

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA



**APLICACIÓN DE LA MECÁNICA DE
FLUIDOS A LA INGENIERÍA PETROLERA**

T E S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO PETROLERO

PRESENTA

NAAE RAYENARI VÁZQUEZ HERNÁNDEZ

DIRECTORA DE TESIS:

Dra. Rocío Guadalupe de la Torre Sánchez



CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, D.F. ABRIL DEL 2011

Agradecimientos

A mis padres Ana Lilia Hernández Ramírez y Agustín Vázquez Palacios por darme su amor, comprensión y ser los mejores padres que un hijo puede tener apoyándome en todos mis sueños y enseñarme a no darme por vencido, son mis superhéroes favoritos.

A mis hermanos, Meyalli, Maye, Shani por compartir su felicidad conmigo y apoyarme en todo.

A mi esposa Claudia por apoyarme en esos momentos difíciles y darme el impulso para seguir adelante a demás de darme el gran regalo de ser padre.

A mis amigos : Abraham, Angel, Alejandro, Almita, Beto, Cid, Carlitos, Cesar, Eduardo, Victor, Gabo S, Gabriel, Genaro, Gerson, Luis, Manolo, Natalia, Nora, Osiris, Pepe, Uziel por apoyarme siempre y ser mas que amigos convirtiéndose en los hermanos que me dio la vida.

A mis abuelos María Luisa y Agustín por que fueron simplemente geniales y enseñarme que todo es posible.

A mis primos, tíos, sobrinos por alegrarme la vida.

INDICE

	Pág.
-----	-----
INDICE -----	I
LISTA DE FIGURAS -----	III
LISTA DE TABLAS -----	IV
OBJETIVO -----	V
ALCANCE -----	VI
RESUMEN -----	VII
INTRODUCCION -----	1
CAPITULO 1	
PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS	
1.1. Definición de fluido -----	2
1.2. Ley de Newton de la viscosidad -----	4
1.3. Viscosidad -----	4
1.4. Clasificación de los fluidos -----	5
1.5. Tensión superficial -----	7
1.6. Densidad -----	7
1.7. Peso específico -----	8
1.8. Presión de vapor -----	8
Conclusiones -----	9
Ejercicios -----	10
CAPITULO 2	
ESTATICA DE LOS FLUIDOS	
2.1. Presión en un punto -----	12
2.2. Variación de la presión en el seno de un fluido en reposo; compresible e incompresible -----	14
2.3. Presión absoluta y presión manométrica -----	17
2.4. Medidores de presión -----	17
2.5. Fuerzas sobre superficies planas, cóncavas, magnitud y punto de aplicación -----	22
Conclusiones -----	30
Ejercicios -----	31
CAPITULO 3	
ANÁLISIS DIMENSIONAL Y TEORIA DE LOS MODELOS	
3.1. Análisis dimensional -----	34
3.2. Teoría de Buckingham -----	38
3.3. Semejanzas geométrica, cinética, dinámica -----	39
Conclusiones -----	41
Ejercicios -----	42

CAPITULO 4
ECUACIONES FUNDAMENTALES

4.1. Ecuación de continuidad	47
4.2. Ecuación de cantidad de movimiento y de conservación de energía	49
Conclusiones	54
Ejercicios	55

CAPITULO 5
FLUJO DE LÍQUIDOS EN TUBERÍAS Y FLUJO DE GASES EN TUBERÍAS

5.1. Flujo laminar y flujo turbulento, numero de Reynolds	59
5.2. Ecuación de Bernoulli	62
5.3. Pérdidas de carga por fricción	64
5.4. Ecuación de Darcy y Weisbach	66
5.5. Diagrama de Moody	67
5.6. Ecuación de Poiseuille	68
5.7. Regímenes de flujo	69
Conclusiones	69
Ejercicios	70

CAPITULO 6
MEDIDORES DE FLUJO

6.1. Presión estática	76
6.2. Tubo de pitot	76
6.3. Tubo venturi	76
6.4. Placas de orificios	76
6.5. Medición por desplazamiento positivo	78
Conclusiones	79

CONCLUSIONES	80
---------------------------	-----------

REFERENCIAS	81
--------------------------	-----------

REFERENCIA ELECTRONICA	83
-------------------------------------	-----------

LISTA DE FIGURAS

Figura	Pág.
1.1. Deformación resultante de la aplicación de una fuerza cortante constante	2
1.2. Diagrama reologico	6
2.1. Diagrama de cuerpo libre de una partícula en forma de cuña	12
2.2. Dos puntos a la misma altura en un fluido estático	13
2.3. Trayectorias para deducir la variación de presión en un fluido	14
2.4. Diagrama de cuerpo libre para las fuerzas verticales que actúan sobre un elemento de fluido	15
2.5. Manómetro bourdon	17
2.6. Unidades y escalas para medición de presión	18
2.7. Barómetro de mercurio	19
2.8. Manómetro simples	20
2.10. Micromanómetros de gancho (a) Para gases (b) Para líquidos	21
2.11. Manómetro inclinado	22
2.12. Notación para determinar la línea de acción de una fuerza	23
2.13. Notación para la fuerza que ofrece un líquido sobre un lado de un plano inclinado	24
2.14. Ejemplo del prisma de presión	26
2.15. Componente horizontal de la fuerza sobre una superficie curvada	27
2.16. Proyección de elementos de área sobre lados opuestos de un cuerpo	28
2.17. Componente vertical de la fuerza sobre una superficie curvada	30
2.18. Líquido con superficie libre equivalente	30

3.1. Velocidad de onda contra longitud de onda para ondas superficiales	37
4.1. Tubo de corriente para la ecuación de continuidad	48
4.2. Tubo de corriente para ecuación de cantidad de movimiento	49
5.1. Flujo laminar	59
5.2. Diagrama de Moody	67
5.3. Diagrama de ecuación de Poiseuille	68
6.1. Placas de orificios	77
6.2. Medición por desplazamiento positivo	78

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1.1. Valores de las propiedades de gases	10
Tabla 3.1. Dimensiones y símbolos	35
Tabla 5.1. Valores de rugosidad	66
Tabla 5.2. Valores de viscosidad cinemática y densidad relativa	71

OBJETIVO

Este trabajo escrito ha sido concebido con el principal propósito de complementar los diferentes textos relacionados con la mecánica de los fluidos con la característica de que esta dirigido a las necesidades de la industria petrolera.

Cada capítulo se inicia con el establecimiento de las definiciones pertinentes, principios y teoremas junto con el material ilustrativo y descriptivo al que sigue una serie de problemas resueltos.

Los problemas resueltos ilustran y amplían la teoría, presenta el método de análisis, proporcionan ejemplos prácticos todo esto para facilitar la comprensión de los distintos temas expuestos.

El análisis del cuerpo libre, los diagramas, los principios de trabajo y energía de la cantidad de movimiento y leyes de Newton se utilizan a lo largo de todo este trabajo escrito.

Todas aquellas personas que revisen o estudien este trabajo reconocerán su utilidad al estudiar la mecánica de fluidos y adicionalmente aprovecharan la ventaja de enfoque a la industria petrolera.

ALCANCE

Los alcances de este trabajo escrito son diversos una pequeña lista de importantes áreas de aplicación actual con respecto a la teoría matemática de la mecánica de fluidos son: La Industria Petrolera, Hidrología, Geofísica, Aeronáutica, Ciencias Ambientales, Medicina y algunas mas.

Dado que el carácter matemático de este trabajo escrito es sofisticado es de sumo interés que las personas que pretenden usar este trabajo tengan a su alcance deducciones y argumentos matemáticos rigurosos en lenguaje matemático actual para poder tener un mayor potencial de uso del mismo.

Espero que el presente trabajo escrito sea de utilidad tanto para los investigadores matemáticos que buscan una referencia básica para sus cursos, como para los estudiantes de las ciencias físicas y la ingeniería.

RESUMEN

Los fluidos del tipo; gas, líquidos, gas-liquido, solido-liquido, solido-gas son muy comunes en la industria petrolera, estos se pueden encontrar en reposo o en movimiento, ya sea en una tubería, un compresor o en una malla eliminadora de niebla, por lo que se necesita de la mecánica de fluidos, para caracterizar el comportamiento del fluido en diferentes condiciones.

Los procesos de bombeo y compresión de hidrocarburos al aplicar las ecuaciones pertinentes nos ayuda a entender el funcionamiento de los equipos utilizados en la industria petrolera y poder resolver los problemas que se presentan en los mismos.

Para la asignatura de propiedades de los fluidos petroleros nos ayuda a entender el comportamiento de los diferentes fluidos que se encuentran en el yacimiento petrolero a diferentes condiciones de presión y temperatura.

Para flujo multifásico en tuberías el aporte es entender el comportamiento de los fluidos dentro de las tuberías o líneas de descarga y redes de recolección. En Recuperación Secundaria o en Recuperación mejorada nos facilita entender los diferentes mecanismos que se presentan en el flujo de fluidos en medios porosos así como los diferentes sistemas de recuperación de hidrocarburos.

En los mecanismos y funcionamientos de sistemas artificiales de producción nos ayuda a maximizarlos con lo cual podemos prolongar la vida productiva de los pozos. Otra asignatura importante es conducción y manejo de la producción de los hidrocarburos en el diseño y evaluación de los sistemas de recolección, tratamiento y transporte de hidrocarburos esta basado principalmente en el flujo por ductos. La mecánica de fluidos es una herramienta básica para entender y realizar una buena evaluación y diseño de estos ductos.

Como se ha visto la relación que tiene la mecánica de fluidos con otras materias de la carrera de ingeniería petrolera es muy amplia e importante. Este trabajo escrito engloba información necesaria la cual nos servirá de apoyo para las distintas materias y problemas que se nos presenten en la carrera de ingeniería petrolera el tema se distribuye en 6 capítulos:

- Propiedades de los fluidos.
- Estática de los fluidos.
- Análisis dimensional
- Ecuaciones fundamentales.
- Flujo de líquidos en tuberías y Flujo de gas en tuberías
- Medidores de flujo.
- En cada uno de los capítulos al final se presentan ejercicios enfocados a la industria petrolera, para mostrar el uso de la mecánica de fluidos y así facilitar su comprensión y estudio.

INTRODUCCIÓN

La mecánica de fluidos estudia el comportamiento de los fluidos ya sea en reposo o en movimiento, relaciona características de los mismos con modelos físicos matemáticos que permiten un amplio uso de sus ecuaciones fundamentales.

Los fluidos pueden dividirse en: líquidos y gases. Las diferencias esenciales entre estos son que los líquidos son prácticamente incompresibles y los gases son compresibles por lo que muchas veces hay que tratarlos como tales. Los líquidos ocupan un volumen definido, mientras que una masa de gas se expande hasta ocupar todas las partes del recipiente que lo contenga esto al adaptarse a la forma del recipiente que lo contiene, cuando están en equilibrio los fluidos no pueden soportar fuerzas tangenciales con lo cual tenemos que mencionar que todos los fluidos son compresibles en cierto grado y ofrecen poca resistencia a los cambios de forma.

En nuestra vida diaria nos encontramos con infinidad de fluidos distintos, en el caso de la industria petrolera el principal fluido que nos es de interés es el hidrocarburo, para una mejor comprensión necesitamos el conocimiento del comportamiento y manejo de este fluido.

CAPITULO 1 PROPIEDADES DE LOS FLUIDOS

Resumen

En el desarrollo de los principios de la mecánica de fluidos, las propiedades de los fluidos juegan un papel preponderante en este capítulo se explican estas propiedades y como intervienen e interactúan en la mecánica de fluidos.

1.1. Definición de fluido

Un fluido es una sustancia que se deforma continuamente cuando se somete a un esfuerzo de corte, por muy pequeña que esta sea. Una fuerza cortante es la componente tangente a la superficie de la fuerza y esta fuerza, dividida por el área de la superficie, es el esfuerzo de corte media sobre el área considerada. El esfuerzo de corte en un punto es el limite del cociente de la fuerza cortante por el área cuando el área tiende a cero en el punto.

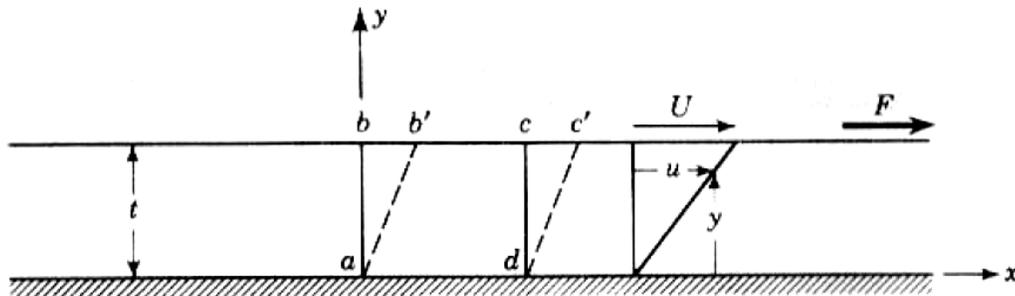


Figura 1.1 Deformación resultante de la aplicación de una fuerza cortante constante.

En la Figura 1.1 se representa una sustancia que se ha colocado entre dos placas paralelas muy próximas lo suficientemente largas para que puedan despreciarse las condiciones en los bordes. La placa inferior esta quieta y sobre la superior se aplica una fuerza (F), que origina un esfuerzo de corte (F/A) en la sustancia colocada entre las placas (A es el área de la placa superior). Cuando esta fuerza (F), por muy pequeña que sea, hace mover a la lámina superior con una velocidad constante (no nula), se puede concluir que la sustancia situada entre las láminas se deforma.

El fluido en inmediato contacto con la pared solida tiene la misma velocidad que la pared, es decir, no hay ningún deslizamiento del fluido sobre la pared. Es un hecho experimental que se ha comprobado en innumerables ensayos con varios tipos de fluidos y materiales de la pared. El fluido del área ($abcd$) se mueve hasta ocupar una nueva posición ($ab'c'd'$), de manera que cada partícula fluida se mueve paralelamente a la lámina y la velocidad (u) varía uniformemente desde cero en la placa en reposo hasta (U) en la lámina superior. La experiencia demuestra que si las otras magnitudes se mantienen constantes, (F) es directamente proporcional a (A) y a (U) e inversamente proporcional a (t), de manera que

$$F = \frac{AU}{t} \mu \dots\dots\dots (1.0.1)$$

Donde:

- F: Fuerza aplicada sobre la superficie
- A: Área de la placa
- μ : Viscosidad o Factor de proporcionalidad
- t: Distancia entre placas
- U: Velocidad de partículas

Siendo μ el factor de proporcionalidad que hace intervenir el efecto del fluido de que se trate. Como el esfuerzo de corte es $\tau = F/A$, resulta

$$\tau = \mu \frac{U}{t} \dots\dots\dots (1.0.2)$$

La relación U/t es la velocidad angular de la línea (ab), o la velocidad angular de deformación del fluido, es decir, la disminución del Angulo, (bad) en la unidad de tiempo. La velocidad angular también puede escribirse $\left(\frac{du}{dy}\right)$ y ambas, (U/t) y $\frac{du}{dy}$, expresan la variación de velocidad dividida por la distancia en la que se produce dicha variación. Sin embargo, $\frac{du}{dy}$ es más general y sirve en todos los casos, aun en aquellos en que la velocidad angular y el esfuerzo de corte varían. El gradiente de velocidad $\frac{du}{dy}$ puede también ser considerado como el cociente de la velocidad cuando una capa del fluido se mueve en relación con la capa adyacente. En forma directa puede escribirse

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \dots\dots\dots (1.1.1)$$

Es decir, existe una proporcionalidad entre el esfuerzo de corte y la velocidad de deformación angular de un movimiento unidimensional de un fluido. El factor de proporcionalidad se llama viscosidad del fluido, y la EC. (1.1.1) es la ley de newton de la viscosidad. En su libro newton consideraba el movimiento circular de los fluidos como parte de sus estudios de los planetas y escribía.

“Hipótesis

La resistencia que se observa debida a la falta de lubricación en las partes de un fluido es, siendo iguales las demás cosas, proporcional a la velocidad con que se separan una de la otra las partes de un fluido”

Una sustancia plástica no cumple la definición de fluido por que para producir en ella una deformación continua debe sobrepasar una cierto esfuerzo de corte inicial. Una sustancia elástica situada entre las dos láminas anteriormente consideradas se deforma en una cantidad proporcional a la fuerza, pero no

de forma continua. Si existiese el vacío entre las dos láminas no resultaría una velocidad de deformación constante, sino que sería constantemente creciente. Si se colocase arena entre las láminas, por el rozamiento seco se necesitaría una fuerza finita para conseguir un movimiento continuo. Por consiguiente, la arena tampoco satisface la definición de fluido.

1.2. Ley de Newton de la viscosidad

La Ley de Newton de la viscosidad establece que la rapidez del esfuerzo de corte por unidad de área es directamente proporcional al gradiente negativo de la velocidad local:

$$\tau_{yx} = -\nu \frac{d}{dy}(\rho v_x) \dots\dots\dots (1.1.2)$$

1.3. Viscosidad

De todas las propiedades del fluido es esta la que requiere mayor atención en el estudio del movimiento del fluido es por su naturaleza y características, es la viscosidad propiedad de un fluido en virtud de la cual este ofrece resistencia a las tensiones de corte.

La viscosidad de un gas aumenta con la temperatura, mientras que la viscosidad de un líquido disminuye con la temperatura. Este comportamiento con la variación de temperatura puede explicarse considerando que la resistencia de un fluido a la esfuerzo de corte depende de su cohesión y del grado de transferencia de cantidades de movimiento de sus moléculas. Un líquido, con moléculas mucho más cercanas que un gas, tiene unas fuerzas de cohesión mayores que este. La cohesión parece ser la causa predominante de la viscosidad en un líquido, y como la cohesión disminuye con la temperatura, a la viscosidad le sucederá lo mismo. Por otro lado, un gas tiene fuerzas cohesivas muy pequeñas. La mayor parte de su resistencia a el esfuerzo de corte es el resultado de la transferencia de cantidades de movimiento molecular.

En un fluido hay siempre una transferencia de moléculas a través de cualquier superficie ficticia que se trace en él. Cuando una capa se mueve en relación con otra adyacente, la transferencia de moléculas de una capa a otra de lugar a cambios de cantidades de movimiento de un lado al otro, de tal manera que surge un esfuerzo de corte aparente que resiste al movimiento relativo y tiende a igualar las velocidades de las capas adyacentes de manera análoga a lo que sucede en la Fig. 1.1. La medida del movimiento de una capa en relación con otra adyacente es $\frac{du}{dy}$.

El movimiento molecular en un gas da lugar a un esfuerzo de corte aparente que es más importante que la fuerza cohesiva, y como los movimientos moleculares se incrementan con la temperatura, la viscosidad de un gas aumenta con la temperatura.

Para presiones ordinarias, la viscosidad es independiente de la presión y depende únicamente de la temperatura.

Las dimensiones de la viscosidad se determinan por la ley de newton de la viscosidad [Ec (1.1.1)] despejando la viscosidad μ

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} \dots\dots\dots (1.1.3)$$

Poniendo las dimensiones F, L, T para fuerza, longitud y tiempo,

$$\tau: FL^{-2} \quad \mu: LT^{-1} \quad y: L$$

μ Tiene las dimensiones $FL^{-2} T$. si se ponen las dimensiones de la fuerza en términos de la masa usando el segundo principio de newton del movimiento $F = MLT^{-2}$, las dimensiones de la viscosidad pueden expresarse como $ML^{-1}T^{-1}$.

En el sistema internacional de unidades, la unidad de viscosidad (que no tiene nombre especial) es 1Kg seg/m². En el sistema cgs la unidad de viscosidad t se llama el poise y es 1 dina seg/cm². El centipoise es la centésima parte del poise.

Viscosidad cinemática

La viscosidad μ suele llamarse viscosidad absoluta o dinámica para evitar confundirla con la viscosidad cinemática (ν), que es el cociente de la viscosidad por la densidad

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\text{viscosidad absoluta}}{\text{densidad}}$$

1.4. Clasificación de los fluidos

Los fluidos se pueden clasificar en newtonianos y no newtonianos. En los primeros existe una relación lineal entre el esfuerzo de corte aplicada y la velocidad de formación resultante [μ constante en la Ec. (1.1.1)] como se observa en el grafico de la Fig. 1.2. En los segundos no existe tal relación lineal. Un plástico ideal tiene una cierto esfuerzo de corte inicial y por encima de ella existe una relación lineal constante entre τ y $\frac{du}{dy}$.

Se emplea el termino tixotrópico para indicar la propiedad de algunos fluidos que muestran un cambio dependiente del tiempo en su viscosidad cuanto más se someta el fluido a esfuerzos, más disminuye su viscosidad.

Una sustancia tixotrópica, tal como la tinta de imprenta, tiene una viscosidad que depende de la deformación angular inmediatamente anterior y tiende a un cierto valor cuando la sustancia esta en reposo.

Los gases y los líquidos ligeros se aproximan a los fluidos newtonianos, mientras que los líquidos pesados y los gases en las cercanías de sus puntos críticos son no newtonianos.

Para facilitar el estudio, frecuente se supone que el fluido no es viscoso. Con viscosidad nula el esfuerzo de corte es también nula cualquiera que sea el movimiento del fluido. A un fluido de viscosidad nula e incompresible, se le llama fluido ideal y vendrá representado por el eje de ordenadas de la Fig. 1.2

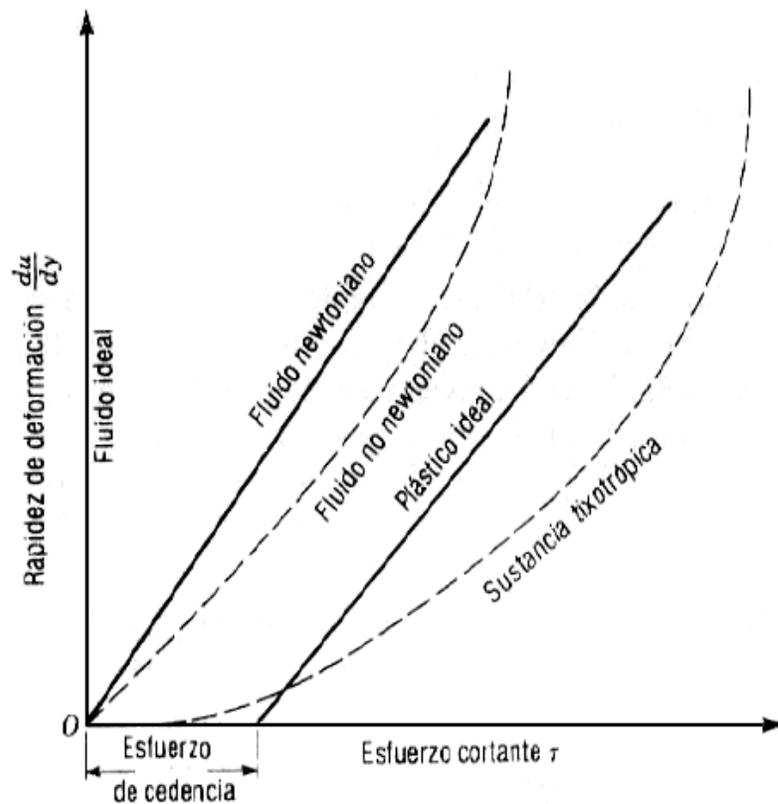


Figura 1.2 Diagrama reológico.

1.5. Tensión superficial

En la superficie de contacto entre líquido y gas parece formarse en el líquido un menisco o capa superficial, debida en apariencia a la atracción de las moléculas del líquido situadas por debajo de la superficie.

$$\sigma = \frac{F}{2L} = FL^{-1} \dots\dots\dots (1.1.4)$$

F: fuerza que actúa sobre la superficie

L: longitud de la superficie

En otras palabras la tensión superficial es la fuerza que actúa sobre una unidad de longitud de la superficie.

Esta propiedad de la película superficial de ejercer una tensión se llama tensión superficial y es la fuerza necesaria para mantener la unidad de longitud de la película en equilibrio. La tensión superficial de agua varía desde 0.00745 Kg/m a 20 °C hasta 0.00596 Kg/m a 100°C.

1.6. Densidad

La densidad ρ de un fluido se define como su masa por unidad de volumen. Para definir la densidad en un punto se divide la masa Δm de fluido, en el volumen pequeño ΔV que rodea a dicho punto, por ΔV y se toma el limite cuando ΔV tiende a ϵ^3 , donde ϵ es aun grande comparado con la distancia media entre moléculas,

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow \epsilon^3} \frac{\Delta m}{\Delta V} \dots\dots\dots (1.1.6)$$

$$\rho = \frac{\text{peso específico}}{\text{gravedad}}$$

Densidad relativa

Es un numero adimensional que viene dado por la relación del peso del cuerpo al peso de un volumen igual de una sustancia que se toma de referencia por lo general el valor de referencia es el agua.

$$\text{densidad rel} = \frac{\text{masa de la sustancia}}{\text{masa de igual volumen de agua}} = \frac{\text{peso específico de la sustancia}}{\text{peso específico del agua}}$$

1.7. Peso específico

El peso específico γ de una sustancia es su peso por unidad de volumen.

Cambia con la situación,

$$\gamma = \rho g = \frac{\rho (\text{kgm}^3)}{9.81} g \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \dots\dots\dots (1.1.7)$$

Dependiendo de la gravedad es una propiedad conveniente cuando se trata con la estática del fluido o con líquidos con una superficie libre.

El peso específico de los gases puede calcularse mediante la ecuación de estado de los gases (ley de Charles y Boyle)

$$\frac{PV}{T} = R \dots\dots\dots (1.1.8)$$

$$\gamma = \frac{P}{RT} \dots\dots\dots (1.1.9)$$

Donde: (P) presión absoluta, (V) volumen específico, (T) temperatura absoluta en K, (R) constante del gas.

1.8. Presión de vapor

Los líquidos se evaporan por que las moléculas se escapan de su superficie. Cuando el espacio por encima del líquido está limitado, las moléculas de vapor ejercen una presión parcial en dicho espacio llamada presión de vapor. Después de un tiempo suficiente, el número de moléculas de vapor que chocan contra la superficie del líquido y de nuevo se condensan es justamente igual al número de las que escapan en un intervalo de tiempo y existe un equilibrio. Como este fenómeno depende únicamente de la actividad molecular, la cual es función de la temperatura, la presión de vapor de un fluido dado depende de la temperatura y aumenta con ella. Cuando la presión encima del líquido se iguala a la presión del vapor del líquido, este hierve. En muchas situaciones que implican el movimiento de líquidos es posible que se produzcan presiones muy bajas en algunos lugares del sistema. Bajo tales circunstancias la presión puede llegar a ser igual o menor que la presión del vapor. Cuando ocurre esto el líquido se transforma en vapor. Este es el fenómeno de cavitación

Propiedades intensivas y Propiedades extensivas

Las propiedades intensivas son aquellas que *no dependen* de la cantidad de sustancia o del tamaño de un sistema.

Las propiedades extensivas son aquellas que *sí dependen* de la cantidad de sustancia.

CONCLUSIONES

Con el fin de entender el comportamiento de los fluidos, se hace necesario comprender su misma naturaleza. En este capítulo se definieron las propiedades de los fluidos, se introducen los símbolos y unidades implicadas y se analizaron los tipos de cálculos requeridos en el estudio de la mecánica de fluidos.

EJERCICIOS

1. Se desea saber el peso específico y la densidad del metano que se encuentra a 40°C y una presión absoluta de 11.50 kg/cm^2 .

De la tabla 1.1 obtenemos $R = 53$

$$\text{Peso específico } w = \frac{P}{RT} = \frac{11.50 \times 10^4}{53 (273+40)} = \frac{115000}{16589} = 6.93 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Densidad } = \rho = \frac{w}{g} = \frac{6.93}{9.81} = 0.7064 \text{ UTM/m}^3$$

Tabla 1.1. Valores de las propiedades de gases

Gas	Peso específico w a 20° C, 1 Atm. kg/m^3	Constante R del gas m^2/K	Exponente adiabático k	Viscosidad cinemática ν a 20° C, 1 Atm. m^2/seg
Aire	1,2047	29,3	1,40	$1,488 \times 10^{-5}$
Amoniaco	0,7177	49,2	1,32	1,535
Anhídrido carbónico	1,8359	19,2	1,30	0,846
Metano	0,6664	53,0	1,32	1,795

2. Tenemos un tanque de alimentación con 16 m^3 de aceite y tiene un peso de 11060 kg, se necesita calcular su peso específico, densidad y densidad relativa

$$\text{Peso específico } = w = \frac{11060 \text{ kg}}{16 \text{ m}^3} = 691.25 \text{ kg/m}^3$$

$$\text{Densidad } = \frac{w}{g} = \frac{691.25 \text{ kg/m}^3}{9.81 \text{ m/seg}^2} = 70.46 \text{ UTM/m}^3$$

$$\text{Densidad relativa} = \frac{w_{ac}}{w_{ag}} = \frac{691.25}{1000} = 0.69125$$

3. Se tiene que la viscosidad del agua a 20°C es 0.01008 poises. Calcular la viscosidad absoluta en kg seg/m^2 . Si la densidad relativa a 20°C es 0.998, calcular el valor de viscosidad cinemática en m^2/seg

Poise = 1 dina seg/cm^2 Como $1 \text{ kg} = 9.81 \times 10^5$ dinas y $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$

$$1 \frac{\text{kgm seg}}{\text{m}^2} = \frac{9.81 \times 10^5 \text{ dinas seg}}{10^4 \text{ cm}^2} = 98.1 \text{ poises}$$

$$\mu \text{ en kg seg/m}^2 = \frac{0.01008}{98.1} = 10.28 \times 10^{-5} = 1.0275 \times 10^{-4}$$

4. Se necesita hallar la viscosidad cinemática de un aceite cuya viscosidad absoluta es de 35.17 poises y su densidad relativa 0.873 dando el resultado en m^2/seg

$$\text{Viscosidad cinemática} = \nu = \frac{35.17 \times 9.81}{98.1 \times 873} = \frac{345.01}{85641.3} = 4.0285 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{seg}$$

5. Se tiene un tanque lleno de lodo de perforación con una masa de 150kg y una viscosidad de 5 cp, la altura de el tanque es de 5m con un diámetro de 2m y se considera una aceleración de la gravedad de 9.8 m/s^2 .

Determinar

- Densidad del lodo
- Su peso específico
- Su viscosidad cinemática

Densidad:

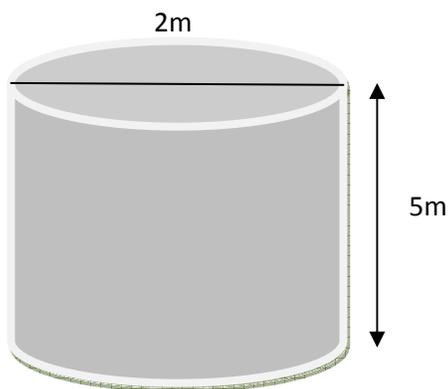
$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{150 \text{ (kg)}}{\pi 1^2(\text{m})^2 5(\text{m})} = \frac{150 \text{ kg}}{15.708 \text{ m}^3} = 9.5492 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = .0095492 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}$$

Peso específico

$$\gamma = \rho g = 9.5492 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} * 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 93.677652 \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}^2}$$

Viscosidad cinemática

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{5 \text{ cp}}{.0095492 \frac{\text{gr}}{\text{cm}^3}} = 523.60$$



CAPITULO 2
ESTATICA DE LOS FLUIDOS

Resumen

En este capítulo se explicaran los efectos de la presión y sus variaciones a través del fluido, y las fuerzas debidas a la presión sobre superficies finitas.

2.1. Presión en un punto.

La presión media se calcula dividiendo la fuerza normal que actúa sobre un área plana por dicha área. La presión en un punto es el límite del cociente de la fuerza normal a un área por dicha área cuando esta tiende a cero en el punto. En un punto de un fluido en reposo existe la misma presión en todas las direcciones. Esto significa que sobre un elemento superficial de área δA que gira al rededor de su centro, sumergido totalmente en un fluido en reposo actúa una fuerza de magnitud constante sobre cada una de las caras, cualquiera que sea su orientación.

Para demostrar esto consideremos un cuerpo libre de forma de pequeña cuña en el punto (x, y) en un fluido en reposo. Como no hay fuerzas de corte las únicas fuerzas son las normales a la superficie y la debida a la gravedad. así las ecuaciones de equilibrio en las direcciones "x" e "y" respectivamente.

$$\sum F_x = p_x \delta y - p_s \delta s \sin \theta = \frac{dx dy}{2} p a_x = 0$$

$$\sum F_y = p_y \delta x - p_s \delta s \cos \theta = \gamma \frac{dx dy}{2} = \frac{dx dy}{2} p a_y = 0$$

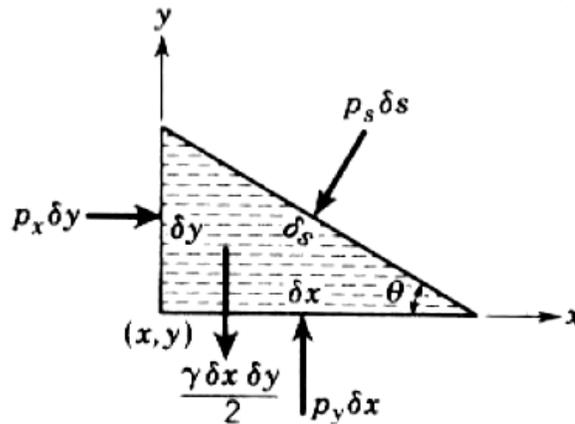


Figura 2.1. Diagrama de cuerpo libre de una partícula en forma de cuña

En las cuales p_x, p_y, p_z son las presiones medias en las tres caras, (γ) es el peso específico del fluido, y (ρ) es su densidad. Pasando al límite cuando en cuerpo libre se reduce a tamaño nulo, de forma que la cara inclinada se aproxime a (x, y) conservando el Angulo θ y usando las relaciones geométricas.

$$\delta s \operatorname{sen}\theta = \delta y \quad \delta s \operatorname{cos}\theta = \delta x$$

Las ecuaciones se reducen a

$$p_x \delta y - p_z \delta y = 0 \quad p_y \delta x - p_z \delta x - \gamma \frac{\delta x \delta y}{2} = 0$$

El último término de la segunda ecuación es un infinitésimo de orden superior y puede despreciarse. Dividiendo por δy y δx , respectivamente, las ecuaciones nos dan:

$$p_x = p_z = p_y$$

Como θ es un Angulo arbitrario, esta ecuación nos prueba que la presión es la misma en todas las direcciones en un punto de un fluido en reposo. Aunque la demostración se ha hecho en el caso bidimensional, podría haberse hecho para el caso tridimensional con las ecuaciones de equilibrio de un pequeño tetraedro de fluido con tres de las caras en los planos coordenados y la cuarta arbitrariamente inclinada.

Si el fluido estuviese en movimiento de manera que una capa se moviese en relación con la adyacente, aparecerían fuerzas de tensión de corte y las normales no serían, en general iguales en las distintas direcciones por el punto. Entonces la presión se define como el promedio de tres tensiones de compresión normales cualesquiera mutuamente perpendiculares en un punto,

$$p = \frac{p_x + p_y + p_z}{3}$$

En un fluido ficticio de viscosidad nula es decir en un fluido sin rozamiento, no se originaría ninguna tensión de corte en cualquier movimiento del fluido y entonces la presión sería la misma en todas las direcciones.

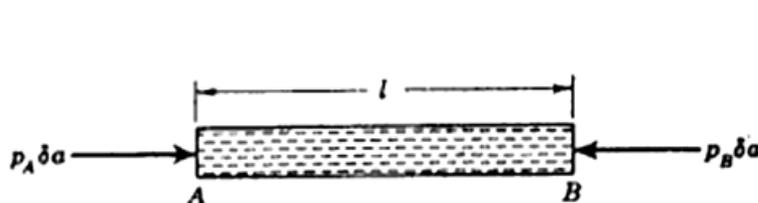


Figura 2.2. Dos puntos a la misma altura en un flujo estático

2.2. Variación de la presión en el seno de un fluido en reposo; compresible e incompresible.

Las variaciones de presión en una dirección cualquiera en un fluido en reposo pueden obtenerse estudiando las variaciones a lo largo de una línea horizontal y de una línea vertical. Los dos puntos A y B de la Fig. 2.2 están en un plano horizontal. En un cuerpo libre cilíndrico de eje AB y de bases normales al eje en A y B las únicas fuerzas que actúan en dirección axial son $p_A \delta a$ y $p_B \delta a$, siendo δa el área de la sección recta del cilindro. Por consiguiente $p_A = p_B$, lo que prueba que en dos puntos del mismo plano horizontal en una masa continua de un fluido en reposo existe la misma presión. Por consiguiente no hay variación de presión en una dirección horizontal para un fluido en reposo. Este hecho se puede establecer matemáticamente por $\frac{dp}{dx} = 0$.

Aunque la demostración se ha hecho para dos puntos que pueden unirse por una línea recta a través del fluido, puede extenderse a casos análogos al de los puntos 1 y 2 de la Fig. 2.3, cuando se estudien las variaciones de presión a lo largo de una línea vertical.

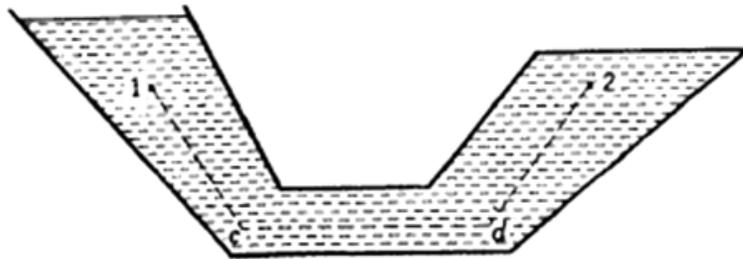


Figura 2.3. Trayectorias para deducir la variación de presión en un fluido

Ecuación fundamental de la hidrostática. Variación de la presión en un fluido incompresible.

Como no hay variación de presión en una dirección horizontal, la variación debe tener lugar en una dirección vertical. Consideramos un cuerpo libre de un fluido (fig. 2.4) consistente en un prisma de área sección recta de A, con un eje vertical de altura δy . La base está a una altura y por encima de un origen arbitrario.

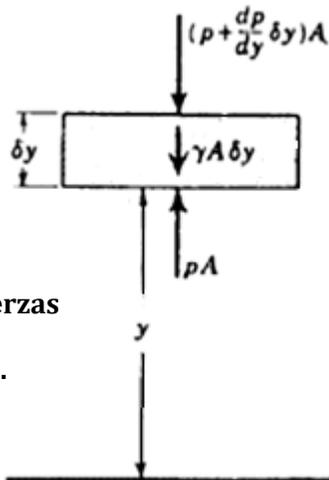


Figura 2.4. Diagrama de cuerpo libre para las fuerzas verticales que actúan sobre un elemento de flujo.

La presión en “y” es “p” y en $y + \delta y$ es $p + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)\delta y$. La derivada parcial $\frac{\partial p}{\partial y}$ se emplea para recalcar que el análisis se refiere a la variación de presión en la dirección “y”. Como se ha demostrado antes que “p” no depende de “x” (es decir $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$), se tiene, que $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{dp}{dy}$. El peso del cuerpo libre es $\gamma A \delta y$, siendo γ el peso específico del fluido a la altura “y”. Como no existen tensiones de corte, las tres fuerzas de la fig. 2.4 deben estar en equilibrio, de tal manera que

$$pA - \left(p + \frac{dp}{dy} \delta y\right)A - \gamma A \delta y = 0$$

Cuando la ecuación se simplifica dividiendo por el volumen, $A\delta y$, resulta

$$dp = -\gamma dy \dots\dots\dots(2.2.1)$$

Esta sencilla ecuación diferencial relaciona la variación de presión con el peso específico y con la variación de altura y sirve indistintamente para fluidos compresibles e incompresibles.

Para fluidos que puedan considerarse incompresibles, γ es constante, y la Ec. (2.2.1), cuando se integra, da

$$p = -\gamma y + c$$

Siendo “c” la constante de integración. La ley hidrostática de variación de presión se describe corrientemente en la forma

$$p = \gamma h \dots\dots\dots(2.2.2)$$

En la cual “h” se mide verticalmente hacia abajo ($h = -y$) desde la superficie libre del líquido y “p” es el incremento de presión desde la superficie libre. Se puede deducir la Ec. (2.2.2) tomando como cuerpo

libre, fluido una columna vertical de líquido de altura finita “h” con su superficie superior en la superficie libre.

Variación de la presión en un fluido compresible.

Cuando el fluido es un gas ideal en reposo y a temperatura constante

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} \dots\dots\dots (2.2.3)$$

Cuando el valor de γ en la Ec (2.2.1) se sustituye por (ρg) y se elimina ρ entre las Ecs. (2.2.1) y (2.2.3)

$$dy = \frac{-p_0 dp}{g\rho_0 p} \dots\dots\dots (2.2.4)$$

Se debe recordar que si ρ esta en kg/ m³, entonces $\gamma = g\rho/g_0$ con $g_0 = 9.81 \frac{kgm^{-m}}{kg\text{-seg}^2}$. Si $p = p_0$ cuando $\rho = \rho_0$, integrando entre límites

$$\int_{y_0}^y dy = -\frac{p_0}{g\rho_0} \int_{p_0}^p \frac{dp}{p}$$

O sea,

$$y - y_0 = -\frac{p_0}{g\rho_0} \ln \frac{p}{p_0} \dots\dots\dots (2.2.5)$$

Siendo \ln el logaritmo natural o neperiano. De aquí,

$$p = p_0 \exp - \frac{y-y_0}{\frac{p_0}{g\rho_0}} \dots\dots\dots (2.2.6)$$

Que nos da la variación de la presión con la altura en un gas a temperatura constante.

Cuando el gas ideal tiene un gradiente de temperatura constante expresado por la formula

$$T = T_0 + \beta y \dots\dots\dots (2.2.7)$$

Para la atmosfera normal $\beta = -0.0065 \text{ C/m}$ hasta la estratosfera, el peso específico puede calcularse en función de la presión y de la altura a partir de la ley de los gases perfectos:

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{p}{R(T_0 + \beta y)} \dots\dots\dots (2.2.8)$$

La sustitución de este valor en la Ec (2.2.1) permite determinar ρ en función de “y” por integración de la ecuación diferencial resultante.

2.3. Presión absoluta y presión manométrica

Las presiones pueden expresarse con referencia a un origen arbitrario. Los orígenes más usuales son el vacío absoluto y la presión atmosférica local. Cuando se toma como origen el vacío absoluto, la presión se llama presión absoluta y cuando se toma como origen la presión atmosférica local, se llama presión manométrica.

2.4. Medidores de presión.

El manómetro tipo resorte (Fig. 2.5) es uno de los aparatos típicos que se usan para medir la presión manométrica. El elemento que soporta la presión es un tubo metálico curvado, cerrado por un extremo y que por el otro se conecta al recipiente que contiene el fluido cuya presión va a medirse. Cuando la presión interna aumenta el tubo tiende a enderezarse tirando de un eslabón que actúa sobre la aguja obligándola a moverse. En la esfera se lee cero cuando en el exterior del tubo reina la misma presión, cualesquiera que sean sus valores particulares. La esfera puede ser graduada con las unidades que se prefieran, tales como kg/cm^2 , kg/m^2 , mm de mercurio o metros de agua. Por su construcción, este manómetro sirve para medir presiones relativas a la presión del medio que rodea al tubo, que suele ser la presión atmosférica local.

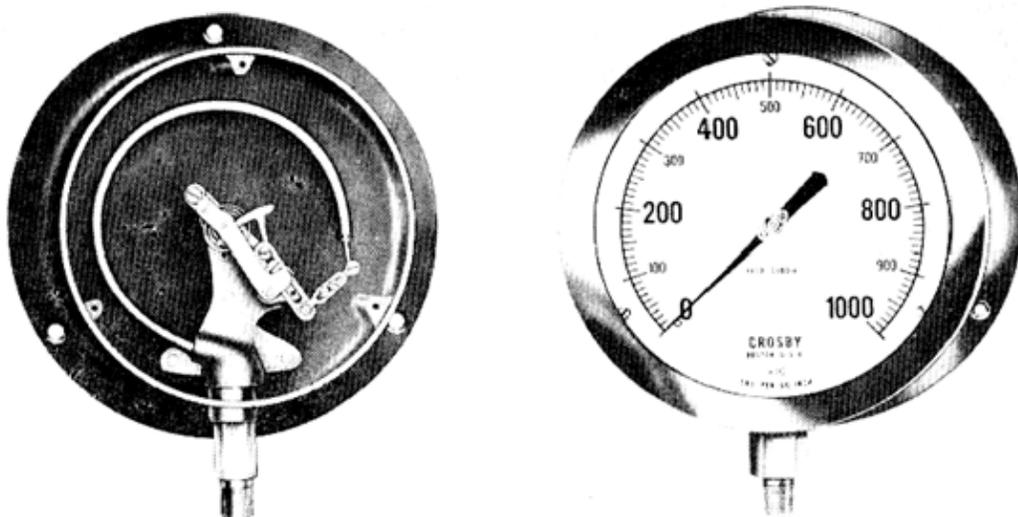


Figura 2.5. Manómetro bourdon

La Fig. 2.6 ilustra sobre los orígenes y las relaciones de las unidades de las escalas más frecuentes. La presión atmosférica normal es la presión media al nivel del mar, 760 mm de mercurio. Cuando la presión se expresa por la altura de una columna de líquido, se refiere a la fuerza por unidad de área en la base de una columna del líquido y de la altura dada. La variación de la presión con la altura en un líquido viene dada por la Ec. (2.2.2),

$$p = \gamma h \dots\dots\dots (2.3.1)$$

Que expresa la relación entre la altura h de una columna de fluido de peso específico " γ " y la presión " p ". En un sistema coherente de unidades p se mide en kg/m^3 y h en metros. Para el agua γ se toma $1.000 kg/m^3$. Como el peso específico de cualquier líquido es su peso específico relativo S por el peso específico del agua, la Ec. (2.3.1) se convierte en

$$p = 1.000Sh$$

Cuando la presión quiere expresarse en kg/cm^2 habrá que dividir por 10^4 , y resulta:

$$P = \frac{10^3}{10^4} Sh = 0.1Sh \text{ kg/cm}^2 \dots\dots\dots (2.3.2)$$

En donde h sigue midiéndose en "m".

En la Ec. (2.3.1) se puede expresar la presión atmosférica normal en kilos por centímetro cuadrado

$$p \frac{kg}{cm^2} = \frac{10^3}{10^4} (13.6) \frac{760}{10} = 1.033 \frac{kg}{cm^2}$$

Cuando $S = 13.6$ para el mercurio.

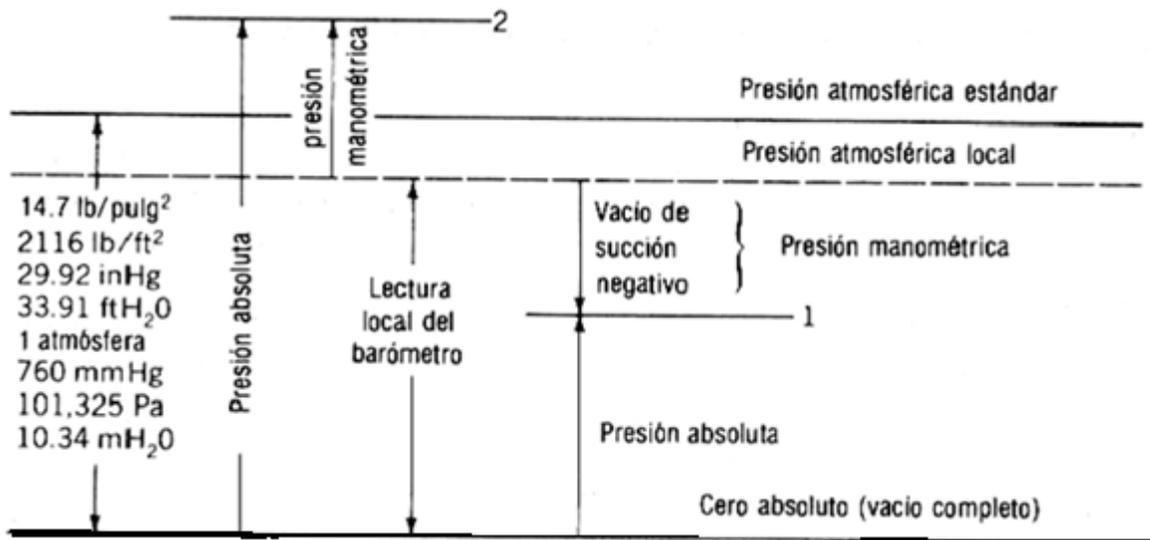


Figura 2.6. Unidad y escalas para medición de presión

Barómetro de mercurio

La presión atmosférica local se mide con un barómetro de mercurio (fig. 2.7) o con un barómetro aneroides, el cual mide la diferencia de presión entre la atmósfera y una caja o tubo, en que se ha hecho el vacío, de manera análoga al manómetro de resorte con la particularidad de que en el tubo se ha hecho el vacío y se ha cerrado.

Un barómetro de mercurio consiste en un tubo de vidrio cerrado en un extremo que se ha llenado de mercurio o invertido, de manera que el extremo abierto este sumergido en mercurio. Tiene adosada una escala para que pueda medirse la altura de la columna R (fig. 2.7). El espacio situado encima del mercurio contiene vapor de mercurio. Si la presión del vapor de mercurio h_v se da en mm de mercurio, la presión en A puede expresarse:

$$h_v + R'' = h_A \text{ mm de mercurio}$$

Aunque h_v es una función de la temperatura, es siempre muy pequeño a las temperaturas atmosféricas usuales. La presión barométrica varía con la altura sobre el nivel del mar y con las condiciones climatológicas.

En la fig. 2.6 el valor de una presión puede colocarse verticalmente en el gráfico que expresa las posiciones del cero absoluto y de la presión atmosférica local. Si el punto está por debajo de la línea de presión atmosférica local cuando se tome esta como referencia, la presión es negativa, una succión o un vacío. Se debe tener en cuenta que

$$P_{abs} = P_{bar} + P_{man}$$

Para evitar confusiones adoptaremos el convenio de que la presión es la manométrica, salvo que expresamente se diga que es absoluta, con la excepción de la presión atmosférica, que se expresa siempre en unidades de presión absoluta.

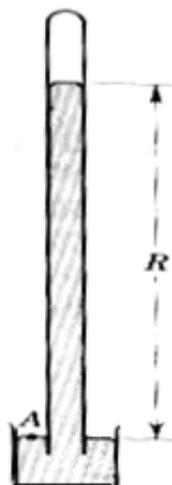


Figura 2.7. Barómetro de mercurio

Manómetros

Un manómetro es un aparato que emplea columnas líquidas para determinar las diferencias de presión. El manómetro más elemental, llamado corrientemente piezómetro, está representado en la fig. 2.8a; sirve para medir la presión en un líquido cuando es superior a la presión atmosférica local. Un tubo de cristal vertical se conecta con el interior del recipiente. El líquido se eleva en el tubo hasta que alcanza el equilibrio. La presión viene dada entonces por la distancia vertical "h" desde el menisco (superficie del líquido) al punto donde se ha de medir la presión expresada en "m", del líquido del recipiente. Es obvio que el piezómetro no sirve para presiones manométricas negativas porque el aire entraría en el recipiente a través del tubo. No es muy práctico para medir presiones elevadas en A, porque el tubo de cristal necesitaría ser muy largo. Si el peso específico relativo del líquido es S, la presión en A es "hSm" de agua.

Para medir una presión manométrica pequeñas negativa o positiva en un líquido, el tubo debe tener la forma representada en la fig. 2.8b.

Con esta disposición el menisco puede quedar por debajo de A, como se ve en la figura. Como la presión relativa en el menisco es nula y la presión disminuye con la altura,

$$h_A = -hS \quad \text{m de agua}$$

Para grandes presiones manométricas negativas o positivas se emplea un segundo líquido de mayor peso específico relativo (fig. 2.8c) que debe ser inmisible con el primer fluido, que también puede ser un gas.

Si el peso específico relativo del fluido en A es S1 y el peso específico relativo del líquido manométrico es S2 la ecuación de la presión en A puede escribirse partiendo bien de A, o del menisco superior y yendo a través del manómetro; así,

$$P_A + h_2S_1 - h_1S_2 = 0$$

Siendo P_A la presión desconocida, expresada en metros de columna de agua y "h1" y "h2" también en metros. Si A contiene un gas, S1 es generalmente tan pequeño que puede despreciarse h2S1.

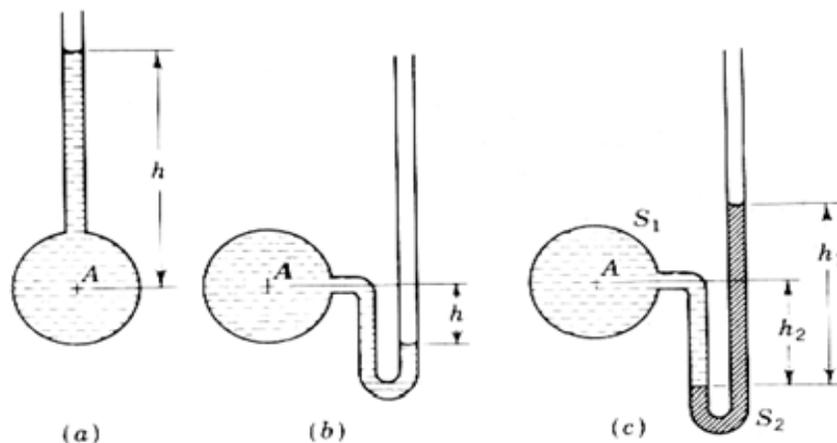


Figura 2.8. Manómetro simple

Micro manómetros

En el mercado se encuentran varios tipos de manómetros para la determinación de diferencias de presión muy pequeñas o para determinaciones precisas de presión. Un tipo mide con gran exactitud la diferencia de elevación de los dos meniscos de un manómetro. Por medio de pequeños telescopios con retículos horizontales que pueden desplazarse verticalmente por medio de cremallera y piñón con movimiento lento mandado por tornillo, de tal modo que el retículo pueda ajustarse con gran exactitud.

El micro manómetro de gancho representado en la (fig. 2.10) requiere depósitos de diámetros suficientemente grandes para poder usar los ganchos. El de la Fig. 2.10a es para gases y el de la Fig. 2.10b para líquidos.

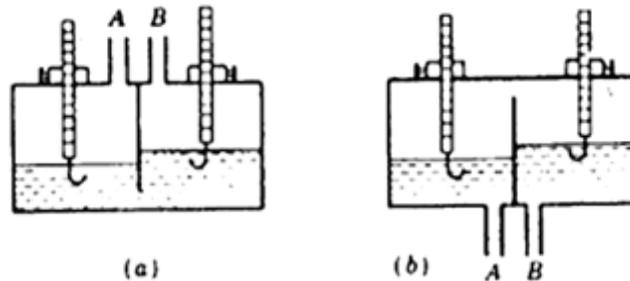


Figura 2.10. Micromanómetro de gancho (a) Para gases (b) Para líquidos

Un gancho con una punta cónica se coloca en una varilla graduada que se desplaza verticalmente en una caja estanca por medio de una cremallera y un piñón. Al mover la punta cónica desde debajo de la superficie hacia arriba se origina una ligera curvatura de la película superficial antes de que penetre en ella. Con iluminación conveniente, el gancho puede colocarse a la altura donde la reflexión de la película superficial cambia, con una presión de 0.025mm. Puede montarse un nonius en la varilla o bien un reloj comparador colocarse contra el extremo superior de las varillas. Cuando A y B están en comunicación ambas superficies están a la misma altura, las lecturas hechas en estas condiciones nos dan la posición del cero.

Manómetro inclinado

Se usa frecuentemente para medir pequeñas diferencias de presiones en gases. Se ajusta el cero moviendo la escala inclinada cuando A y B están abiertos. El tubo inclinado requiere un desplazamiento del menisco, para una presión dada mayor que el del tubo vertical; así la exactitud de la lectura es mayor en el primero.

La tensión superficial causa una elevación capilar en los tubos de pequeño diámetro. Si se usa un tubo en U con un menisco en cada rama, los efectos de la tensión superficial se anulan. La elevación capilar es despreciable en tubos de 12 mm de diámetros o mayos.

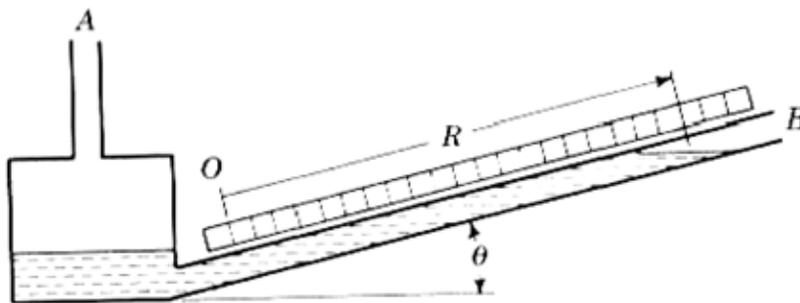


Figura 2.11 Manómetro inclinado

2.5. Fuerzas sobre superficies planas, cóncavas, magnitud y punto de aplicación

En los párrafos anteriores se han estudiado las variaciones de presión en la masa del fluido. El conjunto de fuerzas que resultan de la acción del fluido sobre la cara de una superficie de área finita puede ser remplazado por una fuerza resultante, así como se pueden averiguar las reacciones externas a las fuerzas del sistema. En este párrafo la magnitud de la fuerza resultante y su línea de acción (centro de presión) se determinan por integración, por formulas y mediante la consideración del concepto del prisma de presiones.

Superficies horizontales

Una superficie plana en posición horizontal en un fluido en reposo está sometida a una presión constante. El modulo de la fuerza que actúa sobre una cara de la superficie es

$$\int p \, dA = p \int dA = pA$$

Las fuerzas elementales $p \, dA$ que actúan sobre las áreas elementales dA son todas paralelas y tienen el mismo sentido; por esto, la suma escalar de todos estos elementos nos da el modulo de la fuerza resultante. Su dirección es normal a la superficie y está dirigida hacia la superficie si p es positiva. Para encontrar la línea de acción de la resultante, es decir, el punto de la superficie donde el momento del conjunto de fuerzas respecto a cualquier eje que pasa por el punto es cero, se eligen unos ejes arbitrarios "xy" como en la Fig. 2.12. Entonces, como el momento de la resultante debe ser igual al momento del conjunto de fuerzas, respecto a cualquier eje, por ejemplo, el eje y,

$$pAx' = \int_A xp \, dA$$

Siendo x' la distancia del eje y a la resultante. Como p es constante,

$$x' = \frac{1}{A} \int_A x \, dA = \bar{x}$$

Siendo \bar{x} la distancia al centroide del área. De aquí que para una superficie horizontal sometida a la presión de un fluido en reposo, la resultante pasa por el centroide del área.

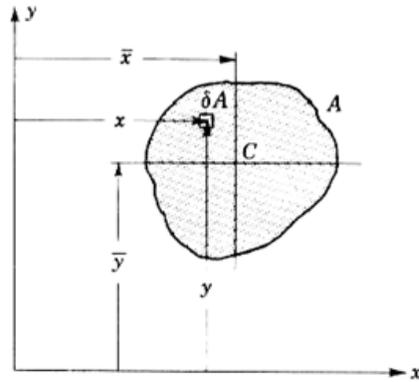


Figura 2.12. Notación para determinar la línea de acción de una fuerza

Superficies inclinadas

En la Fig. 2.13 una superficie plana se representa por su traza A'B'.

Esta inclinada θ con respecto a la horizontal. La intersección de los planos de la superficie dada y de la superficie libre se toma como eje x. El eje y se toma en el plano de la superficie dada, con origen 0 en la superficie libre. El plano "xy" contiene, pues a la arbitraria superficie inclinada dada. Se trata de determinar el modulo, dirección y línea de acción de la fuerza resultante de las presiones que ejerce el liquido sobre una de las caras de la superficie.

Para un elemento de área δA de forma de tira, de espesor δy con sus lados mas largos horizontales, el modulo de la fuerza δF que actua sobre el es

$$\delta F = p \delta A = \gamma h \delta A = \gamma y \text{ sen } \theta \delta A \dots\dots\dots (2.5.1)$$

Como todas estas fuerzas elementales son paralelas, la integral extendida al área da el modulo de la fuerza F que actúa sobre una cara de la superficie

$$F = \int p \, dA = \gamma \text{ sen } \theta \int y \, dA = \gamma \text{ sen } \theta \bar{y} A = \gamma \bar{h} A = p_G A \dots\dots\dots (2.5.2)$$

Con los datos de la Fig. 2.13; $\bar{y} \text{ sen } \theta = \bar{h}$ y $p_G = \gamma \bar{h}$ es la presión en el centroide del área. Es decir, el modulo de la fuerza ejercida sobre una cara de una superficie plana sumergida en un liquido es el producto del área por la presión en el centroide. Expresada de esta forma, la presencia de una superficie libre no es necesaria. Cualquier procedimiento para determinar la presión en el centroide puede usarse. El sentido de la fuerzas es el de empujar contra el área si p_G es positivo. Como todas las fuerzas elementales son normales a la superficie, la línea de acción de la resultante es también normal a la superficie. Cualquier superficie puede girarse alrededor de un eje que pase por su centroide sin que cambie el modulo de la resultante, siempre que la superficie permanezca totalmente sumergida en el fluido en reposo.

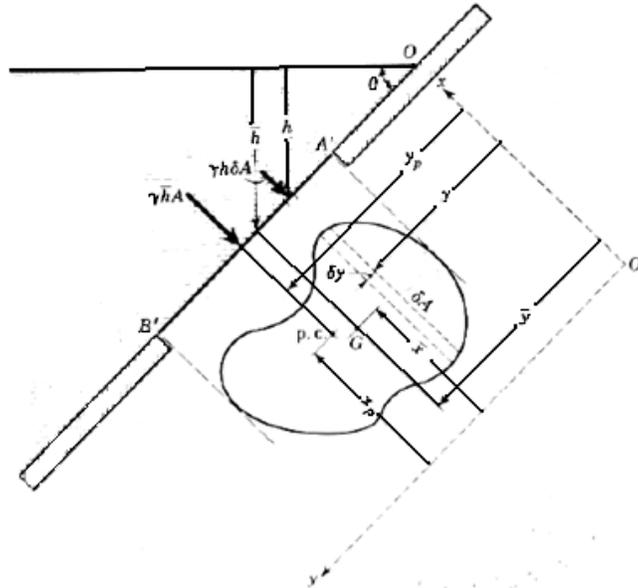


Figura 2.13. Notación para la fuerza que ofrece un líquido sobre un lado de un plano inclinado
Centro de presiones

La línea de acción de la fuerza resultante corta a la superficie en un punto que se llama centro de presión, cuyas coordenadas son (x_p, y_p) (Fig. 2.13). Contrariamente a lo que se sucede para una superficie horizontal el centro de presiones de una superficie inclinada no está en el centroide. Para encontrar el centro de presiones se igualan los momentos respecto al eje y, y al eje x de la resultante $x_p F, y_p F$ a los momentos del conjunto de fuerzas respecto de los mismos ejes; así,

$$x_p F = \int_A x p dA \dots\dots\dots (2.5.3)$$

$$y_p F = \int_A y p dA \dots\dots\dots (2.5.4)$$

El elemento de área en la Ec. (2.5.3) debe ser $\delta x \delta y$.

Despejando las coordenadas del centro de presiones

$$x_p = \frac{1}{F} \int_A x p dA \dots\dots\dots (2.5.5)$$

$$y_p = \frac{1}{F} \int_A y p dA \dots\dots\dots (2.5.6)$$

En muchas aplicaciones las integrales de las Ecs (2.5.5) y (2.5.6) pueden calcularse más cómodamente mediante una integración grafica; para áreas sencillas pueden transformarse en las formulas generales ;

$$x_p = \frac{1}{\gamma y_A \sin \theta} \int_A x y \gamma \sin \theta dA = \frac{1}{y_A} \int_A x y dA = \frac{I_{xy}}{y_A} \dots\dots\dots (2.5.7)$$

De las Ec (2.5.7) se deduce:

$$x_P = \frac{I_{xy}}{\bar{y}A} + \bar{x} \dots\dots\dots (2.5.8)$$

Quando uno de los ejes centroidales, $x = \bar{x}$ o $y = \bar{y}$, es un eje de simetría de la superficie I_{xy} se hace nulo y el centro de presiones esta sobre la línea $x = \bar{x}$. Como I_{xy} puede ser positivo o negativo, el centro de presiones puede estar a un lado o a otro de la línea $x = \bar{x}$. Para determinar y_P por formula de las Ecs (2.5.2) y (2.5.6),

$$y_P = \frac{1}{\gamma \bar{y} A \sin \theta} \int_A y \gamma y \sin \theta dA = \frac{1}{\bar{y}A} \int_A y^2 dA = \frac{I_x}{\bar{y}A} \dots\dots\dots (2.5.9)$$

Por el teorema de los momentos de inercia para ejes paralelos.

$$I_x = I_G + y^2 A$$

Si se elimina I_x en la Ec. (2.5.9),

$$y_P = \frac{I_G}{\bar{y}A} + \bar{y} \dots\dots\dots (2.5.10)$$

O sea,

$$y_P - \bar{y} = \frac{I_G}{\bar{y}A} \dots\dots\dots (2.5.11)$$

I_G Es siempre positivo; de aquí que $y_P - \bar{y}$ sea siempre positivo y el centro de presiones este siempre por debajo del centroide de la superficie.

Debe ser puesto en evidencia que \bar{y} e $y_P - \bar{y}$ son distancias medidas en el plano de la superficie.

El prisma de presiones

El concepto de prisma de presiones proporciona otro método para determinar el modulo y la situación de la fuerza resultante sobre una superficie inclinada. El volumen del prisma de presiones igual al modulo de la fuerza y la fuerza resultante pasa por el centroide del prisma.

La superficie se toma como base del prisma, cuya altura en cada punto se determina por la presión γh puesta en una escala conveniente (Fig. 2.14).

Como la presión aumenta linealmente con la distancia desde la superficie libre, la superficie superior del prisma es un plano cuya traza OM se ve en la figura 2.14. La fuerza que actúa sobre un área elemental δA es

$$\delta F = \gamma h \delta A = \delta V \dots\dots\dots (2.5.12)$$

Que es un elemento del volumen del prisma de presiones. Después de integrar $F = \gamma V$, el volumen del prisma es igual a la intensidad de la resultante de las fuerzas que actúan sobre una cara de la superficie. Las ecuaciones (2.5.5) y (2.5.6),

$$x_P = \frac{1}{F} \int_V x dV \quad y_P = \frac{1}{F} \int_V y dV \dots\dots\dots (2.5.13)$$

Demuestran que x_P, y_P son las distancias al centroide del prisma de presión. Por consiguiente, la línea de acción de la resultante pasa por el centroide del prisma de presiones. Para algunas áreas sencillas la consideración del prisma de presiones es más conveniente que la integración o la fórmula. Por ejemplo, un área rectangular con un lado en la superficie libre tiene un prisma en forma de cuña .su centroide está a un tercio de la altura sobre la base; por consiguiente, el centro de presiones esta a un tercio de la altura sobre su borde inferior.

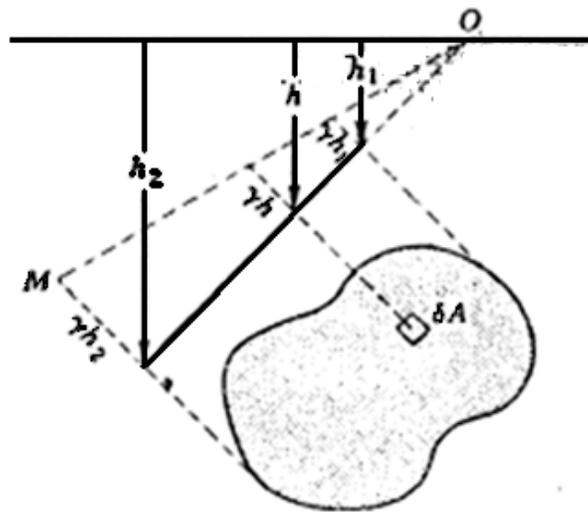


Figura 2.14. Ejemplo del prisma de presiones

Efecto de la presión atmosférica sobre las fuerzas que actúan sobre superficies planas

En el estudio anterior de las fuerzas debidas a la presión no se ha mencionado el origen de presiones. Las presiones vienen dadas por $p = \gamma h$, siendo h la distancia vertical por debajo de la superficie libre y (γ) el peso específico. Por consiguiente, el origen que se ha tomado al cual se atribuye valor cero es la presión atmosférica local. Cuando la cara opuesta de la superficie está en contacto con la atmosfera, esta ejerce sobre ella una fuerza igual al producto de la presión atmosférica $p_0 A$, tomando el cero absoluto como origen. Sobre la cara en contacto con el líquido la fuerza es:

$$\int (p_0 + \gamma h) dA = p_0 A + \gamma \int h dA$$

El efecto de la atmosfera $p_0 A$ es igual en ambos lados y no influye nada en la fuerza resultante ni en su situación.

Cuando se elija el mismo origen de presiones en todas las caras de un cuerpo libre puede determinarse la resultante si se construye una nueva superficie libre de presión cero teniendo en cuenta el origen elegido y usando los métodos descritos anteriormente.

Componentes de las fuerzas debidas a las presiones sobre superficies curvas

Cuando las fuerzas elementales $p\delta A$ varían en dirección, como en el caso de una superficie curva, deben sumarse como magnitudes vectoriales; es decir sus componentes en tres direcciones mutuamente perpendiculares se suman como escalares, y a continuación las tres componentes se suman vectorialmente. Para calcular la resultante de las fuerzas debidas a las presiones sobre una superficie curva se determinan previamente dos componentes horizontales en ángulo recto y la componente vertical, lo cual puede hacerse fácilmente según se explica a continuación. Para hallar la línea de acción de la resultante deben determinarse las líneas de acción de las componentes.

Componente horizontal de la fuerza debida a las presiones sobre una superficie curva

La componente horizontal de la fuerza debida a las presiones sobre una superficie curva es igual a la fuerza debida a las presiones que se ejercería sobre la proyección de la superficie curva. El plano vertical de proyección es normal a la dirección de la componente. La superficie de la Fig. 2.15 representa una superficie cualquiera tridimensional, y δA un elemento de su área, cuya normal forma un ángulo θ con la dirección negativa del eje x. entonces:

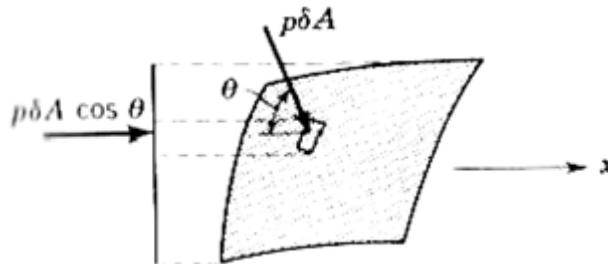


Figura 2.15. Componente horizontal de la fuerza sobre una superficie curva

$$\delta F_x = p \delta A \cos \theta$$

Es la componente según x de la fuerza ejercida, sobre una cara de δA . Sumando las componentes según x de las fuerzas sobre la superficie se obtiene:

$$F_x = \int_A p \cos \theta dA \dots\dots\dots (2.6.1)$$

El elemento de fuerza sobre el área proyectada es $p \cos \theta \delta A$, que tiene también la dirección x. proyectar cada elemento sobre un plano perpendicular a x es equivalente a proyectar la superficie curva como un todo sobre el plano. De aquí que la fuerza que actúa sobre esta proyección de la superficie curva es la componente horizontal de la fuerza ejercida sobre la superficie curva en la dirección normal al plano de proyección. Para encontrar la componente horizontal en ángulo recto con

la dirección de x , se proyecta la superficie curva sobre un plano vertical paralelo a x , y se determina la fuerza sobre la proyección.

Cuando quiere calcularse la componente horizontal de la fuerza debida a la presión sobre un cuerpo cerrado, se encuentra que la proyección de la superficie curva sobre un plano vertical es siempre cero, porque en las caras opuestas del cuerpo las proyecciones de los elementos de área tienen signos opuestos, como se indica en la fig. 2.16. Considérese un pequeño cilindro de sección recta δA y eje paralelo a x que corta el cuerpo cerrado en B y en C. si el elemento de área del cuerpo cortada por el prisma en B es δA_B y en C es δA_C , entonces,

$$\delta A_B \cos\theta_B = -\delta A_C \cos\theta_C = \delta A$$

Pues $\cos\theta_C$ es negativo. De aquí que, como la presión es la misma en ambos extremos del cilindro,

$$p\delta A_B \cos\theta_B + p\delta A_C \cos\theta_C = 0$$

Y de manera análoga para todas las otras áreas elementales.

Para encontrar la línea de acción de una componente horizontal de la fuerza que actúa sobre una superficie curva, se necesita la resultante del sistema de fuerzas paralelas formado por las fuerzas componentes sobre cada área elemental. Esta es exactamente la resultante de las fuerzas sobre el área proyectada, ya que los dos sistemas de fuerza tienen el mismo prisma de presiones. Por consiguiente el centro de presiones se sitúa sobre el área proyectada por el método mencionado anteriormente.

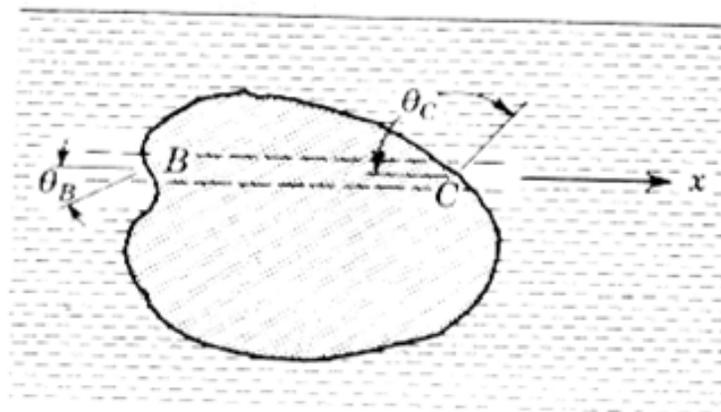


Figura 2.16. Proyecto de elementos de área sobre lados opuestos de un cuerpo

Componente vertical de la fuerza debida a las presiones sobre una superficie curva

La componente vertical de la fuerza debida a las presiones sobre una superficie curva es igual al peso de líquido situado verticalmente por encima de la superficie curva y extendida hasta la superficie libre. La componente vertical de la fuerza sobre una superficie curva puede determinarse sumando las componentes verticales de las fuerzas debidas a la presión sobre las áreas elementales δA de la superficie. En la fig. 2.17 esta representada un área elemental con la fuerza $p\delta A$ que actúa normalmente en ella (sea θ el ángulo que forman la normal al elemento de área con la

vertical).entonces la componente vertical de la fuerza que actúa sobre el elemento de área es $p \cos\theta \delta A$, y la componente vertical de la fuerza sobre la superficie curva esta dada por

$$F_v = \int_A p \cos\theta dA \dots\dots\dots (2.6.2)$$

Reemplazando p por su equivalente γh siendo h la distancia del elemento de área a la superficie libre y teniendo en cuenta que $\cos\theta \delta A$ es la proyección de δA sobre un plano horizontal, la Ec. (2.6.2) da

$$F_v = \gamma \int_A h \cos\theta dA = \gamma \int_V dV \dots\dots\dots (2.6.3)$$

Siendo δV el volumen del prisma de altura h y base $\cos\theta \delta A$ o sea el volumen del liquido verticalmente por encima del elemento de área. Integrando

$$F_v = \gamma V \dots\dots\dots (2.6.4)$$

Cuando el líquido está por debajo de la superficie curva (fig. 2.18) y la presión se conoce en algún punto. Por ejemplo. En 0 puede construirse una superficie libre imaginaria s-s, a una altura por encima de 0 de $\frac{p}{\gamma}$, de tal manera que el producto de la distancia vertical a cualquier punto del tanque por el peso específico es la presión en el punto. El peso del volumen imaginario del liquido verticalmente por encima de la superficie curva, es entonces la componente vertical de la fuerza debida a la presión sobre la superficie curva. Para construir la superficie libre imaginaria el líquido imaginario debe ser del mismo peso específico que el líquido en contacto con la superficie curva pues de otra manera la distribución de presión sobre la superficie no estaría correctamente representada. Con un liquido imaginario por encima de la superficie, la presión en un punto de la superficie curva es igual en ambas caras, pero las fuerzas competentes elementales en la dirección vertical son de signos opuestos. De aquí que el sentido de la componente vertical de la fuerza este invertido cuando un fluido imaginario está por encima de la superficie. En algunos casos otro liquido puede estar por encima de la superficie curva y entonces un liquido imaginario debe ser añadido (o sustraído) para determinar la superficie libre. La línea de acción de la componente vertical se determina igualando los momentos de las componentes verticales elementales, respecto a un eje conveniente, con el momento de la fuerza resultante. Respecto al eje por 0 de la fig. 2.17.

$$F_v \bar{x} = \gamma \int_V x dV$$

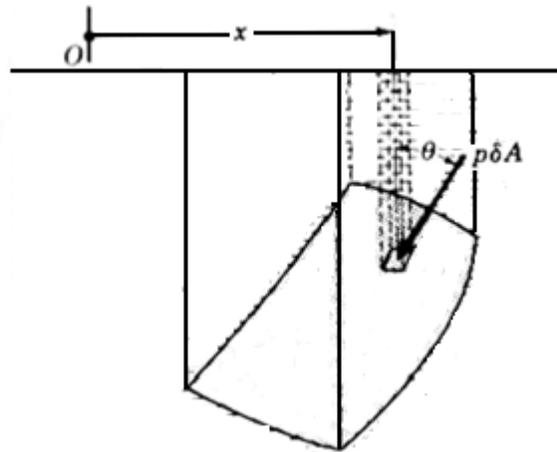


Figura 2.17. Componente vertical de la fuerza sobre una superficie curva

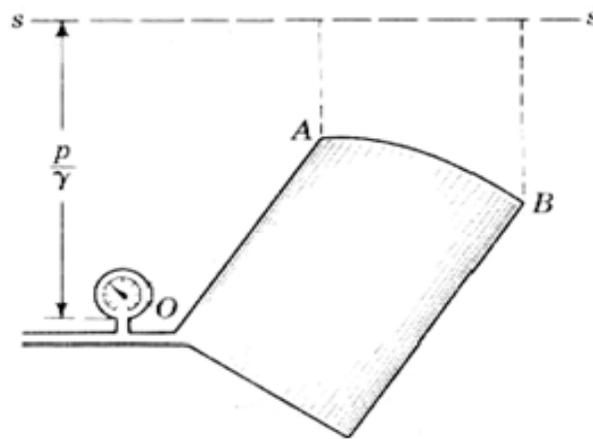


Figura 2.18. Líquido con superficie libre equivalente

Donde \bar{x} es la distancia desde 0 a la línea de acción. Entonces, como $F_v = \gamma V$,

$$\bar{x} = \frac{1}{V} \int_V x dV$$

Es la distancia al centroide del volumen. Por esto las líneas de acción de la fuerza vertical pasa por el centroide del volumen real o imaginario que se extiende por encima de la superficie curva hasta la superficie libre real o imaginaria.

CONCLUSIONES

Se logro evaluar y calcular las fuerzas ejercidas por los fluidos con el fin de diseñar satisfactoriamente las estructuras que las contienen. Además de conocer la magnitud y la distribución de tales fuerzas sobre diferentes superficies.

EJERCICIOS

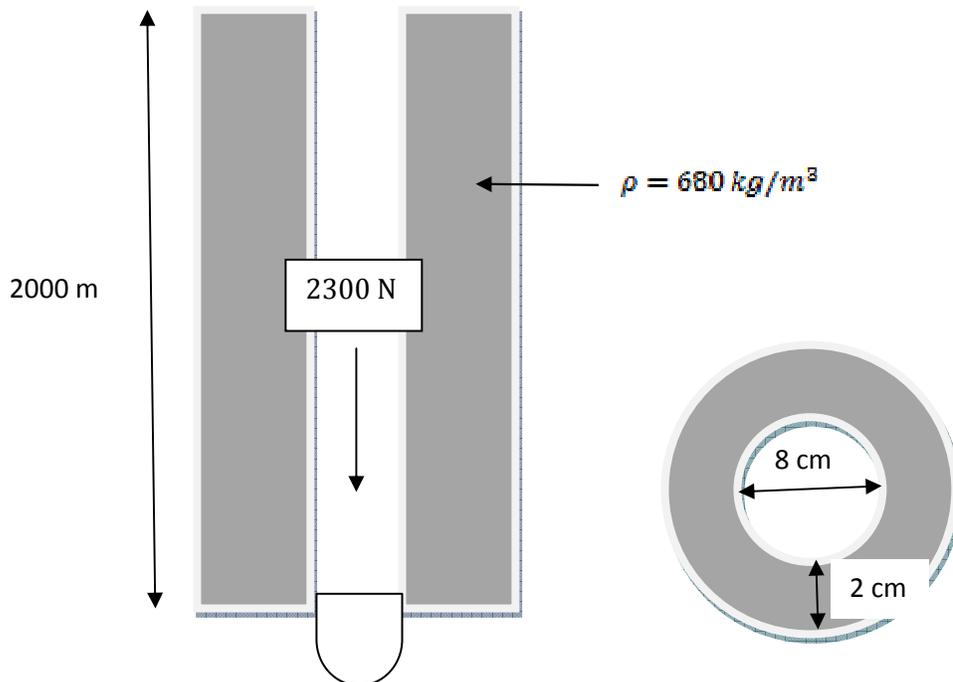
1. Se tiene una operación de perforación en donde la presión del pozo esta controlada considerando que la tubería de perforación esta vacía y que el pozo esta lleno de fluido de control, la fuerza ejercida por la barrena es de 2300 N (los datos se dan en la figura). ¿Cuál es la presión que ejerce la barrena y el fluido en el fondo del pozo?

Presión del fluido

$$P = \rho gh = 680 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) * 9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) * (2000)\text{m} = 13341.6 (\text{kPa})$$

Presión de la barrena

$$P = \frac{F}{A} = \frac{2300 \text{ N}}{.00031416 \text{ m}^2} = 7346.66 (\text{kPa})$$



2. Se tiene un pozo con 2 tipos de fluidos distintos. El fluido A es una salmuera de control con una densidad de 1400 kg/m^3 , la profundidad es de 560 m y se desea conocer la densidad del fluido B, tomando la aceleración de la gravedad como $9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$ y los datos mostrados en la figura.

Presión de la salmuera

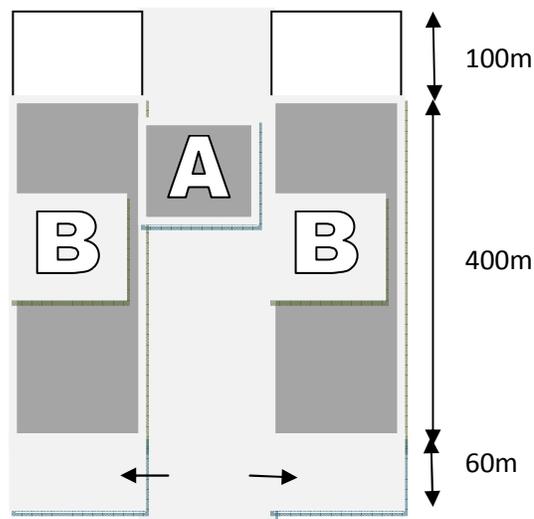
$$P = \rho gh = 1400 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) * 9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) * (560)\text{m} = 7691.04(\text{kPa})$$

$$P_B + P_A = 7691.04(\text{kPa})$$

$$\rho_B * 9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) * (400)\text{m} + 1400 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) * 9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) * (60)\text{m} = 769.104(\text{Pa})$$

$$\rho_B * 3924 + 824.04 (\text{kPa}) = 7691.04 (\text{kPa})$$

$$\rho_B = \frac{7691.04 (\text{kPa}) - 824.04 (\text{kPa})}{3924} = 1.75 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)$$



3. Se tiene una presa de lodo de perforación con una compuerta automática que se abrirá con una fuerza perpendicular a la superficie de 50000 N, si la compuerta tiene unas medidas de 2m de ancho por 2 m de largo.

- Calcule la presión máxima que soporta la compuerta antes de abrirse.
- Cual es la altura máxima a la cual se puede llenar la presa si se toma en cuenta que el fluido tiene una densidad de 920 kg/m^3 y una gravedad de $9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$.

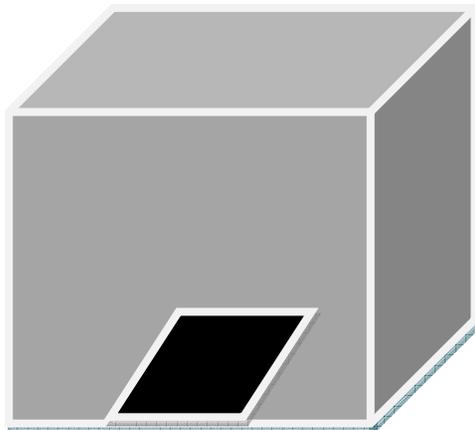
Presión

$$P = \frac{F}{A} = \frac{50000 \text{ N}}{4 \text{ m}^2} = 12500 \text{ (Pa)}$$

Altura de fluido

$$P = \rho gh = 920 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) * 9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) * (h)\text{m} = 12500 \text{ (Pa)}$$

$$h = \frac{12500 \text{ (Pa)}}{920 \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right) * 9.81 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = 1.3850 \text{ m}$$



CAPITULO 3
ANALISIS DIMENSIONAL Y TEORIA DE LOS MODELOS

Resumen

Este apartado trata sobre las relaciones matemáticas que existen entre las distintas dimensiones y magnitudes físicas involucradas en la mecánica de fluidos así como los distintos parámetros adimensionales mas usados en la mecánica de fluidos.

3.1. Análisis dimensional.

La resolución de los problemas de mecánica de los fluidos que se presentan en los proyectos de ingeniería requiere generalmente desarrollo teórico y datos experimentales. Agrupando las magnitudes significativas para formar parámetros adimensionales es posible reducir el número de variables que intervienen y estos resultados más concisos (ecuaciones o gráficos de datos experimentales) que sean luego aplicables a otros casos semejantes.

Si se escribiera la ecuación del movimiento de una partícula fluida, $\sum F = ma$, incluyendo todas las fuerzas que intervienen, tales como la masa, las fuerzas debidas a la presión, a la viscosidad, a la elasticidad y a tensión superficial, resultaría una ecuación con la suma de todas estas fuerzas igualada a "ma", la fuerza de inercia. Como en todas las ecuaciones físicas, en esta cada término tiene las mismas dimensiones en este caso las dimensiones de la magnitud fuerza. Dividiendo cada termino de la ecuación por uno cualquiera de los términos resultaría una ecuación sin dimensiones. Por ejemplo, al dividir por el término de la fuerza de inercia daría una suma de parámetros adimensionales igualada a la unidad. El valor relativo de un parámetro cualquiera, comparado con la unidad, indicaría su importancia. Si se dividiera a la ecuación de la fuerza por un término distinto, por ejemplo el término de la fuerza de la viscosidad, resultaría otro conjunto de parámetros adimensionales. Sin experiencia en el tipo de flujo es difícil determinar que parámetros serán más útiles.

Dimensiones, unidades y Grupos adimensionales

Las dimensiones de mecánica son fuerza, longitud y tiempo, o bien masa. La fuerza está relacionada con la masa, la longitud y el tiempo por el segundo principio del movimiento de newton.

$$F=Ma \dots\dots\dots (3.2.1)$$

Tabla 3.1. Dimensiones y símbolos

Cantidad	Símbolo	Dimensiones (MLT)
Longitud	l	L
Tiempo	t	T
Masa	m	M
Fuerza	F	MLT^{-2}
Velocidad	V	LT^{-1}
Aceleración	a	LT^{-2}
Área	A	L^2
Descarga	Q	L^3T^{-1}
Presión	Δp	$ML^{-1}T^{-2}$
Gravedad	g	LT^{-2}
Densidad	ρ	ML^{-3}
Peso específico	γ	$ML^{-2}T^{-2}$
Viscosidad dinámica	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Viscosidad cinemática	ν	L^2T^{-1}
Tensión superficial	σ	MT^{-2}
Modulo de elasticidad volumétrico	K	$ML^{-1}T^{-2}$

Para todos los sistemas físicos, será probablemente necesario introducir dos dimensiones más, una para los efectos electromagnéticos y otra para los efectos térmicos. Cuando tres de las dimensiones son conocidas, la cuarta se determina por la anterior ecuación. Por consiguiente hay tres dimensiones independientes en mecánica. Un sistema comúnmente utilizado en análisis dimensional es el sistema (M L T) la tabla es una lista de algunas de las magnitudes que se usan en el flujo de fluidos, junto con sus dimensiones y símbolos.

Parámetros adimensionales

Los cinco parámetros adimensionales, a saber: el coeficiente de presión, el número de Reynolds, el número de Froude, el número de Weber y el número de Mach, son de importancia para correlacionar los valores que se obtienen en experimentación.

Coefficiente de presión

El coeficiente de presión $\Delta p / (\frac{\rho V^2}{2})$ es la relación entre la presión estática y la presión dinámica. Cuando se multiplica por el área es la relación de la fuerza de presión a la fuerza de inercia, ya que $(\frac{\rho V^2}{2}) A$ sería la fuerza necesaria para reducir la velocidad a cero. Puede también expresarse en la forma $\Delta h / (V^2 / 2g)$ dividiendo por γ . Este coeficiente aparece de diversas formas y es la relación de las fuerzas de presión a las fuerzas de inercia.

La ecuación de Darcy-Weisbach para flujo en tubería relaciona las pérdidas h_1 con la magnitud de la tubería L , el diámetro D y la velocidad V mediante el factor f de rozamiento adimensional

$$h_1 = f \frac{L V^2}{D 2g}$$

o

$$\frac{fL}{D} = \frac{h_1}{V^2/2g} = f_2(R, F, W, M, \frac{l}{l_1}, \frac{l}{l_2})$$

En el que se demuestra que fL/D es igual al coeficiente de presión.

Número de Reynolds

El número de Reynolds $VD\rho/\mu$ es la relación de las fuerzas de inercia y las de viscosidad un número de Reynolds crítico distingue entre regímenes de flujo, tales como laminar o turbulento en tuberías, en la capa límite o alrededores de objetos sumergidos. El valor particular depende de la situación. En flujo compresible, el número de Maches generalmente más significativo que el número de Reynolds.

Número de Froude

El número de Froude V^2/gl , multiplicado y dividido por ρA de la relación de la fuerza dinámica (fuerza de inercia) al peso. En los movimientos con superficie libre de líquido, la naturaleza del movimiento depende de si el número de Froude es mayor o menor que la unidad. Es útil en los cálculos del salto hidráulico, en el diseño de estructuras hidráulicas y en el diseño de barcos.

Número de Weber

El número de Weber $V^2l\rho/\sigma$ es la relación de las fuerzas de inercia a las de tensión superficial (como es evidente el multiplicar numerador y denominador por l). Es importante en las superficies de separación de gas-líquido o líquido-líquido y también donde dichas superficies están en contacto con el contorno. La tensión superficial produce pequeñas ondas (capilares) y la formación de gotitas y tiene un efecto en el gasto por orificios y vertederos con muy pequeña altura de carga.

El efecto de la tensión superficial en la propagación de una onda se ve en la figura 3.1. A la izquierda del mínimo de la curva controla la celeridad de la onda la tensión superficial (las ondas se llaman capilares) y a la derecha del mínimo son dominantes los efectos gravitatorios.

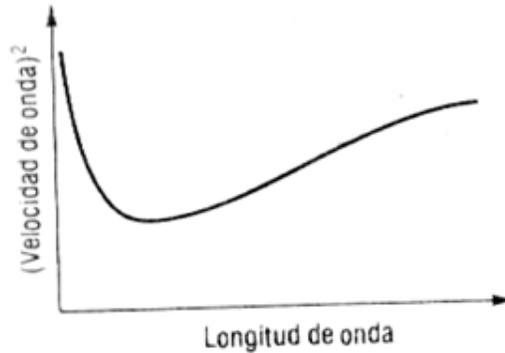


Figura 3.1. Velocidad de onda contra longitud de onda para ondas superficiales

Número de Mach

La velocidad del sonido en un líquido se escribe $\sqrt{K/\rho}$, si K es el módulo volumétrico de elasticidad o $c = \sqrt{kRT}$ (k es la relación de calores específicos y T la temperatura absoluta para un gas perfecto). V/c "o" $V/\sqrt{k/\rho}$ es el número de Mach. Mide la relación entre las fuerzas de inercia y las fuerzas elásticas. Elevando al cuadrado V/c y multiplicando por $\rho A/2$ el numerador es la fuerza de inercia y el denominador es la fuerza dinámica en flujo sónico. Se puede demostrar que también mide la relación entre la energía cinética del movimiento y la energía interna del fluido. Es el parámetro más importante cuando la velocidad está próxima o sobrepasa la velocidad local del sonido.

Número de Euler

El número de Euler (Eu) es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos. Expresa la relación entre una pérdida de presión (por ejemplo un estrechamiento) respecto a la energía cinética por volumen del flujo. Se usa para caracterizar pérdidas de carga en el flujo.

Se define como:

$$Eu = \frac{p(0) - p(1)}{\frac{1}{2} \rho V^2}$$

En donde:

- ρ es la densidad del fluido.
- $p(0)$ es la presión aguas arriba.
- $p(1)$ es la presión aguas abajo.

V es la velocidad característica del flujo.

3.2. Teoría de Buckingham

La teoría de Buckingham (Π) expresa que en un problema físico en que intervengan n magnitudes en las que hay m dimensiones fundamentales, las n magnitudes pueden agruparse en $n-m$ parámetros dimensionales. Sean $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ las magnitudes que intervienen tales como la presión, viscosidad, velocidad, etc. Si se sabe que todas las magnitudes son esenciales a la solución, entre ellas debe de existir una relación funcional.

$$F(A_1, A_2, A_3, \dots, A_n) = 0 \dots\dots\dots (3.3.1)$$

Si Π_1, Π_2 , etc., representan los grupos adimensionales de las magnitudes $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, entonces si son m las dimensiones independientes que intervienen, se puede formar una ecuación de la forma

$$f(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-m}) = 0 \dots\dots\dots (3.3.2)$$

El método de determinación de los parámetros Π consiste en elegir m de las A magnitudes, con diferentes dimensiones, que contenga entre ellas las m dimensiones, y usarlas como variables repetidas todas ellas junto con otra de las A magnitudes para cada Π .

En forma resumida:

Cuando el número de variables o magnitudes físicas son cuatro o mas, el teorema de Pi de Buckingham constituye una excelente herramienta, mediante la cual pueden agruparse estas magnitudes en un número menor de grupos adimensionales significativos, a partir de los cuales puede establecerse una ecuación.

Procedimiento

- 1.- Se escriben las n magnitudes físicas, que intervienen en un problema en particular, anotando sus dimensiones y el número de dimensiones fundamentales. Existirán $(n-m)$ números π .
- 2.- Seleccionar m de estas magnitudes, sin que haya ninguna sin dimensiones, ni dos que tengan las mismas dimensiones. Todas las dimensiones fundamentales deben incluirse colectivamente en las magnitudes seleccionadas.
- 3.- El primer grupo π puede expresarse como el producto de las magnitudes escogidas, elevadas cada una a un exponente desconocido, y una de las otras magnitudes elevada a una potencia conocida (normalmente se toma igual a uno)
- 4.- Mantener las magnitudes escogidas en (2) como variables repetidas y escoger una de las restantes variables para establecer el nuevo número π . Repetir el procedimiento para obtener los sucesivos números π .
- 5.- En cada uno de los grupos π determinar los exponentes desconocidos mediante el análisis dimensional.

3.3. Semejanzas geométrica, cinética, dinámica.

Modelo

Es una construcción teórica o montaje con objetos reales que trata de reproducir el comportamiento de algún aspecto de un sistema físico o mecánico mas complejo.

Prototipo

Es un ejemplar o primer molde fabricado por el humano que se usa como un estándar de medida de alguna cantidad física.

Modelos hidráulicos

Los modelos hidráulicos, en general pueden ser bien modelos verdaderos o modelos distorsionados. Los modelos verdaderos tienen todas las características significativas del prototipo reproducidas a escala (semejanza geométrica) y satisfacen todas las restricciones del diseño (semejanza cinemática y dinámica). El estudio comparativo entre modelo y prototipo ha mostrado con evidencias que la correspondencia de comportamiento es frecuentemente buena, fuera de las limitaciones esperadas como lo atestigua el correcto funcionamiento de muchas estructuras diseñadas a partir de ensayo sobre modelos.

Semejanza geométrica

Entre el modelo y el prototipo existe semejanza geométrica cuando las relaciones entre todas las dimensiones correspondientes u homologas en modelo y prototipo son iguales. Tales relaciones puede escribirse

$$\frac{L_{\text{modelo}}}{L_{\text{prototipo}}} = L_{\text{rel}} \quad \text{o} \quad \frac{L_m}{L_p} = L_r$$
$$\frac{A_{\text{modelo}}}{A_{\text{prototipo}}} = \frac{L_{\text{modelo}}^2}{L_{\text{prototipo}}^2} = L_{\text{rel}}^2 = L_r^2$$

Semejanza cinemática

Entre modelo y prototipo existe semejanza cinemática si (1) las trayectorias de las partículas móviles homologas son geoméricamente semejantes y (2) las relaciones entre las velocidades de las partículas homologas son iguales. A continuación se dan las siguientes relaciones útiles:

$$\text{Velocidad:} \quad \frac{V_m}{V_p} = \frac{L_m/T_m}{L_p/T_p} = \frac{L_m}{L_p} \cdot \frac{T_p}{T_m} = \frac{L_r}{T_r}$$
$$\text{Aceleracion:} \quad \frac{a_m}{a_p} = \frac{L_m/T_m^2}{L_p/T_p^2} = \frac{L_m}{L_p} \cdot \frac{T_p^2}{T_m^2} = \frac{L_r}{T_r^2}$$

$$\text{Gasto: } \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_m^3/T_m}{L_p^3/T_p} = \frac{L_m^3}{L_p^3} \cdot \frac{T_p}{T_m} = \frac{L_r^3}{T_r}$$

Semejanza dinámica

Entre dos sistemas semejantes geométrica y cinemáticamente existe semejanza dinámica si las relaciones entre las fuerzas homologas en modelo y prototipo son las mismas.

Las condiciones requeridas para la semejanza completa se obtienen a partir del segundo principio del movimiento de Newton $\sum F_x = Ma_x$. Las fuerzas que actúan pueden ser cualquiera de las siguientes, o una combinación de las mismas: fuerzas elásticas. Entre modelo y prototipo se desarrolla la siguiente relación de fuerza:

$$\frac{\sum \text{fuerzas (viscosas + de presión + gravitatorias + tensión superf + elásticas)}_m}{\sum \text{fuerzas (viscosas + de presión + gravitatorias + tensión superf + elásticas)}_p} = \frac{M_m a_m}{M_p a_p}$$

La relación entre las fuerzas de inercia se desarrollan en la siguiente forma:

$$F_r = \frac{\text{fuerza}_{\text{modelo}}}{\text{fuerza}_{\text{prototipo}}} = \frac{M_m a_m}{M_p a_p} = \frac{\rho_m a_m}{\rho_p a_p} \times \frac{L_r}{L_r^2} = \rho_r L_r^2 \left(\frac{L_r}{T_r}\right)^2$$

$$F_r = \rho_r L_r^2 V_r^2 = \rho_r A_r V_r^2$$

Esta ecuación expresa la ley general de la semejanza dinámica entre modelos y prototipos y se le conoce con el nombre de ecuación newtoniana.

Relación de las fuerzas de inercia a las de presión (numero de Euler) viene dada por (utilizando $T=L/V$)

$$\frac{Ma}{pA} = \frac{\rho L^3 \times L/T^2}{pL^2} = \frac{\rho L^4 (V^2/L^2)}{pL^2} = \frac{\rho L^2 V^2}{pL^2} = \frac{\rho V^2}{p}$$

Relación de las fuerzas de inercia a las viscosas (numero de Reynolds). Se tiene a partir de

$$\frac{Ma}{\tau A} = \frac{Ma}{\mu \left(\frac{dV}{dy}\right) A} = \frac{\rho L^2 V^2}{\mu \left(\frac{V}{L}\right) L^2} = \frac{\rho V L}{\mu}$$

Relación de las fuerzas de inercia a la de la tensión superficial (numero de Weber). Se obtiene de

$$\frac{Ma}{\sigma L} = \frac{\rho L^2 V^2}{\sigma L} = \frac{\rho L V^2}{\sigma}$$

CONCLUSIONES

Este capítulo nos describió la gran ayuda que nos han prestado los parámetros adimensionales a nuestro conocimiento de los fenómenos del flujo de los fluidos los cuales nos permiten aplicar los resultados de experiencias a otros casos con diferentes medidas físicas y a fluidos con propiedades diversas.

EJERCICIOS

1. Desarrollar una expresión que de la distancia recorrida en un tiempo T por un cuerpo que cae libremente, suponiendo que la distancia depende de la masa del cuerpo de la aceleración de la gravedad y del tiempo:

$$f(s, W, g, T) = 0$$

Se enumeran las magnitudes y sus unidades.

S = longitud (L), W = fuerza F, g = aceleración (L/T^2), T = tiempo T

Existen 4 magnitudes físicas, 3 de ellas fundamentales, de donde (4-3) = un número π

$$\pi_1 = (s^{x_1})(W^{y_1})(T^{z_1})(g)$$

Aplicando la homogeneidad de dimensiones

$$F^0 L^0 T^0 = (L^{x_1})(F^{y_1})(T^{z_1})(LT^{-2})$$

Igualando los exponentes de F, L, T se obtiene

$$y_1 = 0, \quad x_1 + 1 = 0, \quad z_1 - 2 = 0$$

Resolviendo:

$$x_1 = -1, \quad y_1 = 0, \quad z_1 = 2$$

Sustituyendo tenemos:

$$\pi_1 = s^{-1} W^0 T^2 g = \frac{W^0 T^2 g}{s}$$

Despejando "s" y poniendo $1/\pi_1 = K$ se tiene $s = K g T^2$

Como la masa W tiene exponente cero significa que la distancia recorrida es independiente de la masa el coeficiente K se determina por análisis físico o experimental.

2. Suponiendo que la potencia comunicada a una bomba es función del peso específico del fluido, del gasto y de la altura comunicada a la corriente, establecer una ecuación por análisis dimensional.

$$f(P, w, Q, H) = 0$$

Las magnitudes físicas y sus dimensiones:

$$\text{Potencia } P = FLT^{-1}$$

$$\text{Peso específico } \omega = FL^{-3}$$

$$\text{Gasto } Q = L^3T^{-1}$$

$$\text{Carga } H = L$$

Existen 4 magnitudes físicas, 3 de ellas fundamentales, de donde $(4-3) =$ un número π

$$\pi_1 = (Q^{x_1})(\omega^{y_1})(H^{z_1})(P)$$

$$\pi_1 = (L^{3x_1}T^{-1x_1})(F^{y_1}L^{-3y_1})(L^{z_1})(FLT^{-1})$$

Igualando los exponentes de F, L, T se obtiene

$$y_1 + 1 = 0 \quad 3x_1 - 3y_1 + z_1 + 1 = 0 \quad -x_1 - 1 = 0$$

Resolviendo

$$x_1 = -1 \quad y_1 = -1 \quad z_1 = -1$$

Sustituyendo

$$\pi_1 = (Q^{-1})(\omega^{-1})(H^{-1})(P) = \frac{P}{\omega QH}$$

Despejando "P" y poniendo $1/\pi_1 = K$ se tiene:

$$P = KwQH$$

El coeficiente K se determina por análisis físico o experimental

3. Suponiendo que la fuerza de arrastre ejercida sobre un cuerpo sumergido en una corriente fluida es función de la densidad, la viscosidad y la velocidad del fluido y de una longitud característica del cuerpo, desarrollar la ecuación general.

$$\Phi(F, \rho, \mu, L, V) = 0$$

Las magnitudes físicas y sus dimensiones son

Fuerza $F = F$

Densidad $\rho = FT^2L^{-4}$

Viscosidad absoluta $\mu = FTL^{-2}$

Longitud $L = L$

Velocidad $V = LT^{-1}$

Existen 5 magnitudes físicas, de ellas 3 fundamentales, de donde $(5 - 3) = 2$ números π .

Escogemos la longitud L , la velocidad V y la densidad ρ como variables repetidas con exponentes desconocidos, se establecen los números π como sigue:

$$\pi_1 = (L^{a_1})(L^{b_1}T^{-b_1})(F^{c_1}T^{2c_1}L^{-4c_1})(F)$$

Igualando los exponentes tenemos:

$$c_1 + 1 = 0, \quad a_1 + b_1 - 4c_1 = 0, \quad -b_1 + 2c_1 = 0$$

Resolviendo

$$c_1 = -1, \quad b_1 = -2, \quad a_1 = -2$$

Sustituyendo en la ecuación original

$$\pi_1 = F/L^2V^2\rho$$

Ahora resolvemos para π_2

$$\pi_2 = (L^{a_2})(L^{b_2}T^{-b_2})(F^{c_2}T^{2c_2}L^{-4c_2})(FTL^{-2})$$

Igualando exponentes se tiene:

$$c_2 + 1 = 0, \quad a_2 + b_2 - 4c_2 - 2 = 0, \quad -b_2 + 2c_2 + 1 = 0$$

Resolviendo:

$$c_2 = -1, \quad b_2 = -1, \quad a_2 = -1$$

Por lo tanto

$$\pi_2 = \mu / LV\rho \quad 0 \quad \pi_2 = LV\rho / \mu$$

La nueva relación escrita en función de los dos grupos es

$$f_1\left(\frac{F}{L^2V^2\rho}, (LV\rho)/\mu\right) = 0$$

$$\text{Fuerza } F = (L^2V^2\rho)f_2((LV\rho)/\mu)$$

Que puede escribirse $F = (2KR\epsilon)\rho L^2 \frac{V^2}{2}$

4. Cuando únicamente influyen la gravedad y la inercia, demostrar que, para modelo y prototipo, la relación de gastos Q es igual a la relación de longitudes elevada a cinco medios.

$$\frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_m^3/T_m}{L_p^3/T_p} = \frac{L_r^3}{T_r}$$

Hay que establecer la relación de tiempos para las condiciones que influyen en el flujo. Las expresiones para la gravedad y las fuerzas de inercia pueden escribirse como sigue

$$\text{Gravedad: } \frac{F_m}{F_p} = \frac{W_m}{W_p} = \frac{W_m}{W_p} \times \frac{L_m^3}{L_p^3} = w_r L_r^3$$

$$\text{Inercia: } \frac{F_m}{F_p} = \frac{M_m a_m}{M_p a_p} = \frac{\rho_m}{\rho_p} \times \frac{L_m^3}{L_p^3} \times \frac{L_r}{T_r^2} = \rho_r L_r^3 \times \frac{L_r}{T_r^2}$$

Igualando las relaciones de fuerzas,

$$w_r L_r^3 = \rho_r L_r^3 X \frac{L_r}{T_r^2}$$

De la que despejamos la relación de tiempos se llega a

$$T_r^2 = L_r X \frac{\rho_r}{w_r} = \frac{L_r}{g_r}$$

Como g es igual a la unidad, la sustitución en la relación de gastos conduce a la expresión buscada

$$Q_r = \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{L_r^3}{L_r^{1/2}} = L_r^{5/2}$$

5. Desarrollar la ley de modelos de Reynolds para las relaciones de tiempos y de velocidades de líquidos incompresibles.

Para configuraciones de flujos solo dependientes de las fuerzas de inercia y viscosas es necesario calcular estas fuerzas para el modelo y prototipo.

$$\text{Inercia: } \frac{F_m}{F_p} = \rho_r L_r^3 X \frac{L_r^4}{T_r^5}$$

$$\text{Viscosidad: } \frac{F_m}{F_p} = \frac{\tau_m A_m}{\tau_p A_p} = \frac{\mu_m \left(\frac{dv}{dy}\right)_m A_m}{\mu_p \left(\frac{dv}{dy}\right)_p A_p} = \frac{\mu_m \left(\frac{L_m X \frac{1}{L_m}\right) L_m^2}{\mu_p \left(\frac{L_p X \frac{1}{L_p}\right) L_p^2} = \frac{\mu_r L_r^2}{T_r}$$

Igualando las dos relaciones de fuerzas se obtiene $\rho_r \frac{L_r^4}{T_r^5} = \frac{\mu_r L_r^2}{T_r}$ del cual $T_r = \frac{\rho_r L_r^2}{\mu_r}$

$$\text{Como } v = \mu / \rho \text{ se puede poner } T_r = \frac{L_r^2}{v_r}$$

$$\text{Relación de velocidades } V_r = \frac{L_r}{T_r} = \frac{v_r}{L_r}$$

Escribiendo esta relación en función del modelo y prototipo se obtiene

$$\frac{V_m}{V_p} = \frac{v_m}{v_p} X \frac{L_p}{L_m}$$

Igualando modelo y prototipo tenemos $\frac{V_m L_m}{v_m} = V_p L_p / v_p$ se puede identificar como el numero de Reynolds para modelo = numero de Reynolds para prototipo.

CAPITULO 4

ECUACIONES FUNDAMENTALES

Resumen

A continuación se explican los conceptos necesarios para el análisis del movimiento de los fluidos y las ecuaciones básicas que nos permiten predecir el comportamiento de los fluidos.

4.1. Ecuación de continuidad.

Rapidez de flujo de fluidos

La cantidad de flujo que fluye en un sistema por unidad de tiempo, se puede expresar mediante los tres términos que definimos a continuación:

- Q = La rapidez de flujo de volumen es el volumen del flujo de fluido que pasa por una sección por unidad de tiempo.
- W = La rapidez de flujo de peso es el peso de fluido que fluye por una sección por unidad de tiempo
- M = La rapidez de fluido de masa es la masa de fluido que fluye por una sección por unidad de tiempo.

El más importante de estos tres términos es la rapidez de flujo de volumen Q, que se calcula con la ecuación:

$$Q = Av$$

En donde(A) es el área de la sección y (v) es la velocidad promedio del flujo. Las unidades de Q se pueden derivar de la manera siguiente:

$$Q = Av = L^2 * L/T = L^3/T$$

La rapidez de flujo de peso, W, esta relacionada con Q mediante la ecuación

$$W = \gamma Q$$

en la que (γ) es el peso específico del fluido. Las unidades de W son entonces:

$$W = \gamma Q = MLT^{-2}/L^3 * L^3/T = MLT^{-2}/T = ML/T^3$$

La rapidez de flujo de masa, M , esta relacionada con Q mediante la ecuación:

$$M = \rho Q$$

En la que ρ es la densidad del fluido. Las unidades de M son, entonces:

$$M = \rho Q = M/L^3 * L^3/T = M/T$$

ECUACION DE CONTINUIDAD

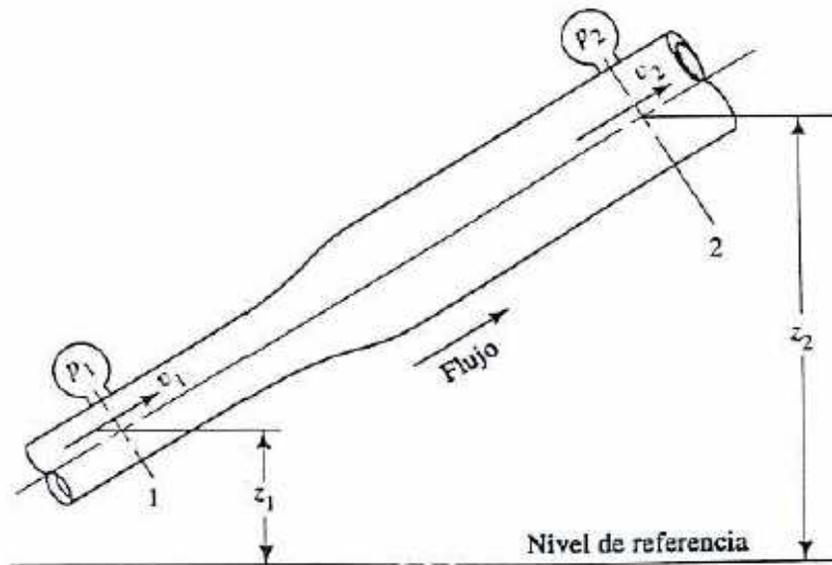


Figura 4.1. Tubo de corriente para ecuación de continuidad

El método para calcular la velocidad de flujo de un fluido en un sistema de conductos cerrado, depende del principio de continuidad. Considerando el tubo de la figura. Un fluido fluye de la sección 1 a la sección 2 con una rapidez constante. Esto es, la cantidad de fluido que pasa por cualquier sección en un cierto tiempo dado es constante. En este caso decimos que se tiene un flujo constante. Ahora bien, si no se agrega fluido, se almacena o se retira entre la sección 2 en un tiempo dado, debe ser la misma que la que fluye por la sección 1, en el mismo tiempo. Lo anterior se puede expresar en términos de la rapidez de flujo de masa como:

$$M_1 = M_2$$

Puesto que $M = \rho Av$, tenemos:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

La ecuación arriba mencionada es un planteamiento matemático del principio de continuidad y se le conoce como ecuación de continuidad. Se utiliza para relacionar la densidad del fluido, el área del flujo y la velocidad de flujo en dos secciones de un sistema en el que existen un flujo estable. Es válida para todos los fluidos, ya sean gases o líquidos.

Si el fluido que se encuentra en el tubo es un líquido que puede ser considerado incompresible, entonces los términos ρ_1 y ρ_2 de la ecuación son iguales por lo que la ecuación queda:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

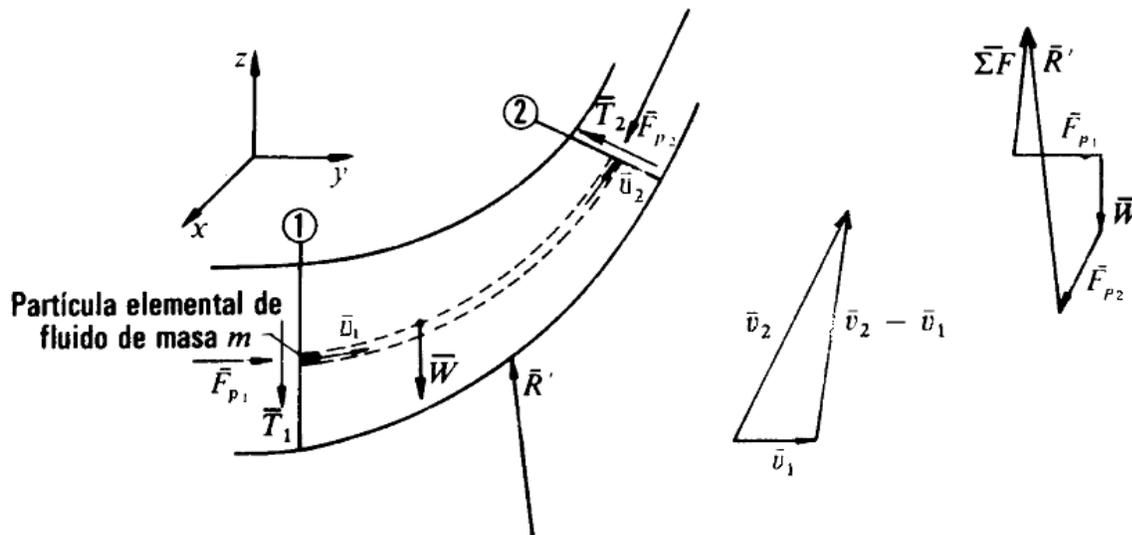
Y puesto que $Q = Av$, tenemos:

$$Q_1 = Q_2$$

Esta ecuación es la ecuación de continuidad aplicada a líquidos: establece que para un flujo estable, la rapidez de flujo de volúmenes es la misma en cualquier sección. También se le puede utilizar, con un error pequeño, para gases a baja velocidad, es decir, menor que 100 m/s.

4.2. Ecuación de cantidad de movimiento y de conservación de energía

Ecuación de cantidad de movimiento



4.2. Tubo de corriente para ecuación de cantidad de movimiento

Se tiene el tubo de corriente de la figura mostrada arriba. Consideramos aislada la porción del fluido comprendidas entre las secciones de control 1 y 2 normales a la corriente. Sean v_1 y v_2 las velocidades de una partícula en las secciones 1 y 2. El fluido ha cambiado su cantidad de movimiento al variar la sección del tubo, así como al variar la dirección de v , luego ha estado sometido a una fuerza. Se trata de averiguar la relación que existe entre esta fuerza y la variación de la cantidad de movimiento.

Las fuerzas que actúan sobre la masa aislada de fluido están dibujadas en la figura de arriba estas fuerzas son:

- Las fuerzas normales de presión: F_{p1} ejercida por el fluido eliminado a la izquierda de la sección 1 y F_{p2} a la derecha de la sección 2, sobre la masa aislada.
- Las fuerzas tangenciales T_1 y T_2 en estas mismas secciones debidas a la viscosidad. Estas fuerzas que se han dibujado en la figura pueden despreciarse, por lo cual se han omitido en el diagrama de fuerzas de la figura.
- La resultante R de todas las fuerzas normales y tangenciales ejercidas por las paredes laterales del tubo o por el fluido circundante.
- La fuerza de la gravedad W, que es la fuerza de atracción de la tierra sobre el fluido aislado.

En este tubo de corriente aislado aislemos a su vez un filamento de corriente y consideremos en este filamento un elemento diferencial de longitud infinitesimal o partícula de fluido de masa m, indicada en la figura.

En la demostración seguiremos los pasos siguientes:

- Aplicar, la segunda ley de Newton a una partícula.
- Integrar incluyendo todas las partículas de un mismo filamento de corriente.
- Integrar incluyendo todos los filamentos del tubo de corriente.

La segunda ley de Newton expresada vectorialmente dice:

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{v}}{dt}$$

Que es equivalente a las tres ecuaciones cartesianas siguientes:

$$F_x = m \frac{dv_x}{dt}$$

$$F_y = m \frac{dv_y}{dt}$$

$$F_z = m \frac{dv_z}{dt}$$

Deduciremos solo la ecuación según el eje x, ya que las otras dos se deducirán de la misma manera.

Para una partícula

$$dF_x = m \frac{dv_x}{dt} = \rho dQ dt \frac{dv_x}{dt} = \rho dQ dv_x$$

Donde

dF_x ---resultante según el eje x de todas las fuerzas que actúan sobre la partícula

m ---masa de la partícula que en realidad es infinitesimal, ya que $m = \rho d\tau$ (donde $d\tau$ ---volumen de la partícula) = $\rho dQ dt$,y por definición $dQ = \frac{d\tau}{dt}$ (donde dQ ----gasto volumétrico que circula por el filamento).

Por tanto,

$$dF_x = \rho dQ dv_x$$

Integrando la ecuación anterior a lo largo de todo el filamento de corriente desde la sección 1 a la 2, y utilizando las hipótesis ordinarias tenemos que : $\rho = C$ (fluido incompresible) y $dQ = C$ (movimiento permanente),se tendrá:

$$\int_1^2 dF_x = \rho dQ \int_1^2 dv_x = \rho dQ (v_{x2} - v_{x1})$$

Donde $\int dF_x$ es la resultante según el eje x de todas las fuerzas que actúan sobre todas las partículas del filamento.

Integrando de nuevo sobre el tubo de corriente, o lo que es lo mismo, sobre todos los filamentos de corriente comprendidos entre las secciones 1 y 2 tendremos:

$$F_x = \rho \int (v_{x2} dQ - v_{x1} dQ)$$

El cual es llamado teorema del impulso o de la cantidad de movimiento.

Donde

F_x --- es la resultante de todas las fuerzas exteriores a la masa de fluidos aislada.

Ahora bien si suponemos que las secciones 1 y2 son zonas de régimen uniforme v_{x1} será constante en la sección 1 y v_{x2} será constante en la sección 2. En la práctica se escogen las secciones de control de manera que se cumpla lo más aproximadamente posible esta condición. Entonces para todas las partículas en la sección 1

$$v_{x1} = cte$$

Y para todas las de la sección 2

$$v_{x2} = \text{cte}$$

Entonces el segundo miembro de la ecuación se podrá integrar, obteniéndose finalmente para los tres ejes coordenados:

$$F_x = \rho Q(v_{x2} - v_{x1})$$

$$F_y = \rho Q(v_{y2} - v_{y1})$$

$$F_z = \rho Q(v_{z2} - v_{z1})$$

Régimen uniforme (la velocidad en puntos homólogos es igual en magnitud y dirección) en las secciones 1 y 2

O vectorialmente

$$\mathbf{F} = \rho Q \Delta \mathbf{v}$$

Donde $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z)$ son resultante de todas las fuerzas exteriores que se ejercen sobre el fluido aislado limitado por el tubo de corriente y dos secciones de control convenientemente escogidas. Esta resultante incluye también las fuerzas de viscosidad que las paredes del tubo ejercen sobre el fluido aislado.

Y $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$ son velocidades medias de la corriente en la sección respectiva.

Q= gasto volumétrico

Conservación de la energía

El primer principio de la termodinámica o primera ley de la termodinámica,[1] se postula a partir del siguiente hecho experimental: En un sistema cerrado adiabático que evoluciona de un estado inicial "A" a otro estado final "B", el trabajo realizado no depende ni del tipo de trabajo ni del proceso seguido.

Más formalmente, este principio se descompone en dos partes;

El principio de la accesibilidad adiabática

El conjunto de los estados de equilibrio a los que puede acceder un sistema termodinámico cerrado es, adiabáticamente, un conjunto simplemente conexo y un «principio de conservación de la energía»:

El trabajo de la conexión adiabática entre dos estados de equilibrio de un sistema cerrado depende exclusivamente de ambos estados conectados.

Este enunciado supone formalmente definido el concepto de trabajo termodinámico, y sabido que los sistemas termodinámicos sólo pueden interactuar de tres formas diferentes (interacción másica, interacción mecánica e interacción térmica). En general, el trabajo es una magnitud física que no es una variable de estado del sistema, dado que depende del proceso seguido por dicho sistema. Este hecho experimental, por el contrario, muestra que para los sistemas cerrados adiabáticos, el trabajo no va a depender del proceso, sino tan solo de los estados inicial y final. En consecuencia, podrá ser identificado con la variación de una nueva variable de estado de dichos sistemas, definida como energía interna.

Se define entonces la energía interna, U , como una variable de estado cuya variación en un proceso adiabático es el trabajo intercambiado por el sistema con su entorno:

$$\Delta U = +W$$

Cuando el sistema cerrado evoluciona del estado inicial A al estado final B pero por un proceso no adiabático, la variación de la Energía debe ser la misma, sin embargo, ahora, el trabajo intercambiado será diferente del trabajo adiabático anterior. La diferencia entre ambos trabajos debe haberse realizado por medio de interacción térmica. Se define entonces la cantidad de energía térmica intercambiada Q (calor) como:

$$Q = \Delta U - w$$

Esta definición suele identificarse con la ley de la conservación de la energía y, a su vez, identifica el calor como una transferencia de energía. Es por ello que la ley de la conservación de la energía se utilice, fundamentalmente por simplicidad, como uno de los enunciados de la primera ley de la termodinámica:

La variación de energía de un sistema termodinámico cerrado es igual a la diferencia entre la cantidad de calor y la cantidad de trabajo intercambiados por el sistema con sus alrededores.

En su forma matemática más sencilla se puede escribir para cualquier sistema cerrado:

$$\Delta U = Q + w$$

Donde:

ΔU : Es la variación de energía del sistema,

Q : Es el calor intercambiado por el sistema a través de unas paredes bien definidas,

w : es el trabajo intercambiado por el sistema a sus alrededores.

La ley de la conservación de la energía constituye el primer principio de la termodinámica y afirma que la cantidad total de energía en cualquier sistema aislado (sin interacción con ningún otro sistema)

permanece invariable con el tiempo, aunque dicha energía puede transformarse en otra forma de energía.

En resumen, la ley de la conservación de la energía afirma que la energía no puede crearse ni destruirse, sólo se puede cambiar de una forma a otra. De igual forma para obtener la ecuación de energía con respecto a un fluido usamos el principio de la conservación de la energía y tenemos que, la energía que posee un fluido en movimiento esta integrada por la energía interna y las energías debidas a la presión, a la velocidad ya su posición en el espacio. En la dirección del flujo, el principio de la energía se traduce en la siguiente ecuación, al hacer el balance de la misma:

$$\text{Energía en la sección 1} + \text{Energía añadida} - \text{Energía perdida} - \text{Energía extraída} \\ = \text{Energía en la sección 2}$$

CONCLUSIONES

Ya que la naturaleza del movimiento de un fluido es muy compleja en este capítulo se explicaron los conceptos necesarios para el análisis del movimiento de los fluidos con lo cual podemos predecir el comportamiento de estos. Además de lograr deducir las ecuaciones básicas que nos ayudaran a entender la naturaleza de los fluidos.

EJERCICIOS

1. Una bomba multifasica realiza un trabajo para bombear un fluido a los tanques de almacenamiento. Calcule la variación de energía interna.

- a) El flujo absorbe 100 cal y realiza un trabajo de 200 j, la variación de energía esta dada por la primera ley de la termodinámica.

$$\Delta V = Q - T$$

En este caso

$$1 \text{ cal} = 4.18 \text{ j}$$

$$Q = 100 \text{ cal} \text{ Convirtiendo } 100 \times 4.18 \text{ j} = 418 \text{ j}$$

Signo + ya que se trata de calor que absorbe el fluido

$$T = 200 \text{ j} \text{ esto por que el trabajo fue realizado por el flujo}$$

$$\Delta V = 418 - 200$$

$$\Delta V = 218 \text{ j} \rightarrow \text{la energía interna aumento en } 218 \text{ j}$$

- b) El fluido absorbe 100 cal y sobre el se realiza un trabajo de 200 j

$$\Delta V = Q - T = 418 - 200 = 618 \text{ j}$$

La energía interna sufrió un incremento de 618 j

- c) El fluido libera 100 cal de calor a la bomba y sobre el se realiza un trabajo de 200 j

$$\text{En este caso } Q = -100 \text{ cal} = -418 \text{ j} \text{ y } T = -200 \text{ j}$$

$$\Delta V = Q - T = -418 - 200 \text{ Donde } \Delta V = -218 \text{ j}$$

La energía interna disminuye en 218 j perdió 418 j en forma de calor

2. Deducir la ecuación de continuidad para un flujo permanente en el caso (a) de un fluido compresible y (b) de un fluido incompresible.

a) Se considera un flujo a través de un tubo de corriente, siendo las secciones 1 y 2 normales a las líneas de corriente que forman el tubo. Para un valor de la densidad ρ_1 y una velocidad normal V_1 , el gasto en masa por unidad de tiempo que atraviesa la sección 1 es $\rho_1 V_1 dA_1$, ya que $V_1 dA_1$ es el volumen por unidad de tiempo. Análogamente, el gasto en masa que atraviesa la sección 2 es $\rho_2 V_2 dA_2$. Como en un flujo permanente la masa no puede variar con el tiempo, y como no hay paso de fluido a través de la superficie que contornea el tubo de corriente, el gasto en masa a través del tubo de corriente es constante. Por tanto,

$$\rho_1 V_1 dA_1 = \rho_2 V_2 dA_2$$

Las densidades ρ_1 y ρ_2 se mantienen constantes en cada sección genérica dA , y las velocidades V_1 y V_2 presentan las velocidades del fluido en el tubo de corriente en las secciones 1 y 2 respectivamente. De aquí

$$\rho_1 V_1 \int_{A_1} dA_1 = \rho_2 V_2 \int_{A_2} dA_2$$

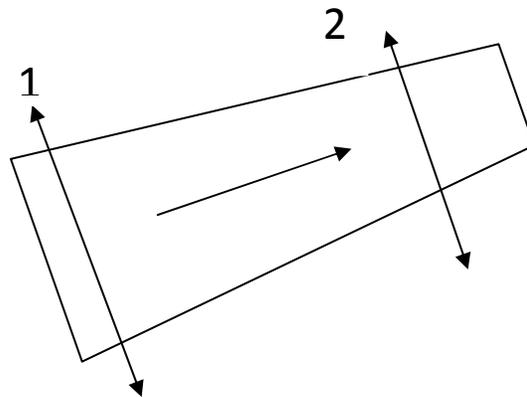
Integrando

$$\rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2$$

b) Para fluidos incompresibles la densidad es constante, es decir, $\rho_1 = \rho_2$ por lo tanto

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = \text{constante} \quad \left(\text{en } \frac{\text{m}^3}{\text{seg}}\right)$$

Así el gasto es constante a través de un haz de tubos de corriente. En muchos casos de flujos de fluidos pueden utilizarse en las ecuaciones de continuidad las velocidades medias en la sección transversal.



3. Desarrollar la ecuación general de continuidad para un flujo tridimensional de un fluido compresible (a) en el caso de flujo no permanente, y (b) en el de flujo permanente.

a) Sean las componentes de la velocidad en las direcciones x, y, z respectivamente u, v, w . Se considera el flujo a través de un paralelepípedo rectángulo de aristas dx, dy, dz . La masa de fluido entrante, a través de una de sus caras, en dicho volumen por unidad de tiempo es igual al producto de la densidad del fluido por el área de la cara y por la velocidad normal a la cara, es decir, en la dirección x , $\rho u(dydz)$. En la dirección x los flujos aproximados son:

Flujo entrante $\rho u(dydz)$ y Flujo saliente $\rho u(dydz) + \frac{\partial(\rho u dy dz) dx}{\partial x}$

O el flujo entrante aproximado es $-\frac{\partial}{\partial x}(\rho u dy dz) dx$ o bien $-\frac{\partial}{\partial x}(\rho u dx dy dz)$.

Si se escriben expresiones análogas para los flujos entrantes netos en las direcciones y y z , y sumamos los tres, el flujo neto entrante será

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] dx dy dz$$

Estas magnitudes son más precisas al hacer tender a cero dx, dy y dz .

El aumento de masa por unidad de tiempo en el interior del paralelepípedo será

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho dx dy dz) \text{ o } \frac{\partial \rho}{\partial t}(dx dy dz)$$

Donde $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ es la variación por unidad de tiempo de la densidad en el interior del volumen. Como el flujo entrante neto ha de ser igual al aumento por unidad de tiempo de la masa, se obtiene

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] dx dy dz = \frac{\partial \rho}{\partial t}(dx dy dz)$$

Por tanto, la ecuación de continuidad tridimensional para un flujo no permanente de un fluido compresible toma la forma

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x}\rho u + \frac{\partial}{\partial y}\rho v + \frac{\partial}{\partial z}\rho w\right] dx dy dz = \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

b) Para un flujo permanente no varían las propiedades del fluido con el tiempo, es decir $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$. Para un flujo permanente y compresible la ecuación de continuidad es

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \rho u + \frac{\partial}{\partial y} \rho v + \frac{\partial}{\partial z} \rho w \right] = 0$$

Si el flujo además de permanente es incompresible ($\rho = \text{constante}$) la ecuación tridimensional adopta la forma

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Si $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$, el flujo permanente es bidimensional y

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Cuando simultáneamente $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$ y $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$, el flujo permanente es unidimensional y

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Esta ecuación es la del flujo uniforme.

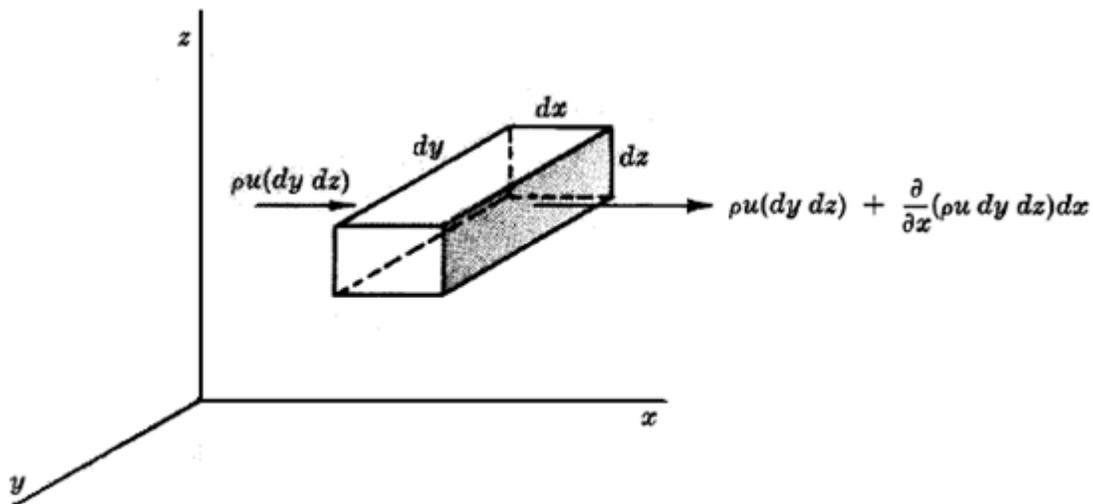


Figura 4.3. Ecuación general de continuidad para flujo tridimensional

CAPITULO 5

FLUJO DE LÍQUIDOS EN TUBERÍAS Y FLUJO DE GASES EN TUBERÍAS

Resumen

En este capítulo estudiaremos el comportamiento de los fluidos (líquidos y gases) en tuberías así como las principales fuerzas que intervienen en estos fluidos y los efectos que sufren como las pérdidas de carga por fricción.

5.1. Flujo laminar y flujo turbulento, número de Reynolds

Flujo laminar

En flujo laminar las partículas fluidas se mueven en trayectorias paralelas, formando junto de ellas capas o laminas de manera uniforme y regular como cuando se abre un grifo de agua lentamente hasta que el chorro es uniforme, estable y ordenado. El flujo laminar está gobernado por la ley que relaciona la tensión cortante con la velocidad de deformación angular, es decir la tensión cortante es igual al producto de la viscosidad del fluido o bien $\tau = \mu \, dv/dy$ la viscosidad del fluido es la magnitud física predominante y su acción amortigua cualquier tendencia a la turbulencia.



Figura 5.1. Flujo laminar de un fluido perfecto en torno al perfil de un objeto

Flujo turbulento

En mecánica de fluidos, se llama flujo turbulento o corriente turbulenta al movimiento de un fluido que se da en forma caótica, en que las partículas se mueven desordenadamente y las trayectorias de las partículas se encuentran formando pequeños remolinos aperiódicos, como por ejemplo el agua en un canal de gran pendiente. Debido a esto, la trayectoria de una partícula se puede predecir hasta una cierta escala, a partir de la cual la trayectoria de la misma es impredecible, más precisamente caótica.

Numero de Reynolds

El número de Reynolds es un número adimensional utilizado en mecánica de fluidos y fenómenos de transporte para caracterizar el movimiento de un fluido.

Como todo número adimensional es un cociente, una comparación. En este caso es la relación entre los términos convectivos y los términos viscosos de las ecuaciones de Navier-Stokes que gobiernan el movimiento de los fluidos.

Por ejemplo un flujo con un número de Reynolds alrededor de 100.000 (típico en el movimiento de una aeronave pequeña, salvo en zonas próximas a la capa límite) expresa que las fuerzas viscosas son 100.000 veces menores que las fuerzas convectivas, y por lo tanto aquellas pueden ser ignoradas. Un ejemplo del caso contrario sería un cojinete axial lubricado con un fluido y sometido a una cierta carga. En este caso el número de Reynolds es mucho menor que 1 indicando que ahora las fuerzas dominantes son las viscosas y por lo tanto las convectivas pueden despreciarse. Otro ejemplo: En el análisis del movimiento de fluidos en el interior de conductos proporciona una indicación de la pérdida de carga causada por efectos viscosos.

Además el número de Reynolds permite predecir el carácter turbulento o laminar en ciertos casos. Así por ejemplo en conductos si el número de Reynolds es menor de 2000 el flujo será laminar y si es mayor de 4000 el flujo será turbulento. El mecanismo y muchas de las razones por las cuales un flujo es laminar o turbulento es todavía hoy objeto de especulación.

Según otros autores:

- Para valores de $Re \leq 2000$ el flujo se mantiene estacionario y se comporta como si estuviera formado por láminas delgadas, que interactúan sólo en función de los esfuerzos tangenciales existentes. Por eso a este flujo se le llama flujo laminar. El colorante introducido en el flujo se mueve siguiendo una delgada línea paralela a las paredes del tubo.
- Para valores de $2000 \leq Re \leq 4000$ la línea del colorante pierde estabilidad formando pequeñas ondulaciones variables en el tiempo, manteniéndose sin embargo delgada. Este régimen se denomina de transición.
- Para valores de $Re \geq 4000$, después de un pequeño tramo inicial con oscilaciones variables, el colorante tiende a difundirse en todo el flujo. Este régimen es llamado turbulento, es decir caracterizado por un movimiento desordenado, no estacionario y tridimensional.

Este número recibe su nombre en honor de Osborne Reynolds (1842-1912), quien lo describió en 1883. Viene dado por siguiente fórmula:

$$Re = \frac{\rho v_s D}{\mu}$$

Ó

$$Re = \frac{v_s D}{\nu}$$

Donde:

ρ : densidad del fluido en UTM/m^3 o $Kg\ seg^2/m^4$

v_s : velocidad crítica o media en m/seg

D : Diámetro de la tubería a través de la cual circula el fluido o longitud característica del sistema en metros

μ : viscosidad dinámica del fluido en $Kg\ seg/m^2$

ν : viscosidad cinemática del fluido en m^2/seg

Conviene también obtener una ecuación del número de Reynolds, en la que sus fracciones estén en unidades prácticas:

$$N_{Re} = \frac{d' v' \rho'}{\mu'}$$

Las sustituciones de unidades de hacen de la forma siguiente:

$$v' = \frac{4 q'}{\pi d'^2}$$

$$N_{Re} = \frac{4 q' \rho'}{\pi d' \mu'}$$

Sea:

$$q' \left(\frac{pies^3}{seg} \right) = q \left(\frac{bl}{d'fa} \right) = 5.6142 \left(\frac{pies^3}{bl} \right) \frac{1}{86400} \left(\frac{d'fa}{seg} \right)$$

$$q' \left(\frac{lb_m}{pie^3} \right) = 62.428 \left(\frac{lb_w}{pie_w^3} \right) \gamma_L \left(\frac{lb_m}{pie^2} \right) \left(\frac{lb_w}{pie_w^3} \right) \quad d'(pies) = d'(pg) \left(\frac{pie}{12\ pg} \right)$$

$$\mu' \left(\frac{lb_m}{pie - seg} \right) = \mu (cp) 0.00067197 \left(\frac{lb_m}{pie - seg - cp} \right)$$

Sustituyendo se tiene:

$$N_{Re} = 92.2 \frac{q_L \gamma_L}{d \mu_L}$$

Para gases en unidades practicas

$$N_{Re} = 0.0201056 \frac{q_g \gamma_g}{\mu_g d}$$

5.2. Ecuación de Bernoulli

Cuando se analizan problemas de flujo, existen tres formas de energía que siempre hay que tomar en consideración. Tomamos un elemento de fluido que pueda estar dentro de un conducto de un sistema de flujo. Puede estar localizado a una cierta elevación "z", tener una cierta velocidad "D" y una presión "p". el elemento fluido tendrá las siguientes formas de energía:

1. Energía potencial. Debido a su elevación, la energía potencial del elemento con respecto de algún nivel de referencia es:

$$EP = wz$$

En la que w es el peso del elemento.

2. Energía cinética. Debido a su velocidad, la energía cinética del elemento es:

$$EC = wv^2/2g$$

3. Energía de flujo. En ocasiones conocida como energía de presión o trabajo de flujo, esta representa la cantidad de trabajo necesario para mover el elemento de fluido a través de una cierta sección en contra de la presión P. la energía de flujo se abrevia (FE) y se calcula a partir de la ecuación:

$$EF = wp/\gamma$$

Derivando la ecuación anterior y considerando que la fuerza que actúa sobre el elemento es pA, en la que (p) es la presión en la sección y (A) es su área. Al trasladar el elemento a través de la sección, la fuerza se mueve una distancia L igual a la longitud del elemento. En consecuencia, el trabajo hecho es

$$\text{Trabajo} = pAL = pV$$

En donde V es el volumen del elemento. El peso del elemento, w, es:

$$w = \gamma V$$

En la que γ es el peso específico del fluido. Entonces, el volumen del elemento es:

$$V = w / \gamma$$

Y tenemos:

$$\text{Trabajo} = pV = pw / \gamma$$

Al cual se le llama energía de flujo.

La cantidad total de energía de estas tres formas que posee el elemento de fluido será la suma, representada con E:

$$\begin{aligned} E &= EF + EP + EC \\ &= \frac{wp}{\gamma} + wz + \frac{wv^2}{2g} \end{aligned}$$

Cada uno de estos términos se expresa en unidades de energía. Newton-metro (N-m) y en el sistema internacional o en pies-libra (pie/lb) en el sistema británico de unidades.

Ahora consideramos un elemento de fluido que se mueve de la sección 1 a la sección 2. Los valores de (p), (z) y (v) son diferentes en las dos secciones.

En la sección 1, la energía total es:

$$E_1 = \frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g}$$

En la sección 2. La energía total es:

$$E_2 = \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g}$$

Si no se agrega energía al fluido o se pierde entre las secciones 1 y 2, entonces el principio de conservación de la energía requiere que:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_2 \\ \frac{wp_1}{\gamma} + wz_1 + \frac{wv_1^2}{2g} &= \frac{wp_2}{\gamma} + wz_2 + \frac{wv_2^2}{2g} \end{aligned}$$

El peso del elemento, w , es común a todos los términos y se le puede cancelar. La ecuación, entonces, se convierte en:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \frac{v_2^2}{2g}$$

A esta se le conoce como ecuación de Bernoulli.

Donde:

v = velocidad del fluido en la sección considerada.

$g = 9,81 \text{ m/s}^2$ y $g_c = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}/(\text{N}\cdot\text{s}^2)$

z = altura en la dirección de la gravedad desde una cota de referencia.

p = presión a lo largo de la línea de corriente.

γ es el peso específico ($\gamma = \rho g$).

Los subíndices 1 y 2 indican si los valores están dados para el comienzo o el final del volumen de control respectivamente.

Consideraciones:

1. Es válida solamente para fluidos incompresibles, puesto que el peso específico del fluido se tomo como el mismo en las dos secciones de interés.
2. No puede haber dispositivos mecánicos entre las dos secciones de interés que pudieran agregar o eliminar energía del sistema, ya que la ecuación establece que la energía total del fluido es constante.
3. No puede haber transferencia de calor hacia dentro o fuera del fluido.
4. No puede haber pérdidas de energía debido a la fricción.

5.3. Pérdidas de carga por fricción

Pérdidas de carga en flujo laminar

En flujo laminar la pérdida de carga viene dada por la fórmula de Hagen-Poiseuille, su expresión es

$$\begin{aligned} \text{pérdidas de carga (m)} &= \frac{32(\text{viscosidad } \mu)(\text{longitud } L \text{ (m)})(\text{velocidad media } V)}{(\text{peso específico } \omega)(\text{diámetro } d \text{ (m)})^2} \\ &= \frac{32\mu LV}{\omega d^2} \end{aligned}$$

En función de la viscosidad cinemática, como $\frac{\mu}{\omega} = \nu/g$ se obtiene

$$\text{pérdidas de carga} = \frac{32\nu LV}{gd^2}$$

Coefficiente de fricción

El factor o coeficiente de fricción f puede deducirse matemáticamente en el caso de régimen laminar, mas en el caso de flujo turbulento no se dispone de relaciones matemáticas sencillas para obtener la variación de f con el numero de Reynolds. Todavía más Nikuradse y otros investigadores han encontrado que sobre el valor de f también influye la rugosidad relativa de la tubería.

Para flujo laminar podemos ordenar la ecuación anterior como

$$\text{perdidas de carga} = 64 \frac{vLV^2}{Vdd2g} = \frac{64LV^2}{R_E d2g}$$

Por tanto para régimen laminar en todas las tuberías y para cualquier fluido el valor de f viene dado por

$$f = 64/R_E$$

R_E tiene un valor practico maximo de 2000 para que el flujo sea laminar

Para flujo turbulento muchos ingenieros e investigadores se han esforzado en el cálculo de f , tanto a partir de sus propios resultados como de los resultados obtenidos por otros investigadores.

Para flujo turbulento en tuberías rugosas o lisas las leyes de resistencia universales pueden deducirse a partir de

$$f = \frac{8\tau_0}{\rho V^2} = 8V^2/V^2$$

Para tuberías lisas Blasius ha sugerido con el numero de Reynolds comprendido entre 3000 y 100,000

$$f = 0.316/R_E^{0.25}$$

Para todas las tuberías, el Hidraulic Institute de los Estados Unidos de Norteamerica consideran la ecuación de colebrook como la más aceptable para calcular f . la ecuación es

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2\log \left[\frac{\epsilon}{3.7d} + \frac{3.51}{R_E \sqrt{f}} \right]$$

Otras perdidas de carga son como las que se tienen en los accesorios más comúnmente utilizadas

$$\text{perdidas de carga por accesorios (m)} = K \left(\frac{V^2}{2g} \right)$$

Rugosidad

La rugosidad (ϵ) de una tubería. es una característica de su superficie, la cual está constituida por pliegues o crestas unidas, formando una superficie homogéneamente distribuida y depende del tipo de material que se emplee en su construcción.

Valores más comunes usados en la industria **Tabla 5.1. Valores de rugosidad**

Tubería estriada
Tuberías de producción o perforación
Tuberías de escurrimiento
Tuberías galvanizadas

ε (pg)
0.00006
0.0006
0.0007
0.006

5.4. Ecuación de Darcy y Weisbach

Es la ecuación básica para el cálculo de pérdidas de carga en las tuberías y conductos la ecuación es la siguiente:

Perdidas de carga (m)=coeficiente de fricción (f) X

$$\frac{\text{longitud (L)m}}{\text{diametro (d)m}} \times \text{altura de velocidad} \frac{V^2}{2g} (m) = f \frac{LV^2}{d2g}$$

La altura de velocidad exacta en una sección recta se obtiene dividiendo el cuadrado de la velocidad media (Q/A) ^2 por 2g y multiplicando el resultado por un coeficiente α. En régimen turbulento en tuberías y conductos α puede considerarse igual a la unidad sin apreciable error en el resultado.

Altura de velocidad

Esta representa la energía cinética por unidad de peso que existe en un punto en particular. Si la velocidad en una sección recta fuera uniforme, la altura de velocidad calculada con esta velocidad uniforme(o velocidad media) daría la energía cinética correcta por unidad de peso del fluido. La energía cinética verdadera se determina por integración de las energías cinéticas diferenciales de una a otra línea de corriente.

El factor de corrección α de la energía cinética, por el que hay que multiplicar el termino $\frac{V^2}{2g}$ viene dado

por la expresión

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{v}{V}\right)^3 dA$$

V = velocidad media en la seccion recta

v = velocidad en un punto generico de la seccion recta

A = area de la seccion recta.

5.5. Diagrama de Moody

El diagrama de Moody es la representación gráfica en escala doblemente logarítmica del factor de fricción en función del número de Reynolds y la rugosidad relativa de una tubería.

En la ecuación de Darcy - Weisbach aparece el término λ que representa el factor de fricción de Darcy, conocido también como coeficiente de fricción. El cálculo de este coeficiente no es inmediato y no existe una única fórmula para calcularlo en todas las situaciones posibles.

Se pueden distinguir dos situaciones diferentes, el caso en que el flujo sea laminar y el caso en que el flujo sea turbulento. En el caso de flujo laminar se usa una de las expresiones de la ecuación de Poiseuille; en el caso de flujo turbulento se usa la ecuación de Colebrook-White.

En el caso de flujo laminar el factor de fricción depende únicamente del número de Reynolds. Para flujo turbulento, el factor de fricción depende tanto del número de Reynolds como de la rugosidad relativa de la tubería, por eso en este caso se representa mediante una familia de curvas, una para cada valor del parámetro k / D , donde k es el valor de la rugosidad absoluta, es decir la longitud (habitualmente en milímetros) de la rugosidad directamente medible en la tubería.

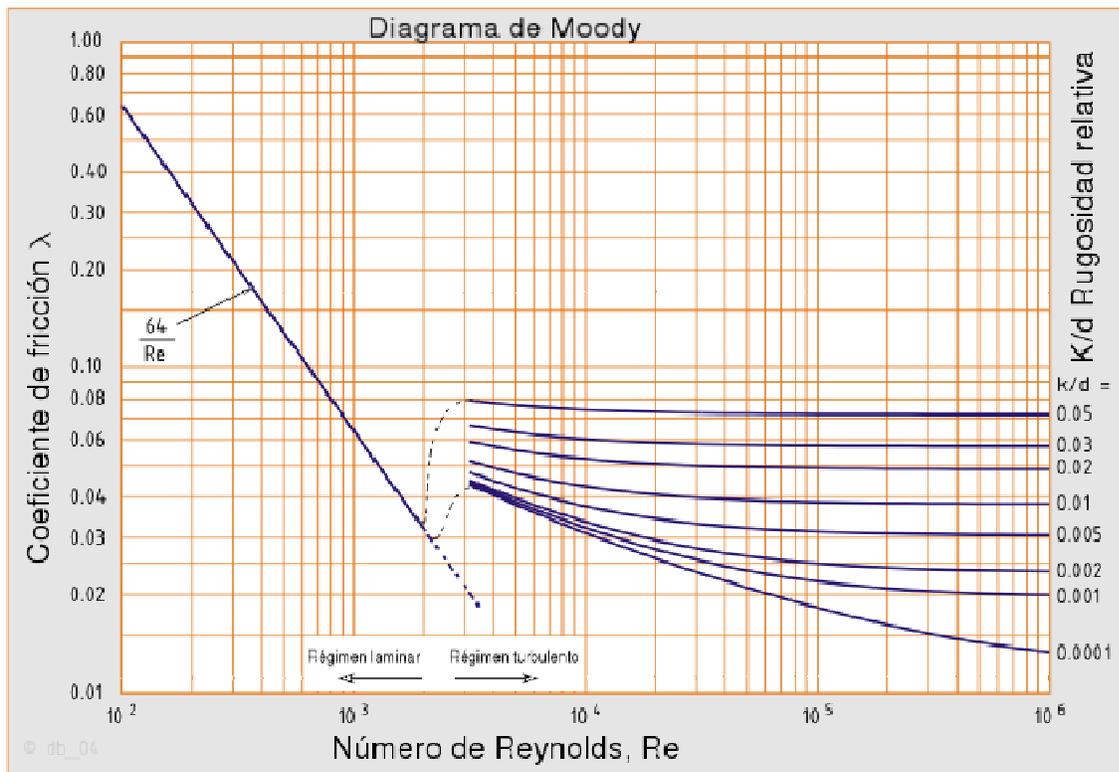


Figura 5.2. Diagrama de Moody

5.6. Ecuación de Poiseuille

Consideremos una tubería horizontal de radio R constante y dentro de ella dos secciones transversales 1 y 2 separadas una distancia L . Estas secciones delimitan un trozo de tubería que en la imagen adjunta queda delimitada por los puntos ABCD. Dentro de la tubería indicada consideramos a su vez un cilindro coaxial delimitado por los puntos abcd con área de tapas $A = \pi r^2$ y radio r . Debido a la viscosidad del fluido, sobre este cilindro actúa un esfuerzo cortante T provocado por una fuerza cortante F sobre un área longitudinal $A_L = 2\pi r L$. Esta fuerza será igual a $F = p_1 A - p_2 A$ tendrá un sentido izquierda - derecha igual al desplazamiento del fluido, provocado por un gradiente de presión en la que p_1 es mayor que p_2 . Integrando las fuerzas que actúan sobre el cilindro considerado, se obtiene la expresión de la ley de Poiseuille.

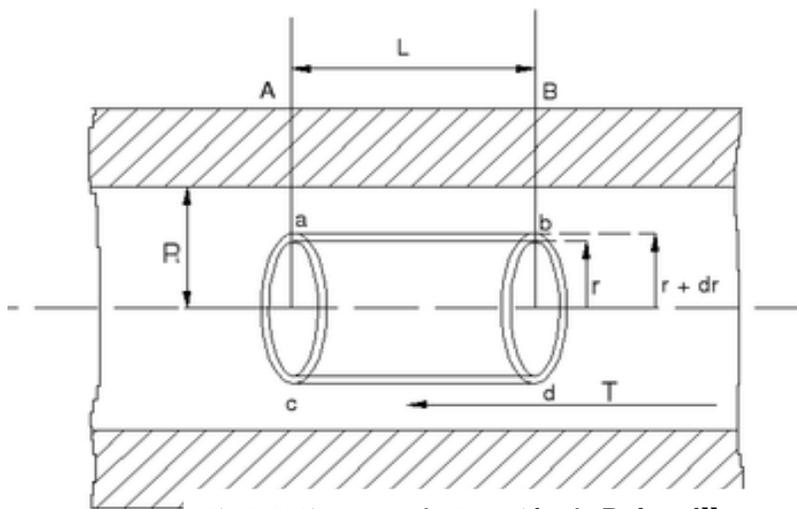


Fig.5.3 Diagrama de Ecuación de Poiseuille

$$Q = \frac{\Delta p \pi r^4}{8L\mu}$$

Donde:

Δp : es la caída de presión ($P_2 - P_1$)

L : es la longitud del tubo

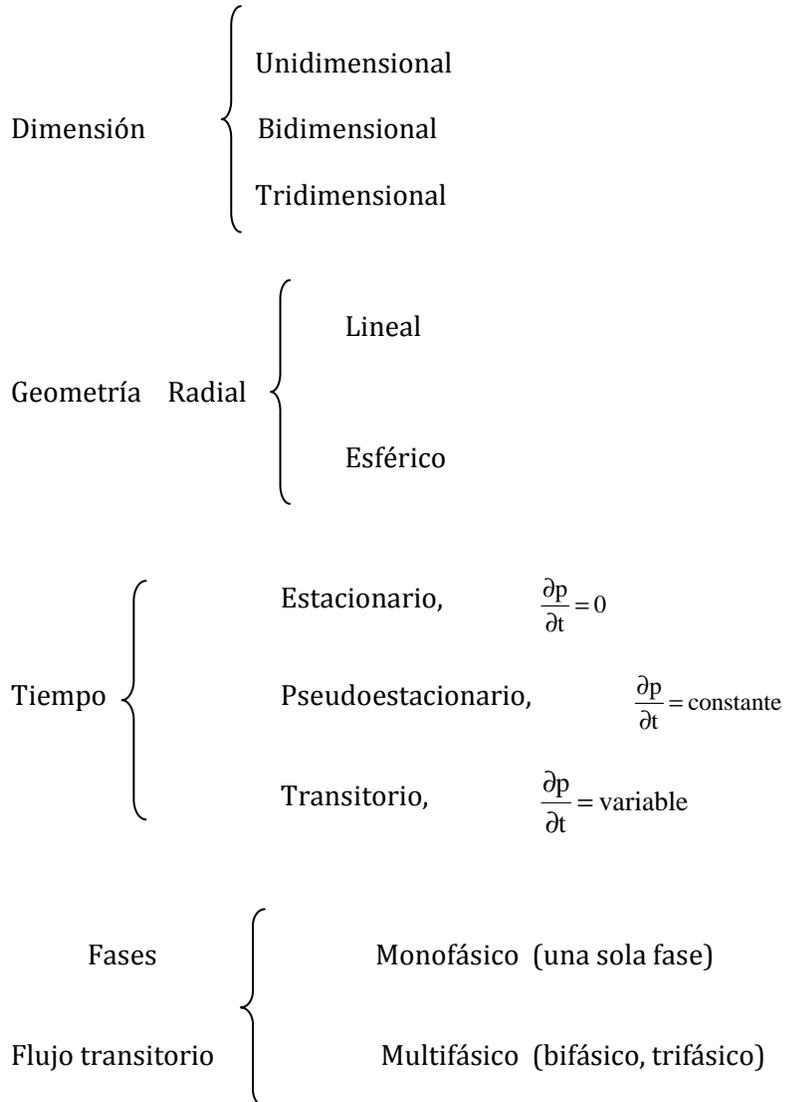
μ : es la viscosidad dinámica

Q : gasto

r : es el radio

5.7. Regímenes de flujo

Antes de proceder a describir los períodos de flujo, se considera pertinente clasificar los diferentes tipos de flujo que se presentan en el medio poroso, de acuerdo a la dimensión, geometría, tiempo y fase. Tal clasificación es la siguiente:



CONCLUSIONES

Para la solución de problemas donde están involucrado el flujo de fluidos en tuberías frecuentemente requiere un análisis complejo tanto para un flujo real como un flujo ideal este capítulo nos aporta como podemos entender el comportamiento que tiene dentro de las tuberías los fluidos así mismo las distintas variables que intervienen en estos fenómenos y la interacción entre ellas.

EJERCICIOS

1. Determinar si el fluido esta en flujo turbulento o laminar del siguiente tanque de almacenamiento.

$$\rho = 1.14 \frac{kg}{m^3}$$

$$\mu = 1.002 \times 10^{-3} \frac{kg}{ms}$$

$$h = 30 \text{ m}$$

$$g = 9.81 \frac{m}{s^2}$$

$$r = 1.5 \text{ cm} \quad D = 3 \text{ cm} = 0.03 \text{ m}$$

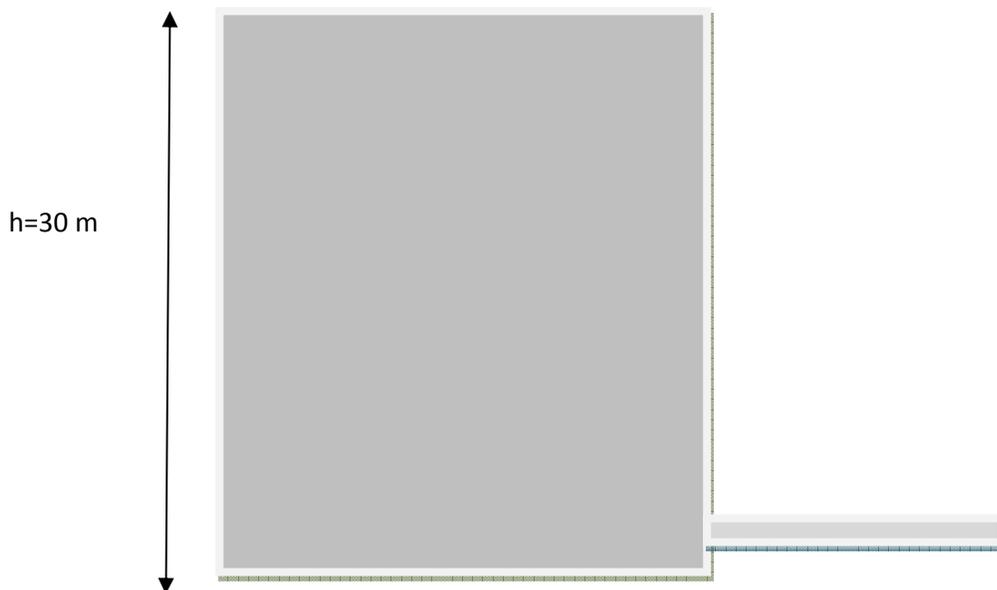
$$Re = \frac{\rho DV}{\mu}$$

$$V = \sqrt{2(gh)} = \sqrt{2(9.81)(30)} = \sqrt{588.6} = 24.26 \text{ m/s}$$

$$Re = \frac{(1.14)(0.03)(24.26)}{0.001002} = \frac{0.829692}{0.001002} = 828.03$$

Flujo laminar

Re < 2000



2. Calcular la velocidad crítica para un aceite medio que fluye a 25 °C a través de una tubería de 30 cm de diámetro.

Para que el flujo sea laminar, el máximo número de Reynolds es 2000. De tabla obtenemos la viscosidad cinemática a 25 °C es $3.44 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$.

$$2000 = Re = \frac{v_c D}{\nu} = v_c (0.3) / (3.44 \times 10^{-6})$$

Despejando

$$v_c = 0.02293 \text{ m/seg}$$

Viscosidad cinemática = valor de la tabla $\times 10^{-6}$

Tabla 5.2. Valores de viscosidad cinemática y densidad relativa

Temperatura °C	Aceite a prueba de polvo		Aceite medio		Aceite pesado		Gasolina	
	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.
5	0.917	72.9	0.865	6.01	0.918	400	0.737	0.749
10	0.913	52.4	0.861	5.16	0.915	290	0.733	0.710
15	0.910	39.0	0.857	4.47	0.912	201	0.729	0.683
20	0.906	29.7	0.855	3.94	0.909	156	0.725	0.648
25	0.903	23.1	0.852	3.44	0.906	118	0.721	0.625
30	0.900	18.5	0.849	3.11	0.904	89	0.717	0.595
35	0.897	15.2	0.846	2.77	0.901	67.9	0.713	0.570
40	0.893	12.9	0.842	2.39	0.898	52.8	0.709	0.545

3. Determinar el tipo de flujo que tiene lugar en una tubería de 15cm cuando fluye aceite pesado a 30 °C a una velocidad de 1.00 m/seg.

De tabla tenemos para aceite pesado a 30 °C tenemos $89 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$.

$$Re = \frac{v_c D}{\nu} = \frac{1.00 (0.15)}{89 \times 10^{-6}} = 1685.39 < 2000. \text{ El flujo es laminar.}$$

Viscosidad cinemática = valor de la tabla $\times 10^{-6}$

Tabla 5.2. Valores de viscosidad cinemática y densidad relativa

Temperatura °C	Aceite a prueba de polvo		Aceite medio		Aceite pesado		Gasolina	
	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.
5	0.917	72.9	0.865	6.01	0.918	400	0.737	0.749
10	0.913	52.4	0.861	5.16	0.915	290	0.733	0.710
15	0.910	39.0	0.857	4.47	0.912	201	0.729	0.683
20	0.906	29.7	0.855	3.94	0.909	156	0.725	0.648
25	0.903	23.1	0.852	3.44	0.906	118	0.721	0.625
30	0.900	18.5	0.849	3.11	0.904	89	0.717	0.595
35	0.897	15.2	0.846	2.77	0.901	67.9	0.713	0.570
40	0.893	12.9	0.842	2.39	0.898	52.8	0.709	0.545

4. Para un fluido en régimen laminar, ¿Que diámetro de tubería será necesario para transportar 700 (l/min) de un aceite medio a 5 °C ($\nu = 6.01 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{seg}$)?

$$Q = \frac{.700}{60} = .0116 \frac{\text{m}^3}{\text{seg}}$$

$$v_s = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{.0464}{\pi D^2} \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

$$Re = \frac{v_s D}{\nu}, \quad 2000 = \frac{.0464}{\pi D^2} \left(\frac{D}{6.01 \times 10^{-6}} \right)$$

$$D = \frac{.0464}{\pi(2000)(6.01 \times 10^{-6})} = 1.23 \text{ m}$$

Viscosidad cinemática = valor de la tabla x 10^{-6}

Tabla 5.2. Valores de viscosidad cinemática y densidad relativa

Temperatura °C	Aceite a prueba de polvo		Aceite medio		Aceite pesado		Gasolina	
	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.
5	0.917	72.9	0.865	6.01	0.918	400	0.737	0.749
10	0.913	52.4	0.861	5.16	0.915	290	0.733	0.710
15	0.910	39.0	0.857	4.47	0.912	201	0.729	0.683
20	0.906	29.7	0.855	3.94	0.909	156	0.725	0.648
25	0.903	23.1	0.852	3.44	0.906	118	0.721	0.625
30	0.900	18.5	0.849	3.11	0.904	89	0.717	0.595
35	0.897	15.2	0.846	2.77	0.901	67.9	0.713	0.570
40	0.893	12.9	0.842	2.39	0.898	52.8	0.709	0.545

5. Un gasto de 40 (l/seg) de un aceite de viscosidad absoluta 0.0103 Kg seg/ m^2 y densidad relativa 0.850 esta circulando por una tubería de 30 cm de diámetro y 3000 m de longitud. ¿Cual es la perdida de carga en la tubería?

$$v_s = \frac{Q}{A} = \frac{40 \times 10^{-3}}{\frac{1}{4}\pi(0.3)^2} = 0.5665 \frac{m}{seg}$$

$$Re = \frac{v_s D \rho}{\mu} = \frac{0.5665 \times 0.3 \times 0.850 \times 1000}{0.0103 \times 9.8} = 1431.12$$

Lo que significa que el flujo es laminar. De aquí

$$f = \frac{64}{Re} = 0.0408$$

$$\text{Perdida de carga} = f \frac{L v_s^2}{D 2g} = 0.0408 \times \frac{3000}{0.3} \times \frac{0.5665^2}{2g} = 6.67m$$

6. ¿Qué diámetro de tubería será necesario utilizar para transportar 22 (l/seg) de un aceite pesado a 15 °C si la pérdida de carga de que se dispone en 1000 m de longitud de tubería horizontal es de 22 m?

Viscosidad cinemática = valor de la tabla x 10^{-6}

Tabla 5.2. Valores de viscosidad cinemática y densidad relativa

Temperatura °C	Aceite a prueba de polvo		Aceite medio		Aceite pesado		Gasolina	
	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.	Densidad relativa	Visc. Cinem.
5	0.917	72.9	0.865	6.01	0.918	400	0.737	0.749
10	0.913	52.4	0.861	5.16	0.915	290	0.733	0.710
15	0.910	39.0	0.857	4.47	0.912	201	0.729	0.683
20	0.906	29.7	0.855	3.94	0.909	156	0.725	0.648
25	0.903	23.1	0.852	3.44	0.906	118	0.721	0.625
30	0.900	18.5	0.849	3.11	0.904	89	0.717	0.595
35	0.897	15.2	0.846	2.77	0.901	67.9	0.713	0.570
40	0.893	12.9	0.842	2.39	0.898	52.8	0.709	0.545

De tabla viscosidad cinemática = $201 \times 10^{-6} \frac{m^2}{seg}$

y la densidad relativa = 0.912 como el valor de la viscosidad cinemática es muy elevado, supondrá que el flujo es laminar. Por lo tanto

$$perdidas\ de\ carga\ (m) = \frac{32(viscosidad\ \mu)(longitud\ L\ (m))(velocidad\ media\ V)}{(peso\ especifico\ \omega)(diametro\ d\ (m))^2}$$

$$v_s = \frac{Q}{A} = \frac{22 \times 10^{-3}}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{0.028}{d^2}$$

Sustituyendo

$$22 = \frac{(0.028\ d^2)(32)\left(201 \times 10^{-6} \times 0.912 \times \frac{1000}{9.8}\right)(1000)}{(0.912 \times 1000)d^2}$$

Despejando el diámetro tenemos

$$D = d = 0.17\ m$$

Se comprueba ahora la hipótesis del flujo laminar utilizando $d = 0.17\ m$

$$Re = \frac{v_s D}{\nu} = \frac{0.028}{0.17 \times 2.05 \times 10^{-4}} = 804$$

El flujo es laminar normalizando la tubería se toma la de 8 pulgadas o 20 cm.

CAPITULO 6 MEDIDORES DE FLUJO

Resumen

Los elementos mas comúnmente utilizados para medir los gastos son los medidores de flujo. En este capitulo se describe el funcionamiento de los medidores de flujo mas comunes así como sus características técnicas de sus elementos primarios.

6.1. Presión estática

Presión estática es la presión absoluta del yacimiento o en otras palabras es la presión a la cual el pozo dejara de fluir y se representa por el símbolo P_{ws} .

6.2. Tubo de pitot

El tubo de pitot mide la velocidad en un punto en virtud del hecho de que el tubo mide la presión de estancamiento, la cual supera a la presión estática local. En una corriente de fluido abierta, como la presión manométrica local es cero, la altura a la cual el líquido asciende en el tubo coincide con la altura de velocidad.

6.3. Tubo venturi

Consiste en que un fluido en movimiento dentro de un conducto cerrado disminuye su presión al aumentar la velocidad después de pasar por una zona de sección menor. Si en este punto del conducto se introduce el extremo de otro conducto, se produce una aspiración del fluido contenido en este segundo conducto. Este efecto, demostrado en 1797, recibe su nombre del físico italiano Giovanni Battista Venturi (1746-1822).

6.4. Placas de orificios

El medidor de placas de orificios es un dispositivo mediante el cual se provoca una caída de presión, a partir de la cual se infiere o se obtiene el gasto.

El elemento primario lo conforma el tubo medidor con o sin acondicionadores de flujo la placa con agujero concéntrico, y el soporte de la misma con las tomas de presión asociadas. El elemento secundario lo constituye generalmente la instrumentación necesaria para registrar las presiones estática y diferencial, la temperatura del fluido y la densidad absoluta o relativa del mismo; así como cualquier registrador mecánico o equipo electrónico utilizado para calcular el gasto.

En el caso de las placas colocada en bridas, el centro de los agujeros para las tomas de presión debe estar colocado a una pulgada corriente arriba y corriente debajo de las caras anteriores y posteriores de las placas. La presión estática es la presión absoluta del fluido medida en una de las tomas y la presión diferencial es la diferencia entre las presiones estáticas medias corriente arriba y corriente debajo de las placas.

La temperatura del fluido puede medirse corriente arriba o corriente debajo de la placa de orificio, siempre que se cumpla con las recomendaciones del API estas incluyen también las relacionadas con

las instalaciones del tubo medidor, la placa de orificio y las venas alineadoras; así como las diversas tolerancias permitidas en distancias, espesores, excentricidades, rugosidades etc. En generales la medición utilizando este elemento primario se rige por las recomendaciones publicas por el API(American Petroleum Institute)



Figura 6.1. Placas de orificios

6.5. Medición por desplazamiento positivo

La medición por desplazamiento positivo es una forma directa de la medición volumétrica. Los medidores tienen dos o más compartimientos de tal forma que cuando el flujo pasa a través del medidor, estos se vacían y llenan alternadamente, activando un mecanismo conectado a un indicador que registra la suma de las cantidades de fluido desplazado por los compartimientos en un tiempo determinado.

Principio de operación puede ilustrarse con la figura. Al moverse los pistones en los cilindros de la posición A a la B, una cantidad de fluido entrara a los cilindros por las aberturas de admisión. Al regresar los pistones de la posición B a la A, el fluido será expulsado de los cilindros a través de los orificios de descarga. De esta forma, en cada embolada se descargara un volumen conocido de fluido, a la presión y temperatura del sistema.

Si se conoce el volumen desplazado en cada embolada, basta conectar un mecanismo apropiado, contador o índice, para que indique el volumen acumulado, se puede registrar la presión y temperatura del flujo, pudiendo entonces aplicarse a los factores de corrección necesarios para convertir el volumen leído, al equivalente a las condiciones base.

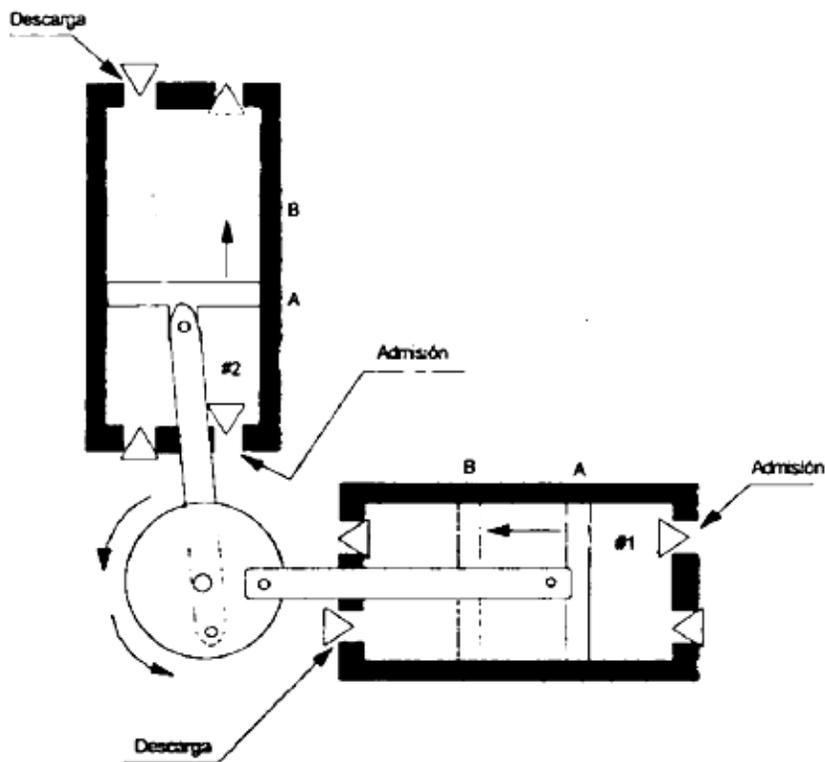


Figura 6.2. Medición por desplazamiento positivo

Características generales

Debido a su principio de operación, si se tiene presencia de gas durante la medición de líquido, el medidor registrara un volumen de gas como si fuera liquido.

Estos medidores pueden taponarse o dañarse debido a la suciedad o impurezas de los fluidos manejados. Por esta razón, cuando se manejan líquidos, una condición importante para su uso es que dicho líquido no contenga cantidades considerables de sólidos. Este problema puede disminuirse si se colocan filtros corriente arriba del medidor; sin embargo si el fluido es muy viscoso, la caída de presión puede ser muy significativa.

En ocasiones puede requerirse también un dispositivo para eliminar aire o vapores, para evitar un posible daño al medidor.

La principal ventaja de estos medidores radica en su repetibilidad y en su linealidad, la repetibilidad de un medidor de este tipo es típicamente de más menos 0.1%.

En cualquier aplicación la linealidad de un medidor a lo largo de un rango de flujo es crítica. El medidor de desplazamiento positivo tiene una linealidad excelente para un amplio rango de gastos.

Debido a su linealidad este tipo de medidor es ideal para aplicaciones en las que el régimen de flujo no es constante.

CONCLUSIONES

Este apartado nos describió las características técnicas de los elementos primarios mas comúnmente utilizados para medir los gastos mejor conocidos como medidores de flujo los cual nos da una idea mas detallada de lo complejo de su diseño y límites operativos que se nos presenten en las instalaciones de la industria petrolera.

CONCLUSIONES

La mecánica de fluidos nos ha demostrado la gran aportación que nos brinda en la industria petrolera, esta aportación se observa en muchas áreas de la industria como: producción, perforación, sistema artificiales y muchas mas, así mismo se involucra en el estudio de las diferentes asignaturas de la carrera de Ingeniería Petrolera ya que tiene una estrecha relación con ellas.

En este trabajo escrito se explican los distintos fenómenos que están relacionados con los fluidos con un enfoque dirigido a la Ingeniería Petrolera acompañados de una serie de ejemplos para poder entender la aplicación de la mecánica de fluidos en la industria petrolera con la finalidad de facilitarnos el entendimiento de los diferentes problemas que se nos presentan en la vida profesional.

Finalmente se tiene que tomar en cuenta que el objetivo principal de un profesionalista es lograr resolver los problemas que se presente en el trabajo cotidiano, en nuestro caso aquellos relacionados con la industria petrolera para lo cual tenemos que apoyarnos en las distintas herramientas como son las asignaturas que se imparten en la carrera de Ingeniería Petrolera.

REFERENCIAS

Mecánica de los fluidos

¹Autor: Streeter, V. L.

Universidad de Michigan, Libros McGraw-Hill,

1970 Respecto de la edición en idioma español

(Capítulo 1, Capítulo 2, Capítulo 4)

Mecánica de fluidos e Hidráulica Teoría y Problemas

²Autor: Ranald V. G

Editorial McGRAW-HILL, 1990

(Capítulo 1, Capítulo 5, Capítulo 6, Capítulo 7, Capítulo 9, Capítulo 11)

Técnica de Medición por Medio de Orificios en Placa

³Díaz. S. F, "Técnica de Medición por Medio de Orificios en Placa y su Aplicación a la Industria Petrolera"

Facultad de ingeniería; UNAM; Tesis Profesional.1996

Transporte de Hidrocarburos por Ductos

⁴Colegio de Ingenieros Petroleros de México, A. C, 1991

Autores: Ing. Francisco Garaicochea Petreirena

Ing. .Cesar Bernal Huicochea, Ing. Oscar López Ortiz.

(Capítulo 3, Capítulo 4)

Mecánica de Fluidos Aplicada

⁵Mott, Robert L.

Cuarta Edición. 1996

Editorial PEARSON, PRENTICE HALL, 1996

(Capítulo 2, Capítulo 3, Capítulo 6, Capítulo 8)

Técnica de medición por medio de orificios en placa
y su aplicación a la industria petrolera

⁶Díaz Sánchez Fernando "Técnica de medición por medio
de orificios en placa y su aplicación a la industria petrolera"

Facultad de Ingeniería, UNAM, Tesis Profesional, 1978

Placa de Orificios

Hidráulica de los canales abiertos.

⁷*Open Channel Hydraulics (1959)*;

Traducido al español como: Hidráulica de los Canales Abiertos.

Ven Te Chow. Editorial Diana, México, 1983.

Flujo laminar, Diagrama de moody.

La Historia de la ley de Poiseuille

⁸S. P. Suter, R. Skalak, "The history of Poiseuille's law,

"*Annual Review of Fluid Mechanics*, Vol. 25, 1993

Ley de Poiseuille

Física General con Experimentos Sencillos

⁹Antonio Máximo, Beatriz Alvarenga, Editorial OXFORD MEXICO,

4 Edición, Oxford University Press Mexico, S.A de C.V ,2002

(Unidad 6)

REFERENCIA ELECTRONICA

Catalogo Placas de Orificios

¹⁰WEISZ Instrumentos S.A.,

Fabricante de instrumentos de medición,

<http://weisz.com>.