CAPÍTULO 4

Régimen crítico

Es posible distinguir el flujo de agua en un canal en tres tipos de régimen o estados: el flujo supercrítico, el flujo subcrítico o el flujo crítico. Un parámetro utilizado para distinguir entre éstos tres tipos de flujo es en función de la acción que sobre él ejerce la gravedad, es el número de Froude, $\mathcal{F}$, el cual básicamente, relaciona la fuerza de la gravedad y la fuerza de inercia, ambas dependen de la masa. En general el comportamiento del flujo se ve delimitado por dos elementos, la viscosidad y la gravedad, aunque en canales sólo este último es relevante.

En el flujo supercrítico las fuerzas inerciales tienen mayor influencia que la fuerza gravitacional, además de esto, el flujo se presenta a velocidades y/o pendientes grandes, y tiene profundidades (tirantes) pequeñas. Cuando existe un flujo de este tipo en un canal, un aumento en la cantidad de energía cinética provoca una disminución del tirante del agua, el número de Froude, en este caso, es mayor de 1.

Por otro lado, en un flujo en régimen subcrítico las fuerzas inerciales tienen menor influencia que las gravitacionales; en éste flujo se tienen velocidades y/o pendientes pequeñas, pero las profundidades (tirantes) de la lámina del agua, por el contrario, son mayores a las que se presentan en el flujo supercrítico. El número de Froude en este régimen es menor de 1.

El **régimen crítico** se presenta cuando las fuerzas inerciales y gravitacionales se equilibran o igualan y provocan un flujo inestable, convirtiéndolo en cierta manera en un estado intermedio y cambiante entre los otros dos tipos de flujo. De acuerdo con lo anterior es poco recomendable usarlo en el diseño de estructuras hidráulicas. Para éste tipo de flujo el número de Froude es 1 y el tirante o profundidad del agua es también llamada crítica

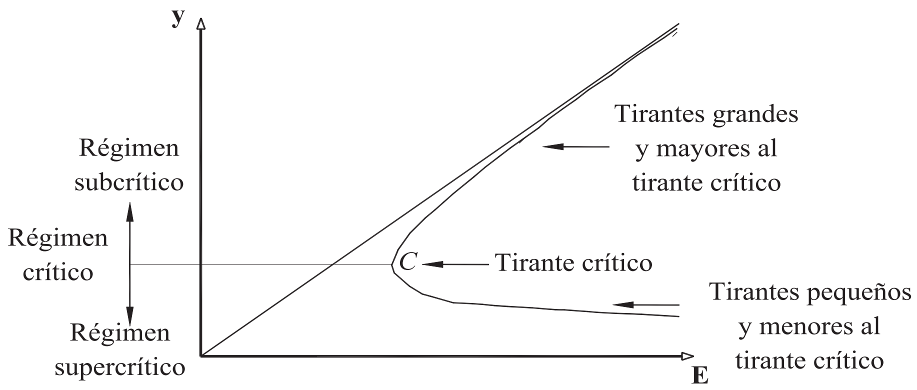

Figura 4.1: Curva de energía específica y régimen del agua

Otra manera de poder distinguir entre los tres posibles regímenes del flujo es por medio de la energía específica. En donde la energía específica se define como la cantidad de energía por unidad de peso en cualquier sección, medida siempre con respecto al fondo de un canal. Por lo anterior, el régimen crítico es cuando la energía específica es mínima para un gasto determinado y constante. En la figura 4.1 se muestra la curva de energía específica y tiene una forma de una parábola que abre hacia la derecha. La región subcrítica tiende asintóticamente a una recta de 45°. Se puede observar que con excepción del tirante crítico, para cada valor de energía específica corresponden dos valores del tirante: uno subcrítico (mayor que el tirante crítico) y el otro supercrítico (menor que el tirante critico). A medida que el tirante disminuye, la curva se desplaza hacia la derecha y tiende asintóticamente al eje de la energía.

Sección 4.1

Condición crítica

Se sabe que el estado crítico sirve como frontera entre el régimen subcrítico y el supercrítico. Es conocido que el flujo antes del cimacio es subcrítico y después del mismo supercrítico, lo que significa que en algún punto se presenta la sección crítica. Esto es correcto, pero se comete primero el error de aplicar la condición del régimen crítico convencional del flujo rectilíneo a uno que es curvilíneo; después se acepta que la sección crítica ocurre sobre la cresta, lo cual es cierto en algunos vertedores pero no en un cimacio.

La energía del flujo es:

$$H = \zeta + d\cos\theta + \frac{1}{I_Q^2\left(1-\kappa d\right)^2}\frac{Q^2}{2g} \tag{4.1}$$

donde I_Q es una integral y depende de la geometría de la sección para la sección rectangular es:

$$I_Q = -\left(\frac{L_e}{\kappa}\right)\ln\left(1-\kappa d\right) \tag{4.2}$$

Por tanto, la energía total del flujo con respecto del plano horizontal que pasa por la cresta es

$$H = \zeta + d\cos\theta + \left[\frac{\kappa}{\left(1-\kappa d\right)\left(1-\kappa d\right)}\right]^2\frac{q^2}{2g} \tag{4.3}$$

Un parámetro aplicable al flujo curvilíneo en un canal rectangular, relacionado con el número de Froude es

$$\mathcal{F} = \frac{q}{\sqrt{gd\cos\theta}}\frac{\kappa\left(1-\chi\right)}{\lambda\chi} \tag{4.4}$$

el cual para las condiciones criticas adquiere el valor

$$\mathcal{F}_c = \frac{q}{\sqrt{g\cos\theta}}\left[\frac{1-\chi}{\lambda d^{\frac{3}{2}}}\right]_c \tag{4.5a}$$

Es decir

$$\mathcal{F}_c = \left[-\frac{\lambda\,(1-\chi)^3}{\chi\,(1-\lambda)-1}\right]_c^{\frac{1}{2}} \tag{4.5b}$$

El numero de Froude para cualquier condición del flujo curvilíneo se define como $\mathbb{F} = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_c}$. El cual si alcanza obviamente el valor $\mathbb{F} = 1$ para el flujo crítico curvilíneo. Por otra parte, se sustituye q de la ecuación 4.4 en la 3.19e y se obtiene

$$H = \zeta + \left[1 + \frac{\mathcal{F}^2}{2\,(1-\chi^2)}\right] d\cos\theta \tag{4.6}$$

de la cual se despeja $\mathcal{F}$ y en términos adimensionales resulta

$$\mathcal{F} = \sqrt{2}\,(1-\chi)\left[\frac{\kappa H_0}{\chi\cos\theta}\left(\frac{H}{H_0} - \frac{\zeta}{H_0}\right) - 1\right]^{\frac{1}{2}} \tag{4.7}$$

La sección crítica se ubica donde $\mathcal{F} = \mathcal{F}_c$, siendo $\mathcal{F}_c$ el numero de Froude crítico expresado de la ecuación 4.5b. Es decir, se debe de cumplir

$$\frac{\kappa H_0}{\cos\theta}\left(\frac{H}{H_0} - \frac{\zeta}{H_0}\right) = \chi_c - \frac{1}{2}\frac{(1-\chi_c)\;\ln(1-\chi_c)}{\ln(1-\chi_c)+1} \tag{4.8}$$

Esta ecuación permite calcular χ_c para cada valor del término a la izquierda del signo igual, el cual depende a su vez de $\frac{H}{H_0}$ (constante) y de $\frac{x_c}{H_0}$. No olvidemos que $\chi = \frac{d}{R}$.

Sección 4.2

Localización del tirante crítico

La ecuación 4.8 no ubica la sección crítica ya que depende de ζ_c, es decir, de x_c. La sección crítica tiene que satisfacer la condición de que $\mathbb{F} = 1$, o bien, que $\mathcal{F}^2 = \mathcal{F}_c^2$, pero además se ubica donde la energía sea mínima a lo largo de la curva $\frac{dH}{dx} = 0$. Para la primera condición se igualan las ecuaciones 4.4 y 4.5b y la segunda condición resulta:

$$H = \zeta + d\cos\theta + \gamma\left(\chi\right)\frac{\kappa^2 q^2}{2g} \tag{4.9}$$

donde $\gamma\left(\chi\right) = \left[\left(1-\chi\right)\ln\left(1-\chi\right)\right]^{-2}$

Por lo que, para ubicar la sección crítica la ecuación 4.10 debe ser igual a cero.

$$f\left(\frac{x}{H_0},\frac{H}{H_0}\right) = \left(1-\chi_c\right)\frac{d\zeta}{dx} + \left[2\left(\frac{H}{H_0}-\frac{\zeta}{H_0}\right) - 3\frac{\cos\theta}{\kappa H_0}\chi_c\right]\frac{H_0^2\frac{d\kappa}{dx}}{\kappa H_0} \tag{4.10}$$

Los términos que intervienen en esta ecuación se determinan de la geometría del cimacio y de las condiciones de operación durante el vertido.

Sección 4.3

Tirante crítico en canales de fondo curvo

Como se mencionó, el régimen crítico se podría obtener cuando la energía específica alcanza su valor mínimo, por lo que, de la derivada de la ecuación 4.9 se podría obtener el tirante crítico. Para un canal rectangular, el tirante crítico resulta:

$$\frac{\kappa H_0}{\cos\theta}\left(F\kappa H_0\right)^2 = -\frac{1}{2}\frac{\left[\left(1-\chi_{cc}\right)\ln\left(1-\chi_{cc}\right)\right]^3}{\ln\left(1-\chi_{cc}\right)+1} \tag{4.11}$$

de donde se puede obtener χ_{cc} y luego sustituir su valor en la siguiente ecuación para obtener d_c

$$d_c = \frac{\chi_{cc}}{\kappa} = \chi_{cc} R \tag{4.12}$$

Sección 4.4

Comentarios

El régimen crítico es único para cada condición de operación. En el caso de un cambio en la carga de operación, el régimen crítico no estaría en la misma posición en donde ya se había calculado y por lo tanto se necesitaría localizar la nueva posición del régimen crítico usando la ecuación 4.10.

El procedimiento para obtener la posición del tirante crítico es un proceso de iteración en donde se propone un valor de x_c, se procede a obtener la solución χ_c y luego se sustituye en la ecuación 4.10 hasta hacerla cero; en otras palabras se sigue ese mecanismo hasta encontrar un valor de x, el cual haga que la ecuación 4.10 sea igual a cero. Una vez localizada la sección crítica se procede a obtener su tirante con las características particulares de esa ubicación.

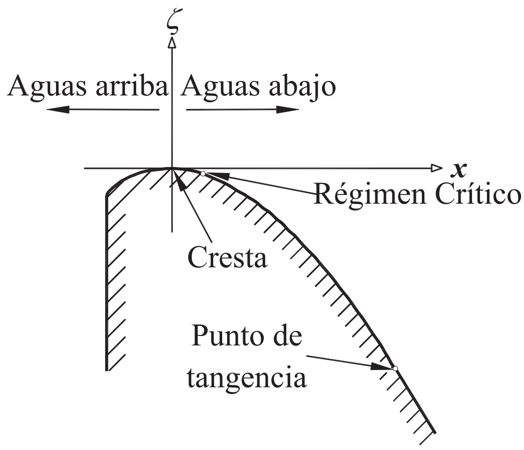

Figura 4.2: Posición del tirante crítico sobre el perfil de un cimacio