



**UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---



**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**“GRUPO DE DISEÑO MECÁNICO ÓPTIMO :  
Diseño Conceptual de un Vehículo Eléctrico de Reparto, Modelado como  
un Monocasco”**

**T E S I S**

**Para obtener el grado de Ingeniero Mecánico :**

**Presenta:**

**Fernando Alonzo Camacho Martínez**

**Director de la Tesis:**

**Dr. Fernando Velázquez Villegas**

---

## **AGRADECIMIENTOS**

Este trabajo representa sin duda una de mis aportaciones más importantes hasta este momento, he invertido gran cantidad de tiempo y esfuerzo en su realización, sin embargo este gran logro no habría sido posible sin el apoyo de innumerables personas que han influido en mi formación.

Por esta razón me gustaría agradecer por este medio a:

A mi familia, a quien realmente no tengo manera de agradecer la entereza y el inmenso apoyo que me han brindado, en específico a mi padre Horacio Camacho por enseñarme que no hay imposibles en la vida, a mi madre Araceli Martínez por motivarme y nunca permitir que me venciera, a mi hermano Horacio Camacho con quien siempre he podido superar cualquier reto.

A todos mis amigos, que de alguna forma me apoyaron sin esperar nada a cambio, permitiendo que esta etapa de mi vida fuera una de las mejores de mi vida.

Al Dr. Fernando Velázquez Villegas y M. I. Antonio Zepeda Sánchez quienes además compartir su tiempo y sus experiencias, les agradezco su amistad y el esfuerzo invertido para impulsarme a desarrollar mi máximo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por el apoyo proporcionado para la realización de este trabajo a través del proyecto IN108909 “Herramientas Computacionales para el Diseño Óptimo en Proyectos de Ingeniería e Innovación Tecnológica” del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la Dirección General de Asuntos de Personal Académico (DGAPA).

En general, a todos aquellos quienes me ayudaron en algún momento:

¡ Gracias ¡

---

**ÍNDICE**

Prefacio .....	vii
Lista de Tablas .....	viii
Lista de Figuras .....	ix
Introducción .....	1

**Capítulo 1 MODELADO DE LA ESTRUCTURA MONOCASCO**

1.1	Introducción. ....	8
1.2	Diseño Convencional y Diseño Óptimo. ....	9
1.3	Modelado. ....	10
1.4	Chasis Independiente. ....	11
1.5	Estructura Monocasco. ....	12
	1.5.1 Ventajas de la Estructura Monocasco. ....	12
	1.5.2 Desventajas de la Estructura Monocasco. ....	14
	1.5.3 Tipos de estructuras Monocasco. ....	14
	1.5.4 Modelado CAD (Computer Aided Desing). ....	15
1.6	Modelado de la Estructura Inicial. ....	17
	1.6.1 Características de la estructura inicial. ....	18

**Capítulo 2 ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO**

2.1	Introducción. ....	21
2.2	Discretización del Dominio de Diseño. ....	22
2.3	Condiciones de Frontera – Cargas y Restricciones. ....	24
2.4	Casos de Carga. ....	25
	2.4.1 Fenómenos de impacto. ....	25
	2.4.2 Eventos de impacto. ....	26



2.4.3	Clasificación del impacto. ....	27
2.4.4	Tipos de impacto. ....	28
2.5	Características y cálculo de las cargas por impacto. ....	29
2.5.1	Deflexión estática. ....	31
2.6	Discretización de la Estructura Inicial. ....	32
2.7	Cargas Aplicadas. ....	36
2.7.1	Impactos en la suspensión por las condiciones de uso	37
2.7.2	Impactos en la estructura con otro cuerpo. ....	37
2.7.3	Calculo de la deflexión estática. ....	38
2.8	Deflexión Estática por impacto Frontal. ....	38
2.9	Cálculo de Cargas. ....	40
2.10	Descripción de los Casos de Carga y Aplicación de las Condiciones de Frontera. ....	42
2.10.1	Caso de carga por impacto frontal. ....	43
2.10.2	Caso por impacto trasero. ....	45
2.10.3	Caso de carga por impacto lateral derecho e izquierdo. ..	45
2.10.4	Caso de carga por impacto en las llantas para los ejes de la suspensión. ....	46
2.10.5	Caso de carga por impacto en las llantas para los ejes de la suspensión. ....	47
2.10.6	Caso de carga por volteo o volcadura. ....	48
2.11	Resultados de análisis FEM. ....	49

**Capítulo 3 APLICACIÓN DE LA OPTIMIZACIÓN TOPOLOGICA**

3.1	Introducción. ....	53
3.2	Optimización Estructural. ....	54
3.2.1	Optimización de propiedades. ....	54
3.2.2	Optimización de Forma. ....	54
3.2.3	Optimización topológica. ....	55
3.3	Formulación del Problema de Diseño Óptimo de Estructuras. ....	55



3.3.1	Variables de diseño. ....	55
3.3.2	Función objetivo. ....	56
3.3.3	Restricciones. ....	56
3.4	Métodos de Optimización. ....	57
3.4.1	Criterios de Optimización. ....	57
3.4.2	Métodos de optimización por gradientes. ....	57
3.4.3	Métodos heurísticos. ....	58
3.4.4	Optimización sin un modelo de material. ....	58
3.5	Optimización del Modelo. ....	59
3.6	Zona de No Diseño. ....	60
3.7	Resultados de optimización para diferentes restricciones de masa. ....	61
3.7.1	Resultados de Topología. ....	61
3.7.2	Resultados de Densidad. ....	64
3.8	Selección de la estructura óptima. ....	67

**Capítulo 4 REDISEÑO Y ANÁLISIS DEL PROTOTIPO**

4.1	Introducción. ....	73
4.2	Rediseño de la estructura. ....	74
4.3	Resultados. ....	79
4.3.1	Impacto frontal. ....	80
4.3.2	Impacto trasero. ....	80
4.3.3	Impacto lateral derecho. ....	81
4.3.4	Impacto lateral izquierdo. ....	82
4.3.5	Impacto por volcadura. ....	82
4.3.6	Carga por el peso de las baterías. ....	83
4.3.7	Carga por el peso de los pasajeros. ....	84
4.3.8	Carga por el peso del motor. ....	84
4.3.9	Caso debido al peso de la carga. ....	85
4.3.10	Carga debida al impacto por caída en bache de llantas	



	traseras. ....	85
	4.3.11 Carga debida al impacto por caída en bache de llantas	
	delanteras. ....	87
4.4	Interpretación de los resultados del análisis FEM de la estructura	
	final con refuerzos. ....	91
4.5	Factor de Seguridad. ....	92
	<b>Conclusiones.</b> ....	94
	<b>Bibliografía.</b> ....	96
	<b>Mesografía.</b> ....	99
	<b>Apéndice 1</b> ....	100
	<b>Anexo 1</b> ....	111
	<b>Anexo 2</b> ....	113
	<b>Anexo 3</b> ....	115



---

## **PREFACIO**

Los vehículos de carga terrestres por lo general portan un motor de combustión interna, que además de ser el componente mecánico más pesado que debe soportar la estructura del vehículo, funcionan a base de algún combustible fósil o derivados de este, como la gasolina o el diesel, por esta razón en la industria automotriz se han desarrollado modelos que funcionen con motores energías limpias y renovables, sin embargo la potencia que estas ofrecen en ocasiones no es suficiente para poner en movimiento vehículos con un peso de varias toneladas, o no ofrece la suficiente energía para realizar recorridos largos.

Para abordar esta problemática dichas industrias se han visto en la necesidad de proponer varias soluciones, entre las se encuentra diseñar estructura cuyo peso sea menor que las utilizadas en los vehículos construidos actualmente, los motores eléctricos por ejemplo, son de un peso menor al de uno de combustión interna, lo que permite dar diferentes configuraciones en cuanto al acomodo de los componente que debe soportan una estructura de un vehículo eléctrico.

Por esta razón en este trabajo se propondrá diseñar el prototipo óptimo de una estructura monocasco para un vehículo eléctrico de reparto.

“Cada día sabemos más y entendemos menos. “  
Albert Einstein 1879-1955



---

## **LISTA DE TABLAS**

Tabla 1.1	Puntos de unión de los grupos mecánicos con la estructura. ....	20
Tabla 2.1	Simbología de las condiciones de frontera. ....	24
Tabla 2.2	Optimización estructural topológica de Estructura de Mitchell mediante Optimización Estructural Evolutiva (ESO) EN 2D Y 3D. ....	35
Tabla 2.3	Deflexión obtenida por secciones en la estructura. ....	40
Tabla 2.4	Resultados del cálculo de cargas. ....	42
Tabla 2.5	Propiedades mecánicas. ....	49
Tabla 2.6	Resultados de esfuerzo de von Mises del Análisis por Elemento Finito. ....	50
Tabla 2.7	Resultado de Análisis FEM en anclajes de suspensión, para los tres casos de carga por anclaje. ....	51
Tabla 3.1	Clasificación de las zonas de no diseño. ....	61
Tabla 3.2	Perfiles de densidad con diferentes restricciones de porcentaje de masa. Vista frontal-derecha. ....	62
Tabla 3.3	Perfiles de densidad con diferentes restricciones de porcentaje de masa. Vista trasera-izquierda. ....	63
Tabla 3.4	Perfiles de densidad con diferentes restricciones de porcentaje de masa. Vista inferior. ....	63
Tabla 3.5	Perfiles de densidad con diferentes restricciones de porcentaje de masa. Vista superior. ....	64
Tabla 3.6	Estructura optimizada para restricciones del porcentaje de masa de 40, 30, 20, y 15 %. Vista frontal-derecha. ....	65
Tabla 3.7	Estructura optimizada para restricciones del porcentaje de masa de 40, 30, 20, y 15 %. Vista trasera-izquierda. ....	66
Tabla 3.8	Estructura optimizada para restricciones del porcentaje de masa de 40, 30, 20, y 15 %. Vista inferior. ....	66
Tabla 3.9	Estructura optimizada para restricciones del porcentaje de masa de 40, 30, 20, y 15 %. Vista lateral. ....	67
Tabla 3.10	Comparación entre resultados de topología con restricción de masa de 15 y 20 %. Resultados de densidad. ....	68
Tabla 3.11	Historial de optimización de la estructura, por ciclos de diseño. ....	69
Tabla 4.1	Dimensiones de perfiles estructurales. ....	74
Tabla 4.2	Cargas calculadas para la estructura final. ....	79
Tabla 4.3	Resultados del análisis FEM de la estructura final. Magnitudes del esfuerzo máximo y mínimo por caso de carga. ....	91
Tabla 4.4	Factor de seguridad por caso de carga, con un esfuerzo a la fluencia de 280 [MPa]. ....	92





## **LISTA DE FIGURAS**

Figura I.1	Línea de montaje del Ford T, 1908. ....	2
Figura I.2	Prueba de impacto frontal tipo off-set. ....	3
Figura I.3	Prueba de impacto lateral. ....	3
Figura I.4	Optimización estructural topológica de Estructura de Mitchell mediante Optimización Estructural Evolutiva (ESO) EN 2D Y 3D. ....	5
Figura 1.1	Diagrama de flujo, comparación entre Diseño Estructural Convencional y el Diseño Estructural Óptimo. ....	9
Figura 1.2	Evolución histórica de algunos tipos de carrocería de 1910 a 1970. ....	11
Figura 1.3	Ejemplos del bastidor en un chasis independiente. ....	12
Figura 1.4	Audi TT, chasis monocasco. ....	12
Figura 1.5	Bugatti Veyron 16.4 compuesto por dos chasis (delantero y trasero) además de un centro monocasco. ....	15
Figura 1.6	Modelo de realidad virtual de la forma exterior de un automóvil obtenidos por los modelos de superficies en un sistema CAD. ....	16
Figura 1.7	Estructura inicial, dividida en las cuatro zonas principales para su modelado. Siemens Unigraphics NX 7.5 <sup>®</sup> . ....	17
Figura 1.8	Modelado de la zona de carga (a) y la cabina (b) por separado. Siemens Unigraphics NX 7.5 <sup>®</sup> . ....	17
Figura 1.9	Modelado de la sección inferior de la estructura. Siemens Unigraphics NX 7.5 <sup>®</sup> . ....	18
Figura 1.10	Modelado del riel para soportar las baterías. Siemens Unigraphics NX 7.5 <sup>®</sup> . ....	18
Figura 1.11	Estructura inicial vista frontal derecha, vista de anclajes para los asientos. Siemens Unigraphics NX 7.5 <sup>®</sup> . ....	19
Figura 1.12	Estructura inicial vista inferior derecha, vista anclajes para la suspensión y anclajes para el motor. Siemens Unigraphics NX 7.5 <sup>®</sup> . ....	20
Figura 2.1	Proceso de Análisis por Elemento Finito. ....	22
Figura 2.2	Formas típicas de elementos finitos. ....	23
Figura 2.3	Lexus CT200h prueba de impacto frontal. ....	26
Figura 2.4	Ferrari Fórmula I, 2001. ....	27
Figura 2.5	Cuerpo en caída libre. ....	30
Figura 2.6	Vehículo antes de impacto frontal con una superficie plana. ....	32
Figura 2.7	Vehículo impactando a una superficie plana. ....	32
Figura 2.8	Representación de la deflexión en la superficie plana a causa del impacto. ..	32
Figura 2.9	Estructura dividida con Hypermesh <sup>®</sup> en 512 volúmenes. ....	33
Figura 2.10	Volumen con malla estructurada compuesta por elementos brick, mallado en Hypermesh <sup>®</sup> . ....	34
Figura 2.11	Volumen con malla no estructurada compuesta por elementos tipo tetraedro mallado en Hypermesh <sup>®</sup> . ....	35
Figura 2.12	Estructura inicial con malla estructurada en Hypermesh <sup>®</sup> . ....	36
Figura 2.13	Distribución del porcentaje en que se presenta un impacto, dependiendo de la dirección de éste. ....	38
Figura 2.14	Condiciones para realizar el análisis FEM en la sección frontal, para obtener el valor de la deflexión estática ( $\delta_{st}$ ). ....	39
Figura 2.15	Distribución en la estructura de los anclajes para la suspensión (1, 2, 3,4), para los anclajes del motor y los anclajes de los asientos. ....	40



Figura 2.16	Simbología para cargas y restricciones asignadas desde DS Genesis 11.0®.	43
Figura 2.17	Caso de carga por el peso en la zona de carga (a) y por el peso de los pasajeros en la cabina (b).	43
Figura 2.18	Caso de carga por el peso de 18 baterías distribuido en los largueros de la sección inferior (c).	44
Figura 2.19	Caso carga por el peso del motor (d) y restricciones de movimiento en anclajes de suspensión (e).	44
Figura 2.20	Condiciones para el caso de carga por impacto frontal (IF).	45
Figura 2.21	Condiciones para el caso de carga por impacto por detrás (IT).	45
Figura 2.22	Condiciones para el caso de carga por impacto lateral derecho (ILD).	46
Figura 2.23	Condiciones para el caso de carga por impacto lateral izquierdo (ILI).	46
Figura 2.24	Estructura inicial, se visualizan los cuatro anclajes para la suspensión, (1) aplicación de las 3 cargas en el anclaje para suspensión derecho del eje trasero, (2) restricción de movimiento para los anclajes a los que no se les esté aplicando la carga.	47
Figura 2.25	Estructura inicial, visualización de los casos e carga en los anclajes para las suspensión, (3) izquierdo del eje trasero, (4) derecho del eje delantero, (5) izquierdo del eje delantero.	47
Figura 2.26	Caso de carga para impacto en anclajes de la suspensión, (a) impacto por detrás, (b) impacto frontal, (c) impacto por el centro.	48
Figura 2.27	Condiciones para el caso de carga por impacto por volcadura (IV).	49
Figura 3.1	Ejemplo de optimización estructural topológica de una estructura Air-Craft al 30 % de su volumen inicial, utilizando DS Genesis 11.0®.	53
Figura 3.2	Diagrama de flujo de optimización estructural.	59
Figura 3.3	Representación de las zonas de no diseño, para la optimización topológica.	61
Figura 3.4	Perfil de densidad de la estructura optimizada topológicamente con 15% de restricción de masa. Resultados de topología DS Genesis 11.0®.	71
Figura 3.5	Perfil de densidad de la estructura optimizada topológicamente con 15% de restricción de masa. Resultados de Densidad. DS Genesis 11.0®.	72
Figura 4.1	Dimensiones de los perfiles estructurales.	73
Figura 4.2	Malla solida resultante de la optimización topológica de la estructura Inicial, con un 15 % de restricción de masa.	74
Figura 4.3	(a) Rediseño del marco lateral con la malla resultante de la optimización topológica sobrepuesta, (b) croquis de los perfiles en la sección delantera. Vista lateral.	75
Figura 4.4	Rediseño la sección media sobre la malla resultante de la optimización topológica. Vista superior, corte sección media.	75
Figura 4.5	Modelado de la sección media sin la malla resultante de la optimización topológica. Vista superior, corte sección media.	75
Figura 4.6	Rediseño de la sección superior sobre la malla resultante de la optimización topológica. Vista superior, corte sección superior.	76
Figura 4.7	Rediseño de la sección inferior sobre la malla resultante de la optimización topológica. Vista inferior, corte sección inferior.	76
Figura 4.8	Estructura final con malla de la optimización topológica.	77
Figura 4.9	Rediseño sección media frontal.	77
Figura 4.10	Estructura final sin malla de la optimización topológica.	77
Figura 4.11	Estructura terminada sin malla de la optimización topológica - Vista sección inferior.	77
Figura 4.12	Estructura terminada sin malla de la optimización topológica- Vista sección inferior- anclajes de suspensión traseros.	78
Figura 4.13	Distribución del esfuerzo de von Mises en impacto frontal.	80



Figura 4.14	Deformación de von Mises en impacto frontal. ....	80
Figura 4.15	Distribución del esfuerzo de von Mises en impacto trasero. ....	80
Figura 4.16	Vista sección inferior trasera, resultados del esfuerzo de von Mises. ....	80
Figura 4.17	Deformación de von Mises en impacto trasero. ....	81
Figura 4.18	Distribución del esfuerzo de von Mises en impacto lateral derecho. ....	81
Figura 4.19	Deformación de von Mises en impacto lateral-derecho. ....	81
Figura 4.20	Distribución del esfuerzo de von Mises en impacto lateral izquierdo. ....	82
Figura 4.21	Deformación de von Mises en impacto lateral-izquierdo. ....	82
Figura 4.22	22 Distribución de esfuerzo de von Mises en impacto por volcadura. ....	82
Figura 4.23	Deformación de von Mises en impacto por volcadura. ....	83
Figura 4.24	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga del peso de las baterías. ...	83
Figura 4.25	Deformación de von Mises por carga del peso de los pasajeros, vista inferior. ....	83
Figura 4.26	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga del peso de los pasajeros. ....	84
Figura 4.27	Deformación de von Mises por carga del peso de los pasajeros, vista inferior-sección delantera. ....	84
Figura 4.28	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga del peso del motor. ....	84
Figura 4.29	Deformación de von Mises por carga del peso del motor, vista inferior. ....	84
Figura 4.30	Distribución de esfuerzo de von Mises debido al peso de la carga. ....	85
Figura 4.31	Deformación de von Mises por carga del peso de la carga, vista inferior. ....	85
Figura 4.32	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto trasero de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 1 (ITLL), anclaje para la suspensión 3(ITLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15. ....	85
Figura 4.33	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto frontal de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 1(IFLL) y anclaje para la suspensión 3(IFLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15. ....	86
Figura 4.34	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto por el centro de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 1(ICLL), anclaje para la suspensión 3(ICLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15. ....	86
Figura 4.35	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto trasero de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 2(ITLL), anclaje para la suspensión 4(ITLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15. ....	87
Figura 4.36	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto trasero de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 2(ICLL), anclaje para la suspensión 4(ICLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15. . ....	87
Figura 4.37	Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto trasero de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 2(ICLL), anclaje para la suspensión 4(ICLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15. ....	87
Figura 4.38	(a) Sección lateral de la estructura final sin refuerzo, (b) Sección lateral de la estructura con refuerzos. El perfil en color amarillo es reemplazado por el de color negro. ....	88
Figura 4.39	(a) Sección frontal de la estructura final sin refuerzo, (b) Sección frontal de la estructura con refuerzos (perfiles en color negro). ....	88
Figura 4.40	Estructura final con refuerzos. ....	89
Figura 4.41	Distribución del esfuerzo de von Mises para caso de carga por impacto	89



---

	frontal, en estructura final con refuerzos. ....	
Figura 4.42	Distribución del esfuerzo de von Mises para caso de carga por impacto frontal, en estructura final con refuerzos. ....	90
Figura 4.43	Distribución del esfuerzo de von Mises para caso de carga por Volcadura frontal, en estructura final con refuerzos. ....	90
Figura 4.44	Comparación entre la geometría y el material utilizado para su construcción de la estructura inicial (a) y la estructura final (b). ....	93



## INTRODUCCIÓN

El automóvil se define como el vehículo que se utiliza para transportar personas o cosas individualmente o a la vez, también se deriva de su composición que significa que se puede mover por sí solo. [Arias-Paz, 2004]

El sueño de un vehículo de propulsión propia se remonta muy atrás en la historia. En el siglo XIII, Roger Bacon escribió que "pueden hacerse carruajes que se muevan con rapidez increíble sin necesidad de animales". Trescientos años más tarde Leonardo da Vinci revivió la idea, específicamente para un vehículo militar, análogo al tanque moderno. Tanto para Bacon como para Leonardo esas ideas deben haber sido simples suposiciones, porque en ambas épocas no había ninguna fuente de energía.

Técnicamente, el carruaje sin caballos se había hecho posible aunque todavía era necesario determinar su forma definitiva. Los antecesores directos del automóvil de gasolina de nuestra época fueron los construidos en Alemania en 1885 por Karl Benz y Gottlieb Daimler. No se ha definido cuál de los dos tiene el derecho de prioridad pero lo esencial es que el trabajo de ambos inicio el desarrollo continuo del vehículo de motor.

La primera fuente fueron los motores de vapor que eran conjuntos muy pesados. A pesar de ello estos eran los mejores motores que se habían concebido hasta entonces. El motor moderno de gas, de explosión o de combustión interna fue inventando en 1860 y llegó a ser una posibilidad comercial en 1868 gracias a los trabajos del alemán Nicolás Otto.

Por este tiempo aparece otra fuente de energía "el motor eléctrico" [El automóvil, 2007], un motor eléctrico transforma la energía eléctrica en energía mecánica, además de ser energía libre de contaminantes, presenta otras ventajas en comparación con los motores de combustión; por ejemplo, pueden ser más ligeros y más pequeños, en la actualidad se presenta una carrera en cuanto a desarrollo e investigación de este tipo de dispositivos, con el firme objetivo de reemplazar a sus opuestos que utilizan cualquier tipo de combustible fósil.

El impulso que necesitó el automóvil para su completo desarrollo fueron las primeras carreras que se efectuaron principalmente en Francia como la "Paris Bordeaux-Paris" de 1895, primera de una serie de muchas más; esto dio por resultado que esta industria se desarrollara primeramente en Francia, donde René Panhard y Emile Levassor lanzan a la venta un vehículo reconocido como el primer automóvil con motor delantero que se convertirá en el esquema tradicional del diseño automotriz. [El automóvil, 2007],





Figura I.1 Línea de montaje del Ford T, 1908. [Miguel A., 2008]

Muchos fabricantes aparecen De Dion, Renault, Duryea, Peugeot, Olds, Winton, Porsche, por mencionar sólo algunos, pero el mayor acontecimiento se logra en 1908 cuando Henry Ford saca al mercado su modelo T, un automóvil que se fabrica en serie ininterrumpidamente durante casi 19 años y aunque la producción en serie ya había sido utilizada en menor escala es, en este modelo que logra su perfeccionamiento.

Otra gran revolución introducida por Ford en 1913, fue "la cadena de montaje", que logra abaratar costos y alcanzar la cifra de 15, 007,033 ejemplares vendidos. Henry Ford transformó al automóvil de un lujo para los ricos, a una necesidad accesible para todos.

Al inicio, para montar totalmente un automóvil se necesitaban más de 12 horas, ya que la cadena fue perfeccionada, el tiempo se redujo a 1 hora 30 minutos aproximadamente, con aumento de productividad y optimización de las instalaciones.

Es difícil medir el efecto total del automóvil en la vida del hombre. Indudablemente el auto produjo cambios sociales y económicos importantes. Los procesos de fabricación en serie y continuo conformaron el sistema de producción en masa. El sistema de producción en masa se expandió desde la industria del automóvil a otros sectores industriales y se convirtió en la forma incuestionable de cómo debían ser conducidos los temas empresariales y comerciales en todo el mundo.

Durante la década de 1920 los viajes en automóvil a grandes distancias se consideraban cada vez menos como una aventura excitante y cada vez más como un método aceptado y normal de viajar, aunque todavía había serios obstáculos. [El automóvil, 2007]

Aún hoy en día, la innovación en los procesos de producción y la actualización continua en los procedimientos de diseño, hacen que la evolución del automóvil continúe, planteando para la industria nuevos objetivos.



Los esfuerzos de la industria automotriz se enfocan principalmente en cuatro características de gran importancia:

- Φ Brindar más seguridad y confort a los ocupantes de los vehículos.
- Φ Obtener estructuras cada vez más rígidas y más ligeras.
- Φ Sistemas de combustión más eficientes.
- Φ El desarrollo de vehículos a base de energías renovables o energías limpias.

Aunque continuamente se busca satisfacer cada uno de estos por separado, es fácil notar la relación que existe entre ellos, ya que mejorar cualquiera de estas características beneficia indirectamente a las demás, proporcionando grandes ventajas de todo tipo. Cabe mencionar que la creación de vehículos que utilicen energías alternativas al combustible fósil, es un concepto ampliamente abarcado en los últimos años que indica que será la tendencia principal que seguirá la nueva generación de automóviles.

Asociaciones como EuroNCAP (European New Car Assessment Programme) o Programa Europeo de Evaluación de Automóviles Nuevos, realiza cada año diversas pruebas de choque en vehículos de reciente creación para evaluar la seguridad que ofrecen a sus futuros ocupantes, estableciendo estándares para los resultados de estas pruebas es como se decide qué tan seguro es un automóvil, principalmente ante eventos como choques frontales, laterales y contra peatones. [Prevenis 2008]

Una de las pruebas que se realizan se describe en seguida de manera resumida.



Figura I.2 Prueba de impacto frontal tipo off-set. [Prevenis 2008]

La prueba de impacto frontal tipo off-set (descentrado) se realiza haciendo impactar el vehículo frontalmente a una velocidad de 64 km/h contra una barrera deformable de aluminio. La velocidad de esta prueba supera en 8 km/h la desarrollada por el Comité Europeo para la Mejora de la Seguridad en el Automóvil. [Prevenis 2008]

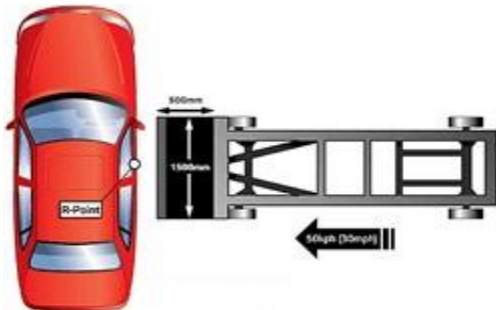


Figura I.3 Prueba de impacto lateral. [Prevenis 2008]

Las pruebas de impacto lateral se realizan a una velocidad de 50 km/h. Para simular el impacto lateral, se lanza contra el lado del conductor un carro sobre cuyo frontal se fija una barrera deformable. La masa total del carro que impacta contra el vehículo es de 950 +/- 20 Kg. [Prevenis 2008]

Las consecuencias de un impacto son devastadoras, tanto para los ocupantes de un vehículo como para la estructura de éste; con pruebas como las descritas anteriormente se previenen muy pocas de las eventualidades que pueden suceder durante un impacto o las situaciones en las que estos pueden presentarse, ya que dependiendo de varios factores se puede calcular la severidad de cada uno.

Con el objetivo de concientizar a la industria automotriz y sobre todo a los conductores, esta asociación describe lo que sucede durante el primer segundo en un choque frontal de un vehículo que viaja a 90 [km/hr] contra un objeto sólido.

- Φ En la primera décima de segundo, el parachoques y la rejilla delantera quedan destruidos,
- Φ Durante la segunda décima de segundo, la parte frontal del vehículo comienza a doblarse, elevarse y golpear el parabrisas, mientras que las ruedas traseras se elevan del suelo. Aunque la estructura del coche ha parado, el resto del vehículo continúa viajando a la velocidad de 90 km/h. El instinto del conductor es estirar las piernas preparándose para el impacto, pero el impacto las rompe a nivel de las rodillas.
- Φ Durante la tercera décima de segundo, el volante comienza a desintegrarse y la columna de la dirección impacta contra el pecho del conductor.
- Φ En las primeras cuatro décimas de segundo, los primeros 60 cm del vehículo son destruidos, mientras la estructura del mismo comienza a partirse en pedazos, el vehículo continúa su marcha a 90 km/h.
- Φ En la quinta décima de segundo, el conductor es atravesado por la columna de la dirección y sus pulmones empiezan a llenarse de sangre.
- Φ En la sexta décima de segundo, los pies salen de los zapatos, aunque estos estén bien atados. Los pedales del freno y del embrague se retuercen alrededor de los pies. La estructura del vehículo se dobla en dos y la cabeza del conductor golpea contra el parabrisas mientras las ruedas que aún están girando caen contra la carretera.
- Φ En la séptima décima de segundo, los ejes y las puertas se colapsan atrapando al conductor. Pero el conductor no se inmuta porque ya está muerto, y las últimas tres décimas de segundo no significaron nada para él. [Prevenis 2008]

### Optimización estructural.

El concepto de optimización tiene innumerables áreas de aplicación, y es diferente para cada una de ellas, ya sea para la informática, la economía, la sociología o para la ingeniería, todos coinciden en una misma idea, y esta es en mejorar a través de algún procedimiento la solución encontrada para algún problema específico y bien definido.

De esta forma se puede decir que los métodos de optimización estructural son herramientas que pueden ser usadas para mejorar el desempeño de estructuras en términos de eficiencia de material en soportar las cargas aplicadas. Esto es posible cuando el diseño estructural se optimiza en función de los resultados. [Qing Quan, Liang, 2004]





Es realista minimizar el peso o costo de una estructura sometida a restricciones geométricas y restricciones basadas en el desempeño, lo cual incluye restricciones de: esfuerzos, desplazamientos, fluencia, frecuencia y cargas de pandeo. Hay varios tipos de problemas dentro de la ingeniería, y por lo tanto existen varios tipos de optimización para dar solución a dichos problemas, entre los que destacan la optimización de forma, de tamaño y topología, todos ellos basados en modelos matemáticos.

Por lo que matemáticamente se define a la optimización como:

Φ La búsqueda del máximo o mínimo de una función objetivo. [Annicchiarico,2000]

El diseño, la manufactura y la optimización estructural forman parte de un mismo proceso cuyo único objetivo es siempre obtener el mejor resultado posible para una necesidad específica, modificando los métodos conocidos o en la búsqueda de otros nuevos es como se explota al máximo la creatividad de cada individuo, en la búsqueda continua de una mejor calidad de vida. [Lozano, 2010]

Desde hace varias décadas, se han realizado estudios en el campo de optimización estructural.

Entonces se dice que:

Φ El problema de diseño óptimo se entiende como aquel que plantea determinar el resultado de entre una serie de estos, que permita satisfacer alguna condición o restricción impuesta para tal problema. [Xie, Steven, 1997]

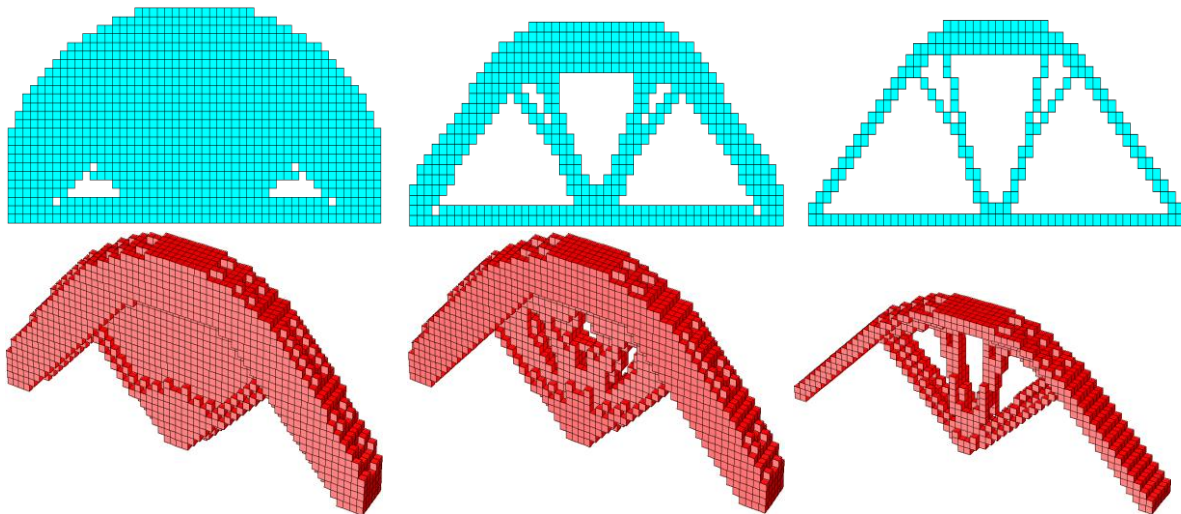


Figura I.4. Optimización estructural topológica de Estructura de Mitchell mediante Optimización Estructural Evolutiva (ESO) EN 2D Y 3D. [Querim, 1997]



**OBJETIVO**

Diseñar a nivel conceptual la estructura de un vehículo eléctrico de reparto por medio de optimización topológica.

Para cumplir dicho objetivo se plantea lo siguiente:

- Φ Modelar por medio de un sistema CAD una estructura monocasco, similar a la del Vehículo Eléctrico de Reparto (VER) de la cual se referenciarán las dimensiones y la configuración de los elementos que soporta.
- Φ Realizar para ésta estructura un análisis FEM, para conocer su capacidad de funcionamiento como un vehículo de carga y su comportamiento para los distintos casos de carga e impacto a los que podría verse expuesto.
- Φ Aplicar un proceso de optimización estructural, para obtener una reducción en el peso, con restricciones de funcionamiento para cargas estáticas, lo que arrojará como resultado una geometría prototipo para el vehículo.
- Φ Rediseñar dicha estructura tomando como base los resultados del proceso de optimización, de los que se obtendrá una o varias configuraciones distintas.
- Φ Por último, analizar la estructura final aplicando las mismas solicitaciones que se presentaron para una estructura inicial, para con ello validar su desempeño.
- Φ Diseñar una estructura que proporcione un alto grado de rigidez utilizando el mínimo material posible para su construcción.



### **JUSTIFICACIÓN DEL PROYECTO**

Se prevé que al diseñar el prototipo de la estructura del chasis de un vehículo eléctrico de reparto como un monocasco y aplicar la optimización topológica, se encontrará un prototipo óptimo de bajo peso que soportará los casos de carga considerados para su operación.

La reducción de peso de una estructura es de gran importancia para la industria automotriz; sin embargo, éste es un aspecto deseado en otras industrias que pretenden obtener mayores ventajas en el comportamiento de sus diseños, ya que también la optimización es aplicable a varias áreas de la ingeniería.

En la industria automotriz, por otro lado, se obtiene otro beneficio importante en cuanto a la disminución en el consumo de combustible, y como consecuencia una menor potencia requerida para poner en movimiento un vehículo; además de que una estructura monocasco añade ventajas importantes en el diseño para la seguridad de los ocupantes de estos vehículos.



CAPÍTULO 1

# MODELADO DE LA ESTRUCTURA

## MONOCASCO

### 1.1 INTRODUCCIÓN.

Desde los tiempos en que Arquímedes discretizó la circunferencia por el método de exhaución, inscribiendo y circunscribiendo polígonos irregulares de hasta 96 lados , para así determinar una aproximación de la relación entre la longitud de la circunferencia y su diámetro ( $\pi$ ) [M1], la optimización se ha encontrado presente, desarrollándose y evolucionando al paso de los siglos, ya que de manera instintiva la humanidad ha buscado la manera de mejorar varios aspectos de la vida cotidiana, buscando dar solución a diversas situaciones que han enfrentado con el paso del tiempo.

Estas mejoras son evidentes a través de la historia en el diseño de edificaciones, herramental, armas, procesos de fabricación, entre otras, dando así a los analistas una amplia gama de métodos a utilizar, permitiendo a la vez crear uno nuevo o mejorando uno existente. Como ejemplo de ello, se puede mencionar a Klein, Pearson y Schmit, a quienes se debe fundamentalmente los principios del diseño óptimo que fueron formulados en el periodo 1955-1960, entre sus principales aportaciones se encuentran la formulación del problema generalizado de optimización estructural en la que integraron un análisis estructural y la optimización en un esquema único y coherente de diseño. [Navarrina, 1987]

Así también Xie y Steven en 1993 introdujeron el método ESO (Evolutionaty Structural Optimization), el cual, mediante un criterio de rechazo, elimina el material ineficiente de una estructura, generando una nueva geometría en la cual , el estado de esfuerzos para la estructura es homogéneo casi en su totalidad, esto dependiendo del porcentaje señalado para la función objetivo.[Xie,Steven,1997]

Hoy en día, la tecnología permite aplicar un método de optimización estructural a casi cualquier tipo de estructura, gracias a los avances en el área de la computación, debido a una mayor eficiencia en las herramientas de software y hardware para la creación de modelos simples, hasta la aplicación de algoritmos de optimización utilizando reglas evolutivas para los diversos tipos de optimización que se requieren, dando como resultado una importante reducción en el tiempo de procesamiento para cada diseño.



1.2 DISEÑO Y DISEÑO ÓPTIMO.

Formular un problema de diseño óptimo no siempre es una tarea sencilla ya que, en muchas ocasiones, los parámetros que se desean optimizar requieren de distintos análisis; a la vez, cada análisis desprende distintas variables de diseño.

El procedimiento para formular un diseño óptimo no difiere mucho del diseño convencional, ya que puede entenderse como una extensión, agregando el proceso de optimización, el cual basado en el resultado satisfactorio del análisis propuesto para el modelo, aplicará criterios de optimización que ofrecerán una solución satisfactoria a uno o varios parámetros específicos del problema.

En la figura 1.1 se muestra una comparación entre el diseño convencional y el diseño óptimo, es importante señalar, que aunque en el diagrama se muestran algunos los pasos a seguir para cualquier proceso de diseño en general, esta comparación solo es válida para el caso del diseño estructural.

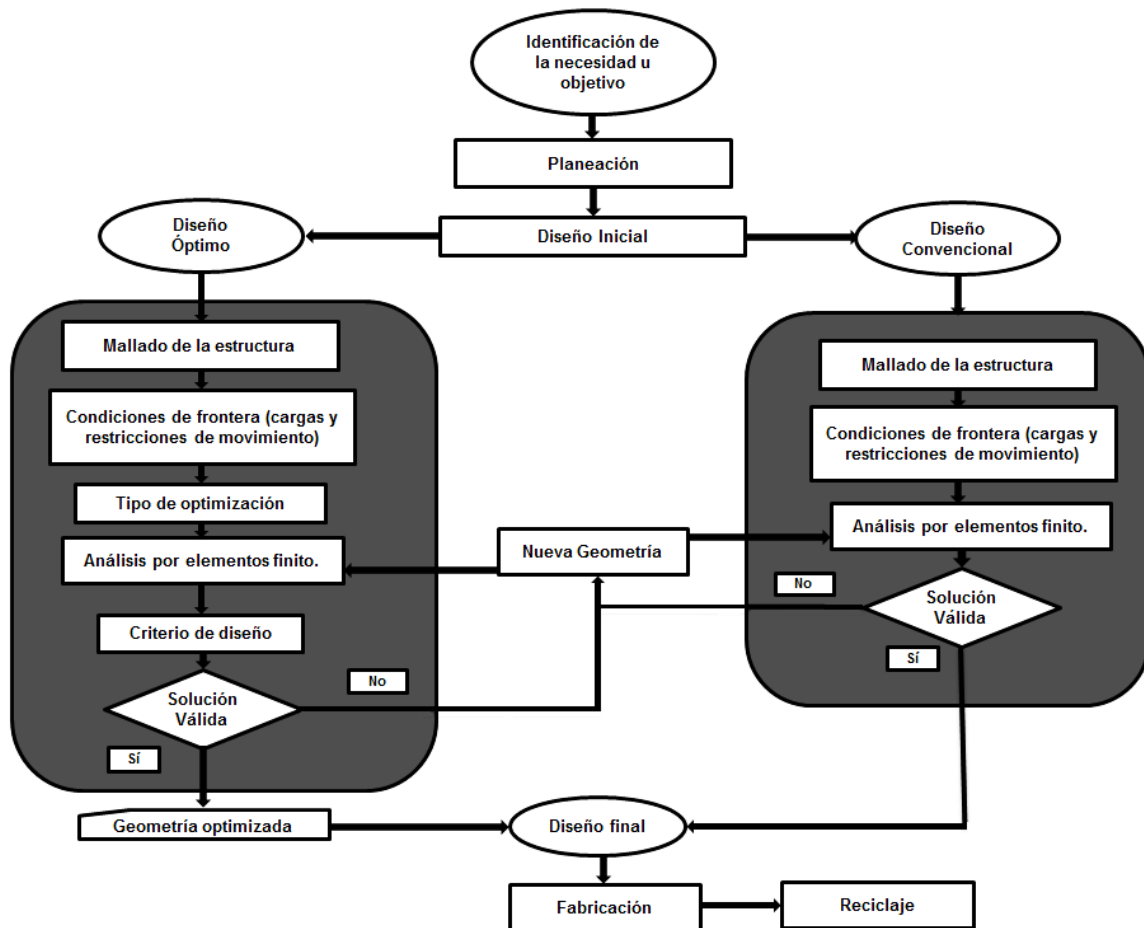


Figura 1.1 Diagrama de flujo, comparación entre Diseño Estructural Convencional y el Diseño Estructural Óptimo. [Lozano, 2010]



Se puede resumir el proceso para la formulación de un problema de diseño óptimo de la siguiente forma [Jasbir, 2004]:

***Declarar el problema o Proyecto;*** para poder plantear la solución a un problema, se debe contar con una descripción detallada del mismo que permita identificar todos aquellos factores externos o internos por los que se verá afectado, permitiendo proponer los objetivos generales que se deben lograr y las restricciones que debe satisfacer.

***Recopilar datos e información,*** al desarrollar una formulación matemática del problema, se necesita reunir información del área de estudio en el que se encuentra el proyecto (propiedades de materiales, requerimientos de desempeño, limitaciones, costos); además de que en muchos casos se necesitan datos obtenidos de diseños existentes para una aplicación similar o de análisis de distintos tipos, todos estos datos son de utilidad para encontrar una solución.

***Definir las variables de diseño;*** se denomina así a todas las magnitudes que varían durante la evolución del diseño, tales como longitud, peso, espesor, entre otras, dependiendo del problema que se busque solucionar.

***Identificar el criterio de optimización a utilizar;*** dado que un criterio se obtiene de la comparación de los resultados de eventos diferentes, se debe elegir bajo qué condiciones se llevará a cabo el proceso de optimización, en la actualidad se reconocen tres métodos principales para la optimización; la optimización de tamaño o paramétrica, la optimización topológica y la optimización de forma.

***Identificar las restricciones;*** las restricciones son limitaciones que el diseño debe satisfacer para considerarse válido, éstas están relacionadas con una o un conjunto de variables que deben mantener un valor o mantenerse dentro de un rango. Así también se debe conocer si estas restricciones son lineales o no lineales, de igualdad o desigualdad, implícitas o explícitas, dependiendo del tipo al que pertenezcan.

### **1.3 MODELADO.**

La industria automotriz es un claro ejemplo de la evolución del diseño, dependiendo del propósito para el que son creados, cada tipo de vehículo ha demostrado sus avances y modificaciones, buscando en gran medida aspectos como la reducción en los costos de producción, un alto rendimiento de combustible, así como la seguridad de los ocupantes.

Existen diversos tipo y clasificaciones para cada vehículo, ya sea dependiendo del tipo de motor con que cuenten (de carga, para uso personal, para carreras, para trabajos industriales), debido a la manera en que están ensamblados o en la forma que son diseñados.



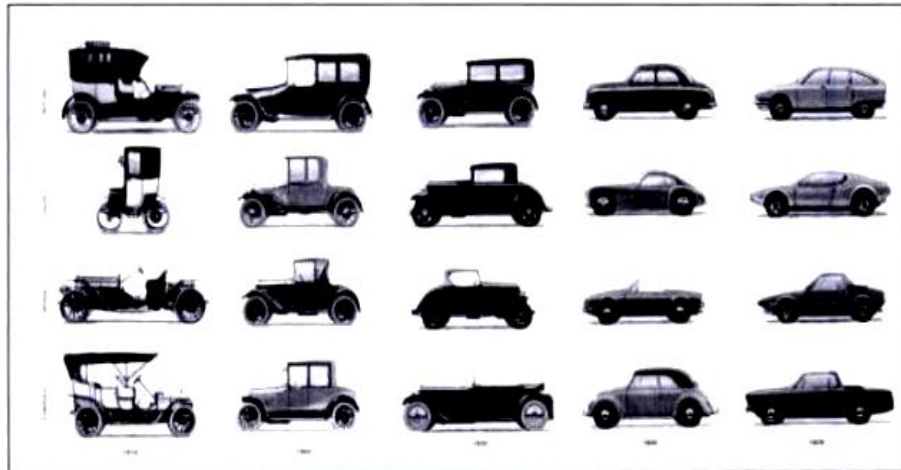


Figura 1.2 Evolución histórica de algunos tipos de carrocería de 1910 a 1970. [Font, 1997]

En estas clasificaciones encontramos los que cuentan con un chasis independiente que constituye el sistema básico de ensamblaje desde la fabricación de los primeros vehículos hasta las carrocerías autoportante o monocasco como se denominarán en este trabajo, aunque esta última se utiliza con el objetivo de obtener estructuras más ligeras, el chasis independiente se utiliza en la construcción de vehículos industriales y deportivos. [Font, 1997]

#### 1.4 CHASIS INDEPENDIENTE.

Llamamos bastidor o chasis a una estructura de sostén a la que se fijan de alguna forma los distintos elementos y grupos mecánicos que componen el automóvil, motor, grupos de transmisión, dirección carrocería, etc. El chasis además de soportar el peso de todos los elementos mecánicos, debe soportar las sobrecargas de uso, lo que incluye no solo el peso de la carga y de los ocupantes, sino también las cargas dinámicas originadas por el funcionamiento de los distintos elementos, factores externos, y por el propio movimiento del vehículo.

Un bastidor en su forma fundamental, está constituido por dos largas piezas situadas una a cada lado del eje longitudinal del vehículo llamadas largueros, unidas por medio de otras más cortas en número variable que se denominan travesaños. Los largueros de los vehículos utilitarios, se construyen en sección con forma de U, abierta en el marco principal de fácil deformación, (figura 1.3 -(a)), los travesaños se componen principalmente de perfiles en U, que van atornillados o remachados a los largueros. Los bastidores con suspensión independiente, suelen tener un travesaño de gran resistencia acoplado a los soportes de las ruedas, o bien en forma de cruz, lo que aumenta la rigidez del bastidor (figura 1.3- (b)).

Al construir la carrocería separada del bastidor, se obtiene que la estructura resulta más pesada o menos resistente, que una estructura monocasco, pero con ello se facilita el montaje y desmontaje.



Otros inconvenientes menores que presenta una configuración de chasis independiente son el encarecimiento del vehículo y la mayor dificultad de obtener con este sistema, centros de gravedad más bajos que mejoran la estabilidad, por lo que supone peores características dinámicas al vehículo. [Font, 1997]

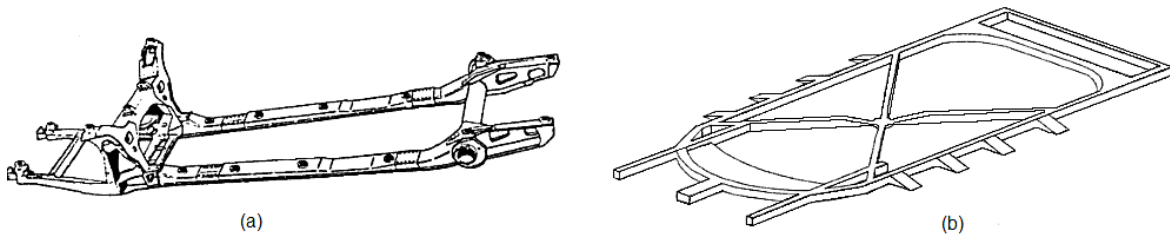


Figura 1.3 Ejemplos del bastidor en un chasis independiente. [Font, 1997]

### 1.5 ESTRUCTURA MONOCASCO.

Como consecuencia de los esfuerzos de integrar las funciones estructurales del chasis y de la cabina de la carrocería clásica en una misma estructura, la propia cabina del vehículo aportará apoyo como soporte estructural, siendo la encargada de recibir los esfuerzos y solicitaciones a las que el vehículo se vea expuesto, dado que ahora carrocería y bastidor serán uno mismo.

Esta estructura debe tener la suficiente rigidez para asegurar los grupos mecánicos y demás sistemas que sobre ella se montan.



Figura 1.4 Audi TT, chasis monocasco. [Audi, 2010]

#### 1.5.1 Ventajas de la estructura monocoque.

Una estructura monocoque ofrece importantes ventajas en comparación con la estructura convencional de bastidor y carrocería independiente, entre ellas las más importantes son:

- Φ Menor costo de fabricación.





- Φ Estructuras más rígidas para igualdad de peso.
- Φ Menor peso para igualdad de prestaciones.
- Φ Mayor habitabilidad del vehículo.
- Φ Mejor comportamiento dinámico.
- Φ Mayor seguridad en caso de una colisión.
- Φ Aerodinámica.
- Φ Aislamiento.
- Φ Mejor Visibilidad

**Menor costo de fabricación:** son varias las razones que influyen en un menor costo de fabricación, uno de ellos es el mejor aprovechamiento del material, tanto en el ahorro de material para las uniones entre bastidor y carrocería y la fabricación del bastidor por separado. Aunque la razón principal proviene de la reducción de operaciones manuales y de automatización de los procesos de producción.

**Mayor rigidez de la estructura:** debido principalmente a la eliminación de una carrocería flexible montada sobre el bastidor, consiguiendo de esta forma aumentar la rigidez de todo el exterior del vehículo, y especialmente del habitáculo, sin que ello signifique un aumento en el peso, ya que con este tipo de carrocería el habitáculo resulta menos propenso a vibraciones y sacudidas, lo que mejora las condiciones de conducción a la vez que el comportamiento dinámico del vehículo.

Una mayor rigidez supone también una mayor durabilidad de la estructura debida a una mayor resistencia a la fatiga producto de las vibraciones, además, de minimizar las distorsiones en los huecos de la carrocería (entre puertas y capos).

**Mejoras en las condiciones de habitabilidad:** son dos factores importantes los que destacan; por un lado es que la estructura se encuentra mejor adaptada a los requerimientos actuales en cuanto al aprovechamiento de espacio interior y la anchura de la carrocería y, por otro, nos permite aprovechar de forma más eficiente el espacio comprendido entre el punto más bajo del chasis y el techo del vehículo.

**Mejor comportamiento Dinámico:** esto es debido a que la estructura monocasco proporciona una menor altura sobre el suelo de la parte inferior de la carrocería, lo que nos permite rebajar la altura del vehículo, mejorando la estabilidad, por efecto de un centro de gravedad más bajo, así como una mejor aerodinámica.

**Mayor seguridad en caso de colisión:** Se debe mencionar que con el paso del tiempo la legislación en materia de seguridad automotriz se ha hecho más rigurosa, obligando en cierta medida a concientizar tanto a fabricantes como a los usuarios sobre este tema.

Es importante tener en cuenta que la excesiva rigidez del conjunto del vehículo, puede conllevar un importante grado de inseguridad de los ocupantes en caso de una colisión, debido a que una parada brusca del vehículo resultado de una colisión, otorga a los ocupantes del mismo una aceleración con respecto de este, de tal forma que la fuerza de impacto sería devastadora.



Un método utilizado para minimizar el efecto de una colisión sobre los ocupantes de un vehículo, es dotar a este de una parte frontal y posterior que permita una deformación gradual, absorbiendo de esta manera una parte importante de la energía cinética almacenada por el vehículo como resultado de la velocidad a la que avanzaba al momento de la colisión.

El mayor grado de protección que aportan los automóviles con carrocería auto-portante es debida al diseño de la estructura de forma que la zona anterior y posterior del vehículo, cuenta con una rigidez menor a la que forma la zona central, por lo que las primeras secciones pueden deformarse con mayor facilidad, brindando así una mayor protección a los ocupantes. [Font, 1997]

**Aerodinámica:** Se mejora la estructura buscando minimizar la resistencia debido al impacto del aire, así también se puede en mayor medida controlar los efectos del flujo de aire que entra en contacto con el neumático en carretera lo que mejora de manera directa la estabilidad del vehículo.

**Aislamiento:** Se reduce el ruido generado por las paredes del cuerpo, las vibraciones causadas por una reducción en la unión de partes móviles y la transferencia de calor por la radiación térmica de las superficies

**Visibilidad:** Proporciona una mejor visibilidad de la iluminación del medio ambiente, tanto de día como de noche, además de permitir una mejor organización de los dispositivos de iluminación de manera más eficaz. [Morello, 2011]

### 1.5.2 Desventajas de la estructura monocasco.

Aunque es evidente que este tipo de chasis trae consigo importantes ventajas, también es cierto que existen algunos inconvenientes de consideración, principalmente relacionados con el incremento del ruido de la transmisión en comparación con un chasis de bastidor independiente. Para evitar los problemas derivados de éste, por un lado se tiende a rigidizar ciertas zonas de la carrocería incrementando así su frecuencia natural de vibración.

Existe también un deterioro más rápido a causa de los efectos de la corrosión. Para la chapa de la carrocería al ser un componente estructural (chapa con grosores entre 0.6 y 0.15 mm), la corrosión de esta supondrá una alteración notable en cuanto a características resistentes de la estructura. Es por esta razón, que varias piezas de la estructura son sometida a tratamientos químicos anticorrosivos cuidadosamente seleccionados y aplicados en algunos casos a las planchas de acero galvanizadas, y se utilizan en partes especialmente propensas a sufrir corrosión, mientras que las columnas por ejemplo, pueden ser bañadas e inyectadas para presérvallas a salvo de la humedad. [Font, 1997]

### 1.5.3 Tipos de estructuras monocasco.

Dentro de las estructuras monocasco existen dos tipologías sensiblemente diferentes.



En la estructura unida por soldadura, el número de piezas desmontables está reducido al mínimo, de modo que dejando aparte las puertas, los capos (cajuela y cofre) y los parachoques, el resto de las piezas de importancia de la estructura se hallan unidas entre sí por soldadura, con ello se pretende que la pieza que forma el suelo de la caja y que a su vez hace de bastidor aligerado, al estar fuertemente unida al resto del monocasco, haga que éste participe en todos los esfuerzos, proporcionando así la resistencia a todas piezas que componen el conjunto.

Por otra parte, se encuentran aquellas estructuras que aunque en esencia la mayoría de sus componentes se unen por soldadura, éstas son diseñadas para que un cierto número de elementos se encuentren asegurados por tornillos, lo que permite reemplazar estos elementos con mayor facilidad, estos elementos suelen ser los de mayor incidencia en accidentes como por ejemplo los parachoques frontal y trasero, así como los exteriores laterales.



Figura 1.5 Bugatti Veyron 16.4 compuesto por dos chasis (delantero y trasero) además de un centro monocasco.

Por las razones descritas anteriormente la estructura monocasco supone una mayor seguridad para los ocupantes de vehículo en caso de accidente, al permitir a las zonas de deformación la absorción de la energía que se disipa en el impacto, haciendo participe de este efecto, no sólo a los componentes que participan en el impacto, sino a todos los elementos que conforman la estructura. [Font, 1997]

#### 1.5.4 Modelado CAD (Computer Aided Desing)

Durante el desarrollo de nuevos diseños automotrices siempre existe la creación de bocetos o dibujos que describan la forma y composición de un cuerpo u objeto, el avance tecnológico ha introducido el uso de sistemas de cómputo para facilitar el trabajo y es así como aparecen en la ingeniería los sistemas asistidos por computadora que, basados en aplicaciones gráficas y fundamentos matemáticos, proporciona herramientas de gran utilidad para el modelado,



manufactura, simulación de eventos entre otras , reducen de manera importante el tiempo empleado desde el diseño conceptual hasta la producción final individual o en cadena de algún producto específico.

Hoy en día la industria automotriz emplea diversos tipos de sistemas para el desarrollo de nuevos vehículos, reduciendo el tiempo en el proceso de producción y costos, entre los principales se encuentran [Morello, 2011]:

- Φ Diseño asistido por computadora (CAD).- Para modelar y visualizar geometrías, ensamblajes, dimensionar y detallar prototipos.
- Φ Manufactura asistida por computadora (CAM).- Ampliamente utilizada en la automatización de manufactura de piezas, basada en programación de maquinaria bajo códigos numéricos.
- Φ Ingeniería asistida por computadora (CAE).- Se utiliza para realizar simulaciones y análisis que permitan conocer el comportamiento de varios modelos, normalmente estas funciones están incluidas en los sistemas CAD.
- Φ Maqueta digital (DMU, Digital Mock-Up).- Se aplica para representar conjuntos complejos para las pruebas virtuales o desarrollar y exponer la producción en la planta de ensamblaje.

Los pasos más importantes durante el modelado del cuerpo normalmente son las siguientes:

- Φ Distribuir la estructura en función de los volúmenes de producción esperados, adoptando tecnologías de fabricación y materiales utilizados.
- Φ Modelar buscando la aproximación, para acoplar los paneles exteriores del cuerpo.
- Φ Analizar detalladamente las uniones entre los largueros, travesaños y pilares.
- Φ Reconocer las restricciones, estéticas, estructurales y de fabricación, con respecto a estándares comerciales. [Morello, 2011]

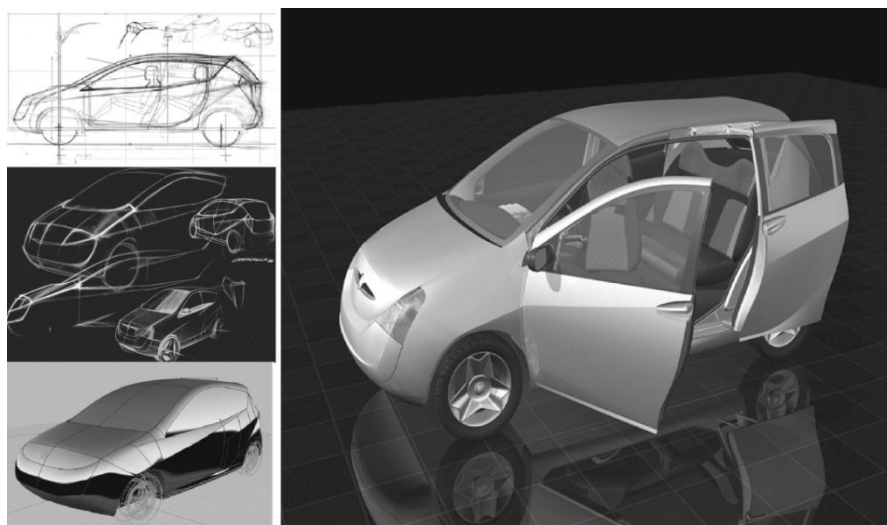


Figura 1.6. Modelo de realidad virtual de la forma exterior de un automóvil obtenidos por los modelos de superficies en un sistema CAD. [Morello, 2011]:



## 1.6 MODELADO DE LA ESTRUCTURA INICIAL

Para el prototipo que se propone en este trabajo de tesis, se modeló una estructura monocasco con la finalidad de agregar las ventajas que conlleva diseñar una estructura de tales características. El procedimiento para el modelado se explica enseguida.

Para modelar la estructura inicial, se planteó una estructura dividida en cuatro zonas principales, dado que solo se utilizaron geometrías sencillas, no se presentaron problemas o contratiempos significativos al realizar el ensamble, además que después de haber modelado las zonas principales de la estructura el mismo el sistema CAD (Siemens Unigraphics NX 7.5<sup>®</sup>) permitió que la estructura fuera interpretada como una sola geometría.

Por otra parte la configuración para esta estructura se referencio del Vehículo Eléctrico de Reparto (VER), diseñado en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, del cual se consideraron sus dimensiones y la ubicación de los componentes que soporta, así en la figura 1.7 se muestra a la estructura inicial dividida en cuatro zonas distintas.

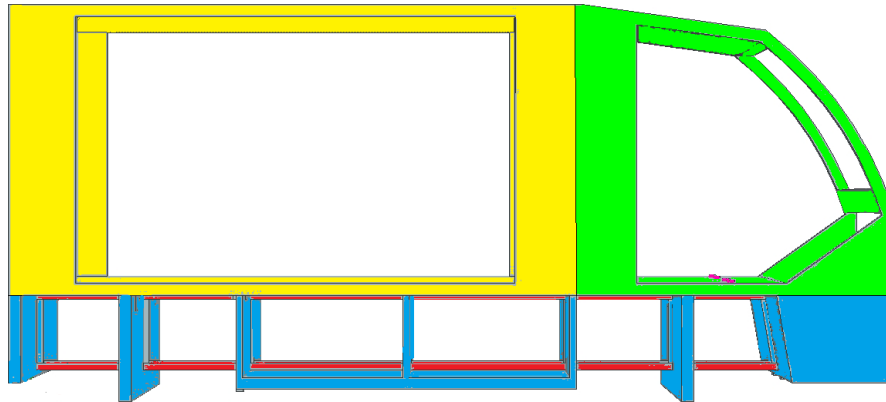


Figura 1.7 Estructura inicial, dividida en las cuatro zonas principales para su modelado. Siemens Unigraphics NX 7.5<sup>®</sup>.

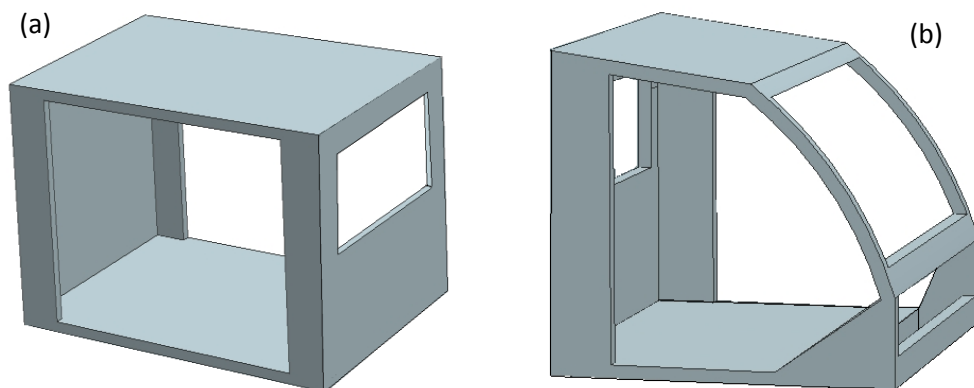


Figura 1.8 Modelado de la zona de carga (a) y la cabina (b) por separado. Siemens Unigraphics NX 7.5<sup>®</sup>.



La figura 1.8, muestran la zona de carga y la cabina, en estas zonas no se hicieron grandes cambios durante el modelado, y por lo tanto representa las zonas más sencillas de modelar en la estructura.

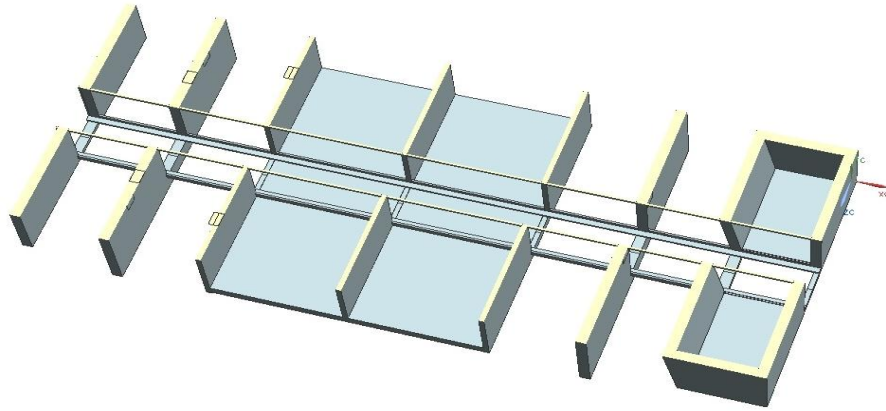


Figura 1.9 Modelado de la sección inferior de la estructura. Siemens Unigraphics NX 7.5 ®.

Para las zonas inferiores por otra parte, se modelaron las secciones encargadas de soportar los anclajes de suspensión, y el riel que soportara las 18 baterías que se utilizan para el funcionamiento del motor (figuras 1.9, 1.10).

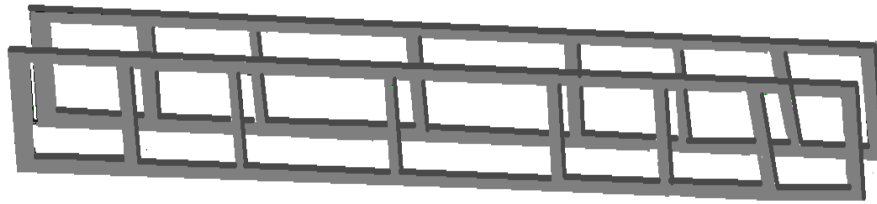


Figura 1.10 Modelado del riel para soportar las baterías. Siemens Unigraphics NX 7.5 ®.

### 1.6.1 Características de la estructura inicial.

Durante el modelado de la estructura se hicieron las siguientes consideraciones:

- Φ Dado que el objetivo de este proyecto es obtener un diseño conceptual, aplicando a dicha estructura un análisis FEM, además de un proceso de optimización estructural por medio del software D.S Studio Genesis 11.0 ®, se colocaron en el modelo secciones rectangulares con el propósito de que el proceso de optimización se entregue una geometría que satisfaga las condiciones de operación impuestas retirando el material que no aporte ninguna ventaja a la estructura..
- Φ Se modeló la estructura como un modelo sólido a base de geometrías sencillas, sólo se especifican como zonas de no diseño los espacios considerados para los pasajeros, el área de carga, los compartimentos laterales bajo el área de carga y el espacio designado a las baterías.



- Φ Se diseñó un monocasco, por lo que en la estructura sólo se distinguen de ella las zonas que se suponen como anclajes para los puentes de suspensión trasero y delantero, los anclajes para el motor y los anclajes para los asientos de los pasajeros como elementos individuales y de características diferentes de esta, creados con la finalidad de facilitar su análisis al representar puntos importantes para el manejo de los casos de carga por impacto que se especifican más adelante.
- Φ En esta etapa del diseño se utilizó software Siemens Unigraphics NX 7.5<sup>®</sup>, con el que se realizaron además del modelado, los ensamblajes de todos los elementos que forman parte de la estructura.

Para cualquier vehículo, tanto el tipo de suspensión como la forma en la que se sostenga del chasis, forman una parte importante para el diseño de éste, sin embargo, el diseño de una suspensión requiere de análisis para casos particulares de funcionamiento que no se abordan en este trabajo.

Así para este trabajo se simplificaron los efectos que produce la suspensión y sus componentes mecánicos al chasis; agregando, en los puntos donde se unirá al chasis elementos con rigidez infinita, con el propósito de transferir íntegramente los efectos que se produce en la suspensión a causa del uso cotidiano, con lo que se asegura que la estructura contemple en estas zonas, una configuración ideal para soportar estas sollicitaciones.

Finalmente en la figura 1.11 se muestra la estructura inicial en una vista lateral-derecha, se observan también los 8 anclajes de unión para los asientos, se puede apreciar que es un modelo con geometrías sencillas, en la figura 1.12 se muestra una vista inferior de la estructura en la que se observan también los 4 anclajes para la suspensión y los 3 anclajes para el motor, todos estos se describen con más detalle en la tabla 1.1.

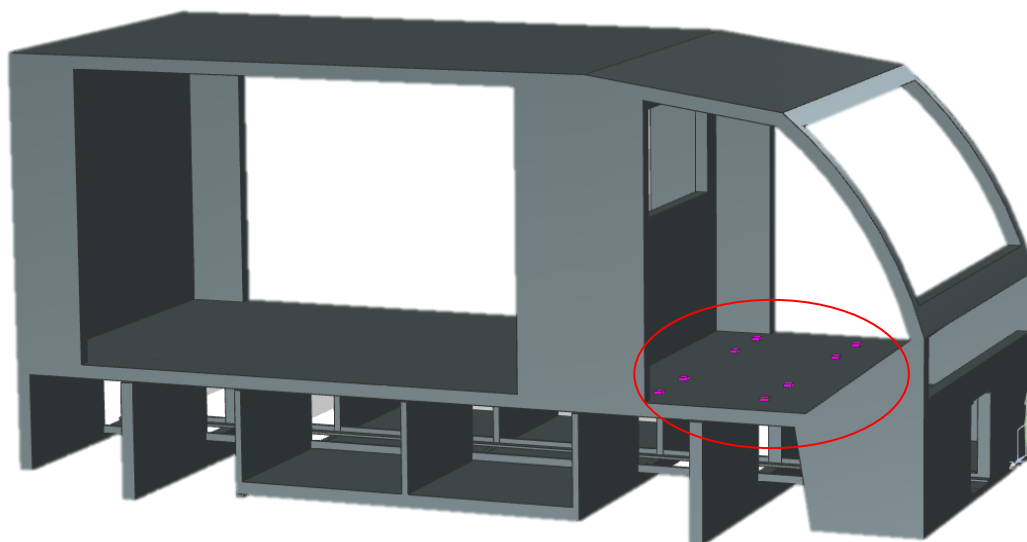


Figura 1.11 Estructura inicial vista frontal derecha, vista de anclajes para los asientos. Siemens Unigraphics NX 7.5<sup>®</sup>.



Es fácil apreciar que si la estructura se construyera de esta forma, el resultado es una estructura muy pesada, superior a 2 toneladas y demasiado rígida en comparación con el chasis de un vehículo de similares características, como el VER por ejemplo, cuyo peso vehicular es de 1300 kg, desafortunadamente no se cuenta con estimado del peso de la estructura de este vehículo, ya que se supone que su peso se encuentra entre los 300 y los 400 kg.

Sin embargo, este modelo es sólo la estructura inicial y se decidió que cuente con estas características para llevar a cabo la optimización topológica, ya que el prototipo obtenido al final de este trabajo consta de una estructura de menor peso y volumen en comparación con la estructura inicial.

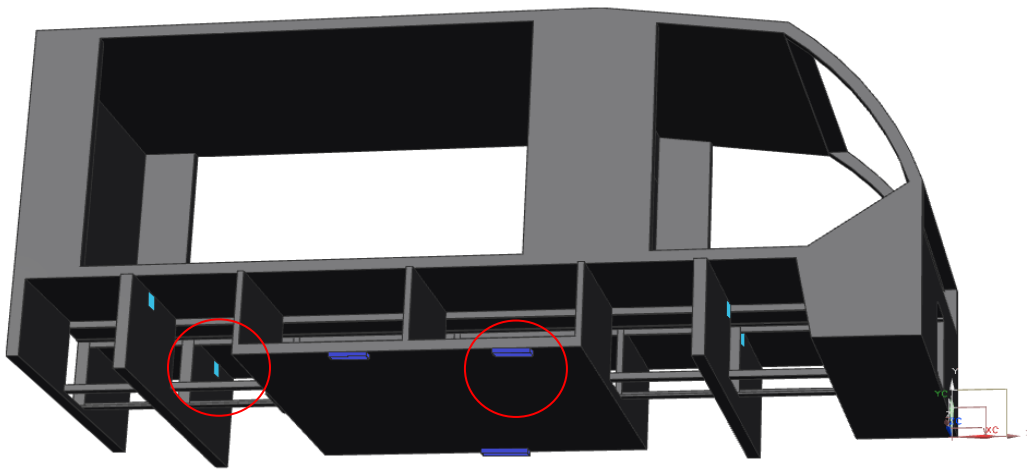


Figura 1.12 Estructura inicial vista inferior derecha, vista anclajes para la suspensión y anclajes para el motor. Siemens Unigraphics NX 7.5 ®.

Tabla 1.1. Puntos de unión de los grupos mecánicos con la estructura.

Descripción	Elemento
Anclajes para los asientos	
Anclajes para la suspensión	
Anclajes para el motor	

Por otra parte, se realizará un análisis FFEM a la estructura inicial mostrada en las figuras 1.11 y 1.12, para la que se plantean diversos casos de carga, tanto el procedimiento para llevar a cabo el análisis como los resultados del mismo se explican detalladamente en el capítulo siguiente.





**CAPÍTULO 2****ANÁLISIS POR ELEMENTO FINITO****2.1 INTRODUCCIÓN.**

Una vez modelada la estructura inicial (figura 1.11, 1.12) es preciso analizarla; por ejemplo, con el Método del Elemento Finito o FEM por sus siglas en inglés (Finite Element Method), para determinar si el diseño tendrá un desempeño adecuado a las condiciones a las que es sometido durante su uso, por esta razón en este capítulo se explicara de manera breve los fundamentos del elemento finito, además de las condiciones específicas a las que se enfrentara dicha estructura inicial.

El método del elemento finito, es un método matemático utilizado para resolver problemas de ingeniería; aunque sus principios comienzan con el diseño estructural gracias al desarrollo en el campo computacional, este método ha ampliado sus áreas de aplicación, ofreciendo excelentes opciones en solución para problemas térmicos, de vibraciones e incluso en el área de mecánica de fluidos. Dado que se trata de un método numérico, la solución obtenida es aproximada, la cual no dista mucho de una solución exacta; dependiendo, de los parámetros y consideraciones que se tengan durante su aplicación y del número de ecuaciones para cada problema.

Para poder encontrar la solución de un sistema o dominio dado se debe realizar una discretización de éste, esto se lleva acabo dividiendo dicho dominio en un número determinado de elementos, los cuales se encuentran conectados a través de nodos. Estos elementos deben ser de algún tipo específico (barra, viga, placas, etc.), ya que con este paso se desarrollarán las ecuaciones de los elementos en 1D, 2D o 3D que nos permitirá resolver el sistema. [Velázquez, 2010]

Una vez dividido el dominio en elementos finitos se asignarán las propiedades de materiales, así como también las condiciones bajo las que deberá funcionar el modelo (cargas estáticas, condiciones de temperatura, restricciones, condiciones de frontera, etc.), factores que determinan la solución generada mediante el análisis matemático. Los análisis que se pueden llevar a cabo son: estático, dinámico, de transferencia de calor, electroestático, entre otros.



En la figura 2.1 se describe el procedimiento a seguir para realizar el análisis FEM a una estructura de cualquier tipo, cabe mencionar que esta descripción corresponde al análisis estructural, y el procedimiento se describe detalladamente en este capítulo.

El análisis matemático resuelve múltiples subsistemas de ecuaciones para cada elemento y la superposición de las contribuciones de los distintos elementos se hace a través de un proceso de ensamble. [Bathi, 2005]

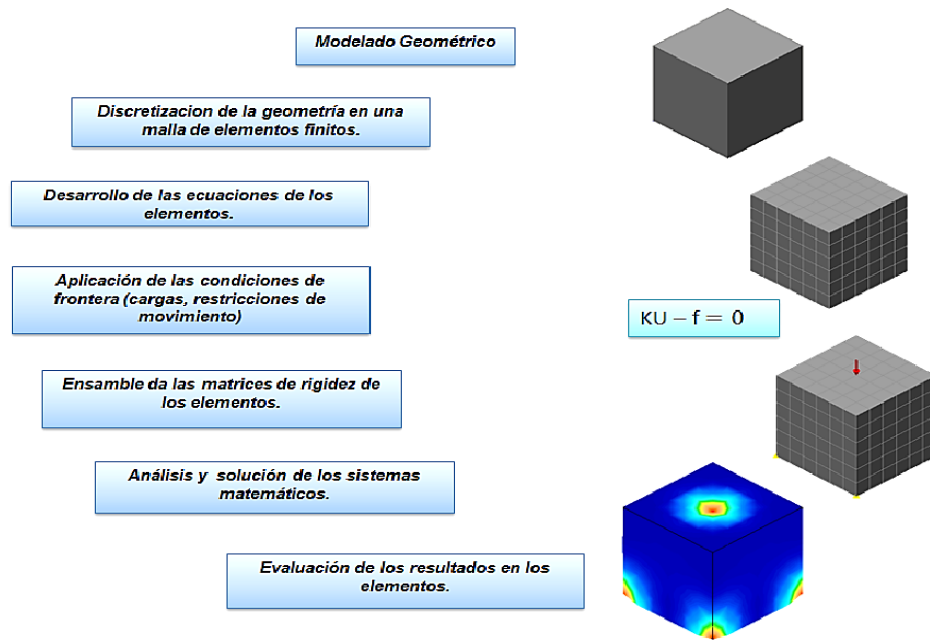


Figura 2.1. Proceso de Análisis por Elemento Finito.

Con los resultados arrojados del análisis, se realiza una comparación con los criterios de diseño más convenientes dependiendo del campo de aplicación, y si los resultados no fueran satisfactorios, se deberá rediseñar el modelo y aplicar nuevamente el proceso anterior hasta llegar a una solución adecuada que satisfaga el problema abordado. [Bathi, 2005]

## 2.2 DISCRETIZACIÓN DEL DOMINIO DE DISEÑO.

La discretización de la estructura, se puede definir como la división en un número determinado de elementos finitos de ésta, los cuales pueden ser de igual tamaño y forma, o una variación entre éstas. Estos elementos se encuentran conectados por nodos, que a su vez forman superficies o volúmenes de control dependiendo del elemento del que se trate.

La geometría del elemento depende del tipo de ecuaciones diferenciales por el que se rigen, para problemas definidos con ecuaciones diferenciales ordinarias en una dimensión, los elementos son líneas rectas o curvas. Para los problemas definidos en dos dimensiones que se rigen por ecuaciones



diferenciales parciales los elementos usualmente son de forma triangular o cuadrangular, estos elementos pueden tener lados rectos o curvos, los elementos con lados curvos se utilizan para obtener mayor precisión en el modelado de geometrías complejas.

Los problemas en tres dimensiones requieren de elementos en forma de tetraedro o de bloque sólidos (hexaedros). Las ecuaciones de los elementos expresan la relación entre los parámetros físicos por los que se rigen las ecuaciones diferenciales y los grados de libertad en los nodos. El número de ecuaciones para algunos elementos puede ser muy grande, por lo que casi siempre se expresan con notación matricial, y por lo general, estos sistemas de ecuaciones son resueltos con la ayuda de los recursos computacionales, ya sea utilizando la paquetería comercial o con algún algoritmo propio, lo que permite obtener la solución al sistema en tiempos más cortos. [Bathi, 2005]

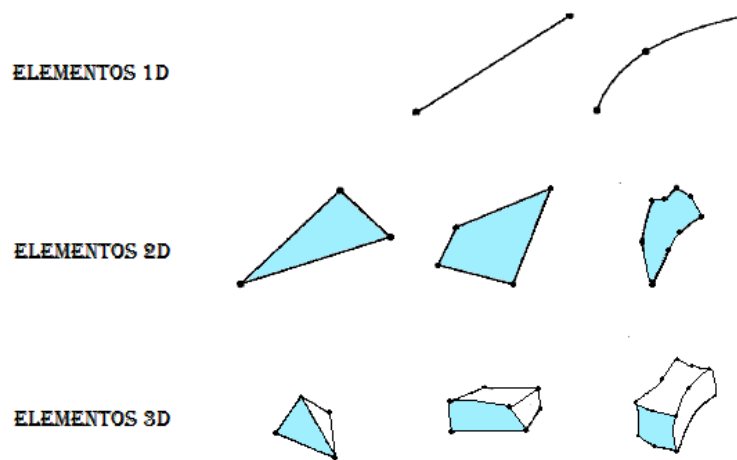


Figura 2.2. Formas típicas de elementos finitos. [Bathi, 2005]

Una correcta asignación del tamaño del elemento proporciona algunas ventajas al análisis, la más importante será que al resolverse el problema, el porcentaje de error generado en la solución se verá ampliamente reducido, así se puede decir que mientras más pequeño sea el tamaño de elemento la solución obtenida se aproxima en mayor medida a la solución exacta, pero se debe ser precavido con este concepto, en ocasiones la solución no varía significativamente de un análisis a otro. [Velázquez, 2010]

Aunque comparando los valores obtenidos al final del análisis es suficiente para determinar hasta qué grado es conveniente reducir el tamaño de elemento, generalmente se toma esta decisión basados en la experiencia del analista. Además, una de las desventajas de realizar el análisis con un tamaño de elemento muy pequeño es que se requiere mucho más tiempo de procesamiento para llevarlo a cabo; por lo tanto, realizar varios procesos para comparar los resultados resulta ineficiente para el desarrollo de un proyecto.



Al formar parte de una solución analítica se puede decir que todas aquellas expresiones matemáticas obtenidas son válidas para todo el dominio de diseño y para cada elemento que pertenece a ésta [Pérez, 2004]; es decir, que la solución obtenida aplica para cada uno de los elementos dentro del dominio. Y es gracias a estas propiedades de los materiales que el análisis FEM es tan útil, ya que dividir esta entidad proporciona la opción de analizar cada uno de estos subdominios por separado o como parte de un todo, lo que matemáticamente permite que el sistema sea resuelto por un sistema algebraico múltiple, en lugar de una serie de ecuaciones diferenciales complejas.

### 2.3 CONDICIONES DE FRONTERA - CARGAS Y RESTRICCIONES.



Para realizar el análisis FEM es necesario establecer condiciones de frontera, éstas se suponen dependiendo del tipo del campo de estudio en el que se requiera realizar el análisis.

Las condiciones de frontera son los requerimientos con que debe cumplir el sistema para ser resuelto, en este caso al tratarse de un análisis lineal estático, se tienen dos tipos diferentes de condiciones.

Las primeras de éstas son cargas o fuerzas, las cuales se imponen externamente al sistema y provocan algún tipo de excitación en la estructura. Por otro lado, se tienen las restricciones de movimiento, es importante mencionar que la colocación de estas últimas es determinante para los resultados del análisis, ya que restringiendo de 1 a 3 grados de libertad, el movimiento de los elementos se debe obtener el comportamiento esperado para el análisis.

Para el análisis por elementos finitos de este proyecto las cargas y restricciones se mostrarán de la siguiente manera:

Tabla 2.1 Simbología de las condiciones de frontera.

Condición de frontera	Descripción	Símbolo
Fuerzas	Estas se presentarán sobre la estructura definiendo la dirección y la sección en la que son aplicadas.	
Restricciones	Representarán la restricción de movimiento, serán fijas para todos los casos.	

Para la aplicación de estas condiciones de frontera se considera el sistema cartesiano de coordenadas globales estándar, definiendo así a las direcciones X, Y, Z como positivas y sus opuestos como negativas.



## 2.4 CASOS DE CARGA.

Se presentaran dos tipos de casos distintos de cargas, el primero será el caso estático en el que el modelo soportara el peso de diversos componentes, que finalmente serán aplicados como cargas en el sentido la fuerza de gravedad, el segundo tipo será el de los casos de carga por impacto, que aunque teóricamente se representa como una caso de carga dinámico, se adaptara para ser analizado como un caso estático, ya que sólo se implica a la carga aplicada en el instante de contacto con la superficie y no en un intervalo tiempo, como lo sería para una carga dinámica.

Sin embargo al aplicación y el cálculo de una carga por impacto requiere tomar ciertas consideraciones, ya que a diferencia de los casos en los que se implica el peso otros componentes soportados por la estructura establecida, para las cargas por impacto se considera la velocidad a la estos cuerpos entran en contacto con la estructura.

Aunque los casos de carga propuestos para esta estructura se explican más delante de manera detalla, se puede observar un resumen de estos en el **anexo 1**.

### 2.4.1 Fenómenos de impacto.

Los fenómenos de impacto sobre las estructuras constituyen solicitudes dinámicas de interés especial, ya que, aunque la probabilidad de que ocurra es más baja que otros tipos de acciones, su efecto es potencialmente catastrófico.

El análisis exige a menudo procedimientos de cálculo distintos a los de otras solicitudes dinámicas más comunes en la dinámica estructural. Salvo para los impactos a muy baja velocidad, es frecuente un comportamiento no lineal causado en la estructura, con grandes desplazamientos y deformaciones, respuesta no lineal del material con posible principio de fractura local, y efectos de interacción complejos en los contactos.

A medida que la velocidad del impacto es mayor, adquieren relevancia los fenómenos de transmisión de ondas de tensión o incluso de ondas de choque. Como se explicó en el capítulo anterior, se debe proveer de las condiciones de frontera al problema para poder llevar a cabo el análisis por elementos finitos, designando cargas y restricciones para cada uno de los casos de carga que se consideran para esta estructura.

No deben perderse de vista los principios básicos de la dinámica que a menudo es necesario aplicar para deducir ciertas condiciones que no son inmediatas en el planteamiento del problema. Un ejemplo de esto es el cálculo de las fuerzas de impacto, a imponer en el modelo estructural, en situaciones en que no sea práctico realizar un modelado detallado del fenómeno local en la zona de impacto. Este modelado local detallado necesitaría un modelo preciso de los contactos entre los cuerpos que impactan, la consideración de la propagación de ondas en la zona de impacto y de la fractura del material que conduzca a una penetración del proyectil en mayor o menor grado.



Estos fenómenos son extraordinariamente complejos para representar, lo que obliga en ocasiones a realizar hipótesis simplificadoras sustentadas adecuadamente en los principios básicos de la mecánica y con el apoyo de aplicaciones matemáticas programadas en potentes equipos de cómputo para la resolución de problemas de este tipo. [Goicolea]



Figura 2.3 Lexus CT200h prueba de impacto frontal. [EURO NCAP, 2011]

La simulación de dichos eventos ha sido un factor importante en desarrollo de herramientas que permitan obtener una mejor aproximación de lo que resultaría del impacto entre dos vehículos, aunque las simulaciones en ordenador son cada día más populares, debido a la reducción de los costos y el tiempo de procesamiento, en ocasiones no es posible recrear cada aspecto de lo que sucede durante una colisión, por lo que hacer simulaciones físicas es de vital importancia en el desarrollo de estructuras cada vez más seguras.

#### 2.4.2 Eventos de impacto.

El transporte en sus diversos modos involucra vehículos en movimiento, lo cual siempre prevé el riesgo de colisión. Cada vez se asigna más importancia en el diseño a la evaluación de la seguridad frente a impactos, habiéndose constituido este aspecto en una de las claves del éxito comercial de ciertos automóviles

En cuanto a los automóviles, son conocidos los modelos y ensayos realizados por casi todos los fabricantes actuales para garantizar la seguridad de los ocupantes frente a impactos frontales o laterales. El diseño tiende a proveer una zona del propio vehículo que al colapsar produzca de forma controlada una disipación suficiente de energía, así como una celda de seguridad suficientemente rígida de forma que los ocupantes no sufran daño.

En los vehículos de Fórmula I las dimensiones y características de esta celda son parámetros esenciales para el diseño. Por otra parte, un aspecto de creciente importancia es el diseño de las protecciones en las carreteras, como las barreras flexibles, de forma que eviten la salida



incontrolada del vehículo pero permitan una deformación suficiente para disipar o desviar la energía del impacto. Por último, un aspecto al cual se le presta una atención creciente es el efecto del impacto sobre conductores o sobre peatones arrollados, en donde se hacen necesarias consideraciones y estudios de biomecánica.



Figura 2.4 Ferrari Fórmula I, 2001. [Ferrari]

De hecho, es en este ámbito multidisciplinario en donde se están dedicando últimamente, una parte importante de los esfuerzos de investigación, tanto a nivel experimental (muñecos para simulación realista de accidentes y sus efectos) como en aplicaciones matemáticas permitiendo obtener cálculos de manera más rápida y precisa.

En la aeronáutica, debido por una parte a la gran velocidad alcanzada y a la imprescindible ligereza de los aparatos, parece difícilmente alcanzable un diseño a prueba de colisiones. Sin embargo, en combinación con otros dispositivos de seguridad y un adecuado diseño frente a impacto, resulta muy beneficioso. Uno de los casos típicos a considerar es el de impacto de un pájaro en el fuselaje del aeroplano, fenómeno que es más frecuente de lo que pueda parecer, especialmente en las cercanías de los aeropuertos. Suelen diseñarse para resistir adecuadamente la colisión de un ave tanto el borde de ataque de las alas como la cabina de los pilotos, mediante experimentos (cánones de pájaros) y cálculos obtenidos de éstos.

También la “ingestión” de un ave (entrada de un ave en las turbinas del avión) es uno de los requisitos de consideración para el diseño de motores. Cabe citar adicionalmente en este apartado el cálculo de ciertas estructuras frente a la hipótesis de impacto de un avión, presente en la normativa de diseño nuclear de ciertos países como Alemania, debido al enorme potencial de daño que conllevaría dicho accidente. [Goicolea]

### 2.4.3 Clasificación del impacto.

La velocidad es quizás el parámetro más simple para clasificar los distintos tipos de impactos. Sin embargo, resulta difícil clasificar de forma absoluta los mismos por un solo parámetro, ya que otras variables de tipo geométrico o relacionadas con las propiedades del proyectil o del blanco tienen



una importancia decisiva. A pesar de todo, y con objeto de realizar una primera aproximación, se han propuesto diversas clasificaciones.

Sintetizando éstas, y citando los efectos sobre el material, se puede proponer la siguiente clasificación:

- Φ Baja velocidad ( $v < 50\text{m/s}$ ). Efectos elásticos, o deformación plástica localizada.
- Φ Velocidad media ( $50\text{m/s} < v < 500\text{m/s}$ ). Deformación plástica generalizada.
- Φ Velocidad alta ( $500\text{m/s} < v < 2000\text{m/s}$ ). La resistencia viscosa del material aún es considerable.
- Φ Hiper-velocidad ( $2000\text{m/s} < v$ ). El material puede considerarse como un fluido hidrodinámico.

[Goicolea]

#### 2.4.4 Tipos de impacto.

Para las causas y clasificación anteriores, pueden distinguirse para cada caso distintos fenómenos producidos por el impacto, cabe señalar que estas circunstancias se pueden presentar para cualquier tipo de estructura.

- Φ **Dinámica y vibraciones estructurales:** en ellos la geometría estructural es predominante, siendo relevantes en los impactos a baja velocidad, y puede estudiarse mediante métodos de integración implícita o explícita en el tiempo.
- Φ **Propagación de ondas de tensión y de choque:** en los impactos a velocidades medias y bajas es importante analizar con detalle el efecto de las ondas de tensión, que se convierten en ondas de choque para impactos a hiper-velocidad, por encima de los 2000 [m/s] generalmente.
- Φ **Comportamiento no lineal del material: plasticidad, rotura:** dependencia de la velocidad de deformación, dependencia de la energía interna o temperatura. Se produce en mayor medida al aumentar la velocidad de impacto, aunque para velocidades muy elevadas el material pasa a comportarse prácticamente como un fluido, su resistencia puede despreciarse.
- Φ **Grandes desplazamientos:** es decir cambios de geometría y rotaciones finitas que a su vez influyen en las cargas y su efecto.
- Φ **Grandes deformaciones:** los alargamientos unitarios de los materiales en fases sólidas pueden superar el 100 %. Bajo presiones muy elevadas el material se comporta como un fluido, con deformaciones muy grandes.
- Φ **Contactos y fenómenos de interfaz en los contornos:** el contacto es clave en cualquier modelo de impacto, ya que a través de él se transmiten las cargas.





- Φ **Penetración y perforación, por la rotura del material del blanco:** Se denomina penetración cuando el proyectil no traspasa, y perforación cuando el proyectil se produce penetración total y el proyectil pasa al otro lado del blanco. [Goicolea]

## 2.5 CARACTERÍSTICAS Y CÁLCULO DE LAS CARGAS POR IMPACTO.

Fuerzas aplicadas repentinamente a estructuras y máquinas reciben el nombre de choque o impacto que en ciertos casos resultan como cargas dinámicas, un ejemplo son las cargas que se mueven rápidamente, como las causadas por un tren que pasa a alta velocidad sobre un puente o cargas de un impacto directo, como el golpe de un martillo. Estas cargas de impacto también pueden generarse por los espacios que poco a poco se desarrollan entre las superficies de contacto por el desgaste progresivo, por ejemplo en los mecanismos de dirección y ejes de los automóviles.

Una carga de choque se produce generalmente por la repentina aplicación de una fuerza o por el movimiento de cuerpo, mientras que una carga por impacto resulta de la colisión de los cuerpos.

Se debe tomar en cuenta que al contar con factores de choque, los factores de corrección se deben utilizar en las ecuaciones de diseño, considerando las propiedades del material durante el desarrollo del diseño. [Ugural, 2003]

Los casos de cargas por impacto se analizaron mediante teoría elemental, tomando en cuenta los siguientes supuestos:

- Φ El desplazamiento es proporcional a las fuerzas aplicadas, estáticas y dinámicas.
- Φ La inercia de un elemento sujeto a una carga por impacto puede ser despreciable.
- Φ El material se comporta elásticamente.
- Φ Además, se supone que no hay pérdidas de energía asociada a las deformaciones inelásticas locales que ocurren en los puntos de impacto o en los apoyos.
- Φ La energía la conserva el sistema.

Al idealizar un sistema elástico sometido a fuerzas por impacto, se debe tomar en cuenta; como en la figura 2.5, que un peso ( $W$ ) al entrar en contacto con el extremo de un resorte después de haber recorrido una distancia ( $h$ ), la velocidad inicial del peso ( $W$ ) es igual a cero, y de igual forma es cero en el instante de máxima deflexión del resorte ( $\delta_{\text{máx}}$ ), por lo tanto el cambio de la energía cinética es cero al igual que el trabajo realizado por el sistema. [Ugural, 2003].

El proceso para calcular las fuerzas por impacto es diferente dependiendo del tipo de problema o de la literatura que se consulte, para este trabajo se utilizó el método descrito en el capítulo 4 del libro “Advanced Strength and Applied Elasticity” de autor C. Ugural, que se explica a continuación.

El trabajo total consiste en el trabajo realizado por el peso total que cae, y el trabajo de resistencia realizado por el resorte.



$$W(h + \delta_{\text{máx}}) - \frac{1}{2}k(\delta_{\text{máx}})^2 = 0 \quad (2.1)$$

donde  $k$  se conoce como la constante del resorte.

Hay que tener en cuenta que se supone que el peso permanece en contacto con el resorte o la superficie, por lo que la deformación que corresponde a una fuerza estática igual al peso del cuerpo es simplemente  $\delta_{\text{st}} = W/k$ , esto se conoce como deflexión estática ( $\delta_{\text{st}}$ ). Entonces la expresión para la deflexión dinámica máxima es:

$$\delta_{\text{máx}} = \delta_{\text{st}} + \sqrt{(\delta_{\text{st}})^2 + 2\delta_{\text{st}}h} \quad (2.2)$$

reordenando términos se obtiene

$$\delta_{\text{máx}} = \delta_{\text{st}} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{\text{st}}}} \right) \quad (2.3)$$

El factor de impacto  $K$ , representa la relación entre la deflexión máxima y la deflexión estática y está dado por

$$K = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{\text{st}}}} \quad (2.4)$$

De la multiplicación del factor de impacto por el peso  $W$  se obtiene una carga estática equivalente

$$P_{\text{dyn}} = KW \quad (2.5)$$

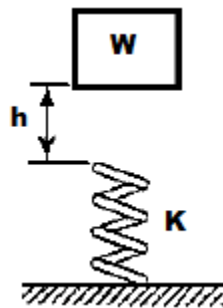


Figura 2.5 Cuerpo en caída libre.



Al calcular el máximo esfuerzo y deflexión resultantes de la carga de impacto, la carga anterior puede considerarse como una carga estática, entonces dos casos son de interés particular, cuando  $h \geq \delta_{\text{máx}}$  al final del trabajo,  $W \delta_{\text{máx}}$  en la ecuación (2.1) puede dejarse de lado reduciendo la expresión a  $\delta_{\text{máx}} = (2 \delta_{\text{st}} h)^{1/2}$ . Por otro lado cuando  $h=0$ , con la carga aplicada de repente, la ecuación (2.1) se convierte en  $\delta_{\text{máx}} = 2 \delta_{\text{st}}$ .

Las expresiones derivadas pueden fácilmente aplicarse para el análisis de los efectos dinámicos producidos por la caída de un peso, por flexión, o por una carga de torsión.

En cuanto a los efectos por la flexión, los resultados obtenidos son aceptables para la deflexión, pero son pobres en la precisión para predecir el valor del esfuerzo máximo, con un error cada vez más grande en la relación entre la distancia que existe entre ambos cuerpos y la deflexión estática. Este error es atribuible a la variación de la deflexión estática, la curvatura del eje de la viga, y a su vez, la tensión máxima en el lugar del impacto, puede diferir considerablemente de la obtenida cuando la carga fue aplicada en cualquier punto del material.

Un análisis similar al anterior se puede emplear para derivar expresiones para el caso de un peso  $W$  en movimiento horizontal con una velocidad  $v$ , detenido por un cuerpo elástico. En este caso la energía cinética  $Wv^2/2g$  es remplazada por  $W(h + d_{\text{máx}})$ , que representa el trabajo realizado por  $W$  en la ecuación (2.1), donde  $g$  es la aceleración gravitacional.

De este modo la máxima carga dinámica y la deflexión máxima está dada respectivamente por

$$P_{\text{dyn}} = W \sqrt{\frac{v^2}{g \delta_{\text{st}}}} \quad , \quad \delta_{\text{máx}} = \delta_{\text{st}} \sqrt{\frac{v^2}{g \delta_{\text{st}}}} \quad (2.6, 2.7)$$

donde  $\delta_{\text{st}}$  es la deflexión estática causada por una fuerza horizontal producida por el peso ( $W$ ).

Es importante observar que en comparación con una carga estática, una carga dinámica incrementará el valor de la deflexión y de los esfuerzos considerablemente, aunque se puede lograr una reducción en la tensión con un incremento en la flexibilidad, atribuida a la aplicación de algunos apoyos. Los valores calculados para los esfuerzos dinámicos probablemente sean un poco altos, esto se debe a que  $h \gg \delta_{\text{st}}$  en ambos casos. [Ugural, 2003]

### 2.5.1 Deflexión estática.

Un ejemplo donde se puede apreciar la deflexión resultante del impacto de dos cuerpos se muestra en la figuras 2.6, 2.7, y 2.8. , donde se muestra el caso de un vehículo impactando a una superficie plana, se puede notar que las variables a considerar para este caso son la masa del vehículo ( $m$ ) y la velocidad ( $V$ ) a la que se impacta, en la figura 2.6 se muestra un vehículo a una cierta velocidad que va directo a la superficie plana, en la figura 2.7 se muestra el vehículo impactando con la superficie, donde se aprecia un desplazamiento provocado por el impacto en la superficie.



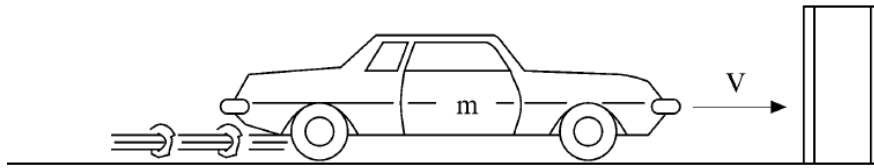


Figura 2. 6 Vehículo antes de impacto frontal con una superficie plana. [Blodgett, 1999]

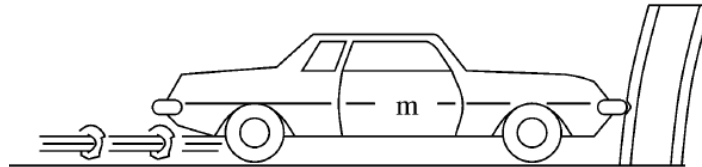


Figura 2. 7 Vehículo impactando a una superficie plana. [Blodgett, 1999]

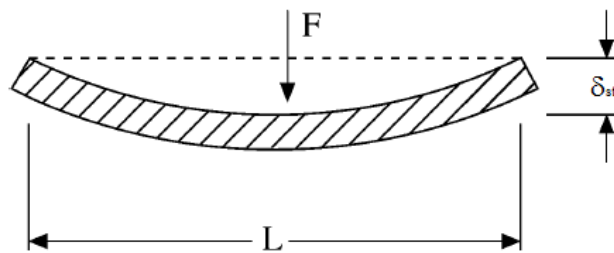


Figura 2. 8 Representación de la deflexión en la superficie plana a causa del impacto. [Blodgett, 1999]

Finalmente en la figura 2.8 se muestra la deflexión causada por la fuerza  $F$ , aplicada a la superficie. De manera similar se obtuvo la deflexión para los casos de carga por impacto para la estructura modelada en este trabajo cuyo procedimiento se explica más adelante. [Blodgett, 1999]

### Aplicación de análisis FEM a la estructura inicial.

Una vez planteados los fundamentos del análisis FEM, es necesario aplicar dicho método a la estructura inicial obtenida en el capítulo anterior, comenzando con la discretización del dominio de diseño y finalizando con los resultados del análisis para todos los casos de carga por separado.

## 2.6 DISCRETIZACION DE LA ESTRUCTURA INICIAL

Para la discretización de la estructura inicial, se propuso una malla de elementos sólidos, con forma de hexaedro, con el propósito de obtener una malla lo más estructurada posible; sin embargo, a



pesar de ser modelado a partir de geometrías simples, no todas las superficies de la estructura permitieron la aplicación de hexaedros al mallado.

Una **malla estructurada** es en la que se puede notar un patrón en tanto en el acomodo como en la forma de los elementos, logrando dar cierta homogeneidad a los elementos que componen una estructura.

Utilizando aplicaciones CAD (Computer Aided Desing), se decidió dividir virtualmente a la estructura en varios sólidos conforme al software Hyperworks<sup>®</sup> o volúmenes como se les denominará en lo sucesivo, obteniendo en su mayoría polígonos simétricos de 6 caras, para así asignar elementos tipo hexaedro. De esta forma se obtuvo un mayor número de elementos homogéneos.

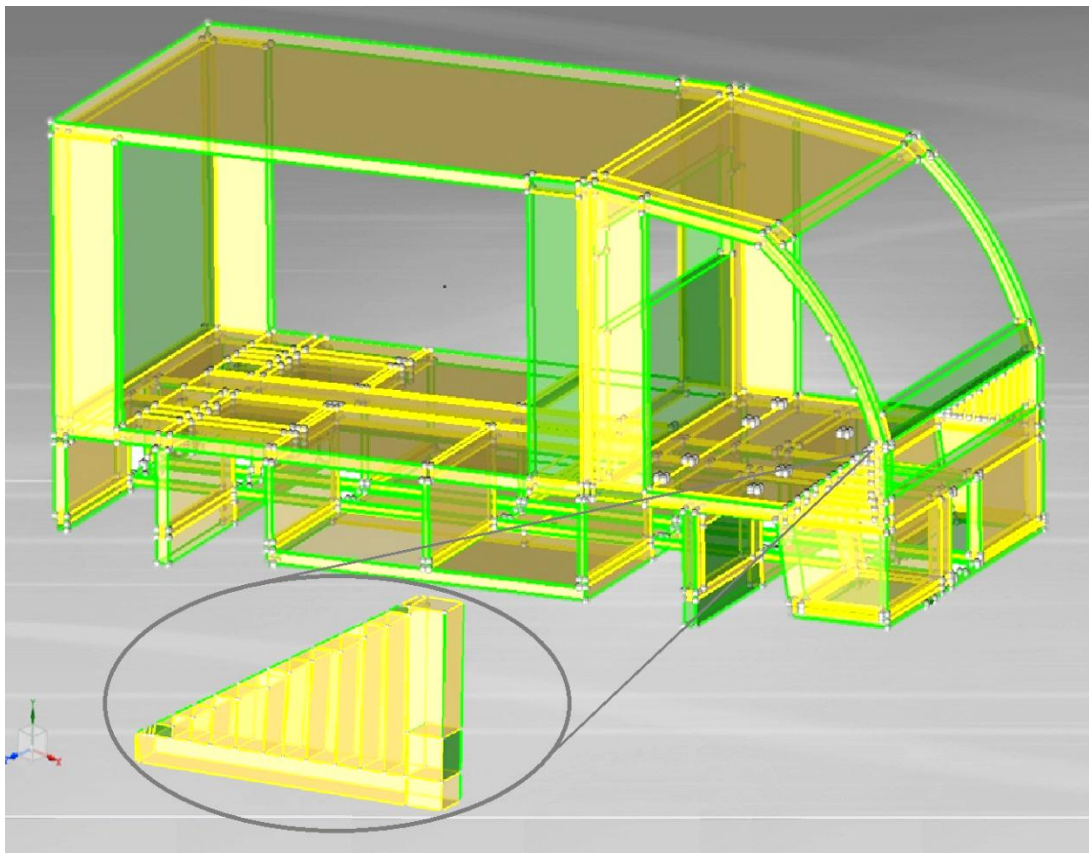


Figura 2.9 Estructura dividida con Hypermesh<sup>®</sup> en 512 volúmenes.

En la figura 2.9 se muestra a la estructura inicial dividida en 512 volúmenes, se puede notar que en las áreas de forma rectangular por lo general, están divididas en volúmenes grandes, en cambio en las zonas triangulares la división se realiza en volúmenes más pequeños. En realidad se pudo dividir a la estructura inicial un número mayor de volúmenes; sin embargo, ya que el objetivo de dividirla de esta forma era facilitar el mallado de la misma, no fue necesario hacerlo.



En un principio sólo se dividiría la estructura en volúmenes grandes para obtener así una menor cantidad de estos, los cuales serían mallados individualmente, desafortunadamente el modelar la estructura con un CAD y mallarla en otro, genera algunos errores en la geometría al exportar el archivo de salida. Dichos errores en ocasiones no permitieron realizar el tipo de malla deseado, por lo que se decidió aumentar el número de volúmenes en los que se dividió hasta lograr el tipo de malla deseado.

En la figura 2.10 se muestra uno de los volúmenes de la estructura inicial mallado con elementos tipo brick, es un ejemplo que demuestra claramente el concepto de **malla estructurada** explicado anteriormente, se puede notar como en su mayoría, los elementos tienen la misma forma y el mismo tamaño; por lo que se reconoce como una **malla no estructurada** a aquella que no cuenta con patrón específico; es decir, aunque en la superficie parezca que todos los elementos tienen la misma forma y tamaño, en el interior del volumen los elementos se acomodan de manera desordenada, cumpliendo con el único objetivo de discretizar todo el dominio.

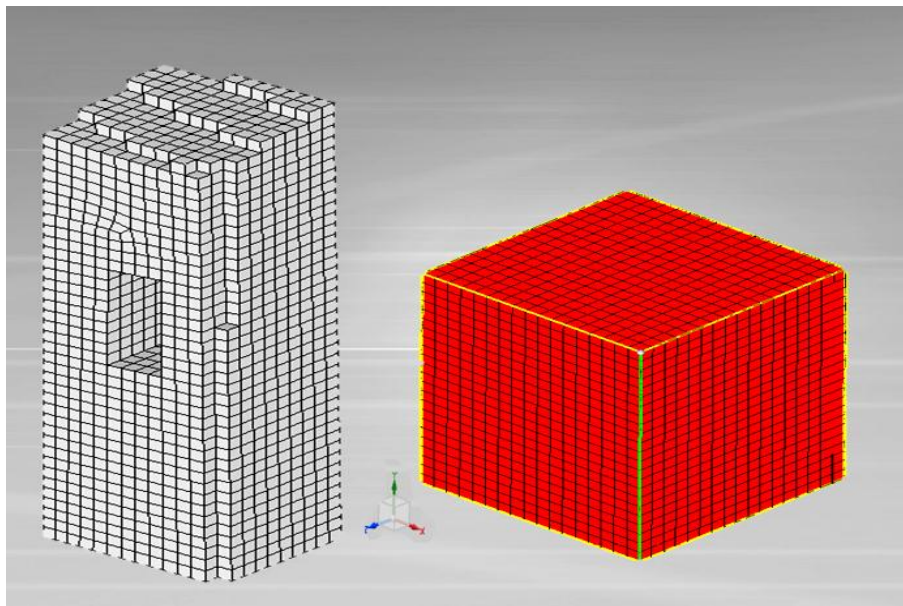


Figura 2.10 Volumen con malla estructurada compuesta por elementos brick, mallado en Hypermesh®.

Una ventaja que se obtuvo de dividir la estructura en volúmenes pequeños, es que permitió asignar un tamaño de elemento más pequeño, con lo que se logró una malla más estructurada en comparación con la obtenida con otros sistemas CAD y compuesta solamente con elementos tipo hexaedro; sin embargo, aunque al tener un tamaño de elemento más pequeño se obtendría una solución más aproximada en el análisis, también requiere contar con un equipo de cómputo con alta capacidad de procesamiento. Al no contar con un equipo como este se desechó esta opción y se optó por un mallado con un tamaño de elemento más grande.



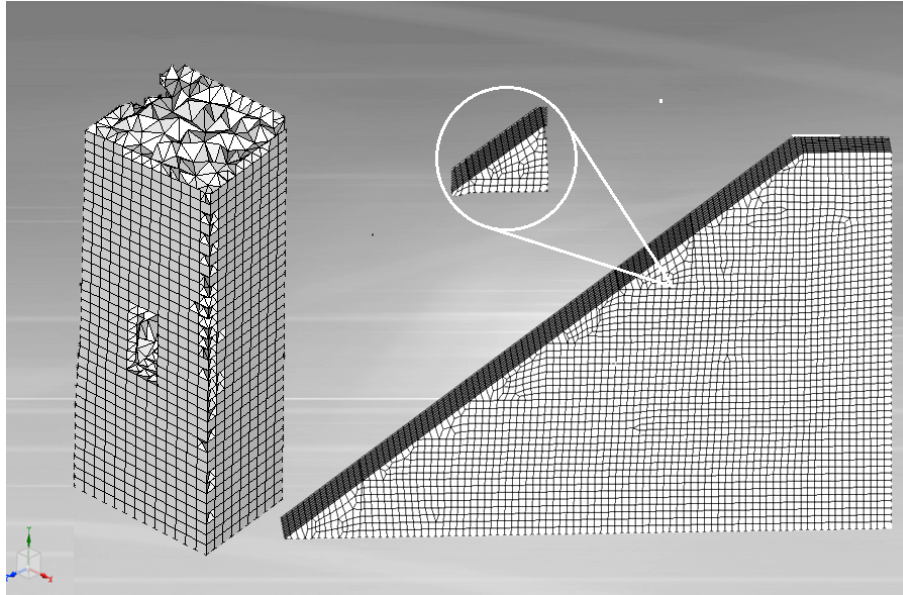


Figura 2.11 Volumen con malla no estructurada compuesta por elementos tetraedro, mallado en Hypermesh®.

Como se puede observar en la figura 2.11 en volúmenes a los cuales se le aplica una malla con elementos tipo tetraedro, el tamaño entre estos varía, debido a la geometría del sólido y al tamaño de elemento mismo; no obstante, esto no quiere decir que haya alguna falla en la discretización de la estructura, este tipo de situaciones es común en el mallado de una estructura; aún en la actualidad no existe ningún sistema CAD que permita realizar una malla 100% estructurada o simétrica.

El buscar que el mallado sea estructurado pretende, además de mejorar los resultados del análisis, mejorar también los del proceso de optimización, que se explicará de manera detallada en el siguiente capítulo.

Finalmente se muestra la estructura inicial mallada en la figura 2.12, resaltando la homogeneidad de los elementos, cuyas características se describen en la tabla 2.2.

Tabla 2.2 Resultados del mallado.

<b>CARACTERÍSTICAS</b>	
<b>Tipo de elemento</b>	Brick
<b>Tamaño de elemento</b>	15 [mm]
<b>Número de elementos</b>	508 526
<b>Número de nodos</b>	1872540



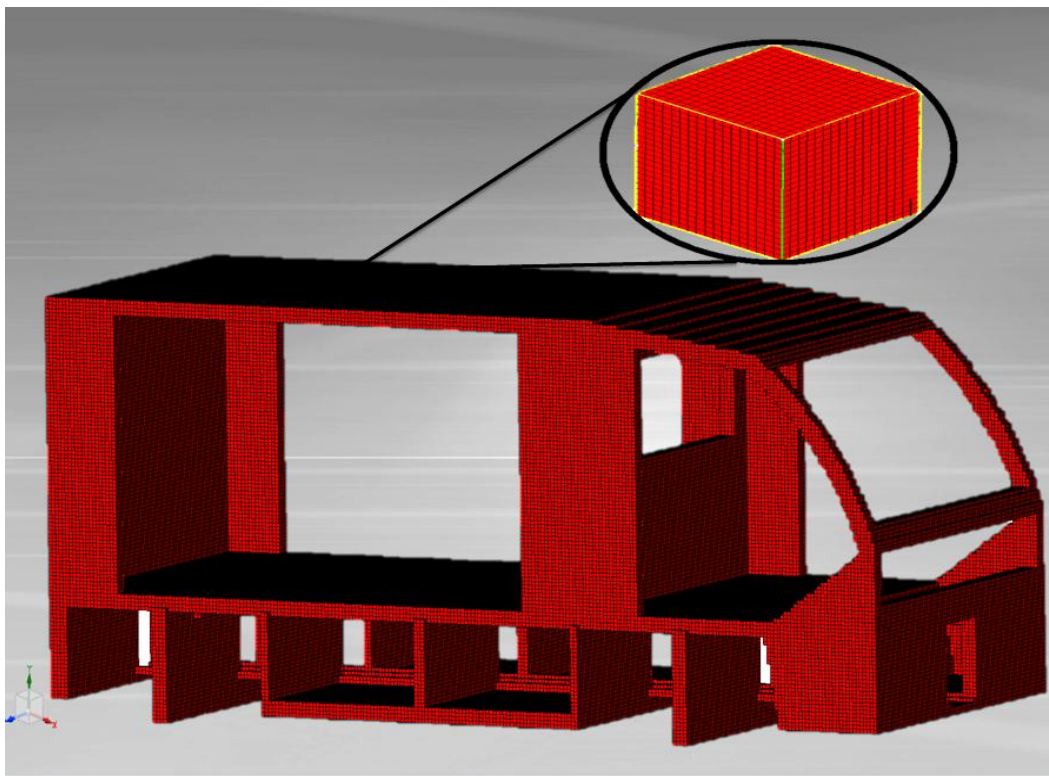


Figura 2.12 Estructura inicial con malla estructurada en Hypermesh®.

Aunque se puede considerar el mallado de esta estructura como eficiente, se realizó un primer mallado con un tamaño de elemento más pequeño, lo que hizo posible obtener una malla altamente uniforme, lo que en un principio parecía ideal, desafortunadamente durante el análisis se observó que el sistema no podía ser resuelto por el equipo de cómputo con el que se contaba, por lo que se tomó la decisión de cambiar el tamaño de elemento varias ocasiones hasta poder encontrar aquel que permitiera proseguir con el proyecto.

## 2.7 CARGAS APLICADAS.

Para el análisis del modelo se presentaron diversos casos de estudio, entre los que se encuentran dos tipos distintos, el primero de ellos serán las cargas por impacto, que se refiere a todas las cargas o fuerzas aplicadas a la estructura provenientes del contacto con otro objeto; por otro lado, se tienen las fuerzas producidas por el peso de los componentes en el vehículo (pasajeros, motor, baterías, carga a transportar), para los que conociendo el peso de dichos componentes y la manera en la que serán soportados por la estructura, es suficiente información para plantear dichos casos.

Las cargas que se simularon para el análisis son aquellas que llevan a la estructura a situaciones críticas de funcionamiento, por lo que apoyada en las restricciones, éstas se colocaron representando las condiciones extremas de uso que se presentan, por lo que todas las restricciones que se mencionan a lo largo de este trabajo, se refieren a restricciones fijas, en la que se restringen todos los grados de libertad de los elementos.





El proceso de optimización realizará una serie de iteraciones, mediante las cuales a través de los criterios del software DS Genesis.11<sup>®</sup>, retirará o agregará material de la estructura cumpliendo con las restricciones de diseño impuestas, reduciendo la masa del vehículo en cada iteración, pero no así para la magnitud de las cargas aplicadas, ya que éstas siempre tendrán el mismo valor en todas las iteraciones.

Por esta razón es que se decidió tomar un valor constante de 9,800 [N] para el peso del vehículo, éste valor se utilizó para el cálculo de la deflexión estática y las cargas por impacto.

### **2.7.1 Impactos en la suspensión por las condiciones de uso.**

Es necesario prevenir en el diseño las solicitaciones provocadas por un uso rutinario, tal es el caso de los impactos producidos en la suspensión por el choque con algún objeto que se encuentre en la superficie de rodamiento, por los topes que obligan a disminuir la velocidad del vehículo, por los baches resultado de un alto desgaste de dicha superficie, o simplemente por las diferentes condiciones en las que se encuentre la superficie del camino a recorrer.

Debido a estas circunstancias se analizó el comportamiento de esta estructura para cada uno de los anclajes de suspensión, para los cuales se analizaron tres casos individuales de impacto desde diferentes direcciones.

Dichas direcciones de carga por impacto en los anclajes para la suspensión, se referenciaron del caso de un auto subcompacto Volkswagen, aunque para este caso la magnitud de las cargas fueron modificadas, ya que el vehículo subcompacto cuenta con dimensiones menores en comparación con la estructura inicial, además que por tratarse de un vehículo de reparto las condiciones de peso serán distintas tomando en cuenta la zona de carga. [Ulrich, 2007]

### **2.7.2 Impactos en la estructura con otro cuerpo.**

Los casos de carga se referencian de material expuesto por importantes asociaciones en el mundo dedicadas a evaluar la seguridad de un vehículo bajo diversas circunstancias, tales como National Highway Traffic Safety Administration (NHTSA), New Car Assessment Program (NCAP) entre otras, han diseñado pruebas de impacto (Crash Testing) para una amplia gama de vehículos, en las que varían desde la dirección en la que se percibe el impacto, hasta la velocidad a la que se produce.

Aunque estadísticamente el dato cambia cada año y es diferente dependiendo de la fuente, en promedio, la distribución del porcentaje de la dirección en el que se presenta un impacto es la siguiente:





2.13 Distribución del porcentaje en que se presenta un impacto, dependiendo de la dirección de éste.

[NHTSA , 2009]

### 2.7.3 Calculo de la deflexión estática.

Para la industria automotriz, el objetivo principal es la creación de vehículos cada vez más seguros para sus ocupantes, previniendo de la mejor forma posible cualquier inconveniente que pueda ocurrir durante la conducción de un vehículo, en ocasiones inimaginable, mejorando los componentes encargados de esta función , el chasis y el bastidor, forman el componente estructural de mayor tamaño en un vehículo y su vez son los que con un adecuado diseño, proporcionan mayor seguridad para los usuarios.

Por esta razón, se representaron diversos tipos de impacto a la estructura, que permitieron conocer las reacciones ante estas situaciones que son bastante comunes para cualquier vehículo de este tipo.

Así se planteó como caso de carga crítica, cuando la estructura se impacte contra otra superficie plana, por lo que en dicho caso debe soportar la fuerza producida por su propio peso total, en la sección en la que se aplique este impacto, es decir, se aisló una sección específica de la estructura, donde mediante el análisis FEM se obtendrá la deflexión estática ( $\delta_{st}$ ) causada por dicho impacto para cada uno de los casos propuestos , y el valor obtenido se utilizó para el cálculo de la carga máxima por impacto aplicada a toda la estructura.

## 2.8 DEFLEXIÓN ESTÁTICA POR IMPACTO FRONTAL.

Como ejemplo para el cálculo de la deflexión, se muestra el procedimiento para el cálculo de la carga para un impacto frontal en el vehículo, se debe considerar que esta sección forma parte de la cabina de pasajeros, ya que debido a su configuración, el motor eléctrico con el que se cuenta, se ubica por debajo del riel de baterías, lo que significa que esta sección debe ser la más rígida de la estructura.



Así, se supone a la sección frontal del vehículo como una placa de dimensiones similares a la sección frontal de la estructura inicial, en la que se aplica una carga ortogonal y se restringe su movimiento en los extremos de dicha sección, como se muestra en la figura 2.14.

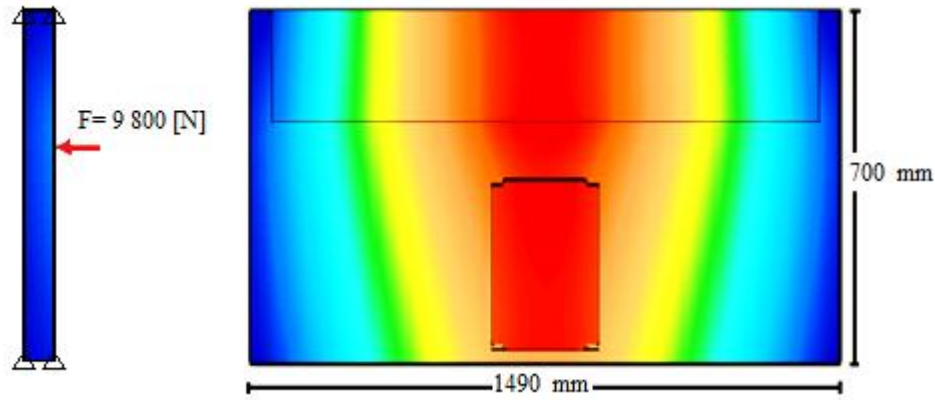


Figura 2.14 Condiciones para realizar el análisis FEM en la sección frontal, para obtener el valor de la deflexión estática ( $\delta_{st}$ ).

Para poder calcular el valor real para las fuerzas de impacto, se debe conocer primero la deflexión estática que sufrirá cada sección. En un caso crítico el vehículo se impactará de lleno contra un muro o una superficie plana, hay que suponer que la fuerza máxima que debe soportar será igual a la producida por el mismo peso de su estructura, considerando una masa total para la estructura de 1000 [kg], se supone un impacto igual a 9, 800 [N].

De esta forma mediante el análisis FEM, aplicando una carga de esta magnitud se calculó el valor de la deflexión estática ( $\delta_{st}$ ) para todas las cargas por impacto; cabe mencionar, que al obtener la deflexión estática de cada sección de esta forma los valores para la deflexión serán altos en comparación con los obtenidos al aplicar una carga de la misma magnitud a la estructura completa.

El análisis FEM para calcular la deflexión, se realizó para 10 secciones de la estructura en total, puesto que la estructura presenta simetría en el eje vertical, sólo se realizó el análisis para dos anclajes para la suspensión, uno delantero y uno trasero, de igual forma se hizo con los casos de carga por impacto lateral, dichos análisis se resumen junto con sus resultados en el **anexo 2**.

Para dichos análisis FEM se utilizó el software Autodesk Algor Professional Simulation 2011®.

Análogamente para el cálculo de la deflexión estática de las demás secciones de la estructura que se encuentren bajo condiciones de impacto, se llevó a cabo el mismo procedimiento, de lo que obtenemos los siguientes resultados:



Tabla 2.3 Deflexión obtenida por secciones en la estructura.

Sección	Deflexión estática. (m)
Frontal	$4.65 \times 10^{-4}$
Trasero	$7.26 \times 10^{-4}$
Lateral	$5.28 \times 10^{-4}$
Techo	$4.44 \times 10^{-4}$
<b>Anclajes de suspensión Eje delantero.</b>	
Impacto por detrás (ITLL)	$1.46 \times 10^{-3}$
Impacto por delante (IFLL)	$1.41 \times 10^{-3}$
Impacto por el centro (ITLL)	$1.60 \times 10^{-3}$
<b>Anclajes de suspensión Eje trasero.</b>	
Impacto por detrás (ITLL)	$4.10 \times 10^{-3}$
Impacto por delante (IFLL)	$4.20 \times 10^{-3}$
Impacto por el centro (ICLL)	$4.61 \times 10^{-3}$

## 2.9 CÁLCULO DE CARGAS

Una vez determinados los valores de la deflexión para cada sección de la estructura, se prosigue a calcular la magnitud de las cargas que serán aplicadas mediante el proceso antes descrito.

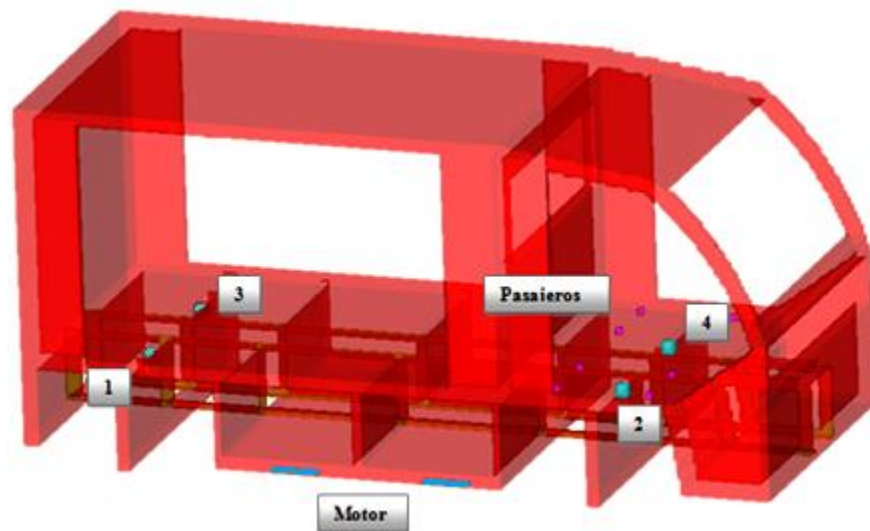


Figura 2.15 Distribución en la estructura de los anclajes para la suspensión (1, 2, 3,4), para los anclajes del motor y los anclajes de los asientos.



En la figura 2.15 se muestra la distribución de los anclajes para la suspensión (1, 2, 3, 4), los anclajes para el motor ubicados en la sección inferior y los anclajes para los asientos colocados en la sección correspondiente a la cabina. Se debe poner especial atención en esta distribución, ya que se utiliza más adelante para describir los casos de carga, especialmente en los que se involucra a los anclajes de la suspensión, debido a que cada uno de estos cuenta con tres casos de carga particulares.

Para todos los casos de carga se consideró una masa de 1000 [kg] como el peso total para la estructura. Los casos en que las cargas son aplicadas a los anclajes para la suspensión, se consideró que caen en bache con una altura  $h = 0.15$  [m], suponiendo que es una altura considerable para eventos de este tipo, y para los casos restantes se supondrá una velocidad constante de 60 [km/hr], que es la velocidad máxima a la que debe circular un vehículo típico de este tipo.

De esta forma se hace el cálculo de la magnitud de la carga para el Anclaje para la suspensión (1), ubicado en el eje trasero aplicando la carga por el centro (ICLL).

Módulo de Young (E) = 210 [MPa]  
 Peso de la estructura (W) = 9 800 [N]  
 Altura de impacto (h) = 0.15 [m]  
 Distorsión estática ( $\delta_{est}$ ) =  $4.61 \times 10^{-3}$  [m]

$$K = 1 + \sqrt{1 + \frac{2(0.15[m])}{4.61 \times 10^{-3}[m]}} = 9.128$$

$$P_{dyn} = (9.128) \cdot (9800 [N]) = 89461.35 [N]$$

Carga por impacto frontal (IF)

$$P_{dyn} = (9800[N]) \sqrt{\frac{(16.66 \left[ \frac{m}{s} \right])^2}{(9.81 \left[ \frac{m}{s^2} \right]) (4.65 \times 10^{-4} [m])}} = 2466686 [N]$$

De igual forma se calculan las cargas para todos los casos de carga, los resultados se resumen en la tabla 2.4:



Tabla 2.4 Resultados del cálculo de cargas.

Caso de Carga	Símbolo	Magnitud [N]
Impacto Frontal	IF	2466686
Impacto Trasero	IT	1474114
Impacto Lateral Derecho	ILD	2314854
Impacto Lateral Izquierdo	ILI	2314854
Impacto por Volcadura	IV	2524347
Impacto en anclaje trasero por detrás	ITLL-1 ITLL-3	96121
Impacto en anclaje trasero por el frente	IFLL-1 IFLL-3	95100
Impacto en anclaje trasero por el centro	ICLL-1 ICLL-3	91374
Impacto en anclaje delantero por detrás	ITLL-2 ITLL-4	153694
Impacto en anclaje delantero por el frente	IFLL-2 IFLL-4	156207
Impacto en anclaje delantero por el centro	ICLL-2 ICLL-4	147292

## 2.10 DESCRIPCIÓN DE LOS CASOS DE CARGA Y APLICACIÓN DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA.

Es común que durante el diseño de un prototipo se supongan condiciones de funcionamiento, propiedades o como en este trabajo situaciones que se definen como críticas, situaciones conocidas debido a experiencias o sentido común, es así como se suponen para este trabajo un total de 21 casos de carga diferentes, contemplados bajo condiciones comunes de uso para un vehículo típico de carga, distribuidos de la siguiente manera:

En total se analizaron 4 casos de carga en función del peso de los componentes externos que debe transportar el vehículo; los cuales son, el peso de las 18 baterías ubicadas bajo la parte media de la estructura, colocadas sobre dos largueros también denominados riel de baterías, el peso del motor ubicado en la parte baja de la estructura, el peso de 2 pasajeros situados en la sección considerada como la cabina y el área para la zona de carga cuya finalidad es transportar algún objeto.

Habrán también 5 casos por impacto en secciones considerables de la estructura, que representan los impactos externos más comunes que sufre un vehículo de este tipo, tales impactos son el frontal, por la parte trasera, en los costados y en un caso extremo, el impacto por volcadura.

Finalmente se describirán 12 casos de carga para los que suponemos como los 4 anclajes para la suspensión cuya distribución se muestra en la figura 2.15, se planteó que cada anclaje o punto de unión de la suspensión con la estructura, recibirá 3 impactos de diferente magnitud y dirección,



considerando las condiciones a las que se someten, tales casos de carga se describen con detalle a continuación. [Ulrich, 2007]

Se debe mencionar que el pre-proceso para realizar el análisis FEM se llevó a cabo en DS Genesis 11.0<sup>®</sup>; es decir, las cargas y las restricciones de movimiento ( figura 2.16 ), así como las propiedades del material y el tipo de análisis, se asignaron directamente en este software, por supuesto después de haber mallado el modelo en Hypermesh<sup>®</sup> (figura 2.9).

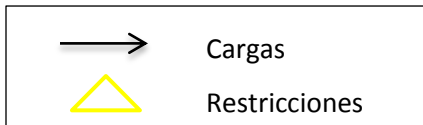


Figura 2.16 Simbología para cargas y restricciones asignadas desde DS Genesis 11.0<sup>®</sup>.

### 2.10.1 Caso de carga debido al peso total en el vehículo.

Éste caso es uno de los más comunes que se presenta en cualquier vehículo, por lo que se simuló las cargas producidas por el peso total del vehículo durante su funcionamiento, debido a que se trata de un análisis estático se supone al vehículo en reposo; por lo que las restricciones de movimiento recaerán únicamente en los anclajes para la suspensión (figura 2.18 -(e)), al tratarse de un vehículo monocasco el peso de la carrocería forma parte de la estructura, razón por la cual no se designó un caso de estudio para éste.

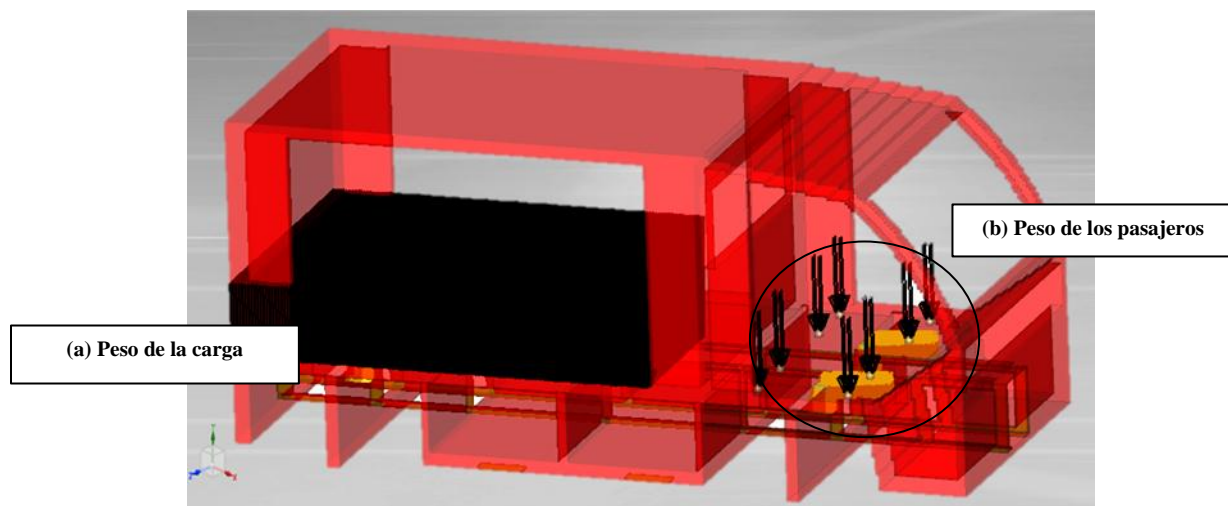


Figura 2.17 Caso de carga por el peso en la zona de carga (a) y por el peso de los pasajeros en la cabina (b).

Así, se tiene una carga distribuida de 1000 [N] para los cuatro puntos designados para el asiento de un pasajero (figura 2.17- (b)), debido a que se consideran dos ocupantes para el vehículo la carga se duplica en esta zona.

Por otro lado se planteó una carga distribuida en la superficie designada para la zona de carga que es de 9 800 [N] considerando está a su máxima capacidad (figura 2.17- (a)), la siguiente carga se ubicó en la parte baja de la estructura; que representa el peso distribuido de las 18 baterías que necesita el vehículo para su funcionamiento, estas se encuentran ubicadas en los largueros o riel de baterías en la parte baja de la estructura, cada una de masa igual a 30 Kg, por lo que el valor de la carga total en esta zona es de 5 292 [N] (figura 2.18 – (c)).

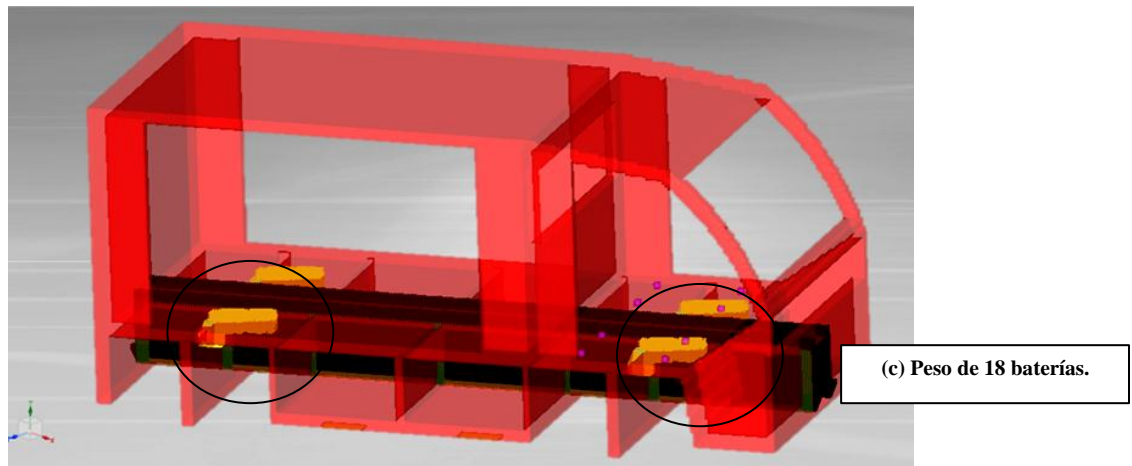


Figura 2.18 Caso de carga por el peso de 18 baterías distribuido en los largueros de la sección inferior (c).

En el caso de los anclajes para el motor se dividió la carga provocada por el peso del motor en los 3 anclajes ubicados en la superficie baja de la estructura (figura 2.19-d), al tratarse de un vehículo eléctrico el peso del motor será de 1 470 [N], con una masa de 150 Kg. que es mucho menor a la de uno de combustión interna, por lo que es posible aplicarlo a esta configuración.

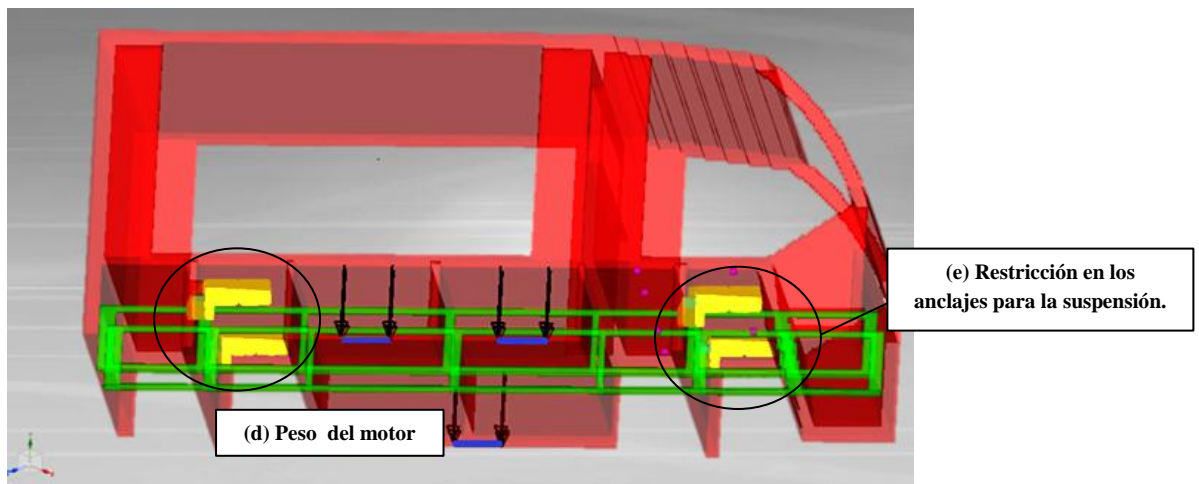


Figura 2.19 Caso carga por el peso del motor (d) y restricciones de movimiento en anclajes de suspensión (e).



Se debe notar que este caso se plantea como un sólo caso individual; sin embargo, se realizó un análisis FEM para el peso de cada componente por separado y por lo tanto se obtuvieron resultados individuales

### 2. 10.2 Caso de carga por impacto frontal.

Para analizar el impacto frontal se colocó una carga distribuida (IF) de 2.47 [MN] en la superficie frontal de la estructura, simulando así un impacto ortogonal a esta superficie y con dirección en  $-X$ , las restricciones de movimiento se asignaron a los elementos seleccionados de la superficie en la parte posterior de la estructura. (Figura 2.20- (g))

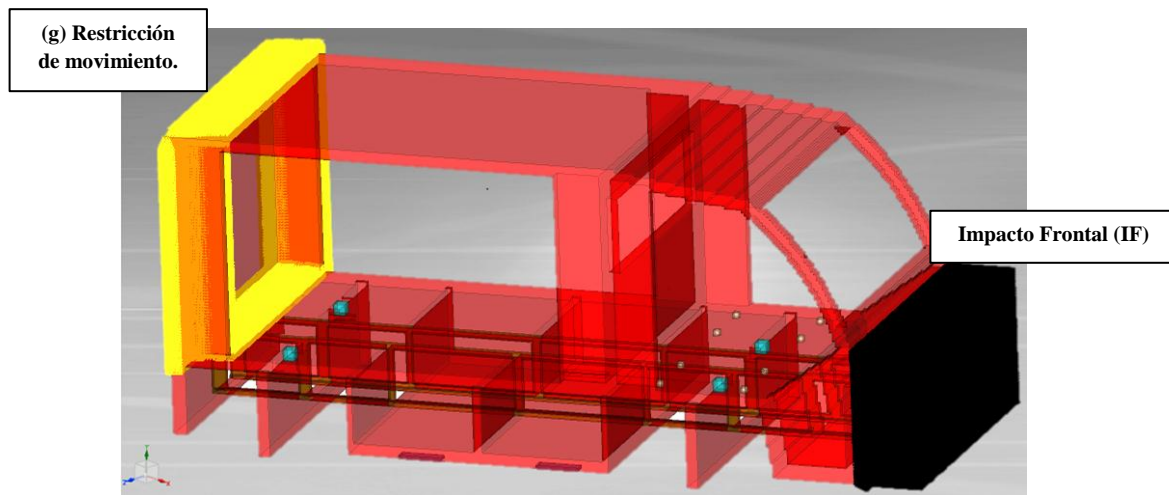


Figura 2.20 Condiciones para el caso de carga por impacto frontal (IF).

### 2. 10.3 Caso por impacto trasero.

En el caso de carga por impacto trasero se colocó una carga distribuida (IT) de 1.47 [MN] en la superficie trasera de la estructura, simulando así un impacto ortogonal a esta superficie y con dirección en  $X$ , las restricciones de movimiento se asignaron a los elementos seleccionados de la superficie en la parte frontal de la estructura. (Figura 2.21)

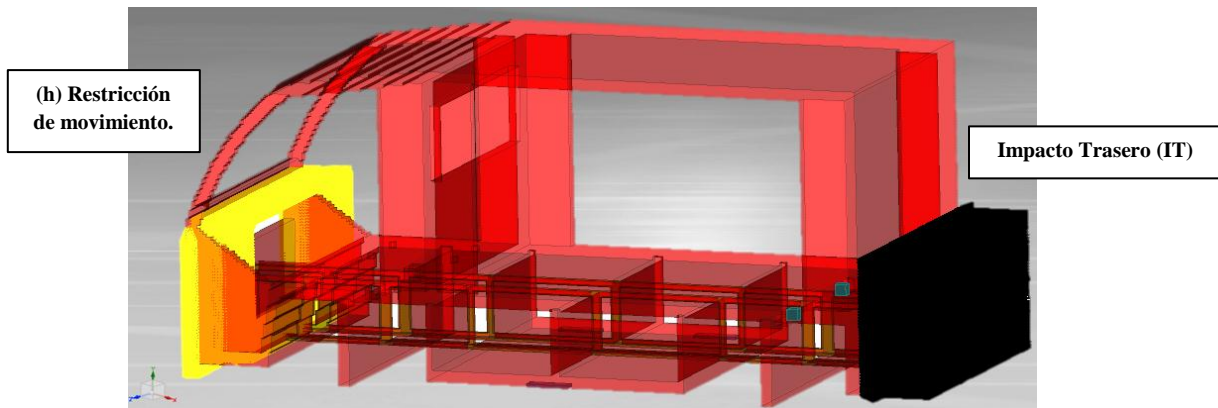


Figura 2.21 Condiciones para el caso de carga por impacto por detrás (IT).



### 2. 10.4 Caso de carga por impacto lateral derecho e izquierdo.

Dada la geometría de la estructura, se colocó una carga distribuida en las superficies laterales derecha (ILD) e izquierda (ILI) de la estructura, representando así dos casos de carga individuales pero de condiciones similares; es decir, la carga se aplicó en ambas secciones laterales de la estructura, solo cambia el sentido en la que se aplique para cada caso, esta se encuentra distribuida entre la zona de carga y el espacio designado para los pasajeros.

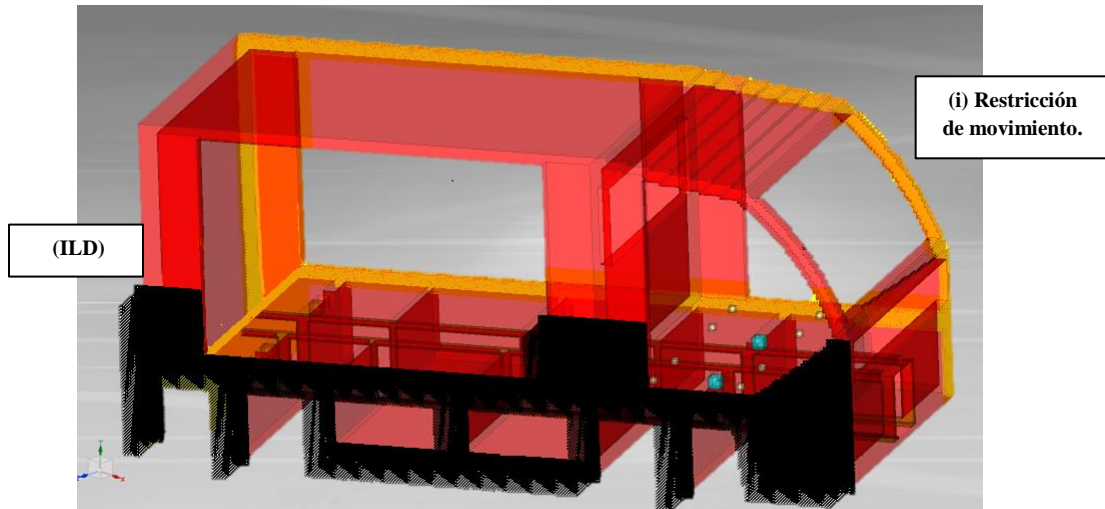


Figura 2.22 Condiciones para el caso de carga por impacto lateral derecho (ILD).

Las restricciones de movimiento se asignaron a los elementos seleccionados de la superficie lateral opuesta para cada caso, la carga es de 2.31 [MN] para ambos casos, dado que existe simetría en estas secciones, las condiciones de funcionamiento no varían. (Figuras 2.22, 2.23)

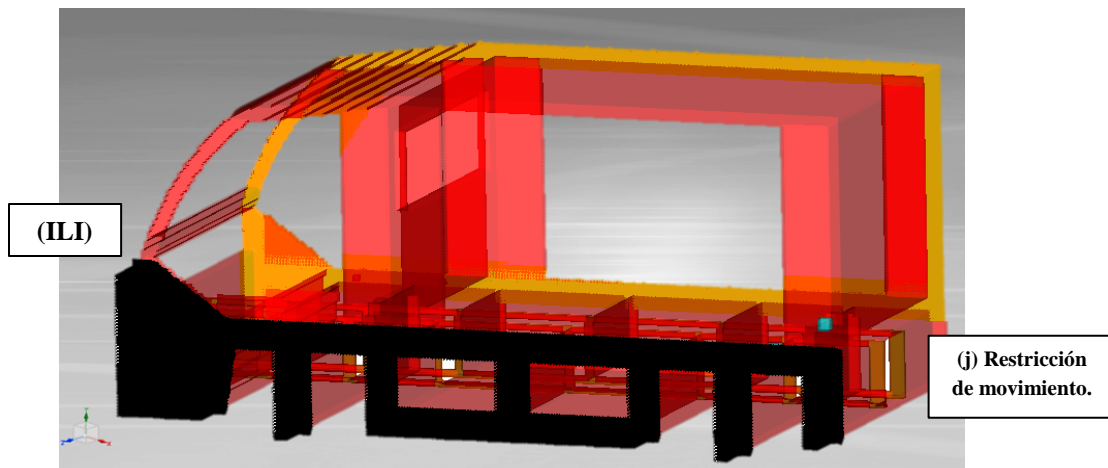
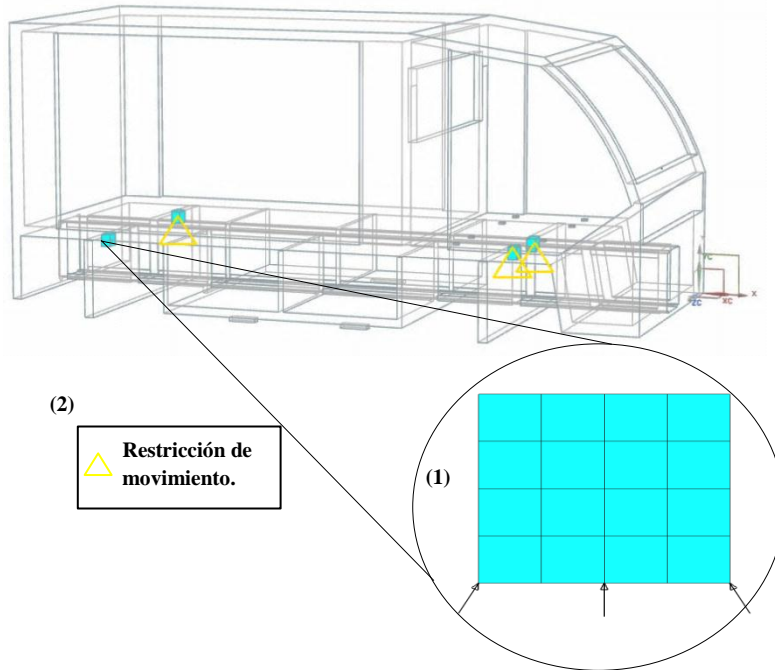


Figura 2.23 Condiciones para el caso de carga por impacto lateral izquierdo (ILI).

### 2. 10.5 Caso de carga por impacto en las llantas para los ejes de la suspensión.



Es importante señalar que para cada anclaje de suspensión se aplicaron tres cargas distintas (figura 2.24 -(1)), aunque la restricción de movimiento es la misma para cada uno de los casos (figura 2.24 -(2)), se llevaron a cabo tres análisis estáticos por anclaje de suspensión, lo que dio como resultado doce casos de carga para los cuatro anclajes impuestos.

Figura 2.24 Estructura inicial, se visualizan los cuatro anclajes para la suspensión, (1) aplicación de las 3 cargas en el anclaje para suspensión derecho del eje trasero, (2) restricción de movimiento para los anclajes a los que no se les esté aplicando la carga.

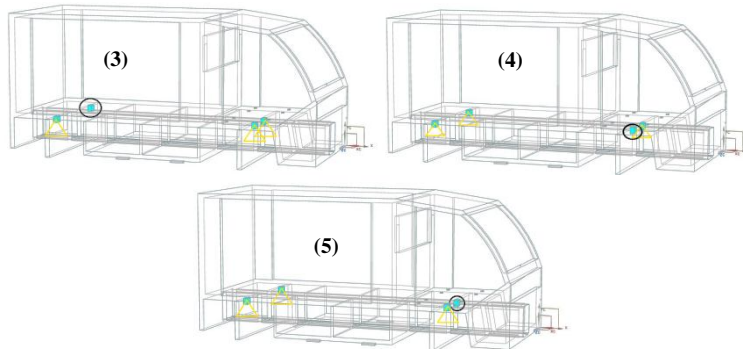


Figura 2.25 Estructura inicial, visualización de los casos e carga en los anclajes para las suspensión, (3) izquierdo del eje trasero, (4) derecho del eje delantero, (5) izquierdo del eje delantero.

De manera similar en la figura 2.25 se ejemplifican los casos de carga para los anclajes de suspensión restantes.

Se simuló una carga distribuida en cada uno de los elementos que se designaron como anclajes para suspensión, trasera y delantera, ubicados en la parte inferior de la estructura, estos elementos fueron colocados principalmente para demostrar las reacciones generadas por la suspensión sobre la estructura del vehículo durante su uso cotidiano, en donde se prevé las imperfecciones de la superficie de rodamiento, tales como bache, algún material u objeto sobre la superficie o simplemente por la forma o composición de esta (grava, tierra, loseta, adoquín, entre otras. [Alfaro, 2010].



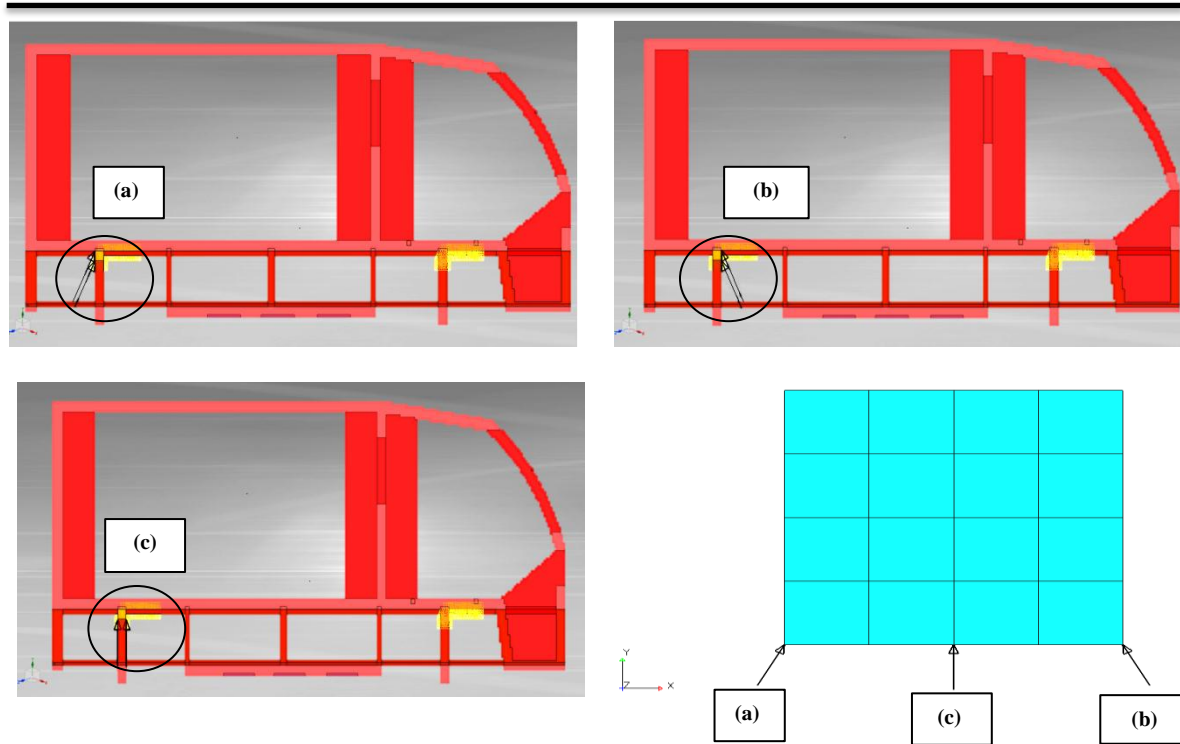


Figura 2.26 Caso de carga para impacto en anclajes de la suspensión, (a) impacto por detrás, (b) impacto frontal, (c) impacto por el centro.

En la figura 2.26 se muestran tres cargas diferentes aplicadas a la misma estructura, que simularon un impacto por la parte trasera (figura 2.26 -(a)), por el frente (figura 2.26 -(b)), y por el centro (figura 2.26 -(c)), en los anclajes, todos a causa de una caída en algún bache o por las imperfecciones de la superficie antes mencionadas, así mismo se asignaron las restricciones de movimiento que son similares para cada caso como se muestra en la figura 2.25. [Ulrich, 2007]

De esta forma se tienen 12 casos de carga por impacto para los anclajes de la suspensión.

### 2. 10.6 Caso de carga por volteo o volcadura.

Se colocó una carga distribuida (IV) de 2.52 [MN] en la superficie lateral superior de la estructura, justo en la sección que corresponde a la cabina, simulando así un impacto con dirección en  $-X, -Z$  para lograr que la carga sea ortogonal a esta superficie. Las restricciones de movimiento se asignaron a los elementos seleccionados de la superficie en la parte posterior de la estructura. (Figura 2.27)



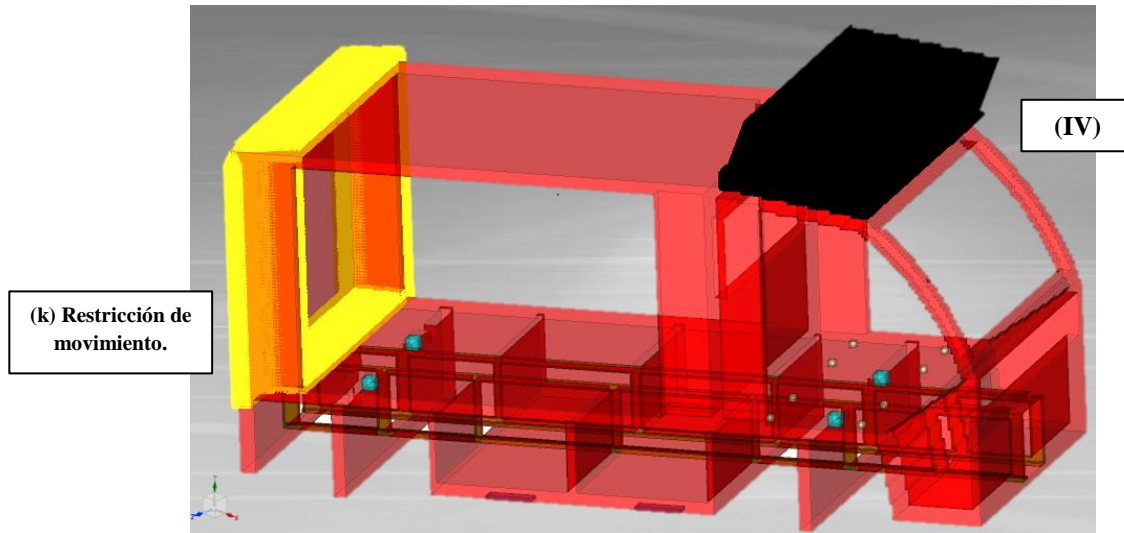


Figura 2.27 Condiciones para el caso de carga por impacto por volcadura (IV).

El objetivo de suponer un impacto en esta sección, se debe a que en un caso extremo podría presentarse la volcadura del vehículo, y por lo tanto es importante reforzar la sección designada a los pasajeros para poder garantizar una mayor seguridad.

Para esta estructura se utilizó un acero AISI 52100 (American Iron and Steel Institute) con las siguientes propiedades.

Tabla 2.5 Propiedades mecánicas.

Propiedades Mecánicas AISI 52100	Magnitud
Módulo de Young (E)	210 [MPa]
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0.30
Esfuerzo de fluencia	280 [MPa]

## 2.11 RESULTADOS DEL ANÁLISIS FEM.

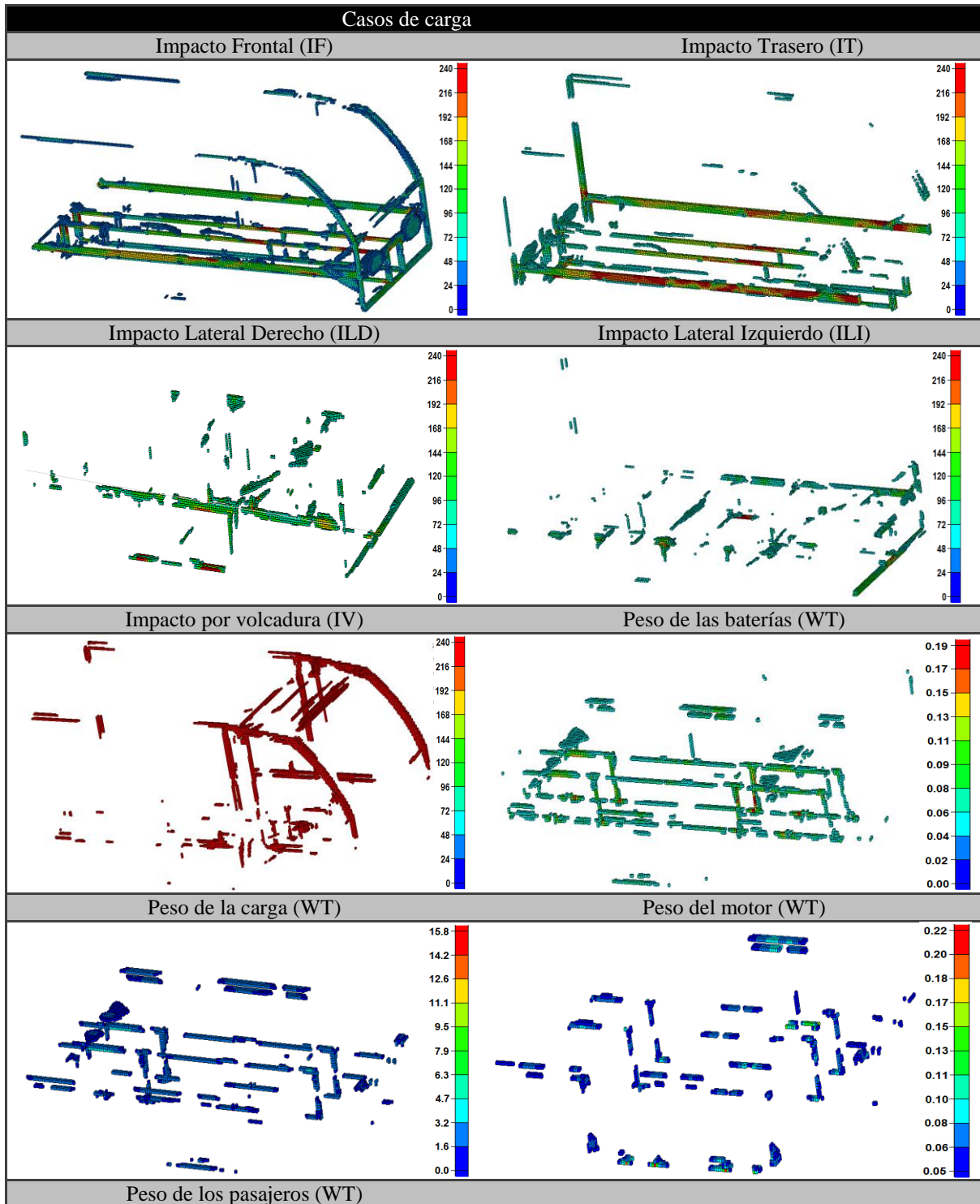
Una vez realizado el análisis se pueden obtener los resultados de los esfuerzos producidos en la estructura en las condiciones propuestas, en la siguiente tabla se muestran los elementos de la estructura que presenten un estado de esfuerzos con una magnitud considerable, por lo que serán aquellos con un valor menor o igual a 240 [MPa], asegurando así un factor de seguridad de 1.2 o mayor dependiendo el caso de carga que se analice, dado que el esfuerzo a la fluencia de von Mises para este acero es de 280 [MPa].

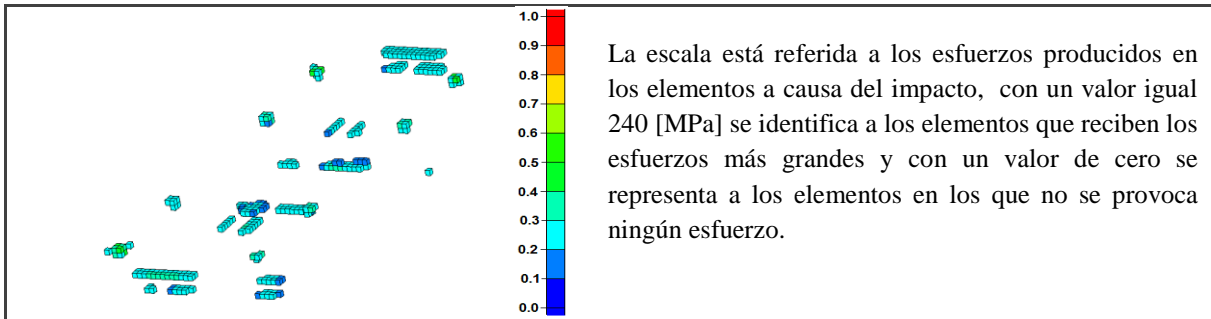
Los elementos en los que no se produce ningún esfuerzo, son eliminados de la imagen para cada caso, con el propósito de tener una mejor perspectiva de los resultados.



Por lo que se tiene lo siguiente:

Tabla 2.6 Resultados dle esfuerzo de von Mises del Análisis FEM.



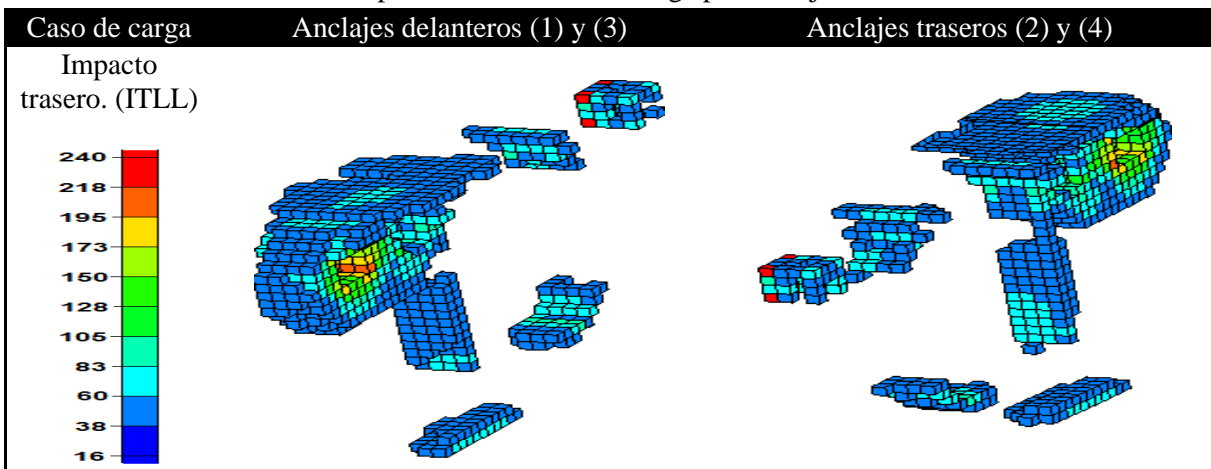


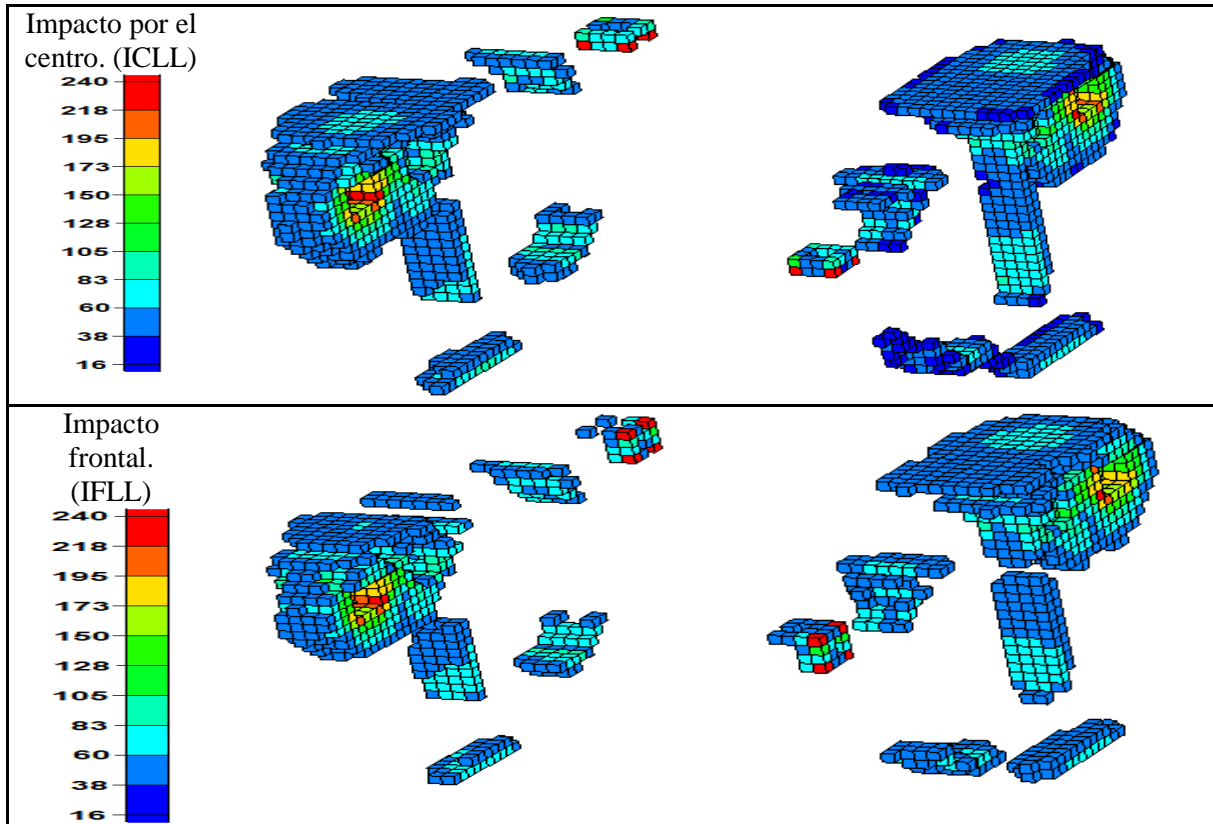
En la tabla anterior se puede notar, todos los elementos que presentan esfuerzo a causa de las cargas por impacto y de peso aplicadas a la estructura. Partiendo de se podría concluir que la estructura actual es suficiente para resistir las solicitaciones planteadas; sin embargo, aunque estos resultados son importantes, sólo son parte del procedimiento a seguir para cumplir con los objetivos de este trabajo de tesis.

Se debe notar, que los elementos que presentan esfuerzos por encima de 200 [MPa], son muy pocos en realidad para los diferentes casos de carga; sin embargo, en el caso de impacto por volcadura que es el caso más severo, se presenta un gran número de estos elementos, por lo que estos resultados permitieron tomar algunas decisiones en el proceso de optimización topológica que se explica de manera detalla en el siguiente capítulo de este trabajo.

Por otro lado los resultados para los casos descritos en la figura 2.26 [(a), (b), (c)] para los anclajes de suspensión son los siguientes:

Tabla 2.7 Resultado de Análisis FEM en anclajes de suspensión, para los tres casos de carga por anclaje.





De igual forma que en la tabla 2.6, se puede observar en que secciones la estructura se ve más afectada a causa de las cargas aplicadas, nuevamente para estas cargas sólo algunos elementos reciben esfuerzos superiores a los 200 [MPa], por lo que se puede decir que en general, la estructura actual contiene demasiados elementos que no aportan ninguna ventaja a la misma.





**CAPÍTULO 3**

# APLICACIÓN DE LA OPTIMIZACIÓN TOPOLOGICA

## 3.1 INTRODUCCIÓN.

Particularmente en los problemas de ingeniería, la obtención de la mejor solución requería en gran medida de la experiencia del diseñador, contribuyendo en la toma de decisiones de todos los pasos a seguir en el proceso de diseño, por lo que una variación o modificación de estas decisiones resultaba complicada y costosa en inversión de tiempo y recursos.

Con la evolución de las herramientas de cómputo, la experiencia del diseñador se enfoca en los detalles finales, permitiendo así replantear nuevas soluciones y obtener una aproximación de los resultados en un menor tiempo, esto no implica su nula participación en la toma de decisiones, por el contrario, al analizar un número mayor de escenarios es capaz de identificar de manera más simple las ventajas y desventajas que se presentan a lo largo del proceso.

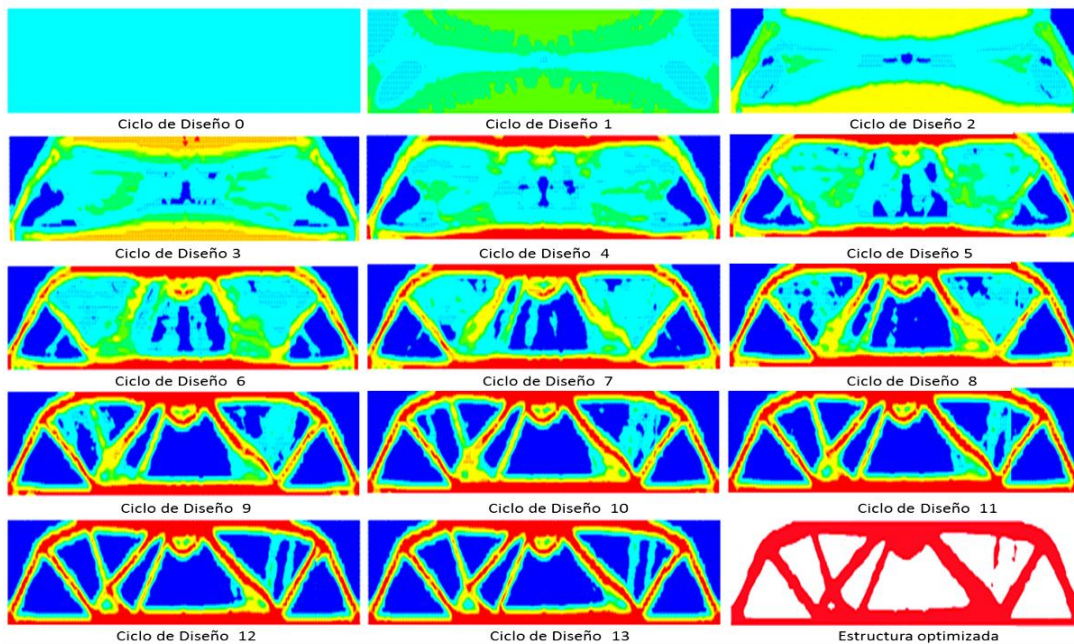


Figura 3.1 Ejemplo de optimización estructural topológica de una estructura Air-Craft al 30 % de su volumen inicial, utilizando DS Genesis 11.0®.



Es por ésta y otras razones que el proceso de diseño se complementa o evoluciona en un proceso de diseño óptimo, buscando entre un gran número de soluciones la que de mejor resultado para una o varias aplicaciones que se deseen.

Los diferentes tipos de optimización estructural dependen de cuáles sean las variables de diseño utilizadas. De los cuatro tipos de variables, el material de la estructura suele plantearse como un parámetro, siendo fijado inicialmente por el diseñador. Entonces las variables de diseño más habituales son, las propiedades de la sección, la geometría, y la topología de la estructura. Estos tres tipos de variables son el origen de tres tipos de optimización estructural distintos, cuyas características se exponen a continuación.

### 3.2 OPTIMIZACIÓN ESTRUCTURAL.

La optimización estructural busca seleccionar variables de diseño para alcanzar, dentro de los límites (restricciones) requeridos al comportamiento estructural, geometría y otros factores, el fin de la optimización definida por la función objetivo para las cargas o condiciones generales especificadas. Los tres aspectos básicos (variables de diseño, función objetivo y restricciones) se combinan para formar el problema de diseño en la geometría del espacio de diseño. [Gallaheer, 1985]

#### 3.2.1 Optimización de propiedades.

En la optimización de propiedades, las variables de diseño están asociadas a propiedades geométricas de la sección transversal de los elementos que componen la estructura (áreas de las barras, momentos de inercia, etc.). Éste es el tipo más sencillo de optimización estructural, y sus fundamentos están bastante establecidos. [Martínez, 2003]

En el caso de estructuras continuas, las variables de diseño suelen ser los espesores de los elementos, sin embargo en DS Genesis 11.0® permite tomar como variables un estado de esfuerzos presentado, el primer modo de vibración de la estructura, entre otras.

#### 3.2.2 Optimización de Forma.

En la optimización de forma, también denominada de geometría, además de las variables empleadas en la optimización de propiedades, son utilizadas variables asociadas a la forma de la estructura. Estas variables controlan la geometría del diseño y requieren a menudo de un modelo de análisis que se readapte durante el proceso de optimización. [Victoria 2006]

Es tal el avance en este concepto, que algunos software comerciales permiten definir una geometría o en algunos casos un volumen de control esperado, en el que mediante los criterios de optimización que utilice, distribuye la masa total de una estructura en dichas geometrías o volúmenes a través de un reacomodo de los elementos o al cambio de tamaño de los mismos.



### 3.2.3 Optimización topológica.

La optimización estructural topológica busca alcanzar un mínimo o máximo para una función objetivo mediante reglas evolutivas, que permiten retirar o agregar un porcentaje del material dispuesto de una estructura, con el fin de homogeneizar una o varias propiedades de dicho material dentro del espacio de diseño.

Una vez aplicadas las reglas evolutivas se lleva a cabo una distribución adecuada de material en el espacio de diseño, en ingeniería mecánica, en un gran número de casos, maximizar la rigidez de la estructura se presenta como la función objetivo, sin embargo la optimización topológica no se limita sólo a casos de elementos de máquinas, también se desarrollan aplicaciones en cuanto a los campos de dinámica de fluidos, modelos aplicados a condiciones térmicas, análisis modales, electrostáticos entre otros. [Mendez 2001]

## 3.3 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE DISEÑO ÓPTIMO DE ESTRUCTURAS.

El problema de diseño óptimo se entiende como aquel que plantea determinar el resultado de entre una serie de estos, que permita satisfacer alguna condición o restricción impuesta para tal problema. [Xie, Steven, 1997]

Partiendo de esta idea, se exponer las tres características fundamentales para abordar y resolver un problema de diseño, estas son:

- Φ Las variables de diseño.
- Φ La función objetivo.
- Φ Las restricciones.

### 3.3.1 Variables de diseño.

Las magnitudes que intervienen en un diseño se pueden dividir en:

- Φ Parámetros del problema.
- Φ Variables del problema.

Los parámetros del problema representan magnitudes cuyo valor es fijo para todo el diseño se imponen de manera externa al sistema, para este trabajo a estos parámetros como las restricciones y cargas, las propiedades del material y las variables por tratarse de magnitudes que cambian conforme evoluciona el diseño, son la masa total de la estructura, la densidad de los elementos, el estado de esfuerzos.

En el caso más general, se distinguen cuatro tipos de variables, en función de la complejidad que plantea la optimización:

- Φ Propiedades de la sección transversal de la pieza (áreas, espesores, momentos de inercia).



- Φ Geometría de la estructura (dimensiones, contornos).
- Φ Topología de la estructura.

[Martínez, 2003]

### 3.3.2 Función objetivo

La función objetivo suele ser una función escalar de las variables que intervienen en el diseño, y la condición habitual que se le exige a dicha función es que para la solución óptima tome un valor mínimo.

Para lograr una mayor rigidez en la estructura inicial, se planteó como función objetivo el estado de esfuerzos para los elementos en la estructura; es decir, el software buscara homogeneizar el estado de esfuerzos de todos los elementos que aporten una ventaja estructural para cada caso de carga.

Por esta razón, utilizando los resultados del análisis FEM, mostrarána los elementos de la estructura dependiendo de la magnitud del esfuerzo que presenten, probablemente creando una relación entre el estado de esfuerzos de cada elemento en cada caso de carga. Por lo que se espera un único resultado, en el que sin importar la restricción debe presentarse una estructura en la que se puede diferenciar a los elementos que resisten algún esfuerzo provocado por las cargas, de los elementos que no lo hacen.

Asimismo, pueden emplearse como función objetivo otras cantidades, tales como el porcentaje de masa, el desplazamiento de algún nodo, la rigidez, la frecuencia natural, efectos modales, entre otros. Estos aspectos pueden llegar a ser decisivos a la hora de evaluar la rentabilidad de uno u otro diseño, y es por ello que conviene tenerlos en cuenta al plantear la función objetivo. [Martínez, 2003]

### 3.3.3 Restricciones

Las restricciones son condiciones que debe cumplir el diseño para que pueda ser considerado válido. Estas condiciones se plantean como funciones de las variables, a las que se les exige tener algún valor o mantenerse dentro de un rango.

Se puede clasificar a las restricciones en:

- Φ Restricciones de igualdad.
- Φ Restricciones de desigualdad.

Las restricciones de igualdad suelen estar asociadas a las relaciones que fijan el comportamiento de la estructura, tales como condiciones de equilibrio, compatibilidad, ecuaciones constitutivas, etc.

Las restricciones de desigualdad suelen estar asociadas a limitaciones impuestas a la respuesta del elemento estructural, tales como tensiones máximas, deformaciones máximas, frecuencias de



vibración, etc. Otro tipo de restricciones de desigualdad son las que delimitan el rango de posibles valores de las variables.

En este caso se restringió el porcentaje de masa, que cumpliendo con la función objetivo dimensionara los elementos o el porcentaje de material útil dentro del rango que la restricción especifique. [Martínez, 2003]

### 3.4 MÉTODOS DE OPTIMIZACIÓN

Una vez seleccionado el tipo de optimización que pondremos en práctica, se debe elegir el método por el cual se realizará la optimización, ya sea por medio un algoritmo creado de manera propia, o utilizando los existentes, como en la paquetería comercial por ejemplo.

Debido a que la optimización estructural ha tenido un avance importante en las últimas décadas, existen ya bastantes algoritmos desarrollados por distintos autores, derivados de la intención de resolver alguna necesidad específica obteniendo en algunos casos, parámetros de comparación entre estos, que contribuyen de manera significativa al desarrollo de nuevos criterios de optimización.

Es importante señalar que las características de un problema de optimización pueden variar en muchos casos, utilizando distintas variables de diseño o en algunos casos sucederá que la característica utilizada para definir la función objetivo en otro problema puede referirse la misma característica a la restricción de diseño, esto dependerá siempre de la decisión tomada por el analista, quien es responsable de definir el proceso a su conveniencia y será capaz de modificarlo o en su defecto corregirlo. [Martínez, 2003]

#### 3.4.1 Criterios de optimización.

Los criterios de optimización OC (Optimality Criteria) proporcionan soluciones a problemas concretos de optimización, dirigiendo la solución por medio de la aplicación de criterios que se sabe (o se cree) que son apropiados para el problema tratado.

Algunos criterios de optimización presentan un claro sentido físico, tal es el caso del diseño totalmente tensionado FS (Fully Stressed), en el que cada elemento de la estructura soporta la tensión máxima, bajo al menos uno de los estados de cargas especificados. [Victoria 2006]

#### 3.4.2 Métodos de optimización por gradientes

Los métodos basados en gradientes hacen uso del cálculo y las derivadas de una función objetivo y restricciones para encontrar un óptimo, de un grupo de variables del que se puede obtener un valor máximo o mínimo para una función específica; sin embargo, se supone siempre para este tipo de problemas que es posible alcanzar una solución mínima y que ésta en realidad existe.

- Optimización sin restricción.
- Optimización restringida.



- Método de los Multiplicadores de Lagrange.
- Condiciones de Kuhn-Tucker.
- Programación Lineal (LP).
- Programación Lineal Integral (ILP).
- Programación Secuencial Lineal (SLP).
- Programación Secuencial No Lineal (NLP).
- Métodos de Homogeneización.
- Teoría de distribución Óptima.
- Optimización de Forma.

Para algunos problemas de mecánica estructural, no se puede lograr una solución de este tipo, debido a que los problemas son discontinuos, y por esta razón la implementación de otros métodos independientes de los gradientes de una función son necesarios. [Querin, 1997]

### 3.4.3 Métodos heurísticos.

Son aquellos desarrollados de cualquier idea intuitiva dentro del problema, o de argumentos convincentes de metodologías de optimización basados en la observación de la naturaleza, es decir que estos métodos se basan en simples reglas y sentido común, derivado de la emulación de procesos que suceden a diario en la naturaleza, pero no garantizan encontrar una solución óptima, sin embargo en principio determinan la mejor solución obtenida dentro del tiempo permitido.

- Algoritmos Genéticos (GA).
- Optimización de Forma Asistida por Computadora (CAO).

[Querin, 1997]

### 3.4.4 Optimización sin un modelo de material.

Existen otros métodos alternativos, mucho más intuitivos y fáciles de implementar que los métodos de homogeneización, y de distribución de material. Estos métodos producen de un modo sencillo, formas y topologías optimizadas, aunque se conoce, que la calidad de las soluciones depende del tamaño del elemento. A continuación, se describen los principales métodos, en ausencia de un modelo de material, que se emplean con más frecuencia para la optimización de estructuras.

- Optimización Estructural Evolutiva (ESO)
- Optimización Estructural Evolutiva Aditiva (AESO)
- Optimización Estructural Evolutiva Bidireccional (BESO)
- Optimización Estructural Evolutiva Morfológica (MESO)
- Optimización Estructural Evolutiva en Grupo (GESO)
- Creación inteligente de cavidades
- Métodos basados en el crecimiento biológico
- Métodos de optimización por enjambre de partículas
- Solidificación simulada
- Método de burbuja

[Querin, 1997]



### 3.5 OPTIMIZACIÓN DEL MODELO.

Utilizando los conceptos antes descritos se llevará a cabo la optimización topológica en la estructura inicial cuyo procedimiento de modelado y análisis se explica en los capítulos anteriores. Es necesario recordar que el objetivo de este trabajo es obtener el prototipo de una estructura monocasco haciendo uso de la optimización topológica, por lo que en este capítulo se explica cómo se llevó a cabo este procedimiento.

Utilizando el programa para aplicaciones de optimización estructural DS Genesis 11.0<sup>®</sup>, se optimizó topológicamente la estructura inicial, dado que el programa en un inicio no entrega un valor máximo o mínimo de masa o rigidez que indique que se ha obtenido el óptimo, por esta razón se debe elegir la función objetivo y las variables de diseño.

En este caso se buscó que el modelo final sea lo suficientemente rígido para satisfacer las solicitaciones deseadas, si se construyera con un porcentaje restringido de la masa inicial de la que se conforma, por lo que el modelo resultante de la optimización debe resistir de manera aceptable, las mismas solicitaciones a las que se encontraba sometido el modelo inicial.

Así la función objetivo designada fue la mínima energía de deformación, para garantizar la mayor rigidez en la estructura, y cuya restricción maneja el porcentaje de masa o de material que se desea utilizar en su construcción, como se mencionó antes no es posible conocer cuál es el porcentaje de masa de la estructura que es óptimo para su funcionamiento, por esta razón, se optimizó la estructura para diferentes porcentajes de masa. En resumen, la optimización estructural se realizó de la siguiente forma:

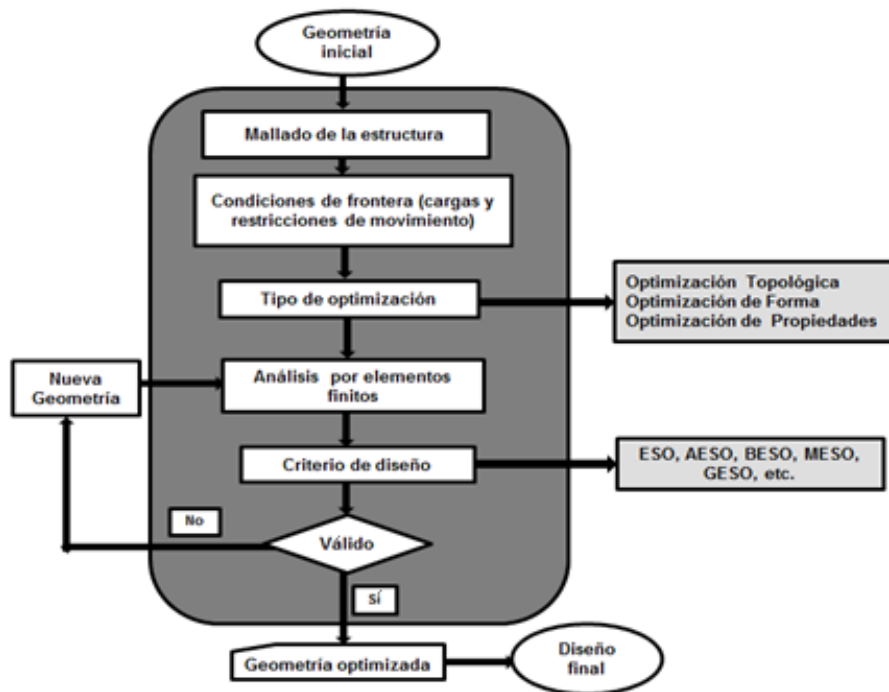


Figura 3.2 Diagrama de flujo de optimización estructural.



Para llevar a cabo la optimización, el programa (DS Genesis 11.0<sup>®</sup>) requiere que se realice el pre-proceso para el análisis FEM descrito en el capítulo 2 de este trabajo, si bien es cierto que se describió el proceso para llevar a cabo este análisis, es necesario recordar que para la optimización topológica las restricciones y cargas propuestas anteriormente se utilizaran nuevamente durante la optimización.

Tomando esto en cuenta, se tendrán los mismos casos de carga que se describieron en el capítulo anterior, así como propiedades de material que utilizamos para el análisis FEM.

Esto no quiere decir que el trabajo realizado en el capítulo anterior no tuviera ninguna utilidad, por el contrario el análisis por elemento finito es el inicio del proceso de optimización topológica, es decir, después de seleccionar las condiciones deseadas, se calcula una primera solución para el análisis FEM, del cual se obtuvieron resultados en los que se calcularon los esfuerzos y las deformaciones para cada elemento de la estructura.

Para la optimización topológica se utilizó una escala normalizada de densidad para definir a los elementos, esta es de 0.0 a 1.0, siendo 0.0 todos los elementos que no tengan densidad ni rigidez, y 1.0 aquellos que tengan densidad y rigidez normal. Posterior al análisis FEM, se aplica el criterio de optimización propio del programa, que relaciona los resultados de los esfuerzos, deformaciones y desplazamientos con la variable de densidad, eliminando de la estructura los elementos con valores cercanos a 0.0 y conservando los de valor cercano o igual 1.0.

Una vez aplicado dicho criterio, el proceso se repetirá, denominando a cada una de estas repeticiones como “Desing Cycle” que finaliza hasta que se encuentre una convergencia en los resultados, lo cual sucede cuando se alcance una aproximación bastante cercana a la solución exacta.

### **3.6 ZONAS DE NO DISEÑO.**

Tomando como referencia los resultados del análisis FEM, se crearon regiones o conjuntos de elementos que se reconocen como zonas de no diseño, esto significa que durante la optimización topológica no se toma a estos elementos en cuenta al momento de aplicar el criterio de optimización, por lo que permanecerán intactas a lo largo de cada iteración que realice el programa.

Dentro de estas zonas de no diseño se encuentran todos los anclajes o puntos de soporte con que ya contaba la estructura originalmente, estos son los anclajes para la suspensión, para los asientos de los pasajeros y los que sostienen al motor, por otro lado está el larguero o riel encargado de soportar las baterías. Por último se formó un marco rígido en la estructura, principalmente en la zona del techo, debido a que por la forma que trabaja el programa, al no recibir cargas en esta zona se elimina o asigna una densidad de 0.0 a todos los elementos que pertenezcan a estas zonas..

Las zonas de diseño se muestran de manera más clara en la figura 3.3 y se identifican a estas en la tabla 3.1.





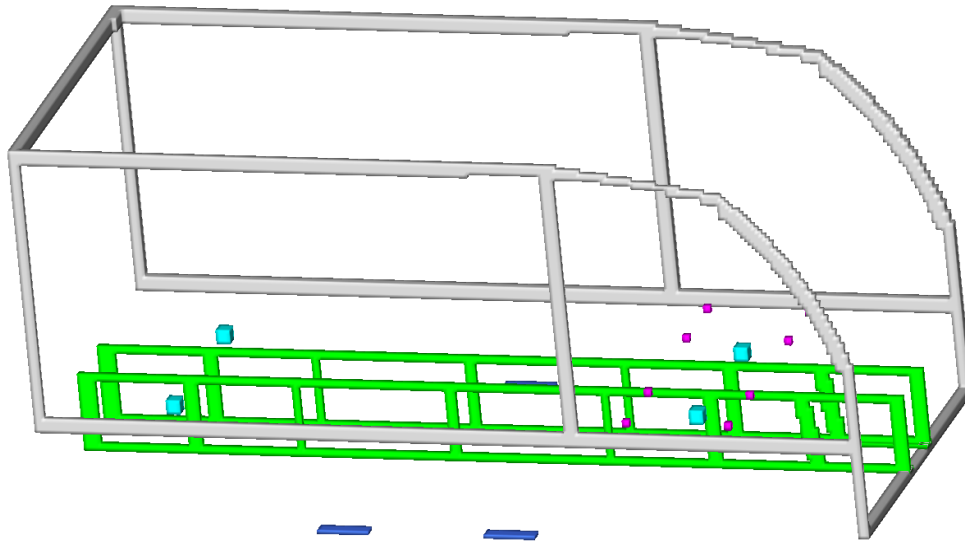


Figura 3.3 Representación de las zonas de no diseño, para la optimización topológica.

Tabla 3.1 Clasificación de las zonas de no diseño.

<b>Zona de no Diseño</b>	
<b>Anclajes para la suspensión.</b>	
<b>Anclajes para los asientos</b>	
<b>Anclajes para el motor</b>	
<b>Riel de baterías</b>	
<b>Marco rígido</b>	

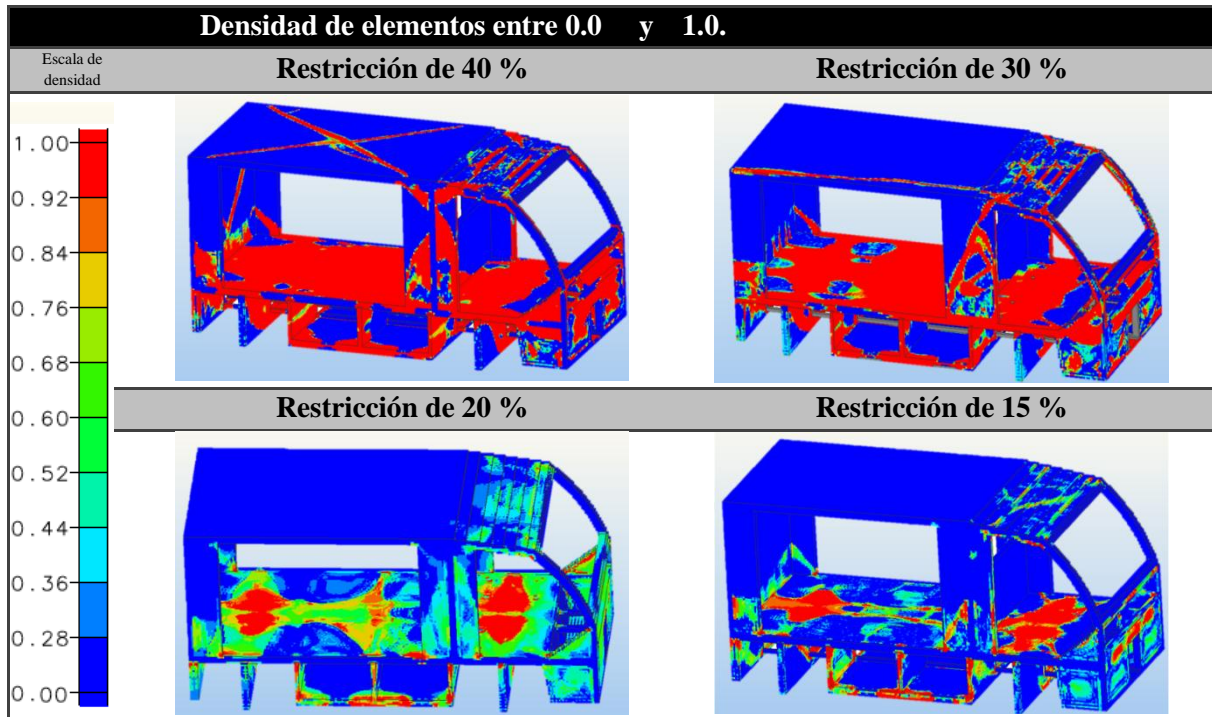
### 3.7 RESULTADOS DE OPTIMIZACIÓN PARA DIFERENTES RESTRICCIONES DE MASA.

#### 3.7.1 Resultados de Topología.

En las tabla 3.2, 3.3, 3.4, 3.5 se muestra los resultados de la optimización en diferentes vistas para apreciar mejor los resultados en varias secciones de la estructura, que en adelante se mencionan como resultados de topología, los elementos que cuentan con un valor de densidad igual 1.0 se mostraran en color rojo lo que indica que el elemento cuenta con una densidad normal o igual a la que tenía originalmente, y los elementos con valor igual 0.0 se muestran en color azul, que indica que los elementos no cuentan con densidad.



Tabla 3.2 Perfiles de densidad con diferentes restricciones de porcentaje de masa.  
Vista frontal-derecha.



Los resultados mostrados en estas tablas, ofrecen una excelente perspectiva del comportamiento de la estructura durante la optimización, los resultados del análisis FEM muestran para todos los casos de carga, los elementos que soportan los mayores esfuerzos que se presentan, a dichos elementos se les asigna un valor de densidad de acuerdo al funcionamiento de software utilizado para este procedimiento.

Bajo estas aseveraciones se puede decir que el software realiza un análisis múltiple en el que elige los elementos necesarios para soportar cada caso de carga, eliminando o agregando elementos de diferentes densidades dependiendo la utilidad estructural que estos representen tras cada iteración.

Es importante mencionar que para cada proceso de optimización con una restricción de masa diferente necesito de un tiempo de entre 21 y 18 horas cada uno, además cabe destacar que el equipo utilizado cuenta con características específicas para este tipo de trabajo, por lo que se puede considerar que el tiempo de procesamiento de cada análisis fue rápido y, aunque solo se presentan los 4 procesos de optimización más importantes para este trabajo, en total se realizaron alrededor de 11 procedimientos de este tipo.



Tabla 3.3 Perfiles de densidad con diferentes restricciones de porcentaje de masa. Vista trasera-izquierda.

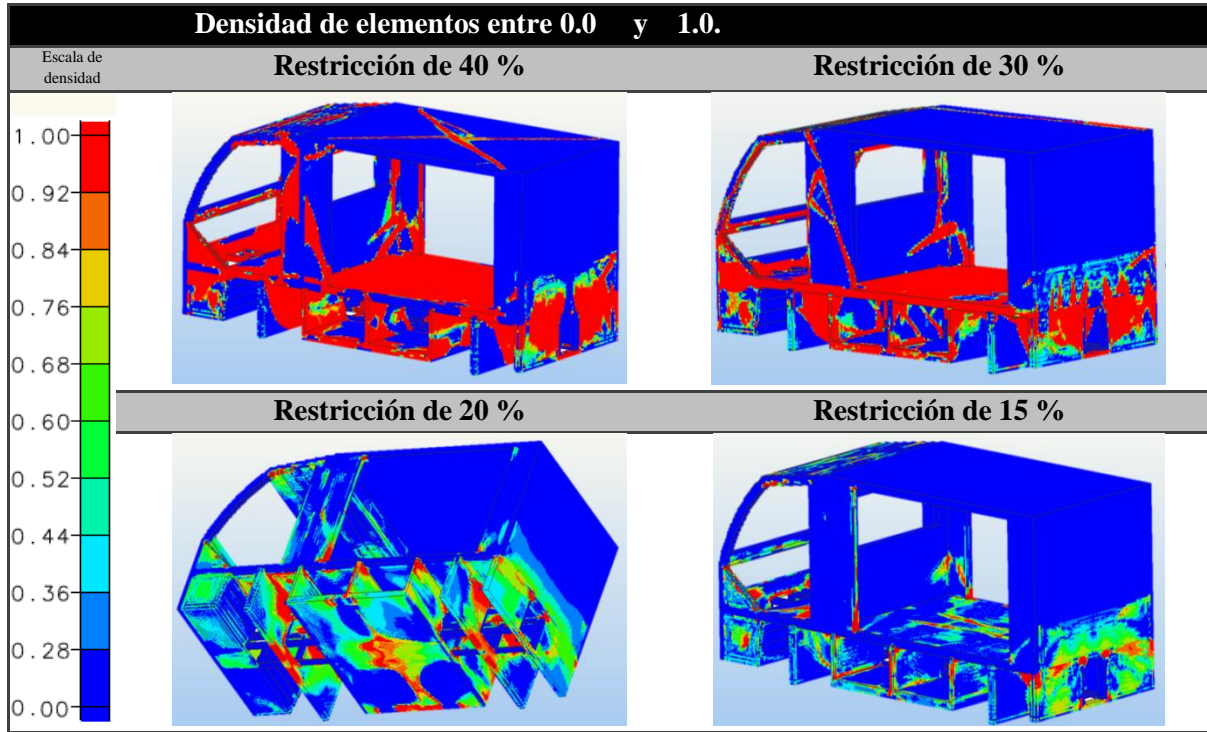


Tabla 3.4 Perfiles de densidad con diferentes restricciones de porcentaje de masa. Vista inferior.

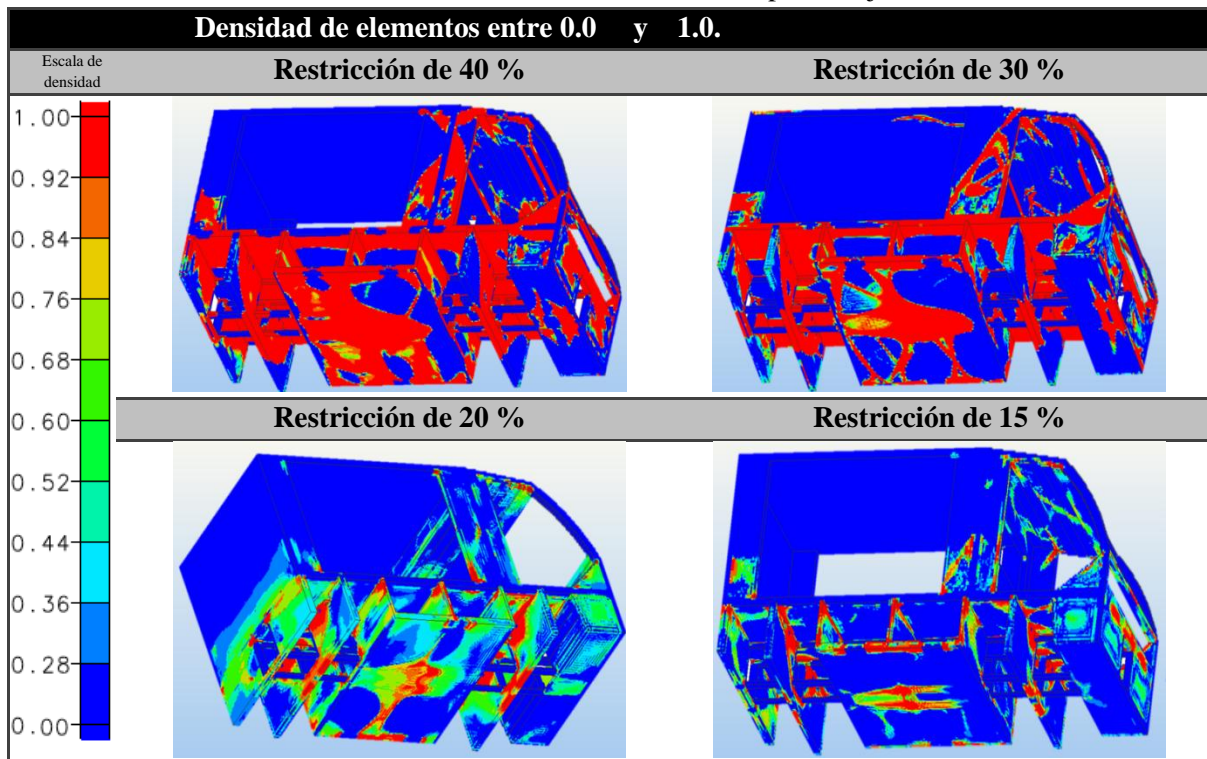
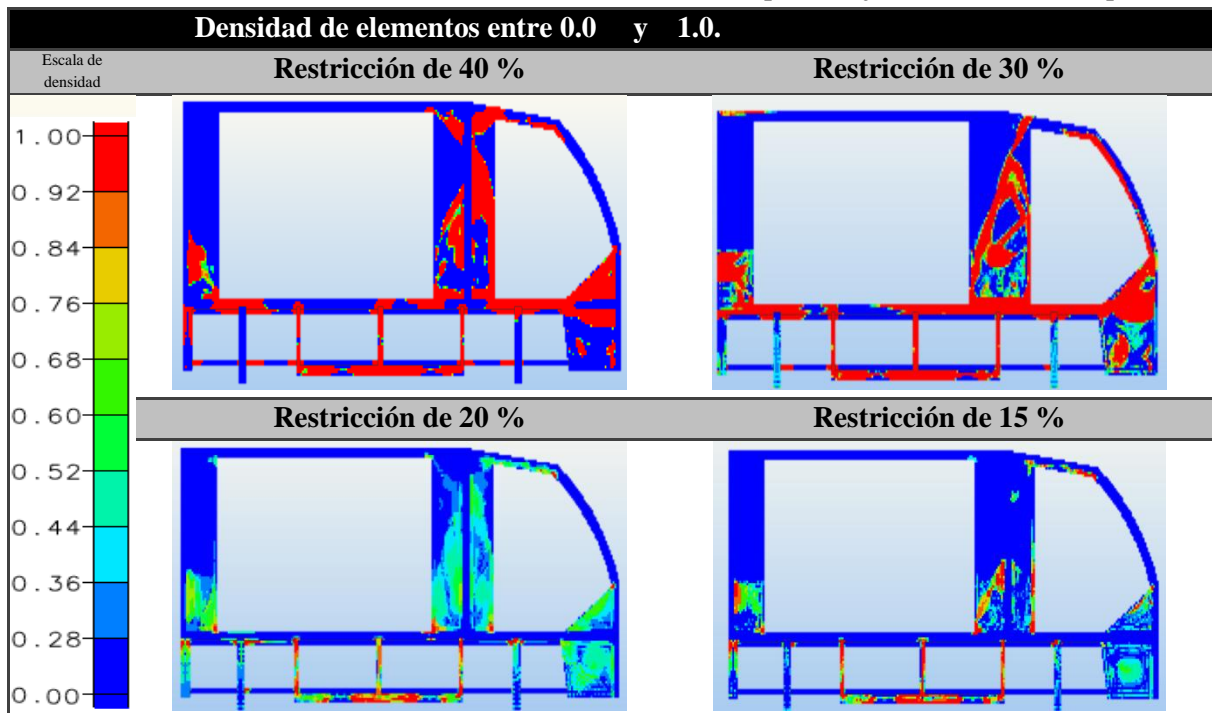


Tabla 3.5 Perfiles de densidad con diferentes restricciones de porcentaje de masa. Vista superior.



En las tablas anteriores se puede observar que la restricción de porcentaje de masa, limita tanto a el número de elementos con densidad igual 1.0 como a los de 0.0, por ejemplo, para la estructura con una restricción de masa del 40 %, se le está indicando al software que busque que en un 40 % de la masa total ubique a todos los elementos de densidad igual 1.0, comenzado con el acomodo de elementos de una densidad más baja hasta cumplir con la restricción.

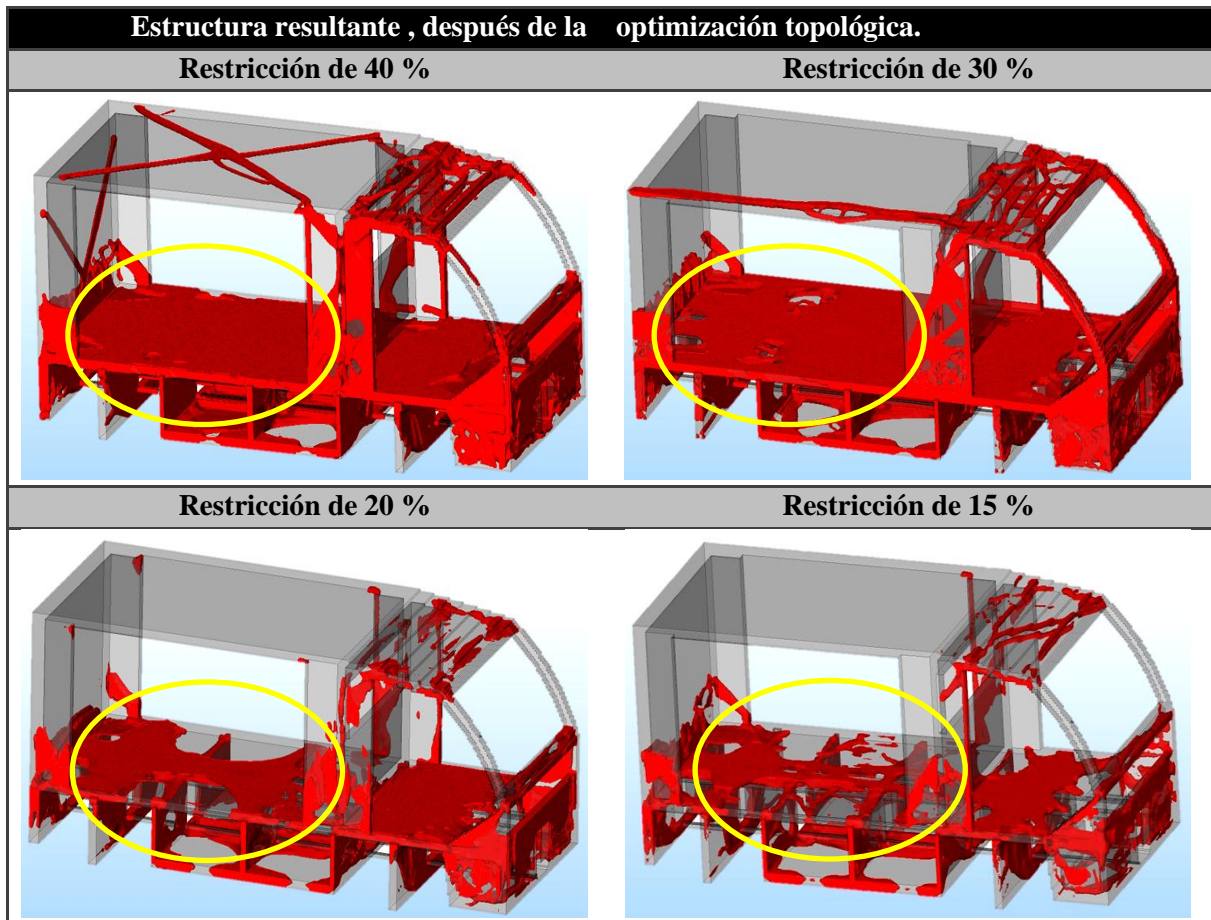
Sin embargo, al mismo tiempo limita la cantidad de elementos de densidad igual 0.0, para la misma restricción de masa el software busca que el otro 60% de la masa total de la estructura pertenezca a los elementos de más baja densidad. Es evidente que aunque este es el principio de funcionamiento, no se logra esta relación de densidad para los elementos, razón por la cual aparecen elementos de densidad intermedia.

### 3.7.2 Resultados de Densidad.

En la tabla 3.6 , 3.7 ,3.8 , 3.9 , se muestra a la estructura sólo con los elementos que conforman el porcentaje asignado en la restricción de masa, el valor de esta restricción de masa indica que el programa busca conforme a criterios de optimización, distribuir este porcentaje de la masa inicial de manera que cumpla o que resista con las solicitaciones propuestas después de la optimización topológica, es decir, solo se muestran los elementos que se encuentran dentro del porcentaje de masa establecido.



Tabla 3.6 Estructura optimizada para restricciones del porcentaje de masa de 40, 30, 20, y 15 %.  
Vista frontal-derecha.



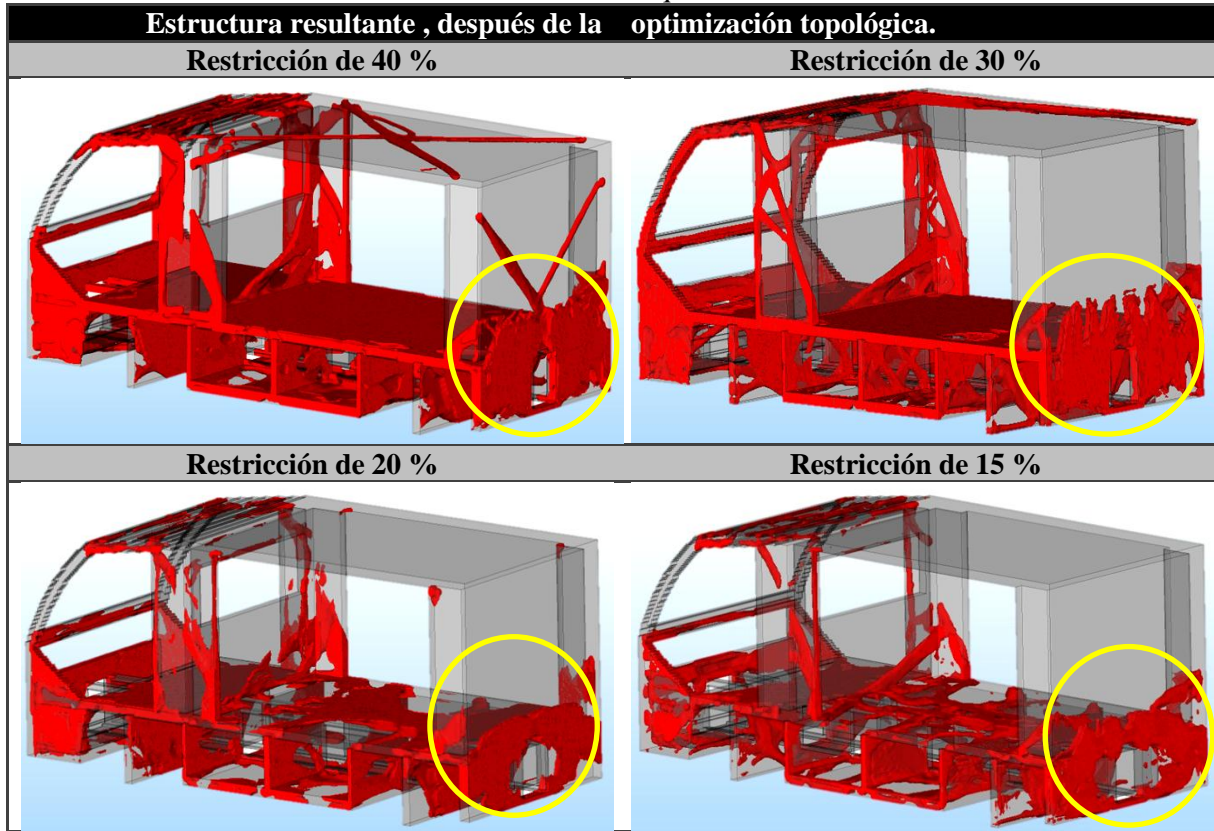
En las tablas 3.6, 3.7, 3.8, 3.9 se resaltan secciones de la estructura inicial, en la que el cambio en la cantidad de material es más evidente, lo que permite notar la importancia de realizar la optimización topológica para diferentes restricciones, ya que con una comparación de todos los resultados, se obtienen nuevos criterios que señalen que tan aceptable es el mínimo y el máximo encontrado.

Es importante notar que para cada modelo la geometría obtenida en la iteración final, siempre carece de forma regular, e incluso presenta discontinuidades en varias secciones, esta es otra característica que se debe tomar en cuenta en el momento de decidir qué modelo o en qué caso la restricción es la adecuada y que se adapta de mejor manera al objetivo que se busca.

Aunque el proceso de optimización topológica cuenta con un procedimiento bien definido, que se lleva a cabo mediante algoritmos matemáticos fundamentados ampliamente, se puede decir que para este trabajo el proceso de optimización también adquiere algo de un método experimental, dado que no se puede conocer con exactitud la restricción adecuada desde un inicio.

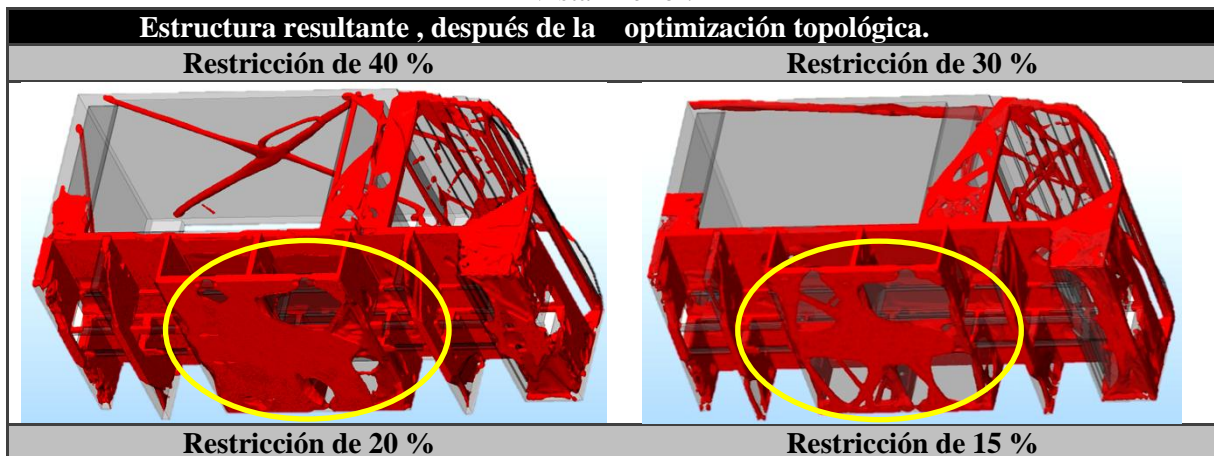


Tabla 3.7 Estructura optimizada para restricciones del porcentaje de masa de 40, 30, 20, y 15 %.  
Vista trasera-izquierda



De los resultados de topología se puede deducir que para todas las estructuras con una restricción de masa diferente, la obtenida en la última iteración es la óptima para resistir los casos de carga propuestos; sin embargo, se observa que si se construyeran las estructuras con un 30 y 40 % de restricción de masa, están aún contarían con demasiado material en comparación con las estructuras con 15 y 20% de restricción, además de un número mayor de elementos con densidad cercana a 0.0 por lo que no se considera como una solución ideal.

Tabla 3.8 Estructura optimizada para restricciones del porcentaje de masa de 40, 30, 20, y 15 %.  
Vista inferior.



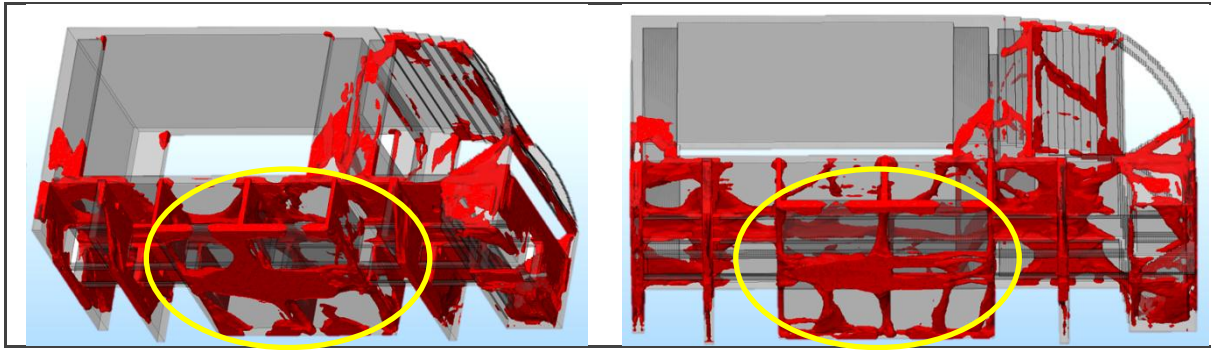
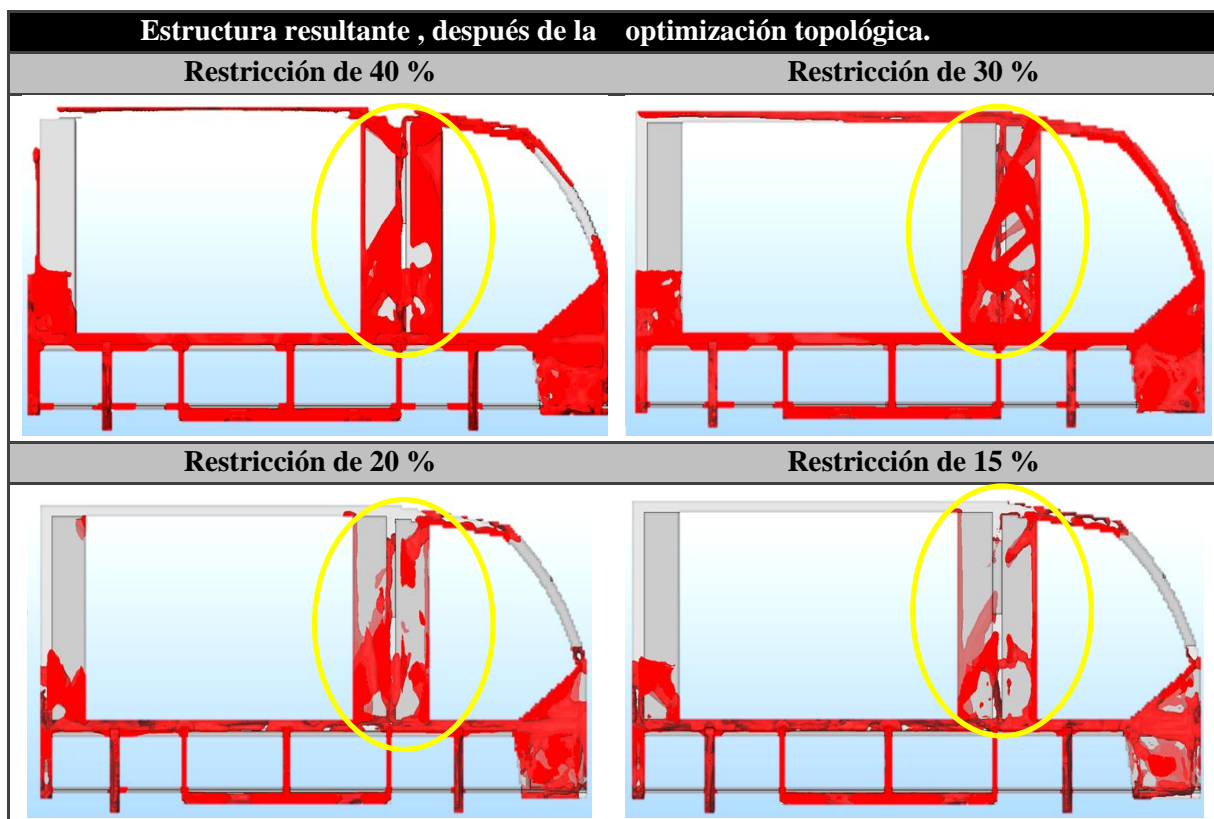


Tabla 3.9 Estructura optimizada para restricciones del porcentaje de masa de 40, 30, 20, y 15 %.  
Vista lateral.



### 3.8 SELECCIÓN DE LA ESTRUCTURA ÓPTIMA.

Las estructuras con un 15 % y 20 % de restricción de masa presentan una malla o estructura amorfa, lo que las diferencia de los otros casos, es que al restringir el porcentaje de masa el programa busca la manera de distribuir el mayor número de elementos en dicho dominio de diseño ( % porcentaje de masa deseado) que tengan un valor máximo de densidad; es decir, primero distribuye todos los elementos con una densidad igual a 1.0 de acuerdo a los criterios de optimización que aplique, y posteriormente distribuye los de menor densidad hasta alcanzar la convergencia en una solución que cumpla con la restricción establecida.

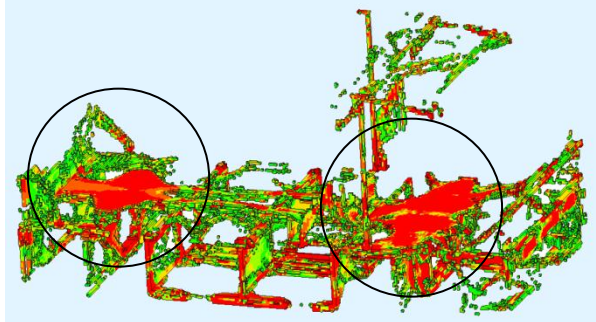
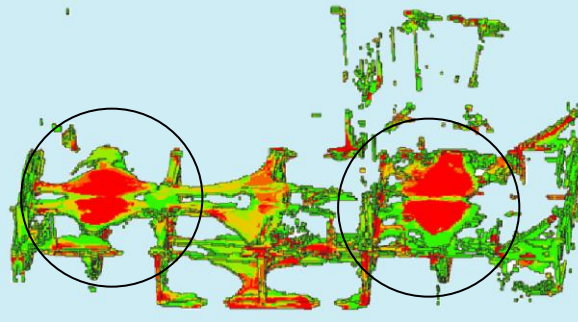
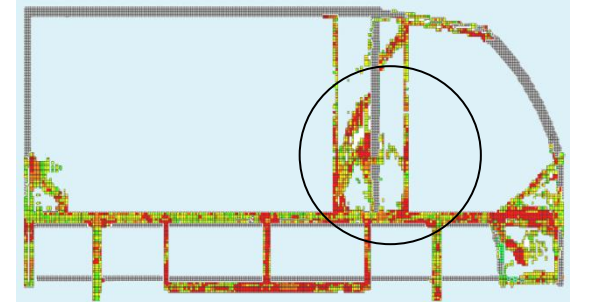
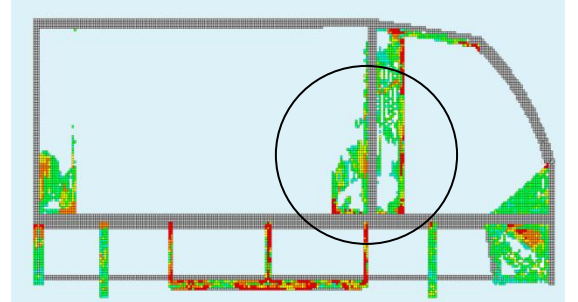


Es por esto que mientras menor sea la restricción al dominio de diseño, mayor es el número de elementos con densidad igual a 1.0 que contiene la estructura, por esta razón aunque la estructura con restricción de 20 % es lo suficientemente rígida y ligera no es la que se seleccionó como punto de partida para el nuevo diseño, ya que la estructura con una restricción del 15 % tiene la ventaja de contar con un mayor número de elementos con densidad y rigidez normal, mientras que la primera se compone de un mayor número de elementos de una densidad de entre 1.0 y 0.50, lo que aumenta las secciones que sufren un cambio de espesor considerable.

En la tabla 3.10 se realizó una comparación entre ambos casos con diferentes restricciones, (15 y 20 %), en los que se observara mediante distintas vistas y cortes realizados la composición de estas estructuras finales en cuanto a la cantidad de elementos con mayor densidad.

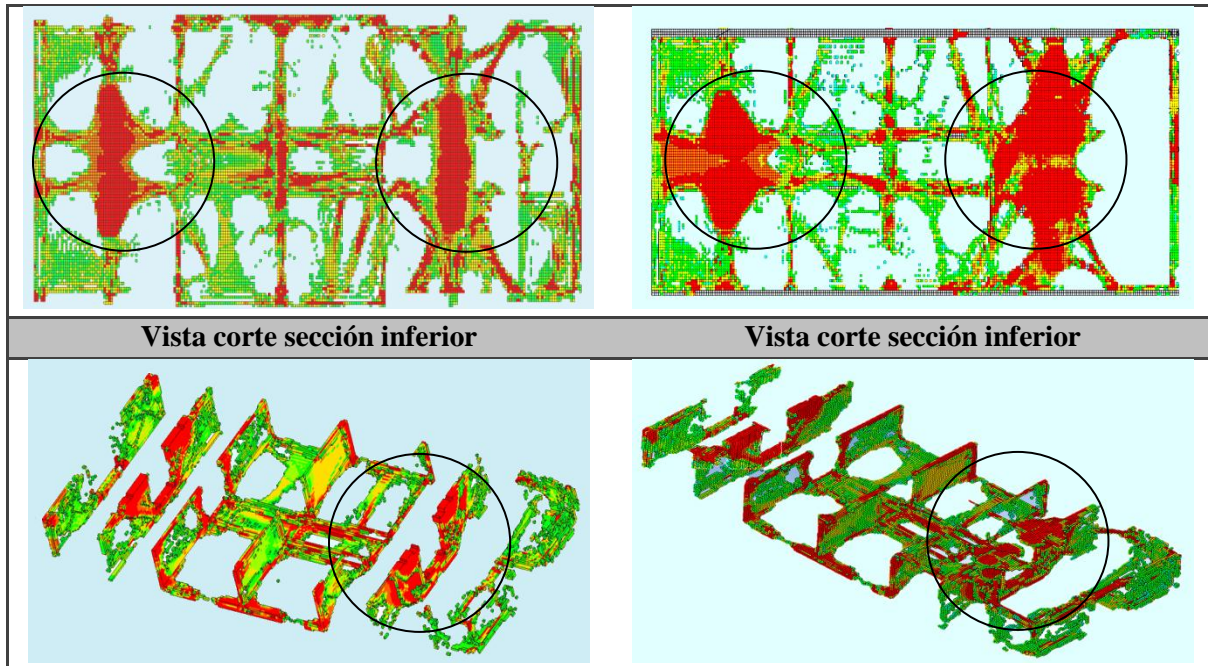
Se muestran además, una comparación en la secciones donde el número de elementos de densidad igual a 1.0 es mayor, ya que esta característica fue decisiva para la selección del modelo para continuar con este trabajo.

Tabla 3.10 Comparación entre resultados de topología con restricción de masa de 15 y 20 %.  
Resultados de densidad.

Estructura con 15 % de restricción en masa	Estructura con 20 % de restricción en masa
Vista frontal-derecha	Vista frontal-derecha
	
Vista lateral	Vista lateral
	
Vista corte sección central	Vista corte sección central





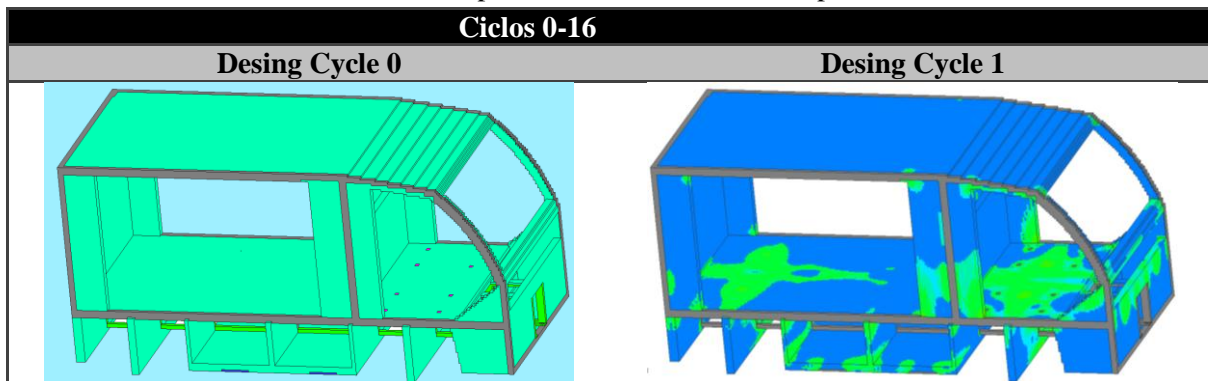


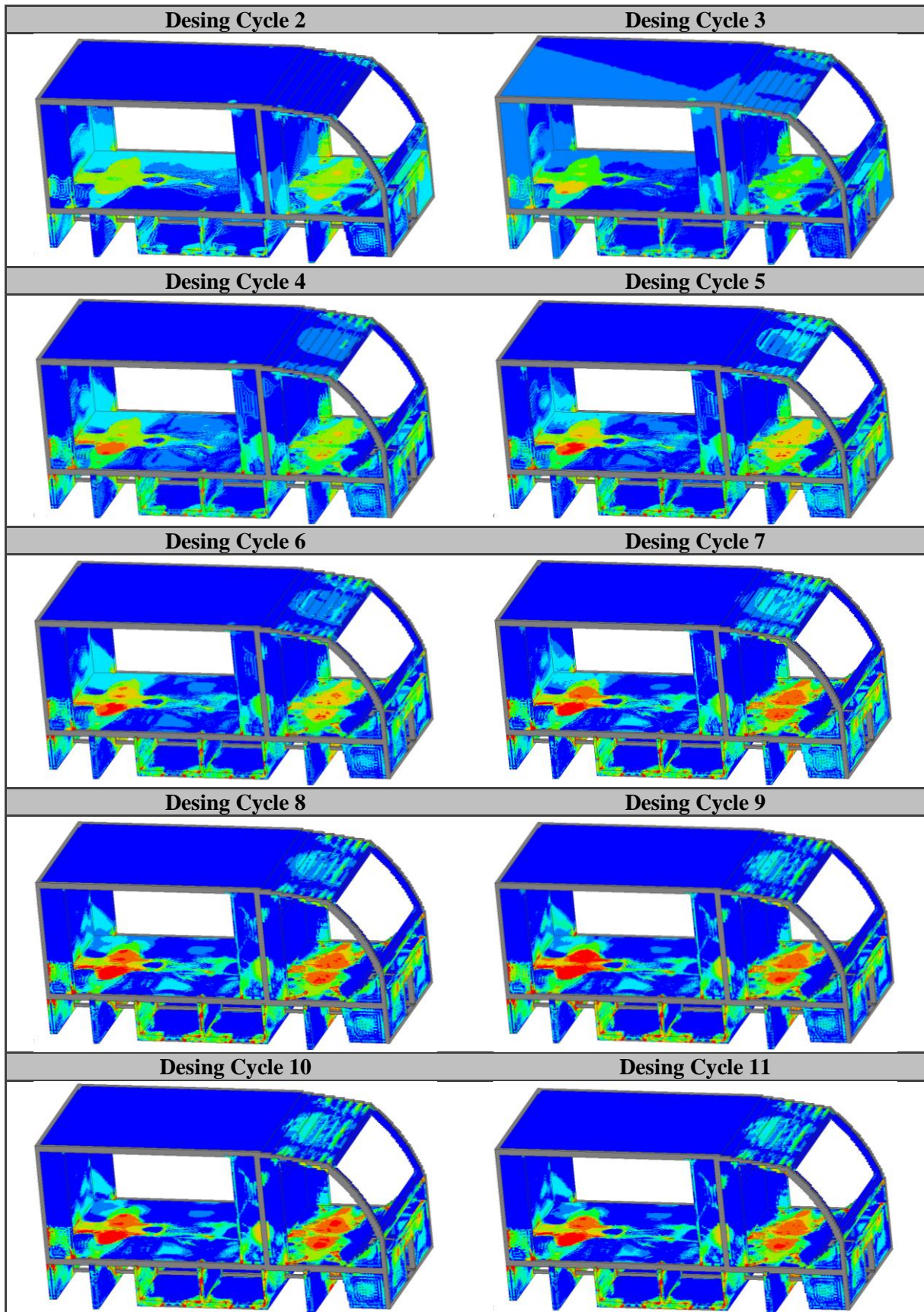
Analizando estos resultados de topología, se utilizó la estructura óptima con un 15 % de la masa inicial del modelo, que conformo una estructura y rígida y ligera. Como se mencionó anteriormente, a simple vista es sencillo notar el cambio en la densidad de los elementos de ambas estructuras, lo que justifica el utilizar la estructura con un 15 % de restricción de masa.

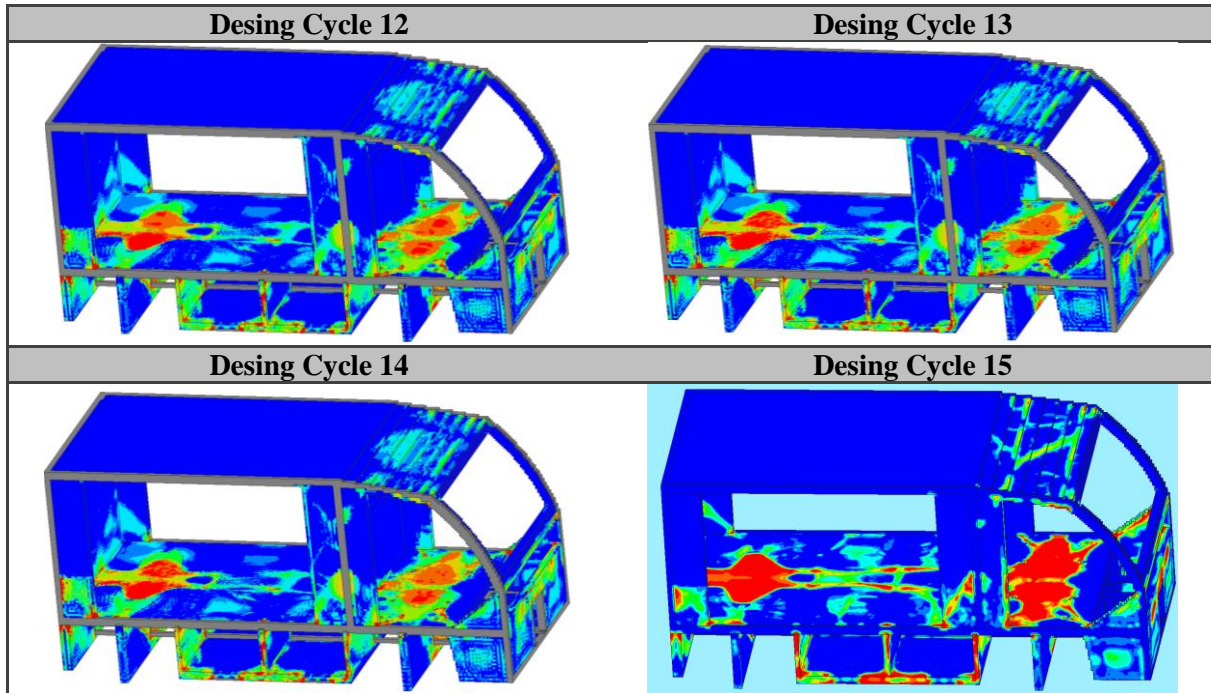
Por último en la tabla 3.11 se muestra el historial de optimización para esta estructura, para facilitar su visualización a partir del Desing Cycle 0, en esta se muestran los resultados de topología en los que se nota el cambio en la densidad de los elementos.

En el **Anexo 3** se presenta una tabla con el historial de optimización con resultados de topología en los que se muestran sólo los elementos entre una rango de densidad de 0.5 a 1.0, así también para los resultados de densidad

Tabla 3.11 Historial de optimización de la estructura, por ciclos de diseño.







Como resultado de la optimización topológica se obtiene una guía para el diseño final, esta es la estructura mostrada en Desing Cycle 15, que es la iteración final de la optimización topológica que muestra en su mayoría elementos con densidad de entre 0.50 y 1.0, estos elementos conforman el 15 % de la malla con que contaba la estructura inicial.

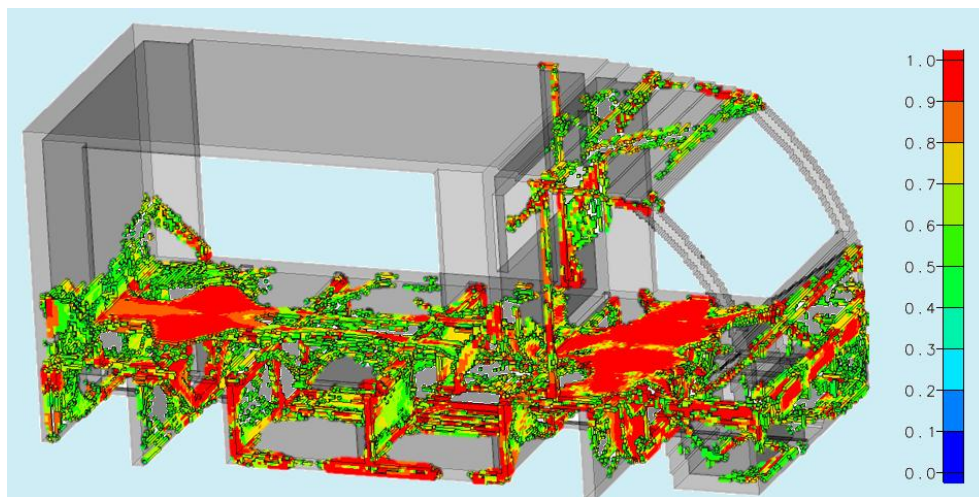


Figura 3.4 Perfil de densidad de la estructura optimizada topológicamente con 15% de restricción de masa. Resultados de topología.

DS Genesis 11.0®.



Esta malla se exportó al sistema CAD Siemens Unigraphics NX 7.5<sup>®</sup>, donde fue el punto de partida para el modelado la estructura final con una geometría que asemejará a la malla resultante de la optimización, para finalmente someterla nuevamente a un análisis FEM que se explica en el siguiente capítulo.

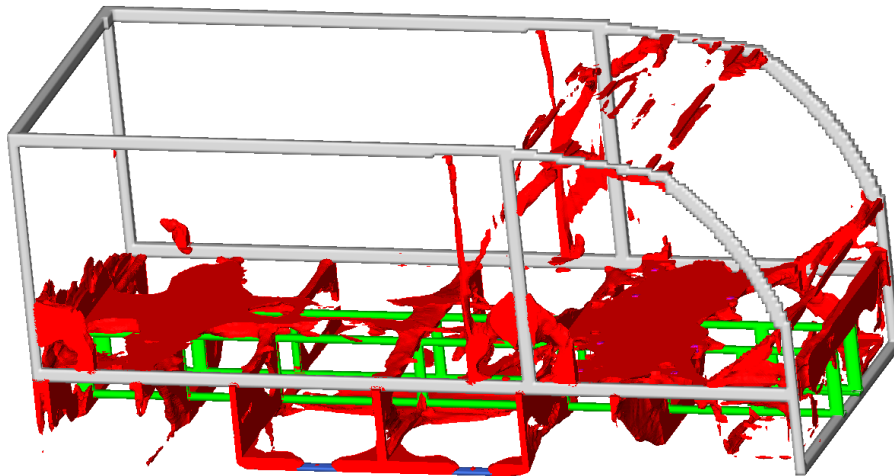


Figura 3.5 Perfil de densidad de la estructura optimizada topológicamente con 15% de restricción de masa. Resultados de Densidad.

DS Genesis 11.0<sup>®</sup>.



**CAPÍTULO 4****REDISEÑO Y ANÁLISIS DEL  
PROTOTIPO****4.1 INTRODUCCIÓN.**

Resultado de la optimización topológica, se obtuvo la malla que propone la geometría para una estructura que satisface todas las solicitaciones propuestas, sin embargo este modelo final no es definitivo, debido a que se cuenta con una estructura amorfa que carece de dimensiones constantes, llevar a cabo la construcción de la misma es poco práctico.

Es por esto que aunque llevar a cabo la optimización resulta teóricamente sencillo, la implementación de esta no lo es, dado que los resultados de topología son sólo una guía de diseño, un punto de partida para la elaboración de una nueva estructura de fácil manufactura que resulte capaz de soportar los mismos casos de carga aplicados a la estructura inicial.

La manufactura de esta estructura además de sencilla debe ser poco costosa, esto es parte importante de cualquier proceso de diseño, y para cumplir con este objetivo se planteó un nuevo diseño a partir de perfiles comerciales de acero, estos aunque de diferentes longitudes contarán con una misma sección transversal y un mismo espesor.

Se utilizarán tres tipos de perfiles para la construcción de esta estructura, que se describirán como sigue:

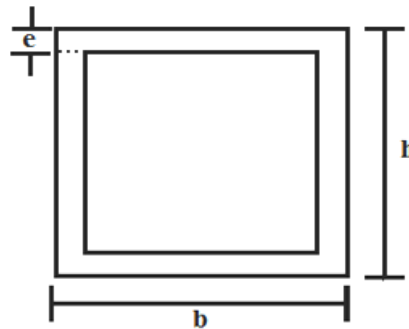


Figura 4.1 Dimensiones de los perfiles estructurales.



Tabla 4.1. Dimensiones de perfiles estructurales.

Perfil	h [mm]	b [mm]	e [mm]
2x2	50.8	50.8	1.9
2x1	50.8	25.4	1.9
1x1	25.4	25.4	1.9

#### 4.2 REDISEÑO DE LA ESTRUCTURA.

Como punto de partida para la creación del nuevo diseño se exportó la malla resultante de la optimización topológica de DS Genesis<sup>®</sup> 11.0 a NX 7.5 Unigraphics<sup>®</sup> para modelar una estructura a partir de esta malla (figura 4.2).

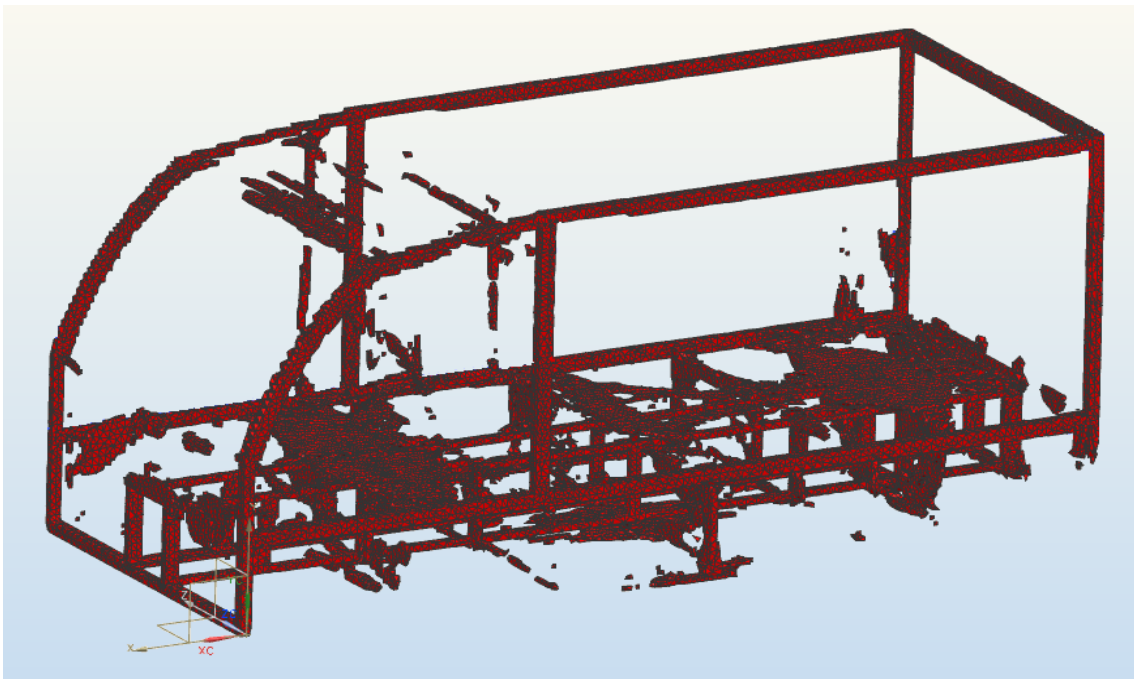


Figura 4.2 Malla sólida resultante de la optimización topológica de la estructura Inicial, con un 15 % de restricción de masa.

Al exportar la malla cada elemento es reconocido como un sólido independiente, sin importar la densidad que se le haya asignado, lo que permitió modelar los perfiles de acuerdo a la distribución de los elementos, tomando en cuenta los espesores más adecuados para cada sección y sus longitudes, por ejemplo para la sección superior, en una vista lateral, se utilizaron perfiles de 2x1 [in].



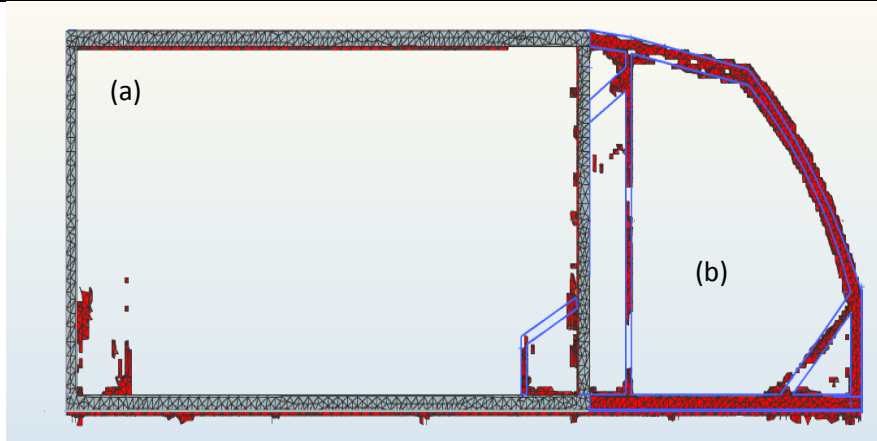


Figura 4.3 (a) Rediseño del marco lateral con la malla resultante de la optimización topológica sobrepuesta, (b) croquis de los perfiles en la sección delantera. Vista lateral.

En esta sección se observan los perfiles en el marco lateral, además de un croquis para la sección lateral delantera, donde se muestra la geometría que deben ocupar los perfiles (figura 4.3).

Este procedimiento es el que utilizó para modelar toda la estructura, se dibujaron croquis sobre la malla resultante y después se modelaron los perfiles para cada sección, de lo que se obtuvo lo siguiente:

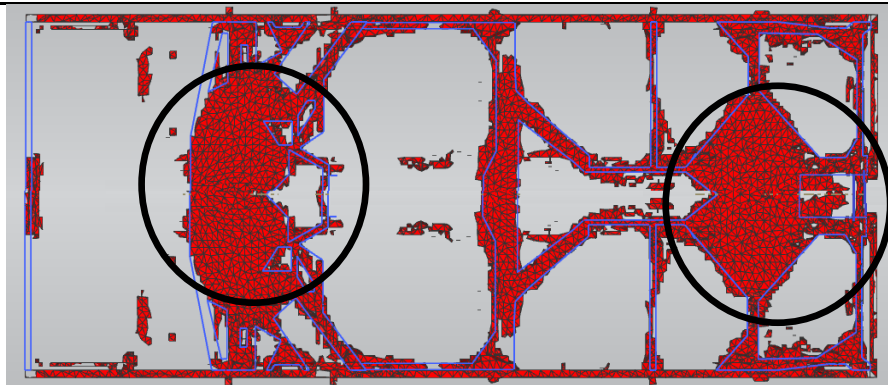


Figura 4.4 Rediseño la sección media sobre la malla resultante de la optimización topológica. Vista superior, corte sección media.

En la sección media de la estructura, se observa que hay un mayor número de elementos en las zonas donde se encuentran los anclajes para la suspensión (figura 4.4). En la figura 4.5 se muestra la misma sección ya modelada.

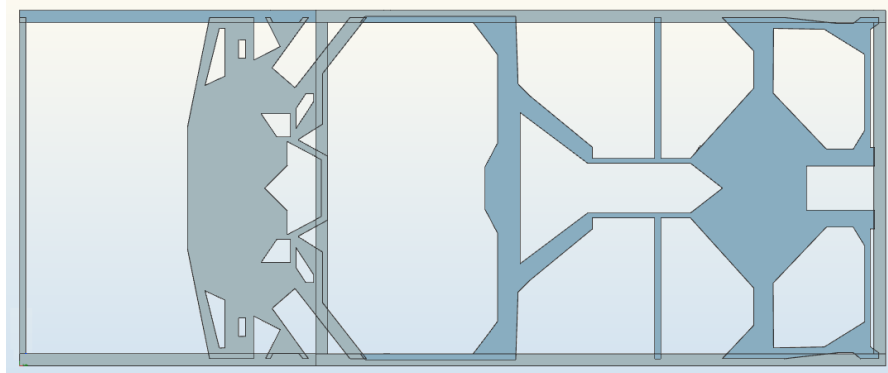


Figura 4.5 Modelado de la sección media sin la malla resultante de la optimización topológica. Vista superior, corte sección media.

Estas secciones son de gran importancia, ya que recaen en ellas impactos importantes producidos por la mayoría de los casos de carga impuestos.

Es por esta razón que deben ser de las



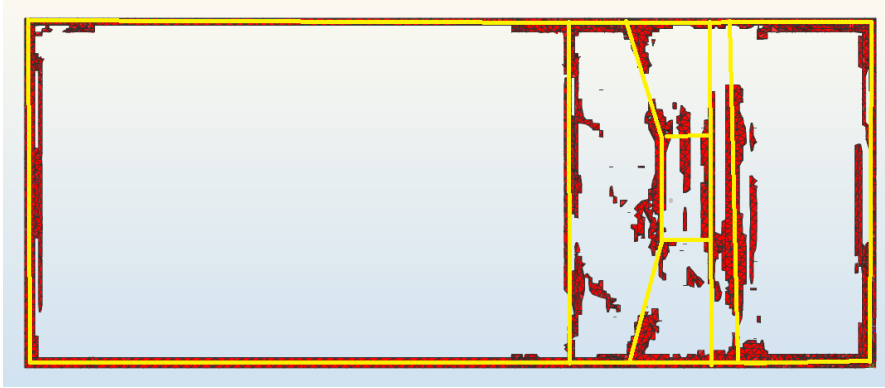


Figura 4.6 Rediseño de la sección superior sobre la malla resultante de la optimización topológica. Vista superior, corte sección superior.

secciones más resistentes de la estructura.

En la sección superior de la estructura se necesita menos material, esto es porque sólo se planteó el caso de carga por volcadura, por lo que la cabina de los pasajeros es bastante rígida para la protección de estos (figura 4.6).

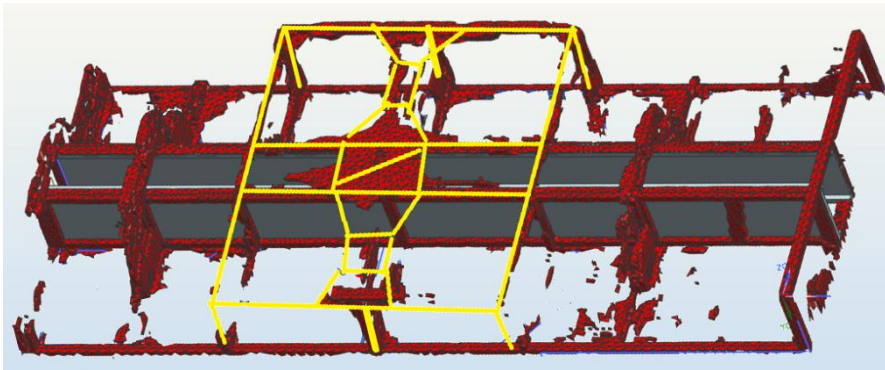


Figura 4.7 Rediseño de la sección inferior sobre la malla resultante de la optimización topológica. Vista inferior, corte sección inferior.

Por la parte inferior de la estructura se observa que los largueros para las baterías permanecen como en la estructura inicial, por otra parte para el marco inferior se tiene una considerable reducción de material.

Por último se tiene la estructura completa con la malla sobrepuesta y sin ella para comparar el diseño, como se dijo al inicio la malla resultante de la optimización topológica solo se tomó como punto de partida para realizar el diseño de la estructura utilizando solo perfiles estructurales, es necesario mencionar que aunque no se muestra todo el proceso para el modelado de la estructura final, cada sección se modificó más de una vez, considerando al igual que para la estructura inicial 4 zonas diferentes (figura 1.7).





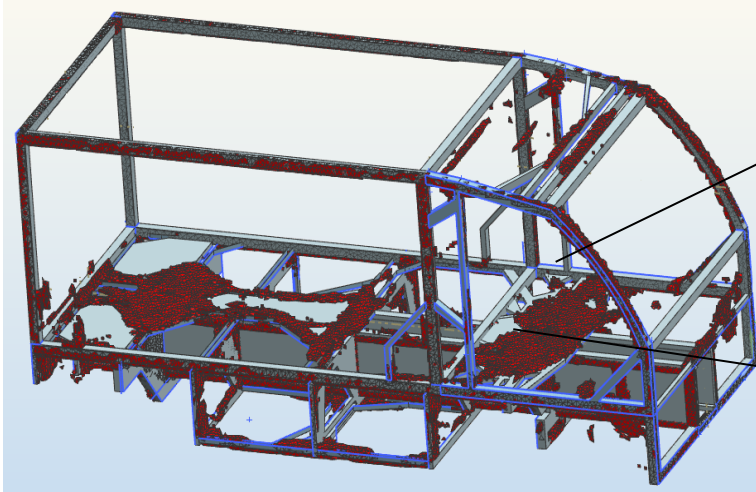


Figura 4.8 Estructura final con malla de la optimización topológica.

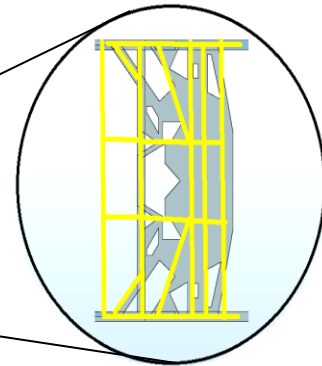


Figura 4.9 Rediseño sección media frontal

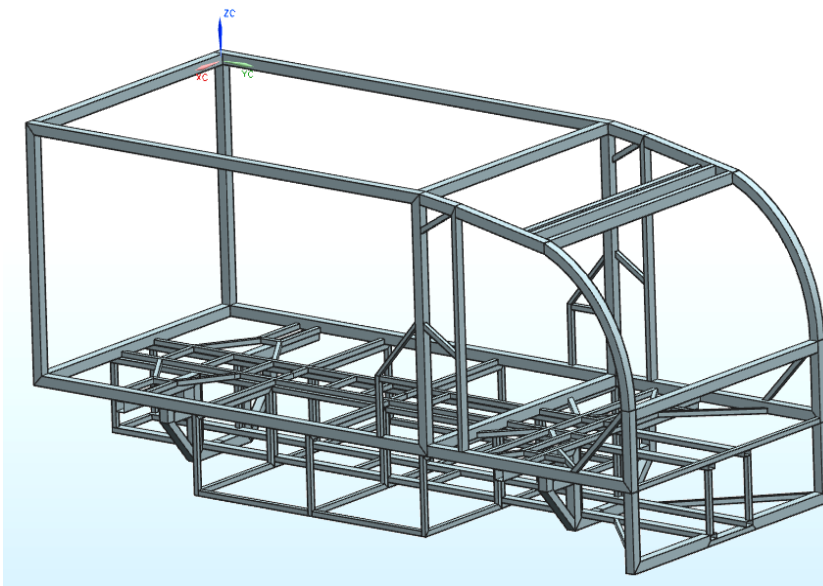


Figura 4.10 Estructura final sin malla de la optimización topológica

En la figura 4.8 se observa a la estructura modelada a partir de la malla obtenida de la optimización topológica, aquí es fácil notar como se puede construir a base de perfiles comerciales, sin embargo en la parte media, se tiene extensiones de material con geometrías más amplias y complejas, difíciles de manufacturar, por lo que se adaptaron a la geometría de los perfiles como se muestra en la figura 4.9.

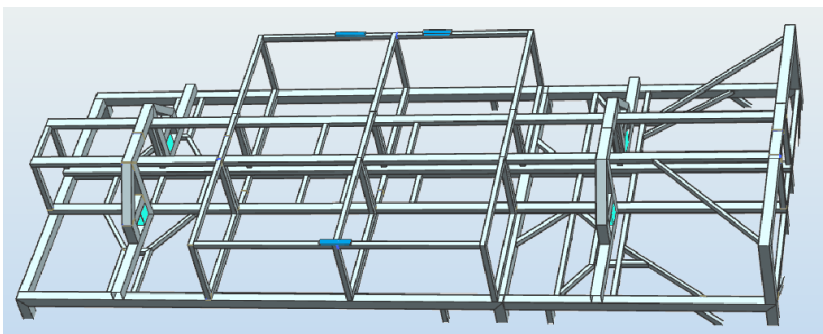


Figura 4.11 Estructura terminada sin malla de la optimización topológica- Vista sección inferior.

En la figura 4.11 se observa el marco inferior, que principalmente es el encargado de soportar al motor, así como los largueros para las baterías.



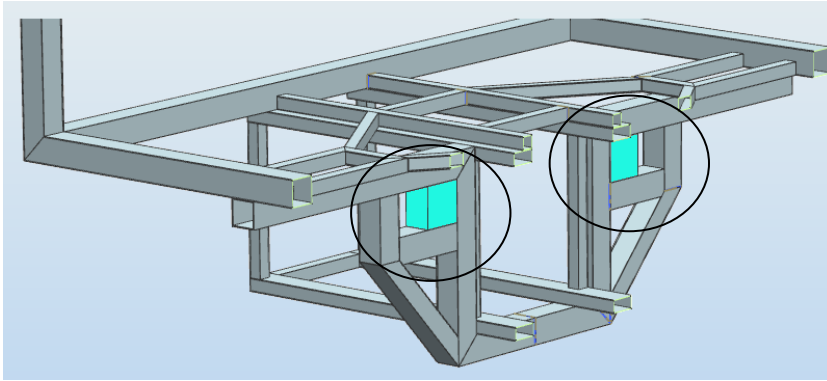


Figura 4.12 Estructura terminada sin malla de la optimización topológica- Vista sección inferior- anclajes de suspensión traseros.

En la figura 4.12 se tiene una vista de los perfiles que se encargan de sostener los anclajes para la suspensión trasera, los perfiles alrededor de los anclajes son perfiles comerciales de dimensiones iguales a 2x2 pulgadas, sólo en esta sección y en el marco superior se utilizaron perfiles de este tipo.

Al poder construir el total de la estructura sólo con la unión de perfiles comerciales, se reducen en gran medida los costos para su producción, debido a que no se invierte en el diseño y fabricación de piezas adicionales en esta, pero se debe tener cuidado, ya que aunque se obtienen en general buenos resultados para el diseño de nuevas estructuras, es necesario validarlos para comprobar que en realidad cumplen con la necesidad inicial para la que fueron diseñados.

Es por esto que una vez diseñada esta nueva estructura se debe someter a un nuevo análisis FEM ya que, de los resultados de éste se sabrá con certeza que tan óptimo resultado este último diseño.

Dicho esto se aplicó a la estructura final al análisis FEM, éste se llevó a cabo a partir de las solicitaciones propuestas para la estructura inicial (capítulo 1), ya que cumpliendo con la metodología del diseño óptimo, se analizó para los mismos casos de carga, es importante mencionar que durante la optimización topológica las variables de diseño no se actualizan; es decir, aunque el porcentaje de masa cambia en cada iteración hasta alcanzar la restricción establecida, las cargas y restricciones se mantienen constantes a lo largo del proceso.

Esto implica que las cargas exigen un mayor desempeño de la estructura resultante de cada iteración, mientras que lo ideal sería que la magnitud de las cargas se redujeran también en cada iteración, ya que la magnitud de las cargas aplicadas es directamente proporcional al peso de la estructura.



### 4.3 RESULTADOS.

Por último para cumplir con la validación del diseño, nuevamente se debe calcular las cargas para la nueva estructura, siguiendo el procedimiento antes utilizado (Capítulo 2), se tiene lo siguiente:

Tabla 4.2 Cargas calculadas para la estructura final.

Caso de Carga	Símbolo	Magnitud [N]
<b>Impacto Frontal</b>	IF	514516
<b>Impacto Trasero</b>	IT	411780
<b>Impacto Lateral Derecho</b>	ILD	482885
<b>Impacto Lateral Izquierdo</b>	ILI	482885
<b>Impacto por Volcadura</b>	IV	526553
<b>Impacto en anclaje trasero por detrás</b>	ITLL-1 ITLL-3	17964
<b>Impacto en anclaje trasero por el frente</b>	IFLL-1 IFLL-3	17752
<b>Impacto en anclaje trasero por el centro</b>	ICLL-1 ICLL-3	16955
<b>Impacto en anclaje delantero por detrás</b>	ITLL-2 ITLL-4	29973
<b>Impacto en anclaje delantero por el frente</b>	IFLL-2 IFLL-4	30497
<b>Impacto en anclaje delantero por el centro</b>	ICLL-2 ICLL-4	28638

Con estas cargas se realizó el análisis FEM para la estructura final, que de acuerdo con los resultados obtenidos de la optimización topológica, el desempeño de la estructura diseñada a partir de ésta debe ser satisfactorio para todos los casos de carga.

Dado que los casos de carga son los mismos que para la estructura inicial y por lo tanto la aplicación de las cargas y las restricciones son las mismas, solo se muestran los resultados obtenidos del análisis FEM, se asignó una escala de 0 a 240 [MPa], identificando con una magnitud de 0 [MPa] y en color azul a los elementos que no sufren esfuerzos durante el impacto y por el contrario con una magnitud de 240 [MPa] y en color rojo los que sufren más tensión durante el impacto, por lo que se tiene lo siguiente:



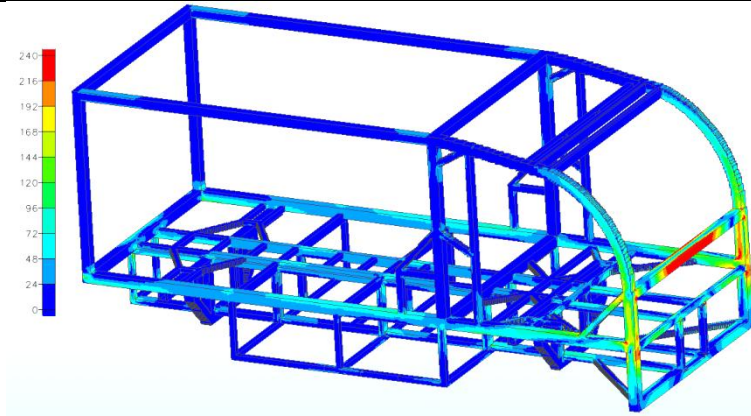


Figura 4.13 Distribución del esfuerzo de von Mises en impacto frontal.

### 4.3.1 Impacto frontal.

Para este caso de carga el impacto se distribuye a lo largo de la estructura, se presentó una concentración de esfuerzos mayor en el perfil frontal, los resultados demuestran que la estructura fallara para este caso de carga, por lo que es necesario realizar una modificación.

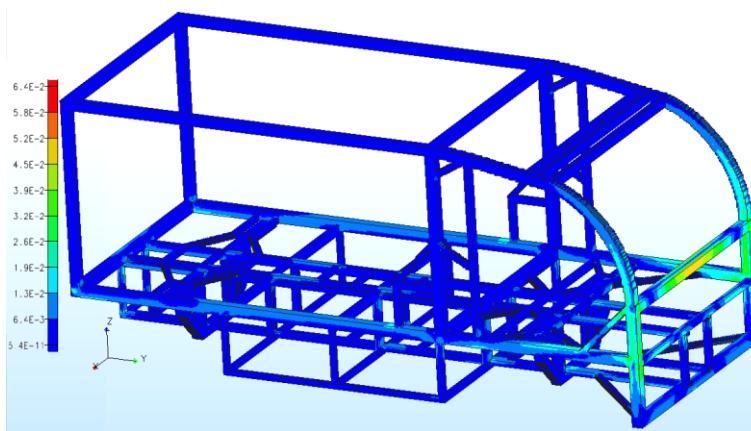


Figura 4.14 Deformación de von Mises en impacto frontal.

La estructura sufre deformaciones de consideración en esta zona para este caso de carga, por lo que fue necesario realizar cambios para que resistiera satisfactoriamente la carga aplicada.

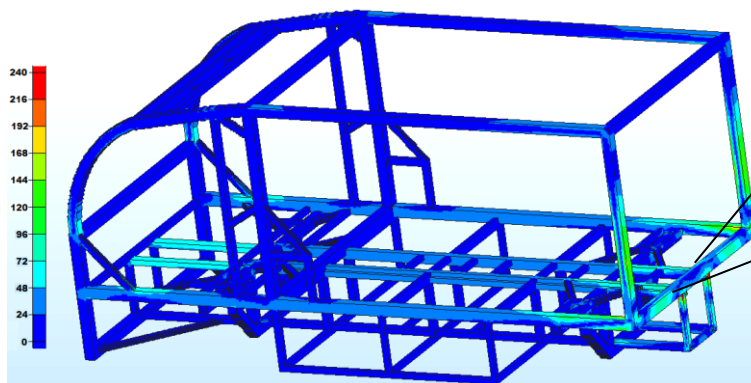


Figura 4.15 Distribución del esfuerzo de von Mises en impacto trasero.

### 4.3.2 Impacto trasero.

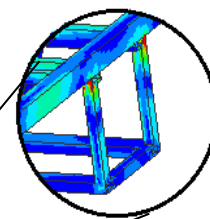


Figura 4.16 Vista sección inferior trasera, resultados del esfuerzo de von Mises.

En la unión entre el marco y el larguero de las baterías la estructura alcanza un esfuerzo igual a 240 [MPa], figura 4.16).

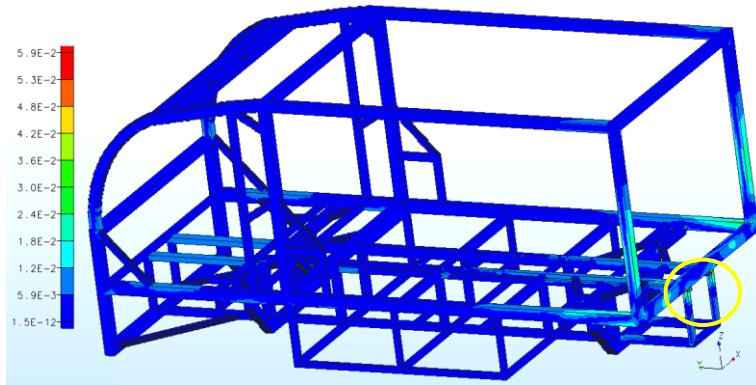


Figura 4.17 Deformación de von Mises en impacto trasero.

De igual forma, las deformaciones se presentan en las uniones de los largueros de las baterías (figura 4.17).

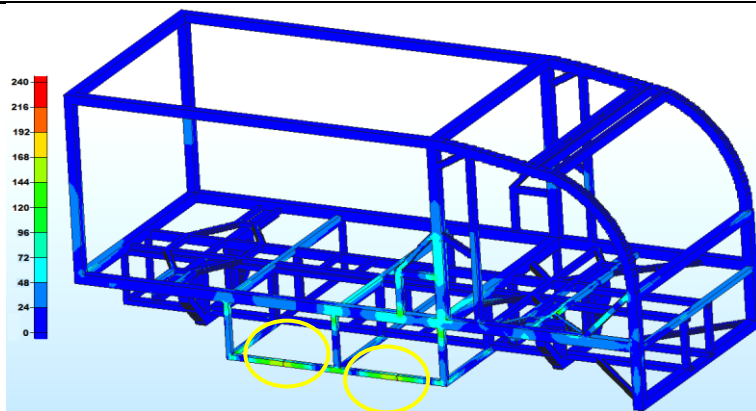


Figura 4.18 Distribución del esfuerzo de von Mises en impacto lateral derecho.

### 4.3.3 Impacto lateral derecho.

Para el caso de carga por impacto lateral (figura 4.18), se puede observar que hay un estado de esfuerzos mayor, en los puntos donde se suponen los anclajes para el motor, esto se debe a que estos elementos son de una rigidez mucho mayor en comparación con la del material del resto de la estructura.

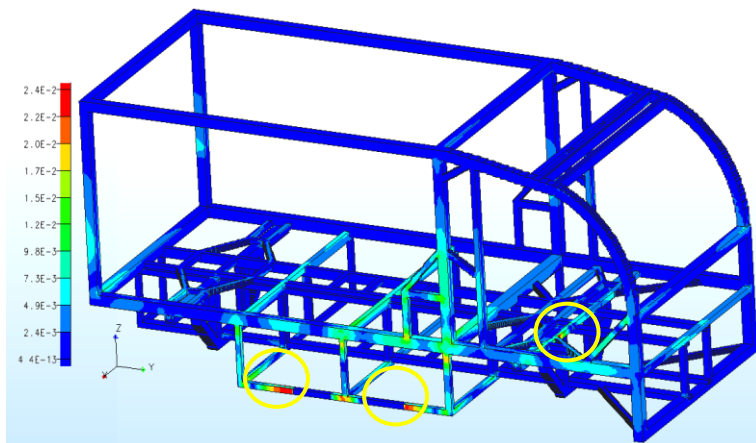


Figura 4.19 Deformación de von Mises en impacto lateral-derecho.

Las deformaciones se presentan justo en donde se unirían los anclajes para el motor con la estructura y en los perfiles centrales de la sección frontal (figura 4.19).

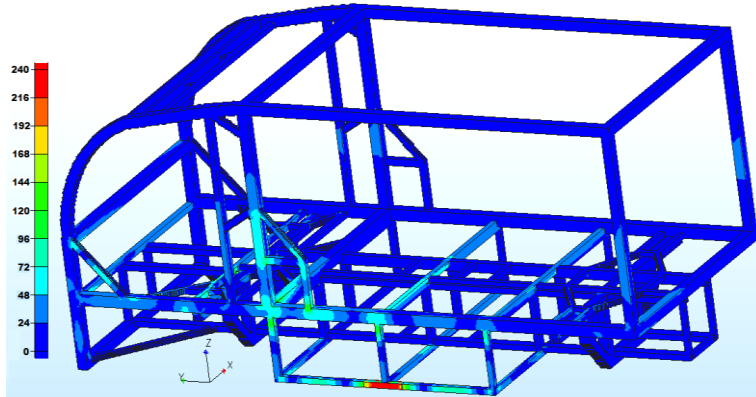


Figura 4.20 Distribución del esfuerzo de von Mises en impacto lateral izquierdo.

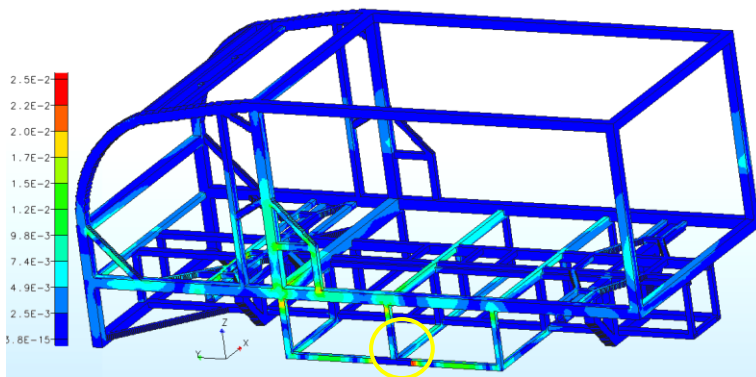


Figura 4.21 Deformación de von Mises en impacto lateral izquierdo

#### 4.3.4 Impacto lateral izquierdo.

Al existir simetría en el eje  $z$ , la carga y la sección es la misma que en el caso por impacto lateral derecho, sin embargo, esta sección sólo cuenta con un anclaje para el motor por lo que cambia la distribución del impacto en la estructura, pero de igual forma la mayor concentración de esfuerzos se encuentra donde la restricción del anclaje (figura 4.20).

Las deformaciones más grandes se presentan en los elementos pertenecientes a la unión del anclaje con la estructura (figura 4.21).

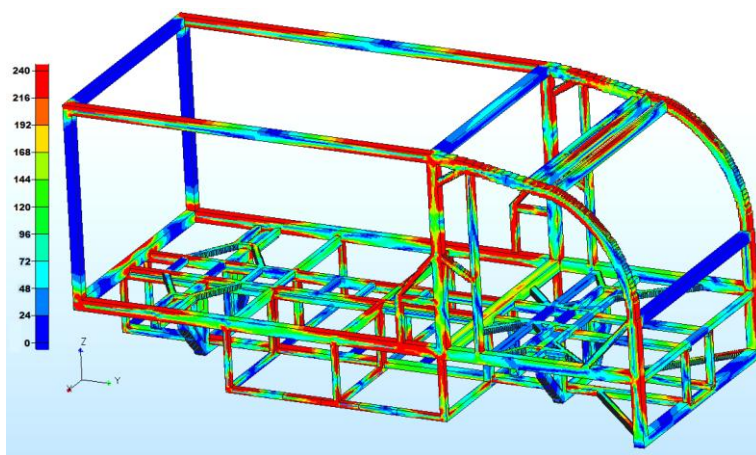


Figura 4.22 Distribución de esfuerzo de von Mises en impacto por volcadura.

#### 4.3.5 Impacto por volcadura.

Este caso de carga dadas las condiciones que deben existir para que se presente sin duda es un caso extremo, que se supone con el objetivo de darle una mayor rigidez a la cabina para los pasajeros, es por esto que se observa el máximo estado de esfuerzos en gran parte de la estructura, lo que evidencia claramente que una geometría monocasco proporciona grandes ventajas estructurales.



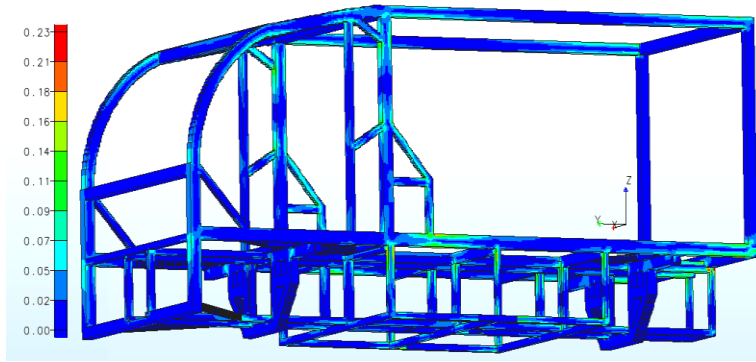


Figura 4.23 Deformación de von Mises en impacto por volcadura.

Es por esto que la mayoría de la estructura se encuentra en su máximo estado de esfuerzos, por lo tanto las deformaciones son más severas en este caso y fallará ante un impacto de estas características.

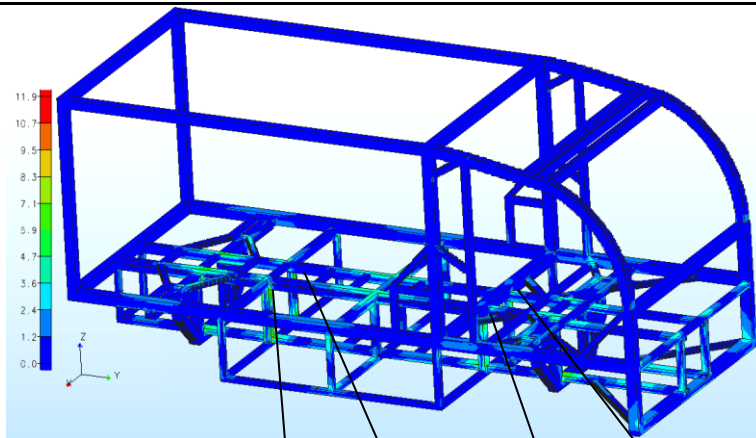


Figura 4.24 Distribución de esfuerzo de von Mises por carga del peso de las baterías.

#### 4.3.6 Carga por el peso de las baterías.

Para el caso de peso por las baterías se observa una concentración de esfuerzos en las uniones de los largueros de la sección media (figura 4.24); sin embargo la magnitud de los esfuerzos que se presentan en esta zona son muy pequeñas en comparación con los estados de esfuerzos en los casos de impacto, así también las deformaciones que se presentan (figura 4.25).

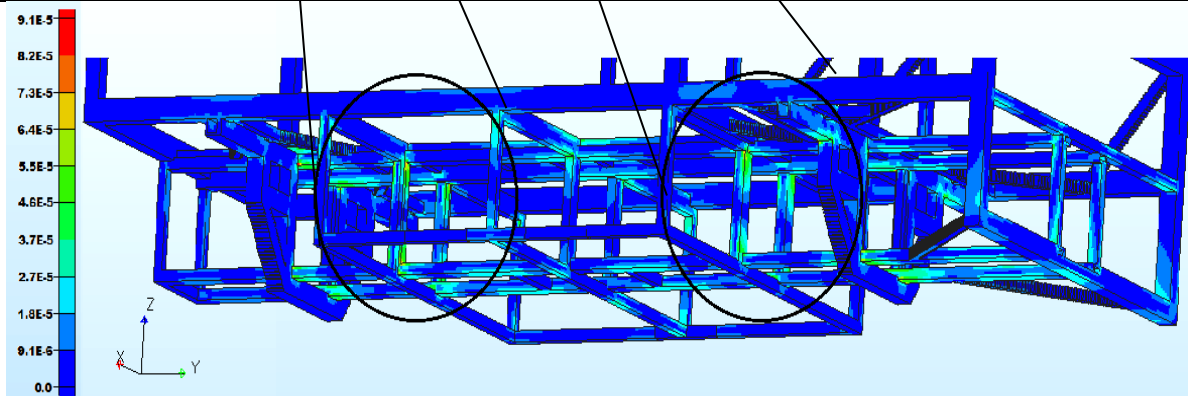


Figura 4.25 Deformación de von Mises por carga del peso de los pasajeros, vista inferior.

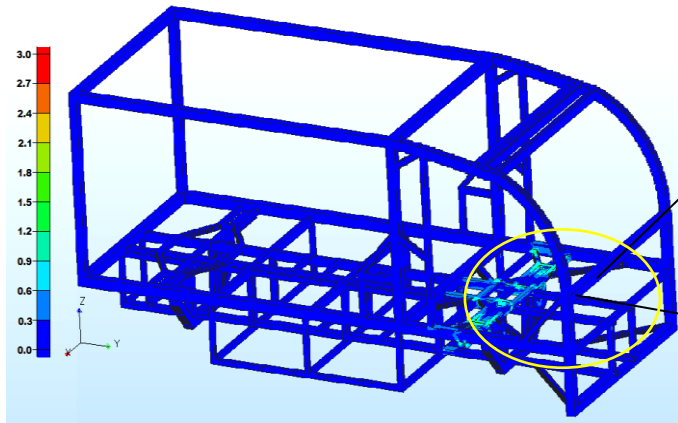


Figura. 4.26 Distribución de esfuerzo de von Mises por carga del peso de los pasajeros.

La carga por el peso de los pasajeros, presenta esfuerzos en los perfiles centrales de la sección delantera, sin embargo, no son los que ofrecen todo el soporte, ya que estos se apoyan en los perfiles inferiores (figura 4.26).

4.3.7 Carga por peso de los pasajeros

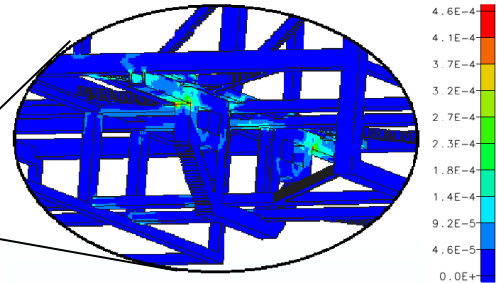


Figura 4.27 Deformación de von Mises por carga del peso de los pasajeros, vista inferior-sección delantera.

Los elementos que presentan las deformaciones de mayor magnitud, se encuentran en la sección inferior de la estructura, principalmente en los perfiles que soportan los anclajes para la suspensión (figura 4.27).

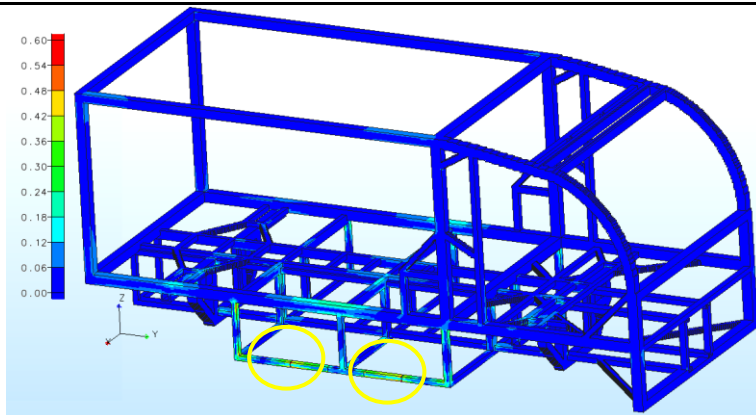


Figura 4.28 Distribución de esfuerzo de von Mises por carga del peso del motor.

4.3.8 Carga por peso del motor

La carga por el peso del motor, no presenta ningún problema para la estructura, ya que es la mínima carga aplicada a esta, por lo que los esfuerzos que presenta no son de una magnitud considerable (figura 4.28).

Los elementos con mayor deformación se presentan en las uniones de los anclajes del motor con las estructura (figura 4.29).

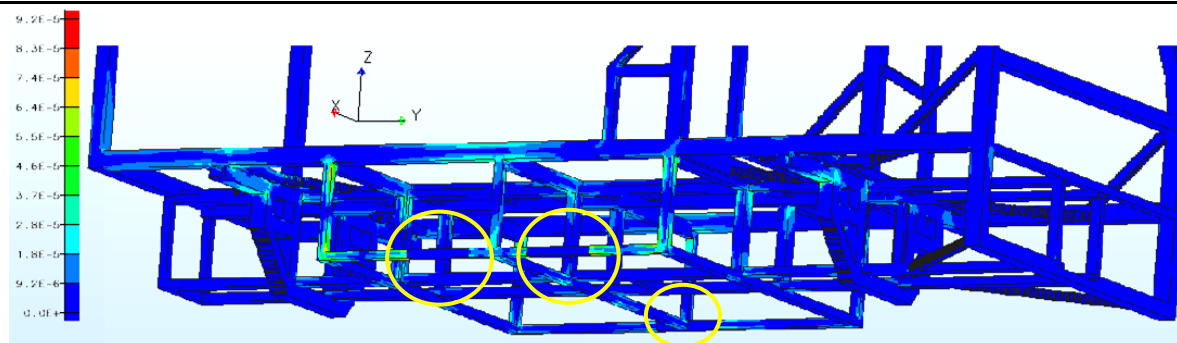


Figura 4.29 Deformación de von Mises por carga del peso del motor, vista inferior.





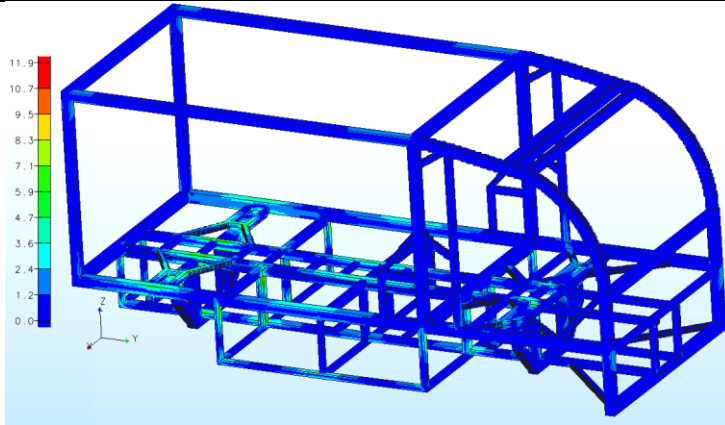


Figura 4.30 Distribución de esfuerzo de von Mises por carga del peso de la carga.

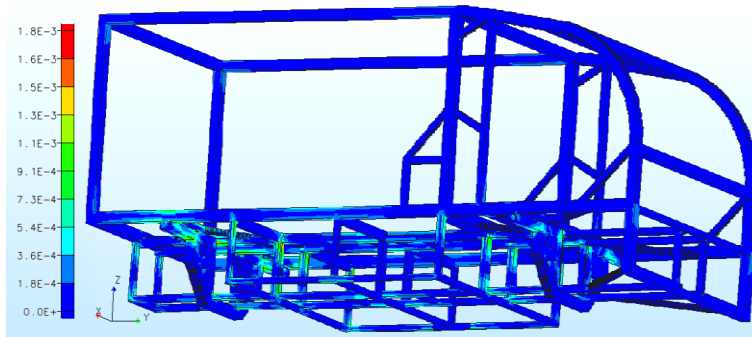


Figura 4.31 Deformación de von Mises debido al peso de la carga, vista inferior.

### 4.3.9 Caso debido al peso de la carga.

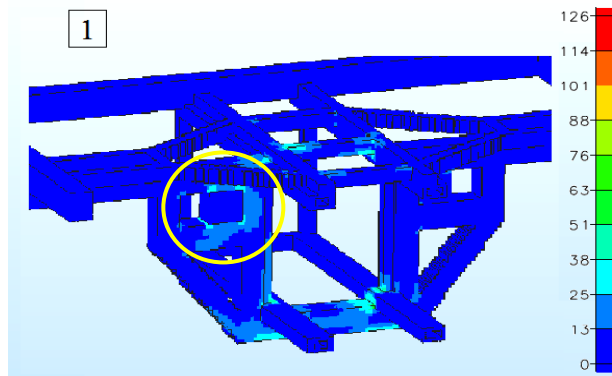
Este es otro caso de carga donde se muestra una de las ventajas de una estructura monocasco, ya que son muy pocos los elementos que presentan el mayor estado de esfuerzo.

Además por tratarse de un vehículo de motor eléctrico, el peso que este representa es mucho menor en comparación con uno de combustión interna por lo que permite colocarlo en diferentes posiciones sin que esto represente gran un problema para la estructura.

En cuanto a las deformaciones, estas se presentan en los perfiles desde la superficie media hasta los de la sección inferior de la estructura, principalmente en las uniones de los largueros.

### 4.3.10 Carga debida al impacto por caída en bache de llantas traseras.

Anclaje para la suspensión (1)



Anclaje para la suspensión (3)

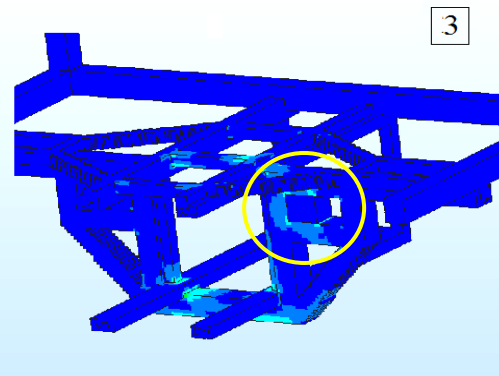


Figura 4.32. Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto trasero de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 1 (ITLL), anclaje para la suspensión 3(ITLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15.



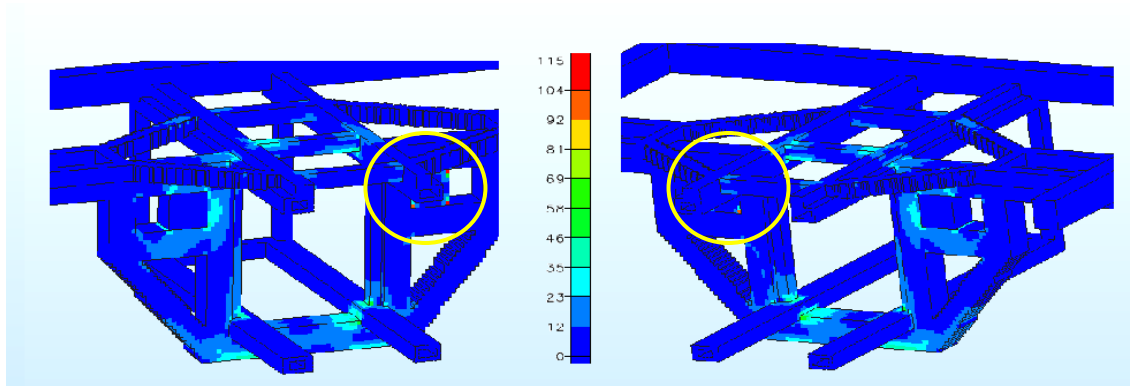


Figura 4.33 .Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto frontal de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 1(IFLL) y anclaje para la suspensión 3(IFLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15.

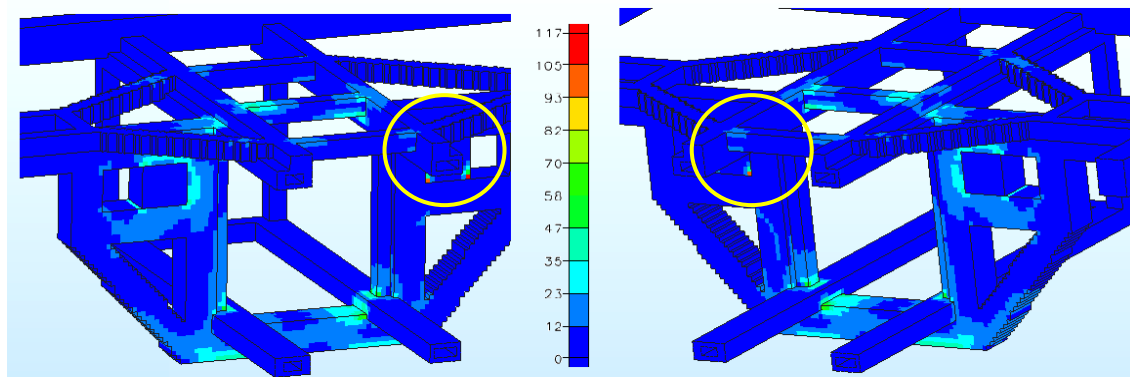


Figura 4.34 Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto por el centro de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 1(ICLL), anclaje para la suspensión 3(ICLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15.

Se puede observar que para los tres casos de carga en los anclajes, los elementos que presentan un mayor estado de esfuerzos se encuentran en la restricción de movimiento del lado contrario de esta misma sección y aunque es en pocos elementos donde esta se presenta, su magnitud es considerable, por lo que se debe señalar la importancia de que la estructura resista de manera sobrada a estas cargas que son a las que se enfrenta con más frecuencia. , además que para los anclajes de la suspensión trasera los esfuerzos son menores que en los anclajes de la suspensión delantera.



### 4.3.11 Carga debida al impacto por caída en bache de llantas delanteras.

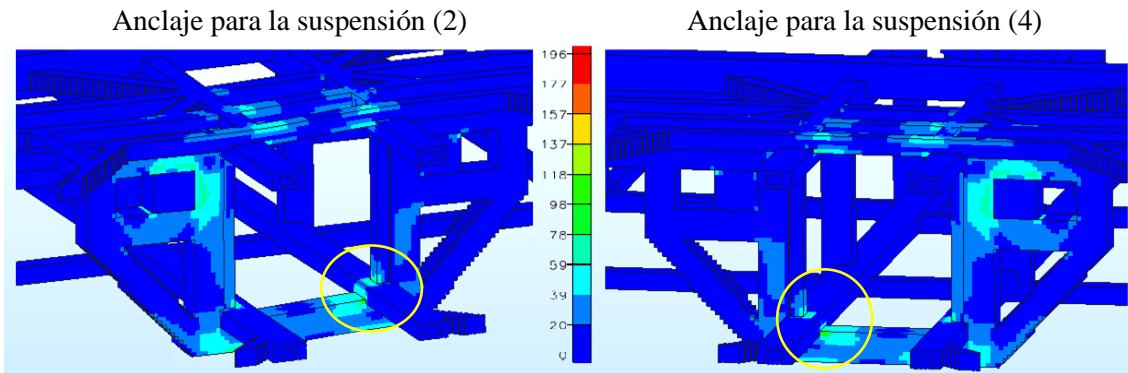


Figura 4.35 Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto trasero de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 2(ITLL), anclaje para la suspensión 4(ITLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15.

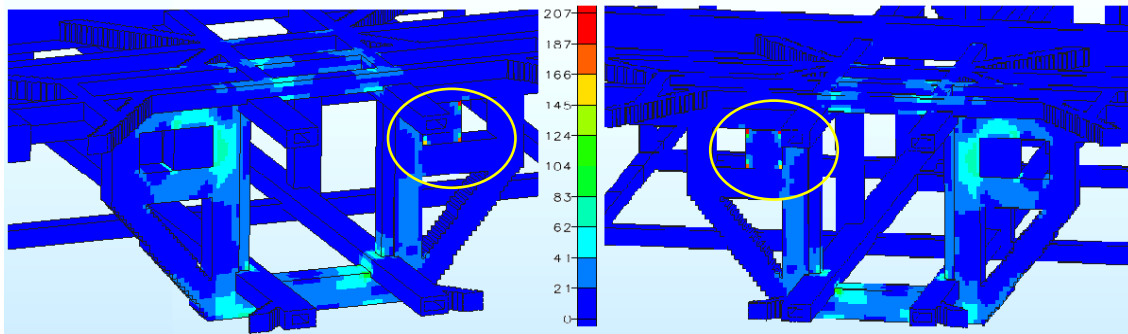


Figura 4.36 Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto trasero de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 2(ICLL), anclaje para la suspensión 4(ICLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15.

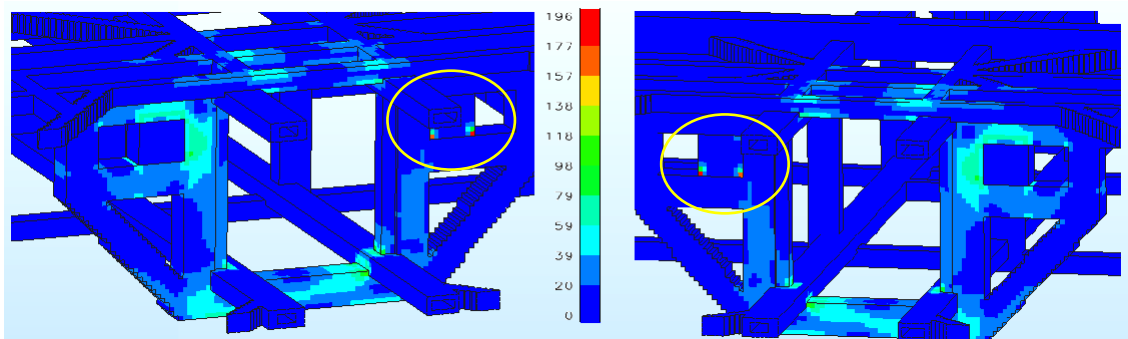


Figura 4.37 Distribución de esfuerzo de von Mises por carga debido al impacto trasero de las llantas traseras en el anclaje para la suspensión 2(ICLL), anclaje para la suspensión 4(ICLL), de acuerdo a la distribución de los anclajes en la figura 2.15.

De igual forma que para los anclajes traseros, los elementos que presentan un mayor estado de esfuerzos se encuentran en la restricción de movimiento del lado contrario del anclaje al que se le aplica la carga y aunque es en pocos elementos donde esta se presenta, su magnitud es considerable, por lo que se debe señalar la importancia de que la estructura resista de manera sobrada a estas cargas que son a las que se enfrenta con más frecuencia.

Dado que para el caso de carga por impacto frontal y el impacto por volcadura los resultados del análisis FEM para las condiciones de cargas establecidas demuestran que la estructura fallará, es necesario realizar cambios en el diseño con la finalidad de obtener un resultado satisfactorio.

Se reforzó la sección delantera, agregando perfiles a esta zona para obtener una mejor distribución del esfuerzo, de igual forma en la sección lateral se colocó un perfil de mayor longitud para mejorar las condiciones con respecto al impacto por volcadura, reemplazando uno de menor longitud (figura 4.38).

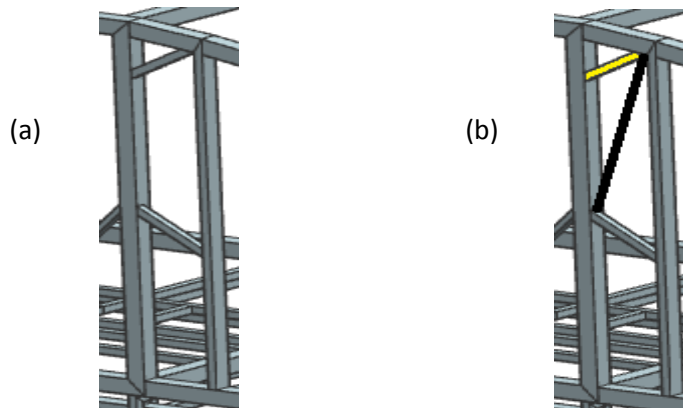


Figura 4.38 (a) Sección lateral de la estructura final sin refuerzo, (b) Sección lateral de la estructura con refuerzos. El perfil en color amarillo es reemplazado por el de color negro.

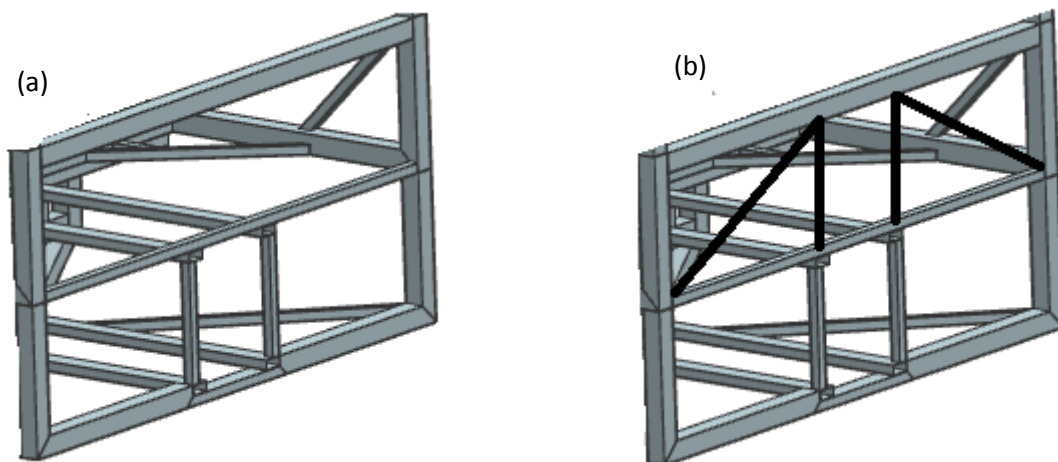


Figura 4.39 (a) Sección frontal de la estructura final sin refuerzo, (b) Sección frontal de la estructura con refuerzos (perfiles en color negro).



Agregando los refuerzos propuestos, la estructura final queda como sigue:

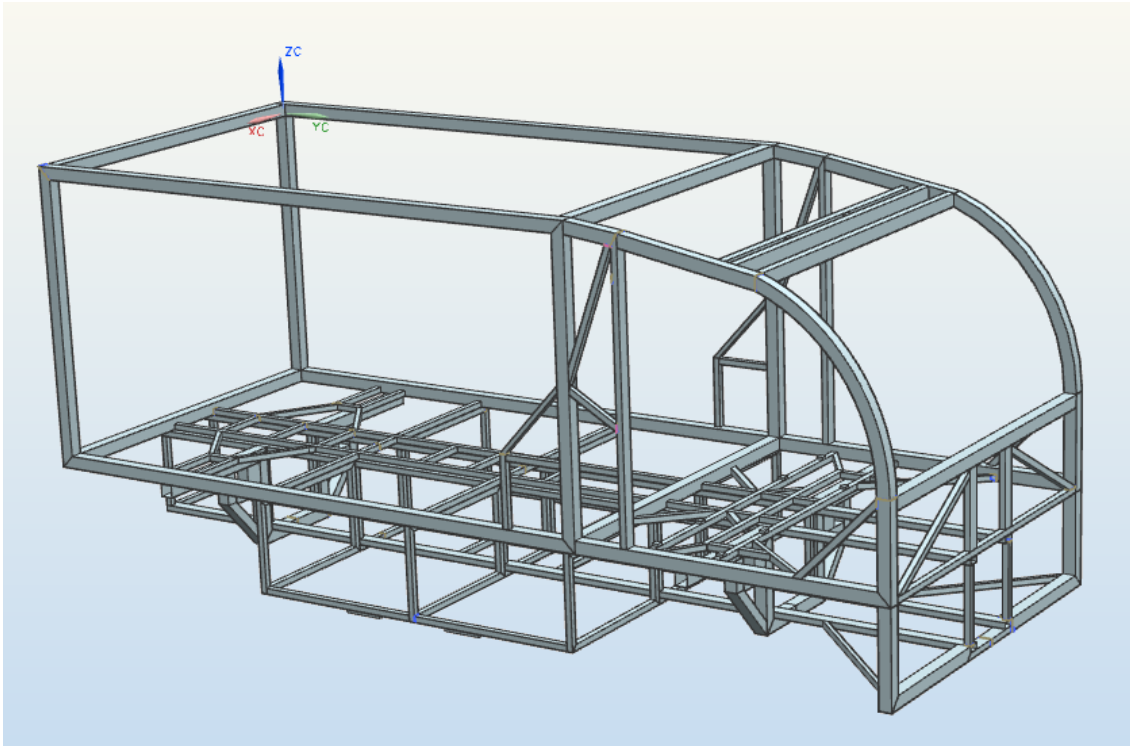
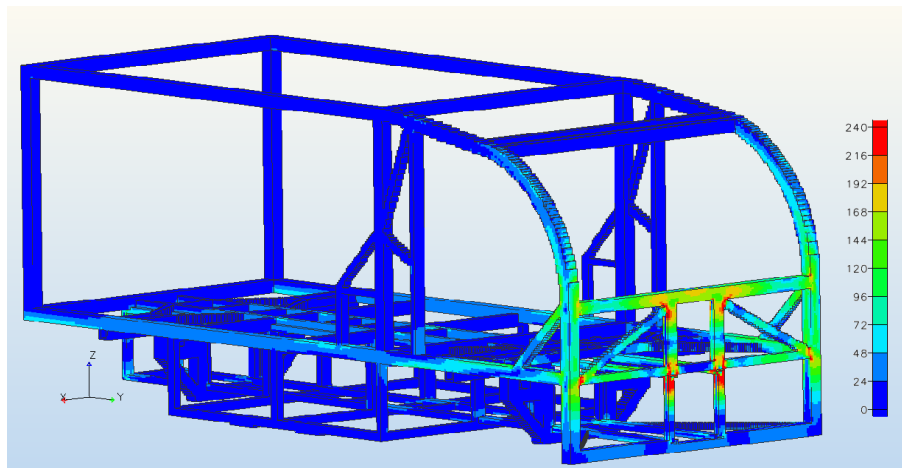


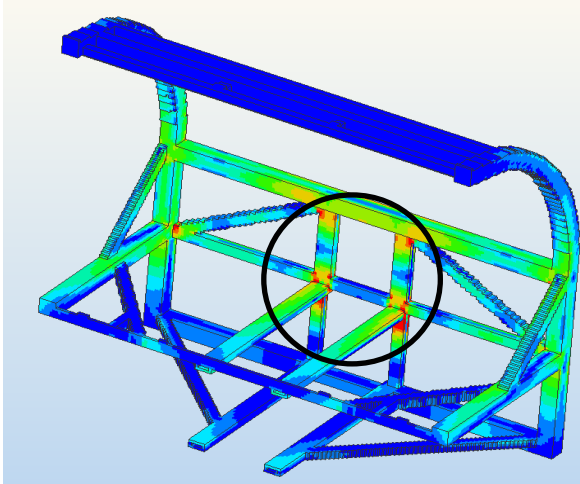
Figura 4.40 Estructura final con refuerzos.

Después de agregar los refuerzos fue necesario realizar el análisis FEM para los casos de carga para los que la estructura falla, con el objetivo de verificar que estos refuerzos proporcionen una mayor resistencia antes estos casos de carga. Como consecuencia se aplicaran las mismas cargas y restricciones para el caso de impacto frontal y por volcadura, debido a que el cambio de masa después de colocar los refuerzos es mínimo. Como resultados del análisis FEM se tiene lo siguiente:



4.41 Distribución del esfuerzo de von Mises para caso de carga por impacto frontal, en estructura final con refuerzos.

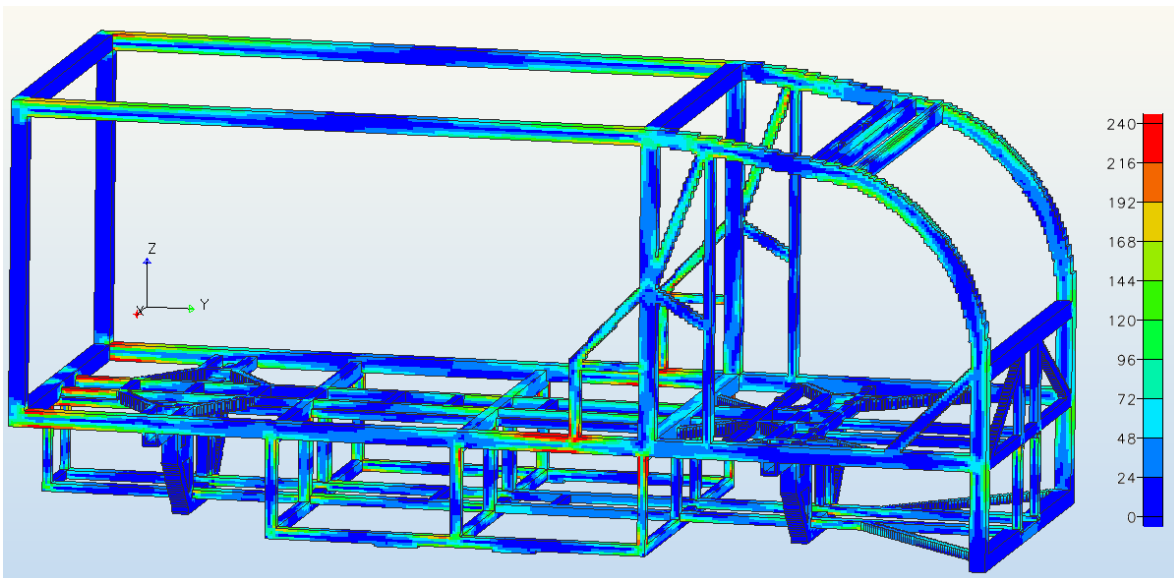




Se puede observar como las concentraciones de esfuerzos son menores y estos se distribuyen de una manera más eficiente, lo que permite que la estructura resista este impacto.

4.42 Distribución del esfuerzo de von Mises para caso de carga por impacto frontal, en estructura final con refuerzos.

Por otro lado para el impacto por volcadura se tiene:



4.43 Distribución del esfuerzo de von Mises para caso de carga por Volcadura frontal, en estructura final con refuerzos.

Para el caso por volcadura, los resultados demuestran una mejoría notable, sin embargo no es suficiente para resistir el impacto provocado por esta carga, aunque como ya se mencionó antes este caso de carga solo pretende brindar más rigidez a la sección de la cabina.



#### 4.4 INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL ANÁLISIS FEM DE LA ESTRUCTURA FINAL CON REFUERZOS.

De los resultados del análisis FEM se puede decir que la estructura final con refuerzos es lo suficientemente rígida como para resistir los casos de carga propuestos para esta, de la que se obtiene un comportamiento esperado y satisfactorio en la mayoría de los casos donde se tienen concentraciones de esfuerzos dentro del límite de deformación elástica, por lo que las deformaciones que se presentan son aceptables para el comportamiento de esta estructura debido a que no se excede el esfuerzo a la fluencia del material.

Sin embargo, se debe mencionar que para el caso de carga por volcadura los resultados demuestran que probablemente fallara en un impacto de este tipo, pero como se mencionó anteriormente este es un caso extremo para el cual las condiciones que se necesitan para que se presente deben ser muy específicas y casi improbables, además la geometría del mismo hace difícil que vuelque de manera que se produzca un impacto en la dirección y de la magnitud propuesta.

La escala mostrada para los casos de carga por impacto frontal, trasero, laterales y de volcadura se muestra en un rango de 240 [MPa] a 0 [MPa], para poder visualizar mejor la distribución del esfuerzo sobre la estructura. Por esta razón en la tabla 4.3 se muestra el valor del esfuerzo máximo y mínimo presentado en cada caso.

Tabla 4.3 Resultados del análisis FEM de la estructura final. Magnitudes del esfuerzo máximo y mínimo por caso de carga.

Caso de Carga	Símbolo	Máx. Esfuerzo [N]	Min. Esfuerzo [N]
Impacto Frontal	IF	260	65
Impacto Trasero	IT	272	39
Impacto Lateral Derecho	ILD	256	26
Impacto Lateral Izquierdo	ILI	256	26
Impacto por Volcadura	IV	268	45
Impacto en anclaje trasero por detrás	ITLL-1 ITLL-3	127	13
Impacto en anclaje trasero por el frente	IFLL-1 IFLL-3	115	12
Impacto en anclaje trasero por el centro	ICLL-1 ICLL-3	117	12
Impacto en anclaje delantero por detrás	ITLL-2 ITLL-4	197	20
Impacto en anclaje delantero por el frente	IFLL-2 IFLL-4	209	21
Impacto en anclaje delantero por el centro	ICLL-2 ICLL-4	196	20
Peso de los pasajeros	WT	3.0	0.3
Peso de las baterías	WT	0.67	0.06
Peso de la carga	WT	56	8
Peso del motor	WT	0.60	0.06



#### 4.5 FACTOR DE SEGURIDAD.

Para muchas estructuras es importante que el material permanezca dentro del intervalo linealmente elástico, para evitar deformaciones permanentes después de recibir alguna tipo de carga. En estas condiciones se establece el factor de seguridad con respecto a la fluencia del material de la estructura. Esta se determina cuando se llega al esfuerzo de fluencia en cualquier punto de la estructura, determinado por algún criterio de falla ampliamente fundamentado, en este trabajo se utilizó el criterio de falla a la fluencia de von Mises como se señala en el **apéndice 1**.

Por lo tanto el factor de seguridad para esta estructura si se toma un esfuerzo máximo de 272 [MPa] que se presentó de entre todos los casos de carga es:

$$\text{factor de seguridad} = \frac{280}{272} = 1.02$$

Es posible notar que aún para el caso de carga más crítico el factor de seguridad es favorable, es de esperarse que para cualquier caso de diseño este factor sea al menos de 1, pero dado a como se plantearon los casos de carga, se asume que este valor será más amplio si es llevado a una situación real.

Además, hay que destacar que la magnitud del esfuerzo utilizado para el cálculo del factor de seguridad sólo se presenta en algunos elementos de la estructura y sólo es para un caso de carga, por lo que para los demás casos de carga propuestos el factor de seguridad será mayor como se muestra en la tabla 4. 4.

Tabla 4.4 Factor de seguridad por caso de carga, con un esfuerzo a la fluencia de 280 [MPa].

Caso de Carga	Símbolo	Factor de Seguridad
Impacto Frontal	IF	1.0
Impacto Trasero	IT	1.0
Impacto Lateral Derecho	ILD	1.0
Impacto Lateral Izquierdo	ILI	1.0
Impacto por Volcadura	IV	1.0
Impacto en anclaje trasero por detrás	ITLL-1 ITLL-3	2.2
Impacto en anclaje trasero por el frente	IFLL-1 IFLL-3	2.4
Impacto en anclaje trasero por el centro	ICLL-1 ICLL-3	2.4
Impacto en anclaje delantero por detrás	ITLL-2 ITLL-4	1.4
Impacto en anclaje delantero por el frente	IFLL-2 IFLL-4	1.3





Impacto en anclaje delantero por el centro	ICLL-2 ICLL-4	1.4
Peso de los pasajeros	WT	93
Peso de las baterías	WT	417
Peso de la carga	WT	5
Peso del motor	WT	466

Hay que considerar que para todas las cargas calculadas en los casos propuestos, se asumieron las condiciones críticas para cada caso, es claro que no hay una comparación con otra estructura de similares condiciones, sin embargo se debe recordar que por tratarse de un prototipo, no existe otra estructura como la planteada en este trabajo, ya que desafortunadamente la estructura de la cual se referenciaron las dimensiones y la configuración de los componentes mecánicos, no cuenta con registros exactos de peso o de resistencia para los casos de carga propuestos.

Por último se hace una comparación entre la estructura inicial y la final, en la hay un notable cambio en cuanto a la geometría y en relación a la cantidad de material que se utiliza para su construcción.

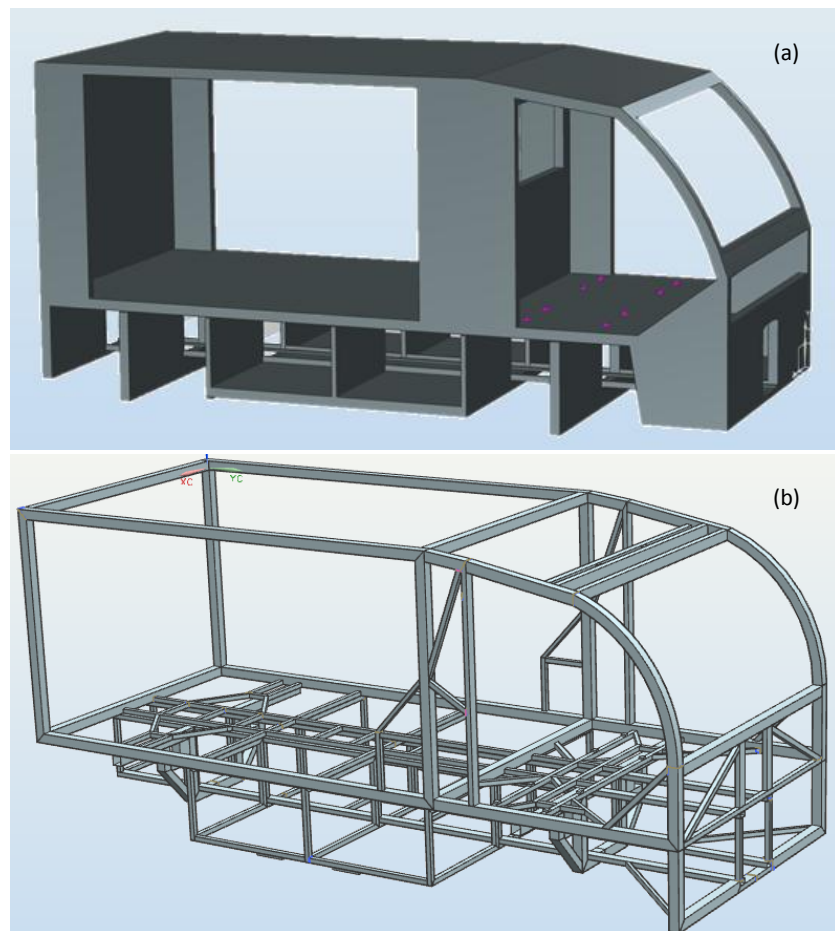


Figura 4.44 Comparación entre la geometría y el material utilizado para su construcción de la estructura inicial (a) y la estructura final (b).



**CONCLUSIONES**

En este trabajo de tesis se generó el diseño conceptual óptimo de una estructura monocasco para un vehículo eléctrico de reparto. En un monocasco el chasis y la carrocería son un sólo cuerpo, lo cual da ventajas estructurales significativas. Se modelaron por separado los puntos de unión entre la estructura y los componentes mecánicos del vehículo, que fueron necesarios para aplicar las fuerzas de cada uno de los casos de carga considerados. Además, se definieron zonas de no diseño, las cuales representan partes de la estructura que no deben desaparecer.

Gracias al uso de geometrías simples en el modelado de la estructura, un total de 512 volúmenes individuales, se obtuvo una malla altamente estructurada, utilizando elementos finitos tipo brick con un tamaño de 15[mm]. Esta malla fue ideal para realizar la optimización topológica.

El análisis FEM realizado al dominio de diseño, o estructura inicial, permitió conocer el comportamiento de ésta ante varios casos de carga por impacto (los cuales simulan accidentes) y condiciones de operación típicas de un vehículo de este tipo. Las simulaciones de las cargas de impacto llevaron la estructura al límite, evidenciando las secciones que debían ser más resistentes.

Aplicando optimización topológica se obtuvieron monocascos conformados por un 40, 30, 20 y 15 % de la masa del dominio de diseño. Estas restricciones del porcentaje de masa permitieron identificar, progresivamente, las zonas de la estructura que debían conservarse para que ésta soportara los casos de carga aplicados. Se empleó el resultado al 15% de la masa como guía de diseño para crear una estructura nueva. Para esto, se consideró la distribución de densidad de los elementos en cada sección para determinar de qué forma se rediseñarían éstas de manera sencilla.

Se diseñó una nueva estructura compuesta sólo por perfiles de acero comerciales, de sección transversal cuadrada y rectangular, lo que facilitaría por completo su construcción al no tener que llevar a cabo procesos extra de diseño y maquinado de piezas con características particulares.

Por último, se concluye que la estructura resultante al final de este trabajo de tesis cuenta con las características necesarias para un desempeño adecuado, es decir que soporte las cargas consideradas. Tomando como referencia los resultados del análisis FEM se diseñó el prototipo de una estructura que ofrece seguridad a los ocupantes del vehículo, deduciendo que, aunque se calculó un factor de seguridad aceptable (1.0), la estructura real ofrecerá un factor de seguridad mayor que el calculado. Esta aseveración se hace porque la magnitud de las cargas para la simulación fue exagerada para todos los casos.

De lo anterior se concluye que el objetivo de este trabajo se cumplió, obteniendo el diseño de una estructura monocasco por medio de optimización topológica, más ligera en comparación con la que se planteó inicialmente, que tiene características de rigidez destacables; al mismo tiempo esta estructura generaría consumos reducidos de combustible, entre otras ventajas. Por lo que el objetivo propuesto se cumplió satisfactoriamente.



**TRABAJO FUTURO**

- Φ Trabajar el mallado de la estructura inicial en un equipo que permita realizar el análisis por elemento finito para todos los casos de carga con un tamaño de elemento más pequeño.
- Φ Aplicar un análisis por elemento finito a la estructura con el objetivo de encontrar la magnitud de la carga a la que fallaría de manera individual para todos los casos de carga.
- Φ Diseñar la estructura inicial con un material más ligero y menos rígido que el acero.
- Φ Construir la estructura inicial con secciones de distintos materiales para comparar su comportamiento con la estructura diseñada en este trabajo.
- Φ Analizar la estructura propuesta para un análisis dinámico.



## BIBLIOGRAFIA

- Φ **ALFARO C., PAULO**, “Diseño Conceptual de Chasis para un Auto Eléctrico por Medio de Optimización”, Tesis de Licenciatura, UNAM, Agosto 2010, pp. 22-23.
- Φ **ANNICCHIARICO, WILLIAM**, “Un esquema general para la Optimización Estructural de Formas mediante Algoritmos Genéticos y Elementos de Diseño Geométrico”, Resumen de Tesis, Universidad Central de Venezuela, Octubre 2000, pp. 226-234.
- Φ **ARIAS-PAZ, MANUEL**, “Manual de Automóviles”, 55<sup>a</sup> ed., Ed. Cie Inversiones Editoriales Dossat 2000 S.L., Febrero 2004, pp. 27.
- Φ **AUDI OF AMERICA, INC.**” Audi 2011 TT-TTS”, USA, 2010, pp.28.29.
- Φ **BHATTI, M. ASGHAR**, “Advanced Topics in Finite Element Analysis of Structures: with Mathematica and MATLAB Computations, Ed. John Wiley, New York 2006. pp. 37-45.
- Φ **BHATTI, M. ASGHAR**, “Fundamental Finite Element Analysis and Applications”, 2<sup>a</sup> ed., Ed. John Wiley & Sons Inc., USA 2005, pp. 1-7.
- Φ **C. UGURAL, ANSEL, K. FENSTER, SAUL**, “Advanced Strength and Applied Elasticity”, Fourth edition, Ed. Prentice Hall, Estados Unidos, 2003, pp.
- Φ **FONT M., JOSE, POLS R., JUAN**, “Tratado Sobre Automóviles, Tomo I: Tecnología del Automóvil”, Ed. Universidad Politécnica de Valencia, 1997, pp. 399-468.
- Φ **JASBIR S., ARORA**, “Introduction to Optimum Desing”, Second edition, Ed. Elsevier Academic Press, 2004, pp. 1-18.
- Φ **LOZANO T., DAVID, VELAZQUEZ V., FERNANDO, ZEPEDA S., ANTONIO**, “Optimización Estructural de Forma en el Diseño de Cavidades de Elementos Planos Mediante Algoritmos Evolutivos”, Asociación Argentina de Mecánica Computacional volumen XXIX, Noviembre 2010, pp. 1143-1159.
- Φ **LOZANO T., DAVID**, “Optimización Estructural Evolutiva: Diseño de Cavidades Internas en Elementos Planos”, Tesis de Licenciatura, UNAM, Enero 2010, pp. 8-10.
- Φ **LOZANO T., DAVID, VELAZQUEZ V., FERNANDO, ZEPEDA S., ANTONIO**, “Propuesta de Mallador Adaptativo para el Modelado de Perfiles en Flujos Incompresibles”, XIV Congreso Anual de SOMIM, Septiembre 2008, pp. 1-8.



- Φ **MARTINEZ, PEDRO**, “Diseño Óptimo Simultáneo de Topología y Geometría de Estructuras Articuladas mediante Técnicas Evolutivas”, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cartagena, Julio 2003, pp. 6-10.
- Φ **MENDEZ A., GERMAN**, “Desarrollo de Algoritmo para la Integración de la optimización Topológica y la Optimización de Forma en Estructuras”, Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá 2001, pp. 4-12.
- Φ **M. GOICOLEA, JOSE**, “Estructuras Sometidas a Impacto”, Universidad Politécnica de Madrid, Publicaciones GMC, España, pp. 1-5.
- Φ **MORELLO, LORENZO, ROSTI R., ROSSINI, PIA, GIUSEPPE, TONOLI, ANDREA**, “The Automotive Body, Volume I; Components Desing”, Ed. Springer, 2011, pp. 35, 92,97.
- Φ **NAVARRINA M., FERMIN**, “Una metodología general para optimización estructural en diseño asistido por ordenador, Tomos I y II”, Tesis Doctoral, UPC, Marzo 1987, pp. 12.
- Φ **O.W., BLODGETT, D.K., MILLER**, “Structural Engineering Handbook- Basic Principles of Shock Loading”, Ed. Chen Wai-Fah, 1999, pp. 1307-1320.
- Φ **PAZZATI, SANTIAGO, ANTICO, FEDERICO**, “Estructuras III, Introducción a la Teoría de Elementos Finitos”, Universidad Nacional de la Plata, Argentina, 2008, pp. 1-6.
- Φ **PÉREZ M., ALFREDO**, “Análisis y optimización con interacción de Dummy, de la carrocería del automóvil “Tubolare SAND CAR” de Tecnoidea SA de CV, en impacto frontal empleando el método de elementos finitos en ALGOR FEA, mediante la simulación de eventos mecánicos”, Tesis de Licenciatura, Universidad de las Américas Puebla, pp. 19.40.
- Φ **QUERIN, OSVALDO M.**, “Evolutionary Structural Optimization”, Thesis Doctoral, University of Sydney Australia, April 1997, pp. 15-33.
- Φ **QING QUAN, LIANG**, “Performance – based optimization of structures: theory and applications. Spon Press.”, Taylor & Francis Group. London and New York. 2004.
- Φ **R. H., GALLAGHER**, “Diseño Estructural Óptimo – Una Reseña”, Revista internacional de métodos numéricos para cálculo y diseño en ingeniería, Vol. 1, 1,3-20, Worcester Polytechnic Institute, (1985).
- Φ **ULRICH, SEIFFER, LOTHAR, WECH**, “Automotive Safety Handbook 2nd Edition” SAE International PA USA 2007.



- Φ **VELAZQUEZ V., FERNANDO**, “Apuntes de Análisis por Elemento Finito”, Facultad de Ingeniería, UNAM, Agosto 2010.
  
- Φ **VICTORIA N., MARIANO**, “Optimización de Forma y Topología con Malla Fija y Algoritmos Genéticos”, Tesis Doctoral, Universidad Politécnica de Cartagena, Abril 2006, pp. 4-5.
  
- Φ **XIE, Y. M., STEVEN, G. P.**, “Evolutionary Structural Optimization”, 1ª ed., Ed. Springer, Great Britain 1997, pp. 1-40.



---

## MESOGRAFÍA

- ∇ **EL AUTOMOVIL**, “Historia del Automóvil”, Blogger Argentina, Noviembre 2007, (<http://www.lahistoriadelaautomovil.blogspot.com/>).
- ∇ **EURO NCAP**, “Resultados: Lexus CT200h”, 2011, ([www.euroncap.com](http://www.euroncap.com)).
- ∇ **FERRARI**, “Scuderia Ferrari”, Galería, 2001, (<http://ferrari150italia.ferrari.com/app.html#/en/pictures/1>).
- ∇ **MIGUEL ANGEL**, “Feliz Aniversario, Ford T”, Antrópicos, Julio 2008, España, (<http://antropicos.blogspot.com/2008/07/feliz-aniversario-ford-t.html>).
- ∇ **MONTESINOS S. JOSÉ**, "Arquímedes y la medida del círculo", *Ciencia y cultura en la Grecia Antigua, Clásica y Helenística*, Fundación Canaria Orotava de Historia de la Ciencia: La Orotava, 1992, ([http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/fundoro/web\\_fcohc/002\\_proyectos/bachillerato/ matematicas/Arquimedes\\_Circulo.html](http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/fundoro/web_fcohc/002_proyectos/bachillerato/ matematicas/Arquimedes_Circulo.html)).
- ∇ **NATIONAL HIGHWAY TRAFFIC SAFETY ADMINISTRATION (NHTSA)**, “People Save People”, Crashtest, 2006, (<http://www.crashtest.com/explanations/nhtsa/usncap.htm>).
- ∇ **PREVENISIS**, “EuroNCAP. Las estrellas que nos protegen”, Newsletter, Mayo 2008, ([http://www.prevensis.com/902885548\\_llamenos/80](http://www.prevensis.com/902885548_llamenos/80)).



**ANÁLISIS DE SÓLIDOS ELÁSTICOS.**

Continuando con el procedimiento para llevar a cabo el análisis FEM descrito en el capítulo 2, en este apartado se explica de manera teórica como se calcula una solución matemática para el análisis de modelos sólidos elásticos.

**Φ Esfuerzos.**

Fuerzas internas se producen en un cuerpo cuando es sometido a cargas externas; estas fuerzas internas se caracterizan en términos de esfuerzos. Los esfuerzos en un punto P se definen al pasar por una sección de un plano, teniendo en cuenta a la fuerza por unidad de área en un elemento diferencial. El estado de esfuerzos en un punto P, puede describirse en términos de nueve componentes de esfuerzo.

Vector de esfuerzos en el plano normal a lo largo del eje x;  $t_x = (\sigma_x \ \tau_{xy} \ \tau_{xz})^T$  (1.1)

Vector de esfuerzos en el plano normal a lo largo del eje y;  $t_y = (\tau_{yx} \ \sigma_y \ \tau_{yz})^T$  (1.2)

Vector de esfuerzos en el plano normal a lo largo del eje z;  $t_z = (\tau_{zx} \ \tau_{zy} \ \sigma_z)^T$  (1.3)

Donde  $\sigma_x, \sigma_y$  y  $\sigma_z$  serán llamados esfuerzos normales  $\tau_x, \tau_y$  y  $\tau_z$  los esfuerzos cortantes, los vectores de esfuerzos se escriben dentro de una matriz de 3x3, así el tensor de esfuerzos se define como sigue:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

Utilizando la condición de equilibrio de momentos, se puede demostrar que los componentes de los esfuerzos cortantes son iguales:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (1.5)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (1.6)$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} \quad (1.7)$$

Así el tensor de esfuerzos es una matriz simétrica y tiene sólo seis componentes de esfuerzo. En la formulación de elemento finito, es conveniente organizar las seis componentes de esfuerzo de la forma siguiente:





$$\sigma = (\sigma_x \ \sigma_y \ \sigma_z \ \tau_{xy} \ \tau_{yz} \ \tau_{zx})^T \quad (1.8)$$

[Bathi, 2006]

**Φ Aplicación de fuerzas en superficies.**

Se denota a las componentes de las fuerzas aplicadas en la superficie como  $q_x$ ,  $q_y$ , y  $q_z$ , estas fuerzas aplicadas se relacionan con los esfuerzos de la siguiente forma:

$$q_x = \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z \quad (1.9)$$

$$q_y = \tau_{yx} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z \quad (1.10)$$

$$q_z = \tau_{zx} n_x + \tau_{zy} n_y + \sigma_z n_z \quad (1.11)$$

$$\begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{pmatrix} \Rightarrow q = \hat{\sigma} n \quad (1.12)$$

donde  $n_x$ ,  $n_y$  y  $n_z$ , son los componentes unitarios de la normal a la superficie. [Bathi, 2006]

**Φ Criterio de falla de Von Mises.**

La resistencia a la fractura y el rendimiento de los materiales, se determinan a partir de ensayos en muestras con cargas aplicadas en una sola dirección. Para utilizar esta información generalmente en sólidos en tres dimensiones, debemos convertir el estado de esfuerzos en tres dimensiones en un valor equivalente al esfuerzo de falla para este cuerpo.

El criterio de von Mises, es el criterio de tensión de falla a la fluencia del material más utilizado para metales, de acuerdo con este criterio el esfuerzo de falla o de Von Mises se define como:

$$\sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (1.13)$$

Usando este criterio el factor de seguridad es;

$$\text{factor de seguridad} = \frac{\sigma_f}{\sigma_e} \quad (1.14)$$



Donde  $\sigma_f$  es el esfuerzo de falla a la fluencia para el material. [Bathi, 2006]

**Φ Deformaciones.**

Al ser sometido a una carga, un punto con origen en  $(x,y,z)$  se desplazará a  $(x+u ,y+v ,z+w)$ . Los cambios  $(u,v,w)$  son los componentes de desplazamiento en la dirección coordinada y se reconocen en el vector de desplazamiento  $\mathbf{u}=(u,v,w)^T$ , el desplazamiento de un punto no indica la deformación real de un sólido en ese punto, este desplazamiento puede ser simplemente un cambio de posición del sólido.

Para caracterizar la deformación en sólidos correctamente, se considera un cubo infinitesimal con una configuración original y determinar los cambios de forma y tamaño debido en la posición desplazada. El cambio en el tamaño se observa por cambios en la longitud de los lados del cubo, y el cambio en la forma se determina considerando el cambio del ángulo de la intersección entre dos líneas que originalmente era de  $90^\circ$ .

Si se asume que los desplazamientos son pequeños, la deformación normal en las direcciones coordinadas se relaciona con los desplazamientos de la siguiente forma:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{1.15}$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{1.16}$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \tag{1.17}$$

Las deformaciones angulares, definiendo el cambio en el ángulo, se relacionan con los desplazamientos como sigue:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \tag{1.18}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \tag{1.19}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \tag{1.20}$$

El vector completo de la relación deformación- desplazamiento se escribe como:



$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

[Bathi, 2006]

### 2.12.5 Ecuaciones Constitutivas.

Los esfuerzos y deformaciones se relacionan a través de las ecuaciones constitutivas. Para un material isotrópico la relación es la siguiente:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{pmatrix} 1+\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1+\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1+\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

$$\Rightarrow \sigma = C\varepsilon$$

Las constantes se definen como E, el módulo de Young, y  $\nu$  como el coeficiente de Poisson. La forma inversa se escribe como:

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{E} & -\frac{\nu}{E} & -\frac{\nu}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{pmatrix} \quad (1.23)$$



$$\Rightarrow \varepsilon = D\sigma$$

Donde G se conoce como el módulo al cortante, y se relaciona con E y  $\nu$  como sigue:

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.24)$$

[Bathi, 2006]

### Φ Ecuaciones de equilibrio de esfuerzos.

Para un cuerpo en equilibrio, se deben satisfacer las siguientes ecuaciones:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x = 0 \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y = 0 \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + b_z = 0 \quad (1.27)$$

donde  $b_x$ ,  $b_y$  y  $b_z$  son las componentes de las fuerzas de cuerpo. [Bathi, 2006]

### Φ Forma general de las ecuaciones del FEM.

Forma débil.

Construimos la forma débil correspondiendo a las ecuaciones 1.25, 1.26, 1.27 que son las tres ecuaciones de equilibrio de esfuerzos.

Se denotará a  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  y  $\bar{w}$  como las funciones de ponderación, así multiplicando cada ecuación por las funciones de ponderación, integrando para todo el volumen y añadiendo los tres términos el resultado total de ponderación es:

$$\begin{aligned} \iiint_V \left( \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + b_x \right) \bar{u} + \left( \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + b_y \right) \bar{v} \\ + \left( \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + b_z \right) \bar{w} dV = 0 \end{aligned} \quad (1.28)$$

Utilizando el teorema de Green-Gauss en cada uno de los nueve términos de las derivadas de esfuerzos, tenemos:

$$\iint_S \left( \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z \right) \bar{u} + \left( \tau_{yx} n_x + \sigma_y n_y + \tau_{yz} n_z \right) \bar{v} + \left( \tau_{zx} n_x + \tau_{zy} n_y + \sigma_z n_z \right) \bar{w} dS$$



$$\begin{aligned}
 & -\iiint_V \left( \sigma_x \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \tau_{xy} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \tau_{xz} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right) + \left( \tau_{yx} \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \tau_{yz} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} \right) + \left( \tau_{zx} \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} + \tau_{zy} \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right) dV \\
 & + \iiint_V (b_x \bar{u} + b_y \bar{v} + b_z \bar{w}) dV = 0 \quad (1.29)
 \end{aligned}$$

En la superficie las fuerzas aplicadas son  $q_x = \sigma_x n_x + \tau_{xy} n_y + \tau_{xz} n_z$  y así sucesivamente, sustituyendo éstas y reordenando términos en la forma débil, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 & \iiint_V \sigma_x \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \sigma_y \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \sigma_z \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} + \tau_{xy} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) + \tau_{yz} \left( \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \right) + \tau_{xz} \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right) dV \\
 & = \iint_S (q_x \bar{u} + q_y \bar{v} + q_z \bar{w}) dS + \iiint_V (b_x \bar{u} + b_y \bar{v} + b_z \bar{w}) dV \quad (1.30)
 \end{aligned}$$

Si interpretamos las funciones de ponderación como el desplazamiento virtual, las derivadas pueden ser interpretadas como la deformación virtual y se define como sigue:

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} = \bar{\epsilon}_x \quad (1.31)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} = \bar{\epsilon}_y \quad (1.32)$$

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = \bar{\epsilon}_z \quad (1.33)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = \bar{\gamma}_{xy} \quad (1.34)$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} = \bar{\gamma}_{yz} \quad (1.35)$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} = \bar{\gamma}_{zx} \quad (1.36)$$

Sustituyendo estas, la forma débil es

$$\begin{aligned}
 & \iiint_V (\sigma_x \bar{\epsilon}_x + \sigma_y \bar{\epsilon}_y + \sigma_z \bar{\epsilon}_z + \tau_{xy} \bar{\gamma}_{xy} + \tau_{yz} \bar{\gamma}_{yz} + \tau_{xz} \bar{\gamma}_{zx}) dV \\
 & = \iint_S (q_x \bar{u} + q_y \bar{v} + q_z \bar{w}) dS + \iiint_V (b_x \bar{u} + b_y \bar{v} + b_z \bar{w}) dV \quad (1.37)
 \end{aligned}$$

La integral del lado izquierdo, se interpreta como el trabajo virtual a causa de los esfuerzos internos, los términos del lado derecho se interpretan como el trabajo realizado por las fuerzas aplicadas. Así la forma débil, representa simplemente los desplazamientos virtuales.



La forma débil puede escribirse de una manera más compacta introduciendo los siguientes vectores:

$$\bar{\varepsilon} = \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \quad \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} \quad \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \quad \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial y} \quad \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial x} \right)^T \quad (1.38)$$

$$\sigma = (\sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \tau_{xy} \quad \tau_{yz} \quad \tau_{xz})^T \quad (1.39)$$

$$q^T = (q_x, q_y, q_z) \quad (1.40)$$

$$\bar{u}^T = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}) \quad (1.41)$$

$$b^T = (b_x, b_y, b_z) \quad (1.42)$$

En términos de estos vectores la forma débil es

$$\iiint_V \bar{\varepsilon}^T \sigma \, dV = \iint_S \bar{u}^T q \, dS = \iiint_V \bar{u}^T b \, dV \quad (1.43)$$

[Bathi, 2006]

#### Φ Ecuaciones del Método del Elemento Finito.

Ya que se tienen tres desplazamientos desconocidos, es necesario tres interpolaciones separadas, una para cada uno de los desplazamientos  $u(x,y,z)$ ,  $v(x,y,z)$  y  $w(x,y,z)$ . En principio podríamos utilizar diferentes interpolaciones para los diferentes desplazamientos; sin embargo, en la práctica se utilizan las mismas funciones de interpolación para todos los desplazamientos. Así

$$u(x, y, z) = N_1 u_1 + N_2 u_2 + \dots \quad (1.44)$$

$$v(x, y, z) = N_1 v_1 + N_2 v_2 + \dots \quad (1.45)$$

$$w(x, y, z) = N_1 w_1 + N_2 w_2 + \dots \quad (1.46)$$

donde  $u_1, v_1, w_1, u_2, \dots$  son los grados de libertad por nodo y  $N_i(x,y,z)$  representa las funciones de interpolación. Organizando los términos de los tres grados de libertad nodales, agrupándolos por nodo, podemos escribir las tres soluciones como

$$u(x, y, z) = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 & 0 & 0 & N_2 & 0 & \dots \\ 0 & N_1 & 0 & 0 & N_2 & \dots \\ 0 & 0 & N_1 & 0 & 0 & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = N^T d \quad (1.47)$$

De la solución propuesta, el vector de esfuerzos por elemento se puede calcular con la apropiada diferenciación, de la siguiente forma;



$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial w}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \dots \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial z} & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial z} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \dots \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ u_2 \\ \vdots \end{pmatrix} = \mathbf{B}^T \mathbf{d} \quad (1.48)$$

Utilizando la matriz constitutiva apropiada para el material, el vector de esfuerzo del elemento puede escribirse como

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}(\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) = \mathbf{C}\mathbf{B}^T \mathbf{d} - \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad (1.49)$$

donde  $\boldsymbol{\varepsilon}_0$  es el vector de las deformaciones iniciales. Las funciones de ponderación en la forma débil son las derivadas de la solución con respecto a los grados de libertad nodales;

$$\bar{u}_1 = \frac{\partial u}{\partial d_1} = \frac{\partial u}{\partial u_1} = \begin{pmatrix} N_1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \bar{u}_2 = \frac{\partial u}{\partial d_2} = \frac{\partial u}{\partial u_2} = \begin{pmatrix} N_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \dots \quad \text{columnas de la matriz } \mathbf{N}^T$$

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{\partial \varepsilon}{\partial d_1} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial u_1} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} \\ 0 \\ \frac{\partial N_1}{\partial z} \end{pmatrix}; \quad \bar{\varepsilon}_2 = \frac{\partial \varepsilon}{\partial d_2} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial u_2} = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_2}{\partial x} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\partial N_2}{\partial y} \\ 0 \\ \frac{\partial N_2}{\partial z} \end{pmatrix}; \quad \dots \quad \text{columnas de la matriz } \mathbf{B}^T$$

Las matrices  $\mathbf{N}^T \mathbf{B}^T$  forman el conjunto completo de las funciones de ponderación:

$$\bar{u} \Rightarrow \mathbf{N}^T \quad \text{y} \quad \bar{\varepsilon} \Rightarrow \mathbf{B}^T$$



Sustituyendo éstas en la forma débil tenemos

$$\iiint_v B (CB^T d - C\varepsilon_0) dV = \iint_s Nq dS + \iiint_v Nb dV \quad (1.50)$$

Reordenando términos tenemos

$$\iiint_v BCB^T dV d = \iiint_v BC\varepsilon_0 dV + \iint_s Nq dS + \iiint_v Nb dV \quad (1.51)$$

De este modo, obtenemos la ecuación del elemento

$$kd = r_\varepsilon + r_q + r_b \quad (1.52)$$

donde  $k$  es la matriz de rigidez del elemento,  $r_\varepsilon$  es el equivalente al vector de la carga nodal debido a la deformación inicial,  $r_q$  es el equivalente al vector de la carga nodal debido a las fuerzas de superficie, y  $r_b$  es el equivalente al vector de la carga nodal debido a las fuerzas de cuerpo.

$$k = \iiint_v BCB^T dV \quad (1.53)$$

$$r_\varepsilon = \iiint_v BC\varepsilon_0 dV \quad (1.54)$$

$$r_q = \iint_s Nq dS \quad (1.55)$$

$$r_b = \iiint_v Nb dV \quad (1.56)$$





ANEXO 1

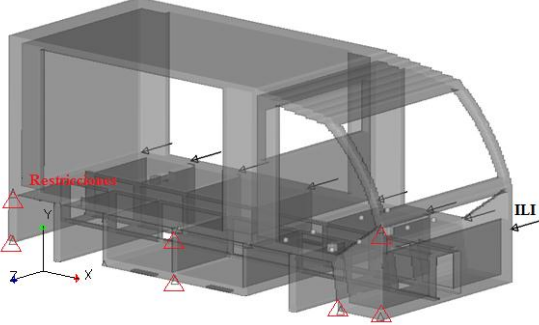
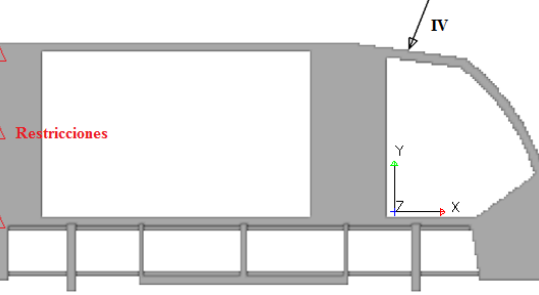
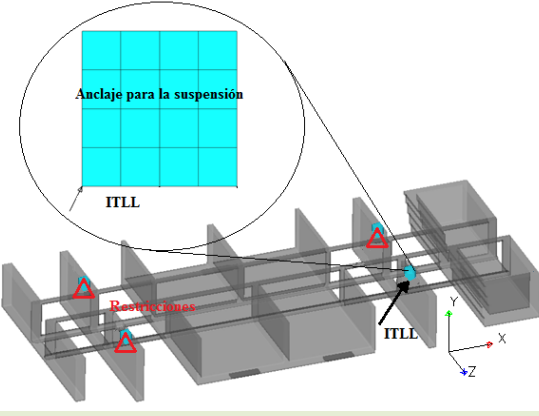
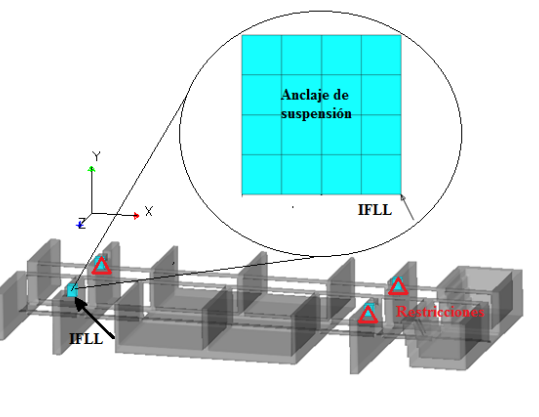
**RESUMEN DE LOS CASOS DE CARGA**

Resumen de los casos de carga propuestos para el análisis de la estructura inicial, dichos casos de carga se explican de manera detallada en el capítulo 2.

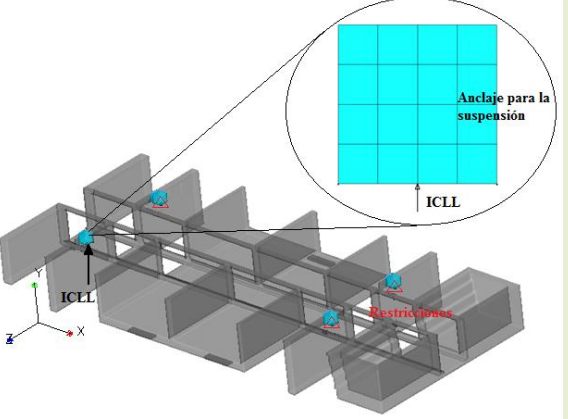
Tabla A.1.1 Descripción de los casos de carga propuestos.

Casos de Carga	Descripción de las Cargas	Restricciones de movimiento.	
Peso Total del Vehículo (WT)	Se evaluaron las cargas del peso de los pasajeros, el peso del motor, el peso de las 18 baterías y el peso para la zona de carga.	Se restringieron los anclajes para la suspensión.	
Impacto Frontal (IF)	Se aplicó una carga distribuida en la superficie frontal de la estructura.	Se restringió parte de la superficie posterior de la estructura.	
Impacto Trasero (IT)	Se aplicó una carga distribuida en la superficie trasera de la estructura.	Se restringió la superficie frontal de la estructura.	
Impacto Lateral Derecho (ILD)	Se aplicó una carga distribuida en la superficie lateral derecha de la estructura.	Se restringió la superficie del lado izquierdo de la estructura.	



<p>Impacto Lateral Izquierdo (ILI)</p>	<p>Se aplicó una carga distribuida en la superficie lateral izquierda de la estructura.</p>	<p>Se restringió la superficie del lado derecho de la estructura.</p>	
<p>Impacto por Volcadura (IV)</p>	<p>Se aplicó una carga distribuida en la superficie superior de la cabina.</p>	<p>Se restringió parte de la superficie trasera de la estructura.</p>	
<p>Impacto trasero por bache en llanta (ITLL)</p>	<p>Se aplicó una carga por detrás, en cada uno de los anclajes para la suspensión, simulando la caída en un bache.</p>	<p>Se restringieron los anclajes para la suspensión a los que no se les esté aplicando una carga. Esto significa que se tendrán cuatro casos de carga similares.</p>	
<p>Impacto frontal por bache en llanta (IFLL)</p>	<p>Se aplicó una carga frontal en cada uno de los anclajes para la suspensión, simulando la caída en un bache.</p>	<p>Se restringieron los anclajes para la suspensión a los que no se les esté aplicando una carga. Esto significa que se tendrán cuatro casos de carga similares.</p>	



<p>Impacto central por bache en llanta (ICLL)</p>	<p>Se aplicó una carga en la superficie central en cada uno de los anclajes para la suspensión, simulando la caída en un bache.</p>	<p>Se restringieron, los anclajes para la suspensión a los que no se les esté aplicando una carga. Esto significa que se tendrán cuatro casos de carga similares.</p>	 <p>El diagrama ilustra un modelo de suspensión de un vehículo. Se muestra un eje de suspensión con un muelle y amortiguador. Un impacto central por bache en llanta (ICLL) se aplica en la parte superior del eje. Los anclajes de suspensión están restringidos, lo que se indica con el texto 'Restricciones' y 'Anclaje para la suspensión'. Una cuadrícula azul muestra la distribución de la carga en la superficie central del eje. Un sistema de coordenadas (x, y, z) está visible en la parte inferior izquierda del diagrama.</p>
---	---	---	--



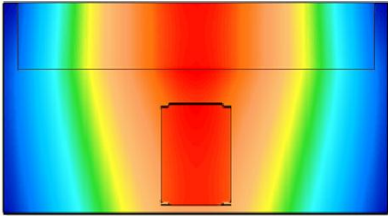
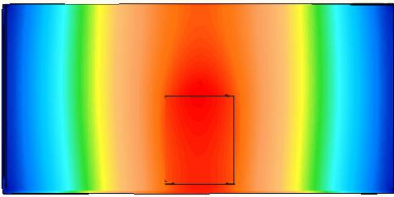
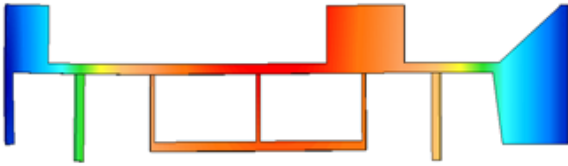
## ANEXO 2

## RESULTADOS DEL ANÁLISIS FEM, PARA EL CÁLCULO DE LA DEFLEXIÓN ESTÁTICA.


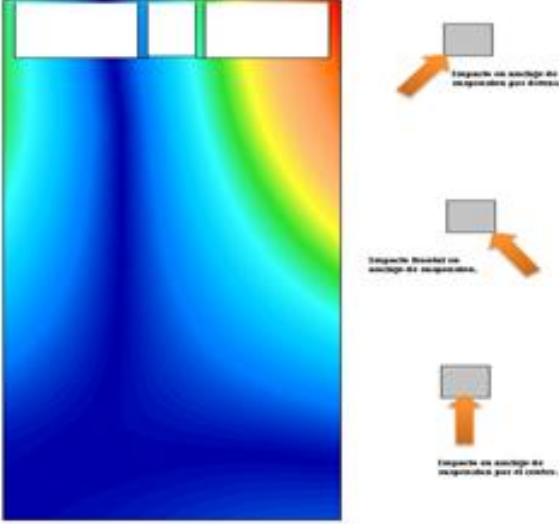
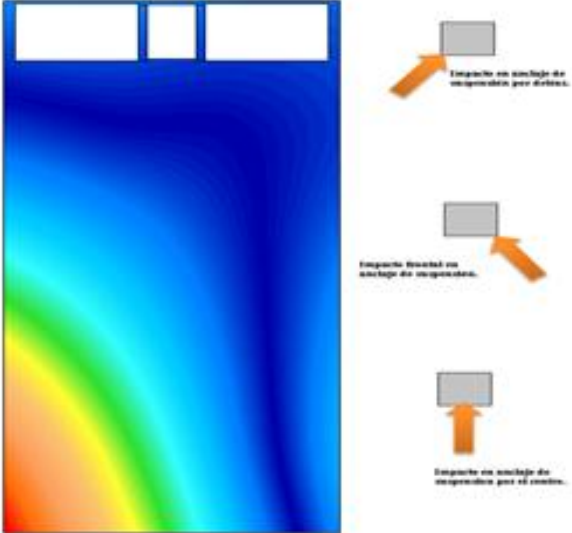
En la tabla se muestra los resultados de análisis FEM realizado a distintas secciones de la estructura inicial individualmente para obtener el valor de la deflexión estática para cada caso, dado que existe simetría con respecto al eje vertical sólo se realizó un análisis para el caso por impacto lateral, y se analizó un anclaje para la suspensión trasero y uno delantero.

De la misma forma que se explicó el procedimiento para realizar análisis FEM a la sección frontal de la estructura en el capítulo 2, se realizó el procedimiento para cada uno de los casos presentados, lo que entrego los resultados de la siguiente tabla:

Tabla A.2.1 Resultados del análisis FEM para el cálculo de la deflexión estática.

Sección		Deflexión estática. (m)
Frontal		$4.65 \times 10^{-4}$
Trasera		$7.26 \times 10^{-4}$
Lateral		$5.28 \times 10^{-4}$



<p>Techo</p>		<p><math>4.44 \times 10^{-4}</math></p>
<p>Anclajes de suspensión eje delantero.</p> <p>Impacto por detrás.</p> <p>Impacto por delante.</p> <p>Impacto por el centro.</p>		<p><math>1.46 \times 10^{-3}</math></p> <p><math>1.41 \times 10^{-3}</math></p> <p><math>1.60 \times 10^{-3}</math></p>
<p>Anclajes de suspensión eje trasero.</p> <p>Impacto por detrás.</p> <p>Impacto por delante.</p> <p>Impacto por el centro.</p>		<p><math>4.10 \times 10^{-3}</math></p> <p><math>4.20 \times 10^{-3}</math></p> <p><math>4.61 \times 10^{-3}</math></p>

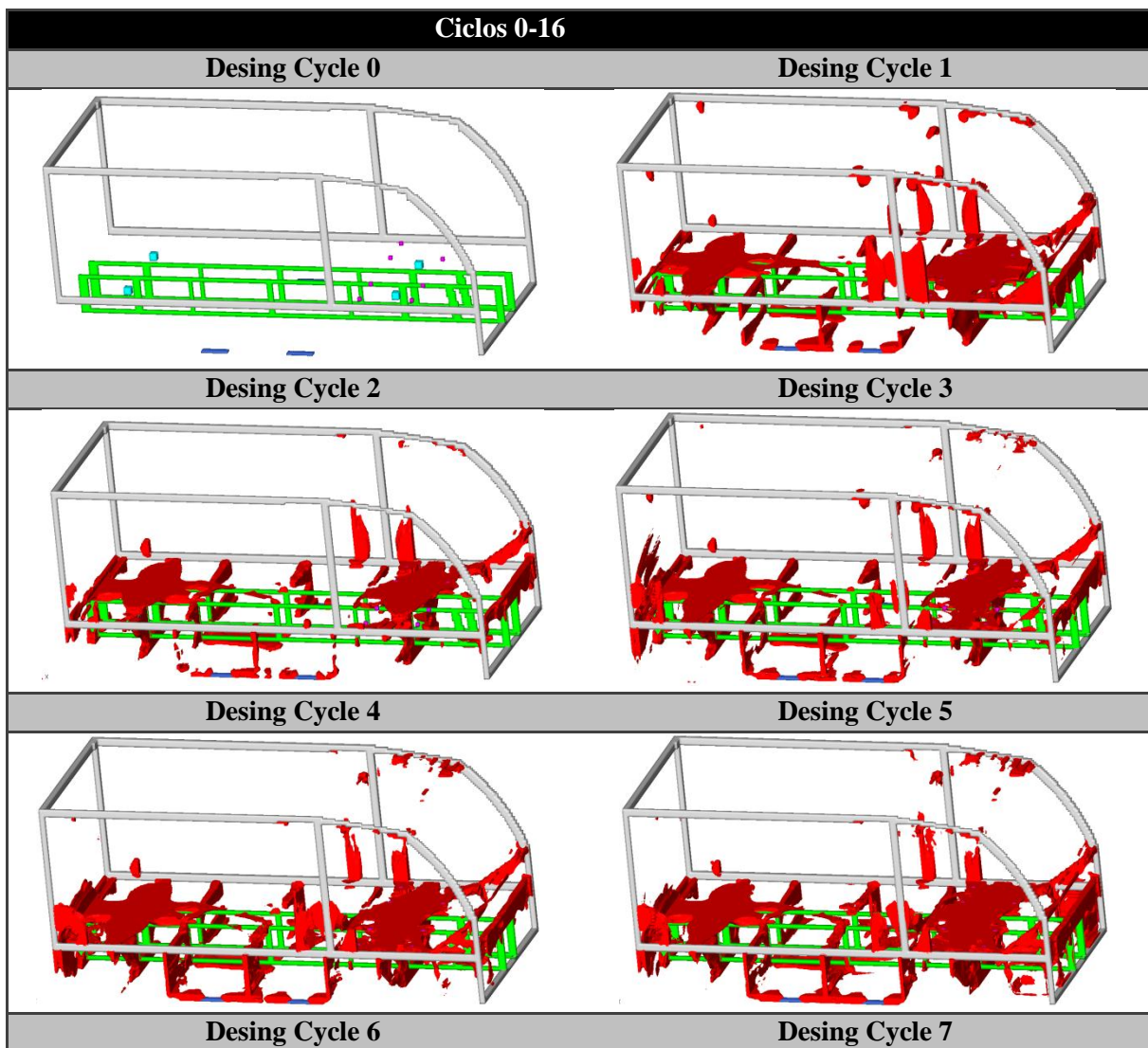


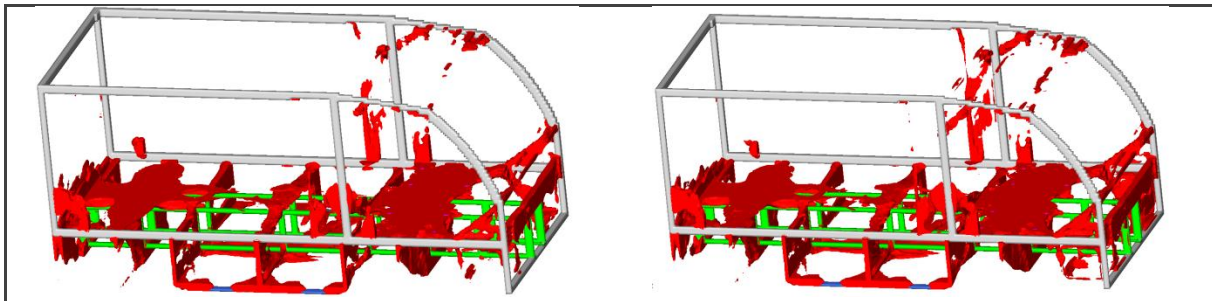
## ANEXO 3

**HISTORIAL DE OPTIMIZACIÓN TOPOLÓGICA.**

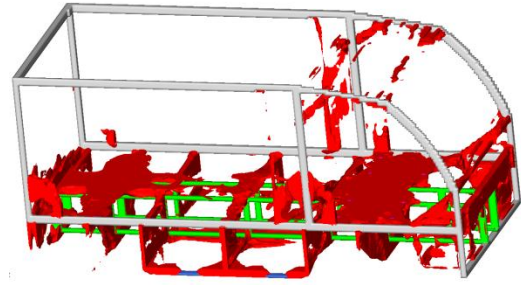
En la tabla A.3.1 se muestra la vista frontal-derecha de la estructura, en las que se aprecia los elementos que pertenecen a la zona de no diseño, y se muestran solo los elementos que cumplen con el criterio de optimización de DS Genesis<sup>®</sup> para una reducción del 15 % de masa.

Tabla A.3.1 Historial de optimización de la estructura, por ciclos de diseño. Resultados de densidad.

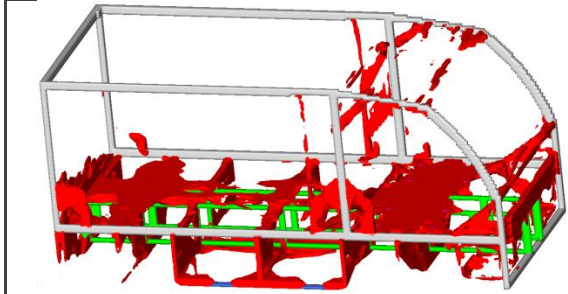




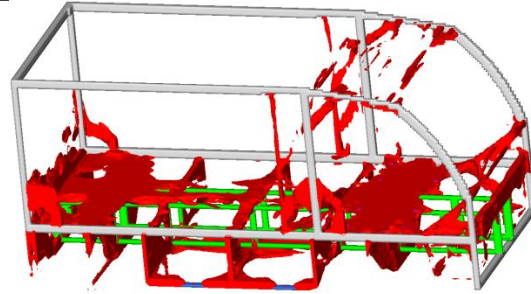
Desing Cycle 8



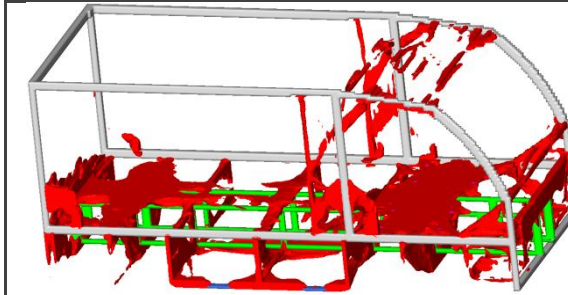
Desing Cycle 9



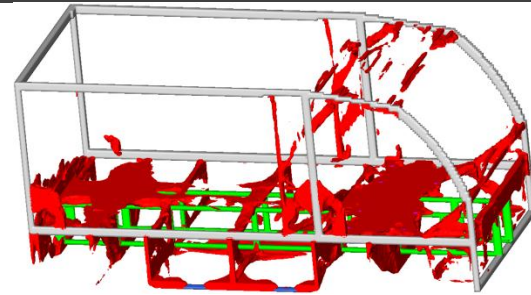
Desing Cycle 10



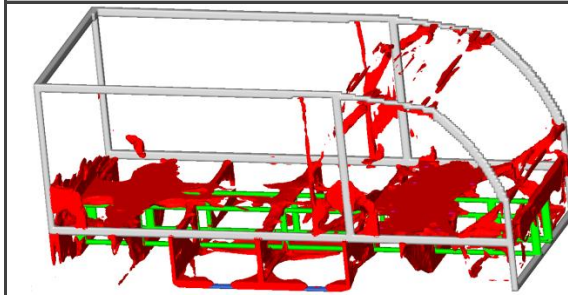
Desing Cycle 11



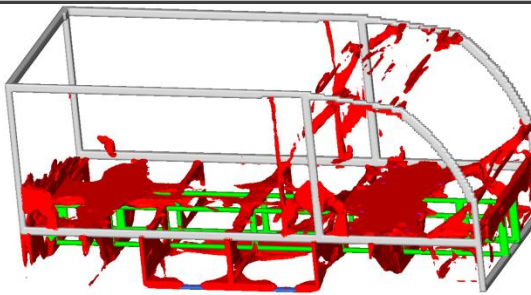
Desing Cycle 12



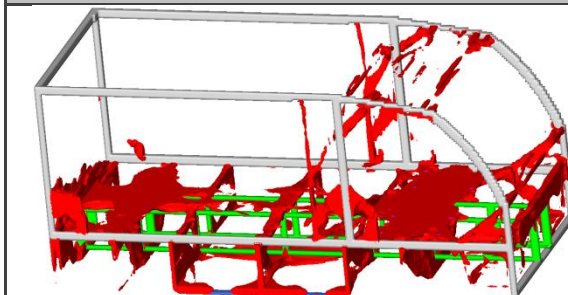
Desing Cycle 13



Desing Cycle 14

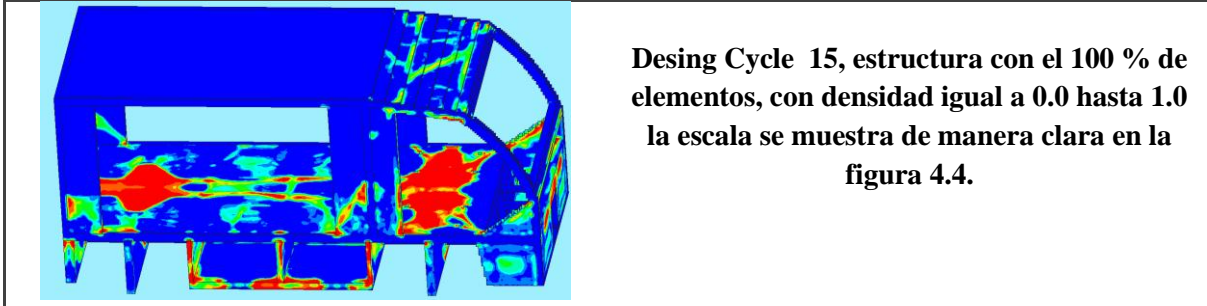


Desing Cycle 15



Desing Cycle 15



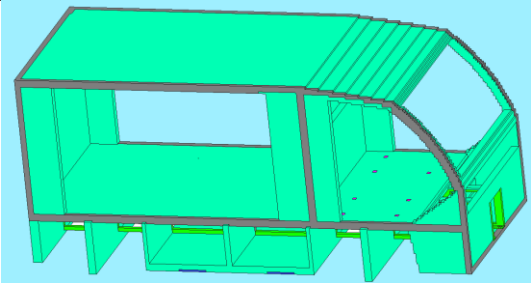
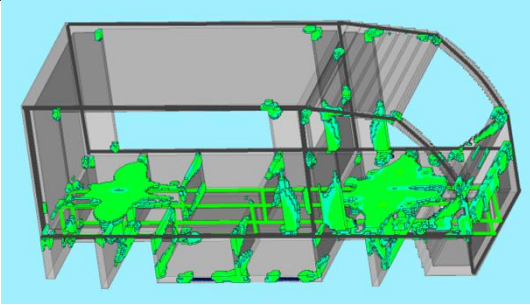
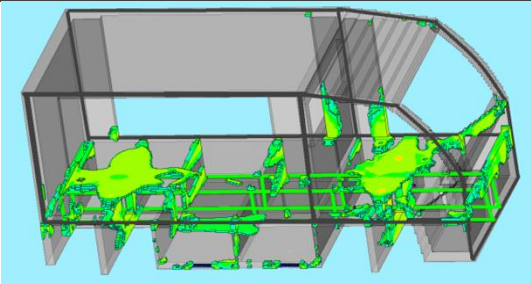
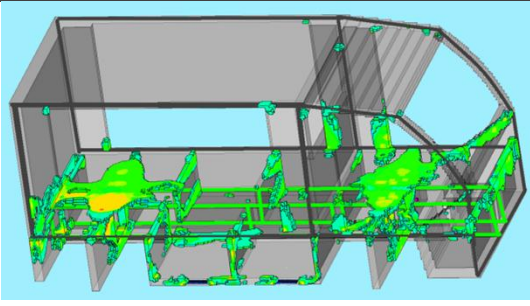


**Desing Cycle 15, estructura con el 100 % de elementos, con densidad igual a 0.0 hasta 1.0 la escala se muestra de manera clara en la figura 4.4.**

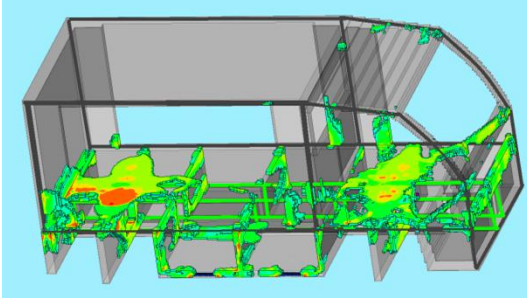
En la tabla A.3.2 se muestra la vista frontal-derecha de la estructura, en las que se aprecia los elementos que pertenecen a la zona de no diseño, y se muestran solo los elementos que se encuentran entre un rango de 0.5 1.0 en la escala de densidad y cumplen con el criterio de optimización de DS Genesis<sup>®</sup> para una reducción del 15 % de masa.

Los elementos que se encuentren fuera del rango de esta escala se ocultan para obtener una mejor visualización del proceso, en el cual se debe centrar la atención más que en el cambio constante de masa, en la concentración de elementos con una densidad igual a 1.0 (elementos en color rojo).

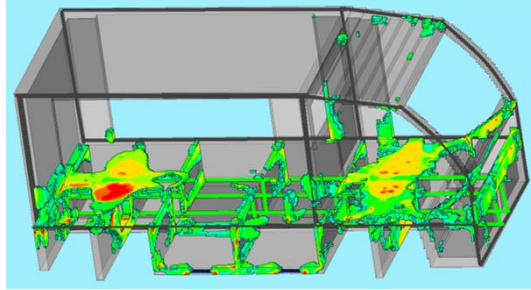
Tabla A.3.2 Historial de optimización de la estructura, por ciclos de diseño. Resultados de topología, rango de densidad de 0.5 a 1.0.

Ciclos 0-16	
Desing Cycle 0	Desing Cycle 1
	
Desing Cycle 2	Desing Cycle 3
	
Desing Cycle 4	Desing Cycle 5

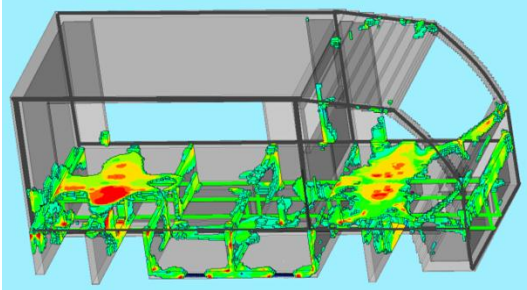




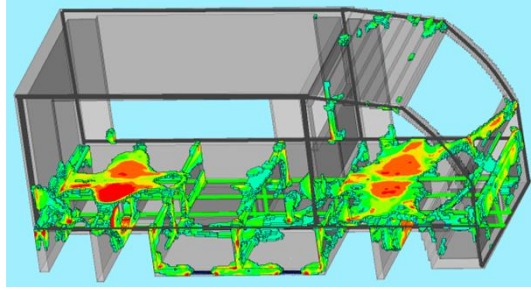
Desing Cycle 6



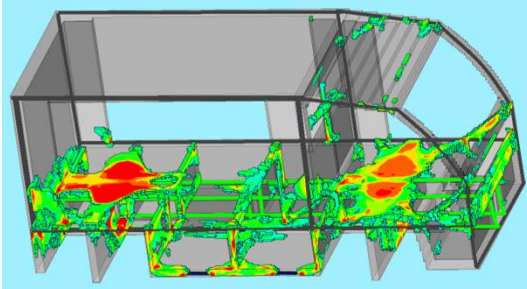
Desing Cycle 7



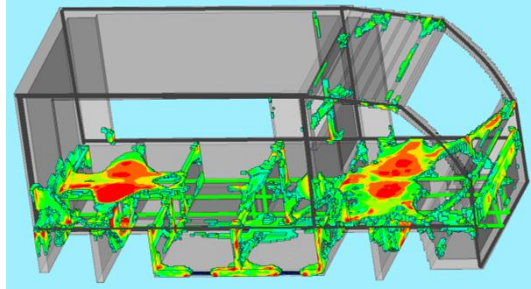
Desing Cycle 8



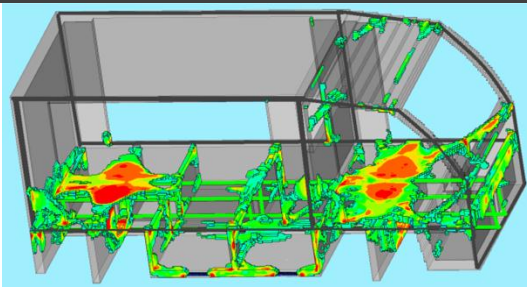
Desing Cycle 9



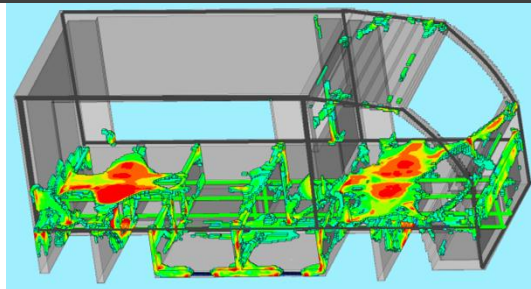
Desing Cycle 10



Desing Cycle 11

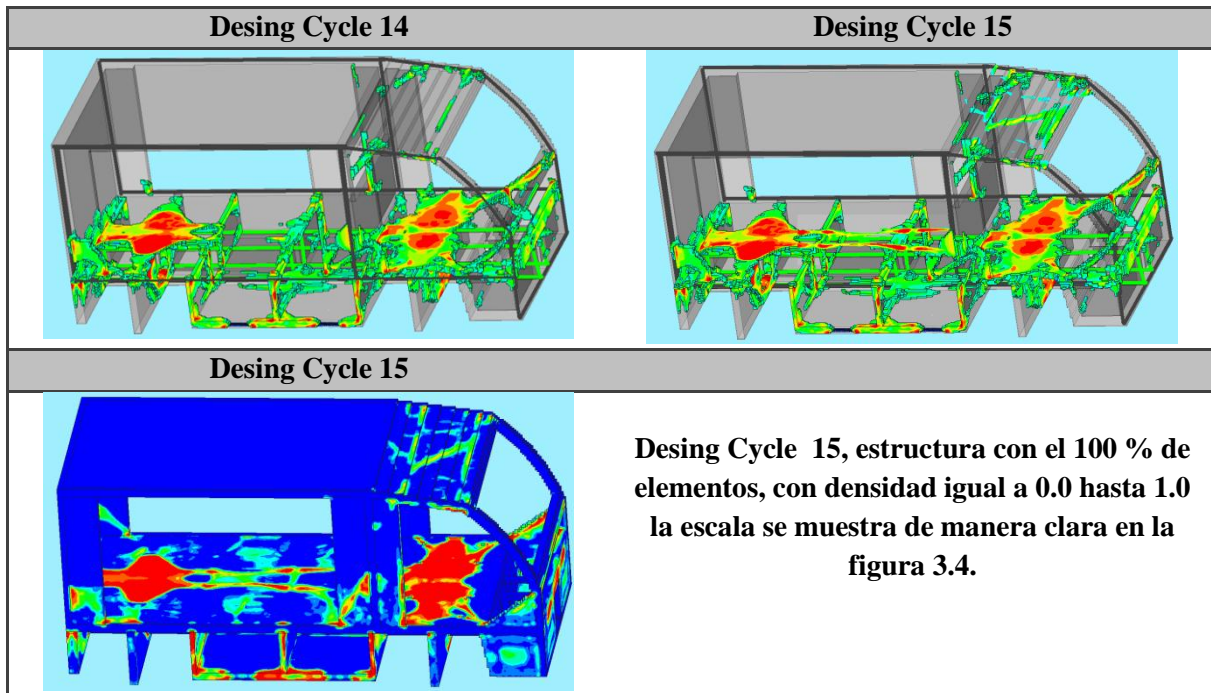


Desing Cycle 12



Desing Cycle 13





Como resultado de la optimización topológica se obtiene una guía para el diseño final, esta es la estructura mostrada en Desing Cycle 15, que es la iteración final de la optimización topológica que muestra en su mayoría elementos con densidad de entre 0.50 y 1.0, estos elementos conforman el 15 % de la malla con que contaba la estructura inicial.

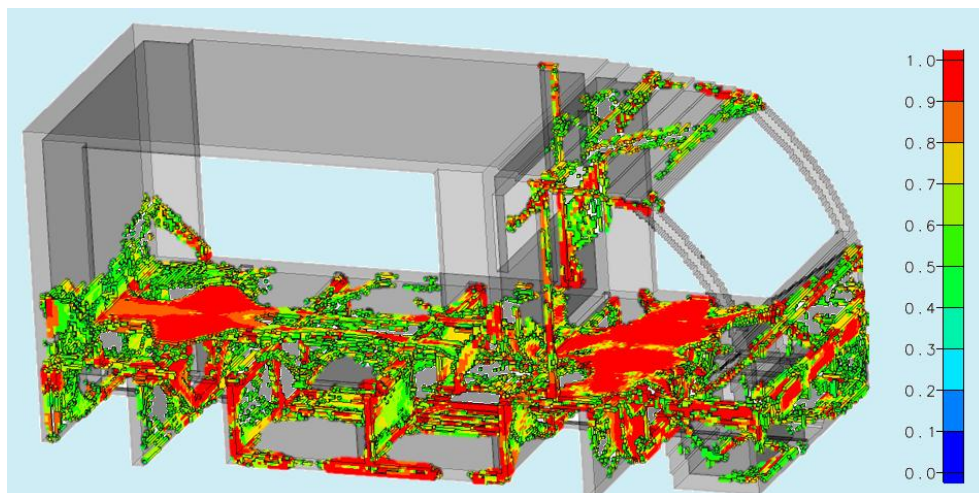


Figura 3.4 (Capítulo 3) Perfil de densidad de la estructura optimizada topológicamente con 15% de restricción de masa. Resultados de topología.

