



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA  
TIERRA

*MODELO NO NEWTONIANO EN INYECCIÓN  
DE POLÍMEROS PARA RECUPERACIÓN  
MEJORADA*

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
**INGENIERO PETROLERO**

PRESENTA:

**FRAGOSO UGALDE EDGAR JOBANI**

ASESOR:

**DR. ERICK E. LUNA ROJERO**



# Índice

	Página.
Resumen .....	4
Objetivo .....	7
Hipótesis .....	7
Alcances .....	7
Introducción. ....	8
Capítulo 1 Bases Teóricas.....	15
1.1. Porosidad.....	16
1.2. Permeabilidad.....	17
1.3. Movilidad.....	17
1.4. Mojabilidad.....	18
1.5. Saturación.....	18
1.6. Viscosidad.....	19
1.7. Factor de recuperación de aceite.....	20
1.8. Fluidos no-newtonianos.....	20
1.9. Ecuación de Darcy.....	23
1.10. Eficiencia al Desplazamiento.....	25
1.11. Flujo Fraccional de agua.....	27
1.12. Modelo Buckley - Leverett.....	28
1.13. Polímeros.....	32
1.13.1. Concepto de polímeros.....	32
1.13.2. Química de Los polímeros.....	33
1.13.3. Polímeros sintéticos.....	33
1.13.4. Polímeros de origen biológico.....	35
1.14. Soluciones Poliméricas.....	36
1.14.1. Flujo de polímeros a través del medio poroso.....	38
1.14.2. Volumen de poro inaccesible.....	39
1.14.3. Reducción de la permeabilidad.....	39
1.14.4. Inyectividad de polímeros en procesos EOR.....	40

Capítulo 2 Descripción del Modelo .....	41
2.1. Modelo físico. ....	42
2.2. Modelo Matemático. ....	44
2.3. Diferencias Finitas. ....	57
2.4. Diagrama de Flujo. ....	58
Capítulo 3 Resultados Numéricos.....	59
CASO 1: $nLP=0.7$ .....	60
CASO 2: $nLP=0.75$ .....	63
CASO 3: $nLP=0.8$ .....	66
CASO 4: $nLP=0.9$ .....	69
CASO 5: $nLP=1.1$ .....	71
CASO 6: $nLP=1.2$ .....	74
CASO 7: $nLP=1.3$ .....	77
Comparación de resultados para los casos analizados; viscosidades promedio, factores de recuperación y diferenciales de presión. ....	80
Conclusiones .....	83
Recomendaciones.....	85
Bibliografía .....	86

## **Resumen**

La mayoría de los yacimientos en México se encuentran en una etapa madura de su explotación conteniendo aún una cantidad importante de hidrocarburos que no se pueden extraer de una forma convencional con una recuperación primaria y secundaria, siendo necesario utilizar un proceso de recuperación mejorada (*Enhanced Oil Recovery*, EOR) para extraer un volumen mayor de crudo; esta necesidad de recuperar más aceite fue la motivación para realizar este trabajo.

El objetivo del presente trabajo es: “desarrollar un código numérico aplicando un modelo de flujo fraccional no newtoniano para inyección de polímeros en un yacimiento con geometría cilíndrica”; en donde la hipótesis de trabajo fue “generar un modelo matemático para representar el comportamiento de inyección de polímeros en un yacimiento con geometría cilíndrica”.

Para entender el comportamiento del flujo fraccional aplicado a fluidos no-newtonianos se utilizó una variación de un modelo matemático propuesto por Rossen en el artículo “Fractional Flow Theory Applicable to Non-Newtonian Behavior in EOR Processes”, en este caso es para representar la inyección de polímeros en el yacimiento, además debido a que el modelo matemático

obtenido es un modelo no lineal se utilizó diferencias finitas como método de solución.

De acuerdo con los resultados obtenidos en el presente trabajo, con la inyección de polímeros se obtienen buenos factores de recuperación cuando se tienen viscosidades bajas (polímeros con índice de comportamiento de flujo  $> 1$ ); el proceso de inyección se logra en periodos de tiempo y diferenciales de presión menores a diferencia de los casos en donde la viscosidad del polímero es grande (polímeros con índice de comportamiento de flujo  $< 1$ ) aumentando el tiempo de inyección y el diferencial de presión.

Se alcanzó el objetivo planteado con el desarrollo de un código numérico aplicando un modelo de flujo fraccional no newtoniano para inyección de polímeros en un yacimiento con geometría cilíndrica.

Además, el código numérico presenta una buena respuesta a valores de nLP (índice de comportamiento de flujo,  $n$ ) entre 0.75 y 1.3; para valores fuera de este rango se presentan problemas de estabilidad debidos principalmente a grandes variaciones en la viscosidad del fluido de inyección.

Valores grandes de viscosidad ( $nLP < 1$ ) provocan un incremento considerable en la presión de inyección necesaria para poder desplazar el polímero dentro del

yacimiento con respecto a la presión que se necesita para inyectar sólo agua en una recuperación secundaria; además requieren mayor tiempo de inyección ya que se dificulta el avance del fluido debido a su viscosidad. Por otro lado cuando la viscosidad del polímero es pequeña ( $n_{LP} > 1$ ), éste se mueve con mayor facilidad dentro del yacimiento reduciendo el tiempo de inyección, además de que los cambios en la presión al momento de inyectar polímero con respecto a inyectar sólo agua, son mucho menores, comparados con los cambios en la presión necesaria cuando tenemos un índice de comportamiento de flujo  $n_{LP} < 1$ .

## ***Objetivo***

Desarrollar un código numérico aplicando un modelo de flujo fraccional no newtoniano para inyección de polímeros en un yacimiento con geometría cilíndrica.

## ***Hipótesis***

Es posible generar un modelo matemático para representar el comportamiento de inyección de polímeros en un yacimiento con geometría cilíndrica.

## ***Alcances***

- Búsqueda bibliográfica
- Generación del modelo matemático
- Programación del modelo matemático
- Corridas numéricas
- Simulaciones

## ***Introducción.***

La explotación de un yacimiento de petróleo ocurre en tres etapas. En la primera, el petróleo se drena naturalmente hacia los pozos bajo el efecto del gradiente de presión existente entre el fondo de los pozos y el seno del yacimiento. Cuando la presión del medio ha disminuido considerablemente o cuando se están produciendo cantidades importantes de otros fluidos como agua y gas, por ejemplo, se inicia entonces la segunda fase, la cual consiste en inyectar dentro del yacimiento un fluido menos costoso que el crudo para mantener la presión del yacimiento. En estas dos primeras etapas se logra recuperar aproximadamente una tercera parte del petróleo original in situ, quedando el resto atrapado en los poros de la estructura del yacimiento debido a fuerzas viscosas y capilares, y a la canalización por la presencia de fracturas naturales o regiones de alta permeabilidad.

Después de estas dos etapas el yacimiento aún contiene una gran cantidad de crudo; se han estudiado numerosos métodos para la recuperación adicional de éste aceite remanente; como se describe más adelante.

Existen tecnologías, procesos o mecanismos de la tercera fase conocidos como métodos de Recuperación Mejorada de

Petróleo (EOR, por sus siglas en inglés, *Enhanced Oil Recovery*), cuya aplicación puede ayudar a recuperar entre 10 y 20% del petróleo original *in situ*. La recuperación mejorada se refiere a la recuperación de aceite obtenida al inyectar materiales que normalmente no están presentes en el yacimiento, o materiales que comúnmente están en el yacimiento pero que son inyectados a condiciones específicas con el fin de alterar considerablemente el comportamiento físico-químico de los fluidos del yacimiento. Esta definición abarca todos los modos de procesos de recuperación (desplazamientos, intervenciones a pozo), y considera muchas sustancias para la recuperación de aceite. Estos métodos se pueden clasificar en: térmicos, miscibles, químicos y otros.

### ***Métodos térmicos***

Consisten esencialmente en la transferencia de energía térmica hacia el yacimiento. La temperatura del aceite se incrementa drásticamente por lo que se expanden los fluidos; se vaporiza algo de los líquidos y se reducen las viscosidades (aumentando la movilidad). De forma general, estos métodos consisten en la inyección de vapor o agua caliente y la inyección de aire, ambos bajo diferentes esquemas. Comúnmente se aplican a yacimientos de aceites pesados y viscosos, los cuales tienen

densidades menores a 20°API y viscosidades entre 200 y 2000 cP, aproximadamente.

1. Inyección de agua caliente
2. Inyección cíclica de vapor (huff and puff)
3. Inyección continua de vapor (steam drive)
4. Combustión *in situ*

### ***Inyección de gases***

Estos métodos tienen por objetivo incrementar el número capilar. Esto significa que la tensión interfacial entre el fluido inyectado y el aceite se reduce. Estos métodos recuperan aceite por transferencia de masa.

1. Miscibles
2. De combustión
3. Hidrocarburos
4. Nitrógeno (N<sub>2</sub>)
5. Dióxido de Carbono (CO<sub>2</sub>)

### ***Métodos químicos***

Algunos químicos son inyectados con el objetivo de reducir la tensión interfacial (incrementar el número capilar), y/o disminuir la relación de movilidad a fin de

mejorar el control sobre la movilidad (reducir la canalización).

La inyección de polímeros es una de las técnicas que ha dado extraordinarios resultados, en procesos para mejorar el perfil de inyección y control de agua para bloquear fracturas y arenas con altas permeabilidades, constituyendo un gran avance en el campo de las tecnologías químicas.

Este método funciona de la siguiente manera: una vez que se produce la gelificación *in situ*, la entrada del flujo de agua al pozo se reduce generalmente a menos de 25% de las tasas de producción previas al tratamiento. Esta reducción en la permeabilidad al agua incrementa la permeabilidad al petróleo y permite que éste circule con mayor facilidad desde la roca matriz hacia el pozo.

Los beneficios sobre los costos operativos son muchos: una menor cantidad de agua en superficie, el posible reemplazo de costosas bombas electro-sumergibles por bombas de varilla, una mayor producción de petróleo debido a una mejor extracción del yacimiento y menos reparaciones del pozo.

1. De baja tensión (surfactante)

2. Alcalinos

3. Inyección de espuma
4. Inyección de agua viscosa (polímeros o geles)

### **Otros**

1. Eléctricos
2. Mecánicos (con vibraciones)
3. Inyección microbiana

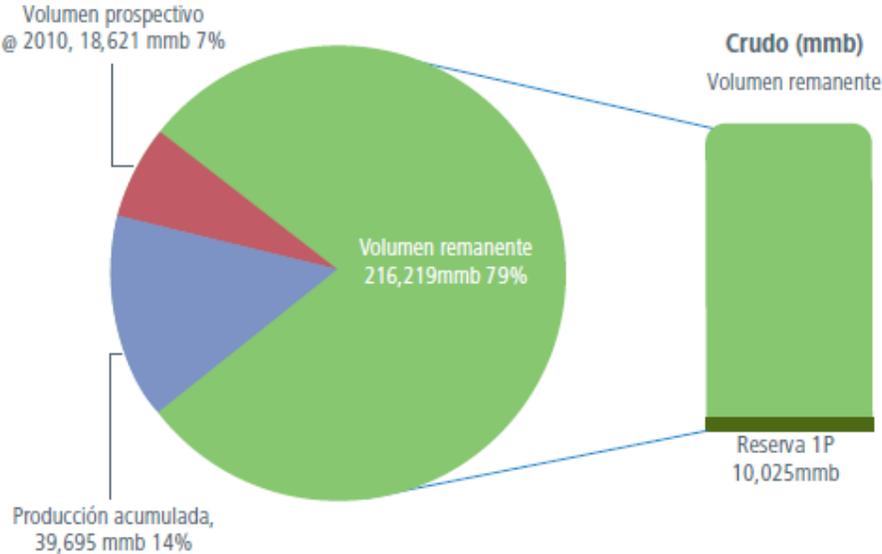
### ***Reserva de hidrocarburos.***

En la actualidad hay muchos operadores que ya usan o han utilizado técnicas de EOR con muy buenos resultados, debido a que el objetivo de extraer más petróleo de la tierra con altos retornos de la inversión se ha cumplido. Prácticamente todas las grandes compañías operadoras cuentan con áreas y recursos de investigación dedicados exclusivamente al estudio, aplicación o implementación de técnicas de recuperación mejorada y dependiendo de su grado de avance, algunas de estas empresas tienen sus propios métodos, productos químicos, análisis, equipos de laboratorio y muchos otros avances al respecto.

Derivado del estudio realizado por la Comisión Nacional de Hidrocarburos, (CNH, 2012), se sabe que el aceite en México está muy lejos de agotarse y demuestra que el futuro de la producción y la restitución de reservas tendrán como una de sus componentes principales los

volúmenes incorporados y producidos a través de la aplicación de técnicas de EOR. Es importante resaltar que al 1 de enero de 2012, el volumen de crudo remanente conocido en depósitos descubiertos y cuantificados en México es superior a los 210 mil millones de barriles de petróleo crudo, como se muestra en la figura 1.

**Volumen remanente de aceite en México.**



Fuente: CNH

Figura 1. Volumen remanente de aceite en México (CNH, 2012).

La porción azul de la gráfica circular de la figura 1 representa la producción nacional histórica acumulada de aceite; resalta el hecho de que sólo ha sido explotado el 15.5% del aceite descubierto. En esta gráfica no se consideran los volúmenes en aguas profundas debido a la

gran incertidumbre que aún existe en la estimación de dichos recursos.

Es muy importante destacar que hay una cantidad significativa de aceite esperando ser recuperada, teniendo la gran ventaja de presentar un riesgo geológico muy bajo debido a que la gran mayoría de estos depósitos se encuentran en yacimientos activos, que por su etapa de explotación se les conoce como campos maduros. Debe tenerse presente que el aceite existente está almacenado en depósitos ya descubiertos y estudiados, de modo que la forma de incrementar los factores de eficiencia puede ser a través de técnicas EOR.

# ***Capítulo 1***

## ***Bases Teóricas***

## **1. Bases Teóricas.**

En este capítulo se presentan algunas definiciones básicas de las principales propiedades del sistema roca-fluidos: porosidad ( $\phi$ ), permeabilidad ( $k$ ), viscosidad ( $\mu$ ), movilidad ( $k/\mu$ ), saturación ( $S$ ), mojabilidad. Además la ecuación de Darcy (flujo de fluidos en medios porosos), Modelo Buckley-Leverett, Ley de potencias (de viscosidad), Flujo Fraccional, Fluidos No-Newtonianos y se discuten las características generales de los polímeros que ayudan en el entendimiento de este trabajo.

### **1.1. Porosidad.**

La porosidad ( $\phi$ ) de un material se define como la fracción del volumen total de la roca no ocupada por el esqueleto mineral de la misma. En los yacimientos de petróleo, la porosidad representa el porcentaje del espacio total que puede ser ocupado por líquidos o gases. Dicha propiedad determina la capacidad de acumulación de un yacimiento y generalmente se expresa como porcentaje o fracción.

Bajo un punto de vista, existen dos clases de porosidad: absoluta y efectiva. Porosidad absoluta es el porcentaje de espacio total con respecto al volumen total de la roca sin tener en cuenta si los poros están interconectados

entre sí o no. La porosidad efectiva es el porcentaje de espacio intercomunicado con respecto al volumen total de la roca; por consiguiente, es una indicación de la conductividad a fluidos, aunque no una medida de ellos necesariamente. La porosidad efectiva es una función de factores como: tamaño de los granos, empaque de los granos, cementación, cantidad y clases de arcillas y estado de hidratación de las mismas (Pirson, 1965).

### ***1.2. Permeabilidad.***

La permeabilidad ( $k$ ) de una roca puede definirse como la conductividad de la roca a los fluidos o la facultad que la roca posee para permitir que los fluidos se muevan a través de la red de poros interconectados. Si los poros de la roca no están interconectados no hay permeabilidad; por consiguiente hay una relación entre la permeabilidad de un medio y la porosidad efectiva, aunque no necesariamente con la porosidad absoluta (Pirson, 1965).

### ***1.3. Movilidad.***

La movilidad ( $k/\mu$ ) es considerada como un factor de proporcionalidad donde se relaciona la velocidad superficial de un fluido con un gradiente de presión.

#### **1.4. Mojabilidad.**

La mojabilidad se define como la tendencia de un fluido a adherirse a la superficie de un sólido, ésto en presencia de un segundo fluido. En un medio poroso la distribución de los fluidos no sólo se ve afectada por las fuerzas interfaciales entre los fluidos que lo ocupan, sino que también por las fuerzas superficiales entre los fluidos y el sólido. La mojabilidad afecta la saturación de los fluidos y de esta manera también se ven afectadas las características de las permeabilidades relativas del sistema roca-fluidos. Si la superficie de la roca se pone en contacto con dos fluidos diferentes, generalmente uno de ellos tenderá a mojar la roca, por lo cual se le denomina fase mojante.

#### **1.5. Saturación.**

La saturación se define como el volumen que ocupa un fluido en un medio poroso, medido a la presión y temperatura que se encuentra el poro, dividido entre el volumen total de poros. Esta propiedad puede clasificarse en los siguientes casos:

1. Saturación inicial de agua ( $S_{wi}$ ): Es el volumen de agua que se encuentra presente al momento de haberse descubierto el yacimiento.

2. Saturación de agua crítica ( $S_{wc}$ ): Es la saturación mínima a la cual el agua empieza a moverse dentro del yacimiento bajo un gradiente de presión.
3. Saturación de aceite residual o remanente ( $S_{or}$ ): Es el valor de saturación del aceite después de un periodo de explotación.
4. Saturación de agua irreductible ( $S_{wi}$ ): Es el valor de saturación de agua que no puede ser producida.
5. Saturación de aceite crítica ( $S_{oc}$ ): Es el valor de saturación del aceite a la cual comienza su movimiento dentro del yacimiento bajo un gradiente de presión.
6. Saturación de aceite móvil ( $S_{om}$ ): Es la fracción de volumen de poro que se encuentra ocupada por aceite móvil.

### **1.6. Viscosidad.**

La viscosidad ( $\mu$ ) es una característica de los fluidos en movimiento, que muestra una tendencia de oposición hacia su flujo ante la aplicación de una fuerza. Cuanta más resistencia oponen los líquidos a fluir, más viscosidad poseen.

### **1.7. Factor de recuperación de aceite.**

Se define como el volumen de hidrocarburos recuperados, dividido entre el volumen de hidrocarburos almacenados al iniciar el desplazamiento.

Se puede estimar cuánto aceite pueden sumar los métodos de recuperación mejorada a las reservas de aceite, conociendo el potencial de recuperación del yacimiento. Esto es definido por características del yacimiento y previo conocimiento de los mecanismos de recuperación.

Las reservas de aceite, obtenidas como el resultado de los métodos mejorados de aceite, sumadas a las reservas producidas por los métodos de recuperación primaria y secundaria pueden expresarse como un porcentaje del aceite original *in-situ*.

### **1.8. Fluidos no-newtonianos.**

Los fluidos newtonianos son llamados así porque su comportamiento reológico sigue la ley de viscosidad de Newton que dice: “El esfuerzo de corte es proporcional al gradiente de velocidad o velocidad de corte”; el término esfuerzo de corte ( $\tau$ ) puede definirse como la fuerza por unidad de área aplicada tangencialmente a la superficie del cuerpo que se va a deformar. La velocidad de corte ( $V_z$ ) se define como el cambio en la velocidad de flujo

con la distancia. Estos términos se usan para indicar la fuerza aplicada y la respuesta del fluido. La ley de Newton queda descrita mediante la ecuación 1:

$$\tau_{rz} = -\mu \frac{\delta V_z}{\delta r} = \mu \gamma , \quad (1.1)$$

donde:

$\tau_{rz}$  es el esfuerzo de corte.

$\mu$  es la viscosidad.

$V_z$  es la velocidad tangencial.

$\gamma$  es la velocidad de corte.

$r$  es la distancia.

La constante de proporcionalidad se denomina viscosidad ( $\mu$ ) y puede definirse como una medida de la energía disipada por un fluido en movimiento, que se presenta por la resistencia que opone dicho fluido a una fuerza que se aplica sobre él y que tiende a deformarlo.

Todos aquellos fluidos que no siguen la ley de viscosidad de Newton se denominan fluidos no-newtonianos; y pueden clasificarse en tres categorías:

1. Comportamiento independiente del tiempo.
2. Comportamiento dependiente del tiempo.
3. Viscoelásticos.

Para los fluidos no-newtonianos que tienen un comportamiento independiente del tiempo, el esfuerzo de corte sólo depende de la velocidad de corte,  $\gamma$ . Se conocen varios modelos reológicos para representar estos fluidos, entre ellos el *Modelo de Ostwald de Waele o Ley de Potencia*.

$$\tau_{rz} = K\gamma^n = K \left(-\frac{dv_z}{dr}\right)^n = \left[ K \left(\frac{dv_z}{dr}\right)^{n-1} \right] \left(-\frac{dv_z}{dr}\right) = \mu_{ap} \left(-\frac{dv_z}{dr}\right) \quad (1.2)$$

Donde K y n son parámetros empíricos, K es el índice de consistencia y n es el índice de comportamiento de flujo. El término entre corchetes se denomina “viscosidad aparente” ( $\mu_{ap}$ ) y depende directamente de la velocidad de corte ( $\gamma$ ).

Debido a que n determina precisamente el modo en que se desarrolla el flujo, se tienen los siguientes criterios (Bird, 1992):

- Si  $n < 1$  fluido no-newtoniano, se denomina pseudoplástico, estos fluidos fluyen más fácilmente aumentando la velocidad de deformación.
- Si  $n = 1$  fluido newtoniano.
- Si  $n > 1$  fluido no-newtoniano, se denomina dilatante, la resistencia a fluir aumenta con un aumento de la velocidad de corte.

### **1.9. Ecuación de Darcy.**

Esta ecuación describe el flujo de fluidos en un medio poroso, bajo las siguientes dos condiciones:

- Números de Reynolds a escala de poro bajos.
- El medio poroso se encuentre ocupado por un fluido newtoniano.

Si se cumplen las dos condiciones anteriores, la ecuación de Darcy establece que la velocidad de flujo es directamente proporcional al gradiente de presión e inversamente proporcional a la viscosidad de dicho fluido.

La ecuación 3 es la Ley de Darcy para el flujo de fluidos en un medio poroso:

$$\vec{u} = -\frac{k}{\mu} \nabla p. \quad (1.3)$$

donde:

$K$  es la permeabilidad del medio poroso

$\vec{u}$  es la velocidad de flujo o velocidad de Darcy ( $q/A$ )

$\mu$  es la viscosidad del fluido

$\nabla p$  es el gradiente de presión

La permeabilidad del medio poroso ( $k$ ), es una propiedad de la matriz porosa que ayuda a determinar la facilidad con la que un fluido fluye en un medio poroso; en la ecuación anterior determina la constante de proporcionalidad entre el gradiente de presión y la viscosidad con la velocidad de flujo.

La velocidad intersticial ( $v$ ) que se presenta dentro de la matriz porosa, se puede conocer si se relaciona la velocidad superficial ( $\vec{u}$ ), con la porosidad de dicha matriz ( $\phi$ ); entonces dicha relación quedará expresada en la ecuación 4:

$$v = \frac{\vec{u}}{\phi} , \quad (1.4)$$

Generalmente en el medio poroso de un yacimiento se encuentran presentes dos o más fluidos; esto implica que la mojabilidad de la roca afecta principalmente la distribución y el flujo de las fases presentes. Asimismo, la permeabilidad relativa a cada fluido se verá afectada por la presencia del otro.

La Ley de Darcy describe el flujo multifásico en un medio poroso de la siguiente manera:

$$\vec{u}_i = v_i \cdot \phi = -\frac{k \cdot k_{ri}(S_i)}{\mu_i} \nabla p_i , \quad (1.5)$$

donde:

$\vec{u}_i$  es la velocidad de darcy de la fase *i*-ésima.

$v_i$  es la velocidad insterticial de la fase *i*-ésima.

$\emptyset$  es la porosidad.

$k$  es la permeabilidad absoluta.

$k_{ri}$  es la permeabilidad relativa de la fase *i*-ésima.

$S_i$  es la saturación de la fase *i*-ésima.

$\mu_i$  es la viscosidad de la fase *i*-ésima.

$\nabla p_i$  es el gradiente de presión de la fase *i*-ésima.

La movilidad de un fluido está dada por la relación  $(k/\mu)$ , con el fin de relacionar la permeabilidad relativa ( $k_e$  permeabilidad efectiva/ $k_a$  permeabilidad absoluta), que se ve afectada cuando dos fluidos se encuentran dentro de un medio poroso; entonces se puede describir la ley de Darcy en función de la movilidad de la fase (*i*).

$$\vec{u}_i = -\frac{k \cdot k_{ri}(S_i)}{\mu_i} \nabla p_i. \quad (1.6)$$

### **1.10. Eficiencia al Desplazamiento.**

Se define la eficiencia al desplazamiento de petróleo por un agente desplazante, agua o gas, por:

$$E_D = \frac{\text{Volumen de petróleo desplazado}}{\text{Volumen de petróleo en contacto con agua o gas}}$$

$$E_D = 1 - \frac{S_o^m}{S_{o,IN}} = \frac{1 - S_{wc} - S_o^m}{1 - S_{wc}} \quad , \quad (1.7)$$

donde:

$S_o^m$  es la saturación de petróleo promedio en el medio poroso, variable en el tiempo.

$S_{o,IN}$  es la saturación de petróleo promedio inicial ( $1 - S_{wc}$ )

La eficiencia al desplazamiento teórica varía entre 0 y 1. El valor 1 correspondería a la saturación nula de petróleo en el medio poroso. En la práctica, aun barriendo el yacimiento por largo tiempo, queda una saturación de petróleo entrampada. Por eso, la eficiencia está limitada en la realidad por la saturación residual de petróleo,  $S_o^m = S_{or}$ , para  $E_D$  máximo.

La eficiencia al desplazamiento está influenciada por las condiciones iniciales, el agente desplazante, el volumen de agente inyectado; y las propiedades de la roca, de los fluidos y de la interacción roca-fluido.

Durante el barrido de un yacimiento, la eficiencia al desplazamiento coincidiría con la eficiencia en la recuperación,  $E_R$ , si hipotéticamente el fluido inyectado contactara todo el petróleo del yacimiento. (Buckley-Leverett Analysis, 2012).

$$E_D = E_R = \frac{N_p}{N} \quad . \quad (1.8)$$

donde:

N es el volumen original de aceite.

$N_p$  es el volumen acumulado de aceite producido.

### ***1.11. Flujo Fraccional de agua.***

Se define el flujo fraccional de agua como:

$$f_w = \frac{q_w}{q_o + q_w} \quad . \quad (1.9)$$

Donde:

$f_w$  es el flujo fraccional de agua.

$q_w$  es el gasto de agua.

$q_o$  es el gasto de aceite.

Como los fluidos se consideran incompresibles, el caudal total es igual a la suma de los caudales de agua y de petróleo, a su vez igual al caudal inyectado como se indica en la ecuación 9. (Buckley-Leverett Analysis, 2012).

$$q_t = q_o + q_w = q_{IN} \quad (1.10)$$

donde:

$q_t$ = gasto total.

$q_{IN}$ = gasto de inyección.

### 1.12. Modelo Buckley - Leverett.

Se realiza un balance de masa de agua en un elemento de volumen del yacimiento lineal, como el de la figura 1.1:

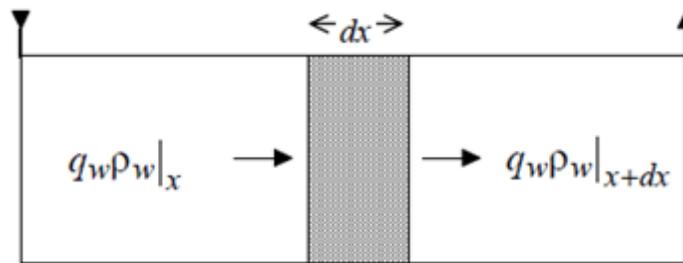


Figura 1.1 Flujo másico de agua a través de un elemento de volumen en un medio poroso lineal y unidimensional.

De acuerdo al balance másico en el volumen de control, se tiene que:

$$\left[ \frac{\text{masa}}{\text{tiempo}} \right]_{\text{entrada}} - \left[ \frac{\text{masa}}{\text{tiempo}} \right]_{\text{salida}} = \left[ \frac{\text{masa acumulada}}{\text{tiempo}} \right]_{\text{elemento de volumen}}$$

de donde:

$$(q_w \cdot \rho_w)_x - (q_w \cdot \rho_w)_{x+\Delta x} = A \cdot \phi \cdot \Delta x \cdot \frac{\partial(\rho_w \cdot S_w)}{\partial t} \quad (1.11)$$

Aplicando la definición de derivada y eliminando la densidad del agua por ser el flujo incompresible, se tiene que:

$$\frac{\partial q_w}{\partial x} = -A \cdot \phi \cdot \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (1.12)$$

Despejando de la ecuación 11 la velocidad de un frente de saturación de agua constante:  $[dx/dt]_{S_w}$ . La ecuación 11 contiene derivadas parciales, pues  $S_w(x,t)$  y  $q_w(x,t)$ . (Para un frente de saturación de agua constante,  $dS_w = 0$ ). Por lo tanto:

$$dS_w = \left( \frac{\partial S_w}{\partial x} \right)_t \cdot dx + \left( \frac{\partial S_w}{\partial t} \right)_x \cdot dt, \quad (1.13)$$

de donde

$$-\left[ \frac{\partial S_w}{\partial x} \right]_t \cdot \left[ \frac{dx}{dt} \right]_{S_w} = \left[ \frac{\partial S_w}{\partial t} \right]_x \quad (1.14)$$

Además  $\frac{\partial q_w}{\partial x}$  se expresa evaluado a tiempo  $t$  como;

$$\left[ \frac{\partial q_w}{\partial x} \right]_t = \left[ \frac{\partial q_w}{\partial S_w} \right]_t \cdot \left[ \frac{\partial S_w}{\partial x} \right]_t . \quad (1.15)$$

Sustituyendo las ecuaciones 13 y 14 en la ecuación 11, se encuentra que:

$$\left[ \frac{\partial q_w}{\partial S_w} \right]_t = A \cdot \phi \cdot \left[ \frac{dx}{dt} \right]_{S_w} . \quad (1.16)$$

Introduciendo la definición de flujo fraccional,  $q_w = q_t f_w$ , se tiene que:

$$v|_{S_w} = \left[ \frac{dx}{dt} \right]_{S_w} = \frac{q_t}{A \cdot \phi} \cdot \left[ \frac{df_w}{dS_w} \right]_{S_w} . \quad (1.17)$$

Esta es la ecuación de Buckley y Leverett: *La velocidad de un plano de saturación de agua constante es proporcional a la derivada del flujo fraccional evaluada a esa saturación.* Integrando entre el tiempo inicial, al comenzar la inyección y un tiempo cualquiera de recuperación, se puede encontrar el punto alcanzado por el plano de saturación constante de agua, mediante la ecuación 17:

$$x|_{S_w} = \frac{1}{A \cdot \phi} \cdot \left[ \frac{df_w}{dS_w} \right]_{S_w} \int_0^t q_t \cdot dt . \quad (1.18)$$

El valor de la integral en la ecuación 17, es el volumen acumulado de agua inyectada,  $W_i$ . Este depende del tiempo de inyección, siendo la condición inicial usual,  $W_i=0$  cuando  $t=0$ . Entonces,

$$x|_{S_w} = \frac{W_i}{A \cdot \phi} \cdot \left[ \frac{df_w}{dS_w} \right]_{S_w} . \quad (1.19)$$

Resulta conveniente introducir las siguientes variables adimensionales:

$$x_D = \frac{x}{L} , \quad (1.20)$$

donde  $L$  es la longitud del medio poroso, y

$$W_{iD} = \frac{W_i}{AL\phi} , \quad (1.21)$$

donde  $W_{iD}$  es el número de volúmenes de poro de agua inyectados, proporcional al tiempo de inyección. Por eso, algunos autores (Lake, 1989) lo denominan tiempo adimensional,

$$t_D = W_{iD} . \quad (1.22)$$

Con estas variables adimensionales, la ecuación 18 se puede reescribir como:

$$x_D \Big|_{S_w} = t_D \left[ \frac{df_w}{dS_w} \right]_{S_w} . \quad (1.23)$$

Esta ecuación permite encontrar  $x_D (S_w)$  o recíprocamente la distribución de la saturación de agua  $S_{wD} (x)$ . (Buckley-Leverett Analysis, 2012).

## **1.13. Polímeros.**

### **1.13.1. Concepto de polímeros.**

Los polímeros son macromoléculas en forma de cadenas formadas por unidades más pequeñas, llamadas monómeros; que pueden ser moléculas iguales o distintas. Los monómeros son moléculas pequeñas con al menos dos sitios reactivos en los cuales otro monómero pueda unirse mediante enlaces covalentes para formar un polímero. Su principal característica es su alto peso molecular, el cual es proporcional al número de monómeros presentes en su estructura (Billmeyer, 1973).

Los polímeros que contienen monómeros de igual composición química son llamados *homopolímeros*, asimismo, aquellos que son formados por dos o más monómeros de diferente composición se conocen como *copolímeros*.

### **1.13.2. Química de Los polímeros**

La química de los polímeros es muy importante para el diseño de la inyección ya que se debe tomar en cuenta que la salinidad de agua de formación y de inyección están en función del tipo y concentración del polímero seleccionado. Dentro de la industria petrolera se clasifican en dos tipos generales: polímeros sintéticos (poliacrilamida) y biopolímeros (goma xantana).

### **1.13.3. Polímeros sintéticos.**

*Poliacrilamida (HPAM).*

Esta se obtiene mediante la polimerización del monómero acrilamida, tiene un peso molecular mayor de  $3 \times 10^6$  y una estructura lineal en cadena. Su peso molecular está entre  $1 \times 10^6$  y  $8 \times 10^6$ . El tamaño de la molécula es de  $0.1 - 0.1 \mu\text{m}$ . La molécula de poliacrilamida es muy flexible, con un diámetro relativamente pequeño, lo cual puede hacer al polímero susceptible de un daño de ruptura mecánica o degradación de corte, siendo inmune al ataque bacterial. El polímero es generalmente modificado químicamente por el reemplazo de algunos de los grupos de amida por un grupo carboxilo; este proceso, el cual es llamado hidrólisis, es realizado por tratar una solución de poliacrilamida con una base fuerte, por ejemplo el

hidróxido de sodio. Tiene un grado de hidrólisis entre 20 y 40 por ciento. Esto da al polímero una gran afinidad al agua pero no al aceite.

La solución de poliacrilamida hidrolizada es sensible a la sal y debe ser preparada con agua dulce. La larga cadena molecular de la poliacrilamida hidrolizada parcialmente, en solución con agua dulce, facilita el flujo a través del espacio poroso tortuoso de la roca del yacimiento. En agua salada, los electrolitos en solución propician el anillado de las moléculas; esto obstruye el flujo a través del espacio poroso y reduce la viscosidad de la solución. Otras susceptibilidades de las soluciones de poliacrilamida son causadas por la presencia de oxígeno, el cual es una fuente de inestabilidad y degradación química por temperatura.

Existiendo menores costos y proporcionando mayor resistencia residual al empuje por inyección de agua; la poliacrilamida es más extensamente usada en el campo que los polisacáridos como un agente de control de movilidad del agua.

Se han utilizado otros polímeros sintéticos como el copolímero vinisulfonato de vinil para superar las desventajas de la poliacrilamida, ya que no se puede usar en agua de alta salinidad, especialmente a elevadas temperaturas.

## ***Manufactura***

Básicamente la poliacrilamida es un producto que tiene como materia prima inicial al gas natural, del cual se obtiene el propileno y el amoníaco mediante procesos usuales de la industria petroquímica. Estos productos obtenidos mediante una reacción con oxígeno a una temperatura de entre 425 y 510 °C producen el acetonitrilo, el cual dará origen a la acrilamida, y está a su vez a la poliacrilamida. Las poliacrilamidas se pueden obtener en forma sólida o líquida, siendo la forma sólida la más recomendable para su fabricación debido a sus ventajas de facilidad de transporte, menor riesgo de contaminación del producto y mayor periodo de almacenamiento.

### ***1.13.4. Polímeros de origen biológico.***

#### *Goma Xantana.*

Este biopolímero tiene un peso molecular aproximadamente de  $5 \times 10^6$ . La estructura molecular de la goma xantana da un grado de rigidez a la cadena del polímero, lo cual proporciona una excelente resistencia al rompimiento mecánico; sin embargo, es altamente susceptible a la acción bacteriana. De hecho, los microbios son

responsables de la formación y destrucción de la molécula del polímero.

La viscosidad de la solución de este polímero no se ve afectada por la salinidad y los efectos por cizallamiento pueden ser tolerados, no obstante, con estas ventajas, el biopolímero es costoso y se degrada a temperaturas superiores a 93 °C.

### *Manufactura*

La goma xantana es el producto del metabolismo de carbohidratos por parte de un microorganismo *xanthomona*, cuya variedad más efectiva en la producción del polisacárido es la *xanthomona campestris*.

En el país se encuentran microorganismos para producirlo, al igual que las fuentes de carbohidratos necesarios como materia prima para su transformación, tales como: glucosa, azúcar de caña o remolacha, melaza, vinaza, avena, harina de cereales y arroz.

## **1.14. Soluciones Poliméricas.**

En la industria petrolera el uso de soluciones con polímero ha sido extenso, en operaciones de perforación, terminación, reparación, producción y en proyectos de recuperación mejorada. En esta última aplicación, se usa para incrementar la recuperación de las reservas de los

yacimientos modificando las condiciones adversas que afectan a la eficiencia de desplazamiento del agua de inyección, que en general son dos (Sorbie, 1991):

- Relación de movilidad agua - aceite desfavorable.
- Heterogeneidad excesiva del yacimiento.

Las características de las soluciones poliméricas permitirán mejorar, en los casos anteriores, las eficiencias de desplazamiento areal y vertical, a través de los dos mecanismos siguientes (Hovendick, 1989):

- A. El polímero incrementa la viscosidad del agua inyectada. Esto reduce la relación de movilidad agua-aceite, incrementando las eficiencias de barrido.
- B. El polímero se adhiere a la roca que contacta y crea una resistencia adicional al flujo de agua subsecuente, así el flujo de agua y polímero es restringido y obligado a desviarse a otras partes del yacimiento.

Estos procesos químicos son aplicables para aceites que son más viscosos que los aceites desplazados por la inyección de gas, pero menos viscosos que los aceites recuperados por métodos térmicos. Se recomienda su aplicación en yacimientos con permeabilidad moderada, pero no en presencia de un casquete de gas y/o

formaciones con alto contenido de arcilla ya que las arcillas aumentan la adsorción del químico inyectado.

### ***1.14.1. Flujo de polímeros a través del medio poroso.***

Cuando un polímero fluye a través de los poros de la roca, es medible la cantidad de polímero retenido. La retención es causada principalmente por la adsorción sobre la superficie del material poroso y el atrapamiento mecánico en poros que son relativamente pequeños en comparación con la molécula de polímero en solución. Este fenómeno, en procesos EOR, es instantáneo e irreversible. Sin embargo, no es del todo cierto ya que pequeñas cantidades de polímero pueden ser removidas del medio poroso. Los valores de retención medidos en campo se encuentran entre 20 a 400lbm de polímero/ acre-ft de volumen bruto, siendo el nivel de retención deseable menor que 50 lbm/Acre-ft. La retención causa pérdida de polímero de la solución, lo cual puede causar que la eficiencia en el control de la movilidad sea destruida. La retención también puede causar retraso en la tasa de propagación del polímero.

### **1.14.2. Volumen de poro inaccesible.**

Las moléculas de polímeros son más grandes que las moléculas de agua y son más grandes que algunos poros en el medio poroso. Debido a esto, los polímeros no fluyen a través de todo el espacio poroso en contacto con la salmuera. La fracción del espacio poroso que no está en contacto con la solución polimérica se denomina *PV (Pore Volume) inaccesible* y ha sido observado en todos los tipos de medio poroso tanto para poliacrilamidas como para biopolímeros y es considerado una característica general del flujo de polímeros en medios porosos.

### **1.14.3. Reducción de La permeabilidad.**

Los polímeros reducen la permeabilidad efectiva de la roca. La reducción de la permeabilidad depende del tipo de polímero, la cantidad de polímero retenido, la distribución del tamaño de poro, y el tamaño promedio del polímero con relación a los poros de la roca. La reducción de la permeabilidad es determinada experimentalmente por el primer desplazamiento de solución polimérica a través del medio poroso, después el desplazamiento del polímero con la salmuera; se mide la permeabilidad a la salmuera después que todo el polímero ha sido desplazado.

### **1.14.4. Inyectividad de polímeros en procesos EOR.**

El mantenimiento de las condiciones de movilidad es esencial en este proceso. Desafortunadamente, incrementando la inyección de viscosificantes se puede reducir la inyectividad retardando la producción de petróleo. Se puede estimar la pérdida de inyectividad asociada con la inyección de soluciones poliméricas si las fracturas no están abiertas, y estimar el grado de extensión de las fracturas si las mismas están abiertas. Para ello, es necesario examinar las 3 propiedades principales de los polímeros que afectan la inyectividad:

1. Residuos en el polímero.
2. Reología del polímero en el medio poroso.
3. Degradación mecánica del polímero.

La inyección de agua con polímero ha reportado más ventajas sobre la inyección de agua:

- Incrementa el volumen de aceite recuperado.
- Produce menos agua.
- Mejora el perfil de inyección y la recuperación es más rápida.

***Capítulo 2***  
***Descripción del***  
***Modelo***

## Descripción del modelo

En este capítulo se presenta la descripción del modelo físico-matemático que representa el comportamiento del polímero en la inyección al yacimiento, el diagrama de flujo del modelo matemático que se programó para dar solución numérica al problema de la inyección de polímeros utilizando el método de diferencias finitas.

### **2.1. Modelo físico.**

Para la descripción de este modelo se considera un pozo inyector en un yacimiento con las siguientes características (ver figuras 2.1 y 2.2):

- Homogéneo.
- Geometría cilíndrica.
- Espesor uniforme,  $h$ .
- Radio interno (radio del pozo),  $R_w$ .
- Radio exterior,  $R_e$ ; ( $R_e \gg R_w$ ).

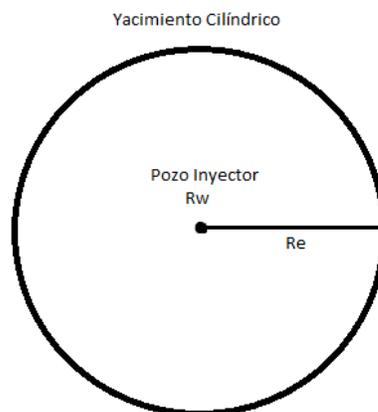


Figura 2.1 Vista superior de un yacimiento cilíndrico.

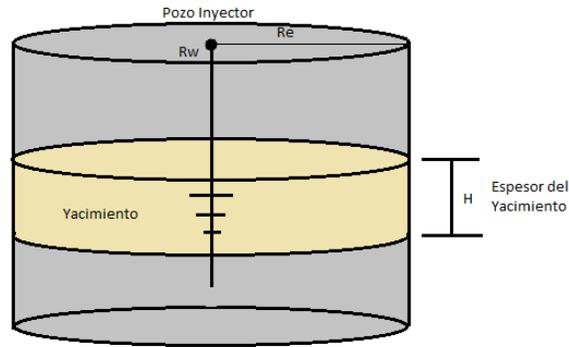


Figura 2.2 Esquema 3D de un yacimiento cilíndrico.

Además se considera lo siguiente:

- Sólo se encuentran presentes dos fases móviles (polímero y aceite).
- Los fluidos son inyectados desde el límite interior, donde  $r=r_w$ .
- Las fases son incompresibles y cada componente químico es soluble en una fase.
- Se desprecia la adsorción de químicos de la fase acuosa sobre la superficie de la roca, así como los procesos de digitación viscosa, difusión capilar y dispersión.
- El equilibrio en las movilidades sólo depende de los fluidos propios del yacimiento.
- No existen reacciones químicas ni biológicas.

Se tienen las siguientes variables que intervienen en el proceso de inyección de polímero en el yacimiento:

- Porosidad,  $\Phi$ .
- Permeabilidad al aceite,  $K_o$ .

- Permeabilidad al agua, Kw.
- Saturación inicial de agua, Swini.
- Saturación inicial de aceite, So=1-Swini.
- Saturación residual de aceite, Sor.
- Saturación residual de agua, Swr.
- Viscosidad del aceite, Mo.

## **2.2. Modelo Matemático.**

Siguiendo la metodología para entender el comportamiento del flujo fraccional aplicado a fluidos No-Newtonianos del artículo publicado por Rossen (2011) “Fractional Flow Theory Applicable to Non-Newtonian Behavior in EOR Processes”, se desarrolló el modelo matemático que describe el fenómeno físico de la inyección de polímero.

De la teoría Buckley - Leverett para flujo fraccional se tiene (Ec.2.1):

$$\frac{\partial f_w}{\partial r} = -\frac{A\phi}{Q} \frac{\partial S_w}{\partial t}, \quad (2.1)$$

donde:

A es el área de inyección.

r es el radio.

Sw es la saturación de agua.

Q es el gasto volumétrico.

t es el tiempo.

fw es el flujo fraccional de agua.

Adaptando la Ec. 2.1 para la geometría cilíndrica se obtiene:

$$A = 2\pi hr \quad , \quad (2.2)$$

y

$$\frac{\partial f_w}{\partial r} = -\frac{2\pi\phi hr}{Q} \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad , \quad (2.3)$$

donde:

$A$  es el área de inyección

$\phi$  es la porosidad

$h$  es el espesor del yacimiento

Utilizando la regla de la cadena:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial r}\right)_{S_w} + \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_r \frac{\partial S_w}{\partial r} = -\frac{2\pi\phi hr}{Q} \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad . \quad (2.4)$$

Del artículo publicado por Rossen se tiene la siguiente propuesta de ecuación para flujo fraccional de un fluido no newtoniano con Ley de Potencia (ec 2.5):

$$\mu_w = \mu_w^o \left( \frac{v_w}{v_w^o} \right)^{n-1} \quad (2.5)$$

Donde:

$\mu_w$  es la viscosidad de la solución polímero-agua.

$\mu_w^o$  es la viscosidad de referencia de la fase acuosa.

$v_w$  es la velocidad del agua.

$v_w^o$  es la velocidad de referencia de la fase acuosa.

$n$  es el exponente de la ley de Potencia.

Es:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}\mu_w}{k_{rw}\mu_o} \left( \frac{Q_D f_w}{S_w X_D} \right)^{n-1}} \quad (2.6)$$

Sea:  $X_D = \frac{r_D - r_w}{r_e - r_w} \quad , \quad (2.7)$

$$Q_D = \frac{Q}{2\pi r_e \phi h v_{ref}} \quad , \quad (2.8)$$

donde:

$n$  es el coeficiente de la ley de Potencia.

$\mu_w$  es la viscosidad del agua.

$\mu_o$  es la viscosidad del aceite.

$k_{rw}$  es la permeabilidad relativa del agua.

$k_{ro}$  es la permeabilidad relativa del aceite.

$r_e$  es el radio exterior.

$r_w$  es el radio interno.

$r_D$  es el radio adimensional.

$Q_D$  es el gasto adimensional.

$v_{ref}$  es la velocidad de referencia.

$X_D$  es la distancia adimensional.

$Q$  es el gasto volumétrico.

Sustituyendo las ecuaciones (2.7 y 2.8) en la de flujo fraccional (2.6) se obtiene:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}\mu_w}{k_{rw}\mu_o} \left( \frac{Q}{2\pi r_e \phi h v_{ref}} \frac{f_w}{S_w \left( \frac{r_D - r_w}{r_e - r_w} \right)} \right)^{n-1}}, \quad (2.9)$$

Separando los términos constantes:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}}{k_{rw}} \frac{\mu_w}{\mu_o} \left( \frac{Q}{2\pi h v_{ref} \phi r_e} \right)^{n-1} \left( \frac{f_w}{S_w x} \right)^{n-1}}, \quad (2.10)$$

Definiendo:

$$a = \frac{\mu_w}{\mu_o} \left( \frac{Q}{2\pi \phi h v_{ref} r_e} \right)^{n-1}, \quad (2.11)$$

Si la velocidad de referencia se elige como la de la entrada a la formación (ec.2.12) y se sustituye en (ec.2.11):

$$v_{ref} = \frac{Q}{\phi 2\pi r_w h}, \quad (2.12)$$

Simplificando los términos semejantes:

$$a = \frac{\mu_w}{\mu_o} \left( \frac{r_w}{r_e} \right)^{n-1}, \quad (2.13)$$

Sustituyendo la Ec. 2.13 en la Ec. 2.10:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro}}{k_{rw}} a \left( \frac{f_w}{S_{wx}} \right)^{n-1}}. \quad (2.14)$$

Sea:

$$S = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{or} - S_{wr}}, \quad (2.15)$$

donde:

$S$  es la saturación reducida.

$S_w$  es la saturación de agua.

$S_{wr}$  es la saturación de agua reducida.

$S_{or}$  es la saturación de aceite reducida.

Se tiene el modelo de permeabilidades de Corey:

$$\begin{aligned} 0 \leq S \leq 1 & & S > 1 \\ k_{ro} = k_o^{end} (1 - S)^{n_o} & & k_{ro} = k_o^{end} \\ k_{rw} = k_w^{end} (S)^{n_w} & & k_{rw} = 0 \end{aligned}, \quad (2.16)$$

Entonces para  $0 \leq S \leq 1$ , sustituyendo los valores de "k" Ec.2.16 en la Ec.2.14:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_o^{end} (1-S)^{n_o}}{k_w^{end} (S)^{n_w}} a \left( \frac{f_w}{S_{wx}} \right)^{n-1}}. \quad (2.17)$$

Sustituyendo  $S_w$  de la Ec.2.15 en la Ec.2.17 se obtiene:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_o^{end}(1-S)^{n_o}}{k_w^{end}(S)^{n_w}} a \left( \frac{f_w}{(S(1-S_{ro}-S_{rw})+S_{rw})x} \right)^{n-1}} \quad (2.18)$$

Simplificando:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{k_o^{end}(1-S)^{n_o}}{k_w^{end}(S)^{n_w}} \frac{a}{(1-S_{ro}-S_{rw})^{n-1}} \left( \frac{f_w}{\left( S + \frac{S_{rw}}{(1-S_{ro}-S_{rw})} \right) x} \right)^{n-1}} \quad (2.19)$$

Agrupando los términos constantes en “A” (Ec.2.20) y “B” (Ec.2.21)

$$A = \frac{k_o^{end}}{k_w^{end}} \frac{a}{(1-S_{ro}-S_{rw})^{n-1}} \quad (2.20)$$

y

$$B = \frac{S_{rw}}{(1-S_{ro}-S_{rw})} \quad (2.21)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.20 y 2.21 en Ec.2.19:

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} A \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-1}} \quad (2.22)$$

Multiplicando la Ec.2.22 por  $S^{n_w}$  y  $x^{n-1}$ :

$$f_w = \frac{x^{n-1}(S)^{n_w}}{x^{n-1}(S)^{n_w} + (1-S)^{n_o} A \left( \frac{f_w}{(S+B)} \right)^{n-1}} \quad (2.23)$$

Por lo tanto, el sistema a resolver es el siguiente:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial r}\right)_{S_w} + \left(\frac{\partial f_w}{\partial S_w}\right)_r \frac{\partial S_w}{\partial r} = -\frac{2\pi\phi hr}{Q} \frac{\partial S_w}{\partial t}, \quad (2.24)$$

y

$$f_w = \frac{x^{n-1}(S)^{n_w}}{x^{n-1}(S)^{n_w} + (1-S)^{n_o} A \left(\frac{f_w}{(S+B)}\right)^{n-1}}. \quad (2.25)$$

Bajo el conjunto de transformaciones:

$$x = \frac{r-r_w}{r e^{-r_w}}, \quad (2.26)$$

$$\tau = \frac{t}{\frac{\pi r_e^2 h \phi}{Q}}, \quad (2.27)$$

y

$$S = \frac{S_w - S_{wr}}{1 - S_{or} - S_{wr}}, \quad (2.28)$$

Obteniendo las derivadas parciales de las transformaciones:

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial x}{\partial r} \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{r e^{-r_w}} \frac{\partial}{\partial x}, \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial t} \frac{\partial}{\partial \tau} = \frac{Q}{\pi r_e^2 h \phi} \frac{\partial}{\partial \tau}, \quad (2.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial S_w} = \frac{\partial S}{\partial S_w} \frac{\partial}{\partial S} = \frac{1}{1 - S_{gr} - S_{wr}} \frac{\partial}{\partial S}, \quad (2.31)$$

Sustituyendo las Ecs. 2.29, 2.30, 2.31 en la Ec.2.4:

$$\frac{1}{r_e - r_w} \left( \frac{\partial f_w}{\partial x} \right)_S + \frac{1}{1 - S_{gr} - S_{wr}} \left( \frac{\partial f_w}{\partial S} \right)_x \frac{1}{r_e - r_w} \frac{\partial(S(1 - S_{gr} - S_{wr}) + S_{wr})}{\partial x} = -\frac{2\pi\phi h(r_w + x(r_e - r_w))}{Q} \frac{Q}{\pi r_e^2 h \phi} \frac{\partial(S(1 - S_{gr} - S_{wr}) + S_{wr})}{\partial \tau} \quad (2.32)$$

Reduciendo términos:

$$\left( \frac{\partial f_w}{\partial x} \right)_S + \left( \frac{\partial f_w}{\partial S} \right)_x \frac{\partial S}{\partial x} = -2 \left( \frac{r_w}{r_e} + x \left( 1 - \frac{r_w}{r_e} \right) \right) \left( 1 - \frac{r_w}{r_e} \right) (1 - S_{gr} - S_{wr}) \frac{\partial S}{\partial \tau} \quad (2.33)$$

Dividiendo la Ec. 2.33 por  $\left( 1 - \frac{r_w}{r_e} \right)$ :

$$\left( \frac{\partial f_w}{\partial x} \right)_S + \left( \frac{\partial f_w}{\partial S} \right)_x \frac{\partial S}{\partial x} = -2 \left( \frac{\frac{r_w}{r_e}}{1 - \frac{r_w}{r_e}} + x \right) \left( 1 - \frac{r_w}{r_e} \right)^2 (1 - S_{gr} - S_{wr}) \frac{\partial S}{\partial \tau} \quad (2.34)$$

Sea:

$$\gamma = \frac{r_w}{r_e} \quad . \quad (2.35)$$

Entonces la ecuación queda de la siguiente manera:

$$\left( \frac{\partial f_w}{\partial x} \right)_S + \left( \frac{\partial f_w}{\partial S} \right)_x \frac{\partial S}{\partial x} = -2 \left( \frac{\gamma}{1 - \gamma} + x \right) (1 - \gamma)^2 (1 - S_{gr} - S_{wr}) \frac{\partial S}{\partial \tau} \quad (2.36)$$

Obteniendo las derivadas de  $f_w$  (de la Ec.2.22):

$$f_w = \frac{1}{1 + \frac{(1-S)^{n_0}}{(S)^{n_w}} A \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-1}}$$

Derivada  $\left(\frac{\partial f}{\partial S}\right)_x$ , se considera  $\left(\frac{\partial f}{\partial S}\right)_x = f'_w$

$$\frac{\partial f_w}{\partial S} = \frac{-\frac{\partial}{\partial S} \left( 1 + \frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} A \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-1} \right)}{f_w^2}, \quad (2.37)$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial S} = \frac{-A \left( \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-1} \frac{\partial}{\partial S} \frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} + \frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} \frac{\partial}{\partial S} \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-1} \right)}{f_w^2}, \quad (2.38)$$

Simplificando:

$$f_w^2 f'_w = -A \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-1} \frac{-n_o(S)^{n_w} (1-S)^{n_o-1} - n_w(1-S)^{n_o} (S)^{n_w-1}}{(S^{n_w})^2} + A \frac{(1-S)^{n_o} (n-1)}{(S)^{n_w} (S+B)^2 x} \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-2} f_w - A \frac{(1-S)^{n_o} (n-1)}{(S)^{n_w} (S+B)x} \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-2} f'_w \quad (2.39)$$

Factorizando y despejando  $f'_w$  de la Ec.2.39:

$$f'_w = \frac{-A \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-1} \frac{-n_o(S)^{n_w} (1-S)^{n_o-1} - n_w(1-S)^{n_o} (S)^{n_w-1}}{(S^{n_w})^2} + A \frac{(1-S)^{n_o} (n-1)}{(S)^{n_w} (S+B)^2 x} \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-2} f_w}{f_w^2 + A \frac{(1-S)^{n_o} (n-1)}{(S)^{n_w} (S+B)x} \left( \frac{f_w}{(S+B)x} \right)^{n-2}} \quad (2.40)$$

Reduciendo la ecuacion (2.40):

$$f'_w = \frac{-A \left( \frac{f_w}{(S+B)} \right)^{n-1} \left( -n_o(1-S)^{n_o-1} - n_w(1-S)^{n_o} S^{-1} \right) + A \frac{(1-S)^{n_o} (n-1)}{(S+B)^n} f_w^{n-1}}{\left( x^{n-1} f_w^2 S^{n_w} + A \frac{(1-S)^{n_o} (n-1) f_w^{n-2}}{(S+B)^{n-1}} \right)} \quad (2.41)$$

$$f'_w = \frac{-A \frac{f_w^{n-1}}{x^{n-1}} \frac{1}{(S+B)^{n-1}} \frac{-n_o(S)^{n_w}(1-S)^{n_o-1} - n_w(1-S)^{n_o}(S)^{n_w-1}}{(S^{n_w})^2} + A \frac{f_w^{n-1}}{x^{n-1}} \frac{(1-S)^{n_o(n-1)}}{(S)^{n_w}} \frac{1}{(S+B)^n}}{f^2 + A \frac{(1-S)^{n_o(n-1)}}{(S)^{n_w}(S+B)x^{n-1}} \left(\frac{f_w}{S+B}\right)^{n-2}} \quad (2.42)$$

Factorizando  $-A \frac{f_w^{n-1}}{x^{n-1}}$  en la Ec.2.42 se obtiene:

$$f'_w = -A f_w^{n-1} \frac{(S+B) \frac{-n_o(S)^{n_w}(1-S)^{n_o-1} - n_w(1-S)^{n_o}(S)^{n_w-1}}{(S^{n_w})^2} \frac{(1-S)^{n_o(n-1)}}{(S)^{n_w}}}{x^{n-1}(S+B)^n f_w^2 + (S+B) A f_w^{n-2} \frac{(1-S)^{n_o(n-1)}}{(S)^{n_w}}} \quad , \quad (2.43)$$

Reduciendo términos:

$$f'_w = \frac{A f_w^{n-1} (1-S)^{n_o}}{S^{n_w}} \frac{(S+B) \left( \frac{n_o}{1-S} + \frac{n_w}{S} \right) + n-1}{x^{n-1} (S+B)^n f_w^2 + (S+B) A f_w^{n-2} \frac{(1-S)^{n_o(n-1)}}{S^{n_w}}} \quad , \quad (2.44)$$

Dividiendo entre (S+B) la Ec.2.44 y simplificando:

$$f'_w = A f_w^{n-1} (1-S)^{n_o} \frac{\frac{n_o}{1-S} + \frac{n_w}{S} + \frac{n-1}{S+B}}{S^{n_w} x^{n-1} (S+B)^{n-1} f_w^2 + A f_w^{n-2} (1-S)^{n_o(n-1)}} \quad , \quad (2.45)$$

$$f'_w = \frac{\frac{n_o}{1-S} + \frac{n_w}{S} + \frac{n-1}{S+B}}{\frac{S^{n_w} x^{n-1} (S+B)^{n-1} f_w^{3-n}}{A(1-S)^{n_o}} + f_w^{n-1} (n-1)} \quad . \quad (2.46)$$

Entonces la derivada de  $\left(\frac{\partial f}{\partial S}\right)_x$  queda expresada de la siguiente forma:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial S}\right)_x = f_w \frac{\frac{n_o}{1-S} + \frac{n_w}{S} + \frac{n-1}{S+B}}{\frac{S^{n_w} x^{n-1} (S+B)^{n-1} f_w^{4-n}}{A(1-S)^{n_o}} + n-1} \quad . \quad (2.47)$$

Derivada  $\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S$ , se considera  $\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S = f'$

$$\frac{\partial f_w}{\partial x} = \frac{-\frac{\partial}{\partial x} \left(1 + \frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} A \left(\frac{f_w}{(S+B)x}\right)^{n-1}\right)}{\left(1 + \frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} A \left(\frac{f_w}{(S+B)x}\right)^{n-1}\right)^2}, \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial x} = \frac{-\frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} A(n-1) \left(\frac{f_w}{(S+B)x}\right)^{n-2} \frac{\partial f_w}{\partial x}}{f_w^2}, \quad (2.49)$$

$$\frac{\partial f_w}{\partial x} = \frac{-\frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} A(n-1) \left(\frac{f_w}{(S+B)x}\right)^{n-2} \left(\frac{(S+B)x \frac{\partial f_w}{\partial x} - (S+B)f_w}{((S+B)x)^2}\right)}{f_w^2}, \quad (2.50)$$

Simplificando la ecuación se tiene lo siguiente:

$$f^2 f' = -\frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w}} A(n-1) \left(\frac{f_w}{(S+B)x}\right)^{n-2} \left(\frac{(S+B)(xf' - f_w)}{((S+B)x)^2}\right), \quad (2.51)$$

$$f^2 f' = -\frac{(1-S)^{n_o}}{(S)^{n_w} (S+B)x^2} A(n-1) \left(\frac{f_w}{(S+B)x}\right)^{n-2} (xf' - f_w), \quad (2.52)$$

Factorizando y despejando  $f'$  de la Ec.2.52

$$f' = \frac{\frac{f_w(1-S)^{n_o} A(n-1)}{(S+B)x^n} \frac{f_w^{n-2}}{(S+B)^{n-2}}}{S^{n_w} f_w^2 + \frac{x(1-S)^{n_o}}{(S+B)x^n} A(n-1) \frac{f_w^{n-2}}{(S+B)^{n-2}}}, \quad (2.53)$$

Simplificando términos de la Ec.2.53

$$f' = \frac{f_w(1-S)^{n_o} A(n-1) f_w^{n-2}}{x^n S^{n_w} f_w^2 (S+B)^{n-1} + x(1-S)^{n_o} A(n-1) f_w^{n-2}}, \quad (2.54)$$

$$f' = \frac{(1-S)^{no} A(n-1)}{S^{nw} x^n f_w^{3-n} (S+B)^{n-1} + (1-S)^{no} A(n-1) x f_w^{-1}}, \quad (2.55)$$

Multiplicando la Ec.2.55 por  $\frac{1}{(1-S)^{no} A(n-1)}$

$$f' = \frac{f_w}{\frac{S^{nw} x^n f_w^{4-n} (S+B)^{n-1}}{(1-S)^{no} A(n-1)} + x}, \quad (2.56)$$

Multiplicando la Ec.2.56 por  $\frac{(n-1)}{(n-1)}$

$$f' = \frac{f_w}{x} \frac{n-1}{\frac{S^{nw} x^{n-1} (S+B)^{n-1} f_w^{4-n}}{A(1-S)^{no}} + n-1}, \quad (2.57)$$

Entonces la derivada de  $\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S$  queda expresada de la siguiente forma:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S = \frac{f_w}{x} \frac{n-1}{\frac{S^{nw} x^{n-1} (S+B)^{n-1} f_w^{4-n}}{A(1-S)^{no}} + n-1}. \quad (2.58)$$

Para el cálculo de la saturación promedio de polímero se tiene,  $(\tilde{S}_w)$ :

$$\tilde{S}_w = \frac{2(1-S_{or}-S_{wr})}{(1+\gamma)} \left( \frac{1+\gamma}{2} \frac{S_{wr}}{1-S_{or}-S_{wr}} + (1-\gamma) \int_0^1 S x dx + \gamma \int_0^1 S dx \right) \quad (2.59)$$

Para el cálculo de la viscosidad promedio del polímero se tiene,  $\left(\frac{\tilde{\mu}_w}{\tilde{\mu}_o}\right)$ :

$$\frac{\tilde{\mu}_w}{\tilde{\mu}_o} = \frac{2(1-\gamma)\mu_w^o}{(1+\gamma)\mu_o} \left( \int_0^1 \left( \frac{\gamma f_w}{(S(1-S_{or}-S_{wr})+S_{wr})(x(1-\gamma)+\gamma)} \right)^{n-1} x dx + \frac{\gamma}{1-\gamma} \int_0^1 \left( \frac{\gamma f_w}{(S(1-S_{or}-S_{wr})+S_{wr})(x(1-\gamma)+\gamma)} \right)^{n-1} dx \right) \quad (2.60)$$

donde:

$\tilde{\mu}_w$  es la viscosidad promedio del polímero.

$\tilde{\mu}_o$  es la viscosidad promedio del aceite.

$x$  es la posición.

Para el cálculo del diferencial de presión (presión adimensional) se tiene:

$$\frac{\Delta P}{\Delta P_o} = \frac{\Delta x \frac{\mu_w^o}{\mu_o}}{(1-\gamma)} \sum_{i=1}^n \frac{f_w \left( \frac{\gamma f_w}{(S(1-S_{or}-S_{wr})+S_{wr})(x(1-\gamma)+\gamma)} \right)^{n-1} (x(1-\gamma)+\gamma)}{k_w^{end} (S)^{nw}} \quad (2.61)$$

donde:

$\Delta P$  es el diferencial de presión al inyectar el polímero.

$\Delta P_o$  es el diferencial de presión al inyectar sólo agua.

### 2.3. Diferencias Finitas.

Expresando la ecuación a resolver (Ec.2.36) en diferencias finitas se obtiene lo siguiente:

$$\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S + \left(\frac{\partial f_w}{\partial S}\right)_x \frac{\partial S}{\partial x} = -2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma} + x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})\frac{\partial S}{\partial \tau}$$

$$\frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S}{2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} + \frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S}\right)_x}{2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} \frac{\partial S}{\partial x} = -\frac{\partial S}{\partial \tau}, \quad (2.59)$$

$$\frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S}{2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} + \frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S}\right)_x}{2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} \frac{S_{ix+1,it+1}-S_{ix-1,it+1}}{2\Delta x} = \frac{-S_{ix,it+1}+S_{ix,it}}{\Delta \tau}$$

(2.60)

$$\frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S \Delta \tau}{2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} + \frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S}\right)_x \Delta \tau}{4\Delta x\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} (S_{ix+1,it+1} - S_{ix-1,it+1}) = -S_{ix,it+1} + S_{ix,it}$$

(2.61)

$$\frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S}\right)_x \Delta \tau}{4\Delta x\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} (S_{ix+1,it+1} - S_{ix-1,it+1}) + S_{ix,it+1} = S_{ix,it} - \frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S \Delta \tau}{2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})}$$

(2.62)

$$-\frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S}\right)_x \Delta \tau}{4\Delta x\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} S_{ix-1,it+1} + S_{ix,it+1} + \frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial S}\right)_x \Delta \tau}{4\Delta x\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})} S_{ix+1,it+1} = S_{ix,it} - \frac{\left(\frac{\partial f_w}{\partial x}\right)_S \Delta \tau}{2\left(\frac{\gamma}{1-\gamma}+x\right)(1-\gamma)^2(1-S_{gr}-S_{wr})}$$

(2.63)

## 2.4. Diagrama de Flujo.

Se muestra el diagrama de flujo (fig.2.3) que describe el proceso de inyección de un fluido no-newtoniano (polímero) a un yacimiento homogéneo.

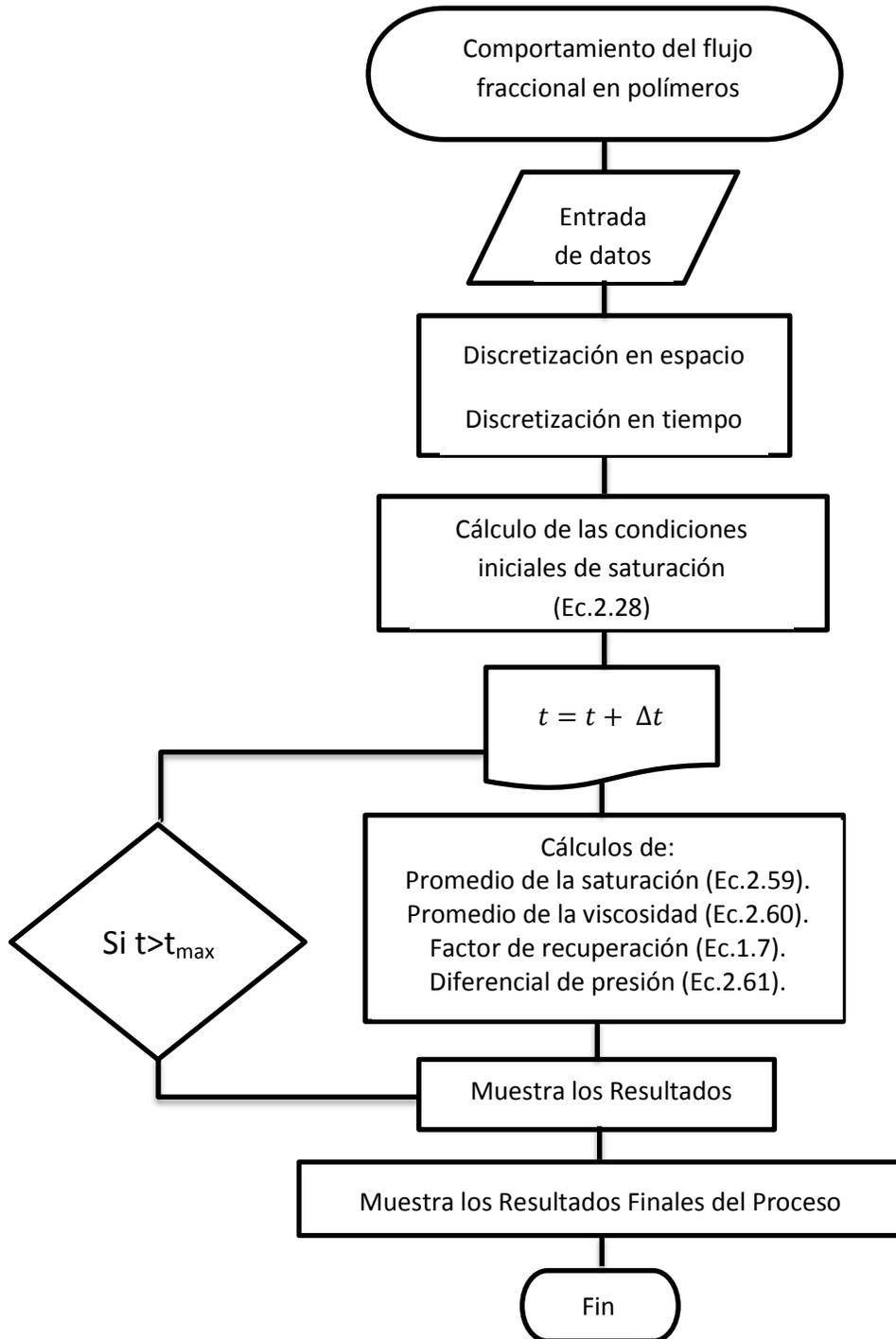


Figura 2.3 Diagrama de flujo.

***Capítulo 3***  
***Resultados***  
***Numéricos***

## Resultados Numéricos

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con la solución al modelo matemático (Ecs.2.24, 2.25, 2.59, 2.60, 2.61, 1.7), se analizan 7 casos diferentes en los que se hace una variación en el valor de  $nLP$  (índice de comportamiento de flujo), los valores considerados son: 0.7, 0.75, 0.8, 0.9, 1.1, 1.2, 1.3.

Para la representación y el entendimiento de los resultados se toman 5 tiempos para cada caso en las gráficas de “Saturación de polímero vs Posición adimensional”, de los cuales cada uno representa la saturación del polímero y la posición a la cual ha llegado a un tiempo ( $t$ ) determinado.

### CASO 1: $nLP=0.7$

Tabla 3.1 Datos de entrada para  $nLP=0.7$ .

<b>Datos de entrada</b>		
10000	itMax	Tiempo
10000	ixMax	Posición
50. d0	tMax	Tiempo máximo de cálculo
0.8 d0	Koend	Permeabilidad relativa al aceite final
0.8 d0	Kwend	Permeabilidad relativa al agua final
0.7 d0	nLP	Índice de comportamiento de flujo ( $n$ )
1.3 d0	No	Exponente del aceite (método de corey)
4.2 d0	Nw	Exponente del Agua (método de corey)
0.1 d0	Sor	Saturación residual de aceite
0.1 d0	Swr	Saturación residual de agua
1. d0	Mw	Viscosidad del agua
1. d0	Mo	Viscosidad del aceite
0.15 d0	Sini	Saturación Inicial de agua
0.8 d0	Siny	Saturación de inyección de polímero
1. d-1	Qa	Gasto

1. d-1	Rw	Radio interior
100. d0	Re	Radio exterior
10. d0	H	Espesor del yacimiento
0.1 d0	Phy	Porosidad

A partir de los valores de las Tablas 3.1, 3.2, 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 y 3.7 mediante el uso del código numérico se obtuvieron los resultados que se representan en los siguientes gráficos respectivamente.

En la figura 3.1 se muestra que el fluido entra al yacimiento alcanzando la saturación de 0.8 para los primeros cuatro intervalos de tiempo, pero para los tiempos  $t_D=25.5$  y  $t_D=50$  las curvas se sobreponen lo cual indica que el fluido no logra avanzar más a través del yacimiento para estas condiciones, lo que implica problemas de estabilidad en el modelo numérico.

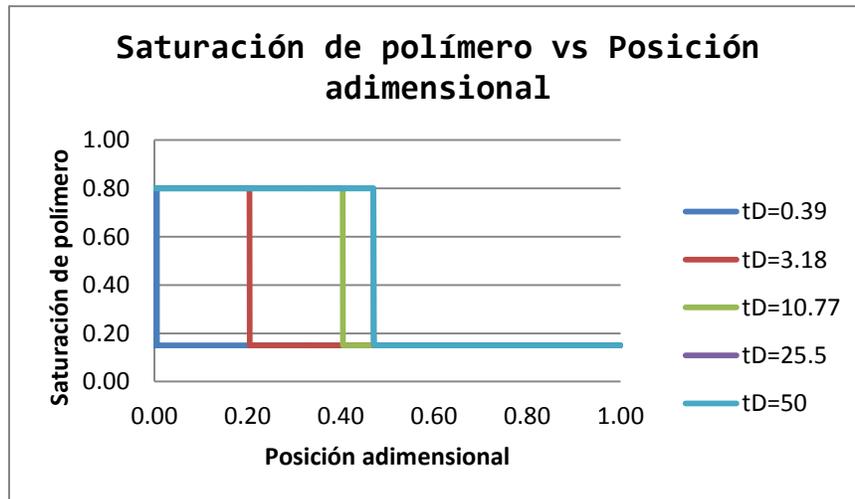


Figura 3.1 Se muestra el avance del polímero para  $nLP=0.7$  a diferentes tiempos.

La figura 3.2 muestra que el factor de recuperación contra el tiempo adimensional; se observa que el Fr se incrementa casi

linealmente de 0 a 17% en un lapso de  $t_D=15$ . Posteriormente se mantiene constante en 17% hasta llegar al  $t_D=50$ ; esto quiere decir que a partir del tiempo  $t=15$  no se recupera más aceite. Aunque como antes se mencionó el código es inestable para este valor de nLP.

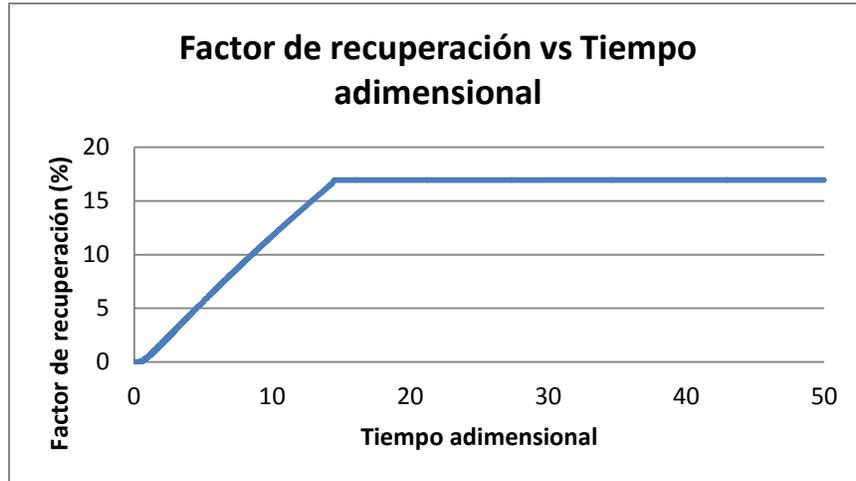


Figura 3.2 Factor de recuperación para  $nLP=0.7$ .

En la figura 3.3 se observan valores de viscosidad muy grandes, del orden de 1400cP, con una tendencia descendente hasta llegar a valores del orden de 1000cP para los tiempos  $t_D=15$  y posteriores, permaneciendo constante la viscosidad promedio hasta el final de la inyección.

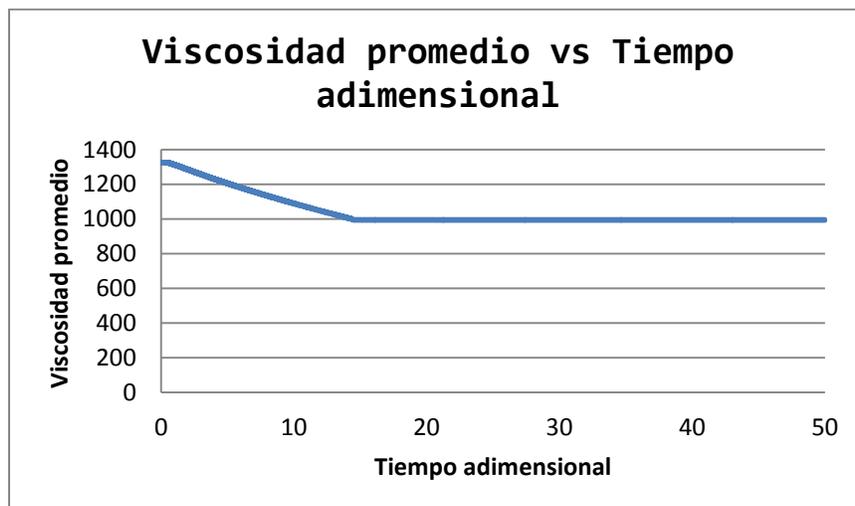


Figura 3.3 Viscosidad Promedio del Polímero con respecto a la Viscosidad Promedio del Aceite. Variación de la viscosidad en el tiempo para  $nLP=0.7$

La figura 3.4 indica que para un valor de nLP (índice de comportamiento de flujo) de 0.7, la presión que se necesita para desplazar al polímero en el yacimiento es aproximadamente el doble al tiempo  $t=15$  con respecto a la presión inicial.

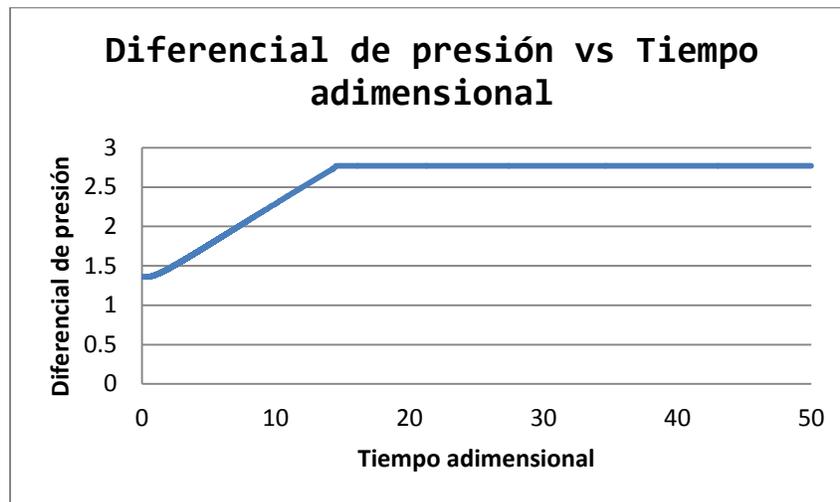


Figura 3.4 Muestra el diferencial de presión en el tiempo para  $nLP=0.7$ .

## CASO 2: $nLP=0.75$

Tabla 3.2 Datos de entrada para  $nLP=0.75$ .

Datos de entrada		
10000	itMax	Tiempo
10000	ixMax	Posición
50. d0	tMax	Tiempo máximo de cálculo
0.8 d0	Koend	Permeabilidad relativa al aceite final
0.8 d0	Kwend	Permeabilidad relativa al agua final
0.75 d0	nLP	Índice de comportamiento de flujo (n)
1.3 d0	No	Exponente del aceite (método de corey)
4.2 d0	Nw	Exponente del Agua (método de corey)
0.1 d0	Sor	Saturación residual de aceite
0.1 d0	Swr	Saturación residual de agua
1. d0	Mw	Viscosidad del agua
1. d0	Mo	Viscosidad del aceite
0.15 d0	Sini	Saturación Inicial de agua
0.8 d0	Siny	Saturación de inyección de polímero
1. d-1	Qa	Gasto

1. $d-1$	$R_w$	Radio interior
100. $d\theta$	$R_e$	Radio exterior
10. $d\theta$	H	Espesor del yacimiento
0.1 $d\theta$	$Phy$	Porosidad

En la figura 3.5 se puede ver que a diferencia del caso 1, el frente de barrido del fluido inyectado para cada intervalo de tiempo ha logrado saturar una mayor parte del yacimiento; se puede observar un frente de barrido uniforme y un desplazamiento constante para los diferentes valores de  $t_D$ .

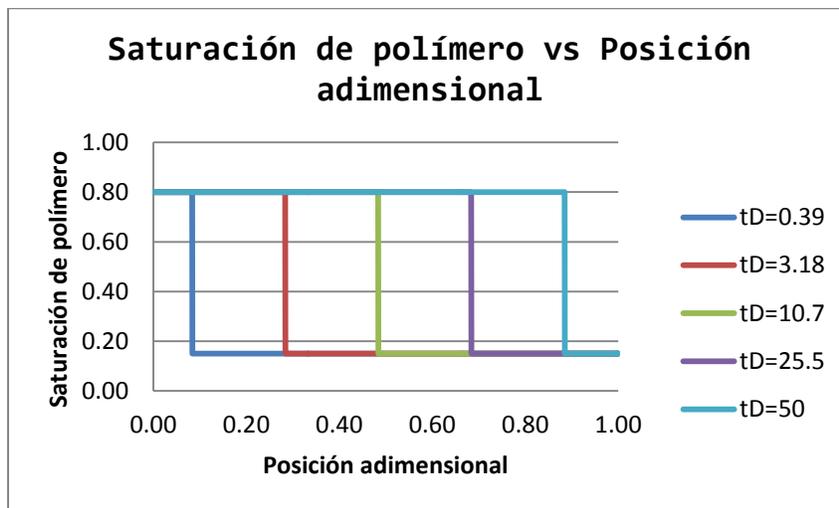


Figura 3.5 Se muestra el avance del polímero para  $nLP=0.75$  a diferentes tiempos.

La figura 3.6 muestra el factor de recuperación en el cual se observa un incremento gradual hasta alcanzar un valor del 60% a lo largo del periodo de inyección con un tiempo total  $t_D=50$ .

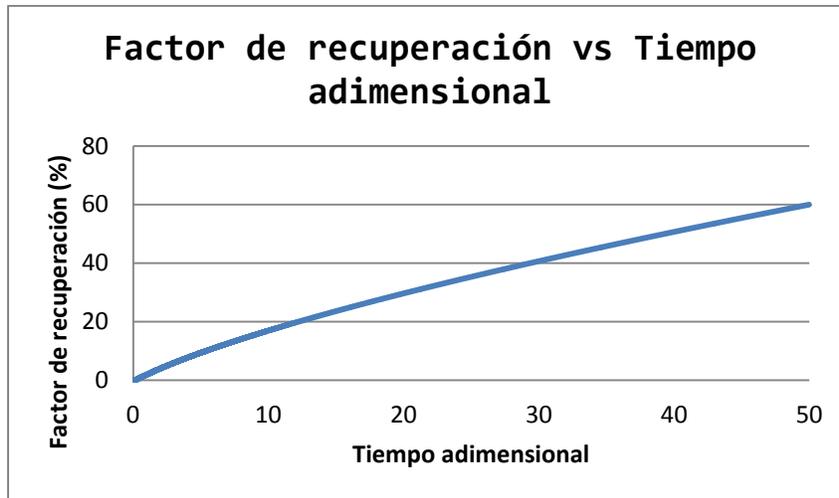


Figura 3.6 Factor de recuperación para  $nLP=0.75$ .

La figura 3.7 indica que para este valor de  $nLP=0.75$  se generan viscosidades promedio mucho menores a las del caso 1 que estaban por arriba de 1000cP, permaneciendo la misma tendencia descendente en los valores partiendo de 275cP hasta 50cP al final del tiempo de inyección.

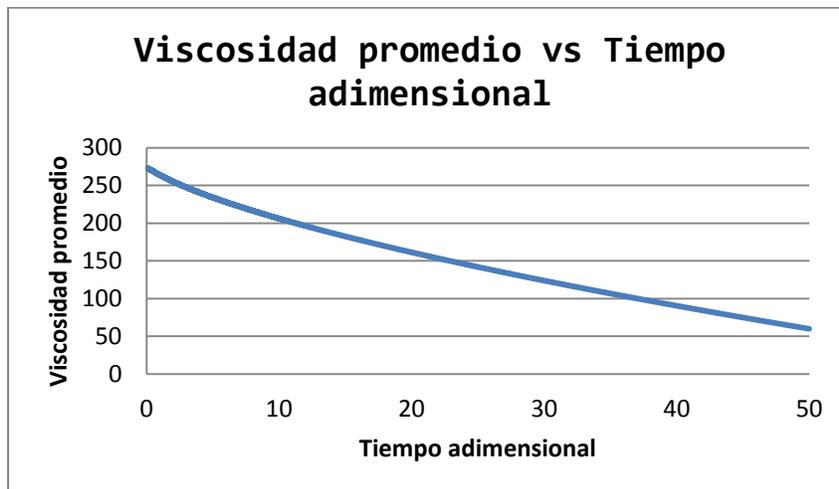


Figura 3.7 Viscosidad Promedio del Polímero con respecto a la Viscosidad Promedio de Aceite. Muestra la variación de la viscosidad en el tiempo para  $nLP=0.75$ .

La figura 3.8 indica cómo va cambiando el diferencial de presión a través del tiempo, se observa un incremento de 4 veces la presión al final del tiempo de inyección con respecto a la presión de inicio.

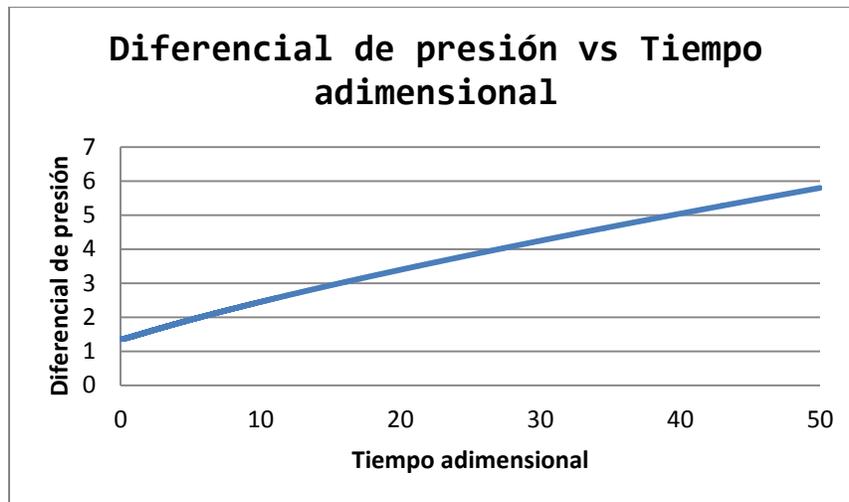


Figura 3.8 Muestra el diferencial de presión en el tiempo para  $nLP=0.75$ .

### CASO 3: $nLP=0.8$

Tabla 3.3 Datos de entrada para  $nLP=0.8$ .

Datos de entrada		
10000	itMax	Tiempo
10000	ixMax	Posición
50. d0	tMax	Tiempo máximo de cálculo
0.8 d0	Koend	Permeabilidad relativa al aceite final
0.8 d0	Kwend	Permeabilidad relativa al agua final
0.8 d0	nLP	Índice de comportamiento de flujo (n)
1.3 d0	No	Exponente del aceite (método de corey)
4.2 d0	Nw	Exponente del Agua (método de corey)
0.1 d0	Sor	Saturación residual de aceite
0.1 d0	Swr	Saturación residual de agua
1. d0	Mw	Viscosidad del agua
1. d0	Mo	Viscosidad del aceite
0.15 d0	Sini	Saturación Inicial de agua
0.8 d0	Siny	Saturación de inyección de polímero
1. d-1	Qa	Gasto
1. d-1	Rw	Radio interior
100. d0	Re	Radio exterior
10. d0	H	Espesor del yacimiento
0.1 d0	Phy	Porosidad

En la figura 3.9 se ve un frente de barrido estable para cada intervalo de tiempo, además se observa en cada curva que el fluido inyectado se adentra más en el yacimiento con respecto de los casos 1 y 2, saturando en mayor proporción al mismo.

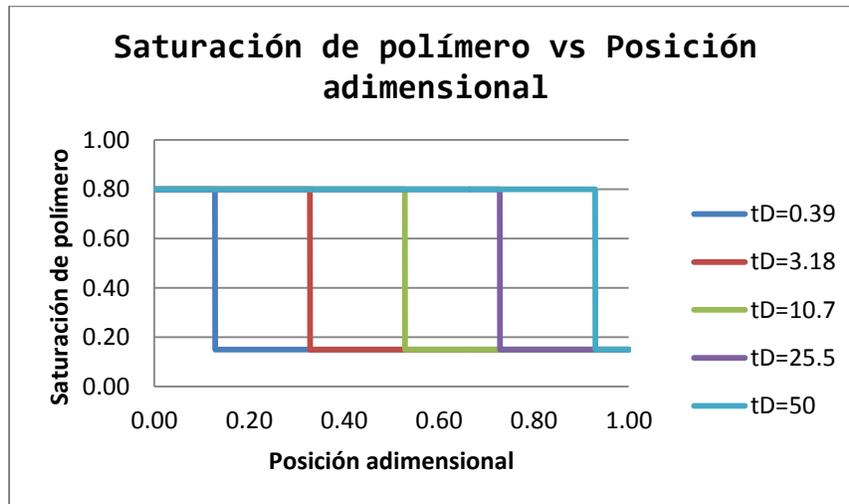


Figura 3.9 Se muestra el avance del polímero para nLP=0.8 a diferentes tiempos.

En la figura 3.10 se muestra que la curva del factor de recuperación es de orden ascendente y para el tiempo tD=50 se logra obtener una recuperación de aceite del 67%.

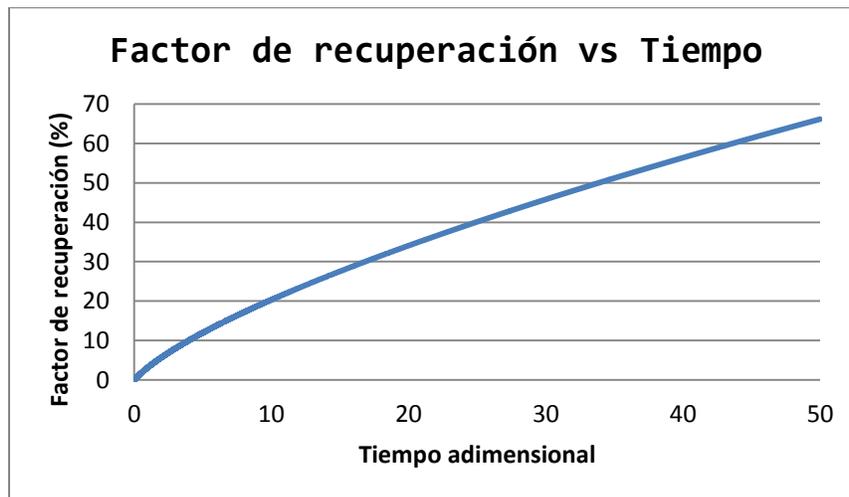


Figura 3.10 Factor de recuperación para nLP=0.8.

La figura 3.11 indica que la viscosidad promedio con respecto a los casos 1 y 2, es menor; al inicio de la inyección se tienen valores de 68cP y se presenta la misma tendencia

decreciente llegando hasta valores de 12cP al momento de alcanzar el último tiempo cuando  $t_D=50$ .

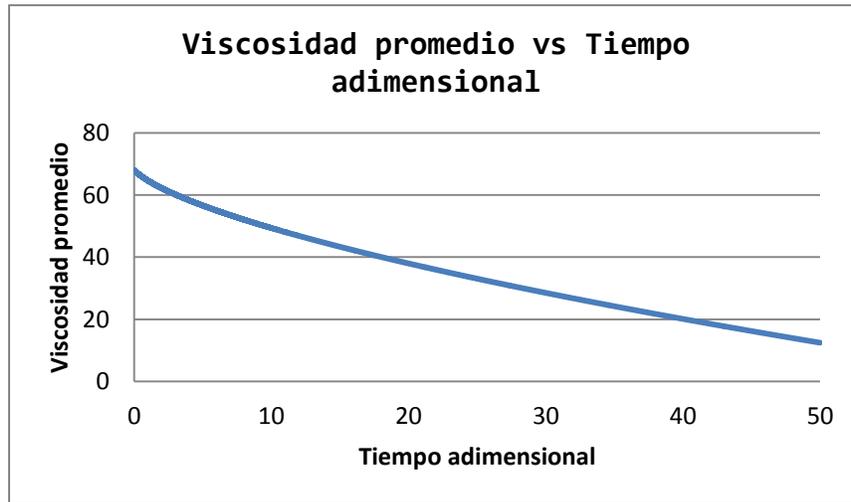


Figura 3.11. Viscosidad Promedio del Polímero con respecto a la Viscosidad Promedio de Aceite. Muestra la variación de la viscosidad en el tiempo para  $n_{LP}=0.8$ .

En la figura 3.12 se observa un incremento en el diferencial de presión de 1.5 a 5, es decir la presión necesaria para saturar al yacimiento es aproximadamente 3.5 veces mayor al final del proceso para un  $t_D=50$  con respecto a la presión en el inicio del mismo.

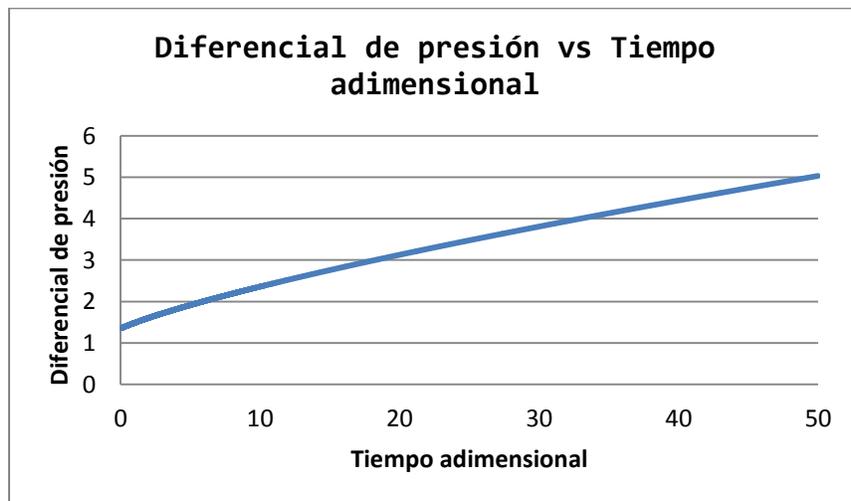


Figura 3.12 Muestra el diferencial de presión en el tiempo para  $n_{LP}=0.8$ .

## CASO 4: $nLP=0.9$

Tabla 3.4 Datos de entrada para  $nLP=0.9$ .

Datos de entrada		
10000	itMax	Tiempo
10000	ixMax	Posición
50. d0	tMax	Tiempo máximo de cálculo
0.8 d0	Koend	Permeabilidad relativa al aceite final
0.8 d0	Kwend	Permeabilidad relativa al agua final
0.9 d0	nLP	Índice de comportamiento de flujo (n)
1.3 d0	No	Exponente del aceite (método de corey)
4.2 d0	Nw	Exponente del Agua (método de corey)
0.1 d0	Sor	Saturación residual de aceite
0.1 d0	Swr	Saturación residual de agua
1. d0	Mw	Viscosidad del agua
1. d0	Mo	Viscosidad del aceite
0.15 d0	Sini	Saturación Inicial de agua
0.8 d0	Siny	Saturación de inyección de polímero
1. d-1	Qa	Gasto
1. d-1	Rw	Radio interior
100. d0	Re	Radio exterior
10. d0	H	Espesor del yacimiento
0.1 d0	Phy	Porosidad

En la figura 3.13 se observa que el polímero está por saturar completamente el yacimiento, se observa que el frente de barrido sigue siendo uniforme, además de visualizarse un avance constante para cada tiempo.

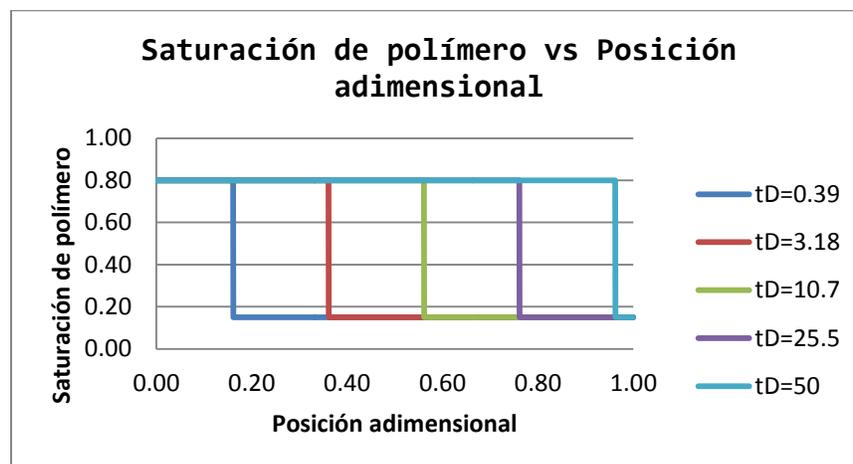


Figura 3.13 Se muestra el avance del polímero para  $nLP=0.9$  a diferentes tiempos.

La figura 3.14 muestra que el factor de recuperación con respecto al tiempo se incrementa hasta el valor de 73% para el último tiempo  $t_D=50$ , siguiendo la misma tendencia y recuperando más aceite que los casos anteriores.

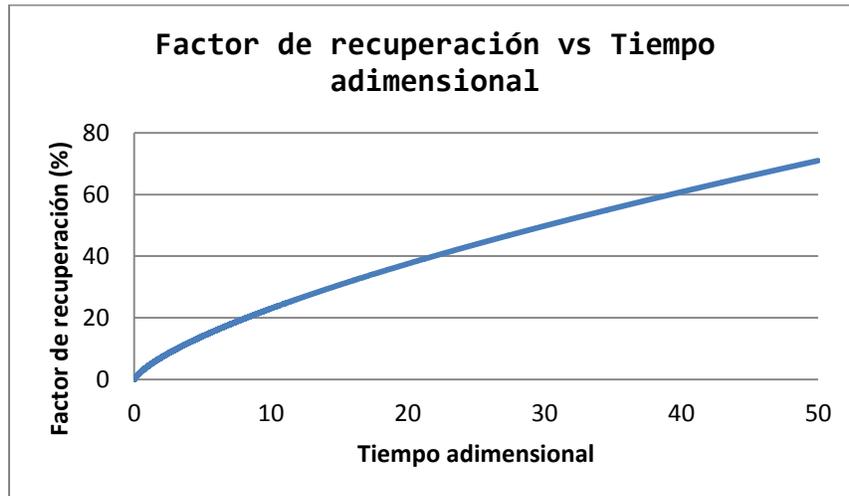


Figura 3.14 Factor de recuperación para  $nLP=0.9$ .

En la figura 3.15 se observa que los valores de la viscosidad promedio siguen descendiendo, al inicio de la inyección se tienen viscosidades de 6.5cP y al final del proceso se llega a valores de 2.3cP con el tiempo  $t_D=50$ .

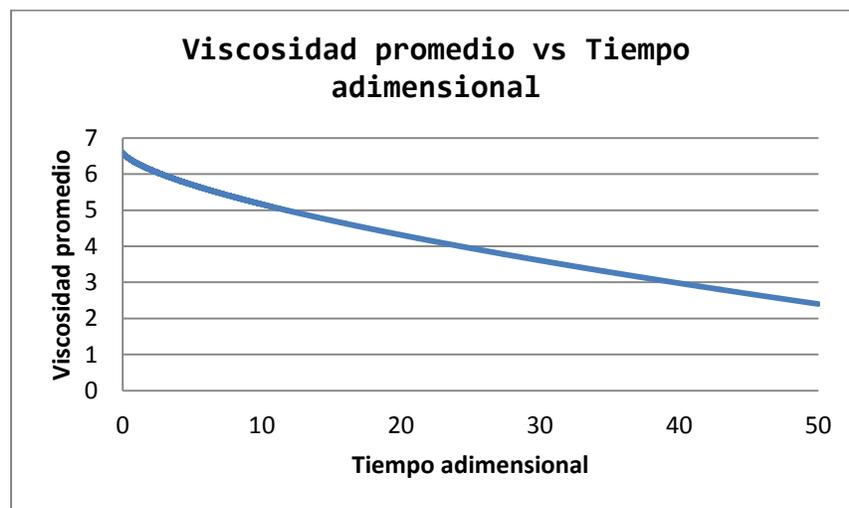


Figura 3.15 Viscosidad Promedio del Polímero con respecto a la Viscosidad Promedio de Aceite. Muestra la variación de la viscosidad en el tiempo para  $nLP=0.9$ .

En la figura 3.16 se puede ver que el diferencial de presión mantiene la misma tendencia ascendente, aquí se observa un aumento de dos veces la presión para un tiempo final  $t_D=50$  con respecto a la presión que se tenía al principio del proceso.

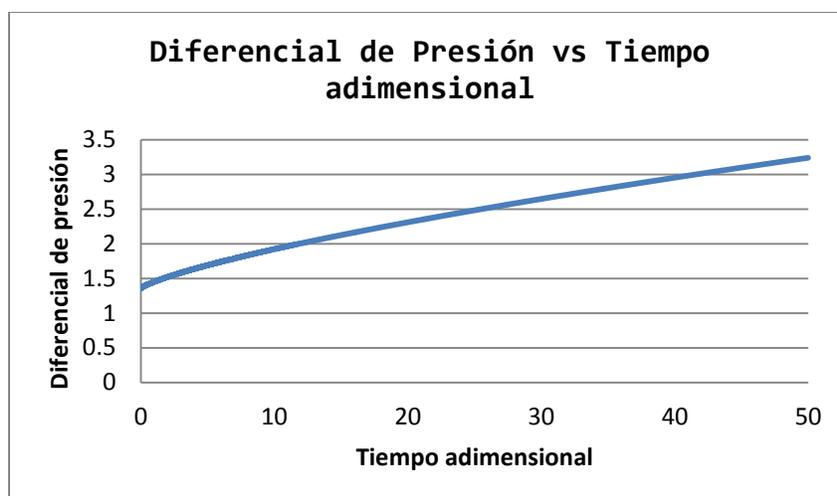


Figura 3.16 Muestra el diferencial de presión en el tiempo para  $nLP=0.9$ .

## CASO 5: $nLP=1.1$

Tabla 3.5 Datos de entrada para  $nLP=1.1$ .

Datos de entrada		
10000	itMax	Tiempo
10000	ixMax	Posición
50. d0	tMax	Tiempo máximo de cálculo
0.8 d0	Koend	Permeabilidad relativa al aceite final
0.8 d0	Kwend	Permeabilidad relativa al agua final
1.1 d0	nLP	Índice de comportamiento de flujo (n)
1.3 d0	No	Exponente del aceite (método de corey)
4.2 d0	Nw	Exponente del Agua (método de corey)
0.1 d0	Sor	Saturación residual de aceite
0.1 d0	Swr	Saturación residual de agua
1. d0	Mw	Viscosidad del agua
1. d0	Mo	Viscosidad del aceite
0.15 d0	Sini	Saturación Inicial de agua

$0.8 d\theta$	Siny	Saturación de inyección de polímero
$1. d-1$	Qa	Gasto
$1. d-1$	Rw	Radio interior
$100. d\theta$	Re	Radio exterior
$10. d\theta$	H	Espesor del yacimiento
$0.1 d\theta$	Phy	Porosidad

En la figura 3.17 se puede ver que el fluido satura en su mayoría al yacimiento, sigue conservando un frente de barrido uniforme, pero se observa que el avance del polímero no es constante para cada tiempo como en los casos 2, 3 y 4; es decir que hay tiempos en los cuales se satura con la solución polimérica una mayor parte del yacimiento.

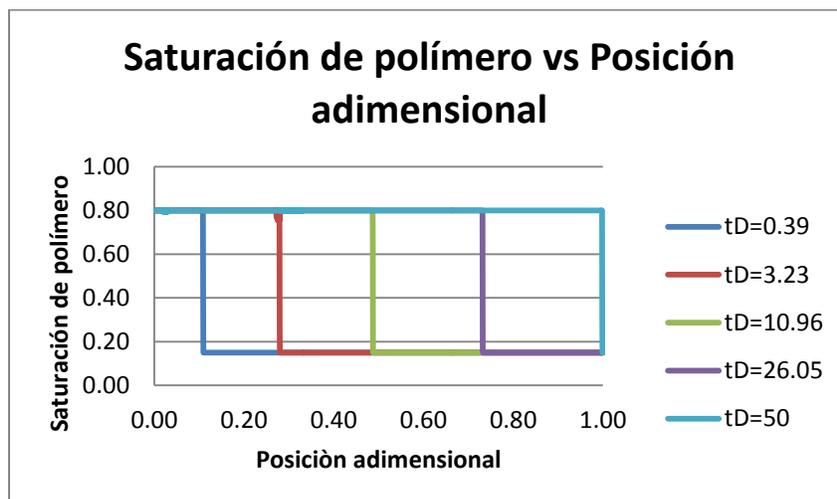


Figura 3.17 Se muestra el avance del polímero para nLP=1.1 a diferentes tiempos.

En la figura 3.18 se muestra que el factor de recuperación va de 0 a 76% en un tiempo pequeño con  $tD=5.3$ ; se nota que la recuperación de aceite con este valor de  $nLP=1.1$  es mayor y más rápida con respecto a los casos en los cuales el  $nLP < 1$ .

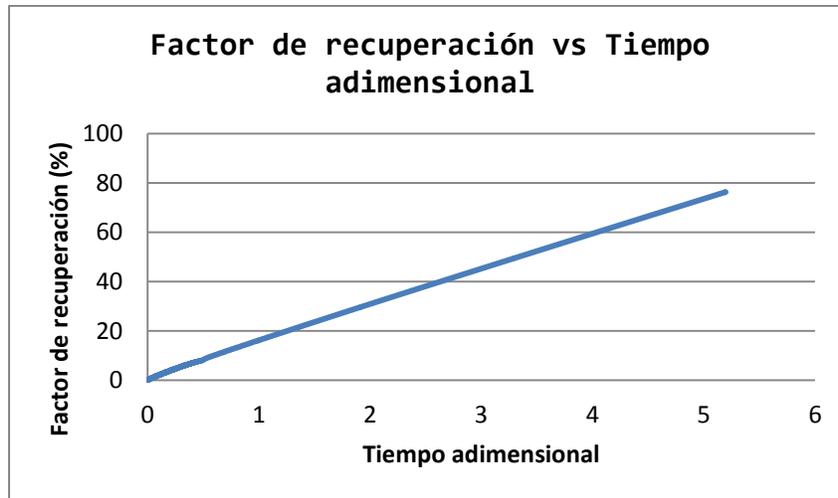


Figura 3.18 Factor de recuperación para nLP=1.1.

La figura 3.19 muestra el comportamiento de la viscosidad promedio con respecto al tiempo, se puede ver que a diferencia de los casos anteriores la viscosidad al inicio del proceso es muy pequeña con valores de 0.2cP y va creciendo hasta alcanzar 0.5cP al tiempo  $t_D=5.3$  cuando se ha saturado el yacimiento.

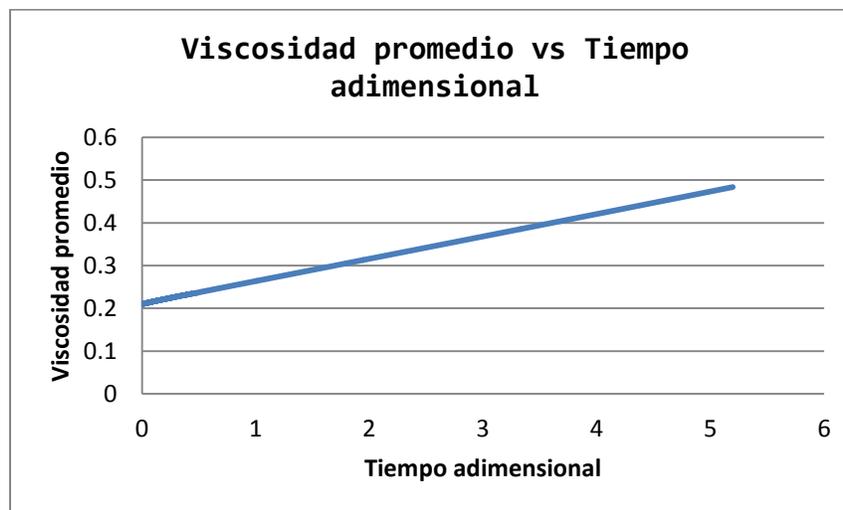


Figura 3.19 Viscosidad Promedio del Polímero con respecto a la Viscosidad Promedio de Aceite. Muestra la variación de la viscosidad en el tiempo para nLP=1.1.

En la figura 3.20 se aprecia que el diferencial de presión parte del valor de 1.4 pero ahora se presenta una tendencia decreciente, el cambio de la presión al tiempo final  $t_D=5.3$

es pequeño, aproximadamente 0.3 con respecto al valor que se presenta al inicio del proceso.

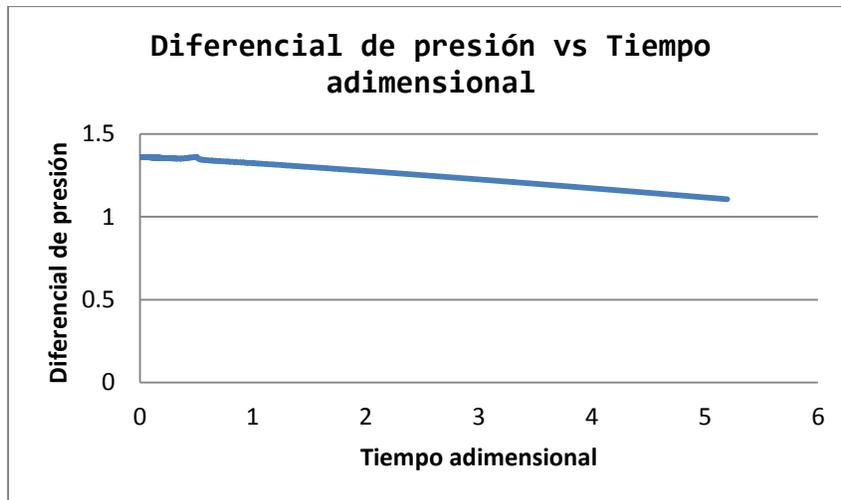


Figura 3.20 Muestra el diferencial de presión en el tiempo para nLP=1.1.

## CASO 6: $nLP=1.2$

Tabla 3.6 Datos de entrada para nLP=1.2.

Datos de entrada		
10000	itMax	Tiempo
10000	ixMax	Posición
50. d0	tMax	Tiempo máximo de cálculo
0.8 d0	Koend	Permeabilidad relativa al aceite final
0.8 d0	Kwend	Permeabilidad relativa al agua final
1.2 d0	nLP	Índice de comportamiento de flujo (n)
1.3 d0	No	Exponente del aceite (método de corey)
4.2 d0	Nw	Exponente del Agua (método de corey)
0.1 d0	Sor	Saturación residual de aceite
0.1 d0	Swr	Saturación residual de agua
1. d0	Mw	Viscosidad del agua
1. d0	Mo	Viscosidad del aceite
0.15 d0	Sini	Saturación Inicial de agua
0.8 d0	Siny	Saturación de inyección de polímero
1. d-1	Qa	Gasto
1. d-1	Rw	Radio interior
100. d0	Re	Radio exterior
10. d0	H	Espesor del yacimiento
0.1 d0	Phy	Porosidad

La figura 3.21 muestra que el polímero está por saturar completamente al yacimiento, además se observa que el frente de barrido es uniforme aunque el desplazamiento no es constante para cada tiempo, ya que se aprecian diferencias entre las curvas con respecto a la posición.

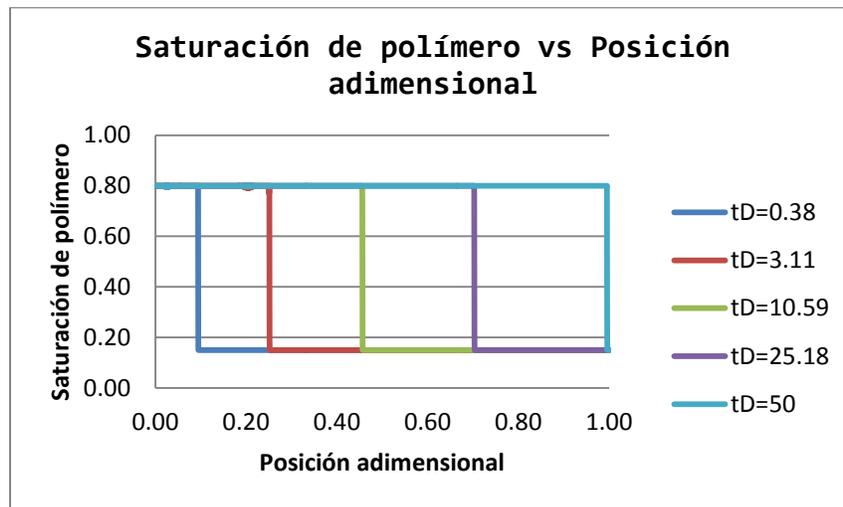


Figura 3.21 Se muestra el avance del polímero para nLP=1.1 a diferentes tiempos.

En la figura 3.22 se muestra un rápido incremento en el factor de recuperación con respecto al tiempo; se puede ver que en un tiempo pequeño de tD=3.5, el cual es el tiempo en el que se satura totalmente el yacimiento, se logra recuperar el 78% del aceite, teniendo así una mejor recuperación que en los casos presentados con anterioridad.

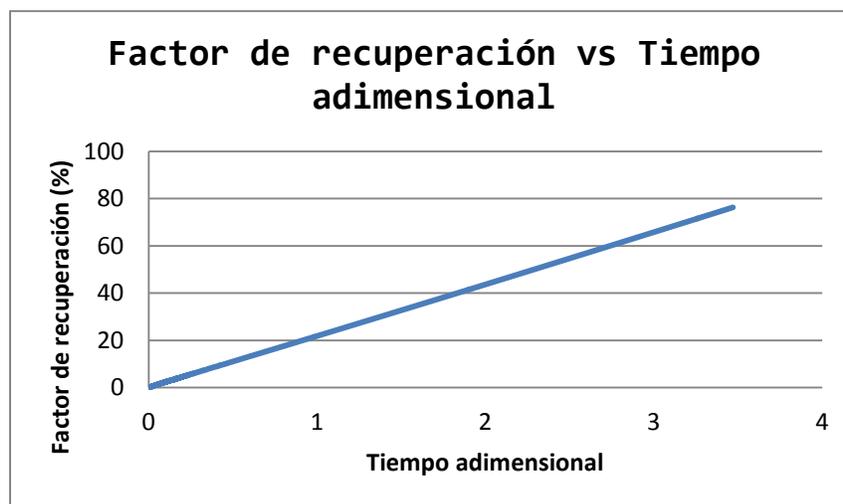


Figura 3.22 Factor de recuperación para nLP=1.2.

La figura 3.23 muestra que al inicio del proceso se presentan valores de viscosidad pequeños del orden de  $0.06\text{cP}$  y durante la inyección la viscosidad promedio aumenta hasta llegar a la viscosidad final correspondiente al tiempo  $t_D=3.5$ , la cual es de  $0.24\text{cP}$ .

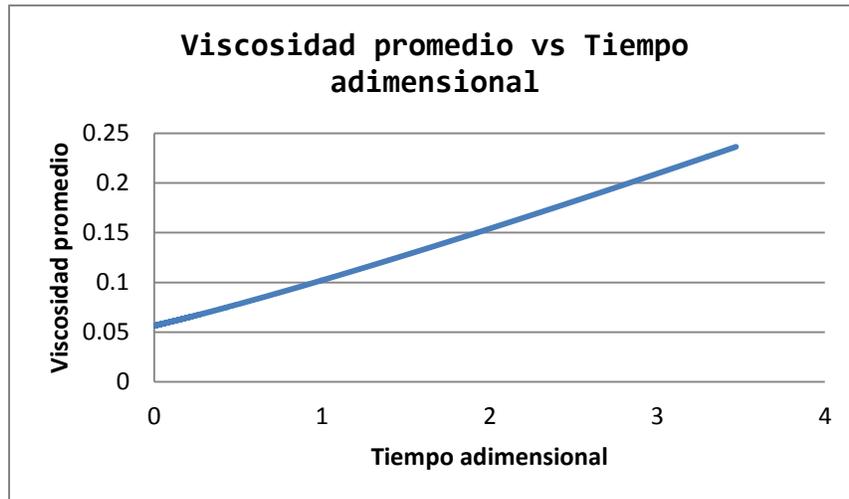


Figura 3.23 Viscosidad Promedio del Polímero con respecto a la Viscosidad Promedio de Aceite. Muestra la variación de la viscosidad en el tiempo para  $n_{LP}=1.2$ .

En la figura 3.24 se aprecia que el diferencial de presión parte de un valor adimensional de 1.4 con una tendencia negativa hasta llegar a  $0.6$  al tiempo  $t_D=3.5$ ; con respecto a todos los casos anteriores, se puede ver que el cambio en la presión es menor además de presentarse en tiempos más cortos.

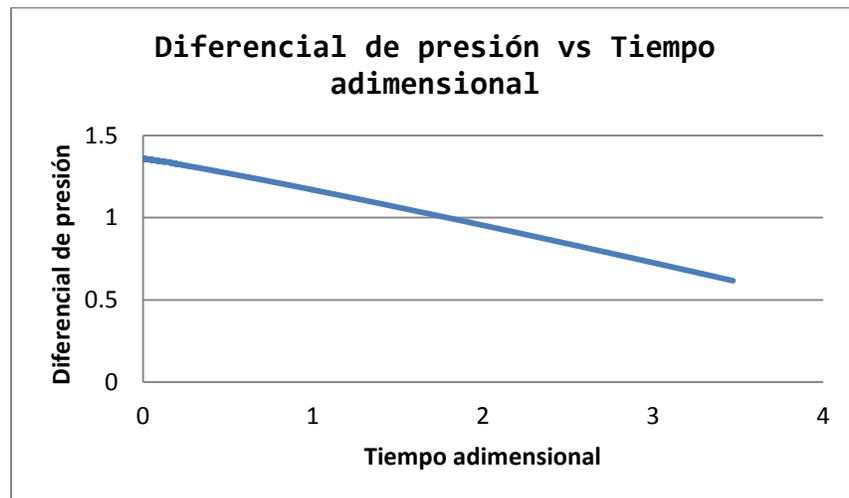


Figura 3.24 Muestra el diferencial de presión en el tiempo para  $n_{LP}=1.2$ .

## CASO 7: $nLP=1.3$

Tabla 3.7 Datos de entrada para  $nLP=1.3$

<b>Datos de entrada</b>		
10000	itMax	Tiempo
10000	ixMax	Posición
50. d0	tMax	Tiempo máximo de cálculo
0.8 d0	Koend	Permeabilidad relativa al aceite final
0.8 d0	Kwend	Permeabilidad relativa al agua final
1.3 d0	nLP	Índice de comportamiento de flujo (n)
1.3 d0	No	Exponente del aceite (método de corey)
4.2 d0	Nw	Exponente del Agua (método de corey)
0.1 d0	Sor	Saturación residual de aceite
0.1 d0	Swr	Saturación residual de agua
1. d0	Mw	Viscosidad del agua
1. d0	Mo	Viscosidad del aceite
0.15 d0	Sini	Saturación Inicial de agua
0.8 d0	Siny	Saturación de inyección de polímero
1. d-1	Qa	Gasto
1. d-1	Rw	Radio interior
100. d0	Re	Radio exterior
10. d0	H	Espesor del yacimiento
0.1 d0	Phy	Porosidad

La figura 3.25 muestra que el polímero ha saturado por completo al yacimiento; se puede observar que el fluido inyectado presenta un frente de barrido uniforme como todos los casos anteriores, sin embargo el desplazamiento del polímero a lo largo de yacimiento no permanece constante, es decir en las curvas se observa que para cada tiempo el fluido se desplaza una distancia diferente.

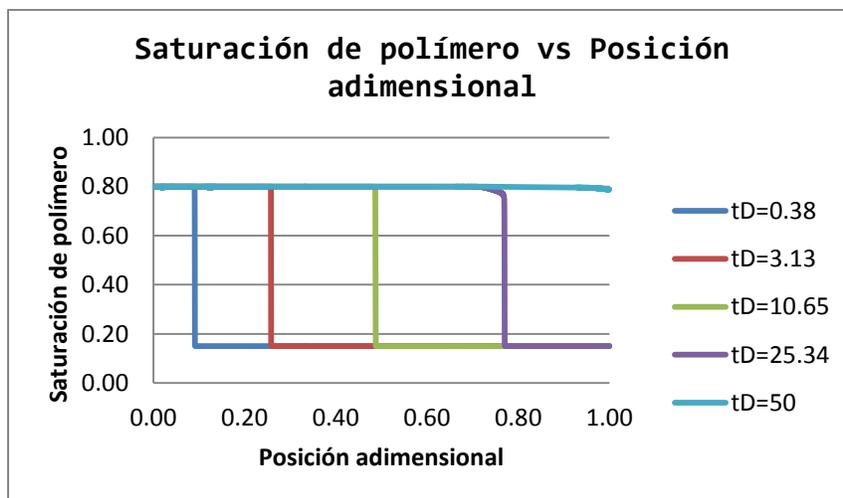


Figura 3.25 Se muestra el avance del polímero para  $nLP=1.3$  a diferentes tiempos. En la figura 3.26 se observa que el factor de recuperación es igual al del caso anterior 78% con la diferencia de que este se logra a un menor tiempo  $tD=2.1$  y posteriormente permanece constante hasta el tiempo  $tD=2.5$  con el cual termina la recuperación de aceite.

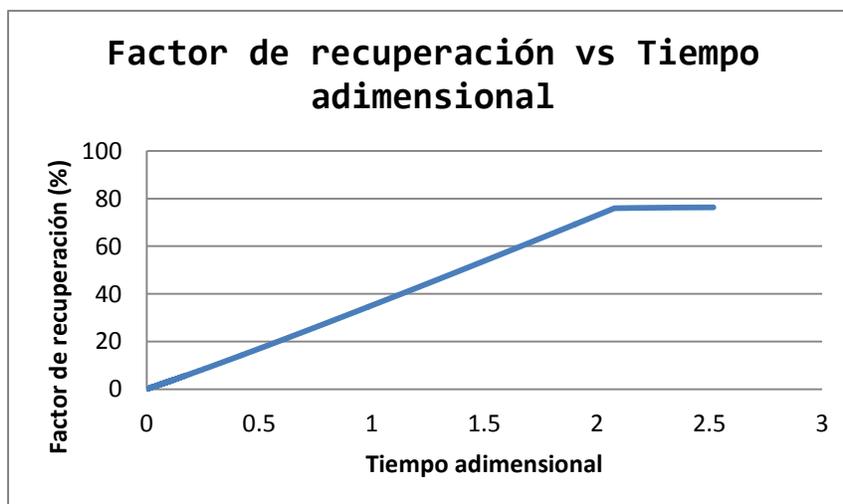


Figura 3.26 Factor de recuperación para  $nLP=1.3$ .

En la figura 3.27 se observa que la viscosidad promedio sigue la tendencia de los casos en donde  $nLP > 1$ ; esto quiere decir que al inicio del proceso se tienen viscosidades promedio muy pequeñas de  $0.02cP$  y conforme pasa el tiempo de la inyección se obtienen valores ligeramente mayores, para el momento en

el que el tiempo es  $t_D=2.1$  se llega a la viscosidad promedio de  $0.11\text{cP}$ , posteriormente permanece constante hasta el  $t_D=2.5$  al cual se satura totalmente el yacimiento con el polímero.

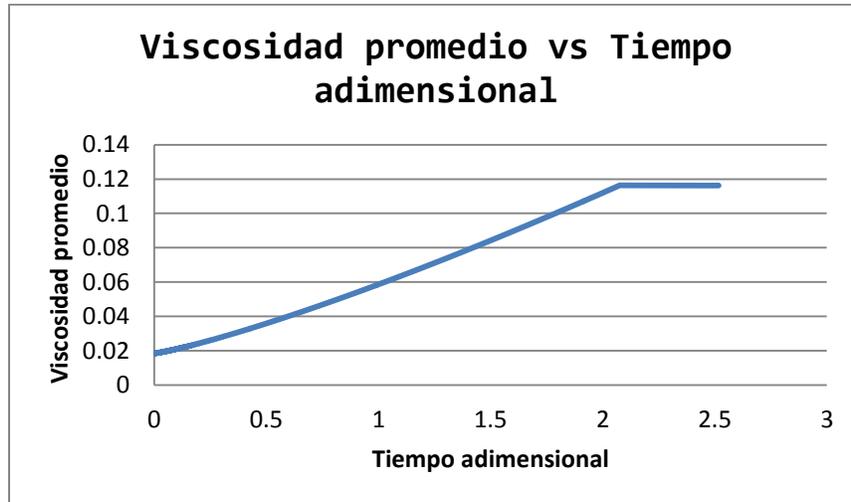


Figura 3.27 Viscosidad Promedio del Polímero con respecto a la Viscosidad Promedio de Aceite. Muestra la variación de la viscosidad en el tiempo para  $n_{LP}=1.3$ .

En la figura 3.28 se observa que la curva del diferencial de presión es decreciente partiendo de un valor ligeramente por debajo de 1.4 para el inicio de la inyección y descendiendo hasta  $0.35$  para el tiempo  $t_D=2.1$ , a partir del cual permanece constante hasta el tiempo cuando se termina la inyección.

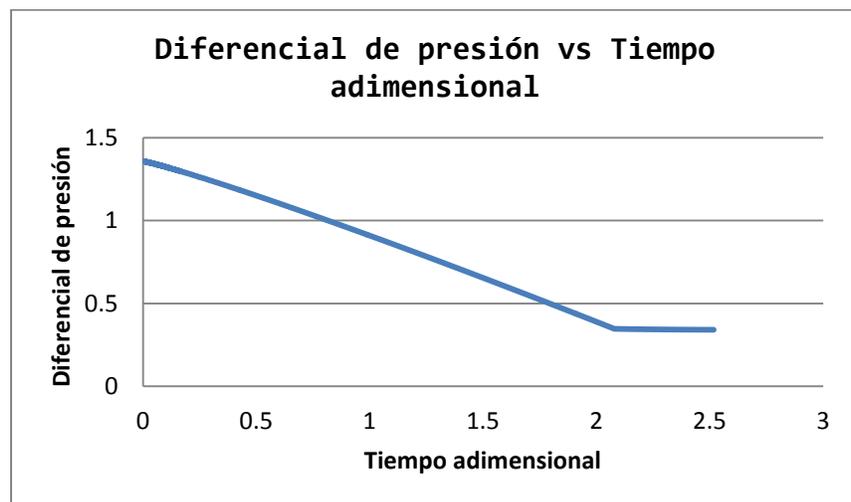


Figura 3.28 Muestra el diferencial de presión en el tiempo para  $n_{LP}=1.3$ .

## ***Comparación de resultados para los casos analizados; viscosidades promedio, factores de recuperación y diferenciales de presión.***

En la figura 3.29 se presentan las curvas de nLP (índice de comportamiento de flujo) para los valores de 0.75, 0.8, 0.9, se observa que para el valor de 0.75 las viscosidades promedio son muy grandes del orden de 100-300 cP con respecto a las viscosidades de nLP=0.9 que son del orden de 4-10 cP.

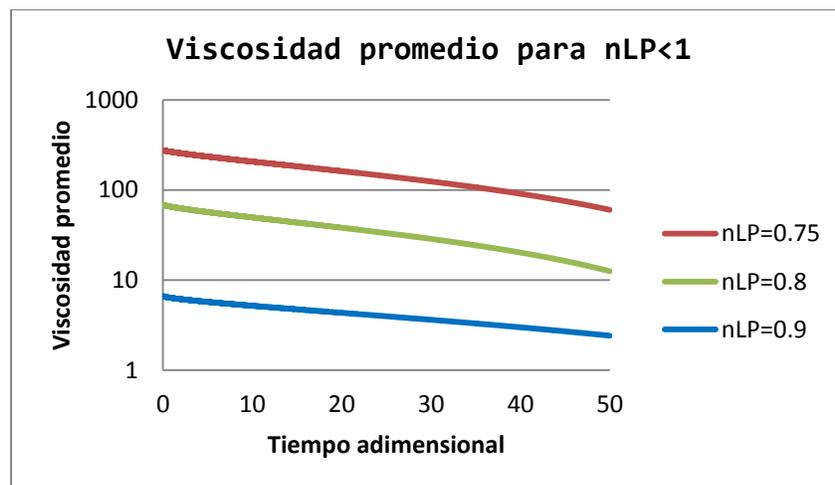


Figura 3.29 Viscosidad promedio del polímero con respecto a la viscosidad promedio de aceite.

La figura 3.30 muestra el diferencial de presión para los valores de nLP<1; se observa que la presión necesaria para inyectar el polímero se incrementa para los tres casos debido a que con estos valores de nLP se generan viscosidades promedio del fluido de inyección mayores del orden de 4-300 cP.

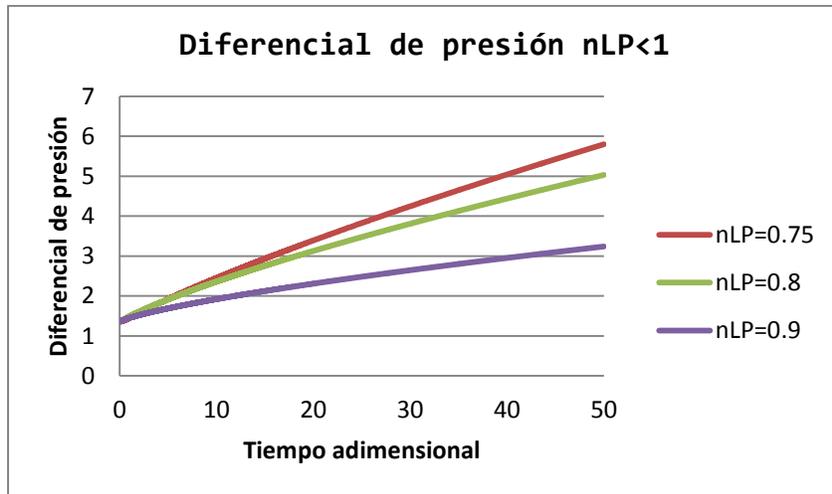


Figura 3.30 Muestra la diferencial de presión para nLP: 0.75, 0.8, 0.9.

En la figura 3.31 se observa que las viscosidades promedio para estos valores de índice de comportamiento (nLP) son muy pequeñas; se encuentran por debajo de la viscosidad inicial de inyección logrando con esto saturar en un tiempo menor al yacimiento con respecto a los tiempo que se necesitan cuando las viscosidades promedio son más grandes que la inicial.

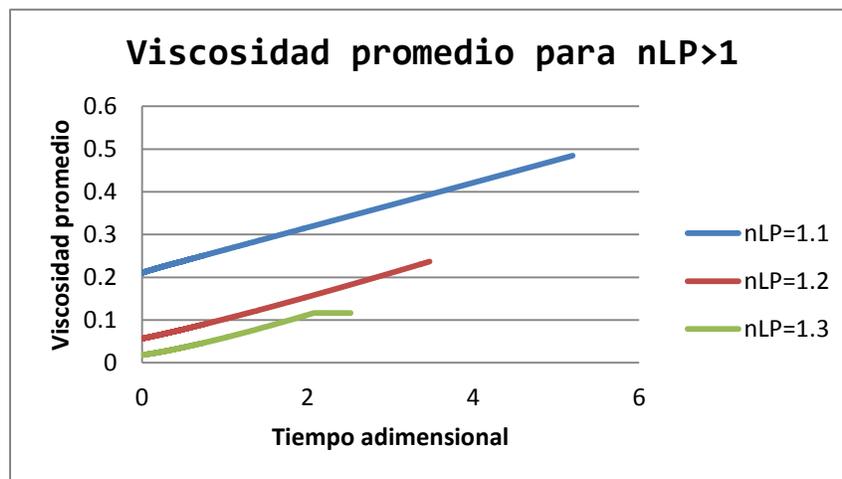


Figura 3.31 Viscosidad promedio del polímero con respecto a la viscosidad promedio de aceite. Muestra las viscosidades promedio para nLP: 1.1, 1.2, 1.3.

La figura 3.32 indica un decremento en el diferencial de presión para los tres casos debido a que las viscosidades promedio que se generan son menores a la viscosidad inicial del fluido y por esto las presiones que se necesitan para

inyectar el polímero son más pequeñas; por otra parte, el proceso de inyección se hace en un tiempo mucho menor con respecto a la inyección de polímeros con valores de  $nLP < 1$ .

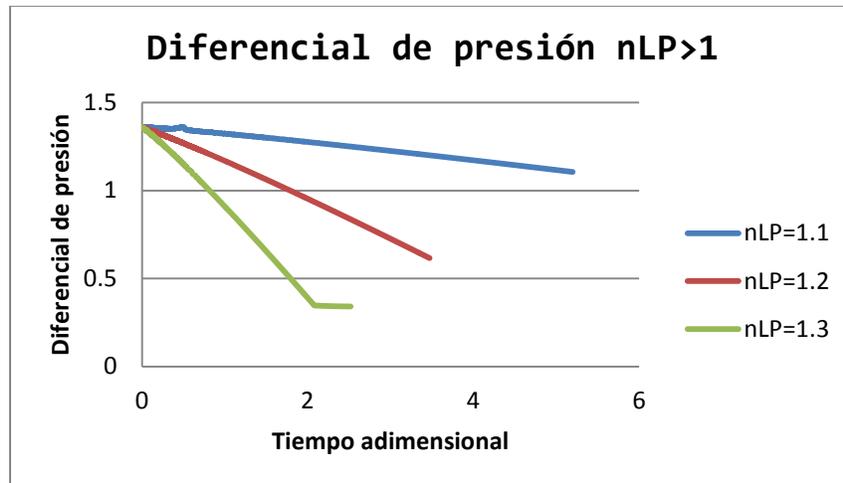


Figura 3.32 Muestra el diferencial de presión para  $nLP$ : 1.1, 1.2, 1.3.

En la figura 3.33 se muestran los factores de recuperación de los seis casos analizados; se observa que los factores de recuperación para valores de  $nLP < 1$  van de 0 a 70% en un tiempo adimensional  $t_D=50$ , mientras que para valores de  $nLP > 1$  los factores de recuperación presentan un incremento casi lineal que va de 0 a 78% en un tiempo adimensional  $t_D=6$ .

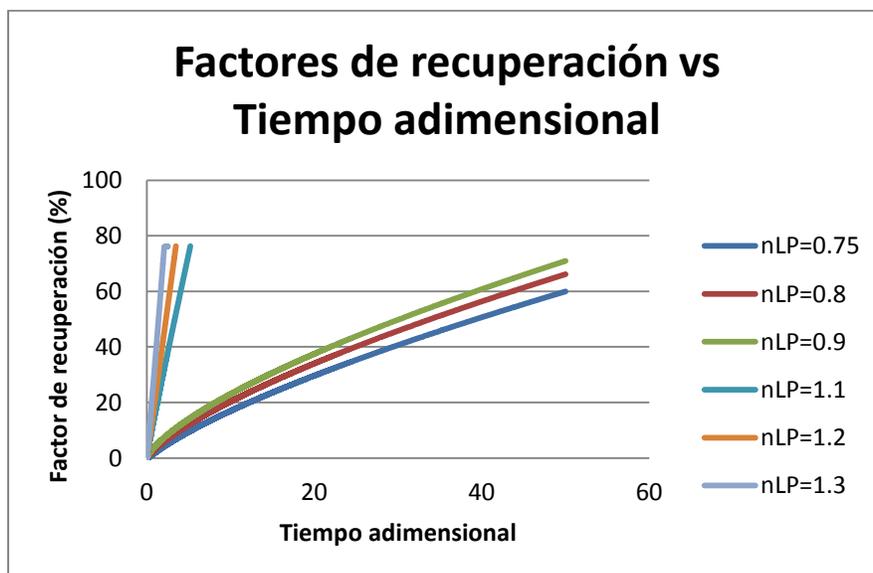


Figura 3.33 Comparación de los factores de recuperación.

## ***Conclusiones***

Los métodos de recuperación mejorada son muy importantes y más ahora que las condiciones de trabajo y las características de los yacimientos se vuelven cada vez más complejas, dificultando la producción de hidrocarburos con los métodos y procesos convencionales.

En lo que respecta a la inyección de productos químicos, en especial la inyección de polímeros en la recuperación mejorada, cabe señalar que es un proceso, además de complicado por el comportamiento del fluido, caro por la cantidad de químicos necesaria para llevar a cabo dicho proceso; sin embargo, se vuelven atractivos estos procesos de EOR cuando se observa un incremento notable en el factor de recuperación de aceite.

Se desarrolló un código numérico aplicando un modelo de flujo fraccional no newtoniano para inyección de polímeros en un yacimiento homogéneo con geometría cilíndrica.

El código numérico presenta una buena respuesta a valores de nLP (índice de comportamiento de flujo) entre 0.75 y 1.3; para valores fuera de este rango se presentan problemas de estabilidad debidos principalmente a grandes variaciones en la viscosidad del fluido de inyección. En donde a valores de nLP < 1 las viscosidades promedio son

grandes con respecto a los valores obtenidos cuando el índice de comportamiento de flujo (nLP) es  $> 1$ .

Valores grandes de viscosidad provocan un incremento considerable en la presión de inyección necesaria para poder desplazar el polímero dentro del yacimiento con respecto a la presión que se necesita para inyectar sólo agua en una recuperación secundaria; además de que con polímeros más viscosos se necesita más tiempo para llevar a cabo la inyección ya que se dificulta el avance del fluido debido a su viscosidad.

Cuando la viscosidad del polímero es pequeña, éste se mueve con mayor facilidad dentro del yacimiento reduciendo el tiempo de inyección, además de que los cambios en la presión al momento de inyectar polímero con respecto a inyectar sólo agua son cambios mucho menores comparados con los cambios en la presión necesaria cuando se tiene un índice de comportamiento de flujo  $nLP < 1$ .

Con respecto al factor de recuperación observamos que son más altos cuando el valor de  $nLP > 1$ , además se presentan en intervalos de tiempo y diferenciales de presión menores en comparación a los casos donde  $nLP < 1$ . La simulación de la inyección de polímero cumple con el objetivo de los procesos de EOR que consiste en incrementar el factor de recuperación de hidrocarburos.

## ***Recomendaciones***

Mantener el índice de comportamiento de flujo  $n_{LP} > 1$  (fluido dilatante) ya que se tienen factores de recuperación altos, además de que la recuperación de hidrocarburos se logra en tiempos pequeños y la diferencial de presión de inyectar este tipo de fluidos con respecto a la inyección de agua no es tan grande debido a que las viscosidades que se generan son pequeñas.

No es necesario seguir el orden en los procesos de recuperación, se puede pasar de la recuperación primaria a una recuperación mejorada si así lo requiere el yacimiento y las condiciones del mismo lo permiten, no forzosamente pasar de la recuperación primaria a la secundaria para posteriormente llevar a cabo una recuperación mejorada.

Se recomienda este trabajo como base en el modelado de la inyección de polímeros para recuperación mejorada de hidrocarburos.

## ***Bibliografía***

-Amyx, James W., et al: "Petroleum Reservoir Engineering: Physical Properties", McGraw Hill, New York, 1960, (36-110).

-Billmeyer, F.W. "Ciencia de los Polímeros", 2<sup>da</sup> Ed. Reverte, Barcelona 1973.

-Bird, R.B.: "Fenómenos de Transporte", Departamento de Ingeniería Química de la Universidad de Wisconsin. Repla, 1992.

-Buckley-Leverett Analysis, Department of Petroleum Engineering and Applied Geophysics, Norwegian University of Science and Technology, 11.09.12

-Chatterji, J., y Borchardt, J. K.: "Applications of Water-Soluble Polymers in the Oil Field", J. Pet. Tech. (Nov 1981) 2042-2056.

-Comisión Nacional de Hidrocarburos (CNH): "El Futuro de la Producción de Aceite en México: Recuperación Avanzada y Mejorada", 2012.

-Craig, Forrest F. Jr.: "The Reservoir Engineering Aspects of Waterflooding", Society of Petroleum Engineers of AIME, 1971.

-Gruse, William A., et al: "Tecnología Química del Petróleo", Ediciones Omega, Barcelona, 1964, (203-212)

-Hovendick, M. D., Development and Results of the Hale/Mable Leases Cooperative Polymer EOR Injection Project, 1989

-Lake, Larry W.: "Enhanced Oil Recovery", University of Texas at Austin, Prentice Hall, 1989.

- Larson, R. G., Davis, H. T., y Scriven, L. E.: “Elementary Mechanisms of Oil Recovery by Chemical Methods”, J. Pet. Tech (Feb 1982) 243-257
- Littmann, W.: “Polymer Flooding”, Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam (1988).
- Mejía Díaz Agustín.: “Apuntes de Flujo de Fluidos en Medios Porosos”, PEMEX\_IMP\_UNAM, 1984.
- Pirson, Sylvain J.: “Ingeniería de Yacimientos Petrolíferos”, Ediciones Omega, Barcelona, 1965 (45-104).
- Ryles, R. G.: “Chemical Stability Limits of Water-Soluble Polymers Used in Oil Recovery Processes”, SPE Reservoir Engineering (Feb 1988) 23-34.
- Rossen, W. R.: “Fractional Flow Theory Applicable to Non-Newtonian Behavior in EOR Processes”, 2011.
- Salager, J. L.: “Recuperación Mejorada del Petróleo”, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela (2005).
- Sánchez Medina E.: “Recuperación Mejorada por Inyección de Álcali, Surfactante y Polímero (ASP)”, Tesis UNAM, Posgrado Facultad de Ingeniería, 2010.
- Sheng, James J.: “Modern Chemical Enhanced Oil Recovery”, Elsevier, 2010, (101-202).
- Sorbie, K. S.: “Polymer Improved Oil Recovery”, 1991.
- Wagner, O. R., y Leach, R. O.: “Effect of interfacial Tension on Displacement Efficiency”, Soc. Pet, Eng. J. (Dic 1966) 335-344
- Whillhite, G. P.: “Waterflooding, SPE Textbook Series Vol. 3, Third Printing, Richardson, Texas (1986).