



1. DESCRIPCIÓN DE UN MODELO

1.1 DESCRIPCIÓN DE UN MODELO MATEMÁTICO

Cabe resaltar que en el desarrollo de este trabajo no se profundizara en los conceptos de modelos matemáticos, sino que se enfocará en las bases teóricas y prácticas de los modelos físicos, sin embargo es útil conocer la modelación matemática.

En la mayoría de los casos las ecuaciones que rigen los fenómenos físicos a considerar no pueden resolverse analíticamente, por lo que es necesario emplear métodos aproximados mediante un proceso de computación, que hoy en día es necesario explotar, para poder competir con las grandes instituciones y corporaciones nacionales y extranjeras, siendo los métodos más utilizados el de *elementos finitos* y el de *diferencias finitas*. El primero hace discreto el medio en el que tiene lugar el fenómeno en estudio utilizando por lo común una red de triángulos, mientras que en el segundo se utiliza una red de rectángulos que es menos complicada, y proporciona una descripción suficiente de los contornos. La esencia de este método, de diferencias finitas, es sustituir los sistemas de ecuaciones diferenciales (algebraicas) proporcionando valores en los puntos de la malla mediante la solución de métodos explícitos o implícitos.

La precisión de los modelos matemáticos está íntimamente ligada a su costo de explotación, por lo que deben tomarse en cuenta los siguientes factores.

- a) Exactitud de los datos iniciales. Tomar en cuenta la discontinuidad de los datos y la magnitud de error de los mismos.
- b) Tipo de fenómeno a estudiar. Dependiendo del fenómeno y su importancia, dependerá su precisión, hoy en día eso también se traduce en costos.
- c) Exactitud de las ecuaciones que rigen el fenómeno. Las ecuaciones diferenciales, mediante las que se ha formulado un modelo, pueden determinar un límite a la exactitud con que se podrá describir el fenómeno. Esto puede ser ocasionado por las hipótesis introducidas para simplificar, o bien, por constituir ellas mismas una simple aproximación al no considerar ciertas variables.



- d) Forma de aproximar las ecuaciones. Partiéndole un sistema de ecuaciones diferenciales parciales que se aproximan mediante un sistema de ecuaciones diferenciales con los consiguientes errores de truncamiento, la exactitud puede verse afectada.
- e) Evolución del modelo. Durante el proceso de cálculo, al cambiar el modelo en el espacio y en el tiempo, puede ocurrir que los errores que se producen se vayan transmitiendo o acumulando, con lo cual la precisión obtenida del modelo puede verse limitada.

Existen tres conceptos que conviene aclarar referente a los modelos matemáticos. Se trata de la consistencia, estabilidad y convergencia de un modelo; Suponiendo que un modelo se ha realizado por el método de diferencia finitas, se dirá que es consistente cuando al tender a cero el tamaño de la malla y el intervalo del tiempo también, las ecuaciones en diferencia dan las mismas soluciones que las ecuaciones diferenciales; que es estable si las soluciones obtenidas al hacer variar los parámetros de que depende el modelo permanecen acotadas; y, que es convergente cuando el modelo es a la vez consistente y estables.

Secuencia de la elaboración de un modelo matemático.

1. Se hace la descripción del fenómeno, planteándose las variables que intervienen y las hipótesis del comportamiento del mismo.
2. Se plantean las ecuaciones diferenciales o integrales que describen matemáticamente el fenómeno (modelo matemático), asimismo, las condiciones de frontera y la variabilidad de solución.
3. Seleccionar el método de cálculo de solución del modelo matemático, es decir, la elección del algoritmo de cálculo.
4. Programación del algoritmo de cálculo para la computadora.
5. La calibración, verificación y validación del modelo.
6. Explotación del modelo, es decir, la utilización del mismo con base de datos de campo, de experimentos en laboratorios o de supuestos para obtener predicciones.

Por estas razones es muy recomendable que los modelos matemáticos en el estudio de problemas de ingeniería se vean complementados con modelos físicos.



1.2 DESCRIPCIÓN DE LOS MODELOS ANÁLOGOS

Dos fenómenos físicos de diferente naturaleza se llaman analógicos si las ecuaciones que los describen se expresan con formas matemáticas idénticas, aún cuando los símbolos de cada una de ella tengan significado diferente. Es común que uno de los dos fenómenos sea de menor dificultad, por lo que éste se emplea para resolver el otro. Lo anterior ofrece una posibilidad de resolver problemas hidráulicos a base de mediciones hechas sobre un fenómeno análogo, siendo los más comunes:

- Analogía entre un flujo a través de medios permeables y flujo laminar en capas delgadas (modelos de Hele-Shaw).
- Analogía entre flujo laminar y flujo turbulento.
- Analogía entre un flujo a través de medios permeables y la deformación de una placa elástica bajo carga.
- Analogía eléctrica y otros fenómenos físicos (como hidráulicos, mecánicos, etc.).

1.3 DESCRIPCIÓN DE UN MODELO FÍSICO

Los fenómenos hidráulicos, como su nombre lo indica son eventos que ocurren durante la acción del agua como actor principal, y básicamente los más estudiados y dignos de nuestro interés son los que involucran algún daño directa o indirectamente a las sociedades y asentamientos humanos, o para beneficio de éstos, es por este motivo que no solo se debe de prestar atención en la investigación con modelos matemáticos, sino también en modelos físicos.

Los modelos matemáticos casi siempre idealizados, utilizan simplificaciones importantes, las cuales causan a su vez efectos que deben valorarse mediante ensayos experimentales, a través de modelos físicos a escala reducida en un modelo hidráulico.

Los modelos físicos, son representaciones a escala que realizamos con datos obtenidos de la realidad y que modificamos a nuestra conveniencia, para simular lo más apegado a la realidad las condiciones con que debe operar nuestro modelo.

Modelos físicos reducidos

El uso de modelos físicos a escala reducida, llamados simplemente modelos hidráulicos, implica que estos deben ser semejantes al prototipo, para lo cual debe satisfacerse las leyes de similitud Geométrica, Cinemática y Dinámica, que en conjunto relacionan las

magnitudes físicas homologas definidas entre ambos sistemas, el prototipo A_p (escala de prototipo) y el modelo A_m (escala de modelo).

En la siguiente figura se observa que cada rayo de proyección que sale de una fuente hacia un centro homologo, interseca puntos de ambos sistemas, denominados puntos homologos, sobre los cuales se definen otras magnitudes tales como: velocidad, presión, etc. De igual manera se definen lados, superficies y volúmenes homologos, que a su vez constituyen la similitud geométrica, misma que implica una relación constante, que para cualquier longitud L resulta ser $L_p/L_m = E_L$ llamada escala de líneas o de longitudes. Los subíndices p y m se refiere al prototipo y al modelo, respectivamente.

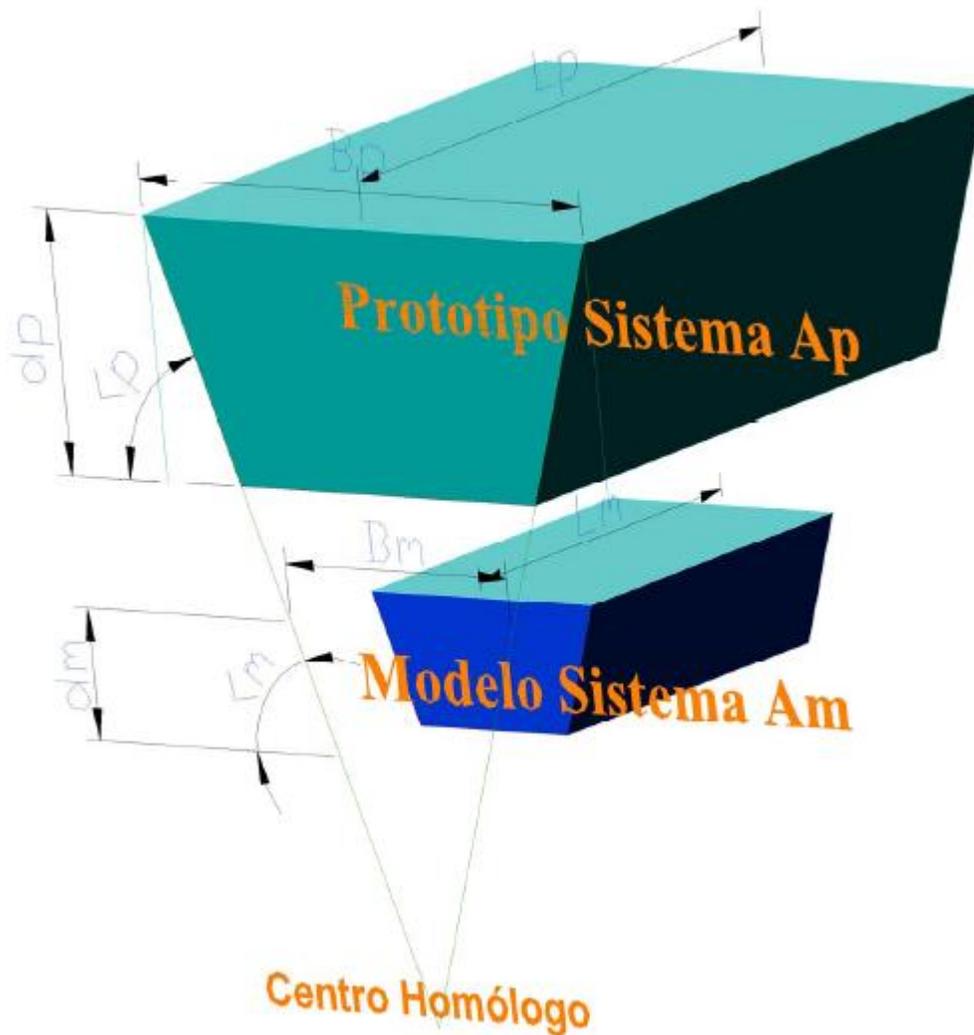


Fig. 1



Cuando la comparación de los sistemas A_p y A_m es con respecto a un movimiento, se establece entonces la similitud cinemática, y que se cumple cuando la forma de los patrones de flujo homólogos son iguales en cualquier tiempo, es decir, hay similitud de movimiento de los sistemas; por lo que la relación de velocidades de puntos homólogos debe ser constante, o sea, $V_p / V_m = E_v$ y generalizando, $E_v = E_L E_t^{-1}$, siendo E_v la escala de velocidades, E_L , la escala de longitudes y $E_t = T_p / T_m$, la escala de tiempos. Como puede observarse, es un requisito que la similitud geométrica se cumpla para que se logre la similitud cinemática

Algunas de las aplicaciones para los modelos físicos son: acerca de propagación de oleaje, acción de mareas y corrientes, movimiento de sedimentos, estabilidad de estructuras sujetas a la acción del oleaje, efecto de estructuras en la protección de playas, acción del oleaje sobre embarcaciones atracadas o en movimiento, propagación de mareas, funcionamiento de estuarios, erosión y sedimentación de causes, control de avenidas, obras de toma, cárcamos de bombeo, vertedores, conducción de agua a presión, difusión térmica y desechos, etc.

El empleo de un modelo hidráulico implica establecer un programa definido de investigación experimental sobre todas las variables que intervienen, en forma particular o en grupo; esto se hace para poder verificar en su caso la validez de las soluciones analíticas de un problema dado o para determinar las leyes de relación entre las diferentes variables que, extrapoladas al prototipo permitan optimizar la eficiencia de cada uno de los elementos del sistema modelo prototipo.