



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
FACULTAD DE INGENIERÍA**

**FORMACIÓN Y EVOLUCIÓN DE BURBUJAS EN LÍQUIDOS
VISCOSOS**

(Formación de burbujas en geometrías confinadas)

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE

DOCTOR EN INGENIERÍA

P R E S E N T A:

ARNULFO ORTIZ GÓMEZ

T U T O R

DR. ABRAHAM MEDINA OVANDO

Agosto de 2009



AGRADECIMIENTOS

A mis padres, Lauro Ortiz y Leovigilda Gómez, donde quiera que se encuentren estoy seguro que estarán como yo de satisfechos por haber logrado este título.

Para mi familia; mis hijos Celia, Arnulfo y Lauro, y su querida mamá Amanda Salyano quienes se privaron de muchos fines de semana de salir porque yo estaba trabajando en los experimentos.

A Raymundo Padilla y Celia Ortiz que me han apoyado siempre en todos los proyectos que realizado a veces con éxito y otras no tanto pero ellos siempre han estado ahí para guiarme.

La División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, ha sido para mí como un hogar donde encontré amigos y compañeros de trabajo en los que hallé comprensión, apoyo y solidaridad, no sería justos nombrarlos uno a uno porque podría omitir a alguien sin querer por lo que a cada uno de ellos gracias y un abrazo.

A, M. I. Medina O. Mi agradecimiento in finito por sus consejos, por su amistad desmedida y por ese gran cariño que demostró todo este tiempo en el que compartimos durante el desarrollo del trabajo. Gracias Mil.

A la División de Estudios de Posgrado de la ESIME Azcapotzalco del IPN por facilitarme el acceso a sus instalaciones para realizar experimentos y análisis de los datos.

Mi más sincero agradecimiento a mi asesor DR. ABRAHAM MEDINA OVANDO, me siento muy afortunado por sentirme su amigo y gracias por el apoyo recibido en la dirección del trabajo de investigación, por la continuidad en la colaboración conmigo.

Al DR. FEDERICO MÉNDEZ LAVIELLE, por la confianza que deposito en mi, consejos y enseñanzas que me ayudan a ser mejor en el desarrollo de mi actividad profesional.

Al DR. FRANCISCO SOLORIO ORDAZ, quien me brindo su apoyo incondicional para ingresar al programa doctoral y durante la estancia en el mismo realizando mis estudios.

Al DR. JAIME CERVANTES DE GORTARI, por sus valiosas observaciones que permitieron mejorar la calidad de este trabajo.

Al DR: CESAR TREVIÑO TREVIÑO, por distinguirme con su amistad y por sus comentarios sobre mi trabajo que me ayudaron a mejorar mi formación como investigador.

Al DR. ERICK LUNA ROJERO, le agradezco su confianza y apoyo al brindarme el acceso al IMP don se surgió la idea de realizar este trabajo.

*En este trabajo está reflejado el esfuerzo de varias personas,
Indudablemente mi familia, amigos, profesores e investigadores están presentes
Por ello dedico este trabajo a todas las personas, que de alguna manera colaboraron
para alcanzar esta meta, de las más anheladas por mí.*

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Dr. Jaime Cervantes De Gortari
Secretario: Dr. Cesar Treviño Treviño
Vocal: Dr. Abraham Medina Ovando
1^{do} Suplente: Dr. Federico Méndez Lavielle
2^{do} Suplente: Dr. Francisco Javier Solorio Ordaz

LUGAR DONDE SE REALIZÓ LA TESIS

Laboratorio de Mecánica de la División de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

Laboratorio de Termofluidos, de la División de Posgrado de la ESIME Azcapotzalco del IPN.

TUTOR

DR ABRAHAM MEDINA OVANDO

FIRMA

Índice general

1. INTRODUCCIÓN	6
1.1. Objetivo	6
1.2. Motivación	7
1.3. División del trabajo	8
2. TEORÍA DE LA FORMACIÓN DE BURBUJAS EN LÍQUIDOS DE BAJA VISCOSIDAD (LÍMITE INVISCIDO)	12
2.1. Introducción	12
2.2. Dinámica de Burbujas	13
2.3. Formación de burbujas a gastos muy bajos ($Ca = 0$)	14
2.3.1. Formas de burbujas bajo el efecto del ángulo de contacto	15
2.4. Formación de burbujas a gastos altos	18
2.5. Formación de burbujas bajo diferentes condiciones de mojado	21
2.6. Conclusiones	27
3. TEORÍA DE LA FORMACIÓN DE BURBUJAS EN LÍQUIDOS VISCOSOS	30
3.1. Introducción	30
3.2. Formación de burbujas en líquidos viscosos en medios semi infinitos	31
3.3. Formación de burbujas a gastos altos y bajo distintas condiciones de mojado	34
3.4. Formación de burbujas en medios confinados	38
3.4.1. Boquillas cónicas	40
3.4.2. Boquillas cilíndricas	48

4. EXPERIMENTOS DE FORMACIÓN DE BURBUJAS EN RECIPIENTES CÓNICOS	54
4.1. Introducción	54
4.2. Modelo Experimental	55
4.2.1. Burbujas en miel	58
4.2.2. Burbujas en glicerina	60
4.2.3. Burbujas en aceite de silicón	63
4.3. Preparación del experimento	65
4.4. Burbujas a distintos ángulos de pared	66
4.4.1. Medición de la forma de la burbuja	72
4.4.2. Medición del centro de masa	73
4.4.3. Resultados para una burbuja	74
4.5. Conclusiones	80
5. BURBUJAS EN CONTENEDORES CILÍNDRICOS	83
5.1. Introducción	83
5.2. Experimentos en cilindros	83
5.3. Experimentos con cilindros cortos	85
5.4. Experimentos con cilindros largos	87
6. BOMBEO NEUMÁTICO (Gas-Lift)	95
6.1. Introducción	95
6.2. Experimentos con capilares sin boquilla	97
6.3. Experimentos con tres boquillas de diferente forma	98
6.3.1. Un modelo simple para la elevación de la columna	100
6.4. Experimentos con cilindros de radio pequeño.	102
6.4.1. Bomba Panal de Abeja	111
6.5. Conclusiones	114
7. CONCLUSIONES GENERALES	115

8. APÉNDICE	122
8.1. Programa para la medición de las propiedades de la burbuja	122
8.2. Código numérico	123
9. REFERENCIAS	145

RESUMEN

En esta tesis se presentan una serie de estudios experimentales orientados a validar los resultados numéricos de formación y crecimiento de burbujas dentro de contenedores, con formas eje simétricas, y llenos de líquidos viscosos. Se estudia cuál es el efecto de acercar gradualmente las paredes de los contenedores a la boquilla de inyección de gas para formar a la burbuja. Hasta donde se sabe, no hay trabajos experimentales realizados con líquidos de viscosidad alta que consideren la formación y el crecimiento de burbujas bajo estas condiciones y tampoco se conocían resultados teóricos obtenidos a partir de las ecuaciones de Stokes bajo la condición de paredes cercanas. Existen diversos sistemas naturales y artificiales en donde ocurre la formación de burbujas en medios viscosos, por ejemplo, burbujas en magma, sistemas de enfriamiento de transformadores eléctricos y el bombeo neumático (Gas-lift). En esta tesis hemos enfatizado mucho la posible aplicación de los resultados aquí discutidos al bombeo neumático. Por completos, primero consideramos el estudio teórico de la generación de burbujas en líquidos inviscidos, a gasto muy bajo, utilizando un balance entre las fuerzas de flotación y de tensión superficial; a partir de ello fue posible obtener el perfil de la burbuja. La formación de burbujas en líquidos inviscidos, a gastos no despreciables, también es discutida a partir de las ecuaciones de flujo potencial y las condiciones de frontera cinemática y de balance de esfuerzos normales. Posteriormente, usando las ecuaciones de Stokes para flujo viscoso lento y adecuadas condiciones de frontera se analiza el problema de formación de burbujas en medios sin paredes cercanas (medio semi infinito). Ello permite calcular los perfiles de las burbujas. Después de este análisis se presenta una discusión de la nueva forma que adquieren los perfiles cuando las paredes de cilindros circulares y de conos rectos se aproximan reduciendo el radio o el ángulo de pared del cono, respectivamente. Estos resultados motivaron el tema central de nuestra investigación el cual consistió en el estudio experimental del crecimiento y despegue de burbujas de aire, generadas a gasto constante, y la caracterización de sus principales propiedades como su forma, tamaño, evolución del centro de masa y condiciones de movimiento durante el crecimiento. Lo anterior permite concluir que la introducción de elementos tipo boquillas cilíndricas o cónicas o, equivalentemente, la formación de burbujas en sistemas de tamaño finito representa un nuevo mecanismo de modular el tamaño de las burbujas (sin necesidad de variar el gasto de inyección) y este mecanismo es diferente al método tradicional que consiste en sólo incrementar el gasto de inyección de gas. Estas técnicas de producción de burbujas tienen la finalidad de poder ser aplicadas en la generación de bombeo neumático Gas-lift, lo cual se discute en un capítulo final. Mediante experimentos mostramos también que la introducción de burbujas de un tamaño deseado mediante la introducción de boquillas permite disminuir la densidad media del líquido con el consecuente aumento de la fase burbujas-líquido lo cual mejora sustancialmente la técnica de bombeo neumático, es decir, los resultados experimentales muestran que la columna de líquido alcanza una mayor altura cuando se controla el burbujeo. Finalmente, el trabajo aquí desarrollado para conos rectos puede ser la base para estudiar la generación de burbujas en conos más generales o en geometrías eje simétricas más complejas.

ABSTRAC

This thesis presents a series of experimental studies aimed at validating the numerical results of bubble formation and growth in containers, shaped symmetrical axis, and filled with viscous liquid. We study what the effect of gradually bringing the walls of the container to the nozzle of gas injection to form a bubble. To our knowledge, no experimental work done with high viscosity liquids to consider the formation and growth of bubbles under these conditions and is not known theoretical results obtained from the Stokes equations under the condition of nearby walls. There are various natural and artificial systems where it occurs in the formation of bubbles in viscous media, for example, bubbles in magma, cooling systems of power transformers and tire pump (Gas-lift). In this thesis we have long emphasized the potential application of the results discussed here to the tire pump. Completely, first consider the theoretical study of the generation of bubbles in liquids inviscidos at very low cost, using a balance between the forces of buoyancy and surface tension, since it was possible to obtain the profile of the bubble. Bubble formation in liquids inviscidos, a non-negligible cost, is also discussed from the potential flow equations and boundary conditions and kinematics of normal balance of effort. Subsequently, using the Stokes equations for slow viscous flow and appropriate boundary conditions is analyzed the problem of bubble formation in media without walls nearby (semi-infinite half). This allows to calculate the profiles of the bubbles. After this analysis presents a discussion of the new way to acquire the profiles when the walls of circular cylinders and cones straight approaching reducing radius or wall angle of the cone, respectively. These results prompted the focus of our investigation which was the experimental study of the growth and takeoff of air bubbles generated at constant cost, and the characterization of their main properties as shape, size, changes in the center of mass and Conditions motion during growth. This suggests that the introduction of cylindrical or conical type nozzle or, equivalently, the formation of bubbles in finite sized systems represents a new mechanism to modulate the size of the bubbles (no need to change the spending injection) and this mechanism is different from the traditional method is to just increase the cost of gas. These techniques produce bubbles are intended to be applied in the generation of pneumatic gas-lift pumping, which is discussed in a final chapter. Experiments also show that the introduction of bubbles of a desired size through the nozzle reduces the average density of the liquid with a consequent increase in bubble-liquid phase which improves the technique of pneumatic pumping, ie the results show that the experimental column of liquid reaches a greater height if it is controlled bubbling. Finally, the work developed here for straight cones can be the basis for studying the generation of bubbles in cones or in more general geometries more complex symmetrical axis.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

El trabajo consiste en el estudio experimental de la generación de burbujas de aire dentro de un medio viscoso, donde nuestro interés se centra en el desarrollo crecimiento y despegue de una burbuja, desde una aguja de pared delgada, que se encuentra sumergida en un líquido viscoso; esta condición permite desprestigiar el efecto de la boca de la aguja en el crecimiento de la burbuja; permitiendo que su volumen crítico sólo sea función del gasto de inyección de aire; de acuerdo con la teoría el volumen crítico de una burbuja de aire es $V_{cri} = 3/4Q$, donde Q es el gasto de inyección de aire. Identificamos los sistemas de burbujas en líquidos con viscosidad límite donde los perfiles de las burbujas se definen con ecuaciones dadas por la competencia entre las fuerzas de flotación y gravedad, mientras que los sistemas burbujas en líquidos con alta viscosidad los perfiles se definen con las ecuaciones de Stokes. Mostraremos que existen estructuras adicionales que permitan modificar la forma y volumen de una burbuja en un medio viscoso como son boquillas cónicas, cilindros y tubos delgados, donde el gas se inyecta en el vértice del cono y para el caso de los tubos en la base inferior.

1.1. Objetivo

El principal objetivo de esta tesis será mostrar experimentalmente cómo es posible formar burbujas de manera muy controlada, en líquidos viscosos, y cómo esto determina, por ejemplo, eficientes procesos de reducción de la densidad y el consecuente aligeramiento de una columna de aceite en una tubería.

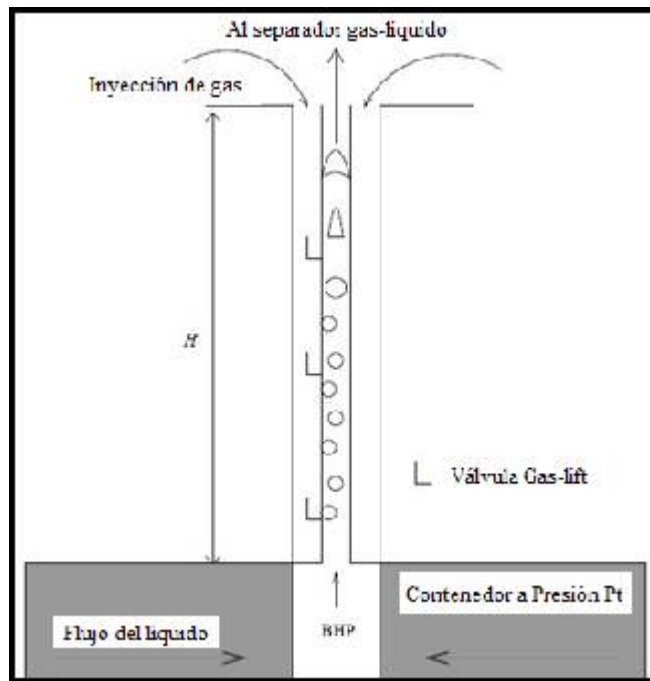


Figura 1-1: Esquema del proceso de inyección de gas en una columna de aceite para disminuir su densidad razón por la cual sale por el borde superior de la tubería de producción. Adaptado de [86].

En la Fig. 1.1 se presenta un esquema del proceso Gas-lift el cual consiste en la inyección de gas en la región anular de dos tubos concéntricos y a través de válvulas especiales el gas entra a la columna de líquido para formar burbujas que disminuyen la densidad media; permitiendo la salida del líquido por la tubería de producción.

1.2. Motivación

A nivel experimental la formación y crecimiento de burbujas en líquidos viscosos se ha explorado poco, sobre todo, en sistemas donde las paredes están muy próximas a la burbuja misma. En aplicaciones prácticas los orificios de inyección de gas pueden estar cerca de paredes y así la caracterización de la interacción entre las burbujas y la paredes obliga a cuidadosos y exhaustivos estudios para comprender la dinámica de crecimiento de las burbujas bajo estas condiciones. En esta tesis discutimos dos configuraciones que permiten gradualmente acercar las

paredes a las burbujas. Una manera de hacer esto es formar burbujas en contenedores cónicos cuyo ángulo de pared α (ángulo de la pared del cono respecto a la horizontal) se hace cada vez mayor. Mediante este método pudimos determinar que las paredes afectan mucho a la formación de las burbujas. De hecho, mediante esta técnica es posible generar burbujas del tamaño que uno desee simplemente controlando el ángulo de pared del cono. Esto es válido para números de Bond pequeños y números capilares de orden 10. Otra forma en la que gradualmente se puede afectar el crecimiento de las burbujas es generando burbujas en cilindros de radio cada vez más pequeño. Mediante mediciones experimentales pudimos determinar que la formación de las burbujas se ve muy afectada cuando las burbujas crecen en cilindros de radios menores que $6a$, donde a es el radio de la aguja de inyección.

Otra de nuestras motivaciones para el desarrollo de los estudios aquí presentados fué la búsqueda de alternativas en la generación de burbujas de cierto tamaño específico para su aplicación en la industria petrolera. Específicamente, en la técnica de Bombeo Neumático o "Gas-Lift"; se busca que el volumen molar de la mezcla gas-aceite tenga menor densidad en comparación con el aceite mismo. De esta manera, el proceso de extracción de crudo se e...cientiza porque la columna de aceite que las bombas deben de impulsar tienen un menor peso. En la Fig. 1.2 se muestran los patrones de burbujeo dentro de la tubería.

En este caso, el problema fundamental parte de que, hasta ahora, para poder aumentar el volumen de una burbuja se requería del aumento del gasto de gas que se inyecta a través de tuberías de gas. Como en la industria petrolera los gastos de gas que se manejan no pueden cambiarse mucho, entonces el margen de incremento del tamaño de las burbujas por incremento en el gasto es realmente muy pequeño. Así, es preciso contar con novedosos esquemas de crecimiento de las poblaciones y tamaños adecuados de burbujas para e...cientar sustancialmente la extracción de crudo por bombeo neumático. Mostraremos al ...nal de esta tesis que esto es posible.

1.3. División del trabajo

Uno de nuestros principales intereses de este trabajo es presentar un contexto lo más completo posible para así destacar nuestras principales contribuciones. Cabe mencionar que mucho

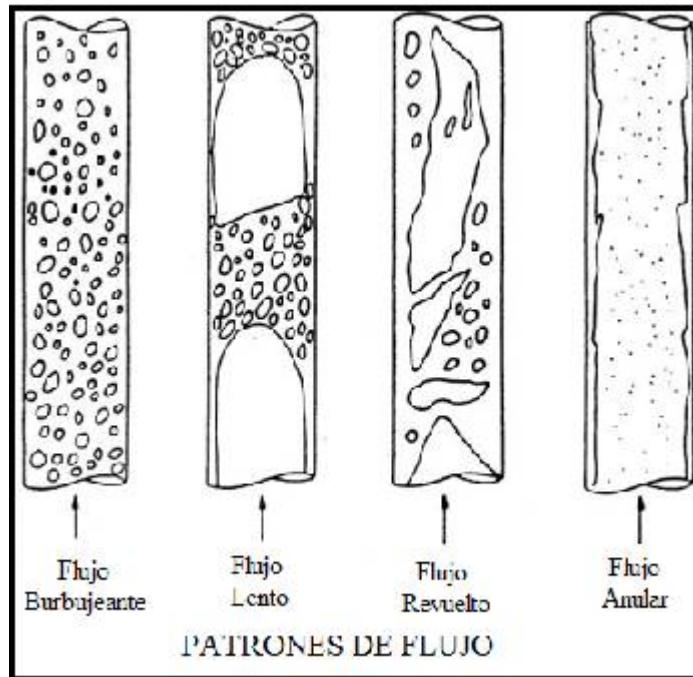


Figura 1-2: Patrones de burbujeo dentro de una columna de líquido, se puede ver que el Flujo Burbujante es el proceso más eficiente y el flujo menos efectivo es el Flujo Anular, denominado así por la capa de líquido que se adhiere a las paredes de la tubería. El Flujo Lento no es tan eficiente por la coalescencia, que forma burbujas compuestas de tamaño grande que incrementan la fricción entre las paredes. Adaptado de [86].

del trabajo teórico realizado para describir la formación y crecimiento de burbujas individuales se basaba en la formulación de ecuaciones de balance de fuerzas [1]. De este enfoque proviene el concepto de la masa reducida de una burbuja cuando esta se desplaza por flotación hacia la parte superior del líquido. En esta tesis hacemos referencia a los enfoques teóricos más modernos, que usan las ecuaciones de Stokes para describir toda la dinámica de las burbujas con base en la evolución de la superficie libre de la burbuja, ya sea en las aproximaciones inviscidas o viscosas, es decir, mediante las ecuaciones de Euler (flujo inviscido) [2, 3, 7, 5], y Stokes (flujo viscoso lento) [6, 7] con sus respectivas condiciones de frontera.

Bajo este enfoque en el Capítulo 2 discutimos brevemente los procesos de generación de burbujas desde orificios o agujas sumergidas en líquidos de baja viscosidad (límite inviscido). Líquidos característicos en esta aproximación son, por ejemplo, el agua y los metales líquidos. Destacaremos de forma particular la dinámica a We bajos y altos, es decir, a bajos y altos gastos de inyección de aire.

En el Capítulo 3 presentamos una discusión de las ecuaciones de Stokes, válidas para la formación de burbujas en líquidos viscosos a gastos bajos e intermedios ($Ca < 100$). Primero consideramos el caso sin paredes y posteriormente discutimos las soluciones cuando se tiene la presencia de paredes. En ambos casos las soluciones se expresan en función de las formas de las burbujas, su tamaño y la evolución de los centros de masa para diferentes valores de los números adimensionales Bo y Ca .

En el Capítulo 4, se estudia la generación de burbujas emergiendo de una aguja sumergida en líquidos viscosos que tienen viscosidades del orden de 10 hasta 100 veces la del agua. Consideramos primero contenedores cónicos. Así, la idea es visualizar la influencia de las paredes y su efecto en las características físicas de la burbuja (su forma y su tamaño) sabiendo que el crecimiento de las burbujas es axisimétrico y está dominado por la competencia entre las fuerzas de flotación y las fuerzas debidas a la viscosidad del líquido, despreciando también el ángulo de contacto y la viscosidad del gas. La comparación entre los resultados experimentales y numéricos permite afirmar que las comparaciones teóricas son adecuadas para describir la formación y despegue de las burbujas en los conos de ángulo α .

En el Capítulo 5, se presenta el estudio experimental muy similar en los conos pero ahora se usaron cilindros de vidrio de diferente radio, se encontró que, en efecto la reducción del radio

de los cilindros aumenta el tamaño de la burbuja crítica.

En el capítulo 6 se analizan también distintas formas de inyección de gas para la generación de bombeo neumático, bajo un enfoque experimental, donde los resultados que encontramos mejoran sustancialmente la técnica.

El Capítulo 7 se presentan las principales conclusiones y los resultados a los que se llega en esta investigación, es posible cambiar el tamaño de las burbujas cambiando el ángulo del cono o el radio de los cilindros concéntricos a la aguja de inyección, sin cambiar el gasto, Q . Finalmente se discuten algunas formas de generación de bombeo neumático utilizando distintas técnicas de inyección de gas, comparando los gastos de producción de los métodos tradicionales y los estudiados aquí.

Las referencias consultadas se enlistan en orden de aparición en el trabajo mientras que la bibliografía consultada se encuentra al final de las referencias y se pueden identificar por el título en *italicas*.

Capítulo 2

TEORÍA DE LA FORMACIÓN DE BURBUJAS EN LÍQUIDOS DE BAJA VISCOSIDAD (LÍMITE INVISCIDO)

2.1. Introducción

Ya hemos mencionado que las burbujas han sido utilizadas en una amplia variedad de aplicaciones. En el caso de burbujas en líquidos de baja viscosidad, quizás una de las aplicaciones más conocidas es el uso para la limpieza y re...nación de metales líquidos. La formación de burbujas durante la lluvia también es un importante mecanismo de oxigenación del mar. En este capítulo presentaremos un resumen de los principales resultados de los procesos de formación de burbujas a gastos de inyección de aire muy bajos [2] y gastos muy altos [3, 7, 5]. Mostraremos que hay una diferencia muy clara entre los tratamientos formales en cada tipo de gasto, pero en esencia los resultados a gastos bajos [2] pueden ser recuperados de una manera simple cuando se usan ecuaciones de flujo potencial, ya sea bajo condiciones de buen mojado [3, 8] como bajo condiciones de mojado imperfecto [4, 5] .

2.2. Dinámica de Burbujas

Para propósitos de nuestros estudios una burbuja es, desde el punto de vista de la mecánica de fluidos, un flujo multifásico en el que la fase gaseosa se introduce, a un cierto gasto, en la fase líquida. Otro tipo de burbujas aparecen cuando en diversos centros de nucleación, generalmente ubicados junto a las paredes que conforman al líquido, ocurre súbitamente un cambio de fase que convierte a pequeños volúmenes de líquido en volúmenes de gas. Cuando el gas se inyecta de manera controlada en un líquido, la burbuja alcanza su volumen máximo o volumen crítico, V_{cri} ; esta condición se da cuando las fuerzas capilares que mantienen unida a la burbuja a la zona de inyección del gas son superadas por las fuerzas de flotación y de inercia y las burbujas salen expelidas.

Ejemplos de este tipo de sistemas abundan en la naturaleza y en las aplicaciones tecnológicas. Por ejemplo, los flujos de magma contienen una alta proporción de gases en forma de burbujas nucleadas. Recientemente, se ha demostrado que las cavidades que formaron dichos gases en la lava (magma que ya alcanzó la superficie) permiten conocer la historia de los flujos de lava que ocurrieron hace miles o millones de años. Desde el punto de vista tecnológico la inyección de cloro en su fase gaseosa es un método común de limpieza de aluminio fundido. En la industria petrolera la inyección de gas a la tubería de producción genera un flujo multifásico, de una densidad menor que la del aceite, y ello ayuda a aumentar su extracción. En estos dos últimos ejemplos, una adecuada forma y tamaño de las burbujas pueden hacer muy eficientes los procesos de limpieza de metales y de extracción de crudo.

Los ejemplos anteriores dejan ver muy claramente que el conocer de manera precisa el tamaño y forma de las burbujas (la evolución de la superficie libre) es crítico para caracterizar el flujo multifásico como un todo.

Las burbujas que aquí discutiremos son formadas en tubos de inyección de gas con y sin paredes cercanas y formadas a gasto, Q , constante. Se considera que el gas inyectado no tiene viscosidad. Analizaremos la formación completa de burbujas individuales desde su nacimiento hasta su despegue y definiremos sus principales características como su forma, su tamaño, su tiempo de crecimiento y la posibilidad de coalescencia. Utilizaremos en la descripción de estos fenómenos a los números adimensionales Bond, Bo (cociente de las fuerzas de gravedad a las fuerzas de tensión superficial), y Capilar, Ca (cociente de las fuerzas de viscosas respecto a

las de tensión superficial), y veremos que casi todo lo que ocurre a una burbuja en un líquido viscoso está determinado por las cantidades mencionadas.

En los procesos de formación de burbujas tanto en el caso inviscido como en el caso de alta viscosidad se sabe que hay dos límites de inyección de gas: uno de bajo gasto de inyección y otro de inyección a alto gasto. En el primer caso la inercia transmitida por el gas al líquido es muy baja y entonces el crecimiento de las burbujas está dominado por la competencia entre las fuerzas de rotación y las fuerzas de tensión superficial. En tal caso se dice que las burbujas en líquidos inviscidos crecen bajo determinado valor del número de Bond, Bo , y a muy bajo número de Weber, We (cociente de las fuerzas inerciales respecto a las de tensión superficial). Para altos gastos de gas en líquidos inviscidos se dice que la formación de las burbujas es caracterizada por altos números de Weber.

Cuando se trabaja en el ámbito de los líquidos viscosos el número de Bond sigue siendo adecuado en esta descripción mientras que ahora la medida de las fuerzas viscosas respecto a las de tensión superficial la da el número Capilar, Ca . Durante la formación de burbujas en líquidos quietos, el número de Reynolds, Re , es pequeño. Más aún, en la formulación de las ecuaciones de movimiento para líquidos viscosos este número no aparece explícitamente en las ecuaciones de Stokes y de esta manera no es un parámetro adimensional importante.

Recientemente, se ha probado que el ángulo de contacto θ es un parámetro independiente muy importante cuando el gas es inyectado a través de una placa perforada ya que las condiciones de mojado afectan mucho a la dinámica de crecimiento de la burbuja. Si el ángulo de contacto es $\theta \sim 90^\pm$ (condición de mojado pobre) las burbujas pueden crecer hasta cinco o seis veces el volumen crítico de burbujas que crecen a partir de agujas de inyección. Si el mojado es bueno, $\theta < 90^\pm$, entonces el ángulo de contacto no juega ningún papel en la dinámica de formación de la burbuja. Justo esta condición asumiremos en esta tesis.

2.3. Formación de burbujas a gastos muy bajos ($Ca = 0$)

Cuando una gota de lluvia cae sobre la superficie del mar, dicha gota arrastra una pequeña cantidad de aire lo cual permite la generación de burbujas en zonas muy superficiales del mar. Este mecanismo fue estudiado de forma sobresaliente por Longuet-Higgins et al [3]. Estos autores

propusieron un modelo basado en un balance de fuerzas, para describir la formación de burbujas en agua a gastos de inyección de aire muy bajos. En esta aproximación es posible despreciar la existencia de un flujo de aire y calcular sólo la forma de una superficie libre a partir del balance entre las presiones dentro de la burbuja, P_B y las presiones hidrostática P y capilar, $(k_1 + k_2)$, donde k_1 y k_2 son los radios principales de curvatura de la burbuja. En su trabajo, Longuet-Higgins et al [3] asumieron que la gravedad, g , la tensión superficial, σ , y la densidad, ρ , tomaban el valor unidad.

Este balance de presiones se puede expresar como

$$P_B = P + (k_1 + k_2), \quad (2.1)$$

donde la presión hidrostática es

$$P = P_0 + \rho x, \quad (2.2)$$

con P_0 la presión en el origen O de coordenadas, situado en la parte superior de la burbuja, y x es la coordenada vertical que apunta hacia abajo. Ver Fig. 2.1

A través de una ecuación paramétrica para el ángulo local en cualquier punto de la superficie de la burbuja, se determinó que la burbuja adquiere un volumen máximo, $V_{m\grave{a}x}$, el cual es una función del tamaño del orificio de inyección. Una gráfica de los perfiles de burbujas de diferente tamaño se muestra en la Fig. 2.2., en donde cada burbuja se especifica en función de R , el radio de curvatura medido desde el origen, O , antes especificado.

Cuando $R \gg 1$, el efecto de la gravedad es mínimo, comparado a la tensión superficial. Así, los perfiles de las burbujas se asemejan a las superficies de Delaunay. Como se sabe, estas superficies son generadas por el foco de una elipse que rueda.

Este tratamiento no considera la viscosidad del fluido y por tanto, será un caso limite con el cual comparar cuando se discuta la formación de burbujas tanto en líquidos inviscidos como en viscosos.

2.3.1. Formas de burbujas bajo el efecto del ángulo de contacto

Más recientemente, Gerlach et al [9-16] también estudiaron el proceso de formación de burbujas en la aproximación cuasiestática, es decir, en ausencia de flujo. No obstante, dichos

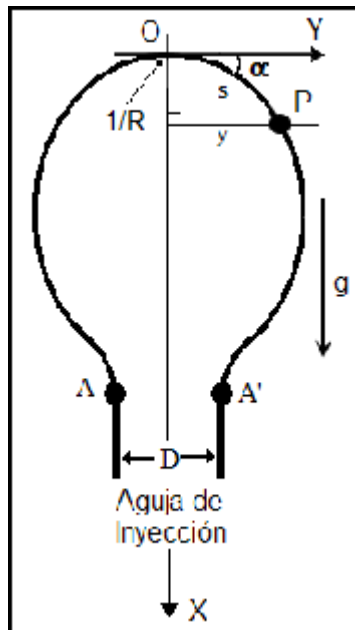


Figura 2-1: Esquema de una burbuja y sus ejes en coordenadas para una burbuja emergiendo de una aguja. Adaptado de [2]

autores incluyeron, como una condición adicional a las ecuaciones diferenciales de balance de fuerzas que resolvieron Longuet-Higgins et al [3, 8], la posibilidad de que el ángulo de contacto fuese mayor que 90° , es decir, mojado pobre.

Los resultados que obtuvieron para las formas de las burbujas cambian sobre todo en que los volúmenes de las burbujas que se generan bajo mojado pobre, pueden llegar a ser, como se mencionó antes, hasta un poco más de seis veces el volumen correspondiente a las mismas condiciones, pero bajo el crecimiento con buen mojado. Esto es debido, como lo muestran las soluciones numéricas y los experimentos realizados por los mismos autores, a que la línea de contacto (perímetro de anclaje de la burbuja) se desplaza hacia la parte exterior del orificio de inyección del gas, provocando con ello un incremento aparente en el radio de inyección de gas. Mas aún, la forma de las burbujas también cambia respecto a las obtenidas por Longuet-Higgins et al [3]. Ver Fig. 2.3.

Más adelante veremos que los modelos basados en las ecuaciones de flujo potencial reproducen no sólo los resultados de Longuet-Higgins, sino también, el efecto del incremento en el

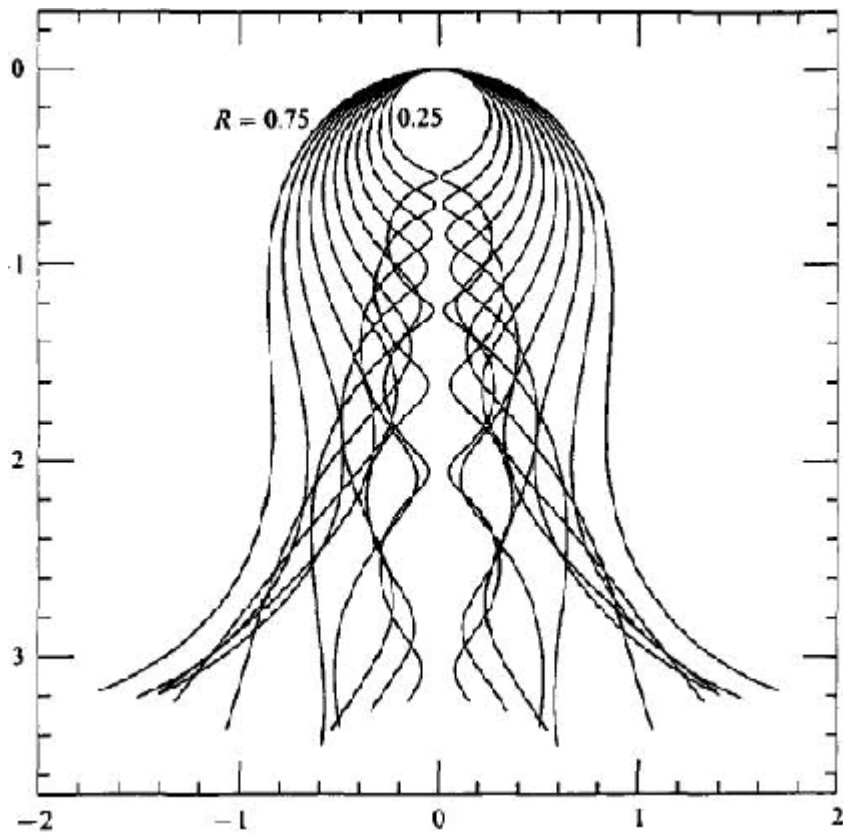


Figura 2-2: En la Figura están dibujados los perfiles de las burbujas para distintos radios de orificio, R_o , realizados en la base del recipiente que contiene al líquido. Adaptado de [2].

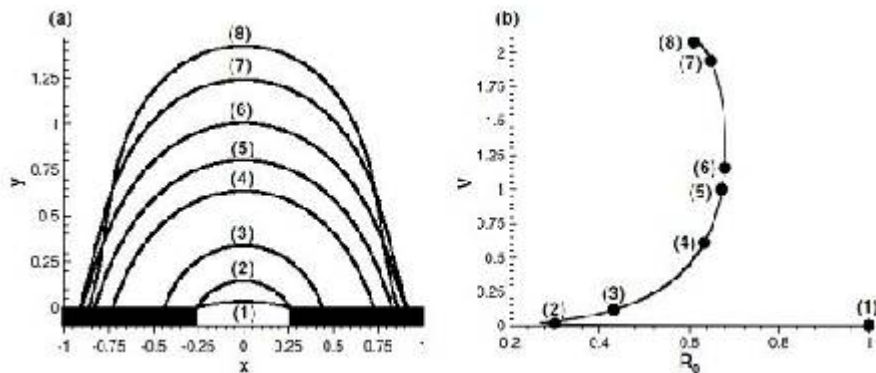


Figura 2-3: (a) Perfiles de una burbuja emergiendo de un orificio en una placa sumergida en un líquido inviscido. b) Gráfica del volumen de la burbuja, V , en función del radio de la línea de contacto, R_o contra el . El radio del orificio es $R_o = 0,256 \text{ mm}$ y $\alpha = 108^\pm$. Adaptado de [8].

volumen provocado por el mojado pobre del líquido sobre el sustrato donde está el orificio de inyección.

2.4. Formación de burbujas a gastos altos

Cuando el gasto de inyección de gas, Q , no es despreciable, el líquido en el que crece la burbuja necesariamente se perturba generando un flujo que prácticamente no será perturbado lejos de la burbuja, es decir, en regiones lejanas el campo de velocidades será nulo, $v = 0$. dicho problema en el límite inviscido ha sido muy estudiado en base a modelos de balance de fuerzas

Hasta donde se sabe, Oguz y Prosperetti [3] fueron unos de los primeros autores en formular el problema de la formación de las burbujas en líquidos inviscidos a partir de las ecuaciones de Euler.

Consideremos una aguja vertical de pared delgada inmersa dentro de un líquido, con la base de la aguja conectada a una cámara conteniendo un gas a presión, P_C . Si la burbuja crece, el flujo de gas en la aguja causa la presión en la burbuja, P_B , y esta puede ser semejante a P_C . Así la presión del líquido, P_L y la presión interfacial de la burbuja están relacionadas por:

$$P_B = P_L + \sigma C, \quad (2.3)$$

donde C es la curvatura local. Los efectos del flujo son importantes, P_L no es uniforme y por lo tanto la superficie de la burbuja no es una superficie curva constante, en general lisa, aunque P_B es prácticamente uniforme y los efectos de la gravedad tienen poco efecto.

Consideremos, antes que nada, una condición de crecimiento incipiente en que la interface gas-líquido está justamente al borde de la boca de la aguja y que la presión del flujo de gas es tan bajo que $P_B \ll P_C$. Cuando las burbujas crecen, la base de la burbuja se queda pegada en la aguja y el radio de curvatura decrece alcanzando un mínimo valor que es el radio de la aguja, a , para que esto ocurra evidentemente que la presión con que se suministra el gas tiene que ser mayor a un mínimo valor dado por (2.3):

$$P_{C\min} = P_1 + \frac{2\sigma}{a}, \quad (2.4)$$

donde P_1 es la presión en la aguja en una condición de estancamiento. Cuando el radio de la burbuja crece a un radio mayor que a la presión en la burbuja debe ser mayor que el valor dado por la Ec. (2.1), ello asegura el crecimiento de la burbuja misma. Si el radio de la burbuja es muy pequeño el incremento en la presión necesaria para hacerla crecer es cada vez más grande y el crecimiento de la burbuja es muy precipitado, como si fuera un chorro de gas surgiendo de la aguja. De esta manera las burbujas se produzcan en grupos con una gran posibilidad de coalescencia y otras irregularidades. Ésta es la raíz de la dificultad para producir burbujas pequeñas. Está claro que se debe de evitar el problema de que la presión de la burbuja sea pequeña para no limitar el crecimiento de la burbuja más allá del radio a . Esta condición de crecimiento de la presión, no es fácil de alcanzar, como será visto más adelante en la parte experimental.

La formación de la burbuja que crece a partir de una aguja de inyección de aire fue modelada numéricamente por Oguz et al [3, 4, 5] suponiendo un flujo potencial irrotacional. Sea $u = r \phi$ un campo de velocidades y ϕ el potencial de velocidad.

La ecuación para el campo de velocidades generado por la formación de la burbuja es

$$r^2 \phi = 0, \quad (2.5)$$

la cual debe de resolverse bajo las condiciones

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{2} j r \phi j^2 + \frac{\sigma}{\rho} C + g \cdot x \cdot i \frac{P_B - P_1}{\rho}, \quad (2.6)$$

$$n \cdot r \phi, \quad (2.7)$$

$$\frac{dx}{dt} = r \phi(x, t). \quad (2.8)$$

En la Ec. (2.6) se expresa la condición de balance de esfuerzo normal en términos de ϕ . Ahí g es el vector aceleración de la gravedad, x es el vector de posición de cualquier partícula del líquido sobre la superficie de la burbuja, n es el vector normal a la superficie de la burbuja, P_B es la presión dentro de la burbuja y P_1 es la presión en la punta de la aguja bajo condiciones

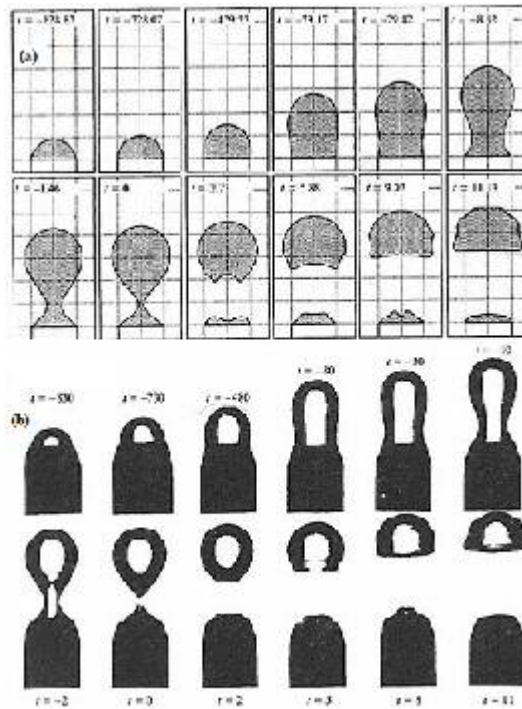


Figura 2-4: Perfiles de una burbuja en agua desde su crecimiento hasta su despegue: a) perfiles obtenidos por Oguz y Prosperetti mediante la solución numérica de la Ec. (2.5) y b) perfiles experimentales de la formación de una burbuja en agua (2.5). Tomado de [3].

de estancamiento. La Ec. (2.7) es la condición de adherencia del líquido a la boca de la aguja y la Ec. (2.8) es la condición de que la superficie de la burbuja es una superficie fluida.

La solución de la Ec. (2.5) fue obtenida por el método del elemento frontera [89, 90, 91]. En la Fig. 2.4 a) se muestran los perfiles típicos del crecimiento de las burbujas y en la Fig. 2.4 b) se muestran los perfiles experimentales. Como se puede observar la comparación entre ambos perfiles es muy buena y ello valida la bondad de la aproximación inviscida para describir la formación de burbujas en líquidos de muy baja viscosidad.

Una gráfica muy importante por su utilidad práctica es la correspondiente al volumen crítico (volumen de despegue) en función del gasto de inyección de aire Q . Cuando las burbujas se forman a condiciones de gasto constante, estas siempre se despegan de la aguja con el mismo volumen V . En la Fig. 2.5

(Gráfica del volumen normalizado crítico) de las burbujas en los líquidos inviscidos como

función del gasto normalizado Q . En la Fig. 2.5 V_F y Q_{cr} son el volumen de Fritz y el Gasto crítico. El volumen de Fritz, es el volumen de una burbuja cuando la tensión superficial se balancea con la presión hidrostática

$$V_F = \frac{4}{3}\pi R_F^3, \quad (2.9)$$

y $R_F = (3\sigma a/2\rho g)^{1/3}$ es el radio de Fritz. El gasto crítico, Q_{cr} , está dado por la expresión $Q_{cr} = \pi(16/3g^2)^{1/6}(\sigma a/\rho)^{5/6}$, es un gasto tal que todas las burbujas creciendo a un gasto $Q < Q_{cr}$ se despegan de la aguja con volumen $V_B = V_F$.

En la Fig. 2.5 se indican datos calculados para agujas de 0,1 mm a 0,2 mm, también se observa que a gastos bajos las burbujas crecen a un mismo tamaño, mientras que a gastos altos el volumen de las burbujas obedece a una ley de potencias de la forma $(V/V_F) / (Q/Q_{cr})^{6/5}$

Los experimentos se realizaron con distintos radios de aguja de inyección, considerando la densidad del líquido constante y manteniéndolo, también, presión.

2.5. Formación de burbujas bajo diferentes condiciones de mojado

Comentamos anteriormente que el proceso de formación de burbujas depende de las condiciones de mojado. En particular, esto es válido para cuando el gas es inyectado a través de un orificio de radio a en una placa. Recientemente este problema fue analizado teóricamente por Higuera y Medina et al [9, 10, 11] usando la aproximación de flujo potencial y con inyección de aire a gasto constante. El líquido inviscido está en reposo y lejos de la zona de formación de la burbuja, el líquido casi no se perturba.

El gas entra a través de un orificio en una placa (la base del recipiente) y este se considera como incompresible, con densidad despreciable o muy pequeña si se compara con la del líquido. La viscosidad del gas es considerada como despreciable, por lo que el sistema es una idealización del sistema agua-aire donde sólo el movimiento inducido por el gas en el líquido es de interés. Ahora los parámetros del problema también incluyen al ángulo de contacto, θ . Tales parámetros se pueden agrupar en los números dimensionales Bond y el Weber, cuya forma respectiva es.

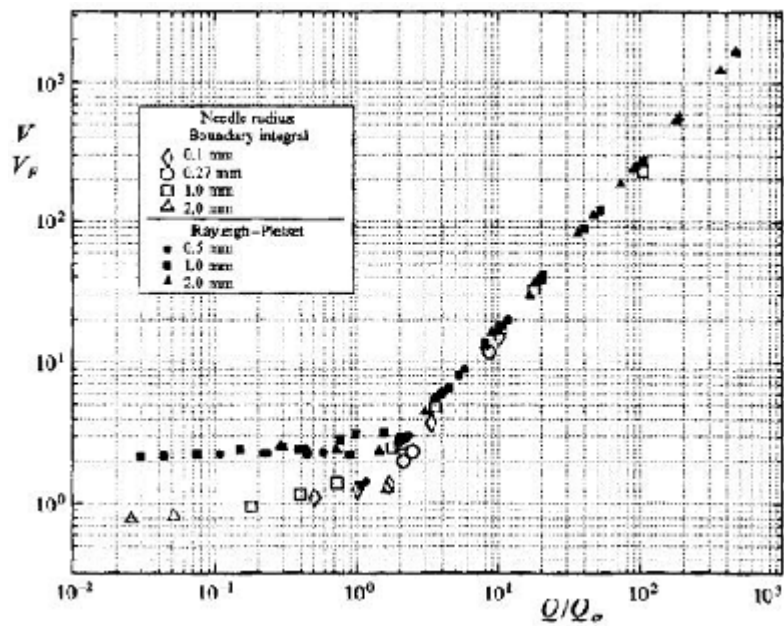


Figura 2-5: Gráfica adimensional del volumen de la burbuja como una función del gasto de inyección de aire. Los símbolos sin relleno son los resultados de la simulación, los símbolos negros corresponden al experimento con diferentes radios de aguja. Es importante destacar que el volumen de la burbuja se mantiene constante para gastos bajos y el volumen se incrementa para gastos altos como una ley de potencia. Tomado de [3].

$$Bo = \frac{\rho g a^2}{\sigma}, \quad We = \frac{\rho Q^2}{\sigma a}. \quad (2.10)$$

Para modelar la forma de las burbujas decimos que $f_i(x, t) = 0$ denota la superficie de una i -burbuja cualquiera, con $f_i > 0$ dentro del líquido. El flujo inducido en el líquido por el crecimiento de la burbuja en el orificio ($i = 0$) y las burbujas despegadas antes ($i = 1, 2, \dots$) es irrotacional. El potencial de velocidad φ , y las superficies de las burbujas se determinan resolviendo la ecuación de Laplace $\nabla^2 \varphi = 0$ en el líquido; bajo las condiciones de frontera

$$\frac{Df_i}{Dt} = 0, \quad (2.11)$$

$$\frac{D\varphi}{Dt} = \frac{1}{2} \nabla^2 \varphi^2 + p_{gi} - Bx + \tau n_i, \quad (2.12)$$

las cuales son validas en las superficies de las burbujas. Las condiciones de frontera para el potencial son $\partial\varphi/\partial x = 0$ en la horizontal ($x = 0$) y $\varphi \rightarrow 0$ en el infinito. Aquí la distancia y el tiempo se escalan con el radio de a del orificio y el tiempo capilar, definido como $(\rho a^3/\sigma)^{1/2}$; donde x es la distancia adimensional arriba de la placa, $D/Dt = \partial/\partial t + v \cdot \nabla$ es la derivada material en cada punto de la superficie de la burbuja, $n_i = \nabla f_i / |\nabla f_i|$ y P_{gi} es la presión del gas en la burbuja i referida a la presión del líquido en el orificio de la placa y escalada con σ/a . Estas presiones se determinan por las condiciones que los volúmenes de despegue de las burbujas ($i = 1, 2, \dots$) no cambian con el tiempo y el volumen adimensional, V , del crecimiento de la burbuja ($i = 0$) satisface la condición de gasto constante $dV/dt = We^{1/2}$. Una condición adicional es necesaria en la línea de contacto de la burbuja creciendo sobre el sólido. El ángulo de contacto θ es el tercer parámetro del problema junto con los números de Bond y Weber definidos antes. Las ecuaciones anteriores permiten construir los perfiles de la Fig.2.6, donde se presenta un cambio en la base de la burbuja, debido a que la burbuja se monta sobre el borde del orificio horizontal, estudiado por Walters and Davidson et al [14-21].

Los resultados del problema antes planteado fueron obtenidos usando el método del elemento de frontera estandar para la ecuación de Laplace y el método de segundo orden de Runge-Kutta para determinar el avance de los nodos materiales en la superficie y el potencial de velocidad [89].

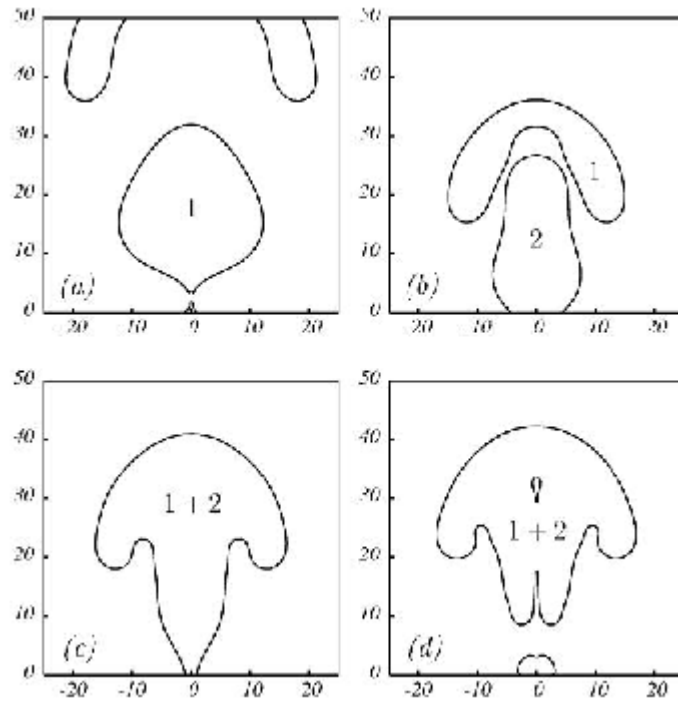


Figura 2-6: En los perfiles de las burbujas se muestra la coalescencia entre pares de ellas; en a) se presenta el nacimiento de una burbuja desde el orificio. En b) se aprecia como la burbuja se monta sobre el hombro del orificio aumentando la base de la burbuja, En c) las burbujas coalescen en una sola, se tiene formado el cuello de la burbuja compuesta. Finalmente en d) se rompe el cuello de la burbuja y el jalón provoca la deformación de la base de la burbuja. Tomado de [4].

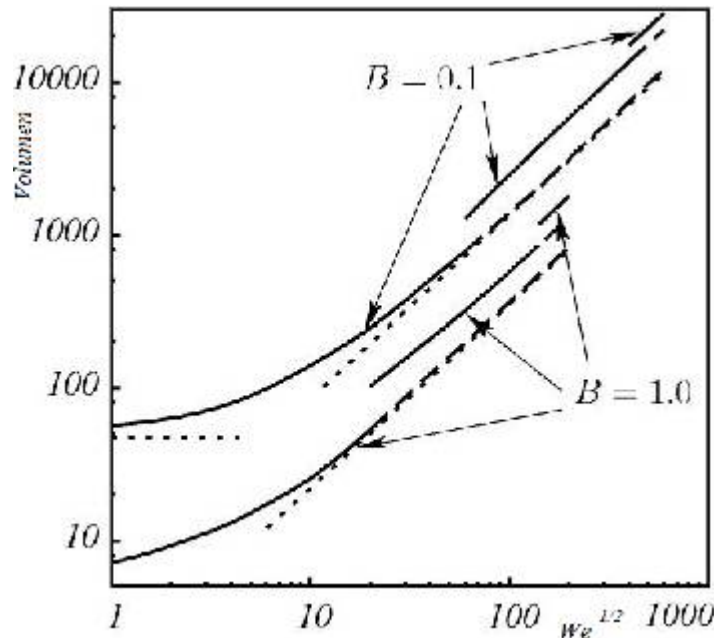


Figura 2-7: Gráfica del volumen adimensional de la burbuja como función del número de Weber para un $Bo = 0,1$. La curva sólida se ajusta a los volúmenes máximos de las burbujas antes de la coalescencia. La curva de abajo segmentada es el volumen de la primera burbuja compuesta. La curva de en medio, segmentada, corresponde al volumen de despegue del primer par cuando las burbujas coalescen. La línea punteada horizontal es el volumen de Fritz, $V_F = 2\pi/Bo = 62,83$, y las líneas punteadas de la izquierda corresponden al volumen proporcional a $We^{6/5}$. Tomado de [4].

Higuera y Medina presentan una gráfica del volumen crítico, V_{cr} , de la burbuja escalado con el cubo del radio del orificio, a^3 , como función del gasto adimensional, $We^{1/2}$, donde $We = \rho Q/\sigma a^3$, es el número de Weber. Los cálculos fueron hechos para $Bo = 0,1$. El ángulo de contacto se tomó como $\theta = 45^\pm$, aunque los resultados para otros valores de θ son cualitativamente similares.

En dicha gráfica es posible observar que, para pequeños números de $We^{1/2}$ el volumen máximo de las burbujas, tienden a ser independientes del gasto, Q . Dentro del rango de pequeños gastos las burbujas crecen de manera cuasiestática y nunca interactúan con otras burbujas. Para pequeños números de Bond, las burbujas son casi esféricas y el volumen máximo adimensional es el denominado volumen de Fritz, definido como $V_F = 2\pi/Bo$. Estos valores están representados por la línea horizontal punteada de la Fig. 2.7.

En los cálculos se observa coalescencia (unión de burbujas) por pares de burbujas se da cuando $We^{1/2} \leq 8$ para $Bo = 0,1$. La primera burbuja del par crece y se despegas, La segunda comienza a crecer desde el orificio por la ruptura del cuello de la primera burbuja, la parte superior de la superficie se fusiona con la base de la superficie de la primera burbuja cuando ésta es aún más pequeña que la primera burbuja. La burbuja compuesta se mantiene pegada al orificio y continua creciendo hasta que un nuevo cuello se forma y se encoge, entonces la burbuja compuesta se despegas y sube antes de la próxima burbuja, que puede ser la burbuja del siguiente par. Las líneas punteadas de la Fig. 2.7 proporcionan el volumen de la primera burbuja de un par y que hace una buena contribución al volumen de la burbuja compuesta. Después de coalescer, la segunda burbuja toma la forma denominada "forma prolato" que se dice en la literatura. Ésto se explica observando que la contrapresión generada por el líquido sobre la creciente burbuja es más pequeña en su parte superior que en sus lados, debido a la proximidad de la primera burbuja.

Para $We^{1/2} \leq 15$ se presenta la doble coalescencia, por encima de este gasto las burbujas crecen en el orificio antes de despegarse uno de los pares que se discutieron antes, la base del primer par se fusiona con el segundo, el volumen del primer par de burbujas es una contribución importante al volumen total de la burbuja.

La causa del movimiento ascendente del chorro es la tensión superficial y la sobrepresión generada alrededor del punto de ruptura, por la necesidad de detener el flujo radial interior inducido en el líquido por el colapso del cuello.

En resumen, los cálculos numéricos se llevaron a cabo considerando un flujo axisimétrico irrotacional inducido dentro de un líquido inviscido en reposo para observar el crecimiento, despegue y coalescencia de burbujas generadas por la inyección constante de gas, a través de un orificio horizontal sumergido. Los resultados muestran, que esta simple formulación es suficiente para describir la transición de la generación cuasiestática, la independencia y volumen constante de burbujas, a alto número de Weber la inercia y la fuerza de rotación controlan el crecimiento. Coalescencias múltiples se presentan cuando se incrementa el número de Weber. Cuando el gasto se incrementa de manera vigorosa es muy probable que se provoque la desintegración de las burbujas, marcando con esto el límite de la generación periódica de burbujas. El número de Weber crítico en que la primera coalescencia ocurre y el número máximo de coalescencias

decrece, cuando el número de Bond se incrementa.

2.6. Conclusiones

El estudio de la generación de burbujas en líquidos de baja viscosidad como el agua, se ha realizado bajo el régimen de gasto alto o bajo. Si el propósito de la investigación es observar el crecimiento de la burbuja, desde el desarrollo, forma y despegue; entonces es necesario trabajar en un régimen de gasto bajo, de tal manera que la burbuja alcance su volumen máximo, justo en el instante en que se despegar del orificio o aguja sumergida. Por otro lado, si lo que interesa es observar cómo es la interacción de las burbujas cuando se generan con mayor rapidez, entonces se requiere de trabajar bajo un régimen de gasto alto, donde la coalescencia entre pares de burbujas sea posible de observar y el volumen máximo de la burbuja compuesta se vea fuertemente influenciado por este fenómeno (Higuera and Medina).

En ambas situaciones se requiere para el análisis numérico considerar al líquido en reposo de tal manera que la generación de burbujas sea en un régimen cuasiestático y el crecimiento de la burbuja sea ejesimétrico, de la misma manera el gasto de inyección, Q , se debe de mantener constante, esto permite que las burbujas generadas tengan un volumen nominal constante. Una forma de aumentar el volumen nominal de una burbuja es incrementando el gasto de inyección o variando el radio del orificio, a través del cual se hace pasar el gas al líquido. Para el análisis numérico, el planteamiento de las ecuaciones se realiza por medio de la competencia entre las fuerzas de tensión superficial y las fuerzas de flotación. Los parámetros adimensionales que permiten definir las gráficas del volumen, V , contra el radio, R , del orificio o aguja de inyección, del volumen contra el gasto, Q , etc. son los números de Weber, We , y de Bond, Bo . Un parámetro adicional que tiene una fuerte influencia en el desarrollo y forma de la burbuja es el ángulo de contacto, θ , esto ya lo sabemos, para el caso cuando se trabaja con orificios practicados en placas de teflon o metálicas donde la condición hidrofílica juega un rol importante [7].

Para la parte experimental se requiere de una cámara digital rápida que permita grabar las imágenes de la generación de burbujas en este ambiente (1000 cuadros por segundo, por ejemplo), debido a que el tiempo promedio que le toma a una burbuja alcanzar su volumen

máximo es de 400 ms. Higuera y Medina, usaron con una cámara con una velocidad de 8000 cuadros por segundo para grabar sus experimentos y con ellos determinaron el gasto de inyección de aire, y para ello se necesitaron de 60 fotos, que es el número de imágenes que de...nen a una burbuja totalmente, su equivalente en tiempo son 500 ms.

Los cuatro trabajos analizados arriba usaron agua destilada como líquido para sus experimentos y utilizaron agujas de inyección u ori...cios en placas horizontales para introducir el gasto en el líquido.

L. Higgins, realiza sus experimentos usando un gasto alto que le permite medir el volumen de las burbujas y determinar su per...l utilizando la ecuación de movimiento, establecida dada la competencia entre las fuerzas de flotación y las fuerzas viscosas. La ecuación diferencial se resuelve numéricamente, deja a un lado el ángulo de contacto, el gasto, Q , se inyecta por medio de una aguja de inyección con diámetros diferentes. La cámara tiene una velocidad de 2000 cuadros por segundo y los tiempos de formación para una burbuja son de 830 ms. Los per...les calculados que reporta acuerdan bien con los resultados experimentales.

D. Gerlach, y V. Kolobaric [8] et al [23-35], estos autores realizaron sus experimentos, generando burbujas por medio de un ori...cio practicado en una placa horizontal, sumergida 15 cm por abajo del nivel de super...cie libre, a gasto bajo considerando la mojabilidad del material, también realizaron experimentos en placas donde se despreja el ángulo debido a que el líquido no se mota sobre la placa; encontrando que el volumen de la burbuja se incrementa hasta seis veces más cuando se considera el ángulo de contacto, debido a las características del material. Los per...les calculados se de...nen por medio de una ecuación de balance de fuerzas.

A. Prosperetti [3], establece una ecuación para flujo potencial que le permite de...nir los per...les calculados y compararlos con sus experimentos, establece una grá...ca universal de la generación de burbujas, donde se observa que para gastos bajos el volumen de la burbuja se mantiene constante y conforme se aumenta el gasto las burbujas cambian su volumen incrementándolo por medio de una ley exponencial; no considera el ángulo de contacto y el gasto se inyecta con una aguja de inyección, mide el movimiento del centro de masa de las burbujas así como el tiempo de crecimiento.

Higuera y Medina, también establecen una ecuación de flujo potencial para de...nir los per...les calculados, consideran el ángulo de contacto. Sus resultados numéricos acuerdan bien con los

experimentales. En los experimentos pasan el aire por medio de un orificio practicado en un placa a gasto alto y son grabados con una cámara de 8000 cuadros por segundo.

Capítulo 3

TEORÍA DE LA FORMACIÓN DE BURBUJAS EN LÍQUIDOS VISCOSOS

3.1. Introducción

En este capítulo el problema de formación de burbujas en líquidos viscosos, usaremos las ecuaciones de Stokes para flujo viscoso lento en virtud de que el líquido se perturba poco cuando el gas que forma la burbuja es inyectado. Inicialmente consideramos el caso de formación de burbujas en medios semi infinitos, es decir sin paredes cercanas. Posteriormente consideramos la formación de burbujas en conos de ángulo de pared α . Discutimos algunos resultados que permiten mostrar que, la simple inclusión de conos a la salida de la aguja de inyección (boquilla cónica) permite cambiar el tamaño de la burbuja tanto como se desee. Finalmente en la última sección de este capítulo analizamos la formación de burbujas en cilindros colocados coaxialmente a las agujas de inyección. El resultado más importante en este contexto es que la reducción del radio de los cilindros provoca el aumento volumen crítico de las burbujas permitiendo también, generar burbujas del tamaño requerido.

El volumen de las burbujas está determinado para diferentes valores de un número Capilar y un número de Bond. El gasto de inyección se modifica con el objeto de generar el burbujeo para

diferentes regímenes, se explica como es posible llegar al fenómeno de coalescencia descritos por los cálculos. Los resultados numéricos muestran un acuerdo cualitativo con los resultados experimentales para líquidos de baja y alta viscosidad, lo que sugiere que la interacción y la coalescencia de burbujas después de la inyección de gas se debe en gran medida, al fenómeno inviscido para estos líquidos, muchos de los aspectos de los cuales se explica sin recurrir a efectos adicionales u otros que dependen de la viscosidad.

Para el caso de fluidos muy viscosos, existen también, numerosas aplicaciones que requieren de conocimiento acerca de la dinámica de las burbujas, sea de manera individual o la interacción de ellas. Como por ejemplo en una erupción volcánica (Morrissey & Margaritis 1997, Rust, Manga & Cashman 2003 [29]), en la metalurgia (Xie & Margaritis 2004), tratamiento de aguas residuales (Cui, Chang & Fane 2003), y en fermentación (Xie & Oeters 1994).

F. Higuera (2004) [7], realizó un análisis numérico para determinar la forma, el desarrollo y despegue de burbujas en líquidos viscosos bajo los dos regímenes de gasto alto y bajo, encontrando que el volumen máximo de las burbujas, en el régimen de gasto bajo, es independiente del gasto, es decir el volumen se mantiene constante, pero cuando el tiempo de crecimiento de la burbuja, t_{cre} , (tiempo que le toma a una burbuja alcanzar el volumen crítico) y el tiempo de elevación, t_{ace} , (es el tiempo que le toma a una burbuja subir una distancia igual a su diámetro, medida desde el borde de la aguja de inyección) son del mismo orden, se manifiesta un cambio súbito en el volumen de la burbuja, encontrando que puede crecer de manera definida con una ley de potencia.

3.2. Formación de burbujas en líquidos viscosos en medios semi-infinitos

Resumimos el modelo teórico de Higuera [4] para estudiar la formación de burbujas en líquidos viscosos en ausencia de paredes. Higuera parte, como lo supuso Oguz et al [38-42], que la penetración de un gas inviscido al líquido quieto genera un flujo estacionario muy lento. En este caso el número de Reynolds, $Re = \rho Q / \mu a$, es muy pequeño y ello justifica el uso de las ecuaciones de Stokes.

En este caso las ecuaciones adimensionales de continuidad y de Stokes son, respectivamente,

$$r \nabla v = 0, \quad (3.1)$$

$$0 = \nabla P + Bo \mathbf{i} + r^2 v, \quad (3.2)$$

donde P es la presión, v es el campo de velocidades, \mathbf{i} es el vector unitario en la dirección vertical (x es la coordenada vertical) y Bo es el número de Bond dado por (2.10). En las ecuaciones anteriores así como en las subsecuentes hemos escalado las coordenadas espaciales con el radio interior de la aguja de inyección, a , y el tiempo con el tiempo viscoso, $t_v = \sigma/\mu a$. Estas ecuaciones deben resolverse bajo las condiciones de frontera (3.3) y (3.4), para las superficies de las burbujas:

$$\frac{Df_i}{dt} = 0, \quad (3.3)$$

$$\nabla P \mathbf{n}_i + \zeta \mathbf{n}_i = (r \mathbf{n}_i + P_{g_i}) \mathbf{n}_i, \quad (3.4)$$

en las superficies de las burbujas no se tiene movimiento alguno, ($v = 0$), en las superficies sólidas adyacentes y en el infinito, ya que el líquido ahí no se mueve. Además, la presión lejos de la burbuja debe satisfacer

$$P + Box = cte. \quad (3.5)$$

La Ec. (3.3) establece que la superficie de cada burbuja es una superficie fuida y la Ec. (3.4) especifica el balance de los esfuerzos que actúan sobre la superficie de la burbuja.

La cantidad $Df_i/Dt = \partial/\partial t + v \nabla r$ es la derivada material en los puntos de la superficie de las burbujas; $\mathbf{n}_i = r \mathbf{f}_i / \|\mathbf{r} \mathbf{f}_i\|$ es un vector unitario normal a la superficie f_i ; τ^0 es el tensor de esfuerzos viscosos, dado por la ley de Navier-Poisson; y P_{g_i} es la presión adimensional del gas en la i ésima burbuja. Esta presión es determinada por las condiciones de las burbujas y de sus volúmenes después de despegar, V_i (con $i = 1, 2, 3, \dots$), los cuales no cambian con el tiempo y el volumen V_0 de la burbuja que está creciendo desde el origen la cual cambia como $dV_0/dt = cte$, es decir, el caudal adimensional del gas que forma la burbuja es exactamente el

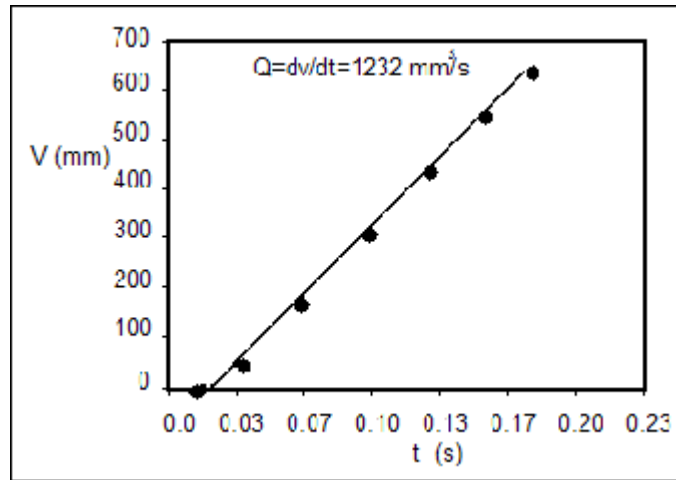


Figura 3-1: Gráfica del volumen ...nal de la burbuja como una función del tiempo, cuya pendiente es el gasto de inyección de aire ($dV/dt = Q$). Para $Ca = 40$ y $Bo = 0,2$ [7].

número Capilar (3.6). Recordemos que este parámetro puede entenderse que también como una medida de las fuerzas viscosas respecto a las de tensión superficial.

$$Ca = \frac{\mu Q}{\sigma a^2}. \quad (3.6)$$

Otro parámetro que influye en el crecimiento de las burbujas en líquidos viscosos y no viscosos es el ángulo de contacto θ , [4, 5, 7] si $\theta < 90^\circ$ el volumen máximo de la burbuja, previo al despegue, no depende de dicha cantidad pero si $\theta > 90^\circ$ dicho volumen puede incrementarse varias veces con respecto al volumen de las burbujas formadas en sistemas con buen mojado ($\theta < 90^\circ$). Por similitud en los cálculos hemos asumido que $\theta = 45^\circ$; es decir buen mojado.

La presión en una burbuja se determina por la condición, en que el volumen de una burbuja despegada ($i = 1, 2, \dots$) no cambia con el tiempo y el volumen adimensional V_0 de la burbuja creciendo ($i = 0$) se incrementa como $dV_0/dt = Ca$. Esta condición permite determinar al gasto de inyección como el incremento del volumen con respecto del tiempo, relación con la cual se puede graficar el volumen contra el tiempo y encontrar el tamaño de la burbuja para cada instante (ver Fig. 3.1).

Para mantener en cauce los cálculos, el número de burbujas seguidas simultáneamente esta limitado a tres [4] por la remoción de la burbuja más alta cuando la nueva burbuja viene

creciendo en el ori...cio. Esta aproximación no es muy exacta por que la velocidad inducida por el acenso de la burbuja disminuye solamente como el inverso de la distancia a la burbuja, haciendo un rango grande de interacción de burbujas dominando la viscosidad del flujo, [29]. Las pruebas numéricas muestran que el efecto de una burbuja que esta esperando, sobre una burbuja extra creciendo en el ori...cio, es poco y esta influencia en el proceso de coalescencia es solo moderado. Esto se puede deber a la combinación de restricción de la base sólida, que reduce las velocidades inducidas por lo lejano de la burbuja y el efecto de la expansión de la burbuja creciendo en el ori...cio, que domina el flujo local y devuelve un número de interacciones menos importantes que tienen las burbujas separadas lejos del ori...cio. Entonces, la velocidad inducida por una burbuja, de volumen V , subiendo a una velocidad U , a una distancia H , sobre la base en una burbuja de volumen similar al de despegue en el ori...cio de inyección es del orden de $U(V^{1/3}/H)^2$. La razón de esta velocidad a la $O(Q/V^{2/3})$ a la velocidad dado el crecimiento de la burbuja pegada es del orden $(V^{1/3}/H)^2$, donde se ha hecho el uso de (3.1). La influencia de una burbuja i sobre la base puede, por lo tanto, reducirse a $1/n^2$, en el régimen de gasto alto.

Se necesita mantener un criterio adicional en la estabilización de la super...cie, que ocurre en el despegue y el crecimiento de una burbuja y en la coalescencia entre dos de ellas.

3.3. Formación de burbujas a gastos altos y bajo distintas condiciones de mojado

En la Fig. 3.3, se muestra el volumen de las burbujas como una función de el número capilar (el gasto adimensional) para dos valores del número de Bond y un ángulo $\theta = 45^\circ$. en cada caso, el volumen tiende a un valor infinito dentro del límite del régimen hidrostático, $Ca \rightarrow 0$. Longuet-Higgins et al [23-32], procedieron a la aproximación de la limitación de este volumen por el volumen de equilibrio limitando la forma sobre el cuello (cuando el cuello existe); correspondiendo al valor de $Bo = 0,2$, dado por la línea punteada horizontal, en el lado izquierdo de la gráfica. Los volúmenes calculados para pequeños valores de Ca son por encima de esta línea, probablemente se debe al incremento y redistribución del volumen de la burbuja durante el último paso no hidrostático del crecimiento en la pared sólida. Los resultados numéricos muestran que la región del cuello experimenta rápidos cambios en este estado, pero la reducción

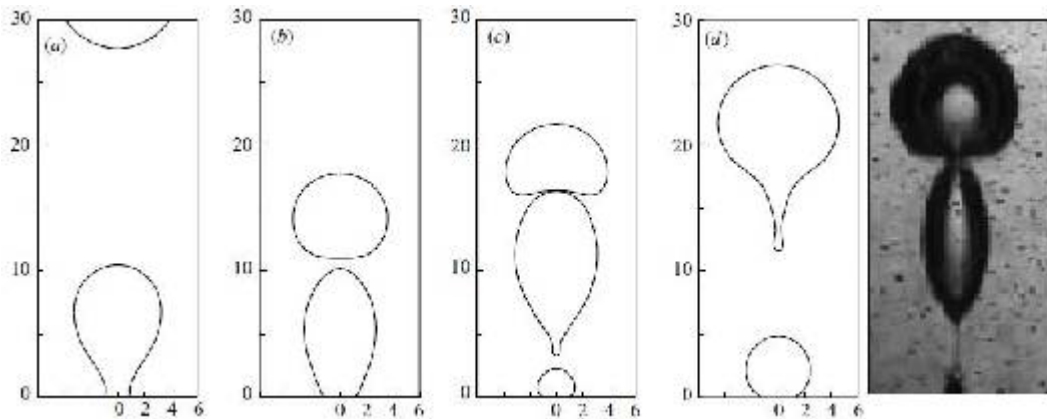


Figura 3-2: Resultados numéricos de Higuera, la foto de la derecha es nuestro experimento con lo que se validan los trabajos. Tomado de [7].

del cuello es bastante lenta, que demora el menisco terminal. El menisco lento de el cuello parece seguir la no universal ruptura dinámica, descubierta por Doshi (2003), y futuras investigaciones por Suryo, Doshi & Basaran (2004) cuando una burbuja con viscosidad cero rompe dentro de un líquido con viscosidad alta. El menisco aquí no tiende al mismo régimen similar estudiado por Sierou & Lister (2003) para casos donde la burbuja tubo una viscosidad infinita. Por comparar, los dos puntos negros de la gráfica corresponden a los volúmenes calculados por Wong de la misma manera en (1998) [6] et al [43], para una burbuja despegando de un tipo de tubo vertical. Estos autores asumen que el radio del cuello decrese como la raíz cuadrada del tiempo del menisco durante el estado terminal del proceso.

Los resultados de valores grandes del número Capilar tienden a la ley de $\frac{3}{4}Q$, pero para el cálculo de una burbuja (curva discontinua de la Fig. 3.3) y cuando existe coalescencia éste se toma en cuenta (curva sólida), a través de un factor que tiene que ser introducido en (3.1) y es diferente en cada caso. Por lo tanto en cada caso el Capilar alto se hace asintótico para dos valores de Bo , que se muestran en la gráfica de la Fig. 3.3, prácticamente coinciden cuando el volumen adimensional se gráfica contra Ca/Bo y concuerda con la escala de Davison & Schuler (1960).

Los resultados para valores distintos de $Bo = 0,2$, son similares. El mínimo numero Capilar para el cual ocurre la coalescencia es abajo de $Ca = 5$. Contrariamente lo que continuamente

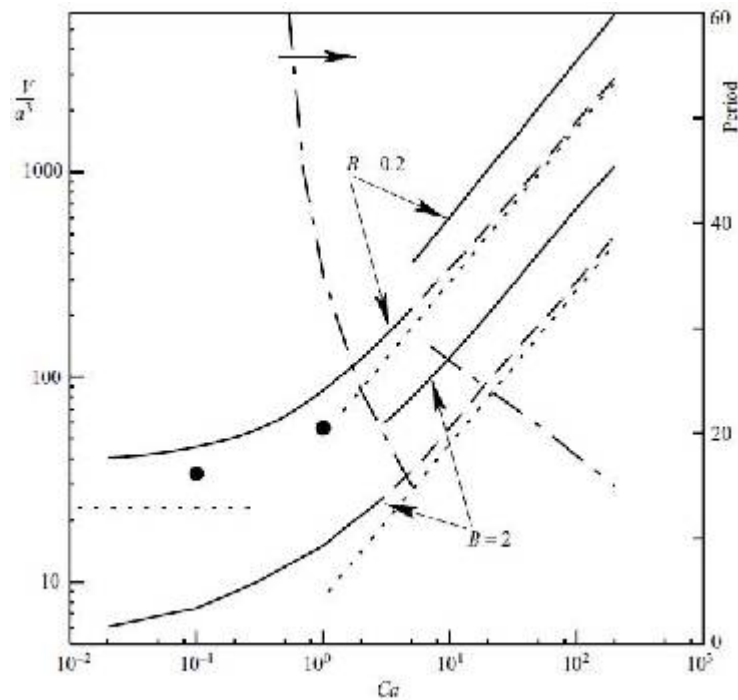


Figura 3-3: Gráfica de los resultados encontrados por Higuera. Tomado de [7].

reportan para burbujas inyectadas en líquidos de baja viscosidad, como los resultados experimentales que reporta Zhang & Shohi en 2001, aquí la coalescencia ocurre para los primeros instantes en que las burbujas han despegado de el orificio de inyección. Estos valores se obtubieron por la extrapolación de las trayectorias de dos burbujas sucesivas que se aproximan más que por cálculo directo, que se hace engorroso por la necesidad de seguir muchas burbujas en el espacio entre el orificio y el lugar de la coalescencia. El número Capilar exacto para la coalescencia calculado de la manera anterior no es muy exacto.

La altura donde ocurre la coalescencia disminuye cuando el número Capilar aumenta, la burbuja formada de cada pareja es siempre redonda mientras crece y se convierte en oblato esferoidal con la base ligeramente cóncava al despegue. El arrastre de la burbuja crece en la presencia de la burbuja compuesta y es más elongado que ésta. Ésto lo observó Manga y Stone (1993) [29], en términos de flujo inducido en la interacción entre los pares de burbujas. El rastro de la burbuja sobre el flujo inducido se idealiza como un punto fuerza que converge con las líneas de esfuerzo en la posición de el rastro de la burbuja, que es por lo tanto el esfuerzo

vertical. La burbuja larga, que resulta cuando una redonda y una burbuja elongada coalescen, sube rápidamente como una burbuja compuesta, y este efecto en el crecimiento de la siguiente burbuja, en el origen disminuye rápidamente. A $Ca = 7$ la coalescencia de dos burbujas ocurre al rededor del mismo tiempo como el despegue de la burbuja principal del siguiente par. Arriba de $Ca \approx 7$ la retracción bajo la superficie de la burbuja antes de coalescer es acompañada por la aparición de burbujas pequeñas después de el ascenso de la burbuja principal. Esta burbuja secundaria afecta muy poco en el flujo, son absorbidas por la burbuja siguiente sin que afecte en su evolución, por lo que se suprimen durante el cálculo.

Cuando el número Capilar se incrementa $Ca \approx 15$, la coalescencia ocurre antes de que la burbuja compuesta, de cada par, haya despegado del origen, así que la secuencia despegue-despegue-coalescencia descrita anteriormente e ilustrada en la Figura 3.3, se cambia por la secuencia despegue-coalescencia-despegue. Aquí, y una parte de la Fig. 3.3, el mecanismo de la deformación de burbujas descrito por Manga y Stone esta reforzado por el flujo inducido debido al crecimiento de la burbuja principal. Si el crecimiento de esta burbuja es idealizado como un punto del origen del flujo, esta claro que esto puede ayudar a la presión de la burbuja principal horizontalmente. Por otro lado la burbuja principal ofrece poca resistencia viscosa a la deformación que el líquido pudiera ocupar, si volumen no estuviera presente, y en tonces la burbuja principal le favorece la elongación de la burbuja pegada sobre la radial principal de expansión. En el despegue de la burbuja compuesta ocurre subitamente después de la coalescencia y es seguido por una o algunas burbujas pequeñas denominadas hijas retrocediéndose bajo la superficie. La rápida sucesión de coalescencia y despegue de la burbuja compuesta se mantiene cuando el número capilar se incrementó. El cambio en la secuencia de la formación de la burbuja no está marcado por un cambio notable del volumen total de la burbuja como una función del número Capilar. El valor del número capilar en el cambio de la secuencia es ligeramente afectado por la supresión artificial de las burbujas viejas separadas. La coalescencia de tres burbujas o más se conoce bien para líquidos con baja viscosidad, para el caso de este trabajo no se observo esta condición en que el número capilar obtenido es alrededor de $Ca = 200$.

Los resultados numéricos para otros valores del Bond son similares con los resultados discutidos anteriormente y el mínimo valor del número capilar en que la coalescencia ocurre decrece,

cuando el número de Bond se incrementa. En $Bo = 2$, la coalescencia se da cuando $Ca \approx 3$ y la coalescencia de dos burbujas se presenta cuando han despegado del orificio para todos los números capilares calculados; la secuencia despegue-coalescencia-despegue no se observa en $Bo = 2$. Por otro lado esta secuencia ocurre en el rango $200 < Ca < 300$, aproximadamente, cuando $Bo = 0,03$.

Resumiendo: el periodo de tiempo ejesimétrico de flujo inducido paulatinamente dentro de un líquido viscoso por la inyección constante de gas a través de un orificio horizontal sumergido se calcularon y los resultados son expresados en términos de los parámetros adimensionales; el número Capilar, número de Bond y el ángulo de contacto del líquido con el sólido. La transición de la generación cuasiestática de burbujas independientes en bajo número Capilar a la viscosidad y la fuerza de rotación controlan el régimen de Davidson y Schuler (1960), en números Capilar altos también se describieron. La coalescencia de burbujas en pares que se describió ocurre, en dos posibilidades en la vecindad del orificio cuando el número capilar se incrementa arriba de cierto valor crítico que depende de el número de Bond. El volumen de las burbujas resultantes son similares a las que se predijeron con los cálculos numéricos, pero esos pequeños incrementos del número Capilar ($Ca^{3/4}$). Los resultados numéricos concuerdan cualitativamente con la visualización de la coalescencia de burbujas sobre la inyección de aire en aceite de silicón.

3.4. Formación de burbujas en medios con...nados

Las ecuaciones que permiten definir el análisis numérico para el estudio de la generación, crecimiento y despegue de burbujas, desde un orificio o aguja sumergido, de inyección de aire, se presentan considerando un flujo potencial irrotacional.

Por otro lado existe la investigación en líquidos muy viscosos [29] [92], ya que en muchas de las aplicaciones es muy común encontrar viscosidad alta en los líquidos. En una primera parte de este trabajo realizamos un estudio de las burbujas en líquidos viscosos con una geometría común, o sea sencilla, con las paredes al infinito de tal forma que no afecten el crecimiento de las burbujas, y se compararon los resultados encontrados con los que se han presentado antes en otros trabajos sobre el tema. Los principales parámetros que nos ocuparon son los números

adimensionales; Capilar y el Bond, definidos antes, (2.10), [24-37].

Tomamos en cuenta los estudios realizados antes, donde proponen que el volumen de una burbuja creada por inyección de gas en un líquido muy viscoso se incrementa a la razón de $3/4$ el flujo de gas, que es independiente del tamaño del orificio de salida del gas y el crecimiento como la forma de la burbuja esta determinado por el balance hidrostático de la fuerza de flotación y la tensión superficial [41]. El volumen de la burbuja que está pegada en el orificio en el momento del despegue estara dado por los términos adimensionales de arriba.

Como se podrá apreciar más abajo el volumen crítico de las burbujas depende casi por completo, del número Capilar y del número de Bond, y la comparación de los resultados numéricos con lo experimentales arrojan una muy buena aproximación, por lo que se demuestra la validez del modelo que usamos. El desarrollo del trabajo y las ecuaciones en las que nos basamos demuestran que el modelo funciona para un rango muy amplio de gastos mientras que la presión se mantenga constante.

En principio se considera el caso más simple, la inyección de gas a gasto constante de un gas incompresible con una densidad y viscosidad despreciable, éste se inyecta a través de un orificio de radio a , localizado en el fondo del piso de plano horizontal de un recipiente muy extendido que contiene un líquido muy viscoso. Ver Fig. (4-3).

Para la primera parte de este trabajo las condiciones son las anteriores y además se cumple que $P + Bx$ es una constante. Una condición importante que notamos es en el crecimiento de la burbuja que está por despegar de la aguja de inyección de gas, es el ángulo de contacto de liquido-gas, que tiene que ver con el tipo de material con el que se trabaja. Este ángulo se mide desde la línea horizontal de contacto que es la misma desde donde se encuentra el orificio de despegue hacia la superficie de la burbuja. Este nuevo parámetro es importante para el crecimiento y desarrollo de las burbujas, pero en este trabajo sólo se toma en cuenta este parámetro para considerar las líneas de contacto, en las gráficas se muestran burbujas con un ángulo de contacto que para los efectos de este caso es un promedio.

Cuando las burbujas se forman dentro de conos o cuando a la aguja de inyección se le coloca una boquilla cónica el problema formulado para la formación de burbujas en medios semi infinitos, sólo tiene que modificarse a nivel de condiciones de frontera.

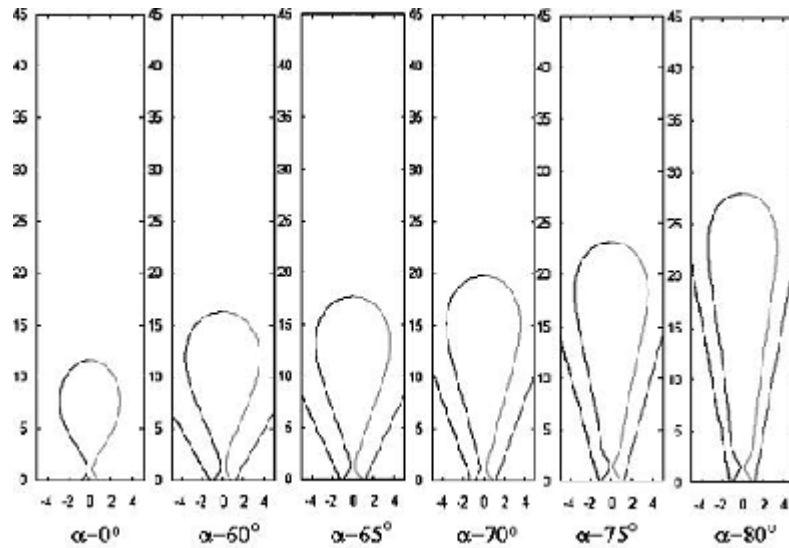


Figura 3-4: Perfiles bidimensionales de las burbujas a su volumen máximo crítico (máximo volumen alcanzado por la burbuja antes del despegue) para distintos valores del ángulo α . En este caso las burbujas crecen a caudal constante. Los cálculos fueron hechos para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

3.4.1. Boquillas cónicas

Mostraremos en primer lugar que la orientación del fondo tiene un efecto muy importante sobre el crecimiento de la burbuja, aunque cualitativamente se aprecia que los cambios son mayores a partir de $\alpha = 60^\pm$. En la Fig. 3.4 mostramos los perfiles de las burbujas en el momento del despegue, cuando alcanzan su máximo volumen, V_{0f} (también llamado volumen crítico, volumen máximo o volumen de despegue) para diferentes valores de α . En dicha figura los valores del número Capilar y del número de Bond son $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$, respectivamente.

En el primer perfil de la Fig. 3.4 se muestra una burbuja que crece en un medio semi infinito ($\alpha = 0$, correspondiente a un fondo plano horizontal). El resto de los perfiles corresponden a fondos cónicos con $\alpha = 60^\pm, 65^\pm, 70^\pm, 75^\pm$ y 80^\pm . Nótese que hay un aumento sustancial del volumen crítico a medida que α crece.

En la Fig. 3.5 mostramos el volumen adimensional crítico V_{0f} en función de α , para tres parejas de valores de Ca y Bo : $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$; $Ca = 10$ y $Bo = 2$, $Ca = 20$; y $Bo = 2$. En todos estos casos las fuerzas viscosas son dominantes sobre las de tensión superficial (Ca

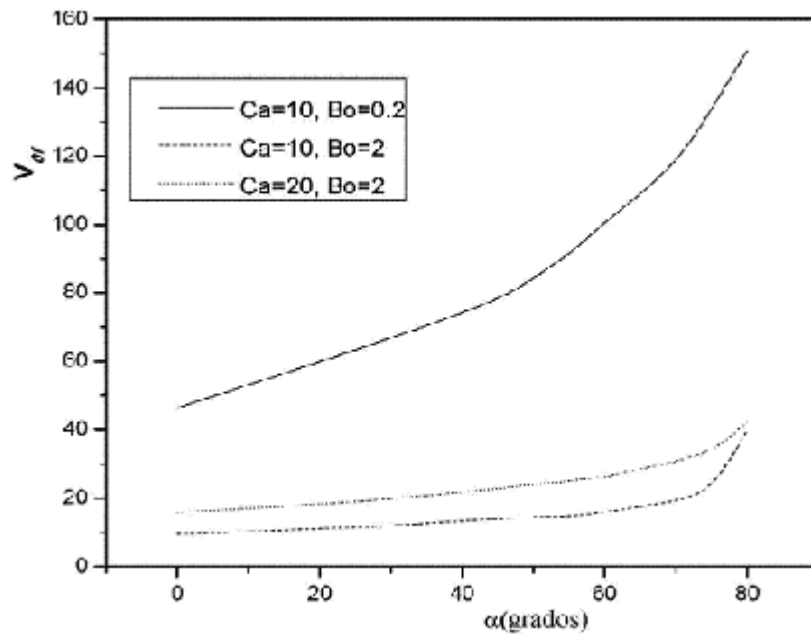


Figura 3-5: Gráfica adimensional del volumen crítico de la burbuja en función de α . Se muestran los casos para $Ca = 10$, $Bo = 0,2$ (línea continua); $Ca = 10$ y $Bo = 2$ (guión largo) y $Ca = 20$ y $Bo = 2$ (guión corto).

grande) mientras que la intensidad de la fuerza de rotación es en unos casos grande ($Bo = 2$) y en otro caso pequeña ($Bo = 0,2$) frente a las fuerzas capilares, al menos mientras el tamaño de la burbuja es de orden a . La curva correspondiente a $Bo = 0,2$ y $Ca = 10$ ($Ca/Bo = 50$) muestra que las intensas fuerzas capilares producen volúmenes críticos y deformaciones grandes comparados con los de los casos en los que la gravedad domina desde el comienzo del proceso ($Bo > 1$). Ya que los cambios más intensos en el volumen se presentan para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$, muchos de los resultados que siguen se darán para ese caso.

La Fig. 3.5 muestra cuantitativamente un resultado muy importante: a números de Bond bajos el volumen crítico de la burbuja crece continuamente al incrementarse el ángulo α . Es decir, en este caso se tiene una nueva manera de conseguir una burbuja de un tamaño deseado simplemente cambiando α adecuadamente, manteniendo el caudal de gas alto pero constante. De hecho, mediante los mejores ajustes de leyes de potencia de la forma $V_{0f} \gg \alpha^n$ para el caso

$Bo = 0,2$ y $Ca = 10$ encontramos que, aproximadamente,

$$V_{0f} \gg \alpha \quad \text{si } 0^\pm < \alpha < 45^\pm,$$

$$V_{0f} \gg \alpha^{6/5} \quad \text{si } 45^\pm < \alpha < 80^\pm.$$

Este efecto de α sobre el crecimiento de las burbujas puede entenderse como debido a una fricción efectiva generada en las paredes del cono, lo que aprovecha la burbuja para crecer más. Por el contrario, el volumen V_{0f} sólo crece débilmente con α cuando $Bo > 1$, excepto para ángulos muy grandes, para los que el crecimiento de V_{0f} es muy intenso. Hasta donde sabemos, ésta es una nueva manera de generar burbujas de tamaño cada vez mayor, bajo el consecuente aumento del ángulo, sobre todo en el límite $Ca/Bo \rightarrow 1$.

Ya hemos mencionado que estudios previos, tanto experimentales [60] como teóricos [4, 65-72], muestran que para burbujas en medios semi infinitos (o con paredes muy alejadas) y altos gastos la ley de potencia que correlaciona al volumen adimensional y al número Capilar es $V_{0f} \gg Ca^{3/4}$. Esta ley se modifica para el caso de crecimiento en conos. Como ejemplo, mostramos en la Fig. 3.6 el valor de V_{0f} como función de Ca para un fondo cónico con $\alpha = 60^\pm$ y $Bo = 0,2$. El volumen adimensional de la burbuja es siempre mayor que en un medio semi infinito, pero el crecimiento de V_{0f} con el número capilar es más lento: $V_{0f} \gg Ca^{0,62}$. Para propósitos de comparación, se incluye en la Fig. 3.6 la ley de crecimiento del volumen de la burbuja en un medio semi infinito.

Otra medida de cómo las burbujas son influenciadas por la presencia de las paredes viene dada por la evolución del centro de masa.

En la Fig. 3.7 mostramos la altura adimensional del centro de masa de la burbuja sobre el orificio de inyección, x_{CM} , en función del tiempo, para varios valores de α . Se observa que el centro de masa se eleva cada vez más conforme el ángulo α crece. Es decir, a mayor valor de α la burbuja se alarga más. La rapidez con la que el centro de masa se eleva viene dada por su velocidad adimensional $v_{CM} = dx_{CM}/dt$. La Fig. 3.8 muestra esta cantidad en función del tiempo para tres ángulos característicos, $\alpha = 0^\pm, 60^\pm$ y 80^\pm . Se aprecia que para $\alpha = 0^\pm$ y 60^\pm la velocidad v_{CM} primero disminuye, alcanza un mínimo, y después rápidamente se incrementa, aunque no recupera su valor inicial. Para $\alpha = 80^\pm$ la velocidad disminuye muy rápidamente y

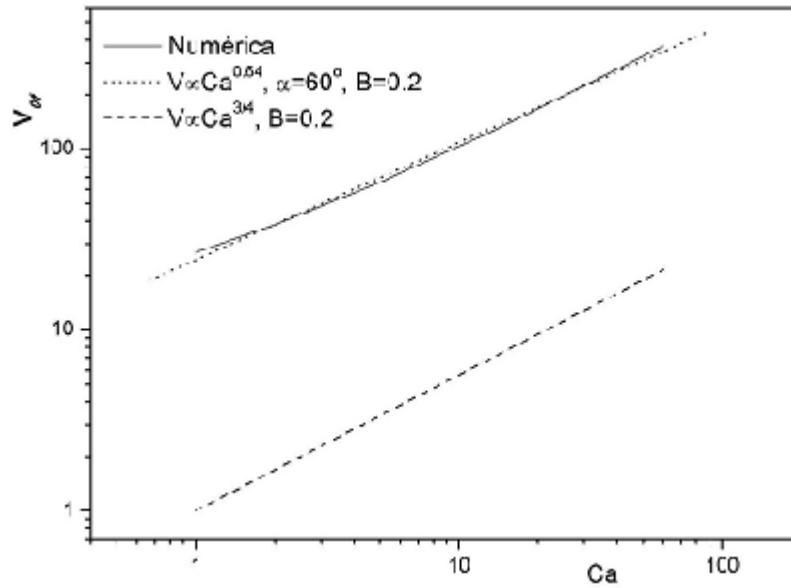


Figura 3-6: Gráfica log-log del volumen adimensional V_{0f}/a^3 en función del número Capilar, Ca . En este caso $\alpha = 60^\pm$, $Bo = 0,2$ y el mejor ajuste a los datos teóricos los da la relación $V_{0f}/a^3 \gg Ca^{0,64}$. Se muestra también la curva $V_{0f}/a^3 \gg Ca^{3/4}$, la cual corresponde al crecimiento de burbujas en medios semi infinitos en donde formalmente $\alpha = 0^\pm$ (- - -).

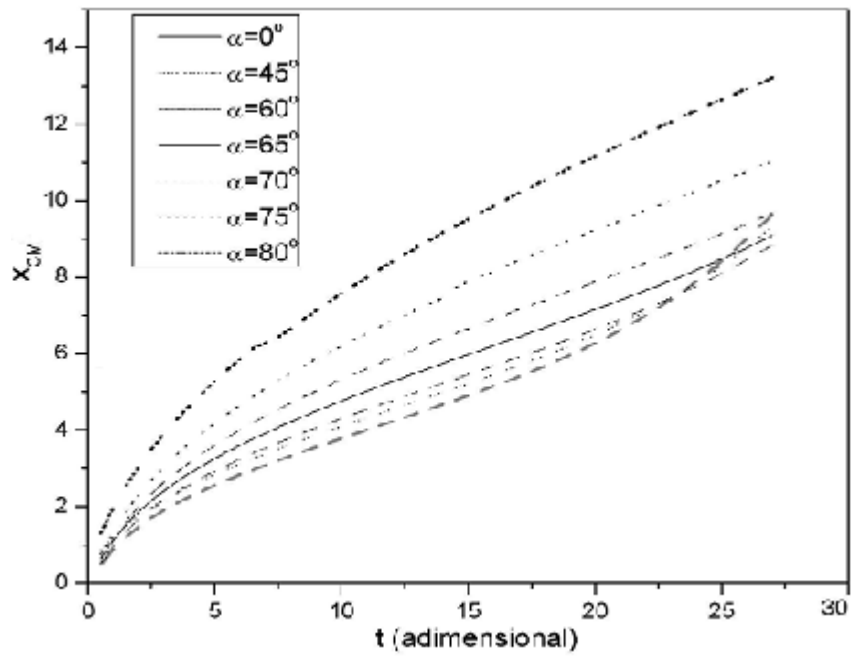


Figura 3-7: Gráfica de la evolución del centro de masa adimensional, x_{CM} , en función del tiempo adimensional para distintos valores de α . Los cálculos fueron hechos para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

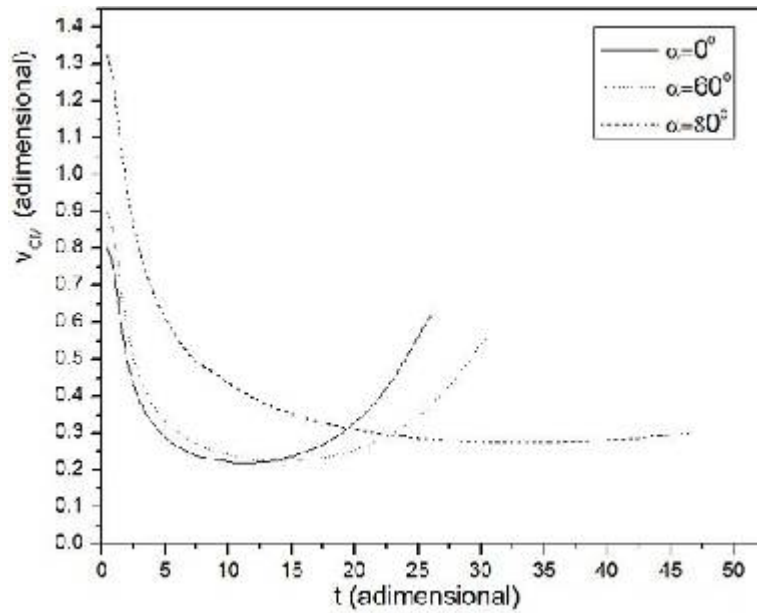


Figura 3-8: Rapidez de ascenso del centro de masa adimensional, v_{CM} , en función del tiempo adimensional para distintos valores de α . Los cálculos fueron hechos para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

después toma un valor casi constante hasta el despegue.

El promedio temporal de la velocidad del centro de masa durante todo el tiempo de formación de la burbuja, definido como

$$\langle v_{CM} \rangle = \frac{1}{t_{crec}} \int_0^{t_{crec}} v_{CM} dt,$$

también da una idea de cómo la burbuja crece para distintos ángulos del cono. En la Fig. 3.9 mostramos la variación de $\langle v_{CM} \rangle$ con α . Como puede verse, la velocidad media de crecimiento de la burbuja disminuye al aumentar α , alcanza un mínimo cerca de $\alpha = 60^\pm$, y tiende a crecer linealmente para valores mayores de α . Estos resultados sugieren que la pared del cono podría jugar un papel diferente cuando $\alpha < 60^\pm$ que cuando $\alpha > 60^\pm$. Para $\alpha < 60^\pm$ las paredes imponen una fricción efectiva que domina sobre la rotación. Esto hace que la burbuja ascienda de modo lento y continúe creciendo hasta que la fuerza de rotación, que es proporcional al volumen de la burbuja, vence a la fuerza friccional originada por las paredes y al arrastre viscoso.

El efecto de sólo la fuerza de arrastre viscoso se refleja en la curva para $\alpha = 0^\pm$ de la Fig.

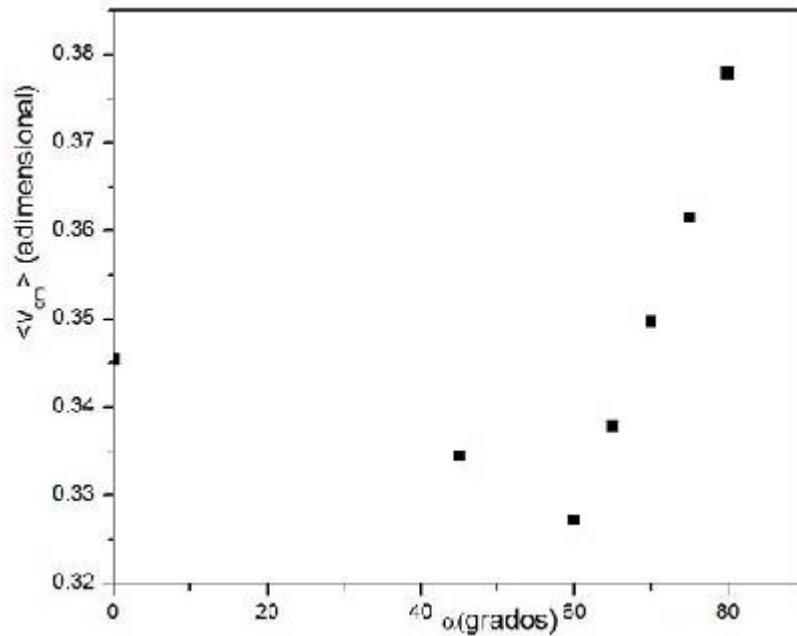


Figura 3-9: Promedio temporal de la rapidez de ascenso del centro de masa, v_{CM} , en función de α . Los cálculos fueron hechos para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

3.8. Si no hay paredes, la rapidez de ascenso del centro de masa de la burbuja disminuye debido a que la fuerza de arrastre viscoso es proporcional al radio medio de la burbuja, que en este caso es casi esférica [85]. Para una burbuja que crece en presencia de una pared cónica con $\alpha < 60^\pm$, la rapidez media de ascenso es aun menor que en el caso $\alpha = 0^\pm$; ver Fig. 3.9. La fuerza adicional que limita la rapidez media de ascenso sólo puede provenir de la presencia de las paredes y por tanto su efecto es el de una fricción efectiva, adicional a la fuerza de arrastre viscoso. Para $\alpha > 60^\pm$, la pared fuerza a que la burbuja adquiera una forma esbelta, lo que hace que su centro de masa se eleve muy rápidamente; ver Fig. 3.4, donde se observa que el radio del hemisferio superior de la burbuja casi no cambia. Ello implica una fuerza de arrastre viscoso casi independiente de α . De este modo, la burbuja aún no tiene el volumen adecuado para, por rotación, vencer a la fuerza adhesiva de la tensión superficial, que la mantiene unida a la boca del tubo de inyección, y a la fuerza de fricción de la pared. La rapidez de ascenso del centro de masa de la burbuja se mantiene casi constante durante un poco más de la mitad del tiempo de crecimiento (curva con $\alpha = 80^\pm$ de la Fig. 3.8).

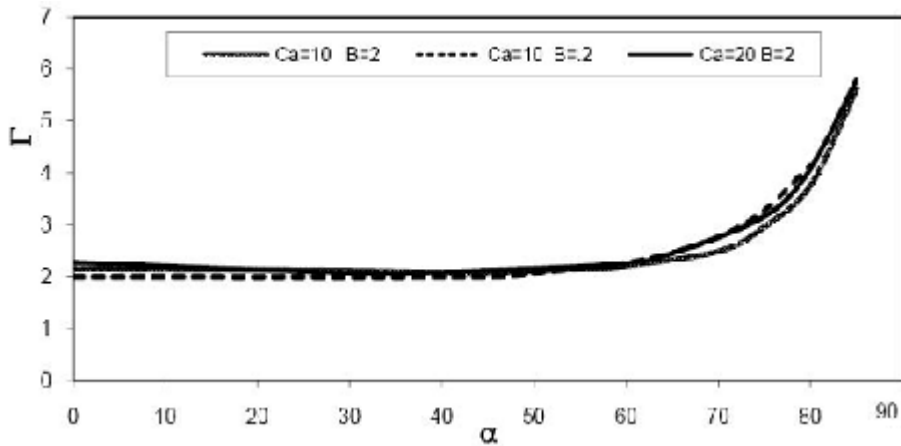


Figura 3-10: Gráficas del cociente de deformación η en función de α para burbujas que crecen en conos y alcanzan su volumen crítico. Se presentan los casos para tres pares de números: $Ca = 10$ y $Bo = 2$; $Ca = 20$ y $Bo = 2$; $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

El cociente $\eta = L/d$ de la altura L de la burbuja a su diámetro máximo d es una medida del grado de deformación de una burbuja. Con paredes cónicas, este cociente es mayor o igual que la unidad (la unidad se alcanza para burbujas formadas a bajos caudales en medios semi infinitos, ya que entonces las burbujas son casi esféricas). En la Fig. 3.10 presentamos η como función de α para los tres pares de valores $Ca = 10$ y $Bo = 2$; $Ca = 20$ y $Bo = 2$; y $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$. Observese que en todos los casos la deformación de la burbuja empieza a ser notoria aproximadamente a partir de $\alpha = 60^\pm$, lo cual es obvio si se tienen en cuenta los resultados previos sobre el volumen máximo.

La utilidad de este último resultado ha sido esplendidamente mostrada en el ámbito de la geofísica, donde diversos estudios numéricos de la deformación de burbujas en líquidos muy viscosos como el magma, pero bajo gradientes de corte, permitieron caracterizar las condiciones de flujo originales ocurridas hace millones de años [29, 30]. Cabe mencionar que algunos de los principales resultados aquí discutidos se validaran en la Sección IV donde discutimos un conjunto de experimentos simples diseñados para probar cualitativamente la bondad del método numérico.

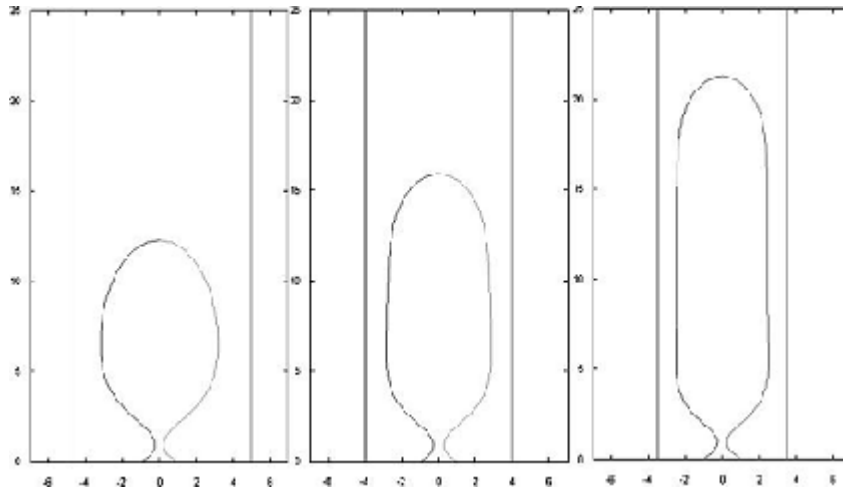


Figura 3-11: Perfiles adimensionales de burbujas formadas en cilindros de diferentes radios. De izquierda a derecha, los radios adimensionales son $R/a = 5, 4$ y $3,5$ los números adimensionales son $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

3.4.2. Boquillas cilíndricas

La Fig. 3.11 muestra algunos perfiles de las burbujas formadas en recipientes cilindros con radios adimensionales $R/a = 5, 4$ y $3,5$ para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$. Como puede verse, el volumen normal de la burbuja crece al disminuir R .

En la Fig. 3.12 mostramos el volumen crítico adimensional como función de R/a . Este volumen es casi constante e igual al volumen de una burbuja creciendo en un medio semi infinito, sin paredes, cuando $R/a > 6$.

Para cuantificar el efecto del caudal de gas inyectado sobre el tamaño máximo de las burbujas, mostramos en la Fig. 3.13 el volumen adimensional V_{0f} en función del número capilar para $R/a = 3,5$ y $Bo = 0,2$. El volumen crece linealmente con el número capilar, que es un crecimiento más rápido que el encontrado en un medio semi infinito o en un recipiente cónico.

Otra manera en la que hemos cuantificado el crecimiento de las burbujas es a través de la evolución de su centro de masa, x_{CM} , con el tiempo, que se representa en la Fig. 3.14 para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$. Se observa en dicha figura que para burbujas creciendo en tubos de radio adimensional $R/a > 6$, el centro de masa asciende, en apariencia, de forma lineal con el tiempo.

Como ya hicimos en el caso de los recipientes cónicos, mostramos en la Fig. 3.15 la velocidad

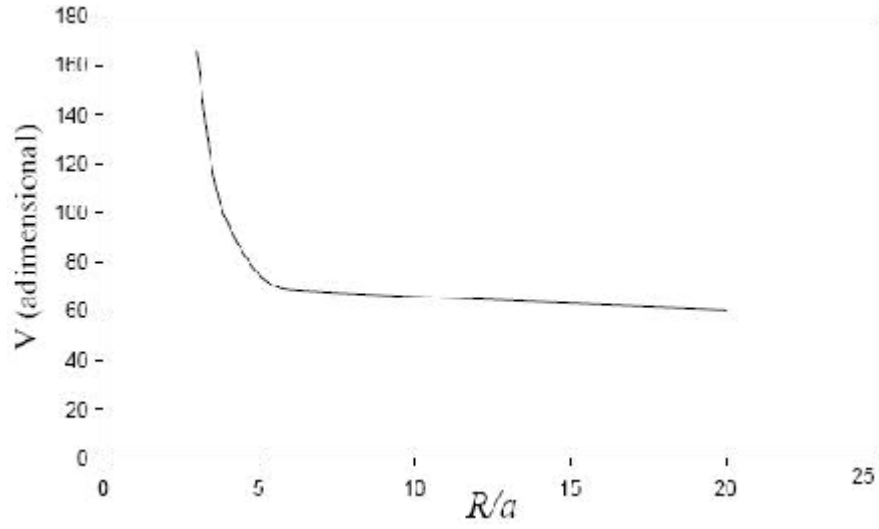


Figura 3-12: Gráfica del volumen adimensional crítico de las burbujas en tubos en función del radio adimensional R/a . La gráfica se hizo para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

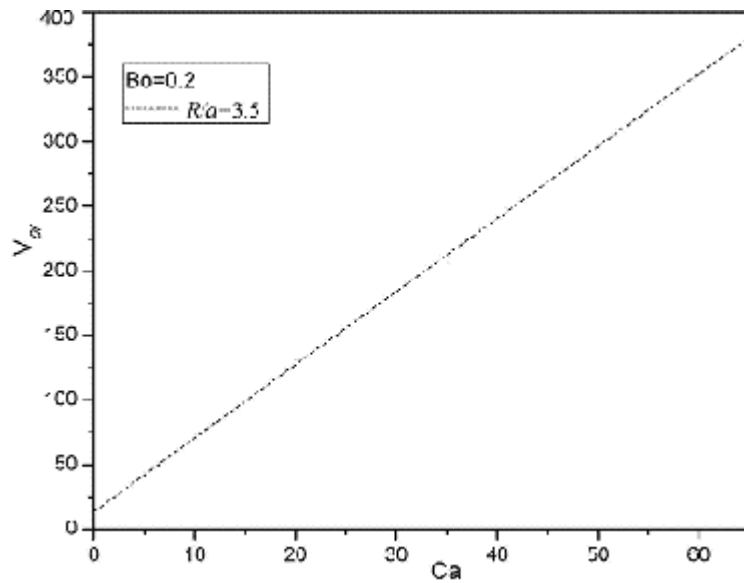


Figura 3-13: Volumen adimensional crítico de burbujas en tubos en función del número Capilar, Ca . En este caso $R/a = 3,5$ y $Bo = 0,2$.

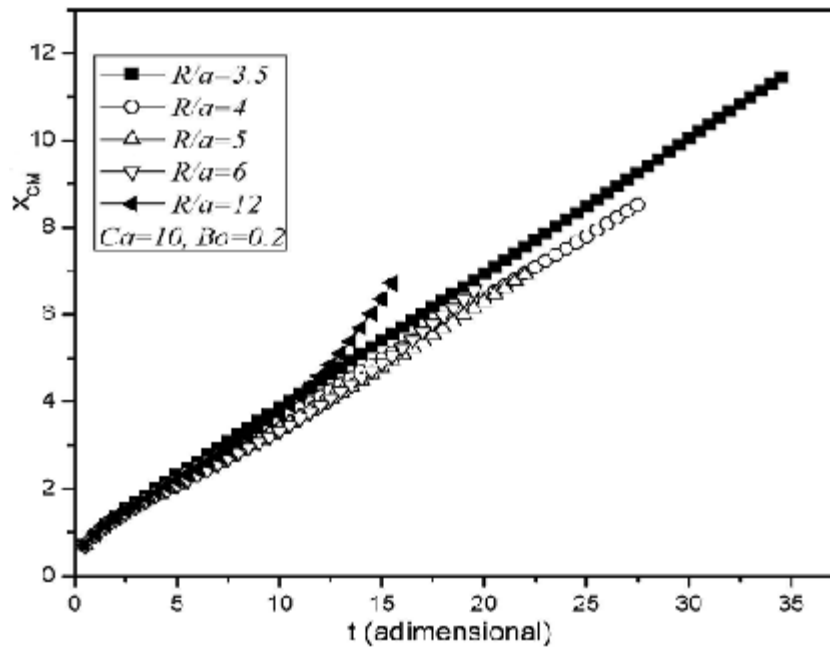


Figura 3-14: Gráfica de la evolución del centro de masa, x_{CM} , en función del tiempo para burbujas formadas en tubos cilíndricos de radios adimensionales, $R/a = 3,5, 6,5$ y $3,5$

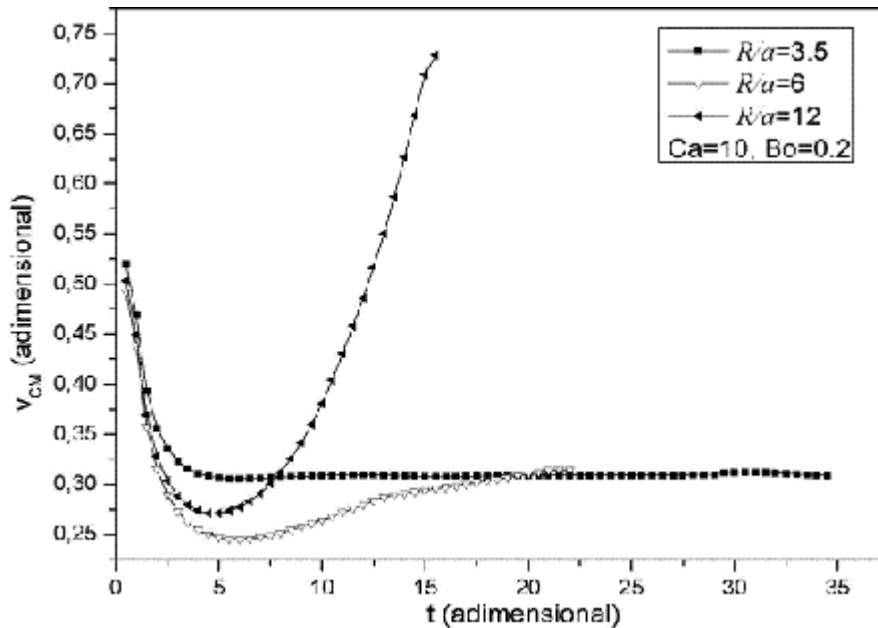


Figura 3-15: Rapidez instantánea de ascenso de burbujas en cilindros de radios adimensionales $R/a = 3,5, 6$ y 12 . La gráfica se hizo para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

instantánea del centro de masa, v_{CM} , como función del tiempo para algunos casos representativos. La rapidez de ascenso se mantiene aproximadamente constante casi desde el inicio de la formación de la burbuja cuando $R/a = 3,5$. Como en el caso de los conos de pequeño ángulo, este resultado refleja la existencia de una intensa fuerza friccional cuyo efecto es hacer que la burbuja crezca elevando su centro de masa a velocidad constante. Conforme el radio del tubo se hace más grande, este comportamiento tiende a ser más parecido al caso de las burbujas en medios semi infinitos, para las que la fuerza de arrastre viscoso limita la rapidez de elevación del centro de masa de la burbuja sólo hasta el momento en el que la fuerza de flotación se impone, a lo que sigue un rápido aumento del tamaño de la burbuja a lo largo del eje del tubo.

La rapidez media de ascenso del centro de masa, $\overline{v_{CM}}$, también fué calculada para el caso de burbujas formadas dentro de tubos cilindricos. En la Fig. 3.16 presentamos la gráfica de $\overline{v_{CM}}$ en función del radio adimensional del tubo. La gráfica muestra que para tubos esbeltos la fuerza de fricción sobre la burbuja llega a ser máxima cerca de $R/a \gg 5$ ya que ahí el movimiento ascensional de la burbuja durante su etapa de formación es muy lento. Para $R/a < 5$ la rapidez

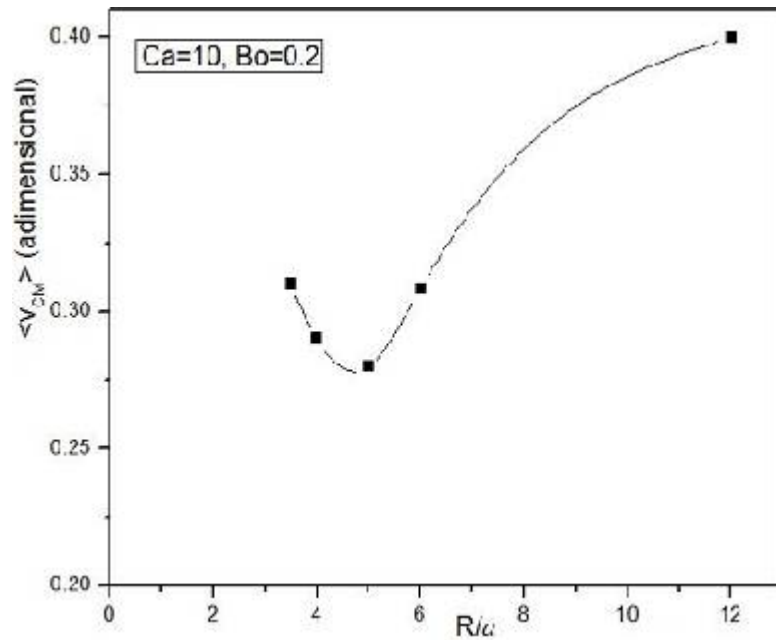


Figura 3-16: Rapidez media temporal ascenso del centro de masa como función del radio adimensional, R/a .

media de ascenso del centro de masa se acelera. Esto puede parecer extraño a primera vista, porque la fricción debida a la cercanía de las burbujas a las paredes aumenta al disminuir el radio adimensional del tubo. Sin embargo, hay que tener presente que para valores pequeños de este radio las burbujas tienen mayor volumen y, consecuentemente, mayor fuerza de flotación.

El factor de deformación η da una medida cuantitativa de la deformación de las burbujas, como ya vimos en la sección anterior para recipientes cónicos. En la Fig. 3.17 mostramos la forma en la que una burbuja se deforma cada vez más (se alarga) a medida que el radio interior del cilindro se hace cada vez más pequeño. Es claro que el alargamiento de la burbuja no es proporcional con la reducción del radio interior sino que sigue un comportamiento más complejo.

En la siguiente sección discutiremos un conjunto de experimentos los cuales validaran también algunos de los principales resultados de la formación de burbujas en tubos cilíndricos.

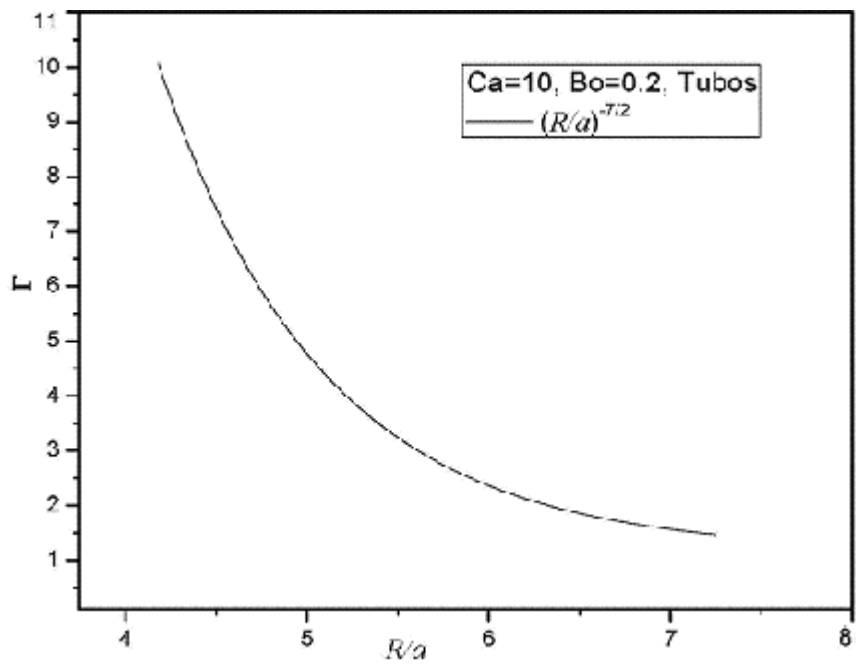


Figura 3-17: Gráfica del factor de deformación λ en función del radio adimensional del tubo dentro del cual crece la burbuja. Los cálculos fueron hechos para el caso $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$.

Capítulo 4

EXPERIMENTOS DE FORMACIÓN DE BURBUJAS EN RECIPIENTES CÓNICOS

4.1. Introducción

La generación de burbujas mediante la inyección de un gas a través de un orificio o aguja de inyección, que están sumergidos en recipientes con fondo plano, llenos de líquidos y donde las paredes están lejanas, es común en los estudios teóricos y experimentales de formación de burbujas en medios viscosos. Cuando las paredes de los recipientes son cercanas a las burbujas su forma y su tamaño pueden cambiar bastante con respecto a los casos sin paredes. En este capítulo presentamos un conjunto de experimentos que muestran, que nuestras predicciones son correctas.

El objetivo de esta investigación es observar la influencia de las paredes laterales, dentro de la vecindad de la aguja de inyección, sobre la forma, crecimiento, despegue y volumen final de la burbuja, de esta manera podremos tener una idea de como afectan las paredes la forma y el crecimiento de las burbujas bajo estas condiciones. No obstante primero discutiremos la forma de las burbujas sin paredes para usar ello como punto de comparación cuando hay paredes cercanas.

4.2. Modelo Experimental

La Fig. 4.1, es el modelo experimental dentro del cual se realizó la formación de las burbujas con distintos líquidos de diferentes densidades. El recipiente, también llamado Cámara de Burbujas, es el modelo experimental con el que se realizó el trabajo, que sirve de referencia para encontrar los resultados en la generación desarrollo y despegue de las burbujas desde una aguja de inyección, por la cual se hace pasar un flujo de gas a gasto constante.

El recipiente que contiene el líquido viscoso se construyó con acrílico de 10 mm de espesor la base del fondo es de 10 por 10 cm, justo donde se intersecan los ejes de simetría de la base se practicó una perforación de 1.1 mm, por donde se hace pasar la aguja de inyección. Las paredes tienen una altura de 30 cm y en la pared frontal tiene una escala pegada que permite cuantificar la altura de llenado, la parte superior carece de tapa, esto para garantizar que la superficie libre está en contacto directo con la presión atmosférica, P_0 , (ver Fig. 4.1). La presión de aire, P_B , es generada por una bomba de pecera (4), que funciona a través de pulsos producidos por una viela de media circunferencia y una membrana elástica, el aire es conducido por medio de una línea de latex de 6 mm de radio, sobre la línea está colocado un regulador de presión (5), que precisamente cumple con la función de regular el paso del aire y medir la columna de presión, luego está colocado una válvula tipo "T" con una salida lateral que permite el escape del exceso de presión (6). Al final de esta línea se encuentra acoplada la aguja de inyección con un radio interior $a = 0,3$ mm y una longitud característica l (7), que regula el gasto Q , debido a que la longitud, l , del capilar estabiliza la frecuencia de los pulsos logrando una presión constante justo en la salida de la aguja de inyección, la salida de la aguja sobresale por arriba de la base del recipiente dos mm, a demás de que la aguja es de pared delgada; con el objeto de garantizar que el ángulo de contacto θ sea despreciable.

La parte posterior del recipiente es iluminada con una luz artificial (8), sin embargo esta no incide de manera directa sobre la cara de la superficie, ya que este efecto provoca la difracción de la luz y a su vez se transmite en la imagen que captura la cámara digital; para lograr un perfil de crecimiento de la burbuja como función del tiempo se coloca un filtro de luz, que se construye con una hoja de papel blanco o de color amarillo opaco (9), esto permite definir el contorno de la burbuja y con la escala, que se localiza en la pared frontal es posible medir el volumen de la burbuja de manera a priori. El recipiente se llena a una altura de 10 cm con el

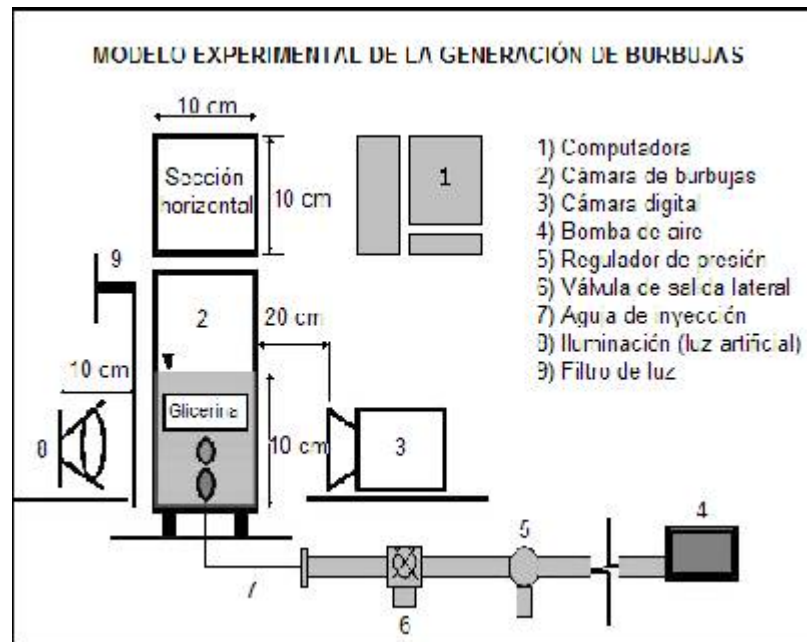


Figura 4-1: Modelo experimental utilizado para la generación de burbujas dentro de un líquido viscoso, en donde se ubican cada uno de los componentes del modelo.

luido a experimentar, la sección horizontal, los eventos son grabados con una cámara digital Sony de 30 mm, que tiene una velocidad de 30 cuadros por segundo, este dato de...ne los tiempos de crecimiento de las burbujas t_{cre} , así como el tiempo de elevación t_{ace} y el gasto de...nido como $Q = dV/dt$. Finalmente los eventos son digitalizados con el equipo de computo por medio de distintos software de análisis de imágenes y un programa de cómputo que permite la obtención de gráficas del volumen como función y de la posición del centro de masa como funciones del tiempo.

En éste trabajo queremos mostrar que las paredes cercanas a la aguja de inyección afectan el crecimiento de las burbujas en su forma y volumen ...nal, reportando también la existencia una influencia significativa de las paredes en la dinámica de coalescencia entre burbujas. En la Fig. 4.2 se presenta la manera en que es puesto el recipiente cónico, la aguja de inyección entra por el vertice del cono, la inclinación de la pared del cono con respecto de la horizontal es el ángulo α , por ambos lados de la pared se tiene líquido y la burbuja se forma dentro del cono.

Existen distintas formas en que pueden estar colocadas las paredes en un medio con...nado:

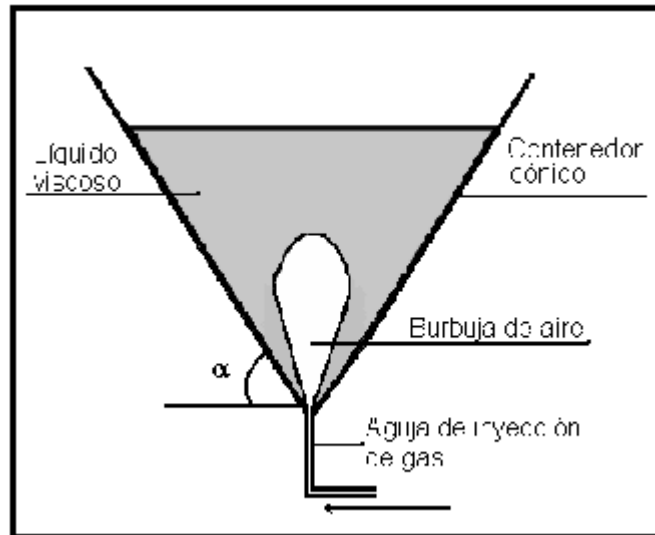


Figura 4-2: Forma del contenedor cónico, el ángulo de inclinación de la pared lateral α , la aguja de inyección del aire y la forma que adopta la burbuja por la influencia de la pared.

paralelas, perpendiculares a la base, como pueden ser cilindros, inclinadas con respecto a la base con $\alpha < 90^\circ$, como invertido, e inclinadas con respecto a la base, con $\alpha > 90^\circ$, como normal. Para nuestro interés, solo nos aproximamos con formas generales y por lo tanto sencillas; cilindros y conos invertidos.

Para el caso de conos colocados en forma normal donde la base del cono coincida con la base del fondo del contenedor, es una dinámica que falta por investigar en forma experimental y numérica.

Para este capítulo supondremos que las paredes forman conos invertidos, en donde el vértice del cono es el orificio de salida de gas, es decir, en este punto es colocada la aguja de inyección, y la base queda por encima y es parte del contenedor, que está inmerso en el recipiente principal. La idea se puede ver de manera más clara en la Fig. 4.2.

De forma general, vamos a estudiar el efecto de la boquilla durante el nacimiento, desarrollo y despegue de una burbuja en un medio viscoso.

Por otro lado, el estudio de la formación de burbujas en líquidos muy viscosos, es también muy importante por su utilidad y por que existen sistemas naturales y artificiales en donde se tiene generación de burbujas en un medio viscoso [47-80], pero nuestro mayor motivación es

su aplicación en la industria petrolera donde se utilizan burbujas para empujar columnas de aceite, dentro de una tubería, hacia la superficie, introduciendo burbujas de gas en el líquido (Gas-Lift). [92, 14, 74].

4.2.1. Burbujas en miel

El trabajo experimental se realizó con el objetivo de formar burbujas de tamaño constante en un régimen cuasiestático en líquidos viscosos como miel, glicerina y aceite mineral. Otro de los objetivos fue caracterizar una burbuja de aire generada dentro del líquido, aunque el trabajo fuerte se realizó con los dos primeros líquidos hay que mencionar que también se utilizaron los aceites minerales.

El primero de los líquidos con el cual experimentamos fue la miel cuyas características físicas se pueden ver en la Tabla 4.1, la altura de llenado de la cámara de burbujas, mencionada en el modelo experimental, es de 10 *cm* lo que equivale a un volumen de llenado $V_{Li} \approx 1000 \text{ cm}^3$. Las burbujas que se forman tienen una característica básica durante su formación; una burbuja principal crece pegada a la aguja de inyección, su volumen es $V = 6370 \text{ mm}^3$ y el tiempo de crecimiento es $t_{cre} = 3,42 \text{ s}$, cuando esta burbuja termina su crecimiento e inicia su ascenso hacia la superficie libre, forma una cola que los expertos llaman ...lo de navaja, se trata de un capilar que se larga por encima de la aguja de inyección sin despegarse de la misma lo que le permite adquirir un volumen mayor al de la burbuja siguiente, la longitud del capilar varía entre 0,75 y 1,0 *cm* medida desde el borde de la aguja a la parte baja de la burbuja primaria, la burbuja primaria sube y coalesce con la burbuja secundaria del ciclo anterior justo antes de llegar a la superficie libre del líquido; estos parámetros se pueden medir debido al análisis de imágenes, estableciendo una escala al momento de montar el experimento. Una segunda burbuja se empieza a formar por encima de la aguja de inyección en el capilar y su crecimiento es en forma radial; es decir en una primera instancia no crece longitudinalmente sino que el capilar se ensancha para dar crecimiento a la burbuja, luego de que alcanza su volumen máximo se forma el cuello y se despega de la aguja de inyección y al mismo tiempo se despega de la burbuja primaria quedando un segmento más pequeño del capilar pegado a la aguja de inyección, repitiendo el ciclo otra vez, Es posible observar que el volumen de la burbuja secundaria es $0,85V$, donde V es el volumen de la burbuja primaria; la razón de que la burbuja secundaria sea menor es debido

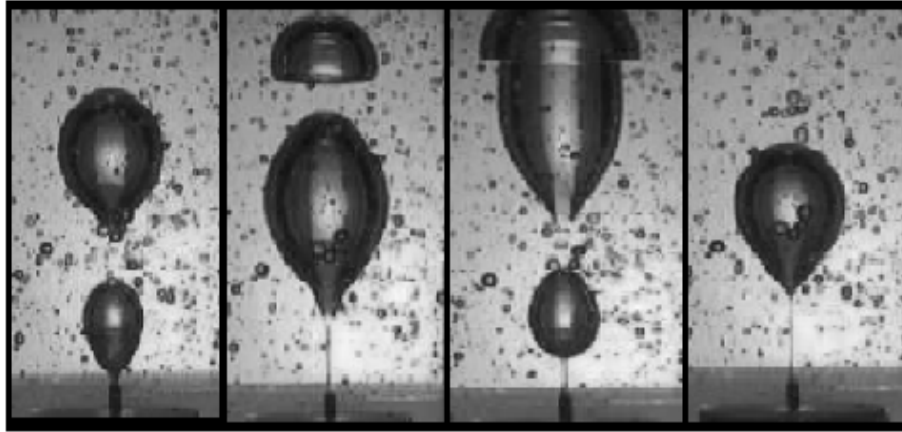


Figura 4-3: Crecimiento y coalescencia y el ciclo de burbujas formadas en miel, con un gasto $Q = 2350 \text{ mm}^3/\text{s}$

a que la burbuja primaria no se desprende inmediatamente de que se empieza a formar la segunda burbuja sino que continua unida a la burbuja y la jala hacia arriba obligandola a formar el cuello entre la burbuja secundaria y la aguja de inyección, así que el tiempo de formación es menor y consecutemente absorbe menos gas y su volumen es menor. Desde el capilar que quedo de la burbuja secundaria la siguiente burbuja inicia su crecimiento, que viene a ser la burbuja primaria del siguiente ciclo, el volumen de esta burbuja tiene las mismas características de la burbuja primaria del ciclo anterior por lo que se puede ver que la generación de burbujas es periodica. En la Figura 4.3 se muestra el ciclo antes expuesto, de esta manera se comprueba que el gasto con el que se están generando las burbujas es constante y es corroborado construyendo una gráfica de V vs t , donde la $Q = dV/dt$. Debido a la presencia de la burbuja primaria la burbuja secundaria tiene una velocidad terminal, U menor que el de la burbuja primaria, por lo que la burbuja primaria alcanza a la segunda y coalescen por encima de la aguja de inyección formandose el ciclo formación-coalescencia-formación, la burbuja compuesta sube hasta la superficie libre e inicia un nuevo ciclo. Lo interesante de este ciclo es que el gasto es constante, así lo muestra la gráfica de la Figura 4.4, en donde se aprecia una sola pendiente, sin embargo se forman dos burbujas con distintos tamaños para finalmente formar una burbuja compuesta con un tamaño y volumen característico y que sube hacia la superficie libre del líquido sin coalescer.

La coalescencia que se presenta aqui no es como la reportada por Higuera, donde al despe-

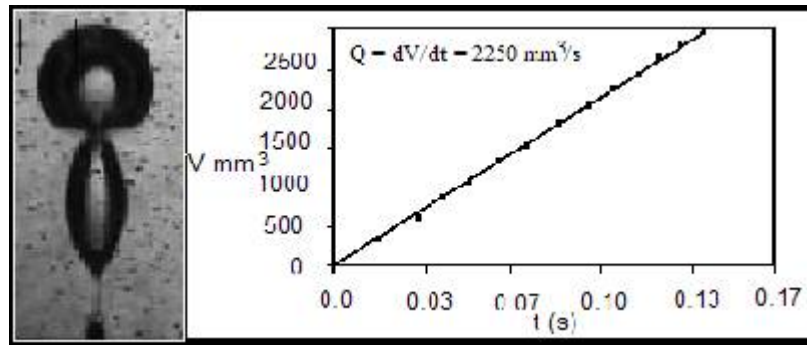


Figura 4-4: a) Es la coalescencia de un burbuja en miel con un $Ca = 35$. La gráfica de la figura b) muestra el crecimiento de un aburbuja en miel con respecto al tiempo.

garse la segunda burbuja de del ori...cio se mete en la burbuja primaria con bastante energía de tal manera que se puede observar que la burbuja compuesta casi se divide en dos cardioides; como cuando se dibuja un punto del perímetro de una elipse al hacerla rodar sobre su super...cie. La coalescencia que se presenta al usar la miel como líquido con un gasto de aire $Q = 1863 \text{ mm}^3/\text{s}$, se presenta de manera suave donde la burbuja secundaria envuelve a la burbuja primaria hasta cubrirla en su totalidad, terminando la coalecncia con un cono muy pequeño en la parte baja de la burbuja compuesta. El proceso es el siguiente cuando la burbuja primaria jala a la burbuja secundaria se forma el cuello entre las dos burbujas y cuando se rompe la contracción produce una un jalón hacia abajo de la burbuja secundaria y un jalón hacia arriba a la burbuja primaria, por lo que la burbuja secundaria tiene una velocidad terminal menor que la burbuja primaria, como la burbuja primaria se mueve mas rapido que la burbuja secundaria se hace presente la inñuecia sobre la segunada burbuja provocando que se deforme de tal manera que parece una semicircunferncia, así que la burbuja primaria se mete en la burbuja secundaria para dar paso a la burbuja compuesta.

4.2.2. Burbujas en glicerina

De acuerdo con la teoría de Higuera, los resultados que encontramos en esta fase experi- mental son bastante parecidos, debido a que el aceite mineral que utilizó tiene características físicas similares con con la glicerina, de acuerdo a Tabla 4.1 donde estan caracterizados los líquidos que utilizamos en los experimentos. El volumen ...nal de la burbuja es función del gasto

de inyección y de acuerdo con Davidson y Schuler $V = 0,75Q_i$, y la coalescencia se presenta a partir de $Ca > 60$ y mayores. De acuerdo con el número Ca y de Bo el régimen bajo el cual se trabaja es el de transición, así lo demuestra la relación del tiempo de crecimiento al tiempo de elevación ($t_{cre}/t_{ace} \approx 1$).

Tabla 4.1 Principales características físicas de los fluidos que se usaron en los experimentos.

	T (C \pm)	ρ (kg/m 3)	μ (Pa \cdot s)* (10 4)	σ (N/m)
Aceite mineral	20	855.6	1071.8	0.03
Alcohol	20	788.6	12	0.022
Miel	20	1 680.3	22 350.9	0.068
Glicerina	20	1257.6	14 939	0.063
Agua	20	998.2	10.1	0.073

En la Tabla 4.2 se presentan los resultados de una serie de experimentos en los cuales se varió el gasto de inyección y determinamos el volumen, los tiempos de crecimiento y de elevación, junto con la razón de estos para encontrar el régimen de trabajo (gasto alto o bajo), de acuerdo con Higuera.

Tabla 4.2 Resultados experimentales.

No	Q [mm 3 /s]	V [mm 3]	U [m/s]	Bo	Ca	t_{cre} [s]	t_{asc} [s]	t_{cre}/t_{asc}
1	283	200	0.0145	0.0176	40	0.280	0.350	0.81
2	350	205	0.0150	0.0176	60	0.330	0.385	0.86
3	642	210	0.0153	0.0176	91	0.336	0.392	0.87
4	710	216	0.0174	0.0176	100	0.289	0.339	0.85
5	731	170	0.0229	0.0176	103	0.233	0.242	0.96
6	791	168	0.0258	0.0176	112	0.214	0.215	0.99
7	949	178	0.0290	0.0176	134	0.187	0.185	1.01
8	1158	191	0.0330	0.0176	163	0.165	0.154	1.07
9	1526	288	0.0340	0.0176	215	0.188	0.197	0.96
10	2373	430	0.0400	0.0176	335	0.186	0.191	0.97
11	2476	440	0.0420	0.0176	350	0.170	0.198	0.85

La formación de burbujas cuando el $Ca < 60$ es periódico sin que se altere el ciclo de formación; la burbuja crece pegada a la aguja de inyección. Cuando la burbuja empieza a crecer

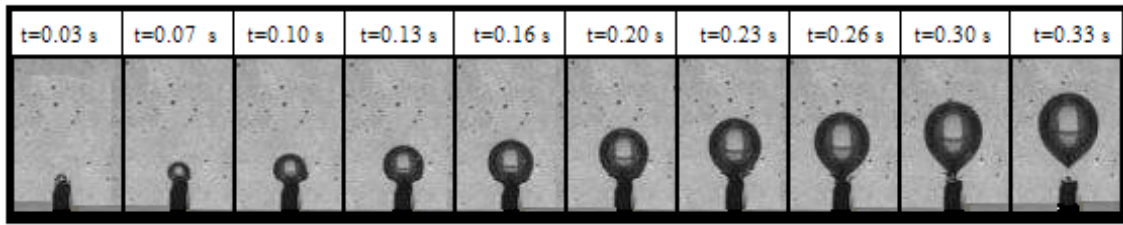


Figura 4-5: Serie de imágenes experimentales que muestra la formación de una burbuja en glicerina, con un $Ca = 45$. en la primera y última fotografías se aprecia el capilar a partir del cual crece la burbuja.

forma un tubo capilar de radio menor que el de la aguja y una longitud entre $1,0 < l < 2,0$ mm, donde l es la longitud del capilar, el tiempo de crecimiento $t_{cre} \approx 0,35$ s, en la Fig. 4.5 se presentan las imágenes experimentales que permiten ver el crecimiento de una burbuja en glicerina, generada con un $Ca = 45$ y $Bo = 0,2$. Cuando la burbuja inicia su crecimiento a partir del capilar el ángulo de contacto se desprecia debido a que $\theta \approx 90^\circ$, el crecimiento es de manera suave por lo que la burbuja rápidamente tiende a una forma esférica, esto permite aplicar una serie de programas de cómputo ad hoc que facilitan el cálculo del volumen de la burbuja como función del tiempo.

De acuerdo con la teoría, las burbujas que se forman en tiempos iguales y se elevan en tiempos iguales, no presentan coalescencia en el borde de la aguja de inyección y esto se comprobó de acuerdo con la secuencia de fotografías que se presentan en la Fig. 4.5, en donde es posible observar el movimiento del centro de masa como función del tiempo, ubicando el centro de masa en las imágenes de la Fig. 4.5, también en la curva de la gráfica de la Fig. 4.6, y es tal que la separación entre las burbujas no permite la coalescencia entre ellas, aun el trayecto ascendente.

Cuando el $Ca > 60$ y $Bo \approx 0,2$ los tiempos de crecimiento se incrementan $0,25 < t_{cre} < 0,20$ s, a pesar de que $t_{cre}/t_{asc} \approx 1$ (régimen de transición) las burbujas presentan coalescencia entre pares de burbujas arriba de la aguja de inyección, la altura a la cual se presenta la coalescencia se ve reducida cuando el Ca aumenta, de tal manera que para $Ca \approx 400$ este fenómeno se presenta junto a la aguja de inyección y es posible observar coalescencia entre pares de burbujas y en series de tres burbujas. Como se puede ver en la Tabla 4.2 el volumen de las burbujas se ve fuertemente influenciado por el gasto Q , esto presenta una dificultad muy grande a la hora de

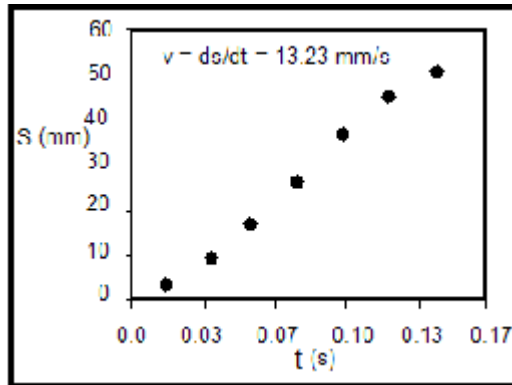


Figura 4-6: Gráfica del movimiento del movimiento del centro de masa de una burbuja generada con un $Ca = 45$ y $Bo = 0,2$.

identificar una sola burbuja, debido a que la coalescencia se presenta en el borde de la aguja de inyección y las burbujas no están separadas una de la otra.

De acuerdo con la gráfica de la Figura 4.5, que se construyó con los datos de la tabla 4.2, se puede ver que para Ca bajos el volumen de las burbujas es prácticamente constante y conforme se va incrementando el número capilar el volumen nominal de la burbuja crece exponencialmente $V/a^3 = Ca^{6/5}$, esto permite demostrar que nuestros resultados experimentales son similares a los resultados que Higuera encuentra teóricamente.

4.2.3. Burbujas en aceite de silicón

Otro de los fluidos que se utilizaron para el trabajo experimental es el aceite mineral, denominado también aceite de silicón, una de las ventajas que ofrece este líquido es la variedad en las características físicas de estos líquidos y la forma en que permite observar el crecimiento de la burbuja por la transparencia del mismo, sin embargo este tipo de material es difícil de conseguir por su alto costo, en la Figura 4.8 mostramos la formación de una burbuja en aceite de silicón con $\rho = 855,6 \text{ kg/m}^3$ y con $Ca = 30$, el tiempo de es de $t_{cre} = 0,1 \text{ s}$; bastan tres imágenes para alcanzar el volumen crítico.

Las burbujas generadas dentro del fluido por la inyección de gas, en su dinámica de crecimiento tienen un comportamiento similar con los resultados reportados por Higuera anteriormente con líquidos con viscosidad al límite, en la parte experimental se observa que las burbujas

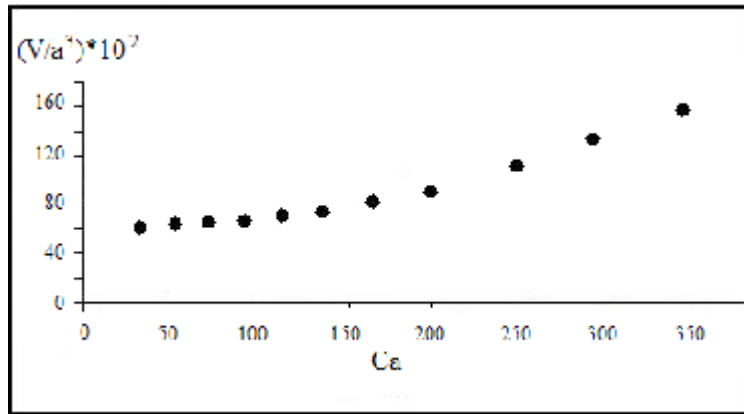


Figura 4-7: Gráfica de los resultados experimentales del volumen de la burbuja como función del número Capilar. Para números capilares pequeños el volumen de la burbuja es constante y conforme aumenta, el volumen aumenta con la ley exponencial de 2.75

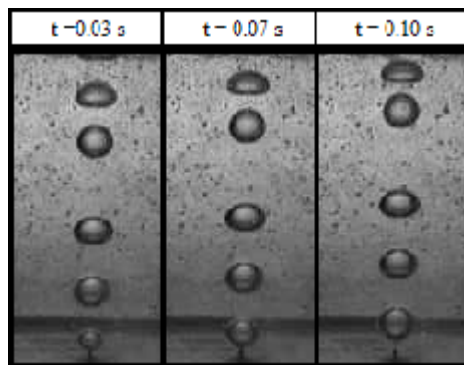


Figura 4-8: Imágenes experimentales de la formación de una burbuja en aceite de silicón, con $\rho = 855,6 \text{ kg/m}^3$, $t_{cre} = 0,1 \text{ s}$ y $Ca = 30$.

crecen rápidamente, alcanzando su volumen ...nal en poco tiempo debido a la densidad del líquido, por lo que, dadas las condiciones de grabación de la cámara digital este líquido se utilizó pocas veces, sólo en casos que era necesario comparar la dinámica de burbujas entre los distintos líquidos.

Debido a la baja densidad del aceite de silicón las burbujas generadas tienen un volumen pequeño comparadas con las burbujas generadas con miel, por ejemplo, los capilares utilizados son $Ca \approx 20$ y en más grandes por lo contrario se presentaban algunos problemas con la presión hidrostática en ...lo de la aguja de inyección.

4.3. Preparación del experimento

Los experimentos consisten en la generación de burbujas bajo régimen de gasto intermedio ($Ca \gg 40$) las cuales están emergiendo de boquillas cónicas, donde probamos algunos resultados con la teoría de Higuera, utilizando fluidos con distintas viscosidades que van desde 5,0 a 20,000 veces la viscosidad del agua. Los resultados experimentales aquí encontrados son comparados con los resultados que se encuentran en la solución numérica de las ecuaciones de Stokes. La comparación aquí presentada es excelente.

El trabajo experimental estuvo dividido en tres partes, durante desarrollo de cada una se enlistan los objetivos por cubrir para satisfacer las necesidades de la actividad experimental; la primera de ellas es la determinación de los parámetros experimentales de acuerdo con las características del fluido, para el caso de la glicerina $\rho = 1259,9 \text{ kg/m}^3$, $\sigma = 0,063 \text{ N/m}$, $\mu = 0,8 \text{ Kg/s}^2$ y g como la componente de la gravedad. La segunda parte estuvo enfocada en estimar el gasto del aire suministrado, Q , el volumen máximo de la burbuja, V , los números de Reynolds, $Re = (\rho Q / \mu a)(Bo/Ca)^{1/4}$, Bond y Capilar; este último permite definir el régimen en el cual se desarrollaron los experimentos. En el análisis de resultados se muestra que es un régimen cuasiestático, la transición entre el gasto alto y el gasto bajo ($t_{asc}/t_{cre} \sim 1$). Y la tercera parte consistió en la observación y medición de las propiedades físicas de la burbuja, utilizando técnicas de análisis de imágenes.

Durante la segunda fase se trabajó bajo el régimen de la teoría de Higuera, encontrando que en efecto los tiempos de crecimiento, los tiempos de ascenso y el volumen máximo de la

burbuja son del orden de los ya reportados.

Las burbujas fueron filmadas con una cámara digital de 8,0 mm que tiene una velocidad de 30 cuadros por segundo, con lo que se puede medir el tiempo de crecimiento de una burbuja, $t_{cre,i}$, se coloca al frente de la cámara de burbujas en posición horizontal de tal manera que cada uno de los cuadros que componen a un video sigan el crecimiento de las burbujas en el plano, donde el centro de masa de la partícula se desplaza sobre el eje X. Esto permite la aplicación de un programa de análisis de imágenes que determina el volumen de la burbuja con respecto del tiempo y el seguimiento del centro de masa con respecto del tiempo.

4.4. Burbujas a distintos ángulos de pared

Cuando las burbujas emergen de orificios sumergidos en líquidos viscosos, durante su desarrollo las paredes tienen fuerte influencia en la forma final que adoptan las mismas. De aquí surge el interés de investigar qué sucede cuando se tienen recipientes cónicos. Los conos son caracterizados por el ángulo de cono α . En los experimentos la variación de α se fue realizando de manera paulatina encontrando que para $0^\circ < \alpha < 50^\circ$, la influencia no se manifiesta en la forma de la burbuja, en cambio para conos cuyas geometrías son las que se muestran en la Fig. 4.2, con ángulos que van de $60^\circ < \alpha < 80^\circ$, y variaciones de 5^\pm . La influencia de las paredes en la forma de la burbuja durante su crecimiento, despegue de la aguja de inyección y tamaño final es determinante, pues el volumen final de la burbuja es mayor que el que se calculó sin la presencia del cono (cuando la burbuja crece en forma libre), el tiempo de crecimiento para las burbujas en conos también es mayor. Así las cosas, el tiempo de crecimiento de una burbuja sin obstáculos es del orden de 0.4 s mientras que para una burbuja con presencia de cono es del orden de ≈ 0.73 s. Como el gasto del aire suministrado no se modifica, es decir se mantiene constante, la burbuja alcanza un volumen mayor que en la condición sin cono.

Una de las dificultades que se presenta en esta parte experimental es la construcción del cono con las características geométricas requeridas, pues se busca que el material para su construcción sea totalmente transparente. Luego de probar con distintos materiales como cuellos de botella de plástico, con diferentes geometrías, decidimos elaborar los conos con hoja de acetato y la siguiente dificultad que se presentó es la manera de pegarlo dado que el líquido inyectado en la

junta provocando que se despegue durante el experimento; así que se fabricó un molde de material rígido y luego de envolverlo con el acetato se procedió a calentarlo para darle la forma adecuada, posteriormente se cosió con una aguja e hilo delgado y al final se cubre la costura con cinta adhesiva transparente para evitar lo más posible que la costura tuviera influencia en la formación, desarrollo y volumen final de la burbuja.

Una vez que se tiene el cono listo se suspende justo en la salida de la aguja de inyección, hay que tener el cuidado de que el cono no este inclinado a un costado u a otro sino que debe de estar perfectamente centrado, de tal manera que al verlo en el plano, a través de la cámara de video, se pueda apreciar la simetría de la burbuja en su proceso de desarrollo. Como se mencionó arriba, la cámara de video se coloca en posición horizontal lo que permite el seguimiento de la burbuja. Para conservar las condiciones cuasiestáticas del experimento la altura de llenado de la cámara de burbujas se conserva ($h = 100$ mm), así como las características del fluido y para lograrlo se debe de mantener la temperatura constante, hay que cuidar la iluminación para evitar que el líquido cambie su densidad por el incremento en la temperatura, por esta acción, para evitarlo hay que encender la luz solo en los periodos de captura de video los cuales son relativamente cortos; entre dos y tres segundos.

En el estudio de la formación de burbujas en medios semi-infinitos encontramos que estas se pueden formar en medios confinados con distintas geometrías, y una de ellas es la geometría cónica, es decir la burbuja se forma dentro de un cono invertido lleno de un líquido viscoso, para que la burbuja se forme hay que inyectar el gas por medio de una aguja de inyección, esta se coloca justo en el vertice y la burbuja crece hacia arriba adoptando la forma del cono.

Debido a que la fuerza de fricción entre la superficie de la burbuja y la pared del cono se incrementa fuertemente, la burbuja se mantiene pegada a la aguja de inyección por un periodo de tiempo mas grande, comparado con el tiempo que le toma a una burbuja crecer hasta alcanzar su volumen final en la condición de crecimiento en un medio semi-infinito, lo que le permite alcanzar un volumen final, también mayor, a la condición antes mencionada.

La solución numérica se realizó considerando el caso en que la inyección de gas es constante a través de un orificio circular o de una aguja con paredes relativamente gruesas que son perpendiculares al fondo de la cámara de burbujas, con esto es posible prescindir del tercer parámetro,

el ángulo de contacto θ debido a la condición de mojabilidad del material. El gas suministrado es tratado como incompresible $\Phi\rho = 0$, con una densidad despreciable comparada con la densidad del líquido. Si tenemos una función $f(x, t) = 0$ que define la superficie de una burbuja, con una $f(x) > 0$, condición que se satisface considerando el diámetro de la aguja de inyección y un balance de presiones. En ausencia de inercia ($\rho Q/\mu a^{-1}$), el flujo inducido en el líquido por el crecimiento de la burbuja pegada a la aguja con las burbujas precedentes satisfacen la ecuaciones de Navier-Stokes [35-45].

Es de suyo destacar que el ángulo del cono influye sobre la forma de las burbujas pero la viscosidad del líquido también juega un papel importante; para viscosidades del orden de 10 veces la del agua, la influencia de las paredes laterales del cono, se observa para inclinaciones de 80^\pm y mayores, para viscosidades de 100 veces la del agua la influencia se manifiesta en paredes laterales de 75° y 80° . Para glicerina y viscosidades mayores la influencia de la pared se puede observar desde 60° en adelante.

El caso de líquidos viscosos la orientación del fondo es muy importante en el desarrollo de la burbuja, y el efecto del piso inclinado se ve reflejado en los números importantes que describen a una burbuja, es decir, el volumen máximo, el radio máximo y la coalescencia entre burbujas.

Los esfuerzos viscosos afectan de manera importante la forma, despegue y coalescencia de las burbujas. Cabe mencionar que la presión sigue funcionando como en el caso de burbujas que crecen con paredes al infinito, es decir sin paredes próximas, como se puede apreciar en la gráfica adimensional de la Figura 4.9, que muestra la presión en la burbuja como función del volumen adimensional, para $Ca = 50$ y $Bo = 0,2$.

Cuando las burbujas emergen de orificios sumergidos en líquidos viscosos, durante su desarrollo tiene fuerte influencia las paredes. De aquí surge el interés de investigar qué sucede cuando se tienen recipientes cónicos. Los conos son caracterizados por el ángulo de cono α . En los experimentos la variación de α se fue realizando de manera paulatina encontrando que para $0^\pm \cdot \alpha \cdot 50^\pm$ la influencia no se manifiesta en la forma de la burbuja, en cambio para conos cuyas geometrías con ángulos que van de $60^\pm \cdot \alpha \cdot 80^\pm$ grados y variaciones de 5^\pm . La influencia de las paredes en la forma de la burbuja durante su crecimiento, despegue de la aguja de inyección y tamaño adimensional es determinante, pues el volumen adimensional de la burbuja es mayor que el que se calculó sin la presencia del cono, el tiempo de crecimiento para las burbujas en

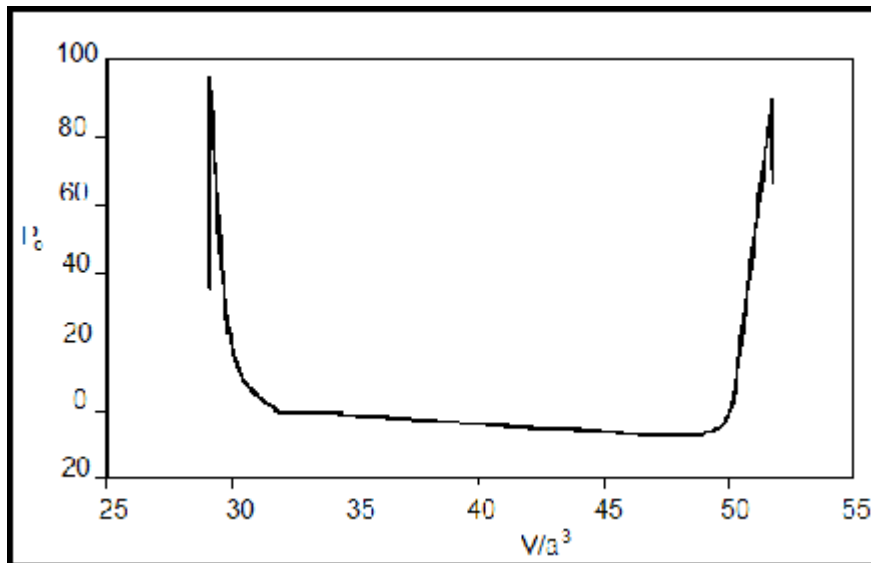


Figura 4-9: Gráfica de la presión en el interior de la burbuja como una función del volumen adimensional, que se consigue al dividir el volumen entre el radio de la aguja de inyección elevado a la tercera potencia.

conos también es mayor. Así las cosas, el tiempo de crecimiento de una burbuja sin obstáculos es de $t_{cre} = 0,4$ s, para un $Ca = 30$, mientras que para una burbuja con presencia de cono es de $t_{cre} = 0,73$ s. Como el gasto del aire suministrado no se modifica, es decir se mantiene constante, la burbuja alcanza un volumen mayor que en la condición sin cono.

En la Fig. 4.10 se muestra la generación de burbujas en ausencia de paredes laterales, el volumen ...nal que toma la burbuja es menor con respecto de las otras, el ángulo de la pared es de 60^\pm , con respecto de la horizontal, el volumen ...nal de la burbuja es mayor que sin cono, se observa la distancia entre una burbuja A y otra burbuja B que esta por despegar de la aguja de inyección y como la burbuja B adopta la forma de las paredes. En 4), se presenta la coalescencia entre dos burbujas. 3, 4, 5 y 6) muestran los ángulos de 65^\pm , 70^\pm , 75^\pm y 80^\pm respectivamente, para cada uno de estos ángulos el volumen ...nal de la burbuja se incrementa conforme al ángulo.

En la Fig. 4.11 muestra los resultados experimentales del gasto $Q = dV/dt$ para cada uno de los conos, como se menciono arriba el volumen ...nal de una burbuja aumenta conforme disminuye el radio del cono. Así, en ausencia de cono ($\alpha = 0^\pm$) el volumen ...nal que alcanza la burbuja es de 85 mm^3 , mientras que para $\alpha = 80^\pm$ el volumen máximo es de $167,1 \text{ mm}^3$, como

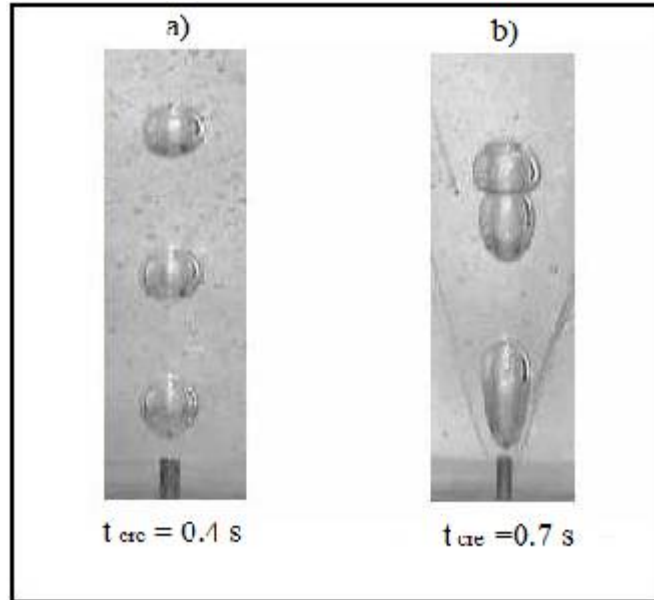


Figura 4-10: Diferencia en los volúmenes ...nales de las burbujas. a) Es una burbuja que crece en forma libre, $t_{cre} = 0,4$ s, b) es una burbuja que crece en un cono, $\alpha = 70^\pm$ y $t_{cre} = 0,7$ s.

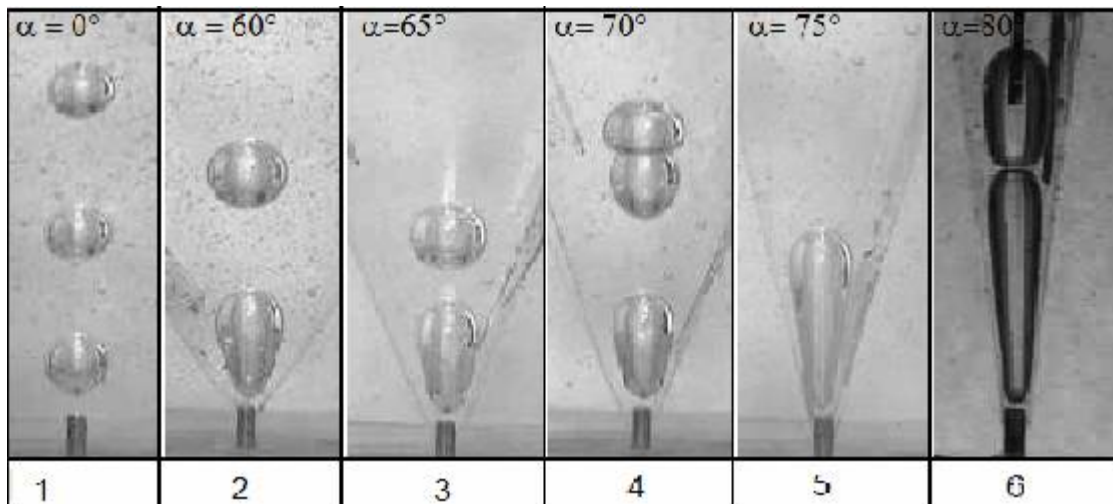


Figura 4-11: Burbujas creciendo en conos con diferentes ángulos de pared. Están los volúmenes ...nales de las burbujas para las distintas inclinaciones que se trabajaron experimentalmente.

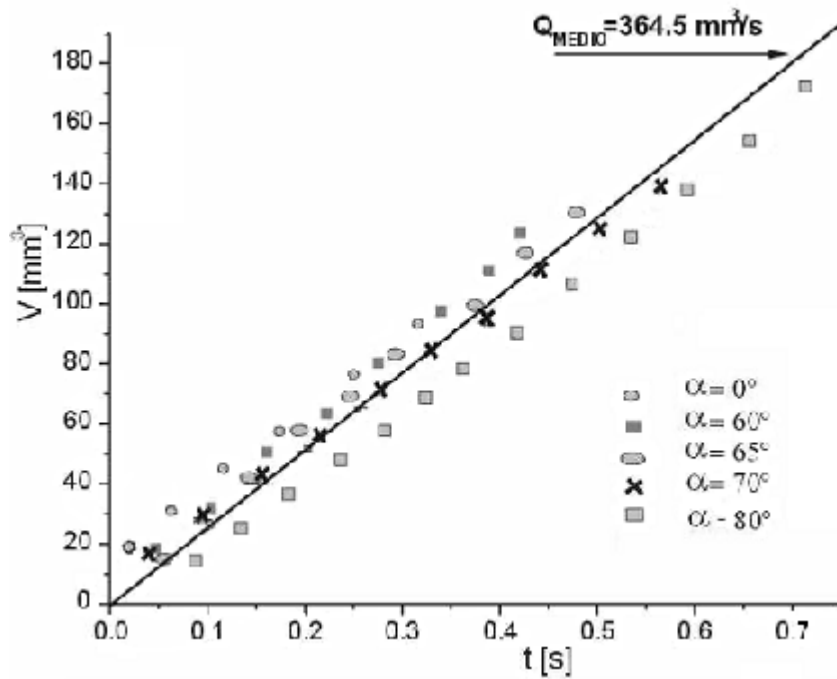


Figura 4-12: Gráfica de los volúmenes máximos de las burbujas para los conos que se trabajaron experimentalmente.

se puede ver el volumen se incrementa en dos veces sin necesidad de incrementar el gasto o el radio de la aguja inyección.

Tabla 4.3 Análisis de resultados

		Resultados Experimentales			Resultados de la simulación			
θ^\pm	a [mm]	(1) Ca	(2) Bo	(3) V mm^3	(4) a [mm]	(5) Ca	(6) Bo	(6) V mm^3
60	0.3	42.50	0.020	102.5	0.4	10.0	0.020	103.0
65	0.3	42.50	0.020	114.9	0.4	10.0	0.020	113.1
70	0.3	42.50	0.020	133.5	0.4	10.0	0.020	125.9
75	0.3	42.50	0.020	146.9	0.4	10.0	0.020	146.9
80	0.3	42.50	0.020	167.1	0.4	10.0	0.020	175.5

Los resultados experimentales se listan en las columnas 1 a 3, y los resultados de la simulación en las columnas 4 a 6. Como se puede observar los resultados de los experimentos, ajustan muy bien para cada uno de los parámetros estimados. Las diferencias en los números adimensionales

como el Bond y el Capilar de los resultados experimentales difieren de los calculados debido a la construcción del modelo teórico; el radio a de la aguja de inyección, utilizado en el cálculo numérico es mayor que el utilizado en la fase experimental. Sin embargo al comparar los cálculos del volumen nominal para una burbuja de las columnas 3 y 6 se observa que son del mismo orden.

4.4.1. Medición de la forma de la burbuja

Para corroborar lo que se dijo antes podemos mostrar la figura 4.13 que nos dice que tanto se deforman las burbujas conforme crece el ángulo del cono, a este parametro de deformación se le llama Gamma γ , y nos dice como se comportan las formas de las burbujas creciendo desde el orificio de salida. La deformación se mide como la razón entre la altura maxima de la burbuja y el radio máximo que puede tener la burbuja, en este caso antes de depegar de la aguja de inyección, esta forma de medir γ , es la misma que podemos encontrar en [29], lo que nos dice como afectan las paredes la forma nominal de la burbuja justo antes del despegue de la guja de inyección, alargando a la burbuja que se forma en el medio viscoso. La gráfica se hizo para tres valores, dos de Ca y dos de Bo . Con estos datos tenemos suficiente para saber como se comportan las burbujas cerca de las paredes del cono [28-34].

Como se puede ver en la Fig. 4.11, para los valores pequeños de α , parece como si la deformación fuera decreciendo, pero para $\alpha > \pi/4$ la gráfica muestra un claro crecimiento de γ , es decir, conforme la inclinación de los conos aumenta la deformación de las burbujas se hace más evidente. Las gráficas de la Fig. 4.12 muestran cambios muy pequeños para los diferentes valores de Ca y Bo , podemos decir que es el comportamiento para otros valores de estos números adimensionales.

La figura 4.13 nos muestra como varía la γ con respecto al crecimiento de la burbuja y como medida de crecimiento mostramos el centro de masa, los valores que se utilizaron son $Ca = 10$, $Bo = 0,2$ y $\alpha = 80^\circ$. Con esto queda definida la dinámica que sigue una burbuja antes del despegue.

Las gráficas que se presentan en la Figura 4.14 muestran como es la deformación de la burbuja en función del contenedor cónico, H se define como la longitud medida desde el centro de la circunferencia, en la superficie superior de la burbuja, al punto donde se separa la burbuja de la aguja de inyección, el radio, R , es el de la circunferencia mencionada antes. La relacion que

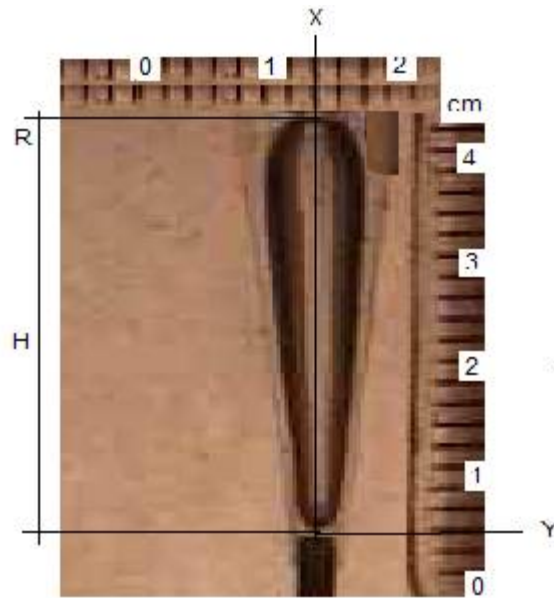


Figura 4-13: Definición la longitud H , así como el radio de la burbuja, R . El cociente de el radio y la longitud se conoce como la relación de forma, la cual permite identificar el crecimiento de la burbuja conforme el radio del cóno cambia mientras el gasto se mantiene constante.

existe entre el radio, R y la longitud H se conoce como la relación de forma y se define como $j = R/H$, que es como crece la burbuja sobre el eje x .

4.4.2. Medición del centro de masa

El centro de masa es es otra característica que se tiene que determinar en el estudio dinámico del crecimiento de una burbuja, pues de ello depende el tiempo de crecimiento, t_{cre} , y el tiempo de ascenso, t_{asc} , que se definieron antes. Para determinar la posición del centro de masa de la burbuja se hace un seguimiento del crecimiento de la burbuja con una serie de fotografías, que en número dependen el crecimiento total de la misma, para posteriormente aplicar la técnica de análisis de imágenes y determinar el volumen de la burbuja; el mismo programa que calcula el volumen de la burbuja también lo hace para la posición del centro de masa en píxeles y se tienen que multiplicar los valores obtenidos por un factor de escala lineal, para luego llevar los datos de posición y tiempo a una gráfica; con la cual se determina la velocidad de ascenso de la burbuja, U .

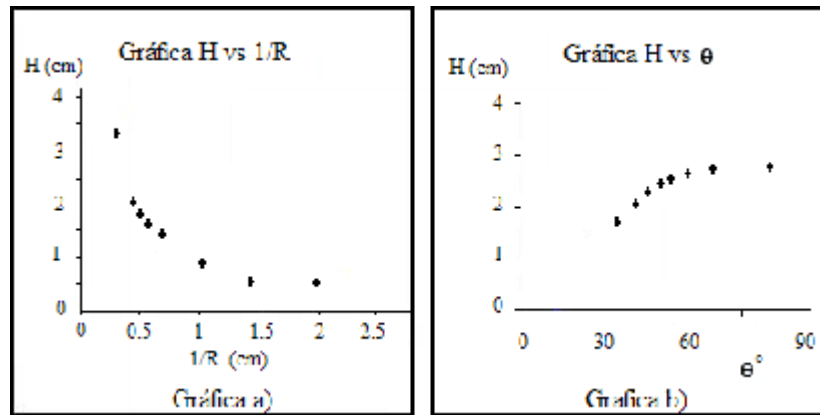


Figura 4-14: En la gráfica a), se ve el crecimiento del volumen de la burbuja de acuerdo a la relación de forma, β . H crece de manera asintótica mientras el radio R , de la burbuja se mantiene cuando el ángulo del cono es grande. La gráfica b) muestra el comportamiento de H como función del ángulo del cono en radianes y se puede observar que la burbuja crece de acuerdo a una ley exponencial, como lo demuestra Higuera [7].

Otro aspecto importante de destacar durante este proceso es el correspondiente a los tiempos de formación o crecimiento t_{cre} , que como se definió en los primeros temas, es el tiempo que le toma a una burbuja alcanzar su volumen máximo, $t_{cre} \gg V/Q$. Es la razón fundamental del por que la coalescencia se puede evitar en la zona justo sobre la aguja de inyección.

4.4.3. Resultados para una burbuja

Para validar los resultados numéricos, hemos llevado a cabo experimentos de generación de burbujas de aire en glicerina y en aceite de silicón. En primera instancia utilizamos glicerina como líquido de trabajo a aproximadamente $25 \pm C$. Las propiedades de la glicerina a esta temperatura son: densidad $\rho = 1260 \text{ Kg/m}^3$, viscosidad $\mu = 79 \text{ E } 10^i \text{ }^2\text{N s/m}^2$ y tensión superficial $\sigma = 63 \text{ E } 10^i \text{ }^3\text{N/m}$. El nivel de llenado de los recipientes fue siempre de $h = 100 \text{ mm}$. Para formar las burbujas se inyectó aire desde el fondo por medio de un tubo capilar de 40 cm de longitud, diámetro exterior 1.6 mm y radio interior $a = 0,3 \text{ mm}$. En un trabajo previo, mostramos que esta configuración permite generar burbujas a caudal de aire constante [?], que es una de las premisas del trabajo numérico. Las configuraciones experimentales de inyección y de disposición de las boquillas son las que se muestran en las Figuras 4.1 y 5.1, para conos y

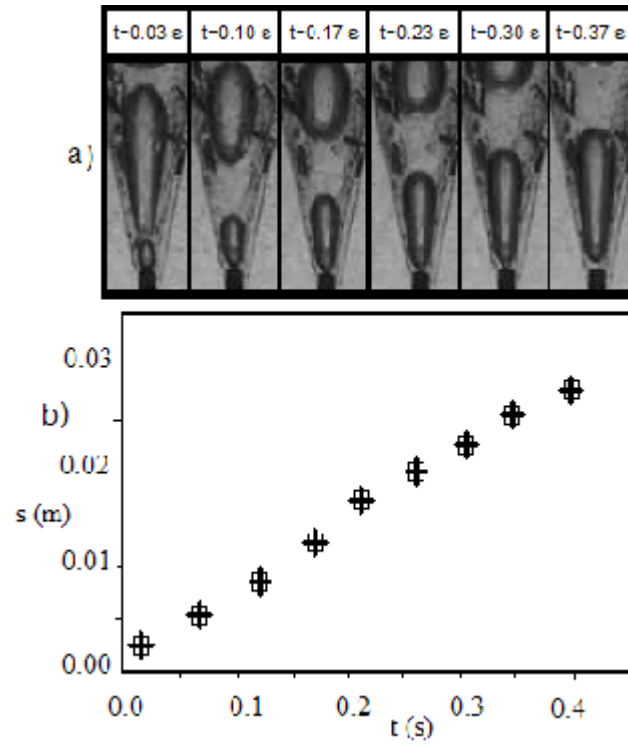


Figura 4-15: a) Sucesión de fotografías del crecimiento de una burbuja desde una aguja de inyección, donde se puede apreciar la posición del centro de masa para cada instante. b), es la gráfica de la posición con respecto al tiempo y cuya pendiente es la velocidad de ascenso de la burbuja, $t_{asc} = ds/dt$. Para un $Ca = 35$ y $Bo = 0,2$.

cilindros, respectivamente.

El flujo de aire fue generado por una bomba de pecera, que proporciona un caudal de aire ...jo. Al inyectar el aire al seno del líquido se generan burbujas muy controladas que video...Imamos durante su proceso de formación y despegue. Posteriormente digitalizamos cada video para tener fotos de eventos cada 1/30 de segundo. En los experimentos con conos la variación de α se realizó usando conos con diferentes ángulos contruidos con acetato, que se dobló hasta lograr la altura y ángulo deseados. Estos conos fueron luego insertados alrededor de la aguja de inyección, ...jandolos a la salida del tubo capilar con cuidado de mantenerlos verticales y perfectamente centrados.

Cuando las burbujas se forman, su evolución (su crecimiento a distintos tiempos) puede ser cuanti...cada, es decir, el volumen $V_0(t)$ puede ser calculado a distintos instantes de tiempo. Esto se hizo por medio de códigos numéricos que desarrollamos en lenguaje C++ (Ver Anexo) los cuales analizan cada archivo de imagen en formato TIFF (tagged image ...le format, formato de archivo de imagen etiquetada [17]) y localizan el contorno de la burbuja. Una vez obtenido el per...l se calcula el volumen y también es posible estimar la posición del centro de masa $x_{CM}(t)$ de cada burbuja. Dicho método ha probado ser muy e...ciente en estudios experimentales de formación de burbujas en agua [5], en donde las burbujas se forman mucho más rápidamente y son mucho más pequeñas que las burbujas características de los líquidos muy viscosos utilizados aquí,

La medición de los volúmenes instantáneos permite determinar en forma directa si las burbujas que se forman, ya sea en los sistemas libres o en los con...nados, crecen a caudal de gas constante. La medición de los volúmenes de las burbujas en función del tiempo, para diferentes ángulos α , produce la grá...ca de la Fig. 4.12, en donde todos los datos se ajustan bien a líneas rectas. Esto muestra que se satisface la condición de crecimiento a caudal constante: $dV_0/dt = cte$. De esta forma determinamos que el caudal de aire inyectado en el líquido tiene un valor medio de $Q = 364,5 \text{ mm}^3/\text{s}$ ($Q = 364,5 \text{ E } 10^9 \text{ m}^3/\text{s}$) en este caso particular. Dicho gasto se mantiene sin y con la presencia de las boquillas cónicas.

En los experimentos de la Fig. 4.12, el tiempo típico de formación de una burbuja sobre un fondo plano horizontal es del orden de $t_{crec} \gg V_{0f}/Q = 0,46 \text{ s}$, mientras que en presencia de una pared cónica este tiempo es generalmente mayor, debido a la fricción que impone la

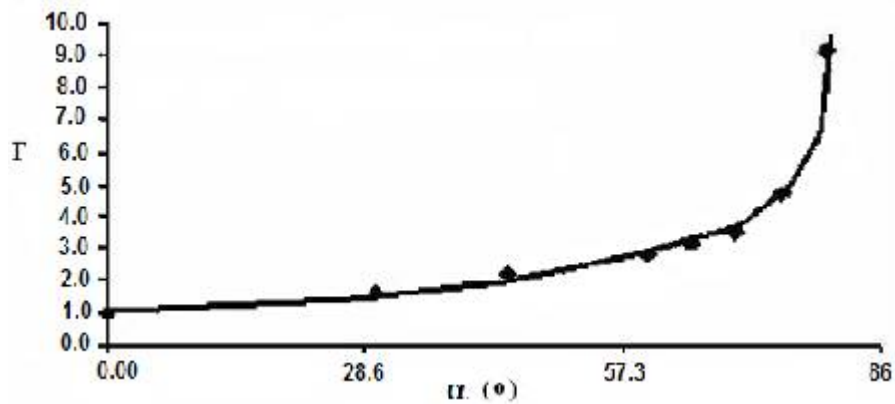


Figura 4-16: Factor de forma, Γ , en función de α . Las mediciones corresponden a las burbujas de la Fig. 4.11.

pared. En nuestros experimentos, el número de Bond es $Bo = 0,0176$ y el número capilar es $Ca = 50,78$, mientras que el número de Reynolds asociado con la formación de una burbuja típica es $Re = (\rho Q / \mu a)(Bo / Ca)^{1/4} = 0,26$. Esto justifica el uso de las ecuaciones de Stokes para la descripción teórica de las burbujas.

La gráfica para el coeficiente de deformación Γ en función α , para los conos mostrados en la Fig. 4.11 se da en la Fig. 4.16. Comparando con la predicción teórica (Fig. 3.10) se observa que el comportamiento de la curva de ajuste experimental es similar a la obtenida teóricamente aunque la curva experimental revela una mayor deformación que los casos teóricos, es decir, la pendiente no permanece constante para $\alpha < 60^\circ$, sino que crece suavemente, incluso desde $\alpha = 0^\circ$. Es posible que tal diferencia sea debida al alto caudal usado en los experimentos, ya que la entrada de gas hacia el líquido es en la dirección vertical, provocando, posiblemente, un mayor alargamiento de las burbujas.

En la Fig. 4.17 mostramos un conjunto de imágenes tomadas a diferentes tiempos de formación de la burbuja. Presentamos a continuación una secuencia de resultados experimentales obtenidos para la formación de una sola burbuja en un cono con $\alpha = 75^\pm$ en aceite de silicón a $25 \pm C$. Las propiedades del aceite de silicón son: densidad $\rho = 971 \text{ Kg/m}^3$, viscosidad $\mu = 97,1 \times 10^{-2} \text{ N s/m}^2$ y tensión superficial $\sigma = 21,2 \times 10^{-3} \text{ N/m}$. En la

Los tiempos correspondientes a cada imagen son, de izquierda a derecha, $t = 0 \text{ s}$, $10/30 \text{ s}$,

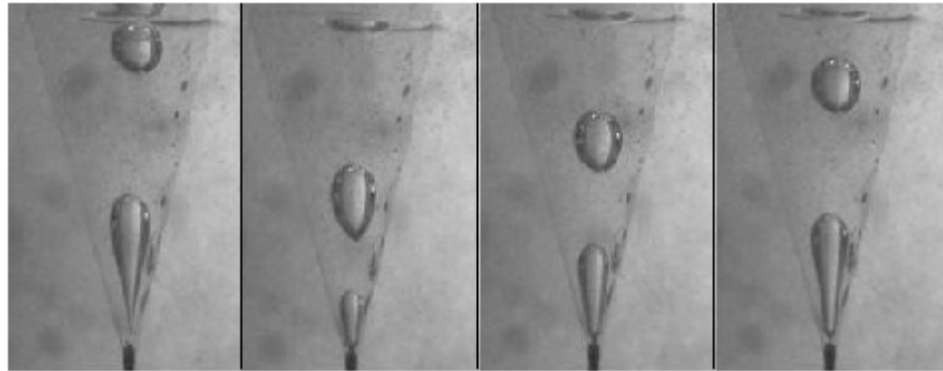


Figura 4-17: Imágenes de una burbuja creciendo en el interior de un cono con $\alpha = 75^\pm$. Usando aceite de silicón de $\mu = 97,1 \text{ E } 10^i \text{ }^2 \text{ N s/m}^2$. Los tiempos de cada imagen son , de izquierda a derecha, $t = 0, 10, 20$ y 30 treintavos de segundo.

20/30 s y 30/30 s. Es decir, ...jamos el tiempo $t = 0$ para el tiempo al cual empieza a crecer una nueva burbuja, el tiempo $t = 30/30 = 1$ s corresponde al tiempo en el que la burbuja esta próxima al despegue. En la Fig. 4.18 damos la grá...ca del volumen como función del tiempo para dicha burbuja. Nuevamente vemos que los datos se ajustan a una línea recta cuya pendiente da un caudal de inyección de aire de $Q = 138 \text{ mm}^3/\text{s}$, lo que corresponde a un número capilar $Ca = 70,23$.

Además, para aceite de silicón el número de Bond es $Bo = 0,04$ y consecuentemente el numero de Reynolds en este caso es $Re = 0,126$. Nótese que aquí el caudal es menor que en el caso de burbujas creciendo en glicerina (Fig. 4.11) ya que la presión hidrostática, $p_h = \rho gh_i$, que tiene que vencer la bomba para formar a la burbuja es mayor en el caso de la glicerina que en el aceite de silicón ($p_{h_{glicerina}} = 1,23 \text{ kPa}$ y $p_{h_{silicon}} = 0,95 \text{ kPa}$).

La evolución del centro de masa, x_{CM} , en función del tiempo se presenta en la Fig. 4.19 mientras que la rapidez de ascenso del centro de masa, v_{CM} , se da en la Fig. 4.20. De la comparación con las ...guras 3.7 y 3.8, notamos que el comportamiento dinámico es muy similar al que se predice en tales grá...cas cuando α es grande. Más especi...camente, en los experimentos la rapidez de ascenso del centro de masa disminuye conforme transcurre el tiempo y tiende a un valor casi constante justo antes del despegue. Lo mismo se observa en la Fig. 3.8 para $\alpha = 80^\pm$. Esto signi...ca que, en efecto, las paredes imponen una fuerte fricción sobre la burbuja

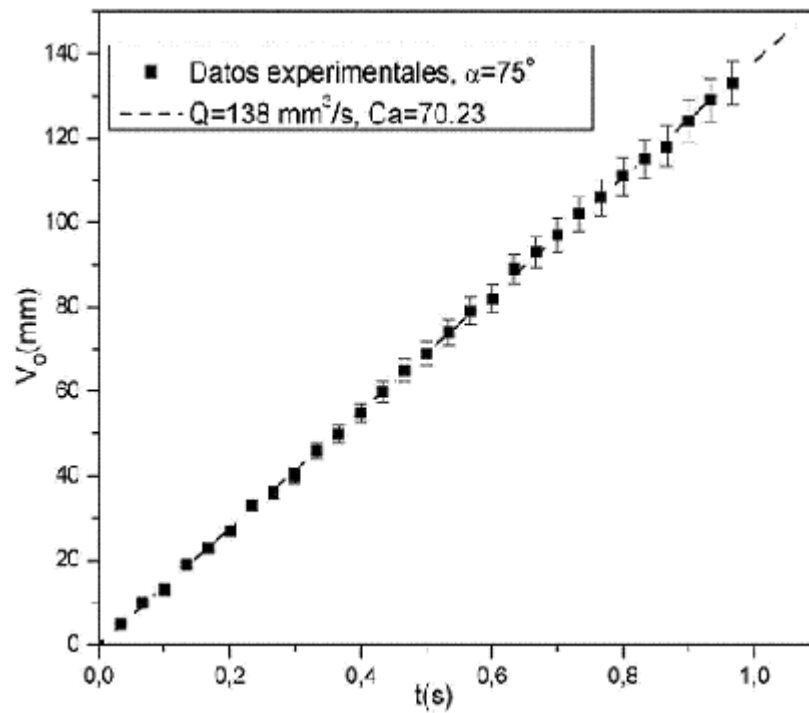


Figura 4-18: Evolución del volumen, V_0 , como función del tiempo, para la burbuja de la Fig.4.16. El cálculo de la pendiente lleva a que el caudal en este caso $Q = 138 \text{ mm}^3/\text{s}$. Por tanto, el número capilar es $Ca = 70,23$ y el número de Reynolds toma el valor $Re = 0,126$.

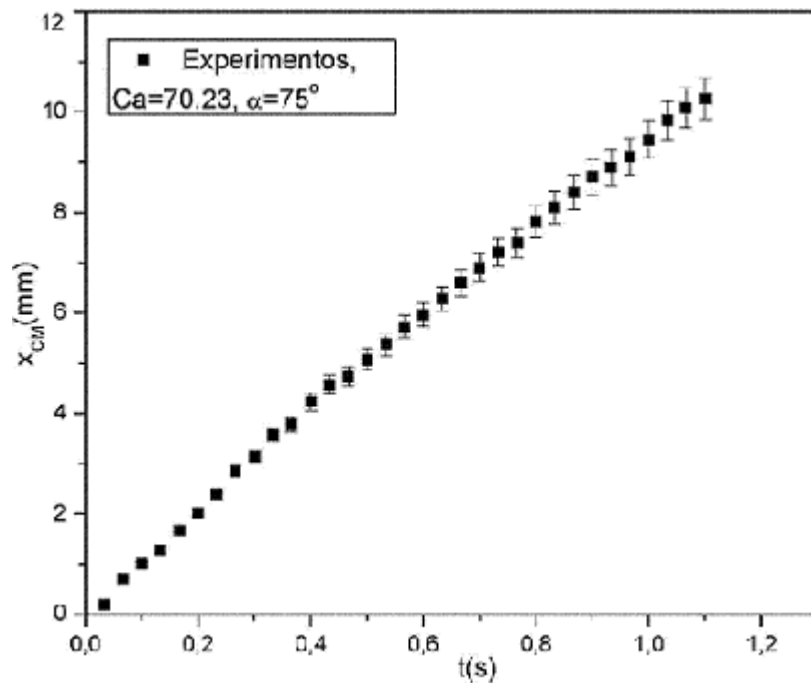


Figura 4-19: Centro de masa, x_{CM} , en función del tiempo para la burbuja de la Fig. 4.16.

que disminuye su crecimiento vertical pero en cambio, debido a la entrada continua de aire, la burbuja se hace mas grande. Es decir, la burbuja crece a expensas de la fricción.

4.5. Conclusiones

La generación de burbujas emergiendo de una aguja sumergida en líquidos viscosos se estudió bajo un régimen cuasiestático en una cámara de burbujas con una altura de llenado de 10 cm. Los resultados que se encontraron coinciden con los cálculos numéricos de acuerdo a los tres parámetros: el número capilar Ca , el número de Bond, Bo y el ángulo de contacto.

El seguimiento de una burbuja se realiza con una cámara digital de 8 mm que permite determinar el gasto del aire inyectado. La influencia del cono, que se coloca en la salida de la aguja tiene una influencia directa en el volumen ...nal de la burbuja. Ya, que de ser necesario, que el volumen de una burbuja se incremente sin variar las condiciones iniciales (gasto de inyección, radio de la aguja y altura de llenado), se precisa de colocar un cono en la salida de la aguja

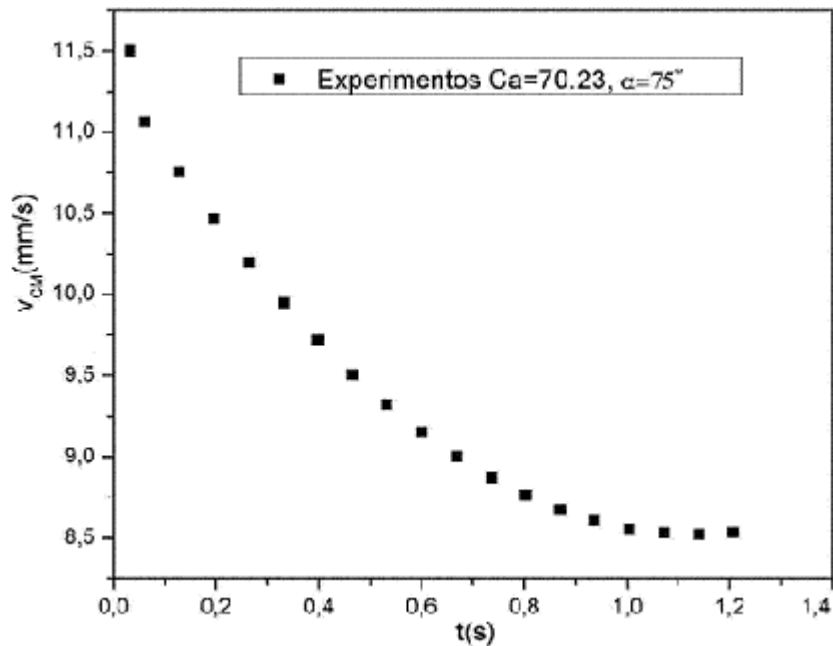


Figura 4-20: Rapidez de ascenso del centro de masa, v_{XCM} , en función del tiempo del tiempo para la burbuja de la Fig. 4.16.

para lograr nuestro objetivo, así lo demuestra este trabajo. Y de acuerdo con el radio del cono se puede incrementar el volumen ...nal de una burbuja en forma asintótica con el eje vertical.

Como conclusión podemos afirmar que encontramos una forma sencilla de lograr diferentes tamaños de burbujas en medios complejos en este caso con geometrías en forma de conos invertidos, como se menciona antes las fotos y gráficas de las Fig. 4.7, 5.8 y 4.9 nos dan una idea de como se comportan las burbujas en general durante su crecimiento cerca de la aguja de inyección, que es donde más cerca se encuentran las paredes del cono y es más notorio el efecto de las paredes sobre la superficie de la burbuja lo cual nos da la forma alargada que mostramos antes y que se logran gracias a los esfuerzos cortantes altos que existen en estas formas con...nadas. Los esfuerzos cortantes tienen una relación muy estrecha con la distancia que existe entre la superficie de la burbuja y la del cono, $t = \mu dv/dn$ donde n , es un vector normal a la supe...cie de la burbuja.

Sobre la programación podemos decir que al resolver las ecuaciones de Stokes pudimos lograr resolver el problema de las burbujas en medios semi in...nitos, que mostramos en el Capítulo

3, pero en la revisión de las condiciones de frontera logramos las nuevas soluciones en medios con...nados como es el caso de los conos.

En este capítulo lo que vimos fue la influencia de paredes inclinadas de un cono a la formación de burbujas lo cual nos permite pensar que son alguna especie de boquilla de salida de gas que afecta la forma y el tamaño de las burbujas.

Es posible resolver las ecuaciones de Stokes del movimiento de un líquido viscoso, debido al flujo de inyección de gas, desde el ori...cio horizontal de un recipiente con forma compleja (cónica). El método de solución es similar a otro recientemente publicado en el que se consideró un líquido en un medio semi in...nito [12], o lo que es lo mismo, un cono con paredes muy lejanas al ori...cio y con muy poca inclinación con un líquido muy viscoso. El efecto de imponer paredes inclinadas y la condición de adherencia es muy fuerte sobre la forma de las burbujas. Los casos aquí considerados fueron aquellos en los que el número de Bond fue $B_o < 1$ y $B > 1$ y el número Capilar fue desde 0,1 hasta 60, pero se probó para valores más grandes de Ca , como 200 y 300 lo que nos dio resultados un tanto caóticos que se pueden ver como un resultado aparte.

El ángulo de contacto de las burbujas fueron en general de 45° . Aún cuando podemos comprobar resultados con ángulos diferentes, pero en nuestro caso no es tan importante como en el de una burbuja saliendo de una aguja de inyección. Es importante mencionar de manera muy breve que nuestros resultados numéricos acuerdan muy bien con las mediciones experimentales.

Capítulo 5

BURBUJAS EN CONTENEDORES CILÍNDRICOS

5.1. Introducción

En el presente Capitulo se realiza un estudio experimental del crecimiento y evolución de burbujas en líquidos viscosos con geometrías cilíndricas, es decir, la burbuja crece a partir de una aguja con...nada coaxialmente dentro de un cilindro, De esta forma estudiamos el efecto de las paredes verticales sobre la forma y volumen ...nal de la burbuja. Es fácil que el ir reduciendo el radio del cilindro la inñuencia de la pared del mismo será cada vez mayor ya que el experimentos de los conos demuestran eso. Más aún los estudios numéricos tambien dan cuenta de ello y parte de los estudios de este capitulo validan dicho efecto [41, 42, 44, 47, 49, 56 y 80].

5.2. Experimentos en cilindros

Cuando una burbuja surge desde una aguja de inyección que se encuentra en el centro de la base de un cilindro justo en el eje longitudinal, ésta adopta formas distintas a cuando crecen en forma libre o en conos.

La geometría y la ubicación del cilindro en relación con la agauja de inyección y tiene una inñuencia importante en la forma de la burbuja, el cilindro es colocado de tal manera que el borde de la aguja y la base del cilindro coincidan en la misma cota X , o por arriba de la aguja

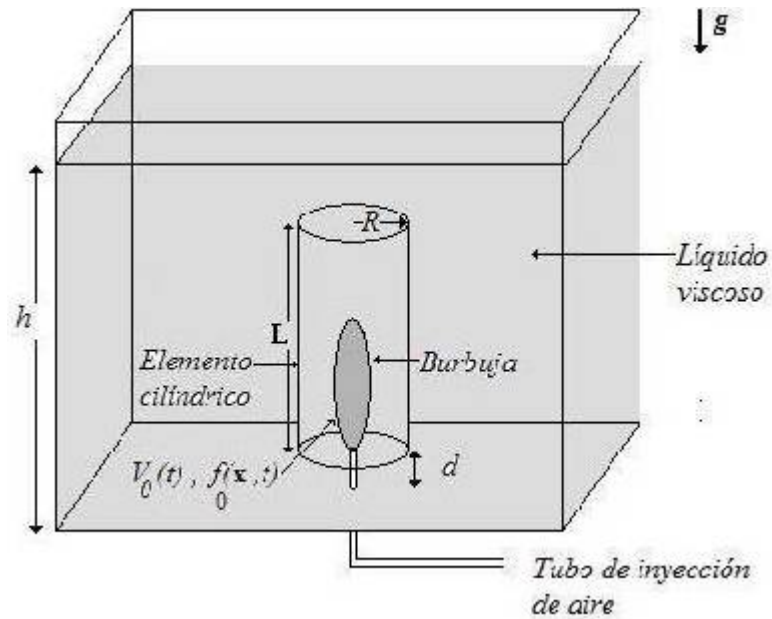


Figura 5-1: Formación de burbujas dentro de cilindros de radio R y altura L . El recipiente que contiene al líquido viscoso tiene una altura $h > L$ y la base del cilindro está a una altura d sobre la base del recipiente.

de inyección a una separación mínima, en la Fig. 5.1 se tiene una imagen de la configuración experimental con los elementos y posiciones de cada uno.

Durante el desarrollo del trabajo se encontró una relación entre el diámetro de la burbuja, la longitud y el diámetro del cilindro, $a_B \approx R \approx L$, que permite evitar la coalescencia entre burbujas justo en la salida de la aguja de inyección, sin embargo es posible que si se presente durante el ascenso de la burbuja pero no próximas a la aguja de inyección. La formulación matemática se basa en las ecuaciones de continuidad y de Stokes bajo adecuadas condiciones de frontera, gasto constante. Compararemos los resultados presentados en el Capítulo 3 con las mediciones experimentales de burbujas en aceite de silicón y tubos de vidrio de diferentes tamaños. Al igual que en los conos en los tubos es posible también cambiar el tamaño de las burbujas considerando radios cada vez más pequeños.

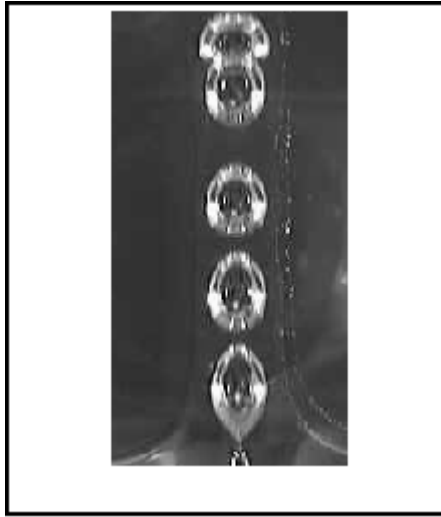


Figura 5-2: Imágen de la generación de burbujas en glicerina, con $Ca = 50$, $Bo = 2$. Las burbujas no son esféricas por que el número de Bond es grande y domina la presión hidrostática.

5.3. Experimentos con cilindros cortos

El primer experimento que se realizó permite determinar las características como el gasto de inyección Q , el tiempo de ascenso, t_{asc} , y el tiempo de crecimiento t_{cre} , definidos en el Capítulo 3. Una vez que se logra la generación de burbujas de manera uniforme y constante se colocaron cilindros de distintos tamaños y observar la dinámica de las burbujas dentro y fuera del cilindro. En la Figura 5.2 se presenta una burbuja creciendo en forma libre, en la misma se aprecia que existe coalescencia durante el ascenso hacia la superficie libre, las burbujas, luego que se despegan de la aguja de inyección, tratan de adquirir la forma esférica, sin embargo no lo consiguen debido a que la fuerza de presión hidrostática domina sobre la presión capilar. Las líneas de corriente que se forman junto a las burbujas, forman un canal de arrastre ejesimétrico, el cual permite la recirculación del fluido en el recipiente, formando un auto impulso de las burbujas generado por las fuerzas de rotación.

Una vez que se caracterizó el gasto de inyección de aire que se necesita para formar las burbujas se colocaron los cilindros, donde se observó que cambio totalmente la dinámica anterior; las burbujas se mueven mas rapido dentro del cilindro con lo que los tiempos de crecimiento se reducen, la forma de las burbujas son cilindricas dentro del mismo y cuando salen de él se

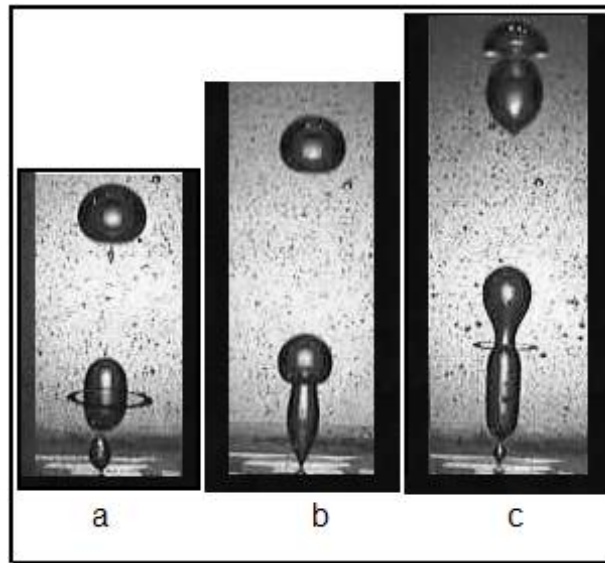


Figura 5-3: Imágenes experimentales de la generación de burbujas en cilindros cortos: a) burbuja dentro de un cilindro de 10 *mm* de diámetro y 15 *mm* de longitud, b) burbuja en un cilindro de 10 *mm* de diámetro y 25 *mm* de longitud, c) burbuja en un cilindro de 10 *mm* de diámetro y 30 *mm* de longitud. Las burbujas se forman en glicerina con $Ca = 30$ y $Bo = 0,2$.

vuelven esféricas y otra cosa importante es que no se presenta coalescencia junto a la aguja de inyección, por lo que las burbujas están bien diferenciadas en tamaño y volumen. En la Fig. 5.3 se presenta una imagen del experimento con burbujas creciendo dentro de cilindros con distintas geometrías.

Al comparar los tiempos de crecimiento de las burbujas en forma libre con los tiempos de crecimiento en presencia de cilindros se puede ver que los segundos son menores; el tiempo de crecimiento, como se definió antes t_{cre} , es el tiempo que le lleva a una burbuja alcanzar el volumen crítico o final antes de despegarse de la aguja de inyección, como t_{cre} es menor entonces los volúmenes también lo son en un 20%. De esta forma establecimos una nueva forma de generar burbujas con volumen distinto al establecido en función del gasto. La sola presencia de los cilindros hace que el volumen se reduzca así como el tiempo de crecimiento, de antemano se sabe que para reducir o aumentar el volumen de la burbuja se tiene que modificar el gasto de inyección, sin embargo con la presencia de estas estructuras es posible la variación del volumen sin cambiar otros parámetros.

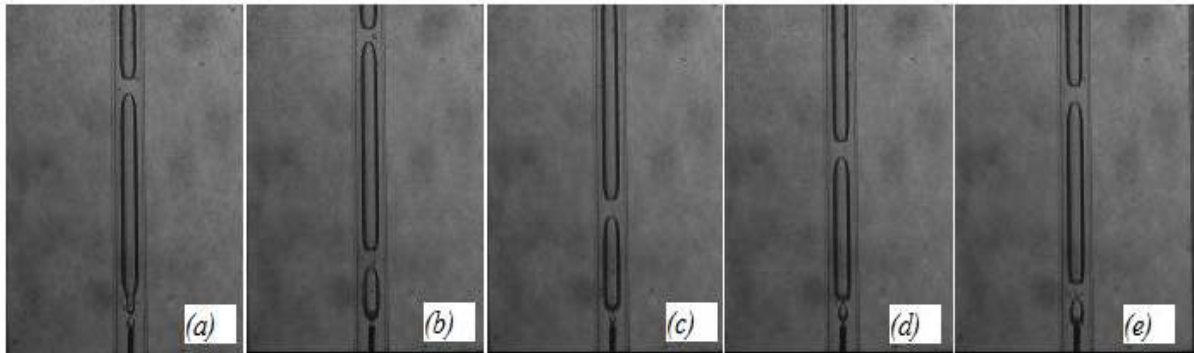


Figura 5-4: Imágenes a diferentes tiempos de una burbuja creciendo en aceite de silicón dentro de un tubo de vidrio de radio adimensional $R/a = 10,33$. De izquierda a derecha, las imágenes corresponden a los tiempos $t = 1, 10, 20, 30$ y 40 treintavos de segundo.

5.4. Experimentos con cilindros largos

Para el caso de tubos cilíndricos sólo mostramos experimentos con aceite de silicón y tubos de vidrio de radio interior $R = 3,2$ mm, los cuales se colocaron simétricamente respecto al capilar de inyección a una altura respecto a la base de $d = 0,5$ mm. El cociente de radios es $R/a = 10,66$. El aceite de silicón fue preferido sobre la glicerina para los experimentos en tubos en virtud de que ésta última genera muchas burbujas pequeñas, las cuales limitan la clara visualización de las burbujas grandes. También la bomba de pecera que usamos fue un poco mayor y consecuentemente generó un caudal de aire mayor que la empleada en los conos. El proceso de formación de la burbuja, bajo estas condiciones, es mostrado en la Fig. 5.4 en una serie de imágenes instantáneas donde cada una de ellas fué adquirida al tiempo $t = 1/30$ s, $10/30$ s, $20/30$ s, $30/30$ s y $40/30$ s.

En la Fig. 5.5 mostramos la gráfica del volumen, V_0 , como función del tiempo. En este caso el caudal adquirió el valor $Q = 410,6$ mm³/s, es decir, el número capilar es $Ca = 210$. El número de Bond es el mismo que en el caso previo donde también se usó aceite de silicón y el número de Reynolds en este caso fue $Re = 0,16$.

De las imágenes de la Fig. 5.4 generamos la gráfica del centro de masa, x_{CM} , en función del tiempo (Fig. 5.5). En la Fig. 5.6 mostramos la gráfica de la rapidez de ascenso de dicho centro de masa, v_{CM} , en función de t .

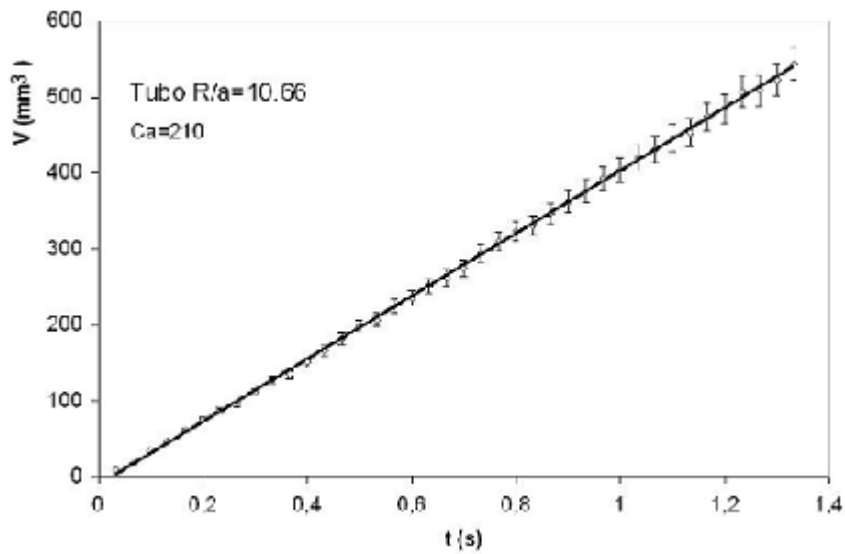


Figura 5-5: Evolución del volumen, V_0 , como función del tiempo, de la burbuja de la figura 5.4. El cálculo de la pendiente lleva a que el caudal en este caso es $Q = 410,6 \text{ mm}^3/\text{s}$, lo que da un número capilar $Ca = 210$ y un número de Reynolds, $Re = 0,16$.

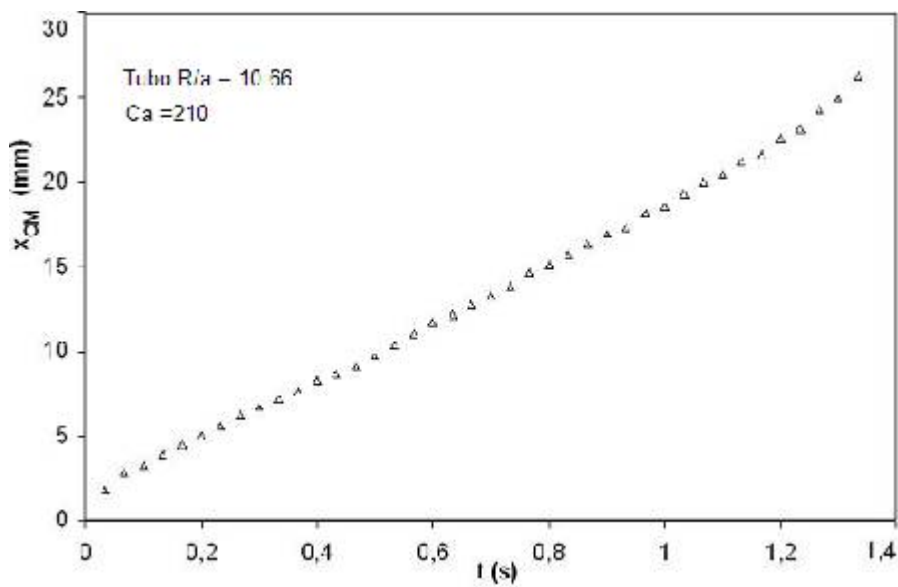


Figura 5-6: Centro de masa, x_{CM} , en función del tiempo para la burbuja de la Fig. 5.4.

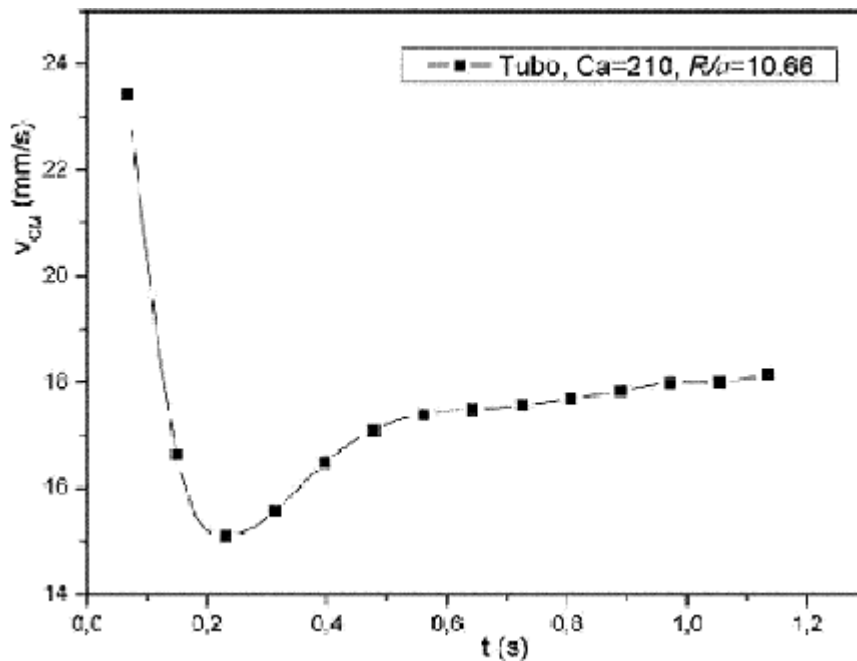


Figura 5-7: Rapidez de ascenso del centro de masa, v_{CM} , en función del tiempo para la burbuja de la Fig.5.4.

A pesar del valor grande del número capilar ambas gráficas muestran un comportamiento intermedio al comportamiento de las curvas teóricas de $x_{CM}(t)$ (Fig. 5.13) y de $v_{CM}(t)$ (Fig. 5.14), correspondientes a $R/a = 6$ y 12 , respectivamente, las cuales, como recordamos, fueron calculadas para $Ca = 10$ y $Bo = 0,2$. La gráfica de la Fig. 5.7 confirma lo que predicen los cálculos para burbujas en tubos de radio relativamente grande como en el presente experimento: al principio la rapidez de ascenso del centro de masa de la burbuja se comporta como en el caso de los medios semi infinitos en donde el arrastre viscoso limita el ascenso vertical del centro de masa, ello lleva a dicha rapidez de ascenso a un mínimo y después, cuando la fuerza de flotación se impone, la rapidez de ascenso del centro de masa se incrementa en dos etapas, una muy rápida y otra posterior un poco más lenta que la lleva a una rapidez de ascenso casi constante en donde se equilibran la fricción y la fuerza de flotación.

El aspecto cualitativo que sobresale de la comparación entre los experimentos y la teoría es que, de manera general, la dinámica de las burbujas en líquidos viscosos con número Bond pequeño y número de capilar grande genera burbujas de gran tamaño, que se deforman mucho,

pero que en general es posible caracterizar mediante las ecuaciones de Stokes y de superficie libre.

En un principio la geometría del cilindro no tenía una importancia significativa, al menos así lo habíamos considerado, sin embargo durante la formación de las burbujas, sí las paredes del cilindro están al infinito, es decir, el diámetro del cilindro es muy grande la burbuja crece en un medio que se denomina forma libre. Para tener una influencia significativa en la burbuja, durante esta fase experimental, el cilindro se fue reduciendo en el diámetro hasta observar una deformación de la burbuja, es en este instante que se puede percibir que, sí el diámetro de la burbuja es del orden del diámetro del cilindro entonces la burbuja adopta ciertas condiciones de formación. Es posible la formación de cadenas de burbujas, mediante esta técnica, como se puede apreciar en la Fig. 5.2 y la velocidad de ascenso de las burbujas se ve incrementada por un factor (W) como se mencionó en la sección anterior, esto se debe a que el esfuerzo cortante se reduce por la proximidad de la pared; existe una separación mínima, b , entre la superficie de la burbuja y la pared interior del cilindro. Sin embargo las burbujas no coalescen entre sí, en la proximidad de la aguja de inyección ni durante el ascenso hacia la superficie libre. En la parte superior las burbujas son semi esféricas mientras que en la parte baja son semi esferas pero más achatadas, como un semi hemisferio, esta forma se debe al empuje hidrostático que ejerce la burbuja de abajo sobre la burbuja que le precedió. Las formas de las burbujas se aprecian mejor utilizando miel y glicerina, para líquidos con viscosidad menor se requiere de incrementar la velocidad de la cámara, ya que los tiempos de formación de una burbuja, en estos líquidos, son de centésimas de segundo. Hay que tomar en cuenta que los diámetros de las burbujas son distintos para cada tipo de líquido, por la condición antes mencionada, y por consiguiente también el diámetro de los cilindros para cada caso. Por ejemplo en el caso de la miel para cilindros de 10 mm de diámetro la burbuja no se forma dentro del cilindro, su formación inicia por fuera de él formando una campana, posteriormente la burbuja se mete al cilindro por la parte superior cónica y las fuerzas de rotación se encargan de jalarla para hacerla pasar por el cilindro. En la Fig. 5.8 se puede apreciar la forma de la burbuja, antes descrita.

Al observar que existe una relación fuerte entre el diámetro interior del tubo y el diámetro máximo de la burbuja, surge la idea de estudiar de manera experimental también la longitud del tubo, con el fin de establecer si existe alguna relación de esta con los otros dos elementos a_B

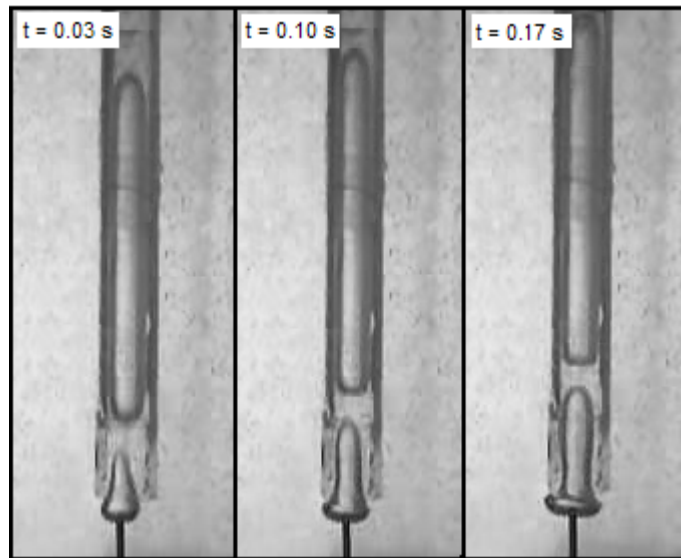


Figura 5-8: Imágen experimental que presenta la posición de la burbuja a pasar por el cilindro cuando el líquido tiene una viscosidad grande y el radio del cilindro es menor que el de la burbuja generada.

y r_C , encontrando una correspondencia interesante entre estos tres parámetros $a_B \approx R \approx L_C$, donde a_B es el diámetro de la burbuja, R es el diámetro interior de un cilindro de vidrio y L es la longitud del cilindro, de tal manera que la razón entre ellos es la unidad.

Las características del cilindro tienen una influencia importante en la forma de la burbuja, lo mismo que la separación que guarda el cilindro y la aguja de inyección. Esta es una nueva técnica de generación de burbujas y encontramos una relación entre el diámetro y la longitud del cilindro y la separación mencionada.

Si el diámetro del cilindro se reduce y la longitud del tubo se incrementa, la burbuja aumenta su volumen, sin la necesidad de aumentar el gasto de inyección, es posible también formar cadenas de burbujas sin que se presente coalescencia de burbujas por encima de la aguja de inyección ni durante el ascenso hacia la superficie libre. En la comparación de los resultados numéricos se presenta en volumen de las burbujas generadas con ambas técnicas sin cilindro y con cilindro y se establecen conclusiones que satisfacen esta parte de la investigación, una de ellas es la variación del volumen nominal de una burbuja.

La relación de las dimensiones del cilindro y el radio de la burbuja se presentan ahora en

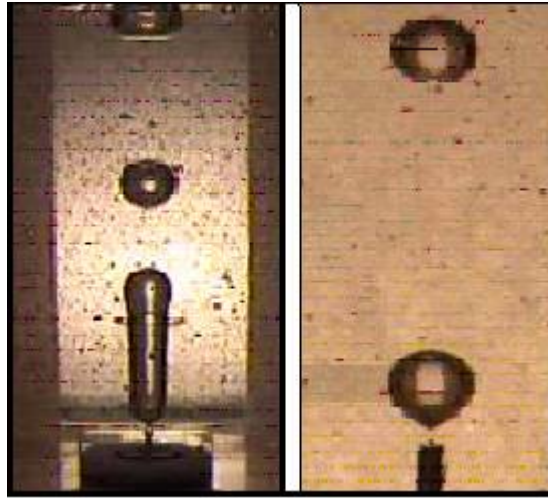


Figura 5-9: Fotos de burbujas que crecen en forma libre y están confinadas dentro del volumen de un cilindro.

la Figura 5.9, en donde los desarrollos de dos burbujas que están creciendo en forma libre y con la presencia del cilindro. Para una burbuja que crece en forma libre es $t_{cre} = 0,43$ s y $V = 600$ mm³. Cuando la burbuja crece dentro de un cilindro que es colocado justo en la salida de inyección el tiempo de crecimiento es $t_{cre} = 0,30$ s y $V = 640$ mm³ utilizando como líquido la glicerina y con un $Ca < 40$. Como se puede observar existe una diferencia importante al usar el elemento adicional, cilindro de vidrio con las características antes mencionadas, en los parámetros finales de una burbuja.

Cuando la altura del cilindro rebasa por unos centímetros la altura de la superficie libre, el líquido que se encuentra en el interior del cilindro es bombeado hacia afuera de él, por el extremo superior, éste tipo de bombeo es conocido como Gas-Lift. Como se puede ver en la Figura 5.9 cuando el radio del cilindro R , se y la longitud del tubo se incrementa las burbujas adoptan la geometría del tubo y crecen de manera indefinida como la longitud del tubo hasta salir del mismo o romperse, si el tubo sale por encima de la superficie libre del líquido, en la dinámica del crecimiento se observa que justo a la salida de la aguja de inyección se forman una burbuja pequeña que prácticamente permanece pegada a ella y se mantiene ahí pulsado con una frecuencia y a partir de esta crecen las burbujas. Las burbujas crecen hasta desprenderse de la micro burbuja con una rapidez distinta a cuando la burbuja crece en forma libre, manteniéndose el

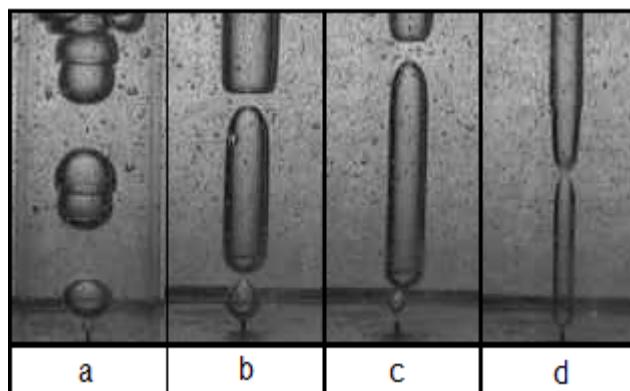


Figura 5-10: Fotos experimentales de: a) burbujas generadas en un cilindro de 30 mm de diámetro, b) burbujas en un cilindro de 15 mm de diámetro, c) burbujas en un cilindro 10 mm de diámetro, ...nalmente d) son burbujas generadas en un cilindro de 8 mm de diámetro. La longitud de los cilindros es de 10 cm, cuando los cilindros están presentes se puede observar la presencia de una pequeña burbuja pegada a la aguja de inyección, a partir de la cual crecen la burbujas siguientes; esta burbuja no se despegar ahí se mantiene pulsando y generando a las burbujas posteriores.

capilar constante en las dos situaciones, una vez que la burbuja se despegar la burbuja pequeña se mantiene pegada a la aguja, pulsando mientras crece la siguiente burbuja. En la ...gura 5.10 se presentan una serie de fotos experimentales en donde se reduce el diámetro del cilindro de manera paulatina, manteniendo la longitud de 10 cm constante en cada cilindro.

Como se mencionó arriba, si el diámetro del tubo es menor que el diámetro de la burbuja, y el tubo se colóca por encima del borde de la aguja de inyección, la burbuja presenta cierta di...cultad para entrar al cilindro, sin embargo esto se puede evitar colocando el cilindro por abajo del borde de la aguja de inyección, de tal manera que las burbujas inicien formación dentro del cilindro, las burbujas presentan cierta di...cultad cuando empiezan a formarse ya que crecen en primero en forma radial y al setir la presencia de las paredes entonces crecen hacia arriba. Se tiene que permitir la entrada de liquido por la parte inferior del cilindro y la base del recipiente, las burbujas crecen a partir de una burbuja pequeña pegada a la aguja de inyección, luego de formarse el cuello la burbuja se despegar y comienza a subir hacia la super...cie libre, en la parte superior la burbuja es una semiesfera más aguda en la punta pero en la parte inferior es un semicircunferencia, por lo menos luego de que se forma el cuello y se rompe el menisco,

conforme la burbuja sube conserva la forma puntiaguda pero en la parte inferior la burbuja se aplana, debido a la fuerza que le provoca el jalón que produce el rompimiento del menisco y a la presión que le provoca la burbuja que crece de tras.

La reducción del diámetro del tubo empuja al líquido atrapado entre la burbuja y la superficie libre, a salir hacia fuera del tubo, como la razón del diámetro del tubo y el diámetro de la burbuja es del orden de la unidad, el espacio b , es mucho menor entonces el líquido que está sobre la burbuja es empujado hacia arriba formando una espuma en la superficie con lo que la densidad del líquido varía notablemente permitiendo levantar la columna por encima de la superficie libre, esta técnica de bombeo se denomina Gas-Lift y se trata en el siguiente capítulo.

Capítulo 6

BOMBEO NEUMÁTICO (Gas-Lift)

6.1. Introducción

La técnica de bombeo neumático consiste en la inyección de gas a un contenedor lleno de líquido y mediante la continua entrada de gas se forma una tercera fase, una espuma, cuya densidad media es menor que la del líquido. Esto provoca que, por ejemplo, en una tubería vertical, se forme un flujo por flotación debido a la diferencia de densidades en el líquido y la espuma. La eficiencia en este tipo de bombeo es baja, ya que se requiere de gastos y presiones de gas grandes para levantar la columna del líquido, sin embargo, es muy utilizado en las industrias petrolera y metalúrgica; en la primera se conoce como Gas-lift; generalmente utilizada por que no se tiene acceso directo al depósito del fluido así que por el mismo ducto donde se extrae el producto se inyecta el gas. Cuando un yacimiento petrolero ha perdido la presión, debida a la extracción de los gases atrapados, la columna de aceite deja de subir por la tubería de producción, para continuar la explotación se inyecta gas por los costados, a través de válvulas colocadas en perforaciones practicadas en la longitud de la tubería, debido a la introducción de burbujas dentro de la columna de aceite, la densidad promedio del líquido disminuye, dando como resultado la continuidad en la producción, debido a la competencia entre las fuerzas de flotación y las fuerzas de gravedad, en donde $F_b \gg g$. En la Fig. 6.1 se presenta un esquema con los elementos que componen al bombeo neumático [67, 78 y 87].

En la segunda (industria metalúrgica), se conoce como bombeo de aire-lift en "Tanques Pachuca"[38], se denominan de esta manera debido a que fueron diseñados y utilizados por

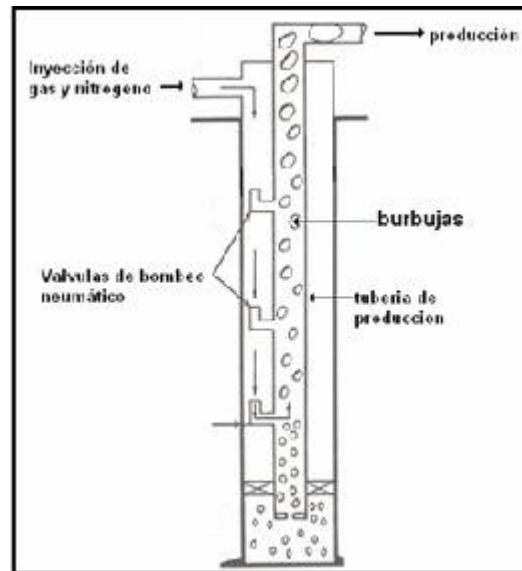


Figura 6-1: Esquema típico del proceso de inyección de aire en una tubería de producción. Ello lleva a que el gas inyectado forme una tercera fase cuya densidad media, en una sección espacial dada, genera una diferencia de densidades que permita elevar la columna de producción. Tomado de [86].

primera vez en las minas de plata de la región de Pachuca Hidalgo, México. La técnica está basada en el mismo principio, la diferencia de densidades, utilizando las burbujas como medio de transporte de las impurezas de los minerales, con la diferencia de que las columnas tienen alturas pequeñas, ($1 < h < 12$ m) y en estos casos el aire es inyectado por abajo de la columna y no por los costados.

6.2. Experimentos con capilares sin boquilla

Los primeros experimentos desarrollados bajo esta técnica consisten en inyectar aire por medio de una aguja de inyección por la parte inferior de una columna de líquido, con...nada en un tubo de 4 cm de diámetro interior y 30 cm de longitud, como el que se muestra en la Fig 6.2, la generación de burbujas dentro del líquido permite una disminución de la densidad en la parte superior de la columna, esta espuma es la que sube por arriba del nivel de super...cie libre, obteniendo así una mezcla de gas y líquido que se denomina producción [32, 33, 34].

En la Fig. 6.2 se ve como es el crecimiento de las burbujas para distintos instantes, así como la dinámica de las burbujas dentro de la columna; en a) para $t = 0,033$ s, se tiene una burbuja despegar de la aguja de inyección y una burbuja pequeña se esta formando por abajo de ésta, en c) se aprecia la formación de una cadena de tres burbujas que se separan en d), debido al jalón que se produce en el rompimiento del cuello, la segunda burbuja no alcanza un volumen como el de la primera burbuja, formándose así una burbuja grande, una pequeña y otra grande. Justo por encima de la aguja se presenta coalescencia entre dos burbujas pero una de ellas permanece sola con un volumen menor.

De acuerdo con la Fig. 6.2 la aguja está en la parte inferior del tubo, esta técnica, es la columna de líquido en el proceso denominado Pachuca-Tank [38]. Utilizando un $Ca = 40$ encontramos que la columna del líquido, glicerina en nuestros experimentos, se levanta por encima del nivel de super...cie libre apenas un par de milímetros y para $Ca = 60$, la ganancia en la columna es de 3,5 mm. La razón por la que la espuma no sube más se debe a que el burbujeo generado por una sola aguja de inyección no es muy abundante. Es posible observar que el proceso de formación de burbuja es en el centro de la columna y donde se aprecia un canal de arrastre que permite la formación de dos cardiodes a los lados del mismo, esta recirculación

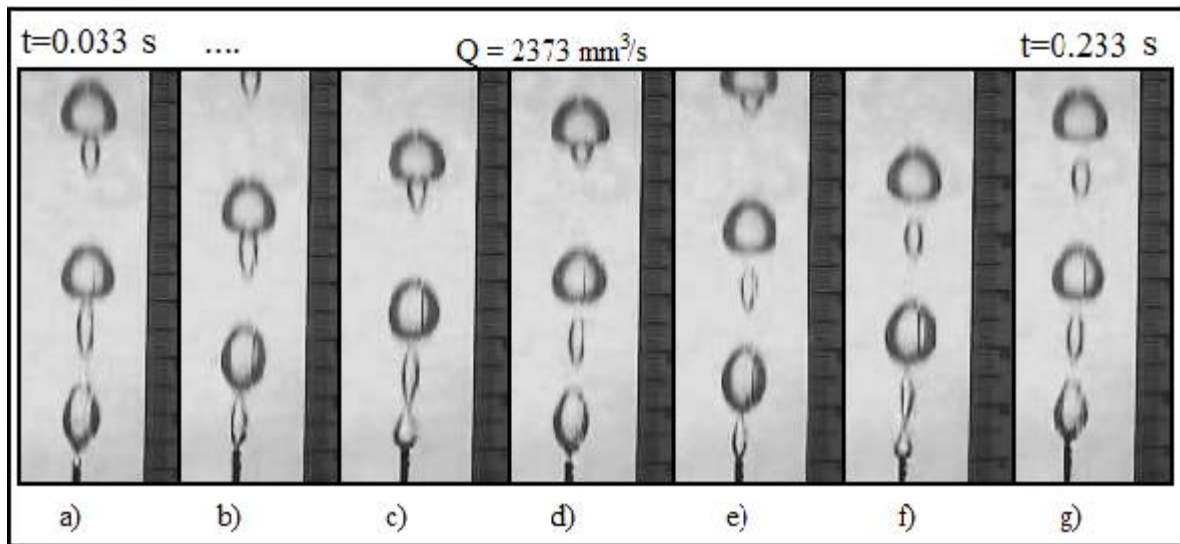


Figura 6-2: Fotografías a distintos instantes de tiempo dentro de una columna de líquido. La aguja esta colocada en el centro de la columna, en la base del contenedor, el cilindro esta levantado por encima de la base para permitir la entrada de liquido y el burbujeo se forma en el centro de la columna.

del líquido contenido en la columna que no ayuda a levantar mas el nivel del líquido, como se muestra en la Fig. 6.3.

La columna de burbujas que se genera en el centro del cilindro no tiene la capacidad suficiente para generar una disminución significativa en la densidad de la superficie del líquido para lograr que se levante lo suficiente y obtener producción, aún cuando se incremento el gasto de aire en un 50% la ganancia en la columna del líquido es mínima.

6.3. Experimentos con tres boquillas de diferente forma

En el modelo experimental descrito en el Capítulo 4, se señala que no es posible el incremento del gasto de aire de manera indefinida debido a las características de la bomba; por lo que para obtener una mayor ganancia de burbujas se conectaron dos agujas más para tener tres burbujas simultáneas distribuidas en la base del cilindro. El experimento fue diseñado de manera que un recipiente cúbico de 15 cm fue llenado hasta una altura aproximada de 7 cm de altura de glicerina y se dispusieron tres agujas de inyección en los vertices de un triángulo equilátero de 4

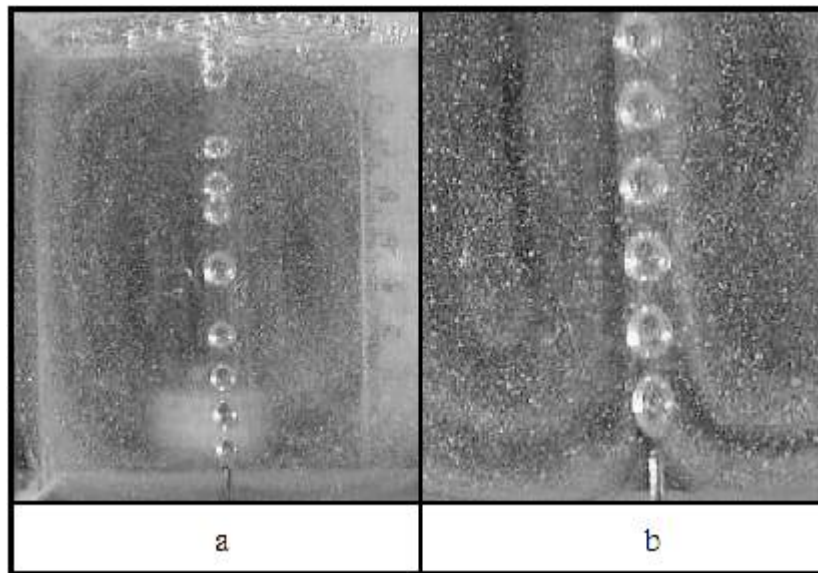


Figura 6-3: Fotografías donde se aprecia a) la formación de los cardioides en los lados de la columna de arrastre y b) la recirculación del líquido dentro del tubo lo que impide que se levante más el nivel del mismo.

cm de lados. Después se colocó un tubo de vidrio de 6 cm de radio y 20 cm de altura. El tubo fue dispuesto de manera que las agujas de inyección estuvieran contenidas en el tubo. El esquema experimental es similar al mostrado en la Figura 5.1 del Capítulo anterior pero con tres agujas de inyección. A cada aguja de inyección se le conectó su propia bomba de inyección de aire. Se hicieron tres experimentos diferentes: a) inyección de gas con sólo las agujas de inyección, b) inyección de gas con tres tubos de 6,3 mm de radio y 2 cm de longitud y concéntricos a las boquillas y c) inyección de gas con tres conos con $\alpha = 70^\circ$.

En la Figura 6.4 se muestra una serie de fotografías del proceso de formación de espuma o, equivalentemente del aligeramiento de la columna debido a que la densidad media de la espuma de glicerina, es menor que la de la glicerina pura. La columna se formó en un tiempo aproximado de 3 hrs.

En la Figura 6.5 se muestra una sucesión de fotografías similares a las de la Figura 6.4 correspondientes al caso b) donde se nota que la elevación de la columna de espuma respecto al nivel del líquido cambia poco. También el proceso de formación de la espuma tuvo una duración de 3 hrs. Finalmente, en la Figura 6.6 se tiene la sucesión de tres fotografías a tres

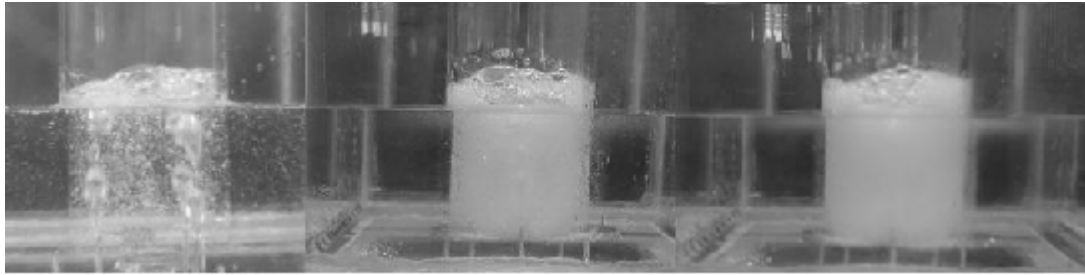


Figura 6-4: Fotografías instantáneas de la elevación del nivel de la espuma dentro del cilindro que contiene a las boquillas de inyección de aire. En este caso sólo se inyecta aire a través de los tres tubos capilares. La foto de la extrema derecha se tomó después de tres horas de iniciado el experimento.

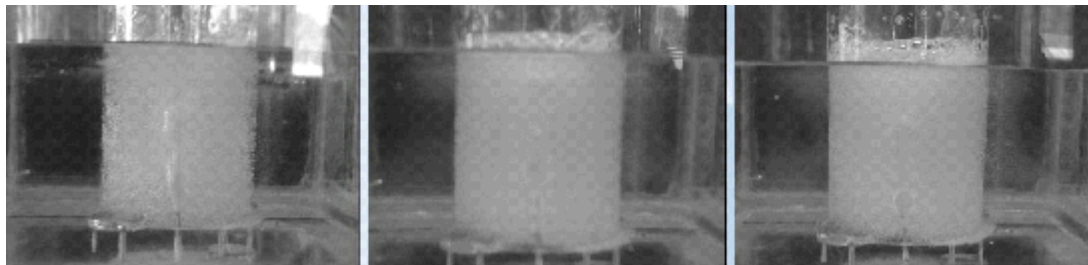


Figura 6-5: Fotografías instantáneas de la elevación del nivel de la espuma dentro del cilindro que contiene a las boquillas cilíndricas. La foto de la extrema derecha se tomó después de tres horas de iniciado el experimento.

tiempos diferentes y la última corresponde a tres horas después de iniciado el experimento.

6.3.1. Un modelo simple para la elevación de la columna

Mostraremos, usando diversos tipos de boquillas que es posible e...cientar la formación de un flujo multifásico formado por burbujas de gas y el líquido viscoso. Dicho flujo multifásico permite la elevación de la columna debido a la variación de la densidad media del líquido. La densidad del gas $\rho_g = 0,07640 \text{ lb/ft}^3 = 0,07640 \times \left(\frac{,450}{(12 \times ,0254)^3}\right) = 1.2141 \text{ kg/m}^3$ densidad del líquido $\rho_l = 1200 \text{ kg/m}^3$.

Estas son las ecuaciones que dominan en Gas-lift

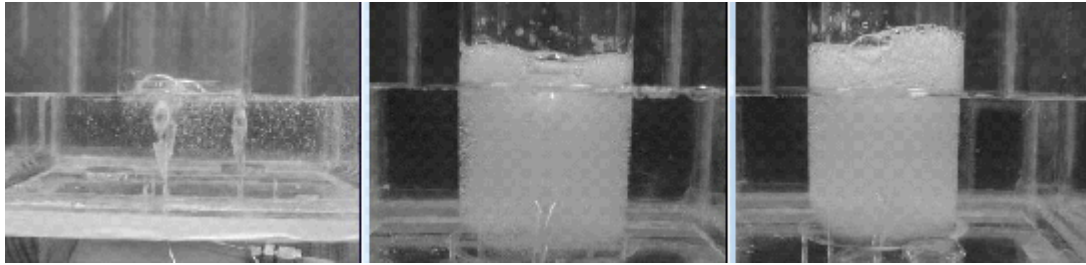


Figura 6-6: Fotografías instantáneas de la elevación del nivel de la espuma dentro de un cilindro que contiene a las boquillas cónicas de inyección de aire. La foto de la extrema derecha se tomó después de tres horas de iniciado el experimento.

$$\rho_m g(h + \Phi h) = \rho_l g h. \quad (6.1)$$

La Ec. 6.1 es la ecuación de balance hidrostático que mide la presión en el fondo del líquido puro; ρ_m es la densidad media, g es la gravedad, h es la altura del líquido y Φh es la altura que alcanza la espuma sobre el nivel del líquido en reposo, ρ_l es la densidad del líquido.

$$\rho_m = \frac{\rho_l h}{(h + \Phi h)}. \quad (6.2)$$

La ecuación 6.2 de ...ne la densidad media de la espuma y surge de (6.1).

$$\rho_m = \varepsilon \rho_g + (1 - \varepsilon) \rho_l. \quad (6.3)$$

La densidad media de la espuma es la densidad que tiene el líquido cuando se mezcla con una cierta cantidad de aire, que se inyecta al medio en reposo y la fracción de volumen ocupada por el gas, ε , se define con la Ec. 6.4, y se conoce también como fracción de volumen de burbujas en la espuma. Combinando (6.2) y (6.3) se obtiene la Ec. 6.4.

$$\varepsilon = \frac{\rho_l}{\rho_l - \rho_g} \left[1 - \frac{h}{h + \Phi h} \right]. \quad (6.4)$$

La gráfica de la Fig. 6.7 se construye con la Ec. 6.4 y muestra el nivel de la espuma al usar boquillas cónicas; se aprecia claramente que es mayor que el nivel de la espuma cuando se usan

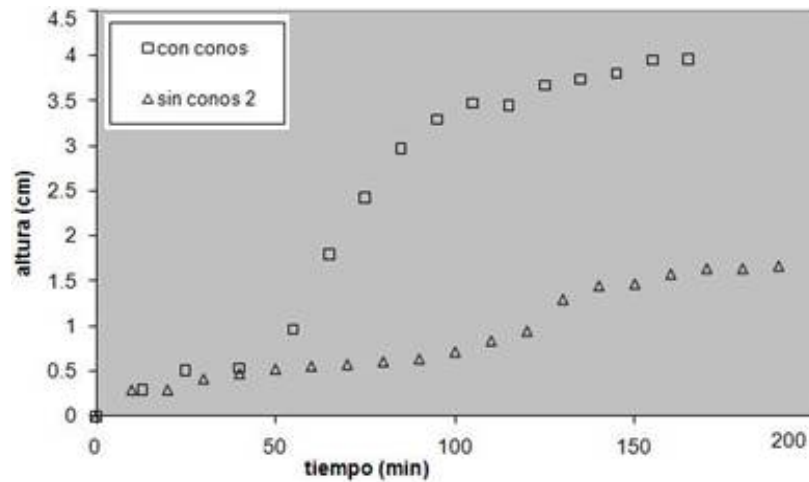


Figura 6-7: Gráfica con los resultados experimentales de generación de burbujas con boquillas cónicas y sin boquillas, donde se observa que las boquillas cónicas permiten mejorar la técnica de bombeo neumático.

boquillas que cuando se precide de ellas o cuando se utilizan cilindros en la aguja de inyección.

Los experimentos permiten observar que las boquillas cónicas producen muy eficientemente una columna de espuma mucho mayor que en los casos sin boquillas o con las boquillas cilíndricas. Esto indica que las boquillas cónicas hacen muy eficiente el proceso de Gas-lift.

6.4. Experimentos con cilindros de radio pequeño.

La bomba que se utiliza en el Gas-lift, se le llamó "Gas-lift tradicional", se construyó con dos tubos con acetato, con diámetros y longitudes distintos, se pegaron con cinta adhesiva transparente; un tubo tiene una longitud $h = 22$ cm y un diámetro $d = 1,0$ cm, a este tubo se le practicaron perforaciones a lo largo del tubo a cada 1,5 cm, formando una línea de orificios por un costado del tubo, de acuerdo con la Fig. 6.1, a este tubo se le llama tubo de producción, mientras que el otro tubo tiene una $h = 18$ cm y $d = 2,0$ cm, estas dimensiones tienen el objetivo de poder introducir un tubo dentro del otro, formando una región anular entre los dos tubos concéntricos. Tanto en la parte superior como en la inferior se colocó un arosello de goma, para sellar y poder inyectar aire a presión en la región anular. En la parte inferior los límites de los dos tubos coinciden mientras que en la parte superior, la tubería de producción sobre sale

BOMBA GAS LIFT TRADICIONAL

ELEMENTOS	
1)	Línea de producción, Q_p
2)	Línea de aire, Q
3)	Bomba
4)	Contenedor
5)	Depósito de Producción

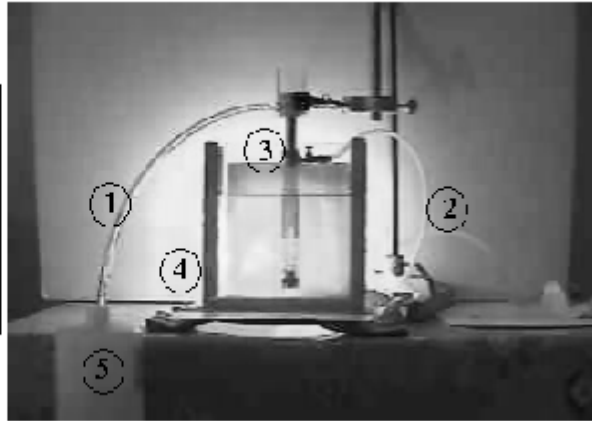


Figura 6-8: Bomba de Gas-Lift Tradicional, es el modelo experimental construido con acetato y pegada con cinta adhesiva y cilicón caliente. Con ella fue posible medir el volumen extraído en un tiempo determinado, así como el nivel que alcanza la columna al aumentar la presión del aire.

del otro tubo y en su extremo se le colocó un depósito y en este una línea de producción que descarga en un recipiente graduado, para medir el volumen en un determinado tiempo. (ver la Fig. 6.8)

Como se puede ver en la Fig. 6.8, el gasto Q se suministra por la parte superior del tubo exterior de la bomba y las burbujas solo se forman en el orificio más próximo a la superficie libre del líquido debido a la presión hidrostática dentro del recipiente, con una presión $P = 1,0$ Psi .

Considerando la teoría y los experimentos desarrollados en el Capítulo 5; donde se observó una dependencia entre el diámetro de la burbuja y el del cilindro para tener una disminución en el espesor b , entre la burbuja y la pared interior del tubo, al usar estos diámetros en los tubos se consiguió tener una producción inyectando una presión similar a la que se utilizó en el experimento anterior.

Si la presión de aire se incrementa, con ello se incrementa el gasto de inyección se forman burbujas en el siguiente orificio de la tubería de producción, es decir solo en aquellos orificios que están próximos a la superficie libre del líquido, donde la presión hidrotática es menor. Conforme la superficie libre del líquido desciende, se tiene una pérdida de presión a través de los orificios que quedan por encima del nivel de la superficie libre y con ello deja de tenerse producción,

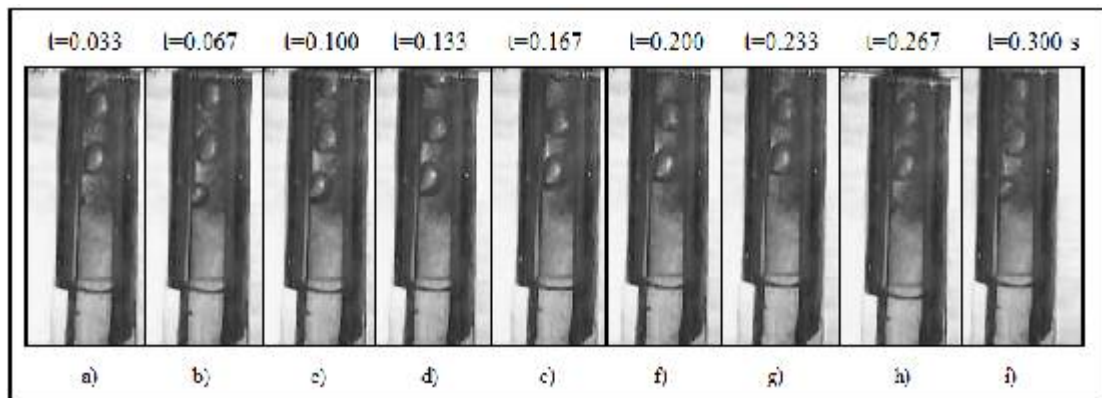


Figura 6-9: Sucesión de fotografías del seguimiento del burbujeo para la bomba de Gas- Lift tradicional, donde se puede observar que existe un flujo entre las burbujas hacia abajo que demerita la e...ciencia de la bomba.

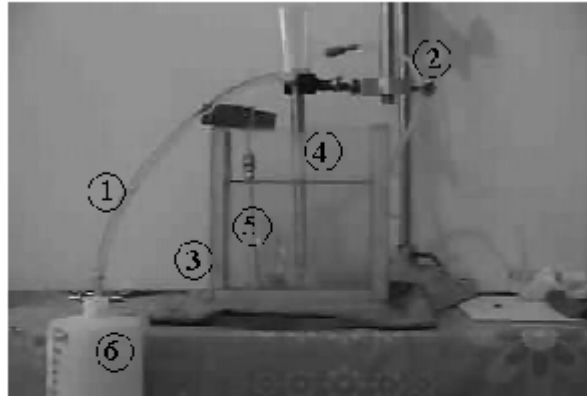
dado a que el burbujeo desaparece. Este mismo problema se presenta en la realidad y se resuelve aumentando la presión del gas y sellando los ori...cios que vayan quedando descubiertos por la baja del nivel.

En la Figura 6.9 se presenta un seguimiento del burbujeo con respecto al tiempo, a demás se aprecia un escape del flujo entre las burbujas lo que ocasiona una disminución en la e...ciencia de la bomba.

En el desarrollo de los experimentos con este tipo de bomba, se midieron los siguientes parámetros: la presión $P = 0,5$ Psi, del aire suministrado, el tiempo $t = 67,2$ min, para un volumen de producción $V = 150$ cm³, la altura $H = 14$ cm de la super...cie libre del líquido, la altura $h = 12$ cm a la que se consigue levantar la columna de líquido sobre la super...cie libre y ...nalmente; el gasto de producción por unidad de tiempo, se de...ne como $Q_p = V/t$. Con este tipo de bomba se tiene un gasto de producción $Q_p = 2,23$ cm³/min, que es un gasto muy pequeño. Si se aumenta la presión a $P = 1,5$ Psi, se tiene un incremento el gasto de producción $Q_p = 3,5$ cm³/min, sin embargo no es tan fuerte como el incremento en la presión.

Continuando con el trabajo experimental, se construyó un bomba a la que se le puso por nombre "Bomba Gas-lift 2"; la cual consiste en un tubo de 26 cm de longitud y 1,0 cm de diámetro al que también se le practicaron perforaciones, pero ahora intercaladas, en ambos lados tubo, a cada 1,5 cm, a lo largo de 6 cm de longitud del mismo, medidos desde el extremo

BOMBA DE GAS-LIFT 2



a



b

ELEMENTOS

- 1) Línea de Producción, Q_p
- 2) Línea de aire, Q
- 3) Contenedor
- 4) Bomba
- 5) Aguja de Inyección
- 6) Depósito

Figura 6-10: Bomba de Gas-Lift 2: consiste en un tubo de 26 cm de longitud y 1 cm de diámetro interior, en el extremo sumergido se coloca la aguja de inyección de aire y en el otro se conecta una línea para medir el gasto de producción, la altura a la que se lleva el líquido es mayor que en la condición de la bomba tradicional.

del tubo. Estas perforaciones tienen la función de permitir la entrada del líquido en el interior del tubo dado a que a hora se pretende inyectar el gas por abajo del tubo y no por los costados. En el otro extremo del tubo se le colocó el depósito y en él se conectó la línea de producción y el extremo libre de la línea de producción al recipiente graduado. La parte del tubo que tiene las perforaciones se introdujo al recipiente con la glicerina y la aguja de inyección del aire queda ligeramente por abajo del borde de la bomba, (Ver Fig. 6.10).

De la misma manera que en el experimento anterior, en desarrollo de esta actividad se midieron: $P = 0,5$ Psi, el tiempo para un volumen de producción fue de $t = 18$ min, el volumen de producción es $V = 375,11$ cm³, la altura de la superficie libre es $H = 14$ cm, la altura a que se levanta la columna es $h = 12$ cm, el gasto de producción que se obtiene con estos parámetros es $Q_p = 20,84$ cm³/min, si se incrementa la presión a $P = 1,0$ Psi, el gasto de producción

tambiense ve incrementado de manera lineal, ($Q_p = 1,6Q_p$). Con estos resultados se ve que el gasto de producción es mucho más grande utilizando este tipo de bomba, la eficiencia es mayor que la bomba Gas-lift Tradicional.

De acuerdo con la dinámica de la formación de burbujas, la burbuja inicia su crecimiento antes de entrar a la bomba y termina su crecimiento dentro del tubo de producción, permitiendo continuar una mayor cantidad de líquido entre las burbujas continuas, el espesor b , que se genera entre la pared del tubo y la superficie de la burbuja es de unas pocas decimas de milímetro y el esfuerzo tangencial entre las superficies también se reduce, entonces el líquido atrapado entre dos burbujas consecutivas no puede ir hacia abajo por efecto de las fuerza de gravedad, conduciendolo hacia arriba del tubo al depósito de producción.

A diferencia del bombeo tradicional, en donde la burbujas se generan en el costado de tubo de producción, el espesor b , entre la pared del tubo y la superficie de la burbuja es grande, lo suficiente para que el líquido pueda ir hacia abajo y escapar antes de ser conducido hacia arriba del tubo de producción, las burbujas solo empuja ala columna de líquido que se encuentran por encima de ellas, por lo tanto la eficiencia de la bomba disminuye. Está claro que la técnica de Gas-lift se basa en la producción de espuma sin embargo se puede mejorar en mucho si el gas se inyecta por la parte inferior del tubo de producción y a demás se reduce el diámetro del mismo.

En la Fig. 6.11 se esquematiza la competencia entre la fuerzas de flotación y de gravedad, para los tipos de bomba.

Con la intención de escalar este tipo de bomba a las características reales del bombeo de Gas-lift, se realizó la construcción de una bomba con un diámetro en la tubería de producción $d = 4,0$ cm. Esta bomba fue diseñada en dos partes, una base circular, que es una camara donde se inyecta el gasto de aire, Q , por un costado, y la parte superior que acopla el tubo de producción, y en la tapa superior de la cámara de aire se practicaron tres perforaciones, distribuidas geométricamente, para colocar en ellos las agujas de inyección, (Ver Fig. 6.12).

En uno de los extremos del tubo de producción se ranuro para permitir la entrada de líquido y en el otro se colocó el depósito y en él una línea de producción y en el extremo libre un recipiente.

Durante el diseño de éste tipo de bomba, se tenía la idea, de que la columna de líquido

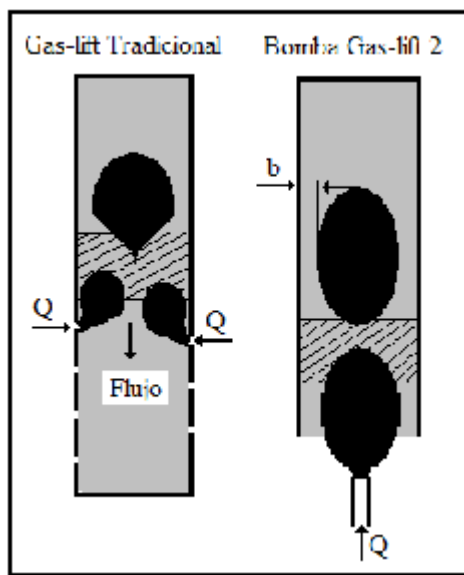


Figura 6-11: Esquema que muestra la competencia entre las fuerzas de flotación de las burbujas y la fuerza de gravedad de la columna de líquido, razón por lo cual la eficiencia no es tan buena en el bombeo.

atrapada sobre las burbujas y la pared del tubo, podía elevarse hasta el depósito de producción y salir por la línea hasta el recipiente, sin embargo esto no ocurrió, la columna solo se levanto unos cuantos centímetros por encima del nivel de superficie libre. Durante esta fase experimental se usó una presión $P = 0,25$ Psi, que produce un gasto $Q = 650$ mm³/s, si la presión se aumenta paulatinamente, la columna se levanta un poco más, pero no lo suficiente para salir por la línea de producción.

Durante el proceso de la dinámica de la generación de burbujas, cada una de las agujas genera su burbuja de manera individual, pero una vez que se despegan de la aguja tienden a juntarse en el centro de la columna, formando un canal de arrastre en centro de la columna y es esta fuerza la que obliga la coalescencia de las tres burbujas para formar una burbuja compuesta, con un diámetro equivalente, menor al diámetro interior del tubo de producción provocando un flujo lento. Los resultados encontrados son similares a cuando se uso el cilindro corto de 12 cm de diámetro y 15 cm de longitud.

El nivel de la superficie libre del recipiente se lleno a $H = 11$ cm, el gasto $Q = 650$ mm³/s, generada por una presión $P = 0,25$ Psi, que produce un burbujeo donde las burbujas tienen

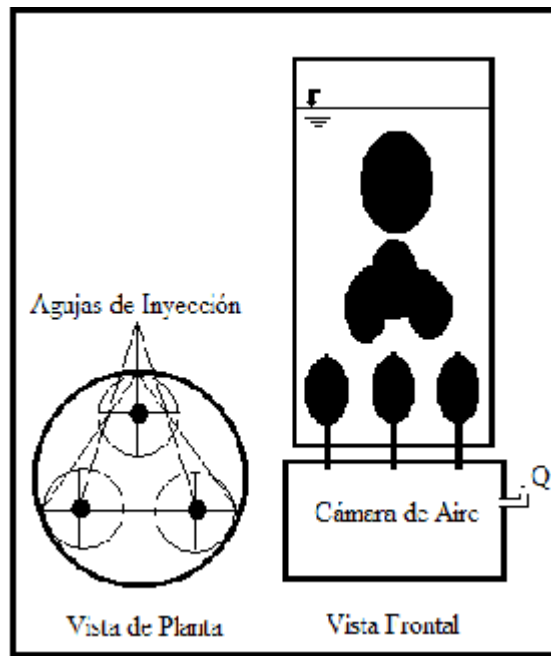


Figura 6-12: La Bomba Gas-lift se construyó con un tubo de acrílico y en la base se colocó la bomba de aire, el gasto Q , es inyectado por un costado. Las burbujas se forman en cada aguja y tienden a coalescer en el centro del tubo de producción.



Figura 6-13: Fotografía que muestra como se genera el burbujeo de las tres agujas de inyección en la base de la bomba "Panal de abeja". Las burbujas coalescen en la proximidad de las agujas de inyección formando una burbuja compuesta que sube rápidamente por las fuerzas de rotación, empujando la columna de líquido hacia la línea de producción.

un diámetro de 10,0 mm, la columna se levanta $h = 12$ mm.

En el Capítulo 5 se estudió la influencia de una boquilla cónica sobre la forma y tamaño normal de una burbuja, encontrando que si el ángulo de apertura α , del cono es grande y la viscosidad μ , del líquido grande, es posible aumentar el tamaño de la burbuja manteniendo el gasto constante. Por lo que entonces se procedió a construir tres conos con las siguientes características: $h = 3$ cm, ángulo $\alpha = 75^\pm$, para colocarlos en la salida de la aguja de inyección y que hagan la función de boquillas cónicas.

Durante el desarrollo de los experimentos se observa que las burbujas tienen una forma mucho mejor definida cuando se usa un gasto mínimo, suficiente para generar burbujas en las boquillas, la columna dentro del tubo es $h = 10$ mm, con esta técnica de generación, las burbujas permanecen por más tiempo pegadas a la aguja de inyección y una vez que se despegan e inician su camino ascendente hacia la superficie libre, al igual que en los experimentos anteriores, las burbujas se juntan en el centro y coalescen formando una burbuja compuesta que continúa subiendo a la superficie. Al incrementar el gasto Q , la burbuja crece pero de una manera más controlada por lo que la columna se levanta hasta $h = 25$ mm, obteniendo una ganancia



Figura 6-14: Fotografía de la dinámica de las burbujas generadas en conos de $\alpha = 75^\pm$, donde se puede ver que las burbujas coalescen en el centro de la columna y forma una burbuja grande, pero que no levanta lo suficiente a la superficie libre del líquido como para tener producción.

de solo 15 mm, el tiempo que le toma alcanzar esta altura es mínimo y la presión registrada en el regulador es de $P = 2,0$ Psi, que con el tiempo se llega a un $\Phi h = 30$ mm. En la tabla 6.1 se presentan los datos registrados con las dos técnicas de generación de burbujas y se puede ver en ellas que los conos controlan la forma y volumen nominal de las burbujas. Es claro comprender por que se tiene una ganancia mayor en la columna de producción, pues esta técnica de bombeo requiere de un burbujeo controlado que permita disminuir la densidad del fluido en la proximidad de la superficie libre y esto se consigue con burbujas mejor definidas.

La Fig. 6.14 presenta el burbujeo de las agujas cuando se colocan conos de $\alpha = 75^\pm$, con la intención de mejorar el volumen máximo de las burbujas, de tal manera que se tenga un incremento de la altura del nivel de superficie libre.

Cuando el gasto se incrementa ($P = 0,5$ Psi), se tiene una ganancia en la columna $h = 25$ mm y al paso del tiempo se observa que la columna de líquido se levanta hasta $h = 30$ mm. El gasto de aire se genera con una bomba de pulsos y la presión máxima que genera es $P = 0,5$ Psi, al cerrar el suministro de aire súbitamente se estabiliza el líquido, pero éste se mete en la cámara de aire y cuando se abre nuevamente el aire las burbujas no aparecen de inmediato,

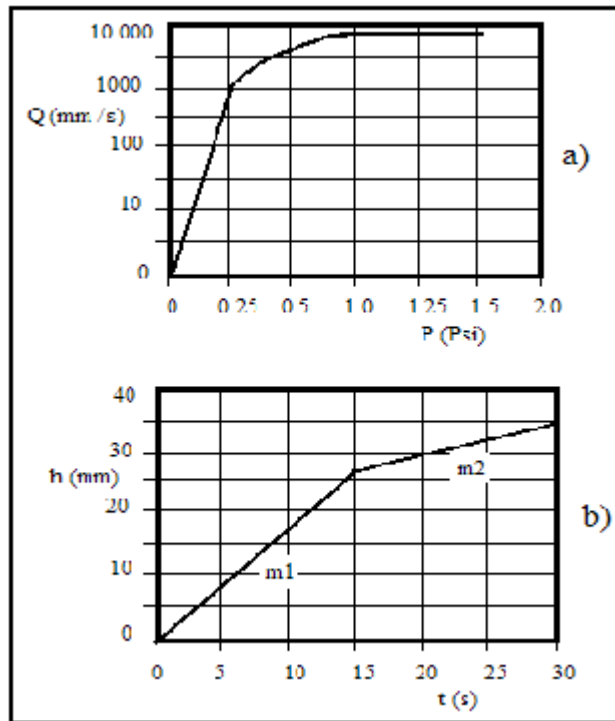


Figura 6-15: a) Gráfica Q vs P en donde se observa que el gasto crece exponencialmente en los primeros instantes y después tiende a estabilizarse con el tiempo, debido a que la presión tiene un valor máximo, $P = 2,0$ Psi. La gráfica b) es la ganancia de la columna h como función del tiempo t . Es posible observar pendientes m_1 y m_2 ; en un principio la columna sube rápidamente hasta alcanzar cierta altura y luego continúa subiendo pero de manera más lenta.

pasa un tiempo en que inicie el burbujeo nuevamente, debido a que el líquido se mete en por las agujas de inyección y hasta que el líquido es desalojado por las agujas el proceso se reinicia, esto se lleva un instante, por lo tanto es posible medir el tiempo que le toma a la columna alcanzar la altura $h = 30$ mm, y construir una gráfica de altura de columna h , con respecto del tiempo t , y otra de presión P vs tiempo t , (Figura 6.15).

6.4.1. Bomba Panal de Abeja

Utilizando la técnica de inyección de gas por abajo de la tubería, y con la experiencia que se tiene de la relación que existe entre el radio de la burbuja y el radio interior del tubo, se procedió a fabricar una bomba de Gas-lift, a la que se le dio el nombre de "Bomba Panal de

Tabla 6.1 Resultados con y sin conos

		Burbujas sin conos				Burbujas con los conos			
No	h	Q	P	t	h	Q	P	t	
	<i>mm</i>	<i>mm³/s</i>	<i>Psi</i>	<i>s</i>	<i>mm</i>	<i>mm³/s</i>	<i>Psi</i>	<i>s</i>	
1	12	650	0.25	5	10	600	0.25	8	
2	20	1500	0.50	10	12	1000	0.50	12	
3	30	3500	1.0	13	20	1500	1.0	17	
4	35	5200	2.0	25	25	4100	2.0	20	

Figura 6-16:

Abeja", con esta bomba es posible levantar la columna de líquido con una presión $P = 0,50$ Psi, utilizando tres agujas de inyección distribuidas geométricamente, como se indica en la Fig. 6.16, la columna se levanta lo suficiente para salir por el borde superior del tubo de producción.

Como se mencionó anteriormente, aprovechando los conocimientos que se tienen, sobre la generación de burbujas en tubos, donde el diámetro de la burbuja es del orden del diámetro interior del tubo, se diseñó la "Bomba Panal de Abeja"; consiste en un tubo de PVC de $D = 4,0$ cm y 30 cm de longitud. En el interior del tubo se colocaron tres tubos de producción, distribuidos en el área transversal del tubo de PVC, el diámetro de los tubos interiores es de 1,2 cm, en el inicio inferior de cada uno de los tubos se colocó una aguja de inyección, de tal manera que se genere una burbuja individual en cada tubo interior, elevando cada burbuja su columna de líquido que se encuentra por encima de esta, debido a que la fuerza de flotación F_b , es mayor que la fuerza de gravedad. Con la ayuda de esta bomba se levanta la columna del líquido, que se junta en el depósito de producción y conducido, a través de la línea de producción al recipiente graduado para medir el volumen producido. Con este tipo de bomba se obtuvieron los siguientes datos: $t = 18$ min, $V = 250,07$ mm³, el nivel del de la superficie libre es $H = 15$ cm y la altura de columna $h = 15$ cm, que permiten obtener un gasto de producción $Q_P = 13,893$ mm³/min, este gasto es menor al que se obtiene con la Bomba 2, $Q_P = 20,84$ mm³/min utilizando una presión $P = 0,50$ Psi.

Es importante mencionar aquí que la presión que se suministra es $P = 0,50$ Psi, que se

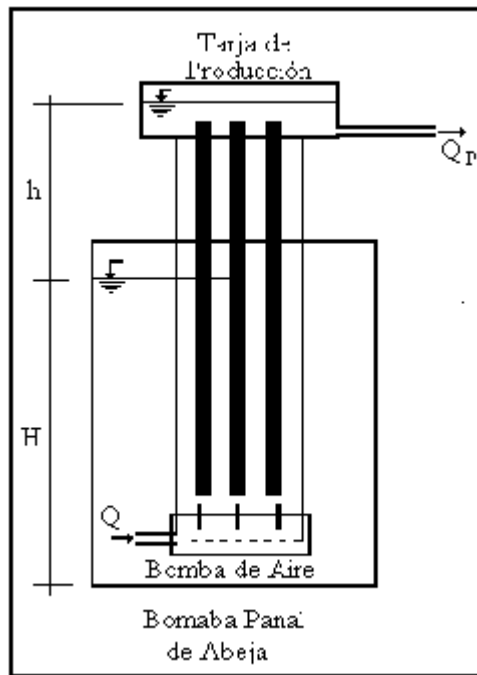


Figura 6-17: Esquema de la Bomba denominada "Bomba Panal de Abeja", con este equipo es posible elevar la columna de líquido hasta la altura requerida, con una presión de $P = 0,50$ Psi y el burbujeo no se detiene a pesar de que el nivel de superficie libre descienda. El gasto de producción es de $Q_P = 20,84$ mm³/s.

lee en la caratula del manómetro y por lo tanto se distribuye en las tres agujas de inyección, por lo tanto si se incrementa la presión de tal manera que cada aguja tenga una presión de $P = 0,50 \text{ Psi}$, en tonces el gasto se incrementara entre 2.5 y 3 veces el gasto de producción y así lo demostraron los experimentos que se realizaron. De esta manera hemos conseguido, mejorar la técnica de bombeo neumático, mediante el empleo de tubos con radios del orden del radio de las burbujas, así lo demuestran los resultados experimentales que encontramos.

6.5. Conclusiones

La técnica de bombeo neumático Gas-Lift, es utilizada para extraer un líquido que esta contenido en un recipiente donde no es posible tener acceso a él y por lo tanto se introduce una tubería hasta el reservorio, por un costado del tubo se introduce un conducto más delgado por el cual se hace pasar gas a alta presión, que se inyecta al líquido para forzarlo a salir por la tubería de producción, al variar la densidad del líquido. Para lograr el éxito en el bombeo se requiere de grandes cantidades de gas a presiones grandes, por lo tanto en esta investigación buscamos la manera de mejorar la técnica de bombeo. En el desarrollo de nuestros experimentos encontramos que es posible mejorar el bombeo neumático mediante el empleo de tubos delgados con diámetros del orden del diámetro de las burbujas y en la manera de inyectar el gas en la tubería que entra al depósito del líquido; si el gas se suministra por la parte inferior del tubo las burbujas que se forman dentro del mismo, tienen una capacidad mayor de empujar la columna de líquido hacia la línea de producción, que si el gas se inyecta por un costado y por otro lado se salva la dificultad de sellar aquellas válvulas que van quedando por encima de la superficie libre del líquido, cuando esta desciende por la extracción.

El empleo de boquillas cónicas permite levantar más la columna del líquido, h , por encima de la superficie libre que sin el empleo de ellas o con el uso de cilindros cortos.

Por otro lado el control en el suministro de la presión de gas también se mejora considerablemente evitando de esta manera una contaminación del producto obtenido Q_p .

Este conjunto de técnicas estudiadas para generar burbujas tiene sus repercusiones dentro de las industrias que utilizan las formas de producción de burbujas en sus procesos de producción, de ahí la importancia en dedicar esfuerzos en la solución de estos problemas.

Capítulo 7

CONCLUSIONES GENERALES

Como se mencionó durante el desarrollo de este trabajo, la generación de burbujas por inyección de aire en un líquido tiene muchas aplicaciones dentro de la industria Química, Metalúrgica, Petrolera y de Purificación de Agua.

De acuerdo con el trabajo realizado el estudio de las burbujas se divide en dos áreas básicas; que son la generación de burbujas con viscosidad al límite y la generación de burbujas con viscosidad alta; en el primero se ha tenido un desarrollo importante debido a la facilidad de visualización y análisis matemático, dado el desarrollo tecnológico de las cámaras de video de alta velocidad. Por otro lado la existencia de sistemas naturales donde se generan burbujas en medios viscosos, propicia la necesidad de estudios teóricos y experimentales en estos sistemas; como Gas-lit, utilizado en el bombeo de aceite desde un yacimiento despresurizado, el flujo de magma sobre la superficie terrestre, lo que ha permitido el desarrollo de sistemas de generación de burbujas en líquidos con viscosidad distinta a la del agua. En la figura 7.1 se presenta una imagen del magma solidificado de como se distribuyen las burbujas en el material, permitiendo la formación de cavidades con distintas formas.

En la Fig. 7.2 se presenta un resumen en un diagrama de flujo que permite identificar un seguimiento sobre el campo de estudio de las burbujas, de acuerdo con el campo que se quiere desarrollar; en este esquema hace falta señalar como se pretende realizar el estudio de las burbujas si es a grande ($Ca > 0$) o capilar pequeño ($Ca \ll 0$).

Durante el desarrollo de estos experimentos y con los resultados encontrados se permitió la corroboración de las teorías de la lubricación, en donde se menciona que el esfuerzo tangencial



Figura 7-1: Cavidades que se ven en las rocas de origen volcánico, son burbujas que se formaron dentro del magma por inducción, luego de enfriarse y escapar el gas. De acuerdo con Stone entre mas burbujas contenga el magma su viscosidad se incrementa.

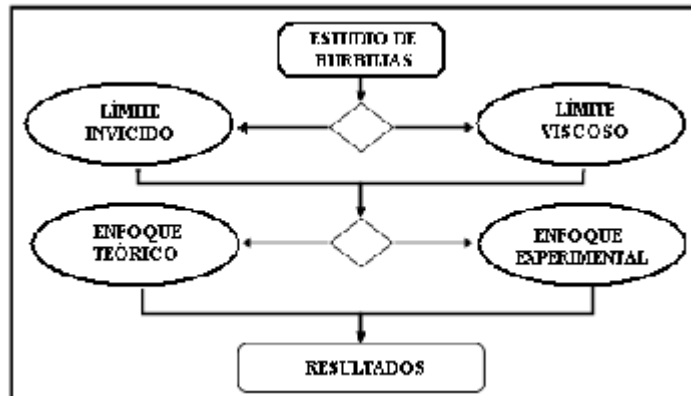


Figura 7-2: Diagrama de flujo que permite definir el estudio de la burbujas en líquidos viscosos o con viscosidad al límite, con $Ca = 0$, o con $Ca > 30$ [7], desde un enfoque experimental o teórico.

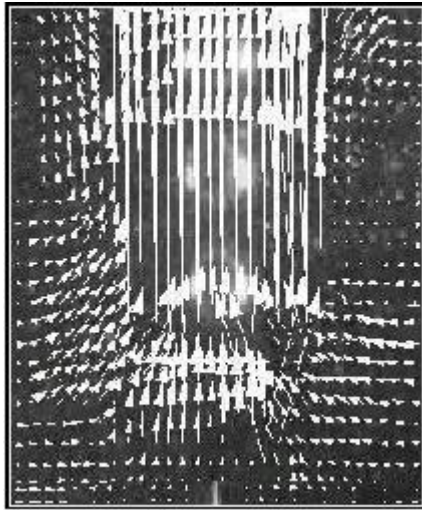


Figura 7-3: Imagen en PIV del sistema experimental de burbujas en la condición de flujo auto inducido. Antes de entrar al tubo los vectores son más pequeños y aumentan de tamaño en el interior del mismo, a los lados del tubo la recirculación es más lenta y se puede ver la formación de dos cardioides.

entre las paredes internas de cilindro y la superficie de la burbuja se reduce. Esta técnica de generación de burbujas se recomienda para mantener una mezcla homogénea contenida en un recipiente en reposo, evitando que se deposite el material pesado en el fondo.

En Fig. 7.3 se esquematiza la forma de las líneas de corriente en el canal de arrastre central y a los lados del mismo, se puede ver la presencia de un cilindro de longitud característica, el flujo que se presenta en el interior del tubo es muy rápido lo que permite que no se presente coalescencia junto a la guja de inyección, el incremento en la velocidad de ascenso se logra al colocar esta estructura por encima de la aguja.

Una conclusión más que se puede establecer con esta técnica es la generación de burbujas con menor volumen cuando se utiliza un cilindro de vidrio donde la relación entre los diámetros de la burbuja, el cilindro y la longitud del cilindro son del mismo orden sin la necesidad de variar el número Capilar.

En el proceso de inyección de gas en un líquido viscoso, por medio de una aguja, las burbujas generadas tienen un volumen característico. Si se requiere de aumentar el volumen de las burbujas sin modificar el gasto de inyección de aire, se requiere de colocar un cono invertido

en la salida de la aguja de inyección, haciendo coincidir la aguja con el vértice del cono, es decir, el gas se inyecta por el vértice del cono que a su vez la hace de recipiente que contiene el líquido donde se generan las burbujas. Se puede variar el volumen nominal de una burbuja sin la necesidad de aumentar el gasto del flujo de aire que ($V = 3Q/4$), de acuerdo con la teoría, es condición necesaria, para cambiar el volumen de la burbuja, manteniendo el gasto constante, el volumen de la burbuja crece de manera exponencial, al aumentar paulatinamente el ángulo del cono α , medido desde la horizontal de la base a la pared del cono invertido, permitiendo la construcción de gráficas del volumen dimensional en función de α (Fig. 7.4).

De acuerdo con los resultados experimentales, la presencia de los conos contribuye notablemente al crecimiento de las burbujas y aún que se presenta coalescencia de burbujas fuera del área de crecimiento, ofrece una disminución fuerte en la densidad del líquido, al contrario que cuando el gas es inyectado a través de la aguja de inyección sin cono, disminuyendo la densidad del líquido en una zona muy próxima a la superficie libre. Esta conclusión se observó cuando se realizaron los experimentos de Gas-lift, ya que cuando se utilizan los conos y se incrementa la presión del aire la columna del líquido se levanta hasta una altura determinada y es mayor que cuando no hay conos y en presencia de cilindros.

Como se mencionó antes la presencia del cono detiene el crecimiento de la burbuja, obligándola a permanecer más tiempo pegada a la aguja de inyección y absorber más gas, sin embargo, la burbuja no puede crecer en forma indefinida, por que el ángulo del cono no se puede aumentar $\alpha = 90^\pm$, por que estaríamos hablando de una prolongación de la aguja y el aire no tendría contacto con el líquido.

Los resultados son muy claros si mantenemos constante el número Capilar, C_a , la forma y volumen nominal se pueden modificar con la presencia del cono sin embargo si se cambia el número de Bond, B_o , es posible cambiar esas características, solo para valores pequeños del ángulo de apertura α , es decir si la densidad del líquido, parecida a la del agua, se requiere que el cono tenga un ángulo $\alpha = 85^\pm$ y conforme la densidad se aumenta el ángulo disminuye, así para el caso de la miel, con un cono de $\alpha = 55^\pm$ es posible observar modificaciones en la forma y tamaño nominal de la burbuja.

Una de las aplicaciones importantes dentro de la industria petrolera encontradas en el desarrollo de esta investigación es, que en el bombeo neumático (Gas-lift) es posible elevar la

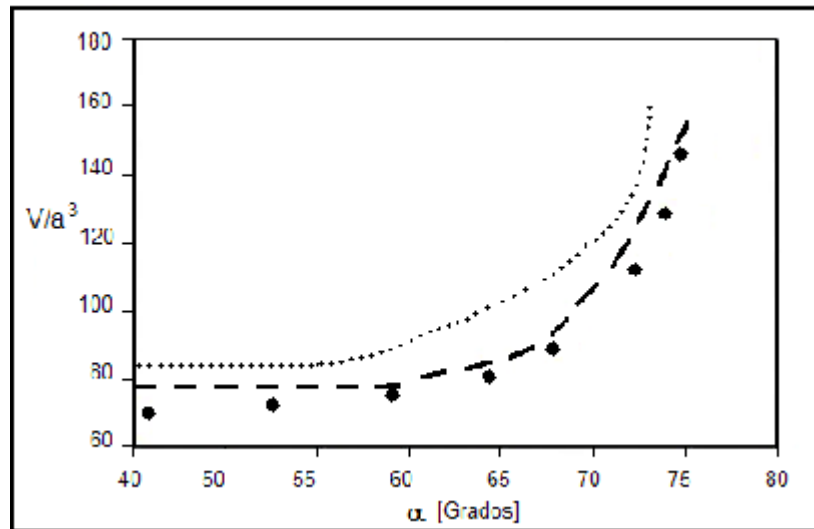


Figura 7-4: La gráfica es el volumen normal de la burbuja como función del ángulo α , del cono, donde α esta en radianes. La línea de puntos negros so los resultados numéricos, la línea de guiones son los datos experimentales para $Ca = 45$, la línea de puntos cruz son datos experimentales para $Ca = 60$.

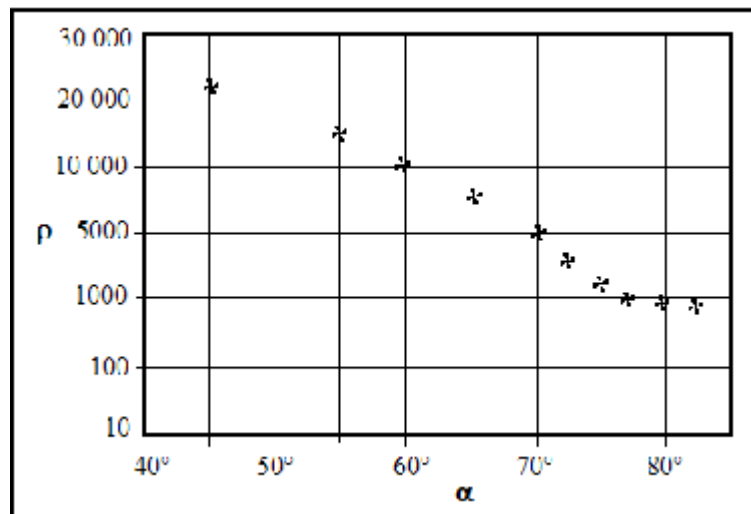


Figura 7-5: Gráfica de la densidad como una función del angulo del cono, que tiene influencia en la forma y volumen normal de la burbuja. Las densidades van del orden de la del agua a la de la miel.

columna de aceite sin la necesidad incrementar la presión.

Otra conclusión importante es la inyección del gas, a través de agujas de inyección, desde la parte inferior del tubo, esto permite atrapar la columna de aceite entre cada burbuja y como la magnitud del espesor b , entre el tubo y la superficie de la burbuja, es muy delgada, del orden de décimas de milímetro, el esfuerzo tangencial disminuye notablemente y la burbuja sube con una velocidad promedio mayor a la del canal de arrastre mejorando la eficiencia notablemente el bombeo.

Finalmente este trabajo puede servir de base para otros estudios sobre la generación de burbujas donde se busque, por ejemplo como se dá la coalescencia entre pares de burbujas o la formación de burbujas cuando surgen de boquillas cónicas con ángulos mayores a 180° o con geometrías curvas, determinando como se monta la burbuja sobre el hombro del orificio, utilizando distinto número Capilar.

Como un resultado más de esta investigación son los trabajos que se han expuesto y publicado en distintos foros, memorias y revistas.

TRABAJOS PUBLICADOS

- Auto impulso de burbujas por cilindros.

Arnulfo Ortiz. Facultad de Ingeniería UNAM, A. Medina. SEPI ESIME- Azcapotzalco. IPN y F. Higuera ETSI-Aeronáuticos Universidad Politécnica de Madrid. XII CONGRESO DE LA DIVISIÓN DE FLUIDOS Y PLASMAS SOCIEDAD MEXICANA DE FISICA ISSN 0187-4713

- Formation of Bubble in Cones. Arnulfo Ortiz. Facultad de Ingeniería UNAM, A. Medina SEPI ESIME- Azcapotzalco. IPN. México D F. 3rd Canada-America-Mexico Graduate Student Physics Conference. TRIUMF; GST# R119271534.

- Estudio experimental del crecimiento de burbujas en líquidos viscosos emergiendo de boquillas cónicas. Arnulfo Ortiz. Facultad de Ingeniería UNAM, A. Medina SEPI ESIME- Azcapotzalco. IPN. México D F. 8vo Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica. Cibim8-1173-2007.

- Influencia de las paredes sobre la forma de las burbujas en líquidos viscosos

Arnulfo Ortiz. Facultad de Ingeniería UNAM, A. Medina SEPI ESIME- Azcapotzalco. IPN. XIII CONGRESO DE LA DIVISIÓN DE FLUIDOS Y PLASMAS SOCIEDAD MEXICANA DE FISICA. ISSN 0187-4713

- Estudio experimental de la generación de burbujas de aire en cilindros pequeños sumergidos en líquidos viscosos

Arnulfo Ortiz. Facultad de Ingeniería UNAM, A. Medina SEPI ESIME- Azcapotzalco. IPN. 3er Congreso Nacional de Ingenierías Mecánica, Eléctrica, Electrónica y Mecatrónica. (No. ISBN en trámite) 2006-MEC 3-1. 183-191

- Bombeo neumático bajo diferentes formas de boquillas de inyección de aire

Arnulfo Ortiz. Facultad de Ingeniería UNAM, A. Medina SEPI ESIME- Azcapotzalco. IPN. Abel López V. Coordinación de Posgrado del IMP.

XIV CONGRESO DE LA DIVISIÓN DE FLUIDOS Y PLASMAS SOCIEDAD MEXICANA DE FISICA ISSN 0187-4713

- Estudio experimental de técnicas de inyección de gas para generar bombeo neumático (Gas- lift)

Arnulfo Ortiz. Facultad de Ingeniería UNAM, A. Medina SEPI ESIME- Azcapotzalco. IPN. XIV CONGRESO DE LA DIVISIÓN DE FLUIDOS Y PLASMAS SOCIEDAD MEXICANA DE FISICA ISSN 0187-4713

- Growth and shape of bubbles in viscous liquids and connected geometries

Arnulfo Ortiz. Facultad de Ingeniería UNAM, A. Medina SEPI ESIME- Azcapotzalco. IPN. Abel López V. Coordinación de Posgrado del IMP. 61st Annual Meeting of the Division of Fluid Dynamics. 53, 216

- Formación de burbujas en líquidos viscosos contenidos en conos y cilindros

A. Ortiz, A. López Villa, A. Medina y F. J. Higuera. Revista Mexicana de Física Vol. Sept. 2009.

- Estudio numérico de la formación de burbujas en líquidos viscosos

A. López Villa. A. Ortiz y A. Medina. Cuarto congreso internacional de matemáticas aplicadas, "APPLIEDMATH 4" ISBN 978-607-414-018-7

Capítulo 8

APÉNDICE

8.1. Programa para la medición de las propiedades de la burbuja

El siguiente programa permite determinar el volumen de una burbuja para un instante determinado mediante el análisis de fotografías digitalizadas por distintos programas, los pasos a seguir son los siguientes:

Primero, se procede a capturar las imágenes mediante un dispositivo digital llámese cámara digital, la postura en la cual se deberán capturar las imágenes es horizontal debido a que el volumen se determina en un sistema coordenado (X, O, Y). El crecimiento de la burbuja en forma radial es sobre el eje Y, y longitudinal es sobre el eje X.

Segundo, el archivo digitalizado pasara a se edita mediante procesos grá...cos con ayuda de (Corel-Draw v.10), a la ves que se establece una escala real (píxeles por milímetro) ya que esto permite obtener el volumen de la burbuja en milímetros cúbicos, posteriormente las imágenes son sometidas a una estilización según una escala de grises, que permiten aclarar la imagen.

Tercero, Las imágenes se trasladan a inspector (software), que sirve para brindar una escala numérica de tonalidad (Threshold) a la imagen, la escala adherida a la imagen es una pieza clave en el correcto funcionamiento del programa, realizado en C++.

Cuarto, en este paso se almacena las imágenes en formato (.tif) dentro de una carpeta (...le Set).

Quinto, en otra carpeta de nombre (data Vol), se introducen los parámetros del (Threshold) de manera manualmente, esto para que C++ detecte la resolución de la imagen.

Sexto, se compila el programa y los resultados se obtienen en otra carpeta previamente creada de nombre (Glu-out); donde aparece la posición del centro de masa de la burbuja y los volúmenes parciales de la burbuja para cada instante.

Séptimo, los valores obtenidos del centro de masa y del volumen se multiplican por una escala lineal y cúbica respectivamente determinadas con la escala real determinada en el segundo paso y se llevan a una gráfica para determinar el gasto de inyección de aire y la posición del centro de masa.

8.2. Código numérico

```
#include <malloc.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#include <math.h>
#define MAX_PIXELS 250000
#define INTELTIFF 1
#define MACTIFF 0
long int TRgetlw(FILE *...n, int moi);
int TRgetw(FILE *...n, int moi);
int rti(char *...lename, unsigned char *image, int *npx,int *npy,int *levels);
int rppm(char *...lename, unsigned char *image, int *npx,int *npy,int *levels);
main()
{
glu();
}
/* ***** */
glu()
```

```

{
FILE *indata, *...le_list, *out...le;
FILE *tstout;
char bare...lename[100], ...lename[300], auxstg[300], wdir[150];
unsigned char image[MAX_PIXELS];
int npx, npy, levels, imin, imax, jmin, jmax, threshold, itst;
int height, width, xwidth, counter;
float vol, xcm;
/* read path to input, images, and output ...les
*/
wdir[0] = '\0';
printf("Nombre del directorio que contiene los datos:\n");
scanf("%s", wdir);
auxstg[0] = '\0';
strcat(auxstg, wdir);
strcat(auxstg, "data.vol");
if ((indata = fopen(auxstg, "r")) == NULL) {
printf("glu: Can't open ...le %s\n", auxstg);
return(-1);
}
fgetc(auxstg, 149, indata);
sscanf(auxstg, "%d %d", &imin, &imax);
fgetc(auxstg, 149, indata);
sscanf(auxstg, "%d %d", &jmin, &jmax);
fgetc(auxstg, 149, indata);
sscanf(auxstg, "%d", &threshold);
fgetc(auxstg, 149, indata);
sscanf(auxstg, "%d", &itst);
close(indata);
if (itst == 2) {

```



```

auxstg[0] = 'n0';
strcat(auxstg, wdir);
strcat(auxstg, "contours");
tstout = fopen(auxstg, "w");
}
auxstg[0] = 'n0';
strcat(auxstg, wdir);
strcat(auxstg, "...leset");
if ((...le_list = fopen(auxstg, "r")) == NULL) {
printf("glu: Can't open ...le %snn", auxstg);
return(-1);
}
auxstg[0] = 'n0';
strcat(auxstg, wdir);
strcat(auxstg, "glu.out");
out...le = fopen(auxstg, "w");
fprintf(out...le, "# Window: (%d,%d)x(%d,%d)nn", imin,imax,jmin,jmax);
fprintf(out...le, "# Threshold: %dnn", threshold);
fprintf(out...le, "#nn");
fprintf(out...le, "# height width xwidth volume center_of_mass image nn");
counter = 0;
while(fscanf(...le_list, "%snn", bare...lename) != EOF) {
...lename[0] = 'n0';
strcat(...lename, wdir);
strcat(...lename, bare...lename);
counter = counter + 1;
/*
* transforms a tiff ...le to a ppm ...le using convert. and then reads it
*/
/*

```

```

auxstg[0] = 'n0';
strcat(auxstg, convert "");
strcat(auxstg, ...lename);
strcat(auxstg, "ppm:mogollon.ppm");
system(auxstg);
rppm("mogollon.ppm", image, &npx, &npy, &levels);
system(rm mogollon.ppm");
*/
/*
* reads a timage directly
*/
rtimage(...lename, image, &npx, &npy, &levels);
buvol1(image, npx, npy, imin, imax, jmin, jmax, threshold
,&height, &width, &xwidth, &vol, &xcm);
printf(" %s. Volume = %fn", ...lename, vol);
fprintf(outfile, " %3d %6d %6d %6d %15f %15f # %snn", counter,
height, width, xwidth, vol, xcm, bare...lename);
/*
* the following options (itst = 1 or 2) require convert"
*/
if (itst == 1) {
butst1("mogollon.ppm", imin, imax, jmin, jmax, threshold);
auxstg[0] = 'n0';
strcat(auxstg, convert ppm:mogollon.ppm timage:r-");
strcat(auxstg, ...lename);
system(auxstg);
/* por si el convert se pone cabezon: */
/* strcat(auxstg, "mv mogollon.ppm ");
strcat(auxstg, ...lename);
strcat(auxstg, ".ppm");

```

```

system(auxstg); */
}
if (itst == 2) {
fprintf(tstout, "# %snn", ...lename);
fprintf(tstout, "nn");
butst2("mogollon.ppm",imin,imax,jmin,jmax,threshold,tstout);
}
}
close(...le_list);
close(out...le);
if (itst == 2) close(tstout);
} /* end of glu */
/* ***** */
/*
* computes the volume and other properties of an axisymmetric ...gure
*/
buvol1(image,npx,ncpy,imin,imax,jmin,jmax,threshold
,height,width,xwidth,vol,xcm)
unsigned char *image;
int npx, npy, imin, imax, jmin, jmax, threshold;
int *height, *width, *xwidth;
float *vol, *xcm;
{
int i, j, jcs, jci, jdi;
if (imin < 1 || imin > npx) imin = 1;
if (imax < 1 || imax > npx) imax = npx;
if (jmin < 1 || jmin > npy) jmin = 1;
if (jmax < 1 || jmax > npy) jmax = npy;
*height = 0;
*width = 0;

```

```

*xwidth = 0;
*vol = 0.;
*xcm = 0.;
for (i = imin - 1; i < imax; i ++) {
j = jmin - 1;
while ((j < jmax) && (image[npix*j+i] > threshold)) {
jci = j;
j ++;
}
j = jmax - 1;
while ((j >= jmin - 1) && (image[npix*j+i] > threshold)) {
jcs = j;
j --;
}
jdi = jcs - jci;
if (jdi > 0) {
*height = i + 2 - imin;
if (jdi > *width) {
*width = jdi;
*xwidth = *height;
}
*vol = *vol + jdi*jdi;
*xcm = *xcm + (*height)*jdi*jdi;
}
}
*xcm = (*xcm)/(*vol);
*vol = 3.1415926535897932384*0.25*(*vol);
} /* end of buvol1 */
/* ***** */
/*

```

```

* as buvol1 but using raw data from a ppm ...le, with the three rgb
*/
buvol3(image,npx,ncpy,imin,imax,jmin,jmax,threshold
,height,width,xwidth,vol,xcm)
unsigned char *image;
int npx, npy, imin, imax, jmin, jmax, threshold;
int *height, *width, *xwidth;
float *vol, *xcm;
{
int i, j, jcs, jci, jdi;
if (imin < 1 || imin > npx) imin = 1;
if (imax < 1 || imax > npx) imax = npx;
if (jmin < 1 || jmin > npy) jmin = 1;
if (jmax < 1 || jmax > npy) jmax = npy;
*height = 0;
*width = 0;
*xwidth = 0;
*vol = 0.;
*xcm = 0.;
for (i = imin - 1; i < imax; i++) {
j = jmin - 1;
while (j < jmax && image[3*(npx*j+i)] > threshold) {
jci = j;
j++;
}
j = jmax - 1;
while (j >= jmin - 1 && image[3*(npx*j+i)] > threshold) {
jcs = j;
j--;
}
}
}

```

```

jdi = jcs - jci;
if (jdi > 0) {
    *height = i + 1;
    if (jdi > *width) {
        *width = jdi;
        *xwidth = *height;
    }
    *vol = *vol + jdi*jdi;
    *xcm = *xcm + (*height)*jdi*jdi;
}
}
*xcm = (*xcm)/(*vol);
*vol = 3.1415926535897932384*0.25*(*vol);
} /* end of buvol3 */
/* ***** */
/*
* computes the volume and other properties of an axisymmetric ...gure
* in a ppm ...le.
*/
buvol(...lename,imin,imax,jmin,jmax,threshold
,height,width,xwidth,vol,xcm)
char *...lename;
int imin, imax, jmin, jmax, threshold;
int *height, *width, *xwidth;
float *vol, *xcm;
{
FILE *in...le;
int npix, npy, levels, npix3, i, j, jcs, jci, jdi;
char cagaita[5];
unsigned char *g;

```

```

if ((in...le = fopen(...lename, r+b")) == NULL) {
printf("buvol: Can't open ...le %snn", ...lename);
return(-1);
}
fscanf(in...le, "%snn", cagaita);
fscanf(in...le, "%d%dnn", &npx, &npy);
fscanf(in...le, "%dnn", &levels);
npix3 = 3*npx*npy;
g = (unsigned char*)calloc(npix3, sizeof(char));
fread(g,1,npix3,in...le);
close(in...le);
buvol3(g,npx,npy,imin,imax,jmin,jmax,threshold
,height,width,xwidth,vol,xcm);
free(g);
} /* end of buvol */
/* ***** */
/*
* reads a ppm image and overwrites it with a ...ltered image of an
* interrogation window on the original image.
*/
butst1(...le_name,imin,imax,jmin,jmax,threshold)
char *...le_name;
int imin, imax, jmin, jmax, threshold;
{
FILE *in...le;
int npx, npy, levels, npix3, i, j,iaux, npxr, npyr, npix3r;
char cagaita[5];
unsigned char *g, *gout;
if ((in...le = fopen(...le_name, r+b")) == NULL) {
printf("butst1: Can't open ...le %snn", ...le_name);

```

```

return(-1);
}
fscanf(in...le, "%snn", cagaita);
fscanf(in...le, "%d%dnn", &npx, &npy);
fscanf(in...le, "%dnn", &levels);
npix3 = 3*npx*npy;
g = (unsigned char*)calloc(npix3, sizeof(char));
fread(g,1,npix3,in...le);
close(in...le);
if (imin < 1 || imin > npx) imin = 1;
if (imax < 1 || imax > npx) imax = npx;
if (jmin < 1 || jmin > npy) jmin = 1;
if (jmax < 1 || jmax > npy) jmax = npy;
npxr = imax - imin + 1;
npyr = jmax - jmin + 1;
npix3r = 3*npxr*npyr;
gout = (unsigned char*)calloc(npix3r, sizeof(char));
for (i = 0; i < npix3r; i++) gout[i] = 'nx00';
for (i = imin - 1; i < imax; i++) {
j = jmin - 1;
while (j < jmax && g[3*(npx*j+i)] > threshold) {
iaux = 3*(npxr*(j-jmin+1) + i-imin+1);
gout[iaux] = 'nx';
gout[iaux+1] = 'nx';
gout[iaux+2] = 'nx';
j++;
}
j = jmax - 1;
while (j >= jmin - 1 && g[3*(npx*j+i)] > threshold) {
iaux = 3*(npxr*(j-jmin+1) + i-imin+1);

```



```

gout[jaux] = 'nxα';
gout[jaux+1] = 'nxα';
gout[jaux+2] = 'nxα';
j--;
}
}
free(g);
in...le = fopen(...le_name, "w");
fprintf(in...le, "%snn", cagaita);
fprintf(in...le, "%d%dnn", npxr, npyr);
fprintf(in...le, "%dnn", levels);
fwrite(gout,1,npix3r,in...le);
close(in...le);
free(gout);
} /* end of butst1 */
/* ***** */
/*
* ...nds a contour in a ppm image and writes its pixels as integers
* to an ascii ...le.
*/
butst2(...le_name,imin,imax,jmin,jmax,threshold,tstout)
char *...le_name;
int imin, imax, jmin, jmax, threshold;
FILE *tstout;
{
FILE *in...le;
int npx, npy, levels, npix3, i, j, jci, jcs;
char cagaita[5];
unsigned char *g;
if ((in...le = fopen(...le_name, r+b")) == NULL) {

```

```

printf("butst2: Can't open ...le%snn", ...le__name);
return(-1);
}
fscanf(in...le, "%snn", cagaita);
fscanf(in...le, "%d%dnn", &npx, &npy);
fscanf(in...le, "%dnn", &levels);
npix3 = 3*npx*npy;
g = (unsigned char*)calloc(npix3, sizeof(char));
fread(g,1,npix3,in...le);
close(in...le);
if (imin < 1 jj imin > npx) imin = 1;
if (imax < 1 jj imax > npx) imax = npx;
if (jmin < 1 jj jmin > npy) jmin = 1;
if (jmax < 1 jj jmax > npy) jmax = npy;
for (i = imin - 1; i < imax; i ++) {
j = jmin - 1;
while (j < jmax && g[3*(npx*j+i)] > threshold) {
jci = j;
j ++;
}
j = jmax - 1;
while (j >= jmin - 1 && g[3*(npx*j+i)] > threshold) {
jcs = j;
j --;
}
if (jcs > jci) fprintf(tstout, "%6d%6d%6dnn", i-imin+1, jci, jcs);
}
free(g);
} /* end of butst2 */
/* ***** */

```

```

/*
 * reads a ppm ...le
 */
rppm(...lename,image,npx,ncpy,levels)
char *...lename;
unsigned char *image;
int *npx, *ncpy, *levels;
{
FILE *in...le;
int npix, i, j;
char cagaita[5];
unsigned char *rawdata;
if ((in...le = fopen(...lename, r+b")) == NULL) {
printf("buvol: Can't open ...le %snn", ...lename);
return(-1);
}
fscanf(in...le, "%snn", cagaita);
fscanf(in...le, "%d %dnn", npx, npx);
fscanf(in...le, "%dnn", levels);
npix = (*npx)*(*ncpy);
if (npix > MAX_PIXELS) {
printf(rppm: Increase MAX_PIXELS (>= %d)nn", npix);
close(in...le);
return(-1);
}
npix = 3*npix;
rawdata = (unsigned char*)calloc(npix, sizeof(char));
fread(rawdata,1,npix,in...le);
close(in...le);
for (j = 0; j < *ncpy; j++) {

```

```

npix = (*npx)*j;
for (i = 0; i < *npx; i++)
image[npix+i] = rawdata[3*(npix+i)];
}
free(rawdata);
} /* end of rppm */
/* ***** */
/*
* reads a tiff file
*/
rtiff(...lename,image,npx,ncpy,levels)
char *...lename;
unsigned char *image;
int *npx, *ncpy, *levels;
{
char *rawdata;
FILE *...n;
unsigned char bytes[256];
unsigned int word, tag, type, nifd;
long int lword, lcnt, lmult;
long int imgwidth, imgheight, i, j,iaux;
int moi, photinte;
int cfd;
int imgnum, nimg;
int bps;
unsigned long int lstroff, loffset, lstrlen;
fpos_t bckpos;
long int *stos, nstrips, rps, rpps, accum;
nimg = 1;
/*

```

```

* Open ...le
*/
if ((...n=fopen(...lename, r"))==NULL) {
printf("Can't open ...le %s\n", ...lename);
return(-1);
}
/*
* Read the ...le type "II"for Intel or "MM"for Macintosh
*/
bytes[0] = fgetc(...n);
bytes[1] = fgetc(...n);
if ((bytes[0]==bytes[1]) && (bytes[0]=='I'))
moi = INTELTIFF;
else
if ((bytes[0]==bytes[1]) && (bytes[0]=='M'))
moi = MACTIFF;
else {
fclose(...n);
return(-2);
}
/* printf("File type = %c %cn", bytes[0], bytes[1]); */
/*
* Read the 42
*/
word = TRgetw(...n, moi);
/* printf("Check number = %dn", word); */
/*
* Read the IFD's
*/
/* pointer to the ...rst IFD

```

```

*/
looffset = TRgetlw(...n, moi);
/* printf("First IFD offset = %ld\n", looffset); */
imgnum = 0;
lstrlen = 0;
/* while(looffset) */ /* Con esto se lia el compilador de windows.
* Una opcion aun mas drastica es quitar el
* while y dejar que solo lea el primer IFD.
*/
while(fseek(...n, looffset, SEEK_SET) == 0)
{
imgnum++;
bps = 0;
/* fseek(...n, looffset, SEEK_SET); */
/* read number of 12-byte tags in the IFD
*/
nifd = TRgetw(...n, moi);
/* printf("Number of tags = %d\n", nifd); */
for (cifd=0; cifd < nifd; cifd++) {
tag = TRgetw(...n, moi);
type = TRgetw(...n, moi);
lcnt = TRgetlw(...n, moi);
if (type == 3) {
lword = (long) TRgetw(...n, moi);
looffset = (long) TRgetw(...n, moi); /* Dummy assignment */
}
else
lword = TRgetlw(...n, moi);
/* printf("TAG= %d TYPE= %d COUNT= %ld VAL/OFF= %ld\n", tag, type, lcnt, lword);
*/

```

```

switch(tag)
{
case 254: /* sub...le */
lmult = lword;
break;
case 256: /* image width */
imgwidth = lword;
/* printf (rti: imgwidth = %dnn", imgwidth); */
break;
case 257: /* image height */
imgheight = lword;
/* printf (rti: imgheight = %dnn", imgheight); */
break;
case 258: /* bits per sample */
bps = (int) lword;
/* printf (rti: bps = %dnn", bps); */
break;
case 259: /* compression */
/* printf (rti: compression = %dnn", lword); */
if (lword != 1) {
printf(rti: Can't read compressed ...lesnn");
fclose(...n);
return(-3);
}
break;
case 262: /* photometric interpretation */
photinte = lword;
/* printf (rti: photinte = %dnn", photinte); */
break;
case 273: /* offset(s) of the strip data(s) */

```

```

Istro $\alpha$  = lword;
nstrips = lcnt;
/* printf (rti $\alpha$ : Istro $\alpha$ = %ld, length= %ldnn", lword, lcnt); */
stos = (long int*)calloc(nstrips, sizeof(int));
if (nstrips == 1)
stos[0] = lword;
else {
fgetpos(...n, &bckpos);
fseek(...n, lword, SEEK_SET);
for (i = 0; i < nstrips; i++) stos[i] = TRgetlw(...n, moi);
    fsetpos(...n, &bckpos);
}
if (lstrlen && (nimg==imgnum)) {
printf (rti $\alpha$ : Istro $\alpha$  = %d, lstrlen = %dnn", Istro $\alpha$ ,lstrlen);
rawdata = (char *) malloc(lstrlen);
if (rawdata == NULL) {
printf(rti $\alpha$ : Can't allocate memory for image datann");
fclose(...n);
    return(-4);
}
fgetpos(...n, &bckpos);
fseek(...n, Istro $\alpha$ , SEEK_SET);
fread((void *) rawdata, lstrlen, 1, ...n);
    fsetpos(...n, &bckpos);
}
break;
case 278: /* rows per strip */
rps = lword;
/* printf (rti $\alpha$ : RowsPerStrip = %ldnn", lword); */
break;

```



```

case 279: /* strip count */
lstrlen = lword;
/*
printf (rti: lstrlen = %ldnn", lstrlen);
lstrlen = imgwidth*imgheight;
printf (rti:->lstrlen = %ldnn", lstrlen);
*/
/*
* Make room and store the strip(s) data
*/
if (nimg != imgnum)
break;
rawdata = (char *) malloc(imgwidth*imgheight);
if (rawdata == NULL) {
printf(rti: Can't allocate memory for image datann");
fclose(...n);
return(-4);
}
fgetpos(...n, &bckpos);
rrps = rps*imgwidth;
accum = 0;
for (i = 0; i < nstrips-1; i ++) {
fseek(...n, stos[i], SEEK_SET);
fread((void *) &rawdata[accum], rrps, 1, ...n);
accum = accum + rrps;
}
fseek(...n, stos[nstrips-1], SEEK_SET);
i = imgwidth*imgheight - accum;
fread((void *) &rawdata[accum], i, 1, ...n);
fsetpos(...n, &bckpos);

```

```

break;
case 282: /* Rational X Resolution */
break;
case 283: /* Rational Y Resolution */
break;
case 296: /* Default = 2 (inches) */
break;
}
}
/* pointer to next IFD
*/
loffset = TRgetlw(...n, moi);
/* printf("Next IFD = %ld\n", loffset); */
}
/*
* Close ...le and exit
*/
fclose(...n);
if (nimg > imgnum) {
printf(rti: TIFF ...le %s contains only %d frames\n", ...lename, imgnum);
return(-5);
}
if (imgwidth*imgheight > MAX_PIXELS) {
printf(rti: Increase MAX_PIXELS (>= %d)\n", imgwidth*imgheight);
return(-1);
}
for (j = 0; j < imgheight; j++) {
iaux = j*imgwidth;
for (i = 0; i < imgwidth; i++) {
image[iaux+i] = (unsigned char) *(rawdata+j*imgwidth+i);

```

```

}
}
free (stos);
free(rawdata);
*npix = imgwidth;
*npix = imgheight;
*levels = bps;
/*
 * test: write a ppm ...le
 */
/*
{
FILE *out...le;
int lvls, npix3;
unsigned char *image3;
lvls = 255;
npix3 = 3*imgwidth*imgheight;
image3 = (unsigned char*)calloc(npix3, sizeof(char));
for (j = 0; j < imgheight; j++) {
iaux = j*imgwidth;
for (i = 0; i < imgwidth; i++) {
image3[3*(iaux+i)] = image[iaux+i];
image3[3*(iaux+i)+1] = image[iaux+i];
image3[3*(iaux+i)+2] = image[iaux+i];
}
}
out...le = fopen(".aver.ppm", "w");
fprintf(out...le, "%snn", "P6");
fprintf(out...le, "%d %dnn", imgwidth, imgheight);
fprintf(out...le, "%dnn", lvls);

```

```

fwrite(image3,1,npix3,out...le);
close(out...le);
free(image3);
}
*/
} /* end of rti $\alpha$  */
/* ***** */
int TRgetw(FILE *...n, int moi)
{
unsigned char byte[4];
int word;
byte[0] = fgetc(...n);
byte[1] = fgetc(...n);
if(moi)
word = (int) byte[1]*256 + byte[0];
else
word = (int) byte[0]*256 + byte[1];
return(word);
}
long int TRgetlw(FILE *...n, int moi)
long int lword;
int word1, word2;
word1 = TRgetw(...n, moi);
word2 = TRgetw(...n, moi);
if(moi)
lword = (long) word2*256*256 + word1;
else
lword = (long) word1*256*256 + word2;
return(lword);}

```

Capítulo 9

REFERENCIAS

Bibliografía

- [1] R. Clift, R. C. Grace y M. C. Weber, *Bubbles, Drops and Particles*, Academy, New York, (1978).
- [2] M. S. Longuet-Higgins, B. R. Kerman y K. Lunde. The release of air bubbles from an underwater nozzle, *J. Fluid Mech.* 230, 365, (1991).
- [3] H. N. Oguz y A. Prosperetti, Dynamics of bubble growth and detachment from a needle, *J. Fluid Mech.*, 257, 111, (1993).
- [4] F. J. Higuera y A. Medina, Bubble formation and coalescence at a submerged ori...ce in an inviscid liquid, *European Jour. Mech. B/Fluids* 25, 164 (2006).
- [5] G. Corchero, A. Medina y F. J. Higuera, Effect of wetting conditions and flow rate on bubble formation at ori...ces submerged in water, *Colloids and Surfaces A* 290, No.1-3, 41 (2006).
- [6] H. Wong, D. Rumschitzki y C. Mandarelli, Theory and experiment on the low-Reynolds-number expansion and contraction of a bubble pinned at a submerged tube tip. *J. Fluid Mech.* 356, 124, (1998).
- [7] F. Higuera, Injection and coalescence of bubbles in a very viscous liquid, *J. Fluid Mech.*, 530, 369, (2005).
- [8] D. Gerlach, G. Biswas, F. Durst and V. Kolovacic, Quasi-static bubble formation on submerged ori...ces, *International Journal of Mass Transfer.* 48, 425, (2005).
- [9] Stefan aus der Wiesche, Bubble Nucleation, Growth and Deformation in Shear Flows, *J. Non-Equilib. Thermodyn.*, 31, 205, (2006).

- [10] N. Hassan , Jun Zeng, Production of gas bubble in Reduced-g Enviroments, Department of Mechanics Engineering, 2218, 76, (1996).
- [11] R. A. Hartunian y W. R. Sears, On the inestability of small gas bubble moving uniformly in various liquids, Graduate School Engineering U. Ithaca. II, 27, (1957).
- [12] D. K. Rosenthal, The shape and stability of a bubble at the axis of a rotating liquid, Deparment of Mathematics U. of Melburne, 7, 358, (1961).
- [13] J. K. Walters and J.F. Davidson. The inithial motion of gas bubble formed in an inviscid liquid, Deparment of Chemical Engineering, U. Cambridge, II, 408, (1961).
- [14] D. W. Moore. The velocity of rise of distorted gas bubble in liquid of small viscosity, J. Fluid Mech. 23, 749, (1965).
- [15] T. G. Leighton, K. J. Fagan y Field, Acoustic and photographic studies of injected bubbles, Eur. J. Phys, 12, 77, (1990).
- [16] T. G. Leighton, The Acoustic Bubble, Academic Press, San Diego, EUA (1994).
- [17] J. Rensen, D. Bosman, J. Maignaudet, C.-D. Ohi, A. Prosperetti, R. Togel, M. Versluis y D. Lohse, Spiraling bubbles: How acoustic and hidrodynamic forces compete, Physical Review Letters. 86, 4819, (2001).
- [18] J. M. Boulton-Stone, J. R. Blake, Gas bubbles bursting at a free surface, J. Fluid Mech., 254, 437, (1993).
- [19] M. Jakob, H.. Stone y H. Bruus, A numerical of two-phase Stokes \pm ow axisymmetric \pm ow focusing device, Physics of Fluids, 18 077103, (2006).
- [20] S. Noriega, M. L. Riethmuller y J.B.L.M. Campos, Flow patterns in the wake of a Taylor bubble rising troughth vertical columns of stagnant and \pm owing Newtonian liquids: An experimental study, Chemical Engineering Science. 61, 7199, (2006).
- [21] D. D. Joseph, Rise velocity of a spherical cap bubble, J. Fluid Mech. 488, 213, (2003).
- [22] X. Frank, Denis F., N. Midoux y Huaiz. Li, Bubbles in viscous liquid: Lattice Boltzmann Simulation and experimental validations. J. Fluid Mech. 546, 113, (2006).

- [23] D. W. Moore, The rise of a gas bubble in a viscous liquid, *J. Fluid Mech*, 1, 113, (1958).
- [24] P. Peter, Wegener y Jean-Yves P, Spherical-Cap bubbles, *Annual Reviews*, 1, 79, (1973)
- [25] D. Bhaga and M.E. Weber. Bubbles in viscous liquid: Shapes, wakes and velocities. *J. Fluid Mech*. 105, 61, (1981).
- [26] I. Kim, Yasuhiro y Simon O. Modeling bubble and drop Formation in flowing liquids in microgravity. *AIChE Journal*, 40, 19, (1994).
- [27] P. Snabre y F. Magnifotcham. Formation and rise of a bubble stream in a viscous liquid. *Eur. Phys. J. B*, 4, 369, (1998).
- [28] H. Haario, A. Laari, P. L. Anton S. y T. Ilka, Computational modeling of complex bubble interactions. *East Finland Universities ECSE*, 1, 1, (1998).
- [29] A. C. Rust, M. Manga y K.V. Cashman, Determining flow types, shear rate and shear stress in magmas from bubble shapes and orientations, *J. of Volcanology and Geothermal Research*. 122, 111, (2003).
- [30] M. Manga, J. Castro, C. V. Cashman y M. Loewenberg, Rheology of bubble-bearing magmas. *J. of Volcanology and Geothermal Research*, 87, 15, (1998).
- [31] D. Fabris, Susan J. Muller y D. Liepmann, Wake measurements for a round a sphere in a viscoelastic fluid, *Physics of Fluids*, 11, 3599, (1999).
- [32] Rava da Silveira, Sharaoui y L. Mahadevan, Rippling Instability of a Collapsing Bubble, *Science*, 287, 1468 (2000).
- [33] S. Popinet y S. Zaleski, Bubble collapse near a solid boundary: A numerical study of the influence of viscosity, *J. Fluid Mech. S/Vol*, 1, (2001).
- [34] J. D. Bugg y G. A. Saad, The velocity field around a Taylor bubble rising in a stagnant viscous fluid: Numerical and experimental results, *International J. of Multiphase Flow*, 28, 791, (2002).
- [35] Igor L. Kliahandler, Continuous chain of bubble in concentrated polymeric solutions. *Physics of Fluids*, 14, 3375, (2002).

- [36] J. S. Gudnudson, I. Durgut y J. Ronnevig, Pressure pulse analysis of flow in tubing and casing of gas lift wells, Spring ASME/API Gas Lift Workshop, Houston Texas, 5-6, (2002).
- [37] Q. Liao, T.S. Zhao, Modeling Taylor bubble rising in a vertical mini noncircular channel filled with a stagnant liquid. *International J. of Multiphase Flow*, 29, 411, (2003).
- [38] K. Wichterle and L. Ovalová, Suspended particle in Gas-Lift tanks, *Chem Papers*, 53 (6), 384, (1999).
- [39] S. Guet and G. Ooms, Fluid Mechanical aspects of the Gas-Lift technique, *Annu. Rev. Fluid Mech.* 38, 225, (2006).
- [40] J. Li. V. Bulusu y N. R. Gupta. Bouyancy-driven motion of bubble in square channels, *Chemical Engineering Science*. 63, 3766, (2008).
- [41] Hasan N. Oguz and A. Prosperetti, Bubble entrainment by impact of drops on liquid surfaces. *J. Fluid Mech.*, 219, 143, (1990).
- [42] Anton Smolianski, H. Haario y P. Luukka, Vortex Sedding behind a rise bubble and two-bubble coalescence: A numerical approach, *Applied Matematical Modelling*. 29, 615, (2004).
- [43] F.P. Bretherton, The motion of long bubbles in tubes, *J. Fluid Mech.* 2, 166, Cambridge, (1960).
- [44] N. Sunitha K. E. Jansen y T. Richard, Computation of incompressible bubble dynamics with a stabilized finite element level set method, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 194, 4565, (2005).
- [45] Cheng-Hsing Hsu, Po-Chuang, Kuang Yuang K. y Chuan Lai, Impacts of ratio of asymptotic bubble width to diameter of circular tube and Reynolds number in a gas bubble driven flow, *Chemical Engineering Science*. 60, 5341, (2005).
- [46] M. Van Sint Annaland. N.G. Deen y J. A. M. Kuipers, Numerical simulation of gas-liquid flow using combined front tracking and discrete particle method, *Chemical Engineering Science* 60, 6188, (2005).

- [47] R. F. Mudde, Gravity-Driven Bubbly Flows, *Annu Rev. Fluid Mech.* 37, 393, (2005).
- [48] G. Gerritsen y Louis J. Durlofsky, Modeling fluid flow in oil reservoirs, *Annu Rev. Fluid Mech.* 37, 211, (2005).
- [49] Catherine E. Norman y M. J. Miksis, Gas bubble with a moving contact line rising in an inclined channel at finite Reynolds number, *Physica D.* 209, 191 (2005).
- [50] Jinsong Hua y Jing Lou. Numerical simulation of bubble rising in a viscous liquid, *Journal of Computational Physics* 222, 769, (2006).
- [51] (50)Mads Jakob Jensen, Howard A. Stone, Henrik Bruus, A numerical study of two-phase Stokes flow in an axisymmetric, *Physics of Fluids.* 18, 077103-1 (2006).
- [52] Donghong Zheng, Xiao He and Defu Che, CFD simulations of hydrodynamic characteristics in gas-liquid vertical upward slug flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 10, 16, (2007).
- [53] M. Fukuta, S. Takagi y Y. Matsumoto, Numerical Study on the shear-induced lift force acting on a spherical bubble in aqueous surfactant solutions. 20, 040704, (2008).
- [54] Jiakai Lu y Tryggvason, Effect of bubble deformability in turbulent bubbly upflow. *Physics of Fluids.* 20, 040701, (2008).
- [55] C. F. Delale, G. Tryggvason y S. Nas, Cylindrical bubble dynamics direct numerical simulation results. *Physics of Fluids.* 20, 040903, (2008).
- [56] S. Noriega, M. L. Riethmuler, J. B. L. Campos y A. M. F. R. Campos, Flow in the nose and annular film around a Taylor bubble rising through vertical columns of stagnant and flowing Newtonian liquids. *Chemical Engineering Science.* 61, 845, (2006).
- [57] E. Unsal, G. Mason, N. R. Morrow and D. W. Ruth, Co-current and counter current imbibition in independent tubes of non-axisymmetric geometry. *Journal of Colloid and Interface Science.* 306, 105, (2007).
- [58] G. Duhar y C. Colin, Dynamics of Bubble and detachment in a viscous shear flow, *Physical of Fluids.* 18, 077101, (2006).

- [59] L. Karine and Gilles Hébrard, Bubble formation from a flexible hole submerged in an inviscid liquid, *Chemical Engineering Science*. 58, 135, (2003).
- [60] J. F. Davison y B. O. G Schuler, Bubble formation at an orifice in a viscous liquid, *Transport Institut Chemical of Engineer*. 38, 144, (1960).
- [61] S. C. Chuang y V. W. Goldschmidt, Bubble formation due to a submerged capillary tube in Quiescent and coflowing streams, *Journal of Basic Engineering, Mem. ASME*. 705, (1970).
- [62] Olaf Pamperin, Influence of buoyancy on bubble formation at submerged orifices, *Chemical Engineering Science*, 50-19, 3009, (1995).
- [63] Q. C. Bi y T. S. Zhao, Taylor bubbles in miniaturized circular and noncircular channels, *International Journal of Multiphase Flow*, 27, 561, (2001).
- [64] H. Abdulmouty, The flow patterns in two immiscible stratified liquids induced by bubble plume, *Int. J. of Fluid Dynamics*, 6, 1, (2002).
- [65] R. G. Sousa, M. L. Riethmuller, A. M. F. R. Pinto y J. B. L.M. Campos, Flow around individual Taylor bubbles rising in stagnant CMC solutions: PIV measurements. *Chemical Engineering Science*. 60, 1859, (2005).
- [66] R. G. Sousa, M. L. Riethmuller, A. M. F. R. Pinto and J. B. L.M. Campos, Flow around individual Taylor bubbles rising in stagnant polyacrylamide (PAA) solutions. *J. Non-Newtonian Fluid Mech*. 135, 16, (2005).
- [67] N. Sunitha , K. Jansen, T. Richard, Lahey Jr. y I. Akhatov, Hydrodynamic simulation of air bubble implosion using a level set approach. *Journal of Computational Physics*. 98, 215, (2006).
- [68] Tao Ye y J. L. Bull, Microbubble expansion in a flexible tube, 128, 554, (2006).
- [69] N. Vladimirova, Model Flames in Boussinesq limit: Rising Bubbles, Preprint ASC/Flash Center, Department of Astronom & Astrophysics U. of Chicago IL, III 01, (2006).
- [70] E. Yariv y I. Frankel, The quasisteady shape of deformable bubble in a weakly nonuniform potential flow, *Physics of Fluids*, 19, 108110-1, (2007).

- [71] V. Agarwal, A. K. Jana y G. Das, Taylor bubbles in liquid filled annuli: Some new observations, *Physics of Fluids*, 19, 108105-1, (2007).
- [72] C. Veldhuis, A. Biesheuvel y L. van Wijngaarden, Shape Oscillations on bubbles rising in clean and tap water, *Physics of Fluids*, 20, 040705-1, (2008).
- [73] J. Lu y G. Tryggvason, Effect of bubble deformability in turbulent bubbly upflow in a vertical channel. *Physics of Fluids*, 20, 040701-1, (2008).
- [74] T. Colonius, R. H. Keita Ando y C. E. Brennen, Statical equilibrium of bubble oscillations in dilute bubbly flows, *Physics of Fluids*. 20, 04090-1, (2008).
- [75] E. Alzavarini, T. H. van den Berg, F. Toschi y D. Lohse, Quantifying microbubble clustering in turbulent flow from single-point measurements, *Physics of Fluids*,. 20, 040702-1, (2008).
- [76] V. S. Ajaev y G. M. Homsy, Modeling shapes and dynamics of confined bubbles, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 38, 277, (2006).
- [77] J. P. Singh y Morton M. Denn, Interacting two-dimensional and droplets in a yield-stress fluid, *Physics of Fluids*, 20, 040901 (2008).
- [78] M. Raaijmakers, C. E. Willert y J. Kompenhans, *Particle Image Velocimetry, A practical guide*, Springer. New York (1998).
- [79] H. Brenner y J. Happel, Slow viscous flow past a sphere in a cylindrical tube. *J Fluid Mech.* 4, 195, (1958).
- [80] Coutanceau M. y R. Bouard, Experimental determination of the main features of the viscous flow in the wake of a circular cylinder in uniform translation part I and II. *Steady Flow*, *J. Fluid Mech.* 79, 231 (1977).
- [81] B. Gal-or , G. E. Klinzing y L. L. Tavlarides, Bubble and drop phenomena, *Ind. Eng. Mech.* 61 (2), 21, (1969).
- [82] D. J. Niklin, J. O. Wilkes y J. S. Davidson, Two phase flow in vertical tubes, *Trans. Inst. Chem. Eng.* 40, 61, (1962).

- [83] E. E. Zukoski, Influence of viscosity, surface tension, and inclination angle on motion of long bubbles in closed tubes, *J. Fluid Mech.* 25, 821, (1966).
- [84] K. W. Tung y J. Y. Parlange, Note on the motion of long bubble in closed tubes. Influence of surface tension, *Acta Mech.* 24, 313, (1976).
- [85] L. D. Landau y E. M. Lifshitz, *Mecánica de Fluidos*, Reverté, (1969).
- [86] Sébastien Christopher Laurent, *A Bubble Size Effect on Gas-Lift Technique* Université Paris XI. (2004).
- [87] A. D. Myshkis, V. G. Slobozhanin y A. D. Tyuptsov, *Low Gravity Fluid Mechanics*, Springer. New York. (1986).
- [88] R. H. Perry y H. W. Green, *Perry's, Chemical Engineering Handbook*, McGraw Hill, New York. (1999).
- [89] C. Pozrikidiz, *Boundary Integral and Singularity Methods For Linearized Viscous Flow*, Cambridge University Pres, Londres. (1992).
- [90] C. Pozrikidiz , *Introduction to Theoretical and Computational Fluid Dynamics*. (1997).
- [91] C. Pozrikidiz, *A Practical Guide Boundary Elementary Methods with the Software Library*, Bemilb, New York. (2002).
- [92] S. S. Sadhal, P. S. Ayyaswamy y J. N. Chung, *Transpot Phenomena with Drops and Bubbles*, Springer. New York. (1996).
- [93] I. H. Shames, *The Mecanical of the Fluids*, McGraw-Hill. New York. (1970).
- [94] D. De Kee y R. P. Chhabra, *Transport Processes in Bubbles, Drops, and Particle*, Taylor and Francis. New York. (2002).
- [95] Cyril Isenberg, *The Science of Soap Films and Soap Bubbles*, Dover Publications, Inc. New York. (1978).
- [96] G. E. Marsden, Antony J. Tromba, *Cálculo Vectorial*, McGraw-Hill,. New York (1991).

[97] T. H. Romadka II y R. J. Whitley, *Advanced in the Complex Variable Boundary Element Method*. (1998).