



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

“ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE LA  
CONTAMINACIÓN POR MATERIAL PARTICULADO PM10 EN LA ZONA  
METROPOLITANA DEL VALLE DE MÉXICO”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA  
(ELÉCTRICA)

PRESENTA:

CARLOS VAZQUEZ CRUZ

DIRECTOR DE TESIS:

M. en I. MARIA ESTELA AUDELO VUCOVICH



MÉXICO, D.F.

MARZO 2009

*Agradezco a Dios por que a lo largo de mi vida me ha rodeado de gente buena de la cual he aprendido a valorar la vida, me han enseñado el camino del bien y ha esforzarme para llegar a las metas marcadas, además de dar lo mejor de mi a los demás.*

*Gracias a todos los que voluntaria o involuntariamente han participado en el desarrollo de mi vida.*

*Un agradecimiento especial para  
Estela Audelo y Fernando Beristain*

# ÍNDICE

	Página
<b>RESUMEN</b>	iii
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN</b>	
1.1 Antecedentes	1
1.2 Formulación del problema	3
1.3 Objetivo general	3
1.4 Organización del trabajo	4
<b>CAPÍTULO 2 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE SERIES DE TIEMPO</b>	
2.1 Aproximación al análisis estadístico de series temporales	5
2.2 Componentes de las series de tiempo	6
2.2.1 Tendencia	7
2.2.2 Ciclos	7
2.2.3 Estacionalidad	7
2.2.4 Residuos (Aleatoriedad)	8
2.3 Métodos de estudio de las series de tiempo	8
2.3.1 Modelo aditivo	8
2.3.2 Modelo multiplicativo	9
2.3.3 Modelo mixto	9
<b>CAPÍTULO 3 ANÁLISIS DINÁMICO DE SERIES DE TIEMPO</b>	
3.1 Sistemas Dinámicos	10
3.1.1 Dimensión de Capacidad	11
3.1.2 Exponente de Hurst	12
3.1.3 Dimensión de Correlación	13
3.1.4 Exponentes de Lyapunov	14
3.1.5 Entropía	14
3.1.6 Diagramas de Espacio de Fases	15
3.1.7 Distribución de Probabilidades	18
<b>CAPÍTULO 4 RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b>	
4.1 Obtención de datos	19
4.2 Análisis estadístico	20
4.2.1 Comportamiento de PM10	21
4.2.2 Correlación entre PM10 y parámetros meteorológicos	29
4.2.3 Índices estacionales	33
4.2.4 Las medias móviles	34
4.3 Análisis dinámico no lineal	35

	Página
<b>CAPÍTULO 5 CONCLUSIONES</b>	50
<b>ANEXOS</b>	
ANEXO A	52
ANEXO B	55
ANEXO C	58
ANEXO D	61
ANEXO E	65
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	69

## RESUMEN

Las partículas menores a 10 micrómetros tienen un impacto en la salud y en el medio ambiente, se conoce poco del comportamiento de estas como un sistema dinámico complejo interactuando con la temperatura y la velocidad del viento. En el presente trabajo se aplicaron métodos estadísticos y análisis no lineal utilizando la teoría del caos, para determinar la complejidad del comportamiento dinámico de las partículas en la Zona Metropolitana del Valle de México.

Para esto se analizaron series de tiempo de partículas menores a 10 micrómetros, temperatura y velocidad del viento, que se obtuvieron de tres estaciones de monitoreo atmosférico de la Zona Metropolitana del Valle de México (Merced, Pedregal y Cerro de la Estrella); las series de tiempo se dividieron en dos horarios, de 6:00 a 23:00 y de 24:00 a 5:00 horas.

Se encontró que con los métodos estadísticos podemos predecir la concentración de partículas en periodos cortos de tiempo y el análisis dinámico no lineal de acuerdo a los índices calculados, muestra que las series de tiempo son antipersistentes y caóticas, donde la sensibilidad a las condiciones iniciales del sistema marcan una tendencia al horario de día, la dimensión de correlación muestra que la complejidad del sistema no es muy alta y los diagramas espacio fase muestran atractores extraños con comportamiento caótico determinista.

El tráfico vehicular, la densidad poblacional y las zonas erosionadas, son factores que influyen en la contaminación por partículas menores; se debe analizar el comportamiento dinámico de otros elementos que contribuyen a la contaminación atmosférica del Valle de México, para que con este conocimiento implementar modelos que nos permitan predecir las emisiones del contaminante.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1 Antecedentes

En contaminación atmosférica se reconoce como partícula a cualquier material sólido o líquido con un diámetro que oscila entre 0.0002 y 500 micrómetros ( $\mu\text{m}$ ). En conjunto se designan como partículas suspendidas totales o PST [1].

Las fuentes de emisión de partículas pueden ser naturales o antropogénicas; entre las fuentes naturales se encuentran: erosión del suelo, material biológico fraccionado, erupciones volcánicas, incendios forestales, etc. Entre las fuentes antropogénicas se encuentran: productos de combustión incompleta de los derivados del petróleo, quemas en campos agrícolas y diversos procesos industriales [2].

En la Ciudad de México las principales fuentes antropogénicas son los procesos de combustión interna de vehículos automotores, obras de repavimentación, la industria de la construcción, la formación fotoquímica de aerosoles con contenido de nitratos y sulfatos; durante la época de estiaje la fuente principal son las tolvaneras. El límite de concentración de partículas menores a 10 micrómetros (PM10), permitido por la secretaría del medio ambiente es de  $150 \mu\text{g}/\text{m}^3$ .

Las partículas pueden tener una composición fisicoquímica homogénea o estar constituidas por diversos compuestos orgánicos e inorgánicos. Entre los componentes orgánicos se encuentran: fenoles, ácidos, alcoholes y material biológico (polen, protozoarios, bacterias, virus, hongos, esporas y algas). Entre los compuestos inorgánicos se encuentran nitratos, sulfatos, polímeros, silicatos, metales pesados (hierro, plomo, manganeso, zinc o vanadio) y elementos derivados de pesticidas y plaguicidas [3].

Las PM10 son partículas de diámetro aerodinámico equivalente o menor a  $10 \mu\text{m}$ . Estas partículas impactan en el medio ambiente ya que actúan como catalizadores sobre superficies metálicas favoreciendo su oxidación; además de absorber gases como óxido de azufre y nitrógeno los cuales reaccionando con la humedad del entorno forman partículas de ácido sulfúrico o ácido nítrico siendo los causantes principales de la lluvia ácida [4].

Las PM10 se consideran perjudiciales para la salud, su efecto depende de la composición química, pueden producir irritación de las vías respiratorias, agravar el asma y las enfermedades cardiovasculares [5]. De acuerdo con estudios realizados en México, se

estima que el riesgo de morir prematuramente se incrementa en 2% por cada aumento de 10  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  de PM10 [6][7][8].

Debido al impacto de las PM10 en el deterioro del medio ambiente y su efecto nocivo en la salud se han realizado innumerables estudios para conocer su composición y efectos en la contaminación [9]. Querol y colaboradores [10] encontraron concentraciones arriba del límite permitido en regiones donde hay más tráfico e industrias. En una revisión de estudios epidemiológicos de PST, Englert [11] encontró, que los efectos adversos de exposición a partículas han sido descritos en numerosos estudios concluyendo todos ellos en más admisiones en hospitales e incremento de la mortalidad.

En 2006, Sanhueza y colaboradores realizaron un estudio en Temuco, Chile sobre el impacto de la exposición a la contaminación por material particulado (PM10) y su efecto en la mortalidad diaria encontrando una asociación significativa entre concentración de PM10 y muerte diaria debido a problemas respiratorios y enfermedades cardiovasculares [12].

La concentración de partículas en suspensión y smog fueron medidos durante tres semanas en aldeas pequeñas de la república checa y los resultados encontrados apoyan la idea de que la forma tradicional de calentamiento en aldeas puede contribuir grandemente a la contaminación local y constituir un importante problema [13].

Ki-Hyun Kim y colaboradores [14] realizaron un estudio de diferentes tamaños de partículas en suspensión en Seul Korea, determinando la concentración en intervalos de una hora. Explorando los resultados con un análisis de regresión lineal, encontraron que los efectos de la velocidad del viento en la contaminación dependen del tamaño de la partícula con lo cual concluyeron que la velocidad del viento es un buen indicador para predecir la concentración de determinado tamaño de partícula en comparación con los otros tamaños.

Las características químicas de partículas en suspensión en zonas urbanas y rurales de Hong Kong fueron determinadas con un programa de monitoreo en invierno y verano recolectando los datos en tres estaciones de monitoreo. Las zonas rurales mostraron altos porcentajes de iones solubles en agua en invierno y en verano altas concentraciones de carbonatos; mientras que en las zonas urbanas la mayor concentración fue de compuestos orgánicos. La radiación solar y las altas temperaturas en verano incrementan el grado de complejidad de la reacción fotoquímica en la atmósfera [15].

La exposición a la contaminación por partículas en suspensión fue investigado por Gulliver y Briggs [16] en Leicester, Reino Unido con muestras recolectadas entre enero y marzo,

caminando y viajando en automóvil, en este estudio comparativo de exposición a diferentes concentraciones, entre personas caminando y personas en automóvil; los resultados muestran que la exposición a partículas mientras caminan puede ser sustancialmente mayor que la experiencia de viajar en auto por un factor de 50% o más; esto es porque el ambiente en auto es casi cerrado y no responde rápidamente a cambios en las concentraciones del ambiente [17].

## **1.2 Formulación del problema**

La contaminación por PM10 se ha venido estudiando en los últimos veinte años para conocer los efectos adversos en la salud y en el deterioro del medio ambiente, con herramientas de estudio cada día más sofisticadas, mostrando el impacto de las PM10 en la salud y en el medio ambiente en diferentes situaciones; sin embargo, el comportamiento de las PM10 como un sistema dinámico complejo interactuando con la temperatura y la velocidad del viento no ha sido estudiado.

## **1.3 Objetivo general**

Determinar la complejidad del comportamiento dinámico de las partículas menores a 10  $\mu\text{m}$  (PM10) en la Zona Metropolitana del Valle de México (ZMVM), analizando las series de tiempo de PM10, temperatura y velocidad del viento, obtenidas en tres estaciones de monitoreo atmosférico de la Zona Metropolitana del Valle de México (Merced, Pedregal y Cerro de la Estrella), a través de la aplicación del análisis dinámico no lineal y estadístico

### **1.3.1 Objetivos particulares**

- Evaluar las series de tiempo de los datos de las estaciones de monitoreo atmosférico, para extraer información nueva y útil sobre la distribución de partículas menores a 10 micras (PM10) en la ZMVM.
- Valorar la aplicación de métodos estadísticos en la predicción del comportamiento de las PM10 en la ZMVM.
- Aplicar las herramientas de análisis de la teoría del caos para establecer la dinámica no lineal del comportamiento de las PM10 en la ZMVM.



## **1.4 Organización del trabajo**

El Capítulo 1, nos introduce a conceptos de contaminación atmosférica, definiendo los términos necesarios para comprender el problema de la contaminación por partículas menores a 10 micrómetros (PM10), los límites permitidos de concentración y los estudios recientes sobre este fenómeno.

En el Capítulo 2, se presentan conceptos, métodos y definiciones para el análisis estadístico de series de tiempo con el fin de identificar sus componentes como tendencia, estacionalidad y ciclos entre otros; además de encontrar las variaciones del sistema.

En el Capítulo 3, se definen los conceptos de sistemas dinámicos, gráficos en el espacio de fases, parámetros cuantitativos de la dinámica no lineal y fractal; los cuales nos aportan información para poder identificar el comportamiento de las partículas en suspensión.

En el Capítulo 4, se explica cómo se obtuvieron los datos y la metodología aplicada en el manejo de las bases de datos, los criterios usados para la selección de las estaciones, como se prepararon los datos, los resultados obtenidos del análisis estadístico y del análisis no lineal y la discusión de los mismos; este estudio nos permite tener un acercamiento al comportamiento dinámico de las series de tiempo de PM10, temperatura y velocidad del viento.

El Capítulo 5, contiene las conclusiones y recomendaciones basadas en los resultados obtenidos y expuestos en Capítulo 4.

## CAPÍTULO 2

### ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE SERIES DE TIEMPO

#### 2.1 Aproximación al análisis estadístico de series temporales

Cuando hablamos de una secuencia de valores observados a lo largo del tiempo, y por tanto ordenados cronológicamente, la denominamos, en un sentido amplio, serie de tiempo [18].

Si conocidos los valores pasados de la serie, no fuera posible predecir con total certeza el próximo valor de la variable, decimos que la serie es no determinista o aleatoria [19][20].

Los objetivos del análisis de series de tiempo son diversos, pudiendo destacar la predicción, el control de un proceso, la simulación de procesos, y la generación de nuevas teorías físicas o biológicas [21][22].

Denominamos predicción a la estimación de valores futuros de la variable en función del comportamiento pasado de la serie. Evidentemente, aunque el valor futuro de una serie de tiempo no sea predecible con total exactitud, para que tenga interés su estudio, el resultado tampoco puede ser completamente aleatorio, existiendo alguna regularidad en cuanto a su comportamiento en el tiempo, lo que hará posible su modelado y por ende, en su caso, la predicción [23]. La búsqueda de regularidades y de patrones ha sido siempre una de las tareas básicas de la ciencia, y muchas veces se descubren simetrías que sirven de fundamento para la predicción del comportamiento de los fenómenos, incluso antes de que se entienda la razón o causa que justifica esa regularidad [24].

Por lo tanto, si podemos encontrar patrones de regularidad en diferentes secciones de una serie de tiempo, podremos también describirlas mediante modelos basados en distribuciones de probabilidad. La secuencia ordenada de variables aleatorias  $X(t)$  y su distribución de probabilidad asociada, se denomina proceso estocástico. Un proceso estocástico es por tanto el modelo matemático para una serie de tiempo [25].

Un concepto importante que encontramos en este ámbito, es el de procesos estacionarios. Si examinamos por ejemplo la temperatura para un determinado mes a lo largo de los años en una determinada zona geográfica y se está produciendo un cambio climático, aunque haya fluctuaciones, habrá una tendencia creciente. De una manera informal, diremos que una serie es estacionaria cuando se encuentra en equilibrio estadístico, en el sentido de que sus propiedades no varían a lo largo del tiempo, y por lo tanto no pueden existir tendencias [26].

Una serie de tiempo está matemáticamente definida por una función cuya forma general es  $y = f(t)$ , donde  $y$  es el valor de la variable en estudio,  $t$  es la fecha a que ella se refiere,  $f$  es la regla que relaciona el valor de la variable en estudio con la fecha a que ella se refiere [27].

El gráfico de una serie de tiempo es una línea que relaciona los valores de la variable estudiada (posicionada en el eje  $y$ , de las ordenadas) con el tiempo (posicionado en el eje  $x$  de las abscisas) [28]. La figura 2.1 muestra el gráfico del comportamiento de las PM10 en la estación de monitoreo Merced.

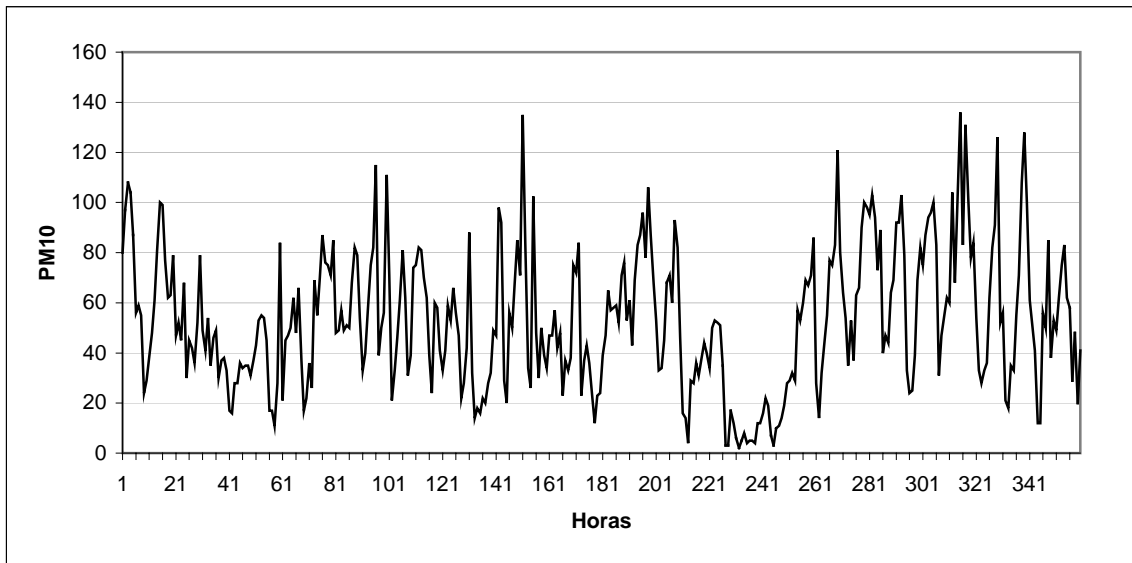


Figura 2.1 Valores de PM10 en el mes de noviembre.

## 2.2 Componentes de las series de tiempo

Los datos formadores de una serie de tiempo pueden ser absolutos o relativos, discretos o continuos. Los absolutos se definen en términos de las unidades propias de la variable y los relativos en términos de índices. Las series de tiempo discretas normalmente se refieren a intervalos regulares de tiempo, las series continuas frecuentemente pueden ser vistas en términos dinámicos [29].

La frecuencia con que son calculados también puede ser usada para caracterizar las propias series. Así, entre otras, hay series diarias, semanales, mensuales, semestrales y anuales. La periodicidad de los datos puede ser ampliada sustituyéndose un conjunto de ellos por su media. La metodología tradicional para el estudio de las series de tiempo se basa en descomponer la serie en las variables constituyentes de las cuales podemos hablar de cuatro elementos (o componentes) básicos: tendencia ( $T_t$ ), estacionalidad ( $E_t$ ), ciclos ( $C_t$ ) y

residuos ( $R_t$ ) [30]; el análisis consiste en la identificación de cada uno de ellos aunque no necesariamente deben existir todos [31].

### 2.2.1 Tendencia

La tendencia, o componente secular, indica la dirección general de los valores estudiados. Su principal característica es un movimiento constante y suave a lo largo del tiempo de evaluación, ver figura 2.2.

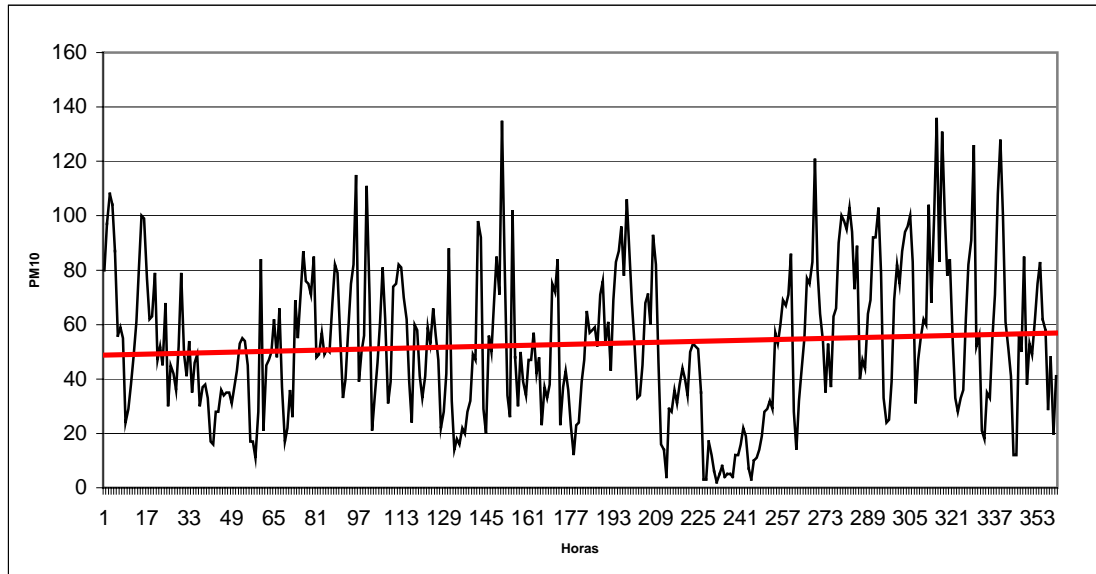


Figura 2. 2 Tendencia lineal de la serie de tiempo de PM10 de la estación Merced.

### 2.2.2 Ciclos

En términos de las partículas menores a 10 micrómetros (PM10), los ciclos son caracterizados por los movimientos oscilatorios y aproximadamente regulares de los datos. Los ciclos pueden ser debidos a muchos factores, principalmente a los fenómenos naturales, como estaciones del año, períodos de lluvia o de calor intenso.

### 2.2.3 Estacionalidad

Los fenómenos estacionales (también llamados de estaciones, por estar muchas veces asociados con las estaciones del año) son asemejados a los fenómenos cíclicos. La diferencia fundamental entre ellos es el tiempo entre dos crestas consecutivas (figura 2.3).

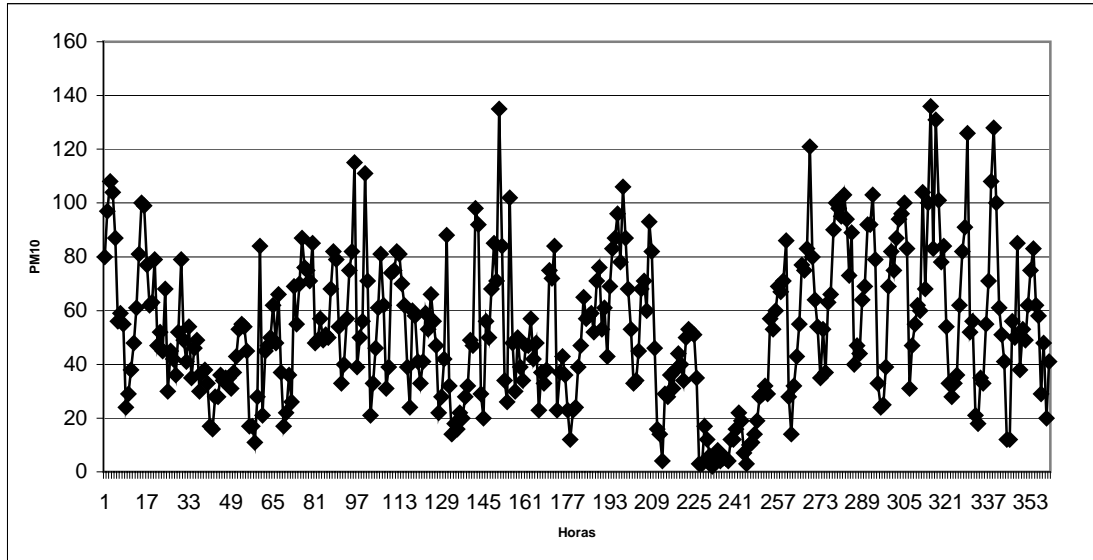


Figura 2.3 Estacionalidad de las PM10 de la Estación Merced.

#### 2.2.4 Residuos (Aleatoriedad)

Muchos fenómenos varían de forma completamente esporádica e imprevisible. El efecto provocado por esta componente, en general no mensurable, es de corta duración e intensidad variable (desde imperceptible hasta la mudanza en la propia dirección de las tendencias y de los ciclos) [32].

### 2.3 Métodos de estudio de las series de tiempo

Una forma de estudiar las series de tiempo consiste en descomponerla en cada uno de sus componentes básicos, analizar tales elementos separadamente y después recomponerlos, con el fin de describir las variaciones observadas en el fenómeno. Considerando las componentes de las series de tiempo, hay tres modelos básicos de estudio posible: aditivo, multiplicativo y mixto [33][34].

#### 2.3.1 Modelo aditivo

Admitiendo que las componentes de las series de tiempo actúan de modo absoluto e independiente entre sí, el modelo aditivo consiste en simplemente sumarlas. Simbólicamente, es representado por la siguiente expresión:

$$Y = T + C + E + R$$

donde,

**Y** es la variable observada;

**T** es la componente de tendencia;

**C** es la componente cíclica;

**E** es la componente estacional;

**R** es la componente aleatoria de la variable observada (Residuos)

### **2.3.2 Modelo multiplicativo**

Alternativamente, podemos admitir que las componentes de las series temporales actúen de modo proporcional a las respectivas fuerzas. En este caso, este modelo es representado por la expresión:

$$Y = T * E * C * R$$

Es evidente que los factores componentes del producto tienen los mismos significados que los descritos anteriormente para el modelo aditivo.

### **2.3.3 Modelo mixto**

También hay la posibilidad de admitir que las componentes de las series de tiempo actúen de modo mixto, algunas sumando y otras multiplicando. En el caso del modelo mixto, hay varias posibilidades de combinación de las componentes de la variable estudiada. Algunas de ellas son las siguientes:

$$Y = T + C * E * A,$$

$$Y = T * C + E * A,$$

$$Y = T * C * E + A.$$

La selección entre los modelos aditivo y multiplicativo es hecha con base en la sensibilidad de las variaciones estacionales con relación al nivel del propio fenómeno.

Con esta metodología se realizó el análisis estadístico de las series de tiempo obtenidas de los datos de PM10 cuyos resultados se muestran en el capítulo 4.

## CAPÍTULO 3

### ANÁLISIS DINÁMICO DE SERIES DE TIEMPO

#### 3.1 Sistemas Dinámicos

Si tratamos de precisar el concepto de sistemas dinámicos, podríamos decir burdamente que se trata del estudio de sistemas deterministas, es decir, consideramos situaciones que dependan de algún parámetro dado, que frecuentemente suponemos es el tiempo, y que varían de acuerdo a leyes establecidas; de manera que el conocimiento de la situación en un momento dado, nos permite reconstruir el pasado y predecir el futuro [35].

Siendo un poco más formales, se podría decir que un sistema dinámico es un modo de describir el recorrido a lo largo del tiempo de todos los puntos de un espacio dado  $\mathbf{S}$ . El espacio  $\mathbf{S}$  puede imaginarse, por ejemplo, como el espacio de estados de cierto sistema físico. Cabe señalar que un estado de un sistema físico es información que lo caracteriza en un instante dado [36].

Los Sistemas dinámicos pueden ser descritos o bien mediante funciones o mapas (sistemas discretos), o bien mediante ecuaciones diferenciales (sistemas continuos).

Un sistema dinámico se dice discreto si el tiempo se mide en pequeños lapsos; éstos son modelados como relaciones recursivas, tal como la ecuación logística:

$$x_{t+1} = ax_t(1 - x_t) \quad (1)$$

donde  $t$  denota los pasos discretos del tiempo y  $x$  es la variable que cambia con éste.

Si el tiempo es medido en forma continua, el sistema dinámico continuo resultante es expresado como una ecuación diferencial ordinaria; por ejemplo:

$$\frac{dx}{dt} = ax(1 - x) \quad (2)$$

donde  $x$  es la variable que cambia con el tiempo  $t$ . La variable cambiante  $x$  es normalmente un número real, aunque también puede ser un vector en  $\mathbb{R}^k$ .

Durante muchos años los sistemas y modelos lineales han sido utilizados sistemáticamente para describir y modelar la dinámica de muchos sistemas físicos, químicos, económicos, etc. Sin embargo, en los últimos años se ha comprobado que los sistemas no lineales pueden presentar dinámicas muy complejas que no pueden aproximarse mediante modelos lineales [37].

Un sistema lineal es un sistema que obedece las propiedades de escalado (homogeneidad) y de superposición (aditiva), mientras que un sistema no-lineal es cualquier sistema que no obedece al menos una de estas propiedades[36][38].

Para demostrar que un sistema H obedece la propiedad de escalado (figura 3.1) se debe mostrar que:

$$H(kf(t)) = kH(f(t)) \quad (3)$$

Figura 3.1 Un diagrama de bloque demostrando la propiedad de escalado de linealidad.

Para demostrar que un sistema H obedece la propiedad de superposición de linealidad (figura 3.2 )se debe mostrar que:

$$H(f_1(t) + f_2(t)) = H(f_1(t)) + H(f_2(t)) \quad (4)$$

Figura 3.2 Un diagrama de bloque demostrando la propiedad de superposición de linealidad.

Es posible verificar la linealidad de un sistema en un paso sencillo. Para hacer esto, simplemente combinamos los dos primeros pasos para obtener

$$H(k_1f_1(t) + k_2f_2(t)) = k_1H(f_1(t)) + k_2H(f_2(t)) \quad (5)$$

La contaminación como sistema dinámico tiene un comportamiento no lineal por lo cual, para su análisis, se utilizaron herramientas computacionales de análisis no lineal y que se describen a continuación.

### 3.1.1 Dimensión de Capacidad

Los sistemas caóticos exhiben a menudo estructuras fractales. Un fractal es un conjunto de puntos que no se parece a un objeto euclídeo (punto, recta, plano) independientemente de la escala a la que se le mire. Un fractal es una curva o superficie que es independiente de la escala [39]. Debido a esta causa, una de las propiedades fundamentales de toda estructura



fractal es la autosemejanza (observando la señal a diferentes escalas tiene el mismo aspecto). Es por esto que las curvas fractales tienen un espectro con comportamiento  $1/f$ . La región del espacio hacia la que tiende asintóticamente una órbita caótica tiene estructura fractal (*atractores extraños*).

Una definición muy aplicada en el análisis de señales caóticas es la de dimensión fractal, la cual es un número situado entre la dimensión euclídea y la dimensión euclídea más uno del objeto que se mide. Es decir, para una curva variará entre 1 y 2. La definición anterior también es conocida como la dimensión de Hausdorff.

$$D_F = \frac{\log\left(\frac{l_2}{l_1}\right)}{\log\left(\frac{s_1}{s_2}\right)} \quad (6)$$

### 3.1.2 Exponente de Hurst

El exponente de Hurst está íntimamente ligada al concepto de dimensión fractal, la mayoría de algoritmos estiman dicho exponente, que está relacionado con el comportamiento de la serie a analizar a distintas escalas, y luego calculan la dimensión fractal aplicando  $D_f = D_e - H$ , donde  $D_f$  es la dimensión fractal,  $D_e$  es la dimensión euclídea (igual a 2 para series temporales) y  $H$  es el exponente de Hurst. El exponente de Hurst cuantifica la dinámica de la serie temporal. Para  $H = 0.5$  la serie se comporta como un movimiento browniano. Para  $0.5 < H < 1$  tiene un aspecto "suave" mientras que para  $0 < H < 0.5$  la curva se caracteriza por un mayor contenido de alta frecuencia. En la figura 3.3 se muestran 5 ejemplos para diferentes exponentes de Hurst [40].

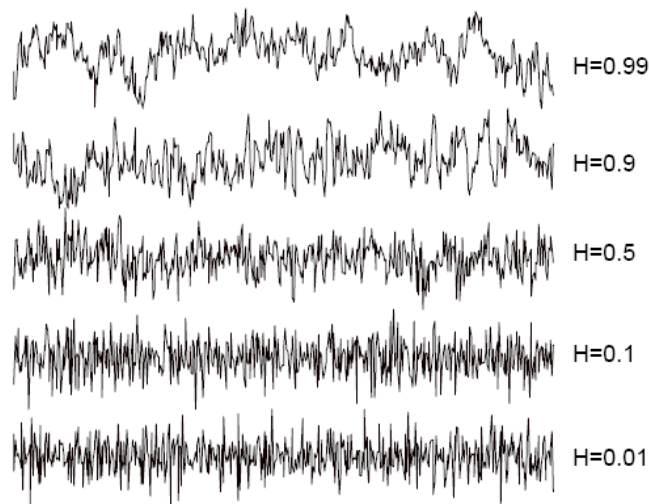


Figura 3.3 Ejemplos de series temporales con diferentes exponentes de Hurst.

Resumiendo el exponente de Hurst cuantifica la dinámica caótica del sistema, indica el grado de influencia del presente sobre el futuro (grado de similitud del fenómeno con el "Movimiento Browniano" o "Caminante Aleatorio") con las siguientes posibilidades:

- $H > 0.5$ : sistema persistente (correlación positiva). Por ejemplo: si  $H = 0.7$ , entonces existe una probabilidad de 70% de que el siguiente miembro de la serie exhiba la misma tendencia que la del miembro actual.
- $H = 0.5$ : sistema aleatorio (correlación nula o "ruido blanco")
- $H < 0.5$ : sistema antipersistente (correlación negativa)

No obstante, la complejidad del sistema puede caracterizarse a partir de la dimensión de correlación, mientras que la impredecibilidad se puede cuantificar con los exponentes de Lyapunov. Para obtener en una serie temporal ambos índices se debe tener en cuenta que hay que trabajar en un espacio de fase de dimensión  $N$  (dimensión de análisis). Para una serie temporal se define el vector en el espacio de fase  $N$  como

$$X(n) = [x(n), x(n + \tau), x(n + 2\tau), \dots, x(n + (N - 1)\tau)] \quad (7)$$

donde  $x(n)$  es el valor de la serie temporal en el instante  $n$  y  $\tau$  se determina como la posición en la cual el vector autocorrelación de la señal  $x(n)$  cae por debajo de  $1/e$ .

### 3.1.3 Dimensión de correlación

El punto crítico en la determinación de la dimensión de correlación y de los exponentes de Lyapunov reside en la elección de la dimensión de análisis. Ésta se puede estimar a partir de diversos cálculos de la dimensión de correlación con dimensiones de análisis diferentes. En señales caóticas la dimensión de correlación tiende a saturarse a un valor determinado cuando la dimensión de análisis aumenta. En cambio, para señales aleatorias no hay tal saturación. Dado un retardo y una dimensión de análisis conocida, la dimensión de correlación ( $D_c$ ) se calcula de la siguiente forma:

$$D_c = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C(r)}{\log r} \quad (8)$$

donde

$$C(r) = \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M H(r - |X_i - X_j|) \quad (9)$$

siendo  $H$  la función de Heaviside,  $M$  el número de puntos en el espacio de dimensión de análisis  $N$  y  $X_i$  el punto en el espacio de fase definido para  $n = i$ . Este algoritmo está descrito

en [41]. Calculando la expresión (9) para diferentes radios, y teniendo en cuenta que el mínimo  $r$  vendrá fijado por los pasos de cuantificación, se puede realizar la estimación de la dimensión de correlación para diferentes dimensiones de análisis.

### 3.1.4 Exponentes de Lyapunov

La impredecibilidad de la señal se puede cuantificar con los exponentes de Lyapunov. Basta decir que si el exponente mayor de Lyapunov es positivo, la señal se considera impredecible (caótica). Una estimación del máximo exponente de Lyapunov se basa en el algoritmo propuesto en [42]. Sea  $X_k$  un punto en el espacio de fase de dimensión  $N$ . Sea  $L(k)$  la distancia euclídea entre este punto y el punto más próximo (sea  $X_j$ ). Sea  $L(k+\Delta k)$  la distancia entre  $X_k$  y el punto  $X_{j+\Delta k}$ . Entonces se puede estimar el exponente máximo de Lyapunov como:

$$LE = \frac{1}{M\Delta k} \sum_{k=1}^M \log_2 \frac{L(k + \Delta k)}{L(k)} \quad (10)$$

donde  $M$  es el número de puntos en el espacio de fase.  $\Delta k$  es el intervalo de predicción que es, para una señal periódica, su período [43].

Mayor Exponente de Lyapunov ( $L$ ) es una estimación de la máxima razón de divergencia entre dos trayectorias del Espacio de Fase cuyas condiciones iniciales difieren infinitesimalmente. Las unidades son bits por unidad de tiempo (en base 2), dando las siguientes posibilidades:

- $L \leq 0$ : serie periódica
- $L > 0$ : serie caótica
- $L \rightarrow \infty$ : serie aleatoria

### 3.1.5 Entropía

La entropía de una variable aleatoria discreta  $X$  es una medida de la información que recibimos, cualitativamente, la entropía de Kolmogorov ( $K$ ), permite distinguir entre sistemas regulares e irregulares. En sistemas deterministas no hay pérdida de información, en consecuencia la entropía es nula, fina y positiva en sistemas caóticos, mientras que en sistemas aleatorios se pierde toda la información por lo que la entropía tiende a infinito [44].

Si consideramos un sistema dinámico con  $F$  grados de libertad y suponiendo que el espacio de fase  $F$ -dimensional se divide en cajas de tamaño  $\varepsilon^F$  y que existe un atractor cuya trayectoria  $x(t)$  se encuentra en la cuenca de atracción; si el sistema se mide a intervalos

regulares de tiempo  $\tau$ , entonces, la probabilidad de que  $x(t = \tau)$  visite la caja  $i_1$ ,  $x(t = 2\tau)$ , visite la caja  $i_2, \dots$ , y  $x(t = d\tau)$ , visite la caja  $i_d$ , es  $p(i_1, \dots, i_d)$ . Luego entonces, la entropía de Kolmogorov se define como:

$$K = -\lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{1}{d\tau} \sum_{i_1, \dots, i_d} p(i_1, \dots, i_d) \cdot \ln p(i_1, \dots, i_d) \quad (11)$$

El conjunto de entropías de Reyni de orden  $q$  introducen la noción de entropías generalizadas  $K(q)$ , se definen como:

$$K_q = -\lim_{\tau \rightarrow 0} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \lim_{d \rightarrow \infty} (1/d\tau)(1/q - 1) \ln \sum_{i_1, \dots, i_d} p^{(q)}(i_1, \dots, i_d) \quad (12)$$

De todas las cantidades  $K_q$ ,  $K_2$  es la más simple de calcular a partir de una serie de tiempo, la cual tiene las siguientes propiedades:

- $K_2 \geq 0$
- $K_2 \leq K$
- $K_2$  es infinita para sistemas aleatorios
- $K_2 \neq 0$  para sistemas caóticos

La entropía define la información aportada por una variable aleatoria sobre otra, el conocimiento de  $Y$  reduce la incertidumbre sobre  $X$ , puede utilizarse para detectar el caos permitiendo predecir [45]:

1. El nivel de incertidumbre en los siguientes  $n$  eventos.
2. La medida en que se pierde la precisión en las predicciones en función de cómo se incrementa el horizonte de predicción.
3. La rapidez con que se pierde información sobre un sistema.

### 3.1.6 Diagramas de Espacio de Fases

Un diagrama de espacio de fases se obtiene graficando la función contra su derivada y también puede ser obtenido a partir de graficar la función contra la función con un retardo. Un sistema dinámico consta de dos partes: la noción de estado (la información esencial sobre un sistema) y una dinámica (una regla que describe cómo evoluciona el estado en el tiempo). La evolución puede representarse, como lo mencionamos anteriormente, en un espacio de fases o diagrama de estados, construcción abstracta cuyas coordenadas son las componentes del estado [40] [47].

Un punto  $\alpha$  es un atractor para la función  $f(x)$  si existe una vecindad alrededor de  $\alpha$  tal que las órbitas de los puntos en la vecindad convergen a  $\alpha$  [48]. En el análisis de sistemas dinámicos se llama atractor a la estructura que se genera en el espacio-fase al evolucionar en el tiempo el sistema dinámico generado por las  $n$  variables del proceso. Según Moon [49] un atractor es un conjunto de puntos o un subespacio en el espacio de estados hacia el cual una historia de tiempo se aproxima asintóticamente.

Los siguientes son ejemplos clásicos de atractores[50][ 51]:

- **Atractor Punto fijo:** Este atractor es el resultado de un sistema cuyas variables tienden a un valor estable, la figura 3.4 muestra un atractor que corresponde a un péndulo con rozamiento; el péndulo llega siempre a la misma posición de reposo, independientemente del modo en que empezó a oscilar.

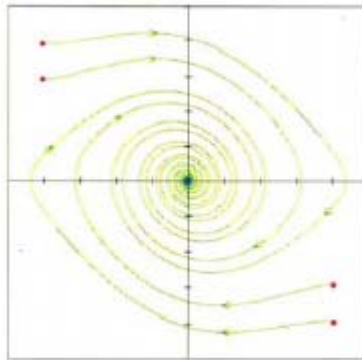


Figura 3.4 Atractor punto fijo.

- **Atractor de Ciclo Límite:** Este atractor es el resultado de un sistema periódico donde las trayectorias que describen las variables son siempre iguales, siendo predecible su comportamiento en el tiempo, forma un ciclo cerrado en el espacio de fases. Un ciclo límite describe oscilaciones estables, como el movimiento de un reloj de péndulo y la onda de la función seno o coseno (figura 3.5).

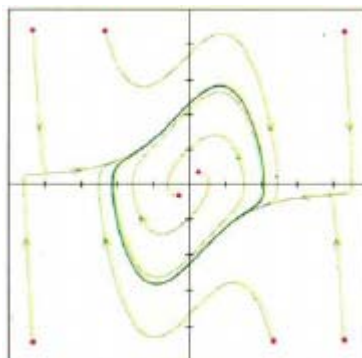


Figura 3.5 Atractor de ciclo límite.

- **Atractor Toroidal:** Cuando el sistema es cuasiperiódico genera un atractor similar al del ciclo límite, pero las trayectorias no siempre pasan por los mismos puntos, apreciándose el comportamiento no uniforme. El resultado de que un ciclo impulse a otro en círculos es la generación de una figura con forma de rosquilla llamada atractor toroidal; el cual es una estructura más compleja y evolucionada que los atractores anteriores, en la figura 3.6 se muestra un atractor toroidal donde topológicamente en un toro tienen lugar movimientos cuasiperiódicos: (izquierda) combinación de movimientos en los círculos grande y pequeño; (derecha) el toro resultante.

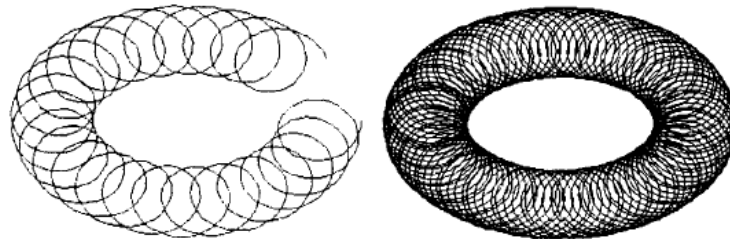


Figura 3.6 Atractor toroidal.

- **Atractor Extraño:** En 1987 Moon [39] lo definió como el atractor característico de los sistemas con comportamiento caótico; pero, en 1991 Brindley [52] llamó la atención sobre el hecho de que “aunque por algún tiempo los conceptos de atractor extraño y comportamiento caótico eran vistos como sinónimos, se ha reconocido la existencia de atractores extraños no caóticos en osciladores forzados no lineales cuasiperiódicos”. La figura 3.7 muestra atractores extraños, descubiertos por Edward N. Lorenz, Otto E. Rössler y Robert S. Shaw, respectivamente.

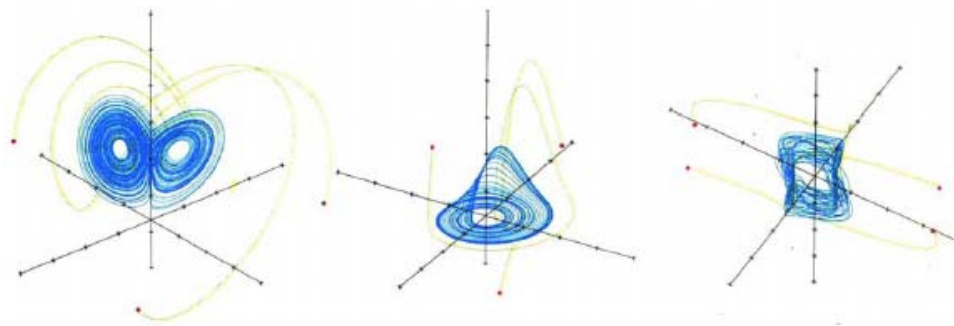


Figura 3.7 Atractores extraños.

El término extraño se refiere a la estructura del atractor y la palabra caótico se refiere al comportamiento de las trayectorias sobre el atractor; el atractor es caótico si las órbitas cercanas al mismo divergen con el tiempo [53][ 55].

### 3.1.7 Distribución de Probabilidades

Esta técnica provee un histograma de los valores de los datos y realiza varias pruebas estáticas sobre éstos. Además muestra la probabilidad de ocurrencia de ciertos valores de datos[46][54].

El arma práctica de la teoría de la probabilidad es la estadística. Gran parte de la estadística se centra alrededor de la llamada *distribución normal* (figura 3.8). Esta es una curva en forma de campana que moldea fielmente las proporciones de una población que tiene alguna característica particular.

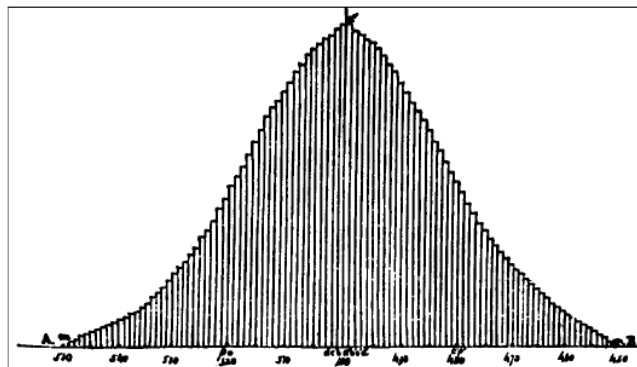


Figura 3.8. Gráfica de una distribución normal

Datos puramente aleatorios (como el ruido blanco) darán un incremento a la distribución Maxwelliana, donde podría mostrarse como una curva simple en todas las vistas si los datos son lo suficientemente válidos. Éste además podría ser el caso para datos caóticos, pero no lo es en general, más bien la distribución es parecida a un fractal. Los datos periódicos seguro darán un simple histograma con puntas filosas, la figura 3.9 muestra la clasificación de la Distribución de Probabilidades [46] [54].

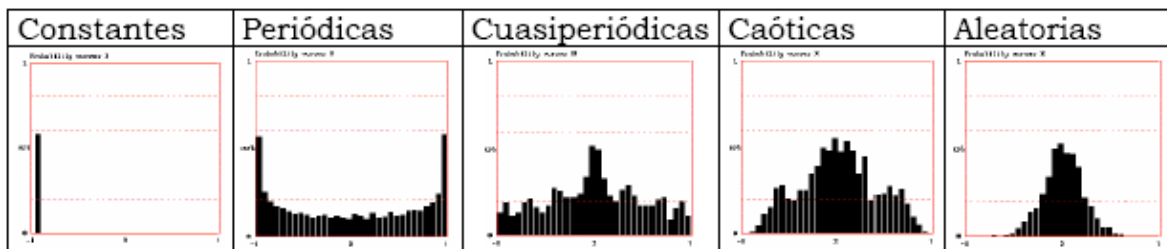


Figura 3.9. Clasificación de la Distribución de Probabilidades:

Las técnicas arriba descritas integran el marco teórico para el análisis de sistemas dinámicos no lineales, el cual se utilizó en el análisis de los resultados obtenidos a partir de las series de tiempo de material particulado PM10, de temperatura y de velocidad del viento y que se presentan en el capítulo de resultados y discusión.

## CAPÍTULO 4

### RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### 4.1 Obtención de datos

Las series de tiempo se obtuvieron de las bases de datos del Sistema de Monitoreo Atmosférico de la Ciudad de México (Red Automática de Monitoreo Atmosférico (RAMA), Red Meteorológica (REDMET), Red Manual de Monitoreo Atmosférico (REDMA) [58][59].

Para trabajar las series de tiempo se descomprimieron dando como resultado archivos de bases de datos y se exportaron a una hoja de calculo (excel). Después de obtener las bases del sistema de monitoreo y descomprimirlas, se procedió a la elección de las estaciones que representaran zonas geográficas con índices altos de contaminación y densidad poblacional, pero que a la vez tuvieran información consistente, esto es, que tuvieran un porcentaje de datos nulos menor a diez.

Las que cubrieron estos requisitos fueron la estación Merced, la estación Pedregal y la estación Cerro de la Estrella, el mapa de su ubicación se encuentra en el Anexo A.

Consideramos que la temperatura y velocidad del viento influían en la concentración de partículas menores a 10  $\mu\text{m}$ , por lo cual se eligieron para este estudio los datos de PM10, temperatura y velocidad del viento.

Se filtraron los datos por cada estación para obtener series de tiempo anuales, trimestrales, mensuales, semanales y por día de PM10, temperatura y velocidad del viento; cabe mencionar que las mediciones son cada hora.

Al analizar los datos de forma anual consideramos que era imposible visualizar los cambios en la señal de salida; después, se realizó un análisis trimestral y también obtuvimos gráficos con gran acumulación de puntos; por lo que se tomó la decisión de elegir el mes central de cada trimestre (febrero, mayo, agosto y noviembre) para llevar a cabo nuestro estudio. También se tomaron en cuenta los horarios para el estudio, se eligió un horario diurno de 6 de la mañana a 11 de la noche y un horario nocturno de las 12 de la noche a las 5 de la mañana; para comparar, además de la influencia de la temperatura y la velocidad del viento en la concentración de las PM10, la actividad laboral que conlleva a una densidad mayor de tráfico.



## 4.2 Análisis estadístico

En las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 se muestran los resultados de la estadística básica de las tres estaciones estudiadas.

Tabla 4.1 Resultados estadísticos de PM10 en la estación Cerro de la Estrella.

	Febrero		Mayo		Agosto		Noviembre	
	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.
No. datos	504	168	558	186	558	186	540	180
Valor mínimo	6	3	7	2	3	2	1	1
Promedio	75.14	43.95	48.28	24.01	35.53	15.17	46.01	25.93
Valor Máximo	271	103	210	60	100	51	134	86
Mediana	68	42.5	44	23	32	14	42	22
Desviación promedio	28.60	13.02	19.07	10.76	15.04	6.49	20.64	13.92
Desviación estándar	37.54	17.10	25.07	13.00	18.34	8.26	25.24	18.30
Varianza	1409.01	292.49	628.44	168.90	336.27	68.28	636.97	334.77

Tabla 4.2 Resultados estadísticos de PM10 en la estación Merced.

	Febrero		Mayo		Agosto		Noviembre	
	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.
No. datos	504	168	558	186	558	186	540	180
Valor mínimo	7	7	3	1	2	0	1	1
Promedio	83.21	52.27	48.33	29.67	32.49	18.20	49.10	30.37
Valor Máximo	303	109	196	80	110	54	139	83
Mediana	77	52	44	30	29	17	47.5	26.5
Desviación promedio	29.86	15.88	20.16	13.72	14.23	9.34	21.24	15.65
Desviación estándar	41.34	20.30	26.04	16.44	17.68	11.13	26.67	18.94
Varianza	1708.95	412.03	678.15	270.36	312.58	123.95	711.18	358.72

Tabla 4.3 Resultados estadísticos de PM10 en la estación Pedregal.

	Febrero		Mayo		Agosto		Noviembre	
	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.
No. datos	504	168	558	186	558	186	540	180
Valor mínimo	5	1	3	2	2	1	1	1
Promedio	55.10	30.47	37.66	20.45	31.07	13.06	37.02	18.63
Valor Máximo	200	85	98	64	116	60	99	71
Mediana	52	30	35	18.5	27	11	35	14
Desviación promedio	19.34	12.99	13.64	9.23	13.53	6.42	17.26	11.64
Desviación estándar	25.35	16.04	17.39	11.17	17.17	8.40	20.87	14.64
Varianza	642.41	257.40	302.51	124.82	294.87	70.55	435.52	214.42

Los valores de desviación estándar y varianza como medidas de dispersión de la variable PM10, revelan que en el horario de 6 a 23 tenemos una dispersión de datos mayor que en el horario de 24 a 5 y que en el mes de febrero la variación con respecto a la media es mayor. Además, en el caso de los valores promedio, en ninguno de los meses se rebasa el límite

máximo permitido, sin embargo, es de hacer notar que siendo un promedio en ciertas horas si es rebasado.

#### 4.2.1 Comportamiento de PM10

Para encontrar el modelo estadístico de comportamiento, se identificaron en la serie de tiempo de las partículas menores a 10  $\mu\text{m}$  (PM10) los componentes básicos: Tendencia, Estacionalidad, Ciclos y Residuos y la forma en que se conjugan en un análisis aditivo para establecer el modelo probabilístico y definir la tendencia en el comportamiento del contaminante PM10.

En primer lugar se muestra la evolución de la serie cronológica de las estaciones manejadas, en los horarios de 6 a 23 horas y 24 a 5 horas, ver figuras 4.1 y 4.2 respectivamente.

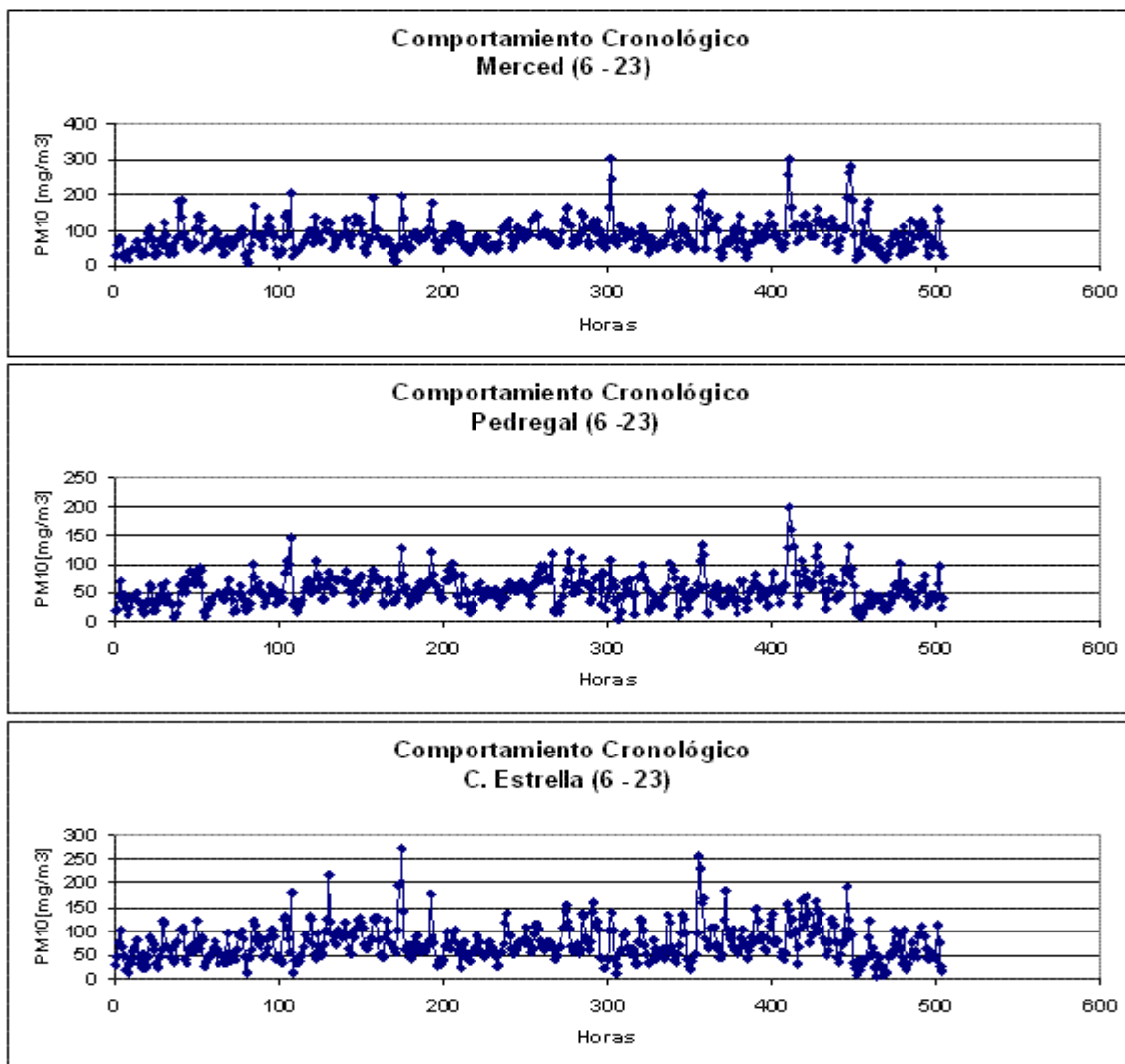


Figura 4.1 Comportamiento cronológico de PM10 en las estaciones Merced, Pedregal y Cerro de la Estrella de las 6 a las 23 horas.

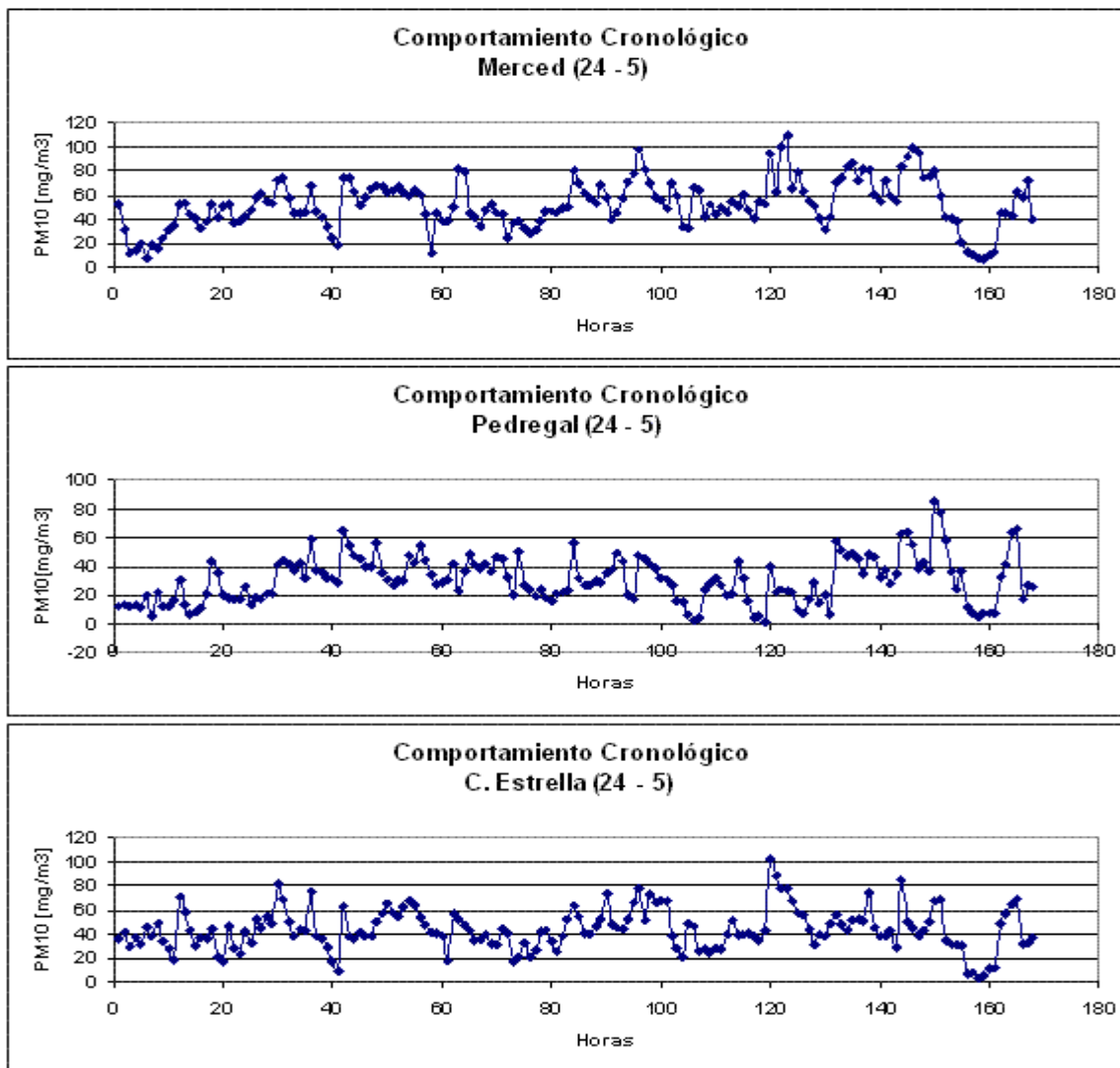


Figura 4.2 Comportamiento cronológico de PM10 en las estaciones Merced, Pedregal y Cerro de la Estrella de las 24 a las 5 horas.

Se puede observar en principio que en el horario de las 6 a las 23 horas se encuentran los mayores niveles de contaminación, en algunos casos por arriba de la norma ( $150 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ) principalmente en las estaciones que implican una mayor actividad antropomórfica (Merced y Cerro de la Estrella). En el horario de las 24 a las 5 horas se observa una disminución de los índices del contaminante aunque en el caso de las estaciones Merced y Cerro de la Estrella los niveles permanecen cercanos a  $100 \mu\text{g}/\text{m}^3$ . Se pone de manifiesto que la tendencia es prácticamente inapreciable, por la aparente horizontalidad del eje virtual de la serie, por otro lado la existencia de estacionalidad no es clara.

Se observa al comparar los resultados del análisis correspondiente a los días de la semana que en los horarios diurno y nocturno se presenta una diferencia aproximada de  $30 \mu\text{g}/\text{m}^3$ ,

del contaminante en el turno nocturno; asimismo, los mayores índices de contaminación se presentan los jueves, viernes y sábado (ver tabla 4.4).

Tabla 4.4. Valores promedio y máximos de PM10 durante la semana.

Día	Horario 6 - 23		Horario 24 - 5	
	Prom.	Máx.	Prom.	Máx.
Lunes	79	204	41	94
Martes	82	162	57	109
Miércoles	75	144	49	75
Jueves	94	299	60	98
Viernes	91	198	54	84
Sábado	87	277	59	99
Domingo	70	180	46	72

Aunque los valores promedio por día no rebasan la norma de  $150 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , se observa que hay horas donde este valor si es sobrepasado.

En la figura 4.3 se observa que los índices de PM10 durante la mañana permanecen debajo de la norma de  $150 \mu\text{g}/\text{m}^3$ , pero en la tarde se disparan los valores, una razón es el tráfico.

En el horario de 24 a 5 horas la concentración de partículas disminuye.

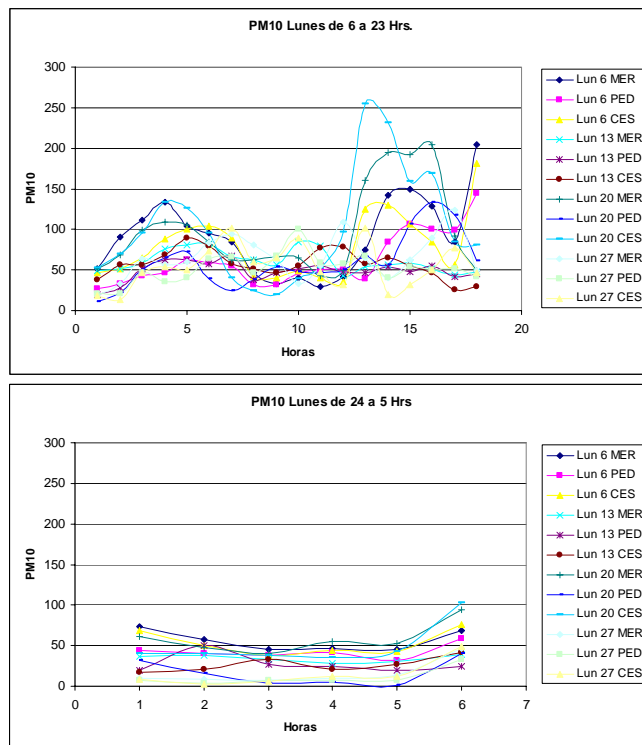


Figura 4.3 Comparación de PM10, lunes.

En la figura 4.4 se observa que por la mañana se tiene una concentración alta, pero que no sobrepasa la norma y en la tarde disminuye excepto en la estación Merced.

En el horario nocturno la concentración de PM10 baja, pero la estación Merced presenta índices altos.

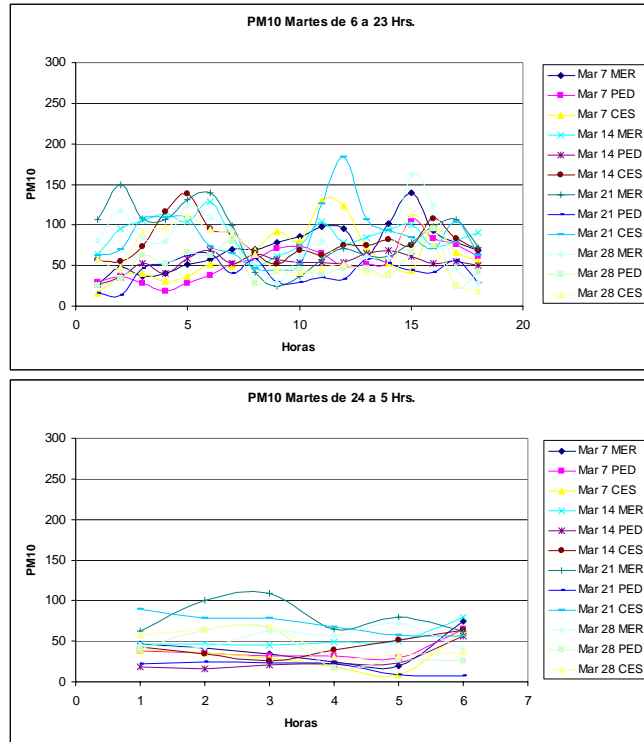


Figura 4.4 Comparación de PM10, martes.

El día miércoles figura 4.5 se presenta una alta concentración en la mañana y después de la 14:00 hrs. Se observa una disminución en todas las estaciones. con una marcada disminución por la noche permaneciendo casi constante en cada estación.

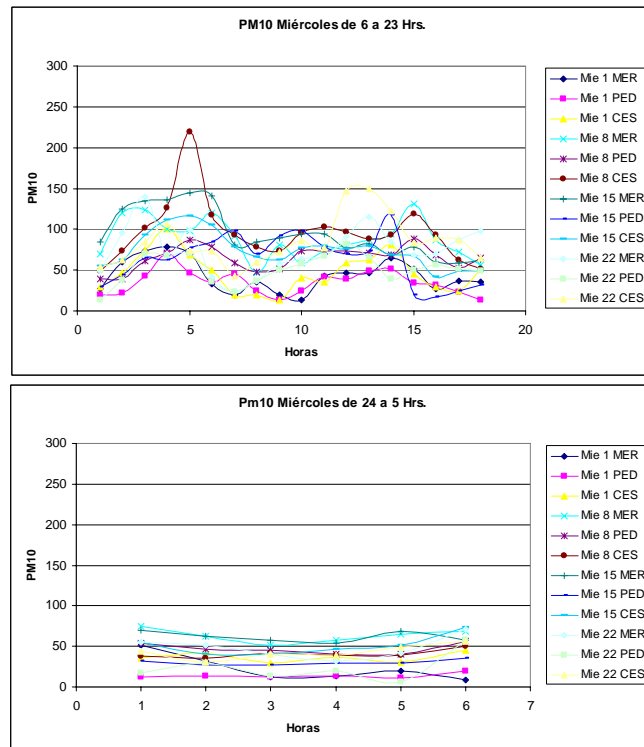


Figura 4.5 Comparación de PM10, miércoles.

En la figura 4.6 se observa que tanto en la mañana como en la tarde la concentración de partículas es elevada, en algunos casos sobrepasando la norma. Después las doce de la noche tienden a disminuir en todas las estaciones.

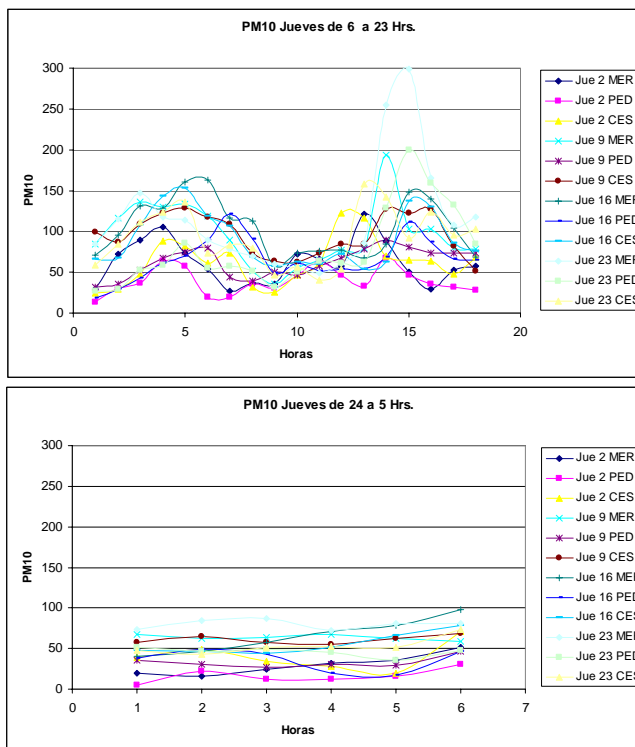


Figura 4.6 Comparación de PM10, jueves.

Para el día viernes figura 4.7 en las estaciones Merced y Cerro de la Estrella se presenta una elevada concentración de PM10 tanto en la mañana como en la tarde, la estación Pedregal se mantiene con valores por debajo de la norma.

Durante la noche la concentración de partículas disminuye en todas las estaciones.

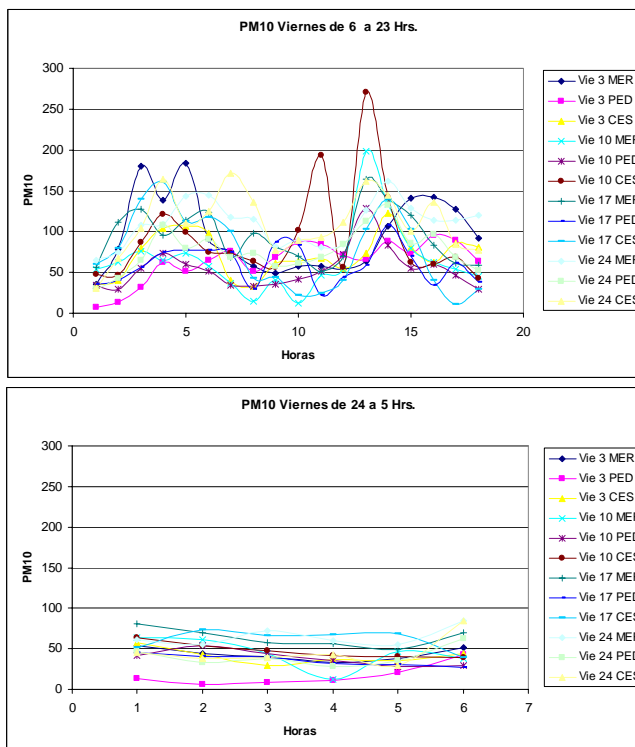


Figura 4.7 Comparación de PM10, viernes.

En la figura 4.8 se observa que para el día sábado la concentración de partículas permanece debajo de la norma en todas las estaciones hasta aproximadamente las 18:00 hrs., donde la estación Merced y Cerro de la Estrella presentan índices del contaminante elevados.

En el horario nocturno se aprecia como la concentración de partículas disminuye.

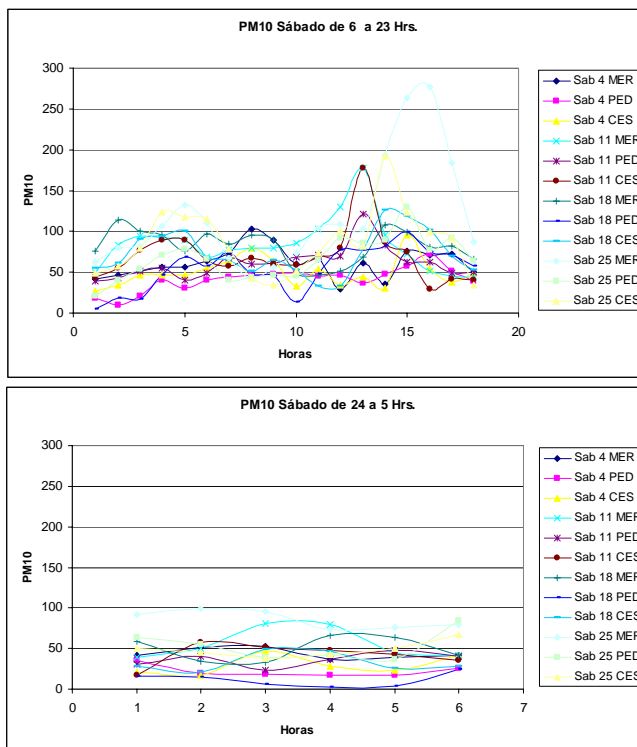


Figura 4.8 Comparación de PM10, sábado.

Para el día domingo figura 4.9 permanecen en el orden de 100  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  durante la mañana y parte de la tarde en todas las estaciones, salvo en la estación Merced que presenta concentraciones por arriba de la norma. Se observa que a partir de las 20:00 hrs. se presenta una disminución en los índices de PM10, permaneciendo casi constantes en todas las estaciones.

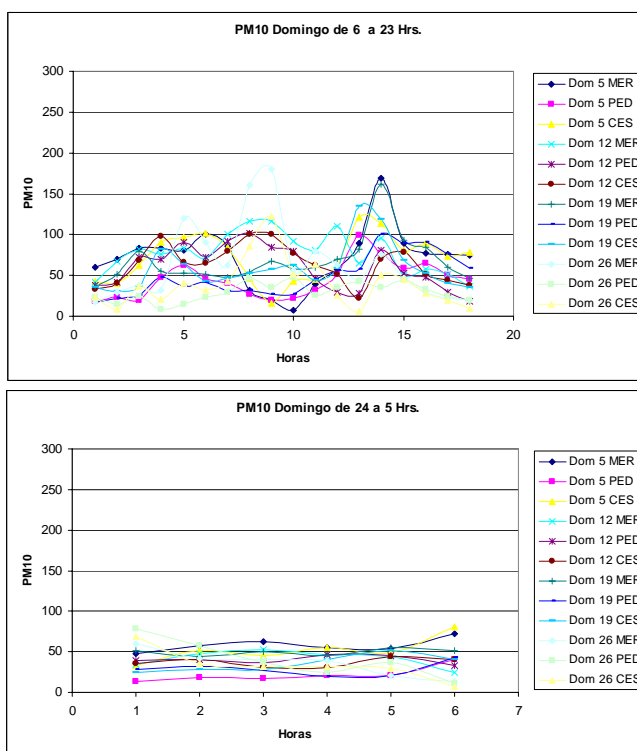


Figura 4.9 Comparación de PM10, domingo.

Se observa, al final de la jornada laborable, un aumento considerable de PM10 superando los valores de 150  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ .

Durante el horario de 6 a 23 existen intervalos de tiempo donde se presenta un incremento en la concentración de PM10, los cuales son de: 6:00 a 14:00 horas y de 16:00 a 23:00 horas, y en el horario de 14:00 a 16:00 horas la concentración disminuye.

En el horario de 24:00 a 5:00 horas en todas las estaciones se observa una disminución del contaminante, el cual comienza a incrementarse poco antes de las cinco de la mañana.

En el caso de los fines de semana (del viernes al lunes) (ver figura 4.10), los viernes inician con una alta concentración del contaminante durante el turno diurno, mismo que va disminuyendo hacia el turno nocturno. Las estaciones Merced y Cerro de la Estrella son las que presentan mayor índice de contaminación.

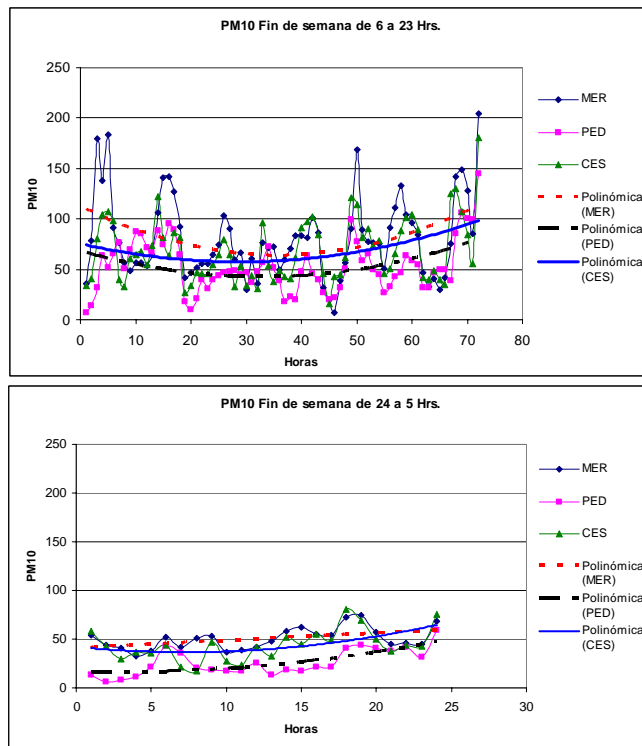
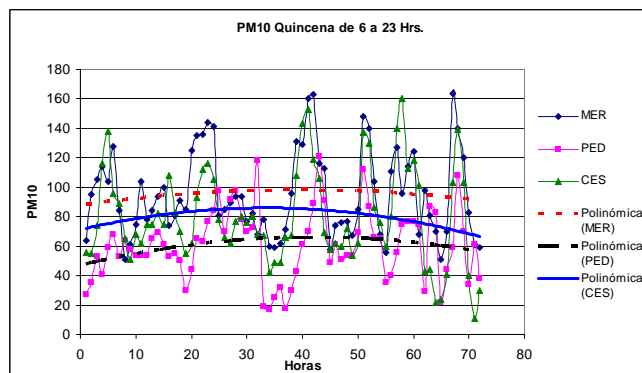


Figura 4.10. Fin de semana viernes-lunes y líneas de tendencia.

La denominada "quincena" (del día 14 al 17) muestra que el contaminante el día 15 se encuentra en sus mayores concentraciones en el turno diurno comparado con el día 14 que lo precede y el 16 que lo sigue; el turno nocturno durante la quincena muestra un aumento hacia las últimas horas





un aumento hacia las últimas horas de la madrugada (ver figura 4.11).

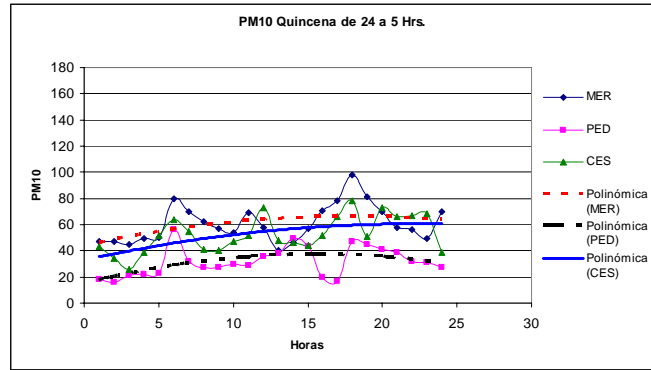


Figura 4.11. Quincena (14 al 17) y líneas de tendencia.

Finalmente las gráficas de la tendencia mensual (ver figura 4.12) confirman el aumento que se ha señalado durante la “quincena” y se muestra una divergencia en las tendencias durante el turno nocturno.

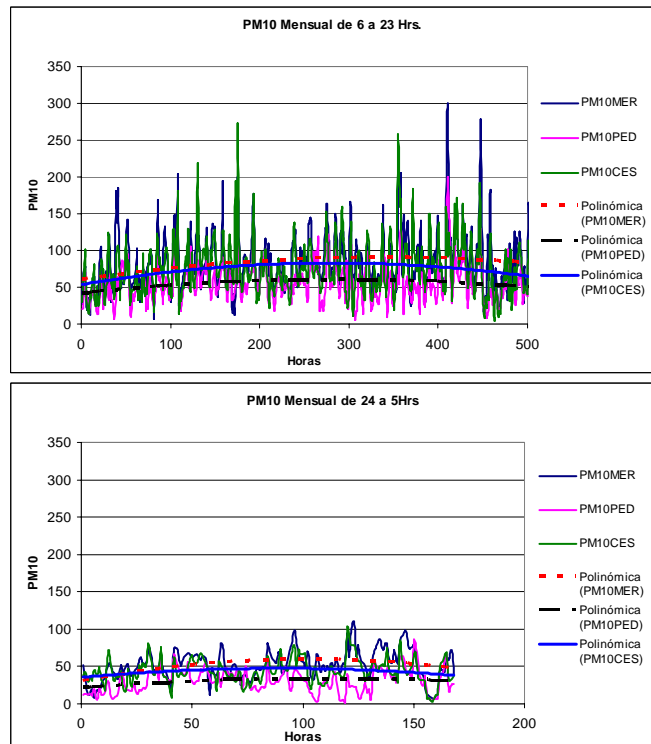


Figura 4.12. Concentración mensual y líneas de tendencia.

Los índices estadísticos calculados (ver tabla 4.5), muestran que la mayor variabilidad (de acuerdo a su desviación estándar y varianza) se presenta en la estación Merced (MER), seguida por la estación Cerro de la Estrella (CES); de la misma manera el rango más amplio es en la Merced. Los mayores índices de contaminación están más influenciados por la actividad de fin de semana que por la que corresponde a la “quincena”. Finalmente los valores mensuales tienen su mayor influencia por la actividad del fin de semana y muestra que mensualmente se encuentra el valor da mayor moda en el índice de contaminación.

Tabla 4.5. Índices estadísticos del muestreo de fin de semana, quincena y mes.

Estadístico	Fin semana			Quincena			Mes		
	CES	MER	PED	CES	MER	PED	CES	MER	PED
Promedio	68	80	53	80	95	61	75	83	55
Máximo	181	204	145	160	164	121	271	303	200
Mínimo	16	7	7	11	51	17	6	7	5
Desv. Prom.	25	30	20	26	24	18	29	30	19
Desv. Estándar	31	40	26	33	29	24	38	41	25
Moda	46	57	32	62	104	54	73	81	47
Varianza	939	1626	668	1061	865	565	1412	1712	644
Rango	165	197	138	149	113	104	265	296	195

#### 4.2.2 Correlación entre PM10 y parámetros meteorológicos

La figura 4.13, muestra la correlación entre los valores de PM10 en función de la temperatura. Se puede observar que en el caso de la temperatura existe una ligera influencia como se aprecia cuando se aplica la relación lineal y en el caso de la media móvil las curvas se conducen casi punto a punto, este efecto es similar en ambos horarios.

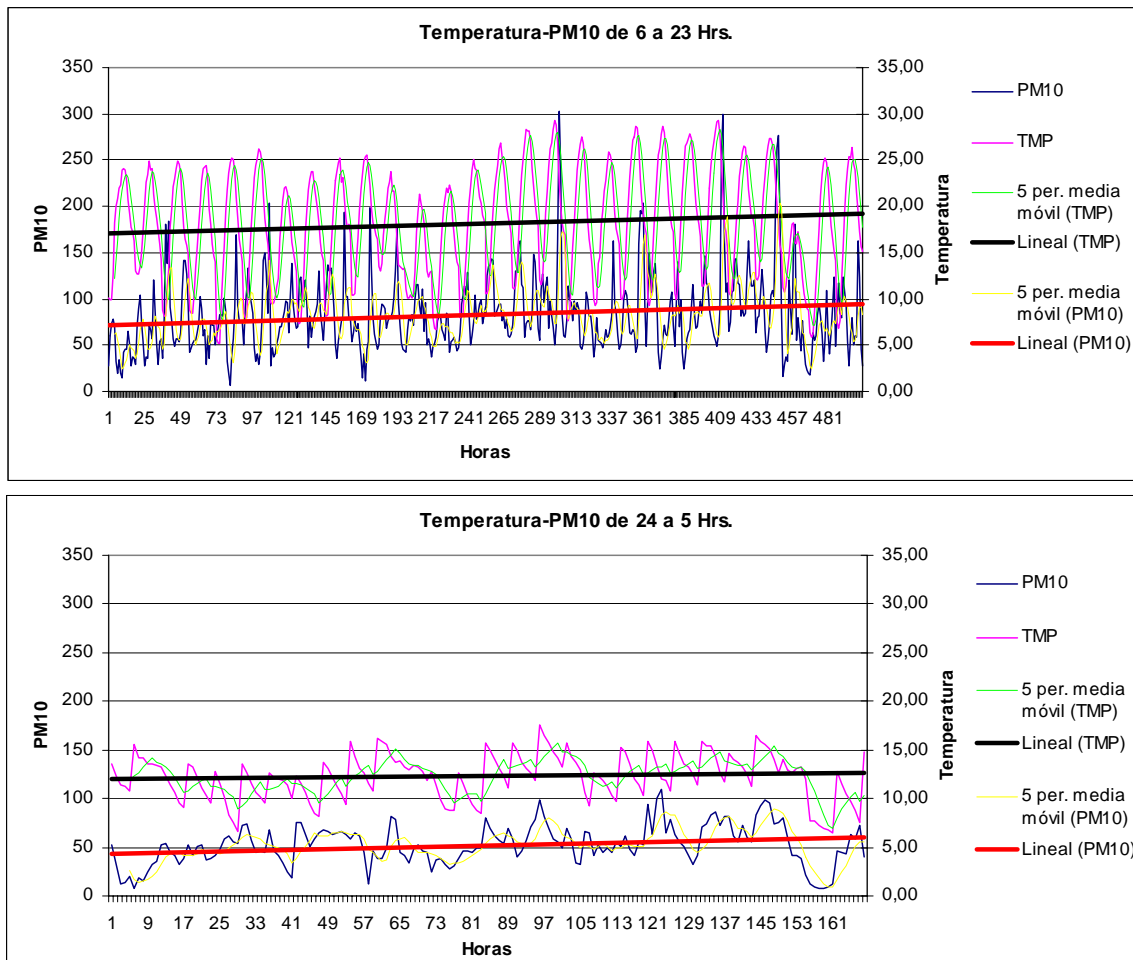


Figura 4.13. Relación horaria entre la concentración de PM10 y la temperatura.

La figura 4.14, muestra la correlación entre los valores de PM10 en función de la velocidad del viento. Se puede observar una ligera disminución de la concentración del contaminante PM10 conforme aumenta la velocidad del viento, en este caso la media móvil se desplaza ligeramente lo que indicaría que conforme la velocidad del viento aumenta la concentración del contaminante disminuye siendo este efecto más notorio durante el horario diurno.

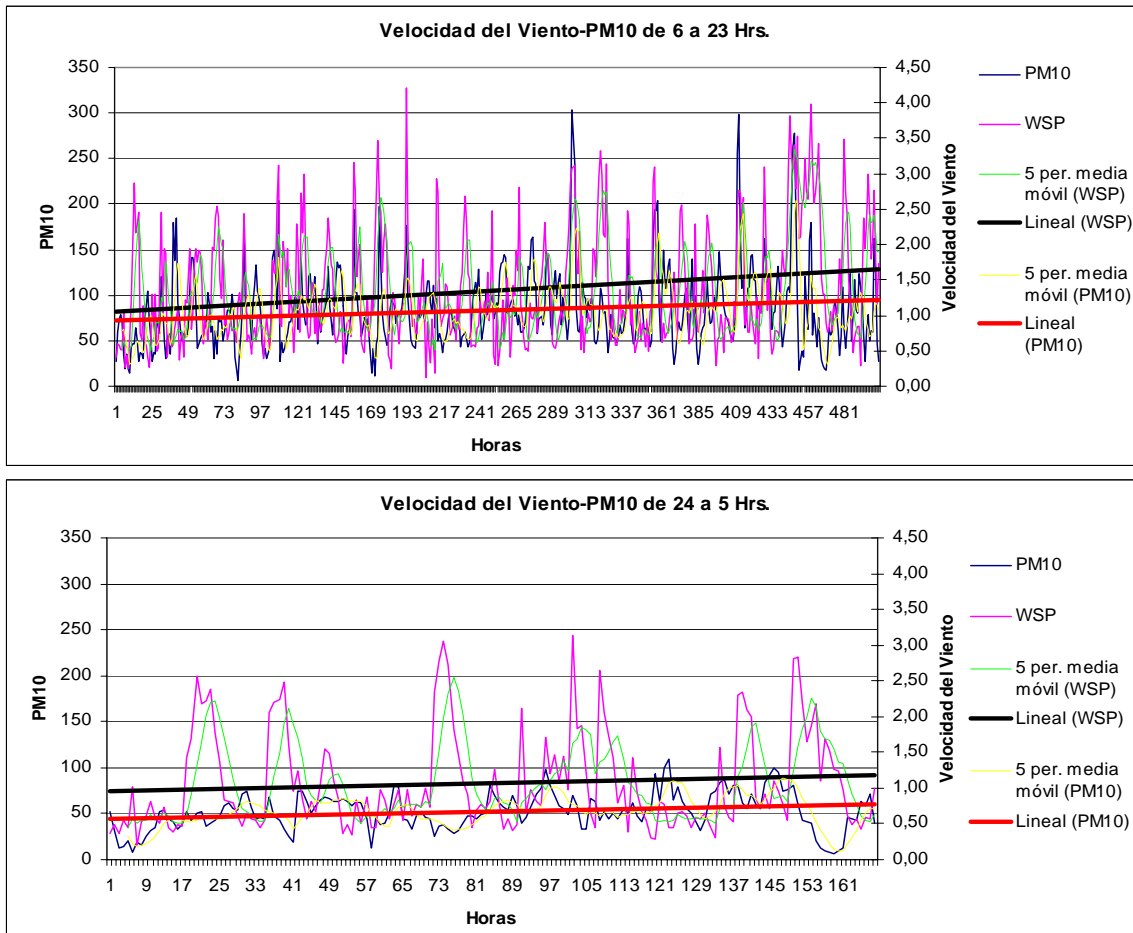


Figura 4.14. Relación horaria entre la concentración de PM10 y la velocidad del viento.

Las figuras 4.15, 4.16 y 4.17 muestran la correlación que existe entre la concentración de partículas PM10 y la temperatura, en las estaciones de monitoreo Merced, Pedregal y Cerro de la Estrella en el mes de febrero. Donde se puede observar, que se tiene una influencia relacionada con el horario más que con los valores de temperatura; en el turno diurno los valores están más dispersos a diferentes temperaturas.

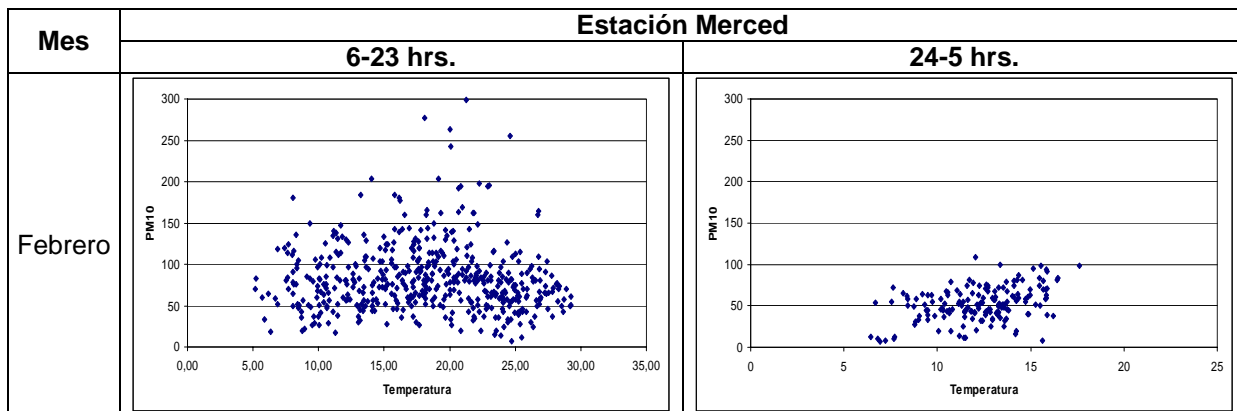


Figura 4.15 Concentración de PM10 con respecto a la temperatura en la estación Merced.

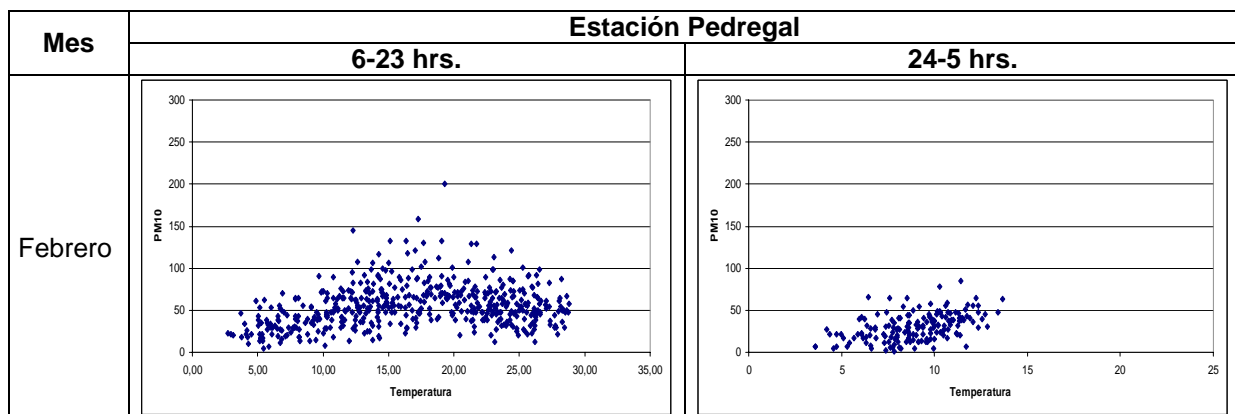


Figura 4.16 Concentración de PM10 con respecto a la temperatura en la estación Pedregal.

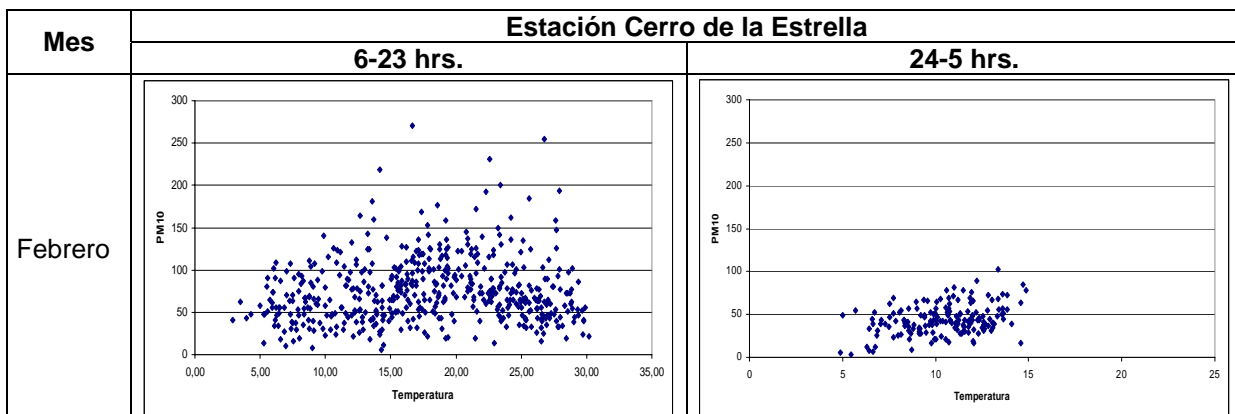


Figura 4.17 Concentración de PM10 con respecto a la temperatura en la estación Cerro de la Estrella.

En general observamos que la acumulación de las partículas en estudio en el rango de temperatura entre 12 y 27 grados para el horario de 6 a 23 hrs. presenta un valor de 0 a 70  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ . En el caso del horario nocturno (24 a 5 hrs) la acumulación mayor de partículas esta por abajo de 50  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  entre las temperaturas de 6 a 15 grados. Estos resultados son similares en los meses de febrero, mayo, agosto y noviembre en las estaciones de monitoreo elegidas; como se pueden ver en el Anexo B.

En las figuras 4.18, 4.19 y 4.20 se muestra la correlación que existe entre la concentración de partículas PM10 y la velocidad del viento. Se observa, que existe una mayor acumulación de partículas entre menos velocidad del viento y los valores del contaminante oscilan entre 0 y 100  $\mu\text{g}/\text{m}^3$  en el turno diurno, mientras que en el turno nocturno los valores de PM10 están entre 0 y 50  $\mu\text{g}/\text{m}^3$ .

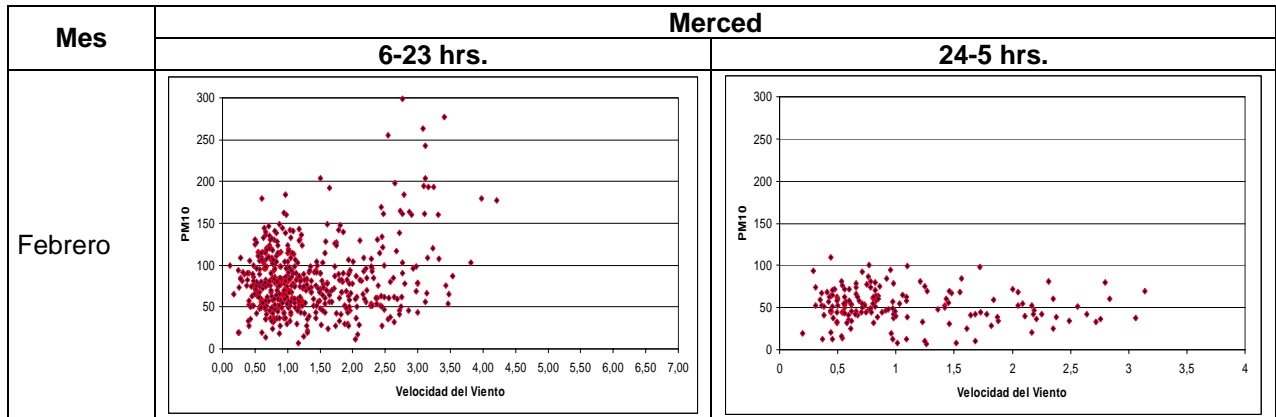


Figura 4.18 Concentración de PM10 con respecto a la velocidad del viento en la estación Merced.

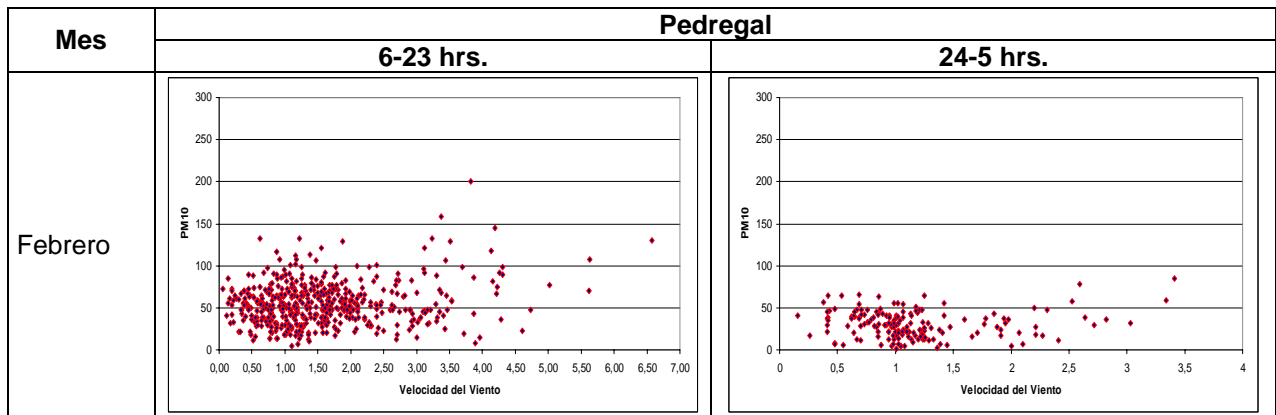


Figura 4.19 Concentración de PM10 con respecto a la velocidad del viento en la estación Pedregal.

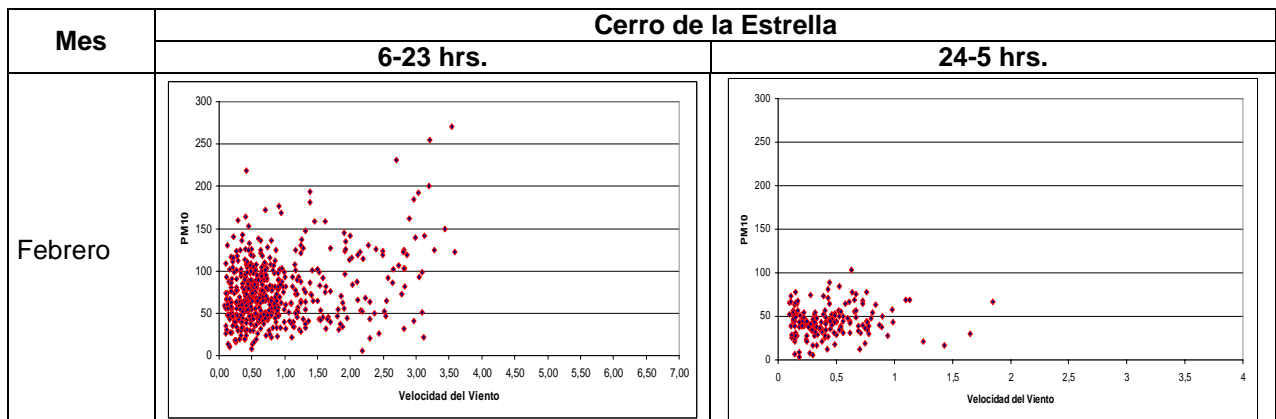


Figura 4.20 Concentración de PM10 con respecto a la velocidad del viento en la estación Cerro de la Estrella.

Cuando la velocidad del viento aumenta las partículas se dispersan, pero existen valores de PM10 que sobrepasan la norma.

Los resultados obtenidos en los meses de febrero, mayo, agosto y noviembre en las estaciones de monitoreo son similares; como se puede ver en el Anexo C.

El análisis visual del comportamiento cronológico no permite definir claramente el patrón de comportamiento para la aplicación de los modelos, se partirá aplicando un análisis por componentes aditivo.

### 4.2.3 Índices estacionales

Las fluctuaciones estacionales son variaciones que se repiten regularmente en un periodo de un año. Existen 2 objetivos generales para aislar el componente estacional de una serie cronológica. El primero es eliminar ese patrón a fin de estudiar las fluctuaciones cíclicas. La segunda finalidad es identificar factores estacionales, de esta manera que se puedan considerar en la toma de decisiones. Para probar y encarar los patrones estacionales, es necesario identificar y determinar primero la extensión de estas variaciones. La técnica más difundida para el análisis estacional es el método de la razón al promedio móvil.

La tabla 4.6 muestra los índices estacionales y la figura 4.21 permite visualizar que los días domingo, lunes, martes y miércoles se encuentran por debajo de la media semanal, mientras que jueves, viernes y sábado están por encima del promedio lo que indica una mayor concentración del contaminante los fines de semana.

Tabla 4.6 Índices estacionales.

Día	Total	Índice Estacional
Domingo	-0.145833333	-0.12584688
Lunes	-0.044871795	-0.02488535
Martes	-0.075	-0.05501355
Miércoles	-0.077635328	-0.05764888
Jueves	0.135416667	0.15540312
Viernes	0.047743056	0.06772951
Sábado	0.061594203	0.08158065
Total general	0.193080138/7 = 0.027582877	

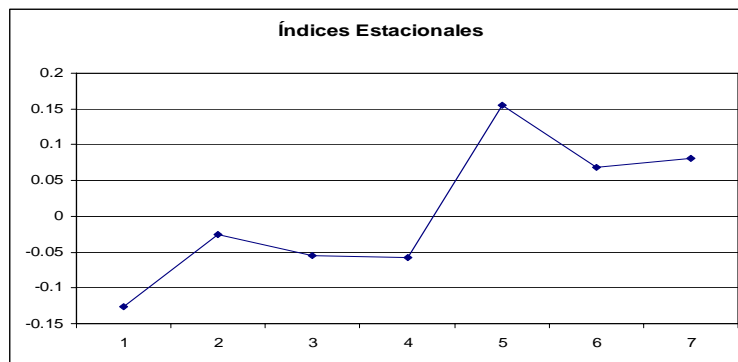


Figura 4.21 Índices estacionales por semana.

#### 4.2.4 Las medias móviles

El cálculo de las medias móviles, con un periodo  $p = 7$  y su representación gráfica (ver figura 4.22) no permiten, de manera clara, confirmar una estacionalidad, aunque aproximadamente cada 48 horas se presenta un pico del contaminante.

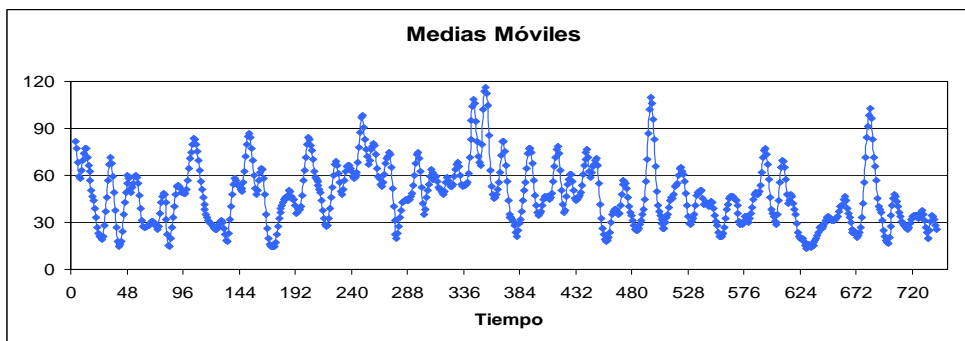


Figura 4.22 Medias móviles.

Tendencia. Al definir la tendencia (ver figura 4.23) el comportamiento del índice muestra que los días quince de cada mes se presenta un pico de contaminación.

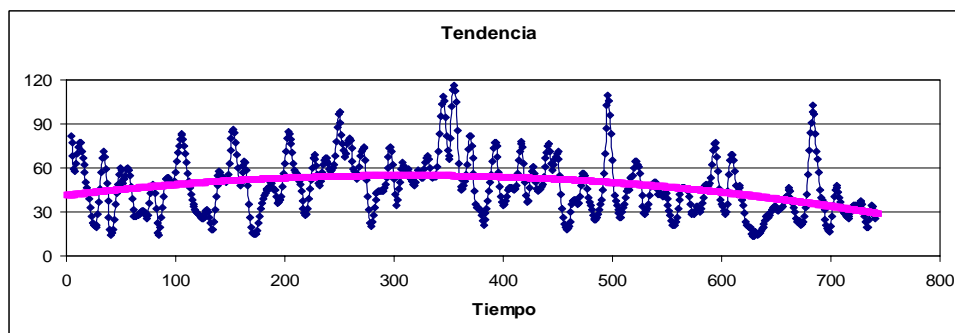


Figura 4.23 Tendencia.

Residuos. El modelo aditivo, de acuerdo a la gráfica de residuos no parece ser aplicable al análisis de esta serie de tiempo puesto que la mayoría de los valores se encuentran con errores entre 40 a 50 unidades tal como se puede observar en la figura 4.24.

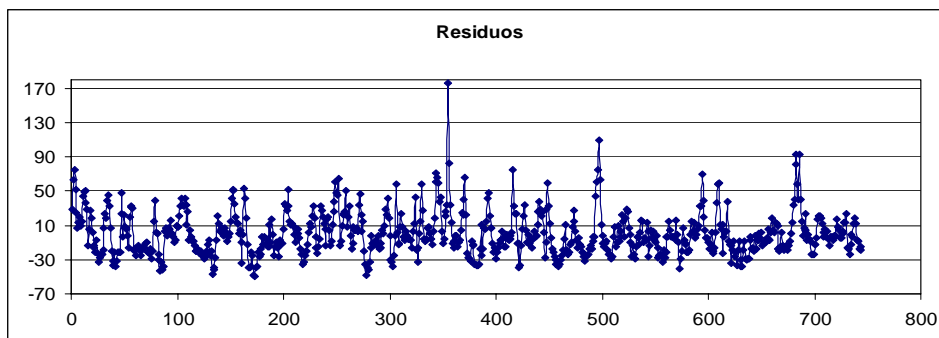


Figura 4.24 Gráfica de residuos.

La información contenida en la tabla 4.7 indica que el grado de asociación lineal entre la variable PM10 y la recta de regresión es 0.3552 y el porcentaje de variabilidad es 0.1262 con un error típico de 18.33; por lo que podemos decir que el ajuste no es perfecto ya que no todos los puntos se encuentran sobre la recta de regresión.

Tabla 4.7. Resumen de la estadística de regresión aplicada.

Estadísticas de la regresión	
Coeficiente de correlación múltiple R	0.355259052
Coeficiente de determinación R <sup>2</sup>	0.126208994
R <sup>2</sup> ajustado	0.123831331
Error típico	18.33428135
Observaciones	738

El método de análisis “aditivo” de la serie temporal, muestra que el comportamiento es más complejo y que no es posible a través de este método establecer un modelo de predicción adecuado.

A continuación se aplica el análisis no lineal de las series de tiempo lo que nos permitirá establecer de manera más fehaciente la complejidad del comportamiento de la contaminación por partículas menores a 10 µm (PM10), en la Zona Metropolitana del Valle de México.

### 4.3 Análisis dinámico no lineal

Se analizaron las series de tiempo y se estudiaron los resultados con el fin de caracterizar los registros de PM10, temperatura y velocidad del viento. Los índices más representativos para conocer la complejidad de los sistemas en estudio se muestran en las tablas 4.8, 4.9 y 4.10.



Tabla 4.8 Índices de registros de PM10 de las estaciones Cerro de la Estrella, Merced, y Pedregal.

		Febrero		Mayo		Agosto		Noviembre	
		6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.
Exponente de Hurst	<b>CE</b>	0.187	0.176	0.143	0.221	0.169	0.134	0.210	0.296
	<b>M</b>	0.186	0.238	0.127	0.181	0.182	0.190	0.191	0.282
	<b>P</b>	0.189	0.150	0.115	0.191	0.164	0.130	0.203	0.233
Exponente de Lyapunov	<b>CE</b>	0.576±0.085	0.584±0.136	0.615±0.079	0.564±0.093	0.616±0.071	0.447±0.132	0.611±0.072	0.405±0.115
	<b>M</b>	0.585±0.088	0.516±0.114	0.597±0.080	0.582±0.142	0.591±0.064	0.573±0.116	0.636±0.068	0.508±0.127
	<b>P</b>	0.570±0.077	0.510±0.149	0.642±0.071	0.430±0.123	0.663±0.067	0.540±0.119	0.600±0.068	0.484±0.151
Entropía	<b>CE</b>	0.601	0.712	0.563	0.283	0.384	0.597	0.478	0.303
	<b>M</b>	0.561	0.441	0.378	0.532	0.568	0.494	0.561	0.460
	<b>P</b>	0.574	0.613	0.567	0.377	0.510	0.633	0.592	0.494
Dimensión de Capacidad	<b>CE</b>	1.904±0.594	1.292±0.698	1.828±0.542	1.350±0.693	2.095±0.621	1.222±0.627	1.953±0.588	1.463±0.758
	<b>M</b>	1.595±0.497	1.453±0.785	1.605±0.476	1.247±0.640	1.792±0.531	1.212±0.622	1.923±0.579	1.544±0.805
	<b>P</b>	1.828±0.570	1.429±0.772	2.119±0.628	1.661±0.853	1.705±0.505	1.275±0.654	2.059±0.620	1.3500.704
Dimensión de Correlación	<b>CE</b>	4.078±0.146	5.456±0.456	4.747±0.130	4.370±0.370	4.526±0.526	5.500±0.450	4.326±0.247	4.923±0.923
	<b>M</b>	4.475±0.416	4.523±0.607	4.433±0.026	3.703±0.286	4.478±0.017	5.325±0.325	4.162±0.114	3.542±0.490
	<b>P</b>	4.395±0.180	4.775±1.171	4.417±0.417	5.874±0.555	4.127±0.011	5.186±0.572	4.159±0.073	4.125±0.125

**CE:** Cerro de la Estrella, **M:** Merced, **P:** Pedregal

Estudiando los resultados de la tabla 4.8 se observa que las estaciones Cerro de la Estrella y Pedregal muestran valores mayores del exponente de Hurst en los meses de febrero y agosto en el horario de 6 a 23 y en los meses de mayo y noviembre en el horario de 24 a 5, en la estación Merced los valores mayores de exponente de Hurst corresponden al horario de 24 a 5 en todos los meses del año. Estos resultados muestran que las PM10 son antipersistentes, aunque en la estación Merced en la noche los datos tienen una oscilación errática a lo largo del año; las estaciones Cerro de la Estrella y Pedregal mantienen un comportamiento similar en cuanto a la autosemejanza.

La entropía de Kolmogorov en las estaciones Cerro de la Estrella y Pedregal tiene valores más altos en los meses de febrero y agosto en el horario de 24 a 5 y en los meses de mayo y noviembre es mayor en el horario de 6 a 23; la estación Merced tiene valores más altos en todos los meses en el horario de 6 a 23 excepto en mayo. A partir de estos resultados podemos afirmar que los datos de las tres estaciones son caóticos, que en el horario de la noche las variables mantienen cierta información sobre la otra pero que en el horario de día se pierde la información.

En el mes de febrero todas las estaciones tienen casi los mismos valores del exponente de Lyapunov en los dos horarios; en los demás meses en el horario de 6 a 23 tienen los valores más altos. La sensibilidad a las condiciones iniciales del sistema conocida por los valores del exponente de Lyapunov marcan una tendencia al horario de día.

Las dimensiones tanto de capacidad como de correlación muestran los mismos resultados en todas las estaciones; la dimensión de capacidad muestra valores mayores en el horario de 6 a 23 y los valores mayores de dimensión de correlación en febrero y agosto son en el horario de 24 a 5 y en mayo y noviembre de 6 a 23. Los valores de las dimensiones nos permiten decir que la complejidad del sistema no es muy alta.

Tabla 4.9 Índices de registros de temperatura de las estaciones Cerro de la Estrella, Merced, y Pedregal.

		Febrero		Mayo		Agosto		Noviembre	
		6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.
Exponente de Hurst	<b>CE</b>	0.384	0.174	0.434	0.195	0.407	0.215	0.409	0.193
	<b>M</b>	0.388	0.175	0.428	0.182	0.403	0.229	0.419	0.187
	<b>P</b>	0.384	0.186	0.404	0.180	0.378	0.237	0.404	0.210
Exponente de Lyapunov	<b>CE</b>	0.390±0.076	0.525±0.181	0.480±0.060	0.555±0.131	0.489±0.074	0.480±0.135	0.387±0.077	0.445±0.169
	<b>M</b>	0.374±0.072	0.483±0.168	0.426±0.078	0.520±0.138	0.455±0.072	0.578±0.136	0.388±0.074	0.425±0.137
	<b>P</b>	0.404±0.075	0.469±0.162	0.478±0.073	0.575±0.136	0.529±0.078	0.387±0.140	0.453±0.077	0.404±0.209
Entropía	<b>CE</b>	0.466	0.672	0.401	0.651	0.397	0.567	0.466	0.417
	<b>M</b>	0.348	0.685	0.461	0.634	0.415	0.458	0.444	0.605
	<b>P</b>	0.525	0.723	0.444	0.528	0.349	0.303	0.480	0.505
Dimensión de Capacidad	<b>CE</b>	1.828±0.570	1.322±0.714	1.624±0.481	1.132±0.581	1.777±0.527	1.145±0.588	1.511±0.455	1.124±0.586
	<b>M</b>	1.839±0.573	1.350±0.729	1.624±0.481	1.069±0.549	1.777±0.527	1.132±0.581	1.792±0.540	1.124±0.586
	<b>P</b>	2.065±0.644	1.322±0.714	1.721±0.510	1.063±0.545	1.843±0.546	0.959±0.492	2.005±0.602	1.230±0.642
Dimensión de Correlación	<b>CE</b>	3.077±0.292	2.956±0.529	3.285±0.179	4.043±0.466	3.557±0.058	3.794±0.195	3.610±0.238	6.032±1.367
	<b>M</b>	3.236±0.506	3.191±0.203	3.650±0.346	2.766±0.294	3.748±0.000	3.999±0.340	3.171±0.290	3.196±0.666
	<b>P</b>	3.340±0.455	3.142±0.300	3.577±0.509	4.201±0.845	3.580±0.112	4.342±0.342	3.681±0.309	4.632±1.291

**CE:** Cerro de la Estrella, **M:** Merced, **P:** Pedregal

A partir de los resultados mostrados en la tabla 4.9 obtenidos de las series de tiempo de temperatura de las tres estaciones, se observa que los valores del exponente de Hurst siempre es mayor en el horario de 6 a 23 por lo que podemos decir que el sistema es más antipersistente en el día sin importar la estación del año.

Los valores de exponente de Lyapunov son más altos en el horario de 24 a 5 en todas las estaciones, la sensibilidad a las condiciones iniciales o divergencia es más notable en la noche.

La entropía de Kolmogorov en la estación Merced tiene valores más altos en todos los meses en el horario de 24 a 5; en la estación Cerro de la Estrella los resultados son más altos en febrero, mayo y agosto de 24 a 5 horas pero en noviembre es el horario de 6 a 23 donde se dan los valores más altos; la estación Pedregal tiene valores casi iguales en agosto y noviembre en los dos horarios, en febrero y mayo los valores más altos se dan en el día. La pérdida de información se da en la noche casi todos los meses del año.

Respecto a la dimensión de capacidad, los resultados de todas las estaciones son más altos de 6 a 23 horas pero no son significativos. Los valores de dimensión de correlación no muestran diferencias significativas entre las estaciones de monitoreo a lo largo del año y sus valores bajos determinan su baja complejidad.

Tabla 4.10 Índices de registros de velocidad del viento de las estaciones Cerro de la Estrella, Merced, y Pedregal.

		Febrero		Mayo		Agosto		Noviembre	
		6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.	6 a 23 hrs.	24 a 5 hrs.
Exponente de Hurst	<b>CE</b>	0.228	0.130	0.161	0.134	0.150	0.061	0.167	0.199
	<b>M</b>	0.192	0.225	0.181	0.180	0.135	0.243	0.238	0.275
	<b>P</b>	0.193	0.153	0.128	0.122	0.080	0.062	0.186	0.166
Exponente de Lyapunov	<b>CE</b>	0.607±0.081	0.516±0.186	0.679±0.080	0.412±0.158	0.690±0.070	0.608±0.113	0.559±0.075	0.533±0.161
	<b>M</b>	0.640±0.078	0.596±0.142	0.624±0.073	0.530±0.139	0.616±0.072	0.783±0.115	0.670±0.074	0.543±0.177
	<b>P</b>	0.589±0.072	0.555±0.126	0.617±0.072	0.521±0.121	0.550±0.067	0.502±0.150	0.629±0.070	0.582±0.126
Entropía	<b>CE</b>	0.533	0.469	0.471	0.399	0.470	0.647	0.489	0.508
	<b>M</b>	0.534	0.408	0.483	0.568	0.508	0.388	0.523	0.495
	<b>P</b>	0.331	0.393	0.525	0.429	0.428	0.331	0.497	0.579
Dimensión de Capacidad	<b>CE</b>	1.884±0.587	1.044±0.564	1.994±0.591	1.500±0.770	1.843±0.546	1.236±0.634	2.189±0.659	0.850±0.444
	<b>M</b>	2.000±0.624	1.522±0.822	2.033±0.602	1.161±0.596	2.124±0.629	1.282±0.658	2.044±0.616	1.477±0.771
	<b>P</b>	1.713±0.534	1.322±0.714	1.983±0.588	1.161±0.596	2.208±0.654	1.611±0.827	1.923±0.579	1.544±0.805
Dimensión de Correlación	<b>CE</b>	4.472±0.450	2.645±0.609	4.452±0.095	3.772±0.247	4.223±0.073	5.431±0.431	4.160±0.131	6.000±0.500
	<b>M</b>	4.254±4.254	3.833±0.061	4.281±0.027	4.267±0.916	4.424±0.148	5.645±1.205	4.065±0.018	4.718±0.625
	<b>P</b>	4.257±0.034	4.603±0.878	4.657±0.508	5.421±0.182	4.561±0.324	5.025±0.025	4.212±0.032	5.984±1.414

**CE:** Cerro de la Estrella, **M:** Merced, **P:** Pedregal

Estudiando los resultados de la tabla 4.10 se observa que las estaciones Cerro de la Estrella y Pedregal muestran valores mayores del exponente de Hurst en todos los meses en el horario de 6 a 23 excepto en noviembre y para la estación Merced los valores mayores de exponente de Hurst corresponden al horario de 24 a 5 en todos los meses del año. Estos resultados nos permiten suponer que las series de tiempo de velocidad del viento corresponden a un sistema antipersistente en el día y más persistente durante la noche en las estaciones de Cerro de la Estrella y Pedregal en cambio en la estación Merced el comportamiento es diferente.

La entropía de Kolmogorov en la estación Cerro de la Estrella tiene valores más altos en los meses de febrero y mayo en el horario de 6 a 23 y en los meses de agosto y noviembre es mayor en el horario de 24 a 5; la estación Merced tiene valores más altos en febrero, agosto y noviembre de 6 a 23 horas y en mayo de 24 a 5 horas; la estación Pedregal en febrero y noviembre de 24 a 5 horas tiene los valores más altos y en mayo y agosto de 6 a 23 horas. A partir de estos resultados podemos afirmar que los datos de las tres estaciones son caóticos, que en el horario de la noche las variables mantienen cierta información sobre la otra pero que en el horario de día se pierde la información.

En general, en todas las estaciones a lo largo del año los valores más altos de exponente de Lyapunov es en el horario de 6 a 23.

Las dimensiones tanto de capacidad como de correlación muestran los mismos resultados en todas las estaciones; la dimensión de capacidad muestra valores mayores en el horario de 6 a 23 y los valores mayores de dimensión de correlación en febrero y mayo son en el horario de 6 a 23 y en agosto y noviembre de 24 a 5. Los valores de las dimensiones nos permiten decir que la complejidad del sistema no es muy alta.

Comparando los gráficos obtenidos al reconstruir el sistema a partir de  $x'(t)$  vs  $x(t)$  y  $x(t-n)$  vs  $x(t)$ ; se encontró que al modificar algunos parámetros graficando  $x(t-n)$  vs  $x(t)$  la forma del atractor cambia, pero cuando obtenemos el gráfico en el espacio de fase a partir de  $x'(t)$  vs  $x(t)$  aún cuando se cambien algunos parámetros la forma del atractor no cambia; por lo cual se eligieron estos gráficos para el estudio de los sistemas.

Los gráficos que se obtuvieron al reconstruir el espacio fase a partir de las series de tiempo de PM10, y su diagrama de distribución de probabilidad para los dos horarios se muestran en las figuras 4.25 a 4.32.

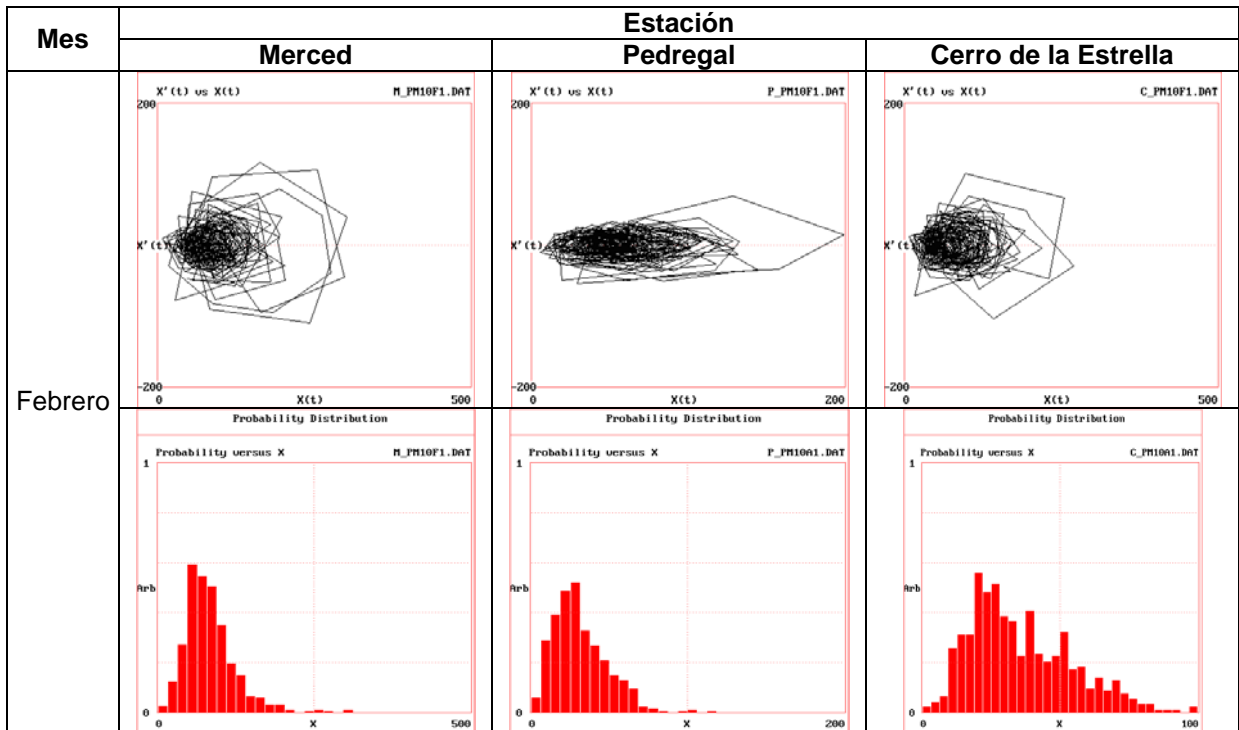


Figura 4.25 Atractores y Distribución de Probabilidad de PM10 en el horario de 6 a 23 hrs.

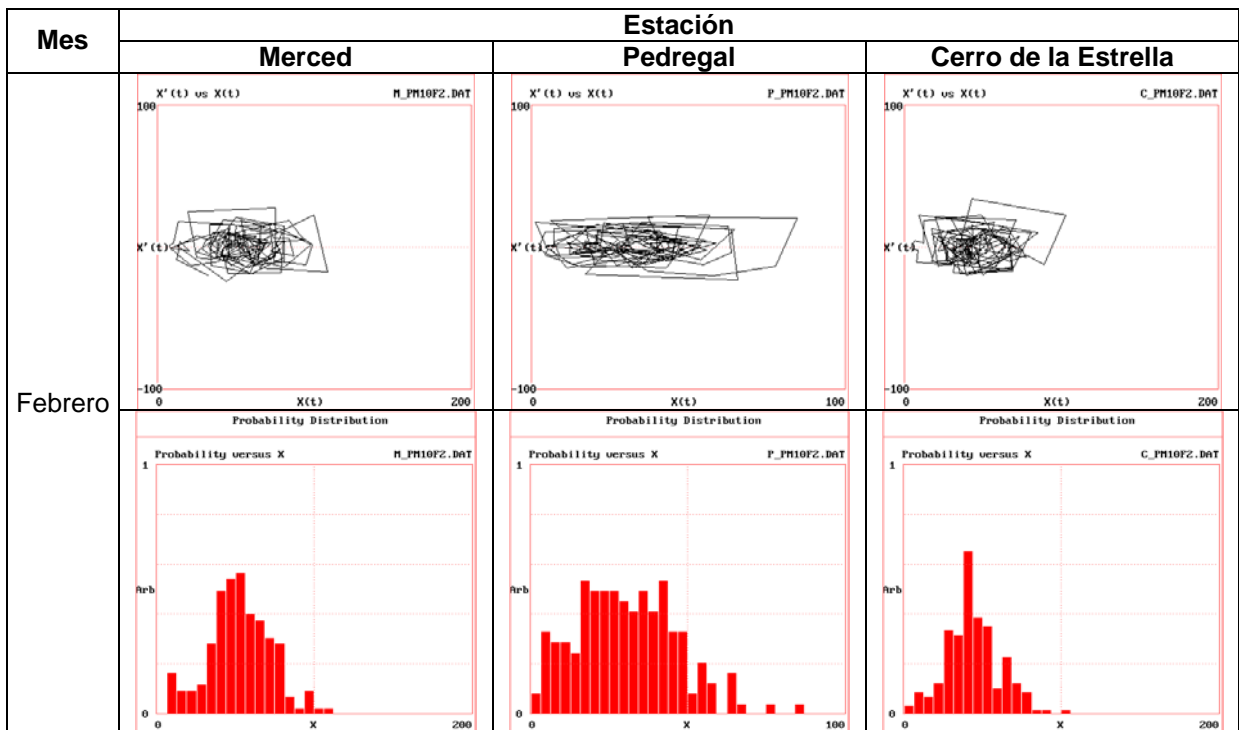


Figura 4.26 Atractores y Distribución de Probabilidad de PM10 en el horario de 24 a 5 hrs.

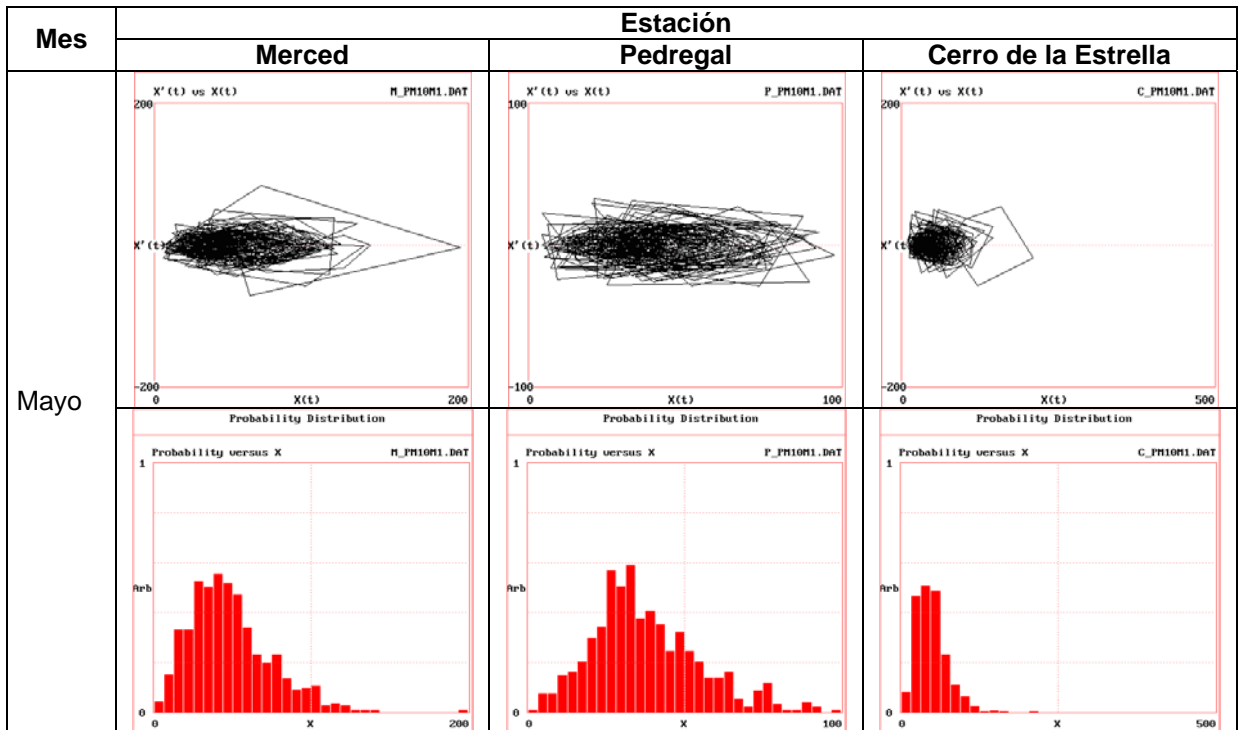


Figura 4.27 Atractores y Distribución de Probabilidad de PM10 en el horario de 6 a 23 hrs.

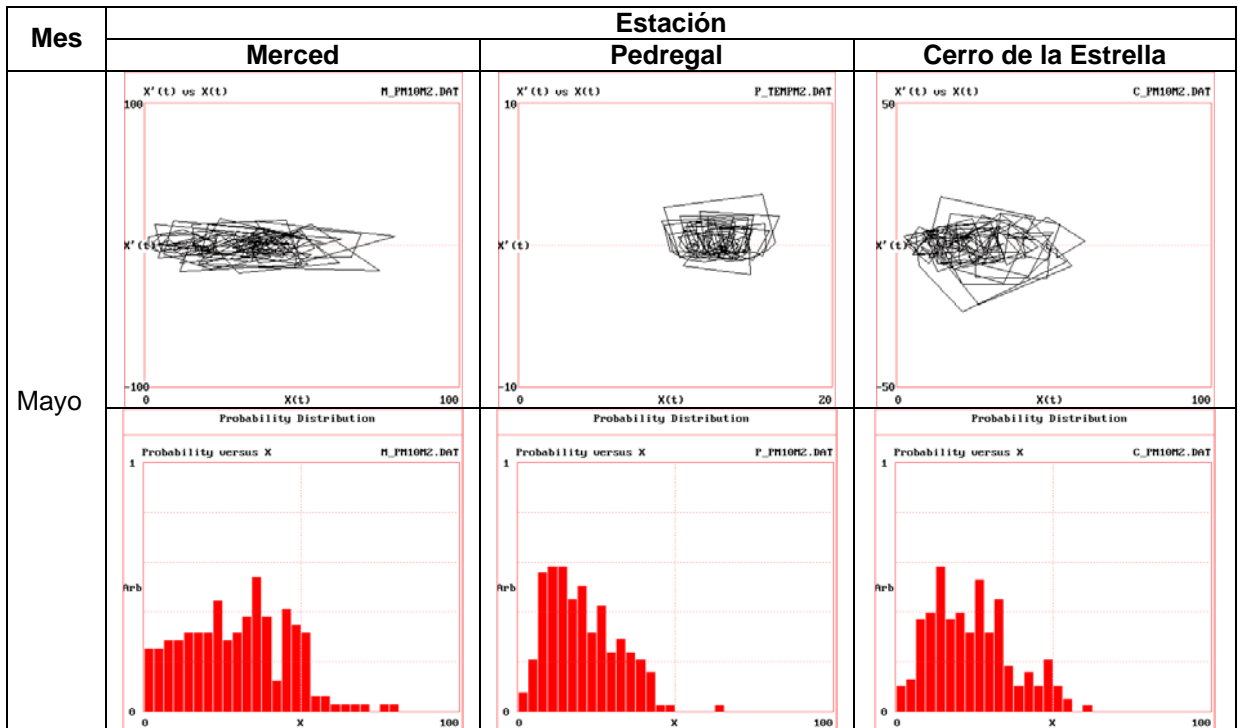


Figura 4.28 Atractores y Distribución de Probabilidad de PM10 en el horario de 24 a 5 hrs.



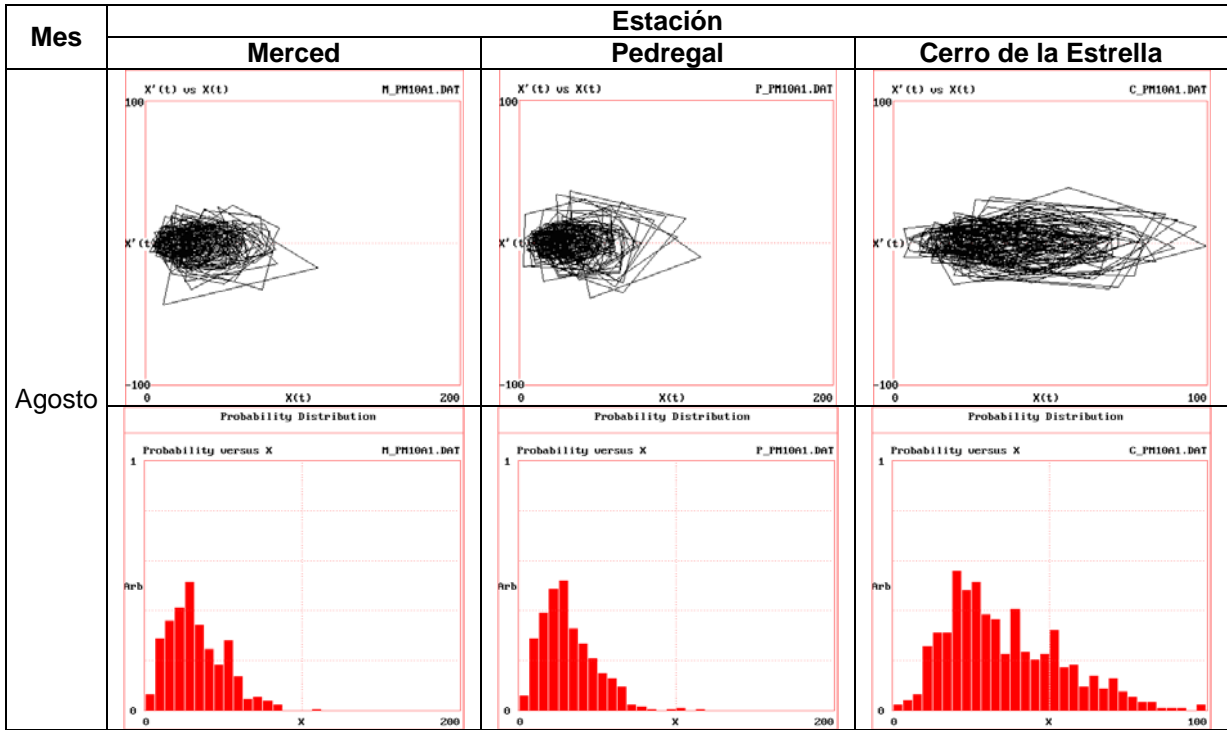


Figura 4.29 Atractores y Distribución de Probabilidad de PM10 en el horario de 6 a 23 hrs.

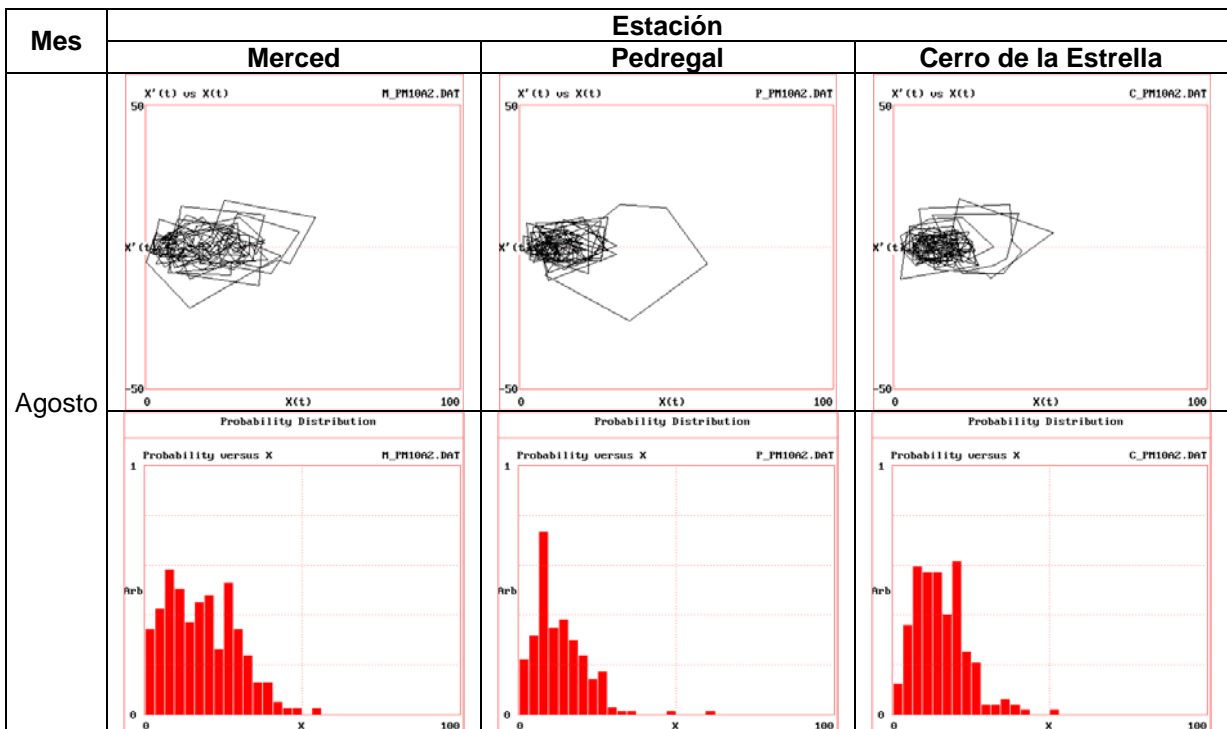


Figura 4.30 Atractores y Distribución de Probabilidad de PM10 en el horario de 24 a 5 hrs.

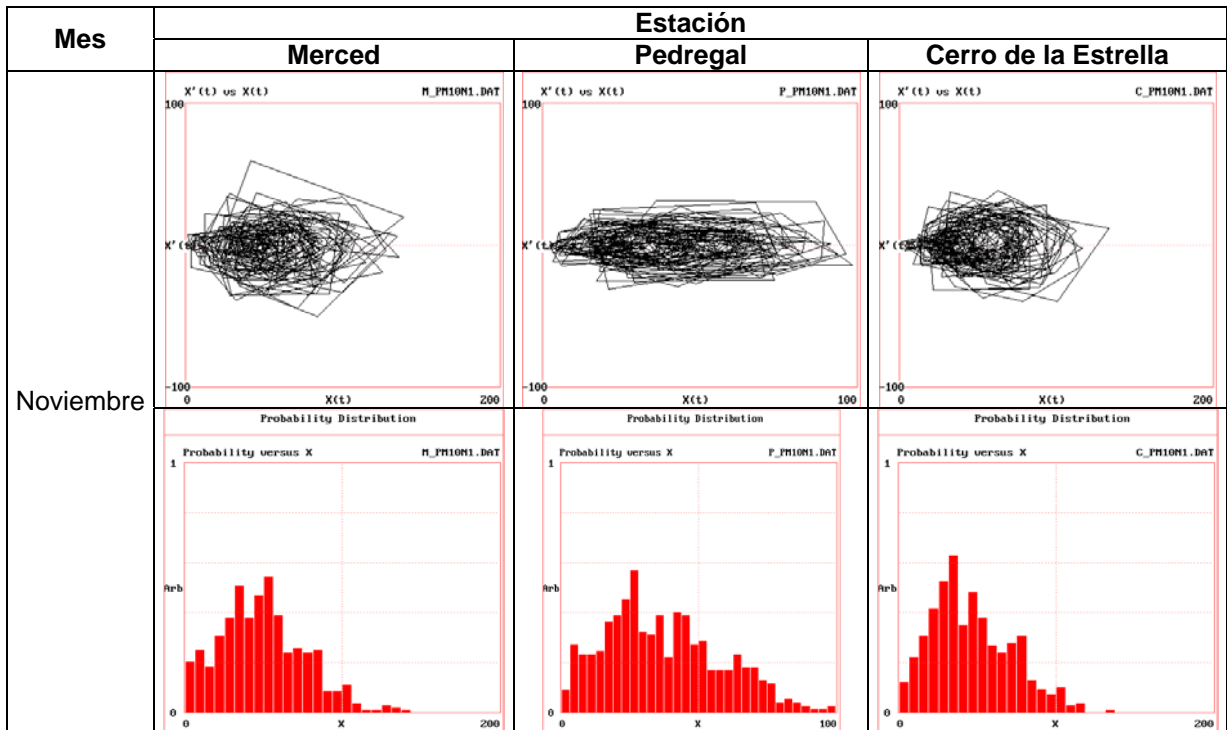


Figura 4.31 Atractores y Distribución de Probabilidad de PM10 en el horario de 6 a 23 hrs.

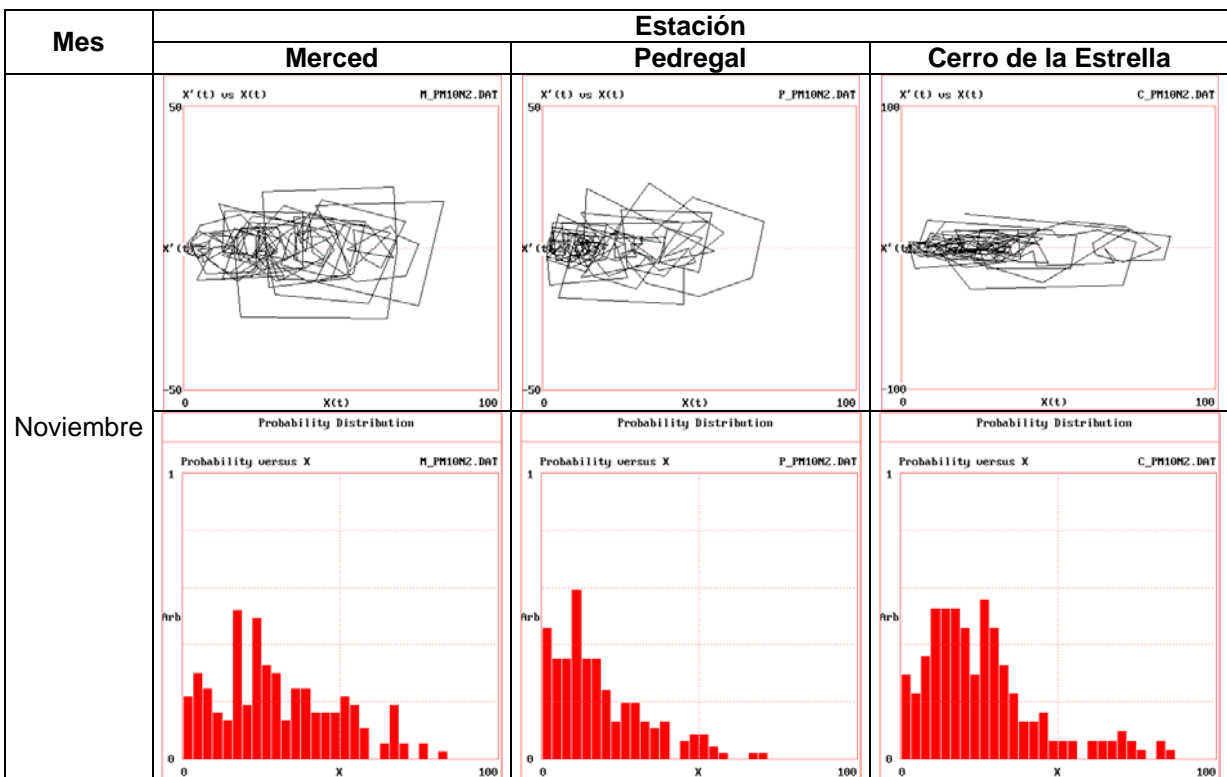


Figura 4.32 Atractores y Distribución de Probabilidad de PM10 en el horario de 24 a 5 hrs.

Estudiando las formas de los atractores obtenidos de las series de tiempo de PM10 observamos en los gráficos de todos los meses y todas las estaciones, que aun cuando en el horario de 6 a 23 tenemos más lecturas, el atractor se mantiene dentro del basin de atracción simplemente con una masa más densa. La posición de los gráficos en el espacio fase es la misma, cerca del origen a lo largo del eje x. La forma del atractor extraño que se obtuvo es caótica con cierto grado de periodicidad, ya que al filtrar los datos optimizando la funcional del proyector de la serie de tiempo original sobre una función de aproximación mediante la técnica de componentes principales [49] se observó que todos tendían a ciclo límite por lo que el comportamiento del sistema es caótico determinista; como también se puede observar en el diagrama de distribución de probabilidad, que según la clasificación de la figura 3.9 nos confirma que el sistema tiene un comportamiento caótico.

Los gráficos que se obtuvieron al reconstruir el espacio fase a partir de las series de tiempo de temperatura y sus diagramas de distribución de probabilidad se muestran en las figuras 4.33, 4.34, para los dos horarios, cabe aclarar que solo mostramos el mes de febrero, por que los diagramas son similares en los otros meses y estaciones, como se puede ver en el Anexo D.

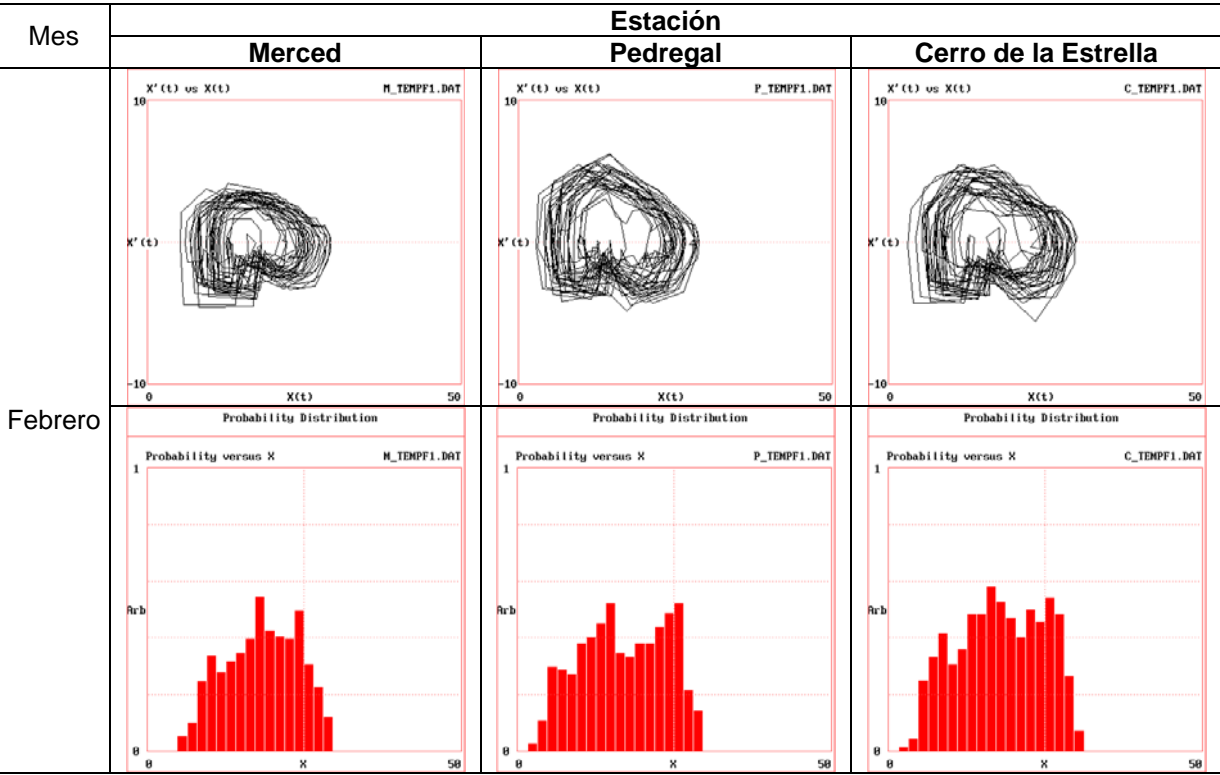


Figura 4.33 Atractores y Distribución de Probabilidad de temperatura en el horario de 6 a 23 hrs.

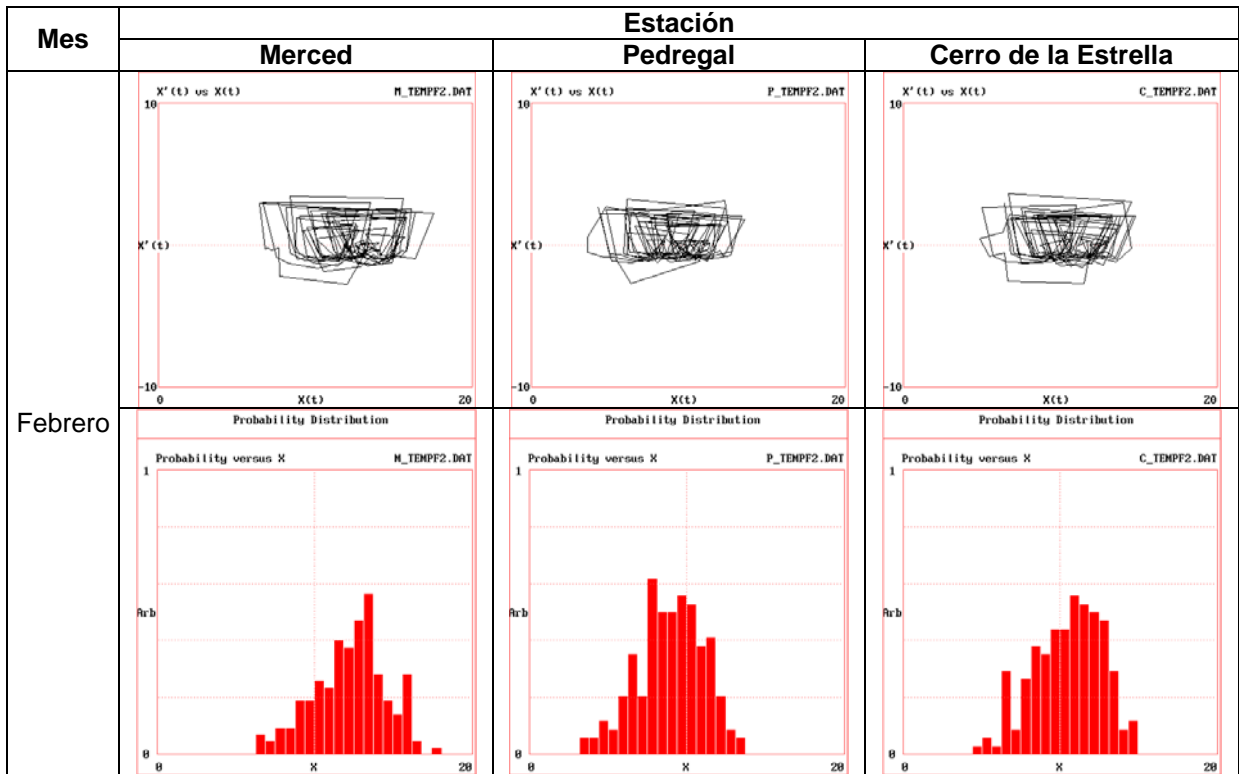


Figura 4.34 Atractores y Distribución de Probabilidad de temperatura en el horario de 24 a 5 hrs.

Los gráficos en el espacio fase obtenidos a partir de las series de tiempo de temperatura muestran, en todas las estaciones meteorológicas en el horario de 6 a 23 formas iguales en todos los meses del año, son atractores extraños caóticos pero con alto grado de periodicidad, la masa densa de puntos se encuentra uniformemente repartida en el basin de atracción y en los meses de noviembre el atractor está desplazado.

En el horario de 24 a 5 la forma del atractor es igual en todas las estaciones en todos los meses del año pero diferente a la de los atractores del horario de 6 a 23, tal vez porque los rangos de los datos son diferentes, pero la forma del atractor en todas las estaciones meteorológicas y en todas las estaciones del año indica un comportamiento periódico.

Los gráficos que se obtuvieron al reconstruir el espacio fase a partir de las series de tiempo de velocidad del viento se muestran en las figuras 4.35, 4.36, junto con su distribución de probabilidad. Se muestran solo los del mes de febrero, por que los diagramas son similares en los otros meses y estaciones, como se puede ver en el Anexo E.

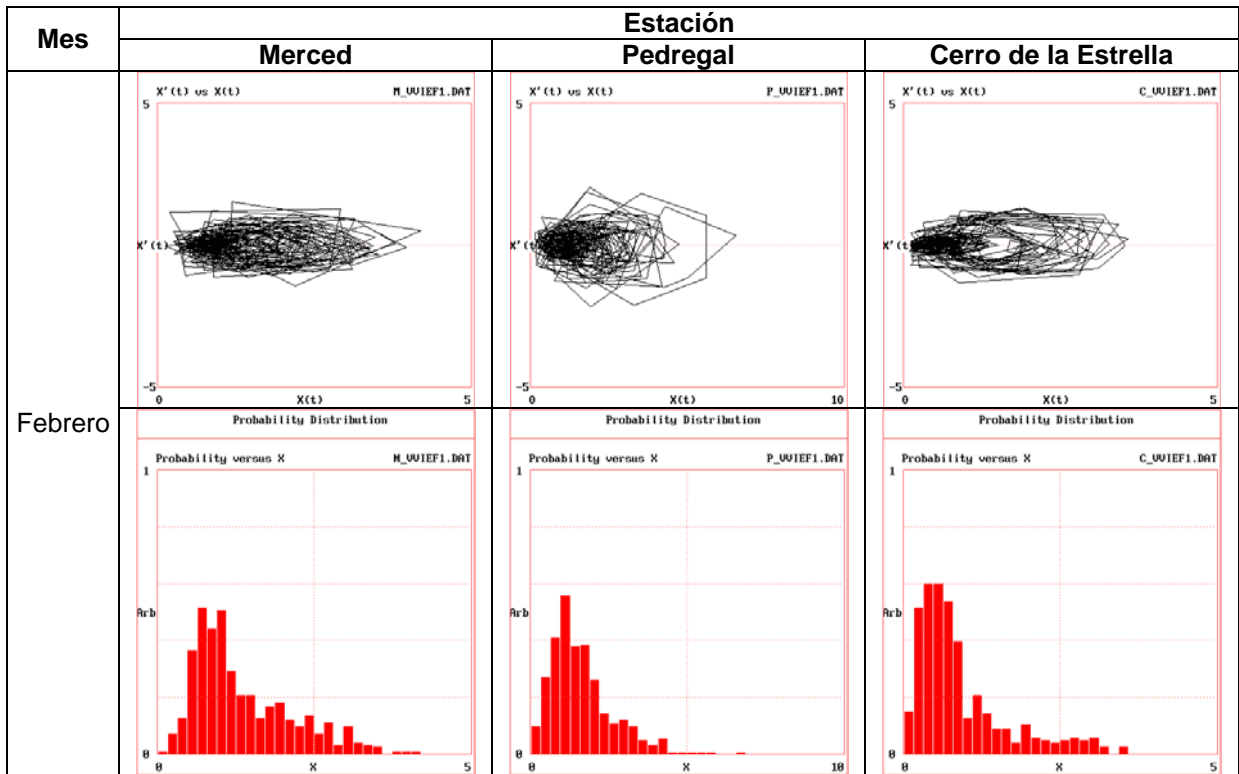


Figura 4.35 Atractores y Distribución de Probabilidad de velocidad del viento en el horario de 6 a 23 hrs.

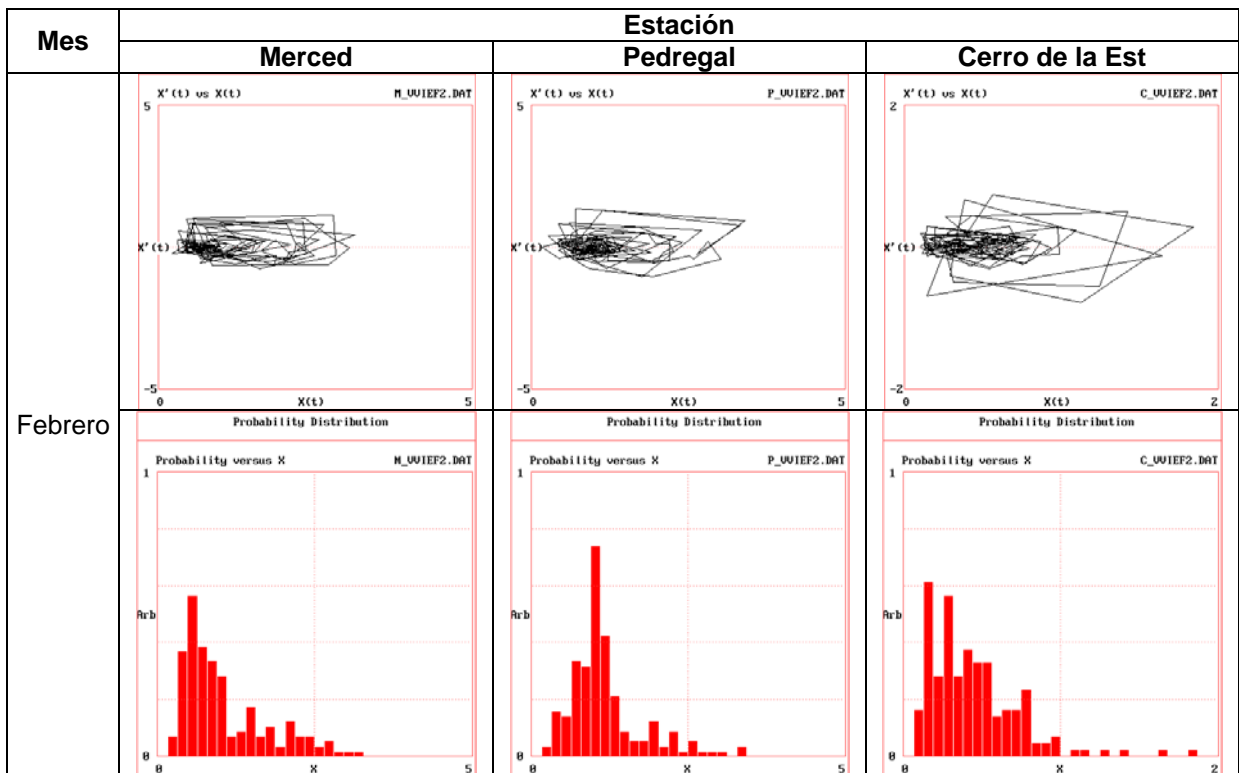


Figura 4.36 Atractores y Distribución de Probabilidad de velocidad del viento en el horario de 24 a 5 hrs.

Los atractores obtenidos a partir de graficar las series de tiempo de la velocidad del viento en todas las estaciones en estudio son caóticos y su posición es la misma, cerca del origen a lo largo del eje x. La forma y distribución de estos atractores es casi igual a la de los de PM10 por lo que podemos decir que son caóticos deterministas. Las distribuciones de probabilidad de las series de tiempo de velocidad del viento para ambos horarios nos muestra que tienen un comportamiento caótico en todas las estaciones ver Anexo E.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSIONES

Estudiando los resultados del análisis estadístico se encontró que los valores horarios de la concentración de material particulado PM10 presentan una dependencia a la temperatura y a los vientos dominantes como se muestra en los gráficos de las figuras 4.13 y 4.14. La dependencia se presenta de acuerdo a los turnos diurno (de 6 a 23 horas) y nocturno (de 24 a 5 horas) observándose una menor dispersión de datos de PM10 en el turno nocturno.

Durante los fines de semana la estación Merced y Cerro de la Estrella presenta picos de mayor concentración, a diferencia de la estación Pedregal que presenta menor concentración. Durante la quincena se observa, en todas las estaciones monitoreadas, un comportamiento similar en ambos turnos.

El método de análisis aditivo de la serie temporal, muestra que el comportamiento es más complejo y que no es posible a través de este método establecer un modelo de predicción adecuado.

El análisis no lineal de las series de tiempo nos permitió conocer más acerca del comportamiento del sistema, partículas menores a  $10\ \mu\text{m}$  (PM10), en la Zona Metropolitana del Valle de México. De acuerdo a los índices calculados podemos concluir que las series de tiempo de PM10 son antipersistentes y caóticas, donde la sensibilidad a las condiciones iniciales del sistema marcan una tendencia al horario de día, y la dimensión de correlación muestra que la complejidad del sistema no es muy alta. Según las formas de los atractores obtenidos de las series de tiempo de PM10 observamos que los gráficos son similares solo que en el horario de 6 a 23 se ve una masa más densa por tener más lecturas. La forma del atractor extraño que se obtuvo es caótica con cierto grado de periodicidad ya que los componentes principales desarrollan un gráfico de ciclo límite, por lo que podemos concluir que el comportamiento del sistema es caótico determinista.

De las series de tiempo de temperatura de las tres estaciones, podemos decir que el sistema es más antipersistente en el día sin importar la estación del año, la sensibilidad a las condiciones iniciales o divergencia es más notable en la noche, tienen baja complejidad y hay pérdida de información casi todos los meses del año en la noche. En el análisis gráfico de las series de tiempo de temperatura se concluye que, en todas las estaciones

meteorológicas se tiene un comportamiento caótico determinista con alto grado de periodicidad.

Los resultados muestran que las series de tiempo de velocidad del viento corresponden a un sistema antipersistente en el día y más persistente durante la noche, en las estaciones de Cerro de la Estrella y Pedregal, en cambio, en la estación Merced, el comportamiento es diferente; podemos afirmar que los datos de las tres estaciones son caóticos, que en el horario de la noche las variables mantienen cierta información sobre la otra pero que en el horario de día se pierde la información. En general, en todas las estaciones a lo largo del año los valores más altos de exponente de Lyapunov es en el horario de 6 a 23 y la complejidad del sistema no es muy alta ya que la dimensión de correlación tiene valores bajos. En el análisis gráfico de las series de tiempo de la velocidad del viento se encuentra que en todas las estaciones en estudio, el comportamiento es caótico, la forma y distribución de los atractores es casi igual a la de los de PM10 por lo que podemos decir que el comportamiento es caótico determinista.

Las distribuciones de probabilidad de las series de tiempo de PM10, temperatura y velocidad del viento para ambos horarios nos muestra que tienen un comportamiento caótico en todas las estaciones.

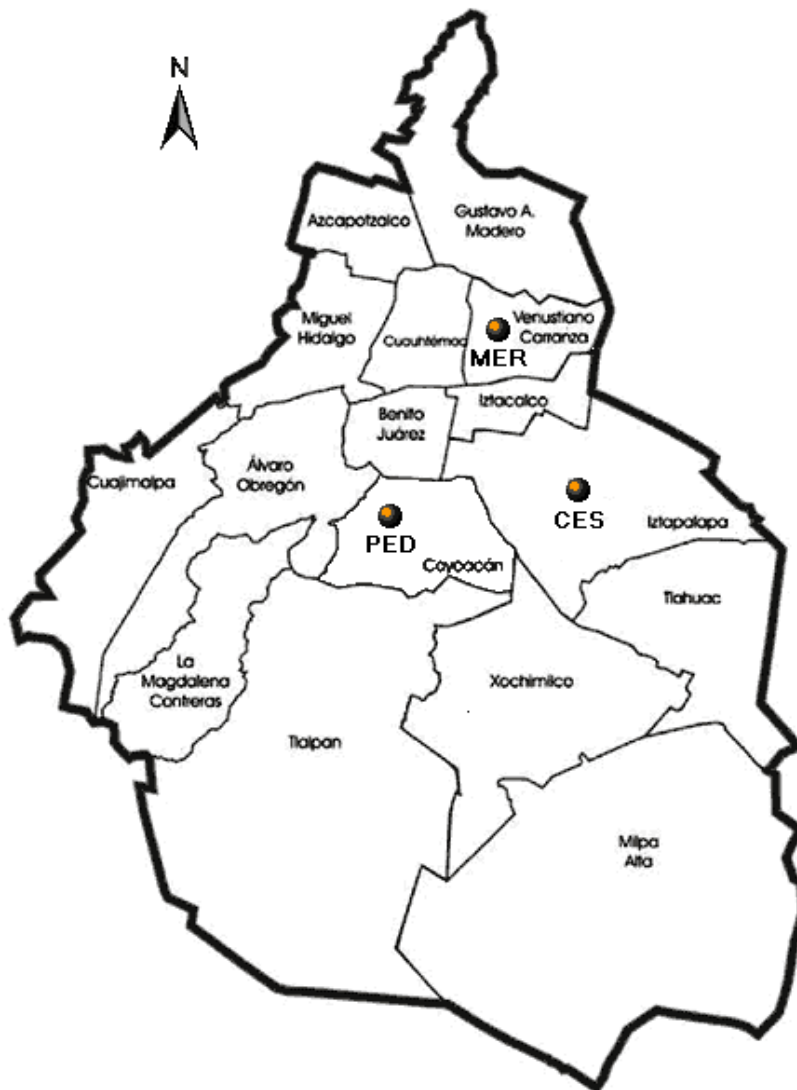
Al analizar los resultados obtenidos en este estudio, podemos concluir en forma general, que las PM10 tienen un comportamiento caótico determinístico con gran sensibilidad a las condiciones iniciales y que la temperatura y la velocidad del viento no influyen en forma significativa en la concentración de estas. El tráfico vehicular, la densidad poblacional y las zonas erosionadas, son factores que influyen en la contaminación por PM10; se deberá analizar el comportamiento dinámico de todos los elementos que contribuyen a la contaminación atmosférica del Valle de México, para que con este conocimiento implementar modelos que nos permitan predecir las emisiones de los contaminantes.



## ANEXOS

### ANEXO A

Localización de las estaciones de monitoreo atmosférico Merced, Pedregal y Cerro de la Estrella de Zona Metropolitana del Valle de México



#### Merced (MER)

Zona: CE

Tipo: Centro Urbano

Altura de Toma de Muestra: 4.5 m.

latitud: 19° 25' 27.792" longitud: 99° 07' 09.397"

Dirección: Centro de Salud "Luis E. Ruiz" Avenida Congreso de la Unión No. 148, Colonia Merced Balbuena, Delegación Venustiano Carranza, México D.F. CP 15860.

**Localización:** La Estación de Monitoreo (EM) se localiza en la azotea del Centro de Salud (inmueble de un nivel de construcción).

**Entorno:** El Centro de Salud "Luis E. Ruiz" se encuentra en un área urbana, principalmente habitacional y comercial con escuelas de educación básica, canchas deportivas y parques con vegetación de temporal. Se ubica sobre la Avenida Congreso de la Unión que presenta circulación en ambos sentidos y flujo vehicular alto de autos particulares, microbuses, autobuses, pick-up, camiones de carga, trailers y motocicletas. A 200 m al sureste de la EM se encuentran los campos de tiro de la policía.

**Parámetros de Monitoreo:**

**Red Automática de Monitoreo:** SO<sub>2</sub>, CO, NO<sub>2</sub>, O<sub>3</sub>, PM<sub>10</sub>, PM<sub>2.5</sub>

**Red Manual:** PST, PM<sub>10</sub>, Pb, PM<sub>2.5</sub>

**Red Meteorológica:** TMP, HR, VV, DV, UVA, UVB

**Red Depósito Atmosférico:** Ninguno

**Pedregal (PED)**

**Zona:** SO

**Tipo:** Urbano

**Altura de Toma de Muestra:** 4.5 m.

**latitud:** 19° 19' 29.045" **longitud:** 99° 12' 13.377"

**Dirección:** Escuela Primaria "John F. Kennedy" Calle Cañada No. 370 esquina con Avenida Cráter, Colonia Pedregal de San Ángel, Delegación Álvaro Obregón, México D.F. CP 01900.

**Localización:** La Estación de Monitoreo (EM) se encuentra a nivel del piso en el patio posterior de la Escuela, al este de las aulas de clase.

**Entorno:** La Escuela Primaria "John F. Kennedy" se encuentra en un área urbana, principalmente habitacional que cuenta con áreas verdes. Se ubica en la esquina de la calle Cañada y Avenida Cráter. Estas vialidades presentan flujo vehicular bajo de autos particulares y autobuses escolares.

**Parámetros de Monitoreo:**

**Red Automática de Monitoreo:** SO<sub>2</sub>, CO, NO<sub>2</sub>, O<sub>3</sub>, PM<sub>10</sub>

**Red Manual:** PST, PM<sub>10</sub>, Pb

**Red Meteorológica:** TMP, HR, VV, DV, UVA, UVB, GR

**Red Depósito Atmosférico:** Ninguno

**Cerro de la Estrella (CES)**

**Zona:** SE

**Tipo:** Urbano

**Altura de Toma de Muestra:** 3.7 m.

**latitud:** 19° 20' 09.184" **longitud:** 99° 04' 28.829"

**Dirección:** Planta de Tratamiento de Aguas Negras "Cerro de la Estrella". Calzada San Lorenzo s/n, Colonia Paraje San Juan, Delegación Iztapalapa, México D.F. CP 90830.

**Localización:** La Estación de Monitoreo (EM) se localiza a nivel del piso en la entrada de la Planta de Tratamiento.

**Entorno:** La Planta de Tratamiento de Aguas Negras “Cerro de la Estrella” del Gobierno del Distrito Federal (GDF) se encuentra en un área urbana, principalmente habitacional con algunos comercios y servicios. Se ubica sobre la Calzada San Lorenzo que presenta circulación en ambos sentidos y flujo vehicular alto de autos particulares, taxis, microbuses, autobuses y camiones de carga. A 4 m al sur de la EM se localiza un estacionamiento perteneciente al Sistema para el Desarrollo Integral de la Familia (DIF) con capacidad para más de 50 camiones.

**Parámetros de Monitoreo:**

**Red Automática de Monitoreo:** SO<sub>2</sub>, CO, NO<sub>2</sub>, O<sub>3</sub>, PM<sub>10</sub>

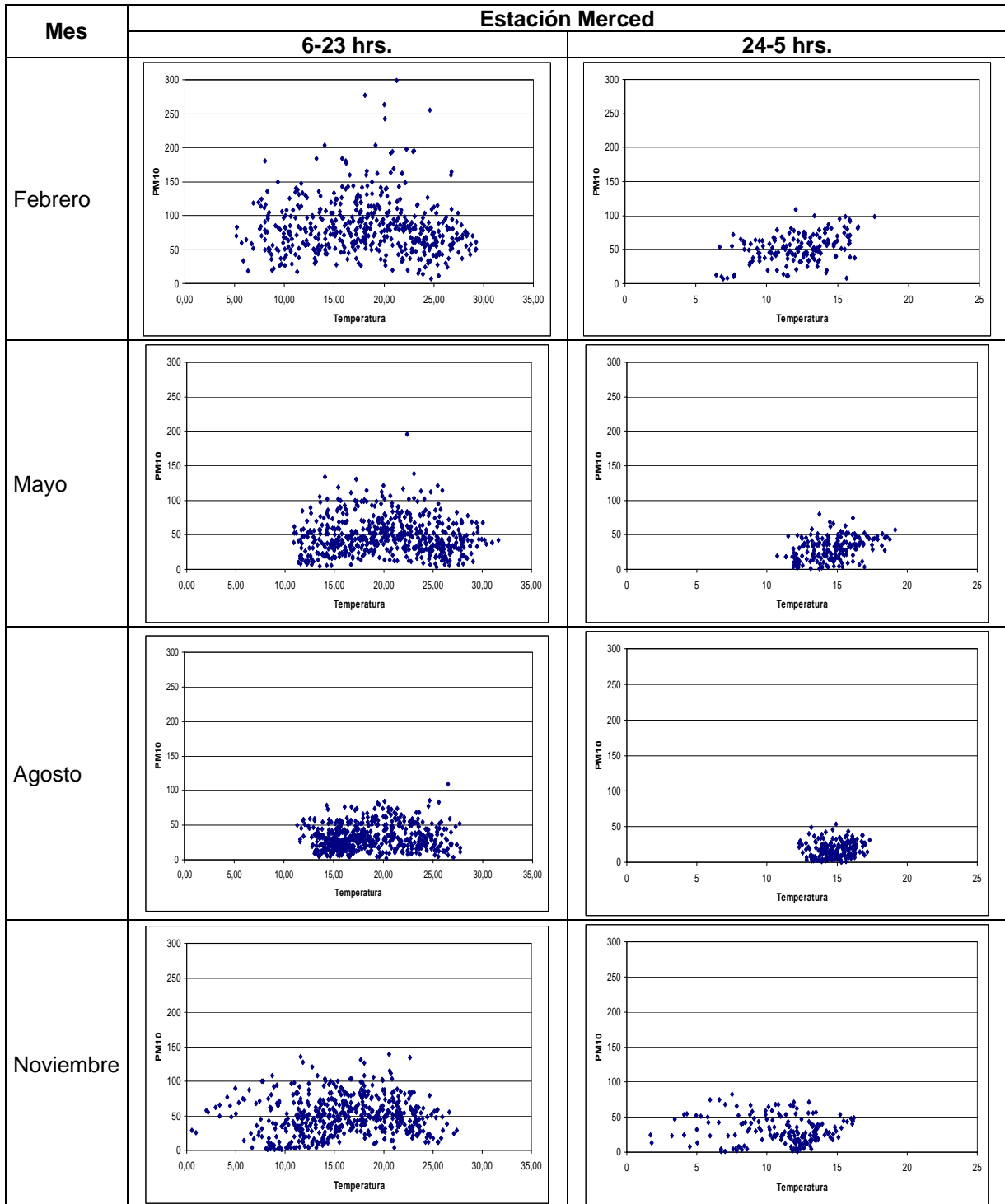
**Red Manual:** PST, PM<sub>10</sub>, Pb

**Red Meteorológica:** TMP, HR, VV, DV

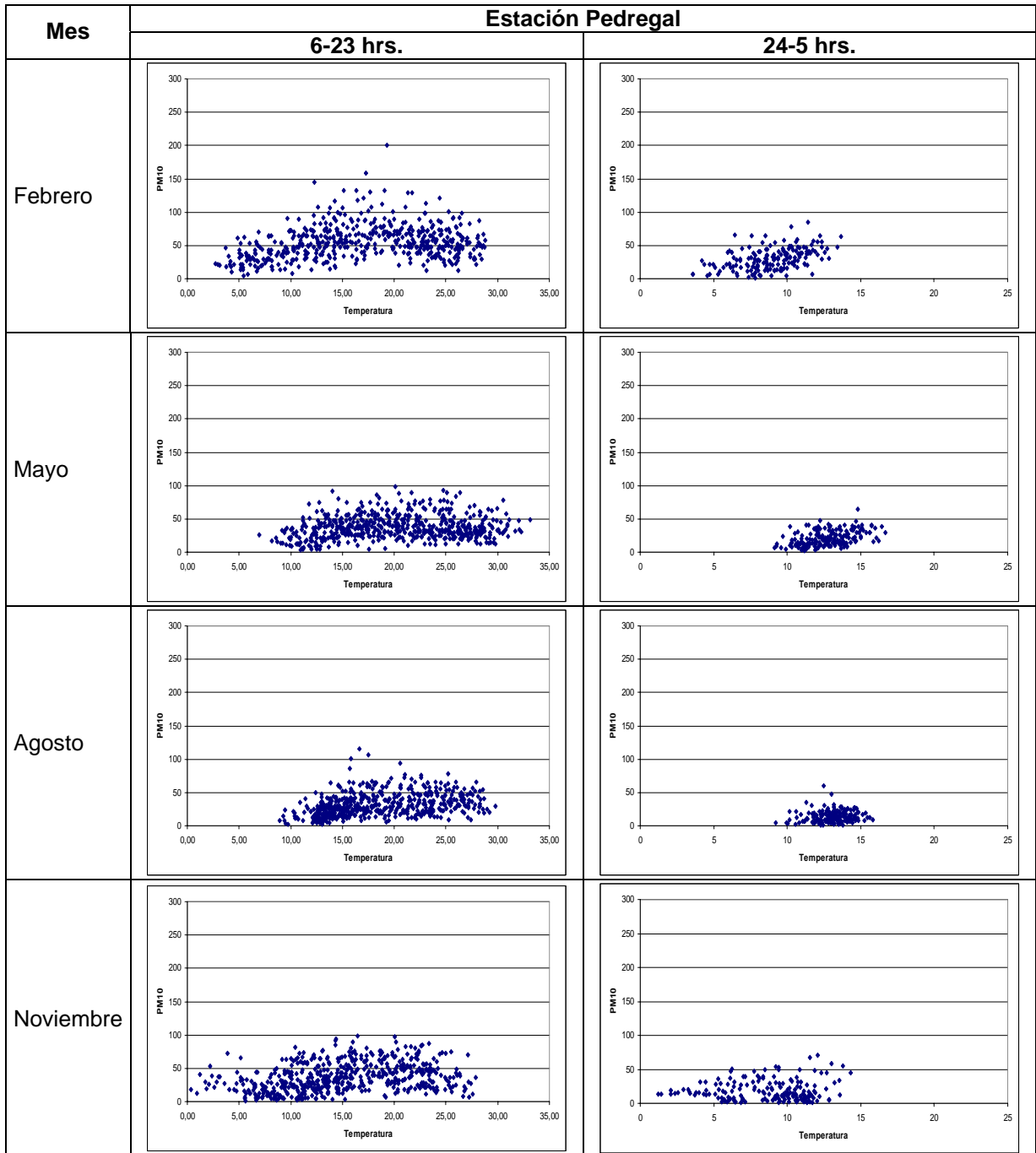
**Red Deposito Atmosférico:** Ninguno

# ANEXO B

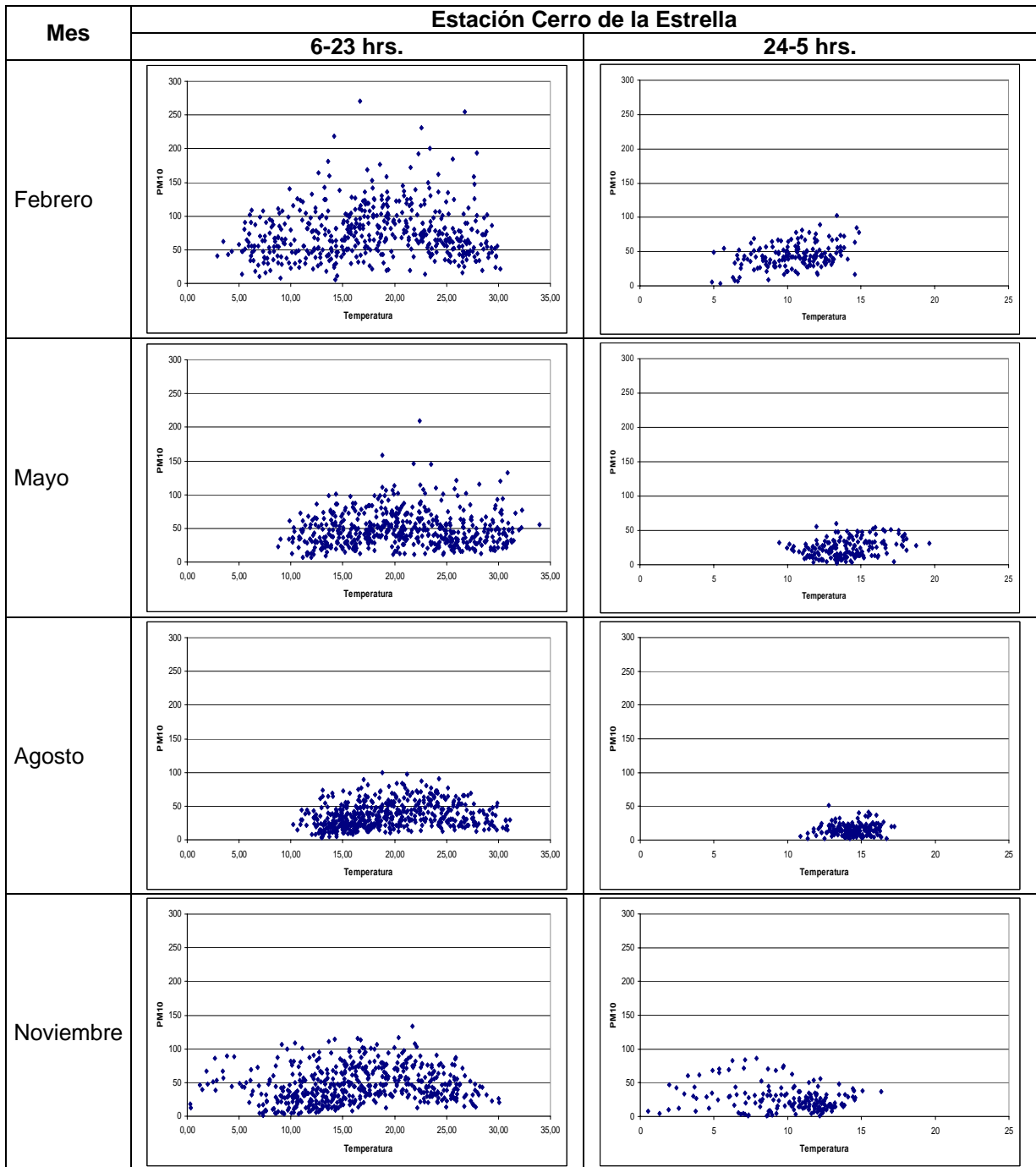
## Concentración de partículas PM10 y temperatura medidas en la estación de monitoreo Merced



**Concentración de partículas PM10 y temperatura medidas en la estación de monitoreo Pedregal**

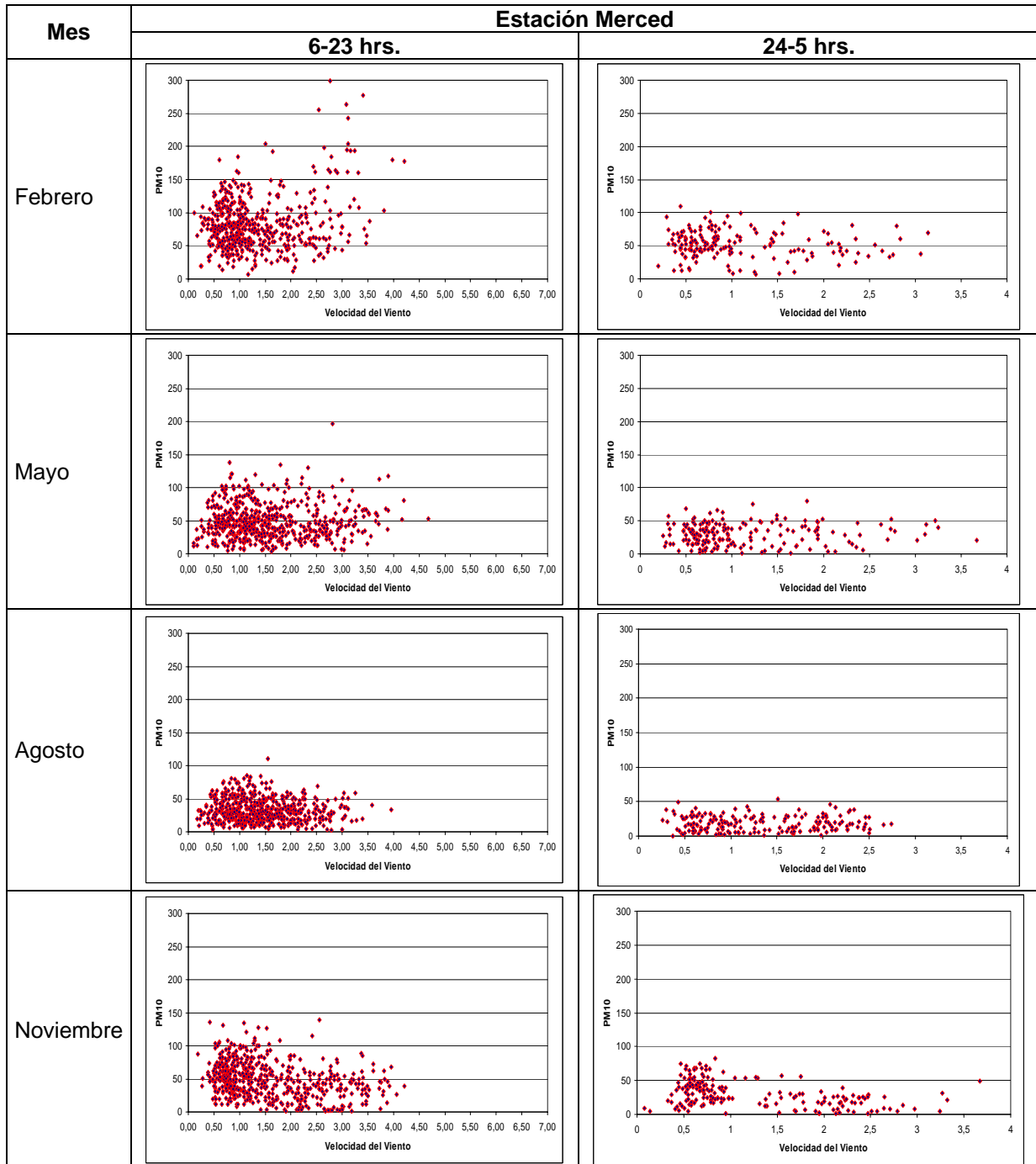


**Concentración de partículas PM10 y temperatura medidas en la estación de monitoreo Cerro de la Estrella**

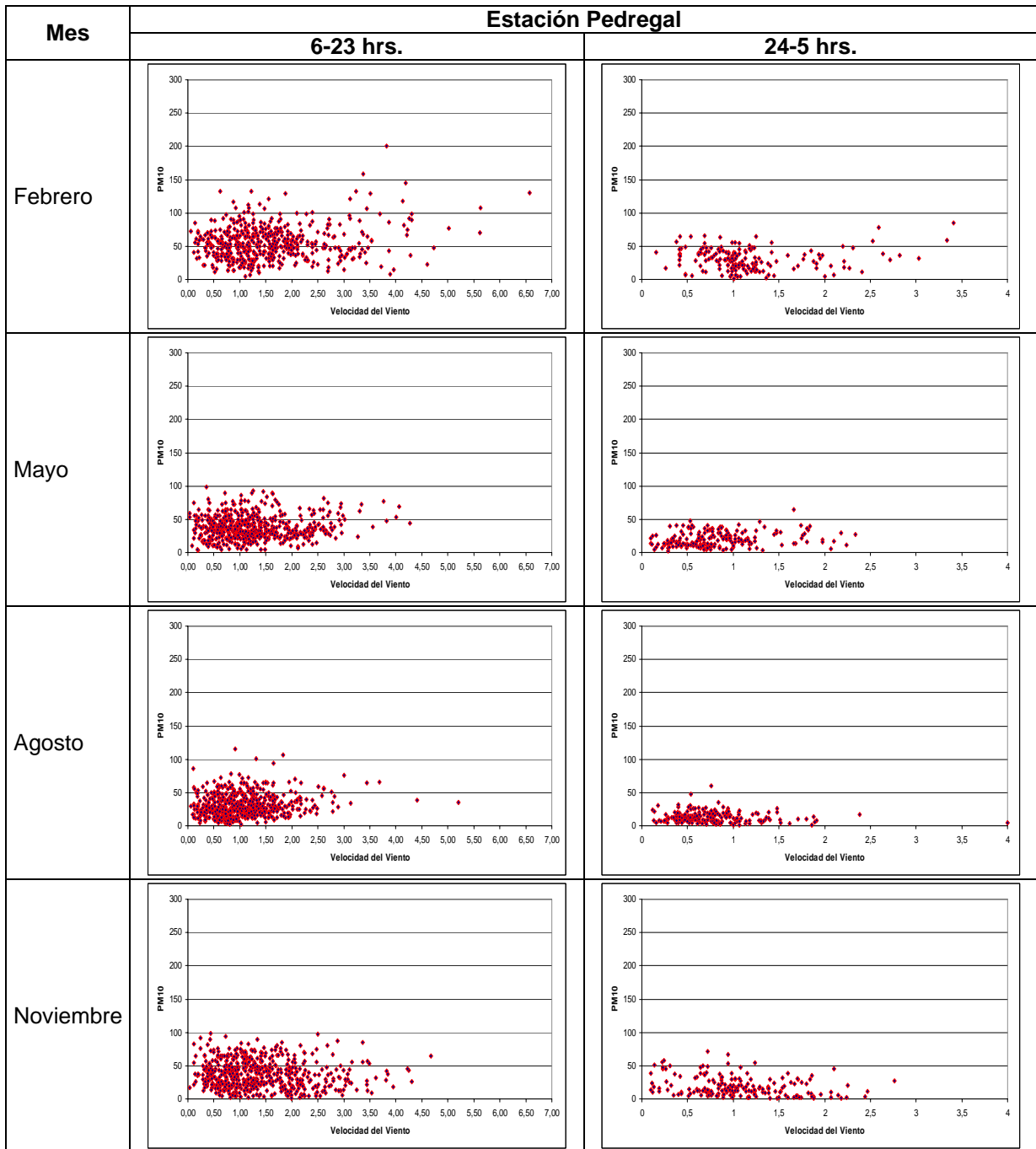


# ANEXO C

## Concentración de partículas PM10 y velocidad del viento medidas en la estación de monitoreo Merced

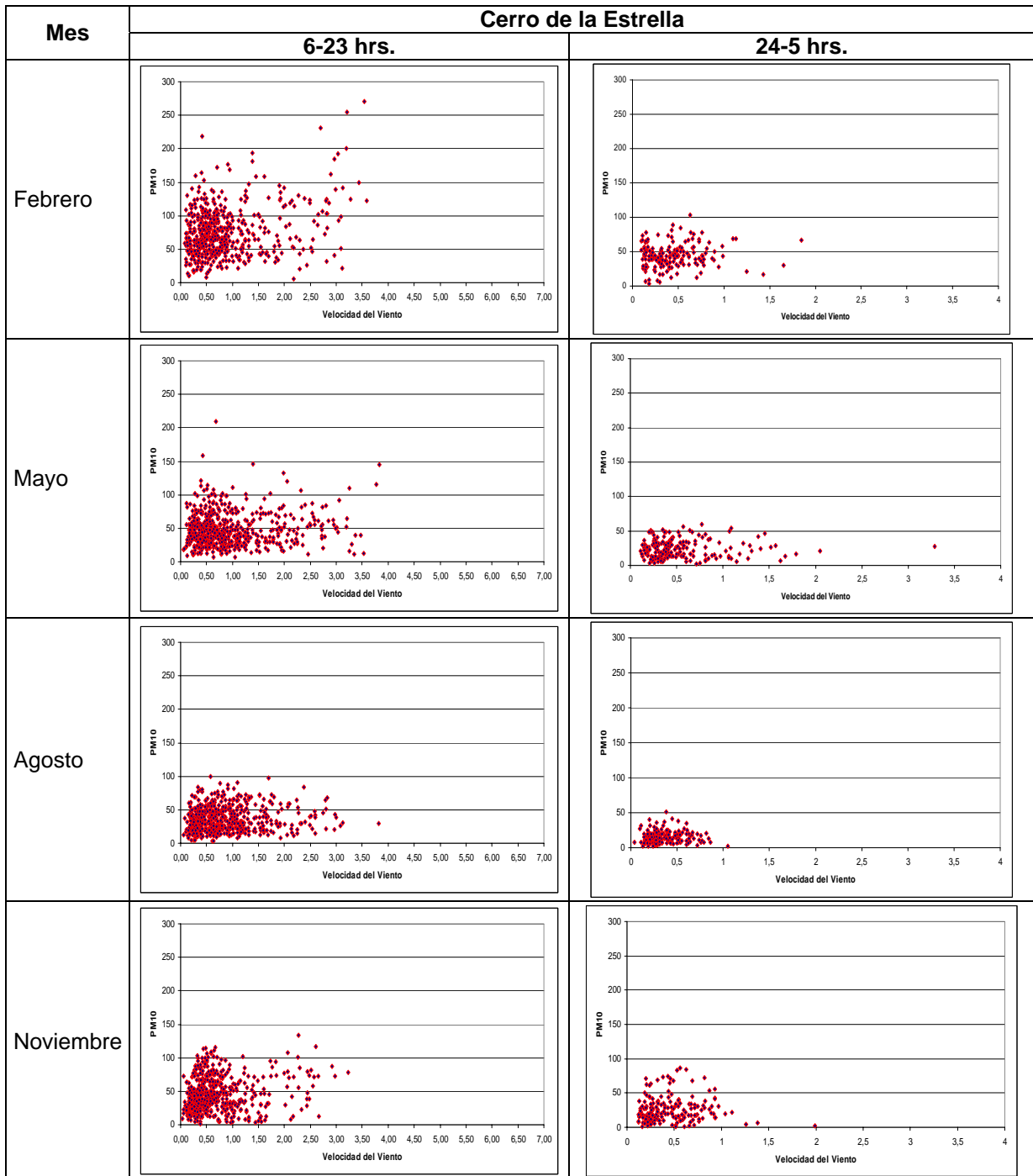


**Concentración de partículas PM10 y velocidad del viento medidas en la estación de monitoreo Pedregal**



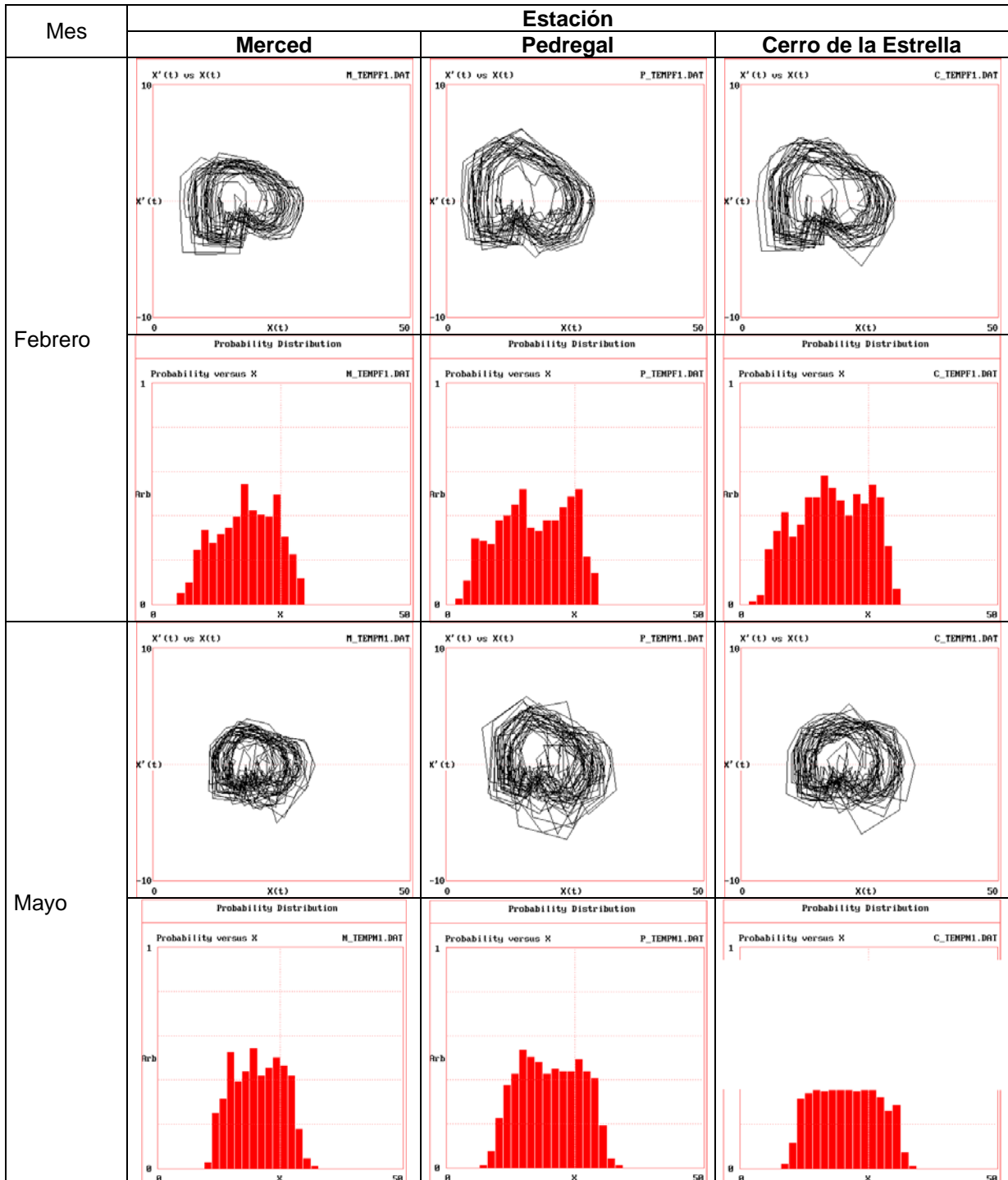


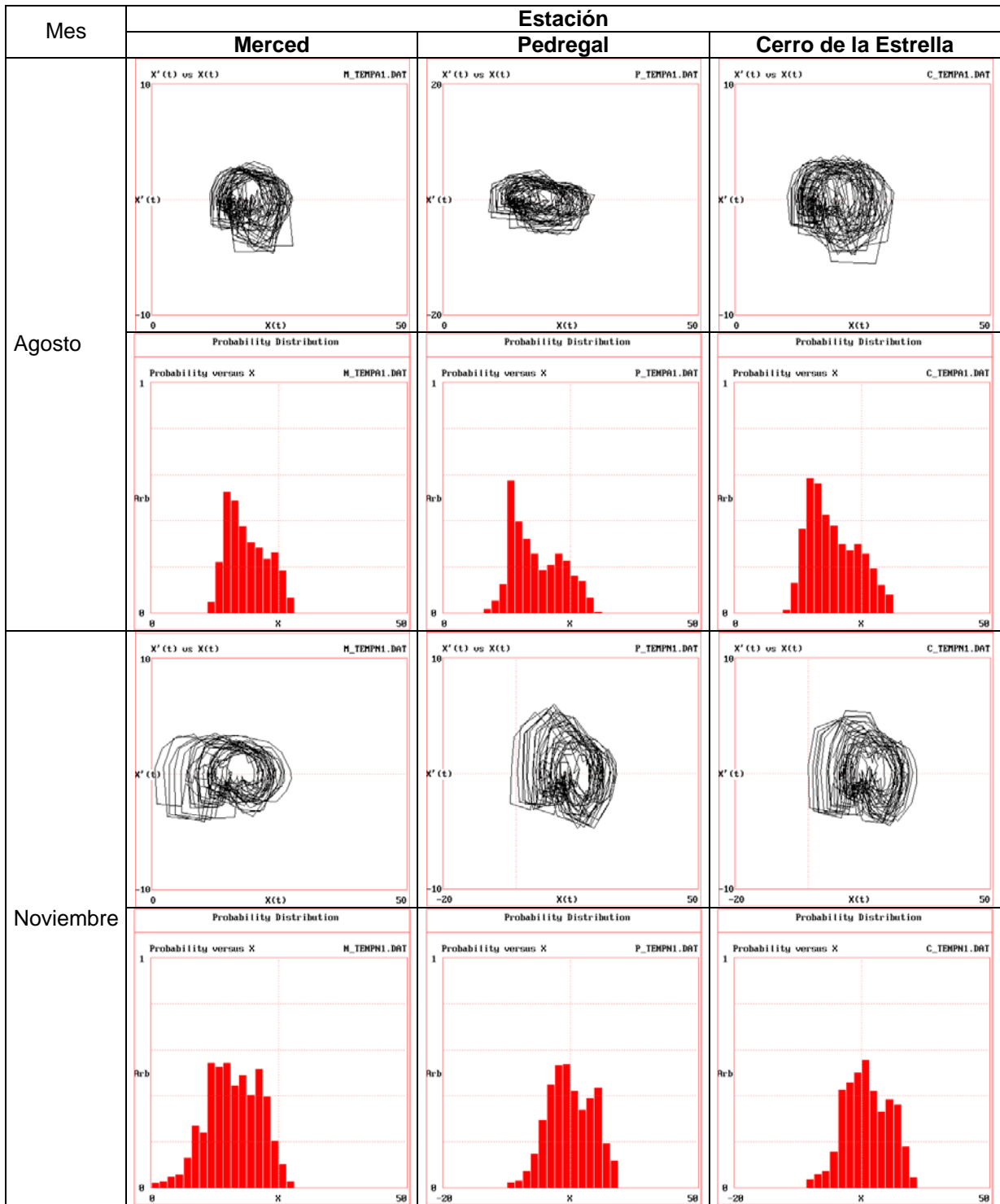
**Concentración de partículas PM10 y velocidad del viento medidas en la estación de monitoreo Cerro de la Estrella**



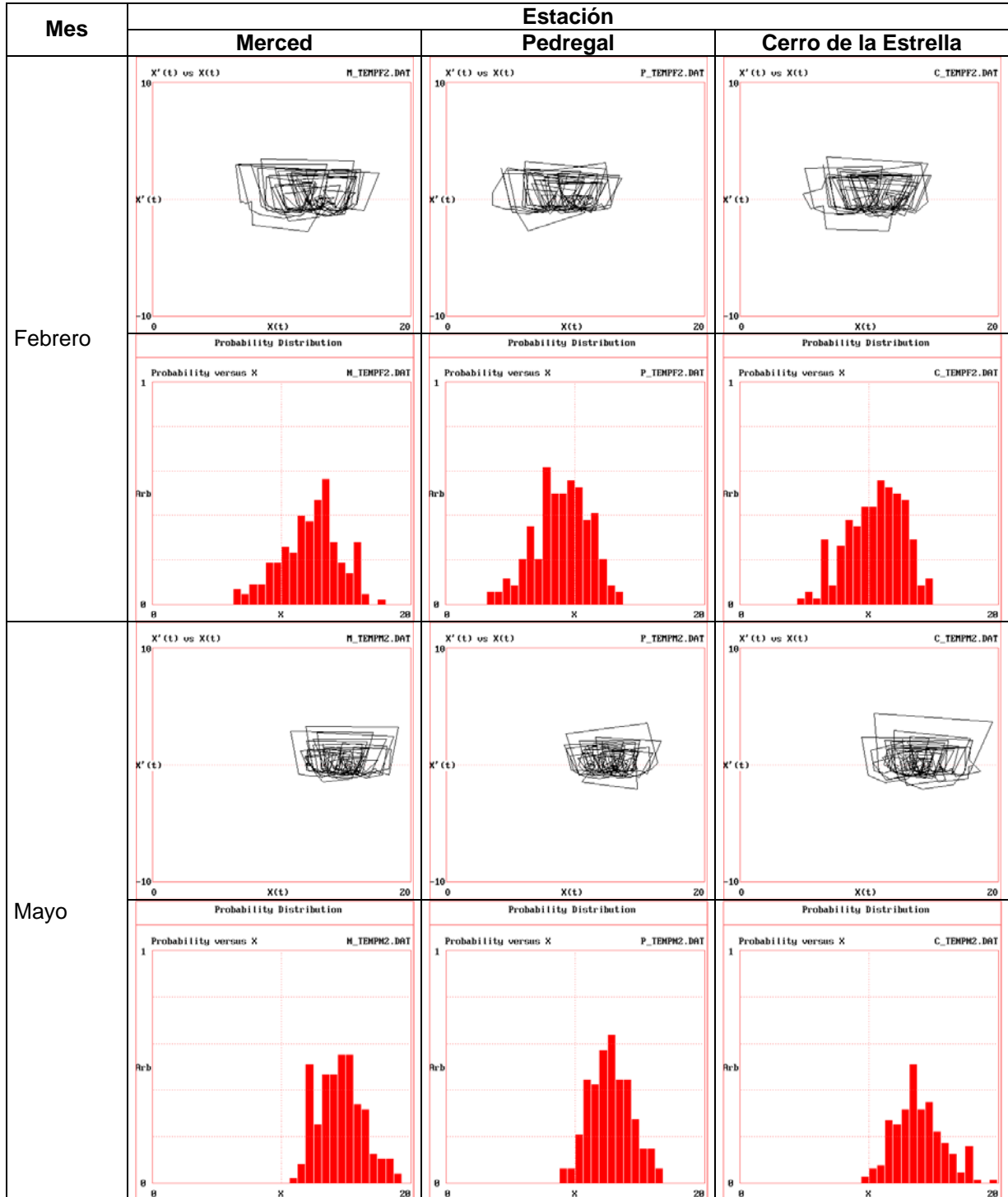
# ANEXO D

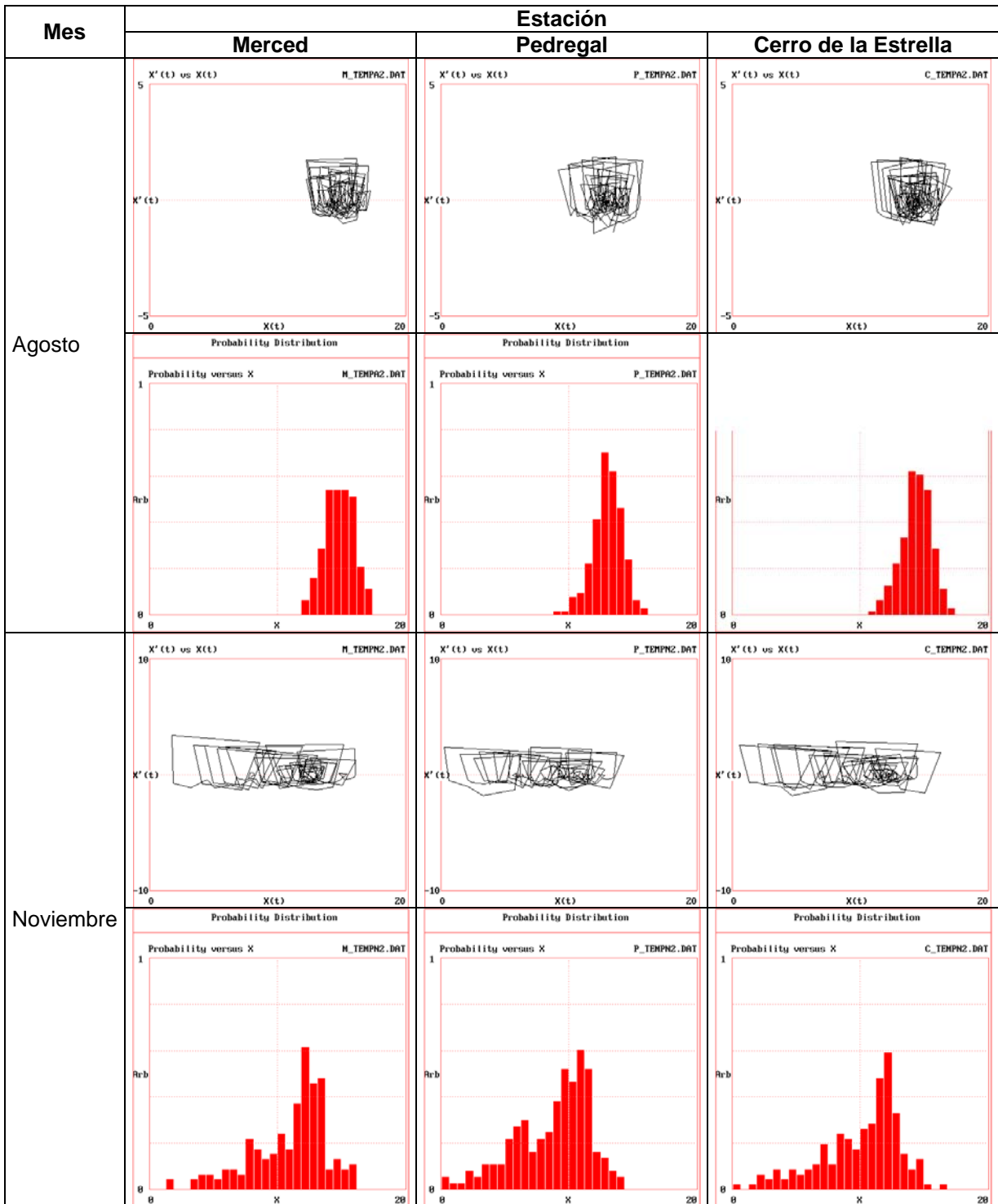
Diagramas espacio fase y distribución de probabilidad obtenidas a partir de las series de tiempo de temperatura en el horario de 6 a 23.





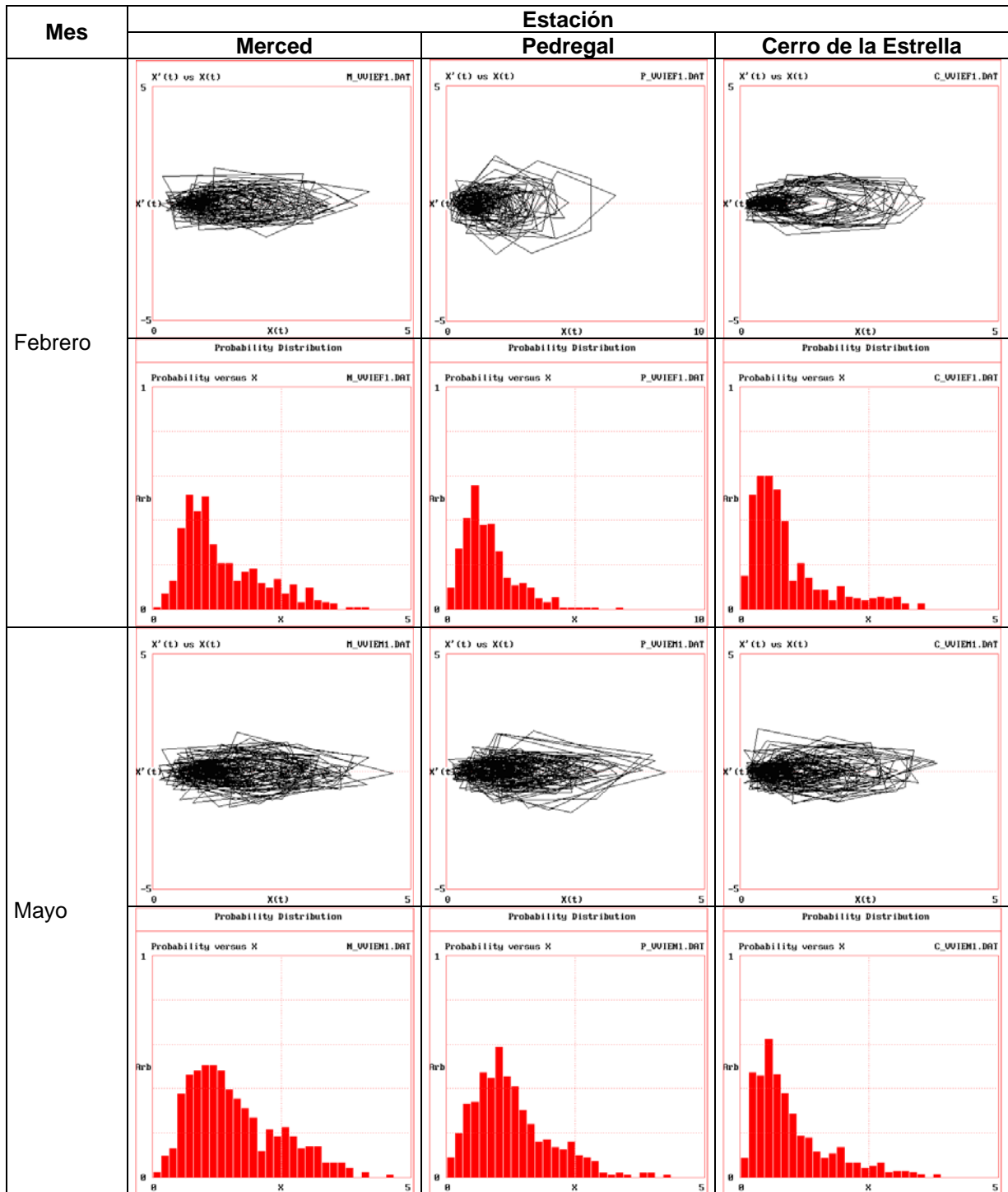
Diagramas espacio fase y distribución de probabilidad obtenidas a partir de las series de tiempo de temperatura en el horario de 24 a 5.

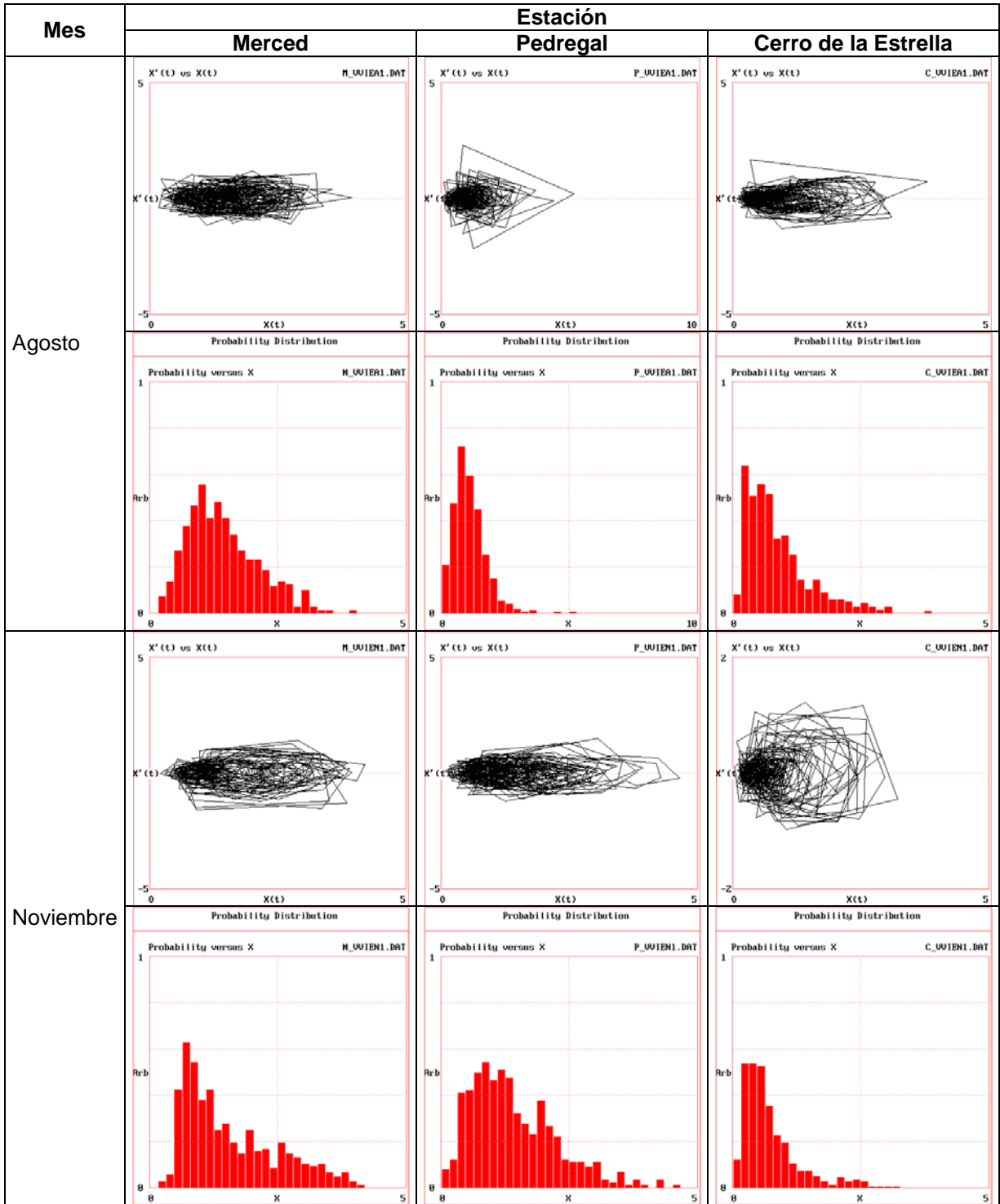




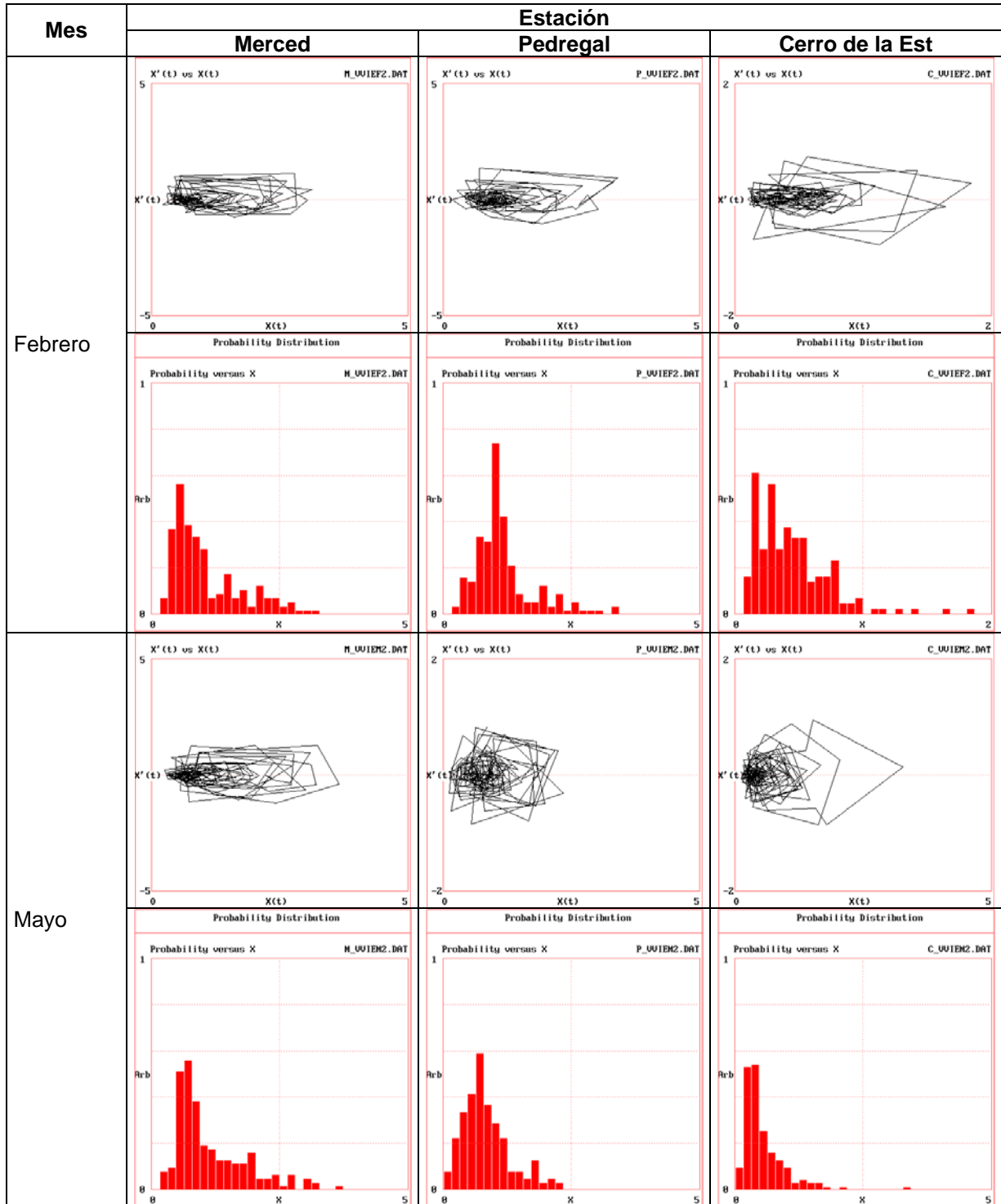
# ANEXO E

Diagramas espacio fase y distribución de probabilidad obtenidas a partir de las series de tiempo de velocidad del viento en el horario de 6 a 23.

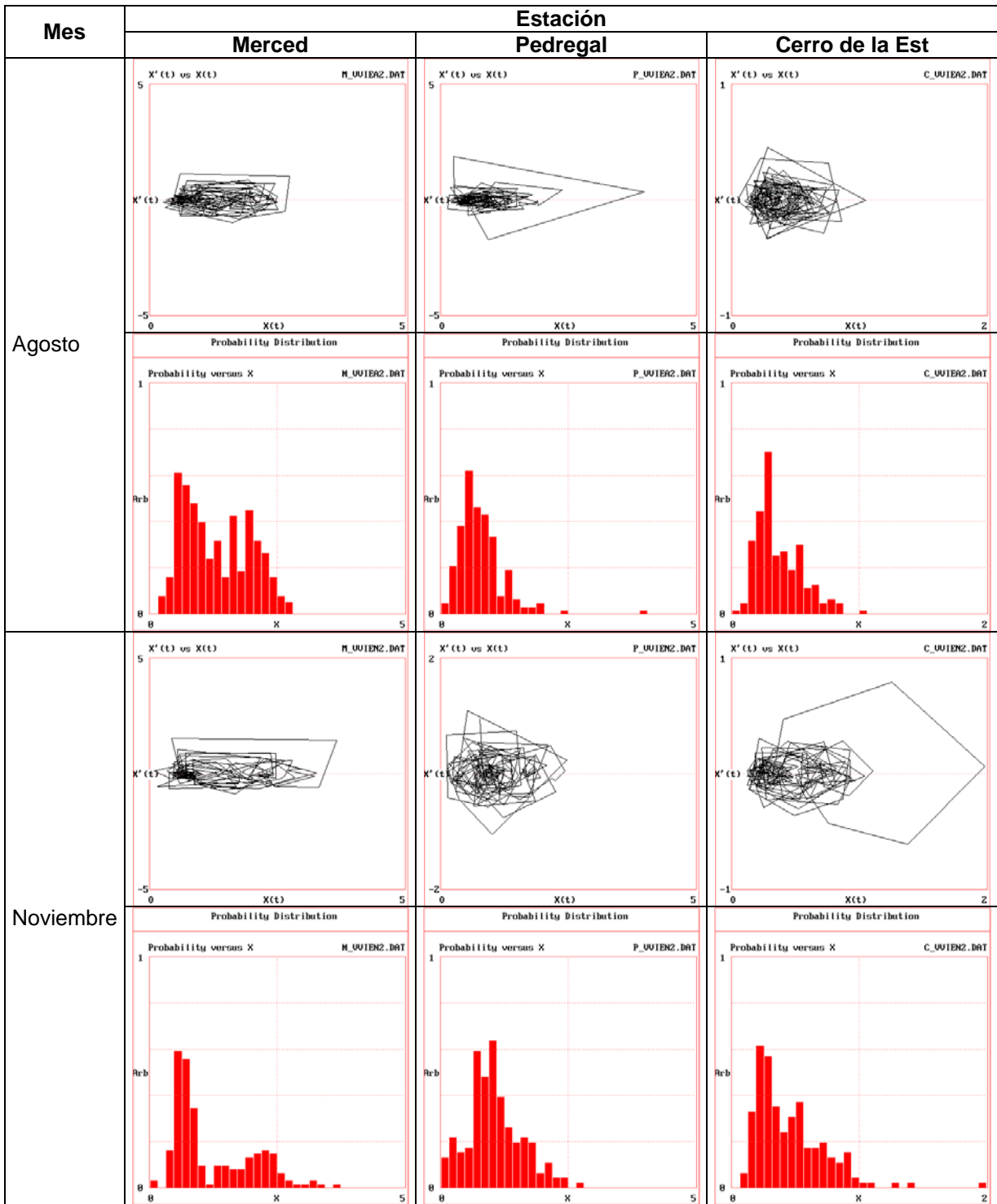




Diagramas espacio fase y distribución de probabilidad obtenidas a partir de las series de tiempo de velocidad del viento en el horario de 24 a 5.







## BIBLIOGRAFIA

- [1] Programa Integral Contra la Contaminación Atmosférica. DDF. p.12. 1990. Y promedio del cuadro Razones PM-10/PST en la ZMCM del documento "Partículas Suspendidas. Situación Actual en la Zona Metropolitana de la Ciudad de México". Comisión Metropolitana para la Prevención y Control de la Contaminación Ambiental en el Valle de México.
- [2] Secretaría del Medio Ambiente: Tu Enlace Virtual... al Mundo Ambiental, Gobierno del Distrito Federal (<http://www.sma.df.gob.mx>).
- [3] Icaza del Rio Gabriel de, Formation and Transformation Mechanisms of Particulate Matter Under Ten Micromilimeters (PM10) and Ozone (O3) in the Mexico City Metropolitan Area and the Greater Manchester Area, 2003.
- [4] Analysis of the change in the atmospheric urban formaldehyde and photochemistry activity as a result of using Methyl-t-Butyl-Ether (MTBE) as an additive in gasolines of the metropolitan area of Mexico City. Bravo, Humberto et al. Atmospheric Environment, Vol. 25B, No.2, p. 285-288. UK.1991.
- [5] Programa Nacional de Salud 2007-2012. Primera edición, 2007, Secretaría de Salud. México, ISBN 978-970-721-414-9.
- [6] Del Pont, Luis Marco, "El Crimen de la contaminación", Biblioteca de Ciencias Sociales y Humanidades, UAM-Azcapotzalco, Editorial Villicaña, México 1984.
- [7] Secretaría del Medio Ambiente e Instituto Nacional de Salud pública. ¿Donde causa daño? – Respuestas a preguntas sobre contaminación y salud. Fascículo impreso por Grupo Arma S.A. de C.V. México 1996.
- [8] Contaminación atmosférica en el Valle de México. SEDUE. Sixth annual meeting of the Academic Advisory Committee 1988. Citado en "Los Efectos de la Contaminación Atmosférica en la Salud". Santos Burgoa et al. La Contaminación Atmosférica en México. CNDH.1989.
- [9] Michelle L. Bell, Jonathan M. FAMET and Francesca Dominici, Time-Series Studies of Particulate Matter, Annual Reviews Public Health, No. 25, p 247-271, EU, 2004 (<http://publhealth.annualreviews.org>).
- [10] X. Querol et al, Spatial and Temporal Variations in airborne Particulate Matter (PM10 and PM2.5) across Spain 1999-2005, Atmospheric Environment, ScienceDirect, Vol. 42, p 3964-3979, Spain, 2006 (<http://www.elsevier.com/locate/atmosenv>).
- [11] Norbert Englert, Fine Particles and Human Health—a review of Epidemiological Studies, Toxicology Letters, ScienceDirect, Vol. 149, p 235-242, Germany, 2004 (<http://www.elsevier.com/locate/toxlet>).
- [12] Pedro Sanhueza H., Claudio Vargas R., Paula Mellado G., Impacto de la Contaminación del Aire por PM10 sobre la Mortalidad diaria en Temuco, Rev. Méd. Chile, Vol 134, p 754-731, Chile, 2006.
- [13] Martin Barniz, Markéta Domasová and Pavla Rezácova, Particulate Air Pollution in a Small Settlement: The Effect of Local Heating, Applied Geochemistry, ScienceDirect, Vol. 22, p 1255-1264, Czech Republic, 2007 ([www.elsevier.com/locate/apgeochem](http://www.elsevier.com/locate/apgeochem)).

- [14] Ki-Hyun Kim et al, The Effects of Wind Speed on the Relative Relationships Between different Sized-Fractions of Airborne Particles, *Chemosphere*, ScienceDirect, Vol 59, p 929-937, Korea, 2004 (<http://www.elsevier.com/locate/chemosphere>).
- [15] K.F. Ho et al, Seasonal Variations and Mass Closure Analysis of Particulate Matter in Hong Kong, *Science of the Total Environment*, ScienceDirect, Vol 355, p 276-287, Hong Kong, 2005 (<http://www.elsevier.com/locate/scitotenv>).
- [16] John Gulliver, David J. Briggs, *Journey-Time Exposure to Particulate Air Pollution*, Atmospheric Environment, ScienceDirect, Vol 41, p 7195-7207, London, 2007.
- [17] J.L. Bravo, O. Amador-Muñoz and R Villalobos-Pietrini, Influence of Some Meteorological Parameters and Forest Fires on PM10 Concentrations in a Southwest Zone of Mexico Valley, *Int. J. Environment and Pollution*, Vol. 26, p 142-157, 2006 (<http://www.elsevier.com/locate/atmosenv>).
- [18] C. Chatfield. *Time-Series Forecasting*. Chapman and Hall/CRC, 2001.
- [19] *Introduction to time series and forecasting*, P.J. Brockwell, R. A. Davis, Springer Texts in Statistics (1996).
- [20] *Time series analysis*, J. D. Hamilton Princeton University Press, Princeton, NJ (1994).
- [21] *Time Series Prediction*, A.S. Weigend and N. A. Gershenfeld eds. Addison-Wesley, Reading, MA, (1994).
- [22] D. Peña. *Análisis de Series Temporales*. Alianza Editorial, 2005.
- [23] Box, G.E.P. y G.M. Jenkins (1976): *Time Series Analysis: Forecasting and Control*, (2<sup>a</sup> ed.), Ed. Holden-Day, San Francisco.
- [24] D.R. Brillinger. *Time Series: Data Analysis and Theory*. Holt, Rinehart and Winston, 1975.
- [25] R.H. Shumway and D.S. Stoffer. *Time Series Analysis and Its Applications*. With R examples. Springer Verlag, 2006.
- [26] J. Durbin and S.J. Koopman. *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford Univ. Press, 2001.
- [27] Uriel, E. (1985): *Análisis de series temporales*. Ed. Paraninfo, Madrid.
- [28] J. Durbin and S.J. Koopman. A simple and efficient simulation smoother for state space time series analysis. *Biometrika*, 89(3):603–615, 2002.
- [29] Diebold, F.X. (2000): *Elements of Forecasting*, South-Western Thomson Learning.
- [30] Espasa, A. y J.R. Cancelo (1993): *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica*, Alianza Editorial, Madrid.
- [31] *Time Series: Theory and Methods*, 2nd. Ed. P.J. Brockwell and R. A. Davis Springer-Verlag, (1991).
- [32] *Non-linear Time Series*, H. Tong, Oxford Science Publications (1996).
- [33] J.D. Hamilton. *Time Series Analysis*. Princeton, 1994.
- [34] H. Lütkepohl. *Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Springer-Verlag, 1993.
- [35] Gutiérrez José Manuel, *Sistemas No Lineales. Conceptos, Algoritmos y Aplicaciones*, Dpto. de Matemática Aplicada y Ciencias de la Computación Universidad de Cantabria (España), 1998 (<http://ccaix3.unican.es/~gutierjm>).

- [36] P. Grassberger, T. Schreiber and C. Schaffrath, "Non-linear Time Sequence Analysis," International Journal Bifurcation and Chaos, vol. 1, pp. 521-529, 1991.
- [37] GeoEnterprises: "TGT- [www.geofisica.cl](http://www.geofisica.cl)".
- [38] Lorenzo González María de las Nieves, Influencia del Ruido Gaussiano Correlacionado en la Sincronización de Sistemas Caóticos, Departamento de Física, Universidad de Santiago de Compostela, 2000.
- [39] Mandelbrot, B. , The Fractal Geometry of Nature, New York: W.H. Freeman and Company. 1983.
- [40] J. Feder, "Fractals," Department of Physics University of Oslo, Plenum Press, 1988.
- [41] P. Grassberger and I. Procaccia, "Measuring the strangeness of strange attractors", Physica D, vol. 9, págs. 189-208, 1983.
- [42] A. Wolf, B.J. Swift. H.L. Swinney and J.A. Vastano, "Determining Lyapunov exponents from time series". Physica D, vol. 16, págs. 285-317, 1985.
- [43] J.P. Eckmann and D. Ruelle, "Fundamental Limitations for Estimating Dimensions and Lyapunov Exponents in Dynamical Systems," Physica D, vol 56, pp. 185-187, 1992.
- [44] P. Grassberger and I. Procaccia, "Estimation of the Kolmogorov Entropy from a Chaotic Signal," Physical Review A, vol. 28, no. 4, pp. 2591-2593, 1983.
- [45] J.S. Richman and J.R. Moorman, "Physiological Time Series Analysis using Approximate Entropy an Sample Entropy," American Journal Physiology, vol. 278, no. 6, pp. H2039-H2049, 2000.
- [46] Sprott, J. C. & Rowlands, G. "Chaos Data Analyzer". Physics Academic Software. IBM Version 1.0.
- [47] F. Takens, "Detecting Strange Attractors in Turbulence," Lecture notes in Mathematics, Dynamical Systems and Turbulence, vol. 898, pp. 366, Springer, Berlin, 1981.
- [48] <http://mathworld.wolfram.com>
- [49] F.C. Moon, "Chaotic Vibrations," John Wiley & Sons, New York, 1987.
- [50] J. Briggs and D. Peat, "Espejo y Reflejo: del Caos al Orden," CONACYT, México, 1991.
- [51] J. Farbiarz y D.L. Alvarez, "Complejidad, Caos y Sistemas Biológicos," Academia Nacional de Medicina de Colombia, vol. 22, no. 1, pp. 52-55, mayo 2000.
- [52] J. Brindley and T. Kapitaniak, "Existence and Characterization of Strange Nonchaotic Attractors in Nonlinear Systems," Chaos, Solitons and Fractals, vol. 1, no. 4, pp. 323-330, 1991.
- [53] T. Kapitaniak, "On Strange Nonchaotic Attractors and Their Dimensions," Chaos, Solitons and Fractals, vol. 1, no. 1, pp. 67-71, 1991.
- [54] E. Espinosa Contreras, El Caos y la Caracterización de Series de Tiempo a Través de Técnicas de la Dinámica No-Lineal, México, 2004.
- [55] H. Takayasu, "Fractals in the Physical Sciences," Manchester University Press, New York, 1990.
- [56] A. Galka, T. Maab and G. Pfister, "Estimating the Dimensions of High Dimensional Attractors: a Comparison between two Algorithms," Physical Review Letter vol. 121, pp. 237-251, 1998.

- [57] A. Giuliani, M. Colafranceschi, C.L. Webber and J.P. Zbilut, "A Complexity Score Derived from Principle Components Analysis of Nonlinear Order Measures," *Physica A*, vol. 301, pp. 567-588, 2001.
- [58] <http://www.sma.df.gob.mx/simat/consultas/>
- [59] <http://www.sma.df.gob.mx/simat2> ([http://www.sma.df.gob.mx/simat/home\\_base.php](http://www.sma.df.gob.mx/simat/home_base.php)).
- [60] Sprott, J. C. & Rowlands, G. "Chaos Data Analyzer". Physics Academic Software. IBM Version 1.0.