

Capítulo 3

Diseño del Oscilador

3.1. Introducción

Este capítulo está dedicado a presentar el análisis de una planta lineal y de cómo se lleva a cabo el acople de ésta con un controlador no lineal, como se muestra en la Figura 3.1, formando así un oscilador. En lo que concierne al análisis de la planta se describirá el desarrollo del modelado en variables de estado, pasando de variables de estado a función de transferencia y su respuesta en el tiempo al igual que su análoga en la frecuencia, y así terminar el capítulo con el análisis que se lleva a cabo para la sintonización.

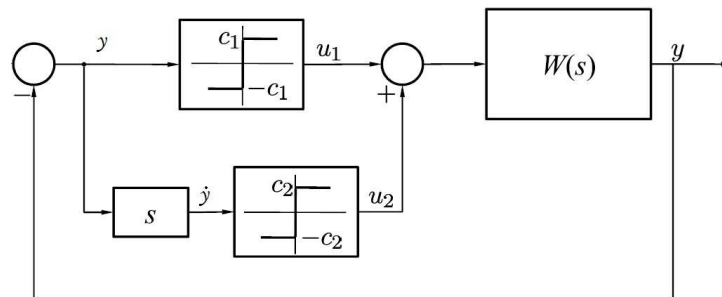


Figura 3.1: Esquema de unión entre un controlador no lineal y una planta lineal

3.2. Análisis de la Planta

En el diagrama de la Figura (3.1) el bloque que se encuentra después del controlador conformado por las funciones signo, está referido una planta lineal que cumple con forma de la ecuación.

$$\dot{x} = Ax + Bu(t); \quad y(t) = Cx, \quad (3.1)$$

Donde A es la matriz del sistema de $n \times n$, B es la matriz de entradas de $n \times m$ y C la matriz de salidas de $p \times n$. De forma particular se seleccionó un circuito RLC serie como planta, la razón de esta elección fue que se tratará de un sistema sencillo de segundo orden y para el caso que nos ocupa podemos utilizar el modelo general de una función de transferencia de segundo orden mostrado en la ecuación .

$$W(s) = \frac{(\omega_n)^2}{s^2 + (2\zeta\omega)s + (\omega_n)^2} \quad (3.2)$$

Teniendo en cuenta que ζ es el coeficiente de amortiguamiento y ω_n es la frecuencia natural no amortiguada.

En base a la función de transferencia se realiza el análisis de la planta correspondiente a la teoría clásica del control para el caso del dominio del tiempo en donde se hablará del análisis de la respuesta escalón, de manera similar para el caso del dominio de la frecuencia se lleva a cabo a través de las trazas de Bode y Nyquist.

3.2.1. Modelo de la Planta

Considérese el siguiente circuito

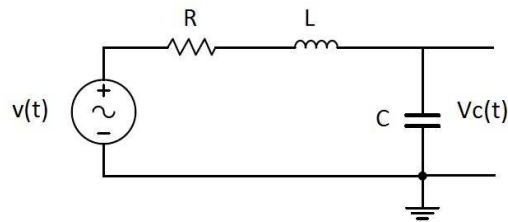


Figura 3.2: Circuito RLC serie (planta)

La representación en el espacio de estado se obtiene en base a las ecuaciones que representan a cada uno de los elementos del circuito, a continuación se muestran las formulas que correspondientes:

1. Resistencia:

$$V_R = RI \quad (3.3)$$

2. Inductancia:

$$V_L = Li_L \quad (3.4)$$

3. Capacitancia:

$$I_C = C\dot{V}_C \quad (3.5)$$

Otra ecuación importante que se debe considerar es la LVK:

$$V = V_R + V_L + V_C \quad (3.6)$$

En base a las ecuaciones (3.3), (3.4), (3.5) y (3.6) se muestra a continuación la representación en espacio de estados del circuito RLC en serie:

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_c(t) \\ \dot{i}_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v(t) \quad (3.7)$$

Donde A es una matriz 2x2 y B de 2x1 y C de 1x2.

Para llevar a cabo el análisis en el dominio del tiempo así como en el dominio de la frecuencia debemos obtener la función de transferencia y nos ayudaremos con la ecuación.

$$W(s) = C(Is - A)^{-1}B \quad (3.8)$$

Utilizando la ecuación (3.1) y (3.8) obtenemos.

$$W(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v(t) \quad (3.9)$$

Haciendo las simplificaciones necesarias obtenemos nuestra función de transferencia.

$$W(s) = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}} \quad (3.10)$$

3.2.2. Análisis en el Dominio del Tiempo

Es una situación común considerar un modelo de sistema para el cual el comportamiento transitorio está determinado predominantemente por la naturaleza de sus polos y ceros. entiéndase como su naturaleza a su ubicación dentro del plano complejo S y su clasificación con respecto a su valor numérico que está estrechamente relacionado con el factor de amortiguamiento; cabe mencionar que dependiendo de lado del eje imaginario en que se encuentren los polos del sistema, este será estable ó inestable, lado izquierdo (semiplano izquierdo) ó lado derecho (semiplano derecho) respectivamente.

Función de transferencia, polos del sistema y su estabilidad

Sin perder el objetivo de nuestro interés, la función de transferencia del circuito RLC, siendo su ecuación característica de segundo orden, se puede observar en que ecuación tiene dos raíces siendo estas los polos de la planta, y no tiene ningun cero finito.

$$s_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (3.11)$$

$$s_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} \quad (3.12)$$

La función de transferencia para los valores $R=298$ [Ω] $L=2.247$ [H] y $C=4.7$ [μf],

$$W(s) = \frac{94690}{s^2 + 131,6s + 94690} \quad (3.13)$$

La **estabilidad** para esta planta se puede corroborar con la ubicación de los polos en el plano imaginario como se puede observar en la Figura 3.3, también se puede hacer esta deducción en base a las ecuaciones 3.11 y 3.12, sustituyendo los valores que se seleccionaron, de esta manera obtenemos los polos: $s_1 = -66,3 + j304$ y $s_2 = -66,3 - j304$,

Teniendo en cuenta que si ζ , que para nuestro circuito está representado como $\zeta = \frac{R}{2L}$, y ω_n , en términos del circuito $\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, son distintos de cero y positivos, el sistema es estable con el par de polos localizados en el semiplano izquierdo. Varios comportamientos característicos se describen fácilmente en función de los valores ζ y ω_n : los polos pueden ser reales o complejos y el factor de amortiguamiento se define como una correlación reconocida fácilmente en la configuración del plano S . Esta relación se resume brevemente a continuación:

1. Si $\zeta = 1$, los polos son reales e iguales y su respuesta natural es llamada "*críticamente amortiguada*".
2. Si $\zeta > 1$, los polos son reales distintos, y su respuesta natural es llamada "*sobreamortiguada*".

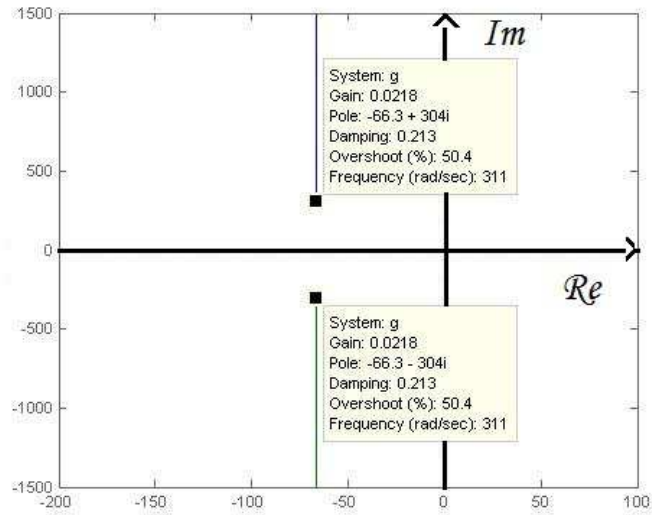


Figura 3.3: ubicación de los polos en el plano imaginario.

3. Si $\zeta < 1$, los polos son un par conjugado complejo y su respuesta natural es llamada "subamortiguada".

La selección de los valores para el circuito RLC se llevó a cabo de manera que la planta estuviese dentro del tercer caso $\zeta < 1$, de tal forma que a continuación se presenta su respuesta al escalón.

Lugar geométrico de las raíces

El lugar geométrico de las raíces se utiliza para estudiar los cambios que ocurren en el comportamiento de sistemas lineales frente a las variaciones de sus parámetros. Cuando uno de los parámetros cambia, las raíces de la ecuación característica se mueven en el plano S , y en el lugar geométrico de las raíces son los cambios que describen la variación en la localización de las raíces. Esta técnica ó herramienta es una aproximación cuantitativa que desarrollan relaciones de causa y efecto, puesto que el comportamiento transitorio de un sistema dinámico depende de la localización de los polos (que son la raíces de la ecuación característica). Esta es una valiosa herramienta ya que nos proporciona una aproximación metódica al estudio de las variaciones en la localización de los polos. Con mayor claridad podemos decir que la técnica consiste en observar como se reflejan las variaciones de los parámetros en la localización de los polos. Con la variación de un parámetro específico, una aproximación obvia a la determinación del lugar geométrico de las raíces es calcular las raíces de la ecuación característica utilizando algunos valores diferentes del parámetro.

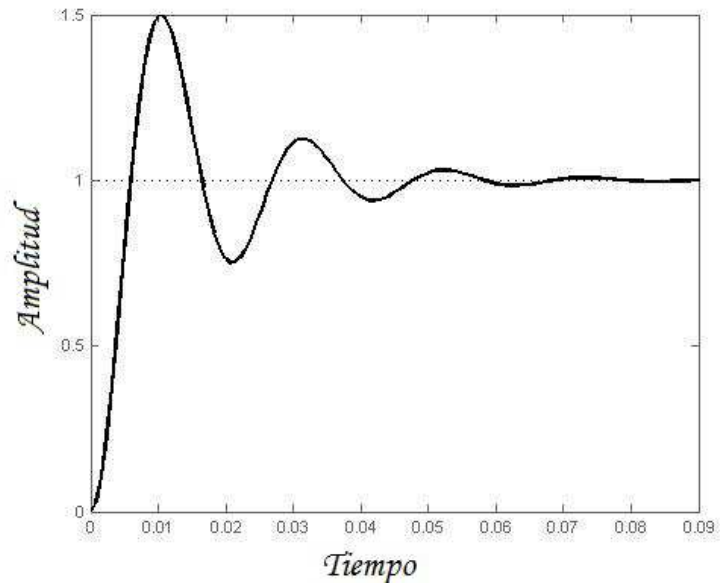


Figura 3.4: respuesta escalon del RLC serie (planta)

Para esto se muestra a continuación el lugar geométrico de la raíces para la planta que se utilizó.

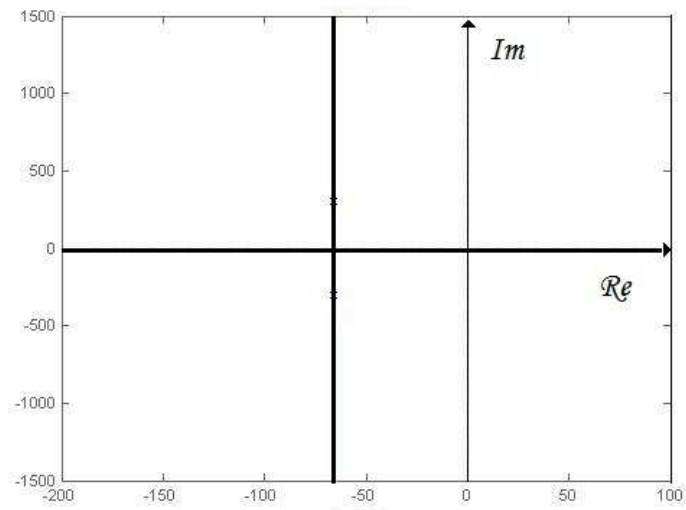


Figura 3.5: Lugar geométrico de la raíces del RLC serie (planta)

3.2.3. Análisis en el Dominio de la Frecuencia

El uso de técnicas de respuesta en frecuencia proporciona una alternativa a los criterios de comportamiento en el dominio temporal de los sistemas invariantes en el tiempo. La herramienta matemática básica es el álgebra de fasores. Si se aplica una entrada senoidal a un sistema, la respuesta forzada se observa como otra señal senoidal de la misma frecuencia. Si se utiliza la representación de fasores de la entrada y de la componente forzada a la salida, la razón de la salida respecto de la entrada es una función algebraica que se puede expresar a cualquier frecuencia como un número complejo. Una relación algebraica se puede expresar a cualquier frecuencia única y sólo se representa en estado estacionario a una entrada senoidal. Sin embargo una expresión que es válida cuando la frecuencia varía de cero a infinito constituye un modelo lineal completo.

Al momento de pasar del dominio de la variable S al dominio de la frecuencia se puede sustituir S por $j\omega$ de tal manera que la función de transferencia en álgebra de fasores como se muestra a continuación:

$$W(j\omega) = \frac{K}{\left(\frac{j\omega}{\omega^2}\right)^2 + 2\zeta\left(\frac{j\omega}{\omega^2}\right) + 1} \quad (3.14)$$

Se pueden aplicar distintas técnicas de respuesta en frecuencia para estudiar el comportamiento de sistemas lineales y la metodología proporciona una alternativa para utilizar técnicas en el plano S . Las tareas de diseño se pueden abordar desde diferentes perspectivas, y el empleo de modelos en el dominio de la frecuencia a veces introduce un procedimiento único o particularmente penetrante. Además, la interpretación de los datos experimentales está claramente relacionada con la estructura del modelo. Generalmente se aplican conceptos de respuesta en frecuencia al problema de identificación o verificación de la composición de un modelo de función de transferencia, que esto último quedó ajeno a los objetivos de este trabajo.

Si se aplica una entrada senoidal a una planta lineal, la respuesta en el estado estacionario es otra senoidal de la misma frecuencia, por lo tanto las señales de entrada y de salida se pueden representar como una razón de fasores, siendo así que la magnitud y fase de esta razón en ocasiones describe la ganancia y el desplazamiento de fase.

Trazas de Bode

La ganancia y el desplazamiento de fase contra la frecuencia es lo que las trazas de bode nos muestran, recordando que para este análisis es requerida la función de transferencia de lazo abierto, (que para el caso que nos ocupa es la misma, ya que nuestro bloque de realimentación es 1). Las trazas de la ganancia y del desplazamiento de fase con respecto a la frecuencia se realizan con la ganancia

expresada en decibeles[dB], así la traza de bode de ganancia es una gráfica semilogarítmica de $20 \log M(\omega)$ (siendo $M(\omega)$ el módulo de la función de transferencia de lazo abierto) contra ω . Y la traza de bode de desplazamiento de fase es una gráfica semilogarítmica de $\phi(\omega)$ (siendo $\phi(\omega)$ la función que está dada por el ángulo de la función de transferencia de lazo abierto) contra ω .

En base a los datos de la traza de bode de ganancia, se puede observar que en donde se presenta una disminución de 3 [db], nuestro sistema tiene su frecuencia de corte, también cabe mencionar que se comporta como un filtro paso-bajas, ya que es así cómo operan los sistemas en una implementación física.

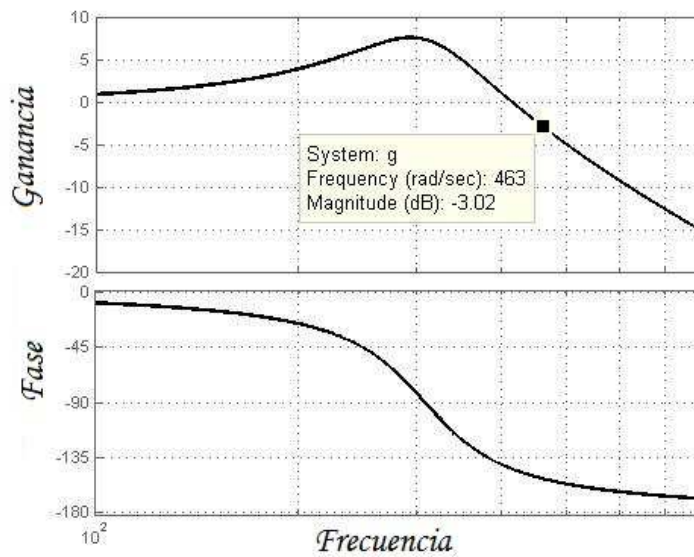


Figura 3.6: trazas de bode del Circuito RLC serie (planta)

Trazas de Nyquist

En la traza de Nyquist o diagrama polar se toma una $M(\omega)e^{j\phi(\omega)}$ cuando varía ω . Si $M(\omega)e^{j\phi(\omega)}$ se representa como un fasor que parte de un punto de referencia fijo, el lugar deseado se genera por la trayectoria del fasor cuando ω varía. Aunque normalmente se dibuja utilizando coordenadas polares (M y ϕ), también es apropiado describir este diagrama como la componente imaginaria de la función de transferencia de lazo abierto con respecto a su componente real cuando ω varía. Por lo tanto, el marco de referencia es el plano complejo. Este lugar forma parte de un contorno cerrado en el plano complejo que se utiliza para describir el criterio de estabilidad de Nyquist.

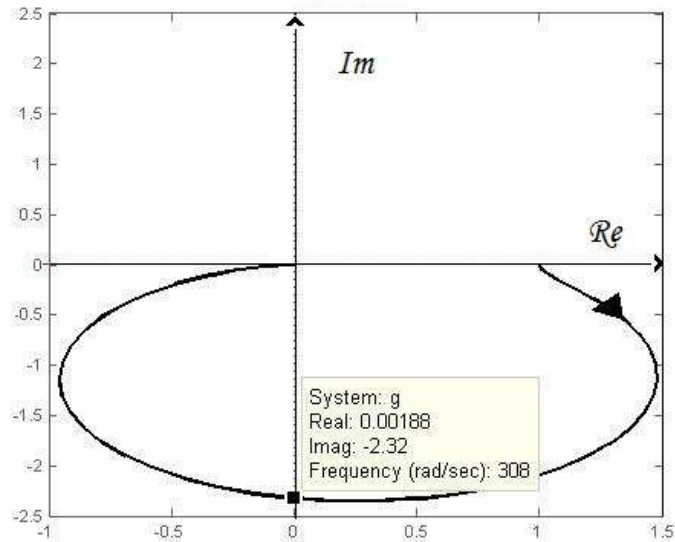


Figura 3.7: Traza de Nyquist del Circuito RLC serie (planta)

Al momento de hablar de oscilaciones, uno puede preguntarse qué sucederá con la estabilidad del sistema, para responder esto, recurrimos a la teoría de mapas de Poincaré, esta teoría nos dice que solo se puede establecer estabilidad en el tercer y segundo cuadrantes del plano complejo[9], partiendo de esta propuesta definiremos como límite inferior para nuestro rango de operación a 49 [Hz](o bien 308[rad/seg]), ya que esta frecuencia es un valor en que se puede empezar a establecer partiendo del eje imaginario hacia el tercer cuadrante. Previamente con la traza de Bode de Ganancia se definió al límite superior, la frecuencia de corte: 73 [Hz] (o bien 463[rad/seg]) , sabiendo que nuestro sistema se comportará como un filtro paso-bajas.

3.3. Análisis del Sistema

El análisis del sistema completo consiste en analizar el esquema de la Fig. 3.8 encontrando una ecuación que relacione al bloque de control (no lineal) con el bloque de la planta (lineal) dentro del esquema realimentado en la Figura mencionada. Una vez sustituido el bloque de control no lineal por su correspondiente función descriptiva obtenida en la Sección 2.2 el sistema que resulta puede considerarse como un sistema lineal en el dominio de la variable compleja s , de tal manera que la ganancia equivalente del esquema en malla cerrada es $\frac{F_1(s)F_2(s)}{1+F_1(s)F_2(s)}$ o sea que

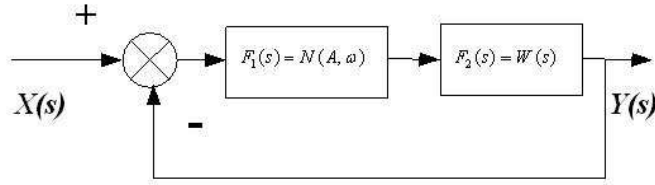


Figura 3.8: Sistema Linealizado.

$$W'(s) = \frac{N(A_1, \omega)W(s)}{1 + N(A_1, \omega)W(s)} \quad (3.15)$$

La ecuación característica de este sistema, relaciona precisamente el control representado por $N(A, \omega)$ con la planta lineal representada por su función de transferencia $W(s)$:

$$1 + N(A_1, \omega)W(s) = 0 \quad (3.16)$$

Esta ecuación se conoce como la ecuación de balance armónico, por lo que la relación entre el control relevado (no lineal) linealizado a través de la FD y la función de transferencia de la planta lineal es:

$$-\frac{1}{N(A_1, \omega)} = W(s) \quad (3.17)$$

refiriéndose a la ecuación (2.32) puede escribirse que

$$-\frac{1}{N(A_1, \omega)} = \frac{\pi A_1(-c_1 + jc_2)}{4((c_1)^2 + (c_2)^2)} \quad (3.18)$$

la gráfica, en el plano complejo, de la ecuación anterior es una recta cuyo ángulo depende de los valores de las constantes c_1 y c_2 y su magnitud depende del módulo de estas constantes multiplicadas por $\frac{\pi A_1}{4}$. Entonces, pueden obtenerse gráficas de $-\frac{1}{N(A_1, \omega)}$ con cualquier ángulo, como se explica en la Fig. 3.9 (centro)

La ecuación (3.17) se representa gráficamente en la Fig. 3.9 (derecha) como la intersección de las curvas presentadas en la misma Figura en la partes previas (izquierda) y (centro)

El punto de intersección de $-\frac{1}{N(A_1, \omega)}$ con la traza de Nyquist $W(j\omega)$ proporciona la solución del problema periódico. Este punto proporciona la frecuencia ω_0 y la amplitud A_1 de la oscilación.

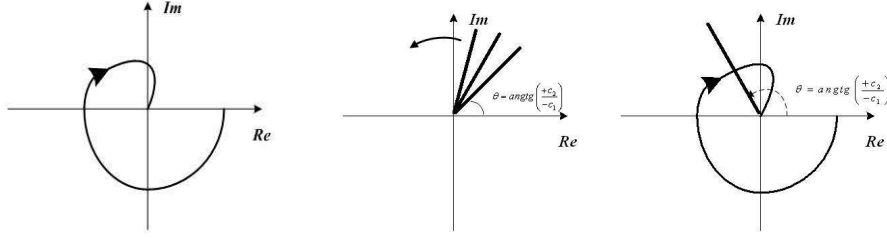


Figura 3.9: (Izq.) Trazas de Nyquist de la Planta lineal FD; (Centro) Trazas de $-\frac{1}{N(A_1, \omega)}$; (Der.) Interpretación gráfica de la Ec. de balance armónico

3.4. Sintonización del Algoritmo de dos Relevadores con FD

El problema consiste en poder calcular los valores de las constantes c_1 y c_2 del algoritmo de dos relevadores tales que proporcionen una frecuencia ω_o y una amplitud A_1 deseadas, las cuales se fijan de antemano. El problema se resuelve de la siguiente manera:

1. Debe identificarse en cuál de los cuatro cuadrantes del plano complejo donde se grafica la traza de Nyquist se ubica la frecuencia seleccionada. Para ello si la función compleja $W(j\omega)$ se expresa como $W(j\omega) = F_R(\omega) + jF_I(\omega)$ entonces el cuadrante queda ubicado de la siguiente manera

$$\left\{ \begin{array}{l} C1 = \{F_R(\omega) > 0, \quad F_I(\omega) \geq 0\} \\ C2 = \{F_R(\omega) \leq 0, \quad F_I(\omega) \geq 0\} \\ C3 = \{F_R(\omega) \leq 0, \quad F_I(\omega) < 0\} \\ C4 = \{F_R(\omega) > 0, \quad F_I(\omega) < 0\} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

2. Puesto que c_1 queda en función de c_2 y viceversa, no es posible despejarlas, sin embargo, puede observarse que la relación $\frac{c_2}{c_1}$ si puede despejarse, quedando en términos exclusivamente de $W(j\omega)$, de la siguiente manera:

$$\frac{c_2}{c_1} = -\frac{F_I(\omega_0)}{F_R(\omega_0)}$$

esta razón se le denominará con la letra griega ρ . El cálculo de la amplitud del movimiento oscilatorio puede obtenerse de la siguiente ecuación:

$$A_1 = \frac{4}{\pi} |W(j\omega)| \sqrt{c_1^2 + c_2^2},$$

entonces c_1 y c_2 puede calcularse de la siguiente manera

$$c_1 = \begin{cases} \frac{\pi}{4} A_1 ([F_R(\omega_0)^2 + F_I(\omega_0)^2][1 + \rho^2])^{-1/2} & \text{si } \omega_0 \in C_2 \cup C_3 \\ -\frac{\pi}{4} A_1 ([F_R(\omega_0)^2 + F_I(\omega_0)^2][1 + \rho^2])^{-1/2} & \text{si } \omega_0 \in C_1 \cup C_4 \end{cases} \quad (3.20)$$

$$c_2 = \rho \cdot c_1 \quad (3.21)$$

3.5. Sintonización del Algoritmo de dos Relevadores con LGSRP

La traza LGSRP propuesta para la ecuación (3.20) proporciona una solución exacta del problema periódico en un sistema realimentado por medio de relevadores teniendo una planta como la de la ecuación (3.20) y un control dado por un relevador con histéresis. El LPRS se define como una característica de la respuesta de una parte lineal a un pulso de control con diferente espaciamento de frecuencia variable en un sistema en malla cerrada. La traza LGSRP puede calcularse como se indica en la ecuación (2.53).

La traza del movimiento periódico para el algoritmo mostrado en la ecuación (2.27) puede obtenerse de la siguiente ecuación, véase Figura 2.7.

$$ImJ(\Omega) = 0 \quad (3.22)$$

De hecho, se considerará la planta no lineal con el segundo relevador ubicado en la realimentación en la planta equivalente. Introduciendo la siguiente función que será utilizada para encontrar la respuesta de la planta no lineal con respecto al pulso de control de onda cuadrada

$$L(\omega, \theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[\frac{1}{2k-1} ((\sin[(2k-1)2\pi\theta]) (ReW[(2k-1)\omega]) + (\cos[(2k-1)2\pi\theta])) ImW[(2k-1)\omega] \right] \quad (3.23)$$

la función $L(\omega, \theta)$ representa la salida de la planta lineal en el instante $t = \theta T$, si se le aplica un pulso de señal cuadrada de amplitud unitaria a la planta:

$$L(\omega, \theta) = \left(\frac{\pi y(t)}{4c} \right) \Big|_{t=2\pi\theta/\omega} \quad (3.24)$$

Con $\theta \in [-0.5, 0.5]$ y $\omega [0, \infty]$, donde $t = 0$ corresponde al switcheo del control de -1 a +1. Contando con el valor de $L(\omega, \theta)$, se obtiene la siguiente expresión para $ImJ(\Omega)$ de la planta equivalente

$$ImJ(\Omega) = L(\omega, \theta) + \frac{c_2}{c_1}(L(\omega, \theta)) \quad (3.25)$$

El valor del desplazamiento en el tiempo θ en el switcheo del primer relevador y el segundo puede encontrar por medio de la siguiente ecuación:

$$\dot{y}(\theta) = 0 \quad (3.26)$$

Como resultado, el conjunto de ecuaciones para encontrar la frecuencia Ω y el tiempo de desplazamiento son:

$$c_1 L(\omega, 0) + c_2 L(\omega, \theta) = 0 \quad (3.27)$$

$$c_1 L_1(\omega, -\theta) + c_2 L_1(\omega, 0) = 0 \quad (3.28)$$

La amplitud de las oscilaciones puede encontrarse como:

$$y(t) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1}^{\infty} \{c_1 \sin[(2k-1)\Omega + \varphi_L((2k-1)\Omega)] + c_2 \cos[(2k-1)\Omega t + \varphi_L((2k-1)\Omega)] + (2k-1)2\pi\theta\} A_L((2k-1)\Omega) \quad (3.29)$$

Donde $\varphi_L(\omega) = \arg W(\omega)$, la cual es la respuesta de la planta a las 2 señales cuadradas desplazadas una de la otra por el ángulo $2\pi\theta$, Entonces la amplitud es:

$$A_1 = \max y(t); t \in [0, 2\pi/\omega] \quad (3.30)$$

Todavía, en lugar de la amplitud real puede utilizarse la amplitud de la frecuencia fundamental (primera armónica) como una estimación relativamente precisa. En este caso, puede representarse la entrada como la suma de dos vectores rotando con amplitudes $4c_1/\pi$ y $4c_2/\pi$, siendo el ángulo entre los vectores $2\pi\theta$. Por lo tanto, la amplitud de la señal de control (primera armónica) es:

$$A_u = \frac{4}{\pi} \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + 2c_1c_2 \cos(2\pi\theta)} \quad (3.31)$$

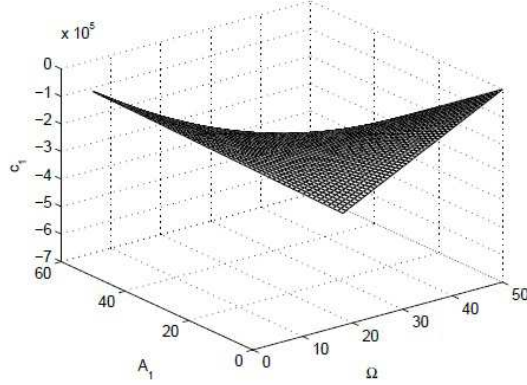


Figura 3.10: Gráfica de $c_1 v s c_2$ para frecuencias arbitrarias

y la amplitud de salida (primera armónica) es:

$$A_1 = \frac{4}{\pi} \sqrt{c_1^2 + c_2^2 + 2c_1c_2 \cos(2\pi\theta)} A_L(\Omega) \quad (3.32)$$

Donde $A_L(\Omega) = |W(j\omega)|$. Debe notarse que en lugar de utilizar el valor aproximado de la amplitud en la ecuación (3.32), el valor de la frecuencia es exacto. Si se consideran las ecuaciones (3.27) y (3.28), en la ecuación (3.32) para Ω y A_1 considerando uno como mapeo F. Este mapeo se ilustra en la Figura 3.10 como curvas de iguales valores de Ω y A_1 en las coordenadas c_1 . A partir de las ecuaciones 3.27 y 3.28 puede observarse que la frecuencia de las oscilaciones depende únicamente de la razón $c_2/c_1 = \rho$. Por lo tanto, Ω es invariante con respecto a c_2/c_1 : $\Omega(\lambda c_1, \lambda c_2, \theta) = \Omega(c_1, c_2, \theta)$. Se concluyó que también de la ecuación 3.32 existe la siguiente invariancia para la amplitud: $A_1(\lambda c_1, \lambda c_2, \theta) = A_1(c_1, c_2, \theta)$. Por lo tanto, Ω y A_1 pueden manejarse independientemente de acuerdo al mapeo G considerado anteriormente. Mapeando G (inverso de F) puede obtenerse de las ecuaciones (3.27), (3.28) y (3.32) si c_1, c_2 y θ , se consideran parámetros desconocidos en estas ecuaciones. Para cualquier Ω dada, de las ecuaciones (3.27) y (3.28), la razón $c_2/c_1 = \rho$ puede encontrarse (al igual que θ). Entonces, puede encontrarse la primera $\rho = c_2/c_1 = h(\Omega)$, donde $h(\Omega)$ es una función implícita que corresponde las ecuaciones (3.27) y (3.28). Después de esto c_1 y c_2 pueden calcularse con las siguientes fórmulas[17]:

$$c_1 = \frac{\pi}{4} \frac{A_1}{A_L(\Omega)} \frac{1}{\sqrt{1 + 2\rho \cos(2\pi\theta) + \rho^2}} \quad (3.33)$$

$$c_2 = \frac{\pi}{4} \frac{A_1}{A_L(\Omega)} \frac{\rho}{\sqrt{1 + 2\rho \cos(2\pi\theta) + \rho^2}} \quad (3.34)$$

Cuando se piense en llevar a cabo una implementación y realizar cálculos con LGSRP se debe de tomar en cuenta que si bien es una herramienta matemática que nos da una mayor exactitud en comparación de FD que siendo su similar solo es una aproximación, tiene la característica que al no presentar histéresis el relevador los valores que se calculen con LGSRP convergerán a los valores calculados con FD, ya que con la ausencia de histéresis la $\theta = 0,25$ con esto se puede observar en la ecuación (3.34) que con este valor la c_1 y c_2 de LGSRP y de FD son iguales. .