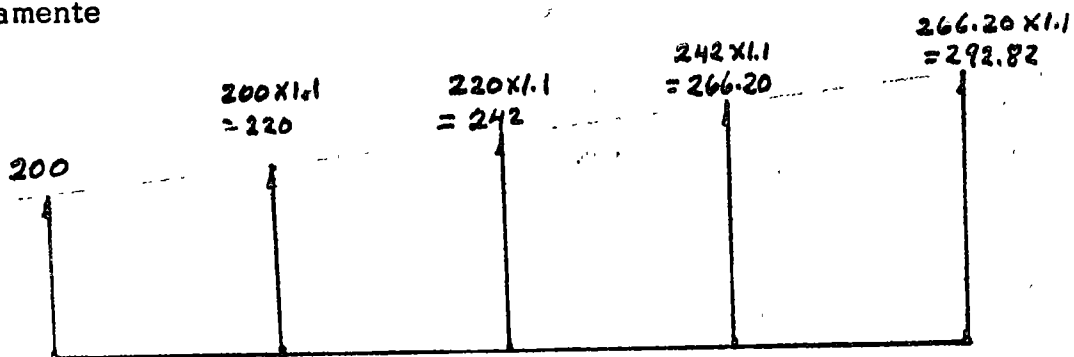
Datos : $i = 10\%$, $n = 4$, $P = \$200$

Utilizando la fórmula (36)

$$S = V \cdot s_n$$

$$S = 200 \times 1.4641 = 292.82$$

Gráficamente



2) Cúal es el valor presente de \$8,000. Plazo 5 meses. Interés mensual 2%.

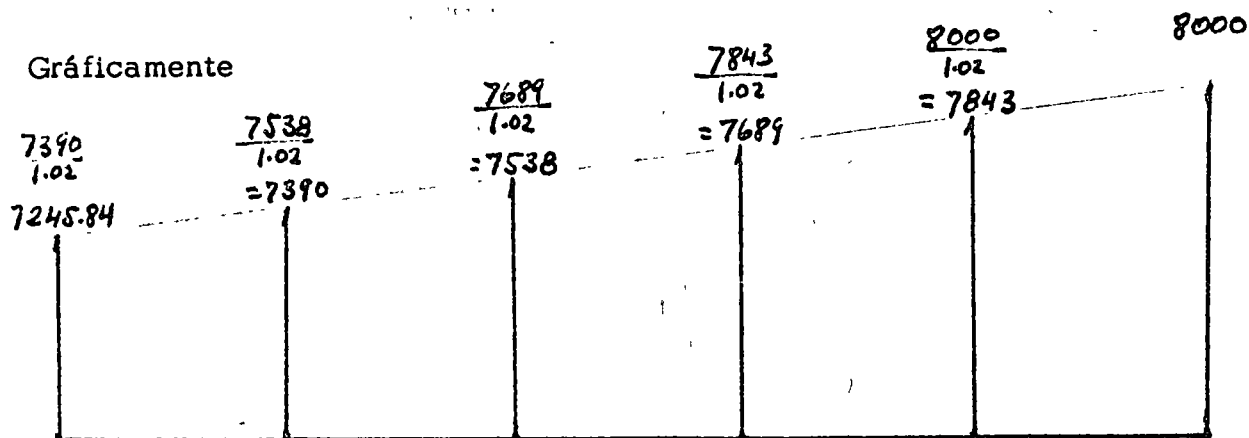
Datos; $n = 5$, $i = 2\%$, $P = \$8000$

Utilizando la fórmula (38).

$$V = S \cdot v_n$$

$$V = 8000 \times 0.905731 = \$ 7245.84$$

Gráficamente

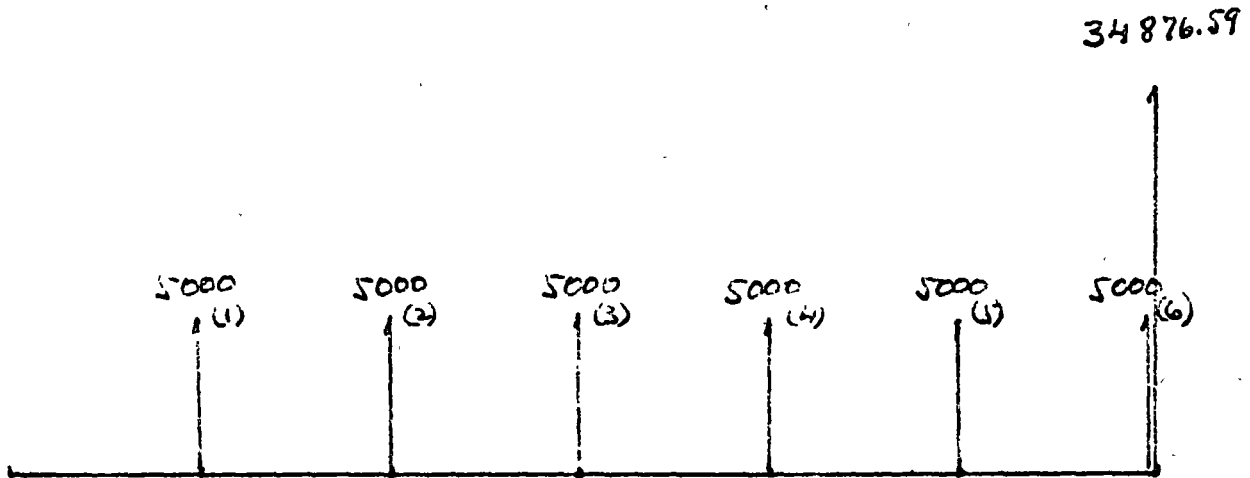


3) Se tiene un depósito periódico de \$5000 en 6 semestres al 6% de interés por semestre. ¿Cúal es el monto al final de periodo?

Fórmula (39)

$$S = P s_{\frac{n}{m}} = 5000 \times 6.975319 = \$ 34,876.59$$

Gráficoamente



$$S_{(1)} = 5000 \times 1.338226 = \$ 6691.13$$

$$S_{(2)} = 5000 \times 1.262477 = \$ 631239$$

$$S_{(3)} = 5000 \times 1.191016 = \$ 5955.08$$

$$S_{(4)} = 5000 \times 1.1236 = \$ 5618.00$$

$$S_{(5)} = 5000 \times 1.06 = \$ 5300.00$$

$$S_{(6)} = 5000 \times 1 = \$ 5000.00$$

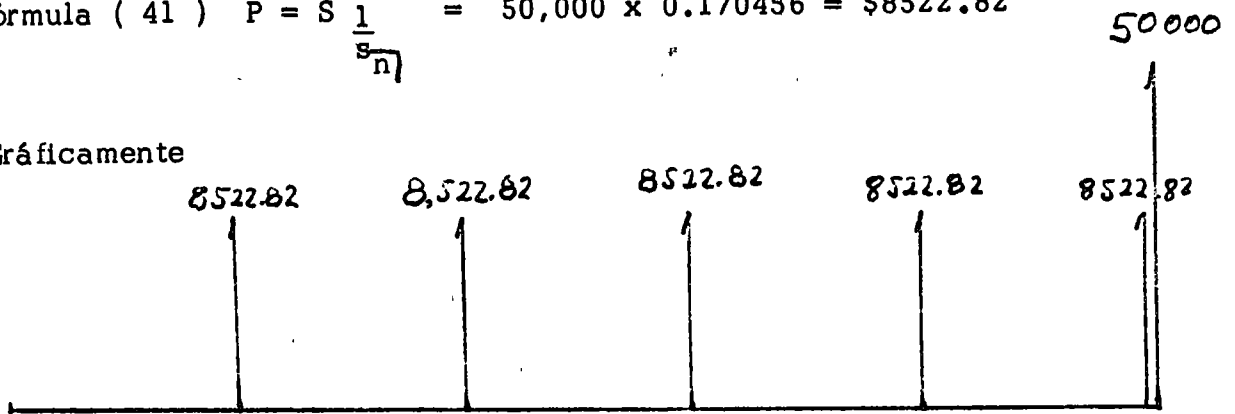
\$ 34,876.60

- 4) Se desea efectuar un depósito periódico anual en 5 años al 8% anual, de tal manera de tener al final de dicho plazo un monto de \$50,000.

¿Cuál es el importe de cada uno de los pagos?

$$\text{Fórmula (41)} \quad P = S \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = 50,000 \times 0.170456 = \$8522.82$$

Gráficamente



Comprobación:

Monto de 5 pagos de \$8,527.82 al 8% anual

$$S = P s_{\overline{n}|i} = 8,522.82 \times 5.866601 = \$ 49,999.98$$

- 5) El mismo problema al anterior, con excepción de que los depósitos se realicen al principio de cada periodo.

Fórmula (20)

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|p}} = \frac{1}{s_{\overline{n+1}|i}-1} = \frac{1}{7.335929-1} = 0.157838$$

$$P_p = 50,000 \times 0.157838 = \$ 7891.90$$

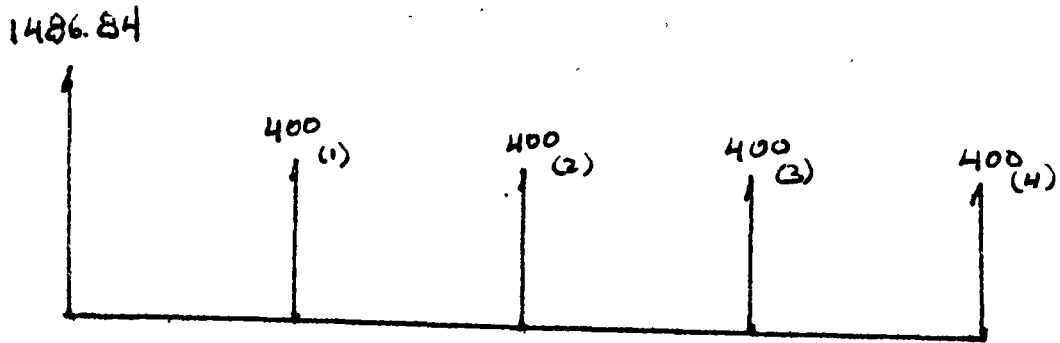
- 6) ¿Cuál es el valor presente de una serie de pagos de \$800 en 4 meses al 3% por mes?

Fórmula (43)

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$V = 800 \times 3.717098 = \$1,486.83$$

Gráficamente



$$V_{(1)} = 400 \times 0.970874 = 388.35$$

$$V_{(2)} = 400 \times 0.942596 = 377.04$$

$$V_{(3)} = 400 \times 0.915141 = 366.06$$

$$V_{(4)} = \frac{400 \times 0.888487}{400 \times 3.717099} = \frac{355.39}{1486.84}$$

7) ¿Cuál es el pago semestral que liquida intereses y capital de un préstamo de \$150,000 al 6.5% semestral en 10 años?

Fórmula (45)

$$P = V \cdot \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = 150,000 \times 0.090756 = \$13,613.45$$

NOTA: Es práctica común en nuestro país que el pago mensual sea la sexta parte del pago semestral. En el presente caso,

$$\frac{13,613.45}{6} = \$2,268.91$$

Comprobación.-

¿Cuál es el valor presente de 20 pagos semestrales de \$13,613.45 al 6.5% semestral.

Fórmula (43)

$$V = P a_{\overline{n}|i} = 13,613.45 \times 11.018507 = \$149,999.89$$

8) Encuentre el tiempo en que un depósito se duplica, al 10% anual .

$$S = V \cdot s_n \quad (36)$$

$$2 = s_n$$

En la tabla de factores para funciones de intereses se tiene

$$i = 10\%$$

s_n para 7 periodos	1.948717	(1)	(2) - (1) = <u>0.051283</u>	=	0.263164
	2.000000	(2)	(3) - (1) = 0.194871		

s_n para $\frac{8}{i}$ periodos	2.143588	(3)			
Dif.	$\frac{1}{i}$				

$$1 \times 0.263164 = 0.263164$$

$$7 + .263164 = 7.263164 \text{ años}$$

9) Encuentre el interés por mes, si en 12 meses un depósito de \$8000 aumenta a un monto de \$9,564.95

$$S = V \cdot s_n$$

$$9564.95 = 8000 s_n$$

$$s_n = \frac{9564.95}{8000} = 1.195619$$

$i = 1\%$	= 1.126825	(1)	(2) - (1) = <u>0.068769</u>	=	0.485670
	1.195619	(2)	(3) - (1) = 0.141596		

$$i = 2\% = 1.268421 \quad (3)$$

$$2\% - 1\% = 1\%$$

$$1\% \times .485670 = .485670\%$$

$$1\% + .485670\% = 1.485670\%$$

- 10) Encuentre la tasa efectiva anual si la tasa nominal anual es de 18%,
amortizaciones mensuales

$$\left(1 + \frac{0.18}{12}\right)^{12} = 1 + i$$

$$i = (1 + 0.015)^{12} - 1 = 1.195618 - 1$$

$$i = 19.56\%$$

NOTA.-

El factor 1.195618 se busca en las tablas de factores con $i = 1.5\%$ y

$$n = 12$$

- 11) Encuentre la tasa nominal anual si la efectiva anual es de 12.682% con
amortizaciones mensuales

Fórmula (48)

$$j = m \left[\left(1 + .12682\right)^{\frac{1}{12}} - 1 \right]$$

$$j = 12 (1.01 - 1) = 12 \text{ ó } 12\%$$

Este mismo resultado puede obtenerse de la fórmula general (46)

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right)^m = (1+i)$$

$$\left(1 + \frac{j}{m}\right)^{12} = 1.12682$$

En las tablas de factores para $n = 12$ buscamos el valor de $s_n = 1.12682$

y encontramos $\frac{j}{m} = 1\%$ por lo que $j = 12\%$

- 12) Qué interés efectivo anual percibimos si depositamos \$1000 mensuales y al final de 2 años recibimos \$30,000

$$S = P \cdot s_{\overline{n}|i}$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{30,000}{1000} = 30$$

En las tablas de factores buscamos para 24 periodos las tablas de i que para $s_{\overline{n}|i}$ comprendan a 30.

$$\begin{aligned} \text{Si } i = 1 \frac{3}{4} \% \quad s_{\overline{n}|i} = 29.511016 \quad (1) \quad (2) \quad - \quad (1) &= \frac{0.488984}{0.910846} = 0.53846 \\ &= 30 \quad (2) \quad (3) \quad - \quad (1) = 0.910846 \end{aligned}$$

$$i = 2 \% \quad s_{\overline{n}|i} = 30.421861 \quad (3)$$

$$\text{Dif. } 0.25\% \times 0.536846 = 0.134211 \%$$

$$1.75\% + 0.134211\% = 1.884211\% \text{ que es la tasa efectiva mensual.}$$

La tasa efectiva anual es

$$i = (1 + 0.01884211)^{12} - 1 = 25.107296\%$$

- 13) Para cancelar un préstamo de \$100,000 se solicitan 18 pagos mensuales de \$10,000 cada uno. ¿Qué interés mensual se está cobrando?

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{V}{P} = \frac{100,000}{10,000} = 10$$

En las tablas de factores buscamos las i es que comprendan para $a_{\overline{n}|i} = 10$

para $n = 18$

$$i = 7\% \quad a_{\overline{n}|} = \frac{10.059086}{10} \quad (1) \quad (2) - (1) = \frac{.059086}{10} = .0059086$$

$$(2) \quad (3) - (1) = \frac{.687199}{10} = .0687199$$

$$8\% \quad a_{\overline{n}|} = 9.371887 \quad (3)$$

$$\text{Dif. } 1\%; \times .085981 = .085981\%$$

$$7\% + .085981\% = 7.085981\%$$

14) ¿En qué tiempo se liquidan intereses y amortizaciones de un préstamo de \$200,000, con i semestral 6.5% y pagos semestrales de \$18.000

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|}$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{200000}{18000} = 11.111111$$

En las tablas de factores para $i = 6.5\%$ los valores de $a_{\overline{n}|}$ que comprenden $a_{\overline{n}|} = 11.111111$

$$n = 20 \quad a_{\overline{n}|} = 11.018507 \quad (1) \quad (2) - (1) = .092604$$

$$11.111111 \quad (2) \quad (3) - (1) = \frac{.266476}{11.018507} = .347513$$

$$21 \quad a_{\overline{n}|} = 11.284983 \quad (3)$$

$$n = 20.347513 \quad \text{semestral}$$

16) Se ofrece un terreno con 20% de enganche y 8% con facilidades a 5 años e interés mensual del 1%. El interés del 1% no es el adecuado y se supone que debe ser del 2%. Si el precio en que se ofrece el terreno es de \$250 por metro cuadrado, ¿Cuál es su valor de contado?

$$20\% \text{ de } \$250 = \$50 \quad n = 60$$

$$80\% \text{ de } \$250 = \$200$$

$$P = V \frac{1}{a_{\overline{n}|i}}, \quad P = 200 \times 0.022244 = \$ 4.448890$$

Este pago debe correspondera un valor presente pero con intereses del 2%

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|i} = 4.448890 \times 34.760887 = 154.65$$

Más el 20% de enganche	<u>50.00</u>
	\$204.65

17) Se esta vendiendo una mercancía con valor de \$30,000 con el 30% de enganche y el resto "sin intereses" en 24 pagos mensuales. Si el costo del dinero es del 2%, ¿Cuál es su valor de contado?.

$$\$30,000 \times .30 = 9,000$$

$$30,000 \times .7 = 21,000$$

$$\text{El pago mensual es } \frac{21,000}{24} = 875$$

¿Cuál es el valor presente de 24 pagos de \$875 al 2% mensual?

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|i} = 875 \times 18.913926 = 16,549.68$$

Más enganche	<u>9,000.00</u>
	\$25,549.68

18) ¿Cuál es el factor mensual de pago a 15 años al 6% semestral y amortizaciones semestrales? El pago mensual es la sexta parte del pago semestral.

$$P = V \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = 1 \times .072649 = .072649$$

$$\text{el factor del pago mensual es } \frac{.072649}{6} = 0.012108$$

19) ¿ Cúal es el interés efectivo anual en los siguientes casos ?

a) 6% semestral y amortizaciones semestrales

$$i = \left(1 + \frac{12}{2}\right)^2 - 1 = 1.06^2 - 1 = 12.36\%$$

b) En un crédito a 15 años con pagos mensuales y amortizaciones semestrales al 6%.

$$V = P a_{\overline{n}|i}$$

$$1 = .012108 a_{\overline{n}|i}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{.012108} = 82.590023$$

En las tablas de factores buscamos las íes que comprenden a

$$a_{\overline{n}|i} = 82.590023 \text{ para } n=180$$

$$i = 1\% \quad a_{\overline{n}|i} = 83.321664 \quad (1) = (1) - (2) = \frac{0.731641}{82.590023} = .061627$$
$$(2) \quad (1) - (3) = 11.872021$$

$$i = 1.25\% \quad a_{\overline{n}|i} = 71.449643 \quad (3)$$

$$\text{Dif. } .25\% ; \quad .25\% \times .061627 = .015407\%$$

$$i = 1\% + .015407 = 1.015407\% \text{ mensual}$$

$$i \text{ anual} = (1+.01015407)^{12} - 1 = 12.8889\%$$

c) En un crédito a 15 años con pagos mensuales, amortización semestral al 6% y apertura de crédito de 7%

$$V = P a_{\overline{n}|i}$$

$$.93 = .012108 a_{\overline{n}|i} \quad a_{\overline{n}|i} = 76.808722$$

En las tablas de factores buscamos las fes que comprenden $a_n = 76.808722$
para $n = 180$

$$\begin{array}{r} i = 1\% \quad a_n = 83.321664 \text{ (1)} \quad (1) - (2) = \frac{6.512942}{76.808722 \text{ (2)} \quad (1) - (3) = 11.872021} \quad 0.548596 \\ 1.25\% \quad 71.449643 \text{ (3)} \end{array}$$

$$\text{Dif. } .25\% ; \times .548596 = 0.137149\%$$

$$i = 1.137149 \% \text{ mensual}$$

$$i \text{ anual} = (1 + 0.1137149)^{12} - 1 = 14.532432\%$$

20) ¿Qué apertura de crédito debe de cobrarse para que la tasa efectiva anual sea del 14%?

$$(1 + i_m)^{12} = 1 + .14 = 1.14$$

Buscamos en las tablas de factores las s_n que comprendan 1.14

$$\begin{array}{r} i = 1\% \quad s_n = 1.126825 \text{ (1)} \quad (2) - (1) = \frac{.013175}{1.14 \quad (2) \text{ (3)} - (1) = .033930} = .388299 \end{array}$$

$$i = 1.25\% \quad s_n = 1.160755 \text{ (3)}$$

$$\text{Dif. } .25\% ; \times .388299 = .097075$$

$$i = 1.097075 \% \text{ tasa de interes efectiva mensual}$$

$$V = P a_n$$

Se calcula a_n para $i = 1.097075$ con la fórmula

$$n = 180 \quad a_n = \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \times i} = 78.363036$$

$$V = .012108 \times 78.363036 = .948820$$

$$\text{y la apertura es} \quad 1 - .94882 = .05118036$$

y el porcentaje 5.118036%

Una vez estudiadas las funciones de interés compuesto y visto algunas de sus aplicaciones, regresemos a los sistemas de valor residual.

- 1) Valor residual de capitalización para las construcciones si se considera su amortización lineal.

Datos:

Renta neta anual \$ 200,000

Valor del terreno 600,000

i neta anual 7%

Vida económica probalbe 20 años

$$C = \frac{I - T \cdot i}{i + a} = \frac{200\,000 - 600\,000 \times .07}{.07 + .05} = \frac{158\,000}{.12}$$

$$C = 1'316,666$$

$$\text{Más terreno} \quad \frac{600,000}{1'916,666}$$

- 2) Valor residual de capitalización para las construcciones considerando un interés anual de capitalización correspondiente a las amortizaciones, igual a la tasa de interés

$$C = \frac{158,000}{.07 + .024393} = 1'673\,852$$

$$\text{Más terreno} \quad \frac{600,000}{2'273,852}$$

- 3) Método residual de capitalización para las construcciones por el "Método de Inwood"

Ingreso anual de terreno y construcciones	\$ 200,000
Ingreso anual del terreno, 600 000 x .07	<u>42,000</u>
Ingreso anual de las construcciones	158,000

Este ingreso se tendrá durante 20 años, por lo cual tenemos una anualidad de la cual deseamos obtener su valor presente.

$$V = P a_{\overline{n}|i} = 158,000 \times 10.594014 = 1'673\ 854$$

$$\text{Más terreno} \quad \frac{600\ 000}{2'273\ 854}$$

que es el mismo resultado que se obtuvo en el ejemplo 2

Ello se debe a la fórmula (48)

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1}{i + \frac{1}{s_{\overline{n}|i}}}$$

de donde

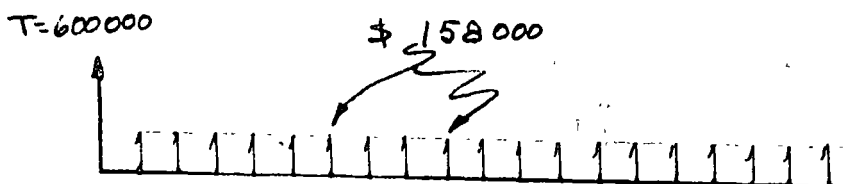
$$i + \frac{1}{s_n} = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}}$$

y sustituyendo en el ejemplo (2)

$$C = \frac{158\ 000}{\frac{1}{a_n}} = 158\ 000 \times 10.594014 = 1'673\ 854$$

que es el mismo resultado obtenido en este ejercicio (3)

Gráficamente



- 4) Método de capitalización considerando el ingreso de toda la propiedad y añadiendo el valor presente del terreno correspondiente a la finalización del arrendamiento.

Renta anual de la propiedad \$ 200 000

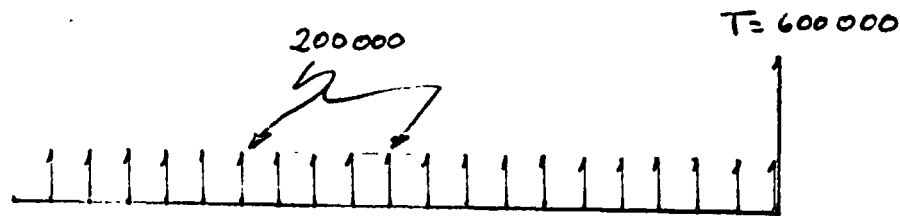
El valor presente de esta renta durante 20 años es:

$$200\ 000 \times 10.594014 = 2'118\ 802$$

Más el valor presente del terreno, distante 20 años $v_n = 0.258419$

$$V = S \cdot v_n = 600\ 000 \times 0.258419 = \frac{155\ 051}{2\ 273\ 853}$$

Gráficamente



Comprobación de como \$600 000 pasa por los 20 periodos dejando \$42.000 y permaneciendo constantes los \$600 000.

$$S = V_{s_n} = 600\ 000 \times 3.869684 = 2'321\ 810$$

$$\begin{aligned} S &= 42,000 \times s_{\overline{n}|} + 600\ 000 = 42000 \times 40.995492 + 600000 \\ &= 1'721810 + 600\ 000 \\ &= 2'321810 \end{aligned}$$

- 5) Encontrar el valor de una propiedad considerando:

$$T = 150,000$$

$$C = 450,000 \quad y$$

Contrato de renta neta mensual de \$5000 por 3 años

Depreciación de la construcción 2% anual (lineal)

Interés del negocio 1% mensual

Solución

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|} = 5000 \times 30.107505 = 150,537$$

Valor de la reversión

Terreno	\$150,000
Construcción 450,000	
x .94	<u>423,000</u>
	\$573,000

$$V = S \cdot v_n = 573000 \times 0.698925 = \begin{array}{r} 400,483 \\ \underline{150,537} \\ \$551.020 \end{array}$$

Nótese que el valor del inmueble según el contrato es inferior al valor actual del inmueble, \$600,000.

- 6) En el ejemplo anterior encuentre la renta que representa la inversión actual del inmueble, \$600,000

$$600\,000 = P \cdot a_{\overline{n}|} + \text{Valor presente de la reversión}$$

$$600\,000 = P \times 30.107505 + 400.483$$

$$P = \frac{600\,000 - 400483}{30.107505} = 6626.82$$

Como el inquilino sólo paga una renta neta de \$5000 percibe un beneficio mensual de \$1626.82

En efecto, comprobemos el valor presente de la renta de la cual disfruta el inquilino:

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|} = 1626.82 \times 30.107505 = 48979$$

Más valor de la propiedad según contrato 551020
\$599999

7) Calcule el valor de un terreno, tomando en cuenta las siguientes consideraciones.

Tiene construcciones propiedad del inquilino y se estima que al final del contrato que es de 6 años, carecerán de valor comercial.

El contrato tiene estas características.

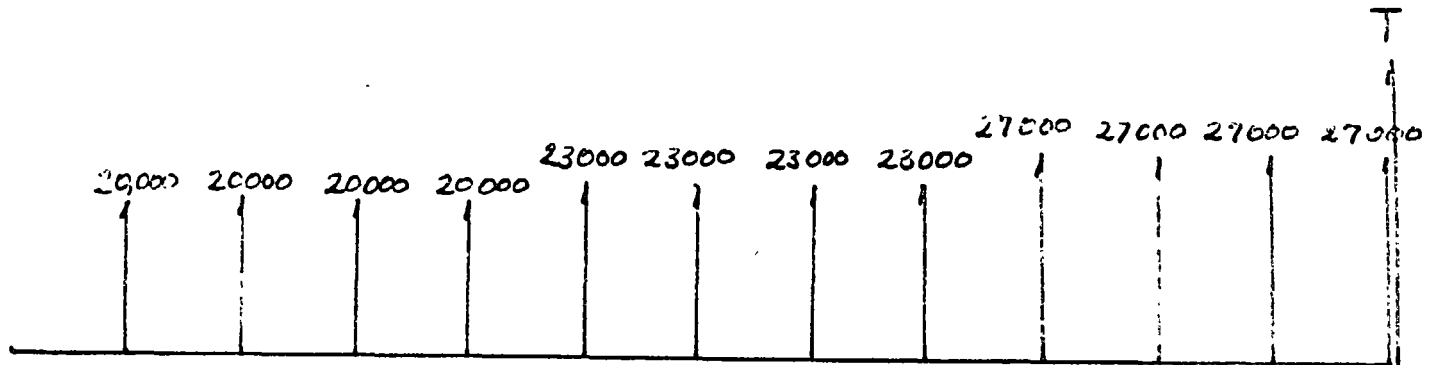
Pagos semestrales al final de cada semestre

Renta de los semestres 1 al 4, 20,000 por semestre

Renta de los semestres 5 al 8, 23,000 por semestre

Renta de los semestres 9 al 12 27,000 por semestre

El mercado se satisface con un interés semestral del 6.5%.



El valor presente de las rentas 1^a a la 4^a es

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|i} = 20,000 \times 3.425799 = \$68,516$$

El valor presente de las rentas 5^a a la 8^a es

$$V = P \times a_{\overline{n=8}|i} - P \times a_{\overline{n=4}|i} = P(a_{\overline{n=8}|i} - a_{\overline{n=4}|i})$$

$$V = 23,000 \times (6.088751 - 3.425799) = \$61,248$$

El valor presente de las rentas 9^a a 12^a es

$$V = P (a_{\overline{n=12}|i} - a_{\overline{n=8}|i}) = P (8.158725 - 6.088751)$$

$$V = 27\,000 \times 2.069974 = \$ 55,889$$

El valor de un inmueble es igual al valor presente de sus futuros ingresos, más la reversión del valor al final del contrato ó periodo que se estudie.

En el presente caso:

$$V = 68,516 + 61248 + 55889 + S \times v_n \quad \text{pero en este caso } V = S$$

$$V - V \times v_n = 185\,653$$

$$V = \frac{185\,653}{1 - 0.469683} = \$ 350,079$$

- 8) ¿Cuál es el valor del terreno en el ejemplo anterior si los pagos semestrales son anticipados?

Tómese en cuenta la fórmula (22)

$$a_{\overline{n}|p} = a_{\overline{n-1}|} + 1$$

El valor presente de las rentas 1^a a la 4^a es

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|p} = 20,000 \times (2.648475 + 1) = \$72,969$$

El valor presente de las rentas 5^a a la 8^a

$$V = 23,000 (5.484519 + 1) - 3.648475$$

$$V = 23,000 \times 2.836044 = \$65,229$$

El valor presente de las rentas 9^a a la 12^a es

$$V = 27,000 (7.689042 + 1) - 6.484519$$

$$V = 27,000 \times 2.204523 = \$ 59,522$$

La suma de las 12 rentas es	\$ 72,969
	65,229
	<u>59,522</u>
	\$197,720

La reversión del terreno es análoga al ejemplo anterior.

Consecuentemente

$$V = \frac{197\ 720}{0.530317} = \$ 372\ 833$$

En la práctica se presentan anualidades en que las amortizaciones son con mayor frecuencia que los pagos, $m > p$.

No se deducirán en este curso las fórmulas correspondientes a el monto de 1 por periodo ni el valor presente de \$ 1 por periodo, sino que sólo se aplicarán en ejemplos.

Las fórmulas son

$$s_{\overline{n}|}^{m/p} = \frac{(1 + \frac{j}{m})^{mn} - 1}{(1 + \frac{j}{m})^{\frac{m}{p}} - 1} \quad 50$$

El significado de las literales es el mismo que el indicado en la fórmula 46, excepto p, que significa el número de pagos al año, y n que es el número de años.

$$a_{\overline{n}|}^{m/p} = \frac{1 - (1 + \frac{j}{m})^{-mn}}{(1 + \frac{j}{m})^{\frac{m}{p}} - 1} \quad 51$$

- 1) Encuentre el monto de una serie de pagos efectuados al final de cada semestre, con amortizaciones trimestrales. Cada pago es de \$2500 y el interés nominal anual del 12%. Plazo 3 años.

$$s_{\overline{n}|} = \frac{(1 + \frac{.12}{4}) - 1}{(1 + \frac{.12}{4})^{\frac{4}{2}} - 1} = \frac{.425761}{.0609}$$

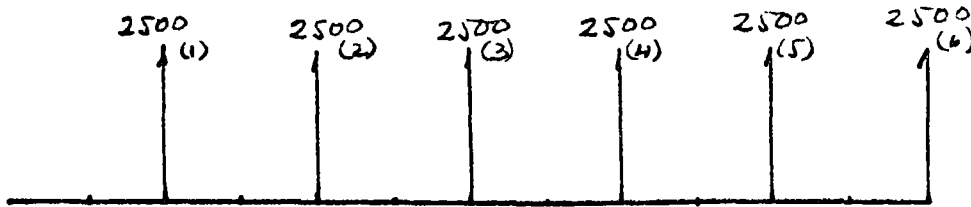
m/p

$$s_{\overline{n}|} = 6.991149$$

m/p

$$V = P \times s_{\overline{n}|} = 2500 \times 6.991149 = \$ 17,478$$

Gráficamente



$$S_{(1)} = 2500 \times 1.343916 = 3359.79$$

$$S_{(2)} = 2500 \times 1.266770 = 3166.93$$

$$S_{(3)} = 2500 \times 1.194052 = 2985.13$$

$$S_{(4)} = 2500 \times 1.125508 = 2813.77$$

$$S_{(5)} = 2500 \times 1.0609 = 2652.25$$

$$S_{(6)} = \frac{2500.00}{17.478}$$

Para obtener la suma de esta anualidad con pagos anticipados, restamos

2500 y agregamos $2500 (1+.03)^{12}$

m/p

$$s_{\overline{n}|p} = 17478 - 2500 + 2500 \times 1.425761 = \$18542$$

2) Encuentre el valor presente de la anualidad indicada en el ejemplo anterior.

$$a_{\overline{n}|}^{m/p} = \frac{1 - (1 + \frac{.12}{4})^{-4 \times 3}}{(1 + \frac{.12}{4})^2 - 1} = \frac{.298620}{.0609} = 4.9034.50$$

$$V = 2500 \times 4.903450 = \$12.259$$

Para comprobar, veamos cual es el monto anterior, \$ 12259 despues de 12 periodos al 3% por periodo.

$S = 12.259 \times 1.425761 = \$ 17478$ que coincide con el valor encontrado en el ejemplo anterior.

Para obtener el valor presente de la anualidad, ^{con depósitos al principio de cada periodo,} tenemos que sumar -

\$2500 y restar $\frac{2500}{(1.03)^{12}}$ m/p

$$A_{np} = 12.259 + 2500 - 1753 = \$13,006$$

Para comprobar, veamos cuál es el monto anterior, \$13,006 después de 12 periodos al 3% por periodo

$S = 13,006 \times 1.425761 = \$ 18,542$ que coincide con el valor encontrado en el ejercicio anterior.

Consideremos una hipoteca cuyos pagos en 4 periodos son de \$10,000.

Interes por periodo 25%.

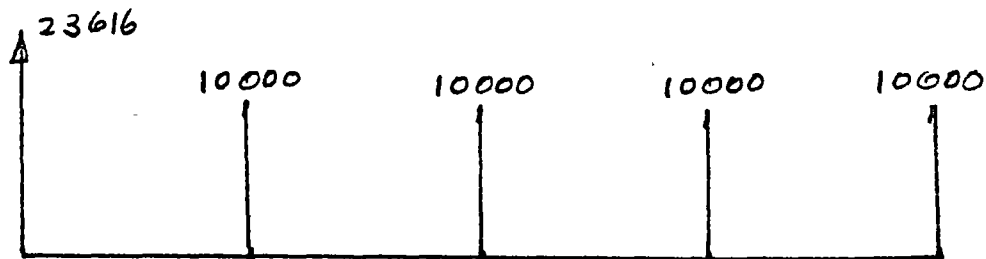
El valor de esta hipoteca es

$$V = P \cdot a_{\overline{n}|} = 10,000 \times 2.3616 = \$23\ 616$$

La distribución de estos pagos es:

Periodo	Saldo al principio del periodo.	Interes 25%		Amortización		Saldo al final del periodo
		parcial	acumulativo	Parcial	Acumulativa	
1	23 616	5904	5904	4096	4096	19250
2	19 250	4880	10784	5120	9216	14400
3	14 400	3600	14384	6400	15616	8000
4	8 000	2000	16384	8000	23616	0

Gráficamente



Existen diversos métodos para calcular directamente el porcentaje pagado de una hipoteca en r periodos así como el correspondiente balance.

Si la hipoteca es igual a 1, entonces $p + b = 1$

Según hemos visto $\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = i + \frac{1}{s_{\overline{n}|}}$

Si llamamos \dot{p}_1 la primera amortización

\dot{p}_2 la segunda amortización

\dot{p}_3 la tercera amortización

\dot{p}_r la amortización r tendremos

$$\dot{p}_1 = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i = i + \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} - i = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}}$$

El capital que era de 1 es ahora $1 - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}}$

$$\dot{p}_2 = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i \left(1 - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} \right) = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i + i \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + i \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i)$$

El capital es ahora $1 - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i)$

$$\dot{p}_3 = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i \left(1 - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i) \right)$$

$$\dot{p}_3 = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i + \frac{i}{s_{\overline{n}|i}} + \frac{i}{s_{\overline{n}|i}} (1+i)$$

$$\dot{p}_3 = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} + \frac{i}{s_{\overline{n}|i}} + \frac{i}{s_{\overline{n}|i}} (1+i) = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i+i+i^2) = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i)^2$$

En el periodo r la amortización será

$$\dot{p}_r = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} - i \left[1 - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i) - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i)^2 - \dots - \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i)^{r-1} \right]$$

$$\dot{p}_r = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} (1+i)^{r-1}$$

Sumando $\dot{p}_1 + \dot{p}_2 + \dot{p}_3 + \dots + \dot{p}_r$ y sacando como factor común a $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}}$

se tiene

$$p = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} \left(1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{r-1} \right)$$

El segundo miembro es una progresión geométrica ya calculada fórmula (17) y que es igual a $s_{\overline{n}|i}$ para $n = r$ periodos

Consecuentemente

$$p = \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} \times s_{\overline{n=r}|i}$$

El balance se obtiene con las fórmulas

$$b = (1+i)^r - \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \times s_{\overline{n=r}|i}$$

$$b = \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} \times a_{\overline{n-r}|i}$$

Ejemplos

1) Se compra un inmueble cuya hipoteca original tiene transcurridos 8 semes tres. Se desea saber a partir del momento que se adquiere a 5 años más, que porcentaje de pago se efectúa.

Datos de la hipoteca original

Préstamo \$350,000

$n = 20$

$i = 6.5$

Primeramente resolveremos el problema refiriéndonos a la hipoteca original como la hipoteca base y posteriormente a la hipoteca transcurridos los 8 semestres como la hipoteca base.

Tambien como ejercicio calcularemos p y b en cada caso.

Para la hipoteca original y para obtener el balance despues de 8 semestres

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = .090756$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = .25756$$

$$s_{\overline{n}|} = 8 = 10,076856$$

$$a_{\overline{n=20-8}|} = 8.158725$$

$$p = .025756 \times 10.076856 = .259540$$

$$b = .090756 \times 8.158725 = \frac{.740453}{.999993}$$

La hipoteca después de 8 meses es:

$$350,000 \times .740453 = \$ 259,158.55$$

Cinco años más después de adquirido el inmueble representa los siguientes datos con respecto a la hipoteca original

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = .090756$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = .025756$$

$$s_{\overline{r=18}|} = 32.410067$$

$$a_{\overline{n=20-18}|} = 1.820626$$

$$p = .025756 \times 32.410067 = 0.834754$$

$$b = .090756 \times 1.820626 = \frac{0.165233}{0.999987}$$

Consecuentemente el balance es

$$b = 350\,000 \times .16233 = \$ 57,831.55$$

Del semestre 8 al 18 se pagó un capital de

$$\begin{array}{r} \$ 259,158.55 \\ \underline{57,831.55} \\ \$201,327.00 \end{array}$$

que con respecto al balance al 8 semestre representa un pago de

$$\frac{201,327.00}{259,158.55} = 0.776344$$

y un balance de .223656

Veamos ahora la misma segunda parte del problema, con la hipoteca igual a \$259,158.55 y

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = 0.122568$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = .057569$$

$$s_{\overline{r=10}|} 13.494423$$

$$a_{\overline{n=12-10}|} 1.820626$$

$$p = .057569 \times 13.494423 = 0.776860$$

$$b = .122568 \times 1.820626 = 0.223151$$

Consecuentemente el balance es

$$\$259158.55 \times .223151 = \$57831.48$$

2).- En el ejemplo anterior, calcule los intereses pagados entre el 9 y el 18 semestre.

La hipoteca entre el 9 y el 18 semestre se redujo en:

$$\begin{array}{r} \$259,158.55 \\ \underline{57,831.48} \\ \$201,327.07 \end{array}$$

Cada uno de los pagos es

$$\$350,000 \times .090756 = \$ 31,764.60$$

y se hicieron 10 pagos = \$317,646.00

Consecuentemente los intereses pagados son

$$\begin{array}{r} - \$317,646.00 \\ \underline{201,327.07} \\ \$116,318.93 \end{array}$$

3).- Se desea amortizar en 20% una hipoteca con $i=6.5\%$ en un plazo de 8 semestres. El valor actual de la hipoteca es de \$200,000.00

¿De cuanto es cada pago semestral?

$$p = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} s_{\overline{n}|} ; .2 = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} \cdot 10.076856$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{.2}{10.076856} = 0.019847$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = i + \frac{1}{s_{\overline{n}|}} = .065 + .019847 = .084847$$

$$p = \$200,000 \times .084847 = 16,969.49$$

4).- Calcula el plazo de liquidación de una hipoteca conociendo:

Pago semestral 0.122568

Interes semestral 6.5%

$$p = \frac{1}{s_{\overline{n}|}} \cdot s_{\overline{n}|}$$

$$1 = (.122568 - .065) s_{\overline{n}|}$$

$$s_{\overline{n}|} = 17.370762$$

En las tablas de factores buscamos para $i = 6.5$ el monto de \$ 1 igual a 17.370762 y encontramos $n = 12$. Este resultado coincide con el plazo de la hipoteca en el ejemplo 2 resuelto anteriormente.

Se tiene una propiedad con las siguientes características.

Plazo de estudio, tres años

Renta neta mensual

Primer año \$ 3,000

Segundo año 3,200

Tercer año 3,400

Características de la hipoteca

Valor actual \$120,000

Interés semestral 6.5% amortizaciones semestrales y pagos anticipados mensuales .

Plazo de la hipoteca , 8 años

Valor al final de 3 años, 10% menos que el valor original.

Depreciación monetaria 4%

Encuentre el valor del inmueble y consecuentemente la aportación del propietario, de tal manera que dicha aportación reciba un interés mensual del 1.5%

Solución

El valor inicial de propiedad es V_1 , e igual a $\$120,000 + E$, E la aportación del propietario.

El valor final de la propiedad en dinero, base + 3 años, es .90 - -
(120,000 + E)

Cálculo del valor final de la propiedad en dinero base 0 años.

La depreciación de 1 peso en tres años al 4% mensual es:

$$1X .884736 = \$.884736$$

Consecuentemente el valor final, base 0 años es

$$\begin{aligned} .884736 \times .9 (120,000 + E) \\ .796262 E + 95551.49 \end{aligned}$$

El pago mensual de la hipoteca es

$$\frac{.102378 \times 120,000}{6} = 2047.56$$

La amortización de capital e intereses de la hipoteca en tres años es

$$p = .037378 \times 7.063728 = .264028$$

$$b = .102378 \times 7.18883 = \underline{.735976}$$
$$1.00006$$

El saldo de la hipoteca al final de 3 años en dinero base + 3 años es

$$120,000 \times .735976 = \$ 88,317.12$$

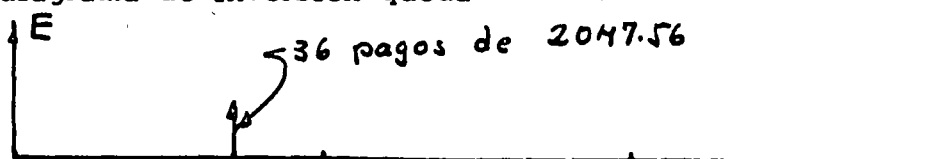
Este saldo en dinero base 0 años es

$$\$ 88,317.12 \times .884736 = \$ 78,137.33$$

El valor del inmueble al final de tres años para el propietario, en dinero base 0 años es.

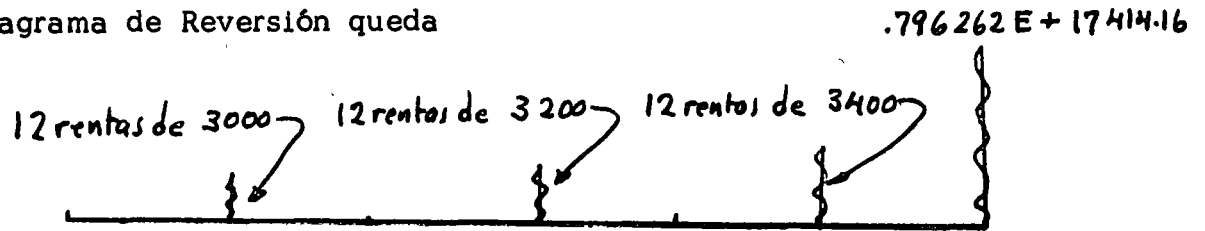
$$.796262 E + 95551.49 - 78,137.33 = .796262 E + 17414.16$$

El diagrama de Inversión queda



Los pagos de 2047.56 tienen una depreciación de .00339605 mensual, el primer pago ya por la depreciación.

El diagrama de Reversión queda



Para los tres años, las rentas tienen un factor de depreciación mensual de .00339605, los pagos anticipados por lo que el primero no tiene depreciación.

El valor presente de los 36 pagos de hipoteca

$$V = \frac{1 - \left(\frac{1 - .00339605}{1 + .015} \right)^{36}}{\frac{.00339605 + .015}{1 - .00339605}} \times 2047.56 = \$ 53,505.32$$

El valor presente de las primeras doce rentas es

$$V = \frac{1 - \left(\frac{1 - .00339605}{1.015} \right)^{12}}{1 - \left(\frac{1 - .00339605}{1.015} \right)} \times 3000 = \$ 32,619.65$$

El segundo año las 12 rentas tendrán al principio de ese año un valor igual a

$$V = 10.873218 \times 3200 = 34\,794.30$$

y este valor referido al año 0:

$$34\,794.30 \times .836387 = \$29,101.51$$

El tercer año las 12 rentas tendrán al principio de ese año un valor igual a

$$V = 10.873218 \times 3400 = 36,968.94$$

y este valor referido al año 0

$$36,968.94 \times .699544 = 25\,861.40$$

El valor presente del inmueble para el propietario, al final de tres años, se había estimado en

$$.796262 E + \$17414.16$$

y su valor presente es

$$(.796262 E + 17414.16) \times .585090 = .011944 E + 10,188.85$$

Igualando inversiones y recuperaciones se tiene

$$E + 53505.32 = 32619.65 + 29\,101.51 + 25861.40 + .011944 E + \\ + 10,188.85$$

$$E = 44,801.19$$

y el valor inicial de la propiedad es

$$44,801.19 + 120,000 = \$ 164,801.20$$

Se tiene una propiedad con las siguientes características.

Plazo de estudio, tres años

Renta neta mensual

Primer año \$ 3,000

Segundo año 3,200

Tercer año 3,400

Características de la hipoteca

Valor actual \$120,000

Interés semestral 6.5% amortizaciones semestrales y pagos anticipados mensuales .

Plazo de la hipoteca , 8 años

Valor al final de 3 años, 10% menos que el valor original.

Depreciación monetaria 4%

Encuentre el valor del inmueble y consecuentemente la aportación del propietario, de tal manera que dicha aportación reciba un interés mensual del 1.5%

Solución

El valor inicial de propiedad es V_1 , e igual a $\$120,000 + E$, E la aportación del propietario.

El valor final de la propiedad en dinero, base + 3 años, es .90 - -

(120,000 + E)

Cálculo del valor final de la propiedad en dinero base 0 años.

La depreciación de 1 peso en tres años al 4% mensual es:

$$1X .884736 = \$.884736$$

Consecuentemente el valor final, base 0 años es

$$.884736 \times .9 (120,000 + E)$$

$$.796262 E + 95551.49$$

El pago mensual de la hipoteca es

$$\frac{.102378 \times 120,000}{6} = 2047.56$$

La amortización de capital e intereses de la hipoteca en tres años es

$$p = .037378 \times 7.063728 = .264028$$

$$b = .102378 \times 7.18883 = \underline{.735976}$$

$$1.00006$$

El saldo de la hipoteca al final de 3 años en dinero base + 3 años es

$$120,000 \times .735976 = \$ 88,317.12$$

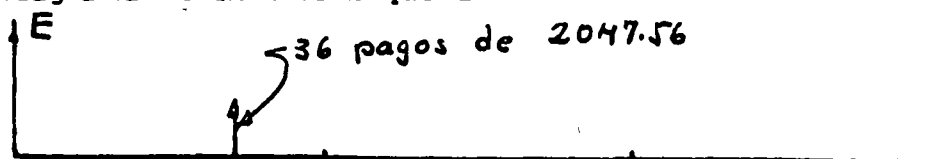
Este saldo en dinero base 0 años es

$$\$ 88,317.12 \times .884736 = \$ 78,137.33$$

El valor del inmueble al final de tres años para el propietario, en dinero base 0 años es.

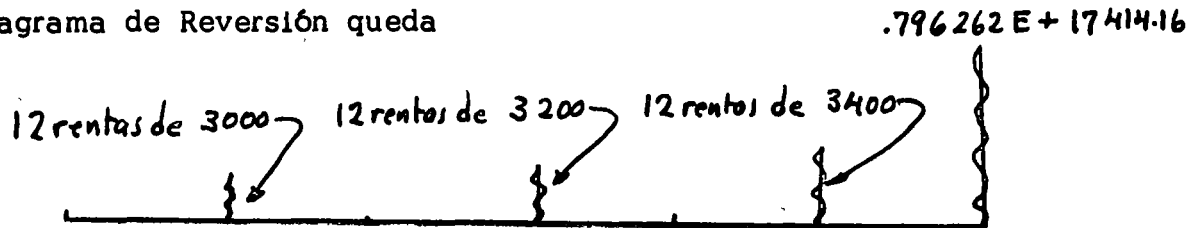
$$.796262 E + 95551.49 - 78,137.33 = .796262 E + 17414.16$$

El diagrama de Inversión queda



Los pagos de 2047.56 tienen una depreciación de .00339605 mensual, el primer pago ya por la depreciación.

El diagrama de Reversión queda



Para los tres años, las rentas tienen un factor de depreciación mensual de .00339605, los pagos anticipados por lo que el primero no tiene depreciación.

El valor presente de los 36 pagos de hipoteca

$$V = \frac{1 - \left(\frac{1 - .00339605}{1 + .015} \right)^{36}}{\frac{.00339605 + .015}{1 - .00339605}} \times 2047.56 = \$ 53,505.32$$

El valor presente de las primeras doce rentas es

$$V = \frac{1 - \left(\frac{1 - .00339605}{1.015} \right)^{12}}{1 - \left(\frac{1 - .00339605}{1.015} \right)} \times 3000 = \$ 32,619.65$$

El segundo año las 12 rentas tendrán al principio de ese año un valor igual a

$$V = 10.873218 \times 3200 = 34\,794.30$$

y este valor referido al año 0:

$$34\,794.30 \times .836387 = \$29,101.51$$

El tercer año las 12 rentas tendrán al principio de ese año un valor igual a

$$V = 10.873218 \times 3400 = 36,968.94$$

y este valor referido al año 0

$$36,968.94 \times .699544 = 25\,861.40$$

El valor presente del inmueble para el propietario, al final de tres años, se había estimado en

$$.796262 E + \$17414.16$$

y su valor presente es

$$(.796262 E + 17414.16) \times .585090 = .011944 E + 10,188.85$$

Igualando inversiones y recuperaciones se tiene

$$E + 53505.32 = 32619.65 + 29\,101.51 + 25861.40 + .011944 E + \\ + 10,188.85$$

$$E = 44,801.19$$

y el valor inicial de la propiedad es

$$44,801.19 + 120,000 = \$ 164,801.20$$

METODOS MODERNOS PARA AVALUOS

CENTRO DE EDUCACION CONTINUA
Facultad de Ingeniería UNAM

" METODOS MODERNOS PARA AVALUOS "

CENTRO DE EDUCACION CONTINUA.

Objetivo

El objetivo de esta plática es el de exponer ante ustedes algunas técnicas para la realización de avalúos industriales.

El campo de avalúos es bastante amplio y complejo y no pretendemos en esta ocasión abarcarlo íntegramente. Nuestra intención es más bien proporcionar a ustedes algunos elementos sobre principios generales de valuación aplicables a casos de industrias.

Será conveniente definir en primer lugar, ¿Qué es un avalúo?.

El manual de valuación y terminología del Instituto Americano de Valuadores de Bienes Raíces, lo define como :

"Una estimación y opinión del valor. El acto o proceso de estimar el valor. Usualmente, un informe escrito de la opinión del valuator sobre el valor de cierta unidad de propiedad adecuadamente descrita, y referida a una fecha determinada".

Hay muchas clases de avalúos, según el objetivo que persigan. No hay que olvidar que el valor de una cosa, y por lo tanto, el avalúo de ella, depende de para quién y con qué objeto se quiere ese valor. Hay avalúos para financiamientos, para seguros, compra-venta o fusión de empresas, de maquinaria, para liquidación, etc.

El avalúo para seguros, por ejemplo, consta esencialmente de un inventario físico, con datos completos de cada unidad, así como su valor de reposición nuevo, depreciación física y valor real.

Un avalúo para financiamiento puede requerir además, un análisis de los estados de pérdidas y ganancias.

Un avalúo para fusión de dos empresas puede incluir un análisis financiero, estudio de las posibilidades de mercado del producto, comparación de acciones de compañías similares, y muchos otros análisis de diversos factores intangibles.

Aún en el caso de seguros, puede hacerse el avalúo completo, con inventario físico detallado de todos los activos. Pero puede hacerse también un avalúo rápido y sencillo, aproximado, para determinar a "grosso modo" el orden de magnitud de la suma asegurable.

Puede hacerse un avalúo aproximado sin siquiera conocer las instalaciones; puede hacerse un avalúo completo y detallado; y toda la infinita variedad entre los dos extremos.

Hay avalúos para registro y control de activos. Por ejemplo, existe un sistema llamado "Uni-Group", que registra y proporciona, mediante una computadora electrónica, todos los datos referentes al activo fijo, pudiendo proporcionar sumarios de depreciación contable, gastos de mantenimiento, valores asegurables, etc.

En resumen, podemos hacer una clasificación de dos tipos de avalúos, según los fines para los cuales va a ser destinado:

ACTIVOS FIJOS

EMPRESA EN OPERACION

El primero puede servir para propósitos de seguros, compra y venta de equipo y maquinaria y en algunos casos, para financiamiento.

El segundo para fusiones entre empresas, compra-venta de acciones, emisión de obligaciones, compra-venta de empresas y financiamiento. Antes de hacer una breve descripción de las técnicas de valuación mediante estos dos métodos, creo necesario mencionar la terminología más común empleada en avalúos, con el propósito de que ustedes se vayan familiarizando con ellos.

VALOR DE REPOSICION

Es el valor representado por el costo de adquirir e instalar a precios actuales, bienes nuevos que presten un servicio equivalente a los valuados. Puede o no ser el costo actual de una réplica exacta, nueva de los bienes valuados.

VALOR DE REPRODUCCION

Es el valor representado por el costo de adquirir e instalar a precios actuales, bienes nuevos idénticos a los valuados. Implica un diseño y distribución similar y los mismos materiales de construcción.

DEPRECIACION .

La suma total de todos los elementos que contribuyen a una "diferencia de valor" (generalmente una pérdida) dentro de una propiedad al compararla con el límite superior de valor, es decir, el costo actual de adquirir un servicio equivalente en una condición nueva. Esta pérdida de valor se puede atribuir a las siguientes causas principales:

- Deterioro Físico
- Obsolescencia Funcional
- Obsolescencia Económica

- Deterioro Físico. - Esta forma de depreciación es causada por dos motivos: Decrepitud debida al paso del tiempo y a la exposición a los elementos naturales o a la atmósfera de las operaciones; y al desgaste

te físico debido a la fricción, impactos, vibraciones o deformaciones o distorsiones, debidas a los esfuerzos durante la operación.

- Obsolescencia Funcional. - La pérdida de valor en relación a la condición nueva debida a la tecnología o al deterioro de la capacidad funcional. Los factores contribuyentes, internos y externos a la propiedad, incluyen, entre otros:

1. Cambios en el diseño y materiales de construcción.
2. Falta de capacidad adecuada para las demandas actuales.
3. Capacidad excesiva para las necesidades prevalecientes.
4. Inadaptabilidad para los requerimientos de producción (flujo de materiales y distribución poco eficiente).
5. Costos variables de operación excesivos que representan la base para estimar el castigo por el uso continuo de la propiedad existente.

- Obsolescencia Económica. - La pérdida de valor o disminución en la deseabilidad de obtener una propiedad debida a fuerzas económicas externas a la propiedad que se está valuando. El grado de esta obsolescencia usualmente se mide por el valor actual de la disminución de las utilidades causadas por la reducción de la demanda pública por el producto, por una reducción en las materias primas económicas y/o servicios, o por la calidad inferior del producto, resultando, en la necesidad de usar descuentos más grandes para lograr o mantener los niveles de producción para obtener costos mínimos de operación.

- Valor Original. - Representa el valor de facturación de la propiedad en la fecha de su adquisición. Sinónimo de "costo de adquisición".

- Valor de Cotización.- Representa el valor de los bienes nuevos en el mercado, a la fecha del avalúo.
- Mano de Obra :- Representa el conjunto de gastos directos necesarios para la instalación de los bienes.
- Fletes.- Representa los gastos necesarios para trasladar los bienes desde su lugar de origen hasta su destino.
- Ingeniería.- Representa los gastos necesarios para la ingeniería de proyecto, supervisión, dirección y administración de la construcción de la unidad industrial.
- Gastos Aduanales.- Son los gastos debidos a derechos de importación y trámites aduanales.
- Índice de Tendencia.- Representa la relación entre el costo actual de un bien nuevo y el costo del mismo en otro año. Normalmente la tendencia de precios es positiva, debida al aumento del costo de la vida.
- Capital de Trabajo.- El capital de trabajo neto es la diferencia entre el activo circulante total y el pasivo circulante total. En la valuación de negocios se emplea como una medida de los recursos monetarios necesarios para mantener el negocio durante el ciclo normal de operación.
- Utilidad antes de los Impuestos .- Las utilidades netas antes del pago de impuestos de producción, de exportación y sobre la renta. Este indicador nos dá una medida del flujo de ingresos relacionado directamente a las operaciones del negocio antes de los efectos de los gastos externos por "conceptos legislativos".
- Utilidad Neta.- La cantidad de fondos que quedan disponibles, después de todos los gastos de operación e impuestos, para pagar los dividendos sobre las acciones de la compañía, para establecer y mantener los fondos de reserva y para reinvertir en el negocio o como capital de trabajo.

- Valor Presente.- Esta es una técnica mediante la cual los estimados de Ingresos Netos anuales futuros o Flujo de Caja se descuentan a una tasa interna de retorno adecuada para desarrollar el valor corriente, en base al valor presente de los ingresos futuros. La tasa interna de retorno depende de la experiencia en la industria, de las condiciones del mercado financiero y de la base del "flujo de ingresos netos" que se está capitalizando, ya sea que los ingresos deban o no dar una utilidad sobre los activos intangibles.

- Relaciones de Mercado.- Estos son indicadores de las relaciones entre el valor de mercado y los ingresos obtenidos de los resultados financieros de compañías comparables que se pueden usar para elaborar la evaluación de la empresa bajo estudio. Las relaciones más comúnmente usadas son: el margen de utilidades de operación, el costo de operación, la utilidad neta, la relación de precio-utilidad y la relación de precio-flujo de caja.

PROCEDIMIENTO PARA VALUACION DE ACTIVO FIJO

Un avalúo de activos fijos tiene como finalidad, conocer el Valor Actual Estimado de los diferentes bienes que forman parte del activo de una empresa, referido a una fecha, un lugar y un propósito.

a) Valuación de Activos Fijos

Para dicho propósito es necesario el desarrollo de las siguientes actividades:

- Levantamiento físico de un inventario completo de todos los bienes que integran el activo fijo, con descripciones completas para cada unidad de activo, o grupo de unidades menores.
- Simultáneamente, con el levantamiento del inventario, se tomarán todos los datos de cada unidad en lo que se refiere a causas de depreciación, edad, vida remanente, estado físico, obsolescencia y grado de mantenimiento.
- Determinación mediante investigación, de las condiciones de mercado locales, tanto para equipos, mano de obra, derechos de importación, fletes, así como para maquinaria usada.
- Verificación mediante muestreo de facturas para fechas de adquisición, descripción original y costos de fletes y derechos de importación.
- Obtención de cotizaciones actuales de equipos nuevos, similares a los existentes.
- Obtención del valor de reposición mediante la estimación de costos de instalación, fletes, derechos de importación, ingeniería de proyecto y supervisión.

- Procesamiento de los datos anteriores para obtener tanto el valor de reposición, como la depreciación y el valor justo de mercado, de cada uno de los bienes, y sumarios de cada área de proceso o departamento.
- Informe técnico de la operación, estado y características de la planta.

El Valor Actual Estimado de los bienes del Activo Fijo se puede obtener mediante dos procedimientos fundamentales:

- 1o. - Partiendo del valor original de los bienes a valuar
- 2o. - Partiendo del valor de reposición de los bienes considerados

Cuando se conoce el valor original, el valor actual estimado se obtiene aplicando la siguiente expresión:

$$V.A.E. = (V.O. \times F.T.) + M.O. + F.) \times F.D. \times F.M. \times F.O.$$

Cuando no se cuenta con los valores originales se aplica la siguiente expresión:

$$V.A.E. = (V.C. + M.O. + F.) \times F.D. \times F.M. \times F.O.$$

De donde:

$$V.R. = V.C. + M.O. + F.$$

$$V.A.E. = \text{Valor Actual Estimado}$$

$$V.O. = \text{Valor Original}$$

$$V.C. = \text{Valor de Cotización Nuevo}$$

M.O. = Mano de Obra
F. = Fletes
V.R. = Valor de Reposición Nuevo
F.D. = Factor de Depreciación
F.M. = Factor de Mantenimiento
F.T. = Factor de Tendencia
F.O. = Factor de Obsolescencia

VALUACION DE EMPRESAS EN OPERACIONPRINCIPIOS GENERALES

El Valor Justo de una empresa en operación se define como la cantidad a la cual cambiaría la propiedad de un negocio en una transacción entre un vendedor y un comprador dispuestos a efectuar dicha transacción, ambos debidamente informados sobre todos los aspectos pertinentes al negocio y con beneficio para ambos, teniendo en cuenta que ambos contemplan mantener la organización y las instalaciones en sus localizaciones actuales respectivas, para continuar las operaciones como parte de la empresa existente.

Para estos efectos la empresa se define como la combinación de todos los elementos tangibles e intangibles asociados con el negocio y reflejados en el valor que se determine para el capital de los accionistas, después de deducir todos los pasivos declarados.

Los activos tangibles incluyen: maquinaria y equipo, terrenos, obras civiles, muebles y enseres, vehículos, activos circulantes (Caja y Bancos, Cuentas por Cobrar, Inventarios, etc.) activos fuera de operación, inversiones en otras empresas.

Los activos intangibles incluyen normalmente la organización, la capacidad técnica del personal, los contratos de venta existentes, la localización respecto a los mercados y a las fuentes de materias primas e insumos en general, los beneficios tributarios, y todos los demás activos intangibles que se juzguen pertinentes a la empresa en operación.

METODOLOGIA

A través de los años se han venido desarrollando una serie de métodos para la valuación de empresas en operación, siendo en la actualidad los más utilizados el método del Mercado, el de las Utilidades y el de Costos.

Método del Mercado.- Esta técnica de valuación se basa en datos de transacciones reales de ventas de empresas, o de acciones de empresas. Los datos de ventas se deben ajustar, usualmente de alguna manera tabular, para poder compararse antes de desarrollar factores para aplicarlos a la propiedad que se está valuando.

Método de las Utilidades.- Este es un método para determinar el valor de una empresa con base en el hecho de que la deseabilidad de obtener una propiedad se puede estimar razonablemente mediante la capitalización de las utilidades probables esperadas para dicha propiedad. Esta técnica requiere de la elaboración de estados de pérdidas y ganancias "pro-forma", y de flujos de caja, teniendo en cuenta, entre otras cosas, los datos históricos, así como la situación actual y las tendencias de ingresos y costos. Los flujos netos de caja proyectados se descuentan a una tasa de interés conmensurable con las probabilidades de recuperación de capital a largo plazo, teniendo en cuenta indicaciones que se obtienen por medio de un análisis del mercado del dinero, y los riesgos inherentes a una empresa como la que se valúa.

Método de Costos.- El valor que se desarrolla mediante este método se basa en el concepto de que el Valor Justo de una propiedad es equivalente a la suma de todos los activos tangibles e intangibles de la mis-

ma. En el caso de una empresa integrada se requiere valuar por separado sus diferentes activos intangibles, y por ello el método de Costos es normalmente empleado junto con o complementado por el Método de las Utilidades, que puede medir el efecto de los intangibles en el valor de la empresa en operación.

Correlación y conclusión sobre el valor .- Con cada uno de los métodos señalados se desarrollan indicaciones de valor las que se analizan detenidamente comparándolas con otros elementos que permitan apreciar cuan razonables son las indicaciones obtenidas, para de esta manera poder juzgar la idoneidad de cada método, y poder a su vez ponderar y correlacionar adecuadamente las diversas indicaciones de valor obtenidas, y desarrollar en base a ello la conclusión final sobre el valor de la empresa.

ALCANCE DE LA INVESTIGACION

Después de un análisis preliminar sobre las características y peculiaridades del tipo de industria, se estima que la investigación para el avalúo de las mismas incluiría la consideración de los siguientes aspectos :

- 1.- La naturaleza y las tendencias generales de la industria a la cual pertenezca la empresa, tanto en México como a nivel internacional.
- 2.- El valor de los activos fijos en operación.
- 3.- El costo de diseñar y construir una planta similar a la que se está valuando.

- 4.- El costo de desarrollar la infraestructura de naturaleza propia a la empresa y necesaria para la operación integral de ésta.
- 5.- Las características, edad y condición física de las instalaciones y del equipo de producción, así como la eficiencia de operación de la planta, su diseño y distribución y su obsolescencia funcional.
- 6.- El costo estimado para las reposiciones y adquisiciones de activos fijos, necesarios para la adecuada operación futura de la planta, a los niveles de producción y ventas previstos.
- 7.- El valor de los activos fijos fuera de operación, y de otros activos como inversiones en otras empresas, etc.
- 8.- En el caso de empresas agro-industriales se hace un análisis sobre el campo agrícola que abastece la planta, así como de la potencialidad de éste, teniendo en cuenta: disponibilidad de tierras cultivables; tenencia de la tierra; técnicas de cultivo; variedades utilizadas; experimentación; rendimientos en el campo; sistemas de transportación y almacenaje; cultivos sustitutos; características del suelo y del clima; programas de explotación agrícola, infraestructura agrícola; días de explotación del campo.
- 9.- Un análisis de la información disponible sobre el mercado del producto en México, y de las disposiciones gubernamentales que regulan la comercialización de éste; así como un estudio de la información disponible sobre las tendencias y comportamiento de éste a nivel internacional.

10. Un estudio de los dispositivos legales vigentes que normen y regulen las operaciones de la empresa, incluyendo los relativos a impuestos, a la participación de los agricultores, a la comercialización y ventas, convenios, etc.
11. Un análisis económico financiero completo de los resultados históricos de la empresa y de sus proyecciones futuras de ingresos y flujos de caja.
12. Un análisis de la localización de la planta, con especial atención a su situación respecto a los mercados de consumo, y a las fuentes de mano de obra, materias primas, materiales, combustibles, energía eléctrica, vías de comunicación y otros servicios.
13. Un análisis de la organización de la empresa, de la capacidad técnica de su personal, así como de los sistemas y procedimientos para la administración, operación y control.
14. Un análisis de los pasivos de la empresa a la fecha del avalúo.
15. Las inversiones en capital de trabajo requeridas para la adecuada operación futura de la planta, a los niveles de producción y ventas previstos.

RATE	P E R I O D S	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>	PRESENT WORTH OF 1 <i>What \$1 due in the future is worth today.</i>	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD <i>What \$1 payable periodically is worth today.</i>	PARTIAL PAYMENT <i>Annuity worth \$1 today. Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.</i>	P E R I O D S	RATE		
1/2%	1	1.005 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000	.995 024 8756	.995 024 8756	1.005 000 0000	1	1/2%		
	2	1.010 025 0000	2.005 000 0000	.498 753 1172	.990 074 5031	1.985 399 3787	.503 753 1172	2			
	.005 <i>per period</i>	3	1.015 075 1250	3.015 025 0000	.331 672 2084	.985 148 7593	2.970 248 1380	.336 672 2084		3	.005 <i>per period</i>
		4	1.020 150 5006	4.030 100 1250	.248 132 7930	.980 247 5217	3.950 495 6597	.253 132 7930		4	
		5	1.025 251 2531	5.050 250 6256	.198 009 9750	.975 370 6684	4.925 866 3281	.203 009 9750		5	
		6	1.030 377 5094	6.075 501 8788	.164 595 4556	.970 518 0780	5.896 384 4061	.169 595 4556		6	
		7	1.035 529 3969	7.105 879 3881	.140 728 5355	.965 689 6298	6.862 074 0359	.145 728 5355		7	
		8	1.040 707 0439	8.141 408 7851	.122 828 8649	.960 885 2038	7.822 959 2397	.127 828 8649		8	
		9	1.045 910 5791	9.182 115 8290	.108 907 3606	.956 104 6804	8.779 063 9201	.113 907 3606		9	
		10	1.051 140 1320	10.228 026 4082	.097 770 5727	.951 347 9407	9.730 411 8608	.102 770 5727		10	
		11	1.056 395 8327	11.279 166 5402	.088 659 0331	.946 614 8664	10.677 026 7272	.093 659 0331		11	
		12	1.061 677 8119	12.335 562 3729	.081 066 4297	.941 905 3397	11.618 932 0668	.086 066 4297		12	
		13	1.066 986 2009	13.397 240 1848	.074 642 2387	.937 219 2434	12.556 151 3103	.079 642 2387		13	
		14	1.072 321 1319	14.464 226 3857	.069 136 0860	.932 556 4611	13.488 707 7714	.074 136 0860		14	
		15	1.077 682 7376	15.536 547 5176	.064 364 3640	.927 916 8768	14.416 624 6482	.069 364 3640		15	
		16	1.083 071 1513	16.614 230 2552	.060 189 3669	.923 300 3749	15.339 925 0231	.065 189 3669		16	
		17	1.088 486 5070	17.697 301 4055	.056 505 7902	.918 706 8407	16.258 631 8637	.061 505 7902		17	
		18	1.093 928 9396	18.785 787 9135	.053 231 7305	.914 136 1599	17.172 768 0236	.058 231 7305		18	
		19	1.099 398 5843	19.879 716 8531	.050 302 5273	.909 588 2188	18.082 356 2424	.055 302 5273		19	
		20	1.104 895 5772	20.979 115 4373	.047 666 4520	.905 062 9043	18.987 419 1467	.052 666 4520		20	
ANNUALLY <i>If compounded annually nominal annual rate is</i>		21	1.110 420 0551	22.084 011 0145	.045 281 6293	.900 560 1037	19.887 979 2504	.050 281 6293	21	ANNUALLY <i>If compounded annually nominal annual rate is</i>	
		22	1.115 972 1553	23.194 431 0696	.043 113 7973	.896 079 7052	20.784 058 9556	.048 113 7973	22		
	23	1.121 552 0161	24.310 403 2250	.041 134 6590	.891 621 5972	21.675 680 5529	.046 134 6590	23			
	24	1.127 159 7762	25.431 955 2411	.039 320 6103	.887 185 6689	22.562 866 2218	.044 320 6103	24			
	25	1.132 795 5751	26.559 115 0173	.037 651 8570	.882 771 8098	23.445 638 0316	.042 651 8570	25			
	26	1.138 459 5530	27.691 910 5924	.036 111 6289	.878 379 9103	24.324 017 9419	.041 111 6289	26			
	27	1.144 151 8507	28.830 370 1453	.034 685 6456	.874 009 8610	25.198 027 8029	.039 685 6456	27			
	28	1.149 872 6100	29.974 521 9961	.033 361 6663	.869 661 5532	26.067 689 3561	.038 361 6663	28			
	29	1.155 621 9730	31.124 394 6060	.032 129 1390	.865 334 8788	26.933 024 2349	.037 129 1390	29			
	30	1.161 400 0829	32.280 016 5791	.030 978 9184	.861 029 7302	27.794 053 9651	.035 978 9184	30			
	SEMIANNUALLY <i>If compounded semiannually nominal annual rate is</i>	31	1.167 207 0833	33.441 416 6620	.029 903 0394	.856 746 0002	28.650 799 9653	.034 903 0394	31		SEMIANNUALLY <i>If compounded semiannually nominal annual rate is</i>
		32	1.173 043 1187	34.608 623 7453	.028 894 5324	.852 483 5823	29.503 283 5475	.033 894 5324	32		
		33	1.178 908 3343	35.781 666 8640	.027 947 2727	.848 242 3704	30.351 525 9179	.032 947 2727	33		
		34	1.184 802 8760	36.960 575 1983	.027 055 8560	.844 022 2591	31.195 548 1771	.032 055 8560	34		
		35	1.190 726 8904	38.145 378 0743	.026 215 4958	.839 823 1434	32.035 371 3205	.031 215 4958	35		
		36	1.196 680 5248	39.336 104 9647	.025 421 9375	.835 644 9188	32.871 016 2393	.030 421 9375	36		
		37	1.202 663 9274	40.532 785 4895	.024 671 3861	.831 487 4814	33.702 503 7207	.029 671 3861	37		
		38	1.208 677 2471	41.735 449 4170	.023 960 4464	.827 350 7278	34.529 854 4484	.028 960 4464	38		
		39	1.214 720 6333	42.944 126 6640	.023 286 0714	.823 234 5550	35.353 089 0034	.028 286 0714	39		
		40	1.220 794 2365	44.158 847 2974	.022 645 5186	.819 138 8607	36.172 227 8641	.027 645 5186	40		
QUARTERLY <i>If compounded quarterly nominal annual rate is</i>		41	1.226 898 2077	45.379 641 5338	.022 036 3133	.815 063 5430	36.987 291 4070	.027 036 3133	41	QUARTERLY <i>If compounded quarterly nominal annual rate is</i>	
		42	1.233 032 6987	46.606 539 7415	.021 456 2163	.811 008 5005	37.798 299 9075	.026 456 2163	42		
		43	1.239 197 8622	47.839 572 4402	.020 903 1969	.806 973 6323	38.605 273 5398	.025 903 1969	43		
		44	1.245 393 8515	49.078 770 3024	.020 375 4086	.802 958 8381	39.408 232 3779	.025 375 4086	44		
		45	1.251 620 8208	50.324 164 1539	.019 871 1696	.798 964 0180	40.207 196 3959	.024 871 1696	45		
		46	1.257 878 9249	51.575 784 9747	.019 388 9499	.794 989 0727	41.002 185 4686	.024 388 9499	46		
		47	1.264 168 3195	52.833 663 8996	.018 927 3264	.791 033 9031	41.793 219 3717	.023 927 3264	47		
		48	1.270 489 1611	54.097 832 2191	.018 485 0290	.787 098 4111	42.580 317 7828	.023 485 0290	48		
		49	1.276 841 6069	55.368 321 3802	.018 060 8690	.783 182 4986	43.363 500 2814	.023 060 8690	49		
		50	1.283 225 8149	56.645 162 9871	.017 653 7580	.779 286 0683	44.142 786 3497	.022 653 7580	50		
	MONTHLY <i>If compounded monthly nominal annual rate is</i>	51	1.289 641 9440	57.928 388 8020	.017 262 6931	.775 409 0231	44.918 195 3728	.022 262 6931	51		MONTHLY <i>If compounded monthly nominal annual rate is</i>
		52	1.296 090 1537	59.218 030 7460	.016 886 7486	.771 551 2668	45.689 746 6396	.021 886 7486	52		
		53	1.302 570 6045	60.514 120 8997	.016 525 0686	.767 712 7033	46.457 459 3429	.021 525 0686	53		
		54	1.309 083 4575	61.816 691 5042	.016 176 8606	.763 893 2371	47.221 352 5800	.021 176 8606	54		
		55	1.315 628 8748	63.125 774 9618	.015 841 3897	.760 092 7732	47.981 445 3532	.020 841 3897	55		
		56	1.322 207 0192	64.441 403 8366	.015 517 9735	.756 311 2171	48.737 756 5704	.020 517 9735	56		
		57	1.328 818 0543	65.763 610 8558	.015 205 9777	.752 548 4748	49.490 305 0452	.020 205 9777	57		
		58	1.335 462 1446	67.092 428 9100	.014 904 8114	.748 804 4525	50.239 109 4977	.019 904 8114	58		
		59	1.342 139 4553	68.427 891 0546	.014 613 9240	.745 079 0572	50.984 188 5549	.019 613 9240	59		
		60	1.348 850 1525	69.770 030 5099	.014 332 8015	.741 372 1962	51.725 560 7511	.019 332 8015	60		

$i = .005$
 $j^{(2)} = .01$
 $j^{(4)} = .02$
 $j^{(12)} = .06$

$i = .005$
 $j^{(2)} = .01$
 $j^{(4)} = .02$
 $j^{(12)} = .06$

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{1}{s_{\overline{n} i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
-----	---------------	--	--

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} i} = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} i}} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---------------------------	--	--	-----

1%

PERIODS

AMOUNT OF
How \$1 left at compound interest will grow.

1 PER PERIOD
How \$1 deposited periodically will grow.

SINKING FUND
Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.

1	1.010 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.020 100 0000	2.010 000 0000	.497 512 4378
3	1.030 301 0000	3.030 100 0000	.330 022 1115
4	1.040 604 0100	4.060 401 0000	.246 281 0939
5	1.051 010 0501	5.101 005 0100	.196 039 7996
6	1.061 520 1506	6.152 015 0601	.162 548 3667
7	1.072 135 3521	7.213 535 2107	.138 628 2829
8	1.082 856 7056	8.285 670 5628	.120 690 2920
9	1.093 685 2727	9.368 527 2684	.106 740 3628
10	1.104 622 1254	10.462 212 5411	.095 582 0766
11	1.115 668 3467	11.566 834 6665	.086 454 0757
12	1.126 825 0301	12.682 503 0132	.078 848 7887
13	1.138 093 2804	13.809 328 0433	.072 414 8197
14	1.149 474 2132	14.947 421 3238	.066 901 1717
15	1.160 968 9554	16.096 895 5370	.062 123 7802
16	1.172 578 6449	17.257 864 4924	.057 944 5968
17	1.184 304 4314	18.430 443 1373	.054 258 0551
18	1.196 147 4757	19.614 747 5687	.050 982 0479
19	1.208 108 9504	20.810 895 0444	.048 051 7536
20	1.220 190 0399	22.019 003 9948	.045 415 3149
21	1.232 391 9403	23.239 194 0347	.043 030 7522
22	1.244 715 8598	24.471 585 9751	.040 863 7185
23	1.257 163 0183	25.716 301 8348	.038 885 8401
24	1.269 734 6485	26.973 464 8532	.037 073 4722
25	1.282 431 9950	28.243 199 5017	.035 406 7534
26	1.295 256 3150	29.525 631 4967	.033 868 8776
27	1.308 208 8781	30.820 887 8117	.032 445 5287
28	1.321 290 9669	32.129 096 6898	.031 124 4356
29	1.334 503 8766	33.450 387 6567	.029 895 0198
30	1.347 848 9153	34.784 891 5333	.028 748 1132
31	1.361 327 4045	36.132 740 4486	.027 675 7309
32	1.374 940 6785	37.494 067 8531	.026 670 8857
33	1.388 690 0853	38.869 008 5316	.025 727 4378
34	1.402 576 9862	40.257 698 6170	.024 839 9694
35	1.416 602 7560	41.660 275 6031	.024 003 6818
36	1.430 768 7836	43.076 878 3592	.023 214 3098
37	1.445 076 4714	44.507 647 1427	.022 468 0491
38	1.459 527 2361	45.952 723 6142	.021 761 4958
39	1.474 122 5085	47.412 250 8503	.021 091 5951
40	1.488 863 7336	48.886 373 3588	.020 455 5980
41	1.503 752 3709	50.375 237 0924	.019 851 0232
42	1.518 789 8946	51.878 989 4633	.019 275 6260
43	1.533 977 7936	53.397 779 3580	.018 727 3705
44	1.549 317 5715	54.931 757 1515	.018 204 4058
45	1.564 810 7472	56.481 074 7231	.017 705 0455
46	1.580 458 8547	58.045 885 4703	.017 227 7499
47	1.596 263 4432	59.626 344 3250	.016 771 1103
48	1.612 226 0777	61.222 607 7682	.016 333 8354
49	1.628 348 3385	62.834 833 8459	.015 914 7393
50	1.644 631 8218	64.463 182 1844	.015 512 7309
51	1.661 078 1401	66.107 814 0062	.015 126 8048
52	1.677 688 9215	67.768 892 1463	.014 756 0329
53	1.694 465 8107	69.446 581 0678	.014 399 5570
54	1.711 410 4688	71.141 046 8784	.014 056 5826
55	1.728 524 5735	72.852 457 3472	.013 726 3730
56	1.745 809 8192	74.580 981 9207	.013 408 2440
57	1.763 267 9174	76.326 791 7399	.013 101 5595
58	1.780 900 5966	78.090 059 6573	.012 805 7272
59	1.798 709 6025	79.870 960 2539	.012 520 1950
60	1.816 696 6986	81.669 669 8564	.012 244 4477

i = .01
j(5) = .02
j(4) = .04
j(3) = .1

$$s = (1+i)^n$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

OF 1 PER PERIOD
What \$1 due in the future is worth today.

OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today

Annuity worth \$1 today.
Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

PERIODS

.990 099 0099	.990 099 0099	1.010 000 0000	1
.980 296 0494	1.970 395 0593	.507 512 4378	2
.970 590 1479	2.940 985 2072	.340 022 1115	3
.960 980 3445	3.901 965 5517	.256 281 0939	4
.951 465 6876	4.853 431 2393	.206 039 7996	5
.942 045 2353	5.795 476 4746	.172 548 3667	6
.932 718 0547	6.728 194 5293	.148 628 2829	7
.923 483 2225	7.651 677 7518	.130 690 2920	8
.914 339 8242	8.566 017 5760	.116 740 3628	9
.905 286 9547	9.471 304 5307	.105 582 0766	10
.896 283 7175	10.367 628 2482	.096 454 0757	11
.887 449 2253	11.255 077 4735	.088 848 7887	12
.878 662 5993	12.133 740 0728	.082 414 8197	13
.869 962 9696	13.003 703 0423	.076 901 1717	14
.861 349 4748	13.865 052 5172	.072 123 7802	15
.852 821 2622	14.717 873 7794	.067 944 5968	16
.844 377 4873	15.562 251 2667	.064 258 0551	17
.836 017 3142	16.398 268 5809	.060 982 0479	18
.827 739 9150	17.226 008 4959	.058 051 7536	19
.819 544 4703	18.045 552 9663	.055 415 3149	20
.811 430 1687	18.856 983 1349	.053 030 7522	21
.803 396 2066	19.660 379 3415	.050 863 7185	22
.795 441 7887	20.455 821 1302	.048 885 8401	23
.787 566 1274	21.243 387 2576	.047 073 4722	24
.779 768 4430	22.023 155 7006	.045 406 7534	25
.772 047 9634	22.795 203 6640	.043 868 8776	26
.764 403 9241	23.559 607 5881	.042 445 5287	27
.756 835 5684	24.316 443 1565	.041 124 4356	28
.749 342 1470	25.065 785 3035	.039 895 0198	29
.741 922 9178	25.807 708 2213	.038 748 1132	30
.734 577 1463	26.542 285 3676	.037 675 7309	31
.727 304 1053	27.269 589 4729	.036 670 8857	32
.720 103 0745	27.989 692 5474	.035 727 4378	33
.712 973 3411	28.702 665 8885	.034 839 9694	34
.705 914 1991	29.408 580 0876	.034 003 6818	35
.698 924 9496	30.107 505 0373	.033 214 3098	36
.692 004 9006	30.799 509 9379	.032 468 0491	37
.685 153 3670	31.484 663 3048	.031 761 4958	38
.678 369 6702	32.163 032 9751	.031 091 5951	39
.671 653 1389	32.834 686 1140	.030 455 5980	40
.665 003 1078	33.499 689 2217	.029 851 0232	41
.658 418 9186	34.158 108 1403	.029 275 6260	42
.651 899 9194	34.810 008 0597	.028 727 3705	43
.645 445 4648	35.455 453 5245	.028 204 4058	44
.639 054 9156	36.094 508 4401	.027 705 0455	45
.632 727 6392	36.727 236 0793	.027 227 7499	46
.626 463 0091	37.353 699 0884	.026 771 1103	47
.620 260 4051	37.973 959 4935	.026 333 8354	48
.614 119 2129	38.588 078 7064	.025 914 7393	49
.608 038 8247	39.196 117 5311	.025 512 7309	50
.602 018 6383	39.798 136 1694	.025 126 8048	51
.596 058 0577	40.394 194 2271	.024 756 0329	52
.590 156 4928	40.984 350 7199	.024 399 5570	53
.584 313 3592	41.568 664 0791	.024 056 5826	54
.578 528 0784	42.147 192 1576	.023 726 3730	55
.572 800 0776	42.719 992 2352	.023 408 2440	56
.567 128 7898	43.287 121 0250	.023 101 5595	57
.561 513 6532	43.848 634 6782	.022 805 7272	58
.555 954 1121	44.404 588 7903	.022 520 1950	59
.550 449 6159	44.955 038 4062	.022 244 4477	60

1%

.01 per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

1%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

2%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

4%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

12%

i = .01
j(5) = .02
j(4) = .04
j(3) = .12

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1-v^n}$$

RATE
1%

.01
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

1%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

2%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

4%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

12%

i = .01
i(12) = .02
i(4) = .04
i(36) = .12

Table with columns: PERIODS, AMOUNT OF I (How \$1 left at compound interest will grow.), AMOUNT OF I PER PERIOD (How \$1 deposited periodically will grow.), SINKING FUND (Periodic deposit that will grow to \$1 at futu. e date.). Rows 61-120.

PRESENT WORTH OF I
What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF I PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today.

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today.
Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

RATE
-%

.01
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

1%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

2%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

4%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

12%

i = .01
i(12) = .02
i(4) = .04
i(36) = .12

Table with columns: PERIODS, PRESENT WORTH OF I, PRESENT WORTH OF I PER PERIOD, PARTIAL PAYMENT. Rows 61-120.

v^n = 1 / (1+i)^n, a_n = 1 - v^n / i, 1/a_n = i / (1 - v^n), n

	1%	AMOUNT OF			1 PER PERIOD	SINKING FUND			PRESENT WORTH OF 1	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD			Annuity worth \$1 today. Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.	E R I O D S	1%						
		How \$1 left at compound interest will grow.				How \$1 deposited periodically will grow.				Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.						What \$1 due in the future is worth today.			What \$1 payable periodically is worth today.		
.01 per period		121	3.333	390	7635	233.339	076	3519	.004	285	6088	.299	994	8314	70.000	516	8628	.014	285	6088	121
		122	3.366	724	6712	236.672	467	1155	.004	225	2486	.297	024	5855	70.297	541	4483	.014	225	2486	122
		123	3.400	391	9179	240.039	191	7866	.004	165	9864	.294	083	7480	70.591	625	1963	.014	165	9864	123
		124	3.434	395	8370	243.439	583	7045	.004	107	7954	.291	172	0278	70.882	797	2241	.014	107	7954	124
		125	3.468	739	7954	246.873	979	5415	.004	050	6497	.288	289	1364	71.171	086	3605	.014	050	6497	125
		126	3.503	427	1934	250.342	719	3369	.003	994	5240	.285	434	7895	71.456	521	1490	.013	994	5240	126
		127	3.538	461	4653	253.646	146	5303	.003	939	3941	.282	608	7015	71.739	129	8505	.013	939	3941	127
		128	3.573	846	0800	257.364	607	9956	.003	885	2362	.279	810	5955	72.018	940	4460	.013	885	2362	128
		129	3.609	584	5408	260.958	454	0756	.003	832	0276	.277	040	1936	72.295	980	6396	.013	832	0276	129
		130	3.645	680	3862	264.568	038	6163	.003	779	7461	.274	297	2214	72.570	277	8610	.013	779	7461	130
		131	3.682	137	1900	268.213	719	0025	.003	728	3701	.271	581	4073	72.841	859	2683	.013	728	3701	131
		132	3.718	958	5619	271.895	856	1925	.003	677	8788	.268	892	4825	73.110	751	7508	.013	677	8788	132
		133	3.756	148	1475	275.614	814	7544	.003	628	2520	.266	230	1807	73.376	981	9315	.013	628	2520	133
		134	3.793	709	6290	279.370	962	9020	.003	579	4701	.263	594	2383	73.640	576	1698	.013	579	4701	134
		135	3.831	646	7253	283.164	672	5310	.003	531	5140	.260	984	3944	73.901	560	5642	.013	531	5140	135
		136	3.869	963	1926	286.996	319	2563	.003	484	3652	.258	400	3905	74.159	960	9546	.013	484	3652	136
		137	3.908	662	8245	290.866	282	4489	.003	438	0059	.255	841	9707	74.415	802	9254	.013	438	0059	137
		138	3.947	749	4527	294.774	945	2734	.003	392	4186	.253	308	8819	74.669	111	8073	.013	392	4186	138
		139	3.987	226	9473	298.722	694	7261	.003	347	5863	.250	800	8732	74.919	912	6805	.013	347	5863	139
ANNUALLY		140	4.027	099	2167	302.709	921	6734	.003	303	4926	.248	317	6962	75.168	230	3767	.013	303	4926	140
If compounded annually nominal annual rate is		141	4.067	370	2089	306.737	020	8901	.003	260	1216	.245	859	1052	75.414	089	4819	.013	260	1216	141
		142	4.108	043	9110	310.804	391	0990	.003	217	4578	.243	424	8566	75.657	514	3385	.013	217	4578	142
		143	4.149	124	3501	314.912	435	0100	.003	175	4859	.241	014	7095	75.898	529	0480	.013	175	4859	143
		144	4.190	615	5936	319.061	559	3601	.003	134	1914	.238	628	4253	76.137	157	4733	.013	134	1914	144
1%		145	4.232	521	7495	323.252	174	9537	.003	093	5600	.236	265	7676	76.373	423	2409	.013	093	5600	145
		146	4.274	846	9670	327.484	696	7032	.003	053	5778	.233	926	5026	76.607	349	7435	.013	053	5778	146
		147	4.317	595	4367	331.759	543	6703	.003	014	2313	.231	610	3986	76.838	960	1420	.013	014	2313	147
		148	4.360	771	3911	336.077	139	1070	.002	975	5074	.229	317	2263	77.068	277	3684	.012	975	5074	148
		149	4.404	379	1050	340.437	910	4980	.002	937	3932	.227	046	7587	77.295	324	1271	.012	937	3932	149
SEMIANNUALLY		150	4.448	422	8960	344.842	289	6030	.002	899	8763	.224	798	7710	77.520	122	8981	.012	899	8763	150
If compounded semiannually nominal annual rate is		151	4.492	907	1250	349.290	712	4990	.002	862	9447	.222	573	0406	77.742	695	9387	.012	862	9447	151
		152	4.537	836	1962	353.783	619	6240	.002	826	5865	.220	369	3471	77.963	065	2859	.012	826	5865	152
		153	4.583	214	5582	358.321	455	8203	.002	790	7902	.218	187	4724	78.181	252	7583	.012	790	7902	153
2%		154	4.629	046	7038	362.904	670	3785	.002	755	5446	.216	027	2004	78.397	279	9587	.012	755	5446	154
		155	4.675	337	1708	367.533	717	0823	.002	720	8388	.213	888	3172	78.611	168	2759	.012	720	8388	155
		156	4.722	090	5425	372.209	054	2531	.002	686	6622	.211	770	6111	78.822	938	8871	.012	686	6622	156
		157	4.769	311	4480	376.931	144	7956	.002	653	0044	.209	673	8724	79.032	612	7595	.012	653	0044	157
		158	4.817	004	5624	381.700	456	2436	.002	619	8554	.207	597	8935	79.240	210	6529	.012	619	8554	158
		159	4.865	174	6081	386.517	460	8060	.002	587	2052	.205	542	4688	79.445	753	1217	.012	587	2052	159
QUARTERLY		160	4.913	826	3541	391.382	635	4141	.002	555	0444	.203	507	3948	79.649	260	5166	.012	555	0444	160
If compounded quarterly nominal annual rate is		161	4.962	964	6177	396.296	461	7682	.002	523	3634	.201	492	4701	79.850	752	9867	.012	523	3634	161
		162	5.012	594	2639	401.259	426	3859	.002	492	1533	.199	497	4952	80.050	250	4819	.012	492	1533	162
		163	5.062	720	2065	406.272	020	6497	.002	461	4050	.197	522	2725	80.247	772	7543	.012	461	4050	163
4%		164	5.113	347	4086	411.334	740	8562	.002	431	1100	.195	566	6064	80.443	339	3607	.012	431	1100	164
		165	5.164	480	8826	416.448	088	2648	.002	401	2597	.193	630	3034	80.636	969	6641	.012	401	2597	165
		166	5.216	125	6915	421.612	569	1474	.002	371	8458	.191	713	1716	80.828	682	8357	.012	371	8458	166
		167	5.268	286	9484	426.828	694	8389	.002	342	8603	.189	815	0214	81.018	497	8571	.012	342	8603	167
		168	5.320	969	8179	432.096	981	7873	.002	314	2953	.187	935	6648	81.206	433	5219	.012	314	2953	168
		169	5.374	179	5161	437.417	951	6052	.002	286	1430	.186	074	9156	81.392	508	4376	.012	286	1430	169
MONTHLY		170	5.427	921	3112	442.792	131	1212	.002	258	3961	.184	232	5897	81.576	741	0273	.012	258	3961	170
If compounded monthly nominal annual rate is		171	5.482	200	5243	448.220	052	4324	.002	231	0470	.182	408	5047	81.759	149	5320	.012	231	0470	171
		172	5.537	022	5296	453.702	252	9568	.002	204	0887	.180	602	4799	81.939	752	0118	.012	204	0887	172
		173	5.592	392	7549	459.239	275	4863	.002	177	5141	.178	814	3365	82.118	566	3484	.012	177	5141	173
		174	5.648	316	6824	464.831	668	2412	.002	151	3164	.177	043	8975	82.295	610	2459	.012	151	3164	174
12%		175	5.704	799	8492	470.479	984	9236	.002	125	4889	.175	290	9877	82.470	901	2336	.012	125	4889	175
		176	5.761	847	8477	476.184	784	7729	.002	100	0251	.173	555	4333	82.644	456	6669	.012	100	0251	176
		177	5.819	466	3262	481.946	632	6206	.002	074	9185	.171	837	0627	82.816	293	7296	.012	074	9185	177
		178	5.877	660	9895	487.766	098	9468	.002	050	1630	.170	135	7056	82.986	429	4352	.012	050	1630	178
		179	5.936	437	5994	493.643	759	9363	.002	025	7523	.168	451	1937	83.154	880	6290	.012	025	7523	179
		180	5.995	801	9754	499.580	197	5356	.002	001	6806	.166	783	3601	83.321	663	9891	.012	001	6806	180

$i = .01$
 $i^{(2)} = .02$
 $i^{(4)} = .04$
 $i^{($

RATE
2%

.02
per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

2%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

4%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

8%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

24%

$i = .02$
 $j_{(2)} = .04$
 $j_{(4)} = .08$
 $j_{(12)} = .24$

PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
1	1.020 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.040 400 0000	2.020 000 0000	.495 049 5050
3	1.061 208 0000	3.060 400 0000	.326 754 6726
4	1.082 432 1600	4.121 608 0000	.242 623 7527
5	1.104 080 8032	5.204 000 1600	.192 158 3941
6	1.126 162 4193	6.308 120 9632	.158 525 8123
7	1.148 685 6676	7.434 283 3825	.134 511 9561
8	1.171 659 3810	8.582 969 0501	.116 509 7991
9	1.195 092 5686	9.754 628 4311	.102 515 4374
10	1.218 994 4200	10.949 720 9997	.091 326 5279
11	1.243 374 3084	12.168 715 4197	.082 177 9428
12	1.268 241 7946	13.412 089 7281	.074 559 5966
13	1.293 606 6305	14.680 331 5227	.068 118 3527
14	1.319 478 7631	15.973 938 1531	.062 601 9702
15	1.345 868 3383	17.293 416 9162	.057 825 4723
16	1.372 785 7051	18.639 285 2545	.053 650 1259
17	1.400 241 4192	20.012 070 9596	.049 969 8408
18	1.428 246 2476	21.412 312 3788	.046 702 1022
19	1.456 811 1725	22.840 558 6264	.043 781 7663
20	1.485 947 3960	24.297 369 7989	.041 156 7181
21	1.515 666 3439	25.783 317 1949	.038 784 7689
22	1.545 979 6708	27.298 983 5388	.036 631 4005
23	1.576 899 2642	28.844 963 2096	.034 668 0976
24	1.608 437 2495	30.421 862 4738	.032 871 0973
25	1.640 605 9945	32.030 299 7232	.031 220 4384
26	1.673 418 1144	33.670 905 7177	.029 699 2308
27	1.706 886 4766	35.344 323 8321	.028 293 0862
28	1.741 024 2062	37.051 210 3087	.026 989 6716
29	1.775 844 6903	38.792 234 5149	.025 778 3552
30	1.811 361 5841	40.568 079 2052	.024 649 9223
31	1.847 588 8158	42.379 440 7893	.023 596 3472
32	1.884 540 5921	44.227 029 6051	.022 610 6073
33	1.922 231 4039	46.111 570 1972	.021 686 5311
34	1.960 676 0320	48.033 801 6011	.020 818 6728
35	1.999 889 5527	49.994 477 6331	.020 002 2092
36	2.039 887 3437	51.994 367 1858	.019 232 8526
37	2.080 685 0906	54.034 254 5295	.018 506 7789
38	2.122 298 7924	56.114 939 6201	.017 820 5663
39	2.164 744 7682	58.237 238 4125	.017 171 1439
40	2.208 039 6636	60.401 983 1807	.016 555 7478
41	2.252 200 4569	62.610 022 8444	.015 971 8836
42	2.297 244 4660	64.862 223 3012	.015 417 2945
43	2.343 189 3553	67.159 467 7673	.014 889 9334
44	2.390 053 1425	69.502 657 1226	.014 387 9391
45	2.437 854 2053	71.892 710 2651	.013 909 6161
46	2.486 611 2894	74.330 564 4704	.013 453 4159
47	2.536 343 5152	76.817 175 7598	.013 017 9220
48	2.587 070 3855	79.353 519 2750	.012 601 8355
49	2.638 811 7932	81.940 589 6605	.012 203 9639
50	2.691 588 0291	84.579 401 4537	.011 823 2097
51	2.745 419 7897	87.270 989 4828	.011 458 5615
52	2.800 328 1854	90.016 409 2724	.011 109 0856
53	2.856 334 7492	92.816 737 4579	.010 773 9189
54	2.913 461 4441	95.673 072 2070	.010 452 2618
55	2.971 730 6730	98.586 533 6512	.010 143 3732
56	3.031 165 2865	101.558 264 3242	.009 846 5645
57	3.091 788 5922	104.589 429 6107	.009 561 1957
58	3.153 624 3641	107.681 218 2029	.009 286 6706
59	3.216 696 8513	110.834 842 5669	.009 022 4335
60	3.281 030 7884	114.051 539 4183	.008 767 9658

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

PRESENT WORTH OF 1
What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today.

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today. Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

PERIODS

RATE
2%

.02
per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

2%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

4%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

8%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

24%

$i = .02$
 $j_{(2)} = .04$
 $j_{(4)} = .08$
 $j_{(12)} = .24$

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1-v^n}$$

RATE

3%

.03

per period

ANNUALLY

If compounded annually nominal annual rate is

3%

SEMIANNUALLY

If compounded semiannually nominal annual rate is

6%

QUARTERLY

If compounded quarterly nominal annual rate is

12%

MONTHLY

If compounded monthly nominal annual rate is

36%

i = .03
j(2) = .06
j(4) = .12
j(12) = .36

PERIODS

AMOUNT OF 1 How \$1 left at compound interest will grow.

Table with 10 columns (1-10) and 10 rows (1-60) showing compound interest growth for 3% rate.

n s = (1+i)^n

AMOUNT OF 1 PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.

Table with 10 columns (1-10) and 10 rows (1-60) showing periodic deposit growth for 3% rate.

s-1 = ((1+i)^n - 1) / i

SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.

Table with 10 columns (1-10) and 10 rows (1-60) showing sinking fund deposits for 3% rate.

1/s-1 = i / ((1+i)^n - 1)

PRESENT WORTH OF 1 What \$1 due in the future is worth today.

Table with 10 columns (1-10) and 10 rows (1-60) showing present worth of \$1 for 3% rate.

v^n = 1 / (1+i)^n

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD What \$1 payable periodically is worth today.

Table with 10 columns (1-10) and 10 rows (1-60) showing present worth of annuity for 3% rate.

a-1 = (1-v^n) / i

PARTIAL PAYMENT Annually worth \$1 today Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

Table with 10 columns (1-10) and 10 rows (1-60) showing partial payment for 3% rate.

1/a-1 = i / (1-v^n)

RATE

3%

.03

per period

ANNUALLY

If compounded annually nominal annual rate is

3%

SEMIANNUALLY

If compounded semiannually nominal annual rate is.

6%

QUARTERLY

If compounded quarterly nominal annual rate is

12%

MONTHLY

If compounded monthly nominal annual rate is

36%

i = .03
j(2) = .06
j(4) = .12
j(12) = .36

n

RATE
4%

.04
per period

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is

4%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is

8%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is

16%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is

48%

$i = .04$
 $j^{(2)} = .08$
 $j^{(4)} = .16$
 $j^{(12)} = .48$

PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
1	1.040 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.081 600 0000	2.040 000 0000	.490 196 0784
3	1.124 864 0000	3.121 600 0000	.320 348 5392
4	1.169 858 5600	4.246 464 0000	.235 490 0454
5	1.216 652 9024	5.416 322 5600	.184 627 1135
6	1.265 319 0185	6.632 975 4624	.150 761 9025
7	1.315 931 7792	7.898 294 4809	.126 609 6120
8	1.368 569 0504	9.214 226 2601	.108 527 8320
9	1.423 311 8124	10.582 795 3105	.094 492 9927
10	1.480 244 2849	12.006 107 1230	.083 290 9443
11	1.539 454 0563	13.486 351 4079	.074 149 0393
12	1.601 032 2186	15.025 805 4642	.066 552 1727
13	1.665 073 5073	16.626 837 6828	.060 143 7278
14	1.731 676 4476	18.291 911 1901	.054 668 9731
15	1.800 943 5055	20.023 587 6377	.049 941 1004
16	1.872 981 2457	21.824 531 1432	.045 819 9992
17	1.947 900 4956	23.697 512 3889	.042 198 5221
18	2.025 816 5154	25.645 412 8845	.038 993 3281
19	2.106 849 1760	27.671 229 3998	.036 138 6184
20	2.191 123 1430	29.778 078 5758	.033 581 7503
21	2.278 768 0688	31.969 201 7189	.031 280 1054
22	2.369 918 7915	34.247 969 7876	.029 198 8111
23	2.464 715 5432	36.617 888 5791	.027 309 0568
24	2.563 304 1649	39.082 604 1223	.025 586 8319
25	2.665 836 3315	41.645 908 2872	.024 011 9628
26	2.772 469 7847	44.311 744 6187	.022 567 3805
27	2.883 368 5761	47.084 214 4034	.021 238 5406
28	2.998 703 3192	49.967 582 9796	.020 012 9752
29	3.118 651 4519	52.966 286 2987	.018 879 9342
30	3.243 397 5100	56.084 937 7507	.017 830 9991
31	3.373 133 4104	59.328 335 2607	.016 855 3524
32	3.508 058 7468	62.701 468 6711	.015 948 5897
33	3.648 381 0967	66.209 527 4180	.015 103 5665
34	3.794 316 3406	69.857 908 5147	.014 314 7715
35	3.946 088 9942	73.652 224 8553	.013 577 3224
36	4.103 932 5540	77.598 313 8495	.012 886 8780
37	4.268 089 8561	81.702 246 4035	.012 239 5655
38	4.438 813 4504	85.970 336 2596	.011 631 9191
39	4.616 365 9884	90.409 149 7100	.011 060 8274
40	4.801 020 6279	95.025 515 6984	.010 523 4893
41	4.993 061 4531	99.826 536 3264	.010 017 3765
42	5.192 783 9112	104.819 597 7794	.009 540 2007
43	5.400 495 2676	110.012 381 6906	.009 089 8859
44	5.616 515 0783	115.412 876 9582	.008 664 5444
45	5.841 175 6815	121.029 392 0365	.008 262 4558
46	6.074 822 7087	126.870 567 7180	.007 882 0488
47	6.317 815 6171	132.945 390 4267	.007 521 8855
48	6.570 528 2418	139.263 206 0438	.007 180 6476
49	6.833 349 3714	145.833 734 2855	.006 857 1240
50	7.106 683 3463	152.667 083 6570	.006 550 2004
51	7.390 950 6801	159.773 767 0032	.006 258 8497
52	7.686 588 7073	167.164 717 6834	.005 982 1236
53	7.994 052 2556	174.851 306 3907	.005 719 1451
54	8.313 814 3459	182.845 358 6463	.005 469 1025
55	8.646 366 9197	191.159 172 9922	.005 231 2426
56	8.992 221 5965	199.805 539 9119	.005 004 8662
57	9.351 910 4603	208.797 761 5083	.004 789 3234
58	9.725 986 8787	218.149 671 9687	.004 584 0087
59	10.115 026 3539	227.875 658 8474	.004 388 3581
60	10.519 627 4081	237.990 685 2013	.004 201 8451

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} } = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{1}{s_{\overline{n} }} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
-----	---------------	---	---

PRESENT WORTH OF 1 <i>What \$1 due in the future is worth today.</i>	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD <i>What \$1 payable periodically is worth today.</i>	PARTIAL PAYMENT <i>Annuity worth \$1 today</i> <i>Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.</i>	PERIODS
.961 538 4615	.961 538 4615	1.040 000 0000	1
.924 556 2130	1.886 094 6746	.530 196 0784	2
.888 996 3587	2.775 091 0332	.360 348 5392	3
.854 804 1910	3.629 895 2243	.275 490 0454	4
.821 927 1068	4.451 822 3310	.224 627 1135	5
.790 314 5257	5.242 136 8567	.190 761 9025	6
.759 917 8132	6.002 054 6699	.166 609 6120	7
.730 690 2050	6.732 744 8750	.148 527 8320	8
.702 586 7356	7.435 331 6105	.134 492 9927	9
.675 564 1688	8.110 895 7794	.123 290 9443	10
.649 580 9316	8.760 476 7109	.114 149 0393	11
.624 597 0496	9.385 073 7605	.106 552 1727	12
.600 574 0861	9.985 647 8466	.100 143 7278	13
.577 475 0828	10.563 122 9295	.094 668 9731	14
.555 264 5027	11.118 387 4322	.089 941 1004	15
.533 908 1757	11.652 295 6079	.085 819 9992	16
.513 373 2459	12.165 668 8537	.082 198 5221	17
.493 628 1210	12.659 296 9747	.078 993 3281	18
.474 642 4240	13.133 939 3988	.076 138 6184	19
.456 386 9462	13.590 326 3450	.073 581 7503	20
.438 833 6021	14.029 159 9471	.071 280 1054	21
.421 955 3867	14.451 115 3337	.069 198 8111	22
.405 726 3333	14.856 841 6671	.067 309 0568	23
.390 121 4743	15.246 963 1414	.065 586 8319	24
.375 116 8023	15.622 079 9437	.064 011 9628	25
.360 689 2329	15.982 769 1766	.062 567 3805	26
.346 816 5701	16.329 585 7467	.061 238 5406	27
.333 477 4713	16.663 063 2180	.060 012 9752	28
.320 651 4147	16.983 714 6327	.058 879 9342	29
.308 318 6680	17.292 033 3007	.057 830 0991	30
.296 460 2577	17.588 493 5583	.056 855 3524	31
.285 057 9401	17.873 551 4984	.055 948 5897	32
.274 094 1731	18.147 645 6715	.055 103 5665	33
.263 552 0896	18.411 197 7611	.054 314 7715	34
.253 415 4707	18.664 613 2318	.053 577 3224	35
.243 668 7219	18.908 281 9537	.052 886 8780	36
.234 296 8479	19.142 578 8016	.052 239 5655	37
.225 285 4307	19.367 864 2323	.051 631 9191	38
.216 620 6064	19.584 484 8388	.051 060 8274	39
.208 289 0447	19.792 773 8834	.050 523 4893	40
.200 277 9276	19.993 051 8110	.050 017 3765	41
.192 574 9303	20.185 626 7413	.049 540 2007	42
.185 168 2023	20.370 794 9436	.049 089 8859	43
.178 046 3483	20.548 841 2919	.048 664 5444	44
.171 198 4118	20.720 039 7038	.048 262 4558	45
.164 613 8575	20.884 653 5613	.047 882 0488	46
.158 282 5553	21.042 936 1166	.047 521 8855	47
.152 194 7647	21.195 130 8814	.047 180 6476	48
.146 341 1199	21.341 472 0013	.046 857 1240	49
.140 712 6153	21.482 184 6167	.046 550 2004	50
.135 300 5917	21.617 485 2083	.046 258 8497	51
.130 096 7228	21.747 581 9311	.045 982 1236	52
.125 093 0027	21.872 674 9337	.045 719 1451	53
.120 281 7333	21.992 956 6671	.045 469 1025	54
.115 655 5128	22.108 612 1799	.045 231 2426	55
.111 207 2239	22.219 819 4037	.045 004 8662	56
.106 930 0229	22.326 749 4267	.044 789 3234	57
.102 817 3297	22.429 566 7564	.044 584 0087	58
.098 862 8171	22.528 429 5735	.044 388 3581	59
.095 060 4010	22.623 489 9745	.044 201 8451	60

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} } = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} }} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---------------------------	---------------------------------------	---	-----

RATE
1%

.04
per period

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is

4%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is

8%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is

16%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is

48%

$i = .04$
 $j^{(2)} = .08$
 $j^{(4)} = .16$
 $j^{(12)} = .48$

RATE

5%

.05

per period

ANNUALLY

If compounded annually nominal annual rate is

5%

SEMIANNUALLY

If compounded semiannually nominal annual rate is

10%

QUARTERLY

If compounded quarterly nominal annual rate is

20%

MONTHLY

If compounded monthly nominal annual rate is

60%

i = .05
j(2) = .1
j(4) = .2
j(12) = .6

PERIODS

AMOUNT OF 1
How \$1 left at compound interest will grow.

AMOUNT OF 1 PER PERIOD
How \$1 deposited periodically will grow.

SINKING FUND
Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.

Table with 4 columns: Periods (1-60), Amount of 1 (How \$1 left at compound interest will grow), Amount of 1 per period (How \$1 deposited periodically will grow), and Sinking Fund (Periodic deposit that will grow to \$1 at future date). Rows are grouped by compounding frequency: Annually (rows 1-25), Semiannually (rows 26-35), Quarterly (rows 36-45), and Monthly (rows 46-60).

n

s = (1+i)^n

s_n = ((1+i)^n - 1) / i

1/s_n = i / ((1+i)^n - 1)

PRESENT WORTH OF 1

What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD

What \$1 payable periodically is worth today

PARTIAL PAYMENT

Annuity worth \$1 today
Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

PERIODS

Table with 4 columns: Present Worth of 1 (What \$1 due in the future is worth today), Present Worth of 1 per period (What \$1 payable periodically is worth today), Partial Payment (Annuity worth \$1 today, Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1), and Periods (1-60). Rows correspond to the same compounding frequencies as the first table.

v^n = 1 / (1+i)^n

a_n = (1-v^n) / i

1/a_n = i / (1-v^n)

n

RATE

5%

.05

per period

ANNUALLY

If compounded annually nominal annual rate is

5%

SEMIANNUALLY

If compounded semiannually nominal annual rate is

10%

QUARTERLY

If compounded quarterly nominal annual rate is

20%

MONTHLY

If compounded monthly nominal annual rate is

60%

i = .05
j(2) = .1
j(4) = .2
j(12) = .6

RATE		P E R I O D S	AMOUNT OF 1	AMOUNT OF 1	SINKING FUND
6%			How \$1 left at compound interest will grow.	How \$1 deposited periodically will grow.	Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.
		1	1.060 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
		2	1.123 600 0000	2.060 000 0000	.485 436 8932
		3	1.191 016 0000	3.183 600 0000	.314 109 8128
	.06	4	1.262 476 9600	4.374 616 0000	.228 591 4924
	per period	5	1.338 225 5776	5.637 092 9600	.177 396 4004
		6	1.418 519 1123	6.975 318 5376	.143 362 6285
		7	1.503 630 2590	8.393 837 6499	.119 135 0181
		8	1.593 848 0745	9.897 467 9088	.101 035 9426
		9	1.689 478 9590	11.491 315 9834	.087 022 2350
		10	1.790 847 6965	13.180 794 9424	.075 867 9582
		11	1.898 298 5583	14.971 642 6389	.066 792 9381
		12	2.012 196 4718	16.869 941 1973	.059 277 0294
		13	2.132 928 2601	18.882 137 6691	.052 960 1053
		14	2.260 903 9558	21.015 065 9292	.047 584 9090
		15	2.396 558 1931	23.275 969 8850	.042 962 7640
		16	2.540 351 6847	25.672 528 0781	.038 952 1436
		17	2.692 772 7858	28.212 879 7628	.035 444 8042
		18	2.854 339 1529	30.905 652 5485	.032 356 5406
		19	3.025 599 5021	33.759 991 7015	.029 620 8604
		20	3.207 135 4722	36.785 591 2035	.027 184 5570
ANNUALLY		21	3.399 563 6005	39.992 726 6758	.025 004 5467
If compounded annually		22	3.603 537 4166	43.392 290 2763	.023 045 5685
nominal annual rate is		23	3.819 749 6616	46.995 827 6929	.021 278 4847
6%		24	4.048 934 6413	50.815 577 3545	.019 679 0050
		25	4.291 870 7197	54.864 511 9957	.018 226 7182
		26	4.549 382 9629	59.156 382 7155	.016 904 3467
		27	4.822 345 9407	63.705 765 6784	.015 697 1663
		28	5.111 686 6971	68.528 111 6191	.014 592 5515
		29	5.418 387 8990	73.639 798 3162	.013 579 6195
		30	5.743 491 1729	79.058 186 2152	.012 648 9115
SEMIANNUALLY		31	6.088 100 6433	84.801 677 3881	.011 792 2196
If compounded semiannually		32	6.453 386 6819	90.889 778 0314	.011 002 3374
nominal annual rate is		33	6.840 589 8828	97.343 164 7133	.010 272 9350
12%		34	7.251 025 2758	104.183 754 5961	.009 598 4254
		35	7.686 086 7923	111.434 779 8719	.008 973 8590
		36	8.147 251 9999	119.120 866 6642	.008 394 8348
		37	8.636 087 1198	127.268 118 6640	.007 857 4274
		38	9.154 252 3470	135.904 205 7839	.007 358 1240
		39	9.703 507 4879	145.058 458 1309	.006 893 7724
		40	10.285 717 9371	154.761 965 6188	.006 461 5359
QUARTERLY		41	10.902 861 0134	165.047 683 5559	.006 058 8551
If compounded quarterly		42	11.557 032 6742	175.950 544 5692	.005 683 4152
nominal annual rate is		43	12.250 454 6346	187.507 577 2434	.005 333 1178
24%		44	12.985 481 9127	199.758 031 8780	.005 006 0565
		45	13.764 610 8274	212.743 513 7907	.004 700 4958
		46	14.590 487 4771	226.508 124 6181	.004 414 8527
		47	15.465 916 7257	241.098 612 0952	.004 147 6805
		48	16.393 871 7293	256.564 528 8209	.003 897 6549
		49	17.377 504 0330	272.958 400 5502	.003 663 5619
		50	18.420 154 2750	290.335 904 5832	.003 444 2864
MONTHLY		51	19.525 363 5315	308.756 058 8582	.003 238 8028
If compounded monthly		52	20.696 885 3434	328.281 422 3897	.003 046 1669
nominal annual rate is		53	21.938 698 4640	348.978 307 7331	.002 865 5076
72%		54	23.255 020 3718	370.917 006 1970	.002 696 0209
		55	24.650 321 5941	394.172 026 5689	.002 536 9634
		56	26.129 340 8898	418.822 348 1630	.002 387 6472
		57	27.697 101 3432	444.951 689 0528	.002 247 4350
		58	29.358 927 4238	472.648 790 3959	.002 115 7359
		59	31.120 463 0692	502.007 717 8197	.001 992 0012
		60	32.987 690 8533	533.128 180 8889	.001 875 7215

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} } = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$s_{\overline{n} } = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
---	---------------	---	---

PRESENT WORTH OF 1	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD	PARTIAL PAYMENT	P E R I O D S	RATE
What \$1 due in the future is worth today.	What \$1 payable periodically is worth today.	Annuity worth \$1 today	Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.	%
.943 396 2264	.943 396 2264	1.060 000 0000	1	6%
.889 996 4400	1.833 392 6664	.545 436 8932	2	.06
.839 619 2830	2.673 011 9495	.374 109 8128	3	per period
.792 093 6632	3.465 105 6127	.288 591 4924	4	
.747 258 1729	4.212 363 7856	.237 396 4004	5	
.704 960 5404	4.917 324 3260	.203 362 6285	6	
.665 057 1136	5.582 381 4396	.179 135 0181	7	
.627 412 3713	6.209 793 8110	.161 035 9426	8	
.591 898 4635	6.801 692 2745	.147 022 2350	9	
.558 394 7769	7.360 087 0514	.135 867 9582	10	
.526 787 5254	7.886 874 5768	.126 792 9381	11	
.496 969 3636	8.383 843 9404	.119 277 0294	12	
.468 839 0222	8.852 682 9626	.112 960 1053	13	
.442 300 9644	9.294 983 9270	.107 584 9090	14	
.417 265 0607	9.712 248 9877	.102 962 7640	15	
.393 646 2837	10.105 895 2715	.098 952 1436	16	
.371 364 4186	10.477 259 6901	.095 444 8042	17	
.350 343 7911	10.827 603 4812	.092 356 5406	18	
.330 513 0105	11.158 116 4917	.089 620 8604	19	
.311 804 7269	11.469 921 2186	.087 184 5570	20	ANNUALLY
.294 155 4027	11.764 076 6213	.085 004 5467	21	If compounded annually
.277 505 0969	12.041 581 7182	.083 045 5685	22	nominal annual rate is
.261 797 2612	12.303 378 9794	.081 278 4847	23	6%
.246 978 5483	12.550 357 5278	.079 679 0050	24	
.232 998 6305	12.783 356 1583	.078 226 7182	25	
.219 810 0288	13.003 166 1870	.076 904 3467	26	
.207 367 9517	13.210 534 1387	.075 697 1663	27	
.195 630 1431	13.406 164 2818	.074 592 5515	28	
.184 556 7388	13.590 721 0206	.073 579 6135	29	
.174 110 1309	13.764 831 1515	.072 648 9115	30	SEMIANNUALLY
.164 254 8405	13.929 085 9920	.071 792 2196	31	If compounded semiannually
.154 957 3967	14.084 043 3887	.071 002 3374	32	nominal annual rate is
.146 186 2233	14.230 229 6119	.070 272 9350	33	12%
.137 911 3314	14.368 141 1433	.069 598 4254	34	
.130 105 2183	14.498 246 3616	.068 973 8590	35	
.122 740 7720	14.620 987 1336	.068 394 8348	36	
.115 793 1811	14.736 780 3147	.067 857 4274	37	
.109 238 8501	14.846 019 1648	.067 358 1240	38	
.103 055 5190	14.949 074 6838	.066 893 7724	39	
.097 222 1877	15.046 296 8715	.066 461 5359	40	QUARTERLY
.091 719 0450	15.138 015 9165	.066 058 8551	41	If compounded quarterly
.086 527 4010	15.224 543 3175	.065 683 4152	42	nominal annual rate is
.081 629 6235	15.306 172 9410	.065 333 1178	43	24%
.077 009 0788	15.383 182 0198	.065 006 0565	44	
.072 650 0743	15.455 832 0942	.064 700 4958	45	
.068 537 8060	15.524 369 9002	.064 414 8527	46	
.064 658 3075	15.589 028 2077	.064 147 6805	47	
.060 998 4033	15.650 026 6110	.063 897 6549	48	
.057 545 6635	15.707 572 2746	.063 663 5619	49	
.054 288 3618	15.761 860 6364	.063 444 2864	50	
.051 215 4357	15.813 076 0721	.063 238 8028	51	MONTHLY
.048 316 4488	15.861 392 5208	.063 046 1669	52	If compounded monthly
.045 581 5554	15.906 974 0762	.062 865 5076	53	nominal annual rate is
.043 001 4674	15.949 975 5436	.062 696 0209	54	72%
.040 567 4221	15.990 542 9657	.062 536 9634	55	
.038 271 1529	16.028 814 1186	.062 387 6472	56	
.036 104 8612	16.064 918 9798	.062 247 4350	57	
.034 061 1898	16.098 980 1696	.062 115 7359	58	
.032 133 1979	16.131 113 3676	.061 992 0012	59	
.030 314 3377	16.161 427 7052	.061 875 7215	60	

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} } = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} }} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---------------------------	---------------------------------------	---	---

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	
38	
39	
40	
41	
42	
43	
44	
45	
46	
47	
48	
49	
50	
51	
52	
53	
54	
55	
56	
57	
58	
59	
60	

= .06
 (2) = .12
 (4) = .24
 (12) = .72

i = .06
 i(2) = .12
 i(4) = .24
 i(12) = .72

RATE
6%

.06
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

6%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

12%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

24%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

72%

i = .06
j(1) = .12
j(2) = .2
j(3) = .7.

PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
61	34.966 952 3045	566.115 871 7422	.001 766 4228
62	37.064 969 4428	601.082 824 0467	.001 663 6642
63	39.288 867 6094	638.147 793 4895	.001 567 0351
64	41.646 199 6659	677.436 661 0989	.001 476 1528
65	44.144 971 6459	719.082 660 7649	.001 390 6603
66	46.793 669 9446	763.227 832 4107	.001 310 2248
67	49.601 290 1413	810.021 502 3554	.001 234 5351
68	52.577 367 5498	859.622 792 4967	.001 163 3009
69	55.732 009 6028	912.200 160 0465	.001 096 2506
70	59.075 930 1790	967.932 169 6493	.001 033 1302
71	62.620 485 9897	1027.008 099 8283	.000 973 7022
72	66.377 715 1491	1089.628 585 8180	.000 917 7439
73	70.360 378 0580	1156.006 300 9670	.000 865 0472
74	74.582 000 7415	1226.366 679 0251	.000 815 4168
75	79.056 920 7860	1300.948 679 7666	.000 768 6698
76	83.800 336 0332	1380.005 600 5526	.000 724 6347
77	88.828 356 1951	1463.805 936 5857	.000 683 1507
78	94.158 057 5669	1552.634 292 7808	.000 644 0667
79	99.807 541 0209	1646.792 350 3477	.000 607 2411
80	105.795 993 4821	1746.599 891 3686	.000 572 5410
81	112.143 753 0910	1852.395 884 8507	.000 539 8414
82	118.872 378 2765	1964.539 637 9417	.000 509 0251
83	126.004 720 9731	2083.412 016 2182	.000 479 9819
84	133.565 004 2315	2209.416 737 1913	.000 452 6081
85	141.578 904 4854	2342.981 741 4228	.000 426 8066
86	150.073 638 7545	2484.560 645 9082	.000 402 4856
87	159.078 057 0798	2634.634 284 6626	.000 379 5593
88	168.622 740 5045	2793.712 341 7424	.000 357 9467
89	178.740 104 9348	2962.335 082 2469	.000 337 5715
90	189.464 511 2309	3141.075 187 1818	.000 318 3623
91	200.832 381 9048	3330.539 698 4127	.000 300 2516
92	212.882 324 8190	3531.372 080 3174	.000 283 1761
93	225.655 264 3082	3744.254 405 1365	.000 267 0759
94	239.194 580 1667	3969.909 669 4447	.000 251 8949
95	253.546 254 9767	4209.104 249 6113	.000 237 5802
96	268.759 030 2753	4462.650 504 5880	.000 224 0821
97	284.884 572 0918	4731.409 534 8633	.000 211 3535
98	301.977 646 4173	5016.294 106 9551	.000 199 3504
99	320.096 305 2023	5318.271 753 3724	.000 188 0310
100	339.302 083 5145	5638.368 058 5748	.000 177 3563
101	359.660 208 5254	5977.670 142 0892	.000 167 2893
102	381.239 821 0369	6337.330 350 6146	.000 157 7952
103	404.114 210 2991	6718.570 171 6515	.000 148 8412
104	428.361 062 9170	7122.684 381 9506	.000 140 3965
105	454.062 726 6921	7551.045 444 8676	.000 132 4320
106	481.306 490 2936	8005.108 171 5597	.000 124 9202
107	510.184 879 7112	8486.414 661 8532	.000 117 8354
108	540.795 972 4539	8996.599 541 5644	.000 111 1531
109	573.243 730 8435	9537.395 514 0583	.000 104 8504
110	607.638 354 6941	10110.639 244 9018	.000 098 9057
111	644.096 655 9758	10718.277 599 5959	.000 093 2986
112	682.742 455 3343	11362.374 255 5716	.000 088 0098
113	723.707 002 6544	12045.116 710 9059	.000 083 0212
114	767.129 422 8136	12768.823 713 5603	.000 078 3157
115	813.157 188 1824	13535.953 136 3739	.000 073 8773
116	861.946 619 4734	14349.110 324 5564	.000 069 6907
117	913.663 416 6418	15211.056 944 0297	.000 065 7417
118	968.483 221 6403	16124.720 360 6715	.000 062 0166
119	1026.592 214 9387	17093.203 582 3118	.000 058 5028
120	1088.187 747 8350	18119.795 797 2505	.000 055 1883

$$s_n = (1+i)^n$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

PRESENT WORTH OF 1
What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today.

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today
Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1

RATE
6%

.06
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

6%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

12%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

24%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

72%

i = .06
j(1) = .12
j(2) = .24
j(3) = .72

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1-v^n}$$

$$n$$

RATE
6 1/2%

P E R I O D S	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
1	1.065 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.134 225 0000	2.065 000 0000	.484 261 5012
3	1.207 949 6250	3.199 225 0000	.312 575 7019
4	1.286 466 3506	4.407 174 6250	.226 902 7404
5	1.370 086 6634	5.693 640 9756	.175 634 5376
6	1.459 142 2965	7.063 727 6390	.141 568 3122
7	1.553 986 5458	8.522 869 9356	.117 331 3693
8	1.654 995 6713	10.076 856 4814	.099 237 2971
9	1.762 570 3899	11.731 852 1527	.085 238 0329
10	1.877 137 4653	13.494 422 5426	.074 104 6901
11	1.999 151 4005	15.371 560 0079	.065 055 2058
12	2.129 096 2415	17.370 711 4084	.057 568 1661
13	2.267 487 4972	19.499 807 6499	.051 282 5571
14	2.414 874 1846	21.767 295 1472	.045 940 4806
15	2.571 841 0066	24.182 169 3317	.041 352 7830
16	2.739 010 6720	26.754 010 3383	.037 377 5740
17	2.917 046 3657	29.493 021 0103	.033 906 3265
18	3.106 654 3794	32.410 067 3760	.030 854 6103
19	3.308 586 9141	35.516 721 7554	.028 155 7517
20	3.523 645 0635	38.825 308 6695	.025 756 3954
21	3.752 681 9926	42.348 953 7330	.023 613 3343
22	3.996 606 3222	46.101 635 7257	.021 691 2043
23	4.256 385 7331	50.098 242 0478	.019 960 7802
24	4.533 050 8058	54.354 627 7809	.018 397 6975
25	4.827 699 1081	58.887 678 5867	.016 981 4811
26	5.141 499 5502	63.715 377 6948	.015 694 7983
27	5.475 697 0209	68.856 877 2450	.014 522 8776
28	5.831 617 3273	74.332 574 2659	.013 453 0522
29	6.210 672 4536	80.164 191 5932	.012 474 3976
30	6.614 366 1630	86.374 864 0468	.011 577 4422
31	7.044 299 9636	92.989 230 2098	.010 753 9335
32	7.502 179 4613	100.033 530 1735	.009 996 6481
33	7.989 821 1263	107.535 709 6347	.009 299 2365
34	8.509 159 4995	115.525 530 7610	.008 656 0953
35	9.062 254 8669	124.034 690 2605	.008 062 2606
36	9.651 301 4333	133.096 945 1274	.007 513 3205
37	10.278 636 0264	142.748 246 5607	.007 005 3400
38	10.946 747 3682	153.026 882 5871	.006 534 7995
39	11.658 285 9471	163.973 629 9553	.006 098 5416
40	12.416 074 5337	175.631 915 9024	.005 693 7260
41	13.223 119 3783	188.047 990 4360	.005 317 7915
42	14.082 622 1379	201.271 109 8144	.004 968 4229
43	14.997 992 5769	215.353 731 9523	.004 643 5230
44	15.972 862 0944	230.351 724 5292	.004 341 1874
45	17.011 098 1305	246.324 586 6236	.004 059 6841
46	18.116 819 5090	263.335 684 7541	.003 797 4344
47	19.294 412 7771	281.452 504 2631	.003 552 9973
48	20.548 549 6076	300.746 917 0403	.003 325 0549
49	21.884 205 3321	321.295 466 6479	.003 112 4000
50	23.306 678 6787	343.179 671 9800	.002 913 9255
51	24.821 612 7928	366.486 350 6587	.002 728 6146
52	26.435 017 6243	391.307 963 4515	.002 555 5319
53	28.153 293 7699	417.742 981 0758	.002 393 8164
54	29.983 257 8650	445.896 274 8458	.002 242 6740
55	31.932 169 6262	475.879 532 7107	.002 101 3722
56	34.007 760 6519	507.811 702 3369	.001 969 2339
57	36.218 265 0943	541.819 462 9888	.001 845 6332
58	38.572 452 3254	578.037 728 0831	.001 729 9909
59	41.079 661 7266	616.610 180 4085	.001 621 7702
60	43.749 839 7388	657.689 842 1351	.001 520 4735

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} } = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{1}{s_{\overline{n} }} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
-----	---------------	---	---

.065
per period

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is

6 1/2%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is

13%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is

26%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is

78%

$i = .065$
 $j^{(2)} = .13$
 $j^{(4)} = .26$
 $j^{(12)} = .78$

PRESENT WORTH OF 1 <i>What \$1 due in the future is worth today.</i>	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD <i>What \$1 payable periodically is worth today.</i>	PARTIAL PAYMENT <i>Annuity worth \$1 today</i> <i>Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.</i>	P E R I O D S	RATE 1/2%
.938 967 1362	.938 967 1362	1.065 000 0000	1	.065 per period
.881 659 2828	1.820 626 4189	.549 261 5012	2	
.827 849 0918	2.648 475 5107	.377 575 7019	3	
.777 323 0909	3.425 798 6016	.291 902 7404	4	
.729 880 8365	4.155 679 4381	.240 634 5376	5	
.685 334 1188	4.841 013 5569	.206 568 3122	6	
.643 506 2148	5.484 519 7718	.182 331 3693	7	
.604 231 1876	6.088 750 9594	.164 237 2971	8	
.567 353 2278	6.656 104 1872	.150 238 0329	9	
.532 726 0355	7.188 830 2228	.139 104 6901	10	
.500 212 2399	7.689 042 4627	.130 055 2058	11	
.469 632 8544	8.158 725 3171	.122 568 1661	12	
.441 016 7647	8.599 742 0818	.116 282 5571	13	
.414 100 2485	9.013 842 3303	.110 940 4806	14	
.388 626 5244	9.402 668 8547	.106 352 7830	15	
.365 095 3281	9.767 764 1828	.102 377 5740	16	
.342 512 5147	10.110 576 6975	.098 906 3265	17	
.321 889 6851	10.432 466 3826	.095 854 6103	18	
.302 243 8358	10.734 710 2184	.093 155 7517	19	
.283 797 0289	11.018 507 2474	.090 756 3954	20	
.266 476 0835	11.284 983 3309	.088 613 3343	21	
.250 212 2850	11.535 195 6158	.086 691 2043	22	
.234 941 1126	11.770 136 7285	.084 960 7802	23	
.220 601 9837	11.990 738 7122	.083 397 6975	24	
.207 138 0129	12.197 876 7251	.081 981 4811	25	
.194 495 7867	12.392 372 5118	.080 694 7983	26	
.182 625 1519	12.574 997 6637	.079 522 8776	27	
.171 479 0158	12.746 476 6795	.078 453 0522	28	
.161 013 1604	12.907 489 8399	.077 474 3976	29	
.151 186 0661	13.058 675 9060	.076 577 4422	30	
.141 958 7475	13.200 634 6535	.075 753 9335	31	
.133 294 5986	13.333 929 2521	.074 996 6481	32	
.125 159 2475	13.459 088 4997	.074 299 2365	33	
.117 520 4202	13.576 608 9199	.073 656 0953	34	
.110 347 8124	13.686 956 7323	.073 062 2606	35	
.103 612 9694	13.790 569 7017	.072 513 3205	36	
.097 259 1731	13.887 858 8748	.072 005 3400	37	
.091 351 3363	13.979 210 2111	.071 534 7995	38	
.085 775 9026	14.064 986 1137	.071 098 5416	39	
.080 540 7536	14.145 526 8673	.070 693 7260	40	
.075 625 1208	14.221 151 9881	.070 317 7915	41	
.071 009 5031	14.292 161 4912	.069 968 4229	42	
.066 675 5897	14.358 837 0809	.069 643 5230	43	
.062 606 1876	14.421 443 2685	.069 341 1874	44	
.058 785 1526	14.480 228 4211	.069 059 6841	45	
.055 197 3264	14.535 425 7475	.068 797 4344	46	
.051 828 4755	14.587 254 2230	.068 552 9973	47	
.048 665 2352	14.635 919 4582	.068 325 0549	48	
.045 695 0565	14.681 614 5148	.068 112 4000	49	
.042 506 1564	14.724 520 6711	.067 913 9255	50	
.040 257 4708	14.764 808 1419	.067 728 6146	51	
.037 828 6111	14.802 636 7530	.067 555 5319	52	
.035 519 8226	14.838 156 5756	.067 393 8164	53	
.033 351 9451	14.871 508 5216	.067 242 6740	54	
.031 316 3813	14.902 824 9030	.067 101 3722	55	
.029 405 0529	14.932 229 9558	.066 969 2339	56	
.027 610 3783	14.959 840 3341	.066 845 6332	57	
.025 925 2378	14.985 765 5719	.066 729 9909	58	
.024 342 9463	15.010 108 5182	.066 621 7702	59	
.022 857 2266	15.032 965 7448	.066 520 4735	60	

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} } = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} }} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---------------------------	---------------------------------------	---	-----

RATE
6 1/2%

P E R I O D S

AMOUNT OF I
How \$1 left at compound interest will grow.

AMOUNT OF I PER PERIOD
How \$1 deposited periodically will grow.

SINKING FUND
Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.

PRESENT WORTH OF I
What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF I PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today.

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today

P E R I O D S

RATE
6 1/2%

.065

per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

6 1/2%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

13%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

26%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

78%

i = .065
i⁽ⁿ⁾ = .13
i⁽⁴⁾ = .26
i⁽¹²⁾ = .78

61	46.593	579	3218	701.439	681	8739	.001	425	6593
62	49.622	161	9777	748.033	261	1957	.001	336	8390
63	52.847	602	5063	797.655	423	1734	.001	253	6742
64	56.282	696	6692	850.503	025	6796	.001	175	7748
65	59.941	071	9527	906.785	722	3488	.001	102	7964
66	63.837	241	6296	966.726	794	3015	.001	034	4184
67	67.986	662	3355	1030.564	035	9311	.000	970	3424
68	72.405	795	3873	1098.550	698	2666	.000	910	2903
69	77.112	172	0875	1170.956	493	6539	.000	854	0027
70	82.124	463	2732	1248.068	665	7414	.000	801	2380
71	87.462	553	3860	1330.193	129	0146	.000	751	7705
72	93.147	619	3560	1417.655	682	4006	.000	705	3899
73	99.202	214	6142	1510.803	301	7566	.000	661	8995
74	105.650	358	5641	1610.005	516	3708	.000	621	1159
75	112.517	631	8708	1715.655	874	9349	.000	582	8675
76	119.831	277	9424	1828.173	506	8057	.000	546	9940
77	127.620	311	0086	1948.004	784	7480	.000	513	3458
78	135.915	631	2242	2075.625	095	7567	.000	481	7826
79	144.750	147	2538	2211.540	726	9808	.000	452	1734
80	154.158	906	8252	2356.290	874	2346	.000	424	3958
81	164.179	235	7689	2510.449	781	0599	.000	398	3350
82	174.850	886	0939	2674.629	016	8287	.000	373	8836
83	186.216	193	6900	2849.479	902	9226	.000	350	9412
84	198.320	246	2798	3035.696	096	6126	.000	329	4137
85	211.211	062	2880	3234.016	342	8924	.000	309	2130
86	224.939	781	3367	3445.227	405	1804	.000	290	2566
87	239.560	867	1236	3670.167	186	5171	.000	272	4672
88	255.132	323	4866	3909.728	053	6407	.000	255	7723
89	271.715	924	5133	4164.860	377	1274	.000	240	1041
90	289.377	459	6066	4436.576	301	6407	.000	225	3990
91	308.186	994	4811	4725.953	761	2473	.000	211	5975
92	328.219	149	1223	5034.140	755	7284	.000	198	6436
93	349.553	393	8153	5362.359	904	8507	.000	186	4851
94	372.274	364	4133	5711.913	298	6660	.000	175	0727
95	396.472	198	1002	6084.187	663	0793	.000	164	3605
96	422.242	890	9767	6480.659	861	1795	.000	154	3053
97	449.688	678	8901	6902.902	752	1562	.000	144	8666
98	478.918	443	0180	7352.591	431	0463	.000	136	0065
99	510.048	141	8142	7831.509	874	0643	.000	127	6893
100	543.201	271	0321	8341.558	015	8785	.000	119	8817
101	578.509	353	6492	8884.759	286	9106	.000	112	5523
102	616.112	461	6364	9463.268	640	5598	.000	105	6717
103	656.159	771	6428	10079.381	102	1962	.000	099	2124
104	698.810	156	7995	10735.540	873	8389	.000	093	1485
105	744.232	816	9915	11434.351	030	6384	.000	087	4558
106	792.607	950	0959	12178.583	847	6299	.000	082	1114
107	844.127	466	8522	12971.191	797	7259	.000	077	0939
108	898.995	752	1976	13815.319	264	5781	.000	072	3834
109	957.430	476	0904	14714.315	016	7756	.000	067	9610
110	1019.663	457	0363	15671.745	492	8661	.000	063	8091
111	1085.941	581	7437	16691.408	949	9024	.000	059	9111
112	1156.527	784	5570	17777.350	531	6460	.000	056	2514
113	1231.702	090	5532	18933.878	316	2030	.000	052	8154
114	1311.762	726	4392	20165.580	406	7562	.000	049	5894
115	1397.027	303	6577	21477.343	133	1954	.000	046	5607
116	1487.834	078	3954	22874.370	436	8531	.000	043	7171
117	1584.543	293	4912	24362.204	515	2485	.000	041	0472
118	1687.538	607	5681	25946.747	808	7397	.000	038	5405
119	1797.228	617	0600	27634.286	416	3077	.000	036	1869
120	1914.048	477	1689	29431.515	033	3677	.000	033	9772

$$n \quad s = (1+i)^n \quad s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

.065	452	1846	15.054	427	9294	.066	425	6393	61
.062	152	2860	15.074	580	2154	.066	336	8390	62
.063	922	3343	15.093	502	5497	.066	253	6742	63
.067	757	4500	15.111	269	9997	.066	175	7748	64
.068	683	0517	15.127	953	0514	.066	102	7964	65
.069	664	8372	15.143	617	8886	.066	034	4184	66
.074	708	7674	15.158	326	6560	.065	970	3424	67
.083	811	0492	15.172	137	7051	.065	910	2903	68
.088	968	1213	15.185	105	8264	.065	854	0027	69
.092	176	6397	15.197	282	4661	.065	801	2380	70
.099	433	4645	15.208	715	9306	.065	751	7705	71
.101	735	6474	15.219	451	5781	.065	705	3899	72
.102	080	4201	15.229	531	9982	.065	661	8995	73
.109	465	1832	15.238	997	1814	.065	621	1159	74
.108	857	4960	15.247	884	6774	.065	582	8675	75
.108	345	0666	15.256	229	7440	.065	546	9940	76
.107	535	7433	15.264	065	4873	.065	513	3458	77
.107	357	5055	15.271	422	9928	.065	481	7826	78
.106	908	4558	15.278	331	4486	.065	452	1734	79
.106	436	8130	15.284	818	2616	.065	424	3958	80
.106	090	9042	15.290	909	1658	.065	398	3350	81
.105	719	1589	15.296	628	3247	.065	373	8836	82
.105	370	1022	15.301	998	4270	.065	350	9412	83
.105	042	3495	15.307	040	7765	.065	329	4137	84
.104	734	6005	15.311	775	3770	.065	309	2130	85
.104	445	6343	15.316	221	0113	.065	290	2566	86
.104	174	3045	15.320	395	3157	.065	272	4672	87
.103	919	5347	15.324	314	8505	.065	255	7723	88
.103	680	3143	15.327	995	1648	.065	240	1041	89
.103	455	6942	15.331	450	8589	.065	225	3990	90
.103	244	7833	15.334	695	6422	.065	211	5975	91
.103	046	7448	15.337	742	3870	.065	198	6436	92
.102	860	7933	15.340	603	1803	.065	186	4851	93
.102	686	1909	15.343	289	3712	.065	175	0727	94
.102	522	2450	15.345	811	6161	.065	164	3605	95
.102	368	3051	15.348	179	9213	.065	154	3053	96
.102	223	7607	15.350	403	6819	.065	144	8666	97
.102	088	0382	15.352	491	7201	.065	136	0065	98
.101	960	5992	15.354	452	3194	.065	127	6893	99
.101	840	9383	15.356	293	2576	.065	119	8817	100
.101	728	5805	15.358	021	8381	.065	112	5523	101
.101	623	0803	15.359	644	9184	.065	105	6717	102
.101	524	0191	15.361	168	9375	.065	099	2124	103
.101	431	0038	15.362	599	9413	.065	093	1485	104
.101	343	6656	15.363	943	6069	.065	087	4558	105
.101	261	6578	15.365	205	2647	.065	082	1114	106
.101	184	6552	15.366	389	9199	.065	077	0939	107
.101	112	3523	15.367	502	2722	.065	072	3834	108
.101	044	4623	15.368	546	7344	.065	067	9610	109
.100	980	7157	15.369	527	4502	.065	063	8091	110
.100	920	8598	15.370	448	3100	.065	059	9111	111
.100	864	6571	15.371	312	9672	.065	056	2514	112
.100	811	8846	15.372	124	8518	.065	052	8154	113
.100	762	3330	15.373	887	1848	.065	049	5894	114
.100	715	8056	15.373	602	9904	.065	046	5607	115
.100	672	1180	15.374	275	1084	.065	043	7171	116
.100	631	0967	15.374	906	2050	.065	041	0472	117
.100	592	5790	15.375	498	7841	.065	038	5405	118
.100	556	4122	15.376	055					

RATE

7%

.07 per period

ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is

7%

EMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is

14%

QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is

28%

MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is

84%

i = .07 i(12) = .14 i(4) = .28 i(36) = .84

Table with columns: AMOUNT OF 1 (How \$1 left at compound interest will grow), AMOUNT OF 1 PER PERIOD (How \$1 deposited periodically will grow), SINKING FUND (Periodic deposit that will grow to \$1 at future date). Rows 1-60.

n s = (1+i)^n s_n = ((1+i)^n - 1) / i 1/s_n = i / ((1+i)^n - 1)

PRESENT WORTH OF 1 What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD What \$1 payable periodically is worth today.

PARTIAL PAYMENT. Installment worth \$1 today. Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

PERIODS

RATE 7%

.07 per period

ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is

7%

SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is

14%

QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is

28%

MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is

84%

i = .07 i(12) = .14 i(4) = .28 i(36) = .84

v^n = 1 / (1+i)^n a_n = i / (1 - v^n) 1/a_n = (1+i)^n - 1 / i n

RATE	PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>	PRESENT WORTH OF 1 <i>What \$1 due in the future is worth today</i>	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD <i>What \$1 payable periodically is worth today</i>	PARTIAL PAYMENT <i>Annuity worth \$1 today</i> <i>Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.</i>	PERIODS	RATE
8%	1	1.080 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000	.925 925 9259	.925 925 9259	1.080 000 0000	1	
	2	1.166 400 0000	2.080 000 0000	.480 769 2308	.857 338 8203	1.783 264 7462	.560 769 2308	2	
	3	1.259 712 0000	3.246 400 0000	.308 033 5140	.793 832 2410	2.577 096 9872	.388 033 5140	3	
	4	1.360 488 9600	4.506 112 0000	.221 920 8045	.735 029 8528	3.312 126 8400	.301 920 8045	4	
	5	1.469 328 0768	5.866 600 9600	.170 456 4546	.680 583 1970	3.992 710 0371	.250 456 4546	5	
	6	1.586 874 3229	7.335 929 0368	.136 315 3862	.630 169 5269	4.622 879 6640	.216 315 3862	6	
	7	1.713 824 2688	8.922 803 3597	.112 072 4014	.583 490 3953	5.206 370 0592	.192 072 4014	7	
	8	1.850 930 2103	10.636 627 6285	.094 014 7606	.540 268 8845	5.746 638 9437	.174 014 7606	8	
	9	1.999 004 6271	12.487 557 8388	.080 079 7092	.500 248 9671	6.246 887 9109	.160 079 7092	9	
	10	2.158 924 9973	14.486 562 4659	.069 029 4887	.463 193 4881	6.710 081 3989	.149 029 4887	10	
	11	2.331 638 9971	16.645 487 4632	.060 076 3421	.428 882 8593	7.138 964 2583	.140 076 3421	11	
	12	2.518 170 1168	18.977 126 4602	.052 695 0169	.397 113 7586	7.536 078 0169	.132 695 0169	12	
	13	2.719 623 7262	21.495 296 5771	.046 521 8052	.367 697 9247	7.903 775 9416	.126 521 8052	13	
	14	2.937 193 6243	24.214 920 3032	.041 296 8528	.340 461 0414	8.244 236 9830	.121 296 8528	14	
	15	3.172 169 1142	27.152 113 9275	.036 829 5449	.315 241 7050	8.559 478 6879	.116 829 5449	15	
	16	3.425 942 6433	30.324 283 0417	.032 976 8720	.291 890 4676	8.851 369 1555	.112 976 8720	16	
	17	3.700 018 0548	33.750 225 6850	.029 629 4315	.270 268 9514	9.121 638 1069	.109 629 4315	17	
	18	3.996 019 4992	37.450 243 7398	.026 702 0959	.250 249 0291	9.371 887 1360	.106 702 0959	18	
	19	4.315 701 0591	41.446 263 2390	.024 127 6275	.231 712 0640	9.603 599 2000	.104 127 6275	19	
	20	4.660 957 1438	45.761 964 2981	.021 852 2088	.214 548 2074	9.818 147 4074	.101 852 2088	20	
ANNUALLY								ANNUALLY	
<i>If compounded annually nominal annual rate is</i>								<i>If compounded annually nominal annual rate is</i>	
8%	21	5.033 833 7154	50.422 921 4420	.019 832 2503	.198 655 7476	10.016 803 1550	.099 832 2503	21	
	22	5.436 540 4126	55.456 755 1573	.018 032 0684	.183 940 5070	10.200 743 6621	.098 032 0684	22	
	23	5.871 463 6456	60.893 295 5699	.016 422 1692	.170 315 2843	10.371 058 9464	.096 422 1692	23	
	24	6.341 180 7372	66.764 759 2155	.014 977 9616	.157 699 3373	10.528 758 2837	.094 977 9616	24	
	25	6.848 475 1962	73.105 939 9527	.013 678 7791	.146 017 9049	10.674 776 1886	.093 678 7791	25	
26	7.396 353 2119	79.954 415 1490	.012 507 1267	.135 201 7638	10.809 977 9524	.092 507 1267	26		
27	7.988 061 4689	87.350 768 3609	.011 448 0962	.125 186 8183	10.935 164 7707	.091 448 0962	27		
28	8.627 106 3864	95.338 829 8297	.010 488 9057	.115 913 7207	11.051 078 4914	.090 488 9057	28		
29	9.317 274 8973	103.965 936 2161	.009 618 5350	.107 327 5192	11.158 406 0106	.089 618 5350	29		
30	10.062 656 8891	113.283 211 1134	.008 827 4334	.099 377 3325	11.257 783 3431	.088 827 4334	30		
SEMIANNUALLY								SEMIANNUALLY	
<i>If compounded semiannually nominal annual rate is</i>								<i>If compounded semiannually nominal annual rate is</i>	
16%	31	10.867 669 4402	123.345 868 0025	.008 107 2841	.092 016 0487	11.349 799 3918	.088 107 2841	31	
	32	11.737 882 9954	134.213 537 4427	.007 450 8132	.085 200 0451	11.434 999 4368	.087 450 8132	32	
	33	12.676 049 6350	145.950 620 4381	.006 851 6324	.078 888 9306	11.513 888 3674	.086 851 6324	33	
	34	13.690 133 6059	158.626 670 0732	.006 304 1101	.073 045 3061	11.586 933 6736	.086 304 1101	34	
	35	14.785 344 2943	172.316 803 6790	.005 803 2646	.067 634 5427	11.654 568 2163	.085 803 2646	35	
36	15.968 171 8379	187.102 147 9733	.005 344 6741	.062 624 5766	11.717 192 7928	.085 344 6741	36		
37	17.245 625 5849	203.070 319 8112	.004 924 4025	.057 985 7190	11.775 178 5119	.084 924 4025	37		
38	18.625 275 6317	220.315 945 3961	.004 538 9361	.053 690 4806	11.828 868 9925	.084 538 9361	38		
39	20.115 297 6822	238.941 221 0278	.004 185 1297	.049 713 4080	11.878 582 4004	.084 185 1297	39		
40	21.724 521 4968	259.056 518 7100	.003 860 1615	.046 030 9333	11.924 613 3337	.083 860 1615	40		
QUARTERLY								QUARTERLY	
<i>If compounded quarterly nominal annual rate is</i>								<i>If compounded quarterly nominal annual rate is</i>	
32%	41	23.462 483 2165	280.781 040 2068	.003 561 4940	.042 621 2345	11.967 234 5683	.083 561 4940	41	
	42	25.339 481 8739	304.243 523 4233	.003 286 8407	.039 464 1061	12.006 698 6743	.083 286 8407	42	
	43	27.366 640 4238	329.583 005 2972	.003 034 1370	.036 540 8389	12.043 239 5133	.083 034 1370	43	
	44	29.555 971 6577	356.949 645 7210	.002 801 5156	.033 834 1101	12.077 073 6234	.082 801 5156	44	
	45	31.920 449 3903	386.505 617 3787	.002 587 2845	.031 327 8797	12.108 401 5032	.082 587 2845	45	
46	34.474 085 3415	418.426 066 7690	.002 389 9085	.029 007 2961	12.137 408 7992	.082 389 9085	46		
47	37.232 012 1688	452.900 152 1105	.002 207 9922	.026 858 6075	12.164 267 4067	.082 207 9922	47		
48	40.210 573 1423	490.132 164 2793	.002 040 2660	.024 869 0810	12.189 136 4877	.082 040 2660	48		
49	43.427 418 9937	530.342 737 4217	.001 885 5731	.023 026 9268	12.212 163 4145	.081 885 5731	49		
50	46.901 612 5132	573.770 156 4154	.001 742 8582	.021 321 2286	12.233 484 6431	.081 742 8582	50		
MONTHLY								MONTHLY	
<i>If compounded monthly nominal annual rate is</i>								<i>If compounded monthly nominal annual rate is</i>	
96%	51	50.653 741 5143	620.671 768 9286	.001 611 1575	.019 741 8783	12.253 226 5214	.081 611 1575	51	
	52	54.706 040 8354	671.325 510 4429	.001 489 5903	.018 279 5169	12.271 506 0383	.081 489 5903	52	
	53	59.082 524 1023	726.031 551 2783	.001 377 3506	.016 925 4786	12.288 431 5169	.081 377 3506	53	
	54	63.809 126 0304	785.114 075 3806	.001 273 7003	.015 671 7395	12.304 103 2564	.081 273 7003	54	
	55	68.913 856 1129	848.923 201 4111	.001 177 9629	.014 510 8699	12.318 614 1263	.081 177 9629	55	
56	74.426 964 6019	917.837 057 5239	.001 089 5180	.013 435 9906	12.332 050 1170	.081 089 5180	56		
57	80.381 121 7701	992.264 022 1259	.001 007 7963	.012 440 7321	12.344 490 8490	.081 007 7963	57		
58	86.811 611 5117	1072.645 143 8959	.000 932 2748	.011 519 1964	12.356 010 0454	.080 932 2748	58		
59	93.756 540 4326	1159.456 755 4076	.000 862 4729	.010 665 9226	12.366 675 9680	.080 862 4729	59		
60	101.257 063 6672	1253.213 295 8402	.000 797 9488	.009 875 8542	12.376 551 8222	.080 797 9488	60		

i = .08
j(3) = .16
j(4) = .32
j(12) = .96

i = .08
j(3) = .16
j(4) = .32
j(12) = .96

$$s_n = (1+i)^n$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1 - v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1 - v^n}$$

RATE
10%

PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
1	1.100 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.210 000 0000	2.100 000 0000	.476 190 4762
3	1.331 000 0000	3.310 000 0000	.302 114 8036
4	1.464 100 0000	4.641 000 0000	.215 470 8037
5	1.610 510 0000	6.105 100 0000	.163 797 4808
6	1.771 561 0000	7.715 610 0000	.129 607 3804
7	1.948 717 1000	9.487 171 0000	.105 405 4997
8	2.143 588 8100	11.435 888 1000	.087 444 0176
9	2.357 947 6910	13.579 476 9100	.073 640 5391
10	2.593 742 4601	15.937 424 6010	.062 745 3949
11	2.853 116 7061	18.531 167 0611	.053 963 1420
12	3.138 428 3767	21.384 283 7672	.046 763 3151
13	3.452 271 2144	24.522 712 1439	.040 778 5238
14	3.797 498 3358	27.974 983 3583	.035 746 2232
15	4.177 248 1694	31.772 481 6942	.031 473 7769
16	4.594 972 9864	35.949 729 8636	.027 816 6207
17	5.054 470 2850	40.544 702 8499	.024 664 1344
18	5.559 917 3135	45.599 173 1349	.021 930 2222
19	6.115 909 0448	51.159 090 4484	.019 546 8682
20	6.727 499 9493	57.274 999 4933	.017 459 6248
21	7.400 249 9443	64.002 499 4426	.015 624 3898
22	8.140 274 9387	71.402 749 3868	.014 005 0630
23	8.954 302 4326	79.543 024 3255	.012 571 8127
24	9.849 732 6758	88.497 326 7581	.011 299 7764
25	10.834 705 9434	98.347 059 4339	.010 168 0722
26	11.918 176 5377	109.181 765 3773	.009 159 0386
27	13.109 994 1915	121.099 941 9150	.008 257 6423
28	14.420 993 6106	134.209 936 1065	.007 451 0132
29	15.863 092 9717	148.630 929 7171	.006 728 0747
30	17.449 402 2689	164.494 022 6889	.006 079 2483
31	19.194 342 4958	181.943 424 9578	.005 496 2140
32	21.113 776 7454	201.137 767 4535	.004 971 7167
33	23.225 154 4199	222.251 544 1989	.004 499 4063
34	25.547 669 8619	245.476 698 6188	.004 073 7064
35	28.102 436 8481	271.024 368 4806	.003 689 7051
36	30.912 680 5329	299.126 805 3287	.003 343 0638
37	34.003 948 5862	330.039 485 8616	.003 029 9405
38	37.404 343 4448	364.043 434 4477	.002 746 9250
39	41.144 777 7893	401.447 777 8925	.002 490 9840
40	45.259 255 5682	442.592 555 6818	.002 259 4344
41	49.785 181 1250	487.851 811 2499	.002 049 8028
42	54.763 699 2375	537.636 992 3749	.001 859 9911
43	60.240 069 1612	592.400 691 6124	.001 688 0466
44	66.264 076 0774	652.640 760 7737	.001 532 2365
45	72.890 483 6851	718.904 836 8510	.001 391 0047
46	80.179 532 0536	791.795 320 5361	.001 262 9527
47	88.197 485 2590	871.974 852 5897	.001 146 8221
48	97.017 233 7849	960.172 337 8487	.001 041 4797
49	106.718 957 1634	1057.189 571 6336	.000 945 9041
50	117.390 852 8797	1163.908 528 7970	.000 859 1740
51	129.129 938 1677	1281.299 381 6766	.000 780 4577
52	142.042 931 8444	1410.429 319 8443	.000 709 0040
53	156.247 225 1829	1552.472 251 8287	.000 644 1339
54	171.871 947 7012	1708.719 477 0116	.000 585 2336
55	189.059 142 4713	1880.591 424 7128	.000 531 7476
56	207.965 056 7184	2069.650 567 1841	.000 483 1734
57	228.761 562 3902	2277.615 623 9025	.000 439 0556
58	251.637 718 6293	2506.377 186 2927	.000 398 8822
59	276.801 490 4922	2758.014 904 9220	.000 362 5796
60	304.481 639 5414	3034.816 395 4142	.000 329 5092

$i = .1$
 $j_{(2)} = .2$
 $j_{(4)} = .4$
 $j_{(12)} = 1.2$

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} } = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{1}{s_{\overline{n} }} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
-----	---------------	---	---

PRESENT WORTH OF 1
What \$1 due in the future is worth today.

.909 090 9091
.826 446 2310
.751 314 8036
.683 013 4534
.620 921 5231
.564 473 9321
.513 158 1132
.466 507 3522
.424 097 6184
.385 543 2594
.350 493 8995
.318 630 8177
.289 664 3797
.263 331 2543
.239 392 0494
.217 629 1358
.197 844 6659
.179 858 7699
.163 507 9908
.148 643 6280
.135 130 5709
.122 845 9736
.111 678 1578
.101 525 5980
.092 295 9982
.083 905 4529
.076 277 6544
.069 343 3495
.063 039 4086
.057 308 5533
.052 093 6848
.047 362 4407
.043 056 7643
.039 142 5130
.035 584 1027
.032 349 1843
.029 408 3494
.026 734 8631
.024 304 4210
.022 094 9282
.020 086 2983
.018 260 2712
.016 600 2465
.015 091 1332
.013 719 2120
.012 472 0109
.011 338 1918
.010 307 4470
.009 370 4054
.008 518 5513
.007 744 1375
.007 040 1250
.006 400 1137
.005 818 2851
.005 289 3501
.004 808 5001
.004 371 3537
.003 973 6970
.003 612 6973
.003 284 2703

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today

.909 090 9091
.751 314 8036
.683 013 4534
.620 921 5231
.564 473 9321
.513 158 1132
.466 507 3522
.424 097 6184
.385 543 2594
.350 493 8995
.318 630 8177
.289 664 3797
.263 331 2543
.239 392 0494
.217 629 1358
.197 844 6659
.179 858 7699
.163 507 9908
.148 643 6280
.135 130 5709
.122 845 9736
.111 678 1578
.101 525 5980
.092 295 9982
.083 905 4529
.076 277 6544
.069 343 3495
.063 039 4086
.057 308 5533
.052 093 6848
.047 362 4407
.043 056 7643
.039 142 5130
.035 584 1027
.032 349 1843
.029 408 3494
.026 734 8631
.024 304 4210
.022 094 9282
.020 086 2983
.018 260 2712
.016 600 2465
.015 091 1332
.013 719 2120
.012 472 0109
.011 338 1918
.010 307 4470
.009 370 4054
.008 518 5513
.007 744 1375
.007 040 1250
.006 400 1137
.005 818 2851
.005 289 3501
.004 808 5001
.004 371 3537
.003 973 6970
.003 612 6973
.003 284 2703

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{i}$$

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today. Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

1.100 000 0000
.576 190 4762
.402 114 8036
.315 470 8037
.263 797 4808
.229 607 3804
.205 405 4997
.187 444 0176
.173 640 5391
.162 745 3949
.153 963 1420
.146 763 3151
.140 778 5238
.135 746 2232
.131 473 7769
.127 816 6207
.124 664 1344
.121 930 2222
.119 546 8682
.117 459 6248
.115 624 3898
.114 005 0630
.112 571 8127
.111 299 7764
.110 168 0722
.109 159 0386
.108 257 6423
.107 451 0132
.106 728 0747
.106 079 2483
.105 496 2140
.104 971 7167
.104 499 4063
.104 073 7064
.103 689 7051
.103 343 0638
.103 029 9405
.102 734 8631
.102 490 9840
.102 259 4144
.102 049 8028
.101 859 9911
.101 688 0466
.101 532 2365
.101 391 0047
.101 262 9527
.101 146 8221
.101 041 4797
.100 945 9041
.100 859 1740
.100 780 4577
.100 709 0040
.100 644 1339
.100 585 2336
.100 531 7476
.100 483 1734
.100 439 0556
.100 398 9822
.100 362 5796
.100 329 5092

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{i}{1-v^n}$$

PERIODS

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60

RATE
10%

per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

10%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

20%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

40%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

120%

$i = .1$
 $j_{(2)} = .2$
 $j_{(4)} = .4$
 $j_{(12)} = 1.2$

RATE

9%

.09 per period

AMOUNT OF 1 How \$1 left at compound interest will grow.

AMOUNT OF 1 PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.

SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.

PRESENT WORTH OF 1 What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD What \$1 payable periodically is worth today.

PARTIAL PAYMENT Annuity worth \$1 today. Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

RATE 9%

.09 per period

ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is

9%

SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is

18%

QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is

36%

MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is

108%

ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is

9%

SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is

18%

QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is

36%

MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is

108%

i = .09, j(12) = .18, j(4) = .36, j(36) = 1.08

i = .09, j(12) = .18, j(4) = .36, j(36) = 1.08

Table with columns for Rate, Periods, Amount of 1, Amount of 1 per Period, Sinking Fund, Present Worth of 1, Present Worth of 1 per Period, Partial Payment, and Rate. Rows correspond to periods 1 through 60.

n s = (1+i)^n, s_{n|i} = (1+i)^n - 1 / i, 1/s_{n|i} = i / (1+i)^n - 1

v^n = 1 / (1+i)^n, a_{n|i} = (1-v^n) / i, 1/a_{n|i} = i / (1-v^n), n

PRESENT WORTH OF 1 <i>What \$1 due in the future is worth today.</i>	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD <i>What \$1 payable periodically is worth today</i>	PERIODIC PAYMENTS <i>Annuity worth \$1 today. Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.</i>	PERIODS
.002 985 7003	9.970 142 9974	.100 299 4641	61
.002 714 2730	9.972 857 2704	.100 272 1660	62
.002 467 5209	9.975 324 7913	.100 247 3625	63
.002 243 2008	9.977 567 9921	.100 224 8244	64
.002 039 2734	9.979 607 2655	.100 204 3441	65
.001 853 8850	9.981 461 1505	.100 185 7328	66
.001 685 3500	9.983 146 5004	.100 168 8195	67
.001 532 1363	9.984 678 6368	.100 153 4487	68
.001 392 8512	9.986 071 4880	.100 139 4794	69
.001 266 2284	9.987 337 7163	.100 126 7834	70
.001 151 1167	9.988 488 8330	.100 115 2443	71
.001 046 4697	9.989 535 3027	.100 104 7566	72
.000 951 3361	9.990 486 6389	.100 095 2242	73
.000 864 8510	9.991 351 4899	.100 086 5600	74
.000 786 2282	9.992 137 7181	.100 078 6847	75
.000 714 7529	9.992 852 4710	.100 071 5264	76
.000 649 7754	9.993 502 2463	.100 065 0198	77
.000 590 7049	9.994 092 9512	.100 059 1054	78
.000 537 0044	9.994 629 9556	.100 053 7293	79
.000 488 1859	9.995 118 1415	.100 048 8424	80
.000 443 8053	9.995 561 9468	.100 044 4002	81
.000 403 4594	9.995 965 4062	.100 040 3622	82
.000 366 7813	9.996 332 1875	.100 036 6916	83
.000 333 4375	9.996 665 6250	.100 033 3549	84
.000 303 1250	9.996 968 7500	.100 030 3217	85
.000 275 5682	9.997 244 3181	.100 027 5644	86
.000 250 5165	9.997 494 8347	.100 025 0579	87
.000 227 7423	9.997 722 5770	.100 022 7794	88
.000 207 0385	9.997 929 6154	.100 020 7081	89
.000 188 2168	9.998 117 8322	.100 018 8252	90
.000 171 1062	9.998 288 9384	.100 017 1135	91
.000 155 5511	9.998 444 4894	.100 015 5575	92
.000 141 4101	9.998 585 8995	.100 014 1430	93
.000 128 5546	9.998 714 4541	.100 012 8571	94
.000 116 8678	9.998 831 3219	.100 011 6881	95
.000 106 2435	9.998 937 5654	.100 010 6255	96
.000 096 5850	9.999 034 1503	.100 009 6594	97
.000 087 8045	9.999 121 9548	.100 008 7812	98
.000 079 8223	9.999 201 7771	.100 007 9829	99
.000 072 5657	9.999 274 3428	.100 007 2571	100
.000 065 9688	9.999 340 3117	.100 006 5973	101
.000 059 9717	9.999 400 2833	.100 005 9975	102
.000 054 5197	9.999 454 8030	.100 005 4523	103
.000 049 5634	9.999 504 3664	.100 004 9566	104
.000 045 0576	9.999 549 4240	.100 004 5060	105
.000 040 9615	9.999 590 3855	.100 004 0963	106
.000 037 2377	9.999 627 6231	.100 003 7239	107
.000 033 8524	9.999 661 4756	.100 003 3854	108
.000 030 7749	9.999 692 2505	.100 003 0776	109
.000 027 9772	9.999 720 2278	.100 002 7978	110
.000 025 4338	9.999 745 6616	.100 002 5434	111
.000 023 1217	9.999 768 7833	.100 002 3122	112
.000 021 0197	9.999 789 8030	.100 002 1020	113
.000 019 1088	9.999 808 9118	.100 001 9109	114
.000 017 3717	9.999 826 2834	.100 001 7372	115
.000 015 7924	9.999 842 0759	.100 001 5793	116
.000 014 3567	9.999 856 4326	.100 001 4357	117
.000 013 0516	9.999 869 4842	.100 001 3052	118
.000 011 8651	9.999 881 3493	.100 001 1865	119
.000 010 7864	9.999 892 1357	.100 001 0787	120

10%

.1
per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

10%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

20%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

40%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

120%

i = .1
i(12) = .2
i(4) = .4
i(12) = 1.2

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} } = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} }} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---------------------------	---------------------------------------	---	-----

RATE

11%

PERIODS	AMOUNT OF 1		AMOUNT OF 1 PER PERIOD		SINKING FUND	
	<i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>		<i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>		<i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>	
1	1.110	000 0000	1.000	000 0000	1.000	000 0000
2	1.232	100 0000	2.110	000 0000	.473	933 6493
3	1.367	631 0000	3.342	100 0000	.299	213 0696
4	1.518	070 4100	4.709	731 0000	.212	326 3515
5	1.685	058 1551	6.227	801 4100	.160	570 3095
6	1.870	414 5522	7.912	859 5651	.126	376 5636
7	2.076	160 1529	9.783	274 1173	.102	215 2695
8	2.304	537 7697	11.859	434 2702	.084	321 0542
9	2.558	036 9244	14.163	972 0399	.070	601 6644
10	2.839	420 9861	16.722	008 9643	.059	801 4271
11	3.151	757 2945	19.561	429 9503	.051	121 0071
12	3.498	450 5969	22.713	187 2449	.044	027 2864
13	3.883	280 1626	26.211	637 8418	.038	150 9925
14	4.310	440 9805	30.094	918 0044	.033	228 2015
15	4.784	589 4883	34.405	358 9849	.029	065 2395
16	5.310	894 3321	39.189	948 4732	.025	516 7470
17	5.895	092 7086	44.500	842 8053	.022	471 4845
18	6.543	552 9065	50.395	935 5139	.019	842 8701
19	7.263	343 7262	56.939	488 4204	.017	562 5041
20	8.062	311 5361	64.202	832 1466	.015	575 6369
21	8.949	165 8051	72.265	143 6828	.013	837 9300
22	9.933	574 0437	81.214	309 4879	.012	313 1011
23	11.026	267 1885	91.147	883 5315	.010	971 1818
24	12.239	156 5792	102.174	150 7200	.009	787 2113
25	13.585	463 8029	114.413	307 2992	.008	740 2421
26	15.079	864 8212	127.998	771 1021	.007	812 5750
27	16.738	649 9516	143.078	635 9233	.006	989 1636
28	18.579	901 4462	159.817	285 8749	.006	257 1454
29	20.623	690 6053	178.397	187 3211	.005	605 4695
30	22.892	296 5719	199.020	877 9265	.005	024 5985
31	25.410	449 1948	221.913	174 4984	.004	506 2669
32	28.205	598 6063	247.323	623 6932	.004	043 2854
33	31.308	214 4529	275.529	222 2995	.003	629 3791
34	34.752	118 0428	306.837	436 7524	.003	259 0547
35	38.574	851 0275	341.589	554 7952	.002	927 4900
36	42.818	084 6405	380.164	405 8226	.002	630 4409
37	47.528	073 9509	422.982	490 4631	.002	364 1641
38	52.756	162 0855	470.510	564 4141	.002	125 3508
39	58.559	339 9150	523.266	726 4996	.001	911 0713
40	65.000	867 3056	581.826	066 4146	.001	718 7267
41	72.150	962 7092	646.826	933 7202	.001	546 0086
42	80.087	568 6072	718.977	896 4294	.001	390 8633
43	88.897	201 1540	799.065	465 0366	.001	251 4619
44	98.675	893 2810	887.962	666 1906	.001	126 1735
45	109.530	241 5419	986.638	559 4716	.001	013 5424
46	121.578	568 1115	1096.168	801 0135	.000	912 2683
47	134.952	210 6037	1217.747	369 1250	.000	821 1884
48	149.796	953 7702	1352.699	579 7287	.000	739 2624
49	166.274	618 6849	1502.496	533 4989	.000	665 5589
50	184.564	826 7402	1668.771	152 1837	.000	599 2433
51	204.866	957 6816	1853.335	978 9239	.000	539 5676
52	227.402	323 0266	2058.202	936 6056	.000	485 8607
53	252.416	578 5595	2285.605	259 6322	.000	437 5209
54	280.182	402 2011	2538.021	838 1917	.000	394 0076
55	311.002	466 4432	2818.204	240 3928	.000	354 8359
56	345.212	737 7520	3129.206	706 8360	.000	319 5698
57	383.186	138 9047	3474.419	444 5880	.000	287 8179
58	425.336	614 1842	3857.605	583 4927	.000	259 2282
59	472.123	641 7445	4282.942	197 6769	.000	233 4844
60	524.057	242 3363	4755.065	839 4213	.000	210 3020

.11
per period

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is
11%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is
22%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is
44%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is
132%

i = .11
j⁽ⁿ⁾ = .22
j⁽⁴⁾ = .44
j⁽¹²⁾ = 1.32

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} } = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{1}{s_{\overline{n} }} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
---	---------------	---	---

RATE
11%

PERIODS	AMOUNT OF 1			AMOUNT OF 1 PER PERIOD			SINKING FUND		
	How \$1 left at compound interest will grow.			How \$1 deposited periodically will grow.			Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.		
1	1.110	000	0000	1.000	000	0000	1.000	000	0000
2	1.232	100	0000	2.110	000	0000	.473	933	6493
3	1.367	631	0000	3.342	100	0000	.299	213	0696
4	1.518	070	4100	4.709	731	0000	.212	326	3515
5	1.685	058	1551	6.227	801	4100	.160	570	3095
6	1.870	414	5522	7.912	859	5651	.126	376	5636
7	2.076	160	1529	9.783	274	1173	.102	215	2695
8	2.304	537	7697	11.859	434	2702	.084	321	0542
9	2.558	036	9244	14.163	972	0399	.070	601	6644
10	2.839	420	9861	16.722	008	9643	.059	801	4271
11	3.151	757	2945	19.561	429	9503	.051	121	0071
12	3.498	450	5969	22.713	187	2449	.044	027	2864
13	3.883	280	1626	26.211	637	8418	.038	150	9925
14	4.310	440	9805	30.094	918	0044	.033	228	2015
15	4.784	589	4883	34.405	358	9849	.029	065	2395
16	5.310	894	3321	39.189	948	4732	.025	516	7470
17	5.895	092	7086	44.500	842	8053	.022	471	4845
18	6.543	552	9065	50.395	935	5139	.019	842	8701
19	7.263	343	7262	56.939	488	4204	.017	562	5041
20	8.062	311	5361	64.202	832	1466	.015	575	6369
21	8.949	165	8051	72.265	143	6828	.013	837	9300
22	9.933	574	0437	81.214	309	4879	.012	313	1011
23	11.026	267	1885	91.147	883	5315	.010	971	1818
24	12.239	156	5792	102.174	150	7200	.009	787	2113
25	13.585	463	8029	114.413	307	2992	.008	740	2421
26	15.079	864	8212	127.998	771	1021	.007	812	5750
27	16.738	649	9516	143.078	635	9233	.006	989	1636
28	18.579	901	4462	159.817	285	8749	.006	257	1454
29	20.623	690	6053	178.397	187	3211	.005	605	4695
30	22.892	296	5719	199.020	877	9265	.005	024	5985
31	25.410	449	1948	221.913	174	4984	.004	506	2669
32	28.205	598	6063	247.323	623	6932	.004	043	2854
33	31.308	214	4529	275.529	222	2995	.003	629	3791
34	34.752	118	0428	306.837	436	7524	.003	259	0547
35	38.574	851	0275	341.589	554	7952	.002	927	4900
36	42.818	084	6405	380.164	405	8226	.002	630	4409
37	47.528	073	9509	422.982	490	4631	.002	364	1641
38	52.756	162	0855	470.510	564	4141	.002	125	3508
39	58.559	339	9150	523.266	726	4996	.001	911	0713
40	65.000	867	3056	581.826	066	4146	.001	718	7267
41	72.150	962	7092	646.826	933	7202	.001	546	0086
42	80.087	568	6072	718.977	896	4294	.001	390	8633
43	88.897	201	1540	799.065	465	0366	.001	251	4619
44	98.675	893	2810	887.962	666	1906	.001	126	1735
45	109.530	241	5419	986.638	559	4716	.001	013	5424
46	121.578	568	1115	1096.168	801	0135	.000	912	2683
47	134.952	210	6037	1217.747	369	1250	.000	821	1884
48	149.796	953	7702	1352.699	579	7287	.000	739	2624
49	166.274	618	6849	1502.496	533	4989	.000	665	5589
50	184.564	826	7402	1668.771	152	1837	.000	599	2433
51	204.866	957	6816	1853.335	978	9239	.000	539	5676
52	227.402	323	0266	2058.202	936	6056	.000	485	8607
53	252.416	578	5595	2285.605	259	6322	.000	437	5209
54	280.182	402	2011	2538.021	838	1917	.000	394	0076
55	311.002	466	4432	2818.204	240	3928	.000	354	8359
56	345.212	737	7520	3129.206	706	8360	.000	319	5698
57	383.186	138	9047	3474.419	444	5880	.000	287	8179
58	425.336	614	1842	3857.605	583	4927	.000	259	2282
59	472.123	641	7445	4282.942	197	6769	.000	233	4844
60	524.057	242	3363	4755.065	839	4213	.000	210	3020

i = .11
j_(a) = .22
j_(w) = .44
j_(a) = 1.32

$$n$$

$$s = (1+i)^n$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

PRESENT WORTH OF 1
What \$1 due in the future is worth today

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 is
Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

PERIODS

.900	900	9009	.900	900	9009	1.110	000	0000	1
.811	622	4332	1.712	523	3341	.583	933	6493	2
.731	191	3813	2.443	714	7154	.409	213	0696	3
.658	730	9741	3.102	445	6896	.322	326	3515	4
.593	451	3281	3.695	897	0176	.270	570	3095	5
.534	640	8361	4.230	537	8537	.236	376	5636	6
.481	658	4109	4.712	196	2646	.212	215	2695	7
.433	926	4963	5.146	122	7609	.194	321	0542	8
.390	924	7714	5.537	047	5324	.180	601	6644	9
.352	184	4788	5.889	232	0111	.169	801	4271	10
.317	283	3142	6.206	515	3254	.161	121	0071	11
.285	840	8236	6.492	356	1490	.154	027	2864	12
.257	514	2555	6.749	870	4045	.148	150	9925	13
.231	994	8248	6.981	865	2293	.143	228	2015	14
.209	004	3467	7.190	869	5759	.139	065	2395	15
.188	292	2042	7.379	161	7801	.135	516	7470	16
.169	632	6164	7.548	794	3965	.132	471	4845	17
.152	822	1769	7.701	616	5734	.129	842	8701	18
.137	677	6369	7.839	294	2103	.127	562	5041	19
.124	033	9071	7.963	328	1174	.125	575	6369	20
.111	742	2586	8.075	070	3760	.123	837	9300	21
.100	668	7015	8.175	739	0775	.122	313	1011	22
.090	692	5239	8.266	431	6013	.120	971	1818	23
.081	704	9764	8.348	136	5778	.119	787	2113	24
.073	608	0869	8.421	744	6647	.118	740	2421	25
.066	313	5918	8.488	058	2565	.117	812	5750	26
.059	741	9746	8.547	800	2310	.116	989	1636	27
.053	821	5987	8.601	621	8298	.116	257	1454	28
.048	487	9268	8.650	109	7565	.115	605	4695	29
.043	682	8169	8.693	792	5735	.115	024	5985	30
.039	353	8891	8.733	146	4626	.114	506	2669	31
.035	453	9542	8.768	600	4167	.114	043	2854	32
.031	940	4992	8.800	540	9160	.113	629	3791	33
.028	775	2245	8.829	316	1405	.113	259	0547	34
.025	923	6257	8.855	239	7662	.112	927	4900	35
.023	354	6178	8.878	594	3840	.112	630	4409	36
.021	040	1962	8.899	634	5802	.112	364	1641	37
.018	955	1317	8.918	589	7119	.112	125	3508	38
.017	076	6952	8.935	666	4071	.111	911	0713	39
.015	384	4101	8.951	050	8172	.111	718	7267	40
.013	859	8289	8.964	910	6461	.111	546	0086	41
.012	486	3324	8.977	396	9785	.111	390	8633	42
.011	248	9481	8.988	645	9266	.111	251	4619	43
.010	134	1875	8.998	780	1140	.111	126	1735	44
.009	129	8986	9.007	910	0126	.111	013	5424	45
.008	225	1339	9.016	135	1465	.110	912	2683	46
.007	410	0305	9.023	545	1770	.110	821	1884	47
.006	675	7032	9.030	220	8802	.110	739	2624	48
.006	014	1470	9.036	235	0272	.110	665	5589	49
.005	418	1505	9.041	653	1777	.110	599	2433	50
.004	881	2166	9.046	534	3943	.110	539	5676	51
.004	397	4925	9.050	931	8868	.110	485	8607	52
.003	961	7049	9.054	893	5917	.110	437	5209	53
.003	569	1035	9.058	462	6952	.110	394	0076	54
.003	215	4086	9.061	678	1038	.110	354	8359	55
.002	896	7645	9.064	574	8683	.110	319	5698	56
.002	609	6977	9.067	184	5660	.110	287	8179	57
.002	351	0790	9.069	535	6451	.110	259	2282	58
.002	118	0892	9.071	653	7343	.110	233	4844	59
.001	908	1885	9.073	561	9228	.110	210	3020	60

1.32

.11
per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

11%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

22%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

22%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

44%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

44%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

132%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

132%

i = .11
j_(a) =

RATE

12%

PERIODS

AMOUNT OF How \$1 left at compound interest will grow.

AMOUNT OF I PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.

SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.

Table with columns for periods 1-60 and rows for different compounding frequencies: ANNUALLY (1-25), SEMIANNUALLY (26-35), QUARTERLY (36-45), MONTHLY (46-55).

ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is

12%

SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is

24%

QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is

48%

MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is

144%

i = .12, j(12) = .24, j(6) = .48, j(3) = 1.44

Formulas for n, s, s_n, and 1/s_n in terms of i and n.

PRESENT WORTH OF 1 What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD What \$1 payable periodically is worth today.

PARTIAL PAYMENT Annuity worth \$1 today Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

Table with columns for periods 1-60 and rows for different compounding frequencies: ANNUALLY (1-25), SEMIANNUALLY (26-35), QUARTERLY (36-45), MONTHLY (46-55).

12%

PERIODS

12 per period

ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is

12%

SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is

24%

QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is

48%

MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is

144%

i = .12, j(12) = .24, j(6) = .48, j(3) = 1.44

Formulas for v^n, a_n, and 1/a_n in terms of i and n.

RATE
13%

.13
per period

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is

13%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is

26%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is

52%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is

156%

$i = .13$
 $i^{(2)} = .26$
 $i^{(4)} = .52$
 $i^{(12)} = 1.56$

PERIODS	AMOUNT OF 1 How \$1 left at compound interest will grow.	AMOUNT OF 1 PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.	SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.
1	1.130 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.276 900 0000	2.130 000 0000	.469 483 5681
3	1.442 897 0000	3.406 900 0000	.293 521 9701
4	1.630 473 6100	4.849 797 0000	.206 194 1974
5	1.842 435 1793	6.480 270 6100	.154 314 5434
6	2.081 951 7526	8.322 705 7893	.120 153 2321
7	2.352 605 4804	10.404 657 5419	.096 110 8038
8	2.658 444 1929	12.757 263 0224	.078 386 7196
9	3.004 041 9380	15.415 707 2153	.064 868 9020
10	3.394 567 3899	18.419 749 1532	.054 289 5558
11	3.835 861 1506	21.814 316 5432	.045 841 4545
12	4.334 523 1002	25.650 177 6938	.038 986 0847
13	4.898 011 1032	29.984 700 7940	.033 350 3411
14	5.534 752 5466	34.882 711 8972	.028 667 4959
15	6.254 270 3777	40.417 464 4438	.024 741 7797
16	7.067 325 5268	46.671 734 8215	.021 426 2445
17	7.986 077 8453	53.739 060 3483	.018 608 4385
18	9.024 267 9652	61.725 138 1936	.016 200 8548
19	10.197 422 8006	70.749 406 1588	.014 134 3943
20	11.523 087 7647	80.946 828 9594	.012 353 7884
21	13.021 089 1741	92.469 916 7241	.010 814 3279
22	14.713 830 7668	105.491 005 8983	.009 479 4811
23	16.626 628 7665	120.204 836 6650	.008 319 1328
24	18.788 090 5061	136.831 465 4315	.007 308 2605
25	21.230 542 2719	155.619 555 9376	.006 425 9276
26	23.990 512 7672	176.850 098 2095	.005 654 5063
27	27.109 279 4270	200.840 610 9767	.004 979 0727
28	30.633 485 7525	227.949 890 4037	.004 386 9291
29	34.615 838 9003	258.583 376 1562	.003 867 2246
30	39.115 897 9573	293.199 215 0565	.003 410 6503
31	44.200 964 6918	332.315 113 0138	.003 009 1921
32	49.947 090 1017	376.516 077 7056	.002 655 9291
33	56.440 211 8150	426.463 167 8073	.002 344 8684
34	63.777 439 3509	482.903 379 6223	.002 070 8076
35	72.068 506 4665	546.680 818 9732	.001 829 2209
36	81.437 412 3072	618.749 325 4397	.001 616 1634
37	92.024 275 9071	700.186 737 7469	.001 428 1904
38	103.987 431 7750	792.211 013 6540	.001 262 2899
39	117.505 797 9058	896.198 445 4290	.001 115 8243
40	132.781 551 6335	1013.704 243 3348	.000 986 4810
41	150.043 153 3459	1146.485 794 9683	.000 872 2306
42	169.548 763 2808	1296.528 948 3141	.000 771 2901
43	191.590 102 5073	1466.077 711 5950	.000 682 0921
44	216.496 815 8333	1657.667 814 1023	.000 603 2572
45	244.641 401 8916	1874.164 629 9356	.000 533 5711
46	276.444 784 1375	2118.806 031 8273	.000 471 9639
47	312.382 606 0754	2395.250 815 9648	.000 417 4928
48	352.992 344 8652	2707.633 422 0402	.000 369 3262
49	398.881 349 6977	3060.625 766 9055	.000 326 7306
50	450.735 925 1584	3459.507 116 6032	.000 289 0585
51	509.331 595 4290	3910.243 041 7616	.000 255 7386
52	575.544 702 8348	4419.574 637 1906	.000 226 2661
53	650.365 514 2033	4995.119 340 0254	.000 200 1954
54	734.913 031 0497	5645.484 854 2287	.000 177 1327
55	830.451 725 0862	6380.397 885 2784	.000 156 7300
56	938.410 449 3474	7210.849 610 3646	.000 138 6799
57	1060.403 807 7626	8149.260 059 7120	.000 122 7105
58	1198.256 302 7717	9209.663 867 4745	.000 108 5816
59	1354.029 622 1320	10407.920 170 2462	.000 096 0807
60	1530.053 473 0092	11761.949 792 3782	.000 085 0199

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} } = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$s_{\overline{n} } = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
-----	---------------	---	---

PRESENT WORTH OF 1 What \$1 due in the future is worth today.	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD What \$1 payable periodically is worth today	PARTIAL PAYMENT Annuity worth \$1 today Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.	PERIODS	RATE %
.884 955 7522	.884 955 7522	1.130 000 0000	1	13%
.783 146 6834	1.668 102 4356	.599 483 5681	2	.13
.693 050 1623	2.361 152 5979	.423 521 9701	3	per period
.613 318 7277	2.974 471 3255	.336 194 1974	4	
.542 759 9360	3.517 231 2615	.284 314 5434	5	
.480 318 5274	3.997 549 7890	.250 153 2321	6	
.425 060 6437	4.422 610 4327	.226 110 8038	7	
.376 159 8617	4.798 770 2944	.208 386 7196	8	
.332 884 8334	5.131 655 1278	.194 868 9020	9	
.294 588 3481	5.426 243 4760	.184 289 5558	10	
.260 697 6532	5.686 941 1292	.175 841 4545	11	
.230 705 8878	5.917 647 0170	.168 986 0847	12	
.204 164 5038	6.121 811 5194	.163 350 3411	13	
.180 676 5509	6.302 488 0703	.158 667 4959	14	
.159 890 7530	6.462 378 8233	.154 741 7797	15	
.141 496 2416	6.603 875 0648	.151 426 2445	16	
.125 217 9129	6.729 092 9777	.148 608 4385	17	
.110 812 3123	6.839 905 2900	.146 200 8548	18	
.098 063 9932	6.937 969 2832	.144 134 3943	19	
.086 782 2949	7.024 751 5781	.142 353 7884	20	
.076 798 4910	7.101 550 0691	.140 814 3279	21	ANNUALLY
.067 963 2664	7.169 513 3355	.139 479 4811	22	If compounded annually
.060 144 4835	7.229 657 8190	.138 319 1328	23	nominal annual rate is
.053 225 2067	7.282 883 0257	.137 308 2605	24	13%
.047 101 9528	7.329 984 9785	.136 425 9276	25	
.041 683 1441	7.371 668 1225	.135 654 5063	26	
.036 887 7381	7.408 555 8607	.134 979 0727	27	
.032 644 0160	7.441 199 8767	.134 386 9291	28	
.028 888 5098	7.470 088 3864	.133 867 2246	29	
.025 565 0529	7.495 653 4393	.133 410 6503	30	SEMIANNUALLY
.022 623 9406	7.518 277 3799	.133 009 1921	31	If compounded semiannually
.020 021 1864	7.538 298 5663	.132 655 9291	32	nominal annual rate is
.017 717 8641	7.556 016 4304	.132 344 8684	33	
.015 679 5257	7.571 695 9561	.132 070 8076	34	26%
.013 875 6865	7.585 571 6425	.131 829 2209	35	
.012 279 3686	7.597 851 0111	.131 616 1634	36	
.010 866 6978	7.608 717 7089	.131 428 1904	37	
.009 616 5468	7.618 334 2557	.131 262 2899	38	
.008 510 2184	7.626 844 4741	.131 115 8243	39	
.007 531 1667	7.634 375 6408	.130 986 4810	40	QUARTERLY
.006 664 7493	7.641 040 3901	.130 872 2306	41	If compounded quarterly
.005 898 0082	7.646 938 3983	.130 771 2901	42	nominal annual rate is
.005 219 4763	7.652 157 8746	.130 682 0921	43	
.004 619 0056	7.656 776 8802	.130 603 2572	44	
.004 087 6156	7.660 864 4957	.130 533 5711	45	
.003 617 3589	7.664 481 8546	.130 471 9639	46	
.003 201 2026	7.667 683 0572	.130 417 4928	47	
.002 832 9226	7.670 515 9798	.130 369 3262	48	
.002 507 0112	7.673 022 9910	.130 326 7306	49	
.002 218 5940	7.675 241 5849	.130 289 0585	50	
.001 963 3575	7.677 204 9424	.130 255 7386	51	MONTHLY
.001 737 4845	7.678 942 4269	.130 226 2661	52	If compounded monthly
.001 537 5969	7.680 480 0238	.130 200 1954	53	nominal annual rate is
.001 360 7052	7.681 840 7291	.130 177 1327	54	
.001 204 1639	7.683 044 8930	.130 156 7300	55	156%
.001 065 6318	7.684 110 5247	.130 138 6799	56	
.000 943 0370	7.685 053 5617	.130 122 7105	57	
.000 834 5460	7.685 888 1077	.130 108 5816	58	
.000 738 5363	7.686 626 6440	.130 096 0807	59	
.000 653 5719	7.687 280 2159	.130 085 0199	60	

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} } = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} }} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---------------------------	---------------------------------------	---	-----

RATE 14%	PERIODS	AMOUNT OF 1 How \$1 left at compound interest will grow.	AMOUNT OF 1 PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.	SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.
.14 per period	1	1.140 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
	2	1.299 600 0000	2.140 000 0000	.467 289 -7196
	3	1.481 544 0000	3.439 600 0000	.290 731 4804
	4	1.688 960 1600	4.921 144 0000	.203 204 7833
	5	1.925 414 5824	6.610 104 1600	.151 283 5465
	6	2.194 972 6239	8.535 518 7424	.117 157 4957
	7	2.502 268 7913	10.730 491 3663	.093 192 3773
	8	2.852 586 4221	13.232 760 1576	.075 570 0238
	9	3.251 948 5212	16.085 346 5797	.062 168 3838
	10	3.707 221 3141	19.337 295 1008	.051 713 5408
ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is 14%	11	4.226 232 2981	23.044 516 4150	.043 394 2714
	12	4.817 904 8198	27.270 748 7131	.036 669 3269
	13	5.492 411 4946	32.088 653 5329	.031 163 6635
	14	6.261 349 1038	37.581 065 0275	.026 609 1448
	15	7.137 937 9784	43.842 414 1313	.022 808 9630
	16	8.137 249 2954	50.980 352 1097	.019 615 4000
	17	9.276 464 1967	59.117 601 4051	.016 915 4359
	18	10.575 169 1843	68.394 065 6018	.014 621 1516
	19	12.055 692 8700	78.969 234 7861	.012 663 1593
	20	13.743 489 8719	91.024 927 6561	.010 986 0016
SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is 28%	21	15.667 578 4539	104.768 417 5280	.009 544 8612
	22	17.861 039 4375	120.435 995 9819	.008 303 1654
	23	20.361 584 9587	138.297 035 4193	.007 230 8130
	24	23.212 206 8529	158.658 620 3780	.006 302 8406
	25	26.461 915 8123	181.870 827 2310	.005 498 4079
	26	30.166 584 0261	208.332 743 0433	.004 800 0136
	27	34.389 905 7897	238.499 327 0694	.004 192 8839
	28	39.204 492 6003	272.889 232 8591	.003 664 9005
	29	44.693 121 5643	312.093 725 4594	.003 204 1657
	30	50.950 158 5833	356.786 847 0237	.002 802 7939
QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is 56%	31	58.083 180 7850	407.737 005 6070	.002 452 5613
	32	66.214 826 0949	465.820 186 3920	.002 146 7511
	33	75.484 901 7482	532.035 012 4868	.001 879 5755
	34	86.052 787 9929	607.519 914 2350	.001 646 0366
	35	98.100 178 3119	693.572 702 2279	.001 441 8099
	36	111.834 203 2756	791.672 880 5398	.001 263 1480
	37	127.490 991 7342	903.507 083 8154	.001 106 7982
	38	145.339 730 5769	1030.998 075 5495	.000 969 9339
	39	165.687 292 8577	1176.337 806 1264	.000 850 0959
	40	188.883 513 8578	1342.025 098 9841	.000 745 1425
MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is 168%	41	215.327 205 7979	1530.908 612 8419	.000 653 2069
	42	245.473 014 6096	1746.235 818 6398	.000 572 6603
	43	279.839 236 6549	1991.708 833 2494	.000 502 0814
	44	319.016 729 7866	2271.548 069 9043	.000 440 2284
	45	363.679 071 9567	2590.564 799 6909	.000 386 0162
	46	414.594 142 0307	2954.243 871 6476	.000 338 4961
	47	472.637 321 9150	3368.838 013 6783	.000 296 8383
	48	538.806 546 9831	3841.475 335 5932	.000 260 3167
	49	614.239 463 5607	4380.281 882 5763	.000 228 2958
	50	700.232 988 4592	4994.521 346 1370	.000 200 2194
ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is 14%	51	798.265 606 8435	5694.754 334 5961	.000 175 6002
	52	910.022 791 8015	6493.019 941 4396	.000 154 0115
	53	1037.425 982 6538	7403.042 733 2411	.000 135 0796
	54	1182.665 620 2253	8440.468 715 8949	.000 118 4768
	55	1348.238 807 0568	9623.134 336 1202	.000 103 9162
	56	1536.992 240 0448	10971.373 143 1770	.000 091 1463
	57	1752.171 153 6510	12508.365 383 2218	.000 079 9465
	58	1997.475 115 1622	14260.536 536 8728	.000 070 1236
	59	2277.121 631 2849	16258.011 652 0350	.000 061 5081
	60	2595.918 659 6648	18535.133 283 3199	.000 053 9516

i = .14
j₍₂₎ = .28
j₍₄₎ = .56
j₍₁₂₎ = 1.68

n	s = (1+i) ⁿ	s _(i) = $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{1}{s_{(i)}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
---	------------------------	--	---

PRESENT WORTH OF 1 What \$1 due in the future is worth today	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD What \$1 payable periodically is worth today	PARTIAL PAYMENT Annuity worth \$1 today Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.	PERIODS	RATE 14%
.877 192 9825	.877 192 9825	1.140 000 0000	1	.14 per period
.769 467 5285	1.646 660 5109	.607 289 7196	2	
.674 971 5162	2.321 632 0271	.430 731 4804	3	
.592 080 2774	2.913 712 3045	.343 204 7833	4	
.519 368 6644	3.433 080 9689	.291 283 5465	5	
.455 586 5477	3.888 667 5165	.257 157 4957	6	
.399 637 3225	4.288 304 8391	.233 192 3773	7	
.350 559 0549	4.638 863 8939	.215 570 0238	8	
.307 507 9429	4.946 371 8368	.202 168 3838	9	
.269 743 8095	5.216 115 6463	.191 713 5408	10	
.236 617 3768	5.452 733 0231	.183 394 2714	11	
.207 559 1024	5.660 292 1255	.176 669 3269	12	
.182 069 3881	5.842 361 5136	.171 163 6635	13	
.159 709 9896	6.002 071 5032	.166 609 1448	14	
.140 096 4821	6.142 167 9852	.162 808 9630	15	
.122 891 6509	6.265 059 6362	.159 615 4000	16	
.107 799 6938	6.372 859 3300	.156 915 4359	17	
.094 561 1349	6.467 420 4649	.154 621 1516	18	
.082 948 3640	6.550 368 8288	.152 663 1593	19	
.072 761 7228	6.623 130 5516	.150 986 0016	20	
.063 826 0726	6.686 956 6242	.149 544 8612	21	
.055 987 7830	6.742 944 4072	.148 303 1654	22	
.049 112 0903	6.792 056 4976	.147 230 8130	23	
.043 080 7810	6.835 137 2786	.146 302 8406	24	
.037 790 1588	6.872 927 4373	.145 498 4079	25	
.033 149 2621	6.906 076 6994	.144 800 0136	26	
.029 078 3001	6.935 154 9995	.144 192 8839	27	
.025 507 2808	6.960 662 2803	.143 664 4905	28	
.022 374 8077	6.983 037 0879	.143 204 1657	29	
.019 627 0243	7.002 664 1122	.142 802 7939	30	
.017 216 6880	7.019 880 8002	.142 452 5613	31	
.015 102 3579	7.034 983 1581	.142 146 7511	32	
.013 247 6823	7.048 230 8404	.141 879 5755	33	
.011 620 7740	7.059 851 6144	.141 646 0366	34	
.010 193 6614	7.070 045 2758	.141 441 8099	35	
.008 941 8082	7.078 987 0840	.141 263 1480	36	
.007 843 6914	7.086 830 7755	.141 106 7982	37	
.006 880 4311	7.093 711 2065	.140 969 9339	38	
.006 035 4659	7.099 746 6724	.140 850 0959	39	
.005 294 2683	7.105 040 9407	.140 745 1425	40	
.004 644 0950	7.109 685 0357	.140 653 2069	41	
.004 073 7675	7.113 758 8033	.140 572 6603	42	
.003 573 4803	7.117 332 2836	.140 502 0814	43	
.003 134 6318	7.120 466 9154	.140 440 2284	44	
.002 749 6771	7.123 216 5925	.140 386 0162	45	
.002 411 9974	7.125 628 5899	.140 338 4961	46	
.002 115 7872	7.127 744 3771	.140 296 8383	47	
.001 855 9537	7.129 600 8308	.140 260 3167	48	
.001 628 0296	7.131 228 3603	.140 228 2958	49	
.001 428 0961	7.132 656 4564	.140 200 2194	50	
.001 252 7159	7.133 909 1723	.140 175 6002	51	
.001 098 8736	7.135 008 0459	.140 154 0115	52	
.000 963 9242	7.135 971 9701	.140 135 0796	53	
.000 845 5475	7.136 817 5176	.140 118 4768	54	
.000 741 7084	7.137 559 2260	.140 103 9162	55	
.000 650 6214	7.138 209 8473	.140 091 1463	56	
.000 570 7205	7.138 780 5678	.140 079 9465	57	
.000 500 6320	7.139 281 1999	.140 070 1236	58	
.000 439 1509	7.139 720 3508	.140 061 5081	59	
.000 385 2201	7.140 105 5708	.140 053 9516	60	

i = .14
j₍₂₎ = .28
j₍₄₎ = .56
j₍₁₂₎ = 1.68

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} } = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} }} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---------------------------	---------------------------------------	---	---

RATE
15%

P E R I O D S

AMOUNT OF 1
How \$1 left at compound interest will grow.

AMOUNT OF 1 PER PERIOD
How \$1 deposited periodically will grow.

SINKING FUND
Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.

PRESENT WORTH OF 1
What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today
Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

P E R I O D S

RATE
5%

1	1.150 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.322 500 0000	2.150 000 0000	.465 116 2791
3	1.520 875 0000	3.472 500 0000	.287 976 9618
4	1.749 006 2500	4.993 375 0000	.200 265 3516
5	2.011 357 1875	6.742 381 2500	.148 315 5525
6	2.313 060 7656	8.753 738 4375	.114 236 9066
7	2.660 019 8805	11.066 799 2031	.090 360 3636
8	3.059 022 8625	13.726 819 0836	.072 850 0896
9	3.517 876 2919	16.785 841 9461	.059 574 0150
10	4.045 557 7357	20.303 718 2381	.049 252 0625
11	4.652 391 3961	24.349 275 9738	.041 068 9830
12	5.350 250 1055	29.001 667 3698	.034 480 7761
13	6.152 787 6213	34.351 917 4753	.029 110 4565
14	7.075 705 7645	40.504 705 0966	.024 688 4898
15	8.137 061 6292	47.580 410 8611	.021 017 0526
16	9.357 620 8735	55.717 472 4902	.017 947 6914
17	10.761 264 0046	65.075 093 3638	.015 366 8623
18	12.375 453 6053	75.836 357 3683	.013 186 2874
19	14.231 771 6460	88.211 810 9736	.011 336 3504
20	16.366 537 3929	102.443 582 6196	.009 761 4704
21	18.821 518 0019	118.810 120 0126	.008 416 7914
22	21.644 745 7022	137.631 638 0145	.007 265 7713
23	24.891 457 5575	159.276 383 7166	.006 278 3947
24	28.625 176 1911	184.167 841 2741	.005 429 8296
25	32.918 952 6198	212.793 017 4653	.004 699 4023
26	37.856 795 5128	245.711 970 0851	.004 069 8058
27	43.535 314 8397	283.568 765 5978	.003 526 4815
28	50.065 612 0656	327.104 080 4375	.003 057 1309
29	57.575 453 8755	377.169 692 5031	.002 651 3265
30	66.211 771 9568	434.745 146 3786	.002 300 1982
31	76.143 537 7503	500.956 918 3354	.001 996 1796
32	87.565 068 4128	577.100 456 0857	.001 732 8006
33	100.699 828 6748	664.665 524 4985	.001 504 5161
34	115.804 802 9760	765.365 353 1733	.001 306 5655
35	133.175 523 4224	881.170 156 1493	.001 134 8546
36	153.151 851 9358	1014.345 679 5717	.000 985 8572
37	176.124 629 7261	1167.497 531 5074	.000 856 5329
38	202.543 324 1850	1343.622 161 2335	.000 744 2569
39	232.924 822 8128	1546.165 485 4186	.000 646 7613
40	267.863 546 2347	1779.090 308 2314	.000 562 0850
41	308.043 078 1699	2046.953 854 4661	.000 488 5308
42	354.249 539 8954	2354.996 932 6360	.000 424 6290
43	407.386 970 8797	2709.246 472 5314	.000 369 1063
44	468.495 016 5117	3116.633 443 4111	.000 320 8590
45	538.769 268 9884	3585.128 459 9227	.000 278 9300
46	619.584 659 3367	4123.897 728 9111	.000 242 4890
47	702.522 358 2372	4743.482 388 2478	.000 210 8156
48	799.400 711 9727	5456.004 746 4850	.000 183 2843
49	902.310 818 7687	6275.405 458 4577	.000 159 3523
50	1023.657 441 5840	7217.716 277 2264	.000 138 5480
51	1246.206 057 8216	8301.373 718 8103	.000 120 4620
52	1433.136 966 4948	9547.579 776 6319	.000 104 7386
53	1648.107 511 4690	10980.716 743 1267	.000 091 0687
54	1895.323 638 1894	12628.824 254 5957	.000 079 1839
55	2179.622 183 9178	14524.147 892 7850	.000 068 8509
56	2505.565 511 5054	16703.770 076 7028	.000 059 8667
57	2882.550 338 2312	19210.335 588 2082	.000 052 0553
58	3314.932 888 9659	22092.885 926 4394	.000 045 2634
59	3812.172 822 3108	25407.818 815 4053	.000 039 3580
60	4383.998 745 6574	29219.991 637 7161	.000 034 2231

.869 565 2174	.869 565 2174	1.150 000 0000	1
.756 143 6673	1.625 708 8847	.615 116 2791	2
.657 516 2324	2.283 225 1171	.437 976 9618	3
.571 753 2456	2.854 978 3627	.350 265 3516	4
.497 176 7353	3.352 155 0980	.298 315 5525	5
.432 327 9599	3.784 482 6939	.264 236 9066	6
.375 937 0399	4.160 419 7338	.240 360 3636	7
.326 901 7738	4.487 321 5077	.222 850 0896	8
.284 262 4120	4.771 583 9197	.209 574 0150	9
.247 184 7061	5.018 768 6259	.199 252 0625	10
.214 943 2227	5.233 711 8486	.191 068 9830	11
.186 907 1502	5.420 618 9988	.184 480 7761	12
.162 527 9567	5.583 146 9554	.179 110 4565	13
.141 328 6580	5.724 475 6134	.174 688 4898	14
.122 894 4852	5.847 370 0986	.171 017 0526	15
.106 864 7697	5.954 234 8684	.167 947 6914	16
.092 925 8867	6.047 160 7551	.165 366 8623	17
.080 805 1189	6.127 965 8740	.163 186 2874	18
.070 265 3208	6.198 231 1948	.161 336 3504	19
.061 100 2789	6.259 331 4737	.159 761 4704	20
.053 130 6773	6.312 462 1511	.158 416 7914	21
.046 200 5890	6.358 662 7401	.157 265 7713	22
.040 174 4252	6.398 837 1653	.156 278 3947	23
.034 934 2828	6.433 771 4481	.155 429 8296	24
.030 377 6372	6.464 149 0853	.154 699 4023	25
.026 415 3367	6.490 564 4220	.154 069 8058	26
.022 969 8580	6.513 534 2800	.153 526 4815	27
.019 973 7896	6.533 508 0695	.153 057 1309	28
.017 368 5127	6.550 876 5822	.152 651 3265	29
.015 103 0545	6.565 979 6367	.152 300 1982	30
.013 133 0909	6.579 112 7276	.151 996 1796	31
.011 420 0790	6.590 532 8066	.151 732 8006	32
.009 930 5035	6.600 463 3101	.151 504 5161	33
.008 635 2204	6.609 098 5305	.151 306 5655	34
.007 508 8873	6.616 607 4178	.151 134 8546	35
.006 529 4672	6.623 136 8851	.150 985 8572	36
.005 677 7976	6.628 814 6827	.150 856 5329	37
.004 937 2153	6.633 751 8980	.150 744 2569	38
.004 293 2307	6.638 045 1287	.150 646 7613	39
.003 733 2441	6.641 778 3728	.150 562 0850	40
.003 246 2992	6.645 024 6720	.150 488 5308	41
.002 822 8689	6.647 847 5408	.150 424 6290	42
.002 454 6686	6.650 302 2094	.150 369 1063	43
.002 134 4944	6.652 436 7038	.150 320 8590	44
.001 856 0821	6.654 292 7860	.150 278 9300	45
.001 613 9844	6.655 906 7704	.150 242 4890	46
.001 403 4647	6.657 310 2351	.150 210 8156	47
.001 220 4041	6.658 530 6392	.150 183 2843	48
.001 061 2210	6.659 591 8602	.150 159 3523	49
.000 922 8008	6.660 514 6611	.150 138 5480	50
.000 802 4355	6.661 317 0966	.150 120 4620	51
.000 697 7700	6.662 014 8666	.150 104 7386	52
.000 606 7565	6.662 621 6231	.150 091 0687	53
.000 527 6144	6.663 149 2375	.150 079 1839	54
.000 458 7951	6.663 608 0326	.150 068 8509	55
.000 398 9523	6.664 006 9849	.150 059 8667	56
.000 346 9150	6.664 353 8999	.150 052 0553	57
.000 301 6652	6.664 655 5651	.150 045 2634	58
.000 262 3176	6.664 917 8827	.150 039 3580	59
.000 228 1023	6.665 145 9850	.150 034 2231	60

n $s = (1+i)^n$ $s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ $\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$ $a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i}$ $\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1-v^n}$ n

.15
per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is **15%**

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is **30%**

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is **60%**

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is **180%**

$i = .15$
 $j^{(2)} = .30$
 $j^{(4)} = .60$
 $j^{(12)} = 1.80$

.15
per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is **15%**

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is **30%**

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is **60%**

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is **180%**

$i = .15$
 $j^{(2)} = .30$
 $j^{(4)} = .60$
 $j^{(12)} = 1.80$

RATE

10%

.16
per period

ANNUALLY

If compounded annually nominal annual rate is

16%

SEMIANNUALLY

If compounded semiannually nominal annual rate is

32%

QUARTERLY

If compounded quarterly nominal annual rate is

64%

MONTHLY

If compounded monthly nominal annual rate is

192%

$i = .16$
 $ju = .32$
 $ju^2 = .64$
 $ju^3 = 1.9$

PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
1	1.160 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.346 000 0000	2.160 000 0000	.462 962 9630
3	1.560 396 0000	3.505 600 0000	.285 257 8731
4	1.810 639 3600	5.066 496 0000	.197 375 0695
5	2.100 341 6576	6.877 135 3600	.145 409 3816
6	2.436 396 3228	8.977 477 0176	.111 389 871
7	2.826 219 7345	11.413 873 3404	.087 612 671
8	3.278 414 8920	14.240 093 0749	.070 224 2601
9	3.802 961 2747	17.518 507 9669	.057 082 4868
10	4.411 435 0786	21.321 469 2416	.046 901 0831
11	5.117 264 6912	25.732 904 3202	.038 860 7515
12	5.936 027 0418	30.850 169 0114	.032 414 7333
13	6.885 791 3685	36.786 196 0533	.027 184 1100
14	7.987 517 9875	43.671 987 4218	.022 897 9733
15	9.265 520 8655	51.659 505 4093	.019 357 5218
16	10.748 004 2040	60.925 026 2748	.016 413 6162
17	12.467 684 8766	71.673 030 4787	.013 952 2494
18	14.462 514 4569	84.140 715 3553	.011 884 8526
19	16.776 516 7700	98.603 229 8122	.010 141 6556
20	19.460 759 4531	115.379 746 5821	.008 667 0324
21	22.574 480 9656	134.840 506 0353	.007 416 1691
22	26.186 397 9201	157.414 987 0009	.006 352 6353
23	30.376 221 5874	183.601 384 9211	.005 446 5820
24	35.236 417 0414	213.977 606 5085	.004 673 3862
25	40.874 243 7680	249.214 023 5498	.004 012 6153
26	47.414 122 7708	290.088 267 3178	.003 447 2266
27	55.000 382 4142	337.502 390 0886	.002 962 9420
28	63.800 443 6004	392.502 772 5028	.002 547 7527
29	74.008 514 5765	456.303 216 1032	.002 191 5252
30	85.849 876 9088	530.311 730 6798	.001 885 6833
31	99.585 857 2142	616.161 607 5885	.001 622 9508
32	115.519 594 3684	715.747 464 8027	.001 397 1408
33	134.002 729 4674	831.267 059 1711	.001 202 9828
34	155.443 166 1822	965.269 788 6385	.001 035 9798
35	180.314 072 7713	1120.712 954 8207	.000 892 2891
36	209.164 324 4147	1301.027 027 5920	.000 768 6235
37	242.630 616 3211	1510.191 352 0067	.000 662 1677
38	281.451 514 9324	1752.821 968 3278	.000 570 5086
39	326.483 757 3216	2034.273 483 2602	.000 491 5760
40	378.721 158 4931	2360.757 240 5818	.000 423 5929
41	439.316 543 8520	2739.478 399 0749	.000 365 0330
42	509.607 190 8683	3178.794 942 9269	.000 314 5846
43	591.144 341 4072	3668.402 133 7952	.000 271 1201
44	685.727 436 0324	4279.546 475 2025	.000 233 6696
45	795.443 825 7976	4965.273 911 2349	.000 201 3988
46	927.714 837 9252	5760.717 737 0324	.000 173 5895
47	1070.349 211 9932	6683.432 574 9576	.000 149 6237
48	1241.605 085 9121	7753.781 786 9508	.000 128 9693
49	1440.261 899 6581	8995.336 372 8630	.000 111 1681
50	1670.703 803 6034	10435.648 772 5211	.000 095 8254
51	1938.016 412 1799	12106.352 576 1244	.000 082 6013
52	2248.099 038 1287	14044.368 983 3043	.000 071 2029
53	2607.794 884 2293	16292.468 026 4330	.000 061 3781
54	3025.042 065 7060	18900.262 910 6623	.000 052 9093
55	3509.048 796 2189	21925.304 976 3683	.000 045 6094
56	4070.496 603 6140	25434.353 772 5872	.000 039 3169
57	4721.776 060 1922	29504.850 376 2012	.000 033 8927
58	5477.260 229 8229	34226.626 436 3934	.000 029 2170
59	6353.621 866 5946	39703.886 666 2163	.000 025 1865
60	7370.201 365 2497	46057.508 532 8109	.000 021 7120

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} } = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{1}{s_{\overline{n} }} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
-----	---------------	---	---

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD

What \$1 due in the future is worth today

What \$1 payable periodically is worth today

Annuity worth \$1 today

Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

ERIODS

.862 068 9655	.862 068 9655	1.160 000 0000	1
.743 162 9013	1.605 231 8668	.622 962 9630	2
.640 657 6735	2.245 889 5404	.445 257 8731	3
.552 291 0979	2.798 180 6382	.357 375 0595	4
.476 113 0154	3.274 293 6537	.305 409 3816	5
.410 442 2547	3.684 735 9083	.271 389 8702	6
.353 829 5299	4.038 565 4382	.247 612 6771	7
.305 025 4568	4.343 590 8950	.230 224 2601	8
.262 952 9800	4.606 543 8750	.217 082 4868	9
.226 683 6034	4.833 227 4785	.206 901 0831	10
.195 416 8995	5.028 644 3780	.198 860 7515	11
.168 462 8444	5.197 107 2224	.192 414 7333	12
.145 226 5900	5.342 333 8124	.187 184 1100	13
.125 195 3362	5.467 529 1486	.182 897 9733	14
.107 927 0140	5.575 456 1626	.179 357 5218	15
.093 040 5293	5.668 496 6919	.176 413 6162	16
.080 207 3528	5.748 704 0447	.173 952 2494	17
.069 144 2697	5.817 848 3144	.171 884 8526	18
.059 607 1290	5.877 455 4435	.170 141 6556	19
.051 385 4561	5.928 840 8996	.168 667 0324	20
.044 297 8070	5.973 138 7065	.167 416 1691	21
.038 187 7646	6.011 326 4711	.166 352 6353	22
.032 920 4867	6.044 246 9579	.165 446 5820	23
.028 379 7299	6.072 626 6878	.164 673 3862	24
.024 465 2844	6.097 091 9723	.164 012 6153	25
.021 090 7624	6.118 182 7347	.163 447 2266	26
.018 181 6918	6.136 364 4265	.162 962 9420	27
.015 673 8722	6.152 038 2987	.162 547 7527	28
.013 511 9588	6.165 550 2575	.162 191 5252	29
.011 648 2403	6.177 198 4978	.161 885 6833	30
.010 041 5865	6.187 240 0843	.161 622 9508	31
.008 656 5401	6.195 896 6244	.161 397 1408	32
.007 462 5346	6.203 359 1590	.161 202 9828	33
.006 433 2194	6.209 792 3784	.161 035 9798	34
.005 545 8788	6.215 338 2573	.160 892 2891	35
.004 780 9300	6.220 119 1873	.160 768 6235	36
.004 121 4914	6.224 240 6787	.160 662 1677	37
.003 553 0098	6.227 793 6885	.160 570 5086	38
.003 062 9375	6.230 856 6281	.160 491 5760	39
.002 640 4651	6.233 497 0932	.160 423 5929	40
.002 276 2630	6.235 773 3562	.160 365 0330	41
.001 962 2957	6.237 735 6519	.160 314 5846	42
.001 691 6342	6.239 427 2861	.160 271 1201	43
.001 458 3054	6.240 885 5915	.160 233 6696	44
.001 257 1598	6.242 142 7513	.160 201 3988	45
.001 083 7584	6.243 226 5097	.160 173 5895	46
.000 934 2745	6.244 160 7842	.160 149 6237	47
.000 805 4091	6.244 966 1933	.160 128 9693	48
.000 694 3182	6.245 660 5115	.160 111 1681	49
.000 598 5501	6.246 259 0616	.160 095 8254	50
.000 515 9915	6.246 775 0531	.160 082 6013	51
.000 444 8203	6.247 219 8734	.160 071 2029	52
.000 383 4657	6.247 603 3391	.160 061 3781	53
.000 330 5739	6.247 933 9130	.160 052 9093	54
.000 284 9775	6.248 218 8905	.160 045 6094	55
.000 245 6703	6.248 464 5608	.160 039 3169	56
.000 211 7847	6.248 676 3455	.160 033 8927	57
.000 182 5730	6.248 858 9186	.160 029 2170	58
.000 157 3905	6.249 016 3091	.160 025 1865	59
.000 135 6815	6.249 151 9906	.160 021 7120	60

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} } = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} }} = \frac{i}{1-v^n}$
---------------------------	---------------------------------------	---

16%

.16
per period

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

16%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

32%

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

64%

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

192%

$i = .16$
 $ju = .32$
 $ju^2 = .64$
 $ju^3 = 1.92$

RATE

17%

.17 per period

Table with columns: PERIODS, AMOUNT OF I (How \$1 left at compound interest will grow.), AMOUNT OF I PER PERIOD (How \$1 deposited periodically will grow.), SINKING FUND (Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.). Rows 1-60.

ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is

17%

SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is

34%

QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is

68%

MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is

204%

i = .17 j(12) = .34 j(4) = .68 j(36) = 2.04

Formulas: s = (1+i)^n, s_n = ((1+i)^n - 1) / i, 1/s_n = i / ((1+i)^n - 1)

RATE

17%

.17 per period

Table with columns: PRESENT WORTH OF I (What \$1 due in the future is worth today.), PRESENT WORTH OF I PER PERIOD (What \$1 payable periodically is worth today.), PARTIAL PAYMENT (Annuity worth \$1 today Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.), PERIODS. Rows 1-60.

ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is

17%

SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is

34%

QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is

68%

MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is

204%

i = .17 j(12) = .34 j(4) = .68 j(36) = 2.04

Formulas: v^n = 1 / (1+i)^n, a_n = (1-v^n) / i, 1/a_n = i / (1-v^n)

RATE
18%

.18
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

18%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

36%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

72%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

216%

i = .18
j(1) = .36
j(2) = .72
j(3) = 2.16

PERIODS	AMOUNT OF 1 How \$1 left at compound interest will grow.	AMOUNT OF 1 PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.	SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.
1	1.180 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.392 400 0000	2.180 000 0000	.458 715 5963
3	1.643 032 0000	3.572 400 0000	.279 923 8607
4	1.938 777 7600	5.215 432 0000	.191 738 6709
5	2.287 757 7568	7.154 209 7600	.139 777 8418
6	2.699 554 1530	9.441 967 5168	.105 910 1292
7	3.185 473 9006	12.141 521 6698	.082 361 9994
8	3.758 859 2027	15.326 995 5704	.065 244 3589
9	4.435 453 8592	19.085 854 7731	.052 394 8239
10	5.233 835 5538	23.521 308 6322	.042 514 6413
11	6.175 925 9535	28.755 144 1860	.034 776 3862
12	7.287 592 6251	34.931 070 1395	.028 627 8089
13	8.599 359 2976	42.218 662 7646	.023 686 2073
14	10.147 243 9712	50.818 022 0622	.019 678 0583
15	11.973 747 8860	60.965 266 0334	.016 402 7825
16	14.129 022 5055	72.939 013 9195	.013 710 0839
17	16.572 246 5565	87.068 036 4250	.011 485 2711
18	19.673 250 9367	103.740 282 9814	.009 639 4570
19	23.214 436 1053	123.413 533 9181	.008 102 8390
20	27.393 034 6042	146.627 970 0234	.006 819 9812
21	32.323 780 8330	174.021 004 6276	.005 746 4327
22	38.142 061 3829	206.344 785 4605	.004 846 2577
23	45.007 632 4318	244.486 846 8434	.004 090 1996
24	53.109 006 2695	289.494 479 2752	.003 454 2973
25	62.668 627 3981	342.603 485 5448	.002 918 8261
26	73.948 980 3297	405.272 112 9429	.002 467 4779
27	87.259 796 7891	479.221 093 2726	.002 086 7195
28	102.966 560 2111	566.480 890 0616	.001 765 2846
29	121.500 541 0491	669.447 450 2727	.001 493 7692
30	143.370 638 4379	790.947 991 3218	.001 264 3056
31	169.177 353 3568	934.318 629 7597	.001 070 2987
32	199.629 276 9610	1103.495 983 1165	.000 906 2108
33	235.562 546 8139	1303.125 260 0775	.000 767 3859
34	277.963 805 2405	1538.687 806 8914	.000 649 9044
35	327.997 290 1837	1816.651 612 1319	.000 550 4633
36	387.036 802 4168	2144.648 902 3156	.000 466 2768
37	456.703 426 8518	2531.685 704 7324	.000 394 9937
38	538.910 043 6852	2998.389 131 5843	.000 334 6284
39	635.913 851 5485	3527.299 175 2694	.000 283 5030
40	750.378 344 8272	4163.213 026 8179	.000 240 1991
41	885.446 446 8961	4913.591 371 6451	.000 203 5171
42	1044.826 807 3374	5799.037 818 5413	.000 172 4424
43	1232.895 632 6582	6843.864 625 8787	.000 146 1163
44	1454.816 846 5366	8076.760 258 5369	.000 123 8120
45	1716.683 878 9132	9531.577 105 0735	.000 104 9144
46	2025.686 977 1176	11248.260 933 9867	.000 088 9026
47	2390.310 632 9988	13273.947 961 1043	.000 075 3355
48	2820.566 546 9386	15664.258 594 1031	.000 063 8396
49	3328.268 525 3875	18484.825 141 0417	.000 054 0984
50	3927.356 859 9573	21813.093 666 4292	.000 045 8440
51	4634.281 094 7496	25740.450 526 3864	.000 038 8494
52	5468.451 691 8045	30374.731 621 1360	.000 032 9221
53	6452.772 996 3293	35843.183 312 9405	.000 027 8993
54	7614.272 135 6686	42295.956 309 2698	.000 023 6429
55	8984.841 120 0889	49910.228 444 9383	.000 020 0360
56	10602.112 521 7049	58895.069 565 0272	.000 016 9794
57	12510.492 775 6118	69497.182 086 7321	.000 014 3891
58	14762.381 475 2219	82007.674 862 3439	.000 012 1940
59	17419.610 140 7618	96770.056 337 5658	.000 010 3338
60	20555.139 966 0990	114189.666 478 3276	.000 008 7574

$$s_n = (1+i)^n$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

PRESENT WORTH
OF 1.
What \$1 due in the
future is worth
today.

PRESENT WORTH
OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable
periodically is
worth today

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today
Periodic payment
necessary to pay off a
loan of \$1

RATE
18%

.18
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

18%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

36%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

72%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

216%

i = .18
j(1) = .36
j(2) = .72
j(3) = 2.16

.847 457 6271	.847 457 6271	1.180 000 0000	1
.718 184 4298	1.565 642 0569	.638 715 5963	2
.608 630 8727	2.174 272 9296	.459 923 8607	3
.515 788 8752	2.690 061 8047	.371 738 6709	4
.437 109 2162	3.127 171 0209	.319 777 8418	5
.370 431 5392	3.497 602 5601	.285 910 1292	6
.313 925 0332	3.811 527 5933	.262 361 9994	7
.266 038 1637	4.077 565 7571	.245 244 3589	8
.225 456 0710	4.303 021 8280	.232 394 8239	9
.191 064 4669	4.494 086 2949	.222 514 6413	10
.161 919 0398	4.656 005 3347	.214 776 3862	11
.137 219 5252	4.793 224 8599	.208 627 8089	12
.116 287 7332	4.909 512 5931	.203 686 2073	13
.098 548 9265	5.008 061 5196	.199 678 0583	14
.083 516 0394	5.091 577 5590	.196 402 7825	15
.070 776 3046	5.162 353 8635	.193 710 0839	16
.059 979 9191	5.222 333 7827	.191 485 2711	17
.050 830 4399	5.273 164 2226	.189 639 4570	18
.043 076 6440	5.316 240 8666	.188 102 8390	19
.036 505 6305	5.352 746 4971	.186 819 9812	20
.030 936 9750	5.383 683 4721	.185 746 4327	21
.026 217 7754	5.409 901 2476	.184 846 2577	22
.022 218 4538	5.432 119 7013	.184 090 1996	23
.018 829 1981	5.450 948 8994	.183 454 2973	24
.015 956 9475	5.466 905 8470	.182 918 8261	25
.013 522 8369	5.480 428 6839	.182 467 4779	26
.011 460 0313	5.491 888 7152	.182 086 7195	27
.009 711 8909	5.501 600 6061	.181 765 2846	28
.008 230 4160	5.509 831 0221	.181 493 7692	29
.006 974 9288	5.516 805 9509	.181 264 3056	30
.005 910 9566	5.522 716 9076	.181 070 2987	31
.005 009 2853	5.527 726 1928	.180 906 2108	32
.004 245 1570	5.531 971 3499	.180 767 3859	33
.003 597 5907	5.535 568 9406	.180 649 9044	34
.003 048 8057	5.538 617 7462	.180 550 4633	35
.002 583 7336	5.541 201 4799	.180 466 2768	36
.002 189 6048	5.543 391 0846	.180 394 9937	37
.001 855 5973	5.545 246 6819	.180 334 6284	38
.001 572 5401	5.546 819 2219	.180 283 5030	39
.001 332 6611	5.548 151 8830	.180 240 1991	40
.001 129 3738	5.549 281 2568	.180 203 5171	41
.000 957 0964	5.550 238 3532	.180 172 4424	42
.000 811 0987	5.551 049 4519	.180 146 1163	43
.000 687 3717	5.551 736 8236	.180 123 8120	44
.000 582 5184	5.552 319 3420	.180 104 9144	45
.000 493 6597	5.552 813 0017	.180 088 9026	46
.000 418 3557	5.553 231 3574	.180 075 3355	47
.000 354 5387	5.553 585 8961	.180 063 8396	48
.000 300 4565	5.553 886 3526	.180 054 0984	49
.000 254 6242	5.554 140 9768	.180 045 8440	50
.000 215 7832	5.554 356 7600	.180 038 8494	51
.000 182 8671	5.554 539 6271	.180 032 9221	52
.000 154 9721	5.554 694 5993	.180 027 8993	53
.000 131 3323	5.554 825 9316	.180 023 6429	54
.000 111 2986	5.554 937 2301	.180 020 0360	55
.000 094 3208	5.555 031 5510	.180 016 9794	56
.000 079 9329	5.555 111 4839	.180 014 3891	57
.000 067 7397	5.555 179 2236	.180 012 1940	58
.000 057 4066	5.555 236 6302	.180 010 3338	59
.000 048 6496	5.555 285 2798	.180 008 7574	60

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1-v^n}$$

RATE	PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
19%	1	1.190 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
	2	1.416 100 0000	2.190 000 0000	.456 621 0046
	3	1.685 159 0000	3.606 100 0000	.277 307 8950
	4	2.005 339 2100	5.291 259 0000	.188 990 9377
	5	2.386 353 6599	7.296 598 2100	.137 050 1666
	6	2.839 760 8553	9.682 951 8699	.103 274 2921
	7	3.379 315 4178	12.522 712 7252	.079 854 9022
	8	4.021 385 3472	15.902 028 1430	.062 885 0604
	9	4.785 448 5631	19.923 413 4901	.050 192 2023
	10	5.694 683 7901	24.708 862 0533	.040 471 3094
	11	6.776 673 7102	30.403 545 8434	.032 890 9005
	12	8.064 241 7152	37.180 219 5536	.026 896 0219
	13	9.596 447 6411	45.244 461 2688	.022 102 1529
	14	11.419 772 6929	54.840 908 9099	.018 234 5628
	15	13.589 529 5045	66.260 681 6027	.015 091 9063
	16	16.171 540 1104	79.850 211 1073	.012 523 4484
	17	19.244 132 7314	96.021 751 2176	.010 414 3070
	18	22.900 517 9503	115.265 883 9490	.008 675 5939
	19	27.251 616 3609	138.166 401 8993	.007 237 6496
	20	32.429 423 4694	165.418 018 2602	.006 045 2907
19%	21	38.591 013 9286	197.847 441 7296	.005 054 3994
	22	45.923 306 5751	236.438 455 6582	.004 229 4304
	23	54.648 734 8243	282.361 762 2333	.003 541 5560
	24	65.031 994 4410	337.010 497 0576	.002 967 2666
	25	77.388 073 3847	402.042 491 4986	.002 487 2993
	26	92.091 807 3278	479.430 564 8833	.002 085 8078
	27	109.589 250 7201	571.522 372 2111	.001 749 7128
	28	130.411 208 3569	681.111 622 9313	.001 468 1881
	29	155.189 337 9448	811.522 831 2882	.001 232 2512
	30	184.675 312 1543	966.712 169 2330	.001 034 4341
38%	31	219.763 621 4636	1151.387 481 3872	.000 868 5173
	32	261.518 709 5417	1371.151 102 8508	.000 729 3142
	33	311.207 264 3546	1632.669 812 3924	.000 612 4937
	34	370.336 644 5819	1943.877 076 7470	.000 514 4358
	35	440.700 607 0525	2314.213 721 3289	.000 432 1122
	36	524.433 722 3925	2754.914 328 3814	.000 362 9877
	37	624.076 129 6470	3279.348 050 7739	.000 304 9387
	38	742.650 594 2800	3903.424 180 4210	.000 256 1853
	39	883.754 207 1932	4646.074 774 7010	.000 215 2355
	40	1051.667 506 5599	5529.828 981 8941	.000 180 8374
76%	41	1251.484 332 8063	6581.496 488 4540	.000 151 9411
	42	1489.266 356 0395	7832.980 821 2603	.000 127 6653
	43	1772.226 963 6869	9322.247 177 2997	.000 107 2703
	44	2108.950 036 7875	11094.474 140 9867	.000 090 1350
	45	2509.650 603 2771	13203.424 227 7742	.000 075 7379
	46	2986.484 217 8997	15713.074 831 0512	.000 063 6413
	47	3553.916 219 3007	18699.559 048 9510	.000 053 4772
	48	4229.160 300 9678	22253.475 268 2517	.000 044 9368
	49	5032.700 753 1517	26482.635 569 2195	.000 037 7606
	50	5988.913 902 2005	31515.336 327 3712	.000 031 7306
228%	51	7126.807 543 6186	37504.250 229 5717	.000 026 6636
	52	8480.900 976 9062	44631.057 773 1903	.000 022 4059
	53	10092.272 162 5183	53111.958 750 0965	.000 018 8282
	54	12009.803 873 3968	63204.230 912 6148	.000 015 8217
	55	14291.666 609 3422	75214.034 786 0117	.000 013 2954
	56	17007.083 265 1172	89505.701 395 3539	.000 011 1725
	57	20238.429 085 4895	106512.784 660 4711	.000 009 3885
	58	24083.730 611 7325	126751.213 745 9606	.000 007 8895
	59	28659.639 427 9617	150834.944 357 6931	.000 006 6298
	60	34104.970 919 2744	179494.583 785 6548	.000 005 5712

n	$s = (1+i)^n$	$s_{\overline{n} } = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$	$\frac{1}{s_{\overline{n} }} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$
-----	---------------	---	---

PRESENT WORTH OF 1 <i>What \$1 due in the future is worth today</i>	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD <i>What \$1 payable periodically is worth today</i>	PARTIAL PAYMENT <i>Annuity worth \$1 today</i>	PERIODS
.840 336 1345	.840 336 1345	1.190 000 0000	1
.706 164 8189	1.546 500 9533	.646 621 0046	2
.593 415 8142	2.139 916 7675	.467 307 8950	3
.498 668 7514	2.638 585 5189	.378 990 9377	4
.419 049 3709	3.057 634 8898	.327 050 1666	5
.352 142 3285	3.409 777 2184	.293 274 2921	6
.295 917 9231	3.705 695 1415	.269 854 9022	7
.248 670 5236	3.954 365 6651	.252 885 0604	8
.208 966 8266	4.163 332 4917	.240 192 2023	9
.175 602 3753	4.338 934 8670	.230 471 3094	10
.147 565 0212	4.486 499 8882	.222 890 9005	11
.124 004 2195	4.610 504 1077	.216 896 0219	12
.104 205 2265	4.714 709 3342	.212 102 1529	13
.087 567 4172	4.802 276 7515	.208 234 5628	14
.073 586 0649	4.875 862 8163	.205 091 9063	15
.061 837 0293	4.937 699 8457	.202 523 4484	16
.051 963 8902	4.989 663 7359	.200 414 3070	17
.043 667 1346	5.033 330 8705	.198 675 5939	18
.036 695 0711	5.070 025 9416	.197 237 6496	19
.030 836 1942	5.100 862 1358	.196 045 2907	20
.025 912 7682	5.126 774 9040	.195 054 3994	21
.021 775 4355	5.148 550 3395	.194 229 4304	22
.018 298 6853	5.166 849 0248	.193 541 5560	23
.015 377 0465	5.182 226 0713	.192 967 2666	24
.012 921 8878	5.195 147 9590	.192 487 2993	25
.010 858 7292	5.206 006 6883	.192 085 8078	26
.009 124 9825	5.215 131 6708	.191 749 7128	27
.007 668 0526	5.222 799 7234	.191 468 1881	28
.006 443 7416	5.229 243 4650	.191 232 2512	29
.005 414 9089	5.234 658 3740	.191 034 4341	30
.004 550 3437	5.239 208 7176	.190 868 5173	31
.003 823 8182	5.243 032 5358	.190 729 3142	32
.003 213 2926	5.246 245 8284	.190 612 4937	33
.002 700 2459	5.248 946 0743	.190 514 4358	34
.002 269 1142	5.251 215 1885	.190 432 1122	35
.001 906 8186	5.253 122 0071	.190 362 9877	36
.001 602 3686	5.254 724 3757	.190 304 9387	37
.001 346 5282	5.256 070 9040	.190 256 1853	38
.001 131 5363	5.257 202 4403	.190 215 2355	39
.000 950 8709	5.258 153 3112	.190 180 8374	40
.000 799 0512	5.258 952 3623	.190 151 9411	41
.000 671 4716	5.259 623 8339	.190 127 6653	42
.000 564 2618	5.260 188 0957	.190 107 2703	43
.000 474 1696	5.260 662 2653	.190 090 1350	44
.000 398 4618	5.261 060 7272	.190 075 7379	45
.000 334 8419	5.261 395 5690	.190 063 6413	46
.000 281 3797	5.261 676 9488	.190 053 4772	47
.000 236 4536	5.261 913 4023	.190 044 9368	48
.000 198 7005	5.262 112 1028	.190 037 7606	49
.000 166 9752	5.262 279 0780	.190 031 7306	50
.000 140 3153	5.262 419 3933	.190 026 6636	51
.000 117 9120	5.262 537 3053	.190 022 4059	52
.000 099 0857	5.262 636 3910	.190 018 8282	53
.000 083 2653	5.262 719 6563	.190 015 8217	54
.000 069 9708	5.262 789 6271	.190 013 2954	55
.000 058 7990	5.262 848 4262	.190 011 1725	56
.000 049 4109	5.262 897 8371	.190 009 3885	57
.000 041 5218	5.262 939 3589	.190 007 8895	58
.000 034 8923	5.262 974 2512	.190 006 6298	59
.000 029 3212	5.263 003 5724	.190 005 5712	60

$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} } = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} }} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---------------------------	---------------------------------------	---	-----

$i = .19$
 $i^{(3)} = .38$
 $i^{(4)} = .76$
 $j^{(12)} = 2.28$

RATE	PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>	PRESENT WORTH OF 1 <i>What \$1 due in the future is worth today</i>	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD <i>What \$1 payable periodically is worth today</i>	PARTIAL PAYMENT <i>Annuity worth \$1 today</i>	PERIODS
19%	1	1.190 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000	.840 336 1345	.840 336 1345	1.190 000 0000	1
	2	1.416 100 0000	2.190 000 0000	.456 621 0046	.706 164 8189	1.546 500 9533	.646 621 0046	2
	3	1.685 159 0000	3.606 100 0000	.277 307 8950	.593 415 8142	2.139 916 7675	.467 307 8950	3
	4	2.005 339 2100	5.291 259 0000	.188 990 9377	.498 668 7514	2.638 585 5189	.378 990 9377	4
	5	2.386 353 6599	7.296 598 2100	.137 050 1666	.419 049 3709	3.057 634 8898	.327 050 1666	5
	6	2.839 760 8553	9.682 951 8699	.103 274 2921	.352 142 3285	3.409 777 2184	.293 274 2921	6
	7	3.379 315 4178	12.522 712 7252	.079 854 9022	.295 917 9231	3.705 695 1415	.269 854 9022	7
	8	4.021 385 3472	15.902 028 1430	.062 885 0604	.248 670 5236	3.954 365 6651	.252 885 0604	8
	9	4.785 448 5631	19.923 413 4901	.050 192 2023	.208 966 8266	4.163 332 4917	.240 192 2023	9
	10	5.694 683 7901	24.708 862 0533	.040 471 3094	.175 602 3753	4.338 934 8670	.230 471 3094	10
	11	6.776 673 7102	30.403 545 8434	.032 890 9005	.147 565 0212	4.486 499 8882	.222 890 9005	11
	12	8.064 241 7152	37.180 219 5536	.026 896 0219	.124 004 2195	4.610 504 1077	.216 896 0219	12
	13	9.596 447 6411	45.244 461 2688	.022 102 1529	.104 205 2265	4.714 709 3342	.212 102 1529	13
	14	11.419 772 6929	54.840 908 9099	.018 234 5628	.087 567 4172	4.802 276 7515	.208 234 5628	14
	15	13.589 529 5045	66.260 681 6027	.015 091 9063	.073 586 0649	4.875 862 8163	.205 091 9063	15
	16	16.171 540 1104	79.850 211 1073	.012 523 4484	.061 837 0293	4.937 699 8457	.202 523 4484	16
	17	19.244 132 7314	96.021 751 2176	.010 414 3070	.051 963 8902	4.989 663 7359	.200 414 3070	17
	18	22.900 517 9503	115.265 883 9490	.008 675 5939	.043 667 1346	5.033 330 8705	.198 675 5939	18
	19	27.251 616 3609	138.166 401 8993	.007 237 6496	.036 695 0711	5.070 025 9416	.197 237 6496	19
	20	32.429 423 4694	165.418 018 2602	.006 045 2907	.030 836 1942	5.100 862 1358	.196 045 2907	20
19%	21	38.591 013 9286	197.847 441 7296	.005 054 3994	.025 912 7682	5.126 774 9040	.195 054 3994	21
	22	45.923 306 5751	236.438 455 6582	.004 229 4304	.021 775 4355	5.148 550 3395	.194 229 4304	22
	23	54.648 734 8243	282.361 762 2333	.003 541 5560	.018 298 6853	5.166 849 0248	.193 541 5560	23
	24	65.031 994 4410	337.010 497 0576	.002 967 2666	.015 377 0465	5.182 226 0713	.192 967 2666	24
	25	77.388 073 3847	402.042 491 4986	.002 487 2993	.012 921 8878	5.195 147 9590	.192 487 2993	25

RATE
20%

.20
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

20%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

40%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

80%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

240%

i = .20
j(1) = .40
j(2) = .80
j(3) = 2.40

PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
1	1.200 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.440 000 0000	2.200 000 0000	.854 545 4545
3	1.728 000 0000	3.640 000 0000	.747 725 2747
4	2.073 600 0000	5.368 000 0000	.686 289 1207
5	2.488 320 0000	7.441 600 0000	.634 379 7033
6	2.985 984 0000	9.929 920 0000	.597 705 7459
7	3.583 180 8000	12.915 904 0000	.572 423 9263
8	4.299 816 9600	16.499 084 8000	.552 609 4224
9	5.159 780 3520	20.798 901 7600	.537 806 6995
10	6.191 736 4224	25.958 682 1120	.524 505 5829
11	7.430 083 7069	32.150 418 5344	.512 587 9857
12	8.916 100 4483	39.580 502 2413	.501 156 6548
13	10.699 320 5379	48.496 602 6895	.490 093 463 8790
14	12.839 184 6455	59.195 923 2274	.479 277 886 5658
15	15.407 021 5746	72.035 107 8729	.468 664 905 4715
16	18.488 425 8895	87.442 129 4475	.458 205 087 8929
17	22.186 111 0674	105.930 555 3370	.447 937 045 7341
18	26.623 333 2809	128.116 666 4044	.437 747 300 8640
19	31.947 999 9371	154.739 999 6853	.427 631 300 8640
20	38.337 599 9245	186.687 999 6224	.417 584 084 0533
21	46.005 119 9094	225.025 599 5468	.407 692 021 736 7111
22	55.206 143 8912	271.030 719 4562	.400 113 9259 430 3705
23	66.247 372 6695	326.236 863 3475	.393 094 9383 4924 525 3087
24	79.496 847 2034	392.484 236 0170	.386 579 1152 4937 104 4239
25	95.396 216 6441	471.981 083 2203	.380 482 5960 4947 587 0199
26	114.475 459 9729	567.377 299 8644	.374 735 4967 4956 322 5166
27	137.370 551 9675	681.852 759 8373	.369 279 5806 4963 602 0972
28	164.844 662 3610	819.223 311 8048	.364 066 3171 4969 668 4143
29	197.813 594 8331	984.067 974 1657	.359 055 2643 4974 723 6786
30	237.376 313 7998	1181.881 568 9988	.354 212 7202 4978 936 3988
31	284.851 576 5597	1419.257 882 7986	.349 510 6002 4982 446 9990
32	341.821 891 8717	1704.109 459 3583	.344 925 5002 4985 372 4992
33	410.186 270 2460	2045.931 351 2300	.340 437 9168 4987 810 4160
34	492.223 524 2952	2456.117 621 4760	.336 031 5973 4989 842 0133
35	590.668 229 1542	2948.341 145 7712	.331 692 9978 4991 535 0111
36	708.801 874 9851	3539.009 374 9255	.327 410 8315 4992 945 8426
37	850.562 249 9821	4247.811 249 9106	.323 175 6929 4994 121 5355
38	1020.674 699 9785	5098.373 499 8927	.319 079 7441 4995 101 2796
39	1224.809 639 9742	6119.048 199 8712	.315 098 1410 4995 917 7330
40	1469.771 567 9691	7343.857 839 8454	.311 233 4241 4996 680 3778
41	1763.725 881 5629	8813.629 407 8145	.307 472 8486 4997 165 0923
42	2116.471 057 8755	10577.355 289 3774	.303 894 5416 4997 637 5770
43	2539.765 269 4506	12693.826 347 2529	.300 393 7372 4998 031 3147
44	3047.718 323 3407	15233.591 616 7035	.296 965 6444 4998 328 1143
45	3657.261 988 0088	18281.309 940 0442	.293 605 6444 4998 273 4286
46	4388.714 385 6106	21938.571 928 0530	.290 227 8572 4998 860 7142
47	5266.457 262 7327	26327.286 313 6636	.286 889 8810 4999 050 5952
48	6319.748 715 2793	31593.743 576 3964	.283 658 2341 4999 158 2341
49	7583.698 458 3351	37913.492 291 6756	.280 531 6518 4999 301 6518
50	9100.438 150 0021	45497.190 750 0107	.277 502 3758 4999 400 6311
51	10920.525 780 0026	54597.628 900 0129	.274 579 5759 4999 540 5759
52	13104.630 936 0031	65518.154 680 0155	.271 766 3089 4999 618 4555
53	15725.557 123 2037	78622.785 616 0186	.269 063 5908 4999 682 0462
54	18870.668 547 8445	94348.342 739 2223	.266 475 9923 4999 735 0385
55	22644.802 257 4133	113219.011 287 0667	.263 999 1602 4999 779 1988
56	27173.762 708 8960	135863.813 544 4801	.261 636 8002 4999 815 9990
57	32608.515 205 6752	163037.576 253 3761	.259 280 6668 4999 846 6658
58	39130.218 300 8103	195646.091 504 0513	.256 935 5557 4999 872 2215
59	46956.261 960 9723	234776.309 804 8616	.254 602 2964 4999 893 5179
60	56347.514 353 1668	281732.571 765 8339	.252 280 7470 4999 911 2649

$$s = (1+i)^n$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

PRESENT WORTH OF 1
What \$1 due in the future is worth today.

.833 333 3333
.694 444 4444
.578 703 7037
.482 253 0864
.401 877 5720
.334 897 9767
.279 081 6472
.232 568 0394
.193 806 6995
.161 505 5829
.134 587 9857
.112 156 6548
.093 463 8790
.077 886 5658
.064 905 4715
.054 087 8929
.045 073 2441
.037 561 0368
.031 300 8640
.026 084 0533
.021 736 7111
.018 113 9259
.015 094 9383
.012 579 1152
.010 482 5960
.008 735 4967
.007 279 5806
.006 066 3171
.005 055 2643
.004 212 7202
.003 510 6002
.002 925 5002
.002 437 9168
.002 031 5973
.001 692 9978
.001 410 8315
.001 175 6929
.000 979 7441
.000 816 4534
.000 680 3778
.000 566 9815
.000 472 8486
.000 393 7372
.000 328 1143
.000 273 4286
.000 227 8572
.000 189 8810
.000 158 2341
.000 131 8618
.000 109 8848
.000 091 5707
.000 076 3089
.000 063 5908
.000 052 9923
.000 044 1602
.000 036 8002
.000 030 6668
.000 025 5557
.000 021 2964
.000 017 7470

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today

.833 333 3333
1.527 777 7778
2.106 481 4815
2.588 734 5679
2.990 612 1399
3.325 510 1166
3.604 591 7638
3.837 159 8032
4.030 966 5027
4.192 472 0856
4.327 060 0713
4.439 216 7261
4.532 680 6051
4.610 567 1709
4.675 472 6424
4.729 560 5353
4.774 633 7794
4.812 194 8162
4.843 495 6802
4.869 579 7335
4.891 316 4446
4.909 430 3705
4.924 525 3087
4.937 104 4239
4.947 587 0199
4.956 322 5166
4.963 602 0972
4.969 668 4143
4.974 723 6786
4.978 936 3988
4.982 446 9990
4.985 372 4992
4.987 810 4160
4.989 842 0133
4.991 535 0111
4.992 945 8426
4.994 121 5355
4.995 101 2796
4.995 917 7330
4.996 598 1108
4.997 165 0923
4.997 637 5770
4.998 031 3147
4.998 359 4284
4.998 632 8570
4.998 860 7142
4.999 050 5952
4.999 208 8293
4.999 340 6311
4.999 450 5759
4.999 542 1466
4.999 618 4555
4.999 682 0462
4.999 735 0385
4.999 779 1988
4.999 815 9990
4.999 846 6658
4.999 872 2215
4.999 893 5179
4.999 911 2649

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today.

1.200 000 0000
.654 545 4545
.474 725 2747
.386 289 1207
.334 379 7033
.300 705 7459
.277 423 9263
.260 609 4224
.248 079 4617
.238 522 7569
.231 103 7942
.225 264 9649
.220 620 0011
.216 893 0552
.213 882 1198
.211 436 1350
.209 440 1469
.207 805 3857
.206 462 4532
.205 356 5307
.204 443 9388
.203 689 6187
.203 065 2575
.202 547 8730
.202 118 7290
.201 762 4956
.201 466 5923
.201 220 6684
.201 016 1900
.200 846 1085
.200 704 5936
.200 586 8168
.200 488 7750
.200 407 1466
.200 339 1738
.200 282 5649
.200 235 4154
.200 196 1410
.200 163 4241
.200 136 1682
.200 113 4606
.200 094 5416
.200 078 7785
.200 065 6444
.200 054 7007
.200 045 5818
.200 037 9834
.200 031 6518
.200 026 3758
.200 021 9794
.200 018 3158
.200 015 2629
.200 012 7190
.200 010 5990
.200 008 8324
.200 007 3603
.200 006 1336
.200 005 1113
.200 004 2594
.200 003 5495

PERIODS

20%

.20
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

20%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

40%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

80%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

240%

i = .20
j(1) = .40
j(2) = .80
j(3) = 2.40

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1-v^n}$$

$$n$$

RATE
21%

PERIODS

AMOUNT OF 1
How \$1 left at compound interest will grow.

AMOUNT OF 1 PER PERIOD
How \$1 deposited periodically will grow.

SINKING FUND
Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.

PRESENT WORTH OF 1
What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD
What \$1 payable periodically is worth today.

PERIODIC PAYMENT
Annuity worth \$1 today
Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

RATE
21%

PERIODS

.21
per period

1	1.210	000	0000
2	1.464	100	0000
3	1.771	561	0000
4	2.143	588	8100
5	2.593	742	4601

1.000	000	0000
2.210	000	0000
3.674	100	0000
5.445	661	0000
7.589	249	8100

1.000	000	0000
.452	488	6878
.272	175	4988
.183	632	4369
.131	765	3293

.826	446	2810
.683	013	4554
.564	473	9301
.466	507	3802
.385	543	2894

.826	446	2810
1.509	459	7364
2.073	933	6664
2.540	441	0466
2.925	984	3360

1.210	000	0000
.662	488	6878
.482	175	4988
.393	632	4369
.341	765	3293

1
2
3
4
5

21
per period

6	3.138	428	3767
7	3.797	498	3358
8	4.594	972	9864
9	5.559	917	3135
10	6.727	499	9493

10.182	992	2701
13.321	420	6468
17.118	918	9827
21.713	891	9690
27.273	809	2825

.098	202	9617
.075	067	0688
.058	414	9035
.046	053	4667
.036	665	2120

.318	630	8177
.263	331	2543
.217	629	1358
.179	858	7899
.148	643	6280

3.244	615	1538
3.507	946	4081
3.725	575	5439
3.905	434	3338
4.054	077	9618

.308	202	9617
.285	067	0688
.268	414	9035
.256	053	4667
.246	665	2120

6
7
8
9
10

11	8.140	274	9387
12	9.849	732	6758
13	11.918	176	5377
14	14.420	993	6106
15	17.449	402	2689

34.001	309	2318
42.141	584	1705
51.991	316	8463
63.909	493	3840
78.330	486	9947

.029	410	6322
.023	729	5303
.019	233	9810
.015	647	1276
.012	766	4213

.122	845	9736
.101	525	5980
.083	905	4529
.069	343	3495
.057	308	5533

4.176	923	9354
4.278	449	5334
4.362	354	9862
4.431	698	3357
4.489	006	8890

.239	410	6322
.233	729	5303
.229	233	9810
.225	647	1276
.222	766	4213

11
12
13
14
15

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

21%

16	21.113	776	7454
17	25.547	669	8619
18	30.912	680	5329
19	37.404	343	4448
20	45.259	255	5682

95.779	889	2636
116.893	666	0089
142.441	335	8708
173.354	016	4037
210.758	359	8485

.010	440	6051
.008	554	7835
.007	020	4340
.005	768	5424
.004	744	7703

.047	362	4407
.039	142	5130
.032	349	1843
.026	734	8631
.022	094	9282

4.536	369	3298
4.575	511	8428
4.607	861	0271
4.634	595	8902
4.656	690	8183

.220	440	6051
.218	554	7835
.217	020	4340
.215	768	5424
.214	744	7703

16
17
18
19
20

21%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

42%

21	54.763	699	2375
22	66.264	076	0774
23	80.179	532	0536
24	97.017	233	7849
25	117.390	852	8797

256.017	615	4166
310.781	314	6541
377.045	390	7315
457.224	922	7851
554.242	156	5700

.003	905	9812
.003	217	6967
.002	652	2006
.002	187	1074
.001	804	2655

.018	260	2712
.015	091	1332
.012	472	0109
.010	307	4470
.008	518	5513

4.674	951	0895
4.690	042	2227
4.702	514	2337
4.712	821	6807
4.721	340	2320

.213	905	9812
.213	217	6967
.212	652	2006
.212	187	1074
.211	804	2655

21
22
23
24
25

ANNUALLY
If compounded annually nominal annual rate is

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

84%

26	142.042	931	9844
27	171.871	947	7012
28	207.965	056	7184
29	251.637	718	6293
30	304.481	639	5414

671.633	009	4497
813.675	941	4341
985.547	889	1353
1193.512	945	8537
1445.150	664	4829

.001	488	9084
.001	228	9905
.001	014	6640
.000	837	8627
.000	691	9694

.007	040	1250
.005	818	2851
.004	808	5001
.003	973	9670
.003	284	2703

4.728	380	3570
4.734	198	6422
4.739	007	1423
4.742	981	1093
4.746	265	3796

.211	488	9084
.211	228	9905
.211	014	6640
.210	837	8627
.210	691	9694

26
27
28
29
30

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually nominal annual rate is

42%

31	368.422	783	8451
32	445.791	568	4526
33	539.407	797	8276
34	652.683	435	3714
35	789.746	956	7994

1749.632	304	0244
2118.055	087	8695
2563.846	656	3221
3103.254	454	1497
3755.937	889	5211

.000	571	5487
.000	472	1313
.000	390	0389
.000	322	2423
.000	266	2451

.002	714	2730
.002	243	2008
.001	853	8850
.001	532	1363
.001	266	2284

4.748	979	6526
4.751	222	8534
4.753	076	7383
4.754	608	8746
4.755	875	1030

.210	571	5487
.210	472	1313
.210	390	0389
.210	322	2423
.210	266	2451

31
32
33
34
35

QUARTERLY
If compounded quarterly nominal annual rate is

84%

36	955.593	817	7273
37	1156.268	519	4501
38	1399.084	908	5346
39	1692.892	739	3268
40	2048.400	214	5855

4545.684	846	3206
5501.278	664	0479
6657.547	183	4980
8056.632	092	0325
9749.524	831	3594

.000	219	9889
.000	181	7759
.000	150	2055
.000	124	1213
.000	102	5691

.001	046	4697
.000	864	8510
.000	714	7529
.000	590	7049
.000	488	1859

4.756	921	5727
4.757	786	4237
4.758	501	1767
4.759	091	8815
4.759	580	0674

.210	219	9889
.210	181	7759
.210	150	2055
.210	124	1213
.210	102	5691

36
37
38
39
40

MONTHLY
If compounded monthly nominal annual rate is

252%

41	2478.564	259	6484
42	2999.062	754	1746
43	3628.865	932	5512
44	4390.927	778	3870
45	5313.022	611	8483

11797.925	045	9448
14276.489	305	5932
17275.552	059	7678
20904.417	992	3191
25295.345	770	7061

RATE
22%

.22
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

22%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

44%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

88%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

264%

$i = .22$
 $i^{(2)} = .44$
 $i^{(4)} = .88$
 $i^{(12)} = 2.64$

PERIODS	AMOUNT OF 1 How \$1 left at compound interest will grow.	AMOUNT OF 1 PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.	SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.
1	1.220 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.488 400 0000	2.220 000 0000	.450 450 4505
3	1.815 848 0000	3.708 400 0000	.269 658 0736
4	2.215 334 5600	5.524 248 0000	.181 020 1135
5	2.702 708 1632	7.739 582 5600	.129 205 9348
6	3.297 303 9591	10.442 290 7232	.095 764 4282
7	4.022 710 8301	13.739 594 6823	.072 782 3508
8	4.907 707 2127	17.762 305 5124	.056 298 9979
9	5.987 402 7995	22.670 012 7251	.044 111 1354
10	7.304 631 4154	28.657 415 5247	.034 894 9820
11	8.911 650 3268	35.962 046 9401	.027 807 0935
12	10.872 213 3987	44.873 697 2669	.022 284 7695
13	13.264 100 3464	55.745 910 6656	.017 938 5355
14	16.182 202 4227	69.010 011 0121	.014 490 6512
15	19.742 286 9556	85.192 213 4347	.011 738 1620
16	24.085 590 0859	104.934 500 3904	.009 529 7542
17	29.384 419 9048	129.020 090 4763	.007 750 7309
18	35.848 992 2838	158.404 510 3811	.006 312 9516
19	43.735 770 5863	194.253 502 6649	.005 147 9123
20	53.357 640 1153	237.989 273 2512	.004 201 8701
21	65.096 320 9406	291.346 913 3664	.003 432 3343
22	79.417 511 5475	356.443 234 3070	.002 805 4958
23	96.889 364 0880	435.860 745 8546	.002 294 3108
24	118.205 024 1874	532.750 109 9426	.001 877 0526
25	144.210 129 5086	650.955 134 1300	.001 536 2042
26	175.936 358 0005	795.165 263 6386	.001 257 6002
27	214.642 356 7606	971.101 621 6390	.001 029 7583
28	261.863 675 2479	1185.743 978 3996	.000 843 3524
29	319.473 683 8025	1447.607 653 6475	.000 690 7949
30	389.757 894 2390	1767.081 337 4500	.000 565 9049
31	475.504 630 9716	2156.839 231 6890	.000 463 6414
32	580.115 649 7853	2632.343 862 6606	.000 379 8896
33	707.741 092 7381	3212.459 512 4459	.000 311 2880
34	863.444 133 1405	3920.200 605 1840	.000 255 0890
35	1053.401 842 4314	4783.644 738 3245	.000 209 0456
36	1285.150 247 7663	5837.046 580 7559	.000 171 3195
37	1567.883 302 2749	7122.196 828 5222	.000 140 4061
38	1912.817 628 7753	8690.080 130 7970	.000 115 0737
39	2333.637 507 1059	10602.897 759 5724	.000 094 3138
40	2847.037 758 6692	12936.535 266 6783	.000 077 3005
41	3473.386 065 5765	15783.573 025 3475	.000 063 3570
42	4237.531 000 0033	19256.959 090 9240	.000 051 9293
43	5169.787 820 0040	23494.490 090 9273	.000 042 5632
44	6307.141 140 4049	28664.277 910 9313	.000 034 8866
45	7694.712 191 2939	34971.419 051 3361	.000 028 5948
46	9387.548 873 3786	42666.131 242 6301	.000 023 4378
47	11452.809 625 5219	52053.680 116 0087	.000 019 2109
48	13972.427 743 1367	63506.489 741 5306	.000 015 7464
49	17046.361 846 6268	77478.917 484 6673	.000 012 9067
50	20796.561 452 8847	94525.279 331 2942	.000 010 5792
51	25371.804 972 5194	115321.840 784 1789	.000 008 6714
52	30953.602 066 4736	140693.645 756 6982	.000 007 1076
53	37763.394 521 0978	171647.247 823 1718	.000 005 8259
54	46071.341 315 7393	209410.642 344 2696	.000 004 7753
55	56207.036 405 2020	255481.983 660 0090	.000 003 9142
56	68572.584 414 3464	311689.020 065 2109	.000 003 2083
57	83658.552 985 5026	380261.604 479 5573	.000 002 6298
58	102063.434 642 3132	463920.157 465 0600	.000 002 1555
59	124517.390 263 6221	565943.592 107 3732	.000 001 7668
60	151911.216 121 6190	690500.982 370 9953	.000 001 4482

$$s = (1+i)^n$$

$$s_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

PRESENT WORTH OF 1 What \$1 due in the future is worth today.	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD What \$1 payable periodically is worth today	PARTIAL PAYMENT Annuity worth \$1 today Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.	PERIODS	RATE 22%
.819 672 1311	.819 672 1311	1.220 000 0000	1	.22 per period
.671 862 4026	1.491 534 5337	.670 450 4505	2	
.550 706 8874	2.042 241 4211	.489 658 0736	3	
.451 399 0880	2.493 640 5091	.401 020 1135	4	
.369 999 2525	2.863 639 7615	.349 205 9348	5	
.303 278 0758	3.166 917 8373	.315 764 4282	6	
.248 588 5867	3.415 506 4240	.292 782 3503	7	
.203 761 1366	3.619 267 5607	.276 298 9979	8	
.167 017 3251	3.786 284 8858	.264 111 1354	9	
.136 899 4468	3.923 184 3326	.254 894 9820	10	
.112 212 6613	4.035 396 9940	.247 807 0935	11	
.091 977 5913	4.127 374 5852	.242 284 7695	12	
.075 391 4682	4.202 766 0535	.237 938 5355	13	
.061 796 2854	4.264 562 3389	.234 490 6512	14	
.050 652 6930	4.315 215 0319	.231 738 1620	15	
.041 518 6008	4.356 733 6327	.229 529 7542	16	
.034 031 6400	4.390 765 2727	.227 750 7309	17	
.027 894 7869	4.418 660 0596	.226 312 9516	18	
.022 864 5794	4.441 524 6390	.225 147 9123	19	
.018 741 4585	4.460 266 0975	.224 201 8701	20	
.015 361 8513	4.475 627 9488	.223 432 3343	21	
.012 591 6814	4.488 219 6302	.222 805 4958	22	
.010 321 0503	4.498 540 6805	.222 294 3108	23	
.008 459 8773	4.507 000 5578	.221 877 0526	24	
.006 934 3256	4.513 934 8834	.221 536 2042	25	
.005 683 8735	4.519 618 7569	.221 257 6002	26	
.004 658 9127	4.524 277 6696	.221 029 7583	27	
.003 818 7809	4.528 096 4505	.220 843 3524	28	
.003 130 1483	4.531 226 5988	.220 690 7949	29	
.002 565 6953	4.533 792 2941	.220 565 9049	30	
.002 103 0289	4.535 895 3230	.220 463 6414	31	
.001 723 7942	4.537 619 1172	.220 379 8896	32	
.001 412 9461	4.539 032 0633	.220 311 2880	33	
.001 158 1525	4.540 190 2158	.220 255 0890	34	
.000 949 3053	4.541 139 5212	.220 209 0456	35	
.000 778 1191	4.541 917 6403	.220 171 3195	36	
.000 637 8026	4.542 555 4429	.220 140 4061	37	
.000 522 7890	4.543 078 2319	.220 115 0737	38	
.000 428 5156	4.543 506 7474	.220 094 3138	39	
.000 351 2423	4.543 857 9897	.220 077 3005	40	
.000 287 9035	4.544 145 8932	.220 063 3570	41	
.000 235 9865	4.544 381 8797	.220 051 9293	42	
.000 193 4315	4.544 575 3112	.220 042 5632	43	
.000 158 5504	4.544 733 8616	.220 034 8866	44	
.000 129 9594	4.544 863 8210	.220 028 5948	45	
.000 106 5241	4.544 970 3451	.220 023 4378	46	
.000 087 3148	4.545 057 6599	.220 019 2109	47	
.000 071 5695	4.545 129 2294	.220 015 7464	48	
.000 058 6635	4.545 187 8930	.220 012 9067	49	
.000 048 0849	4.545 235 9779	.220 010 5792	50	
.000 039 4138	4.545 275 3917	.220 008 6714	51	
.000 032 3064	4.545 307 6981	.220 007 1076	52	
.000 026 4807	4.545 334 1788	.220 005 8259	53	
.000 021 7055	4.545 355 8842	.220 004 7753	54	
.000 017 7914	4.545 373 6756	.220 003 9142	55	
.000 014 5831	4.545 388 2587	.220 003 2083	56	
.000 011 9534	4.545 400 2120	.220 002 6298	57	
.000 009 7978	4.545 410 0099	.220 002 1555	58	
.000 008 0310	4.545 418 0409	.220 001 7668	59	
.000 006 5828	4.545 424 6237	.220 001 4482	60	

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{i}{1-v^n}$$

$i = .22$
 $i^{(2)} = .44$
 $i^{(4)} = .88$
 $i^{(12)} = 2.64$

264%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

88%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

44%

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

22%

RATE
23%

PERIODS	AMOUNT OF 1		AMOUNT OF 1 PER PERIOD		SINKING FUND	
	<i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>		<i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>		<i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>	
1	1.230	000 0000	1.000	000 0000	1.000	000 0000
2	1.512	900 0000	2.230	000 0000	.448	430 4933
3	1.860	867 0000	3.742	900 0000	.267	172 5133
4	2.288	866 4100	5.603	767 0000	.178	451 3881
5	2.815	305 6843	7.892	633 4100	.126	700 4241
6	3.462	825 9917	10.707	939 0943	.093	388 6522
7	4.259	275 9698	14.170	765 0860	.070	567 8200
8	5.238	909 4428	18.430	041 0558	.054	259 2389
9	6.443	858 6147	23.668	950 4986	.042	249 4441
10	7.925	946 0961	30.112	809 1133	.033	208 4594
11	9.748	913 6981	38.038	755 2093	.026	288 9780
12	11.991	163 8487	47.787	668 9075	.020	395 9004
13	14.749	131 5339	59.778	832 7562	.016	728 3293
14	18.141	431 7867	74.527	964 2901	.013	417 7823
15	22.313	961 0977	92.669	396 0768	.010	791 0491
16	27.446	172 1501	114.983	357 1745	.008	696 9108
17	33.758	791 7447	142.429	529 3246	.007	021 0160
18	41.523	313 8459	176.188	321 0693	.005	675 7451
19	51.073	676 0305	217.711	634 9152	.004	593 2318
20	62.820	621 5175	268.785	310 9457	.003	720 4414
21	77.269	364 4665	331.605	932 4633	.003	015 6276
22	95.041	818 2939	408.875	296 9298	.002	445 7335
23	116.900	821 5014	503.916	615 2237	.001	984 4553
24	143.788	010 4468	620.817	436 7251	.001	610 7795
25	176.859	252 8495	764.605	447 1719	.001	307 8641
26	217.536	881 0049	941.464	700 0214	.001	062 1747
27	267.570	363 6361	1159.001	581 0263	.000	862 8116
28	329.111	547 2724	1426.571	944 6624	.000	700 9811
29	404.807	203 1450	1755.683	491 9348	.000	569 5787
30	497.912	859 8683	2160.490	695 0798	.000	462 8578
31	612.432	817 6381	2658.403	554 9481	.000	376 1656
32	753.292	365 6948	3270.836	372 5862	.000	305 7322
33	926.549	609 8046	4024.128	738 2810	.000	248 5010
34	1139.656	020 0597	4950.678	348 0856	.000	201 9925
35	1401.776	904 6734	6090.334	368 1453	.000	164 1946
36	1724.185	592 7483	7492.111	272 8187	.000	133 4737
37	2120.748	279 0804	9216.296	865 5670	.000	108 5034
38	2608.520	383 2689	11337.045	144 6474	.000	088 2064
39	3208.480	071 4208	13945.565	527 9163	.000	071 7074
40	3946.430	487 8475	17154.045	599 3371	.000	058 2953
41	4854.109	500 0525	21100.476	087 1846	.000	047 3923
42	5970.554	685 0645	25954.585	587 2370	.000	038 5288
43	7343.782	262 6294	31925.140	272 3016	.000	031 3233
44	9032.852	183 0341	39268.922	534 9309	.000	025 4654
45	11110.408	185 1320	48301.774	717 9650	.000	020 7032
46	13665.802	067 7123	59412.182	903 0970	.000	016 8316
47	16808.936	543 2861	73077.984	970 8093	.000	013 6840
48	20674.991	948 2419	89886.921	514 0954	.000	011 1251
49	25430.240	096 3376	110561.913	462 3374	.000	009 0447
50	31279.195	318 4952	135992.153	558 6750	.000	007 3534
51	38473.410	241 7491	167271.348	877 1702	.000	005 9783
52	47322.294	597 3515	205744.759	118 9194	.000	004 8604
53	58206.422	354 7423	253067.053	716 2708	.000	003 9515
54	71593.899	496 3330	311273.476	071 0131	.000	003 2126
55	88060.496	380 4896	382867.375	567 3461	.000	002 6119
56	108314.410	548 0022	470927.871	947 8357	.000	002 1235
57	133226.724	974 0427	579242.282	495 8379	.000	001 7264
58	163868.871	718 0726	712469.007	469 8807	.000	001 4036
59	201558.712	213 2292	876337.879	187 9532	.000	001 1411
60	247917.216	022 2720	1077896.591	401 1825	.000	000 9277

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is
23%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is
46%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is
92%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is
276%

i = .23
j₍₂₎ = .46
j₍₄₎ = .92
j₍₁₂₎ = 2.76

$$n \quad s = (1+i)^n \quad s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

PERIODS	PRESENT WORTH OF 1		PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD		PARTIAL PAYMENT	
	<i>What \$1 due in the future is worth today.</i>		<i>What \$1 payable periodically is worth today.</i>		<i>Annuity worth \$1 today. Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.</i>	
1	.813	008 1301	.813	008 1301	1.230	000 0000
2	.660	982 2196	1.473	990 3497	.678	430 4933
3	.537	383 9184	2.011	374 2680	.497	172 5133
4	.436	897 4946	2.448	271 7626	.408	451 3881
5	.355	201 2151	2.803	472 9777	.356	700 4241
6	.288	781 4757	3.092	254 4534	.323	388 6522
7	.234	781 6876	3.327	036 1410	.300	567 8200
8	.190	879 4208	3.517	915 5618	.284	259 2389
9	.155	186 5210	3.673	102 0828	.272	249 4441
10	.126	167 9032	3.799	269 9860	.263	208 4594
11	.102	575 5311	3.901	845 5171	.256	288 9780
12	.083	394 7407	3.985	240 2578	.250	925 9004
13	.067	800 6022	4.053	040 8600	.246	728 3293
14	.055	122 4408	4.108	163 3008	.243	417 7823
15	.044	814 9925	4.152	978 2933	.240	791 0491
16	.036	434 9533	4.189	413 2466	.238	696 9108
17	.029	621 9132	4.219	035 1599	.237	021 0160
18	.024	082 8563	4.243	118 0161	.235	675 7451
19	.019	579 5580	4.262	697 5741	.234	593 2318
20	.015	918 3398	4.278	615 9139	.233	720 4414
21	.012	941 7397	4.291	557 6536	.233	015 6276
22	.010	521 7396	4.302	079 3932	.232	445 7335
23	.008	554 2598	4.310	633 6530	.231	984 4553
24	.006	954 6828	4.317	588 3358	.231	610 7795
25	.005	654 2136	4.323	242 5494	.231	307 8641
26	.004	596 9217	4.327	839 4711	.231	062 1747
27	.003	737 3347	4.331	576 8057	.230	862 8116
28	.003	038 4835	4.334	615 2892	.230	700 9811
29	.002	470 3118	4.337	085 6010	.230	569 5787
30	.002	008 3836	4.339	093 9845	.230	462 8578
31	.001	632 8322	4.340	726 8167	.230	376 1656
32	.001	327 5058	4.342	054 3225	.230	305 7322
33	.001	079 2730	4.343	133 5956	.230	248 5010
34	.000	877 4577	4.344	011 0533	.230	201 9925
35	.000	713 3803	4.344	724 4336	.230	164 1946
36	.000	579 9840	4.345	304 4175	.230	133 4737
37	.000	471 5317	4.345	775 9492	.230	108 5034
38	.000	383 3591	4.346	159 3083	.230	088 2064
39	.000	311 6741	4.346	470 9824	.230	071 7074
40	.000	253 3935	4.346	724 3759	.230	058 2953
41	.000	206 0110	4.346	930 3869	.230	047 3923
42	.000	167 4886	4.347	097 8755	.230	038 5288
43	.000	136 1696	4.347	234 0452	.230	031 3233
44	.000	110 7070	4.347	344 7522	.230	025 4654
45	.000	090 0057	4.347	434 7579	.230	020 7032
46	.000	073 1754	4.347	507 9332	.230	016 8316
47	.000	059 4922	4.347	567 4254	.230	013 6840
48	.000	048 3676	4.347	615 7930	.230	011 1251
49	.000	039 3233	4.347	655 1163	.230	009 0447
50	.000	031 9701	4.347	687 0864	.230	007 3534
51	.000	025 9920	4.347	713 0784	.230	005 9783
52	.000	021 1317	4.347	734 2101	.230	004 8604
53	.000	017 1802	4.347	751 3903	.230	003 9515
54	.000	013 9677	4.347	765 3580	.230	003 2126
55	.000	011 3558	4.347	776 7138	.230	002 6119
56	.000	009 2324	4.347	785 9462	.230	002 1235
57	.000	007 5060	4.347	793 4522	.230	001 7264
58	.000	006 1024	4.347	799 5546	.230	001 4036
59	.000	004 9613	4.347	804 5160	.230	001 1411
60	.000	004 0336	4.347	808 5496	.230	000 9277

23%

23

per period

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is
23%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is
46%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is
92%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is
276%

i = .23
j₍₂₎ = .46
j₍₄₎ = .92
j₍₁₂₎ = 2.76

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n} \quad a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i} \quad \frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1-v^n} \quad n$$

RATE
24%

PERIODS	AMOUNT OF 1 <i>How \$1 left at compound interest will grow.</i>	AMOUNT OF 1 PER PERIOD <i>How \$1 deposited periodically will grow.</i>	SINKING FUND <i>Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.</i>
1	1.240 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000
2	1.537 600 0000	2.240 000 0000	.446 428 5714
3	1.906 624 0000	3.777 600 0000	.264 718 3397
4	2.364 213 7600	5.684 224 0000	.175 925 5089
5	2.931 625 0624	8.048 437 7600	.124 247 7149
6	3.635 215 0774	10.980 062 8224	.091 074 1602
7	4.507 666 6959	14.615 277 8998	.068 421 5522
8	5.589 506 7030	19.122 944 5957	.052 293 2018
9	6.930 988 3117	24.712 451 2987	.040 465 4313
10	8.594 425 5065	31.643 439 6104	.031 602 1271
11	10.657 087 6280	40.237 865 1169	.024 852 2131
12	13.214 788 6588	50.894 952 7449	.019 648 3138
13	16.386 337 9369	64.109 741 4037	.015 598 2535
14	20.319 059 0417	80.496 079 3406	.012 422 9653
15	25.195 633 2118	100.815 138 3823	.009 919 1452
16	31.242 585 1826	126.010 771 5941	.007 935 8295
17	38.740 805 6264	157.253 356 7767	.006 359 1647
18	48.038 598 9767	195.994 162 4031	.005 102 1928
19	59.567 862 7312	244.032 761 3798	.004 097 8105
20	73.864 149 7866	303.600 624 1110	.003 293 8009
21	91.591 545 7354	377.464 773 8976	.002 649 2538
22	113.573 516 7119	469.056 319 6331	.002 131 9401
23	140.831 160 7228	582.629 836 3450	.001 716 3556
24	174.630 639 2963	723.460 997 0678	.001 382 2445
25	216.541 992 7274	898.091 636 3641	.001 113 4721
26	268.512 070 9819	1114.633 629 0914	.000 897 1558
27	332.954 968 0176	1383.145 700 0734	.000 722 9896
28	412.864 160 3418	1716.100 668 0910	.000 582 7164
29	511.951 558 8239	2128.964 828 4328	.000 469 7118
30	634.819 932 9416	2640.916 387 2567	.000 378 6564
31	787.176 716 8476	3275.736 320 1983	.000 305 2749
32	976.099 128 8910	4062.913 037 0459	.000 246 1288
33	1210.362 919 8249	5039.012 165 9369	.000 198 4516
34	1500.850 020 5828	6249.375 085 7617	.000 160 0160
35	1861.054 025 5227	7750.225 106 3445	.000 129 0285
36	2307.706 991 6481	9611.279 131 8672	.000 104 0444
37	2861.556 669 6437	11918.986 123 5154	.000 083 8998
38	3548.330 270 3582	14780.542 793 1591	.000 067 6565
39	4399.929 535 2441	18328.873 063 5172	.000 054 5587
40	5455.912 623 7027	22728.802 598 7614	.000 043 9970
41	6765.331 653 3914	28184.715 222 4641	.000 035 4802
42	8389.011 250 2053	34950.046 875 8555	.000 028 6123
43	10402.373 950 2546	43339.058 126 0608	.000 023 0739
44	12898.943 698 3157	53741.432 076 3154	.000 018 6076
45	15994.690 185 9115	66640.375 774 6311	.000 015 0059
46	19833.415 830 5302	82635.065 960 5426	.000 012 1014
47	24593.435 629 8575	102468.481 791 0728	.000 009 7591
48	30495.860 181 0233	127061.917 420 9303	.000 007 8702
49	37814.866 624 4689	157557.777 601 9536	.000 006 3469
50	46890.434 614 3414	195372.644 226 4224	.000 005 1184
51	58144.138 921 7833	242263.078 840 7638	.000 004 1277
52	72098.732 263 0113	300407.217 762 5471	.000 003 3288
53	89402.428 006 1340	372505.950 025 5584	.000 002 6845
54	110859.010 727 6062	461908.378 031 6924	.000 002 1649
55	137465.173 302 2317	572767.388 759 2986	.000 001 7459
56	170556.814 894 7673	710232.562 061 5303	.000 001 4080
57	211366.450 469 5114	880689.376 956 2975	.000 001 1355
58	262094.398 582 1941	1092055.827 425 8089	.000 000 9157
59	324997.054 241 9207	1354150.226 008 0031	.000 000 7385
60	402996.347 259 9817	1679147.280 249 9238	.000 000 5955

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is

24%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is

48%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is

96%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is

288%

i = .24
j(2) = .48
j(4) = .96
j(12) = 2.88

$$n \quad s = (1+i)^n \quad s_{\overline{n}|} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \frac{1}{s_{\overline{n}|}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

PRESENT WORTH OF 1 <i>If \$1 due in the future is worth today.</i>	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD <i>If \$1 payable periodically is worth today.</i>	PARTIAL PAYMENT <i>Annuity worth \$1 today</i> <i>Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.</i>	PERIODS
.806 451 6129	.806 451 6129	1.240 000 0000	1
.650 364 2040	1.456 815 8169	.686 428 5714	2
.524 487 2613	1.981 303 0781	.504 718 3397	3
.422 973 5978	2.404 276 6759	.415 925 5089	4
.341 107 7401	2.745 384 4160	.364 247 7149	5
.275 086 8872	3.020 471 3033	.331 074 1602	6
.221 844 2639	3.242 315 5671	.308 421 5522	7
.178 906 6644	3.421 222 2316	.292 293 2018	8
.144 279 5681	3.565 501 7997	.280 465 4313	9
.116 354 4904	3.681 856 2900	.271 602 1271	10
.093 834 2664	3.775 690 5565	.264 852 2131	11
.075 672 7955	3.851 363 3520	.259 648 3138	12
.061 026 4480	3.912 389 8000	.255 598 2535	13
.049 214 8774	3.961 604 6774	.252 422 9653	14
.039 689 4173	4.001 294 0947	.249 919 1452	15
.032 007 5946	4.033 301 6893	.247 935 8295	16
.025 812 5763	4.059 114 2655	.246 359 1647	17
.020 816 5938	4.079 930 8593	.245 102 1928	18
.016 787 5756	4.096 718 4349	.244 097 8105	19
.013 538 3674	4.110 256 8024	.243 293 8009	20
.010 918 0383	4.121 174 8406	.242 649 2538	21
.008 804 8696	4.129 979 7102	.242 131 9401	22
.007 100 7013	4.137 080 4114	.241 716 3556	23
.005 726 3720	4.142 806 7834	.241 382 2445	24
.004 618 0419	4.147 424 8253	.241 113 4721	25
.003 724 2274	4.151 149 0527	.240 897 1558	26
.003 003 4092	4.154 152 4618	.240 722 9896	27
.002 422 1042	4.156 574 5660	.240 582 7164	28
.001 953 3098	4.158 527 8758	.240 469 7118	29
.001 575 2498	4.160 103 1257	.240 378 6564	30
.001 270 3628	4.161 373 4884	.240 305 2749	31
.001 024 4861	4.162 397 9745	.240 246 1288	32
.000 826 1985	4.163 224 1730	.240 198 4516	33
.000 666 2891	4.163 890 4621	.240 160 0160	34
.000 537 3299	4.164 427 7920	.240 129 0285	35
.000 433 3306	4.164 861 1226	.240 104 0444	36
.000 349 4601	4.165 210 5827	.240 083 8998	37
.000 281 8227	4.165 492 4054	.240 067 6565	38
.000 227 2764	4.165 719 6818	.240 054 5587	39
.000 183 2874	4.165 902 9692	.240 043 9970	40
.000 147 8124	4.166 050 7816	.240 035 4802	41
.000 119 2036	4.166 169 9852	.240 028 6123	42
.000 096 1319	4.166 266 1171	.240 023 0739	43
.000 077 5257	4.166 343 6428	.240 018 6076	44
.000 062 5207	4.166 406 1635	.240 015 0059	45
.000 050 4200	4.166 456 5835	.240 012 1014	46
.000 040 6613	4.166 497 2448	.240 009 7591	47
.000 032 7913	4.166 530 0361	.240 007 8702	48
.000 026 4446	4.166 556 4807	.240 006 3469	49
.000 021 3263	4.166 577 8070	.240 005 1184	50
.000 017 1986	4.166 595 0057	.240 004 1277	51
.000 013 8699	4.166 608 8755	.240 003 3288	52
.000 011 1854	4.166 620 0609	.240 002 6845	53
.000 009 0205	4.166 629 0814	.240 002 1649	54
.000 007 2746	4.166 636 3560	.240 001 7459	55
.000 005 8666	4.166 642 2225	.240 001 4080	56
.000 004 7311	4.166 646 9537	.240 001 1355	57
.000 003 8154	4.166 650 7691	.240 000 9157	58
.000 003 0770	4.166 653 8460	.240 000 7385	59
.000 002 4814	4.166 656 3274	.240 000 5955	60

RATE
24%

24
per period

ANNUALLY
If compounded annually
nominal annual rate is

24%

SEMIANNUALLY
If compounded semiannually
nominal annual rate is

48%

QUARTERLY
If compounded quarterly
nominal annual rate is

96%

MONTHLY
If compounded monthly
nominal annual rate is

288%

i = .24
j(2) = .48
j(4) = .96
j(12) = 2.88

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n} \quad a_{\overline{n}|} = \frac{1-v^n}{i} \quad \frac{1}{a_{\overline{n}|}} = \frac{i}{1-v^n} \quad n$$

RATE	PERIODS	AMOUNT OF 1 How \$1 left at compound interest will grow.	AMOUNT OF 1 PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.	SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.	PRESENT WORTH OF 1 If \$1 due in the future is worth today	PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD If \$1 payable periodically is worth today	Annuitiy worth \$1 today Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1	ERIODS
2 1/2%	1	1.250 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000	.800 000 0000	.800 000 0000	1.250 000 0000	1
	2	1.562 500 0000	2.250 000 0000	.444 444 4444	.640 000 0000	1.440 000 0000	.694 444 4444	2
	3	1.953 125 0000	3.812 500 0000	.262 295 0820	.512 000 0000	1.952 000 0000	.512 295 0820	3
	4	2.441 406 2500	5.765 625 0000	.173 441 7344	.409 600 0000	2.361 600 0000	.423 441 7344	4
	5	3.051 757 8125	8.207 031 2500	.121 846 7396	.327 680 0000	2.689 280 0000	.371 846 7396	5
	6	3.814 697 2656	11.258 789 0625	.088 819 4987	.262 144 0000	2.951 424 0000	.338 819 4987	6
	7	4.768 371 5820	15.073 486 3281	.066 341 6530	.209 715 2000	3.161 139 2000	.316 341 6530	7
	8	5.960 464 4775	19.841 857 9102	.050 398 5063	.167 772 1600	3.328 911 3600	.300 398 5063	8
	9	7.450 580 5969	25.802 322 3877	.038 756 2013	.134 217 7280	3.463 129 0880	.288 756 2013	9
	10	9.313 225 7462	33.252 902 9846	.030 072 5624	.107 374 1824	3.570 503 2704	.280 072 5624	10
	11	11.641 532 1827	42.566 128 7308	.023 492 8576	.085 899 3459	3.656 402 6163	.273 492 8576	11
	12	14.551 915 2284	54.207 660 9135	.018 447 5770	.068 719 4767	3.725 122 0931	.268 447 5770	12
	13	18.189 894 0355	68.755 576 1418	.014 543 4288	.051 975 5814	3.780 097 6744	.264 543 4288	13
	14	22.737 367 5443	86.949 470 1773	.011 500 9326	.041 980 4651	3.824 078 1396	.261 500 9326	14
	15	28.421 709 4304	109.686 837 7216	.009 116 8642	.035 184 3721	3.859 262 5116	.259 116 8642	15
16	35.527 136 7880	138.108 547 1520	.007 240 6815	.028 147 4977	3.887 410 0093	.257 240 6815	16	
17	44.408 920 9850	173.635 683 9400	.005 759 1848	.022 517 9981	3.909 928 0075	.255 759 1848	17	
18	55.511 151 2313	218.044 604 9250	.004 586 2176	.018 014 3985	3.927 942 4060	.254 586 2176	18	
19	69.388 939 0391	273.555 756 1563	.003 655 5619	.014 411 5188	3.942 353 9248	.253 655 5619	19	
20	86.736 173 7988	342.944 695 1954	.002 915 9221	.011 529 2150	3.953 883 1398	.252 915 9221	20	
ANNUALLY If compounded annually nominal annual rate is	21	108.420 217 2486	429.680 868 9942	.002 327 3086	.009 223 3720	3.963 106 5119	.252 327 3086	21
22	135.525 271 5607	538.101 086 2428	.001 858 3869	.007 378 6276	3.970 485 2095	.251 858 3869	22	
23	169.406 589 4509	673.626 357 8034	.001 484 5025	.005 902 9581	3.976 388 1676	.251 484 5025	23	
24	211.758 236 8136	843.032 947 2543	.001 186 1933	.004 722 3665	3.981 110 5341	.251 186 1933	24	
25	264.697 796 0170	1054.791 184 0679	.000 948 0549	.003 777 8932	3.984 888 4273	.250 948 0549	25	
26	330.872 245 0212	1319.488 980 0848	.000 757 8692	.003 022 3145	3.987 310 7418	.250 757 8692	26	
27	413.590 306 2765	1650.361 225 1061	.000 605 9280	.002 417 8516	3.990 328 5934	.250 605 9280	27	
28	516.987 882 8456	2063.951 531 3826	.000 484 5075	.001 934 2813	3.992 262 8748	.250 484 5075	28	
29	646.234 853 5571	2580.939 414 2282	.000 387 4558	.001 547 4250	3.993 810 2998	.250 387 4558	29	
30	807.793 566 9463	3227.174 267 7853	.000 309 8686	.001 237 3400	3.995 048 2398	.250 309 8686	30	
SEMIANNUALLY If compounded semiannually nominal annual rate is	31	1009.741 958 6829	4034.967 834 7316	.000 247 8335	.000 990 3520	3.996 038 5919	.250 247 8335	31
32	1262.177 448 3536	5044.709 793 4145	.000 198 2275	.000 792 2816	3.996 830 8735	.250 198 2275	32	
33	1577.721 810 4420	6306.887 241 7681	.000 158 5568	.000 633 8253	3.997 464 6988	.250 158 5568	33	
34	1972.152 263 0525	7884.609 052 2101	.000 126 8294	.000 507 0602	3.997 971 7590	.250 126 8294	34	
35	2465.190 328 8157	9856.761 315 2626	.000 101 4532	.000 405 6482	3.998 377 4072	.250 101 4532	35	
36	3081.487 911 0196	12321.951 644 0783	.000 081 1560	.000 324 5186	3.998 701 9258	.250 081 1560	36	
37	3851.859 888 7745	15403.439 555 0979	.000 064 9206	.000 259 6148	3.998 961 5406	.250 064 9206	37	
38	4814.824 860 9681	19255.299 443 8724	.000 051 9338	.000 207 6919	3.999 169 2325	.250 051 9338	38	
39	6018.531 076 2101	24070.124 304 8404	.000 041 5453	.000 166 1535	3.999 335 3860	.250 041 5453	39	
40	7523.163 845 2626	30088.655 381 0506	.000 033 2351	.000 132 9228	3.999 468 3098	.250 033 2351	40	
QUARTERLY If compounded quarterly nominal annual rate is	41	9403.954 806 5783	37611.819 226 3132	.000 026 5874	.000 106 3382	3.999 574 6470	.250 026 5874	41
42	11754.943 508 2229	47015.774 032 8915	.000 021 2695	.000 085 0706	3.999 659 7176	.250 021 2695	42	
43	14693.679 385 2786	58770.717 541 1144	.000 017 0153	.000 068 0565	3.999 727 7741	.250 017 0153	43	
44	18367.099 231 5982	73464.396 926 3930	.000 013 6120	.000 054 4452	3.999 782 2193	.250 013 6120	44	
45	22958.874 039 4978	91831.496 157 9912	.000 010 8895	.000 043 5561	3.999 825 7754	.250 010 8895	45	
46	28698.592 549 3723	114790.370 197 4890	.000 008 7115	.000 034 8449	3.999 860 6203	.250 008 7115	46	
47	35873.240 686 7153	143488.962 746 8613	.000 006 9692	.000 027 8759	3.999 888 4963	.250 006 9692	47	
48	44841.550 858 3941	179362.203 433 5766	.000 005 5753	.000 022 3007	3.999 910 7970	.250 005 5753	48	
49	55051.938 572 9927	224203.754 291 9707	.000 004 4602	.000 017 8406	3.999 928 6376	.250 004 4602	49	
50	70064.923 216 2409	280255.692 864 9634	.000 003 5681	.000 014 2725	3.999 942 9101	.250 003 5681	50	
MONTHLY If compounded monthly nominal annual rate is	51	87581.154 020 3011	350320.616 081 2043	.000 002 8545	.000 011 4180	3.999 954 3281	.250 002 8545	51
52	109476.442 525 3763	437901.770 101 5053	.000 002 2836	.000 009 1344	3.999 963 4625	.250 002 2836	52	
53	138445.553 156 7204	547378.212 626 8817	.000 001 8269	.000 007 3075	3.999 970 7700	.250 001 8269	53	
54	171056.941 445 9005	684223.765 783 6021	.000 001 4615	.000 005 3460	3.999 976 6160	.250 001 4615	54	
55	213821.176 807 3757	855280.707 229 5026	.000 001 1692	.000 004 6768	3.999 981 2928	.250 001 1692	55	
56	267276.471 009 2196	1069101.884 036 8783	.000 000 9354	.000 003 7414	3.999 985 0342	.250 000 9354	56	
57	334095.588 761 5245	1336378.355 046 0978	.000 000 7483	.000 002 3932	3.999 988 0274	.250 000 7483	57	
58	41769.485 951 9056	1670473.943 807 6223	.000 000 5986	.000 002 3945	3.999 990 4219	.250 000 5986	58	
59	522024.357 439 8820	2088093.429 759 5278	.000 000 4789	.000 001 9156	3.999 992 3375	.250 000 4789	59	
60	652530.446 799 8525	2610117.787 199 4098	.000 000 3831	.000 001 5325	3.999 993 8700	.250 000 3831	60	

5%
.25
per period

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is
25%

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is
50%

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is
100%

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is
300%

i = .25
j = .50
k = 1.00
l = 3.00

i = .25
j = .50
k = 1.00
l = 3.00

$$n \quad s = (1+i)^n \quad s_{-1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \frac{1}{s_{-1}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n} \quad a_{-1} = \frac{1-v^n}{i} \quad \frac{1}{a_{-1}} = \frac{i}{1-v^n} \quad n$$



RATE

1 1/2%

.015

per period

ANNUALLY

If compounded annually nominal annual rate is

1 1/2%

SEMIANNUALLY

If compounded semiannually nominal annual rate is

3%

QUARTERLY

If compounded quarterly nominal annual rate is

6%

MONTHLY

If compounded monthly nominal annual rate is

18%

i = .015
j(1/2) = .03
j(4) = .06
j(12) = .18

PERIODS

AMOUNT OF

How \$1 left at compound interest will grow.

AMOUNT OF

How \$1 deposited periodically will grow.

SINKING FUND

Periodic deposits that will grow to \$1 at future date.

PRESENT WORTH OF 1

What \$1 due in the future is worth today.

PRESENT WORTH OF 1 PER PERIOD

What \$1 payable periodically is worth today.

PARTIAL PAYMENT

Annuity worth \$1 today
Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.

PERIODS

RATE

1 1/2%

.015

per period

ANNUALLY

If compounded annually nominal annual rate is

1 1/2%

SEMIANNUALLY

If compounded semiannually nominal annual rate is

3%

QUARTERLY

If compounded quarterly nominal annual rate is

6%

MONTHLY

If compounded monthly nominal annual rate is

18%

i = .015
j(1/2) = .03
j(4) = .06
j(12) = .18

1	1.015 000 0000	1.000 000 0000	1.000 000 0000							
2	1.030 225 0000	2.015 000 0000	.496 277 9156	.985 221 6749	.985 221 6749	1.015 000 0000				
3	1.045 678 3750	3.045 225 0000	.328 982 9602	.970 661 7486	1.955 883 4235	.511 277 9156				
4	1.061 363 5506	4.090 903 3750	.244 444 7860	.956 316 9937	2.912 200 4173	.343 382 9602				
5	1.077 284 0039	5.152 266 9256	.194 089 3231	.942 184 2303	3.854 384 6476	.259 444 7860				
6	1.093 443 2639	6.229 550 9295	.160 525 2146	.928 260 3254	4.782 644 9730	.209 089 3231				
7	1.109 844 9129	7.322 994 1935	.136 556 1645	.914 542 1925	5.697 187 1655	.175 525 2146				
8	1.126 492 5866	8.432 839 1064	.118 584 0246	.901 026 7907	6.598 213 9561	.151 556 1645				
9	1.143 389 9754	9.559 331 6929	.104 609 8234	.887 711 1238	7.485 925 0799	.133 584 0246				
10	1.160 540 8250	10.702 721 6683	.093 434 1779	.874 592 2402	8.360 517 3201	.119 609 8234				
11	1.177 948 9374	11.863 262 4934	.084 293 8442	.861 667 2317	9.222 184 5519	.108 434 1779				
12	1.195 618 1715	13.041 211 4308	.076 679 9929	.848 933 2332	10.071 117 7851	.099 293 8442				
13	1.213 552 4440	14.236 829 6022	.070 240 3574	.836 387 4219	10.907 505 2070	.091 679 9929				
14	1.231 755 7307	15.450 382 0463	.064 723 3186	.824 027 0166	11.731 532 2236	.085 240 3574				
15	1.250 232 0667	16.682 137 7770	.059 944 3557	.811 849 2775	12.543 381 5011	.079 723 3186				
16	1.268 985 5477	17.932 369 8436	.055 765 0778	.799 851 5049	13.343 233 0060	.074 944 3557				
17	1.288 020 3309	19.201 355 3913	.052 079 6569	.788 031 0393	14.131 264 0453	.070 765 0778				
18	1.307 340 6358	20.489 375 7221	.048 805 7818	.776 385 2604	14.907 649 3057	.067 079 6569				
19	1.326 950 7454	21.796 716 3580	.045 878 4701	.764 911 5866	15.672 560 8924	.063 805 7818				
20	1.346 855 0066	23.123 667 1033	.043 245 7359	.753 607 4745	16.426 168 3669	.060 878 4701				
21	1.367 057 8316	24.470 522 1099	.040 865 4950	.742 470 4182	17.168 638 7851	.058 245 7359				
22	1.387 563 6991	25.837 579 9415	.038 703 3152	.731 497 9490	17.900 136 7341	.055 865 4950				
23	1.408 377 1546	27.225 143 6407	.036 730 7520	.720 687 6345	18.620 824 3685	.053 703 3152				
24	1.429 502 8119	28.633 520 7953	.034 924 1020	.710 037 0783	19.330 661 4468	.051 730 7520				
25	1.450 945 3541	30.063 023 6072	.033 263 4539	.699 543 9195	20.030 405 3663	.049 924 1020				
26	1.472 709 5344	31.513 968 9613	.031 731 9599	.689 205 8320	20.719 611 1984	.048 263 4539				
27	1.494 800 1774	32.986 678 4957	.030 315 2680	.679 020 5242	21.398 631 7225	.046 731 9599				
28	1.517 222 1801	34.481 478 6732	.029 001 0765	.668 985 7381	22.067 617 4606	.045 315 2680				
29	1.539 980 5128	35.998 700 8533	.027 778 7802	.659 099 2494	22.726 716 7100	.044 001 0765				
30	1.563 080 2205	37.538 681 3661	.026 639 1883	.649 358 8664	23.376 075 5763	.042 778 7802				
31	1.586 526 4238	39.101 761 5865	.025 574 2954	.639 762 4299	24.015 838 0062	.041 639 1883				
32	1.610 324 3202	40.688 288 0103	.024 577 0970	.630 307 8127	24.646 145 8189	.040 574 2954				
33	1.634 479 1850	42.298 612 3305	.023 641 4375	.620 992 9189	25.267 138 7379	.039 577 0970				
34	1.658 996 3727	43.933 091 5155	.022 761 8855	.611 815 6837	25.878 954 4216	.038 641 4375				
35	1.683 881 3183	45.592 087 8882	.021 933 6303	.602 774 0726	26.481 728 4941	.037 761 8855				
36	1.709 139 5381	47.275 969 2065	.021 152 3955	.593 866 0814	27.075 594 5755	.036 933 6303				
37	1.734 776 6312	48.985 108 7446	.020 414 3673	.585 089 7353	27.660 684 3109	.036 152 3955				
38	1.760 798 2806	50.719 885 3758	.019 716 1329	.576 443 0890	28.237 127 3999	.035 414 3673				
39	1.787 210 2548	52.480 683 6564	.019 054 6298	.567 924 2256	28.805 051 6255	.034 716 1329				
40	1.814 018 4087	54.267 893 9113	.018 427 1017	.559 531 2568	29.364 582 8822	.034 054 6298				
41	1.841 228 6848	56.081 912 3199	.017 831 0610	.551 262 3219	29.915 845 2042	.033 427 1017				
42	1.868 847 1151	57.923 141 0047	.017 264 2571	.543 115 5881	30.458 960 7923	.032 831 0610				
43	1.896 879 8218	59.791 988 1198	.016 724 6488	.535 089 2494	30.994 050 0417	.032 264 2571				
44	1.925 333 0191	61.688 867 9416	.016 210 3801	.527 181 5265	31.521 231 5681	.031 724 6488				
45	1.954 213 0144	63.614 200 9607	.015 719 7604	.519 390 6665	32.040 622 2346	.031 210 3804				
46	1.983 526 2096	65.568 413 9751	.015 251 2458	.511 714 9423	32.552 337 1770	.030 719 7604				
47	2.013 279 1028	67.551 940 1848	.014 803 4238	.504 152 6526	33.056 489 8295	.030 251 2458				
48	2.043 478 2893	69.565 219 2875	.014 374 9996	.496 702 1207	33.553 191 9503	.029 803 4238				
49	2.074 130 4637	71.608 697 5768	.013 964 7841	.489 361 6953	34.042 553 6456	.029 374 9996				
50	2.105 242 4206	73.682 828 0405	.013 571 6832	.482 129 7491	34.524 683 3947	.028 964 7841				
51	2.136 821 0569	75.788 070 4611	.013 194 6887	.475 004 6789	34.999 688 0736	.028 571 6832				
52	2.168 873 3728	77.924 891 5180	.012 832 8700	.467 984 9053	35.467 672 9789	.028 194 6887				
53	2.201 406 4734	80.093 764 8908	.012 485 3664	.461 068 8722	35.928 741 8511	.027 832 8700				
54	2.234 427 5705	82.295 171 3642	.012 151 3812	.454 255 0465	36.382 996 8977	.027 485 3664				
55	2.267 943 9840	84.529 598 9346	.011 830 1756	.447 541 9178	36.830 538 8154	.027 151 3812				
56	2.301 963 1438	86.797 542 9186	.011 521 0635	.440 927 9978	37.271 466 8132	.026 830 1756				
57	2.336 492 5909	89.099 506 0624	.011 223 4068	.434 411 8205	37.705 878 6337	.026 521 0635				
58	2.371 539 9798	91.435 998 6534	.010 936 6116	.427 991 9414	38.133 870 5751	.026 223 4068				
59	2.407 113 0795	93.807 538 6332	.010 660 1241	.421 666 9373	38.555 936 5124	.025 936 6116				
60	2.443 219 7757	96.214 651 7126	.010 393 4274	.415 435 4062	38.970 972 9186	.025 660 1241				
				.409 295 9667	39.380 268 8853	.025 393 4274				

n	$v^n = (1+i)^{-n}$	$s_{\overline{n} i} = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{s_{\overline{n} i}} = \frac{i}{1-v^n}$	$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$	$a_{\overline{n} i} = \frac{1-v^n}{i}$	$\frac{1}{a_{\overline{n} i}} = \frac{i}{1-v^n}$	n
---	--------------------	--	--	---------------------------	--	--	---

RATE 1 1/2%	P E R I O D S	AMOUNT OF 1 How \$1 left at compound interest will grow.	AMOUNT OF 1 PER PERIOD How \$1 deposited periodically will grow.	SINKING FUND Periodic deposit that will grow to \$1 at future date.	OF 1 What \$1 due in the future is worth today.	OF 1 PER PERIOD What \$1 payable periodically is worth today	Annuity worth \$1 today Periodic payment necessary to pay off a loan of \$1.	E R I O D S	1 1/2%
		61 2.479 868 0723	98.657 871 4883	.010 136 0387	.403 247 2579	39.783 516 1432	.025 136 0387	61	
		62 2.517 066 0934	101.137 739 5607	.009 887 5059	.397 287 9388	40.180 804 0820	.024 887 5059	62	
.015		63 2.554 822 0848	103.654 805 6541	.009 647 4061	.391 416 6884	40.572 220 7704	.024 647 4061	63	.015
per period		64 2.593 144 4161	106.209 627 7389	.009 415 3423	.385 632 2054	40.957 852 9758	.024 415 3423	64	per period
		65 2.632 041 5823	108.802 772 1550	.009 190 9423	.379 933 2073	41.337 866 1830	.024 190 9423	65	
		66 2.671 522 2061	111.434 813 7373	.008 973 8563	.374 318 4308	41.712 104 6138	.023 973 8563	66	
		67 2.711 595 0392	114.106 335 9434	.008 763 7552	.368 786 6313	42.080 891 2451	.023 763 7552	67	
		68 2.752 268 9647	116.817 930 9825	.008 560 3297	.363 336 5826	42.444 227 8277	.023 560 3297	68	
		69 2.793 552 9992	119.570 199 9472	.008 363 2878	.357 967 0764	42.802 194 9042	.023 363 2878	69	
		70 2.835 456 2942	122.363 752 9464	.008 172 3548	.352 676 9226	43.154 871 8268	.023 172 3548	70	
		71 2.877 988 1386	125.199 209 2406	.007 987 2709	.347 464 9484	43.502 336 7751	.022 987 2709	71	
		72 2.921 157 9607	128.077 197 3793	.007 807 7911	.342 329 9984	43.844 666 7735	.022 807 7911	72	
		73 2.964 975 3301	130.998 355 3399	.007 633 6836	.337 270 9344	44.181 937 7079	.022 633 6836	73	
		74 3.009 449 9601	133.963 330 6700	.007 464 7293	.332 286 6349	44.514 224 3428	.022 464 7293	74	
		75 3.054 591 7095	136.972 780 6301	.007 300 7206	.327 375 9949	44.841 600 3377	.022 300 7206	75	
		76 3.100 410 5851	140.027 372 3395	.007 141 4609	.322 537 9260	45.164 138 2638	.022 141 4609	76	
		77 3.146 916 7439	143.127 782 9246	.006 986 7637	.317 771 3557	45.481 909 6195	.021 986 7637	77	
		78 3.194 120 4950	146.274 699 6685	.006 836 4523	.313 075 2273	45.794 984 8468	.021 836 4523	78	
		79 3.242 032 3025	149.468 820 1635	.006 690 3586	.308 448 4998	46.103 433 3466	.021 690 3586	79	
		80 3.290 662 7870	152.710 852 4660	.006 548 3231	.303 890 1476	46.407 323 4941	.021 548 3231	80	
ANNUALLY		81 3.340 022 7288	156.001 515 2530	.006 410 1941	.299 399 1602	46.706 722 6543	.021 410 1941	81	ANNUALLY
If compounded annually		82 3.390 123 0697	159.341 537 9818	.006 275 8275	.294 974 5421	47.001 697 1964	.021 275 8275	82	If compounded annually
nominal annual rate is		83 3.440 974 9158	162.731 661 0515	.006 145 0857	.290 615 3124	47.292 312 5088	.021 145 0857	83	nominal annual rate is
1 1/2%		84 3.492 589 5395	166.172 635 9673	.006 017 8380	.286 320 5048	47.578 633 0136	.021 017 8380	84	1 1/2%
		85 3.544 978 3826	169.665 225 5068	.005 893 9597	.282 089 1673	47.860 722 1808	.020 893 9597	85	
		86 3.598 153 0583	173.210 203 8894	.005 773 3319	.277 920 3619	48.138 642 5427	.020 773 3319	86	
		87 3.652 125 3542	176.808 356 9477	.005 655 8413	.273 813 1644	48.412 455 7071	.020 655 8413	87	
		88 3.706 907 2345	180.460 482 3019	.005 541 3794	.269 766 6644	48.682 222 3715	.020 541 3794	88	
		89 3.762 510 8430	184.167 389 5365	.005 429 8429	.265 779 9650	48.948 002 3365	.020 429 8429	89	
		90 3.818 948 5057	187.929 900 3795	.005 321 1330	.261 852 1822	49.209 854 5187	.020 321 1330	90	
SEMIANNUALLY		91 3.876 232 7333	191.748 848 8852	.005 215 1552	.257 982 4455	49.467 836 9642	.020 215 1552	91	SEMIANNUALLY
If compounded semiannually		92 3.934 376 2243	195.625 081 6185	.005 111 8190	.254 169 8971	49.722 006 8613	.020 111 8190	92	If compounded semiannually
nominal annual rate is		93 3.993 391 8676	199.559 457 8428	.005 011 0379	.250 413 6917	49.972 420 5530	.020 011 0379	93	nominal annual rate is
3%		94 4.053 292 7457	203.552 849 7104	.004 912 7291	.246 712 9968	50.219 133 5498	.019 912 7291	94	3%
		95 4.114 092 1368	207.606 142 4561	.004 816 8132	.243 066 9919	50.462 200 5416	.019 816 8132	95	
		96 4.175 803 5189	211.720 234 5929	.004 723 2141	.239 474 8688	50.701 675 4105	.019 723 2141	96	
		97 4.238 440 5717	215.896 038 1118	.004 631 8590	.235 935 8314	50.937 611 2419	.019 631 8590	97	
		98 4.302 017 1803	220.134 478 6835	.004 542 6778	.232 449 0949	51.170 060 3368	.019 542 6778	98	
		99 4.366 547 4380	224.436 495 8637	.004 455 6033	.229 013 8866	51.399 074 2235	.019 455 6033	99	
		100 4.432 045 6495	228.803 043 3017	.004 370 5712	.225 629 4450	51.624 703 6684	.019 370 5712	100	
QUARTERLY		101 4.498 526 3343	233.235 088 9512	.004 287 5195	.222 295 0197	51.846 998 6881	.019 287 5195	101	QUARTERLY
If compounded quarterly		102 4.566 004 2293	237.733 615 2855	.004 206 3887	.219 009 8716	52.066 008 5597	.019 206 3887	102	If compounded quarterly
nominal annual rate is		103 4.634 494 2927	242.299 619 5148	.004 127 1216	.215 773 2725	52.281 781 8322	.019 127 1216	103	nominal annual rate is
6%		104 4.704 011 7071	246.934 113 8075	.004 049 6632	.212 584 5049	52.494 366 3372	.019 049 6632	104	6%
		105 4.774 571 8827	251.638 125 5146	.003 973 9606	.209 442 8620	52.703 809 1992	.018 973 9606	105	
		106 4.846 190 4610	256.412 697 3973	.003 899 9629	.206 347 6473	52.910 156 8465	.018 899 9629	106	
		107 4.918 883 3179	261.258 887 8583	.003 827 6210	.203 298 1747	53.113 455 0212	.018 827 6210	107	
		108 4.992 666 5676	266.177 771 1761	.003 756 8877	.200 293 7682	53.313 748 7993	.018 756 8877	108	
		109 5.067 556 5662	271.170 437 7438	.003 687 7176	.197 333 7617	53.511 082 5511	.018 687 7176	109	
		110 5.143 569 9146	276.237 994 3099	.003 620 0668	.194 417 4992	53.705 500 0503	.018 620 0668	110	
MONTHLY		111 5.220 723 4634	281.381 564 2246	.003 553 8931	.191 544 3342	53.897 044 3845	.018 553 8931	111	MONTHLY
If compounded monthly		112 5.299 034 3153	286.602 287 6880	.003 489 1557	.188 713 6298	54.085 758 0143	.018 489 1557	112	If compounded monthly
nominal annual rate is		113 5.378 519 8300	291.901 322 0033	.003 425 8152	.185 924 7584	54.271 682 7727	.018 425 8152	113	nominal annual rate is
18%		114 5.459 197 6275	297.279 841 8333	.003 363 8339	.183 177 1019	54.454 859 8746	.018 363 8339	114	18%
		115 5.541 085 5919	302.739 039 4608	.003 303 1749	.180 470 0511	54.635 329 9257	.018 303 1749	115	
		116 5.624 201 8758	308.280 125 0527	.003 243 8030	.177 803 0060	54.813 132 9318	.018 243 8030	116	
		117 5.708 564 9039	313.904 326 9285	.003 185 6840	.175 175 3754	54.988 308 3071	.018 185 6840	117	
		118 5.794 193 3775	319.612 891 8325	.003 128 7849	.172 586 5767	55.160 894 8839	.018 128 7849	118	
		119 5.881 106 2781	325.407 085 2099	.003 073 0738	.170 036 0362	55.330 930 9201	.018 073 0738	119	
		120 5.969 322 8723	331.288 191 4881	.003 018 5199	.167 523 1884	55.498 454 1085	.018 018 5199	120	

$i = .015$
 $i^{(2)} = .03$
 $i^{(4)} = .06$
 $i^{(12)} = .18$

$i = .015$
 $i^{(2)} = .03$
 $i^{(4)} = .06$
 $i^{(12)} = .18$

$$n \quad s = (1+i)^n$$

$$s_{\overline{n}|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$\frac{1}{s_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

$$v^n = \frac{1}{(1+i)^n}$$

$$a_{\overline{n}|i} = \frac{1-v^n}{i}$$

$$\frac{1}{a_{\overline{n}|i}} = \frac{i}{1-v^n}$$

RATE
1 1/2%

P
E
R
I
O
D
S

AMOUNT OF I
How \$1 left at
compound interest
will grow.

AMOUNT OF I
PER PERIOD
How \$1 deposited
periodically will
grow.

SINKING FUND
Periodic deposit
that will grow to \$1
at future date.

PRESENT WORTH
OF I
What \$1 due in the
future is worth
today.

PRESENT WORTH
OF I PER PERIOD
What \$1 payable
periodically is
worth today

PARTIAL PAYMENT
Annuity worth \$1 today
Periodic payment
necessary to pay off a
loan of \$1.

P
E
R
I
O
D
S

RATE
1 1/2%

.015
per period

121	6.058	862	7154	337.257	514	3604	.002	965	0933
122	6.149	745	6561	343.316	377	0758	.002	912	7652
123	6.241	991	8410	349.466	122	7320	.002	861	5077
124	6.335	621	7186	355.708	114	5729	.002	811	2938
125	6.430	656	0444	362.043	736	2915	.002	762	0972
126	6.527	115	8850	368.474	392	3359	.002	713	8928
127	6.625	022	6233	375.001	508	2209	.002	666	6559
128	6.724	397	9627	381.626	530	8443	.002	620	3629
129	6.825	263	9321	388.350	928	8069	.002	574	9906
130	6.927	642	8911	395.176	192	7390	.002	530	5168

.165	047	4762	55.663	501	5847	.017	965	0933	121
.162	608	3510	55.826	109	9357	.017	912	7652	122
.160	205	2719	55.986	315	2075	.017	861	5077	123
.157	837	7063	56.144	152	9138	.017	811	2938	124
.155	505	1294	56.299	658	0432	.017	762	0972	125
.153	207	0240	56.452	865	0672	.017	713	8928	126
.150	942	8808	56.603	807	9480	.017	666	6559	127
.148	712	1978	56.752	520	1458	.017	620	3629	128
.146	514	4806	56.899	034	6264	.017	574	9906	129
.144	349	2420	57.043	383	8683	.017	530	5168	130

.015
per period

131	7.031	557	5345	402.103	835	6301	.002	486	9198
132	7.137	030	8975	409.135	393	1646	.002	444	1787
133	7.244	086	3609	416.272	424	0620	.002	402	2730
134	7.352	747	6563	423.516	510	4230	.002	361	1830
135	7.463	038	8712	430.869	258	0793	.002	320	8896
136	7.574	984	4543	438.332	296	9505	.002	281	3742
137	7.688	609	2211	445.907	281	4048	.002	242	6187
138	7.803	938	3594	453.595	890	6258	.002	204	6055
139	7.920	997	4348	461.399	828	9852	.002	167	3177
140	8.039	812	3963	469.320	826	4200	.002	130	7386

.142	216	0019	57.185	599	8703	.017	486	9198	131
.140	114	2876	57.325	714	1579	.017	444	1787	132
.138	043	6331	57.463	757	7911	.017	402	2730	133
.136	003	5794	57.599	761	3705	.017	361	1830	134
.133	993	6743	57.733	755	0448	.017	320	8896	135
.132	013	4722	57.865	768	5171	.017	281	3742	136
.130	062	5342	57.995	831	0513	.017	242	6187	137
.128	140	4278	58.123	971	4791	.017	204	6055	138
.126	246	7269	58.250	218	2060	.017	167	3177	139
.124	381	0117	58.374	599	2178	.017	130	7386	140

ANNUALLY
If compounded
annually
nominal annual rate is

1 1/2%

141	8.160	409	5822	477.360	638	8163	.002	094	8522
142	8.282	815	7260	485.521	048	3985	.002	059	6429
143	8.407	057	9619	493.803	864	1245	.002	025	0955
144	8.533	163	8313	502.210	922	0864	.001	991	1952
145	8.661	161	2888	510.744	085	9177	.001	957	9277
146	8.791	078	7081	519.405	247	2064	.001	925	2790
147	8.922	944	8887	528.196	325	9145	.001	893	2354
148	9.056	789	0620	537.119	270	8033	.001	861	7839
149	9.192	640	8980	546.176	059	8653	.001	830	9114
150	9.330	530	5114	555.368	700	7633	.001	800	6056

.122	542	8687	58.497	142	0865	.017	094	8522	141
.120	731	8903	58.617	873	9768	.017	059	6429	142
.118	947	6752	58.736	821	6520	.017	025	0955	143
.117	189	8278	58.854	011	4798	.016	991	1952	144
.115	457	9584	58.969	469	4383	.016	957	9277	145
.113	751	6832	59.083	221	1214	.016	925	2790	146
.112	070	6238	59.195	291	7453	.016	893	2354	147
.110	414	4077	59.305	706	1530	.016	861	7839	148
.108	782	6677	59.414	488	8207	.016	830	9114	149
.107	175	0421	59.521	663	8627	.016	800	6056	150

SEMIANNUALLY
If compounded
semiannually
nominal annual rate is

3%

151	9.470	488	4691	564.699	231	2747	.001	770	8542
152	9.612	545	7962	574.169	719	7439	.001	741	6453
153	9.756	733	9831	583.782	265	5400	.001	712	9674
154	9.903	084	9928	593.538	999	5231	.001	684	8093
155	10.051	631	2677	603.442	084	5160	.001	657	1599
156	10.202	405	7368	613.493	715	7837	.001	630	0085
157	10.355	441	8228	623.696	121	5205	.001	603	3449
158	10.510	773	4501	634.051	563	3433	.001	577	1588
159	10.668	435	0519	644.562	336	7934	.001	551	4403
160	10.828	461	5777	655.230	771	8453	.001	526	1798

.105	591	1744	59.627	255	0372	.016	770	8542	151
.104	030	7137	59.731	285	7509	.016	741	6453	152
.102	493	3140	59.833	779	0649	.016	712	9674	153
.100	978	6345	59.934	757	6994	.016	684	8093	154
.099	486	3394	60.034	244	0388	.016	657	1599	155
.098	016	0979	60.132	260	1368	.016	630	0085	156
.096	557	5842	60.228	827	7210	.016	603	3449	157
.095	140	4770	60.323	968	1980	.016	577	1588	158
.093	734	4601	60.417	702	6581	.016	551	4403	159
.092	349	2218	60.510	051	8799	.016	526	1798	160

QUARTERLY
If compounded
quarterly
nominal annual rate is

6%

161	10.990	888	5013	666.059	233	4230	.001	501	3680
162	11.155	751	8289	677.050	121	9243	.001	476	9955
163	11.323	088	1063	688.205	873	7532	.001	453	0536
164	11.492	934	4279	699.528	961	8595	.001	429	5334
165	11.665	328	4443	711.021	896	2874	.001	406	4264
166	11.840	308	3710	722.687	224	7317	.001	383	7245
167	12.017	912	9965	734.527	533	1027	.001	361	4194
168	12.198	181	6915	746.545	446	0992	.001	339	5032
169	12.381	154	4169	758.743	627	7907	.001	317	9682
170	12.566	871	7331	771.124	782	2076	.001	296	8070

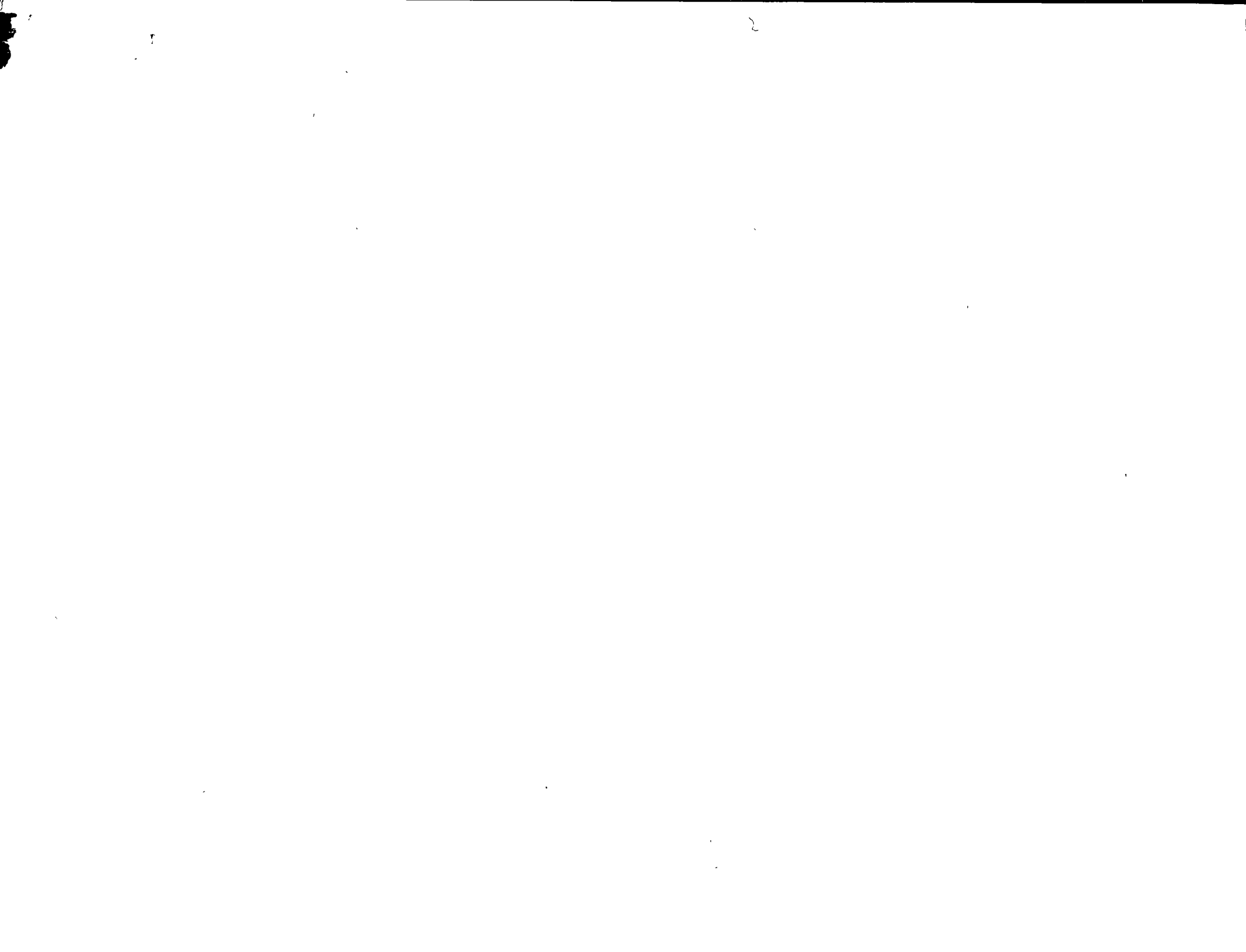
.090	984	4550	60.601	036	3349	.016	501	3680	161
.089	639	8571	60.690	676	1920	.016	476	9955	162
.088	315	1302	60.778	991	3222	.016	453	0536	163
.087	009	9805	60.866	001	3027	.016	429	5334	164
.085	724	1187	60.951	725	4213	.016	406	4264	165
.084	457	2598	61.036	182	6811	.016	383	7245	166
.083	209	1229	61.119	391	8041	.016	361	4194	167
.081	979	4315	61.201	371	2355	.016	339	5032	168
.080	767	9128	61.282	139	1483	.016	317	9682	169
.079	574	2983	61.361	713	4466	.016	296	8070	170

MONTHLY
If compounded
monthly
nominal annual rate is

18%

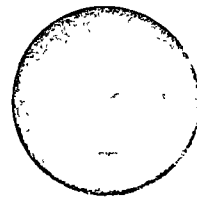
171	12.755	374	8091	783.691	653	9407	.001	276	0121
172	12.946	705	4312	796.447	028	7498	.001	255	5763
173	13.140	906	0127	809.393	734	1810	.001	235	4926
174	13.338	019	6029	822.534	640	1938	.001	215	7543
175	13.538	089	8969	835.872	659	7967	.001	196	3545
176	13.741	161	2454	849.410	749	6936	.001	177	2867
177	13.947	278	6641	863.151	910	9390	.001	158	5446
178	14.156	487	8440	877.099	189	6031	.001	140	1219
179	14.368	835	1617	891.255	677	4471	.001	122	0125
180	14.584	367	6891	905.624	512	6089	.001	104	2104

.078	398	3234	61.440	111	7701	.016	276	0121	171
.077	239	7275	61.517	351	4976	.016	255	5763	172
.076	098	2537	61.593	449	7513	.016	235	4926	173
.074	668	4230	61.668	423	4003	.016	215	7543	174
.073	865	6640	61.742	289	0644	.016	196	3545	175
.072	774	0532	61.815	063	1176	.016	177	2867	176
.071	698	5746	61.886	761	6922	.016	158	5446	177
.070	638	8988							



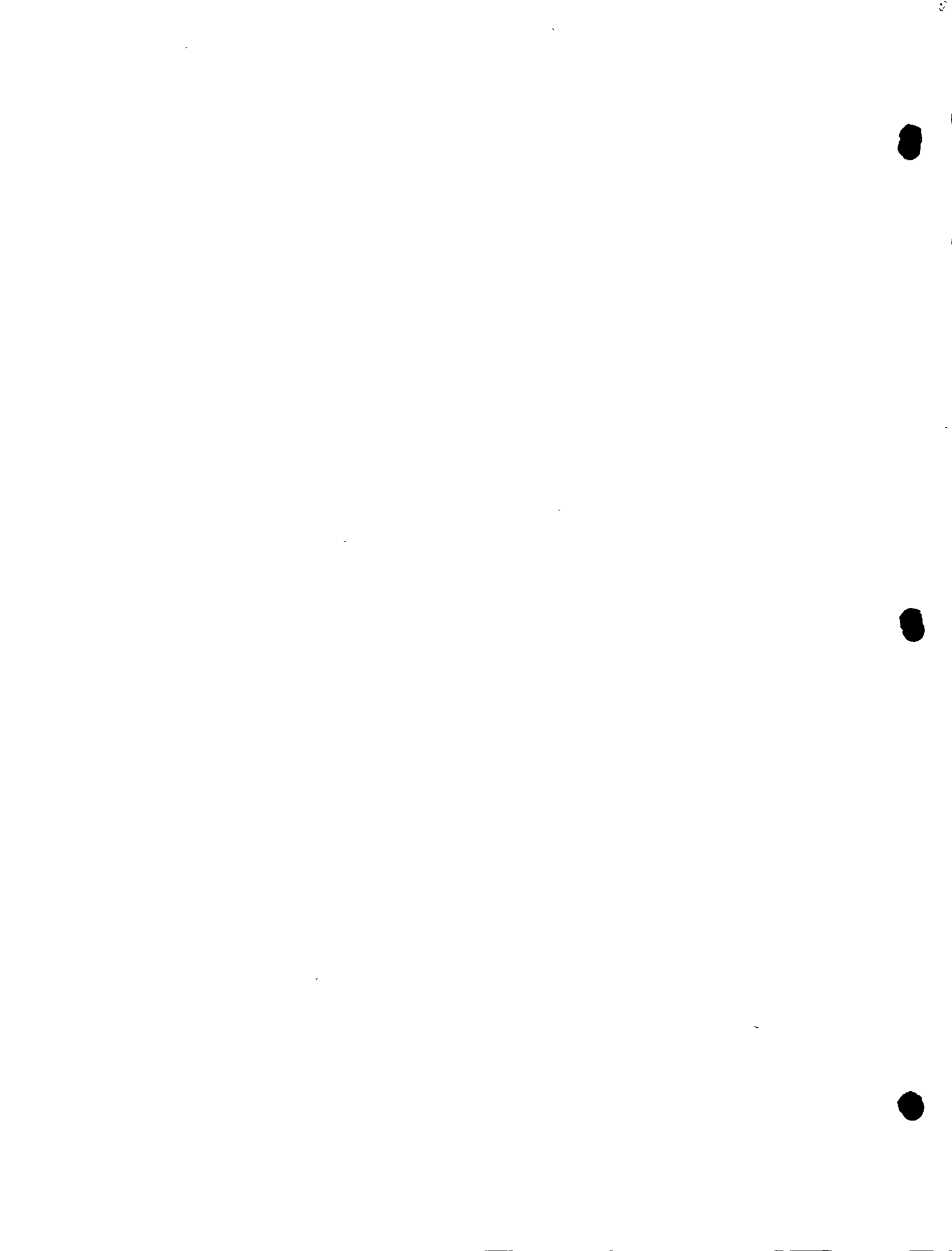


centro de educación continua facultad de ingeniería, unam



RELACION DE PROFESORES DEL CURSO METODOS MODER- NOS PARA AVALUOS

1. Ing. Rubén Aguilar García
Jefe del Depto. de Financiamiento
Panamericana de Avalúos, S.A.
Mariano Escobedo 752-14 Piso
2. Ing. Raúl J. Pulido Sánchez
Gerente de Ingeniería
Hipotecaria Bancomer, S.A.
Sn. Juan de Letrán 13-13
México, D.F.
3. Dr. Melchor Rodríguez Caballero
Tuxpan 10 Desp. 803-8 Piso
México, D.F.



DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE METODOS MODERNOS PARA AVALUOS
(Del 14 de Agosto al 11 de Octubre de 1973)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
1. ING. ALBERTO ARANDA CUEVAS Margaritas No. 51 Col. Florida México 20, D. F. Tel: 5-24-33-15	CONSTRUCTORA CARDENAS Y AS. S. A. Pennsylvania No. 294 Col. Nápoles México 18, D. F. Tel: 5-23-12-37
2. ARQ. RAUL CAFFAREL TORAL Retorno 38 No. 13 de Ave. Cecilio Robelo Col. Jardín Balbuena México 9, D. F. Tel: 5-71-29-98	S.E.P. México, D. F.
3. SR. DAGOBERTO CANTU MARTINES Tenango No. 708 Col. Sánchez Toluca, México	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 2-06-38
4. ING. ANTONIO CARBAJAL TREJO Luis Ponce Sur y Aurelio Jimenez Tulancingo, Hgo. Tel: 3-14-07	DEPARTAMENTO AGRARIO Bolivar No. 145 México, D. F.
5. ING. ANDRES CARDONA RODRIGUEZ México, D. F.	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México
6. ING. BENJAMIN CASTRO POLO Santiago Xicotencatl No. 41 Col. Niños Héroes Querétaro, Qro. Tel: 2-22-62	DESPACHO PARTICULAR Ezequiel Montes Nte. No. 24 Querétaro, Qro. Tel: 2-22-68
7. ING. ELISEO CORTES SALCEDO Calle 1 No. 67-510 México 13, D. F.	GERENCIA DE INSPECCION Y VERIFICA- CION DE CONSTRUCCION-PEMEX Ave. Marina Nacional No. 329 (Edificio 1810-8o. Piso) México 17, D. F. Tel: 5-31-61-49
8. ING. RICARDO JORGE CUEVAS PACHUCA Av. Circunvalación No. 38 Col. El Arenal México 9, D. F.	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE METODOS MODERNOS PARA AVALUOS
(Del 14 de Agosto al 11 de Octubre de 1973)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
9. ING. LUIS CHAVELAS JIMENEZ Playa Cuyutlán No. 299 Col. Reforma Iztaccihuatl México 13, D. F. Tel: 5-79-19-52	ISSSTE-DEPARTAMENTO DE PRESTAMOS HIPOTECARIOS Plaza de la República No.6-4o.Piso México, D. F. Tel: 5-35-05-63
10. ING. HECTOR DE LA O ALVARADO Km. 24 1/2 Carretera Federal a Cuernavaca	
11. ING. ARMANDO ESCANERO MUÑOZ Av. Universidad 62-B Col. Narvarte México 12, D. F. Tel: 5-30-54-61	SECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS Xola y Ave. Universidad México, D. F. Tel: 5-30-67-86
12. ING. JORGE FRAUSTRO FABRETT Hacienda de Pastejé No. 11 Fracc. Rincón del Bosque Echegaray México 10, D. F. Tel: 5-60-28-64	NACIONAL FINANCIERA, S. A. Venustiano Carranza No. 25-5o. P. México, D. F. Tel: 5-21-16-14
13. SR. JUAN JOSE GARCIA NUÑEZ Manzana 49 Lote No. 27 Coacalco Villa de las Flores México, D. F.	D.G.H. EDO. DE MEXICO DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25
14. SR. GABINO HERNANDEZ APARICIO México, D. F.	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México
15. ING. JORGE H. JIMENEZ BENOIT Privada Pino Suárez No. 96-4 Querétaro, Qro. Tel: 2-28-93	L I B R E Ezequiel Montes No. 37-Sur Querétaro, Qro. Tel: 2-40-40
16. SR. BENJAMIN LANDEROS OLGUIN Josefa Ortiz de Domínguez 605 Sur Toluca, México Tel: 5-71-59	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE METODOS MODERNOS PARA AVALUOS
(Del 14 de Agosto al 11 de Octubre de 1973)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
17. SR. F. BERNARDO MALDONADO GOMEZ Sitio de Cuautla No. 122 Toluca, México Tel: 5-12-78	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25
18. ING. AGEO MENESES MOLINA Dr. Erazo 182 Col. Doctores México 7, D. F. Tel: 5-88-24-11	INFONAVIT (DELEGACION EDO. DE MEX.) Blvd. A. Camacho 460-D-5o. Piso Naucalpan, Edo. de México Tel: 5-76-28-10
19. ING. SERGIO ANTONIO MONTAÑO MUNGUÍA Apdo. No. 230 Suc. A. Cuernavaca, Morelos.	
20. ARQ. FERNANDO NOE MURILLO Corregidora 95-203 San Angel México, D. F. Tel: 5-63-24-46	EDILTECNO DE MEXICO, S. A. Av. Palmas No. 765-504 Lomas de Chapultepec México, D. F. Tel: 5-20-26-53
21. ING. J. MIGUEL ORTIZ AYALA Juan de la Barrera No. 34 Cd. Satélite Edo. de México Tel: 5-62-38-84	INMOBILIARIA BANCOMER, S. A. DE C.V Venustiano Carranza 39-2o. Piso México, D. F. Tel: 5-21-53-00
22. SR. ROBERTO PEREZ ARTEAGA Callejón General Anaya No. 59 Col. Churubusco México 21, D. F. Tel: 5-49-10-00	
23. SR. JORGE LUIS QUEROL SUÑE Angel Urraza No. 1524 Col. Vertiz Narvarte México 13, D. F. Tel: 5-75-42-69	HIPOTECARIA DEL ATLANTICO Venustiano Carranza No. 51-1er. Pis México 1, D. F. Tel: 5-10-88-89
24. ING. FROYLAN RODRIGUEZ CASAS Tula No. 13 México 11, D. F. Tel: 5-53-33-58	COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD Ródano No. 14-2o. Piso México, D. F. Tel: 5-53-60-62

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE METODOS MODERNOS PARA AVALUOS
(Del 14 de Agosto al 11 de Octubre de 1973)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
25. ING. JORGE RODRIGUEZ FAJARDO Texas No. 48-401 Col. Nápoles México 18, D. F. Tel: 5-43-49-77	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25
26. SR. MANUEL RODRIGO LOPEZ Viveros Colima No. 1 Viveros de la Loma Tlalnepantla, México	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25
27. ING. JUAN RENE RUBIO M. Rodolfo Sánchez No. 403 Col. Granjas Toluca, México	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-06-38
28. SR. J. MANUEL SANCHEZ LEGORRETA Av. Independencia No. 602 Ote. Toluca, México	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25
29. LIC. EDGARDO SANCHEZ URTIZ México, D. F.	UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO México 20, D. F.
30. SR. RENE SANCHEZ SILVA Juan de Dios Peza No. 59-3 México 8, D. F.	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25
31. ING. MARIO SAÑUDO PADILLA Ortega No. 35 Coyoacan México 21, D. F. Tel: 5-24-38-06	SUBSECRETARIA FORESTAL Y DE LA FAUNA. Aquiles Serdan 28-Desp. 608 México, D. F. Tel: 5-18-61-73
32. ING. ROBERTO SARQUIS GERMANOS Rocio 197 Pedreal San Angel México, D. F. Tel: 5-68-05-30	NACIONAL FINANCIERA, S. A. Isabel la Católica No. 51 México, D. F. Tel: 5-21-71-30

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE METODOS MODERNOS PARA AVALUOS
(Del 14 de Agosto al 11 de Octubre de 1973)

<u>NOMBRE Y DIRECCION</u>	<u>EMPRESA Y DIRECCION</u>
33. LIC. ALFONSO SAUCEDO GARZA Toledo 37-8 México 6, D. F. Tel: 5-14-53-74	DESPACHO DE ECONOMISTAS Nuevo León 108-102 México 11, D. F. Tel: 5-14-73-17
34. SR. DANIEL TENA TAYABAS Rio Lerma No. 333-2 México, D. F.	ASESORIA MERCADOLOGICA EN BIENES RAICES Botticelli No. 50-104 México, D. F. Tel: 5-63-48-80
35. LIC. CARLOS TOMMASI VILLAMIL Sta. Catarina 282 San Angelín México, D. F. Tel: 5-48-32-99	DESPACHO PROPIO Casas Grandes No. 10 México 12, D. F. Tel: 5-19-26-98
36. ING. CRESCENCIO URIBE ROJO Guerrero 380 Edif. Miguel Hidalgo Depto. 1020-E Tlatelolco México, D. F. Tel: 5-83-30-21	PETROLEOS MEXICANOS Ave. Marina Nacional No. 329 México, D. F. Tel: 5-45-74-60
37. ING. EDUARDO VAZQUEZ CASTAÑEDA México, D. F.	
38. ARQ. GUILLERMO VELARDE BECERRA Viveros del Rio No.9 México, D. F.	NACIONAL FINANCIERA, S. A. Venustiano Carranza No. 25-5o. Piso México, D. F. Tel: 5-21-16-14
39. SR. ANTONIO VILCHIS CHAVEZ Manuel Doblado No. 7 Col. Los Pilares Toluca, México	DEPARTAMENTO DE CATASTRO Palacio de Gobierno Toluca, México Tel: 5-27-25
40. ING. GUILLERMO VILLANUEVA CORONADO Calle "D" No. 6 Manz. 6 Col. Educación México 21, D. F. Tel: 5-49-71-03	HIPOTECARIA DEL ATLANTICO, S.A. Venustiano Carranza No. 51 México, D. F. Tel: 5-10-88-89

DIRECTORIO DE ASISTENTES AL CURSO DE METODOS MODERNOS PARA AVALUOS
(Del 14 de Agosto al 11 de Octubre de 1973)

NOMBRE Y DIRECCION

EMPRESA Y DIRECCION

41. ING. ALFONSO F. VILLA R.
Mier y Pesado No. 222
México 12, D. F.
Tel: 5-43-27-99

BANCO NACIONAL DE OBRAS Y SERVICIOS
PUBLICOS, S. A.
Av. Insurgentes Norte No. 423
México 3, D. F.
Tel: 5-83-00-22 Ext. 121

42. ARQ. OMAR ZAYRIK CHAHIN
Pensylvania 214-501
México, D. F.
Tel: 5-43-13-52

PARTICULAR
Insurgentes Sur No. 682-102
México, D. F.
Tel: 5-23-82-96