

3. ANÁLISIS DE REDES ELÉCTRICAS

El funcionamiento anormal de un sistema de energía eléctrica puede deberse a fallas de aislamiento que producen corrientes de cortocircuito equilibradas o desequilibradas, según el número de fases afectadas por la falla. Su cálculo constituye la base para diseñar las protecciones automáticas del sistema eléctrico y para definir las características de los aparatos de interrupción. Otra causa de funcionamiento anormal son los sobrevoltajes que pueden presentarse en algún punto del sistema, ya sean de frecuencia fundamental, asociados a desequilibrios como los producidos por fallas de una o dos fases a tierra, o sobrevoltajes transitorios, producidos por la apertura y el cierre de interruptores o por descargas atmosféricas. Estos sobrevoltajes condicionan el diseño del aislamiento de los distintos elementos del sistema y las características de los dispositivos de protección contra los sobrevoltajes. En nuestro caso nos enfocaremos al análisis de fallas en una parte específica de la red eléctrica nacional oriental, formada por las dos unidades de Laguna Verde; de sus correspondientes líneas de transmisión: dos líneas de 400 kV, y dos de 230 kV; así como de sus cargas involucradas.

3.1 Características generales de un Sistema Eléctrico de Potencia

Un Sistema Eléctrico de Potencia consiste en una gran diversidad de cargas eléctricas repartidas en una región, en plantas generadoras para generar dicha energía que consumen las cargas, en una red de transmisión y una de distribución para transportar esa energía de las plantas generadoras a los puntos de consumo; y todo el equipo adicional necesario para lograr que el suministro de energía se realice con las características de continuidad de servicio, regulación de tensión y control de frecuencia requeridas.

3.1.1 Características de la carga de un Sistema Eléctrico de Potencia

La carga global de un sistema está constituida por un gran número de cargas individuales de diferentes tipos (industrial, comercial, residencial, etc.). Una carga puede consumir potencia real, reactiva o ambas, tal es el caso de un motor de inducción. Naturalmente las cargas puramente resistivas, como lámparas incandescentes, calefactores eléctricos, absorben únicamente potencia real. La potencia suministrada en cada instante por un sistema es la suma de la potencia absorbida por las cargas, más las pérdidas en el sistema. Aunque la conexión y desconexión de las cargas individuales es un fenómeno aleatorio, la potencia total varía en función del tiempo siguiendo una curva que puede predeterminarse con bastante aproximación y que depende del ritmo de las actividades de la sociedad en la región servida por el sistema.

La carga en nuestro sistema se reparte principalmente sobre las regiones a donde llegan las líneas de transmisión:

- La región donde se ubica la subestación Veracruz II, ubicada en la Ciudad Industrial Framboyanes y donde las dos líneas de transmisión de 230 kV de dos circuitos por fase cada una provienen del Bus de 230 kV, en Laguna Verde.
- La región donde se ubica la subestación de Tecali, ubicada en Puebla, donde llega una línea de transmisión de 400 kV de dos conductores por fase desde la CNLV.
- La región donde se ubica la subestación de Puebla II, ubicada en Puebla. Aquí llega una línea de 400 kV de dos conductores por fase desde el Bus de 400 kV de la CNLV.
- La región donde se encuentra la subestación de Poza Rica II, ubicada en Veracruz, donde llega una línea de 400 kV de dos conductores por fase del Bus de 400 kV de la CNLV.

3.1.2 Sistemas de Transmisión y Distribución

En general, las plantas generadoras están alejadas de los centros de consumo y conectadas a éstos a través de una red de alta tensión, aunque algunas plantas generadoras pueden estar conectadas directamente al sistema de distribución. La tensión se eleva a la salida de los generadores para realizar la transmisión de energía eléctrica en forma económica y se reduce en la proximidad de los centros de consumo para alimentar el sistema de distribución a una tensión adecuada. Esta alimentación puede hacerse directamente desde la red de transmisión, reduciendo la tensión en un solo paso al nivel de distribución, o a través de un sistema de subtransmisión o repartición utilizando un nivel de tensión intermedio.

3.2 Fallas en un sistema eléctrico

La planificación, el diseño y la operación de los sistemas eléctricos de potencia requieren estudios para evaluar su comportamiento, confiabilidad y seguridad. Los estudios típicos que se realizan son: flujos de potencia, estabilidad, coordinación de protecciones, cálculo de cortocircuito, entre otras. Un buen diseño debe estar basado en un cuidadoso estudio en que se incluye la selección de voltaje, adecuado tamaño del equipamiento y selección apropiada de protecciones. La mayoría de los estudios necesita de un complejo y detallado modelo que represente al sistema de potencia, generalmente establecido en la etapa de proyecto. Los estudios de cortocircuito son típicos ejemplos de éstos, siendo esencial para la selección de equipos, y el ajuste de sus respectivas protecciones. En lo que concierne a la CNLV dichos estudios de cortocircuito se simularán mostrando las principales diferencias existentes al ir cambiando la capacidad de generación de nuestra nueva unidad, con ello tendremos una idea de cuáles serían las medidas a tomar al momento de elegir las protecciones que se

necesitarían, así de ver a futuro un eminente crecimiento de la demanda de nuestra carga existente.

Desde el punto de vista eléctrico, cortocircuito es la conexión accidental o intencionada mediante una resistencia o impedancia relativamente baja, de dos o más puntos de un circuito que están normalmente a tensiones diferentes. Un cortocircuito origina aumentos bruscos en las corrientes circulantes en una instalación pudiendo dañar al equipamiento eléctrico, equipos cercanos a la instalación y hasta personas que no estén adecuadamente protegidas. La duración del cortocircuito es el tiempo en segundos o ciclos durante el cual la corriente de cortocircuito circula por el sistema. El fuerte incremento de calor generado por la elevada corriente puede destruir o envejecer los aislantes del sistema eléctrico, así que, es de vital importancia reducir este tiempo al mínimo, mediante el uso de las protecciones adecuadas.

Los resultados obtenidos del cortocircuito son:

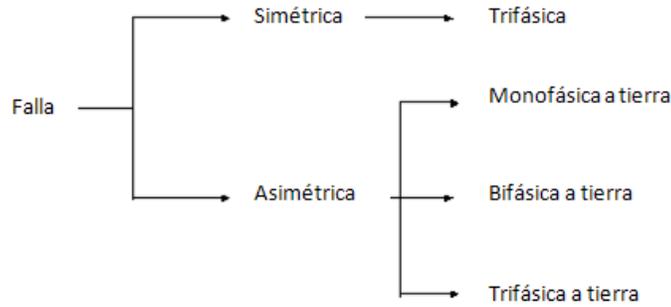
- La corriente en diferentes puntos del sistema
- Las tensiones después de la falla en todas las barras del sistema eléctrico

En el cálculo de cortocircuito es conveniente efectuar las siguientes aproximaciones:

- El generador se modela por una fuente de tensión de valor 1.0 en por unidad (p.u), en serie con su impedancia.
- Todos los cálculos se realizan en p.u..
- Las cargas se representan por su impedancia equivalente, independiente de la tensión.
- El sistema se analiza como si estuviera en régimen estable.

3.2.1 Tipos de Fallas

Un cortocircuito se manifiesta por la disminución repentina de la impedancia de un circuito determinado, lo que produce un aumento de la corriente. En sistemas eléctricos trifásicos se pueden producir distintos tipos de fallas, las cuales son:



Cada una de estas fallas genera una corriente de amplitud definida y características específicas. La razón de llamarse fallas asimétricas es debido a que las corrientes post-falla son diferentes en magnitudes y no están desfasadas en 120 grados. En el estudio de estas corrientes, se utiliza generalmente el método de componentes simétricas, el cual constituye una importante herramienta para analizar sistemas desequilibrados.

En sistemas de distribución, para los efectos de evaluar las máximas corrientes de fallas, sólo se calculan las corrientes de cortocircuito trifásico y monofásico. Las fallas monofásicas a tierra pueden generar corrientes de falla cuya magnitud pueden superar a la corriente de falla trifásica. Sin embargo, esto es más frecuente que ocurra en sistemas de transmisión o de distribución en media tensión, sobre todo cuando la falla se ubica cerca de la subestación. Es poco frecuente que la corriente de falla monofásica supere en amplitud la corriente generada por una falla trifásica. La magnitud de la falla monofásica puede superar a la generada por una falla trifásica en el mismo punto, en el caso de que la falla no involucre la malla de tierra.

3.3 Método de las Componentes Simétricas para el cálculo de fallas

Este método se basa en la sustitución del sistema trifásico desequilibrado, representado por tres fasores desequilibrados, por la suma de tres sistemas de fasores simétricos: un sistema directo o de secuencia positiva; un sistema inverso o de secuencia negativa y un sistema homopolar o de secuencia cero, que constituyen las componentes simétricas del sistema.

Se define un operador a como un número complejo de módulo unidad y de argumento $2\pi/3 = 120^\circ$

$$a = 1 \angle 2\pi/3 = 1 \angle 120^\circ$$

Al multiplicar un fasor por el operador a , se obtiene un nuevo fasor de igual módulo que el primero y girado 120° en el sentido positivo de los ángulos. De la definición del operador resultan evidentes las siguientes relaciones que se ilustran a continuación:

$$a = 1\angle 120^\circ = \cos 120^\circ + j\sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j120^\circ}$$

$$a^2 = 1\angle 240^\circ = \cos 240^\circ + j\sin 240^\circ = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j240^\circ}$$

$$a^3 = 1\angle 360^\circ = \cos 360^\circ + j\sin 360^\circ = 1$$

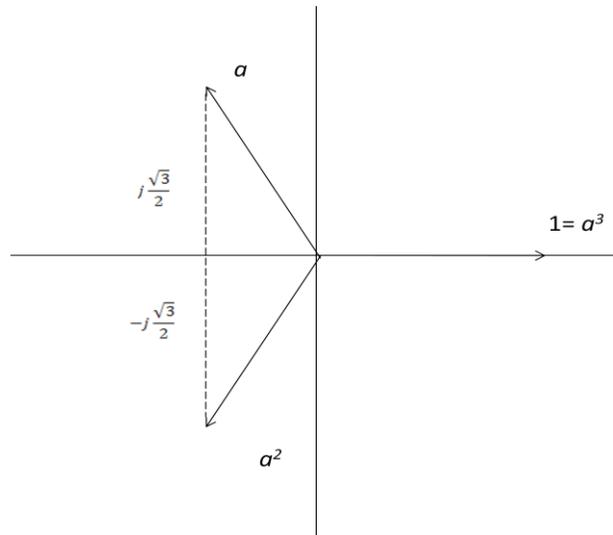


Figura 3.1 Sistema de fasores de secuencia positiva

a) *Sistema Directo o de secuencia positiva*

Es un sistema trifásico equilibrado que puede representarse por tres fasores de igual módulo, que forman un ángulo entre dos fasores consecutivos de 120° y que tienen una secuencia de fase a, b, c . En la figura 3.2 se representa un sistema de fasores de secuencia positiva. Utilizando el operador a , puede escribirse

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{b1} &= a^2 \tilde{I}_{a1} \\ \tilde{I}_{c1} &= a \tilde{I}_{a1} \end{aligned}$$

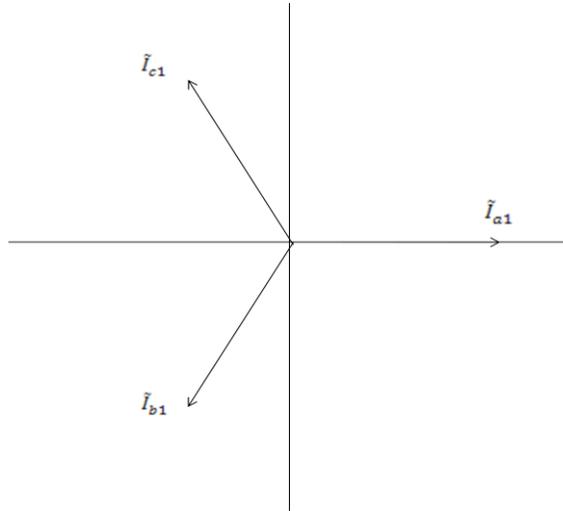


Figura 3.2 Sistema de fasores de secuencia positiva

b) Sistema inverso o de secuencia negativa

Es un sistema trifásico equilibrado que puede representarse por tres fasores de igual módulo, que forman un ángulo entre dos fasores consecutivos de 120° y que tienen una secuencia de fase a, c, b . En la figura 3.3 se representa un sistema de fasores de secuencia negativa. Utilizando el operador a puede escribirse

$$\begin{aligned} \tilde{I}_{b2} &= a\tilde{I}_{a2} \\ \tilde{I}_{c2} &= a^2\tilde{I}_{a2} \end{aligned}$$

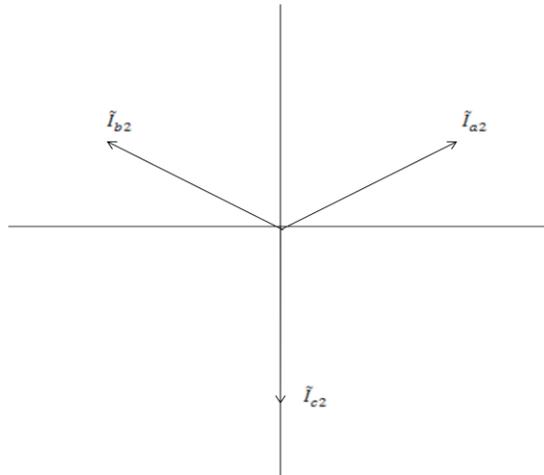


Figura 3.3 Sistema de fasores de secuencia negativa

c) Sistema homopolar o de secuencia cero

Es un sistema trifásico que puede representarse por tres fasores de igual módulo y en fase. En la Figura 3.4 se representa un sistema de fasores de secuencia cero.

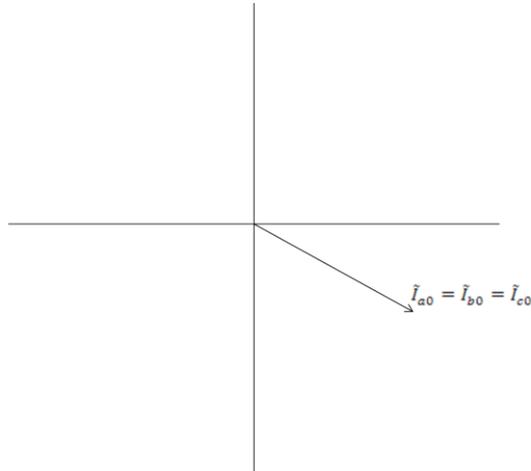


Figura 3.4 Sistema de fasores de secuencia cero

La suma de los tres sistemas de secuencia positiva, negativa y cero de las figuras 3.3.2, 3.3.3 y 3.3.4 nos da un sistema de tres fasores desequilibrados. En general cualquier sistema de tres fasores desequilibrados puede expresarse como la suma de tres sistemas de fasores: secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia cero.

$$\tilde{I}_a = \tilde{I}_{a1} + \tilde{I}_{a2} + \tilde{I}_{a0} \quad (3.3.1)$$

$$\tilde{I}_b = \tilde{I}_{b1} + \tilde{I}_{b2} + \tilde{I}_{b0} \quad (3.3.2)$$

$$\tilde{I}_c = \tilde{I}_{c1} + \tilde{I}_{c2} + \tilde{I}_{c0} \quad (3.3.3)$$

3.3.1 Desequilibrios en los sistemas trifásicos debidos a cortos circuitos

El método de las componentes simétricas es especialmente útil para el cálculo de los sistemas desequilibrados debidos a cortos circuitos entre fases o de fase a tierra. Se consideran los siguientes tipos de falla de aislamiento en una línea de transmisión trifásica.

- a) Falla de una fase a tierra
- b) Falla de dos fases a tierra
- c) Falla entre dos fases
- d) Falla trifásica

Para cada tipo de falla se consideran dos casos: falla franca y falla a través de una impedancia; este último caso se presenta cuando la falla se establece a través de un arco eléctrico, el cual constituye una impedancia resistiva. La representación del alternador al que está conectada la línea de transmisión trifásica se reducirá inicialmente a tres fuentes de voltaje que constituyen un sistema de voltajes trifásicos equilibrados de secuencia positiva

3.3.1.1 Falla monofásica a tierra

La asimetría debida a la falla de la fase a a tierra está definida por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \tilde{I}_a &\neq 0 & \tilde{V}_a &= 0 \\ \tilde{I}_b &= 0 & \tilde{V}_b &\neq 0 \\ \tilde{I}_c &= 0 & \tilde{V}_c &\neq 0 \end{aligned}$$

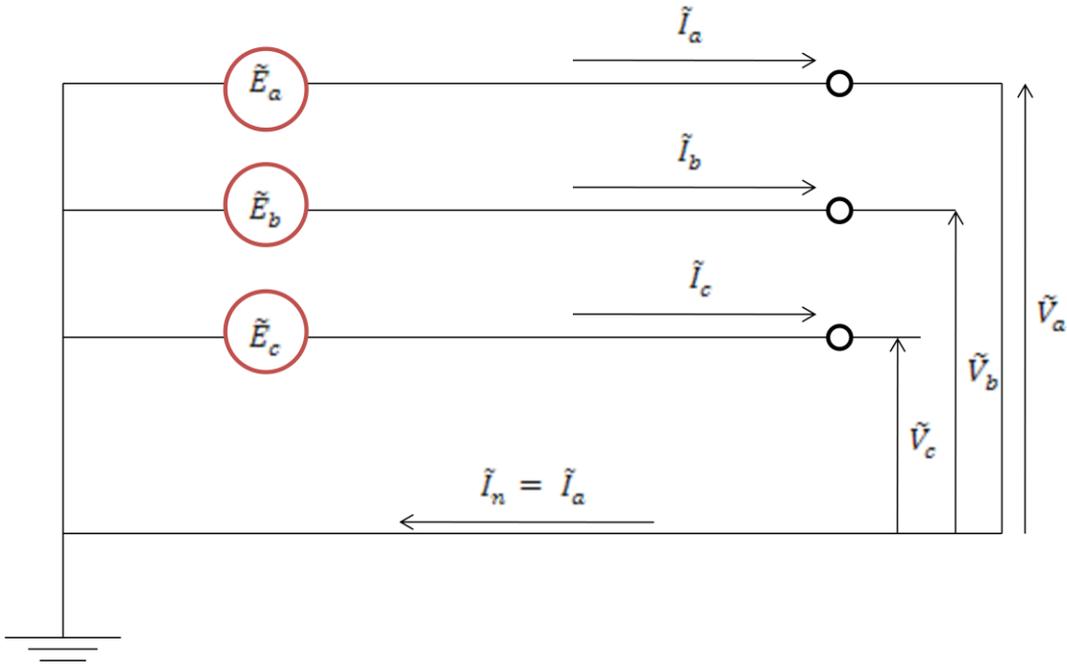


Figura 3.5 Falla monofásica a tierra

Las ecuaciones que definen el comportamiento de del circuito trifásico en función de las componentes simétricas son:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{a1} - \tilde{V}_{a1} &= Z_{11}\tilde{I}_{a1} \\ -\tilde{V}_{a2} &= Z_{22}\tilde{I}_{a2} \\ -\tilde{V}_{a0} &= Z_{00}\tilde{I}_{a0} \end{aligned}$$

En el punto de falla tenemos que:

$$\tilde{V}_a = \tilde{V}_{a1} + \tilde{V}_{a2} + \tilde{V}_{a0} = 0$$

$$\tilde{I}_{a1} = \frac{\tilde{I}_a + a\tilde{I}_b + a^2\tilde{I}_c}{3}$$

$$\tilde{I}_{a2} = \frac{\tilde{I}_a + a^2\tilde{I}_b + a\tilde{I}_c}{3}$$

$$\tilde{I}_{a0} = \frac{\tilde{I}_a + \tilde{I}_b + \tilde{I}_c}{3}$$

Además $\tilde{I}_b = 0$ e $\tilde{I}_c = 0$

$$\tilde{I}_{a1} = \tilde{I}_{a2} = \tilde{I}_{a0} = \frac{\tilde{I}_a}{3}$$

Se necesita determinar el valor de las componentes simétricas de las corrientes y de los voltajes; $\tilde{I}_{a1}, \tilde{I}_{a2}, \tilde{I}_{a0}, \tilde{V}_{a1}, \tilde{V}_{a2}, \tilde{V}_{a0}$, que constituyen las seis incógnitas del siguiente sistema de ecuaciones.

$$\tilde{E}_{a1} - \tilde{V}_{a1} = Z_{11}\tilde{I}_{a1}$$

$$-\tilde{V}_{a2} = Z_{22}\tilde{I}_{a2}$$

$$-\tilde{V}_{a0} = Z_{00}\tilde{I}_{a0}$$

$$\tilde{V}_{a1} + \tilde{V}_{a2} + \tilde{V}_{a0} = 0$$

$$\tilde{I}_{a1} = \tilde{I}_{a2} = \frac{\tilde{I}_a}{3}$$

$$\tilde{I}_{a0} = \frac{\tilde{I}_a}{3}$$

En lugar de resolver algebraicamente el sistema de seis ecuaciones simultáneas con seis incógnitas, puede establecerse un circuito equivalente en el que se verifiquen esas ecuaciones. Esto se logra conectando en serie los circuitos equivalentes de secuencia positiva, negativa y cero.

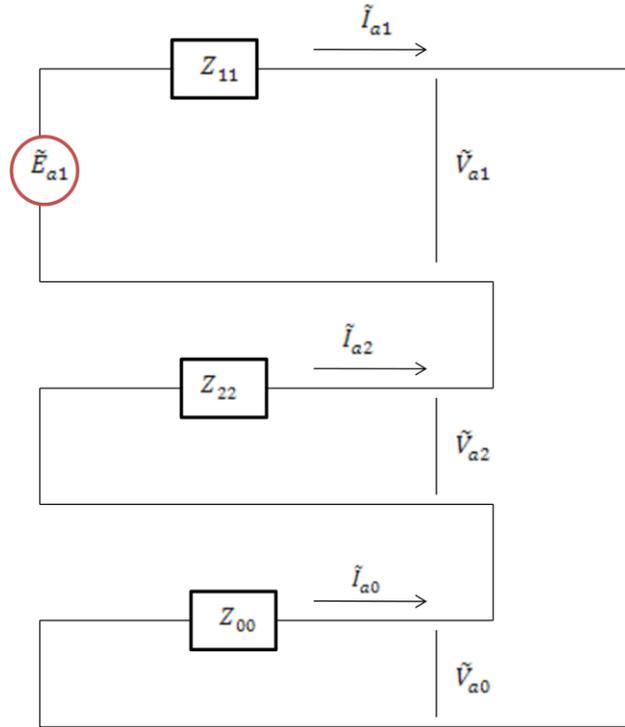


Figura 3.6 Conexión de los circuitos de secuencia positiva, negativa y cero para el caso de una falla monofásica a tierra

Conocidas las componentes simétricas de la corriente de falla de la fase a y del voltaje al neutro de la fase a , en el punto de falla, pueden calcularse las corrientes \tilde{I}_a , \tilde{I}_b e \tilde{I}_c ; y los voltajes al neutro en el punto de falla, \tilde{V}_a , \tilde{V}_b y \tilde{V}_c . De la siguiente forma:

$$\tilde{I}_a = \tilde{I}_{a1} + \tilde{I}_{a2} + \tilde{I}_{a0} = \frac{3\tilde{E}_{a1}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}}$$

$$\tilde{I}_b = a^2\tilde{I}_{a1} + a\tilde{I}_{a2} + \tilde{I}_{a0} = \tilde{I}_{a1}(a^2 + a + 1) = 0$$

$$\tilde{I}_c = a\tilde{I}_{a1} + a^2\tilde{I}_{a2} + \tilde{I}_{a0} = \tilde{I}_{a1}(a + a^2 + 1) = 0$$

Ya que $\tilde{I}_{a1} = \tilde{I}_{a2} = \tilde{I}_{a0}$

$$\begin{aligned} \tilde{V}_a &= \tilde{V}_{a1} + \tilde{V}_{a2} + \tilde{V}_{a0} \\ &= \tilde{E}_{a1} - Z_{11}\tilde{I}_{a1} - Z_{22}\tilde{I}_{a2} - Z_{00}\tilde{I}_{a0} \end{aligned}$$

$$\tilde{V}_a = \tilde{E}_{a1} - (Z_{11} + Z_{22} + Z_{00})\frac{\tilde{E}_{a1}}{Z_{11}Z_{22}Z_{00}} = 0$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}_b &= a^2 \tilde{V}_{a1} + a \tilde{V}_{a2} + \tilde{V}_{a0} \\
 &= a^2 (\tilde{E}_{a1} - Z_{11} \tilde{I}_{a1}) - a Z_{22} \tilde{I}_{a2} - Z_{00} \tilde{I}_{a0} \\
 &= a^2 \tilde{E}_{a1} - (a^2 Z_{11} + a Z_{22} + Z_{00}) \frac{\tilde{E}_{a1}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} \\
 \tilde{V}_b &= \left[\frac{(a^2 - a) Z_{22} + (a^2 - 1) Z_{00}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} \right] \tilde{E}_{a1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{V}_c &= a \tilde{V}_{a1} + a^2 \tilde{V}_{a2} + \tilde{V}_{a0} \\
 &= a (\tilde{E}_{a1} - Z_{11} \tilde{I}_{a1}) - a^2 Z_{22} \tilde{I}_{a2} + Z_{00} \tilde{I}_{a0} \\
 &= a \tilde{E}_{a1} - (a Z_{11} + a^2 Z_{22} + Z_{00}) \frac{\tilde{E}_{a1}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} \\
 \tilde{V}_c &= \left[\frac{(a - a^2) Z_{22} + (a - 1) Z_{00}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00}} \right] \tilde{E}_{a1}
 \end{aligned}$$

3.3.1.2 Falla monofásica a tierra a través de una impedancia

La asimetría debida a la falla a tierra de la línea a a través de una impedancia Z_f , queda definida por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \tilde{I}_a &\neq 0 & \tilde{V}_{a_i} &= Z_f \tilde{I}_a \\
 \tilde{I}_b &= 0 & \tilde{V}_b &\neq 0 \\
 \tilde{I}_c &= 0 & \tilde{V}_c &\neq 0
 \end{aligned}$$

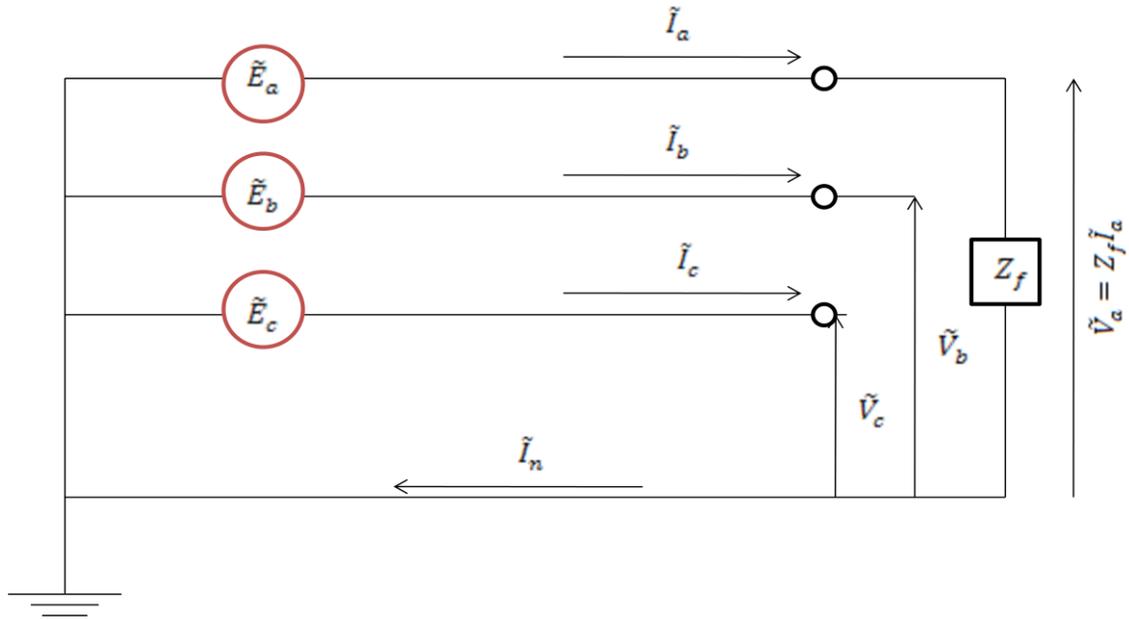


Figura 3.7 Falla monofásica a través de una impedancia

Las ecuaciones que definen el comportamiento del circuito trifásico en función de las componentes simétricas son:

$$\begin{aligned}\tilde{E}_{a1} - \tilde{V}_{a1} &= Z_{11}\tilde{I}_{a1} \\ -\tilde{V}_{a2} &= Z_{22}\tilde{I}_{a2} \\ -\tilde{V}_{a0} &= Z_{00}\tilde{I}_{a0}\end{aligned}$$

En el punto donde ocurre la falla pueden escribirse las siguientes relaciones entre las cantidades de fase y sus componentes simétricas. Teniendo en cuenta que $\tilde{I}_b = 0$, $\tilde{I}_c = 0$

$$\begin{aligned}\tilde{I}_{a1} = \tilde{I}_{a2} &= (\tilde{I}_a/3) \\ \tilde{I}_{a0} &= (\tilde{I}_a/3) \\ \tilde{V}_a = Z_f \tilde{I}_a &= 3Z_f \tilde{I}_{a1} = \tilde{V}_{a1} + \tilde{V}_{a2} + \tilde{V}_{a0}\end{aligned}$$

Las condiciones impuestas por las seis ecuaciones anteriores pueden satisfacerse conectando los circuitos de secuencia positiva, negativa y cero, como se indica en la figura 3.8.

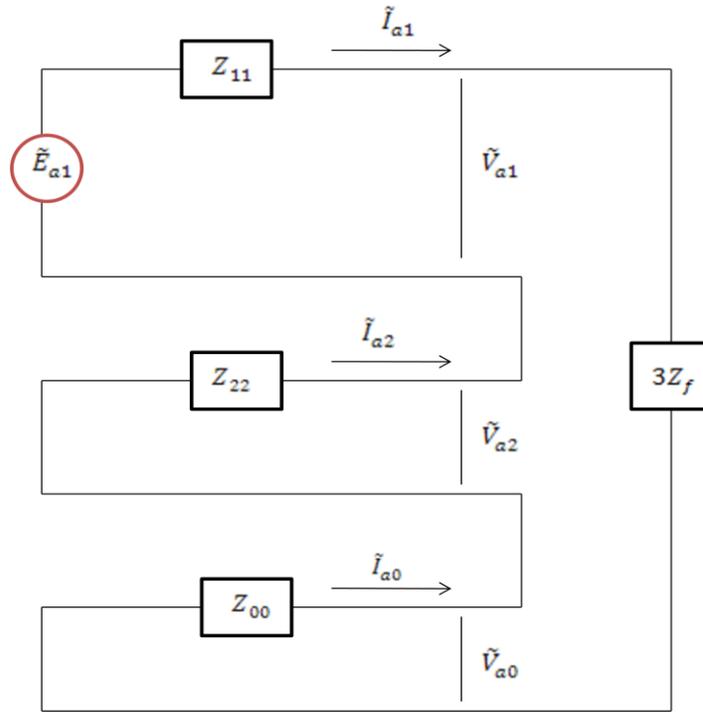


Figura 3.8 Conexión de los circuitos de secuencia positiva, negativa y cero para el caso de una falla monofásica a tierra a través de una impedancia

Generalmente, la impedancia Z_f se debe a que la falla a tierra se establece a través de un arco eléctrico, que constituye una impedancia resistiva. Del circuito equivalente de la figura 3.8 se deduce:

$$\tilde{I}_{a1} = \tilde{I}_{a2} = \tilde{I}_{a0} = \frac{\tilde{E}_{a1}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00} + 3Z_f}$$

$$\tilde{V}_{a1} = \tilde{E}_{a1} - Z_{11}\tilde{I}_{a1}$$

$$\tilde{V}_{a2} = -Z_{22}\tilde{I}_{a2}$$

$$\tilde{V}_{a0} = -Z_{00}\tilde{I}_{a0}$$

$$\tilde{V}_{a1} + \tilde{V}_{a2} + \tilde{V}_{a0} = 3Z_f\tilde{I}_{a1}$$

A partir de las componentes simétricas las corrientes de fase y los voltajes al neutro pueden calcularse de la siguiente forma:

$$\tilde{I}_a = \tilde{I}_{a1} + \tilde{I}_{a2} + \tilde{I}_{a0} = \frac{3\tilde{E}_{a1}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00} + 3Z_f}$$

$$\tilde{I}_b = 0, \tilde{I}_c = 0$$

$$\tilde{V}_a = \tilde{V}_{a1} + \tilde{V}_{a2} + \tilde{V}_{a0} = 3Z_f \tilde{I}_{a1}$$

$$\tilde{V}_b = \left[\frac{(a^2 - a)Z_{22} + (a^2 - 1)Z_{00}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00} + 3Z_f} \right] \tilde{E}_{a1}$$

$$\tilde{V}_c = \left[\frac{(a - a)Z_{22} + (a - 1)Z_{00}}{Z_{11} + Z_{22} + Z_{00} + 3Z_f} \right] \tilde{E}_{a1}$$

3.3.1.3 Falla trifásica

En la figura 3.9 se representa una falla trifásica que pone en cortocircuito las tres fases de la línea de transmisión. En este caso la falla no introduce ningún desequilibrio en el sistema trifásico y por tanto no existen corrientes ni voltajes de secuencia negativa ni de secuencia cero, independientemente de que la falla trifásica esté conectada a tierra o no. Todas las cantidades que intervienen en el cálculo son de secuencia positiva.

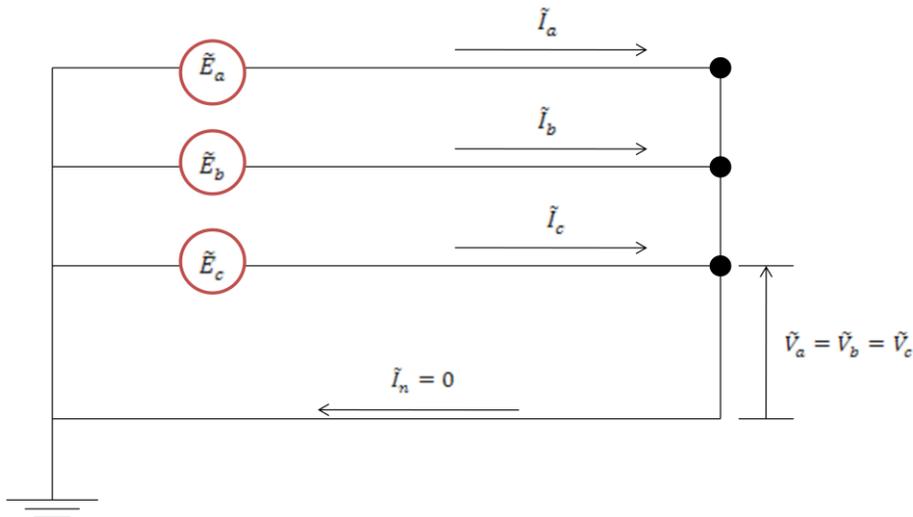


Figura 3.9 Falla trifásica

En el punto de falla se verifica que

$$\tilde{I}_a + \tilde{I}_b + \tilde{I}_c = 0 \quad \tilde{I}_b = a^2 \tilde{I}_a \quad \tilde{I}_c = a \tilde{I}_a$$

$$\tilde{V}_a = \tilde{V}_b = \tilde{V}_c = 0$$

Las ecuaciones que definen el comportamiento del circuito trifásico en función de las componentes simétricas se reducen en este caso a

$$\tilde{E}_{a1} - \tilde{V}_{a1} = Z_{11} \tilde{I}_{a1}$$

$$-\tilde{V}_{a2} = Z_{22} \tilde{I}_{a2} = 0$$

$$-\tilde{V}_{a0} = Z_{00} \tilde{I}_{a0} = 0$$

En el punto de falla se tienen las siguientes relaciones entre las cantidades de fase y sus componentes simétricas.

$$\tilde{I}_{a1} = \frac{1}{3}(\tilde{I}_a + a\tilde{I}_b + a^2\tilde{I}_c) = \frac{1}{3}(\tilde{I}_a + a^3\tilde{I}_a + a^3\tilde{I}_a) = \tilde{I}_a$$

$$\tilde{V}_{a1} = \frac{1}{3}(\tilde{V}_a + a\tilde{V}_b + a^2\tilde{V}_c) = 0$$

Las condiciones impuestas por la falla trifásica se satisfacen conectando el circuito de secuencia positiva como se muestra en la figura 3.10.

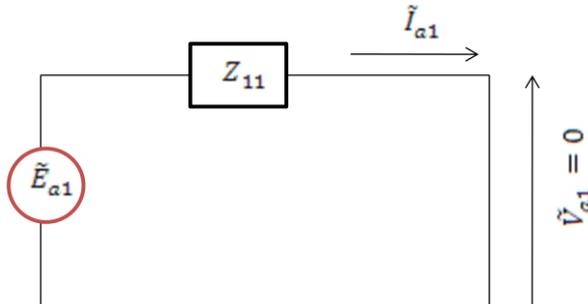


Figura 3.10 Conexión del circuito de secuencia positiva para el caso de una falla trifásica

En el circuito de la figura 3.10 se verifica que

$$\tilde{I}_{a1} = \frac{\tilde{E}_{a1}}{Z_{11}}$$

Como $\tilde{I}_{a2} = \tilde{I}_{a0} = 0$, se tiene que

$$\tilde{I}_a = \tilde{I}_{a1}$$

$$\tilde{I}_b = a^2\tilde{I}_{a1}$$

$$\tilde{I}_c = a\tilde{I}_{a1}$$

$$\tilde{V}_a = \tilde{V}_{a1} = 0$$

$$\tilde{V}_b = a^2\tilde{V}_{a1} = 0$$

$$\tilde{V}_c = a\tilde{V}_{a1} = 0$$

3.4 Análisis de flujos en un sistema eléctrico

El flujo de potencia es la denominación que se da a la solución de estado estacionario de un sistema de potencia bajo ciertas condiciones preestablecidas de generación, carga y topología de la red. Los análisis de flujos de potencia consisten en obtener las condiciones de operación en régimen permanente de un sistema de energía eléctrica, más concretamente dados los consumos en cada nodo, y la potencia generada por los generadores, se trata de encontrar los voltajes en los nodos y los flujos de potencia por las líneas y los transformadores. En la operación diaria, constituye la base del análisis de seguridad del sistema, los análisis de flujos de carga, los que se ejecutan periódicamente para identificar posibles problemas de sobrecargas o voltajes inaceptables, como consecuencia del crecimiento de la carga o cuando ocurre algún cambio brusco en la topología de la red. En la planificación permite simular el estado en que se encontrarían los distintos escenarios que se estén analizando ante una demanda estimada. Los análisis de los flujos de potencia son de gran importancia en la planificación y diseño de los futuros proyectos de expansión del sistema de potencia como también en la determinación de las mejores condiciones de operación de los sistemas ya existentes.

En el estudio de los flujos de potencia se tiene en cuenta la magnitud y el ángulo de fase del voltaje en cada barra, la potencia activa y reactiva que fluyen en cada línea. Cada estudio de flujos de potencia se realiza para una condición de carga determinada y un determinado plan de generación y de conexión de la red de transmisión. Las cargas se representan como una extracción de potencia real y reactiva fija, independientemente del voltaje. Para todos los generadores menos uno se especifica un módulo de voltaje determinado, correspondiente al voltaje en las terminales del generador, que se mantiene constante por la acción del regulador de voltaje y una generación de potencia real que corresponde al programa de generación establecido.

En uno de los generadores se especifica únicamente el ángulo y el módulo del voltaje terminal. Con cada bus o barra del sistema pueden asociarse cuatro cantidades: el módulo del voltaje, el ángulo del voltaje y las potencias real y reactiva inyectadas por los generadores o sustraídas por las cargas. Por tanto, las barras pueden clasificarse en tres grupos, de acuerdo con las cantidades que se conocen al iniciar el estudio y las que se desconocen y deben calcularse.

Estos tres tipos de barras son:

- Barras de carga, donde se conoce la potencia real y la potencia reactiva sustraídas y debe calcularse el módulo y el argumento del voltaje.

- Barras de generación, en las que se conoce el módulo del voltaje y la potencia real inyectada por el generador y debe calcularse el ángulo del voltaje y la potencia reactiva suministrada por el generador. Una barra de generación en la que se especifica el módulo y el ángulo del voltaje (este último se toma generalmente igual a cero) y debe calcularse la potencia real y la potencia reactiva suministrada por ese generador.
- Desde luego, puede haber barras que sean al mismo tiempo de carga y de generación, y otras que correspondan a puntos de interconexión del sistema que no tienen ni carga ni generación, pueden considerarse como barras de carga con carga igual a cero.

La solución de un flujo de potencia consiste en calcular, en primer lugar, el módulo y el argumento de los voltajes de todas las barras donde no se conoce, lo que permite calcular después los flujos de potencia real y reactiva en todas las ramas de la red, las pérdidas reales y reactivas en la red, la potencia real y reactiva producida por el generador en el que se especificó únicamente el módulo y el argumento del voltaje y la potencia reactiva generada por los otros generadores.

3.4.1 Planteamiento de las ecuaciones de flujo de potencia

La mayor parte de los métodos para resolver el problema de flujos de potencia se basa en las ecuaciones nodales de la red. La forma general de las ecuaciones nodales para un sistema de $n+1$ nodos mayores, uno de los cuales, el neutro, se tome como referencia para los voltajes, es la siguiente:

$$\bar{Y}_{11}\tilde{V}_1 + \bar{Y}_{12}\tilde{V}_2 + \cdots + \bar{Y}_{1k}\tilde{V}_k + \cdots + \bar{Y}_{1n}\tilde{V}_n = \bar{I}_1$$

$$\bar{Y}_{21}\tilde{V}_1 + \bar{Y}_{22}\tilde{V}_2 + \cdots + \bar{Y}_{2k}\tilde{V}_k + \cdots + \bar{Y}_{2n}\tilde{V}_n = \bar{I}_2$$

$$\bar{Y}_{k1}\tilde{V}_1 + \bar{Y}_{k2}\tilde{V}_2 + \cdots + \bar{Y}_{kk}\tilde{V}_k + \cdots + \bar{Y}_{kn}\tilde{V}_n = \bar{I}_k$$

$$\bar{Y}_{n1}\tilde{V}_1 + \bar{Y}_{n2}\tilde{V}_2 + \cdots + \bar{Y}_{nk}\tilde{V}_k + \cdots + \bar{Y}_{nn}\tilde{V}_n = \bar{I}_n$$

Las fuentes de corriente que aparecen en las ecuaciones anteriores y que representan los generadores y las cargas pueden expresarse en función de la potencia real y reactiva en por unidad, inyectadas o sustraídas en cada punto de unión. Por ejemplo:

$$\bar{I}_k = \left(\frac{\bar{P}_k + j\bar{Q}_k}{\tilde{V}_k} \right)^* = \frac{\bar{P}_k - j\bar{Q}_k}{\tilde{V}_k^*}$$

Y la ecuación correspondiente queda:

$$\bar{Y}_{k1}\tilde{V}_1 + \bar{Y}_{k2}\tilde{V}_2 + \cdots + \bar{Y}_{kk}\tilde{V}_k + \cdots + \bar{Y}_{kn}\tilde{V}_n = \frac{\bar{P}_k - j\bar{Q}_k}{\tilde{V}_k^*} \quad (3.4.1)$$

En las barras de carga donde se conoce la potencia real y reactiva, la ecuación 3.4.1 puede establecerse directamente.

En las barras de generación, donde se especifica la potencia real generada y el módulo del voltaje terminal del generador, es necesario expresar la potencia reactiva en función de los voltajes y las admitancias de la red.

El problema consiste en determinar los voltajes, el módulo y argumento, en todas las barras resolviendo el sistema de n ecuaciones simultáneas de la forma de la ecuación 3.4.1

Este es un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales, por lo que se recurre a métodos iterativos para obtener la solución.

Una vez conocidos todos los voltajes de los nodos, pueden calcularse los flujos de corriente en todas las ramas de la red, cuyas admitancias son conocidas y los flujos de potencia real y reactiva.

3.4.2 Solución de las ecuaciones de flujo de potencia por el método de Newton-Raphson

La potencia compleja inyectada o sustraída en una barra cualquiera k de un sistema de n barras, puede expresarse, partiendo de la ecuación 3.1, de la siguiente forma:

$$\bar{P}_k - j\bar{Q}_k = \widetilde{V}_k^* \sum_{m=1}^n \bar{Y}_{km} \widetilde{V}_m \quad (3.4.2)$$

Los voltajes y las admitancias pueden expresarse de la siguiente forma, usando coordenadas rectangulares:

$$\widetilde{V}_k = \bar{e}_k + j\bar{f}_k$$

$$\widetilde{V}_m = \bar{e}_m + j\bar{f}_m$$

$$\bar{Y}_{km} = \bar{G}_{km} - j\bar{B}_{km}$$

Sustituyendo esas expresiones en la ecuación 3.2

$$\bar{P}_k - j\bar{Q}_k = \bar{e}_k + j\bar{f}_k \sum_{m=1}^n (\bar{G}_{km} - j\bar{B}_{km}) (\bar{e}_m + j\bar{f}_m)$$

La potencia real o activa \bar{P}_k es igual a la parte real de la expresión anterior y la potencia reactiva \bar{Q}_k es igual a la parte imaginaria multiplicada por -1.

$$\bar{P}_k = \sum_{m=1}^n [\bar{e}_k(\bar{e}_m \bar{G}_{km} + \bar{f}_m \bar{B}_{km}) + \bar{f}_k(\bar{f}_m \bar{G}_{km} - \bar{e}_m \bar{B}_{km})] \quad (3.4.3)$$

$$\bar{Q}_k = \sum_{m=1}^n [\bar{f}_k(\bar{e}_m \bar{G}_{km} + \bar{f}_m \bar{B}_{km}) - \bar{e}_k(\bar{f}_m \bar{G}_{km} - \bar{e}_m \bar{B}_{km})] \quad (3.4.4)$$

El problema de flujos de potencia consiste en resolver dos ecuaciones simultaneas no lineales para cada barra, de manera que si el sistema tiene n barras resulta un sistema de $2n$ ecuaciones. Recordemos que se tienen en total $2n$ incógnitas, 2 por barra, en la siguiente forma:

- a) En las barras de carga, donde se especifica la potencia real y reactiva sustraídas, las incógnitas son el módulo y el argumento del voltaje de la barra;
- b) En las barras de generación, donde se especifica la potencia real inyectada por el generador y el módulo del voltaje de la barra, las incógnitas son la potencia reactiva suministrada por el generador y el ángulo de voltaje;
- c) En una barra suelta, en la que se especifica el módulo y el argumento del voltaje, las incógnitas son la potencia real y la potencia reactiva suministradas por ese generador.

Para exponer la aplicación del método de Newton-Raphson a la solución del sistema de ecuaciones 3.4.3 y 3.4.4, supóngase que se tiene un sistema de tres ecuaciones algebraicas simultáneas no lineales.

$$y_1 = f_1(x_1, x_2, x_3)$$

$$y_2 = f_2(x_1, x_2, x_3)$$

$$y_3 = f_3(x_1, x_2, x_3)$$

Se conocen los valores de y_1, y_2, y_3 y se deben calcular los valores de x_1, x_2, x_3 que satisfacen el sistema de ecuaciones.

Se hace una estimación inicial de las incógnitas. Esos valores iniciales se representan con los símbolos

$$x_1^0, x_2^0 \text{ y } x_3^0$$

Esta primera aproximación no satisfará, en general, las ecuaciones. Llamamos $\Delta x_1^0, \Delta x_2^0$ y Δx_3^0 a las cantidades que hay que sumarle a los valores inicialmente supuestos de las variables para que el sistema de ecuaciones se verifique. En consecuencia puede escribirse

$$y_1 = f_1(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, x_3^0 + \Delta x_3^0)$$

$$y_2 = f_2(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, x_3^0 + \Delta x_3^0)$$

$$y_3 = f_3(x_1^0 + \Delta x_1^0, x_2^0 + \Delta x_2^0, x_3^0 + \Delta x_3^0)$$

Recuérdese ahora que cualquier función de x que tenga derivadas de todos los órdenes en el punto $x = x_1$ puede expresarse como una serie de Taylor, de la siguiente forma:

$$f(x) = f(x_1) + f'(x_1)(x - x_1) + \frac{f''(x_1)}{2!}(x - x_1)^2 + \dots + \frac{f^n(x_1)}{n!}(x - x_1)^n + \dots$$

Aplicando la expansión en una serie de Taylor al caso de tres ecuaciones simultaneas en función de tres variables, tomando los dos primeros términos de la serie y despreciando el resto, lo que puede hacerse cometiendo un error despreciable si la primera estimación de las variables está próxima a la solución exacta, o sea, si las Δx son pequeñas, se tienen las siguientes ecuaciones:

$$y_1 = f_1(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_0 \Delta x_1^0 + \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_0 \Delta x_2^0 + \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right|_0 \Delta x_3^0$$

$$y_2 = f_2(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_0 \Delta x_1^0 + \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_0 \Delta x_2^0 + \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \right|_0 \Delta x_3^0$$

$$y_3 = f_3(x_1^0, x_2^0, x_3^0) + \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \right|_0 \Delta x_1^0 + \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \right|_0 \Delta x_2^0 + \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \right|_0 \Delta x_3^0$$

Las derivadas parciales en las expresiones anteriores se evalúan para la primera aproximación de las incógnitas, o sea para x_1^0, x_2^0 y x_3^0 , respectivamente.

Utilizando la notación matricial, las ecuaciones anteriores se expresan como sigue:

$$\begin{bmatrix} y_1 - f_1(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \\ y_2 - f_2(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \\ y_3 - f_3(x_1^0, x_2^0, x_3^0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_3} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_3} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1^0 \\ \Delta x_2^0 \\ \Delta x_3^0 \end{bmatrix} \quad (3.4.5)$$

La matriz de las derivadas parciales se llama matriz jacobiana.

Usando una notación abreviada la ecuación 3.4.5 puede escribirse:

$$[y - f^0] = [J^0][\Delta x^0]$$

En principio, al resolver la ecuación 3.4.5 para $\Delta x_1^0, \Delta x_2^0$ y Δx_3^0 se tiene la solución del problema. Utilizando un método de solución matricial

$$[\Delta x^0] = [J^0]^{-1}[y - f^0] \quad (3.4.6)$$

Sin embargo, como se hicieron algunas simplificaciones al desarrollar el procedimiento, no se tendrá el resultado exacto.

En el método de Newton-Raphson los valores calculados de $\Delta x_1^0, \Delta x_2^0$ y Δx_3^0 se utilizan para calcular nuevos valores de:

$$x'_1 = x_1^0 + \Delta x_1^0$$

$$x'_2 = x_2^0 + \Delta x_2^0$$

$$x'_3 = x_3^0 + \Delta x_3^0$$

Y realizar una nueva iteración. El proceso iterativo se continúa hasta que dos valores sucesivos de Δx_n en menos que una tolerancia especificada. En principio habrá que evaluar en cada iteración los elementos de la matriz jacobiana. Sin embargo, si los Δx_n cambian poco de una iteración a otra, esa nueva evaluación puede hacerse al cabo de cierto número de iteraciones.

Se aplicará ahora el método de Newton-Raphson a la solución de las ecuaciones 3.4.3 y 3.4.4

Supóngase primero, que con excepción de la barra suelta, donde se define en forma completa el voltaje en módulo y argumento, en todas las demás barras se conoce la potencia real y reactiva inyectada por los generadores y sustraída por las cargas y se debe calcular la componente real y la componente imaginaria del voltaje correspondiente.

Si el sistema tiene n barras, el número de ecuaciones simultáneas es $2(n - 1)$, ya que por cada barra se establecen dos ecuaciones, pero debe descontarse la barra suelta donde se conoce en forma completa el voltaje.

En forma similar a la ecuación 3.4.5 pueden escribirse las siguientes $2(n - 1)$ ecuaciones

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P}_1^0 \\ \Delta \bar{P}_{n-1}^0 \\ \Delta \bar{Q}_1^0 \\ \Delta \bar{Q}_{n-1}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \bar{e}_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \bar{e}_{n-1}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \bar{f}_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{P}_1}{\partial \bar{f}_{n-1}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \bar{P}_{n-1}}{\partial \bar{e}_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{P}_{n-1}}{\partial \bar{e}_{n-1}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{P}_{n-1}}{\partial \bar{f}_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{P}_{n-1}}{\partial \bar{f}_{n-1}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \bar{Q}_1}{\partial \bar{e}_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{Q}_1}{\partial \bar{e}_{n-1}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{Q}_1}{\partial \bar{f}_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{Q}_1}{\partial \bar{f}_{n-1}} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial \bar{Q}_{n-1}}{\partial \bar{e}_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{Q}_{n-1}}{\partial \bar{e}_{n-1}} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{Q}_{n-1}}{\partial \bar{f}_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial \bar{Q}_{n-1}}{\partial \bar{f}_{n-1}} \right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{e}_1^0 \\ \Delta \bar{e}_{n-1}^0 \\ \Delta \bar{f}_1^0 \\ \Delta \bar{f}_{n-1}^0 \end{bmatrix} \quad (3.4.7)$$

Usando la notación matricial abreviada, las ecuaciones anteriores pueden escribirse como sigue:

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{P}^0 \\ \Delta \bar{Q}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_1^0 & \bar{J}_2^0 \\ \bar{J}_3^0 & \bar{J}_4^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{e}^0 \\ \Delta \bar{f}^0 \end{bmatrix}$$

Los términos $\Delta \bar{P}^0$ y $\Delta \bar{Q}^0$ son la diferencia entre las potencias reales y reactivas especificadas en cada barra y las calculadas con las ecuaciones 3.4.3 y 3.4.4 usando la estimación inicial de las componentes real y reactiva de los voltajes.

$$\Delta \bar{P}_k^0 = \bar{P}_k - \sum_{m=1}^n [\bar{e}_k^0 (\bar{e}_m^0 \bar{G}_{km} + \bar{f}_m^0 \bar{B}_{km}) + \bar{f}_k^0 (\bar{f}_m^0 \bar{G}_{km} - \bar{e}_m^0 \bar{B}_{km})]$$

$$\Delta \bar{Q}_k^0 = \bar{Q}_k - \sum_{m=1}^n [\bar{f}_k^0 (\bar{e}_m^0 \bar{G}_{km} + \bar{f}_m^0 \bar{B}_{km}) + \bar{e}_k^0 (\bar{f}_m^0 \bar{G}_{km} - \bar{e}_m^0 \bar{B}_{km})]$$

El valor inicial de la matriz jacobiana se calcula a partir de las derivadas parciales de las ecuaciones 3.4.3 y 3.4.4, sustituyendo en ellas las estimaciones iniciales de las componentes real y reactiva de los voltajes.

Una vez calculados los términos $\Delta \bar{P}^0$ y $\Delta \bar{Q}^0$ y de la matriz jacobiana $[\bar{J}^0]$ correspondientes a la estimación inicial de los voltajes, los términos $\Delta \bar{e}^0$ y $\Delta \bar{f}^0$, que representan el incremento o decremento a la componente real y reactiva de la estimación inicial de los voltajes, se calculan invirtiendo la matriz jacobiana en forma similar a lo indicado por la ecuación 3.6.

$$\begin{bmatrix} \Delta \bar{e}^0 \\ \Delta \bar{f}^0 \end{bmatrix} = [\bar{J}^{-1}] \begin{bmatrix} \Delta \bar{P}^0 \\ \Delta \bar{Q}^0 \end{bmatrix}$$

A partir de los términos $\Delta\bar{e}^0$ y $\Delta\bar{f}^0$ se calculan los nuevos valores de las componentes real y reactiva de los voltajes de los buses. Por ejemplo:

$$\bar{e}_k^1 = \bar{e}_k^0 + \Delta\bar{e}_k^0$$

$$\bar{f}_k^1 = \bar{f}_k^0 + \Delta\bar{f}_k^0$$

Estos nuevos valores de los voltajes se utilizan para calcular las potencias reales y reactivas en cada barra, utilizando las ecuaciones 3.4.3 y 3.4.4 y los elementos de la matriz jacobiana para la siguiente iteración. El proceso iterativo se concluye cuando las diferencias entre las potencias reales y reactivas especificadas y las calculadas $\Delta\bar{P}^h$ y $\Delta\bar{Q}^h$ son menores que una cantidad especificada.

Considérese ahora el caso en que algunas barras de generación, no se especifica la potencia real y reactiva, sino la potencia real y el modulo del voltaje. Para este tipo de barras se establecen dos ecuaciones por barra de la siguiente forma:

$$\bar{P}_k = \sum_{m=1}^n [\bar{e}_k(\bar{e}_m\bar{G}_{km} + \bar{f}_m\bar{B}_{km}) + \bar{f}_k(\bar{f}_m\bar{G}_{km} - \bar{e}_m\bar{B}_{km})]$$

$$\bar{V}_k^2 = \bar{e}_k^2 + \bar{f}_k^2$$

La ecuación matricial correspondiente a las $2(n - 1)$ ecuaciones será de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \Delta\bar{P} \\ \Delta\bar{Q} \\ \bar{V}_k^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{J}_1 & \bar{J}_2 \\ \bar{J}_3 & \bar{J}_4 \\ \bar{J}_5 & \bar{J}_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\bar{e} \\ \Delta\bar{f} \end{bmatrix}$$

El método de Newton-Raphson para obtener la solución de las ecuaciones de flujos de potencia es complicado, pero converge más rápidamente y en consecuencia requiere menos tiempo de computadora para alcanzar la solución.

3.5 Potencia característica de una línea de transmisión

Teniendo en cuenta las siguientes ecuaciones¹:

$$\tilde{V} = \tilde{V}_R \cosh \sqrt{\frac{z}{z_1}} l + \tilde{I}_R \sqrt{zz_1} \sinh \sqrt{\frac{z}{z_1}} l \quad (3.5.1)$$

$$\tilde{I} = \tilde{I}_R \cosh \sqrt{\frac{z}{z_1}} l + \tilde{V}_R \frac{1}{\sqrt{zz_1}} \sinh \sqrt{\frac{z}{z_1}} l \quad (3.5.2)$$

Que dan el valor del voltaje y de la corriente en un punto de la línea a una distancia l del extremo receptor, en función de la impedancia en serie por unidad de longitud (z), la impedancia en paralelo por unidad de longitud (z_1), voltaje y corriente en el extremo receptor, donde el término:

$$\sqrt{zz_1} = z_c$$

Se llama impedancia característica de la línea.

Si se desprecia la resistencia en serie de la línea y se considera infinita la resistencia de aislamiento, la impedancia característica se puede expresar como:

$$z_c = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Donde z_c es función únicamente de la inductancia y la capacitancia de la línea y tiene dimensiones de una resistencia.

El término:

$$\sqrt{\frac{z}{z_1}} = \gamma$$

Se le llama constante de propagación.

Sustituyendo γ y z_c en las ecuaciones 3.5.1 y 3.5.2, obtenemos:

¹ Análisis de líneas de transmisión en régimen permanente equilibrado, Redes Eléctricas, tomo I, Jacinto Viqueira Landa

$$\tilde{V} = \tilde{V}_R \cosh \gamma l + \tilde{I}_R z_c \sinh \gamma l$$

$$\tilde{I} = \tilde{I}_R \cosh \gamma l + \tilde{V}_R \frac{1}{z_c} \sinh \gamma l$$

Dividiendo el voltaje entre la corriente, se tendrá la impedancia en un punto de la línea a una distancia l del extremo receptor.

$$z = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}} = \frac{\tilde{V}_R \cosh \gamma l + \tilde{I}_R z_c \sinh \gamma l}{\tilde{I}_R \cosh \gamma l + \tilde{V}_R \frac{1}{z_c} \sinh \gamma l}$$

$$z = \frac{\tilde{I}_R \cosh \gamma l \left(\frac{\tilde{V}_R}{\tilde{I}_R} + z_c \frac{\sinh \gamma l}{\cosh \gamma l} \right)}{\frac{\tilde{I}_R}{z_c} \cosh \gamma l \left(\frac{\tilde{V}_R \sinh \gamma l}{\tilde{I}_R \cosh \gamma l} + z_c \right)}$$

Teniendo que la impedancia conectada al final de la línea es:

$$z_R = \frac{\tilde{V}_R}{\tilde{I}_R}$$

Se obtiene la impedancia en cualquier punto de la línea:

$$z = z_c \frac{z_R + z_c \tanh \gamma l}{z_c + z_R \tanh \gamma l} \quad (3.5.3)$$

Si la impedancia conectada al final de la línea es igual a la impedancia característica de la línea, o sea, si

$$z_R = z_c$$

La ecuación 3.5.3 queda:

$$z = z_c$$

O sea que la impedancia es constante en cualquier punto de la línea y es, además, puramente resistiva. Para este caso, la potencia reactiva producida por la capacidad en derivación es igual a la potencia reactiva absorbida por la inductancia en serie.

La impedancia característica de las líneas aéreas con un conductor por fase es del orden de 400 ohms y con dos conductores por fase de 300 ohms.

La potencia consumida en el extremo receptor, si se tiene conectada una carga igual a la impedancia característica, es:

$$P_c = \frac{V^2}{Z_c}$$

Donde:

P_c potencia natural o característica trifásica (*surge impedance loading: SIL*)

V voltaje entre fases en el extremo receptor.

Z_c impedancia característica de la línea.

Para las líneas aéreas con un conductor por fase:

$$P_c = \frac{(kV)^2 \times 1000^2}{400 \times 1000} = 2.5(kV)^2 [kW]$$

Para líneas aéreas con dos conductores por fase:

$$P_c = \frac{(kV)^2 \times 1000^2}{300 \times 1000} = 3.3(kV)^2 [kW]$$

La potencia característica depende, prácticamente, sólo del voltaje (suponiendo la impedancia característica puramente resistiva).

Si la carga conectada a la línea es mayor que la potencia característica, se verifica que:

$$Q_G - Q_R > 0$$

O sea que la línea absorbe potencia reactiva y se comporta, por tanto, como una inductancia.

Si la carga conectada a la línea es menor que la potencia característica, se verifica que:

$$Q_G - Q_R < 0$$

O sea que la línea suministra potencia reactiva y se comporta, por tanto, como un condensador.

En general las líneas aéreas se diseñan para transmitir una carga máxima mayor que su potencia característica.

Sin embargo, en líneas aéreas muy largas la caída de voltaje en la inductancia en serie aumenta muy rápidamente cuando la carga transmitida es mayor que la potencia característica. Por otra parte el ángulo Δ entre el voltaje receptor y el voltaje generador aumenta también de una manera muy rápida; para una línea de 500 km es del orden de 30° . Si a ese ángulo se le añaden los ángulos internos de los generadores y transformadores se puede llegar a valores de Δ que pongan en peligro la estabilidad del sistema. Lo anterior y

consideraciones de tipo económico hacen que las líneas muy largas se diseñen para trabajar alrededor de la potencia característica.