



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

INSTITUTO DE INGENIERÍA

**CONFIABILIDAD DE EDIFICIOS CONSIDERANDO LA
INFLUENCIA DEL DAÑO ACUMULADO CAUSADO POR
SISMOS**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS

P R E S E N T A :

DANTE TOLENTINO LÓPEZ

TUTORA:

DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Luis Esteva Maraboto
Secretario: Dr. Orlando Javier Díaz López
Vocal: Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez
1^{er}. Suplente: Dr. Jaime García Pérez
2^{do}. Suplente: M.I. Octavio García Domínguez

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM.

TUTORA DE TESIS:

DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ

DEDICATORIAS

A mis padres **Adelfo Tolentino Ramírez** y **Leonides López García** quienes me han heredado el tesoro más valioso que se le puede dar a un hijo: Amor. Quienes me han impulsado en todos mis objetivos que me he fijado. Por esto y más..... **GRACIAS PAPA Y MAMA.**

A mis hermanos **Adelfo, Jacob, Ivone** y **Yeyetzi** por la apoyo incondicional que nos hemos brindado y por la unión tan fuerte que tenemos como hermanos.

A **Monse** por la profunda amistad que me ha brindado en estos últimos años.

A las mis tías **Alicia, Nina, Tella, Rosa, Judith, Malena** y **Maga** por estar en la buenas en las malas brindándome su apoyo incondicional.

A mi amigo **Othon** por la por brindarme su amistad por tantos años.

A mi abuelita **Hortensia** y a mis tíos **Edgar, Dalila** y **Laman** por el apoyo que me han brindado hasta la fecha.

A los futuros M.I. del departamento 402 **Jesús Alberto, Alberto, Antonio** e **Inocente** por su amistad a lo largo de esta aventura en la UNAM.

A mis compañeros del Instituto de Ingeniería **Tomas, Juan Pablo, Víctor, Saúl, Omar** y **Jonathan.**

A GRADECIENTOS

A la **Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez** por la confianza y paciencia que deposito en mí para lograr este trabajo.

A mis sinodales **Dr. Luis Esteva Maraboto, Dr. Orlando Javier Díaz López, Dr. Jaime García Pérez** y **M.I. Octavio García Domínguez** por sus valiosos comentarios y aportaciones que ayudaron a enriquecer este trabajo.

Al **Dr. Marco Antonio Torres Pérez Negrón** y al **Dr. Marco Antonio Montiel Ortega** por apoyo brindado durante la realización de este trabajo.

A **CONACYT** por el apoyo económico que me brindo para realizar este trabajo.

Al **Instituto de Ingeniería de la UNAM** por permitirme hacer uso de sus instalaciones durante la realización de este trabajo.

A mis maestros del Instituto Politécnico Nacional de la E.S.I.A Zacatenco **Ing. Carlos García Romero, Ing. José Luis Flores Ruiz, Ing. José Luis de la Fuente Severino, Ing. José Eduardo Gutiérrez Martínez, M.I. Alfredo Paez Robles** por su amistad y enseñanzas durante mi estancia en el IPN.

CONFIABILIDAD DE EDIFICIOS CONSIDERANDO LA INFLUENCIA DEL DAÑO ACUMULADO CAUSADO POR SISMOS

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y ANTECEDENTES

1.1 Introducción	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Antecedentes	2

CAPÍTULO 2. CRITERIO PARA EVALUAR LA CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL CONSIDERANDO LA VARIACIÓN EN EL TIEMPO DE LA CAPACIDAD ESTRUCTURAL Y DE LA DEMANDA SÍSMICA PARA UNA INTENSIDAD DADA.

2.1 Influencia y aleatoriedad de parámetros implícitos en la demanda y la capacidad	4
2.2 Metodología para obtener en número de fallas en un intervalo de tiempo	5
2.3 Método simplificado	6
2.3.1 Considerando la variación en el tiempo de la capacidad estructural	6
2.3.2 Considerando la variación en el tiempo de la capacidad estructural y de la demanda sísmica para una intensidad dada	7

CAPÍTULO 3. MOVIMIENTOS SÍSMICOS

3.1 Simulación de acelerogramas	10
3.2 Simulación de tiempos de espera entre eventos sísmicos	11
3.3 Simulación de intensidades	11
3.4 Ocurrencia de sismos en un intervalo de tiempo	12
3.5 Escalamiento de acelerogramas	13

CAPÍTULO 4. DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO DE 10 NIVELES

4.1 Descripción del edificio	15
4.1.1 Propiedades mecánicas nominales de los materiales	16
4.1.2 Cargas gravitacionales nominales	16
4.1.3 Secciones estructurales nominales	16
4.2 Propiedades medias de materiales, cargas y secciones estructurales	20
4.2.1 Propiedades mecánicas medias de los materiales	20
4.2.2 Cargas gravitacionales medias	21
4.2.3 Secciones estructurales medias	21
4.3 Modelado para conocer la respuesta no lineal	22

**CAPÍTULO 5. NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO:
DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO**

5.1 Curvas de capacidad	23
5.2 Obtención de la mediana de la capacidad \hat{C} y la desviación estándar del logaritmo natural σ_{lnC}	26
5.3 Obtención de la mediana de la demanda \hat{D} y la desviación estándar del logaritmo natural σ_{lnD}	28
5.4 Obtención del parámetro r	33
5.5 Obtención del número de fallas en un intervalo de tiempo	34

**CAPÍTULO 6. NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO:
DISTORSIONES MÁXIMAS DE AZOTEA**

6.1 Curvas de capacidad	36
6.2 Obtención de la mediana de la capacidad \hat{C} y la desviación estándar del logaritmo natural σ_{lnC}	38
6.3 Obtención de la mediana de la demanda \hat{D} y la desviación estándar del logaritmo natural σ_{lnD}	39
6.4 Obtención del número de fallas en un intervalo de tiempo	44

**CAPÍTULO 7. COMPARACIÓN CON EL CRITERIO QUE NO CONSIDERA LA
VARIACIÓN EN EL TIEMPO DE LA DEMANDA SÍSMICA DADA UNA INTENSIDAD**

7.1 Distorsiones máximas de entrepiso	46
7.2 Distorsiones máximas de azotea	48

COMENTARIOS FINALES	50
----------------------------	----

APÉNDICE A: Función hipergeométrica	51
--------------------------------------------	----

APÉNDICE B: Desarrollo de la integral para encontrar el número de fallas considerando la variación en el tiempo de la capacidad estructural y de la

demanda sísmica para una intensidad dada 54

REFERENCIAS 56

RESUMEN

Se propone una expresión para evaluar la confiabilidad estructural considerando la acumulación de daño por sismo en un intervalo de tiempo. Dicha expresión toma en cuenta de manera simultánea la variación de la capacidad estructural y de la demanda dada una intensidad sísmica en el tiempo. En la formulación se consideran las incertidumbres epistémicas asociadas a la capacidad y a la demanda, así como la aleatoriedad de los eventos sísmicos. La confiabilidad se expresa en términos del número esperado de fallas por unidad de tiempo, correspondiente a diferentes estados límite. Se presenta un ejemplo de un edificio de 10 niveles que se localiza cerca de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes en la Ciudad de México. Se obtiene su número esperado de fallas en función de dos medidas de daño: distorsiones máximas del tercer entrepiso y distorsiones máximas de azotea. Finalmente, se compara el número esperado de fallas obtenido con el criterio que sólo considera la variación de la capacidad estructural propuesto anteriormente en la literatura con el que se obtiene a partir del criterio aquí propuesto.

ABSTRACT

An expression to evaluate the structural reliability considering the accumulation of damage due to seismic effects is proposed. The variation of the structural capacity and the demand for a given intensity over time are taken into account simultaneously. The formulation considers epistemic uncertainties associated to capacity and demand, as well as randomness in seismic events. The structural reliability is expressed in terms of the expected number of failures in a time interval, for different limit states. An example of a 10-story building is presented; the structure is located near the Ministry of Communications and Transports in Mexico City. It is obtained the expected number of failures as a function of two damage measures: maximum drifts in the third story and maximum drifts at roof. Finally, the results obtained with the criterion proposed here are compared with the approach that considers exclusively the variation of the structural capacity, previously proposed in the literature.

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN, OBJETIVOS Y ANTECEDENTES

1.1 INTRODUCCIÓN

El diseño estructural debe ser visto como una aproximación creativa para la solución constructiva de un problema de Ingeniería Civil planteado por la sociedad a la que se pertenece. No basta solucionar un problema de ingeniería para que tenga un tiempo de vida útil a corto plazo, o se piense que dejando sobre estimada la estructura en propiedades, geometría y materiales, ésta tenga una respuesta aceptable ante eventos de fenómenos naturales (sismos, huracanes, etc). Existen demasiadas incertidumbres a las que el ingeniero se enfrenta, y esto hace necesario recurrir a conceptos y metodologías de confiabilidad estructural.

La variación de la capacidad estructural y de la demanda sísmica en el tiempo es un problema común al que están expuestas todas las estructuras. Siendo éstas un índice de desarrollo de un país, es necesario conservarlas en buen estado. Este problema va de la mano con dos rubros importantes que son: el social y el económico. A medida que la estructura acumula daño en el tiempo, se incrementan tanto los costos sociales como los económicos.

El presente estudio se basa en uno previo en el que se evaluó la confiabilidad estructural considerando la variación de la capacidad estructural en el tiempo, y suponiendo que la demanda no se veía influenciada por el deterioro de las propiedades mecánicas en el tiempo (Torres y Ruiz, 2007). Aquí se extiende el criterio para evaluar la confiabilidad estructural donde se toma en cuenta la variación en el tiempo de la capacidad estructural y de la demanda para una intensidad dada. La confiabilidad se expresa aquí en términos del número esperado de fallas en un intervalo de tiempo, $\eta(t)$, así como en términos de la probabilidad de falla en dicho intervalo de tiempo, $pf(t)$. En la formulación se consideran tanto las incertidumbres aleatorias como las incertidumbres epistémicas.



1.2 OBJETIVOS

Los objetivos principales de este trabajo son los siguientes:

- Proponer una expresión para evaluar la confiabilidad estructural considerando la variación en el tiempo de la capacidad estructural y de la demanda sísmica para una intensidad dada.
- Aplicar la expresión obtenida a un edificio con el propósito de obtener el número esperado de falla y probabilidad de falla en función de dos medidas de daño una local y una global.
- Comparar los resultados obtenidos de la expresión obtenida con los resultados del método que considera solamente la variación de la capacidad estructural en el tiempo.

1.3 ANTECEDENTES

El daño estructural durante eventos sísmicos depende principalmente del número de ciclos inelásticos de carga y descarga y de las amplitudes de la respuesta estructural. El proceso de acumulación de daño ha sido estudiado con la finalidad de conocer la influencia que tiene en la confiabilidad estructural. En lo que sigue se mencionan brevemente algunos trabajos realizados.

Rahman y Grigoriu (1993) proponen un modelo de Markov para evaluar el comportamiento sísmico y el estado inicial de los sistemas estructurales con la finalidad de determinar la vulnerabilidad de las estructuras expuestas a uno o más movimientos sísmicos. El método de análisis se basa en la amenaza sísmica modelada por un proceso de Poisson filtrado.

Hamamoto (1996) propone un modelo estocástico para predecir el tiempo de vida de edificios de varios niveles construidos en regiones sísmicas considerando el daño futuro. Se introduce al modelo un estado de predicción de daños en términos de la degradación de rigidez del sistema estructural.

Singhal (1996) presentó un enfoque sistemático para estimar los daños que se producen en marcos de concreto reforzado expuestos a diferentes movimientos sísmicos. Las curvas de fragilidad aquí se obtienen a partir de un análisis dinámico no lineal. El autor utiliza el método de Monte Carlo para obtener las probabilidades asociadas a los diferentes estados de daño.

Gusella (1998) propone un método para estimar la probabilidad de seguridad para estructuras con daño acumulado. El daño estructural se representa por un número finito de estados discretos. La evolución de daño en el tiempo se describe con una cadena de Markov. El modelo estocástico puede describir el fenómeno sísmico así como otras cargas ambientales. Utiliza un proceso de Poisson homogéneo para modelar las ocurrencias de cargas.

Ciampoli (1998) desarrolló un procedimiento probabilístico para hacer análisis de confiabilidad actual y futura de componentes y sistemas estructurales existentes. Supone que los sistemas estructurales están sujetos a deterioro en el tiempo. El procedimiento involucra la solución de una ecuación diferencial estocástica que proporciona la evolución de la confiabilidad en el tiempo de un componente estructural deteriorado.

En México se han realizado varios estudios para evaluar la confiabilidad en edificios considerando el daño acumulado en el tiempo. A continuación se mencionan brevemente algunos de dichos trabajos.

Bueno y Díaz (1994) analizaron la respuesta de marcos estructurales de concreto reforzado ante secuencias de sismos con diferentes intensidades. Comparan la respuesta utilizando distintos modelos de comportamiento histerético. La medida que determina las condiciones de funcionalidad

de los marcos en su forma local, a nivel de entepiso y global, se establece a partir de índices de daño correspondientes al modelo histerético utilizado.

Díaz y Esteva (1997) analizaron la influencia del daño acumulado en la confiabilidad de estructuras y además propusieron un marco de decisiones para el establecimiento de criterios de diseño, políticas de reparación y mantenimiento óptimas. Los autores utilizaron el método de Monte Carlo para obtener los daños finales promedio respecto a un daño inicial del sistema para diferentes intensidades sísmicas.

Heredia *et al.* (2000) proponen un modelo de función de daño para la respuesta inelástica de estructuras en términos de un daño inicial, amplitud de desplazamiento y rigidez secante de los ciclos de respuesta. El modelo se utiliza para obtener una solución analítica cerrada para la distribución de probabilidad de daño acumulado después de un evento sísmico, tomando en cuenta la información sobre la respuesta inelástica.

Montes-Iturrizaga (2000) desarrolló un modelo probabilista para establecer políticas óptimas de mantenimiento de estructuras en zonas sísmicas considerando el efecto del daño estructural acumulado. El proceso de acumulación de daño se efectuó sometiendo a la estructura a una serie de movimientos sísmicos. Estos se modelaron mediante una cadena de Markov. Con base a la acumulación de daño, el autor define un umbral de índice de daño para llevar a cabo acciones de reparación.

García (2002) realizó un estudio de confiabilidad en estructuras y su influencia en la toma de decisiones respecto a la factibilidad económica y funcional. El autor considera el daño local y global de las estructuras de concreto reforzado con daño acumulado. Se busca conocer las condiciones de la estructura después de haberla sometido a diferentes eventos sísmicos, para posteriormente tomar decisiones respecto a su seguridad estructural.

Torres *et al.* (2006) desarrollaron una metodología para evaluar la confiabilidad de estructuras considerando el deterioro de la capacidad estructural en el tiempo. Como resultado, los autores obtuvieron la probabilidad de que falle una estructura considerando el daño acumulado. La confiabilidad la expresaron en términos del número esperado de falla y probabilidad de falla.

Cruz (2007) desarrolló un procedimiento para evaluar la confiabilidad durante la vida de servicio de edificios de concreto reforzado desplantados en distintas zonas sísmicas. El autor consideró el daño acumulado que la estructura podría presentar antes sismos futuros usando cadenas de Markov. El autor calcula la variación de la confiabilidad estructural en el tiempo, y además evalúa el riesgo en términos de costos futuros esperados por daño y reparación.

Capítulo 2

C RITERIO PARA EVALUAR LA CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL CONSIDERANDO LA VARIACIÓN EN EL TIEMPO DE LA CAPACIDAD ESTRUCTURAL Y DE LA DEMANDA SÍSMICA PARA UNA INTENSIDAD DADA

En la primera parte de este capítulo se explica de manera breve la importancia que tiene considerar algunos parámetros inciertos que se encuentran presentes durante la vida útil de la estructura. Estos parámetros afectan de manera simultánea tanto a la capacidad estructural como a la demanda sísmica. Posteriormente se retoma la metodología que evalúa la confiabilidad estructural considerando la variación de la capacidad estructural en el tiempo (Torres, 2006; Torres y Ruiz, 2007) para extenderla con la finalidad de considerar la variación de la demanda sísmica para una intensidad dada, en el tiempo. La confiabilidad estructural se evalúa en términos del número esperado de fallas por unidad de tiempo.

2.1 INFLUENCIA Y ALEATORIEDAD DE PARÁMETROS IMPLÍCITOS EN LA DEMANDA Y LA CAPACIDAD

La confiabilidad sísmica en una estructura normalmente se ve influenciada por parámetros inciertos relacionados con la capacidad y con la demanda estructural (Cornell, 1996; Wen, 1995). Debido a las limitaciones en información y a las metodologías empleadas para evaluar la demanda y la capacidad estructural, se identifican dos tipos de incertidumbres asociadas tanto a la capacidad C como a la demanda D :

Las incertidumbres aleatorias. Se refieren a la variabilidad de los fenómenos físicos (cargas vivas, oleaje, sísmicas, nieve, granizo, viento, etc.) que afectan la demanda y la capacidad estructural. Estas incertidumbres se pueden referir a magnitud, duración, tiempo de ocurrencia, etc.



Las incertidumbres epistémicas. Son el resultado de la falta de conocimiento o información que se presenta al cuantificar las magnitudes y distribuciones de cargas, así como las consideraciones y restricciones que se toman al modelar la estructura.

2.2 METODOLOGÍA PARA OBTENER EL NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO

La tasa media anual de falla para una estructura con propiedades determinísticas en su capacidad (asociado a cierto estado límite), está dada por (Cornell, 1968; Esteva, 1968).

$$v_F(c) = \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[c < S|y] dy \quad (2.1)$$

Donde $\left| \frac{dv(y)}{dy} \right|$ representa el valor absoluto de la derivada de la curva de peligro sísmico (es necesario considerar el valor absoluto, debido a que la derivada es negativa), $P[c < S|y]$ es la probabilidad de que la capacidad de la estructura asociada al estado límite c , sea menor que la sollicitaciones a la que se somete el sistema, dada una intensidad, y . Cuando se toman en cuenta las incertidumbres relacionadas con la capacidad de la estructura, el valor esperado de v_F se expresa de la siguiente forma:

$$E[v_F] = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C < S|y, c] f_C(c) dy dc \quad (2.2)$$

Donde $P[C < S|y, c]$ es la probabilidad de falla cuando ocurre un evento de intensidad y , y $f_C(c)$ es la función de densidad de probabilidades de la capacidad estructural del estado límite en estudio.

El número esperado de fallas durante un intervalo de tiempo es igual a la tasa de falla anual integrada para ese intervalo de tiempo. Si se desea tomar en cuenta la variación de la capacidad estructural en el tiempo, τ , se deberá considerar que la capacidad del estado límite de estudio, $C(\tau)$, así como su función de densidad de probabilidades, varían con el tiempo. Por lo tanto, el valor esperado del número de fallas para el intervalo de tiempo $[0, \Delta t]$ es:

$$E[\eta_{F,T}(0, \Delta t)] = \int_0^{\Delta t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C(\tau) < S|y, \tau] f_C(c|\tau) dy dc d\tau \quad (2.3)$$

Donde $P[C(\tau) < S|y, \tau]$ es la probabilidad de falla cuando ocurre un evento de intensidad y , y $f_C(c|\tau)$ es la función de densidad de probabilidades de la capacidad estructural del estado límite en un intervalo de tiempo τ . Si $\tau=0$, la estructura no presenta ningún cambio en sus propiedades; sin embargo, a medida que transcurre τ , la estructura va acumulando daño y como consecuencia se reduce su capacidad estructural para el estado límite en cuestión.

Considerando que las propiedades mecánicas de la estructura sufren degradación en un intervalo de tiempo $[t, t + \Delta t]$, el valor esperado de número de fallas se expresa como:

$$E[\eta_{F,T}(t, \Delta t)] = \int_t^{t+\Delta t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C(\tau) < S|y, \tau] f_C(c|\tau) dy dc d\tau \quad (2.4)$$

Se hace notar que $E(\eta_{F,T})$ representa la tasa anual de falla $E(v_F)$ de la estructura cuando $\Delta t \rightarrow 1$. Si además se considera que la demanda estructural dada una intensidad, es aleatoria con cierta función de probabilidad en un intervalo de tiempo τ igual a $f_S(s|y, \tau)$, entonces:

$$E[\eta_{F,T}(t, \Delta t)] = \int_t^{t+\Delta t} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \left| \frac{dv(y)}{dy} \right| P[C(\tau) < S(\tau)|y, \tau] f_C(c|\tau) f_S(s|y, \tau) dy dc ds d\tau \quad (2.5)$$

Suponiendo que la ocurrencia de fallas sigue un proceso estocástico no-homogéneo de Poisson a lo largo del intervalo de tiempo $[t, t + \Delta t)$, entonces la probabilidad de falla pf se puede calcular como:

$$pf = 1 - e^{-E(\eta_{F,T})} \quad (2.6)$$

2.3 MÉTODO SIMPLIFICADO

2.3.1 Considerando la variación en el tiempo de la capacidad estructural

Las integrales obtenidas en la ec. 2.4 se pueden simplificar con respecto a las variables y y c si se hacen las siguientes consideraciones:

- La curva de peligro sísmico (CPS), $v_Y(y)$, se puede representar para la intensidad de interés, mediante la expresión $v_Y(y) = k \cdot y^{-r}$, donde r y k son parámetros que se ajustan a la forma de la curva de peligro sísmico.
- La capacidad estructural del estado límite en el tiempo τ , presenta una mediana de capacidad, $\hat{C}(t)$, de tipo lognormal, y la desviación estándar del logaritmo natural es igual a $\sigma_{\ln C|\tau}$.
- La mediana de la demanda estructural \hat{D} , se representa como función de la intensidad, y , mediante la expresión $\hat{D} = a \cdot y^b$ donde a y b son parámetros que se ajustan a la CPS. Se considera que la demanda estructural para cierta intensidad y tiene una distribución lognormal con desviación estándar del logaritmo natural igual a $\sigma_{\ln D|y, \hat{C}, \tau}$. (Rosenblueth y Esteva, 1972; Shome y Cornell, 1999).

Considerando lo anterior, se obtiene la siguiente expresión para el valor esperado del número de fallas durante el intervalo $[t, t + \Delta t)$ (Torres, 2006; Torres y Ruiz, 2007):

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} k(y_{\hat{C}, \tau})^{-r} \exp \left[\frac{r^2}{2b(\tau)^2} (\sigma_{\ln D|y, \hat{C}, \tau}^2 + \sigma_{\ln C|\tau}^2 + \sigma_{UD|\tau}^2 + \sigma_{UC|\tau}^2) \right] d\tau \quad (2.7)$$

Donde $y_{\hat{C}, \tau} = \left[\frac{\hat{C}(\tau)}{a(\tau)} \right]^{\frac{1}{b(\tau)}}$ es la intensidad de la carga sísmica asociada con la mediana de la capacidad, $\hat{C}(\tau)$, en el tiempo τ ; $\sigma_{\ln D|y, \hat{C}, \tau}^2$ y $\sigma_{\ln C|\tau}^2$ son las desviaciones estándar de los logaritmos naturales de la demanda, D , y de la capacidad estructural, C , del estado límite de interés, en el intervalo de tiempo τ ; $\sigma_{UD|\tau}^2$ y $\sigma_{UC|\tau}^2$ son las incertidumbres epistémicas relacionadas con la demanda estructural y la capacidad estructural del estado límite de interés, en el intervalo de tiempo τ , respectivamente.

Para resolver la integral de la ec. 2.7 se hacen las siguientes simplificaciones:



- La mediana de la capacidad, \hat{C} , varía en el tiempo, de la siguiente forma:

$$\hat{C}(\tau) = \alpha + \beta \cdot \tau \quad (2.8)$$

Donde $\alpha > 0$ y $\beta < 0$

- Los valores de $\sigma_{\ln C|\tau}$ y $\sigma_{\ln D|y_{\hat{C},\tau}}$ se consideran constantes en el intervalo de tiempo, Δt , expresándose de la siguiente forma:

$$\sigma_{\ln D|y_{\hat{C},\tau} = \sigma_{\ln D|y_{\hat{C},t}} \quad (2.9)$$

$$\sigma_{\ln C|\tau} = \sigma_{\ln C|t} \quad (2.10)$$

- Los parámetros $a(\tau)$ y $b(\tau)$ tienen valores constantes durante el intervalo de tiempo Δt , por lo que:

$$a(\tau) = a_t \quad (2.11)$$

$$b(\tau) = b_t \quad (2.12)$$

Torres (2006) encontró que el valor esperado del número de fallas considerando una variación lineal de la capacidad para un instante de tiempo se expresa como:

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = k(y_{\hat{C}|t})^{-r} \exp \left[\frac{r^2}{2b_t^2} (\sigma_{\ln D|y_{\hat{C},t}}^2 + \sigma_{\ln C|t}^2 + \sigma_{UD|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2) \right] \Omega(t, \Delta t) \quad (2.13)$$

donde

$$y_{\hat{C}|t} = \left[\frac{\hat{C}(t)}{a_t} \right]^{\frac{1}{b_t}} \quad (2.14)$$

$$\Omega(t, \Delta t) = \frac{(\alpha + \beta t)}{\beta} \frac{b_t}{(b_t - r)} \left[\left(1 + \frac{\beta \Delta t}{\alpha + \beta t} \right)^{1 - \frac{r}{b_t}} - 1 \right] \quad (2.15)$$

$\Omega(t, \Delta t)$ puede considerarse como un *factor de corrección* del número esperado de fallas, cuando se considera la variación de la capacidad estructural en el intervalo de tiempo $[t, t + \Delta t)$.

2.3.2 Considerando la variación en el tiempo de la capacidad estructural y de la demanda sísmica para una intensidad dada

Anteriormente se desarrolló una metodología para evaluar la confiabilidad estructural considerando solamente la variación lineal de la capacidad estructural en el tiempo. En este estudio se toma dicha metodología (Torres, 2006) y se extiende para considerar además la variación de la demanda sísmica (dada una intensidad) debida al deterioro de las propiedades mecánicas en el tiempo. Para ello, con el fin de resolver la ecuación 2.7 es necesario hacer las siguientes consideraciones.

Los valores de la mediana de la demanda en el tiempo se obtienen mediante la siguiente expresión (nótese que en la formulación anterior esta ecuación estaba dada por $\hat{D} = a \cdot y^b$):

$$\hat{D}(\tau) = a(\tau) \cdot y^b + g \cdot \tau \quad (2.16)$$

donde $a(\tau) = e + f \cdot \tau$, quedando la expresión igual a:

$$\hat{D}(\tau) = (e + f \cdot \tau)y^b + g \cdot \tau \quad (2.17)$$

Donde $e, f, b, y g > 0$

Por otro lado, $y_{\hat{C},\tau} = \left[\frac{\hat{C}(\tau)}{a(\tau)}\right]^{\frac{1}{b(\tau)}}$ es un nivel de intensidad y que uno anticipa que causará una demanda de distorsión máxima de entrepiso igual a la mediana de la capacidad \hat{C} , entonces $\hat{C} = \hat{D}$ (Cornell, 1968), sustituyendo \hat{C} en la ecuación 2.16, resulta:

$$\hat{C}(\tau) = a(\tau) \cdot y^b + g \cdot \tau \quad (2.18)$$

Despejando y de la ecuación anterior, queda la siguiente expresión:

$$y = \left(\frac{\hat{C}(\tau) - g \cdot \tau}{a(\tau)}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (2.19)$$

Sustituyendo el valor de \hat{C} (ec.2.8) en la ecuación 2.19:

$$y = \left(\frac{\alpha + \beta \cdot \tau - g \cdot \tau}{a(\tau)}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (2.20)$$

Dado que β y g son constantes, entonces:

$$y = \left(\frac{\alpha + \tau(\beta - g)}{a(\tau)}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (2.21)$$

Haciendo $\beta' = (\beta - g)$, finalmente se obtiene una expresión de $y_{\hat{C},D|\tau}$ que considera la variación de la capacidad y de la demanda estructural en el tiempo:

$$y_{\hat{C},D|\tau} = \left(\frac{\alpha + \beta' \cdot \tau}{e + f \cdot \tau}\right)^{\frac{1}{b}} \quad (2.22)$$

De aquí se tiene que el valor esperado del número de fallas considerando la variación de la capacidad y de la demanda estructural para una intensidad dada, para un intervalo de tiempo, es como sigue:

$$\bar{\eta}_{F,R}(t, \Delta t) = k \left(y_{\hat{C},D|\tau}\right)^{-r} \exp \left[\frac{r^2}{2b(t)^2} \left(\sigma_{\ln D|y_{\hat{C},t}}^2 + \sigma_{\ln C|t}^2 + \sigma_{U_D|t}^2 + \sigma_{U_C|t}^2 \right) \right] \Omega_0(t, \Delta t) \quad (2.23)$$

donde:

$$\begin{aligned} \Omega_0(t, \Delta t) = & \frac{b \left(\text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b'}, \frac{r}{b'}, 2 - \frac{r f(\alpha + \beta' t)}{f\alpha - e\beta'} \right] \right) \left(\frac{e + f t}{-f\alpha + e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha + t\beta')}{(b-r)\beta'} + \\ & \frac{b \left(\frac{\alpha + t\beta'}{e + f t} \right)^{\frac{r}{b}} \left(\text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b'}, \frac{r}{b'}, 2 - \frac{r f(\alpha + \beta'(t + \Delta t))}{f\alpha - e\beta'} \right] \right) \left(\frac{\beta'(e + f(t + \Delta t))}{-f\alpha + e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha + \beta'(t + \Delta t)) \left(\frac{\alpha + \beta'(t + \Delta t)}{e + f(t + \Delta t)} \right)^{-\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta'} \end{aligned} \quad (2.24)$$



$\Omega_0(t, \Delta t)$ puede considerarse como un *factor de corrección* del número esperado de fallas en un intervalo de tiempo cuando se considera la variación lineal de la capacidad y de la demanda estructural sísmica (dada una intensidad) en el tiempo. La función hipergeométrica (Hypergeometric2F1[$1 - \frac{r}{b}, -\frac{r}{b}, 2 - \frac{r}{b}, \frac{f(\alpha+\beta'\tau)}{f\alpha-e\beta'}$]) se explica en el Apéndice A. y la obtención de $\Omega_0(t, \Delta t)$ en el Apéndice B.

Capítulo 3

MOVIMIENTOS SÍSMICOS

Para estimar el daño acumulado en una estructura es necesario definir el tipo de carga extraordinaria más desfavorable que repercutirá en la vida útil de la estructura a corto y largo plazo. La estructura que aquí se estudia se supone ubicada en la Ciudad de México. De acuerdo con experiencia adquirida a lo largo del tiempo, se sabe que la carga extraordinaria más desfavorable en el sitio donde se ubica la estructura, son los movimientos sísmicos.

En lo que sigue se simulan acelerogramas sintéticos a partir de registros obtenidos del sitio en donde se supone localizado el edificio. Posteriormente, se simulan los tiempos de espera así como las intensidades sísmicas. Se fijan requerimientos mínimos de intensidades. También se describe la manera en que se escalan los acelerogramas en el presente estudio.

3.1 SIMULACIÓN DE ACELEROGRAMAS

Los acelerogramas se pueden obtener mediante simulaciones de movimientos sísmicos (artificiales) o a partir de registros de sismos reales (naturales). Existen varios métodos para obtener acelerogramas simulados: utilizando procesos unidimensionales con amplitud y frecuencias moduladas (Grigoriu, Ruiz y Rosenblueth, 1988), utilizando procesos estocásticos filtrados (Safak y Boore, 1986). También se pueden simular acelerogramas considerando parámetros sismo-tectónicos (Boore, 1983).

En nuestro caso, es necesario generar movimientos mediante modelos numéricos estocásticos, debido a que se cuenta con un número limitado de registros intensos en campo.

En este estudio se simularon 100 sismos sintéticos a partir de los registros obtenidos en la estación de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT). El procedimiento de generación de movimientos sintéticos hace la hipótesis que el movimiento sísmico que se simula pertenece a un proceso estocástico ergódico Gaussiano no-estacionario. Estos sismos fueron simulados empleando el procedimiento descrito por Rivera (2001).



3.2 SIMULACIÓN DE TIEMPOS DE ESPERA ENTRE EVENTOS SÍSMICOS

Para considerar que la estructura acumula daño, es necesario estimar primeramente intervalos de tiempo de espera entre los arribos de movimientos sísmicos intensos.

Para simular los tiempos de espera entre eventos sísmicos se supone que estos siguen un proceso de Poisson, por lo que dichos eventos tienen una distribución exponencial. La simulación se realizó de acuerdo con los siguientes pasos.

- Se considera un tiempo promedio de ocurrencias de eventos sísmicos por años. El número promedio de sucesos por unidad de tiempo λ es:

$$\lambda = \frac{1}{m_T} \quad (3.1)$$

- En este estudio se considera un promedio de tiempos de espera de eventos con magnitudes intermedias $m_T = 5$ años. Este valor se estimó con base en el trabajo de Hong y Rosenblueth (1988) en donde se indica que el promedio de los tiempos de espera de sismos característicos ($M > 7.5$) es de 8 años.
- La distribución exponencial describe el tiempo de la primer ocurrencia de un evento de Poisson y está dada por:

$$f_T(t) = \lambda e^{-\lambda t} \quad t \geq 0 \quad (3.2)$$

Debido a la propiedades de estacionariedad y de independencia del proceso de Poisson, $e^{-\lambda t}$ es la probabilidad de que no se presente ningún evento en el intervalo de tiempo t , aunque este no empiece en $t=0$. Si se usa el tiempo de llegada del n -ésimo suceso como comienzo de un intervalo de tiempo, entonces $e^{-\lambda t}$ es la probabilidad de que el tiempo para el $(n+1)$ -ésimo suceso sea mayor que t . Es decir, los tiempos de arribo intermedios de un proceso de Poisson son independientes y están distribuidos exponencialmente.

3.3 SIMULACIÓN DE INTENSIDADES

La simulación de la intensidad de cada movimiento sísmico se realizó tomando como base la curva de peligro sísmico del sitio para $T=1s$ (Alamilla, 2001). Las curvas de peligro sísmico indican el número de ocurrencias de un evento que excede por unidad de tiempo un determinado nivel de intensidad. Se usa la curva de peligro sísmico para $T=1s$ debido a que se asocia al periodo fundamental de la estructura que se analiza posteriormente en esta tesis. El procedimiento para simular las intensidades sísmicas se presenta a continuación.

- Se simulan números aleatorios con distribución uniforme entre 0 y 1.
- Considerando que la ocurrencia de eventos es un proceso de Poisson, se calcula la tasa anual de excedencia ν , a partir de $p(x) = 1 - e^{-\nu t}$, despejando ν tenemos:

$$\nu = \frac{-\ln(1 - p(x))}{t} \quad (3.3)$$

donde:

En nuestro caso $t=1$, que se supone que la tasa anual de excedencia permanece constante en ese intervalo de tiempo.

- Con el valor de ν se entra a la curva de peligro sísmico $T=1s$, y se determina el valor de la intensidad (ver figura 3.1).
-

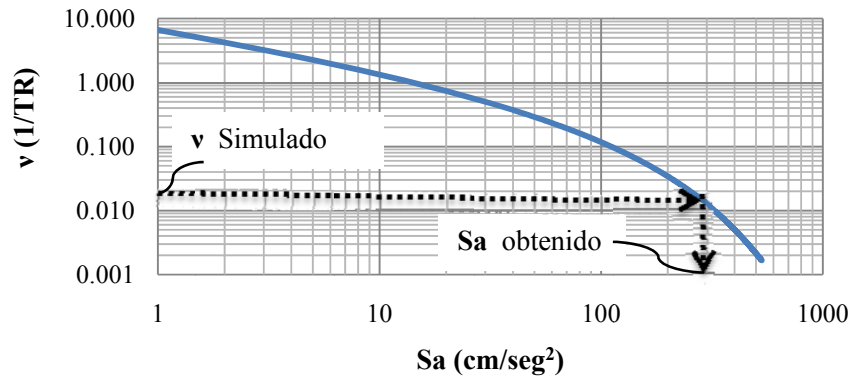


Figura 3.1. Obtención de la intensidad simulada a partir de la curva de peligro sísmico en el sitio SCT, $T=1s$.

3.4 OCURRENCIA DE SISMOS EN UN INTERVALO DE TIEMPO

A partir de las simulaciones de los tiempos de espera y de las intensidades sísmicas (incisos 3.2 y 3.3), se construyen historias de eventos simulados.

En este trabajo se simularon tiempos de espera para un intervalo de tiempo de 150 años. Con el fin de evaluar la confiabilidad estructural en un tiempo intermedio, se escogió un intervalo de tiempo de 50 años.

Se buscó asociar el periodo fundamental del edificio ($T=1s$) que se estudia en la presente tesis, con la intensidad que presenta el espectro de respuesta de un sismo intenso.

En este estudio solo se incluyeron intensidades mayores que 236 cm/seg^2 ya que se observó que intensidades menores solo producían niveles de daño despreciables. El procedimiento que se siguió para determinar dicha intensidad fue a partir del espectro de pseudoaceleraciones correspondiente al sismo ocurrido en 1985 y registrado en el sitio SCT, dirección E-W. Como resultado se encontró una intensidad de 236 cm/seg^2 (ver figura 3.2 a).

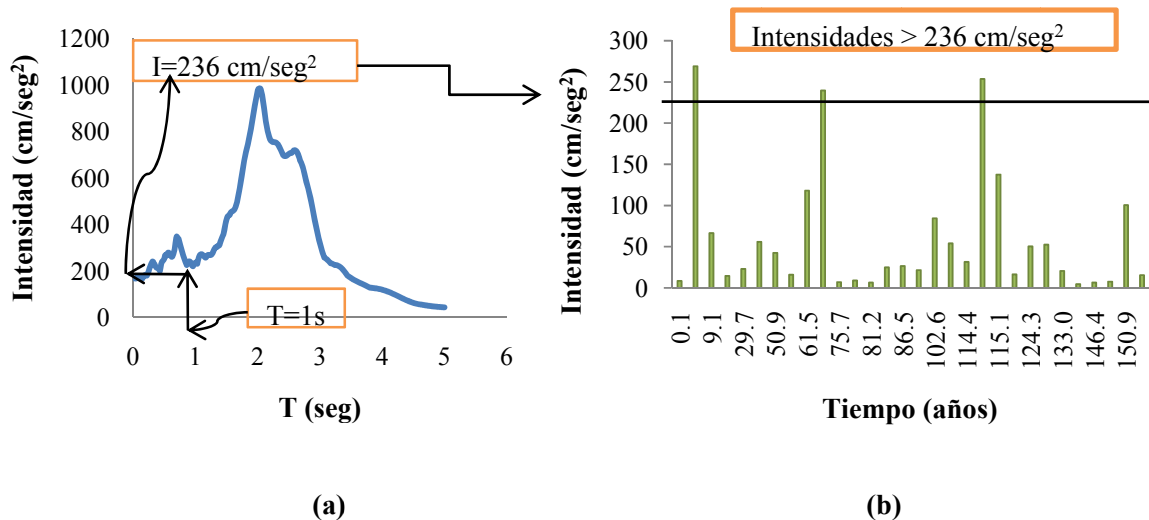


Figura 3.2 a) Obtención de la intensidad que produce daño a la estructura y b) Ejemplo de una historia de eventos simulados.



La figura 3.2 b ejemplifica que el intervalo de 150 años cuenta con tres intensidades mayores que 236 cm/seg^2 . Más adelante se asocia cada intensidad que excede 236 cm/seg^2 con un acelerograma simulado.

3.5 ESCALAMIENTO DE ACELEROGRAMAS

Con el fin de realizar un análisis probabilista es necesario multiplicar a los acelerogramas sintéticos por un factor de escala (FE). Este factor de escala incrementa o disminuye la historia de aceleraciones de los movimientos. A continuación se presentan un ejemplo paso a paso que ilustra la forma de obtener los factores de escala. Este procedimiento se aplica a todas las historias de eventos simulados.

1. Primeramente se buscan las intensidades que exceden una intensidad de 236 cm/seg^2 , como se indica con color gris en la tabla 3.1

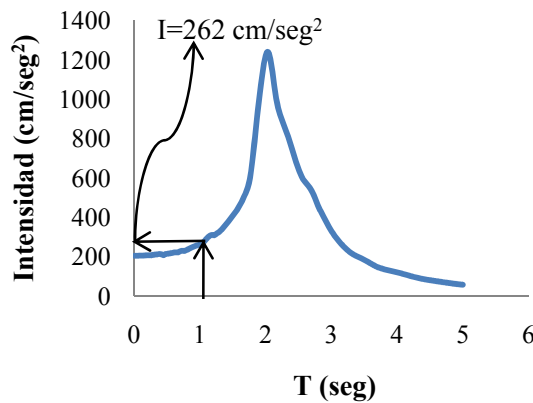
Tabla 3.1. Historia de intensidades simuladas.

Intensidad (cm/seg^2)	Tiempo (años)	Tiempo Acumulado (años)
31.00	0.30	0.30
163.50	0.06	0.35
56.50	6.36	6.72
6.50	0.42	7.14
22.50	1.22	8.36
14.50	0.79	9.15
4.00	17.80	26.95
84.00	3.68	30.62
15.50	0.82	31.45
23.50	19.44	50.89
4.50	3.13	54.02
162.50	0.28	54.30
179.50	4.86	59.16
27.50	3.35	62.51
379.50	2.30	64.81
23.00	11.74	76.56
19.00	9.77	86.32
3.50	4.07	90.39
6.50	1.14	91.53
291.50	9.35	100.88
21.00	8.33	109.21
14.50	6.09	115.30
5.00	3.10	118.40

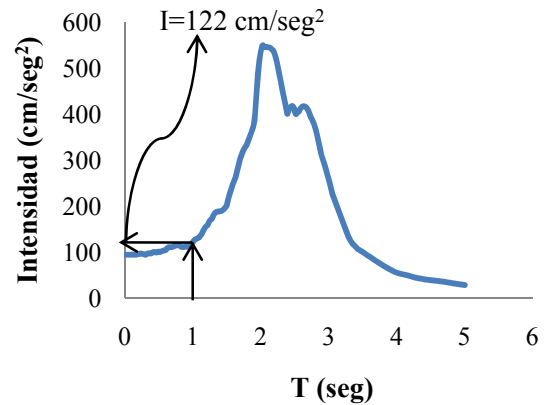
En la tabla 3.1 se encontraron dos intensidades que excedieron 236 cm/seg^2 . Dichas intensidades son iguales a 379.5 cm/seg^2 y 291.5 cm/seg^2

61.50	3.92	122.32
29.00	8.70	131.02
32.00	1.54	132.56
54.00	2.04	134.60
15.50	1.86	136.45
14.50	5.27	141.72
4.00	7.75	149.48

2. Se asocia cada intensidad que excedió 236 cm/seg² con un sismo sintético. En el siguiente ejemplo se tienen dos valores de intensidades. Se seleccionan aleatoriamente dos sismos sintéticos y se obtiene el espectro de pseudoaceleración para cada uno de ellos. Posteriormente se determina la intensidad que presenta cada espectro de pseudoaceleración para T=1s (ver figuras 3.3 a y b)



(a)



(b)

Figura 3.3 a y b. Espectros de pseudoaceleraciones de dos sismos simulados.

El factor de escala *FE* se obtiene dividiendo la intensidad que excedió el valor de 236 cm/seg² (en este ejemplo se obtuvieron dos intensidades 379.5 cm/seg² y 291.5 cm/seg²), entre el valor de intensidad que presenta la ordenada espectral del sismo sintético con T=1s. (por ejemplo, 262 cm/seg² y 122 cm/seg²), como en la siguiente expresión (Shome y Cornell, 1999; Chan, 2003; Chan, Ruiz y Montiel 2005):

$$FE = \frac{Sa_{Seleccionada}}{Sa_{Esp(T=1s)}} \tag{3.4}$$

Capítulo 4

DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO DE 10 NIVELES

4.1 DESCRIPCIÓN DEL EDIFICIO

Para ilustrar la metodología propuesta aquí se obtiene el número esperado de fallas al término de un intervalo de tiempo de 50 años y alternativamente de 150 años, de un edificio de concreto reforzado de 10 niveles y tres crujiás. Para el diseño del edificio se empleó el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF 2004) y sus Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (NTCS, 2004). El edificio fue diseñado por García Jarque Ingenieros, S.C.,

El edificio es una estructura regular a base de marcos de concreto reforzado. El edificio tiene una planta cuadrada de 30 m formada por tres crujiás de 10 m, posee una altura de entrepiso de 4 m. (ver figura 4.1 nótese que se hace referencia a un marco interior y un exterior). El edificio se supone ubicado cerca de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT, zona IIIb). Se diseñó con un factor de comportamiento sísmico $Q=3$. Se usó un coeficiente sísmico de diseño $C_s=0.45$.

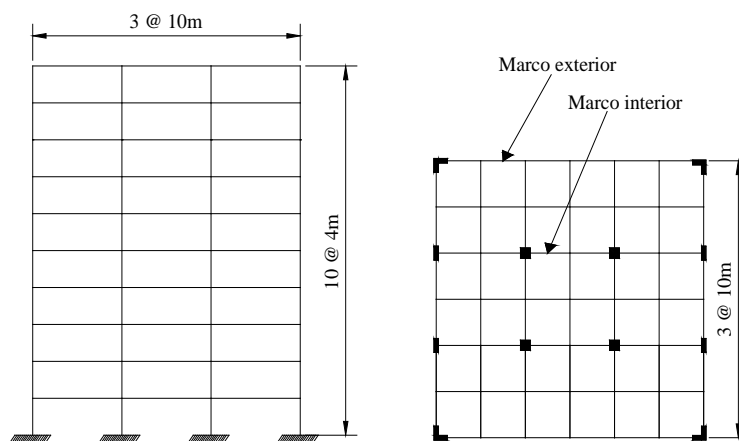


Figura 4.1. Elevación y planta del edificio estudiado.



4.1.1 Propiedades mecánicas nominales de los materiales

Para el diseño del edificio se usó concreto tipo I con una resistencia a la compresión nominal del concreto $f'c=250$ kg/cm². El acero de refuerzo tanto transversal como longitudinal tiene un valor nominal de esfuerzo a la fluencia $f_y=4200$ kg/cm².

4.1.2 Cargas gravitacionales nominales

Las cargas vivas máximas instantáneas (CV_{inst}) se calcularon de acuerdo con el RCDF 2004. Las cargas gravitacionales (CM) nominales se calcularon de acuerdo con los pesos volumétricos y secciones de elementos. En la tabla 4.1 se muestran los valores nominales.

Tabla 4.1. Cargas gravitacionales nominales.

Cargas	Entrepiso	Azotea
CM (kg/m ²)	1056	1096
CV_{inst} (kg/m ²)	180	70

4.1.3 Secciones estructurales nominales

En la tabla 4.2 se muestran los valores nominales de las secciones de traveses y columnas. Y en la figura 4.2 se muestra la clasificación adoptada para las secciones de columnas y traveses.

Tabla 4.2. Secciones nominales.

Marco	Nivel	Trabe (cm)	Columna interior (cm)	Columna exterior (cm)
Interior	1-7	35x90	110x110	150x50
	8-10		90x90	
Exterior	1-10	45x130	50x150	150x150x50 (Sección L)

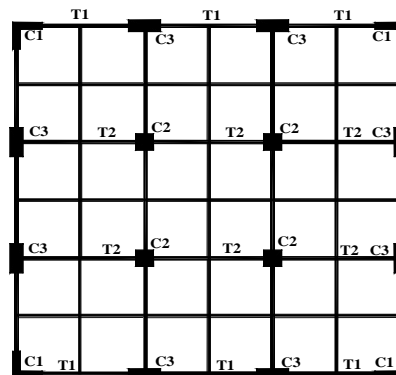
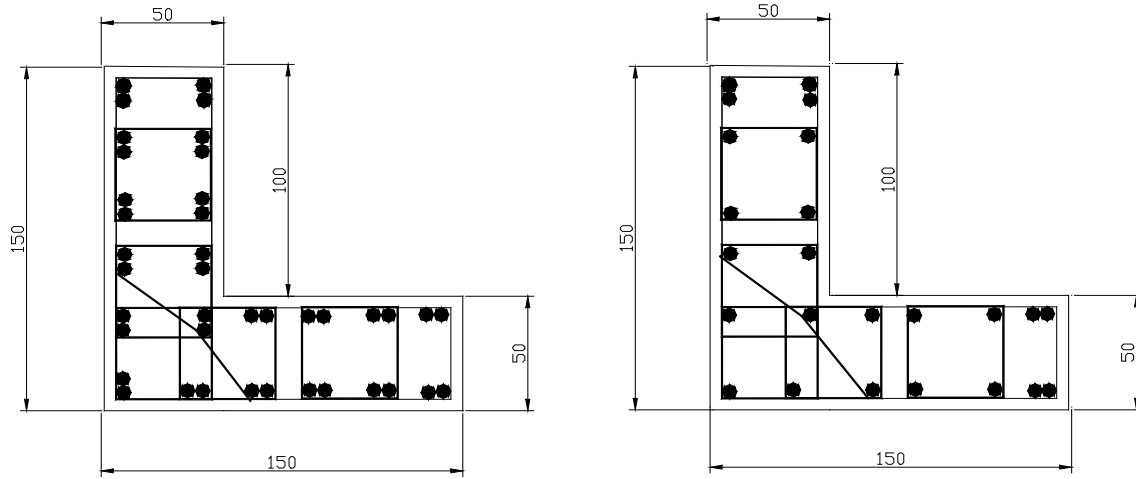


Figura 4.2. Clasificación adoptada para las secciones de columnas y traveses para el edificio en estudio.

En las figuras 4.3 a, b y c se presentan los armados de columnas, traveses de un marco interior y traveses de un marco exterior respectivamente.

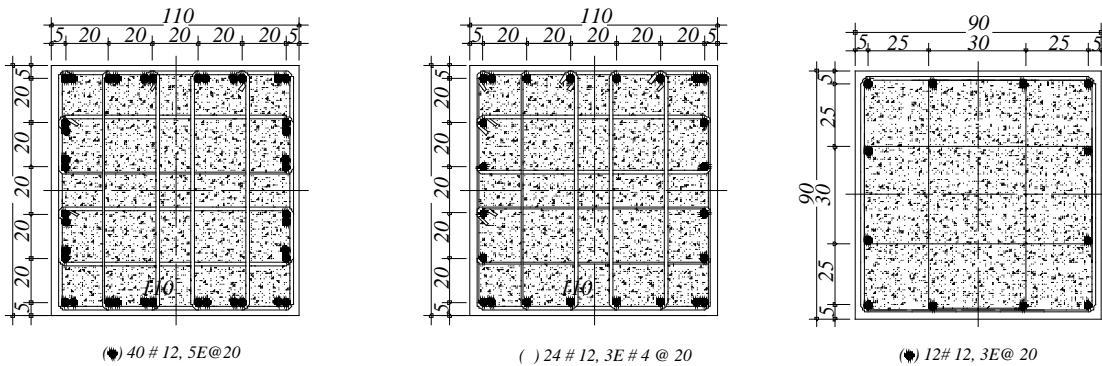
Columnas C1



40#12. 7E#4 @20
De Nivel 1 a Nivel 3

24#12. 7E#4 @20
De Nivel 3 a Nivel 10

Columnas C2



40 # 12, 5E@20

() 24 # 12, 3E # 4 @ 20

12# 12, 3E@ 20

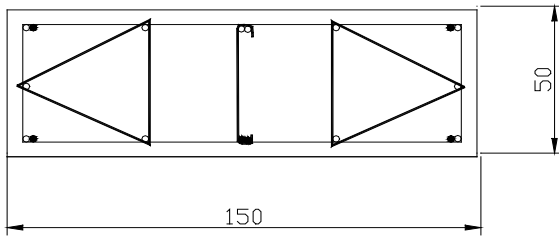
Cimentación a Nivel 3

De Nivel 3 a Nivel 7

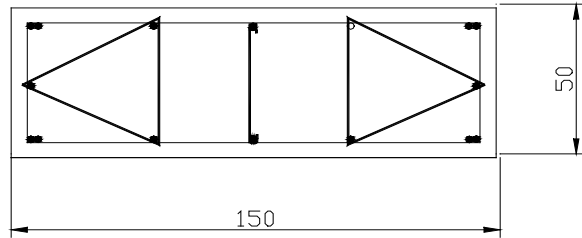
De nivel 7 a Nivel 10



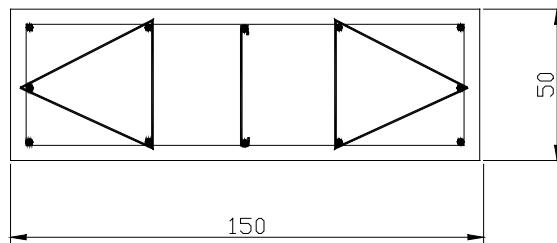
Columna C3



24#12, 4E#4 @20
Del Nivel 1 al Nivel 3

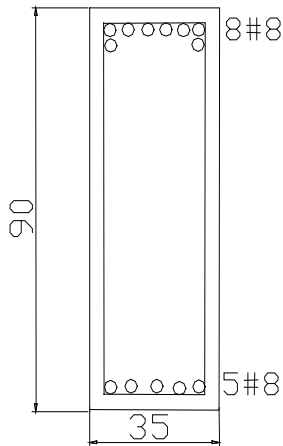


16#12, 4E#4@20
Del Nivel 3 al Nivel 7

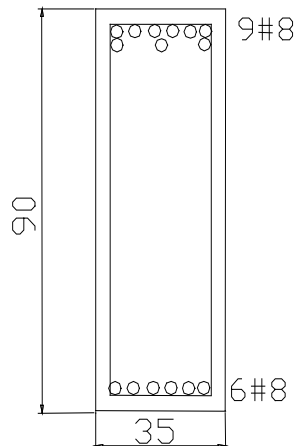


12#12, 4E#4 @20
Del nivel 7 al nivel 10

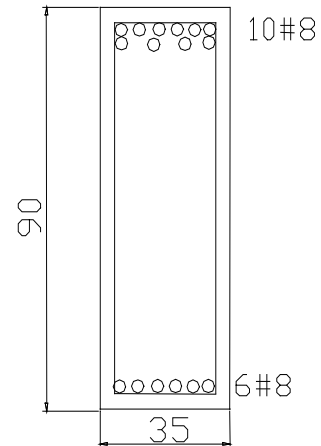
(a) Armados de columnas



Nivel 9 y 10, 15E#3 @10

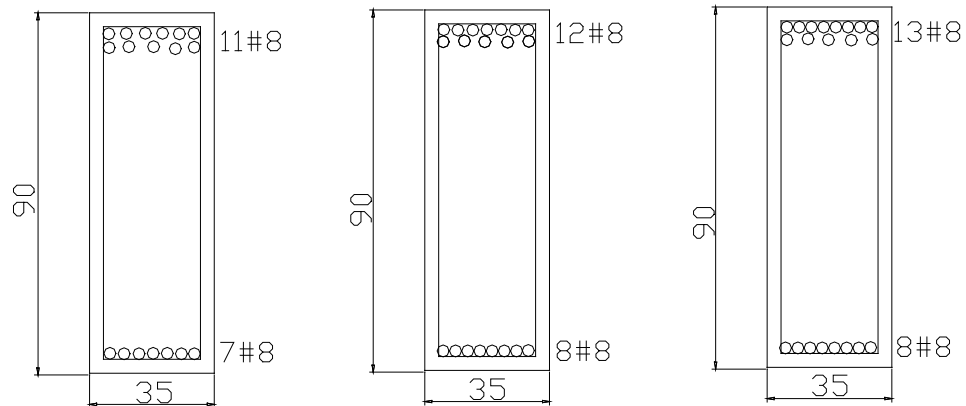


Nivel 7 y 8, 15E#3 @10



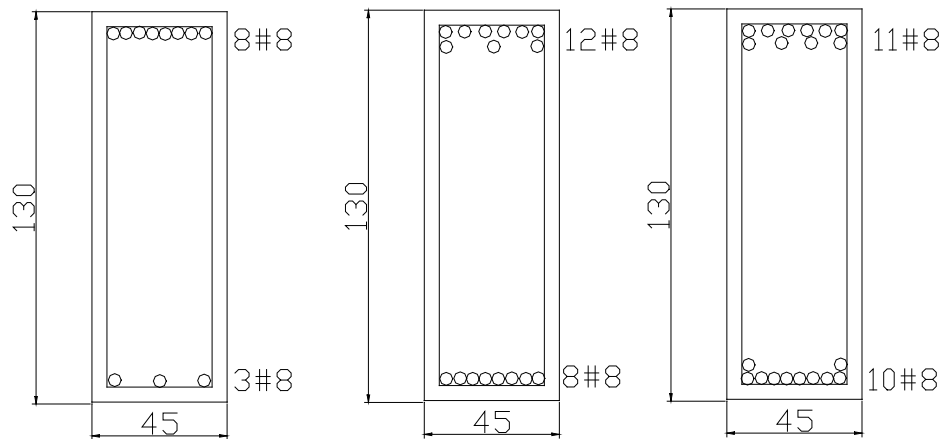
Nivel 1,5,6,7 y 8 15E#3@10

Trabes T2



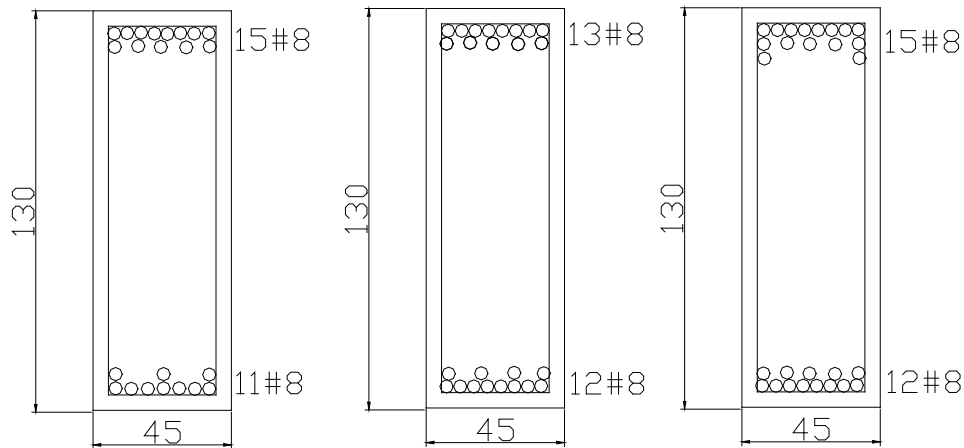
Nivel 1,5 y 6, 20E#3 @10 Nivel 2,3 y 4, 10E#3 @10 Nivel 2,3 y 4, 20E#3@10

(b) Armados de trabes para un marco interior



Nivel 9 y 10, 10E#4 @15 Nivel 7 y 8, 20E#4 @15 Nivel 7 y 8, 20E#4 @15

Trabes T1



Nivel 5 y 6, 20E#4 @10 Nivel 5 y 6, 25E#4 @15 Nivel 1,2,3 y 4, 25E#4 @15

(c) Armados de traves para un marco exterior

Figuras 4.3 a, b y c Armados de columnas, traves de un marco interior y traves de un marco exterior respectivamente.

4.2 PROPIEDADES MEDIAS DE MATERIALES, CARGAS Y SECCIONES ESTRUCTURALES

Para conocer la respuesta no-lineal del modelo estructural antes mencionado, se utilizaron valores medios de f'_c , f_y , W_{vmax} , y geometría de las secciones. Enseguida se detalla cada uno de estos.

4.2.1 Propiedades mecánicas medias de los materiales

Para el edificio en estudio se consideró una resistencia nominal a compresión del concreto de 250 kg/cm². Meli y Mendoza (1991) proponen valores medios del esfuerzo a compresión del concreto en función de su resistencia nominal. El valor medio que le corresponde es de 268 kg/cm².

Por otro lado, Rodríguez y Botero (1994) realizaron estudios experimentales para encontrar valores medios de fluencia del acero de refuerzo para aceros producidos en México. Este trabajo recomienda un esfuerzo a la fluencia del acero en función del diámetro de la varilla (ϕ grandes > 1/2" y ϕ pequeños \leq 5/16", 3/8", 1/2"). Los valores medios recomendados para un esfuerzo de fluencia de 4200 kg/cm² se muestran en la tabla 4.3

Tabla 4.3. Valores medios de f_y .

\bar{f}'_y, ϕ grande (kg/cm ²)	\bar{f}'_y, ϕ pequeño (kg/cm ²)
4577	4609

4.2.2 Cargas gravitacionales medias

Los valores medios de las cargas vivas máximas ($\bar{W}_{vm\acute{a}x}$) se obtuvieron del trabajo de Ruiz y Soriano (1997). Estos autores proponen valores medios de la carga viva máxima para oficinas en la Ciudad de México. En la tabla 4.4 se muestran los valores medios recomendados para entrecapota y azotea.

Tabla 4.4. Valores medios de $W_{vm\acute{a}x}$.

$\bar{W}_{vm\acute{a}x}$ Entrecapota (kg/cm ²)	$\bar{W}_{vm\acute{a}x}$ Azotea (kg/cm ²)
75	70

Meli (1976) propone la siguiente expresión para encontrar el valor medio de la carga muerta:

$$\bar{CM} = \frac{CM}{1 + 2C_{vm}} \quad (4.1)$$

Donde:

\bar{CM} =Valor medio de la carga muerta

CM= Valor nominal de la carga muerta

C_{vm} =Coeficiente de variación de la carga muerta (0.3)

4.2.3 Secciones estructurales medias

Para encontrar los valores nominales de las trabes Mirza y McGregor (1979) recomiendan que se empleen los valores que se muestran en la tabla 4.5:

Tabla 4.5. Secciones estructurales medias.

	Desviación media respecto de la nominal (cm)	Desviación estándar (cm)
Base	+0.254	0.366
Altura	-0.279	0.544
Recubrimiento inferior	+0.16	1.11
Recubrimiento superior	0.32	1.588



En lo que respecta a columnas, Gant (1976) recomienda una desviación media respecto de la nominal de +0.159 cm para las dimensiones de la base y la altura con una desviación estándar de 0.634 cm. Para el recubrimiento este autor recomienda la siguiente relación.

$$r_m = r_n + 0.635 + 0.004h \quad (4.2)$$

donde

r_m es el valor medio del recubrimiento

r_n es el valor nominal del recubrimiento

h es la dimensión transversal de la columna

Aplicando los criterios antes mencionados, en la tabla 4.6 se muestran valores medios de las secciones estructurales.

Tabla 4.6. Secciones medias.

Marco	Nivel	Trabe (cm)	Columna interior (cm)	Columna exterior (cm)
Interior	1-7	35.254 x 89.721	110.159 x 110.159	150.159 x 50.159
	8-10		90.159 x 90.159	
Exterior	1-10	45.254 x 129.721	50.159 x 150.159	150.159 x 150.159 x 50.159 (Sección L)

4.3 MODELADO PARA CONOCER LA RESPUESTA NO LINEAL

Para efectuar el análisis no-lineal se modeló el edificio mediante un marco interior y uno exterior. Estos están unidos con barras articuladas en los extremos que solo tienen una rigidez axial grande (ver figura 4.4). El sistema estructural tiene un periodo fundamental de vibración de $T=1.1s$ (usando propiedades medias).

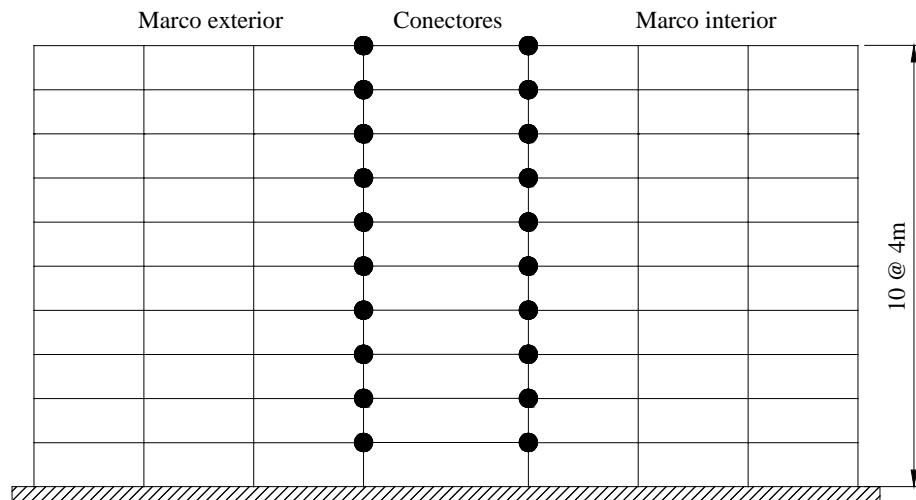


Figura 4.4. Modelo estructural empleado en los análisis.

Capítulo 5

NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO: DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO

En el presente capítulo (5.1) primeramente se determina la capacidad estructural de la estructura (marco interior y exterior con propiedades medias) para distintos intervalos de tiempo (0, 50 y 150 años) es importante señalar que se determina la capacidad estructural al término de cada intervalo de tiempo, es decir, se evalúa la capacidad estructural en el instante de tiempo 0, 50 y 150 años después de que se construyó el edificio. El proceso que se sigue para determinar dicha capacidad estructural en el tiempo, es aplicar análisis dinámicos “paso a paso” en el tiempo y, al final, aplicar un análisis estático no lineal. Como resultado de lo anterior, se obtienen las distorsiones máximas de entrepiso que se usan para obtener los parámetros α y β que intervienen en la ecuación 2.8.

Posteriormente, se evalúa la demanda sísmica para el mismo modelo y para los mismos instantes de tiempo. La demanda sísmica se obtiene mediante una serie de análisis dinámicos. Esto se hace con la finalidad de obtener los parámetros e, f, b y g implícitos en la ecuación 2.17.

Finalmente, se obtiene el número esperado de fallas y probabilidad de falla considerando la variación de la capacidad estructural y de la demanda sísmica en el tiempo para una intensidad dada y para cada instante de tiempo en estudio después de construida la estructura, usando la ecuación 2.23.

5.1 CURVAS DE CAPACIDAD

Para evaluar la capacidad de la estructura se consideró la acción de sismos consecutivos, y además, la aplicación de un análisis estático no lineal (“Pushover”). El análisis estático no lineal “pushover” se refiere a la acción de empujar una estructura mediante una carga monotónica creciente, de manera que las deformaciones aumenten hasta llegar al colapso.

Se simularon veinte historias de intensidades como los que se muestran en la tabla 3.1; sin embargo, sólo ocho y quince historias cumplieron los requerimientos de intensidades para los intervalos tiempo de 50 y 150 años, respectivamente. Es decir, solo estos tuvieron una intensidad mayor que



236 cm/seg^2 . Las historias restantes se consideraron que no producían daño debido a que presentaron intensidades pequeñas. En la figura 5.1 se muestra un ejemplo de dos movimientos sísmicos consecutivos. Se hace notar que al final de las historias de movimientos sísmicos, la estructura se lleva a la falla simulando la aplicación de una aceleración monótonica creciente.

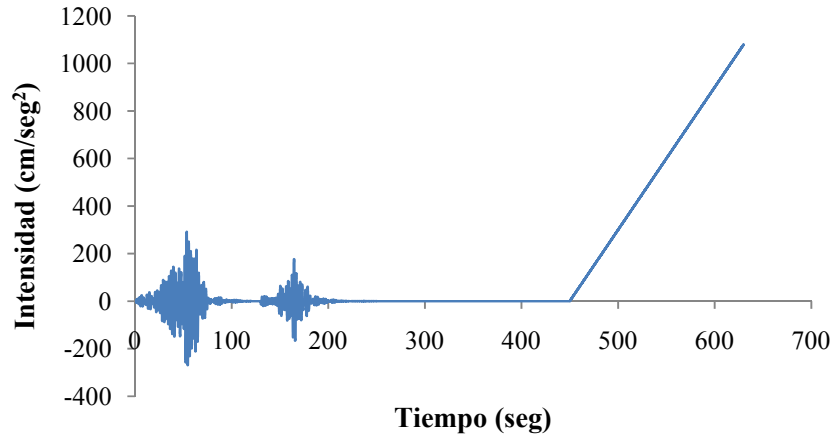


Figura 5.1. Ejemplo de dos movimientos sísmicos y una aceleración monótonica creciente.

Para evaluar la capacidad de la estructura sin considerar daño acumulado o sea, en el instante de tiempo de 0 años, la estructura se sometió solamente a una aceleración monótonica creciente (ver figura 5.2). Se hace notar que la aceleración monótonica creciente tiene las mismas características que la que se usó para los intervalos de tiempo de 50 y 150 años (figura 5.1).

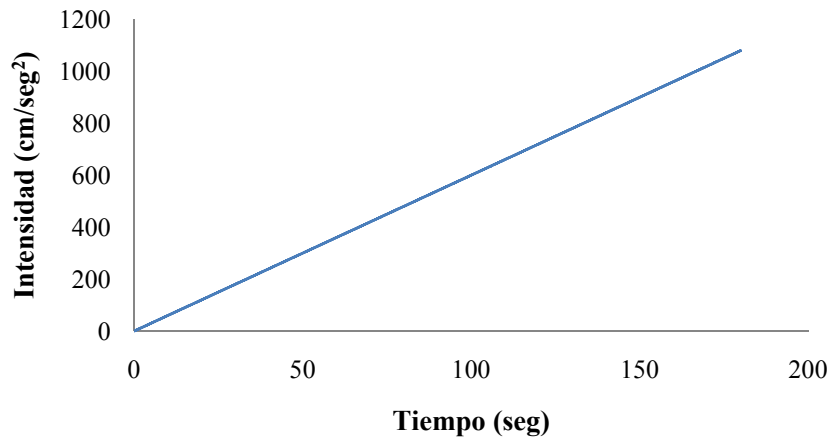
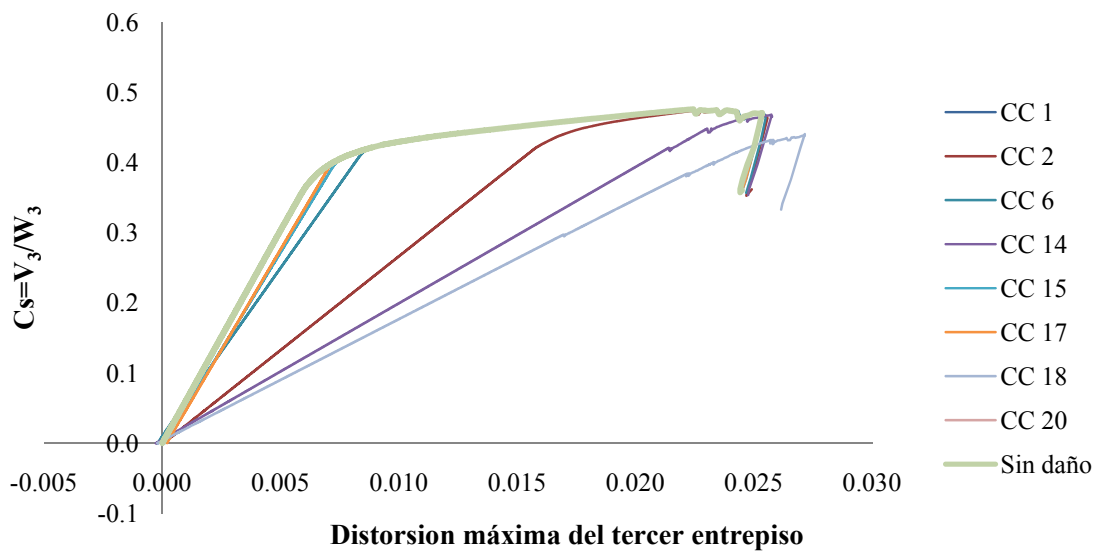
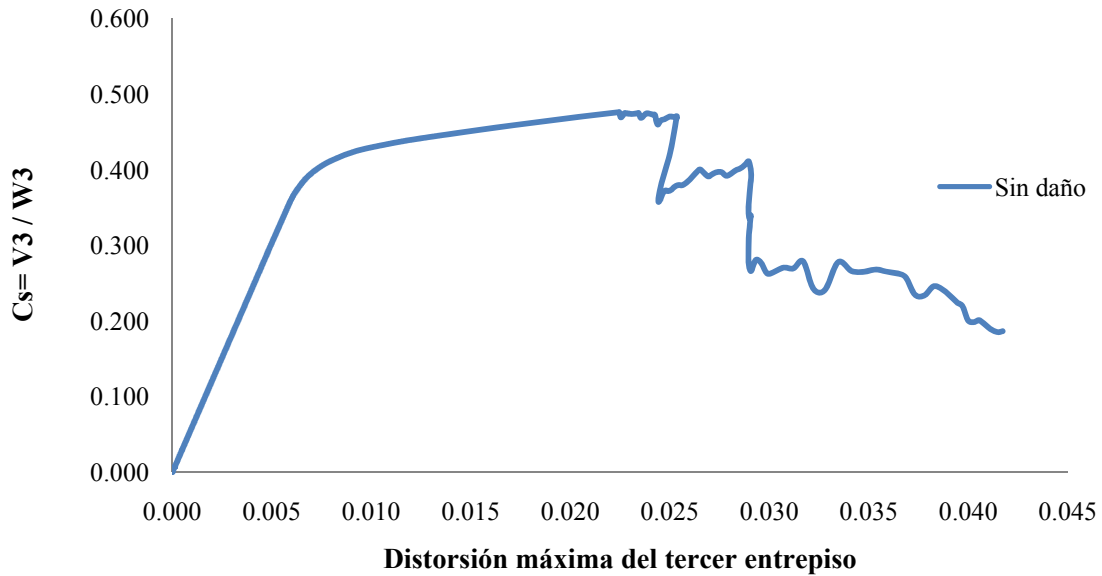
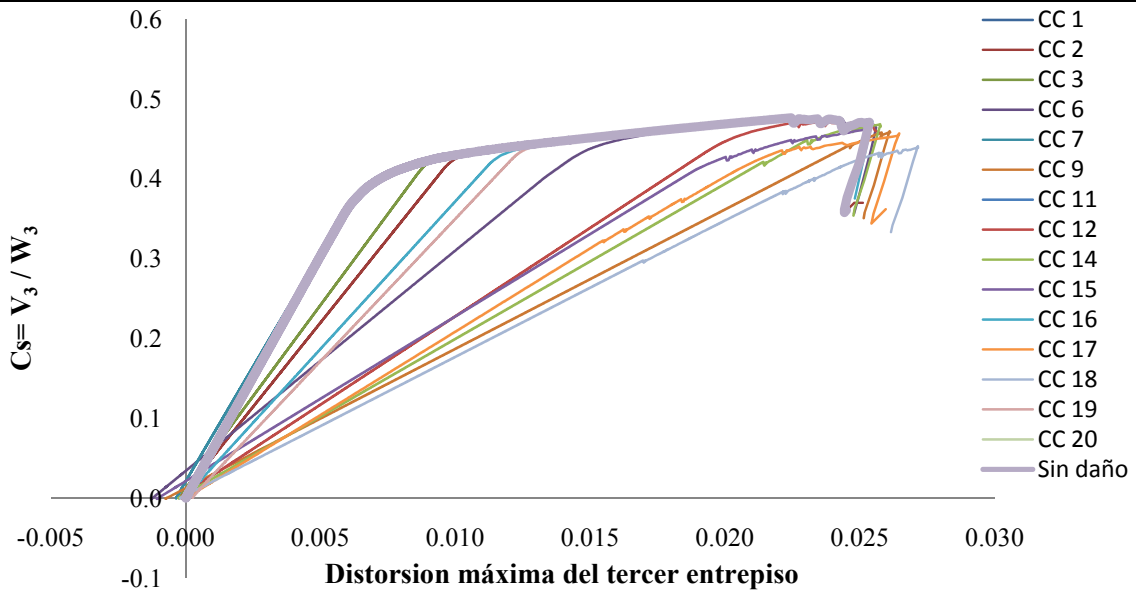


Figura 5.2. Aceleración monótonica creciente.

En las figuras 5.3 a, b y c se muestran las diferentes Curvas de Capacidad (CC) asociadas a diferentes conjuntos de movimientos sísmicos (1, 2, 3, 14...etc.) que excedieron la intensidad antes mencionada ($236 \text{ cm}/\text{seg}^2$), para los instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años después de construida

la estructura, respectivamente. En las figuras 5.3 b y c se hace notar la disminución que sufre la resistencia y la rigidez debido al daño originado por los sismos consecutivos aplicados antes del “push over”, que dieron lugar a un deterioro estructural. Para efectuar los análisis dinámicos y estáticos no lineales se utilizó en programa Drain 2d Modificado (Campos y Esteva, 1997), donde los autores incorporan al programa un modelo de comportamiento histerético asociado al daño sufrido por lo elementos de concreto reforzado. El programa Drain 2D Modificado está basado en el modelo de Wang y Shah (1987) y modificado con base en información experimental (Townsend y Hanson, 1997; Scribner y Wight, 1978; Uzumeri, 1997; Wang y Shah, 1987; Ma et al., 1976).





(c) 150 años

Figura 5.3. Curvas de capacidad correspondientes a diferentes conjuntos de eventos simulados.

Se hace notar que al término de los intervalos de tiempo de 50 y 150 años (figuras 5.3 b y c), algunas curvas de capacidad presentaron fuerzas iniciales positivas. Esto se debe al efecto de los movimientos sísmicos previos a la aceleración monótonica. Los movimientos sísmicos fueron intensos tal que, al término de estos se presentaron algunos elementos dañados. Posteriormente, al presentarse la aceleración monótonica, la estructura presentó menor resistencia (debido al deterioro por los movimientos sísmicos previos), como consecuencia la curva de capacidad en algunos casos presentó una falla frágil. Las curvas se refieren al tercer entrepiso que es donde se presentó la máxima deformación, por lo que se considera el entrepiso como el crítico.

5.2 OBTENCIÓN DE LA MEDIANA DE LA CAPACIDAD \hat{C} Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL LOGARITMO NATURAL σ_{lnC}

En la tabla 5.1 se muestran las distorsiones máximas del tercer entrepiso correspondientes a 0, 50 y 150 años, obtenidos a partir de cada curva de capacidad (figuras 5.3 a, b y c). Se hace notar que existe mayor dispersión de estos valores conforme se incrementa el intervalo de tiempo.

Tabla 5.1. Distorsiones máximas del tercer entrepiso.

0 años		50 años		150 años	
Curva de capacidad	δ último	Curva de capacidad	δ último	Curva de capacidad	δ último
Sin daño	0.025	CC 1	0.025	CC 1	0.025
		CC 2	0.026	CC 2	0.025
		CC 3	0.025	CC 3	0.025
		CC 4	0.025	CC 4	0.025
		CC 5	0.025	CC 5	0.025
		CC 6	0.026	CC 6	0.026
		CC 7	0.025	CC 7	0.025
		CC 8	0.025	CC 8	0.025
		CC 9	0.025	CC 9	0.026
		CC 10	0.025	CC 10	0.025
		CC 11	0.025	CC 11	0.025
		CC 12	0.025	CC 12	0.026
		CC 13	0.025	CC 13	0.025
		CC 14	0.025	CC 14	0.026
		CC 15	0.026	CC 15	0.026
		CC 16	0.025	CC 16	0.025
		CC 17	0.025	CC 17	0.026
		CC 18	0.027	CC 18	0.027
		CC 19	0.025	CC 19	0.025
		CC 20	0.025	CC 20	0.025

Al analizar los datos obtenidos en la tabla 5.1 se observó que las distorsiones máximas del tercer entrepiso presentaron una mediana de capacidad, \hat{C} , de tipo lognormal. En la tabla 5.2 se muestran los valores de la mediana de la capacidad \hat{C} y los valores de las desviaciones estándar del logaritmo natural $\sigma_{\ln C}$, para los instantes de tiempo en estudio.

Tabla 5.2. Medianas de la capacidad \hat{C} y desviaciones estándar del logaritmo natural $\sigma_{\ln C}$ de las distorsiones máximas del tercer entrepiso.

Tiempo	Mediana de la capacidad \hat{C}	Desviación estándar del logaritmo natural $\sigma_{\ln C}$
0	0.0254	0
50	0.0254	0.0203
150	0.0255	0.0215



A continuación se obtienen los parámetros α y β que intervienen en la ecuación 2.8 para el caso anteriormente descrito (distorsiones máximas de entrepiso). Los parámetros antes mencionados se obtienen a partir de las medianas de la capacidad \hat{C} con las distorsiones máximas del tercer entrepiso (tabla 5.2). En la figura 5.4 se muestran las medianas de la capacidad representadas por la mediana de la distorsión máxima de entrepiso $\hat{\delta}$, correspondientes a diferentes intervalos de tiempo.

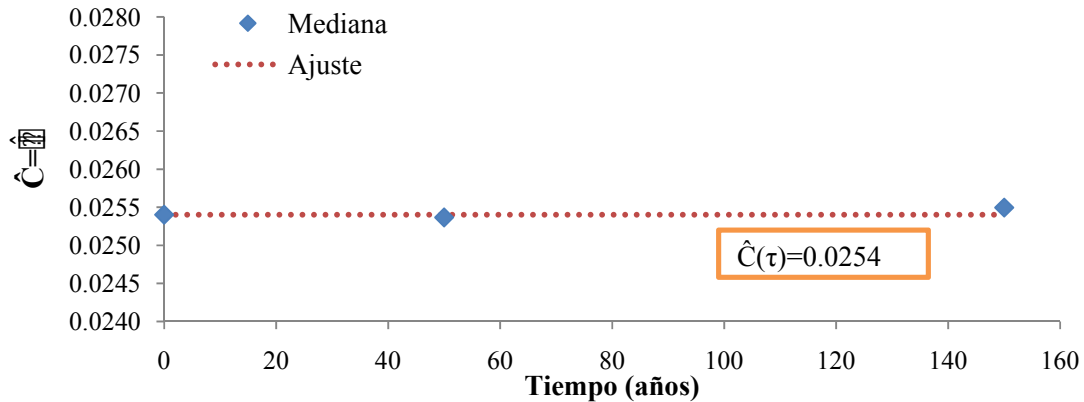


Figura 5.4. Mediana de la capacidad en función de las distorsiones máximas de entrepiso, al término de los intervalos de tiempo de 0, 50 y 150 años.

Se hace notar que los valores de las medianas de la capacidad \hat{C} que se muestran en la figura 5.4 tienen valores muy cercanos para los distintos intervalos de tiempo en estudio por lo que se adopta un valor constante $\alpha=0.0254$. El valor de β para este caso particular es igual a cero.

5.3 OBTENCIÓN DE LA MEDIANA DE LA DEMANDA \hat{D} Y DE LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL LOGARITMO NATURAL σ_{lnD}

En esta sección se evalúa la demanda sísmica en el tiempo tomando en cuenta el daño acumulado en la estructura. Se consideran veinte historias de eventos simulados. En la figura 5.5 se muestra un ejemplo de dos movimientos sísmicos y al final un tercer movimiento sísmico que se escala para cada análisis.

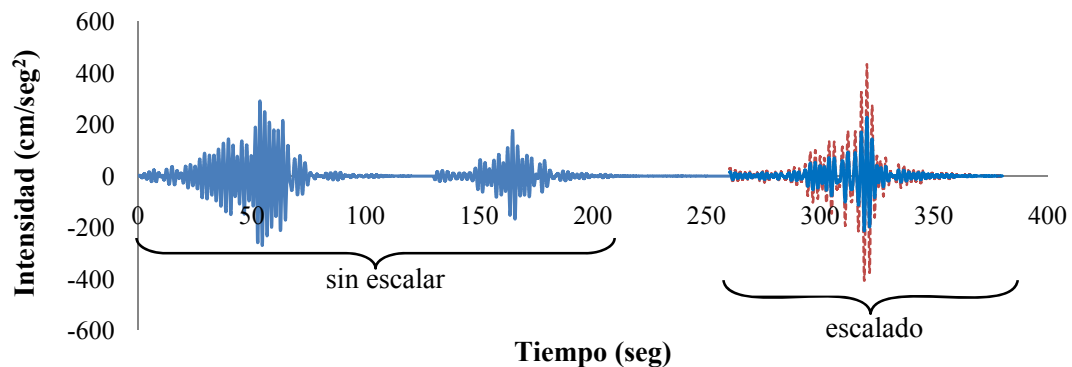


Figura 5.5. Ejemplo de una serie de dos movimientos sísmicos para calcular la demanda estructural.

Para evaluar la demanda estructural dada una intensidad en el instante de tiempo cero se usó solamente un movimiento sísmico que se fue escalando hasta que la estructura presenta falla. En el instante de tiempo cero no se tiene acumulación de daño por lo que no se consideran sismos previos, como se hace en el caso de los instantes de tiempo de 50 y 150 años después de haber sido construida la estructura (figura 5.5). En la figura 5.6 se muestra un ejemplo para evaluar la demanda sísmica en el tiempo cero.

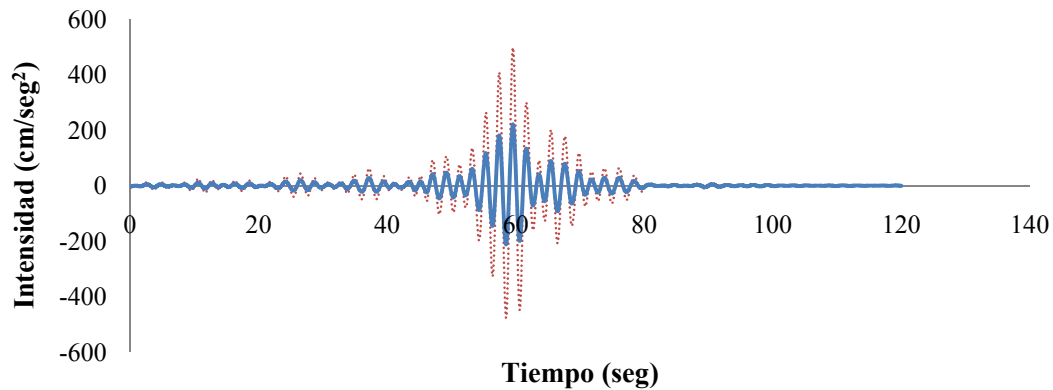
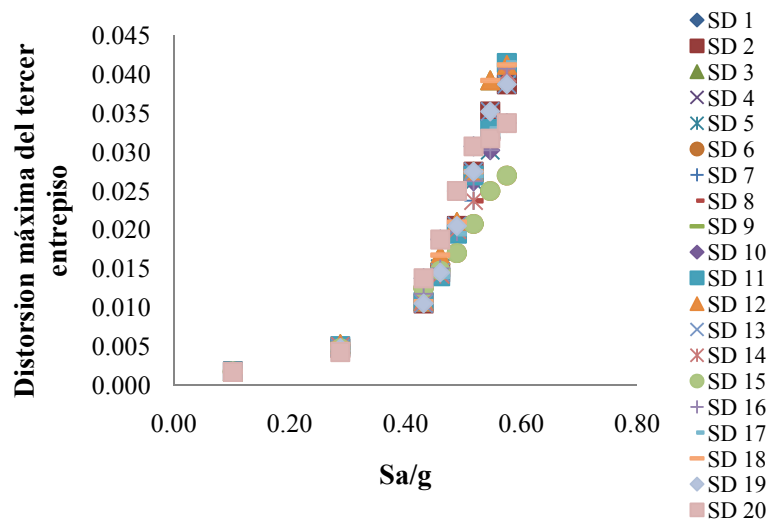


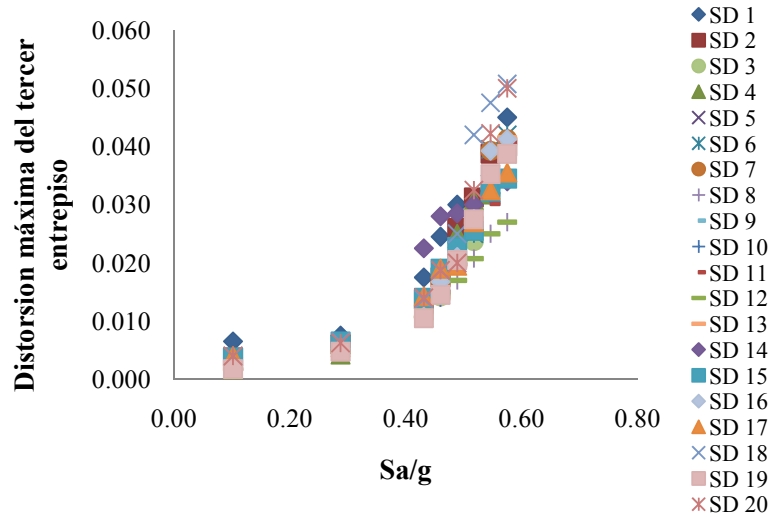
Figura 5.6. Ejemplo de un movimiento sísmico para evaluar la demanda estructural en un instante de tiempo nulo.

La estructura se excitó mediante análisis dinámicos “paso a paso”. Se utilizó el programa Drain 2d modificado por Campos y Esteva (1997). A partir de los análisis “paso a paso” se obtuvieron las distorsiones máximas de entrepiso. Los valores máximos de dichas distorsiones se presentaron en el tercer nivel.

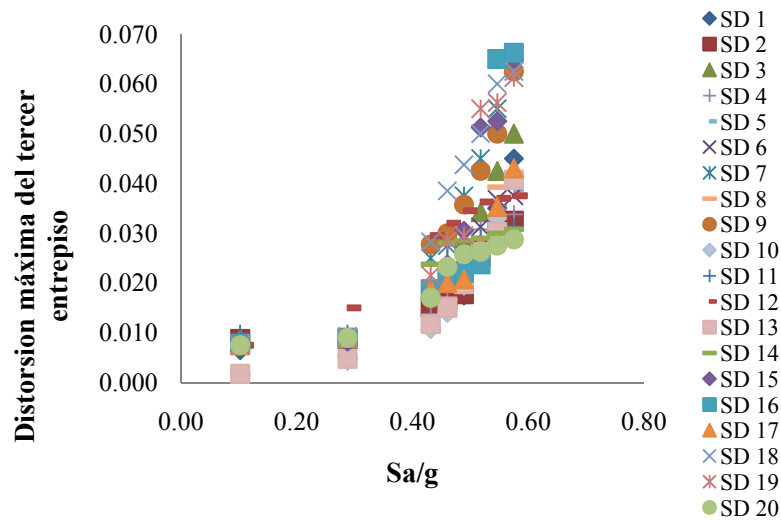
En la figura 5.7 a, b y c se presentan las distorsiones máximas de entrepiso dada una intensidad (*SD*) correspondientes al término de los intervalos de tiempo de 0, 50 y 150 años, respectivamente, después de haber construido la estructura.



(a) 0 años



(b) 50 años



(c) 150 años

Figura 5.7. Distorsiones máximas del tercer entrepiso al término de los diferentes intervalos de tiempo.

De las figura 5.7 a, b y c se obtiene que, para los diferentes instantes de tiempo con distintas intensidades, la mediana de la demanda presenta una distribución de probabilidades de tipo lognormal. En la figura 5.8 se muestran las medianas de la demanda \hat{D} en función de las

distorsiones máximas del tercer entrepiso, para los intervalos de tiempo en estudio y distintas intensidades.

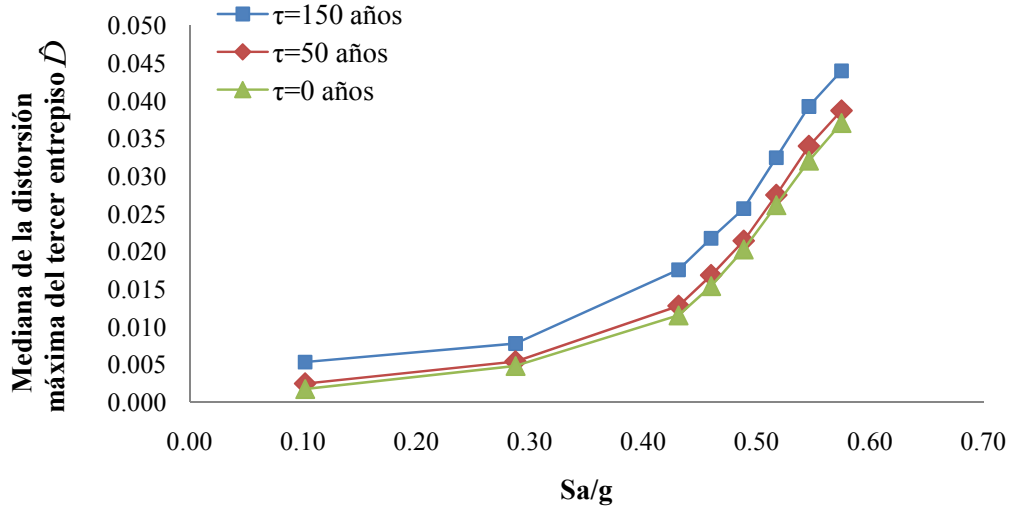
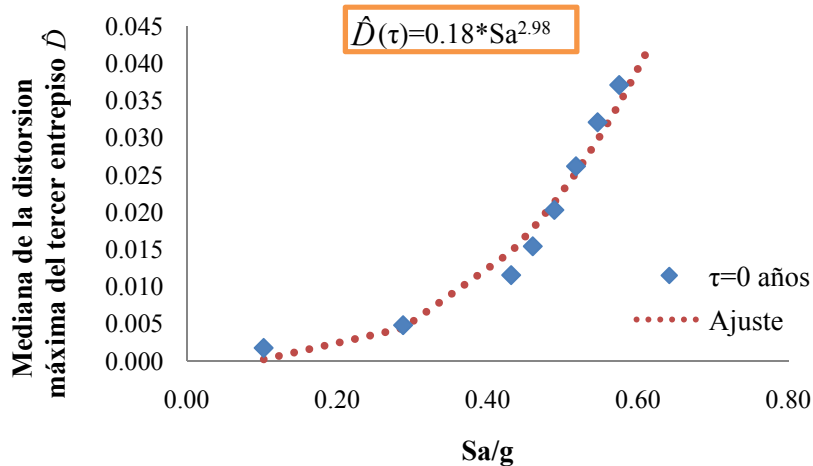
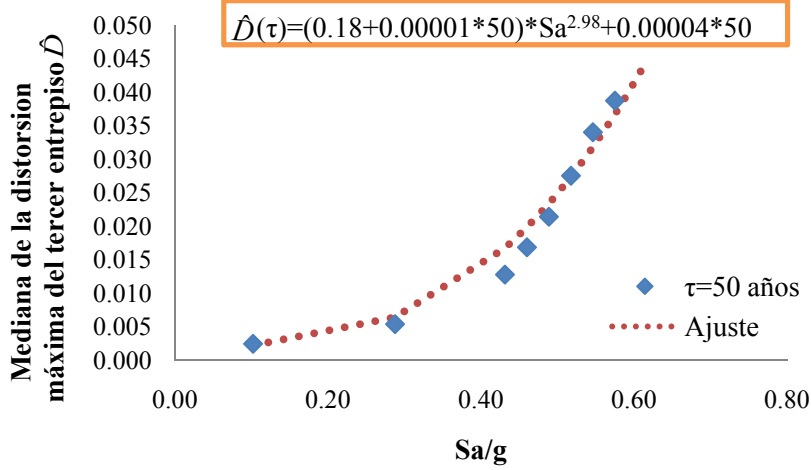


Figura 5.8. Valores de la mediana de la demanda \hat{D} en función de las distorsiones máximas del tercer entrepiso, para los instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años después de construida la estructura.

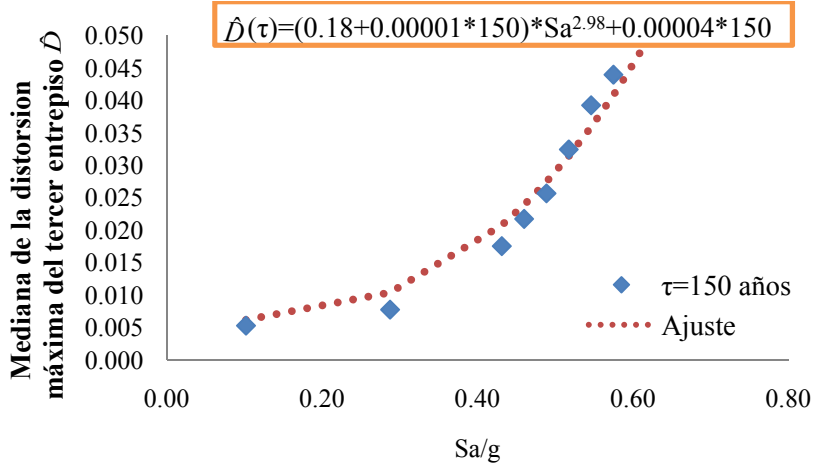
En lo que sigue se presentan las expresiones de ajuste de las medianas de la demanda \hat{D} para nuestro caso de estudio. El ajuste se realiza de acuerdo con la ecuación 2.17. En las figuras 5.9 a, b y c se muestra el ajuste para la mediana de la distorsión máxima de entrepiso, para los instantes de tiempo en estudio.



(a) 0 años



(b) 50 años



(c) 150 años

Figura 5.9. Ajuste de las funciones que representan la mediana de la demanda \hat{D} en función de las distorsiones máximas del tercer entrepiso, para los instantes de tiempo en estudio.

En las figuras 5.9 b y c se nota que para intensidades pequeñas se presentan valores de medianas de distorsiones máximas de entrepiso grandes. Esto se debe a que considera el daño acumulado en la estructura (ver figura 5.5). Lo antes mencionado hace necesario hacer un ajuste de los valores de la mediana de la demanda con la expresión $\hat{D}(\tau) = (e + f \cdot \tau)y^b + g \cdot \tau$ (ver ecuación 2.17).

Los valores de las desviaciones estándar del logaritmo natural $\sigma_{\ln D}$ para el caso en estudio se consideran constantes. Esto se debe a que en los intervalos de tiempo que se estudian se presentaron valores de desviaciones estándar del logaritmo natural similares en el tiempo, como se indica en la tabla 5.3.

Tabla 5.3. *Desviaciones estándar del logaritmo natural $\sigma_{\ln D}$ para el caso en estudio.*

Tiempo	Desviación estándar del logaritmo natural
	$\sigma_{\ln D}$
0	0.12
50	0.15
150	0.25

5.4 OBTENCIÓN DEL PARAMETRO r

El parámetro r corresponde a la curva de peligro sísmico *CPS* de la forma $v = k(Sa/g)^{-r}$. Donde k y r son constantes que se ajustan a la forma de la *CPS* para la intensidad de interés. En este capítulo se analizan resultados correspondientes a dos estados límite: a) estado límite de servicio y b) estado límite cercano al colapso. En la figura 5.10 b se muestra el criterio para los ajustes a la *CPS* del sitio en donde se ubica la estructura.

En la tabla 5.4 se muestran los valores elegidos para la medida de daño con sus respectivos estados límite que se estudian en el presente capítulo. Estos se obtuvieron a partir de la curva de capacidad sin daño acumulado (figura 5.3 a).

Tabla 5.4. *Estados límite seleccionados para nuestro caso de estudio.*

Medida de daño	Estado límite de servicio	Estado límite cercano al colapso
Distorsiones máximas del tercer entrepiso	0.007	0.025

Con el valor de los estados límite seleccionados, se ingresa a las curvas de ajuste de la mediana de la demanda \hat{D} para nuestro caso de estudio con sus respectivos instantes de tiempo (0, 50 y 150 años después de haber construido la estructura) y se obtiene el valor de la intensidad Sa/g asociada a dichos valores de demanda (ver figura 5.10 a y b). A partir de la intensidad obtenida, se ingresa a la curva de peligro sísmico correspondiente al periodo fundamental de la estructura ($T=1s$) y se obtiene el valor de r .

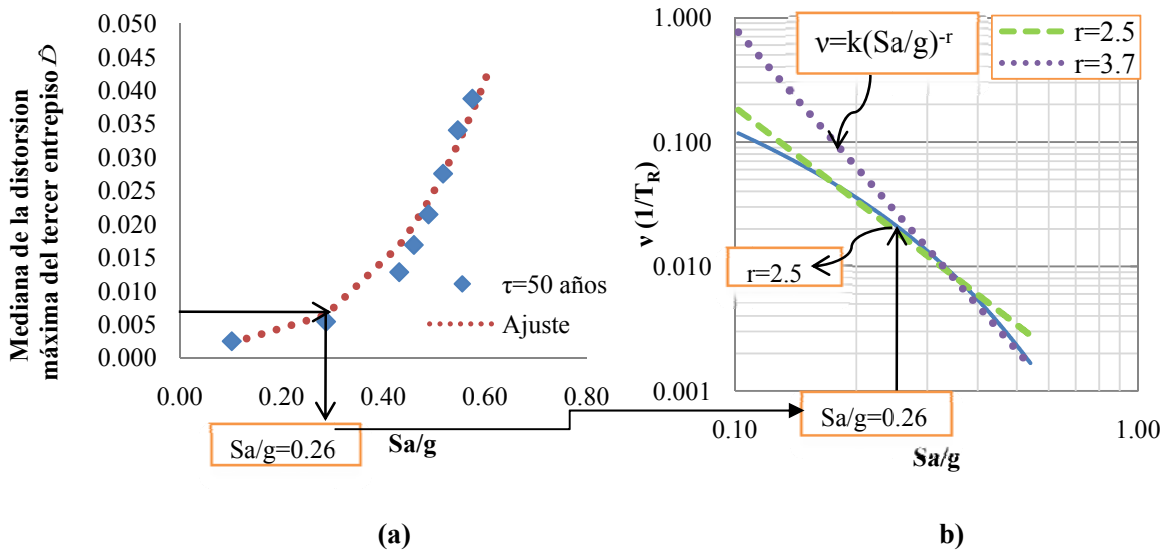


Figura 5.10. Ejemplo para obtener el parámetro r .

Siguiendo el procedimiento anterior (que se muestra en la figuras 5.10 a y b) se obtienen los valores del parámetro r . Para nuestro caso de estudio resulta $r=2.5$ para estado límite de servicio, y $r=3.7$ para estado límite cercano al colapso.

5.5 OBTENCIÓN DEL NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO

En lo que sigue se calcula el número de fallas al término de un intervalo de tiempo y la correspondiente probabilidad de falla considerando la variación de la capacidad y de la demanda en el tiempo (ecuación 2.23) para el caso de estudio (distorsiones máximas del tercer entrepiso).

Aquí se supone que las incertidumbres epistémicas asociadas tanto con la demanda, como con la capacidad, son iguales a 0.2.

Los valores de α y β que representan la tendencia de la mediana de la capacidad \hat{C} para las distorsiones máximas del tercer entrepiso se obtienen a partir de la figura 5.4. Los valores e, f y b que representan la mediana de la demanda \hat{D} para el caso de estudio antes mencionado se obtienen de las expresiones de las figuras 5.9.

A partir de los valores de $\alpha, \beta, e, f, g, r$ y b (que se obtienen para cada estado límite), se calcula la función hipergeométrica (implícita en la ecuación 2.24), con lo que se obtiene una expresión de *factor de corrección* para el caso en estudio, para sus respectivos estados límite, como sigue (ver Apéndice A):

Distorciones máximas del tercer entrespiso

- *Estado límite de servicio:*

$$\Omega_0(t, \Delta t) = \frac{b(1.00507+7.98896*10^{-6}t)\left(\frac{(e+ft)\beta}{-f\alpha+e\beta}\right)^{-\frac{r}{b}}(\alpha+t\beta)}{(b-r)\beta} + \frac{b\left(\frac{\alpha+t\beta}{e+ft}\right)^{\frac{r}{b}}(1.00507+7.98896*10^{-6}(t+\Delta t))\left(\frac{\beta(e+f(t+\Delta t))}{-f\alpha+e\beta}\right)^{-\frac{r}{b}}(\alpha+\beta(t+\Delta t))\left(\frac{\alpha+\beta(t+\Delta t)}{e+f(t+\Delta t)}\right)^{-\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta} \quad (5.1)$$

- *Estado límite cercano al colapso:*

$$\Omega_0(t, \Delta t) = \frac{b(0.98835-1.83463*10^{-5}t)\left(\frac{(e+ft)\beta}{-f\alpha+e\beta}\right)^{-\frac{r}{b}}(\alpha+t\beta)}{(b-r)\beta} + \frac{b\left(\frac{\alpha+t\beta}{e+ft}\right)^{\frac{r}{b}}(0.98835-1.83463*10^{-5}(t+\Delta t))\left(\frac{\beta(e+f(t+\Delta t))}{-f\alpha+e\beta}\right)^{-\frac{r}{b}}(\alpha+\beta(t+\Delta t))\left(\frac{\alpha+\beta(t+\Delta t)}{e+f(t+\Delta t)}\right)^{-\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta} \quad (5.2)$$

En la Tabla 5.5 se muestra el número de fallas esperado al término del intervalo de tiempo $\bar{\eta}_{F,T}$ (ecuación 2.23) y la probabilidad de falla pf (ecuación 2.6) para el caso en estudio. Se hace notar que los valores tanto del número esperado de fallas $\bar{\eta}_{F,T}$ como de la probabilidad de falla aumentan conforme se va incrementando el intervalo de tiempo.

Tabla 5.5. *Valores esperados del número de fallas y probabilidad de falla en función de las distorsiones máximas del tercer entrespiso.*

años	Estado límite de servicio		Estado límite cercano al colapso	
	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.23)	pf	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.23)	pf
0	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
50	0.0454	0.0444	0.1037	0.0985
150	0.1494	0.1388	0.3610	0.3030

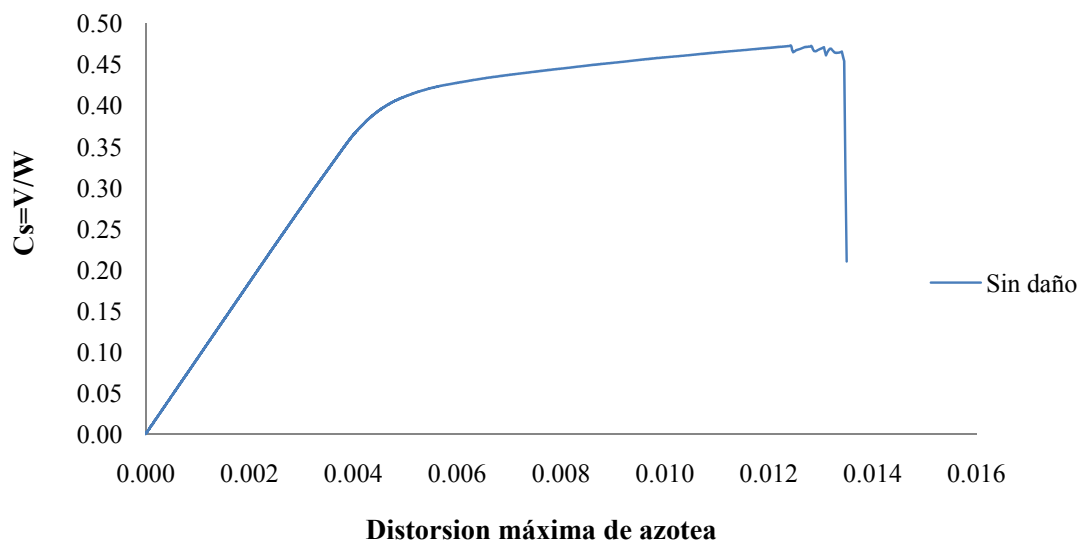
Capítulo 6

NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO: DISTORSIONES MÁXIMAS DE AZOTEA

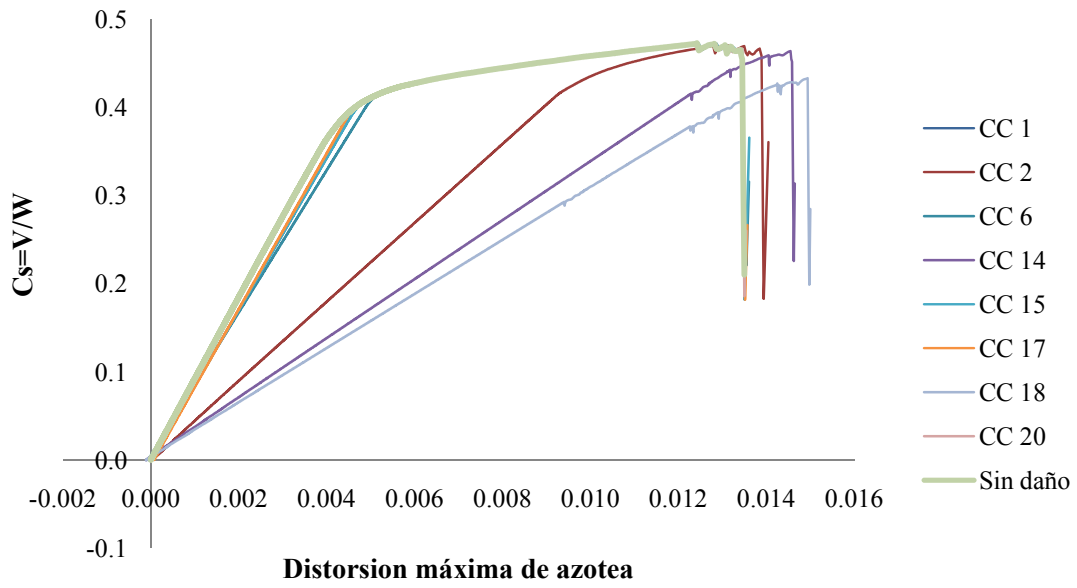
En el presente capítulo se analiza otra medida de daño: distorsiones máximas de azotea. El procedimiento que se sigue para obtener el número de fallas al término de un intervalo de tiempo y la probabilidad de falla es el mismo que se siguió en el capítulo anterior. Por lo que aquí se presenta el procedimiento de manera simplificada.

6.1 CURVAS DE CAPACIDAD

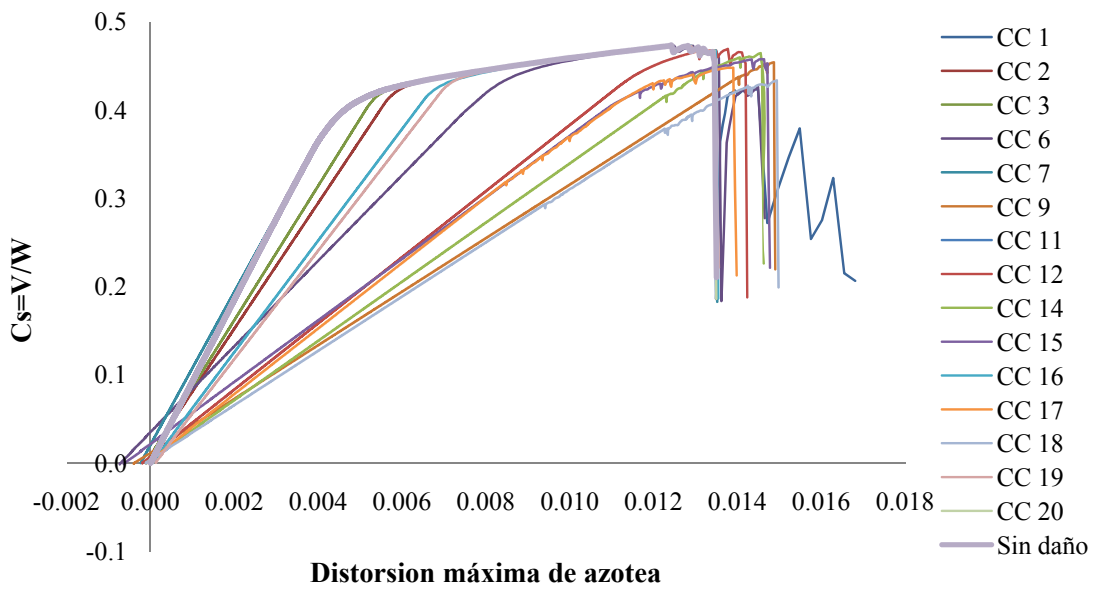
Las curvas de capacidad global CC se muestran en la figura 6.1 a, b y c para los instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años después de haber construido la estructura, respectivamente.



(a) 0 años



(b) 50 años



(c) 150 años

Figura 6.1. Curvas de capacidad al término de los diferentes intervalos de tiempo, correspondientes a diferentes conjuntos de eventos simulados.

6.2 OBTENCIÓN DE LA MEDIANA DE LA CAPACIDAD \hat{C} Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL LOGARITMO NATURAL σ_{lnC}

A partir de las curvas de capacidad se obtienen las distorsiones máximas de azotea. En la tabla 6.1 se muestran dichas distorsiones en los instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años después de construida la estructura.

Tabla 6.1. *Distorsiones máximas de azotea.*

0 años		50 años		150 años	
Curva de capacidad	δ último	Curva de capacidad	δ último	Curva de capacidad	δ último
Sin daño	0.014	CC 1	0.013	CC 1	0.013
		CC 2	0.014	CC 2	0.014
		CC 3	0.014	CC 3	0.014
		CC 4	0.014	CC 4	0.014
		CC 5	0.014	CC 5	0.014
		CC 6	0.014	CC 6	0.014
		CC 7	0.014	CC 7	0.014
		CC 8	0.014	CC 8	0.014
		CC 9	0.014	CC 9	0.015
		CC 10	0.014	CC 10	0.014
		CC 11	0.014	CC 11	0.013
		CC 12	0.014	CC 12	0.014
		CC 13	0.014	CC 13	0.014
		CC 14	0.013	CC 14	0.015
		CC 15	0.014	CC 15	0.015
		CC 16	0.014	CC 16	0.013
		CC 17	0.014	CC 17	0.014
		CC 18	0.015	CC 18	0.015
		CC 19	0.014	CC 19	0.014
		CC 20	0.013	CC 20	0.013

Se verificó que los valores de las distorsiones de azotea presentaron una distribución de probabilidades de tipo lognormal. En tabla 6.2 se presentan los valores de la mediana de la capacidad \hat{C} y de la desviación estándar del logaritmo natural σ_{lnC} para los instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años después de construida la estructura.



Tabla 6.2. Medianas de la capacidad \hat{C} y desviaciones estándar del logaritmo natural $\sigma_{\ln C}$ de las distorsiones de azotea.

Tiempo	Mediana de la capacidad \hat{C}	Desviación estándar del logaritmo natural $\sigma_{\ln C}$
0	0.0140	0
50	0.0139	0.0325
150	0.0140	0.0464

En lo que sigue se obtienen los parámetros α y β (ecuación 2.8) en función de las medianas de la capacidad \hat{C} , usando como una medida de capacidad las distorsiones máximas de azotea. En la figura 6.2 se muestra la mediana de la capacidad \hat{C} representada mediante distorsiones de azotea $\hat{\delta}$. Se hace notar que los valores de las medianas son similares en el tiempo, por lo que se toma un valor constante de α . Para este caso β , tiene un valor de cero.

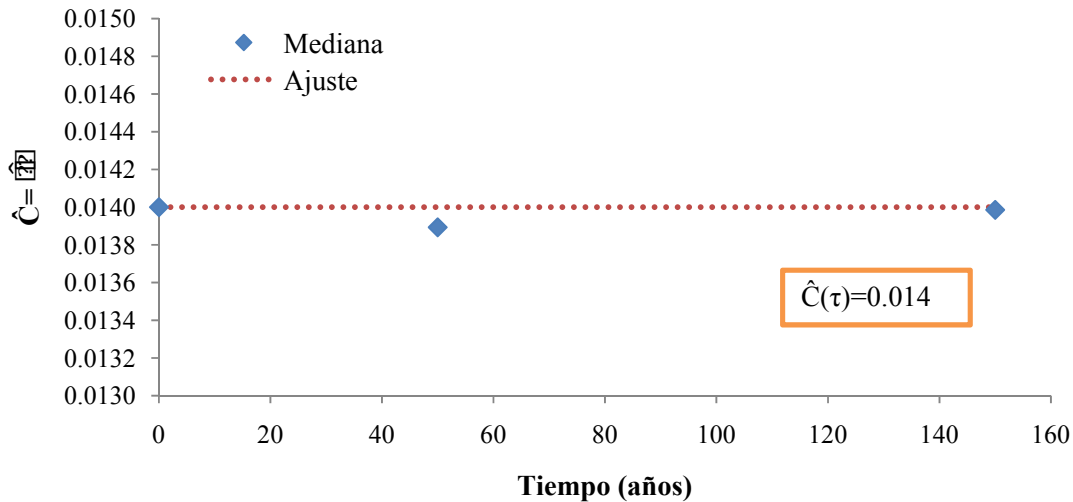
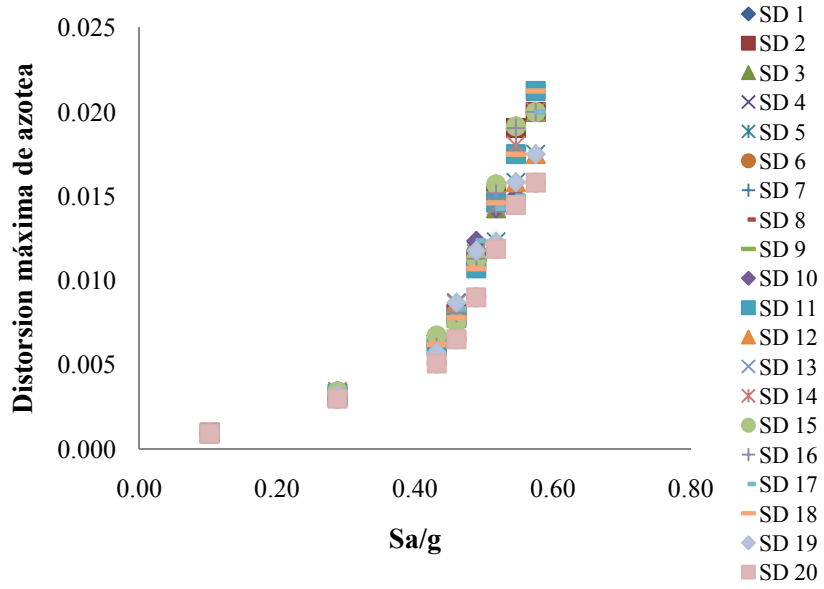


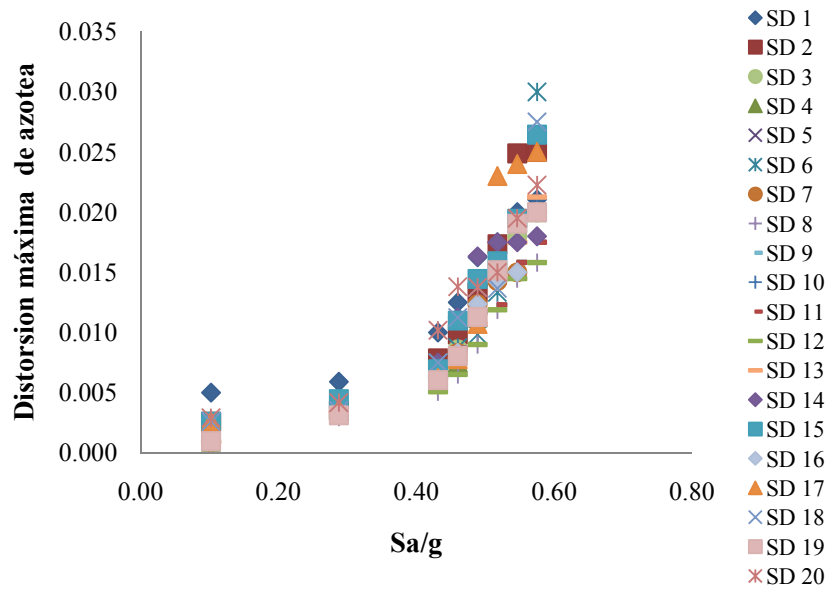
Figura 6.2. Mediana de la capacidad \hat{C} en función distorsión máxima de azotea al término de los intervalos de tiempo de 0, 50 y 150 años.

6.3 OBTENCIÓN DE LA MEDIANA DE LA DEMANDA \hat{D} Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR DEL LOGARITMO NATURAL $\sigma_{\ln D}$

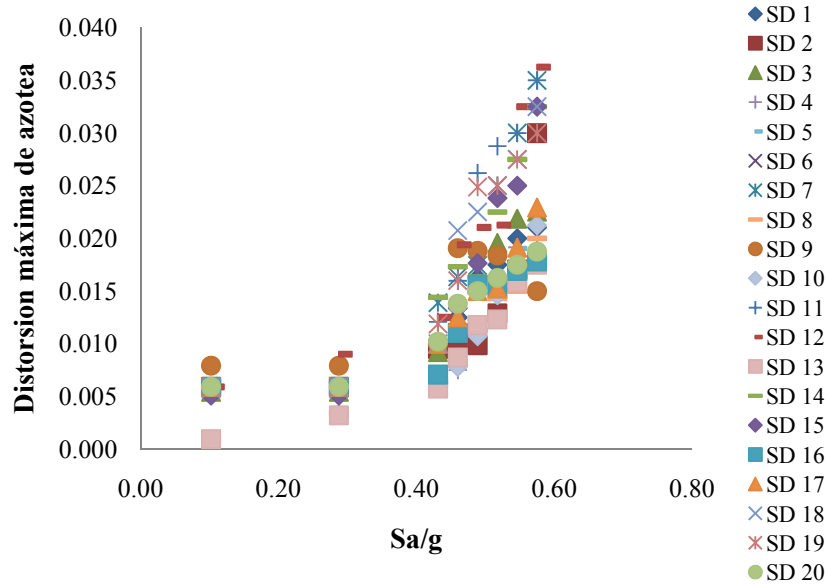
Como se mencionó en el capítulo anterior, para conocer la demanda sísmica en el tiempo, se efectuaron análisis dinámicos “paso a paso”. Se sometió a la estructura a diferentes conjuntos de movimientos sísmicos consecutivos (obtenidos a partir de historias de sismos simulados y con intensidades también simuladas) y al final otro movimiento sísmico simulado que se fue escalando hasta que la estructura llegara a la falla. En las figuras 6.3 a, b y c se muestran las distorsiones máximas de azotea SD demandadas, correspondientes a los instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años después de haber sido construida la estructura.



(a) 0 años



(b) 50 años



(c) 150 años

Figura 6.3. Distorsiones máximas de azotea para los diferentes instantes de tiempo.

Las distorsiones máximas de azotea dada una intensidad (figura 6.3 a, b y c) presentan una distribución de probabilidades de tipo lognormal. En la figura 6.4 se presenta la mediana de la demanda \hat{D} en función de las distorsiones máximas de azotea para los instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años, respectivamente, después de construida la estructura.

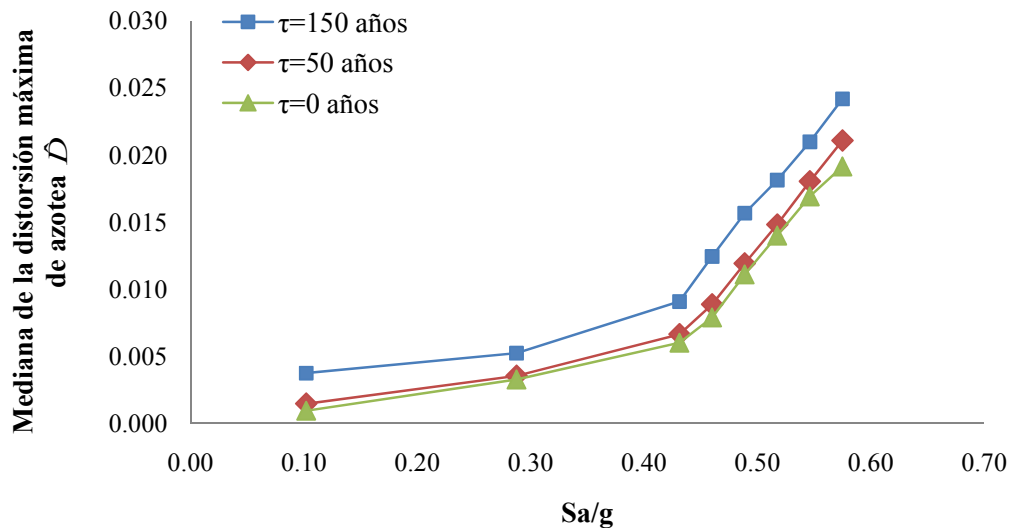
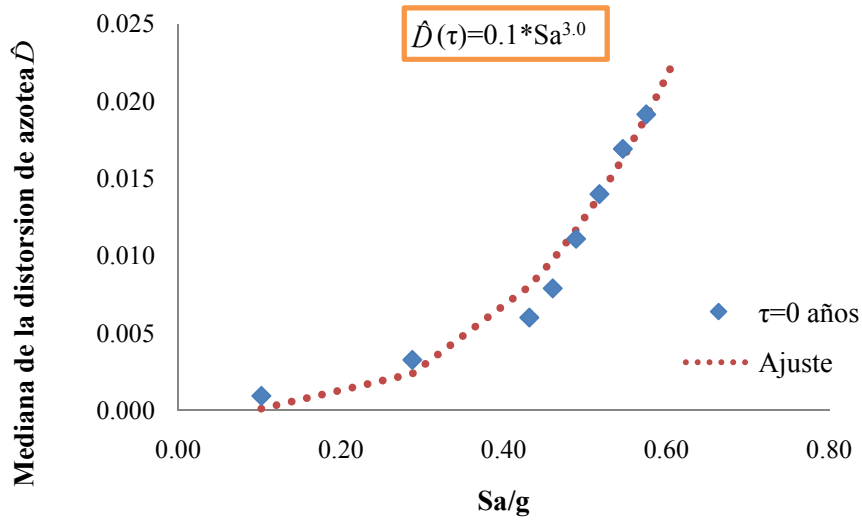
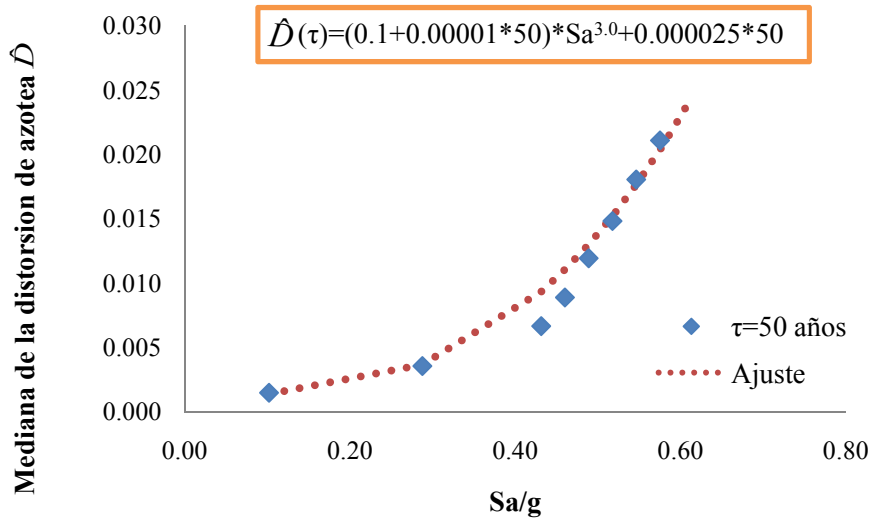


Figura 6.4. Valores de la mediana de la demanda \hat{D} en función de las distorsiones máximas de azotea, para instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años después de construida la estructura.

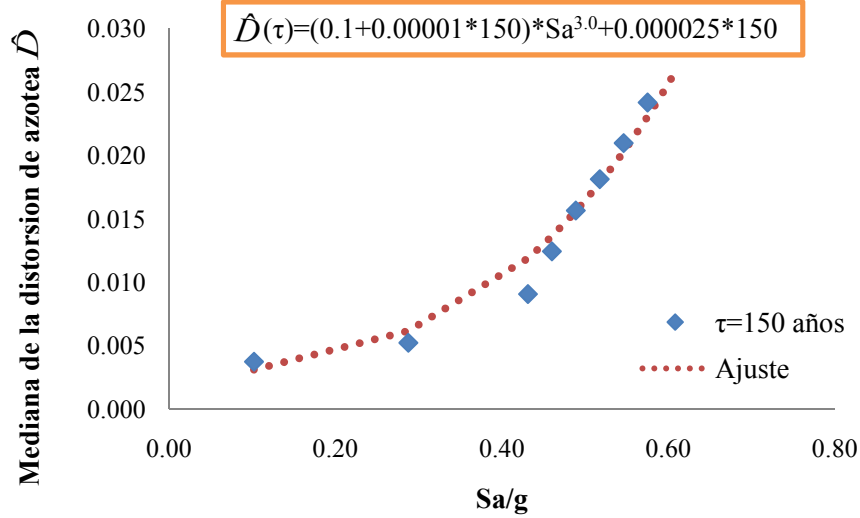
A continuación se realiza el ajuste de las medianas de la demanda \hat{D} para el caso en estudio (distorsiones máximas de azotea). Las medianas se ajustan de acuerdo con la ecuación 2.17. En las figuras 6.5 a, b y c se muestran los ajustes de las medianas de la demanda en función de las distorsiones de azotea para los instantes de tiempo de 0, 50 y 150 años después de construida la estructura.



(a) 0 años



(b) 50 años



(c) 150 años

Figura 6.5. Ajuste de las funciones que representan la mediana de la demanda \hat{D} , en función de las distorsiones máximas de azotea, para los instantes de tiempo en estudio.

La acumulación de daño debida a los movimientos sísmicos previos provocó que las medianas de la demanda de las distorsiones máximas de azotea al término de los intervalos de 50 y 150 años, presentaran medianas con valores altos para intensidades pequeñas, por lo que se adoptó la siguiente forma para representar las curvas: $\hat{D}(\tau) = (e + f \cdot \tau)y^b + g \cdot \tau$ (ver ecuación 2.17).

Cada instante de tiempo en estudio presentó valores de las desviaciones estándar del logaritmo natural σ_{lnD} similares en el tiempo, por lo que se tomó un valor constante. En la tabla 6.3 se muestran los valores de desviación estándar del logaritmo natural σ_{lnD} para el caso en estudio.

Tabla 6.3. Desviaciones estándar del logaritmo natural σ_{lnD} .

Tiempo	Desviación estándar del logaritmo natural
	σ_{lnD}
0	0.1
50	0.15
150	0.25

6.4 OBTENCIÓN DEL NÚMERO DE FALLAS EN UN INTERVALO DE TIEMPO

En lo que sigue se obtiene en número de fallas al término de un intervalo de tiempo y la probabilidad de falla de acuerdo con la ecuación 2.23, para el caso de distorsiones máximas de azotea.

Se analizan resultados correspondientes a dos estados límite: a) estado límite de servicio y estado límite cercano al colapso. Los valores que se adoptan sobre los estados límite para la medida de daño que se estudia, se proponen a partir de la curva de capacidad sin daño (figura 6.1 a). Dichos valores se presentan en la tabla 6.4.

Tabla 6.4. *Estados límite para el caso en estudio.*

Medida de daño	Estado límite de servicio	Estado límite cercano al colapso
Distorsiones máximas de azotea	0.005	0.014

Los valores de 0.005 y 0.014 corresponden a la distorsión de fluencia y distorsión a la falla de azotea, respectivamente.

El parámetro r que representa la forma de la curva de peligro sísmico se obtiene como se describió en capítulo anterior. Para nuestro caso: $r=2.5$ para estado límite de servicio, y $r=3.7$ para estado límite cercano al colapso.

Con los valores de los parámetros α , β , e , f , g , r y b para cada estado límite, se resuelve la función hipergeométrica (ver apéndice A). Como resultado se obtienen las siguientes expresiones del factor de corrección $\Omega_0(t, \Delta t)$:

Distorsiones máximas de azotea

- *Estado límite de servicio:*

$$\Omega_0(t, \Delta t) = \frac{b(1.00847+1.51332*10^{-5}t)\left(\frac{e+ft}{-fa+e\beta}\right)^{\frac{r}{b}}(\alpha+t\beta)}{(b-r)\beta} + \frac{b\left(\frac{\alpha+t\beta}{e+ft}\right)^{\frac{r}{b}}(1.00847+1.51332*10^{-5}(t+\Delta t))\left(\frac{\beta(e+f(t+\Delta t))}{-fa+e\beta}\right)^{\frac{r}{b}}(\alpha+\beta(t+\Delta t))\left(\frac{\alpha+\beta(t+\Delta t)}{e+f(t+\Delta t)}\right)^{\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta} \quad (6.1)$$

- *Estado límite cercano al colapso:*

$$\Omega_0(t, \Delta t) = \frac{b(0.98195-3.22402*10^{-5}t)\left(\frac{e+ft}{-fa+e\beta}\right)^{\frac{r}{b}}(\alpha+t\beta)}{(b-r)\beta} + \frac{b\left(\frac{\alpha+t\beta}{e+ft}\right)^{\frac{r}{b}}(0.98195-3.22402*10^{-5}(t+\Delta t))\left(\frac{\beta(e+f(t+\Delta t))}{-fa+e\beta}\right)^{\frac{r}{b}}(\alpha+\beta(t+\Delta t))\left(\frac{\alpha+\beta(t+\Delta t)}{e+f(t+\Delta t)}\right)^{\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta} \quad (6.2)$$



En la Tabla 6.5 se muestra el número de fallas esperado $\bar{\eta}_{F,T}$ al término de cada intervalo de tiempo (ecuación 2.23) y la probabilidad de falla pf (ecuación 2.6) para el caso en estudio.

Tabla 6.5. *Valores esperados del número de fallas y probabilidad de falla en función de las distorsiones máximas de azotea.*

años	Estado límite de servicio		Estado límite cercano al colapso	
	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.23)	pf	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.23)	pf
0	0.0001	0.0001	0.0004	0.0004
50	0.0454	0.0444	0.1024	0.0973
150	0.1474	0.1371	0.3600	0.3023

Los valores del número esperado de falla y probabilidad de falla que muestra la tabla 6.5 se incrementan conforme aumenta el tiempo, así mismo se hace notar que los valores del número esperado de falla y probabilidad de falla son mayores en el estado límite cercano al colapso.

Si se compara el número esperado de fallas y probabilidad de falla entre los dos casos antes estudiados (distorsiones máximas del tercer entresque y distorsiones máximas de azotea). Se observa que existe una probabilidad ligeramente mayor de que la estructura falle si se usa como medida de daño las distorsiones máximas de entresque que es la medida comúnmente aceptada para evaluar el daño en edificios como los que se analizan en esta tesis.

Capítulo 7

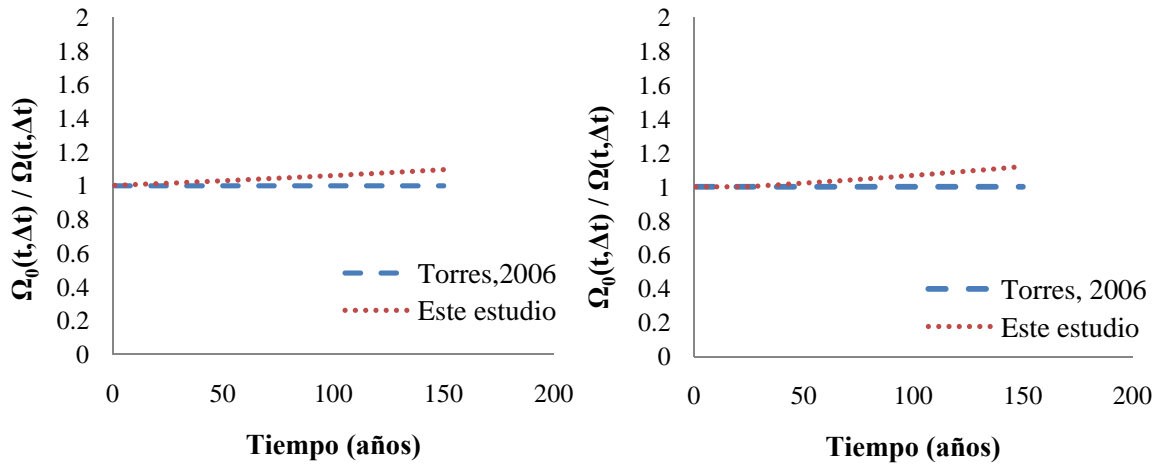
COMPARACIÓN CON EL CRITERIO QUE NO CONSIDERA LA VARIACIÓN EN EL TIEMPO DE LA DEMANDA SÍSMICA DADA UNA INTENSIDAD

En el presente capítulo se comparan los resultados obtenidos con la expresión propuesta (que considera la variación en el tiempo de la capacidad y de la demanda sísmica para una intensidad dada, ecuación 2.23) con los de la expresión que sólo considera la variación en el tiempo de la capacidad estructural (ecuación 2.13). Se analizan resultados para los dos casos: distorsiones máximas del tercer entrepiso y distorsiones máximas de azotea.

7.1 DISTORSIONES MÁXIMAS DE ENTREPISO

Para obtener el número de fallas esperado usando la ecuación 2.13 es conveniente observar que el parámetro a (implícito en la ecuación 2.14) es igual al parámetro e (implícito en la ecuación 2.22). Los demás parámetros son los mismos para las dos ecuaciones (2.13 y 2.23).

En las figuras 7.1 a y b se presentan las relaciones entre los *factores de corrección* $\frac{\Omega_0(t,\Delta t)}{\Omega(t,\Delta t)}$ para las distorsiones máximas del tercer entrepiso correspondientes a los estados límite de servicio y cercano al colapso, respectivamente.



a) Estado límite de servicio

b) Estado límite cercano al colapso

Figura 7.1. Relación de factores de corrección $\frac{\Omega_0(t, \Delta t)}{\Omega(t, \Delta t)}$ correspondientes a distorsiones máximas del tercer entrepiso.

La figura 7.1 muestra la influencia en los resultados por considerar la variación de la demanda dada una intensidad sísmica en el tiempo. Dicha contribución no es significativa en los primeros años, posteriormente, con el paso del tiempo, se hace notar dicha influencia.

En la tabla 7.1 se presenta el número de fallas de la estructura en el tiempo ($\bar{\eta}_{F,T}$) considerando solamente la variación de la capacidad estructural (Torres, 2006, ecuación 2.13), así como el número de fallas en el tiempo ($\bar{\eta}_{F,T}$) considerando la variación de la capacidad y de la demanda sísmica en el tiempo para una intensidad dada (ecuación 2.23).

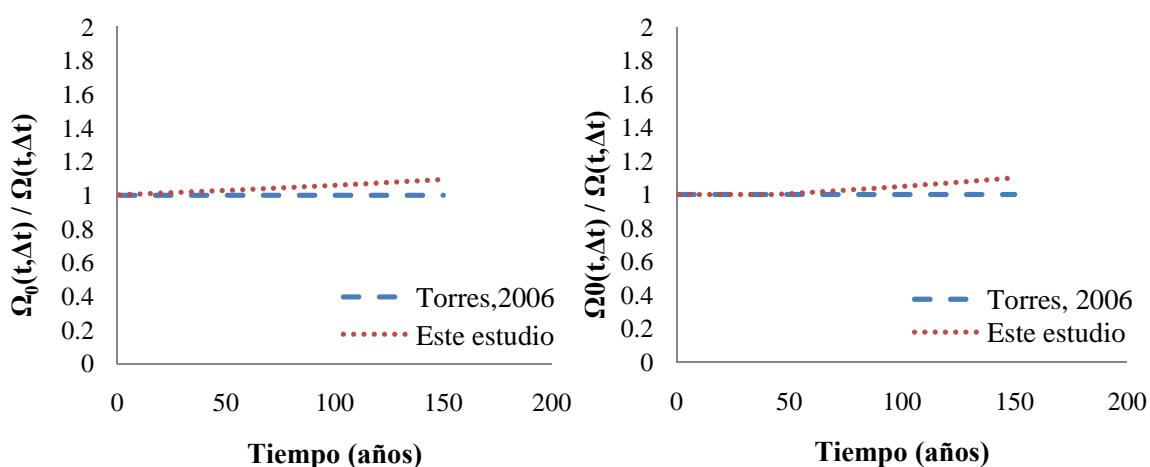
Tabla 7.1. Valores esperados del número de fallas en cierto instante de tiempo en función de las distorsiones máximas del tercer entrepiso.

Estado límite de servicio				
años	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.13)	pf	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.23)	pf
0	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
50	0.0441	0.0431	0.0454	0.0444
150	0.1363	0.1274	0.1494	0.1388
Estado límite cercano al colapso				
años	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.13)	Pf	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.23)	Pf
0	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
50	0.1016	0.0966	0.1037	0.0985
150	0.3224	0.2756	0.3610	0.3030

Se hace notar que los resultados del número esperado de fallas $\bar{\eta}_{F,T}$ que muestra la tabla 7.1 para el caso de las distorsiones máximas del tercer entrepiso (con sus respectivos estados límite) siguen la misma tendencia que presentaron sus correspondientes relaciones de *factores de corrección* $\frac{\Omega_0(t,\Delta t)}{\Omega(t,\Delta t)}$.

7.2 DISTORSIONES MÁXIMAS DE AZOTEA

El segundo caso en estudio corresponde a las distorsiones máximas en la azotea. En las figuras 7.2 a y b se muestra la relación de los *factores de corrección* $\frac{\Omega_0(t,\Delta t)}{\Omega(t,\Delta t)}$ para el caso de las distorsiones máximas de azotea para el estado límite servicio y para el cercano al colapso, respectivamente.



a) Estado límite de servicio

b) Estado límite cercano al colapso

Figura 7.2. Relación de factores de corrección $\frac{\Omega_0(t,\Delta t)}{\Omega(t,\Delta t)}$ para distorsiones máximas de azotea.

Las figuras 7.2 a y b muestran un comportamiento similar al correspondiente a distorsiones máximas del tercer entrepiso. Se hace notar la contribución de la demanda sísmica en el tiempo de aproximadamente un 10% mayor en el instante de 150 años después de construida la estructura, para los dos estados límite.

En la tabla 7.2 se compara el número esperado de fallas $\bar{\eta}_{F,T}$ y la probabilidad de falla pf obtenidos con la ecuación que considera solo la variación de la capacidad estructural en el tiempo (ecuación 2.13) con la ecuación propuesta en la presente tesis que considera la variación de la capacidad estructural y de la demanda sísmica para una intensidad dada en el tiempo (ecuación 2.23).



Tabla 7.2. Valores esperados del número de fallas en cierto instante de tiempo en función de las distorsiones máximas de azotea.

Estado límite de servicio				
años	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.13)	pf	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.23)	pf
0	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001
50	0.0441	0.0431	0.0454	0.0444
150	0.1327	0.1243	0.1474	0.1371

Estado límite cercano al colapso				
años	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.13)	Pf	$\bar{\eta}_{F,T}$ (Ecuación 2.23)	pf
0	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004
50	0.1019	0.0969	0.1024	0.0973
150	0.3206	0.2743	0.3600	0.3023

Los resultados del número esperado de falla $\bar{\eta}_{F,T}$ y probabilidad de falla pf que muestra la tabla 7.2 indica que los valores obtenidos a partir de la ecuación 2.23 (caso de estudio) son mayores que los resultados obtenidos a partir de la ecuación 2.13, esto se debe obviamente a la contribución de la demanda sísmica en el tiempo.

Comparando los resultados correspondientes al número esperado de fallas y probabilidad de falla obtenidos en la tabla 7.1 con los resultados obtenidos en la tabla 7.2 se observa que los resultados de la tabla 7.1 son mayores.

COMENTARIOS FINALES

Se propuso una expresión para evaluar la confiabilidad considerando la variación de la capacidad y de la demanda sísmica dada una intensidad en el tiempo. La expresión lleva implícita una función hipergeométrica, por lo que fue necesario buscar una solución práctica para poder determinar con facilidad los resultados de dicha función. La expresión desarrollada es aplicable a cualquier estructura y diferentes estados límite. En particular se observa que el parámetro β implícito en la solución de la función hipergeométrica $F(\alpha, \beta, \gamma, z)$ se debe redondear a un número entero, esta es una consideración que se toma para poder obtener una solución general a dicha función. El realizar el redondeo del parámetro antes mencionado no afecta el resultado de la función hipergeométrica.

Como un ejemplo se obtiene el número esperado de fallas $\bar{\eta}_{F,T}$ y probabilidad de falla pf correspondiente a dos medidas de daño (distorsiones máximas de entepiso y distorsiones máximas de azotea). El ejemplo corresponde a un edificio de concreto reforzado que se supuso localizado cerca a la Secretaría de Comunicaciones y Transportes. Los resultados se compararon con la metodología propuesta por Torres (2006).

La contribución de la demanda sísmica dada una intensidad en el tiempo se hizo notar al evaluar la confiabilidad estructural. Es importante tomar en cuenta dicho efecto ya que afecta la probabilidad de que la estructura falle. Además, de que esto reproduce más fielmente la realidad.

Cuando no se considera la variación de la demanda sísmica dada una intensidad (Torres *et al.*, 2006) los valores de $\bar{\eta}_{F,T}$ y pf son menores en comparación con el caso que se presenta en la presente tesis que si considera la variación de la demanda sísmica dada una intensidad en el tiempo, dichos valores varían hasta un 10% aproximadamente cuando se evalúa la confiabilidad estructural en el instante de tiempo de 150 años después de construida la estructura.

Apéndice A

FUNCIÓN HIPERGEOMÉTRICA

Las funciones especiales han apoyado en gran escala el desarrollo de las matemáticas aplicadas. Entre ellas se tienen: la función hipergeométrica de Gauss, la función hipergeométrica generalizada, la función hipergeométrica de Wright, las funciones de Appell, la función G, la función H y las funciones de Humbert (Rainville, 1961; Ritger, 1968).

Las funciones especiales han tenido un gran desarrollo en las últimas décadas dado que son muchos los fenómenos que se pueden estudiar mediante el uso de las mismas, por ejemplo, procesos estocásticos, investigación de operaciones, teoría cuántica, ecuaciones funcionales, vibración de placas, conducción del calor, elasticidad y radiación.

La función hipergeométrica fue estudiada por primera vez por Gauss en 1812, donde dedujo la ecuación que a continuación se presenta:

$$z(1-z) \frac{d^2w}{dz^2} + [\gamma - (\alpha + \beta + 1)z] \frac{dw}{dz} - \alpha\beta w = 0 \quad (A1)$$

Donde a , b y c son constantes, la ecuación A1 tiene singularidades regulares en $x = 0$ y $x = 1$. El método de Frobenius (Ritger, 1968) puede aplicarse para obtener soluciones cercanas a estos puntos. Cerca de $x = 0$ se supone una solución de la forma:

$$w = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n \quad (A2)$$

Sustituyendo la ecuación A2 en la ecuación A1 y haciendo las derivadas correspondientes, se tiene:



$$\sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)a_n z^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} n(n-1)a_n z^n + \sum_{n=0}^{\infty} n\gamma a_n z^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} n(\alpha + \beta + 1)a_n z^n - \sum_{n=0}^{\infty} \alpha\beta a_n z^n = 0 \quad (A3)$$

Agrupando términos, se obtiene:

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(\gamma + n - 1)a_n z^{n-1} + \sum_{n=0}^{\infty} [n^2 + n(\alpha + \beta) + \alpha\beta]a_n z^n = 0 \quad (A4)$$

Simplificando la ecuación A4 obtenemos:

Con $n = 0$

$$\sum_{n=0}^{\infty} n(\gamma + n - 1)a_n z^{n-1} - \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha + n)(\beta + n)a_n z^n = 0 \quad (A5)$$

Con $n = 1$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n(\gamma + n - 1)a_n z^{n-1} - \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha + n - 1)(\beta + n - 1)a_{n-1} z^{n-1} = 0 \quad (A6)$$

Con base en las ecuaciones A5 y A6 se determina a_n

$$a_n = \frac{(\alpha + n - 1)(\beta + n - 1)}{n(\gamma + n - 1)} a_{n-1} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (A7)$$

Donde $\gamma \neq 0, -1, -2, \dots$. Con esta consideración se puede resolver la relación de recurrencia como:

$$a_n = \frac{\alpha(\alpha + 1) \cdots (\alpha + n - 1)\beta(\beta + 1) \cdots (\beta + n - 1)}{\gamma(\gamma + 1) \cdots (\gamma + n - 1)n!} a_0 \quad (A8)$$

La solución particular de la ecuación A7 se toma como:

$$a_0 = 1 \quad (A9)$$

Para dar solución a la parte complementaria de la ecuación A7, se recurre a la función gamma $\Gamma(x)$, ya que tiene la siguiente propiedad:

$$\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x) \quad (A10)$$

Por lo tanto:

$$\begin{aligned} \Gamma(\alpha + n) &= (\alpha + n - 1)\Gamma(\alpha + n - 1) \\ &= (\alpha + n - 1)(\alpha + n - 2)\Gamma(\alpha + n - 2) \\ &= \cdots = (\alpha + n - 1)(\alpha + n - 2)\Gamma(\alpha + n - 2) \cdots (\alpha + 1)(\alpha)\Gamma(\alpha) \end{aligned} \quad (A11)$$

Con base en la propiedad descrita en la ecuación A10, y adicionando la ecuación A8. La ecuación A7 es como sigue:

$$a_n = \frac{\Gamma(\alpha + n)\Gamma(B + n)\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma + n)} \frac{1}{n!} \quad (A12)$$

Finalmente se obtiene una solución a la ecuación A1. Usualmente se le llama de serie ó función hipergeométrica.

$$w(z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha + n)\Gamma(B + n)\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma + n)} \frac{z^n}{n!} \quad (A13)$$

Con frecuencia la serie ó función hipergeométrica se denota como:

$$F(\alpha, \beta, \gamma, z) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma(\alpha + n)\Gamma(B + n)\Gamma(\gamma)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)\Gamma(\gamma + n)} \frac{z^n}{n!} \quad (A14)$$

A continuación se desarrolla la ecuación A13 para $n=1,2$ y 3 . Con base en este desarrollo se obtuvieron las funciones hipergeométricas que se presentan en esta tesis.

$$F(\alpha, \beta, \gamma, z) = 1 + \frac{\alpha\beta}{\gamma} z + \frac{\alpha(\alpha + 1)\beta(\beta + 1)}{2! \gamma(\gamma + 1)} z^2 + \frac{\alpha(\alpha + 1)(\alpha + 2)\beta(\beta + 1)(\beta + 2)}{3! \gamma(\gamma + 1)(\gamma + 2)} z^3 \quad (A15)$$

Apéndice B

DESARROLLO DE LA INTEGRAL PARA ENCONTRAR EL NÚMERO DE FALLAS CONSIDERANDO LA VARIACIÓN EN EL TIEMPO DE LA CAPACIDAD ESTRUCTURAL Y DE LA DEMANDA SÍSMICA PARA UNA INTENSIDAD DADA

Partiendo de la ecuación 2.7 y 2.22:

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} k(y_{\dot{C}|\tau})^{-r} \exp \left[\frac{r^2}{2b(\tau)^2} (\sigma_{InD|y_{\dot{C},\tau}}^2 + \sigma_{InC|\tau}^2 + \sigma_{UD|\tau}^2 + \sigma_{UC|\tau}^2) \right] d\tau \quad (B1)$$

$$y_{\dot{C},D|\tau} = \left(\frac{\alpha + \beta' \cdot \tau}{e + f \cdot \tau} \right)^{\frac{1}{b}} \quad (B2)$$

Sustituyendo la ecuación B2 en B1 se tiene:

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = \int_t^{t+\Delta t} k \left(\frac{\alpha + \beta' \cdot \tau}{e + f \cdot \tau} \right)^{\frac{1}{b}} \exp \left[\frac{r^2}{2b(\tau)^2} (\sigma_{InD|y_{\dot{C},\tau}}^2 + \sigma_{InC|\tau}^2 + \sigma_{UD|\tau}^2 + \sigma_{UC|\tau}^2) \right] d\tau \quad (B3)$$

Agrupando términos, de tal manera que la integral quede al final

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = \exp \left[\frac{r^2}{2b(\tau)^2} (\sigma_{InD|y_{\dot{C},\tau}}^2 + \sigma_{InC|\tau}^2 + \sigma_{UD|\tau}^2 + \sigma_{UC|\tau}^2) \right] \int_t^{t+\Delta t} k \left(\frac{\alpha + \beta' \cdot \tau}{e + f \cdot \tau} \right)^{\frac{1}{b}} d\tau \quad (B4)$$

Resolviendo la integral de la ecuación B4, queda:



$$\begin{aligned} \bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = & \\ \exp \left[\frac{r^2}{2b(t)^2} \left(\sigma_{InD|y_{\dot{c},t}}^2 + \sigma_{InC|t}^2 + \sigma_{UD|t}^2 + \right. \right. & \\ \left. \left. \sigma_{UC|t}^2 \right) \right] k \left[\frac{b \left(\frac{\beta'(e+f\tau)}{-f\alpha+e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha+\beta'\tau) \left(\frac{\alpha+\beta'\tau}{e+f\tau} \right)^{-\frac{r}{b}} \text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b}, -\frac{r}{b}, 2 - \frac{r}{b}, \frac{r f(\alpha+\beta'\tau)}{f\alpha-e\beta'} \right]}{(b-r)\beta'} \right]^{t+\Delta t} & \quad (B5) \end{aligned}$$

Evaluando el límite superior e inferior de la ecuación B5, se tiene:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = & \\ \exp \left[\frac{r^2}{2b(t)^2} \left(\sigma_{InD|y_{\dot{c},t}}^2 + \sigma_{InC|t}^2 + \sigma_{UD|t}^2 + \right. \right. & \\ \left. \left. \sigma_{UC|t}^2 \right) \right] k \left[- \frac{b \left(\text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b}, -\frac{r}{b}, 2 - \frac{r}{b}, \frac{r f(\alpha+\beta't)}{f\alpha-e\beta'} \right] \right) \left(\frac{(e+ft)\beta'}{-f\alpha+e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha+t\beta') \left(\frac{\alpha+t\beta'}{e+ft} \right)^{-\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta'} + \right. & \\ \left. \frac{b \left(\text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b}, -\frac{r}{b}, 2 - \frac{r}{b}, \frac{r f(\alpha+\beta'(t+\Delta t))}{f\alpha-e\beta'} \right] \right) \left(\frac{\beta'(e+f(t+\Delta t))}{-f\alpha+e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha+\beta'(t+\Delta t)) \left(\frac{\alpha+\beta'(t+\Delta t)}{e+f(t+\Delta t)} \right)^{-\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta'} \right] & \quad (B6) \end{aligned}$$

Extrayendo la expresión $\left(\frac{\alpha+\beta'\tau}{e+f\tau} \right)^{\frac{1}{b}}$ de la ecuación B6, se obtiene lo que sigue:

$$\begin{aligned} \bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = & \\ \exp \left[\frac{r^2}{2b(t)^2} \left(\sigma_{InD|y_{\dot{c},t}}^2 + \sigma_{InC|t}^2 + \sigma_{UD|t}^2 + \right. \right. & \\ \left. \left. \sigma_{UC|t}^2 \right) \right] k \left(\frac{\alpha+t\beta'}{e+ft} \right)^{-\frac{r}{b}} \left[- \frac{b \left(\text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b}, -\frac{r}{b}, 2 - \frac{r}{b}, \frac{r f(\alpha+\beta't)}{f\alpha-e\beta'} \right] \right) \left(\frac{(e+ft)\beta'}{-f\alpha+e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha+t\beta')}{(b-r)\beta'} + \right. & \\ \left. \frac{b \left(\frac{\alpha+t\beta'}{e+ft} \right)^{\frac{r}{b}} \left(\text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b}, -\frac{r}{b}, 2 - \frac{r}{b}, \frac{r f(\alpha+\beta'(t+\Delta t))}{f\alpha-e\beta'} \right] \right) \left(\frac{\beta'(e+f(t+\Delta t))}{-f\alpha+e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha+\beta'(t+\Delta t)) \left(\frac{\alpha+\beta'(t+\Delta t)}{e+f(t+\Delta t)} \right)^{-\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta'} \right] & \quad (B7) \end{aligned}$$

Si definimos:

$$\begin{aligned} \Omega_0(t, \Delta t) = & \\ - \frac{b \left(\text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b}, -\frac{r}{b}, 2 - \frac{r}{b}, \frac{r f(\alpha+\beta'\tau)}{f\alpha-e\beta'} \right] \right) \left(\frac{(e+ft)\beta'}{-f\alpha+e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha+t\beta')}{(b-r)\beta'} + & \\ \frac{b \left(\frac{\alpha+t\beta'}{e+ft} \right)^{\frac{r}{b}} \left(\text{Hypergeometric2F1} \left[1 - \frac{r}{b}, -\frac{r}{b}, 2 - \frac{r}{b}, \frac{r f(\alpha+\beta'(t+\Delta t))}{f\alpha-e\beta'} \right] \right) \left(\frac{\beta'(e+f(t+\Delta t))}{-f\alpha+e\beta'} \right)^{-\frac{r}{b}} (\alpha+\beta'(t+\Delta t)) \left(\frac{\alpha+\beta'(t+\Delta t)}{e+f(t+\Delta t)} \right)^{-\frac{r}{b}}}{(b-r)\beta'} & \quad (B8) \end{aligned}$$

Entonces la ecuación B7 resulta:

$$\bar{\eta}_{F,T}(t, \Delta t) = k(y_{\dot{c}, D|t})^{-r} \exp \left[\frac{r^2}{2b(t)^2} \left(\sigma_{InD|y_{\dot{c},t}}^2 + \sigma_{InC|t}^2 + \sigma_{UD|t}^2 + \sigma_{UC|t}^2 \right) \right] \Omega_0(t, \Delta t) \quad (B9)$$

REFERENCIAS

- Alamilla J. L., (2001), “Criterios de diseño sísmico basados en confiabilidad para estructuras aporticadas”, Tesis de Doctorado, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
- Boore D. M., (1983), “Stochastic simulation of high-frequency ground motions base on seismological models of the radiated spectra”, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 73, pp. 1865-1894.
- Bueno A., y Díaz O. J., (1994), “Daño acumulado por sismos en marcos estructurales de concreto reforzado”, IX Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Vol 1, Zacatecas, Zacatecas, octubre-noviembre, pp. 366-375.
- Campos D., y Esteva L., (1997), “Modelo de comportamiento histerético y de daño para vigas de concreto reforzado”, XI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica, Veracruz, México.
- Chan S. M., (2003), “Influencia del escalamiento de movimientos sísmicos de banda estrecha en la evaluación de la confiabilidad de edificio”, Tesis de Maestría, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
- Chan S. M., Ruiz S. E., y Montiel M. A., (2005), “Escalamiento de acelerogramas y número mínimo de registros requeridos para el análisis de estructuras”, Revista de Ingeniería Sísmica, Vol. 72, enero- junio, pp. 1-24.
- Ciampoli M., (1998), “Time dependent reliability of structural systems subject to deterioration”, Computer and Structures, Vol. 67, pp. 29-35.
- Cornell C. A., (1968), “Engineering seismic hazard analysis”, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 58, No.5, pp. 1583-1606.
- Cornell C. A., (1996), “Calculating building seismic performance reliability: A basis for multi-level design norms”, 11th World Conference on Earthquake Engineering, Paper 2122.
- Cornell C. A., Jalayer F., Hamburger R. O., y Foutch D. A., (2002), “The probabilistic basis for the 2000 SAC/FEMA steel moment frame guidelines”. ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 128, No.4, pp. 526–533.



- Cruz C., (2007), "Análisis de confiabilidad de edificios de concreto en zonas sísmicas considerando la acumulación de daño estructural durante la vida de servicio", Tesis de Maestría, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
- Díaz O. J., Esteva L., y Flores O., (1990), "Incertidumbres asociadas con el sistema y con el modelo en el análisis de confiabilidad de estructuras sujetas a temblores", Informe de Investigación, Proyecto No. 9742, octubre, Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Díaz O. J., Esteva L., (1997), "Confiabilidad de estructuras y daño acumulado", Memorias Séptimas Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica y Primer Congreso Iberoamericano de Ingeniería Sísmica, La Serena, Chile, pp 589-598.
- Esteva L., (1968), "Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico". Tesis de Doctorado, Facultad de Ingeniería, UNAM, Mexico.
- Gant L. H., (1976), "A Monte Carlo study of the strength variability of rectangular tied reinforced concrete columns", Universidad de Alberta, Canada.
- García F., (2002), "Daño acumulado y confiabilidad estructural en marcos de edificios", Tesis de Maestría, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
- García J. F., García Jarque Ingenieros S. C., (2004), Comunicación personal, México D.F.
- Grigoriu M., Ruiz S. E., y Rosenblueth E., (1988), "Nonstationary models of seismic ground acceleration", Earthquake Spectra, Vol. 4, No. 3, pp. 551-568.
- Gusella V., (1998), "Safety estimation method for structures with cumulative damage", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 124, No. 11, pp. 1200-1209.
- Hamamoto T., (1996), "Stochastic long-term damage prediction of multi-story buildings", Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, México.
- Heredia E., Zeballos A. y Esteva L., (2000), "Theoretical models and recorded response in the estimation of cumulative seismic damage on non-linear structures", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 29, pp. 1779-1796.
- Hong H. P., y Rosenblueth E., (1988), "The Mexico earthquake of september 19, 1985- Model for generation of subduction earthquakes", Earthquake Spectra, Vol. 4, No. 3, pp. 481-497.
- Ma S. M., Bertero V. V., y Popov E. P., (1976), "Experimental and analytical studies on the hysteretic behavior of reinforce concrete rectangular and T-beams", Earthquake Engineering Research Center, Reporte No. EERC 76-2, Universidad de California, Berkeley.
- Meli R., y Mendoza C.J., (1991), "Reglas de verificación de calidad del concreto", Revista de Ingeniería Sísmica, LXI, México.
- Mirza S. A., y McGregor J., (1979), "Variation in dimensions of reinforced concrete members", J. Structural Div., ASCE, Vol. 105, No. ST4, abril, pp. 751-766.
- Montes-Iturrizaga R., (2000), "Estrategias de mantenimiento óptimo de estructuras instrumentadas en zonas sísmicas", Tesis de Doctorado, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.
- Montiel M. A., (2005). "Confiabilidad implícita en estructuras convencionales como base para establecer criterios para el diseño sísmico de estructuras reforzadas con disipadores de energía", Tesis de Doctorado, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería UNAM.
- Rahman S., y Grigoriu M., (1993), "Markov model for seismic reliability analysis of degrading structures", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 119, No. 6, pp. 1844-1865.

Rainville E. D., (1961), "Intermediate course in differential equations", John Wiley & Sons, INC., USA, septiembre, pp. 144-148.

RCDF (2004), Normas Técnicas complementarias para diseño por sismo. Diario Oficial de la Federación.

Ritger P.D., y Rose N. J., (1968), "Differential ecuations with applications", Mc Graw –Hill Book Company, USA, pp. 216-218.

Rivera J. L., (2001), "Respuesta sísmica probabilística de sistemas estructurales simples no lineales", Tesis de Maestría en Ciencias, Sección de Estudios de Posgrado, ESIA, IPN.

Rodríguez M., y Botero J. C., (1996), "Aspectos del comportamiento sísmico de estructuras de concreto reforzado considerando las propiedades mecánicas de aceros producidos en México", Serie Azul del Instituto de Ingeniería, No. 575, enero, UNAM.

Rosenblueth E., y Esteva L., (1972), "Reliability basis for some Mexican codes". ACI Publication SP-31, pp. 1-41.

Ruiz S. E., y Soriano A., (1997), "Desing live loads for office buildings in Mexico and the United States", Journal of Structural Engineering, Vol. 123, No. 6, pp. 816-822.

Safak E., y Boore D. M., (1986), "On nonstationary stochastic models for earthquake", Third US National Conference on Earthquake Engineering, Charleston, South Caroline, pp. 137-148.

Scribner C. F., y Wight J. K., (1978), "Delaying shear strength decay in reinforced concrete flexural members and large load reversals", Reporte No. UMEE 78R2, Departament of Civil Engineering, Universidad de Michigan, Michigan.

Singhal A., (1996), "Stochastic seismic damage estimation in reinforced concrete frames", Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, México.

Shome N., y Cornell C. A., (1999), "Probabilistic seismic demand analysis of nonlinear structures", Report No. RMS-35, Department of Civil and Environmental Engineering, Stanford University.

Torres M. A., Ruiz S. E., y Elena U., (2006), "Evolución en el tiempo de la confiabilidad sísmica debida al deterioro estructural", XV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Puerto Vallarta, México.

Torres M. A., (2006). "Criterios costo/beneficio para la inspección y mantenimiento de plataformas marinas", Tesis de Doctorado, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.

Torres M. A., y Ruiz S. E., (2007), "Structural reliability evaluation considering capacity degradation over time", Engineering Structures, Elsevier, Vol. 29, pp. 2183-2192.

Townsend W. H., y Hanson R. D., (1977), "Reinforced concrete connection hyseresis loops", Publicación ACI SP53-13, pp. 351-370.

Uzumeri S. M., (1977), "Strength and ductility of cast-in-place beam-column joins", Publicación ACI SP53-13, pp. 283-350.

Wang M. L., y Shah S. P., (1987), "Reinforced concrete hysteresis model base don the damage concept", Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 15, pp. 993-1003.

Wen Y. K., (1995), "Building reliability and code calibration", Earthquake Spectra, Vol. 11, pp. 269-296.