



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA
División de Ciencias de la Tierra

**CARACTERIZACIÓN GEOFÍSICA
SOMERA DE LA ISLA DE
JARÁCUARO, MICHOACÁN**

T É S I S

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO GEOFÍSICO

PRESENTA:

ABEL HERNÁNDEZ TADEO

DIRECTOR DE TESIS:

M.C. GERARDO CIFUENTES NAVA



CIUDAD UNIVERSITARIA MÉXICO D.F., 2014

Agradecimientos

A la **Facultad de ingeniería** de la **Universidad Nacional Autónoma de México** por haberme brindado la oportunidad de formarme como profesional, por dejarme formar parte de esa gran casa de estudios.

A mi director de tesis **M.C. Gerardo Cifuentes Nava** por su gran apoyo brindado durante el desarrollo de este trabajo, y por creer en mi capacidad profesional.

A mi gran amigo **M.C. Esteban Hernández** por haber mostrado siempre una disponibilidad muy grande para compartir sus conocimientos y su tiempo en momentos de ayuda académica.

Al **Dr. Andrés Tejero Andrade, Dr. René Chávez Segura, M.C. Esteban Hernández, e Ing. Alejandro García Serrano**, por sus recomendaciones para mejorar este trabajo.

Al **Dr. Víctor Hugo Garduño** de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo por invitarnos a colaborar en su proyecto de investigación en paleosismología.

A mis profesores de la Facultad de ingeniería, **Ing. Miguel A. Vera, M.C. Ricardo Castrejon, Ing. Luis C. Segovia** entre otros por compartir sus conocimientos y experiencia durante mi formación académica.

Muchas gracias...

Dedicatoria

A mis padres

Luisa Tadeo por todo su amor y cariño incondicional y por todo el apoyo en cada momento de mi vida, por cuidarme siempre, por su lucha incansable para que cada día seamos mejores hijos, por haber creído en mí siempre aun en los tiempos difíciles durante mi carrera profesional.

Olegario Hernández por todo su amor y paciencia, por complacer siempre mis caprichos de mi vida, por todos sus consejos y orientaciones, por la confianza que mostro en mí durante mi difícil etapa universitaria.

A mis hermanos

Francisco Hernández, Gabriela Hernández, Esther Hernández por estar siempre ahí apoyándome, dando su mejor esfuerzo para que yo lograra hacer realidad este sueño.

A mi bisabuela

Chepita Tapia por haber sido su nieto consentido, por haberme brindado su cariño en mi infancia, por aguantarme mis berrinches, por haberme cuidado como a un hijo, por todo esto se que ella ahora está con dios y vivirá por siempre en mi memoria.

A mis tíos

Martina Hernández y Alberto por mostrarme siempre un gran cariño y aprecio a lo largo de estos años.

A mis amigos

Alina Morones, Ana Belén, Ismael Rocha, Crescencio Martínez, Héctor Octavio Contreras, Diego Quiroz, Thalía Avilés, Bibiana Guzmán, Edith Capi, José Piña, Guido L. Zuastegui, Alberto Razo, Rosario, Ángel Galicia, Fernando, Eunice, Diana y Roger por su amistad, su confianza y apoyo en cada momento y a todos mis amigos que se me olvidaron, pero que debería estar aquí.

ÍNDICE

Resumen.....	6
CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN.....	7
I.1 Introducción.....	7
I.2 Objetivo.....	8
I.3 Hipótesis.....	8
CAPÍTULO II. DESCRIPCIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO.....	9
II.1 Localización del área de estudio.....	9
II.2 Estratigrafía de la Isla de Jarácuaro.....	10
II.3 Geología de la cuenca de Pátzcuaro.....	12
II.3 Marco tectónico.....	13
CAPÍTULO III. FUNDAMENTOS DE TRE Y GPR.....	14
III.1 Tomografía de resistividad eléctrica (TRE).....	14
III.1.1 Introducción.....	14
III.1.2 Teoría fundamental.....	15
III.1.2.1 Fuente puntual en un semiespacio.....	16
III.1.3 Concepto de resistividad aparente.....	19
III.1.4 Dispositivos empleados en el método resistividad.....	21
III.1.4.1 Dispositivo Wenner-Schlumberger.....	24
III.1.5 Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE).....	25
III.1.6 Teoría de Inversión de datos TRE.....	28
III.2 Radar de penetración terrestre (GPR).....	30
III.2.1 Introducción.....	30
III.2.2 Propiedades electromagnéticas de las rocas.....	31
III.2.3 Teoría fundamental.....	36
III.2.3.1 Ecuación de onda electromagnética.....	38

III.2.3.7 Propagación de ondas electromagnéticas en medios disipativos.....	39
III.2.3.8 Coeficiente de reflexión.....	42
III.2.4 Ecuación de radar de penetración terrestre GPR.....	43
III.2.5 Técnicas de adquisición de datos.....	46
III.2.6 Rango de frecuencias y resolución del GPR.....	48
III.2.7 Componentes de un equipo georadar.....	49
III.2.8 Características del equipo de radar SIR 3000.....	53
IV. ADQUISICIÓN Y PROCESAMIENTO DE LOS DATOS.....	54
IV.1 Adquisición de datos de TRE y GPR.....	54
IV.2 Adquisición de datos TRE.....	54
IV.3 Adquisición de datos GPR.....	57
IV.4 Procesamiento de datos TRE.....	58
IV.5 Procesamientos de datos GPR.....	63
CAPÍTULO V. INTERPRETACIÓN DE LOS MODELOS GEOFÍSICOS.....	72
V.1 Modelos de TRE y GPR zona Oeste (W) de Jarácuaro.....	72
V.2 Modelos de TRE y GPR zona Sur (S) de Jarácuaro.....	77
V.3 Modelos de TRE zona Oeste (W) y Sur (S) de Jarácuaro.....	84
CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES.....	88
REFERENCIAS.....	91

Caracterización Geofísica somera de la isla de Jarácuaro Michoacán

Resumen

La isla de Jarácuaro se ubica en el municipio de Pátzcuaro, en el estado de Michoacán. Al paso del tiempo ha sido afectada su geología estructural debido a las fallas activas que cruzan en la isla en dirección E-W. Para poder caracterizar las anomalías presentes en las secuencias estratigráficas lacustres de esta, provocadas por fallas, se emplean dos métodos geofísicos con el objetivo de encontrar áreas potenciales para estudios de paleosismología.

El estudio se llevó a cabo en la parte oeste y sur de de la isla de Jarácuaro, en ambas zonas se realizó un levantamiento de dos perfiles de Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) con dispositivo Wenner-Schlumberger con separación de electrodos de 10 y 2 m y se obtuvo un perfil de Radar Penetración Terrestre (GPR) con una antena de 270 MHz para cada zona. Los datos obtenidos con ambos métodos geofísicos son procesados e interpretados para ubicar las anomalías. Las secciones de TRE pudieron caracterizar las posibles fallas muy cerca de la superficie y algunas por debajo de 5 m de profundidad; por otro parte las secciones de GPR permitieron visualizar en alta resolución a una profundidad de 4.6 m la secuencia estratigráfica del terreno así como la geometría de las fallas que cortan a las secuencias. Las trincheras realizadas en la isla previos a este estudio muestran efectivamente las fracturas y deformaciones en la estratificación lo que es posible apreciar aún mejor en las secciones de radar.

CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

1.1 Introducción

En la isla de Jarácuaro se han realizado estudios de geología estructural que indican que ha sido afectada por la franja de fallas activas Morelia-Acambay, donde se pudo cartografiar un graben que generó el alzamiento del borde norte de la isla, ocupadas por secuencias lacustres de facies más profundas (*Israde-Alcantara et al, 2005 En: Garduño et al., 2009*).

Así que el efecto provocado por la franja de fallas que cruzan la isla, se consideran potencialmente sísmicas, por lo que los estudios de paleosismología son imprescindibles para caracterizar la recurrencia, posibles magnitudes y el comportamiento de las fallas en el corto y largo plazo. Los eventos sísmicos prehistóricos e históricos pueden ser estudiados través de rupturas cosísmicas (fallas), efectos de sitio, de derrumbes (calculo de volúmenes) y en secuencias lacustres como es el caso de este estudio.

Sin embargo la Paleosismología también puede apoyarse en otras herramientas como los métodos geofísicos. El presente trabajo tiene como objetivó principal corroborar con un estudio de paleosismología en la isla de Jarácuaro implementado los métodos geofísicos como la Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) y el Radar de Penetración Terrestre (GPR) a fin de poder caracterizar las rupturas cosísmicas en secuencias lacustres. Se seleccionaron estos métodos por considerarse no invasivos y no destructivos y de bajo costo además de caracterizar muy bien las estructuras someras. El GPR es considerado un método eficiente de alta resolución para poder caracterizar estructuras geológicas de hasta 0.25 m de espesor , su profundidad de penetración es de 8 m o un poco más si las condiciones del medio donde se realiza el estudio lo permiten, por lo contrario en la TRE tiene una mayor profundidad de penetración de hasta 70 m y puede caracteriza grandes cuerpos de forma lateral como vertical, pero a medida que se profundiza con este método se comienza a perder resolución, por ello es importante que se conozca el objetivo de cada estudio para emplear un dispositivo electródico adecuado.

Por cada uno de los métodos geofísicos empleados en este estudio se redacta un algoritmo de trabajo diferente como la adquisición de datos en campo, el procesamiento y la interpretación en los modelos obtenidos. La adquisición de los datos fueron realizados sobre una misma línea de estudio con ambos métodos geofísicos, la inversión de datos de TRE se realizo con el software EarthImager 2D y procesamiento de GPR con el software MatGPR 2010. En el caso de la interpretación, las secciones de radar son comparadas con el modelo de tomografía de máxima resolución de 2 m de separación de electrodos con el fin de verificar su coincidencia en los puntos donde se manifiesta estructuras de falla y deformaciones en los estratos. Los modelos de tomografía con 10 m de separación de electrodos caracterizan estructuras perturbadas en zonas someras así como grandes cuerpos saturados por agua, en donde no es posible observar con claridad los eventos paleosísmicos.

Es significativo entonces destacar las investigaciones paleosismológicas ya que proveen información valiosa para la evolución más precisa del peligro sísmico en regiones pobladas bajo amenaza o donde se proyectan desarrollos poblacionales y/o importantes obras de ingeniería.

1.2 Objetivo:

Con el método de Radar de Penetración Terrestre y Tomografía de Resistividad Eléctrica se pretende evidenciar las estructuras de las secuencias sedimentarias observando posibles indicios de microfracturas como fallas y movimientos verticales diferenciales en dos sitios diferentes en la Isla de Jarácuaro. Con la técnica de georadar se pretende alcanzar una profundidad de investigación aproximadamente de 5 m con esto se busca una imagen somera más detallada del subsuelo mientras que con la tomografía se pretende alcanzar una mayor profundidad hasta los 20 m para una mayor delimitación de las unidades geológicas.

1.3 Hipótesis:

Se pretende demostrar que la técnica de Tomografía Eléctrica y Georadar son eficientes para mostrar imágenes del subsuelo a una profundidad somera para evidenciar la existencia de paleosismos en las secuencias sedimentarias de la Isla de Jarácuaro.

CAPÍTULO II. DESCRIPCIÓN DEL AREA DE ESTUDIO

II.1 Localización del área de estudio

La Isla de Jarácuaro se encuentra ubicada en el municipio de Pátzcuaro, Michoacán, sus coordenadas geográficas son latitud ($19^{\circ} 34' N$) y longitud ($101^{\circ} 41' W$) dentro del mapa de la república mexicana (figura 2.1). Jarácuaro es una de las seis islas que conforman el lago de Pátzcuaro y este a la vez forma parte de una las tres cuencas lacustres más importantes del Estado de Michoacán.



Figura (2.1) La Isla Jarácuaro ubicada en el lago de Pátzcuaro.

II.2 Estratigrafía de la Isla de Jarácuaro

El suelo de la Isla de Jarácuaro se clasifica como un Planosol eutrico que son suelos típicamente de relieves planos, se encuentra constituido principalmente por secuencias sedimentarias de arcilla, arena y limo del plioceno-holoceno. Su basamento está conformado principalmente de lava basáltica producto del vulcanismo en la zona. Las secuencias lacustres en la isla han sufrido un movimiento vertical (Garduño *et al.*, 2009), producto de fallas normales que atraviesan la zona en dirección E-W, con el bloque de piso cayendo hacia el Norte (figura 2.2), como resultado de este fenómeno se tienen el Graven Jarácuaro-Pátzcuaro, estas fallas forman parte del sistema de fallas Morelia-Acambay, además de que los sedimentos también se encuentran afectados debido a intrusivos provocados por el magma del el volcán la Taza que deforman y fracturan estas secuencias lacustres (Garduño *et al.*, 2011).

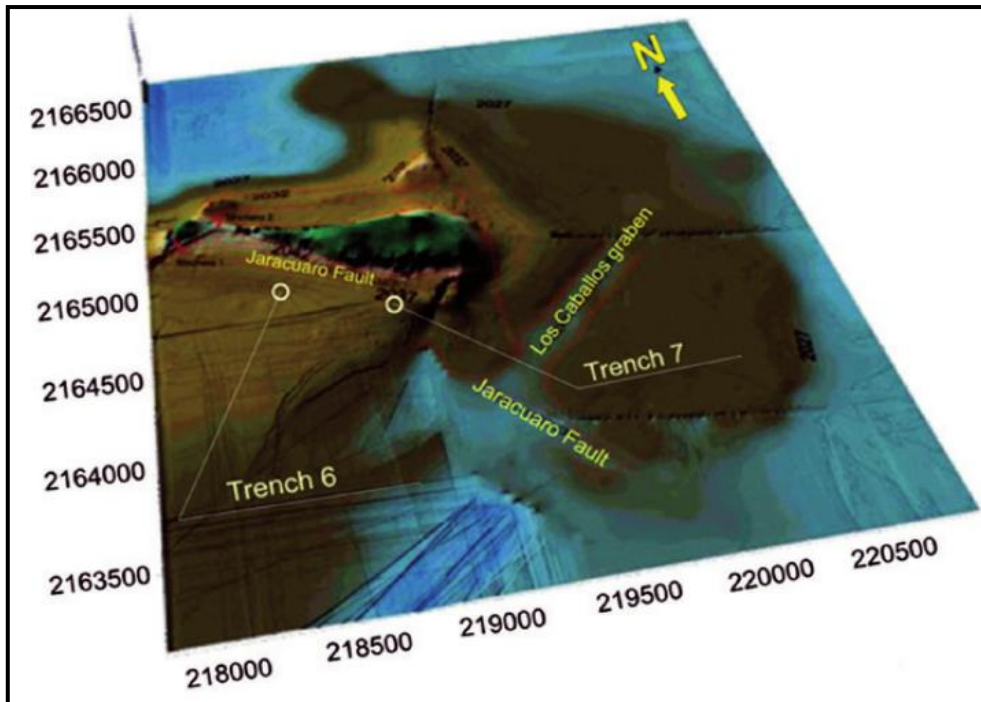


Figura (2.2) Imagen de las fallas que cortan a la Isla Jarácuaro (Garduño *et al.*, 2011)

El levantamiento de estas secuencias lacustres tiene una dirección de E-W y una inclinación de capas hacia SW y W, además presenta un deslizamiento de estructuras hacia el S-SW. Estas secuencias presentan tres unidades de litología diferente figura (2.3), nombradas por Garduño *et al.*, (2011) como:

La primera unidad clasificada como A contiene capas de arcilla y limo en forma de láminas, con colores marrón y ocre con un espesor de 290 cm, alternado con capas que

contienen diatomeas y además contienen tres capas de ceniza volcánica oscura con 20, 8 y 5 cm espesor, presentan alto contenido de vidrio volcánico y arena. La estructura de esta secuencia se encuentra fracturada y presenta un plegamiento con una suave inclinación hacia el sur. En esta unidad también se encuentran lentes de arena, bioturbación y una división cuneiforme producidos por una falla en los materiales de limo, estas secuencias datan del Pleistoceno superior-Holoceno (*Israde-Alcántara et al., 2005, En: Garduño, et al., 2011*)

La segunda unidad clasificada como **B** contiene un estrato de 10 cm de espesor de color gris, está constituido básicamente vidrio volcánico y fragmentos de cerámica de la etapa Posclásica, el contacto inferior se clasifica como una unidad de discordancia erosional y la parte superior se clasifica como un contacto de transición. En la mayor parte de esta secuencia contiene material orgánico como son huesos de pescado, bivalvos, gasterópodos, con una mezcla con especies de aguas profundas y junto con las especies de litoral. En total en conjunto muestra una mala clasificación, los depósitos indican una resedimentación de los depósitos de piso, con esto se interpreta como producto de una ola de tsunami.

La tercera unidad **C** tiene un espesor de 20 cm, presenta una característica de color marrón oscuro compuesto de material orgánico, también compuesto de sedimentos arcillosos con poca arena y ligeramente perturbados por los suelos más recientes. El material orgánico que contiene estas secuencias es básicamente raíces, semillas, restos de gasterópodos, ostrácodos, litocálamos angulosos así como fragmentos de cerámica de la época Posclásica.

Algunos estudios realizados de sondeo eléctrico vertical (SEV) en la isla de Jarácuaro indican que el basamento volcánico se encuentra a una profundidad de 80-100 m (*Garduño, et al., 2011*).

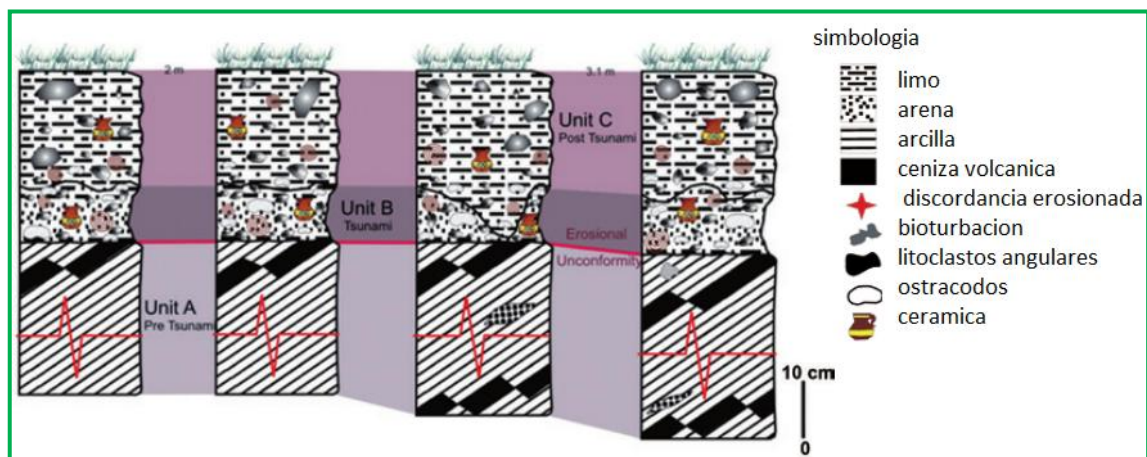


Figura (2.3) Estratigrafía de la Isla de Jarácuaro con la tres unidades A, B y C mencionadas anteriormente (*Garduño et al., 2011*)

Los tipos de suelo que se encuentran principalmente en la cuenca de Pátzcuaro son principalmente andosoles, luvisoles, acrisoles, gleysoles y vertisoles que son básicamente de origen volcánico y muy susceptibles a la erosión por factores eólicos e hídricos (Osegera, 2011). Pero en mayor presencia se encuentran los suelos luvisoles y andosoles, estos son generados a partir de las cenizas volcánicas que a su vez contienen altas concentración de fosforo y son demasiado susceptibles a la erosión. Los luvisoles son suelos de color rojizo, ricos en arcilla, de tipo ácido e igualmente erosionables.

II.3 Geología de la cuenca de Pátzcuaro

Mencionando más acerca de la geología en los alrededores donde se ubica la Isla de Jarácuaro está conformada básicamente de conos volcánicos, montículos y coladas de lava con edades del plioceno que forman parte de la cuenca de Pátzcuaro, la distribución de estos volcanes está controlada básicamente por la presencia de fallas normales E-W, NE-SW activadas en la zona figura (2.4), como ejemplo se puede mencionar el volcán El Estribo que se ubica al sur en la orilla del lago de Pátzcuaro, este volcán es cortado por una falla de tipo normal (Garduño et al., 2009).

En la zona sur del lago de Pátzcuaro se presentan dos tipos de secuencias, la primera está conformada de montículos formada por una brecha de fragmentos de andesita en una matriz arenosa, sobre estos subyace sedimentos limo-arcilloso con depósitos de ceniza del Holoceno, de esto puede observarse que los montículos o Hummocks pueden tener una altura de 40 m (Garduño et al., 2009). En la parte norte de la cuenca se tiene una geología de lavas muy alteradas en bloques que forman grandes espesores y de epiclasticas, donde estos cambian en forma lateral en secuencias lacustres del lago.

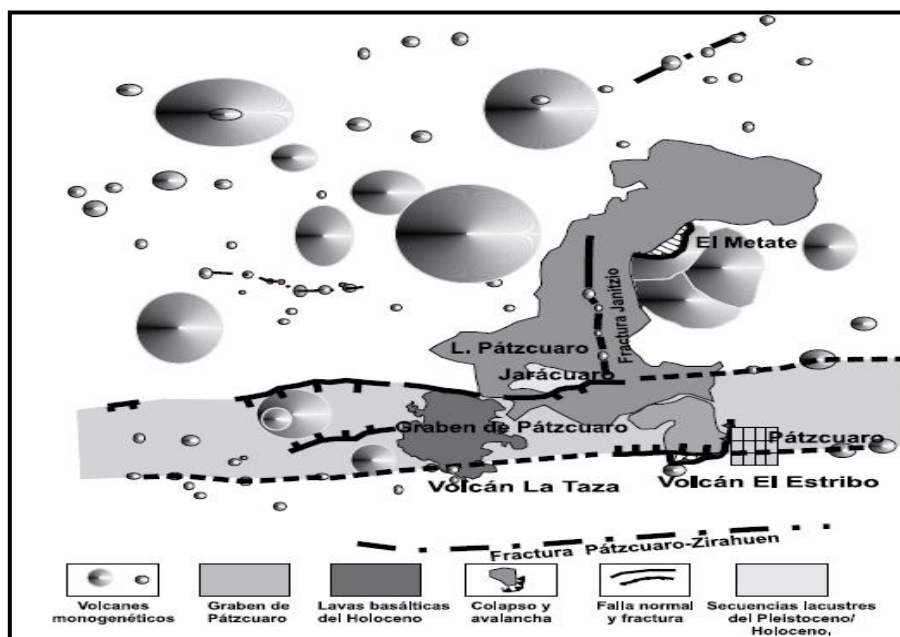


Figura (2. 4) La geología presente en la cuenca de Pátzcuaro (Garduño et al., 2009).

Aunado a esto en la zona oriente de la cuenca se presenta una depresión formada por lavas de grandes espesores de suelos y paleosuelos mayores a 10 m, estos suelos están formados principalmente de limo-arcilloso de color rojizo y depósitos de ceniza en la cima de estos depósitos así como también se incluyen la presencia de plantas. Los depósitos volcánicos de la zona estudio se encuentra cortados por fallas con dirección E-W que forman parte del sistema de fallas Morelia-Acambay de tipo normales con bloque caído hacia el norte.

II.4 Marco Tectónico

Debido a la gran actividad de subducción de la placa de cocos debajo de la placa Norteamericana en el pacifico Sur cerca de las costas de México figura (2.5); esta situación ha desarrollado una intensa actividad volcánica y tectónica hacia el centro del estado de Michoacán, formando importantes cuencas lacustres como son Cuitzeo, Pátzcuaro y Zirahuén. Con la actividad volcánica a través de la historia ha producido una gran cantidad de sismos relacionados con el surgimiento y la erupción de volcanes como el Jurullo de 1749 y el Parícutin en 1943 (Luhr y Simkin, 1993, En: Garduño et al., 2009).

Por otra parte cabe destacar que en el centro de México han ocurrido otro tipo de sismos ligados a rupturas superficiales que corresponden a la tectónica transversal del cinturón volcánico mexicano. Los estudios de eventos sísmicos pueden llevarse a cabo a través de fallas, derrumbes de cavernas o también en el caso presente en secuencias lacustres y por efectos de sitio.

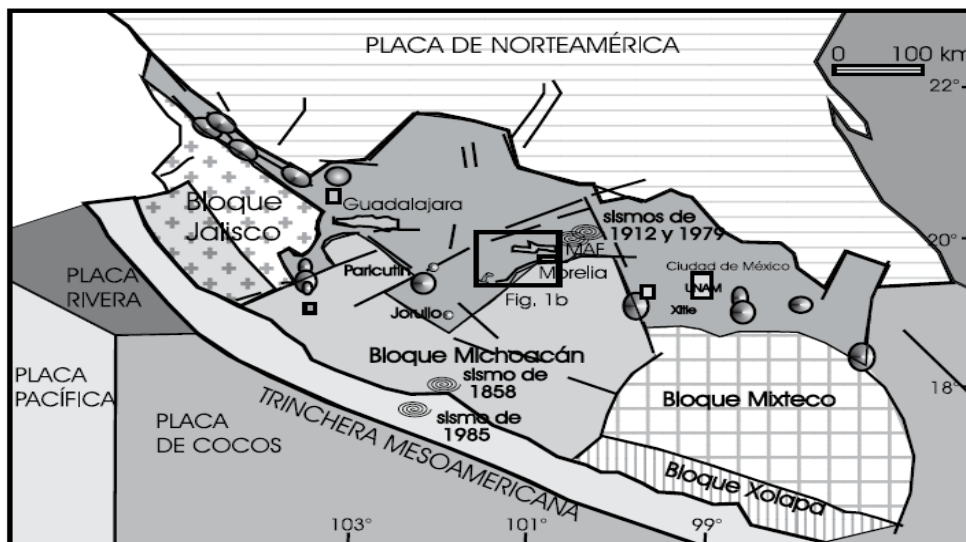


Figura (2.5) Marco tectónico que influye en la formación de la cuenca de Pátzcuaro (Garduño et al, 2009).

CAPÍTULO III. FUNDAMENTOS DE TRE Y GPR

III.1 Tomografía de Resistividad Eléctrica

III.1.1 Introducción

La *Tomografía Eléctrica Resistiva (TRE)* es una técnica geofísica para el estudio del suelo mediante el cual se observa un parámetro físico como es la resistividad aparente del suelo a partir de diversos sondeos a una profundidad constante a lo largo de una línea de estudio. Una ventaja de este método es que se considera como una técnica no invasiva que permite definir las características del subsuelo, pudiendo mapear las estructuras de los horizontes sin destruir el objeto de estudio (*Weinzettel, 2009*).

Para la medición de la resistividad se utilizan diferentes arreglos de electrodos por ejemplo polo-dipolo, dipolo-dipolo, Wenner, Schlumberger y también los hay mixtos como Wenner-Schlumberger entre otras combinaciones de arreglos.

Por otra parte para poder llevar a cabo un estudio de tomografía resistividad eléctrica (TRE) es necesario contar con un instrumento que sea capaz de efectuar un gran número de mediciones de forma rápida y precisa ya que todos los electrodos se encuentran conectados simultáneamente al equipo de medición.

Cuando se ha obtenido información del subsuelo lo siguiente es procesar los datos de resistividad aparente mediante un programa de cómputo que realizara un proceso de inversión de los datos para obtener un modelo matemático cuya resistividad teórica sea la que mejor se ajuste a la observada en campo. Esto se logra mediante cierto número de iteraciones (*López, 2007*). El proceso de inversión puede definirse como la minimización de los cuadrados de las diferencias entre valores de resistividad calculada y la resistividad aparente medida en campo (*A. A. Adepelumi y M. J., 2006*). El resultado de este proceso será una sección profundidad contra distancia de resistividad eléctrica real de subsuelo; este posteriormente podrá ser interpretado geológicamente comparando la imagen invertida con la geología del área de estudio.

La TRE tiene una amplia gama de aplicaciones entre las que cabe destacar como son la detección y caracterización fallas, la delimitación entre contactos litológicos de diferente naturaleza, la detección de acuíferos, detección de accidentes Kársticos tales como cavidades, rellenos de arcilla, intrusión salina y diversos medios geológicos que suelen ser un problema para la Geotecnia (*Porres, 2006*).

III.1.2 Teoría fundamental

Para estudiar las corrientes eléctricas que circulan en el subsuelo es necesario emplear las leyes físicas, para ello se inicia con una idea simple, el cual se considera a la Tierra como un semiespacio homogéneo con resistividad ρ . Al inyectarse una corriente eléctrica en el subsuelo esta genera un campo eléctrico y para poderla medir será necesario emplear las ecuaciones de Maxwell que explican dicho fenómeno. Estas ecuaciones son las siguientes:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

De las ecuaciones anteriores si consideramos que el campo producido por la corriente que circula en el subsuelo es estacionario además de que no varía con el tiempo entonces las derivadas temporales se anulan y las ecuaciones pueden escribirse nuevamente como:

$$\nabla \times \mathbf{E} = 0 \quad (3.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (3.3)$$

Por tratarse de un campo eléctrico por ahora consideramos la ecuación (3.2) la cual nos dice que el campo eléctrico es irrotacional y conservativo, por lo tanto es igual a la derivada de un potencial escalar llamada U . entonces el campo eléctrico resulta ser expresado.

$$\mathbf{E} = -\nabla U \quad (3.4)$$

En consecuencia cabe mencionar una segunda condición que deberá considerarse, como es la ley de Ohm para medios isótropos o homogéneos, para este caso la ecuación es la siguiente:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (3.5)$$

Lo que esta ecuación nos menciona es que la densidad de corriente en un punto, tiene la misma dirección y sentido que el campo eléctrico E en un mismo punto y es directamente proporcional a él. Para este caso el factor de proporcionalidad es la conductividad σ que es la inversa de la resistividad ρ (Orellana, 1982).

Entonces se dice que en todos los puntos se cumplirá la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

Al eliminar la derivada el único término que permanece es la divergencia de la densidad de carga eléctrica, con la condición que es válida para todo un espacio homogéneo exceptuando cerca de los electrodos

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (3.6)$$

Sustituyendo la ecuación (3.5) en la ecuación (3.6) y desarrollando esta ecuación se convertirá en la ecuación general de la prospección geoelectrónica

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) = 0$$

Calculando la divergencia del segundo miembro de esta ecuación entonces queda que

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\sigma \mathbf{E}) &= \sigma \nabla \cdot \mathbf{E} + \mathbf{E} \cdot \nabla \sigma = \\ &= -\sigma \nabla \cdot \nabla U + \mathbf{E} \cdot \nabla \sigma = -\sigma \nabla^2 U + \mathbf{E} \cdot \nabla \sigma = 0 \end{aligned}$$

Pero en los casos en zonas donde exista una conductividad uniforme será $\nabla \sigma = 0$ y en consecuencia

$$\nabla^2 U = 0 \quad (3.7)$$

La ecuación (3.7) se define como la ecuación de Laplace la cual cumple la condición de que es válida para todo un semiespacio homogéneo exceptuando cerca de los electrodos de potencial y de corriente.

III.1.2.1 Fuente puntual en un semiespacio

Para calcular el potencial eléctrico producido por una fuente puntual \mathbf{C} en un semiespacio con resistividad ρ separado en la interface por un medio de resistividad infinita, se establecen las siguientes condiciones para la ecuación de Laplace dada una profundidad z (Cifuentes, 1994):

$$U^2(\vec{r}) = -I\rho\delta(\vec{r}); \quad z > 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial U(\vec{r})}{\partial \eta} = 0; \quad z = 0 \quad (3.9)$$

Una vez establecidas estas condiciones es necesario emplear las funciones de Green para la solución del potencial quedando expresado de la forma siguiente:

$$U(\vec{r}) = - \int_v G(\vec{r}, \vec{r}') \nabla^2 U(\vec{r}') dv + \int_s \left(G(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial U(\vec{r}')}{\partial \eta} - U(\vec{r}') \frac{\partial G(\vec{r}, \vec{r}')}{\partial \eta} \right) ds \quad (3.10)$$

En este caso la función de Green tiene la característica de satisfacer las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\nabla^2 G(\vec{r}) = -\delta(\vec{r}, \vec{r}') \quad z > 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial G(\vec{r})}{\partial \eta} = 0; \quad z = 0 \quad (3.12)$$

La función de Green que satisface las ecuaciones (3.11) y (3.12) para un semiespacio puede ser expresada como:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}} \right) \quad (3.13)$$

Al sustituir las ecuaciones (3.8), (3.9), y (3.12) en la ecuación (3.10) el potencial puede ser expresado como:

$$U = I\rho \int_v G(\vec{r}, \vec{r}') \delta(\vec{r}') dv \quad (3.14)$$

Donde $\delta = (x', y', z' - h)$

Resolviendo la integral de la ecuación (3.14) mediante las propiedades de la función impulso, llegamos a:

$$U = I\rho G(\vec{r}, h) \quad (3.15)$$

sustituyendo la función de Green ecuación (3.13) en la ecuación (3.15) resulta que

$$U(\vec{r}) = \frac{I\rho}{4\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-h)^2}} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-h)^2}} \right] \quad (3.16)$$

Si consideramos una fuente puntual localizada en interface cuando $h=0$, resulta que el potencial es igual a

$$U(\vec{r}) = \frac{I\rho}{2\pi R} \quad (3.17)$$

Donde $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

De la ecuación (3.17) se procede a despejar la variable ρ y con esto obtendremos la resistividad del subsuelo. La resistividad es una propiedad física que caracteriza a los materiales debajo del subsuelo y está determinada por

$$\rho = 2\pi R \frac{U}{I} \quad (3.18)$$

En donde ρ se mide en ohm-metro ($\Omega.m$), la corriente I en Amperios (A), U en (voltios), y $2\pi R$ es el factor geométrico o factor de penetración K y depende del número de electrodos y de su disposición en el terreno, es entonces la ecuación de resistividad también puede ser expresada como:

$$\rho = k \frac{U}{I} \quad (3.19)$$

Cada arreglo geométrico de electrodos contiene un factor geométrico distinto, es un factor importante ya que influirá en la relación señal/ruido es decir un valor alto de K menor será la señal de potencial medido y viceversa.

Por último la resistividad medida mediante la ecuación (3.19) corresponde a la resistividad aparente debido a que el suelo es heterogéneo y está compuesto de diversos materiales, por lo tanto el campo eléctrico introducido en el terreno afectara simultáneamente a varias capas, de tal forma la resistividad medida no corresponde a un valor intermedio de todas ellas. En caso de ser un suelo homogéneo o para profundidades de investigación muy someras, el valor de la resistividad aparente medido coincidirá con el valor de resistividad verdadera $\rho_a = \rho$ (Lakubovskii, 1980).

III.1.3 Concepto de Resistividad Aparente

En el momento de aplicar un método geoelectrico es de suma importancia el conocimiento de las propiedades eléctricas de las rocas y minerales que las constituyen. Entre estas propiedades se encuentra la magnitud física como es la resistividad. Esta propiedad depende del modo y agregación de los minerales así como también el contenido de agua o aire en los poros de las rocas, que además de esta propiedad se debe estudiar el efecto de la temperatura y la presión que ejercen sobre dicha propiedad a grandes profundidades.

La resistividad es una medida de la dificultad que experimenta la corriente eléctrica I través de su paso en un material determinado, en prospección geoelectrica para poder medir la resistividad ρ se emplea el concepto de un subsuelo homogéneo en cuya superficie se coloca un arreglo geométrico de electrodos. Entonces para medir el parámetro de la resistividad basta con emplear la siguiente fórmula

$$\rho_a = k \frac{\Delta V}{I} \quad (3.20)$$

Esta ecuación se puede emplear para calcular la resistividad ρ de un subsuelo homogéneo, sin embargo en la mayoría de los casos el subsuelo es heterogéneo ya que al efectuar las mediciones se obtienen diferentes valores de resistividad, *Lakubovskii (1980)* menciona que la resistividad aparente no depende de la intensidad de la corriente I que se envía al terreno ya que la variación de la intensidad de corriente I origina otra variación proporcional de la diferencia de potencial ΔV . Por lo tanto la resistividad aparente depende de la estructura del corte geoelectrico y de la distribución geométrica de los electrodos de un dispositivo en la superficie del terreno, es decir que depende de las variables \mathbf{r} y \mathbf{a} (distancia entre electrodos de potencial y de corriente). Entonces las resistividades calculadas por la ecuación (3.16) dará como resultado una resistividad ficticia la cual tendrá cuyo nombre *Resistividad aparente* ρ_a (*Orellana, 1982*).

La resistividad aparente es la variable que expresa los resultados en la mayoría de los métodos geoelectricos y de la cual se toma como base para la interpretación de los modelos geoelectricos. Las dimensiones de la resistividad aparente son iguales a la resistividad y podrá ser expresada también en ohm-metro ($\Omega \cdot m$). En la Tabla (3.1) se muestra la resistividad de algunos suelos y rocas en el entorno geológico.

Rocas Ígneas	Resistividad (Ohm-m)
Basalto	$10^3 - 10^6$
Granito	$7x10^3 - 10^6$
Andesita	$1.6 * 10^4 - 1.6 * 10^7$
Diorita	$1.2x10^3 - 1.4 * 10^4$
Gabro	$10^3 - 2x10^6$
Rocas Metamórficas	
Pizarra	$6x10^3 - 4x10^6$
Mármol	$10^2 - 2.5x10^8$
Hornfels	$10^2 - 2x10^8$
Esquisto	$30 - 10^4$
Cuarcita	$10^2 - 2x10^8$
Rocas Sedimentarias	
Conglomerado	$1.2x10^3 - 10^4$
Arenisca	$10 - 1.6x10^3$
Lutita	$10 - 7x10^2$
Caliza	$60 - 1.7x10^3$
Limonita	$50 - 4x10^2$
Tipos de Suelo	
Arena gruesa y grava	
Seca	$20x10^3 - 80x10^3$
Saturada	$5x10^3 - 10x10^3$
Arena	
Seca	$5x10^3 - 20x10^3$
Saturada	$2x10^2 - 10^3$
Acilla	
Saturada	$10 - 30$
Tierra de cultivo	
Seca	$10^3 - 15x10^3$
Saturada	$1x10^2 - 10^3$
Fluidos	
Agua dulce	$10 - 1x10^2$
Agua de mar	0.2

Tabla (3.1) La resistividad de las rocas más comunes, tipos de suelos y agua (Blancas, 2000 y Loke, 2012)

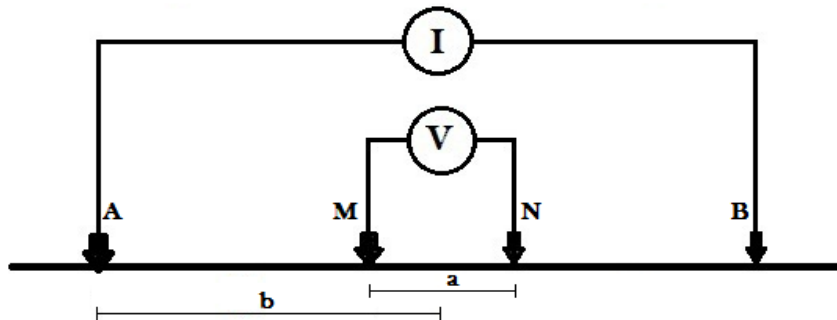
III.1.4 Dispositivos empleados en el método de resistividad

Los dispositivos que se emplean para las mediciones de resistividad del subsuelo se diferencian entre sí según el número de electrodos del dispositivo; se distinguen dispositivos *tetraelectródicos*, *trieletródicos* y *bielectródicos*. Si todas las tomas a tierra del dispositivo están situadas en una recta se denomina *rectilínea*. Si esta condición no se cumple se denomina no *rectilíneo* (Lakubovskii, 1980). Cada uno de los diferentes dispositivos está destinado a la solución de determinados problemas geológicos.

Dispositivos tetraelectródicos: entre este tipo de dispositivos se encuentra el de tipo Schlumberger, en el todos los electrodos se sitúan sobre una misma recta de modo simétrico con respecto al centro AB, la distancia entre los electrodos de potencial r_{NM} debe ser menor a un tercio de distancia entre los electrodos de corriente r_{AB} , bajo estas condiciones la relación $\frac{\Delta V}{r_{MN}}$ que experimenta este dispositivo se puede considerar igual a la intensidad del campo en el centro de este dispositivo. En el caso de este dispositivo la distancia “r” entre electrodos quedan distribuidas de la siguiente manera

$$r_{AN} = r_{BN}, \quad r_{AM} = r_{BM}$$

Dispositivo Schlumberger



En base a esta distribución de las tomas a tierra el factor geométrico para este dispositivo será igual a

$$k = \frac{2\pi}{\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN}} = \frac{2\pi b^2}{a}$$

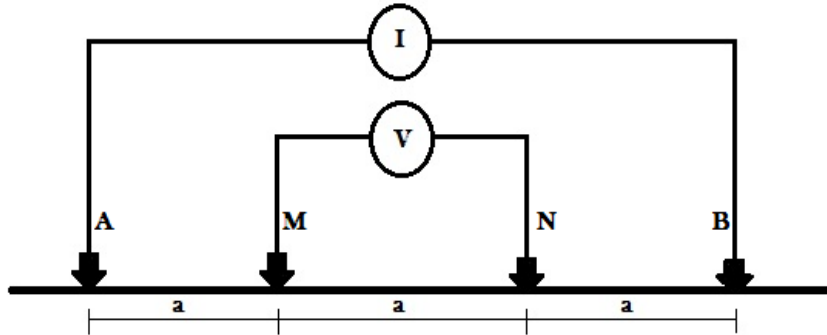
Donde $b = \frac{AB}{2}$,

Entonces la ecuación de resistividad queda definido como:

$$\rho = \frac{2\pi b^2 V}{a I} \quad (3.21)$$

Otro dispositivo que también se puede clasificar como teraelectrónico es el dispositivo simétrico Wenner cuya distancia entre electrodos es constante es decir $r_{AM} = r_{NM} = r_{NB}$

Dispositivo Wenner

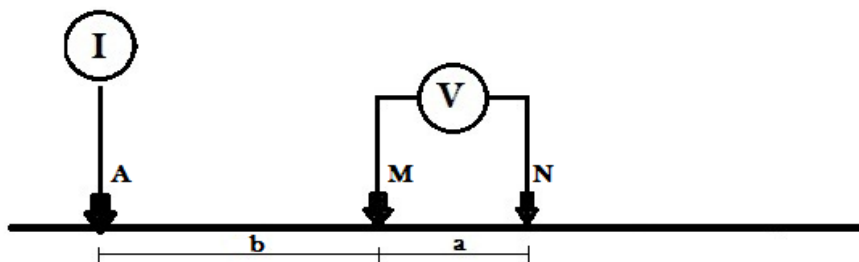


El factor geométrico para este dispositivo, $k = 2\pi a$ aquí $r_{AM} = a$ su fórmula para el cálculo de resistividad es:

$$\rho = 2\pi a \frac{V}{I} \quad (3.22)$$

Dispositivos trielectrónicos: en esta clasificación de dispositivos se encuentra el Polo-Dipolo, este dispositivo está compuesto por dos electrodos de potencial y uno de corriente que se sitúan sobre una mis línea, teóricamente se supone que existe un cuarto electrodo B de emisión que se sitúa en el infinito de manera que la diferencia de potencial creada por este entre las tomas a tierra de recepción MN sea pequeña en comparación con la diferencia de potencial creada por la segunda toma de tierra emisión A y por lo tanto el campo producido por la alejada tomo de tierra de emisión puede ser despreciada.

Dispositivo Polo - Dipolo

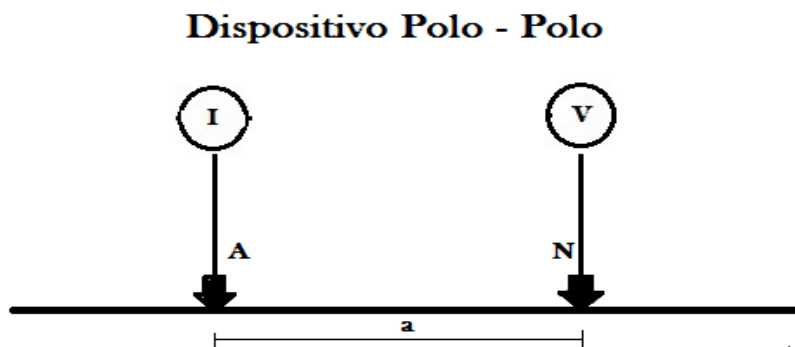


En este caso el electrodo se ubica en $B \rightarrow \infty$, considerando bajo esta condición que las magnitudes de las distancias r_{BM} y r_{BN} son mayor que r_{AM} y r_{AN} , entonces las relaciones que involucran con el factor geométrico $1/r_{BM}$ y $1/r_{BN}$ se desprecian y por lo tanto el factor geométrico será $K = 2\pi na(n + 1)$. La ecuación de resistividad para este dispositivo puede ser expresada de la siguiente manera

$$\rho = 2\pi na(n + 1) \frac{V}{I} \quad (3.23)$$

En consecuencia la diferencia de potencial creada por el electrodo B en el infinito es equivalente a cero. En algunos trabajos en campo la distancia al infinito del electrodo B se recomienda tomarla igual a 10 o 15 veces la distancia entre el centro de la línea de medición y los electrodos A o B (Lakubovskii, 1980).

Dispositivos bielectrónicos: Para esta clasificación de dispositivos tenemos el polo-polo, a diferencia del trielectrónico en este dispositivo un electrodo de medición N se aleja de los electrodos de emisión A y medición M a una distancia suficientemente grande ($N \rightarrow \infty$) para que el potencial medido en este sea equivalente a cero.



Considerando que las distancias entre electrodos r_{AN} , r_{BM} y r_{BN} para este dispositivo son infinitamente grandes se tiene que el factor geométrico es $k = 2\pi a$ y la resistividad calculada esta expresada como

$$\rho = 2\pi a \frac{V}{I} \quad (3.24)$$

III.1.4.1 Dispositivo Wenner-Schlumberger

Considerado como un sistema de conexión a tierra tetraelectrodico producto de la combinación entre los dispositivos Wenner y Schlumberger esta posee características tales como mayor sensibilidad para detectar estructuras horizontales y verticales en lugares donde se espera la presencia de estas estructuras, este dispositivo tiene una profundidad de investigación del 10% más que el dispositivo Wenner, a de mas que tiene una señal más baja que wenner pero más alta que el dispositivo Dipolo-Dipolo.

La distribución de los electrodos para este dispositivo se encuentra de la siguiente manera, a es la distancias entre los electrodos de potencial NM ; esta permanece fija mientras que n es un factor que aumente la distancia entre los electrodos de corriente y potencial AN, MB de forma lateral conforme se realizan las mediciones de resistividad, a demás aumenta la profundidad de investigación en base al número niveles n . A continuación se muestra este dispositivo electródico figura (3.2).

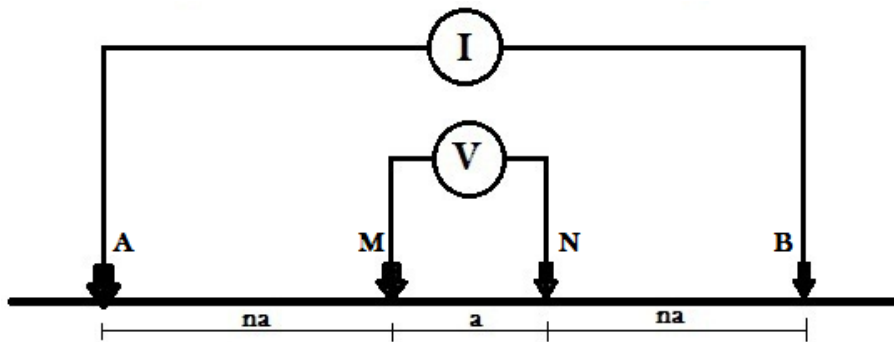


Figura (3.2) Dispositivo Wenner-Schlumberger; donde a es la separación entre electrodos, $A B =$ electrodos de corriente, $M N =$ electrodos de potencial y $n =$ nivel de medición

En cuestión de los puntos de atribución en la seudosección del dispositivo Wenner – Schlumberger tiene una cobertura horizontal ligeramente mejor compara con el dispositivo Wenner. Por cada incremento en los niveles para aumentar la profundidad de investigación el dispositivo Wenner tiene 3 puntos de atribución menos que el nivel anterior, mientras que en el dispositivo Wenner – Schlumberger se tiene una pérdida de 2 puntos de atribución al aumentar el nivel.

Para este dispositivo en particular el factor geométrico suele ser $k = \pi n(n + 1)a$ y para calcular la resistividad aparente con este dispositivo solo tendríamos que sustituir el factor geométrico en la ecuación de resistividad y resultaría que:

$$\rho_a = \pi n(n + 1)a \frac{\Delta V}{I} \quad (3.25)$$

III.1.5 Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE)

La técnica de tomografía de resistividad eléctrica se clasifica dentro de los métodos geoelectrónicos, esta utiliza las medidas de resistividad de los materiales geológicos del subsuelo para determinar su espesor y profundidad (Telford et al., 1990; Reynolds, 1997 En: López, 2007)

La tomografía eléctrica es una variante del método de sondeo eléctrico vertical de resistividad (SEV), la diferencia con este método radica en que los electrodos se colocan a una distancia constante a lo largo de una zona que se desea investigar, el número de electrodos que se puede llegar a emplear depende mucho del equipo que se utilice; puede ser de 48 ó 74 electrodos. A diferencia del método convencional que solo se puede obtener un valor puntual del espesor de los materiales con la profundidad. Con la tomografía eléctrica se obtiene las variaciones de espesor así como el cambio de resistividad de los materiales con la distancia horizontal, con esto se tiene una mejor resolución horizontal, pero la profundidad de investigación suele ser menor que el SEV.

La ventaja con la tomografía eléctrica es que se pueden usar diferentes configuraciones de electrodos con una distancia constante entre ellos a lo largo de una línea recta; entonces cuando se realizan las medidas entre electrodos cercanos, la profundidad de investigación es pequeña, pero cuando se realizan entre electrodos muy separados, la profundidad de investigación aumenta. Con esto se espera obtener una pseudosección de resistividades aparentes en dos dimensiones (2D). En función del espaciamiento de electrodos se puede llegar a obtener un compromiso entre la profundidad de investigación y resolución; es decir que a mayor espacio entre electrodos la profundidad de penetración es mayor pero disminuye la resolución (López, 2007).

En cuanto a los valores de resistividad estos se transforman en un perfil geológico y son interpretados mediante un software específico que permite determinar la geometría y los espesores de las unidades con diferentes resistividades mediante un proceso iterativo de inversión. Dado que la resistividad depende de la naturaleza de los materiales, mediante una información previa disponible de la zona de estudio se puede determinar, a partir de la distribución de resistividades los tipos de material tales como arcillas, arenas o en su caso de rocas de origen volcánico o metamórfico etc.

Para ejemplificar la técnica de tomografía de resistividad eléctrica describimos en seguida como funciona una secuencia de medición para el dispositivo Wenner-Schlumberger el cual fue empleado en este estudio.

Como se dijo anteriormente una configuración típica para un estudio en Tomografía de Resistividad eléctricas en 2-D se utiliza una serie de electrodos colocados sobre una línea recta, con una separación constante entre electrodos adyacentes. Todos los electrodos se encuentran conectados a un cable multi-núcleo que está unido a la unidad de switch electrónico (resistivímetro) que es conectado a una computadora portátil. La secuencia de

medición a tomar, el tipo de arreglo electródico y otros parámetros se introducen en un archivo de texto por medio de la computadora portátil (Loke, 2012).

Una vez que es leído el archivo de control, un programa de computadora selecciona automáticamente los electrodos apropiados para la medición. Posteriormente todas las medidas tomadas se almacenan en una computadora.

La siguiente figura (3.3) muestra una secuencia de mediciones para el dispositivo Wenner-Schlumberger para un sistema con 20 electrodos; con un espacio “a” entre electrodos adyacentes. El comienzo para hacer todas las posibles mediciones con el dispositivo Wenner-Schlumberger se hace con un espacio entre electrodos “1a”.

Para la primera medición se utilizan los electrodos 1, 2, 3 y 4. El electrodo 1 es utilizado como electrodo de corriente C1, el electrodo 2 como el primer electrodo de potencial P1, el electrodo 3 como el segundo electrodo de potencial P2 y el electrodo 4 como el segundo electrodo de corriente C2. Para la segunda medición se usan los electrodos 2,3,4 y 5 para C1,P1,P2,C2 respectivamente, esta secuencia se repite sobre la línea hasta que se utilizan los electrodos 17, 18,19 y 20 para la última medición con espaciamento entre electrodos “1a” .

Para un dispositivo Wenner-Schlumberger con 20 electrodos hay 17 medidas posibles con un espaciamento “1a”, en la segunda modalidad con espaciamento “2a” hay 15 mediciones posibles. El proceso de mediciones se repite cada vez que existe un espaciamento mayor entre electrodos entre “3a”, “4a”, “5a” y “6a”...

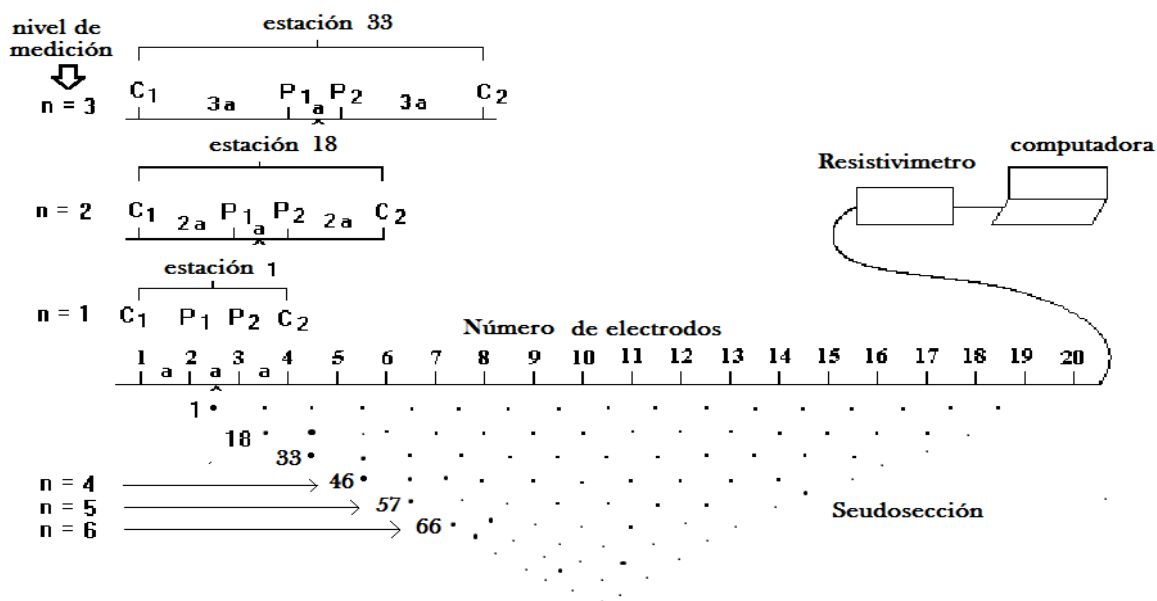


Figura (3.3) Secuencia de mediciones para una técnica de TRE utilizando el dispositivo Wenner-Schlumberger (imagen modificada de M. H. Loke, 2012).

Como se puede observa al aumentar el espaciamiento entre electrodos el número de mediciones disminuye. La cantidad de datos que se pueden obtener para cada espaciamiento entre electrodos para un número de electrodos sobre la línea de sondeo, dependen mucho de la configuración de electrodos que se utilice.

En ocasiones para un estudio de tomografía eléctrica (TRE) se utiliza un número limitado de electrodos, por lo que en estos casos para poder ampliar el área de estudio extendiéndose horizontalmente se emplea la técnica *Roll-along*. Esta técnica consiste en mover el cable pasando a uno de los extremos de la línea de sondeo. Una vez que la secuencia de mediciones se haya completado, el número de electrodos que se desplazan hacia adelante depende de la necesidad del estudio puede ser 25% o 50% del número de electrodos del primer sondeo. Posteriormente el cable es vuelto a conectar a los electrodos, las mediciones se realizan nuevamente sin traslaparse con las tomadas anteriormente. En la figura (3.4) se observa un ejemplo de medición de resistividad hecha con roll-along al 50%.

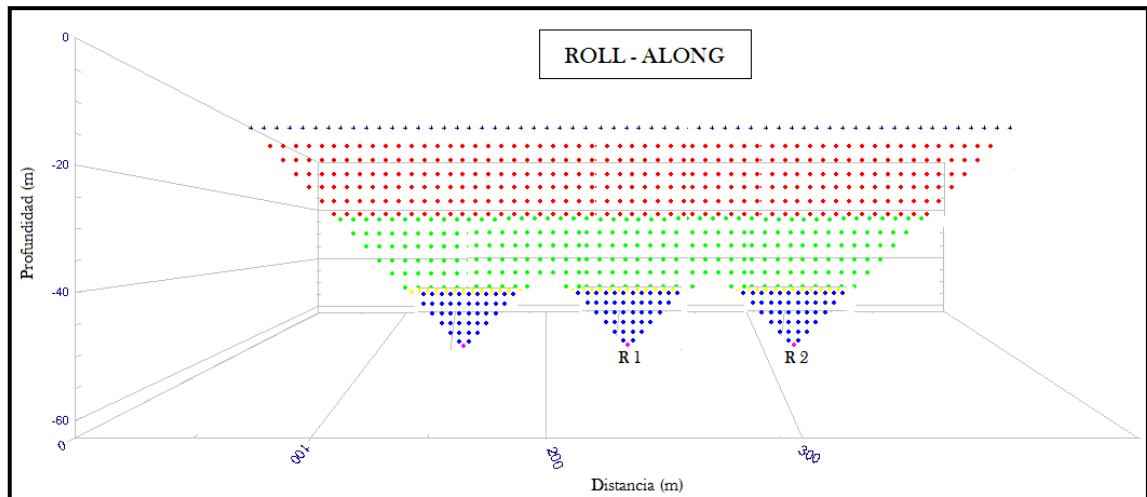


Figura (3.4) Se muestra los puntos de medición hechas con un Roll-along R1 y el segundo Roll-along R2.

III.1.6 Teoría de inversión de datos TRE

El método de inversión de datos consiste en obtener a partir de los datos de resistividades aparentes, un modelo del subsuelo que pueda considerarse una solución válida compatible con los datos experimentales, de tal manera que la respuesta teórica de esta sea parecido a los datos observados en campo (*De la Torre, 2010*).

Para poder llevar cabo una inversión de los datos de tomografía eléctrica algunos programas de computadora emplean el método de mínimos cuadrados con suavizado forzado e implementan el método de optimización Cuasi-Newton para elevar la velocidad de procesamiento de los datos hasta 10 veces más rápida que el método de mínimos cuadrados. Este último método se basa en la siguiente ecuación (*Loke, 1996*):

$$(J^T J + uF)d = J^T g \quad (3.26)$$

Donde cada variable de esta ecuación se definida como:

$$F = f_x f_x + f_z f_z$$

$$f_x = \text{filtro de achamiento horizontal}$$

$$f_z = \text{filtro de achamiento vertical}$$

$$J = \text{matriz Jacobiana de derivadas parciales}$$

$$J^T = \text{transpuesta de } J$$

$$U = \text{factor de amortiguamiento}$$

$$d = \text{vector del modelo de perturbación}$$

$$g = \text{vector de discrepancia}$$

Una característica de este método es que posee una ventaja ya que el factor de amortiguación y los filtros de achamiento pueden ser ajustados para satisfacer diferentes tipos de datos.

Otro método convencional que puede ser utilizado en la inversión es el Gauss-Newton para recalcular el jacobiano de la matriz de derivadas parciales después de cada iteración, aun que este método suele ser más lento pero brinda mejores resultados en aéreas con gran contraste de resistividad (*Loke, 1996*).

Entonces el funcionamiento del programa de inversión consiste en dividir el subsuelo en un pequeño número de prismas rectangulares e intenta determinar los valores de resistividad de los prismas minimizando la diferencia entre los valores de resistividad aparente observados y calculados (López, 2007). Dicho proceso de inversión puede ser representado por el modelo realizado por Loke y Barker, (1996), donde muestra tres formas diferentes de seccionar las capas del subsuelo en base a un arreglo de electrodos en superficie figura (3.5). El primer modelo **a)** convencionalmente los anchos de los bloques rectangulares son iguales a los espaciamientos de electrodos en las direcciones x e y; en el modelo **b)** se muestra un modelo donde el techo de capas se divide por la mitad, ambos verticalmente y horizontalmente, con el objetivo de proporcionar una mayor resolución; y el modelo **c)** es un modelo donde los bloques se dividen en dirección horizontal pero no en la dirección vertical.

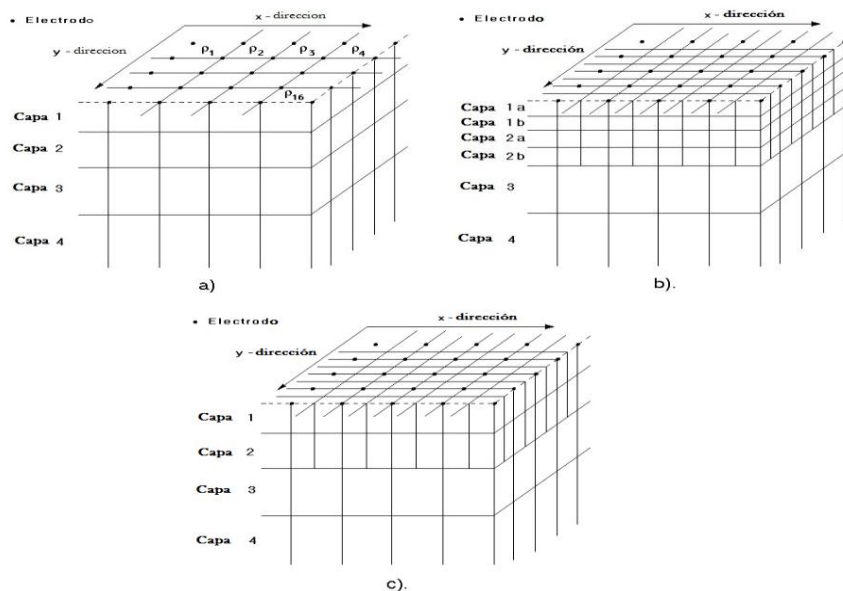


Figura (3.5) Los modelos usados en inversión (Loke, 1996)

Como se sabe, el método de resistividad decrece rápidamente con la profundidad, por lo tanto se ha encontrado que subdividir los bloques es solamente provecho para el techo de las dos primeras capas únicamente, en el caso de incrementar la subdivisión de los bloques se tendrá un mayor tiempo de inversión de los datos e incrementará los parámetros del modelo.

El método de optimización cuasi-Newton intenta reducir la diferencia entre la resistividad aparente calculada y la medida por adecuación de la resistividad del modelo de bloques. La unidad de medida de esta diferencia está dada por el error del término medio de la raíz cuadrática (RMS). Sin embargo un modelo con bajo error RMS puede, algunas veces, mostrar grandes y no realistas variaciones en los valores del modelo de resistividad y puede no siempre ser el mejor modelo desde la perspectiva geológica (Loke, 1996).

III.2 Radar de Penetración Terrestres (GPR)

III.2.1 Introducción

El Georadar o también conocido por sus siglas en inglés GPR (Ground Penetrating Radar) es una técnica que consiste en caracterizar el suelo a baja profundidad, su uso principal es en áreas urbanas para la identificación y cartografía de servicios enterrados (*Bordehore, 2005*). Otro caso puede aplicarse en el área de geotecnia para la identificación de cimientos y posibles hundimientos provocados por fracturas del suelo, sin embargo el GPR no se descarta de poderse aplicar a un caso particular para fines muy científicos donde se tome en consideración sus alcances de investigación.

El principio del funcionamiento de GPR consiste en la propagación de ondas electromagnéticas a través del suelo, las ondas son transmitidas mediante una antena a diferentes frecuencias. Las ondas electromagnéticas viajan a través del subsuelo con diferentes velocidades, la velocidad de la onda está determinada principalmente por la permitividad eléctrica " ϵ " del medio (*Jeffrey, 2000*). El viaje de la onda continúa hasta que golpea con un medio de diferentes propiedades eléctricas, este se dispersa y se dirige hacia la superficie donde es captada por una antena receptora en donde se graba la señal en un dispositivo de almacenamiento digital para posteriormente ser procesados e interpretados.

Los parámetros físicos que se miden en GPR son la variación de amplitud de la onda electromagnética producidos por las reflexión y difracción sobre los contrastes del medio en función del tiempo.

III.2.2 Propiedades electromagnéticas de las rocas

Conductividad

La conductividad en los materiales se manifiesta mediante el flujo de una corriente eléctrica por efecto de un campo eléctrico inducido, que a la vez produce el desplazamiento de cargas eléctricas de forma constante. Este fenómeno puede ser estudiado mediante la establecida ley de Ohm.

$$J = \sigma E \quad (3.27)$$

Para cualquier punto en el espacio la Ley de Ohm establece que el movimiento de cargas es proporcional al campo eléctrico inducido y por lo tanto podemos decir que la densidad de corriente eléctrica J es directamente proporcional al campo eléctrico y a la conductividad σ del medio. Así mediante esta ecuación podemos calcular la conductividad tan solo despejando σ .

$$\sigma = \frac{J}{E} \quad (3.28)$$

Las unidades de la conductividad en Sistema Internacional se dan en Siemens por metro [S/m], pero la conductividad también puede ser expresada como el inverso de la resistividad eléctrica ρ de un material

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (3.29)$$

Usualmente esta ecuación es utilizada en la prospección geoelectrica para determinar la conductividad de ciertos minerales y rocas. Una roca conductora se le puede asociar como un compuesto de minerales, líquidos, y gases, la conductividad se puede llevar a cabo de forma iónica o electrónica, la forma iónica se manifiesta en electrolitos principalmente en sustancias que contienen sales mientras que la conducción electrónica se establece a través de materiales que pueden desplazar electrones tales como el oro, el cobre y la plata. En la Tabla (3.6) se muestran la conductividad de algunos materiales y sustancias.

Fluido	Conductividad (σ) (siemens/m)
Air	0
Agua destilada	0.01
Agua Dulce	0.5
Agua de Mar	3×10^3
Material	
hielo	10^{-2}
Arena (saturada)	$10^{-4} - 10^{-2}$
Arena seca	$10^{-7} - 10^{-3}$
caliza	0.5 – 2
pizarras	1-100
Limos	1-100
Lutita	10^{-1}
Aluvión	$10^{-3} - 10^{-2}$
Arenisca (húmeda)	10^{-4}
Granito	0.1 - 1
Basalto (húmedo)	10^{-2}
Sal Seco	0.1 - 1
Tipos de Suelo	
Limoso seco	1.1×10^{-4}
Limoso húmedo	2.1×10^{-2}
Arenoso seco	1.4×10^{-4}
Arenoso húmedo	6.9×10^{-3}
Arcilloso seco	2.7×10^{-4}
Arcilloso húmedo	5×10^{-5}
Suelo congelado	$10^{-5} - 10^{-2}$

Tabla (3.6) El valor de la conductividad en las rocas, suelos y algunos fluidos (Annan, 1992; Blancas, 2000 y Loke 2012)

Constante dieléctrica

Al inducir un campo eléctrico en un medio dieléctrico las partículas de cargadas positivas y negativas sufren un desplazamiento, tal fenómeno recibe el nombre de polarización P y por lo tanto la densidad de flujo eléctrico D en el material aumentara. Dicho fenómeno puede ser representado por la siguiente ecuación constitutiva:

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (3.30)$$

De la ecuación anterior se puede llegar a expresa la polarización en términos de la constante dieléctrica, mediante una serie de pasos algebraicos los cuales se deduce que:

$$P = \chi_e \epsilon_0 E \quad (3.31)$$

En donde χ_e se le define como la susceptibilidad eléctrica en un material isotrópico, lineal y en donde los vectores de polarización y campo eléctrico son paralelos entre sí en cada punto de la superficie. Si Sustituimos la ecuación (3.31) en la ecuación (3.30) obtenemos el vector de densidad de corriente eléctrica en términos de la constante dieléctrica

$$D = \epsilon_0 K E \quad (3.32)$$

En donde K es la constante dieléctrica o mejor dicho la permitividad relativa del medio, representa la permitividad de un material comparada con la permitividad del vacío y es un factor adimensional, pero también se puede expresar en términos de la susceptibilidad eléctrica en la siguiente ecuación (Orellana, 1982).

$$K = 1 + \chi_e = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \quad (3.33)$$

En donde $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$

La constante dieléctrica en los materiales del subsuelo depende principalmente de la estructura, la composición de minerales que poseen así como también del contenido de agua ya que el agua posee los valores altos de la permitividad eléctrica y por lo tanto esta posee una constante dieléctrica cerca de ochenta, es considerada como la constante más alta entre todas los materiales. En la Tabla 3.7 se mencionan algunas constantes dieléctricas de los materiales.

Fluido	Constante dieléctrica (K)
Air	1
Agua destilada	80
Agua Dulce	80
Agua de Mar	80
Petróleo	2.1
Gasolina para aviones	1.95
Alcohol metílico	31
Material	
Hielo	3-4
Arena (saturada)	20-30
Arena seca	3-5
caliza	4-8
pizarras	5-15
Limos	5-30
Lutita	7
Grava	10-20
Arenisca (húmeda)	5-40
Granito	4-6
Basalto (húmedo)	8
Sal Seco	5-6
Cemento (seco/húmedo)	6-11
Tipos de Suelo	
Limo seco	2.5
Limo húmedo	19
Arenoso seco	2.6
Arenoso húmedo	25
Arcilloso seco	2.4
Arcilloso húmedo	15
Suelo congelado	4-8

Tabla (3.7) Valores aproximados de la constante dieléctrica de algunos fluidos y material geológico (Annan, 1992; Blancas, 2000; y Sharma, 2004)

Permeabilidad magnética

La permeabilidad magnética μ de un material indica que tanto es susceptible al paso de un flujo magnético mediante una inducción magnética, la inducción de un campo magnético puede ser calculada mediante la ecuación:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) \quad (3.34)$$

En donde H representa el campo mático, μ_0 es la permeabilidad del vacío y M es la magnetización del material con unidades de (A/m) cuyo factor puede ser expresado como el producto de la susceptibilidad magnética x por el campo magnético

$$\mathbf{M} = x \mathbf{H} \quad (3.35)$$

La susceptibilidad magnética posee ciertas características, como ejemplo tiende a ser constante para cada material a demás de carecer de unidades dimensionales. En consecuencia si sustituimos la ecuación del momento magnético (3.35) en la ecuación (3.34) podemos obtener un campo magnético inducido en términos de la susceptibilidad magnética que será equivalente a la siguiente ecuación:

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + x\mathbf{H}) = \mu_0(1 + x)\mathbf{H} \quad (3.36)$$

Deduciendo de esta ecuación la permeabilidad magnética de un material se puede definir como:

$$\mu = \mu_0(1 + x) \quad (3.37)$$

Entonces la permeabilidad magnética μ de un material estará en función de la susceptibilidad y de la permeabilidad magnética del vacío μ_0 que como se sabe equivale a $4\pi \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m}\right]$. Los materiales pueden clasificarse en base la susceptibilidad como diamagnéticos (cuando $x < 0$), paramagnéticos ($x > 0$ pero pequeño) y ferrimagnéticos ($x > 0$ muy grande). La susceptibilidad de las rocas casi siempre tiende a ser valores muy pequeños varía entre los límites de -10^{-4} y $+10^{-4}$ cuando no contienen minerales ferrimagnéticos como la magnetita. Sin error alguno la permeabilidad magnética de las rocas puede tomarse como igual a μ_0 , excepto cuando se tengan minerales ferrimagnéticos la permeabilidad será mayor a μ_0 (Orellana, 1982).

III.2.3 Teoría fundamental

La teoría de campos electromagnéticos se encuentra fundamentalmente en cuatro ecuaciones principales planteadas por el físico escocés James Clerk Maxwell en 1864, las cuales se rigen por leyes previamente establecidas, las cuales son: *la ley de inducción electromagnética de Faraday, la ley Ampere, y la ley de Gauss para superficies cerradas.*

Las leyes se establecen en base a las propiedades de los campos electromagnéticos, como son, la intensidad de campo magnético, el flujo magnético, el vector de intensidad eléctrica, el flujo eléctrico, la densidad de corriente y la densidad de carga eléctrica. Las unidades de estos vectores y escalares se expresan en el Sistema Internacional de la siguiente manera:

ρ = es la densidad de carga [C/m^3]

\mathbf{E} = vector de intensidad campo eléctrico [V/m]

\mathbf{H} = vector de Intensidad magnética [A/m]

\mathbf{D} = vector de flujo eléctrico o inducción eléctrica [C/m^2]

\mathbf{J} = vector de densidad de corriente (conducción) [A/m^2]

\mathbf{B} = vector de flujo magnético o inducción magnética [$T=Wb/m^3$]

A continuación se explican cada una de las cuatro leyes fundamentales reunidas para el fenómeno de campos electromagnéticos en forma general.

Primera ley de Maxwell o ley de Faraday se expresa por la siguiente ecuación

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.38)$$

Esta ecuación establece que un campo magnético variable en el tiempo en una trayectoria cerrada es capaz de generar una corriente eléctrica, el signo negativo que acompaña esta ecuación es debido a que el voltaje producido por la inducción magnética \mathbf{B} tiene una polaridad tal que la corriente generada por este mismo da lugar a un flujo que se opone al flujo magnético, es decir si el campo magnético presentara un movimiento esta tendría una fuerza magnética que es opuesta al movimiento (Escobar-Salguero y Cortés-Soto, 2000 En: Villanueva, 2006).

Segunda ley de Maxwell o ley de Gauss para flujo eléctrico se establece por la siguiente ecuación

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v \quad (3.39)$$

Por lo que esta ecuación nos dice, que el flujo eléctrico a través de una superficie cerrada es equivalente a la carga neta contenida en su interior de dicha superficie.

Tercera ley de Maxwell o ley de Ampere es de la siguiente manera

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (3.40)$$

Esta ecuación establece que el campo magnético es generado a partir de corrientes de conducción y corrientes de desplazamiento variables en tiempo.

Cuarta ley de Maxwell o ley de Gauss para flujo magnético

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.41)$$

La cuarta ecuación establece que las líneas de flujo magnético que entran en una superficie cerrada son iguales a las líneas de flujo de salida, es decir que el flujo magnético es continuo y no es alterado por otras fuentes. Cabe mencionar de las ecuaciones de Maxwell se puede deducir que las componentes vectoriales se encuentran asociadas a las propiedades eléctricas de los materiales como son, la permitividad eléctrica ϵ , la permeabilidad magnética μ y la conductividad σ , y son expresadas de la siguiente forma:

$$\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.42)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$$

Cada una de estas ecuaciones es identificada como parte de las relaciones constitutivas para un medio homogéneo y lineal.

En resumen las ecuaciones de Maxwell antes mencionadas se agrupan en la siguiente tabla.

<i>Nombre</i>	<i>Ecuaciones de Maxwell</i>
Ley de Faraday	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$
Ley de Gauss para flujo eléctrico	$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_v$
Ley de Ampere	$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$
Ley de Gauss para flujo magnético	$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$

III.2.3.1 Ecuación de Onda electromagnética

Para la propagación de las ondas electromagnética en un medio como la Tierra es necesario considerar ciertos términos establecidos, esto con el fin de facilitar el manejo de las ecuaciones de Maxwell. Entre los términos establecidos ideales se menciona lo siguiente:

Se considera un medio lineal aquel que es homogéneo e isótropo en donde las propiedades electromagnéticas como la constante dieléctrica ϵ , la conductividad σ , y la permeabilidad magnética μ son constantes, en base a estas condiciones las ecuaciones de Maxwell se establecen en función de las relaciones constitutivas mediante las siguientes ecuaciones.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (3.43)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.44)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.45)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (3.46)$$

Al considerarse un medio homogéneo conductivo la divergencia del campo eléctrico en la ecuación (3.46) es equivalente a cero debido a que no existe acumulación de cargas y por lo tanto la densidad volumétrica de carga será igual a cero. Entonces solo consideramos las dos siguientes ecuaciones fundamentales para las ecuaciones de onda electromagnéticas variable en el tiempo.

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (3.47)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (3.48)$$

Entonces mediante un proceso de álgebra vectorial aplicado a estas ecuaciones finalmente se llega a las ecuaciones (3.49) de campo eléctrico y (3.50) de campo magnético, en donde cada ecuación representara la componente propagación de la onda electromagnética en función del tiempo y de las propiedades del medio.

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \quad (3.49)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \quad (3.50)$$

III.2.3.7 Propagación de ondas electromagnéticas en medios dieléctricos disipativos

Los medios dieléctricos disipativos presentan ciertas características, entre las que destacan las corrientes de desplazamiento son mayores a las de conducción es decir que $\omega \varepsilon > \sigma$ y la tangente de pérdida suele ser menor a 1

$$\tan a = \frac{\sigma}{\omega \varepsilon} < 1 \quad (3.51)$$

La ecuación de onda que describe el fenómeno de disipación en un medio dieléctrico se manifiesta mediante la siguiente constante de propagación

$$\gamma = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \sqrt{1 + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon}} \quad (3.52)$$

Ahora para poder encontrar las componentes de la constante de propagación será necesario emplear una serie de Taylor para ello se expresa la siguiente función

$$(1 + x)^n = 1 + mx + \frac{n(n-1)(n-2)}{2!}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \dots \quad (3.53)$$

En base a la ecuación (3.52) expresamos la constante de propagación en términos de una serie de expansión al considerar que:

$$(1 + x)^{1/2} = \left(1 + \frac{i\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^{1/2} \quad (3.54)$$

Desarrollando la ecuación (3.54) y sustituyendo en (3.52) obtenemos la constante de propagación expresada en la siguiente serie

$$\gamma = \omega\sigma\sqrt{\mu\varepsilon} \left[1 + i\frac{\rho}{2\omega} + \frac{1}{8}\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2 + \dots\right] \quad (3.55)$$

Finalmente solo se considera los dos primeros términos de la serie en expansión por lo que la constante de propagación se reduce a:

$$\gamma = \omega\sigma\sqrt{\mu\varepsilon} \left[1 + i\frac{\rho}{2\omega}\right] \quad (3.56)$$

En donde la constante de fase y atenuación resultan ser:

$$\alpha = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} \quad (3.57)$$

$$\mathbf{b} = \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad (3.58)$$

La interpretación de la constante de fase nos menciona que al incrementarse la frecuencia influye también en el incremento del desplazamiento eléctrico con respecto a la conductividad eléctrica, de esta manera se propician un medio no conductivo mientras que a grandes frecuencias la constante de atenuación suele tener un comportamiento constante (Díaz, 2003 En: Villanueva, 2006).

La constante de atenuación también puede ser expresada en términos de la impedancia del vacío Z_0 , la ecuación se define como:

$$\mathbf{b} = \frac{\sigma}{2} Z_0 \quad (3.59)$$

La constante de atenuación es un valor muy pequeño debido a que debe satisfacer la condición inicial de la tangente de pérdida con valores de conductividad σ menores a 1 pero si la conductividad es aproximadamente a 1 entonces la atenuación dependerá de frecuencia de onda ω .

La velocidad de onda electromagnética está dada en función de la frecuencia y la constante de fase $v = \omega/a$, sustituyendo la constante de fase tenemos lo siguiente

$$\mathbf{v} = \frac{\omega}{\omega \sqrt{\mu \epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu \epsilon}} \quad (3.60)$$

Cabe destacar que esta velocidad es similar a la de un dieléctrico perfecto. La longitud de onda se calcula por $\lambda = \frac{2\pi}{a}$ de la misma forma que la velocidad solo sustituimos la constante de fase y calculamos la longitud de onda

$$\lambda = \frac{2\pi}{\omega \sqrt{\mu \epsilon}} \quad (3.61)$$

La profundidad de penetración está dada por la relación $\delta = \frac{1}{b}$ donde b es la constante de atenuación, sustituyendo b obtenemos

$$\delta = \frac{1}{\frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}} = \frac{2}{\sigma} \sqrt{\epsilon \mu} \quad (3.62)$$

La impedancia de la onda electromagnética se calcula mediante una relación que involucra la constante de propagación del medio dieléctrico disipativo y esta se expresa como:

$$Z_{xy} = \frac{\mu\omega}{\gamma} \quad (3.63)$$

Sustituyendo la constante de propagación γ para un medio dieléctrico disipativo en la ecuación (3.58) se obtiene la impedancia del medio

$$Z_{xy} = \frac{\mu\omega}{\omega\sqrt{\mu\varepsilon} \left[1 + i \frac{\rho}{2\omega}\right]} = \frac{\mu}{\sqrt{\mu\varepsilon} \left[1 + i \frac{\rho}{2\omega\varepsilon}\right]} \quad (3.64)$$

Resulta que la impedancia calculada es:

$$Z_{xy} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \frac{\mu}{\left[1 + i \frac{\rho}{2\omega\varepsilon}\right]} \quad (3.65)$$

III.2.3.8 Coeficiente de reflexión de ondas electromagnéticas

El principio del cálculo de los coeficientes de reflexión y transmisión de ondas electromagnéticas son similares a las empleadas en la prospección sísmica. El fenómeno de reflexión ocurre cuando las ondas electromagnéticas que viajan con cierta velocidad debajo subsuelo chocan con materiales que producen un efecto de dispersión de las ondas debido a las propiedades eléctricas que poseen los materiales, en consecuencia las ondas son transmitidas y reflejadas a la superficie en donde son captadas por una antena de radar. La siguiente figura (3.8) muestra el principio fundamental del radar de penetración terrestre.

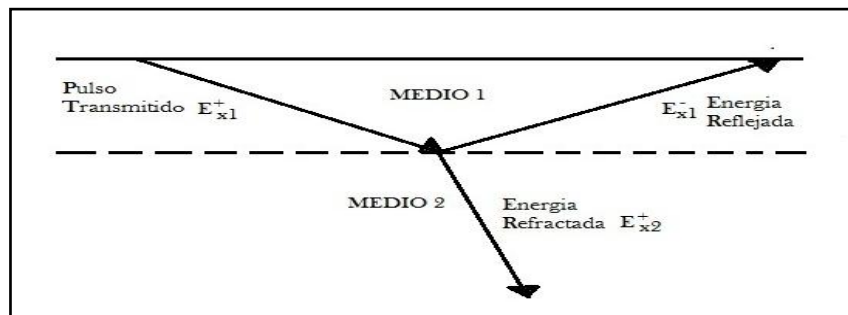


Figura (3.8) Coeficiente Reflexión y Transmisión de las ondas de radar

El coeficiente de reflexión de onda Γ puede ser expresado como una relación entre amplitudes de campo eléctrico, el reflejado E_{x1}^- y el campo eléctrico transmitido E_{x1}^+ ó equivalente a la suma y diferencia de las impedancias de dos medios, en base a lo dicho la ecuación de coeficiente de reflexión puede definirse de la siguiente manera:

$$\Gamma = \frac{E_{x1}^-}{E_{x1}^+} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad (3.66)$$

Los subíndices en las impedancias η representan el medio 1 y 2 delimitados por una superficie de frontera. Por otro lado la ecuación de transmisión T de onda electromagnética se deduce también a partir de un cociente de amplitud de campo eléctrico, donde la amplitud incidente en el medio 1 es E_{x1}^+ y E_{x2}^+ es el transmitido en el medio 2, en base a estas amplitudes se obtiene:

$$T = \frac{E_{x2}^+}{E_{x1}^+} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} \quad (3.67)$$

Otra manera de expresar el coeficiente de transmisión es en función de la constante dieléctrica de los medios de propagación. Si la constante dieléctricas del medio 1 es K_1 y la del medio 2 es K_2 , la ecuación de transmisión es entonces:

$$\Gamma = \frac{\sqrt{K_1} - \sqrt{K_2}}{\sqrt{K_1} + \sqrt{K_2}} \quad (3.68)$$

III.2.4 Ecuación de radar de penetración terrestre

Es de suma importancia el conocimiento de la ecuación de radar ya que de ello depende que un cuerpo o anomalía pueda ser detectado a cierta profundidad de bajo del subsuelo involucrando las pérdidas que se tengan de la señal de onda electromagnética producto de las propiedades físicas del medio.

Mediante un conjunto de parámetros de operación del sistema GPR como la potencia de la fuente, la ganancia de las antenas así como las propiedades del medio entre ellas la atenuación y la profundidad; mediante el cual es posible establecer la primera ecuación de radar de penetración terrestre. La ecuación queda definida de la siguiente manera:

$$Q = \left(\frac{\xi_T \xi_R G_T G_R e^{-4ar} \Sigma \Gamma \lambda^2}{64\pi^3 r^4} \right) \quad (3.69)$$

Donde Q es llamado como el factor de calidad o factor de funcionamiento y se encuentra definida como un cociente entre la potencia mínima del receptor P_{Rx} y la potencia máxima del transmisor P_{Tx} .

$$Q = \left[\frac{P_{Rx}}{P_{Tx}} \right] \quad (3.70)$$

Mediante esta ecuación se calcular directamente la potencia de la señal que llega a la antena receptora simplemente despejando P_{Rx} . Entonces definimos la siguiente ecuación:

$$P_{Rx} = \left(\frac{\xi_T \xi_R G_T G_R e^{-4ar} \Sigma \Gamma \lambda^2}{64\pi^3 r^4} \right) P_{Tx} \quad (3.71)$$

En base a esta ecuación los parámetros quedan definidos como:

ξ_T = eficiencia de la antena
transmisora

ξ_R =eficiencia de la antena
receptora

G_T =ganancia de la antena
transmisora

G_R =ganancia de la antena
receptora

La energía de señal que transmite una antena de radar presenta pérdidas por lo tanto este fenómeno es calculado por la eficiencia de la antena ξ_T , por otra parte la señal perdida es calculada mediante la ganancia directa (*ganancia de la antena*) G_T en donde la ganancia es el producto de la eficiencia ξ por la directividad $G = \xi D$, la directividad D está relacionada con el ángulo de patrón de radiación, ver figura (3.9). En caso de no existir una pérdida de la energía la ganancia será igual a la directividad, pero si existe pérdida la ganancia es menor que la directividad (Blancas, 2000). Mientras tanto la energía del radar se distribuye como un frente de onda esférico de radio r provocando un efecto de atenuación de la onda que es calculado por la exponencial $e^{-4ar} / 64\pi^3 r^4$.

La energía reflejada proveniente del subsuelo está representada por Σ que es el área que cubre la radiación de onda electromagnética y el coeficiente de reflexión Γ relacionado con las propiedades del medio figura (3.9).

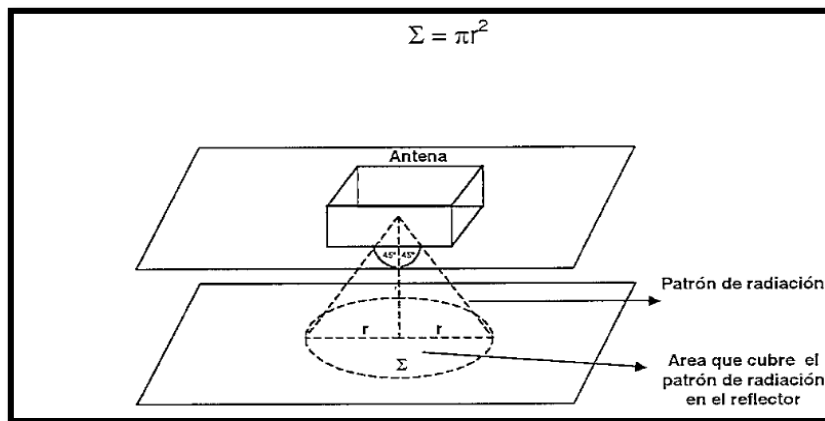


Figura (3.9) Área que cubre el cono de emisión de la antena sobre el reflector (Blancas, 2000).

El factor de calidad Q determina la probabilidad si los objetos en el subsuelo pueden ser detectados, la unidad de medida de una Q es en decibeles (dB), los equipos de radar en la actualidad poseen una Q de 120 a 160 [dB], para medir el factor de calidad Q es necesario considerar que el nivel del ruido captado por la antena sea mayor a del sistema generado por las componentes eléctricas del radar. Por ejemplo si la señal de ruido captada por la antena receptora es mayor entre 10 y 20 [dB] con respecto al ruido del sistema, entonces será posible detectar el objetivo.

Para obtener una buena resolución con el equipo de radar es necesario considerar la frecuencia central de la antena, entre mayor es la frecuencia mayor es la resolución del medio pero se tendrá poca profundidad de penetración y si la frecuencia es menor la profundidad de penetración es mayor y la resolución es mínima.

III.2.5 Técnicas de adquisición de datos

El principio básico del radar de penetración terrestre consiste en la reflexión de ondas electromagnéticas en el interior del subsuelo, para poder captar las reflexiones en tiempo es necesario establecer diferentes arreglos con las antenas de transmisión y recepción esto con el fin de poder obtener una imagen más clara del subsuelo.

Existen diferentes técnicas de sondeo con georadar entre ellas el sondeo de reflexión (figura 3.10) la cual utiliza un arreglo de antenas *biestaticas* es decir dos antenas, una antena de transmisión (Tx) y otra de recepción (Rx) las cuales se desplazan juntas sobre la línea de sondeo con una separación constante entre antenas; haciendo una excepción en el caso de las antenas *monoestaticas* la transmisión y recepción se lleva a cabo por medio de una solo antena, la separación entre antenas en este caso se encuentra en función de la frecuencia central del pulso electromagnético.

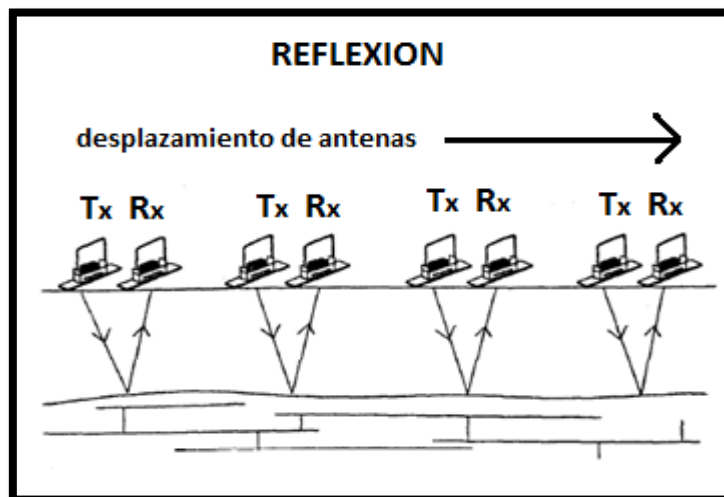


Figura (3.10) Técnica Sondeo de Reflexión (Annam, 1992)

Otros métodos conocidos dentro del sondeo de radar se encuentra el sondeo de Punto Medio Común (CMP) figura (3.11), este también es un arreglo de antenas *biestaticas* que consiste en ir variando la distancia entre fuente-receptor tomando como referencia un punto central de la línea de sondeo, las antenas de transmisión (Tx) y de recepción (Rx) se desplazan en direcciones opuestas quedando siempre equidistantes con respecto al punto central, la importancia de esta técnica es empleada para conocer la velocidad de las ondas electromagnéticas en el medio que a partir de la cual se podrá conocer la constante dieléctrica y la profundidad de los reflectores (Gutiérrez, 2004). El registro que se obtiene con esta técnica queda representado en una grafica de tiempo-distancia con los eventos de reflexión en forma de hipérbolas. Estos registros contienen la información de las diferentes

ondas que viajan en el medio así como en el aire, entre ellas la conocida onda de aire, la onda directa que es propagada en el primer medio, las reflexiones en forma de hipérbola y las refracciones que inciden en la discontinuidad con un ángulo crítico se pueden observar como rectas en los registros.

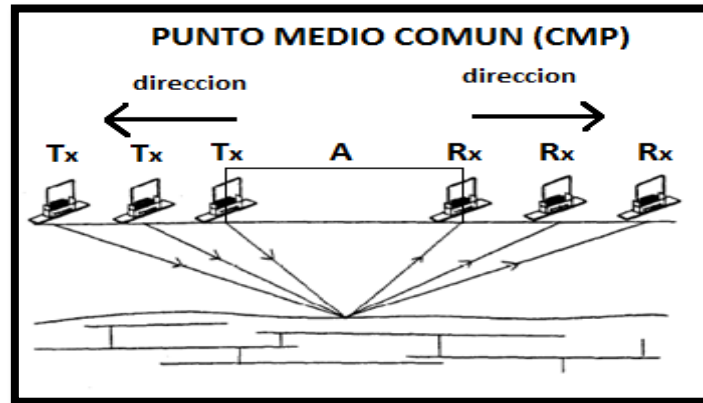


Figura (3.11) Esquema del sondeo CMP, A es la distancia inicial entre las antenas de transmisión Tx y recepción Rx (imagen modifica de Annan, 1992)

El sondeo de gran ángulo de reflexión y refracción WARR (Wigle Angle Reflexión and Refracción) figura (3.12) es un método cuyo objetivo es similar al anterior consiste en medir los cambios del tiempo de viaje de las ondas reflejadas y a si estimar la velocidad y la constante dieléctrica del medio a partir de las reflexiones de onda electromagnética; esto se logra dejando fija la antena de transmisión (Tx) que en consecuencia la antena de recepción (Rx) es desplazada en intervalos fijos sobre la línea de sondeo (Sharma, 2004).

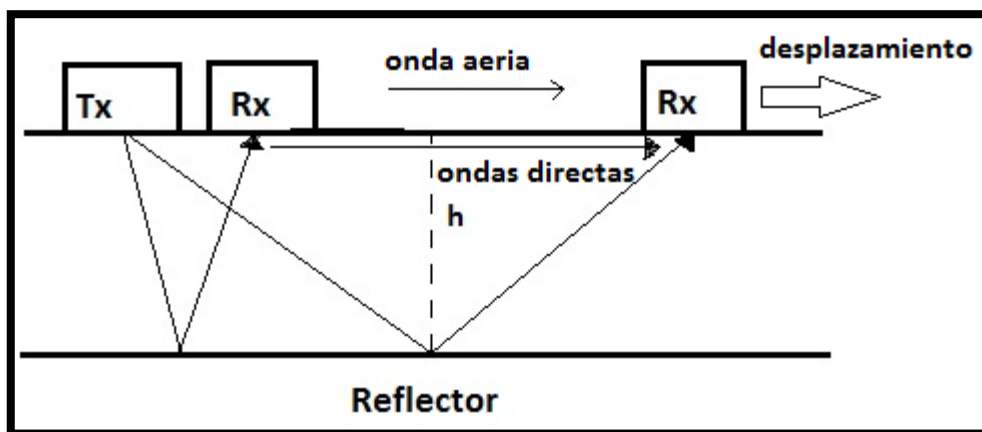


Figura (3.12) Diagrama de sondeo WARR para estimar los tiempos de reflexión en donde el transmisor (Tx) es fijado y el receptor (Rx) es desplazado en la dirección x en intervalos, (h) es la profundidad.

Los registros obtenidos con la técnica de sondeo WARR contiene diferentes eventos de la propagación de las ondas electromagnéticas, entre estos eventos se tiene la onda aérea que se propaga directamente por el aire de una antena a otra con una velocidad aproximadamente de 30 (cm/ns), la onda directa se propaga en el medio superior con una velocidad similar a la primera reflexión, las ondas reflejadas se producen una por cada contraste electromagnético brusco en el medio y la onda refractada ocurre con la condición de que la velocidad de propagación del medio inferior sea mayor que el medio superior. En el caso de existir reflexiones posteriores las ondas contienen información acerca de la velocidad de todos los medios que atraviesas durante el tiempo de viaje.

Las antenas de radar poseen diferentes rangos de frecuencias para su operación, en el caso de las antenas *monoestaticas* las frecuencias son muy altas entre 200 MHz a 2,000MHz (2 GHz), mientras que en las antenas *biestaticas* las frecuencias son más bajas entre 10MHz a 100MHz.

III.2.6 Rango de frecuencia y resolución del GPR

El sistema de radar de penetración terrestre (GPR) principalmente mide el tiempo de viaje de la señal de onda electromagnética, entonces la resolución puede ser definida como una capacidad del sistema para distinguir dos señales que están cerca unos de otros en el tiempo “ t ” (Sharma, 2004).

Cuando el ancho del pulso electromagnético Δt disminuye, entonces el ancho de banda de frecuencia Δf aumenta. Todos los sistemas GPR están diseñados para alcanzar anchos de banda que son aproximadamente iguales a la frecuencia central y por lo tanto el periodo del pulso es inversamente proporcional a la frecuencia central (Sharma, 2004). En los suelos húmedos la resolución puede llegar alcanzar 0,5 m, la resolución se puede mejorarse con frecuencias altas si la relación del ancho de banda a la frecuencia central es la misma, pero esto tiene una repercusión ya que la atenuación aumenta con la frecuencia.

A menudo en la práctica puede aceptarse una menor resolución en un intervalo donde hay capas muy delgas u objetos que provocan una dispersión de las ondas pero que no son de interés primordial. En los sistemas de radar con una frecuencias cercana a 100 MHz ofrecen un buen desempeño entre rango, resolución y portabilidad del sistema.

La variable que controla la profundidad de penetración de un pulso de radar es la conductividad σ , es decir que con el aumento de la conductividad disminuye la profundidad de penetración. La penetración del radar en el terreno es aproximadamente de 20 m o puede aumentar a 50 m bajo condiciones ideales de muy baja conductividad, por ejemplo en rocas o un suelo congelado y llegara a disminuir a 2 m en materiales de alta conductividad tales como arcilla húmeda o limo.

La selección de la frecuencia de funcionamiento para un estudio de radar no es simple ya que debemos definir el tipo de objetivo y seleccionar una resolución espacial x , por lo tanto para poder calcular la frecuencia inicial se emplea la siguiente ecuación:

$$f = \frac{150}{x \cdot \sqrt{K}} \text{ MHz} \quad (3.72)$$

En donde K es la constante dieléctrica del medio. Usando esta frecuencia y la ecuación del factor de calidad Q para el radar, se puede estimar si la profundidad de penetración del pulso del radar, es suficiente para detectar el objetivo, si la penetración es insuficiente lo recomendable es disminuir la frecuencia hasta encontrar una penetración adecuada. Como nota cabe mencionar que de nada sirve tener una buena resolución si el objetivo no puede ser detectado.

Para poder estimar una manera simple una buena resolución se puede suponer que la resolución requerida es aproximadamente 25 % de la profundidad del objetivo (Annan 1992). De este concepto se puede emplear la siguiente Tabla (3.8) que relaciona la frecuencia con la profundidad de penetración.

Frecuencia MHz	Profundidad (m)
1000	0.5
500	1
200	2
100	5
50	10
25	30
1	50

Tabla (3.8) Relación de frecuencia con la profundidad de penetración (Annan, 1992)

Los valores de esta tabla son basados en experimentos de práctica, estos deben utilizarse únicamente como una guía rápida y no como un remplazo para la planificación de un estudio pensado, debido a que cada problema presenta diferentes análisis (Annan, 1992).

III.2.7 Componentes de un equipo Georadar

Las componentes esenciales para el funcionamiento de un sistema de radar de penetración terrestre son principalmente la antena, la unidad de control, el monitor, la fuente de poder, el sistema de almacenamiento de datos y el sistema de posición figura (3.14). En seguida se describen la función de cada componente del georadar.

- a) **La unidad de control.** su función principal es la coordinación y control de la señal emitida por las antenas así como los diversos accesorios que pueden añadirse al equipo. Una función importante de esta unidad es la coordinación del almacenamiento de la señal en algún dispositivo de disco duro o memoria interna del equipo, en algunos equipos permite realizar el tratamiento básico de las señales durante la adquisición de los datos, por ejemplo un filtrado o una ganancia a los datos del registro entre otros procesos, mediante un programa implementado en la unidad de control, la cual es conectada a un *monitor* para visualizar la señal que se está adquiriendo figura (3.13), los registros se pueden visualizar en trazas de amplitud similares a un registro sísmico o en escalas de colores o tonos grises. En algunos georadares la unidad de control solo permite visualizar la señal sin poder efectuar un tratamiento que mejore la calidad de la imagen durante la adquisición de los datos.

La *fuerza de poder* que suministra a la unidad de control es básicamente de corriente continua, consiste en algunos casos en una batería de 10 a 18 voltios o dependiendo del fabricante de cada equipo de radar.

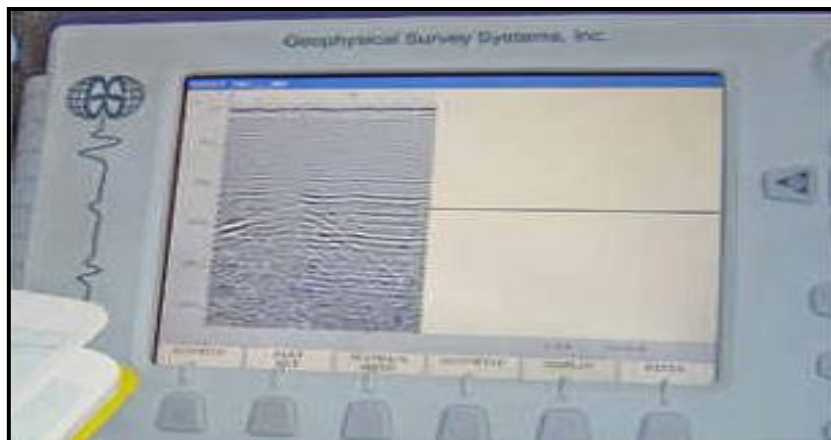


Figura (3.13) Unidad de control del SIR 3000 con despliegue de datos en pantalla

b) **Antena**

La antena es la parte fundamental básica de un equipo de radar, es la encargada de emitir la señal del pulso electromagnético al medio como de recibir la señal cuando regresa a la superficie tras haber sufrido una reflexión en el interior del subsuelo. Las antenas se conectan a la unidad de control mediante cable, las antenas empleadas en la prospección con georadar están determinadas por la frecuencia del pulso que emite al radiar, en este caso la longitud de la onda de la energía radiada

dependerá de las características del medio por el que se propaga. En los radares del subsuelo el ancho de banda de frecuencia con que emite la antena es similar a la frecuencia central.

c) Sistema de posición

Estos sistemas posicionan al georadar de acuerdo a una referencia topográfica dada, generalmente se utilizan dos métodos los cuales son odómetros o GPS para una mejor ubicación en tres dimensiones.

Los odómetros son dispositivos que van conectados a la unidad de control que se añade a la antena. En algunos casos se implementan en un soporte con ruedas sobre el que se sitúa la antena. La función de este sistema es determinar la posición de los diferentes puntos del radargrama con mayor precisión que en el caso de los marcadores. Los marcadores son otros dispositivos de baja precisión que permiten referenciar a un radargrama, permitiendo introducir una marca en el registro cada vez que se presiona un pulsador. Estos permiten introducir marcas para el inicio y el final del perfil de radar así como puntos equiespaciados en el perfil. Pero estos tienen una desventaja por ejemplo si la velocidad de desplazamiento de la antena no es constante tendrá como consecuencia una división de intervalos desiguales en el radargrama.

La unidad de sistema de posicionamiento por satélite llamado GPS en algunas unidades de radar modernas lleva implementado este sistema para posicionar de forma rápida y exacta los diferentes puntos del perfil. En ocasiones los perfiles de radar se requieren situar los puntos sobre un plano topográfico para ello se requieren utilizar taquímetros, estaciones totales entre otros instrumentos topográficos que faciliten obtener el relieve topográfico.

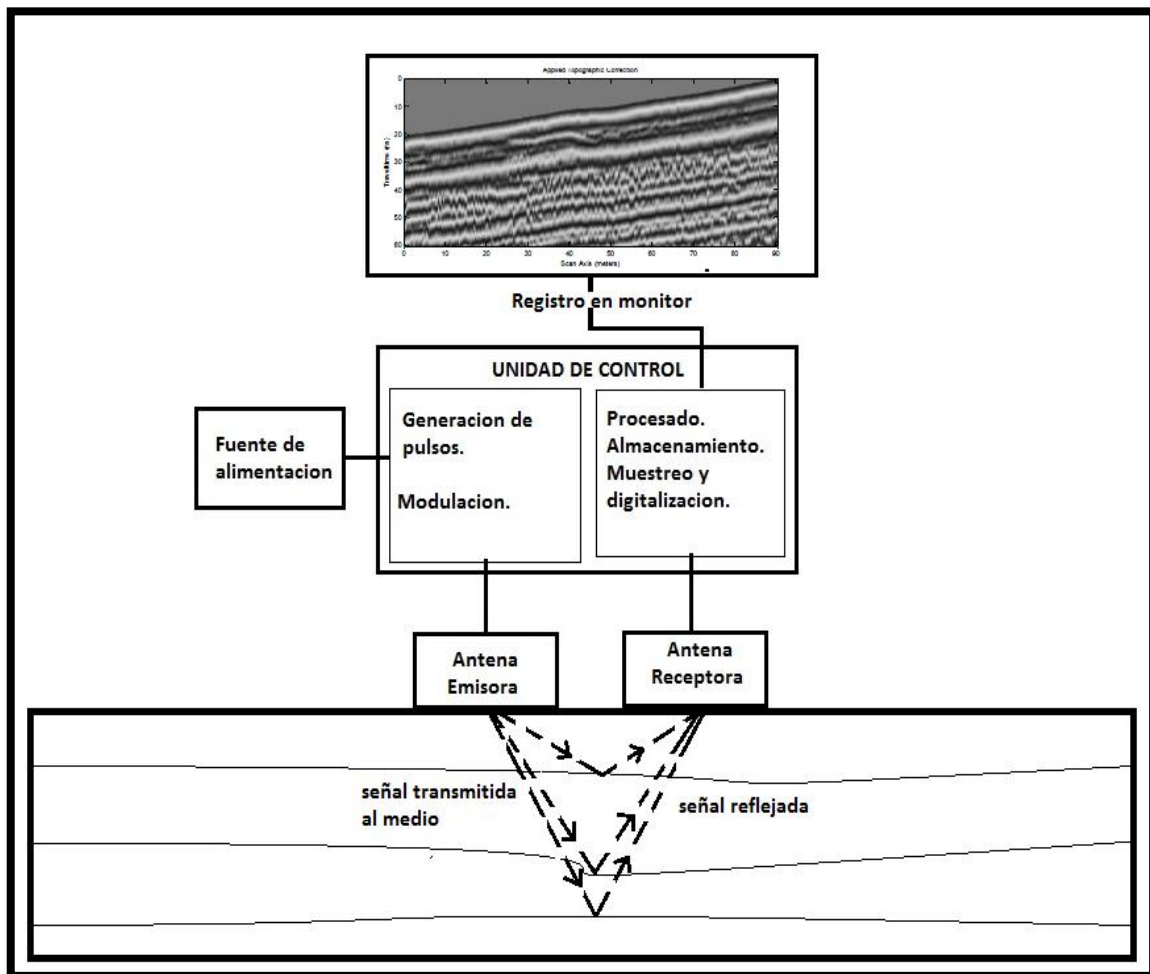


Figura (3.14). Diagrama de las componentes de un equipo de radar

III.2.8 Características del equipo de Radar SIR 3000

El equipo de radar empleado para este estudio fue el SIR 3000 fabricado por la compañía Geophysical Survey Systems Inc. (GSSI) figura (3.15), el cual básicamente está compuesto por una antena monoestática con frecuencia central de 270 MHz con una capacidad de penetración de 6 [m] de profundidad , un cable de fibra óptica de 2 m de longitud que une a la antena con la unidad de control, la unidad de control (DC-2) posee una pantalla que despliega los datos en tres formatos diferentes linescan, O-scope y 3D dependiendo de la opción seleccionada por el usuario, cuenta con unidades de puerto para los dispositivos como son, puerto compacto flash de tarjeta de memoria de almacenamiento de 2GB con la capacidad de poderse expandir hasta 8GB, entrada de la corriente continua y el puerto serial RS232 para el GPS, como fuente de poder contiene una batería de 10.8 V. La unidad de control puede manejar intervalos de exploración (Scaneo) de 220 trazas por segundo (scans/s). Otras características de este equipo es de muy alta resistencia al medio ambiente puede ser manejado en temperaturas muy bajas y altas de -10°C a 40°C además de ser muy resistente al agua y cuenta con un carrito de dos ruedas donde es montado el equipo



Figura (3.15) GPR con unidad de control SIR3000

CAPÍTULO IV. ADQUISICIÓN Y PROCESAMIENTO DE DATOS

IV.1 Adquisición de datos de TRE y GPR

El levantamiento con TRE y GPR fue realizado en la isla de Jarácuaro situada en el lago Pátzcuaro perteneciente al municipio de Pátzcuaro Michoacán. La isla se encuentra a 2,037 m sobre el nivel del mar, la topografía de la zona de estudio presenta una pendiente aguda aproximadamente menor a 20° en algunas zonas, conformado por un suelo de tipo lacustre. El trabajo en campo y la adquisición de datos fue realizado en marzo 2012 en dos etapas, la primera etapa se realizó en la zona oeste W de la isla y la segunda fue realizada en la zona sur S de la isla. Ambas prospecciones tienen el objetivo de visualizar fracturas someras en las secuencias estratigráficas del suelo lacustre de dicha isla como parte de una evidencia de paleosismos.

IV.2 Adquisición de datos de TRE

Para el estudio de TRE se realizaron dos líneas de perfil eléctrico ambas cercanas a supuestas fallas que cruzan a la Isla de Jarácuaro, el primer perfil P1 se ubica al Oeste (W) de la isla con 470 m de longitud en dirección W-E, mientras que el segundo perfil P2 se ubica al Sur (S) con dirección S-N en la isla de 330 m de longitud, los dos perfiles terminan a orillas del lago Pátzcuaro. La siguiente figura (4.1) muestra la ubicación de los perfiles.



Figura (4.1) Ubicación de los perfiles de TRE en líneas de color amarillo

En ambas líneas de perfil eléctrico 1 y 2 se empleo un dispositivo Wenner- Schlumberger en base a las necesidades de este estudio así como de obtener una buena caracterización tanto vertical y lateral del subsuelo. En el perfil P1 se llevo a cabo una primera secuencia de mediciones con un espacio entre electrodos de 10 m, posteriormente se realizo una segunda secuencia de mediciones con 2 m de espaciamiento entre electrodos, en este caso fue necesario implementar la técnica Roll-along para cubrir la longitud total de la línea de estudio, se implementaron 15 Roll-along al 75%. En cuanto al perfil 2 de la misma manera se realizaron mediciones con espaciamiento de 10m y 2m respectivamente, solo que en este caso a diferencia del perfil 1, aquí solo se implementaron 5 Roll-along al 50%. También al mismo tiempo de este estudio se obtuvo la topografía del terreno mediante un equipo de nivelación y cinta métrica con el objetivo de dar una mayor exactitud a los modelos finales introduciendo la misma topografía.

Para la medición de la resistividad del subsuelo se utilizó el equipo SYSCAL PRO figura (4.2), con 48 canales de registro y una corriente de salida de 2.5 (A), entre los accesorios empleados fueron 4 cables inteligente de 120 m de longitud cada uno, 2 baterías de 12V que suministraron energía al equipo, 48 electrodos de cobre con 1/2" de diámetro los cuales fueron enterrados con un martillo a distancias establecidas previamente sobre la línea de estudio.



Figura (4.2) Resistivimetro SYSCAL PRO

Después de que los electrodos fueron enterrados se procedió a montar el equipo, este se ubico al centro de la línea de sondeo entre los electrodos 24 y 25, los cables inteligentes se desplegaron sobre la línea de estudio conectándose a los electrodos por medio de caimanes y al final al equipo. Ya con el quipo instalado en su totalidad se agrego agua a los electros para disminuir la resistencia de contacto con el suelo y entonces se realizaron pruebas de resistencia durante 10 minutos, verificando que ningún electrodo tuviera una resistencia elevada. Finalizada las pruebas se dio paso a las mediciones de resistividad; por cada 48 electrodos el tiempo de medición fue 1.20 horas. La figura (4.3) muestra la adquisición de los datos.

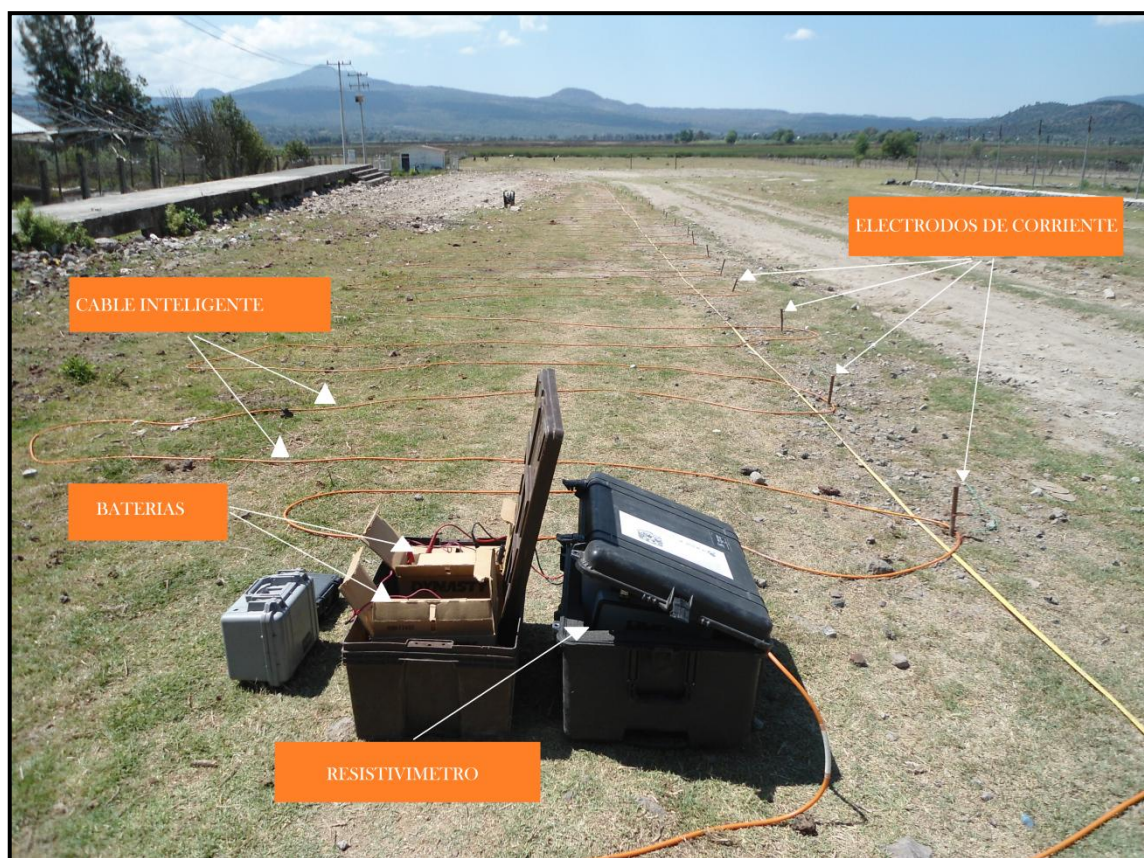


Figura (4.3) Sistema de conexiones a tierra para la adquisición de datos.

IV.3 Adquisición de datos GPR

Para la adquisición de los datos se utilizó el equipo de radar SIR 3000 de la compañía Geophysical Survey Systems Inc. (GSSI), entre sus características se compone de una antena de 270 MHz, unidad control con pantalla para el despliegue de los datos en tiempo real, odómetro el cual sirvió para posicionar cada punto del radargrama, cable de fibra óptica para la transmisión de datos y fuente de energía a demás de contar con una unidad móvil sobre el cual fueron montados las componentes del georadar.

Los datos de radar fueron tomados en la misma dirección de los perfiles eléctricos, el primer sondeo de radar fue realizado en la zona oeste W de la isla de Jarácuaro en dirección del perfil 1 de tomografía eléctrica es decir W-E, con una longitud de 470 m, el segundo sondeo de radar fue realizado en la zona sur S de la isla donde se ubica la segunda línea del perfil de tomografía eléctrica en dirección S-N, con una longitud total de 350 m. La siguiente figura (4.4) muestra la ubicación los perfiles de radar realizados.

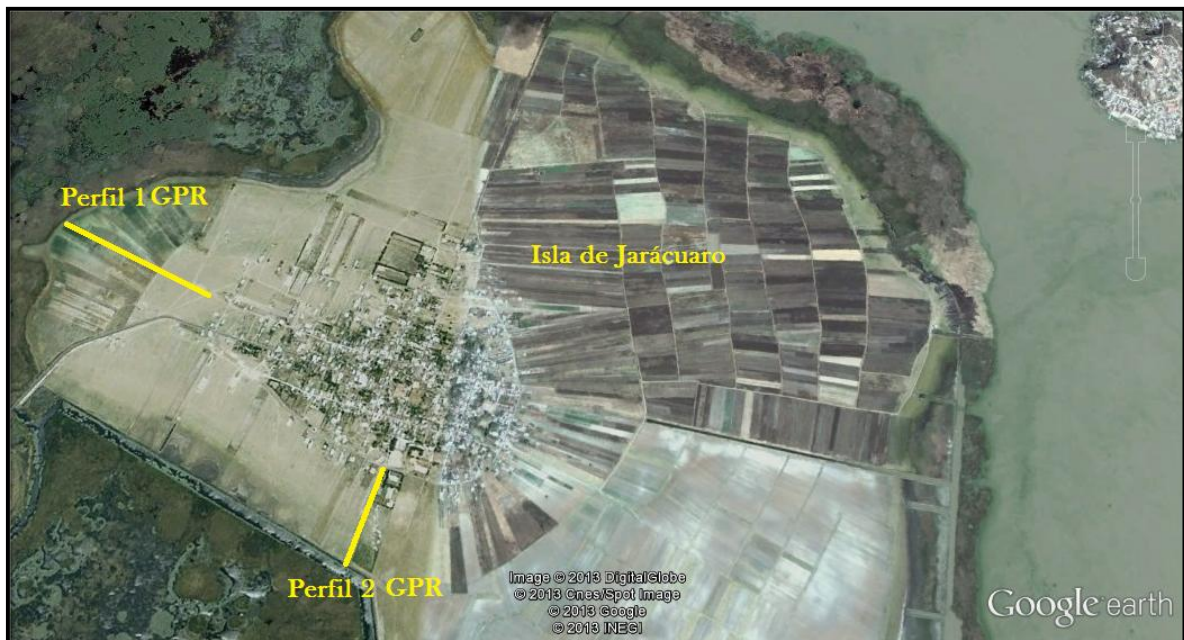


Fig.(4.4) Ubicación de los perfiles de GPR

En cada sondeo de georadar fue realizado con la técnica de reflexión de onda electromagnética con una antena de offset constante o también conocida como antena *monoestática* con frecuencia central de 270 MHz para poder alcanzar una profundidad de investigación aproximadamente de 5 m. La antena montada sobre la unidad móvil fue deslizada sobre la superficie del terreno en dirección de las líneas trazadas previamente con cinta métrica figura (4.5). Los registros de la imagen del subsuelo se obtuvieron en función

del tiempo-distancia mediante una ventana de tiempo de 60 ns en formato *linescan*. En la zona sur de la Isla se realizaron registros en intervalos de 50 m de longitud hasta alcanzar la longitud total de 350 m de la línea de estudio proyectada.

Para la zona oeste W de la Isla se realizaron registros del subsuelo en intervalos de 90 m, 70 m y 60 m hasta completar la longitud total de 465 m. Con esto se pretende obtener la mejor interpretación geológica posible comparando los perfiles de georadar y TRE.



Fig.(4.5) Se muestra la adquisición de datos con el equipo de radar

IV.2.2 Procesamiento de datos TRE

El inicio del procesamiento consistió con el objetivo de poder tener acceso a los datos de las secuencias programadas en el equipo SYSCAL Pro; fue necesario emplear el software ELECPRO para poder tener acceso al archivo con extensión *SQZ que contiene el número de electrodos y la posición de los cuatro electrodos en la secuencia de medidas; los datos extraídos se transformaron a un archivo con extensión *.txt. Posteriormente se tuvo acceso al archivo con extensión *.bin que posee la información de las mediciones hechas en campo, este contiene la corriente eléctrica I, el potencial medido entre electrodos V, y el error E de medición para cada valor calculado de la diferencia de potencial. Fue necesario utilizar el software PROSYS II para acceder a los datos y transformarlo de igual manera en un archivo *.txt.

Una vez que se obtuvo la información mencionada anteriormente, lo siguiente fue construir el un archivo con extensión *URF (Universal Resistivity data File) que contiene toda la información necesaria para construir una sección de resistividad aparente, este archivo contiene el numero de electrodos, la posición de los cuatro electrodos en la secuencia de mediciones, la resistividad aparente medida, la corriente suministrada así como el error de medición.

Una vez ordenados los datos, el siguiente paso fue emplear el software EarhtImager 2D para calcular el mejor modelo de resistividad aproximado del subsuelo. Los parámetros de inversión en dicho software se mencionan a continuación.

Parámetros de inversión

La inversión de los datos de tomografía eléctrica fue realizado mediante el software EarthImager 2D de la compañía Avaced Geosciencies, Inc. (AGI). Los parámetros seleccionados para llevar a cabo dicha inversión fueron establecidos en base al contenido de ruido en los datos medidos. Cuando hablamos de ruido nos referimos a los valores muy altos o valores muy bajos de resistividad aparente que no concuerdan con el promedio general de los demás valores; en este caso se considero un método de inversión suavizado, como el adecuado ya que los datos obtenidos en campo no presentaban demasiado ruido alguno.

La ventana en la cual se dio acceso para introducir los paramentaros de inversión en el software EarthImager 2D es la de **Setting** en esta venta la primer opción que aparece es la ventana de **Setting initial**, figura (4.6), estando aquí seleccionamos el método de inversión empleado que es el *Smooth Model Inversión*, también seleccionamos los valores de resistividad mínimos y máximos que pueda tomar en cuenta el software en la inversión. Se estableció el valor del error máximo de repetición en los datos, el manual sugiere lo conveniente es un valor máximo de 5, como se menciono anteriormente los datos que fueron tratados presenta poco ruido por lo que, se decidió mantener todos los datos con la opción de *Keep All*. En las otras funciones presentes en este ambiente de ventana se establecieron en base a los criterios que maneja el manual del EarthImager 2D.

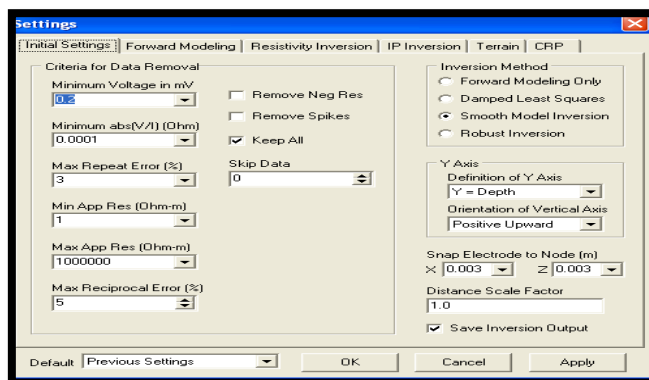


Figura (4.6) Los parámetros de inversión presentes en Initial Settings (EarthImager 2D)

Después de haber establecido los parámetros en la ventana de **Initial Settings**, la segunda venta es **Forward Modeling**, en esta ventana se consideran los parámetros de acuerdo a lo necesario; con el fin de obtener modelos más exactos se sugiere utilizar el método de *Finite Element Method*, los parámetros de inversión se muestran en la siguiente figura (4.7).

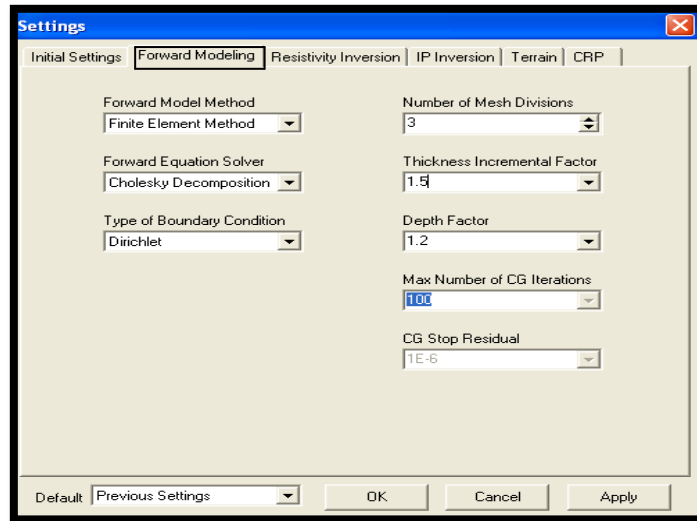


Figura (4.7) Ventana *Forward Modeling* y los parámetros de inversión presentes (*EarthImager 2D*)

Luego de establecer los parámetros en **Forward Modeling** la tercera ventana es **Resistivity Inversion** figura (4.8), aquí tenemos la opción de manejar varios parámetros, entre estos se encuentra el número de iteraciones que realiza el proceso de inversión, en esta caso se colocó un valor de 10 iteraciones, ya que era el apropiado para llegar a obtener un error por debajo del 5%, por otra parte el error cuadrático medio RMS puede ser fijado, este se determina a partir de la diferencia entre los datos medidos en campo y los datos calculados teóricamente, este valor se mantiene en un 3% , se considera en este intervalo debido a que no existen datos muy ruidosos, en seguida se tiene el parámetro de error de reducción, este refiere al porcentaje de error existente entre cada iteración, se coloca un valor de 5% de error de reducción por default sugerido por el manual.

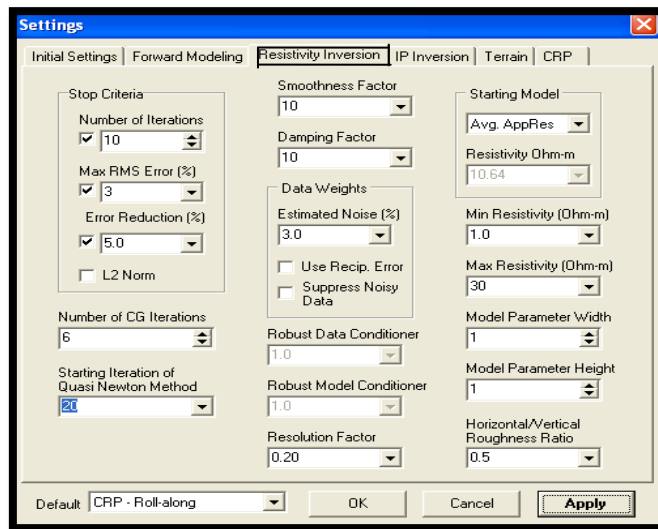


Figura (4.8) Ventana Resistivity Inversion, y los parámetros de inversión presentes (EarthImager 2D)

En consecuencia este ambiente de inversión también se maneja la parte de los factores de *Smoothness Factor* y *Damping Factor*, se sugiere que estos dos parámetros tenga el mismo valor ya que se mejora el proceso y aumenta la rapidez de procesamiento en los datos, para este caso se colocó un factor de 10 para ambos parámetros debido a que no hay datos demasiados ruidosos, por otra parte también fue importante establecer un intervalo de *resistividad mínima* y *una máxima* entre 1-100 y 1-30 ohm-m, con estos intervalos se mejoró la interpretación de los modelos.

Los últimos parámetros de inversión se introducen en la ventana *Terrain* y *CRP*, el primero se utiliza para seleccionar el tipo de topografía que será introducido a la malla de los datos para realizar dicha inversión, en este caso el parámetro seleccionado es *Uniform transform* debido a que se obtuvo una topografía únicamente con una pendiente. La información topográfica del terreno se ordenó en un archivo con formato *.trn, la cual contiene la distancia horizontal (x) y la elevación del terreno (z). Posteriormente este archivo fue introducido a los datos de resistividad mediante la opción *Read Terrain File*.

Con la modalidad del perfil continuo de resistividad CRP, consistió de la siguiente manera, el software Earth Imager 2D divide el archivo de datos en pequeñas longitudes del perfil, con esto realiza la inversión por secciones de acuerdo al número de iteraciones seleccionado, para finalmente unir todas las secciones y así obtener un solo perfil de resistividad continuo. Los parámetros para esta modalidad son 50 electrodos por subsección y un 60% de traslape, estos valores fueron seleccionados a fin de que el perfil resultado fuera completado en su totalidad, de lo contrario queda el perfil eléctrico sin valores de resistividad en uno de sus extremos es decir que los electrodos finales quedan sin ninguna información bajo estos.

Después de haber fijado estos parámetros se dio paso al proceso de inversión donde finalmente los resultados fueron satisfactorios, se obtuvo cuatro modelos de inversión, dos para la zona Oeste y otros dos para la zona sur de Isla de Jarácuaro. El error cuadrático medio (RMS) fue menor a 5%; para los modelos obtenidos de la zona Oeste es de 2.79 y 4.08% , en cuanto a los modelos de la zona Sur se obtuvo un error cuadrático de 1.44 y 2.6%; el ajuste de los datos a una línea de tendencia fueron convergentes, el error normalizado L2 para cada uno de los cuatro modelos arrojó un valor de 0.85, 1.85, 0.22 y 1.27. En la figura (4.9) se aprecia los valores de resistividad cálculos para un modelo de inversión así como el error presente entre los datos medidos y los calculados.

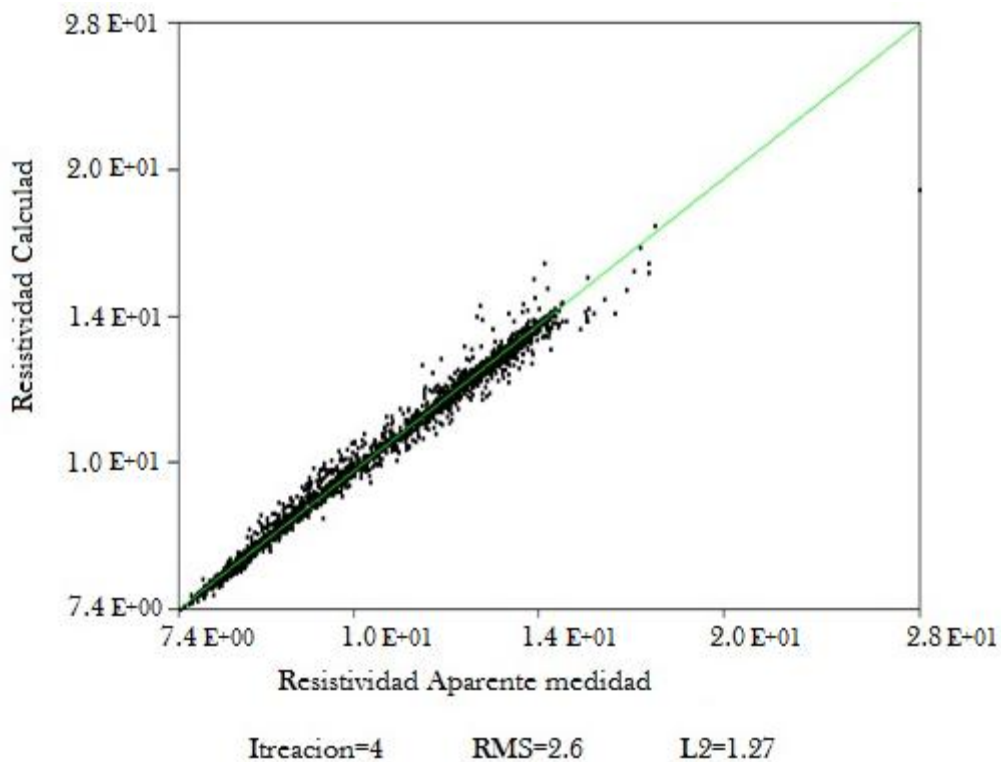


Figura (4.9) Grafica de los datos calculados en inversión (EarhtImager 2D)

IV.5 Procesamiento de datos GPR

Para poder interpretar cualquier tipo de datos de georadar es necesario realizar un procesamiento de los datos, con el objetivo de mejorar la imagen, aumentar la resolución y la relación señal-ruido. Los ruidos y las inferencias encontradas en los perfiles de georadar se deben a una gran variedad de fuentes en las que se incluyen (*Gutiérrez, 2004*):

- a) Objetos en la superficie del terreno, sobre los cuales la antena es desplazada.
- b) Cables aéreos de alta tensión, postes de luz o semáforos, arboles, edificaciones, etc.
- c) Objetos enterados.
- d) Señales de alta frecuencia, generadas por transmisores de externos como antenas, teléfonos móviles, etc.

Con la ayuda del procesamiento de los datos algunas de estas fuentes pueden ser eliminadas o minimizadas, entonces para poder realizar un buen procesado se tiene que tomar notas en campo sobre la presencia de cualquiera de estos elementos generadores de ruido para luego saber a que corresponden y posteriormente puedan ser eliminados.

En el caso de los datos de georadar obtenidos en la isla de Jarácuaro se les aplico varios procesos empleando el software MatGPR (2010) del Dr. Andreas Tzanis de la universidad de Atenas, algunos de los procesos son:

- 1) Ajuste de la señal
- 2) Filtrado de frecuencia
- 3) Control de ganancia
- 4) Corrección estática
- 5) Profundidad de investigación

Las imágenes de radar contenían principalmente ruido de baja frecuencia que evitaba obtener una imagen más nítida, por este hecho fue necesario aplicar un filtro de tipo FIR pasa altas para eliminar dichas frecuencia.

A continuación se menciona en qué consiste cada uno de estos procesos empleados para mejorar las imágenes de radar y así poder distinguir las estructuras de interés.

Ajuste de la posición de la señal de radar

Principalmente consiste en encontrar la superficie de reflexión eliminando el tiempo que transcurre cuando el pulso de radar deja la antena y entra al subsuelo. Entonces este tiempo debe ser considerado como “tiempo cero” y su posición debe ser ubicada en la parte superior de la sección de radar. A menudo los pulsos del sistema de radar se muestra una línea plana en la parte superior de la traza, la reflexión grande se ubica abajo de la zona plana, la cuál será la superficie de reflexión (*MatGPR, 2010*).

La siguiente ventana figura (4.10) muestra un ajuste de tiempo cero de las trazas, seleccionando un tiempo de $t = 8.071\text{ns}$

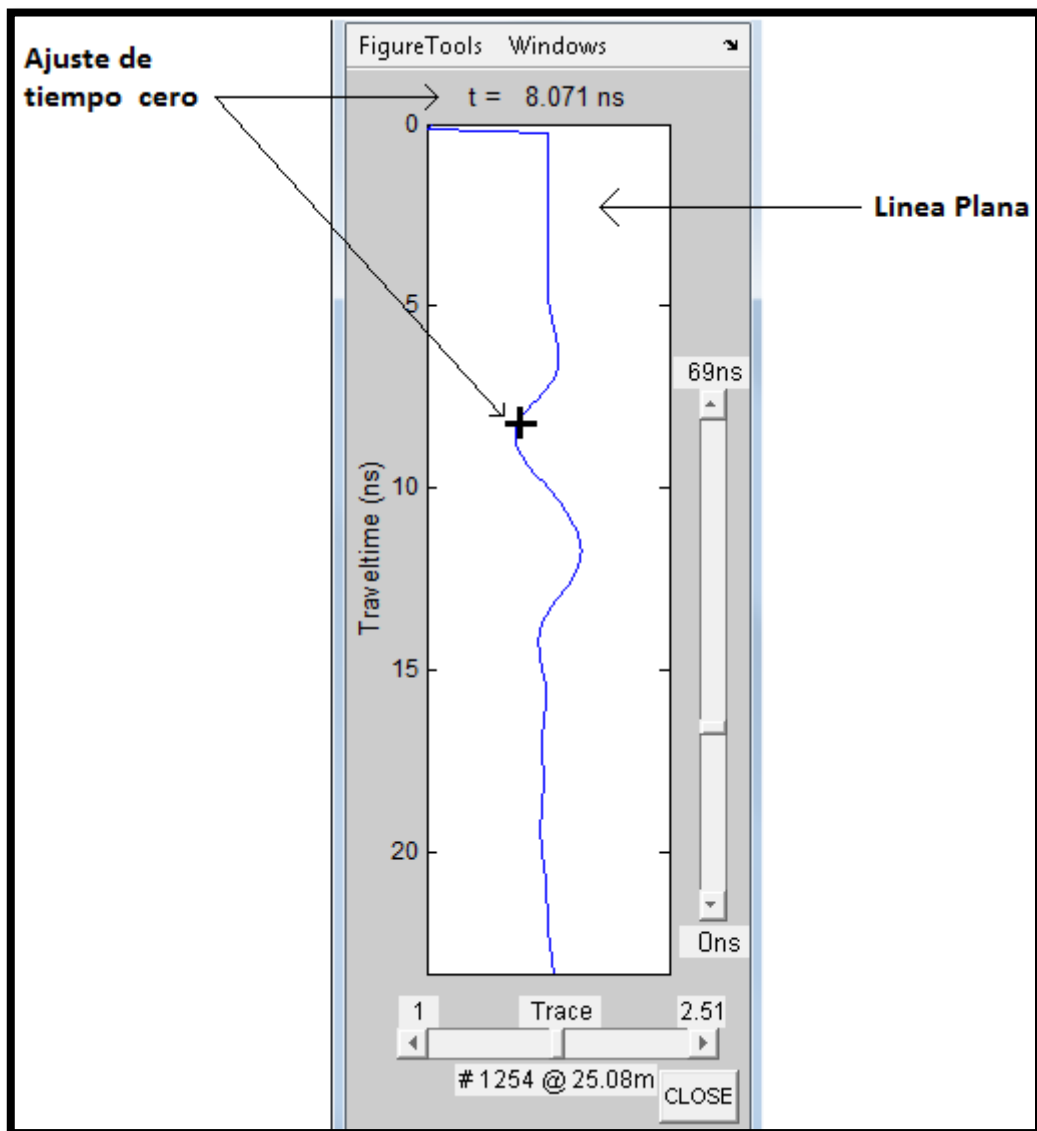


Figura (4.10) Ajuste de la señal con el software MatGPR 2010.

El ejemplo de cómo se muestra un radagrama en MatGPR antes de seleccionar un ajuste de tiempo cero figura (4.11)

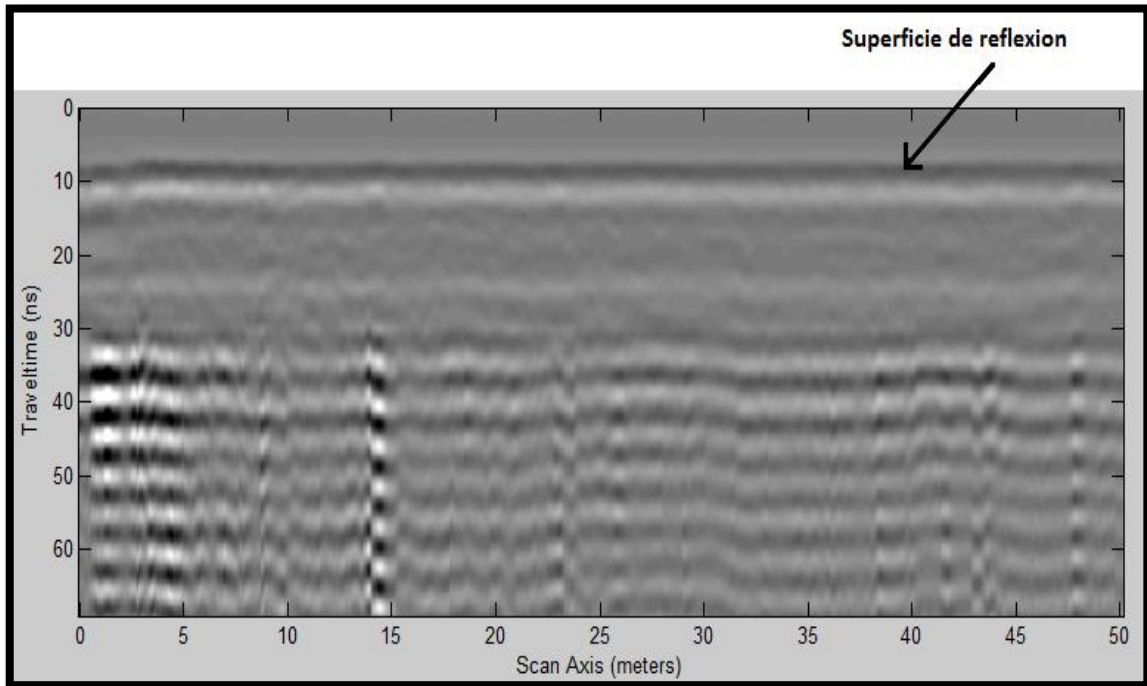


Figura (4.11) MatGPR 2010

Después de haber seleccionado un tiempo de ajuste el radagrama muestra la superficie de reflexión posicionado en un tiempo $t=8$ ns, con esto eliminamos la onda aérea fig. (4.12).

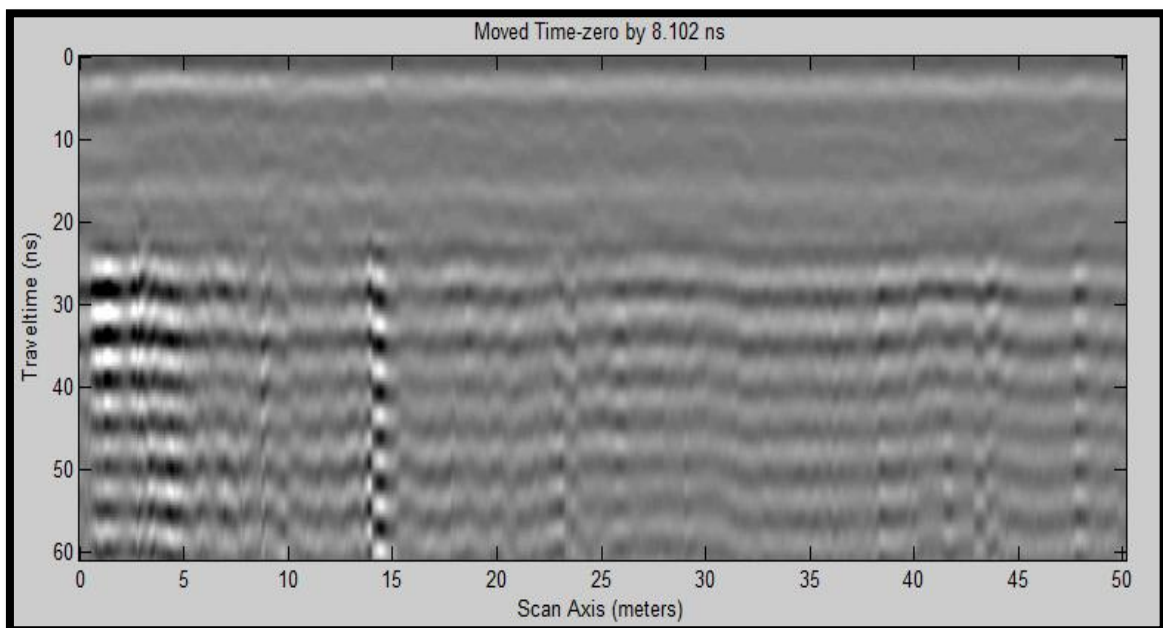


Figura (4.12) MatGPR 2010

Filtrado de frecuencia

El objetivo principal de un filtro es para eliminar las señales no deseadas relacionadas colectivamente como el ruido presentes en un registro (radargrama), dejando solamente reflexiones primarias que tienen sentido geológico (Dobrin, 1988). El espectro de onda electromagnética se describe para especificar la frecuencia y la amplitud de la secuencia de cada onda que se requiere para reproducir su forma. El filtrado es un proceso de modificación del espectro de onda electromagnética que consiste en extraer o eliminar ciertas frecuencias.

La extracción de componentes de frecuencia desde el extremo inferior del espectro es llamado filtro pasa altas mientras que la eliminación de frecuencias del extremo superior del espectro se llama filtro pasa bajas. Para un filtro que elimina ambas; alta y baja frecuencia es llamado filtro pasa bandas, es decir pasa una específica banda o rango de frecuencia de la señal.

Filtro FIR

El filtro FIR es un tipo de filtro de promedio móvil, es usado como pasa-bajas, pasa-altas o pasa- bandas cuando los datos presentan una fluctuación y deben ser suavizados antes de su interpretación. En el caso particular si las amplitudes de onda para un radar-grama digital son $A_1, A_2, A_3, \dots, A_m$ y un conjunto de coeficientes llamados coeficientes de filtrado plegado son $f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$, las amplitudes de señal filtra de salida se puede denotar como (Robinson, 1988):

$$c_1 = f_1 A_1 + f_2 A_2 + f_3 A_3 + \dots + f_n A_n$$

$$c_2 = f_1 A_2 + f_2 A_3 + f_3 A_4 + \dots + f_n A_{n+1}$$

$$c_3 = f_1 A_3 + f_2 A_4 + f_3 A_5 + \dots + f_n A_{n+2}$$

$$c_i = f_1 A_i + f_2 A_{(i+1)} + f_3 A_{(i+2)} + \dots + f_n A_{i+n-1}$$

Este proceso de multiplicación y suma avanza sobre cada intervalo de la traza de onda electromagnética, puede observarse como un proceso de *convolución* para cada intervalo de tiempo. Para ejemplificar este concepto consideramos la siguiente traza de onda antes de aplicarle un filtro FIR figura (4.13).

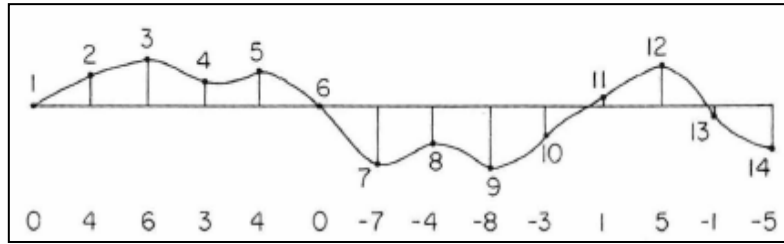


Figura (4.13) Ejemplo de una señal con sus respectivos valores de amplitud (Robinson, 1988)

En el caso de la figura (4.13) consiste en tratar los valores de amplitud por igual así que se puede promediar cada cinco valores de amplitud, entonces el coeficiente de filtrado será $1/5$, cabe mencionar que este coeficiente puede ser modificado en la parte del diseño del filtro o de acuerdo a las necesidades del intérprete. En cada punto de la traza de la figura (4.13) se tiene un valor de la amplitud de onda que se ubica en la fila de números bajo la traza. Así que la operación de filtrado se realiza multiplicando el coeficiente por cada valor de amplitud y sumando el producto de ellos.

El procedimiento inicia calculando el primer valor de amplitud filtrado $C1$, se promedian los primeros cinco valores de amplitud de los puntos 1 a 5, el segundo valor de amplitud filtrado $C2$ se promedia de 2 a 6 y el tercero $C3$ es de 3 a 7 y así sucesivamente con todos los valores de amplitud de la traza. En este caso para fines prácticos solo se calculan los primeros tres valores de amplitud.

$$C1 = (1/5 \times 0 + 1/5 \times 4 + 1/5 \times 6 + 1/5 \times 3 + 1/5 \times 4) = 3.4$$

$$C2 = (1/5 \times 4 + 1/5 \times 6 + 1/5 \times 3 + 1/5 \times 4 + 1/5 \times 0) = 3.4$$

$$C3 = (1/5 \times 6 + 1/5 \times 3 + 1/5 \times 4 + 1/5 \times 0 + 1/5 \times [-7]) = 1.2$$

Al final la señal de salida se muestra con un mayor suavisamiento después de aplicar el filtrado a los valores de amplitud calculado figura (4.14)

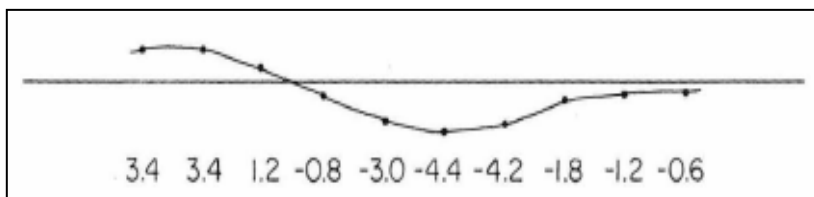


Figura (4.14) La señal de salida de un filtro FIR con los valores de amplitud promedio (Robinson, 1988)

Control de Ganancia Automática (AGC)

La ganancia es una función $g(t)$ de escalamiento variante en el tiempo que se aplica a las trazas de ondas electromagnética para resaltar las señales de baja amplitud con el fin de obtener una mejor visualización de los reflectores.

La ganancia AGC se basa en seleccionar una ventana tiempo específico de una traza de entrada en donde este se subdivide en ventanas de tiempos constantes, la amplitud de cada muestra de traza en la ventana se eleva al cuadrado, estos valores se les obtiene un promedio al cual se le obtendrá su raíz cuadrada. Este valor es la amplitud cuadrática media (RMS) sobre la ventana de tiempo, por lo tanto esta será la función de ganancia en el centro de la ventana (Yilmas,1987). Lo mencionado anteriormente puede ser expresado mediante la siguiente función:

$$(4.1) \quad A_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x^2}$$

x^2 es el número de trazas
N es el número de muestras en la ventana del tiempo

Por lo tanto la función de escalamiento $G(t)$ queda definida como una relación entre la amplitud deseada y la amplitud cuadrática promedio

$$G(t) = \frac{A(deseada)_{rms}}{A_{rms}} \quad (4.2)$$

A_{rms} =amplitud cuadrática promedio asignada a la muestra central de la ventana de tiempo.

La función de ganancia se define en el centro de cada ventana de tiempo, a lo largo de cada traza como se indican en los puntos 1,2,3 y 4 de la siguiente figura (4.15). La compensación de la amplitud se da simplemente con la multiplicación de la traza de onda electromagnética.

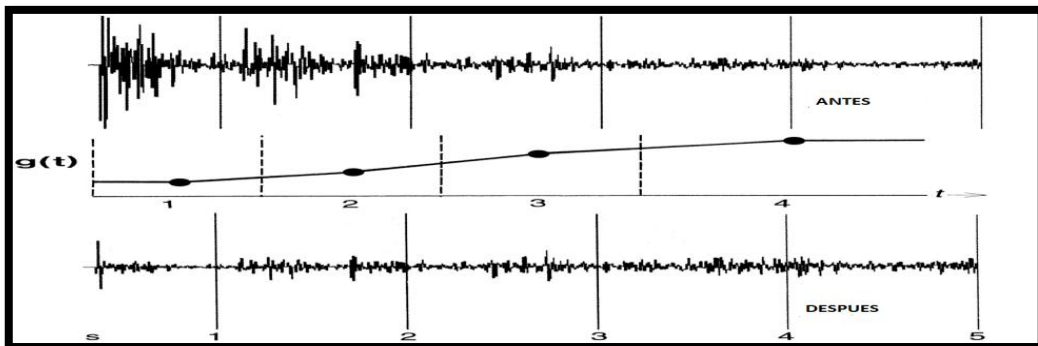


Figura (4.15) La función ganancia equilibra la señal resaltando las amplitudes bajas (Yilmas,1987).

Corrección estática

Una fuente obvia de irregularidad es la elevación de la superficie, a partir del conocimiento de las elevaciones y velocidades cercanas a la superficie las variaciones en el tiempo de reflexión son atribuidas a dichas irregularidades topográficas. Observando los tiempos de reflexión pueden ser corregidos de los efectos de estas irregularidades por suma o resta adecuada de los incrementos de tiempo determinados en este modo (Dobrin, 1988).

La existencia de una capa erosionada justo debajo de la superficie terrestre compuesto de materiales mal consolidados es una fuente de irregularidad ya que es bastante baja su velocidad entre 3m/s a 12m/s provocando un retardo del tiempo desproporcionadamente y variable de la llegada de las reflexiones más profundas deseadas. Dicha capa erosionada es llama “Capa de Baja Velocidad” o sus siglas en inglés (LVL).

Entonces la corrección estática implica remover el efecto de la *topografía*, para remover dicho efecto se define un plano de datum y se ajustan los tiempos de viaje al datum para que puedan ser observados desde el. Otro implicado es la *corrección dinámica del tiempo* que esto significa remover los efectos de reflexión o el efecto *normal moveout (NMO)* figura (4.16), es decir que el efecto estático tiene el efecto de doblar las curvas de reflexión hasta que ellos no sean hiperbólicas, donde todas las trazas se ajustan a un tiempo de traza cero offset (Philip, 2002). Consecuentemente la corrección tiene que ser calculada por cada incremento de tiempo para cada traza del radargrama.

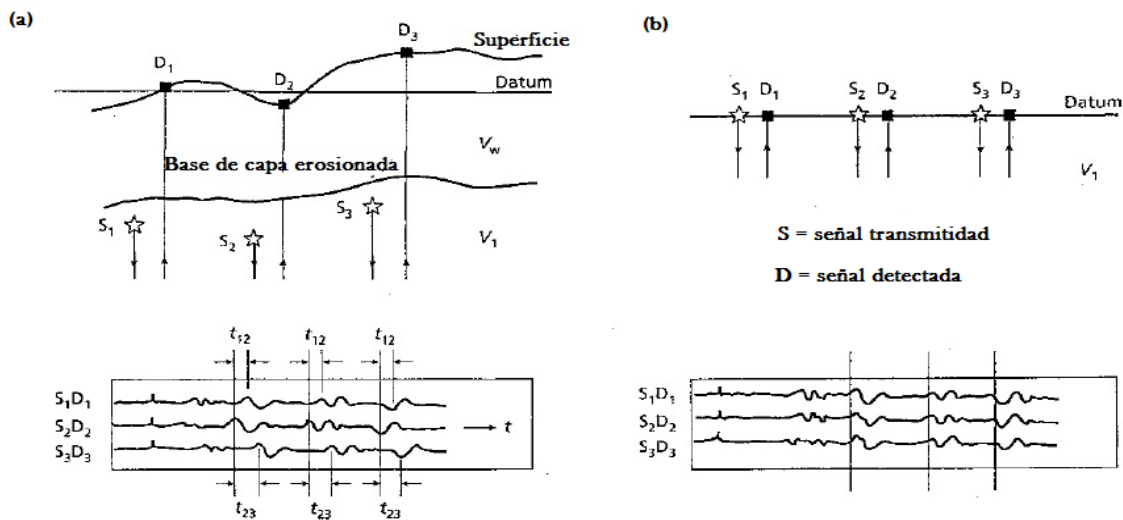


Figura (4.16) Corrección estática. (a) Radargrama que muestra la diferencia de tiempos entre los eventos de reflexión debido a la diferencia de elevación y la presencia de capa erosionada. (b) El mismo radargrama después de aplicar la corrección por elevación y la corrección por la capa erosionada, muestra un buen alineamiento de los eventos de reflexión (Después de O'Brien, 1974 En: Philip, 2002).

Conversión a profundidad

El cálculo de la profundidad de una sección de radargrama que se encuentra en función del tiempo, es de mucha importancia ya que de ello depende que se pueda estimar a que profundidad se encuentran las estructuras de interés. Esto es posible estimando la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas en el medio en donde se realiza dicho estudio.

La velocidad con que se desplazan las ondas electromagnéticas en el interior del subsuelo es similar a la velocidad de la luz en un material, en consecuencia la velocidad en materiales no magnéticos puede ser calculada como un cociente entre la velocidad de la luz y la constante dieléctrica del medio, entonces esto puede expresarse en lo siguiente:

$$v = \frac{c}{\sqrt{K}} \quad (4.3)$$

$$c = 3 \times 10^8 \left[\frac{m}{s} \right] \text{ (v. de la luz en el vacío)} \quad K = \text{Constante dieléctrica} \quad v = \text{Velocidad} \left[\frac{m}{ns} \right]$$

Esta ecuación es una forma estándar para poder estimar la velocidad empleando una tabla de valores de la constante dieléctrica de diversos materiales ya que existen diferentes métodos para poder calcular la velocidad, entre los que cabe mencionarse es el cálculo de la velocidad a partir de una *profundidad conocida*, con este método se estima la velocidad del medio así como la misma constante dieléctrica del medio, otro método es la *escala geométrica* la cual estima primero la profundidad de un reflector conociendo los tiempos dobles de viaje de la reflexión y la distancia fuente-receptor, una vez calculada la profundidad de un reflector, con esto se pueden estimar la velocidad y la constante dieléctrica del mismo medio. Un método más que mencionar es el *Punto de Profundidad Común (PDC)* y *Punto Medio Común (CMP)* se basa principalmente en el posicionamiento de las antenas en superficie es decir variando la distancia fuente-receptor entre la antena de transmisión y la antena de recepción mediante el cual es posible calcular los tiempos dobles de viaje de las reflexiones en cada punto, con estos parámetros se calcula la velocidad, profundidad, y la constante dieléctrica del medio.

Para realizar la conversión de tiempo a profundidad de las secciones de georadar mostradas en el siguiente *capítulo 5* después de aplicar los procesos ya mencionados anteriormente fue indispensable calcular la velocidad del medio, para ello se consulto en tablas el valor de la constante dieléctrica de arcillas húmedas que de acuerdo a la geología es el principal material abundante en la zona de estudio, Entonces consideramos que $K= 15$ para arcillas húmedas por lo tanto la velocidad estimada del medio estudiado se calcula de la siguiente manera:

$$v = \frac{3 \times 10^8}{\sqrt{15}} = 77459666.9 \left(\frac{m}{s} \right) \quad (4.4)$$

Posteriormente realizamos una equivalencia a profundidad de una escala de tiempo de 10 ns la cual es la escala que presenta las ventanas de muestreo de 60 ns en los radargramas obtenidos en este estudio; la profundidad equivalente es igual a:

$$Z = v \cdot t = \left(77459666.9 \left[\frac{m}{s} \right] \right) \cdot (10 \text{ [ns]}) = 0.7745 \text{ [m]}$$

Pero como tenemos una ventana de muestreo de 60 ns en los radargramas, así que solo multiplicamos el intervalo de profundidad obtenido anteriormente por seis para obtener la profundidad total de las secciones de radar, entonces la profundidad total es:

$$Z = 0.7745 \text{ [m]} * 6 = 4.6476 \text{ (m)}$$

CAPÍTULO V. INTERPRETACIÓN DE LOS MODELOS GEOFÍSICOS

V.1 Modelos de TRE y GPR zona Oeste de Jarácuaro

Los perfiles de tomografía eléctrica y de radar de penetración terrestre que se analizan a continuación fueron tomadas en la zona oeste de la Isla de Jarácuaro cubriendo una línea de estudio de 465 m en dirección W-E, los modelos obtenidos con ambos métodos geofísicos tienen el objetivo de caracterizar fallas y fracturas en la zona de estudio, estos se describen a continuación en cinco secciones de la línea de estudio.

Sección jaraW90

Esta sección comprende los primeros 90 m del perfil de radar y de tomografía eléctrica de la zona W de la isla en dirección W-E (figura 5.1), el terreno muestra una inclinación hacia el Oeste. En el perfil de radar las evidencias de fracturas en la estratigrafía de la isla de Jarácuaro se observaban a mayor detalle en las discontinuidades de los horizontes estratigráficos, el radar alcanzó una profundidad de investigación de 4.6 m, las primeras fallas se ubican muy cercanas a la superficie entre los 15 m a 30 m de distancia, se pudo caracterizar tres fallas más en diferentes puntos, la primera a 45 m, la segunda en 60 m y la tercera en 75 m, marcadas en líneas color amarillo. Por el contrario en la sección de tomografía eléctrica dichas fallas y discontinuidades no se hacen presentes debido a que se presenta una zona muy conductiva y la resistividad tiende a ser bajo entre 5 y 10 (ohm-m), esto es producto de la filtración de agua al subsuelo por la cercanía al lago Pátzcuaro. La ventaja de este método es que se obtuvo una profundidad de investigación de 15 m mucho mayor que la del radar, con esto vemos que no existen fracturas a mayor profundidad relacionadas principalmente con alto contraste de resistividad.

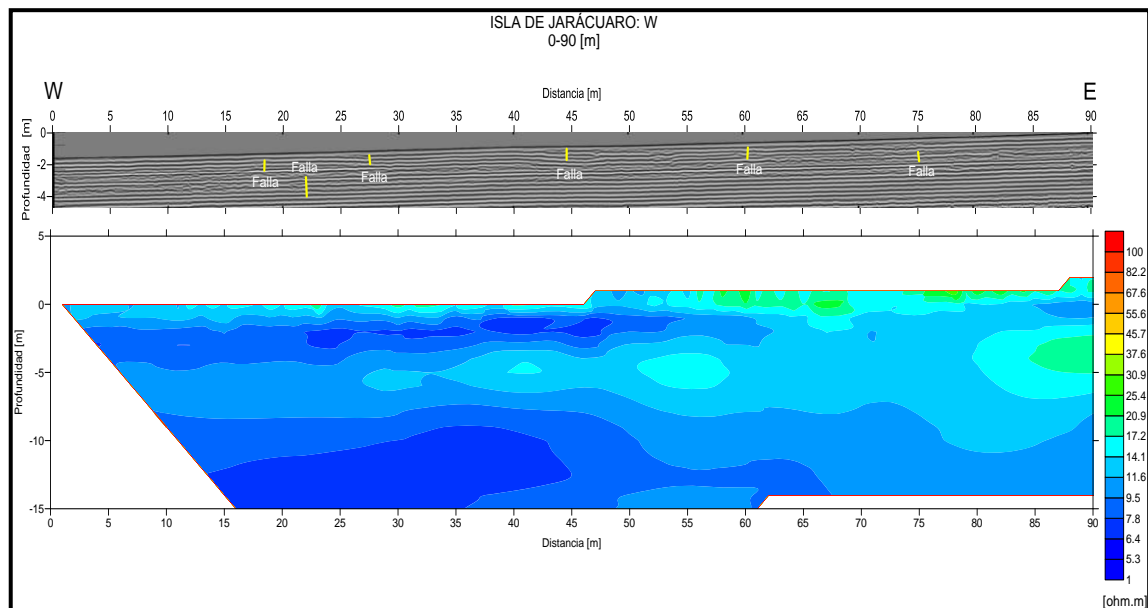


Figura (5.1) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

Sección jaraW230

Estos modelos de tomografía eléctrica y de radar se ubican entre los 90 m y 230 m de distancia sobre la línea proyectada en la zona oeste de la isla de Jarácuaro (figura 5.2). Al igual que la sección anterior este perfil de radar muestra las principales fracturas presentes como discontinuidades en las secuencias estratigráficas, dichas estructuras o en el caso de algunas fallas presentes en esta sección se marcaron con líneas amarillas verticales o diagonales. Las fallas localizadas se ubican entre los 105 m, 125 m, 154 m, 175 m de distancia y varias más entre los 185 m a 220 m, todas están situadas muy cerca de la superficie y a una profundidad de 0.5 m. En cuanto al perfil de tomografía eléctrica no es posible observar las fracturas o pliegues de las secuencias estratigráficas como en la imagen de radar, lo que podemos notar es que la zona de alta conductividad sigue presente en la mayor parte de la sección y esto impide que podamos ver algunas zonas de fractura, aun que la profundidad de investigación es de 15 m, cinco veces mayor a la del radar no fue posible en esta sección mapear dichas fracturas.

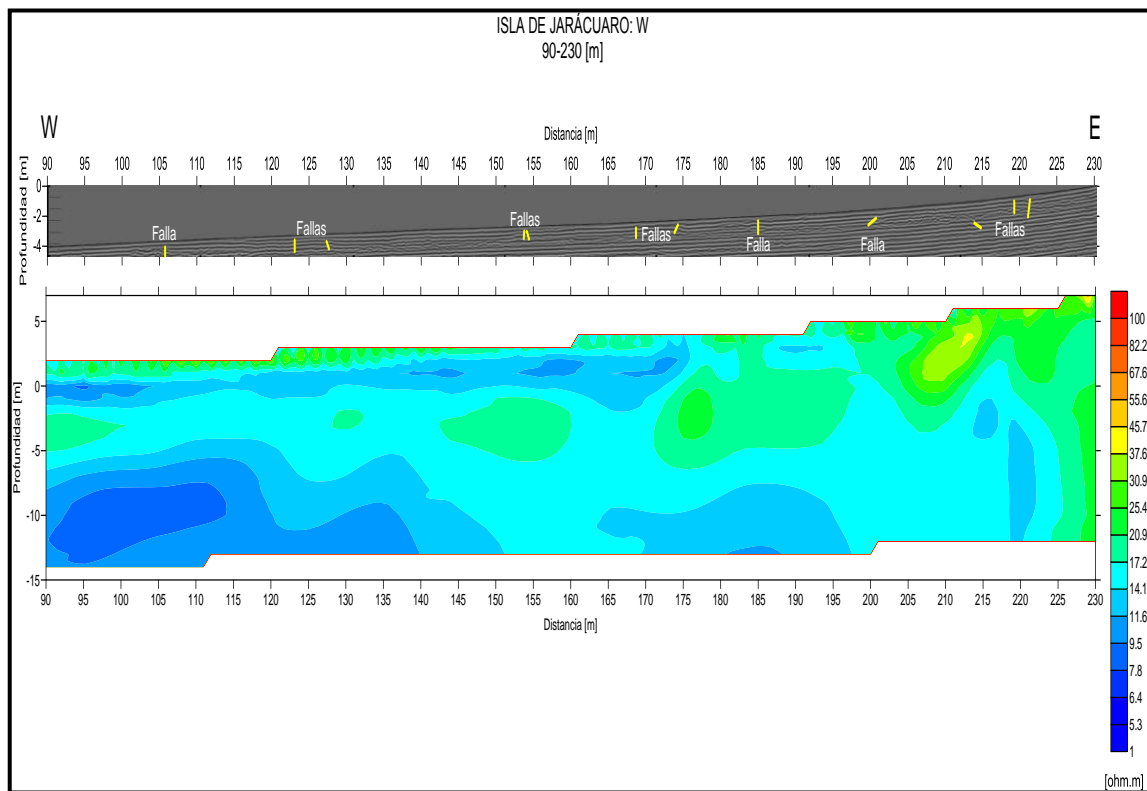


Figura (5.2) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

Sección JaraW325

Continuando con la sección W pero ahora en un intervalo de 230 a 325 m de distancia (figura 5.3), en esta sección el modelo de radar y tomografía eléctrica dieron como resultado la presencia de zonas de mucha fracturación principalmente de una zona somera en un intervalo de 280 m a 325 m de distancia. El radargrama muestra claramente los horizontes estratigráficos plegados y fracturados de 2 m de espesor por arriba de los 2 m de profundidad, esta zona se ubica en la parte superior de la línea amarilla trazada en el radargrama. La sección de tomografía eléctrica es coincidente con lo mencionado anteriormente, en ella se muestran zonas de alta resistividad con valor de 100 (ohm-m) en color rojo cercanas a la superficie en un intervalo de 280 m a 315 m de distancia en la sección, dicha zona podría asociarse a las fracturas encontradas por el método radar. En cuanto a la tomografía eléctrica este encontró otras zonas de posibles fracturas que el radar no pudo caracterizar, una de ellas se ubica debajo de la zona de alto fracturamiento a una profundidad de 10 m aproximadamente, esta zona es de alta resistividad con valor de 80 (ohm-m) en color rojo y la otra se encuentra cercana a la superficie en el intervalo de 260 m de longitud horizontal.

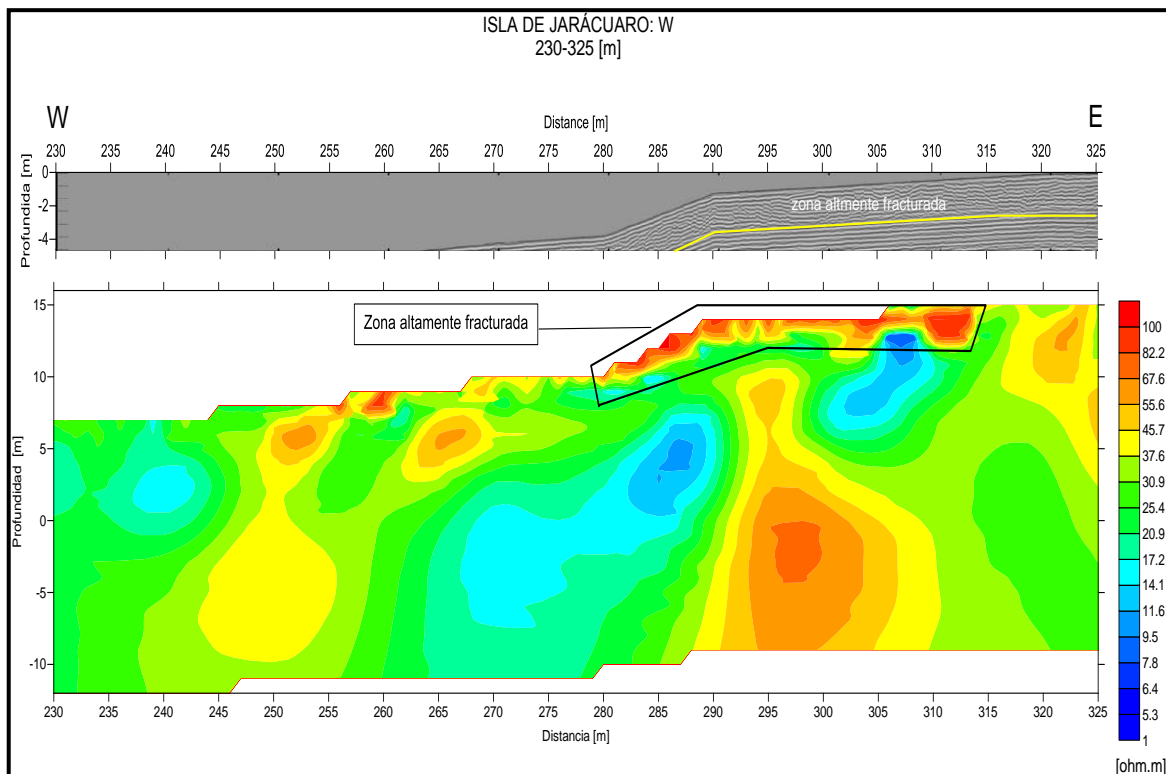


Figura (5.3) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

Sección JaraW395

Esta sección de tomografía eléctrica y radar la ubicamos entre los 325 m y 395 m de distancia sobre la línea de estudio proyectada en la zona oeste de la isla de Jarácuaro (figura 5.4). Como podemos observar en esta sección la pendiente del terreno cambio de dirección inclinándose hacia el este de la isla. El modelo de radar y de tomografía eléctrica presenta características aproximadamente similares, el radargrama muestra una zona de estratigrafía fracturada con espesor de 3 m en la parte superior de la línea de color amarillo, los horizontes se muestran discontinuos y deformados lateralmente así como verticalmente. En consecuencia en la sección de tomografía eléctrica solo se muestran algunos puntos de alta resistividad con un valor de 100 (ohm-m) en color rojo que podría asociarse a las misma fracturas o fallas registras por el radar. Las zonas fracturadas se muestran cercanas a la superficie entre los 325 m a 342 m de longitud horizontal, posteriormente las encontramos entre los 365 m y 380 m de longitud. En la parte izquierda de la sección se muestra una zona de alta resistividad con un valor aproximadamente de 80 (ohm-m) en color naranja a una profundidad de 7 m, esta podría estar asociado a otras fracturas en los horizontes estratigráficos o podría ser material mal consolidada.

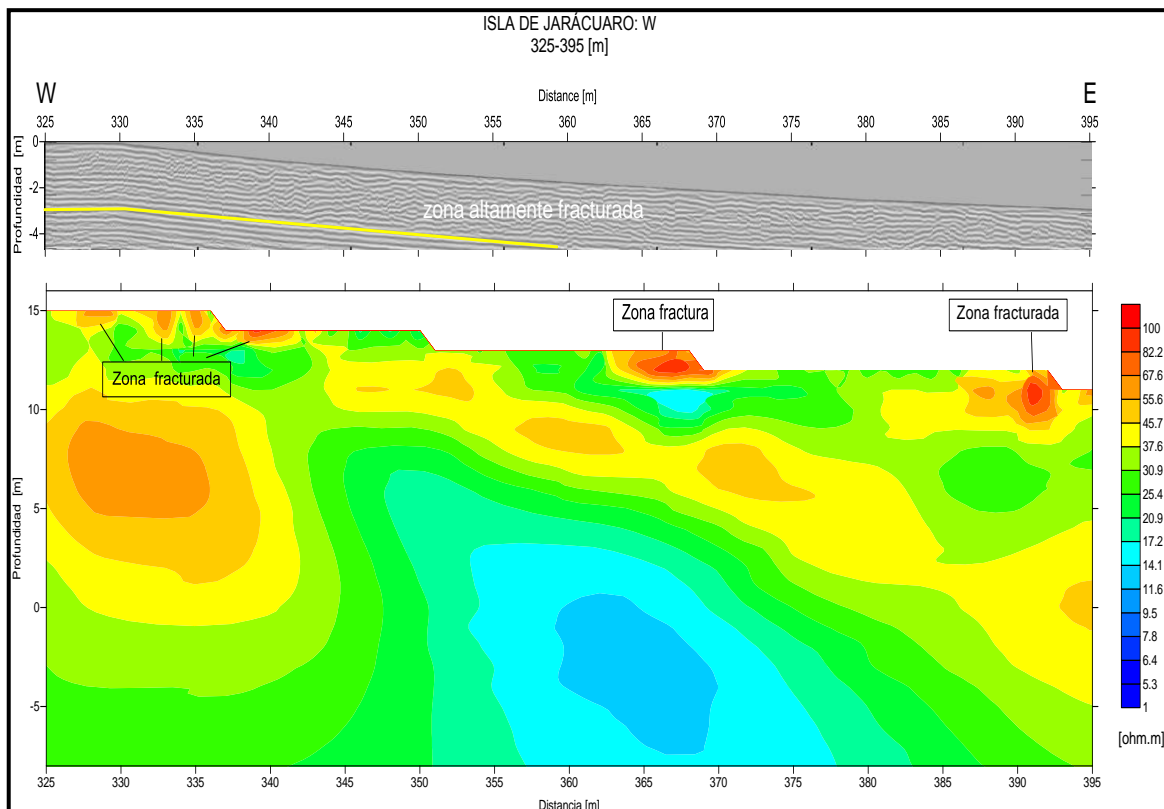


Figura (5.4) Sección de Radar y Tomografía Eléctrica interpretada y procesada

Sección JaraW465

Esta es la sección final de tomografía eléctrica y radar en la parte oeste de la isla, se ubica entre los 395 m y 465 m de distancia sobre la línea final de estudio figura (5.5). En el radargrama aun podemos observar las fracturas y fallas en los horizontes estratigráficos en toda la sección, en el intervalo de 395 m a 420 m de distancia encontramos once posibles fallas muy cerca de la superficie marcadas por líneas verticales y diagonales de color amarillo que cortan los horizontes estratigráficos, en esta zona se observa mayor fracturación y deformación de los horizontes. Continuando sobre el perfil de radar en el intervalo de 430 m a 440 m de longitud encontramos cinco fallas también cercanas a la superficie, y otras dos fallas en el intervalo de 450 m a 455 m de distancia, en esta área los horizontes se muestran cada vez más continuos y menos fracturados. En la sección de tomografía eléctrica dichas estructuras geológicas encontradas con el método de radar no pueden ser observadas en su totalidad, debido a que la línea de tomografía eléctrica cubrió 430 m de longitud horizontal de esta sección en su totalidad, solo una porción cercana a la superficie en el intervalo de 395 m a 400 m de distancia encontramos una zona de alta resistividad en color rojo con un valor de 100 (ohm-m) podría asociarse a las fracturas encontradas por el radar.

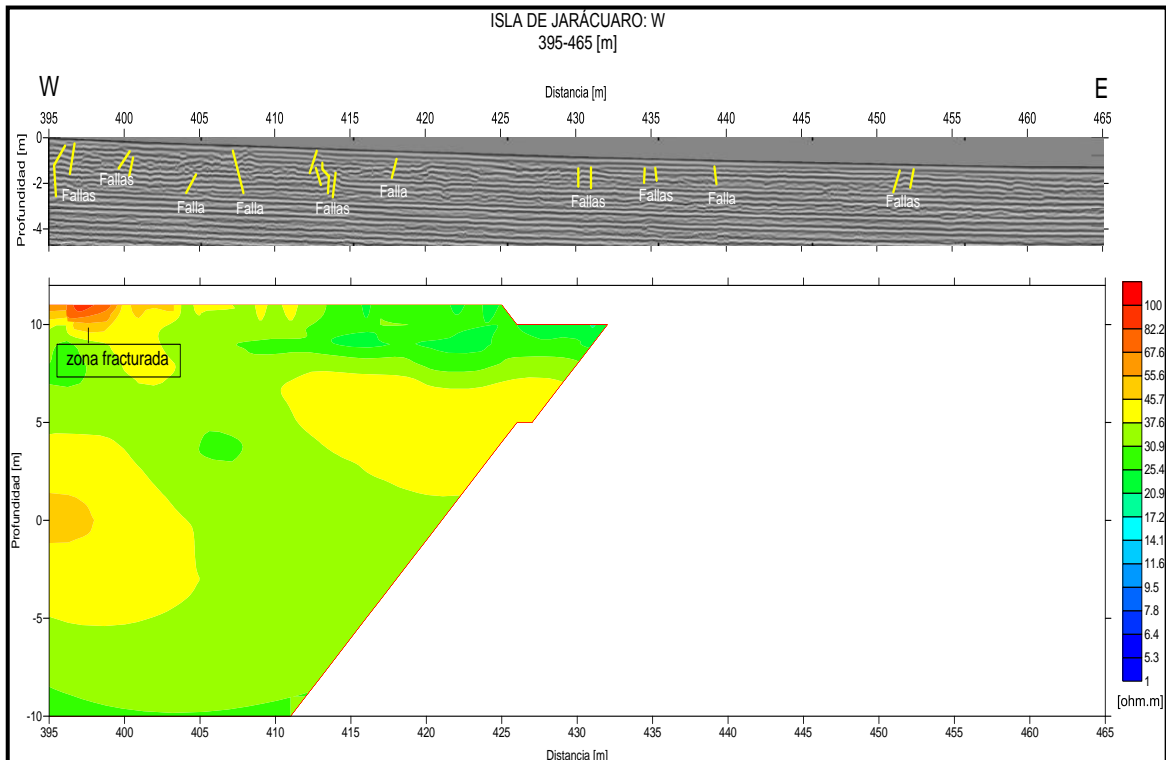


Figura (5.5) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

V.2 Modelos de TRE y GPR zona Sur de Jarácuaro

Los modelos de tomografía eléctrica y de radar de penetración terrestre que se describen a continuación fueron obtenidos en la zona Sur de la isla de Jarácuaro, la línea de estudio abarca una longitud de 350 m en dirección S-N, cuyo objetivo hemos mencionado es la de caracterizar las posibles fallas y fracturas en las secuencias estratigráficas de dicha isla. En este caso mostramos en siete secciones la línea de estudio proyectada en la parte sur de la isla con base a los dos métodos geofísicos empleados.

Sección JaraS50

Estas secciones de tomografía eléctrica y de radar muestran los primeros 50 m de distancia del inicio de la línea de estudio proyectada con dirección S-N a orillas del lago Pátzcuaro en la parte sur de la isla de Jarácuaro (figura 5.6). Como podemos observar en la imagen de radar el terreno es semiplano a demás que nos muestra las primeras fallas registradas en las secuencias estratigráficas cercanas a la superficie, en el intervalo de 5 m a 10 m de distancia, dichas estructuras se encuentran marcadas por líneas verticales y diagonales en color amarillo. Otras fallas las podemos observar en los puntos de 18, 22, 25, 33 y 47 m, de distancia; las fallas alcanzan una profundidad de 1.5 m. En el intervalo de 5 m a 30 m de distancia observamos que las secuencias estratigráficas se muestran altamente fracturas lateralmente. Por otra parte en la sección de tomografía eléctrica no es posible observar las estructuras encontradas por el radar; a 2 m de profundidad solo observamos una capa de resistividad de 12 (ohm-m) en color verde; por debajo de los 2 m de profundidad encontramos una zona altamente saturada de agua con una resistividad entre los 6 y 8 (ohm-m) en color azul claro y turquesa, esto es debido a la cercanía del lago, por este hecho no es posible observar algunas zonas de fractura a una profundidad de 17 m.

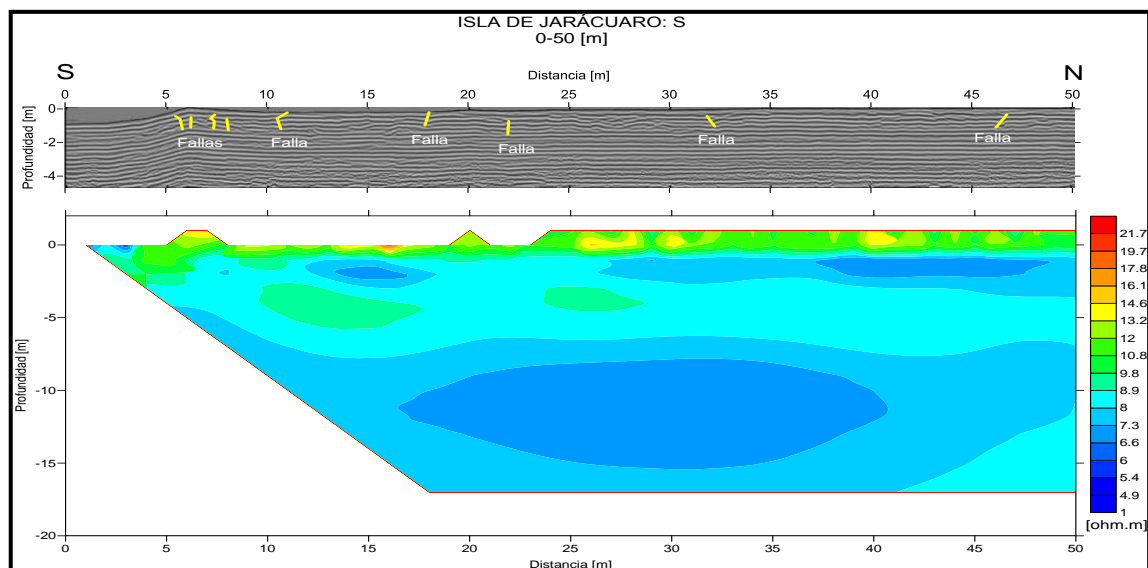


Figura (5.6) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

Sección JaraS100

Esta sección la ubicamos en el intervalo de 50 m a 100 m de distancia sobre la línea de estudio en la parte sur de la isla de Jarácuaro, las imágenes de radar y de tomografía eléctrica tienen una aproximación en cuanto a las estructuras geológicas encontradas (figura 5.7). La sección del radar muestra ocho fallas marcadas en líneas de color amarillo que alcanzan una profundidad de 1 m, las cuales se distribuyen de la siguiente manera. Las primeras tres fallas las ubicamos entre 55 m a 60 m de distancia, otras cuatro fallas en el intervalo de 80 m a 90 m de distancia y la última aproximadamente a 96 m de distancia sobre la línea de estudio. Los horizontes estratigráficos presentan ligera deformación y fracturación lateral. En cuanto a la imagen de tomografía eléctrica observamos en la parte superior de esta sección pequeñas zonas de alta resistividad aproximadamente de 20 (ohm-m) en color rojo cercanas a la superficie en un intervalo de 80 m a 90 m de distancia, en este intervalo se registran dos fallas cercanas a las encontrada por el radar. Por debajo de 1 m de profundidad la baja resistividad predomina entre 6 a 8 (ohm-m) en color azul claro, esto es provocada por saturación de agua en los materiales hasta una profundidad de 17 m, exceptuando en la zona de color verde con resistividad de 12 (ohm-m) no se encuentra saturada. Por el hecho de la alta saturación en los materiales no es posible observar mas fracturas en esta zona.

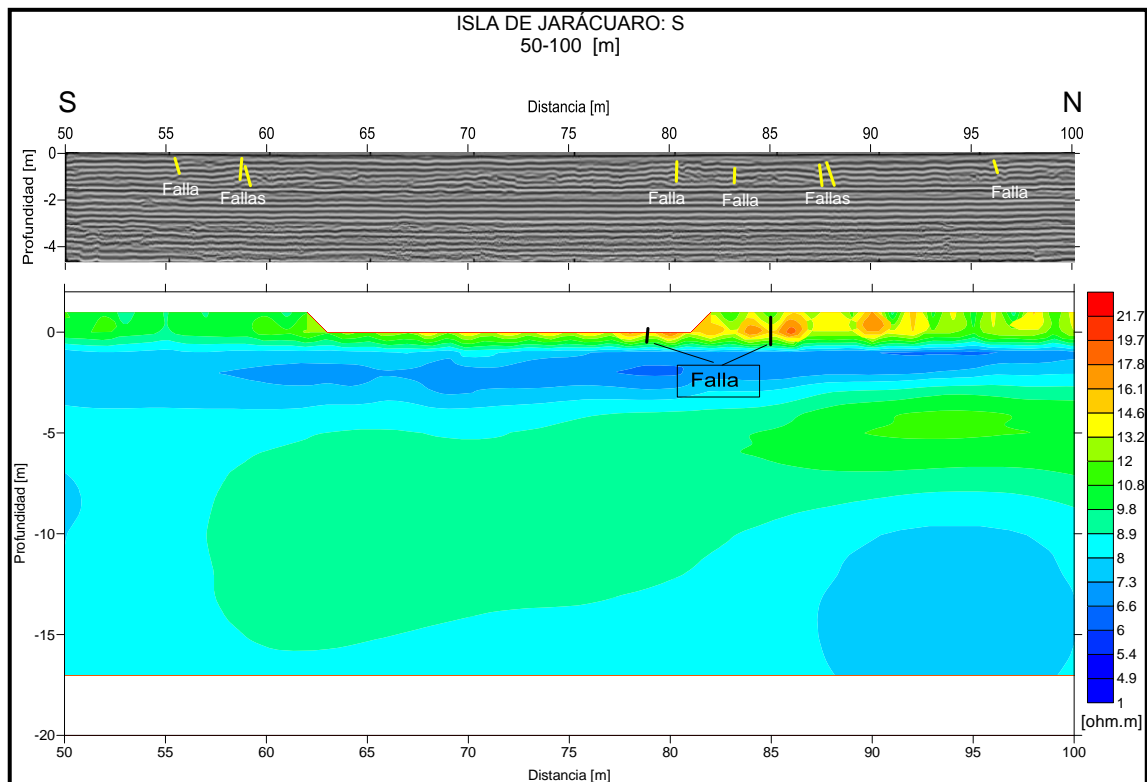


Figura (5.7) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

Sección JaraSur150

En esta sección de tomografía eléctrica y de radar representa el intervalo de 100 m a 150 m de distancia sobre la línea de estudio (figura 5.8), ubicada en la zona Sur de la isla de Jarácuaro. La imagen de radar comienza a mostrar una pendiente suave del terreno entre los 100 m y 130 m de distancia, en esta sección al igual que las anteriores la profundidad de investigación fue de 4.6 m, las posibles fallas y fracturas se pueden observar a una profundidad de 1 m, mientras tanto se pueden observar cinco fallas que se muestran en el intervalo de 100 m a 115 m de distancia, otras tres fallas entre 125 m a 130 m, tres fallas en 135 m a 140 m y una más entre 145 m a 150m, todas ellas marcada por líneas verticales en color amarillo. La mayor parte de las secuencias estratigráficas presentan continuidad y poco fracturación por debajo de 1 m de profundidad. La sección de tomografía eléctrica pudo caracterizar dos posibles fallas las cuales son marcadas por líneas de color negro cercanas a la superficie con profundidad de 1 m de los cuales podrían tener una relación con las encontradas por el radar en el intervalo de 125 m a 130 m y 145 m a 150 m, bajo estas estructuras encontramos una pequeña zona de materiales de baja resistividad entre 6 a 8 (ohm-m) en color azul claro con un espesor de aproximadamente de 2 m y otra más entre 9 m y 15 m de profundidad en la parte izquierda de la sección, las zonas en color verdad con resistividad de 12 (ohm-m) no representan material saturado por agua y no se registran zonas de fractura.

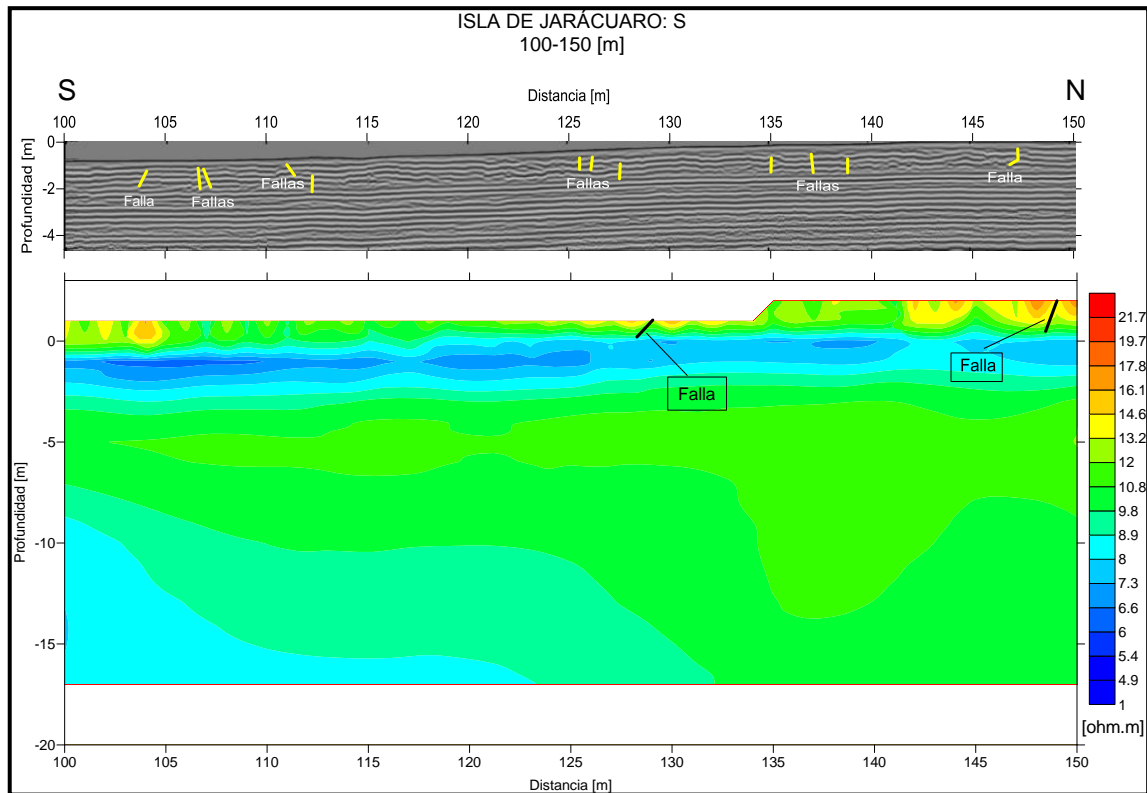


Figura (5.8) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

Sección JaraSur200

Esta sección la ubicamos en un intervalo de 150 m a 200 m de distancia sobre la línea de estudio, ubicada en la parte sur de la isla de Jarácuaro (figura 5.9). Como podemos observar la sección de radar pudo caracterizar varias fallas de tipo normal, algunas de estas fallas las podemos ubicar en el intervalo de 160 m a 175 m de distancia muy cerca de la superficie marcadas con líneas verticales y diagonales de color amarillo, en el intervalo de 175 m a 180 m nos encontramos con una falla aproximadamente a 3 m de profundidad y en el intervalo de 185 m a 200 m de distancia encontramos siete posibles fallas de las cuales cuatro de ellas se ubican a una profundidad de 0.5 m y las otras tres se ubican muy cercanas a la superficie aproximadamente entre 194 m a 200 m de distancia. Por debajo de los 2 m de profundidad la mayor parte de los horizontes estratigráficos se encuentran continuos lateralmente y poco fracturados. En cuanto a la sección de tomografía eléctrica pudo caracterizar dos posibles fallas, las cuales se marcan con líneas de color negro entre 150 m a 160 m de distancia cercanas a la superficie, dichas estructuras es posible identificarlas entre dos áreas de alta resistividad de 21 (ohm-m) en color rojo, también es de destacar que la alta conductividad del subsuelo a disminuido por lo que ha permitido observar una manera más detalla de la distribución geológica del subsuelo a una profundidad de 17 m. Con esto es posible observar a una profundidad de 5 m una zona resistiviba de aproximadamente de 17 (ohm-m) en color naranja que podría asociarse a algunas discontinuidades en los horizontes estratigráficos.

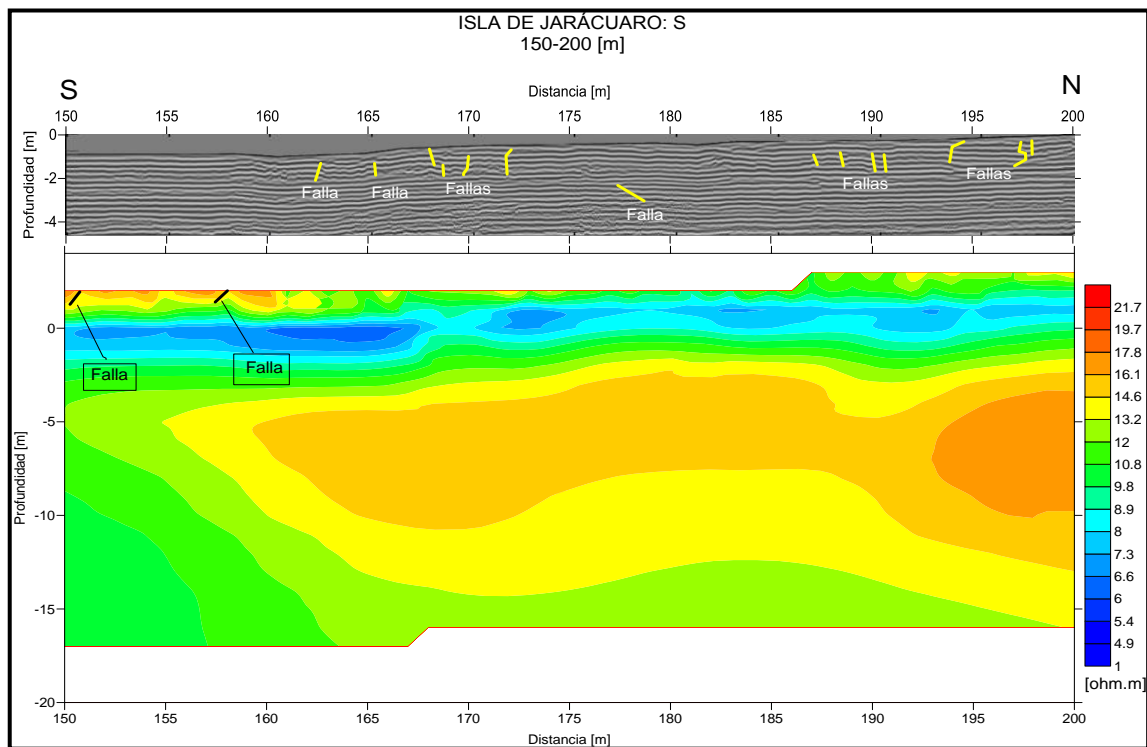


Figura (5.9) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretad.

Sección JaraSur250

A esta sección de tomografía eléctrica y de radar la ubicamos entre 200 m y 250 m de distancia sobre la línea de estudio proyectada en la parte sur de la isla de Jarácuaro (figura 5.10). La sección de radar muestra siete fallas a una profundidad de 0.5 m en un intervalo de 200 m a 220 m de distancia, dichas fallas provocan que en esta zona los horizontes estratigráficos se muestren discontinuos de forma lateral. En el intervalo de 220 m a 250 m de distancia la mayor parte de los horizontes estratigráficos se muestran continuos sin fracturación, solo se observan dos fallas cercanas a la superficie. En consecuencia la sección de tomografía eléctrica obtuvo algunos resultados similares a las del radar, pudo caracterizar seis fallas de los cuales tres coinciden con la sección de radar. Estas fallas se encuentran en un intervalo de 210 m a 220 m de longitud horizontal mostrándose entre zonas de alta resistividad de 20 (ohm-m) en color rojo, posteriormente se observan tres fallas mas en el intervalo de 225 m a 230 m de distancia, en este intervalo se observa que la zona de alta conductividad se encuentra todavía presente pero cada vez tiende a desaparecer, también se puede observar en ambos extremos laterales de la sección a una profundidad de 4 m se presentan zonas de alta resistividad de 20 (ohm-m) en color naranja posiblemente asociados a fracturas en la estratigrafía o materiales mal consolidados.

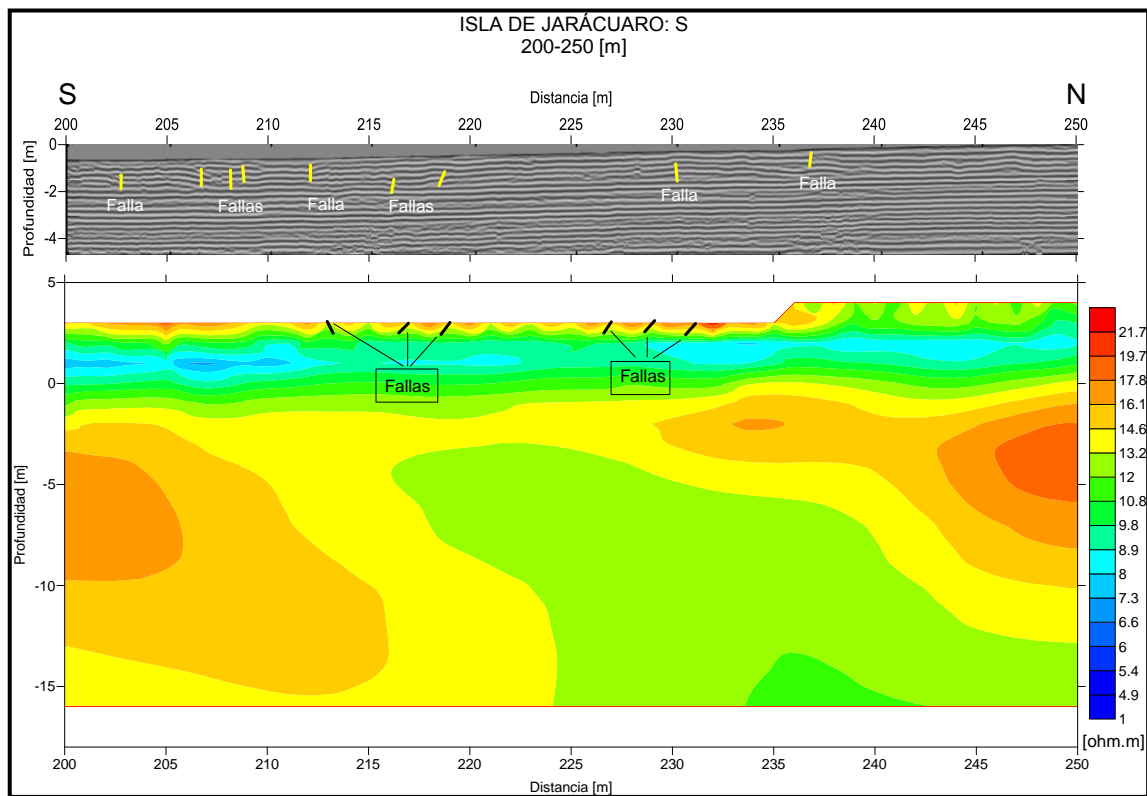


Figura (5.10) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

Sección JaraSur300

En esta sección de radar y tomografía eléctrica nos muestran la geología estructural presente en el subsuelo en el intervalo de 250 m a 300 m de distancia sobre la línea de estudio proyectada en la zona sur de la isla de Jarácuaro (figura 5.11). La sección de radar muestra una zona de mayor discontinuidad en los horizontes estratigráficos en el intervalo de 250 m a 265 m de distancia, por este hecho se encuentra registradas tres fallas en esta zona cercanas a la superficie, en el intervalo de 265 m a 300 m de distancia se registran dos fallas, a demás en este intervalo las secuencias estratigráficas se muestra la mayor parte continuos sin muchas fracturas. En la sección de tomografía eléctrica se registran dos posibles fallas diferentes a las registradas por el radar, la primera falla la ubicamos a una profundidad aproximadamente de 4 m entre dos zonas de altas resistividad en color rojo de 21 (ohm-m) en el intervalo de 270 m a 275 m de distancia y la segunda falla la podemos ubicar cerca de la superficie en el punto de 285 m de distancia. Muy cerca de la superficie en el intervalo de 265 m a 280 m de distancia se presenta una zona de alta resistividad en color rojo muy posiblemente se puede asociar con fracturas en las secuencias estratigráficas y por debajo de esta zona se hace presente una pequeña capa de alta conductividad en color azul. En el extremo lateral izquierdo de esta sección se presenta una zona de alta resistividad en color naranja que es la parte media del cuerpo registrado en la *sección JaraSur250*, podría ser asociado con posibles fracturas en las secuencias estratigráficas a una profundidad de 5m o en el caso materiales mal consolidados.

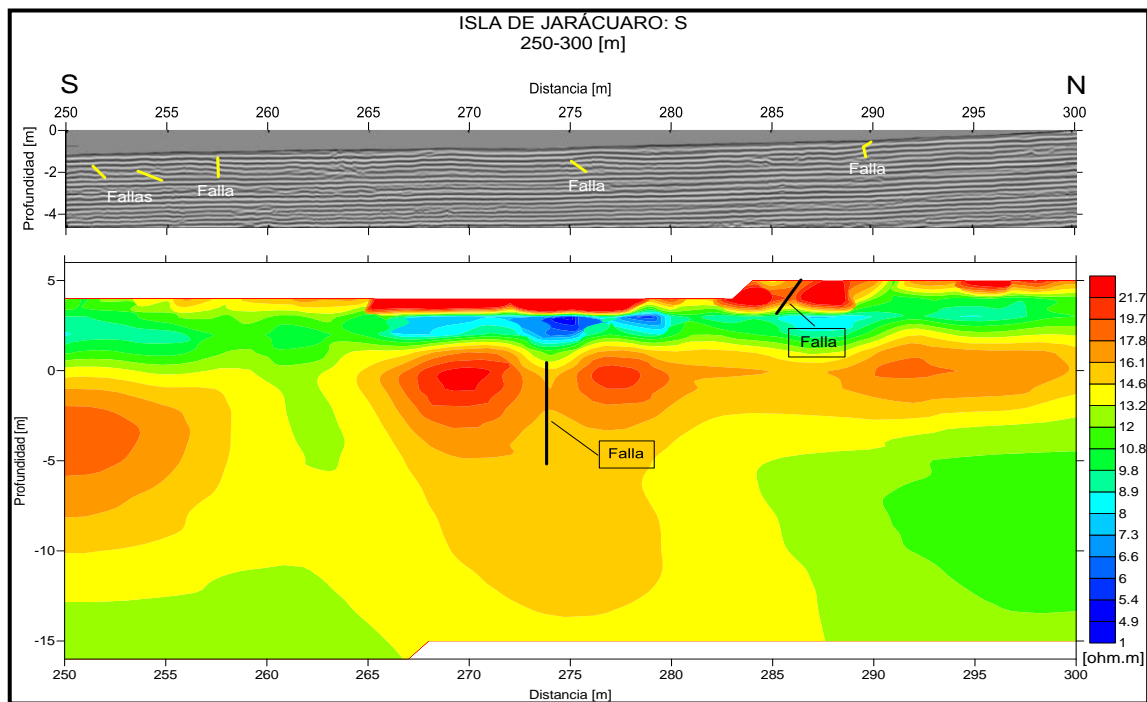


Figura (5.11) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

Sección JaraSur350

Esta es la sección que representa el final de la línea de estudio proyectada en la zona Sur de la isla de Jarácuaro (Figura 5.12), se ubica entre 300 m a 350 m de distancia. La sección de radar muestra una gran cantidad de fallas de tipo normal, en el intervalo de 300 m a 320 m de distancia es posible observar dos fallas cercanas a la superficie, en esta zona los horizontes se muestran casi continuos. Por el contrario en 320 m de distancia al punto final de la línea de estudio se aprecian cerca de diez fallas, algunas cercanas a la superficie y otra a una profundidad de 3 m, los cuales cortan los horizontes estratigráficos; bajo esta circunstancia los horizontes se muestran discontinuos lateralmente así como deformados. En esta sección de tomografía eléctrica se observa que la línea de estudio finaliza en 330 m de distancia debido a que esta distancia facilito las operaciones en campo, dicha sección muestra una zona de alta resistividad de 21 (ohm-m) en color rojo cercana a la superficie en la parte superior derecha, podría asociarse a las fallas encontrada por el radar en el intervalo de 325 m a 330 m de distancia.

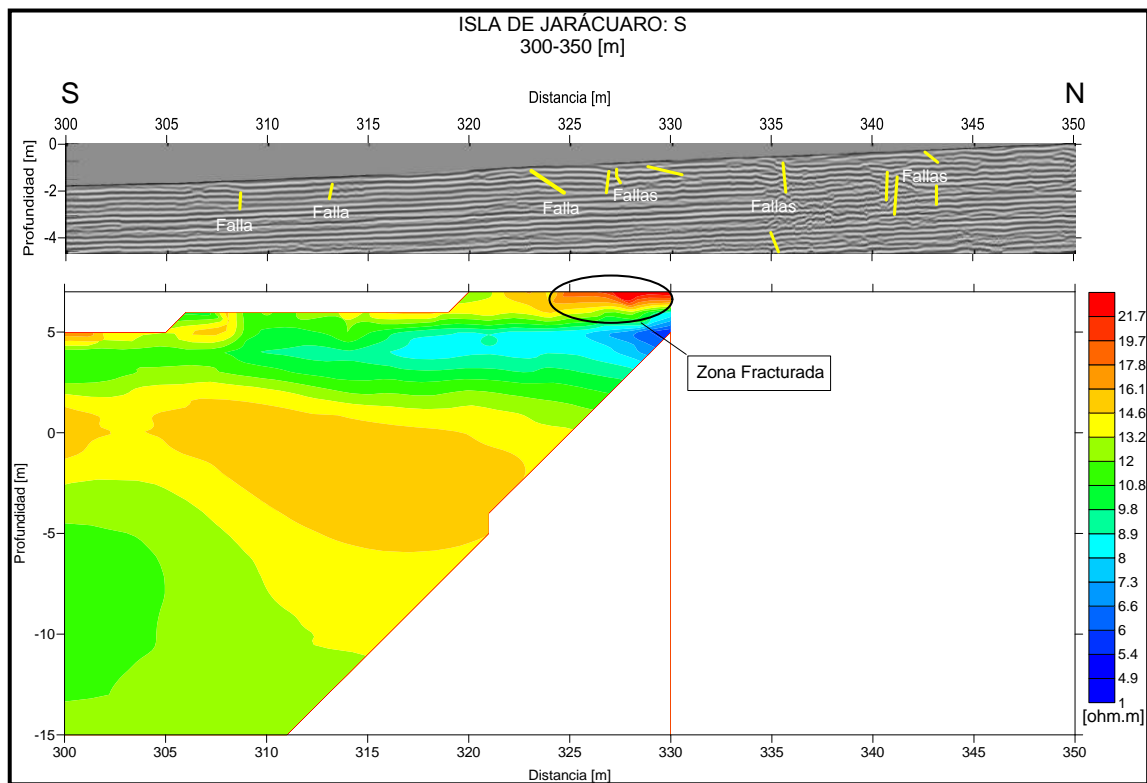


Figura (5.12) Sección de radar y tomografía eléctrica procesada e interpretada

V.3 Modelos de TRE zona Oeste y Sur de Jarácuaro

Los modelos de tomografía de resistividad eléctrica que se describen a continuación se ubican en la zona Oeste y Sur de la isla de Jarácuaro. Para las dos líneas de estudio las mediciones de resistividad fueron realizadas empleando un dispositivo Wenner-Schlumberger con separación entre electrodos de 2 m y 10 m. Este sistema permitió obtener para cada línea estudio dos secciones geoelectricas con diferentes características de investigación, dichas secciones tienen como objetivo principal la caracterización de fallas y fracturas en los horizontes estratigráficos de la isla.

Secciones TRE Oeste (W)

Estas secciones de tomografía eléctrica se ubican en la parte Oeste de la isla de Jarácuaro en dirección W-E, ambas secciones tienen la misma profundidad de investigación (figura 5.13). En la sección (A) abarca una distancia de 465 m y una profundidad de investigación 20 m, en esta se ubican zonas perturbadas de alta resistividad con valor de 100 (ohm-m) en color rojo amarillo muy cercanas a la superficie, las cuales se ubican entre 260 y 420 m de distancia. Por otra parte también es posible observar un cuerpo grande saturado de agua con una longitud de 250 m y un espesor de 15 m aproximadamente en la parte lateral izquierda de esta sección. En esta zona la conductividad es alta provocando la baja resistividad entre 6 a 14 (ohm-m) en color azul y turquesa, esta situación no permite observar una geología asociada con fallas o fracturas, otra pequeña zona saturada se observa en el extremo lateral derecho de dicha sección y por encima de esta una zona homogénea en color verde con valor de resistividad de 25 (ohm-m) que cubre un 50% de la sección.

Para mejorar la caracterización de la sección (A) fue realizada la sección (B) para obtener la más clara distribución de las estructuras geológicas a una profundidad de 20 m, lo cual pudo registrar varias zonas de discontinuidad (fracturas y fallas) que no fueron posibles observar en la sección (A), relacionadas en este caso con la alta resistividad con valores de 100 (ohm-m) en color rojo. La primera zona de fractura se puede apreciar muy cerca de superficie en el intervalo de 260 m a 320 m de distancia, por debajo de esta zona a una profundidad de 10 m se encuentra una segunda zona muy resistiva que podría asociarse también a fracturas o a sedimentos mal consolidados. Analizada esta sección en el intervalo de 320 m a 340 m de distancia se observa otra zona de posibles fracturas en los horizontes estratigráficos a una profundidad de 5 m, también al final de esta sección se observan pequeñas zonas de posibles fracturas en el intervalo de 380 m a 400 m de distancia. Al igual que en la sección (A) la zona homogénea en color verde continúa presente y veces saturada.

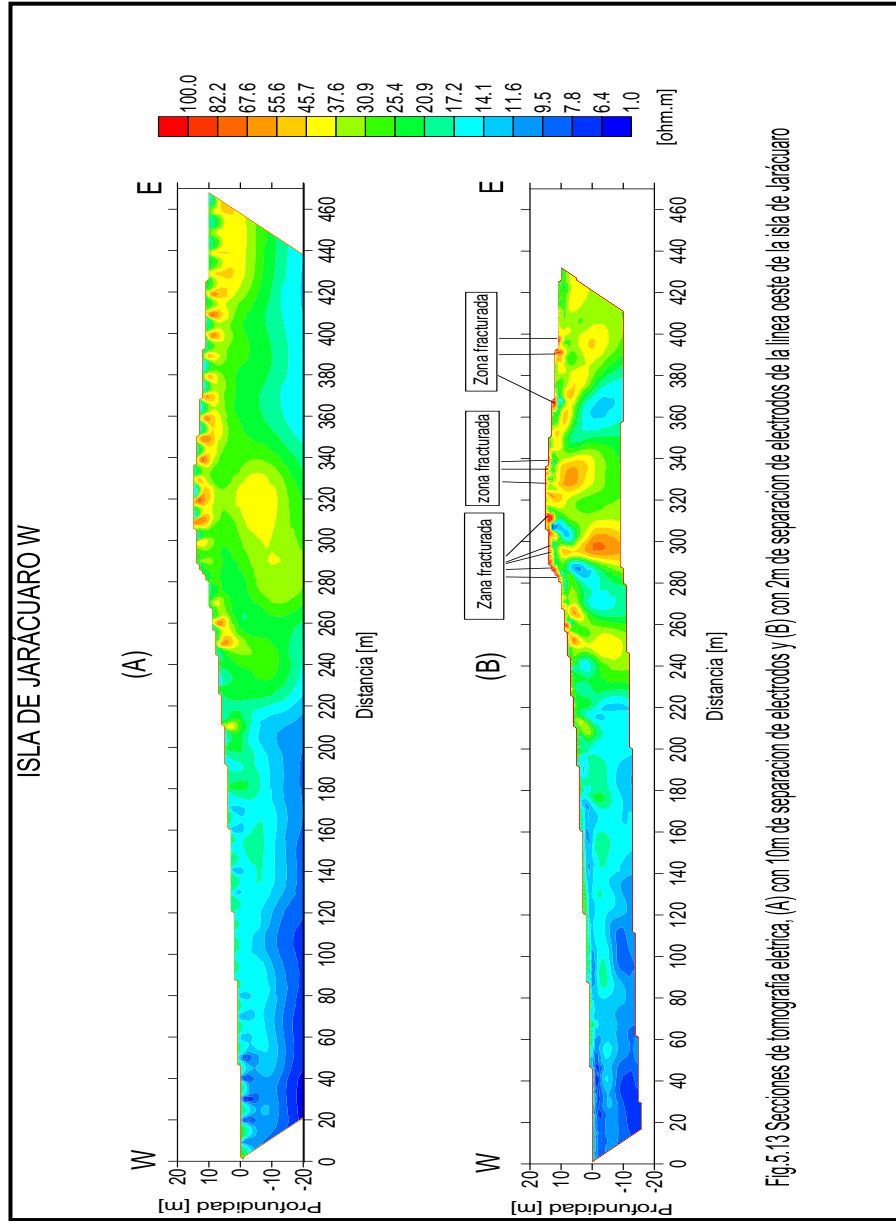


Fig.5.13 Secciones de tomografía eléctrica, (A) con 10m de separación de electrodos y (B) con 2m de separación de electrodos de la línea oeste de la isla de Jarácuaro

Sección de TRE Sur (S)

Las secciones de tomografía eléctrica que se describen a continuación se ubican en la parte sur de la isla de Jarácuaro (figura 5.14), dichas secciones tienen una longitud de 330 m en dirección S-N y alcanzan una profundidad de investigación de 20 m. Es posible observar que ambas secciones presentan pequeñas zonas perturbadas de alta resistividad de 21 (ohm-m) en color rojo cercanas a la superficie entre 80 m a 330 m de distancia. En la sección (C) se presenta un cuerpo altamente saturada por agua en color azul con valor de resistividad de entre 4 y 8 (ohm-m) por debajo de los 10 m de profundidad, en el intervalo de 0 a 120 m de distancia, situación que no favorece en la observación de posibles fallas o fracturas en las secuencias estratigráficas a mayor profundidad, por encima de dicho cuerpo se presenta una capa homogénea en color verde con valor de resistividad de 10 (ohm-m) que cubre la mayor parte de esta sección. En la parte de lateral derecha de esta sección muy cerca de la superficie se presentan varias zonas perturbadas en color rojo y amarillo, que alcanzan una profundidad de hasta 20 m en algunos puntos en el intervalo de 180 a 320 m de distancia.

En la sección (D) se muestra una forma más clara de la posible distribución geológica de la sección (C) a una profundidad de 20 m. La sección (D) pudo caracterizar más cuerpos perturbados con resistividades de 20 (ohm-m) relacionadas con discontinuidades (fallas y fracturas) que no fue posible observar en la sección (C). En la sección (D) las discontinuidades se presentan muy cercanas a la superficie, entre 80 m y 300 m de distancia se presentan cerca de diez fallas, Por debajo de estas se presenta un cuerpo de baja resistividad de 6 a 7 (ohm-m) en color azul, con espesor variable de 20 a 1m en dirección S-N, asociada a los materiales saturados. En el intervalo de 200 a 300 m de distancia, por debajo de los de 3 m de profundidad encontramos tres cuerpos con resistividades de 20 (ohm-m). El primero se ubica a 200 m de distancia a una profundidad de 5 m, el segundo se ubica entre los puntos 240 m y 260 m de distancia a una profundidad de entre 4 m a 10 m, estos podrían asociarse a fracturas en los estratos o material mal consolidado, el tercer cuerpo resistivo en color rojo caracterizado representa una falla que se encuentra a una profundidad de 3 m, aproximadamente en punto de 275 m de distancia.

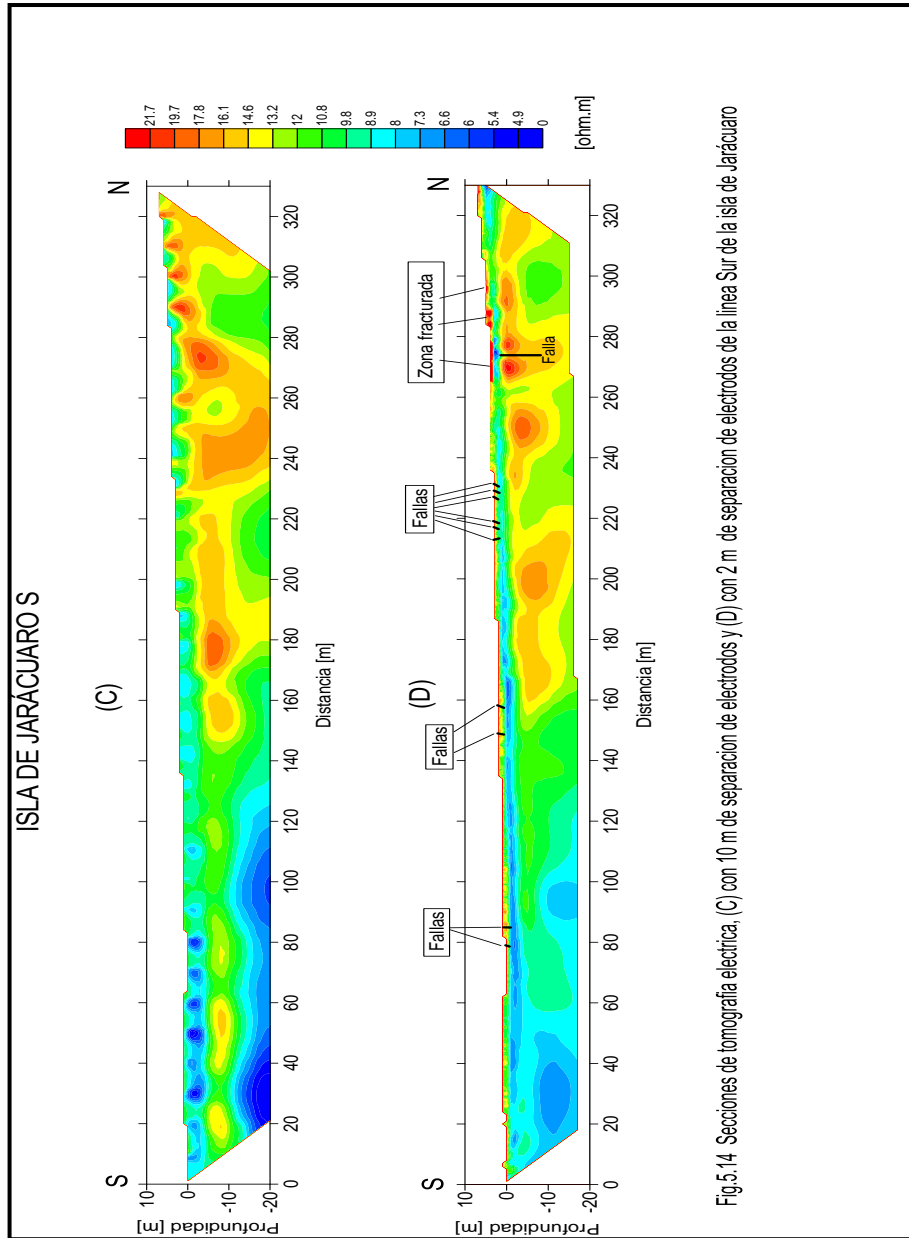


Fig.5.14 Secciones de tomografía eléctrica, (C) con 10 m de separación de electrodos y (D) con 2 m de separación de electrodos de la línea Sur de la isla de Jarácuaro

CAPÍTULO VI. CONCLUSIONES

Podemos destacar que los modelos geofísicos obtenidos de este estudio por medio la Tomografía de Resistividad Eléctrica (TRE) y de Radar de Penetración Terrestre (GPR) son congruentes a la descripción de la geología estructural del subsuelo realiza en base a las trincheras hechas en puntos específicos sobre las líneas de falla normal que cruzan la Isla de Jarácuaro. Los estudios de la geología estructural han demostrado que por debajo de los 30 cm del suelo de dicha isla se encuentra una capa de 2.90 m de espesor con estratos laminados de arcilla, limo y ceniza volcánica fracturados y plegados, que datan del Pleistoceno superior-Holoceno (figura 6.1)

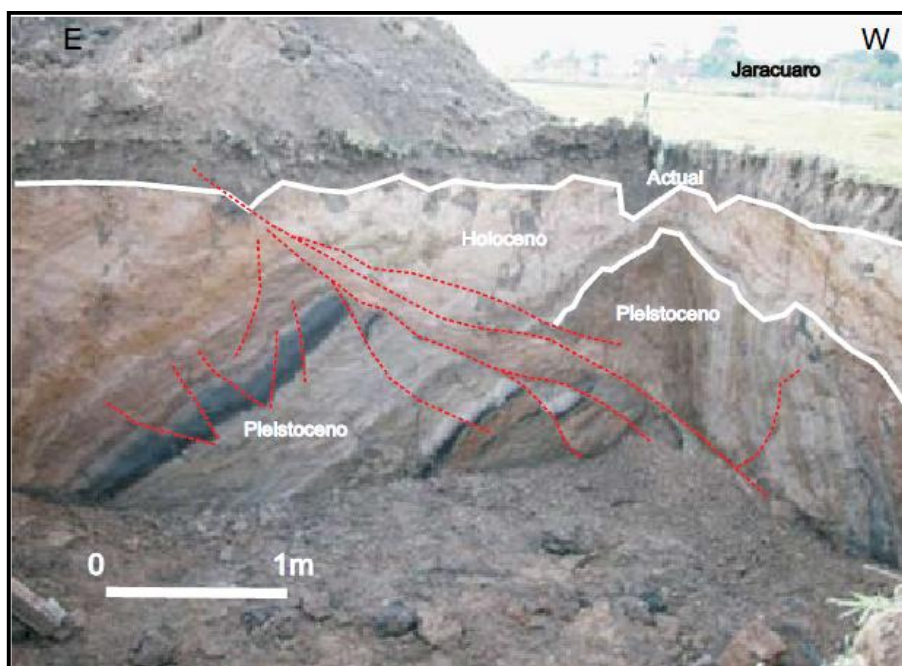


Figura (6.1) Trinchera excava en la zona sur de la isla de Jarácuaro. En esta sección se observan los depósitos lacustres deformados del pleistoceno, la línea roja punteada corresponde a fallas normales (Garduño et al., 2009).

Por tal situación mencionada previamente las secciones de TRE y GPR pudieron caracterizar evidentemente las anomalías presentes en los horizontes estratigráficos de la isla. En la comparación de las secciones de radar y de tomografía eléctrica, el radar pudo caracterizar con mayor detalle en toda la línea de estudio la posición de los horizontes estratigráficos así como un grande número de fallas a una profundidad de 4.6 m. Mientras tanto los dispositivos de tomografía eléctrica con separación de 10 y 2 m de electrodos mostraron cuerpos de alta resistividad de hasta 100 (ohm-m) en color rojo cercanas a la superficie y otras a una profundidad de 5 y 10 m; estos cuerpos podrían relacionarse con

las fracturas o en el caso de algunas fallas presentes. En las secciones representadas por este método muestran grandes cuerpos saturados de agua que cubren un 30% o hasta un 50% en las secciones, estos presentan un espesor que van de 10 a 20 m, otras por debajo de los 10 m de profundidad. A consecuencia de este hecho los valores de resistividad tuvieron una tendencia baja entre 4 y 7 (ohm-m), por lo tanto no fue posible caracterizar la geología estructural en esas zonas.

El efecto de disminuir la distancia entre electrodos de 10 m a 2 m fue para ganar una mayor resolución de la distribución geológica del subsuelo a una profundidad de 20 m. En las secciones de la línea de tomografía eléctrica de la zona Oeste de la isla con dirección W-E en el capítulo V.1 muestran varios cuerpos de alta resistividad en color rojo cercanas a la superficie entre 230 m y 430 m de distancia, en este intervalo de distancia el radar mostro una alta deformación y fracturamiento de las secuencias de un espesor de 3 m, esto indica que los cuerpos de de alta resistividad cercanas a la superficie son horizontes fracturados lateralmente y deformados o en el caso de pequeñas fallas con longitud de 0.5 a 3 m aproximadamente, que cortan varios horizontes verticalmente; por debajo de estas estructuras a una profundidad de 5 m se observaron dos cuerpos altos resistivos de 100 (ohm-m), se infiere que estos también pueden ser horizontes fracturados o sedimentos mal consolidados. Por lo tanto todas estas anomalías presentes en estas secuencias estratigráficas en esta sección podrían ser provocadas por el movimiento mecánico de la falla normal que atraviesa esta zona en dirección E-W con una dimensión de kilómetros como se observa en la figura 2 del capítulo II.2.

En la segunda línea de estudio ubicada al sur de la isla, las secciones de la línea de tomografía eléctrica con dirección S-N del capítulo V.2 muestran en varios puntos de la sección, cuerpos de resistividad de 21 (ohm-m) cercanas a la superficie entre 80 y 330 m de distancia, algunos de estos coinciden con las zonas de falla registradas por el radar en secuencias de 2 m de espesor pero en otros casos no coinciden debido a que en ocasiones la tomografía eléctrica puede registrar una alta resistividad en sedimentos mal consolidados. En esta sección podemos destacar la eficiencia de la tomografía eléctrica ya pudo registrar otras zonas de falla o fracturamiento en las secuencias lacustres a una profundidad de 5 a 10 m los cuales no fueron posibles preciar en las secciones de radar.

En comparación con las secciones W, las secciones S muestran un menor número de fallas, a demás de menor deformación en los horizontes estratigráficos, este hecho puede tener una relación con un menor efecto de la misma falla que cruza de E-W en la isla. En estudios de Paleosismología en 2009 siguieren que la deformación y fracturamiento de las secuencias sedimentarias son producto de eventos sísmicos generados por las fallas que cortan a la isla.

Para el estudio de Paleosismología, las secciones de TRE y GPR muestran zonas potenciales para la apertura de trincheras donde el registro sedimentario se encuentra lo más completa posible preservando el techo y el piso de la falla del mismo horizonte estratigráfico, para dichas características en la secciones W, muestra que la trinchera estaría ubicada entre 260 m y 330 m de distancia mientras que en las secciones de la línea S la trinchera podría ser abierta entre 200 y 250 m ya que en este sitio se observan un gran número de fallas en los estratos, en la distancia de 300 a 350 m no es posible debido a que ya se tuvo un intervención antropogenica.

Para finalizar es de suma importancia destacar que los métodos geofísicos empleados en este estudio son una potente herramienta para los estudios de paleosismicidad ya que con ello es posible encontrar puntos relevantes donde se manifiestan estos fenómenos. Con la paleosismología es posible reconstruir la sismicidad histórica de la isla en base al número de paleoterremotos, las magnitudes de estas, tasa de desplazamiento de falla, e intervalo de recurrencia de los sismos (*Sagripanti, 2011*).

REFERENCIAS

- A. Adepelumi, M. J. Yi, J. H. Kim, B. D. Ako y J. S. Son, (2006), Integration of surface geophysical methods for fracture detection in crystalline bedrocks of southwestern Nigeria”, *Hydrogeology Journal* , vol.14, pag.1284-1306.
- Annan A.P. y S.W. Cosway, (1992), Ground Penetratin Radar Survey Design, Simposio en la Aplicación de Geofísica para la Ingeniería y Problemas del Medio Ambiente, EEGS, p. 329-351.
- Blancas V. J. E., (2000), Principios y aplicaciones del método de Radar de Penetración Terrestre (GPR), Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM.
- Cifuentes N. G., (1994), Interpretación de anomalías geoelectricas por análisis de Fourier, Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- De la Torre G. B., (2010), Definición de zonas de fracturamiento empleando Tomografía Resistividad Eléctrica 3D, Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Dobrin M. B,1988, Introduction to Geophysical Prospecting, MacGraw-Hill book company, U.S.A, Four Edition,
- Garduño M. V. H., Chávez H. J., Aguirre G. J., (2009), Zonificación de los periodos naturales de oscilación superficial en la ciudad de Pátzcuaro, Mich., México, con base en microtemores y estudios de paleosismología, *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas* v. 26, núm. 3, p. 623-637
- Gutiérrez M., J. (2004), Análisis del Subsuelo Utilizando Técnicas Geofísicas Sistemas Georadar RAMAC/GPR, VIII Congreso Nacional de Topografía y Cartografía TOPO-CART, Madrid, p.17.
- Garduño M. V. H., Soria C. C, (2011), Evidence of tsunami events in the Paleolimnological record of Lake Pátzcuaro, Michoacán, México, *Geofísica Internacional*, Vol.50, N° 2, pag.147-161.
- Jeffrey J. D., (Nov. 25, 2000), Ground Penetrating Radar Fundamentals, Department of Geological Sciences, The Ohio State University, pag. 21.
- Jordá B., (2005), Técnicas geofísicas de reconocimiento del subsuelo: Georadar y tomografía eléctrica. Casos prácticos, Suelos obra urbana, España, pag.10.
- Lakubovskii, LL. Liajov, (1980), Exploración eléctrica, Edit. Reverte, 3° edición, España.
- Loke M.H. (2012), Tutorial: 2-D and 3-D electrical imaging surveys, pag. 136.

López H. A, Bustinza J, Cittadini O., (2007), Aplicación de la tomografía eléctrica al estudio del lecho de roca en las futuras presas sobre el río Santa Cruz: Cóndor Cliff y la Barrancosa, Consultor Geofísico de ALH Geofísica. Investigador Instituto Geofísico Sismológico Ing. F. S. Volponi, Facultad de Cs. Exactas, Físicas y Naturales. Universidad Nacional de San Juan. Argentina, pag.16.

Loke, M.H. and Barker, R.D., (1996). Rapid least-squares inversion of apparent resistivity pseudosections using a quasi-Newton method. *Geophysical Prospecting*, 44, 131-152.

Martínez-L. J., J. Rey , S. Sandoval y M. Rodríguez, (2007), La tomografía eléctrica: Una herramienta para la detección de huecos mineros (concesión de Arrayanes, Linares-Jaén, Departamento Ingeniería Mecánica y Minera. Escuela Politécnica Superior de Linares, Universidad de Jaén, 23700 Linares (Jaén) España. *GEOGACETA*, vol.42, pag. 43-46.

MatGPR, (2010), Manual and Technical Reference, R 2.4.4.3.

Orellana E. (1982). *Prospección Geoeléctrica en corriente continúa*. Paraninfo, Madrid España, 569p.

Orellana E. (1974). *Prospección Geoeléctrica por campos variables*. Paraninfo, Madrid España, 563p.

Osegera F. L., (2011) *Calidad de agua, y sedimentos en sitio con diferente grado de degradado en el lago Pátzcuaro Michoacán México*, Tesis de Maestría, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

Porres B. J. Á., (2006), Espinosa G. A. B., Aracil E., *Localización de aguas subterráneas para abastecimiento mediante prospección geofísica de resistividad: acuíferos de interior y costeros, Área de Ingeniería del Terreno*. Universidad de Burgos, *Análisis y Gestión del Subsuelo*, S.L, vol.12,pag.13.

Philip K., Michael B, (2002), *An Introduction to Geophysical Exploration*, Blackwell Publishing Company, USA, pag. 500

Robinson E. S, (1988), *Basic Exploration Geophysics*, Virginia Polytechnic Institute and State University, USA.

Sharma, P. V., (2004), *Environmental and engineering geophysics*, Cambridge University Press.

Sagripani G. L. S., Hugo F., Felizzia J. A, (2011), *Fuertes Paleosismos de Intraplaca y sus retornos vinculados a la Falla las La Gunas, Sierras Pampeanas de Córdoba*, *Revista de la Asociación Geológica Argentina* 68, p. 53 – 71.

Villanueva I. Z. C., (2006), *Tesis de licenciatura, Facultad de Ingeniería, UNAM, México*.

Weinzettel P. A., Dietrich S. y Varni M, (2009), Utilización de tomografía eléctrica con distintas configuraciones y espaciamentos electródicos para la caracterización de la zona no saturada, Instituto de Hidrología de Llanuras (UNCPBA –CIC – Mun. de Azul) Rep. de Italia 780 – CC 44 – 7300 Bs. As.- Argentina, vol.9, pa. 8.

Yilmaz O., (1987), Seismic data Processing, Society of Exploration Geophysicists, Tulsa OK, pag. 526.