



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

\*\*\*\*\*

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA

*FACULTAD DE INGENIERÍA*

**PRUEBA DE CURVATURA PARA  
SUPERFICIES ÓPTICAS SEGMENTADAS**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**  
INGENIERÍA ELÉCTRICA - TELECOMUNICACIONES

**P R E S E N T A**

**FERNANDO GARFIAS MACEDO**

DIRIGIDA POR:

**DR. SALVADOR CUEVAS CARDONA**

Ciudad Universitaria  
noviembre 2009



# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Prueba de Roddier o de Curvatura</b>	<b>7</b>
2.1	Introducción . . . . .	7
2.2	Principio teórico . . . . .	8
2.3	Un ejemplo ilustrativo . . . . .	10
2.4	Un ejemplo práctico . . . . .	12
2.5	Conclusión . . . . .	13
<b>3</b>	<b>Ecuación de Curvatura para superficies ópticas segmentadas</b>	<b>15</b>
3.1	Introducción . . . . .	15
3.2	La turbulencia atmosférica y los telescopios astronómicos. . . . .	17
3.3	La Ecuación de Curvatura y su aproximación geométrica . . . . .	18
3.4	Algunas propiedades de la Teoría de Distribuciones . . . . .	21
3.4.1	Una descripción “física” de la delta de Dirac y sus derivadas	22
3.4.2	Dos ejemplos en dos dimensiones . . . . .	22
3.5	La Ecuación de Curvatura para una superficie óptica segmentada . .	25
3.5.1	Dos ejemplos particulares . . . . .	26
3.6	Simulaciones numéricas . . . . .	27
3.6.1	Simulación de la aberración de pistón puro . . . . .	27
3.6.2	Simulación de aberraciones combinados pistón + tip-tilt . .	32
3.7	Conclusión . . . . .	32
<b>4</b>	<b>Desarrollo experimental de la Prueba de Curvatura</b>	<b>33</b>
4.1	Introducción . . . . .	33
4.2	Desarrollo experimental . . . . .	34
4.2.1	Sistema Óptico . . . . .	34
4.2.2	La diferencia de Marcha cero en el Interferómetro con luz blanca a partir del espectro acanalado . . . . .	37
4.2.3	Calibración de la Diferencia Relativa del Pistón . . . . .	40
4.3	Comportamiento esperado de la Señal de Curvatura . . . . .	41

---

4.4	Resultados experimentales . . . . .	43
4.4.1	Obteniendo la Señal de Curvatura . . . . .	43
4.4.2	La Señal de Curvatura de un Espejo Segmentado . . . . .	43
4.4.3	Algunos resultados de distintas Diferencias Relativas en el pistón . . . . .	44
4.5	Conclusión . . . . .	48
<b>5</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>49</b>
<b>A</b>	<b>Polinomios de Zernike.</b>	<b>51</b>
<b>B</b>	<b>Laboratory Demonstration of Curvature Method for Segmented Telescopes</b>	<b>55</b>
<b>C</b>	<b>Site Acceptation of the Commissioning Instrument for the Gran Telescopio Canarias</b>	<b>65</b>
	<b>Referencias</b>	<b>79</b>

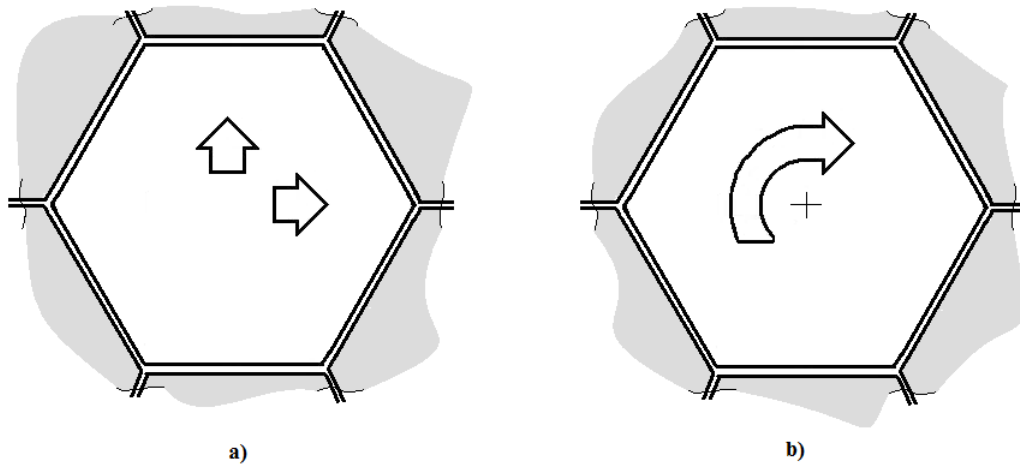
# Capítulo 1

## Introducción

Históricamente la necesidad de una mayor recolección de luz proveniente de objetos estelares débiles y lejanos, aunado a la búsqueda de una mayor resolución en las imágenes, a hecho que el tamaño y el diámetro de los telescopios se hayan ido incrementando con el paso del tiempo planteando una serie de desafíos tecnológicos.

Hasta el día de hoy se pueden seguir dos líneas principales en la construcción de grandes telescopios, los telescopios con espejo primario monolítico y telescopios con espejo primario segmentado, sin embargo, como es sabido, los grandes telescopios con espejos primarios monolíticos tienen un límite en diámetro siendo éste menor a los telescopios con espejo primario segmentado. Entre otras limitaciones, principalmente existen puntos con espacio limitado a través de las rutas y caminos desde los talleres de fabricación hasta los observatorios, por lo que los diámetros de estos espejos no van más allá de los 8m, lo que puede verse en los diámetros de los espejos de los mayores telescopios de este tipo como SUBARU, VLT, GEMINI y LBT, comparados con los telescopios desarrollados a partir de un espejo segmentado como los Keck I, Keck II, Hobby-Eberly Telescope y ya en operación, el GTC (“Gran Telescopio de Canarias”), con espejos con diámetros del orden de los 10m. En los proyectos hacia el futuro no muy lejano de telescopios con diámetros mayores que 10m, usualmente llamados “Telescopios Extremadamente Grandes” o “ELTs” por su siglas en inglés (*Extremely Large Telescopes*), necesariamente emplearán también espejos segmentados, los cuales contarán con más de cien o hasta miles de segmentos que tendrán ajustadas restricciones para los errores de alineación entre cada uno de los segmentos [Schumacher *et al.* 2002].

Aunque con sus propios estilos y diferencias, se puede decir, que la tecnología en la fabricación de los espejos monolíticos está bien desarrollada, quedan aún ciertos retos a resolver relacionados con los espejos segmentados y que siguen estando bajo intensa investigación y pruebas, ya que además de las aberraciones ópticas usuales asociadas a los telescopios monolíticos, los telescopios con espejos segmentados presentan errores propios de la desalineación de cada uno de los segmentos.



**Figura 1.1:** a) Desplazamiento a lo largo de dos ejes en el plano del segmento, b) rotación sobre el plano del segmento con respecto a un eje central vertical.

En general, los segmentos tienen seis grados de libertad: Desplazamiento a lo largo de dos ejes en el plano del segmento como puede verse en la figura 1.1a), rotación con respecto a un eje vertical en la figura 1.1b). La rotación con respecto a dos ejes horizontales, tip-tilt, como se muestra en la figura 1.2a) y en la figura 1.2b) el desplazamiento a lo largo del eje vertical de un segmento con respecto a los otros segmentos, pistón.

Movimientos no deseables en cualquiera de estos dos últimos grados de libertad originará que la forma del espejo esté fuera de la ideal afectando la calidad del frente de onda produciendo discontinuidad, aunque los segmentos usualmente tienen de manera general tres actuadores, permitiendo colocar a cada uno de los segmentos en el tip-tilt y pistón requeridos para mantener en fase todo el espejo. Los movimientos de los primeros tres grados de libertad son restringidos por su montaje en la celda del espejo y no son considerados en el comportamiento general del frente de onda y tampoco son materia de estudio en el presente trabajo.

El problema de cofaseo de los segmentos de este tipo de espejos es uno de los más importantes, ya que lo que se busca es que un espejo segmentado opere como si fuera un espejo monolítico, para esto es necesario que el espejo segmentado aunque no esté perfectamente en fase, si, al menos con una diferencia de 20nm de pistón entre segmentos [Bello 2000]. Este último requerimiento asume que adicionalmente a las aberraciones individuales de los segmentos, el tip-tilt y sobre todo la diferencia de pistón entre ellos debe ser medida y controlada de manera precisa.

Este trabajo busca dar una visión, en forma general, del ciclo de un trabajo científico y tecnológico, partiendo de una propuesta matemática a un problema físico con el desarrollo y aplicación de un algoritmo matemático, siguiendo con

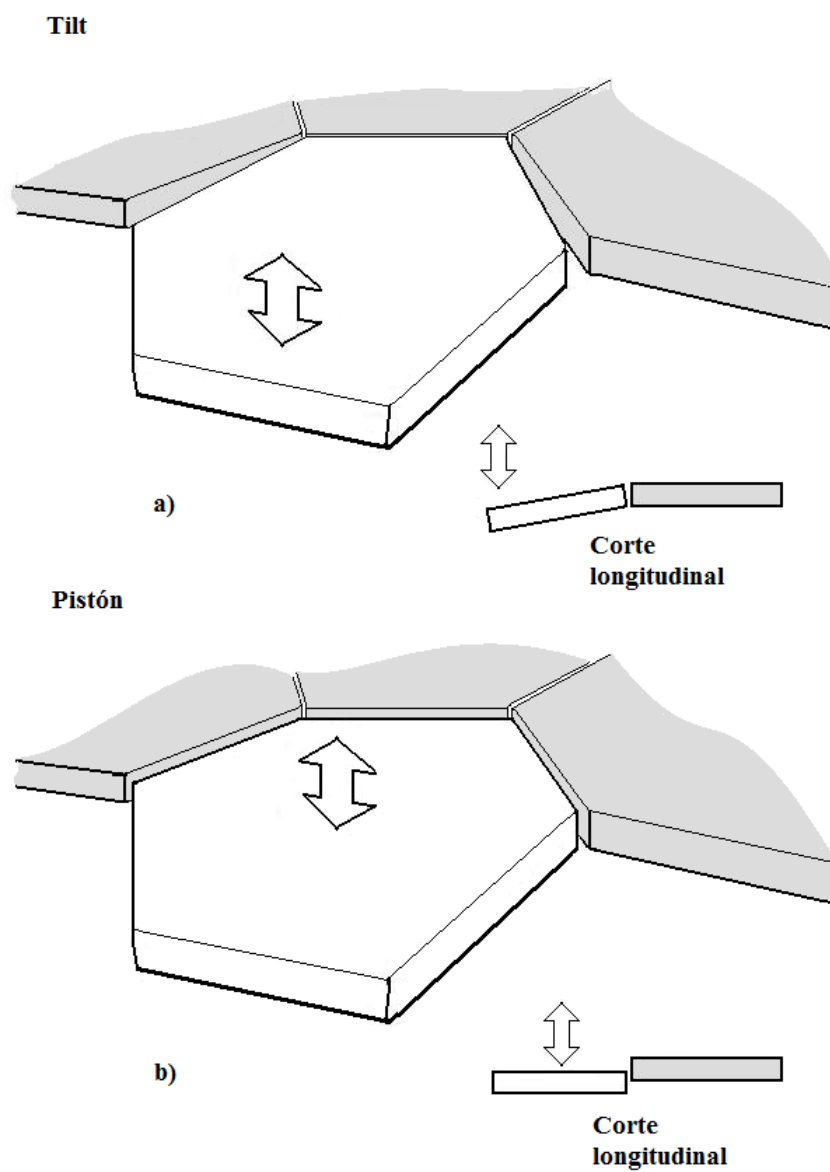


Figura 1.2: a) Rotación del plano del segmento con respecto a dos ejes horizontales, tip y tilt b) desplazamiento a los largo de un eje vertical, pistón.

una simulación numérica como una primera verificación del algoritmo propuesto y finalmente, y en esta tesis en lo particular, la descripción de la aplicación en una prueba física experimental con los resultados acordes a los pasos precedentes.

De acuerdo con lo anterior, en el capítulo 2 se procura de manera didáctica hacer una introducción a la prueba de Roddier o prueba de curvatura como prueba óptica para la caracterización de sistemas ópticos, aplicada principalmente a instrumentos astronómicos y telescopios. Se continúa en el capítulo 3 con la ecuación de curvatura para superficies segmentadas, donde se presentan las propiedades de la Teoría de las Distribuciones las cuales pueden ser aplicadas en la ecuación de curvatura para operar con funciones discontinuas, es decir, superficies segmentadas.

La principal contribución de esta tesis se presenta en el capítulo 4, donde se describe el experimento para obtener la señal de curvatura y la medida de diferencia de pistón de una superficie segmentada a partir de un modelo simplificado de espejo segmentado, con un espejo de dos segmentos. En el experimento se obtuvieron los primeros resultados de medidas aplicando la Prueba de Curvatura para medir la diferencia de pistón. Para la aplicación de la prueba de curvatura en laboratorio, fue necesario auxiliarse de una prueba en paralelo con un interferómetro de luz blanca, donde las distintas diferencias de pistón entre los dos segmentos fueron calibradas simultáneamente con un interferograma a colores, ya que el espejo segmentado era también el espejo de uno de los dos brazos del interferómetro.

La señal de curvatura fue obtenida de las imágenes desenfocadas antes y después de la imagen de la pupila. El uso de imágenes desenfocadas de la imagen de la pupila, equivale a usar imágenes muy desenfocadas; con respecto al plano focal; en un sistema compacto, aumentando la resolución en la medida y disminuyendo la influencia de la turbulencia atmosférica.

En el apéndice A se presenta el desarrollo de los polinomios de Zernike. Los apéndices B y C corresponden a dos trabajos presentados internacionalmente. El apéndice B, corresponde al artículo donde se reporta el procedimiento y los resultados de las pruebas hechas en laboratorio donde se verifica la prueba de curvatura para superficies segmentadas. El apéndice C, es el artículo correspondiente a la aceptación en sitio en marzo de 2004 del Instrumento de Verificación CI (*Commissioning Instrument*) o Cámara de Verificación, del GTC, localizado en la isla de la Palma, Islas Canarias España. Este instrumento comprueba el desempeño óptimo del telescopio verificando en tiempo real, distintas características de los modos de operación del telescopio, de imagen, de imagen de la pupila, y para el cofaseo con el uso de dos sensores de frente de onda: Sensor de curvatura, descrito en esta tesis, y un sensor de alta resolución de Shack-Hartmann.

Este trabajo para la realización de esta Tesis fue desarrollado en el Departamento de Instrumentación y Laboratorio de Óptica del Instituto de Astronomía



de la Universidad Nacional Autónoma de México, IAUNAM.



# Capítulo 2

## Prueba de Roddier o de Curvatura

### 2.1 Introducción

El refinamiento de la prueba de curvatura pudiera dificultar entenderla de una manera inmediata, sin embargo, parece operar de manera muy cercana a lo natural. El ojo como órgano sano, es decir, cuando éste no presenta aberraciones ópticas puede corregir el desenfoque al medirlo en tiempo real. Aunque no se puede asegurar si se llegó a deducir esta prueba al inferir la manera en la que el ojo opera o cómo el cerebro verifica si el ojo está bien enfocado, si puede decirse que cuando un individuo cambia de observar entre un objeto y otro a diferentes distancias parece que el cerebro llega a enfocar adecuadamente después de evaluar imágenes antes y después del foco correcto.

Un observador medianamente experimentado al hacer una prueba visual con un telescopio, puede obtener información de los defectos ópticos del instrumento a partir de la observación de las imágenes desenfocadas de una estrella antes y después del foco. Con una prueba cualitativa de este tipo, los astrónomos aficionados determinan de manera rápida y visual, si su telescopio tiene algunas aberraciones ópticas simples, como una desalineación o astigmatismo. La prueba de Roddier generaliza este concepto con la realización de un algoritmo del análisis fotométrico y geométrico de dos imágenes, una intrafocal y otra extrafocal obtenidas con un detector CCD volviendo la prueba cuantitativa.

La ecuación de curvatura, deducida por F. Roddier de la ecuación de transporte de irradiancia, de Ichikawa, Lohmann y Takeda [Ichikawa *et al.* 1988], ha sido aplicada tanto a pruebas de telescopios [Roddier and Roddier 1993] como a los sistemas de óptica adaptiva [Graves and Northcott 1998]. El método de curvatura se ha hecho popular, de hecho, es posible encontrar en la actualidad software de

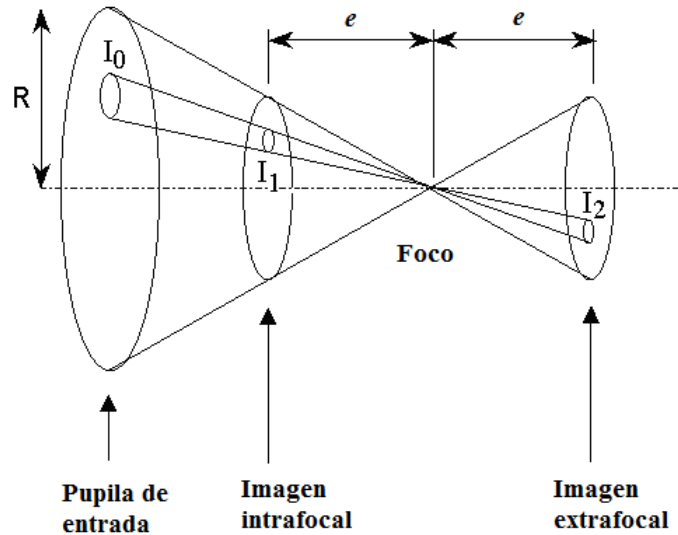


Figura 2.1: Prueba de Roddier en un instrumento o sistema óptico perfecto, donde las intensidades  $I_1$  y  $I_2$  son iguales.

uso libre para su aplicación, lo cual da evidencia de la relativa simpleza para llevar a cabo la prueba.

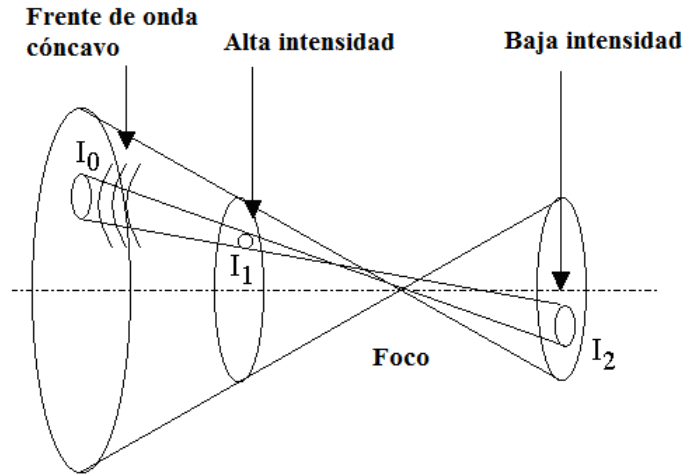
## 2.2 Principio teórico

Para comenzar se considera un instrumento óptico perfecto y en el foco de este sistema la imagen de una estrella. Son tomadas dos imágenes desenfocadas la primera a una distancia  $e$  antes del foco y la segunda a la misma distancia  $e$  pero después del foco de dicho instrumento [Astrosurf 2005].

La pupila de entrada está iluminada de manera uniforme con una intensidad  $I_0$ . Sobre una pequeña porción de esta pupila, como se muestra en la figura (2.1), el flujo luminoso que pasa por esta pequeña porción ilumina la imagen intrafocal sobre una superficie más pequeña con una intensidad  $I_1$ , y la imagen extrafocal sobre una superficie igual a la intrafocal. Como las dos imágenes están a la misma distancia del foco; ya sea antes o después de éste; la intensidad  $I_0$  está concentrada de la misma manera para las dos imágenes, por lo tanto:

$$I_1 = I_2. \quad (2.1)$$

Ahora en el caso de un frente de onda con aberraciones se puede suponer que el frente de onda que pasa sobre la pupila tiene un defecto sobre la pequeña superficie considerada antes y el defecto es una curvatura como se muestra en la figura (2.2),



**Figura 2.2:** Prueba de Roddier en un instrumento o sistema óptico con aberraciones la intensidades  $I_1$  y  $I_2$  son diferentes. Dicha diferencia de intensidad está relacionada a la curvatura del frente onda.

debido a ésta curvatura el foco real de esta pequeña apertura está situado adelante del foco del instrumento, por lo tanto sobre la imagen intrafocal la luz está más concentrada que sobre la imagen extrafocal:

$$I_1 > I_2. \quad (2.2)$$

La teoría muestra que si se considera mantener en conjunto las dos imágenes y no solamente las pequeñas porciones como se mostró antes, la señal calculada de la sustracción efectuada sobre las dos imágenes; intrafocal y extrafocal; es proporcional al Laplaciano del frente de onda, como será revisado más adelante en este capítulo y en el siguiente.

$$S = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}. \quad (2.3)$$

Como el Laplaciano del frente de onda está asociado a la señal de curvatura del mismo frente de onda (Eq.(2.3)); donde el cálculo implica la segunda derivada; encontrar el frente de onda a partir del Laplaciano es ahora el problema inverso. Una vez obtenido el frente de onda a partir de la aplicación de un algoritmo especializado donde se pueden hacer correcciones geométricas y fotométricas se determina el frente de onda y se pueden conocer sus aberraciones.

Los cálculos para obtener el frente de onda son requeridos normalmente en tiempo real para poder hacer correcciones con óptica activa y adaptativa y poder deformar las superficies de los espejos de los telescopios y corregir las aberraciones del frente de onda.

## 2.3 Un ejemplo ilustrativo

La figura (2.3) representa la región del foco de un instrumento con aberración de esfericidad. Los rayos centrales convergen en una distancia focal más corta que la distancia focal de los rayos marginales.

Si  $I_1(\vec{r})$  es la distribución de luz en la imagen estelar intrafocal desenfocada una distancia  $e$ ,  $I_2(\vec{r})$  es la correspondiente distribución en la imagen extrafocal donde  $\vec{r}$  es un vector de posición en el plano imagen y  $f$  es la distancia focal del telescopio o sistema óptico [Tokovinin 2005]. Éstas dos imágenes son como imágenes de pupila reducidas en un factor de  $\frac{e}{f-e}$ . En la aproximación geométrica, la curvatura local del frente de onda hace que una imagen sea de mayor intensidad que la otra, la diferencia normalizada de intensidades o la señal de curvatura (Eq.(2.3)) ahora puede escribirse como:

$$\frac{I_1(\vec{r}) - I_2(\vec{r})}{I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r})} = \frac{f(f - e)}{e} \left[ -\nabla^2 W(\vec{r}) + \frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}} \delta_c + \frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}_2} \delta_{c2} \right]. \quad (2.4)$$

Donde el operador  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  es el llamado Laplaciano y es usado como se menciona antes en el cálculo de la curvatura de la distribución de fase  $W(\vec{r})$ , a lo largo de la pupila limitada por  $\delta_c$  distribución que representa la pupila del telescopio con un valor de 1 dentro de ella y 0 fuera. Es importante hacer notar que este método es acromático, es decir, puede aplicarse usando luz blanca y en el caso de su uso en telescopios ha demostrado ser insensible a los efectos de la turbulencia atmosférica, siendo aplicable con la diferencia de intensidades.

Para las imágenes de la figura (2.4), y en la zona central de ambas imágenes, en la imagen intrafocal existe un exceso de intensidad (marcado con “+” en la figura (2.3)) y en la imagen extrafocal una deficiencia de intensidad (marcado con “-”) como se nota en la figura (2.3), los rayos centrales convergen más cerca de la imagen intrafocal. En la zona marginal de ambas imágenes, la imagen intrafocal tiene una intensidad más baja (marcada como “-”) y se nota un exceso (“+”) en la imagen extrafocal convergiendo los rayos marginales más cerca de la imagen extrafocal, como también puede verse en la figura (2.3).

Una vez que se efectuada la sustracción  $S$  de las dos imágenes; extrafocal e intrafocal; se obtienen los resultados siguientes(figura (2.5)):

En la Zona central:

Se manifiesta un exceso de intensidad ya que  $(+) - (-) = (+)$

En la Zona Marginal:

Se manifiesta un deficiencia de intensidad ya que  $(-) - (+) = (-)$

El Frente de onda está relacionado, via el operador Laplaciano con la señal  $S$  obtenida de la sustracción de las dos imágenes intra y extrafocal.

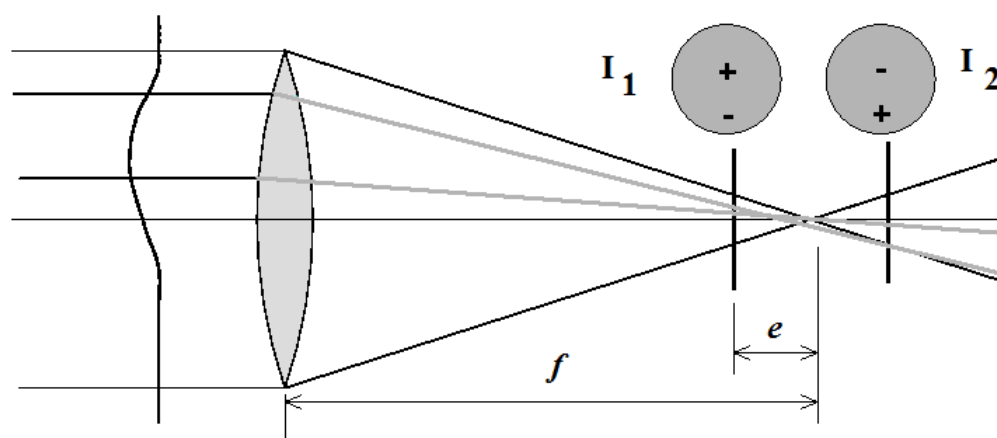


Figura 2.3: Región del foco de un sistema óptico con aberración esférica, donde en el borde del sistema se tiene una distancia focal más larga que en el centro. Los signos + y - se refieren a diferentes intensidades luminosas sobre las imágenes intrafocal y extrafocal a diferencia de una donde habría una distribución uniforme de intensidad en la ausencia de aberraciones como el caso de la figura 1.

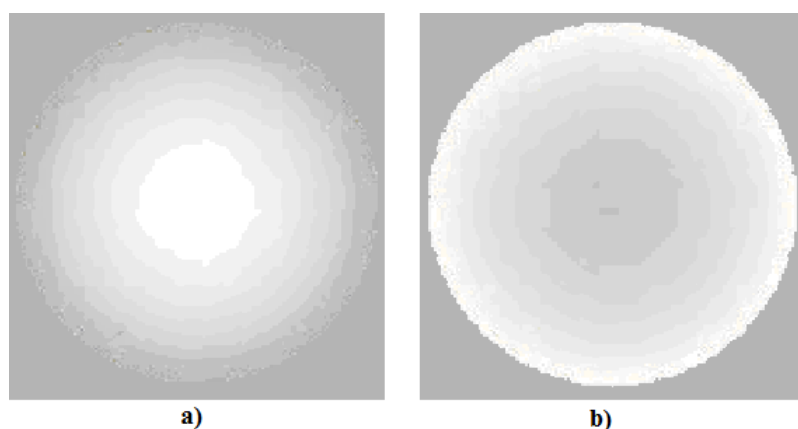
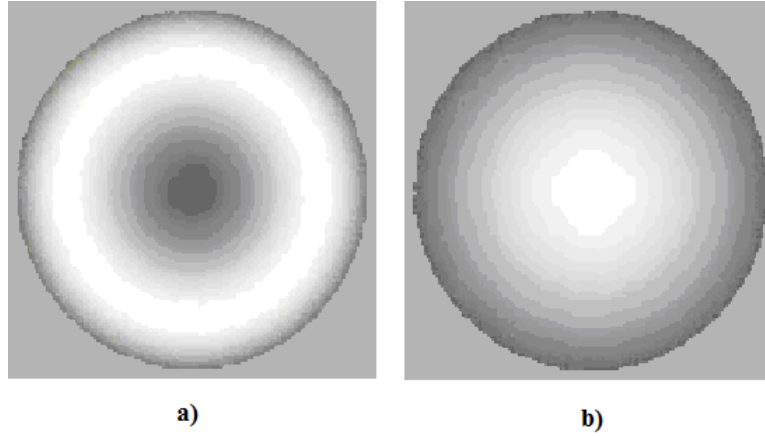


Figura 2.4: a) Imagen intrafocal b) Imagen extrafocal.



**Figura 2.5: Aberración de esfericidad. a) Frente de onda y b) Laplaciano del frente de onda.**

El frente de onda correspondiente a la aberración de esfericidad de este ejemplo, es representado en niveles de gris en la figura (2.5). El frente de onda es cóncavo en el centro y convexo en el borde.

## 2.4 Un ejemplo práctico

Una vez reconstituido el frente de onda se pueden obtener los valores de las principales aberraciones descomponiendo el frente de onda en polinomios de Zernike (Apéndice A). En 1934 Zernike presenta por primera vez el conjunto de polinomios que lleva su nombre en su trabajo acerca de la prueba de la navaja o prueba de Foucault, desde entonces, su uso para la descripción de aberraciones ópticas clásicas es bien conocido.

Los polinomios de Zernike son funciones ortogonales y están definidas en el interior de un círculo unitario, son un producto de funciones radiales y angulares y pueden ser desarrollados como una serie de funciones. Con el desarrollo de polinomios de Zernike se puede describir un frente de onda arbitrario sobre una apertura circular en función del radio de la apertura y de un desplazamiento angular [Born and Wolf 1980]. De tal manera pueden ser descritas múltiples aberraciones sobre un frente de onda, es decir, al utilizar varios polinomios en una serie, se puede reconstruir un frente de onda afectado por varias aberraciones. De manera inversa un frente de onda medido puede ser ajustado por varios polinomios lo que permite obtener sus aberraciones, por ejemplo, la imagen de la figura (2.5a) es la representación de un polinomio de Zernike que describe la aberración de esfericidad.

Para el caso inverso mencionado arriba y a manera de ejemplo, se reproduce

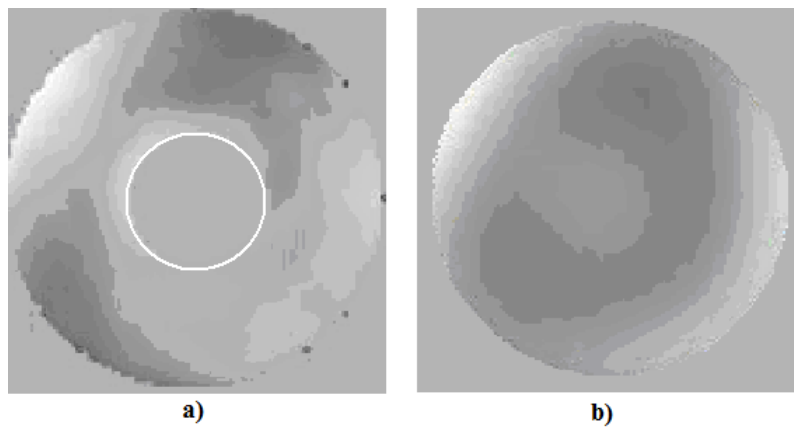


aquí un extracto del análisis de un pequeño telescopio Schmidt-Cassegrain, comercial y de buena calidad. La figura (2.6a) es la imagen del frente de onda reconstruido por un software de distribución gratuita, a partir de dos imágenes, intrafocal y extrafocal. La figura (2.6b) es la imagen del frente de onda reconstruido a partir de los valores de las aberraciones a partir de los primeros 22 polinomios de Zernike, al utilizar los 22 primeros polinomios permite obtener las principales aberraciones y reconstruir la forma general del frente de onda. Generalmente los primeros polinomios de Zernike de una serie completa; es este caso de 22 polinomios; contienen la parte más significativa de las aberraciones, por lo que el error residual no es considerable. En la tabla de la figura (2.6) se presentan los valores RMS más significativos de los polinomios correspondientes también a aberraciones conocidas.

## 2.5 Conclusión

La prueba de Roddier a demostrado ser muy útil en la caracterización de sistemas ópticos, es ampliamente aplicada en sistemas de óptica activa y adaptativa, debido a que se pueden desarrollar fácilmente los algoritmos en la creación de programas rápidos y precisos aplicables en tiempo real. Es una prueba acromática que puede hacerse con luz blanca generalmente proveniente de estrellas cercanas al campo de observación para el caso de los telescopios astronómicos, siendo prácticamente insensible a la turbulencia atmosférica, cuando se utiliza con las distancias de desenfoque adecuadas. Además no requiere del uso de arreglos de múltiples lentes como es el caso de los sensores de Shack-Hartmann.

Debido a lo anterior se planteó su uso para medir el “salto” o diferencia de pistón entre los segmentos de los grandes espejos segmentados de los telescopios modernos, ya que la prueba podría permitir su aplicación simultánea con las pruebas y sistemas de óptica activa y adaptativa, la medida de aberraciones de los segmentos de manera individual, así como, de la superficie completa. El usar esta prueba en dichos sistemas suponía en sí un reto, debido a que la prueba había sido aplicada únicamente en superficies continuas y no había sido demostrado su uso en superficies segmentadas, es decir, funciones discontinuas.



Aberración	Valor RMS (nm)
astigmatismo (y)	-17.5
astigmatismo (x)	12.5
coma (y)	4.4
coma (x)	1.17
esfericidad	7.75

Figura 2.6: a) Frente de onda calculado con un software aplicando el algoritmo de la prueba de curvatura de Roddier. b) El frente de onda reconstruido a partir de 22 polinomios de Zernike y utilizando los valores RMS proporcionados por el programa mencionado. La tabla muestra las principales aberraciones tomadas de esos 22 valores, las unidades están dadas en nanómetros.

# Capítulo 3

## Ecuación de Curvatura para superficies ópticas segmentadas

### 3.1 Introducción

Se demuestra que la ecuación de curvatura puede ser modificada usando algunas propiedades de la Teoría de Distribuciones y puede ser aplicada en las pruebas de superficies ópticas segmentadas, como en los telescopios de espejos segmentados. Se puede mostrar que además de obtener las aberraciones individuales de cada uno de los segmentos, la ecuación modificada contiene la información del pistón relativo y tip-tilt entre segmentos. También puede ser verificada la validez de la ecuación a través de simulaciones numéricas y de manera experimental en el laboratorio.

Como se ha mencionado ya, en los proyectos de grandes telescopios es difícil escapar a la idea de hacerlos con espejos segmentados, lo que permite sobrepasar ciertas restricciones tecnológicas que se presentan en el caso de espejos primarios monolíticos. Sin embargo, junto con las ventajas tecnológicas; que supone por supuesto, el tener un espejo de gran diámetro, mucho mayor al los grandes espejos monolíticos, en este capítulo se profundiza en el problema relacionado con los espejos segmentados que es el de cofaseo.

En la actualidad si se quiere que un telescopio con espejo primario segmentado produzca imágenes de alta calidad, es decir, se requiere que las aberraciones de pistón, desenfoque relativo y desalineaciones sean menores que 20nm RMS [Bello 2000]. Se puede añadir, además, que en contraste con los métodos convencionales de pruebas ópticas en espejos de telescopios, no solamente es necesario evaluar la calidad de los segmentos en sí, sino que también, medir el pistón y tip-tilt entre segmentos. Aunque se sugieren otros métodos para evaluar el cofaseo, se propone la aplicación del método de curvatura, como un buen método de evaluación de superficies ópticas segmentadas, especialmente aplicada en la medida de

pistón y tip-tilt entre los segmentos.

Rodríguez-Ramos y Fuensalida [Rodríguez-Ramos and Fuensalida 1997] realizaron las primeras investigaciones para verificar si el método de curvatura era aplicable para medir las diferencias de cofaseo en el telescopio GTC. Las simulaciones fueran hechas con luz blanca para el caso de imágenes ligeramente desenfocadas, entre 15 y 20 cm del foco. G. Chanan et al. [Chanan *et al.* 1999] propuso el método de discontinuidad de fase como una herramienta alternativa al cofaseo del telescopio Keck, de hecho esto es una modificación del mismo método de curvatura donde un par de imágenes desenfocadas son usadas con  $3.3\mu\text{m}$ , de longitud de onda [Cuevas *et al.* 2000].

En este capítulo se examina teóricamente la factibilidad de aplicar el método de curvatura para cofaseo y especialmente en el caso de imágenes muy desenfocadas. Como se mostrará a lo largo de este capítulo, la aplicación del método de curvatura con imágenes muy desenfocadas tiene dos ventajas, primero, permite incrementar la resolución y segundo disminuye la influencia de la atmósfera en la calidad de la reconstrucción de la superficie del espejo. Se considera también que la superficie entera del espejo está compuesta de superficies suaves y pequeñas las cuales tienen discontinuidades o escalones a lo largo de sus orillas. Se puede describir la superficie del espejo usando una aproximación de la Teoría de Distribuciones, conocida también por Teoría de Funciones Generalizadas, esta descripción permite derivar de manera relativamente simple la ecuación de curvatura lo que permite establecer una relación entre la señal de curvatura medida y la superficie del espejo segmentado.

En la primera parte de este capítulo se estima la magnitud óptima para la distancia de desenfoque en telescopios del tipo Keck o GTC, esta distancia será la que permitirá lograr una mayor resolución de la medida de superficie. Se continúa con la descripción de la aproximación geométrica de la ecuación de curvatura y se presentan algunos resultados de la Teoría de las Distribuciones que serán aplicados en el desarrollo de este trabajo, secciones 2 y 3. En la sección 4 se deriva la ecuación de curvatura aplicable en caso de superficies segmentadas y se analizan dos casos importantes, pistón puro y la combinación de pistón y tip-tilt. En la sección 5 se hace una comparación de la teoría con los resultados de la simulación numérica al final se hace una breve introducción de los resultados experimentales que serán vistos en el siguiente capítulo.

## 3.2 La turbulencia atmosférica y los telescopios astronómicos.

“La teoría de la fabricación de telescopios está más allá de lo que puede ser llevado a la práctica, debido a que el aire a través del cual son observadas las estrellas está en un perpetuo temblor, el cual puede ser visto como el movimiento tembloroso en las sombras que pueden proyectar las construcciones altas y por el centelleo de las estrellas fijas. Sin embargo estas estrellas no centellean al ser vistas con un telescopio de gran apertura, pero sí centellea cada rayo de luz que pasa a través de las diversas partes de la apertura del telescopio, cayendo cada rayo al mismo tiempo en distintas partes del ojo, con movimientos tan rápidos y confusos para ser distinguidos con precisión. Todos esos puntos iluminados forman un punto luminoso extendido, compuesto de todos esos puntos vibrantes confusa y insensiblemente mezclados unos con otros por movimientos muy cortos y rápidos, siendo esta la causa de que la estrella aparezca mucho más extendida de como realmente es [Newton 1704]”. Cuando Newton escribió su *TREATISE OF THE REFLEXIONS, REFRACTIONS, and COLOURS OF LIGHT, OPTICKS*, tenía completamente identificada la causa de las malas imágenes astronómicas dadas por los telescopios, y dio como único remedio el ir a la cumbre de las altas montañas arriba de las nubes más gruesas donde puede encontrarse el aire más quieto y sereno. Newton tenía razón, la calidad de la imagen observada se mejora buscando un sitio alto, sin embargo las imágenes dadas por los telescopios siguen siendo afectadas por la turbulencia atmosférica de altas capas [Garfias 1996].

Los telescopios astronómicos son sistemas ópticos que colectan la mayor cantidad de luz posible proveniente de las estrellas pudiendo ser consideradas; desde el punto de vista óptico; como un objeto puntual luminoso en el infinito, para formar una imagen tan pequeña y exacta como sea posible. Para la astronomía uno de los principales intereses en un telescopio es la resolución angular, la que está dada por la siguiente ecuación:

$$\rho_{ang} = 1.22\lambda/D, \quad (3.1)$$

donde  $\rho_{ang}$  es el diámetro angular (FWHM, “Full Width at Half Maximum”) en radianes de la imagen de un objeto puntual dada por el telescopio,  $\lambda$  representa la longitud de onda observada y  $D$  el diámetro o apertura del telescopio. Idealmente la resolución angular mejoraría con el aumento del diámetro del telescopio, sin embargo la turbulencia atmosférica la reduce drásticamente.

Se introduce aquí de manera simple el parámetro de Fried,  $r_0$ , como el diámetro de un telescopio pequeño cuya imagen no se ve perturbada por la turbulencia, siendo este diámetro la longitud de coherencia en la fase del frente de onda, el cual limita la resolución angular del telescopio. Entonces, el diámetro angular  $\rho$

$\lambda$ ( $\mu\text{m}$ )	$r_0$ ( $\text{cm}$ )
0.5	10
0.9	20
1.25	30
2.2	60

**Tabla 3.1:** Valores típicos de  $r_0$  para algunas longitudes de onda.

de la imagen de una fuente puntual en un telescopio en relación con  $r_0$  varía como  $\lambda/r_0$  para  $r_0$  menores al diámetro  $D$  del telescopio, y  $\lambda/D$  como en la Eq. (3.1), para valores de  $r_0$  mayores a  $D$ . Los valores de  $r_0$  están en el orden de las decenas de centímetros para el espectro visible y el cercano infrarrojo y en función de la longitud de onda de la luz y de la distancia al cenit. La tabla (3.1) lista una serie de valores de  $r_0$  para algunas longitudes de onda, considerando el diámetro de una imagen de una fuente puntual o de una estrella, igual a un segundo de arco en el visible ( $0.5\mu\text{m}$ ).

El diámetro de la imagen de una estrella, también llamado el disco de “seeing”, varía aproximadamente de 0.3 a 10 segundos de arco y a veces más. Un diámetro típico de la imagen es de 2 segundos de arco, lo que correspondería a un telescopio con una apertura límite de 6 cm en el espectro visible [Babcock 1953]. La palabra inglesa “seeing”, usada en este trabajo, es aplicada ampliamente en la descripción de los efectos de la turbulencia atmosférica en la óptica de los telescopios astronómicos. Los astrónomos conocen como “seeing” a los efectos producidos por la turbulencia atmosférica en la calidad de la imagen dada por un telescopio, aunque la gente que trabaja con la óptica de los telescopios se refiere al “seeing” indistintamente como a las perturbaciones causadas por la turbulencia atmosférica ya sea en la imagen o en el frente de onda que llega a la pupila del telescopio.

### 3.3 La Ecuación de Curvatura y su aproximación geométrica

La ecuación de curvatura fue desarrollada por F. Roddier usando las propiedades de difracción [Roddier 1987] y años más tarde usando la ecuación de transporte de Irradiancia [Roddier 1990]. La ecuación es escrita como:

$$\frac{I_1(\vec{r}) - I_2(\vec{r})}{I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r})} = \frac{f(f - e)}{e} \left[ -\nabla^2 W(\vec{r}) + \frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}} \delta_c + \frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}_2} \delta_{c2} \right], \quad (3.2)$$

Donde  $I_1(\vec{r})$  e  $I_2(\vec{r})$  son las irradiancias de los planos intrafocal y extrafocal respectivamente,  $\delta_c$  es una distribución la cual vale 1 dentro de la pupila y 0 fuera de ella;  $\vec{n}$  es un vector unitario con dirección hacía afuera de la pupila. En el caso de la pupila de un telescopio Cassegrain, es decir, una pupila de telescopio con obstrucción central, debe ser considerada una distribución  $\delta_{c2}$  término en la orilla de la obstrucción central y un vector unitario  $\vec{n}_2$  en dirección hacia la obstrucción central,  $f$  es la distancia focal del telescopio y  $e$  es la distancia de desenfoco desde el plano focal del telescopio y la diferencia normalizada de irradiancias es la señal de curvatura que está dada por:

$$S = \frac{I_1(\vec{r}) - I_2(\vec{r})}{I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r})}. \quad (3.3)$$

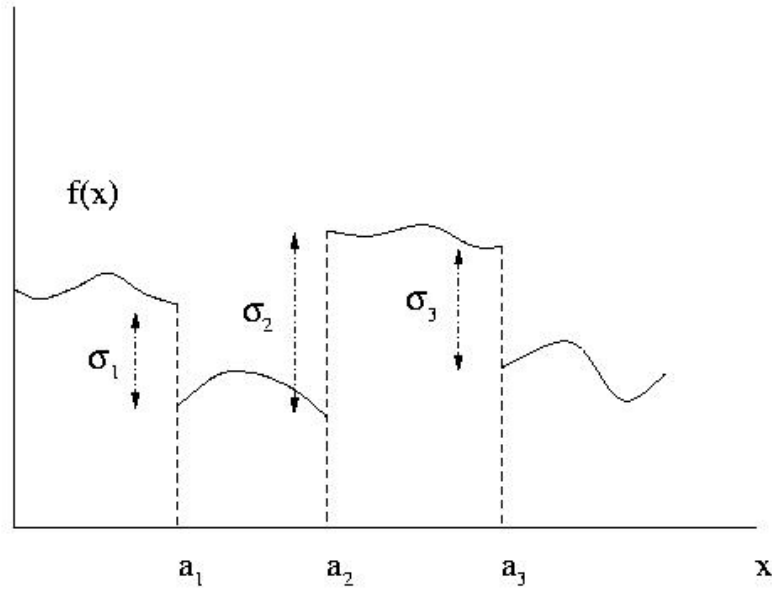
La ecuación de curvatura es válida dentro de la aproximación geométrica:

$$\frac{\lambda}{r_0}(f - e) \ll \frac{r_0 e}{f}. \quad (3.4)$$

Esta relación [Roddier and Roddier 1993] es obtenida considerando que los efectos de difracción producidos por fluctuaciones en el frente de onda inducidas por la turbulencia con una longitud de coherencia de  $r_0$ , hacen borrosa la imagen desenfocada a una distancia  $f - e$  del plano focal. Esta imagen borrosa debe ser más pequeña que las fluctuaciones que se quieren medir en el plano desenfocado, las cuales son dadas por  $r_0$  escalado por un factor  $e/f$ .

Al usar un detector CCD sensible al espectro visible de la luz ( $0.5\mu\text{m}$ ) para obtener imágenes con un seeing de tamaño angular típico de  $0.6''$  correspondiente a un ( $r_0 = 15\text{ cm}$ ) y  $f = 170\text{m}$ , de la Eq.(3.4) se puede estimar que  $e$  no puede ser mayor que 2m. El valor de esta estimación ha sido examinada por Orlov et. al. [Orlov *et al.* 2000].

Otros efectos debidos a la difracción pueden ser tomados en cuenta y son aquellos debidos a la separación o “gap” entre los segmentos. La dimensión  $s$  de esta separación entre segmentos será siempre menor que la longitud de coherencia atmosférica siendo el área total de esta separación menor al 0.01 del área total del segmento. En dirección perpendicular la separación tiene la mitad de la dimensión de los segmentos lo cual está tomado en cuenta en la Eq.(3.4). La separación entre segmentos puede afectar la fotometría de las imágenes intra y extrafocales principalmente cerca de la orilla de los segmentos, donde la señal de pistón aparece, a fin de reducir dichos efectos, la envolvente de la figura de difracción producida



**Figura 3.1:** Una función continua por secciones con tres puntos de discontinuidad,  $a_1$ ,  $a_2$  y  $a_3$ .

por la separación entre segmentos debe ser más grande que la separación de la proyección entre los segmentos en los planos intra y extrafocales. Tomando las consideraciones anteriores se llega a la siguiente desigualdad:

$$\frac{\lambda}{s}(f - e) \gg \frac{se}{f}. \quad (3.5)$$

Si  $s = 3\text{mm}$  se puede demostrar que  $e \ll 168\text{m}$ . Un factor de diez implica que la imagen desenfocada debería tener al menos “17m” del plano focal. Así que, la distancia de desfoque tiene un valor mínimo y máximo permitido de:  $2\text{m} \ll e \ll 17\text{m}$ .

En los sistemas de óptica adaptativa y en pruebas ópticas [Roddiier *et al.* 1994], las imágenes de la pupila desenfocada son usadas en lugar de las imágenes desenfocadas del plano focal. Un manejo óptico ha sido propuesto por Teague [Teague 1983] para este caso, un colimador (una lente cuyo plano focal coincide con el plano focal del telescopio) que conjuga la pupila del telescopio cerca de la imagen focal, siendo también de hecho, el esquema óptico del SCIDAR [Rocca *et al.* 1982]. Cabe hacer notar que las pupilas desenfocadas no son estrictamente conjugadas de las imágenes desenfocadas y éstas deben ser simétricas con la posición de la imagen de la pupila dada por el colimador.



### 3.4 Algunas propiedades de la Teoría de Distribuciones

La Teoría de Distribuciones o Teoría de Funciones Generalizadas fue formulada por Schwartz [Schwartz 1979], permitiendo formalizar y simplificar los cálculos de funciones no continuas. Un ejemplo de una función generalizada es mostrada en la figura (3.1), como una función continua por secciones, cuya derivada puede ser definida en todo su dominio, incluyendo los puntos de discontinuidad  $a_1, a_2$  y  $a_3$ , su derivada está dada por [Roddier 1978]:

$$f'(x) = \{f'(x)\} + \sigma_1\delta(x - a_1) + \sigma_2\delta(x - a_2) + \sigma_3\delta(x - a_3), \quad (3.6)$$

donde  $\{f'(x)\}$  es una distribución o función generalizada asociada a la derivada en el sentido de las funciones. El término  $\sigma_j$  representa el “salto” de la función sobre el punto de discontinuidad y está definido por:

$$\sigma_j = f(a_j^+) - f(a_j^-), \quad (3.7)$$

donde los superíndices + y - describen a la función después y antes del punto de discontinuidad respectivamente.

Es posible escribir la segunda derivada calculándola directamente de la derivada de la Eq.(3.6):

$$f''(x) = \{f''(x)\} + \sigma'_1\delta(x - a_1) + \sigma'_2\delta(x - a_2) + \sigma'_3\delta(x - a_3) + \sigma_1\delta'(x - a_1) + \sigma_2\delta'(x - a_2) + \sigma_3\delta'(x - a_3), \quad (3.8)$$

donde  $\{f''(x)\}$  es una distribución asociada a la segunda derivada de  $f(x)$  en el sentido de las funciones. En la Eq.(3.8), el término  $\sigma'_j$  describe la derivada del “salto”, es decir, la diferencia de las derivadas sobre el punto de discontinuidad:

$$\sigma'_j = \frac{\partial f(a_j^+)}{\partial x} - \frac{\partial f(a_j^-)}{\partial x}. \quad (3.9)$$

El término  $\delta'(x)$ , la derivada de la “Delta de Dirac” puede ser escrita como:

$$\delta'(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \delta\left(x + \frac{1}{2k}\right) - \delta\left(x - \frac{1}{2k}\right) \right]. \quad (3.10)$$

De hecho, esta distribución describe un dipolo eléctrico multiplicado por  $-1$  a lo largo del eje X a continuación se describe la delta de dirac  $\delta$ .

### 3.4.1 Una descripción “física” de la delta de Dirac y sus derivadas

Muchas de las funciones generalizadas pueden ser representadas como límites de algunas funciones continuas, por ejemplo una de tales representaciones para la delta de Dirac puede ser escrita como:

$$\delta(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} [k \exp(-\pi k^2 x^2)]. \quad (3.11)$$

A partir de la Eq.(3.10), la derivada de la delta de Dirac puede ser escrita como:

$$\delta'(x) = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ k \exp(-\pi k^2 (x + \frac{1}{2k})^2) - k \exp(-\pi k^2 (x - \frac{1}{2k})^2) \right]. \quad (3.12)$$

En las siguientes figuras se hace una descripción gráfica simple de la delta de Dirac usando una aproximación también gráfica representada por una curva gaussiana angosta.

### 3.4.2 Dos ejemplos en dos dimensiones

En la figura (3.2) se puede observar una función con pistón puro segmentado junto con las derivadas primera y segunda a partir de las ecuaciones (3.6) y (3.8). La primera derivada muestra las deltas de Dirac sobre la función denominada “saltos” sobre los puntos  $a_1, a_2, a_3$ , donde la amplitud de la delta es proporcional al tamaño del escalón del pistón en esos puntos. La segunda derivada muestra las derivadas de las deltas de Dirac:  $\delta'(x - a_j)$ , donde también la amplitud de esas derivadas es proporcional al tamaño de los escalones.

La figura (3.3) representa una función continua por segmentos con tip-tilt puro, su primera derivada es una función segmentada de puro pistón, la segunda derivada muestra las deltas de Dirac en los puntos  $a_1, a_2, a_3$ , proporcional a los “saltos” de la primera derivada. Comparando las figuras (3.3) y (3.2) se puede mostrar que la información relacionada con el tip-tilt y el pistón es descrita por diferentes entidades matemáticas. En el primer caso la información del pistón puro es obtenida mediante las derivadas de las deltas de Dirac proporcionales al pistón relativo. En una función de tip-tilt relativo puro, las amplitudes de la delta de Dirac son proporcionales a los “saltos”.

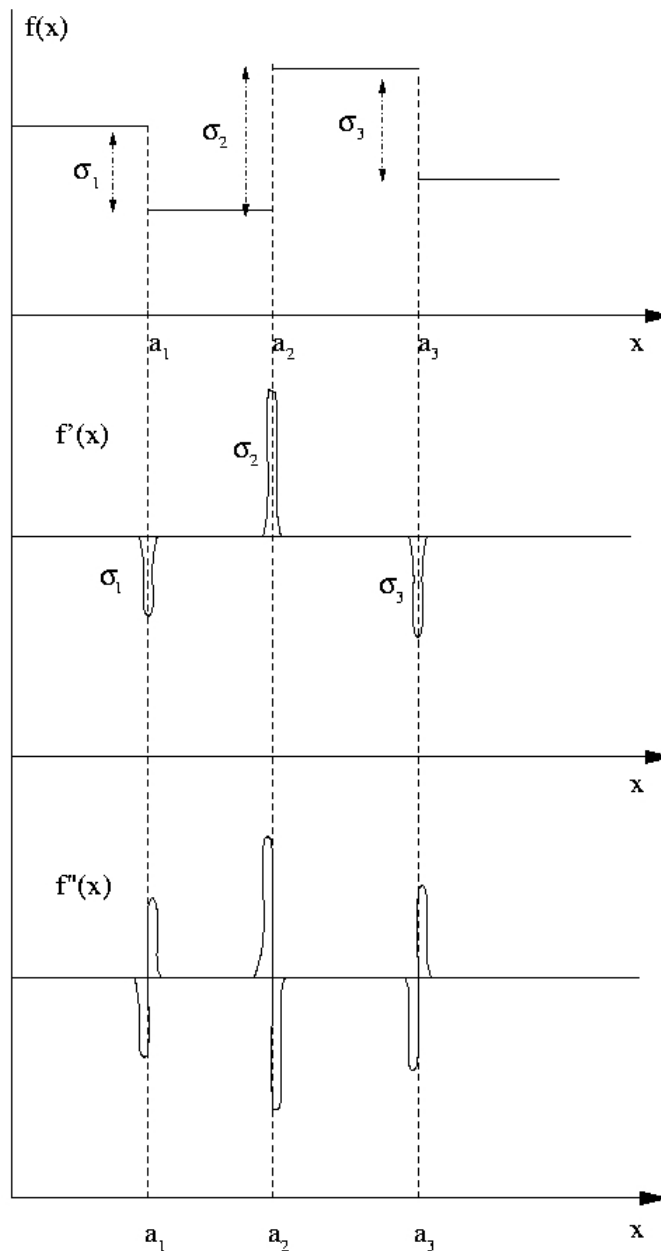


Figura 3.2: Se muestra una función pura segmentada con pistón seguida de: La primera derivada donde se observan las deltas de Dirac en los puntos de “salto”  $a_1, a_2, a_3$  de la función, las amplitudes de las deltas de Dirac son proporcionales a esos “saltos”. La segunda derivada, las derivadas de los delta de Dirac  $\delta'(x - a_j)$ , donde también la amplitud de esas derivadas de  $\delta$  son proporcionales a la amplitud de los “saltos”.

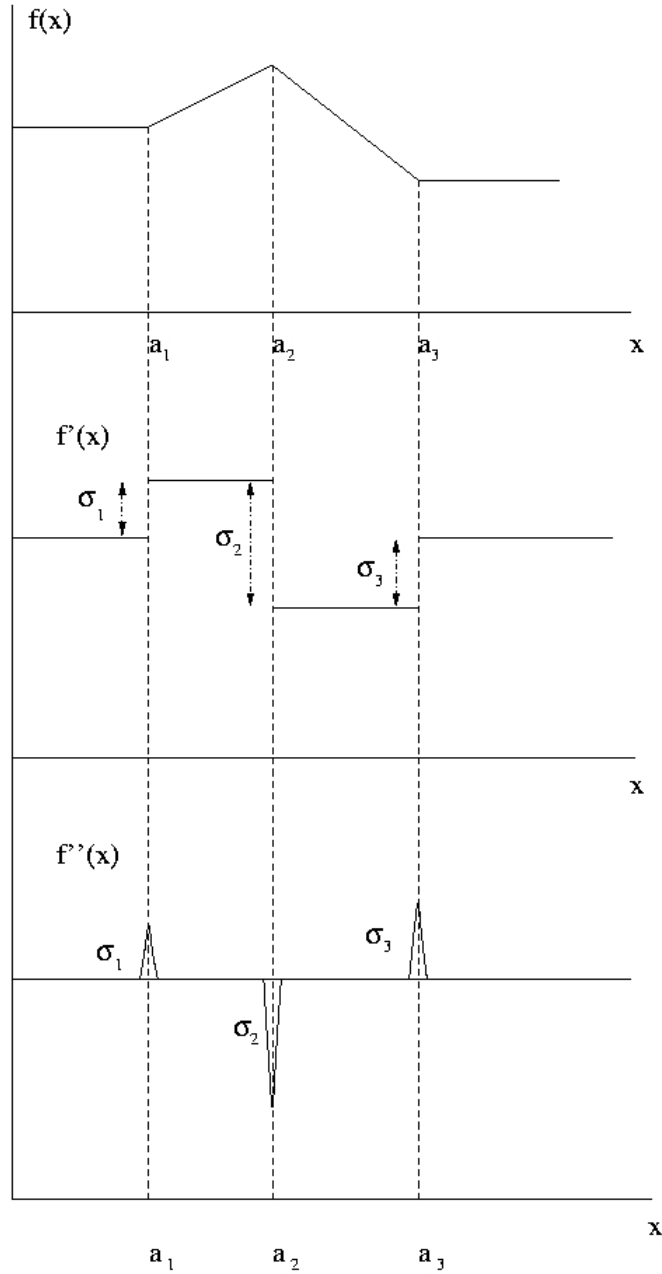


Figura 3.3: Se muestra primero una función continua segmentada con tip-tilt puro. La primera derivada es una función segmentada con pistón puro. La segunda derivada muestra las deltas de Dirac en los puntos  $a_1, a_2$  y  $a_3$  para los cuales la amplitud es proporcional a la amplitud de la primera derivada del escalón de los “saltos”. Comparando esta figura con la figura (3.2), se puede observar que la información del tip-tilt relativo y del pistón es descrita mediante diferentes entidades matemáticas.

### 3.5 La Ecuación de Curvatura para una superficie óptica segmentada

Una generalización en tres dimensiones de funciones continuas por secciones presentada en el sección 3.3 no es muy complicada y es posible escribirla para una superficie segmentada. Sin pérdida de generalidad se puede considerar un espejo primario hexagonal de 36 segmentos similar al de los telescopios Keck o GTC. La función de dos dimensiones  $W(\vec{r})$  que describe el frente de onda que llega desde el espejo primario es en si una función continua por segmentos y la función  $W_j(\vec{r})$  corresponde a la función continua que describe el frente de onda proveniente del segmento  $j$ -ésimo.

Usando el concepto de derivada para funciones continuas por segmentos dentro de la teoría de las distribuciones, se puede expresar la función del Laplaciano de un espejo segmentado primeramente como la suma de los Laplacianos  $\nabla^2 W_j(\vec{r})$  dentro de cada segmento. El Laplaciano asociado es completado por la función y gradiente “saltos” multiplicado por la derivada lineal de la delta y la distribución lineal de la delta respectivamente sobre las interfaces de los segmentos.

Substituyendo este Laplaciano en la Eq.(3.2) la ecuación de curvatura modificada es escrita como sigue [Cuevas *et al.* 2000]:

$$S(\vec{r}) = \frac{f(f - e)}{e} \left[ - \sum_{j=1}^{36} \{ \nabla^2 W_j(\vec{r}) \} - \sum_{m=1}^N \sigma'_m \delta(\vec{r} - \vec{r}_m) - \sum_{m=1}^N \sigma_m \delta'(\vec{r} - \vec{r}_m) + \frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}} \delta_1 + \frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}_2} \delta_2 \right], \quad (3.13)$$

donde el primer término representa el Laplaciano dentro de cada segmento,  $N$  es el número de interfases entre segmentos ( $N = 103$ , para 36 segmentos) y  $\sigma'_m$  es el “salto” del gradiente de la orilla entre cada interfase de segmento. El componente  $\delta(\vec{r} - \vec{r}_m)$  es una distribución lineal del impulso delta de Dirac,  $\sigma_m$  paralelo al lado de cada par de segmentos, siendo el “salto” del frente de onda en la interfase del segmento,  $\sigma_m$  es un vector unitario apuntando en dirección perpendicular hacia fuera de la orilla de la pupilas del telescopio y  $\vec{n}_2$  es un vector unitario apuntando hacia el centro de la pupila y perpendicular hacia a la obstrucción central de la pupila.  $\delta_{gtc1}$  y  $\delta_{gtc2}$  son respectivamente las distribuciones lineales de los impulsos delta de Dirac definidos sobre la orilla de la pupila del telescopio y en la orilla de la obstrucción central.

En otras palabras, el primer término en la Eq.(3.13) describe las aberraciones de cada uno de los segmentos, el segundo término contiene la información del tip-tilt relativo y el tercero es el que da la información del pistón relativo. Finalmente

los últimos dos términos describen el gradiente del frente de onda en las orillas, tanto de la pupila como de la obstrucción central.

La solución a esta ecuación da el frente de onda justo antes del telescopio segmentado, sin embargo, es posible basándose en esta ecuación hacer un sistema cerrado para el mantenimiento del cofaseo de un telescopio, pudiendo ser posible desarrollar un sistema de óptica adaptativa (OA) similar a los sistemas actuales [Graves and Northcott 1998] a partir de sensores de curvatura donde un sistema de cofaseo puede ser aplicado en tiempo real.

### 3.5.1 Dos ejemplos particulares

A continuación y a manera de ilustración se presentan dos ejemplos particulares los cuales de hecho son una generalización en tres dimensiones de la Figura (3.2) y la Figura (3.3) en un telescopio segmentado. El primer ejemplo es un telescopio segmentado con aberraciones de pistón puras mientras que el segundo de los ejemplos es un telescopio segmentado con segmentos de calidad óptica perfecta pero desalineados debido a tip-tilt y pistón relativos.

#### Aberraciones de pistón puro

En el caso de segmentos perfectos con pistón relativo entre ellos, las derivadas en la orilla de la pupila y en la orilla de la obstrucción son cero.

No hay derivadas de “saltos” en las orillas de los segmentos porque la derivada dentro y en la orilla de los segmentos es cero:  $\sigma'_m = 0$ , también el Laplaciano dentro de cada segmento es igual a cero:  $\nabla^2 W_j(\vec{r}) = 0$ , por lo tanto, la ecuación de curvatura (3.13) puede ser simplificada como:

$$\frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}} \delta_{gtc1} = 0, \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}_2} \delta_{gtc2} = 0. \quad (3.15)$$

$$S(\vec{r}) = \frac{f(f-e)}{e} \left[ - \sum_{m=1}^N \sigma_m \delta'(\vec{r} - \vec{r}_m) \right]. \quad (3.16)$$

Existe solamente un derivada lineal de la delta de Dirac en la orilla de las interfases. Las derivadas tienen amplitudes  $\sigma_m$  proporcionales a los escalones de los “saltos” del frente de onda dado por pistón relativo, tales derivadas de las deltas deben tener simetría positiva-negativa.

### Combinación de pistón y tip-tilt

Un ejemplo más complicado es el caso de un espejo con segmentos perfectos pero desalineados, es decir, cuando se presentan tanto tip-tilt y pistón relativos. En este caso solamente el Laplaciano dentro del área de cada segmento vale cero, entonces, la ecuación de curvatura correspondiente puede ser escrita:

$$S(\vec{r}) = \frac{f(f-e)}{e} \left[ - \sum_{m=1}^N \sigma'_m \delta(\vec{r} - \vec{r}_m) - \sum_{m=1}^N \sigma_m \delta'(\vec{r} - \vec{r}_m) + \frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}} \delta_1 + \frac{\partial W(\vec{r})}{\partial \vec{n}_2} \delta_2 \right]. \quad (3.17)$$

La señal de curvatura debe tener un valor diferente de cero en la orilla de la pupila y la orilla de la obstrucción central. La señal en la interfaz de los segmentos debe ser la suma algebraica de las amplitudes de las deltas de Dirac y de las derivadas de las deltas de Dirac. Esas señales pueden ser no simétricas positiva-negativa.

## 3.6 Simulaciones numéricas

Se presenta aquí el caso del espejo primario de 36 segmentos con aberración de pistón puro con un valor RMS de 61nm y en el caso de una combinación de tip-tilt + pistón tiene un valor RMS de 40nm. Para esta simulación las distancias de desenfoco son 4m e incluyen los efectos de la turbulencia atmosférica con un parámetro de Fried  $r_0 = 15\text{cm}$  para la porción del espectro visible de la luz blanca. Se propagaron 1000 pantallas de fase como un frente de onda perturbado por la turbulencia atmosférica, esto simula imágenes de largo tiempo de exposición [Orlov *et al.* 2000].

### 3.6.1 Simulación de la aberración de pistón puro

En la figura (3.4) se muestra la pupila del telescopio el tono más brillante de gris corresponde al valor de pistón más grande. La figura (3.5) muestra la señal de curvatura y la figura (3.6) muestra el corte de la línea vertical mostrada en la imagen de la figura (3.4).

Las derivadas de las deltas de Dirac, pueden verse en la figura (3.5) como líneas continuas brillantes a oscuras entre los segmentos. Se nota que no existe señal de curvatura en la orillas de la pupila y tampoco en la orilla de la obstrucción central debido a que el valor correspondiente de la derivada en esa zona vale cero, de

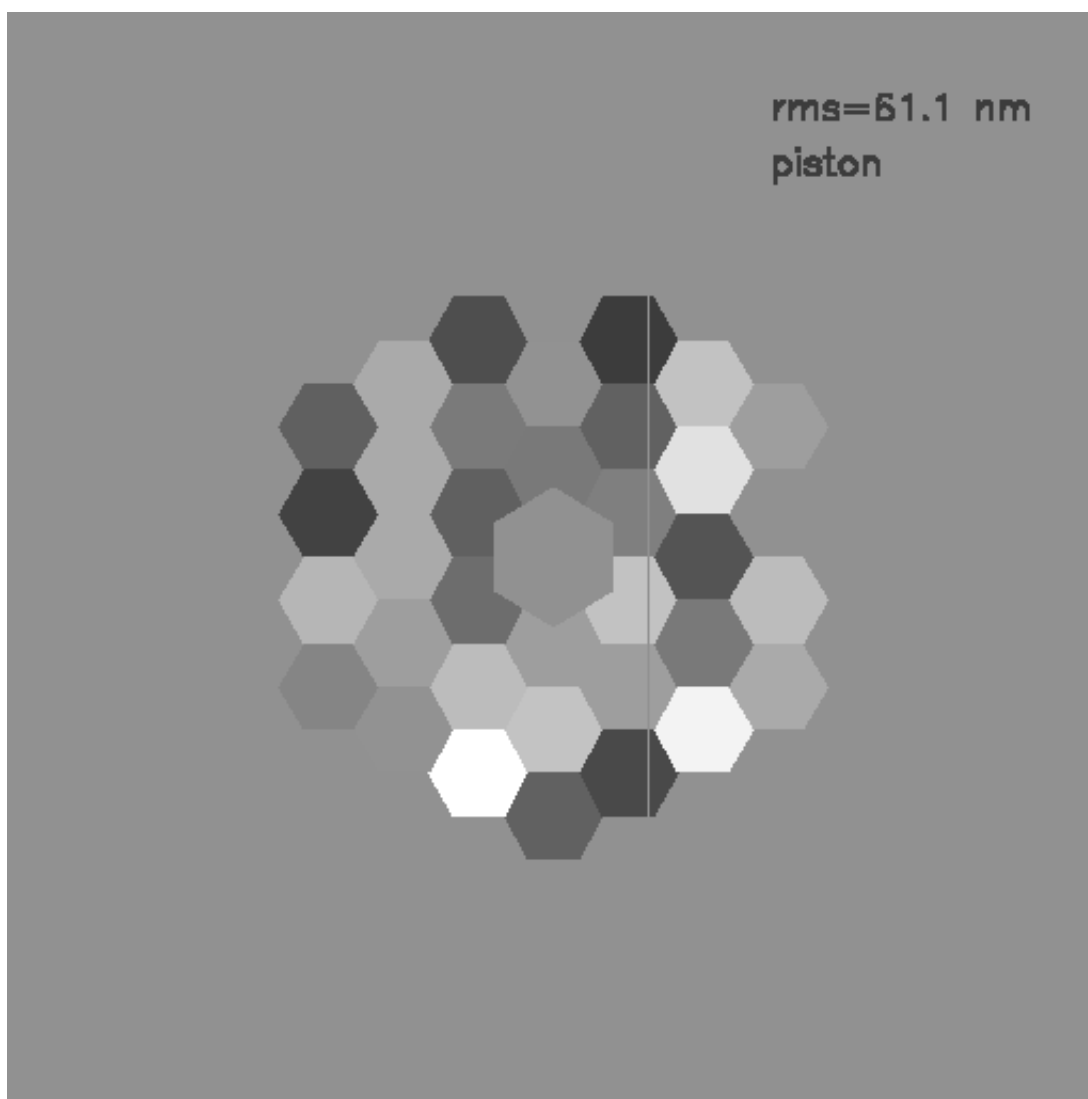


Figura 3.4: Se presenta una imagen correspondiente a un espejo primario con 36 segmentos con aberración de pistón puro, el valor RMS del pistón sobre todos los segmentos es de 61nm. La línea vertical de la derecha de la imagen es un corte mostrado en la figura (3.6) de abajo hacia arriba del mismo corte.



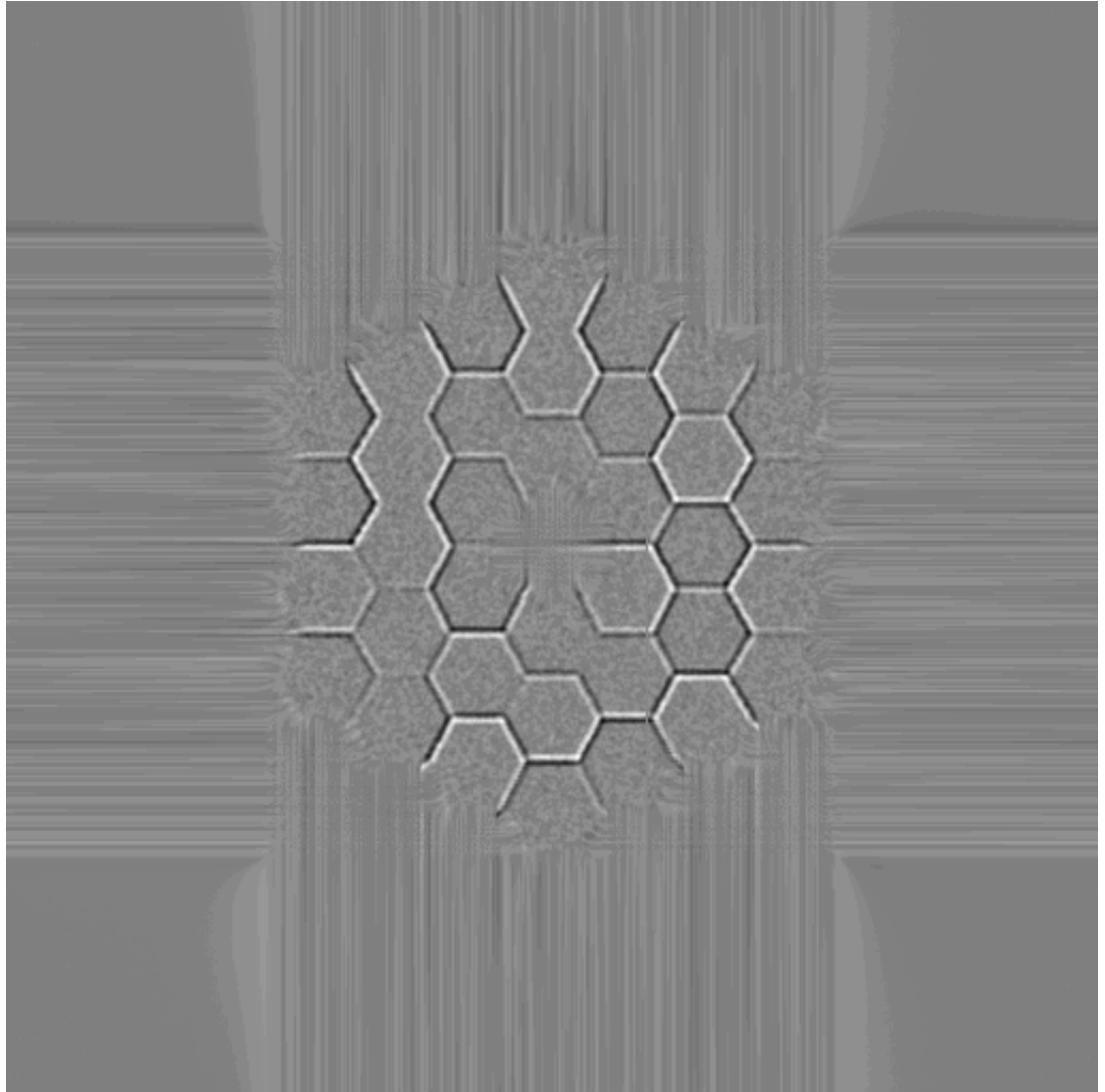


Figura 3.5: La imagen mostrada corresponde a la señal de curvatura obtenida a partir de dos imágenes desenfocadas 4m. Estas imágenes se obtuvieron a partir de las imágenes generadas con aberraciones de pistón puro, Fig.(3.4) y 1000 pantallas de fase de turbulencia atmosférica con parámetro de Fried de  $r_0 = 15\text{cm}$  en tres colores (verde, rojo y azul). La información de pistón es evidente entre las orillas de los segmentos en la forma de derivadas lineales de la delta de Dirac; el brillo continuo y las líneas oscuras en las interfases de los segmentos. Hágase una comparación con la figura (3.4).

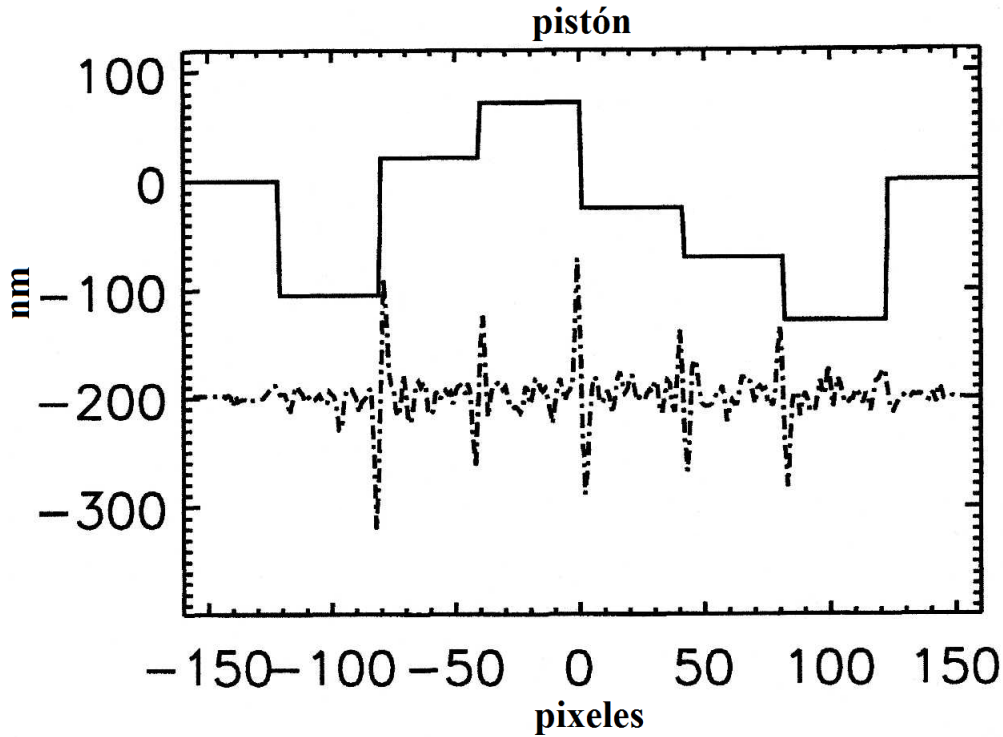


Figura 3.6: La superposición de un corte de la pupila y la señal de curvatura de la línea vertical mostrada en la figura (3.4), este corte correspondiente a la derivada lineal de la delta de Dirac es similar a la predicha por la teoría en la figura (3.2).

acuerdo con la ec. (3.16). Existen solamente líneas brillantes con multivalores fuera de la pupila del telescopio debidas a imprecisiones numéricas, los cuales son producidos por valores muy bajos en el denominador de la señal de curvatura de la ecuación (3.3).

Puede ser mostrado además, como se observa en la figura (3.4), que cuando los cambios relativos desde un valor alto (más brillante) de pistón hacia un valor bajo (más oscuro), la derivada lineal de la delta correspondiente en la imagen de la figura (3.5) es una línea brillante sobre el segmento con un valor alto de pistón y una línea oscura sobre el segmento con un valor bajo de pistón.

Es notable la similitud entre las imágenes de las figuras (3.6) y (3.2), aunque existe una diferencia de polaridades de las señales de derivadas de las deltas de Dirac, lo cual es debido al signo negativo del Laplaciano en la ecuación (3.2) y por consecuencia en la ecuación (3.16).

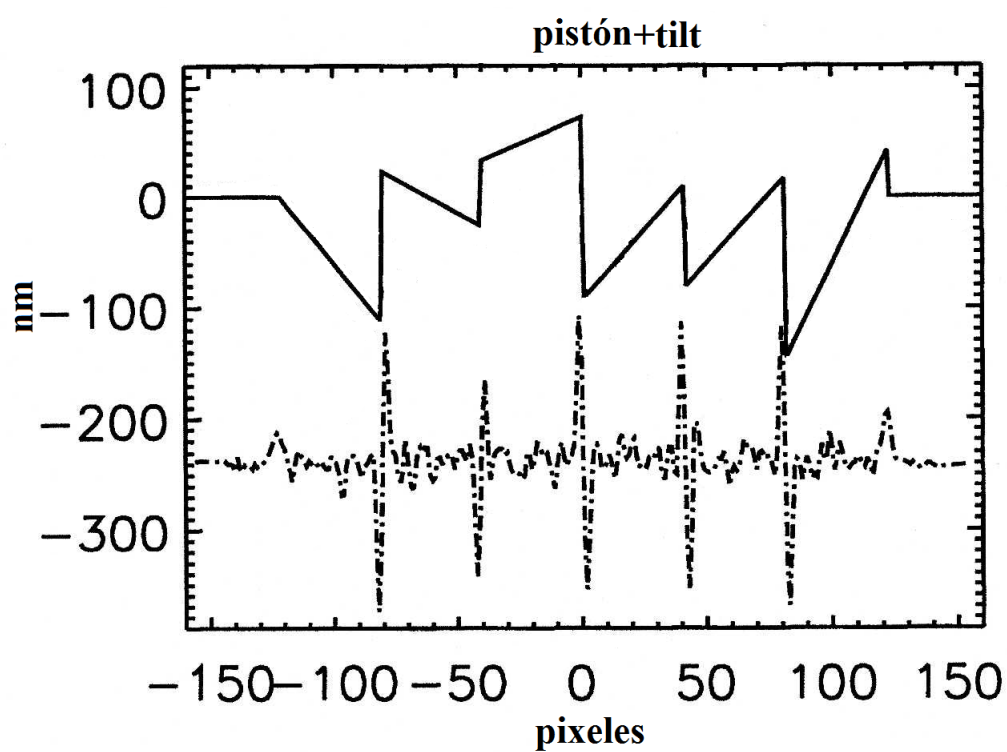


Figura 3.7: La superposición de un corte de la pupila del telescopio donde existe pistón y tip-tilt y la señal de curvatura en la misma línea, esta señal de curvatura tiene ambas aberraciones tanto pistón como tip-tilt. Aquí la señal identificada como la derivada de la delta de Dirac no es simétrica.

### **3.6.2 Simulación de aberraciones combinados pistón + tip-tilt**

En la figura (3.7) se presenta un corte de una pupila segmentada donde ambas aberraciones, pistón y tip-tilt están presentes, donde el valor RMS de las aberraciones combinadas es 40nm y como puede observarse la señal de curvatura ya no es simétrica debido a la combinación de las aberraciones de pistón (derivadas de delta) y tip-tilt (deltas). El “salto” de la derivada de signo negativo es muy claro en el píxel -40, y como se puede notar la amplitud del pico negativo de la derivada de la delta de Dirac es más pronunciado que la sección negativa de la misma, aunque en otros puntos sobre el “salto” de la derivada esto no es tan notable.

## **3.7 Conclusión**

El uso de la ecuación de curvatura en funciones discontinuas por segmentos permite estimar la capacidad de la prueba de curvatura en la medida de superficies ópticas segmentadas, lo cual se comprueba con el aplicación de esta prueba en las simulaciones numéricas de espejos segmentados de telescopios.

A fin de verificar la teoría y las simulaciones numéricas y estar de acuerdo con la realidad se planearon y realizaron los experimentos presentados en el capítulo 4. La pruebas de dichos experimentos fueron realizadas con un espejo plano de dos segmentos dentro de una pupila de  $\phi$  10mm, cada segmento está montado en soporte con movimiento motorizado con pasos de 20nm. El espejo tiene una interfase de separación entre los segmentos de  $200\mu$  m y donde las diferencias relativas de pistón entre ellos fueron monitoreadas y ajustadas con interferometría de luz blanca

# Capítulo 4

## Desarrollo experimental de la Prueba de Curvatura

### 4.1 Introducción

En este capítulo se describe el experimento para obtener la señal de curvatura y la medida de diferencia de pistón o pistón relativo para una superficie segmentada a partir de un modelo simplificado de un espejo segmentado. Se presentan también, los primeros resultados de medidas de pistón relativo aplicando la Prueba de Curvatura. Es usada interferometría de luz blanca a fin de calibrar el pistón relativo entre los segmentos, la señal de curvatura es obtenida con las imágenes desenfocadas antes y después de la imagen de la pupila para el modelo simplificado del espejo segmentado.

Como se ha dicho antes en este trabajo, para telescopios cuyos espejos primarios tengan un diámetro mayor a 8 metros necesariamente tendrán que ser construidos a partir de óptica segmentada, siendo uno de los objetivos principales en estos sistemas, la más alta resolución espacial posible. La alta resolución es difícil de lograr en un telescopio con espejo primario segmentado, por lo que es necesario mantener una buena figura en la superficie completa y sobretodo disminuir al máximo el pistón relativo entre cada uno de los segmentos, a fin de lograr que el espejo segmentado se comporte como una sola superficie óptica.

Enfatizando lo escrito en el capítulo anterior, la prueba de curvatura fue originalmente propuesta [Roddier and Roddier 1993] para la medida de la figura de superficies ópticas y evaluación de la calidad de imagen de los telescopios, también ha sido aplicada en los sistemas de óptica adaptativa [Roddier 1998] ya que se puede emplear fácilmente en tiempo real debido a que en la función de influencia de los espejos bimorfos, la curvatura local es directamente proporcional al voltaje local aplicado. Así mismo, el método de curvatura ha sido ampliamente usado

debido a su relativamente simple montaje experimental, a que puede servirse de luz blanca y que es también, relativamente insensible a los efectos de la turbulencia atmosférica en el caso de pruebas ópticas en telescopios.

Como la ecuación de curvatura puede ser fácilmente modificada para su aplicación en óptica segmentada, el pistón y el tip-tilt relativos entre los segmentos puede ser detectado directamente de la señal de curvatura. A través de la resolución numérica de la Ecuación de Curvatura, el frente de onda puede ser completamente reconstruido, incluyendo las aberraciones de bajo orden del telescopio y las aberraciones de los segmentos junto con los valores del pistón y tip-tilt relativos entre segmentos.

A continuación, en la segunda sección, se describe el procedimiento seguido durante la prueba de este método en el laboratorio de óptica del IAUNAM y se muestra la Señal de Curvatura a partir de las imágenes desenfocadas del modelo de espejo segmentado. En la tercera sección se estima el comportamiento del modelo del espejo a partir de la señal de curvatura y al final se presentan los resultados experimentales de acuerdo con las predicciones teóricas.

## 4.2 Desarrollo experimental

### 4.2.1 Sistema Óptico

El sistema óptico del experimento fue desarrollado a partir de un interferómetro simple de Michelson sobre una mesa holográfica en el laboratorio de óptica del IAUNAM. El Interferómetro fue alineado primero con luz laser (helio-neón,  $\lambda = 0.6328\mu\text{m}$ ) y debido a la ambigüedad del módulo de  $2\pi$  de las franjas interferométricas de la luz monocromática del láser se ajustó el interferómetro de Michelson para obtener franjas con luz blanca para calibrar el pistón. Una vez calibrado el pistón se aplicó el método de prueba de curvatura colocando el espejo segmentado en la pupila del sistema telescopio a la salida del interferómetro. La fotografía de la figura (4.1) muestra el montaje completo de la prueba sobre la mesa holográfica del laboratorio y la fotografía de la figura (4.2) muestra el detalle del brazo 1 del interferómetro con el modelo de espejo segmentado montado sobre las bases con movimiento micrométrico.

Un esquema básico del montaje del interferómetro es mostrado en la figura (4.3). Cada uno de los brazos del interferómetro está motorizado y remotamente controlado, el brazo 1 está formado por dos espejos con una separación o “gap” de  $200\mu\text{m}$  y obturado por una mascarilla circular, cada uno de los dos espejos fue colocado en una montura de tres puntos con movimiento motorizado de alta precisión. Dichos movimientos pueden ajustar el pistón y tip-tilt en pasos de 20nm para cada uno de los dos espejos del modelo segmentado del brazo 1.

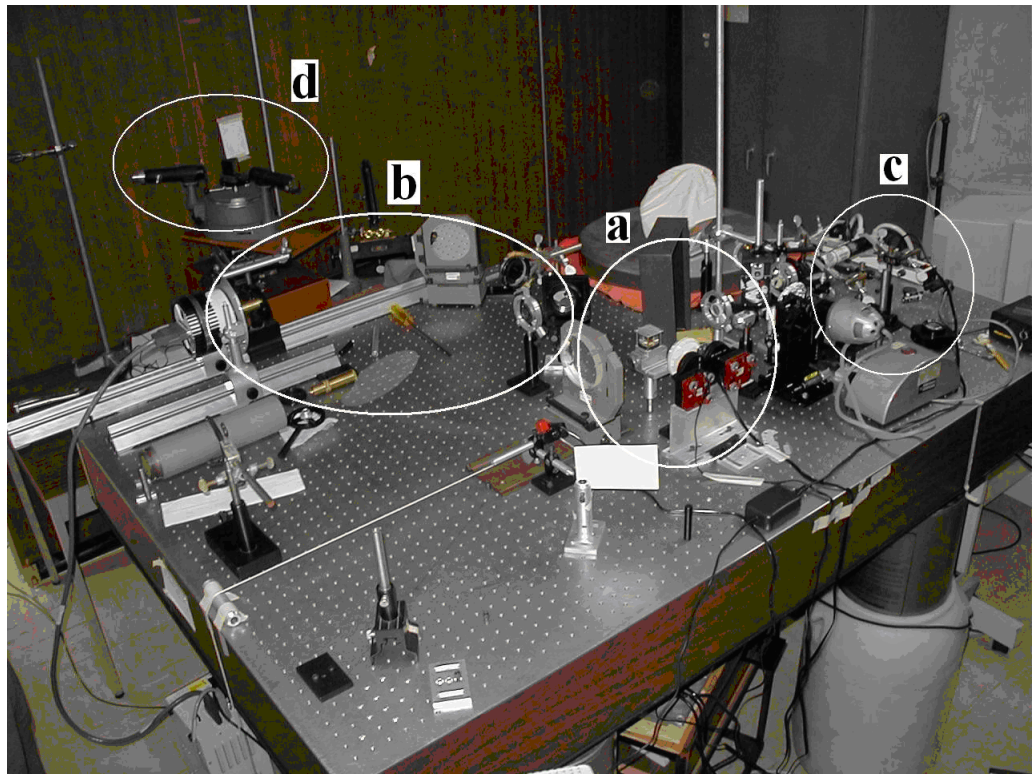
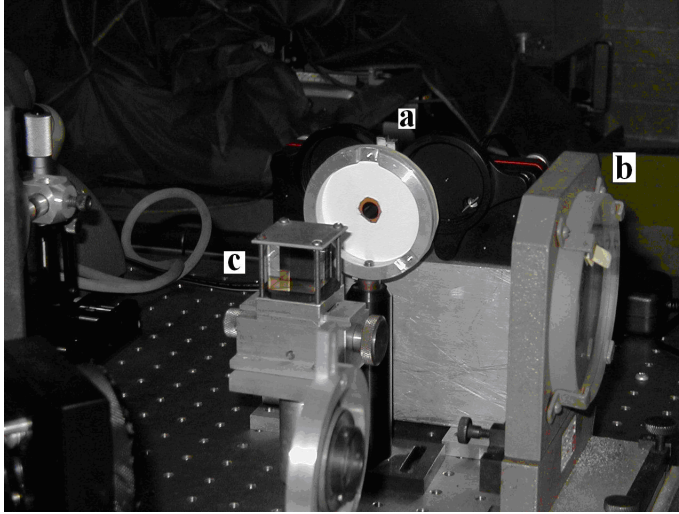


Figura 4.1: Montaje en mesa holográfica del experimento de la prueba de curvatura del modelo espejo segmentado, a) interferómetro de Michelson, b) sistema de telescopio con los espejos auxiliares, c) fuentes de luz helio-neón y blanca y d) espectroscopio.



**Figura 4.2:** Vista del interferómetro de Michelson dentro de todo el montaje donde se puede apreciar; a) el modelo del espejo segmentado del brazo 1 montado sobre los sistemas de movimiento micrométrico, b) el espejo del brazo 2 y c) el divisor de haz.

En el brazo 2 se montó un espejo plano de calibración corregido a  $\lambda/10$ , el cual fue posible mover linealmente en el eje óptico para obtener la diferencia de marcha cero entre los brazos del interferómetro, igualmente, estos movimientos pudieron hacerse en pasos de 20nm. La fuente de luz láser sirvió de apoyo para mantener la alineación de tip-tilt entre los espejos, es decir, el espejo segmentado y el espejo de calibración y la luz blanca (en el mismo eje óptico del láser) fue utilizada para obtener el patrón de interferencia a colores, cuando la diferencia de marcha entre los brazos del interferómetro fuera muy cercana a cero y calibrar a partir de ahí la diferencia de pistón entre los dos segmentos del espejo del brazo 1.

A la salida del interferómetro se usó un sistema telescópico para conjugar la imagen de la pupila sobre el CCD. La distancia focal del objetivo del telescopio es de 700mm y la del lente auxiliar (ocular) de 50mm. El CCD usado tiene una matriz de 512x512 píxeles cada uno con un tamaño de  $20\mu\text{m}$ , la imagen de la pupila proyectada sobre el CCD tenía un diámetro de 46 píxeles. Como puede verse en el esquema de la figura (4.3) fue usada una obturación o filtro espacial (“pinhole”), útil tanto para la fuente de luz láser, como para la de luz blanca. El criterio para determinar el diámetro del “pinhole” fue tal que; el tamaño de la imagen a través del sistema óptico fue más pequeño que la difracción intrínseca del sistema de telescopio usado, el cual fue de  $85\mu\text{m}$ , por lo que fue usado un “pinhole” de  $60\mu\text{m}$  de diámetro, disponible en el laboratorio. Se usó además un telescopio auxiliar para la observación de franjas durante las calibraciones de pistón.

En un problema de metrología, es importante poder verificar una prueba de



medida con otra en forma paralela, posiblemente sin la misma precisión pero, que conjuntamente pueda indicar que el proceso de esta nueva prueba en desarrollo sea el correcto. Existen ejemplos en el desarrollo científico y tecnológico en los cuales una nueva prueba fue señalada como errónea por otra prueba más sencilla o cualitativa, pero desestimada, error que desafortunadamente fuera hecho evidente en la aplicación posterior del sistema [Hecht 1990].

### 4.2.2 La diferencia de Marcha cero en el Interferómetro con luz blanca a partir del espectro acanalado

La alineación del interferómetro con luz blanca significó en sí, un problema técnico y de manipulación en el laboratorio. El montaje de este interferómetro se desarrolló como se ha descrito antes, a partir de un interferómetro clásico de Michelson de dos brazos o haces emergentes y con espejos planos en sus extremos. Se usó un láser (helio-neón) aunque con la posibilidad de usar la fuente de luz blanca de manera alternada y a voluntad (figura (4.3)).

En el interferómetro, el patrón de franjas formado con luz monocromática del láser únicamente contiene información concerniente a la distribución de fase sobre el campo visual y no del valor relativo en cualquier punto sobre los ejes de los haces emergentes, es decir, no da información sobre la diferencia de marcha entre haces debido a la longitud de coherencia del láser y la ambigüedad del módulo de  $2\pi$  de las franjas interferométricas de luz monocromática.

Aunque con la configuración monocromática no se pudo verificar la diferencia de pistón entre los segmentos del modelo de espejo segmentado de uno de los brazos del interferómetro, si se pudo verificar la alineación del interferómetro y el tip-tilt entre segmentos, es decir, el paralelismo entre las superficies de ambos segmentos aunque estos puedan estar a una diferencia de marcha distinta de cero.

Si bien, se puede llegar a una diferencia de marcha en el orden de la décima de milímetro; dentro del error de la medición de un calibrador mecánico; aparecerán franjas, únicamente debidas al láser, lo que permitió aproximarse pero no llegar a la diferencia cero.

### Espectro Acanalado

Para aplicaciones con interferómetros de dos haces existe la preocupación de la medida de la diferencia de fase relativa entre dichos haces emergentes, en este experimento fue necesario poder medir o en su caso estimar, la diferencia de fase entre los haces del interferómetro a partir de una diferencia de marcha cero al observar el interferograma a colores proveniente de la fuente de luz blanca.

De las prácticas de óptica se sabe que el encontrar el espectro acanalado entre los dos haces de un interferómetro es un indicio de que la diferencia de camino

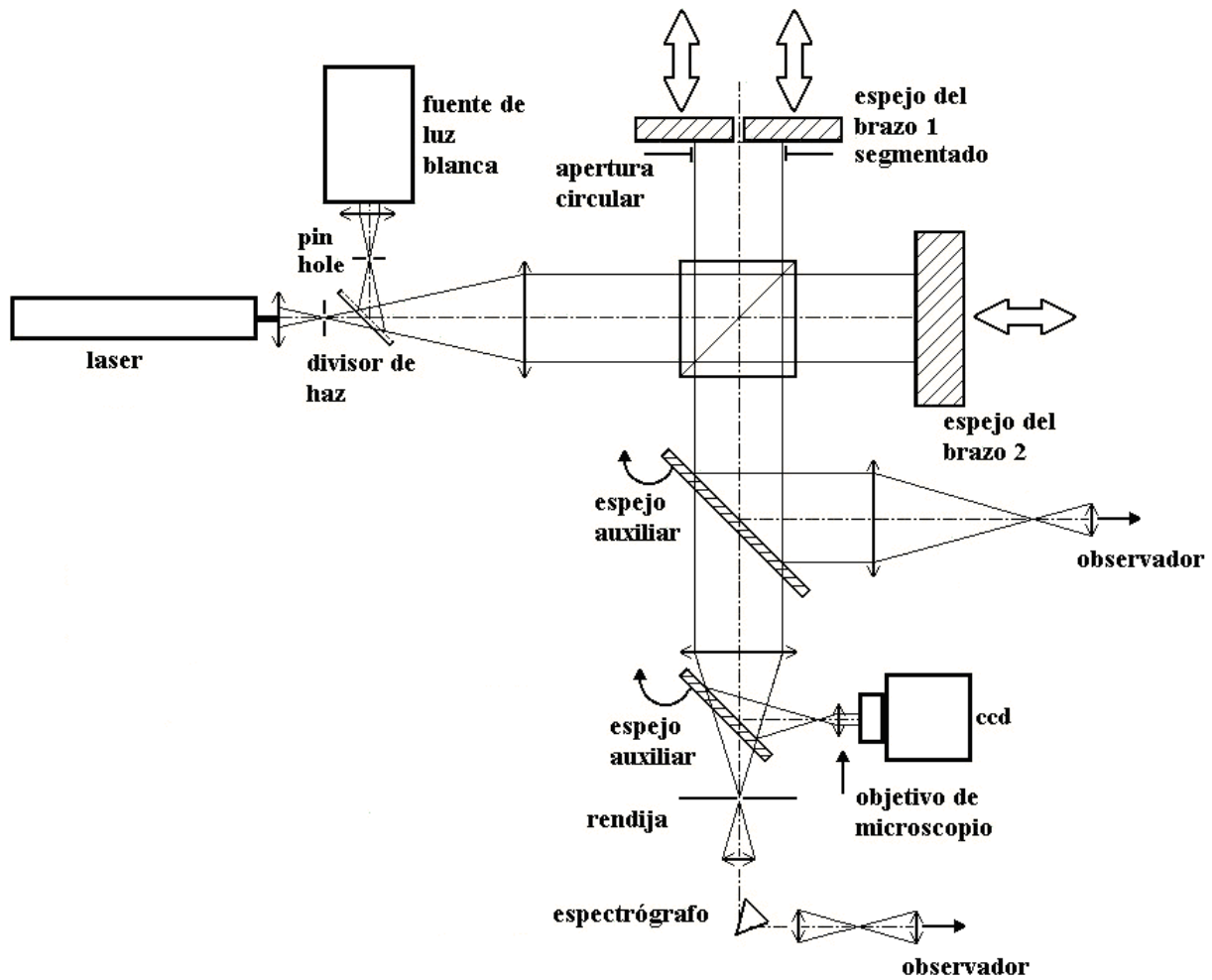


Figura 4.3: Esquema del montaje del interferómetro experimental.

óptico es mínima.

Por ejemplo si un instrumento como un interferómetro Fabry-Perot muy cerrado es situado en un haz paralelo de luz blanca [Jenkins and White 1976], la interferencia ocurrirá para todos los componentes monocromáticos de ese haz de luz. Esto no se manifestará en si mismo hasta que el haz transmitido sea dispersado por un espectroscopio auxiliar. Entonces se observa una serie de franjas oscuras en el espectro, cada una formada por una longitud de onda diferente de la siguiente. Tales franjas son referidas con el nombre de “espectro acanalado” o como bandas de “Edser-Butler” y han sido usadas por ejemplo; en la calibración de espectroscopios para el infrarrojo y en medidas inexactas de longitudes de las líneas de absorción en el espectro solar.

Una aplicación más de las franjas del espectro acanalado adquiere una considerable y práctica importancia para aquellas situaciones donde la diferencia de marcha es extremadamente pequeña, tanto como una o dos longitudes de onda dentro del intervalo del espectro visible. Mediante el auxilio de un espectrógrafo como se muestra en el esquema de la figura (4.3), se puede llegar a una diferencia de marcha cercana a cero entre los dos brazos del interferómetro, cuando se observa el espectro acanalado y se hace tender la separación de las franjas al máximo.

El espectro acanalado puede ser usado para obtener una medida de fase entre los haces del interferómetro o la separación de los espejos en los brazos con una mejora de la precisión aunque a expensas de una reducción del campo en la rendija de un espectroscopio, sin embargo, para la prueba en este trabajo el espectroscopio es solamente un auxiliar para lograr la diferencia de marcha cero [Sandeman 1971].

La prueba requirió entonces, el uso de la fuente continua de luz blanca con el plano de localización de las franjas enfocada sobre la rendija del espectroscopio. El espectro de la fuente es entonces cruzado por franjas oscuras siempre y cuando,

$$\left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda = \delta, \quad (4.1)$$

donde  $\delta$  es la diferencia de marcha relativa entre los dos haces a la longitud de onda  $\lambda$  y  $n$  es un número entero. Si  $\delta$  es uniforme a lo largo de la rendija, es decir, que los espejos del interferómetro son paralelos, las bandas también son paralelas a la rendija apareciendo el característico espectro acanalado. Si  $\delta = 0$  para todas las  $\lambda$  en el intervalo del espectro, entonces no aparecen bandas. Conforme  $\delta$  se incrementa las bandas entran desde el lado azul del espectro dejándolo por el rojo, entrando más de las que salen, siendo más angostos los espacios entre las bandas del lado azul del espectro ya que corresponden a una  $\lambda$  más corta.

Una vez en fase los dos haces y a partir de la observación del interferograma a colores se pudieron medir distintas diferencias de pistón entre los segmentos con desplazamiento relativo de uno con respecto al otro.

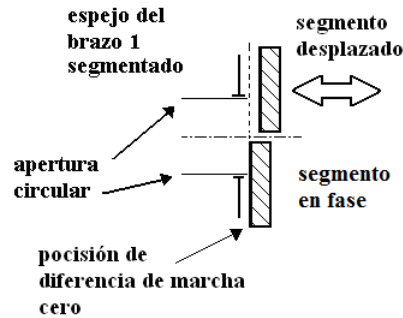


Figura 4.4: Desplazamiento relativo entre segmentos respecto al plano de fase de los dos haces del interferómetro.

### 4.2.3 Calibración de la Diferencia Relativa del Pistón

Con la diferencia de marcha igual a cero y mediante el ajuste del tip-tilt relativo entre los espejos de los brazos 1 y 2, el patrón de interferencia fue colocado con las franjas dispuestas horizontalmente lo que permitió observar la franja blanca entre dos franjas negras en el centro de la imagen del interferograma. Las franjas hacia arriba y hacia abajo de la franja blanca desaparecen como el espectro de colores sobre la imagen del interferograma.

Los movimientos hacia delante y hacia atrás de uno de los segmentos del espejo sobre el eje óptico (Figura (4.4)), producen un desplazamiento hacia arriba y hacia abajo de las franjas sobre el interferograma; tomando como referencia el movimiento de la franja blanca del interferograma a colores. La dirección de este desplazamiento depende tanto de la dirección del movimiento de los espejos sobre el eje óptico, así como, del tip-tilt entre los espejos de los brazos del interferómetro. Observando la dirección del desplazamiento se determina la diferencia relativa de pistón al fijar uno de los segmentos del espejo del brazo 1 y moviendo el otro sobre el eje óptico del interferómetro, dicho movimiento puede ser calibrado en fracciones de la longitud de onda de la luz, que corresponde en este caso a la longitud de onda del color de la franja que se mueve.

En la sección a) de la figura (4.5) y de izquierda a derecha se muestra la secuencia del proceso. Puede observarse como el segmento del lado derecho del espejo se mantiene fijo; de hecho, una pequeña mancha en forma de punto fue dejada sobre él con el propósito de ser usada de referencia; en la figura se indica la dirección del movimiento de las franjas del interferograma, desde la imagen número 1 hasta la imagen número 4 existe un pistón relativo de  $\lambda/2$ , puede observarse siguiendo la secuencia de las imágenes, como las franjas del segmento de la izquierda se desplazan el espacio de una franja en tres pasos. En la sección b) se muestran los esquemas de los distintos perfiles del espejo segmentado correspondientes a los cuatro interferogramas, en el cual se pueden ver las diferencias relativas de pistón entre los

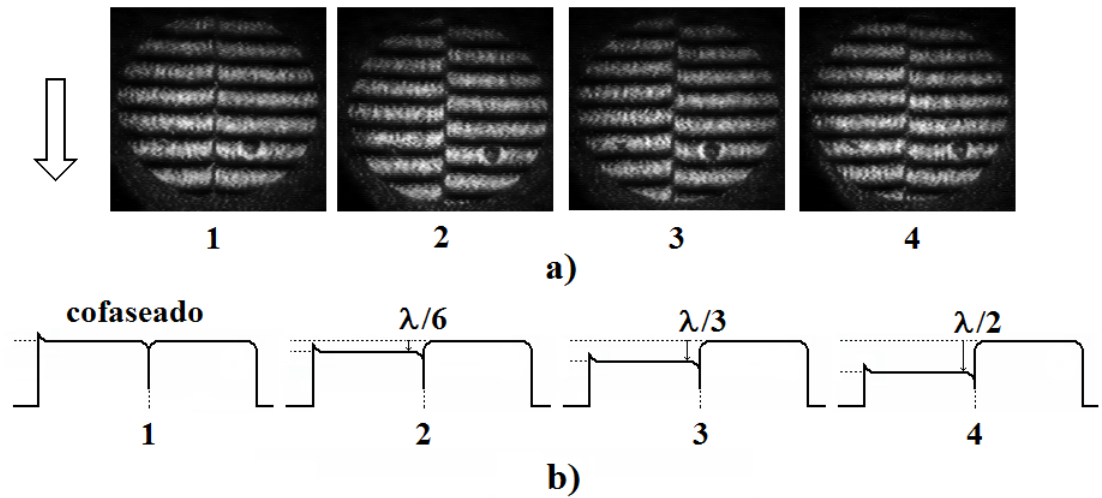


Figura 4.5: a) De izquierda a derecha, la secuencia de los movimientos de pistón en el espejo segmentado, la flecha del lado izquierdo indica la dirección del movimiento de las franjas del segmento del lado izquierdo, mientras que el segmento del lado derecho permaneció fijo; b) gráficas esquemáticas que describen los perfiles del espejo segmentado de los interferogramas números 1 al 4.

espejos, así como, los defectos en la orilla.

### 4.3 Comportamiento esperado de la Señal de Curvatura

Después de introducir una diferencia relativa de pistón en uno de los segmentos de la superficie, se verificó la prueba de curvatura para superficies segmentadas al estimar la diferencia de pistón relativo entre los segmentos. Los resultados de la prueba de curvatura se compararon con lo observado en el desplazamiento del patrón de interferencia de franjas a colores segmentado, proveniente del haz del brazo del interferómetro con la superficie segmentada.

Con los interferogramas fue posible describir el perfil del espejo segmentado con los defectos en la orilla como una superficie completa sin la relativa diferencia de pistón entre segmentos, recordando que ésta diferencia relativa de pistón fue determinada durante la calibración del interferómetro, descrita en la sección anterior. De la teoría (Capítulo 3) se puede suponer el comportamiento de la Señal de Curvatura para esta clase de perfil de espejo segmentado [Cuevas *et al.* 2000]. La figura (4.6) es una gráfica descriptiva de cómo se puede esperar ver el perfil de la superficie de éste espejo segmentado. De la gráfica se describe separando para un mejor entendimiento cada uno de los principales efectos, en a) se presentan en

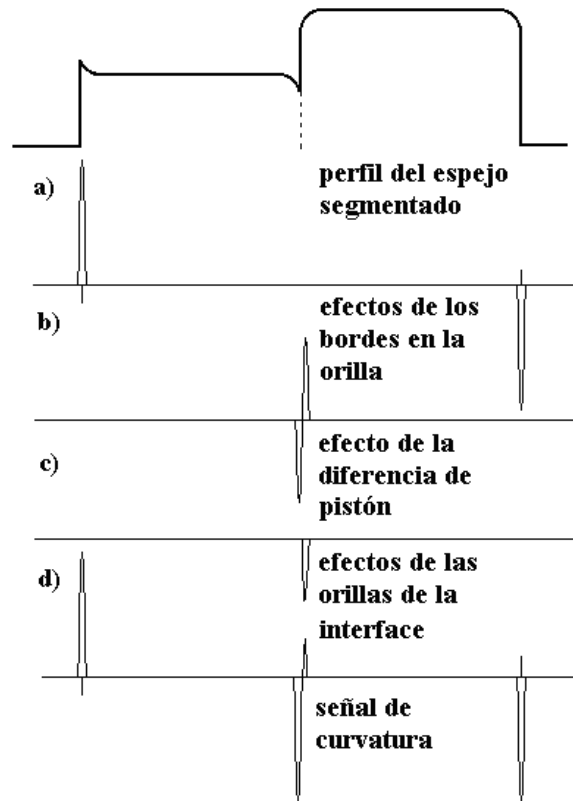


Figura 4.6: Descripción esquemática del comportamiento de la Señal de Curvatura. a) Efectos totales de la pupila, considerando a la pupila como una superficie plana con defectos en las orillas; b) efectos debidos a la diferencia pura de pistón entre los segmentos; c) efectos debidos a las orillas de los segmentos en el corte en el centro de la pupila; d) la suma de todos los efectos previamente descritos, esta gráfica es una forma general de la Señal de Curvatura esperada para esta clase de perfil.

su totalidad los efectos de la pupila, considerando la pupila como una superficie plana sin orillas perfectas, en b) se describen los efectos debidos únicamente a la diferencia de pistón entre los segmentos, en la gráfica c) son mostrados los efectos debidos a la orilla de cada uno de los segmentos en el corte en el centro de la pupila y finalmente en d) se muestra la suma de todos los efectos descritos previamente, siendo esta última gráfica la forma general de la Señal de Curvatura esperada para la clase de perfil de este espejo segmentado.

## 4.4 Resultados experimentales

### 4.4.1 Obteniendo la Señal de Curvatura

Para obtener la Señal de Curvatura generalmente han sido usadas imágenes intra y extrafocales [Roddier *et al.* 1994], sin embargo, se ha preferido usar una variación de esta prueba usando imágenes intra y extrapupilares, como se describe en el capítulo 2 [Roddier and Roddier 1993]. Lo anterior permite incrementar la resolución en la medida del perfil de la superficie, donde la calibración en la diferencia de pistón fue hecha y medida en la imagen del interferograma, cabe añadir, que las imágenes intra y extrapupilares son del mismo tamaño independientemente de las aberraciones que presente el sistema óptico lo que simplifica su manejo en los algoritmos y programas.

Para obtener la Señal de Curvatura, el espejo del brazo 2 en el interferómetro fue cubierto y el espejo auxiliar rotado (figura (4.3)). Luz blanca (fuente incoherente) se pasó a través del sistema de telescopio y usando una lente auxiliar fueron tomadas la imagen de la pupila, así como, las imágenes intra y extrapupilares. La pupila de entrada del sistema de telescopio fue hecha coincidir con el espejo segmentado del brazo 1. La cámara CCD se fue moviendo sobre un banco óptico lineal con la finalidad de poder tomar imágenes a diferentes distancias de la imagen de la pupila, la figura (4.7) muestra el esquema óptico de las posiciones de las imágenes de pupila.

### 4.4.2 La Señal de Curvatura de un Espejo Segmentado

Se obtuvieron un conjunto de imágenes, en las que están; una Imagen Intrapupilar, una Imagen Extrapupilar y una Imagen de la Señal de Curvatura, las cuales fueron obtenidas con el procedimiento previamente descrito. La Señal de Curvatura ( $S$ ) fue obtenida aplicando la siguiente relación directamente sobre las imágenes:

$$S = \frac{I_{extp} - I_{intp}}{I_{extp} + I_{intp}}, \quad (4.2)$$

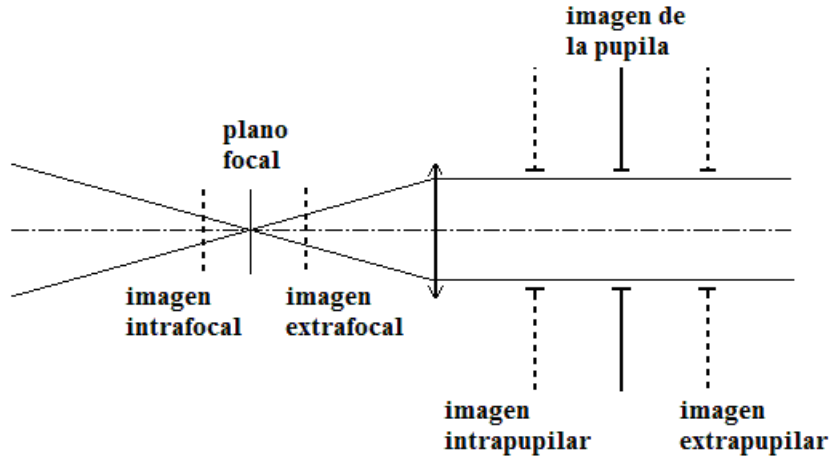


Figura 4.7: Esquema Óptico de la posición de las imágenes de la pupila.

donde  $I_{intp}$  quiere decir imagen intra pupilar e  $I_{extp}$  quiere decir imagen extrapupilar. El desplazamiento entre las distintas imágenes desenfocadas de la pupila y la imagen de la pupila es exactamente la misma. La figura (4.8) muestra La Imagen Intrapupilar, la Imagen Extrapupilar y la imagen de la Señal de Curvatura y los efectos obtenidos en la Imagen de la Señal de Curvatura son muy similares a los esperados y descritos por el perfil en la sección 4.3. Al observar la imagen de la Señal de Curvatura de izquierda a derecha y pasando sobre el corte central se puede ver una delgada banda oscura precediendo una banda clara, esta porción de la imagen corresponde precisamente a la diferencia relativa de pistón en el espejo segmentado. La figura (4.9) corresponde a una gráfica de un corte central sobre la imagen de la Señal de Curvatura, donde resalta la información (saltos en la amplitud) correspondiente a los efectos de las orillas y la diferencia relativa en el pistón, también se puede ver ruido correspondiente a demás aberraciones en la superficie de los espejos.

#### 4.4.3 Algunos resultados de distintas Diferencias Relativas en el pistón

Un conjunto de resultados con distintas Diferencias Relativas de Pistón se presentan en la figura (4.10) donde cada uno de las imágenes de los interferogramas de luz blanca, mostrados aquí en blanco y negro (vistos a color durante el desarrollo del experimento) corresponden con un corte central de su imagen de la Señal de Curvatura, se pueden ver los desplazamientos entre franjas para valores en longitud de onda de  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$ ,  $3\lambda/4$ , y  $\lambda$ , el espectro de luz blanca fue centrado en  $\lambda = 500\text{nm}$ ,



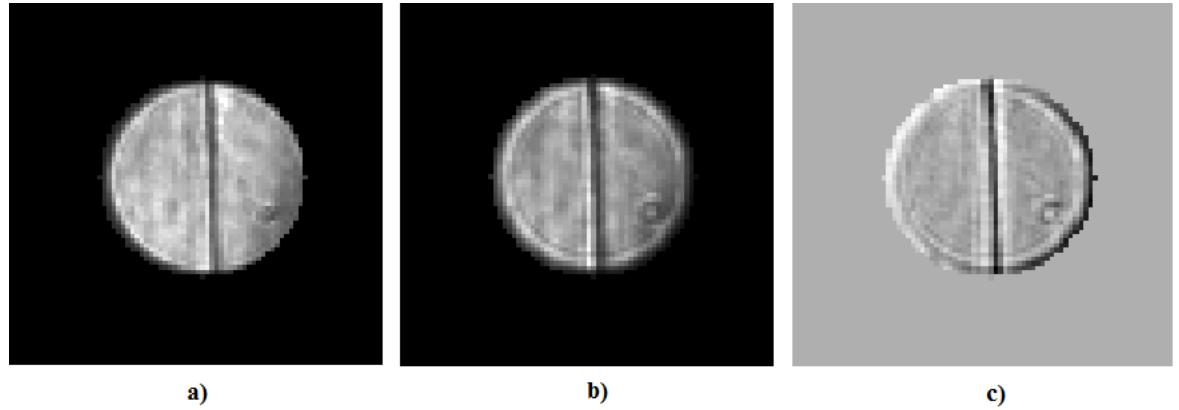


Figura 4.8: a) Imagen Intrapupilar; b) Imagen Extrapupilar; c) Imagen de la Señal de Curvatura.

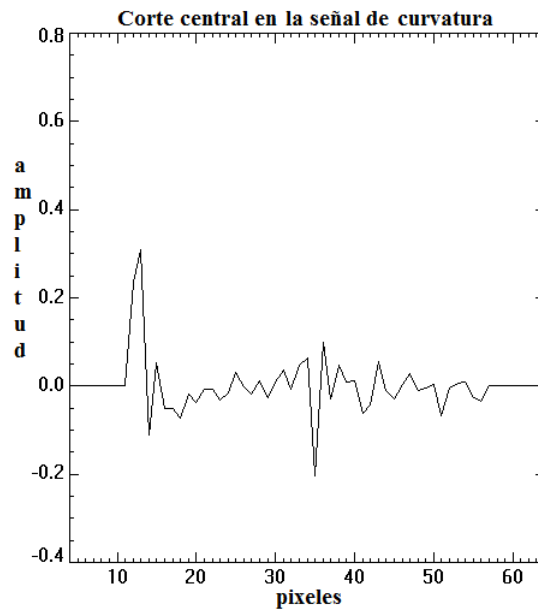
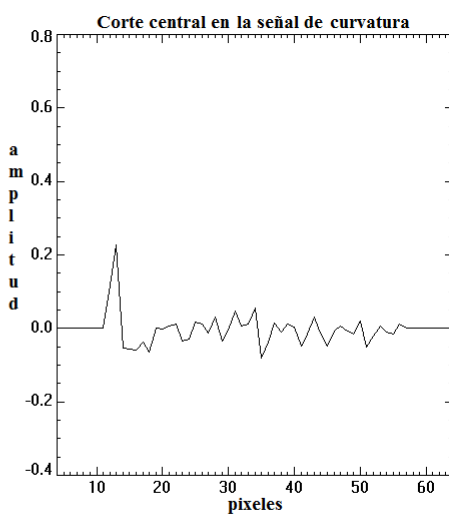
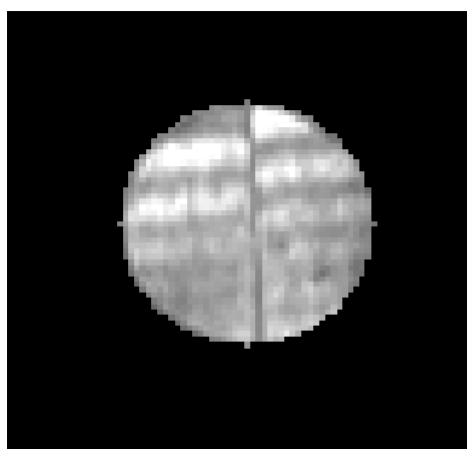
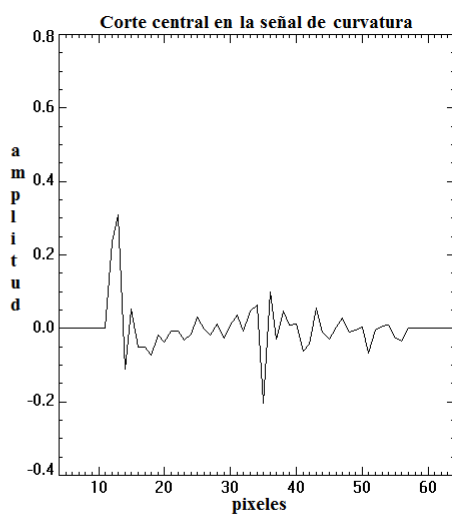
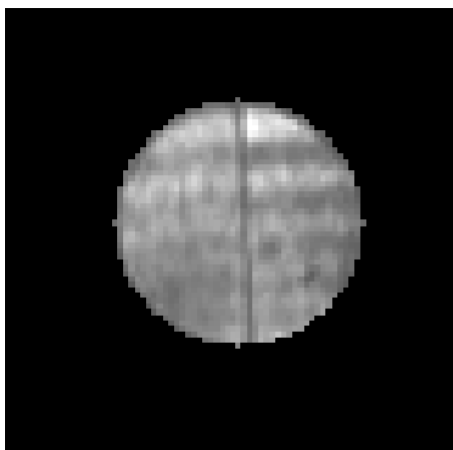


Figura 4.9: Gráfica de un corte en el centro de la imagen de la Señal de Curvatura.

a)  $\lambda/4$ b)  $\lambda/2$

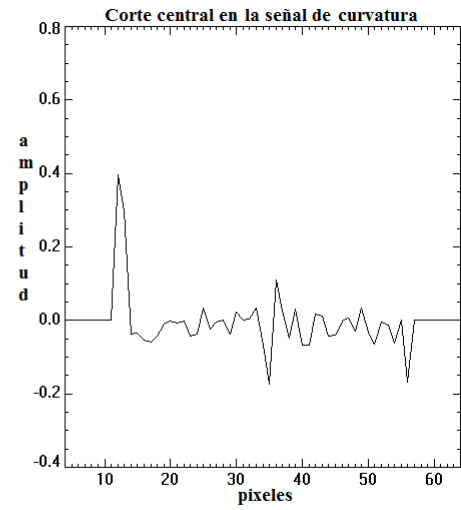
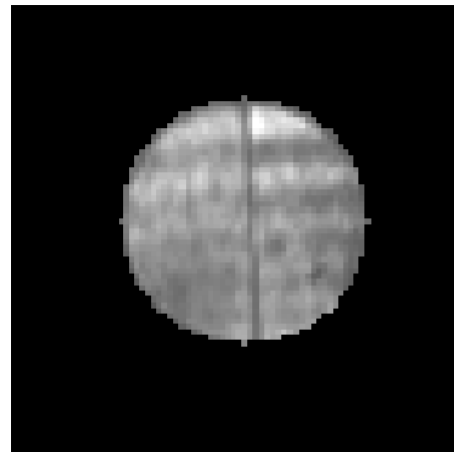
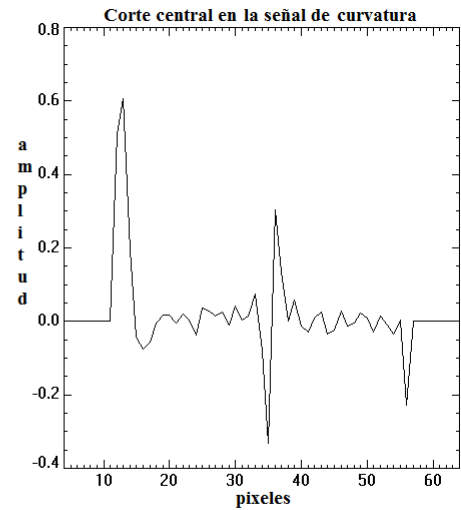
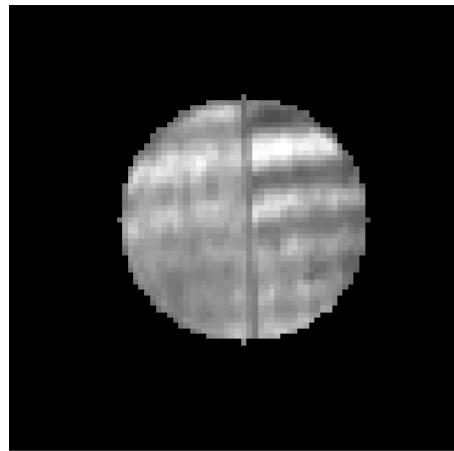
c)  $3\lambda/4$ d)  $\lambda$ 

Figura 4.10: Secuencia de distintas Diferencias Relativas de Desplazamientos entre franjas para los valores de longitud de onda de a)  $\lambda/4$ ; b)  $\lambda/2$ ; c)  $3\lambda/4$  y d)  $\lambda$  con centrada en  $\lambda = 500\text{nm}$

recordando que la sensibilidad del ojo está entre  $\lambda = 500$  y  $\lambda = 550\text{nm}$ , sin embargo, la sensibilidad del CCD está entre  $\lambda = 700$  y  $\lambda = 800\text{nm}$ , por lo que en las imágenes de la figura (4.10) la franja más clara se ve desplazada hacia arriba, aunque la calibración hecha directamente con el ojo, la franja más clara era vista hacia el centro de la imagen.

## 4.5 Conclusión

Puede medirse el pistón relativo en superficies ópticas segmentadas aplicando la Prueba de Roddier o Prueba de Curvatura. Fue posible verificar y validar la Prueba de Curvatura en la medida de pistón relativo ajustando un interferómetro de Michelson con luz blanca a partir de encontrar el espectro acanalado.

# Capítulo 5

## Conclusiones

Se propone el uso de la prueba de curvatura como método de cofaseo para superficies de espejos segmentados de grandes telescopios. El cual tiene significativas ventajas en su aplicación.

El sistema es acromático pudiendo ser usada luz blanca, en tiempo real, sin suspender el uso del telescopio mientras se efectúa la prueba, ya que es usada luz de alguna estrella cercana al campo de observación como se hace en los sistemas de óptica adaptativa y óptica activa.

Puede además ser aplicada en paralelo o en el mismo sistema con las pruebas de óptica adaptativa o activa, ya que con la resolución numérica de la Ecuación de Curvatura, puede ser reconstruido el frente de onda completamente, incluyendo las aberraciones de bajo orden del telescopio completo y las aberraciones de cada uno los segmentos junto con los valores del pistón y tip-tilt relativos entre ellos.

Es independiente del número de segmentos de la superficie ya que si ésta es muy grande, el muestreo de las imágenes dependerá únicamente del tamaño del CCD lo que en la actualidad no es un problema significativo. En cambio en otros tipos de prueba, como en el caso del sensor de Shack-Hartmann los sistemas se complican proporcionalmente al número de segmentos.

El uso de imágenes desenfocadas de la pupila, antes y después de la imagen de la pupila del telescopio, permite lograr grandes distancias de desenfoco aumentando la resolución en la medida del pistón relativo entre segmentos, lo anterior sin complicar y manteniendo compacto el sistema óptico de la prueba.

Queda abierto para un trabajo futuro la ampliación del intervalo de medida del sistema, tomando medidas en dos o tres longitudes de onda distintas, ya que como desventaja de la prueba presentada en este trabajo es la ambigüedad del módulo de  $2\pi$ , correspondiente a la longitud de onda en la que se encuentra centrado el espectro de la luz en el que se observa, así mismo, el contar ahora con sistemas modernos de pruebas como un interferómetro de deslizamiento de fase Zygo en el Laboratorio del IAUNAM, se podría aumentar la resolución y simplificar la puesta

a punto de prototipos de nuevos sensores de curvatura.

Se propuso su uso y aplicación en sistemas mayores para grandes espejos segmentados y esta tesis reporta parte de un trabajo completo desarrollado por miembros del departamento de instrumentación del IAUNAM para el diseño y la construcción de la Cámara de Verificación del Gran Telescopio de Canarias sistema en operación en dicho telescopio. La contribución de este grupo en el estudio de la aplicación de la prueba de curvatura en superficies segmentadas, permitió incluir el sensor de curvatura para verificar el cofaseo de este telescopio junto con una prueba ya usada en otros telescopios aunque de aplicación más complicada, el método de Shack-Hartmann (Apéndice C).

# Apéndice A

## Polinomios de Zernike.

F. Zernike (1934) en su trabajo acerca de la prueba de la navaja presenta por primera vez este conjunto de polinomios. Desde entonces, su uso para la descripción de aberraciones ópticas clásicas es bien conocido. A partir de la descripción del frente de onda con estos polinomios se pueden conocer los errores residuales para cualquier número de correcciones independientes del sistema de OA [Born and Wolf 1980].

Los polinomios de Zernike son ortogonales y están definidos en el interior de un círculo unitario y pueden ser desarrollados como una serie de funciones. Estos polinomios son un producto de funciones radiales y angulares, por lo que es conveniente el uso de coordenadas polares. Se aplica aquí la normalización que hace Noll para hacer el análisis estadístico [Noll 1976].

Los polinomios son definidos por:

$$z_{parj} = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \cos m\theta,$$

$$z_{imparj} = \sqrt{n+1} R_n^m(r) \sqrt{2} \operatorname{sen} m\theta,$$

$$z_j = \sqrt{n+1} R_n^0(r),$$

(A.1)

donde

$$R_n^m = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left[ \frac{(n-m)}{2-s} \right]! \left[ \frac{(n-m)}{2-s} \right]!} r^{n-2s}. \quad (\text{A.2})$$

Los valores  $n$  y  $m$  son siempre valores enteros y satisfacen que  $m \leq n$ ,  $n - |m| = \text{par}$ . El índice  $j$  es el orden del modo y es una función de  $n$  y  $m$ . La condición de ortogonalidad está dada por:

$$\int d^2r W(r) Z_j Z_{j'} = k \delta_{jj'}, \quad (\text{A.3})$$

donde

$$W(r) = \frac{1}{\pi} \quad r \leq 1 \quad W(r) = 0 \quad r > 1. \quad (\text{A.4})$$

$$W(r) = \frac{1}{\pi} \quad r \leq 1 \quad W(r) = 0 \quad r > 1. \quad (\text{A.5})$$

Con el desarrollo de polinomios de Zernike se puede describir un frente de onda arbitrario sobre una apertura circular de radio total  $R$ ,  $\phi(r, \theta)$ , que es función de una apertura  $r$  y un desplazamiento angular  $\theta$ ; su expansión polinomial está dada por:

$$\phi(R\rho, \theta) = \sum_j a_j Z_j(\rho, \theta), \quad (\text{A.6})$$

con  $\rho = r/R$  y el coeficiente  $a_j$  está dado por:

$$a_j = \int d^2\rho W(\rho) \phi(R\rho, \theta) Z_j(\rho, \theta), \quad (\text{A.7})$$

o

$$a_j = (1/R^2) \int d^2r W(r/R) \phi(r, \theta) Z_j(r/R, \theta). \quad (\text{A.8})$$

La tabla (A.1) muestra los primeros 21 polinomios usados en este capítulo, la nota después de algunos de ellos describe el tipo de aberración óptica que representa.



$Z_1 = 1$	
$Z_2 = 2r \cos \theta$	<i>Tip.</i>
$Z_3 = 2r\theta$	<i>Tilt.</i>
$Z_4 = \sqrt{3}(2r^2 - 1)$	<i>Desenfoque.</i>
$Z_5 = \sqrt{6}r^2 \sin 2\theta$	<i>Astigmatismo.</i>
$Z_6 = \sqrt{6}r^2 \cos 2\theta$	<i>Astigmatismo.</i>
$Z_7 = \sqrt{8}(3r^3 - 2r) \sin \theta$	<i>Coma.</i>
$Z_8 = \sqrt{8}(3r^3 - 2r) \cos \theta$	<i>Coma.</i>
$Z_9 = \sqrt{8}r^3 \sin 3\theta$	
$Z_{10} = \sqrt{8}r^3 \cos 3\theta$	
$Z_{11} = \sqrt{5}(6r^4 - 6r^2 + 1)$	<i>Esférica.</i>
$Z_{12} = \sqrt{10}(4r^4 - 3r^2) \cos 2\theta$	
$Z_{13} = \sqrt{10}(4r^4 - 3r^2) 2\theta$	
$Z_{14} = \sqrt{10}r^4 \cos 4\theta$	
$Z_{15} = \sqrt{10}r^4 4\theta$	
$Z_{16} = \sqrt{12}(10r^5 - 12r^3 + 3r) \cos \theta$	
$Z_{17} = \sqrt{12}(10r^5 - 12r^3 + 3r) \theta$	
$Z_{18} = \sqrt{12}(5r^5 - 4r^3) \cos 3\theta$	
$Z_{19} = \sqrt{12}(5r^5 - 4r^3) 3\theta$	
$Z_{20} = \sqrt{20}r^5 \cos 5\theta$	
$Z_{21} = \sqrt{20}r^5 5\theta$	

Tabla A.1: Polinomios de Zernike.



## Apéndice B

# Laboratory Demonstration of Curvature Method for Segmented Telescopes

F. Garfias, S. Cuevas, V. G. Orlov and L. J. Sánchez Instituto de Astronomía,  
UNAM, AP 70-264 Coyoacán 04510, México D.F., México

**Publicado en:**

Proc. of SPIE Vol. 4003, Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance,  
ed. P. Dierickx (Apr, 2000) Copyright SPIE



# Laboratory Demonstration of Curvature Method for Segmented Telescopes

F. Garfias, S. Cuevas, V. G. Orlov and L. J. Sánchez  
Instituto de Astronomía, UNAM, AP 70-264 Coyoacán 04510, México D.F., México

## ABSTRACT

We have obtained the curvature signal from defocused images before and after the pupil image for a simplified segmented mirror model. We used white light interferometry in order to calibrate the relative piston difference between the segments. The first results of applying the Curvature Sensing method to measure this relative piston difference are presented.

**Keywords:** telescopes, adaptive optics, curvature test, segmented mirrors, white light interferometry

## 1. INTRODUCTION

One of the goals in large telescopes is to obtain the highest possible spatial resolution. In a telescope with a segmented primary mirror, this is especially difficult to achieve, because it is necessary to conserve a good figure of the complete surface and to minimize the relative piston between its segments<sup>1</sup>.

The Curvature Sensing method<sup>2-3</sup> has been proposed for optical surface figure measurement and evaluation of the image quality of telescopes. It has also been used for Adaptive Optics systems<sup>4</sup>. The Curvature method is quite popular in practice because it has a relatively simple experimental set up, can work with white light and, in the case of telescope testing, it is insensitive to atmospheric turbulence effects.

It has been demonstrated elsewhere that the Curvature equation can be easily modified for segmented optics<sup>5</sup>. The piston and tip-tilts between the segments can be detected directly from the Curvature Signal. Solving numerically the Curvature equation, the wavefront can be completely reconstructed, including the telescope low order aberrations, the individual segment aberrations and the pistons and tilts<sup>6</sup>.

In the present work we test this method in the optics laboratory, showing the Curvature Signal obtained from defocused images from a two segment mirror model. In Section 2 we give a detailed description of our experimental setup. In Section 3 we describe figure estimations of the mirror model and the behavior, from the modified Curvature equation, of the curvature signal. In Section 4 we present our experimental results and compare with theoretical predictions.

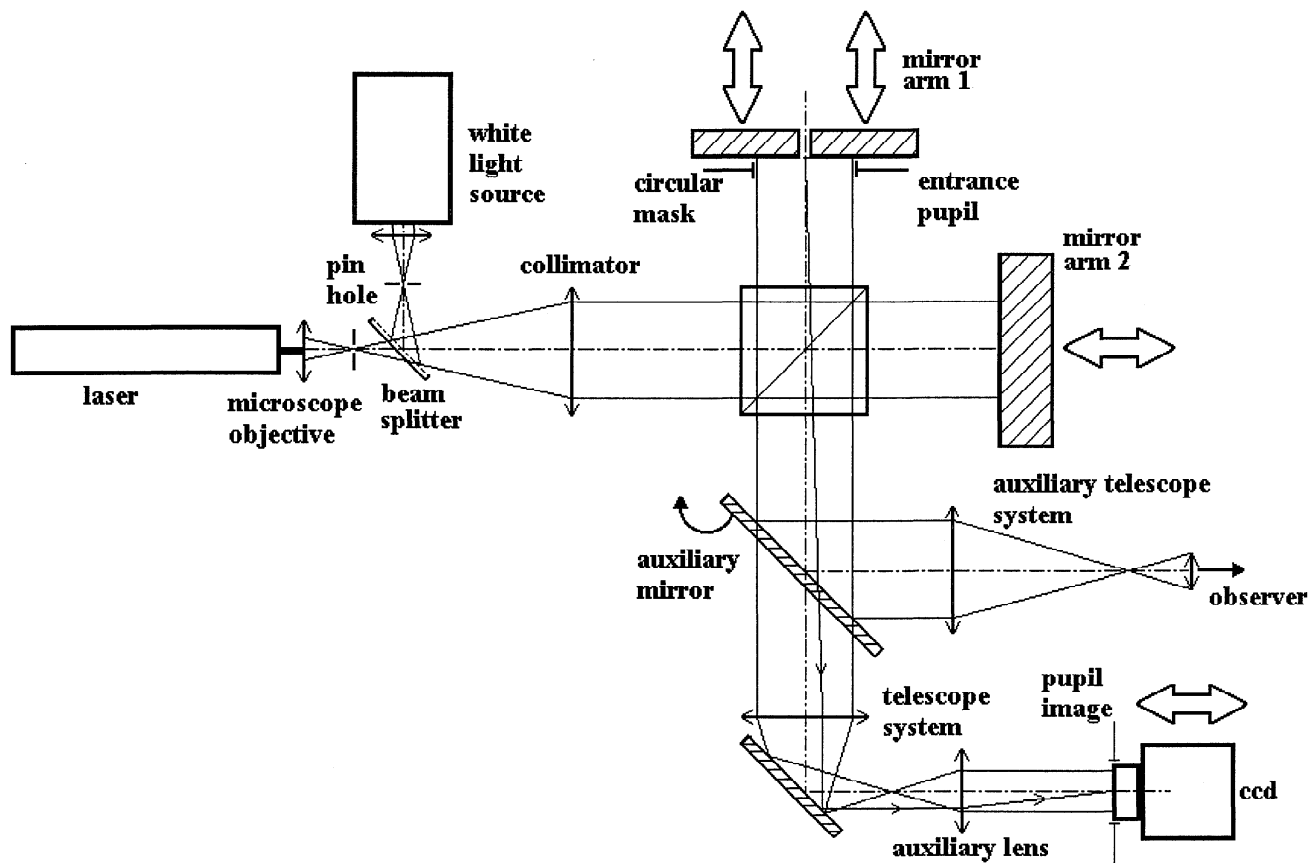
## 2. EXPERIMENTAL ASSEMBLY

### 2.1 Optical system

We choose for the piston calibration a Michelson Interferometer adjusted for white light fringes, due to the modulo  $2\pi$  ambiguity in monochromatic light fringes. The segmented mirror were placed at the entrance pupil of a telescope system which was located at the interferometer output.

A basic diagram of the interferometer set-up is shown in **Fig. 1**. Each of the interferometer mirror arms is motorized and controlled remotely. Mirror arm 1 consist of two plane mirrors side by side separated by  $200\ \mu\text{m}$  and covered with a circular mask. Each of these two mirrors is supported on a three point high precision motorized mounting. These mountings permit adjustments in piston and tilt for each mirror. Mirror arm 2 is a plane mirror ( $\lambda/10$ ) mounted on a lineal bench

allowing movements along the optical axis in order to get zero optical path difference between the two arms. This movement can be performed by remote control in steps of 50nm. A laser source helps in the alignment and adjustment of the tip-tilt between mirrors. White light is used to obtain an interference pattern when there is zero optical path difference, and to calibrate the piston difference between the two mirrors in arm 1.



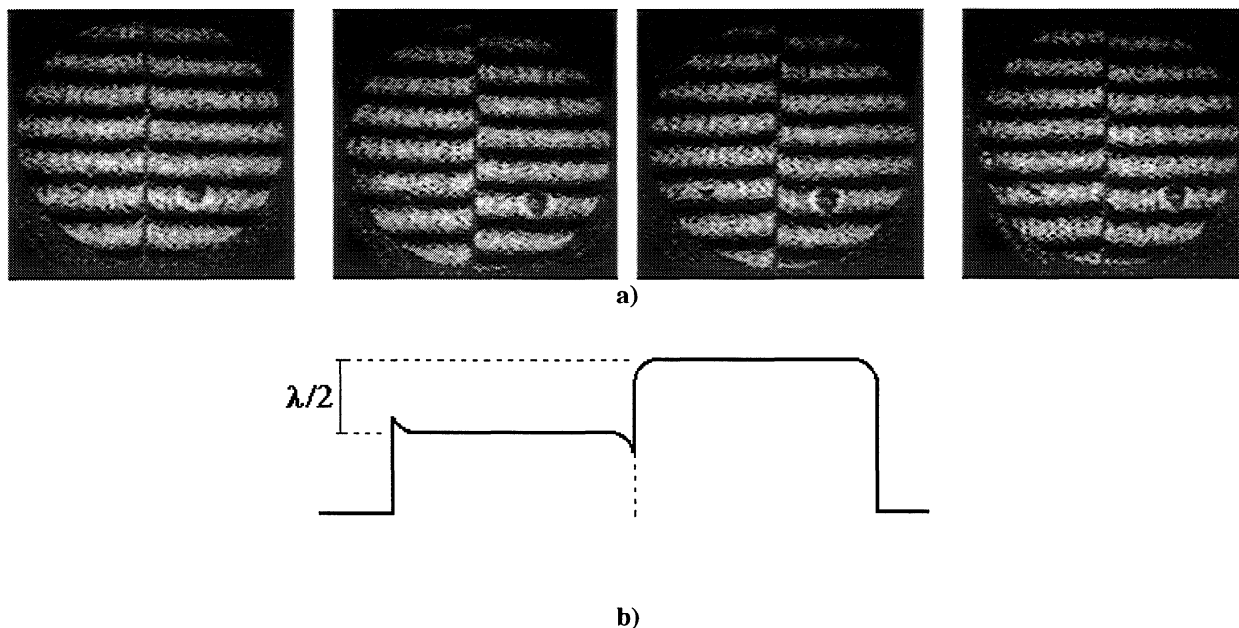
**Fig.1.** Experimental Interferometer setup.

At the interferometer output, we used a telescope system for pupil conjugation on a CCD. The telescope focal lengths were 700mm for the objective and 50 mm for the auxiliary lens (eyepiece). The CCD was a 512x512 with 20  $\mu\text{m}$  pixels. The pupil diameter was 46 pixels. An auxiliary telescope was used for fringe observation and the piston calibrations. Both laser and white light sources were spatially filtered with a pinhole. The dimension of the pinholes was such that the image diameter through all the optical system was smaller than the intrinsic diffraction pattern of the telescope system used in this setup (85  $\mu\text{m}$ ).

## 2.2. Relative piston difference calibration

Once the zero optical path difference was obtained, it was possible to see interference fringes by adjusting the relative tilt between mirror arm 1 and mirror arm 2. The interference pattern with a few fringes was set horizontal with the white fringe in the middle of two dark fringes in the center of the interferogram image. The fringes above and below the white fringe disappear as the spectrum colors on the interferogram image. The forward or backward movement of the mirrors along the optical axis, causes a displacement of the fringes up or down on the interferogram image. The direction of this displacement depends of both, the direction of the mirrors movement over the optical axis and the relative tilt between the mirrors.

Observing the displacement of the fringes, we determined the relative piston difference by fixing one of the segments of mirror arm 1 and moving the other along the optical axis of the interferometer. This displacement can be calibrated in fractions of wavelength of the light. From left to right in the image series, **Fig. 2 a)** shows a sequence of this process. The fringes in the left segment of the mirror go down, from a cophased surface until a relative piston difference of one fringe or  $\lambda/2$  (250nm) is obtained. In the **Fig. 2 b)** a schematic cut of the mirror surface is shown where we can see the relative piston difference and some mirror edge defects.



**Fig. 2. a)** a sequence of piston movements in the mirror segment in the left; **b)** a segmented mirror profile.

### 3. CURVATURE SIGNAL EXPECTED BEHAVIOR

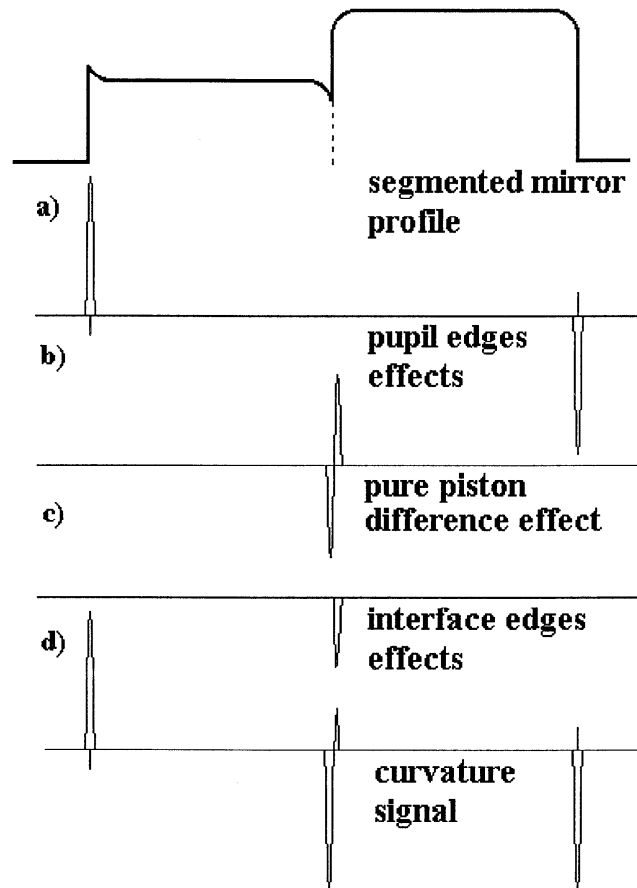
From the monochromatic interferogram images (**Fig. 2**), it was possible to describe the profile of the segmented mirror with its edge defects as one surface without relative piston, remembering that the relative piston difference is known from the interferometer calibration. From the theory<sup>5,6</sup> we can predict the behavior of the Curvature Signal for this kind of segmented mirror profile. **Fig. 3** is a descriptive plot of how we expected to see the Curvature Signal for this segmented mirror surface profile. Separating the different effects for a better understanding, in plot **a)**, we present the segmented mirror surface effects, as a plane surface with non perfect edges. In plot **b)** we describe the effects due to the pure piston difference effect between the segments. The plot **c)**, shows the effects due to the edge of each segment in the cut in middle of the pupil. Finally, plot **d)**, shows the sum of all, the previous effects, this plot is a general form of the Curvature Signal expected for this kind of profile. If there are relative tip-tilt the expected Curvature Signal can slightly change at the gap and at the pupil edge.

### 4. EXPERIMENTAL RESULTS

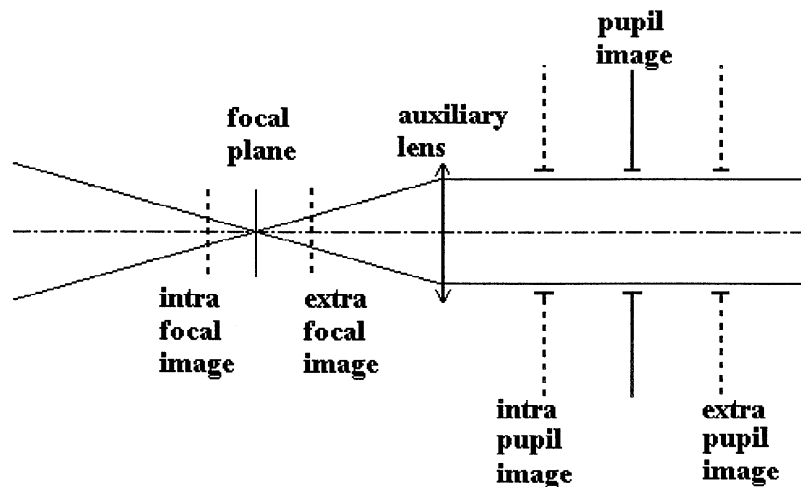
#### 4.1 Obtaining the Curvature Signal

In order to obtain the Curvature Signal intra and extrafocal images have been used<sup>3</sup>, however, we preferred to use a variation of the test with intra and extrapupilar images<sup>2,3</sup>. This allows us to increase the spatial resolution in the measurement of the surface profile. When the piston difference calibration was performed and measured from the interferogram image, mirror arm 2 was covered and the auxiliary mirror (**Fig. 1**) was picked-off. The white light (incoherent source) passed through the telescope system and, using an auxiliary lens, we took pupil and defocused pupil images. The

segment mirror arm 1 was placed in the input pupil of the telescope system. The CCD camera was moved on a linear optical bench in order to take images at different distances from the pupil image. Fig. 4 shows an optical scheme of the pupil image positions.



**Fig. 3.** Schematic description of Curvature Signal behavior. **a)** Segmented mirror profile as a plane surface; **b)** effects due to the pure piston difference between the segments; **c)** effects due to the edge of each segment in the cut in middle of the pupil; **d)** sum of all previous effects, this plot is a general form of the Curvature Signal expected for this kind of profile.



**Fig. 4.** Optical scheme of the pupil image positions.

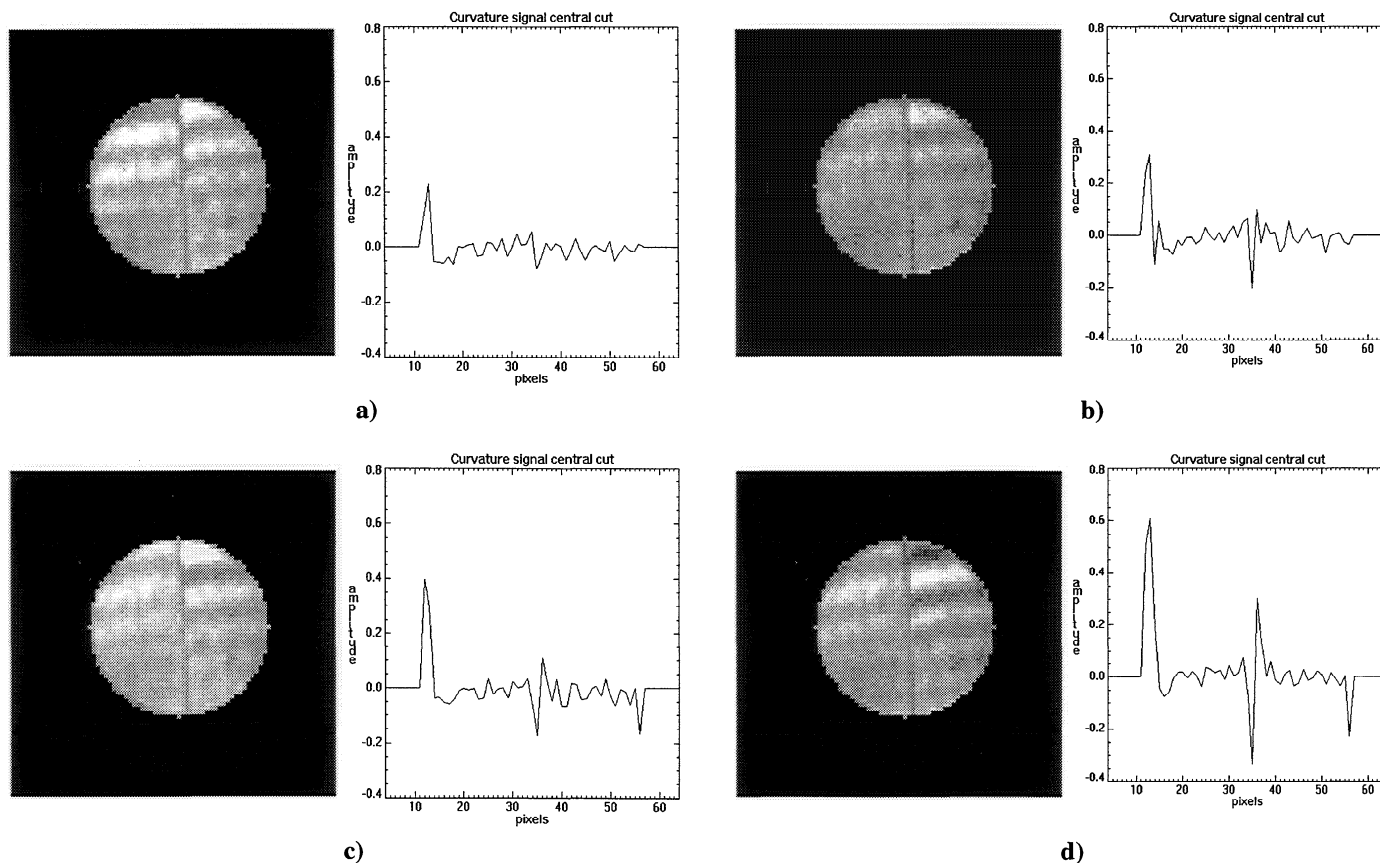




where  $I_{\text{inip}}$  means intrapupilar image intensity and  $I_{\text{extip}}$  is the extrapupilar image intensity. The displacement between the distinct defocused pupil images and the pupil image was exactly the same. The intrapupilar image, the extrapupilar image and Curvature Signal image are shown in **Fig. 5**. The effects obtained in the Curvature Signal image are very similar to the expected profile given in Section 4. Observing the Curvature Signal image from left to right and passing over the middle we can see a narrow dark band just preceding a clear band. This portion of the image precisely corresponds to the relative piston difference information in the segmented mirror, the delta linear impulse derivative<sup>5</sup>. **Fig. 6** is a plot of a central cut in the Curvature Signal Image, the principal information (jumps in amplitude) corresponds to the effects of the edges and to the relative piston difference. Also, it is possible to see some noise due to the aberrations in the mirror surfaces.

### 4.3 Some results for distinct relative piston differences

Here, a set of results obtained with distinct relative piston differences is presented in **Fig. 7**. Each white light interferogram image (shown here in black and white) is matched with its corresponding central cut in the Curvature Signal. We can see the displacements between fringes for  $\lambda/4$ ,  $\lambda/2$ ,  $3\lambda/4$ , and  $\lambda$  wavelength values. The white light spectrum was centered at  $\lambda=500\text{nm}$ .



**Fig. 7.** Sequence of distinct relative piston displacements between segments for piston values of **a)**  $\lambda/4$ ; **b)**  $\lambda/2$ ; **c)**  $3\lambda/4$  and **d)**  $\lambda$  (centered at  $\lambda=500\text{nm}$ ).

As in subsection 4.2, the central cuts of Curvature Signals correspond to distinct relative piston differences. We can see small variations in the plots associated with intrinsic surface aberrations. The variations practically don't change in amplitude and form over the four plots. The change in the amplitude of the signal in the middle of the central cut, put in evidence the change in relative piston. Our experimental setup of the segment mirror doesn't allow us to control the purity of the piston between the segments. When the piston difference between segments was larger than  $\lambda/2$ , it was unavoidable

the introduction of relative tilt between mirrors. This could explain the increment in amplitude in the edges of the Curvature Signal that appears in the plots.

## 5. CONCLUSION

With the Curvature Sensing method it was possible to detect the relative piston of a segmented mirror at the laboratory.

## ACKNOWLEDGEMENTS

We thank I. Cruz-González and the TIM project group for the support in the presentation of this work at the SPIE meeting. We thank M. Rosete for her comments and suggestions during the thesis seminar about this theme. We acknowledge D. Bello from Instituto de Astrofísica de Canarias who had an enthusiastic participation in early laboratory tests during her short stay at the IAUNAM. Thanks to O. Gonzalez a high school student who helped us during the long hours of work in the laboratory. Particularly we thank F. Pérez who polished the two plane mirrors.

## REFERENCES

1. F. Marchis, S. Cuevas, "Optical tolerances of active telescope architectures for Adaptive Optics", *Rev. Mex. Astron. Astrof.*, **35**, No. 1, pp 31-44, 1999.
2. C. Roddier, F. Roddier, "Wavefront reconstruction from defocused images and the testing of ground-based optical telescopes", *J. Opt. Soc. Am.*, **A 10**, 11, pp 2277-2287, 1993.
3. C. Roddier, J.E. Graves, M.J. Northcott, F. Roddier, "Testing optical telescopes", *Proc. SPIE Conf.* **2199**, 1994.
4. J.E. Graves, M.J. Northcott, "First telescope results for Hokupa the University of Hawaii 36 element curvature adaptive optics system", *Adaptive Optical System Technologies, Proc. SPIE Conf.* **3353**, 1998.
5. S. Cuevas, V.G. Orlov, F. Garfias, V.V. Voitsekhovich, L. J. Sánchez, "Curvature equation for a segmented telescope", this conference [4003-29]
6. V.G. Orlov, S. Cuevas, F. Garfias, V.V. Voitsekhovich, L. J. Sánchez, "Co-phasing of segmented mirror telescopes with Curvature sensing", this conference [4004-47]



# Apéndice C

## Site Acceptation of the Commissioning Instrument for the Gran Telescopio Canarias

Salvador Cuevas<sup>a</sup>, Beatriz Sánchez <sup>a</sup>, Vicente Bringas<sup>b</sup>, Carlos Espejo<sup>a</sup>, Rubén Flores<sup>a</sup>, Oscar Chapa<sup>a</sup>, Gerardo Lara<sup>a</sup>, Armando Chavoya<sup>b</sup>, Gustavo Anguiano<sup>b</sup>, Sadot Arciniega<sup>b</sup>, Ariel Dorantes<sup>b</sup>, José Luis Gonzalez<sup>b</sup>, Juan Manuel Montoya<sup>b</sup>, Rafael Toral<sup>b</sup>, Hugo Hernández <sup>b</sup>, Roberto Nava<sup>b</sup>, Nicholas Devaney<sup>c</sup>, Javier Castro<sup>c</sup>, Lluís Cavaller<sup>c</sup>, Alejandro Farah<sup>a</sup>, Javier Godoy<sup>a</sup>, Francisco Cobos<sup>a</sup>, Carlos Tejada<sup>a</sup>, Fernando Garfias<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Instituto de Astronomía, UNAM

<sup>b</sup>Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial

<sup>c</sup>Instituto Astrofísico de Canarias, GTC Project

### Publicado en:

Ground-based and Airborne Telescopes, edited by Larry M. Stepp, Proc. of SPIE Vol. 6267, 62670X, (2006) 0277-786X/06/15doi : 10.1117/12.672545



# Site Acceptation of the Commissioning Instrument for the Gran Telescopio Canarias

Salvador Cuevas<sup>a</sup>, Beatriz Sánchez<sup>a</sup>, Vicente Bringas<sup>b</sup>, Carlos Espejo<sup>a</sup>, Rubén Flores<sup>a</sup>, Oscar Chapa<sup>a</sup>, Gerardo Lara<sup>a</sup>, Armando Chavoya<sup>b</sup>, Gustavo Anguiano<sup>b</sup>, Sadot Arciniega<sup>b</sup>, Ariel Dorantes<sup>b</sup>, José Luis Gonzalez<sup>b</sup>, Juan Manuel Montoya<sup>b</sup>, Rafael Toral<sup>b</sup>, Hugo Hernández<sup>b</sup>, Roberto Nava<sup>b</sup>, Nicholas Devaney<sup>c\*</sup>, Javier Castro<sup>c</sup>, Lluís Cavaller<sup>c</sup>, Alejandro Farah<sup>a</sup>, Javier Godoy<sup>a</sup>, Francisco Cobos<sup>a</sup>, Carlos Tejada<sup>a</sup>, Fernando Garfías<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Instituto de Astronomía, UNAM

<sup>b</sup>Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial

<sup>c</sup>Instituto Astrofísico de Canarias, GTC project

**Keywords:** Astronomical Instrumentation, Opto-Mechanics, Telescope Commissioning.

## ABSTRACT

In March 2004, the Commissioning Instrument (CI) for the GTC was accepted in the site of The Gran Telescopio Canarias (GTC) located in La Palma Island, Spain. During the GTC integration phase, the CI will be a diagnostic tool for performance verification. The CI features four operation modes—imaging, pupil imaging, Curvature Wave-front sensing (WFS), and high resolution Shack-Hartmann WFS. The imaging mode permits to qualify the GTC image quality. The Pupil Mode permits estimate the GTC stray light. The segments figure, alignment and cophasing verifications are made with both WFS modes. In this work we describe the Commissioning Instrument and show some tests results obtained during the site acceptance process at the GTC site.

## 1. INTRODUCTION

The GTC is a fully active segmented telescope<sup>3, 4</sup>. The primary mirror is a 36 hexagonal mirrors array. Each segment with a 1.8m circumscribed diameter. It performs like a 10.4m diameter equivalent mirror. Each segment is actively supported and aligned by a closed loop control. For the active optics control the GTC Acquisition and Guiding system features three wave-front sensors<sup>5</sup>.

Upon the segment integration, the GTC CI will analyze the relative segment alignment and will enhance the telescope overall performance. The CI needs a reasonably large field of view to spot objects with the un-calibrated working pointing model<sup>4</sup>. Likewise, the CI's image quality identifies error sources helping to correct image degradation. Furthermore, the CI needs an accessible pupil image with multi-size stops inserted to measure the background radiation in the visible spectrum range.

The Commissioning Instrument for the 10.4m Gran Telescopio Canarias has been described elsewhere in detail<sup>1, 2</sup>. Basically, the CI is an optical instrument designed to perform three tasks—imaging with individual M1 segments, verifying their surface figure, and segment aligning and co-phasing. Also, the CI performs telescope stray light and background measurements. Neutral and BVRI filters are introduced in the functioning modes.

---

<sup>a</sup> Apdo Postal 70-264 04510 México D.F. Tel (52) 55 56 22 39 35, Fax (52) 55 56 16 06 53 [www.astrocu.unam.mx](http://www.astrocu.unam.mx).

<sup>b</sup> Av. Pie de la Cuesta No. 702. Desarrollo San Pablo C.P. 76130 Santiago de Queretaro, Qro. Mexico. Tel. (52) 42 11 98 06, Fax: (52) 42 11 98 35, [www.cidesi.mx](http://www.cidesi.mx)

<sup>c</sup> C/Vía Láctea s/n, 38200 La Laguna, Tenerife Spain Tel (34) 922 31 50 31, Fax (34) 922 31 50 32 [www.gtc.iac.es](http://www.gtc.iac.es)

\* Current address: Department of Experimental Physics, National University of Ireland, Galway, Ireland

In imaging mode the CI is a Collimator-Camera focal reducer with an accessible pupil image with multi-size stops inserted to measure background radiation in the visible spectral range.

In pupil imaging mode, the detector is placed at the telescope pupil image in order to identify stray light.

To verify the M1 surface figure and co-phasing, the CI will perform both Curvature WFS and high resolution Shack-Hartmann WFS methods.

High Resolution Shack Hartmann method has been used in the 4 and 8 m class active optics systems<sup>6</sup>. Additionally, the relative Piston is estimated by measuring the PSF of the Shack-Hartmann lens-lets placed at the M1 segment interface image. The last is the core of the Gary Chanan Keck co-phasing algorithms<sup>7</sup>. A modified version of the Keck narrow band algorithm will be used at the GTC<sup>8</sup>.

Curvature WFS has been used in telescope testing<sup>9</sup>. M1 segments relative Piston and Tilt can be estimated from the curvature signal as it has been demonstrated by Cuevas et al.<sup>10</sup>.

Once the GTC commissioning phase is over, the CI could be permanently mounted at a folded Cassegrain focus for either imaging or tuning up telescope imaging<sup>1</sup>.

In March 2004, the CI was accepted at the Observatorio del Roque de los Muchachos (ORM), the GTC site in La Palma island, at the Canarias Islands (Figs. 1 and 2). This acceptance was made after intensive functioning tests. The CI was built under a contract with the GRANTECAN, S.A.

The Commissioning Instrument was a project developed by a team of Mexican engineers of the Instituto de Astronomía UNAM and the Centro de Ingeniería y Desarrollo Industrial (CIDESI) in Querétaro, Qro.



Figure 1: Commissioning Instrument in March 2004 at the GTC site at ORM.



## 2. CI MECHANICS DESCRIPTION AND COMPLIANCE

The CI has a modular design comprising a positioner (IP) and an instrument box (IB). The positioner consists of a main structure and a support structure, both linked by a turntable. The IB is mounted on a focusing stage, which is fixed to the instrument positioner<sup>13</sup>. Linked to the instrument box, there are a CCD controller, and an electronic cabinet (allocating the control electronics), described by Flores et al.<sup>11</sup>. The latter is attached to the main structure to purposely avoid the faulty bending of the turntable frame's default flexures<sup>12</sup>. The CCD controller is fixed to the instrument box's support structure.

The complete CI was designed for high reliability and maintainability. The estimated Mean Time Between Failures (MTBF) exceeds 900 hours and the Mean Time To Repair (MTTR) is lower than 4 hours. Operation temperatures are -6 °C to 30 °C (-15°C to +35°C is the survival limit). Other specifications are described by Espejo et al.<sup>13</sup>. MTBF and MTTR and were estimated in the Reliability, Availability, Maintainability and Safety analysis performed by CIDESI.

### 2.1 The Instrument Positioner (IP)

The IP features a turntable, a main structure, and a focusing stage. The IP positions the IB at any point of the telescope field (20 arcmin) simultaneously maintaining the IB aligned to the M2 center. The positioner design was the result of a FEA analysis performed to obtain the best design choice using matrix decision technique with customized performance indicators as it is described by Farah<sup>12</sup>. The measured performance of the IP for gravitational bending and thermal behavior was consistent with the FEA analysis.

The turntable is based on a 1m diameter ROTEK ball-bearing. The bearing was provided with gear teeth. A position encoder (Heidenhain) was placed on the inside face (the fixed one) of the ball-bearing. The encoder optical head was attached to the bearing movable part. The instrument electronics performed a closed loop non linear algorithm in order to avoid the system back-lash. The turntable measured repeatability controlled by the instrument electronics was 0.0125arcsec projected on the sky (10 μm), better than the performance requirements (0.1arcsec or 80 μm). The mean turntable backlash in open-loop was around 450 microns. This value represents a backlash reduction factor of 45 times, which can be considered a good challenge for the CI electronics and control system.

### 2.2 The Instrument Box (IB)

The aluminum-made IB features a light-weighted plate forming an optical bench with an aluminum cover bolted to the IB frame.

As for the inside, along the optical path, the system consists of a shutter and a glass window followed by a Collimator, a pupil positioner, and two filter wheels. Next, there is a wheel featuring two pupil stops and a micro-lens array. A removable Camera (mounted on a wheel too) and a CCD detector complete the optical system. The CCD is mounted on a translation stage. Besides, a removable optical fiber is mounted on a wheel at the telescope focus for calibration. The optical fiber wheel features two aperture stops: one (6" x 6") for WFS and pupil imaging and another one (1'X1') for imaging. All wheels are motorized, the measured insertion repeatability for all the wheeled mechanisms is 0.01arcsec (8.2 μm).

## 3. CI OPTICS DESCRIPTION AND COMPLIANCE

The CI optics is divided in four units. The collimator, camera, CCD and the lens array units. The collimator unit comprises the collimator lens, the input window, the pupil positioner, and the neutral and color filters. The collimator unit provides a high-quality diffraction limited pupil image. The camera unit takes the collimated beam after the pupil to form an image on the CCD unit. Finally, the lens array unit is used for the S-H WFS.

The same CCD detector is used in all CI modes. This CCD is a 13-microns pixel, 1kx1k array Marconi, EEV CCD 47-20 thinned and back illuminated. The CCD controller was provided by GRANTECAN S. A.

The optical components were designed and manufactured in México by the IAUNAM and CIO. The lenses antireflection coatings were made by ZC&R in California, USA. These coatings were the only process contracted out of México.

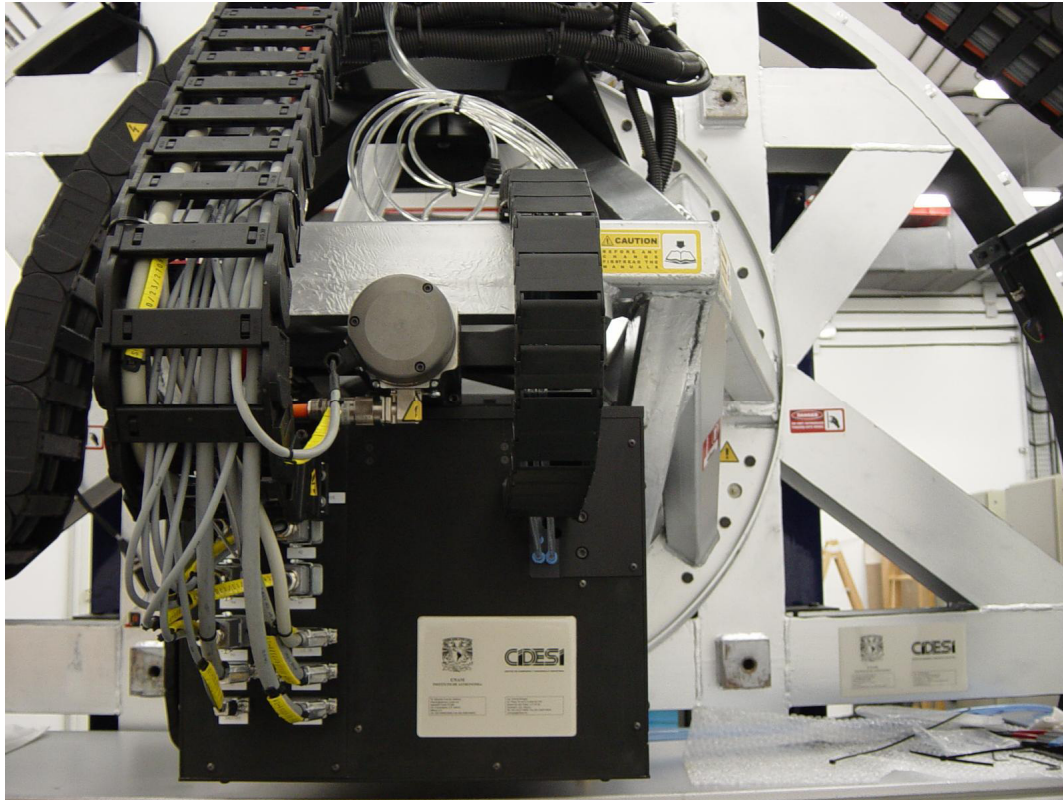


Figure 2: Commissioning Instrument at ORM I during the site acceptance tests.

### 3.1 Collimator Unit

#### 3.1.1 Input Window

An input window protects the instrument from dust (especially when the Saharan dust storms blow over the Canary Islands). Window optical aberrations must be taken into account when the instrument is calibrated in the Shack-Hartmann mode. A 3 mm-thick BK7 multi-layer coated glass window is placed along the optical path, after the calibration wheel.

#### 3.1.2 Collimator

The collimator is the main optical part of the CI (Figure 3). The optical quality is diffraction limited because it performs as the collimator of the WFS modes. The Collimator is  $\Phi 96$  mm EFL= $184.4 \pm 0.2$  mm triplet lens (FK51, CaF2 and LLF1 glasses) fully achromatic and diffraction limited for a 6" GTC field (7.2mm field) and 12 mm pupil. Accordingly, glasses are of Schott H3/NVS quality. Also, lenses are MgF2 coated. The CI Collimator images the GTC output pupil (the secondary mirror) scaled down 947.3 times. This scaling is carried out with a distortion lower than 0.5% for all the wavelengths inside the operation temperature range (Figure 4). The collimator design compensates any window aberrations. In the CI Image mode the Collimator works with a GTC 1' X 1' field (51 x 51 mm).

The FK51 and CaF2 lenses were polished at the IAUNAM workshops. The LLF1 lens was polished at the CIO optical shop. Collimator barrel mechanical design compensates the differences in thermal expansion among the barrel and glass lenses by using metal separators of proper CTE. Furthermore, the barrels are filled with dry Nitrogen to eliminate internal condensation.

Final Collimator interferometric tests shown it was diffraction limited: aberrated wave-front 0.19 P-V; 0.023 rms; resulting on a 0.98 Strehl (for the He-Ne red laser line).

### 3.1.3 Pupil Positioner (PP)

The PP is a 19 mm-thickness MLAR coated BK7 glass plate, mounted on a motorized tip-tilt stage. The plate inclination causes a slight displacing of the GTC pupil on the lens array. The plate is placed on the collimated light beam so no aberrations occur. The repeatability of the GTC pupil positioning on the lens array is better than 4  $\mu\text{m}$ . The pupil displacement range is  $\pm 400 \mu\text{m}$ . The PP glass plate was manufactured by CIO.

### 3.1.4 Filters

The neutral and color filters are tilted  $5^\circ$  with respect to the optics beam, to reduce both ghosts and stray light. This was determined by the stray light and ghost analysis. The filters are placed on two wheels. The filter wheels allow placing 7 neutral and 7 color filters: four Johnson BVRI filters and two 100 nm wideband filters centered in 700 and 800 nm. No aberrations occur in both the pupil and the image plane. Filters were made by Omega Filters in USA.

### 3.2 Camera Unit

The camera unit is  $\Phi 32$  mm EFL =  $48.3 \pm 0.5$  mm four lens objective (CaF2, F2, BaK5 and LLF1 NH2 class glasses) (Figure 5). This objective is nearly achromatic for  $370 \text{ nm} < \lambda < 1060 \text{ nm}$ . The CaF2 lens was polished at the IAUNAM workshops. The other lenses were polished at the CIO. Both combined the collimator and the camera work as a  $\frac{1}{4}$  focal reducer. The optics quality is  $d_{80}$  better than 0.2'' inside a 1'X1' field ( $d_{80} < 18 \mu\text{m}$  for a 51X51 mm field). The camera is mounted on a motorized wheel. The measured insertion repeatability is 0.05arcsec (10  $\mu\text{m}$ ).

### 3.3 CCD Unit

The CCD is a 13 microns pixel 1kx1k array Marconi EEV CCD 47-20 thinned and back illuminated. The CCD head and controller were provided by GRANTECAN S.A. and are similar to the CCD unit for the GTC A&G system<sup>5</sup>. The CCD head is mounted on a translation stage thus allowing for the displacement of the CCD along the optical axis in the operating modes described below.

### 3.4 Lens Array

A lens array for high resolution Shack-Hartmann WFS can be placed on the optics beam. The lens array is mounted on a motorized wheel, similar to the camera wheel. The wheel also features two pupil stops. The lens array was made by Adaptive Optics Associates in Cambridge MA, USA. The array has nearly 2000 lens-lets 9mm EFL.

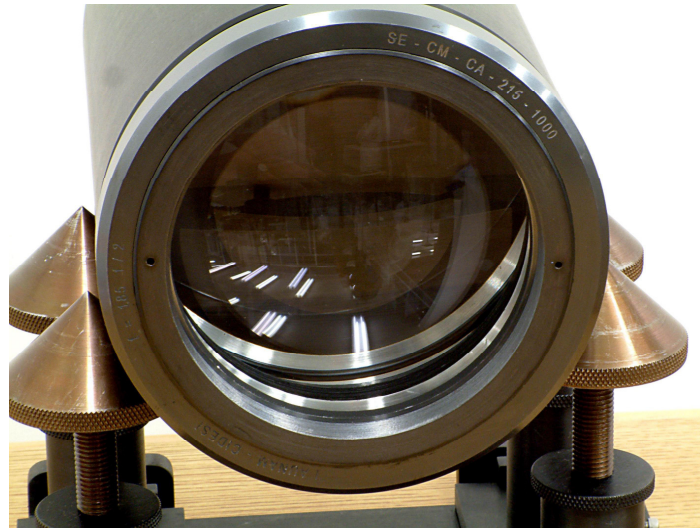


Figure 3: CI Collimator.

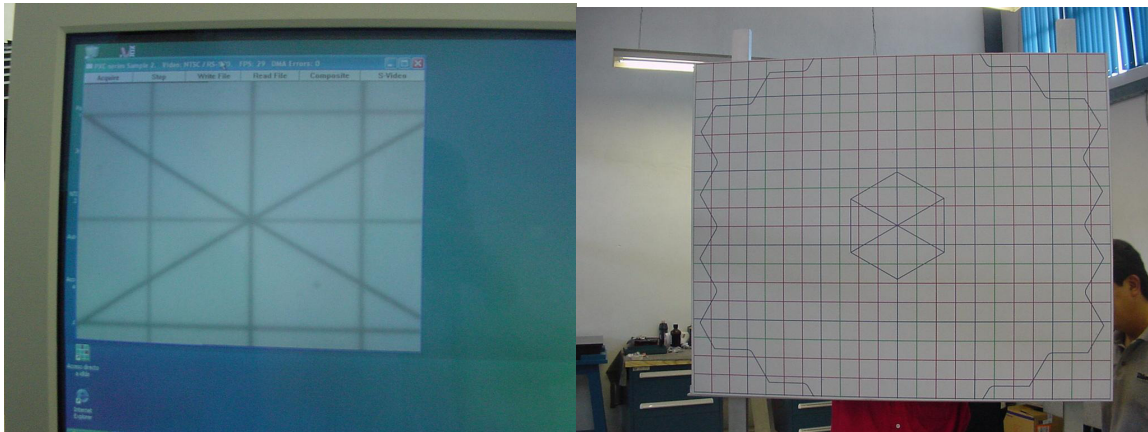


Figure 4: Collimator pupil distortion test.



Figure 5: CI Camera.

#### 4. CONTROL SYSTEM DESCRIPTION AND COMPLIANCE

The Electronics Cabinet (EC) contains the CANopen modules for the CI mechanisms control, instrument temperature sensors, motor drivers and power supplies. In addition, a calibration lamp and calibration fiber housing are inside the EC. The above components are thermally isolated with respect to the Telescope temperature. Furthermore, the dissipated heat is extracted out from the EC by means of a heat interchanger working by cooled glycol water. This glycol water line is connected to the telescope cooling system. The EC does not dissipate more than 100 watts to the GTC telescope dome (Figure 6 and 7).

The IB has ten motorized mechanisms and three temperature sensors. Also, the IP has two motors with precision encoders. To operate each mechanism uses at least ten isolated wires. The total wire number going from the electronics cabinet to the IB is huge and it was necessary to use a cable-wrap to conduct them allowing CI turntable rotation. Cabling design is a very difficult task so we used an AutoCAD<sup>®</sup> model for determining cabling distribution, minimum permissible distance between electronic components and for calculating cabling length. This way, we were able to consider and save physical space for allocating all the CI electronic components and cables. Cabling design avoids mechanism failures by reducing at minimum EMI effects as was demonstrated on CI site tests, where no trouble appear during exhaustive tests.

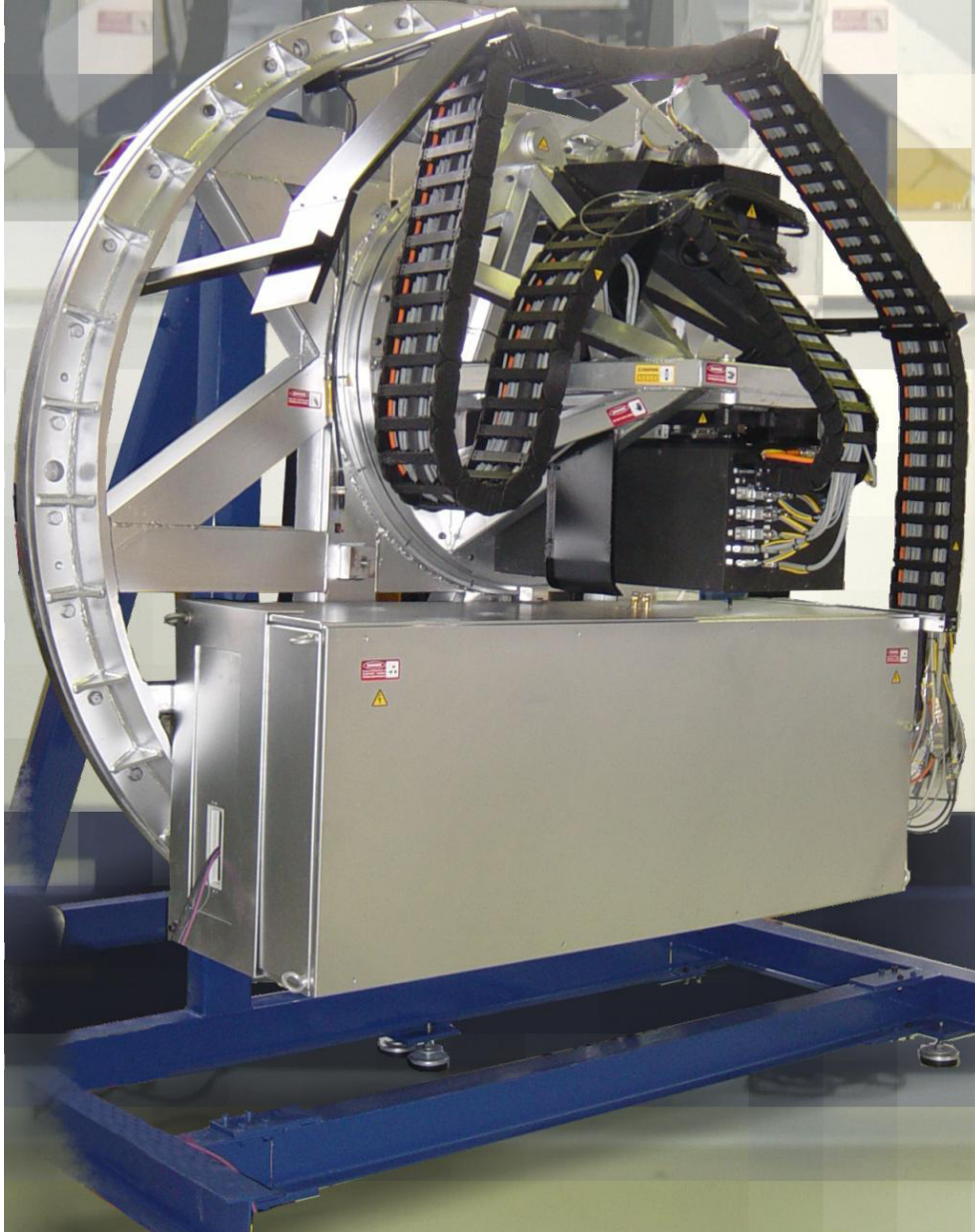


Figure 6: Electronics cabinet attached to CI structure.

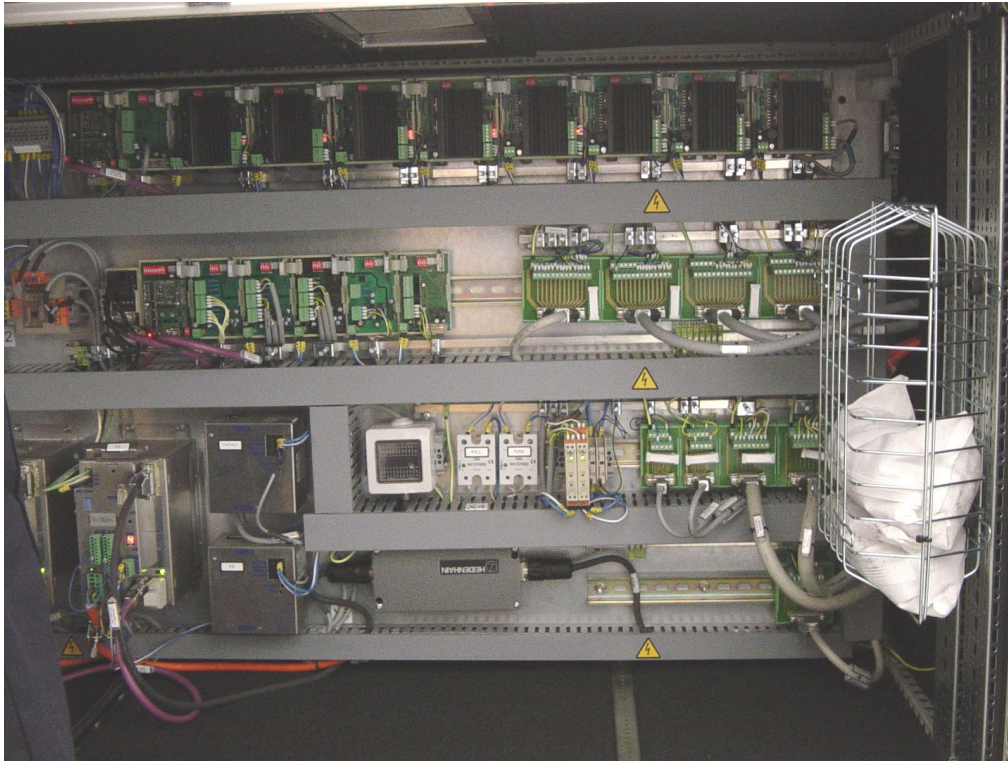


Figure 7: Electronics Cabinet inside view. Stepper motors controllers located at top. Temperature sensors, Shutter and calibration modules at the middle. Turntable and focusing stage stepper controller at bottom left.

## 4.1 User Interface

The CI user interface was developed in LabVIEW comprising the following sections:

### 4.1.1 Turntable and Focusing stage (FS) front panel

Figure 8 shows the front panel for both the Turntable and the Focusing Stage. Also, this front panel contains a “*shut-down-CANopen- communication*” button for aborting communication with the CANopen bus.

### 4.1.2 IB mechanisms positioning

IB mechanisms positioning control program front panel comprises nine control windows for each mechanism.

### 4.1.3 Calibration system, Temperature Monitoring System (TMS), and shutter activation

Calibration system, Temperature Monitoring System (TMS), and shutter activation can be accessed by this user interface. The TMS comprises eight RTD's for sensing temperature. These sensors have been distributed in several CI sections providing temperatures for computing temperature gradients. Therefore, optics focus changes and misalignments due to temperature changes or temperature gradients can be compensated by a control algorithm.

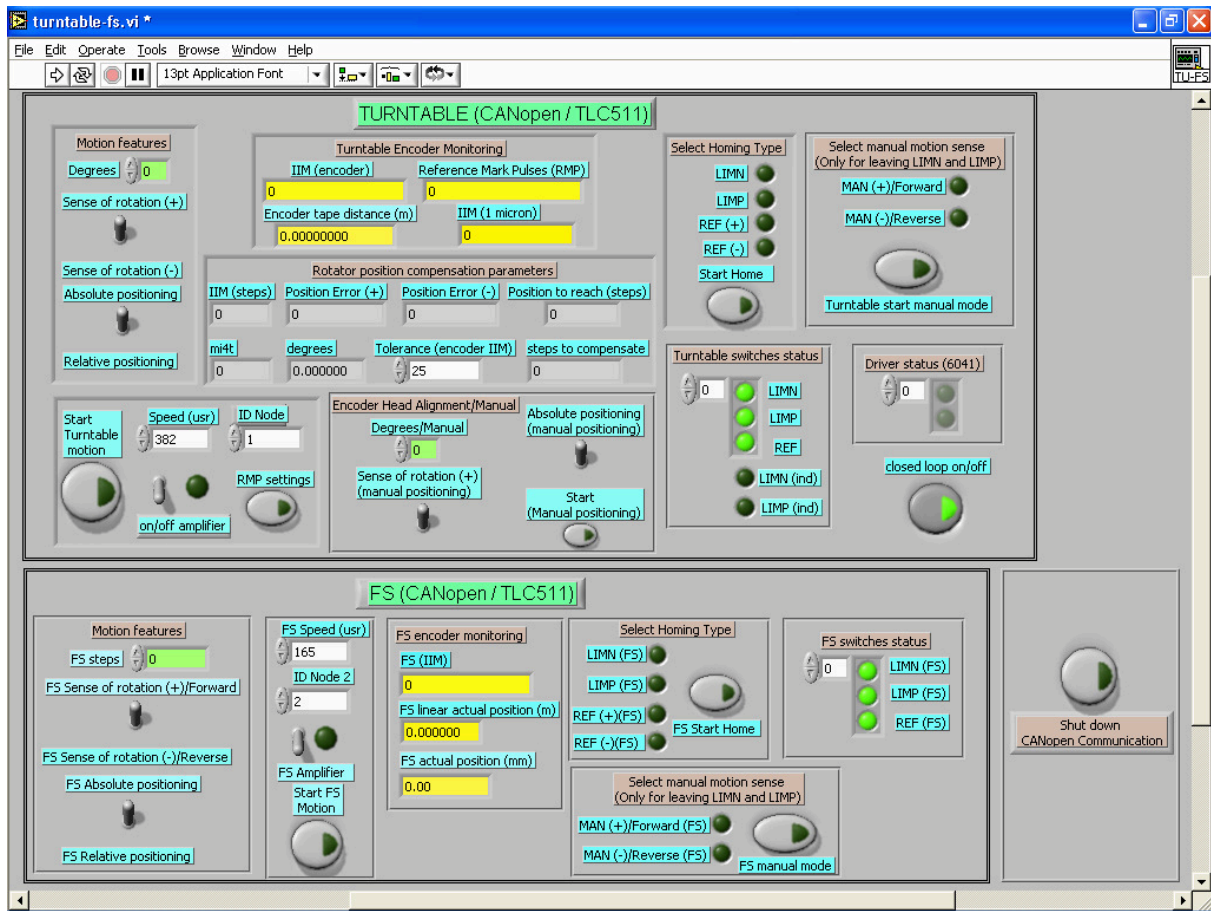


Figure 8: Front panel for the Turntable and Focusing Stage

## 5. MANAGEMENT

The CI project started on December 2000, when the international public bid contract was signed. The Advanced Design Review (ADR) phase was passed on April 2001. The Critical Design phase (CDR), where all the fabrication drawings were approved by GRANTECAN S.A., was held on April 2002. The CI final integration phase was made at CIDESI in Querétaro where the Factory Acceptation tests were performed. The Factory Acceptation tests review was carried out by the GRANTECAN S.A. engineers on August and November 2003. The instrument was sent to La Palma and accepted on March 26th, 2004. The deliverable items were the instrument itself with all the support and tests tools, 250 drawings and 58 documents and reports<sup>3</sup>.

The CI was designed and built under budget and schedule imposed by the GRANTECAN S.A. contract.

## 6. TRANSPORT TO LA PALMA

The CI was cleaned and packed complying with special international norms (Figure 9). The instrument was sent by truck from Querétaro to México City International Airport; sent to Paris by air-cargo and from there by truck to Cadiz, where it was sent to La Palma by boat.





Figure 9: CI transport to La Palma by Airplane (February 2004).

## 7. ACKNOWLEDGMENTS

We would like to thank the support from the UNAM Science Coordinator René Drucker. We owe a great debt of gratitude to Silvia Torres-Peimbert, (IAUNAM Director in 2000) for her support and faith in the team. Also, José Franco, encouraged this project long before he became our IAUNAM actual director. The project would be very difficult to be manned to the end without the support of Angel Ramírez Vázquez, (Director of the CIDESI during the project). Special thanks to Beatriz Sapiña, the UNAM Procuring Department for her support for the CI exportation. We would like to thank Franco Pérez (IAUNAM), Carlos Pérez and the CIO Optical Shop staff.

## REFERENCES

1. Cuevas, S., Espejo, C., Sánchez, B., Flores-Meza, R., Lara, G., Farah-Simon A., Godoy, J., Garfias, F., Cobos, F.J., Bringas, V., Chavoya, A., Anguiano, G., Arciniega, S., Dorantes, A., Gonzalez J.L., Montoya J.M., Toral, R., Hernandez, H., Nava, R., Devaney, N., Castro, J., Cavaller, L., "Commisioning Instrument for the Gran Telescopio Canarias" SPIE Proc. Vol. 4840 "Future Giant Telescopes", James Roger P. Angel, Roberto Gilmozzi Eds. (Bellingham, WA: SPIE Press), pp. 517-526, (2003).

2. Cuevas, S., Espejo, C., Sánchez, B., Flores-Meza, R., Lara, G., Farah-Simon A., Godoy, J., Garfias, F., Cobos, F.J., Bringas, V., Chavoya, A., Anguiano, G., Arciniega, S., Dorantes, A., Gonzalez J.L., Montoya J.M., Toral, R., Hernandez, H., Nava, R., Devaney, N., Castro, J., Cavaller, L., "Commissioning Instrument for the GTC". In "Science with the GTC 1st-light instruments and the LMT", Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, Conf. Series, Vol 24, pp.102, 106 (2005).
3. [www.iac.gtc.es](http://www.iac.gtc.es) & [www.gtcdigital.net](http://www.gtcdigital.net)
4. Castro, J., Bello, D., Jochum, L., Devaney N. "Image quality and Active optics for the Gran Telescopio Canarias" Proc. SPIE Vol. 3352, Advanced Technology Optical/IR Telescopes VI. Kona, Hawaii, ed. L.M.Stepp. (Bellingham, WA: SPIE Press), (1998).
5. Devaney, N., Cavaller, L., Jochum, L., Bello, C.D., Castro, J., "GUACAMOLE: the GTC guiding, acquisition and calibration module", SPIE Proc. 4003 "Optical Design, Materials, Fabrication and Maintenance", Philippe Dierickx, Ed., (Bellingham, WA: SPIE Press), pp. 146-153, (2000).
6. Wilson, R.N., Franza, F., & Neoethe, L., J. of Modern Optics, 34, 453, (1987).
7. Chanan, G., Troy, Mitchel, Dekens, F., Michaels, S., Nelson, J., Mast, T., Kirman, D., "Phasing the mirror segments of the Keck Telescopes" Applied Optics, Vol 37, 140-155 (1998)
8. Schumacher A., Devaney, N., Montoya, L.M. "Phasing segmented mirrors: a modification of the Keck narrow band technique and its application to extremely large telescopes", Applied Optics Vol 41, p 1297, (2002).
9. Roddier C., & Roddier F., "Wave-front reconstruction from defocused images and the testing of ground-based optical telescopes" J.Opt.Soc.Am A 10, 2278-2287 (1993).
10. Cuevas, S.; Orlov, V., Garfias, F., Voitsekhovich, V.V., Sánchez, L.J., "Curvature equation for a segmented telescope". Proc. SPIE Vol. 4003, Astronomical Telescopes: Optical Design, Materials, Fabrication, and Maintenance, Philippe Dierickx; Ed. (Bellingham, WA: SPIE Press), pp. 291-302, (2000)
11. Flores-Meza, R., Anguiano, G., Arciniega, S., Lara, G., Sánchez, B., Espejo, C., Cuevas, S., "Electronics and Acceptance control system for the Gran Telescopio Canarias" SPIE Proc. Vol. 4837 "Large Ground-Based Telescopes", Jacoubs M. Oschmann, Larry Stepp Eds. (Bellingham, WA: SPIE Press), pp. 524-532, (2003)
12. Farah-Simon A., Godoy, J., Velázquez, F., Espejo, C., Cuevas, S., Sánchez, B., Bringas, V., Chavoya, A., Devaney, N., Castro, J., Cavaller, L., "Finite element analysis of the GTC Commissioning Instrument Structure" SPIE Proc. Vol. 4837 "Large Ground-Based Telescopes", Jacoubs M. Oschmann, Larry Stepp Eds. (Bellingham, WA: SPIE Press), pp. 317-324, (2003)
13. Espejo, C., Cuevas, S., Sánchez, B., Flores, R., Lara, G., Farah-Simon A., Godoy, J., Bringas, V., Chavoya, A., Dorantes, A., Montoya, J.M., Rangel, J.C., Devaney, N., Castro, J., Cavaller, L., "Gran Telescopio Canarias Commissioning Instrument Opto-mechanics" SPIE Proc. Vol. 4837 "Large Ground-Based Telescopes", Jacoubs M. Oschmann, Larry Stepp Eds. (Bellingham, WA: SPIE Press), pp. 749-757, (2003).

# Referencias

- [Astrosurf 2005] <http://www.astrosurf.com/>
- [Babcock 1953] Babcock H.W. “The possibility of compensating astronomical seeing”. *Pub. Astr.Soc. Pac.* 65, pp. 221-224, 1953.
- [Bello 2000] Bello Figueroa C. D. “Improving the image quality of large segmented mirror telescopes” Tesis Doctoral. Instituto de Astrofísica de Canarias, octubre de 2000.
- [Born and Wolf 1980] Born, M. and Wolf, E. “Principles of Optics. Electromagnetic Theory of Propagation and Diffraction of Light”. Sixth Edition. Pergamon Press, 1980.
- [Cuevas *et al.* 2000] Cuevas, S., Orlov, V.G., Garfias, F., Voitsekhovich, V.V. and L. J. Sánchez, “Curvature equation for a segmented telescope, *Proc. of SPIE Vol. [4003-29]*, pp. 291-302, 2000.
- [Chanan *et al.* 1999] Chanan, G., Troy, M. and Sirko, E. “Phase discontinuity sensing: a method for phasing segmented mirrors in the infrared”, *Appl. Optics*, **38**, pp. 704-713, 1999.
- [Garfias 1996] Garfias, F. “Estudio de un Sistema de Control para Óptica Adaptativa”, Tesis Licenciatura, Ingeniero Mecánico Electricista. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería. México, D.F., 1996.
- [Garfias *et. al* 2000] Garfias, F., Cuevas, S., Orlov, V.G., and Sánchez, L. J. “Laboratory demonstration of the curvature method for segmented telescopes”, *Proc. of SPIE Vol. [4003-47]*, pp. 443-449, 2000.
- [Graves and Northcott 1998] Graves, J.E. and Northcott, M.J. “First telescope results for Hokupa the University of Hawaii 36 element curvature adaptive optics system”, *Adaptive Optical System Technologies*, *Proc. SPIE Conf.* 3353, 1998.

- [Hecht 1990] Hecht Jeff, "The testing error that led to Hubble mirror fiasco", *NewScientist*, Magazine issue 1730. 18 August 1990.
- [Ichikawa *et al.* 1988] Ichikawa, K., Lohmann, A.W. and M. Takeda. "Phase retrieval based on the irradiance transport equation and the Fourier Transform Method: experiments" *Appl. Opt.*, **27**, pp. 3433-3436, 1988.
- [Jenkins and White 1976] Jenkins, F.,A. y White, H.,E. "Fundamentals of Optics" Fourth Edition. McGRAW-HILL. 1976.
- [Newton 1704] Newton I. "OPTIKS", pp. 107-111, 1704.
- [Noll 1976] Noll J. R. "Zernike polynomials and atmospheric turbulence", *J. Opt. Soc. Am.*, Vol 66, No. 3, pp. 207-211, 1976.
- [Orlov *et al.* 2000] Orlov, V.G., Cuevas, S., Garfias, F., Voitsekhovich, V.V. and Sánchez, L. J. "Co-phasing segment mirror telescopes with curvature sensing", *Proc. of SPIE Vol. [4004-47]*, pp. 540-551, 2000.
- [Rocca *et al.* 1982] Rocca, A., Roddier, F. and Vernin, J. "Detection of atmospheric turbulent layers by spatio-temporal and spatio-angular correlation measurements of stellar-light scintillation", *J. Opt. Soc. Am.*, **64**, pp. 1000-1004, 1982.
- [Roddier 1978] Roddier, F. "Distributions et Transformation de Fourier", 7th edition, Mc Graw Hill, Paris (en francés). 1978.
- [Roddier 1987] Roddier, F. "Curvature sensing: a diffraction theory", NOAO Advanced Development program, R&D Note 87-3, 1987.
- [Roddier 1990] Roddier, F. "Wavefront sensing and the irradiance transport equation", *Appl. Optics* , **29** pp. 1402-1403, 1990.
- [Roddier and Roddier 1993] Roddier, C. and Roddier, F. "Wavefront reconstruction from defocused images and the testing of ground-based optical telescopes" *J. Opt. Soc. Am.*, A, **10**, 11, pp. 2277-2287, 1993.
- [Roddier *et al.* 1994] Roddier, C., Graves J.E., Northcott, M.J. and Roddier, F. "Testing optical telescopes", *Proc. of SPIE Vol. [2199]*, 1994.
- [Roddier 1998] Roddier, F. "Maximum Gain and efficiency of adaptive optics systems", *PASP*, **110**, pp. 837-840, 1998.

- [Rodriguez-Ramos and Fuensalida 1997] Rodriguez-Ramos, J.M. and Fuensalida, J. “Piston detection of a segmented mirror telescope using a curvature sensor: preliminary results with numerical simulations”, Proc. SPIE Conf **2871**, pp. 613-616, 1997.
- [Sandeman 1971] Sandeman, R.J. “Use of Channeled Spectra to Measure Absolute Phase Shift and Dispersion in Two Beam Interferometry” *Appl. Optics*, Vol. **10** No. 5 pp. 1087-1092, 1971.
- [Schumacher *et al.* 2002] Schumacher A., Devaney N. and Montoya L. “Phasing segmented mirrors: a modification of the Keck narrow-band technique and its application to extremely large telescopes” *Appl. Optics*, Vol. **41**, Issue 7, pp. 1297-1307, 2002.
- [Schwartz 1979] Schwartz, L. “Méthodes mathématiques pour les sciences physiques”, Deuxième cycle, Hermann Éditeurs des Sciences et des Arts, Paris, 1979.
- [Teague 1983] Teague, M.R. “Deterministic phase retrieval: a Green’s function solution”, *J. Opt. Soc. Am.*, **73**, 11, pp. 1434-1441, 1983.
- [Tokovinin 2005] Tokovinin, A. “Adaptive optics tutorial at CTIO” <http://www.gemini.edu/> 2005.